ა. პაპაშვილი

ჰიდრავლიკა

საქართველოს სსრ უმაღლესი და საშუალო სპეციალური განათლების სამინისტროს მიერ დამტკიცებულია სახელმძღვანელოდ უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების სტუდენტებისათვის.

გამომცემლობა „განათლება"
თბილისი—1985

30.123
532
ჯ 182

წიგნში მოცემულია ჰიდრავლიკის, როგორც მეცნიერების, განვითარების მოკლე ისტორია; ჩამოყალიბებულია ჰიდროსტატიკისა და ჰიდროდინამიკის ძირითადი ცნებები და დებულებები; განზოგადებულია თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევის შედეგები ჰიდრავლიკურ წინაღობათა, ნაკადის დაწნევის დანაკარგების, მილსადენების, წყალსაშვების, შემაუღლებელი ნაგებობების, ჭარისმიერი გრაიტაციული ტალღებისა და წყლის ფილტრაციის ჰიდრავლიკური გაანგარიშების საკითხებში და სხვ.

წიგნი განკუთვნილია სახელმძღვანელოდ უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების სამდინარო ნაგებობების და ჰიდროელექტროსადგურების ჰიდროტექნიკური მშენებლობისა და წყალმომარაგება-კანალიზაციის სპეციალობის სტუდენტებისათვის. იგი გამოადგება აგრეთვე როგორც „ჰიდრავლიკის", „ჰიდრავლიკა, ჰიდროლოგია, ჰიდრომეტრიის", „ჰიდროაერომექანიკისა" და სხვა მსგავსი კურსის შემსწავლელი სპეციალობების სტუდენტებს, ისე ჰიდროტექნიკის, მელიორაციისა და წყალმომარაგების დარგში მომუშავე სპეციალისტებს.

რ ე ც ე ნ ზ ე ნ ტ ე ბ ი:

ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი ო. ნათიშვილი

ტექნიკურ მეცნიერებათა კანდიდატი, დოცენტი კ. გრიგალაშვილი

П 30211—016 / М—602(08)—85 198—85

© გამომცემლობა „განათლება", 1985

თავი პირველი

შესავალი

§. 1-1. ჰიდრავლიკის საგანი და მისი განვითარების მოკლე ისტორია

ჰიდრაელიკა არის მექანიკის ერთ-ერთი დარგი, რომელიც შეისწავლის სითხეების წონასწორობისა და მოძრაობის კანონებს და შეიმუშავებს სათანადო მეთოდებს ამ კანონების პრაქტიკული გამოყენებისათვის სხვადასხვა საინჟინრო ამოცანის გადასაწყვეტად.

ჰიდრაელიკას ყოფენ ორ ნაწილად: ჰიდროსტატიკად და ჰიდროდინამიკად. მათგან პირველი შეისწავლის სითხის წონასწორობის პირობებს და მის ურთიერთქმედებას მყარ სხეულებთან, ხოლო მეორე — ნაკადის მოძრაობის კანონებს. ხშირად ჰიდრაელიკის მეორე ნაწილს მიაკუთვნებენ სითხის კინემატიკასაც, რომელიც განიხილავს სითხეების მოძრაობის შესაძლო სახეებსა და ფორმებს ამ მოძრაობის გამომწვევი მიზეზების გარეშე.

ჰიდრაელიკა თავის გამოკვლევებში ეყრდნობა ფიზიკისა და თეორიული მექანიკის კანონებს, ფართოდ იყენებს მათემატიკურ აპარატს; ამასთან, განსახილველ მოვლენათა სირთულის გამო ის ხშირად მიმართავს კვლევის ექსპერიმენტულ მეთოდს, რომლის საფუძველსაც წარმოადგენს მექანიკური მსგავსების კანონები და მათზე დამოკიდებული მოდელირების წესები. ექსპერიმენტულ გამოკვლევათა საფუძველზე წარმოება თეორიული შედეგების დაზუსტება, მოვლენის ფიზიკური არსის გახსნა და ემპირიული კანონზომიერების ჩამოყალიბება.

ჰიდრაელიკის განვითარება მჭიდროდ არის დაკავშირებული ტექნიკის და, კერძოდ, ჰიდროტექნიკის განვითარების ისტორიასთან. ერთ-ერთი პირველი ნაშრომი ჰიდრაელიკაში, რომელიც წარსულმა შემოგვინახა და რომელშიც პირველად არის მოცემული სითხეში სხეულის ცურვისა და მდგრადობის თეორიის საფუძვლები, არის არქიმედეს ტრაქტატი „მცურავი სხეულების შესახებ" (250 წ. ჩ. წ-მდე).

არქიმედეს შემდეგ განელო თითქმის 16 საუკუნემ, სანამ გამოჩნდებოდა შრომები, რომლებშიც განხილულია ჰიდრავლიკის ესა თუ ის საკითხი. ამ თვალსაზრისით უნდა აღინიშნოს ლეონარდო და ვინჩის (1452—1519), ჰოლანდიელი მეცნიერის სტევინის (1548—1620), გალილეის (1564—1642), ტორიჩელის (1642—1727) და სხვათა შრომები, რომელთაც დიდი როლი შეასრულეს ჰიდრავლიკის ცალკეული ნაწილების განვითარების საქმეში, თუმცა ჰიდრავლიკამ, როგორც დამოუკიდებელმა დისციპლინამ, ჩამოყალიბება დაიწყო მხოლოდ პეტერბურგის მეცნიერებათა აკადემიის აკადემიკოსების მ. ლომონოსოვის (1711—1765), დ. ბერნულის (1700—1782) და ლ. ეილერის (1707—1783) მიერ გამოქვეყნებული შრომების შემდეგ. დ. ბერნულმა 1738 წელს გამოსცა კაპიტალური ნაშრომი „ჰიდროდინამიკა", რომელშიც მოცემულია ზოგადი დამოკიდებულება სითხის ნაწილაკების მდებარეობასა, სითხეში წნევასა და ნაწილაკების მოძრაობის სიჩქარეს შორის.

მ. ლომონოსოვმა 1748 წელს აღმოაჩინა მასისა და ენერგიის შენახვის (მუდმივობის) კანონი, რითაც შექმნა თეორიული საფუძველი ჰიდროდინამიკის შემდგომი განვითარებისათვის. ლ. ეილერმა 1755 წელს მოგვცა იდეალური სითხის წონასწორობისა და მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები.

ევროპაში ჰიდრავლიკის თეორიული საფუძვლების პრაქტიკული გამოყენება დაკავშირებულია ფრანგი მეცნიერების — შეზის, დარსის, ვენტურის, ბაზენის და სხვათა შრომებთან.

რუსეთში ამ პერიოდში და რამდენადმე უფრო მოგვიანებით გამოდის ი. გრომეკას (1851—1889), ნ. პეტროვის (1836—1920), ნ. ჟუკოვსკის (1847—1921) კლასიკური შრომები, რომლებიც ეხება ხრახნული ნაკადების თეორიის, შეზეთვის თეორიის, ჰიდრავლიკური დარტყმის, ფილტრაციის, სითხეების წინაღობისა და ჰაერნაოსნობის საკითხებს.

დიდი ოქტომბრის სოციალისტური რევოლუციის შემდეგ ჰიდროტექნიკური მშენებლობის სწრაფმა განვითარებამ გამოიწვია მთელი რიგი უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლებისა და სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტების ჩამოყალიბება. შეიქმნა გაზომვებისა და მოდელირების თანამედროვე ტექნიკით აღჭურვილი მძლავრი ჰიდრავლიკური და ჰიდროტექნიკური ლაბორატორიები. ჰიდრავლიკის განვითარების ისტორია სსრ კავშირში მეტყველებს საბჭოთა მეცნიერების მიერ ჩატარებულ უზარმაზარ კვლევით მუშაობაზე. მრავალი რთული თეორიული და პრაქტიკული საკითხის წარმატებით გადაწყვეტამ საბჭოთა ჰიდრავლიკოსებს დამსახურებული ავტორიტეტი მოუხვეჭა მთელს მსოფლიოში.

§ 1.2. სითხეების ძირითადი ფიზიკური თვისებები

სითხე არის ფიზიკური სხეული, რომელსაც შეალედური აგრეგატული მდგომარეობა უკავია აირისებრ და მყარ სხეულებს შორის. წნევის ან ტემპერატურის ცვლილებით სითხე შეიძლება გადაეიდეს აირისებრ ან მყარ მდგომარეობაში.

სითხე ხასიათდება ორი ძირითადი თვისებით:

1) ის ძალიან მცირედ იცვლის მოცულობას წნევისა და ტემპერატურის ცვლილებით, აირისაგან განსხვავებით სითხის მოცულობა არ განისაზღვრება ჭურჭლის მთლიანი მოცულობით;

2) არ გააჩნია საკუთარი ფორმა და ღებულობს იმ ჭურჭლის ფორმას, რომელშიც იმყოფება, ე. ი. ხასიათდება დენადობით (ამით განსხვავდება მყარი სხეულისაგან და ემსგავსება აირს), მაგრამ აქვს გარკვეული ფორმის თავისუფალი ზედაპირი, რომელიც აირს არ გააჩნია. ეს უკანასკნელი თვისება (დენადობა) განპირობებულია იმით, რომ წონასწორობაში მყოფი სითხე ვერ უწევს წინააღმდეგობას შინაგან მხებ ძალებს, ე. ი. ძერის ზედაპირის გასწვრივ მოქმედ ძალებს.

აირი ასევე ხასიათდება დენადობით, მაგრამ სითხისაგან განსხვავებით ის კუმშვადია, არ გააჩნია თავისუფალი ზედაპირი და მთლიანად ავსებს მისთვის განკუთვნილ მოცულობას. სითხისა და აირის დენადობის საერთო თვისება მათ აერთიანებს „სითხის“ საერთო სახელწოდებაში ამ სიტყვის ფართო გაგებით. ამიტომ ხშირად აირს აირისებრ სითხეს უწოდებენ, ხოლო თვით სითხეს — წვეთობრივ სითხეს. ჰიდრავლიკის კვლევის ობიექტს წარმოადგენს წვეთობრივი სითხე; ამასთან, შემდგომში სითხეში უმეტეს შემთხვევაში ვიგულისხმებთ წყალს.

1. კუთრი (მოცულობითი) წონა (γ). ერთგვაროვანი სითხის კუთრი წონა ეწოდება მისი ერთეული მოცულობის წონას და წარმოადგენს სითხის G წონის ფარდობას W მოცულობასთან

$$\gamma = \frac{G}{W}. \tag{1.1}$$

კუთრი წონის განზომილებაა MKS სისტემაში — $\frac{кгс}{м^3}$; Si სისტემაში — $\frac{Н}{м^3}$.

მტკნარი წყლის კუთრი წონა $+4°C$ ტემპერატურის დროს

$$\gamma = 1000\,\frac{кгс}{м^3} = 9810\,\frac{Н}{м^3}.$$

2. სიმკვრივე (ρ). ერთგვაროვანი სითხის სიმკვრივე ეწოდება მისი

ერთეული მოცულობის მასას და წარმოადგენს სითხის m მასის ფარდობას W მოცულობასთან

$$\rho = \frac{m}{W}. \tag{1.2}$$

სიმკვრივის განზომილებაა MKS სისტემაში — $\frac{\text{კგწმ}^2}{\text{მ}^4}$; Si სისტემაში — $\frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3}$.

მტკნარი წყლის სიმკვრივე $+4°C$ ტემპერატურის დროს

$$\rho = 1000 \frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3}.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $G = mg$, მაშინ (1.1) გამოსახულებიდან გვექნება

$$\gamma = \frac{G}{W} = \frac{mg}{W} = \frac{m}{W} g,$$

ე. ი.

$$\gamma = \rho g. \tag{1.3}$$

3. სითხის კუმშვადობა. ექსპერიმენტი გვიჩვენებს, რომ სითხე დიდ წინააღმდეგობას უწევს თანაბარ და ყოველმხრივ კუმშვას. სითხის კუმშვადობა ხასიათდება მოცულობითი კუმშვის კოეფიციენტით (β_p), რომელიც გამოსახავს სითხის W მოცულობის ფარდობით ცვლილებას მასზე წნევის ერთი ერთეულით ცვლილების შემთხვევაში

$$\beta_p = -\frac{1}{W} \frac{dW}{dp}. \tag{1.4}$$

ნიშანი „—“ გამოსახულებაში მიუთითებს იმაზე, რომ წნევის გაზრდით სითხის მოცულობა მცირდება.

β_p კოეფიციენტის შებრუნებულ სიდიდეს სითხის მოცულობითი დრეკადობის მოდული ეწოდება

$$K = \frac{1}{\beta_p}. \tag{1.5}$$

წყლისათვის 500 ატ-მდე წნევისა და ჩვეულებრივი ტემპერატურის (0—20°C) პირობებში

$$K = 22 \cdot 10^8 \text{ პა}.$$

აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ ჩვეულებრივ პირობებში წნევის ცვლილებისას სითხე პრაქტიკულად არ იცვლის მოცულობას.

ამიტომ ჰიდრავლიკაში სითხე განიხილება, როგორც უკუმშველი სხეული[1].

4. სითხის ტემპერატურული გაფართოება. სითხის თვისებას, შეიცვალოს მოცულობა ტემპერატურის ცვლილებით, ტემპერატურული გაფართოება ეწოდება. ეს თვისება ხასიათდება ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტით (β_t), რომელიც გამოსახავს სითხის W მოცულობის ფარდობით ცვლილებას ტემპერატურის 1°C-ით გაზრდის დროს:

$$\beta_t = \frac{1}{W} \frac{dW}{dt}. \qquad (1.6)$$

წყლისათვის ტემპერატურის 0-დან 100°C-მდე, ხოლო წნევის 1-დან 900 ატ-მდე ცვლილებისას β_t იცვლება 0,000014 ÷ 0,000621 ფარგლებში.

5. სითხის წინაღობა გაჭიმვი ძალვებისადმი. ექსპერიმენტებით დადგენილ იქნა, რომ უძრავი სითხე წინაღობას უწევს დიდ გამჭიმ ძალებს მისი თანაბარი ყოველმხრივი გაჭიმვის დროს. მაგალითად, ვერცხლისწყალი შეიძლება გაიჭიმოს 100 ატ წნევამდე და არ მოხდეს მისი წყვეტა. სითხის თანაბარი ყოველმხრივი გაჭიმვის დროს არ წარმოიქმნება მხები ძაბვები, რომელთაც შეუძლიათ გამოიწვიონ სითხის დენადობა, მაგრამ ჩვეულებრივ პირობებში სითხის გაჭიმვა განსხვავდება თანაბარი ყოველმხრივი გაჭიმვისაგან; ამიტომ ბევრი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტის დროს თვლიან, რომ სითხე არ ეწინააღმდეგება გამჭიმ ძალებს.

6. სითხის სიბლანტე (შიგა ხახუნი). სითხის თვისებას, წინააღმდეგობა გაუწიოს თავისივე ნაწილაკების ფარდობით ძვრას მოძრაობის შემთხვევაში, სიბლანტე, ანუ შიგა ხახუნი, ეწოდება.

საკითხის ფიზიკური არსის გასარკვევად დავუშვათ, რომ სითხეს უკავია სივრცე ორ ჰორიზონტალურ ფირფიტას შორის, რომელთაგან ქვედა უძრავია ($u_1 = 0$), ხოლო ზედა მოძრაობს ქვედას პარალელურად მუდმივი u_0 სიჩქარით (ნახ. 1.1). ზედა ფირფიტა მოძრაობის დაწყებიდან გარკვეული დროის შემდეგ წარიტაცებს სითხის იმ ნაწილაკებს, რომლებიც უშუალოდ ეხებიან მის ზედაპირს და მიანიჭებს მათ საკუთარ u_0 სიჩქარეს. ეს ადასტურებს სითხის ნაწილაკებსა და ფირფიტას შორის ურთიერთქმედების ფაქტს. ასეთი სახის ურთიერთქმედებას სითხის **გარე ხახუნი** ეწოდება.

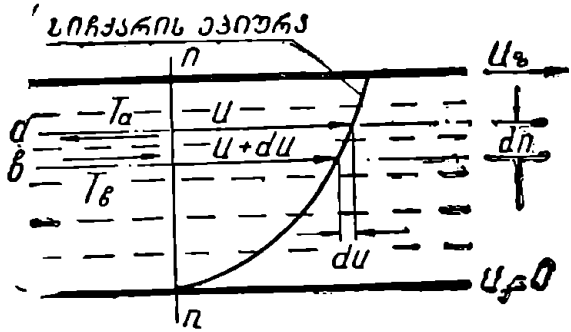
[1] ფირფიტის მიმდებარე ნაწილაკები, თავის მხრივ, მოძრაობაში მოიყვანს მათს მახლობლად მდებარე ნაწილაკებს და წარიტაცებს რამ-

---

[1] სითხის კუმშვადობის გათვალისწინების აუცილებლობა იქმნება სითხის მექანიკის მხოლოდ ზოგიერთი საკითხის განხილვისას, მაგალითად, ჰიდრავლიკური დარტყმის მოვლენის განხილვისას.

დენადმე ნაკლები სიჩქარით და ა. შ. ეს იმას მოწმობს, რომ თვით სითხის ნაწილაკებს შორისაც აღიძერება მხები ურთიერთქმედება მათი შეხების სიბრტყის გასწვრივ. მსგავს ურთიერთქმედებას შიგა ხახუნი ეწოდება.

შეიძლება წარმოვიდგინოთ, რომ ფირფიტებს შორის მოთავსებული სითხის მთელი მასა შედგება უსასრულო რაოდენობის ფრიად მცი-



ნახ. 1.1.

რე სისქის შრეებისაგან, რომელთა საზღვრებიც 1.1 ნახაზზე ნაჩვენებია წყვეტილით. შრეების მოძრაობის სიჩქარე $n-n$ ნორმალის გასწვრივ იცვლება უწყვეტად $u=u_a=0$-დან $u=u_в$-მდე (სიჩქარეთა ეპიურა მოცემულია 1.1 ნახაზზე).

განვიხილოთ სითხის ორი მეზობელი a და b შრე. მანძილი მათ ღერძებს შორის აღვნიშნოთ dn-ით, ხოლო სიჩქარეები, შესაბამისად, u-თი და $(u+du)$-თი. a შრე, რომელიც უფრო მეტი სიჩქარით მოძრაობს, ცდილობს წარიტაცოს b შრე, ეს უკანასკნელი კი — შესაბამისად ამუხრუჭებს a შრის მოძრაობას. ამის შედეგად აღნიშნულ შრეებს შორის წარმოიქმნება ხახუნის ძალები (T_a და $T_в$), რომელთაც თითოეული შრის მიმართ ექნებათ შესაბამისი მიმართულება.

ნიუტონის ჰიპოთეზის თანახმად, ხახუნის ძალა ორ მეზობელ შრეს შორის (I) წრიული კვეთის მილსადენში ლამინარული მოძრაობის დროს (ნახ. 1.2) გამოითვლება ფორმულით

$$T=\pm\mu\frac{du}{dn}S. \tag{1.7}$$

აქედან

$$\tau=\frac{T}{S}=\pm\mu\frac{du}{dn}, \tag{1.8}$$

სადაც S არის შრეების შეხების ზედაპირის ფართობი;

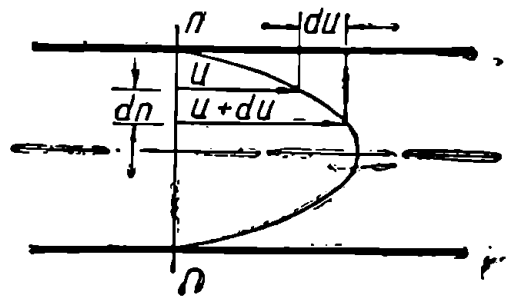
τ — ხახუნის ძალა ერთეულ ფართობზე (მხები ძაბვა);

μ — სიბლანტის დინამიკური კოეფიციენტი, $\frac{\text{ნწმ}}{\text{მ}^2}$;

$\frac{du}{dn}$ — სიჩქარის გრადიენტი „—“ ნორმალის გასწვრივ.

„+“ ან „—“ (1.8) გამოსახულებაში აიღება $\frac{du}{dn}$ სიჩქარის გრადიენტის ნიშნის გათვალისწინებით ისე, რომ τ ყოველთვის იყოს დადებითი $\left(1.1\ \text{ნახაზზე}\ \frac{du}{dn}<0,\ \text{ხოლო}\ 1.2\ \text{ნახაზზე}\ \frac{du}{dn}>0\right)$.

სიბლანტის დინამიკური კოეფიციენტი მოცემული სითხისათვის დამოკიდებულია მხოლოდ მის ტემპერატურაზე და ჩვეულებრივ პირობებში პრაქტიკულად არ არის დამოკიდებული წნევისა და სიჩქარის გრადიენტზე.



ნახ. 1.2.

ჰიდრავლიკურ გაანგარიშებებში ხშირად სარგებლობენ სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტით (ν)[1], რომელიც წარმოადგენს სიბლანტის დინამიკური კოეფიციენტის ფარდობას სითხის სიმკვრივესთან

$$\nu=\frac{\mu}{\rho}. \tag{1.9}$$

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ (1.8) გამოსახულებას კოლოიდური ხსნარებისა და „პლასტიკური“ სითხეებისათვის უნდა დაემატოს τ_0 წევრი, რომელსაც „ძვრის ძაბვას“ უწოდებენ

$$\tau=\tau_0\pm\mu\frac{du}{dn}. \tag{1.10}$$

τ_0 არის მხები ძაბვის ის ზღვრული მნიშვნელობა, რომლის გადალახვის შემდეგაც განსახილველი სითხე მოვა მოძრაობაში შესაბამისი სიჩქარის გრადიენტით.

[1] ეს სახელწოდება ν კოეფიციენტმა მიიღო განზომილების გამო $[\nu]=\frac{L^2}{T}$, რომელშიც შედის მხოლოდ კინემატიკური მახასიათებლები.

სითხეს, რომელიც (1.8) კანონს ემორჩილება, ნიუტონისეული ეწოდება, ხოლო სითხეს, რომლისთვისაც მართებულია (1.10) დამოკიდებულება — ბინგემისეული.

7. კაპილარობა. სითხის თვისებას — აიწიოს ან დაიწიოს მცირე დიამეტრის მილაკებში (კაპილარებში) ზედაპირული დაჭიმულობის ძალების გავლენით, კაპილარობა ეწოდება.

წყლისათვის 20°C ტემპერატურის დროს მილაკის d (მმ) დიამეტრსა და კაპილარული აწევის h (მმ) სიმაღლეს შორის დამოკიდებულებას ასეთი სახე აქვს:

$$hd \approx 30 \text{ მმ}^2.$$

ვერცხლისწყლისათვის ($t = 20°C$)

$$hd \approx 10{,}15 \text{ მმ}^2,$$

მხოლოდ აქ h კაპილარული დაწევის სიმაღლეა.

§ 1.8. სითხის განსაკუთრებული მდგომარეობა

ჰიდროტექნიკური მშენებლობის პრაქტიკაში ხშირად ვხვდებით შემთხვევებს, როდესაც სითხე (წყალი) იძენს განსაკუთრებულ მდგომარეობას: მოძრაობისას მას შეიძლება მიეუერთდეს აირისებრი ან მყარი სხეული, ან თვით გადაიქცეს აირისებრ ან მყარ მდგომარეობაში. განვიხილოთ ეს შემთხვევები წყლის მაგალითზე:

1. ნაკადის აერაცია, ჰაერთან შეხებაში მყოფი დიდი სიჩქარით მოძრავი წყლის ნაკადი შეიძლება გაჯერდეს ჰაერის ბურთულებით და მივიღოთ წყლისა და ჰაერის ბურთულების ნარევი (ე. წ. ორფაზა სისტემა). ამ მოვლენას ნაკადის აერაცია ეწოდება.

2. ნაკადის გაჯერება ნატანით. თუ წყლის ნაკადი წარეცხვად კალაპოტში მოძრაობს, მაშინ საკმარისად დიდი სიჩქარეების დროს ხდება ნაკადის თანდათანობით გაჯერება კალაპოტის გრუნტის ნაწილაკებით, რომლებიც წყალთან ერთად მოძრაობენ შეწონილ მდგომარეობაში. ამ შემთხვევაშიც მიიღება ორფაზა სისტემა. ჩვეულებრივ, შეწონილ ნაწილაკებთან ერთად გრუნტის ნაწილაკების გარკვეული ნაწილი გადაადგილდება უშუალოდ კალაპოტის ფსკერზეც

3. წყალში ყინულის კრისტალების წარმოქმნა. წნევის გაზრდით ან ტემპერატურის შემცირებით წყალში შეიძლება წარმოიქმნას ყინულის კრისტალები; ერთგვაროვანი თხევადი გარემოს ნაცვლად მიიღება ორფაზა სისტემა.

4. კავიტაცია. ბუნებრივ პირობებში წყალი შეიცავს გახსნილ ჰაერს (წყლის მოცულობის დაახლოებით 2%-ს). წნევის (p) შემცირებისას ხდება მისი გამოყოფა მცირე ბურთულების სახით, რაც იწვევს ნაკადის

მთლიანობის რღვევას; მივიღებთ ორფაზა სისტემას. თუ წნევა შემცირდება წყლის ნაჯერი ორთქლის $p_{ნ.ო}$ წნევამდე, მაშინ დაიწყება წყლის ორთქლით და ნაწილობრივ ჰაერით გაჯერებული ბურთულების გამოყოფაც. ამ უკანასკნელთა ნაჯერი ორთქლის წნევაზე მეტი წნევის ზონაში ($p > p_{ნ.ო}$) მოხვედრისას ბურთულები მკვეთრად შეიკუმშება და მოხდება ორთქლის კონდენსაცია. შედეგად ბურთულები ქრება და მათ ადგილს დიდი სიჩქარით ავსებს გარემომცველი სითხე; ხდება ადგილობრივი ჰიდრავლიკური დარტყმები და წნევის ადგილობრივი ზრდა (1000 და მეტ ატმოსფერომდე). აღნიშნული მოვლენა ცნობილია კავიტაციის სახელწოდებით. გაზრდილი წნევის მექანიკური მოქმედება იწვევს კონსტრუქციის მასალის რღვევას კავიტაციის არეში. კავიტაციას თან ახლავს დამახასიათებელი ხმა და დანადგარის ვიბრაცია.

§ 1.4. ხსნარზე მოქმედი ძალები

სითხეზე მოქმედებს ორი სახის გარე ძალა: მასური და ზედაპირული. მასური ძალა მოქმედებს ჯანსაბიღველი სითხის მოცულობის თითოეულ ნაწილაკზე და ამ სითხის მასის პროპორციულია. ერთგვაროვანი სითხის ($\rho = \text{const}$) შემთხვევაში მასური ძალა პროპორციული ქნება სითხის მოცულობისაც; ამიტომ, როცა $\rho = \text{const}$[1], მასურ ძალას შეიძლება ეუწოდოთ მოცულობითი ძალაც. მოცულობითს მიეკუთვნება სითხის საკუთარი სიმძიმის ძალა და ინერციის ძალები.

ზედაპირული ძალები მოქმედებს უძრავ ან მოძრავ სითხეში გამოყოფილ მოცულობის შემომფარგველელ ზედაპირზე. ზოგად შემთხვევაში (ზედაპირზე ამ ძალების თანაბრად განაწილებისას) ზედაპირული ძალის სიდიდე იმ ფართობის პროპორციულია, რომელზედაც ის მოქმედებს. ზედაპირულს მიეკუთვნება წნევის, ხახუნის და სხვა ძალები.

§ 1.5. იდეალური და ჭეშმარიტი სითხე

ბუნებაში არსებული ყველა სითხე რეალურია (ბლანტია). ექსპერიმენტი გვიჩვენებს, რომ წნევისა და ტემპერატურის ჩვეულებრივი ცვლილებისას რეალური სითხე იმდენად ცოტნედ იცვლის თავის მოცულობას, რომ ეს ცვლილება პრაქტიკულად შეიძლება უგულებელვყოთ, ამიტომ ჰიდრავლიკაში სითხე განიხილება, როგორც უკუმშველი სხეული (იხ. § 1.2).

ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ უძრავ სითხეში მხები ძაბვები არ არსებობს, მოძრავი სითხის ნაკადში კი ისინი წარმოიქმნება შრეების ურთიერთშეხების ზედაპირებზე (სითხის სიბლანტე).

---

[1] შემდეგში ჩვენ ძირითადად მხედველობაში გვექნება ერთგვაროვანი სითხე.

პრაქტიკაში გვხვდება კერძო შემთხვევები, როდესაც სიბლანტით გამოწვეული ხახუნის ძალები იმდენად მცირეა სითხეზე მოქმედ სხვა ძალებთან შედარებით, რომ ისინი შეიძლება უგულებელვყოთ (ისევე, როგორც უძრავ სითხეში).

ანალიზურ გამოკვლევებში ხშირად სარგებლობენ **იდეალური** სითხის ცნებით. იდეალური სითხე არის წარმოსახვითი სითხე, რომელიც აბსოლუტურად უკუმშველია და რომელშიც მოძრაობის დროს არ წარმოიქმნება ხახუნის ძალები. ცხადია, იდეალური სითხე ბუნებაში არ არსებობს და ის მხოლოდ ჩვენს წარმოდგენაში შექმნილი აბსტრაქტული მოდელია.

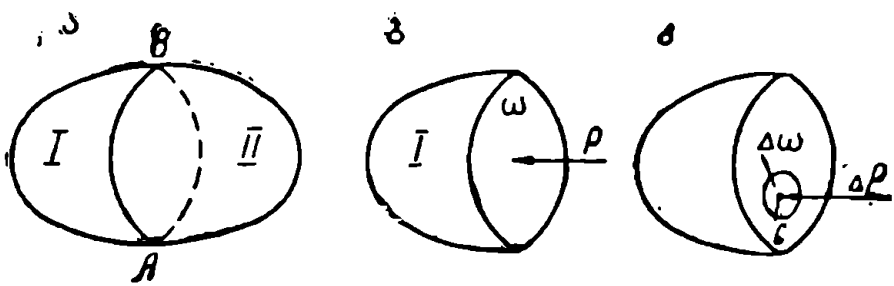
აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ უძრაობაში მყოფი სითხის შესწავლისას არ არსებობს იდეალური და რეალური სითხეების განსხვავების აუცილებლობა, ხოლო რეალური სითხის მოძრაობისას დამატებით უნდა იქნეს გათვალისწინებული ხახუნის ძალები, ე. ი. სიბლანტე.

თავი მეორე

ჰიდროსტატიკა

§ 2.1. ჰიდროსტატიკური წნევა და მისი თვისებები

განვიხილოთ სითხის რაიმე მოცულობა, რომელიც იმყოფება წონასწორობაში (ნახ. 2.1, ა). ჩვენს წარმოდგენაში AB სიბრტყით გავყოთ ეს მოცულობა ორ ნაწილად (I და II ნაწილებად) და ერთ-ერთი მათ-



ნახ. 2.1.

განი, ვთქვათ, II ნაწილი, მოვაცილოთ. დარჩენილი I ნაწილის წონასწორობის აღსადგენად საჭიროა მასზე მოვდოთ მოცილებული II ნაწილის ზემოქმედების გამომსახველი (შემცვლელი) ზედაპირული ძალები. ამ ძალების P ტოლქმედს (ნახ. 2.1, ბ) გამყოფ ზედაპირზე (ან სხვანაირად— „მოქმედების ზედაპირზე") მოქმედ ჰიდროსტატიკური წნევის ძალას

უწოდებენ, ხოლო მის ფარდობას იმავე ზედაპირის ω ფართობთან — საშუალო ჰიდროსტატიკურ წნევას

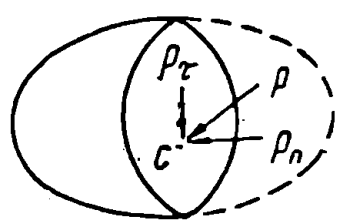
$$p_{საშ} = \frac{P}{\omega}. \qquad (2.1)$$

ახლა მოცულობის გამყოფ სიბრტყეზე („მოქმედების ზედაპირზე") ავიღოთ ნებისმიერი C წერტილი და მის გარშემო გამოვყოთ ელემენტარული $\Delta\omega$ ფართობი[1] (ნახ. 2.1, გ); მასზე იმოქმედებს შესაბამისი ელემენტარული ΔP ძალა[2]. თუ წარმოვიდგენთ, რომ $\Delta\omega$ ფართობი მისწრაფვის ნულისაკენ ისე, რომ C წერტილი ყოველთვის $\Delta\omega$ ფართობის კონტურის შიგნით რჩება, მაშინ მივიღებთ $\frac{\Delta P}{\Delta\omega}$ ფარდობის ზღვარს, რომელსაც ეწოდება ჰიდროსტატიკური წნევა სითხის მოცემულ C წერტილში

$$p = \lim_{\Delta\omega \to 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta\omega} \right). \qquad (2.2)$$

ჰიდროსტატიკურ წნევას აქვს სამი დამახასიათებელი თვისება:

1. **ჰიდროსტატიკური წნევა ყოველთვის მიმართულია მოქმედების ზედაპირისადმი შიგა ნორმალის გასწვრივ.** განვიხილოთ წონასწორობაში მყოფი სითხის რაიმე მოცულობა და ზემოაღნიშნულის ანალოგიურად, გავყოთ ეს მოცულობა ორ ნაწილად (ნახ. 2.2). გამყოფ სიბრტყეზე ავიღოთ ნებისმიერი C წერტილი და ვიგულისხმოთ, რომ ჰიდროსტატიკური წნევა (p) ამ წერტილში მიმართულია არა მოქმედების ზედაპირის მართობულად, არამედ რაიმე კუთხით. მაშინ ის შეიძლებოდა დაგვეშალა ორ შემდგენად — ზედაპირის მართობულ (p_n) და მხებ (p_τ) შემდგენებად. რადგანაც სითხე არ ეწინააღმდეგება მხებ და გამჭიმ ძალებს, ამიტომ p_τ შემდგენი და გარე ნორმალის გასწვრივ მიმართული p_n შემდგენი გამოიწვევს სითხის ნაწილაკების გადაადგილებას, რაც ეწინააღმდეგება იმ ძირითად პირობას, რომ სითხის განსახილველი მოცულობა იმყოფება წონასწორობაში



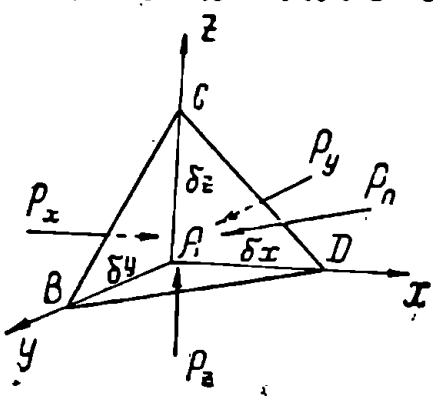
ნახ. 2.2.

[1] ელემენტარულ ფართობში ჩვენ ვგულისხმობთ ძალზე მცირე ფართობს, რომლის წერტილთა x, y და z კოორდინატები ერთმანეთისაგან განსხვავებულია უსასრულოდ მცირე სიდიდით.

[2] ასეთი ელემენტარული ძალების ტოლქმედს წარმოადგენს სწორედ P ძალა.

2. ჰიდროსტატიკური წნევა სითხის ნებისმიერ წერტილში არ არის დამოკიდებული მოქმედების ზედაპირის ორიენტირებაზე, ე. ი. ჰიდროსტატიკური წნევა მოცემულ წერტილში ყველა მიმართულებით თანაბარი სიდიდით მოქმედებს.

ამ თვისების დასამტკიცებლად წონასწორობაში მყოფ სითხეში A წერტილთან გამოვყოთ ელემენტარული ტეტრაედრი δx, δy, δz წიბოებით და δW მოცულობით (ნახ. 2.3). მოვაცილოთ მას გარემომცველი სითხე და წონასწორობის შესანარჩუნებლად ტეტრაედრის წახნაგებზე მოვდოთ შესაბამისი ზედაპირული ძალები P_x, P_y, P_z და P_n, სადაც P_n არის წნევის ძალა დახრილ წახნაგზე. ამ ძალების გარდა, ტეტრაედრზე მოქმედებს მოცულობითი ძალებიც (სიმძიმის ძალა, ინერციის ძალა).



ნახ. 2.3.

ერთეულ მასაზე მოქმედი მოცულობითი ძალების ტოლქმედი აღვნიშნოთ F-ით, ხოლო მისი გეგმილები კოორდინატთა ღერძებზე — F_x, F_y, F_z-ით. F-ს ხშირად მოცულობითი ძალების აჩქარებას უწოდებენ, ხოლო F_x, F_y, F_z-ს — მოცულობითი ძალების აჩქარების გეგმილებს. იმის გამო, რომ განსახილველი ტეტრაედრი აღნიშნული გარე ძალების (ზედაპირული და მოცულობითი) მოქმედებით იმყოფება წონასწორობაში, შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლებები:

$$\left.\begin{aligned} P_x - P_n\cos(\widehat{n,x}) + F_x(\rho\delta W) = 0;\\ P_y - \bar{P}_n\cos(\widehat{n,y}) + F_y(\rho\delta W) = 0;\\ P_z - P_n\cos(\widehat{n,z}) + F_z(\rho\delta W) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

ამ გამოსახულებებში $(\widehat{n,x})$, $(\widehat{n,y})$ და $(\widehat{n,z})$ არის BCD წახნაგის ნორმალის მიერ კოორდინატთა სისტემის ღერძებთან შედგენილი კუთხეები; $\rho\delta W$ — ტეტრაედრის მასა, ხოლო $F(\rho\delta W)$ — მასაზე მოქმედი მოცულობითი ძალების სიდიდე.

(2.3) სისტემის პირველი განტოლების თითოეული წევრი გავყოთ ω_x-ზე, მივიღებთ

$$\frac{P_x}{\omega_x} - \frac{P_n \cos(\widehat{n, x})}{\omega_x} + \frac{F_x(\rho \delta W)}{\omega_x} = 0. \qquad (a)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ

$$\omega_x = \frac{1}{2}\delta_y \delta_z; \quad \omega_n = \omega_n \cos(\widehat{n, x}); \quad \delta W = \frac{1}{6}\delta x\, \delta y\, \delta z,$$

მაშინ (a) გამოსახულება შეიძლება ასეთი სახით ჩავწეროთ:

$$\frac{P_x}{\omega_x} = \frac{P_n}{\omega_n} - \rho F_x \cdot \frac{1}{3}\delta x.$$

ანალოგიურად შედგება დანარჩენი ორი განტოლებაც. გვექნება სისტემა:

$$\left.\begin{aligned} \frac{P_x}{\omega_x} &= \frac{P_n}{\omega_n} - \rho F_x \cdot \frac{1}{3}\delta x; \\ \frac{P_y}{\omega_y} &= \frac{P_n}{\omega_n} - \rho F_y \cdot \frac{1}{3}\delta y; \\ \frac{P_z}{\omega_z} &= \frac{P_n}{\omega_n} - \rho F_z \cdot \frac{1}{3}\delta z. \end{aligned}\right\}$$

თუ განვიხილავთ ამ გამოსახულების ზღვარს, როდესაც δx, δy და δz მიისწრაფვის ნულისაკენ, მივიღებთ

$$p_x = p_n;$$
$$p_y = p_n;$$
$$p_z = p_n,$$

ანუ

$$p_x = p_y = p_z = p_n. \qquad (2.4)$$

ეს ტოლობა გამოსახავს ჰიდროსტატიკური წნევის მეორე თვისებას.

3. ჰიდროსტატიკური წნევა წერტილში დამოკიდებულია მხოლოდ წერტილის მდებარეობაზე სივრცეში

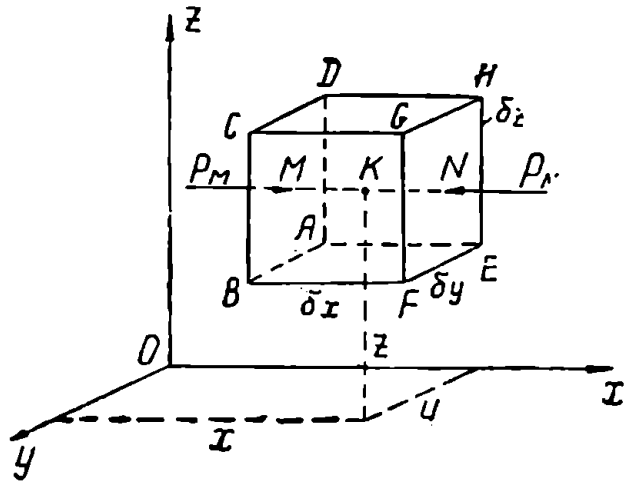
$$p = f(x, y, z). \qquad (2.5)$$

§ 2.2 სითხის წონასწორობის დიფერენციალური განტოლებები (ლ. ეილერის განტოლებები)

ჰიდროსტატიკური წნევის განაწილების კანონის დასადგენად წონასწორობაში მყოფ სითხეში გამოვყოთ ელემენტარული პარალელეპიპედი, რომლის წიბოებია δx, δy, δz და სიმძიმის ცენტრია K წერტილში (ნახ. 2.4). განსახილველ მოცულობაზე გარე ძალებიდან იმოქმედებს ორი სახის ძალა: ზედაპირული და მოცულობითი. ზედაპირული ძალები

წარმოადგენს პარალელეპიპედის გარემომცველი სითხის წნევის ძალებს და, ჰიდროსტატიკური წნევის პირველი თვისების თანახმად, მიმართულია პარალელეპიპედის წახნაგების მართობულად შიგა ნორმალის გასწვრივ. რაც შეეხება მოცულობით ძალებს, მათ მიეკუთვნება პარალელეპიპედის სიმძიმის ძალა და ინერციის ძალები.

ზედაპირული ძალების სიდიდის დასადგენად დავუშვათ, რომ K წერტილში (რომლის კოორდინატებია x, y და z) ჰიდროსტატიკური



ნახ. 2.4.

წნევა არის p. თუ გავითვალისწინებთ, რომ p წნევა არის კოორდინატების უწყვეტი ფუნქცია, მაშინ Ox ღერძის მართობული $ABCD$ და $EFGH$ წახნაგების სიმძიმის ცენტრებში (M და N წერტილებში), რომლებიც K წერტილიდან დაცილებულია $\frac{1}{2}\delta x$ მანძილით, ჰიდროსტატიკური წნევის მნიშვნელობებია

$$p_M = p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x;$$

$$p_N = p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x,$$

სადაც კერძო წარმოებული $\frac{\partial p}{\partial x}$ არის წნევის ცვლილება ერთეულ მან-

ძილზე Ox ღერძის გასწვრივ, ხოლო $\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x$ — წნევის ცვლილება $\frac{1}{2} \delta x$ მანძილზე[1].

$ABCD$ და $EFGH$ წახნაგები ელემენტარულია, რის გამოც p_M და p_N შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ჰიდროსტატიკური წნევის საშუალო მნიშვნელობები აღნიშნულ წახნაგებზე; ამიტომ მათზე მოქმედი ზედაპირული ძალები (ჰიდროსტატიკური წნევის ძალები), შესაბამისად, $\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x\right) \delta y \delta z$ და $\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x\right) \delta y \delta z$ გამოსახულებების ტოლი იქნება.

ანალოგიურად გამოითვლება წნევის ძალის წინააღმდეგობები სხვა წახნაგებისთვისაც.

მაშასადამე, წნევის ძალები, რომლებიც ცვლიან გარემომცველი სითხის მასის ზემოქმედებას პარალელეპიპედზე. ტოლია მოცემული წახნაგის სიმძიმის ცენტრში ჰიდროსტატიკური წნევის მნიშვნელობის ნამრავლისა შესაბამისი წახნაგის ფართობზე.

როგორც აღვნიშნეთ, ზედაპირული ძალების გარდა, განსახილველ პარალელეპიპედზე მოქმედებს მოცულობითი ძალებიც.

ერთეულ მასაზე მოსული მოცულობითი ძალების ტოლქმედი აღვნიშნოთ F-ით, ხოლო მისი გეგმილები კოორდინატთა ღერძებზე—F_x, F_y, F_z-ით (იხ. § 2. 1). მაშინ მთლიანად პარალელეპიპედზე მოქმედი მოცულობითი ძალის სიდიდე $F \cdot (\rho \delta x \delta y \delta z)$ ნამრავლის ტოლი იქნება, სადაც $\rho \delta x \delta y \delta z$ პარალელეპიპედის მასაა.

პარალელეპიპედის წონასწორობის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ მასზე მოქმედი ზედაპირული და მოცულობითი ძალების გეგმილების ჯამი თითოეულ ღერძზე ნულის ტოლია. ამიტომ Ox ღერძისათვის შეგვიძლია დავწეროთ

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x\right) \delta y \delta z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x\right) \delta y \delta z + F_x (\rho \delta x \delta y \delta z) = 0,$$

ანუ

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$

---

[1] x ღერძის დადებითი მიმართულებით $\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x$ სიდიდე ემატება p წნევას, ხოლო საწინააღმდეგო მიმართულებით — აკლდება.

თუ ანალოგიურად შევადგენთ დანარჩენ ორ განტოლებასაც Oy და Oz ღერძებისათვის, მიიღებთ სითხის წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას: [1]

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (2\,6)$$

ეს განტოლებები პირველად მოცემულ იქნა ლ. ეილერის მიერ 1755 წელს. რის გამოც მათ ეილერის განტოლებებს უწოდებენ. ისინი გამოსახავენ სითხეში ჰიდროსტატიკური წნევის განაწილების კანონს დიფერენციალური ფორმით.

§ 2.8 სითხის წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებათა ინტეგრირება

იმისათვის, რომ (2.6) განტოლებებს პრაქტიკული გამოყენებისათვის (ინტეგრირებისათვის) მოსახერხებელი სახე მივცეთ, გავამრავლოთ, შესაბამისად, dx, dy, dz-ზე და მიღებული შედეგები შევკრიბოთ

$$F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\,dx + \frac{\partial p}{\partial y}\,dy + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz\right) = 0.$$

რადგანაც $p = f(x, y, z)$, ამიტომ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება წარმოადგენს წნევის სრულ დიფერენციალს და, მაშასადამე,

$$dp = \rho\,(F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz). \qquad (2.7)$$

ვინაიდან ჩვენს მიერ განხილული სითხისათვის $\rho = \text{const}$, ამიტომ (2.7) გამოსახულების მარჯვენა ნაწილში ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება აგრეთვე წარმოადგენს ძალური $U = f(x, y, z)$ ფუნქციის სრულ დიფერენციალს, ე. ი.

$$dU = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz, \qquad (2.8)$$

და, მაშასადამე,

$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad F_y = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = \frac{\partial U}{\partial z}. \qquad (2.9)$$

U ძალურ ფუნქციას ძალთა პოტენციალს, ან უბრალოდ, პოტენციურ ფუნქციას უწოდებენ. (2.9) გამოსახულებები გვიჩვე-

[1] განტოლებები შედგენილია სითხის ერთეული მასისათვის.

ნებს, რომ სითხე იმყოფება წონასწორობაში, თუ მასზე მოქმედ ძალებს აქვთ პოტენციალი. აღნიშნულის გათვალისწინებით (2.7) გამოსახულება შეიძლება ასე ჩაეწეროთ:

$$dp=\rho\left(\frac{\partial U}{\partial x}dx+\frac{\partial U}{\partial y}dy+\frac{\partial U}{\partial z}dz\right) \tag{2.10}$$

ან

$$dp=\rho dU. \tag{2.10}^1$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრირებით მივიღებთ

$$p=\rho U+C. \tag{2.11}$$

სადაც C არის ინტეგრირების მუდმივა.

თუ ცნობილია სითხეში ან მის თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე წერტილისათვის p_0 წნევა და U_0 პოტენციური ფუნქცია, მაშინ (2.11) გამოსახულებიდან გვექნება

$$p_0=\rho U_0+C. \tag{2.12}$$

(2.11) და (2.12) ტოლობებიდან მივიღებთ

$$p=p_0+\rho(U-U_0). \tag{2.13}$$

(2.13) განტოლება წარმოადგენს სითხის წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებათა ინტეგრალს და გამოსახავს წნევის განაწილების კანონს წონასწორობაში მყოფ სითხეში ზოგადი შემთხვევისათვის, როდესაც სითხეზე მოქმედებს პოტენციალის მქონე მოცულობითი ძალების ნებისმიერი სისტემა.

პოტენციური ფუნქციის ცნება. სივრცეს, რომელშიც რაიმე ფიზიკური მოვლენა მიმდინარეობს, ფიზიკური ველი ეწოდება. განასხვავებენ სკალარულ და ვექტორულ ველს. პირველს მიეკუთვნება, მაგალითად, ტემპერატურათა ველი, ხოლო მეორეს, მაგალითად, ძალთა ან სიჩქარეთა ველი.

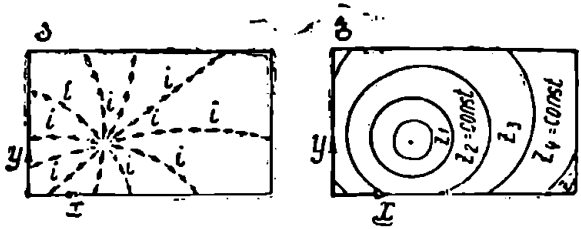
რაიმე სკალარის $\psi=f(x, y, z)$ ველი შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს $\psi=\text{const}$ წირებით (ან ზედაპირებით).

ვექტორული ველით ოპერირება გაცილებით რთულია, ვიდრე სკალარულით. ამიტომ ვექტორულ ველს (მაგალითად, ძალთა ველს) მისი შესწავლისას ცვლიან სკალარული ველით. ამასთან, ამ უკანასკნელს წარმოადგენენ განსაკუთრებული U ფუნქციის თანაბარი მნიშვნელობის წირებით. U ფუნქციას, რომელიც სკალარული სიდიდეა, პოტენციურ ფუნქციას, ან უბრალოდ, პოტენციალს უწოდებენ. იგი წარმოადგენს იმ ვექტორთა პოტენციალს, რომელსაც ჩვენ ვეხილავთ (მაგალითად, ძალთა პოტენციალს, სიჩქარეთა პოტენციალს და სხვ.) და ხასიათდება შემდეგი თვისებებით:

1. ის კოორდინატების (x, y, z) ფუნქციაა;

2. U ფუნქციის კერძო წარმოებული კოორდინატებით, აღებული სკალარული ველის სხვადასხვა წერტილში, უნდა იძლეოდეს განსახილველი ვექტორების გეგძილთა სიდიდეებს ვექტორული ველის შესაბამის წერტილებში.

მაგალითისათვის განვიხილოთ დედამიწის ზედაპირის რელიეფი. მისი ყოველი წერტილი ხასიათდება გარკვეული ქანობით, რომელიც შეიძლება წარმოვადგინოთ უდიდესი დაქანების წირის გასწვრივ მიმართული ვექტორით (ნახ. 2.5, ა). ამიტომ დედამიწის ზედაპირის რელიეფი შეიძლება განვიხილოთ როგორც i ქანობების გამომსახველი ვექტორების ველი.



ნახ. 2.5.

დედამიწის ზედაპირის ნიშნულები აღვნიშნოთ z-ით და რელიეფის გეგმაზე გავატაროთ $z=\text{const}$ ჰორიზონტალები (ნახ. 2.5, ბ). z ფუნქცია დამოკიდებულია x და y კოორდინატებზე და ხასიათდება თვისებით

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-i_x;\quad \frac{\partial z}{\partial y}=-i_y,$$

სადაც i_x და i_y არის i ქანობის კომპონენტები.

აქედან ჩანს, რომ z სკალარული სიდიდე წარმოადგენს i ქანობების ვექტორული ველის პოტენციურ ფუნქციას. პრაქტიკაში რელიეფს წარმოადგენენ სწორედ $z=\text{const}$ ეკვიპოტენციალებით (ჰორიზონტალებით), რომელთა საშუალებითაც ადვილად დავადგენთ i ვექტორის მოდულს და მიმართულებას დედამიწის ზედაპირის ნებისმიერ წერტილში.

ჩვენს მიერ ზემოთ შემოტანილი U ფუნქცია წარმოადგენს მოცულობითი ძალების ვექტორული ველის პოტენციალს.

შევნიშნავთ, რომ ყველა ვექტორულ ველს არ გააჩნია პოტენციალი. ასეთი ველების შესწავლა მნიშვნელოვნად გართულებულია.

§ 2.4. თანაბარი წნევის ზედაპირი

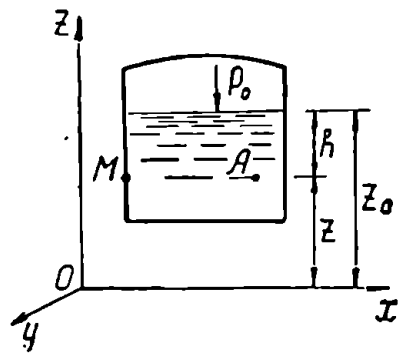
თანაბარი წნევის ზედაპირი ეწოდება ზედაპირს, რომლის ყველა წერტილში ერთნაირი წნევა მოქმედებს. ასეთი ზედაპირის განტოლება მიიღება (2.7) გამოსახულებიდან, თუ ვიგულისხმებთ, რომ $p=\text{const}$:

$$F_x\,dx+F_y\,dy+F_z\,dz=0. \qquad (2.14)$$

თანაბარი წნევის ზედაპირის ერთ-ერთ სახეს წარმოადგენს სითხის თავისუფალი ზედაპირი, რომლის ყოველ წერტილში მოქმედებს ერთი და იგივე წნევა.

§ 2.5. ჰიდროსტატიკის ძირითადი განტოლება

განვიხილოთ კერძო შემთხვევა, როდესაც წონასწორობაში მყოფ სითხეზე მოცულობითი ძალებიდან მოქმედებს მხოლოდ სიმძიმის ძალა. ამასთან, ვიგულისხმოთ, რომ სითხე მოთავსებულია დახურულ ჭურჭელში და მის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედებს ატმოსფერულის ტოლი ან მისგან განსხვავებული წნევა (ნახ. 2.6); მაშინ მოცულობითი ძალის (განსახილველ შემთხვევაში სიმძიმის ძალის) აჩქარების გეგმილები კოორდინატთა ღერძებზე



ნახ. 2.6.

$$F_x=0;\ F_y=0;\ F_z=-g. \qquad (2.15)$$

თუ F_x, F_y და F_z-ის ამ მნიშვნელობებს შევიტანთ (2.8) გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$dU=-g\,dz$$

ან ინტეგრირებით —

$$U=-gz+C. \qquad (2.16$$

ინტეგრირების C მუდმივას ვიპოვნით სასაზღვრო პირობებიდან: კერძოდ, როცა $z=z_0$, მაშინ $U=U_0$ და ამიტომ

$$C=U_0+gz_0.$$

C-ს ეს მნიშვნელობა ჩავსვათ (2.16) გამოსახულებაში; გვექნება

$$U-U_0=g(z_0-z). \qquad (2.17)$$

(2.13) და (2.17) განტოლებების გრთობლივი ამოხსნით მივიღებთ

$$p=p_0+\rho g(z_0-z)$$

ან (1.3) გამოსახულების გათვალისწინებით —

$$p=p_0+\gamma(z_0-z). \qquad (2.18)$$

ამ უკანასკნელს შეიძლება ასეთი სახეც მივცეთ:

$$z_0+\frac{p_0}{\gamma}=z+\frac{p}{\gamma}. \qquad (2.19)$$

მიღებულ განტოლებას უწოდებენ ჰიდროსტატიკის ძირითად განტოლებას.

(2.6) ნახაზიდან ჩანს, რომ $z_0 - z = h$; ამიტომ (2.18) გამოსახულება შეიძლება ასე გადავწეროთ:

$$p_{სრ\,(აბს)} = p_0 + \gamma h, \tag{2.20}$$

სადაც $p = p_{სრ\,(აბს)}$ არის ე. წ. სრული, ანუ აბსოლუტური, წნევა სითხის განსახილველ A წერტილში;

h — A წერტილის ჩაძირვის სიღრმე სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან.

როგორც ვხედავთ, სრული ჰიდროსტატიკური წნევის სიდიდე h სიღრმით ჩაძირულ რაიმე წერტილში შედგება სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედი p_0 გარე წნევისა და სითხის h სიმაღლის ისეთი სვეტის წონით გამოწვეული წნევის ჯამისაგან, რომელსაც ფუძედ აქვს ფართობის ერთეული.

გარდა ამისა, (2.20) განტოლებიდან ჩანს, რომ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედი p_0 წნევა ერთნაირი ინტენსივობით გადაეცემა ყველა მიმართულებით, რაც კიდევ ერთხელ ადასტურებს პასკალის კანონის[1] მართებულობას.

მაშასადამე, (2.20) განტოლებასაც ასევე შეიძლება ეწოდოს ჰიდროსტატიკის ძირითადი განტოლება.

§ 2.6. მანომეტრული (ჭარბი) წნევა. პიეზომეტრული სიმაღლე. ვაკუუმი. ჰიდროსტატიკური დაწნევა. ჰიდროსტატიკის ძირითადი განტოლების გეომეტრიული და ენერგეტიკული აზრი

ჰურჭლის კედლის შიგა ზედაპირზე მდებარე M წერტილში (ნახ. 2.6) სრული ჰიდროსტატიკური წნევა გამოითვლება (2.20) ფორმულით. გარე მხრიდან ჰურჭლის კედელზე მოქმედებს ატმოსფერული წნევა ($p_ა$). მაშასადამე, კედელი განიცდის წნევას, რომელიც სრული ჰიდროსტატიკური წნევისა და ატმოსფერული წნევის სხვაობის ტოლია. სრულ წნევაზე ერთი ატმოსფეროთი ნაკლებ წნევას მანომეტრული, ანუ ჭარბი, წნევა ეწოდება

$$p_{მან\,(ჭარ)} = p_{სრ\,(აბს)} - p_ა = p_0 + \gamma h - p_ა. \tag{2.21}$$

თუ ჰურჭელი ღიაა, მაშინ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედი

---

[1] პასკალის კანონის თანახმად, უძრავი სითხის რაიმე წერტილში წნევის ყოველგვარი ცვლილება, რომელიც სითხის წონასწორობას არ არღვევს, უცვლელად გადაეცემა მის დანარჩენ წერტილებში.

წნევა ატმოსფერულის ტოლია ($p_0 = p_{ატ}$) და ამიტომ (2.21) გამოსახულებიდან

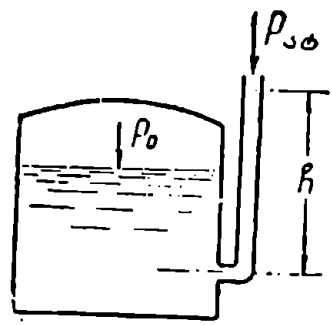
$$p_{მან\,(ჭარ)} = \gamma h. \qquad (2.22)$$

ჰიდროსტატიკური წნევის განზომილებაა: MKS სისტემაში — $\frac{კგძ}{მ^2}$; Si სისტემაში — $\frac{ნ}{მ^2}$. პრაქტიკაში ხშირად წნევას ზომაენ აგრეთვე რომელიმე სითხის (წყლის, ვერცხლისწყლის) სვეტის სიმაღლითაც.

(2.21) განტოლებიდან ვღებულობთ

$$\frac{p_{მან\,(ჭარ)}}{\gamma} = \frac{p_0 - p_{ატ} + \gamma h}{\gamma} = \frac{p_0 - p_{ატ}}{\gamma} + h. \qquad (2.23)$$

ამ გამოსახულებაში ცვლად სიდიდეებს წარმოადგენს $p_{მან\,(ჭარ)}$ და h. მაშასადამე, მანომეტრული (ჭარბი) წნევა სითხის ნებისმიერ წერტილში ხასიათდება თავისუფალი ზედაპირიდან წერტილის ჩაძირვის სიღრმით და პირიქით, წერტილის ჩაძირვის სიღრმე ახასიათებს მანომეტრულ წნევას ამ წერტილში.



ნახ. 2.7.

თუ სითხით შევსებულ რეზერვუარს მივუერთებთ ღიაბოლოიან მინის მილაკს (ნახ. 2.7), მაშინ მილაკში სითხე აიწევს რაღაც h სიმაღლეზე. იმის მიხედვით, თუ როგორია სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედი წნევა — ტოლია, მეტია თუ ნაკლები ატმოსფერულ წნევაზე, მილაკში დონე დადგება შესაბამისად რეზერვუარში მოთავსებული სითხის დონეზე, მასზე მაღლა ან დაბლა. ასეთ მილაკს პიეზომეტრს უწოდებენ, ხოლო h სიმაღლეს — პიეზომეტრულ სიმაღლეს. პიეზომეტრული სიმაღლე წნევას ზომავს ხაზოვან ერთეულებში. მაგალითად, ერთი ტექნიკური ატმოსფერო (1 ატ), რომელიც 1 $\frac{კგძ}{სმ^2}$ ან 10 $\frac{ტძ}{მ^2}$ წნევის ტოლია, შეესაბამება პიეზომეტრულ სიმაღლეს

$$h = \frac{p_{ატ}}{\gamma} = \frac{10\ ტძ/მ^2}{1\ ტძ/მ^3} = 10\ მ\ წყ.\ სვ.$$

მაშასადამე, 1 ატ წნევა იზომება 10 მ სიმაღლის წყლის სვეტით.[1]

---

[1] ანალოგიურად მივიღებთ, რომ 1 ატ წნევა იზომება 736 მმ სიმაღლის ვერცხლისწყლის სვეტით.

თუ სითხის რომელიმე წერტილში სრული ჰიდროსტატიკური წნევა ატმოსფერულზე ნაკლებია ($p_{სრ\ (abs)} < p_a$), მაშინ გვაქვს ვაკუუმი.

ვაკუუმი არის დანაკლისი ატმოსფერულ წნევამდე

$$p_{ვაკ} = p_a - p_{სრ\ (abs)}. \tag{2.24}$$

სითხის სვეტის სიმაღლეს, რომლითაც იზომება ვაკუუმი, ვაკუუმმეტრული სიმაღლე ეწოდება

$$h_{ვაკ} = \frac{p_a - p_{სრ\ (abs)}}{\gamma}. \tag{2.25}$$

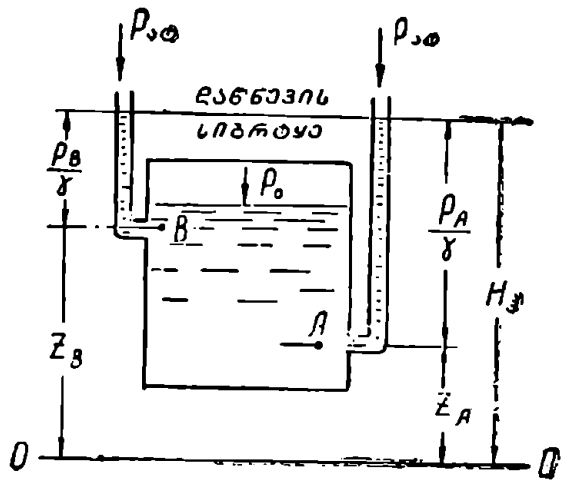
ჩვეულებრივ, ვაკუუმის მაქსიმალური მნიშვნელობა სხვადასხვა ჰიდრავლიკურ დანადგარში არ აღემატება 0,6—0,8 ატ-ს (6÷8 მ.წყ. სვ). ხელსაწყოს, რომლითაც იზომება ვაკუუმი, ეწოდება ვაკუუმმეტრი.

განვიხილოთ დახურულ რეზერვუარში მოთავსებული და წონასწორობაში მყოფი სითხე, რომლის თავისუფალ ზედაპირზეც მოქმედებს p_0 წნევა (ნახ. 2.8). სითხეში შევარჩიოთ ორი ნებისმიერი A და B წერტილი და ამ წერტილებთან რეზერვუარს მიეუერთოთ პიეზომეტრები. ვერტიკალური კოორდინატების ასათვლელად ნებისმიერ ადგილას გავატაროთ ჰორიზონტალური საფარდი სიბრტყე და ჩავთვალოთ, რომ $O—O$ წირი წარმოადგენს მის კვალს. A და B წერტილების კოორდინატები (მდებარეობის სიმაღლეები ან გეომეტრიული სიმაღლეები) აღვნიშნოთ z_A და z_B-თი, ხოლო ჰიდროსტატიკური წნევები ამ წერტილებში — p_A და p_B თი. მაშინ პიეზომეტრული სიმაღლეები, შესაბამისად, $\frac{p_A}{\gamma}$ და $\frac{p_B}{\gamma}$ სიდიდეების ტოლი იქნება. $z_A + \frac{p_A}{\gamma}$ ან $z_B + \frac{p_B}{\gamma}$ ჯამს უწოდებენ ჰიდროსტატიკურ ან პიეზომეტრულ დაწნევას სითხის მოცემულ წერტილში არჩეული $O—O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ; (2.19) განტოლების თანახმად ეს ჯამები ტოლია. მაშა ადამე, სითხის მოცემული მოცულობისათვის პიეზომეტრული დაწნევა $O—O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ არის მუდმივი სიდიდე

$$H_პ = z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}. \tag{2.26}$$

რეზერვუართან მიერთებული პიეზომეტრები (მათ შორის A და B პიეზომეტრებიც) ფაქტობრივად წარმოადგენს ზიარჭურჭლებს, ამიტომ სითხის დონეები მათში დადგება ერთ ჰორიზონტალურ სიბრტყეში, რომელსაც პიეზომეტრული დაწნევის სიბრტყე ეწოდება.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ A წერტილში (ნახ. 2.8) თავმოყრილია სითხის რაიმე m მასა. ამ წერტილში რეზერვუართან პიეზომეტრის მიერთების მომენტში სითხის განსახილველი მასა ენერგიის დამატებითი დანახარჯის გარეშე აიწევს $\frac{p_A}{\gamma}$ სიმაღლეზე და მისი სრუ-



ნახ. 2.8.

ლი ენერგია განისაზღვრება არა მარტო მდებარეობის z_A სიმაღლით, არამედ $\frac{p_A}{\gamma}$ პიეზომეტრული სიმაღლითაც. ამგვარად, A წერტილში m მასის პოტენციური ენერგია ტოლი იქნება

$$Э_ა = mgz_A + mg\frac{p_A}{\gamma} = mg\left(z_A + \frac{p_A}{\gamma}\right).$$

რაც შეეხება ერთეული წონის მქონე სითხის პოტენციურ ენერგიას, ანუ კუთრ პოტენციურ ენერგიას, ის გამოითვლება ფორმულით

$$E_ა = \frac{Э_ა}{mg} = z_A + \frac{p_A}{\gamma}. \qquad (2.27)$$

მაშასადამე, წონასწორობაში მყოფი სითხის კუთრი პოტენციური ენერგია განისაზღვრება პიეზომეტრული დაწნევით და ამიტომ სითხის

ნებისმიერი წერტილისათვის არჩეული საფარდი სიბრტყის მიმართ ნულოვანი სიდიდე იქნება

$$E_{\text{პ}} = z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}. \qquad (2.28)$$

ამგვარად, კუთრი პოტენციური ენერგია $O—O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ შედგება მდებარეობის კუთრი პოტენციური ენერგიისა (გეომეტრიული სიმაღლე) და წნევის კუთრი პოტენციური ენერგიისაგან (პიეზომეტრული სიმაღლე).

§ 2.7. სითხის დონის ზედაპირები

თანაბარი წნევის ზედაპირებს სხვანაირად **დონის ზედაპირებს** უწოდებენ. ასეთი ზედაპირის განტოლებას, როგორც ვნახეთ, აქვს შემდეგი სახე (§ 2.4):

$$F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz = 0. \qquad (2.14)$$

მოვიყვანოთ დონის ზედაპირების განსაზღვრის მაგალითები:

1. დონის ზედაპირები წონასწორობაში მყოფი სითხისათვის, რომელსაც მასზე მოცულობითი ძალებიდან მოქმედებს მხოლოდ სიმძიმის ძალა.

ჩავთვალოთ, რომ Oz ღერძი მიმართულია ვერტიკალურად ზემოთ და შედარებით მცირე ზედაპირისათვის სიმძიმის ძალები ურთიერთპარალელურია, მაშინ გვექნება

$$F_x = 0; \quad F_y = 0; \quad F_z = -g.$$

თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (2.14) გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$-g\,dz = 0,$$

ანუ

$$dz = 0.$$

აქედან

$$z = \text{const}. \qquad (2.29)$$

მაშასადამე, განსახილველ შემთხვევაში დონის ზედაპირები წარმოადგენს ჰორიზონტალურ სიბრტყეებს.

2. სითხის ფარდობითი წონასწორობა. განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ღია ცილინდრული ჭურჭელი და მასში მოთავსებული სითხე ბრუნავს ვერტიკალური ღერძის გარშემო მუდმივი ω კუთხური სიჩქარით (ნახ. 2.9). მოძრაობის დაწყებისას ჭურჭელთან წარიტაცებს უშუალოდ ფსკერთან და კედლებთან მდებარე სითხის შრეებს, ხოლო მათგან დაცილებული სითხის ნაწილაკები მოძრაობაში მოვლენ თანდათანობით შიგა ხახუნის (სიბლანტის) გაღვიძების. დროის გარკვეული მონაკვეთის

შემდეგ სითხის მთელი მასა დაიწყებს ბრუნვას ჭურჭელთან ერთად იმავე ω კუთხური სიჩქარით და ამ უკანასკნელის ძიმართ იქნება ფარდობით უძრაობაში (წონასწორობაში).

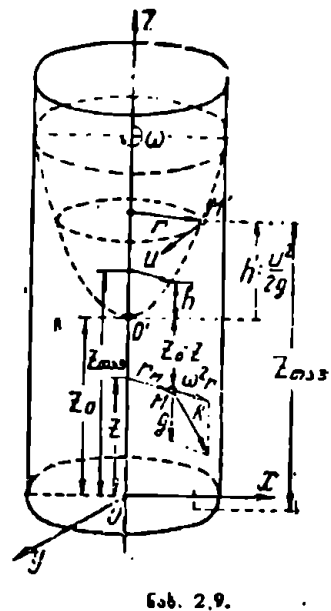
განსახილველ შემთხვევაში სითხის თითოეულ ნაწილაკზე (მაგალითად, M ნაწილაკზე) მოცულობითი ძალებიდან იმოქმედებს სიმძიმის ძალა (mg) და ინერციის ცენტრიდანული ძალა $\left(\frac{mu^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r\right)$.

სიმძიმისა და ინერციის ცენტრიდანული ძალების აჩქარების (F' და F'') გეგმილები Ox, Oy და Oz ღერძებზე შესაბამისად ტოლი იქნება

$$F_x' = 0; \quad F_y' = 0; \quad F_z' = -g;$$
$$F_x'' = \omega^2 x; \quad F_y'' = \omega^2 y; \quad F_z'' = 0.$$

ჯამური აჩქარების გეგმილები მიიღება აღნიშნული ორი სახის აჩქარების გეგმილების შეკრებით

$$F_x = F_x' + F_x'' = \omega^2 x;$$
$$F_y = F_y' + F_y'' = \omega^2 y;$$
$$F_z = F_z' + F_z'' = -g. \qquad (2.30)$$



ნახ. 2.9.

უპირველეს ყოვლისა, გამოვიკვლიოთ ჭურჭელში სითხის თანაბარი წნევის ზედაპირების (დონის ზედაპირების) ფორმა; ამისათვის ვისარგებლოთ (2.14) განტოლებით. თუ მასში (2.30) გამოსახულებიდან შევიტანთ F_x, F_y და F_z-ის მნიშვნელობებს, მივიღებთ

$$\omega^2 x\, dx + \omega^2 y\, dy - g\, dz = 0,$$

საიდანაც ინტეგრირებით გვექნება

$$\frac{1}{2}\omega^2 (x^2 + y^2) - gz = C_0. \qquad (2.31)$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ განსახილველ შემთხვევაში თანაბარი წნევის ზედაპირები წარმოადგენს ბრუნვითს პარაბოლოიდებს. C_0-თვის სხვადასხვა მნიშვნელობათა მიცემით მიიღება ბრუნვითი პარაბოლოიდების ოჯახი. სითხის თავისუფალი ზედაპირის (როგორც თანაბარი წნევის ზედაპირის კერძო სახის) განტოლების მისაღებად საზღვრო პირობებიდან დავადგინოთ C_0-ის მნიშვნელობა. ამისათვის

თავისუფალი ზედაპირის ორდინატები აღვნიშნოთ $z_{თავ}$-ით და გავითვალისწინოთ, რომ მისი უდაბლესი O' წერტილისათვის $z_{თავ}=z_0$, $x=0$ და $y=0$. მაშინ გვექნება

$$C_0=gz_0.$$

თუ გავითვალისწინებთ იმასაც, რომ $x^2+y^2=r^2$, მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ

$$\frac{\omega^2r^2}{2}=g(z_{თავ}-z_0). \tag{2.32}$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ თავისუფალი ზედაპირის თითოეული წერტილი, მაგალითად, M', მდებარეობს O' წერტილიდან

$$h'=z_{თავ}-z_0=\frac{\omega^2r^2}{2g}=\frac{u^2}{2g} \tag{2.33}$$

სიმაღლეზე, სადაც $u=\omega r$ არის ბრუნვის ღერძიდან r მანძილით დაცილებული ნაწილაკების წრფივი სიჩქარე.

ახლა გავარკვიოთ სითხეში წნევის განაწილების კანონი. (2.7) განტოლებაში შესაბამის მნიშვნელობათა ჩასმით და ინტეგრირებით გვექნება

$$p=\rho\left[-gz+\omega^2\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)\right]+C_1,$$

ანუ

$$p=\rho\left(-gz+\frac{\omega^2r^2}{2}\right)+C_1.$$

C_1 მუდმივას განვსაზღვრავთ იმ პირობიდან, რომ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე წერტილებისათვის (ვთქვათ, O' წერტილისათვის) წნევა p_0-ის ტოლია, ამასთან $z=z_0$, $r=0$ და, მაშასადამე,

$$C_1=p_0-\rho(-gz),$$

ანუ

$$C_1=p_0+\gamma z_0.$$

C_1-ის ამ მნიშვნელობის ჩასმით p-ს გამოსახულებაში მივიღებთ

$$p=p_0+\gamma(z_0-z)+\rho\frac{\omega^2r^2}{2}, \tag{2.34}$$

სადაც z არის სითხის ნებისმიერი წერტილის კოორდინატი.

(2.33) გამოსახულებიდან

$$\frac{\omega^2r^2}{2}=gh',$$

ამიტომ (2.34) განტოლება შეიძლება ასე ჩაიწეროთ

$$p = p_0 + \gamma(z_0 - z) + \gamma h',$$

ანუ

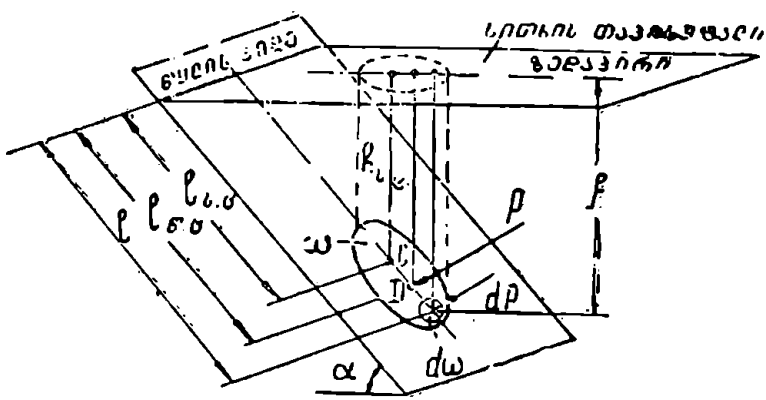
$$p = p_0 + \gamma h, \tag{2.35}$$

სადაც h არის ნაწილაკის ჩაძირვის სიღრმე სითხის თავისუფალი პიეზომეტრული ზედაპირიდან.

მიღებული გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ ფარდობით წონასწორობაში მყოფ სითხეში წნევა განაწილებულია ჰიდროსტატიკური კანონით.

§ 2.8. ნებისმიერად ორიენტირებულ ბრტყელ ზედაპირზე მოქმედი სითხის წნევის ძალა. წნევის ცენტრი

1. ჰიდროსტატიკური წნევის ძალის სიდიდე. წარმოვიდგინოთ ღია ჭურჭელი, რომელიც შევსებულია სითხით და რომლის ქედელი ჰორიზონტისადმი დახრილია რაიმე α კუთხით (ნახ. 2.10). დახრილ ქედელ-



ნახ. 2.10.

ზე გამოვყოთ ვერტიკალური სიმეტრიის სიბრტყის მქონე ω ფართობი და გამოვთვალოთ მასზე მოქმედი სრული ჰიდროსტატიკური წნევის ძალის სიდიდე. ამისათვის განვიხილოთ ω ზედაპირის უსასრულოდ მცირე $d\omega$ ელემენტი, რომელიც სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან ჩაძირულია h სიღრმით. თუ $d\omega$ ფართობის საზღვრებში სრულ (აბსოლუტურ) წნევას აღვნიშნავთ $p_{სრ}$-ით, მაშინ მასზე მოქმედი ელემენტარული წნევის ძალა

$$dP_{სრ} = p_{სრ}\, d\omega = (p_0 + \gamma h)\, d\omega. \tag{2.36}$$

დახრილი ზედაპირის ω ფართობი შეიძლება განხილულ იქნეს, როგორც ელემენტარული $d\omega$ ფართობების ჯამი, რომელთაგან თითოეულზე მოქმედებს შესაბამისი ელემენტარული dP ძალა. იმის გამო, რომ ეს ძალები მოქმედების ზედაპირის მარმობულია და, მაშასადამე, ურთიერთპარალელურია, მთლიან ω ფართობზე მოქმედი სრული წნევის ძალა გამოითვლება როგორც ყველა ელემენტარული ძალის ინტეგრალური ჯამი

$$P_{სრ} = \int_{\omega} p_{სრ}\, d\omega = \int_{\omega} (p_0 + \gamma h)\, d\omega = p_0 \omega + \gamma \int_{\omega} h d\omega. \qquad (2.37)$$

(2.10) ნახაზიდან ჩანს, რომ $h = l \sin \alpha$, ამიტომ

$$\int_{\omega} h d\omega = \sin \alpha \int_{\omega} l d\omega.$$

მაგრამ $\int_{\omega} l d\omega$ წარმოადგენს ω ფართობის სტატიკურ მომენტს წყლის კიდის[1] მიმართ, რომელიც ω ფართობისა და მისი სიმძიმის ცენტრის (C) წყლის კიდემდე დაცილების მანძილის ($l_{ს.ც}$) ნამრავლის ტოლია

$$\int_{\omega} h d\omega = \sin \alpha \int_{\omega} l d\omega = \sin \alpha\, l_{ს.ც}\, \omega = h_{ს.ც}\, \omega,$$

სადაც $h_{ს.ც}$ არის ω ფართობის სიმძიმის ცენტრის (C) ჩაძირვის სიღრმე სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან.

აღნიშნულის გათვალისწინებით (2.37) გამოსახულება ასე გადაიწერება:

$$P_{სრ} = (p_0 + \gamma h_{ს.ც})\, \omega. \qquad (2.38)$$

მაშასადამე, სრული წნევის ძალა ნებისმიერად ორიენტირებულ ბრტყელ ზედაპირზე ტოლია სველი ზედაპირის ფართობის ნამრავლისა მისი სიმძიმის ცენტრში მოქმედ სრულ ჰიდროსტატიკურ წნევაზე.

ჰარბი (მანომეტრული) წნევის კერძო შემთხვევისათვის, როდესაც $p_0 = p_{ატ}$, შესაბამისად გვექნება:

$$P_{ჰარ} = \gamma h_{ს.ც}\, \omega. \qquad (2.38')$$

ამგვარად, ჰარბი წნევის ძალა ბრტყელ ზედაპირზე ტოლია სველი ფართობის ნამრავლისა მისი სიმძიმის ცენტრში მოქმედ ჰარბ ჰიდროსტატიკურ წნევაზე.

2. წნევის ცენტრი. ზედაპირზე მოქმედი ჰარბი წნევის ძალის სიდიდისა და მიმართულების გარდა უნდა დადგინდეს მისი მოდების წერტილის (D) მდებარეობაც. ამ წერტილს ჰარბი წნევის ცენტრი ან უბრალოდ **წნევის ცენტრი** ეწოდება.

[1] წყლის კიდე არის სითხის თავისუფალი ზედაპირისა და დახრილი ზედაპირის გადაკვეთის წირი.

როგორც აღვნიშნეთ, განსახილველ ω ფართობს აქვს ვერტიკალური სიმეტრიის სიბრტყე, რის გამოც წნევის ცენტრი მოთავსებული იქნება სიმეტრიის ღერძზე და მისი მდებარეობის დასადგენად საკმარისია განვსაზღვროთ D წერტილის დაცილება წყლის კიდემდე სველი ზედაპირის გაყოლებით ($l_{წნ.ც}$). ამისათვის ვისარგებლოთ მომენტთა განტოლებით, რომლის თანახმად ტოლქმედი ძალის მომენტი ნებისმიერი ღერძის მიმართ (ჩვენს შემთხვევაში წყლის კიდის მიმართ) ტოლია შემდგენი ძალების მომენტების ჯამისა იმავე ღერძის მიმართ

$$P_{ჭარ}\, l_{წნ.ც} = \int_{ω} l\, dP_{ჭარ}.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $P_{ჭარ} = \gamma h_{ს.ც}\, ω$ და $dP_{ჭარ} = \gamma h\, dω = \gamma l \sin α\, dω$, მაშინ მომენტთა განტოლება ასე გადაიწერება

$$\gamma h_{ს.ც}\, ω l_{წნ.ც} = \gamma \sin α \int_{ω} l^2\, dω = \gamma \sin α\, J_{წყ.კ}, \qquad (2.39)$$

სადაც $J_{წყ.კ} = \int_{ω} l^2\, dω$ არის სველი ზედაპირის ფართობის ინერციის მომენტი წყლის კიდის მიმართ.

(2 39) გამოსახულებიდან გვექნება

$$l_{წნ.ც} = \frac{J_{წყ.კ} \sin α}{ω l_{ს.ც}} = \frac{J_{წყ.კ}}{ω l_{ს.ც}}. \qquad (2.40)$$

მაგრამ ω ფართობის ინერციის მომენტი მისი სიმძიმის ცენტრზე გამავალი ცენტრალური ღერძის პარალელური ღერძის მიმართ ($J_{წყ.კ}$) შეიძლება ასე გამოვსახოთ:

$$J_{წყ.კ} = J_0 + ω l^2_{ს.ც},$$

სადაც J_0 არის ω ფართობის ინერციის მომენტი ცენტრალური ღერძის მიმართ.

მაშინ (2.40) გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$l_{წნ.ც} = l_{ს.ც} + \frac{J_0}{ω l_{ს.ც}}. \qquad (2.41)$$

მაშასადამე, წნევის ცენტრი ყოველთვის მდებარეობს ω ფართობის სიმძიმის ცენტრის ქვეშით $\frac{J_0}{ω l_{ს.ც}}$ მანძილზე; ამ სიდიდეს ხშირად **ექსცენტრისიტეტს** უწოდებენ.

§ 2.9. ჰიდროსტატიკური წნევის ეპიურა

პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტის დროს ხშირად საჭირო ხდება სრული და ჭარბი ჰიდროსტატიკური წნევების ეპიურების აგება. მათემატიკური თვალსაზრისით, ჰიდროსტატიკის ძირითადი განტოლება $p_{სრ\,(აბს)} = p_0 + \gamma h$ წარმოადგენს წრფის განტოლებას თავისუფალი p_0 წევრით და γ საკუთხო კოეფიციენტით.

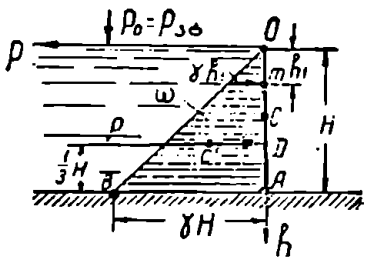
თუ $p_0 > p_{ატ}$, მსგავსი სახე და შინაარსი აქვს აგრეთვე ჭარბი წნევის განტოლებასაც

$$p_{ჭარ} = (p_0 - p_{ატ}) + \gamma h,$$

სადაც $p_0 - p_{ატ}$ არის განტოლების თავისუფალი წევრი.

თუ $p_0 = p_{ატ}$, მაშინ $p_{ჭარ} = \gamma h$ განტოლება გამოისახება კოორდინატთა სათავეზე გამავალი წრფით.

ავიღოთ მართკუთხედის ფორმის OA სიმაღლის და b სიგანის ბრტყელი ვერტიკალური ზედაპირი (კედელი) და განვიხილოთ მასზე მოქმედი ჭარბი წნევა, როცა $p_0 = p_{ატ}$ (ნახ. 2.11). კოორდინატთა სათავედ ავირჩიოთ სითხის თავისუფალი ზედაპირისა და ვერტიკალური ბრტყელი კედლის გადაკვეთის წრფის O წერტილში, ხოლო p და h ღერძები მივმართოთ ისე, როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები; მაშინ თავისუფალი ზედაპირიდან h_1 სიღრმით ჩაძირულ და კედლის ზედაპირზე მდებარე m წერტილში ჭარბი[1] წნევა



ნახ. 2.11.

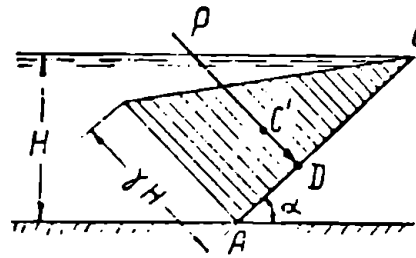
$$p_{ჭარ} = \gamma h_1. \qquad (2.42)$$

წარმოვიდგინოთ, რომ m წერტილი გადაადგილდება კედლის გაყოლებით O სათავიდან A წერტილამდე. ამ დროს ზემოაღნიშნულის საფუძველზე და აგრეთვე (2.42) გამოსახულების თანახმად, ჰიდროსტატიკური წნევის ცვლილება მოხდება წრფივი კანონით. O წერტილისათვის, როცა $h = 0$-ს, $p = 0$; A წერტილისათვის, როცა $h = H$-ს, $p = \gamma H$.

A წერტილიდან ზედაპირის მართობულად გადავზომოთ γH მონაკვეთი (ჰიდროსტატიკური წნევა ყოველთვის ზედაპირის მართობულად მოქმედებს) და მიღებული B წერტილი შევაერთოთ O-თან სწორი ხაზით; მივიღებთ OAB მართკუთხა სამკუთხედს, რომელსაც **ჭარბი ჰიდროსტატიკური წნევის ეპიურას** უწოდებენ. ჰორიზონტა-

[1] შემდგომში ჭარბ ჰიდროსტატიკურ წნევას აღვნიშნავთ p-თი, ინდექსის გარეშე.

ლური წრფეების მონაკვეთები OA ვერტიკალსა და OB დახრილს შორის გოფიკულად გამოსახავს ჭარბი ჰიდროსტატიკური წნევის სიდიდეებს სათანადო წერტილებში.



ნახ. 2.12.

OAB სამკუთხედის ფართობი გამრავლებული b სიგანეზე მოგვცემს კედელზე მოქმედი ჭარბი ჰიდროსტატიკური წნევის ძალის სიდიდეს

$$P = (\text{ფართ. } OAB) \cdot b = \frac{\gamma H^2}{2} b. \qquad (2,43)$$

ეს ძალა OA ზედაპირის მართობულია და გადის ეპიურის C' სიმძიმის ცენტრზე. მაშასადამე, P ძალის წნევის ცენტრი (D) მოთავსებული იქნება ფსკერიდან $\frac{1}{3} H$ მანძილზე.

მართკუთხედის ფორმის ბრტყელი დახრილი კედლის შემთხვევაში ჭარბი ჰიდროსტატიკური წნევის ეპიურას ექნება 2.12 ნახაზზე ნაჩვენები სახე. წნევის ძალა გამოითვლება ფორმულით

$$P = \frac{\gamma H \cdot OA}{2} b. \qquad (2.44)$$

§ 2.10. სითხის წნევის ძალის განსაზღვრა მრუდწირულ (ცილინდრულ) ზედაპირებზე

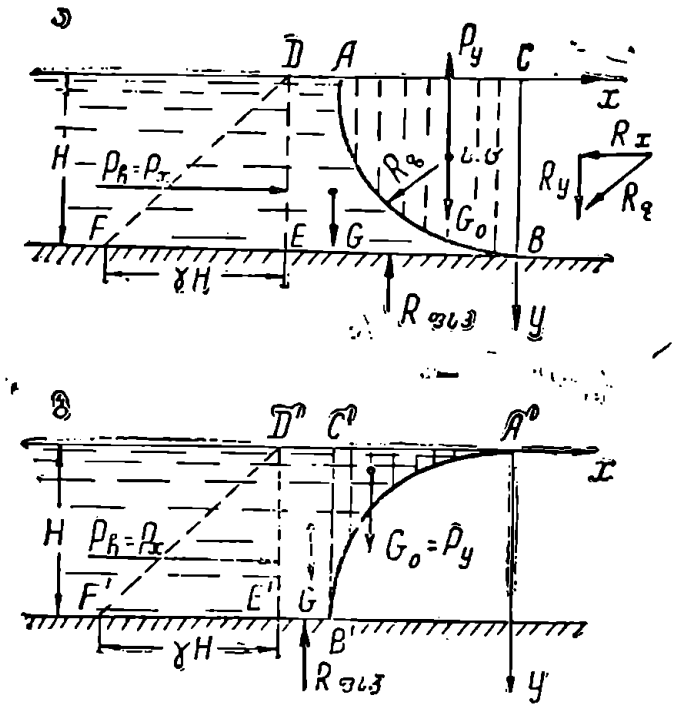
ბრტყელ კედელზე წნევის ძალის სიდიდე განისაზღვრება ელემენტარულ $d\omega$ ფართობებზე მოქმედი ელემენტარული dP ძალების შეჯამებით; ამასთან, სიდიდით სხვადასხვა ელემენტარული ძალა, მათი პარალელობისა და ერთნაირი მიმართულების გამო, დაიყვანება ერთ ტოლქმედზე.

ნებისმიერი ფორმის მრუდწირული ზედაპირის შემთხვევაში სითხის წნევის ელემენტარული ძალები, რომლებიც ზედაპირის შესაბამის წერტილებში მართობულად მოქმედებენ, უკვე ერთმანეთის პარალელური არ არის. ზოგად შემთხვევაში ისინი სივრცეში ადგენენ ნებისმიერად ორიენტირებულ ძალთა სისტემას და შეიძლება არ გადაიკვეთონ ერთ წერტილში, ე. ი. არ ჰქონდეთ ტოლქმედი.

ჩვენ ქვემოთ განვიხილავთ მრუდწირული ზედაპირების მხოლოდ უმარტივეს შემთხვევებს — ცილინდრულ ზედაპირებს, როდესაც მათზე

მოქმედი ელემენტარული წნევის ძალები ერთ ტოლქმედზე დაიყვანება; ამასთან, მხედველობაში გვექნება, რომ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედი წნევა ატმოსფერულის ტოლია და ესაზღვრავთ მხოლოდ ჭარბი ჰიდროსტატიკური წნევის ძალას (P).

(2.13) ნახაზზე ნაჩვენებია ნახაზის სიბრტყის მართობული AB და $A'B'$ ცილინდრული ზედაპირები. ჯერ განვიხილოთ AB ზედაპირი, რომელიც არ გაიცდის ზემოდან სითხის დაწოლას (ნახ. 2.13, ა). ზედაპირის მსახველის სიგრძე აღვნიშნოთ b-თი, ხოლო მასზე მოქმედი ჰიდრო-



ნახ. 2.13.

სტატიკური წნევის ძალის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური შემდგენები, შესაბამისად, — $P_ა$-ით და P_y-ით.

აღნიშნული შემდგენების მოსაძებნად გავატაროთ DE ვერტიკალური სიბრტყე და განვიხილოთ მის მიერ გამოყოფილი სითხის $ABED$ მოცულობის წონასწორობა. ამ მოცულობაზე იმოქმედებს საკუთარი სიმძიმის G ძალა, ჰიდროსტატიკური წნევის $P_ჩ$ ძალა და ფსკერისა და ცილინდრული ზედაპირის $R_{ფსკ}$ და $R_ა$ რეაქციის ძალები. მაშინ $ABED$

მოცულობის წონასწორობის განტოლებებს x და y ღერძებისათვის, შესაბამისად, შემდეგი სახე ექნებათ:

$$P_h + R_x = 0;$$
$$G + R_y - R_{წსკ} = 0,$$

საიდანაც

$$R_x = -P_h;$$
$$R_y = R_{წსკ} - G.$$

ამ გამოსახულებაში R_x და R_y, შესაბამისად, AB ზედაპირის რეაქციის ძალის (R_b) ჰორიზონტალური და ვერტიკალური შემდგენებია. მაგრამ $P_x = -R_x$ და $P_y = -R_y$, ამიტომ

$$P_x = P_h; \tag{2.45}$$
$$P_y = -(R_{წსკ} - G). \tag{2.46}$$

(2.13, ა) ნახაზიდან ადვილად განისაზღვრება $k_{წსკ}$ და G ძალების მნიშვნელობები

$$R_{წსკ} = (\text{ფართ. } CADEB)\,\gamma b;$$
$$G = (\text{ფართ. } ADEB)\,\gamma b.$$

მაშინ (2.46) გამოსახულებიდან გვექნება

$$P_y = -[(\text{ფართ. } CADEB) - (\text{ფართ. } ADEB)]\,\gamma b,$$

ანუ

$$P_y = -(\text{ფართ. } CAB)\,\gamma b = -W_{წნ.სხ}\,\gamma = -G_0, \tag{2.47}$$

სადაც CAB ფართობი არის ე. წ. „წნევის სხეულის“ განივკვეთის ფართობი (2.13, ა ნახაზზე ის დაშტრიხულია);

G_0 — „წნევის სხეულის“ მოცულობის მქონე სითხის წონა.

(2.45) და (2.47) გამოსახულებების საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ შემდეგი:

1. სითხის ჰარბი წნევის ძალის (P) ჰ ო რ ი ზ ო ნ ტ ა ლ უ რ ი შ ე მ დ გ ე ნ ი (P_x) ცილინდრული ზედაპირის ვერტიკალურ გეგმილზე — b სიგანისა და DE სიმაღლის სწორკუთხედის ფორმის ბრტყელ ვერტიკალურ ნაკვეთზე — მოქმედი წნევის ძალის ტოლია. ამის გამო $P_x = P_h$ ძალა შეიძლება გამოვსახოთ ჰიდროსტატიკური წნევის DEF სამკუთხედით

$$P_x = \frac{\gamma H^2}{2} b.$$

2. ჰარბი წნევის ძალის ვ ე რ ტ ი კ ა ლ უ რ ი შ ე მ დ გ ე ნ ი (P_y) მიწის ნიშნით აღებული „წნევის სხეულის“ წონის ტოლია.

როდესაც ცილინდრული ზედაპირი განიცდის ზემოდან სითხის დაწოლას (ნახ. 2.13, ბ), ჰორიზონტალური შემდგენი გამოითვლება წინა შემთხვევის ანალოგიურად, ხოლო ვერტიკალური შემდგენი

$$P_y = +G_{\text{ბ}}. \tag{2.48}$$

ჰორიზონტალური და ვერტიკალური შემდგენების გეომეტრიული შეკრების გზით ვიღებთ ცილინდრულ ზედაპირზე მოქმედი წნევის ძალის სიდიდეს

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}. \tag{2.49}$$

წნევის ძალის მიმართულება განისაზღვრება ჰორიზონტთან მისი დახრის კუთხით, რომლის სიდიდეც შეიძლება დავადგინოთ შემდეგი თანაფარდობებიდან:

$$\cos\alpha = \frac{P_x}{P}; \quad \sin\alpha = \frac{P_y}{P}. \tag{2.50}$$

როგორც ვნახეთ, ვერტიკალური შემდგენის დასადგენად საჭირო ხდება „წნევის სხეულის" აგება. მის ასაგებად ცილინდრული ზედაპირის ფსკერთან გადაკვეთის წერტილიდან უნდა აღვმართოთ ვერტიკალი სითხის თავისუფალი ზედაპირის ან მისი გაგრძელების გადაკვეთამდე. მიიღება ნაკვთი, ე. წ. „წნევის სხეულის" განივკვეთი, რომელიც შემოსაზღვრულია აღნიშნული ვერტიკალით, თვით ცრუდწირული ზედაპირით და სითხის თავისუფალი ზედაპირით (ან მისი გაგრძელებით); პრიზმს, რომელსაც ფუძედ აქვს ასეთი ნაკვთი, ხოლო, სიმაღლედ მრუდწირული ზედაპირის b მსახველი,—ეწოდება „წნევის სხეული". თუ „წნევის სხეული" შევსებული აღმოჩნდება სითხით (ნახ. 2.13, ბ), მაშინ ეს უკანასკნელი მოქმედებს მრუდწირულ ზედაპირზე და დადებითი ვერტიკალური P_y შემდგენი მიმართული იქნება ქვეშოთ. თუ „წნევის სხეული" სითხით არ არის შევსებული (ნახ. 2.13, ა), მაშინ ის ფიქტიურია და უარყოფითი ვერტიკალური P_y შემდგენი მიმართულია ზეძოთ.

§ 2.11. სხეულების ცურვა

განვიხილოთ სითხეში ჩაძირული მყარი სხეული; ამასთან სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ სხეულის ზედაპირი ნებისმიერი წრფით გადაიკვეთება მხოლოდ ორ წერტილში (ნახ. 2.14). xOz და yOz საკოორდინატო სიბრტყეების პარალელური სიბრტყეებით სხეული დავყოთ ელემენტარულ პრიზმებად $d\omega_1$ და $d\omega_2$ ფუძეებით; მაშინ მათზე მოქმედი ელემენტარული წნევის ძალების გეგმილები ვერტიკალურ ღერძზე

$$\left.\begin{aligned} dP_{1z} &= p_1\, d\omega_1 \cos(\widehat{dP_1, z}) = p_1\, d\omega = \gamma h_1\, d\omega, \\ dP_{2z} &= -p_2\, d\omega_2 \cos(\widehat{dP_2, z}) = -p_2\, d\omega = -\gamma h_2\, d\omega, \end{aligned}\right\} \tag{2.51}$$

სადაც p_1 და p_2 არის ჭარბი წნევის მნიშვნელობები $d\omega_1$ და $d\omega_2$ ფართობების სიმძიმის ცენტრებში;

h_1 და h_2 — ამავე ფართობების სიმძიმის ცენტრების ჩაძირვის სიღრმეები სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან.

(2.51) განტოლების ინტეგრირებით და მიღებული შედეგების შეკრებით განვსაზღვრავთ სხეულზე მოქმედი ვერტიკალური წნევის ჯამურ ძალას

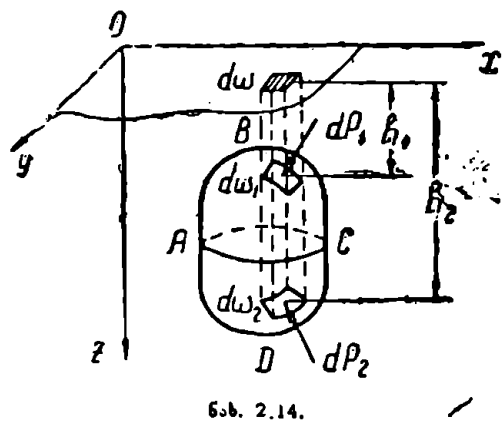
$$P = \int p_1 d\omega - \int p_2 d\omega = \gamma \left(\int h_1 d\omega - \int h_2 d\omega \right) = \gamma (W_1 - W_2) = \gamma W, \quad (2.52)$$

სადაც W_1 და W_2 არის პრიზმების მოცულობა, რომელთაც ზედა ფუძედ აქვთ სხეულის გეგმილი xOy სიბრტყეზე, ხოლო ქვედა ფუძედ — შესაბამისად ABC და ADC ზედაპირები;

W — სხეულის მოცულობა.

იმის გამო, რომ სითხე იწყოფება წონასწორობაში, წნევის ძალების გეგმილების ჯამი Ox და Oy ღერძებზე იქნება ნულის ტოლი.

ცაშასადამე, აღნიშნულის საფუძველზე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სითხეში ჩაძირულ სხეულზე მოქმედებს ამომგდები ძალა (არქიმედისეული ძალა), რომელიც ამ სხეულის მიერ გამოდევნილი სითხის წონის ტოლია და ყოველთვის მიმართულია ვერტიკალურად ზემოთ.



ნახ. 2.14.

სხეულის მიერ გამოდევნილი სითხის W მოცულობას ეწოდება მოცულობითი წყალწყვა, ხოლო მის წონას — წყალწყვა. მოცულობითი წყალწყვის სიმძიმის ცენტრს, რომელსაც აღნიშნავენ D ასოთი (ნახ. 2.15), ეწოდება წყალწყვის ცენტრი. შევნიშნავთ, რომ ზოგად შემთხვევაში D წერტილი არ თანხვდება მყარი სხეულის სიმძიმის ცენტრს (C), რომელშიც მოდებულია თვით სხეულის წონის ძალა (G).

განასხვავებენ შემდეგ სამ შემთხვევას:

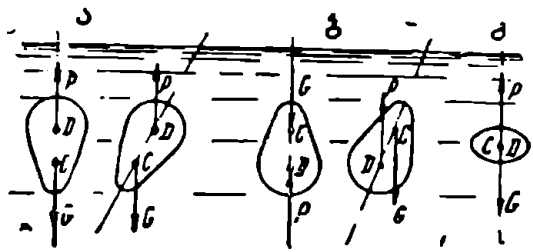
1. $P < G$ — ამ დროს სხეული იძირება.

2. $P = G$ — სხეული ცურავს ჩაძირულ მდგომარეობაში; ამასთან აქ შეიძლება გვქონდეს სხეულის მდგრადი წონასწორობა (ნახ. 2.15, ა),

არამდგრადი წონასწორობა (ნახ. 2.15, ბ) და განურჩეველი წონასწორობა (ნახ. 2.15, გ);

3. $P > G$ — სხეული ამოტივტივდება სითხის ზედაპირზე (ნახ. 2.16, ა). ამ დროს დაცულია პირობა $G = P'$, სადაც P' არის მცურავი სხეულის სითხეში მოთავსებული ნაწილის მიერ გამოდევნილი სითხის წონა.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც C წერტილი D წერტილის ზემოთ მდებარეობს. ამ დროს (2.15, ბ) ნახაზზე მოცემული სქემისაგან გან-



ნახ. 2.15.

სხვავებით შეიძლება გექონდეს როგორც არამდგრადი, ისე მდგრადი წონასწორობა. ეს საკითხი გავარკვიოთ გემის ცურვის მაგალითზე, ამასთან, ვისარგებლოთ შემდეგი ტერმინებით და აღნიშვნებით (ნახ. 2.16):

WL არის სატვირთო ვატერხაზის ფართობი (გემის WL წირზე გატარებული ჰორიზონტალური კვეთის ფართობი);

AB — ცურვის ღერძი;

C — გემის სიმძიმის ცენტრი;

D — წონასწორობაში მყოფი გემის წყალწყვეის ცენტრი;

D_1 — გადაბრილ მდგომარეობაში მყოფი გემის წყალწყვეის ცენტრი;

M — ცურვის ღერძისა და D_1 წყალწყვეის ცენტრზე გატარებული ვერტიკალის გადაკვეთის წერტილი; მას მეტაცენტრი ეწოდება.

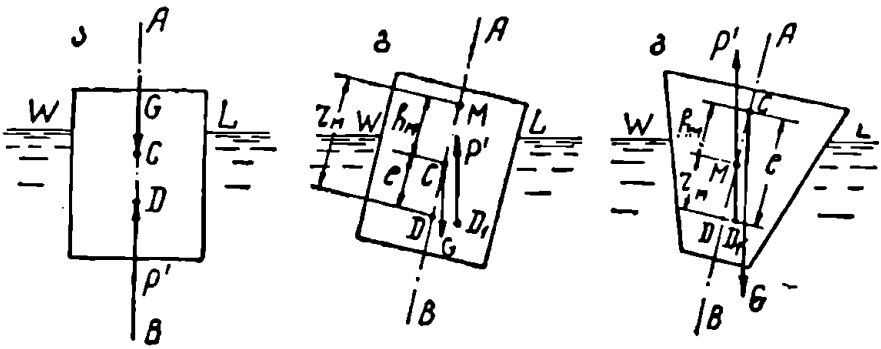
(2.16, ბ და გ) სქემის შედარებიდან ჩანს, რომ

ა) ბ სქემაზე D_1 წყალწყვეის ცენტრი მდებარეობს C წერტილის მარჯვნივ. წარმოიქმნება მომენტი, რომელიც გეცს აბრუნებს წონასწორობის მდგომარეობაში. ამასთან, M მეტაცენტრი ძევს C წერტილის ზემოთ;

ბ) გ სქემაზე D_1 წყალწყვეს ცენტრი მდებარეობს C წერტილის მარცხნივ; წარმოიქმნება გემის გადამყირავებელი მომენტი. ამასთან, M მეტაცენტრი ძევს C წერტილის ქვემოთ.

$CD=e$ მონაკვეთს ეწოდება ექსცენტრისიტეტი. ის დადებითია, როცა C წერტილი მდებარეობს D წერტილის ზემოთ, და უარყოფითია პირიქით მდებარეობისას. $CM=h_M$-ს მეტაცენტრულ სიმაღლეს, ხოლო $DM=r_M=e+h_M$-ს — მეტაცენტრულ რადიუსს უწოდებენ. მეტაცენტრული სიმაღლე დადებითია, თუ M მეტაცენტრი AB წირზე C სიმძიმის ცენტრის ზემოთ ძევს (ნახ. 2.16, ბ), და უარყოფითია, თუ ის C სიმძიმის ცენტრის ქვემოთ ძევს (ნახ. 2.16, გ).

მცურავი სხეულის მდგრადობა ეწოდება მის უნარს დაცუროს სწორ, ნორმალურ მდგომარეობაში და თუ გარეშე ძალების მოქმედებით გამოყვანილი იქნება ამ მდგომარეობიდან, კვლავ დაუბრუნდეს მას ძალების ზემოქმედების შეწყვეტის შემდეგ. აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ



ნახ. 2.16.

1) თუ $h_M>0$, ანუ $r_M>e$, მაშინ გემი მდგარია (ნახ. 2.16, ბ);

2) თუ $h_M<0$, ანუ $r_M<e$, მაშინ გემი არამდგარია (ნახ. 2.16, გ).

გემის მცირე კუთხით გადახრისას (15°-ზე ნაკლები) M წერტილი პრაქტიკულად ინარჩუნებს თავის მდებარეობას ცურვის ღერძზე, ხოლო წყალწყვის ცენტრი გადაადგილდება M წერტილიდან შემოწერილ r_M-რადიუსიან რკალზე. როგორც ვხედავთ, განსახილველ შემთხვევაში მეტაცენტრული რადიუსი (r_M) და მეტაცენტრული სიმაღლე (h_M) შეიძლება მუდმივ სიდიდეებად ჩავთვალოთ. ადვილად მიიღება, რომ მეტაცენტრული რადიუსი

$$r_M=\frac{J}{W}, \tag{2.53}$$

სადაც W არის გემის მოცულობითი წყალწყვა;

J — სატეხართო ვატერხაზის ფართობის (ნახ. 2.16, ა) ინერციის მომენტი ამ ფართობის სიმძიმის ცენტრზე გამავალი გრძივი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ.

ცხადია, რაც მეტია მეტაცენტრული რადიუსის სიდიდე მოცემული გემისათვის, მით მეტია მისი მდგარობა.

თავი მესამე

ჰიდროდინამიკის საფუძვლები

§ 3.1. ჰიდროდინამიკის საგანი

ჰიდროდინამიკა არის ჰიდრავლიკის ნაწილი, რომელიც შეისწავლის სითხის მოძრაობის კანონებს და აგრეთვე სითხესა და მყარ სხეულებს შორის მექანიკური ურთიერთქმედების საკითხებს. ჰიდროდინამიკაში ბევრი ამოცანა წყდება იდეალური სითხის მოდელის განხილვის საფუძველზე, ხოლო შემდეგ მიღებული შედეგებისა და დასკვნების გავრცელება რეალურ სითხეზე ხდება ცდით დადგენილი შესწორების კოეფიციენტების გამოყენებით.

სითხის მოძრაობის შესწავლის საწყის პირობას თეით თხევადი გარემოს ბუნების ცოდნა წარმოადგენს. ჰიდრავლიკა სითხეს განიხილავს არა როგორც მოლეკულებისაგან შედგენილ მატერიალურ სხეულს, არამედ სივრცის მთლიანად შემავსებელ უწყვეტ გარემოს (სიცარიელეთა გარეშე), რაც დიდად ამარტივებს სითხის მოძრაობის შესწავლის მეთოდიკას და შესაძლებლობას გვაძლევს განვიხილოთ მისი სიჩქარე, წნევა და ტემპერატურა, როგორც უწყვეტად ცვლადი სიდიდეები ნაკადის მთელ არეში, ე. ი. როგორც იმ სივრცის კოორდინატების ფუნქციები, რომელშიც არის სითხე. აღნიშნულის თვალსაზრისით, სითხის მოძრაობა შეიძლება განვიხილოთ როგორც მთლიანი მატერიალური გარემოს უწყვეტი და თანამიმდევრული დეფორმაციის პროცესი.

სითხის მოძრაობის კანონების შესწავლისას ფრიად მნიშვნელოვანია დადგინდეს განსხვავება „სივრცის წერტილისა“ და „სითხის ნაწილაკის“ ორ ცნებას შორის. სივრცის წერტილი — ეს არის გეომეტრიული ცნება, რომლის მდებარეობაც სივრცეში განისაზღვრება x, y და z კოორდინატებით; სითხის ნაწილაკი — ეს არის უსახსრულოდ მცირე მასისა და მოცულობის მქონე ფიზიკური სიდიდე. მაშასადამე, სითხის ნაწილაკი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც სივრცის წერტილი, რომელსაც აქვს სითხის ყველა ფიზიკური თვისება.

ჰიდროდინამიკის ამოცანას წარმოადგენს მოძრაობის ძირითად მახასიათებლებს შორის თანაფარდობის დადგენა. როგორც წესი, სითხეზე მოქმედი გარე ძალები წინასწარ ცნობილია; საძიებელია ჰიდროდინამიკური წნევა (p) და სითხის ნაწილაკის მოძრაობის სიჩქარე. ნაწილაკის მოძრაობის სრული სიჩქარე (ე. წ. ადგილობრივი, ანუ ნამდვილი სიჩქარე) აღვნიშნოთ u-თი, ხოლო მისი შემდგენები კოორდინატთა ღერძებზე (სიჩქარის კომპონენტები) შესაბამისად — u_x, u_y, u_z-ით. რადგანაც u p და მათი კომპონენტები ზოგად შემთხვევაში კოორდინატებისა და დროის ფუნქციაა, ამიტომ ჰიდროდინამიკური ამოცანის ამობსნა დაიყვანება შემდეგ უწყვეტ ფუნქციათა მოძებნამდე:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z, t);\\ u_y &= f_2(x, y, z, t);\\ u_z &= f_3(x, y, z, t);\\ p &= f_4(x, y, z, t). \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

შევნიშნავთ, რომ ბლანტი სითხის მოძრაობისას ჰიდროდინამიკური წნევა (p) დამოკიდებულია „მოქმედების ზედაპირის“ ორიენტაციაზე, ე. ი. ჰიდროსტატიკური წნევისაგან განსხვავებით, $p_x \neq p_y \neq p_z$. თუმცა სითხის მოძრაობის ანალიზის დროს სარგებლობენ ჰიპოთეზით, რომლის მიხედვითაც,

$$p = \frac{1}{3}(p_x + p_y + p_z), \tag{3.2}$$

სადაც p_x, p_y და p_z არის ნორმალური ძაბვები განსახილველ წერტილში; ისინი მიეკუთვნებიან ნებისმიერად გატარებულ სამ ორთოგონალურ „მოქმედების ზედაპირს“, ხოლო (3.2) ფორმულით გამოთვლილ p-ს მნიშვნელობას მიაწერენ ჰიდროსტატიკური წნევის თვისებებს.

საძიებელ სიდიდედ შეიძლებოდა ჩაგვეთვალა სითხის ρ სიმკვრივეც, რომელიც აგრეთვე კოორდინატებისა და დროის ფუნქციაა. მაგრამ ჩვენ ვითვალისწინებთ, რომ ჰიდრავლიკა ძირითადად იხილავს წვეთობრივ, ე. ი. პრაქტიკულად უკუმშველ, სითხეებს, რის გამოც ρ შეიძლება მივიღოთ მუდმივ სიდიდედ.[1]

§ 3.2. სითხის მოძრაობის აღწერის მეთოდები

სითხის მოძრაობა განსაზღვრულია მხოლოდ მაშინ, როდესაც ცნობილია მისი ყოველი ნაწილაკის მოძრაობა, ე. ი. როცა თითოეული ნაწილაკის მდებარეობა მოცემულია, როგორც კოორდინატებისა და დროის ფუნქცია.

---

[1] მხოლოდ ზოგიერთი საკითხის განხილვისას მივიჩნევთ ρ-ს ცვლად სიდიდედ.

ვთქვათ, დროის საწყის t_0 მომენტში სითხის ნაწილაკების მდებარეობა განსაზღვრულია საწყისი a, b, c კოორდინატებით $[A_1(a_1, b_1, c_1), A_2(a_2, b_2, c_2), \cdots, A_n(a_n, b_n, c_n)]$. დროის შემდგომი t მომენტისათვის ნაწილაკები შეიცვლის თავიანთ მდებარეობას სივრცეში და მათი კოორდინატები იქნება x, y, z. ამასთან მოძრაობა ითვლება განსაზღვრულად, თუ ყოველი ნაწილაკისათვის (საწყისი a, b, c კოორდინატებით) მოცემულია მათი ცვლადი x, y, z კოორდინატები, როგორც დროის ფუნქცია

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(a, b, c, t); \\ y &= f_2(a, b, c, t); \\ z &= f_3(a, b, c, t). \end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

ეს განტოლებები გამოსახავს ნაწილაკების ტრაექტორიათა ოჯახს პარამეტრული სახით; ამასთან, a, b და c თითოეული ტრაექტორიის განმსაზღვრელ პარამეტრებს წარმოადგენს და ცნობილია ლაგრანჟის ცვლადების სახელწოდებით.

(3.3) განტოლებები მთლიანად განსაზღვრავს ნაკადის კინემატიკას, რადგანაც მათი საშუალებით (ავაგებთ რა ნაკადის ყველა ნაწილაკის მოძრაობის ტრაექტორიას) განისაზღვრება სითხის ნაწილაკების როგორც ელემენტარულ გადაადგილებათა სიდიდე, ისე u სიჩქარე და w აჩქარება ნაკადის ნებისმიერ წერტილში დროის ნებისმიერ მომენტში

$$u_x = \frac{\partial x}{\partial t}; \quad u_y = \frac{\partial y}{\partial t}; \quad u_z = \frac{\partial z}{\partial t}. \tag{3.4}$$

$$w_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}; \quad w_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}; \quad w_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}. \tag{3.5}$$

მოძრაობის აღწერის ეს ხერხი პირველად ლ. ეილერმა ჩამოაყალიბა, მაგრამ ჰიდროდინამიკაში ის ლაგრანჟის სახელით არის ცნობილი, რადგანაც მან წარმატებით გამოიყენა ეს მეთოდი წყლის ზედაპირზე ტალღების გავრცელების თეორიაში.

სხვადასხვა სახის თეორიული და პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტად საჭიროა, ვიცოდეთ სითხის ნაწილაკების კინემატიკური და დინამიკური მახასიათებლების ცვლილება დროის მიხედვით სივრცის მოცემულ (ფიქსირებულ) წერტილებში (ლ. ეილერის მეთოდი).

მოძრავი სითხის მიერ დაკავებული უძრავი სივრცის სხვადასხვა წერტილში და დროის განსხვავებულ მომენტში ნაწილაკების სიჩქარე იქნება სხვადასხვა. ამიტომ განსახილველი სივრცე შეიძლება დავახასიათოთ როგორც დროის მიხედვით უწყვეტად ცვლადი სიჩქარეების ველი. ვიპოვოთ ამ ველის ცვლილების კანონი, ნიშნავს, გამოვსახოთ

$u(u_x, u_y, u_z)$ სიჩქარე t დროისა და უძრავი სივრცის წერტილების x, y, z კოორდინატების ფუნქციის სახით

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z, t); \\ u_y &= f_2(x, y, z, t); \\ u_z &= f_3(x, y, z, t). \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

x, y, z და t სიდიდეებს ეილერის ცვლადები ეწოდება.

თუ მოძრავი სითხის მიერ დაკავებული უძრავი სივრცის ყოველ წერტილში სიჩქარეები დროის მიხედვით იცვლება, მაშინ სითხის მოძრაობას დაუმყარებელი (არასტაციონარული) ეწოდება. ამასთან, სიჩქარე, რომელიც მოცემულ წერტილში დროის მიხედვით იცვლება, განიცდის ცვლილებას აგრეთვე ნაწილაკის ერთი მდებარეობიდან მეორეში გადაადგილების დროსაც. მაშასადამე, დაუმყარებელი მოძრაობის შემთხვევაში სიჩქარეები სივრცის წერტილთა კოორდინატებისა და დროის ფუნქციაა და განისაზღვრება (3.6) განტოლებებით.

დაუმყარებელი მოძრაობის მარტივ მაგალითს წარმოადგენს სითხის გამოდინება რეზერვუარის კედლის ნახვრეტიდან ცვლადი დაწნევის დროს.

თუ მოძრავი სითხის მიერ დაკავებული უძრავი სივრცის ყოველ წერტილში სიჩქარეები დროის მიხედვით არ იცვლება, მაშინ სითხის მოძრაობას დამყარებული (სტაციონარული) ეწოდება. დამყარებული მოძრაობის შემთხვევაში (3.6) განტოლებები ასეთ სახეს ღებულობს:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z); \\ u_y &= f_2(x, y, z); \\ u_z &= f_3(x, y, z). \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

დამყარებული მოძრაობის შემთხვევაში დაცული უნდა იყოს პირობა

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0. \tag{3.8}$$

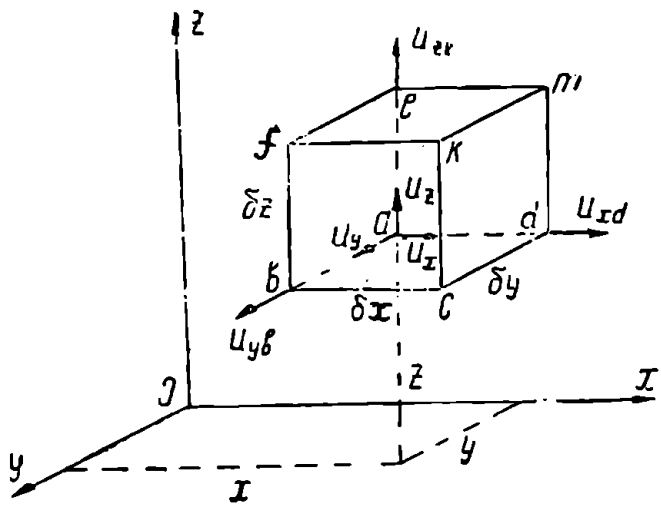
შევნიშნავთ, რომ u სიჩქარის კერძო წარმოებულის ნულთან ტოლობა $\left(\frac{\partial u}{\partial t} = 0\right)$ არ არის საკმარისი იმისათვის, რომ მოძრაობა იყოს დამყარებული, რადგანაც $\frac{\partial u}{\partial t}$ კერძო წარმოებული გამოსახავს მხოლოდ სიჩქარის მოდულის ცვლილებას დროის მიხედვით, და თუ $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$, ეს მხოლოდ იმას ნიშნავს, რომ u სიჩქარე სიდიდით უცვლელია, ხოლო

მიმართულებით შეიძლება იცვლებოდეს, ე. ი. მოძრაობა შეიძლება იყოს დაუმყარებელი. იმისათვის, რომ ε სიჩქარე მუდმივი იყოს როგორც სიდიდით, ასე მიმართულებით, საჭიროა (3.8) პირობის შესრულება.

§ 3.3. სითხის უსასრულოდ მცირე ნაწილაკის მოძრაობა. ცნება გრიგალური და არაგრიგალური მოძრაობის შესახებ

სითხის მოძრაობის შესწავლის საკითხი დაკავშირებულია უსასრულოდ მცირე ნაწილაკის მოძრაობის ცნებასთან. სითხის ნაწილაკების მოძრაობა მყარი ნაწილაკის (ნივთიერი წერტილის) მოძრაობისაგან განსხვავებულია იმით, რომ ამ უკანასკნელის ფორმა მოძრაობისას უცვლელი რჩება, სითხის ნაწილაკი კი — ინარჩუნებს მოცულობას, მაგრამ განიცდის დეფორმაციას.

სითხის ელემენტარული მოცულობის მოძრაობა ზოგად შემთხვევაში შეიძლება დაიშალოს გადატანით და ბრუნვით მოძრაობებთან ერთად სითხეებისათვის დამახასიათებელ დეფორმაციულ მო-

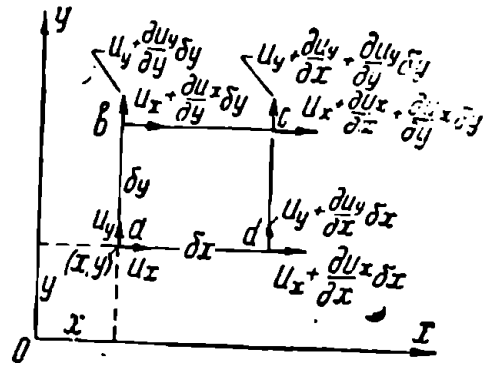


ნახ. 3.1.

ძრაობად (ეს უკანასკნელი მოცულობის ფორმის ცვლილებასთან არის დაკავშირებული). დეფორმაციული მოძრაობა გულისხმობს სითხის ელემენტარული მოცულობის წრფივი ზომებისა და მათ შორის მოთავსებული კუთხეების ცვლილებას.

განვიხილოთ მოძრავი სითხის პარალელეპიპედის ფორმის ელემენტარული მოცულობა მცირე, მაგრამ სასრული ზომების δx, δy და δz წი-

ბოებით (ნახ. 3.1). ვთქვათ, $a(x, y, z)$ წერტილში ადგილობრივი სიჩქარის კომპონენტებია u_x, u_y და u_z. სიჩქარეთა ფუნქციის უწყვეტობის გამო სიჩქარის კომპონენტებს პარალელეპიპედის სხვა წვეროებში ექნებათ განსხვავებული მნიშვნელობები. მაგალითისათვის განვიხილოთ xOy სიბრტყესთან მდებარე $abcd$ წახნაგი; თუ სიჩქარის კომპონენტებს, რომლებიც კოორდინატების უწყვეტი ფუნქციაა, გაეშლით ტეილორის მწკრივის სახით და უგულებელყოფთ მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეებს, მივიღებთ სიჩქარის კომპონენტების მნიშვნელობებს Ox და Oy ღერძების მიმართულებით წახნაგის დანარჩენ წვეროებში, ე. ი. b, c და d წერტილებში (ნახ. 3.2):



ნახ. 3.2.

b წერტილისათვის

$$u_{xb} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y}\,\delta y;$$

$$u_{yb} = u_y + \frac{\partial u_y}{\partial y}\,\delta y;$$

c წერტილისათვის

$$u_{xc} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\,\delta x + \frac{\partial u_x}{\partial y}\,\delta y;$$

$$u_{yc} = u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x}\,\delta x + \frac{\partial u_y}{\partial y}\,\delta y;$$

d წერტილისათვის

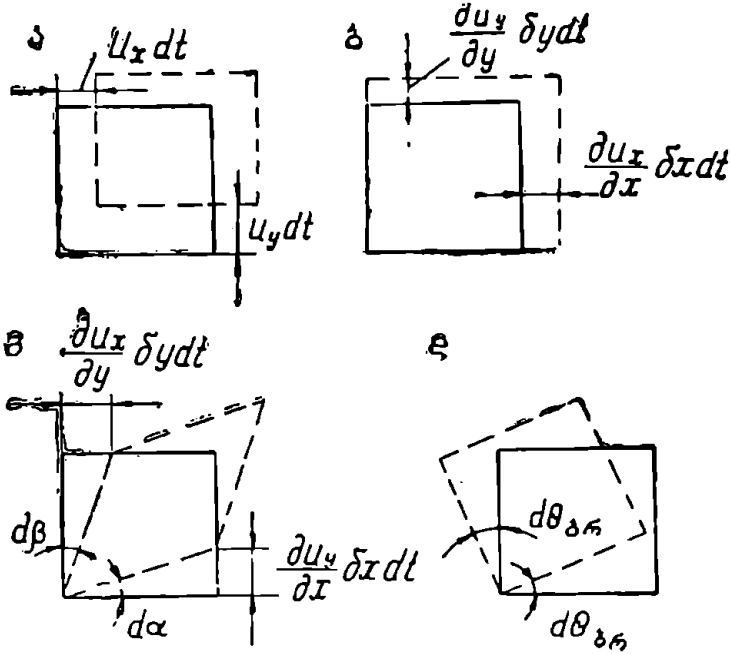
$$u_{xd} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\,\delta x;$$

$$u_{yd} = u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x}\,\delta x.$$

სიჩქარის ასეთი კომპონენტების არსებობა განაპირობებს $abcd$ წახნაგის არა მარტო გადაადგილებას სივრცეში, არამედ ერთდროულად

მისი ფორმის ცვლილებასაც. წახნაგის ჯამური მოძრაობა შეიძლება დავყვანოთ მოძრაობის შემდეგ ელემენტარულ ფორმებზე (ნახ. 3.3):

ა) წახნაგის გადაადგილება *Ox* და *Oy* ღერძების მიმართულებით (ნახ. 3.3, ა); ამ შემთხვევაში განსახილველი ელემენტი ასრულებს გადატანითს მოძრაობას და მყარი სხეულის მსგავსად არ იცვლის ფორმას. *dt* დროის განმავლობაში δx და δy წიბოები გადაად-



ნახ. 3.3.

გილდება შესაბამისად $u_x dt$ და $u_y dt$ მანძილზე და წახნაგი დაიკავებს (3.3, ა) ნახაზზე წყვეტილით ნაჩვენებ მდებარეობას.

ბ) წახნაგის გვერდების თითოეული წყვილის სიგრძის ცვლილება (წრფივი დეფორმაცია), (ნახ. 3.3, ბ); წრფივი დეფორმაციის სიდიდე განისაზღვრება მოპირდაპირე წიბოების თითოეული წყვილის მიერ *dt* დროში განვლილი $\frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x dt$ და $\frac{\partial u_y}{\partial y}\delta y dt$ მანძილების სხვაობით.

გ) წახნაგის კუთხეების სიდიდის ცვლილება (კუთხური დეფორმაცია), (ნახ. 3.3, გ); ამ სახის დეფორმაცია განპირობებულია კუთხეების გამრუდებით (დაცერებით); კერძოდ, $\varepsilon(x, y, z)$ წერტილთან მდებარე მართი კუთხის ცვლილება განისაზღვრება δx და δy გვერდების

მობრუნებით, შესაბამისად, $d\alpha$ და $d\beta$ კუთხეებით. უსასრულოდ მცირე dt დროის განმავლობაში $d\alpha$ და $d\beta$ ნაზრდები შეიძლება ჩავთვალოთ მათი ტანგენსების ტოლად, ამიტომ

$$d\alpha = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}\delta x\,dt}{\delta x}; \quad d\beta = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y}\delta y\,dt}{\delta y}.$$

კუთხური დეფორმაციის სრული სიდიდე წარმოადგენს ამ ორი კუთხის ჯამს

$$d\alpha + d\beta = \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) dt. \qquad (a)$$

შევნიშნავთ, რომ კუთხური დეფორმაცია. რომელიც გამოწვეულია წახნაგის თითოეული წიბოს მობრუნებით, ტოლია

$$d\Theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) dt.$$

დ) წახნაგის მობრუნება ამა თუ იმ მიმართულებით (ნახ. 3.3, დ); ამ შემთხვევაში განსახილველი ელემენტი ფორმის შეუცვლელად, მყარი სხეულის მსგავსად, შემობრუნდება $d\Theta_{ბრ}$ კუთხით, რომელიც ადვილად გამოითვლება კუთხური დეფორმაციის საშუალებით

$$d\Theta_{ბრ} = d\alpha - d\Theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) dt.$$

ბრუნვის კუთხური სიჩქარე (განსახილველ შემთხვევაში Oz ღერძის გარშემო)

$$\omega_z = \frac{d\Theta_{ბრ}}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right). \qquad (b)$$

თუ შეეადგენთ ანალოგიურ გამოსახულებებს კოორდინატთა სისტემის დანარჩენი ღერძებისთვისაც, მაშინ ზემოაღნიშნულის საფუძველზე შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი დებულებები:

1. წრფივი დეფორმაციის სიჩქარე $\left(\text{წრფივი დეფორმაცია} — \frac{\partial u_x}{\partial x}dx;\ \frac{\partial u_y}{\partial y}dy;\ \frac{\partial u_z}{\partial z}dz\right)$ — ეს ის სიჩქარეა, რომლითაც ხდება, შესაბამისად, მოპირდაპირე წახნაგების გაწევა;

2. კუთხური დეფორმაციის სიჩქარე (კუთხური დეფორმაცია) ახა-

სიათებს პარალელურ წახნაგთა ფარდობითი ძერის სიჩქარეს; (*a*) ტოლობიდან გამომდინარე გვექნება

$$\left.\begin{aligned}\Theta_x &= \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z};\\ \Theta_y &= \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x};\\ \Theta_z &= \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}.\end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

ინდექსი Θ-სთან გვიჩვენებს, რომ განიხილება კუთხური დეფორმაციის სიჩქარე მოცემული საკოორდინატო ღერძის მართობულ სიბრტყეში;

3. (*b*) ტოლობის მიხედვით შეგვიძლია შევადგინოთ კუთხური სიჩქარის კომპონენტების გამოსათვლელი დამოკიდებულებები

$$\left.\begin{aligned}\omega_x &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right);\\ \omega_y &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right);\\ \omega_z &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right).\end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

კუთხური სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}; \qquad (3.11)$$

4. სითხის ელემენტარული ნაწილაკის მოძრაობა შედგება გადატანითი, ბრუნვითი და დეფორმაციული მოძრაობებისაგან. მოძრაობის ჯამური სიჩქარე

$$\vec{u} = \vec{u}_{\text{გად}} + \vec{u}_{\text{ბრ}} + \vec{u}_{\text{დეფ}}. \qquad (3.12)$$

სითხის მოძრაობას, რომლის დროსაც ხდება ნაწილაკების ბრუნვა საკუთარი ღერძის გარშემო, გ რ ი გ ა ლ უ რ ი მოძრაობა ეწოდება.

მოძრაობას, რომლის დროსაც სითხის ნაწილაკთა ბრუნვა არ ხდება ($\omega = 0$), ა რ ა გ რ ი გ ა ლ უ რ ი ეწოდება. ამ დროს $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, ე. ი.

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u_x}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial z};\\ \frac{\partial u_z}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial x};\\ \frac{\partial u_y}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial y}.\end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

არაგრიგალურ მოძრაობას, ჩვეულებრივ, პოტენციურს უწოდებენ.[1]

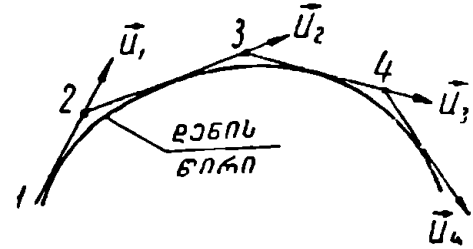
(3.13) პირობების შესრულება შესაძლებელია ახლოდ იმ შემთხვევაში, თუ სიჩქარის u_x, u_y და u_z კომპონენტები წარმოადგენს რაიმე $\varphi(x, y, z)$ ფუნქციის კერძო წარმოებულებს შესაბამისი კოორდინატების მიმართ, ე. ი.

