

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

გ. დალაქიშვილი, ზ. ნაცვლიშვილი

მათემატიკა

I წიგნი

(დამხმარე სახელმძღვანელო საშუალო სკოლის
მასწავლებელთა და აბიტურიენტთათვის)



რედაქტორი ზ. ნაცვლიშვილი

თბილისი

2014

წიგნი განკუთვნილია საშუალო სკოლის მასწავლებელთა და აბიტურიენტთათვის. მასში მოცემულია სასკოლო მათემატიკის პროგრამით გათვალისწინებული საკითხების ფრაგმენტები. ამოხსნილია სანიმუშო ამოცანები და მოცემულია საგარჯიშოები მათ დასახმარებლად, ვისთვისაც ეს ნაშრომია გათვალისწინებული.

რეცენზენტები: 1. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის
ნ. მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის გამოთვლითი
მეთოდების განყოფილების უფროსი
მეცნიერ-თანამშრომელი

მ. ზაქრაძე

2. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
მათემატიკის დეპარტამენტის ასოცირებული
პროფესორი

გ. ფიფია

კომპიუტერული უზრუნველყოფა ე. ზარიძის

© გ. დალაქიშვილი, ზ. ნაცვლიშვილი, 2014
ISBN-978-9941-0-7365-6 (ყველა წიგნის)
ISBN-978-9941-0-7366-3 (პირველი წიგნის)

წინასიტყვაობა

საშუალო სკოლის მოსწავლეს მათემატიკა მაღალ დონეზე, რომ ასწავლოს, მასწავლებელს მოეთხოვება არა მარტო მეთოდის, არამედ მათემატიკური ცნებებისა და ფაქტების ღრმა ცოდნა. მასწავლებელი კარგად უნდა ფლობდეს სასკოლო მათემატიკის კურსის თეორიულ საფუძვლებს. თავისუფალ ქვეყანას თავისი საქმის ღრმად მცოდნე პროფესიონალები დასჭირდება. სახალხო მეურნეობის ნებისმიერი დარგის განვითარება დღეს წარმოუდგენელია მათემატიკური მეთოდებისა და კომპიუტერების გამოყენების გარეშე. რაც უფრო ღრმად დაეუფლება მოსწავლე მათემატიკური მეთოდების გამოყენებას, მით უფრო მეტი შანსი ექნება მას წინ წასწიოს ის დარგი, რომელსაც საასპარეზოდ აირჩევს სკოლის დამთავრების შემდეგ. წიგნში ამოხსნილია ისეთი არაორდინალური ამოცანები, რომელთა გადაჭრა განსაკუთრებულ შიშს იწვევს მოსწავლეებში. აქ გამოყენებულია ტრადიციული აღნიშვნები და სიმბოლოები. # სიმბოლოთი აღნიშნულია ამოცანის ამოხსნის დასაწყისი. ნაშრომი სასარგებლო დახმარებას გაუწევს იმ სტუდენტებსაც, რომლებიც მომავალში პედაგოგიურ მუშაობას აპირებენ. ამოცანების ამოხსნის აქ განხილული არაორდინალური მეთოდები და სავარჯიშოები მოსწავლეს საშუალებას მისცემს გამოცადოს საკუთარი ძალა – ამოხსნას ანალოგიური ამოცანები.

§ 1. ფუნქციები

ვიპოვოთ ფუნქციის განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე და წარმოვადგინოთ ფუნქციებთან დაკავშირებული შერეული საკითხები:

1. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \sqrt{\cos 5 \operatorname{tg} 2 (\sqrt{x-4} - 2) \log_{0.2} 3}$.
 # რადგანაც $\cos 5 > 0$, $\operatorname{tg} 2 < 0$, $\log_{0.2} 3 < 0$, ამიტომ

$$\sqrt{x-4} - 2 \geq 0, \sqrt{x-4} \geq 2, \begin{cases} x-4 > 0 \\ x-4 \geq 4 \end{cases}, D(y) = [8; \infty);$$
2. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \log_{\pi} [\operatorname{tg} 5 \log_4 0,1 (1 - \log_2 x)]$;
3. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \sqrt{(x^2 + 3x + 2) \operatorname{tg} 9}$;
4. ვიპოვოთ $D(f)$, თუ $f(x) = \sqrt{(\sin 10 - \cos 10)(x^2 + 5x - 6)}$;
5. ვიპოვოთ $D(f)$, თუ $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{2+x}} \cos 8$.
 # ვინაიდან $\cos 8 < 0$, ამიტომ $\frac{1-x}{2+x} \leq 0, \frac{x-1}{x+2} \geq 0$,
 $D(f) = (-\infty; -2) \cup [1; \infty)$;
6. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \left(x^2 + \frac{7}{16} \right)} + \frac{3}{5x+1}$;
7. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{\log_5 (x-1)}$;
8. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \log_{0.3} (3 - \sqrt{1-2x})$;
9. ვიპოვოთ $y = \frac{\sqrt{12+x-x^2}}{\log_2 (x-1)}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე;
10. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \log_3 \sin x + \sqrt{4-x^2}$.
 # $\begin{cases} \sin x > 0 \\ 4-x^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2\pi n < x < \pi + 2\pi n \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases}, D(y) = (0; 2]$;

11. ვიპოვოთ განსაზღვრის არე: $y = \frac{2x^2 - \lg(x+5)}{\sqrt{8-x^3}}$;
12. ვიპოვოთ განსაზღვრის არე: $y = \arccos \frac{2x}{1+x^2}$;
13. ვიპოვოთ უმცირესი მთელი რიცხვი, რომელიც არ ეკუთვნის $y = \ln(|3x-10|-31)$ ფუნქციის განსაზღვრის არეს;
14. რამდენ მთელ რიცხვს შეიცავს $y = \sqrt{\frac{\sqrt[4]{x-5}}{14x-48-x^2}}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე.
- $$\# \begin{cases} x-5 > 0 \\ 14x-48-x^2 > 0 \end{cases} \text{ და } \begin{cases} x-5 = 0 \\ 14x-48-x^2 \neq 0, \end{cases}$$
- რომელთა ამოხსნით მივიღებთ: $x \in \{5\} \cup (6; 8)$. ამ სიმრავლეში ორი მთელი რიცხვია: 5 და 7. პასუხი: 2.
15. $f(x)$ პერიოდული ფუნქცია განსაზღვრულია R სიმრავლეზე. მისი პერიოდია 4, $f(-1)=4$, $f(1)=-2$. ვიპოვოთ $A = f(5) - 2f(-7) - 3f(-9)$ გამოსახულების მნიშვნელობა.
- $$\# \begin{aligned} f(5) &= f(5-4) = f(1) = -2, \\ f(-7) &= f(-7+4 \cdot 2) = f(1) = -2, \\ f(-9) &= f(-9+4 \cdot 2) = f(-1) = 4. \end{aligned}$$
- ამიტომ $A = -2 - 2(-2) - 3 \cdot 4 = -10$;
16. ვიპოვოთ $y = \sqrt[19]{|3x+7|-26}$ ფუნქციის განსაზღვრის არის უდიდესი მთელი უარყოფითი რიცხვი;
17. ვიპოვოთ $y = \sqrt[6]{8-|5x-14|}$ ფუნქციის განსაზღვრის არის ყველა მთელ რიცხვთა ჯამი;
18. ვიპოვოთ $D(y)$ სიმრავლის უდიდესი მთელი რიცხვი, თუ $y = \log_{\pi}(23-|2x-8|)$;

19. ვიპოვოთ უმცირესი მთელი რიცხვი, რომელიც არ შედის $y = \log_3(|2x-3|-28)$ ფუნქციის განსაზღვრის არეში;

20. რამდენი მთელი რიცხვი შედის $D(y)$ სიმრავლეში, თუ

$$y = \frac{\sqrt{16-x^4}}{x^2+2x+1};$$

21. ვიპოვოთ $D(y)$ სიმრავლის ყველა მთელ რიცხვთა ჯამი,

$$\text{თუ } y = \sqrt[6]{\frac{\sqrt{10-x}}{10+3x-x^2}};$$

22. ვიპოვოთ $D(y)$ სიმრავლის ყველა მთელ რიცხვთა

$$\text{ნამრავლი, თუ } y = \sqrt[4]{\frac{\sqrt[6]{x+1}}{18 \cdot 2^x - 32 - 4^x}};$$

23. a -ს რა მნიშვნელობისთვის ექნება $y = \sqrt[3]{ax^2-6x+19}$ ფუნქციას მინიმუმი $x=1$ წერტილში.

$$\# \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{6}{2a} = 1, \end{cases} \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{6}{2a} = 1, \end{cases} \begin{cases} a > 0 \\ a = 3, \end{cases} \quad a = 3;$$

24. ვიპოვოთ p , თუ $y = 7^{-3x^2-px-8}$ ფუნქციას აქვს მაქსიმუმი $x=-2$ წერტილში.

$$\# -\frac{b}{2a} = -2, \quad \frac{b}{2a} = 2, \quad \frac{p}{6} = 2, \quad p = 12;$$

25. R სიმრავლეზე განსაზღვრული $y = f(x)$ ფუნქციის პერიოდია 4. ვიპოვოთ $[f(6) - 3f(-10)] : 2f(-7)$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $f(-2) = 3$, $f(1) = -4$;

26. R სიმრავლეზე განსაზღვრული $y = f(x)$ ფუნქციის პერიოდია 5. იპოვეთ $[2f(-8) - f(6)]f(16)$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $f(-3) = 4$, $f(1) = -2$ (პასუხის გარეშე);

27. ვიპოვოთ $y = 2 \cdot 5^{2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1}$ ფუნქციის უდიდესი მთელი მნიშვნელობა.
- # $t = 2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1 = 1 + 3\cos^2 x, 0 \leq 3\cos^2 x \leq 3, 1 \leq t \leq 4$.
 t ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა არის 4. ამიტომ მოცემული ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა იქნება $2 \cdot 5^4 = 1250$;
28. $f(x)$ განსაზღვრულია R სიმრავლეზე და წარმოადგენს კენტ პერიოდულ ფუნქციას პერიოდით 8. $(0; 4]$ შუალედზე ფუნქცია მოცემულია $f(x) = 6x - x^2 - 8$ ფორმულით. ვიპოვოთ ამ ფუნქციის ნულების რაოდენობა $[-5; 7]$ მონაკვეთზე;
29. $f(x)$ განსაზღვრულია R სიმრავლეზე და წარმოადგენს ლუწ პერიოდულ ფუნქციას პერიოდით 6. $[0; 3]$ მონაკვეთზე ფუნქცია მოცემულია $f(x) = x^2 - 2x$ ფორმულით. განსაზღვრეთ მისი ნულების რაოდენობა $[-5; 9]$ მონაკვეთზე;
30. ვიპოვოთ $y = \ln^2(x^2 - 3x - 9) + \sqrt{x^3 - 8x - 8}$ ფუნქციის ნულები;
31. ვიპოვოთ $y = 2f(-a)f(a) - 4g(-a) + g^2(-a)$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$, $f(a) = 1$, $g(a) = -2$;
32. M წერტილი მდებარეობს $y = x^2 - 2x$ ფუნქციის გრაფიკზე, ხოლო N წერტილი – $y = -x^2 + 14x - 50$ ფუნქციის გრაფიკზე. რას უდრის MN მონაკვეთის სიგრძის უმცირესი შესაძლო მნიშვნელობა;
33. ვიპოვოთ x -ის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც მანძილი $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ ფუნქციის გრაფიკის შესაბამისი წერტილიდან $y = 3$ წრფემდე ნაკლებია 2-ზე.

$$\# \left| \sqrt{x^2 - 2x + 1} - 3 \right| < 2, \quad \|x - 1| - 3| < 2, \quad 1 < |x - 1| < 5,$$

$$\begin{cases} |x - 1| > 1 \\ |x - a| < 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 1 > 1 \\ x - 1 < -1 \\ -5 < x - 1 < 5, \end{cases} \quad x \in (-4; 0) \cup (0; 6);$$

34. ვიპოვოთ x -ის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $f(x) = 2^{2x}$ და $g(x) = 2^{x+1} + 24$ ფუნქციების შესაბამისი მნიშვნელობები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან არაუმეტეს 24-ით.