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \tag{3.14}$$

$\varphi(x, y, z)$ ფუნქციას სიჩქარის პოტენციალი ეწოდება

§ 3.4. დენის წირი. დენის მილაკი. ელემენტარული ნაკადი

განვიხილოთ მოძრავი სითხით დაკავებული ცვლადი სივრცე და დავუშვათ, რომ ამ სივრცის 1-ელ წერტილში (ნახ. 3.4) დროის მოცემულ t მომენტში ნაწილაკის მოძრაობის ადგილობრივი სიჩქარის ვექტორი არის $\vec{u}_1$, რომელიც გამოსახავს განსახილველ წერტილში ნამდვილი სიჩქარის სიდიდეს და მიმართულებას. ამ ვექტორზე 1-ლი წერტილიდან უსასრულოდ მცირე მანძილით დაცილებულ მე-2 წერტილში დროის იმავე მომენტში სიჩქარის ვექტორი იქნება $\vec{u}_2$. ანალოგიურად შეიძლება გავატაროთ $\vec{u}_3$, $\vec{u}_4$ და ა. შ. ვექტორები. ყველა ამ ვექტორის მოშკლები (წერტილთა უსასრულოდ დიდი რაოდენობის შემთხვევაში) ზღვარში მოკვეცებს რაღაც სივრცულ მრუდს, რომელსაც დენის წირი ეწოდება. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს ისეთ წირს, რომლის ყოველ წერტილში დროის მოცემული t მომენტისათვის ნაწილაკის ადგილობრივ სიჩქარეს ამ წირის ხების მიმართულება აქვს.



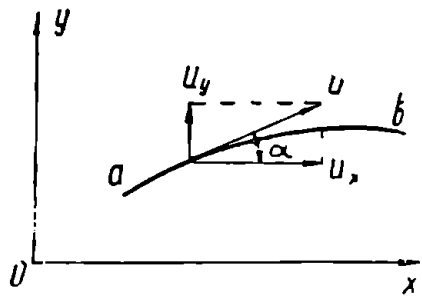
ნახ. 3.4.

დამყარებული მოძრაობისას დენის წირი და მასზე განლაგებული სითხის ნაწილაკების მოძრაობის ტრაექტორია ერთმანეთს თანხვდება, რადგანაც სიჩქარის სიდიდე და მიმართულება სითხის მიერ დაკავებული სივრცის სხვადასხვა წერტილში დროის მიხედვით არ იცვლება. შევნიშნავთ, რომ მოძრაობის ტრაექტორია წარმოადგენს

[1] მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ, რომ პოტენციური მოძრაობის დროს სითხის ელემენტარული მოცულობები სრული (და არა უსასრულოდ მცირე) გადაადგილებისას შეიძლება გარკვეული კუთხით შემობრუნდეს (ე. ი. შეასრულოს „ბრუნვითი" მოძრაობა).

სითხის რომელიმე კონკრეტული ნაწილაკის მოძრაობის კვალს. ეილერის მეთოდით სითხის მოძრაობის გამოკვლევისას მოძრაობის გეომეტრიულ მახასიათებელს წარმოადგენს არა ტრაექტორია, როგორც ეს ლაგრანჟის მეთოდისათვის არის დამახასიათებელი, არამედ დენის წირი.

დაუმყარებელი მოძრაობისას დენის წირი, რომელიც დროის მიხედვით (განუწყვეტლივ) იცვლის თავის ფორმას და რომელიც დროის ყოველ მომენტში სხვადასხვა ნაწილაკებისაგან შედგება, არ თანხვდება სითხის ნაწილაკის ტრაექტორიას, რადგანაც ერთ დენის წირზე განლაგებული სითხის ნაწილაკების სიჩქარის სიდიდე და მიმართულება დროის მიხედვით იცვლება და დროის შემდგომ მომენტში ისინი სხვადასხვა დენის წირზე აღმოჩნდებიან. მაგრამ დენის წირი დაუმყარებელი მოძრაობის შემთხვევაშიც შეიძლება წარმოადგენდეს სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიას, თუ u სიჩქარეები დროის მიხედვით იცვლიან მხოლოდ სიდიდეს, მიმართულებით კი—უცვლელნი რჩებიან.



ნახ. 3.5.

დენის წირის განტოლების შესადგენად დავუშვათ, რომ დროის მოცემულ მომენტში ბრტყელ დენის წირს აქვს ab წირის სახე (ნახ. 3.5); მისი განტოლება ასე ჩაიწერება: $y=f(x)$, სადაც x და y მოცემულ წირზე მდებარე წერტილთა კოორდინატებია.

ნახაზიდან გვაქვს

$$\frac{u_y}{u_x}=\operatorname{tg}\alpha,$$

სადაც α არის დენის წირის ძხების მიერ აბსცისათა Ox ღერძთან შედგენილი კუთხე.

$y=f(x)$ ფუნქციის გაწარმოებით გვექნება

$$\frac{dy}{dx}=\frac{df(x)}{dx}=\operatorname{tg}\alpha.$$

ამიტომ

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{u_y}{u_x}=\frac{dy}{dx},$$

ანუ

$$\frac{dx}{u_x}=\frac{dy}{u_y},\quad \text{ან}\quad \frac{dx}{f_1(x,\ y,\ z,\ t)}=\frac{dy}{f_2(x,\ y,\ z,\ t)}. \qquad (3.15)$$

ეს უკანასკნელი წარმოადგენს დენის წირის დიფერენციალურ განტოლებას.

სივრცული მოძრაობისას დენის წირის განტოლება ასე ჩაიწერება:

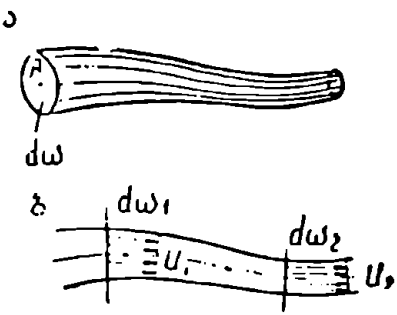
$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}, \qquad (3.16)$$

ანუ

$$\frac{dx}{f_1(x, y, z, t)} = \frac{dy}{f_2(x, y, z, t)} = \frac{dz}{f_3(x, y, z, t)}, \qquad (3.16')$$

სადაც t არის პარამეტრი, რომლისთვისაც სხვადასხვა მნიშვნელობის მინიჭებით შეიძლება დროის ყოველი მომენტისათვის დენის წირის განსაზღვრა.

მოძრავ სითხეში A წერტილთან გამოვყოთ K კონტურით შემოსაზღვრული უსასრულოდ მცირე $d\omega$ ფართობი და K კონტურის ყოველ წერტილში გავატაროთ დენის წირები (ნახ. 3.6, ა). მილსებრ ზედაპირს, რომელიც წარმოიქმნება ჩაკეტილი K კონტურის წერტილებზე $d\omega$ ფართობის მართობულად გამავალი დენის წირებით, ეწოდება დენის მილაკი, ხოლო მასში მოძრავი სითხის ნაწილს — ელემენტარული ჭავლი.



ნახ. 3.6.

დამყარებული მოძრაობისას ელემენტარული ჭავლი ხასიათდება შემდეგი თვისებებით:

1. ჭავლის ფორმა და მდებარეობა დროის მიხედვით არ იცვლება, ვინაიდან დროის მიხედვით უცვლელი რჩება ჭავლის შემადგენელი დენის წირები;

2. იმის გამო, რომ ჭავლის გვერდითი ზედაპირი წარმოქმნილია დენის წირებით, რომლებიც ამავე დროს სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიებს წარმოადგენენ, არ ხდება სითხის გადინება გვერდითი ზედაპირიდან; ჭავლი მოთავსებულია წყალგაუმტარ მილაკში, რომლის კედელსაც სისქე არ გააჩნია;

3. $d\omega$ ელემენტარული ფართობის სიმცირის გამო ადგილობრივი u სიჩქარეები ჭავლის განივი კვეთის ყველა წერტილში ერთნაირია; ჭავლის გასწვრივ კი სიჩქარეები, ისე როგორც ჭავლის განივი კვეთები, ზოგად შემთხვევაში, შეიძლება იცვლებოდეს (ნახ. 3.6, ბ).

სითხის რაოდენობას, რომელიც ჭავლის ნებისმიერ განივ კვეთში

დროის ერთეულში გაედინება, ელემენტარული ჰაერის ხარჯი ეწოდება

$$dQ = u d\omega, \tag{3.17}$$

სადაც u არის სიჩქარე ჰაერის კვეთში, ანუ ადგილობრივი სიჩქარე.

შევნიშნავთ, რომ ელემენტარული ჰაერის ყველა კვეთში დროის მოცემულ მომენტში ხარჯი ერთნაირია

$$dQ = u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2 = \cdots = u_i d\omega_i,$$

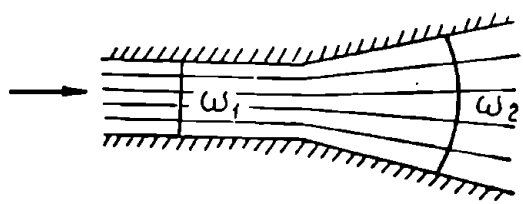
ე. ი.

$$dQ = u d\omega = \text{const}. \tag{3.17'}$$

ეს განტოლება ელემენტარული ჰაერის უწყვეტობის განტოლებას წარმოადგენს.

§ 3. 5. სითხის ნაკადი, ცოცხალი კვეთი და ხარჯი

სითხის ნაკადი წარმოადგენს ელემენტარული ჰაერების უსასრულოდ დიდი რაოდენობის ერთობლიობას. ნაკადის განიე კვეთს, რომელიც გატარებულია თითოეული დენის წირის მართობულად და ნაკადის შიგნით ძევს, ცოცხალი კვეთი ეწოდება, ხოლო ამ კვეთის ფართობს — ცოცხალი კვეთის ფართობი და აღინიშნება



ნახ. 3 7.

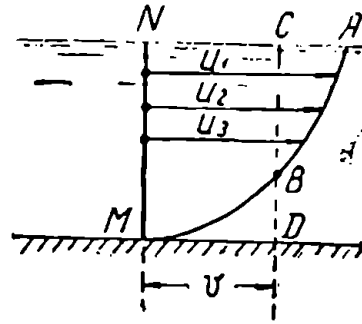
ω-თი. დენის წირების პარალელურობის შემთხვევაში ცოცხალი კვეთი ბრტყელია. ხოლო თუ დენის წირები ერთმანეთის პარალელური არ არის, მაშინ ცოცხალი კვეთი ბრტყელი არ იქნება (ნახ. 3.7).

სითხის მოცულობას, რომელიც დროის ერთეულში ნაკადის ცოცხალ კვეთში გაედინება, სითხის ხარჯი (ნაკადის ხარჯი) ეწოდება და Q-თი აღინიშნება. იგი ელემენტარული ჰაერების ხარჯების ჯამის ტოლია

$$Q = \int_{\omega} dQ = \int_{\omega} u d\omega. \tag{3.18}$$

ინტეგრალი აიღება ცოცხალი კვეთის მთელს ω ფართობზე.

იმის გამო, რომ ქალქეული ელემენტარული ჰაელებისათვის ადგილობრივი სიჩქარეები ზოგად შემთხვევაში სხვადასხვაა, ამიტომ ნაკადის ცოცხალი კვეთის სხვადასხვა წერტილში სიჩქარე იქნება სხვადასხვა. [ნაკადის ცოცხალ კვეთში ან მის გარკვეულ ვერტიკალზე u ადგილობრივი სიჩქარის განაწილების კანონის გრაფიკულ გამოსახულებას სიჩქარეთა ეპიურა ეწოდება] (ნახ. 3.3).



ნახ. 3.8.

ხშირად ცოცხალ კვეთში ადგილობრივ სიჩქაროთა განაწილების თეორიული დამოკიდებულების დადგენა შეუძლებელია, რის გამოც ასეთ შემთხვევაში (3.18) გამოსახულების ინტეგრირება ვერ ხერხდება. ბევრი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტად საჭიროა ვიცოდეთ Q ხარჯი და არ არის აუცილებელი u ადგილობრივი სიჩქარის ცოდნა კვეთის ყოველ წერტილში. ამიტომ გაანგარიშებათა გასამარტივებლად მოცემული ცოცხალი კვეთისათვის შემოაქვთ საშუალო სიჩქარის ცნება.

ნაკადის საშუალო სიჩქარე არის ფიქტიური (პირობითი, წარმოსახვითი), ბრტყელი ცოცხალი კვეთის ყველა წერტილისათვის ერთნაირი სიჩქარე, რომლის დროსაც ხარჯი იქნება, როგორიც კვეთში ადგილობრივ სიჩქარეთა ნამდვილი განაწილებისას. საშუალო სიჩქარე აღინიშნება v-თი და გამოითვლება თანაფარდობით

$$v=\frac{Q}{\omega} \quad \text{ან} \quad v=\frac{\int_{\omega} u d\omega}{\omega}. \tag{3.19}$$

აქედან

$$Q=\omega v=\int_{\omega} u d\omega. \tag{3.20}$$

თუ დავუშვებთ, რომ უკუმშველი სითხის ნაკადი უწყვეტად ავსებს მას მიერ დაკავებულ სივრცეს და ნაკადის შემომსაზღვრელი გვერდითი ზედაპირიდან არ ხდება სითხის გადინება და მოდინება, მაშინ დამყარებული მოძრაობის შემთხვევაში ნაკადის ცოცხალი კვეთებისათვის გვექნება შემდეგი ტოლობა:

$$Q=\omega_1 v_1=\omega_2 v_2=\cdots=\omega_i v_i=\text{const}. \tag{3.20'}$$

მიღებულ გამოსახულებას ხარჯის მუდმივობის ანუ ნაკადის უწყვეტობის ჰიდრავლიკურ განტოლებას უწოდებენ.

(3.20′) განტოლებიდან მიიღება

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{w_2}{w_1}, \qquad (3.20'')$$

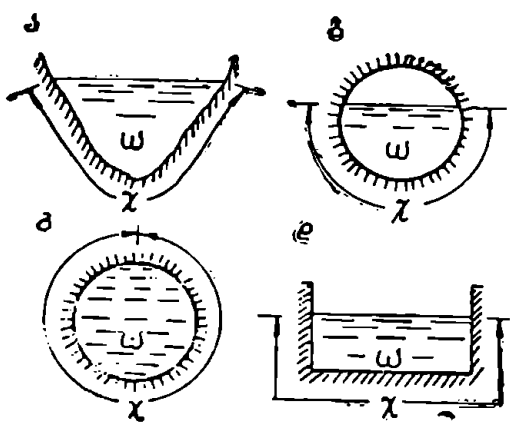
ე. ი. საშუალო სიჩქარეები შესაბამისი ცოცხალი კვეთების ფართობების უკუპროპორციულია.

ხარჯი იზომება მ³/წმ-ობით, აგრეთვე ლ/წმ-ობით (1 მ³/წმ = =1000 ლ/წმ).

განვიხილოთ b სიგანის სწორკუთხა განივი კვეთის მქონე წყალსადინარი და ჩავთვალოთ, რომ მისი რომელიმე ბრტყელი ცოცხალი კვეთის ნებისმიერ ვერტიკალზე სიჩქარეთა განაწილების ეპიურას აქვს $ABMN$ ფიგურის სახე (ნახ. 3.8). აღვნიშნოთ მისი ფართობი q-თი; რიცხობრივად ის გამოსახავს წყალსადინარის ერთეულ სიგანეში გამავალ ხარჯს და მას კუთრ ხარჯს უწოდებენ. მაშინ qb ნამრავლი მოგვცემს ნაკადის ხარჯის სიდიდეს

$$Q = qb. \qquad (3.21)$$

(3.8) ნახაზზე გავატაროთ CD წირი ისე, რომ მიღებული $CDMN$ სწორკუთხედის ფართობი $ABMN$ ფიგურის ფართობის ტოლი აღმოჩნდეს. ამ სწორკუთხედის სიგანე ვერტიკალზე საშუალო სიჩქარის ($\overline{u}_3$) მნიშვნელობა იქნება. რომელიც განსახილველი შემთხვევისათვის (სიჩქარეთა ეპიურები ერთი და იმავე ბრტყელი კვეთის სხვადასხვა ვერტიკალზე ერთნაირია) ნაკადის საშუალო სიჩქარესაც (v) წარმოადგენს[1].



ნახ. 3.9.

სველი პერიმეტრი (χ-ხი) ეწოდება კალაპოტის განივი კვეთის იმ ნაწილის პერიმეტრს, რომელიც სითხის ნაკადით სველდება (ნახ. 3.9).

---

1. სინამდვილეში სიჩქარეთა ეპიურები ერთი და იმავე ბრტყელი კვეთის სხვადასხვა ვერტიკალზე ერთნაირი არ არის (წყალსადინარის ნაპირებთან მიახლოვებისას სიჩქარეები მკრთლდება). ამიტომ მთელი ცოცხალი კვეთისათვის აგებული სიჩქარეთა „ეპიურა" იქნება რაღაც სივრცული სხეული, რომლის მოცულობაც რიცხობრივად Q ხარჯის ტოლია.

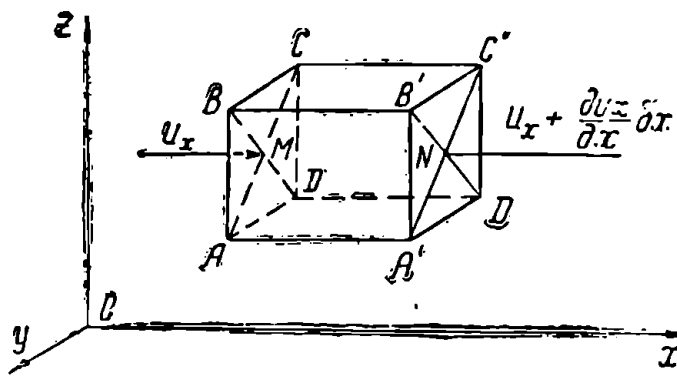
ჰიდრავლიკური რადიუსი (R) ეწოდება ცოცხალი კვეთის ფართობის (ω) ფარდობას სველ პერიმეტრთან

$$R=\frac{\omega}{\chi}. \tag{3.22}$$

ჰიდრავლიკური რადიუსი მიახლოებით ახასიათებს ნაკადის ცოცხალი კვეთის ფორმას და მას რაიმე განსაკუთრებული ფიზიკური აზრი არ გააჩნია.

§ 3.6. მოძრავი სითხის უწყვეტობის დიფერენციალური განტოლება

განვიხილოთ უკუმშველი, ერთგვაროვანი ($\rho = \text{const}$) სითხის ნაკადი, რომელიც უწყვეტად ავსებს მის მიერ დაკავებულ სივრცეს. ასეთ გარემოში გამოვყოთ უძრავი ელემენტარული პარალელეპიპედი კოორდინატთა ღერძების პარალელური δx, δy, δz წიბოებით



ნახ. 3.10.

(ნახ. 3.10) და გამოვიკვლიოთ მასში გვერდითი წახნაგებიდან სითხის შედინებისა და გადენის პირობები.

დავუშვათ, რომ $ABCD$ წახნაგის სიმძიმის ცენტრში (M წერტილში) სიჩქარე u-ს ტოლია, ხოლო მისი გეგმილებია (კომპონენტებია, შემდგენებია) u_x, u_y, u_z. თუ გავიხსენებთ, რომ u სიჩქარე და, მაშასადამე, მისი შემდგენებიც კოორდინატების უწყვეტი ფუნქციაა — $u = f(x, y, z)$, მაშინ $A'B'C'D'$ წახნაგის სიმძიმის ცენტრში (N წერტილში), რომელიც M წერტილიდან დაცილებულია δx მანძილით, სიჩქარის შემდგენი Ox ღერძზე $\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\right)$ სიდიდის ტოლი იქნება. $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ კერ-

ძო წარმოებული[1] გამოსახავს u_x კომპონენტის ცვლილებას ერთეულ მანძილზე Ox ღერძის გასწვრივ. ამიტომ $\frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x$ ნამრავლი მოგვცემს u_x-ის ცვლილებას მთელს $\delta x = MN$ მანძილზე. ფრჩხილებში მოთავსებულ გამოსახულებაში u_x-ს ემატება ეს ცვლილება, რადგანაც განიხილება მოძრაობა M წერტილიდან N წერტილისაკენ — Ox ღერძის დადებითი მიმართულებით. იმის გამო, რომ ელემენტარული პარალელეპიპედის წახნაგების ფართობები წარმოადგენს მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეებს, ამიტომ u_x და $\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\right)$ სიჩქარეები შეიძლება მივიჩნიოთ სათანადო წახნაგების ყველა წერტილისათვის მუდმივ საშუალო სიჩქარეებად. მაშინ სითხის მასა, რომელიც შეიდინება პარალელეპიპედში $ABCD$ წახნაგიდან და გამოედინება $A'B'C'D'$ წახნაგიდან dt დროის განმავლობაში, შესაბამისად, $\rho\delta y\,\delta z\,u_x\,dt$ და $\rho\delta y\,\delta z\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\right)dt$ სიდიდეების ტოლი იქნება. მათი სხვაობა მოგვცემს პარალელეპიპედში სითხის მასის ცვლილებას Ox ღერძის მიმართულებით dt დროის განმავლობაში

$$\delta M_x = \rho\delta y\,\delta z\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\right)dt - \rho\delta y\,\delta z\,u_x\,dt = \rho\frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\,\delta y\,\delta z\,dt.$$

ანალოგიურად მივიღებთ მასის ცვლილებათა შესაბამის სიდიდეებს Oy და Oz ღერძების გასწვრივ

$$\delta M_y = \rho\frac{\partial u_y}{\partial y}\delta x\,\delta y\,\delta z\,dt; \qquad \delta M_z = \rho\frac{\partial u_z}{\partial z}\delta x\,\delta y\,\delta z\,dt.$$

სითხის მასის ცვლილებათა მიღებული მნიშვნელობების ჯამი მოგვცემს მასის საერთო δM ცვლილებას, რომელიც უკუმშველი სითხის უწყვეტი გარემოსათვის უნდა იყოს ნულის ტოლი

$$\delta M = \delta M_x + \delta M_y + \delta M_z = 0,$$

ანუ

$$\rho\frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\,\delta y\,\delta z\,dt + \rho\frac{\partial u_y}{\partial y}\delta x\,\delta y\,\delta z\,dt + \rho\frac{\partial u_z}{\partial z}\delta x\,\delta y\,\delta z\,dt = 0,$$

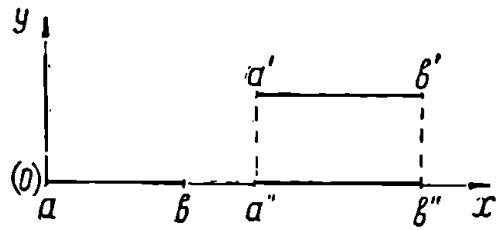
საიდანაც

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \qquad (3.23)$$

---

[1] აიღება კერძო წარმოებული, რადგანაც M-დან N წერტილში გადაადგილებისას იცვლება მხოლოდ x კოორდინატი.

(3.23) გამოსახულება წარმოადგენს უკუმშველი, ერთგვაროვანი სითხის უწყვეტობის დიფერენციალურ განტოლებას. $\frac{\partial u_x}{\partial x}$, $\frac{\partial u_y}{\partial y}$, $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ კერძო წარმოებულებს გრძივ ან პირდაპირ უწოდებენ; თითოეული მათგანი აღებულია იმ კოორდინატით, რომლის შესაბამის ღერძებზეც დაგეგმილებულია სიჩქარე. გავარკვიოთ მათი ფიზიკური არსი. მაგალითისათვის განვიხილოთ $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ წარმოებული. Ox ღერძზე ავიღოთ ელემენტარული δx სიგრძის ab მონაკვეთი, რომელიც სითხის ორ a და b ნაწილაკს აერთებს (ნახ. 3.11). ეს მონაკვეთი გადაადგილებისას dt დროის შემდეგ დაიკავებს $a'b'$ მდებარეობას. ადვილი შესამჩნევია, რომ აღებული მონაკვეთის სიგრძის ცვლილება[1] ტოლი იქნება dt დროის



ნახ. 3.11.

განმავლობაში Ox ღერძის მიმართულებით a და b წერტილების მიერ განვლილი მანძილების სხვაობისა. a წერტილი dt დროში გაივლის $u_x\,dt$ მანძილს, ხოლო b წერტილი — $\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\right) dt$ მანძილს. მაშასადამე, მანძილების სხვაობა იქნება

$$\delta l = \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\right) dt - u_x\,dt = \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x\,dt.$$

δl წარმოადგენს ab მონაკვეთის სიგრძის აბსოლუტურ ცვლილებას dt დროის განმავლობაში. დროის ერთეულში ეს ცვლილება $\frac{\delta l}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x$ სიდიდის ტოლია. მონაკვეთის სიგრძის ფარდობითი ცვლილება, ე. ი. ცვლილება ერთეულ მანძილზე Ox ღერძის გასწვრივ, იქნება

$$\frac{\left(\frac{\delta l}{dt}\right)}{\delta x} = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial x}\delta x}{\delta x} = \frac{\partial u_x}{\partial x}.$$

მაშასადამე, $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ კერძო წარმოებული გამოსახავს ab მონაკვეთის

[1] განიხილება მონაკვეთის Ox ღერძზე გეგმილის ცვლილება.

ფარდობითი დაგრძელების (ან დამოკლების) სიჩქარეს, ე. ი. მონაკვეთის ფარდობითი წრფივი დეფორმაციის სიჩქარეს Ox ღერძის გასწვრივ. ადვილად დაერწმუნდებით, რომ ასევე $\frac{\partial u_y}{\partial y}$ და $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ წარმოებულებიც გამოსახავს ფარდობითი წრფივი დეფორმაციების სიჩქარეს, შესაბამისად, Oy და Oz ღერძების მიმართ.

მაშასადამე, სითხის უწყვეტობის დიფერენციალური განტოლება გვიჩვენებს, რომ ელემენტარული პარალელეპიპედის წიბოების ფარდობით წრფივ დეფორმაციათა სიჩქარეების ჯამი ნულის ტოლია, ე. ი., სხვანაირად, სითხის მოძრაობა ისე ხდება, რომ მოცემული მასა ყოველთვის ერთი და იმავე მოცულობას იკავებს.

§ 3.7. სითხის მოძრაობის კლასიფიკაცია

ჰიდრავლიკაში განიხილება სითხის ნაკადის მოძრაობის შემდეგი ძირითადი სახეები:

I. არაგრიგალური (ანუ პოტენციური) და გრიგალური.

1. არაგრიგალური მოძრაობისას სითხის ნაწილაკები არ ბრუნავს თავიანთი მყისიერი ღერძების გარშემო,

2. გრიგალური მოძრაობისას სითხის ნაწილაკები ბრუნავს თავიანთი მყისიერი ღერძების გარშემო გარკვეული კუთხური სიჩქარით;

II. დამყარებული (სტაციონარული) და დაუმყარებელი (არასტაციონარული).

1, დაუმყარებელი მოძრაობისას სითხის მიერ დაკავებული სივრცის ყოველი უძრავი წერტილი ხასიათდება ადგილობრივი სიჩქარით, რომელიც დროის მიხედვით იცვლება $[u = f_1(x, y, z, t)]$,

2. დამყარებული მოძრაობისას სითხის მიერ დაკავებული სივრცის ყოველი უძრავი წერტილი ხასიათდება გარკვეული ადგილობრივი სიჩქარით, რომელიც დროის მიხედვით უცვლელია $[u = f_2(x, y, z)]$;

III. დამყარებული მოძრაობა მოიცავს თანაბარ და არათანაბარ მოძრაობებს.

1. თანაბარი მოძრაობისას ცოცხალი კვეთის ფართობი და სიჩქარის ეპიურის ფორმა და ზომები ნაკადის დინების გასწვრივ დროის მოცემულ მომენტში უცვლელია,

2. არათანაბარი მოძრაობისას ნაკადის სხვადასხვა ცოცხალი კვეთისათვის დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის ეპიურები სხვადასხვაა; ამასთან, საშუალო სიჩქარე და ცოცხალი კვეთის ფართობი ნაკადის დინების გასწვრივ შეიძლება იყოს ცვლადი ან მუდმივი;

IV. არათანაბარი მოძრაობა მოიცავს მდორედ ცვალებად და მკვეთრად ცვალებად მოძრაობებს.

1. მდორედ ცვალებადი მოძრაობისას დენის წირების სიმრუდეს და მათი გაშლის კუთხეს უგულებელვყოფთ, რის გამოც შეგვიძლია ცოცხალი კვეთები ბრტყელ კვეთებად ჩავთვალოთ. რამდენადმე გაბრუდებული ცოცხალი კვეთის ბრტყელი საანგარიშო კვეთით შეცვლისას მხედველობაში არ ვღებულობთ სიჩქარეთა და აჩქარებათა იმ შემდგენებს, რომლებიც ბრტყელი კვეთის სიბრტყეში ძევს. ჰიდროდინამიკური წნევის განაწილება ბრტყელ საანგარიშო ცოცხალ კვეთში იგულისხმება ჰიდროსტატიკის კანონით,

2. მკვეთრად ცვალებადი მოძრაობისას დენის წირების სიმრუდეს და მათი გაშლის კუთხეს ვერ უგულებელვყოფთ, რის გამოც არ შეგვიძლია ცოცხალი კვეთები ბრტყელ კვეთებად ჩავთვალოთ;

V. დაწნევითი და უდაწნეო. თავისუფალი ჭავლი.

(1) დაწნევითი მოძრაობა ისეთი მოძრაობაა, რომლის დროსაც სითხის ნაკადი მთლიანად ავსებს სადინარის კვეთს, ე. ი. ნაკადს არა აქვს თავისუფალი ზედაპირი,

2. უდაწნეო მოძრაობა ისეთი მოძრაობაა, რომლის დროსაც ნაკადს აქვს თავისუფალი ზედაპირი.

3. თავისუფალი ჭავლი ისეთი ნაკადია, რომელიც მხოლოდ თხევადი ან აირისებრი გარემოთია შემოსაზღვრული;

VI. უდაწნეო მოძრაობა მოიცავს ნაკადის მძაფრ, კრიტიკულ და წყნარ მოძრაობებს.

1. მძაფრი მოძრაობისას ნაკადის სიღრმე კრიტიკულ სიღრმეზე ნაკლებია,

2. ნაკადი იმყოფება კრიტიკულ მდგომარეობაში, თუ მისი სიღრმე კრიტიკული სიღრმის ტოლია,

3. წყნარი მოძრაობისას ნაკადის სიღრმე კრიტიკულ სიღრმეზე მეტია;

VII. ლამინარული და ტურბულენტური.

1. ლამინარული მოძრაობისას სითხის ნაწილაკები გადაადგილდება ნაკადის დინების პარალელური ტრაექტორიით განივი შერევის გარეშე; ამასთან, სიჩქარისა და წნევის პულსაცია არ არის,

2. ტურბულენტური მოძრაობისას სითხის ნაწილაკები გადაადგილდება სივრცული ფორმის, დროის მიხედვით ცვლადი მრუდწირული ტრაექტორიით. ხდება სითხის ნაწილაკების განივი შერევა, სიჩქარისა და წნევის პულსაცია.

ზემოთ ჩამოთვლილი მოძრაობის სახეები სივრცულია (მოძრაობა ხდება სივრცეში). ამასთან, ზოგადი სივრცული მოძრაობიდან შეიძლება გამოვყოთ მისი შემდეგი კერძო შემთხვევები:

VIII. **ბრტყელპარალელური** (ბრტყელი), **ღერძსიმეტრიული, წრფივი.**

1. **ბრტყელპარალელური** (**ორზომიანი, ორგანზომილებიანი**) მოძრაობა სითხის ისეთი მოძრაობაა, როდესაც მისი ყველა ნაწილაკი გადაადგილდება რაიმე უძრავი სიბრტყის პარალელური ტრაექტორიით, ამასთან, მასი მახასიათებლები (სიჩქარე, წნევა და სხვ.) დამოკიდებული არ არის ამ სიბრტყიდან სითხის ნაწილაკების დაცილებაზე,

2. **ღერძსიმეტრიული** მოძრაობის დროს ნაკადის მახასიათებლები ერთნაირია სიმეტრიის ღერძზე გამავალი ნებისმიერი სიბრტყისათვის,

3. **წრფივი** (**ერთზომიანი, ერთგანზომილებიანი**) მოძრაობა სითხის ისეთი მოძრაობაა რაიმე ღერძის გასწვრივ, რომლის დროსაც მისი მახასიათებლები დამოკიდებული არ არის ამ ღერძიდან ნაწილაკების დაცილებაზე.

§ 3.9. ვრიგალური მოძრაობა

როგორც აღვნიშნეთ, გრიგალური ეწოდება ისეთ მოძრაობას, რომლის დროსაც სითხის ნაწილაკები ბრუნავს თავიანთი მყისიერი ღერძების გარშემო რაიმე ω კუთხური სიჩქარით; ე. ი. გრიგალური ხორციელდება ω≠0. იმის გასარკვევად, არის თუ არა მოძრაობა გრიგალური, — საჭიროა (3.10) განტოლებებით გამოვთვალოთ გრიგალის კომპონენტები (ω_x, ω_y, ω_z) და თუ ერთი მათგანიც კი ნულისაგან განსხვავებული აღმოჩნდება, მაშინ მოძრაობა იქნება გრიგალური.

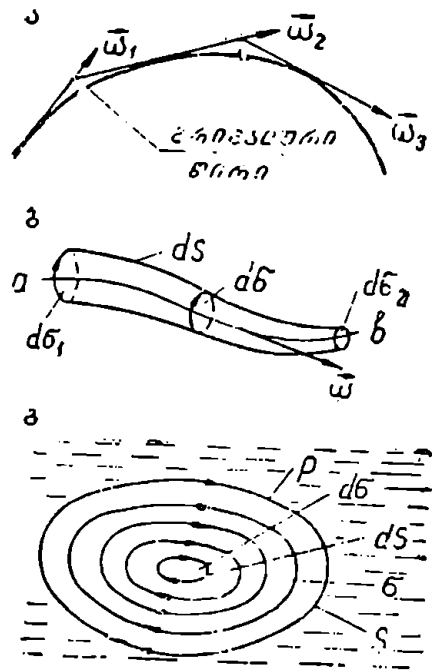
სითხის ნაწილაკების ბრუნვის კუთხური სიჩქარის ვექტორს **გრიგალი** ეწოდება.

მსგავსად დენის წირისა, რომელიც წრფივ სიჩქარეთა ველს ახასიათებს, **გრიგალური წირი** (**გრიგალწირი**) ახასიათებს კუთხურ სიჩქარეთა ველს. გრიგალური წირი ეწოდება ისეთ წირს, რომლის ყოველ წერტილში დროის მოცემულ მომენტში სითხის ნაწილაკის კუთხური სიჩქარის ω ვექტორს ამ წერტილში გავლებული მხების მიმართულება აქვს (ნახ. 3.12, ა). გრიგალური წირის დიფერენციალური განტოლება დენის წირის განტოლების ანალოგიურია:

$$\frac{dx}{\omega_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{\omega_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{\omega_z(x, y, z, t)}. \qquad (3.24)$$

უსასრულოდ მცირე $d\sigma$ ფართობის შემომსაზღვრელი ჩაკეტილი კონტურის წერტილებზე გამავალი გრიგალური წირების სისტემით შექმნილ მილისებრ ზედაპირს ეწოდება **ელემენტარული გრიგალუ-**

რი მილაკი, ხოლო მის შიგნით მოთავსებულ სითხის ნაწილაკთა ერთობლიობას, რომელიც „საერთო ღერძის“ (გრიგალური *ab* წირის) ირგვლივ ბრუნავს როგორც მყარი სხეული, – ელემენტარული გრიგალური ზონარი (ნახ. 3.12, ბ).



ნახ. 3.12.

თუ გავიხსენებთ, რომ ω კუთხური სიჩქარის ვექტორი მართობულია სათანადო ბრუნვის სიბრტყისა ($\bar{\omega} \perp d\sigma$), მაშინ დავასკვნით, რომ გრიგალური წირი მასზე განლაგებული ნაწილაკების ბრუნვის მყისიერი ღერძია. შევნიშნავთ, რომ ეს უკანასკნელი შეიძლება თვითონ განიცდიდეს გადატანითს მოძრაობას და იცვლიდეს ფორმას.

თუ გრიგალური მოძრაობის არეში ავიღებთ სასრული სიდიდის კონტურს და მისი ყველა წერტილიდან დროის მოცემულ მომენტში კონტურით შემოსაზღვრული ფართობის მართობულად გავატარებთ გრიგალურ წირებს, მაშინ მივიღებთ მილისებრ ზედაპირს, რომელსაც სასრული სიდიდის გრიგალური მილი ეწოდება. მის მიერ შემოსაზღვრული შიგა არე წარმოადგენს სასრული ზომის გრიგალურ ზონარს (ნახ. 3.12, გ). ნახაზზე ნაჩვენებია ელემენტარული გრიგალური ზონრის განივი კვეთი ($d\sigma$) და გრიგალური მილაკის ზედაპირი (dS). თუ გრიგალური ზონრის ბრუნვის გაელენა გავრცელდება მის შემომფარგველ გარემოზე, მივიღებთ სასრული ზომის გრიგალურ მილს σ კვეთით და S ზედაპირით (ρ გრიგალური მოძრაობის სიჩქარეა).

გარემომცველ სითხეზე ელემენტარული გრიგალური მილაკის (ზონარის) ზემოქმედების ინტენსიობას ახასიათებენ მისი დაძაბულობით ($d\bar{J}$), რომელიც წარმოადგენს ბრუნვის კუთხური სიჩქარის ვექტორისა ($\bar{\omega}$) და მილაკის შესაბამისი განივი კვეთის ($d\sigma$) ფართობის ნამრავლს (ნახ. 3.12, ბ)

$$d\bar{J} = \bar{\omega}\, d\sigma. \qquad (3.25)$$

ამ უკანასკნელს ხშირად გრიგალის დაძაბულობასაც უწოდებენ.

შევნიშნავთ, რომ ელემენტარული გრიგალური მილაკის (ზონრის) მთელ სიგოძეზე გრიგალის დაძაბულობა მუდმივი სიდიდეა[1]

$$\bar{\omega}_1 d\sigma_1 - \bar{\omega}_2 d\sigma_2 = \bar{\omega} d\sigma = \text{const}, \tag{3.26}$$

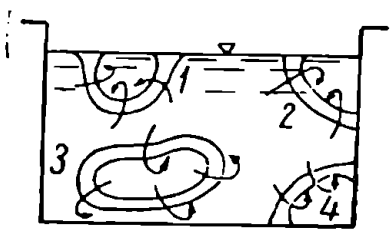
ანუ

$$d\bar{J} = \text{const}. \tag{3.26'}$$

ჩამოყალიბებული დებულება ვრცელდება აგრეთვე σ განიკვეთის მქონე სასრული ზომის გრიგალურ ზონარზეც, ე. ი. მართებულია თეორემა: სასრული ზომის გრიგალური ზონრის მთელ სიგრძეზე დაძაბულობის სიდიდე ერთნაირია

$$\bar{J} = \bar{\omega}_1 \sigma_1 - \bar{\omega}_2 \sigma_2 = \bar{\omega}\sigma = \text{const}. \tag{3.27}$$

აღნიშნულ თეორემას არსებითი მნიშვნელობა აქვს სითხის მოძრაობის თეორიაში. სწორედ ამ თეორემით განისაზღვრება გრიგალური ზონრის შესაძლო ფორმები. (3.26) და (3.27) ფორმულებიდან გამომდინარეობს, რომ გრიგალური ზონრის კვეთის ფართობი უწყვეტ გარემოში არ შეიძლება ნულს უდრიდეს, რადგანაც ასეთ შემთხვევაში ბრუნვის კუთხური სიჩქარე უსასრულოდ დიდი სიდიდე უნდა იყოს, რაც ფიზიკურად შეუძლებელია. მაშასადამე, შეუძლებელია გრიგალური ზონრის გაწყვეტა სითხის შიგნით. ამიტომ შეიძლება არსებობდეს გრიგალური ზონრის მხოლოდ შემდეგი ოთხი სახე (ნახ. 3.13): 1 — გრიგალური ზონარი იწყება და მთავრდება სითხის თავისუფალ ზედაპირზე; 2 — გრიგალური ზონარი იწყება სითხის თავისუფალ ზედაპირზე და მთავრდება მყარ ზედაპირზე; 3 — ჩაკეტილი გრიგალური ზონარი; 4 — გრიგალური ზონარი იწყება და მთავრდება მყარ ზედაპირზე.



ნახ. 3.13.

დაუმტკიცებლად მოგვყავს გრიგალური მოძრაობის თეორიიდან კიდევ შემდეგი ორი მნიშვნელოვანი დებულება:

1. გრიგალური ზონარი ყოველთვის რჩება გრიგალურ ზონრად;
2. გრიგალის დაძაბულობა დროის მიხედვით მუდმივია.

მაშასადამე, იდეალურ სითხეში გრიგალური მოძრაობა არც წარ-

[1] აღნიშნული დებულება ცნობილი ჰელმჰოლცის თეორემის სახელწოდებით.

მოიქმნება და არც ქრება. არაგრიგალური მოძრაობა ყოველთვის რჩება არაგრიგალურად და გრიგალური მოძრაობა არ გადაეა პოტენციურში.

რეალურ სითხეში გრიგალი წარმოიქმნება და ქრება სიბლანტის გამო; გრიგალური მოძრაობის შესანარჩუნებლად საჭიროა ენერგიის დახარჯვა.

§ 3.9. პოტენციური (არაგრიგალური) მოძრაობა

პოტენციური (არაგრიგალური) მოძრაობა ეწოდება ისეთ მოძრაობას, რომლის დროსაც გრიგალი (ნაწილაკის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე) $\omega=0$-ს. ეს მოითხოვს გრიგალის სამივე კომპონენტის ცალ-ცალკე ნულთან ტოლობას $\omega_x=\omega_y=\omega_z=0$, ანუ

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial u_z}{\partial y}&=\frac{\partial u_y}{\partial z};\\ \frac{\partial u_x}{\partial z}&=\frac{\partial u_z}{\partial x};\\ \frac{\partial u_y}{\partial x}&=\frac{\partial u_x}{\partial y}.\end{aligned}\right\}\qquad(3.13)$$

არაგრიგალურ მოძრაობას პოტენციურს უწოდებენ იმიტომ, რომ (3.13) პირობის შესრულება შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ სიჩქარის u_x, u_y და u_z კომპონენტები წარმოადგენს რაიმე $\varphi(x, y, z)$ ფუნქციის, ე. წ. სიჩქარის პოტენციალის, კერძო წარმოებულებს შესაბამისი კოორდინატებით, ე. ი.

$$u_x=\frac{\partial\varphi}{\partial x};\quad u_y=\frac{\partial\varphi}{\partial y};\quad u_z=\frac{\partial\varphi}{\partial z}.\qquad(3.14)$$

მოძრაობას, რომლისთვისაც არსებობს $\varphi(x, y, z)$ ფუნქცია, ე. ი. სიჩქარის პოტენციალი, პოტენციური მოძრაობა ეწოდება.

მართლაც, (3.14) ჯამოსახულებაში გავადიფერენციალოთ, მაგალითად, u_y და u_x, შესაბამისად, x-ით და y-ით

$$\frac{\partial u_y}{\partial x}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y};\quad \frac{\partial u_x}{\partial y}=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}.$$

მათი გამოკლებით მივიღებთ (3.13) სისტემის მესამე განტოლებას

$$\frac{\partial u_y}{\partial x}-\frac{\partial u_x}{\partial y}=0,\quad \text{ანუ}\quad \frac{\partial u_y}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial y},$$

რაც იგივეა, რომ $\omega_z=0$. ანალოგიურად შეიძლება ვუჩვენოთ, რომ სიჩქარის პოტენციალის არსებობისას $\omega_x=\omega_y=0$.

შეენიშნავთ, რომ კოორდინატების ნებისმიერი ფუნქცია ყოველთვის როდი წარმოადგენს სიჩქარის პოტენციალს. ეს უკანასკნელი, უპირველეს ყოვლისა, უნდა იყოს უწყვეტი და იძლეოდეს დიფერენცირების საშუალებას.

ვუჩვენოთ, რომ სიჩქარის პოტენციალს აქვს კიდევ ერთი თვისება. ამისათვის უკუმშველი სითხის უწყვეტობის (3.23) დიფერენციალურ განტოლებაში ჩავსვათ სიჩქარის კომპონენტების მნიშვნელობები (3.14) გამოსახულებებიდან. მივიღებთ

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0. \tag{3.28}$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ პოტენციური ფუნქციის მეორე რიგის კერძო წარმოებულების ჯამი კოორდინატებით ნულის ტოლია. (3.28) განტოლებას ლაპლასის განტოლება ეწოდება, ხოლო φ ფუნქციას, რომელიც ამ პირობას აკმაყოფილებს, — ჰარმონიული ფუნქცია. მაშასადამე, პოტენციურ მოძრაობას განსაზღვრავს მხოლოდ ჰარმონიული ფუნქცია.

ლაპლასის განტოლების შემოტანა ფორმალურად ამარტივებს სითხის ნაკადის გამოკვლევის ამოცანას, რადგანაც მივყავართ ერთი φ ფუნქციის განსაზღვრის ამოცანამდე (u_x, u_y და u_z სამი ფუნქციის ნაცვლად). φ-ის მიხედვით ვპოულობთ u_x, u_y და u_z-ს, როგორც მის კერძო წარმოებულებს. თუმცა ხშირად ლაპლასის განტოლების ამოხსნა უფრო რთულ ამოცანას წარმოადგენს, ვიდრე u_x, u_y და u_z ფუნქციების უშუალო განსაზღვრა.

ზედაპირს, რომლის ყოველი წერტილისათვის სიჩქარის პოტენციალის მნიშვნელობა მუდმივია, თანაბარი პოტენციალის ზედაპირი, ანუ ეკვიპოტენციური ზედაპირი ეწოდება. მისი განტოლება ასეთი სახით ჩაიწერება:

$$\varphi(x,\ y,\ z)=C. \tag{3.29}$$

ამასთან, მუდმივას სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის მიიღება ერთმანეთის პარალელური ეკვიპოტენციური ზედაპირების ოჯახი.

§ 3.10. ბრტყელი პოტენციური მოძრაობა

ბრტყელი მოძრაობა. მოძრაობას, რომლის დროსაც ყველა ნაწილაკის ტრაექტორია წარმოადგენს ერთმანეთის პარალელურ სიბრტყეებში მდებარე ბრტყელ წირს, ბრტყელი მოძრაობა ეწოდება.

ზოგად შემთხვევაში, როცა სითხის ნაწილაკის მოძრაობის ტრაექტორია სივრცული წირია, სიჩქარეთა ველი განისაზღვრება სისტემით

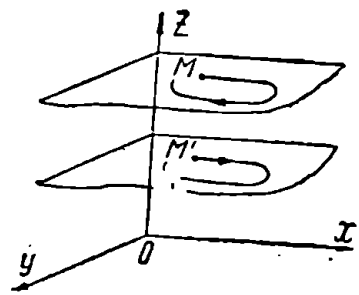
$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z, t);\\ u_y &= f_2(x, y, z, t);\\ u_z &= f_3(x, y, z, t). \end{aligned}\right\} \qquad (3\ 30)$$

Ox და Oy ღერძების პარალელური ბრტყელი მოძრაობისათვის მსგავს დამოკიდებულებებს ასეთი სახე ექნება:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z, t);\\ u_y &= f_2(x, y, z, t);\\ u_z &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3.31)$$

კერძო შემთხვევაში, როცა თითოეულ პარალელურ სიბრტყეთაგანში მოძრაობა იდენტურია, სიჩქარეთა ველი არ არის დამოკიდებული z კოორდინატზე და ხასიათდება სისტემით

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, t);\\ u_y &= f_2(x, y, t);\\ u_z &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3.32)$$



ნახ. 3.14.

ასეთ მოძრაობას ბრტყელპარალელური ეწოდება.

ვთქვათ, მოძრაობა ხდება xOy სიბრტყის პარალელურად (ნახ. 3.14); მაშინ გვექნება $u_z=0$; $\frac{\partial u_x}{\partial z}=0$; $\frac{\partial u_y}{\partial z}=0$. აღნიშნულის გათვალისწინებით ჩვენს მიერ ზემოთ მიღებული გამოსახულებები ასე ჩაიწერება:

ა) მოძრაობის პოტენციურობის პირობა —

$$\frac{\partial u_y}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial y}; \qquad (3.13')$$

ბ) უწყვეტობის განტოლება —

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}=0; \qquad (3.23')$$

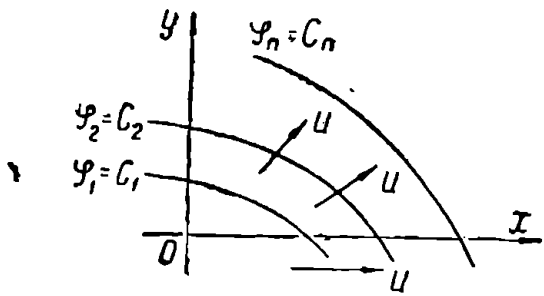
გ) ლაპლასის განტოლება —

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}=0; \qquad (3.28')$$

დ) სიჩქარის პოტენციალი დამყარებული მოძრაობისათვის ან მოცემული მოვენტისათვის x და y კოორდინატების ფუნქციაა და დაცულია ტოლობა —

$$\varphi(x, y)=C. \tag{3.29'}$$

ამასთან, მუდმივას სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის მიიღება თანაბარი პოტენციალის წირები, ანუ ეკვიპოტენციალები (ნახ. 3.15).



ნახ. 3.15.

დენის ფუნქცია. სიჩქარის პოტენციალის გარდა არსებობს კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი ფუნქცია $\psi(x, y)$, რომელიც ხასიათდება იმით, რომ სიჩქარის u_x და u_y კომპონენტები განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$u_x=\frac{\partial\psi}{\partial y}; \quad u_y=-\frac{\partial\psi}{\partial x}. \tag{3.33}$$

ასეთ ψ ფუნქციას დენის ფუნქცია ეწოდება. ადვილი დასამტკიცებელია, რომ ასეთი ფუნქცია არსებობს და აკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას, ე. ი. $\psi(x, y)$ ფუნქცია ჰარმონიული ფუნქციაა.

დენის წირის განტოლება

$$\frac{dx}{u_x}=\frac{dy}{u_y}=\frac{dz}{u_z} \tag{3.16}$$

ბრტყელი მოძრაობისათვის ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{dx}{u_x}=\frac{dy}{u_y},$$

საიდანაც

$$-u_y\,dx+u_x\,dy=0. \tag{3.34}$$

(3.33) პირობების გათვალისწინებით გვექნება

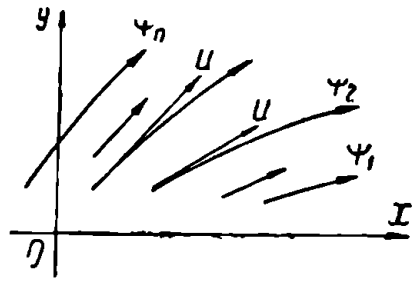
$$-u_y\,dx+u_x\,dy=\frac{\partial\psi}{\partial x}\,dx+\frac{\partial\psi}{\partial y}\,dy=d\psi=0, \tag{3.34'}$$

ხოლო მისი ინტეგრირებით მივიღებთ

$$\psi(x, y)=C. \tag{3.35}$$

მაშასადამე, (3.35) განტოლება მუდმივას სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის (C_1, C_2, $\cdots$, C_n) წარმოადგენს დენის წირების ოჯახს (ნახ. 3.16).

ახლა გავარკვიოთ $\psi(x, y)$ ფუნქციის ფიზიკური არსი. ვთქვათ, მოცემული გვაქვს დენის წირების (ψ წირების) სისტემა (ნახ. 3.17). ნათელია, რომ ორ მეზობელ დენის წირს შორის გაედინება რაღაც ხარჯი. დავუშვათ, რომ ψ და $\psi+d\psi$ წირებს შორის გამავალი ხარჯის სიდიდე dQ-ს ტოლია. გავატაროთ ნებისმიერი AB წირი, რომელიც აღნიშნულ დენის წირებს გადაკვეთს, შესაბამისად, 1-ლ და მე-2 წერტილებში. ხარჯის უწყვეტობის განტოლების საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ

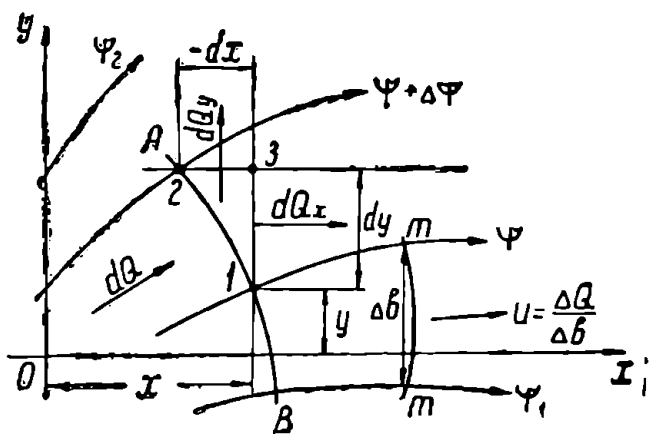


ნახ. 3.16.

$$dQ = dQ_x + dQ_y,$$

სადაც dQ არის 1—2 წირიდან 1—2—3 მრუდწირულ სამკუთხედში[1] შემავალი ხარჯი;

dQ_x და dQ_y — შესაბამისად 1—3 და 2—3 გვერდებიდან გამომავალი ხარჯი.



ნახ. 3.17.

მაგრამ $dQ_x = u_x\,dy \cdot 1 = u_x\,dy$ და $dQ_y = -u_y\,dx \cdot 1 = -u_y\,dx$; ამიტომ

$$dQ = -u_y\,dx + u_x\,dy. \qquad (3.36)$$

[1] ხინამდეღეში 1—2—3 სამკუთხედი წარმოადგენს იმ პრიზმის ფუძეს, რომელსაც ნახაზის სიბრტყის მართობულად აქვს ერთი ერთეულის ტოლი სიმაღლე.

(3.34') გამოსახულებიდან ჩანს, რომ $dQ = d\psi$, ამიტომ

$$Q = \int_{Q_1}^{Q_2} dQ = \int_{\psi_1}^{\psi_2} d\psi = \psi_2 - \psi_1. \tag{3.37}$$

მაშასადამე, ორ მეზობელ დენის წირს შორის გამავალი ხარჯის სიდიდე დენის ფუნქციის შესაბამის მნიშვნელობათა სხვაობის ტოლია.

შევნიშნავთ, რომ თუ ცნობილია ორ მეზობელ დენის წირს შორის ΔQ ხარჯის სიდიდე, ადვილად განვსაზღვრავთ $u = \Delta Q/\Delta b$ სიჩქარეს, სადაც Δb არის აღნიშნულ დენის წირებს შორის მანძილი შერჩეულ კვეთში.

ამგვარად, თუ მოცემული გვაქვს დენის წირების სისტემა დენის ფუნქციის ნაზრდის თანაბარი $\Delta\psi$ ინტერვალით, ადვილად განვსაზღვრავთ სიჩქარეთა ველს მოცემული წნაკადისათვის.

განვიხილოთ დამოკიდებულება φ და ψ ფუნქციებს შორის. (3.14) და (3.33) გამოსახულებათა შედარებიდან გვაქვს

$$\left.\begin{aligned} u_x &= \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}; \\ u_y &= \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \end{aligned}\right\} \tag{3.38}$$

ეს ტოლობები იძლევა φ და ψ ფუნქციებს შორის არსებულ ანალიზურ დამოკიდებულებას, ე. ი. თუ ცნობილია ერთი მათგანი, შეიძლება ვიპოვოთ მეორე.

(3.14) და (3.33) გამოსახულებათა თითოეული განტოლება გავამრავლოთ შესაბამისად dx, dy-ზე და მიღებული შედეგები შევკრიბოთ. გვექნება

$$u_x\,dx + u_y\,dy = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\,dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\,dy = d\varphi; \tag{3.39}$$

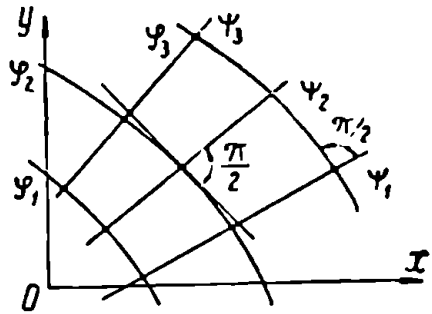
$$-u_y\,dx + u_x\,dy = \frac{\partial\psi}{\partial x}\,dx + \frac{\partial\psi}{\partial y}\,dy = d\psi. \tag{3.40}$$

ეს განტოლებები გამოსახავს φ და ψ ფუნქციების სრულ დიფერენციალთა მნიშვნელობებს.

(3.38) განტოლებათა ერთმანეთზე გადამრავლებით მივიღებთ

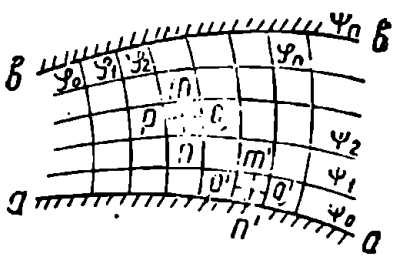
$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial y} = 0. \tag{3.41}$$

როგორც ანალიზური გეომეტრიიდან არის ცნობილი, (3.41) სახის განტოლება გამოსახავს წირების ორთოგონალურ გადაკვეთას, ჩვენს შემთხვევაში — φ და ψ წირების ურთიერთპერპენდიკულარობას (ნახ. 3.18). თანაბარი პოტენციალის წირების ანუ ეკვიპოტენციალებისა და დენის წირების გადაკვეთით მიღებულ ორთოგონალურ ბადეს მოძრაობის *ჰიდროდინამიკურ ბადეს* უწოდებენ. ის მთლიანად ახასიათებს იდეალური სითხის ბრტყელ პოტენციურ დამყარებულ მოძრაობას; მისი საშუალებით ნებისმიერ წერტილში შეიძლება განესაზღვროთ არა მარტო სიჩქარის მოდული $\left(u=\frac{\Delta Q}{\Delta b}\right)$, არამედ მისი მიმართულებაც (სიჩქარეს განსახილველ წერტილში ψ წირის მხების მიმართულება ექნება).



ნახ. 3.18.

ჰიდროდინამიკური ბადის გამოყენების პრაქტიკული მხარე იმაშიც მდგომარეობს, რომ ის შეიძლება აგებულ იქნეს მიახლოებით, თუ ცნობილია ნაკადის მხოლოდ საზღვრები (სადინარის ხისტი კედლების მდებარეობა), მაგრამ არ არის ცნობილი φ და ψ ფუნქციების ანალიზური გამოსახულება. ჰიდროდინამიკური ბადის აგებისას უნდა გვახსოვდეს, რომ წყალსადინარის ხისტი კედლები $a-a$ და $b-b$ წარმოადგენს, შესაბამისად, ψ_0 და ψ_n დენის წირებს, რომელთა შორისაც გადის $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_{n-1}$ წირები (ნახ. 3.19). $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ ეკვიპოტენციალებს ვატარებთ მათ მართობულად ისე, რომ მივიღოთ ბადე მრუდწირული კვადრატებით (იგულისხმება, რომ φ და ψ წირები აგებულია ერთნაირი Δφ და Δψ ინტერვალებით ($\Delta\varphi=\Delta\psi$). ცხადია, მრუდწირული კვადრატებისათვის დაცული უნდა იქნეს შეაწრფეების ტოლობა — $mn=pq$, $m'n'=p'q'$ და ა. შ. ზოგად შემთხვევაში $mn\neq m'n'$ და $pq\neq p'q'$ (ნახ. 3.19).



ნახ. 3.19.

§ 3.11. პოტენციური ნაკადების შეკრება

რამდენიმე უმარტივესი პოტენციური დინების[1] შეკრებით მიიღება ახალი პოტენციური ნაკადი, რომლის სიჩქარეთა ველი წარმოადგენს მოცემული პოტენციური ნაკადების სიჩქარეთა ველების გეომეტრიულ (ვექტორულ) ჯამს, ე. ი.

$$\vec{u}=\vec{u}_1+\vec{u}_2+\cdots+\vec{u}_n, \tag{3.42}$$

სადაც $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2,\ldots,\vec{u}_n$ არის უმარტივესი პოტენციური ნაკადების სიჩქარეთა ვექტორები განსახილველ წერტილში.

იმის გამო, რომ სიჩქარეთა ველების გეომეტრიული შეკრება გარკვეულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული, ძიზანშეწონილია, შევკრიბოთ არა სიჩქარეთა ვექტორები, არამედ შესაბამისი სიჩქარეთა პოტენციალები, რომლებიც სკალარულ სიდიდეებს წარმოადგენენ.

მაშინ ჯამური დინებისათვის გვექნება

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\cdots+\varphi_n, \tag{3.43}$$

სადაც φ_1, $\varphi_2,\ldots\varphi_n$ არის უმარტივესი პოტენციური ნაკადების შესაბამისი სიჩქარეთა პოტენციალები;

φ — ჯამური დინების სიჩქარის პოტენციალი.

შეიძლება იმის დამტკიცება, რომ φ ფუნქცია აკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას და, მაშასადამე, რთული ჯამური დინებაც აგრეთვე პოტენციური დინებაა. მაგალითად, ასეთი ჯამური ნაკადის სიჩქარის u_x კომპონენტი იქნება

$$u_x=\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial(\varphi_1+\varphi_2+\cdots+\varphi_n)}{\partial x}=\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}+\frac{\partial\varphi_2}{\partial x}+\cdots+$$

$$+\frac{\partial\varphi_n}{\partial x}=(u_x)_1+(u_x)_2+\cdots+(u_x)_n, \tag{3.44}$$

სადაც $(u_x)_1$, $(u_x)_2,\ldots$, $(u_x)_n$ არის სიჩქარის კომპონენტის შემდგენები უმარტივესი პოტენციური ნაკადების სათანადო წერტილებში.

უმარტივესი პოტენციური ნაკადების შეკრების განხილულ მეთოდს ნაკადების ზედდების მეთოდსაც უწოდებენ, თუმცა, როგორც ვნახეთ, ხდება არა თვით ნაკადების ზედდება, არამედ მათი სიჩქარეთა პოტენციალების ალგებრული შეკრება.

---

[1] უმარტივესი პოტენციური დინების ერთ-ერთი მაგალითია ბრტყელპარალელური მოძრაობა, რომლისთვისაც $u_x=u_0=\text{const}$; $u_y=0$; $u_z=0$. ასეთი მოძრაობისას სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიები წარმოადგენს Ox ღერძის პარალელურ წრფეებს, ხოლო ეკვიპოტენციური ზედაპირები — yOz სიბრტყის პარალელურ სიბრტყეებს.

§ 3.12. სითხის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები (ეილერის განტოლებები)

როგორც აღვნიშნეთ, ჰიდროდინამიკის ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას წარმოადგენს მოძრაობის ძირითად მახასიათებლებს შორის თანაფარდობის დადგენა. როგორც წესი, სითხეზე მოქმედი გარე ძალები წინასწარ ცნობილია; საძიებელია ჰიდროდინამიკური წნევა[1]—p და სითხის ნაწილაკის მოძრაობის სიჩქარე $u(u_x, u_y, u_z)$, რომლებიც, ზოგად შემთხვევაში, კოორდინატებისა და დროის უწყვეტი ფუნქციები არიან. ამ ამოცანის გადასაწყვეტად საჭიროა ისეთი განტოლებები, რომლებიც კავშირს დაამყარებენ სითხის ნაწილაკის მოძრაობის სიჩქარესა, აჩქარებასა და მასზე მოქმედ ძალებს შორის. ასეთ განტოლებებს ჰიდრავლიკაში წარმოადგენს იდეალური სითხის მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლებები.

განვიხილოთ მოძრავ იდეალურ სითხეში გამოყოფილი ელემენტარული პარალელეპიპედი δ_x, δ_y, δ_z წიბოებით და სიმძიმის ცენტრით K წერტილში (ნახ. 2. 4). u_x, u_y, u_z-ით აღვნიშნოთ K წერტილის გადაადგილების სიჩქარის კომპონენტები, ხოლო p-თი—ჰიდროდინამიკური წნევა მასში. როგორც ცნობილია, იდეალური სითხის მოძრაობა არ ხასიათდება მხები ძაბვების გამომწვევი შიგა ხახუნით. ამიტომ მსგავსი სითხის ნაკადში, ისევე როგორც უძრავ სითხეში, ჰიდროდინამიკური წნევის ძალებს აქვს მხოლოდ ნორმალური შემდგენი. ეს საშუალებას გვაძლევს მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებათა გამოყვანისას ვისარგებლოთ სითხის წონასწორობის დიფერენციალური განტოლებით (2.6), რისთვისაც, დალამბერის პრინციპის თანახმად, ამ განტოლებებში დამატებით შევიტანთ სითხის ერთეულ მასაზე მოქმედი ინერციის ძალის გეგმილებს[2]:

$$j_x = -\frac{du_x}{dt};\quad j_y = -\frac{du_y}{dt};\quad j_z = -\frac{du_z}{dt}. \tag{3.45}$$

მინუს ნიშანი (3.45) გამოსახულებებში გვიჩვენებს, რომ ინერციის ძალა მიმართულია გადატანითი მოძრაობის აჩქარების საწინააღმდეგოდ. მაშასადამე, გვექნება

---

[1] ჰიდროსტატიკურ და ჰიდროდინამიკურ წნევებს, ზოგადად, ჰიდრომექანიკურ წნევას უწოდებენ.

[2] (2.6) განტოლებებში განხილება ერთეულ მასაზე მოქმედი ზედაპირული და მოცულობითი ძალების გეგმილები კოორდინატთა ღერძებზე.

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{du_x}{dt} &= 0; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{du_y}{dt} &= 0; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{du_z}{dt} &= 0, \end{aligned}\right\} \qquad (3.46)$$

ანუ

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt}; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.47)$$

მივიღეთ იდეალური სითხის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები (ეილერის განტოლებები), რომლებიც კავშირს ამყარებენ მოცულობითი ძალებისა და სიჩქარეების გეგმილებს შორის, ჰიდროდინამიკურ წნევასა და სითხის სიმკვრივეს შორის.

(3.47) განტოლებათა სისტემის ინტეგრირებისათვის აუცილებელია მისი გარდაქმნა იმის გათვალისწინებით, რომ u_x, u_y, u_z — სიჩქარის კომპონენტები — x, y, z კოორდინატებისა და t დროის ფუნქციაა, ხოლო du_x, du_y და du_z — მათი სრული დიფერენციალები, ე. ი.

$$\left.\begin{aligned} du_x &= \frac{\partial u_x}{\partial t}dt + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx + \frac{\partial u_x}{\partial y}dy + \frac{\partial u_x}{\partial z}dz; \\ du_y &= \frac{\partial u_y}{\partial t}dt + \frac{\partial u_y}{\partial x}dx + \frac{\partial u_y}{\partial y}dy + \frac{\partial u_y}{\partial z}dz; \\ du_z &= \frac{\partial u_z}{\partial t}dt + \frac{\partial u_z}{\partial x}dx + \frac{\partial u_z}{\partial y}dy + \frac{\partial u_z}{\partial z}dz. \end{aligned}\right\} \qquad (3.48)$$

მივიღოთ მხედველობაში, რომ $\frac{dx}{dt} = u_x$, $\frac{dy}{dt} = u_y$, $\frac{dz}{dt} = u_z$ და du_x, du_y, du_z-ის მნიშვნელობები (3.48)-დან შევიტანოთ (3.47) სისტემაში. გვექნება

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x}u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y}u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z}u_z; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial x}u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y}u_y + \frac{\partial u_y}{\partial z}u_z; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial x}u_x + \frac{\partial u_z}{\partial y}u_y + \frac{\partial u_z}{\partial z}u_z. \end{aligned}\right\} \qquad (3.49)$$

(3.49) განტოლებებს უწოდებენ ეილერის განტოლებებს გაშლილი ფორმით. მასში, ზოგად შემთხვევაში, ოთხი უცნობია: u_x, u_y, u_z, p. მაშასადამე, სისტემის ამოსახსნელად აუცილებელია კიდევ ერთი განტოლება, კერძოდ, სითხის უწყვეტობის განტოლება

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0. \tag{3.23}$$

(3.49) სისტემის მარჯვენა ნაწილში სიჩქარის კომპონენტების ცხრა კერძო წარმოებულია კოორდინატებით (და არა დროით). როგორც აღვნიშნეთ, სამ მათგანს $\left(\frac{\partial u_x}{\partial x},\ \frac{\partial u_y}{\partial y},\ \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)$ გრძივ ან პირდაპირ კერძო წარმოებულს უწოდებენ (§ 3.6), ხოლო დანარჩენ ექვსს — ორობს ან განივს. თითოეული მათგანი წარმოადგენს უსასრულოდ მცირე მონაკვეთის ბრუნვის კუთხურ სიჩქარეს შესაბამისი ღერძის მიმართ. მაგალითად, კერძო წარმოებული $-\frac{\partial u_z}{\partial x}$ გამოსახავს უსასრულოდ მცირე მონაკვეთის ბრუნვის კუთხურ სიჩქარეს Oy ღერძის მიმართ.

§ 3.13. ეილერ-ბრუმმეკას განტოლებები

ეილერის განტოლებები (3.49) მართებულია სითხის როგორც არაგრიგალური (პოტენციური), ისე გრიგალური მოძრაობისათვის. მაგრამ ეს განტოლებები გარეგნული ფორმით ვერ ასახავს მათი გამოყენების შესაძლებლობას გრიგალური მოძრაობის შემთხვევისათვის. ამიტომ მიზანშეწონილია მათი გარდაქმნა ისეთნაირად, რომ განტოლებებში გამოჩნდეს სითხის ნაწილაკების ბრუნვითი მოძრაობის კუთხური სიჩქარის კომპონენტები.

ამისათვის ავიღოთ (3.49) სისტემის პირველი განტოლება

$$F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+\frac{\partial u_x}{\partial x}u_x+\frac{\partial u_x}{\partial y}u_y+\frac{\partial u_x}{\partial z}u_z$$

და მასში შევიტანოთ $\frac{\partial u_x}{\partial y}$ და $\frac{\partial u_z}{\partial z}$-ის მნიშვნელობები (3.10) გამოსახულებებიდან

$$\frac{\partial u_x}{\partial y}=\frac{\partial u_y}{\partial x}-2\omega_z;\quad \frac{\partial u_x}{\partial z}=\frac{\partial u_z}{\partial x}+2\omega_y.$$

მაშინ მივიღებთ

$$F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}u_x+\frac{\partial u_y}{\partial x}u_y+\frac{\partial u_z}{\partial x}u_z\right)+2(\omega_y u_z-\omega_z u_y).$$

გარდაქმნათ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}u_x+\frac{\partial u_y}{\partial x}u_y+\frac{\partial u_z}{\partial x}u_z=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u_x^2}{2}+\frac{u_y^2}{2}+\frac{u_z^2}{2}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right).$$

გვექნება

$$F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)+2(\omega_y u_z-\omega_z u_y).$$

თუ ჩავატარებთ ანალოგიურ გარდაქმნებს (3.49) სისტემის დანარჩენი ორი განტოლების მიმართაც, საბოლოოდ მივიღებთ

$$\left.\begin{aligned}
F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}&=\frac{\partial u_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)+2(\omega_y u_z-\omega_z u_y);\\
F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}&=\frac{\partial u_y}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)+2(\omega_z u_x-\omega_x u_z);\\
F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}&=\frac{\partial u_z}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right)+2(\omega_x u_y-\omega_y u_x).
\end{aligned}\right\}\qquad(3.50)$$

ეილერის განტოლებები ასეთი ფორმით მოცემულ იქნა ყაზანის უნივერსიტეტის პროფესორის ი. გრომეკას მიერ (1881 წ.).

გავიხსენოთ, რომ მასური (მოცულობითი) ძალის აჩქარების F_x, F_y და F_z გეგმილები შეგვიძლია წარმოვადგინოთ $U(x, y, z)$ ძალური (პოტენციური) ფუნქციის კერძო წარმოებულის სახით[1] შესაბამისი კოორდინატებით

$$F_x=\frac{\partial U}{\partial x};\quad F_y=\frac{\partial U}{\partial y};\quad F_z=\frac{\partial U}{\partial z}.\qquad(2.9)$$

ამ მნიშვნელობების შეტანით (3.50) სისტემაში მივიღებთ

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)&=\frac{\partial u_x}{\partial t}+2(\omega_y u_z-\omega_z u_y);\\
\frac{\partial U}{\partial y}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)&=\frac{\partial u_y}{\partial t}+2(\omega_z u_x-\omega_x u_z);\\
\frac{\partial U}{\partial z}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right)&=\frac{\partial u_z}{\partial t}+2(\omega_x u_y-\omega_y u_x).
\end{aligned}\right\}$$

[1] ძალებს, რომლებიც გამოსახულია $U(x, y, z)$ ფუნქციით, ეწოდება პოტენციალის მქონე ძალები.

საიდანაც

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)&=\frac{\partial u_x}{\partial t}+2(\omega_y u_z-\omega_z u_y);\\
\frac{\partial}{\partial y}\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)&=\frac{\partial u_y}{\partial t}+2(\omega_z u_x-\omega_x u_z);\\
\frac{\partial}{\partial z}\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)&=\frac{\partial u_z}{\partial t}+2(\omega_x u_y-\omega_y u_x).
\end{aligned}\right\} \qquad (3\ 51)$$

ასეთია ეილერ-გრომეკას განტოლებები გრიგალის კომპონენტებში, როდესაც სითხეზე მოქმედებს პოტენციალის მქონე მოცულობითი ძალები. ეს განტოლებები მიუთითებს გრიგალის კომპონენტების არსებობაზე ან არარსებობაზე და საშუალებას გვაძლევს, დავადგინოთ განსხვავება სითხის გრიგალურ და არაგრიგალურ მოძრაობათა თვისებურებებს შორის.

3.14. ბერნულის განტოლება იდეალური სითხის დამყარებული მოძრაობისათვის და მისი გამოყენების ზოგიერთები

ეილერ-გრომეკას დიფერენციალური განტოლებები მნიშვნელოვნად მარტივდება იდეალური სითხის დამყარებული მოძრაობისათვის, რადგანაც ამ შემთხვევაში განტოლებებში შემავალი კერძო წარმოებულები დროით ნულის ტოლი ხდება

$$\frac{\partial u}{\partial t}=0,\ \text{ე. ი. }\frac{\partial u_x}{\partial t}=\frac{\partial u_y}{\partial t}=\frac{\partial u_z}{\partial t}=0.$$

ამიტომ (3.51) განტოლებები დამყარებული მოძრაობისათვის ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)&=2(\omega_y u_z-\omega_z u_y);\\
\frac{\partial}{\partial y}\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)&=2(\omega_z u_x-\omega_x u_z);\\
\frac{\partial}{\partial z}\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)&=2(\omega_x u_y-\omega_y u_x).
\end{aligned}\right\} \qquad (3.52)$$

(3.52) სისტემის თითოეული განტოლება გავამრავლოთ, შესაბამისად, dx, dy, dz-ზე და მიღებული შედეგები შევკრიბოთ

$$\frac{\partial\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)}{\partial x}dx+\frac{\partial\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)}{\partial y}dy+$$

$$+\frac{\partial\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)}{\partial z}dz=2\left[(\omega_y u_z-\omega_z u_y)\,dx+(\omega_z u_x-\omega_x u_z)\,dy+\right.$$
$$\left.+(\omega_x u_y-\omega_y u_x)\,dz\right].$$

ამ გამოსახულების მარცხენა ნაწილი წარმოადგენს $\left(U-\frac{p}{\rho}-\right.$ $\left.-\frac{u^2}{2}\right)$ სამწევრის სრულ დიფერენციალს; რაც შეეხება მარჯვენა ნაწილს, ის შეიძლება ჩავწეროთ დეტერმინანტის სახით. მაშინ საბოლოოდ გვექნება

$$d\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)=2\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}. \qquad (3.53)$$

(3.53) განტოლების ინტეგრალი შედარებით ადვილად მიიღება არაბლანტი სითხის მოძრაობის იმ შემთხვევებისათვის, რომელთათვისაც ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილი ნულს უტოლდება.

მაშინ

$$d\left(U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}\right)=0$$

და

$$U-\frac{p}{\rho}-\frac{u^2}{2}=\text{const},$$

ანუ

$$-U+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}=\text{const}. \qquad (3.54)$$

(3.54) გამოსახულება ცნობილია ბერნულის ინტეგრალის ან ბერნულის განტოლების სახელწოდებით და, როგორც მოგვიანებით ვნახავთ, გამოსახავს კუთრი მექანიკური ენერგიის (პოტენციურის და კინეტიკურის) მუდმივობის კანონს მოძრავი იდეალური სითხისათვის.

ბერნულის განტოლების გამოყენების სფეროს დასადგენად გამოვარკვიოთ, თუ რა შემთხვევაში უტოლდება (3.53) განტოლების მარჯვენა ნაწილი—დეტერმინანტი—ნულს, ე. ი. რა შემთხვევაშია მართებული (3.54) განტოლება. მათემატიკის კურსიდან ცნობილია, რომ დეტერმინანტი ნულს უტოლდება მაშინ, როცა მისი ერთ-ერთი სტრიქონი ან სვეტი ნულებით არის წარმოდგენილი, ანდა ორი რომელიმე სტრიქონი

ერთმანეთის პროპორციულია, ე. ი. (3.54) განტოლება მართებული იქნება, თუ დაცულია შემდეგი პირობებიდან ერთ-ერთი:

1. $u_x=0;\quad u_y=0;\quad u_z=0;$
2. $dx=0;\quad dy=0;\quad dz=0;$
3. $\omega_x=0;\quad \omega_y=0;\quad \omega_z=0;$
4. $\dfrac{dx}{u_x}=\dfrac{dy}{u_y}=\dfrac{dz}{u_z};$
5. $\dfrac{dx}{\omega_x}=\dfrac{dy}{\omega_y}=\dfrac{dz}{\omega_z};$
6. $\dfrac{\omega_x}{u_x}=\dfrac{\omega_y}{u_y}=\dfrac{\omega_z}{u_z}.$

განვიხილოთ თითოეული მათგანი ცალ-ცალკე:

1. $u_x=0;\ u_y=0;\ u_z=0$. ეს პირობა ახასიათებს სითხის უძრაობას, მართლაც, ამ შემთხვევაში (3.54) განტოლება დაიყვანება ჰიდროსტატიკის ძირითად განტოლებაზე (2.11)

$$-U+\frac{p}{\rho}=\text{const},$$

რომელიც წარმოადგენს ბერნულის განტოლების კერძო შემთხვევას და მართებულია უძრაობაში მყოფი სითხის მთელი მოცულობისათვის;

2. $dx=0;\ dy=0;\ dz=0$. ეს პირობა ახასიათებს წერტილის ფიქსირებულ მდგომარეობას, ე. ი. (3.54) განტოლებაში შემავალი სიდიდეების ჯამი ერთი წერტილისათვის ყოველთვის მუდმივი სიდიდეა;

3. $\omega_x=0;\ \omega_y=0;\ \omega_z=0$. ეს პირობა ახასიათებს სითხის არაგრიგალურ (პოტენციურ) მოძრაობას. ამ შემთხვევაში ბერნულის განტოლება (3.54) მართებულია მთელი დამყარებული პოტენციური ნაკადისათვის.

ამ განტოლებაში მუდმივა ინარჩუნებს თავის მნიშვნელობას ნაკადის ყველა წერტილისათვის;

4. $\dfrac{dx}{u_x}=\dfrac{dy}{u_y}=\dfrac{dz}{u_z}$. ეს განტოლება წარმოადგენს დენის წირის განტოლებას (3.16). მაშასადამე, ბერნულის განტოლება მართებულია გრიგალური მოძრაობის შემთხვევაშიც, მხოლოდ ყოველი ცალკეული დენის წირისათვის. სხვადასხვა დენის წირისათვის $(-U+p/\rho+u^2/2)$ ჯამი იქნება სხვადასხვა;

5. $\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}$. ეს განტოლება წარმოადგენს გრიგალური წირის განტოლებას (3.24). მაშასადამე, (3.54) განტოლება მართებულია ყოველი ცალკეული გრიგალური წირისათვის, სხვადასხვა გრიგალური წირისათვის $\left(-U+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right)$ სამწევრის მნიშვნელობა იქნება სხვადასხვა;

6. $\frac{\omega_x}{u_x} = \frac{\omega_y}{u_y} = \frac{\omega_z}{u_z}$. ეს პირობა ახასიათებს ე. წ. ხრახნულ მოძრაობას[1]. თუ მას შევადარებთ (3.52) სისტემას, შევნიშნავთ, რომ ამ უკანასკნელის განტოლებათა მარჯვენა ნაწილები ხრახნული მოძრაობისას უტოლდება ნულს. მაშასადამე, $\left(-U+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right)$ ჯამი არ არის დამოკიდებული კოორდინატებზე და, ისევე როგორც პოტენციური ნაკადისათვის, მუდმივია მთელი ხრახნული ნაკადისათვის.

განვიხილეთ რა ბერნულის განტოლების გამოყენების სფეროები, მივცეთ მას პრაქტიკისათვის გამოსაყენებელი მარტივი სახე. ამისათვის, უპირველეს ყოვლისა, საჭიროა განისაზღვროს U პოტენციური ფუნქციის მნიშვნელობა.

ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში უმეტეს შემთხვევაში მოცულობითი ძალებიდან სითხეზე მოქმედებს მხოლოდ სიმძიმის ძალა. ამიტომ

$$F_x=0; \quad F_y=0; \quad F_z=-g. \tag{2.15}$$

მაშინ (2.8) გამოსახულებიდან გვექნება

$$dU=-g\,dz$$

და

$$U=-gz+C.$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით ბერნულის (3.54) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$gz+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}=\text{const},$$

ანუ

$$z+\frac{p}{\gamma}+\frac{u^2}{2g}=\text{const}, \tag{3.55}$$

სადაც $\gamma=\rho g$ (იხ. § 1.2).

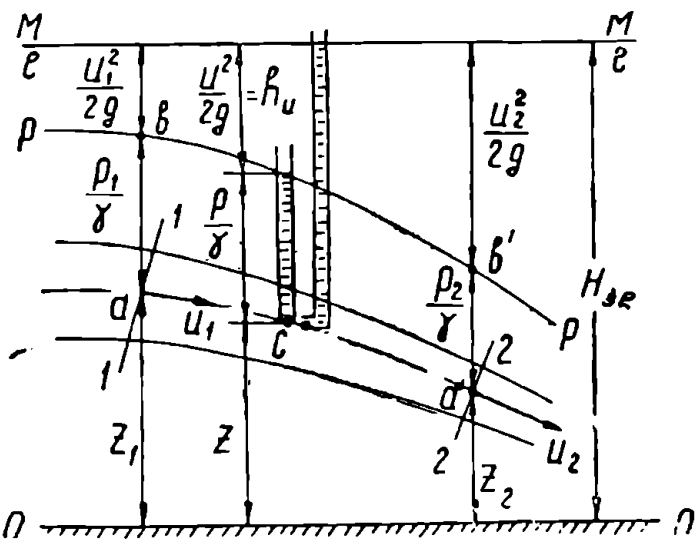
---

[1] ხრახნული მოძრაობისას დენის წირი და გრიგალური წირი ერთმანეთს თანხვედება. მაშასადამე, სითხის ნაწილაკები მოძრაობენ დენის წირების გასწვრივ და ერთდროულად ბრუნავენ მათ გარშემო.

(3.55) განტოლება მართებულია იდეალური სითხის ერთსა და იმავე დენის წირზე ანერთსა და იმავე გრიგალურ წირზე, აგრეთვე პოტენციური ანხრახნული ნაკადების ნებისმიერ წერტილებში მდებარე ნაწილაკებისათვის, როდესაც მოცულობითი ძალებიდან სითხეზე მოქმედებს მხოლოდ სიმძიმის ძალა.

§ 3.15. ბერნულის განტოლება იდეალური სითხის ელემენტარული ჭავლისათვის. მისი გეომეტრიული და ენერგეტიკული ინტერპრეტაცია

როგორც აღვნიშნეთ (§ 3.4), ელემენტარული ჭავლის განივი კვეთი ხასიათდება უსასრულოდ მცირე ზომებით. ამის გამო ჭავლის განივი კვეთის ყველა წერტილში ადგილობრივი u სიჩქარეები და p ჰიდროდინამიკური წნევები, ისევე როგორც ამ წერტილთა ნიშნულები რაიმე შერჩეული ჰორიზონტალური $O-O$ საფარდი (ათვლის) სიბრტყის მიმართ, ერთნაირია (ნახ. 3.20). მაშინ ბერნულის განტოლება (3.55) მარ-



ნახ. 3.20.

თებული იქნება არა მხოლოდ დენის წირისათვის, არამედ მის გარშემო გამოყოფილი ელემენტარული ჭავლისათვისაც.

ჭავლის სიგრძეზე ნებისმიერად შერჩეული ორი კვეთისათვის (1—1 და 2—2) ბერნულის განტოლებას ექნება ასეთი სახე:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}. \qquad (3.56)$$

ბერნულის განტოლების გეომეტრიული არსი. ბერნულის განტოლების ყველა წევრს სიგრძის განზომილება აქვს. z სიდიდე წარმოადგენს ელემენტარული ჭაელის კვეთის სიმძიმის ცენტრის (c) მდებარეობის გეომეტრიულ სიმაღლეს $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ და მას გეომეტრიულ სიმაღლეს ან გეომეტრიულ დაწნევას უწოდებენ. მეორე წევრი $\left(\frac{p}{\gamma}\right)$ წარმოადგენს სიმაღლეს, რომელიც ეზომება პიეზომეტრით და შეესაბამება p ჰიდროდინამიკურ წნევას კვეთის სიმძიმის ცენტრში; მას პიეზომეტრულ სიმაღლეს ან პიეზომეტრულ დაწნევას უწოდებენ. მესამე წევრსაც $\left(\frac{u^2}{2g}\right)$ ასევე სიგრძის განზომილება აქვს და წარმოადგენს ე. წ. სიჩქარით სიმაღლეს ან სიჩქარით დაწნევას. თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, რომ $h_u=\frac{u^2}{2g}$ არის ისეთი სიმაღლე, რა სიმაღლიდანაც უნდა ჩამოვარდეს სხეული, რათა დაცემის მომენტში მისი სიჩქარე u-ს ტოლი იყოს. $u^2/2g$ სიდიდეს ზომავენ ხელსაწყოთი, რომელსაც პიტოს მილაკს უწოდებენ. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს 90°-ით ბოლომოხრილ მილაკს (ნახ. 3.20), რომლის შესასვლელი კვეთის დიამეტრი ნაკლებია თვით მილაკის დიამეტრზე. სითხის რაიმე c წერტილში ადგილობრივი u სიჩქარის გასაზომად პიტოს მილაკის მოხრილ ბოლოს თავსებენ დინების შემხვედრად ისე, რომ შესასვლელი კვეთი ორიენტირებული იყოს სიჩქარის u ვექტორის მართობულად. სითხის დონე პიტოს მილაკში $h_u=\frac{u^2}{2g}$ სიდიდით მაღლა დგება, ვიდრე პიეზომეტრში. $h_u=\frac{u^2}{2g}$ გამოსახულებიდან გამოითვლება u სიჩქარე[1]

$$u=\sqrt{2gh_u}.$$

ბერნულის განტოლების გეომეტრიული არსის გამოსარკვევად $1-1$ და $2-2$ კვეთების სიმძიმის a და a' ცენტრებიდან ვერტიკალურად ზემოთ გადავზომოთ $\frac{p_1}{\gamma}$ და $\frac{p_2}{\gamma}$ პიეზომეტრულ სიმაღლეთა შესაბამისი ab და $a'b'$ მონაკვეთები, ხოლო b და b' წერტილებიდან — $\frac{u_1^2}{2g}$ და $\frac{u_2^2}{2g}$ სიჩქარეთა დაწნევათა შესაბამისი მონაკვეთები (ნახ. 3.20).

---

[1] რეალური სითხეებისათვის u-ს გამოსათვლელ ფორმულას აქვს შემდეგი სახე: $u=\varphi\sqrt{2gh_u}$, სადაც φ არის ტარირების კოეფიციენტი, რომელიც თეალსაწიერებს მილაკის კონსტრუქციულ თავისებურებებს, სითხის სიბლანტეს და ნაკადის სტრუქტურულ ცვლილებას მასში მილაკის მოთავსების შედეგად.

(3.56) განტოლების მიხედვით სამი სიმაღლის ჯამი $\left(z+\frac{p}{\gamma}+\right.$ $\left.+\frac{u^2}{2g}\right)$ ელემენტარული ჰაელის მთელ სიგრძეზე მუდმივია. ამიტომ ამ ჯამის შესაბამისი მონაკვეთის წერტილები კვეთისათვის მოთავსდება $O-O$ საფარდი სიბრტყიდან ერთი და იმავე $H_{ჰ}$ სიმაღლეზე $M-M$ ჰორიზონტალურ სიბრტყეში. $H_{ჰ}$ დაწნევას სრულ ანუ ჰიდროდინამიკურ დაწნევას უწოდებენ, ხოლო $M-M$ სიბრტყეს სრული ანუ ჰიდროდინამიკური დაწნევის სიბრტყეს. პიეზომეტრებში სითხის დონეების შემაერთებელ $p-p$ წირს პიეზომეტრული წირი ეწოდება, ხოლო $M-M$ წირს — სრული დაწნევის წირი. პიეზომეტრული წირი გამოსახავს გეომეტრიულ და პიეზომეტრულ დაწნევათა ჯამის ცვლილებას ელემენტარული ჰაელის გასწვრივ.

მაშასადამე, ბერნულის განტოლება იდეალური სითხის ელემენტარული ჰაელისათვის წარმოადგენს სრული დაწნევის მუდმივობის განტოლებასაც

$$H_{ჰ}=z+\frac{p}{\gamma}+\frac{u^2}{2g}=\text{const.} \qquad (3.57)$$

ბერნულის განტოლების ენერგეტიკული არსი. ბერნულის განტოლება გამოსახავს ენერგიის შენახვის კანონს იდეალური სითხის ელემენტარული ჰაელისათვის. ადვილია იმის დამტკიცება, რომ (3.56) განტოლების თითოეული წევრი წარმოადგენს სითხის კუთრი მექანიკური ენერგიის სხვადასხვა ფორმას.

წარმოვიდგინოთ, რომ c წერტილში (ნახ. 3.20) ელემენტარული ჰაელის ფარგლებში თავმოყრილია სითხის უსასრულოდ მცირე dm მასიანი ნაწილაკი. მისი პოტენციური ენერგია ($d\Im$) $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ განისაზღვრება არა მარტო მდებარეობის z სიმაღლით, არამედ $\frac{p}{\gamma}$ პიეზომეტრული სიმაღლითაც (§ 2.6). ასე რომ, c წერტილში dm მასის პოტენციური ენერგია

$$d\Im=gdm\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)=gdmz+gdm\frac{p}{\gamma}.$$

რაც შეეხება ერთეული წონის მქონე სითხის პოტენციურ ენერგიას, ანუ კუთრ პოტენციურ ენერგიას, ის გამოითვლება ფორმულით

$$dE_{\Im}=\frac{d\Im}{gdm}=z+\frac{p}{\gamma}. \qquad (3.58)$$

ამასთან, მიღებულ გამოსახულებაში z წარმოადგენს მდებარეობის კუთრ პოტენციურ ენერგიას, ხოლო $\frac{p}{\gamma}$ — წნევის კუთრ პოტენციურ ენერგიას.

u სიჩქარით მოძრავ სითხის უსასრულოდ მცირე ნაწილაკს აქვს $dЭ_к = \frac{dmu^2}{2}$ კინეტიკური ენერგია. მისი კუთრი კინეტიკური ენერგია, ე. ი. ერთეული წონის მქონე სითხის კინეტიკური ენერგია, ტოლი იქნება

$$dE_к = \frac{dЭ_к}{gdm} = \frac{\frac{dm\,u^2}{2}}{gdm} = \frac{u^2}{2g}. \tag{3.59}$$

სრული კუთრი მექანიკური ენერგია შედგება ჯამისაგან

$$dE = dE_п + dE_к = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}. \tag{3.60}$$

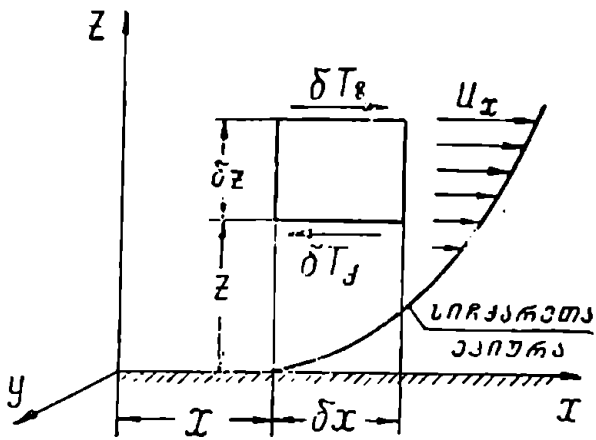
ამგვარად, მივიღეთ (3.56) განტოლებაში შემავალი გამოსახულება, რომელიც ჰაელის ყველა კვეთისათვის მუდმივ სიდიდეს წარმოადგენს, რადგანაც 1—1 და 2—2 კვეთები ნებისმიერადაა აღებული ჰაელის სიგრძეზე. აქედან დავასკვნით, რომ იდეალური სითხის ელემენტარული ჰაელის სრული კუთრი მექანიკური ენერგია ჰაელის მთელ სიგრძეზე ნებისმიერად შერჩეული ჰორიზონტალური სიბრტყის (საფარდი სიბრტყის) მიმართ მუდმივი სიდიდეა.

ბერნულის განტოლების ენერგეტიკული არსის განხილვისას ხშირად სრული დაწნევის $M—M$ სიბრტყეს (წირს) აღნიშნავენ $e—e$-ით (ნახ. 3.20) და მას კუთრი ენერგიის სიბრტყეს ან წირს უწოდებენ.

ბერნულის განტოლება ჰიდრავლიკის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი განტოლებაა. ის ამყარებს დამოკიდებულებას წერტილის მდებარეობასა (z), წნევასა (p) და სიჩქარეს (u) შორის ჰაელის სიგრძეზე ნებისმიერად აღებული ორი კვეთისათვის. სხვადასხვა კვეთში z ნიშნულის მუდმივობისას ბერნულის განტოლებიდან გამომდინარეობს მოძრავი სითხის ფრიად მნიშვნელოვანი თვისება: სიჩქარის გაზრდით წნევა მცირდება, ხოლო სიჩქარის შემცირებით წნევა იზრდება.

§ 3.16 რ ალური (ბლანტი) სითხის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები (ნავიე-სტოქსის განტოლებები)

რეალური (ბლანტი) სითხის მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებათა მისაღებად საჭიროა, იდეალური სითხის მოძრაობისათვის შედგენილ დიფერენციალურ განტოლებებში (ეილერის განტოლებებში) გავითვალისწინოთ სიბლანტით განპირობებული შიგა ხახუნის ძალები. შევნიშნავთ, რომ ეილერის განტოლებებში შემავალი ერთეულ მასაზე მოქმედი მოცულობითი ძალები (მოცულობითი ძალების პროექციები) უცვლელი დარჩება, ხოლო ზედაპირული ძალებიდან, წნევის ძა-



ნახ. 3.21.

ლების გარდა, რომლებიც ნორმალური ძაბვების სახით შედიან განტოლებებში, თავს იჩენს სითხის სიბლანტით გამოწვეული ძალებიც შესაბამისი მხები ძაბვების სახით.

ბლანტი სითხის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებების გამოყვანა რთული და შრომატევადი პროცესია; იგი სრულად არის მოცემული ჰიდრომექანიკის კურსში. ამიტომ ჩვენ განვიხილავთ ამოცანის გადაწყვეტის მარტივ გზას, თუმცა ეს მიღებულ საბოლოო შედეგებზე გავლენას არ ახდენს. ამ მიზნით მოძრავ სითხეში გამოვყოთ ელემენტარული პარალელეპიპედი δx, δy, δz წიბოებით და სიმარტივისათვის გამოვიკვლიოთ ამ მოცულობის ერთგანზომილებიანი მოძრაობა Ox ღერძის გასწვრივ (ნახ. 3.21). ამასთან ვიგულისხმოთ, რომ u_x სიჩქარე იცვლება მხოლოდ Oz ღერძის მიმართულებით.

დავუშვათ, რომ xOy სიბრტყე წარმოადგენს მყარ უძრავ ზედაპირს, რომელიც ამუხრუჭებს სითხის მოძრაობას და u_x სიჩქარის მნიშვნელობა იცვლება ნულიდან (ამ ზედაპირზე) რაღაც მნიშვნელობამდე სიჩქარეთა განაწილების ეპიურის შესაბამისად (ნახ. 3.21). სიჩქარეთა

სხვაობის არსებობის გამო პარალელეპიპედის ჰორიზონტალურ წახნაგებზე წარმოიქმნება ხახუნის ელემენტარული ძალები. თუ ქვედა წახნაგზე მოქმედი მხები ძაბვის მნიშვნელობას აღვნიშნავთ τ-თი, მაშინ ზედა წახნაგზე იმოქმედებს $\tau+\frac{d\tau}{dz}\delta z$ მხები ძაბვა, სადაც $\frac{d\tau}{dz}$ სიდიდე წარმოადგენს τ-ს ცვლილებას ერთეულ მანძილზე Oz ღერძის მიმართულებით, ხოლო $\frac{d\tau}{dz}\delta z$ — τ-ს ცვლილებას δz მანძილზე იმავე მიმართულებით მაშასადამე, ელემენტარული პარალელეპიპედის ქვედა და ზედა წახნაგებზე მოქმედი ხახუნის ძალები შესაბამისად ტოლი იქნება

$$\delta T_1=\tau\delta x\,\delta y;\quad \delta T_2=\left(\tau+\frac{d\tau}{dz}\cdot\delta z\right)\delta x\,\delta y.$$

მათგან პირველი (δT_1 ძალა) მიმართულია სითხის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ, ხოლო მეორე (δT_2) — მოძრაობის მიმართულებით.

ამგვარად, აღნიშნული ძალების Ox ღერძზე გეგმილების ჯამი იქნება

$$\delta T_x=\left(\tau+\frac{d\tau}{dz}\,\delta z\right)\delta x\,\delta y-\tau\,\delta x\,\delta y=\frac{d\tau}{dz}\,\delta x\,\delta y\,\delta z.$$

მაგრამ შიგა ხახუნის ძაბვა, რომელიც სითხის სიბლანტით არის განპირობებული, აბსოლუტური მნიშვნელობით ტოლია (§ 1.2)

$$\tau=\mu\frac{du_x}{dz},$$

სადაც სიბლანტის დინამიკური კოეფიციენტი (μ) გარკვეულ პირობებში მყოფი მოცემული სითხისათვის შეიძლება მუდმივ სიდიდედ მივიჩნიოთ. ამიტომ

$$\delta T_x=\frac{d\tau}{dz}\,\delta x\,\delta y\,\delta z=\frac{d}{dz}\left(\mu\frac{du_x}{dz}\right)\delta x\,\delta y\,\delta z=\mu\frac{d^2u_x}{dz^2}\,\delta x\,\delta y\,\delta z.$$

იმის გამო, რომ ეილერის განტოლებებში შემავალი ყველა ძალა ერთეულ მასაზე მოქმედია, საჭიროა მიღებული გამოსახულება გავყოთ პარალელეპიპედის მასაზე $\delta m=\rho\,\delta x\,\delta y\,\delta z$ და გავითვალისწინოთ, რომ $\mu/\rho=\nu$, სადაც ν არის სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტი. მაშინ გვექნება

$$\frac{\delta T_x}{\delta m}=\frac{\mu}{\rho}\frac{d^2u_x}{dz^2}=\nu\frac{d^2u_x}{dz^2}. \tag{3.61}$$

ახლა თუ ერთგანზომილებიანი მოძრაობიდან გადავალთ სივრცულ მოძრაობაზე, როდესაც სიჩქარის u_x, u_y, u_z კომპონენტები x, y

და z კოორდინატების ფუნქციაა, ერთეულ მასაზე მოქმედი ბლანტი წინაღობის ძალის გეგმილი Ox ღერძზე

$$\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)$$

სახით წარმოსდგება.

ამგვარად, თუ იდეალური სითხის მოძრაობისათვის შედგენილ დიფერენციალურ (3.47) განტოლებებში გავითვალისწინებთ ბლანტი წინაღობის შემდგენებს დანარჩენი ორი ღერძისთვისაც, მივიღებთ რეალური (ბლანტი) სითხის მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებებს

$$\left.\begin{aligned}
F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)&=\frac{du_x}{dt};\\
F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right)&=\frac{du_y}{dt};\\
F_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right)&=\frac{du_z}{dt}.
\end{aligned}\right\}\qquad (3\ 62)$$

მიღებულ გამოსახულებებს ნავიე-სტოკსის[1] განტოლებებს უწოდებენ. ისინი იშვიათად გამოიყენება პრაქტიკაში, რადგანაც რეალურ ნაკადებში ხახუნის ძალების განაწილების გათვალისწინება დიდ სირთულეებთან არის დაკავშირებული.

§ 3.17. ბერნულის განტოლება რეალური სითხის ელემენტარული ჭავლისათვის დამუშავებული მოძრაობის შემთხვევაში

იდეალური სითხის ელემენტარული ჭავლისათვის ბერნულის განტოლების განხილვისას აღვნიშნეთ, რომ სრული კუთრი მექანიკური ენერგია (ან სრული დაწნევა) ჭავლის ნებისმიერი კვეთისათვის მუდმივ სიდიდეს წარმოადგენს. ამასთან, ერთი კვეთიდან მეორეზე გადასვლისას ხდება მხოლოდ კუთრი პოტენციური ენერგიის $\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)$ ამა თუ იმ ნაწილის გადასვლა კინეტიკურში $\left(\frac{u^2}{2g}\right)$ და პირიქით.

ბლანტი სითხის მოძრაობისას სითხის კუთრი მექანიკური ენერგიის (სრული დაწნევის) საერთო მარაგი არ შეიძლება მუდმივი დარჩეს. იგი აუცილებლად უნდა შემცირდეს მოძრაობის მიმართულებით,

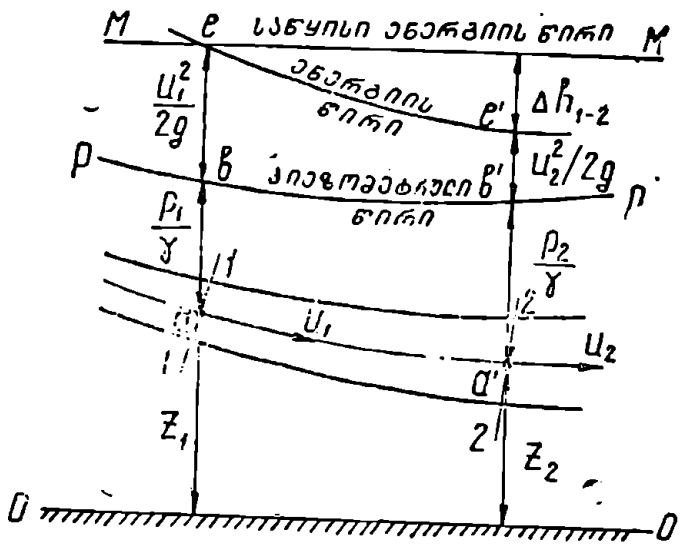
[1] ეს განტოლებები პირველად 1822 წელს მიღებულ იქნა ფრანგი მეცნიერის ნავიეს მიერ, ხოლო 1845 წელს ინგლისელმა სტოკსმა მოუყვანა მათი გამოყვანის უფრო სრულყოფილი მეთოდი.

რადგანაც მექანიკური ენერგიის (დაწნევის) ნაწილი სითხის სიბლანტით (შიგა ხახუნით) განპირობებულ წინაღობათა გადალახვაზე იხარჯება.

გავითვალისწინოთ, რომ ბერნულის განტოლების ყველა წევრს აქვს სიგრძის განზომილება და წინაღობათა გადალახვაზე დახარჯული კუთრი მექანიკური ენერგიის (სრული დაწნევის) ნაწილი Δh_{1-2} სიმბოლოთი აღვნიშნოთ. მაშინ ბერნულის განტოლებას რეალური სითხის ელემენტარული ჭაულის ორი კვეთისათვის ასეთი სახე ექნება:

$$\left[z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + \Delta h_{1-2} \right] \qquad (3.63)$$

როგორც ვხედავთ, Δh_{1-2} წევრი წარმოადგენს სითხის კუთრი მექანიკური ენერგიის (დაწნევის) დანაკარგს განსახილველ 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის (ნახ. 3.22). სხვანაირად შეიძლება ვთქვათ, რომ ენერ-



ნახ. 3.22.

გეტიკული თვალსაზრისით Δh_{1-2} წარმოადგენს ერთეული წონის მქონე ბლანტ სითხეზე მოქმედი ყველა სახის წინაღობის ძალის მუშაობას ერთი კვეთიდან მეორემდე სითხის გადაადგილებისას.

აღნიშნულის გამო, რეალური და იდეალური სითხის ჭაულებისათვის აგებული ენერგიის წირები (სრული დაწნევის წირები) ერთმანეთისაგან განსხვავებული იქნება. რადგანაც რეალური სითხის შემთხვევაში კუთრი მექანიკური ენერგია (სრული დაწნევა) ჭაულის გასწვრივ კლებულობს, ამიტომ მის მნიშვნელობათა ცვლილება ჭაულის სიგრძეზე გამოისახება არა ჰორიზონტალური წრფით, როგორც ეს იდეალური

სითხის ელემენტარული ჰაერისათვის გვქონდა, არამედ რაიმე $\varepsilon - \varepsilon'$ წარით (ნახ. 3.22). კერძო შემთხვევაში, როდესაც ჰაერის კვეთი სიგრძეზე არ იცვლება, კუთრი ენერგიის (სრული დაწნევის) დანაკარგი საწყისი კვეთიდან (1 — 1 კვეთიდან) ათვლილი მანძილის პროპორციული იქნება და კუთრი ენერგიის (სრული დაწნევის) ცვლილება დახრილი წრფით გამოისახება.

§ 3.18. ჰიდროდინამიკური წნევის განაწილება სითხის დამუარებულ მდუმარედ ცვალებად მოძრაობის შემთხვევაში

სითხის ნაკადში დენის წირები შეიძლება იყოს წრფივიც და მრუდწირულიც, აგრეთვე — ერთმანეთის პარალელურიც და არაპარალელურიც. ეს გარემოება გავლენას ახდენს ნაკადის ცოცხალ კვეთში ჰიდროდინამიკური წნევის განაწილების ხასიათზე და რამდენადმე ზღუდავს ნაკადისათვის ბერნულის განტოლების გამოყენების შესაძლებლობას.

ამასთან დაკავშირებით ჰიდრავლიკაში შემოაქვთ ე. წ. მდორედ ცვალებადი მოძრაობის ცნება. ასეთი მოძრაობისას დენის წირებს სიმრუდეს და მათი გაშლის კუთხეს უგულებელყოფენ, რის გამოც შეგვიძლია ცოცხალი კვეთები ბრტყელ კვეთებად მივიჩნიოთ, ე. ი. ვთქვათ, რომ მდორედ ცვალებადი მოძრაობის შემთხვევაში დენის წირები ერთმანეთის პარალელური ან თითქმის პარალელურია, ხოლო მათი სიმრუდე უმნიშვნელოა. შევნიშნავთ, რომ მოძრაობას, რომლის დროსაც დენის წირები ერთმანეთის მიმართ მკაცრად პარალელურია, პარალელურპაველურს ანუ სწორიპაველურს უწოდებენ.

განვიხილოთ მდორედ ცვალებადი ნაკადი და დავუშვათ, რომ დენის წირები მიმართულია კოორდინატთა Ox ღერძის პარალელურად. მაშინ ნაკადის განივი კვეთი, რომელიც განსახილველ შემთხვევაში თანხვდება ცოცხალ კვეთს, შეუთავსდება yOz სიბრტყეს. რადგანაც Oy და Oz ღერძების მიმართ მოძრაობა არ ხდება, ამიტომ სიჩქარეთა და აჩქარებების ველი ნაკადის ცოცხალ კვეთში გამოისახება შემდეგი ტოლობებით:

$$u_x \approx u; \quad u_y = 0; \quad u_z = 0; \quad \frac{du_y}{dt} = 0; \quad \frac{du_z}{dt} = 0.$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით ეილერის განტოლებები (3.47) ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\left.\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt}; \\ F_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ F_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3.64)$$

როგორც ვხედავთ, სისტემის ბოლო ორი განტოლება წარმოადგენს წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებებს Oy და Oz ღერძების მიმართ, რაც საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ შემდეგი მნიშვნელოვანი დასკვნა: მდორედ ცვალებადი დამყარებული მოძრაობისას ნაკადის ცოცხალ კვეთში ჰიდროდინამიკური წნევის განაწილება ექვემდებარება ჰიდროსტატიკის ძირითად კანონს. მაშასადამე, yOz სიბრტყის პარალელური ყოველი ცოცხალი კვეთისათვის

$$z+\frac{p}{\gamma}=\text{const}. \tag{3.65}$$

სხვადასხვა ცოცხალი კვეთისათვის მუდმივას მნიშვნელობა (3.65) გამოსახულებაში იქნება სხვადასხვა.

§3.19. კინეტიკური ენერგიისა და მოძრაობის რაოდენობის კოეფიციენტები რეალური სითხის ნაკადისათვის

კინეტიკური ენერგიის კოეფიციენტი (კორიოლისის კოეფიციენტი). მდორედ ცვალებადი დამყარებული მოძრაობის შემთხვევაში ნაკადის ცოცხალ კვეთში გამავალი სითხის კუთრი მექანიკური ენერგია

$$E=E_{\text{პ}}+E_{\text{კ}(\omega)}. \tag{3.66}$$

სადაც $E_{\text{პ}}$ არის კუთრი პოტენციური ენერგია;

$E_{\text{კ}(\omega)}$ — კუთრი კინეტიკური ენერგია.

კუთრი პოტენციური ენერგია ($E_{\text{პ}}$) მდორედ ცვალებადი დამყარებული ნაკადისათვის ისევე განისაზღვრება, როგორც ელემენტარული ჭავლისათვის — $E_{\text{პ}}=z+\frac{p}{\gamma}$, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ნაკადის შემთხვევაში z ღერძის ცოცხალი კვეთის ნებისმიერი წერტილის ნიშნული, ხოლო p — ჰიდროდინამიკური წნევა იმავე წერტილში (ელემენტარული ჭავლისათვის მისი კვეთის უსასრულოდ მცირე ზომების გამო ასეთი შენიშვნის გაკეთების საჭიროება არ არსებობს). რაც შეეხება განსახილველი ცოცხალი კვეთის კუთრ კინეტიკურ ენერგიას ($E_{\text{კ}(\omega)}$), მისი გამოთვლა რამდენადმე რთულდება. საქმე ის არის, რომ ელემენტარული ჭავლის კვეთის ფარგლებში ყველა ნაწილაკს ერთი და იგივე u სიჩქარე აქვს, და ამდენად, კუთრი კინეტიკური ენერგიაც ადვილად გამოითვლება $dE_{\text{კ}(\omega)}=\frac{u^2}{2g}$. ნაკადი კი, როგორც გვაბსოვს, უამრავი ელემენტარული ჭავლის ერთობლიობას წარმოადგენს და ამიტომ მისი ცოცხალი კვეთის ფართობი (ω) ყველა ელემენტარული ჭავლის განივი კვეთის ფართობთა ($d\omega$) ჯამის ტოლდიდია. მაგრამ ნაკადის ცოცხალი კვეთის

ფარგლებში, ზოგად შემთხვევაში, სხვადასხვა ჰაელს სხვადასხვა ადგილობრივი u სიჩქარე აქვს. მაშასადამე, ნაკადის ცოცხალ კვეთში გამავალი სითხის კუთრი კინეტიკური ენერგიის საპოვნელად საჭიროა, გამოვთვალოთ ცალკეული ელემენტარული ჰაელის კუთრი კინეტიკური ენერგიის მნიშვნელობა და მიღებული შედეგები შევკრიბოთ.

ელემენტარული ჰაელის განივი კვეთის ფართობი აღვნიშნოთ $d\omega$-თი, ხოლო სიჩქარე აღებულ კვეთში — u-თი. მაშინ დროის ერთეულში ჰაელის კვეთში გაივლის $dm=\rho\, dQ=\rho\, u d\,\omega$ მასის მქონე სითხე და მისი კინეტიკური ენერგია $d\,\mathcal{E}_{\kappa(u)}=\frac{dm\,u^2}{2}=\rho\, u d\,\omega\,\frac{u^2}{2}$ სიდიდის ტოლი იქნება. ნაკადის ცოცხალი კვეთისათვის კინეტიკური ენერგიის მნიშვნელობა გამოითვლება ფორმულით

$$\mathcal{E}_{\kappa(u)}=\int_{\omega} d\,\mathcal{E}_{\kappa(u)}=\int_{\omega}\rho\, u d\,\omega\,\frac{u^2}{2}=\frac{\rho}{2}\int_{\omega} u^3\, d\omega. \qquad (3.67)$$

თუ ამ უკანასკნელს გავყოფთ ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი სითხის $G=mg=\rho\, Qg=\rho\, gQ$ წონაზე, მივიღებთ კუთრი კინეტიკური ენერგიის საძიებელ მნიშვნელობას

$$E_{\kappa(u)}=\frac{\mathcal{E}_{\kappa(u)}}{G}=\frac{\frac{\rho}{2}\int_{\omega} u^3\, d\omega}{\rho\, gQ}=\frac{1}{2gQ}\int_{\omega} u^3\, d\omega. \qquad (3.68)$$

(3.68) გამოსახულების პრაქტიკულად გამოყენებისათვის უნდა ვიცოდეთ ცოცხალ კვეთში $u=f(x,\ y,\ z)$ ადგილობრივ სიჩქარეთა განაწილების სრული სურათი, რაც ხშირ შემთხვევაში არ ხერხდება. ამიტომ ისმის საკითხი კუთრი კინეტიკური ენერგიის გამოთვლის შესახებ არა ადგილობრივი სიჩქარეების, არამედ ნაკადის $v=\frac{Q}{\omega}$ საშუალო სიჩქარის საშუალებით.

ამასთან დაკავშირებით დავუშვათ, რომ ნაკადის ცოცხალ კვეთში სითხის ყველა ნაწილაკს აქვს ერთი და იგივე v საშუალო სიჩქარე. მაშინ ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი $m=\rho Q$ მასის კინეტიკური ენერგია $\mathcal{E}_{\kappa(v)}=\frac{mv^2}{2}=\frac{\rho\, Qv^2}{2}$ სიდიდის ტოლი იქნება. თუ მას

გავყოფთ სითხის $G=\rho gQ$ წონით ხარჯზე. მივიღებთ საშუალო სიჩქარით განსაზღვრულ კუთრ კინეტიკურ ენერგიას

$$E_{ჯ(ი)}=\frac{Э_{ჯ(ი)}}{G}=\frac{\frac{\rho Q\frac{v^2}{2}}{}}{\rho gQ}=\frac{v^2}{2g}. \qquad (3.69)$$

გამოვთვალოთ ფარდობა

$$\alpha=\frac{E_{ჯ(u)}}{E_{ჯ(ი)}}=\frac{\frac{1}{2gQ}\int_{\omega}u^3\,d\omega}{\frac{v^2}{2g}}=\frac{\int_{\omega}u^3\,d\omega}{v^3\omega}. \qquad (3.70)$$

უგანზომილებო α კოეფიციენტს კინეტიკური ენერგიის კოეფიციენტს, ანუ კორიოლისის კოეფიციენტს, უწოდებენ. იგი წარმოადგენს ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი სითხის მასის ნამდვილი კინეტიკური ენერგიის ფარდობას ისეთ კინეტიკურ ენერგიასთან, რომელიც პირობითად გამოთვლილია დაშვებით, რომ სიჩქარე ცოცხალი კვეთის ყველა წერტილში საშუალო სიჩქარის ტოლია.

(3.69) და (3.70) გამოსახულებებიდან ჩანს, რომ კუთრი კინეტიკური ენერგია შეიძლება გამოვთვალოთ საშუალო სიჩქარით, თუ გვეცოდინება α კოეფიციენტის სიდიდე

$$E_{ჯ(u)}=\alpha E_{ჯ(ი)}=\frac{\alpha v^2}{2g}. \qquad (3.71)$$

α კოეფიციენტის მნიშვნელობის დასადგენად (3.70) გამოსახულებას მივცეთ სხვა სახე. ამისათვის დავუშვათ, რომ ადგილობრივი u სიჩქარე საშუალო სიჩქარისაგან განსხვავდება $\pm\Delta u$ სიდიდით, ე. ი. $u=v\pm\Delta u$, მაშინ (3.70) გამოსახულებიდან გვექნება

$$\alpha=\frac{\int_{\omega}u^3\,d\omega}{v^3\omega}=\frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left(\frac{u}{v}\right)^3 d\omega=\frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left(\frac{v\pm\Delta u}{v}\right)^3 d\omega=$$

$$=\frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left(1\pm\frac{\Delta u}{v}\right)^3 d\omega=\frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left[1+3\left(\frac{\Delta u}{v}\right)^2\pm 3\frac{\Delta u}{v}\pm\left(\frac{\Delta u}{v}\right)^3\right]d\omega. \qquad (3.72)$$

მიღებულ გამოსახულებაში $\int_{\omega}\left(\frac{\Delta u}{v}\right)^3 d\omega=\frac{1}{v^3}\int_{\omega}\Delta u^3\,d\omega$ სიდიდე მი-

სი სიმცირის გამო შეიძლება უგულებელვყოთ. რაც შეეხება $\int_{\omega}\Delta u\,d\omega$ სიდიდეს, ის ყოველთვის ნულის ტოლია. მართლაც,

$$\int_{\omega}\Delta u\,d\omega=\int_{\omega}(u-v)\,d\omega=\int_{\omega}u\,d\omega-v\omega=Q-Q=0.$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით (3.72) გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\alpha=\frac{1}{\omega}\int_{\omega}\left[1+3\left(\frac{\Delta u}{v}\right)^2\right]d\omega=1+3\,\frac{\int_{\omega}\Delta u^2\,d\omega}{v^2\omega}. \qquad (3.73)$$

როგორც (3.73) დამოკიდებულებიდან ჩანს, კორიოლისის კოეფიციენტი ყოველთვის 1-ზე მეტი სიდიდეა. $\alpha=1$-ს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა $\Delta u=0$-ს, ე. ი. როცა ნაკადის განივკვეთში სიჩქარეები თანაბრად განაწილდება. ჩვეულებრივ, ნაკადებში გვაქვს სიჩქარეთა ჯრაფანაბარი განაწილება, ამიტომ α ყოველთვის მიიღება ერთზე მეტი. ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში დამყარებული მდინარედ ცვლებადი დინებისათვის α-ს 1,05÷1,1-ის ტოლს ღებულობენ, თუმცა ის ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება მნიშვნელოვნად ჭეტიც იყოს (§ 4.4).

ამგვარად, კორიოლისის კოეფიციენტი ახასიათებს ნაკადის ცოცხალ კვეთში სიჩქარეთა განაწილების უთანაბრობას, რის გამოც მას სიჩქარეთა განაწილების უთანაბრობის კოეფიციენტსაც უწოდებენ.

მოძრაობის რაოდენობის კოეფიციენტი (ბუსინესკის კოეფიციენტი). ჰიდრავლიკის ზოგიერთი საკითხის შესასწავლად ხშირად აუცილებელია, ვიცოდეთ მოცემულ ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი სითხის მასის მოძრაობის რაოდენობა, რომელიც ცოცხალი კვეთის ფარგლებში უსასრულოდ მცირე $d\omega$ ფართობებში გადინებული სითხის ელემენტარული მასების მოძრაობის რაოდენობათა ინტეგრალური ჯამის ტოლია, ე. ი.

$$(\text{მ. რ})_{\text{ც}}=\int_{\omega}u\,dm=\int_{\omega}u\,(\rho u d\omega)=\rho\int_{\omega}u^2\,d\omega. \qquad (3.74)$$

თუ ისევე, როგორც კორიოლისის კოეფიციენტის განსაზღვრისას, დავუშვებთ, რომ ნაკადის ცოცხალ კვეთში სითხის ყველა ნაწილაკს აქვს ერთი და იგივე v საშუალო სიჩქარე, მაშინ მოძრაობის რაოდენობის გამოსათვლელ დამოკიდებულებას ექნება შემდეგი სახე:

$$(\text{მ. რ})_{\text{ც}}=mv=(\rho Q)\,v=(\rho\omega v)\,v=\rho\omega v^2. \qquad (3.75)$$

გამოვთვალოთ ფარდობა

$$\alpha' = \frac{(მ\ \ რ)_{ი}}{(მ.\ რ)_{ი}} = \frac{\rho \int_{\omega} u^2\, d\omega}{\rho \omega v^2} = \frac{\int_{\omega} u^2\, d\omega}{v^2 \omega}. \qquad (3.76)$$

უგანზომილებო α' კოეფიციენტს მოძრაობის რაოდენობის კოეფიციენტს, ანუ ბუსინესკის კოეფიციენტს, უწოდებენ. იგი წარმოადგენს ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი სითხის მასის მოძრაობის ნამდვილი რაოდენობის ფარდობას სითხის იმავე მასის მოძრაობის რაოდენობასთან, რომელიც პირობითად გამოთვლილია დაშვებით, რომ სიჩქარე ცოცხალი კვეთის ყველა წერტილში საშუალო სიჩქარის ტოლია.

(3.76) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ ნამდვილი მოძრაობის რაოდენობა შეიძლება განვსაზღვროთ საშუალო სიჩქარით, თუ გვეცოდინება შესწორების α' კოეფიციენტის მნიშვნელობა

$$(მ.\ რ)_{ი} = \alpha' (მ.\ რ)_{ი} = \alpha' \rho \omega v^2. \qquad (3.77)$$

α' კოეფიციენტის მნიშვნელობის დასადგენად გავითვალისწინოთ, რომ $u = v \pm \Delta u$ და (3.76) გამოსახულებას მივცეთ ასეთი სახე:

$$\alpha' = \frac{\int_{\omega} u^2\, d\omega}{v^2 \omega} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{u}{v}\right)^2 d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left(\frac{v \pm \Delta u}{v}\right)^2 d\omega =$$

$$= \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \left[1 \pm 2\frac{\Delta u}{v} + \left(\frac{\Delta u}{v}\right)^2\right] d\omega.$$

როგორც დავამტკიცეთ, $\int_{\omega} \Delta u\, d\omega = 0$, ამიტომ

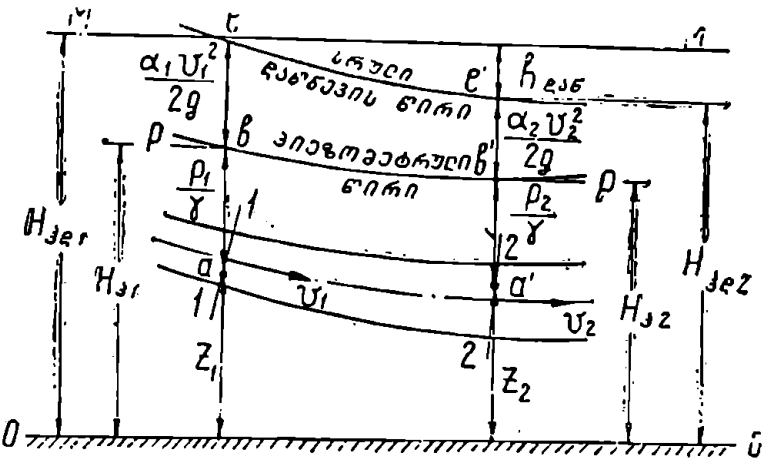
$$\alpha' = 1 + \frac{\int_{\omega} \Delta u^2\, d\omega}{v^2 \omega}. \qquad (3.78)$$

(3.73) და (3.78) გამოსახულებების შედარებიდან ჩანს, რომ α' კოეფიციენტი აგრეთვე მეტია 1-ზე, მაგრამ ნაკლებია α კოეფიციენტზე. ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში α'-ს 1,05-ის ტოლს ღებულობენ.

§ 3.20. ბერნულის განტოლება რეალური სითხის დამყარებული მდოვრედ ცვალებადი ნაკადისათვის. ჰიდრავლიკური და პიეზომეტრული ქანობი

განვიხილოთ რეალური სითხის დამყარებული მდოვრედ ცვალებადი ნაკადის ორი 1—1 და 2—2 კვეთი (ნახ. 3.23). კუთრი პოტენციური ენერგია განსახილველი ცოცხალი კვეთის ნებისმიერ წერტილში,

როგორც ეს წინა პარაგრაფში იყო ნაჩვენები, იქნება ერთი და იგივე $E_ჯ = z + \frac{p}{\gamma}$. რაც შეეხება კუთრ კინეტიკურ ენერგიას, ის, (3.71) გამოსახულების თანახმად, $E_{ჯ(კ)} = \frac{\alpha v^2}{2g}$. ამგვარად, ნაკადის კუთრი მექა-



ნახ. 3.23.

ნიკური ენერგიის მნიშვნელობები 1—1 და 2—2 კვეთებში 0—0 საფარდი სიბრტყის მიმართ, შესაბამისად, იქნება

$$E_{1-1} = E_{ჯ\cdot 1-1} + E_{ჯ(კ)\,1-1} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = H_{ჯდ\cdot 1-1};$$

$$E_{2-2} = E_{ჯ\ 2\ 2} + E_{ჯ(კ)\,2-2} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = H_{ჯდ\cdot 2-2}.$$

მაგრამ, როგორც აღვნიშნეთ, ბლანტი სითხის მოძრაობისას კუთრი მექანიკური ენერგიის ნაწილი იხარჯება განსახილველ კვეთებს შორის წინაღობის ძალების გადალახვაზე. ამიტომ კუთრი ენერგია 2—2 კვეთში ნაკლები იქნება, ვიდრე 1—1 კვეთში ($E_{2-2} < E_{1-1}$). ამის გამო ბერნულის განტოლება რეალური სითხის ნაკადის ორი კვეთისათვის ასე ჩაიწერება:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{დან}, \qquad (3.79)$$

სადაც $h_{დან}$ არის კუთრი მექანიკური ენერგიის (დაწნევის) დანაკარგი განსახილველ კვეთს შორის. მას ხშირად, ტერმინოლოგიის გამარტივების მიზნით, ენერგიის (დაწნევის) დანაკარგსაც უწოდებენ.

გავარკვიოთ რეალური სითხის ნაკადისათვის ბერნულის განტოლების გეომეტრიული არსი.

როგორც აღვნიშნეთ (§ 3.5), ბერნულის განტოლების ყველა წევრს სიგრძის განზომილება აქვს. ამ თვალსაზრისით, z_1 და z_2 წარმოადგენს ნაკადის ორ ცოცხალ კვეთში ნებისმიერი a და a' წერტილების შესაბამისი მდებარეობის სიმაღლეებს $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ. მათ გეომეტრიულ სიმაღლეებს ან გეომეტრიულ დაწნევებს უწოდებენ. ხაზს ვუსვამთ, რომ არ არის აუცილებელი, z_1 და z_2 კვეთის სიმძიმის ცენტრების ნიშნულები იყოს. ამის გამო $\frac{p_1}{\gamma}$ და $\frac{p_2}{\gamma}$ პიეზომეტრული სიმაღლეებიც ანუ პიეზომეტრული დაწნევები z_1 და z_2 ნიშნულებიდან აითვლება (ნახ. 3.23). პიეზომეტრული სიმაღლეების შესაბამისი მონაკვეთების ბოლოების შემაერთებელ $p-p$ წირს პიეზომეტრულ წირს, ხოლო მის ქანობს პიეზომეტრულ ქანობს უწოდებენ

$$i_{\text{პ}} = -\frac{dH_{\text{პ}}}{dl} = -\frac{d\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)}{dl}, \qquad (3.80)$$

სადაც dl არის გზის უსასრულოდ მცირე მონაკვეთი მოძრაობის გასწვრივ.

(3.80) გამოსახულებაში მინუს ნიშანი დაწერილია იმ მიზნით, რომ $p-p$ წირის უკუქანობიან უბანზე, რომლისთვისაც $\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)$ ორწევრის მნიშვნელობა მოძრაობის მიმართულებით იზრდება, ე. ი. $d\left(z+\right.$ $\left.+\frac{p}{\gamma}\right)>0$, $i_{\text{პ}}$ პიეზომეტრული ქანობი მივიღოთ უარყოფითი, ხოლო პირდაპირქანობიან უბანზე — დადებითი.

$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$ და $\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$ სიდიდეები წარმოადგენს სიჩქარით სიმაღლეებს ანუ სიჩქარით დაწნევებს შესაბამისად 1—1 და 2—2 კვეთებში. პიეზომეტრული და სიჩქარითი დაწნევების ჯამს სრულ ანუ ჰიდროდინამიკურ დაწნევას უწოდებენ

$$H_{\text{ჰ}} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}. \qquad (3.81)$$

ნაკადის მოძრაობის გასწვრივ ჰიდროდინამიკურ დაწნევათა ნიშნულების შემაერთებელ $e-e$ წირს — დ ა წ ნ ე ვ ი ს წ ი რ ს, ხოლო მის ქანობს ჰ ი დ რ ა ვ ლ ი კ ურ ქ ა ნ ობ ს უწოდებენ. $h_{დან}$ სიდიდე ბერნულის განტოლებაში წარმოადგენს დაწნევის დანაკარგს, რომლის მნიშვნელობაც ერთეულ სიგრძეზე ასევე იძლევა ჰიდრავლიკურ ქანობს. ამგვარად,

$$J=-\frac{dH_{სრ}}{dl}=-\frac{d\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl}; \tag{3.82}$$

$$J=\frac{dh_{დან}}{dl}. \tag{3.83}$$

შევნიშნავთ, რომ ჰ ი დ რ ა ვ ლ ი კ ური ქ ა ნ ობ ი ყ ო ე ლ თ ვ ი ს დ ა დ ე ბ ი თ ი ა. ამიტომ (3.82) გამოსახულებაში დაწერილია ნიშანი მინუსი, ოადგანაც სრული დაწნევა ($H_{სრ}$) ნაკადის მოძრაობის მიმართულებით მცირდება და $dH_{სრ}<0$. (3.83) გამოსახულება აღებულია პლუს ნიშნით იმ მოსაზრებით, რომ ნაკადის გასწვრივ სრული დაწნევის დანაკარგი ($h_{დან}$) იზრდება და $dh_{დან}>0$.

ზოგად შემთხვევაში, დაწნევა შეიძლება დაიკარგოს (3.81) გამოსახულებაში შემავალი ცალკეული ან ყველა წევრის ხარჯზე. შუდმივი კვეთის სადაწნეო მილსადენებში სიჩქარე მუდმივია, რის გამოც დაწნევის კარგვა ხდება პიეზომეტრული დაწნევის $\left(H_პ=z+\frac{p}{\gamma}\right)$ შემცირების ხარჯზე, ხოლო მუდმივი კვეთის ღია კალაპოტებში — z ნიშნულის შემცირების შედეგად.

ბერნულის განტოლების ე ნ ე რ გ ე ტ ი კ ულ ი ა რ ს ი გარკვეულ იქნა წინა პარაგრაფებში (§§ 3.15, 3.19).