35. ვიპოვოთ $E(y)$ სიმრავლის უმცირესი მთელი რიცხვი, თუ $y = \log_{0,1} 300 - \log_{0,1} (1 + \lg(100 + x^2))$;

36. ვიპოვოთ $y = \frac{3x}{|x|} + 2^{|x|}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე,

$$\text{თუ } x \geq 2;$$

37. $f(x)$ და $g(x)$ ლუწი და კენტი ფუნქციებია შესაბამისად. არგუმენტის ნებისმიერი ნამდვილი მნიშვნელობისთვის $f(x) + g(x) = x^2 + 3x - 2$. ვიპოვოთ $f(2) - 4f(3)$ გამოსახულების მნიშვნელობა

$$\# \quad f(x) - g(x) = (-x)^2 + 3(-x) - 2 = x^2 - 3x - 2,$$

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = x^2 + 3x - 2 \\ f(x) - g(x) = x^2 - 3x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) = x^2 - 2 \\ g(x) = 3x, \end{cases}$$

$$\text{ამიტომ } f(2) - 4g(3) = (2^2 - 2) - 4(3 \cdot 3) = -34;$$

38. ვიპოვოთ $D(y)$ სიმრავლის უმცირესი მთელი რიცხვი, თუ $y = \lg(37 - |3x + 15|)$;

39. ვიპოვოთ

$$y = \log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{4}{9} - x^2 \right)$$

ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა;

40. ვიპოვოთ $D(y)$ სიმრავლის ყველა მთელი რიცხვი, თუ

$$y = \sqrt[6]{\frac{\sqrt[6]{x+1}}{18 \cdot 2^x - 32 - 4^x}};$$

41. ვიპოვოთ $y = 3\sqrt{12 - 2\cos^2 2x - 3\sin^2 2x}$ ფუნქციის უმცირესი მთელი მნიშვნელობა;

42. ვიპოვოთ $y = \log_{0.2}(9 - 4\sin^2 x - 3\cos^2 x)$ ფუნქციის უდიდესი მთელი მნიშვნელობა;

43. ვიპოვოთ $y = 9^{\sin^4 x + \cos^4 x}$ ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების ჯამი.

$$\# \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x, \quad 0 \leq \sin^2 2x \leq 1,$$

$$\frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x \leq 1, \quad 9^{\frac{1}{2}} \leq 9^{\sin^4 x + \cos^4 x} \leq 9^1,$$

$$3 \leq 9^{\sin^4 x + \cos^4 x} \leq 9, \quad y_{\max} = 9, \quad y_{\min} = 3,$$

$$y_{\max} + y_{\min} = 12;$$

44. ვიპოვოთ $D(y)$ თუ $g(x) = x + 2$, $\varphi(x) = 1 - 2x$,

$$y = \sqrt{3 - \varphi(g(x))} - \frac{1}{g(\varphi(x))}.$$

$$\# \begin{cases} 3 - \varphi(g(x)) \geq 0 \\ g(\varphi(x)) \neq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 3 - [1 - 2(x + 2)] \geq 0 \\ 1 - 2x + 2 \neq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq \frac{3}{2}, \end{cases}$$

$$D(y) = \left[-3; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right);$$

45. ვიპოვოთ $E(y)$, თუ $y = 5g(f(x)) - 6$, $f(x) = 2 - 3\sin x$,
 $g(x) = 4 + 2x$.

$$\# y = 5[4 + 2(2 - 3\sin x)] - 6 = 34 - 30\sin x,$$

ქ.ი. $y = 34 - 30\sin x$, $\sin x = \frac{34-y}{30}$, $-1 \leq \frac{34-y}{30} \leq 1$,

საიდანაც $4 \leq y \leq 64$, $E(y) = [4; 64]$.

46. ვიპოვოთ $y = a(x) - 2b(x)$ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა, თუ $a(x) = 1 - \cos x$, $b(x) = 2 + \cos x$.

$y = 1 - \cos x - 2(2 + \cos x) = -3 - \cos x$, $-1 \leq \cos x \leq 1$,
 $-3 \leq -3 - \cos x \leq 3$, $-6 \leq -3 - 3\cos x \leq 0$, $y_{\max} = 0$;

47. ვიპოვოთ $y = 4\cos x : (1 - 3a(x))$ ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა, თუ $a(x) = \cos x + 4$.

$y = -\frac{4}{11 + 3\cos x}$, $\cos x = -\frac{4}{3y} - \frac{11}{3}$, $-1 \leq -\frac{4}{3y} - \frac{11}{3} \leq 1$,
 $-1 \leq \frac{4}{3y} + \frac{11}{3} \leq 1$, $\begin{cases} \frac{2+7y}{y} \geq 0 \\ \frac{1+2y}{y} \leq 0, \end{cases} \quad -\frac{1}{2} \leq y \leq -\frac{2}{7}, \quad y_{\min} = -\frac{1}{2}$;

48. იპოვეთ $E(y)$ სიმრავლე, თუ $y = \frac{6x - x^2 - 1}{x^2 + 1}$ და გამოთვალეთ ამ სიმრავლის მთელ მნიშვნელობათა ჯამი.

$y = \frac{6x - (x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{6x}{x^2 + 1} - 1$, $y_{\min}(-1) = \frac{-6}{2} - 1 = -4$,

$y_{\max}(1) = 2$, $E(y) = [-4; 2]$. მთელი რიცხვების ჯამი იქნება
 $-4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 = -7$;

49. ვიპოვოთ $E(y)$, თუ $y = \frac{3}{\pi} \arccos(\sqrt{0.125}(\cos x - \sin x))$.

$y = \frac{3}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}(\cos x - \sin x)\right) =$
 $= \frac{3}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{2}(\cos \varphi \cos x - \sin \varphi \sin x)\right),$

სადაც $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

$$y = \frac{3}{\pi} \arccos\left(\frac{1}{2}(\cos(x + \varphi))\right),$$

ცხადია

$$E\left(\frac{1}{2}(\cos(x + \varphi))\right) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right],$$

ამიტომ

$$E(y) = E\left(\arccos \frac{\cos(x + \varphi)}{2}\right) = \left[\arccos \frac{1}{2}; \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right].$$

საბოლოოდ,

$$E = \left(\frac{3}{\pi} \arccos \frac{\cos(x + \varphi)}{2}\right) = \left[\frac{3}{\pi} \cdot \frac{\pi}{3}; \frac{3}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{3}\right] = [1; 2];$$

50. ვიპოვოთ $E(y)$, თუ $y = \log_2(2 + 14\sin^2 x)$;

51. ვიპოვოთ $f[g(x)]$ ფუნქციის განსაზღვრის არე, თუ

$$f(x) = 1 - \frac{1}{1-x}, \quad g(x) = \sqrt{1-x^2}.$$

$$\# \quad f[\varphi(x)] = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-x^2} - 1}; \quad \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ \sqrt{1-x^2} - 1 \neq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \neq 0, \end{cases}$$

$$x \in [-1; 0) \cup (0; 1];$$

52. ვიპოვოთ $y = f[g(x)]$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმ-

$$\text{რავლე, თუ } f(x) = 1 + \frac{1}{x}, \quad g(x) = 3\cos x.$$

$$\# \quad y = f[g(x)] = 1 + \frac{1}{3\cos x}, \quad y - 1 = \frac{1}{3\cos x}, \quad (y \neq 1),$$

$$\cos x = \frac{1}{3y-3}, \quad -1 \leq \frac{1}{3y-3} \leq 1, \quad \text{აქედან}$$

$$\begin{cases} \frac{3y-2}{y-1} \geq 0 \\ \frac{3y-4}{y-1} \geq 0, \end{cases}$$

საიდანაც $E(y) = \left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup \left(\frac{4}{3}; \infty\right)$;

53. ვიპოვოთ $y = \sqrt{-5x^2 + 2x + 16}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე;

54. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \sqrt{\frac{1}{3x^2 - 8x + 4}}$;

55. ვიპოვოთ $D(y)$, თუ $y = \lg \frac{x^2 + 9}{2x + 1 - 3x^2}$;

56. ვიპოვოთ $y = \frac{\sqrt{12 + x + x^2}}{\log_2(2x - 1)}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე;

57. ვიპოვოთ $E(y)$, თუ $y = \frac{4}{3\cos x - 6}$;

58. ვიპოვოთ $E(y)$, თუ $y = \sqrt{-x^2 - 2x + 8}$;

59. ვიპოვოთ $E(y)$, თუ $y = 4^{-x^2 + 2x - 2}$;

60. ვიპოვოთ $y = 4^{\log_4(x^2 - 4x - 9)}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე;

61. ვიპოვოთ $y = 7 - 6x$ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა $[1; 4]$ სეგმენტზე.

რადგან $y = 7 - 6x$ კლებადი ფუნქციაა, ამიტომ იგი მიიღებს უდიდეს მნიშვნელობას $x = 1$ წერტილში, ე.ი. $y_{\max}(1) = 7 - 6 \cdot 1 = 1$;

62. ვიპოვოთ $y = 2x - 9$ ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა $[2; 5]$ სეგმენტზე.

$y=2x-9$ ფუნქცია ზრდადია, ამიტომ იგი მიიღებს უმცირეს მნიშვნელობას $x=2$ წერტილში და $y_{\min}(2) = 2 \cdot 2 - 9 = -5$.

63. ვიპოვოთ $y=14-2x$ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა $[-3; 4]$ სეგმენტზე;

64. ვიპოვოთ $y=5x-12$ ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა $[-4; 7]$ სეგმენტზე;

65. ვიპოვოთ, რა სიმრავლეზე ასახავს $y=6x-2$ ფუნქცია $[-3; 5]$ შუალედს.

$$\# \quad y(-3)=6(-3)-2=-20; \quad y(5)=6 \cdot 5-2=28.$$

ამრიგად, $y=6x-2$ ფუნქცია $[-3; 5]$ სიმრავლეს ასახავს $[-20; 28]$ სიმრავლეზე;

66. ვიპოვოთ, რა სიმრავლეზე ასახავს $y=3-3x$ ფუნქცია $[-2; 6]$ შუალედს;

67. ვიპოვოთ $y=-\frac{5}{x+2}$ ფუნქციის ზრდადობის შუალედი;

68. ვიპოვოთ $y=-x^2+3x+4$ ფუნქციის კლებადობის შუალედი.

კლებადობის შუალედი

$$\left[-\frac{b}{2a}; \infty\right) = \left[-\frac{3}{-2}; \infty\right) = \left[\frac{3}{2}; \infty\right);$$

69. ვიპოვოთ $y=3x^2-4x+1$ ფუნქციის ზრდადობის შუალედი.

ზრდადობის შუალედი

$$\left[-\frac{b}{2a}; \infty\right) = \left[-\frac{-4}{6}; \infty\right) = \left[\frac{2}{3}; \infty\right);$$

70. ვიპოვოთ $y=-4x^2-3x+4$ ფუნქციის გრაფიკის სიმეტრიის ღერძი.

$$\# \quad x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{-8} = -\frac{3}{8}. \quad \text{ე.ი. სიმეტრიის ღერძია } x = -\frac{3}{8}$$

წრფე.

§ 2. განტოლებები

წარმოვადგინოთ შერეული განტოლებები:

$$71. \left(\cos x - \sin \frac{43\pi}{7} \right) \sqrt{(x-\pi)(2\pi-x)} = 0.$$

$$\# \quad \text{გვაქვს} \quad \left(\cos x - \sin \frac{5\pi}{14} \right) \sqrt{(x-\pi)(2\pi-x)} = 0, \quad \text{საიდანაც}$$

$$\text{ადვილად მიიღება: } x = \pm \frac{5\pi}{14} + 2\pi k, \quad (k \in \mathbb{Z}), \quad x = \pi, \quad x = 2\pi;$$

$$72. \text{ ვიპოვოთ } x, \text{ თუ } 3\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 8 - x = \left(\sqrt{-x^2 - 7x - 10} \right)^2.$$

$$\# \begin{cases} -x^2 - 7x - 10 \geq 0 \\ 3\sqrt{(x+2)^2} - x - 8 = -x^2 - 7x - 10, \end{cases} \quad \begin{cases} -5 \leq x \leq -2 \\ 3|x+2| = -x^2 - 6x - 2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \leq x \leq -2 \\ x_1 = -4, \quad x_2 = 1, \end{cases} \quad \text{საიდანაც } x = -4;$$

$$73. \text{ ვიპოვოთ } n \in \mathbb{N}, \text{ თუ } C_n^{n-2} + 2n = 9.$$

$$\# \quad \frac{n!}{(n-2)!(n-n+2)!} + 2n = 9, \quad \frac{n(n-1)}{2} + 2n = 9,$$

$$n^2 + 3n - 18 = 0, \quad n \neq -3, \quad n = 6;$$

$$74. \text{ ვიპოვოთ } n \in \mathbb{N}, \text{ თუ } 3C_{n+1}^3 - 2A_n^2 = 0.$$

$$\# \quad 3 \cdot \frac{n!}{2!(n+1-2)!} - 2n(n-1) = n, \quad n^2 - 6n = 0, \quad n \neq 0, \quad n = 6;$$

$$75. \text{ ვიპოვოთ } x, \text{ თუ } 4 \cdot 2.5^{7-x} = 21 + \sqrt{3x+1}.$$

$$\# \quad 4 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{7-x} = 21 + \sqrt{3x+1}. \quad \text{თუ } x=5, \text{ მაშინ } \sqrt{3x+1} = 4 \text{ და}$$

$$4 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{7-5} = 21 + 4, \quad 4 \cdot \frac{25}{4} = 25, \quad \text{ე.ი. } x=5;$$

76. ამოხსენით განტოლება: $\sqrt{30-x-x^2} + \sqrt{x^2+5x-50} = 0$;

77. ვიპოვოთ $\cos \frac{20\pi}{x} + \frac{1}{2} = 0$ განტოლების უდიდესი ფესვი.

$\cos \frac{20\pi}{x} = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{20}{\pm \frac{2}{3} + 2k}$. როცა $k=0$, მაშინ $x=60-$

უდიდესი ფესვი;

78. ამოვსნათ განტოლება: $12\arctg^2 \frac{x}{2} = \pi \left(3\pi + 5\arctg \frac{x}{2} \right)$.

$\arctg \frac{x}{2} = a$, $12a^2 = 3\pi^2 + 5\pi a$. აქედან $a_1 = -\frac{2\pi}{3}$, $a_2 = \frac{3\pi}{2}$:

1) $\arctg \frac{x}{2} = -\frac{2\pi}{3}$, $\frac{x}{2} = \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right) = -\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$, $x = 2\sqrt{3}$;

2) $\arctg \frac{x}{2} = \frac{3\pi}{2}$, $x \neq 0$.

ამრიგად, $x = 2\sqrt{3}$;

79. ამოვსნათ $x^2 \cdot 2^y - 2^{y+4} = x^2 \cdot 2^x - 2^{x+4}$ განტოლება, თუ $y = \sqrt{x+2}$ და დავაფიქსიროთ უდიდესი ფესვი.

მოცემული განტოლებიდან: $(2^y - 2^x)(x^2 - 2^4) = 0$,
საიდანაც მიიღება $x=4$ (სასურველი ფესვი);

80. ვიპოვოთ x , თუ $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 31 = \left(\sqrt{25-x^2} \right)^2 + x^2$.

$\log_2^2 x - 5\log_2 x + 31 = 25$; აქედან $x=4$;

81. ვიპოვოთ x , თუ $\cos 7x = \left(\sqrt{1-x^2} \right)^2 + x^2$;

82. ვიპოვოთ x -ის ყველა მნიშვნელობა (8; 12) შუალედიდან, რომელთათვისაც მართებულია ტოლობა:

$$2\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \sin x = \sqrt{6-6\cos \frac{14\pi}{5}}.$$

გამარტივების შედეგად მივიღებთ:

$$\sin \frac{5x-2\pi}{10} \cos \frac{5x+2\pi}{10} = 0,$$

$$\text{საიდანაც } x = \frac{13\pi}{6};$$

83. ვიპოვოთ x , თუ

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 1} + \log_2^4(x^4 - x^2 + 2x - 1) = 0.$$

84. ვიპოვოთ x , თუ $\sqrt{x^4 - 4} + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = -\log_2^6(x^3 - 2x - 3).$

$$\# \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \\ x^3 - 2x - 3 = 1, \quad x \neq -2, \quad x = 2; \end{cases}$$

85. ამოვხსნათ განტოლება: $\sin^6 \pi x + \sqrt{1 - x^2} = 0.$

$$\# \begin{cases} \sin \pi x = 0 \\ 1 - x^2 \geq 0, \end{cases} \begin{cases} \pi x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ -1 \leq x \leq 1, \end{cases} \begin{cases} x = k \\ -1 \leq x \leq 1, \quad x = \pm 1. \end{cases}$$

86. ვიპოვოთ $x^2 + 2x + 1$, თუ

$$\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 31 = \left(\sqrt{25 - x^2} \right)^2 + x^2$$

$$\begin{cases} 25 - x^2 \geq 0 \\ \log_2^2 x - 5 \log_2 x + 31 = 25, \end{cases} \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ x_1 = 4, x_2 = 8, x \neq 8, x = 4; \end{cases}$$

$$\text{ამიტომ } x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \Big|_{x=4} = (4+1)^2 = 25;$$

87. ვიპოვოთ $\frac{2\pi}{7}x$, თუ $\cos 7x = \left(\sqrt{1 - x^2} \right)^2 + x^2;$

88. ვიპოვოთ x , თუ $\sqrt{1 - 2x + x^2} + \sqrt{26 + 3x - 5x^2} = x - 1;$

89. რას უდრის 4^{x+y} , თუ $(4^{x+y} + 2):(4^{x+y} - 1) = 3;$

90. ამოვხსნათ განტოლება:

$$\log_{3-4x^2}(3+4x^2) = 2 + \log_2^{-1}(3-4x^2);$$

91. ვიპოვოთ $3x$, თუ $\sqrt{-\log_8 \cos 3x} + \sqrt{-\log_8 \operatorname{tg} \frac{3x}{8}} = 0$;

92. ვიპოვოთ $3x^3 : \left(2 \sin \frac{14\pi}{3} \right) + \frac{1}{x\sqrt{3}} = 2\sqrt{5} x \operatorname{tg} \frac{13\pi}{4}$ განტოლების
ყველა უარყოფით ფესვთა ნამრავლი;

93. ამოგხსნათ განტოლება:

$$\sqrt{3} \cos \left(\pi x \sqrt{\frac{6}{x} - x - 4} \right) + 3 \sin \left(\pi x \sqrt{\frac{6}{x^2} - \frac{4}{x} - 1} \right) = \sqrt{12};$$

94. ვიპოვოთ x , თუ

$$\sqrt{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} = -x^3 + 2x^2 + 4x - 8.$$

თუ $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = t$, მაშინ $\sqrt{t} + t = 0$, $\sqrt{t}(1 + \sqrt{t}) = 0$,

$1 + \sqrt{t} \neq 0$, $\sqrt{t} = 0$, $t = 0$, ე.ი. $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$,

$(x - 2)^2(x + 2) = 0$, $x = \pm 2$;

95. ვიპოვოთ $-4x$, თუ

$$16x^2 + 24x + 13 = \left(2 - \sin \frac{4\pi x}{3} \right) \left(2 + \sin \frac{4\pi x}{3} \right). \quad (1)$$

$16x^2 + 24x + 13 = 4 - \sin^2 \frac{4\pi x}{3}$;

$y = 16x^2 + 24x + 13 = (4x + 3)^2 + 4$,

$E(y) = [4; \infty)$. $y = 4 - \sin^2 \frac{4\pi x}{3}$; $E(y) = [3; 4]$.

ამრიგად, (1)-ის ამონახსენი იქნება x -ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც მისი ორივე მხარე $= 4$:

$$16x^2 + 24x + 13 = 4, \quad (4x + 3)^2 = 0, \quad x = -\frac{3}{4}.$$

ასეთი x -თვის (1)-ის მარჯვენა მხარეც უდრის 4-ს,

მართლაც $4 - \sin^2 \frac{4\pi x}{3} = \sin^2(-\pi) = 0$; $x = -0,75$; $-4x = 3$;

96. ამოვხსნათ განტოლება: $|x+3|-|2-3x|=3$;

97. ვიპოვოთ $|x^2-x|-|x|=3$ განტოლების ფესვთა ნამრავლი;

98. ვიპოვოთ $x+\frac{1}{x}$, თუ $2^{\log_2(x-x^2)}=|x-1|$.

$$\# \begin{cases} x-x^2 > 0 \\ x-x^2 = |x-1|, \end{cases} \begin{cases} x(x-1) < 0 \\ x-x^2 = \pm(x-1), \end{cases} \begin{cases} x=1, & x+\frac{1}{x}=1+1=2; \end{cases}$$

99. ვიპოვოთ 2^{x^2} , თუ $\sqrt{1-|x-2|}=2x-3$.

$$\# 1-|x-2|=4x^2-12x+9, \quad 4x^2-12x+8=\pm(x-2),$$

$$\begin{cases} -x+2=4x^2-12x+8 \\ x-2=4x^2-12x+8, \end{cases} \begin{cases} 4x^2-11x+6=0 \\ 4x^2-13x+10=0, \end{cases} \begin{cases} x_1 \neq \frac{3}{4}, & x_2=2 \\ x_3 \neq \frac{5}{4}, & x_4=2, \end{cases}$$

საიდანაც $x=2$, $2^{2^2}=2^4=16$.

100. ამოვხსნათ განტოლება: $a(x)=b(a(x))$, თუ

$$a(x)=2\cos 2x+3, \quad b(x)=3-2x.$$

$$\# 2\cos 2x+3=3-2(2\cos 2x-3),$$

$$2\cos 2x+3=3-4\cos 2x+6,$$

$$\cos 2x=1, \quad 2x=2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

101. ვიპოვოთ x , თუ $b(a(x))-3a(b(x))+14=0$;

102. ამოვხსნათ განტოლება: $|x-1|-|3x-4|=-4$.

$$\# \pm(x-2) \pm (3x-4)=-4:$$

$$\begin{cases} x-2+3x-4=-4 \\ x-2-3x+4=-4 \\ -x+2+3x-4=-4 \\ -x+2-3x+4=-4 \end{cases}, \begin{cases} 4x-6=-4 \\ -2x+2=-4 \\ 2x-2=-4 \\ -4x+6=-4 \end{cases}, \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=3 \\ x=-1 \\ x=\frac{5}{2}. \end{cases}$$

შემოწმების შედეგად: $x = -1$; $x = 3$;

103. ვიპოვოთ $2x$, თუ $32^{x+3} \cdot 3^{3x+1} \cdot 625^{x+2} = 600^{x+7}$;

104. ვიპოვოთ $10x$ ($x > 0$), თუ $\log_{3-4x^2}(9-16x^4) = 2 + \log_{3-4x^2} 2$;

105. ვიპოვოთ $x+5$, თუ $f(g(x)) - g(2-f(x)) = x^2 - 4$,

$$f(x) = x^2 - 2x - 3, \quad g(x) = x - 1.$$

$$\# \quad (x-1)^2 - 2(x-1) - 3 - g(2-x^2+2x+3) = x^2 - 4,$$

$$x^2 - 4x - g(5-x^2+2x) = x^2 - 4,$$

$$x^2 - 4x - (5-x^2+2x-1) = x^2 - 4,$$

$$x^2 - 6x = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 6. \quad \text{ამიტომ } x+5=5 \text{ და } x+5=11;$$

106. ვიპოვოთ $3x$, თუ $|x-1| + |2x-3| - 3 = 0$;

107. ვიპოვოთ $x + \frac{1}{x}$, თუ $|x-2| + |x-3| - 3 = 0$;

108. ვიპოვოთ $\sqrt{\lg(1-x)} = \lg \sqrt{(x-1)^2}$ განტოლების უდიდესი ფესვი;

109. ვიპოვოთ $\log_3(2x+1) + \sqrt[4]{\log_3^4(6x+5)} = 0$ განტოლების ფესვთა რაოდენობა;

110. ვიპოვოთ x , თუ

$$4x^2 - 4x + 4 = (\sqrt{3} - \cos \pi x)(\sqrt{3} + \cos \pi x);$$

111. ამოვხსნათ განტოლება: $\log_{1-x^2}(1-x^4) = 4 + \log_{1-x^2} 3$;

112. ვიპოვოთ $16x^2 - 24x + 11 = \left(\sqrt{2} - \cos \frac{2\pi x}{3} \right) \left(\sqrt{2} + \cos \frac{2\pi x}{3} \right)$

განტოლების ამონახსენი;

113. ვიპოვოთ $10x$, თუ x არის

$$25x^2 - 20x + 8 = \left(2 - \cos \frac{5\pi x}{4} \right) \left(2 + \cos \frac{5\pi x}{4} \right)$$