ბერნულის განტოლების დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობის გამო ქვემოთ მოკლედ ჩამოთვლილია ის პირობები, რომელთა არსებობაც აუცილებელია მისი გამოყენებისათვის:

1. სითხე უნდა იყოს ერთგვაროვანი, უკუმშველი, ხოლო სითხის მოძრაობა — დამყარებული;

2. მოძრაობა კვეთებში, რომელთათვისაც შედგენილია ბერნულის განტოლება, უნდა იყოს მდორედ ცვალებადი (არა აქვს მნიშვნელობა, როგორი იქნება კვეთებს შორის მოძრაობა);

3. z და $\frac{p}{\gamma}$ სიდიდეები შეიძლება აღებულ იქნეს ცოცხალი კვეთის ნებისმიერ წერტილში, მაგრამ აუცილებლად ერთი და იმავე წ ე რ ტ ი ლ ი ს ათვის;

4. თუ ნაკადის ცოცხალ კვეთში ნაწილაკების ადგილობრივი სიჩქარის სიდიდეები დიდად არ განსხვავდება ერთმანეთისაგან, მაშინ კორიოლისის α კოეფიციენტი შეიძლება დაახლოებით ერთის ტოლად ვიჩნიოთ

თავი მეოთხე

ჰიდრავლიკური წინაღობები

§ 4.1. ზოგადი ცნობები ჰიდრავლიკური წინაღობებისა და დაწნევის დანაკარგების შესახებ

კუთრი მექანიკური ენერგიის (დაწნევის) დანაკარგი, ანუ როგორც მას ხშირად უწოდებენ, ჰიდრავლიკური დანაკარგი დამოკიდებულია კალაპოტის ფორმაზე, დინების სიჩქარეზე, სითხის სიბლანტესა და სხვა ზოგიერთ ფაქტორზე. დაწნევის კარგვის მიზეზს წარმოადგენს სხვადასხვა სახის ჰიდრავლიკური წინაღობა, რომელთა მექანიზმიც იმდენად რთულია, რომ ბევრ შემთხვევაში შეუძლებელი ხდება დაწნევის დანაკარგის გამოსათველი თეორიული დამოკიდებულების მიღება. ამიტომ დაწნევის დანაკარგის სიდიდის განსაზღვრისას ხშირად სარგებლობენ ემპირიული და ნახევრად ემპირიული ფორმულებით. გამოთქმა — ჰიდრავლიკური წინაღობა — გულისხმობს სიბლანტით განპირობებულ ხახუნის ძალებს, რომლებიც თავს იჩენენ მხოლოდ რეალური სითხის მოძრაობისას. რაც მეტია ხახუნის ძალები, მით მეტია დაწნევის დანაკარგები ($h_{დან}$). ბუნებრივია ვიგულისხმოთ, რომ ხახუნის ძალებსა და დაწნევის დანაკარგებს შორის არსებობს გარკვეული დამოკიდებულება.

ჰიდრავლიკური წინაღობა შეიძლება ხასიათდებოდეს სიბლანტის ან ინერციული ძალებით. მათგან პირველი დამოკიდებულია მოძრავი სითხის ნაწილაკებს შორის არსებულ შიგა ხახუნზე, ხოლო მეორე — სითხის თვისებაზე — წინააღმდეგობა გაუწიოს თავისი მოძრაობის ცვლილებას. ჩვეულებრივ, მოქმედებს ორივე მიზეზი, მხოლოდ ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში შეიძლება სჭარბობდეს ერთ-ერთი.

განასხვავებენ ჰიდრავლიკური წინაღობის ორ სახეს: **სიგრძეზე წინაღობას** და **ადგილობრივ წინაღობას**. სიგრძეზე წინაღობა მცირავნდება თანაბრად ან დაახლოებით თანაბრად ნაკადის მთელ სიგრძეზე. ადგილობრივი წინაღობა კი — მოკლე უბანზე, ნაკადის კონფიგურაციის მკვეთრი ცვლილების ადგილებში. შესაბამისად, დაწნევის დანაკარგსაც ჰყოფენ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგად და დაწნევის ადგილობრივ დანაკარგად. ზოგად შემთხვევაში

ნაკადში არის დაწნეხის ორივე სახის დანაკარგი და მთლიანი დანაკარგის გამოსათვლელად ისინი უნდა შეკრიბოთ

$$h_{\text{დან}} = h_{\text{სიგ}} + \Sigma h_{\text{ადგ}}, \qquad (4.1)$$

სადაც $h_{\text{სიგ}}$ არის დაწნეხის სიგრძეზე სრული დანაკარგი ნაკადის განსახილველი უბნისათვის;

$\Sigma h_{\text{ადგ}}$ — ყველა ადგილობრივი დანაკარგის ჯამი.

დასასრულ, თუ საკითხს ენერგეტიკული თვალსაზრისით მივუდგებით, შეიძლება ითქვას, რომ კუთრი მექანიკური ენერგიის ნაწილი ($h_{\text{დან}}$), წინაღობის ძალების მოქმედების შედეგად, გადადის თბურ ენერგიაში (სითხე თბება), ხოლო სითბო გარემოში გაიფანტება, ე. ი. ნაკადის კუთრი ენერგიის ეს ნაწილი უკანდაუბრუნებლად იკარგება.

§ 4.2. თანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლება. დაწნეხის დანაკარგის ზოგადი დამოკიდებულება თანაბარი მოძრაობისას

განვიხილოთ სითხის ნაკადის დამყარებული თანაბარი მოძრაობა— დაწნეხეთი (მოძრაობა მილსადენებში) ან უდაწნეო (ღია კალაპოტებში). ასეთ შემთხვევაში ყველა განივ კვეთში საშუალო სიჩქარე ერთნაირია, ადგილობრივი წინაღობები არ არსებობს და, მაშასადამე, არ არსებობს არც დაწნეხის ადგილობრივი კარგვები; გვაქვს მხოლოდ სიგრძეზე წინაღობით გამოწვეული დაწნეხის დანაკარგი.

ნაკადში, რომლის ღერძიც ჰორიზონტისადმი α კუთხით არის დახრილი (ნახ. 4.1), 1—1 და 2—2 კვეთებით გამოვყოთ l სიგრძის ნაკეთური და განვიხილოთ მასზე გარე ძალების მოქმედება. თანაბარი მოძრაობისას გამოყოფილი ნაკვეთურის აჩქარება ნულის ტოლია და მოძრაობის გამომწვევი ძალები გაწონასწორებულია მოძრაობისადმი წინაღობის ძალებით, რადგანაც წარმოუდგენელია სითხის თანაბარი მოძრაობა მასზე მოქმედი ყველა გარე ძალის ურთიერთშეწონასწორების გარეშე. ვისარგებლოთ ამ პირობით თანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლების გამოსაყვანად, სახელდობრ, გამოვიყენოთ დებულება: მოძრაობის გამომწვევი ყველა ძალის გეგმილების ჯამი ნებისმიერ ღერძზე ტოლი უნდა იყოს მოძრაობისადმი წინაღობის ძალების გეგმილების ჯამისა იმავე ღერძზე.

სითხის გამოყოფილ ნაკვეთურზე მოქმედი გარე ძალებია:

1. ნაკვეთურის სიმძიმის ძალა $G = \gamma\omega l$, სადაც ω არის კვეთის ფართობი;

2. 1—1 და 2—2 კვეთებში მოქმედი P_1 და P_2 ჰიდროდინამიკური ძალები. იმის გამო, რომ თანაბარი მოძრაობისას ჰიდრო-

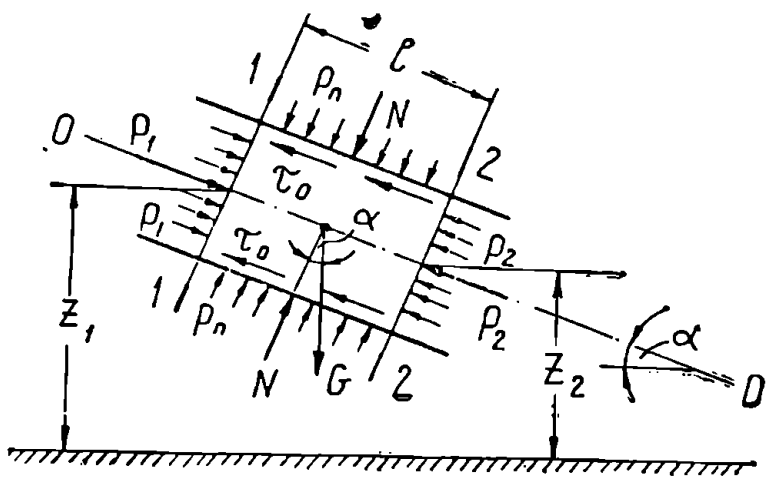
დინამიკური წნევა ნაკადის ბრტყელ ცოცხალ კვეთში განაწილებულია ჰიდროსტატიკის კანონით, ამიტომ P_1 და P_2 ძალები ტოლია ცოცხალი კვეთების სიმძიმის ცენტრებში მოქმედი p_1 და p_2 ჰიდროდინამიკური წნევების ნამრავლისა შესაბამის ω_1 და ω_2 ფართობებზე. მაგრამ გაშლილი ნაკვეთურისათვის $\omega_1 = \omega_2 = \omega$; მაშასადამე,

$$P_1 = p_1\omega; \quad P_2 = p_2\omega.$$

შევნიშნავთ, რომ P_1 და P_2 ძალები მოქმედებს ნაკადის 1—1 და 2—2 ცოცხალი კვეთების შიგა ნორმალის გასწვრივ და ამიტომ ისინი ურთიერთსაწინააღმდეგოდაა მიმართული;

3. ნაკვეთურის გვერდით ზედაპირზე მის მართობულად მოქმედი p_n ჰიდროდინამიკური წნევის N ძალები;

4. მოძრაობისადმი წინაღობის (სიგრძეზე წინაღობის) T ძალა. ეს უკანასკნელი განპირობებულია ნაკადისა და კალაპო-



ნახ. 4.1.

ტის შიგა ზედაპირს (საკონტაქტო ზედაპირი) შორის ხახუნით და აგრეთვე სითხის სხვადასხვა სიჩქარით მოძრავ მეზობელ ნაწილაკებს შორის შეჯიდულობით (ხახუნით). ზოგად შემთხვევაში, ამ მეორე ფაქტორის გათვალისწინება ფრიად რთულია, რის გამოც ვუშვებთ, რომ სითხის ყველა ნაწილაკი ერთი და იმავე საშუალო სიჩქარით მოძრაობს და ამიტომ მოძრაობისადმი წინაღობის ძალად პირობითად მივიჩნევთ ნაკადისა და კალაპოტის შეხების ზედაპირის გასწვრივ, მოძრაობის საწინააღმდეგოდ მიმართულ ძალას. საკონტაქტო ზედაპირის ფართობის

ერთეულზე მოქმედი ხახუნის ძალა (მხები ძაბვა) აღვნიშნოთ τ_0-ით, მაშინ მოძრაობისადმი წინაღობის ძალა

$$T = \tau_0 \chi l,$$

სადაც χ არის ნაკეთურის ცოცხალი კვეთის სველი პერიმეტრი.

თანაბარი მოძრაობისას ნაკადის მახასიათებლები, მათ შორის τ_0 მხები ძაბვა, არ იცვლება; თუმცა სველი პერიმეტრის სხვადასხვა წერტილში τ_0 შეიძლება იყოს სხვადასხვა, ამიტომ განიხილება მისი საშუალო მნიშვნელობა, რომელშიც გათვალისწინებული უნდა იქნეს სითხის ნაწილაკებს შორის ხახუნიც.

შევადგინოთ ნაკადის $O-O$ ღერძის მიმართ ყველა ზემოთ ჩამოთვლილი ძალის გეგმილების განტოლება. ამასთან, მხედველობაში მივიღოთ, რომ ნაკეთურის გვერდით ზედაპირზე მოქმედი ჰიდროდინამიკური წნევის N ძალების გეგმილები ნულის ტოლია. მაშინ გვექნება

$$P_1 - P_2 + G \sin \alpha = T.$$

შევიტანოთ მასში თითოეული ძალის შესაბამისი მნიშვნელობა

$$p_1 \omega - p_2 \omega + \gamma \omega l \sin \alpha = \tau_0 \chi l.$$

(4.1) ნახაზიდან ჩანს, რომ $\sin \alpha = \dfrac{z_1 - z_2}{l}$. ამიტომ წინა გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$p_1 \omega - p_2 \omega + \gamma \omega l \frac{z_1 - z_2}{l} = \tau_0 \chi l.$$

გავიხსენოთ, რომ $\dfrac{\omega}{\chi} = R$ (სადაც R არის ჰიდრავლიკური რადიუსი) და მიღებული განტოლების თითოეული წევრი გავყოთ $\gamma\omega$-ზე, გვექნება

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{\tau_0}{\gamma} \frac{l}{R}. \qquad (4.2)$$

მაგრამ სხვაობა (4.2) განტოლების მარცხენა მხარეში თანაბარი მოძრაობისას ($v = \text{const}$, და მაშასადამე, $v_1 = v_2$) გამოსახავს ნაკადის კუთრი ენერგიის (სრული დაწნევის) დანაკარგს სიგრძეზე ორ განსახილველ კვეთს შორის. ამიტომ

$$h_{\text{სრ}} = \frac{\tau_0}{\gamma} \frac{l}{R}. \qquad (4.3)$$

(4.3) განტოლებას სითხის დამყარებული თანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლება ეწოდება. იგი გამოსახავს

დაწნევის დანაკარგს ნაკადის l სიგრძეზე და ერთდროულად მართებულია როგორც დაწნეთი, ისე უდაწნეო მოძრაობისათვის.

(4.3) განტოლებიდან განვსაზღვროთ τ_0 და გავითვალისწინოთ, რომ თანაბარი მოძრაობისას ჰიდრავლიკური ქანობი[1] $J=h_{სრ}/l$, მაშინ

$$\tau_0=\gamma JR=\rho gJR \tag{4.4}$$

ან

$$\frac{\tau_0}{\rho}=gJR. \tag{4.5}$$

მივაქციოთ ყურადღება იმას, რომ τ_0/ρ გამოსახულებას სიჩქარის კვადრატის განზომილება აქვს

$$\left[\frac{\tau_0}{\rho}\right]=\frac{ML}{T^2L^3}:\frac{M}{L^3}=\frac{L^2}{T^2}=\left(\frac{L}{T}\right)^2.$$

ამიტომ შემოვაქვეთ აღნიშვნა

$$u_*=\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}=\sqrt{gRJ} \tag{4.6}$$

და მას დინამიკურ სიჩქარეს ანუ ხახუნის სიჩქარეს უწოდებენ.

დინამიკური სიჩქარე შეესაბამება ხახუნის მხებ ძაბვას ნაკადისა და კალაპოტის შეხების ზედაპირზე და ფიზიკურად წარმოადგენს იმ სიჩქარეს, რომელიც ექნებოდა სითხეს აღნიშნულ ზედაპირთან მასზე ხახუნის მხები ძაბვების არარსებობის შემთხვევაში.

ახლა დავუბრუნდეთ (4.4) განტოლებას და განვიხილოთ სითხის თანაბარი მოძრაობა r_0 რადიუსის წრიული კვეთის მილსადენში, რომლისთვისაც $R=\frac{r_0}{2}$. გამოვყოთ მილსადენის შიგნით $r<r_0$ რადიუსის მქონე ცილინდრი (ნახ. 4.2) და, ზემოთაღნიშნულის ანალოგიურად, შევადგინოთ მისთვის წონასწორობის პირობა. ამ შემთხვევაში განტოლებაში, τ_0 მხები ძაბვის ნაცვლად, შევა სითხის მიმხებ ზედაპირებს შორის არსებული τ ძაბვა, რომელიც ტოლი იქნება

$$\tau=\gamma\frac{r}{2}J, \tag{4.7}$$

სადაც $\frac{r}{2}$ არის გამოყოფილი ცილინდრის ჰიდრავლიკური რადიუსი.

---

[1] თანაბარი მოძრაობისას ჰიდრავლიკური ქანობი პიეზომეტრული ქანობის ტოლია.

(4.4) განტოლებაში R ის ნაცვლად ჩავსვათ მისი მნიშვნელობა ($R=r_0/2$) და მიღებული გამოსახულება

$$\tau_0=\gamma\frac{r_0}{2}J \tag{4.8}$$

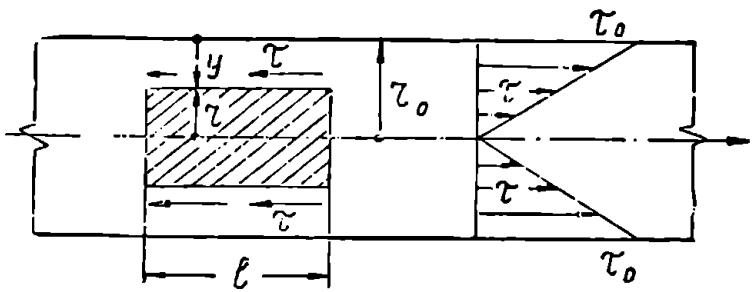
გავყოთ წევრ-წევრად (4.7) ტოლობაზე. გვექნება

$$\frac{\tau_0}{\tau}=\frac{r_0}{r},\quad \text{ანუ}\quad \tau=\tau_0\frac{r}{r_0}. \tag{4.9}$$

r შევცვალოთ $r=r_0-y$ სიდიდით, სადაც y არის მანძილი მილსადენის კედლიდან გამოყოფილი ცილინდრის ზედაპირამდე. მაშინ მივიღებთ

$$\tau=\tau_0\frac{r_0-y}{r_0}=\tau_0\left(1-\frac{y}{r_0}\right). \tag{4.10}$$

აქედან დავასკვნით, რომ მხები ძაბვა მილსადენის განივ კვეთში იცვლება წრფივი კანონით. მილსადენის ღერძზე



ნახ. 4.2.

($y=r_0$) ის ნულის ტოლია, ხოლო მილსადენის კედელზე ($y=0$) — აღწევს τ_0 მაქსიმალურ მნიშვნელობას (ნახ. 4.2).

ცნობილმა ფრანგმა მეცნიერმა შეზი მრავალრიცხოვანი ექსპერიმენტის საფუძველზე დაადგინა, რომ τ_0/γ სიდიდე სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია, $\tau_0/\gamma\sim v^2$. პროპორციულობის კოეფიციენტი აღვნიშნოთ $\left(\frac{1}{C}\right)^2$-ით, მაშინ $\frac{\tau_0}{\gamma}=\left(\frac{1}{C}\right)^2v^2$. თუ შევიტანთ ამ მნიშვნელობას (4.3) გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$h_{\text{სიგ}}=\frac{v^2l}{C^2R}. \tag{4.11}$$

გავითვალისწინოთ, რომ ჰიდრავლიკური ქანობი $J=h_{\text{სიგ}}/l$ და (4.11)

გამოსახულებიდან განესაზღვროთ სითხის თანაბარი მოძრაობის v საშუალო სიჩქარე

$$v = C\sqrt{RJ}. \tag{4.12}$$

მივიღეთ სითხის თანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლება სხვა ფორმით. მას, ჩვეულებრივ, შეზის ფორმულას, ხოლო C კოეფიციენტს — შეზის კოეფიციენტს უწოდებენ. მისი განზომილებაა $\frac{g^{0,5}}{წმ}$. C კოეფიციენტის მნიშვნელობა დამოკიდებულია მრავალ ფაქტორზე: ჰიდრავლიკურ რადიუსზე; კალაპოტის ხორკლიანობაზე (სიმჭისეზე), ფორმასა და პარამეტრებზე.

თუ ცნობილია საშუალო სიჩქარის ფორმულა, ადვილად განისაზღვრება ხარჯის სიდიდეც თანაბარი მოძრაობისას

$$Q = \omega v = \omega C\sqrt{RJ}. \tag{4.13}$$

პრაქტიკული გამოყენებისათვის სასურველია, ემპირიული კოეფიციენტები უგანზომილებო იყოს. ამიტომ შეზის კოეფიციენტს ხშირად ასეთი ფორმით გამოსახავენ:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}, \tag{4.14}$$

სადაც λ არის უგანზომილებო სიდიდე, რომელსაც ჰიდრავლიკური ხახუნის ანუ სიგრძეზე ჰიდრავლიკური წინაღობის კოეფიციენტი ეწოდება. ხშირად მას დარსის კოეფიციენტსაც უწოდებენ. C კოეფიციენტის გამოსახვა დარსის კოეფიციენტით საშუალებას იძლევა, (4.11) ფორმულას მივცეთ პრაქტიკული გამოყენებისათვის ფრიად მოსახერხებელი სახე

$$h_{სიგ} = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g} \tag{4.15}$$

ან, თუ გავითვალისწინებთ, რომ წრიული კვეთის მილებისათვის $4R = d$, მივიღებთ ე. წ. დარსი-ვეისბახის ფორმულას მილსადენებში სითხის თანაბარი მოძრაობისას დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის გამოსათვლელად

$$h_{სიგ} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}. \tag{4.16}$$

შევნიშნავთ, რომ (4.11) და (4.12) ფორმულები ფართოდ გამოიყენება უპირატესად ღია კალაპოტების, ხოლო (4.15) და (4.16) ფორმულები — სადაწნეო მილსადენების გასაანგარიშებლად.

შეზის ფორმულა ჩაეწეროთ ასეთი სახით:

$$v = C\sqrt{RJ} = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}\sqrt{RJ} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}\sqrt{gRJ}.$$

მაშინ (4.6) გამოსახულების გათვალისწინებით გვექნება

$$v = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}\, u_*, \tag{4.17}$$

საიდანაც

$$\lambda = 8\left(\frac{u_*}{v}\right)^2, \quad \text{ანუ} \quad \frac{v}{u_*} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{\lambda}}. \tag{4.18}$$

ეს უკანასკნელი გამოსახულებები იძლევა დამოკიდებულებას საშუალო სიჩქარეს (v), დინამიკურ სიჩქარესა (u_*) და დარსის კოეფიციენტს შორის.

როგორც ვნახეთ, (4.11) და (4.16) ფორმულებით დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის გამოსათვლელად საჭიროა, ვიცოდეთ λ და C კოეფიციენტების მნიშვნელობები. ამასთან დაკავშირებულ საკითხებს ჩვენ მოგვიანებით განვიხილავთ.

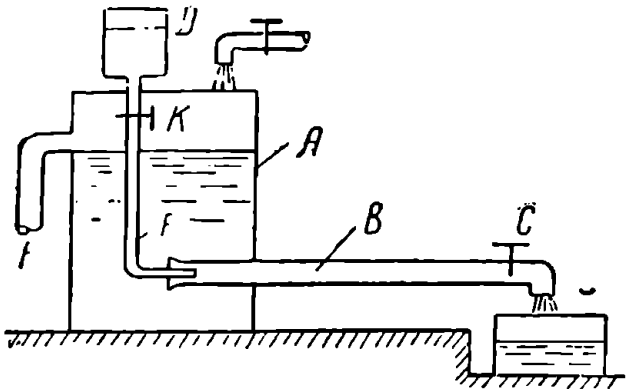
§4.3. ჩვალური სითხის მოძრაობის რეჟიმები. რეინოლდსის რიცხვი და მისი კრიტიკული მნიშვნელობა

მრავალრიცხოვანმა ექსპერიმენტმა ცხადჰყო, რომ არსებობს სითხის მოძრაობის ორი რეჟიმი: ლამინარული და ტურბულენტური. 1883 წ. ინგლისელმა მეცნიერმა ო. რეინოლდსმა გამოაქვეყნა თავისი კვლევის შედეგები, რომლებშიც განზომილების ანალიზისა და ცდის მონაცემების განზოგადების საფუძველზე დადგენილ იქნა ბუნებაში სითხის მოძრაობის აღნიშნული რეჟიმების არსებობა.

ექსპერიმენტული კვლევა ო. რეინოლდსმა ჩაატარა სპეციალურ დანადგარზე, რომლის სქემაც მოცემულია (4.3) ნახაზზე. დანადგარი შედგება გამოსაცდელი (მუშა) სითხით შევსებული A ავზისაგან, რომელთანაც მიერთებულია ჰორიზონტალური, d დიამეტრის B მინის მილი. ეს უკანასკნელი, მასში ხარჯის (სიჩქარის) რეგულირების მიზნით, აღჭურვილია C ონკანით. ავზის ზემოთ მოთავსებულია შეფერილსითხიანი (საღებავით) D ჭურჭელი; საღებავის კუთრი წონა დაახლოებით მუშა სითხის კუთრი წონის ტოლია. შეფერილი სითხე მცირე დიამეტრის E მილაკით მიეწოდება B მინის მილში. A ავზში სითხის მუდმივი დონე შენარჩუნებულია F სარინის შემწეობით.

თუ C ონკანს მცირედით გავაღებთ (B მილში სითხე მცირე სიჩქარით დაიწყებს მოძრაობას), ხოლო შემდეგ K ონკანით შევუშვებთ

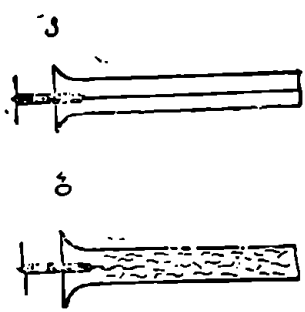
საღებავს მუშა სითხის ნაკადში, შევნიშნავთ, რომ საღებავი მოძრაობას დაიწყებს მილსადენის კედლების პარალელური, მკაფიოდ გამოკვეთილი წვრილი ჭავლის სახით (ნახ. 4.4, ა); საღებავის ნაწილაკები არ შეერევა



ნახ. 4.3.

მუშა სითხის დანარჩენ მასას და გვექნება სითხის მოძრაობა ცალკეული სწვრივი ჭავლების სახით, რაც მიუთითებს სითხის დინების შრეობრივ ხასიათზე. *B* მილთან მიერთებული პიეზომეტრი ან პიტოს მილაკი გვიჩვენებს, რომ არ ხდება წნევისა და სიჩქარის ცვლილება (პულსაცია) დროის მიხედვით.

თუ *B* მილში მუშა სითხის სიჩქარეს თანდათანობით გავზრდით *C* ონკანის შემდგომი გაღებით, დასაწყისში ზემოთ აღწერილი სურათი არ შეიცვლება. მაგრამ შემდეგ, სითხის დინების სიჩქარის გარკვეული მნიშვნელობისას საღებავის ჭავლი იწყებს პულსირებას, ღებულობს ტალღისებრ ფორმას, დაბოლოს, ხდება მისი რღვევა — საღებავის ნაწილაკები მთლიანად შეერევა მუშა სითხეს (ნახ. 4.4, ბ). საერთო გადატანით მოძრაობასთან ერთად სითხის ნაწილაკები გადაადგილდება მილის განივი მიმართულებითაც; სითხის მოძრაობის შრეობრივი სტრუქტურა იღრღვევა, იწყება გრივალთწარმოქმნა. მოძრაობა ღებულობს მოუწესრიგებელ, ქაოსურ ხასიათს. პიეზომეტრი და პიტოს მილაკი გვიჩვენებს მუშა სითხის ნაკადში წნევისა და სიჩქარის უწყვეტ პულსაციას.



ნახ, 4.4.

ცდის შებრუნებული თანამიმდევრობით ჩატარებისას, ე. ი. ონკანის თანდათანობითი ჩაკეტვისას, აღწერილი მოვლენებიც განმეორდება

შებრუნებული თანამიმდევრობით, მხოლოდ სიჩქარეთა რამდენადმე განსხვავებული მნიშვნელობებისათვის.

მოძრაობას, რომლის დროსაც სითხის ნაწილაკები გადაადგილდება ნაკადის ღერძის პარალელურად სიჩქარისა და წნევის პულსაციის გარეშე, ლამინარული (შრეობრივი) მოძრაობა ეწოდება. ლამინარული მოძრაობა შეიძლება განხილულ იქნეს, როგორც სითხის ცალკეული შრეების მოძრაობა, რომელშიც ნაწილაკების განივი შერევა არ ხდება.

მოძრაობას, რომლის დროსაც ხდება სითხის ნაწილაკების ინტენსიური შერევა, წნევისა და სიჩქარის პულსაცია, ტურბულენტური (მოუწესრიგებელი) მოძრაობა ეწოდება. ტურბულენტური მოძრაობისას სითხის ნაწილაკები გადაადგილდება გაურკვეველი სივრცული ფორმის მრუდწირული ტრაექტორიით. ამასთან, სივრცის უძრავ წერტილში გამავალი ნაწილაკების ტრაექტორიებს დროის სხვადასხვა მომენტში სხვადასხვა ფორმა აქვთ.

რეინოლდსმა, რომელმაც განაზოგადა კელეის შედეგები, დაადგინა ამა თუ იმ რეჟიმის არსებობისა და ერთი რეჟიმიდან მეორეზე გადასვლის პირობები. აღმოჩნდა, რომ რეჟიმის ხასიათის განმსაზღვრელი ძირითადი ფაქტორებია: სითხის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე (v), მილსადენის დიამეტრი (d), სითხის სიბლანტე (μ) და სითხის სიმკვრივე (ρ). ამ ოთხი სიდიდისაგან შედგენილი უგანზომილებო პარამეტრი (Re), რომელსაც რეინოლდსის რიცხვს (რეინოლდსის კრიტერიუმს) უწოდებენ, ახასიათებს სწორედ სითხის მოძრაობის რეჟიმს

$$Re=\frac{vd}{\mu/\rho}. \tag{4.19}$$

რადგანაც $\mu/\rho=\nu$ (ν არის სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტი), (4.19) ფორმულა შეიძლება ასეთი სახით ჩავწეროთ:

$$Re=\frac{vd}{\nu}. \tag{4.20}$$

სიჩქარეს, რომლის დროსაც მოძრაობის ლამინარული რეჟიმი გადადის ტურბულენტურში, ეწოდება ზედა კრიტიკული სიჩქარე ($v_{ზ.კრ}$), ხოლო სიჩქარეს, რომლის დროსაც ტურბულენტური რეჟიმი გადადის ლამინარულში — ქვედა კრიტიკული სიჩქარე ($v_{ქ.კრ}$).

რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობას, რომელიც $v=v_{ქ.კრ}$ სიჩქარის მნიშვნელობას შეესაბამება, რეინოლდსის რიცხვის ქვედა კრიტიკულ მნიშვნელობას ($Re_{ქ.კრ}$) უწოდებენ, ხოლო $v=v_{ზ.კრ}$ სიჩქარის შემთხვევაში — რეინოლდსის რიცხვის ზედა კრიტიკულ მნიშვნელობას ($Re_{ზ.კრ}$).

რეინოლდსის რიცხვის $Re_{ქ.კრ}$ და $Re_{ზ.კრ}$ კრიტიკულ მნიშვნელობათა მიხედვით განისაზღვრება სითხის მოძრაობის ამა თუ იმ რეჟიმის არსებობის საზღვრები. როცა $Re < Re_{ქ.კრ}$, შესაძლებელია მხოლოდ მოძრაობის ლამინარული რეჟიმი, ხოლო როცა $Re > Re_{ზ.კრ}$ — მხოლოდ ტურბულენტური რეჟიმი. $Re_{ქ.კრ} < Re < Re_{ზ.კრ}$ ფარგლებში შეიმჩნევა ნაკადის არამდგრადი მდგომარეობა. ამგვარად, სითხის მოძრაობის რეჟიმის დასადგენად საჭიროა, ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში გამოვთვალოთ რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობა და შევადაროთ იგი კრიტიკულ მნიშვნელობებს.

თვით რეინოლდსის ცდების მიხედვით, $Re_{ქ.კრ} = 2000$, $Re_{ზ.კრ} = 12000$. თუმცა, როგორც მოგვიანებით ჩატარებულმა გამოკვლევებმა გვიჩვენა, კრიტიკული მნიშვნელობები არ წარმოადგენს მუდმივს და გარკვეულ პირობებში არამდგრადი (გარდამავალი) ზონა ($Re_{ქ.კრ} < Re < Re_{ზ.კრ}$) შეიძლება გაცილებით ფართო აღმოჩნდეს. მაგალითად, სხვადასხვა ავტორის მიერ ჩატარებული ცდების მიხედვით, რეინოლდსის რიცხვის ზედა კრიტიკული მნიშვნელობა იცვლება დიაპაზონში $Re_{ზ.კრ} = 12000 - 40000$. არ არის გამორიცხული, რომ მომავალში ეს დიაპაზონი შეიძლება კიდევ უფრო გაფართოვდეს. ამიტომ დღეისათვის ჰიდრავლიკურ გაანგარიშებათა ჩატარებისას ღებულობენ რეინოლდსის რიცხვის მხოლოდ ერთ — ქვედა კრიტიკულ მნიშვნელობას, რომელსაც უბრალოდ რეინოლდსის კრიტიკულ რიცხვს უწოდებენ და $Re_{კრ}$-ით აღნიშნავენ. მისი რიცხვითი მნიშვნელობა ყველა სითხისათვის 2320-ის ტოლია, ე. ი. $Re_{კრ} = Re_{ქ.კრ} = 2320$. როცა $Re < 2320$, მოძრაობის რეჟიმს თვლიან ყოველთვის ლამინარულად, ხოლო როცა $Re > 2320$ — ყოველთვის ტურბულენტურად.

ხშირად რეინოლდსის რიცხვს ჰიდრავლიკური რადიუსით გამოსახავენ

$$Re = \frac{vR}{\nu}. \qquad (4.21)$$

ჰიდრავლიკური რადიუსის მიხედვით გამოთვლილი რეინოლდსის რიცხვის კრიტიკული მნიშვნელობა წრიული კვეთის სადაწნეო მილსადენისათვის $\left(\text{თუ გავითვალისწინებთ, რომ } R = \frac{d}{4}\right)$ ტოლია $Re_{კრ} = 580$, ხოლო ღია კალაპოტებისათვის, ცდის მონაცემების თანახმად, $Re_{კრ} = 300 \div 500$.

განსაკუთრებით აღვნიშნავთ იმ გარემოებას, რომ სითხის მოძრაობის რეჟიმის ცვლილება აისახება ჰიდრავლიკური წინაღობის კანონებზე; ექსპერიმენტის შედეგები გვიჩვენებს ν სიშიგანის სხვადასხვაგვარ გავლენას დაწნევის დანაკარგის სიდიდეზე სხვადასხვა რეჟიმის

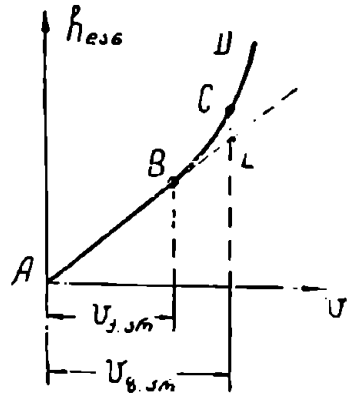
დროს. (4.5) ნახაზზე მოცემულია მილსადენში დაწნეხის დანაკარგსა ($h_{დან}$) და სიჩქარეს (v) შორის დამოკიდებულების გრაფიკი, რომლის განტოლებაც ზოგადი სახით შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

$$h_{დან} = bv^n, \tag{4.22}$$

სადაც b არის პროპორციულობის კოეფიციენტი;

n — ხარისხის მაჩვენებელი.

ლამინარული რეჟიმისათვის, რომელსაც გრაფიკზე AB წრფე შეესაბამება, $n=1$-ს. ეს იმას ნიშნავს, რომ ლამინარული მოძრაობისას დაწნეხის დანაკარგი საშუალო სიჩქარის პირველი ხარისხის პროპორციულია. ტურბულენტური რეჟიმისათვის, რომელსაც გრაფიკზე CD წირი შეესაბამება, $n=2$-ს. მაშასადამე, ტურბულენტური მოძრაობისას დაწნეხის დანაკარგი საშუალო სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია და ამიტომ CD წირის შესაბამის ზონას კვადრატული წინაღობის ზონას უწოდებენ.



ნახ. 4.5.

თუ გარდამავალ (არამდგრად) ზონაში ტურბულენტური რეჟიმია (მას გრაფიკზე შეესაბამება BC წირი). მაშინ n ხარისხის მაჩვენებელი დაახლოებით 1,75-ის ტოლია, ხოლო თუ ამ ზონაში ლამინარული რეჟიმია (მას გრაფიკზე შეესაბამება BE წრფის მონაკვეთი), მაშინ $n=1$-ს.

შევნიშნავთ, რომ წინა პარაგრაფში მიღებული გამოსახულებები — თანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლება (4.3), დაწნეხის სიგრძეზე დანაკარგის ფორმულა (4.15, 4.16) და წრიული კვეთის მილში მბები ძაბვების განაწილების გამომსახველი დამოკიდებულება (4.10) — ერთნაირად მართებულია როგორც ლამინარული, ისე ტურბულენტური რეჟიმისათვის.

§ 4.4. სითხის მოძრაობის ლამინარული რეჟიმი წრიული კვეთის ცილინდრულ მილსადენში

სიჩქარეთა განაწილება ცოცხალ კვეთში. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სითხის მოძრაობის რეჟიმი ლამინარულია, როცა $Re < 2320$. ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ლამინარული მოძრაობა იშვიათად გვხვდება, ამიტომ ჩვენ შემოვიფარგლებით ლამინარული მოძრაობის მხოლოდ ძირითად თავისებურებათა განხილვით.

ლამინარული მოძრაობა წრიული კვეთის მილსადენში ღერძსიმეტრიულია. ამიტომ თუ განვიხილავთ მოძრაობას ვერტიკალურ სიბრტყეში ისე, რომ x ღერძი შეუთავსდეს მილსადენის ღერძს, ხოლო მისი მართობული r ღერძი — z ღერძს, მაშინ გვექნება

$$u_x = u; \quad u_y = 0; \quad u_z = u_r = 0.$$

განსახილველ შემთხვევაში (1.8) გამოსახულებას τ მხები ძაბვისათვის ასეთი სახე ექნება:

$$\tau = -\mu \frac{du_x}{dr} = -\mu \frac{du}{dr}. \tag{4.23}$$

აქ ნიშანი მინუსი მიუთითებს იმაზე, რომ u ადგილობრივი სიჩქარე მილის ღერძიდან დაცილებით (r ღერძის დადებითი მიმართულებით) კლებულობს, ე. ი. du/dr სიჩქარის გრადიენტი უარყოფითია, τ მხები ძაბვა კი ყოველთვის დადებითი სიდიდეა.

(4.23) დამოკიდებულება, რომელიც მართებულია მხოლოდ მოძრაობის ლამინარული რეჟიმისათვის, გავუტოლოთ (4.7) გამოსახულებას, რომელიც მოძრაობის ორივე რეჟიმისათვის არის გამოსადეგი

$$-\mu \frac{du}{dr} = \gamma \frac{r}{2} J,$$

ანუ

$$du = -\frac{\gamma J}{2\mu} r dr.$$

თუ დავუშვებთ, რომ განსახილველი სითხის სიბლანტე გარკვეულ პირობებში მუდმივია ($\mu = \text{const}$), მაშინ გვექნება

$$\int_0^u du = -\frac{\gamma J}{2\mu} \int_{r_0}^{r} r dr = \frac{\gamma J}{2\mu} \int_{r}^{r_0} r dr,$$

საიდანაც

$$u = \frac{\gamma J}{4\mu} (r_0^2 - r^2). \tag{4.24}$$

მაგრამ მიღებული გამოსახულება წარმოადგენს კვადრატული პარაბოლის განტოლებას. ამიტომ დავასკვნით, რომ ადგილობრივი სიჩქარეები მილსადენის ცოცხალ კვეთში განაწილებულია პარაბოლური კანონით (ნახ. 4.6). მაქსიმალური სიჩქარე მიიღება პირობიდან $r = 0$, ე. ი. მილსადენის ღერძზე

$$u_{\text{მაქს}} = \frac{\gamma J}{4\mu} r_0^2. \tag{4.25}$$

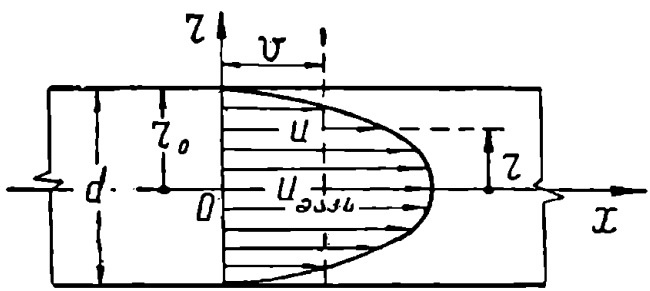
ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით (4.24) გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$u = u_{\max}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right], \tag{4.26}$$

ანუ

$$\frac{u}{u_{\max}} = 1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2. \tag{4.27}$$

მაშასადამე, ცოცხალი კვეთის რომელიმე წერტილში არსებული ადგილობრივი სიჩქარის ფარდობა მაქსიმალურ სიჩქარესთან დამოკიდებულია მხოლოდ მილის კვეთში წერტილის ფარდობით მდებარეობაზე $\left(\frac{r}{r_0}\right)$ და არ არის დამოკიდებული არც მილის გეომეტრიულ ზომებზე და არც სითხის გვარობაზე. ეს იმას ნიშნავს, რომ ფარდობით სიჩ-



ნახ. 4.6.

ქარეთა ეპიურები ლამინარული მოძრაობისას წრიული კვეთის მილსადენებში ერთმანეთის მსგავსია და იგება (4.27) განტოლებით.

ახლა გამოვთვალოთ საშუალო სიჩქარე ცოცხალ კვეთში. ამისათვის (3.19) გამოსახულებაში შევიტანოთ u-ს მნიშვნელობა (4.26) განტოლებიდან. მივიღებთ

$$v = \frac{\int_\omega u\,d\omega}{\omega} = \frac{\int_0^{r_0} u_{\max}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\cdot 2\pi r\,dr}{\pi r_0^2} =$$

$$= \frac{2u_{\max}\int_0^{r_0}(r_0^2-r^2)\,r\,dr}{r_0^4} = \frac{2u_{\max}\left(\int_0^{r_0} r_0^2\,r\,dr-\int_0^{r_0} r^3\,dr\right)}{r_0^4} =$$

$$= \frac{2u_{\max}}{r_0^4}\left(\frac{r_0^4}{2}-\frac{r_0^4}{4}\right) = \frac{u_{\max}}{2}.$$

მაშასადამე, წრიული ცილინდრული მილსადენის ცოცხალ კვეთში საშუალო სიჩქარე ლამინარული მოძრაობისას მაქსიმალური ადგილობრივი სიჩქარის ნახევრის ტოლია

$$v=\frac{1}{2}\,u_{\max}. \tag{4.28}$$

კორიოლისის კოეფიციენტის მნიშვნელობა ლამინარული მოძრაობისათვის. (3.70) ფორმულაში შევიტანოთ u-ს მნიშვნელობა (4.26) განტოლებიდან, ხოლო v-ს მნიშვნელობა — (4.28) გამოსახულებიდან. მივიღებთ

$$\alpha=\frac{\int\limits_{\omega} u^3\,d\omega}{v^3\omega}=\frac{\int\limits_0^{r_0} u_{\max}^3\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^3\cdot 2\pi\,dr}{\left(\frac{1}{2}\,u_{\max}\right)^3\pi r_0^3}=$$

$$=\frac{16\left(\int\limits_0^{r_0} r_0^6\,r\,dr-\int\limits_0^{r_0}3r_0^4r^3\,dr+\int\limits_0^{r_0}3r_0^2r^5\,dr-\int\limits_0^{r_0}r^7\,dr\right)}{r_0^8}=$$

$$=\frac{16}{r_0^8}\left(\frac{r_0^8}{2}-\frac{3r_0^8}{4}+\frac{3r_0^8}{6}-\frac{r_0^8}{8}\right)=2. \tag{4.29}$$

კინეტიკური ენერგიის კოეფიციენტის (კორიოლისის კოეფიციენტის) ასეთი დიდი გადახრა 1-დან გამოწვეულია იმით, რომ მოძრაობის ლამინარული რეჟიმი ხასიათდება კვეთში ადგილობრივ სიჩქარეთა განაწილების მნიშვნელოვანი უთანაბრობით.

დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი ლამინარული მოძრაობისას. დახახის კოეფიციენტი. (4.25) გამოსახულებიდან $u_{\max}$-ის მნიშვნელობა შევიტანოთ (4.28) ტოლობაში; გავითვალისწინოთ, რომ $\gamma=\rho g$, $\mu/\rho=\nu$, $r_0=d/2$ (ნახ. 4.6), $R=d/4$ და შევასრულოთ ასეთი გარდაქმნა:

$$v=\frac{\gamma J}{8\mu}\,r_0^2=\frac{\rho g J}{8\mu}\left(\frac{d}{2}\right)^2=\frac{gJ}{8\nu}\,\frac{d}{4}\cdot d=\frac{gRJ}{8\nu}\,d.$$

აქედან

$$gRJ=\frac{8\nu v}{d}$$

ან, თანახმად (4.6) გამოსახულებისა,

$$u_*^2=\frac{8\nu v}{d}.$$

ვისარგებლოთ (4.18) დამოკიდებულებით და ვიპოვოთ λ კოეფიციენტის (დარსის კოეფიციენტის) მნიშვნელობა

$$\lambda = 8\left(\frac{u_*}{v}\right)^2 = \frac{8u_*^2}{v^2} = \frac{8}{v^2}\,\frac{8v\nu}{d} = \frac{64\nu}{vd} = \frac{64}{vd/\nu};$$

მაგრამ $\frac{vd}{\nu} = Re$. ამიტომ

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \tag{4.30}$$

ჩვენ 4.3. პარაგრაფში აღვნიშნეთ, რომ (4.15) და (4.16) გამოსახულებები დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის გამოსათველელად მართებულია მოძრაობის როგორც ლამინარული, ისე ტურბულენტური რეჟიმისათვის, მხოლოდ დარსის კოეფიციენტის მნიშვნელობა არის სხვადასხვა. როგორც ვნახეთ, ლამინარული რეჟიმისათვის დარსის კოეფიციენტის მნიშვნელობა გამოითვლება (4.30) ფორმულით, ამიტომ თუ შევიტანთ ამ სიდიდეს (4.15) და (4.16) გამოსახულებებში, მივიღებთ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის გამოსათველელ ფორმულას მოძრაობის ლამინარული რეჟიმისათვის

$$h_{სიგ} = \frac{64}{Re}\,\frac{l}{4R}\,\frac{v^2}{2g} \tag{4.31}$$

და

$$h_{სიგ} = \frac{64}{Re}\,\frac{l}{d}\,\frac{v^2}{2g}. \tag{4.32}$$

მიღებული გამოსახულების გარეგნული ფორმიდან გამომდინარე არ უნდა გავაკეთოთ მცდარი დასკვნა, რომ თითქოს ლამინარული მოძრაობისას დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი საშუალო სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია. საქმე ის არის, რომ თვით რეინოლდსის რიცხვი $Re = vd/\nu$ და, მაშასადამე, $\lambda = 64/Re$ კოეფიციენტიც საშუალო სიჩქარის ფუნქციაა. ამიტომ (4.32) ფორმულა შეიძლება ასეთი სახით ჩავწეროთ:

$$h_{სიგ} = \frac{64}{vd/\nu}\,\frac{l}{d}\,\frac{v^2}{2g} = \frac{64\nu l}{2gd^2}\,v = bv. \tag{4.33}$$

ამრიგად, წრიული კვეთის ცილინდრულ მილსადენში მოძრაობის ლამინარული რეჟიმისას დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი საშუალო სიჩქარის პირველი ხარისხის პროპორციულია.

მოძრაობის ლამინარული რეჟიმის განხილვისას უნდა აღინიშნოს კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი გარემოება — ლამინარული მოძრაობა მილსადენში გრიგალური მოძრაობაა. მართლაც, იმის გა-

მო, რომ განსახილველი შემთხვევისათვის $u_x = u = \frac{\gamma J}{4\mu}(r_0^2 - r^2)$, $u_y = 0$, $u_z = u_r = 0$, გრიგალის კომპონენტების გამოსათვლელ (3.10) გამოსახულებაში შემავალი $\frac{\partial u_z}{\partial y}$, $\frac{\partial u_y}{\partial z}$, $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ და $\frac{\partial u_y}{\partial x}$ კერძო წარმოებულები ნულის ტოლი იქნება. თუ გავითვალისწინებთ, რომ $r^2 = y^2 + z^2$, რადგანაც Ox ღერძი მილსადენის ღერძს ემთხვევა (ნახ. 4.6), $u_x = u$ სიჩქარისათვის მივიღებთ დამოკიდებულებას

$$u_x = \frac{\gamma J}{4\mu}[r_0^2 - (y^2 + z^2)]. \tag{3.34}$$

ყოველივე აღნიშნული მივიღოთ მხედველობაში და (3 10) სისტემის საშუალებით გამოვთვალოთ გრიგალის კომპონენტების ბნიშვნელობები

$$\omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right) = \frac{1}{2}(0 - 0) = 0;$$

$$\omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - 0\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\gamma J}{4\mu}(r_0^2 - y^2 - z^2)\right] = -\frac{\gamma J}{4\mu} z;$$

$$\omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}\left(0 - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\gamma J}{4\mu}(r_0^2 - y^2 - z^2)\right] = \frac{\gamma J}{4\mu} y.$$

როგორც ვხედავთ, გრიგალის ორი კომპონენტი განსხვავებულია ნულისაგან $\omega_y \neq 0$; $\omega_z \neq 0$. ამიტომ განსახილველი ლამინარული მოძრაობა გრიგალური მოძრაობაა.

სითხის ნაწილაკის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\gamma J}{4\mu}\right)^2 z^2 + \left(\frac{\gamma J}{4\mu}\right)^2 y^2} =$$

$$= \frac{\gamma J}{4\mu}\sqrt{y^2 + z^2} = \frac{\gamma J}{4\mu} r. \tag{4.35}$$

ლამინარულ ნაკადში გრიგალთწარმოქმნა განპირობებულია სითხის სიბლანტით და მეზობელ შრეებს შორის სიჩქარეთა სხვადასხვაობით, რაც სითხის ნაწილაკების დატრიალებას (ბრუნვას) იწვევს. გრიგალური

წირები წარმოადგენს ცოცხალი კვეთის სიბრტყეში მოთავსებულ კონცენტრულ წრეწირებს, რომელთა ცენტრი მილსადენის ღერძზეა.

როგორც (4.35) გამოსახულებიდან ჩანს, ბრუნვის მაქსიმალური კუთხური სიჩქარე ექნება მილსადენის კედელთან განლაგებულ ნაწილაკებს ($r=r_0$)

$$\omega_{max}=\frac{\gamma J}{4\mu}r_0, \tag{4.36}$$

ხოლო ღერძზე მდებარე ($r=0$) ნაწილაკებისათვის — $\omega=0$-ს.

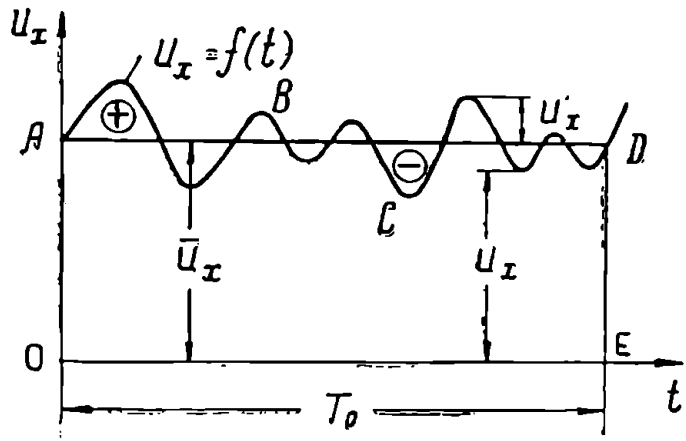
§4.5. სითხის ტურბულენტური მოძრაობა. სიჩქარის პულსაცია. ეფექტური და გასაშუალებული ადგილობრივი სიჩქარეები

ტურბულენტური მოძრაობის მექანიზმი გაცილებით რთულია, ვიდრე ლამინარულის. ტურბულენტური რეჟიმისას სითხის ნაწილაკები ნაკადის ღერძის მიმართულებით გადატანით მოძრაობასთან ერთად გადაადგილდება აგრეთვე განივი მიმართულებითაც და ამიტომ ტურბულენტური ნაკადი ხასიათდება სითხის ნაწილაკების განუწყვეტელი, ინტენსიური და მოუწესრიგებელი შერევის პროცესით. აღნიშნულის გამო ნაკადის ნებისმიერ წერტილში სითხის ნაწილაკების სიჩქარის ვექტორის სიდიდე და მიმართულება მყისიერად იცვლება. მაშასადამე, შეიძლება ითქვას, რომ ტურბულენტური მოძრაობა თავისი არსით დაუმყარებელი მოძრაობაა. ტურბულენტური ნაკადის აღებულ წერტილში სიჩქარის სიდიდისა და მიმართულების მყისიერ ცვლილებას სიჩქარის პულსაცია ეწოდება. სიჩქარეს ტურბულენტური ნაკადის მოცემულ წერტილში დროის მოცემულ მომენტში ადგილობრივი მყისი სიჩქარე (ანუ ნამდვილი მყისი სიჩქარე) ეწოდება. ადგილობრივი სიჩქარე u ასოთი აღინიშნება.

ყოველივე აღნიშნული ნათელს ხდის, თუ რატომ არის თითქმის შეუძლებელი ტურბულენტური ნაკადის ცალკეულ ნაწილაკთა ინდივიდუალური მოძრაობის შესწავლა. მაგრამ ეს არ ნიშნავს იმას, რომ სირთულის გამო საკითხის შესწავლაზე ხელი აკიღოთ. ჰიდრავლიკის მრავალი პრაქტიკული საკითხის გადასაწყვეტად ხშირად არსებითი მნიშვნელობა აქვს სითხის ნაწილაკის არა მყისიერ მახასიათებლებს, არამედ ამ მახასიათებლების საშუალო სტატისტიკურ მნიშვნელობებს. ასე, მაგალითად, ადგილობრივი მყისი სიჩქარის ნაცვლად ჰიდრავლიკა განიხილავს დროის მიხედვით გასაშუალებულ სიჩქარეს ($\bar{u}$) ნაკადის მოცემულ წერტილში. ამასთან, ფრიად მნიშვნელოვანია ის ფაქტი, რომ u ადგილობრივი მყისი სიჩქარე, მიუხედავად მისი მოჩვენებითი მოუწესრიგებელი ცვლილებისა, ირხევა სწორედ მოცემულ წერტილში დროის მიხედვით ზუსტად საშუალო მნიშვნელობის — ადგილო-

ბრივი გასაშუალებული სიჩქარის ($\bar{u}$) ირგვლივ. შევნიშნავთ, რომ გასაშუალებული სიჩქარის პეშმარიტი მნიშვნელობის საპოვნელად ადგილობრივი ბუსი სიჩქარეების გაზომვისა და გასაშუალების დრო (ინტერვალი) უნდა იყოს საკმარისი ხანგრძლივობის.

ჩვეულებრივ, მეტი ყურადღება ექცევა ადგილობრივი მყისი სიჩქარის (u) გრძივი შემდგენის (u_x) პულსაციას, რომელიც ცოცხალ კვეთში სხვადასხვა ჰიდრომეტრიული ხელსაწყოს საშუალებით, მაგალითად, პიტოს მილაკით იზომება. u_x გრძივი შემდგენი წარმოადგენს u სიჩქარის გეგმილს ტურბულენტური ნაკადის დინების მიმართულებაზე $u_x = u\cos\alpha$,



ნახ. 4.7.

სადაც α არის კუთხე დინების მიმართულებასა და u სიჩქარის ვექტორს შორის. ვთქვათ, $ABCD$ წირი (ნახ. 4.7) ასახავს ნამდვილი მყისი სიჩქარის გრძივი შემდგენის ცვლილებას დროის მიხედვით ტურბულენტური ნაკადის რაიმე წერტილში და გამოისახება განტოლებით

$$u_x = f(t). \tag{4.37}$$

ვიპოვოთ შემდეგი ინტეგრალის —

$$\int_0^{T_0} u_x\,dt = \int_0^{T_0} f(t)\,dt \tag{4.38}$$

მნიშვნელობა. ცხადია, გრაფიკულად ის წარმოადგენს $OABCDE$ მრუდწირული ნაკვთის ფართობს. თუ (4.38) გამოსახულების გავყოფთ T_0-ზე, მივიღებთ მრუდწირული ნაკვთის ტოლდიდი $OADE$ მართკუთხედის სი-

მაღლეს ($\bar{u}_x$), რომელიც გამოსახავს ნაკადის განსახილველ წერტილში გასაშუალებული ადგილობრივი სიჩქარის გრძივი შემდგენის სიდიდეს

$$\bar{u}_x = \frac{\int_0^{T_0} u_x\, dt}{T_0}. \tag{4.39}$$

ადგილობრივი მყისი და ადგილობრივი გასაშუალებული სიჩქარების გრძივი შემდგენების სხვაობას გრძივი პულსაციური სიჩქარე ეწოდება

$$u_x' = u_x - \bar{u}_x. \tag{4.40}$$

ადვილი დასადგენია, რომ დროის საკმარისად ხანგრძლივი T_0 შუალედისათვის გრძივი პულსაციური სიჩქარეების ჯამი ნულის ტოლია.

$$\Sigma u_x'\, dt = 0,$$

რადგანაც AD წრფის ზემოთ და ქვემოთ პლუს და მინუს ნიშნით აღებული ფართობების ჯამი უდრის ნულს.

(4.39)-ის ანალოგიური გამოსახულებები შეიძლება მივიღოთ გასაშუალებული სიჩქარის დანარჩენი ორი შემდგენისათვისაც ($\bar{u}_y$ და $\bar{u}_z$).

მაშინ სრული გასაშუალებული სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით

$$\bar{u} = \sqrt{\bar{u}_x^2 + \bar{u}_y^2 + \bar{u}_z^2} \tag{4.41}$$

გასაშუალებული სიჩქარის ცნების შემოტანა საშუალებას იძლევა ტურბულენტური ნაკადის მოძრაობა პირობითად დამყარებულ მოძრაობად ჩაეთვალოთ და ადგილობრივ მყის სიჩქარეთა ველის ნაცვლად განვიხილოთ გასაშუალებულ სიჩქარეთა ველი. ასეთ შემთხვევაში შესაძლებელი ხდება ტურბულენტური მოძრაობის მიმართ დამყარებული მოძრაობისათვის მიღებული ყველა დებულებისა და დამოკიდებულების გამოყენება. შემდგომში ტურბულენტური რეჟიმისათვის ადგილობრივ u სიჩქარეში ვიგულისხმებთ ადგილობრივ გასაშუალებულ $\bar{u}$ სიჩქარეს.

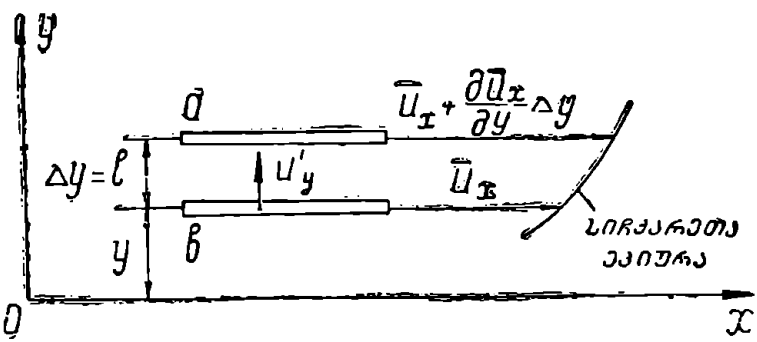
დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ ადგილობრივ მყის სიჩქარეთა გაზომვისა და გასაშუალების T_0 დროის ხანგრძლივობა დამოკიდებულია პულსაციური სიჩქარის სიდიდეზე. იმ ოპტიმალური T_0 დროის გასაგებად, რომლისთვისაც სიჩქარე მოიძებნება აუცილებელი სიზუსტით, ჩატარებულ იქნა გაზომვები სხვადასხვა ხელსაწყოთი სხვადასხვა ხანგრძლივობით და სხვადასხვა პირობებში. შედეგად დადგინდა ნაკადის დინების ადგილობრივ სიჩქარეთა გაზომვის ნორმები. სსრ კავშირში ტრადიციათა სიჩქარის 2%-ის სიზუსტით გასაზომად სტანდარტულ სიდიდედ

მიღებულია $T_0 = 100$ წმ, თუმცა დიდი ტურბულენტობის შემთხვევაში (მაგალითად, მთის მდინარეებისათვის) ამ დრომ შეიძლება 10 წუთსაც მიაღწიოს.

§ 4.6. მხების ძაბვის ზოგადი გამოსახულება განაშუალებული ტურბულენტური ნაკადისათვის

მოძრაობის ტურბულენტური რეჟიმის თავისებურებათა გათვალისწინებით ლ. პრანდტლმა, თ. კარმანმა, ე. ტეილორმა, ი. ნიკურაძემ შექმნეს ჰიდრავლიკური წინაღობისა და დაწნევის დანაკარგების ნახევრად ემპირიული თეორია, რომელიც ეყრდნობა ნაკადში ტურბულენტური შერევის პროცესით გამოწვეული დამატებითი ინერციული მხები ძაბვების განსაზღვრის იდეას. ქვემოთ, მოკლედ გავეცნოთ ამ თეორიის საფუძვლებს.

ტურბულენტურ ნაკადში განვიხილოთ სითხის ორი a და b შრე (ნახ. 4.8), რომლებიც ერთმანეთისაგან Δy მანძილით არიან დაცილებული. მათი ურთიერთშეხების ზედაპირის ფართობი აღვნიშნოთ S-ით, ხოლო მანძილი კალაპოტის კედლიდან b შრემდე — y-ით. ვთქვათ, b



ნახ. 4.8.

შრის გასაშუალებული სიჩქარის გრძივი შემდგენია $\bar{u}_x$, მაშინ a შრის სიჩქარე იქნება $\bar{u}_x + \frac{d\bar{u}_x}{dy}\Delta y$. როგორც აღვნიშნეთ, ტურბულენტური მოძრაობისას ხდება სითხის ნაწილაკების განივი გადაადგილება a შრიდან b შრეში (და, პირიქით) პულსაციური სიჩქარის u'_y შემდგენის ტოლი სიჩქარით. შევარჩიოთ შრეების ღერძებს შორის მანძილი $l = \Delta y$ ისეთი, რომ b შრიდან a შრეში შერეულმა სითხის ნაწილაკმა მოასწროს a შრის სიჩქარის შეძენა. l მანძილს სითხის ნაწილაკების განივი შერევის მანძილი ეწოდება. ეს უკანასკნელი ფიზიკურად წარმოადგენს მანძილს, რომელიც უნდა გაიაროს სითხის ნაწილაკმა განივი მიმართუ-

ლებით, რომ გარემომცველ ტურბულენტურ ნაკადთან შერევის შედეგად, ლ. პრანდტლის გამოთქმით, „დაკარგოს თავისი ინდივიდუალობა", ე. ი დაკარგოს პულსაციური სიჩქარის u_y' განივი შემდგენი. იმის გამო, რომ განივი მიმართულებით გადაადგილებული ნაწილაკების ღერძული სიჩქარეები განსხვავებულია, თითოეულ შრეში ხდება მოძრაობის რაოდენობის ცვლილება. კერძოდ, მეტი ღერძული სიჩქარის მქონე a შრეში მოძრაობის რაოდენობა შემცირდება, ხოლო ნაკლები სიჩქარით მოძრავ b შრეში — გაიზრდება. შრეების შეხების ზედაპირზე აღიძვრება T მხები (ინერციული) ძალა, რომლის ბიპულსი ტოლი იქნება განსახილველ შრეში მოძრაობის რაოდენობის ცვლილებისა.

შრეების ურთიერთშეხების S ფართობში u_y' განივი პულსაციური სიჩქარით დროის ერთეულში გადაადგილდება Δm მასა

$$\Delta m = \rho S u_y'.$$

მოძრაობის რაოდენობის ცვლილება დროის ერთეულში თითოეულ შრეში მხები ძალის ტოლი იქნება

$$T = \Delta m u_x' = \rho S u_y' \frac{d\bar{u}_x}{dy} l, \tag{4.42}$$

სადაც u_x' არის პულსაციური სიჩქარის გრძივი შემდგენი და, აღნიშნული თეორიის თანახმად, ის გაიგივებულია a და b შრეებს შორის სიჩქარეთა სხვაობასთან

$$\left(\bar{u}_x + \frac{d\bar{u}_x}{dy}\Delta y\right) - \bar{u}_x = \frac{d\bar{u}_x}{dy}\Delta y = \frac{d\bar{u}_x}{dy} l = u_x'.$$

(4.42) გამოსახულებიდან განვსაზღვრავთ იმ დამატებით ინერციულ მხებ ძაბვას, რომელიც აღიძვრება ტურბულენტურ ნაკადში სითხის ნაწილაკების ურთიერთშერევის პროცესის შედეგად

$$\tau_{დამ} = \frac{T}{S} = \rho u_y' \frac{d\bar{u}_x}{dy} l. \tag{4.43}$$

ლ. პრანდტლის ჰიპოთეზის თანახმად, პულსაციური სიჩქარის u_y' განივი შემდგენი $\frac{d\bar{u}_x}{dy} l$ სიდიდის პროპორციულია. ამიტომ (4.43)-დან გვექნება

$$\tau_{დამ} \sim \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2,$$

ე. ი.

$$\tau_{დამ} = k\rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2$$

თუ პროპორციულობის k კოეფიციენტს სიდიდეს ჩავრთავთ შეხედვის l სიგრძის მნიშვნელობაში, მივიღებთ დამატებითი ინერციული ძაბვის საანგარიშო ფორმულას

$$\tau_{დამ} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2. \qquad (4.44)$$

ცხადია, ამ გამოსახულებაში l სიდიდეს რამდენადმე განსხვავებული აზრი აქვს, ვიდრე წინა გამოსახულებებში.

ძალებისა და ძაბვების დამოუკიდებელი მოქმედების პრინციპის თანახმად, $\tau_{დამ}$ ძაბვის სიდიდე უნდა დავუმატოთ იმ წმინდა სიბლანტისეულ მხებ ძაბვას, რომელიც მოქმედებს ტურბულენტური ნაკადის განსხვავებული სიჩქარით მოძრავ სითხის შრეებს შორის. მიღებული აღნიშვნების შესაბამისად, სიბლანტით განპირობებული მხები ძაბვის ფორმულა (1.8) ასე ჩაიწერება:

$$\tau_{სიბლ} = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy}.$$

ამრიგად, ტურბულენტური რეჟიმის დროს სითხეში მოქმედი ჯამური მხები ძაბვა გამოითვლება ფორმულით

$$\tau = \tau_{სიბლ} + \tau_{დამ} = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} + \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2. \qquad (4.45)$$

მიღებულ გამოსახულებას დიდი მნიშვნელობა აქვს მოძრავი სითხის ნაკადში არსებული მხები ძაბვების ფიზიკური ბუნების გარკვევისათვის. მისი ანალიზის საფუძველზე დავასკვნით:

1. ლამინარული მოძრაობისას სითხის ნაწილაკების ურთიერთშეხედვა არ ხდება, ე. ი. $l=0$ და, მაშასადამე, მხები ძაბვა

$$\tau = \tau_{დამ} = \tau_{სიბლ} = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} \qquad (4.46)$$

სიჩქარის გრადიენტის პირველი ხარისხის პროპორციულია. მაგრამ კვეთში სიჩქარეთა განაწილების ეპიურის მუდმივობისას სიჩქარის გრადიენტი ნაკადის საშუალო სიჩქარის პროპორციულია, ამიტომ $\tau_{დამ}$ მხები ძაბვაც საშუალო სიჩქარის პირველი ხარისხის პროპორციულია.

2. განვითარებული ტურბულენტური მოძრაობისას, როდესაც ხდება სითხის ნაწილაკების ინტენსიური ურთიერთშეხედვა, (4.45) განტოლების მეორე წევრის ($\tau_{დამ}$) სიდიდე მნიშვნელოვნად აღემატება პირველი წევრის სიდიდეს, ამიტომ სიბლანტისეული წევრი ($\tau_{სიბლ}$) შეიძლება უგულებელვყოთ. მაშინ (4 45) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\tau = \tau_{ეკ} = \tau_{დამ} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2. \qquad (4.47)$$

ეს ნიშნავს, რომ განვითარებული ტურბულენტობის შემთხვევაში მხები ძაბვა საშუალო სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია. ამ დროს საქმე გვაქვს ე. წ. წინაღობის კვადრატულ ზონასთან.

3. ისეთ ტურბულენტურ ნაკადში, რომლისთვისაც (4.45) ფორმულაში შემავალი ორი წევრი ერთი რიგის სიდიდეებია, ჯამური მხები ძაბვა მოძრაობის საშუალო სიჩქარის ორზე ნაკლები ხარისხის პროპორციულია. ამ დროს საქმე გვაქვს ე. წ. წინაღობის გარდამავალ ზონასთან.

(4.47) გამოსახულება ასე გადავწეროთ:

$$\tau=\left(\rho l^2\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)\frac{d\bar{u}_x}{dy}=\varepsilon\frac{d\bar{u}_x}{dy}. \qquad (4\ 48)$$

სადაც

$$\varepsilon=\rho l^2\frac{d\bar{u}_x}{dy}. \qquad (4.49)$$

მაშინ ჯაჭვური ხახვი ძაბვის ფორმულა შეიძლება ასეთი სახითაც ჩავწეროთ:

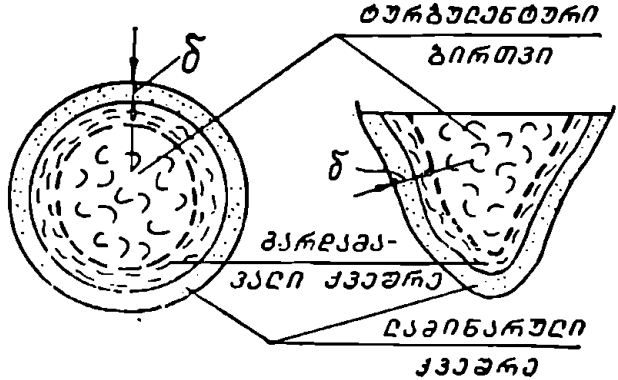
$$\tau=\mu\frac{d\bar{u}_x}{dy}+\varepsilon\frac{d\bar{u}_x}{dy}=(\mu+\varepsilon)\frac{d\bar{u}_x}{dy}. \qquad (4.50)$$

ε კოეფიციენტს ხშირად ტურბულენტური შერევის, ანუ ვირტუალური სიბლანტის, კოეფიციენტს უწოდებენ. შევნიშნავთ, რომ μ სიბლანტის კოეფიციენტისაგან განსხვავებით ε არ არის მუდმივი სიდიდე და არ ახასიათებს მოცემული სითხის ფიზიკურ თვისებებს; იგი მკვეთრად იცვლება ნაკადის ცოცხალი კვეთის ფარგლებში.

§ 4.7. ტურბულენტური ნაკადის სტრუქტურა. ჰიდრავლიკურად გლუვი და ხორკლიანი კალაპოტები

მრავალრიცხოვანმა გამოკვლევებმა გვიჩვენა, რომ ტურბულენტური ნაკადის ცოცხალ კვეთში სითხის ნაწილაკების ურთიერთშერევის ინტენსიურობა სხვადასხვაა. კალაპოტის (მილსადენის) კედელთან შერევის პროცესი წყდება, რადგანაც მყარი ზედაპირი შეუძლებელს ხდის ნაწილაკების განივ გადაადგილებას. ამიტომ ტურბულენტურ ნაკადში კედლის უშუალო მახლობლობაში წარმოიქმნება ძალზე მცირე სისქის კედლისპირა ბლანტი ქვეშრე, რომელსაც ლამინარულ ქვეშრეს (ლამინარულ აფსკს) უწოდებენ (ნახ. 4.9). ლამინარულ ქვეშრეს ესაზღვრება გარდამავალი ქვეშრე, რომელიც ლამინარულ ქვეშრესთან ერთად შეადგენს ე. წ. სასაზღვრო შრეს. ნაკადის და-

ნარჩენ ნაწილს ტურბულენტური ბირთვი ეწოდება. მიღებულია, რომ ლამინარულ ქვეშრეში მისი ცვლილების სისქე ν ინვარიანტობის მილიმეტრის ნაწილებში) სიჩქარეები განაწილებულია წრფივი კანონით ნულიდან (კალაპოტის კედელთან) რაღაც u_*-ის სასრულ მნიშ-



ნახ. 49.

ვნელობამდე (ლამინარული და გარდამავალი ქვეშრეების შეხების ზედაპირზე). თვლიან, რომ ლამინარულ ქვეშრეში მოძრაობა ახლოს არის ლამინარულთან, სიჩქარის გრადიენტის მნიშვნელობა დიდია და მიახლოებით შეიძლება მუდმივ სიდიდედ ჩაითვალოს. სიბლანტის დინამიკური კოეფიციენტის (μ) მნიშვნელობა გაცილებით მეტია ვირტუალური სიბლანტის კოეფიციენტის (ε) მნიშვნელობაზე. გარდამავალ ქვეშრეში შეიძინება მოძრაობის ორივე რეჟიმი — დროდადრო ლამინარული, დროდადრო ტურბულენტური. ამ ქვეშრისათვის μ და ε კოეფიციენტების მნიშვნელობები ერთი რიგისაა. ტურბულენტურ ბირთვში სიჩქარის გრადიენტის მნიშვნელობები დიდი არ არის, ε კოეფიციენტის მნიშვნელობა გაცილებით მეტია μ კოეფიციენტის მნიშვნელობაზე, ხოლო სიჩქარის განაწილების ხასიათი შეესაბამება ტურბულენტურ რეჟიმს, სადაც, როგორც ვხახავთ, სიჩქარეები იცვლება ლოგარითმული კანონით.

ტურბულენტური ნაკადის ცალკეული ზონის სისქე შეიძლება დადგენილ იქნეს შემდეგი მოსაზრებებიდან: ბლანტი (ლამინარული) ქვეშრისათვის $0 < \frac{u_* y}{\nu} < 7$; გარდამავალი ქვეშრისათვის $7 < \frac{u_* y}{\nu} < 70$; ტურბულენტური ბირთვისათვის $\frac{u_* y}{\nu} > 70$. აქ u_* არის დინამიკური სიჩქარე, ხოლო y — მანძილი კედლის ზედაპირიდან.

გამოვთვალოთ ლამინარული ქვეშრის სისქე (δ) წრიული კვეთის მილსადენისათვის. δ-ს სიმცირის გამო შეგვიძლია, სიჩქარის გრადიენტი ლამინარული ქვეშრის ფარგლებში $\frac{\bar{u}_{საშუალო}}{\delta}$ სიდიდის ტოლად ჩავთვალოთ; მაშინ მხები ძაბვა კედელზე გამოითვლება ფორმულით

$$\tau_0 = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} = \mu \frac{\bar{u}_{საშუალო}}{\delta},$$

სადაც $\bar{u}_{საშუალო}$ არის ზღვრული სიჩქარე ლამინარულ ქვეშრეში (ლამინარული და გარდამავალი ქვეშრეების საზღვარზე). მიღებული ტოლობის ორივე ნაწილს ρ-ზე გაყოფით გვექნება

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\nu \bar{u}_{საშუალო}}{\delta}. \qquad (4.51)$$

გავითვალისწინოთ (4.6) გამოსახულება და (4.51) ასეთი სახით ჩავწეროთ

$$u_*^2 = \frac{\nu \bar{u}_{საშუალო}}{\delta},$$

ანუ

$$\frac{\bar{u}_{საშუალო}}{u_*} = \frac{u_* \delta}{\nu} = N, \qquad (4.52)$$

სადაც N არის რეინოლდსის რიცხვის ანალოგიური უგანზომილებო მუდმივი სიდიდე და ის ოიცხობრივად დაახლოებით 11,6-ის ტოლია. N-ს ხშირად ნ ი კ უ რ ა ძ ი ს რ ი ც ხ ვ ს ა ც უწოდებენ.

(4.52) გამოსახულებიდან გვექნება

$$\delta = N \frac{\nu}{u_*}, \qquad (4.53)$$

რომელიც შეიძლება ასეთი ფორმითაც ჩავწეროთ:

$$\frac{\delta}{d} = N \frac{\nu}{u_* d} = N \frac{\nu}{v d} \cdot \frac{v}{u_*} = \frac{N}{Re} \cdot \frac{v}{u_*}.$$

თუ გავითვალისწინებთ (4.18) გამოსახულებას, მაშინ ბოლო ტოლობიდან მივიღებთ ლამინარული ქვეშრის (აფსკის) სისქის გამოსათვლელ ფორმულას

$$\delta = \frac{N\sqrt{8}\, d}{Re\sqrt{\lambda}} \approx \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}}. \qquad (4.54)$$

(4.54) გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ ლამინარული ქვეშრის სისქე რეინოლდსის რიცხვის უკუპროპორციულია, ე. ი. ნაკადის მოძრაობის

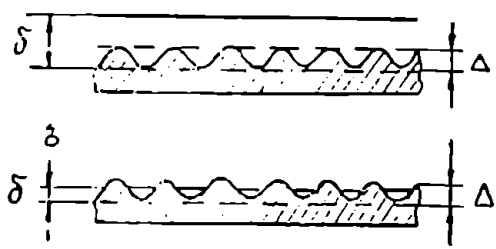
სიჩქარის და. მაშასადამე, რეინოლდსის რიცხვის გაზრდით ლამინარული ქვეშრის სისქე მცირდება.

როგორც აღვნიშნეთ, ლამინარული აფსკის სისქე ძალზე მცირეა და კალაპოტში ნაკადის სიღრმის ან მილსადენის დიამეტრის მეასედ და მეათასედ ნაწილს შეადგენს, მაგრამ ის არსებით გავლენას ახდენს ჰიდრავლიკურ წინაღობათა და დაწნევის დანაკარგების ხასიათსა და სიდიდეზე.

ნაკადის შემომსაზღვრელი სადინარის კედლების შიგა ზედაპირი ხასიათდება ამა თუ იმ სახისა და სიდიდის ხორკლიანობით, რომელიც დამოკიდებულია კედლის მასალაზე, მისი დამუშავების ხარისხსა და სადინარის ექსპლუატაციის პირობებზე.

ხორკლიანობის ძირითადი მახასიათებელია **აბსოლუტური ხორკლიანობა** (Δ), რომელიც ხორკლების (შეერილების) საშუალო სიმაღლეს წარმოადგენს. ასეთ იდეალიზებულ ხორკლიანობას **თანაბარმარცვლოვანი ხორკლიანობა** ეწოდება.

აბსოლუტური ხორკლიანობისა (Δ) და ლამინარული ქვეშრის სისქის (δ) სიდიდეთა შორის თანაფარდობის მიხედვით შეიძლება განვასხვავოთ ტურბულენტური ნაკადის მოძრაობის შემდეგი სამი შემთხვევა:



ნახ. 4.10.

1. $\delta > \Delta$ (ნახ. 4.10, ა). ამ დროს ხორკლები მთლიანად დაფარულია ბლანტი ქვეშრით (ლამინარული აფსკით) და ტურბულენტური ბირთვი მისრიალებს ლამინარული აფსკის ზედაპირის გასწვრივ ისე, რომ ტურბულენტური ბირთვი სადინარის (კალაპოტის) კედელთან უშუალო შეხებაში არ არის და კედლის ხორკლიანობა გავლენას ვერ მოახდენს ნაკადის დაწნევის დანაკარგების სიდიდესა და ხასიათზე; სიგრძეზე წინაღობის კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ რეინოლდსის რიცხვზე. ასეთ შემთხვევაში სადინარის კედელს **ჰიდრავლიკურად გლუვს** უწოდებენ.

2. $\delta < \Delta$ (ნახ. 4.10, ბ). ამ დროს ხორკლები მთლიანად ან ნაწილობრივ გამოდის ლამინარული ქვეშრის ზონიდან და ექცევა ტურბულენტური ბირთვის ზონაში. შედეგად მკვეთრად იზრდება როგორც ხახუნი ტურბულენტურ ბირთვსა და კალაპოტის კედლებს შორის, ისე ტურბულენტური განივი შერევისა და ცალკეული ხორკლების ზედაპირიდან გრიგალური წარმონაქმნების მოწყვეტის ინტენსიურობა. ყოვე-

ლიეც ამის გამო კედლის ხორკლიანობა გავლენას ახდენს ნაკადის დაწნეების დანაკარგების სიდიდესა და ხასიათზე; სიგრძეზე წინაღობის კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ ხორკლიანობაზე. ასეთ შემთხვევაში კალაპოტის კედელს ჰიდრავლიკურად ხორკლიანს უწოდებენ.

3. ლამინარული ქვეშრის სისქე და აბსოლუტური ხორკლიანობა ერთი რიგისაა. ამ შემთხვევაში სიგრძეზე წინაღობის კოეფიციენტის მნიშვნელობაზე გავლენას ახდენს როგორც რეინოლდსის რიცხვი, ისე კალაპოტის ხორკლიანობა.

ჰიდრავლიკურ წინაღობებზე ხორკლიანობის გავლენის დასახასიათებლად შემოიღეთ ფარდობითი ხორკლიანობის ცნებაც, რომელშიაც იგულისხმება აბსოლუტური ხორკლიანობის ფარდობა ნაკადის რაიმე დამახასიათებელ წრფივ ზომასთან (მილის r_0 რადიუსთან, d დიამეტრთან, ღია კალაპოტში ნაკადის h სიღრმესთან და სხვ.). მაგალითად, წრიული კვეთის მილსადენის ფარდობით ხორკლიანობას გამოსახავს $\frac{\Delta}{r_0}$ ან $\frac{\Delta}{d}$ უგანზომილებო ფარდობა. ფარდობითი ხორკლიანობის შებრუნებულ სიდიდეს ფარდობითი სიგლუვე ეწოდება. მაგალითად, მილსადენის ფარდობითი სიგლუვე გამოისახება $\frac{r_0}{\Delta}$ ან $\frac{d}{\Delta}$ ფარდობით.

სინამდვილეში, როგორც გამოკვლევებმა გვიჩვენა, ჰიდრავლიკურ წინაღობებზე გავლენას ახდენს არა მხოლოდ აბსოლუტური ხორკლიანობა, არამედ ხორკლების ფორმაც, მათი განლაგების სიხშირეც და ხასიათიც. ვინაიდან ამ ფაქტორების გათვალისწინება უშუალო გაზომვებით შეუძლებელია, ამიტომ დღეისათვის სამრეწველო მილების კედლების ხორკლიანობის დასახასიათებლად ჰიდრავლიკურ გაანგარიშებებში სარგებლობენ ე. წ. ეკვივალენტური ხორკლიანობით ($\Delta_{ეკვ}$). ეს უკანასკნელი ისე უნდა შეირჩეს, რომ მოგვცეს სიგრძეზე წინაღობის კოეფიციენტის ისეთივე მნიშვნელობა (და მაშასადამე, დაწნევის დანაკარგებისაც), როგორსაც მოგვცემდა ფაქტობრივი ხორკლიანობის შემთხვევა. ეკვივალენტური ხორკლიანობის მნიშვნელობას ადგენენ მილსადენების ჰიდრავლიკური გამოცდის საფუძველზე.

როგორც ვნახეთ, ლამინარული ქვეშრის სისქე (δ) რეინოლდსის რიცხვის გაზრდით მცირდება. ამიტომ ცხადია, რომ სადინარის კედლების დაყოფა ჰიდრავლიკურად გლუვ და ჰიდრავლიკურად ხორკლიან კედლებად პირობითია: ერთი და იგივე კედელი, რომელიც რეინოლდსის რიცხვის რაიმე Re_1 მნიშვნელობისათვის ჰიდრავლიკურად გლუვია, რეინოლდსის რიცხვის სხვა $Re_2 > Re_1$ მნიშვნელობისათვის შეიძლება ჰიდრავლიკურად ხორკლიანი აღმოჩნდეს.

§ 4.8. ბასაშუალებულ სიჩქარეთა განაწილება მილსადენის ცოცხალ კვეთში სითხის ტურბულენტური მოძრაობისას

ჯერ განვიხილოთ სიჩქარეთა განაწილების საკითხი ლამინარულ ქვეშრეში.

ტურბულენტობის ნახევრად ემპირიულ თეორიაში უშვებენ, რომ ბლანტი (ლამინარული) ქვეშრის ფარგლებში სიბლანტით განპირობებული ბზები ძაბვა $\tau_0 = \text{const}$. ასეთი დაშვების საფუძველზე შეიძლება დავწეროთ

$$\tau_0 = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dy} = \rho \nu \frac{d\bar{u}_x}{dy},$$

საიდანაც

$$d\bar{u}_x = \frac{\tau_0}{\rho} \frac{dy}{\nu} = u_*^2 \frac{dy}{\nu}.$$

ინტეგრირებით მივიღებთ

$$\bar{u}_x = u_*^2 \frac{y}{\nu} + C,$$

სადაც y არის განსახილველი წერტილიდან მილხადენის კედლამდე მანძილი.

თვლიან, რომ მილსადენის კედელთან ($y=0$) სიჩქარე $\bar{u}$ და, მაშასადამე, მისი გრძივი შემდგენიც ($\bar{u}_x$) ნულის ტოლია, ამიტომ $C=0$-ს და

$$\bar{u}_x = u_*^2 \frac{y}{\nu}. \tag{4.55}$$

ლამინარული ქვეშრის საზღვარზე ($y = \delta$)

$$\bar{u}_{\text{საზ}} = \bar{u}_{\text{ლ.ს}} = u_*^2 \frac{\delta}{\nu}.$$

ახლა განვიხილოთ სიჩქარეთა განაწილების საკითხი ტურბულენტურ ბირთვში განვითარებული ტურბულენტობისას, როცა სიბლანტისეული მხები ძაბვა შეიძლება უგულებელვყოთ. როგორც ვნახეთ, ასეთ შემთხვევაში (წინაღობის კვადრატული ზონისათვის) მხები ძაბვა გამოითვლება (4.47) ფორმულით

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy} \right)^2. \tag{4.47}$$

ამ გამოსახულებიდან განვსაზღვროთ $d\bar{u}_x$

$$d\bar{u}_x = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{1}{l} dy. \tag{4.56}$$

პირობით მივიღოთ ლ. პრანდტლის დაშვება, რომ მხები ძაბვები ტურბულენტური ბირთვის ზონაში შეიძლება შეიცვალოს მუდმივი მხები τ_0 ძაბვის მნიშვნელობით[1] ძილსადენის კედელზე, ხოლო სითხის ნაწილაკების განივი შერევის l მანძილსა და განსახილველი წერტილიდან მილსადენის კედლამდე y მანძილს შორის არსებობს წრფივი დამოკიდებულება

$$l = \varkappa y, \tag{4.57}$$

სადაც $\varkappa$ არის ე. წ. პრანდტლის უნივერსალური მუდმივა და, ი. ნიკურაძის ცდების თანახმად, დაახლოებით 0,40-ის ტოლია[2].

აღნიშნულის გათვალისწინებით (4.56) გამოსახულება ასე ჩაიწერება:

$$d\bar{u}_x = \frac{1}{\varkappa}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\,\frac{dy}{y} = \frac{u_*}{\varkappa}\,\frac{dy}{y}.$$

ამ განტოლების ინტეგრირებით მივიღებთ

$$\bar{u}_x = \frac{u_*}{\varkappa}\ln y + C. \tag{4.58}$$

მილსადენის ღერძზე ($y = r_0$) სიჩქარე მაქსიმალურია, $\bar{u}_x = \bar{u}_{\text{მაქს}}$, ამიტომ $C = \bar{u}_{\text{მაქს}} - \frac{u_*}{\varkappa}\ln r_0$. შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა (4.58) გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$\bar{u}_x = \bar{u}_{\text{მაქს}} - \frac{u_*}{\varkappa}\ln\frac{r_0}{y}. \tag{4.59}$$

თუ დავუშვებთ, $\varkappa = 0{,}40$ და გადავალთ ნატურალურიდან ათობით ლოგარითმზე, მაშინ ადგილობრივი გასაშუალებული სიჩქარის გრძივი შემდგენის განსაზღვრისათვის ტურბულენტური ბირთვის ნებისმიერ წერტილში მივიღებთ საანგარიშო ფორმულას

$$\bar{u}_x = \bar{u}_{\text{მაქს}} - 5{,}75u_*\lg\frac{r_0}{y}. \tag{4.60}$$

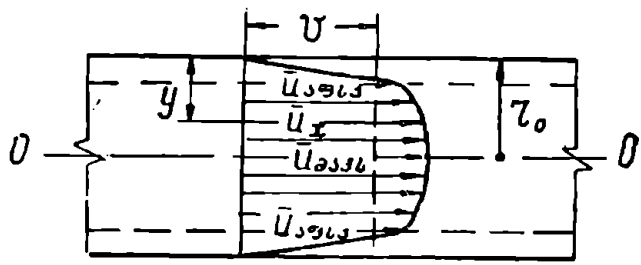
ამ განტოლებით სიჩქარეთა ეპიურის ასაგებად მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ, რომ $\delta \leqslant y \leqslant r_0$. ლამინარულ ქვეშრეში სიჩქარეთა განა-

---

[1] ასეთი დაშვება ემყარება იმას, რომ, როგორც ვნახეთ, სიჩქარის გრადიენტი ტურბულენტურ ბირთვში უმნიშვნელოა.

[2] შემდგომმა გამოკვლევებმა უჩვენა, რომ $\varkappa$ დამოკიდებულია რეინოლდსის რიცხვზე და იცვლება 0,36 ÷ 0,435 ფარგლებში.

წილების დასადგენად ვისარგებლებთ (4.55) გამოსახულებით. (4.11) ნახაზზე გამოსახულია მოძრაობის ტურბულენტური რეჟიმისათვის დამახასიათებელი სიჩქარის ეპიურა მილსადენის ცოცხალ კვეთში, რომელშიც ადგილობრივი გასაშუალებული სიჩქარის ცვლილება ემორჩილება (4.60) განტოლებით მოცემულ ლოგარითმულ კანონს. ტურბულენტურ ნაკად'ში სითხის ნაწილაკების ინტენსიური ურთიერთშერევის გამო სიჩქარეთა



ნახ. 4 11.

ეპიურა მნიშვნელოვნადაა გათანაბრებული ლამინარული რეჟიმის შესაბამის სიჩქარეთა ეპიურასთან შედარებით.

(4.60) გამოსახულება ასეთი სახით ჩაიწეროთ:

$$\frac{\overline{u}_{\text{მაქს}}-\overline{u}_x}{u_*}=5{,}75\lg\frac{r_0}{y}. \qquad (4.60')$$

მიღებული ტოლობის მარცხენა ნაწილს D_u ასოთი აღნიშნავენ

$$D_u=\frac{\overline{u}_{\text{მაქს}}-\overline{u}_x}{u_*} \qquad (4.61)$$

და მას ადგილობრივი სიჩქარის ფარდობით დეფიციტს უწოდებენ. თავისი ფიზიკური არსით D_u წარმოადგენს ადგილობრივი სიჩქარის[1] დანაკლისს მაქსიმალურ სიჩქარემდე ($\overline{u}_{\text{მაქს}}-\overline{u}_x$), რომელიც მოცემულია ფარდობითი (უგანზომილებო) ფორმით — ($\overline{u}_{\text{მაქს}}-\overline{u}_x/u_*$).

ადგილობრივი სიჩქარის ფარდობითი დეფიციტის ანალოგიურად შეიძლება გამოვთვალოთ საშუალო სიჩქარის ფარდობითი დეფიციტიც. ლ. პრანდტლის, თ. კარმანის, ო. შეველევის გამოკვლევების თანახმად

$$D_v=\frac{\overline{u}_{\text{მაქს}}-v}{u_*}\approx 3{,}75. \qquad (4.62)$$

აქედან

$$\overline{u}_{\text{მაქს}}=v+3{,}75u_*. \qquad (4.63)$$

[1] იგულისხმება ადგილობრივი გასაშუალებელი სიჩქარის გრძივი შემდგენი ($\overline{u}_x$).

(4.60) და (4.63) ფორმულების საფუძველზე განისაზღვრება მოძრაობის ადგილობრივი სიჩქარე ტურბულენტური ბირთვის ნებისმიერ წერტილში.

(4.18) გამოსახულებიდან განვსაზღვროთ u_* დინამიკური სიჩქარე

$$u_* = \frac{v\sqrt{\lambda}}{\sqrt{8}}$$

და ჩავსვათ (4.63) გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$\overline{u}_{\text{ბაკს}} = v(1 + 1{,}33\sqrt{\lambda}), \tag{4.64}$$

ანუ

$$v = \overline{u}_{\text{ბაკს}} \frac{1}{1 + 1{,}33\sqrt{\lambda}} \tag{4.65}$$

თუ დავუშვებთ, რომ პრაქტიკაში სიგრძეზე წინაღობის λ კოეფიციენტის მნიშვნელობები იცვლება $0{,}013 \div 0{,}05$ ფარგლებში, მაშინ (4,65) დამოკიდებულებიდან გვექნება

$$v = (0{,}75 \div 0{,}90)\,\overline{u}_{\text{ბაკს}}. \tag{4.66}$$

(გავიხსენოთ, რომ ლამინარული რეჟიმისას $v = 0{,}5u_{\text{ბაკს}}$). ა. ალტშულის გამოკვლევების თანახმად, მანძილი მილსადენის კედლიდან იმ შრემდე, სადაც ადგილობრივი გასაშუალებული სიჩქარე ტურბულენტური ნაკადის საშუალო სიჩქარის ტოლია ($\overline{u}_x = v$), განისაზღვრება ფორმულით

$$y \approx 0{,}223r_0. \tag{4.67}$$

კინეტიკური ენერგიის კოეფიციენტი (კორიოლისის კოეფიციენტი) ტურბულენტური ნაკადისათვის შეიძლება გამოვთვალოთ ა. ალტშულის ფორმულით

$$\alpha = 1 + 2{,}65\lambda. \tag{4.68}$$

λ-ს ზემოთ მოყვანილი მნიშვნელობებისათვის ($\lambda = 0{,}013 — 0{,}05$) α კოეფიციენტი იცვლება $1{,}03 \div 1{,}13$ ფარგლებში. ამიტომ პრაქტიკისათვის საკმარისი სიზუსტით ხშირად α-ს 1,1-ის ტოლად ღებულობენ.

დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ გ. ჟელეზნიაკოვის გამოკვლევების თანახმად, მდინარეებისათვის $\varkappa$ სიდიდე დაახლოებით 0,54-ის ტოლია. მისივე გამოკვლევებით ბარის მდინარეებისათვის საშუალო სიჩქარის დეფიციტი D_0 ცვლადი სიდიდეა და გამოითვლება ფორმულით

$$D_0 = \frac{1}{\varkappa} + \frac{C}{C_0}, \tag{4.69}$$

სადაც C არის შეზის კოეფიციენტი;

$C_0 = 9{,}1$ მ$^{0{,}5}$/წმ.

ზემოთ აღვნიშნეთ (§§ 4.2, 4.3), რომ მოძრაობის როგორც ლამინარული, ისე ტურბულენტური რეჟიმისათვის დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის ძირითად გამოსათვლელ ფორმულას წრიული კვეთის სადაწნეო ცილინდრული მილსადენისათვის წარმოადგენს დარსი-ვეისბახის ფორმულა

$$h_{სიგ} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \qquad (4.16)$$

ხოლო ღია კალაპოტებისათვის — შეზის ფორმულა

$$v = C\sqrt{RJ}. \qquad (4.12)$$

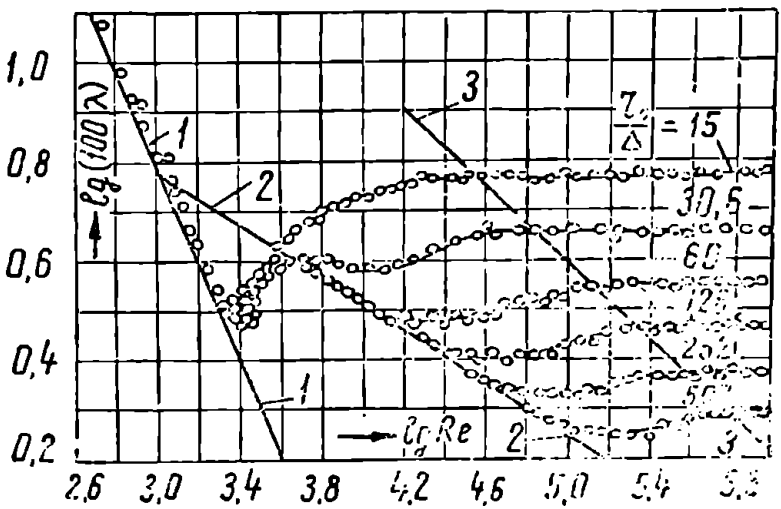
ამ ფორმულების გამოსაყენებლად საჭიროა, ვიცოდეთ λ და C კოეფიციენტების მნიშვნელობები.

დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის განსაზღვრა სადაწნეო მილსადენებში. მრავალრიცხოვანმა ექსპერიმენტმა ცხადჰყო, რომ სიგრძეზე წინაღობის λ კოეფიციენტის (დარსის კოეფიციენტის) მნიშვნელობა დამოკიდებულია რეინოლდსის რიცხვსა და მილსადენის ფარდობით ხორკლიანობაზე, ე. ი. $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{r_0}\right)$. მაგრამ ეს ფუნქციონალური დამოკიდებულება სითხის ნაკადის მოძრაობის სხვადასხვა პირობებში რაოდენობრივად და თვისობრივადაც სხვადასხვა ხასიათისაა. λ კოეფიციენტის ცვლილების კანონზომიერების დასადგენად დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს ი. ნიკურაძის მიერ ჩატარებულ კვლევებს, რომლის შედეგებიც გრაფიკის სახით მოცემულია (4.12) ნახაზზე. ექსპერიმენტები ჩატარებულ იქნა ხელოვნური თანაბარმარცვლოვანი ხორკლიანობის მილებში; ასეთი ხორკლიანობა იქმნებოდა გარკვეული ზომის ეთანაბარი სიმსხოს ქვიშის მარცვლების დაწებებით მილის შიგა ზედაპირზე. გრაფიკზე აბსცისათა ღერძზე გადაზომილია $\lg \mathrm{Re}$ ის, ხოლო ორდინატთა ღერძზე $\lg(100\lambda)$-ს მნიშვნელობები ($0 < \lambda < 1$, ამიტომ $\lg\lambda < 0$. $\lg\lambda$-ს უარყოფით მნიშვნელობათა თავიდან აცილების მიზნით ორდინატთა ღერძზე გადაზომილია $\lg(100\lambda)$). გრაფიკის ანალიზიდან ჩანს, რომ სადაწნეო მილსადენში სითხის მოძრაობისას შეიძლება გამოვყოთ შემდეგი ზონები:

პირველი ზონა, რომელსაც 1—1 წრფე შეესაბამება, მიეკუთვნება სითხის მოძრაობის ლამინარულ რეჟიმს ($\mathrm{Re} < 2320$, ანუ $\lg \mathrm{Re} < 3{,}36$). ამ ზონაში, კედლების ხორკლიანობის სხვადასხვაობის მიუხედავად, ყველა ექსპერიმენტული წერტილი 1—1 წრფეზე დალაგდა. მაშასადამე, აქ λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია

მხოლოდ რეინოლდსის რიცხვზე და არ არის დამოკიდებული კედლის ხორკლიანობაზე —$\lambda = f(\mathrm{Re})$. დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი სითხის დინების საშუალო სიჩქარის პირველი ხარისხის პროპორციულია.

მეორე ზონა მოთავსებულია 1—1 და 2—2 წრფეებს შორის და შეესაბამება ნაკადის მოძრაობის ლამინარული რეჟიმიდან ტურბულენტურამდე გადასვლას ($3{,}36 < \lg \mathrm{Re} < 3{,}5$). ამ ზონაში λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ რეინო-



ნახ. 4.12.

ლდსის რიცხვზე—$\lambda = f(\mathrm{Re})$. რეჟიმების შეცვლის პროცესი ვითარდება ნაკადის ბირთვში და მილსადენის ხორკლიანობა გავლენას ვერ ახდენს წინაღობის კანონზე: მილის ხორკლები დაფარულია ლამინარული აფსკით ($\delta > \Delta$).

მესამე ზონა, რომელსაც 2—2 წრფე შეესაბამება, მიეკუთვნება სითხის მოძრაობის ტურბულენტურ რეჟიმს; ეს არის ჰიდრავლიკურად გლუვკედლიანი მილსადენების ზონა, აქაც მილის ხორკლები დაფარულია ლამინარული აფსკით ($\delta > \Delta$). λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ რეინოლდსის რიცხვზე და არ არის დამოკიდებული ფარდობით ხორკლიანობაზე; დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი სითხის დინების საშუალო სიჩქარის 1,75 ხარისხის პროპორციულია.

მეოთხე ზონა მოთავსებულია 2—2 და 3—3 წრფეებს შორის და მას გარდამავალი წინაღობის ზონას უწოდებენ. ამ ზონაში ხორკლების სიმაღლე (Δ) და ლამინარული აფსკის სისქე (δ) ერთი რიგისაა; მილსადენის ხორკლიანობა გარკვეულ გავლენას ახდენს დაწნევის დანაკარ-

გის, და მაშასადამე, λ კოეფიციენტის სიდიდეზე. წინაღობის გარდამავალ ზონაში λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია როგორც რეინოლდსის რიცხვზე, ისე ფარდობით ხორკლიანობაზე $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{r_0}\right)$. დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი სითხის დინების საშუალო სიჩქარის 1,75-დან 2-მდე ხარისხის პროპორციულია.

მეხუთე ზონა მოთავსებულია 3—3 წრფის მარჯვნივ და შეესაბამება სითხის მოძრაობის ტურბულენტურ რეჟიმს, როცა დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი საშუალო სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია. ამ ზონას ჰიდრავლიკურად ხორკლიანი მილსადენების ან კვადრატული წინაღობის ზონას უწოდებენ. აქ $\delta \ll \Delta$, λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია ფარდობით ხორკლიანობაზე და პრაქტიკულად არ არის დამოკიდებული რეინოლდსის რიცხვზე — $\lambda = f\left(\frac{\Delta}{r_0}\right)$; 3—3 წრფის მარჯვნივ მრუდები $\lg \mathrm{Re}$ აბსცისათა ღერძის პარალელურია. მაშასადამე, მეოთხე ზონა შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც გარდამავალი ზონა ჰიდრავლიკურად გლუვი მილსადენების ზონიდან ჰიდრავლიკურად ხორკლიანი მილსადენების ზონაზე.

განვიხილოთ λ კოეფიციენტის საანგარიშო ფორმულები და მათი გამოყენების საზღვრები მოძრაობის ტურბულენტური რეჟიმისათვის:

1. წინაღობის გლუვი მილსადენების ზონა. იდელჩიკის მონაცემებით განისაზღვრება რეინოლდსის რიცხვის ცვლილებადობის შემდეგი შუალედით:

$$2320 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 46 \frac{r_0}{\Delta}. \tag{4.70}$$

თუ რეინოლდსის რიცხვი $\mathrm{Re} < 10^5$, მაშინ λ კოეფიციენტის მნიშვნელობათა გამოსათვლელად სარგებლობენ ბლაზიუსის ცნობილი ფორმულით

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}. \tag{4.71}$$

თუ გავიხსენებთ, რომ $\mathrm{Re} = vd/\nu$ და (4.16) გამოსახულებაში შევიტანთ λ-ს მნიშვნელობას (4.71) ფორმულიდან, დავრწმუნდებით, რომ წინაღობის ჰიდრავლიკურად გლუვი მილსადენების ზონაში დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი ($h_{სიგ}$) სითხის დინების საშუალო სიჩქარის 1,75 ხარისხის პროპორციულია

$$h_{სიგ} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{0{,}3164\nu^{0{,}25}}{v^{0{,}25} d^{0{,}25}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = bv^{1{,}75}.$$

როდესაც რეინოლდსის რიცხვი $\mathrm{Re} > 10^5$, მაშინ (4.71) ფორმულა აღარ იძლევა ისეთსავე ზუსტ მნიშვნელობებს და წინაღობის λ კოეფიციენტის განსაზღვრა მიზანშეწონილია პ. კონაკოვის ფორმულით

$$\lambda = \frac{1}{(1{,}8 \lg \mathrm{Re} - 1{,}5)^2}. \qquad (4.72)$$

(4.71) და (4.72) ფორმულებიდან ჩანს, რომ წინაღობის გლუვი მილსადენების ზონაში λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ რეინოლდსის რიცხვზე — $\lambda = f(\mathrm{Re})$;

2. წ ი ნ ა ღ ო ბ ი ს გ ა რ დ ა მ ა ვ ა ლ ი ზ ო ნ ა განისაზღვრება რეინოლდსის რიცხვის ცვალებადობის შუალედით

$$46 \frac{r_0}{\Delta} < \mathrm{Re} \leqslant 1120 \frac{r_0}{\Delta}. \qquad (4.73)$$

ამ ზონისათვის λ კოეფიციენტის მნიშვნელობათა გამოსათვლელად შეიძლება ვისარგებლოთ ნ. ფრუნკელის ფორმულით

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[0{,}14 \frac{\Delta}{r_0} + \left(\frac{6{,}81}{\mathrm{Re}} \right)^{0{,}9} \right]. \qquad (4.74)$$

ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ წინაღობის გარდამავალ ზონაში λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია როგორც რეინოლდსის რიცხვზე, ისე ფარდობით ხორკლიანობაზე — $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{r_0}\right)$. დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი სითხის დინების საშუალო სიჩქარის 1,75-დან 2-მდე ხარისხის პროპორციულია;

3. კ ვ ა დ რ ა ტ უ ლ ი წ ი ნ ა ღ ო ბ ი ს ზ ო ნ ა განისაზღვრება რეინოლდსის რიცხვის ცვალებადობის შუალედით

$$\mathrm{Re} > 1120 \frac{r_0}{\Delta}. \qquad (4.75)$$

ამ ზონისათვის λ კოეფიციენტის გამოსათვლელად სარგებლობენ ი. ნიკურაძის ცნობილი ფორმულით

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \lg \frac{r_0}{\Delta} + 1{,}74\right)^2}. \qquad (4.76)$$

როგორც (4.76) გამოსახულებიდან ჩანს, წინაღობის კვადრატულ ზონაში λ კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ მილსადენის ფარდობით ხორკლიანობაზე — $\lambda = f\left(\frac{\Delta}{r_0}\right)$. რეინოლდსის რიცხვი ამ ფორმუ-

ლაში არ შედის, რის გამოც დაწევის სიგრძეზე დანაკარგი ამ ზონაში სითხის დინების საშუალო სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია.

შევნიშნავთ, რომ ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებებში აბსოლუტური ხორკლიანობის (Δ) მნიშვნელობები სხვადასხვა მასალისაგან დამზადებული და სხვადასხვა პირობებში მყოფი მილსადენებისათვის მოცემულია სპეციალურ ლიტერატურაში.

ამგვარად, გვაქვს λ კოეფიციენტის საანგარიშო ფორმულები და ვიცით მათი გამოყენების საზღვრები, ამიტომ (4.16) გამოსახულების საშუალებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგები წინაღობის თითოეული ზონისათვის.

უახლესმა გამოკვლევებმა გვიჩვენა, რომ λ კოეფიციენტის განსაზღვრისას თანაბარმარცვლოვანი აბსოლუტური ხორკლიანობის ცნების გამოყენება იწვევს გარკვეულ უზუსტობას. ამიტომ პრაქტიკაში მკვიდრდება ე. წ. ეკვივალენტური თანაბარმარცვლოვანი აბსოლუტური ხორკლიანობის ცნება (იხ. § 4.7). ტექნიკური მილსადენების ეკვივალენტური ხორკლიანობის ($\Delta_{ეკვ}$) მიხედვით λ კოეფიციენტის მნიშვნელობათა გამოსათვლელად შეიძლება ვისარგებლოთ ა. ალტშულის მაჩვენებლიანი ფორმულით, რომელიც მართებულია ჰიდრავლიკური წინაღობის ყველა ზონისათვის

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_{ეკვ}}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0.25} \qquad (4.77)$$

სხვადასხვა მასალის მილსადენების ეკვივალენტური აბსოლუტური ხორკლიანობის მნიშვნელობები აიღება სპეციალური ცხრილებიდან და ცნობარებიდან.

დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის განსაზღვრა ღია კალაპოტებში. ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში დიდი მნიშვნელობა აქვს დაწნევის დანაკარგების განსაზღვრას ღია კალაპოტებში (უდაწნევო მილსადენებში, არხებსა და მდინარეებში). ამიტომ დაისმა საკითხი—შეიძლება, თუ არა სადაწნევო მილსადენებისათვის მიღებული საანგარიშო ფორმულები გავავრცელოთ ღია კალაპოტებზე.

ამ მიზნით ა. ზეგჟდას მიერ სწორკუთხა კუთის თავისუფალ ნაკადებზე სხვადასხვა თანაბარმარცვლოვანი ხორკლიანობისას ჩატარებულ იქნა ექსპერიმენტები, რომელთა ანალიზის საფუძველზე კვადრატული წინაღობის ზონისათვის მიიღო დამოკიდებულება

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{R}{\Delta} + 2{,}125, \qquad (4.78)$$

სადაც R არის კალაპოტის ჰიდრავლიკური რადიუსი.

ეს ფორმულა მილსადენების საანგარიშო ფორმულებთან სრულ სტრუქტურულ შესაბამისობაშია, რაც სადაწნეო მილსადენებსა და ღია კალაპოტებში მიმდინარე დინამიკური პროცესების ერთიანობაზე მეტყველებს.

მაგრამ, იმის გამო, რომ პრაქტიკაში ღია კალაპოტების რეალური ხორკლიანობა მხიშვნელოვნად განსხვავებულია იდეალიზებული თანაბარმარცვლოვანი ხორკლიანობისაგან, ამიტომ ღია კალაპოტებში დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის განსაზღვრისას სარგებლობენ არა (4.78) ტიპის ფორმულებით, არამედ შეზის ფორმულით, რომელშიც C კოეფიციენტის მნიშვნელობებს გამოითვლიან ხშირ შემთხვევაში ნაკადის გამართვებულ სტრუქტურულ სქემაზე დამყარებული ემპირიული და ნახევრად ემპირიული დამოკიდებულებებით.

გავითვალისწინოთ, რომ შეზის ფორმულაში $J=h_{სიგ}/l$ არის ნაკადის ერთეულ სიგრძეზე დაწნევის დანაკარგი (ჰიდრავლიკური ქანობი, რომელიც განსახილველი თანაბარი მოძრაობისათვის პიეზომეტრული ქანობის ტოლია). მაშინ შეზის ფორმულიდან (4 12) მივიღებთ ღია კალაპოტში დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის საანგარიშო ფორმულას

$$h_{სიგ}=\frac{v^2 l}{C^2 R} \tag{4.11}$$

(აღნიშვნები ჩვენთვის ცნობილია).

შევნიშნავთ, რომ სითხის ნაკადის მოძრაობა ღია კალაპოტებში პრაქტიკულად წინაღობის კვადრატულ ზონას შეესაბამება, ამიტომ ქვემოთ ჩვენ მოგვყავს C კოეფიციენტის (შეზის კოეფიციენტის) საანგარიშო ფორმულები წინაღობის კვადრატული ზონისათვის.

1. ნ. პაველოვსკის ფორმულა

$$C=\frac{1}{n}R^y, \tag{4.79}$$

სადაც n არის კალაპოტის ხორკლიანობის კოეფიციენტი;

y — ხარისხის მაჩვენებელი, რომელიც გამოითვლება შემდეგი ემპირიული გამოსახულებებით:

$$y=2.5\sqrt{n}-0{,}13-0{,}75\sqrt{R}\,(\sqrt{n}-0{,}10). \tag{4.80}$$

თვით ნ. პაველოვსკის რეკომენდაციით, პრაქტიკული გამოთვლებისას შეიძლება ვისარგებლოთ შემდეგი გამარტივებული გამოსახულებებითაც:

$$\begin{aligned} &y\approx 1{,}5\sqrt{n}, \text{ თუ } 0{,}1<R<1 \text{ მ};\\ &y\approx 1{,}3\sqrt{n}, \text{ თუ } \quad 1<R<3 \text{ მ}. \end{aligned} \tag{4.81}$$

6. პავლოვსკის ფორმულა შეიძლება გამოვიყენოთ სადაწნეო მილსადენისთვისაც, თუ ვისარგებლებთ (4.14) გამოსახულებით[1]

$$C=\sqrt{\frac{8g}{\lambda}}, \tag{4.14}$$

საიდანაც

$$\lambda=\frac{8g}{C^2}. \tag{4.14'}$$

2. ი. აგროსკინის ფორმულა

$$C=\frac{1}{n}+17{,}72\lg R. \tag{4.82}$$

3. ლიტერატურაში ხშირად ვხვდებით ნ. პავლოვსკის ფორმულის კერძო შემთხვევებს, როდესაც $y=1/6$ და $y=1/5$

$$C=\frac{1}{n}R^{1/6}; \tag{4.83}$$

$$C=\frac{1}{n}R^{1/5}. \tag{4.84}$$

მათგან პირველს მანინგის ფორმულას უწოდებენ და ძირითადად გამოიყენება მილსადენების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას, ხოლო მეორეს— ფორხჰეიმერის ფორმულას, რომლითაც სარგებლობენ ღია კალაპოტების გაანგარიშებისას.

ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებებში n ხორკლიანობის კოეფიციენტის მნიშვნელობები აიღება სპეციალური ცხრილებიდან.

სსრ კავშირში ღია კალაპოტების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას განსაკუთრებული გავრცელება ჰპოვა ნ. პავლოვსკის ფორმულამ.

ამგვარად, თუ გვეცოდინება შეზის კოეფიციენტის მნიშვნელობა, შევძლებთ (4 11) ფორმულით გამოვთვალოთ ღია კალაპოტში დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი.

§ 4.10. ადგილობრივი წინაღობები. დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგების განსაზღვრა ტურბულენტურ მოძრაობისას

რეალური სითხის მოძრაობისას სადაწნეო მილსადენებსა და ღია კალაპოტებში, როგორც ეს (4.1) პარაგრაფში იყო აღნიშნული, ნაკადის სიგრძეზე დაწნევის დანაკარგთან ერთად შეიძლება იყოს დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგებიც. სადაწნეო მილსადენებში

[1] (4.14) გამოსახულება ყოველთვის არ იძლევა იმის საშუალებას, რომ მილსადენისათვის განსაზღვრული λ-ს მნიშვნელობები ავტომატურად გამოვიყენოთ არსებისათვის C კოეფიციენტის გამოსათვლელად.

ამის მიზეზს წარმოადგენს სხვადასხვა სახის ადგილობრივი ჰიდრავლიკური წინაღობა—ნაკადის მკვეთრი გაფართოება ან შევიწროება, მოხვეულობა, დიაფრაგმა, საკეტი, განშტოება და სხვ., ხოლო ღია კალაპოტებში—გადასასვლელი უბანი და მოხვეულობა, არხის ცოცხალი კვეთის შემაიწროებელი რეგულატორი, სხვადასხვა კონსტრუქციის ზღურბლი, ბურჯი, წყალმიმღების გისოსი, ნაკადებას შეერთების ან გაყოფის უბანი და სხვ. ადგილობრივ წინაღობათა ფარგლებში ნაკადის მოძრაობა იძენს მკვეთრად ცვლად ხასიათს, იცვლება მოძრაობის სიჩქარის სიდიდე და მიმართულება, რის შედეგადაც წარმოიქმნება გრიგალური ზონები, სიგრძეზე ჰიდრავლიკური წინაღობისაგან განსხვავებით, რომელიც მჭლავნდება თანაბრად ან დაახლოებით თანაბრად ნაკადის მთელ სიგრძეზე, ადგილობრივი წინაღობა თავს იჩენს მოკლე უბანზე, ნაკადის კონფიგურაციის მკვეთრი ცვლილების ადგილებში.

ადგილობრივ ჰიდრავლიკურ წინაღობათა სხვადასხვაობა მრავალგვარია, მაგრამ მათ ყველას აერთიანებს ერთი საერთო ნიშანი: ნებისმიერი ადგილობრივი წინაღობის დაძლევისას ნაკადი განიცდის დეფორმაციას. დეფორმაციის შედეგად ინიშნელოვნად იზრდება ხახუნის სიდიდე, ან სხვანაირად რომ ვთქვათ, იზრდება სიჩქარის გრადიენტი, რაც განაპირობებს დაწნევის ადგილობრივ დანაკარგს ადგილობრივ ჰიდრავლიკურ წინაღობათა ფარგლებში.

თუ მილსადენის სიგრძე მნიშვნელოვანია, ხოლო ადგილობრივი წინაღობები ბევრი არ არის, მაშინ დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგები მხედველობაში არ მიიღება, მაგრამ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგს ზრდიან 10—15%-ით. თუ მილსადენის სიგრძე მოკლეა, ხოლო ადგილობრივი წინაღობები მნიშვნელოვანი რაოდენობითაა, მაშინ დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგების სიდიდის ზუსტად გამოთვლა, ცხადია, აუცილებელია.

დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგი მოძრაობის ტურბულენტური რეჟიმისას განისაზღვრება ვეისბახის ცნობილი ფორმულით

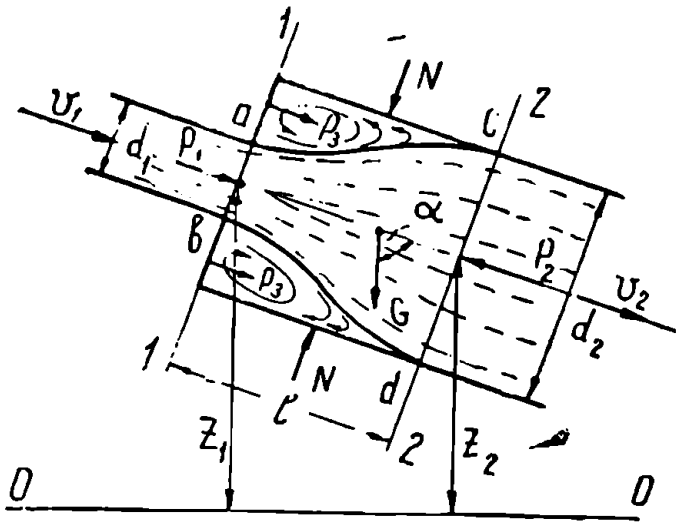
$$h_{ადგ} = \xi \frac{v^2}{2g}, \qquad (4.85)$$

სადაც ξ არის ადგილობრივი წინაღობის (ან ადგილობრივი დანაკარგის) უგანზომილებო კოეფიციენტი, რომელიც გვიჩვენებს, თუ სიჩქარითი დაწნევის რა წილი (რა რაოდენობა) იხარჯება ამა თუ იმ ადგილობრივი ჰიდრავლიკური წინაღობის დაძლევაზე (გადალახვაზე);

v— ნაკადის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე ადგილობრივი წინაღობის წინ ან მის შემდეგ. როგორც წესი, ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას განიხილება ადგილობრივი წინაღობის შემდეგ არსებული საშუალო სიჩქარე.

თეორიული გზით ξ კოეფიციენტის მნიშვნელობები შეიძლება გაწისაზღეროს რამდენიმე სახის ადგილობრივი წინაღობისათვის, რომელთაგან ჩვენში განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ნაკადის უეცარი გაფართოების შემთხვევა. უველა სხვა სახის ადგილობრივი წინაღობისათვის ξ სიდიდეს ადგენენ ექსპერიმენტული გზით.

განვიხილოთ დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგის საკითხი მილსადენის უეცარი გაფართოებისას წინაღობის კვადრატული ზონისათვის. სითხის ნაკადი d_1 მცირე დიამეტრისა და ω_1 ცოცხალი კვეთის ფართობის მქონე მილიდან შედის $d_2 > d_1$ დიამეტრისა და $\omega_2 > \omega_1$ ცოცხალი კვეთის ფართობის მქონე მილში, თან-



ნახ. 4.13.

დათანაბრით ფართოვდება და 1—1 კვეთიდან l მანძილით დაცილებულ 2—2 კვეთში მთლიანად ავსებს მას (ნახ. 4.13). უეცარი გაფართოების 1—1 კვეთში სითხე წყდება მილის კედლებს და ფართო კვეთის მილის საწყის უბანზე (l) მოძრაობს თავისუფალი, მდორედ განშლადი ჭავლის სახით, რომელიც *ac* და *bd* დენის წირებით არის შემოფარგლული. მდორედ განშლადი ჭავლის (ძირითადი ნაკადის) შემოჰფარგლულ ზედაპირსა და ფართო მილის კედლებს შორის იქმნება რგოლური სივრცე, რომელშიც ხდება სითხის რთული ცირკულაციური მოძრაობა მასათა ცვლით; სითხის ნაწილაკები ძირითადი ნაკადიდან შემოდის ამ სივრცეში, ასრულებს რთულ მარყუჟისებრ მოძრაობას და კვლავ შედის ძირითად ნაკადში. ამ პროცესის შენარჩუნებაზე იხარჯება უმთავრესად ძირითადი ნაკადის ენერგია (დაწნევა).

1—1 და 2—2 კვეთებს შორის მოთავსებული ნაკეთურისათვის გამოვიყენოთ მექანიკის ცნობილი თეორემა მოძრაობის რაოდენობის ცვლილების შესახებ, რომლის თანახმადაც ეს ცვლილება მოქმედი გარეძალების იმპულსების ჯამის ტოლია.

როგორც ვნახეთ (§ 3.19), ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი სითხის მასის მოძრაობის რაოდენობის გამოსათვლელ ფორმულას აქვს ასეთი სახე:

$$(მ.\ რ)_{ი} = \alpha' \rho \omega v^2. \tag{3.77}$$

მაშინ 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის მოძრაობის რაოდენობის ცვლილება იქნება

$$\Delta (მ.\ რ)_{ი} = \alpha_2' \rho \omega_2 v_2^2 - \alpha_1' \rho \omega_1 v_1^2. \tag{4.86}$$

სითხის გამოყოფილ ნაკეთურზე მოქმედი ძალებია:

1. ნაკეთურში მოთავსებული სითხის სიმძიმის ძალა $G = \gamma \omega_3 l$, რომლის გეგმილიც მოძრაობის მიმართულებაზე (მილის ღერძზე) ტოლია

$$G \sin \alpha = \gamma \omega_3 l \sin \alpha.$$

მაგრამ $l \sin \alpha = z_1 - z_2$ (ნახ. 4.13), სადაც z_1 და z_2 არის, შესაბამისად, ω_1 და ω_2 კვეთების სიმძიმის ცენტრების კოორდინატები. ამიტომ

$$G \sin \alpha = \gamma \omega_2 (z_1 - z_2).$$

2. 1—1 და 2—2 კვეთებში მოქმედი ჰიდროდინამიკური წნევის P_1 და P_2 ძალები (იხ. § 4.2)

$$P_1 = p_1 \omega_1; \quad P_2 = p_2 \omega_2.$$

3 ნაკეთურის გვერდით ზედაპირზე, მის მართობულად, მოქმედი მილის კედლების წნევის N ძალები, რომლის გეგმილებიც მილის ღერძზე ნულის ტოლია.

4. მილის გვერდითი კედლის წნევის P_3 ძალა, რომელიც მოქმედებს 1—1 სიბრტყეში

$$P_3 = p_1 (\omega_3 - \omega_1).$$

5. მილის კედლებზე მოქმედ ხახუნის ძალებს 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის მანძილის სიმცირის გამო უგულებელვყოფთ.

აღნიშნულის შედეგად მოძრაობის რაოდენობის ცვლილების განტოლება ასეთი სახით ჩაიწერება:

$$\alpha_2' \rho \omega_2 v_2^2 - \alpha_1' \rho \omega_1 v_1^2 = p_1 \omega_1 - p_2 \omega_2 + p_1 (\omega_2 - \omega_1) + \gamma \omega_2 (z_1 - z_2).$$

თუ დავუშვებთ, რომ ტურბულენტური მოძრაობისათვის $\alpha_1' \approx \alpha_2' \approx 1$ და შევასრულებთ მარტივ გარდაქმნებს, მივიღებთ

$$\rho \omega_2 \left(v_2^2 - \frac{\omega_1}{\omega_2} v_1^2 \right) = \omega_2 (p_1 - p_2) + \gamma \omega_2 (z_1 - z_2).$$

მაგრამ ხარჯის უწყვეტობის განტოლებიდან გვაქვს

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}. \qquad (3.20'')$$

ამიტომ წინა გამოსახულება ასე ჩაიწერება:

$$\rho v_2 (v_2 - v_1) - (p_1 - p_2) + \gamma (z_1 - z_2),$$

ანუ

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1 v_2}{g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}. \qquad (4.87)$$

ახლა ბერნულის (3.79) განტოლებაში დავუშვათ, რომ $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$ და (3.79) განტოლებას წევრ-წევრად გამოვაკლოთ (4.87) ტოლობა. გვექნება

$$h_{დან} = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_1 v_2}{g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ განსახილველ შემთხვევაში $h_{დან} = h_{ე.წ}$, სადაც $h_{ე.წ}$ არის ნაკადის უეცარ გაფართოებაზე დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგის სიდიდე, მაშინ ბოლო გამოსახულებიდან მივიღებთ ბორდას ცნობილ თეორიულ ფორმულას

$$h_{ე.წ} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}, \qquad (4.88)$$

სადაც $(v_1 - v_2)$ სხვაობა არის ნაკადის უეცარი გაფართოების შედეგად დაკარგული სიჩქარე.

მაშასადამე, დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგი ნაკადის უეცარი გაფართოებისას დაკარგული სიჩქარის მესაბამისი სიჩქარითი დაწნევის ტოლია.

(4.88) ფორმულას მივცეთ ვეისბახის ზოგადი ფორმულის (4.85) სახე, რისთვისაც ვისარგებლოთ ხარჯის უწყვეტობის (3.20'') განტოლებით. (4.88) გამოსახულებიდან ფრჩხილებს გარეთ გავიტანოთ ჯერ v_1, ხოლო შემდეგ v_2 სიჩქარეები

$$h_{ე.წ} = \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g};$$

$$h_{ე.წ} = \left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}.$$

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნებს

$$\left.\begin{aligned} \xi'_{ე.წ} &= \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2; \\ \xi''_{ე.წ} &= \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2. \end{aligned}\right\} \qquad (4.89)$$

მაშინ ნაკადის უეცარი გაფართოებისას დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგი შეიძლება გამოვთვალოთ ერთ-ერთი შემდეგი ფორმულით:

$$\left.\begin{aligned} h_{ვ.გ} &= \xi'_{ვ.გ}\frac{v_1^2}{2g}; \\ h_{ვ.გ} &= \xi''_{ვ.გ}\frac{v_2^2}{2g}. \end{aligned}\right\} \qquad (4\ 90)$$

ადგილობრივი ჰიდრავლიკური წინაღობის ξ კოეფიციენტის მნიშვნელობები წინაღობის სხვა სახეობებისათვის, როდესაც მათი თეორიული გზით გამოთვლის საშუალება არ არსებობს, განისაზღვრება ექსპერიმენტულად ვეისბახის ფორმულიდან

$$\xi = \frac{h_{ად}\cdot 2g}{v^2}. \qquad (4\ 91)$$

მუდმივი წრიული კვეთის ($d=\text{const}$) ჰორიზონტალური მილსადენისათვის $z_1=z_2$, $v_1=v_2$. ამიტომ (3.79) ბერნულის განტოლებიდან დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგის გამოსათვლელად გვექნება

$$h_{ად} = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma},$$

სადაც $\frac{p_1}{\gamma}$ და $\frac{p_2}{\gamma}$ არის ადგილობრივი წინაღობის წინ და მის შემდეგ მილსადენთან მიერთებული პიეზომეტრული მილაკების ჩვენებები.

$h_{ად}$-ის მიღებული მნიშვნელობის ჩასმით (4.91) გამოსახულებაში გამოითვლება განსახილველი ადგილობრივი წინაღობის ξ კოეფიციენტის სიდიდე.

მილსადენებში ადგილობრივ წინაღობათა ძირითადი სახეობებისათვის ξ კოეფიციენტის მნიშვნელობები მოცემულია ცნობარებში.

მილსადენში რამდენიმე ჰიდრავლიკური წინაღობის არსებობისას დაწნევის დანაკარგები ეკრიბება (ჯამდება), ე. ი. თუ მილსადენი ხასიათდება ξ_1, ξ_2, ξ_3, ..., ξ_n წინაღობის კოეფიციენტებით და ნაკადის განსახილველ უბანზე საშუალო სიჩქარე მუდმივია, მაშინ

$$\Sigma h_{ად} = (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \cdots + \xi_n)\frac{v^2}{2g}. \qquad (4.92)$$

თუმცა, თუ ადგილობრივ წინაღობებს შორის მანძილები შედარებით მცირეა, ჯამური დაწნევის დანაკარგი შეიძლება თითოეულ წინაღობაზე დაკარგული დაწნევების ჯამისაგან განსხვავებული აღმოჩნდეს

$$\Sigma h_{ად} \neq \xi_1\frac{v^2}{2g} + \xi_2\frac{v^2}{2g} + \xi_3\frac{v^2}{2g} + \cdots + \xi_n\frac{v^2}{2g}.$$

ეს აიხსნება იმით, რომ ადგილობრივ გასაშუალებულ სიჩქარეთა ეპიურა პირველი წინაღობის შემდეგ ვერ ასწრებს სტაბილიზებას მეორე წინაღობამდე. მანძილი, რომელზედაც მეღავნდება ორი შეზობელი წინაღობის ურთიერთგაელენა, შეიძლება გამოვთვალოთ ა. ალტშულის მიახლოებითი ფორმულით

$$l_{გაე} = (40 \div 60)\, d, \tag{4.93}$$

სადაც d არის მილსადენის დიამეტრი.

თუ ადგილობრივ წინაღობებს შორის მანძილი $l < l_{გაე}$, მაშინ საერთო ჯამური დანაკარგის განსაზღვრისათვის მიმართაეენ ლაბორატორიულ ცდებს.

თავი მეხუთე

სითხის დამუარებული მოძრაობა სადაწნეო მილსადენებში

§ 5.1. მილსადენებში დაწნევის დანაკარგების გამოსათვლელი საანგარიშო დამოკიდებულებები

ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ სითხის დამყარებულ, თანაბარ, დაწნეეთ, ტურბულენტურ მოძრაობას წრიული კვეთის ცილინდრულ მილსადენებში. საინჟინრო პრაქტიკაში ასეთი მოძრაობის ჰიდრაელიკური გაანგარიშებისას გამოიყენება შემდეგი დამოკიდებულებები:

ბერნულის განტოლება

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{დან};$$

ხარჯის უწყვეტობის ჰიდრაელიკური განტოლება

$$Q = \omega v = \text{const}, \quad \text{(ნაკადის გასწვრივ)};$$

დარსი-ვეისბახის ფორმულა

$$h_{სიგ} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g};$$

შეზის ფორმულა

$$v = C\sqrt{RJ}$$

ან

$$Q = \omega C \sqrt{RJ}.$$

შეზის ფორმულიდან გამომდინარე დამოკიდებულება დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის გამოსათვლელად

$$h_{სიგ} = \frac{v^2 l}{C^2 R}.$$

ხაზს ვუსვამთ, რომ ჩვენ გაეცნობილები მხოლოდ და მხოლოდ ისეთ შემთხვევებს, როდესაც ეპასუხებენ წინაღობის კვადრატულ ზონას. თუ მოძრაობის ტურბულენტური რეჟიმი მილსადენში შეესაბამება წინაღობის ჰიდრავლიკურად გლუვკედლიან ან გადამავალ ზონებს, მაშინ გაანგარიშებისა ეთოდიკა ასეთებითად დარჩება იგივე, რაც წინაღობის კვადრატული ზონისათვის, მხოლოდ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის განსაზღვრისას შეზისა და დარსი-ვეისბახის ორი ფორმულიდან უნდა ვისაგებლოთ აუცილებლად დარსი-ვეისბახის ფორმულით და ამაში შემავალი λ კოეფიციენტის გამოსათველელი სათანადო დამოკიდებულებებით.