განტოლების ფესვი;

114. ვიპოვოთ $2x^2 - x^3 + 7$, თუ x არის $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2$ განტოლების ფესვი;

115. ვიპოვოთ $x^3 - 2 + x^2$, სადაც x არის

$$\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{2x^2 - 3x - 2}$$

განტოლების მთელი ამონახსენი;

116. ვიპოვოთ $6a + 72$, სადაც a არის

$$3(\sqrt{8-x} + 2)(\sqrt{x+12} - 2) = 2x + 16$$

განტოლების ფესვთა ჯამი;

117. ვიპოვოთ $15,1 + x$, თუ x არის $2 + \sqrt{25x|x-1|+4} = 5x$

განტოლების ფესვი;

118. ვიპოვოთ $3 + \sqrt{x}$, სადაც x არის

$$\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$$

განტოლების ფესვი;

119. ვიპოვოთ $6^{\log_2 x} + x^{\log_2 x} - 12 = 0$ განტოლების ფესვთა კუბების ნამრავლი;

120. ვიპოვოთ $(\sqrt[4]{x} + 23) : 5$, თუ x არ არის

$$\sqrt{\log_2(2x^2) \log_4(16x)} = \log_4 x^3$$

განტოლების ფესვი;

121. რამდენი ფესვი აქვს $(\sin^4 x - \cos^4 x) \log_2(1 - x^2) = 0$

განტოლებას;

122. ვიპოვოთ x , თუ

$$\left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{x} - x^3 + 2x^2 + 5x - 10 \right)^2 + (3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27)^4 = 0.$$

თითოეული შესაკრები უნდა იყოს ნულის ტოლი:

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{x} - x^3 + 2x^2 + 5x - 10 = 0 \\ 3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0. \end{cases}$$

მეორე განტოლების ამონახსნით მივიღებთ: $x=1$; $x=2$.
 $x=1$ შემთხვევაში პირველ განტოლებას აზრი არა აქვს,

ვინაიდან $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{1}$ არ არსებობს;

$x=2$ შემთხვევაში პირველი განტოლებიდან მიიღება
 ჭეშმარიტი ტოლობა $(0=0)$. პასუხი: $x=2$;

123. ვიპოვოთ $\sqrt[4]{20+x-x^2} \lg(11-3x-x^2)=0$ განტოლების ყველა
 ფესვთა ნამრავლი;

124. ვიპოვოთ $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{x} \sqrt{2x^2-x}=0$ განტოლების დადებითი
 ფესვი;

125. ვიპოვოთ $(10-x)(4-x)(x+5)(x+2)-220x^2=0$ განტოლე-
 ბის მთელი ფესვები.

განტოლებიდან მიიღება:

$$(20+8x-x^2)(20-x-x^2)-220x^2=0,$$

$$\left(\frac{20}{x}-x+8\right)\left(\frac{20}{x}-x-1\right)-220=0,$$

საიდანაც $x=-1$, $x=20$;

126. იპოვეთ განტოლების ფესვთა ჯამი:

$$(\sin 2)^{\log_{\sin 2}(x+x^2)}=x+4;$$

127. იპოვეთ განტოლების ფესვი:

$$2x^2-5x-18+\frac{\sqrt{4+x}}{\sqrt{3-x}}+\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{4+x}}-\frac{7}{\sqrt{12-x-x^2}}=0;$$

128. $f(x)$ და $g(x)$ ლუწი და კენტი ფუნქციებია შესაბამისად.
 ნებისმიერი ნამდვილი x -თვის სრულდება $f(x)+g(x)=$
 $=x^2+3x-2$ ტოლობა. გამოვთვალოთ $A=f(2)-4g(3)$
 გამოსახულება.

$f(-x)=f(x)$, $g(-x)=-g(x)$,

$$f(x) - g(x) = x^2 - 3x - 2.$$

$$\text{პპაქს } \begin{cases} f(x) + g(x) = x^2 + 3x - 2 \\ f(x) - g(x) = x^2 - 3x - 2, \quad f(x) = x^2 - 2, \end{cases}$$

$$g(x) = 3x. \text{ ამიტომ } A = 2^2 - 2 - 4(3 \cdot 3) = -34;$$

$$129. \text{ ვიპოვოთ } x^3 + x^{-4}, \text{ თუ } x(1 - \lg 5) \lg \frac{8}{17} = \lg(4^x + 4^{-1});$$

$$130. \text{ ამოხსენით განტოლება } f(6 - x) = 0, \text{ თუ}$$

$$f(x) = \sqrt{x + 4} + x - 8.$$

$$\# \sqrt{6 - x + 4} + 6 - x - 8 = 0, \quad \sqrt{10 - x} = x + 2,$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0, \quad x \neq -6, \quad x = 1;$$

$$131. \text{ იპოვეთ } x^2, \text{ თუ } x^2 + 10 = x(2\sqrt{3x + 10} - 3);$$

$$132. \text{ ვიპოვოთ } \sqrt[6]{x}, \text{ თუ } \sqrt{10 + \log_x^{-1} 2} = 2 \log_2(0,5\sqrt{x});$$

$$133. \text{ ვიპოვოთ } 3f\left(\frac{\pi}{6}\right) + 5g\left(\frac{\pi}{6}\right), \text{ თუ } f(-x) = f(x),$$

$$g(-x) = -g(x), \quad f(x) - g(x) = 2\sin x - 3\cos 2x + 7;$$

$$134. \text{ ამოვხსნათ განტოლება:}$$

$$(\cos 5)^{\log_{\cos 5}(2x + 3x^2)} = 2x + 12;$$

$$135. \text{ ვიპოვოთ } 2\sqrt{x^2 - x + 5} - x^2 + x + 10 = 0 \text{ განტოლების ფესვთა ნამრავლის მოდული;}$$

$$136. \text{ ვიპოვოთ } x^{-6}, \text{ თუ } \log_{\sqrt[6]{6}} x \sqrt{24 - 2\log_x 6} + 6 = 0;$$

$$137. \text{ ვიპოვოთ } (x - 2)^2, \text{ თუ } x \text{ არის } |2x - 3| - |x| = -1 \text{ განტოლების მთელი დადებითი ფესვი;}$$

$$138. \text{ ვიპოვოთ } m(5 - 2\sqrt{3}), \text{ თუ } m \text{ არის } 2 - 3x + x^2 = 2(x - 1)\sqrt{x} \text{ განტოლების ფესვთა ჯამი;}$$

139. ამოხსენით $|x-2|-|3x-4|=-4$ განტოლება (პასუხი არ არის მითითებული);
140. ვიპოვოთ $|x-3|+|x-1|=2$ განტოლების ფესვთა კვადრატების სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე;
141. ვიპოვოთ $\sqrt[3]{x}$, თუ x არის $\sqrt{13+4\log_x^{-1}3}=2\log_3(3\sqrt{x})$ განტოლების ფესვი;
142. ამოვხსნათ განტოლება $f(1-\varphi(x))+3=\varphi(f(x)-x)$,
თუ $f(x)=2x-1$, $\varphi(x)=1-2x$;
143. ვიპოვოთ $-\frac{13}{2}k$, თუ k არის $A(x+B(x))-B(-x+A(x))=x$ განტოლების ფესვი. ამასთან $A(x)=x^2-2x$, $B(x)=3x+3$;
144. ვიპოვოთ $47x^{-1}+1$, სადაც x არის
 $\varphi(3x-2f(x))-f(1-5\varphi(x))=4x$ განტოლების ფესვი. ამასთან $f(x)=2x+4$, $\varphi(x)=2x+4$;
145. ამოვხსნათ განტოლება: $g(1+f(x))+f(1+g(x))=0$,
სადაც $f(x)=x-1$, $f(x)=(x-1)^2$;
146. $f(x)=g(x)=2x-1$. ვიპოვოთ $f(x+g(x))-g(x-f(x))=x$ განტოლების ფესვები;
147. ამოხსენით განტოლება: $f(g(x))+g(f(x))=9$, სადაც
 $f(x)=2x+3$, $g(x)=x^2-x$;
148. ვიპოვოთ $f(f(x)-1)-g(f(x)+2)=-x^2-4x$ განტოლების ფესვთა კვადრატების ჯამი, თუ $f(x)=3x$, $g(x)=6x+2$.
149. ვიპოვოთ x^6 , თუ $3\sqrt[3]{x}-5\sqrt[3]{x^{-1}}=2x^{-1}$;
150. ვიპოვოთ $\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}}+\sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}}=4$ განტოლების ამონახსენი;
151. ამოხსენით განტოლება:
 $3\sqrt[3]{81}-10\sqrt[3]{9}=-3$.

152. ვიპოვოთ $\sqrt[4]{x}$, თუ x არის $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$ განტოლების ფესვი;

153. ვიპოვოთ x , თუ

$$5^{4x+1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{1-4x} + 25^{2x} - \frac{1}{5^{2-4x}} = 770;$$

154. ვიპოვოთ $\log_5(x+5)^2 - \log_5|x+5| = 2$ განტოლების ფესვთა ჯამის აბსოლუტური სიდიდე;

155. ვიპოვოთ $\log_5(2x-5) + \sqrt[6]{\log_5(3x-5)} = 0$ განტოლების ფესვთა რაოდენობა;

156. იპოვეთ $\left(2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1\right)\sqrt{9x-x^2} = 0$ განტოლების ფესვთა რაოდენობა;

157. ამოხსენით განტოლება

$$2^{\sqrt{16-\sin^2(2-x)}} = x^2 - 4x + 20;$$

158. ვიპოვოთ $x+6$, თუ x არის $\sqrt[4]{625+\sin^2(x-1)} = 2x-x^2+4$ განტოლების ფესვი;

159. ვიპოვოთ $\sqrt{x}$, თუ x არის

$$(125 - \sin^2(9-x))^{\frac{1}{3}} = x^2 - 18x + 86$$

განტოლების ფესვი;

160. ვიპოვოთ $-10x+5$, თუ x არის

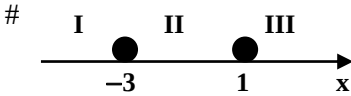
$$25x^2 + 10x + 4 = \left(\sqrt{3} + \cos\frac{15\pi x}{2}\right)\left(\sqrt{3} - \cos\frac{15\pi x}{2}\right).$$

§ 3. უტოლობები

აქაც განვიხილათ შერეული სახის უტოლობებს:

161. ვიპოვოთ x -ის შემცველი შუალედი, თუ:

$$|x+3| - |x-1| \geq 2-x.$$



$$\text{I)} \begin{cases} x < -3 \\ -x-3+x-1 \geq 2-x, \end{cases} \begin{cases} x < -3 \\ x \geq 6, \end{cases} \quad \emptyset;$$

$$\text{II)} \begin{cases} -3 < x \leq 1 \\ x+3+x-1 \geq 2-x, \end{cases} \begin{cases} -3 < x \leq 1 \\ x \geq 0, \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 1;$$

$$\text{III)} \begin{cases} x > 1 \\ x+3-x+1 \geq 2-x, \end{cases} \begin{cases} x > 1 \\ x \geq -2, \end{cases} \quad x > 1.$$

მიღებულ შედეგთა გაერთიანებით მივიღებთ: $x \in [0; \infty)$.

162. ვიპოვოთ $2^{\log_2(1-x)} \geq 3^{\log_2(2x-1)}$ განტოლების ამონახსენი.

$$\# \begin{cases} 1-x > 0 \\ 2x-1 > 0 \\ 1-x \geq 2x-1, \end{cases} \begin{cases} x < 1 \\ x > \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{2}{3}, \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{2}{3}, \end{cases} \quad \frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3}.$$

163. ვიპოვოთ $\frac{\sin 2}{3-6x} < 0$ უტოლობის ამონახსნის უმცირესი

მთელი რიცხვი.

$$\# \text{ ვინაიდან } 2 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right), \text{ ამიტომ } \sin 2 > 0 \text{ და } 3-6x < 0,$$

$$x > \frac{1}{2}, \quad x \in \left(\frac{1}{2}; \infty\right). \text{ უმცირესი მთელი ამონახსენია: } x=1.$$

164. ამოცხსნათ უტოლობა: $\log_{0,5x-1}\left(\log_4 \frac{x-11}{x-8}\right) \geq 0.$

ა) $\begin{cases} 0,5x-1 > 1 \\ \log_4 \frac{x-11}{x-8} \geq 1, \end{cases} \begin{cases} x > 4 \\ \frac{x-11}{x-8} \geq 4, \end{cases} \begin{cases} x > 4 \\ \frac{x-7}{x-8} \leq 0, \end{cases} \quad 7 \leq x < 8;$

ბ) $\begin{cases} 0 < 0,5x-1 < 1 \\ \log_4 \frac{x-11}{x-8} > 0 \\ \log_4 \frac{x-11}{x-8} \leq 1, \end{cases} \begin{cases} 2 < x < 4 \\ \frac{x-11}{x-8} > 0 \\ \frac{x-11}{x-8} \leq 4, \end{cases} \begin{cases} 2 < x < 4 \\ x \leq 7, \end{cases} \quad 2 < x < 4;$

ა) და ბ) -ს გაერთიანებით: $x \in (2;4) \cup [7;8);$

165. ვიპოვოთ $\sqrt{(x-12)(1-2x)} > -1$ უტოლობის იმ მთელ ამონახსნთა ჯამი, რომლებიც 5-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევენ 3-ს.