ზემოთ მოყვანილ დამოკიდებულებებთან ერთად მილსადენის (სადინარის) ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას ფართოდ გამოიყენება ხარჯის მახასიათებლის ცნება. შეზის ფორმულა შეიძლება ასეთი სახით ჩავწეროთ

$$Q = \omega C \sqrt{RJ} = K \sqrt{J}, \qquad (5.1)$$

სადაც

$$K = \omega C \sqrt{R} \qquad (5.2)$$

არის ე. წ. ხარჯის მახასიათებელი ანუ ხარჯის მოდული. (5.1) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ ვინაიდან J ჰიდრავლიკური ქანობი უგანზომილებო სიდიდეა, ამიტომ ხარჯის მახასიათებელს აქვს ნაკადის ხარჯის განზომილება. ცხადია, თუ $J = 1$-ს, მაშინ $Q = K$-ს, ე. ი. ერთეული ჰიდრავლიკური ქანობის შეთხვევაში მილსადენში გამავალი ხარჯი რიცხობრივად ხარჯის მახასიათებლის ტოლია და ახასიათებს მილსადენის გამტარობის უნარს.

გამოვსახოთ ხარჯის მახასიათებელი მილსადენის დიამეტრის საშუალებით

$$K = \omega C \sqrt{R} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{1}{n} R^{y} \sqrt{\frac{d}{4}}.$$

გავიხსენოთ, რომ ხარისხის მაჩვენებელი ნ. პავლოვსკის ფორმულაში დამოკიდებულია ჰიდრავლიკურ რადიუსსა და ხორკლიანობის კოეფიციენტზე, ე. ი. $y = f_1(n, R)$, ანუ $y = f_2(n, d)$. მაშასადამე, თუ $n = \text{const}$, მაშინ ხარჯის მახასიათებელი წარმოადგენს მხოლოდ მილსა-

დენის დიამეტრის ფუნქციას: $K=f(d)$; K-ს მნიშვნელობები პრაქტიკაში გამოყენებული სხვადასხვა მასალისა და ხორკლიანობის სტანდარტული დიამეტრის მილებისათვის მოცემულია ცნობარებში.

§ 5.2. დაწნევის დანაკარგების შეკრება. წინაღობის სრული კოეფიციენტები. ცნება მოკლე და გრძელი მილსადენების შესახებ

ვთქვათ, მოცემული გვაქვს რაიმე l სიგრძის მილსადენი, რომელსაც აქვს რამდენიმე ადგილობრივი წინაღობა; ისინი ხასიათდებიან შესაბამისი ξ_1, ξ_2, ξ_3, $\dots$, ξ_n კოეფიციენტებით. ვიგულისხმოთ ისიც, რომ წინაღობებს შორის მანძილები აკმაყოფილებს პირობას $l_i > l_{გაე}$, სადაც l_i არის მანძილი ნებისმიერ ორ მეზობელ წინაღობას შორის, ხოლო $l_{გაე}$ — მანძილი, რომელზედაც მყარდება მათი ურთიერთგავლენა (4.93). როგორც ვნახეთ (§ 4.10), ასეთ შემთხვევაში დაწნევის ჯამური ადგილობრივი დანაკარგი გამოითვლება დამოკიდებულებით

$$\Sigma h_{ადგ}=(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\dots+\xi_n)\frac{v^2}{2g}. \qquad (4.92)$$

განსახილველი l სიგრძის მილსადენისათვის დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი განისაზღვრება დარსი-ვეისბახის ფორმულით (4.16)

$$h_{სიგ}=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}.$$

ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას ხშირად სარგებლობენ მილსადენის სიგრძეზე დაწნევის დანაკარგის $\xi_{სიგ}$ კოეფიციენტის ცნებით

$$\xi_{სიგ}=\lambda\frac{l}{d}. \qquad (5.3)$$

მაშინ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის (4.16) ფორმულა შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$h_{სიგ}=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}=\xi_{სიგ}\frac{v^2}{2g}. \qquad (5.4)$$

(4.92) და (5.4) გამოსახულებათა შეკრებით მივიღებთ დაწნევის ჯამური დანაკარგის გამოსათვლელ ფორმულას

$$h_{ჯან}=h_{სიგ}+\Sigma h_{ადგ}=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}+(\xi_1+\xi_2+\xi_3+\dots+\xi_n)\frac{v^2}{2g}=$$

$$=\left(\lambda\frac{l}{d}+\Sigma\xi_{ადგ}\right)\frac{v^2}{2g}=(\xi_{სიგ}+\Sigma\xi_{ადგ})\frac{v^2}{2g}.$$

აღვნიშნოთ

$$\xi_{სრ} = \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \xi_{ადგ} = \xi_{სიგ} + \Sigma \xi_{ადგ}. \qquad (5.5)$$

მაშინ მივიღებთ

$$h_{დან} = \xi_{სრ} \frac{v^2}{2g}. \qquad (5.6)$$

მიღებული გამოსახულება წარმოადგენს დაწნევის სრული (ჯამური) დანაკარგის გამოსათვლელ ფორმულას. $\xi_{სრ}$ კოეფიციენტს, რომელიც ითვალისწინებს ნაკადის მოცემული უბნისათვის ყველა სახის დაწნევის დანაკარგს, წინაღობის სრულ კოეფიციენტს ანუ სისტემის წინაღობის კოეფიციენტს უწოდებენ.

დაწნევის სიგრძეზე და ადგილობრივ დანაკარგებს შორის თანაფარდობის მიხედვით ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას განასხვავებენ მოკლე და გრძელ მილსადენებს.

მცირე სიგრძის მილსადენს, ადგილობრივ წინაღობათა საკმაოდ დიდი რაოდენობით, რომლისთვისაც დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგები შეადგენს სიგრძეზე დანაკარგის არანაკლებ 5—10%-ს, მოკლე მილსადენი ეწოდება. მოკლე მილსადენებს მიეკუთვნება ტუმბოების შემწოვი მილები, დიუკერები, სიფონები, სხვადასხვა კონსტრუქციის ზეთსადენი და სხვ.

შედარებით დიდი სიგრძის მილსადენს, ადგილობრივ წინაღობათა მცირე რაოდენობით, რომლისთვისაც დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგები სიგრძეზე დანაკარგებთან შედარებით უმნიშვნელოა და შეადგენს მის 5%-ზე ნაკლებ სიდიდეს, გრძელი მილსადენი ეწოდება. გრძელი მილსადენების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას ადგილობრივი დანაკარგები ცალკე არ განიხილება და მათი სიდიდე ჯამურ დანაკარგებში ითვება სიგრძეზე დანაკარგების გარკვეული პროცენტის სახით (5—10%). ზოგ შემთხვევაში (ძალზე გრძელი წყალსადენის მაგისტრალურ მილსადენებში) დასაშვებია ადგილობრივი დანაკარგების სრული უგულებელყოფაც. გრძელ მილსადენებს მიეკუთვნება წყალსადენის ქსელისა და ირიგაციული სისტემის მილსადენები, ნავთობსადენები და სხვ.

საორიენტაციოდ, თუ $l < 50$ მ-ზე, მილსადენი შეიძლება ჩაითვალოთ მოკლედ, ხოლო თუ $l > 100$ მ-ზე — გრძლად. $50 < l < 100$ მ ფარგლებში მილსადენი შეიძლება იყოს გრძელი ან მოკლე იმის მიხედვით, თუ როგორია დაწნევის სიგრძეზე და ადგილობრივ დანაკარგთა თანაფარდობა.

მუშაობის ჰიდრავლიკური სქემისა და გეომეტრიული კონფიგურაციის მიხედვით განასხვავებენ მარტივ და რთულ მილსადენებს.

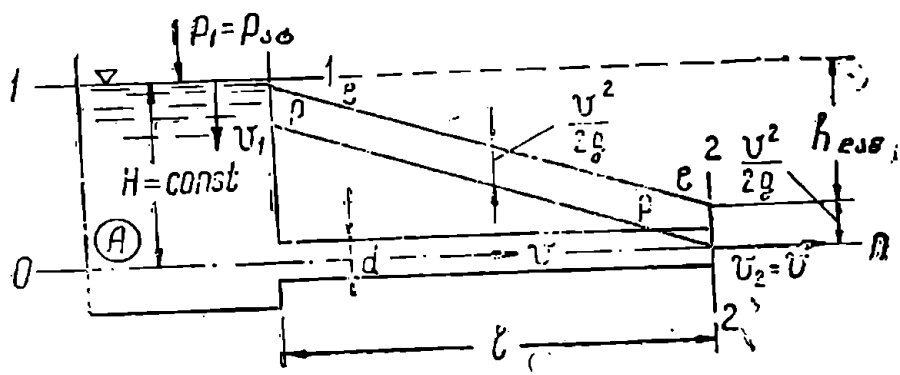
მარტივი ეწოდება მუდმივი ან ცვლადი დიამეტრის მქონე მიმდევრობით შეერთებული სხვადასხვა სიგრძის ცილინდრული მილებისაგან შედგენილ მილსადენს, რომელსაც გვერდითი განშტოებები არ გააჩნია. მარტივ მილსადენში თავიდან ბოლომდე გამავალ მუდმივ ხარჯს სატრანზიტო ხარჯი ($Q_{\text{სატრ}}$) ეწოდება.

მარტივისაგან განსხვავებით რთულ მილსადენს აქვს გვერდითი განშტოებები. რთულ მილსადენებს მიეკუთვნება პარალელურად შეერთებული მილების სისტემა, ჩიხური და რგოლური მილსადენები.

მარტივი და რთული მილსადენების ძირითად სახეებს განვიხილავთ მომდევნო პარაგრაფებში.

§ 5.3. მოკლე მილსადენები

1. მუდმივი დიამეტრის მარტივი მილსადენი. ამ სახის მილსადენის გაანგარიშებისას მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ ორი ძირითადი სქემა: მილიდან სითხის გამოდინება ხდება ატმოსფეროში (ნახ. 5.1) ან დონის ქვეშ (ნახ. 5.2). ჯერ განვიხილოთ პირველი სქემა. იგულისხმება, რომ მოძრაობა მილსადენში არის დამყარებული, ე. ი. საშუალო სიჩქარე მილსადენში დროის მიხედვით უცვლელია; მილსადენის დიამეტრი სიგრძეზე მუდმივია ($d = \text{const}$); გამოსასვლელი 2—2 კვეთის ცენტრზე

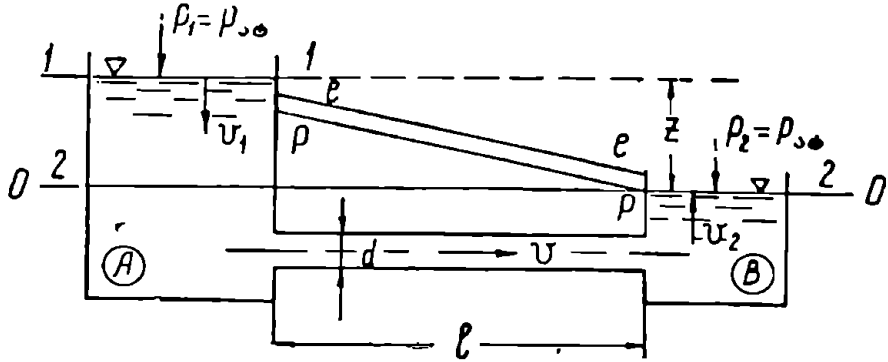


ნახ. 5.1.

დაწნევა $H = \text{const}$ (H არის A რეზერვუარში სითხის თავისუფალი ზედაპირისა და მილის გამოსასვლელი კვეთის ნიშნულებს შორის სხვაობა). ჩვენი მიზანია, განვსაზღვროთ მილსადენში ხარჯის (Q) სიდიდე.

ამისათვის საფარდ სიბრტყედ მივიჩნიოთ 2—2 კვეთის ცენტრზე გამავალი $O—O$ სიბრტყე და შევადგინოთ ბერნულის განტოლება 1—1 და 2—2 კვეთებისათვის (ნახ. 5.1). საანგარიშო კვეთებისა და საფარდი-

სიბრტყის ასეთნაირად შერჩევა ხელსაყრელია იმიტომ, რომ A რეზერვუარში სითხის თავისუფალ ზედაპირზე (1—1 კვეთი) და მილის გამოსასვლელ კვეთში (2—2) წნევები ატმოსფერულის ტოლია ($p_1 = p_2 = p_{ატ}$). გარდა ამისა, $z_1 = H$, $z_2 = 0$ და $v_1 \approx 0$, რადგანაც რეზერვუარის ზომები მნიშვნელოვნად აღემატება მილის კვეთის ზომებს. აღნიშნულის გათვა-



ნახ. 5.2.

ლისწინებით, როდესაც $\alpha \approx 1$, ბერნულის განტოლება 1—1 და 2—2 კვეთებისათვის

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{დან}$$

ასეთ სახეს მიიღებს:

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + h_{დან}.$$

მილის გამოსასვლელ 2—2 კვეთში სიჩქარე (v_2) აღვნიშნოთ v-თი და მხედველობაში მივიღოთ (5.6) გამოსახულება. გეიქნება

$$H = \frac{v^2}{2g} + h_{დან},$$

საიდანაც

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{სრ}}} \sqrt{2gH} \tag{5.7}$$

და, მაშასადამე,

$$Q = \omega v = \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{სრ}}} \sqrt{2gH}. \tag{5.8}$$

მიღებულ გამოსახულებაში $\xi_{სრ}$ არის წინაღობის სრული კოეფიციენტი.

ახლა განვიხილოთ მეორე სქემა, როდესაც მილიდან სითხის გამოდინება ხდება დონის ქვეშ (ნახ. 5.2). ამ შემთხვევაში $z_1 = Z$; $v_1 = v_2 = 0$; $p_1 = p_2 = p_{ატ}$; $z_2 = 0$; $\alpha \approx 1$. ამიტომ ბერნულის განტოლება საბოლოოდ ასეთ სახეს მიიღებს:

$$Z = \xi_{სრ} \frac{v^2}{2g},$$

საიდანაც

$$v = \frac{1}{\sqrt{\xi_{სრ}}} \sqrt{2gZ} \tag{5.9}$$

და, მაშასადამე,

$$Q = \omega v = \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{\sqrt{\xi_{სრ}}} \sqrt{2gZ}. \tag{5.10}$$

(5.8) და (5.10) გამოსახულებებს შეიძლება შემდეგი საანგარიშო დამოკიდებულებების სახე მივცეთ:

$$Q = \mu_{მილ} \omega \sqrt{2gil}; \tag{5.11}$$

$$Q = \mu_{მილ} \omega \sqrt{2gZ}. \tag{5.12}$$

სადაც $\mu_{მილ}$ (5.5) ფორმულის გათვალისწინებით ტოლია:

ა) ატმოსფეროში გამოდინებისას

$$\mu_{მილ} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{სრ}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \xi_{ადგ}}}; \tag{5.13}$$

ბ) დონის ქვეშ გამოდინებისას

$$\mu_{მილ} = \frac{1}{\sqrt{\xi_{სრ}}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \xi_{ადგ}}}. \tag{5.14}$$

$\mu_{მილ}$ კოეფიციენტს მილსადენის ხარჯის კოეფიციენტი ეწოდება.

(5.11) და (5.12) ფორმულები გამოიყენება მუდმივი დიამეტრის მარტივი მილსადენის ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას. მათი საშუალებით შეიძლება, გადავწყვიტოთ შემდეგი პრაქტიკული ამოცანები: 1) მოცემული d და H-ის (ან Z-ის) მიხედვით განისაზღვრება Q; 2) მოცემული d და Q-ს მიხედვით განისაზღვრება H (ან Z); 3) მოცემული Q და H-ის (ან Z-ის) მიხედვით განისაზღვრება d.

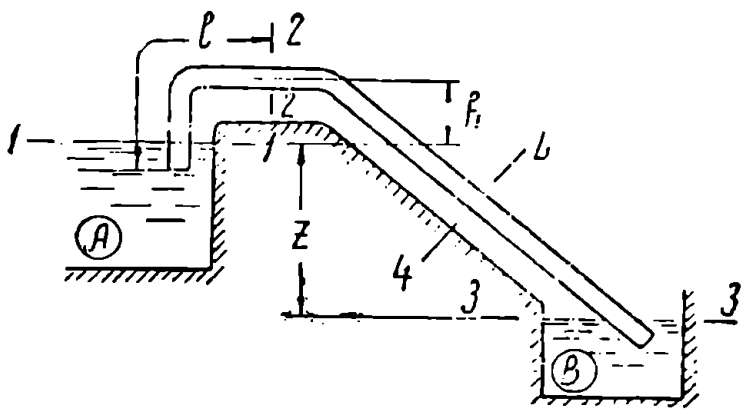
(5.13) გამოსახულებაში ფესქვეშ პირველი შესაკრები (ერთი) მიუთვნება $\frac{v^2}{2g}$ სიჩქარით დაწნევას, რომელიც აქვს ნაკადს მილიდან ატ-

მოსფეროში გამოდინების კვეთში და, მაშასადამე, წარმოადგენს იმ კინეტიკურ ენერგიას, რომლითაც ნაკადი აგრძელებს ატმოსფეროში მოძრაობას და რომელიც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს. (5.14) გამოსახულებაში ასეთი შესაკრები (ერთი) არ გვაქვს, რადგანაც მილიდან B რეზერვუარში შესვლისას ადგილობრივი წინაღობის კოეფიციენტი $\zeta_{შეს}=1$ გათვალისწინებულია მეორე შესაკრებში ($\Sigma\zeta_{დგ}$).

(5.1) და (5. 2) ნახაზებზე აგებულია სრული დაწნევის (ენერგიის) და პიეზომეტრული წირები ($e-e$ და $p-p$) გამოდინების ორივე შემთხვევისათვის.

2. სიფონი. სიფონი ეწოდება თვითდინებითს მილს, რომლის ნაწილი მოთავსებულია მის მკვებავ რეზერვუარში არსებული სითხის დონის მაღლა.

სიფონი ფართოდ გამოიყენება პრაქტიკაში იმის გამო, რომ ის გაცილებით ეკონომიურია, ვიდრე თვითდინებითი მილსადენი, რომელშიც სითხე დონეთა სხვაობის შედეგად მოძრაობს. სიფონი ვაკუუმის



ნახ. 5.3.

პირობებში მუშაობს, ამიტომ მისი გაანგარიშების თავისებურება დაკავშირებულია მილსადენის უმაღლეს წერტილში ვაკუუმის სიდიდის განსაზღვრასთან.

განვიხილოთ სიფონიდან სითხის გამოდინება დონის ქვეშ. გავატაროთ 3—3 საფარდი სიბრტყე და დავწეროთ ბერნულის განტოლება 1—1 და 2—2 კვეთებისათვის (ნახ. 5.3)

$$Z+\frac{p_{ატ}}{\gamma}=Z+h+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+\zeta_{სრ\,(1-2)}\frac{v_2^2}{2g},$$

სადაც h არის სიფონის უმაღლესი წერტილის (2—2 კვეთის ცენტრის) დაცილება A რეზერვუარში სითხის დონიდან;

$\xi_{\text{სრ}\,(1-2)} = \lambda \frac{l_{1-2}}{d} + \Sigma \xi_{\text{ადგ}\,(1-2)}$ — წინაღობის სრული კოეფიციენტის მნიშვნელობა მილსადენის შესასვლელი კვეთიდან 2—2 კვეთამდე;

l_{1-2} — მილსადენის სიგრძე აღნიშნულ კვეთებს შორის;

$v_2 = v$ — ნაკადის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე მილსადენში.

გავითვალისწინოთ, რომ მაქსიმალური ვაკუუმმეტრული სიმაღლე $h^{\text{მაქს}}_{\text{ვაკ}} = \frac{p_{\text{ატ}} - p_2}{\gamma}$; მივიღებთ

$$h^{\text{მაქს}}_{\text{ვაკ}} = h + \left(1 + \lambda \frac{l_{1-2}}{d} + \Sigma \xi_{\text{ადგ}\,(1-2)}\right) \frac{v^2}{2g}, \qquad (5.15)$$

ანუ

$$h^{\text{მაქს}}_{\text{ვაკ}} = h + (1 + \xi_{\text{სრ}\,(1-2)}) \frac{v^2}{2g}. \qquad (5.16)$$

ამ გამოსახულებით შეიძლება განისაზღვროს ვაკუუმის მნიშვნელობა სიფონის ნებისმიერ კვეთში, მაგალითად 4—4 კვეთში. ამასთან (5.16) ფორმულაში h-ში ეგულისხმებთ 4—4 კვეთის ცენტრის დაცილებას A რეზერვუარში სითხის დონიდან, ხოლო წინაღობის სრულ კოეფიციენტში — მის მნიშვნელობას 1—1 კვეთიდან 4—4 კვეთამდე. ცხადია, ვაკუუმის მნიშვნელობა ნებისმიერ კვეთში ნაკლები იქნება $h^{\text{მაქს}}_{\text{ვაკ}}$ სიდიდეზე.

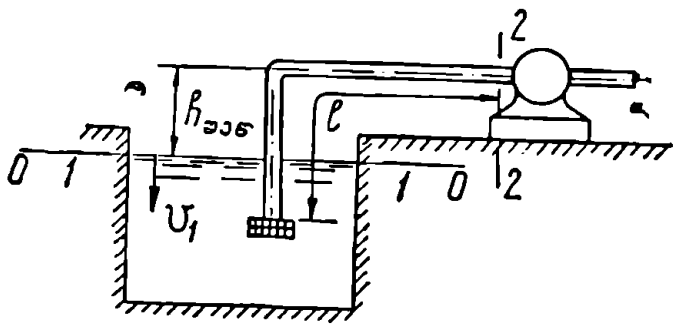
(5.16) ფორმულით გამოთვლილი $h^{\text{მაქს}}_{\text{ვაკ}}$ მნიშვნელობა წყლისათვის ნორმალური ატმოსფერული წნევისას არ უნდა აღემატებოდეს 7 მ-ს. წინააღმდეგ შემთხვევაში მოსალოდნელია სიფონში ჰაერის გაწყვეტა.

ხარჯი სიფონში განისაზღვრება (5.12) გამოსახულებით, მხოლოდ მილსადენის ხარჯის $\mu_{\text{ად}}$ კოეფიციენტის გამოსათვლელ ფორმულაში (5.14) უნდა გავითვალისწინოთ სიფონის სრული სიგრძე 1—1 კვეთიდან 3—3 კვეთამდე შესაბამისი ადგილობრივი წინაღობებით.

2 ტუმბოს შემწოვი მილი. ტუმბოს შემწოვი მილი, ისე როგორც სიფონი, ხასიათდება მასში ვაკუუმის არსებობით, რომლის მაქსიმალური სიდიდე მიიღება უშუალოდ ტუმბოს მუშა თვალთან. იგულისხმება ცენტრიდანული ტუმბო, რადგანაც დგუშიანი ტუმბოს შემთხვევაში სითხის მოძრაობა შემწოვ მილში იქნებოდა დაუმყარებელი. ვაკუუმის მაქსიმალური მნიშვნელობის გამოსათვლელად საანგარიშო კვეთებად მივიღოთ რეზერვუარში სითხის თავისუფალ ზედაპირზე გამავალი 1—1 კვეთი და 2—2 კვეთი ტუმბოს შესასვლელის წინ (ნახ. 5.4). საფარდი სიბრტყე შეეუთავსოთ 1—1 კვეთს. საანგარიშო კვეთების ასეთნაირად შერჩევა მოსახერხებელია იმით, რომ რეზერვუარში სითხის თავისუფალ ზედაპირზე წნევა ატმოსფერულის ტოლია ($p_1 = p_{\text{ატ}}$), $z_1 = 0$, $v_1 = 0$ და

$z_1 = h_{ვაკ}$. აღნიშნულის გათვალისწინებით, როცა $\alpha = 1$, ბერნულის განტოლებას 1—1 და 2—2 კვეთებისათვის

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{დან}$$



ნახ. 5.4.

ასეთი სახე ექნება:

$$\frac{p_{ატ}}{\gamma} = h_{ვაკ} + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + h_{დან},$$

სადაც $v_2 = v$ არის ნაკადის საშუალო სიჩქარე შემწოვ მილში და ჩვეულებრივ, აიღება 0,8 ÷ 1,25 მ/წმ ფარგლებში;

p_2 — წნევა ტუმბოს შესასვლელთან;

$h_{დან} = \xi_{სრ} \frac{v^2}{2g}$ — დაწნევის სრული დანაკარგი შემწოვ მილში.

ამიტომ მიღებული გამოსახულება შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$\frac{p_{ატ} - p_2}{\gamma} = h_{ვაკ} + (1 + \xi_{სრ}) \frac{v^2}{2g}.$$

ამ ტოლობის მარცხენა ნაწილი წარმოადგენს შეწოვის ვაკუუმ-მეტრულ სიმაღლეს $h_{ვაკ} = \frac{p_{ატ} - p_2}{\gamma}$, ე. ი

$$h_{ვაკ} = h_{ვაკ} - (1 + \xi_{სრ}) \frac{v^2}{2g}. \qquad (5.17)$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს, რომ შეწოვის სიმაღლე ყოველთვის ნაკლებია ვაკუუმმეტრულ სიმაღლეზე, რადგანაც ვაკუუმის ნაწილი იხარჯება $v^2/2g$ სიჩქარითი დაწნევის შექმნაზე, ხოლო ნაწილი — ჰიდრავლიკურ წინაღობათა გადალახვაზე.

$h_{ვაკ}$-ის დასაშვები მნიშვნელობა ($h_{ვაკ\,(დას)}$) მითითებულია ტუმბოს

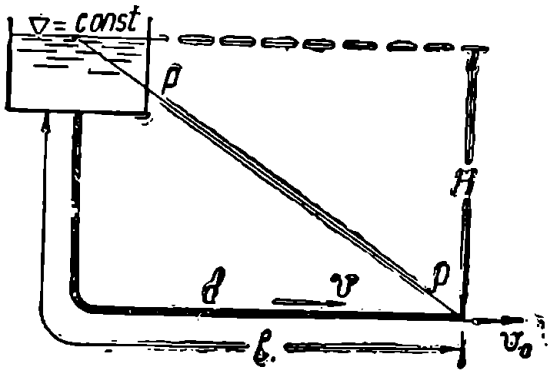
პასპორტში და სხვადასხვა ტიპის ტუმბოსათვის ის იცვლება შემდეგ ფარგლებში:

$$h_{\text{ვაკ (დას)}} \leqslant 4{,}0 \div 6{,}5 \text{ მ}.$$

თუ მოცემული ტუმბოსათვის გვეცოდინება $h_{\text{ვაკ (დას)}}$-ის მნიშვნელობა, (5.17) ფორმულით გამოვთვლით ტუმბოს დადგმის ზღვრულ სიმაღლეს რეზერვუარში სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან.

§ 5.4. გრძელი მილსადენები

1. მარტივი მილსადენი. როგორც აღვნიშნეთ, გრძელი მილსადენების შემთხვევაში დაწნევის ადგილობრივ დანაკარგებს უგულებელყოფთ. ამასთან ვთვლით, რომ სრული დაწნევის წირი და პიეზომეტრული წირი პრაქტიკულად შეთავსებულია. განვიხილოთ მუდმივი d დიამეტრის მილებისაგან შედგენილი l სიგრძის მარტივი მილსადენი (ნახ. 5.5). აღნიშნულის თანახმად, მთელი H დაწნევა უნდა დაიხარჯოს სიგრძეზე წინაღობის დაძლევასა და მილის გამოსასვლელ კვეთში $v_0^2/2g$ სიჩქარითი დაწნევის შექმნაზე. დავუშვათ, რომ მილსადენში სითხის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე v-ს ტოლია,



ნახ. 5.5.

მაშინ (4.11) ფორმულის გათვალისწინებით გვექნება

$$H = \frac{v_0^2}{2g} + h_{\text{სიგ}} = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{v^2 l}{C^2 R}.$$

მილსადენის მნიშვნელოვანი სიგრძისას $v_0^2/2g$ სიდიდე შეიძლება უგულებელვყოთ, რადგანაც ის გაცილებით ნაკლებია $\frac{v^2 l}{C^2 R}$ შესაკრებზე. მაშინ მივიღებთ

$$H = h_{\text{სიგ}} = \frac{v^2 l}{C^2 R}. \qquad (5.18)$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ განსახილველ შემთხვევაში მთელი დაწნევა იხარჯება მილსადენის სიგრძეზე წინაღობათა დაძლევაზე.

(5.18) გამოსახულების თითოეული წევრის l-ზე გაყოფით მივიღებთ ჰიდრავლიკური ქანობის სიდიდეს

$$J=\frac{H}{l}=\frac{h_{\text{სიგ}}}{l}=\frac{v^2}{C^2R}. \tag{5.19}$$

შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა (5.1) ფორმულაში

$$Q=K\sqrt{J}=K\sqrt{\frac{h_{\text{სიგ}}}{l}}=K\sqrt{\frac{H}{l}}, \tag{5.20}$$

საიდანაც მივიღებთ საჭირო დაწნევის გამოსათვლელ დამოკიდებულებას

$$h_{\text{სიგ}}=Q^2\frac{l}{K^2}, \tag{5.21}$$

ანუ

$$H=Q^2\frac{l}{K^2}. \tag{5.22}$$

$\frac{l}{K^2}$ სიდიდე, როდესაც $Q=1$-ს, რიცხობრივად ისეთი დაწნევის ტოლია, რომელიც აუცილებელია მილსადენში ჰიდრავლიკურ წინაღობათა დასაძლევად. ამიტომ $\frac{l}{K^2}$ სიდიდეს მილსადენის კუთრ წინაღობას უწოდებენ.

(5.19)—(5.22) დამოკიდებულებები საშუალებას იძლევა გადაეწყვიტოთ მუდმივი დიამეტრის გრძელი მარტივი მილსადენის გაანგარიშებასთან დაკავშირებული ამოცანები.

2. მილების მიმდევრობითი შეერთება. განვიხილოთ სხვადასხვა დიამეტრისა და სიგრძის მილებისაგან მიმდევრობით შეერთებული მილსადენის სისტემა, რომელშიც გაედინება უცვლელი სატრანზიტო Q ხარჯი ($Q=\text{const}$) (ნახ. 5.6). აქაც, ისევე როგორც გრძელი მარტივი მილსადენის გაანგარიშებისას, უგულებელვყოთ სიჩქარითი დაწნევის მნიშვნელობები ცალკეულ უბნებზე მათი სიმცირის გამო. მაშინ თითოეულ უბანზე დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის სიდიდე შეიძლება გამოვთვალოთ (5.21) ფორმულით

$$h_{\text{სიგ}.i}=Q^2\frac{l_i}{K_i^2},$$

სადაც ინდექსი $i=1, 2, 3, \cdots, n$ არის მილსადენის უბნის ნომერი.

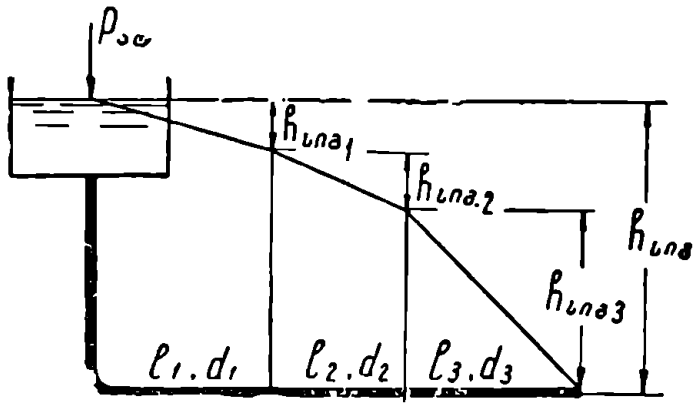
მილსადენის მთელ სიგრძეზე დაწნევის დანაკარგი იქნება

$$\Sigma h_{\text{სიგ}}=h_{\text{სიგ}.1}+h_{\text{სიგ}.2}+h_{\text{სიგ}.3}+\cdots+h_{\text{სიგ}.n}=H.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ მილსადენის ყველა უბნისათვის სატრანზიტო ხარჯი $Q = \text{const}$, მაშინ (5.21) ფორმულის თანახმად გვექნება

$$H = \Sigma h_{სიგ} = Q^2 \Sigma \frac{l_i}{K_i^2}. \qquad (5.23)$$

მაშასადამე, მილების მიმდევრობითი შეერთებისას დაწნევის ჯამური დანაკარგი სიგრძეზე, რომელიც H დაწნევის ტოლია, უდრის ხარ-



ნახ. 5.6.

ჯის კვადრატისა და ცალკეული უბნების კუთრ წინაღობათა ჯამის ნამრავლს.

შევნიშნავთ, რომ მიმდევრობით შეერთებული გრძელი მარტივი მილსადენის ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას ცალკეული უბნების სიგრძეები და დიამეტრები (l_i, d_i), როგორც წესი, ცნობილია. ამიტომ, თუ გავიხსენებთ, რომ ხარჯის მახასიათებელი $K = f(d)$ (იხ. § 5.1), შეგვეძლია განვსაზღვროთ მისი მნიშვნელობები თითოეული უბნისათვის.

(5.6) ნახაზზე მოცემულია მილების მიმდევრობით შეერთების სქემა სამი უბნისათვის და აგებულია შესაბამისი პიეზომეტრული წირი.

ვ. მილების პარალელური შეერთება. განვიხილოთ (5.7) ნახაზზე მოცემული რთული მილსადენის სქემა. C პუნქტიდან D პუნქტში მილსადენით მიეწოდება მუდმივი Q ხარჯი. A წერტილში მილსადენი განშტოვდება სამ პარალელურ ძაფად (ხაზად), რომელთა დიამეტრები და სიგრძეები (d_1, d_2, d_3, l_1, l_2, l_3) ერთმანეთისაგან განსხვავებულია. ეს ძაფები თავს იყრის B წერტილში.

A და B წერტილები საერთოა თითოეული ძაფისათვის, ამიტომ სამივე ძაფში სითხე იმოძრავებს ერთი და იმავე

$$H_{AB} = H_A - H_B$$

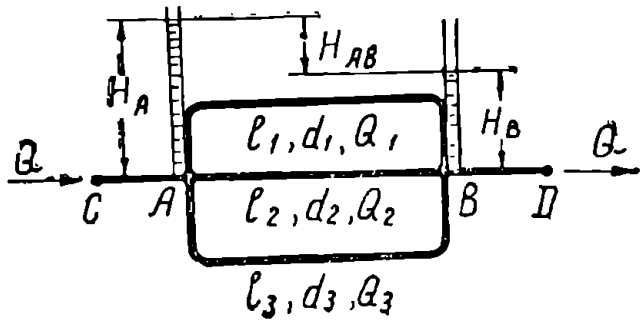
დაწნევათა სხვაობით, მაგრამ სხვადასხვა

$$J_i = \frac{H_A - H_B}{l_i} = \frac{H_{AB}}{l_i}$$

პიდრავლიკური ქანობით, რადგანაც l_1, l_2 და l_3 სიგრძეები ერთმანეთის ტოლი არ არის.

ხარჯის სიდიდე თითოეულ ძაფში გამოითვლება (5.20) ფორმულით

$$Q_i = K_i \sqrt{\frac{H_{AB}}{l_i}}.$$



ნახ. 5.7.

ამრიგად, პარალელურად შეერთებული სამი ძაფისათვის შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლებათა სისტემა

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= K_1 \sqrt{\frac{H_{AB}}{l_1}}; \\ Q_2 &= K_2 \sqrt{\frac{H_{AB}}{l_2}}; \\ Q_3 &= K_3 \sqrt{\frac{H_{AB}}{l_3}}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.24)$$

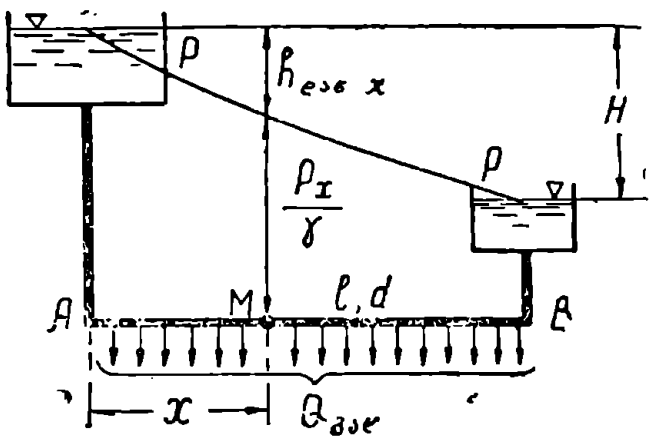
ამ სისტემაში ოთხი უცნობია: Q_1, Q_2, Q_3, H_{AB}, რომელთა სიდიდეების დასადგენად არ არის საკმარისი სამი განტოლება. ამიტომ დამატებით ვსარგებლობთ მეოთხე განტოლებით, რომელსაც ხარჯის ბალანსის განტოლებას უწოდებენ

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \qquad (5.25)$$

თუ ცნობილია Q სატრანზიტო ხარჯი და მილსადენის ზომები, (l და d), (5.24) და (5.25) განტოლებებით ვიპოვით ზემოაღნიშნულ ოთხ უცნობს.

შევნიშნავთ, რომ პარალელურად შეერთებული მილსადენი, რომელსაც თავსა და ბოლოში აქვს საერთო საკვანძო წერტილები, უზრუნველყოფს წყალმომარაგების გაზრდილ საიმედობას, რადგანაც ერთი ხაზის მწყობრიდან გამოსვლისას წყალი მიეწოდება დანარჩენი ხაზებით.

4. დაწნევის დანაკარგების განსაზღვრა მილხადენის სიგრძეზე ხარჯის უწყვეტი თანაბარი გაცემისას. წყალსადენის ქსელის გაანგარიშებისას გვხვდება შემთხვევები, როდესაც d დიამეტრისა და l სიგრძის მაგისტრალური მილსადენიდან ხდება მომხმარებლების მიერ წყლის აღება. თუ წყლის აღების წერტილები ერთმანეთთან საკმარისად ახლოსაა და მათი რიცხვი დიდია, მაშინ ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას,



ნახ. 5.8.

ჩვეულებრივ, განიხილავენ მილსადენის სიგრძეზე ხარჯის უწყვეტი თანაბარი გაცემის სქემას (ნახ. 5.8). სხვანაირად რომ ვთქვათ, მილსადენის ყოველი ერთეული სიგრძიდან გაიცემა ერთი და იგივე $Q_{გაც}/l$ კუთრი ხარჯი, სადაც $Q_{გაც}$ არის განსახილველი უბნის l სიგრძეზე გაცემული ხარჯის სიდიდე.

წყლის ხარჯი მილსადენის საწყის კვეთში (A) აღვნიშნოთ Q-თი, ხოლო უწყვეტი თანაბარი გაცემის შემდეგ, უბნის ბოლოში (B) დარჩენილი ხარჯი — $Q_{სატ}$-თი; როგორც გვახსოვს, ასეთ ხარჯს სატრანზიტოს უწოდებენ. მაშინ მილსადენის საწყის კვეთში შემოსული ხარჯის სიდიდე (საწყისი ხარჯი)

$$Q = Q_{სატ} + Q_{გაც}.$$

ჩვენი მიზანია, განვსაზღვროთ დაწნევის დანაკარგების სიდიდე მილსადენის l სიგრძეზე. ამისათვის განვიხილოთ A წერტილიდან ნების-მიერი x მანძილით დაცილებული M კვეთი. ცხადია, ხარჯი M კვეთში (Q_M) საწყის კვეთში ხარჯის სიდიდეზე $\frac{Q_{გად}}{l}\,x$ სიდიდით ნაკლები იქ-ნება, ე. ი.

$$Q_M = Q - \frac{Q_{გად}}{l}\,x = (Q_{საბ} + Q_{გად}) - \frac{Q_{გად}}{l}\,x.$$

თუ გავითვალისწინებთ (3.83) და (5.20) ფორმულებს, მაშინ ჰიდ-რავლიკური ქანობისათვის მილსადენის ნებისმიერ M კვეთში მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$J_M = \frac{dh_{დან}}{dx} = \frac{Q_M^2}{K^2}.$$

აქედან

$$dh_{დან} = \frac{Q_M^2}{K^2}\,dx,$$

ანუ

$$dh_{დან} = \frac{1}{K^2}\left[(Q_{საბ} + Q_{გად}) - \frac{Q_{გად}}{l}\,x\right]^2 dx =$$

$$= \left[\frac{(Q_{საბ} + Q_{გად})^2}{K^2} - \frac{2Q_{გად}}{lK^2}(Q_{საბ} + Q_{გად})\,x + \frac{Q_{გად}^2}{l^2K^2}x^2\right]dx.$$

ამ განტოლების ინტეგრირებით 0-დან l-მდე იმ დაშვებით, რომ მოცემული მილსადენისათვის $K = \text{const}$, გვექნება

$$h_{დან} = H = \frac{l}{K^2}\left(Q_{საბ}^2 + Q_{საბ}\,Q_{გად} + \frac{1}{3}\,Q_{გად}^2\right). \qquad (5.26)$$

(5.26) განტოლება, კერძო შემთხვევაში, როდესაც $Q_{საბ} = 0$, ასეთ სახეს მიიღებს:

$$h_{დან} = H = \frac{1}{3}\,Q_{გად}^2\,\frac{l}{K^2}. \qquad (5.27)$$

ეს გამოსახულება ცნობილია დიუპუის ფორმულის სახელწოდებით.

(5.21), (5.22) და (5.27) დამოკიდებულებათა შედარებიდან ვღებუ-ლობთ, რომ დაწნევის დანაკარგების სიდიდე ხარჯის სრული უწყვეტი გაცემისას სამჯერ ნაკლებია, ვიდრე იმავე ხარჯის სრული ტრანზიტის დროს (ე. ი. როცა $Q_{გად} = 0$).

როგორც (5.8) ნახაზიდან ჩანს, განსახილველ შემთხვევაში პიეზომეტრული წირი წარმოადგენს მრუდს, რომელიც ჩაზნექილობით მიმართულია ქვემოთ.

(5.26) ფორმულაში ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება პრაქტიკისათვის საკმაო სიზუსტით შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$Q_{საგ}^2 + Q_{საგ}\, Q_{გაც} + \frac{1}{3} Q_{გაც}^2 \approx (Q_{საგ} + 0{,}55 Q_{გაც})^2.$$

ამიტომ გვექნება

$$h_{დან} = H - \frac{l}{K^2} (Q_{საგ} + 0{,}55 Q_{გაც})^2 = Q_{საანგ}^2 \frac{l}{K^2}, \qquad (5.28)$$

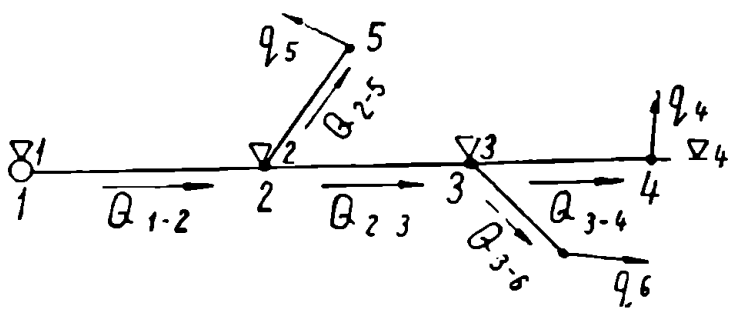
სადაც

$$Q_{საანგ} = Q_{საგ} + 0{,}55 Q_{გაც} \qquad (5.29)$$

არის ე. წ. „საანგარიშო ხარჯი“.

ეს ფორმულები მართებულია ხარჯის განაწილების ნებისმიერი ტიპისათვის — სატრანზიტო ($Q_{გაც}=0$), სრული უწყვეტი გაცემის ($Q_{საგ}=0$) და შერეული განაწილებისათვის ($Q_{საგ}\neq 0$; $Q_{გაც}\neq 0$).

5. ჩიხური (განშტოებული) მილსადენის გაანგარიშება. განვიხილოთ (5.9) ნახაზზე მოცემული ჩიხური მილსადენის სქემა. ასეთი მილ-



ნახ. 5.9.

სადენის ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას, ჩვეულებრივ, ცნობილია: მილების განლაგების ადგილმდებარეობა და ყველა დამახასიათებელი წერტილის ნიშნული; ცალკეული უბნების სიგრძეები; ხარჯი მილის ყოველი უბნის თავსა და ბოლოში; თავისუფალი დაწნევის სიდიდე ყოველი განშტოების ბოლო წერტილში (თავისუფალი დაწნევის ქვეშ იგულისხმება პიეზომეტრული სიმაღლის მნიშვნელობა განსახილველ წერტილში). უნდა განისაზღვროს წყალსადაწნეო კოშკში წყლის დონის ნიშნული (დაწნევა) და მილების დიამეტრები.

უპირველეს ყოვლისა, უნდა დადგინდეს საანგარიშო ხარჯები ქსელის თითოეული უბნისათვის

$$Q_{3-4}=q_4;\quad Q_{2-3}=q_3+q_5;\quad Q_{1-2}=q_1+q_2+q_6;\quad Q_{2-5}=q_5;$$
$$Q_{3-6}=q_6.$$

გაანგარიშებას იწყებენ მაგისტრალით (მთავარი ხაზით). მაგისტრალად მიიღება ქსელის ყველაზე გრძელი ხაზი, რომელშიც სითხის მეტი რაოდენობა გაედინება. ასეთად ჩვენს შემთხვევაში მივიჩნიოთ მაგალითად, 1—2—3—4 ხაზი. გაანგარიშება წარმოებს შემდეგი თანამიმდევრობით:

1) მაგისტრალის თითოეული უბნისათვის (1—2, 2—3, 3—4) ვეშვებთ ე. წ. ეკონომიურ სიჩქარეს ($v_{ეკ}$), რომელიც დიამეტრის ფუნქციაა

d, მ	0,10	0,20	0,25	0,30
$v_{ეკ}$, მ/წმ .	0,75	0,90	1,10	1,25

ეკონომიური სიჩქარე ის ოპტიმალური სიჩქარეა, რომლისთვისაც წყალსადენის ქსელის ღირებულება იქნება მინიმალური.

2) ეკონომიური სიჩქარეების საშუალებით ვსაზღვრავთ მაგისტრალის ცალკეული უბნების დიამეტრებს

$$\omega=\frac{Q}{v_{ეკ}};\qquad d'=\sqrt{\frac{4\omega}{\pi}}=\sqrt{\frac{4Q}{\pi v_{ეკ}}}.$$

d'-ის მიღებულ მნიშვნელობას ვამრგვალებთ უახლოეს (უდიდეს ან უმცირეს) სტანდარტულ d დიამეტრამდე.

3) ამის შემდეგ, ვიცით რა d დიამეტრი (და, მაშასადამე, K ხარჯის მახასიათებელიც) და Q ხარჯი, თითოეული უბნისათვის გამოვითვლით დაწნევის დანაკარგს

$$h_{სიგ}=Q^2\frac{l}{K^2}.$$

4) ვსაზღვრავთ მთლიან H დაწნევას, რომელიც წარმოადგენს წყალსადაწნეო კოშკში წყლის დონისა და მაგისტრალის ბოლო პუნქტის ნიშნულების სხვაობას,

$$H=\Sigma h_{სიგ\,(1-4)}+h_{თავ\,(4)}+\nabla_4,$$

სადაც $\Sigma h_{სიგ\,(1-4)}$ არის დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგების ჯამი მაგისტრალის სამივე უბანზე;

$h_{თავ\,(4)}$ — თავისუფალი დაწნევა მაგისტრალის ბოლო პუნქტში (4);

∇_4 — მისი ნიშნულო.

თავისუფალი დაწნევის ($h_{თავ}$) სიდიდე დამოკიდებულია წყლის მომხმარებელზე. მაგალითად, საცხოვრებელი შენობებისათვის დადგენილია შემდეგი მნიშვნელობები: ერთსართულიანი შენობისათვის —10 მ, ორსართულიანისათვის —12 მ, სამსართულიანისათვის—16 მ და ა. შ., ყოველი მომდევნო სართულისათვის ემატება 4 მ.

ამგვარად, გაანგარიშების შედეგად ჩვენ გვეცოდინება დაწნევის მნიშვნელობა მაგისტრალის საწყის A წერტილში და დაწნევის დანაკარგის სიდიდე თითოეული უბნისათვის. მაგისტრალის დანარჩენ პუნქტებში დაწნევას გავიანგარიშებთ ფორმულებით

$$H_{(2)} = H - h_{სიგ\,(1-2)}; \quad H_{(3)} = H_{(2)} - h_{სიგ\,(2-3)}; \quad H_{(4)} = h_{თავ\,(4)}.$$

5) ამის შემდეგ ვაგებთ პიეზომეტრულ წირს მაგისტრალისათვის. მისი აგება სირთულეს აღარ წარმოადგენს.

განშტოებათა გაანგარიშება პრინციპულად განსხვავდება მაგისტრალის გაანგარიშებისაგან. მაგისტრალის საწყისი პუნქტისათვის დაწნევის მნიშვნელობა მოცემული არ გვქონდა, რის გამოც ვესარგებლეთ ეკონომიური სიჩქარის ცნებით. განშტოებათა გაანგარიშებისას კი ცნობილია დაწნევის სიდიდე, როგორც საწყისი, ისე ბოლო წერტილისათვის. ჩვენს შემთხვევაში 2—5 განშტოების თავსა და ბოლოში დაწნევის მნიშვნელობებია $H_{(2)}$ და $h_{თავ(5)}$, ხოლო 3—6 განშტოებისათვის $H_{(3)}$ და $h_{თავ(6)}$.

აღნიშნულის გათვალისწინებით განშტოების გაანგარიშებას ვატარებთ შემდეგი თანამიმდევრობით:

1) ესაზღვრავთ დაწნევის დანაკარგს განშტოებებზე

$$h'_{სიგ\,(2-5)} = (\nabla_2 + H_{(2)}) - (\nabla_5 + h_{თავ\,(5)});$$
$$h'_{სიგ\,(3-6)} = (\nabla_3 + H_{(3)}) - (\nabla_6 + h_{თავ\,(6)}).$$

2) (5.21) ფორმულიდან გამოვთვლით ხარჯის მახასიათებლის მნიშვნელობებს ორივე განშტოებისათვის

$$K'_{2-5} = Q_{2-5}\sqrt{\frac{l_{2-5}}{h'_{სიგ\,(2-5)}}};$$

$$K'_{3-6} = Q_{3-6}\sqrt{\frac{l_{3-6}}{h'_{სიგ\,(3-6)}}}.$$

3) მიღებული ხარჯის მახასიათებლის მნიშვნელობების მიხედვით ცხრილებიდან ვპოულობთ d'_{2-5} და d'_{3-6} დიამეტრებს, რომელთაც ვამრგვალებთ უახლოეს d_{2-5} და d_{3-6} სტანდარტულ მნიშვნელობებამდე.

4) d_{2-5} და d_{3-6} დიამეტრების მიხედვით ვპოულობთ K_{2-5} და K_{3-6} ხარჯის მახასიათებლებს და გამოვთვლით $h_{სიგ(2-5)}$ და $h_{სიგ(3-6)}$ ნამდვილ დაწნევის დანაკარგებს განშტოებებში.

გაანგარიშებისას შეიძლება აღმოჩნდეს, რომ

$$\nabla_2 + H_{(2)} < \nabla_5 + h_{\text{სიგ}(2-5)}$$

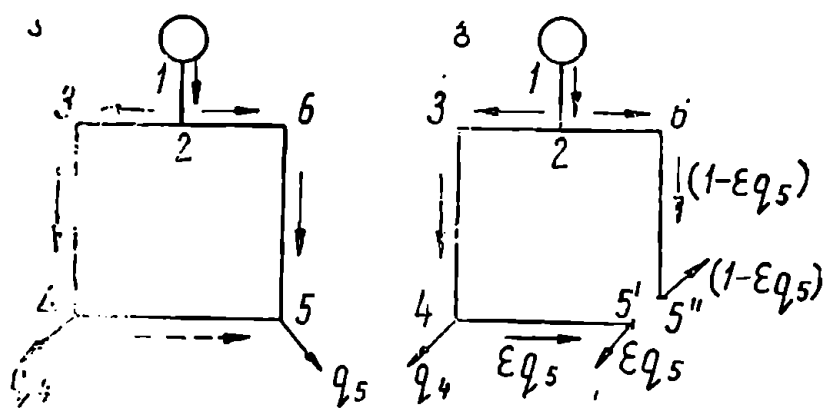
ან

$$\nabla_3 + H_{(3)} < \nabla_6 + h_{\text{სიგ}(3-6)}.$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ 2—5 და 3—6 განშტოებების ბოლო პუნქტებში აუცილებელი ხარჯების მიწოდება შეუძლებელია ამიტომ აღნიშნული თანაფარდობების შემთხვევაში უნდა დაესახოთ მაგისტრალის ახალი მიმართულება, მაგალითად, 1—2—3—6 და ხელახლა ჩავატაროთ გაანგარიშება.

შევნიშნავთ, რომ როგორც მაგისტრალის, ისე განშტოებათა გაანგარიშებისას, ჩვენ მხედველობაში არ მიგვიღია დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგები.

6. ჩაკეტილი (რგოლური) ქსელსადენის გაანგარიშების ძირითადი პრინციპი. ვთქვათ, გვაქვს ერთი რგოლისაგან შედგენილი ქსელი (ნახ. 5.10, ა). რომელშიც წყლის მიწოდება ხდება ქსელის მე-4 და მე-5 წერტილებიდან. განვიხილოთ ასეთი ქსელსადენის ჰიდრავლიკური გაანგარიშე-



ნახ. 5.10.

ბის ერთ-ერთი ვარიანტი, როდესაც მოცემულია: ყველა მილის სიგრძე; წყალსადაწნეო კოშკში წყლის დონის ნიშნული; თავისუფალი დაწნევის მინიმალური მნიშვნელობები მე-3, 4, 5 და მე-6 საკვანძო წერტილებში; q_4 და q_5 ხარჯების სიდიდეები. უნდა განისაზღვროს მილების დიამეტრები.

ამოცანას ვწყვეტთ შემდეგი თანამიმდევრობით:

ა) ეუშვებთ მილების დიამეტრების მნიშვნელობებს; ბ) იმის გამო, რომ წყლის აღება ხდება ქსელის მე-4 და მე-5 წერტილებიდან, წყლის მოძრაობის მიმართულება ყველა მილში, გარდა 4—5 მილისა, წინასწარ ცნობილია. ამიტომ პირობითად ეუშვებთ 4—5 მილში წყლის მოძრაო-

ბის მიმართულებას მარცხნიდან მარჯვნივ; გ) ვთვლით, რომ q_6 ხარჯიდან εq_5 ნაწილი მიეკუთვნება 4—5 ხაზს, ხოლო $(1-\varepsilon)q_5$ ნაწილი — 6—5 ხაზს. ε-ის შერჩევა თვითნებურია, თუმცა მოითხოვს დამგეგმარებლის გარკვეულ გამოცდილებას.

ბილსადენის რგოლში გვაქვს ორი ნაკადი, რომელთაგან ერთი (2—3—4—5) მოძრაობს საათის ისრის საწინააღმდეგოდ, ხოლო მეორე (2—6—5) — საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით. ეს ნაკადები თავს იყრის მე-5 წერტილში, რომელსაც წყალგასაყარი (წყალგამყოფი) ან ნულოვანი წერტილი ეწოდება. ჩვენ რომ წყლის მოძრაობის მიმართულებად 4—5 ძილში მიგვეჩნია მიმართულება მარჯვნიდან მარცხნივ, მაშინ წყალგასაყარი მე-4 წერტილში აღმოჩნდებოდა.

იმის გასარკვევად, თუ რამდენად სწორად შევარჩიეთ მილების დიამეტრები, ε სიდიდე და ნულოვანი წერტილის მდებარეობა, ჩვენს წარმოდგენაში მე-5 წერტილში რგოლი გავჭრათ და ჩვეულებრივი ფორმულებით გამოვთვალოთ დაწნევის დანაკარგები 1—2—3—4—5′ და 1—2—6—5″ უბნებისათვის ($h'_{\text{სიგ}}$ და $h''_{\text{სიგ}}$; ნახ. 5.10, ბ). თუ აღმოჩნდა, რომ $h'_{\text{სიგ}} = h''_{\text{სიგ}}$, მაშინ ჩავთვლით, რომ ჩვენს მიერ სწორად იქნა დაჩიშნული როგორც მილების დიამეტრები, ისე ε სიდიდე. თუ $h'_{\text{სიგ}} \neq h''_{\text{სიგ}}$, მაშინ უნდა შეიცვალოს დიამეტრებისა და ε-ის მნიშვნელობები, ხოლო ზოგიერთ შემთხვევაში ნულოვანი წერტილის მდებარეობაც. გაანგარიშებას ვასრულებთ მანამდე, სანამ თუნდაც მიახლოებით არ შესრულდება პირობა $h'_{\text{სიგ}} = h''_{\text{სიგ}}$.

თავი მეექვსე

სითხის დამუარებული თანაბარი მოძრაობა ღია კალაპოტებში (არხებში)

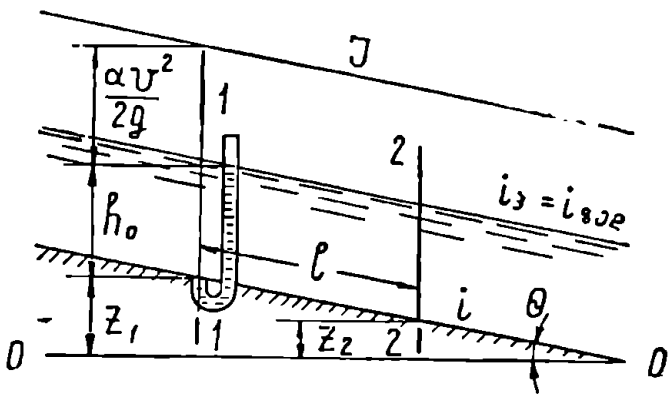
§ 6.1. ღია კალაპოტებში სითხის თანაბარი მოძრაობის თავისებურებანი. ძირითადი საანგარიშო დამოკიდებულებები

ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ ღია კალაპოტებში სითხის მხოლოდ ტურბულენტურ მოძრაობას კვადრატული წინაღობის ზონაში, ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში შემთხვევები, როდესაც ჩვეულებრივ არხებში სითხის მოძრაობა უპასუხებს წინაღობის გლუვკედლიან ან გარდამავალ ზონას, შედარებით იშვიათია.

ღია კალაპოტებში სითხის თანაბარი მოძრაობა შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ დაცულია შემდეგი პირობები: სითხის

ხარჯი ნაკადის გასწვრივ მუდმივია ($Q=\text{const}$); კალაპოტის ცოცხალი კვეთის ფორმა და ფართობი სიგრძეზე არ იცვლება ($\omega=\text{const}$); საშუალო სიჩქარეები ორ მეზობელ ცოცხალ კვეთში და ადგილობრივი გასაშუალებული სიჩქარეები ამ კვეთების მსგავსებულ წერტილებში ერთმანეთის ტოლია. ამასთან, კალაპოტის სიგრძეზე $v=\text{const}$; ჰიდრავლიკური, პიეზომეტრული, კალაპოტის ფსკერის და ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ქანობები ტოლი და მუდმივია ($J=i_ე=i_{ფს}=i_{ზედ}=\text{const}$); ნაკადის გასწვრივ პრაქტიკულად არ უნდა იცვლებოდეს კალაპოტის სველი ზედაპირის ხორკლიანობის ხასიათი ($n=\text{const}$ ან $\Delta=\text{const}$); კალაპოტს არ უნდა ჰქონდეს ადგილობრივი წინაღობა.

მკაცრად რომ ვთქვათ, ასეთი მოძრაობა არც ბუნებრივ კალაპოტებში (მდინარეები და სივ.) და არც ხელოვნურ წყალსადინარებში (არხები, ღარები, სითხით ნაწილობრივ შევსებული უდაწნეო მილები და გვირაბები და სხვ.) არ არსებობს, თუმცა ბევრ შემთხვევაში ხელოვნურ წყალსადინარებში ნაკადის მოძრაობა პრაქტიკულად აკმაყოფილებს ზემოთ ჩამოთვლილ პირობებს. ამიტომ მოცემულ თავში ჩვენ განვიხილავთ ხელოვნური ნაგებობების (კერძოდ, არხების) ჰიდრავლიკური გაანგარიშების საკითხებს.



ნახ. 6.1.

თანაბარი მოძრაობისას ნაკადის სიგრძეზე დაწნევის კარგვა ხდება მხოლოდ ფსკერის ნიშნულების ხარჯზე. კალაპოტის ორ საანგარიშო კვეთში ფსკერის ნიშნულების სხვაობის (z_1-z_2) ფარდობას კვეთებს შორის მანძილთან (l) ფსკერის ქანობი ეწოდება:

$$i=\frac{z_1-z_2}{l}=\sin\theta, \qquad (6.1)$$

სადაც θ არის ჰორიზონტთან ფსკერის დახრის კუთხე (ნახ. 6.1).

ამგვარად, თანაბარი მოძრაობისას ღია კალაპოტში ფსკერის ჭანობი აუცილებლად დადებითი უნდა იყოს, ე. ი. ფსკერის ნიშნულები ნაკადის მოძრაობის იმართულებით აუცილებლად უნდა მცირდებოდეს.

იმის გამო, რომ i ფსკერის ჭანობი, ჩვეულებრივ, მცირეა, არხში წყლის h_0 სიღრმეს ზომავენ ვერტიკალზე და არა ფსკერის ნორმალზე. თანაბარი მოძრაობის შესაბამის h_0 სიღრმეს ნორმალური სიღრმე ეწოდება.

თუ კალაპოტის ფსკერთან ან კედლებთან მივუერთებთ პიეზომეტრებს, შევნიშნავთ, რომ დონეები მათში ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის დონეზე დადგება. ნაკადის პიეზომეტრული ჭანობი ($i_პ$) სითხის თავისუფალი ზედაპირის ჭანობის ($i_ზედ$) და, მაშასადამე, ფსკერის ჭანობის (i) ტოლია. მაგრამ თანაბარი მოძრაობისას v სიჩქარის მუდმივობის გამო მუდმივია $\alpha v^2/2g$ სიჩქარითი დაწნევაც, ე. ი. პიეზომეტრული წირი სრული დაწნევის (ენერგიის) წირის პარალელურია და ჰიდრავლიკური ჭანობი (J) პიეზომეტრულის ტოლია. ამიტომ, თუ (6.1) ფორმულასაც მივიღებთ მხედველობაში, გვექნება

$$i = i_პ = i_{ზედ} = J = \sin\Theta. \tag{6.2}$$

არხების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში სარგებლობენ შემდეგი ძირითადი დამოკიდებულებებით:

$$Q = \omega v = \text{const} \quad \text{(ნაკადის გასწვრივ)}; \tag{6.3}$$

$$Q = \omega C\sqrt{RJ},$$

ანუ (6.2) გამოსახულების გათვალისწინებით

$$Q = \omega C\sqrt{Ri}; \tag{6.4}$$

$$h_{სიგ} = \frac{v^2 l}{C^2 R}; \tag{6.5}$$

$$i = \frac{h_{სიგ}}{l} = \frac{v^2}{C^2 R}; \tag{6.6}$$

$$h_{სიგ} = il; \tag{6.7}$$

$$K = \omega C\sqrt{R}; \quad K = \frac{Q}{\sqrt{i}}; \tag{6.8}$$

$$Q = K\sqrt{i}; \quad i = \frac{Q^2}{K^2}. \tag{6.9}$$

ზოგ შემთხვევაში მოსახერხებელია, შეზის ფორმულა სიჩქარის გამოსათვლელად — $v = C\sqrt{Ri}$ სხვა სახით ჩაეწეროთ:

$$v = C\sqrt{Ri} = W\sqrt{i}, \tag{6.10}$$

სადაც

$$W = C\sqrt{R} \tag{6.11}$$

არის ე. წ. სიჩქარის მოდული ანუ სიჩქარის მახასიათებელი.

შეზის კოეფიციენტი ზემოთ მოყვანილ ფორმულებში გამოითვლება ნ. პაელოვსკის ფორმულით

$$C = \frac{1}{n} R^{y}. \tag{6.12}$$

უდაწნეო სადრენაჟო კოლექტორებისა და საკანალიზაციო მილების გაანგარიშებისას C კოეფიციენტის განსაზღვრისათვის ხშირად იყენებენ მანინგისა (4.83) და ი. აგროსკინის (4.82) ფორმულებს.

§ 6.2. არხის ცოცხალი კვეთის გეომეტრიული და ჰიდრავლიკური ელემენტები

პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება (6.2) ნახაზზე ნაჩვენები სხვადასხვა ფორმის განიერი კვეთის მქონე არხები. ქვემოთ მოგვყავს დამოკიდებულებები მათი ჰიდრაელიკური ელემენტების გამოსათვლელად.

1. სიმეტრიული ტრაპეციული განიერი კვეთი (ნახ. 6.2, ა). აქ b არხის არხის ფსკერის სიგანე; h_0 — არხის შევსების სიღრმე; m — ე. წ. არხის ფერდოს ქვედებულის კოეფიციენტი ან მარტივად, ფერდოს კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს ფერდოს გრუნტის მდგრადობას, თუ არხის ფერდოები არაკლდოვანია

$$m = \operatorname{ctg} \varphi; \tag{6.13}$$

B — ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის სიგანე არხში

$$B = b + 2mh_0. \tag{6.14}$$

ცოცხალი კვეთის ფართობი (ω) და სველი პერიმეტრი (χ) გამოითვლება ფორმულებით

$$\omega = (b + mh_0)\, h_0; \tag{6.15}$$

$$\chi = b + 2h_0\sqrt{1 + m^2}. \tag{6.16}$$

ω-ს და χ-ს საშუალებით განისაზღვრება ჰიდრაელიკური რადიუსი

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{(b + mh_0)\, h_0}{b + 2h_0\sqrt{1 + m^2}}. \tag{6.17}$$

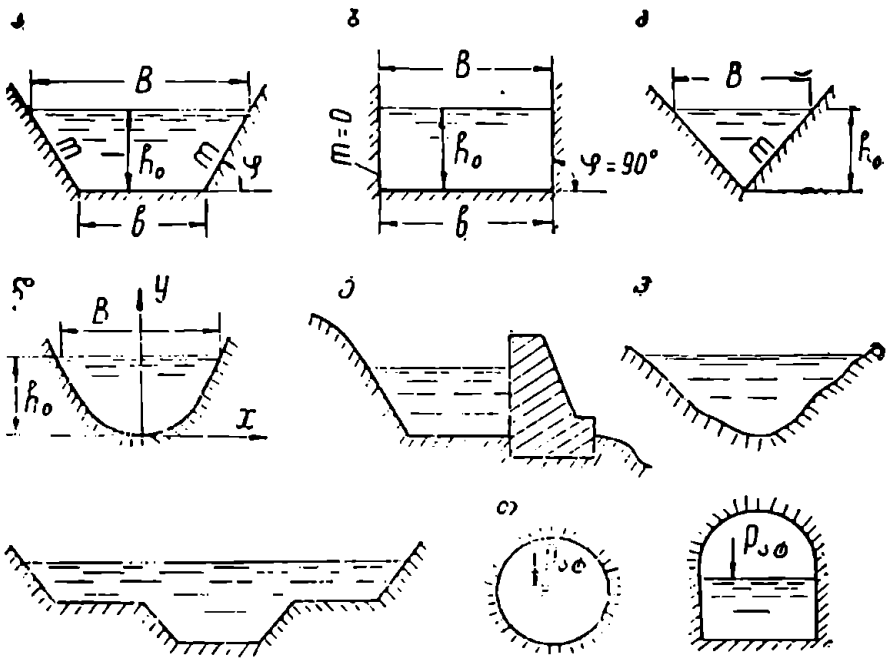
არხების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას ხშირად სარგებლობენ არხის ფსკერის ფარდობითი სიგანით

$$\beta = \frac{b}{h_0}. \tag{6.18}$$

ცოცხალი კვეთის ფართობი და სველი პერიმეტრი β-ს საშუალებით ასე გამოისახება:

$$\omega = h_0^2(\beta + m); \tag{6.19}$$

$$\chi = h_0(\beta + 2\sqrt{1+m^2}). \tag{6.20}$$



ნახ. 6.2.

2. მართკუთხა (სწორკუთხა) განივი კვეთი (ნახ 6.2, ბ). აქ

$$B = b; \quad m = \operatorname{ctg} 90^\circ = 0; \quad \omega = bh_0; \quad \chi = b + 2h_0. \tag{6.21}$$

ძალზე განიერი სწორკუთხა კალაპოტისათვის

$$\chi \approx b. \tag{6.22}$$

3. სამკუთხა განივი კვეთი (ნახ. 6.2, გ). აქ

$$b = 0; \quad B = 2mh_0; \quad \omega = mh_0^2; \quad \chi = 2h_0\sqrt{1+m^2}. \tag{6.23}$$

4. პარაბოლური განივი კვეთი (ნახ. 6.2, დ). ასეთი კვეთი აიგება განტოლებით

$$x^2 = 2py, \tag{6.24}$$

სადაც p არის პარაბოლას პარამეტრი.

ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის სიგანე (B) მოიძებნება (6.24) განტოლებიდან; ცოცხალი კვეთის ფართობი

$$\omega = \frac{2}{3} Bh. \tag{6.25}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\chi \approx B, \text{ როცა } \frac{h_0}{B} \leqslant 0{,}15;\\
&\chi \approx B\left[1 + \frac{8}{3}\left(\frac{h_0}{B}\right)^2\right], \text{ როცა } \frac{h_0}{B} \leqslant 0{,}33;\\
&\chi \approx 1{,}78h_0 + 0{,}61B, \text{ როცა } 0{,}33 < \frac{h_0}{B} < 2{,}0;\\
&\chi \approx 2h_0, \text{ როცა } 2{,}0 \leqslant \frac{h_0}{B}.
\end{aligned}\right\} \tag{6.26}$$

5. სხვა სახის განივი კვეთები: ა) არასიმეტრიული პროფილი (ნახ. 6.2, ე); ბ) არასწორი პროფილი (ნახ. 6.2, ვ); გ) შედგენილი პროფილი (ნახ. 6.2, ზ); დ) ჩაკეტილი (შეკრული) პროფილი (ნახ. 6.2, თ).

არასიმეტრიული და არასწორი პროფილების შემთხვევაში ω და χ-ს გამოსათვლელად საჭიროა განივი კვეთი დავყოთ ცალკეულ ნაწილებად.

§ 6.3. არხის ჰიდრავლიკურად უხეშსაქრელები კვეთი

ხარჯის ფორმულა (6.4) შეიძლება სხვა სახით ჩავწეროთ, თუ გავითვალისწინებთ (3.22) და (6.12) გამოსახულებებს

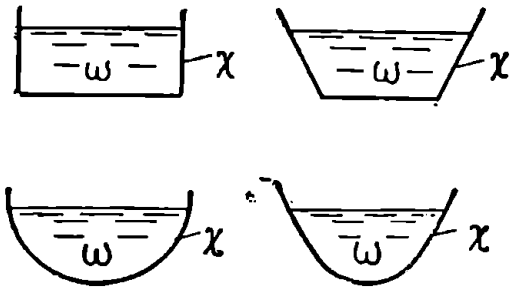
$$Q = \omega C\sqrt{Ri} = \omega \frac{1}{n} R^y R^{0,5}\sqrt{i} = \omega \frac{1}{n} R^{y+0,5}\sqrt{i},$$

ანუ

$$Q = \omega \frac{1}{n}\left(\frac{\omega}{\chi}\right)^{y+0,5}\sqrt{i}. \tag{6.27}$$

სხვადასხვა ფორმის განივი კვეთის კალაპოტი (ნახ. 6.3) ერთი და იმავე ცოცხალი კვეთის ω ფართობის, ფსკერის i ჭანობისა და კალაპოტის n ხორკლიანობისას, როგორც ეს (6.27) გამოსახულებიდან ჩანს, სხვადასხვა ხარჯს ატარებს და მისი სიდიდე დამოკიდებულია χ სველ

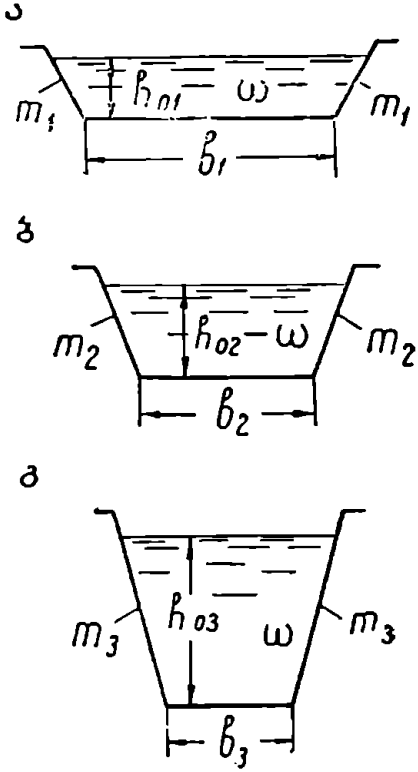
პერიმეტრზე და, მაშასადამე, $R=\omega/\chi$ ჰიდრავლიკურ რადიუსზე. ამასთან, მეტ ხარჯს გაატარებს ის განივი კვეთი, რომელსაც მაქსიმალური ჰიდრავლიკური რადიუსი ანუ მინიმალური სველი პერიმეტრი აქვს. ასეთ განივ კვეთს ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი ეწოდება



ნახ. 6.3.

(6.3) ნახაზზე გამოსახული სხვადასხვა ფორმის კვეთებიდან უმცირესი სველი პერიმეტრით ხასიათდება ნახევრადწრიული განივი კვეთი, ამიტომ ის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესია. ასეთი კვეთის მქონე (ნახევრადწრიული) არხის ასაგებად სრულდება შედარებით ნაკლები სამუშაო, ვიდრე სხვა ფორმის კვეთის არხებისათვის. მაგრამ სამშენებლო სამუშაოებისა და ექსპლუატაციის სირთულის გამო ნახევრადწრიული კვეთის არხებს საინჟინრო პრაქტიკაში არ ახორციელებენ. უფრო ხშირად აივება ტრაპეციული ან პარაბოლური კვეთის არხები.

ახლა უკვე, რადგანაც პრაქტიკაში უფრო ხშირია ტრაპეციული არხების მშენებლობა, თვით ტრაპეციულ კვეთებს შორის მოვძებნოთ ისეთი, რომელიც სხვა თანაბარ პირობებში მაქსიმალური ჰიდრავლიკური რადიუსით, ანუ მინიმალური სველი პერიმეტრით, ხასიათდება, ე. ი. მოვძებნოთ ტრაპეციული არხის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი და დავადგინოთ მისთვის გეომეტრიულ და ჰიდრავლიკურ ელემენტთა შორის თანაფარდობა. ხომ ცხადია, რომ ტრაპეციული



ნ.ხ. 6.4.

არხის ცოცხალი კვეთის ფართობი $\omega = f(b, h_0, m)$ და, მაშასადამე, ამ სამი სიდიდის (b, h_0, m) ცვლილებებით ჩვენ შეკვიძლია მივიღოთ განივი კვეთების განუსაზღვრელი რაოდენობა (ვარიანტი), რომელთა ცოცხალი კვეთის ფართობები ერთი და იგივე იქნება (ნახ. 6.4). თითოეული ამ ვარიანტთაგან ხასიათდება გარკვეული χ სველი პერიმეტრით და R ჰიდრავლიკური რადიუსით. თუ ყველა ამ შესაძლო ვარიანტიდან ამოვარჩევთ ისეთ კვეთს, რომლის სველი პერიმეტრიც მინიმალურია, მაშინ მას ექნება ჰიდრავლიკური რადიუსის უდიდესი მნიშვნელობა და, მაშასადამე, უდიდესი გამტარობის უნარი. ასეთი კვეთი იქნება სწორედ ტრაპეციული არხის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი.

ვიპოვოთ თანაფარდობა, რომლითაც განისაზღვრება ტრაპეციული არხის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი.

ვიცით, რომ ტრაპეციული კვეთისათვის სველი პერიმეტრი განისაზღვრება (6.16) ფორმულით

$$\chi = b + 2h_0\sqrt{1+m^2},$$

საიდანაც (6.15) გამოსახულების გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\chi = \frac{\omega}{h_0} - mh_0 + 2h_0\sqrt{1+m^2}. \qquad (6.28)$$

ამგვარად, როცა $\omega = \text{const}$, სველი პერიმეტრი მხოლოდ არხის შეესების სიღრმის (h_0) ფუნქციაა — $\chi = f(h_0)$. როგორც აღვნიშნეთ, χ-ის მინიმალური მნიშვნელობისას კვეთი არის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი. ამიტომ სველი პერიმეტრის მინიმალური მნიშვნელობის დასადგენად (6.23) გამოსახულების პირველი წარმოებული გავუტოლოთ ნულს

$$\frac{d\chi}{dh_0} = -\frac{\omega}{h_0^2} - m + 2\sqrt{1+m^2} = 0.$$

მაგრამ (6.15) ფორმულიდან $\frac{\omega}{h_0^2} = \frac{b}{h_0} + m$, ამიტომ

$$\frac{d\chi}{dh_0} = -\frac{b}{h_0} - 2m + 2\sqrt{1+m^2} = 0, \quad \text{ანუ} \quad \frac{b}{h_0} = 2(\sqrt{1+m^2} - m).$$

(6.18) ფორმულის გათვალისწინებით ტრაპეციული არხის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთისათვის მივიღებთ არხის ფსკერის ფარდობითი სიგანის მნიშვნელობას

$$\beta_{ს} = 2(\sqrt{1+m^2} - m), \qquad (6.29)$$

ბოლო თუ ვისარგებლებთ (6.19) და (6.20) ფორმულებით, ჰიდრავლიკური რადიუსის გამოსათვლელად მივიღებთ შემდეგ დამოკიდებულებას:

$$R_{ს.უ}=\frac{\omega}{\chi}=\frac{h_0^2(\beta_{ს.უ}+m)}{h_0(\beta_{ს.უ}+2\sqrt{1+m^2})}=\frac{h_0}{2}. \qquad (6.30)$$

ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი სწორკუთხა კვეთისათვის, თუ გავითვალისწინებთ, რომ ამ დროს არხის ფერდოს ქვედებულის კოეფიციენტი $m=0$, ფსკერის ფარდობითი სიგანე, (6.18) და (6.29) ფორმულების თანახმად, ტოლი იქნება

$$\beta_{ს.უ}=\frac{b}{h_0}=2, \quad \text{ანუ} \quad b=2h_0. \qquad (6.31)$$

ჰიდრავლიკური რადიუსი ამ შემთხვევაშიც (სწორკუთხა კვეთისათვის) $R_{ს.უ}=\frac{h_0}{2}$. ჩვეულებრივ, ტრაპეციული არხის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი (ნ. 4, გ) ნახაზზე ნაჩვენები ფორმისაა; ე. ი, ხასიათდება შევსების დიდი სიღრმით (h_0) და ფსკერის მცირე სიგანით (b).

შევნიშნავთ, რომ ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი ეკონომიკურად ყოველთვის უხელსაყრელესი არ არის.

§ 6.4. ტრაპეციული არხების ჰიდრავლიკური გაანგარიშების ძირითადი ამოცანები თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში

არხის გამტარობის უნარი განისაზღვრება მისი ფორმით, ზომებით, ხორკლიანობით და ქანობით. მაშასადამე, ტრაპეციული კვეთის არხი ხასიათდება შემდეგი ექვსი სიდიდით: b, h_0, m, n, i, Q (ან $v=Q/\omega$). მათგან პირველი სამი (b, h, m) მოლიანად განსაზღვრავს არხის ცოცხალი კვეთის ზომებს. ჰიდრავლიკური გაანგარიშების ამოცანა იმაში მდგომარეობს, რომ აღნიშნული ექვსი სიდიდიდან ეიპოვოთ ერთ-ერთი, თუ ცნობილია დანარჩენი ხუთი[1].

I. **ამოცანები, რომლებშიც მოცემულია არხის ცოცხალი კვეთი, ე. ი. ცნობილია b, h_0 და m სიდიდეები.** ასეთი ამოცანები ამოიხსნება უშუალოდ, საძიებელი სიდიდის შერჩევის გარეშე.

ამოცანა 1. მოცემულია b, h_0, m, n, i. უნდა განვსაზღვროთ ხარჯი არხში—Q.

ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა:

1) (6.15) და (6.16) ფორმულებით გამოვითვლით ω-ს და χ-ს;

2) ვპოულობთ $R=\frac{\omega}{\chi}$;

[1] როგორც წესი, ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისათვის n კოეფიციენტი მოცემულია.

3) R და n-ის მიხედვით (6.12) ფორმულით ვპოულობთ C-ს მნიშვნელობას;

4) C და R ის მიხედვით (6.10) ფორმულით ვსაზღვრავთ v-ს;

5) v და ω-ს საშუალებით ვპოულობთ Q ხარჯს: $Q = \omega v$.

ამოცანა 2. მოცემულია b, h_0, m, n, Q. უნდა განესაზღვროთ არხის ფსკერის ქანობი i.

ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა:

1) ისევე, როგორც ზემოთ, ვპოულობთ ω, χ, R, C სიდიდეებს;

2) (6. 3) ფორმულიდან ვსაზღვრავთ v-ს;

3. (6.6) ფორმულით გამოვითვლით i-ს.

II. **ამოცანები, რომლებშიც არხის ცოცხალი კვეთი მოცემული არ არის, ე. ი. საძიებელია b ან h_0.** ასეთი ამოცანები ამოიხსნება საძიებელი სიდიდის შერჩევის გზით.

ამოცანა 3. მოცემულია m, b, n, i, Q. უნდა განესაზღვროთ არხის შევსების h_0 სიღრმე.

ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა:

1. მოცემული არხისათვის (6.8) ფორმულით გამოვითვლით ხარჯის მახასიათებელს, რომელსაც ჩვენ აუცილებელ ხარჯის მახასიათებელს ვუწოდებთ $K_{აუც} = Q/\sqrt{i}$.

2. ვუშვებთ h_0-ის მნიშვნელობებს და ყოველი h_0-სთვის გამოვითვლით შესაბამის ხარჯის მახასიათებელს. გამოთვლებს ვატარებთ ცხრილური ფორმით.

№№	სიდიდე ან საანგარიშო ფორმულა	განზომილება	დაშვებული და საძიებელი სიდიდეების რიცხვითი მნიშვნელობები				შენიშვნა
1	h_0	მ	h_{01}	h_{02}	.	h_{0n}	
2	mh_0	მ	. .	. .	. .	.	$m=$.
3	$b+mh_0$	მ	. . .	.	.	. .	$b=$.
4	$\omega=(b+mh_0)h_0$	მ²	. . .	. .	.	. . .	
5	$h_0(2\sqrt{1+m^2})$	მ	. .	. . .	.	. . .	$2\sqrt{1+m^2}=\ldots$
6	$\chi=b+h_0(2\sqrt{1+m^2})$	მ	. .	. .	. . .	. .	
7	$R=\frac{\omega}{\chi}$	მ	. .	. .	. .	. .	
8	C	მ^{0,5}/წმ		. .	. .	.	ფორმულით
9	$\sqrt{R}$	მ^{0,5}	. .	. .	. .	. .	. . . , როცა
10	$K=\omega C\sqrt{R}$	მ³/წმ	.	. .	. .	.	$n=$.

3. ცხრილის პირველი და მეათე სტრიქონის მონაცემებით ვაგებთ გრაფიკს (ნახ. 6.5) $K = f(h_0)$;

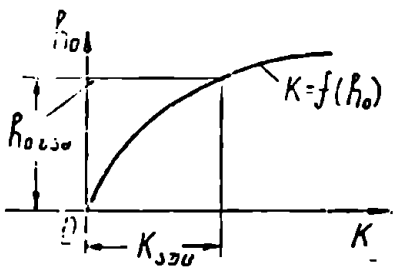
4. გრაფიკიდან $K_{\text{ეკ}}$ ხარჯის მახასიათებლის მიხედვით ვპოულობთ არხის შეესების საძიებელ $h_{0\ \text{საძ}}$ სიღრმეს.

$K = f(h_0)$ მოცდი ამოზნექილობით მიმართულია ზემოთ და გადის კოორდინატთა სათაესე, რადგანაც, როცა $h_0 = 0$-ს, ხარჯის მახასიათებელიც ნულის ტოლია $K = 0$.

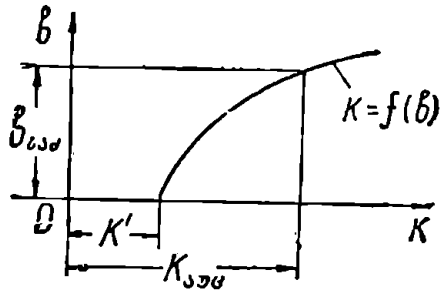
ამოცანა 4. მოცემულია m, h_0, n, i, Q. უნდა განესაზღვროთ არხის ფსკერის b სიგანე.

ამოცანის ამოხსნის მსელელობა:

1. ვპოულობთ $K_{\text{ეკ}}$ ხარჯის მახასიათებელს;



ნახ. 6.5.



ნახ. 6 6.

2. ვუშვებთ b მნიშვნელობებს და ყოველი b-სთვის ზემოთ მოყვანილი ფორმულებით (ამოცანა 3) გამოვითვლით შესაბამის ხარჯის მახასიათებელს;

3. ვაგებთ გრაფიკს (ნახ. 6.6) $K = f(b)$, რომლის საშუალებითაც ვპოულობთ საძიებელ b სიგანეს.

$K = f(b)$ მრუდი არ გადის კოორდინატთა სათაესე. K' ხარჯის მახასიათებელი (ნახ. 6.6) შეესაბამება სამკუთხა კალაპოტს, რომლისთვისაც $b = 0$-ს.

ამოცანა 5. მოცემულია m, n, i, Q, β. უნდა განესაზღვროთ h_0 და b.

ამოცანის ამოხსნის მსელელობა:

1. ვსაზღვრავთ $K_{\text{ეკ}}$ ხარჯის მახასიათებელს;

2. ვადგენთ ცხრილს (მე-3 ამოცანისათვის შედგენილი ცხრილის ფორმით), რომელსაც ვუმატებთ ერთ სტრიქონს $b = \beta h_0$. ვუშვებთ h_0-ის მნიშვნელობებს და გამოვითვლით b-ს და K-ს შესაბამის მნიშვნელობებს;

3. ვაგებთ გრაფიკს $K = f(h)$, რომლის საშუალებითაც ვპოულობთ $h_{0\ \text{საძ}}$ სიდიდეს;

4. $b_{\text{საძ}} = \beta h_{0\ \text{საძ}}$ ტოლობიდან გამოვითვლით $b_{\text{საძ}}$ სიდიდეს.

III. ამოცანები, რომლებშიც ერთ-ერთი მოცემული ხიდიდეთაგანია v ხაშუალო სიჩქარე.

ამოცანა 6. მოცემულია m, b, h_0, n, v. უნდა განვსაზღვროთ i.

ამოცანის ამოხსნის მსვლელობა:

1. (6.15) ფორმულით გამოვითვლით w-ს;
2. (6.3) ფორმულით ვსაზღვრავთ Q ხარჯს;
3. (6.6) ფორმულით ვპოულობთ i ქანობს (C და R-ს გამოვითვლით ზემოთ მოყვანილი დამოკიდებულებებით, მაგალითად, იხ. ამოცანა 1).

ასევე მარტივად წყდება ამ ჯგუფის სხვა ამოცანებიც, რის გამოც მათი ამოხსნის მსვლელობა აღარ მოგვყავს.

§ 6.5. არხში წყლის მოძრაობის მინიმალური და მაძსიმალური დასაშვები სიჩქარეები. ნაკადის ცოცხალ კვეთში სიჩქარეთა განაწილება

საშუალო სიჩქარეები არხებში შემოფარგლულია ზედა და ქვედა ზღვრებით. ზღვრულ საშუალო სიჩქარეებს დასაშვებს უწოდებენ. დასაშვები სიჩქარის ზედა ზღვარი დამოკიდებულია არხის სამოსის (ან გრუნტის) უნაოზე წინააღმდეგობა გაუწიოს მის ფარეცხვას. მაქსიმალურ დასაშვებ სიჩქარეს ($v_{\text{მაკს}}$) ა ო ა წ ა მ რ ე ც ხ ი სიჩქარე ეწოდება.

დასაშვები სიჩქარის ქვედა ზღვარს ადგენენ იმ პირობიდან, რომ არ მოხდეს არხის დალამვა შეტივტივებული ნატანით. მინიმალურ და საშვებ სიჩქარეს ($v_{\text{მინ}}$) ა რ ა დ ა მ ლ ა მ ე ბ ი სიჩქარე ეწოდება.

არხის გრუნტებისა და ხელოვნურ გამაკრებათა მრავალგვაროვნება არ იძლევა არაწამრეცხი და არადამლამავი სიჩქარეების ნორმატიულების ზუსტად დადგენის საშუალებას, თუმცა ბრაგალრიცხოვანი გამოკვლევები და არხების ექსპლუატაციის დიდი გამოცდილება უფლებას გვაძლევს ვიმსჯელოთ ზღვრულ სიჩქარეთა პრაქტიკულ მნიშვნელობებზე ამა თუ იმ სახის გრუნტისა და გაპაგრებისათვის.

ამგვარად, წყლის მოძრაობის v საშუალო სიჩქარე დასაპროექტებელ არხში უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ ორ ძირითად პირობას — საშუალო სიჩქარის მოცემული მნიშვნელობისას არ უნდა ხდებოდეს ნაკადის მიერ კალაპოტის გრუნტის (ან სამოსის, მოპირკეთების) წარეცხვა და ნაკადის ტრანსპორტირების უნარი არ უნდა შემცირდეს იმდენად, რომ მოხდეს შეტივტივებული ნატანის არხში დალამვა, ე. ი. v საშუალო სიჩქარე უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ პირობას:

$$v_{\text{მინ}} < v < v_{\text{მაკს}}. \qquad (6.32)$$

თელიან, რომ როცა $v > v_{\text{მაკს}}$, არხის კალაპოტი წაირეცხება, ხოლო როცა $v < v_{\text{მინ}}$, არხის კალაპოტი დაილამება შეტივტივებული ნატანით.

(6.32) პირობა იძლევა იმის გარანტიას, რომ არხი იქნება „სტატიკურად მდგრადი" და ექსპლუატაციის პროცესში არ მოხდება მისი არსებითი დეფორმაცია.

ზოგჯერ არხის დაპროექტებისას არ ხერხდება $v > v_{\text{მინ}}$ პირობის დაცვა. ასეთ შემთხვევაში საჭირო ხდება არხის პერიოდული გაწმენდა დალექილი ნატანისაგან. რაც შეეხება $v < v_{\text{მაკს}}$ პირობას, ის ყოველთვის დაცული უნდა იყოს: თუ გაანგარიშების პირველ ეტაპზე აღმოჩნდა, რომ $v > v_{\text{მაკს}}$, საჭიროა, განვახორციელოთ ღონისძიება, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ან გავზარდოთ $v_{\text{მაკს}}$ სიჩქარე, ან შევამციროთ v საშუალო სიჩქარე, რათა მივაღწიოთ $v < v_{\text{მაკს}}$ პირობის შესრულებას. $v_{\text{მაკს}}$ სიჩქარის მნიშვნელობის გასაზრდელად არხის ფერდოებსა და ფსკერს ამაგრებენ სხვადასხვა კონსტრუქციის სამოსით, ხოლო v საშუალო სიჩქარის შესამცირებლად ცვლიან არხის განივი კვეთის ფორმას ისე, რომ მისი ჰიდრავლიკური რადიუსი შემცირდეს, ქმნიან ხელოვნურ ხორკლიანობას, ან ამცირებენ არხის ფსკერის ქანობს.

არაბმული გრუნტებისათვის (ქვიშოვანი, ხრეშიანი და სხვ.) დასაშვები (არაწამრეცხი) $v_{\text{მაკს}}$ სიჩქარის გამოსათვლელად შეიძლება ვისარგებლოთ ი. ლევის ემპირიული ფორმულით

$$v_{\text{მაკს}} = A\sqrt{gd}\,\lg\frac{R}{7d}, \qquad (6.33)$$

სადაც R არის არხის კვეთის ჰიდრავლიკური რადიუსი;

d — გრუნტის ნაწილაკების საშუალო დიამეტრი;

A — კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს გრუნტის შემჭიდროებულობას (შეკვრიებულობას). კარგად შემკვრიებული გრუნტებისათვის $A = 3.2$, ხოლო შედარებით ფხვიერი გრუნტებისათვის $A = 2{,}8$.

(6.33) ფორმულა გამოიყენება $R/d = 50 \div 5000$ ფარგლებში.

მაქსიმალური დასაშვები $v_{\text{მაკს}}$ სიჩქარის მნიშვნელობები სხვადასხვა გრუნტისა და სხვადასხვა კონსტრუქციის მოპირკეთებისათვის მოცემულია საცნობარო ლიტერატურაში.

მინიმალური დასაშვები $v_{\text{მინ}}$ სიჩქარის გამოსათვლელად აგრეთვე ვისარგებლობთ ი. ლევის ფორმულით

$$v_{\text{მინ}} = 0{,}01\,\frac{w}{\sqrt{d}}\sqrt[4]{\frac{p}{0{,}01}}\,\frac{0{,}0225}{n}\sqrt{R}, \qquad (6.34)$$

სადაც w არის შეტივტივებული ნაწილაკების ჰიდრავლიკური სისხო[1] მ/წმ-ობით;

[1] ჰიდრავლიკური სისხო არის მდგარ წყალში მყარი ნაწილაკის თანაბარი ვარდნის სიჩქარე. ამ ცნებას ჩვენ მოგვეთანებით გაეცნობით.

d — შეტიეტივებული ნატანის ნაწილაკების საშუალო დიამეტრი, მ-ობით;

p — შეტიეტივებული ნატანის იმ ნაწილაკების ნაწილობა (პროცენტობით), რომელთა $d_{ნაწ} \geqslant 0.25$ მმ;

n — კალაპოტის ხორკლიანობის კოეფიციენტი;

R — ჰიდრავლიკური რადიუსი, მ-ობით.

მინიმალური დასაშვები სიჩქარის მნიშვნელობები შეიძლება განსაზღვრულ იქნეს სხვა ემპირიული დამოკიდებულებებითაც.

უნდა აღინიშნოს, რომ ფაქტობრივად კალაპოტის წარეცხვაზე გავლენას ახდენს ადგილობრივი სიჩქარეები ფერდოებთან და ფსკერთან. ისე, რომ კვეთში $v_{მინ}$ და $v_{მაქს}$ საშუალო სიჩქარეებით გაანგარიშება პირობითია და მართებულია მხოლოდ თანაბარი მოძრაობისათვის, რომლისთვისაც საშუალო და ადგილობრივი სიჩქარეები დაკავშირებულია გარკვეული ნახევრად ემპირიული დამოკიდებულებებით. ასე, მაგალითად, ხორკლიანი ზედაპირებისათვის ხარხის ფსკერიდან y მანძილით დაცილებულ წერტილში გასაშუალებული ადგილობრივი სიჩქარე შეიძლება განესაზღვროთ ფორმულით

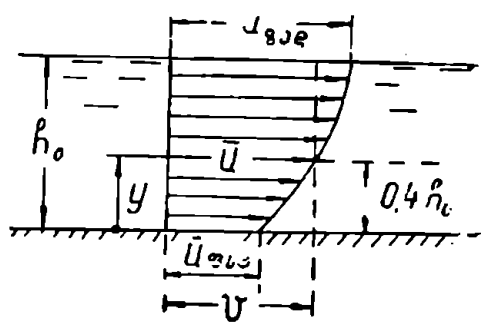
$$\bar{u} = 5{,}75 \frac{\sqrt{gR}}{W} v \lg \frac{30y}{\Delta_{ეკვ}}, \qquad (6.35)$$

სადაც W ხარის სიჩქარის მოდული და გამოითვლება (6.11) ფორმულით;

$\Delta_{ეკვ}$ — ეკვივალენტური ხორკლიანობა.

ხარხის ცოცხალ კვეთში სიჩქარეთა განაწილება ლოგარითმული კანონით (6.35 ფორმულის თანახმად) მოცემულია (6.7) ნახაზზე. (6.35) გამოსახულება ვერ ასახავს რეალურ სურათს უშუალოდ ფსკერთან მახლობლობაში. ამიტომ ფსკერული სიჩქარე შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით

$$\bar{u}_{ფსკ} = \frac{1.25v}{\lg \frac{6{,}15h_0}{\Delta_{ეკვ}}}. \qquad (6.36)$$



ნახ. 6.7.

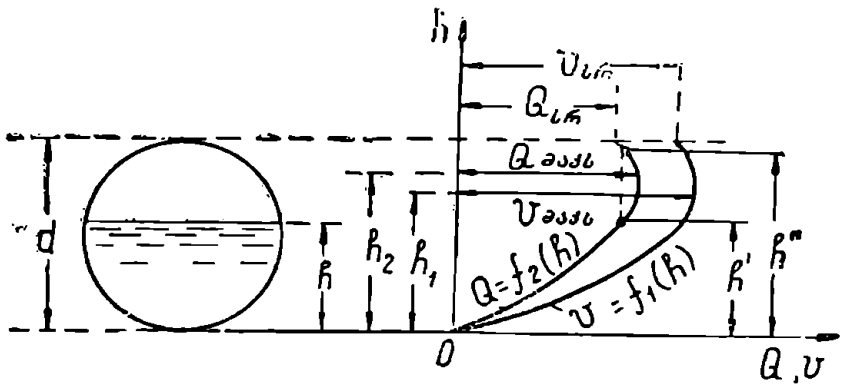
ფსკერულ $\bar{u}_{ფსკ}$ სიჩქარეში იგულისხმება სიჩქარე სახაზღვრო შრისა და ტურბულენტური ბირთვის საკონტაქტო ზედაპირის გასწვრივ. უშუალოდ ფსკერზე სიჩქარე ნულის ტოლია — სითხის ნაწილაკები ეკვრის ფსკერს და კედლებს.

მაქსიმალური ადგილობრივი სიჩქარე (v_{max}) მიიღება სითხის თავისუფალ ზედაპირზე ($y = h_0$). ფსკერიდან $y = 0{,}4h_0$ მანძილზე ადგილობრივი სიჩქარე დაახლოებით საშუალო სიჩქარის ტოლია $\bar{u} \approx v$.

§ 6.6. ჩაკეტილი გაცივი კვეთის კალაპოტების (შლაინების) ჰიდრავლიკური გაანგარიშება

საკანალიზაციო ქსელების, სადრენაჟო სისტემების, ქალაქის სანიაღვრე კოლექტორების, ჰიდროელექტროსადგურების წყალსაგდები გვირაბებისა და სხვა ანალოგიურ ნაგებობათა განივი კვეთის ფორმა შეიძლება იყოს წრიული, იკოიდური, ღარისებრი, ეარკლოვანი და სხვ. ეს წყალსადინარები მეშაობს უდაწნეოდ, ამიტომ ჰიდრავლიკური თვალსაზრისით ისინი არაფრით არ განსხვავდებიან ღია არხებისაგან, ჩვენ შემოვიფარგლებით წრიული კვეთის უდაწნეო მილების განხილვით.

1. **საკანალიზაციო მილი.** h-ით აღვნიშნოთ მილის შევსების სიღრმე ხოლო d-თი — დიამეტრი (ნახ. 6.8). $a = h/d$ ფარდობას მილის



ნახ. 6.8.

შევსების ხარისხს უწოდებენ. პრაქტიკაში, ჩვეულებრივ, შევსების ხარისხს 0,50—0,75-ის ტოლად ღებულობენ. წრიული კვეთის მაგალითზე გაეცნოთ თავისებურებას, რომლითაც ხასიათდება ჩაკეტილი პროფილები.

ცოცხალი კვეთი დასაწყისში, შედარებით მცირე შევსებისას, სწრაფად იზრდება, რადგანაც ხდება პროფილის სიგანის ზრდა სიღრმესთან ერთად. შემდეგ, როდესაც შევსება ნახევარ წრეს გადასცილდება, ცოცხალი კვეთის ზრდის ინტენსიურობა კლებულობს, რადგანაც სიღრმის ზრდით პროფილის სიგანე კი არ იზრდება, არამედ მცირდება. ბოლოს, სრული შევსების სიახლოვეს, ცოცხალი კვეთის ფართობის ზრდა მინიმალური ხდება.

რაც შეეხება სველ პერიმეტრს, ის, პირიქით, ცოცხალი კვეთის ფართობის მაქსიმალურად ზრდის ზონაში (კვეთის ცენტრზე გამავალი ჰორიზონტალური ღერძის ზონაში), სველი პერიმეტრის ზრდა იქნება მინიმალური და მიაღწევს მაქსიმუმს კვეთის სრული შევსების მომენტში.

აღნიშნულის გამო ჰიდრავლიკური რადიუსი დასაწყისში იზრდება; შემდეგ გარკვეული შევსებისას მიაღწევს თავის მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ კლებას დაიწყებს შემცირებას კვეთის სრული შევსების მომენტამდე.

თეორიული ანალიზის საფუძველზე დადგენილია, რომ წრიული კვეთისათვის ჰიდრავლიკური რადიუსის, და მაშასადამე, დინების სიჩქარის მაქსიმალური მნიშვნელობა შეესაბამება $h_1 \approx (0{,}80 — 0{,}85)\,d$ შევსების სიღრმეს, ხოლო ხარჯის მაქსიმალური მნიშვნელობა $h_2 \approx (0{,}93 — 0{,}95)\,d$.

(6.8) ნახაზზე მოცემულია $v = f_1(h)$ და $Q = f_2(h)$ დამოკიდებულებათა გრაფიკები. როგორც გრაფიკიდან ჩანს, რაიძე Q ხარჯს, რომელიც მოთავსებულია $Q_{სრ} < Q < Q_{მაქს}$ ფარგლებში (სადაც $Q_{სრ}$ სრული შევსების შესაბამისი ხარჯია), უდაწნეო მილში თანაბარი ოპერაციისას შევსების ორი სიღრმე ($h' < h_2$ და $h'' > h_2$) შეესაბამება.

საკანალიზაციო მილებისათვის ხორკლიანობის კოეფიციენტი (n) მიიღება 0,012 ÷ 0,014, მიუხედავად მილსადენების კედლების მასალისა. ეს გამოწვეულია იმით, რომ საკანალიზაციო მილების კედლები დროთა განმავლობაში იფარება ნალექით, რაც მნიშვნელოვნად ამცირებს განსხვავებას სხვადასხვა მასალის ხორკლიანობას შორის.

იმის გამო, რომ ჩაკეტილი პროფილების შემთხვევაში ცოცხალი კვეთის გეომეტრიული და ჰიდრავლიკური ელემენტების გამოთვლა რამდენადმე გართულებულია, პრაქტიკული გაანგარიშებისათვის სარგებლობენ საცნობარო ლიტერატურაში მოყვანილი სხვადასხვა საანგარიშო ცხრილებითა და გრაფიკებით.

წრიული კვეთის საკანალიზაციო მილების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას ხშირად გვხდება ორი ასეთი სახის ამოცანის გადაწყვეტა:

1) მოცემულია d, a, i. უნდა განვსაზღვროთ Q ხარჯი.

2) მოცემულია d, a, Q. უნდა განვსაზღვროთ i ქანობი.

ამ ამოცანების ამოხსნის თანამიმდევრობა ასეთია:

სრული შევსების ($h = d$, ანუ $a = 1$) შესაბამისი ხარჯისა და სიჩქარის მახასიათებლები (მოდულები) აღვნიშნოთ $K_{სრ}$ და $W_{სრ}$-ით;

$$K_{სრ} = \frac{Q_{სრ}}{\sqrt{i}}; \qquad W_{სრ} = \frac{v_{სრ}}{\sqrt{i}}. \tag{6.37}$$

მოცემული d დიამეტრის მიხედვით საცნობარო ლიტერატურაში მოყვანილი ცხრილებიდან ვიპოვით $K_{სრ} = f(d)$ და $W_{სრ} = f(d)$-ს.

შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$$\frac{K}{K_{სრ}} = M; \quad \frac{W}{W_{სრ}} = N, \tag{6.38}$$

სადაც K და W არის მილში ნამდვილი h სიღრმის შესაბამისი ხარჯისა და სიჩქარის მახასიათებლები.

M და N სიდიდეები დამოკიდებულია მხოლოდ მილის კვეთის ფორმასა და $a = h/d$ შევსების ხარისხზე. წრიული კვეთისათვის $M = f_1(a)$ და $N = f_2(a)$ მნიშვნელობები შეიძლება ავიღოთ გრაფიკიდან. (ნახ. 6.9).

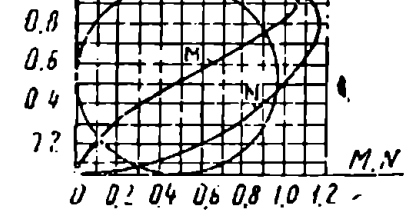
(6.9) და (6.10) ფორმულები ასეთი სახით წარმოვადგინოთ:

$$Q = K\sqrt{i} = K_{სრ}\frac{K}{K_{სრ}}\sqrt{i}; \qquad v = Wv\sqrt{i} = W_{სრ}\frac{W}{W_{სრ}}\sqrt{i}.$$

(6.38) გამოსახულებების გათვალისწინებით გვექნება

$$Q = MK_{სრ}\sqrt{i}; \quad v = NW_{სრ}\sqrt{i}. \tag{6.39}$$

პირველი ტიპის ამოცანის ამოსახსნელად მოცემული d დიამეტრისათვის ცხრილებიდან ვპოულობთ $K_{სრ}$ და $W_{სრ}$; გრაფიკიდან (ნახ. 6.9). a შევსების ხარისხის მიხედვით ავიღებთ M და N და (6.39) ფორმულებით გამოვითვლით Q და v. ასეთივე მარტივად გადაწყდება მეორე ტიპის ამოცანაც.



ნახ. 6.9.

საკანალიზაციო მილების გაანგარიშებისას მიიღება მინიმალური დასაშვები სიჩქარის შემდეგი მნიშვნელობები: $v_{მინ} = 0{,}7\ \frac{მ}{წმ}$, თუ $d \leqslant 0{,}5$ მ, და $v_{მინ} = 0{,}8\ \frac{მ}{წმ}$, თუ $d > 0{,}5$ მ. მაქსიმალური დასაშვები სიჩქარე ლითონის მილებისათვის მიიღება $v_{მაქს} = 8{,}0\ \frac{მ}{წმ}$, ხოლო არალითონის მილებისათვის — 4,0 მ/წმ.

2. სადრენაჟო მილი. სადრენაჟო მილები გამოიყენება გრუნტის წყლების დასაშრობად. გრუნტის წყალი მილში შედის კედელში არსებული ნახვრეტებიდან, გაედინება მასში და გადადის წყალშემკრებ კოლექტორში.

სადრენაჟო მილის გაანგარიშება საკანალიზაციო მილის გაანგარიშების ანალოგიურია. მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ სადრენაჟო მილისათვის შეღებვის ხარისხს ღებულობენ ერთის ტოლად ($a=1$). მიუხედავად ამისა, სადრენაჟო მილს მაინც უდაწნეოდ თელიან, რადგანაც კედელში არსებული ნახვრეტების გამო ნაკადის ზედაპირზე წნევა ატმოსფერულის ტოლად ჩაითვლება.

წრიული კვეთის სადრენაჟო მილებისათვის გვექნება შემდეგი საანგარიშო დამოკიდებულებები:

$$h=d; \qquad \omega=\frac{\pi d^2}{4}; \quad \chi=\pi d; \quad R=\frac{d}{4}; \tag{6.40}$$

$$v=C\sqrt{Ri}=C\sqrt{\frac{d}{4}i}=0{,}5C\sqrt{di}; \tag{6.41}$$

$$Q=\frac{\pi d^2}{4}v=\frac{\pi d^2}{4}0{,}5C\sqrt{di}=\frac{\pi}{8}Cd^{5/2}\sqrt{i}. \tag{6.42}$$

სადრენაჟო მილების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას შეზის კოეფიციენტის გამოსათვლელად ხშირად სარგებლობენ კუტერის ემპირიული ფორმულით

$$C=\frac{100}{1+\frac{n}{\sqrt{R}}}=\frac{100}{1+\frac{2n}{\sqrt{d}}}, \tag{6.43}$$

სადაც n არის ხორკლიანობის კოეფიციენტი (კუტერის მიერ შედგენილი ცხრილით) და თუნის მილებისათვის 0,27-ის ტოლია.

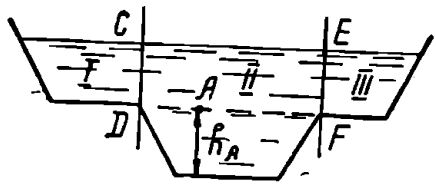
თუნის სადრენაჟო მილებისათვის მინიმალური დასაშვები სიჩქარე მიიღება $v_{\text{მინ}}=0{,}20$ მ/წმ-ის, ხოლო მაქსიმალური დასაშვები სიჩქარე — $v_{\text{მაქს}}=1{,}0$ მ/წმ-ის ტოლად.

უდაწნეო ჰიდროტექნიკური გვირაბების გაანგარიშების მეთოდიკა უდაწნეო მილების ზემოთ მოყვანილ გაანგარიშებათა მეთოდიკის ანალოგიურია.

§ 67. შედგენილი პროფილის არხების გაანგარიშება. არხები არაერთგვაროვანი ხორკლიანობით

1. შედგენილი პროფილის არხების გაანგარიშება. შედგენილი პროფილის არხი (ნახ. 6.10) ხასიათდება იმით, რომ $K=f(h)$ ფუნქცია არ არის მონოტონურად ზრდადი, ის განიცდის წყვეტას A წერტილში, რომელიც h_A სიღრმეს შეესაბამება. აღნიშნულის გაუთვალისწინებლად შეზის ფორმულით ხარჯის გამოთვლა დაუშვებელია.

განსახილველ შემთხვევაში ხარჯის გამოსათვლელად საჭიროა არხის კვეთი დავყოთ სამ ნაწილად, რომელთათვისაც $K=f(h)$ ფუნქციის უწყვეტობის პირობა დაცული იქნება.



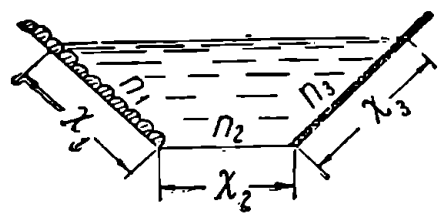
ნახ. 6.10

გავატაროთ CD და EF წრფეები ისე, როგორც ეს (6.10) ნახაზზეა ნაჩვენები. მთელი ცოცხალი კვეთი დაიყოფა სამ (I, II და III) ნაწილად. შემდეგ თითოეული ნაწილი განვიხილოთ, როგორც დამოუკიდებელი არხი და ჩვენთვის ცნობილი ფორმულებით გამოვთვალოთ Q_I, Q_{II} და Q_{III} ხარჯები. არხში წყლის სრულ ხარჯად, გარკვეული მიახლოებით, ვთქვით

$$Q=Q_I+Q_{II}+Q_{III}. \qquad (6\ 44)$$

ცხადია, გაანგარიშებისას CD და EF უბნების სიგრძეებს შესაბამის სველ პერიმეტრებში არ გავითვალისწინებთ.

2. არხები არაერთგვაროვანი ხორკლიანობით. ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ზოგჯერ გვხვდება არხები არაერთგვაროვანი ხორკლიანობით: მაგალითად, არხის ფერდოები მოპირკეთებულია, ხოლო ფსკერი ბუნებრივი გრუნტია; ფერდობზე გამავალი არხის ერთი ფერდო ხშირად ბეტონის კედელია, რომლის ხორკლიანობაც ცოცხალი კვეთის სველი პერიმეტრის დანარჩენი ნაწილის ხორკლიანობისაგან განსხვავებულია და ა. შ.



ნახ. 6.11.

არაერთგვაროვანი ხორკლიანობის მქონე არხების გაანგარიშებისას რთულდება კვეთის ჰიდრავლიკური რადიუსის გამოთვლა. ნ. პავლოვსკიმ, გაანგარიშების გამარტივების მიზნით, დაუშვა, რომ არაერთგვაროვანი ხორკლიანობის ცოცხალი კვეთის ფართობი სველი პერიმეტრის სხვადასხვა ხორკლიანობის მქონე უბნების სიგრძეთა პროპორციულია. ასეთ დაშვებას შეესაბამება სხვადასხვა ხორკლიანობის მქონე უბნების ჰიდრავლიკური რადიუსების ტოლობა მთელი ცოცხალი კვეთის ჰიდრავლიკურ რადიუსთან.

აღნიშნულის გათვალისწინებით, სამი სხვადასხვა ხორკლიანობის მქონე უბნისაგან შედგენილი არხისათვის (ნახ. 6.11) ხორკლიანობის

კოეფიციენტის საშუალო მნიშვნელობა შეიძლება გამოვითვალოთ ფორმულით

$$n_{ს.ა} = \sqrt{\frac{n_1^2 + \frac{\chi_2}{\chi_1} n_2^2 + \frac{\chi_3}{\chi_1} n_3^2}{1 + \frac{\chi_2}{\chi_1} + \frac{\chi_3}{\chi_1}}}, \qquad (6.45)$$

სადაც χ_1, χ_2 და χ_3 არის ცოცხალი კვეთის სველი პერიმეტრის იმ ნაწილების სიგრძეები, რომელთა ხორკლიანობის კოეფიციენტები, შესაბამისად, n_1, n_2 და n_3-ის ტოლია.

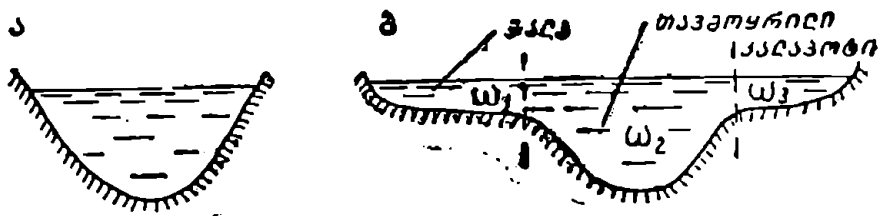
შეზის კოეფიციენტის გამოსათვლელად ნ. პაველოვსკის ფორმულას განსახილველი შემთხვევისათვის ასეთი სახე ექნება:

$$C_{ს.ა} = \frac{1}{n_{ს.ა}} R^y. \qquad (6.46)$$

თითოეული უბნისათვის ხორკლიანობის კოეფიციენტის შერჩევა არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს.

§ 6.8. ბუნებრივი კალაპოტების გაანგარიშება თანაბარი მოძრაობისას

ჩვეულებრივ, განასხვავებენ თავმოყრილ კალაპოტს (ნახ. 6.12, ა) და კალაპოტს ჭალით (ნახ. 6.12, ბ). ასეთ კალაპოტებში წყლის ნაკადის მოძრაობაზე მრავალი ფაქტორი მოქმედებს, რაც ართულებს ჰიდრავლიკური რადიუსისა და საშუალო სიჩქარის გამოთვლას. ასე, მაგალითად, კალაპოტის ხორკლიანობა, როგორც მის ცალკეულ უბნებზე, ისე



ნახ. 6.12.

ძირითად კალაპოტსა და ჭალაში, შეიძლება ერთმანეთისაგან მკვეთრად განსხვავებული იყოს, რაც გამორიცხავს ნაკადის ჰიდრავლიკური ელემენტების ზუსტ მნიშვნელობათა განსაზღვრას.

მიუხედავად ამისა, საინჟინრო პრაქტიკაში, გარკვეული დაშვებებისა და რეალური სქემების გამარტივების საფუძველზე შესაძლებელი ხდება ბუნებრივი კალაპოტების საკმაო სიზუსტით გაანგარიშება.

ხშირ შემთხვევაში, თავმოყრილი კალაპოტი შეიძლება შეცვალოთ ამა თუ იმ წესიერი გეომეტრიული ფიგურით და, საერთოდ, განვაზოგადოთ ბუნებრივი კალაპოტების ხასიათი. განვიხილოთ ასეთი განზოგადებული ხასიათის ბუნებრივი კალაპოტების რამდენიმე სახე:

ფართო მცირე სიღრმის მქონე კალაპოტი. თუ ნაკადის ფარდობითი სიღრმე $\frac{h_0}{B} < \frac{1}{20}$, მაშინ შეიძლება მივიღოთ, რომ $\chi \approx B$, $\omega \approx Bh_0$ და $R \approx h_0$. ასეთ შემთხვევაში საანგარიშო ფორმულებს ექნება შემდეგი სახე:

$$\left.\begin{aligned} v &= C\sqrt{h_0 i}; \\ Q &= CBh_0^{3/2} i^{1/2}. \end{aligned}\right\} \qquad (6\ 47)$$

ფართო პარაბოლური კალაპოტი. თუ ჩავთვლით, რომ კალაპოტს აქვს ფართო პარაბოლის სახე, ხოლო ნაკადის სიღრმე (h_0) სიგანესთან (B) შედარებით მცირეა, მაშინ შეიძლება მივიღოთ, რომ $\chi \approx B$. ასეთ შემთხვევაში საანგარიშო დამოკიდებულებებს ექნება შემდეგი სახე:

$$\left.\begin{aligned} v &= C\sqrt{\frac{2}{3} h_0 i}; \\ \omega &= \frac{2}{3} Bh_0; \quad R = \frac{2}{3} h_0; \\ Q &= 0{,}54\, CB\, h_0^{3/2} i^{1/2}. \end{aligned}\right\} \qquad (6.48)$$

ფართო სამკუთხა კალაპოტი. ფართო სამკუთხა და მცირე სიღრმის კალაპოტისათვის $\chi \approx B$. მაშინ

$$\left.\begin{aligned} v &= C\sqrt{0{,}5 h_0 i}; \\ Q &= \frac{Bh_0}{2} C\sqrt{0{,}5 h_0 i} = 0{,}354\, C(m_1 + m_2) h_0^{5/2} i^{1/2}, \end{aligned}\right\} \qquad (6.49)$$

სადაც m_1 და m_2 კალაპოტის ფერდობების (ნაპირების) კოეფიციენტებია.

კალაპოტი ჭალით (ნახ. 6.12, ბ). ასეთი კალაპოტის ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისათვის, როგორც წესი, გამოიყოფა თავმოყრილი კალაპოტი ω_0 ცოცხალი კვეთის ფართობითურთ და ჭალები — ω_1 და ω_2 ფართობებითურთ. გაანგარიშება ხდება ისევე, როგორც შედგენილი პროფილის ღრუბების.

იმის გამო, რომ თავმოყრილი კალაპოტისა და ჭალების ხორკლოვანობა ერთმანეთისაგან ძალზე განსხვავებულია, საშუალო სიჩქარის მნიშვნელობებიც შესაბამის უბნებზე მკვეთრად განსხვავებული მიიღება.

სითხის დამყარებული არათანაბარი მოძრაობა ღია კალაპოტებში

§ 7.1. ზოგადი ცნობები

დამყარებული არათანაბარი ეწოდება სითხის ისეთ მოძრაობას, როდესაც დროის მიხედვით უცვლელ (მუდმივ) ხარჯს ნაკადის გასწვრივ აღებულ სხვადასხვა განივკვეთში სხვადასხვა საშუალო სიჩქარე შეესაბამება.

სითხის ნაკადში მოთავსებული ყოველგვარი წინაღობა (ჯაშხალი, სარეგულაციო დეზი, ვარდნილი და სხვ.), კალაპოტის ფსკერის ყოველი ასე თუ ისე მნიშვნელოვანი უსწორობა, ფსკერის ქანობისა და კალაპოტის კედლების ხორკლიანობის ცვლილება და სხვ. — აუცილებლად იწვევს ცოცხალი კვეთების ფართობების (სიგანის და სიღრმის) ცვლილებას, რაც განაპირობებს არათანაბარ მოძრაობას.

წარმოვიდგინოთ, რომ ნაკადის ცოცხალი კვეთი შეზღუდულია ხიდის ბურჯებით. იმისათვის, რომ შემცირებულმა კვეთმა გაატაროს მოცემული ხარჯი, საშუალო სიჩქარე ნაგებობის ფარგლებში უნდა გაიზარდოს, რაც, თავის მხრივ, გამოიწვევს წყლის დონის აწევას და, მაშასადამე, საშუალო სიჩქარის შემცირებას ხიდის წინ. ამგვარად, ნაგებობის წინ შეიმჩნევა წყლის შენელებული მოძრაობა, რომელიც შემდეგ გადადის აჩქარებულში და, ბოლოს, ნაგებობის შემდეგ, კვლავ ნელდება. როგორც ვხედავთ, ცოცხალი კვეთის შეზღუდვამ ხიდის ბურჯებით არსებითი ცვლილებები შეიტანა თანაბარი მოძრაობის პროცესში, თუ ასეთი (თანაბარი მოძრაობა) შეიმჩნეოდა ნაგებობის მოწყობამდე. ეს ცვლილებები ნაგებობიდან მნიშვნელოვან მანძილზე ვრცელდება.

ჩვენ აღვნიშნეთ (§ 4.2), რომ სითხის თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში მოძრაობის გამომწვევი ძალები გაწონასწორებულია წინაღობის ძალებით. არათანაბარი მოძრაობისას ძალთა ეს წონასწორობა დარღვეულია: ხახუნის ძალების მუშაობა შეიძლება აღმოჩნდეს დანარჩენი ძალების მუშაობაზე მეტი ან ნაკლები იმის მიხედვით, თუ როგორია მოძრაობა — შენელებული თუ აჩქარებული. არათანაბარი მოძრაობის შესწავლას ართულებს სწორედ ის, რომ ამ შემთხვევისათვის ხახუნის ძალების სრულად შეფასება ვერ ხერხდება, რის გამოც იძულებული ვართ რამდენადმე გავამარტივოთ მოვლენის არსი. თუმცა, როგორც საანგარიშო დაჭაობებულებათა პრაქტიკაში გამოყენების შედეგები გვიჩვენებს, ჩვენს მიერ მიღებული დაშვებები არ ატარებს უხეში შეცდომის ხასიათს და ისინი სრულიად მისაღებია რეალური პირობებისათვის.

ისევე როგორც წინა თავში, აქაც განვიხილავთ სითხის ბრტოლად ტურბულენტურ მოძრაობას წინაღობის კვადრატულ ზონაში. ამასთან, მხედველობაში ვიქონიებთ ძირითადად არათანაბარ მდორედ ცვალებად მოძრაობას.

არათანაბარი მოძრაობა შეიძლება დამყარდეს ფსკერის როგორც დადებითი, ანუ პირდაპირი ($i>0$), ისე ნულოვანი, ანუ ჰორიზონტალური ($i=0$), და უარყოფითი ($i<0$) ქანობების შემთხვევაში.

§ 7.2. წყლის არათანაბარი მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლება

განვიხილოთ წრფივად და არათანაბრად მოძრავი ნაკადის გრძივი ჭრილი (ნახ. 7.1).

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$i=\sin\theta$ არის კალაპოტის ფსკერის ქანობი;

p_0 — სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედი წნევა. ცხადია, ღია კალაპოტების შემთხვევაში ის ატმოსფერული წნევის ტოლია, $p_0=p_{ატ}$;

h — განსახილველ ცოცხალ კვეთში უდიდესი სიღრმე. მისი მნიშვნელობები სხვადასხვა კვეთისათვის სხვადასხვაა;

ω — ცოცხალი კვეთის ფართობი. მისი მნიშვნელობებიც სხვადასხვა კვეთისათვის აგრეთვე სხვადასხვაა, რადგანაც ნაკადის სიგრძეზე ზოგად შემთხვევაში იცვლება ცოცხალი კვეთის როგორც სიღრმე, ისე მისი ზომები;

Q — ნაკადის მუდმივი ხარჯი;

v — საშუალო სიჩქარე ცოცხალ კვეთში.

J — ჰიდრავლიკური ქანობი.

ვისარგებლოთ (3.82) განტოლებით

$$J=-\frac{d\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)}{dl}$$

და მივცეთ მას შემდეგი სახე:

$$\frac{d}{dl}\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}\right)+J=0. \qquad (7.1)$$

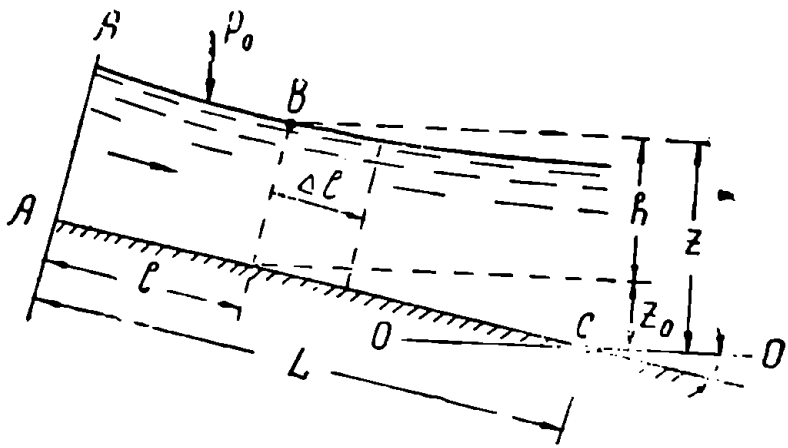
ვიპოვოთ ფრჩხილებში მოთავსებული თითოეული წევრის წარმოებული l-ით. ამისათვის განვიხილოთ სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე რაიმე B წერტილი, რომელიც ათვლის ნებისმიერი საწყისი $A-A$ კვეთიდან l მანძილით არის დაცილებული. გავატაროთ $O-O$ საფარდი სიბრტყე კალაპოტის ფსკერზე მდებარე და $A-A$ კვეთიდან L მანძი-

ლით დაცილებულ ნებისმიერ C წერტილზე. მაშინ B წერტილის z კოორდინატი გამოისახება დამოკიდებულებით:

$$z=h+(L-l)i.$$

ამ უკანასკნელის კერძო წარმოებული l-ით, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $i=\text{const}$ და $L=\text{const}$, იქნება

$$\frac{dz}{dl}=\frac{dh}{dl}+\frac{d}{dl}(L-l)i=\frac{dh}{dl}-i. \tag{7.2}$$



ნახ. 7.1.

როგორც აღვნიშნეთ, ღია კალაპოტებში სითხის თავისუფალი ზედაპირის ყველა წერტილში ერთი და იგივე წნევა მოქმედებს, $p=\text{const}$, ამიტომ

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{p}{\gamma}\right)=0. \tag{7.3}$$

ახლა ვიპოვოთ მესამე წევრის $\left(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}\right)$ წარმოებული l-ით

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}\right)=\frac{\alpha Q^2}{2g}\frac{d}{dl}\left(\frac{1}{\omega^2}\right). \tag{7.4}$$

მივიღოთ მხედველობაში, რომ კალაპოტის განივი კვეთი, ზოგად შემთხვევაში, კალაპოტის გასწვრივ იცვლება და, მაშასადამე, ω ორი დამოუკიდებელი ცვლადის — l-ის და h-ის ფუნქციაა — $\omega=f(l, h)$. ამ ფუნქციის სრული დიფერენციალი

$$d\omega=\frac{\partial\omega}{\partial l}dl+\frac{\partial\omega}{\partial h}dh. \tag{7.5}$$

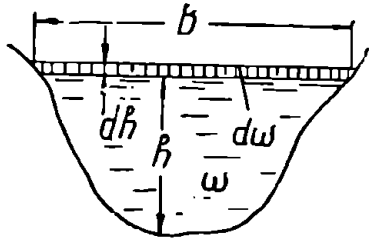
ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ

$$d\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = -\frac{2}{\omega^3}d\omega = -\frac{2}{\omega^3}\left(\frac{\partial\omega}{\partial l}dl + \frac{\partial\omega}{\partial h}dh\right).$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით (7.4) ტოლობა ასე ჩაიწერება:

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}\right) = -\frac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\left(\frac{\partial\omega}{\partial l} + \frac{\partial\omega}{\partial h}\frac{dh}{dl}\right). \qquad (7.6)$$

არათანაბარი მოძრაობისას ნაკადის განსწვრივ ხდება განსაშუალებულ სიჩქარეთა ეპიურის ტრანსფორმაცია (ცვლილება), ამიტომ დაწნევის დანაკარგის გამოსათვლელ ფორმულას, თანაბარი მოძრაობისათვის მიღებული ფორმულისაგან განსხვავებით, სხვა სახე უნდა ჰქონდეს. მაგრამ არათანაბარი მოძრაობის აღნიშნული თავისებურების გათვალისწინება ძალზე დიდ სირთულეებთან არის დაკავშირებული, რის გამოც გარკვეული მიახლოებით ვუშვებთ, რომ დაწნევის დანაკარგები არათანაბარი მდორედ ცვალებადი მოძრაობისათვის გამოისახება ისეთივე დამოკიდებულებებით, როგორითაც თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში. მიღებული დამოკიდებულების საფუძველზე, შეზის ფორმულიდან შეგვიძლია განვსაზღვროთ J ჰიდრავლიკური ქანობი



ნახ. 7.2.

$$J = \frac{v^2}{C^2R} = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2R} = i_{\text{ახ.}} \qquad (7.7)$$

არათანაბარი მოძრაობისას J-ს ხშირად $i_{\text{ახ.}}$-ით აღნიშნავენ და მას ხახუნის ქანობს უწოდებენ.

(7.2), (7.3), (7.6) და (7.7) გამოსახულებებით განსაზღვრული მნიშვნელობები ჩავსვათ (7.1) განტოლებაში

$$\frac{dh}{dl} - i - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\left(\frac{\partial\omega}{\partial l} + \frac{\partial\omega}{\partial h}\frac{dh}{dl}\right) + \frac{Q^2}{\omega^2 C^2R} = 0.$$

$\frac{dh}{dl}$-ის მიმართ ამ განტოლების ამოხსნით მივიღებთ

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i + \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\frac{\partial\omega}{\partial l} - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2R}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\frac{\partial\omega}{\partial h}}. \qquad (7.8)$$

დავადგინოთ დამოკიდებულება თავისუფალი ზედაპირის B სიგანისა და ცოცხალი კვეთის ფართობს შორის. თუ h სიღრმეს მივცემთ უსასრულოდ მცირე ნამატს (ნახ, 7.2). მაშინ ცოცხალი კვეთის ფართობის $d\omega$ ნამატი ტოლი იქნება $d\omega = Bdh$; $d\omega$-ს ეს მნიშვნელობა ჩავსვათ (7.5) ტოლობაში და გავითვალისწინოთ, რომ l-ის ერთი გარკვეული მნიშვნელობისათვის $\omega = \text{const}$. გვექნება

$$Bdh = \frac{\partial \omega}{\partial h}\, dh,$$

საიდანაც

$$\frac{\partial \omega}{\partial h} = B. \tag{7.9}$$

ამიტომ (7.8) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i + \dfrac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\dfrac{\partial \omega}{\partial l} - \dfrac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{1 - \dfrac{\alpha Q^2}{g}\dfrac{B}{\omega^3}}. \tag{7.10}$$

ბოლო გამოსახულებას ხშირად ასეთი სახით წერენ:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \dfrac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}\left(1 - \dfrac{\alpha C^2 R}{g\omega}\dfrac{\partial \omega}{\partial l}\right)}{1 - \dfrac{\alpha Q^2}{g}\dfrac{B}{\omega^3}}. \tag{7.11}$$

მიღებული დამოკიდებულება წარმოადგენს ღია კალაპოტში წყლის დამყარებული, მდორედ ცვალებადი, არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებას.

(7.11) განტოლება ახასიათებს კალაპოტის l სიგრძეზე ნაკადის h სიღრმის ცვლილების კანონზომიერებას—$h = f(l)$.

§ 7.3. კინეტიკურობის პარამეტრი

(7.11) განტოლების მნიშვნელში მიღებული სიდიდე $\dfrac{\alpha Q^2}{g}\dfrac{B}{\omega^3}$ ასეთი სახით ჩავწეროთ:

$$\frac{\alpha Q^2}{g}\frac{B}{\omega^3} = \frac{\alpha v^2}{g}\frac{B}{\omega} = 2\frac{\alpha v^2}{2g}\frac{B}{\omega} = \frac{2\dfrac{\alpha v^2}{2g}}{\dfrac{\omega}{B}} = \frac{2\dfrac{\alpha v^2}{2g}}{h_{საშ}},$$

სადაც $h_{საშ} = \dfrac{\omega}{B}$ არის საშუალო სიღრმე ცოცხალ კვეთში.

მიღებული გამოსახულება წარმოადგენს ნაკადის კუთრი კინეტიკური ენერგიის $\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)$ ფარდობას საშუალო სიღრმით გამოთვლილ კუთრ პოტენციურ ენერგიასთან ($h_{საშ}$) და. მაშასადამე, ახასიათებს ნაკადის ენერგეტიკულ აღნაგობას. ამ უგანზომილებო სიდიდეს აღნიშნავენ Π_3-თი და მას კინეტიკურობის პარამეტრს უწოდებენ

$$\frac{\alpha Q^2}{g}\,\frac{B}{\omega^3}=\frac{2\,\frac{\alpha v^2}{2g}}{h_{საშ}}=\frac{\alpha v^2}{gh_{საშ}}=\Pi_3. \tag{7.12}$$

ზოგადად, $\frac{v^2}{gl}$ უგანზომილებო სიდიდეს, სადაც l ნაკადის ნებისმიერი წრფივი მახასიათებელია (h, R, d და ა. შ.), ფრუდის რიცხვი ეწოდება და წარმოადგენს მსგავსების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან კრიტერიუმს

$$Fr=\frac{v^2}{gl}. \tag{7.13}$$

ამგვარად, კინეტიკურობის პარამეტრი (Π_3) ფრუდის რიცხვის ერთ-ერთი სახესხვაობაა, როდესაც ნაკადის წრფივი მახასიათებლის როლში გამოდის საშუალო სიღრმე, ხოლო $\alpha=1$-ს (საერთოდ, კორიოლისის α კოეფიციენტის მნიშვნელობას არათანაბარი მოძრაობისას ვიღებთ ისეთივე სიდიდისას, როგორსაც თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში, ე. ი. $\alpha\approx 1{,}0-1{,}1$).

§ 7.4. პრიზმულ კალაპოტებში წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება

საინჟინრო პრაქტიკაში ჩვენ გვხვდება სხვადასხვა მახასიათებლების მქონე ღია კალაპოტები. ზოგიერთ შემთხვევაში კალაპოტის განივი კვეთის ფორმა და ზომები მის სიგრძეზე იცვლება და, მაშასადამე, ნაკადის ცოცხალი კვეთის ფართობი ორი დამოუკიდებელი ცვლადის l-ის და h-ის ფუნქციაა — $\omega=f(l,\ h)$, სადაც l არის წრფივი მანძილი ათვლის საწყისი კვეთიდან (ნახ. 7.1) განსახილველ კვეთამდე. ასეთ კალაპოტებს არაპრიზმულს (არაცილინდრულს) უწოდებენ. ცხადია, არაპრიზმული კალაპოტისათვის $\frac{d\omega}{dl}$ სრული წარმოებული, რომელიც კალაპოტის გასწვრივ ცოცხალი კვეთის ცვლილებას ახასიათებს,

$$\frac{d\omega}{dl}=\frac{\partial\omega}{\partial l}+\frac{\partial\omega}{\partial h}\,\frac{dh}{dl}. \tag{7.14}$$

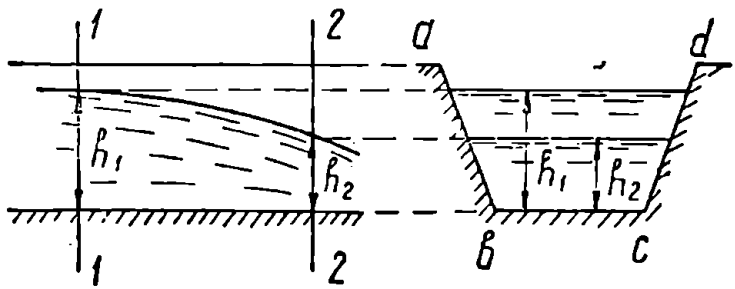
ამ განტოლების მარჯვენა ნაწილის პირველი წევრი ითვალისწინებს ცოცხალი კვეთის ფართობის ცვლილებას, რომელიც გამოწვეულია ნაკადის გასწვრივ კალაპოტის ფორმის ცვლილებით, ხოლო მეორე წევრი — ცოცხალი კვეთის ფართობის ცვლილებას, რომელიც გამოწვეულია ნაკადის h სიღრმის ცვლილებით; იგი, თავის მხრივ, l-ის ფუნქციაა და, მაშასადამე, კალაპოტის გასწვრივ იცვლება.

არაპრიზმული კალაპოტის მაგალითია ტრაპეციული კვეთის არხი, რომლის ან ფსკერის სიგანე, ან ფერდოების კოეფიციენტები არხის სიგრძეზე იცვლება.

თუ კალაპოტის განივი კვეთის ფორმა და ზომები ნაკადის მოძრაობის მთელ სიგრძეზე მუდმივია (ერთნაირია), მაშინ ცოცხალი კვეთის ფართობი მხოლოდ ნაკადის სიღრმის ფუნქციაა — $\omega = f(h)$. ასეთ კალაპოტებს პრიზმულს (ცილინდრულს) უწოდებენ. ცხადია, პრიზმული კალაპოტისათვის $\frac{\partial \omega}{\partial l} = 0$ და (7.14) განტოლება (7.9)-ის გათვალისწინებით ასეთ სახეს ღებულობს:

$$\frac{d\omega}{dl} = B\frac{dh}{dl}. \qquad (7.15)$$

როდესაც პრიზმულ კალაპოტებზე ვლაპარაკობთ, ერთმანეთში არ უნდა ავურიოთ კალაპოტის განივი კვეთი და ნაკადის განივი



ნახ. 7.3.

კვეთი (ანუ ცოცხალი კვეთი). თავისთავად ცხადია, რომ მუდმივად იგულისხმება კალაპოტის განივი კვეთი, მისი ფორმა და ზომები, ხოლო კალაპოტის შევსების სიღრმე სხვადასხვა კვეთში არათანაბარი მოძრაობისას სხვადასხვაა, ამიტომ სხვადასხვა იქნება ცოცხალი კვეთის ფართობებიც. (7.3) ნახაზზე ნაჩვენებია პრიზმული კალაპოტი, რომელსაც ყველგან ერთი და იგივე *abcd* განივი კვეთი აქვს, მაგრამ $h_1 \neq h_2$ და, მაშასადამე, $\omega_1 \neq \omega_2$.

ღია კალაპოტები განივი კვეთის (პროფილის) ფორმის

მიხედვით იყოფა სწორი და არასწორი ფორმის კალაპოტებად სწორი ფორმისას მიეკუთვნება ისეთი კალაპოტები, რომელთათვისაც ნაკადის გეომეტრიული და ჰიდრავლიკური ელემენტები ნებისმიერ განივ კვეთში ნაკადის სიღრმის უწყვეტ ფუნქციებს წარმოადგენს და შესაძლებელია ამ ფუნქციების ანალიზური გამოსახვა სიღრმის ცვლილების მთელი დიაპაზონისათვის. ამ პირობას აკმაყოფილებს სწორკუთხა, ტრაპეციული, სამკუთხა, პარაბოლური, ნახევარწრიული და სხვ. კალაპოტები. შედგენილი (პოლიგონური) პროფილის კალაპოტები აღნიშნულ პირობას არ აკმაყოფილებს და, მაშასადამე, ისინი მიეკუთვნებიან არასწორი ფორმის კალაპოტებს.

ბუნებრივი კალაპოტები (მდინარეები) არასწორი ფორმისაა, თუმცა ზოგ შემთხვევაში მათი ცალკეული უბნები შეიძლება გარკვეული მიახლოებით შევცვალოთ სწორი ფორმის პრიზმული კალაპოტებით.

წყლის არათანაბარი მოძრაობის თეორიის ძირითადი ამოცანაა ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის აგება ნებისმიერი კონკრეტული კალაპოტისათვის ნებისმიერ პირობებში, ე. ი. ამოცანა დაიყვანება $h=f(l)$ ფუნქციონალური დამოკიდებულების მოძებნაზე. მაგრამ ასეთი ამოცანის ზოგადი ამოხსნა ძალზე ძნელია ბუნებრივი კალაპოტების გეომეტრიული ფორმის სირთულის გამო. ამიტომ ჩვენ ქვემოთ განვიხილავთ სწორი ფორმის პრიზმულ კალაპოტებს.

როგორც აღვნიშნეთ, პრიზმული კალაპოტისათვის[1] $\frac{\partial \omega}{\partial l}=0$. ამიტომ (7.11) განტოლება მნიშვნელოვნად მარტივდება და ასეთ სახეს ღებულობს:

$$\frac{dh}{dl}=\frac{i-\frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{1-\frac{\alpha Q^2}{g}\frac{B}{\omega^3}}=\frac{i-\frac{Q^2}{K^2}}{1-\Pi_3}, \qquad (7.16)$$

სადაც $K=\omega C\sqrt{R}$.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ მოცემული ქანობის შემთხვევაში მოცემული ფორმის პრიზმულ კალაპოტში არათანაბარი მოძრაობის ნაცვლად გვაქვს თანაბარი მოძრაობა ისეთი h_0 ნორმალური სიღრმით (იხ. § 6.1), რომელიც უზრუნველყოფს მოცემული Q ხარჯის გატარებას. მაშინ ხარჯი შეიძლება განვსაზღვროთ ფორმულით (თანაბარი მოძრაობის h_0 ნორმალური სიღრმის შესაბამისი ჰიდრავლიკური ელე-

---

[1] შემდგომში, თუ სპეციალურად არ არის მითითებული, ვიგულისხმებთ სწორ ფორმის კალაპოტს.

მენტები, არათანაბარი მოძრაობის მსგავსი ელემენტებისაგან განსხვავების მიზნით, აღინიშნება ინდექსით „0“)

$$Q = \omega_0 C_0 \sqrt{K_0}\sqrt{i} = K_0\sqrt{i}. \tag{7.17}$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.16) განტოლება ასე ჩაიწერება:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \left(\frac{K_0\sqrt{i}}{K}\right)^2}{1-\Pi_3} = i\,\frac{1-\left(\frac{K_0}{K}\right)^2}{1-\Pi_3} \tag{7.18}$$

ჩვეულებრივ, (7.16) და (7.18) განტოლებებით სარგებლობენ პრიზმულ კალაპოტებში არათანაბარი მოძრაობის საკითხების განხილვისას.

შევნიშნავთ, რომ თუ (7.16) განტოლებაში დავუშვებთ, $\frac{dh}{dl}=0$, მივიღებთ ჩვენთვის კარგად ცნობილ თანაბარი მოძრაობის განტოლებას.

ასევე ყურადღება უნდა მივაქციოთ იმას, რომ თუ (7.16) ან (7.18) განტოლებაში კინეტიკურობის პარაეტრი $\Pi_3=1$-ს, მაშინ ამ გამოსახულებათა მნიშვნელი უტოლდება ნულს და $h=f(l)$ ფუნქცია განიცდის წყვეტას, რაც მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ მიღებულ დიფერენციალურ განტოლებათა ინტეგრირებისას.

§ 7.5 კვეთის კუთრი ენერგია. კრიტიკული ხილვა. კრიტიკული ქანობი

1. კვეთის კუთრი ენერგია. კრიტიკული ხილვა. განვიხილოთ ნაკადის ნებისმიერი განივი კვეთი (ნახ. 7.4). უდიდესი სიღრმე კვეთში აღვნიშნოთ h-ით, ხოლო მოძრაობის საშუალო სიჩქარე v-თი. მაშინ ნაკადის კუთრი ენერგია მოცემული ცოცხალი კვეთისათვის რაიმე ჰორიზონტალური $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ, როგორც ჩვენთვის ცნობილია, განისაზღვრება დამოკიდებულებით

$$E = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g}. \tag{7.19}$$

ღია კალაპოტებისათვის თავისუფალ ზედაპირზე მოქმედ ატმოსფერულ წნევას მხედველობაში არ ვღებულობთ და (7.19) გამოსახულებაში p-ს მივიჩნევთ ჭარბ (მანომეტრულ) წნევად.

რადგანაც მდორედ ცვალებადი მოძრაობისას ჰიდროდინამიკური წნევა კვეთში ნაწილდება ჰიდროსტატიკური კანონით, ამიტომ ცოცხალი კვეთის ნებისმიერი M წერტილისათვის გვექნება

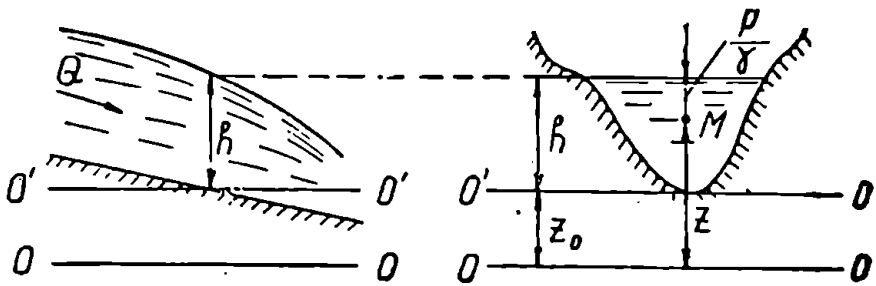
$$z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + h,$$

სადაც z_0 არის კვეთის უდაბლესი წერტილის დაცილება $O-O$ საფარდი სიბრტყიდან.

აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.19) გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$E = z_0 + h + \frac{\alpha v^2}{2g}. \tag{7.20}$$

(7.19) და (7.20) გამოსახულებებიდან ჩანს, რომ ნაკადის კუთრი ენერგიის მნიშვნელობა (E) მოცემული კვეთისათვის დამოკიდებულია



ნახ. 7.4.

$O-O$ საფარდი სიბრტყის მდებარეობაზე. ამიტომ ღია კალაპოტებში არათანაბარი მოძრაობის შესაწავლის საკითხის ფიზიკური არსის გასარკვევად ნაკადის კუთრ ენერგიას ხშირად გამოითვლიან არა $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ, არამედ ცოცხალი კვეთის უდაბლეს წერტილზე გამავალი $O'-O'$ საფარდი სიბრტყის (ნახ. 7.4) მიმართ ($z_0=0$), ასეთ შემთხვევაში ყველა განივ კვეთს თავისი საფარდი სიბრტყე აქვს და შესაბამისი კუთრი ენერგიების სიდიდეებიც ამ სიბრტყეების მიმართ ტოლფასი კრიტერიუმებით ფასდება.

ცოცხალი კვეთის უდაბლეს წერტილზე გამავალი საფარდი სიბრტყის მიმართ გამოთვლილ კუთრ ენერგიას კვეთის კუთრი ენერგია ეწოდება და აღინიშნება Θ ასოთი, ე. ი.

$$\Theta = h + \frac{\alpha v^2}{2g}. \tag{7.21}$$

ეს განტოლება შეიძლება სხვა სახითაც ჩაეწეროთ $\left(\text{თუ გავითვალისწინებთ, რომ } v = \frac{Q}{\omega}\right)$

$$\Theta = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}. \tag{7.22}$$

ჩვენ აღვნიშნეთ, რომ რეალური სითხის დამყარებული მოძრაობისას ნაკადის კუთრი ენერგია დინების მიმართულებით ყოველთვის მცირდება, $\frac{dE}{dl} < 0$, რადგანაც სწორედ ამ ენერგიის ხარჯზე ხდება მოძრაობა.

(7.20) და (7.21) ტოლობათა შედარებიდან ჩანს, რომ $\Im = E - \zeta_0$. მაგრამ (7.1) ნახაზის მიხედვით, $\zeta_0 = \zeta - h = (L-l)i$. ამიტომ

$$\Im = E - (L-l)i.$$

განვიხილოთ $\Im$ სიდიდის ცვლილება ნაკადის სიგრძეზე

$$\frac{d\Im}{dl} = \frac{dE}{dl} + i = -J + i,$$

ანუ (7.7) და (7.17) ფორმულების თანახმად,

$$\frac{d\Im}{dl} = -\frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + i = -\frac{Q^2}{K^2} + i = -\frac{K_0^2 i}{K^2} + i = i\left(1 - \frac{K_0^2}{K^2}\right). \quad (7.23)$$

მიღებული განტოლებიდან ჩანს, რომ თანაბარი მოძრაობისას ($K = K_0$)

$$\frac{d\Im}{dl} = 0, \quad \text{ანუ} \quad \Im = \text{const}, \quad (7.24)$$

ხოლო არათანაბარი მოძრაობისას ($K \neq K_0$) კვეთის კუთრი ენერგია დინების მიმართულებით შეიძლება კლებულობდეს ან მატულობდეს იმის მიხედვით, თუ როგორია K_0/K ფარდობა.

გავარკვიოთ ამ საკითხის ფიზიკური არსი.

თანაბარი მოძრაობისას სიმძიმის ძალის მუშაობა, რომელიც i სიდიდით ხასიათდება, მთლიანად იხარჯება ჰიდრავლიკურ წინაღობათა დაძლევაზე. ამიტომ ნაკადის ყოველ კვეთში კუთრი ენერგია მუდმივი რჩება.

თუ ნაკადს არათანაბარი მოძრაობისას აქვს უფრო ნაკლები სიჩქარე, ვიდრე მას ექნებოდა იგივე კალაპოტში თანაბარი მოძრაობისას, მაშინ შემცირებულ ჰიდრავლიკურ წინაღობათა დაძლევაზე სიმძიმის ძალის მუშაობა მთლიანად არ იხარჯება და ყოველ მომდევნო კვეთში კუთრი ენერგია არის მეტი, ვიდრე წინა კვეთში.

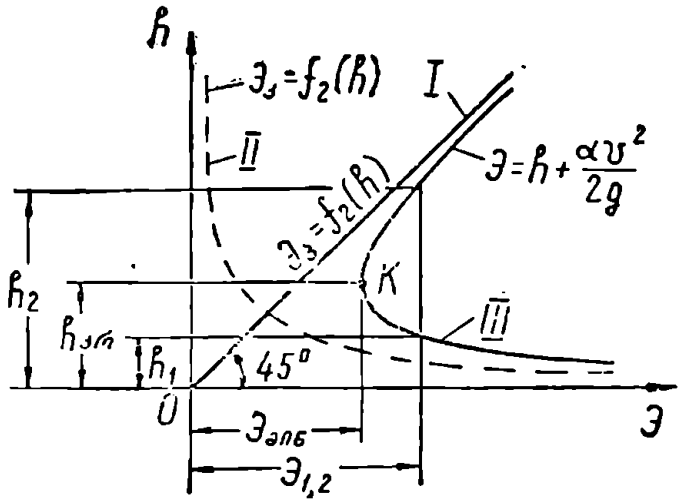
პირიქით, თუ ნაკადს არათანაბარი მოძრაობისას აქვს უფრო მეტი სიჩქარე, ვიდრე მას ექნებოდა იგივე კალაპოტში თანაბარი მოძრაობისას, მაშინ გაზრდილ ჰიდრავლიკურ წინაღობათა დაძლევაზე სიმძიმის ძალის მუშაობა არ არის საკმარისი, რის გამოც ნაკადი კვეთის კუთრი ენერგიიდან „ესესხულობს" დამატებით საჭირო ენერგიას. ამიტომ ყოველ მომდევნო კვეთში კუთრი ენერგია იქნება ნაკლები, ვიდრე

წინა კვეთში, ე. ი. ამ შემთხვევაში ნაკადის ცოძრაობის მიმართულებით კვეთის კუთრი ენერგია კლებულობს.

კალაპოტის ნულოვანი ($i=0$) და უარყოფითი ($i<0$) ქანობების მქონე უბნებზე ნაკადის მოძრაობისას კვეთის კუთრი ენერგია ყოველთვის მცირდება.

ახლა გამოვიკვლიოთ, თუ როგორ იცვლება კვეთის კუთრი ენერგია h სიღრმის ცვლილების მიხედვით. ჩავთვალოთ, რომ ხარჯი $Q=$ $=\text{const}$ და კალაპოტის განივი კვეთი მოცემულია, ე. ი. Э არის მხოლოდ h-ის ფუნქცია: $Э=f(h)$.

(7.21) და (7.22) განტოლებებიდან ჩანს, რომ როცა $h\to 0$, მაშინ $\omega\to 0$ და $Э\to 0$ (რადგანაც აღნიშნულ განტოლებათა მარჯვენა ნაწილის მეორე შესაკრები მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ); როცა $h\to\infty$, მაშინ $\omega\to\infty$ და $Э\to\infty$. ამგვარად, როცა $h=0$ და $h=\infty$, კვეთის კუთრი



ნახ. 7.5.

ენერგია ასიმპტოტურად მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ, მაშინ როდესაც h-ის სასრული მნიშვნელობებისათვის Э სასრული სიდიდეა.

ცნობილია, რომ თუ უწყვეტი ფუნქცია დამოუკიდებელი ცვლადის სასაზღვრო მნიშვნელობებისათვის მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ, მაშინ მას ცვლადის ცვლილების შუალედში უნდა ჰქონდეს მინიმუმი. ამიტომ შეიძლება იმის მტკიცება, რომ არსებობს ნაკადის რაიმე სიღრმე, რომლის დროსაც Э ფუნქციას ექნება მინიმალური მნიშვნელობა ($Э_{min}$).

ნაკადის სიღრმეს, რომელიც შეესაბამება კვეთის კუთრი ენერგიის მინიმუმს, **კრიტიკული სიღრმე** ეწოდება და აღინიშნება $h_{кр}$-ით.

$\Theta = f(h)$ ფუნქცია შეიძლება წარმოვადგინოთ გრაფიკის სახით (ნახ. 7.5). ამისათვის ორდინატთა ღერძზე გადავზომოთ h სიღრმის, ხოლო აბსცისათა ღერძზე—კვეთის სრული კუთრი ენერგიის მნიშვნელობები (პოტენციური + კინეტიკური). ნახაზზე I წრფე, რომელიც აბსცისათა ღერძის მიმართ დახრილია 45°-იანი კუთხით, გამოსახავს კუთრი პოტენციური ენერგიის ცვლილებას. II წირი წარმოადგენს ჰიპერბოლას და გამოსახავს კუთრი კინეტიკური ენერგიის ცვლილებას. რაც შეეხება კვეთის სრული კუთრი ენერგიის ცვლილების ხასიათს, ის გრაფიკზე პროცემულია III წირის სახით, რომლის ასიმპტოტებსაც I წრფე და $O\Theta$ აბსცისათა ღერძი წარმოადგენს.

$\Theta = f(h)$ გრაფიკის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ K წერტილი, რომელიც კვეთის კუთრი ენერგიის მინიმუმს (Θ_{min}) და, მაშასადამე, კრიტიკულ სიღრმეს ($h_{კრ}$) შეესაბამება, III წირს ორ შტოდ ჰყოფს. ქვედა შტო შეესაბამება ნაკადის ისეთ მდგომარეობას, რომლის დროსაც სიღრმის ზრდით კვეთის კუთრი ენერგია მცირდება. ხოლო ზედა შტო, პირიქით,—ნაკადის ისეთ მდგომარეობას, რომლის დროსაც სიღრმის ზრდით კვეთის კუთრი ენერგია იზრდება. როგორც ვხედავთ, კვეთის კუთრი ენერგიის ერთი და იგივე მარაგი ($\Theta_{1,2}$) ნაკადს შეიძლება ჰქონდეს სიღრმის ორი განსხვავებული ($h_1 \neq h_2$) მნიშვნელობის დროს (ნახ. 7.5).

აღნიშნულთან დაკავშირებით განიხილება ღია ნაკადების შემდეგი სამი მდგომარეობა:

ა) ნაკადის მძაფრი მდგომარეობა, რომელსაც შეესაბამება კვეთის კუთრი ენერგიის მრუდის ქვედა შტო და რომლისთვისაც $h < h_{კრ}$. ნაკადის ამ მდგომარეობაში კვეთის კუთრი ენერგიის ზრდა ხდება კინეტიკური ენერგიის ზრდის და პოტენციურის შემცირების შედეგად.

ბ) ნაკადის წყნარი მდგომარეობა, რომელსაც შეესაბამება კვეთის კუთრი ენერგიის ზედა შტო და რომლისთვისაც $h > h_{კრ}$. ნაკადის ამ მდგომარეობაში კვეთის კუთრი ენერგიის ზრდა ხდება პოტენციური ენერგიის ზრდის და კინეტიკურის შემცირების შედეგად.

გ) ნაკადის კრიტიკული მდგომარეობა, რომლის დროსაც ნაკადის სიღრმე კრიტიკულის ტოლია: $h = h_{კრ}$.

ამგვარად, ნაკადის მდგომარეობის გასარკვევად საჭიროა, განვსაზღვროთ კრიტიკული სიღრმე და შევადაროთ ის ნაკადის რეალურ სიღრმეს.

კრიტიკული სიღრმის საპოვნელად გავაწარმოოთ (7.22) გამოსახულება

$$\frac{d\Theta}{dh} = 1 + \frac{d}{dh}\left(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}\right) = 1 + \frac{\alpha Q^2}{2g}\frac{d}{dh}\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\frac{d\omega}{dh}.$$

მაგრამ $\frac{d\omega}{dh}=B$, ამიტომ

$$\frac{d\Theta}{dh}=1-\frac{\alpha Q^2}{g}\frac{B}{\omega^3}=1-\Pi_3. \tag{7.25}$$

როცა $h=h_{კრ}$-ს, მაშინ $\frac{d\Theta}{dh}=0$-ს და

$$1-\frac{\alpha Q^2}{g}\frac{B_{კრ}}{\omega^3_{კრ}}=0; \tag{7.26}$$

$$1-\Pi_{3.კრ}=0, \tag{7.26'}$$

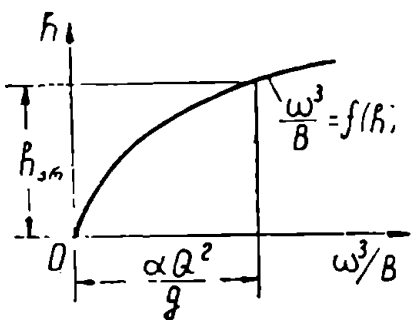
ანუ

$$\frac{\alpha Q^2}{g}=\frac{\omega^3_{კრ}}{B_{კრ}}; \tag{7.27}$$

$$\Pi_{3.კრ}=1, \tag{7.27'}$$

სადაც $\omega_{კრ}$ და $B_{კრ}$ არის კრიტიკული სიღრმის შესაბამისი ცოცხალი კვეთის ფართობი და ზედა სიგანე.

(7.27) განტოლება, რომელსაც **ნაკადის კრიტიკულობის პირობას** უწოდებენ, საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ $h_{კრ}$ კრიტიკული სიღრმე ნებისმიერი ფორმის კვეთისათვის გრაფიკულად ან შერჩევის მეთოდით. ვთქვათ, მოცემული გვაქვს კალაპოტის განივი კვეთი და Q ხარჯი. გრაფიკულად $h_{კრ}$-ის მოსაძებნად ვუშვებთ სიღრმის h_1, h_2, h_3, ..., h_n მნიშვნელობებს და გამოვითვლით შესაბამის $\frac{\omega_1^3}{B_1}$, $\frac{\omega_2^3}{B_2}$, $\frac{\omega_3^3}{B_3}$, ..., $\frac{\omega_n^3}{B_n}$ ფარდობებს. ვაგებთ $\frac{\omega^3}{B}=f(h)$ ფუნქციის გრაფიკს (ნახ. 7.6), რომლიდანაც $\frac{\alpha Q^2}{g}$ ცნობილი სიდიდის მიხედვით ვპოულობთ $h_{კრ}$ სიღრმეს.



ნახ. 7.6.

კალაპოტის ზოგიერთი ფორმის განივი კვეთისათვის კრიტიკული სიღრმე განისაზღვრება ანალიზურად ან დამხმარე ცხრილებისა და გრაფიკების საშუალებით; ასე, მაგალითად, სწორკუთხა კვეთის კალაპოტისათვის კრიტიკული სიღრმე შეიძლება განვსაზღვროთ უშუალოდ (7.27)

ფორმულიდან, თუ გავითვალისწინებთ, რომ ამ დროს $b = B_{კრ}$ და $\omega_{კრ} = bh_{კრ}$:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{b^3 h_{კრ}^3}{b}.$$

საიდანაც

$$h_{კრ} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}. \qquad (7.28)$$

აქ $q = \frac{Q}{b}$ არის ე. წ. კუთრი ხარჯი.

(7.27′) გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ ნაკადის კრიტიკული მდგომარეობისას $\Pi_{კრ} = 1$. ადვილი მისახვედრია, რომ ნაკადის წყნარი მდგომარეობისას $\Pi_ც < 1$, ხოლო მძაფრი მდგომარეობისას — $\Pi_ც > 1$.

8. კრიტიკული ქანობი. თანაბარი მოძრაობისას ფსკერის i ქანობის მქონე კალაპოტში განვიალ Q ხარჯს შეესაბამება სრულიად გარკვეული h_0 სიღრმე, რომელსაც ჩვენ ნორმალური სიღრმე ვუწოდეთ. i ქანობის ცვლილებით შეიცვლება h_0 ნორმალური სიღრმეც. რაც შეეხება $h_{კრ}$ კრიტიკულ სიღრმეს, ის მოცემული ხარჯისათვის ფსკერის ქანობზე დამოკიდებული არ არის (ეს 7.28 გამოსახულებიდანაც ჩანს). კრიტიკული სიღრმე დამოკიდებულია მხოლოდ ხარჯსა და კალაპოტის განივი კვეთის ზომებზე.

როგორც ვხედავთ, კალაპოტის ფსკერის i ქანობის და, მაშასადამე, h_0 სიღრმის ცვლილებით ჩვენ შეგვიძლია შევხვდეთ ფსკერის ისეთი ქანობი, რომლის დროსაც გვექნება ტოლობა $h_0 = h_{კრ}$. ასეთ ქანობს **კრიტიკული ქანობი** ეწოდება და აღინიშნება $i_{კრ}$-ით.

ამგვარად, კრიტიკული ქანობი არის კალაპოტის ფსკერის ისეთი ქანობი, რომლის დროსაც მოცემული Q ხარჯი თანაბარი მოძრაობისას კალაპოტში გაედინება $h_0 = h_{კრ}$ სიღრმით.

კრიტიკული ქანობის მქონე კალაპოტში თანაბარი მოძრაობისას ერთდროულად უნდა დაკმაყოფილდეს (7.17) და (7.27) ტოლობები

$$\left.\begin{aligned} Q &= \omega_0 C_0 \sqrt{R_0 i} = \omega_{კრ} C_{კრ} \sqrt{R_{კრ} i}\,; \\ \frac{\alpha Q^2}{g} &= \frac{\omega_{კრ}^3}{B_{კრ}}. \end{aligned}\right\} \qquad (7.29)$$

ამ სისტემის ამოხსნით მივიღებთ

$$i_{კრ} = \frac{g\chi_{კრ}}{\alpha C_{კრ}^2 B_{კრ}}. \qquad (7.30)$$

თუ კალაპოტის ქანობი კრიტიკულზე ნაკლებია ($i < i_{კრ}$), მაშინ ნორმალური სიღრმე მეტია კრიტიკულზე ($h_0 > h_{კრ}$) და ნაკადი ემყოფება წყნარ მდგომარეობაში, ხოლო თუ $i > i_{კრ}$, მაშინ $h_0 < h_{კრ}$ და ნაკადი მძაფრ მდგომარეობაშია. $i = i_{კრ}$ შემთხვევაში ნაკადი კრიტიკულ მდგომარეობაშია ($h_0 = h_{კრ}$).

§ 7.6. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმები პირდაპირი ძანგბის ($i > 0$) მქონე პრიზმულ კალაპოტებში

ვისარგებლოთ პრიზმულ კალაპოტებში წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებით (§ 7.4)

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - \left(\frac{K_0}{K}\right)^2}{1 - \Pi_3}. \qquad (7.18)$$

ეს განტოლება გამოსახავს ნაკადის სიღრმის ცვლილებას კალაპოტის სიგრძეზე. მისმა ანალიზმა უნდა გვიჩვენოს, თუ რა ფორმებს მიიღებს თავისუფალი ზედაპირის წირი არათანაბარი მოძრაობის პირობებში. ამისათვის დაგვჭირდება იმის გახსენება, რომ ნაკადის კრიტიკული მდგომარეობისას კინეტიკურობის პარამეტრი $\Pi_3 = 1$-ს, ხოლო მისი წყნარი და მძაფრი მდგომარეობისას — , შესაბამისად, $\Pi_3 < 1$ და $\Pi_3 > 1$.

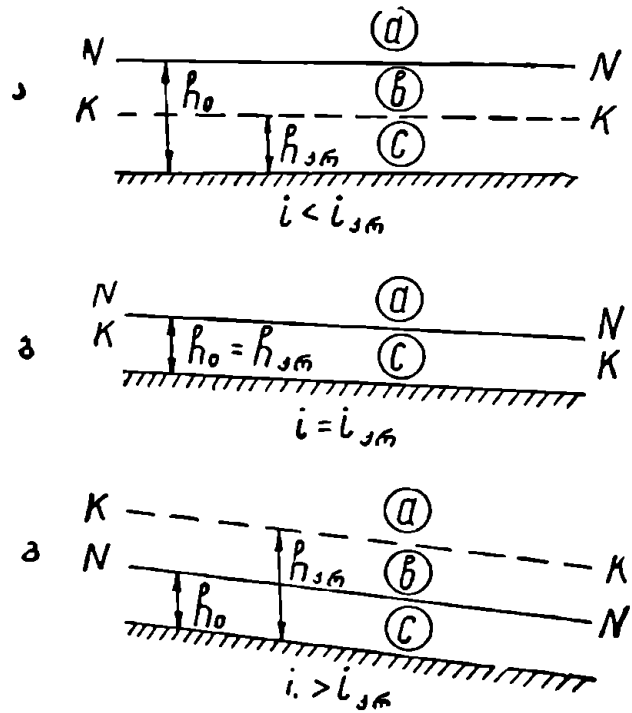
შევნიშნავთ, რომ არათანაბარი მოძრაობა ან თანაბარი მოძრაობისაგან აღმოცენდება, ან მისკენ მიისწრაფვის. ამიტომ ნორმალურ სიღრმეთა წირი ყოველთვის თავისუფალი ზედაპირის წირის ასიმპტოტას წარმოადგენს.

(7.18) განტოლების მრიცხველიც და მნიშვნელიც ნიშანცვლადი სიდიდეებია, რომლებიც თავიანთი ცვლილების შუალედში ნულოვან მნიშვნელობასაც ღებულობენ. როგორც ვნახეთ (§ 7.4), მრიცხველის ნულთან ტოლობა უპასუხებს კალაპოტში წყლის თანაბარ მოძრაობას, რომლის დროსაც ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირი კალაპოტის ფსკერის პარალელურია. თუ მნიშვნელი უტოლდება ნულს ($\Pi_3 = 1$), მაშინ $h = f(l)$ ფუნქცია განიცდის წყვეტას და ამ დროს ხდება ჰიდრავლიკისათვის ძალზე საინტერესო მოვლენა, რომელსაც ჰიდრავლიკურ ნახტომს უწოდებენ. (7.18) განტოლება თავისი არსით უწყვეტი ფუნქციაა, ამიტომ წყვეტის წერტილში ($\Pi_3 = 1$, ან რაც იგივეა, $h = h_{კრ}$) ის აზრს კარგავს.

ყველა დანარჩენ შემთხვევაში (7.18) გამოსახულება დადებითი ან უარყოფითი სიდიდეა და დამოკიდებულია მრიცხველისა და მნიშვნელის ნიშნების შეხამებაზე. თუ h სიღრმე დინების მიმართულებით მდორედ

იზრდება, ე. ი. $\frac{dh}{dl} > 0$, ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირს მეტბორეის წირს (მრუდს) უწოდებენ, ხოლო მოძრაობას — შენელებულს. თუ სიღრმე დინების მიმართულებით მდოვრედ მცირდება, ე. ი. $\frac{dh}{dl} < 0$, ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირს დაცემის წირს (მრუდს) უწოდებენ, ხოლო მოძრაობას — აჩქარებულს.

ახლა, ვთქვათ, კალაპოტში გაედინება ნაკადი Q ხარჯით. იმის მიხედვით, თუ როგორია კალაპოტის ფსკერის ქანობი, ნაკადი თანაბარი



ნახ. 7.7.

მოძრაობისას შეიძლება იმყოფებოდეს სხვადასხვა მდგომარეობაში (ნახ. 7.7):

ა) წყნარ მდგომარეობაში ($h_0 > h_{კრ}$, $i < i_{კრ}$);

ბ) კრიტიკულ მდგომარეობაში ($h_0 = h_{კრ}$, $i = i_{კრ}$);

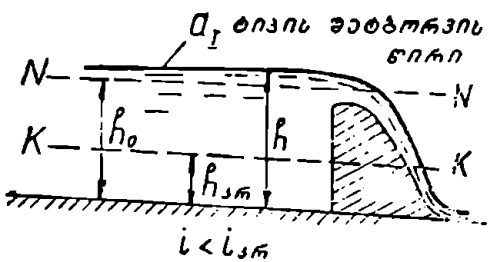
გ) მძაფრ მდგომარეობაში ($h_0 < h_{კრ}$, $i > i_{კრ}$).

არათანაბრად მოძრავი ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის ფორმების ანალიზის გაადვილების მიზნით კალაპოტის გრძივ პროფილ-

ზე (ნახ. 7.7) დავიტანოთ ნორმალური და კრიტიკული სიღრმეების შესაბამისი $N-N$ და $K-K$ წირები. მაშინ მთელი სივრცე კალაპოტის ფსკერის ზემოთ დაიყოფა სამ ზონად: *a* ზონა — $N-N$ და $K-K$ წირების ზემოთ; *b* ზონა — $N-N$ და $K-K$ წირებს შორის და *c* ზონა — $N-N$ და $K-K$ წირებს ქვემოთ. $i < i_{კრ}$ და $i > i_{კრ}$ შემთხვევებში (ნახ. 7.7, ა, გ) გვექნება სამ-სამი ზონა, ე. ი. სულ ექვსი, ხოლო $i = i_{კრ}$ შემთხვევაში (ნახ. 7.7, ბ) — ორი ზონა, რადგანაც ამ დროს $N-N$ და $K-K$ წირები ერთმანეთთან შეთავსებულია. მაშასადამე, კალაპოტის ფსკერის პირდაპირი ქანობისათვის ($i > 0$) საერთოდ გვექნება რვა ზონა, რომელთაგან თითოეულში ამა თუ იმ მიზეზის გამო შეიძლება აღმოჩნდეს ნაკადის თავისუფალი ზედაპირი. განვიხილოთ ცალკეული შემთხვევები:

I. ნაკადი თანაბარი მოძრაობისას წყნარ მდგომარეობაშია ($h_0 > h_{კრ}$; $i < i_{კრ}$; ნახ. 7.7, ა).

1. ვთქვათ, კალაპოტში კაშხალის აგების შედეგად ნაკადის თანაბარი მოძრაობა გადაიდა არათანაბარ მოძრაობაში, ხოლო სითხის თავისუფალი ზედაპირი აღმოჩნდა *a* ზონაში (ნახ. 7.8). ცხადია, ამ დროს გვაქვს შემდეგი უტოლობა: $h > h_0 > h_{კრ}$, სადაც h არის არათანაბარი მოძრაობის შესაბამისი ცვლადი სიღრმე, რომლის მნიშვნელობაც სხვადასხვაა კვეთში სხვადასხვაა. ასევე ცვლადი იქნება ცოცხალი კვეთის ფართობიც, და, მაშასადამე, ხარჯის მახასიათებელიც ნაკადის გასწვრივ. რადგანაც განსახილველ შემთხვევაში $h > h_0$, ამიტომ $\omega > \omega_0$ და $K > K_0$, ხოლო იმის გამო, რომ $h > h_{კრ}$-ზე, ნაკადი წყნარ მდგომარეობაშია და კინეტიკურობის პარამეტრი $\Pi_კ < 1$.

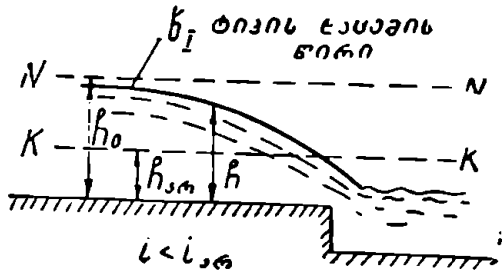


განვსაზღვროთ $\frac{dh}{dl}$ წარმოებულის ნიშანი, რისთვისაც ვისარგებლოთ (7.18) განტოლებით. ზემოთ აღნიშნულის გამო $\frac{K_0}{K}$ ფარდობა ერთზე ნაკლებია და ამიტომ (7.18)-ის მრიცხველი დადებითია; ასევე დადებითია მნიშვნელიც. მაშასადამე, $\frac{dh}{dl} > 0$. ეს იმას ნიშნავს, რომ ნაკადის სიღრმე დინების მიმართულებით იზრდება და თავისუფალი ზე-

დაპირის წირს ეკნება შეტბორვის წირის სახე. ის მთლიანად მოთავსებულია a ზონაში და აქვს ჩაზნექილი წირის ფორმა. მას a_I ტიპის შეტბორვის წირს უწოდებენ.

განვიხილოთ სასაზღვრო პირობები. დინების მიმართულებით h სიღრმე იზრდება და ზღვარში მიისწრაფვის უსასრულობისაკენ ($h \to \infty$). ასეთ შემთხვევაში $K \to \infty$ და $\Pi_3 \to 0$. ამიტომ $\frac{dh}{dl} \to i$. ეს ნიშნავს, რომ შეტბორვის წირი დინების მიმართულებით ასიმპტოტურად უახლოვდება ჰორიზონტალურ წრფეს, რადგანაც $dh = idl$ ტოლობის შემთხვევაში, სიღრმის dh სიდიდით გაზრდას შეესაბამება კალაპოტის ვარდნა idl სიდიდით.

დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით ნაკადის სიღრმე მცირდება და მიისწრაფვის ნორმალური სიღრმისაკენ: $h \to h_0$ (h სიღრმე არ შეიძლება h_0-ზე ნაკლები აღმოჩნდეს, რადგანაც a_I შეტბორვის წირი მთლიანად a ზონაშია მოთავსებული). ასეთ შემთხვევაში $K \to K_0$ და, მაშასადამე, $\frac{dh}{dl} \to 0$, ე. ი. დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით შეტბორვის წირი ასიმპტოტურად უახლოვდება $N-N$ წირს. როგორც ვხედავთ, ნაგებობის მიერ შექმნილი შეტბორვა თეორიულად უსასრულოდ ვრცელდება. საინჟინრო გაანგარიშებებში შეტბორვის წირის სიგრძეს განსაზღვრავენ ნაგებობიდან იმ კვეთამდე, რომელშიც სიღრმე პრაქტიკულად ნორმალურს (h_0) უახლოვდება.



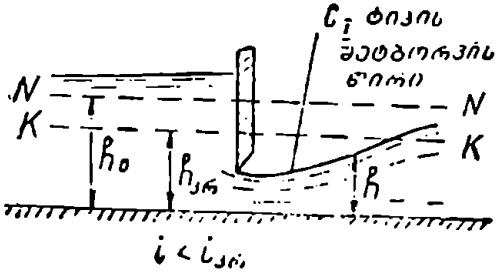
ნახ. 7.9.

2. ვთქვათ, კალაპოტში ვარდნილის მოწყობის შედეგად თანაბარი მოძრაობა დაირღვა და გადაიქცა არათანაბარ მოძრაობაში, ხოლო სითხის თავისუფალი ზედაპირი აღმოჩნდა b ზონაში (ნახ. 7.9). ცხადია, ამ შემთხვევაში გვექნება $h_0 > h > h_{კრ}$ და, როგორც ყველა წყნარი ნაკადისათვის, $\Pi_3 < 1$. მაშასადამე, $\frac{dh}{dl} < 0$. ეს ნიშნავს, რომ ნაკადის სიღრმე დინების მიმართულებით მცირდება და თავისუფალი ზედაპირის წირს ეკნება **დაცემის წირის სახე**. ის მთლიანად მოთავსებულია b ზონაში და აქვს ამოზნექილი წირის ფორმა. მას b_I ტიპის დაცემის წირს უწოდებენ.

დინების მიმართულებით h სიღრმე მცირდება და მიისწრაფვის კრიტიკული სიღრმისაკენ ($h \to h_{კრ}$). ასეთ შემთხვევაში $K \to K_{კრ} < K_0$ და

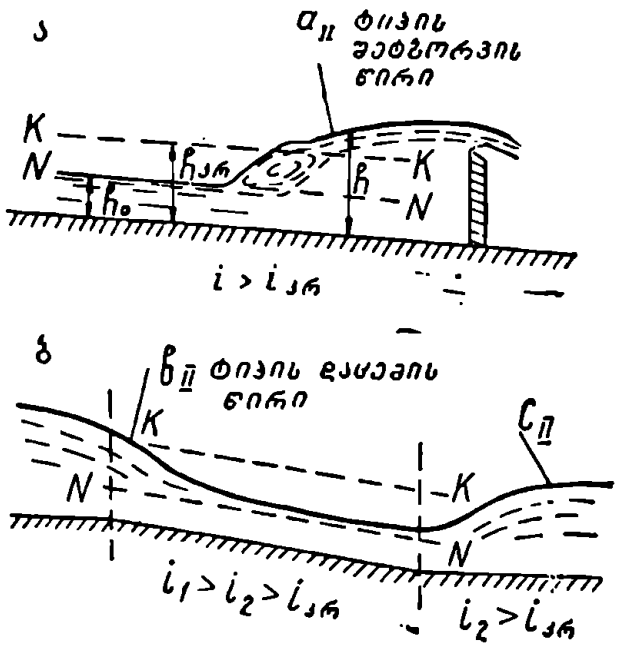
Π_3^5 — 1. ამიტომ $\frac{dh}{dl} \to \infty$, ე. ი. $h = h_{კრ}$ წერტილში თავისუფალი ზედაპირის წირის მხები ვერტიკალურია.

დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით ნაკადის სიღრმე იზრდება და მიისწრაფვის ნორმალური სიღრმისაკენ: $h \to h_0$. ასეთ შემთხვევაში $K - K_0$ და, მაშასადამე, $\frac{dh}{dl} \to 0$, ე. ი. დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით დაცემის წირი ასიმპტოტურად უახლოვდება ნორმალური სიღრმის $N-N$ წირს. დაცემის წირის დასაწყისი უსასრულობაშია და წინა პუნქტში გამოთქმული მოსაზრება წირის სიგრძის შესახებ ამ შემთხვევაშიც ძალაში რჩება.



ნახ. 7.10.

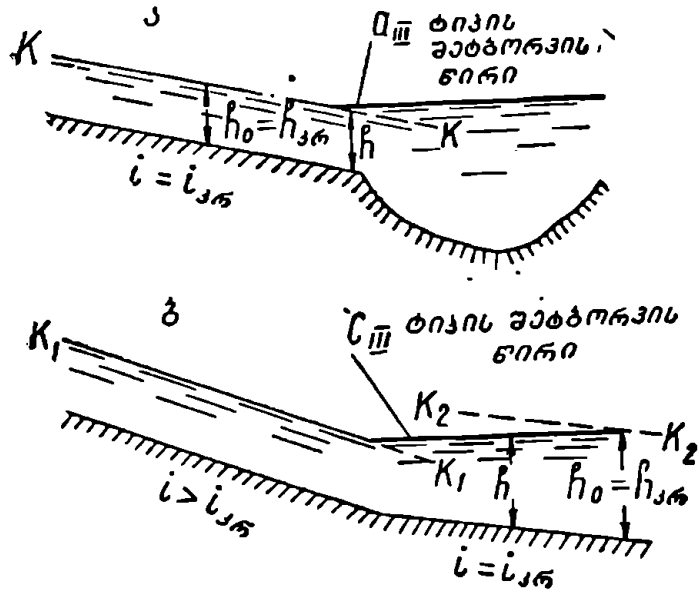
3. (7.10) ნახაზზე ნაჩვენებია კალაპოტის უბანი, რომელზეც თანაბარი მოძრაობისას ნაკადი წყნარ მდგომარეობაშია. ახლა, ვთქვათ, ფა-



ნახ. 7.11.

რის მოწყობის შედეგად თანაბარი მოძრაობა დაირღვა და გადაიქცა არათანაბარში, ხოლო სითხის თავისუფალი ზედაპირი აღმოჩნდა c ზონაში. ამ შემთხვევაში გვექნება $h_0 > h_{კრ} > h$. რადგანაც $h < h_{კრ}$-ზე, კინეტიკურობის პარამეტრი $\Pi_k > 1$.

ზემოთ განხილულის ანალოგიურად, ადვილად დავადგენთ, რომ $\frac{dh}{dl} > 0$. მაშასადამე, თავისუფალი ზედაპირის წირს ექნება შეტბორვის წირის სახე, რომელიც მთლიანად მოთავსებულია c ზონაში და



ნახ. 7.12.

აქვს ჩაზნექილი წირის ფორმა. მას c_I ტიპის შეტბორვის წირს უწოდებენ.

დინების მიმართულებით $h \to h_{კრ}$, $K \to K_{კრ} < K_0$ და $\Pi_k \to 1$. ამიტომ $\frac{dh}{dl} \to \infty$, ე. ი. $h = h_{კრ}$ წერტილში თავისუფალი ზედაპირის წირის მხები ვერტიკალურია.

დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით $h \to 0$, რასაც ფიზიკური აზრი არ გააჩნია (როცა $h = 0$-ს, მაშინ $Q = 0$-ს).

ანალოგიური მსჯელობით დავადგენთ თავისუფალი ზედაპირის წირის ფორმებს II და III შემთხვევისათვის, როცა ნაკადი თანაბარი მოძრაობისას არის მდინარ ($h_0 < h_{კრ}$; $i > i_{კრ}$) და კრიტიკულ ($h_0 = h_{კრ}$; $i = i_{კრ}$) მდგომარეობაში. (7.11) და (7.12) ნახაზებზე მოცემულია თავისუფალი ზედაპირის შესაძლო ფორმები აღნიშნული შემთხვევებისათვის.

§ 7.7. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმები ნულოვანი და უარყოფითი ძაბვების მქონე ($i=0$; $i<0$) პრიზმულ კალაპოტებში

თანაბარი მოძრაობის განტოლებიდან (შეზის ფორმულიდან) ჩანს, რომ ნულოვანი და უარყოფითი ქანობის მქონე კალაპოტებში სითხის თანაბარი მოძრაობა შეუძლებელია. ამიტომ ნახაზზე ვერ დავიტანთ ვერც თანაბარი მოძრაობის ნორმალურ სიღრმეს და ვერც მის შესაბამის $N—N$ წირს. სქემაზე გვექნება, მხოლოდ $h_{კრ}$ კრიტიკული სიღრმის შესაბამისი $K—K$ წირი, რადგანაც კრიტიკული სიღრმის მნიშვნელობა კალაპოტის ქანობზე დამოკიდებული არ არის. მაშასადამე, განსახილველ შემთხვევაში გვექნება მხოლოდ b და c ზონები.

კალაპოტის ნულოვანი ან უარყოფითი ქანობის მქონე უბანზე წყალი მოძრაობს იმ კუთრი ენერგიის (E) ხარჯზე, რომელიც ნაკადს აქვს ასეთ უბანზე შესვლის მომენტისათვის. ეს ენერგია გზადაგზა მცირდება, რადგანაც ნაკადს უხდება ჰიდრავლიკურ წინაღობათა გადალახვა. ასევე მცირდება კვეთის Θ კუთრი ენერგიაც (იხ. § 7.5).

$i=0$ ან $i<0$ ქანობის მქონე უბანზე ნაკადის შესვლა კრიტიკულ მდგომარეობაში ფიზიკურად შეუძლებელია, რადგანაც ამ დროს ნაკადს აქვს კვეთის კუთრი ენერგიის მინიმუმი და არ არსებობს ენერგიის წყარო ჰიდრავლიკურ წინაღობათა დასაძლევად. ამიტომ ნულოვანი ან უარყოფითი ქანობის მქონე უბანზე ნაკადი შეიძლება შევიდეს მხოლოდ წყნარ ან მძაფრ მდგომარეობაში. განვიხილოთ ეს ორი შემთხვევა.

I. ნ ა კ ა დ ი წ ყ ნ ა რ მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა შ ი ა ($h>h_{კრ}$). კვეთის კუთრი ენერგია ასეთ ნაკადში ხასიათდება $\Theta=f(h)$ ფუნქციის გრაფიკის ზედა შტოთი (ნახ. 7.5), საიდანაც ჩანს, რომ კვეთის კუთრი ენერგიის შემცირებას შეესაბამება სიღრმის შემცირება დინების მიმართულებით. აქედან დავასკვნით, რომ ნულოვანი და უარყოფითი ქანობის მქონე უბანზე ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმა იქნება დ ა ც ე მ ი ს წ ი რ ი.

II. ნ ა კ ა დ ი მ ძ ა ფ რ მ დ გ ო მ ა რ ე ო ბ ა შ ი ა ($h<h_{კრ}$). კვეთის კუთრი ენერგია ასეთ ნაკადში ხასიათდება $\Theta=f(h)$ ფუნქციის გრაფიკის ქვედა შტოთი, საიდანაც ჩანს, რომ კვეთის კუთრი ენერგიის შემცირებას შეესაბამება სიღრმის ზრდა დინების მიმართულებით. მაშასადამე, განსახილველ შემთხვევაში ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმა იქნება შ ე ტ ბ ო რ ვ ი ს წ ი რ ი.

როგორც ვხედავთ, პრიზმულ კალაპოტებში წყლის არათანაბარი მოძრაობისას ჩვენ გვექნება ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის სულ თორმეტი შესაძლო ფორმა. შევნიშნავთ, რომ თავისუფალი ზედაპირის წირები $N—N$ წირს ასიმპტოტურად უახლოვდება, ხოლო $K—K$ წირს—

ისეთნაირად, რომ $h=h_{კრ}$ სიღრმისას თავისუფალი ზედაპირის წარის მხები ვერტიკალურია. ამასთან, ეს წირები არასოდეს არ კვეთს $N-N$ და $K-K$ წრფეებს.

§ 7.8. მაჩვენებლიანი დამოკიდებულება ხარჯის მოდულების შანდობისათვის. კალაპოტის ჰიდრავლიკური მაჩვენებელი

არათანაბარი მოძრაობის განტოლებაში შედის ფარდობა $(K/K_0)^2$, რომელიც h სიღრმის საკმარისად რთული ფუნქციაა, რადგანაც $K=\omega C\sqrt{R}$ გამოსახულებაში შემავალი სიდიდეების გამოსახვა h-ის საშუალებით გაძნელებულია. ამიტომ პრაქტიკაში ხშირად სარგებლობენ ბ. ბახმეტევის მაჩვენებლიანი დამოკიდებულებით

$$\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2=\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x, \tag{7.31}$$

სადაც h_1 და h_2 არის ნებისმიერი სიღრმეები მოცემულ პრიზმულ კალაპოტში;

K_1 და K_2 — ამ სიღრმეების შესაბამისი ხარჯის მახასიათებლები;

x — ე. წ. კალაპოტის ჰიდრავლიკური მაჩვენებელი.

ხარისხის მაჩვენებელს სხვადასხვა ფორმის განივი კვეთის კალაპოტისათვის სხვადასხვა მნიშვნელობა აქვს, მაგრამ სწორი ფორმის პრიზმული კალაპოტისათვის ის შეიძლება მუდმივად ჩავთვალოთ. თუ გავალოგარითმებთ (7.31) გამოსახულებას, შეკძლებთ, განვსაზღვროთ x

$$x=\frac{2(\lg K_1-\lg K_2)}{\lg h_1-\lg h_2} \tag{7.32}$$

ფართო სწორკუთხა კალაპოტისათვის $x=3$; ფართო პარაბოლური კალაპოტისათვის $x=4$; სამკუთხა კალაპოტისათვის $x=5$; შეზღუდული სიგანის სწორკუთხა და ტრაპეციული კალაპოტებისათვის x შეიძლება გამოვთვალოთ რ. ჩეზეის ფორმულებით.

სწორკუთხა კალაპოტისათვის

$$x=3{,}4-\frac{2{,}8}{\frac{b}{h_{სად}}+2}. \tag{7.33}$$

ტრაპეციული კალაპოტისათვის

$$x=3{,}4\left(1+\frac{m}{\frac{b}{h_{სად}}+m}\right)-1{,}4\,\frac{2\sqrt{1+m^2}}{\frac{b}{h_{სად}}+2\sqrt{1+m^2}}, \tag{7.34}$$

სადაც $h_{საშ}=\frac{h_1+h_2}{2}$ არის საშუალო სიღრმე;

m — კალაპოტის ფერდოს ქანედებულის კოეფიციენტი;

b — ფსკერის სიგანე.

არის კალაპოტების ჯგუფი, რომელთათვისაც (7.31) დამოკიდებულება საერთოდ არ გამოდგება (მაგალითად, ჩაკეტილი და შედგენილი პროფილის კალაპოტები).

§ 7.8. პრიზმულ კალაპოტში წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება (ბ. ბახმეტევის მეთოდით)

აღნიშნული განტოლება დიფერენციალური ფორმით იძლევა დინების ღერძის გასწვრივ ნაკადის სიღრმის ცვლილების კანონს. მისი ინტეგრირებით მივიღებთ საანგარიშო ფორმულებს შეტბორვისა და დაცემის წირების ასაგებად.

შევნიშნავთ, რომ არაპრიზმულ კალაპოტში წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებას (7.11) ამოხსნა არა აქვს, რადგანაც ზოგად შემთხვევაში არ არის ცნობილი $\omega=f(l)$ ფუნქცია. რაც შეეხება პრიზმულ კალაპოტებში არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირებას, ეს საკითხი რადიკალურად იქნა გადაწყვეტილი რუსი და საბჭოთა მეცნიერების ბ. ბახმეტევის, ნ. პავლოვსკის და სხვათა მიერ.

1. **განტოლების ინტეგრირება, როცა $i>0$.** (7.18) განტოლება ასეთი ფორმით ჩავწეროთ:

$$\frac{dh}{dl}=i\,\frac{1-\left(\frac{K_0}{K}\right)^2}{1-\frac{\alpha Q^2}{g}\,\frac{B}{\omega^3}}. \qquad (7\ 35)$$

ამ გამოსახულებაში K, B და ω სიდიდეები h სიღრმის ფუნქციებია, ხოლო დანარჩენი სიდიდეები მუდმივია. ამიტომ შეგვიძლია, ვიგულისხმოთ, რომ (7.35) განტოლების მარჯვენა ნაწილი h ის რაიმე ფუნქციაა და მაშინ ცვლადთა დაცალკევებით გვექნება: $dl=F(h)\,dh$. მაშასადამე, (7.35) განტოლება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებაა დაცალკევებული ცვლადებით. მისი ინტეგრირებისათვის გარდავქმნათ მარჯვენა ნაწილი.

ვისარგებლოთ ბ. ბახმეტევის (7.31) მაჩვენებლიანი დამოკიდებულებით და განსახილველი შემთხვევისათვის დავწეროთ

$$\left(\frac{K_0}{K}\right)^2 = \left(\frac{h_0}{h}\right)^x.$$

მაშინ (7.35) გამოსახულების მრიცხველი ასეთ სახეს მიიღებს:

$$1-\left(\frac{K_0}{K}\right)^2 = 1-\left(\frac{h_0}{h}\right)^x.$$

მნიშვნელის მეორე შესაკრები ასეთნაირად გარდავქმნათ:

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \frac{\alpha i K_0^3 B}{g\omega^2\omega} = \frac{\alpha i K_0^3 B}{g\omega^2\omega}\frac{C^2}{C^2}\frac{\chi}{\chi} = \frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\frac{K_0^3}{\omega^3 C^2 R} =$$
$$= \frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\frac{K_0^2}{\omega^3 C^2 R} = \frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\left(\frac{K_0}{K}\right)^2.$$

მაშინ მნიშვნელი ასე ჩაიწერება:

$$1-\frac{\alpha Q^2}{g}\frac{B}{\omega^3} = 1-\frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\left(\frac{K_0}{K}\right)^2 = 1-\frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\left(\frac{h_0}{h}\right)^x.$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.35) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{dh}{dl} = i\frac{1-\left(\frac{K_0}{K}\right)^2}{1-\frac{\alpha Q^2}{g}\frac{B}{\omega^3}} = i\frac{1-\left(\frac{h_0}{h}\right)^x}{1-\frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\left(\frac{h_0}{h}\right)^x}.$$

ჩაწერის გამარტივების მიზნით, აღვნიშნოთ $\frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi} = j$. ახლა ბოლო გამოსახულების მრიცხველიც და მნიშვნელიც გავყოთ $(h_0/h)^x$-ზე, მივიღებთ

$$\frac{dh}{dl} = i\frac{\left(\frac{h}{h_0}\right)^x - 1}{\left(\frac{h}{h_0}\right)^x - j}. \qquad (7.36)$$

(7.36) განტოლებაში შემოვიტანოთ ახალი ცვლადი (ფარდობითი სიღრმე) $\eta = h/h_0$, მაშინ $d\eta = dh/h_0$, საიდანაც $dh = h_0 d\eta$, ამიტომ

$$\frac{h_0 d\eta}{dl} = i\frac{\eta^x - 1}{\eta^x - j}. \qquad (7.37)$$

ცვლადთა დაცალკევებით მივიღებთ

$$\frac{idl}{h_0} = \frac{\eta^n - j}{\eta^x - 1} d\eta = d\eta + (1-j)\frac{d\eta}{\eta^x - 1}.$$

ინტეგრირებით ვპოულობთ

$$\frac{i(l_2 - l_1)}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - \int_{\eta_1}^{\eta_2} (1-j)\frac{d\eta}{1-\eta^x}.$$

აღვნიშნოთ

$$\int \frac{d\eta}{1-\eta^x} = \varphi(\eta) + C.$$

მასთან ერთად შევნიშნავთ, რომ j სიდიდე h სიღრმის ცვლილებით, ჩვეულებრივ, მცირედით იცვლება. ამიტომ შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ $j \approx j_{საშ} = \text{const}$ და გამოვიტანოთ ინტეგრალის ნიშნის გარეთ.

მაშინ საბოლოოდ გვექნება

$$\frac{i(l_2 - l_1)}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j_{საშ})[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)], \qquad (7.38)$$

სადაც $l_2 - l_1 = l$ არის ორ განსახილველ კვეთს შორის კალაპოტის უბნის სიგრძე (ნახ. 7.13);

η_1 და η_2 — შესაბამისად h_1/h_0 და h_2/h_0;

$\varphi(\eta_1)$ და $\varphi(\eta_2)$ — $\varphi(\eta)$ ფუნქციის მნიშვნელობები უბნის ბოლო კვეთებში $\eta_1 = \frac{h_1}{h_0}$ და $\eta_2 = \frac{h_2}{h_0}$ სიდიდეებისათვის;

$j_{საშ} = \frac{\alpha C^2_{საშ} i}{g} \frac{B_{საშ}}{\chi_{საშ}}$; $C_{საშ}$, $B_{საშ}$ და $\chi_{საშ}$ სიდიდეები გაიანგარიშება საშუალო სიღრმისათვის $h_{საშ} = \frac{h_1 + h_2}{2}$. აქ h_1 და h_2 სიღრმეებია განსახილველი უბნის ბოლო კვეთებში

$\varphi(\eta) = \int \frac{d\eta}{1-\eta^x} + C$ ფუნქციის რიცხვითი მნიშვნელობების საპოვნელად ნ. პავლოვსკის მიერ შედგენილია ცხრილები კალაპოტის ჰიდრავლიკური მაჩვენებლის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის ($x = 2{,}0$-დან $x = 5{,}5$-მდე $\Delta x = 0{,}25$ ინტერვალით).

(7.38) განტოლების საშუალებით შეიძლება გადავწყვიტოთ შემდეგი ამოცანები:

ა) მოცემულია h_1 სიღრმე (ან h_2). უნდა განვსაზღვროთ h_2 (ან h_1) სიღრმე, რომელიც პირველი კვეთიდან (ან მეორედან) დაცილებულია l

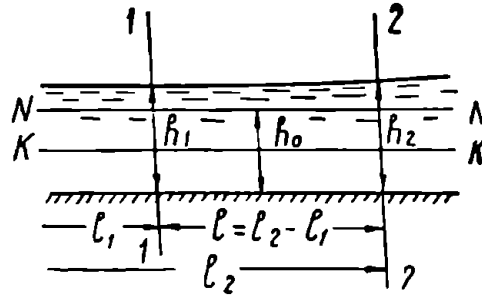
მანძილით (კვეთი h_2 სიღრმით მდებარეობს დინების მიმართულებით ქვემოთ);

ბ) მოცემულია h_1 და h_2. უნდა განვსაზღვროთ l მანძილი პირველ და მეორე კვეთებს შორის;

გ) გარკვეულ კვეთში მოცემულია h_1 ან h_2. უნდა ვეძებოთ ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირი.

2. განტოლების ინტეგრირება როცა $i=0$. ამ შემთხვევაში (7.16) განტოლება ასეთ სახეს ღებულობს:

$$\frac{dh}{dl}=\frac{\dfrac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{\dfrac{\alpha Q^2}{g}\dfrac{B}{\omega^3}-1}. \qquad (7.39)$$



ნახ. 7.13

როგორც აღვნიშნეთ, როცა $i=0$-ს, ნაკადის თანაბარი მოძრაობა შეუძლებელია. ამიტომ (7.39) განტოლების გარდაქმნისას h_0 ნორმალური სიღრმის ნაცვლად სარგებლობენ კრიტიკული სიღრმის ცნებით.

დავუშვათ, რომ მოცემულ ჰორიზონტალურ კალაპოტში გამავალი Q ხარჯი სიდიდით იმ ხარჯის ტოლია, რომელიც გაედინებოდა თანაბარი მოძრაობის პირობებში ასეთივე ფორმისა და ზომების კალაპოტში ფსკერის ქანობი რომ კრიტიკული ყოფილიყო. მაშინ გვექნებოდა $Q=K_{კრ}\sqrt{i_{კრ}}$, სადაც $K_{კრ}=\omega_{კრ}C_{კრ}\sqrt{R_{კრ}}$ არის კრიტიკული სიღრმის შესაბამისი ხარჯის მახასიათებელი. აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.39) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{dh}{dl}=\frac{\dfrac{i_{კრ}K_{კრ}^2}{K^2}}{\dfrac{\alpha i_{კრ}K_{კრ}^2 B}{g\omega^3}-1}=i_{კრ}\frac{\left(\dfrac{K_{კრ}}{K}\right)^2}{\dfrac{\alpha i_{კრ}K_{კრ}^2 B}{g\omega^3}-1}. \qquad (7.40)$$

გარდაქმნათ ამ გამოსახულების მნიშვნელი ისე, როგორც ეს წინა შემთხვევაში ($i>0$) გვქონდა

$$\frac{\alpha i_{კრ}K_{კრ}^2 B}{g\omega^2\omega}\frac{C^2}{C^2}\frac{\chi}{\chi}-1=\frac{\alpha C^2 i_{კრ}}{g}\frac{B}{\chi}\frac{K_{კრ}^2}{K^2}-1.$$

(7.40) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{dh}{dl}=i_{კრ}\frac{\left(\frac{K_{კრ}}{K}\right)^2}{\frac{\alpha C^2 i_{კრ}}{g}\frac{B}{\chi}\left(\frac{K_{კრ}}{K}\right)^2-1}. \qquad (7.41)$$

აღვნიშნოთ $\frac{\alpha C^2 i_{კრ}}{g}\frac{B}{\chi}=j_{კრ}$. ბ. ბახმეტევის მიჩვენებლიან დამოკიდებულებას განსახილველი შემთხვევისათვის ასეთი სახით ვწერთ:

$$\left(\frac{K_{კრ}}{K}\right)^2=\left(\frac{h_{კრ}}{h}\right)^x. \qquad (7.42)$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.41) გამოსახულება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{dh}{dl}=i_{კრ}\frac{\left(\frac{h_{კრ}}{h}\right)^x}{j_{კრ}\left(\frac{h_{კრ}}{h}\right)^x-1}=\frac{i_{კრ}}{j_{კრ}-\left(\frac{h}{h_{კრ}}\right)^x}. \qquad (7.43)$$

შემოვიტანოთ ახალი ცვლადი: $\xi=h/h_{კრ}$, მაშინ $d\xi=dh/h_{კრ}$, საიდანაც $dh=h_{კრ}\,d\xi$, ამიტომ

$$\frac{h_{კრ}\,d\xi}{dl}=\frac{i_{კრ}}{j_{კრ}-\xi^x}. \qquad (7.44)$$

ცვლადთა დაცალკევებით მივიღებთ

$$\frac{i_{კრ}\,dl}{h_{კრ}}=(j_{კრ}-\xi^x)\,d\xi.$$

ინტეგრირებით ვპოულობთ (ჩავთვალოთ, რომ $j_{კრ}=\text{const}$)

$$\frac{i_{კრ}(l_2-l_1)}{h_{კრ}}=j_{კრ}(\xi_2-\xi_1)-\frac{1}{x+1}(\xi_2^{x+1}-\xi_1^{x+1}). \qquad (7.45)$$

ეს განტოლება შეიძლება ასეთ სახეზე დავიყვანოთ:

$$\frac{i_{კრ}(l_2-l_1)}{h_{კრ}}=(\xi_2-\xi_1)(j_{კრ}-1)-|\varphi(\xi_2)-\varphi(\xi_1)|, \qquad (7.46)$$

სადაც $\varphi(\xi)$ ფუნქციის მნიშვნელობები $[\varphi(\xi_1)$ და $\varphi(\xi_2)]$ მოიძებნება ცხრილებიდან ξ_1 და ξ_2 სიდიდეების მიხედვით წინასწარ დადგენილი x-სთვის. $j_{კრ}$ გამოითვლება განსახილველ უბანზე საშუალო სიღრმისათვის. ხშირ შემთხვევაში უშვებენ, რომ $j_{კრ}\approx 1{,}0$.

8. განტოლების ინტეგრირება როცა $i<0$. გამოყვანის გარეშე მოგვყავს საბოლოო შედეგი

$$\frac{i'(l_2-l_1)}{h_0'}=-(\zeta_2-\zeta_1)+(1+j'_{საშ})[\varphi(\zeta_2)-\varphi(\zeta_1)]. \qquad (7.47)$$

აქ $\zeta_1=h_1/h_0'$ და $\zeta_2=h_2/h_0'$ არის ფარდობითი სიღრმეები; i' — კალაპოტის ფსკერის ქანობის აბსოლუტური მნიშვნელობაა $i'=|i|$; h_0' — წარმოსახვითი ნორმალური სიღრმე, რომელიც დამყარდებოდა თანაბარი მოძრაობის პირობებში მოცემული უარყოფითი ქანობის მქონე კალაპოტში, წყალს რომ დინების ნამდვილი მიმართულების საწინააღმდეგოდ ემოძრავა; $j'_{საშ}$ — გამოითვლება ისევე, როგორც პირდაპირი ქანობის ($i>0$) შემთხვევაში. რაც შეეხება $\varphi(\zeta)$ ფუნქციას, მისი მნიშვნელობები მოიძებნება ცხრილებიდან ζ_1 და ζ_2 სიდიდეების მიხედვით წინასწარ დადგენილი x-სთვის.

§ 7.10. წყლის მდუმარედ ცვალებადი არათანაბარი მოძრაობა არაპრიზმულ ხელოვნურ კალაპოტებში (არხებში). ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ღირის აგება გერნუშლის განტოლებით (ვ. ჩარნომსკის მეთოდი)

განვიხილოთ არაპრიზმული ხელოვნური კალაპოტი, რომელიც სიგრძეზე ან ფართოვდება, ან ვიწროვდება. ასეთ შემთხვევაში არათანაბარი მოძრაობის (7.11) დიფერენციალური განტოლება ძალზე რთულ სახეს ღებულობს და მისი ინტეგრირება ზოგად შემთხვევაში მიახლოებითაც კი ვერ ხერხდება. საქმის ართულებს ისიც, რომ ჯერ კიდევ სრულად არ არის შესწავლილი, თუ რა ფორმები შეიძლება ჰქონდეს სითხის თავისუფალ ზედაპირს აღნიშნულ კალაპოტებში.

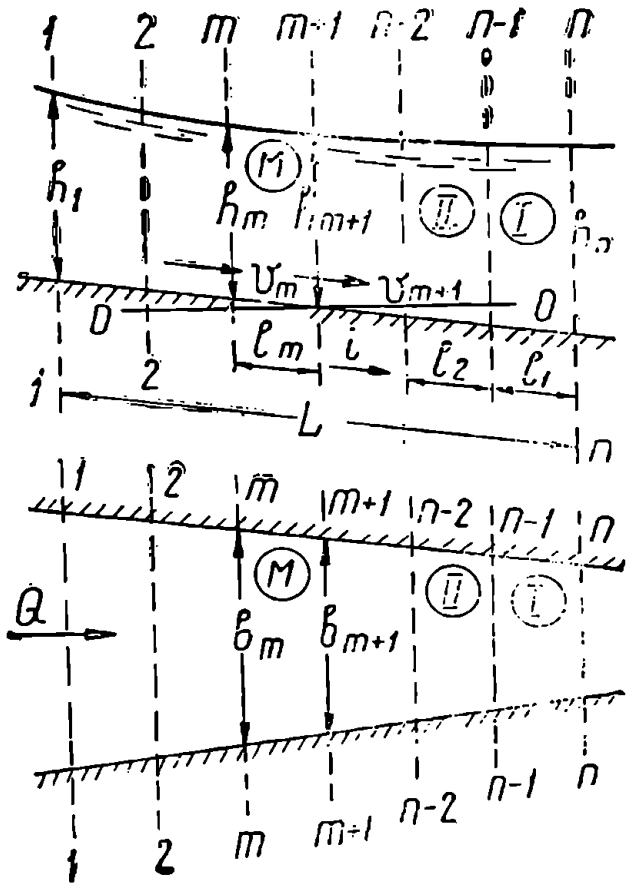
1914 წელს ვ. ჩარნომსკიმ გამოაქვეყნა ამოცანის გადაწყვეტის თავისი მეთოდი (საასრულ სხვაობათა მეთოდი), რომელიც ეყრდნობა ბერნულის განტოლების გამოყენებას.

ვთქვათ, $i>0$ შემთხვევაში მოცემულია: არხის კალაპოტი, Q ხარჯი და h_n სიღრმე n—n კვეთში (ნახ. 7.14). ჩვენი მიზანია ავაგოთ სითხის თავისუფალი ზედაპირის წირი. ამისათვის 1—1 და n—n კვეთებს შორის L მანძილს ვყოფთ **შედარებით მცირე** l **სიგრძის** ტოლ უბნებად, რის შემდეგაც თითოეულ უბანს გავიანგარიშებთ ცალცალკე დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით (ჯერ I უბანს, შემდეგ II-ს და ა. შ.).

მაგალითისათვის განვიხილოთ m და $m+1$ კვეთებით შემოფარგლული l_m სიგრძის M უბანი. გაანგარიშება მდგომარეობს იმაში (ერთ-ერთი ვარიანტი), რომ მოცემული i-ს, l_m-ისა და h_{m+1}-ის მიხედვით გამოვთვალოთ ნაკადის h_m სიღრმე უბნის დასაწყისში. გავატაროთ O—O საფარ-

დი სიბრტყე $(m+1)$ კვეთში ფსკერის უდაბლეს წერტილზე და შევადგინოთ ბერნულის განტოლება m და $(m+1)$ კვეთებისათვის

$$h_m + il_m + \frac{\alpha v_m^2}{2g} = h_{m+1} + \frac{\alpha v_{m+1}^2}{2g} + h_{დან} \qquad (7.48)$$



ნახ. 7.14.

სადაც il_m არის კალაპოტის ფსკერის ვარდნა m კვეთიდან $(m+1)$ კვეთამდე;

v_m და v_{m+1} — საშუალო სიჩქარეები;

$h_{დან}$ — დაწნევის დანაკარგი განსახილველ კვეთებს შორის. მდოვრედ ცვალებადი მოძრაობისას დაწნევის ადგილობრივ დანაკარგებს უგულებელვყოფთ, ამიტომ $h_{დან} = h_{სიგ}$.

როგორც გვახსოვს, ჰიდრავლიკური ქანობი არის დაწნევის დანაკარგი სიგრძის ერთეულზე და, (7.7) ფორმულის თანახმად, $J=\frac{v^2}{C^2R}$. ამიტომ l_m სიგრძის უბანზე დაწნევის დანაკარგი

$$h_{საშ}=J_{საშ}\,l_m=i_{ხახ.საშ}\,l_m, \tag{7.49}$$

სადაც $i_{ხახ.საშ}$ არის ხახუნის ქანობის საშუალო მნიშვნელობა l_m სიგრძეზე.

მაშინ (7.48) ბერნულის განტოლება შეიძლება ასეთი სახით ჩაწეროთ:

$$l_m=\frac{Э_{m+1}-Э_m}{i-i_{ხახ.საშ}}. \tag{7.48'}$$

ამ გამოსახულებაში, რომელიც ძირითად საანგარიშო განტოლებას წარმოადგენს, $Э_m$ და $Э_{m+1}$ არის კვეთის კუთრი ენერგიის მნიშვნელობები, შესაბამისად, m და $m+1$ კვეთებისათვის

$$Э_m=h_m+\frac{\alpha v_m^2}{2g};\quad Э_{m+1}=h_{m+1}+\frac{\alpha v_{m+1}^2}{2g}. \tag{7.50}$$

$i_{ხახ.საშ}$ გამოითვლება ფორმულით (7.7 გამოსახულების თანახმად)

$$i_{ხახ.საშ}=\frac{v_{საშ}^2}{C_{საშ}^2\,R_{საშ}}, \tag{7.51}$$

სადაც $v_{საშ}$, $C_{საშ}$, $R_{საშ}$ არის $h_{საშ}=(h_m+h_{m+1})/2$ საშუალო სიღრმით გამოთვლილი ჰიდრავლიკური ელემენტები.

(7.48)′ განტოლებას ვხსნით შერჩევის მეთოდით. m კვეთში ეუშვებთ სიღრმის სხვადასხვა მნიშვნელობას: h_{m1}, h_{m2}, h_{m3}, ..., h_{mi} და თითოეული სიღრმისათვის (7.50) და (7.51) ფორმულებით ვსაზღვრავთ $Э_m$ და $i_{ხახ}$ სიდიდეებს. საძიებელი h_m სიღრმე იქნება ის, რომელიც დააკმაყოფილებს (7.48)′ ტოლობას.

ამის შემდეგ გავიანგარიშებთ დინების საწინააღმდეგოდ (ზემოთ) მდებარე მომდევნო უბანს, რომლისთვისაც უკვე ცნობილი იქნება h_m სიღრმე და ა. შ. ნაპოვნი სიღრმეებით განსაზღვრულ წერტილებს შეეაერთებთ მდოვრე წირით. ეს უკანასკნელი იქნება თავისუფალი ზედაპირის საძიებელი წირი.

ჩვენ რომ მოცემული გვქონოდა h_m სიღრმე m კვეთში, მაშინ გაანგარიშებას ჩავატარებდით იგივე (7.48)′ განტოლებით, მხოლოდ ნაკადის დინების მიმართულებით, ე. ი. განსახილველი M უბნის l_m სიგრძისა და h_m სიღრმის მიხედვით ვეპოვიდით h_{m+1} სიღრმეს.

(7.48)′ განტოლება მართებულია ნულოვანი ($i=0$) და უარყოფითი ($i<0$) ქანობების შემთხვევაშიც:

როცა $i=0$-ს, მაშინ

$$l_m = \frac{\Theta_{m+1}-\Theta_m}{i_{\text{ხახ.ს.ა}}}; \qquad (7.52)$$

როცა $i<0$, მაშინ

$$l_m = -\frac{\Theta_{m+1}-\Theta_m}{|i|-i_{\text{ხახ.ს.ა}}}, \qquad (7.53)$$

სადაც $|i|$ არის i უარყოფითი ქანობის აბსოლუტური მნიშვნელობა.

იმის გამო, რომ პრიზმული კალაპოტი არაპრიზმულის კერძო შემთხვევაა, (7.48)′ განტოლებით შეიძლება ვისარგებლოთ პრიზმულ კალაპოტში ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის ასაგებადაც. ამ შემთხვევაში განტოლება ამოიხსნება შერჩევის გარეშე.

§ 7.11. წყლის მოძრაობა ბუნებრივ კალაპოტებში

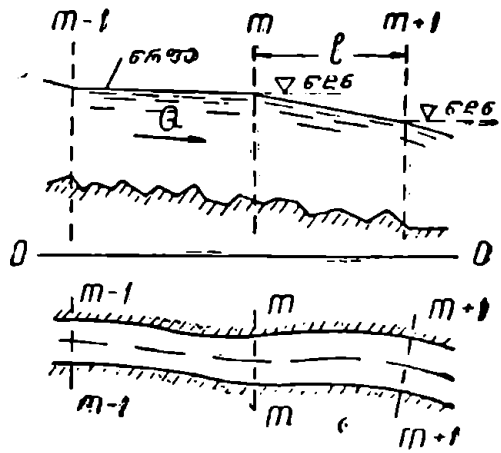
1. ზოგადი ცნობები. ხელოვნური კალაპოტებისაგან (არხებისაგან) განსხვავებით, ბუნებრივი კალაპოტები (მდინარეები) ხასიათდება განივი კვეთების უაღრესად არასწორი გეომეტრიული ფორმით, კლაკნილობით, ფსკერის ქანობის, ხორკლიანობისა და სიღრმის ცვალებადობით. ამიტომ წყლის მოძრაობა მათში არათანაბარია. იშვიათ შემთხვევაში მდინარის ამა თუ იმ უბანზე მოძრაობა პირობითად შეიძლება ჩავთვალოთ თანაბრად.

სხვადასხვა წყალსამეურნეო ღონისძიების განხორციელება მდინარეებზე არღვევს მათ ბუნებრივ რეჟიმს. მაგალითად, კაშხალის აგების შედეგად მდინარეში იქმნება შეტბორვა, რომელიც ზოგ შემთხვევაში მდინარის დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით ათეულ და ასეულ კილომეტრზე ვრცელდება. ამასთან დაკავშირებით იქმნება აუცილებლობა, ვიცოდეთ შემტბორავი ნაგებობის ზემოთ სიღრმეები, შესაძლო დატბორვის ზონა და სხვ., რათა მიღებულ იქნეს ზომები. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში ამოცანა დაიყვანება შეტბორვის წირის აგებასა და მისი სიგრძის განსაზღვრაზე.

პირიქით, მდინარის კალაპოტის გაწმენდისას იზრდება მისი გამტარობის უნარი, იცვლება ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ქანობი, რის შედეგადაც იქმნება დაცემის წირის აგებისა და მისი სიგრძის განსაზღვრის აუცილებლობა.

ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის ასაგებად მდინარის კალაპოტს ცალკეულ საანგარიშო უბნებად ჰყოფენ; ყოველი ასეთი უბნის ფარგლებში თავისუფალი ზედაპირის წირს ამა თუ იმ ქანობის მქონე

ხვრელ ხაზად სთელიან (ნახ. 7.15). კალაპოტის საანგარიშო უბნებად დაყოფისას მაქსიმალურად ცდილობენ თითოეული უბანი, რამდენადაც ეს შესაძლებელია, ერთტიპური გეომეტრიული და ჰიდრავლიკური ელემენტებით ხასიათდებოდეს. თავისუფალი ზედაპირის ნიშნულების მნიშვნელოვანმა სხვაობამ საანგარიშო უბნის თავსა და ბოლოში შეიძლება დიდ უხუსტობამდე მიგვიყვანოს თავისუფალი ზედაპირის წირის აგებისას. ეს სხვაობა არ უნდა იყოს 0,5—1,0 მ-ზე მეტი (ოპტიმალური მნიშვნელობა შეადგენს 0.2 — 0,3 მ-ს). თავისუფალი ზედაპირის ვარდნის ოპტიმალური მნიშვნელობა განაპირობებს სხვადასხვა მდინარეზე სხვადასხვა უბნების სიგრძის სხვადასხვაობას; ზოგჯერ ეს სიგრძე რამდენიმე კილომეტრს აღწევს.



ნახ. 7.15.

ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის აგებისას[1] ჩვენი ამოცანა ის არის, რომ მოცემული Q ხარჯისათვის განვსაზღვროთ წყლის დონის ნიშნული m კვეთში (ნახ. 7.15), თუ ცნობილია წყლის დონის ნიშნული $(m+1)$ კვეთში. ამ უკანასკნელის მიხედვით ვსაზღვრავთ ნიშნულს $(m-1)$ კვეთში და ა. შ.

ამ ამოცანის გადასაწყვეტად არსებობს ორი სხვადასხვა მეთოდი:

პირველი მეთოდის არსი ის არის, რომ მდინარის რეალურ საანგარიშო უბანს (შემოფარგლულს m და $m+1$ კვეთებით) სცელიან რაიმე ფიქტიური პრიზმული კალაპოტით, რომლისთვისაც ზემოთ განხილული ხერხებით (§ 7.10) პოულობენ კვეთში (m) წყლის დონის საძებნელ ნიშნულს;

მეორე მეთოდი გულისხმობს არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების უშუალოდ გამოყენებას საანგარიშო უბნისათვის.

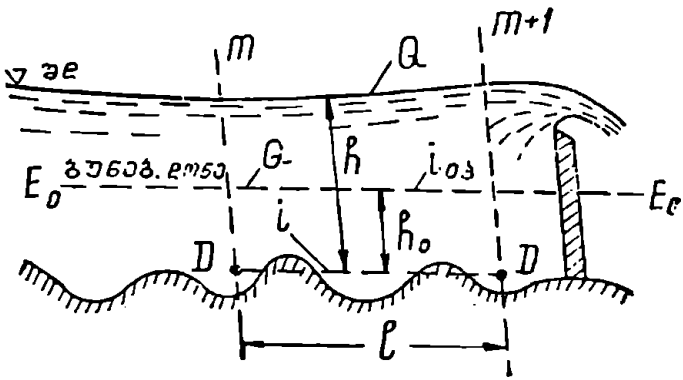
---

[1] იგულისხმება ნაკადის თავისუფალი ზედაპირი უკვე არა ბენებრივ პირობებში, არამედ ამა თუ იმ წყალსამეურნეო ღონისძიების განხორციელების შემდეგ. (7.15) ნახაზზე მოცემულია მდინარის გრძივი კრილი ბუნებრივ პირობებში. აქვე შევნიშნავთ, რომ კრილის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მასშტაბები დამახინჯებულია.

პირველი მეთოდი გამოიყენება ძირითადად საორიენტაციო გაანგარიშებისას.

მეორე მეთოდი უფრო ზუსტია, მაგრამ დაკავშირებულია დიდი მოცულობის გამოთვლითს სამუშაოებთან.

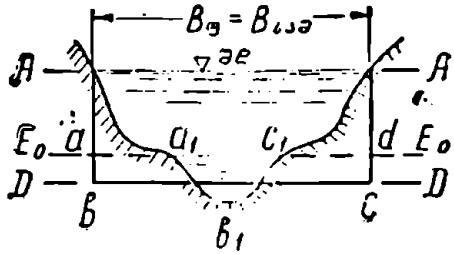
2. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის აგება ბუნებრივი კალაპოტის ფიქტიური პრიზმული კალაპოტით შეცვლის გზით (პირველი მეთოდი). მოცემული ბუნებრივი კალაპოტი შეიძლება შეიცვალოს სწორკუთხა, ტრაპეციული და სხვა ნებისმიერი პრიზმული კალაპოტით. მაგრამ, იმის გამო, რომ განსახილველი მეთოდი ძალზე მიახლოებითია, ბუნებრივი კალაპოტის საანგარიშო უბანს ცვლიან ფიქტიური ფართო სწორკუთხა ან ფართო პარაბოლური კალაპოტით (ფიქ-



ნახ. 7.16.

ტიური კალაპოტის სხვა ფორმას, როგორც წესი, არ განიხილავენ). იმის მიხედვით, თუ რომელი მათგანი უფრო ახლოსაა თავისი განივი კვეთის ფორმით ბუნებრივი კალაპოტის განივი კვეთის ფორმასთან. ფიქტიური კალაპოტის ფსკერის ქანობს ნიშნავენ $i = i_{\text{ფ}} = \frac{\Delta_0}{l}$ სიდიდის ტოლს, სადაც l არის განსახილველი საანგარიშო უბნის სიგრძე; Δ_0 — ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის (E_0—E_0) ვარდნა l მანძილზე ბუნებრივ მდგომარეობაში იმ Q ხარჯისათვის, რომლისთვისაც უნდა ავაგოთ თავისუფალი ზედაპირის წირი (ნახ. 7.16); $i_{\text{ფ}}$ — თავისუფალი ზედაპირის (E_0—E_0) ქანობი (პიეზომეტრული ქანობი) ბუნებრივ მდგომარეობაში. მაშასადამე, ფიქტიური კალაპოტის ფსკერის D—D წრფე E_0—E_0 წრფის პარალელურია. ამასთან თვლიან, რომ D—D წრფე E_0—E_0 წრფიდან დაცილებულია ფიქტიური კალაპოტისათვის გამოთვლილი Q ხარჯის შესაბამისი h_0 ნორმალური სიღრმის ტოლი მანძილით. ეს უკანასკნელი ფართო სწორკუთხა კალაპოტისათვის ($\chi \approx B$) შეიძლება განესაზღვროთ ტოლმანის მეთოდით.

განვიხილოთ საანგარიშო უბნის რაიმე შუალედური კვეთი (ნახ. 7.17). E_0—E_0-ით მასხე აღნიშნულია წყლის დონე ბუნებრივ მდგომარეობაში მოცემული ხარჯისათვის, ხოლო A—A წრფით — წყლის დონე (შეტბორვის დონე) კაშხლის აგების შემდეგ. ნაკადის საშუალო სიგანე $B_{საშ}$ შეტბორილ მდგომარეობაში წინასწარცნობილი არ არის, რადგანაც არ ვიცით A—A დონის მდებარეობა. თუმცა, ტოლმანის მიხედვით, $B_{საშ}$ შეიძლება დავადგინოთ გაკვეთილი მიახლოებით — თვალით. ამის შემდეგ ეთვლით, რომ ფიქტიური სწორკუთხა კალაპოტის სიგანე $B_ფ = B_{საშ}$ და $abcd$ ცოცხალი კვეთი თანაბარი მოძრაობისას ატარებს ისეთსავე ხარჯს, როგორსაც ბუნებრივი კალაპოტის $a_1b_1c_1$ ცოცხალი კვეთი. ამ პირობიდან გამომდინარე, გვექნება



ნახ. 7.17.

$$Q = \omega_ფ C_ფ \sqrt{R_ფ i}, \qquad (7.54)$$

სადაც $\omega_ფ = B_{საშ} h_ფ$; $R_ფ = h_ფ$; $i = i_{ფ}$ (ინდექსი „ფ“ აღნიშნავს ფიქტიური კალაპოტის შესაბამის ჰიდრავლიკურ და გეომეტრიულ ელემენტებს).

აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.54) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$Q = h_ფ B_{საშ} C_ფ \sqrt{h_ფ i_ფ},$$

საიდანაც

$$h_ფ = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B_{საშ}^2 C_ფ^2 i_ფ}}. \qquad (7.55)$$

ფიქტიური ფართო პარაბოლური კალაპოტისათვის $h_ფ$ სიღრმის გამოსათვლელი ფორმულა, რომელიც უფრო რთულ სახეს ღებულობს, აქ არ მოგვყავს.

თუ გავითვალისწინებთ მიღებულს და დავუშვებთ, რომ შეზის კოეფიციენტი არ იცვლება კალაპოტში სიღრმის ცვლილებით, ე. ი. $C = \text{const}$, $j = 0$, $x = 3$ ფიქტიური სწორკუთხა კალაპოტისათვის და $x =$ ფიქტიური პარაბოლური კალაპოტისათვის, ბ. ბახმეტევის არათანაბარი მოძრაობის განტოლება მიიღებს შედარებით მარტივ სახეს:

ფიქტიური ფართო სწორკუთხა კალაპოტისათვის (დიუპუი-რულმანის განტოლება)

$$\frac{il}{h_0}=D\left(\frac{a_b}{h_0}\right)-D\left(\frac{a_{საწ}}{h_0}\right), \tag{7.56}$$

სადაც a_b და $a_{საწ}$ არის თავისუფალი ზედაპირის წირის დაცილება h_0 ნორმალური სიღრმის შესაბამისი წირიდან საანგარიშო უბნის ბოლო და საწყის კვეთებში.

ფიქტიური ფართო პარაბოლური კალაპოტისათვის (ტოლკმიტის განტოლება)

$$\frac{il}{h_0}=T(\eta_b)-T(\eta_{საწ}), \tag{7.57}$$

სადაც η_b და $\eta_{საწ}$ არის ფიქტიური კალაპოტის ბოლო და საწყის კვეთებში ფარდობითი სიღრმეები.

(7.56) და (7.57) გამოსახულებებში შემავალი $D\left(\frac{a}{h_0}\right)$ და $T(\eta)$ ფუნქციების მნიშვნელობები აიღება სპეციალურ ლიტერატურაში მოყვანილი ცხრილებიდან.

3. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის აგება არათანაბარი მოქრაობის დიფერენციალური განტოლების უშუალოდ გამოყენებით გზით[1]. ვისარგებლოთ (3.82) განტოლებით

$$J=-\frac{d}{dl}\left(z+\frac{p}{\gamma}+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)$$

და მივცეთ მას ასეთი სახე [გავითვალისწინოთ, რომ ღია კალაპოტებისათვის $\frac{d}{dl}\left(\frac{p}{\gamma}\right)=0$]:

$$J=-\frac{dz}{dl}-\frac{d}{dl}\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right). \tag{7.58}$$

ვიგულისხმოთ, რომ $\alpha=\text{const}$ და მხედველობაში მივიღოთ (3.80) და (7.7) გამოსახულებები. გვექნება

$$i_J=-\frac{dz}{dl}=\alpha\frac{d}{dl}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{v^2}{C^2R}, \tag{7.59}$$

---

[1] პარაგრაფის პირველ პუნქტში მოყვანილი ზოგადი ცნობები და მითითებები მთლიანად ეხება მესამე პუნქტს.

სადაც $i_f = -\frac{dz}{dl}$ არის პიეზომეტრული ქანობი;

$J = \frac{v^2}{C^2 R}$ — ჰიდრავლიკური ქანობი.

(7.59) წარმოადგენს წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებას სხვა ფორმით. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირების ასაგებად ვისარგებლოთ სწორედ ამ განტოლებით, რომელიც ასეთი სახით ჩაიწეროთ:

$$-dz = \alpha d\left(\frac{v^2}{2g}\right) + \frac{v^2}{C^2 R}\, dl. \tag{7.60}$$

ამ განტოლების ინტეგრირება ბუნებრივი კალაპოტებისათვის ვერ ხერხდება, ამიტომ შემოიფარგლებიან მისი მიახლოებითი ინტეგრირებით; განსაკუთრებით ფართოდ გამოიყენება მიახლოებითი უშუალო ინტეგრირების მეთოდი, რომელიც გულისხმობს (7.60) განტოლების შეცვლას განტოლებით სასრულ სხვაობებში

$$\Delta z = \Delta\left(\alpha \frac{v^2}{2g}\right) + \int_0^l \frac{v^2}{C^2 R}\, dl, \tag{7.61}$$

სადაც $\Delta z = z_m - z_{m+1}$ არის საანგარიშო უბნის საწყის და ბოლო კვეთებში წყლის დონეთა ნიშნულების სხვაობა;

l — უბნის სიგრძე;

$$\Delta\left(\alpha \frac{v^2}{2g}\right) = \alpha \frac{v_{m+1}^2 - v_m^2}{2g}.$$

(7.61) განტოლებაში შემავალი ინტეგრალი შეიძლება ასეთი სახით წარმოვადგინოთ:

$$\int_0^l \frac{v^2}{C^2 R}\, dl = \int_0^l \frac{Q^2}{K^2}\, dl = Q^2 \frac{l}{K^2_{საშ}}.$$

მაშინ (7.61) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\Delta z = \alpha \frac{v_{m+1}^2 - v_m^2}{2g} + Q^2 \frac{l}{K^2_{საშ}}, \tag{7.62}$$

სადაც $\frac{l}{K^2_{საშ}}$ არის ე. წ. კალაპოტის საანგარიშო უბნის წინაღობის მოდული, რომელიც შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$\frac{l}{K^2_{საშ}} = \frac{\frac{1}{K^2_m} + \frac{1}{K^2_{m+1}}}{2} l. \qquad (7.63)$$

აქ K_m და K_{m+1} ხარჯის მახასიათებლებია, შესაბამისად, m და $(m+1)$ კვეთებში: $K_m = \omega_m C_m \sqrt{R_m}$; $K_{m+1} = \omega_{m+1} C_{m+1} \sqrt{R_{m+1}}$. ცხადია, ω_m, C_m, R_m და ω_{m+1}, C_{m+1}, R_{m+1} სიდიდეები უნდა განისაზღვროს წყლის დონის z_m და z_{m+1} ნიშნულების მიხედვით.

შევნიშნავთ, რომ $\frac{l}{K^2_{საშ}}$ ფარდობა მოცემული ხორკლიანობის მქონე კალაპოტის განსახილველი უბნისათვის დამოკიდებულია წყლის დონის $z_{საშ} = \frac{z_m + z_{m+1}}{2}$ საშუალო ნიშნულზე და არ არის დამოკიდებული თავისუფალი ზედაპირის ქანობზე. ამ პირობას, ნ. პავლოვსკიმ წინაღობის მოდულის ინვარიანტულობის (უცვლელობის) პოსტულატი უწოდა.

თუ ვიგულისხმებთ, რომ

$$\frac{v^2_{m+1} - v^2_m}{2g} \approx 0,$$

მაშინ (7.62) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$z_m - z_{m+1} = Q^2 \frac{l}{K^2_{საშ}}. \qquad (7.64)$$

ამ განტოლებით სარგებლობენ ძირითადად პრაქტიკაში ბუნებრივ კალაპოტებში ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირების ასაგებად. მისი საშუალებით შეიძლება ვიპოვოთ (შერჩევის გზით) m კვეთში წყლის დონის z_m ნიშნული, თუ ცნობილია z_{m+1} ნიშნული $(m+1)$ კვეთში და Q ხარჯი.

გაანგარიშება (7.64) ფორმულით შემდეგი თანამიმდევრობით სრულდება: გადავწეროთ ეს განტოლება ასეთი სახით:

$$z_m - Q^2 \frac{l}{K^2_{საშ}} = z_{m+1}. \qquad (7.65)$$

ამ გამოსახულების მარცხენა ნაწილი z_m-ის ფუნქციის წარმოადგენს, ე. ი.

$$z_m - Q^2 \frac{l}{K^2_{საშ}} = f(z_m), \tag{7.66}$$

ხოლო მარჯვენა ნაწილი (z_{m+1}) ჩვენთვის ცნობილია.

აღნიშნულის გათვალისწინებით (7.65) განტოლებას z_m-ის მიმართ ვხსნით შერჩევით; გამოთვლების შედეგები შეგვაქვს ცხრილში.

z_m	K^2_m	$K^2_{m\,საშ} = \frac{K^2_m + K^2_{m+1}}{2}$	$\frac{l}{K^2_{საშ}}$	$Q^2 - \frac{l}{K^2_{საშ}}$	$f(z_m)$
z'_m					
z''_m					

დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ ზემოთ აღნიშნულის გარდა, ლიტერატურაში მოყვანილია ამოცანის გადაწყვეტის სხვა ბრაგალი მეთოდი. ამ მეთოდების ერთი ჯგუფი საჭიროებას იძლევა ავიღოთ ამოცანა შერჩევის გარეშე (მაგალითად, ბ. პავლოვსკის მეთოდი); მეორე ჯგუფი ეყრდნობა ჰიდრომეტრიულ დაკვირვებათა მონაცემებს და გვერდს უვლის ხარჯის ძახასიათებლისა და შეზის კოეფიციენტის მნიშვნელობათა გამოთვლას (მაგალითად, ა. რახმანოვის მეთოდი) და ა. შ.

თავი მეცხრე

ჰიდრავლიკური ნახტომი

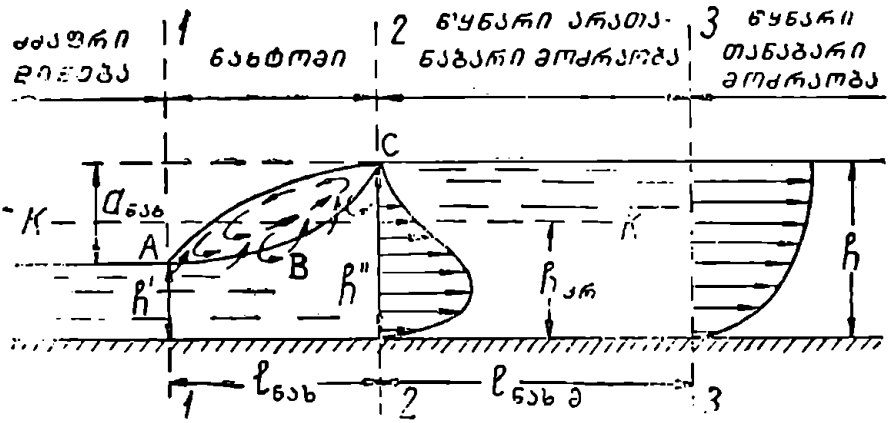
§ 9.1. ზოგადი ცნობები. ნახტომის მოცდენილ უბანი. ჰიდრავლიკური ნახტომის კლასიფიკაცია

არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების გამოკვლევის საფუძველზე ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირების ანალიზისას ვნახეთ, რომ როდესაც კინეტიკურობის პარამეტრი $\Pi_k = 1$-ს, ანუ $h = h_{კრ}$-ს, $h = f(l)$ ფუნქცია განიცდის წყვეტას და $\frac{dh}{dl} = \infty$, ე. ი. თავისუფალი ზედაპირის მხები აღნიშნულ წერტილში ნაკადის ღერძის პერპენდიკულარულია.

დადგენილია, რომ თავისუფალი ზედაპირის ფორმის აღნიშნული კვეთი (ნახტომისებრი) ცვლილება შეიძლება ეწოდოს ყოველთვის, როცა ნაკა-

დი მძაფრი მდგომარეობიდან, ამა თუ იმ მიზეზის გამო, გადადის წყნარ მდგომარეობაში. ასეთ ჰიდრავლიკურ მოვლენას ჰ ი დ რ ა ვ ლ ი კ უ რ ი ნ ა ხ ტ ო მ ი ეწოდება (ნახ. 8.1). მაშასადამე, ჰიდრავლიკური ნახტომის შემთხვევაში ნაკადის h' სიღრმე, რომელიც $h_{კრ}$ კრიტიკულ სიღრმეზე ნაკლებია, მკვეთრად იზრდება $h'' > h_{კრ}$ სიღრმემდე.

განვიხილოთ ნაკადის მოძრაობის ხასიათი ჰიდრავლიკური ნახტომის ფარგლებში. სპეციალური გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ ნახტომის



ნახ. 8.1.

სტრუქტურაში ნათლად გამოიკვეთება ორი ზონა: ს ა ტ რ ა ნ ზ ი ტ ო ჭ ა ვ ლ ი ს ზ ო ნ ა (გაყოფის ABC ზედაპირის ქვემოთ) და ზ ე დ ა პ ი რ უ ლ ი ზ ო ნ ა (გაყოფის ABC ზედაპირის ზემოთ); ამ უკანასკნელს ზედაპირულ ვალცს (რგოლს) უწოდებენ.

ზედაპირული რგოლის სტრუქტურა ძალზე რთულია. ის გაჯერებულია ჰაერის ბუშტულებით, რის გამოც მასში ნაკადის უწყვეტობის პირობა დარღვეულია; თუმცა წყლის ნაწილაკების მოძრაობა ზედაპირულ რგოლში რამდენადმე ცირკულაციურიუხასიათისაა და არ არის ოზოლირებული სატრანზიტო ჭავლისაგან. ეს უკანასკნელი წაიტაცებს ნაწილაკებს ზედაპირული რგოლიდან, რომელთა შეცვლაც ხდება სხვა ნაწილაკებით სატრანზიტო ჭავლიდან. საერთოდ ზედაპირული ზონის სტრუქტურის შესწავლა ჩვენ გვაინტერესებს იმდენად, რამდენადაც მასთან დაკავშირებულია ნახტომში ენერგიის დანაკარგის საკითხი.

ნახტომის მთელი მოვლენა რთული დინამიკური პროცესია. ნახტომი განუწყვეტლივ იცვლის თავის ფორმას, ზომებს, ადგილმდებარეობას; ასრულებს შედარებით მცირე სიდიდის გადატანით მოძრაობას წინ და უკან. ამგვარად, როდესაც ვლაპარაკობთ ჰიდრავლიკური ნახტომის მუდმივ (უცვლელ) სტრუქტურულ აღნაგობასა და თვისებებზე,

ეგულისხმობთ რაღაც საშუალო მნიშვნელობას დროის გარკვეულ შუალედში.

ზედაპირული რგოლის ჰორიზონტალური გეგმილის სიგრძეს ($l_{ნაბ}$) ნ ა ხ ტ ო მ ი ს ს ი გ რ ძ ე ეწოდება (ნახ. 8.1). ნახტომის შემომფარგლველ 1—1 და 2—2 კვეთებში ნაკადის სიღრმის h' და h'' მნიშვნელობები ცნობილია შ ე უ ღ ლ ე ბ უ ლ ი ს ი ღ რ მ ე ე ბ ი ს სახელწოდებით. მასთან h'-ს პ ი რ ვ ე ლ შ ე უ ღ ლ ე ბ უ ლ ს ი ღ რ მ ე ს უწოდებენ, ხოლო h''-ს — მ ე ო რ ე შ ე უ ღ ლ ე ბ უ ლ ს ი ღ რ მ ე ს. შეუღლებულ სიღრმეთა $l_{ნაბ} = h'' - h'$ სხვაობა ახასიათებს ნ ა ხ ტ ო მ ი ს ს ი მ აღ ლ ე ს.

ჰიდრავლიკურ ნახტომს მნიშვნელოვანი ცვლილებები შეაქვს ნაკადის კინემატიკურ სტრუქტურაში, იწვევს ადგილობრივ სიჩქარეთა პულსაციის მკვეთრ ზრდას, რის გამოც ნახტომის შემდეგ ნაკადი ხასიათდება ინტენსიური ტურბულენტობით.

ნ ა ხ ტ ო მ ი ს მ ო მ დ ე ვ ნ ო უ ბ ა ნ ს უწოდებენ ნაკადის უბანს 2—2 და 3—3 კვეთებს შორის, რომლის ფარგლებშიც ხდება პულსაციის მილევა (შემცირება) თანაბარი მოძრაობისათვის დამახასიათებელ სიდიდემდე, აგრეთვე სიჩქარეთა ეპიურის ცვლილება (გათანაბრება) ისეთი ფორმის ეპიურამდე, რომელიც ასევე პასუხობს თანაბარ მოძრაობას.

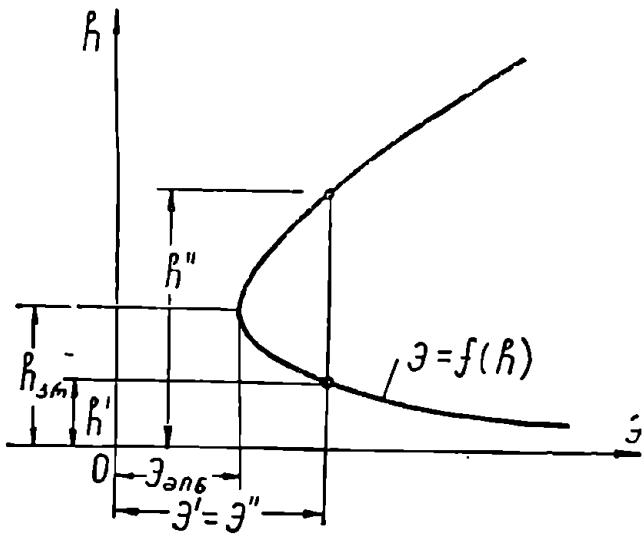
2—2 კვეთში გასაშუალებულ ადგილობრივ სიჩქარეთა ეპიურას აქვს (8.1) ნახაზზე ნაჩვენები სახე: ცოცხალი კვეთის C წერტილში სიჩქარე ნულის ტოლია, ხოლო ფსკერული სიჩქარეები — საკმაოდ დიდი. ამიტომ ნაკადის წამრეცხი უნარიც 2—2 კვეთში შედარებით დიდია. შემდეგ, იმის გამო, რომ ნახტომის მომდევნო უბნის გასწვრივ სიჩქარეთა განაწილების ეპიურის ფორმა თანდათან ემსგავსება თანაბარი მოძრაობის შესატყვისი ეპიურის ფორმას, ნაკადის წამრეცხი უნარიც ასევე თანდათანობით მცირდება და 3—3 კვეთში აღწევს იმ მნიშვნელობას, რომელიც მოძრაობის თანაბარი რეჟიმისათვისაა დამახასიათებელი.

ბევრი ჰიდროტექნიკური ნაგებობის დაპროექტებისას ნაკადის მძაფრიდან წყნარ მდგომარეობაში გადასვლას ზონაში კალაპოტის წარეცხვის საწინააღმდეგო ღონისძიებათა განხორციელების მიზნით საჭიროა, ვიცოდეთ როგორც თვით ნახტომის სიგრძე ($l_{ნაბ}$), ისე ნახტომის მომდევნო უბნის სიგრძეც ($l_{ნაბ.მ}$).

ახლა გაეარკვიოთ, თუ რატომ ხდება ნაკადის მძაფრი მდგომარეობიდან წყნარ მდგომარეობაში გადასვლა ჰიდრავლიკური ნახტომის ფორმით? შესაძლებელია, თუ არა მძაფრი და წყნარი ნაკადების უ ნ ა ხ ტ ო მ ო შეუღლება მდოგე წირის სახით? შევეცადოთ ამ კითხვებზე ვუპასუხოთ მოვლენის ახსნის ენერგეტიკული თვალსაზრისის პოზიციიდან.

ამისათვის განვიხილოთ ნაკადის მოძრაობა ნულოვანი ქანობის მქონე კალაპოტში და დავუშვათ, რომ ჰიდრავლიკურ ნახტომში ე ნ ე რ გ ი ა არ ი კ ა რ გ ე ბ ა. ცხადია, რომ ნულოვანი ქანობის შემთხვევაში ნა-

კადის კუთრი ენერგია (E) და კვეთის კუთრი ენერგია ($\mathcal{Э}$) ერთმანეთის ტოლი იქნება ($E=\mathcal{Э}$), თუ საფარდ სიბრტყეს კალაპოტის ჰორიზონტალურ ფსკერს შევუთავსებთ. ბაშინ კუთრი ენერგია (ნაკადისაც და კვეთისაც, რადგანაც $E=\mathcal{Э}$) ნახტომის წინ და შემდეგ ერთი და იგივე უნდა იყოს (ჩვენ დავუშვით, რომ ნახტომში ენერგია არ იკარგება). კვეთის კუთრი ენერგიის გრაფიკიდან (ნახ. 8.2) ჩანს, რომ $h'<h_{კრ}$ სიღრმიდან $h''>h_{კრ}$ სიღრმეზე გადასვლა უნდა ძოხდეს $h_{კრ}$ სიღრმის გავლით. ამასთან კუთრი ენერგია ჯერ უნდა შემცირდეს h' სიღრმის შესა-



ნახ. 8.2.

ბამისი $\mathcal{Э}'$ მნიშვნელობიდან $h_{კრ}$ სიღრმის შესაბამის $\mathcal{Э}_{მინ}$ მინიმალურ მნიშვნელობამდე, ხოლო შემდეგ კვლავ გაიზარდოს $\mathcal{Э}_{მინ}$-დან h'' სიღრმის შესაბამის $\mathcal{Э}''=\mathcal{Э}'$ მნიშვნელობამდე ($\mathcal{Э}'=\mathcal{Э}''>\mathcal{Э}_{მინ}$). კუთრი ენერგიის ასეთი ცვლილება ნაკადში ფიზიკურად შეუძლებელია. შეიძლება წარმოვიდგინოთ მოძრაობა $\mathcal{Э}_{მინ}$ ენერგიით (მაგალითად, ვარდნილის წინ), მაგრამ ყოვლად შეუძლებელია ნაკადის მოძრაობა კუთრი ენერგიის მინიმუმით ნულოვანი ან არაკრიტიკული ქანობის მქონე კალაპოტში და, მით უმეტეს, მოძრაობა კუთრი ენერგიის მატებით.

ამგვარად, მძაფრი და წუნარი ნაკადების თავისუფალი ზედაპირების შეუღლება მდორე წირის სახით ფიზიკურად შეუძლებელია. ნაკადის მძაფრიდან წუნარ მდგომარეობაში გადასვლის საზღვარზე მოძრაობის ერთადერთი შესაძლო ფორმა — ეს არის ჰიდრავლიკური ნახტომი.

მსჯელობის სიმარტივისათვის ჩვენ დავუშვით, რომ ჰიდრავლიკურ

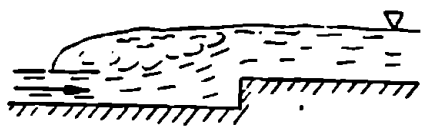
ნახტომში ენერგია არ იკარგება. სინამდვილეში, ისე, როგორც ყველა სხვა სახის მოძრაობისას, აქაც კუთრი ენერგიის დაკარგვა გაღადაუვალია. ამასთან ნახტომის წინ ნაკადს უნდა ჰქონდეს მინიმალური კუთრი ენერგიისა და ნახტომში ენერგიის დანაკარგის ჯამის სიდიდეზე რამდენადმე მეტი ენერგია.

ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ჰიდრავლიკური ნახტომი ძალზე გავრცელებული მოვლენაა. მაგალითად, კაშხალზე წყლის გადადინება, ფარჭვეშ გამოდინება, კრიტიკულზე მეტი და ნაკლები ქანობების აქონე კალაპოტის უბნების შეუღლება და სხვა უმეტეს შემთხვევაში ჰიდრავლიკური ნახტომის წარმოქმნასთან არის დაკავშირებული.

მძაფრ ნაკადს აქვს დიდი კინეტიკური ენერგია, რაც იწვევს კალაპოტების წარეცხვას. ამიტომ კალაპოტის ის უბნები, რომლებზეც ძლაფრი ნაკადი გადადინება, ხშირად სპეციალურ გამაგრებას მოითხოვს. პირიქით, წყნარი ნაკადი, რომელიც მცირე სიჩქარეებით და, მაშასადამე, მცირე კინეტიკური ენერგიით ხასიათდება, უმეტეს შემთხვევაში არ იწვევს კალაპოტის ეროზიას. ამიტომ ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ყოველთვის ცდილობენ, რომ ნაკადი წყნარ მდგომარეობაში იქნოფიზოდეს. ის, რომ ნაკადის მძაფრიდან წყნარ მდგომარეობაში გადასვლა ნახტომის სახით შედარებით მოკლე უბანზე ხდება, საშუალებას იძლევა შევამციროთ კალაპოტის იმ მონაკვეთის სიგრძე, რომელიც სპეციალურ გამაგრებას მოითხოვს.

ამის მიხედვით, თუ რა პირობებში ხდება ჰიდრავლიკური ნახტომის წარმოქმნა, შეიძლება განვასხვავოთ:

1) **სრულყოფილი ნახტომი** (ნახ. 8.6). იგი წარმოიქმნება ერთნაირი განივი კვეთებისა და მუდმივი ქანობის მქონე კალაპოტებში ჩვეულებრივი ხორკლიანობისას. ასეთი ნახტომის ჰიდრავლიკურ სტრუქტურაში მკვეთრად არის გამოყოფილი ზედაპირული და სატრანზიტო ჭავლის ზონები. სრულყოფილი ნახტომის შემთხვევაში ნახტომის ტალღის სიმაღლე $a > h'$, ანუ $h'' \geqslant 2h'$.

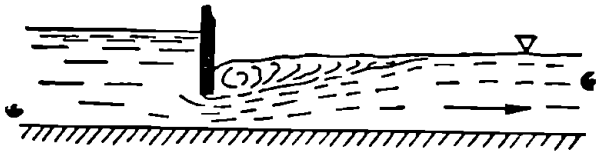


ნახ. 8.3.

2) **ტალღოვანი ნახტომი** (ნახტომი—ტალღა). ასეთი ნახტომის ტალღის სიმაღლე შედარებით მცირეა $a < h'$; მასში არ არის ზედაპირული ზონა. ტალღოვანი ნახტომი ღებულობს თანდათანობით მილევადი ტალღების ფორმას (ნახ. 8.8).

3) **შეტბორილი ნახტომი** (ნახ. 8.3). იგი ხასიათდება მკვეთრად გამოყოფილი ზედაპირული ზონით. ასეთი ნახტომი შეიმჩნევა წყალსაცემ ჭაში და წყალსაცემი კედლის წინ.

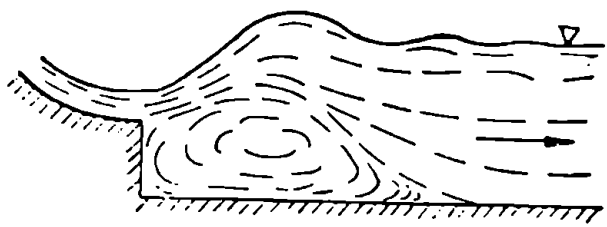
4) დაძირული (დატბორილი) ნახტომი. ასეთი ნახტომიც მკვეთრად გამოყოფილი ზედაპირული ზონით ხასიათდება, რომელიც



ნახ. 8.4.

რაიმე ვერტიკალურ წინაღობას გბჯინება. იგი შეიმჩნევა ფარჭვეშ გამოდინებისას წამოწეული ნახტომის ფორმით (ნახ. 8.4).

5) ზედაპირული ნახტომი (ნახ. 8.5). ასეთი ნახტომი ხასიათდება განვითარებული ფსკერული რგოლით. იგი წარმოიქმნება კაშხლის საფეხურიდან ჭავლის გადმოდინებისას.



ნახ. 8.5.

§ 8.2. ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითადი განტოლება

განვიხილოთ სრულყოფილი ჰიდრავლიკური ნახტომი ნულოვანი ან ძალზე მცირე ქანობის[1] მქონე პრიზმულ კალაპოტში (ნახ. 8.6). დავუშვათ, რომ 1—1 და 2—2 კვეთებში ნაკადის მოძრაობა მდოვრედ ცვალებადია.

ჩვენი მიზანია ვიპოვოთ ანალიზური დამოკიდებულება h' და h'' შეუღლებულ სიღრმეებს შორის, ამ ამოცანის გადასაწყვეტად ვისარგებლოთ თეორემით მოძრაობის რაოდენობის შესახებ (§§ 3.19; 4.10).

ნაკადის ცოცხალ კვეთში დროის ერთეულში გამავალი სითხის მოძრაობის რაოდენობა, (3.74) და (3.77) ფორმულების თანახმად, ტოლია

$$(მ.\ რ)_{ω} = \rho \int_{ω} u^2 d\omega = \alpha' (მ.\ რ)_{ω} = \alpha' \rho \omega v^2.$$

[1] ჰიდრავლიკური ნახტომის შედარებით მცირე სიგრძის გამო ფსკერის ვარდნა ამ უბანზე (ნ-ს მცირე მნიშვნელობებისთვის) შეიძლება უგულებელყოთ.

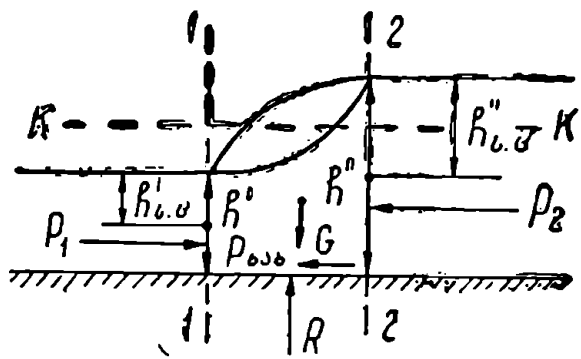
1—1 და 2—2 კვეთებით შემოსაზღვრული ნაკვეთურის მოძრაობის რაოდენობის ნამატი დროის ერთეულში იქნება

$$\alpha_2' \rho \omega_2 v_2^2 - \alpha_1' \rho \omega_1 v_1^2 = \alpha_2' \rho Q v_2 - \alpha_1' \rho Q v_1 \approx \alpha' \rho Q (v_2 - v_1),$$

სადაც ω_1, ω_2 და v_1, v_2 არის, შესაბამისად, ცოცხალი კვეთის ფართობები და საშუალო სიჩქარეები აღნიშნულ კვეთებში;

$\alpha_1' \approx \alpha_2' \approx \alpha'$ — ბუსინესკის კოეფიციენტი[1].

გარე ძალებს, რომლებიც მოძრაობის რაოდენობის ცვლილებას ეწვევიან, მიეკუთვნება 1—1 და 2—2 კვეთებში მოქმედი ჰიდროდინამი-



ნახ. 8.6.

კური წნევის P_1 და P_2 ძალები; ნაკვეთურის G წონა; ნაკვეთურის შემოფარგვლელ ზედაპირზე მოქმედი $P_{ბაბ}$ ძალა; ფსკერის R რეაქციის ძალა.

ჰორიზონტალურ კალაპოტში G-ს და R-ის გეგმილები ნაკადის მოძრაობის მიმართულებაზე ნულის ტოლია, ხოლო $P_{ბაბ}$ ძალა — შეიძლება უგულებელვყოთ მისი სიმცირის გამო, რადგანაც ნახტომის უბნის სიგრძე დიდი არ არის. მაშინ მოძრაობის რაოდენობის თეორემის საფუძველზე, შეგვიძლია დავწეროთ

$$\alpha' \rho Q (v_2 - v_1) = P_1 - P_2. \qquad (8.1)$$

მაგრამ, ჩვენი დაშვების თანახმად, მოძრაობა 1—1 და 2—2 კვეთებში მდორედ ცვალებადია, ამიტომ წნევების განაწილება ამ კვეთებში შეიძლება მიეიღოთ ჰიდროსტატიკის კანონით, ე. ი.

$$P_1 = \gamma h'_{ს.ც} \omega_1 \quad \text{და} \quad P_2 = \gamma h''_{ს.ც} \omega_2,$$

[1] ჰიდრავლიკური ნახტომის გაანგარიშებისას α' კოეფიციენტს მიახლოებით ვღებულობთ ერთის ტოლად.

სადაც $h'_{ს.ც}$ და $h''_{ს.ც}$ არის ნაკვეთურის შემომფარგვლელი ცოცხალი კვეთების სიმძიმის ცენტრების დაცილება სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან.

მაშინ, იმის გათვალისწინებით, რომ $\gamma = \rho g$, (8.1) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს

$$\frac{\alpha' Q^2}{g\omega_1} + \omega_1 h'_{ს.ც} = \frac{\alpha' Q^2}{g\omega_2} + \omega_2 h''_{ს.ც}. \qquad (8.2)$$

ამ განტოლებას **ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითად განტოლებას** უწოდებენ.

§ 8.2. ნახტომის ფუნქცია. შეუღლებული სიღრმეების განსაზღვრა

(8.2) განტოლების მარცხენა ნაწილი მოცემული ხარჯისა და კალაპოტის მოცემული ფორმისათვის h' სიღრმის ფუნქციაა, ხოლო მარჯვენა ნაწილი — h''-ის. ასეთი ტიპის განტოლებებს მათემატიკაში სიმეტრიულ განტოლებებს უწოდებენ, ხოლო h' და h'' სიღრმეებს, რომლებიც ამ განტოლების ფესვებია, — შეუღლებულს.

აღვნიშნოთ

$$\frac{\alpha' Q^2}{g\omega} + \omega h_{ს.ც} = \Pi(h). \qquad (8.3)$$

$\Pi(h)$ ფუნქციას **ნახტომის ფუნქციას** უწოდებენ, და მაშინ ნახტომის ძირითადი განტოლება შეიძლება ასეთი სახით ჩაეწეროთ:

$$\Pi(h') = \Pi(h''), \qquad (8.4)$$

სადაც $\Pi(h')$ და $\Pi(h'')$ არის h' და h'' სიღრმეების შესაბამისი ნახტომის ფუნქციების მნიშვნელობები.

მაშასადამე, როგორც (8.4) ტოლობიდან ჩანს, შეუღლებული სიღრმეების შესაბამისი ნახტომის ფუნქციების მნიშვნელობები ტოლია.

ნახტომის ფუნქციის ამ თვისებით ვსარგებლობთ ერთ-ერთი შეუღლებული სიღრმის განსაზღვრისას, როდესაც ცნობილია მეორე. ვთქვათ, მოცემული გვაქვს h' პირველი შეუღლებული სიღრმე და უნდა განვსაზღვროთ h'' სიღრმე. ამისათვის გამოვითვლით $\Pi(h')$ ფუნქციის მნიშვნელობას და გავუტოლებთ მას $\Pi(h'')$-ს, ე. ი.

$$\frac{\alpha' Q^2}{g\omega_2} + \omega_2 h''_{ს.ც} = \Pi(h').$$

ამ განტოლებიდან, რომელშიც $\Pi(h')$ უკვე ცნობილია, ვიპოვით h'' მეორე შეუღლებულ სიღრმეს. მისი ამობსნა შედარებით მარტივია გრაფი-

კული ხერხით. გრაფიკის ასაგებად გამოვიკვლიოთ (8.3) განტოლებით მოცემული ნახტომის ფუნქცია. როგორც ამ განტოლებიდან ჩანს, როცა $h \to 0$ ან $h \to \infty$, მაშინ ორივე შემთხვევაში $\Pi(h) \to \infty$. როგორც ცნობილია, ასეთ შემთხვევაში ფუნქცია ღებულობს მინიმალურ მნიშვნელობას არგუმენტის რაიმე მნიშვნელობისათვის. ამ უკანასკნელის მოსაძებნად ვიპოვოთ ნახტომის ფუნქციის წარმოებული და გავუტოლოთ ნულს

$$\frac{d[\Pi(h)]}{dh} = -\frac{\alpha' Q^2}{g\omega^3}\frac{d\omega}{dh} + \frac{d}{dh}(h_{ს.ე} - \omega) = 0.$$

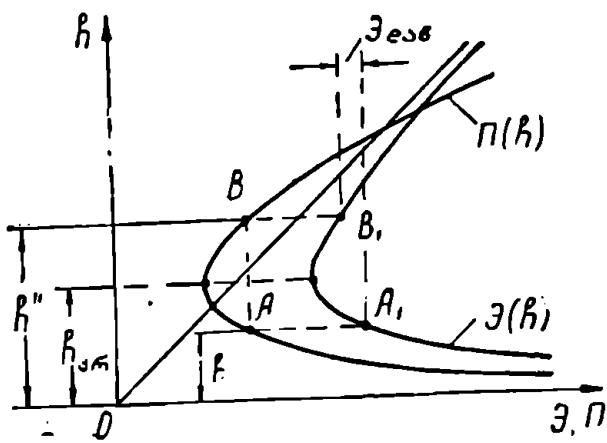
მიღებული გამოსახულების გარდაქმნით (რომელიც აქ არ მოგვყავს) გვექნება

$$1 - \frac{\alpha' Q^2}{g}\frac{B}{\omega^3} = 0, \tag{8.5}$$

ანუ

$$\frac{\alpha' Q^2}{g} = \frac{\omega^3}{B}. \tag{8.6}$$

თუ დავუშვებთ, რომ $\alpha' = \alpha$ (რიცხობრივად ისინი ახლოს არიან ერთმანეთთან), მაშინ შევნიშნავთ, რომ (8.6) განტოლება ნაკადის კრიტიკულობის (7.27) პირობის იგივურია. მაშასადამე, $\Pi(h)$ ნახტომის



ნახ. 8.7.

ფუნქციას მინიმუმი აქვს იმ სიღრმეზე, რომელიც კვეთის კუთრი ენერგიის $Э(h)$ ფუნქციის მინიმუმს შეესაბამება, ე. ი. კრიტიკულ სიღრმეზე (ნახ. 8.7).

(8.7) ნახაზზე მოცემულია $\Pi(h)$ ნახტომის ფუნქციის გრაფიკი. ორდინატთა ღერძის პარალელური ნებისმიერი ვერტიკალური წრფე ფუნ-

ქციის მრუდს ორ წერტილში ჰკვეთს. გამონაკლისს წარმოადგენს მრუდის მხები კრიტიკული სიღრმის შესაბამის წერტილში. ეს ნიშნავს, რომ მძაფრი ნაკადის ყოველ h' სიღრმეს, რომელიც $h_{კრ}$ სიღრმეზე ნაკლებია, შეესაბამება წყნარი ნაკადის მხოლოდ ერთი h'' სიღრმე, რომელიც $h_{კრ}$ სიღრმეზე მეტია, და პირიქით. ამასთან, რაც ნაკლებია h' პირველი შეუღლებული სიღრმე, მით მეტია h'' მეორე შეუღლებული სიღრმე. მაშასადამე, მოცემული ხარჯისათვის მოცემულ კალაპოტში ჰიდრავლიკური ნახტომი წარმოიქმნება იქ, სადაც მძაფრი და წყნარი ნაკადების სიღრმეები ურთიერთ შეუღლებულია.

სწორკუთხა პრიზმული კალაპოტისათვის ნახტომის ძირითადი განტოლება საგრძნობლად მარტივდება.

მართლაც, სწორკუთხა კვეთისათვის

$$h'_{ს.ც}=\frac{h}{2};\quad \omega=bh;\quad h_{კრ}=\sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}}=\sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}};\quad Q=qb. \qquad (8.7)$$

თუ $h'_{ს.ც}$ და ω-ს მნიშვნელობებს შევიტანთ (8.2) განტოლებაში და $\frac{\alpha' Q^2}{gb^2}$ სიდიდეს გამოვსახავთ $h^3_{კრ}$-ით, გვექნება

$$\frac{(h')^2}{2}+\frac{h^3_{კრ}}{h'}=\frac{(h'')^2}{2}+\frac{h^3_{კრ}}{h''},$$

ანუ

$$(h')^2-(h'')^2=2h^3_{კრ}\,\frac{h'-h''}{h'h''}.$$

რადგანაც $h'\neq h''$, ამიტომ ბოლო გამოსახულების $(h'-h'')$ სიდიდეზე შეკვეცითა და მარტივი გარდაქმნებით მივიღებთ

$$(h'')^2+h''h'-\frac{2h^3_{კრ}}{h'}=0.$$

ამ კვადრატული განტოლების ამოხსნით ვიპოვით

$$h'=\frac{h''}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{კრ}}{h''}\right)^3}-1\right]; \qquad (8.8)$$

$$h''=\frac{h'}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{კრ}}{h'}\right)^3}-1\right]. \qquad (8.9)$$

მიღებული განტოლებები საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ h', თუ ცნობილია h'', და პირიქით.