$(x-12)(1-2x) \geq 0, (x-12)(2x-1) \leq 0, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 12.$

მთელი ამონახსნებია: 1,2,3,..., 12. აქედან მხოლოდ 3 და 8-ის 5-ზე გაყოფისას ნაშთში ვღებულობთ 3-ს. ე.ი. $3+8=11;$

166. ვიპოვოთ x -ის იმ შეაღედის სიგრძე, რომელშიაც მართებულია $f(g(x)) \leq 0$ უტოლობა, ამასთან $f(x) = 2 - 4x$, $g(x) = 3x - x^2$.

$2 - 4(3x - x^2) \leq 0, 1 - 2(3x - x^2) \leq 0, 2x^2 - 6x + 1 \leq 0,$

საიდანაც $x \in \left(-\frac{3-\sqrt{7}}{2}; \frac{3+\sqrt{7}}{2}\right)$, რომლის სიგრძე უდრის

3-ს;

167. ვიპოვოთ $g(\varphi(x)) \leq -1$ უტოლობის მთელ ამონახსნთა

სიმრავლე, თუ $g(x) = 4x - 6$, $\varphi(x) = x^2 + 3x - 3$;

168. ამოვხსნათ $\sqrt{1-|x|} \geq |x| + 1$ უტოლობა:

$$\# \begin{cases} 1-|x| > 0 \\ 1-|x| \geq x^2 + 2|x| + 1, \end{cases} \begin{cases} -1 < x < 1 \\ |x|(|x| + 1) \leq 0, \end{cases} \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x = 0, \end{cases} \quad x \in \{0\}.$$

169. ამოვხსნათ უტოლობა: $\sqrt{1-|x|} \leq |x| + 1$;

170. ვიპოვოთ $3^{\log_3(x-x^2)} \geq |x-1|$ უტოლობის ამონახსენი.

$$\# \begin{cases} x-x^2 > 0 \\ x-x^2 \geq |x-1|, \end{cases} \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x-x^2 + (x-1) \geq 0, \end{cases} \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x^2 - 2x + 1 \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 1 \\ (x-1)^2 \leq 0, \end{cases} \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x = 1, \end{cases} \quad \emptyset.$$

171. ვიპოვოთ x -ის შემცველი შუალედი, თუ:

$$2^{\log_2(x+3)} \leq 1 + x^2;$$

172. ვიპოვოთ იმ შუალედის სიგრძე, რომელშიაც სრულდება უტოლობა:

$$3^{\log_3(x+4)} \geq 2 + x^2;$$

173. ამოვხსნათ უტოლობა: $\pi^{\log_{\pi}(1-x)} \leq 1 - 3x$;

174. ამოვხსნათ უტოლობა: $5^{\frac{\log_1(2-x)}{5}} \leq 3$;

175. ამოვხსნათ უტოლობა: $7^{\log_7(3-\frac{1}{x})} \geq 4$;

176. ამოვხსნათ უტოლობა: $3^{\log_3(4-x^2)} + \sqrt{x^2 + 6x - 7} \leq 0$;

177. ამოვხსნათ $f(g(x)) \leq 0$ უტოლობა თუ $f(x) = 2x - 4$,
 $g(x) = x^2 - x$.

$$\# \quad f(g(x)) = 2g(x) - 4 = 2(x^2 - x) - 4 = 2x^2 - 2x - 4,$$

$$2x^2 - 2x - 4 \leq 0, \quad x^2 - x - 2 \leq 0, \quad (x+1)(x-1) \leq 0, \quad -1 \leq x \leq 2;$$

178. ვიპოვოთ $f(g(x)) \leq 6$ უტოლობის ამონახსენი, თუ
 $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = x - 1$;

179. ვიპოვოთ $f(g(x)) > 5$ უტოლობის ამონახსენი, თუ
 $f(x) = x - 3$, $g(x) = x - x^2$;

180. ვიპოვოთ $f(g(x)) - 3xg(f(x)) \leq 4 + 3x^3$ უტოლობის მთელი
ამონახსენთა ჯამი.

181. ამოგხსნათ უტოლობა: $\sqrt{\log_2 x - 3} \geq 5 - \log_2 x$.

ვთქვათ $\log_2 x = a$, მაშინ $\sqrt{a - 3} \geq 5 - a$:

$$\left\{ \begin{array}{l} a - 3 > 0 \\ 5 - a \geq 0 \\ a - 3 \geq 25 - 10a + a^2, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 3 < a \leq 5 \\ a^2 - 11a + 28 \leq 0, \\ a > 3 \\ a > 5, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 3 < a \leq 5 \\ 4 \leq a \leq 7, \\ a > 5, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 3 < a \leq 5 \\ a > 5, \end{array} \right.$$

$$a > 3, \log_2 x > 3, \begin{cases} x > 0 \\ x > 8, \end{cases} \quad x > 8; \quad x \in (8; \infty);$$

182. ამოგხსნათ უტოლობა

$$(17 - 4x)^{-1} \log_2 (15 - 2x) > 3(17 - 4x)^{-1};$$

183. ვიპოვოთ x -ის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც
 $y = (3 - x) : \log_7 (10 - 2x)$ ფუნქციის გრაფიკის წერტილები
მდებარეობენ $y = 2(3 - x)^{-1}$ ფუნქციის გრაფიკის წერტი-
ლების ზემოთ.

უნდა ამოგხსნათ უტოლობა: $\frac{\log_7 (10 - 2x)}{3 - x} > \frac{2}{3 - x}$:

$$\frac{\log_7 (10 - 2x) - 2}{3 - x} > 0, \left\{ \begin{array}{l} \log_7 (10 - 2x) > 2 \\ 3 - x > 0 \\ \log_7 (10 - 2x) < 2 \\ 3 - x < 0, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 10 - 2x > 49 \\ 3 - x > 0 \\ 10 - 2x > 0 \\ 10 - 2x < 49, \\ 3 - x < 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x < -\frac{39}{2} \\ 3 < x < 5 \\ x > -\frac{39}{2}, \end{cases} x \in \left(-\infty; -\frac{39}{2}\right) \cup (3; 5);$$

184. ვიპოვოთ x -ის ყველა მნიშვნელობა, რომელთათვისაც $f(x) = 0,5 \cdot 7^{4x+9}$ და $g(x) = 2$ ფუნქციების გრაფიკების შესაბამის წერტილებს შორის მანძილი ნაკლები იქნება 1,5-ზე.

მითითება: უნდა ამოვხსნათ უტოლობა

$$|0,5 \cdot 7^{4x+9} - 2| < 1,5;$$

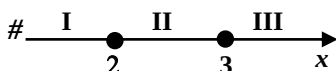
185. ვიპოვოთ x -ის შემცველი შეაღედის სიგრძე, რომელთათვისაც:

$$\log_{\frac{1}{7}} \log_3 \frac{|1-x| + |x+1|}{2x+1} \geq 0;$$

186. ამოვხსნათ უტოლობა: $(26x - 5x^2 - 5) \lg^2(x+2) < 0$.

187. ვიპოვოთ $\log_{2,5}(x+3) \leq \log_{1,5,625}(x^3 + 117)$ უტოლობის უდიდესი ამონახსენი;

188. ამოვხსნათ უტოლობა: $|x-3| - |2-x| \leq 2+x$.



$$\text{I. } \begin{cases} x \leq 2 \\ -x+3-(2-x) \leq 2+x, \end{cases} \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -1, \end{cases} -1 \leq x \leq 2;$$

$$\text{II. } \begin{cases} 2 < x \leq 3 \\ -x+3+2-x \leq 2+x, \end{cases} \begin{cases} 2 < x \leq 3 \\ x \geq 1, \end{cases} 2 < x \leq 3;$$

$$\text{III. } \begin{cases} x > 3 \\ x-3+2-x \leq 2+x, \end{cases} \begin{cases} x > 3 \\ x \geq -3, \end{cases} x > 3.$$

შედეგთა გაერთიანებით მივიღებთ: $x \in [-1; \infty)$;

189. ამოვხსნათ უტოლობები:

$$\text{ა) } \frac{2x+1}{1-x} < -3, \quad \text{ბ) } \frac{5x-1}{4+x} < -2,$$

$$\text{გ) } \frac{4}{x} - \frac{3}{4} > \frac{10}{x} - \frac{1}{3},$$

$$\text{დ) } (x+4)^5(x+3)^{10}(x+2)^9(x-1)^8 \leq 0,$$

$$\text{ე) } (x+3)^4(x-2) < 0, \quad \text{ვ) } x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0;$$

190. ამოვხსნათ უტოლობები:

$$\text{ა) } \sqrt{x-3} < -5, \quad \text{ბ) } \sqrt{3x+12} \leq 0,$$

$$\text{გ) } \sqrt{2x-6} > -1, \quad \text{დ) } |2x+1| > x,$$

$$\text{ე) } |1-3x| - |x+2| \leq 2, \quad \text{ვ) } |x| < \frac{1}{x-1};$$

191. ამოვხსნათ უტოლობები:

$$\text{ა) } \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} < \left(\frac{1}{9}\right)^{16-x}, \quad \text{ბ) } 2^{2x+1} - 21\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 2 \geq 0,$$

$$\text{გ) } \log_{3-x} x \leq -1, \quad \text{დ) } \log_2(4^x - 5 \cdot 2^x + 2) > 2,$$

$$\text{ე) } \sqrt{x^2 + x - 12} < x, \quad \text{ვ) } \sqrt{13 + 3x^2} \geq 1 - 2x,$$

$$\text{ზ) } \sqrt{x^2 - 4x - 5} \leq 1 - x, \quad \text{თ) } \sqrt{x+2} - \sqrt{5x} > 4x - 2,$$

$$\text{ი) } \frac{x-2}{\sqrt{2x-3}-1} < 4, \quad \text{კ) } \frac{x-2}{x\sqrt{6+x-x^2}} \geq 0,$$

$$\text{ლ) } \log_x 3 - 4 \geq 4\log_{\frac{1}{3}} x, \quad \text{მ) } \frac{1}{2^x + 3} > \frac{1}{2^{x+2} - 1};$$

192. ამოვხსნათ უტოლობები:

$$\text{ა) } \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{x} + \log_x 3 \geq 2, \quad \text{ბ) } \log_2 x^2 + \log_2(x-1)^2 > 2;$$

$$ვ) \log_7 x - \log_x \frac{1}{7} - 2 \geq 0, \quad \varphi) 2^{2x+1} - 27 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 3 > 0,$$

$$ჟ) \lg \sqrt{x^2 - 3x + 4} - \lg \sqrt{x + 1} > 0,$$

$$პ) (4x^2 - 8x - 5) \log_3(x + 1) < 0,$$

$$ზ) \sqrt{3-x} - \sqrt{x} > \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad თ) \frac{\sqrt{1-x^3} - 1}{1+x} \leq x,$$

$$ი) \frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_2 x - 1} < 1, \quad კ) \log_2(2^x - 1) \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 2) > -2.$$

§ 4. განტოლებათა სისტემები

აქ წარმოვადგენთ შერეული სახის ამოცანებს.