(8.8) და (8.9) განტოლებები შეიძლება გამოვსახოთ კინეტიკურობის პარამეტრის (Π_3) ან ფრუდის რიცხვის (Fr) საშუალებით. (8.7)

ფორმულების თანახმად, და იმის გათვალისწინებით, რომ $Q=\omega v=bhv$, ვპოულობთ

$$\left(\frac{h_{\text{კრ}}}{h'}\right)^3=\frac{\alpha Q^2}{gb^2(h')^2}\cdot\frac{1}{h'}=\frac{\alpha v_1^2}{gh'}=\Pi_{\text{კ}1}=\mathrm{Fr}_1; \tag{8.10}$$

$$\left(\frac{h_{\text{კრ}}}{h''}\right)^3=\frac{\alpha Q^2}{gb^2(h'')^2}\cdot\frac{1}{h''}=\frac{\alpha v_2^2}{gh''}=\Pi_{\text{კ}2}=\mathrm{Fr}_2. \tag{8.11}$$

მაშინ (8.8) და (8.9) ფორმულები ასეთ სახეს მიიღებს:

$$h'=\frac{h''}{2}\left(\sqrt{1+8\Pi_{\text{კ}2}}-1\right)=\frac{h''}{2}\left(\sqrt{1+8\mathrm{Fr}_2}-1\right); \tag{8.12}$$

$$h''=\frac{h'}{2}\left(\sqrt{1+8\Pi_{\text{კ}1}}-1\right)=\frac{h'}{2}\left(\sqrt{1+8\mathrm{Fr}_1}-1\right), \tag{8.13}$$

სადაც $\Pi_{\text{კ}1}$ და $\Pi_{\text{კ}2}$ არის კინეტიკურობის პარამეტრის, ხოლო Fr_1 და Fr_2 — ფრუდის რიცხვის მნიშვნელობები შესაბამისად 1—1 და 2—2 კვეთებში (ნახტომის წინ და შემდეგ).

(8.12) და (8.13) განტოლებებიდან ჩანს, რომ როცა $\Pi_{\text{კ}1}\geqslant 3$ ან $\Pi_{\text{კ}2}\leqslant 0{,}375$, მაშინ $h''\geqslant 2h'$, ე. ი. ვღებულობთ სრულყოფილი ჰიდრავლიკური ნახტომის პირობას.

ხშირად (8.8) და (8.9) ფორმულებს ასეთი სახითაც წერენ:

$$h'=\frac{h''}{2}\left[\sqrt{1+8\frac{\alpha' q^2}{g(h'')^3}}-1\right]; \tag{8.14}$$

$$h''=\frac{h'}{2}\left[\sqrt{1+8\frac{\alpha' q^2}{g(h')^3}}-1\right]. \tag{8.15}$$

§ 8.4. ჰიდრავლიკური ნახტომისა და ნახტომის მოძდევნო უბნის სიგრძე. ენერგიის დანაკარგი ნახტომში

შიგა ტურბულენტური პროცესების სირთულე და ადგილობრივ სიჩქარეთა პულსაციის ინტენსიურობა არ იძლევა საშუალებას, დავსახოთ მოვლენის რაციონალური ფიზიკური სქემა, რომელიც საფუძვლად დაედებოდა ჰიდრავლიკური ნახტომის სიგრძისა ($l_{\text{ნახ}}$) და ნახტომის მომდევნო უბნის სიგრძის ($l_{\text{ნახ.მ}}$) განსაზღვრის თუნდაც მიახლოებით თეორიულ ანალიზს. ამიტომ ამ საკითხის შესწავლა ყოველთვის ატარებდა სუფთა ექსპერიმენტულ ხასიათს. ქვემოთ მოგვყავს ის ემპირიული ფორმულები, რომლებითაც შედარებით ხშირად სარგებლობენ საინჟინრო პრაქტიკაში.

დამოკიდებულებანი ნახტომის სიგრძის გამოსათვლელად:

1. ნ. პაველოვსკის ფორმულა

$$l_{ნახ}=2{,}5\,(1{,}9h''-h'); \tag{8.16}$$

2. მ. ჩერტოუსოვის ფორმულა

$$l_{ნახ}=10{,}3h'\left[\sqrt{\left(\frac{h_{კრ}}{h'}\right)^3}-1\right]^{0{,}81} \tag{8.17}$$

3. ვ. შაუმიანის ფორმულა

$$l_{ნახ}=3{,}6h''\left(1-\frac{h'}{h''}\right)\left(1+\frac{h'}{h''}\right)^2. \tag{8.18}$$

დამოკიდებულებანი ნახტომის მომდევნო უბნის სიგრძის გამოსათვლელად:

1. მ. ჩერტოუსოვის ფორმულა

$$l_{ნახ.მ}=(2{,}5\div 3)\,l_{ნახ}; \tag{8.19}$$

2. მ. ვიზგოს ფორმულა

$$l_{ნახ.მ}=\frac{0{,}4}{n}\,h'', \tag{8.20}$$

სადაც n არის ხორკლიანობის კოეფიციენტი.

ჰიდრავლიკურ ნახტომში მოძრაობის რეჟიმის მკვეთრი ცვლილების გამო ხდება ენერგიის (დაწნევის) დიდი რაოდენობით კარგვა. ა. ახუტინის მონაცემებით, ენერგიის დანაკარგმა ჰიდრავლიკურ ნახტომში შეიძლება მიაღწიოს იმ ენერგიის 64—67%-ს, რომელიც ნაკადს ჰქონდა ნახტომის წინ.

დაწნევის დანაკარგი ჰიდრავლიკურ ნახტომში სწორკუთხა კვეთის ჰორიზონტალური კალაპოტისათვის შეიძლება გამოვთვალოთ ბერნულის განტოლების საშუალებით

$$h'+\frac{\alpha v_1^2}{2g}=h''+\frac{\alpha v_2^2}{2g}+h_{დან},$$

ანუ

$$h'+\frac{\alpha Q^2}{gb^2\cdot 2\,(h')^2}=h''+\frac{\alpha Q^2}{gb^2\cdot 2\,(h'')^2}+h_{დან}.$$

მაგრამ (8.7) გამოსახულებიდან $\frac{\alpha Q^2}{gb^2}=h_{კრ}^3$, ამიტომ

$$h'+\frac{h_{კრ}^6}{2\,(h')^2}=h''+\frac{h_{კრ}^3}{2\,(h'')^2}+h_{დან},$$

საიდანაც

$$h_{\text{დან}} = \frac{h_{\text{კრ}}^3}{2(h')^2} - \frac{h_{\text{კრ}}^3}{2(h'')^2} - (h''-h'). \qquad (8.21)$$

თუ (8.9) განტოლებიდან განესაზღვრავთ $h_{\text{კრ}}^3$-ს და ჩავსვამთ (8.21) გამოსახულებაში, მივიღებთ ჰიდრავლიკურ ნახტომში დაწნევის (კუთრი ენერგიის) დანაკარგის გამოსათვლელ ფორმულას

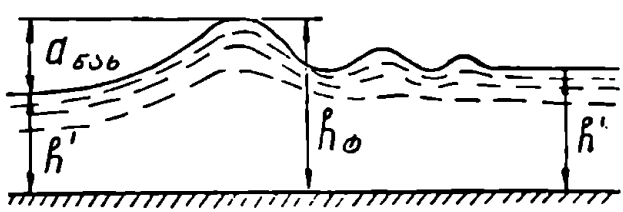
$$h_{\text{დან}} = \frac{(h''-h')^3}{4h'h''} = Э_{\text{დან}}. \qquad (8.22)$$

(8.7) ნახაზზე $\Pi(h)$ ნახტომის ფუნქციის გრაფიკთან ერთად დატანილია Э კვეთის კუთრი ენერგიის გრაფიკი (იგივე E ნაკადის კუთრი ენერგიის გრაფიკი, რადგანაც, როცა $i=0$-ს, $E=Э$-ს). ამ გრაფიკის საშუალებით მოცემული h და h'' შეუღლებული სიღრმეების მიხედვით შეიძლება განისაზღვროს კუთრი ენერგიის $Э_{\text{დან}}$-ს მნიშვნელობა.

ჩვენს მიერ მიღებული დამოკიდებულებები მართებულია ჰორიზონტალური ან მცირე ქანობის მქონე პრიზმული (უმეტეს შემთხვევაში სწორკუთხა) კალაპოტებისათვის. დიდი ქანობის მქონე კალაპოტისათვის ნახტომის განტოლების მიღება თეორიული გზით ვერ ხერხდება, რადგანაც მოძრაობის რაოდენობის ცვლილების განტოლებაში უნდა შევიყვანოთ სიმძიმის ძალის გეგმილი, რომლის სიდიდეც ცნობილი არ არის. ამიტომ განსახილველ შემთხვევაში ჰიდრავლიკური ნახტომის ელემენტების გამოსათვლელად სარგებლობენ მიახლოებითი ემპირიული ფორმულებით.

§ 8.5. ტალღოვანი ნახტომი (ნახტომი—ტალღა)

სწორკუთხა კვეთის კალაპოტებში, როცა $\Pi_{კ1} < 3$ (ან $\Pi_{კ2} > 0{,}375$), რაც შეესაბამება შეუღლებული სიღრმეების ფარდობას $\frac{h''}{h'} < 2$, ჰიდრავლიკური ნახტომი ღებულობს თანდათანობით მილეკადი ტალღების ფორ-



ნახ. 8.8.

მას (ნახ. 8.8). ასეთ ნახტომს ტალღოვან ნახტომს უწოდებენ. მასში არ არის გამოკვეთილი ზედაპირული ზონა.

პირველი ტალღის სიმაღლე შეიძლება განისაზღვროს მ. კრასნიტსკის ფორმულით

$$a=0{,}72h'(\Pi_{j1}-1), \tag{8.23}$$

ხოლო შეუღლებული სიღრმეების თანაფარდობა, როცა $\Pi_{j1}=1{,}5-3{,}0$, — ა. მოძალევსკის ფორმულით

$$\frac{h''}{h'}=1{,}15\sqrt{\Pi_{j1}}-0{,}15. \tag{8.24}$$

როცა $\Pi_{j1}\leqslant 1{,}5$, სარგებლობენ ფორმულებით:

$$h''=h'\Pi_{j1}; \tag{8.25}$$

$$h'=h''\sqrt{\Pi_{j2}}. \tag{8.26}$$

მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ, რომ ტალღები არღვევს წნევის ჰიდროსტატიკური განაწილების კანონს. ამიტომ h'' მეორე შეუღლებულ სიღრმეს ღებულობენ იმ კვეთში, სადაც ტალღური მოძრაობა პრაქტიკულად აღარ შეიმჩნევა.

ტალღოვანი ნახტომის სიგრძე (შეუღლებული სიღრმეების შესაბამის კვეთებს შორის) საკმაოდ დიდია და რამდენიმე ასეულ h'-ს აღწევს. თუ ნახტომის სიგრძედ ($l_{ნახ}$) მივიჩნევთ კალაპოტის იმ უბნის სიგრძეს, რომელზედაც ხდება წარეცხვა, მაშინ $l_{ნახ}$ მნიშვნელოვნად მცირეა და შეიძლება განვსაზღვროთ გ. დმიტრიევის ფორმულით

$$l_{ნახ}=10{,}6h'(\Pi_{j1}-1). \tag{8.27}$$

თავი მეცხრე

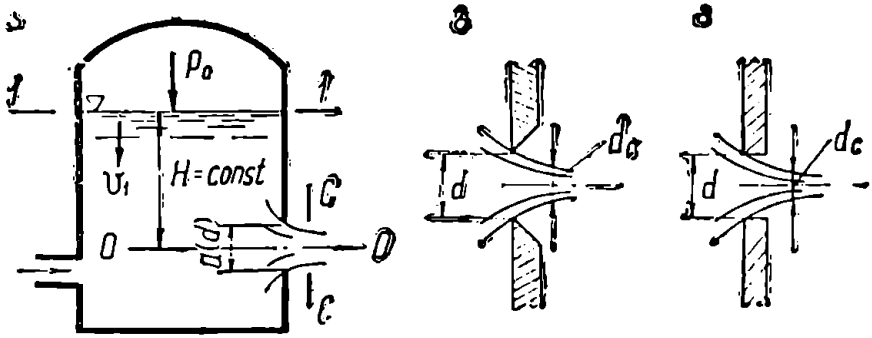
სითხის ჩამოდინება ნახვრეტებიდან და ნაცმებიდან. თავისუფალი ჭავლი

§ 9.1. სითხის ჩამოდინება თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან მუდმივი დაწნევისას

1. ზოგადი ცნობები. სითხის გამოდინება ნახვრეტებიდან და ნაცმებიდან მიეკუთვნება მოძრაობის იმ კატეგორიას, რომლის ფორმირებაშიც არსებით როლს ადგილობრივი ჰიდრავლიკური წინაღობები თამაშობს. ასეთი მოძრაობისას ბერნულის განტოლების ბოლო წევრი ($h_{დან}$) გამოსახავს კუთრი ენერგიის (დაწნევის) მხოლოდ იმ მნიშვნელობას, რომელიც იქარგება ადგილობრივ წინაღობათა დასაძლევად.

განასხვავებენ მცირე და დიდ ნახვრეტებს. ჩვეულებრივ, ნახვრეტებს, რომელთა სიმაღლე $0{,}1H$-ს არ აღემატება, უწოდებენ მც-

რეს. აქ H არის დაწნევა ხვრეტის ცენტრზე (ნახ. 9.1, ა). მაგალითად, d დიამეტრის წრიული ნახვრეტი და a სიმაღლის სწორკუთხა ნახვრეტი იქნება მცირე, თუ შესაბამისად $d < 0{,}1H$ და $a < 0{,}1H$. ასეთ შემთხვევაში H გეომეტრიული დაწნევა ნახვრეტის ყველა წერტილისათვის შეიძლება მუდმივად ჩავთვალოთ, რაც იმას ნიშნავს, რომ ნახვრეტის

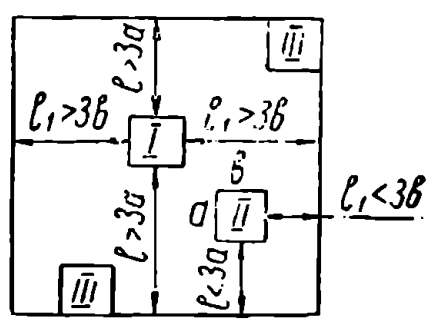


ნახ. 9.1.

კვეთში ჭავლის ნაწილაკების სიჩქარე ერთმანეთისაგან პრაქტიკულად არ განსხვავდება და კინეტიკური ენერგიის კოეფიციენტი $\alpha \approx 1$-ს.

ნახვრეტს უწოდებენ თხელკედლიანს, თუ კედლის სისქე გავლენას არ ახდენს გამოდინების პირობებზე. ამ დროს ნახვრეტი ან ნაწიბურიანია (ნახ. 9.1, ბ), ან კედლის სისქე $\delta \leqslant 0{,}5\,d$ (ნახ. 9.1, გ).

სითხის გამოდინება ნახვრეტებიდან და ნაცმებიდან შეიძლება იყოს თავისუფალი (ე. ი. დაუტბორავი გამოდინება ატმოსფეროში) და არათავისუფალი (ე. ი. დატბორილი გამოდინება დონის ქვეშ) როგორც მუდმივი, ისე ცვლადი დაწნევისას.



ნახ. 9.2.

სითხის ნახვრეტიდან გამოდინებისას განასხვავებენ ჭავლის სრულ და არასრულ კუმშვას. ჭავლი განიცდის სრულ კუმშვას, თუ იგი იკუმშება ნახვრეტის მთელ პერიმეტრზე (ნახ. 9.2, I, II). არასრული კუმშვა შეიმჩნევა მაშინ, როცა ნახვრეტის პერიმეტრის გარკვეულ ნაწილში ჭავლის კუმშვა არ ხდება (ნახ. 9.2, III) იმის გამო, რომ პერიმეტრის ეს ნაწილი პურპლის გრძივი კედლის მომიჯნავეა.

ჰაელის სრული კუმშვა სრულყოფილია, თუ ჰურჩლის კედლები ჰაელის კუმშვის ხარისხზე გავლენას არ ახდენს (ნახ. 9.2, I). წინააღმდეგ შემთხვევაში კუმშვა არასრულყოფილია (ნახ. 9.2, II). ექსპერიმენტულმა გამოკვლევებმა ცხადჰყო, რომ ჰაელის სრულყოფილი კუმშვა ხდება მაშინ, თუ დაცულია შემდეგი პირობა:

სწორკუთხა ნახვრეტისათვის $l > 3a$ და $l_1 > 3b$;

წრიული ნახვრეტისათვის $l > 3d$.

არასრულყოფილი კუმშვის შემთხვევაში $l < 3a$ და $l_1 < 3b$; $l < 3d$. ამ დროს ჰურჩლის ფსკერი და კედლები გავლენას ახდენს ჰაელის კუმშვაზე. არასრულყოფილ კუმშვისას დენის წირები ნაკლები სიმრუდისაა, რის გამოც ჰაელის კუმშვის ხარისხიც უფრო ნაკლებია ვიდრე სრულყოფილი კუმშვისას.

ვინაიდან ჰურჩელში (რეზერვუარში) სითხის ნაწილაკები ნახვრეტისაკენ მოძრაობს მრუდწირულ ტრაექტორიაზე, ამიტომ დენის წირები თვით ნახვრეტის სიბრტყეში არ არის ურთიერთპარალელური; აქ მოძრაობა მკვეთრად ცვალებადია. ნახვრეტის კვეთიდან გარკვეულ მანძილზე (წრიული ნახვრეტებისათვის $0{,}5d$ მანძილზე, სადაც d არის ნახვრეტის დიამეტრი) დენის წირების სიმრუდე მცირდება და თითქმის ერთმანეთის პარალელური ხდება. ნახვრეტიდან უმცირესი მანძილით დაშორებულ ჰაელის $C—C$ კვეთს, რომელშიც სითხის მოძრაობა უკვე განიხილება როგორც პარალელურჰაელური, შეკუმშული კვეთი ეწოდება. ამ კვეთში მოძრაობა მდორედ ცვალებადია და მისთვის შეიძლება გამოვიყენოთ ბერნულის განტოლება. შეკუმშულ კვეთში ჰაელის დიამეტრი $d_c = 0{,}8d$.

ნახვრეტის ფართობი აღვნიშნოთ ω-თი, ხოლო ცოცხალი კვეთის ფართობი $C—C$ კვეთში—ω_c-თი. ω_c-ს ფარდობა ω-სთან აღინიშნება ε-ით და მას ჰაელის კუმშვის კოეფიციენტს უწოდებენ, ე. ი.

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}. \tag{9.1}$$

აქედან

$$\omega_c = \varepsilon\omega. \tag{9.2}$$

ნახვრეტიდან სითხის გამოდინებისას ჰაელის განივი კვეთის ფორმა გზადაგზა იცვლება და თვით ნახვრეტის ფორმისაგან განსხვავებული ხდება. ასე, მაგალითად, წრიული ნახვრეტიდან გამოდინებული ჰაელის განივ კვეთს ხვრეტიდან გარკვეულ მანძილზე აქვს ელიფსის ფორმა; კვადრატული ხვრეტიდან გამოდინებისას—ჯვრისებრი, ხოლო სამკუთხა ხვრეტიდან გამოდინებისას—სამქიმიანი ვარსკვლავის ფორმა და ა. შ.

ნახვრეტიდან სითხის გამოდინებისას ჭავლის განივი კვეთის ფორმის სიგრძეზე ცვლილებას ჭავლის ინვერსია ეწოდება.

2. სითხის თავისუფალი გამოდინება მცირე ნახვრეტიდან (ნახ. 9.1). ჩვენი მიზანია განვსაზღვროთ ნახვრეტიდან სითხის გამოდინების სიჩქარე და ხარჯი. ამისათვის შევადგინოთ ბერნულის განტოლება რეზერვუარში სითხის თავისუფალ ზედაპირთან შეთავსებული 1—1 და შეკუმშული $C—C$ კვეთებისათვის ნახვრეტის ცენტრზე გამავალი $O—O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ (გავიხსენოთ, რომ ნახვრეტის სიბრტყეში მოძრაობა მკვეთრად ცვალებადია და ამიტომ ნახვრეტის კვეთისათვის ბერნულის განტოლების გამოყენება არ შეიძლება)

$$H+\frac{p_0}{\gamma}+\frac{\alpha v_1^2}{2g}=z_c+\frac{p_c}{\gamma}+\frac{\alpha v_c^2}{2g}+h_{\text{დან}}, \tag{9.3}$$

სადაც p_0 არის წნევა რეზერვუარში სითხის თავისუფალ ზედაპირზე; $v_1\approx 0$—ჟურჟელში სითხის მოძრაობის სიჩქარე; z_c—$C—C$ კვეთის სიმძიმის ცენტრის დაცილება საფარდი სიბრტყიდან, $O—O$ საფარდი სიბრტყისათვის $z_c=0$-ს; p_c—წნევა $C—C$ კვეთში, რომელიც ატმოსფერულის ტოლია, $p_c=p_{\text{ატ}}$; v_c—სითხის ჭავლის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე $C—C$ კვეთში; $h_{\text{დან}}$-ნახვრეტში დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგი, რომელიც გამოითვლება ფორმულით $h_{\text{დან}}=h_{\text{ნახ}}=\xi_{\text{ნახ}}\frac{v_c^2}{2g}$ ($\xi_{\text{ნახ}}$ ნახვრეტში დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგის კოეფიციენტია).

აღნიშნულის გათვალისწინებით (9.3) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$H+\frac{p_0}{\gamma}=\frac{p_{\text{ატ}}}{\gamma}+\frac{\alpha v_c^2}{2g}+\xi_{\text{ნახ}}\frac{v_c^2}{2g}. \tag{9.4}$$

აღვნიშნოთ

$$H+\left(\frac{p_0}{\gamma}-\frac{p_{\text{ატ}}}{\gamma}\right)=H_{\text{დაყ}}, \tag{9.5}$$

სადაც $H_{\text{დაყ}}$ არის ე. წ. **დაყვანილი დაწნევა.**

მაშინ (9.4)-ის ნაცვლად გვექნება

$$H_{\text{დაყ}}=(\alpha+\xi_{\text{ნახ}})\frac{v_c^2}{2g},$$

საიდანაც

$$v_c=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\xi_{\text{ნახ}}}}\sqrt{2gH_{\text{დაყ}}}, \tag{9.6}$$

ანუ

$$v_c=\varphi\sqrt{2gH_{\text{დაყ}}}, \tag{9.7}$$

სადაც

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi \varepsilon_{ა.ბ}}}. \qquad (9.8)$$

φ კოეფიციენტს, რომელიც (9.7) ფორმულაში დაწნევის დანაკარგს ითვალისწინებს, სიჩქარის კოეფიციენტი ეწოდება.

იმ შემთხვევაში, როცა $p_0 = p_{ა.ბ}$, ე. ი., როცა რეზერვუარი ღიაა, $H_{ა.ყ} = H$ და (9.7) გამოსახულებიდან გვექნება

$$v_ა = \varphi \sqrt{2gH}. \qquad (9.9)$$

ეს უკანასკნელი წარმოადგენს $C—C$ კვეთში სითხის ჭაილის მოძრაობის საშუალო სიჩქარის გამოსათვლელ ფორმულას.

$v_ა$ სიჩქარის საშუალებით ვიპოვით ნახვრეტიდან გამოდინებული ხარჯის სიდიდეს ($p_0 = p_{ა.ბ}$ შემთხვევისათვის)

$$Q = \omega_ა v_ა = \omega_ა \varphi \sqrt{2gH}.$$

თუ (9.2) გამოსახულებასაც გავითვალისწინებთ, მივიღებთ

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH}, \qquad (9.10)$$

ანუ

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}, \qquad (9.11)$$

სადაც

$$\mu = \varepsilon \varphi \qquad (9.12)$$

არის ე. წ. ხარჯის კოეფიციენტი.

(9.11) გამოსახულება წარმოაჩენს მუდმივი დაწნევისას თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან გამოდინებული სითხის ხარჯის საანგარიშო ფორმულას.

3. კუმშვის, ხარჯის, სიჩქარისა და დანაკარგის კოეფიციენტების მნიშვნელობები. ნახვრეტიდან გამოდინების კოეფიციენტებსა და რეინოლდსის რიცხვს შორის დამოკიდებულება. მრავალრიცხოვანი ექსპერიმენტული კვლევის შედეგად დადგენილია, რომ წრიული და კვადრატული ფორმის მცირე ნახვრეტებიდან გამოდინებული სითხის ჭაილის სრული სრულყოფილი კუმშვის ε კოეფიციენტის საშუალო მნიშვნელობები შეიძლება მივიღოთ 0,64—0,60-ის ტოლად. ამასთან კუმშვის კოეფიციენტის სიდიდე დაწნევის, და მაშასადამე, რეინოლდსის რიცხვის, ზრდით მცირდება.

არასრული და არასრულყოფილი კუმშვის შემთხვევაში ε კოეფიციენტის მნიშვნელობა მეტია, ვიდრე სრული და სრულყოფილი კუმშვის შემთხვევაში, რისი გათვალისწინებაც ხარჯის კოეფიციენტს რამდენადმე გაზრდით ხდება.

ხარჯის კოეფიციენტი თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტებისათვის, რომლებიც ხასიათდებიან ჰაერის სრული სრულყოფილი კუმშვით, იცვლება შედარებით მცირე დიაპაზონში და რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისათვის საშუალოდ $\mu = 0{,}62 - 0{,}60$ ის ტოლად მიიღება. ამასთან, რეინოლდსის რიცხვის ნაკლებ მნიშვნელობებს და მცირე ზომის ხვრეტებს μ-ს დიდი მნიშვნელობები შეესაბამება.

ჰაერის არასრული კუმშვის შემთხვევაში ხარჯის კოეფიციენტი მეტია, ვიდრე სრული კუმშვისას (μ). მათ შორის დამოკიდებულება გამოისახება ემპირიული ფორმულით

$$\mu_{\text{არასრული}} = \mu \left(1 + k \frac{\pi}{\chi} \right), \qquad (9.13)$$

სადაც χ არის ნახვრეტის პერიმეტრი:

π — ნახვრეტის კონტურის იმ ნაწილის პერიმეტრი, რომელზედაც ჰაერის კუმშვა არ ხდება;

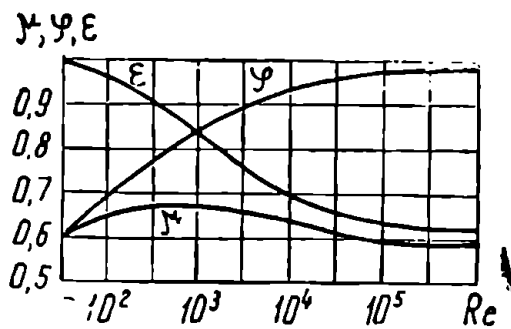
k — კოეფიციენტი, რომელიც წრიული ნახვრეტისათვის 0,13-ის, ხოლო კვადრატულისათვის 0,15-ის ტოლია.

სრული, მაგრამ არასრულყოფილი კუმშვისას ხარჯის კოეფიციენტი ($\mu_{\text{არასრული}}$) ასევე μ კოეფიციენტზე მეტია. დამოკიდებულება ამ კოეფიციენტებს შორის გამოისახება ემპირიული ფორმულით

$$\mu_{\text{არასრული}} = \mu \left[1 + 0{,}64 \left(\frac{\omega}{\Omega} \right)^2 \right], \qquad (9.14)$$

სადაც ω და Ω არის, შესაბამისად, ნახვრეტისა და იმ კედლის ფართობი, რომელშიც მოწყობილია ნახვრეტი.

თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან გამოდინებისას ექსპერიმენტული გზით დადგენილია სიჩქარის კოეფიციენტის საშუალო მნიშვნელობა რეინოლდსის რიცხვის დიდი მნიშვნელობებისათვის, $\varphi = 0{,}97$. ამ უკანასკნელის საშუალებით (9.8) ფორმულიდან შეგვიძლია გამოვთვალოთ ნახვრეტში დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგის კოეფიციენტი, თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ $\alpha \approx 1$-ს,

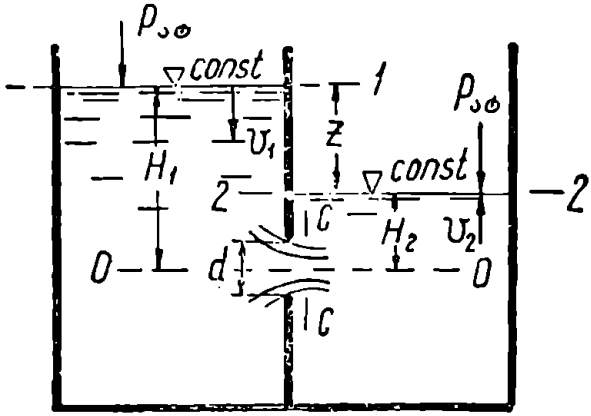


ნახ. 9.3.

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_{\text{ნახ}}}} = 0{,}97,$$

საიდანაც $\xi_{\text{ნახ}} = 0{,}06$.

ნახვრეტიდან სითხის გამოდინების კოეფიციენტის ზემოთ მოყვანილი რიცხვითი სიდიდეები მართებულია რეინოლდსის რიცხვის $\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu}=\frac{\sqrt{2gH}}{\nu}d>10^5$ მნიშვნელობებისათვის, როცა ეს უკანასკნელი პრაქტიკულად გავლენას არ ახდენს აღნიშნული კოეფიციენტების სიდიდეზე. რეინოლდსის რიცხვის ნაკლები მნიშვნელობებისათვის ε, μ, φ კოეფიციენტები დამოკიდებულია Re-ზე. გრაფიკზე (ნახ. 9.3), ა. ალტშულის მონაცემების მიხედვით, აგებულია $\varepsilon=f_1(\mathrm{Re})$, $\mu=f_2(\mathrm{Re})$ და $\varphi=f_3(\mathrm{Re})$ დამოკიდებულებათა მრუდები. ჩვეულებრივ, რეინოლდსის რიცხვის მცირე მნიშვნელობები დამახასიათებელია შედარებით დიდი სიბლანტის მქონე სითხეებისათვის.



ნახ. 9.4.

4. სითხის არათავისუფალი (დონის ქვეშ) გამოდინება თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან (ნახ. 9.4). ამ შემთხვევაში, თავისუფალი გამოდინების ანალოგიურად, $C-C$ კვეთში მყარდება პარალელურჰაერული (მდორედ ცვალებადი) მოძრაობა. შევადგინოთ ბერნულის განტოლება 1—1 და $C-C$ კვეთებისათვის ნახვრეტის სიმძიმის ცენტრზე გამავალი $O-O$ საფარი სიბრტყის მიმართ

$$H_1+\frac{p_{ა.ტ}}{\gamma}+\frac{\alpha v_1^2}{2g}=\frac{p_c}{\gamma}+\frac{\alpha v_c^2}{2g}+h_{დან.}$$

ბხედველობაში მივიღოთ, რომ $v_1\approx 0$; $p_c=p_{ა.ტ}+\gamma H_2$; $h_{დან}=\xi_{ნახ}\frac{v_c^2}{2g}$, სადაც $\xi_{ნახ}$ არის ნახვრეტში დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგის კოეფიციენტი; $\alpha\approx 1$. მაშინ გვექნება

$$H_1+\frac{p_{ა.ტ}}{\gamma}=\frac{p_{ა.ტ}}{\gamma}+H_2+\frac{\alpha v_c^2}{2g}+\xi_{ნახ}\frac{v_c^2}{2g},$$

ანუ

$$H_1-H_2=(\alpha+\xi_{ნახ})\frac{v_c^2}{2g}.$$

მაგრამ ნახაზიდან ჩანს, რომ $H_1-H_2=Z$, ამიტომ $C-C$ კვეთში საშუალო სიჩქარის გამოსათვლელად მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას

$$v_0=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta_{\text{ნახ}}}}\sqrt{2gZ}=\varphi\sqrt{2gZ}, \qquad (9.15)$$

სადაც $\varphi=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta_{\text{ნახ}}}}$ არის სიჩქარის კოეფიციენტი.

სითხის ხარჯის საანგარიშო ფორმულას, თუ გავითვალისწინებთ (9.1) და (9.12) გამოსახულებებს, ასეთი სახე ექნება:

$$Q=\omega v_0=\varepsilon\omega v_c=\varepsilon\varphi\omega\sqrt{2gZ}=\mu\omega\sqrt{2gZ}.$$

ე. ი. თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან დონის ქვეშ გამოდინებული სითხის ხარჯი გამოითვლება ფორმულით

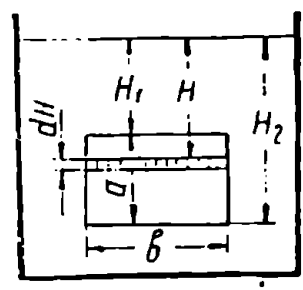
$$Q=\mu\omega\sqrt{2gZ}, \qquad (9.16)$$

სადაც $\mu=\varepsilon\varphi$ არის ხარჯის კოეფიციენტი;

ω — ნახვრეტის ფართობი;

$Z=H_1-H_2$ — დაწნევა ნახვრეტის ცენტრზე.

მრავალრიცხოვანმა ექსპერიმენტულმა გამოკვლევებმა ცხადჰყო, რომ დონის ქვეშ გამოდინების კოეფიციენტების მნიშვნელობები თითქმის არ განსხვავდება თავისუფალი გამოდინების ანალოგიური კოეფიციენტების მნიშვნელობებისაგან.



ნახ. 9.5.

6. სითხის თავისუფალი გამოდინება თხელკედლიანი დიდი ნახვრეტიდან (ნახ. 9.5).[1] დიდი ნახვრეტიდან ($a>0,1H$; $d>0,1H$) სითხის გამოდინებისას გეომეტრიული დაწნევა ნახვრეტის ზედა და ქვედა წერტილებში მნიშვნელოვნად განსხვავდება ერთმანეთისაგან. იგი იცვლება H_1-დან ნახვრეტის ზემო ნაწილში H_2-მდე მის ქვემო ნაწილში.

დიდი ნახვრეტიდან სითხის ატმოსფეროში გამოდინების ძირითადი ამოცანაა ხარჯის განსაზღვრა. ამ მიზნით, დიდი სწორკუთხა ნახვრეტის ფართობი დავყოთ უსასრულოდ მცირე dH სიმაღლის ჰორიზონტალურ ზოლებად. მაშინ თითოეული ზოლი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც „მცირე" ნახვრეტი მუდმივი H დაწნევით. ამიტომ ასეთი ზოლისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ მცირე ნახვრეტიდან გამოდინებული

[1] სიმარტივისათვის განვიხილავთ დიდი ნახვრეტის კვრძო შემთხვევას — სწორკუთხა ნახვრეტს.

სითხის ხარჯის საანგარიშო ფორმულა (9.11). იმის გათვალისწინებით, რომ $d\omega = b\,dH$, გვექნება

$$dQ = \mu d\omega\sqrt{2gH} = \mu b\sqrt{2gH}\,dH, \qquad (9.17)$$

სადაც b არის სწორკუთხა ნახვრეტის სიგანე;

μ — „მცირე" ნახვრეტის ხარჯის კოეფიციენტი;

H — დაწნევა „მცირე" ნახვრეტისათვის.

მკაცრად რომ ვთქვათ, μ ხარჯის კოეფიციენტი დამოკიდებულია H სიღრმეზე და სხვადასხვა ზოლისათვის ის სხვადასხვა იქნება. მაგრამ იმის გამო, რომ არ გვაქვს საკმარისი მონაცემები ნახვრეტის სიმაღლის მიხედვით μ-ს ცვლილების შესახებ, (9.17) განტოლების ინტეგრირებისათვის დავუშვათ, რომ $\mu = \text{const}$ და მიღებულ ფორმულაში შევიყვანოთ ცდით დადგენილი ხარჯის განზოგადებული კოეფიციენტი, რომელიც გაითვალისწინებს აღნიშნული დაშვების პირობითობას. მაშინ გვექნება

$$Q = \mu b \int_{H_1}^{H_2} \sqrt{2gH}\,dH = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}). \qquad (9.18)$$

ზოგჯერ ეს ფორმულა (9.11) სახეზე დაყავთ. ამისათვის $H_{ს.ც}$-ით აღვნიშნოთ ნახვრეტის სიმძიმის ცენტრის დაცილება სითხის თავისუფალი ზედაპირიდან. მაშინ

$$H_1 = H_{ს.ც} - \frac{a}{2} = H_{ს.ც}\left(1 - \frac{a}{2H_{ს.ც}}\right);$$

$$H_2 = H_{ს.ც} + \frac{a}{2} = H_{ს.ც}\left(1 + \frac{a}{2H_{ს.ც}}\right),$$

სადაც a არის ნახვრეტის სიმაღლე.

H_1-ის და H_2-ის ეს მნიშვნელობები ჩავსვათ (9.18) გამოსახულებაში

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,H_{ს.ც}^{3/2}\left[\left(1 + \frac{a}{2H_{ს.ც}}\right)^{3/2} - \left(1 - \frac{a}{2H_{ს.ც}}\right)^{3/2}\right]. \qquad (9.19)$$

მრგვალ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულებები ნიუტონის ბინომით გავშალოთ მწკრივებად და შემოვიფარგლოთ მათი პირველოთხ-ოთხი წევრით, გვექნება

$$\left(1 \pm \frac{a}{2H_{ს.ც}}\right)^{3/2} = 1 \pm \frac{3}{2}\cdot\frac{a}{2H_{ს.ც}} + \frac{3}{8}\cdot\frac{a^2}{4H_{ს.ც}^2} \pm \frac{1}{16}\cdot\frac{a^3}{8H_{ს.ც}^3}.$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით (9.19) გამოსახულებიდან ძირითადი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ

$$Q = \frac{2}{3}\mu\omega\sqrt{2g}\,H_{0.0}^{3/2}\left(\frac{3}{2}\frac{a}{H_{0.0}} - \frac{1}{64}\frac{a^2}{H_{0.0}^2}\right) =$$

$$= \mu\omega\sqrt{2gH_{0.0}}\left(1 - \frac{1}{96}\frac{a^2}{H_{0.0}^2}\right).$$

ფრჩხილებში მოთავსებული მეორე წევრი $\frac{a^2}{96H_{0.0}^2}$ ვაკლებით ნაკლებია ერთზე, რის გამოც მას, ჩვეულებრივ, უგულებელყოფენ. მაშინ თხელკედლიანი დიდი ნახვრეტიდან სითხის თავისუფალი გადმოდინების შემთხვევისათვის ხარჯის ფორმულას ასეთი სახე ექნება:

$$Q = \mu_0 ab\sqrt{2gH_{0.0}} = \mu_0\omega\sqrt{2gH_{0.0}}. \qquad (9.20)$$

სადაც $\omega = ab$ არის თხელკედლიანი სწორკუთხა დიდი ნახვრეტის ფართობი.

μ_0 ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობები დიდი ნახვრეტებისათვის იცვლება ფართო დიაპაზონში ($\mu_0 = 0{,}63 - 0{,}90$) და დამოკიდებულია მრავალ ფაქტორზე (ნახვრეტის ზომებსა და ფორმაზე, დაწნევაზე, ჰაერის კუმშვის ხარისხზე და სხვ.).

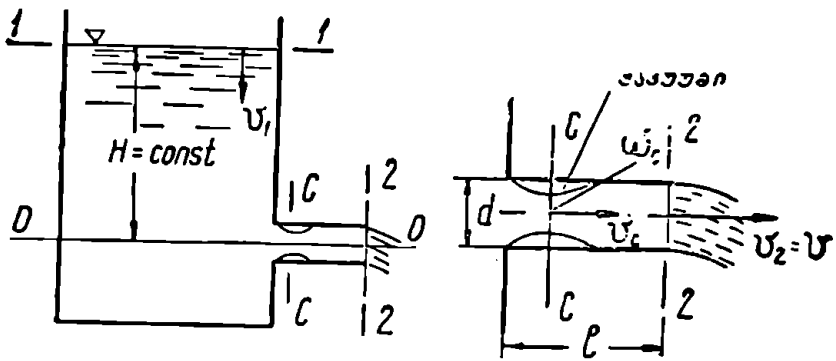
ამგვარად, დიდი ნახვრეტიდან გადმოდინებული სითხის ხარჯის გამოსათვლელად ესარგებლობთ ისეთივე ფორმულით, როგორითაც თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან გადმოდინებისას, მხოლოდ ამ შემთხვევაში საჭიროა, წინასწარ დადგინდეს μ_0 ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობა.

§ 9.2. სითხის გადმოდინება ნაცვლებიდან მუდმივი დაწნევისას

განვიხილოთ სითხის მოძრაობა რეზერვუარის d დიამეტრის თხელკედლიან ნახვრეტთან მიერთებულ l სიგრძის მოკლე მილში (ნახ.9.6). ასეთ მილში სითხის მოძრაობის ხასიათი ნაკადის უეცარი შევიწროების შემთხვევის მსგავსია. სითხის მილში შესვლისას დენის წირების გამრუდების გამო, რაც გამოწვეულია შესასვლელის ნაწიბურის გარშემოდენით, მცირე ნახვრეტიდან გადმოდინების ანალოგიურად, ვლება ჰაერის კუმშვა (ე. წ. ჰაერის შიგა კუმშვა) (ნახ. 9.6). ატმოსფეროში გადმოდინების დაშვების მოვლენაში სითხის ჰაერი წაიტაცებს შეკუმშულ კვეთსა და მილის კედლებს შორის სივრცეში მოთავსებულ ჰაერს, რის შედეგადაც ამ სივრცეში წარმოიქმნება ვაკუუმი, რომლის სიდიდეც დამოკიდებულია შეკუმშულ კვეთში სითხის მოძრაობის სიჩქარესა და, მაშასადამე, დაწნევაზე. შემდეგ ჰაერი კვლავ ფართოვდება, ავსებს მილის

მთელ კვეთს და გამოედინება სრული კვეთით, რომლის ფართობიც მილის გამოსასვლელი ნახვრეტის ფართობის ტოლია; ე. ი. მილიდან ატმოსფეროში გამოსულისას ჰაერის კუმშვა (ე. წ. გარე კუმშვა) არ ხდება. ვაკუუმის მოქმედებით შეკუმშული $C—C$ კვეთის ირგვლივ მდებარე ზონა ივსება სითხით, რომელიც ბრუნვით ცირკულაციურ მოძრაობას ასრულებს.

ვაკუუმის არსებობის გამო ხდება სითხის „შეწოვა“ რეზერვუარიდან, რაც მნიშვნელოვნად ზრდის მილის გამტარობას (ხარჯს) იმავე დიამეტრის მქონე თხელკედლიან ნახვრეტებთან შედარებით. ე. ი. განსახილ-



ნახ. 9.6.

ველ შემთხვევაში ფაქტობრივი დაწნევა შედგება მილის შესასვლელი ნახვრეტის სიმძიმის ცენტრზე მოქმედი დაწნევისა და შეკუმშულ კვეთში ვაკუუმის სიდიდის ჯამისაგან, რაც ზრდის სწორედ მილის გამტარობას.

ამასთან ერთად ნახვრეტთან მილის მიერთება იწვევს დაწნევის დამატებით კარგვას თხელკედლიან ნახვრეტთან შედარებით, რაც განპირობებულია მილის შიგნით ჰაერის უეცარი გაფართოებითა (შეკუმშული $C—C$ კვეთის d_c დიამეტრიდან მილის d დიამეტრამდე) და მილის l სიგრძეზე არსებული ჰიდრავლიკური წინაღობით. ეს, პირიქით, იწვევს მილში ხარჯის რამდენადმე შემცირებას.

მაშასადამე, თხელკედლიან ნახვრეტთან იმავე დიამეტრის მილის მიერთებისას, ერთდროულად, ვაკუუმის წარმოქმნის შედეგად ხარჯის გამტარობა კიდეც იზრდება და იმის გამო, რომ თავს იჩენს დამატებითი ჰიდრავლიკური წინაღობები, კიდეც მცირდება. ისმის კითხვა: რა ხდება ბოლო ჯამში? ვაკუუმის არსებობით გამოწვეული ხარჯის ზრდის ეფექტი სჭარბობს დამატებითი ჰიდრავლიკური წინაღობების გავლენით ხარჯის შემცირების ეფექტს, თუ, პირიქით?

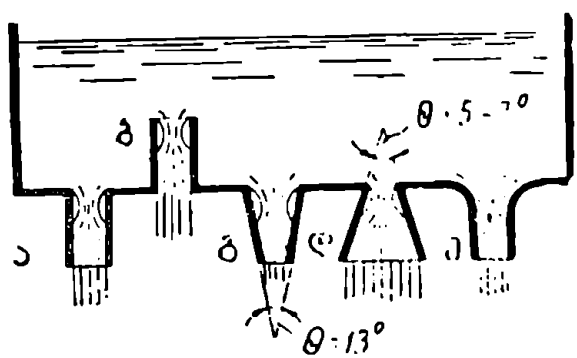
აღმოჩნდა, რომ, როდესაც $l \approx 55d$ (სადაც l და d არის შესაბამისად მილის სიგრძე და დიამეტრი), მოკლე მილიდან გამოდინებული სი-

თხის ხარჯი იმავე d დიამეტრის თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან გამოდინებული სითხის ხარჯის ტოლია. ე. ი. ამ შემთხვევაში ზემოთ აღნიშნული ორი ეფექტი ერთმანეთის ტოლფასია. როდესაც $l<55d$, მაშინ ვაკუუმის ფაქტორი უფრო ძლიერ გავლენას ახდენს მილის გამტარობაზე, ვიდრე დამატებითი ჰიდრავლიკური წინაღობები და ამიტომ მილიდან გამოდინებული სითხის ხარჯი აღემატება იმავე დიამეტრის თხელკედლიანი ნახვრეტიდან გამოდინებული სითხის ხარჯს. როდესაც $l>55d$, ვაკუუმის ეფექტი უკვე ვეღარ ახდენს დამატებითი წინაღობების კომპენსაციას და ამიტომ ასეთი მილიდან გამოდინებული სითხის ხარჯი ნაკლები იქნება იმავე დიამეტრის თხელკედლიანი ნახვრეტიდან გამოდინებული სითხის ხარჯზე.

როგორც გამოკვლევები გვიჩვენებს, ხარჯის მაქსიმალური მნიშვნელობა მიიღება იმ შემთხვევაში, როდესაც მილის სიგრძე $l=(3\div7)d$. ასეთ მოკლე მილს ნაცმს უწოდებენ. იმისათვის, რომ მოკლე მილი როგორც ნაცმი ისე მუშაობდეს, საჭიროა დაცულ იქნეს შემდეგი პირობა:

$$(3\div4)d\leqslant l\leqslant(6\div7)d. \qquad (9.21)$$

თუ $l<(3-4)d$, მაშინ მილის სიგრძე არ არის საკმარისი იმისათვის, რომ მის ფარგლებში ჰაერმა მოასწროს გაფართოება მილის სრულ კვეთამდე. თუ $l>(6-7)d$, მაშინ ნაცმის ნაცვლად ვღებულობთ „მოკლე მილსადენს“, როდესაც დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის უგულებელყოფა უკვე აღარ შეიძლება. მაშასადამე, ნაცმი არის თხელკედლიან



ნახ.9.7.

ნახვრეტთან მიერთებული მცირე სიგრძის მილი, რომლის ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას მხედველობაში მიიღება დაწნევის მხოლოდ ადგილობრივი დანაკარგები, ხოლო სიგრძეზე დანაკარგებს უგულებელყოფთ.

განასხვავებენ გარე და შიგა ცილინდრულ (ნახ. 9.7, ა და ბ), კო-

ნუსურ ბოლოშეეიწროებულ (ნახ. 9.7, გ). კონუსურ ბოლოგაშლილ (ნახ. 9.7, დ) და კონოიდურ (ნახ. 9.7, ე) ნაცმებს.

გარე ცილინდრული ნაცმი (ნახ. 9.6) იგი წარმოადგენს რეზერვუარის d დიამეტრის თხელკედლიან ნახვრეტთან გარედან მიერთებულ იმავე დიამეტრის $l=(3\div4)d$ სიგრძის მოკლე მილს. განვსაზღვროთ გარე ცილინდრული ნაცმიდან სითხის გამოდინების სიჩქარე და ხარჯი. ამისათვის შევადგინოთ ბერნულის განტოლება რეზერვუარში სითხის თავისუფალ ზედაპირთან შეთავსებული 1—1 და გამოსასვლელი 2—2 კვეთებისათვის (ნახ. 9.6) ნაცმის ღერძზე გამავალი $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ. თუ ვივულისხმებთ, რომ $\alpha\approx1$-ს, $v_2=v$-ს, ხოლო სიჩქარითი დაწნევა 1—1 კვეთში $\frac{v_1^2}{2g}\approx0$-ს, მაშინ გვექნება

$$H=\frac{v^2}{2g}+\xi_{\text{ნაც}}\frac{v^2}{2g}=(1+\xi_{\text{ნაც}})\frac{v^2}{2g},$$

საიდანაც

$$v=\frac{1}{\sqrt{1+\xi_{\text{ნაც}}}}\sqrt{2gH}=\varphi\sqrt{2gH}. \qquad (9.22)$$

ამგვარად, მივიღეთ (9.9) ფორმულა, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ამ შემთხვევაში სიჩქარის კოეფიციენტის სიდიდე განსხვავებული იქნება თხელკედლიანი ნახვრეტისათვის ანალოგიური კოეფიციენტის მნიშვნელობისაგან, რადგანაც ნაცმში დაწნევა იკარგება როგორც შესასვლელის ნაწიბურის გარსშემოდენაზე, ისე ჰაერის გაფართოებაზე $C-C$ კვეთის შემდეგ ($\xi_{\text{ნაც}}=\xi_{\text{შეს}}+\xi_{\text{გაფ}}$). დადგენილია, რომ $\xi_{\text{ნაც}}=0.5$ და ის დაახლოებით 8-ჯერ აღემატება თხელკედლიანი წრიული ნახვრეტის წინაღობის კოეფიციენტს ($\xi_{\text{ნახ}}=0,06$). ამიტომ

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\xi_{\text{ნაც}}}}=\frac{1}{\sqrt{1+0,5}}\approx0,82.$$

გარე ცილინდრული ნაცმიდან გამოდინებული სითხის ხარჯი გამოითვლება (9.11) ფორმულით

$$Q=\mu\omega\sqrt{2gH}$$

მხოლოდ იმის გამო, რომ ნაცმის გამოსასვლელ 2—2 კვეთში ჰაერი გარე კუმშვას არ განიცდის, ე. ი. კუმშვის კოეფიციენტი $\varepsilon=1$ ს. μ ხარჯის კოეფიციენტი მნიშვნელოვნად მეტია თხელკედლიანი წრიული ნახვრეტის შესაბამის კოეფიციენტზე. მართლაც, როცა $\varphi=0,82$ და $\varepsilon=1$, მაშინ, (9.12) ფორმულის თანახმად, $\mu=1\cdot0,82=0,82$ (გავიხსენოთ, რომ თხელკედლიანი წრიული ნახვრეტისათვის $\mu=0,62$). მაშასადამე, გარე ცილინდრული ნაცმიდან გამოდინებული სითხის ხარჯი ($Q_{\text{ნაც}}$) თხელკედ-

ლიანი ნახვრეტიდან გამოღინებული სითხის ხარჯს ($Q_{ნაკ}$) სხვა თანაბარ პირობებში აღემატება $\frac{Q_{ნაკ}}{Q_{ნახ}} = \frac{\mu_{ნაკ}\omega\sqrt{2gH}}{\mu_{ნახ}\omega\sqrt{2gH}} = \frac{0{,}82}{0{,}62} \approx 1{,}34$-ჯერ, ე. ი. 34%-ით.

ახლა განვსაზღვროთ გარე ცილინდრულ ნაკმში წარმოქმნილი ვაკუუმის სიდიდე. ამისათვის შევადგინოთ ბერნულის განტოლება $C-C$ და $2-2$ კვეთებისათვის $O-O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ (ნახ. 9.6)

$$\frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} = \frac{p_{ატ}}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_{დან}. \qquad (9.23)$$

თუ ვიგულისხმებთ, რომ ჰაერის შიგა კუმშვა $C-C$ კვეთში დაახლოებით ისეთივეა, როგორც თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან გამოღინებისას, ე. ი. ჰაერის კუმშვის კოეფიციენტი $\varepsilon=0{,}64$, ხოლო $\omega_c = \varepsilon\omega$, მივიღებთ

$$\frac{v_c^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\cdot\frac{\omega^2}{\omega_c^2} = \frac{1}{\varepsilon^2}\frac{v^2}{2g},$$

სადაც ხარჯის უწყვეტობის განტოლებიდან $(\omega_c v_c = \omega v)$ $v_c = v\frac{\omega}{\omega_c}$.

დაწნევის დანაკარგი $C-C$ და $2-2$ კვეთებს შორის ($h_{დან}$) შეიძლება მიახლოებით გაიოვთეალოთ ბორდას (4.88) ფორმულით, რომლის დანაკარგი უეცარ გაფართოებაზე

$$h_{დან} = \frac{(v_c - v)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2.$$

მაგრამ (9.22) გამოსახულებიდან გვაქვს, რომ $\frac{v^2}{2g} = \varphi^2 H$, ამიტომ ბოლო აღნიშნულის გათვალისწინებით (9.23) ასეთ სახეს მიიღებს:

$$h_{ვაკ} = \frac{p_{ატ} - p_c}{\gamma} = \frac{v_c^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} - h_{დან} = \frac{1}{\varepsilon^2}\frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2\frac{v^2}{2g} =$$

$$= \varphi^2 H\left[\frac{1}{\varepsilon^2} - 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2\right] = 0{,}82^2\left[\frac{1}{0{,}64^2} - 1 - \left(\frac{1}{0{,}64} - 1\right)^2\right]H \approx$$

$$\approx 0{,}75H.$$

მიღებული დამოკიდებულება

$$h_{ვაკ} \approx 0{,}75H \qquad (9.24)$$

გამოსახავს ვაკუუმმეტრულ სიმაღლესა ($h_{ვაკ}$) და გეომეტრიულ დაწნევას (H) შორის თანაფარდობას.

(9.24) ფორმულიდან შეგვეძლია დავადგინოთ დაწნევის ზღვრული მნიშვნელობა გარე ცილინდრული ნაცმისათვის

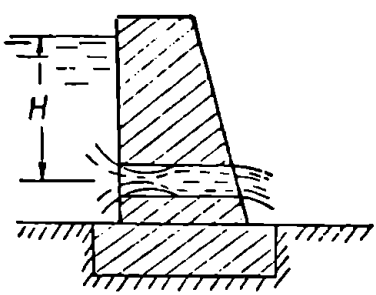
$$H_{\text{ზღ}} = \frac{h_{\text{ვაკ.ზღ}}}{0{,}75}.$$

თუ მიახლოებით მივიღებთ, რომ ვაკუუმმეტრული სიმაღლის ზღვრული მნიშვნელობა ($h_{\text{ვაკ.ზღ}}$) დაახლოებით 10 მ-ის ტოლია, მაშინ დაწნევის ზღვრული მნიშვნელობისათვის გვექნება

$$H_{\text{ზღ}} = \frac{10}{0{,}75} = 13{,}33 \text{ მ}.$$

საინჟინრო პრაქტიკაში, ჩვეულებრივ, არ უშვებენ ვაკუუმმეტრული სიმაღლის მახლობელ ზღვრულ მნიშვნელობას, რადგანაც ასეთ შემთხვევაში მოსალოდნელია სითხის უწყვეტობისა და სტაციონარობის დარღვევა და ნაცმში გარედან ჰაერის შეჭრა. ამიტომ, როგორც წესი, ვაკუუმმეტრულ სიმაღლეს არ ღებულობენ 8 მ-ზე მეტს. მაშინ ზღვრული დაწნევა $H_{\text{ზღ}} \leqslant 10{,}7$ მ.

წყალსაცავიდან ქვედა ბიეფში წყლის გასატარებლად კაშხლის ტანში მოწყობილი ნახერეტების მუშაობის ჰიდრავლიკური პირობები



ნახ. 9.8.

გარე ცილინდრული ნაცმის ანალოგიურია (ნახ. 9.8). ამ ტიპის ნაცმები ფართოდ გამოიყენება აგრეთვე რეზერვუარებისა და ცისტერნების დასაცლელადაც.

შიგა ცილინდრული ნაცმი (ნახ. 9.7, ბ). ასეთ ნაცმში სითხის მოძრაობის ხასიათი ისეთივეა, როგორც გარე ცილინდრულ ნაცმში, მხოლოდ კუმშვის, სიჩქარისა და ხარჯის კოეფიციენტების გასაშუალებული მნიშვნელობები რამდენადმე განსხვავებულია: $\varepsilon = 1$; $\varphi = 0{,}71$, $\mu = 0{,}71$. ისე, რომ შიგა ცილინდრული ნაცმი ხასიათდება მეტი ჰიდრავლიკური წინაღობით, ვიდრე გარე ცილინდრული ნაცმი, რაც იწვევს სიჩქარის კოეფიციენტის და, მაშასადამე, ხარჯის კოეფიციენტის შემცირებასაც 0,71-მდე. ამის გამო არის, რომ პრაქტიკაში ასეთი ტიპის ნაცმები იშვიათად გამოიყენება.

კონუსური ბოლოშევიწროებული ნაცმი (ნახ. 9.7, გ). ასეთ ნაცმში სითხის მოძრაობა ხდება ჰაერების კრებადობით ნაცმის გამოსასვლელი კვეთისაკენ, რის გამოც იგი ხასიათდება გამოდინების დიდი სიჩქარეებითა და ჰაერის კომპაქტურობით. კონუსურ ბოლოშევიწროებულ

ნაცმში ჰაელის შიგა კუმშვის ხარისხი ნაკლებია, ვიდრე გარე ცილინდრულ ნაცმში და შეკუმშული კვეთის ω_c ფართობი პრაქტიკულად გამოსასველი კვეთის ω ფართობის ტოლია. ასე, რომ შეკუმშული კვეთის შემდეგ ჰაელი თითქმის არ ფართოვდება, რაც საგრძნობლად ამცირებს დაწნევის დანაკარგებს. განსახილველი ნაცმის ხარჯის კოეფიციენტი დამოკიდებულია კონუსურობის Θ კუთხეზე და მაქსიმალურ მნიშვნელობას ($\mu=0{,}94-0{,}95$) აღწევს, როცა $\Theta\approx 13°$ ს. ამ დროს სიჩქარისა და დანაკარგის კოეფიციენტების მნიშვნელობები ტოლია $\varphi=0{,}96$; $\xi_{\text{ნაც}}=0{,}08$.

შევნიშნავთ, რომ ნაცმის შეიწროებადი მიმმართველი კედლების გამო ჰაელი ნაცმიდან გამოსვლისას მცირედ იკუმშება ($\varepsilon\approx 0{,}98-0{,}99$), რაც ასეთი ნაცმების ერთგვარი ნაკლია.

კონუსური ბოლოშეიწროვებული ნაცმები გამოიყენება იქ, სადაც საჭიროა დიდი კინეტიკური ენერგიის მქონე კომპაქტური და შორსმსროლი ჰაელების მიღება, მაგალითად, სახანძრო ბრანდსპოიტებსა და ჰიდრომონიტორებში საქშენებად, აქტიური ტურბინების საქშენებში, შადრევნების ბუნიკებში და სხვ.

კონუსური ბოლოგაშლილი ნაცმი (ნახ. 9.7, დ). ასეთ ნაცმში შესვლისას სითხის ჰაელი განიცდის მნიშვნელოვან შიგა კუმშვას, შემდეგ სწრაფად ფართოვდება და მთლიანად ავსებს კვეთს. ნაცმიდან გამოსვლისას ჰაელი გარე კუმშვას არ განიცდის და კუმშვის კოეფიციენტი $\varepsilon=1$-ს.

კონუსურ ბოლოგაშლილ ნაცმში ჰაელის კუმშვის ხარისხი და ვაკუუმის მნიშვნელობა მეტია, ვიდრე გარე ცილინდრულ ნაცმში, ამასთან კონუსურობის Θ კუთხის გაზრდით იზრდება ვაკუუმის სიდიდეც. მაგრამ, როცა Θ კუთხე $8°$-ს აჭარბებს, ნაცმი მთელი კვეთით აღარ მუშაობს, ხდება ჰაელის მოწყვეტა ნაცმის კედლებიდან და იქმნება პირობები, რომლებიც თხელკედლიანი ნახვრეტიდან გამოდინების ანალოგიურია. როცა $\Theta=5\div 7°$-ს, ხარჯისა და სიჩქარის კოეფიციენტების მნიშვნელობები საშუალოდ $\mu=\varphi=0{,}45$-ის ტოლია.

ამგვარად, კონუსურ ბოლოგაშლილ ნაცმებში სიჩქარე გამოსასველ კვეთში მნიშვნელოვნად ნაკლებია ($\varphi=0{,}45$), ვიდრე ყველა ზემოთ განხილულ შემთხვევაში. ამის მიზეზია დაწნევის დიდი დანაკარგები თვით ნაცმში ჰაელის უეცარ შეიწროებასა და გაფართოებაზე ($\xi_{\text{ნაც}}=4$). მაგრამ ასეთი ნაცმიდან გამოდინებული სითხის ხარჯი მეტია, ვიდრე სხვა ტიპის ნაცმებიდან გამოდინების შემთხვევაში. ეს ფაქტი, ერთის შეხედვით, შეიძლება რამდენადმე უცნაურად მოგვეჩვენოს, რადგანაც კონუსური ბოლოგაშლილი ნაცმისათვის ხარჯის კოეფიციენტი შედარებით მცირეა ($\mu=0{,}45$). მაგრამ საჭიროა, გავითვალისწინოთ, რომ ეს კოეფიციენტი შეესაბამება ნაცმის დიდ გამოსასველ კვეთს. თუ მას შევუსა-

ბამებთ ბცირე შესასვლელ კვეთს (რეზერვუარის კედლის ნახვრეტთან მიერთების კვეთს), მაშინ μ-ს მნიშვნელობა 2—3-ს მიაღწევს.

ამგვარად, თუ თხელკედლიან ნახვრეტს მივუერთებთ კონუსურ ბოლოგაშლილ ნაცას, სითხის Q ხარჯი ბევრად გაიზრდება. როგორც აღვნიშნეთ, ეს გამოწვეულია ვაკუუმის დიდი მნიშვნელობით, რაც განაპირობებს სითხის ინტენსიურ „შეწოვას".

აღნიშნული თვისებების გამო კონუსურ ბოლოგაშლილ ნაცმებს იყენებენ ისეთ დანადგარებში, სადაც მოითხოვება ან მნიშვნელოვანი ვაკუუმის შექმნა (ჰაერლიფტ ტუმბოებში, ჰიდროელევატორებში), ან გამოდინების მცირე სიჩქარეები (დაწვიმების აპარატებში, ტურბინის გამწოვ მილებში), ან კიდევ დიდი გამტარობის უნარი (დიდი ხარჯი).

კონოიდური ნაცმი (ნახ. 9.7, ე). ასეთი ნაცმის შიგა ზედაპირის მოხაზულობა დაახლოებით ემთხვევა თხელკედლიანი ნახვრეტიდან გამოდინებული სითხის ჭაღის ფორმას. ასეთი ტიპის ნაცმებში ჭაღის შიგა კუმშვა პრაქტიკულად არ ხდება. ასევე არ ხდება ჭავლის გარე კუმშვა ($\varepsilon = 1$). სიჩქარიცა და ხარჯის კოეფიციენტები ტოლია, ვიდრე ყველა ზემოთ განხილულ შემთხვევაში: $\mu = \varphi = 0.97—0,99$.

მიუხედავად იმისა, რომ კონოიდური ნაცმები ხასიათდება დიდი გამტარობის უნარითა და დიდი სიჩქარეებით (ჯამოსასულელ კვეთში), ისინი პრაქტიკაში ნაკლებად გამოიყენება დამზადების სირთულის გამო.

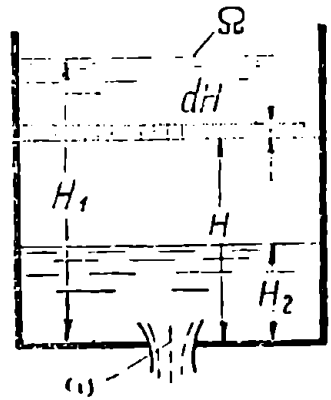
§ 9.8. სითხის ბაერლიფტით ცვლადი დაწნევისას

ნახვრეტებიდან და ნაცმებიდან სითხის ცვლადი დაწნევით გამოდინების ძირითად ამოცანას წარმოადგენს იმ დროის განსაზღვრა, რომელიც საჭიროა ჭურჭლის მთლიანად ან ნაწილობრივ დასაცლელად, ან შესავსებად და რომლის სიდიდეც დამოკიდებულია ჭურჭლისა და ნახვრეტის (ან ნაცმის) ფორმასა და ზომებზე. მსგავსი ამოცანები გვხვდება რეზერვუარების, ცისტერნების, წყალსაცავების, რაბის კამერებისა და სხვათა დაცლისა და შევსების გაანგარიშებისას.

აუცილებელია, მხედველობაში ვიქონიოთ, რომ ზემოთ განხილული ამოცანებისაგან განსხვავებით, ცვლადი დაწნევით გამოდინებისას განუწყვეტლივ იცვლება გამოდინების სიჩქარე და, მაშასადამე, გვაქვს სითხის დაუყოვნებელი მოძრაობა, რაც არ იძლევა ბერნულის განტოლების გამოყენების შესაძლებლობას. ამიტომ მსგავსი ამოცანების გადაწყვეტისას სითხის გამოდინების მთელ დროს ყოფენ უსასრულოდ მცირე შუალედებად, რომელთა განმავლობაშიც დაწნევა ითვლება მუდმივად, ხოლო სითხის მოძრაობა — დამყარებულად. ეს იძლევა საშუალებას, ვისარგებლოთ ზემოთ მიღებული დამოკიდებულებებით. ჩვენ განეი-

ხილავთ პრიზმული ფორმის ჭურჭლიდან სითხის გამოდინების მარტივ შემთხვევებს.

1. გამოდინება ატმოსფეროში ან სითხის მუდმივი დონის ქვეშ. განვიხილოთ სითხით შევსებული პრიზმული რეზერვუარის ω ფართობის მქონე თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან გამოდინება (ნახ. 9.9). განვსაზღვროთ რეზერვუარის H_1 საწყისი დონიდან H_2-მდე დაცლის დრო.



ნახ. 9.9.

დავუშვათ, რომ დროის რაიმე მომენტისათვის დაწნევა ნახვრეტის ცენტრზე არის H. დროის უსასრულოდ მცირე dt დროის განმავლობაში H დაწნევა შეიძლება ჩავთვალოთ ნუდმიე სიდიდედ და მაშინ ნახვრეტიდან გამოდინებული სითხის dW მოცულობა იქნება

$$dW = Q\,dt = \mu\omega\sqrt{2gH}\,dt.$$

დროის იმავე შუალედში სითხის დონე რეზერვუარში დაიწევს dH სიდიდით, ხოლო სითხის მოცულობა რეზერვუარში შემცირდება ΩdH-ით, სადაც Ω არის რეზერვუარის ჰორიზონტალური (განივი) კვეთის ფართობი. მაშასადამე,

$$-\Omega\,dH = \mu\omega\sqrt{2gH}\,dt.$$

აქ მინუს ნიშანი მიუთითებს H დაწნევის შემცირებაზე.

მიღებული განტოლებიდან გვექნება

$$dt = -\frac{\Omega\,dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}}.$$

ამ გამოსახულების ინტეგრირებით H_1-დან H_2-მდე საზღვრებში მივიღებთ

$$t = -\int_{H_1}^{H_2}\frac{\Omega\,dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}} = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\int_{H_2}^{H_1}\frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\Big|2\sqrt{H}\Big|_{H_2}^{H_1},$$

ანუ

$$t = \frac{2\Omega\left(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2}\right)}{\mu\omega\sqrt{2g}} \qquad (9.25)$$

რეზერვუარის სრული დაცლისას $H_2=0$-ს, ამიტომ

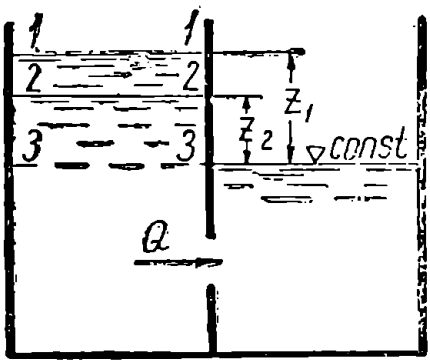
$$t=\frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}},$$

ანუ

$$t=\frac{2\Omega H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH_1}}=\frac{2W}{Q}, \qquad (9.26)$$

სადაც W არის რეზერვუარში სითხის მოცულობა;

Q — სითხის ხარჯი საწყისი H_1 დაწნევისას.

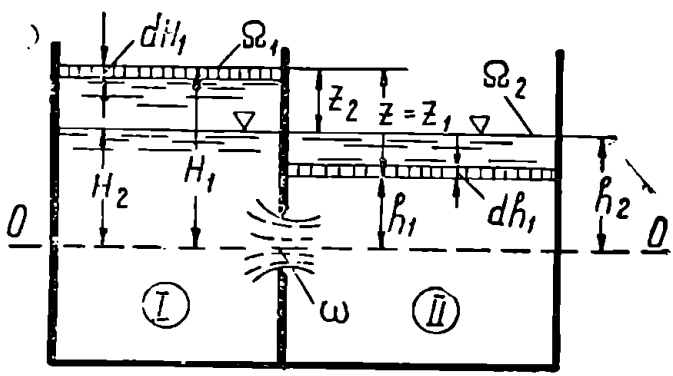


ნახ. 9.10.

მაშასადამე, რეზერვუარის სრული დაცლის ხანგრძლივობა ცვლადი დაწნევისას ორჯერ მეტია იმ დროზე, რომელიც დასჭირდებოდა სითხის იმავე მოცულობის გამოდინებას რეზერვუარის ნახვრეტიდან საწყისი დაწნევის (H_1) ტოლი მუდმივი დაწნევისას.

სითხის მუდმივი დონის ქვეშ გამოდინებისას (ნახ. 9.10) საანგარიშო ფორმულას ექნება იმავე (9.26) გამოსახულების სახე, მხოლოდ H_1-ის ნაცვლად ფორმულაში შევა Z_1.

2. დონეთა გათანაბრება ზიარ რეზერვუარებში (ნახ. 9.11). დავუშვათ, რომ გამოდინების დაწყების მომენტისათვის I რეზერვუარში



ნახ. 9.11.

ნახვრეტის ცენტრზე H_1 დაწნევა II რეზერვუარში h_1 დაწნევაზე მეტია. განვსაზღვროთ რეზერვუარებში დონეთა გათანაბრების t დრო. I და II

რეზერვუარების ჰორიზონტალური კვეთების ფართობები აღვნიშნოთ, შესაბამისად, Ω_1 და Ω_2-ით, ხოლო საწყის დონეთა სხვაობა Z-ით ($Z = H_1 - h_1$).

I რეზერვუარიდან II რეზერვუარში სითხის გამოდინების შედეგად უსასრულოდ მცირე dt დროის განმავლობაში H_1 დაწნევა შემცირდება dH_1 სიდიდით, ხოლო h_1 დაწნევა გაიზრდება dh_1 სიდიდით. მაშასადამე, სითხის მოცულობა I რეზერვუარში შემცირდება $\Omega_1 dH_1$-ით

$$-\Omega_1 dH_1 = \mu\omega\sqrt{2gZ}\,dt,$$

საიდანაც

$$dt = -\frac{\Omega_1}{\mu\omega\sqrt{2gZ}}\,dH_1. \tag{9.27}$$

იმავე dt დროის შუალედში სითხის მოცულობა II რეზერვუარში გაიზრდება $\Omega_2 dH_2$ სიდიდით, ამასთან

$$-\Omega_1 dH_1 = \Omega_2 dh_1,$$

საიდანაც

$$dh_1 = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\,dH_1.$$

იმის გამო, რომ $Z = H_1 - h_1$, ამიტომ $dZ = dH_1 - dh_1 = dH_1 + \frac{\Omega_1}{\Omega_2}\,dH_1 = \frac{\Omega_1+\Omega_2}{\Omega_2}\,dH_1$ და $dH_1 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1+\Omega_2}\,dZ$.

dH_1-ის მიღებული მნიშვნელობა შევიტანოთ (9.27) გამოსახულებაში. გვექნება

$$dt = -\frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1+\Omega_2}\,\frac{dZ}{\mu\omega\sqrt{2gZ}}.$$

ამ გამოსახულების ინტეგრირებით Z_1-დან Z_2-მდე საზღვრებში მივიღებთ

$$t = -\frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,\frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1+\Omega_2}\int_{Z_1}^{Z_2}\frac{dZ}{\sqrt{Z}} = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,\frac{\Omega_1\Omega_2}{\Omega_1+\Omega_2}\times$$

$$\times\int_{Z_2}^{Z_1}\frac{dZ}{\sqrt{Z}} = \frac{2\Omega_1\Omega_2}{\mu\omega\sqrt{2g}\,(\Omega_1+\Omega_2)}\,(\sqrt{Z_1}-\sqrt{Z_2}). \tag{9.28}$$

(9.28) ფორმულა იძლევა იმ დროის განსაზღვრის საშუალებას, რომლის განმავლობაშიც დონეთა სხვაობა Z_1 სიდიდიდან შეიცვლება Z_2-მდე.

რეზერვუარებში დონეთა სრულ გათანაბრებას შეესაბამება $Z_2 = 0$ მნიშვნელობა. მაშინ (9.28) ფორმულიდან გვექნება

$$t = \frac{2\Omega_1\Omega_2\sqrt{Z}}{\mu\omega\sqrt{2g}\,(\Omega_1+\Omega_2)}. \qquad (9.29)$$

§ 9 4. თავისუფალი ჰავლი

თავისუფალი ანუ ჰიდრავლიკური ჰავლი ეწოდება სითხის სასრულ ნაკადს, რომელიც არ არის შემოსაზღვრული მყარი კედლებით. თავისუფალი ჰავლი შეიძლება იყოს დატბორილი და დაუტბორავი. ჰავლს, რომელიც გამოვლინება მისიეე სიმკვრივის შქონე გარემოში, დატბორილს უწოდებენ, ხოლო ჰავლს, რომელიც გამოვლინება აირად გარემოში, კერძოდ, ატმოსფეროში — დაუტბორავს. დაუტბორავს მიეკუთვნება ბრანდსპოიტის, ჰიდრომონიტორის, შადრევნის, საწვიმებელი აპარატის, ტურბინის ფრთებზე მოქმედი ჰავლები და სხვ. დატბორილი ჰავლის მაგალითს წარმოადგენს წყალჰაელური აპარატის, სპეციალური დანიშნულების ჰიდრომონიტორის ჰავლები და სხვ.

1. დაუტბორავი ჰავლი. განვიხილოთ ნაცმიდან გამოდინებული ჰავლი (ნახ. 9.12). ცდები გვიჩვენებს, რომ ჰავლი შედგება სამი სტრუქტურული ნაწილისაგან: კომპაქტური, დანაწილებული და გაფრქვეული ნაწილებისაგან (ნახ. 9.12, ა).

ჰავლის კომპაქტურ უბანზე შენარჩუნებულია ნაკადის უწყვეტობა და ჰავლს აქვს სწორი ცილინდრული ფორმა. ჰავლის დანაწილებულ უბანზე ნაკადის უწყვეტობა ირღვევა, განივი კვეთი იზრდება და კომპაქტურ ნაწილთან შედარებით ჰავლი ფართოვდება. ჰავლის გაფრქვეული ნაწილი შედგება ცალკეული წვეთებისაგან. ჰაელის მოძრაობისას მასზე მოქმედებს სიმძიმის ძალა, ჰაერის წინაღობის ძალა და მოძრაობის ტურბულენტობით განპირობებული შიგა ძალები. ჰავლის გაფრქვეულ ნაწილში თავს იჩენს ზედაპირული დაჭიმულობის ძალები. ყველა აღნიშნული ძალის ზემოქმედებით ხდება სწორედ ჰავლის რღვევა.

ჰავლის დანიშნულების მიხედვით შეიძლება შეიცვალოს მისი სტრუქტურა. მაგალითად, გრუნტების ჰიდრავლიკური დამუშავებისა და აქტიური ტურბინების ფრთებზე ზემოქმედებისათვის მოითხოვება ჰავლი კარგად განვითარებული კომპაქტური ნაწილით, რომელსაც დიდი კინეტიკური ენერგია აქვს. ამას აღწევენ ნაცმში სხვადასხვა კონსტრუქციის გაშმართველის მოთავსებით. პირიქით, კომპაქტური ნაწილის სიგრძის შესამცირებლად გამოიყენება სხვადასხვა ტიპის საფრქვეველი.

ჰიდრომონიტორულ ჰავლებზე ჩატარებული გამოკვლევების საფუ-

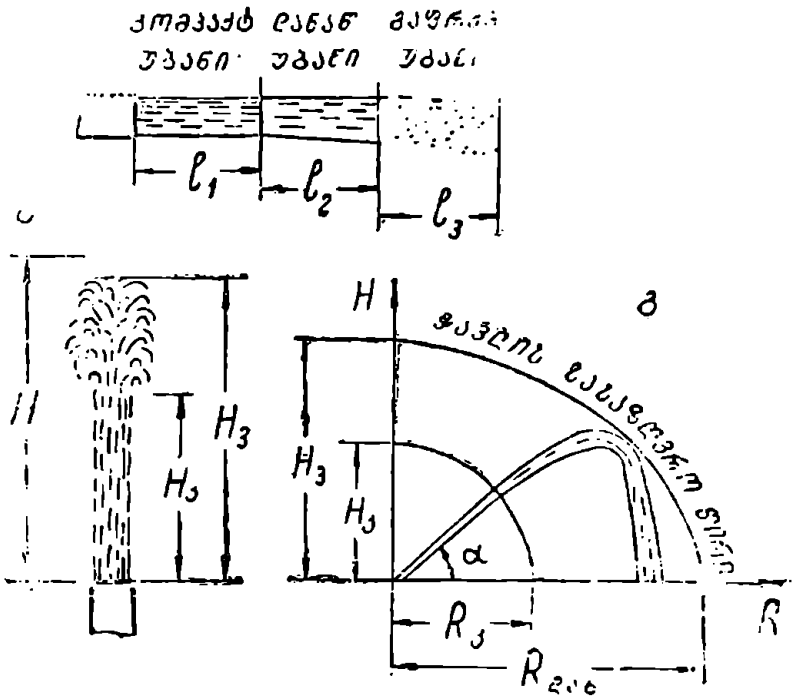
ძველზე კონპაქტური ნაწილის ფარგლებში ღერძული სიჩქარის გამოსათვლელად სარგებლობენ ნ. გავრინის შემდეგი ფორმულით:

$$u = \frac{\varphi v_{\text{ნაკ}} d_{\text{ნაკ}}}{l} = \frac{145 v_{\text{ნაკ}} d_{\text{ნაკ}}}{l}, \qquad (9.30)$$

სადაც u არის ღერძული სიჩქარე;

$v_{\text{ნაკ}}$ და $d_{\text{ნაკ}}$ — პავლის სიჩქარე და დიამეტრი ნაკვიდან გამოსვლისას;

$\varphi = 145$ — ცდით დადგენილი კოეფიციენტი.



ნახ. 9.12.

ვერტიკალური პავლის სიმაღლის (ნახ. 9.12, ბ) გამოსათვლელად ხშირად სარგებლობენ ფორმულით

$$H_{\text{ვერტ}} = \frac{H}{1 + k_1 H}, \qquad (9.31)$$

სადაც H არის დაწნევა ნაკვის გამოსაკვლევი კვეთის ცენტრზე;

k_1 — ნაკვის d დიამეტრზე დამოკიდებული კოეფიციენტი, რომელიც განისაზღვრება ფორმულით

$$k_1 = \frac{0{,}00025}{1 + 1000 d_{\text{ნაკ}}^2}. \qquad (9.32)$$

კომპაქტური ჰაერის სიმაღლე შეიძლება გამოვთვალოთ შემდეგი ფორმულით:

$$H_ჯ = \beta H_{ვერტ}, \qquad (9.33)$$

სადაც β არის $H_{ვერტ}$-ზე დამოკიდებული კოეფიციენტი, რომლის მნიშვნელობებიც აღებულია ცნობარებიდან.

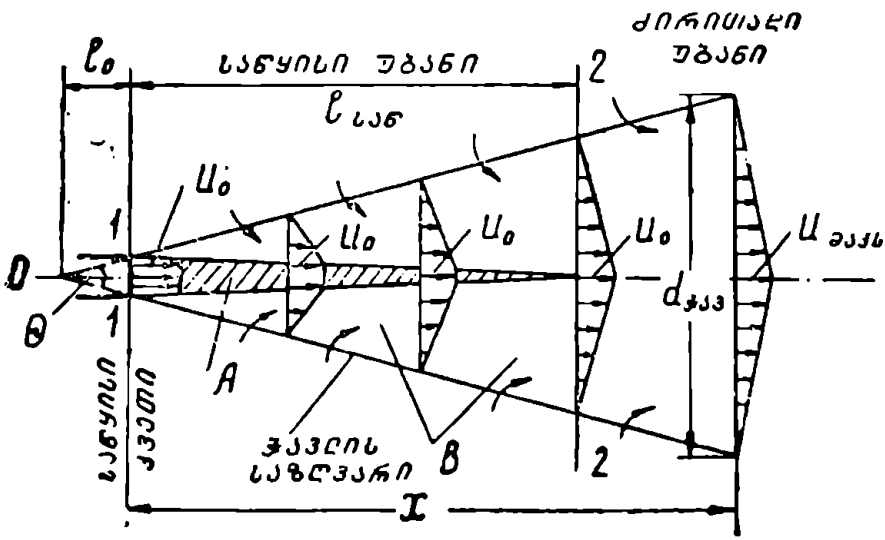
თუ ნაცმს, რომლიდანაც ხდება გამოდინება, ჰორიზონტისადმი სხვადასხვა კუთხით დავხრით, მაშინ ჰაერის კიდურა წვეთები შემოწერს სასაზღვრო წირს, რომლის გარეთაც ჰაერი არ გადის (ნახ. 9.12, გ). დახრილი ჰაერის მოქმედების რადიუსი მის ვერტიკალურ სიმაღლეზე შეტია და განისაზღვრება ფორმულით

$$R_{დახ} = k_ჯ H_{ვერტ}, \qquad (9.34)$$

სადაც $k_ჯ$ არის α დახრის კუთხეზე დამოკიდებული კოეფიციენტი, რომლის მნიშვნელობებიც აღებულია ცნობარებიდან.

ანალოგიურად აიგება ჰაერის კომპაქტური ნაწილის სასაზღვრო წირიც, რომელიც თავისი მახასიათებლით ახლოსაა წრეწირთან, ე. ი. $R_ჯ = H_ჯ$.

8. დატბორილი ჰაერი. (9.13) ნახაზზე ნაჩვენებია ნაცმიდან გამოდინებული ღერძსიმეტრიული თავისუფალი დატბორილი ჰაერი, რომე-



ნახ. 9.13.

ლიც მოძრაობის მიმართულებით თანდათან ფართოვდება. ჰაერი შედგება ფინების A ბირთვისა და სასაზღვრო ტურბულენტური B შრისაგან. ფინების ბირთვში შენარჩუნებულია შედგენი

u_0 სიჩქარე. ნაცმის გამოსასველელ 1—1 კვეთს ჰაელის საწყის კვეთს უწოდებენ, ხოლო 2—2 კვეთს, რომელშიც დინების ბირთვი მთავრდება და სასაზღვრო ტურბულენტურ შრეში გადადის, — ჰაელის გადასასველელ კვეთს. საწყისს და გადასასველელ კვეთებს შორის $l_{საწ}$ სიგრძის უბანს საწყისი უბანი ეწოდება.

ჰაელს აქვს ნათლად გამოკვეთილი საზღვარი, რომელიც მას სითხის უძრავი მასისაგან გამოყოფს. ამ საზღვრის გავლით ჰაელი წვეტაცებს სითხის სულ ახალ და ახალ ნაწილაკებს, რის შედეგადაც მისი მასა მოძრაობის მიმართულებით იზრდება, ხოლო სიჩქარეები მცირდება. ჰაელის საზღვრის წირების გადაკვეთის O წერტილს უწოდებენ პოლუსს, რომელიც ნაცმის გამოსასველელი კვეთიდან l_0 მანძილზე იმყოფება. წრიული განივი კვეთის მქონე ჰაელისათვის, გ. აბრამოვიჩის მონაცემების მიხედვით,

$$l_0 = \frac{0.145}{a} d_{ნაც}, \tag{9.35}$$

სადაც d არის ნაცმის დიამეტრი;

$a \approx 0{,}07 \div 0{,}08$ — ცდით დადგენილი მუდმივა.

რაც შეეხება საწყისი უბნის სიგრძეს, ის შეიძლება გამოვთვალოთ იგივე გ. აბრამოვიჩის ფორმულით

$$l_{საწ} = \frac{0.335}{a} d_{ნაც}. \tag{9.36}$$

ჰაელის გარე საზღვრებსა და დინების ბირთვს შორის მოთავსებულია ტურბულენტური სასაზღვრო შრე, რომელშიც სიჩქარეები u_0-დან (ბირთვის საზღვარზე) 0-მდე (ჰაელის საზღვარზე) მცირდება.

ჰაელის საწყისი უბნის შეძლეგ მდებარეობს ე. წ. ძირითადი უბანი, რომელიც მთლიანად ტურბულენტური სასაზღვრო შრისაგან შედგება. ვ. კონოვალოვის მონაცემების მიხედვით, ჰაელი ქრება ნაცმიდან $l \approx 300 d_{ნაც}$ მანძილზე. ძირითადი უბნის ღერძული სიჩქარე ($u_{ძაჯ}$) მოძრაობის მიმართულებით მცირდება და გამოითველება ფორმულით

$$u_{ძაჯ} = \frac{0{,}48}{\frac{ax}{d_{ნაც}} + 0{,}145} u_0, \tag{9.37}$$

სადაც x არის ძირითადი უბნის ნებისმიერი კვეთის დაცილების მანძილი საწყისი კვეთიდან.

ჭაელის დიამეტრი საწყისი კვეთიდან x მანძილზე შეიძლება განვსაზღვროთ ფორმულით

$$d_{ჭაე} = \left(6{,}8\,\frac{ax}{d} + 1\right) d_{ნაე}. \qquad (9.38)$$

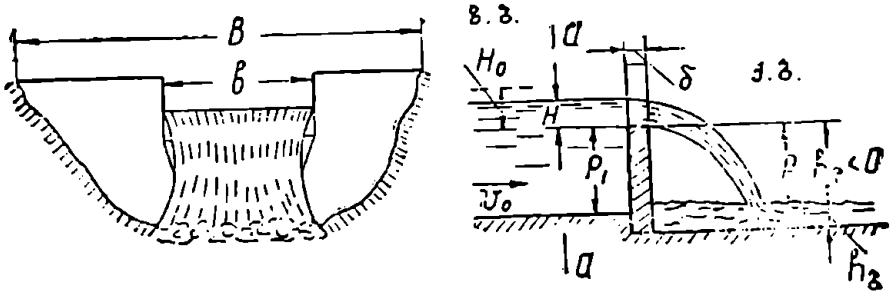
ჭაელის საზღერის წირების პოლუსთან გადაკვეთის კუთხე $\Theta \approx$ $\approx 26° \div 30°$-ს.

თავი მეათე

წყალსაშვები

§ 10.1. ტერმინოლოგია და წყალსაშვების კლასიფიკაცია. წყალსაშვის ძირითადი საანგარიშო ფორმულა

წ ყ ა ლ ს ა შ ვ ი ეწოდება კალაპოტის გადამღობი ნაგებობის იმ ნაწილს, რომლის ზღურბლზე (ან ქიმზე) ხდება წყლის გადადინება (ნახ. 10.1). ნაკადის უბანს (აკვატორიას) წყალსაშვის წინ ზ ე დ ა ბ ი ე ფ ს, ხოლო წყალსაშვის მემდეგ — ქ ვ ე დ ა ბ ი ე ფ ს უწოდებენ.



ნახ. 10.1.

წყალსაშვების დამახასიათებელი პარამეტრებია:

b — წყალსაშვის ფრონტის სიგანე, ან მარტივად, წყალსაშვის სიგანე;

δ — წყალსაშვის კედლის (ზღურბლის) სისქე;

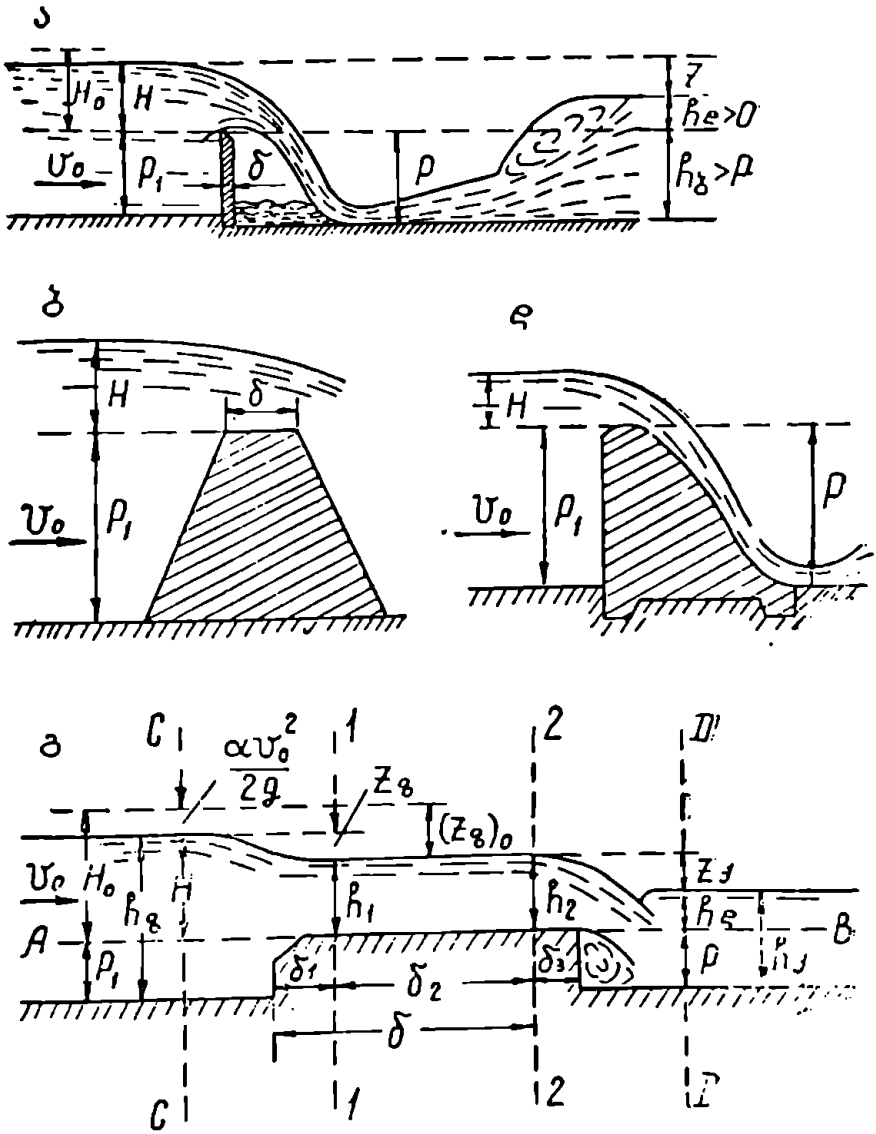
P_1, P — წყალსაშვის ზღურბლის სიმაღლე შესაბამისად ზედა (P_1) და ქვედა (P) ბიეფების მხრიდან;

ზღურბლის ფორმა ანუ წყალსაშვის პროფილი;

B — კალაპოტის სიგანე, რომელშიც მოწყობილია წყალსაშვი;

H — გეომეტრიული დაწნევა წყალსაშვზე — ზღურბლიდან სითხის თავისუფალ ზედაპირამდე სიმაღლე, რომელიც გაზომილია იმ a—a კვეთ-

ში, სადაც წყლის დონის დაცემა პრაქტიკულად არ შეიმჩნევა. ეს კვეთი აიღება წყალსაშვის სადაწნეო წახნაგიდან $(3-4)H$ მანძილზე;



ნახ. 10.2.

H_0 — სრული დაწნევა წყალსაშვზე:

$$H_0 = H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}, \qquad (10.1)$$

სადაც v_0 არის ე. წ. მოსვლის სიჩქარე, ანუ საშუალო სიჩქარე $a-a$ კვეთში;

Z — გეომეტრიული ვარდნილი — ზედა და ქვედა ბიეფებში წყლის თავისუფალი ზედაპირების ნიშნულების სხვაობა;

Z_0 — სრული ვარდნილი მოსვლის სიჩქარის გათვალისწინებით:

$$Z_0 = Z + \frac{\alpha v_0^2}{2g}. \qquad (10.2)$$

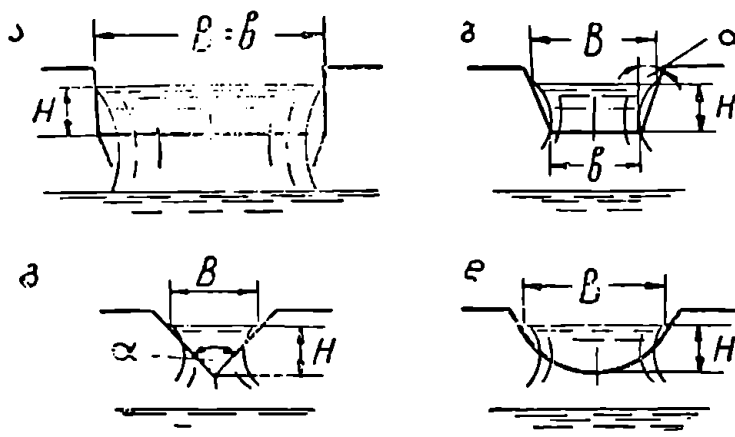
წყალსაშვების კლასიფიკაცია ხდება მათი ძირითადი დამახასიათებელი თვისებების გათვალისწინებით. პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება:

1. წყალსაშვის ზღურბლის ფორმის (წყალსაშვის პროფილის) მიხედვით:

ა) თხელკედლიანი წყალსაშვი, როცა ზღურბლის (კედლის) სისქე გავლენას არ ახდენს გადადინებული ჭავლის სისქეზე. ამ დროს $\delta \leqslant 0{,}67H$ (ნახ. 10.2, ა);

ბ) პრაქტიკული პროფილის სწორხაზოვანი მოხაზულობის წყალსაშვი, როცა $0{,}67H < \delta \leqslant (2 \div 4)H$ (ნახ. 10.2, ბ);

გ) ფართოზღურბლიანი წყალსაშვი, როცა ზღურბლის სისქე ისეთია, რომ მის გარკვეულ კვეთებში მყარდება ნაკადის პარალე-

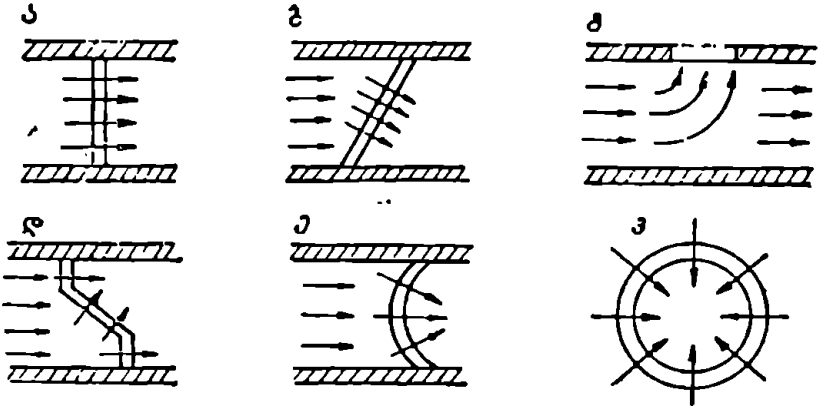


ნახ. 10.3.

ლურჭაველური მოძრაობა. ამ დროს $(2 \div 4)H < \delta < (8 \div 10)H$ (ნახ. 10.2, გ);

დ) პრაქტიკული პროფილის მრუდწირული მოხაზულობის წყალსაშვი, რომელსაც თხელკედლიან წყალსაშვზე გადადინებული თავისუფალი ჭავლის მოხაზულობა აქვს (ნახ. 10.2, დ).

2. წყალსაშვის ნახვრეტის (ჭრილის) ფორმის მიხედვით: სწორკუთა, ტრაპეციული, სამკუთხა, პარაბოლური და სხვ. წყალსაშვები (ნახ. 10.3). უმეტეს შემთხვევაში სხვადასხვა ფორმის ჭრილი აქვს თხელკედლიან წყალსაშვებს. ფართოზღურბლიანი

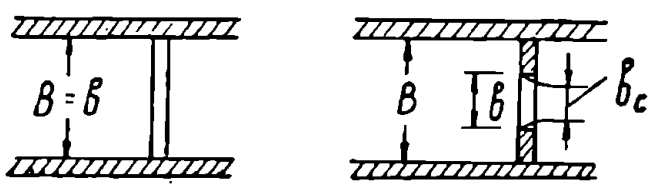


ნახ. 10.4.

და პრაქტიკული პროფილის წყალსაშვები, როგორც წესი, სწორკუთხა ფორმისაა.

3. წყალსაშვის გეგმაში მოხაზულობის მიხედვით: პირდაპირი, ირიბი, გვერდითი, პოლიგონური, მრუდწირული, რგოლური წყალსაშვები (ნახ. 10.4).

4. ნაკადის წყალსაშვთან მისვლის პირობების მიხედვით: წყალსაშვი გვერდითი კუმშვის გარეშე, როცა

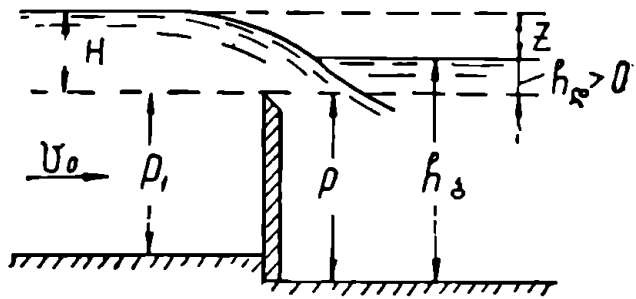


ნახ. 10.5.

$b=B$ (ნახ. 10.5, ა), და წყალსაშვი გვერდითი კუმშვით, როცა $b<B$ (ნახ. 10.5, ბ).

5. წყალსაშვზე გადადინებული ჰიდვლის ქვედა ბიეფთან შეუღლების მიხედვით: დაუტბორავი (დაუძირავი) წყალსაშვი, როცა წყლის დონე უშუალოდ კედლის შემდეგ (ქვედა ბიეფში) წყალსაშვის ზღურბლზე დაბალია და ამიტომ იგი გავლენას

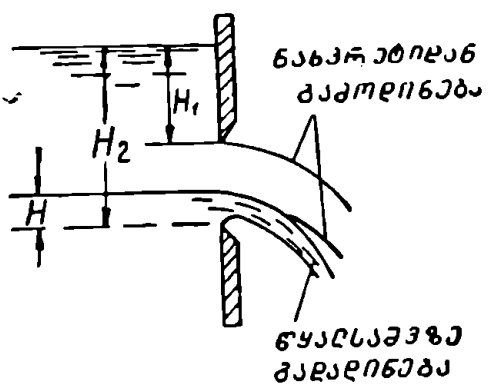
ვერ ახდენს ნაკადის გადადინების ჰიდრავლიკურ პირობებზე (Q ხარჯსა და H დაწნევაზე) (ნახ. 10.2, დ), და დატბორილი (დაძირული) წყალსაშვი, როცა წყლის დონე უშუალოდ კედლის შემდეგ, გავლენას ახდენს Q ხარჯისა და H დაწნევის სიდიდეზე (ნახ. 10.6).



ნახ. 10.6.

თუ წყალსაშვზე გადადინებას განვიხილავთ როგორც დიდი ნახვრეტიდან წყლის გამოდინების კერძო შემთხვევას, რომლისთვისაც ხარჯი განისაზღვრება (9.18) ფორმულით

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right)$$



ნახ. 10.7.

და გავითვალისწინებთ, რომ $H_1 = 0$-ს და $H_2 = H$-ს (ნახ. 10.7), მივიღებთ

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\, H^{3/2}.$$

ამ გამოსახულებაში $\frac{2}{3}\mu$ აღვნიშნოთ m-ით, ხოლო H გეომეტრიული დაწნევა შევცვალოთ H_0 სრული დაწნევით. მივიღებთ წყალსაშვის ძირითად საანგარიშო ფორმულას

$$Q = mb\sqrt{2g}H_0^{3/2}, \qquad (10.3)$$

სადაც m არის ე. წ. წყალსაშვის ხარჯის კოეფიციენტი;

b — წყალსაშვის ფრონტის სიგანე.

ხშირად წყალსაშვზე გადადინებული ხარჯის გამოსათვლელად მოსახერხებელია ვისარგებლოთ H გეომეტრიული დაწნევით, რომელიც H_0-საგან განსხვავებით, შეიძლება უშუალოდ გავზომოთ. ამ მიზნით (10.3) გამოსახულება ასეთი სახით გადავწეროთ:

$$Q = mb\sqrt{2g}\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2} = mb\sqrt{2g}\,H^{3/2}\left(1 + \frac{\alpha v_0^2}{2gH}\right)^{3/2}.$$

აღვნიშნოთ

$$m_0 = m\left(1 + \frac{\alpha v_0^2}{2gH}\right)^{3/2}. \qquad (10.4)$$

მაშინ გვექნება

$$Q = m_0 b\sqrt{2g}\,H^{3/2}. \qquad (10.5)$$

m_0 უგანზომილებო სიდიდესაც აგრეთვე წყალსაშვის ხარჯის კოეფიციენტს უწოდებენ.

განსხვავება (10.3) და (10.5) ფორმულებს შორის ის არის, რომ მათგან პირველი მოსელის სიჩქარეს ითვალისწინებს დაწნევის, ხოლო მეორე — ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობაში. m და m_0 კოეფიციენტები ასახავს წყალსაშვების კონსტრუქციულ თავისებურებებს. მათი რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც განისაზღვრება ექსპერიმენტულად, მოყვანილია ქვემოთ წყალსაშვის ცალკეული ტიპების განხილვისას.

§ 10.2. თხელკედლიანი წყალსაშვები

1. ხწორკუთხა დაუტბორავი (დაუძირავი) წყალხაშვი. პრაქტიკაში ხშირად გამოიყენება და შედარებით დეტალურად არის შესწავლილი პირდაპირი წყალსაშვი ვერტიკალური კედლით გვერდითი კუმშვის გარეშე და თავისუფლად გადადინებული ჰაერით (ნახ. 10.2, ა). გადადინებულ ჭავლს ვუწოდებთ თავისუფალს, როცა ჭავლსა და წყალსაშვის კედელს შორის მოთავსებულ სივრცეში ჰაერი თავისუფლად აღწევს და წნევა მასში ატმოსფერულის ტოლია. ასეთ პირობებში წყალსაშვს სრულყოფილს ან ნორმალურს უწოდებენ.

ნორმალურ წყალსაშვზე გადადინებული წყლის ხარჯის გამოსათვლელად სარგებლობენ (10.5) ფორმულით, რომელშიც m_0 ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობები განისაზღვრება ბაზენის შემდეგი ემპირიული ფორმულით:

$$m_0 = \left(0{,}405 + \frac{0{,}003}{H}\right)\left[1 + 0{,}55\,\frac{H^2}{(H+P_1)^2}\right] \qquad (10.6)$$

ან რ. ჩუგაევის გამარტივებული ფორმულით

$$m_0 = 0{,}402 + 0{,}054\,\frac{H}{P_1} \approx 0{,}4 + 0{,}05\,\frac{H}{P_1}, \qquad (10.7)$$

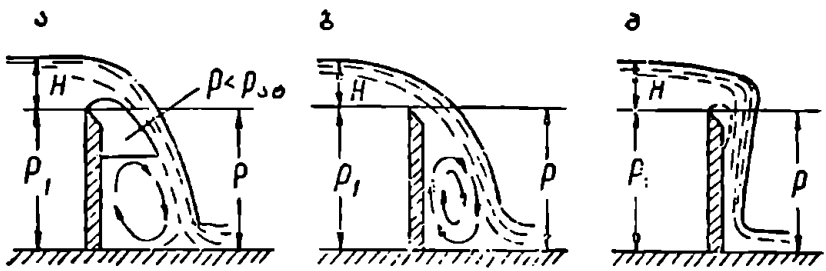
სადაც $H \geqslant 0{,}1$ მ და $P_1 > 0{,}5H$.

ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობა $\frac{H}{P_1}$ ფარდობის მიხედვით იცვლება 0,409÷0,497 ფარგლებში.

თუ განიხილება გვერდითკუმშვიანი წყალსაშვი, მაშინ ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობა ($m_{გ.კ}$) ნაკლებია m_0-ზე და გამოითვლება ფორმულით[1]

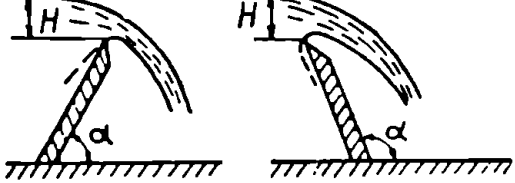
$$m_{გ.კ}=\left(0{,}405+\frac{0{,}003}{H}-0{,}003\frac{B-b}{B}\right)\times$$
$$\times\left[1+0{,}55\left(\frac{H}{H+P_1}\right)^2\left(\frac{b}{B}\right)^2\right]. \qquad (10.8)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც ჭავლსა და წყალსაშვის კედელს შორის მოთავსებულ სივრცეში ჰაერი ვერ აღწევს, ჭავლის ქვეშ წარმოიქმნება



ნახ. 10.8.

ვაკუუმი, რის შედეგადაც აღნიშნულ სივრცეში წყლის დონე მატულობს, ხოლო ჭავლი თანდათან გადაადგილდება წყალსაშვის კედლისაკენ. ასეთ ჭავლს მოშეებულს უწოდებენ. ამასთან, თუ $H/P<0{,}4$, ჭავლი მოშეებული, ქვემოდან შეუტბორავია (ნახ. 10.8, ა); თუ $H/P\geqslant 0{,}4$, მაშინ სივრცე ჭავლის ქვეშ მთლიანად ივსება წყლით და ჭავლი მოშეებული, ქვემოდან შეტბორილია (ნახ. 10.8, ბ). მცირე ხარჯების შემთხვევაში მიიღება ე. წ. მოკრული (მოწებებული) ჭავლი (ნახ. 10.8, გ). მოშეებული და მოკრული ჭავლები ნაკლებად არის შესწავლილი, რის გამოც გაანგარიშება, ჩვეულებრივ, ხდება ზემოთ განხილული თავისუფალი გადადინების შემთხვევისათვის.



ნახ. 10.9.

[1] (10.6) და (10.8) ფორმულები მართებულია მეტრული ზომისათვის.

პრაქტიკაში ზოგჯერ აწყობენ წყალსაშვებს არა ვერტიკალური, არამედ დახრილი კედლით. ამასთან, იმ წყალსაშვის ქიმის გარსშემოდენა, რომელიც ნაკადის დინების მიმართულებით არის დახრილი (ნახ. 10.9, ა), ხდება ენერგიის ნაკლები დანახარჯით, ვიდრე ვერტიკალური კედლის ქიმის გარსშემოდენისას. პირიქით, დინების საწინააღმდეგოდ დახრილი კედლის ქიმის გარსშემოდენისას (ნახ. 10.9, ბ) იხარჯება მეტი ენერგია. ამის გამო დახრილკედლიანი წყალსაშვის გამტარობის უნარი პირველ შემთხვევაში იზრდება, ხოლო მეორე შემთხვევაში — მცირდება ვერტიკალურკედლიან წყალსაშვთან შედარებით.

დახრილკედლიანი წყალსაშვის (გვერდითი კუმშვის გარეშე) საანგარიშო ფორმულას აქვს ასეთი სახე:

$$Q = k_{დახ}\, m_0 b \sqrt{2g}\, H^{3/2}, \qquad (10.9)$$

სადაც m_0 არის ვერტიკალურკედლიანი წყალსაშვის ხარჯის კოეფიციენტი და გამოითვლება (10.6) ან (10.7) ფორმულით;

$k_{დახ}$ — კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს წყალსაშვის კედლის დახრის გავლენას Q ხარჯის სიდიდეზე. მისი მნიშვნელობები იცვლება 1,13—0,93 ფარგლებში იმის მიხედვით, თუ როგორია კედლის დახრის α კუთხე:

$\operatorname{ctg}\alpha$	2	1	0,67	0,33	0	—0,33	—0,67	—1
$k_{დახ}$	1,13	1,11	1,08	1,04	1	0,96	0,94	0,93.

2. დატბორილი (დაძირული) წყალხეშვი (ნახ. 10.6). ექსპერიმენტული გამოკვლევები გვიჩვენებს, რომ თხელკედლიანი სწორკუთხა წყალსაშვი გვერდითი კუმშვის გარეშე დაძირულია, თუ ერთდროულად დაცულია შემდეგი ორი პირობა:

ა) ქვედა ბიეფში წყლის დონის ნიშნული წყალსაშვის ქიმის ნიშნულზე მეტია, ე. ი.

$$h_ბ > P, \quad \text{ანუ} \quad h_დ > 0, \qquad (10.10)$$

სადაც $h_დ$ არის ე. წ. წყალსაშვის დატბორვის (დაძირვის) სიმაღლე. დაუძირავი წყალსაშვისათვის $h_დ$ აითვლება ქიმიდან ქვემოთ და ვთვლით, რომ $h_დ < 0$ (ნახ. 10.1).

ბ) ქვედა ბიეფში ნაკადი წუნარ მდგომარეობაშია. თუ ეს პირობა დაცული არ არის, ე. ი. ქვედა ბიეფში უშუალოდ წყალსაშვის შემდეგ ნაკადი მძიმე მდგომარეობაშია, მაშინ მიიღება ე. წ. განდევნილი ნახტომი (ნახ. 10.2, ა) და წყალსაშვი აღმოჩნდება დაუტბორაეი მიუხედავად იმისა, რომ შესრულებულია (10.10) პირობა.

თუ როგორ მდგომარეობაშია ნაკადი ქვედა ბიეფში, ვადგენთ ბიეფების შეუღლების გაანგარიშების საფუძველზე. კერძო შემთხვევაში, როდესაც ქვედა ბიეფში კალაპოტი სწორკუთხა ფორმისაა და ამასთან

$b = B$, შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ნაკადი წყნარ მდგომარეობაში იქნება, თუ

$$\frac{Z}{P} < \left(\frac{Z}{P}\right)_{კრ}, \tag{10.11}$$

სადაც Z/P არის ე. წ. ფარდობითი ვარდნილი, ხოლო $(Z/P)_{კრ}$ — მისი კრიტიკული მნიშვნელობა, რომელიც აიღება გრაფიკებიდან H/P სიდიდის მიხედვით. მიახლოებით გაანგარიშებისათვის შეგვიძლია დავუშვათ, რომ $(Z/P)_{კრ} = 0{,}70—0{,}75$.

ამგვარად, თუ დაცულია (10.10) და (10.11) პირობები, თხელკედლიანი სწორკუთხა წყალსაშვი გვერდითი კუმშვის გარეშე დატბორილია (დაძირულია) და Q ხარჯი გამოითვლება ფორმულით

$$Q = \sigma_დ m_0 b \sqrt{2g}\, H^{3/2}, \tag{10.12}$$

სადაც $\sigma_დ$ არის დატბორვის (დაძირვის) 1-ზე ნაკლები კოეფიციენტი, რომელიც შეიძლება გამოვთვალოთ ბაზენის ფორმულით

$$\sigma_დ = 1{,}05\left(1 + 0{,}2\,\frac{h_დ}{P}\right)\sqrt[3]{\frac{Z}{H}}. \tag{10.13}$$

8. **თხელკედლიანი წყალსაშვების გამოყენება ხარჯსაზომებად.** ხარჯის საანგარიშო ფორმულის მარტივი სახე და ხარჯის კოეფიციენტების განსაზღვრის საკმაოდ საიმედო მეთოდები საშუალებას იძლევა გამოვიყენოთ თხელკედლიანი წყალსაშვები ხარჯების გასაზომად. როგორც ექსპერიმენტული გამოკვლევები გვიჩვენებს, სწორკუთხა წყალსაშვებისათვის კარგი შედეგები მიიღება $H = 0{,}15 \div 1{,}25$ მ დაწნევის ფარგლებში. როცა $H \leqslant 0{,}15$ მ, ფარდობითი ცდომილება დაწნევის გაზომვისას დიდია, რაც მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს ხარჯის გამოთვლის სიზუსტეზე. ამასთან, მცირე დაწნევებისას ხშირად წარმოიქმნება ძიკრული ჰაერი, რომლისთვისაც ზემოთ მოყვანილი დამოკიდებულებები ხარჯის კოეფიციენტების მნიშვნელობათა გამოსათვლელად ვერ ვესარგებლებთ. ამიტომ ასეთ შემთხვევებში ხშირად გამოიყენება სამკუთხა წყალსაშვი (ნახ. 10.3, გ), რომელსაც ტომსონის წყალსაშვსაც უწოდებენ. მასზე გადადინებული სითხის ხარჯის გამოსათვლელი ფორმულა მარტივი გარდაქმნების შედეგად ასეთ სახეს ღებულობს:

$$Q = m_0 \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\sqrt{2g}\, H^{5/2} = M H^{5/2},$$

სადაც α არის ჭრილის კუთხის სიდიდე; ჩვეულებრივ, $\alpha = 90°$-ს. ასეთი წყალსაშვისათვის დაწნევის 0,05 მ-დან 0,25 მ-მდე ცვლილების ფარ-

გლებში $M = m_0 \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\sqrt{2g} = 0{,}316\sqrt{2g} = 1{,}4$ მ$^{0.5}$/წმ. ამიტომ სამკუთხა წყალსაშვის საანგარიშო ფორმულა ასე ჩაიწერება:

$$Q = 1{,}4H^{5/2}. \qquad (10.14)$$

ამ გამოსახულებაში H დაწნევა იზომება მ-ობით, ხოლო Q ხარჯი — მ^3/წმ-ობით.

როცა დაწნევა იცვლება 0,25 მ-დან 0,5 მ-მდე ფარგლებში, მაშინ სამკუთხა წყალსაშვისათვის სარგებლობენ ხ. კინგის ფორმულით

$$Q = 1{,}343H^{2{,}47}. \qquad (10.15)$$

ხარჯის განსაზღვრის დიდი სიზუსტის გამო (ცდომილება არ აღემატება 1%-ს) თხელკედლიან სამკუთხა წყალსაშვებს ფართოდ იყენებენ ჰიდრავლიკურ ლაბორატორიებში.

შედარებით დიდი ხარჯების გასაზომად (მაგალითად, ირიგაციულ სისტემებში) სწორკუთხა წყალსაშვებთან ერთად გამოიყენება ტრაპეციული წყალსაშვიც, რომელსაც ჩიბოლეტის წყალსაშვსაც უწოდებენ (ნახ. 10.3, ბ). მის საანგარიშო ფორმულას, როცა $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}25$, აქვს შემდეგი სახე:

$$Q = 0{,}42b\sqrt{2g}\,H^{3/2} = 1{,}86bH^{3/2}. \qquad (10.16)$$

წყალსაშვის ჭრილის ქვედა ფუძის სიგანე არ უნდა იყოს სამმაგ დაწნევაზე ნაკლები, ე. ი. $b \geqslant 3H$.

(10.14), (10.15) და (10.16) გამოსახულებები მართებულია პირდაპირი დაუძირავი ვერტიკალურკედლიანი წყალსაშვისათვის ბეერდითი კუმშვის გარეშე და თავისუფლად გადადინებული ჟავლით.

§ 10.3. შარჟოზღურბლიანი სწორკუთხა წყალსაშვები

1. დაუტბორავი (დაუძირავი) წყალსაშვი (ნახ. 10.2, გ). სითხის გადადინება ფართოზღურბლიან წყალსაშვზე ხასიათდება ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ორი ვარდნილით: z_1 წარმოიქმნება ზღურბლის წინ, ხოლო z_2 — ზღურბლის ქვეშოთ (გამოსასვლელ კვეთთან).

თავისუფალი ზედაპირის z_1 სიდიდით დაწევა ნაკადის ზღურბლზე შესვლისას განპირობებულია ცოცხალი კვეთის შემცირებით, რასაც თვით წყალსაშვის ზღურბლი იწვევს. ცოცხალი კვეთის შემცირებას მოყვება სიჩქარის და, მაშასადამე, კინეტიკური ენერგიის ზრდა პოტენციურის ხარჯზე. ეს კი, თავის მხრივ, იწვევს ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის მკვეთრად დაწევას. ამის გამო ირის, რომ ყოველთვის, უდაწნევო ნაკადის წუნარი დინებისას ცოცხალი კვეთის შევიწროების ადგილებში ხდება სითხის დონის დაცემა.

მიუხედავად იმისა, რომ წყლის დონე ქვედა ბიეფში წყალსაშვის ზღურბლზე მაღალია ($h_ბ > P$), მაინც განსახილველ შემთხვევაში (ნახ. 10.2, გ) გვაქვს დატბორავი წყალსაშვი; ფართოზღურბლიანი წყალსაშვის დატბორვის პირობები განსხვავებულია თხელკედლიანი წყალსაშვის დატბორვის პირობებისაგან.

რადგანაც წყალსაშვის ზღურბლზე დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგს უგულებელყოფენ [თუ $(2 \div 4)\,H < \delta < (8 \div 10)\,H$], ამიტომ წყალსაშვის ფარგლებში სითხის თავისუფალ ზედაპირს მიიჩნევენ ჰორიზონტალურად და თვლიან, რომ $h_1 = h_2 = h = \text{const}$, სადაც h არის ნაკადის სიღრმე 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის; ეს კვეთები გამოყოფს წყალსაშვის იმ უბანს, რომელზედაც მოძრაობა მდგრადად ცვალებადია. δ_1 და δ_2 სიდიდეები, რომლებიც განსაზღვრავენ 1—1 და 2—2 კვეთების მდებარეობას, ე. ი. ნაკადის მდგრადად ცვალებადი მოძრაობის უბნის დასაწყისსა და ბოლოს, გამოითვლება შემდეგი ემპირიული დამოკიდებულებებით:

$$\delta_1 \approx 2H; \quad \delta_2 = 0 \div H. \tag{10.17}$$

განვსაზღვროთ ფართოზღურბლიან წყალსაშვზე გადადინებული წყლის ხარჯის სიდიდე. ამისათვის შევადგინოთ ბერნულის განტოლება $C—C$ და 1—1 კვეთებისათვის AB საფარდი სიბრტყის მიმართ იმის გათვალისწინებით, რომ დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგი აღნიშნულ კვეთებს შორის $— h_{ადგ} = \xi \dfrac{v^2}{2g}$ სიდიდის ტოლია

$$H + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h + \frac{\alpha v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g},$$

საიდანაც

$$v = \varphi \sqrt{2g (H_0 - h)} = \varphi \sqrt{2g (z_ბ)_0}. \tag{10.18}$$

ამ გამოსახულებაში v არის საშუალო სიჩქარე ნაკადის მდგრადად ცვალებადი უბნის ნებისმიერ კვეთში; $(z_ბ)_0$ — სრული ზედა ვარდნილი მოსელის სიჩქარის გათვალისწინებით

$$(z_ბ)_0 = z_ბ + \frac{\alpha v_0^2}{2g};$$

φ — სიჩქარის კოეფიციენტი. თუ დავუშვებთ, რომ $\alpha \approx 1$-ს, გვექნება

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1+\xi}}.$$

აქ ξ კოეფიციენტი ითვალისწინებს დაწნევის ადგილობრივ დანაკარგს (სიგრძეზე დაწნევის დანაკარგი უგულებელვყავით მისი სიმცირის გამო) ზღურბლის წიბოს გარსშემოდენაზე.

სწორკუთხა წყალსაშვისათვის $\omega = bh$, ამიტომ (10.18)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ ხარჯის საანგარიშო ფორმულას

$$Q = \omega v = bhv = bh\varphi \sqrt{2g(H_0 - h)} = bh\varphi \sqrt{2g(z_0)_0}. \qquad (10.19)$$

კუთრი ხარჯის გამოსათვლელ გამოსახულებას ასეთი სახე ექნება:

$$q = \frac{Q}{b} = \varphi h \sqrt{2g(H_0 - h)} = \varphi h \sqrt{2g(z_0)_0}. \qquad (10.20)$$

ამგვარად, (10.19) ან (10.20) ფორმულით ხარჯის გამოსათვლელად უნდა ვიცოდეთ h სიღრმე, რომელიც დამყარდება წყალსაშვის ზღურბლზე მოცემული H დაწნევისას.

h სიღრმის განსაზღვრის მრავალი მეთოდი არსებობს. ჩვენ განვიხილავთ ზოგიერთ მათგანს.

ბელანგეს პოსტულატი (ხარჯის მაქსიმუმის პრინციპი). ამ მეთოდის არსი ის არის, რომ წყალსაშვის ზღურბლზე მოცემული H დაწნევისათვის მყარდება ისეთი h სიღრმე, რომლის დროსაც წყალსაშვზე გაედინება მაქსიმალური ხარჯი. (10.2, გ) ნახაზიდან ჩანს, რომ $0 < h < H_0$. მართლაც, როცა $h = 0$-ს, (10.19) გამოსახულებიდან $Q = 0$-ს; როცა $h = H_0$-ს, ასევე $Q = 0$-ს. მაშასადამე,

$$Q = bh\varphi \sqrt{2g(H_0 - h)} = f(h) \qquad (10.21)$$

ფუნქციას $0 < h < H_0$ შუალედში აქვს მაქსიმუმი. საძიებელ h სიღრმეს ვიპოვით განტოლებიდან

$$\frac{dQ}{dh} = 0,$$

ანუ

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{d}{dh}\left(\varphi bh \sqrt{2g(H_0 - h)}\right) = \varphi b \sqrt{2g}\ \frac{d}{dh}\left(h \sqrt{H_0 - h}\right) =$$

$$= \varphi b \sqrt{2g}\left(\sqrt{H_0 - h} - \frac{h}{2\sqrt{H_0 - h}}\right) = 0,$$

საიდანაც

$$\sqrt{H_0 - h} - \frac{h}{2\sqrt{H_0 - h}}$$

და

$$h = \frac{2}{3} H_0. \qquad (10.22)$$

თუ h-ის ამ მნიშვნელობას ჩავსვამთ (10.19) გამოსახულებაში, ბარჯის გამოსათვლელი ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

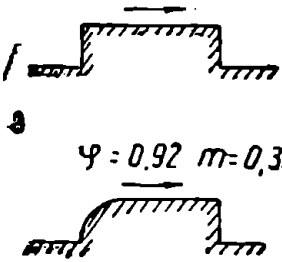
$$Q=\varphi b\cdot\frac{2}{3}H_0\sqrt{2g\left(H_0-\frac{2}{3}H_0\right)}=\varphi\frac{2}{3\sqrt{3}}bH_0\sqrt{2gH_0},$$

ანუ

$$Q=mb\sqrt{2g}\,H_0^{3/2}, \qquad (10.23)$$

სადაც

$$m=\varphi\frac{2}{3\sqrt{3}}=0{,}385. \qquad (10.24)$$



ნახ. 10.10.

ზოგიერთი ავტორის გამოკვლევით, ფართოზღურბლიანი წყალსაშვისათვის, რომელსაც მახვილი შესასვლელი წიბო აქვს (ნახ. 10.10, ა), $\varphi\approx0{,}85$, ხოლო მომრგვალებული შესასვლელი წიბოს შემთხვევაში (ნახ. 10.10, ბ) — $\varphi\approx0{,}92$. მაშინ (10.24) გამოსახულებიდან შესაბამისად გვექნება: მახვილწიბოიანი ზღურბლისათვის ხარჯის კოეფიციენტი $m=0{,}32$; მომრგვალებულწიბოიანი ზღურბლისათვის $m=0{,}35$.

(10.22) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ h/H_0 ფარდობა, ბელანჟეს მიხედვით, წუდმიცია და ის 2/3-ის ტოლია, ე. ი.

$$k=\frac{h}{H_0}=\frac{2}{3}. \qquad (10.25)$$

ექსპერიმენტი გვიჩვენებს, რომ h სიღრმე ზღურბლზე ხშირად მართლაც ახლოსაა $\frac{2}{3}H_0$-თან, მაგრამ არა ყოველთვის—ასევე ხშირია არსებითი გადახრებიც. ისე, რომ ბელანჟეს მეთოდი ამოცანის მიახლოებით ამოხსნას იძლევა.

ბ. ბახმეტევის პოსტულატი (კინეტიკური ენერგიის მინიმუმის პრინციპი). ამ მეთოდის არსი ის არის, რომ წყალსაშვის ზღურბლზე მოცემული H დაწნევისათვის მყარდება ისეთი სიღრმე, რომელსაც შეესაბამება კინეტიკური ენერგიის მინიმუმი. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ბახმეტევის მიხედვით, წყალსაშვის ზღურბლზე მყარდება კრიტიკული სიღრმე $h=h_{კრ}$.

მაშასადამე,

$$k=\frac{h_{კრ}}{H_0}. \qquad (10.26)$$

მაგრამ კრიტიკული სიღრმე სწორკუთხა კვეთისათვის

$$h_{კრ}=\sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}}=\sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}. \qquad (10.27)$$

წყალსაშვების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას, ჩვეულებრივ, ღებულობენ, რომ $\alpha\approx 1$. ამიტომ (10.26) გამოსახულებიდან გვექნება

$$k=\frac{1}{H_0}\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}. \qquad (10.28)$$

გარდაქმნათ (10.19) გამოსახულება იმის გათვალისწინებით, რომ $h=h_{კრ}=kH_0$.

$$Q=bh_{კრ}\varphi\sqrt{2g(H_0-h_{კრ})}=\varphi bkH_0\sqrt{2gH_0(1-k)}=$$
$$=\varphi k\sqrt{1-k}\;b\sqrt{2g}\,H_0^{3/2},$$

ანუ

$$Q=mb\sqrt{2g}\,H_0^{3/2} \quad \text{ან} \quad q=\frac{Q}{b}=m\sqrt{2g}\,H_0^{3/2}, \qquad (10.29)$$

სადაც m არის ხარჯის კოეფიციენტი

$$m=\varphi k\sqrt{1-k}. \qquad (10.30)$$

კუთრი ხარჯის მნიშვნელობა (10-29) ფორმულიდან ჩაესვათ (10.28) გამოსახულებაში, მივიღებთ

$$k=\sqrt[4]{2m^2}. \qquad (10.31)$$

(10.30) და (10.31) ფორმულების შედარებიდან გვექნება

$$k=\frac{2\varphi^2}{1+2\varphi^2}. \qquad (10.32)$$

თუ დავუშვებთ, რომ მახვილწიბოიანი ზღურბლისათვის (ნახ. 10.10, ა) $\varphi=0{,}85$, ხოლო მომრგვალებულწიბოიანი ზღურბლისათვის (ნახ.10. 10,ბ) $\varphi=0{,}92$, (10.32) ფორმულიდან მივიღებთ k-ს შესაბამის მნიშვნელობებს: $k=0{,}59$; $k=0{,}63$. თუ k-ს ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ (10.31) გამოსახულებაში, მივიღებთ ხარჯის კოეფიციენტის შემდეგ სიდიდეებს: $m=0{,}32$; $m=0{,}35$.

მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა $\varphi=1$-ს, როგორც ბელანჟეს, ისე ბ. ბახმეტევის მიხედვით გამოთვლილი k-ს მნიშვნელობები ემთხვევა ერთმანეთს და ის $\frac{2}{3}$-ის ტოლია.

დასასრულს, შევნიშნავთ, რომ პრაქტიკული ამოცანების გადასაწყვეტად ბ. ბახმეტევის მეთოდი ბევრ შემთხვევაში საკმაოდ ზუსტია, რის გამოც მას დღესაც არ დაუკარგავს თავისი მნიშვნელობა.

წყალსაშვის ჰიდრავლიკური გაანგარიშების ახალი მეთოდები. საბჭოთა მეცნიერების მიერ ჩატარებული ფართო თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევების შედეგად დადგენილ იქნა, რომ ბელანჯეს და ბ. ბახმეტევის პოსტულატები სრულად არ უპასუხებენ სინამდვილეს. აღმოჩნდა, რომ სიღრმე წყალსაშვის ზღურბლზე ნაკლებია კრიტიკულ სიღრმეზე, ხოლო ეს უკანასკნელი ნაკლებია ბელანჯეს მიხედვით გამოთვლილ სიღრმეზე, ე. ი. $h<h_{კრ}<\frac{2}{3}H_0$.

ამასთან, ექსპერიმენტულად დამტკიცდა, რომ ფართოზღურბლიანი წყალსაშვის ხარჯის კოეფიციენტი მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული $\frac{P_1}{H}$ და $\frac{b}{B}$ ფარდობებზე.

აღნიშნულის გათვალისწინებით ქვემოთ მოგვყავს ფართოზღურბლიანი წყალსაშვის გაანგარიშების მეთოდიკა.

წყალსაშვის ხარჯი ჰაველის გეერდითი კუმშვის მხედველობაში მიღებით განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$Q=\varepsilon m b\sqrt{2g}\,H_0^{3/2}. \tag{10.33}$$

m ხარჯის კოეფიციენტი ა. ბერეზინსკის რეკომენდაციით გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

მახვილწიბოიანი ზღურბლისათვის

$$m=0{,}32+0{,}01\,\frac{3-\frac{P}{H}}{0{,}46-0{,}75\frac{P}{H}}. \tag{10.34}$$

მომრგვალებულწიბოიანი ზღურბლისათვის

$$m=0{,}36+0{,}01\,\frac{3-\frac{P}{H}}{1{,}2+1{,}5\frac{P}{H}}. \tag{10.35}$$

გეერდითი კუმშვის არსებობისას, როცა $b<B$, ჰაველის **გეერდითი კუმშვის** ε **კოეფიციენტი**, რომელიც ითვალისწინებს წყალსაშვის სიერცულ მუშაობას, შეიძლება მივიღოთ 0,85—0,95-ის ტოლად (როცა $H_0/b\leqslant 1$) ან საკმაო სიზუსტით გამოვთვალოთ ა. ბერეზინსკის ფორმულით

$$\varepsilon=1-\sqrt[3]{\frac{a}{0{,}2\,\frac{P_1}{H}}}\sqrt[4]{\frac{b}{B}}\left(1-\frac{b}{H}\right), \tag{10.36}$$

სადაც $a=0{,}19$ მახვილწიბოიანი ზღურბლისათვის და $a=0{,}10$ მომრგვალებულწიბოიანი ზღურბლისათვის.

სიღრმეს წყალსაშვის ზღურბლზე (h) ვსაზღვრავთ (10.19) ფორმულიდან, თუ ცნობილია Q, b და H_0. ამისათვის φ კოეფიციენტის მნიშვნელობებს ავიღებთ დ. კუმინის მიერ ექსპერიმენტული გამოკვლევის საფუძველზე შედგენილი ცხრილიდან:

εm . .	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
φ .	0,94	0,96	0,97	0,98	1,00

εm ნამრავლის მოსაძებნად ვსარგებლობთ (10.34), (10.35) და (10.36) ფორმულებით.

იგივე h სიღრმე შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგი ფორმულითაც:

$$h=kH_0, \tag{10.37}$$

სადაც k კოეფიციენტი აიღება რ. ჩუგაევის მიერ რეკომენდებული ცხრილიდან:

m .	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
k	0,42	0,45	0,49	0,54	0,62

2. დატბორილი (დაძირული) წყალსაშვი. ბ. ბახმეტევის მიხედვით, ფართოზღურბლიანი წყალსაშვი დატბორილია მაშინ, როცა ქვედა ბიეფში წყლის დონის ნიშნული ზღურბლზე ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ნიშნულის ან ტოლია, ან ძასზე მეტია. ეს ნიშნავს, რომ ამ დროს $h_ბ$ დაძირვის სიღრმესა და $h_{კრ}$ კრიტიკულ სიღრმეს შორის არსებობს ასეთი თანაფარდობა: $h_ბ \geqslant h_{კრ}$.

მაგრამ დატბორვის ეს კრიტერიუმი ზუსტი არ არის. ცდები გვიჩვენებს, რომ წყალსაშვი შეიძლება ჩაითვალოს დატბორილად, თუ

$$h_ბ > nH_0. \tag{10.38}$$

სადაც n არის m ხარჯის კოეფიციენტზე დამოკიდებული სიდიდე, რომელიც იცვლება $0{,}75 \div 0{,}87$ ფარგლებში. მიახლოებითი გაანგარიშებისას მიიღება, $n \approx 0{,}8$.

დაძირულ წყალსაშვზე ნაკადის დინების ხასიათი დამოკიდებულია ზღურბლზე შესვლის პირობებზე. მდორედ შესვლისა და მნიშვნელოვანი დაძირულობის შემთხვევაში ზღურბლზე წყლის თავისუფალი ზედაპირი თითქმის ჰორიზონტალურია, ხოლო გამოსასვლელ კვეთში შეიმჩნევა ჯაჭ ალდგენის ვარდნილი (ნახ. 10.11).

დაძირვის სიღრმის კრიტიკული მნიშვნელობის გამოსათვლელად შეიძლება ვისარგებლოთ პ. კისელევის ფორმულით

$$h_ბ = 1{,}25\, h_{კრ}. \tag{10.39}$$

თუ $h_ბ > 1{,}25\, h_{კრ}$, ფართოზღურბლიანი წყალსაშვი იქნება დაძირული (ეს ფორმულა მიღებულია თეორიული გზით ბრტყელი ამოცანის

პირობებში). ამ შემთხვევაში წყალსაშვის ხარჯი გამოითვლება ფორმულით

$$Q = \varphi_ე b h \sqrt{2g(H_0 - h)}, \qquad (10.40)$$

სადაც

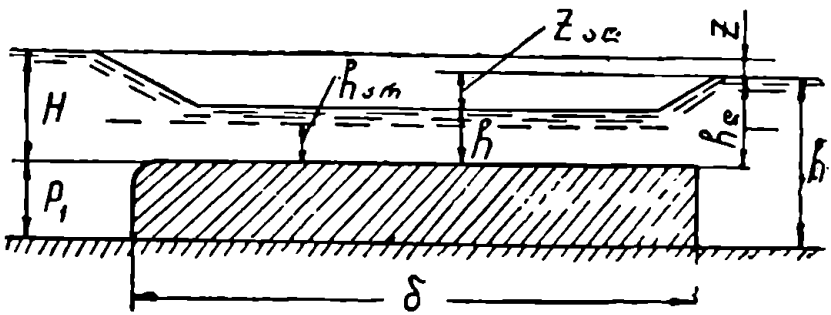
$$h = h_ე - z_{აღ}, \qquad (10.41)$$

ხოლო $\varphi_ე$ სიჩქარის კოეფიციენტი აიღება დ. კუმინის მიერ შედგენილი ცხრილიდან:

m	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38
$\varphi_ე$	0,77	0,84	0,90	0,96	0,99

ცხრილით სარგებლობისათვის საჭიროა წინასწარ დავადგინოთ m ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობა (10.34) ან (10.35) ფორმულით.

(10.41) გამოსახულებაში $z_{აღ}$ ვარდნილს საზღვრავენ სპეციალური გრაფიკიდან, რომელიც ჩვენ აქ არ ძოგვყავს. ამასთან, პირველი მიახ-



ნახ. 10.11.

ლოებით, ამ სიდიდეს ხშირად უგულებელყოფენ და მაშინ Q ხარჯის გამოსათვლელი ფორმულა ასეთ სახეს ღებულობს:

$$Q = \varphi_ე b h_ე \sqrt{2g(H_0 - h_ე)}. \qquad (10.42)$$

დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ ზემოთ ჩვენ განვიხილეთ ფართოზღურბლიან წყალსაშვზე წყლის გადინების შედარებით დამახასიათებელი შემთხვევა, როდესაც ზღურბლზე თითქმის პარალელურპაელური (მდორედ ცვალებადი) მოძრაობა მყარდება. ამ დროს წყალსაშვის კედლის სისქე მოთავსებულია $(2 \div 4)H < \delta < (8 \div 10)H$ ფარგლებში.

როცა $\delta \approx (2—4)H$, მაშინ ნაკადის ზედაპირზე ზღურბლზე თანდათანობით მცირდება კრიტიკული სიღრმიდან (ზღურბლის დასაწყისში) მასზე გაცილებით ნაკლებ სიღრმემდე (გამოსასვლელ კვეთში). ამის გამო ზღურბლზე ნაკადი მძაფრ მდგომარეობაშია, ხოლო თავისუფალ ზედაპირს აქვს დაცემის წირის სახე.

როცა $\delta > (8 \div 10)H$, მაშინ წყალსაშვის გამტარობის უნარი დამოკიდებული ხდება დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის სიდიდეზე და წყალსაშვი შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც მოკლე არხი. ამ შემთხვევაში ზღურბლის დასაწყისში მყარდება კრიტიკულ სიღრმეზე ნაკლები შეკუმშული სიღრმე, ხოლო შემდეგ ნაკადი ტალღური ნახტომის ფორმით გადადის წყნარ მდგომარეობაში.

ფართოზღურბლიანი წყალსაშვის საანგარიშო ფორმულები ფართოდ გამოიყენება კაშხალის ნახერხტების, წყალსაგდები ნაგებობების შესასვლელი ნაწილის, სარწყავი სისტემის რახი-რეგულატორების, უდაწნეო და სადაწნეო მილების და სხვა ნაგებობების ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას. ამ ნაგებობებს ხშირ შემთხვევაში არა აქვთ ზღურბლი და დაწნევა მათ წინ იქმნება კალაპოტის გვერდითი შევიწროების შედეგად. წყლის მოძრაობა ასეთ ნაგებობებში ჰიდრავლიკური თვალსაზრისით ნელოვანი სიმაღლის ფართოზღურბლიან წყალსაშვებზე მოძრაობის ანალოგიურია.

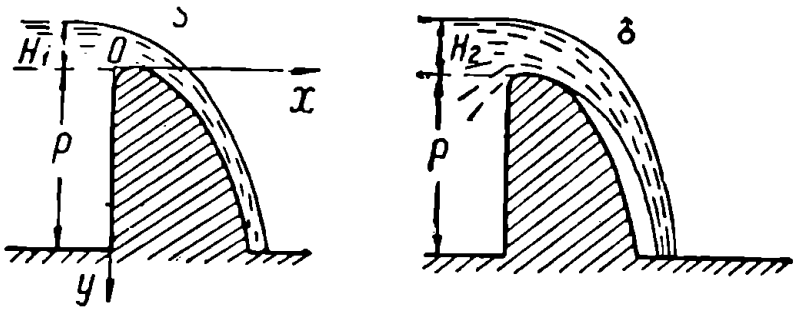
§ 10.4. პრაქტიკული პროფილის სწორკუთხა წყალსაშვები

მრუდწირული მოხაზულობის წყალსაშვი. კაშხალთმშენებლობის პრაქტიკაში შედარებით გავრცელებულია პრაქტიკული პროფილის მრუდწირული მოხაზულობის წყალსაშვები. ასეთი წყალსაშვები შეიძლება იყოს **უეკუუმო** და **ვაკუუმიანი**. თუ პრაქტიკული პროფილის წყალსაშვის მოხაზულობა თანხვდება თხელკედლიან წყალსაშვზე H_1 დაწნევით გადადინებული თავისუფალი ჭავლის ქვედა ზედაპირის მოხაზულობას, წყალსაშვს **უვაკუუმოს** უწოდებენ (ნახ. 10. 12, ა). პროფილის ასეთი წესით აგებისას ჭავლის ქვეშ წყალგადასაშვებ ზედაპირზე წნევა ახლოს იქნება ატმოსფერულთან. თუ იმავე უვაკუუმო პროფილის წყალსაშვზე დაწნევას გავზრდით H_1-დან H_2-მდე (ნახ. 10,12, ბ), მაშინ ჭავლი მოწყდება მას და წყალგადასაშვებ ზედაპირსა და ჭავლის ქვედა ზედაპირს შორის წარმოიქმნება თავისუფალი სივრცე ატმოსფერულზე ნაკლები წნევით (ვაკუუმით). ასეთ პირობებში მომუშავე წყალსაშვს **ვაკუუმიანს** უწოდებენ. მაშასადამე, ერთი და იგივე წყალსაშვი შეიძლება იყოს როგორც უვაკუუმო, ისე ვაკუუმიანი.

ჭავლის ქვეშ ვაკუუმის არსებობა ზრდის წყალსაშვის გამტარობის უნარს, თუმცა ის რამდენადმე ადიდებს საანგარიშო დატვირთვას წყალსაშვზე. ამ დროს ჭავლის გადადინების არამდგრადი ხასიათი იწვევს წყალსაშვის ვიბრაციას და ბეტონის (სამოსის) კოროზიას. ამიტომ წყალსაშვიანი კედლების დაგეგმარებისას უპირატესობას აძლევენ უვაკუუმო პროფილებს.

თავისუფლად გადადინებული ჭავლის ფორმით აგებული უვაკუ-

უმო პროფილი სხვა უვაკუუმო პროფილისაგან განსხვავდება გამტარობის დიდი უნარით და, მაშასადამე, ხარჯის კოეფიციენტის დიდი მნიშვნელობით. უვაკუუმო წყალსაშვის პროფილის (ნახ. 10.12, ა) ასაგებად სარგებლობენ კრიგერ-ოფიცეროვის x და y კოორდინატებით, რომლე-

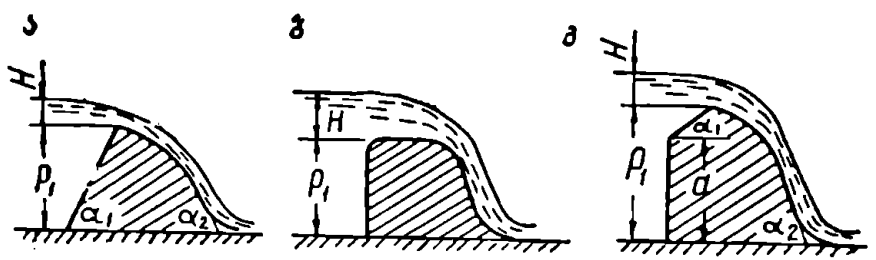


ნახ. 10.12.

ბიც მოცემულია ცხრილებში ერთეული დაწნევისათვის ($H=1$ მ). კოორდინატთა ფაქტობრივი მნიშვნელობების $(X; Y)$ გასაგებად x და y სიდიდეები უნდა გავამრავლოთ ე. წ. საანგარიშო (მაპროფილებელ) $H_{საანგ}$ დაწნევაზე

$$X=xH_{საანგ};\quad Y=yH_{საანგ},$$

ხშირად კონსტრუქციულ მოსაზრებათა გამო მრუდწირული მოხაზულობის წყალსაშვის პროფილს (ნახ. 10.12, ბ) ცვლიან სხვა ფორმის



ნახ. 10.13.

პროფილით. მაგალითად, წყალსაშვს შეიძლება ჰქონდეს დახრილი სადაწნეო წახნაგი, თუ ის სუსტ გრუნტებზე იგება (ნახ. 10.13, ა), ან გაფართოებული თხემი (ნახ. 10.13, ბ), თუ საჭიროა მასზე ჰიდროტექნიკური საკეტის მოთავსება, ან 10.13, გ ნახაზზე ნაჩვენები ფორმა, თუ მოითხოვება მის თხემზე ხე-ტყის, ყინულის და სხვათა ტრანსპორტირება და ა. შ. წყალგადასაშვებ ზედაპირის შეუღლება ქვედა ბიეფის ფსკერ-

თან ხდება მრუდის საშუალებით, რომლის რადიუსის მნიშვნელობებიც აღება H-ის და P_1-ის მიხედვით საცნობარო ლიტერატურაში მოყვანილი ცხრილებიდან.

პრაქტიკული პროფილის მრუდწირული მოხაზულობის წყალსაშვზე გადადინებული ხარჯი განისაზღვრება ფორმულით

$$Q = \sigma_{\text{დან}}\, \sigma_{\text{ფ}}\, \sigma_{\text{ღ}}\, \varepsilon\, m b \sqrt{2g}\, H_0^{3/2}, \qquad (10.43)$$

სადაც $\sigma_{\text{დან}}$ არის დაწნევის სისრულის კოეფიციენტი;

$\sigma_{\text{ფ}}$ — წყალსაშვის ფორმის კოეფიციენტი;

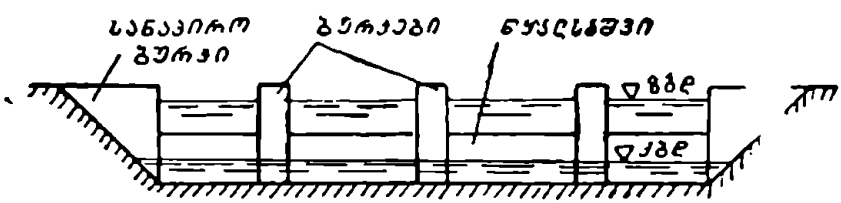
ε — გვერდითი კუმშვის კოეფიციენტი;

$\sigma_{\text{ღ}}$ — დატბორვის კოეფიციენტი;

m — ხარჯის კოეფიციენტი.

დაწნევის სისრულის კოეფიციენტი ($\sigma_{\text{დან}}$) ითვალისწინებს წყალსაშვზე H დაწნევის განსხვავებას საანგარიშო $H_{\text{საანგ}}$ დაწნევისაგან, რომლითაც მოხაზულია წყალსაშვის პროფილი (წყალსაშვი, ცხადია, ყოველთვის საანგარიშო დაწნევაზე არ მუშაობს). როცა $H/H_{\text{საანგ}} = 0{,}2 \div 1$ (უვაკუუმო პროფილი), $\sigma_{\text{დან}} = 0{,}84 \div 1$; როცა $H/H_{\text{საანგ}} = 1 - 2$ (ვაკუუმიანი პროფილი), $\sigma_{\text{დან}} = 1 \div 1{,}1$; როცა $H = H_{\text{საანგ}}$, $\sigma_{\text{დან}} = 1$.

წყალსაშვის ფორმის კოეფიციენტი ($\sigma_{\text{ფ}}$) ითვალისწინებს წყალსაშვის სათაისის მოხაზულობის (ნახ. 10.13) განსხვავებას კრიგერ-



ნახ. 10.14.

ოფიცეროვის პროფილისაგან (ნახ. 10,12). ამ კოეფიციენტის მნიშვნელობები იცვლება $\sigma_{\text{ფ}} = 0{,}85 \div 1{,}0$ ფარგლებში.

გვერდითი კუმშვის კოეფიციენტი (ε), როცა $H_0/b < 1{,}0$ (ეს პირობა პრაქტიკაში თითქმის ყოველთვის დაცულია), შეიძლება განისაზღვროს შემდეგი ემპირიული ფორმულებით:

ა) წყალსაშვის ერთი ნახვრეტის (მალის) შემთხვევაში

$$\varepsilon = 1 - 0{,}2\xi_{\text{ს.ა}} \frac{H_0}{b}, \qquad (10.44)$$

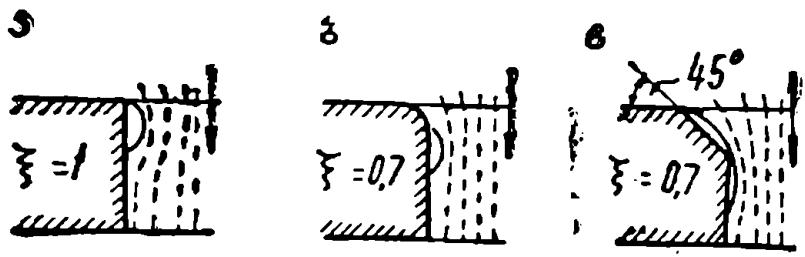
სადაც $\xi_{\text{ს.ა}}$ არის ე. წ. შემცირების კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს სანაპირო ბურჯების ფორმას (ნახ. 10.14).

ბ) წყალსაშვის რამდენიმე ერთნაირი ნახვრეტის (მალის) შემთხვევაში, როცა ნახვრეტები ერთმანეთისაგან გამოყოფილია შუალედური ბურჯებით (ნახ. 10.15)

$$\varepsilon = 1 - 0{,}2\,\frac{\xi_{ა.ა} + (n-1)\,\xi_{ვ.ა}}{n}\,\frac{H_0}{b}, \qquad (10.45)$$

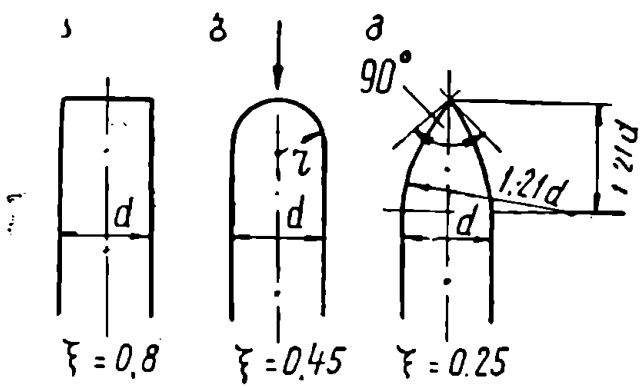
სადაც n არის მალების რაოდენობა;

$\xi_{ვ.ა}$ — შემცირების კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს შუალედური ბურჯების გეგმაში მოხაზულობას (ნახ. 10.16).



ნახ. 10.15.

დატბორვის კოეფიციენტი ($\sigma_დ$) აიღება გრაფიკიდან $h_დ/H_0$ ფარდობის მიხედვით (ნახ. 10.17). ამასთან გრაფიკზე II მრუდი შეესაბამება კრიგერ-ოფიცეროვის პროფილს, ხოლო III მრუდი — პრო-

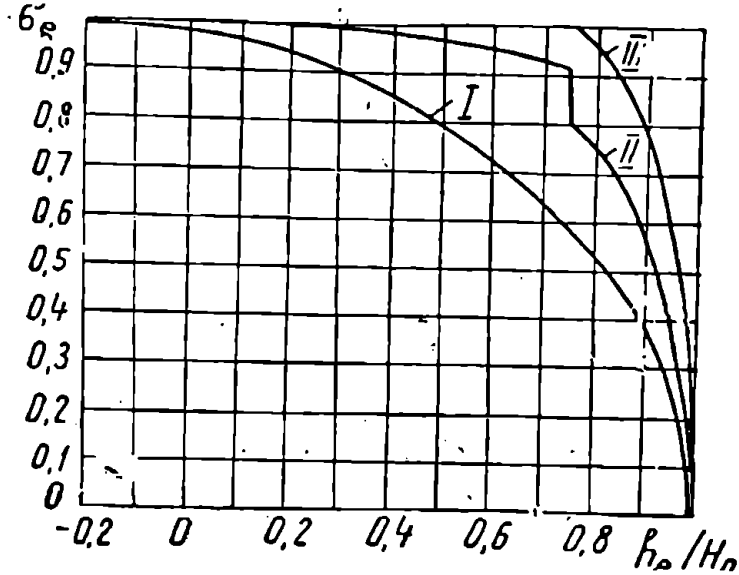


ნახ. 10.16.

ფილს გაფართოებული თხემით (ნახ. 10.13, ბ). პრაქტიკული პროფილის წყალსაშვების დატბორვის პირობები ისეთივეა, როგორც თხელკედლიანი წყალსაშვების (იხ. ფორმულები 10.10 და 10.11).

ხარჯის კოეფიციენტი (10.43) ფორმულაში მიიღება $m = 0{,}48 \div 0{,}50$.

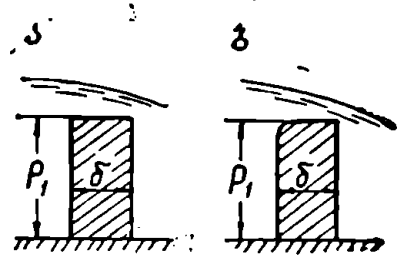
ვაკუუმიანი წყალსაშვების ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობები სათავისის ფორმის მიხედვით იცვლება $m = 0{,}54 \div 0{,}57$ ფარ-



ნახ. 10.17.

გლებში. ასეთი წყალსაშვების მოხაზულობა ისეთი უნდა იყოს, რომ ვაკუუმეტრული სიმაღლის სიდიდემ არ გადააჭარბოს 6—7 მ-ს. ვაკუმიანი წყალსაშვის დატბორვის კოეფიციენტის მნიშვნელობები აიღება გრაფიკიდან (ნახ. 10.17, I მრუდი).

პოლიგონური მოხაზულობის წყალხაშვი. ასეთი წყალსაშვები შეიძლება იყოს სწორკუთხა (ნახ. 10.18) ან ტრაპეციული (ნახ. 10.19) მოხაზულობის. მათი ზღურბლის სიგანე, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, მოთავსებულია $0{,}67H < \delta < (2 \div 4)\,H$ ფარგლებში.



ნახ. 10.18.

პოლიგონური წყალსაშვების გაანგარიშება წარმოებს (10.43) ფორმულით. (10.18, ა) ნახაზზე ნაჩვენები წყალსაშვისათვის ხარჯის კოეფიციენტი $m = 0{,}42$ ს. ხოლო (10.18, ბ) ნახაზზე ნაჩვენები წყალსაშვისათვის — $m = 0{,}44$-ს. ორივე

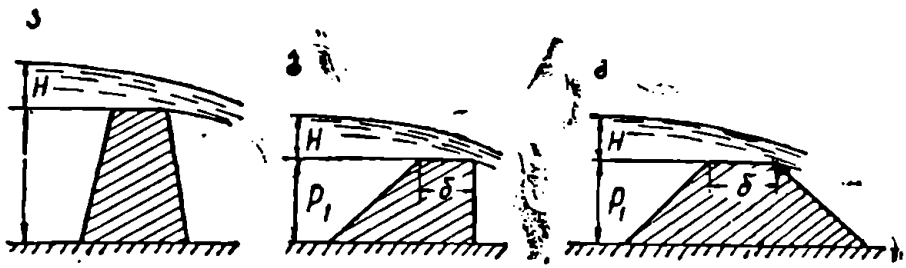
პროფილისათვის დაწნევის სისრულის კოეფიციენტი გამოითვლება ფორმულით

$$\sigma_{სრ} = 0{,}7 + 0{,}185\,\frac{H}{\delta}. \qquad (10.46)$$

ფორმის კოეფიციენტი მეორე სქემისათვის შეიძლება განსაზღვროთ შემდეგი ფორმულით:

$$\sigma_ф = 1 + \frac{r}{H}, \qquad (10.47)$$

სადაც r არის შესასვლელი წიბოს მომრგვალების რადიუსი.

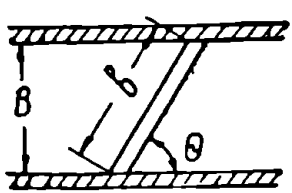


ნახ. 10.19.

ხარჯის კოეფიციენტის მნიშვნელობები წყალსაშვის ზედა (სადაწნო) წახნაგის დახრის გათვალისწინებით მოცემულია საცნობარო ლიტერატურაში. იქვეა მოყვანილი ტრაპეციული პოლიგონური წყალსაშვეების (ნახ. 10.19) ხარჯის კოეფიციენტის სიდიდეებიც.

§ 10.8. ირიბი და გვერდითი წყალსაშვები

თუ წყალსაშვის ვერტიკალური კედელი გეგმაში ადგენს Θ კუთხეს ნაკადის მიმართულებასთან, ასეთ წყალსაშვს **ირიბს** უწოდებენ (ნახ. 10.20). როცა $\Theta > 45°$-ზე, ხარჯის კოეფიციენტი ირიბი წყალსაშვისათვის გვერდითი კუმშვის გარეშე არ განსხვავდება ნორმალური (სრულყოფილი) წყალსაშვის ხარჯის კოეფიციენტისაგან და შესწორების კოეფიციენტი ირიბულობაზე ერთის ტოლია ($\varepsilon_{ირ} = 1$). გვერდითი კუმშვის არსებობისას ხარჯის განტოლებაში უნდა



ნახ. 10.20.

გავითვალისწინოთ $\varepsilon_{ირ}$ კოეფიციენტი:

$$Q_{ირ} = \varepsilon_{ირ}\, mb\sqrt{2g}\, H_0^{3/2}, \qquad (10.48)$$

სადაც $\varepsilon_{\theta^\circ}$ მიახლოებით ტოლია

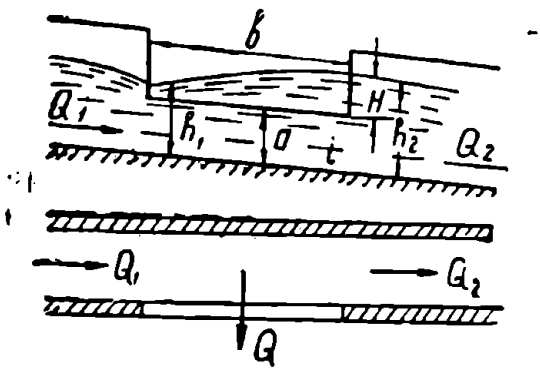
Θ° . .	. 15	30	45	60	90;
$\varepsilon_{\theta^\circ}$	0,86	0,91	0,94	0,96	1,0.

როდესაც $\Theta=0$, მაშინ გვაქვს გვერდითი წყალსაშვი (ნახ. 10.21), რომლისთვისაც ხარჯი გამოითვლება ფორმულით

$$Q=\sigma_{\text{ჩ}}\, mb\sqrt{2g}\, H^{3/2}, \tag{10.49}$$

სადაც H არის დაწნევა წყალსაშვის ბოლოში: $H=h_2-P_1$ (h_2 — ნაკადის სიღრმეა წყალსაშვის ქვემოთ, ბოლო P_1 — ზღურბლის მდებარეობის სიმაღლე კალაპოტის ფსკერიდან);

$\sigma_{\text{ჩ}}<1$ — შესწორების კოეფიციენტი.



ნახ. 10.21.

ხ. ენგელსის გამოკვლევების ხაფუძველზე

$$\sigma_{\text{ჩ}}=\left(\frac{H}{b}\right)^{\frac{1}{6}} \tag{10.50}$$

გვერდით წყალსაშვზე გადადინებული ხარჯის სიდიდე შეიძლება გამოითვალოს ს. რუდნევის ფორმულითაც

$$Q=mb\sqrt{2g}\,(h_{\text{ს.ს}}-P_1)^{3/2}, \tag{10.51}$$

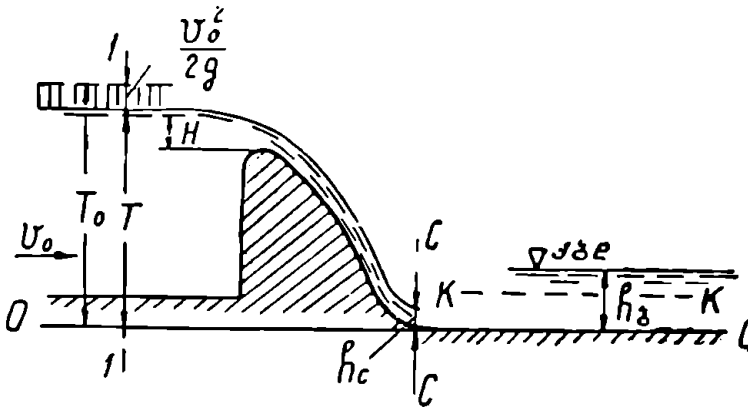
სადაც $h_{\text{ს.ს}}=\dfrac{h_1+h_2}{2}$.

ბიეფების შეუღლება და შემაუღლებელი ნაგებობები

§ 11.1. ზოგადი ცნობები. წყალსაშვზე გადადინებული ჰავლის შეუღლება ქვედა ბიეფის ნაკადთან

წყალსაშვზე გადადინებული ჰავლის შეუღლება ქვედა ბიეფის ნაკადთან შეიძლება სხვადასხვა ფორმით მოხდეს. ეს დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორ პირობებში იმყოფება ნაკადი ქვედა ბიეფში, როგორია მისი სიღრმე ($h_ბ$), როგორია ქვედა ბიეფში კალაპოტის ფსკერის ქანობი და ა. შ.

წყალსაშვის ქიმზე ან ზღურბლზე გადადინებული ჰავლის სისქე ნაგებობის წყალგადასაშვები ზედაპირის გასწვრივ თანდათანობით მცირ-



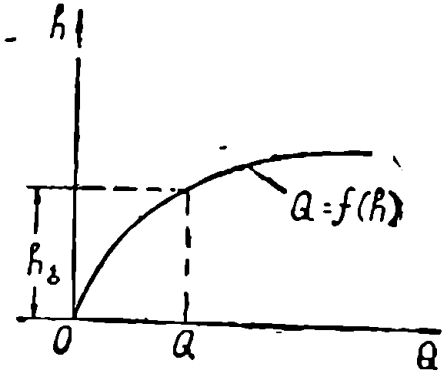
ნახ. 11.1.

დება და წყალსაცემთან მინიმალურ მნიშვნელობას აღწევს. კვეთს ($C—C$), რომელშიც ვარდნილი ნაკადის სიღრმე (h_c) უმცირესია, შეკუმშული კვეთი ეწოდება (ნახ. 11.1). h_c სიღრმე ყოველთვის ნაკლებია კრიტიკულ სიღრმეზე $h_კრ$. მაშასადამე, შეკუმშულ კვეთში ნაკადი მძაფრ მდგომარეობაშია და დიდი კინეტიკური ენერგია აქვს.

ქვედა ბიეფში ნაკადის სიღრმე ($h_ბ$) მოიძებნება $Q=f(H)$ ფუნქციის გრაფიკიდან (ნახ. 11.2), რომელიც წინასწარ აიგება ან ჰიდრომეტრიული მონაცემების საფუძველზე ან პრიზმული კალაპოტის შემთხვევაში — წყლის თანაბარი მოძრაობის განტოლებით.

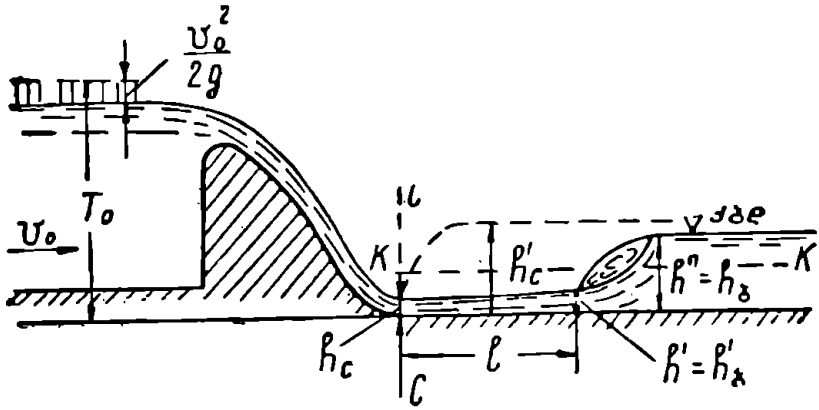
ამგვარად, უნდა მოხდეს ნაკადების შეუღლება, რომელთა სიღრმეებია h_c და $h_ბ$. როგორც აღვნიშნეთ, შეუღლების ფორმები სხვადასხვაა და დამოკიდებულია ქვედა ბიეფში ნაკადისა და კალაპოტის გეომეტ-

რიულ და ჰიდრავლიკურ მახასიათებლებზე. კერძოდ, თუ ქვედა ბიეფში კალაპოტის ფსკერის ქანობი კრიტიკულზე მეტია ($i > i_{კრ}$), მაშინ $h_ბ$ სიღრმე $h_{კრ}$ სიღრმეზე ნაკლებია ($h_ბ < h_{კრ}$), ნაკადი ქვედა ბიეფში მძაფრ მდგომარეობაშია და წყალსაშვზე გადადინებული ჰაერის (რომელიც $C—C$ კვეთში აგრეთვე მძაფრ მდგომარეობაშია) შეუღლება ქვედა ბიეფის ნაკადთან მოხდება ჰიდრავლიკური ნახტომის გარეშე შეტბორვის ან დაცემის მდორე წირის სახით.



ნახ. 11.2.

მაგრამ პრაქტიკაში, ჩვეულებრივ, გვხვდება შემთხვევა, როდესაც ქვედა ბიეფში კალაპოტის ფსკერის ქანობი კრიტიკულზე ნაკლებია ($i < i_{კრ}$) და, მაშასადამე, $h_ბ > h_{კრ}$, ე. ი. ნაკადი იმყოფება წუნარ მდგომარეობაში. როგორც ჩვენთვის ცნობილია, ნაკადის მძაფრიდან წუნარ მდგომარეობაში გადასვლა, რომლის დროსაც თავისუფალი ზედაპირი გადაკვეთს კრიტიკული სიღრმის შესაბამის $K—K$ წირს, ხდება ჰიდრავლიკური ნახტომის ფორმით. ამიტომ ნაკადების შეუღლებაც მოხდება ჰიდრავლიკური ნახტომით. კერძოდ, განსახილველ

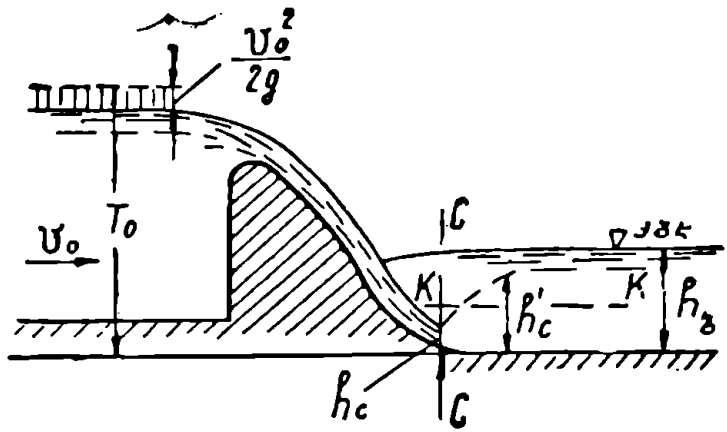


ნახ. 11.3.

შემთხვევაში ($i < i_{კრ}$) გვექნება ბიეფების შეუღლების შემდეგი სამი ტიპი:

1) შეუღლება განდევნილი ნახტომის ფორმით (ნახ. 11.3). ამ შემთხვევაში ნახტომი მდებარეობს წყალსაშვიდან გარკვეულ l მან-

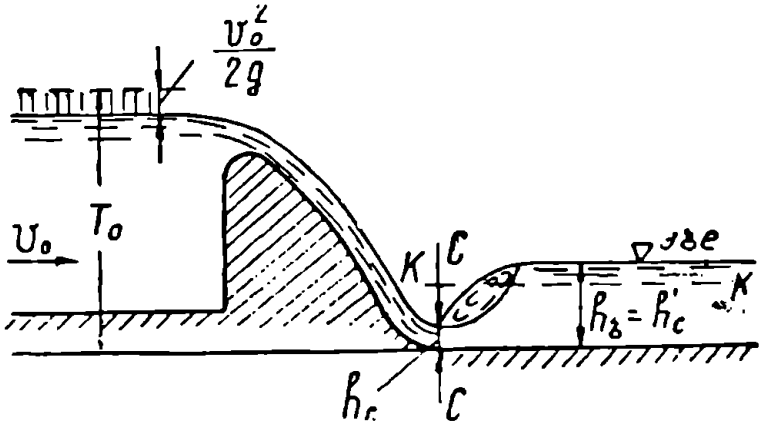
ძილზე, რომელზაც ნახტომის განდევნის საგრძეს უწოდებენ. ამ მანძილზე ნაკადის თავისუფალი ზედაპირი წარმოადგენს C_I ტიპის შეტბორვის წირს. ამ უბანზე ნაკადის სიღრმე h_c დან იზრდება h' სიღრ-



ნახ. 11.4.

მემდე, რომელიც განდევნილი ნახტომის პირველი შეუღლებული სიღრმეა (მეორე შეუღლებული სიღრმე იქნება $h''=h_g$).

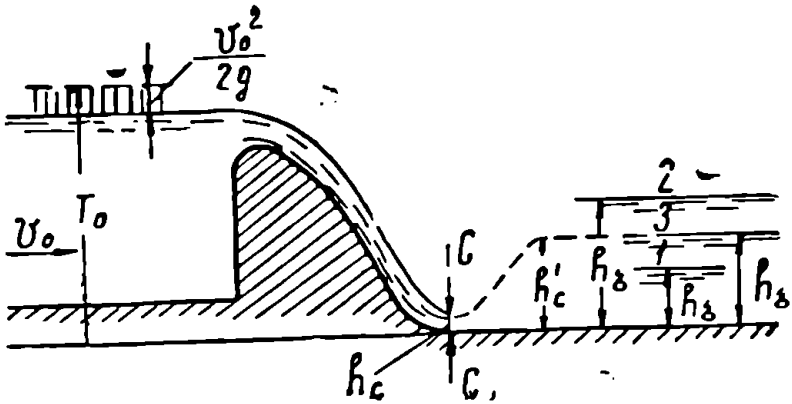
2) შეუღლება დატბორილი (დაძირული) ნახტომის ფორმით (ნახ. 11.4). ამ შემთხვევაში ქვედა ბიეფი ტბორავს ნახტომს.



ნახ. 11.5.

3) შეუღლება ნახტომის ზღვრული მდებარეობით (ნახ. 11.5). ამ შემთხვევაში ქვედა ბიეფი ნახტომს არ ტბორავს, მაგრამ არც განდევნილი ნახტომი ჩაქვს ($l=0$).

ბიეფების შეუღლების ხასიათის განსაზღვრისას აუცილებელია, დავადგინოთ შეუღლების აღნიშნული სამი ტიპიდან რომელი ხდება განსახილველ შემთხვევაში. ამისათვის $C—C$ კვეთში წარმოვადგინოთ ფიქტიური ნახტომი (11.6 ნახაზზე ის ნაჩვენებია პუნქტირით). განვსაზღვროთ h_c სიღრმე შეკუმშულ კვეთში (იხ. § 11.2) და ჩავთვალოთ იგი ნახტომის პირველ შეუღლებულ სიღრმედ ($h_c=h'$). შემდეგ ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითადი განტოლებიდან განვსაზღვროთ ნახტომის მეორე შეუღლებული $h_c'=h''$ სიღრმე. თუ აღმოჩნდა, რომ ქვედა ბიეფი არ ტბორავს ფიქტიურ ნახტომს, ე. ი. $h_3<h_c'$, მაშინ გვექნება განდევნილი ნახტომი; თუ ქვედა ბიეფი ტბორავს ფიქტიურ ნახტომს, ე. ი. $h_3>h_c'$, მივიღებთ დატბორილ ნახტომს, ხოლო თუ $h_3=h_c'$, მაშინ გვექნება ნახტომის ზღვრული მდებარეობა (ფიქტიური ნახტომი ნამდვილ ნახტომად გადაიქცევა).



ნახ. 11.6.

განდევნილი ნახტომის შემთხვევაში დამატებით უნდა დადგინდეს ნახტომის განდევნის l სიგრძეც, რისთვისაც ვისარგებლებთ არაწანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლებებით.

§ 11.2. სიღრმის განსაზღვრა შეკუმშულ კვეთში

როგორც წინა პარაგრაფში ვნახეთ, ბიეფების შეუღლების ხასიათი მთლიანად გარკვეული იქნება, თუ გვეცოდინება სიღრმეები ქვედა ბიეფში (h_3) და შეკუმშულ კვეთში (h_c). h_3 სიღრმე, ჩვეულებრივ, ცნობილია (§ 11.1, ნახ. 11.2), ამიტომ გამოვიყვანოთ დამოკიდებულება h_c სიდიდის გამოსათვლელად. ამისათვის შევადგინოთ ბერნულის განტო-

ლება 1—1 და $C—C$ კვეთებისათვის ქვედა ბიეფის ფსკერის დონეზე გამავალი $O—O$ საფარდი სიბრტყის მიმართ (ნახ. 11.1)

$$T_0 = h_c + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_{დან},$$

სადაც $h_{დან} = \sum \xi \frac{v_c^2}{2g}$ არის დაწნევის (კუთრი ენერგიის) დანაკარგების ჯამური სიდიდე წყალსაშვზე გადადინებისას;

T_0 — სრული დაწნევა (კუთრი ენერგია) ზედა ბიეფში ქვედა ბიეფის მიმართ;

$$T_0 = T + \frac{\alpha v_0^2}{2g}. \qquad (11.1)$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით მივიღებთ

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \sum \xi}} \sqrt{2g(T_0 - h_c)} = \varphi \sqrt{2g(T_0 - h_c)},$$

სადაც $\varphi = 1/\sqrt{\alpha_c + \sum \xi}$ არის სიჩქარის კოეფიციენტი; $\varphi = 0{,}85 \div 0{,}95$. მაშინ, თუ ჩავთვლით, რომ ქვედა ბიეფში კალაპოტი სწორკუთხა ფორმისაა (ე. ი. განვიხილავთ ბრტყელ ამოცანას), კუთრი ხარჯის საანგარიშოდ გვექნება ფორმულა

$$q = v_c h_c = \varphi h_c \sqrt{2g(T_0 - h_c)}, \qquad (11.2)$$

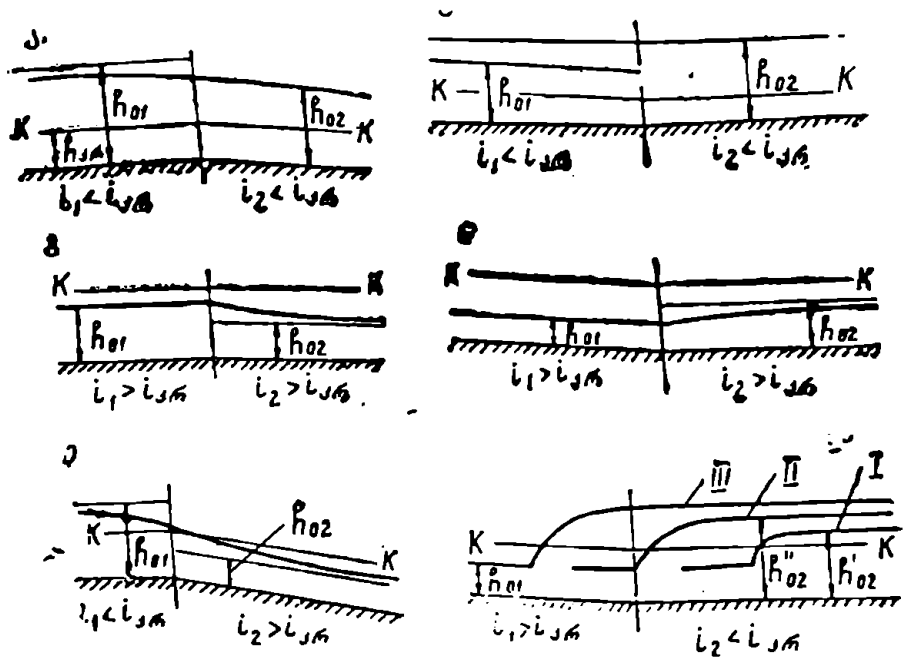
საიდანაც შეგრჩევით განვსაზღვრავთ შეკუმშულ კვეთში h_c სიღრმის მნიშვნელობას. იმის გამო, რომ განტოლების ამოხსნის თანამიმდევრულ მიახლოებათა მეთოდისათვის დამახასიათებელია გამოთვლების სირთულე და შრომატევადობა, სპეციალურ ლიტერატურაში მოყვანილია გრაფიკები და ცხრილები, რომლებიც გამოთვლის ტექნიკას ამარტივებენ. ამასთან განტოლების ამონახსნებიდან შეგვარჩევს ისეთს, რომელიც დააკმაყოფილებს პირობას $0 < h_c < h_{კრ}$.

§ 11.3. ბიეფების შეუღლება შემტბორავი ნაგებობის გარეშე შხეფრის ძალობის ცვლილებისას

ზემოთქმულის საფუძველზე დავასკვნით, რომ ბიეფების შეუღლებისას უნდა დავადგინოთ სიღრმის თავისუფალი ზედაპირის ორი სხვადასხვა წირის შეუღლების ფორმა და სახე. ხშირად ანალოგიური ტიპის ამოცანის გადაწყვეტა გვიწევს არა მარტო შემტბორავი ნაგებობის (წყალსაშვის, კაშხლის) არსებობისას, როდესაც მკვეთრად არის გამოყოფილი ზედა და ქვედა ბიეფები, არამედ იმ შემთხვევაშიც, როცა კალაპოტში შეიმჩნევა ფსკერის ქანობის მკვეთრი ცვლილება,

ანუ, როგორც ამბობენ, ფსკერის გადატეხა. ამ საკითხის განხილვისას მხედველობაში ვიქონიებთ უმარტივეს შემთხვევას, რომლის დროსაც კალაპოტის ფორმა და კედლების ხორკლიანობა გადატეხამდე და მის შემდეგ ერთნაირია. გარდა ამისა, ვიგულისხმებთ, რომ ფსკერის სხვადასხვა ქანობისას ნაკადის სიღრმეები ამ ქანობების შესაბამისი ნორმალური სიღრმეებია.

ცნობილია, რომ რაც ნაკლებია ქანობი, მით მეტია ნორმალური სიღრმე, და პირიქით. ამიტომ თუ ქვედა ბიეფში (ფსკერის გადატეხის



ნახ. 11.7.

ქვედა უბანზე) ქანობი მეტია, ვიდრე ზედა ბიეფში, მაშინ გვექნება დაცემის წირი, წინააღმდეგ შემთხვევაში — შეტბორვის წირი (ნახ. 11.7, ა, ბ, გ, დ).

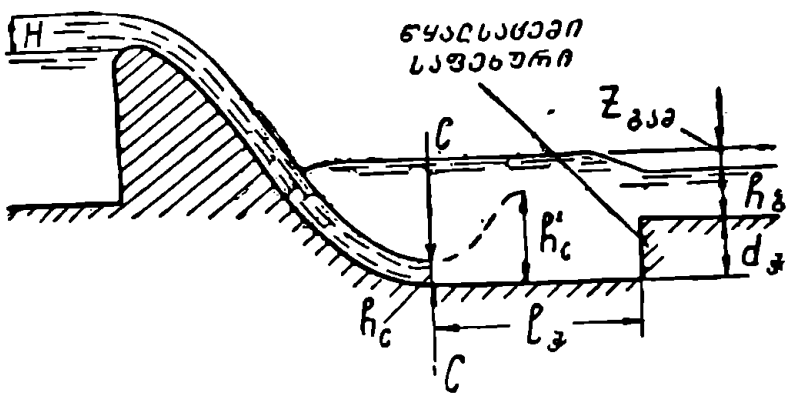
ბიეფების შეუღლების ხასიათი, როდესაც ხდება $i < i_{კრ}$ ქანობის $i > i_{კრ}$ ქანობით შეცვლა, ნაჩვენებია 11.7, ე ნახაზზე.

როდესაც ხდება $i > i_{კრ}$ ქანობის $i < i_{კრ}$ ქანობზე გადასვლა (ნაკადის მძაფრიდან წყნარ მდგომარეობაში გადასვლა), ასეთ შემთხვევაში, როგორც ვიცით, წარმოიქმნება ჰიდრავლიკური ნახტომი. 11.7, ვ ნახაზზე მოცემულია ჰიდრავლიკური ნახტომის სხვადასხვა ფორმა: I — გან-

დევნილი ნახტომი; II — ნახტომი ზღვრულ მდებარეობაში; III — წამოწეული ნახტომი. ნახტომის ადგილმდებარეობას გავარკვევთ ისევე, როგორც ეს 11.1 პარაგრაფში იყო ნაჩვენები.

§ 11.4. ენერგიის ჩაძრობა. წყალსაცავის ბიძა და წყალსაცავის ძილდის გაანგარიშება

წყალსაშვზე გადადინებული ჰიდროს ქვედა ბიეფის ნაკადთან შეუღლების შესაძლო ფორმების განხილვისას აღვნიშნეთ, რომ გარკვეულ პირობებში ქვედა ბიეფში შეიძლება მივიღოთ ნაკადი განდევნილი ჰიდრავლიკური ნახტომით, რომელსაც აქვს დიდი დამანგრეველი ძალა და შეუძლია გამოიწვიოს კალაპოტის მნიშვნელოვანი წარეცხვა. მაშასადამე, ასეთ შემთხვევაში ისმის საკითხი ქვედა ბიეფში ისეთი სპეციალური ნაგებობის მოწყობის შესახებ, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელი გახდება ნაკადის ზედმეტი ენერგიის ჩაქრობა და საბოლოო ჯამში დატბორილი (დაძირული) ნახტომის (ნახ. 11.4) მიღება. ეს უკანასკნელი ეკონომიკური თვალსაზრისით ბიეფების შეუღლების ყველაზე ხელსაყრელი ფორმაა. ამიტომ ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა დაგეგმარებისას, ჩვეულებრივ, ცდილობენ შექმნან ისეთი პირობები, როდესაც ჯარბი ენერ-

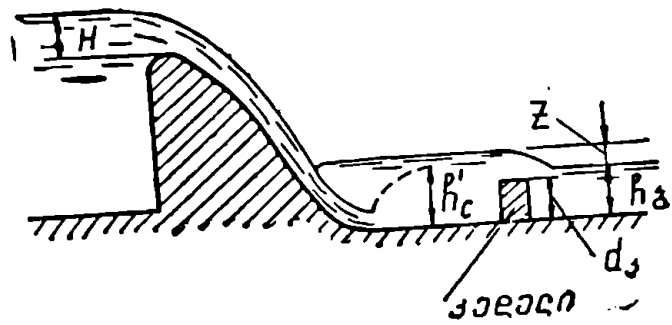


ნახ. 11.8.

გიის ჩაქრობა მოხდება უშუალოდ ნაგებობის სიახლოვეს, რაც გამოიწვევს მთლიანად ნაგებობის გაბარიტების შემცირებას და, მაშასადამე, სამუშაოთა მოცულობის შემცირებასაც. ასეთი სპეციალური დანიშნულების ნაგებობებმა ჰიდროტექნიკაში მიიღეს ენერგიის ჩამქრობ ნაგებობათა სახელწოდება.

შევნიშნავთ, რომ ენერგიის ჩამქრობი ნაგებობები არც თუ იშვიათად ასრულებს სხვა, ძალზე მნიშვნელოვან როლს, კერძოდ, მათი სა-

შუალებით შესაძლებელი ხდება ბიეფში ზედაპირული რეჟიმის შექმნა, რასაც თან ახლავს წყლის ზედაპირული და ფსკერული ცირკულაციური მოძრაობა. ექსპერიმენტული მონაცემების თანახმად, ასეთ მოძრაობაზე იხარჯება ნაკადის მექანიკური ენერგიის მნიშვნელოვანი ნაწილი (იხ. § 11.5).

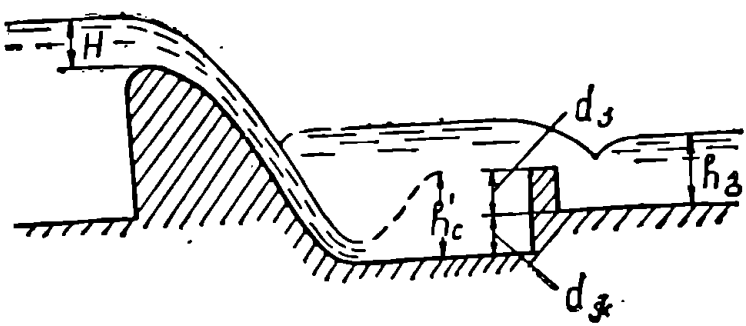


ნახ. 11.9

პრაქტიკაში ძირითადად გამოიყენება ენერგიის ჩამქრობ ნაგებობათა შემდეგი ტიპები:

ა) წყალსაცემი ჭა (ნახ. 11.8). იგი წარმოადგენს ქვედა ბიეფში უშუალოდ ნაგებობასთან ფსკერის ჩაღრმავებას, რომლის მეშვეობითაც ხელოვნურად იზრდება სიღრმე;

ბ) წყალსაცემი ჯებერი (ნახ. 11.9). აქ სიღრმე ქვედა ბიეფში იზრდება სპეციალური ჯებერით შექმნილი დაწნევით;

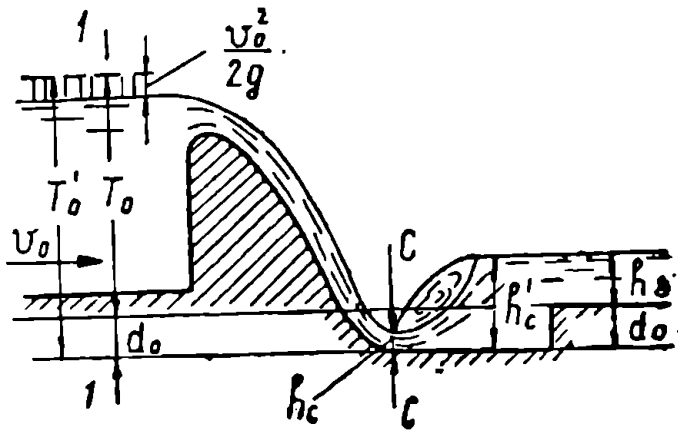


ნახ. 11.10.

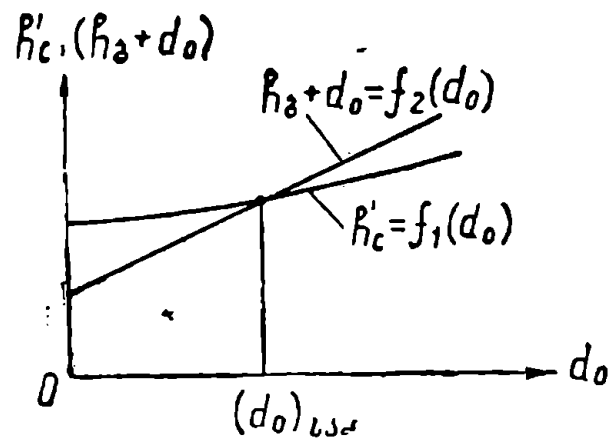
გ) კომბინირებული ტიპის წყალსაცემი ჭა (ნახ. 11.10). ამ შემთხვევაში ნაკადის სიღრმე ქვედა ბიეფში იზრდება როგორც ფსკერის ჩაღრმავების, ისე წყალსაცემი ჯებერით შექმნილი დაწნევით.

ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ზოგჯერ სარგებლობენ ენერგიის სპეციალური ტიპის ჩამქრობებითაც. კერძოდ, ქვედა ბიეფში აწყობენ სხვადასხვა ხელოვნურ წინაღობებს (მაგალითად, ბეტონის პირსებს), რომელთა გარსშემოდენის შედეგად იკარგება ნაკადის ჭარბი ენერგია.

ა



ბ



ნახ. 11.11.

წყალსაცემი ჭისა და კედლისაგან განსხვავებით ენერგიის სპეციალური ჩამქრობების ჰიდრავლიკური გაანგარიშება ვერ ხერხდება. მათი ზომების დანიშვნა ხდება ლაბორატორიაში ჩატარებული ცდების საფუძველზე.

1. წყალსაცემი ჭის გაანგარიშება. წყალსაცემი ჭის (ნახ. 11.11) გაანგარიშება გულისხმობს მისი ისეთი სიღრმისა ($d_ჭ$) და სიგრძის ($l_ჭ$)

დადგენას, რომლებიც უზრუნველყოფენ ჰიდრავლიკური ნახტომის დატბორვას.

თუ წყალსაცემ საფეხურზე $z_{ბ.ა}$ ვარდნილს უგულებელვყოფთ (ნახ. 11.8), მაშინ ჭის აუცილებელი d სიღრმე, რომლისთვისაც მიიღება დატბორილი ნახტომი, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას $d_ჭ + h_ბ > h_ც'$. ამის გათვალისწინებით ჯერ ვპოულობთ ე. წ. ჭის თეორიულ სიღრმეს (d_0), რომლისთვისაც ნახტომი მიიღება შეკუმშულ $C-C$ კვეთში და დაცული იქნება პირობა $d_0 + h_ბ = h_ც'$, ხოლო შემდეგ d_0-ის საშუალებით განვსაზღვრავთ ჭის პრაქტიკულ სიღრმეს (d), რომელიც პასუხობს დატბორილ ნახტომს

$$d_ჭ = \sigma d_0, \tag{11.3}$$

სადაც $\sigma = 1{,}05 \div 1{,}10$ არის მარაგის კოეფიციენტი, რომელიც უზრუნველყოფს ნახტომის „დატბორვის აუცილებელ ხარისხს".

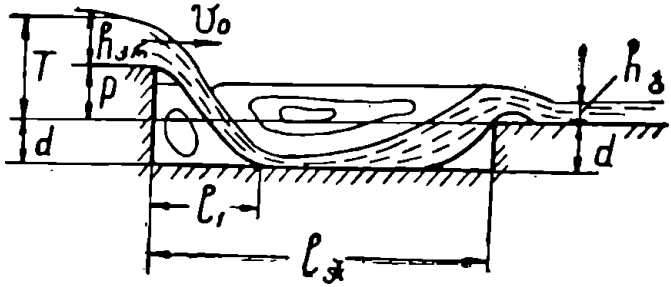
მაშასადამე, რომ განვსაზღვროთ წყალსაცემი ჭის სიღრმე, საჭიროა, ვიცოდეთ მისი თეორიული სიღრმე (d_0). ამ უკანასკნელის გამოსათვლელად ვისარგებლოთ 11.11, ა ნახაზზე მოცემული სქემით. როგორც ვხედავთ, ჭის მოწყობით იზრდება წყალსაშვზე გადადინებული ჭავლის ვარდნის სიმაღლე; ასევე იზრდება დაწნევა 1—1 კვეთში ჭის ფსკერის დონეზე გატარებული სიბრტყის მიმართ $T_0' = T_0 + d_0$ სიდიდემდე, რაც თავის მხრივ, შეკუმშულ კვეთში $h_ც$ სიღრმის შემცირებას იწვევს. თუ ჩავთვლით, რომ $h_ც$ პირველი შეუღლებული სიღრმეა, მაშინ მისი შემცირებით უნდა გაიზარდოს $h_ც'$ მეორე შეუღლებული სიღრმე.

იმის გამო, რომ $h_ც'$ სიდიდე თვითონ არის d_0-ზე დამოკიდებული, ამოცანა წყდება თანამიმდევრულ მიახლოებათა მეთოდით. კერძოდ, ვუშვებთ d_0-ის რაიმე მნიშვნელობას და ვპოულობთ $T_0' = T_0 + d$ სიდიდეს. ამ უკანასკნელის საშუალებით (11.2) გამოსახულებიდან ვსაზღვრავთ $h_ც$-ს, ხოლო ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითადი განტოლებიდან — მის შეუღლებულ $h_ც'$ სიღრმეს. $h_ც'$-ს მიღებულ მნიშვნელობას ვადარებთ ქვედა ბიეფის ახალ ($d_0 + h_ბ$) სიღრმეს. იმ შემთხვევაში, თუ $h_ც' \neq d_0 + h_ბ$, დაუშვებთ d_0-ის სხვა მნიშვნელობას და გამოთვლებს გავიმეორებთ. გაანგარიშების შედეგები შეგვაქვს ცხრილში:

d_0	$T_0' = T_0 + d_0$	$h_ც$	$h_ც'$	$d_0 + h_ბ$
1	2	3	4	5

ცხრილის მონაცემების საფუძველზე ვაგებთ გრაფიკს (ნახ. 11.11, ბ), რომლის ჰორიზონტალურ ღერძე გადავზომავთ d_0-ის მნიშვნელობებს

(ცხრილის 1-ლი სვეტი), ხოლო ვერტიკალურზე — h_c'-ს მნიშვნელობებს (ცხრილის მე-4 სვეტი). მივიღებთ $h_c' = f_1(d_0)$ ფუნქციის შესაბამის წირს. ამავე ვერტიკალურ ღერძზე გადავზომავთ აგრეთვე $(d_0 + h_0)$ სიდიდეებსაც (ცხრილის მე-5 სვეტი), რის შედეგადაც მივიღებთ $(d_0 + h_0) = f_2(d_0)$ ფუნქციის შესაბამის წრფეს. ცხადია, $h_c' = f_1(d_0)$ წირისა და $(d_0 + h_0) = f_2(d_0)$ წრფის გადაკვეთის წერტილს შეესაბამება d_0-ის საძიებელი



ნახ. 11.12.

მნიშვნელობა. ამის შემდეგ (11.3) გამოსახულებიდან ვიპოვით წყალსაცემი ჭის სიღრმეს.

რაც შეეხება წყალსაცემი ჭის სიგრძეს, ის პრაქტიკულ პროფილის მრუდწირული მოხაზულობის წყალშეებისათვის შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$l_ж = (0{,}7 \div 0{,}8)\, l_{нах}, \tag{11.4}$$

სადაც $l_{нах}$ არის ჰიდრავლიკური ნახტომის სიგრძე. $l_{нах}$ განისაზღვრება 8.4 პარაგრაფში მოყვანილი ფორმულებით იმის გათვალისწინებით, რომ $h' = h_c$-ს და $h'' = h_c'$-ს.

ახხზე მოწყობილი ვარდნილისათვის (ნახ. 11.12) ჭის სიგრძის გამოსათვლელი ფორმულა ასეთ სახეს ღებულობს:

$$l_ж = l_1 + (0{,}7 \div 0{,}8)\, l_{нах}, \tag{11.5}$$

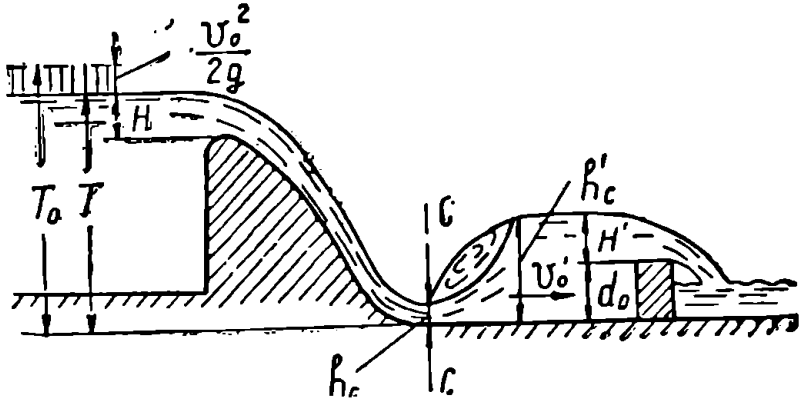
სადაც l_1 არის ჰაერის გატყორცნის მანძილი

$$l_1 = v_0 \sqrt{\frac{2P + h_{кр}}{g}}. \tag{11.6}$$

2. წყალსაცემი კედლის გაანგარიშება. წყალსაცემი კედლის მოწყობისას ქვედა ბიეფის ფსკერის ჩაღრმავება არ ხდება (ნახ. 11.13). ამის გამო ჰაერის ვარდნის სიმაღლე არ იცვლება და, მაშასადამე, h_c და h_c' სიღრმეებიც მუდმივი რჩება. ამიტომ კედლის თეორიული სიმაღლის განსაზღვრის ამოცანა, როდესაც ნახტომი მდებარეობს შეკუმშულ კვეთში, წყდება შერჩევის მეთოდის გამოყენების გარეშე, თუ თვითონ

კედელი მუშაობს როგორც დაუტბორავი წყალსაშვი. მოგვყავს წყალსაცემი კედლის გაანგარიშების თანამიმდევრობა:

T_0-ის საშუალებით (11.2) ფორმულიდან ვსაზღვრავთ h_0-ს, ხოლო ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითადი განტოლებიდან — მის შეუღლებულ



ნახ. 11.13.

h_0' სიღრმეს. ფორმულით $v_0' = q/h_0' = Q/bh_0'$ ვიპოვით წყალსაცემ კედლთან მოსელის სიჩქარეს. ამის შემდეგ წყალსაშვის ფორმულიდან

$$q = m'\sqrt{2g}\,(H_0')^{3/2}$$

გამოვითვლით სრულ დაწნევას წყალსაცემ კედელზე

$$H_0' = \left(\frac{q}{m'\sqrt{2g}}\right)^{3/2},$$

სადაც m' არის წყალსაცემი კედლის ხარჯის კოეფიციენტი ($m' = 0{,}41 \div 0{,}44$).

H_0'-ის მიხედვით მოვძებნით გეომეტრიულ დაწნევას

$$H' = H_0' - \frac{(v_0')^2}{2g},$$

ხოლო ამ უკანასკნელის საშუალებით — წყალსაცემი კედლის თეორიულ სიმაღლეს

$$d_0 = h_0' - H'. \qquad (11.7)$$

კედლის პრაქტიკული სიმაღლე, რომელიც გაანაპირობებს ნახტომის დატბორვას, იქნება

$$d_3 = \sigma d_0 = (1{,}05 \div 1{,}10)\, d_0. \qquad (11.8)$$

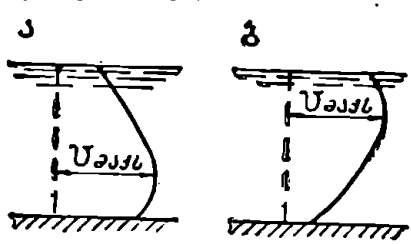
წყალსაცემი კედლის გაანგარიშებისას ყოველთვის უნდა შევამოწმოთ, თუ როგორია ნაკადების შეუღლება მის შემდეგ. თუ კედლის

შემდეგ წამოწეული (დატბორილი) ნახტომია, მაშინ გაანგარიშება დამთავრებულია, ხოლო თუ აღმოჩნდა, რომ წარმოიქმნება განდევნილი ნახტომი, მაშინ საჭირო ხდება პირველი კედლის შემდეგ შეღარებით ნაკლები სიმაღლის მეორე წყალსაცემი კედლის მოწყობა. ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება საჭირო შეიქმნეს შესამე წყალსაცემი კედლის გაანგარიშებაც.

მანძილი შეკუმშული კვეთიდან წყალსაცემ კედლამდე განისაზღვრება (11.4) ან (11.5) ფორმულებით.

§ 11.5. ბიეფების შეუღლება ვერტიკალური საფეხურის მძრნე წყალსაშვის (ძაბრის) შემთხვევაში

წყალსაცემი პირისა და წყალსაცემი კედლის საშუალებით ენერგიის ჩაქრობის ზემოთ განხილული შემთხვევები წარმოადგენს ე. წ. ფსკერული რეჟიმის მაგალითს, როდესაც ფსკერული სიჩქარეები სჭარბობენ ზედაპირულს (ნახ. 11.14, ა). დიდი ფსკერული სიჩქარეები იწვევს კალაპოტის წარეცხვას, რაც მოითხოვს შესაბამისი ღონისძიებების განხორციელებას. კალაპოტის წარეცხვის თავიდან აცილებისა და გამაგრების სიგრძის შემცირების მიზნით ცდილობენ ქვედა ბიეფში შექმნან ზედაპირული რეჟიმი, რომელიც ხასიათდება ზედაპირული სიჩქარეების მნიშვნელოვანი სიდიდით ფსკერულთან შედარებით (ნახ. 11.14, ბ) და კალაპოტების წარეცხვის ნაკლები ინტენსივობით. ზედაპირული რეჟიმის შესაქმნელად ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში გამოიყენება წყალსაშვიანი კაშხლები ვერტიკალური საფეხურით.

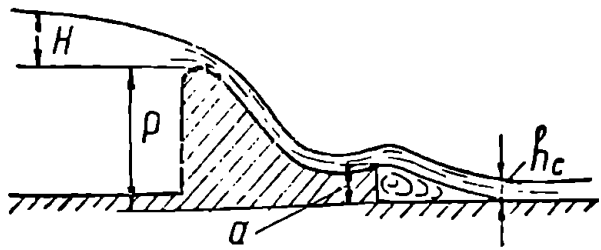


ნახ. 11.14.

განვიხილოთ ნაკადის გადადინება ვერტიკალური საფეხურის მქონე პრაქტიკული პროფილის მრუდწირული მოხაზულობის წყალსაშვზე (ნახ. 11.15), როდესაც ქვედა ბიეფში კალაპოტის ფსკერის ქანობი კრიტიკულზე ნაკლებია ($i < i_{kr}$) და, მაშასადამე, ნაკადი ქვედა ბიეფში ამოყოფები წუნარ მდგომარეობაში. საფეხურიდან მოწყვეტილი l_k სისქის პაწია ქვედა ბიეფის ფსკერს მიაღწევს მძაფრ მდგომარეობაში (ნახ. 11.15). საფეხურის მახლობელი სივრცე, რომელიც გადაფარულია პაწიათ, ივსება წყლით; ამ სივრცეში ჰაერის შეუღწევადობის პირობებში წარმოიქმნება ფსკერული რგოლი (მორევი), რომელშიც წნევა ნაკლებობენება ჰიდროსტატიკურზე.

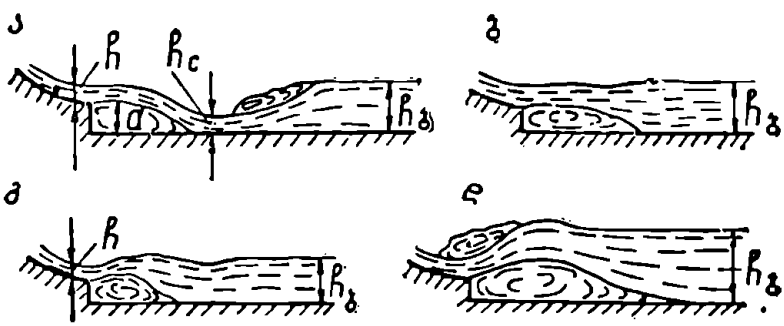
ახლა გამოვარკვიოთ ბიეფების შეუღლების ძირითადი შესაძლო ფორმები:

ა) თუ ნაკადის სიღრმე ქვედა ბიეფში ($h_ბ$) ტოლი აღმოჩნდება შეკუმშულ კვეთში h_c სიღრმის შეუღლებული სიღრმისა, მაშინ შეუღლება მოხდება სრულყოფილი ნახტომის ფორმით (ნახ. 11.16, ა);



ნახ. 11·15.

ბ) $h_ბ$ სიღრმის შემდგომი ზრდისას ნახტომი თანდათანობით გადაინაცვლებს კაშხლის საფეხურისაკენ და ქვედა ბიეფში სიღრმის გარკვეული მნიშვნელობისათვის გაქრება (შეუღლება მიიღებს 11.16, ბ ნახაზზე ნაჩვენებ ფორმას) ან გადაიქცევა ზედაპირულ ნახტომად.



ნახ. 11.16.

ამასთან ფსკერული რგოლი თანდათანობით გაიზრდება და $h_ბ$-ის განსაზღვრული მნიშვნელობისათვის შეუღლება მოხდება თავისუფალი ზედაპირული ნახტომის ფორმით (ნახ. 11.16, გ).

გ) $h_ბ$ სიღრმის შემდგომი ზრდა იწვევს ნახტომის წყალსაშვისაკენ გადაადგილებას და წყალსაშვის ვერტიკალურ საფეხურზე ზედაპირული რგოლის წარმოქმნას. ამ შემთხვევაში შეუღლების ფორმა დატბორილი ზედაპირული ნახტომია (ნახ. 11.16, დ).

დ) $h_ბ$ სიღრმის შემდგომი ზრდისას ზედაპირული რგოლის ზომები

ზრდება, ხოლო ფსკერული რგოლის — შესაბამისად მცირდება, თუმცა შეუღლების საერთო ხასიათი დატბორილი ზედაპირული ნახტომის ფორმით მაინც შენარჩუნებულია.

აღნიშნული შემთხვევებიდან რეკომენდებულია ბიეფების შეუღლება ზედაპირული რეჟიმით — თავისუფალი ზედაპირული ნახტომის ფორმით (ნახ. 11.16, გ), როდესაც ფსკერული სიჩქარეები მნიშვნელოვნად ნაკლებია ზედაპირულზე და, მაშასადამე, ქვედა ბიეფის წარეცხვის ინტენსიურობა მინიმალურია. დასაშვებია შეუღლება დატბორილი ზედაპირული ნახტომის ფორმითაც (ნახ. 11.16, დ), თუ წყალსაშვის მუშაობის პირობებით არ არის გათვალისწინებული ყინულის გატარება ქვედა ბიეფში, რადგანაც დიდი ზომის ყინულის ცალკეულმა ნატეხებმა ზედაპირულ რგოლში მოხვედრისას შეიძლება დააზიანოს წყალსაშვის საფეხური.

ბიეფების შეუღლების დანარჩენი ფორმები, რომლებიც ფსკერულ რეჟიმს მიეკუთვნებიან, ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა დაგეგმარებისას რეკომენდებული არ არის.

სასაზღვრო პირობებს, რომლის დროსაც ხდება ბიეფების შეუღლების რეჟიმის შეცვლა ზედაპირულით, კრიტიკულ რეჟიმებს უწოდებენ, ხოლო ამ რეჟიმების შესაბამის სიღრმეებს ქვედა ბიეფში — ზღვრულ სიღრმეებს ($h_{ზღ}$). შეუღლების ფსკერული რეჟიმიდან თავისუფალ ზედაპირულ ნახტომზე გადასვლა ხდება პირველი კრიტიკული რეჟიმისა და პირველი ზღვრული სიღრმისას ($h_{ზღ.\,1}$), ხოლო თავისუფალიდან დატბორილ ზედაპირულ ნახტომზე — მეორე კრიტიკული რეჟიმისა და მეორე ზღვრული სიღრმისას ($h_{ზღ.\,2}$).

ზღვრულ სიღრმეთა გამოსათვლელად აუცილებელია, ვიცოდეთ ნაკადის სიღრმე კაშხლის საფეხურზე. ეს სიღრმე წყალსაშვის გეომეტრიულ და ჰიდრავლიკურ ელემენტებთან დაკავშირებულია განტოლებით:

$$T_0 = a + h\cos\Theta + \frac{h_3}{2} + \frac{\alpha Q^2}{2gb^2\varphi^2 h^2}, \qquad (11.9)$$

სადაც T_0 არის სრული დაწნევა ზედა ბიეფში ქვედა ბიეფის ფსკერთან შეთავსებული სიბრტყის მიმართ და გამოითვლება (11.1) ფორმულით;

a — საფეხურის სიმაღლე;

$\varphi = 0{,}85 \div 0{,}95$ — სიჩქარის კოეფიციენტი;

$\Theta = 0 \div 12°$ — საფეხურის ზედაპირისადმი ბოლო წერტილში გატარებული მხების ჰორიზონტთან დახრის კუთხე;

h_3 — პიეზომეტრული სიმაღლე საფეხურთან ჭაღლის ქვეშ.

თ. ასტაფიჩევას მონაცემებით, პირველი კრიტიკული რეჟიმისათვის

$$h_{ჯ\ 1}=0{,}31\,h_{ზღვ.\,1}-0{,}5a. \qquad (11.10)$$

როცა საფეხურის ფარდობითი სიმაღლე $a/P<0{,}2$, წნევა ჰაერის ქვეშ ყოველთვის მეტია ჰიდროსტატიკურზე, ხოლო როცა $a/P=0{,}2—0{,}4$, ის შეიძლება მეტი ან ნაკლები იყოს ჰიდროსტატიკურზე.

მეორე კრიტიკული რეჟიმისათვის

$$h_{ჯ.\,2}=0{,}59\,(h_{ზღვ.\,2}-a). \qquad (11.11)$$

ამ შემთხვევაში წნევა ჰაერის ქვეშ ყოველთვის მეტია ჰიდროსტატიკურზე.

ზღვრული სიღრმეები ქვედა ბიეფში ვერტიკალურ საფეხურზე ნაკადის h სიღრმესთან შეიძლება დავაკავშიროთ მოძრაობის რაოდენობის ცვლილების განტოლების საშუალებით (მოგვყავს განტოლების საბოლოო სახე):

$$\frac{2\alpha' Q^2}{gHb^2h_{ზღვ}}(h-h_{ზღვ}\cos\theta)=h_{ჯ}(h\cos\theta+2a)+(h\cos\theta+a)^2-h^2_{ზღვ}. \qquad (11.12)$$

(11.9) და (11.12) განტოლებათა ერთობლივი ამოხსნა (11.10) ან (11.11) ფორმულების გათვალისწინებით საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ $h_{ზღვ.\,1}$ ან $h_{ზღვ.\,2}$ ზღვრული სიღრმეები, რომლებიც პირველ ან მეორე კრიტიკულ რეჟიმს შეესაბამებიან.

საფეხურის მცირე სიმაღლის შემთხვევაში ბიეფების შეუღლება ზედაპირული ნახტომის ფორმით არ ხდება. მ. სკლადნევის გამოკვლევების თანახმად, თავისუფალი ზედაპირული ნახტომის წარმოქმნისათვის საფეხურის აუცილებელი მინიმალური სიმაღლე გამოითვლება ფორმულით

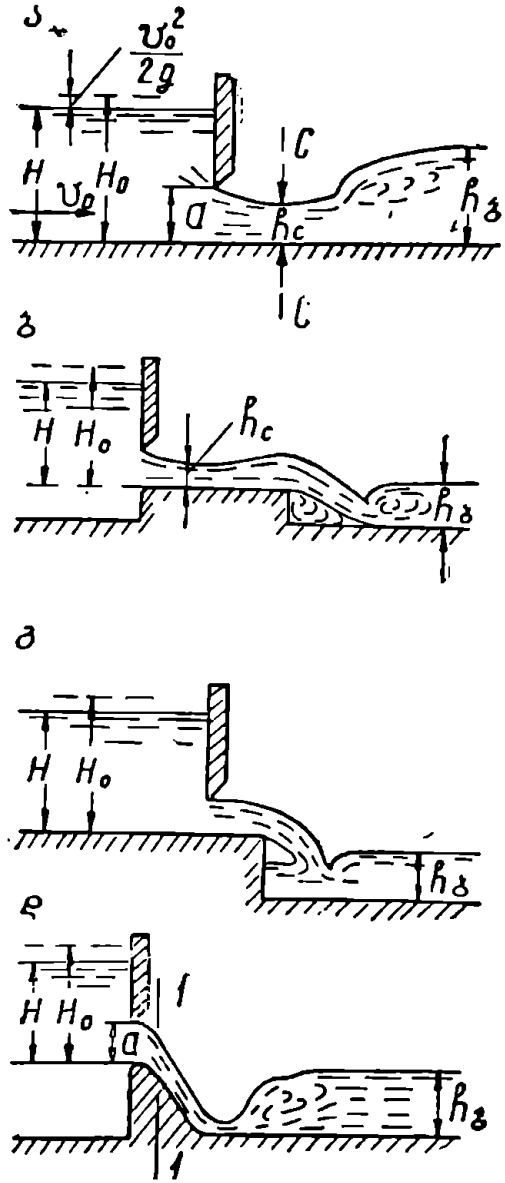
$$a_{მინ}=0{,}4h_{კრ}\sqrt{\frac{T_0}{h_{კრ}}-1{,}5} \qquad (11.13)$$

§ 11.6. ბიეფების შეუღლება ზარბაზანში გამოდინებისას

ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ფარები გამოიყენება წყალმიმღებ და წყალსაგდებ ნაგებობათა ნახვრეტების გადასაკეტად. ფარების მანევრირებით შესაძლებელი ხდება ნახვრეტებიდან წყლის საჭირო ხარჯის გატარება. უმეტეს შემთხვევაში ფარის ნახვრეტები სწორკუთხა ფორმისაა. ამასთან განასხვავებენ ფარის ნახვრეტის შემდეგ ტიპებს: ზღურბლის გარეშე (ნახ. 11.17, ა), ზღურბლით (ნახ. 11.17, ბ), ვარდნილის წინ (11 17, გ), პრაქტიკული პროფილის წყალსაშვის ჭიმზე (ნახ. 11.17, დ).

ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ ზღურბლის გარეშე ფარის ნახვრეტიდან გამოდინებას ბრტყელი ამოცანის პირობებში.

ხიღრმე შეკუმშულ კვეთში. გამოდინების ხასიათი. თუ ფარს ისეთ სიმაღლეზე ავწევთ, რომ მისი ნაწიბური წყლის თავისუფალ ზედაპირს არ შეეხება (სრული გაღება), მაშინ ფარის ნახვრეტი იმუშავებს როგორც ნულოვანი სიმაღლის მქონე ფართოზღურბლიანი წყალსაშვი. ფარის ნაწილობრივ აწევისას (არასრული გაღება) ფარქვეშ გამოდინებული ჭავლი განიცდის კუმშვას $C—C$ ვერტიკალურ სიბრტყეში, რომელიც ფარის ნახვრეტიდან დაახლოებით ნახვრეტის a სიმაღლის (ფარის აწევის სიმაღლის) ტოლ მანძილზე მდებარეობს (ნახ. 11.17, ა). სიღრმე შეკუმშულ კვეთში (h_c) გამოითვლება ფორმულით



ნახ. 11.17.

$$h_c = \varepsilon a, \qquad (11.14)$$

სადაც ε არის ე. წ. ვერტიკალური კუმშვის კოეფიციენტი, რომელიც, ნ. ჟუკოვსკის თეორიული გამოკვლევების თანახმად, a/H ფარდობის ფუნქციაა. მისი მნიშვნელობები აიღება საცნობარო ლიტერატურაში მოცემული ცხრილებიდან.

განასხვავებენ ფარქვეშ გამოდინების ორ შემთხვევას: თავისუფალს და დატბორილს. თუ ქვედა ბიეფი გავლენას არ ახდენს შეკუმშულ კვეთზე, ე. ი. ეს უკანასკნელი ატმოსფერულ წნევის ქვეშ იმყოფება, მაშინ გამოდინება თავისუფალია (ნახ. 11.17, ა). წინააღმდეგ შემთხვევაში (ნახ. 11.18) გამოდინება არათავისუფალია (დატბორილია).

ფარქვეშ თავისუფალი გამოდინება (ნახ. 11. 17, ა). ფარქვეშ გამოდინება იქნება თავისუფალი, თუ დაცულია შემდეგი ორი პირობიდან ერთერთი: ა) ქვედა ბიეფში არხის ფსკერის ჭანობი კრიტიკულის ტოლი ან მასზე მეტია, ე. ი. $i \geqslant i_{კრ}$; ბ) $i < i_{კრ}$, მაგრამ შეკუმშულ კვეთში მძაფრ მდგომარეობაში მყოფი ნაკადი გადადის წყნარ მდგომარეობაში განდევნილი ნახტომის ფორმით. დინების საშუალო სიჩქარე შეკუმშულ კვეთში ორივე ამ შემთხვევაში ბერნულის განტოლების საფუძველზე განისაზღვრება ფორმულით

$$v_c = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h_c)}, \quad \text{ანუ} \quad v_c = \varphi \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)}. \tag{11.15}$$

φ სიჩქარის კოეფიციენტის მნიშვნელობები აღება ცდის მონაცემების საფუძველზე შედგენილი ცხრილებიდან. კერძოდ, ზღურბლის გარეშე ფარის ნახვრეტისათვის $\varphi = 0{,}95 \div 0{,}97$, ხოლო ფართო ზღურბლის მქონე ნახვრეტისათვის $\varphi = 0{,}85 \div 0{,}95$.

(11.15) გამოსახულების გათვალისწინებით ხარჯის გამოსათველელ ფორმულას თავისუფალი გამოდინებისას ასეთი სახე ექნება:

$$Q = \omega_c v_c = \varphi \varepsilon ab \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon a)}, \tag{11.16}$$

სადაც b არის ფარის ნახვრეტის სიგანე.

ამ ფორმულით განისაზღვრება Q ხარჯი მოცემული a, b და $H = H_0$ სიდიდეების მიხედვით. ამავე ფორმულით შეიძლება გამოვთვალოთ ფარის აწევის a სიმაღლეც, თუ ცნობილია Q, b და H სიდიდეები. ეს ამოცანა წყდება თანამიმდევრულ მიახლოებათა მეთოდით.

ამგვარად, როცა ქვედა ბიეფში $i \geqslant i_{კრ}$, ფარის ნახვრეტიდან გამოდინება ყოველთვის თავისუფალია, რადგანაც ორივე შესაღლებელი ნაკადი (h_c და $h_ბ$ სიღრმეებით) მძაფრ მდგომარეობაში იმყოფება, და ამიტომ მათი შეუღლება მოხდება შეტბორვის ან დაცემის მდორე წირის სახით. როცა $i < i_{კრ}$, თავისუფალი გამოდინებისათვის საჭიროა შემდეგი პირობის დაცვა:

$$h_ბ < h_c', \tag{11.17}$$

სადაც h_c' არის შეკუმშულ კვეთში h_c სიღრმის შეუღლებული.

მაშასადამე, (11.15) და (11.16) გამოსახულებები მართებულია იმ შემთხვევებისათვის, როცა $i \geqslant i_{კრ}$ ან $i < i_{კრ}$, მაგრამ დაცულია (11.17) პირობა.

დატბორილი გამოდინება (ნახ. 11.18). ფარქვეშ გამოდინება იქნება დატბორილი, თუ

$$h_ბ > h_c'. \tag{11.18}$$

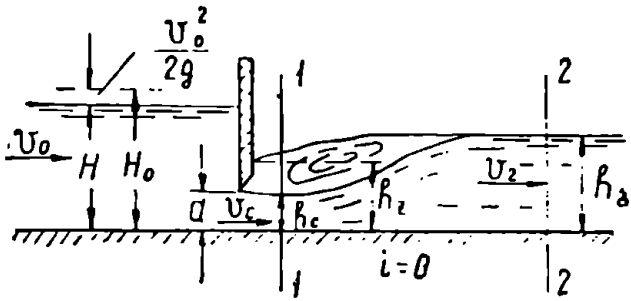
ხარჯის გამოსათვლელ ფორმულას დატბორილი გამოდინებისას ასეთი სახე აქვს:

$$Q=\varphi\varepsilon ab\sqrt{2g(H_0-h_z)}=\mu ab\sqrt{2g(H_0-h_z)}, \qquad (11.19)$$

სადაც h_z არის სიღრმე დატბორილ შეკუმშულ კვეთში (1—1 კვეთში);

$\mu=\varepsilon\varphi$ — ხარჯის კოეფიციენტი (φ და ε კოეფიციენტების მნიშვნელობები მიიღება ისეთივე, როგორიც თავისუფალი გამოდინებისას).

h_z სიღრმე შეიძლება განსაზღვრულ იქნეს, თუ გამოვიყენებთ მოძრაობის რაოდენობის ცვლილების განტოლებას 1—1 და 2—2 კვეთე-



ნახ 11.18.

ბით გამოყოფილი ნაკეთურის მიმართ. მოგვყავს h_z სიღრმის საანგარიშო ფორმულის საბოლოო სახე:

$$h_z=h_2\left(\frac{A}{2}+\sqrt{\frac{A^2}{4}-A\frac{H_0}{h_2}+1}\right), \qquad (11.20)$$

სადაც

$$A=4\alpha'\mu^2a^2\frac{h_2-h_c}{h_2^2h_c}=4\alpha'\varphi^2\frac{h_c}{h_2}\left(1-\frac{h_c}{h_2}\right). \qquad (11.21)$$

(11.20) გამოსახულებიდან პირველი მიახლოებით, როცა $H_0\approx H$, პოულობენ h_z სიღრმეს, ხოლო მისი საშუალებით — Q ხარჯს (11.19) ფორმულით.

(11.20) გამოსახულების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ, როცა $h_2>2{,}5a$ და $a<(0{,}15\div0{,}2)H_0$, ხარჯი შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

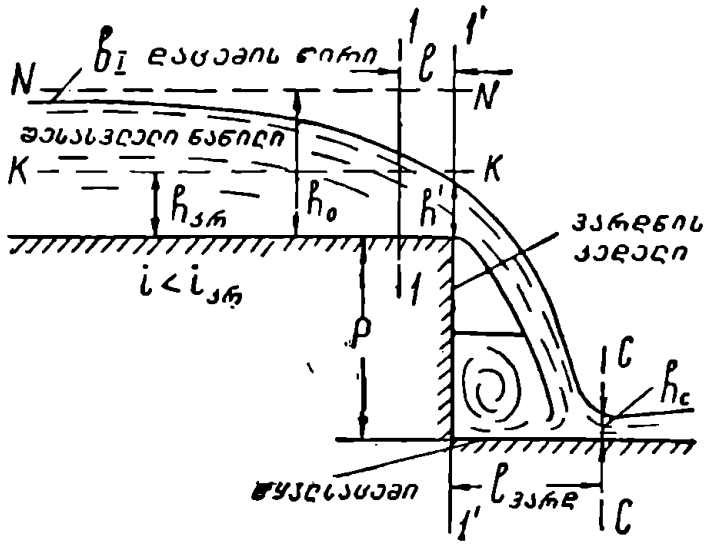
$$Q=\mu ab\sqrt{2g(H_0-h_2)}. \qquad (11.22)$$

ამავე ფორმულით შეიძლება ვისარგებლოთ წინასწარი გაანგარიშებისას, როცა $h_s=(1{,}33\div 10)a$. ამ დროს ხარჯის კოეფიციენტს განვსაზღვრავთ ფორმულით

$$\mu=0{,}65+0{,}5\,\frac{a}{h_s}. \qquad (11.23)$$

§ 11.7. ერთსაფეხურიანი ვარდნილის გაანგარიშება

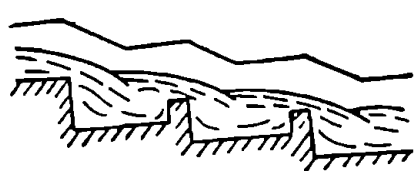
ჰიდროტექნიკური მშენებლობის პრაქტიკაში ფართოდ გამოიყენება ვარდნილები სხვადასხვა დონეზე (ნიშნულზე) მყოფი ნაკადების ცალკეული უბნების შესაყოლებლად. იმის მიხედვით, თუ როგორია ზედა



ნახ. 11.19.

და ქვედა ბიეფებს შორის სხვაობა, აწყობენ ერთსაფეხურიან (ნახ. 11.19) და მრავალსაფეხურიან (ნახ. 11.20) ვარდნილებს.

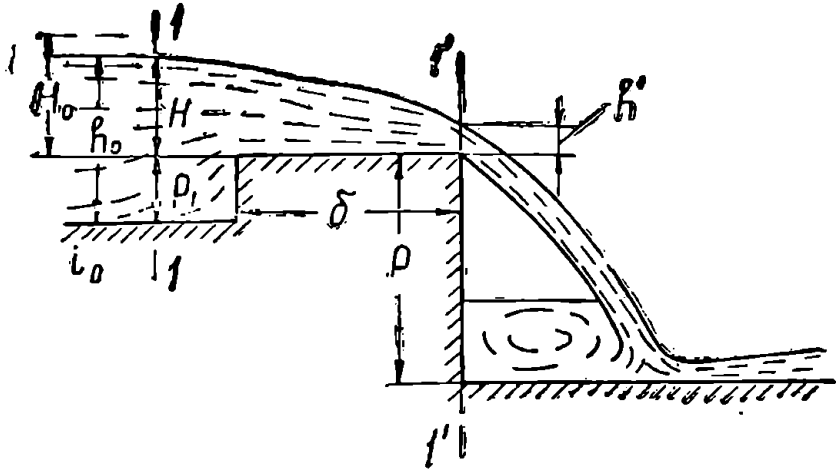
ერთსაფეხურიანი ვარდნილი შედგება შესასვლელი ნაწილის, ვერტიკალური (ხოგ შემთხვევაში დახრილი ან მრუდწირული) ვარდნის კედლისა და მასთან მიმდებარე ქვედა ბიეფის საწყისი უბნისაგან, ანუ წყალსაცემისაგან (ნახ. 11.19).



ნახ. 11.20.

ვარდნილის შესასვლელი ნაწილი უმეტეს შემთხვევაში მუშაობს როგორც ფართოზღურბლიანი ან პრაქტიკული პროფილის დაუტბორავი წყალსაშვი. ზღურბლი

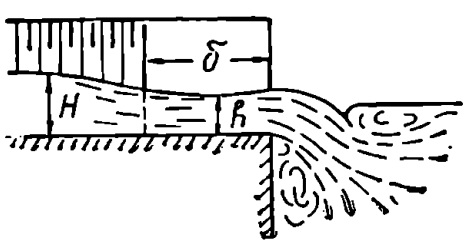
შეიძლება იყოს ან მიმყვანი არხის ნიშნულზე $P_1=0$ (ნახ. 11.19), ან რამდენადმე შემაღლებული $P_1\neq 0$ (ნახ. 11.21). როცა $P_1=0$-ს და ნაკადი არ განიცდის გვერდით კუმშვას, მაშინ შესასვლელ ნაწილზე მყარდება მოძრაობა b_I ტიპის დაცემის წირით (ნახ. 11.19), ხოლო, როცა



ნახ. 11.21.

$P_1=0$-ს, მაგრამ ნაკადი განიცდის გვერდით კუმშვას, მაშინ შესასვლელ ნაწილზე მოძრაობას ექნება 11.22 ნახაზზე ნაჩვენები სახე.

ერთსაფეხურიანი ვარდნილის შესასვლელი ნაწილის ჰიდრავლიკური გაანგარიშება გულისხმობს მისი სიგანის განსაზღვრას ან H დაწნევის სიდიდის დადგენას წყალსაშვების საანგარიშო ფორმულების საფუძველზე.



ნახ 11.22.

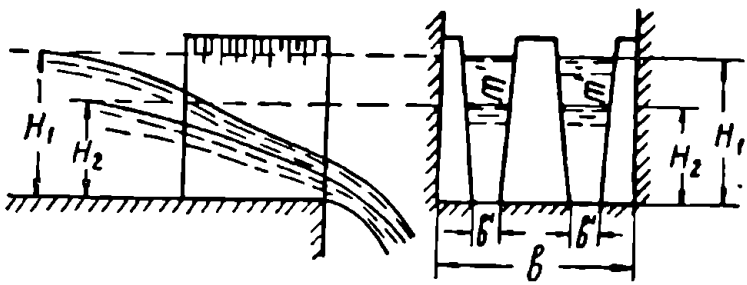
შესასვლელი ნაწილის სიგანის შერჩევისას ყურადღება უნდა მიექცეს ვარდნილის წინ არხში შეტბორვის ან დაცემის წირის წარმოქმნის შესაძლებლობას. თუ არხში გაედინება მუდმივი Q ხარჯი მუდმივი h_0 ნორმალური სიღრმით, მაშინ ყოველთვის შეგვიძლია შევარჩიოთ ვარდნილის შესასვლელი ნაწილის ისეთი სიგანე, რომლისთვისაც არხში მოძრაობა იქნება თანაბარი (ე. ი. არ წარმოიქმნება არც შეტბორვის და არც დაცემის წირი). ამ შემთხვევისათვის, ვარდნილის სიგანის დადგენისას, დაწნევა წყალსაშვზე უნდა მივიღოთ

$$H=h_0-P_1. \qquad (11.24)$$

მაგრამ, როგორც ჩანს, ხარჯი მიმყვან არხში დროზე დამოკიდებული სიდიდეა და იცვლება $Q_{მინ}$-დან $Q_{მაქს}$-მდე, რომლის ფარგლებშიც მოთავსებულია Q საანგარიშო ხარჯი.

$Q=f(H)$ და $Q=f(h_0)$ დამოკიდებულებათა ცვლილების კანონზომიერება სხვადასხვაა. ამიტომ საანგარიშოსაგან განსხვავებული ხარჯებისათვის მიმყვან არხში გვექნება არათანაბარი მოძრაობის რეჟიმი. კერძოდ, ხარჯისათვის, რომელიც ნაკლებია (11.24) ფორმულით გამოთვლილ H დაწნევის შესაბამის ხარჯზე, მიიღება დაცემის წირი, ხოლო პირიქით შემთხვევაში — შეტბორვის წირი.

არათანაბარი მოძრაობის რეჟიმი შეიძლება არასასურველი აღმოჩნდეს არხისათვის. $H<h_0-P_1$ შემთხვევაში სიჩქარეები გაიზრდება და არხი შეიძლება წაირეცხოს, $H>h_0-P_1$ შემთხვევაში კი — მოსალოდნელია არხის დალამვა. აღნიშნულის გამო, მიმყვან არხში თანაბარი მოძრაობის რეჟიმის შესანარჩუნებლად, ხშირად ეწყობა შემაღლებული ზღურბლი ან გამოიყენება ტრაპეციული ფორმის ხვრელიანი წყალსაშვი (ნახ. 11.23). ეს უკანასკნელი ავტომატურად არეგულე-



ნახ. 11.23.

რებს მიმყვან არხში მოძრაობის თანაბარ რეჟიმს ხარჯის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის. ჰიდროტექნიკური შენებლობის პრაქტიკიდან მიღებული გამოცდილების საფუძველზე დადგენილია, რომ წყალსაშვის წინ თანაბარი მოძრაობის რეჟიმის შექმნა მიზანშეწონილია არა ზღვრული ხარჯებისათვის, არამედ $Q_1<Q_{მაქს}$ და $Q_2>Q_{მინ}$ მნიშვნელობებისათვის. ე. ი. Q საანგარიშო ხარჯი ერთდროულად ნაკლები უნდა იყოს Q_1-ზე და მეტი Q_2-ზე. Q_1 და Q_2 ხარჯების შესაბამის ნორმალურ სიღრმეებს გამოითვლიან ფორმულებით:

$$\left.\begin{aligned} h_{01}&=h_{0\,მაქს}-0{,}25\,(h_{0\,მაქს}-h_{0\,მინ});\\ h_{02}&=h_{0\,მინ}+0{,}25\,(h_{0\,მაქს}-h_{0\,მინ}),\end{aligned}\right\} \qquad (11.25)$$

სადაც $h_{0\,მაქს}$ და $h_{0\,მინ}$ არის $Q_{მაქს}$ და $Q_{მინ}$ ხარჯების შესაბამისი ნორმალური სიღრმეები.

გამოვსახოთ ხარჯი H დაწნევითა და წყალსაშვის ტრაპეციული ხვრელის სიგანით

$$Q = m_0 b'_{საშ} \sqrt{2g}\, H^{3/2} = M b'_{საშ} H^{3/2}, \qquad (11.26)$$

სადაც

$$M = m_0 \sqrt{2g},$$

ხოლო

$$b'_{საშ} = b' + 0{,}8 m' H. \qquad (11.27)$$

აქ m' არის ფერდოს კოეფიციენტი წყალსაშვის ნახვრეტში; b' — ხვრელის სიგანე ფუძეში. მაშინ Q_1 და Q_2 ხარჯებისათვის გვექნება

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= M b'_{საშ.\,1} H_1^{3/2} = M (b' + 0{,}8 m' H_1) H_1^{3/2}; \\ Q_2 &= M b'_{საშ.\,2} H_2^{3/2} = M (b' + 0{,}8 m' H_2) H_2^{3/2}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.28)$$

ამ სისტემის ამოხსნით ვიპოვით ტრაპეციული (ხვრელისებრი) წყალსაშვის ზომებს, როდესაც Q_1 და Q_2 ხარჯებისა და შესაბამისი H_1 და H_2 დაწნევებისათვის მოძრაობა მიმყვან ახბში იქნება თანაბარი

$$b' = \frac{H_1 b'_{საშ.\,2} - H_2 b'_{საშ.\,1}}{H_1 - H_2}; \qquad (11.29)$$

$$m' = 1{,}25\, \frac{b'_{საშ.\,1} - b'_{საშ.\,2}}{H_1 - H_2}, \qquad (11.30)$$

სადაც

$$\left.\begin{aligned} b'_{საშ.\,1} &= \frac{Q_1}{M H_1^{3/2}}; \quad b'_{საშ.\,2} = \frac{Q_2}{M H_2^{3/2}}; \\ H_1 &= h_{01} - P_1; \quad H_2 = h_{02} - P_1. \end{aligned}\right\} \qquad (11.31)$$

ჩვეულებრივ, ხვრელისებრ წყალსაშვს აწყობენ რამდენიმე ერთნაირი ხვრელის სახით, რომელთაგან თითოეული ატარებს საერთო ხარჯის ნაწილს (ნახ. 11.23). წყალსაშვის ხვრელების რიცხვს გამოითვლიან ფორმულით

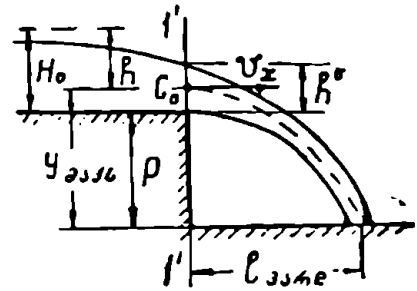
$$n = \frac{b}{(1{,}2 \div 1{,}5)\, h_{0\,მაქს}}, \qquad (11.32)$$

სადაც b არის მიმყვანი არხის სიგანე.

ხვრელის ზომები ამ შემთხვევაში განისაზღვრება ერთ ხვრელში გამავალი $\frac{Q}{n}$ ხარჯისათვის.

ვარდნილის წყალსაცემი ნაწილი ნაგებობის მნიშვნელოვანი ელემენტია, რადგანაც ძირითადად მის ფარგლებში ხდება ნაკადის ენერგიის ჩაქრობა. წყალსაცემის ჰიდრავლიკური გაანგარიშება გულისხმობს ჰავლის ქვედა ბიეფთან შეუღლების ხასიათის დადგენას და ისეთ

ღონისძიებათა განხორციელებას, რომლებიც უზრუნველყოფენ შეუღლებას წამოწეული ნახტომის ფორმით, რადგანაც ამ დროს წყალსაცემი ნაწილის სიგრძე იქნება მინიმალური. ჰაელის წყალსაცემზე ვარდნისას შეკუმშულ $C—C$ კვეთში (ნახ. 11.13) h_c სიღრმე შეიძლება გამოთვალოთ (11.2) ფორმულიდან, ხოლო ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითადი განტოლებიდან — მისი შეუღლებული h_c' სიღრმე. გამყვან არხში, როგორც წესი, $h_в$ სიღრმე ცნობილია. ამ სიღრმეების შედარება საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ ბიეფების შეუღლების ხასიათი. კერძოდ, თუ აღმოჩნდა, რომ $h_c' > h_в$, ე. ი. ნახტომი განდევნილია, მაშინ წყალსაცემ ნაწილს აწყობენ წყალსაცემი ჭის ან კედლის სახით. ასეთ შემთხვევაში ენერგიის ჩაშქრობი ნაგებობის (წყალსაცემი ჭის) სიგრძეს განსაზღვრავენ ჰაელის ვარდნის მანძილისა და ნახტომის სიგრძის საშუალებით:



ნახ. 11.24.

$$l_в = l_{ვარდ} + 3h_c'. \qquad (11.33)$$

$l_{ვარდ}$ მანძილის გასაგებად განვიხილოთ $1'—1'$ კვეთის (ნახ. 11.24) C_0 სიმძიმის ცენტრში მყოფი სითხის ნაწილაკის თავისუფალი ვარდნა. ცხადია, ეს ნაწილაკი t დროის განმავლობაში ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მიმართულებით გაივლის მანძილებს

$$x = v_x t; \quad y = \frac{gt^2}{2}.$$

თუ ამ განტოლებებიდან t პარამეტრს გამოვრიცხავთ, მივიღებთ სითხის ნაწილაკის მოძრაობის ტრაექტორიის განტოლებას

$$x = \varphi\sqrt{2gh}\sqrt{\frac{2y}{g}} = 2\varphi\sqrt{hy}, \qquad (11.34)$$

სადაც h არის სრული დაწნევა C_0 წერტილზე გამავალი ჰორიზონტალური სიბრტყის მიმართ;

$$v_x = \varphi\sqrt{2gh}.$$

ჰაელის ვარდნის მანძილს ავთვლით $1'—1'$ კვეთიდან. მაშინ უხლურბლო ვარდნილისათვის

$$l_{ვარდ} = 2\varphi\sqrt{hy_{ვარდ}}. \qquad (11.35)$$

თუ ვარდნილის შესასვლელ ნაწილზე მოწყობილია ფართოზღურბლიანი წყალსაშვი (ნახ. 11.21), მაშინ გვექნება

$$l_{\text{ვარდ}} = 2\varphi \sqrt{\left(H_0 - \frac{1}{2}h'\right)\left(P + \frac{1}{2}h'\right)}, \qquad (11.36)$$

სადაც h' არის ნაკადის სიღრმე ვარდნის კედლის წიბოზე და გამოითვლება ფორმულით

$$h' = \left[1 - \left(1 - \frac{3}{2}\frac{m}{\varphi}\right)^{2/3}\right] H_0. \qquad (11.37)$$

ამ გამოსახულებაში წინასწარი გაანგარიშებისას შეიძლება მივიღოთ, რომ $\varphi = 1$, $m = 0{,}385$. მაშინ $h' \approx 0{,}44H_0$ და

$$l_{\text{ვარდ}} = 1{,}75\sqrt{H_0(P + 0{,}22H_0)}. \qquad (11.36')$$

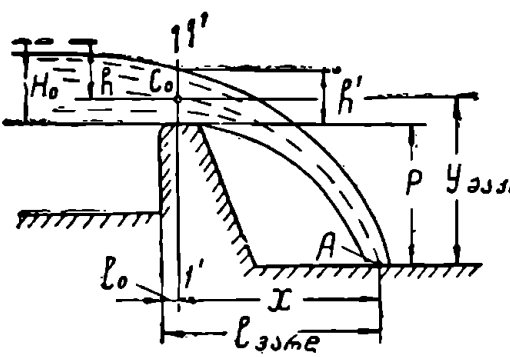
პრაქტიკული პროფილის წყალსაშვისათვის (ნახ. 11.25), თუ დავუშვებთ, რომ $h' = 0{,}64H_0$; $\varphi \approx 1$ და $l_0 = 0{,}3H_0$ (ნ. პავლოვსკის მონაცემების თანახმად), გვექნება

$$h = H_0 - \frac{1}{2}h' = 0{,}68H_0;$$

$$y_{\text{ბაქ}} = P + \frac{1}{2}h' = P + 0{,}32H_0.$$

ამიტომ

$$l_{\text{ვარდ}} = l_0 + 2\varphi\sqrt{hy_{\text{ბაქ}}} = 0{,}3H_0 + 1{,}65\sqrt{H_0(P + 0{,}32H_0)}. \qquad (11.38)$$



ნახ. 11.25.

ამ ფორმულით სარგებლობენ ხერელისებრი წყალსაშვიდან გამოდინებული ჰაერის ვარდნის მანძილის გამოსათვლელადაც.

ხშირად ვარდნილის შესასვლელი ნაწილის განივი პროფილი ისეთია, როგორც მიბჯენი და გამყვანი არხების განივი კვეთის ფორმა. მიმყვან პრიზმულ კალაპოტში მოძრაობა ადოვრად ცვალებადია, რაც არ ითქმის შესასვლელი ნაწილის ბოლო l სიგრძის უბანზე (ნახ. 11.19), სადაც ჰაერის დენის წირების სიმრუდე მნიშვნელოვანია და, მაშასადამე, მოძრაობა მკვეთრად ცვალებადად უნდა ჩაითვალოს.

თუ მიმყვან პრიზმულ კალაპოტში ნაკადი წყნარ მდგომარეობაშია, მაშინ სიღრმე 1—1 კვეთში, (ნახ. 11.19, სადაც მოძრაობა ჯერ კიდევ მდოვრედ ცვალებადია, კრიტიკულის ტოლია. რაც შეეხება 1′—1′ კვეთს, იქ

სიღრმე, მ. ჩერტოუსოვის გამოკვლევების თანახმად, განისაზღვრება ფორმულით

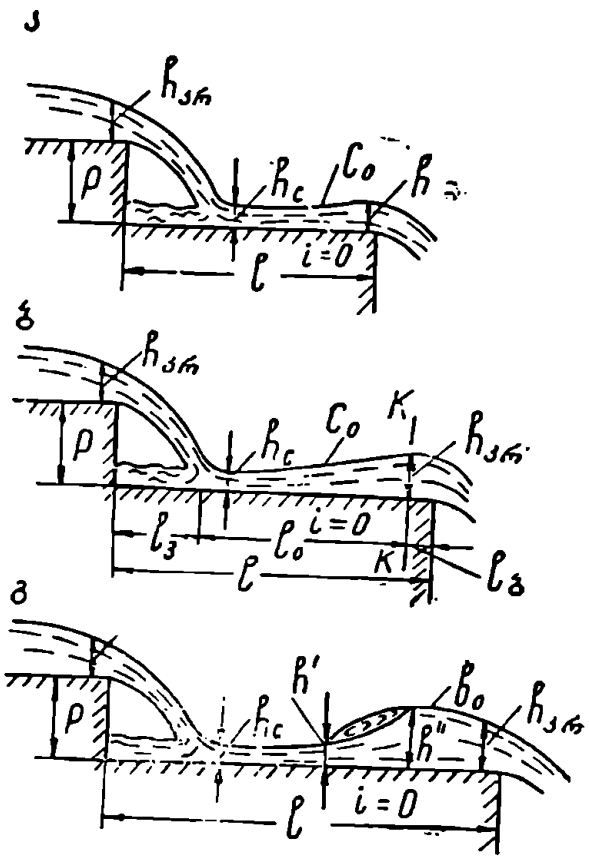
$$h' = 0{,}7\, h_{კრ}. \qquad (11.39)$$

ბანძილი 1—1 და 1'—1' კვეთებს შორის გამოითვლება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$l = (2 \div 2{,}5)\, h_{კრ}. \qquad (11\ 40)$$

§ 11.8. მრავალსაფეხურიანი ვარდნილის გაანგარიშება

თუ ვარდნილის საფეხურის რიცხვი ერთზე მეტია, მაშინ ვარდნილს მრავალსაფეხურიანს უწოდებენ. მრავალსაფეხურიანი ვარდნილის



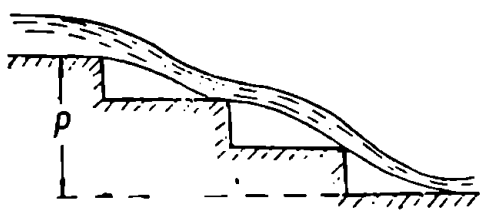
ნახ. 11.26.

ჰიდრავლიკური გაანგარიშება გულისხმობს შესასვლელი ნაწილის, საფეხურებისა და გამოსასვლელი ნაწილის გაანგარიშებას.

წესასელელი ნაწილის გაანგარიშების მეთოდიკა ისეთივეა, როგორც ერთსაფეხურიანი ვარდნილის შემთხვევაში.

ვარდნილის საფეხურების გაანგარიშება ხდება იმის გათვალისწინებით, რომ თითოეული საფეხურის ფარგლებში ჩაქრეს ჭაელის ვარდნის კინეტიკური ენერგია. ვიგულისხმოთ, რომ ვარდნილის კალაპოტი პრიზმული ფორმისაა, ხოლო ს ფეხურები—ჰორიზონტალური.

დაეუშვათ, მოცემულია ისეთი სიგრძის საფეხური, რომლის ბოლოშიც მყარდება კრიტიკულზე ნაკლები h სიღრმე (ნახ. 11.26, ა). იმის გამო, რომ კრიტიკული სიღრმისას კვეთის კუთრი ენერგია (ნულოვანი ქანობის შემთხვევაში—ნაკადის კუთრი ენერგიაც) მინიმალურია, საფეხურის ბოლოში კუთრი ენერგიის მნიშვნელობა მეტი იქნება, ვიდრე ზედა ბიეფის შესასვლელი ნაწილის ბოლოში, სადაც კრიტიკული სიღრმე მყარდება. თუ ვარდნის კედლების სიმაღლე ერთნაირია, ხოლო საფეხურების სიგრძე ტოლი, მაშინ კუთრი ენერგიის მნიშვნელობები მეორე საფეხურის შეკუმშულ და ბოლო კვეთებში მეტი იქნება, ვიდრე პირველი საფეხურის შესაბამის კვეთებში. მაშასადამე, საფეხურის არასაკმარო სიგრძისას $Э_к—Э_{зиз}$ ჭარბი ენერგია (სადაც $Э_к$ არის კუთრი ენერგია შეკუმშულ კვეთში) მთლიანად არ ჩაქრება საფეხურების ფარგლებში, რასაც შედეგად მოყვება ჭავლის ვარდნის მიმართულებით კინეტიკური ენერგიის ზრდა, ჭაელის საფეხურიდან საფეხურზე გადახტომა (ნახ. 11.27) და საბოლოოდ—ნაგებობის დეფორმაცია.



ნახ. 11.27.

ახლა ვიგულისხმოთ, რომ საფეხურის სიგრძის გაზრდით მივაღწიეთ ისეთ მდგომარეობას, როდესაც სიღრმე პირველი საფეხურის ბოლოს კრიტიკულის ტოლია (ნახ. 11.26, ბ). ცხადია, ამ დროს საფეხურის ბოლოს კუთრი ენერგია იქნება მინიმალური, $Э_к—Э_{зიზ}$ ჭარბი ენერგია მთლიანად ჩაქრება საფეხურის ფარგლებში და, მაშასადამე. ენერგიის არავითარი დაგროვება ჭაელის მოძრაობის მიმართულებით არ მოხდება.

ახლა განვიხილოთ ნაკადის მოძრაობის პირობები კიდევ უფრო გრძელი საფეხურის შემთხვევაში. ამ დროს წარმოიქმნება ჰიდრავლიკური ნახტომი და სითხის თავისუფალ ზედაპირს ექნება 11.26, გ ნახაზზე ნაჩვენები სახე. ნახაზიდან ჩანს, რომ განსახილველ შემთხვევაშიც საფეხურის ბოლოს მყარდება კრიტიკული სიღრმე შესაბამისი მინიმალური კუთრი ენერგიით. მაშასადამე, არც აქ ენერგიის დაგროვება არ ხდება.

აღნიშნულის საფუძველზე დავასკვნით: ა) პირველი სქემა (ნახ. 11.26, ა) მიუღებელია; ბ) მესამე სქემას (ნახ. 11.26, გ) არაეთარი უპირატესობა არ აქვს მეორე სქემასთან (ნახ. 11.26, ბ) შედარებით ენერგიის ჩაქრობის თვალსაზრისით, ამასთან ეკონომიკურადაც არაბელსაყრელია. მაშასადამე, ამოცანა დაიყვანება საფეხურის ისეთი სიგრძის შერჩევაზე, რომლის დროსაც საფეხურის ფარგლებში ნაკადი გაედინება მეორე სქემის პირობებში. ამ შემთხვევისათვის საფეხურის სიგრძე (ნახ. 11.26, ბ) გამოითვლება ფორმულით

$$l = l_{\text{ვარდ}} + l_0 + l_k, \tag{11.41}$$

სადაც $l_{\text{ვარდ}}$ არის ჰაერის ვარდნის მანძილი;

l_0 — შეტბორვის c_0 წირის სიგრძე;

l_k — მანძილი $K-K$ კვეთიდან საფეხურის ბოლომდე.

ვ. ფურიანის გამოკვლევების თანახმად, მიახლოებით შეიძლება მიეცეთ, რომ

$$l_{\text{ვარდ}} = P + h_{\text{კრ}};\ l_0 = \frac{1}{i_{\text{კრ}}}(0{,}75h_{\text{კრ}} - h_c);\ h_k = 2h_{\text{კრ}}, \tag{11.42}$$

სადაც $i_{\text{კრ}}$ არის საფეხურისათვის გამოთვლილი კრიტიკული ქანობის მნიშვნელობა (დანარჩენი აღნიშვნები ჩვენთვის ცნობილია). მაშინ (11.41) გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$l = P + 3h_{\text{კრ}} + \frac{1}{i_{\text{კრ}}}(0{,}75\,h_{\text{კრ}} - h_c). \tag{11.43}$$

ენერგიის ჩაქრობა c_0 ტიპის შეტბორვის წირის ზონაში ძალზე ნელა ხდება, რის გამოც ვარდნილის საფეხურის l სიგრძე, ჩვეულებრივ, დიდი გამოდის. მის შესამცირებლად პრაქტიკაში ხშირად მიმართავენ ძალზე ეფექტურ საშუალებას—საფეხურებზე ხორკლიანობის გაზრდას, რაც გაანგარიშების მეთოდიკის არსს არ ცვლის.

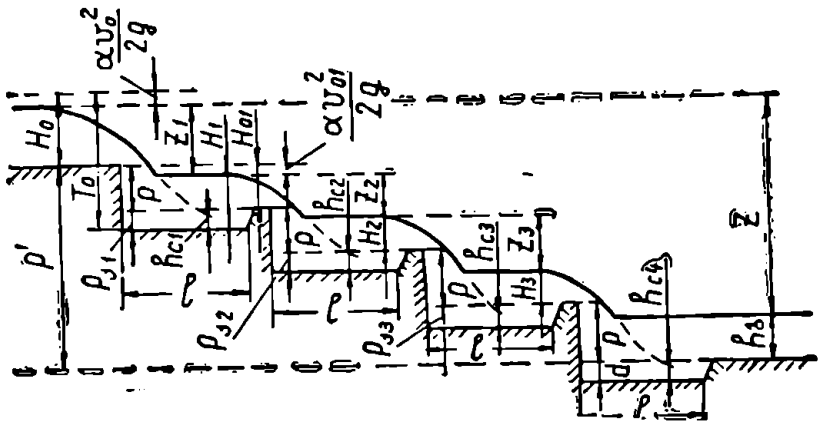
არსებობს საფეხურის სიგრძის შემცირების სხვა საშუალებაც — საფეხურების ბოლოში P_1 სიმაღლის წყალსაცემი კედლების მოწყობა (ნახ. 11.28). ასეთ შემთხვევაში ვარდნილს უწოდებენ მრავალსაფეხურიან ვარდნილს ჭით. ასეთი ვარდნილის შესასვლელი და გამოსასვლელი ნაწილების ჰიდრავლიკური გაანგარიშება ერთსაფეხურიანი ვარდნილის გაანგარიშების ანალოგიურია.

დავუშვათ, რომ ზედა და ქვედა ბიეფებში თავისუფალი ზედაპირების ნიშნულების სხვაობა არის Z (ნახ. 11.28). მაშინ, თუ საფეხურე-

ბის სიმაღლეს ერთნაირს ავიღებთ, ორ მეზობელ საფეხურს შორის ვარდნილი ტოლი იქნება

$$z=\frac{Z}{n},$$

სადაც n არის ტექნიკურ-ეკონომიკური გაანგარიშების საფუძველზე აღებული საფეხურების რიცხვი.



ნახ. 11.28,

თუ ცნობილია მიმყვანი და გამყვანი კალაპოტების ფსკერის ნიშნულების სხვაობა (P'), მაშინ ვარდნის კედლის სიმაღლეს (P) გამოვთვლით ფორმულით

$$P=\frac{P'}{n}.$$

ვარდნილის გაანგარიშება მდგომარეობს წყალსაცემი კედლების სიმაღლის დადგენაში იმ პირობით, რომ საფეხურებზე ჰიდრავლიკური ნახტომი იყოს დატბორილი, ე. ი. გვქონდეს ტოლობა

$$P_{j\,i}=\sigma h'_{ci}-H_{i0}$$

სადაც h'_{ci} არის i-ურ ჭაში შეკუმშულ კვეთში h_{ci} სიღრმის შეუღლებული სიღრმე;

$\sigma=1{,}05\div1{,}10$ — ჰაელის დატბორვის კოეფიციენტი;

H_i — დაწნევა წყალსაცემ კედელზე. ამ უკანასკნელის გაანგარიშება ხდება წყალსაშვის ანალოგიურად.

სხვადასხვა ავტორის გამოკვლევების თანახმად, სხვა თანაბარ პირობებში, დატბორილი ჰიდრავლიკური ნახტომის სიგრძე შეიძლება 2—3-ჯერ იქნეს შემცირებული თავისუფალი ჰიდრავლიკური ნახტომის

სიგრძესთან შედარებით, რაც ცხადია, ვარდნილის საფეხურის სიგრძის ამდენჯერვე შემცირებას გამოიწვევს. ქვემოთ მოგვყავს სწორკუთხა განივი კვეთის მქონე მრავალსაფეხურიანი ვარდნილის (ჭით) გაანგარიშების თანამიმდევრობა ი. ნაუმენკოს მიხედვით:

1. ვნიშნავთ საფეხურების n რიცხვს P'-ის გათვალისწინებით და ყველაზე ქვედა შეკუმშული კვეთისათვის გამოვთვლით φ_c სიჩქარის კოეფიციენტს ფორმულით:

$$\varphi_c = 0{,}456 - 0{,}009n + (1{,}047 - 0{,}0716n + 0{,}0041n^2)\frac{h_{კრ}}{P'}. \qquad (11.44)$$

2. ეპოულობთ წყალსაცემი კედლების სიმაღლეს:

ა) ყველა საფეხურისათვის, როცა $h_{კრ}/P < 0{,}8$,

$$P_კ = 0{,}6\sqrt{Ph_{კრ}}; \qquad (11.45)$$

ბ) როცა $h_{კრ}/P > 0{,}8$, წყალსაცემი კედლის სიმაღლეს პირველი საფეხურისათვის გამოვითვლით (11.45) გამოსახულებით, ხოლო ყველა დანარჩენისათვის — ფორმულით

$$P_კ = 0{,}23P + 0{,}39h_{კრ}. \qquad (11.46)$$

3. საფეხურის სიგრძეს ვსაზღვრავთ დამოკიდებულებით

$$l = l_{ვარდ} + l_{დ.ნ} + \delta_კ, \qquad (11.47)$$

სადაც $l_{ვარდ}$ არის ჭაღლის ვარდნის მანძილი, $l_{დ.ნ}$ — დატბორილი ნახტომის სიგრძე, ხოლო $\delta_კ$ — წყალსაცემი კედლის ზღურბლის სისქე. $l_{ვარდ}$ და $l_{დ.ნ}$ სიდიდეები გამოითვლება ფორმულებით

$$l_{ვარდ} = 1{,}65h_{კრ} + 0{,}65(P + P_კ); \qquad (11.48)$$

$$l_{დ.ნ} = 1{,}5h_c'. \qquad (11.49)$$

შევნიშნავთ, რომ ყველა საფეხურის სიგრძეს ვღებულობთ ერთნაირს.

4. გამყვან კალაპოტში ბიეფების შეუღლების ხასიათის დადგენისას ეითვალისწინებთ მრავალსაფეხურიანი ვარდნილის ბოლო შეკუმშულ კვეთში ენერგიის მარაგის სიდიდეს:

$$T_c = \varphi_c T_0. \qquad (11.50)$$

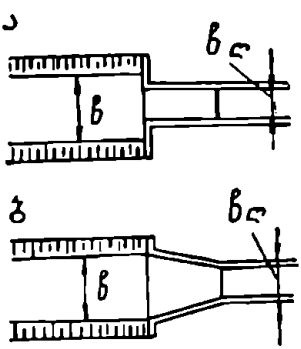
მრავალსაფეხურიანი ვარდნილის (ჭით) ჰიდრავლიკური გაანგარიშების აქ მოყვანილი თანამიმდევრობა მართებულია იმ შემთხვევისათვის, როდესაც $H_0 = 3 \div 5$ მ, $q = 2 \div 15$ მ^2/წმ და $P' = 5 \div 5$ მ.

სწორკუთხა განივი კვეთისაგან განსხვავებული ფორმის ვარდნილების გაანგარიშების მეთოდიკა მოცემულია სპეციალურ ლიტერატურაში.

ხელოვნურ კალაპოტს, რომლის ქანობიც კრიტიკულზე მეტია, სწრაფდენი ეწოდება. სწრაფდენი შედგება შესასვლელი ნაწილის, ღარისა და გამოსასვლელი ნაწილისაგან. ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში განასხვავებენ ჩვეულებრივი და გაზრდილი (ხელოვნური) ხორკლიანობის მქონე სწრაფდენებს.

სწრაფდენი, ისე როგორც ვარდნილი, წარმოადგენს შემაუღლებელ ნაგებობას. მისი შესასვლელი ნაწილი ეწყობა ფართოზღურბლიანი (ნახ. 11.29, ა) ან პრაქტიკული პროფილის (ნახ. 11.29, ბ) წყალსაშვის სახით. ამიტომ სწრაფდენის შესასვლელი ნაწილის გაანგარიშება ხდება წყალსაშვების ფორმულების საშუალებით. კერძოდ, ღარის სიგანე გამოითვლება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$b_ღ = \frac{Q}{m\sqrt{2g}\,H_0^{3/2}}.$$



ნახ. 11.29.

თუ სწრაფდენის შესასვლელი ნაწილისა და მიმყვანი არხის განივი კვეთები ერთნაირია, მაშინ მიმყვან არხში წარმოიქმნება b_I ტიპის დაცემის წირი (ნახ. 11.30, ა) ფსკერის გადატეხის კვეთში კრიტიკული სიღრმით ($h_{გადატ} = h_{კრ}$). თუ სწრაფდენის ღარში ნორმალური სიღრმე $h_0 \leqslant 0{,}5\, h_{კრ}$, ე. ბოლშაკოვის მონაცემების თანახმად, $h_{გადატ} = (0{,}7 \div 0{,}8)\, h_{კრ}$.

სწრაფდენის ღარის ჰიდრავლიკური გაანგარიშება გულისხმობს მის ბოლოში ნაკადის $h_ა$ სიღრმის დადგენას, $h_{გადატ}$ და $h_ა$ სიღრმეებს შორის თავისუფალი ზედაპირის b_{II} ტიპის დაცემის წირის აგებასა და ღარის კედლების გამაგრების ტიპის შერჩევას. თავისუფალი ზედაპირის წირის აგება ხდება მე-7 თავში მოცემული მეთოდების გამოყენებით. გრძელი ღარის შემთხვევაში დაცემის წირის სიგრძე ($l_{დაც}$) შეიძლება ღარის სიგრძეზე (l) ნაკლები აღმოჩნდეს ($l_{დაც} < l$); ამ დროს მის ქვემოთ დამყარდება თანაბარი მოძრაობა და ღარის ბოლოში სიღრმე ნორმალურის ტოლი იქნება ($h_ა = h_0$). ასეთ შემთხვევაში სწრაფდენს გრძელს უწოდებენ (ნახ. 11.30, ა). თუ $l_{დაც} > l$, მაშინ სწრაფდენი არის მოკლე (ნახ. 11.30, ბ) და მის ბოლოში მყარდება ნორმალურ სიღრმეზე მეტი სიღრმე ($h_ა > h_0$).

თავისუფალი ზედაპირის წირის აგების შემდეგ შეიძლება განვსაზღვროთ სიჩქარეები ღარის სხვადასხვა კვეთში. დიდი სიჩქარეების შემ-

თხვევაში ($i > 0{,}2$) სწრაფდენზე ხდება ნაკადის აერირება, რაც იწვევს სიღრმეების გაზრდას. აერირებული ნაკადის სიღრმე შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით

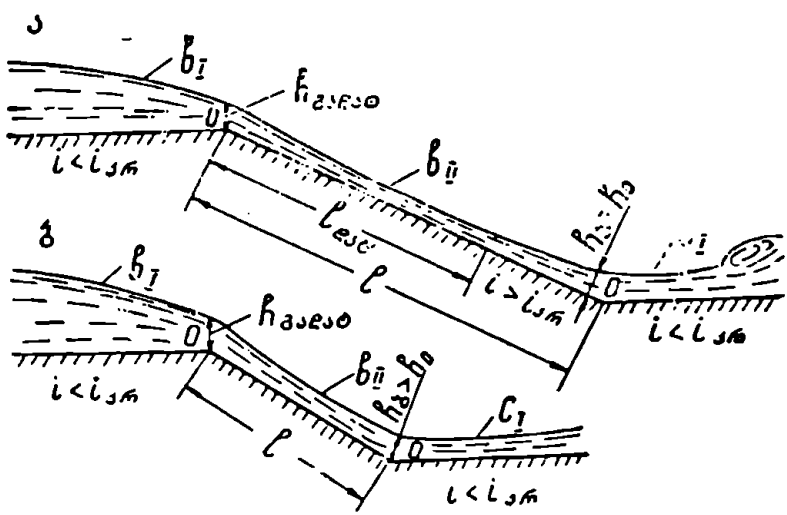
$$h_{აერ} = (1 + e)\, h, \tag{11.51}$$

სადაც h არის არააერირებული ნაკადის სიღრმე;

e — ნაკადის ჰაერით გაჯერების ხარისხი; ნ. ისაჩენკოს გამოკვლევების თანახმად,

$$e = \left(0{,}035 + 0{,}83\frac{\Delta}{R}\right)\sqrt{\mathrm{Fr} - \mathrm{Fr}_{\text{ზინ}}}\,. \tag{11.52}$$

ამ გამოსახულებაში Δ არის აბსოლუტური ხორკლიანობა; R — არააერირებული ნაკადის ჰიდრავლიკური რადიუსი; $\mathrm{Fr} = v^2/gR$ — ფრუდის რიცხვის მნიშვნელობა სწრაფდენზე, ხოლო $\mathrm{Fr}_{\text{ზინ}}$ — მისი ზის მინიმალური მნიშვნელობა, რომლის დროსაც იწყება ნაკადის აერაცია. $\mathrm{Fr}_{\text{ზინ}}$-ის რიცხვითი სიდიდეები დამოკიდებულია Δ/R ფარდობაზე

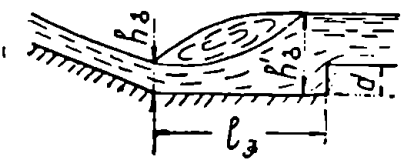


ნახ. 11.30.

$\frac{\Delta}{R}$ . .	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0 08	0,09	0,1
$\mathrm{Fr}_{\text{ზინ}}$ . . .	45	39	34	29,4	25,4	22	19	16,3	14	11,7	10,3

სწრაფდენის გამოსასვლელი ნაწილის გაანგარიშებისას უნდა დადგინდეს ენერგიის ჩამქრობი ნაგებობების ზომები ან დაინიშ-

წოს გამაგრების ტიპი სწრაფდენის ბოლოში (თუ ენერგიის ჩამქრობი არ ეწყობა). თუ ქვედა ბიეფის ფსკერის ქანობი კრიტიკულზე ნაკლებია ($i<i_{კრ}$), ბიეფების შეუღლების ხასიათის დადგენა და ენერგიის ჩამქრობი ნაგებობის გაანგარიშება ხდება ისე, როგორც წყალსაშვებისა და ცარდნილებისათვის (§ 11.4, 11.7). 11.31 ნახაზზე მაგალითის სახით მოცემულია სწრაფდენის ბოლოს მოწყობილი წყალსაცემი ჭის საანგარიშო სქემა.



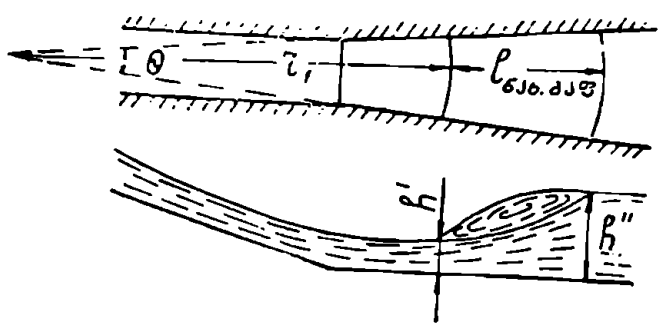
ნახ. 11.31.