ამოვხსნათ განტოლებათა სისტემები:

$$193. \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4x + 4} = y - 6 \\ 3x - y = 16. \end{cases}$$

$$\# \begin{cases} \sqrt{(x-2)^2} = y - 6 \\ 3x - y = 16, \end{cases} \begin{cases} |x-2| = y - 6 \\ y = 3x - 16, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x - 2 = 3x - 22 \\ x \geq 2 \\ y = 3x - 16, \end{cases} & \begin{cases} x = 10 \\ x \geq 2 \\ y = 3 \cdot 10 - 16, \end{cases} \\ \begin{cases} 2 - x = 3x - 22 \\ x < 2 \\ y = 3x - 16 \end{cases} & \begin{cases} x = 6 \\ x < 2 \\ y = 3x - 16. \end{cases} \end{cases}$$

ვიზიდავს მეორე სისტემას არა აქვს ამონახსენი, ამიტომ

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 14, \end{cases} (10; 14).$$

194. ვიპოვოთ $46(y-x)$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $(x; y)$ არის შემდეგი სისტემის ამონახსენი:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x-2y}{3x+1}} + \sqrt{\frac{3x+1}{x-2y}} = \frac{17}{4} \\ xy < 0 \\ x+2y=8; \end{cases}$$

195. ვიპოვოთ $4x-5y$, თუ $\begin{cases} 4^{x+y}=128 \\ 5^{3y-2x-3}=1; \end{cases}$

196. ვიპოვოთ $-11(x-2y)$, თუ (x, y) არის

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 7y = -11 \\ 2^{x+2} + 14y = 102 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსენი;

197. ამოხსენით შემდეგი სისტემები (პასუხების გარეშე):

ა) $\begin{cases} 9^{x-y} = 27 \\ 6^{3y+2x+2} = 1, \end{cases}$ ბ) $\begin{cases} 25^{y-x} = 125 \\ 9^{4x+2y-15} = 1, \end{cases}$

ბ) $\begin{cases} 5 \cdot 3^x - 4y = -1 \\ 3^{x+1} + 8y = 41, \end{cases}$ ღ) $\begin{cases} 3 \cdot 7^x + 5y = -4 \\ 7^{x+1} - 10y = 99, \end{cases}$

ჟ) $\begin{cases} 9^y - 21 \cdot 3^x = 18 \\ x - y + 1 = 0, \end{cases}$ პ) $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 1152 \\ x - y = 5; \end{cases}$

198. ამოგხსნათ სისტემები (პასუხების გარეშე):

ა) $\begin{cases} x^2 + 7xy + y^2 = 9 \\ 3x - 2y = 1, \end{cases}$ ბ) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2) \\ x + y = 6, \end{cases}$

ბ) $\begin{cases} x + y^2 = 7 \\ xy^2 = 12, \end{cases}$ ღ) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 13 \\ x + y = 4; \end{cases}$

199. ვიპოვოთ $(x; y)$ წყვილთა რაოდენობა თუ:

$$\begin{cases} x + y^2 = 20 \\ xy = -8, \end{cases}$$

უკომპენტაროდ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ 2xy = -16, \end{cases} \quad \begin{cases} (x + y)^2 = 4 \\ xy = -8, \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = \pm 2 \\ xy = -8, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -8, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -8, \end{cases} \quad \begin{cases} (-4; 2); (2; -4) \\ (-2; 4), (4; -2). \end{cases}$$

ამრიგად, სისტემას აქვს ოთხი ამონახსენი.

200. ვიპოვოთ მანიძლი $2x^2 - y^2 + 4xy = -1$ და $xy + y^2 - 2x^2 = -9$

წირების გადაკვეთის წერტილებს შორის.

ამოვხსნათ მოცემულ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 + 4xy = -1 \\ xy + y^2 - 2x^2 = -9, \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 \left(2 - \left(\frac{y}{x} \right)^2 + 4 \cdot \frac{y}{x} \right) = -1 \\ x^2 \left(\frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x} \right)^2 - 2 \right) = -9. \end{cases}$$

პირველი ტოლობა გავყოთ მეორეზე და შემოვიღოთ

$$\frac{y}{x} = t \text{ აღნიშვნა:}$$

$$\frac{2 - t^2 + 4t}{t + t^2 - 2} = \frac{1}{9}, \quad 2t^2 - 7t - 4 = 0, \quad t_1 = -\frac{1}{2}, \quad t_2 = 4.$$

მივიღებთ ორ სისტემას:

$$1) \quad \begin{cases} \frac{y}{x} = -\frac{1}{2} \\ xy + y^2 - 2x^2 = -9, \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2y \\ xy + y^2 - 2x^2 = -9, \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2y \\ y = \pm 1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -1, \end{cases} \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{4}{1} \\ xy + y^2 - 2x^2 = -9, \end{cases} \begin{cases} y = 4x \\ 2x^2 = -1, \end{cases} \quad \emptyset.$$

ამრიგად, მოცემული წირების გადაკვეთის წერტილებია $A(2;-1)$ და $B(-2;1)$. მათ შორის მანძილი:

$$AB = \sqrt{(2+2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

201. ამოგხსნათ სისტემები:

$$ა) \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2 \\ xy = 27, \end{cases} \quad ბ) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \\ x + y = 28, \end{cases}$$

$$გ) \begin{cases} x^2 + 4y^2 + 3 = 0 \\ x + 10y = 17, \end{cases} \quad დ) \begin{cases} x + y^2 = 7 \\ xy^2 = 12, \end{cases}$$

$$ე) \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6 \\ x^2y + xy^2 = 20, \end{cases} \quad ვ) \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3 \\ \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} = 3, \end{cases}$$

$$ზ) \begin{cases} y - xy - x = 11 \\ xy^2 - x^2y = -30, \end{cases} \quad თ) \begin{cases} 2\sqrt{x} - 3y = 7 \\ 3\sqrt{x} + 4y = 2, \end{cases}$$

$$ი) \begin{cases} y^2 + xy = 231 \\ x(x+y) = 210, \end{cases} \quad ძ) \begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 3 \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 6. \end{cases}$$

202. ვიპოვოთ $(4x; 4y)$, სადაც $(x; y)$ არის

$$\begin{cases} |x-y| - \frac{2}{x+y} = 6 \\ 3|x-y| + \frac{1}{x+y} = 4 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსენი:

$$\# \begin{cases} |x-y|=a \\ \frac{1}{x+y}=-b, \end{cases} \begin{cases} a-2b=6 \\ 3a+b=4, \end{cases} \begin{cases} a=2 \\ b=-2, \end{cases} \begin{cases} |x-y|=2 \\ \frac{1}{x+y}=-2; \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} x-y=-2 \\ x+y=-\frac{1}{2} \end{cases} \right] \left[\begin{cases} x=-\frac{5}{4} \\ y=\frac{3}{4}, \end{cases} \left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{4}\right), (4x; 4y)=(-5; 3) \right.$$

$$\left. \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{1}{x+y}=-\frac{1}{2}, \end{cases} \right] \left[\begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ y=-\frac{5}{4}, \end{cases} \left(\frac{3}{4}; -\frac{5}{4}\right), (4x; 4y)=(3; -5). \right.$$

203. ვიპოვოთ $3x$, თუ x აკმაყოფილებს სისტემას:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(xy + 2) \\ x + y = 6; \end{cases}$$

204. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} 2x^3 + 3x^2 - 36x - 69 = 0 \\ -1 \leq x \leq 2; \end{cases}$$

205. ვიპოვოთ $x-y$ სხვაობა, სადაც $(x; y)$ არის სისტემის ამონახსენი:

$$\begin{cases} y(x-2)=6 \\ y + \sqrt{(x-3)^2} = 0; \end{cases}$$

206. ვიპოვოთ $x+y$, თუ

$$\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x - 5y^2 + 4 = 0; \end{cases}$$

207. ვიპოვოთ $x+y$, თუ

$$\begin{cases} 9^x = 725 + 2^y \\ 25 + 2^{0,5y} - 3^x = 0; \end{cases}$$

208. ვიპოვოთ xy ნამრავლი, თუ:

$$\begin{cases} y + 3 = \sqrt{4x^2 + 20x + 25} \\ 3x - y + 7 = 0; \end{cases}$$

209. ვიპოვოთ $2^x - y$, თუ

$$\begin{cases} 7 \cdot 2^x + 6y = 2 \\ 2^{x+1} - 3y = 43; \end{cases}$$

210. ვიპოვოთ $3x + 6y$, თუ

$$\begin{cases} 25^{x-4y} + 5 = \frac{6 \cdot 5^x}{5^{4y}}, \\ \frac{2x - 8y + 10}{x - 4y - 1} = 3x + 6y - 13; \end{cases}$$

211. ვიპოვოთ $x^2 + y^3$, თუ:

$$\begin{cases} \sqrt{16 - 8x + x^2} + y = 4, \\ y - 3x = -6; \end{cases}$$

212. ვიპოვოთ $x^2 - y$, თუ:

$$\begin{cases} |y - 4| = \sqrt{4 - (x - 3)^2}, \\ |y - 4| = \sqrt{1 - (x - 6)^2}; \end{cases}$$

213. ვიპოვოთ $3y - x$ -ის მნიშვნელობა, თუ:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x - y}{1 - 3y}} + \sqrt{\frac{1 - 3y}{2x - y}} = \frac{10}{3}, \\ 2x + y = 4 \\ xy < 1. \end{cases}$$

ვოქვათ $\sqrt{\frac{2x - y}{1 - 3y}} = t$, მაშინ მოცემული სისტემის პირველი

განტოლებიდან:

$$t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}, \quad 3t^2 - 10t + 3 = 0, \quad t_1 = \frac{1}{3}, \quad t_2 = 3:$$

$$\text{I. } \begin{cases} \frac{2x-y}{1-3y} = \frac{1}{9} \\ 2x+y=4, \\ xy < 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 18x-6y=1 \\ 2x+y=4 \\ xy < 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \frac{5}{6} \\ y = \frac{7}{3} \\ xy < 1, \quad xy = \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{3} = \frac{35}{18} < 1 - \end{cases}$$

– არ სრულდება, ე.ი. $\left(\frac{5}{6}; \frac{7}{3}\right)$ არ იქნება სისტემის ამონახსენი;

$$\text{II) } \begin{cases} \frac{2x-y}{1-3y} = 9 \\ 2x+y=4 \\ xy < 1, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+26y=9 \\ -2x-y=-4 \\ xy < 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{19}{10} \\ y = \frac{1}{5} \\ xy < 1, \end{cases} \quad \frac{19}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{19}{50} < 1.$$

$$\text{ამრიგად, } \begin{cases} x = \frac{19}{10} \\ y = \frac{1}{5}, \end{cases} \quad 3y - x = \frac{3}{5} - \frac{19}{10} = -1,3;$$

214. ვიპოვოთ $7y-14x$, თუ:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{1-2y}{x-3y}} + \sqrt{\frac{x-3y}{1-2y}} = \frac{17}{4} \\ x+y=1 \\ x-y < 0,5; \end{cases}$$

215. ვიპოვოთ $7x-y$, თუ

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x+y}{3x-2}} + \sqrt{\frac{3x-2}{2x+y}} = \frac{26}{5}, \\ y-3x=6, \\ xy>0; \end{cases}$$

216. ამოგხსნათ სისტემები:

ა) ვიპოვოთ $4x-3y$, თუ

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 972 \\ x-y+3=0, \end{cases}$$

ბ) ვიპოვოთ $x-3y$, თუ

$$\begin{cases} \sqrt{36-12y+y^2} + 8 = x \\ 2y-x=4, \end{cases}$$

გ) ვიპოვოთ $x+y$, თუ

$$\begin{cases} \sqrt{9-6y+y^2} + 7 = x \\ 4y-x=5, \end{cases}$$

დ) ვიპოვოთ xy , თუ

$$\begin{cases} \sqrt{36-12x+x^2} - y = 9 \\ 2x-y=3, \end{cases}$$

ე) ვიპოვოთ xy , თუ

$$\begin{cases} 4\log_5 x + 3\log_{\frac{1}{3}} y = 17 \\ 5\log_5 x - 3\log_5 y = 19, \end{cases}$$

ვ) ვიპოვოთ $\sin x$, თუ

$$\begin{cases} y-x = \frac{3\pi}{2} \\ 3\cos y + 7\sin x = 3; \end{cases}$$

217. ამოვხსნათ სისტემები (პასუხების გარეშე):

ა) ვიპოვოთ $\sin y$, თუ

$$\begin{cases} x + y = \frac{3\pi}{2} \\ 7\cos x + 3\sin y = 2, \end{cases}$$

ბ) ვიპოვოთ $\cos y$, თუ

$$\begin{cases} x - y = \frac{3\pi}{2} \\ 4\cos y + 6\sin x = 1, \end{cases}$$

გ) ვიპოვოთ $\cos y$, თუ

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2} \\ 3\cos y + 7\sin x = 8. \end{cases}$$

$$\# \begin{cases} x = y + \frac{\pi}{2} \\ 3\cos y + 7\sin\left(y + \frac{\pi}{2}\right) = 8, \end{cases} \begin{cases} x = y + \frac{\pi}{2} \\ 3\cos y + 7\cos y = 8, \cos y = 0,8; \end{cases}$$

დ) ვიპოვოთ $x - y$, თუ

$$\begin{cases} 7\log_{\frac{1}{3}} x - 2\log_2 y = -29 \\ 3\log_3 x + 2\log_3 y = 17; \end{cases}$$

ე) ვიპოვოთ $\frac{1}{2}(x + y)$, თუ:

$$\begin{cases} 4\log_4 x - 5\log_4 y = 2 \\ -3\log_4 x + 5\log_4 y = 1, \end{cases}$$

ვ) ვიპოვოთ $x + 2y$, თუ:

$$\begin{cases} 9^{x-y} = 27 \\ 6^{3y+2x+2} = 1, \end{cases}$$

ბ) ვიპოვოთ $3x - 2y$, თუ:

$$\begin{cases} 5 \cdot 3^x - 4y = -1 \\ 3^{x+1} + 8y = 41; \end{cases}$$

218. ვიპოვოთ $x^2 y^2$ ნამრავლი, თუ:

$$\begin{cases} \frac{xy + 7x}{y + 5} = x + 2 \\ 0,5 \log_3 \frac{25x - x^3 - 81}{y + 3} = 2 - \log_9(2 - x); \end{cases}$$

219. ამოგხსნათ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} \log_2 \log_5(x^2 - 2xy + 2y^2) = 1 \\ 10^{3 - \lg(x-y)} = 250. \end{cases}$$

გამარტივების შედეგად მივიღებთ:

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 2y^2 = 25 \\ \frac{10^3}{x-y} = 250, \end{cases} \begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 - 2xy + 2y^2 = 25, \end{cases} \begin{cases} y = x - 4 \\ x^2 - 8x + 7 = 0; \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x = 1 \\ y = x - 4, \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = -3, \end{cases} (1; -3); \quad 2) \begin{cases} x = 7 \\ y = x - 4, \end{cases} \begin{cases} x = 7 \\ y = 3, \end{cases} (7; 3).$$

220. ვიპოვოთ $\max(x^2 - y^2)$, თუ:

$$\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{(x+y)x}{y} = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\# \begin{cases} x + y = a \\ \frac{x}{y} = b, \end{cases} \begin{cases} a + b = \frac{1}{2} \\ ab = -\frac{1}{2}, \end{cases} \begin{cases} b = \frac{1}{2} - a \\ 2a^2 - a - 1 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{1}{2}, \\ b_1 = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 1 \\ b_2 = -\frac{1}{2}: \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x + y = -\frac{1}{2} \\ \frac{x}{y} = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = -\frac{1}{4}, \end{cases} \quad \left(-\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}\right),$$

$$2) \begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{y} = -\frac{1}{2}, \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = 2, \end{cases} \quad (-1; 2):$$

$$1) \quad x^2 - y^2 = \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 0,$$

$$2) \quad x^2 - y^2 = (-1)^2 - 2^2 = -3,$$

$$\max(x^2 - y^2) = 0.$$

221. ამოცხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} \lg(3^{\sqrt{4x+y}} - 2^{4-\sqrt{4x+y}}) - 2 = \frac{\lg 16}{4} - \sqrt{x+0.25y} \lg 4 \\ x^2 + x + y = 7. \end{cases}$$

§ 5. უტოლობათა სისტემები

222. ამოცხსნათ სისტემა: $\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(f(x)) < 0, \end{cases}$ სადაც $f(x) = x^2 - 2x$,

$$g(x) = x - 3.$$

$$\# \begin{cases} x^2 - 2x \leq 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x(x-2) \leq 0 \\ (x+1)(x-3) < 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}, \end{cases} \quad x \in [0; 2];$$

223. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} \frac{13-12x}{5} + 6x > \frac{x}{2} + 4 \\ \frac{3x+4}{9} > \frac{1}{4}(x-3) + \frac{x}{2}; \end{cases}$$

224. ამოვხსნათ უტოლობათა სისტემა და ვიპოვოთ უდიდესი მთელი ამონახსენი:

$$\begin{cases} \frac{2x-5}{2} > \frac{2-x}{2} + 1 \\ \frac{3x-2}{5} + 3 > \frac{4x}{3} - \frac{x-1}{2}; \end{cases}$$

$$\# \begin{cases} 2x-5 > 2-x+2 \\ 6(3x-2)+90 > 40x-15(x-1), \end{cases} \begin{cases} 3x > 9 \\ 7x < 63, \end{cases} \begin{cases} x > 3 \\ x < 9, \end{cases} \quad 3 < x < 9.$$

უდიდესი მთელი რიცხვია 8.

225. ამოვხსნათ ორმაგი უტოლობა: $-3 \leq 2+1,5x \leq -2,5$;

226. ვიპოვოთ $3x$ -ის საზღვრები, თუ:

$$\begin{cases} \sqrt{x-2} \leq x \\ x^2 - 5x + 6 \leq 0; \end{cases}$$

227. ვიპოვოთ $\begin{cases} |1-3x| \leq 1+x \\ x^2 - 4x \leq 0 \end{cases}$ სისტემის უმცირესი მთელი ამონახსენი;

228. ვიპოვოთ $\begin{cases} 2^x < \frac{1}{\sqrt[3]{16}} \cdot 8^{3x^2} \\ |\sqrt{5x-1}| = \sqrt{5x-1} \end{cases}$ სისტემის უმცირესი მთელი

ამონახსენი;

229. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{2x} \leq \frac{1}{3} \\ \log_2(x-1) \leq \log_2(2x-1); \end{cases}$$

230. ვიპოვოთ იმ შუალედის სიგრძე, რომელიც წარმოად-

$$\text{გენს } \begin{cases} \frac{x^2 + 5x - 14}{x + 3} \geq 0 \\ x + 2 < 0 \end{cases} \text{ სისტემის ამონახსენს;}$$

$$231. \text{ ვიპოვოთ } \begin{cases} |x - 2| \geq 3x + 4 \\ x^2 + x - 12 \leq 0 \end{cases} \text{ სისტემის ამონახსნის უდიდესი}$$

რიცხვი;

232. ვიპოვოთ ის უდიდესი მთელი რიცხვი, რომელიც აკმაყოფილებს სისტემას:

$$\begin{cases} 1 - 6^{5x-2} \geq 0 \\ x^2 - 4x - 5 \leq 0; \end{cases}$$

$$233. \text{ ამოვხსნათ სისტემა: } \begin{cases} |1 - x| \leq x \\ |x + 2| > x - 3; \end{cases}$$

234. ვიპოვოთ იმ შუალედის სიგრძე რომელშიაც სრულდება სისტემა:

$$\begin{cases} \log_3(2x - 4) \leq 1 \\ x^2 - 4x - 5 < 0; \end{cases}$$

235. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} 3^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \\ \log_2(x - 2) < 2; \end{cases}$$

$$236. \text{ ვიპოვოთ } \begin{cases} \sqrt{2x - 4} > \sqrt{x - 3} \\ x^2 - 2x - 48 < 0 \end{cases} \text{ სისტემის უდიდეს და უმცირეს}$$

მთელ ამონახსენთა ჯამი;

237. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} 10x - x^2 \geq 0 \\ \frac{x - 7}{(x - 8)^2} < 0; \end{cases}$$

238. ვიპოვოთ

$$\begin{cases} \frac{1}{x-5} \leq \frac{2}{2x+3} \\ x^2 + x - 12 \leq 0 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსნის უდიდესი მთელი რიცხვი;

239. ვიპოვოთ

$$\begin{cases} ||3x-1| - |x+2| \leq 2 \\ |x-1| > -1 \end{cases}$$

უტოლობის მთელი ამონახსნთა სიმრავლე;

240. ვიპოვოთ $\begin{cases} \sqrt{x^2 + x - 12} < x \\ 4 - x < \sqrt{x^2 - 2x} \end{cases}$ სისტემის მარტივ ამონახსნთა

სიმრავლე;

241. ამოგხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} 2x + 3 - x^2 \geq 0 \\ x^2 - 8x + 15 \leq 0; \end{cases}$$

242. ამოგხსნათ სისტემები:

ა) $\begin{cases} 2^{x+2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{x}} \\ \log_x 3 - 4 \geq -4\log_3 x, \end{cases}$ ბ) $\begin{cases} \frac{x-2}{1-3x} \geq 0 \\ \log_x \sqrt{20-x} > 1, \end{cases}$

გ) $\begin{cases} \log_{\sqrt{6}-\sqrt{2}}(x^2 + 4x + 11 - 4\sqrt{3}) < 2 \\ x^2 + 5x \leq 0, \end{cases}$

დ) $\begin{cases} \frac{2x - \sqrt{7+14x}}{4-x} \leq -1 \\ x^2 - 2x - 15 \leq 0, \end{cases}$ ე) $\begin{cases} \frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_2 x - 1} < 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3) \leq 0, \end{cases}$

$$3) \begin{cases} x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0 \\ \frac{1}{x-3} \geq 1, \end{cases} \quad 3b) \begin{cases} \frac{3}{2-x} > \frac{1}{2} + \frac{x+1}{x-2} \\ \log_{\frac{1}{3}}(\log_5 x) > 0, \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} \log_{0.1}(x^2 + 1) < \log_{0.1}(2x - 5) \\ x^2 - 3x - 10 \leq 0; \end{cases}$$

$$243. \text{ ამოვხაწათ } \begin{cases} f(2 + g(x) - (g(1 - f(x))) \leq 0 \\ x^2 - 5x - 14 \leq 0 \end{cases}, \text{ სადაც}$$

$$f(x) = x + 4, \quad g(x) = x^2.$$

$$\# \begin{cases} 2 + g(x) + 4 - (1 - f(x))^2 \leq 0 \\ x^2 - 5x - 14 \leq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 6 + g(x) - (1 - f(x))^2 \leq 0 \\ -2 \leq x \leq 7, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6 - (x + 3)^2 \leq 0 \\ -2 \leq x \leq 7, \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ -2 \leq x \leq 7, \quad x \in \left[\frac{1}{2}; 7\right]; \end{cases}$$

$$244. \text{ ამოვხსნათ სისტემას: } \begin{cases} 3g(\varphi(x)) - 2\varphi(g(x)) \leq 5 \\ x^2 - 5x - 6 \leq 0 \end{cases}, \text{ სადაც}$$

$$g(x) = x - 2, \quad \varphi(x) = 2 + x;$$

$$245. \text{ ამოვხსნათ სისტემას: } \begin{cases} a(b(x)) - b(a(x)) \leq 3 \\ x^2 + x - 12 \leq 0 \end{cases}, \text{ სადაც}$$

$$a(x) = 2 - 4x, \quad b(x) = x^2 - 1;$$

$$246. \text{ ვიპოვოთ } \begin{cases} A(B(x)) - 2B(A(x)) \leq 3 \\ |x-1| > 2x \end{cases} \text{ უტოლობათა სისტემის}$$

ამონახსნის უდიდესი მთელი რიცხვი;

$$247. \text{ ვიპოვოთ } \frac{x-1}{x-3} < -7 \text{ და } \log_2(x+4) \leq \log_2(1-x) \text{ უტოლო-}$$

ბების ამონახსნთა გაერთიანების უდიდესი მთელი რიცხვი;

248. ვიპოვოთ

$$\begin{cases} f(g(x)) - 2g(f(x)) \leq 0 \\ g(f(x)) - 3x \leq 0 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსენი, სადაც $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 1 - x^2$;

249. ვიპოვოთ $y = \sqrt{2x - x^2}$ და $y = g(\varphi(x)) - 5\varphi(g(x))$ ფუნქ-

ციათა განსაზღვრის არეთა თანაკვეთა, თუ $g(x) = \frac{2}{x}$,

$$\varphi(x) = 2x - 4.$$

მეორე ფუნქციის საბოლოო სახეა:

$$y = \frac{1}{x-2} - \frac{20}{x} + 20;$$

ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\begin{cases} 2x - x^2 \geq 0 \\ x \neq 0, x \neq 2, \end{cases} \begin{cases} x(x-2) \geq 0 \\ x \neq 0, x \neq 2, \end{cases} \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \neq 0, x \neq 2, x \in (0; 2); \end{cases}$$

250. ვიპოვოთ:

$$\begin{cases} 2f(\varphi(x)) - 3\varphi(f(x)) \leq 2x, \\ \varphi(x) + \varphi(f(x)) \geq -2 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსენის უდიდეს და უმცირეს რიცხვთა ჯამი, სადაც $f(x) = x^2 - x$, $\varphi(x) = 1 - x$.

გვაქვს

$$\begin{cases} 2[(1-x)^2 - (1-x)] - 3[1 - (x^2 - x)] \leq 2x \\ 1 - x + 1 - (x^2 - x) \geq -2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 - 7x - 3 \leq 0 \\ x^2 - 4 \leq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7 - \sqrt{109}}{10} \leq x \leq \frac{7 + \sqrt{109}}{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 2, \end{cases} \quad x \in \left[\frac{7 - \sqrt{109}}{10}; \frac{7 + \sqrt{109}}{10} \right].$$

ამრიგად, უმცირეს და უდიდეს მნიშვნელობათა ჯამი იქნება 1,4.

251. ვიპოვოთ იმ სიმრავლის სიგრძე (შუალედის სიგრძე ან შუალედების სიგრძეთა ჯამი), რომელიც წარმოადგენს შემდეგი სისტემის ამონახსნს:

$$\begin{cases} \sqrt{f(g(x))+8} \leq 3 \\ f(g(x)) - \varphi(x) < 0, \end{cases}$$

სადაც $f(x) = 3x - x^2$, $g(x) = 4 + x$;

252. ვიპოვოთ $y = f(x) - 3g(f(x))$ და $y = x - f(g(x))$ ფუნქციების განსაზღვრის არეთა თანაკვეთა, თუ $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $g(x) = \sqrt{x+2}$;

253. A არის $y = f(g(x)) - \frac{1}{\sqrt{1-g(f(x))}}$ ფუნქციის განსაზღვრის არე, სადაც $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = 2 - x$. ვიპოვოთ A სიმრავლისა და $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$ ფუნქციის განსაზღვრის არეთა თანაკვეთა;

254. $x + \frac{1}{x} \leq 2$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე გადავკვეთოთ $f(g(x)) - 5g(x) \leq 0$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლესთან, სადაც $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = 2x$ და ვიპოვოთ მიღებული სიმრავლის უდიდესი მთელი რიცხვი;

255. ამოვხსნათ უტოლობათა სისტემა:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} \leq \sqrt{3} \\ \log_2(x^2 - 2x) > \log_2 x; \end{cases}$$

256. ვიპოვოთ $f(g(x))$ და $y = \log_3 \frac{4}{4x - x^3}$ ფუნქციების

განსაზღვრის არეთა თანაკვეთა, თუ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$,

$$g(x) = x^2 + x;$$

257. ვიპოვოთ $\arccos \frac{4-x}{2+x}$ და $\arcsin f(g(x))$ ფუნქციების

განსაზღვრის არეთა თანაკვეთის უმცირესი მთელი

რიცხვი, თუ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$, $g(x) = x^2 + x$;

258. ვიპოვოთ

$$\begin{cases} g(f(x)) - f(g(x)) \geq 2 \\ g(f(x)) \leq 8 \end{cases}$$

სისტემის ამონახსენი, თუ $f(x) = x^2$, $g(x) = x - 1$;

259. ვიპოვოთ $y = \log_2 \frac{1}{b(x)} + \log_2(a(x) + 1)$ ფუნქციის განსაზ-

ღვრის არის თანაკვეთა $a(b(x)) - b(a(x)) \geq 0$ უტოლობის

ამონახსნთა სიმრავლესთან, თუ $a(x) = x^2 - 2$, $b(x) = x + 2$

და დავაფიქსიროთ მიღებული სიმრავლის უმცირესი ნატურალური რიცხვი.

260. ამოვხსნათ $f(3 - |x|) = g(2 - x)$ განტოლება, თუ

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & x > 1, \\ x + 2, & x \leq 1, \end{cases} \quad g(x) = x^2 - 3x - 1.$$

პასუხები

§ 1. ფუნქციები

2. $(0; 2)$. 3. $[-2; -1]$. 4. $[-6; 1]$. 6. $\left[-\frac{3}{4}; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{5}; \frac{3}{4}\right]$.
7. $(1; 2) \cup (2; 3]$. 8. $\left[-4; \frac{1}{2}\right]$. 9. $(1; 2) \cup (2; 4]$. 11. $(-5; 2)$. 12. $(-\infty; \infty)$.
13. 13. 16. -11 . 17. 9. 18. 15. 19. -12 . 20. 4. 21. 19. 22. -6 .
25. 0,75. 28. 5. 29. 7. 30. -2 . 31. -2 . 32. $2\sqrt{5}$. 34. $[1; 3]$. 35. -2 .
36. $(-2; 1] \cup [4; \infty)$. 38. -17 . 39. -2 . 40. 4. 41. 9. 42. -1 . 50. $[1; 4]$.
53. $\left[-\frac{8}{5}; 2\right]$. 54. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (2; \infty)$. 55. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. 56. $\left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; \infty)$.
57. $\left[-\frac{4}{3}; -\frac{4}{9}\right]$. 58. $[0; 3]$. 59. $\left(0; \frac{1}{4}\right]$. 60. $(0; \infty)$. 63. 20. 64. -32 .
66. $[-15; 9]$. 67. $(-\infty; -2) \cup (-2; \infty)$.

§ 2. განტოლება

76. 5. 81. $x=0$, $x=\pm\frac{2\pi}{7}$. 83. 1. 87. ± 1 . 88. 2; 6. 89. 7. 90. $\pm\frac{1}{2}$.
91. $2\pi(1+4k)$. 92. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 93. $\frac{\sqrt{89}}{3}-2$; $\frac{\sqrt{41}}{3}-2$. 96. $\frac{1}{2}$; 1. 97. $-3\sqrt{3}$.
101. 0; 2,3. 103. 6. 104. 5. 106. 3; 7. 107. 2; 4,25. 108. 0. 109. 1.
110. $\frac{1}{2} + n$, $n \in \mathbb{Z}$. 111. $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$. 112. 0,75. 113. 4. 114. 7. 115. 10. 116. 0.
117. 4. 118. 7. 119. 1. 120. 5. 121. 3. 123. -8 . 124. 7,35. 126. 0. 127. -2 .
129. 2. 131. 25. 132. 2. 133. 11,5. 134. ± 2 . 135. 20. 136. 6. 137. 0.
138. 13. 140. 8. 141. 3. 142. $\frac{1}{6}$. 143. 12. 144. 15. 145. 1. 146. 0; 8.

147. $-\frac{4}{3}; 0$. 148. 26. 149. 8. 150. 0. 151. 2. 152. 2. 153. 0,75. 154. 10.
155. 1. 156. 5. 157. 2. 158. 7. 159. 3. 160. 7.

§ 3. უტოლობები

167. $\{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$. 169. $\{0\}$. 170. $\emptyset$. 171. $(-3; 1] \cup (-\infty; 0]$. 172. 3.
173. $(-\infty; 0]$. 174. $\left(-\infty; 1\frac{2}{3}\right)$. 175. $[-1; 0)$. 176. (პასუხის გარეშე).
178. $[-1; 4]$. 179. $(-1; 2)$. 180. 55. 182. (პასუხის გარეშე).
184. $\left(-\frac{9}{4}; -2\right)$. 185. $\frac{2}{3}$. 186. $\left(-2; \frac{1}{5}\right) \cup (5; \infty)$. 187. 2. 189. ა) $(1; 4)$;
ბ) $(-4; -1)$; გ) $\left(-\frac{72}{5}; 0\right)$; დ) $[-4; -2] \cup \{1\}$; ე) $(-\infty; -3] \cup (-3; 2)$;
ვ) $(-2; -1) \cup (1; \infty)$. 190. ა) $\emptyset$; ბ) $\{-4\}$; გ) $[3; \infty)$; დ) $(-\infty; \infty)$;
ე) $\left[-\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right]$; ვ) $\left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. 191. ა) $(-\infty; -4) \cup (4; \infty)$; ბ) $\left[\log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}; \infty\right)$;
გ) $\left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(2; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$; დ) $(\log_2(5 + \sqrt{33}) - 1; \infty)$; ე) $[3; 12)$;
ვ) $[-2; \infty)$; ზ) $[-3; -1]$; თ) $\left[0; \frac{1}{2}\right)$; ი) $\left[\frac{3}{2}; 2\right) \cup (2; 26)$;
კ) $(-2; 0) \cup [2; 3)$; ლ) $(1; \infty)$; მ) $(-\infty; -2) \cup (2 - \log_2 3; \infty)$. 192. ა) $(1; \infty)$;
ბ) $(-\infty; -1) \cup (2; \infty)$; გ) $(1; \infty)$; დ) $(\log_4 3 - 1; \infty)$; ე) $(-1; 1) \cup (3; \infty)$;
ვ) $(-1; -0,5) \cup (0; 2,5)$; ზ) (პასუხის გარეშე); თ) $[-2; -1) \cup [0; 1]$;
ი) $(0; 1) \cup (2; \infty)$; კ) $\left(\log_2 \frac{3}{2}; \log_2 5\right)$.

§ 4. განტოლებათა სისტემები

194. 220. 195. -4 . 196. 77. 201. ა) $\{(-1;-27);(27;1)\}$; ბ) $\{(1;81);(81;1)\}$; გ) $\emptyset$; დ) $\{(4; \sqrt{3}); (4; -\sqrt{3}); (3;2); (3;-2)\}$; ე) $\{(4;1); (1;4)\}$; ვ) $\{(1;8); (8;1)\}$; ზ) $(-2;3), (-3;2), (-1;5), (-5;1)$; თ) $(4;-1)$; ი) $(-10;11), (10;11)$; კ) (პასუხის გარეშე). 203. 12. 204. $\emptyset$. 205. 3. 206. 2. 207. 5. 208. 6. 209. 17. 210. 3. 211. 36. 212. 21. 214. $-2,75$. 215. 14. 216. ა) -7 ; ბ) -10 ; გ) 10. დ) 54; ე) 0,2. ვ) 0,3. 218. 2500. 221. $(1;5), (2;1)$.

§ 5 უტოლობათა სისტემები

223. $\left(\frac{14}{31}; \frac{43}{15}\right)$. 225. $\left[-\frac{10}{3}; -3\right]$. 226. $[6;9]$. 227. 0. 228. 0. 229. $(1;6]$. 230. 4. 231. $-\frac{1}{2}$. 232. 0. 233. $\left[\frac{1}{2}; \infty\right)$. 234. $1\frac{1}{2}$. 235. $\emptyset$. 236. 10. 237. $[0;7)$. 238. -2 . 239. $\{0;1;2\}$. 240. $\{3;5;7;11\}$. 241. $\{3\}$. 242. ა) $(1;\infty)$; ბ) $(1;2]$; გ) $(-3;1]$; დ) $(4;5)$; ე) $\left[\frac{1}{2};1\right)$; ვ) $(1;4]$; ზ) $(1;2)$; თ) $\left(\frac{5}{2};5\right)$. 244. $[5; 6]$. 245. $[-4;0] \cup \left[\frac{4}{5};3\right]$. 246. -2 . 247. 2. 248. $\left[\frac{1}{4}; \frac{4+\sqrt{10}}{6}\right]$. 251. 5. 252. $[-2;-1] \cup \left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (1;\infty)$. 253. $\{2\}$. 254. -3 ; 255. $(3;\infty)$. 256. $(0; 1)$. 257. -1 . 258. $2 \leq x \leq 3$. 259. 2. 260. $\{-2; -1; 0; 2\sqrt{2}\}$.

სარჩევი

| | |
|----------------------------------|----|
| წინასიტყვაობა | 3 |
| § 1. ფუნქციები | 4 |
| § 2. განტოლებები | 14 |
| § 3. უტოლობები | 25 |
| § 4. განტოლებათა სისტემები | 31 |
| § 5. უტოლობათა სისტემები | 41 |

დალაქიშვილი გოჩა ნოდარის ძე
ნაცვლიშვილი ზუბიკო მიხეილის ძე

მათემატიკა

I წიგნი

(ქართულ ენაზე)

ტირაჟი 50

2014