სწრაფდენის ღარი თითქმის ყოველთვის გამყვან არხზე ნაკლები სიგანისაა. ასეთ შემთხვევაში ჰიდრავლიკური ნახტომი წარმოიქმნება გაფართოებულ გამოსასვლელ ნაწილში (ნახ. 11.32) ან გაფართოებულ წყალსაცემ ჭაში. შეუღლებული სიღრმეები კალაპოტის ჰდოვრედ გაფართოებისას შეიძლება გამოვთვალოთ ო. ვასილიევის ფორმულით

$$2\frac{\alpha'}{g}\left(\frac{Q}{\Theta}\right)^2\frac{1}{r_1h'}+r_1(h')^2=2\frac{\alpha'}{g}\left(\frac{Q}{\Theta}\right)^2\frac{1}{(l_{ნახ.გაფ}+r_1)h''}+$$
$$+(l_{ნახ.გაფ}+r_1)(h'')^2-0{,}3[(h')^2+h'h''+(h'')^2], \qquad (11.53)$$

სადაც r_1 არის პირველი შეუღლებული სიღრმის შესაბამისი რადიუსი; Θ—კალაპოტის გაფართოების კუთხე (რადიანობით); $l_{ნახ.გაფ}$—ნახტომის სიგრძე კალაპოტის გაფართოებულ ნაწილში და გამოითვლება ფორმულით

$$l_{ნახ.გაფ}=\frac{l_{ნახ.კრ}}{1+0{,}052\frac{l_{ნახ.კრ}}{r_1}}. \qquad (11.54)$$



ნახ. 11.32.

აქ $l_{ნახ.კრ}$ არის ნახტომის სიგრძე პრიზმულ კალაპოტში, რომელიც შეიძლება განვსაზღვროთ (8.16)—(8.18) ფორმულებით; ამასთან ფრუდის

რიცხვის მნიშვნელობა ნახტომის საწყის კვეთში გამოითვლება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$\mathrm{Fr}' = \left(\frac{h_{\text{კრ}}}{h'}\right)^3 = \frac{\alpha}{g\,(h')^3}\left(\frac{Q}{\Theta r_1}\right)^2. \qquad (11.55)$$

11.53) და (11.55). გამოსახულებებში α და α' კოეფიციენტების მნიშვნელობები მიიღება დაახლოებით ერთის ტოლად ($\alpha = \alpha' = 1$).

ხშირად სწრაფდენის მოწყობა გვიხდება ციცაბო რელიეფის პირობებში, რის გამოც იძულებული ვართ ღარის ფსკერს მივცეთ დიდი ქანობი. შედეგად სწრაფდენში მყარდება სიჩქარეები, რომლებიც სხვადასხვა მოსაზრებით შეიძლება მიუღებელი აღმოჩნდეს. კერძოდ: სიჩქარემ ღარში შეიძლება გადააჭარბოს დასაშვებ მნიშვნელობას, რაც გამოიწვევს ნაგებობის დეფორმაციას (ნგრევას); სიჩქარე ღარში დასაშვებია, მაგრამ იქმნება ქვედა ბიეფთან შეუღლების არახელსაყრელი პირობები; სიჩქარე ღარში ვერ უზრუნველყოფს მიზნობრივ ღონისძიებათა განხორციელებას (თევზის გატარება, ხე-ტყის დაცურება და სხვ.).

ასეთ შემთხვევებში სწრაფდენზე ნაკადის სიჩქარის შესამცირებლად მიმართავენ ღარის ფსკერის ხორკლიანობის ხელოვნურად გაზრდას სხვადასხვა კონსტრუქციის წიბოებისა და წინაღობების მოწყობის საშუალებით (ნახ. 11.33).

გამოკვლევებმა ცხადჰყო, რომ ფსკერული კვადრატული კვეთის წიბოვანი ხორკლიანობისას სწრაფდენში დინების გასწვრივ მყარდება თითქმის მუდმივი სიღრმე და, მაშასადამე, მოძრაობა პირობითად შეიძლება თანაბრად ჩაითვალოს. დარსის კოეფიციენტს გამოვითვლით შემდეგი ემპირიული დამოკიდებულებით:

$$\lambda = M + 2i^2 - Ni\,\frac{\Delta}{h}\,\frac{b_0}{\chi}\,\frac{1}{\sqrt{\Pi_3}}\lg i, \qquad (11.56)$$

სადაც M და N არის გაზრდილი ხორკლიანობის ტიპზე დამოკიდებული პარამეტრები და აღება საცნობარო ლიტერატურაში მოცემული ცხრილებიდან;

i — სწრაფდენის ღარის ქანობი;

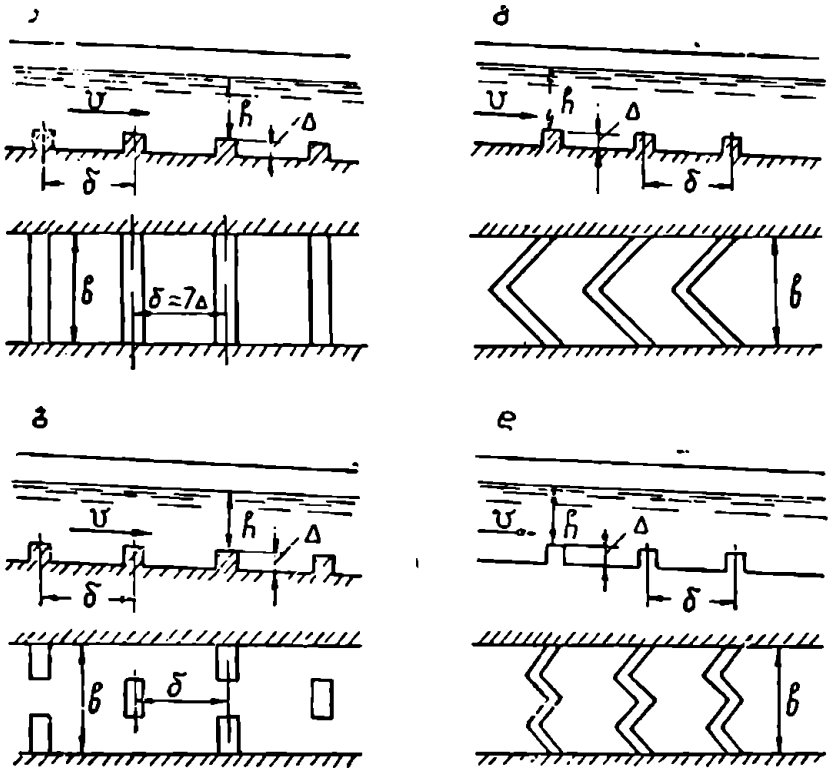
Δ — კვადრატული კვეთის წიბოს სიმაღლე, $\Delta = \frac{\delta}{7}$ (δ წიბოებს შორის მანძილია);

h — წიბოს ზედა სიბრტყიდან ათვლილი ნაკადის სიღრმე;

χ — ღარის მთლიანი სველი პერიმეტრი;

Π_3 — კინეტიკურობის პარამეტრი.

შევნიშნავთ, რომ (11.56) დამოკიდებულება მიღებულია ნორმალური (ნახ. 11.33, ა), ნორმალური ჰადრაკულად განლაგებული (ნახ. 11.33, ბ) და ზიგზაგური (ნახ. 11.33, გ, დ) წიბოებით შექმნილი წინაღობის მქონე ღარებში ჩატარებული ექსპერიმენტების საფუძველზე და მართებულია, როცა $h \geqslant 3\Delta$. თუ ეს პირობა დაცული არ არის, ნაკადის თავისუფალ-



ნახ. 11.33.

ზედაპირი მნიშვნელოვნად დეფორმირდება და მოძრაობის თანაბარი რეჟიმი ირღვევა.

იმის გამო, რომ სწრაფდენის ღარში მოძრაობას თანაბრად ვთვლით, λ კოეფიციენტის გამოსათვლელად შეიძლება ვისარგებლოთ (4.15) გამოსახულებითაც, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $i = h_{სიგ}/l$,

$$\lambda = \frac{8gRi}{v^2} = \frac{8gi}{Q^2} \cdot \frac{\omega^3}{\chi}. \qquad (11.57)$$

(11.56) და (11.57) განტოლებათა ერთობლივი ამოხსნით მივიღებთ

$$\Delta=\frac{\frac{8g}{Q^2}\frac{\omega^3}{\chi}-\frac{M+2i}{i}}{-N\lg i}h\frac{\chi}{b}\sqrt{\Pi_3} \qquad (11.58)$$

ან

$$\frac{\omega^3}{\chi}+\frac{Q^2}{8g}bN\Delta\lg i\frac{1}{h\chi\sqrt{\Pi_3}}=\frac{Q^2}{8g}\frac{M+2i^2}{i}. \qquad (11.59)$$

კერძო შემთხვევაში, სწორკუთხა კვეთისათვის $\Pi_3=q^2/gh^3$; ამიტომ (11.59) გამოსახულებიდან გვექნება

$$\frac{h^3}{\chi}+\frac{1}{8\sqrt{g}}qN\Delta\lg i\frac{\sqrt{h}}{\chi}=\frac{1}{8g}\frac{q^2}{b}\frac{M+2i^2}{i}. \qquad (11\ 60)$$

მიღებულ დამოკიდებულებათა გამოყენებით შეგვიძლია გადავწყვიტოთ ორი სახის ამოცანა: 1) განვსაზღვროთ შერჩეული ტიპის წიბოს სიმაღლე და წიბოებს შორის მანძილი ამ პირობით, რომ სწრაფდენის ღარში მოცემული ხარჯისათვის შეეინარჩუნოთ მუდმივი სიღრმე; 2) განვსაზღვროთ სიღრმე ღარში გარკვეული ფორმისა და ზომების წიბოებისათვის. პირველი ტიპის ამოცანა უშუალოდ წყდება (11.58) ფორმულის გამოყენებით, რადგანაც Δ-ს გარდა ყველა სიდიდე ცნობილია. მეორე ტიპის ამოცანის ამოსახსნელად ვისარგებლებთ (11.59) ფორმულით. ამ შემთხვევაში განტოლების მარჯვენა ნაწილი ცნობილია, ხოლო მარცხენა ნაწილში უცნობია $\frac{\omega^3}{\chi}$ და $\frac{1}{h\chi\sqrt{\Pi_3}}$ სიდიდეები, რომლებიც h სიღრმის ფუნქციებს წარმოადგენენ. (11.59) განტოლება h-ის მიმართ ამოიხსნება თანამიმდევრულ მიახლოებათა მეთოდით.

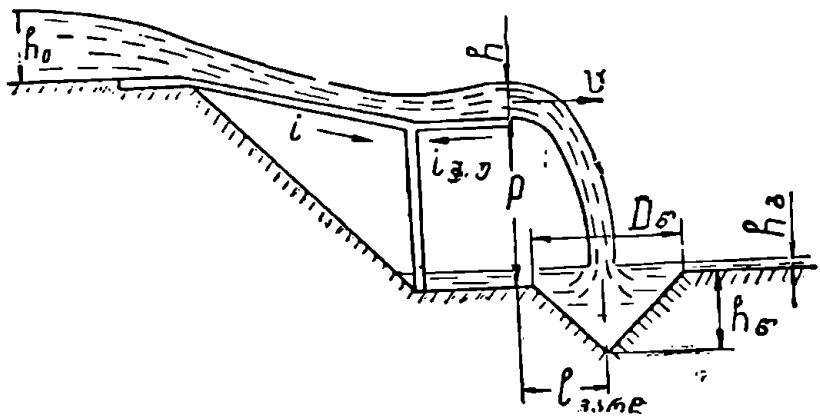
დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ მიღებულ დამოკიდებულებებში, როცა $i>0{,}2$, იგულისხმება არა წყლის ნაკადის, არამედ აერირებული ნაკადის გეომეტრიული და ჰიდრავლიკური ელემენტები.

§ 11.10. კონსოლური წყალსაგდები (პარდნილი)

კონსოლური წყალსაგდები ეწოდება დიდი ქანობის მქონე ღარს, რომელიც დედამიწის ზედაპირიდან გარკვეულ სიმაღლეზე მოთავსებულია საყრდენებზე და რომელსაც ბოლოში აქვს მოკლე (1—2 მ სიგრძის) ჰაერმიმმართველი უბანი (ნახ. 11.34). ეს უკანასკნელი შეიძლება იყოს ჰორიზონტალური ან უკუ ქანობით $i_{ჰ.უ}\leqslant 0{,}25$. ჰაერმიმმართველი უბნიდან წყლის გადაგდება ნაგებობის ფარგლებს გარეთ ხორციელდება P სიმაღლიდან ჰაერის თავისუფალი ვარდნის გზით.

ქვედა ბიეფში ჰაელის ვარდნის ადგილას წარმოიქმნება წარეცხვის ძაბრი, რომლის ზომებიც კონსოლური წყალსაგდების მუშაობის საწყის პერიოდში სწრაფად იზრდება, ხოლო შემდეგ თანდათანობით სტაბილიზდება.

კონსოლური ვარდნილის ჰიდრავლიკური გაანგარიშება გულისხმობს ჰაელშიმმართველი უბნის ბოლოში h სიღრმის, ჰაელის ვარდნის $l_{ვარდ}$ შანძილისა და ქვედა ბიეფში წარეცხვის ძაბრის ზომების დადგენას.



ნახ. 11.34.

რაც შეეხება შესასვლელი ნაწილისა და ღარის გაანგარიშებას, ის სწრაფდენის გაანგარიშების ანალოგიურია.

სიღრმე ჰაელშიმმართველი უბნის ბოლოში (h) მიიღება ღარის ბოლოში სიღრმის ტოლად.

ჰაელის ვარდნის მანძილი აერაციისა და ჰაერის წინაღობის მხედველობაში მიუღებლად გამოითვლება შემდეგი მიახლოებითი ფორმულით (იგულისხმება, რომ $i_{ჰ.უ} \leqslant 0{,}25$):

$$l_{ვარდ} = \frac{v^2}{g} i_{ჰ.უ} + v\sqrt{\frac{2P+h}{g}}. \qquad (11.61)$$

წარეცხვის ძაბრის სიღრმე ($h_ნ$) შეიძლება განესაზღვროთ ა. პატრაშევის ემპირიული დამოკიდებულებით

$$h_ნ = \sigma_ნ \left(\frac{Q}{b}\right)^{0,5} \left(\frac{Z_0}{d_{90}}\right)^{0,25} - h_ჰ, \qquad (11.62)$$

სადაც b არის ჰაელშიმმართველი უბნის სიგანე, მ-ობით; $h_ჰ$ — სიღრმე

ქვედა ბიეფში, მ-ობით; Z_0 — დაწნევა, რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$Z_0 = P + h - h_k + \frac{\alpha v^2}{2g}; \qquad (11.63)$$

d_{90} — გრუნტის ისეთი ფრაქციის მარცვლების დიამეტრი, მმ-ობით, რომელზე ნაკლებიც მოცემულ გრუნტში შეადგენს 90%-ს მასით. არაბმული გრუნტებისათვის შეიძლება მივიღოთ

გრუნტის სახე	ქვიშა	ხრეში	ღორღი
d_{90}, მმ	0,5—1	1—10	20—80

ბმული თიხნარი გრუნტისათვის, ნ. ბელიაშევსკის რეკომენდაციით, d_{90} შეიძლება გამოვსახოთ არაბმული გრუნტის ეკვივალენტური დიამეტრით

თიხნარი	მცირე სიმკვრივის	საშუალო სიმკვრივის	მკვრივი	ძალიან მკვრ.
d_{90}, მმ	0,7	6	18	50

σ_ε კოეფიციენტი, მ. ჩერტოუსოვის გამოკვლევების თანახმად, დამოკიდებულია გრუნტის მარცვლების დიამეტრზე

d, მმ	0,5—4	4—8	8—12	12—5
σ_ε, წმ^{0,5}	4,25—4,1	4,1—3,75	3.75—3,05	3,05—2,25

წარეცხვის ძაბრის დიამეტრი გამოითვლება ფორმულით

$$D_\varepsilon = 2h_\varepsilon. \qquad (11.64)$$

თავი მეთორმეტე

გრუნტის წყლების მოძრაობა

§ 12.1. ზოგადი ცნობები

ბუნებრივ პირობებში გრუნტი წარმოადგენს რთულ არაერთგვაროვან ფოროვან გარემოს, რომლის სტრუქტურაც იცვლება დროის მიხედვით (თუმცა ძალზე ნელა) გეოფიზიკური ფაქტორების ზემოქმედებით. წყალშეღწევადი გრუნტი შედგება ცალკეული ნაწილაკებისაგან, რომელიც შეიძლება დავახასიათოთ ამ ნაწილაკების პირობითი დიამეტრის მიხედვით. ასე, მაგალითად, თიხოვანი გრუნტის პირობითი დიამეტრი 0,005 მმ-ის ტოლია, ქვიშის — 0,01÷2 მმ-ის, ხრეშის 2÷20 მმ-ის.

გრუნტის ფორიანობას ახასიათებენ მოცულობითი ფორიანობის კოეფიციენტით

$$p=\frac{W_{\text{ფორ}}}{W}, \qquad (12.1)$$

სადაც $W_{\text{ფორ}}$ არის ფორების მოცულობა;

W — გრუნტის საერთო მოცულობა ფორების ჩათვლით.

რაც წვრილია გრუნტის მარცვლები, მით მეტია ფორიანობის კოეფიციენტი. მაგალითად, 1 მმ დიამეტრის მქონე ქვიშისათვის $p\approx 0{,}3$, ხოლო თიხისათვის — $p\approx 0{,}5$.

წყალი, რომელიც გრუნტის ფორებში ხვდება სხვადასხვა მიზეზით, შეიძლება იმყოფებოდეს სხვადასხვა მდგომარეობაში:

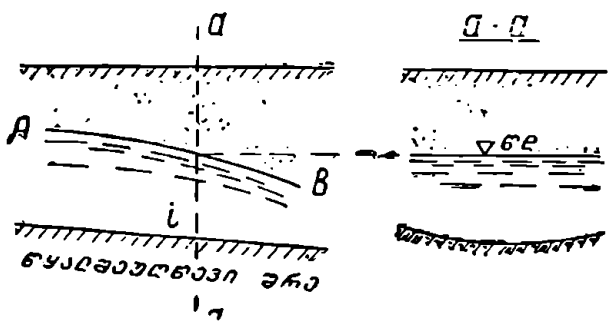
1) ორთქლისებრი წყალი ფორებში იმყოფება ჰაერთან ერთად და ავსებს მათ;

2) ჰიგროსკოპული წყალი შეჰიდულობის ძალების ზემოქმედებით ეკვრის გრუნტის ნაწილაკებს თხელი შრის სახით. ასეთი წყალი გრუნტიდან შეიძლება მოცილებულ იქნეს მისი 100°C-მდე გაცხელებით;

3) აფსკური წყალი გრუნტის ნაწილაკებით შეკავებულია მოლეკულური ძალების ზემოქმედებით;

4) კაპილარული წყალი ფორებში იმყოფება ზედაპირული დაჭიმულობის ძალების გავლენით;

5) გრავიტაციული ანუ გრუნტის წყალი მთლიანად ავსებს გრუნტის ფორებს და განიცდის მიზიდულობის ძალის ზემოქმე-



ნახ. 12.1.

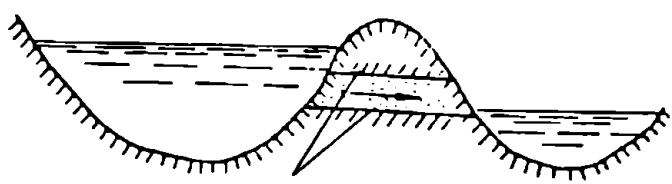
დებას (ეს არის წყლის ის მასა, რომელიც თავისუფალია გრუნტის მყარი ნაწილაკებისა და თხევადი ნაწილაკების მოლეკულური ურთიერთქმედების გავლენისაგან). სწორედ დედამიწის მიზიდულობის ძალა განაპირობებს ფორებში გრავიტაციული, ანუ გრუნტის, წყლის გადაადგილებას.

გრუნტის ფორებში წყლის მოძრაობის მოვლენას ფილტრაცია ეწოდება. მოძრავი გრუნტის წყალი წარმოქმნის გრუნტის წყლის ნაკადს, ანუ ფილტრაციულ ნაკადს, რომელიც ხასიათდება ჰიდრავლიკური ნაკადის ზოგიერთი თავისებურებით.

წყალი ფორებში ხვდება სხვადასხვა მიზეზით (მაგალითად, წვიმის წყლის გრუნტში გაჟონვით). გარკვეულ სიღრმეზე ასეთი წყალი შეიძლება შეაკავოს წყალშეუღწევი გრუნტის (მკვრივი თიხის, კლდის და სხვ.) შრემ; თუ ამ შრის ქანობი ნულისაგან განსხვავებულია, წყალი დაიწყებს მოძრაობას მის ზედაპირზე (ნახ. 12.1). ამგვარად, წყალშეუღწევი შრე წარმოქმნის ერთგვარ კალაპოტს, რომელშიც მოძრაობს თავისუფალი ზედაპირის მქონე ფილტრაციული ნაკადი. ასეთ მოძრაობას უდაწნეო ეწოდება.

ფილტრაციული ნაკადის თავისუფალ ზედაპირს, რომლის ყველ წერტილში წნევა ატმოსფერულის ტოლია, დეპრესიულ ზედაპირს უწოდებენ, ხოლო თავისუფალი ზედაპირის AB წირს — დეპრესიის წირს.

თუ ფილტრაციული ნაკადი ზემოდანაც და ქვემოდანაც შემოფარგლულია გრუნტის წყალშეუღწევი შრეებით (ნახ. 12.2), მოძრაობას



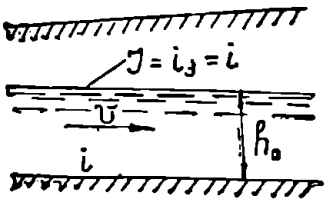
ნახ. 12.2.

დაწნევითი ეწოდება. გრუნტის წყლის, ისევე როგორც მიწისზედა წყლის, მოძრაობა შეიძლება იყოს მდგრადად ცვალებადი და მკვეთრად ცვალებადი, დამყარებული და დაუმყარებელი, თანაბარი და არათანაბარი. ფილტრაციული ნაკადის მოძრაობა დაუმყარებელია, თუ მისი ჰიდრავლიკური მახასიათებლები დამოკიდებულია როგორც სივრცის კოორდინატებზე, ისე დროზე: $p=f_1(x, y, z, t)$; $v=f_2(x, y, z, t)$. ფილტრაციული ნაკადი დამყარებულია, თუ მისი ჰიდრავლიკური მახასიათებლები მხოლოდ სივრცის კოორდინატების ფუნქციაა.

გრუნტის წყლის თანაბარი მოძრაობის მაგალითი ნაჩვენებია 12.3 ნახაზზე, ხოლო არათანაბარი მოძრაობისა — 12.1 ნახაზზე. გრუნტის წყლის თანაბარი მოძრაობისას სითხის თავისუფალი ზედაპირის i ქანო-

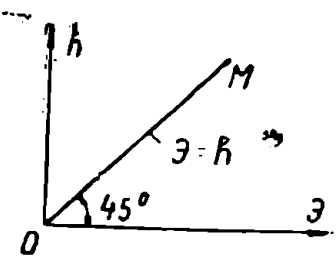
ბი (პიეზომეტრული ქანობი) წყალშეუღწევი შრის i ქანობის ტოლია ($i_ჯ=i$), არათანაბარი მოძრაობისას — $i_ჯ \neq i$.

ფილტრაცია შეიძლება იყოს ლ ა მ ი ნ ა რ უ ლ ი და ტ უ რ ბ უ ლ ე ნ ტ უ რ ი. ლამინარული მოძრაობა, ისევე როგორც მიწისადენებში, ხასიათდება დაწნევის დანაკარგით, რომელიც ფილტრაციული ნაკადის სიჩქარის პირველი ხარისხის პროპორციულია. ასეთი მოძრაობა ძირითადად ხდება წვრილმარცვლოვან გრუნტებში (წყალგამტარი თიხა, თიხნარი, ქვიშა). მსხვილმარცვლოვან გრუნტებში (ხრეში, ღორღი, ქვანაყარი) მყარდება მოძრაობის ტურბულენტური რეჟიმი, რომლის დროსაც დაწნევის დანაკარგი სიჩქარის ერთზე მეტი ხარისხის პროპორციულია. იმის გამო, რომ ლამინარული ფილტრაციის შემთხვევაში სიჩქარეები ძალზე მცირეა, H დაწნევის განსაზღვრისას $v^2/2g$ სიჩქარით დაწნევას უგულებელყოფთ. ამიტომ ჰიდრავლიკური და პიეზომეტრული ქანობები ერთმანეთის ტოლი იქნება ($I=i_ჯ$).



ნახ. 12.3.

გრუნტის წყლის მოძრაობის შემთხვევისათვის კვეთის კუთრი ენერგიის $\left(Э=h+\frac{\alpha v^2}{2g}\right)$ გრაფიკი ღებულობს 12.4 ნახაზზე ნაჩვენებ OM წრფის სახეს. მართლაც, იმის გამო, რომ $v^2/2g$ სიჩქარით დაწნევას უგულებელყოფთ, კვეთის კუთრი ენერგიის გამოსათვლელი ფორმულიდან გვექნება $Э=h$. ეს კი კოორდინატთა სათავეზე გამავალი აბსცისათა ღერძისადმი 45°-იანი კუთხით დახრილი წრფის განტოლებაა.



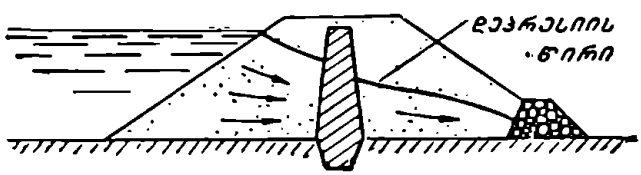
ნახ. 12.4.

12.4 ნახაზზე მოცემული გრაფიკიდან ჩანს, რომ გრუნტის წყლის ნაკადისათვის კრიტიკული სიღრმე ყოველთვის პრაქტიკულად ნულის ტოლია ($h_კრ=0$). ამიტომ კრიტიკულ სიღრმეთა შესაბამისი $K-K$ წირი შეთავსებულია ფსკერთან. რაც შეეხება კრიტიკულ ქანობს, ის გრუნტის წყლის უდაწნეო მოძრაობისას უსასრულობის ტოლი უნდა იყოს, რადგანაც მხოლოდ ამ შემთხვევაში იქნება დაცული პირობა: $h_კრ=h_0=0$. ცხადია, ასეთი ქანობი არ არსებობს. ამიტომ უნდა ჩავთვალოთ, რომ ფილტრაციული ნაკადი ყოველთვის წყნარ მდგომარეობაშია, ხოლო წყალშეუღწევი ფსკერის ქანობი — კრიტიკულზე ნაკლებია ($i<i_კრ$).

ყოველი ბუნებრივი გრუნტი წარმოადგენს ძირითადი ქანების სხვადასხვა ფაქტორის (წყლის, ყინულის, ქარის, ტემპერატურის და სხვ.) ზემოქმედებით გამოწვეულ ღრეების პროდუქტს. ერთი მხრივ, აღნიშნული ფაქტორების მოქმედების ინტენსიურობის, ხოლო მეორე მხრივ, ქანის მინერალოგიური შედგენილობის სხვადასხვაობის გამო ბუნებრივი გრუნტები ხასიათდება განსხვავებული ფილტრაციული თვისებებით. ამ თვალსაზრისით გრუნტები იყოფა ერთგვაროვან და არაერთგვაროვან გრუნტებად. ერთგვაროვანი გრუნტის ფილტრაციული თვისებები მისი ყველა წერტილისათვის ერთნაირია, ხოლო არაერთგვაროვანი გრუნტის — განსხვავებული. თუ გრუნტის ფილტრაციული თვისებები არ არის დამოკიდებული ნაკადის მოძრაობის მიმართულებაზე, გრუნტს იზოტროპულს უწოდებენ, წინააღმდეგ შემთხვევაში — ანიზოტროპულს.

ამ თავში ჩვენ ძირითადად განვიხილავთ ერთგვაროვან იზოტროპულ გრუნტში ფილტრაციული ნაკადის მდგრად ცვალებად, დამყარებულ, უდაწნეო, თანაბარ და არათანაბარ ლამინარულ მოძრაობასთან დაკავშირებულ ბრტყელ ამოცანებს.

გრუნტის წყლების მოძრაობის კანონები ფართო გამოყენებას პოულობს მელიორაციული, წყალმომარაგების, ჰიდროტექნიკური ნაგებობების და, კერძოდ, კაშხლების მშენებლობის პრაქტიკაში. ასე, მაგალითად, თიხის გულის მქონე მიწის კაშხლის (ნახ. 12.5) ცალკეული ელე-



ნახ. 12.5.

მენტების ზომები შეიძლება განისაზღვროს მხოლოდ კაშხლის ტანში ფილტრაციული მოვლენების შესწავლის საფუძველზე.

ქვემოთ ვნახავთ, რომ ფილტრაციის ზოგიერთი ამოცანა საკმაო სიზუსტით წყდება წმინდა ჰიდრავლიკური მეთოდების გამოყენებით. სხვა ამოცანების ამოსახსნელად კი საჭირო ხდება შედარებით ზუსტ მათემატიკურ აპარატზე დამყარებული ჰიდრომექანიკური მეთოდების გამოყენება. აღნიშნულის გამო, ამ თავში ჩამოვაყალიბებთ ფილტრაციის ჰიდრავლიკურ თეორიას, ხოლო მომდევნო თავში — მისი ჰიდრომექანიკური თეორიის საფუძვლებს.

§ 12.2. ფილტრაციის ძირითადი კანონი

გრუნტის წყლების მოძრაობის თეორიაში მნიშვნელოვან თანაფარდობას წარმოადგენს **ლამინარული ფილტრაციის ძირითადი კანონის** ანალიზური გამოსახულება, რომელიც მიღებულ იქნა ქვიშოვან გრუნტებზე ჩატარებული ექსპერიმენტული გამოკვლევების საფუძველზე

$$v = k i_ს, \tag{12.2}$$

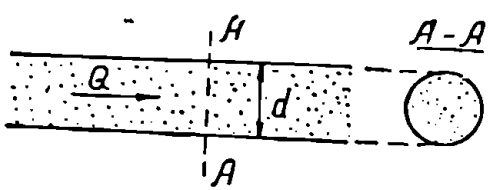
სადაც v არის ე. წ. ფილტრაციის სიჩქარე;

k — ფილტრაციის კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია გრუნტის თვისებებზე, სითხის გვარობასა და ტემპერატურაზე;

$i_ს$ — პიეზომეტრული ქანობი, რომელიც ლამინარული ფილტრაციის შემთხვევაში პრაქტიკულად ჰიდრავლიკური ქანობის ტოლია (იხ. § 12.1). $i_ს$ გამოსახავს დაწნევის დანაკარგს ფილტრაციული ნაკადის ერთეულ სიგრძეზე ($i_ს = h_{სიგ}/l$).

(12.2) გამოსახულება ცნობილია **დარსის ფორმულის** სახელწოდებით.

გავარკვიოთ ფილტრაციის სიჩქარის ცნება. ამისათვის განვიხილოთ ქვიშით შევსებული d დიამეტრის მილი (ნახ. 12.6) და ვიგულისხმოთ, რომ ამ მილში ქვიშის ფორებში მოძრაობს წყალი Q ხარჯით. მილის განივ კვეთში (პრიალი $A-A$) შეიძლება განვასხვაოთ სამი სხვადასხვა სახის ფართობი: ა) გრუნტის ფორების ფართობი ($ω_ფორ$), რომელიც წარმოადგენს ნაკადის ნამდვილი ცოცხალი კვეთის ფართობს; ბ) გრუნტის მარცვლების კვეთის ფართობი ($ω_მარც$), რომელშიც წყალი სინამდვილეში არ გაედინება; გ) მილის განივი კვეთის ფართობი ($ω = πd^2/4$). ცხადია, $ω = ω_ფორ + ω_მარც$.



ნახ. 12.6.

მაშასადამე, გრუნტის ფორებში წყლის მოძრაობის **ნამდვილი სიჩქარე** იქნება

$$v_ფორ = \frac{Q}{ω_ფორ}. \tag{12.3}$$

მაგრამ გრუნტის ფორებში სითხის დინების ფიზიკური პროცესის სირთულის გამო მოძრაობას განიხილავენ როგორც **რეალური ნაკა-**

დის თეორიულ მოდელს. ეს ისეთი პირობითი ნაკადია, რომელიც მთლიანად ავსებს გრუნტის მიერ დაკავებულ სივრცეს (განსახილველ შემთხვევაში მიწის მთელ სივრცეს ω ცოცხალი კვეთის ფართობით) ფორებისა და წყარი ნაწილაკების ჩათვლით. სხვანაირად რომ ვთქვათ, ეს არის მოდელი უწყვეტი დეფორმირებადი გარემოსი, რომელიც ხასიათდება მოცემული სითხის სიმკვრივითა და სიბლანტით. სწორედ მოდელური ნაკადის სიჩქარე წარმოადგენს ფილტრაციის სიჩქარეს

$$v=\frac{Q}{\omega}, \tag{12.4}$$

სადაც Q არის ფილტრაციული ნაკადის ნამდვილი ხარჯი;

$\omega=\omega_{\text{ფორ}}+\omega_{\text{მარც}}$.

მაშასადამე, ფილტრაციის სიჩქარე არის ფიქტიური (წარმოსახვითი) სიჩქარე, რომელიც ექნებოდა ფილტრაციულ ნაკადს, მას რომ ემოძრავა არა მარტო გრუნტის ფორებში, არამედ მარცვლების მიერ დაკავებულ სივრცეშიც.

აღვნიშნოთ p'-ით ე. წ. ზედაპირული ფორიანობის კოეფიციენტი

$$p'=\frac{\omega_{\text{ფორ}}}{\omega}. \tag{12.5}$$

ერთგვაროვანი გრუნტის შემთხვევაში მოცულობითი (§ 12.1) და ზედაპირული ფორიანობის კოეფიციენტები ტოლია $p=p'$, ამიტომ (12.1), (12.3) და (12.4) გამოსახულებების გათვალისწინებით გვექნება

$$v=pv_{\text{ფორ}}. \tag{12.6}$$

რადგანაც $p\approx(0{,}3\div0{,}5)<1$, ფილტრაციის v სიჩქარე ყოველთვის ნაკლებია გრუნტის ფორებში წყლის მოძრაობის $v_{\text{ფორ}}$ სიჩქარეზე.

დარსის ფორმულა (12.2) შეიძლება ასეთი სახითაც ჩავწეროთ

$$\omega v=\omega k i_{ჯ},$$

ანუ

$$Q=k\omega i_{ჯ}. \tag{12.7}$$

(12.2) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ ფილტრაციის კოეფიციენტი (k) ახასიათებს ფილტრაციის სიჩქარეს, როდესაც პიეზომეტრული ქანობი $i_{ჯ}=1$-ს და აქვს სიჩქარის განზომილება. ამავე ფორმულიდან ისიც ჩანს, რომ ლამინარული ფილტრაციის სიჩქარე პიეზომეტრული ქანობის პირველი ხარისხის პროპორციულია.

დარსის ფორმულა (12.2) ან (12.7) სახით გამოსახავს ფილტრაციის ძირითად კანონს გრუნტის წყლის მხოლოდ ლამინარული

მოძრაობისათვის, რომელიც ყველაზე უფრო ხშირად გვხვდება პრაქტიკაში. მაგრამ ჰიდროტექნიკური მშენებლობის პრაქტიკაში არის შემთხვევები, როცა მფილტრავ გარემოს წარმოადგენს არა გრუნტი, არამედ ხელოვნური ყრილი საკმაოდ დიდი ზომის ფორებით. ამ დროს ფილტრაციული ნაკადის დინება შეიძლება აღარ იყოს ლამინარული და მაშინ დარსის კანონიც გამოუყენებელი ხდება.

დარსის ფორმულის გამოყენების საზღვრები საკმარისად შესწავლილი არ არის, ამიტომ ლიტერატურაში გვხვდება მოძრაობის ლამინარული რეჟიმიდან ტურბულენტურში გადასვლის ერთმანეთისაგან განსხვავებული კრიტერიუმები. ერთ-ერთი კრიტერიუმის მიხედვით, თუ

$$\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu}<1\div 7, \tag{12.8}$$

მოძრაობა ლამინარულია, ხოლო თუ $\mathrm{Re}>1\div 7$ — ტურბულენტური. ამ ფორმულაში v არის ფილტრაციის სიჩქარე, d — გრუნტის მარცვლების საშუალო დიამეტრი.

ნ. პაველოვსკის გამოკვლევების თანახმად, მოძრაობა ლამინარულია, თუ

$$\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu(0{,}75p+0{,}23)}<7\div 9. \tag{12.9}$$

ტურბულენტური ფილტრაციის შემთხვევაში ფილტრაციის სიჩქარე I ჰიდრავლიკური ქანობის $m<1$ ხარისხის პროპორციულია

$$v=k_\phi I^m, \tag{12.10}$$

სადაც k_ϕ არის ტურბულენტური ფილტრაციის კოეფიციენტი;
$m=0,5\div 1$.

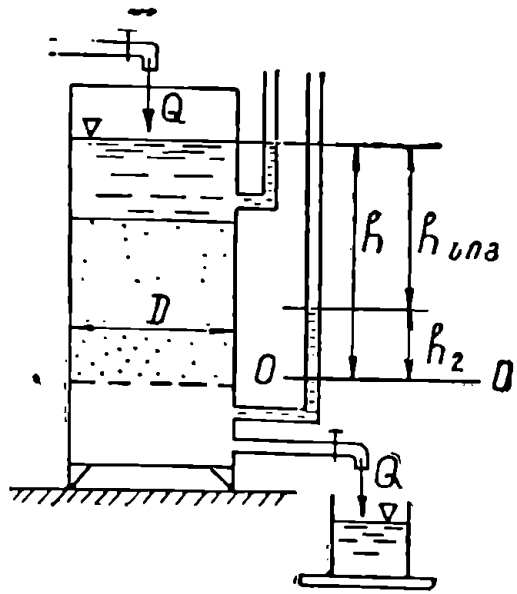
ლიტერატურაში მოცემულია შესაბამისი ექსპერიმენტული მასალა, რომელიც საშუალებას იძლევა დავადგინოთ k_ϕ კოეფიციენტის მნიშვნელობები გრუნტის საშუალო დიამეტრის მიხედვით.

რეინოლდსის რიცხვის შედარებით დიდი მნიშვნელობებისათვის m ხარისხის მაჩვენებელი შეიძლება მივიღოთ 0,5-ის ტოლად და მაშინ (12.10) ფორმულიდან გვექნება

$$v=k_\phi\sqrt{I} \tag{12.11}$$

შევნიშნოთ, რომ ტურბულენტური ფილტრაციის შემთხვევაში $i^0\neq I$, რადგანაც ფილტრაციის სიჩქარე შედარებით დიდი სიდიდეა და ამიტომ სიჩქარეთი დაწნევა უნდა იქნეს გათვალისწინებული. ამიტომ არის, რომ (12.10) და (12.11) გამოსახულებებში შედის ჰიდრავლიკური (I) და არა პიეზომეტრული (i_0) ქანობი.

(12.8) და (12.9) დამოკიდებულებებიდან, იმის გათვალისწინებით, რომ ფორიანობის კოეფიციენტი $p=0,3\div0,5$, წყლის სიბლანტის კინემატიკური კოეფიციენტი $\nu=0,01$ სმ²/წმ ($t=20°C$ ტემპერატურისას), ხოლო წვრილმარცვლოვანი გრუნტების ნაწილაკთა დიამეტრი 1—2 მმ-ზე ნაკლებია, შეიძლება დავადგინოთ, რომ ლამინარული ფილტრაციის შემთხვევაში ფილტრაციის სიჩქარე უმნიშვნელოა და იზომება წამში რამდენიმე მილიმეტრის რიგის სიდიდეებით.



ნახ. 12.7.

ფილტრაციის კოეფიციენტის თეორიული გზით განსაზღვრა ძალზე რთულია. ამიტომ მის მნიშვნელობას ადგენენ ან ემპირიული დამოკიდებულებებით, ან ლაბორატორიაში ნიმუშების გამოცდით, ან საველე პირობებში სპეციალური გამოკვლევებით.

საველე მეთოდის არსი შემდეგში მდგომარეობს: ფილტრაციულ ნაკადთან დაკავშირებული სპეციალური ჭიდან (შურფიდან) ამოტუმბავენ ან ჩატუმბავენ მასში წყალს, რითაც ხელოვნურად ცვლიან გრუნტის წყლის დეპრესიის წირის სახეს. ამ წირის პარამეტრების გაზომვის მონაცემების საფუძველზე სპეციალური ფორმულებით გამოითვლიან ფილტრაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობას. საველე მეთოდი ფილტრაციის კოეფიციენტის განსაზღვრის სხვა მეთოდებთან შედარებით ზუსტია, რადგანაც ამ დროს გრუნტი იმყოფება ბუნებრივ მდგომარეობაში, არ ხდება მისი სტრუქტურული რღვევა.

ლაბორატორიული მეთოდით ფილტრაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობას გამოითვლიან დარსის ხელსაწყოს (ნახ. 12.7) საშუალებით. გრუნტის ნიმუშს ათავსებენ ცილინდრში, რომელშიც გაედინება რაიმე Q ხარჯი. აითვლიან $h_{სით}=h_1-h_2$ ვარდნილს (დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგს) და რაიმე წესით (ვთქვათ, მოცულობითი წესით) ზომავენ Q ხარჯს. ფილტრაციის კოეფიციენტი განისაზღვრება (12.7) ფორმულიდან

$$k=\frac{Q}{\omega i_3}.$$

გრუნტის ნიმუში ლაბორატორიულ გამოცდამდე ხშირად კარგავს თავის ბირვანდელ (ბუნებრივ) სტრუქტურას, ამიტომ ფილტრაციის კოეფიციენტის მიღებული მნიშვნელობა შეიძლება მთლად ზუსტი არ აღმოჩნდეს.

k კოეფიციენტის გამოსათვლელად პრაქტიკაში ხშირად სარგებლობენ ხაზენის ე მ პ ი რ ი უ ლ ი ფორმულით:

$$k = 0{,}75d(0{,}70 + 0{,}03t^\circ). \tag{12.12}$$

§ 12.3. გრუნტის წყლების თანაბარი მოძრაობა

გრუნტის წყლების თანაბარი მოძრაობისას ჰიდრავლიკური და პიეზომეტრული ქანობები წყალშეუღწევი შრის i ქანობის (ნახ. 12.3) ტოლია

$$I = i_\text{პ} = i. \tag{12.13}$$

ამ შემთხვევაში

$$Q = \omega ki. \tag{12.14}$$

ბრტყელი ამოცანის პირობებში $\omega = bh_0$ და თანაბარი მოძრაობის შესაბამისი სიღრმე

$$h_0 = \frac{Q}{bki} = \frac{q}{ki}, \tag{12.15}$$

სადაც $q = \dfrac{Q}{b}$ არის ხარჯი ნაკადის ერთეულ სიგანეზე (კუთრი ხარჯი).

გრუნტის წყლების თანაბარი უდაწნეო მოძრაობა პრაქტიკაში იშვიათად გვხვდება.

§ 12.4. გრუნტის წყლების არათანაბარი მოძრაობა

გრუნტის წყლების არათანაბარი მოძრაობისას ნაკადის სიღრმე სიგრძეზე იცვლება (ნახ. 12.8), მაშასადამე, ნებისმიერ კვეთში გვექნება დეპრესიის წირის განსხვავებული ქანობი

$$i_\text{პ} = -\frac{dH}{dl}, \tag{12.16}$$

სადაც H არის პიეზომეტრული დაწნევა საფარ სიბრტყეზე.

იმის გამო, რომ $H = z + h$ (სადაც z არის წყალშეუღწევი შრის ნიშნული, ხოლო h — ფილტრაციული ნაკადის სიღრმე), ამიტომ (12.16) გამოსახულებიდან

$$i_\text{პ} = -\frac{d}{dl}(z + h) = -\frac{dz}{dl} - \frac{dh}{dl},$$

ანუ

$$i_{\text{ს}} = i - \frac{dh}{dl}. \tag{12.17}$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით (12,7) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$Q = k\omega\left(i - \frac{dh}{dl}\right) \tag{12.18}$$

ან ბრტყელი ამოცანის პირობებში

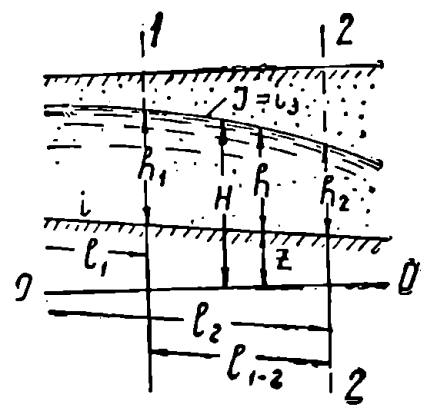
$$q = kh\left(i - \frac{dh}{dl}\right). \tag{12.19}$$

(12.19) გამოსახულება წარმოადგენს პრიზმულ კალაპოტში გრუნტის წყლების არათანაბარი მდორედ ცვალებადი მოძრაობის ძირითად დიფერენციალურ განტოლებას (პირველი სახე). ინტეგრირების გასამარტივებლად მივცეთ მას სხვა სახე. ამისათვის q ხარჯი (12.15) ფორმულიდან გამოვსახოთ h_0 ნორმალური სიღრმის საშუალებით და შევიტანოთ (12.19) განტოლებაში

$$kh_0 i = kh\left(i - \frac{dh}{dl}\right),$$

საიდანაც

$$\frac{dh}{dl} = i\,\frac{h - h_0}{h}. \tag{12.20}$$



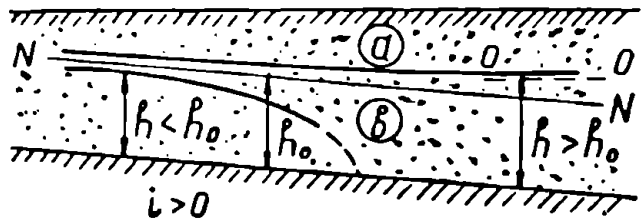
ნახ. 12.8.

ეს უკანასკნელი არის გრუნტის წყლების არათანაბარი მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლების მეორე სახე. როგორც ვხედავთ, ამ განტოლებაში არ შედის ფილტრაციის კოეფიციენტი, მაშასადამე, თავისუფალი ზედაპირის ფორმა (ან, რაც იგივეა, დეპრესიის წირის ფორმა) დამოკიდებულია მხოლოდ სასაზღვრო პირობებზე.

§ 12.5. ფილტრაციული ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმები

განვიხილოთ თავისუფალი ზედაპირის შესაძლო ფორმები გრუნტის წყლების პრიზმულ კალაპოტში არათანაბარი მდორედ ცვალებადი მოძრაობისას, როცა წყალშეუღწევი ფსკერის (შრის) ქანობი $i > 0$, $i = 0$ და $i < 0$.

1. ფსკერიან ქანობი დადებითია ($i > 0$). ფილტრაციული ნაკადის არეში გავატაროთ h_0 ნორმალური სიღრმის შესაბამისი $N—N$ წირი (ნახ. 12.9), რომელიც მას ორ a და b ზონად გაყოფს. აქ c ზონა არ



ნახ. 12.9.

გვექნება, რადგანაც, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ (§ 12.1). გრუნტის წყლის ნაკადისათვის კრიტიკული სიღრმე ყოველთვის პრაქტიკულად ნულის ტოლია და ამიტომ კრიტიკული სიღრმის შესაბამისი $K—K$ წირი შეთავსებულია ფსკერის წირთან.

a ზონაში h სიღრმე h_0 ნორმალურ სიღრმეზე მეტია ($h > h_0$). ამიტომ (12.20) განტოლებიდან მივიღებთ $\frac{dh}{dl} > 0$. მაშასადამე, განსახილველ შემთხვევაში ნაკადის თავისუფალ ზედაპირს ექნება შეტბორვის წირის სახე. როცა $h — h_0$, $\frac{dh}{dl} — 0$, ხოლო როცა $h \to \infty$, $\frac{dh}{dl} \to i$. ეს ნიშნავს, რომ შეტბორვის წირი მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით ასიმპტოტურად უახლოვდება $N—N$ წირს, ხოლო მოძრაობის მიმართულებით — $0—0$ ჰორიზონტალურ წირს.

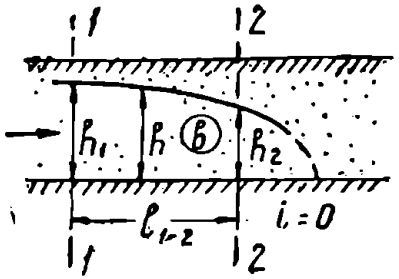
b ზონაში $h < h_0$, ამიტომ (12.20) განტოლებიდან $\frac{dh}{dl} < 0$, ე. ი. ფილტრაციული ნაკადის სიღრმე დინების მიმართულებით მცირდება. მაშასადამე, ამ შემთხვევაში თავისუფალ ზედაპირს ექნება დაცემის წირის სახე. როცა $h — h_0$, $\frac{dh}{dl} — 0$, ხოლო როცა $h — 0$, $\frac{dh}{dl} \to \infty$. ეს ნიშნავს, რომ დაცემის წირის ზედა ნაწილი ასიმპტოტურად უახლოვდება $N—N$ წირს, ხოლო ქვედა ნაწილი — მკვეთრად ეშვება ქვემოთ.

2. ფსკერი ჰორიზონტალურია ($i = 0$). შევნიშნავთ, რომ ნულოვანი ქანობისას თანაბარი მოძრაობა საერთოდ შეუძლებელია; ამ დროს $h_0 \to \infty$ და, მაშასადამე, a ზონა გადადის უსასრულობაში. გვექნება

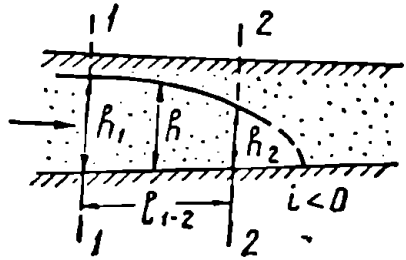
შხოლოდ ერთი b ზონა. (12.19) განტოლებიდან, იმის გათვალისწინებით, რომ $i=0$ ს, მივიღებთ

$$q=-kh\frac{dh}{dl},$$

საიდანაც $\frac{dh}{dl}<0$. ამგვარად, განსახილველ შემთხვევაში გვექნება დაცემის წირი (ნახ. 12.10).



ნახ. 12.10.



ნახ. 12 11.

3. ფსკერის ქანობი უარყოფითია ($i<0$). იგივე (12.19) განტოლებიდან, როცა $i<0$, მივიღებთ

$$\frac{dh}{dl}=i-\frac{q}{kh}<0.$$

მაშასადამე, გვექნება დაცემის წირი (ნახ. 12.11).

§ 12.6. არათანაბარი მდგრადი ცვალებადი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება (ბრტყელი ამოცანა)

1. ფსკერის ქანობი დადებითია ($i>0$). (12.20) განტოლებიდან ცვლადთა დაცალკევებით მივიღებთ

$$idl=\frac{hdh}{h-h_0}=\frac{(h-h_0)+h_0}{h-h_0}dh=dh+h_0\frac{dh}{h-h_0}. \qquad (12\ 21)$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრირებით ვპოულობთ

$$i(l_2-l_1)=h_2-h_1+h_0\ln\frac{h_2-h_0}{h_1-h_0}. \qquad (12.22)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $l_2-l_1=l_{1-2}$ (ნახ. 12.8) და ნატურალური ლოგარითმიდან გადავალთ ათობითზე, გვექნება

$$il_{1-2}=h_2-h_1+2{,}3h_0\lg\frac{h_2-h_0}{h_1-h_0}. \qquad (12.23)$$

მიღებულ გამოსახულებას ხშირად ასეთი სახით წერენ:

$$\frac{il_{1-2}}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 + 2{,}3 \lg \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1}, \qquad (12.24)$$

სადაც $\eta = \frac{h}{h_0}$ არის ფარდობითი სიღრმე $\left(\eta_1 = \frac{h_1}{h_0};\ \eta_2 = \frac{h_2}{h_0} \right)$.

(12.24) გამოსახულება წარმოადგენს ფილტრაციული ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის (დეპრესიის წირის) განტოლებას პირდაპირი ქანობის ($i > 0$) შემთხვევაში. მისი საშუალებით შეიძლება გადავწყვიტოთ იმავე ტიპის ამოცანები, როგორიც ღია მიწისზედა ნაკადებისათვის გვქონდა.

2. **ფხვიერი ჰორიზონტალურია** ($i = 0$). ნელთვანი ქანობისას (12.19) განტოლებიდან გვექნება

$$\frac{dh}{dl} = -\frac{q}{kh},$$

საიდანაც

$$dl = -\frac{k}{q} h\, dh. \qquad (12.25)$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრირებით მივიღებთ

$$l_{1-2} = l_2 - l_1 = -\frac{k}{q} \frac{h_2^2 - h_1^2}{2}. \qquad (12.26)$$

(12.26) გამოსახულებას ხშირად დიუპუის განტოლებას უწოდებენ.

3. **ფხვიერის ქანობი უარყოფითია** ($i < 0$). უკუქანობის ($i < 0$) აბსოლუტური მნიშვნელობა აღვნიშნოთ i'-ით, ხოლო შესაბამისი ნორმალური სიღრმე h_0'-ით[1]. მაშინ (12.20) განტოლებიდან გვექნება

$$i'dl = -\frac{h\,dh}{h + h_0'} = -\frac{(h + h_0') - h_0'}{h + h_0'} dh = -dh + h_0' \frac{dh}{h + h_0'}. \qquad (12.27)$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრირებით ვპოულობთ

$$i' l_{1-2} = h_1 - h_2 + 2{,}3 h_0' \lg \frac{h_1 + h_0'}{h_1 + h_0'}, \qquad (12.28)$$

ანუ

$$\frac{i' l_{1-2}}{h_0'} = \eta_1' - \eta_2' + 2{,}3 \lg \frac{\eta_2' + 1}{\eta_1' + 1}, \qquad (12.29)$$

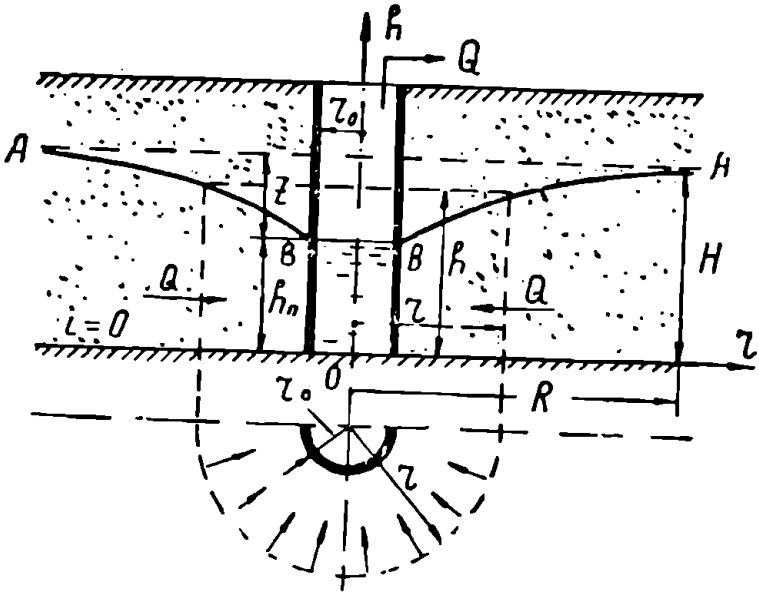
სადაც $\eta' = \frac{h}{h_0'}$ არის ფარდობითი სიღრმე $\left(\eta_1' = \frac{h_1}{h_0';}\quad \eta_2' = \frac{h_2}{h_0'} \right)$.

[1] ცხადია, h_0' სიღრმე ფიქტიურია. ეს ისეთი თანაბარი მოძრაობის შესაბამისი სიღრმეა, რომელიც დამყარდებოდა უკუქანობიან კალაპოტში გრუნტის წყალს საწინააღმდეგო მიმართულებით რომ ემოძრაჯა.

§ 12.7. გრუნტის წყლის მოდინება სრულყოფილ სადრენაჟო ჭასთან

განვიხილოთ გრუნტის წყლის მოდინება ცილინდრულ სადრენაჟო ჭასთან, რომელიც დადის წყალშეუღწევ შრემდე (ნახ. 12. 12). ასეთ ჭას ხშირად სრულყოფილს უწოდებენ.

წარმოვიდგინოთ, რომ გრუნტის წყლოვანი ფენა ქვემოდან შემოსაზღვრულია ჰორიზონტალური წყალშეუღწევი შრით. ასეთ პირობებში



ნახ. 12.12.

გრუნტის წყლის ბუნებრივი დონე დაიკავებს $A-A$ ჰორიზონტალურ მდებარეობას.

მანძილი ამ დონიდან წყალშეუღწევ შრემდე განსაზღვრავს წყლით გაჯერებული გრუნტის სისქეს, რომელსაც წყლოვანი ფენის სიმძლავრეს უწოდებენ.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ H სიმძლავრის წყლოვან ფენაში წყალშეუღწევ შრემდე გადის ვერტიკალური ცილინდრული ჭა, რომლის კედლებიც მთელ სიმაღლეზე წყალშეღწევადია.

თუ ასეთი ჭიდან დავიწყებთ წყლის გარკვეული $Q=\text{const}$ ხარჯის ამოტუმბვას, მაშინ დონე როგორც ჭაში, ისე მის მახლობლობაში დაიწევს, რის გამოც ჭის ირგვლივ წარმოიქმნება დეპრესიული ძაბრი, რომელსაც ერთგვაროვანი გრუნტის შემთხვევაში სიმეტრიული

ფორმა ექნება; ძაბრი წარმოადგენს დეპრესიის წირის (AB) ბრუნვის ზედაპირს ჭის ვერტიკალური ღერძის გარშემო.

თუ ამოტუმბვის მუდმივი Q ხარჯი არ აღემატება იმ ხარჯს, რომელსაც იძლევა წყლოვანი ფენა, მაშინ დროის გარკვეული შუალედის შემდეგ ჭასა და დეპრესიულ ძაბრში წყლის დონე დაიკავებს დროის მიხედვით უცვლელ მდებარეობას. შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ამ მომენტიდან გრუნტის წყლის მოძრაობა დამყარებულია.

გრუნტის წყლის ნაკადის ცოცხალი კვეთები იქნება თანაღერძული, ვერტიკალური ცილინდრები—შესაბამისი r რადიუსით.

აღვნიშნოთ r_0-ით ჭის რადიუსი, ხოლო R-ით—ე. წ. ჭის მოქმედების რადიუსი, რომლის იქითაც ჭის გავლენა პრაქტიკულად არ მეღავნდება (წყლის დონე რჩება ბუნებრივ მდგომარეობაში), კოორდინატთა Oh და Or ღერძები მივმართოთ ისე, როგორც ეს 12.12 ნახაზზეა ნაჩვენები.

ჩვენი ამოცანაა ვიპოვოთ ფილტრაციის Q ხარჯი (ჭის დებიტი და დეპრესიის წირის (AB) განტოლება.

r-რადიუსიანი მერიდიანული კვეთისათვის ნაკადის სიღრმე ტოლია h-ის, ხოლო ცოცხალი კვეთის ფართობი გამოითვლება ფორმულით

$$\omega = 2\pi rh.$$

რადგანაც წყალშეუღწევი შრის ქანობი ნულის ტოლია, ამიტომ დეპრესიის წირის ქანობი (პიეზომეტრული ქანობი) ტოლი იქნება

$$i_\pi = \frac{dh}{dr}.$$

მაშინ (12.7) განტოლება, აღნიშნულის გათვალისწინებით, ასეთ სახეს მიიღებს

$$Q = 2\pi rhk\frac{dh}{dr}. \tag{12.30}$$

ცვლადთა დაცალკევებით გვექნება

$$\frac{Q}{2\pi k}\frac{dr}{r} = hdh. \tag{12.31}$$

ამ დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირებით (r-ის ცვლილების საზღვრებში— $r=r_0$-დან $r=R$-მდე) ვღებულობთ

$$\frac{Q}{2\pi k}\ln\frac{R}{r_0} = \frac{H^2-h_0^2}{2},$$

საიდანაც

$$Q = \pi k\frac{H^2-h_0^2}{\ln\dfrac{R}{r_0}}. \tag{12.32}$$

ნატურალური ლოგარითმიდან ათობითზე გადასვლით მივიღებთ

$$Q = 1{,}36\,\frac{H^2 - h_0^2}{\lg \dfrac{R}{r_0}}. \qquad (12.33)$$

ეს გამოსახულება წარმოადგენს გრუნტის წყლის ჭასთან მოდინების ხარჯის გამოსათვლელ ფორმულას.

დეპრესიის წირის განტოლებას მივიღებთ (12.31) დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირებით r-ის და h-ის ცვლილების საზღვრებში შესაბამისად r_0-დან r-ის ნებისმიერ მნიშვნელობამდე და h_0-დან r-ის შესატყვის h სიღრმემდე

$$\frac{Q}{2\pi k} \ln \frac{r}{r_0} = \frac{h^2 - h_0^2}{2}, \qquad (12.34)$$

საიდანაც ნატურალური ლოგარითმის ათობითით შეცვლის შედეგად მივიღებთ

$$h = \sqrt{h_0^2 + 0{,}73\,\frac{Q}{k} \lg \frac{r}{r_0}}. \qquad (12.35)$$

თუ ამ ფორმულაში r-ს მივცემთ სხვადასხვა მნიშვნელობას, ვიპოვით შესაბამის h სიღრმეებს, რომელთა მიხედვითაც ავაგებთ დეპრესიის AB წირს.

ხარჯის გამოსათვლელად და დეპრესიის წირის ასაგებად უნდა ვიცოდეთ ჭის მოქმედების რადიუსი (R). პრაქტიკაში მას გრუნტის გვარობის მიხედვით იღებენ 250—1000 მ-ის ტოლად ან გამოითვლიან ზიხარდის ემპირიული დამოკიდებულებით

$$R = 3000\,Z\sqrt{k}, \qquad (12.36)$$

სადაც $Z = H - h_0$ არის ჭაში წყლის დონის დაწევის სიდიდე (ამოტუმბვის სიღრმე), მ-ობით;

k — ფილტრაციის კოეფიციენტი, მ/წმ-ობით.

უფრო ზუსტად R-ის მნიშვნელობა შეიძლება დადგინდეს ჰიდროლოგიური ძიების საფუძველზე.

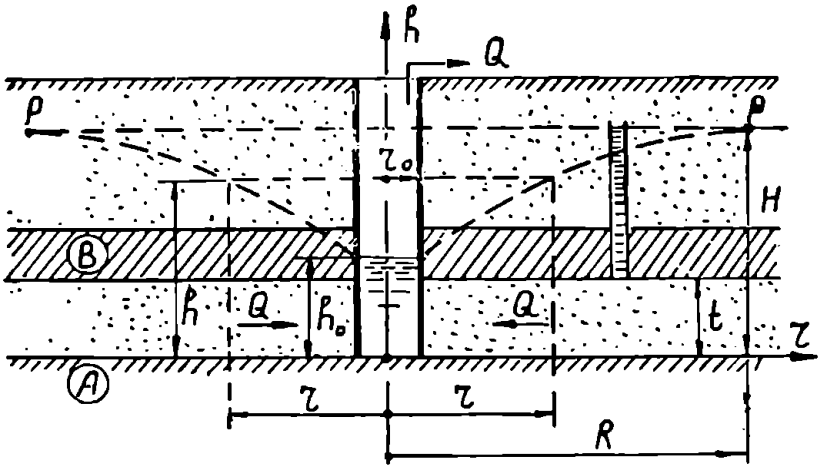
§ 12.8. ჭაშუნტის წყლის მოდინება სრულყოფილ არტეზიულ ჭასთან

არტეზიულ ჭასთან გრუნტის წყლის მოდინება ხდება წყლოვანი ფენიდან, რომელიც ზემოდანაც და ქვემოდანაც შემოსაზღვრულია გრუნტის წყალშეუღწევი A და B შრეებით (ნახ. 12.13). წყალი ასეთ ფენა-

ში იმყოფება ატმოსფერულზე მეტი წნევის ქვეშ და ატარებს არტეზიული წყლის სახელწოდებას.

თუ B შრეში ჭაბურღილს გავჭრით, გრუნტის წყალი მასში აიწევს რაიმე H სიმაღლეზე $P—P$ ჰორიზონტალურ წირამდე. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს გრუნტის წყლის ბუნებრივი დაწნევის წირს.

ჭიდან წყლის ამოტუმბვისას მის გარშემო წარმოიქმნება დეპრესიული ძაბრი, ამასთან დეპრესიის წირი მოცემულ შემთხვევაში იქნება დაწნევის და არა თავისუფალი ზედაპირის წირი. ამ წირის აგება შე-



ნახ. 12.13.

საძლებელია მხოლოდ წყლოვან ფენამდე გაჭრილი ჭაბურღილების საშუალებით.

გრუნტის წყლის ცოცხალი კვეთების სიმაღლე განსახილველ შემთხვევაში მუდმივია და ის წყლოვანი ფენის t სიმძლავრის ტოლია

$$\omega = 2\pi r t.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ პიეზომეტრული ქანობი

$$i_{\text{პ}} = \frac{dh}{dr},$$

მაშინ ფილტრაციის ძირითადი კანონი (12.7) ასეთ სახეს მიიღებს

$$Q = 2\pi r t k \frac{dh}{dr},$$

ანუ

$$\frac{Q}{2\pi k t} \frac{dr}{r} = dh. \qquad (12.37)$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრირებით r-ის და h-ის ცვლილების საზღვრებში, შესაბამისად, r_0-დან r-მდე და h_0-დან h-მდე (ნახ. 12.13) მივიღებთ

$$\frac{Q}{2\pi kt}\ln\frac{r}{r_0}=h-h_0, \tag{12.38}$$

ანუ

$$0{,}37\,\frac{Q}{kt}\lg\frac{r}{r_0}=h-h_0. \tag{12.39}$$

ამ განტოლებით შეიძლება ავაგოთ დაწნევის წირი.

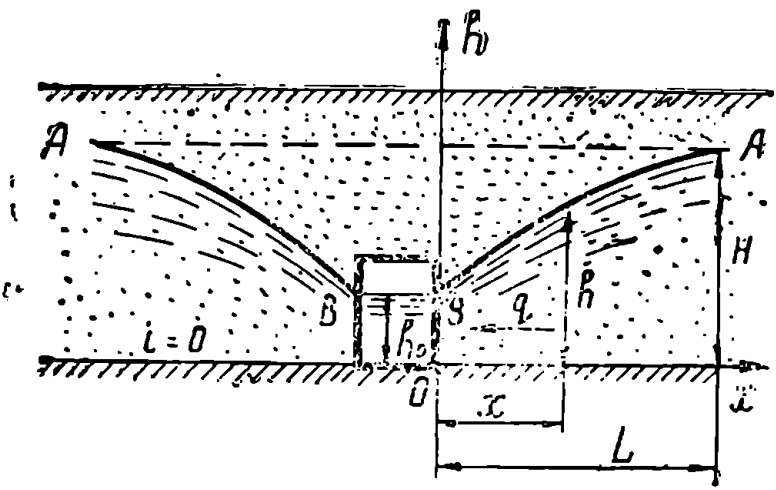
არტეზიული ჭის დებიტს გამოვთელით (12.39) განტოლებიდან, თუ დავუშვებთ, რომ $h=H$ და $r=R$,

$$Q=2{,}73kt\,\frac{H-h_0}{\lg\dfrac{R}{r_0}}, \tag{12.40}$$

სადაც R არის ჭის მოქმედების რადიუსი.

§ 12.9. გრუნტის წყლის მოძრაობა წყალსაკრებ გალერეასთან

ვიგულისხმოთ, რომ წყალსაკრები გალერეის განივი კვეთი სწორკუთხედის ფორმისაა და მისი ფსკერი პორიზონტალურ წყალშეუღწევ შრესთან არის შეთავსებული (ნახ. 12.14). გალერეის მოწყობის შემდეგ



ნახ. 12.14.

დროთა განმავლობაში გრუნტის წყლის ზედაპირი ღებულობს დეპრესიის AB წირის ფორმას. ამასთან წყალი, რომელიც გალერეაში ორი

მხრიდან (მარცხნიდან და მარჯვნიდან) შემოდის, მასში უნდა გაედინებოდეს. ამიტომ გალერეას აძლევენ გარკვეულ გრძივ ქანობს.

აღვნიშნოთ q-თი გრუნტის წყლის ცალმხრივი მოდინება (ვთქვათ, მარჯვენა მხრიდან) გალერეის სიგრძის ერთეულზე (განიხილება ბრტყელი ამოცანა). კოორდინატთა ღერძები მივმართოთ ისე, როგორც ეს 12.14 ნახაზზეა ნაჩვენები. მაშინ წყალსაკრებ გალერეასთან მოდინებული q კუთრი ხარჯის გამოსათვლელად შეიძლება ვისარგებლოთ (12.26) განტოლებით, რომელსაც მოცემული შემთხვევისათვის ასეთი სახე ექნება:

$$\frac{q}{k}x=\frac{h^2-h_0^2}{2}, \tag{12.41}$$

სადაც h_0 არის წყლის სიღრმე გალერეაში;

h — სიღრმე ფილტრაციული ნაკადის ნებისმიერ კვეთში, რომელიც გალერეადან x მანძილითაა დაცილებული.

(12.41) გამოსახულებიდან ადვილად მივიღებთ დეპრესიის წირის განტოლებას

$$h=\sqrt{2\frac{q}{k}x+h_0^2} \tag{12.42}$$

თუ ამ განტოლებაში x-ს მივცემთ სხვადასხვა მნიშვნელობას, ვიპოვით შესაბამის h სიღრმეებს, რომელთა მიხედვითაც ავაგებთ დეპრესიის AB წირს.

ხარჯის გამოსათვლელად ვიგულისხმოთ, რომ $h=H$-ს და $x=L$-ს, მაშინ (12.41) გამოსახულებიდან გვექნება

$$q=k\frac{H^2-h_0^2}{2L}, \tag{12.43}$$

სადაც L არის ე. წ. გალერეის გაელენის სიგრძე, ე. ი. ის მანძილი, რომელზედაც ერცელდება გალერეის დამშრობი მოქმედება.

L სიგრძე გარკვეული მიახლოებით შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

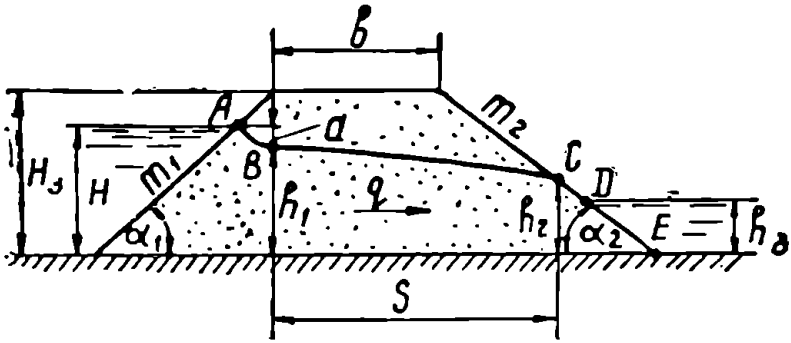
$$L=\frac{H-h_0}{I_{საშ}}, \tag{12.44}$$

სადაც $I_{საშ}$ არის დეპრესიის წირის საშუალო ქანობი, რომელიც დამოკიდებულია გრუნტის გვარობაზე. იგი იცვლება 0,15-დან (თიხისათვის) 0,003-მდე (მსხვილი ქვიშისათვის).

§ 12.10. ფილტრაცია მიწის კაშხლებში

1. **ფილტრაცია ერთგვაროვან მიწის კაშხალში (წყალშეუღწევი ფუძით).** კაშხალს უწოდებენ ერთგვაროვანს, თუ ის ერთგვაროვანი გრუნტითაა ნაგები და, მაშასადამე, ხასიათდება ფილტრაციის მუდმივი k კოეფიციენტით.

წყალსაცავში წყლის წნევა ზედა ფერდოს პერპენდიკულარულად არის მიმართული, ამიტომ ფილტრაციული ნაკადი კაშხლის ტანში ასე-



ნახ. 12.15

ვე მართი კუთხით შედის. შემდეგ მისი დენის წირები და ზედაპირი AB უბანზე ჩაზნექილი მრუდი წირის სახეს ღებულობს (ნახ. 12.15). BC უბანზე დეპრესიის წირს წყალსაკრებ გალერეასთან მოდინებული ფილტრაციული ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის მსგავსი ამოზნექილი ფორმა აქვს და მათემატიკურად გამოისახება დიუპუის (12.26) განტოლებით. C წერტილის შემდეგ ფილტრაციული ნაკადი გამოდის გამოსოლვის CD უბანზე, ხოლო ნაწილი—ფერდოს შემოტბორილ DE უბანზე. კერძო შემთხვევაში, როცა ქვედა ბიეფში წყლის დონე ნულის ტოლია ($h_3=0$), გამოსოლვის უბანი იქნება მთლიანად CE მონაკვეთი. კაშხლის ტანში გამავალი ფილტრაციული ნაკადის დენის წირებიდან ყველაზე ზემოთ მდებარე ABC წირი წარმოადგენს დეპრესიის წირს.

აღნიშნულიდან ჩანს, რომ მიწის კაშხლის სხვადასხვა უბანზე ფილტრაციული ნაკადი ხასიათდება სხვადასხვა თავისებურებით.

მიწის კაშხლებში ფილტრაციის გაანგარიშების მრავალი მიახლოებითი მეთოდი არსებობს. ჩვენ ქვემოთ განვიხილავთ ნ. პავლოვსკის მეთოდს, რომელიც ეყრდნობა ფილტრაციული ნაკადის AB, BC და CE უბნების შესაბამის სოლებად დაყოფას.

გამოვარკვიოთ წყლის ფილტრაციის თავისებურებანი თითოეულ სოლში.

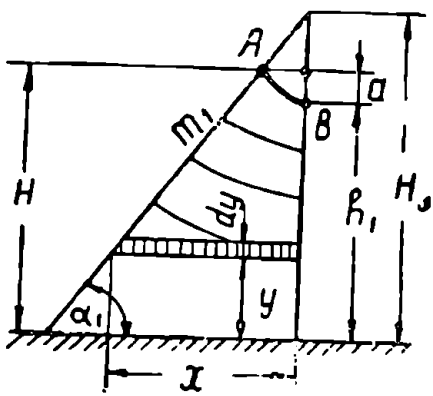
ზედა სოლი. იგი შემოსაზღვრულია კაშხლის ზედა ფერდოთი

და იმ B წერტილში გამავალი ვერტიკალური სიბრტყით, რომელშიც ხდება დეპრესიის წირის ჩაზნექილი და ამოზნექილი უბნების შეუღლება. იგულისხმება აგრეთვე, რომ B წერტილი ძევს კაშხლის კიდეზე გამავალ ვერტიკალზე (ნახ. 12.16).

ზედა ფერდოზე A წერტილის მდებარეობა განისაზღვრება H დაწნევით, ხოლო B წერტილის—h_1 ორდინატით. მაშინ დაწნევის დანაკარგი AB უბნისათვის იქნება:

$$a = H - h_1. \tag{12.45}$$

ჩავთვალოთ, რომ a სიდიდე მუდმივია ზედა სოლში გამავალი ფილტრაციული ნაკადის ყველა სხვა დენის წირისათვისაც (12.16 ნახაზზე დენის წირები ნაჩვენებია მრუდი წირების სახით). ამ უკანასკნელთ აქვთ სხვადასხვა სიგრძე და იმდენად გრძელია, რამდენადაც ქვემოთ მდებარეობს. ამოცანის გამარტივების მიზნით მრუდწირულ დენის წირებს ცვლიან ჰორიზონტალური წრფეებით. ცხადია, ეს არ არის მართებული, რადგანაც, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ფილტრაციული ნაკადი კაშხლის ტანში მართი კუთხით შედის. მიუხედავად ამისა, აღმოჩნდა, რომ ასეთი დაშვება საბოლოო შედეგზე დიდ გავლენას არ ახდენს, რადგანაც მიწის კაშხლები, ჩვეულებრივ, იგება ჰორიზონტალური ფენების დატკეპნით, რის გამოც ჰიდრავლიკური წინაღობების სიდიდე მრუდწირულ გზაზე უახლოვდება წინაღობების სიდიდეს უფრო გრძელ ჰორიზონტალურ გზაზე. მაშინ ასეთი ჰორიზონტალური წირის (12.16 ნახაზზე ის დაშტრიხულია) შემომფარგვლელი dy სისქის ელემენტარული ჭავლის სიგრძე შეიძლება განესაზღვროთ ფორმულით



ნახ. 12.16.

$$x = m_1 (H_3 - y), \tag{12.46}$$

სადაც $m_1 = \operatorname{ctg} \alpha_1$ არის ზედა ფერდოს კოეფიციენტი;

H_3 — კაშხლის სიმაღლე;

y — განსახილველი ჭავლის დაცილება კაშხლის ფუძიდან.

აღნიშნულის გათვალისწინებით პიეზომეტრული ქანობი იქნება

$$i_3 = \frac{a}{x} = \frac{a}{m_1 (H_3 - y)}. \tag{12.47}$$

კაშხლის ერთეული სიგანისათვის ელემენტარული ჭაელის ფართობი

$$d\omega = dy \cdot 1 = dy. \tag{12.48}$$

მაშინ (12.7) განტოლებიდან მივიღებთ

$$dq = \frac{ka}{m_1} \frac{dy}{H_3 - y}. \tag{12.49}$$

ამ განტოლების ინტეგრირებით y-ის ცვლილების საზღვრებში ($y = h_1$-დან $y = 0$-მდე) მივიღებთ

$$q = \frac{ka}{m_1} \int_{h_1}^{0} \frac{dh}{H_3 - y} = \frac{ka}{m_1} \ln \frac{H_3}{H_3 - h_1}, \tag{12.50}$$

ანუ

$$q = 2{,}3k \frac{H - h_1}{m_1} \lg \frac{H_3}{H_3 - h_1}. \tag{12.51}$$

შუა სოლი. ამ უბანზე (ნახ. 12.15) მყარდება არათანაბარი მდორედ ცვალებადი მოძრაობა, რომელიც ხასიათდება (12.26) განტოლებით

$$q = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2S}, \tag{12.52}$$

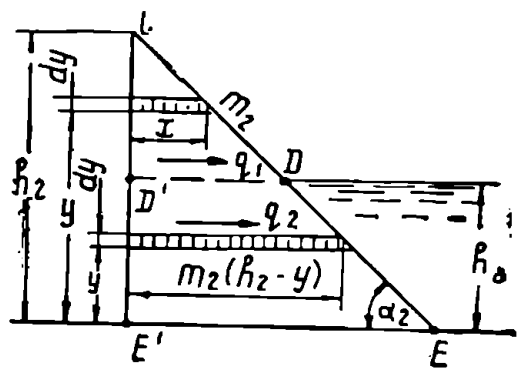
სადაც S არის შუა სოლის სიგრძე, ე. ი. მანძილი B და C წერტილებზე გატარებულ ცოცხალ კვეთებს შორის. იგი განისაზღვრება ფორმულით

$$S = b + m_2 (H_3 - h_2). \tag{12.53}$$

აქ b არის კაშხლის თხემის სიგანე; $m_2 = \operatorname{ctg} \alpha_2$ — ქვედა ფერდოს კოეფიციენტი; h_2 — სიღრმე C წერტილზე გამავალ კვეთში.

დეპრესიის წირის განტოლებას ასეთი სახე აქვს

$$\frac{2q}{k} x = h_1^2 - y^2. \tag{12.54}$$



ნახ. 12.17.

ქვედა სოლი. ამ უბნისათვის ქვედა სოლს ვყოფთ ორ ზონად: ზედა CDD' სამკუთხედად, რომლიდანაც q_1 ფილტრაციული ხარჯი გამოდის ატმოსფეროში ქვედა ფერდოს CD გამოსოლვის უბნის გაყოლით, და ქვედა $D'DEE'$ ტრაპეციად, რომლიდანაც q_2 ფილტრაციული ხარჯი DE გამოსოლვის უბნიდან გამოედინება ქვედა ბიეფის დონის ქვეშ (ნახ. 12.17). შეენიშნავთ, რომ

ფილტრაციული ჰაელების მიმართულება აქაც, ისევე როგორც ზედა სოლში, იგულისხმება ჰორიზონტალური.

ქვედა სოლის ჯამური ფილტრაციული ხარჯი იქნება

$$q=q_1+q_2. \tag{12.55}$$

განვსაზღვროთ q_1 და q_2. CDD' ზონისათვის პიეზომეტრული ქანობი გამოითვლება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$i_3=\frac{h_2-y}{x}=\frac{h_2-y}{m_2(h_2-y)}=\frac{1}{m_2}, \tag{11.56}$$

სადაც y არის მანძილი საანგარიშო ჰაელიდან კაშხლის ფუძემდე.

(12.7) და (12.48) გამოსახულებების გათვალისწინებით ჰაელის ხარჯი იქნება

$$dq_1=kdy\frac{1}{m_2}, \tag{12.57}$$

ხოლო მთლიანად ზედა CDD' ზონის ხარჯი —

$$q_1=\frac{k}{m_2}(h_2-h_3). \tag{12.58}$$

ქვედა ტრაპეციული ზონისათვის დაწნევის დანაკარგები გამოითვლება (h_2-h_3) სხვაობით, ხოლო პიეზომეტრული ქანობი — შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$i_3=\frac{h_2-h_3}{m_2(h_2-y)}. \tag{12.59}$$

ელემენტარული ჰაელის ხარჯი $dq_2=kdyi_3$. თუ გავითვალისწინებთ (12.59) გამოსახულებას, ინტეგრირებით მივიღებთ

$$q_2=\frac{k(h_2-h_3)}{m_2}\int_{h_0}^{0}\frac{dy}{h_2-y}=\frac{2{,}3k(h_2-h_3)}{m_2}\lg\frac{h_2}{h_2-h_3}. \tag{12.60}$$

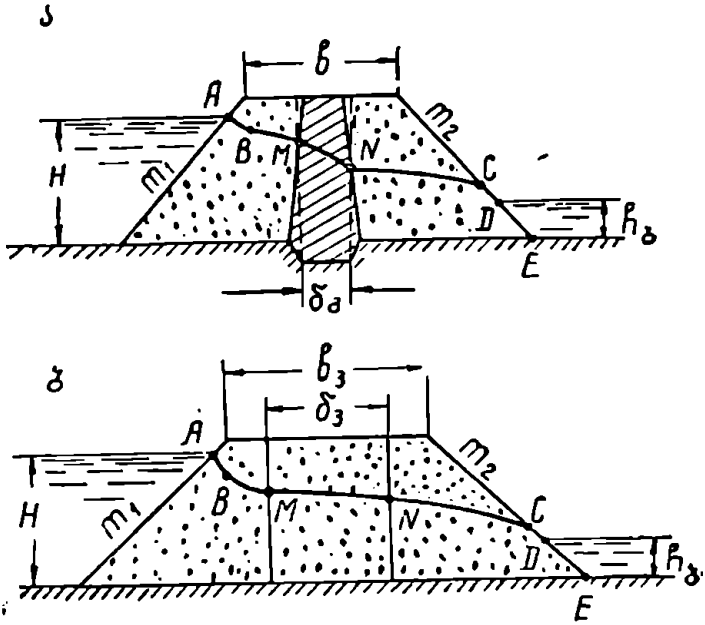
ქვედა სოლისათვის ჯამური ხარჯის მნიშვნელობა იქნება

$$q=k\frac{h_2-h_3}{m_2}\left(1+2{,}3\lg\frac{h_2}{h_2-h_3}\right). \tag{12.61}$$

შევნიშნავთ, რომ სამივე განხილულ სოლში ერთი და იგივე q ხარჯი გაედინება, ამიტომ მიწის კაშხლებში ფილტრაციის ამოცანის გადაწყვეტისას გვექნება ოთხი უცნობი სიდიდე q, h_1, h_2 და S, რომლებიც განისაზღვრებიან (12.51), (12.52), (12-53) და (12.61) განტოლებების ერთობლიობით.

2. გულის მქონე მიწის კაშხალში ფილტრაციის გაანგარიშების თავისებურებანი. მიწის კაშხალში (წყალშეუღწევი ფუძით) ფილტრაციის შესამცირებლად ხშირად აწყობენ გულს (ნახ. 12. 18, ა) ნაკლებად წყალშეღწევადი გრუნტებისაგან (მაგალითად, თიხის გულს). გულის მასალის ფილტრაციის კოეფიციენტი ($k_გ$), ჩვეულებრივ, რამდენიმეჯერ ნაკლებია კაშხლის გრუნტის ფილტრაციის კოეფიციენტზე (k).

გულის მქონე მიწის კაშხლის ფილტრაციის ამოცანის ამოხსნა მნიშვნელოვნად მარტივდება ნ. პაველოვსკის მიერ შემოღებული „ფილ-



ნახ. 12.18.

ტრაციის ვირტუალური სიგრძის“ ცნების გამოყენებით. ამ შემთხვევაში დეპრესიის მრუდის ასაგებად და ფილტრაციული ხარჯის გამოსათვლელად კაშხლის გულის გრუნტს პირობითად ცვლიან კაშხლის გრუნტის სიგანის სწორკუთხა მასივით, რომელშიც დაწნევის დანაკარგები ისეთივეა, როგორც გულში (ნახ, 12.18, ბ) ჰიდრავლიკური თვალსაზრისით გულის ეკვივალენტური მასივის სისქეს ნ. პაველოვსკიმ უწოდა გ უ ლ ი ს ვ ი რ ტ უ ა ლ უ რ ი ს ი ს ქ ე ($\delta_ვ$). ეს უკანასკნელი გამოითვლება ფორმულით:

$$\delta_ვ = \frac{k}{k_გ}\,\delta_გ, \qquad (12.62)$$

სადაც k და k_0 არის, შესაბამისად, კაშხლის ტანისა და გულის გრუნტების ფილტრაციის კოეფიციენტები;

δ_0 — გულის საშუალო სისქე.

ამგვარად, გულის მქონე მიწის კაშხალში ფილტრაციის გაანგარიშების ამოცანა დადის ისეთი ერთგვაროვანი მიწის კაშხლის გაანგარიშებაზე, რომლის ფერდოების კოეფიციენტები იგივეა, მაგრამ პროფილი რამდენადმე გაფართოებულია. კაშხლის თხემის სიგანე ამ დროს გამოითვლება ფორმულით

$$b_3 = b + \delta_0 \left(\frac{k}{k_0} - 1 \right), \tag{12.63}$$

სადაც b არის კაშხლის თხემის ნამდვილი სიგანე.

ავაგებთ რა დეპრესიის წირს ერთგვაროვანი კაშხლის ახალი პროფილისათვის (ნახ. 12.18, ბ), ვირტუალურ სისქეს ხელახლა ვცვლით გულის ნამდვილი სისქით, რის შედეგადაც ვღებულობთ გულის მქონე მიწის კაშხლის ნამდვილ დეპრესიის წირს. პრაქტიკულად ეს ასე სრულდება: უკუვაგდებთ დეპრესიის წირის MN უბანს და კაშხლის ზედა და ქვედა ნაწილებს მივუახლოვებთ δ_0 მანძილზე. წირის ABM და NC უბნებს, აგრეთვე მიღებულ ფილტრაციულ ხარჯს უცვლელად ვტოვებთ (ნახ. 12.18, ა).

თავი მეცამეტე

ფილტრაციის ჰიდრომეძანიკური თეორიის საფუძვლები

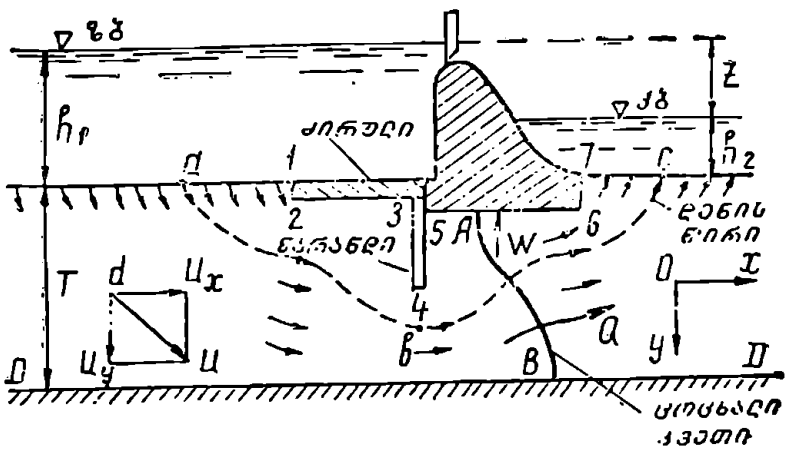
§ 13.1. ზოგადი ცნობები

ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ გრუნტის წყლის ლამინარულ, დამყარებულ, დაწნეხითს, არათანაბარ მკვეთრად ცვალებად მოძრაობას. ასეთი მოძრაობის მაგალითია ფილტრაცია ბეტონის კაშხლების ფუძის გრუნტში, თუ ეს უკანასკნელი არაკლდოვანია. 13.1 ნახაზზე მოცემულია კაშხლის განივი კვეთი, რომელზედაც ნაჩვენებია წყალშეუღწევი DD შრის მდებარეობა და ქვემოდან ნაგებობის წყალშეუღწევი ნაწილის შემომფარგვლელი 1—2—3—4—5—6—7 წირის მოხაზულობა. ამ წირს ნაგებობის მიწისქვეშა კონტურს უწოდებენ.

ფილტრაცია ნაგებობის ფუძეში გამოწვეულია ზედა და ქვედა ბიეფებში წყლის დონეთა ნიშნულებს შორის Z სხვაობით, რომელსაც უწოდებენ დაწნევას ნაგებობაზე. მისი მოქმედებით წყალი ზედა ბიეფის ფსკერის გავლით მოძრაობს ნაგებობის ფუძეში და ამოდის ქვედა ბიეფში (გრუნტის წყლის მოძრაობის გზა ნახაზზე ნაჩვენებია ის-

რებით). მაშასადამე, ასეთ შემთხვევაში გვექნება დაწნევითი ფილტრაციული ნაკადი, რომელიც ზემოდან შემოსაზღვრულია 1—2—...—7 წყალშეუღწევი ზედაპირით, ხოლო ქვემოდან—$D-D$ წყალშეუღწევი შრით. ასეთი ნაკადის დენის წირები (მაგალითად, $a-b-c$ წირი) და მათი ორთოგონალური ცოცხალი კვეთები მრუდწირულია. ამის გამო ფილტრაციული ნაკადის მოძრაობა მოცემულ პირობებში მკვეთრად ცვალებადია, რაც უკვე აღარ იძლევა v საშუალო სიჩქარის ცნების გამოყენების შესაძლებლობას.

ფილტრაცია ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა არაკლდოვან ფუძეში იწვევს უკუწნევას მათ მიწისქვეშა კონტურზე, რის შედეგადაც მცირ-



ნახ. 13.1.

დება ნაგებობათა მდგრადობა. ფილტრაციის დიდი სიჩქარეებისას მოსალოდნელია აგრეთვე გრუნტის ნაწილაკების გამორეცხვა (ე. წ. გრუნტის სუფოზია) ნაგებობების ქვეშ, რაც ამცირებს გრუნტის ზიდვის უნარს. ძნიშნელოვანი ფილტრაცია განაპირობებს წყალსაცავიდან წყლის კარგვასაც.

ფილტრაციის სიჩქარის და, მაშასადამე, ფილტრაციული ნაკადის ხარჯის შესამცირებლად საჭიროა ფილტრაციის გზის დაგრძელება. სწორედ ამ მიზნით წყალშეუღწევი მასალისაგან კაშხლის ქვეშ ხშირად აწყობენ ნარანდს, ხოლო კაშხლის წინ—ძირულს.

აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა ფუძეში ფილტრაციის გაანგარიშება გულისხმობს გრუნტის წყლის ნაკადის სიჩქარის, ხარჯისა და მიწისქვეშა კონტურზე უკუწნევის მნიშვნელობათა დადგენას. ამ ამოცანების გადასაწყვეტად წმინდა ჰიდრავლიკური მეთოდების გამოყენება საკმარისი არ არის,

რის გამოც მივმართავთ შედარებით ზუსტ მათემატიკურ აპარატზე დამყარებული ჰიდრომექანიკური თეორიის მეთოდებს.

ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა ფუძეში ფილტრაციის ამოცანის კომპლექსური ამოხსნა პირველად მიღებულ იქნა ნ. პავლოვსკის მიერ თეორიული ჰიდრომექანიკის მეთოდების გამოყენების საფუძველზე.

§ 13.2. გრუნტის წყლის მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლებები

განვიხილოთ ფილტრაციული ნაკადის ლამინარული მკვეთრად ცვალებადი მოძრაობა კაშხლის ფუძის იზოტროპიულ ერთგვაროვან გრუნტში ($k=\text{const}$). ხ. პავლოვსკიმ უჩვენა, რომ ასეთი მოძრაობა შეიძლება ჩაითვალოთ პოტენციურად, რომელსაც აქვს შესაბამისი პოტენციური ფუნქცია.

ფუძის სხვადასხვა წერტილში ფილტრაციის u სიჩქარე ზოგად შემთხვევაში სხვადასხვაა როგორც მოდულით, ისე მიმართულებით. მაშასადამე, ნაგებობის ფუძე ხასიათდება სხვადასხვა სიდიდისა და მიმართულების სიჩქარეთა ველით. ასევე განსხვავებული იქნება p ჰიდრომექანიკური წნევის მნიშვნელობები ფილტრაციული ნაკადის განსხვავებულ წერტილებში.

ამგვარად, ბრტყელი ამოცანის შემთხვევაში გვექნება გრუნტის წყლის ნაკადის წერტილის მდებარეობის კოორდინატებზე დამოკიდებული სამი უცნობი სიდიდე

$$u_x=f_1(x,\ y);\quad u_y=f_2(x,\ y);\quad p=f_3(x,\ y), \tag{13.1}$$

სადაც u_x და u_y არის ნაკადის განსახილველ წერტილში ფილტრაციის სიჩქარის კომპონენტები.

აღვნიშნოთ დაწნევა ნებისმიერ d წერტილში (ნახ. 13.1) H-ით. მაშინ პიეზომეტრული ქანობი ამ წერტილში $i_3=-\dfrac{dH}{dl}$ სიდიდის ტოლი იქნება, ხოლო მისი შემდგენები Ox და Oy ღერძებზე ასეთ სახეს მიიღებს:

$$i_{3x}=-\frac{\partial H}{\partial x};\quad i_{3y}=-\frac{\partial H}{\partial y}. \tag{13.2}$$

რადგანაც ჩვენ განვიხილავთ ფილტრაციული ნაკადის ლამინარულ მოძრაობას, ამიტომ მისთვის მართებულია დარსის კანონი, რომელიც მოცემულ შემთხვევაში ასე ჩაიწერება:

$$u=ki_3. \tag{13.3}$$

(13.2) და (13.3) გამოსახულებათა გათვალისწინებით ნებისმიერ

წერტილში ფილტრაციის სიჩქარის კომპონენტების გამოსათვლელად გვექნება შემდეგი დამოკიდებულებები:

$$u_x = k\, i_{\Im x}; \quad u_y = k\, i_{\Im y}. \tag{13.4}$$

ანუ

$$\left.\begin{aligned} u_x &= -k\,\frac{\partial H}{\partial x}; \\ u_y &= -k\,\frac{\partial H}{\partial y}. \end{aligned}\right\} \tag{13.5}$$

ამ სისტემაში სამი უცნობი u_x, u_y, $H(p)$ წნედის, ამიტომ მათ სანოვნელად საჭიროა მესამე განტოლებაც. ასეთად მიიღება სითხის უწყვეტობის დიფერენციალური განტოლება (§ 3.10)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \tag{13.6}$$

(13.5) განტოლებებს გრუნტის წყლის მოძრაობის ძირითად დიფერენციალურ განტოლებებს (ნ. ჟუკოვსკის განტოლებებს) უწოდებენ. ისინი დაედო საფუძვლად ნ. პავლოვსკის მიერ ამოცანის ჰიდრომექანიკურ ამოხსნას.

§ 13.3. სადაწნეო ფუნქცია. სიჩქარის პოტენციალი. ლაპლასის განტოლება. სასაზღვრო პირობები

შეეთანხმდეთ, რომ ვერტიკალური ღერძი, რომელიც ქვემოთ არის მიმართული, აღვნიშნოთ y-ით (ნახ. 13.1), ხოლო ზემოთ მიმართული ვერტიკალური ღერძი—z-ით. მაშინ H დაწნევა შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$H = -y + \frac{p}{\gamma} = z + \frac{p}{\gamma}. \tag{13.7}$$

ზოგად შემთხვევაში H დაწნევა ფილტრაციული ნაკადის სხვადასხვა წერტილში სხვადასხვაა და ის x და y კოორდინატების ფუნქციას წარმოადგენს:

$$H = H(x, y). \tag{13.8}$$

H სიდიდეს სადაწნეო ფუნქციას უწოდებენ.
(3.14) და (13.5) გამოსახულებების შედარებიდან ჩანს, რომ

$$\varphi = -kH, \tag{13.9}$$

სადაც φ არის სიჩქარის პოტენციალი და აგრეთვე კოორდინატების ფუნქციაა

$$\varphi = \varphi(x, y). \tag{13.10}$$

გრუნტის წყლის ლამინარული მოძრაობა პოტენციური (არაგრიგალური) მოძრაობაა სიჩქარის φ პოტენციალით (იხ. § 3.9). რადგანაც φ-სა და H-ს შორის არსებობს (13.9) ფორმულით მოცემული თანაფარდობა, ცხადია, φ-ის ტოლ მნიშვნელობათა შესაბამისი წირები (ეკვიპოტენციალები) ერთდროულად თანაბარი დაწნევის წირებიც იქნება. (3.14) და (13.9) გამოსახულებებიდან ჩანს, რომ ფილტრაციული ნაკადის დინების მიმართულებით φ სიდიდე უნდა გაიზარდოს, ხოლო H— შემცირდეს. ადვილად შეიძლება დავრწმუნდეთ იმაშიც, რომ ეკვიპოტენციალები ($\varphi = \text{const}$), ანუ თანაბარი დაწნევის წირები ($H = \text{const}$), ამავე დროს ფილტრაციული ნაკადის ცოცხალი კვეთებიცაა (იხ. მაგალითად, AB წირი 13.1 ნახაზზე).

გრუნტის წყლის მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლებები და სითხის უწყვეტობის განტოლება (13.9) დამოკიდებულების გათვალისწინებით შეიძლება ასეთი სახით ჩავწეროთ:

$$\left.\begin{aligned} u_x &= -k\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x};\\ u_y &= -k\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial y};\\ \frac{\partial u_x}{\partial x} &+ \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{13.11}$$

ფილტრაციული ნაკადის მკვეთრად ცვალებადი მოძრაობისას ამოცანის გადაწყვეტა გულისხმობს კერძო წარმოებულებში მოცემულ (13.11) განტოლებათა სისტემის ამოხსნას.

ეს სამი განტოლება შეიძლება დავიყვანოთ მეორე რიგის ერთ დიფერენციალურ განტოლებაზე. ამ მიზნით გავადიფერენციალოთ (13.11) სისტემის პირველი ორი განტოლება, შესაბამისად, x-ით და y-ით. მივიღებთ

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = -k\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}; \tag{13.12}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial y} = -k\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}. \tag{13.13}$$

შევიტანოთ $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ და $\frac{\partial u_y}{\partial y}$-ის ეს მნიშვნელობები (13.11) სისტემის მესამე განტოლებაში და მიღებული გამოსახულება შევკვეცოთ k-ზე. გვექნება

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0. \tag{13.14}$$

მიღებული გამოსახულება ახასიათებს H დაწნევისა და კოორდინატების ურთიერთდამოკიდებულებას დიფერენციალური ფორმით.

(13.14) სახის განტოლებას, როგორც გვახსოვს (§§ 3.9; 3.10), ლაპლასის განტოლება ეწოდება და, მაშასადამე, $H(x, y)$ ფუნქცია ჰარმონიული ფუნქციაა.

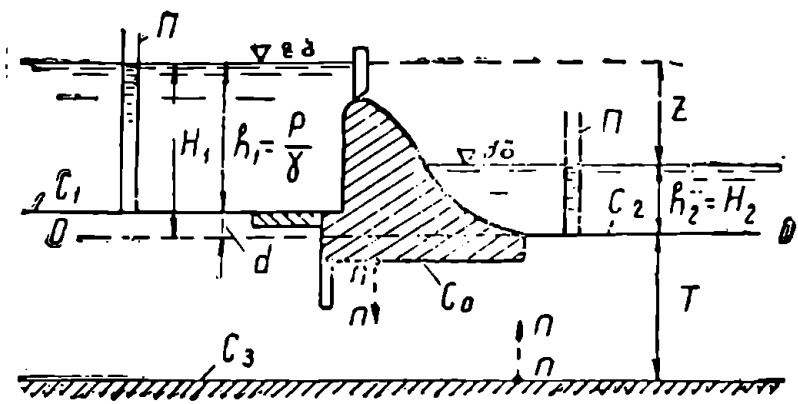
(13.11) სისტემიდან ადვილად მიიღება, რომ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \qquad (13.15)$$

ე. ი. $\varphi(x, y)$ სიჩქარის პოტენციალი ასევე ჰარმონიული ფუნქციაა.

მკვეთრად ცვალებადი ფილტრაციული მოძრაობის ამოცანის მათემატიკური ამოხსნა ნიშნავს, ვიპოვოთ ისეთი $H(x, y)$ ან $\varphi(x, y)$ ფუნქცია, რომელიც დააკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას და აგრეთვე გარკვეულ სასაზღვრო პირობებს.

ქვედა ბიეფის ფსკერის დონეზე გავატაროთ $O—O$ საფარდი სიბრტყე (ნახ. 13.2). კოორდინატთა ღერძები მივმართოთ ისე, როგორც ეს



ნახ. 13.2.

13.1 ნახაზზე იყო ნაჩვენები. ზედა ბიეფის ფსკერიდან საფარდ სიბრტყემდე მანძილი აღვნიშნოთ d-თი.

ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ $H(x, y)$ სადაწნეო ფუნქცია ჰარმონიული ფუნქციაა, ე. ი. ის ფილტრაციის არის (ზონის) ყოველი წერტილისათვის აკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას. ახლა გამოვარკვიოთ რა დამატებით პირობებს უნდა აკმაყოფილებდეს ეს ფუნქცია ფილტრაციის არის საზღვრებზე, რომლებიც 13.2 ნახაზზე ასეა აღნიშნული:

C_1 არის ზედა ბიეფის ფსკერის წირი; C_2 — ქვედა ბიეფის ფსკე-

რის წირი; C_3 — წყალშეუღწევი შრის ზედაპირი (ზოგჯერ T სიდიდის მნიშვნელობა, რომელიც წყალშეუღწევი შრის მდებარეობას განსაზღვრავს, სიანგარიშო სქემაში მიიღება $T=\infty$. ცხადია, ამ დროს C_3 საზღვარი არ არსებობს); C_0 — ნაგებობის მიწისქვეშა კონტური.

C_1 წირი ფილტრაციული ნაკადის შესასვლელი ცოცხალი კვეთია, რომლის ყოველ წერტილში დაწნევა ერთი და იგივეა

$$H=H_1=h_1+d=\text{const}, \tag{13.16}$$

სადაც h_1 არის სიღრმე ზედა ბიეფში.

მაშასადამე, C_1 წირი თანაბარი დაწნევის წირია.

C_2 წირი ფილტრაციული ნაკადის გამოსასვლელი ცოცხალი კვეთია, რომლის ყოველ წერტილში დაწნევა ასევე ერთნაირია

$$H=H_2=h_2=\text{const}. \tag{13.17}$$

C_3 და C_0 წარმოადგენს სასაზღვრო დენის წირებს, რადგანაც ფილტრაციული ნაკადი გარსშემოედინება როგორც წყალშეუღწევ ზედაპირს, ისე ნაგებობის მიწისქვეშა კონტურს. მაშასადამე, ფილტრაციის სიჩქარეს ამ წირების ყოველ წერტილში წირებისადმი გავლებული მხების მიმართულება აქვს და მისი გეგმილი $n-n$ ნორმალზე ნულის ტოლია, $u_n=0$. ამიტომ

$$\frac{\partial H}{\partial n}=0. \tag{13.18}$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ თანაბარი დაწნევის წირები C_3 და C_0-ის მართობულია.

§ 13.4. ზოგადი მითითებები ფილტრაციის ამოცანის ზუსტი ჰიდრომეძანიკური გადაწყვეტის შესახებ

როგორც აღვნიშნეთ, მკვეთრად ცვალებადი ფილტრაციული მოძრაობის ამოცანის მათემატიკური ამოხსნა ნიშნავს ისეთი $H(x, y)$ ან $\varphi(x, y)$ ფუნქციის მოძებნას, რომელიც დააკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას და აგრეთვე შესაბამის სასაზღვრო პირობებს. აღნიშნული ფუნქციით ადვილად ვიპოვით დენის $\psi(x, y)$ ფუნქციასაც. $\varphi(x, y)$ და $\psi(x, y)$ ფუნქციების საშუალებით ჩვენ შეგვიძლია, ავაგოთ ჰიდროდინამიკური ბადე, რომლის მიხედვითაც წყდება სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანა (იხ. § 3.10).

ძირითადი და ყველაზე რთული საკითხი აქ მაინც ლაპლასის განტოლების ამოხსნაა, რომელიც მიწისქვეშა კონტურის სხვადასხვა სქემისათვის მოითხოვს ისეთი სპეციალური ძათემატიკური მეთოდების გამოყენებას, როგორიცაა კომპლექსური ცვლადის ფუნქციის მეთოდები და, კერძოდ, კონფორმული ასახვის მეთოდი. შევნიშნავთ, რომ ნ. პავლოვ-

სკის მიერ ფილტრაციის მათემატიკური თეორიის მეთოდით მიღებული საანგარიშო დამოკიდებულებანი იმდენად რთული აღმოჩნდა, რომ პრაქტიკაში მათი გამოყენება შეუძლებელია. თუმცა ფილტრაციის მათემატიკური თეორია მკვლევარებში დიდ შეცნიერულ ინტერესს იწვევს. ამ თეორიის ბაზაზე დამუშავდა გაანგარიშების მიახლოებითი თეორიული და ექსპერიმენტული მეთოდები, რომელთაც პრაქტიკაში ფართო გამოყენება ჰპოვეს.

აღნიშნულის გამო ჰიდროდინამიკური ბადის აგებისას სარგებლობენ ექსპერიმენტული ან გრაფიკული მეთოდით, რომლის მიხედვითაც დენის წირებს და თანაბარი დაწნევის წირებს ჯერ ატარებენ თვალზომით, ხოლო შემდეგ აზუსტებენ მათ მდებარეობას ისეთნაირად, რომ მიღონ ფ და ψ წიოებით შექმნილი კვადრატული ორთოგონალური ბადე.

ბოლო ხანებში ლიტერატურაში გამოჩნდა სხვადასხვა მიახლოებითი მეთოდი, რომლებიც საშუალებას იძლევიან გადავწყვიტოთ ძირითადი პრაქტიკული ამოცანები ჰიდროდინამიკური ბადის აუგებლად. ამ მეთოდებს საფუძვლად უდევს ნ. პაელოვსკის მიერ დამუშავებული ფილტრაციის ჰიდრომექანიკური თეორია.

§ 13.5. ჰიდროდინამიკური ბადე ჰიდროტექნიკური ნაგებობის შემთხვევაში

მაგალითისათვის განვიხილოთ ჰიდროდინამიკური ბადე ერთნარანდიანი ფლუტბეტის შემთხვევაში (ნახ. 13.3). უნდა შევნიშნოთ შემდეგი:

1) გაანგარიშების დაწყებამდე წინასწარ ყოველთვის ცნობილია დენის C_0 და C_3 წირები, ისევე როგორც C_1 და C_2 თანაბარი დაწნევის წირები;

2) თანაბარი დაწნევისა და დენის წირები ურთიერთმართობულია, ამიტომ:

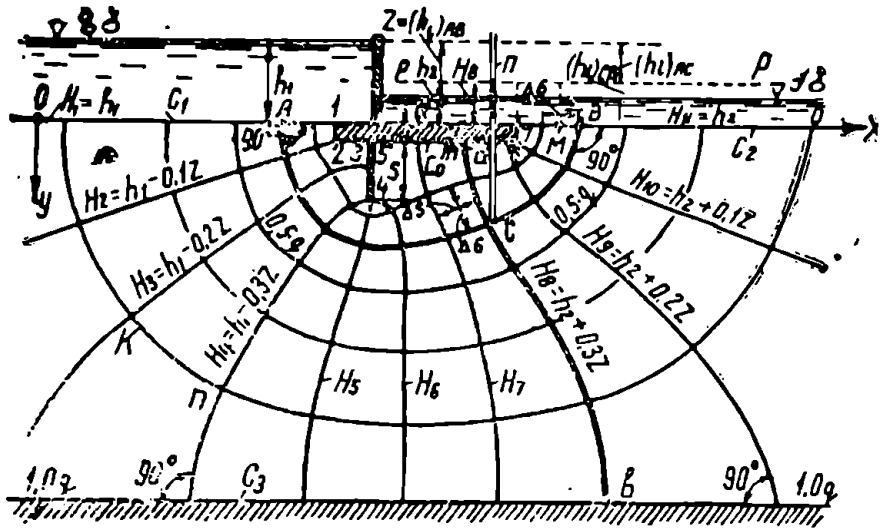
ა) თანაბარი დაწნევის წირები მართობული უნდა იყოს როგორც ნაგებობის მიწისქვეშა კონტურის, ისე წყალშეუღწევი შრის ზედაპირის;

ბ) დენის წირები მართობული უნდა იყოს ზედა და ქვედა ბიეფების ფსკერის;

3) ორ დენის წირს შორის გამავალი ფილტრაციული ხარჯი ნაკადის სიგრძეზე მუდმივია.

ACB დენის წირის A წერტილში დაწნევა $H=h_1$-ს, ხოლო B წერტილში — $H=h_2$-ს. სითხის ნაწილაკი, რომელიც აღნიშნული დენის წირის გასწვრივ მოძრაობს, C_1-დან C_2 საზღვრამდე კარგავს $(h_1)_{AB}=h_1-h_2=Z$ დაწნევას. ამიტომ, შეიძლება ითქვას, რომ Z „დაწნევა ნაგებობაზე" წარმოადგენს ნაგებობის ქვეშ ფილტრაციაზე დაწნევის დანაკარგს.

განვიხილოთ თანაბარი დაწნევის *ab* წირი (ანუ ცოცხალი კვეთი). თუ მის წერტილებში მივუერთებთ პიეზომეტრებს, ძალში წყლის დონე დადგება რაიმე ჰორიზონტალური *p—p* წირის სიბრტყეში (ნახაზზე მა-



ნახ. 13.3.

გალითისათვის ნაჩვენებია *C* წერტილში მიერთებული П პიეზომეტრი). ნახაზიდან ჩანს, რომ $(h_1)_{AC}$ არის დაწნევის დანაკარგი *ACB* დენის წირის *AC* სიგრძეზე, ხოლო $(h_1)_{BC}$ — დაწნევის დანაკარგი *CB* სიგრძეზე

$$(h_1)_{AC}+(h_1)_{CB}=Z.$$

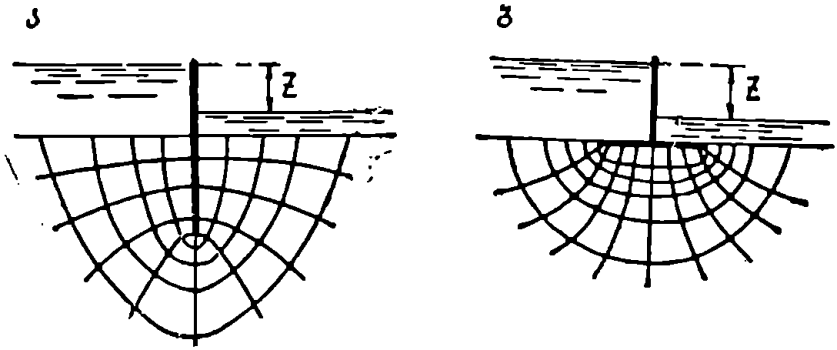
თუ თანაბარი დაწნევის წირებს ისე გავატარებთ, რომ მათი დასახელება ერთმანეთისაგან 0,1*Z* სიდიდით იქნება განსხვავებული, მაშინ დაწნევის დანაკარგი ნებისმიერი დენის წირის გასწვრივ ორი თანაბარი დაწნევის წირით შემოსაზღვრულ უბანზე (მაგალითად, *kn* უბანზე) ავრეთვე 0,1*Z*-ის ტოლი იქნება.

ნ. პავლოვსკის მიერ თეორიულად გადაწყვეტილ იქნა ამოცანა ნაგებობის ორი უმარტივესი სქემისათვის—წმინდა ნარანდისა (ნახ. 13,4, ა) და ბრტყელი ფლუტბეტისათვის (ნახ. 13.4, ბ). აღმოჩნდა, რომ როცა $T=\infty$, დენის წირები ელიფსებია, ხოლო თანაბარი დაწნევის წირები— ჰიპერბოლები.

ჰიდროდინამიკური ბადის დახმარებით შეიძლება გადაწყვიტოთ რამოდენიმე პრაქტიკული სახის ამოცანა.

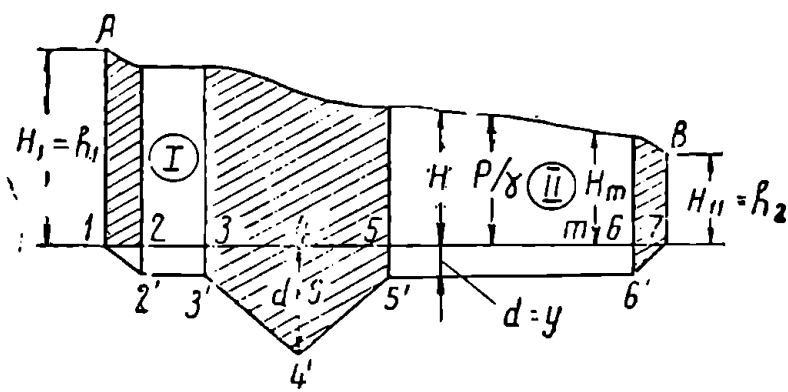
1) **უკუწნევის ეპიურის აგება.** უკუწნევის ეპიურა გამოსახავს ნაგებობის ძიწისქვეშა კონტურზე ფილტრაციული ნაკადის მხრივ მოქმედ წნევათა განაწილების კანონს. (13.7) გამოსახულებიდან პიეზომეტრული სიმაღლე ტოლია

$$\frac{p}{\gamma} = H + y. \qquad (13.19)$$



ნახ. 13.4.

უკუწნევის ეპიურის ასაგებად ვიქონიოთ (13.19) გამოსახულება მხედველობაში და ნაგებობის ძიწისქვეშა კონტური (ნახ. 13.3) წარმოვადგინოთ გაშლილი ჰორიზონტალური 1—2—3— . . . —7 წრფის

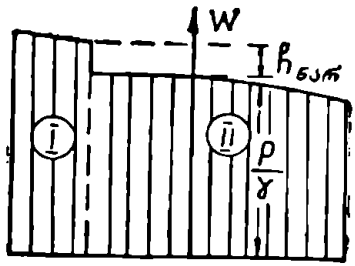


ნახ. 13.5.

(ნახ. 13.5) სახით. ვაგებთ დაწნევათა 1—*A*—*B*—7—1 ეპიურას გაშლილი კონტურის გასწვრივ. დაწნევათა მნიშვნელობებს ადვილად განვსაზღვრავთ ჰიდროდინამიკური ბადის თანაბარ დაწნევათა წირების საშუალებით. შემდეგ 1—7 წრფიდან ქვეშოთ გადავზომავთ მიწისქვეშა კონტურის წერტილთა *O*—*O* საფარდი სიბრტყიდან ჩაღრმავების სიდიდეებს. მივიღებთ 1—2'—3'— . . . —7—1 ნაკვთს.

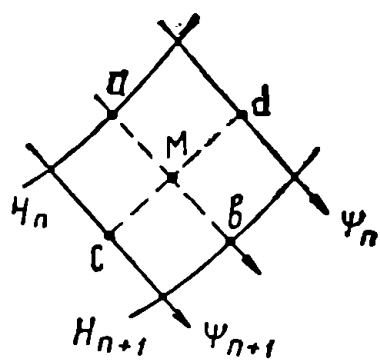
მთლიანი $1—A—B—7—6'—\dots—2'—1$ ფიგურა წარმოადგენს საძიებელ უკუწნევის ეპიურას, რადგანაც მისი თითოეული ორდინატა $H+y$ სიდიდის ტოლია და აკმაყოფილებს (13.19) პირობას.

კაშხლის სტატიკური გაანგარიშებისათვის, ჩვეულებრივ, გვჭირდება მიწისქვეშა კონტურის 2—3 და 5—6 ჰორიზონტალურ უბნებზე მოქმედი წნევის მნიშვნელობები. ამიტომ დანარჩენი უბნებისათვის აგებულ წნევის ეპიურებს საერთოდ ამოიღებენ (იხ. დაშტრიხული ნაწილი 13.5 ნახაზზე), ხოლო ეპიურის I და II ნაწილებს ერთმანეთს მიადგამენ. მიიღება უკუწნევის ეპიურა (ნახ. 13.6). უკუწნევის ვერტიკალური W ძალა, რომელიც ფილტრაციული ნაკადის ერთეულ სიგანეზე (ნახაზის სიბრტყის მართობულად) რიცხობრივად ეპიურის ფართობისა და წყლის კუთრი წონის ნამრავლის ტოლია, გაივლის ეპიურის სიმძიმის ცენტრზე. (13.6) ნახაზზე $h_{ნარ}$ ორდინატა გამოსახავს დაწნეხის დანაკარგს ნარანდზე, ე. ი. დაწნეხთა სხვაობას მიწისქვეშა კონტურის 3 და 5 წერტილებს შორის.



ნახ. 13.6.

2) პიეზომეტრული ქანობი ($i_პ$) და ფილტრაციის სიჩქარის (u) განსაზღვრა ნაკადის ნებისმიერ წერტილში. ვთქვათ, საჭიროა $i_პ$ და u სიდიდეთა განსაზღვრა ფილტრაციული ნაკადის M წერტილში (ნახ. 13.7). ამისათვის აღნიშნულ წერტილზე ვატარებთ დამატებით შუალედურ ab დენის წირს. მაშინ $i_პ$ შეიძლება განისაზღვროს შემდეგი დამოკიდებულებით:



ნახ. 13.7.

$$i_პ = \frac{H_n - H_{n+1}}{|ab|}, \qquad (13.20)$$

სადაც H_n და H_{n+1} არის იმ თანაბარ დაწნეხთა წირების დასახელება, რომელთა შორისაც მოქცეულია M წერტილი;

$|ab|$ — ab დენის წირის სიგრძე, რომელზედაც იკარგება $H_n - H_{n+1}$ დაწნევა.

M წერტილში ფილტრაციის სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით

$$u = ki_3 = k\,\frac{H_n - H_{n+1}}{|ab|}. \qquad (13.21)$$

ცხადია, u სიჩქარე ab დენის წირის მართობულია და მიმართულია დაწნევის ვარდნის მხარეს.

შევნიშნავთ, რომ მიწისქვეშა კონტურის 2, 4 და 6 წერტილებში (ნახ. 13.3) i_3 პიეზომეტრული ქანობის ძნიშვნელობები, თეორიული ჰიდრომექანიკის ამოხსნის თანახმად, უსასრულობის ტოლია.

8. ფილტრაციული ხარჯის განსაზღვრა. ორ მეზობელ ψ_n და ψ_{n+1} დენის წირს შორის გამავალი Δq კუთრი ხარჯი გამოითვლება ფორმულით

$$\Delta q = u\,|cd| = k\,(H_n - H_{n+1})\,\frac{|cd|}{|ab|}, \qquad (13.22)$$

სადაც $|cd|$ არის ψ_n და ψ_{n+1} დენის წირებს შორის M წერტილზე გატარებული დამატებითი დაბმული თანაბარი დაწნევის წირი (ნახ. 13.7).

სრული კუთრი ფილტრაციული ხარჯის გამოსათვლელად საჭიროა ჰიდროდინამიკური ბადის ყოველი კვადრატისათვის განვსაზღვროთ Δq სიდიდე და მიღებული შედეგები შევკრიბოთ.

შევნიშნავთ, რომ ორ მეზობელ დენის წირს შორის გამავალი Δq ხარჯი მუდმივია ($\Delta q = \text{const}$). მაშინ $|cd|/|ab|$ ფარდობაც მუდმივი უნდა იყოს, თუ $H_n - H_{n+1} = \text{const}$. კვადრატული ბადისათვის $|cd|/|ab| = 1$.

§ 13.6. ელექტროჰიდროდინამიკური ანალოგიის (ეჰდა) მეთოდი

ელექტროჰიდროდინამიკური ანალოგიის მეთოდი, რომელიც ნ. პავლოვსკიმ დაამუშავა, ეყრდნობა გამტარ გარემოში მუდმივი ელექტრული დენისა და გრუნტში ფილტრაციული ნაკადის მოძრაობათა მათემატიკურ მსგავსებას. მართლაც, ფილტრაციის სიჩქარე ნაკადის ყოველ წერტილში

$$u = -k\,\frac{dH}{dl}, \qquad (13.23)$$

ხოლო დენის სიმკვრივე (დენის ძალა გამტარის განივი კვეთის ფართობის ერთეულზე)

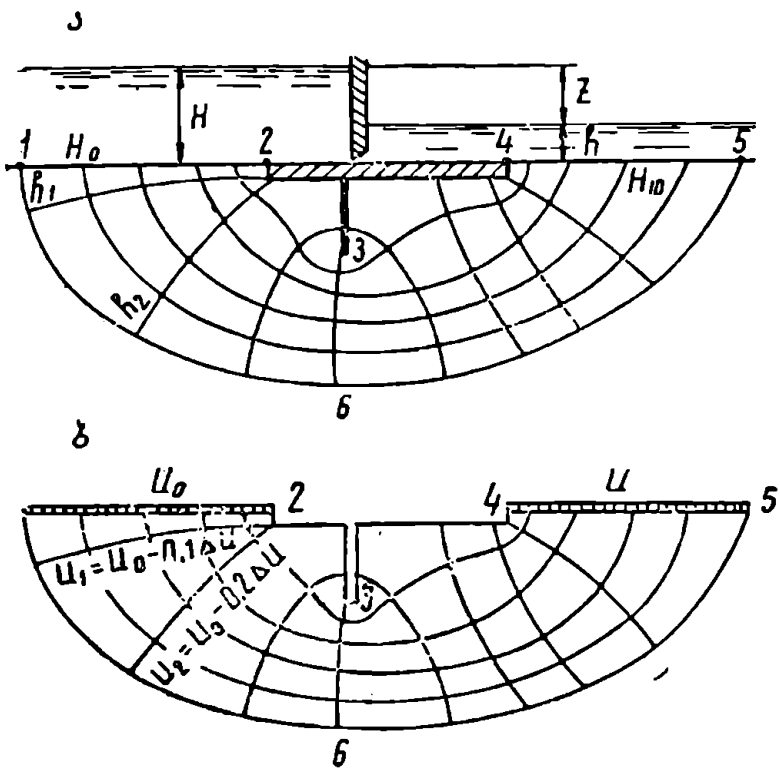
$$i = -c\,\frac{dU}{dl}, \qquad (13.24)$$

სადაც c არის ელექტროგამტარობის კოეფიციენტი;

U — ელექტრული პოტენციალი.

(13.23) და (13.24) განტოლებათა შედარებიდან ჩანს, რომ ისინი სტრუქტურულად ანალოგიურია. ამასთან ფილტრაციის სიჩქარეს (u) შეესაბამება დენის სიმკვრივე (i), ფილტრაციის კოეფიციენტს (k) — ელექტროგამტარობის კოეფიციენტი (ε), ხოლო დაწნევას (H) — ელექტრული პოტენციალი (U). U ფუნქცია, ისე როგორც H, უნდა აკმაყოფილებდეს ლაპლასის განტოლებას.

ეჰდა-ს მეთოდით ჰიდროდინამიკური ბადის აგების დაწყებამდე საჭიროა დენგამტარი მასალისაგან (დენგამტარი ქაღალდი, სტანიოლი და სხვ.) მასშტაბში შესრულდეს ნაგებობის ფუძის (მიწისქვეშა კონტურის)



ნახ. 13.8.

გეომეტრიულად მსგავსი მოდელი (ნახ. 13.8). შემდეგ მოდელის 1—2 (ზედა ბიეფის ფსკერი) და 4—5 (ქვედა ბიეფის ფსკერი) საზღვრებს მივუერთებთ ელექტრულ სალტეებს U_0 და U პოტენციალებით. უიტსტონის ბოგირის პრინციპით მომუშავე სპეციალური ხელსაწყოს საშუალებით შეიძლება დავადგინოთ თანაბარი ელექტრული პოტენციალის წი-

რები, რომლებიც ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან $0{,}1\,\Delta U = 0{,}1\,(U_0 - U)$ სიდიდით (ნახ. 13.8, ბ). ეს წირები ფილტრაციულ ნაკადში შეესაბამება თანაბარი დაწნევის წირებს (ექვიპოტენციალებს), რომლებიც ავრეთვე ერთმანეთისაგან $0{,}1Z = 0{,}1\,(H - h)$ სიდიდით იქნებიან განსხვავებული, ე. ი.

$$\left.\begin{aligned} &H_0 = H;\\ &H_1 = h_1 = H - 0{,}1\,(H-h) = 0{,}9H + 0{,}1h;\\ &H_2 = h_2 = H - 0{,}2\,(H-h) = 0{,}8H + 0{,}2h;\\ &\qquad\qquad\cdots\cdots\cdots\\ &H_9 = h_9 = 0{,}1H + 0{,}9h;\\ &H_{10} = h. \end{aligned}\right\} \qquad (13\ 25)$$

ამის შემდეგ დენის წირების გრაფიკულად აგება ძნელი არ არის, თუ გავატარებთ თანაბარ დაწნევათა წირების ორთოგონალურ წირებს.

დენის წირების აგება შეიძლება შესრულდეს უიტსტონის ბოგირის საშუალებითაც. 3.10 პარაგრაფში აღვნიშნეთ, რომ ექვიპოტენციალებსა და დენის წირებს შორის არსებობს (3.38) დამოკიდებულების სახის ანალიზური დამოკიდებულება და მათ შეიძლება შეეუცვალოთ ადგილები ისე, რომ არ შეიცვალოს ჰიდროდინამიკური ბადის ფორმა. ამიტომ ელექტროჰიდროდინამიკური ანალოგიის მეთოდით დენის წირებია ასაგებად საჭიროა, ელექტრული სალტეები გადავრთოთ 2—3—4 და 1—6—5 კონტურებზე.

განხილული ეჰდა-ს მეთოდი ეხება იზოტროპულ გარემოში ($k = \text{const}$) ფილტრაციის ბრტყელ ამოცანას, თუმცა მისი საშუალებით შეიძლება გადაწყდეს ისეთი ამოცანაც, როდესაც კაშხლის ფუძეს აქვს რთული გეოლოგიური აგებულება. ამისათვის მიწისქვეშა კონტურს ადგენენ სხვადასხვა დენგამტარობის მქონე ქაღალდის ზოლებისაგან, რომლებიც დასამოდელებელი შრეების ზუსტ ასლებს წარმოადგენენ. ამ ზოლების დენგამტარობის მნიშვნელობათა ფარდობა შესაბამისი დასამოდელებელი გრუნტის ფენების ფილტრაციის კოეფიციენტების ფარდობის ტოლი უნდა იყოს. ამის შემდეგ ჰიდროდინამიკური ბადის აგება ზემოთ აღწერილის ანალოგიურად სრულდება.

თავი მეთოთხმეტე

ჰიდრავლიკური მოდელირების საფუძვლები

§ 14.1. ზოგადი ცნობები

პრაქტიკაში ხშირად შეუძლებელი ხდება ამა თუ იმ ჰიდრაულიკური ამოცანის ანალიზური (თეორიული) გადაწყვეტა. ასეთ შემთხვევაში იძულებული ვართ, მივმართოთ მოცემული მოვლენის ან ობიექტის ექს-

ექსპერიმენტულ შესწავლას მათი მოდელირების საშუალებით. ზოგჯერ მოდელირებას მიმართავენ იმ შემთხვევაშიც, როდესაც მოვლენის ამსახველი განტოლებები საკმაოდ საიმედოა, მაგრამ მათი ამოხსნა გართულებულია, ან როდესაც საჭიროა მიღებული თეორიული ამოხსნის შემოწმება (დაზუსტება) და ა. შ. ამ მიზნით სპეციალურ ჰიდრავლიკურ ლაბორატორიაში გარკვეულ მასშტაბში ქმნიან დასამოდელებელ ობიექტის (ნატურის) მოდელს, რომლის საშუალებითაც ხდება მოვლენის ექსპერიმენტული გამოკვლევა, კერძოდ, იზომება ჩვენთვის საინტერესო სიდიდეები—სიჩქარეები, ჰიდროდინამიკური წნევები, ნაკადის სხვა ჰიდრავლიკური პარამეტრები.

ასეთ ლაბორატორიულ გამოკვლევათა ჩატარებისას პასუხი უნდა გაეცეს მრავალ კითხვას: როგორი ზომების უნდა იყოს მოდელი; როგორი უნდა იყოს მოდელზე წყალსადინარის კედლების ხორკლიანობა; რა სიდიდის ხარჯი გავუშვათ და როგორი სიჩქარეები შევინარჩუნოთ მოდელზე, თუ ცნობილია რამდენიმეჯერ შეცირებულია (ან გადიდებულია) ნატურასთან შედარებით; როგორ გადავიტანოთ მოდელზე მიღებული შედეგები ნატურაზე და სხვ. ამ კითხვებზე პასუხს იძლევა ჰიდრავლიკურ მოვლენათა მოდელირების თეორია, რომლის საფუძველსაც მსგავსების თეორია წარმოადგენს.

მოდელირება, ე. ი. მოვლენის (ან ობიექტის) გამოკვლევა მოდელზე, საკმაოდ ფართო ცნებაა. თუ მოდელი და ნატურა ერთი და იმავე ფიზიკური ბუნებისაა, მაშინ მოდელირებას უწოდებენ ფიზიკურს. მაგალითად, ნატურული სითხის ფილტრაციული ნაკადის მოდელირება ისევე ფილტრაციული ნაკადით არის ფიზიკური.

მაგრამ მოვლენა შეიძლება გამოკვლეულ იქნეს სხვა ფიზიკური ბუნების ბქონე მოდელზეც, თუ მათი მათემატიკური განტოლებები ანალოგიურია. ასეთ მოდელირებას ანალოგიურს უწოდებენ. მაგალითად, ნატურული ფილტრაციული ნაკადის შესწავლა ელექტრული დენით (იხ. § 13.6, ეჰდა-ს მეთოდი) ანალოგიური მოდელირებაა.

იმ შემთხვევაში, როდესაც სითხის მოძრაობის ამსახველი განტოლებები საკმაოდ საიმედოა, მაგრამ მათი ამოხსნა გართულებულია, ფართოდ გამოიყენება გამოთვლითი ტექნიკა, კერძოდ, ანალოგიური გამომთვლელი მანქანები (აგმ). ამ დროს საქმე გვაქვს მათემატიკურ მოდელირებასთან.

ჩვენ ამ თავში განვიხილავთ მხოლოდ ფიზიკურ მოდელირებას, რომლის საბოლოო მიზანია მოდელზე ჩატარებული კვლევის შედეგების ნატურაზე გადატანა. მაგრამ ასეთი გადატანა შეიძლება მოხდეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მოვლენები ნატურასა და მოდელზე ერთმანეთის მსგავსი იქნება.

ჰიდრავლიკურ მოვლენათა მსგავსებაში ჩვენ გვესმის ორი ჰიდრავლიკური სისტემის — მოდელისა და ნატურის — ე. წ. მექანიკური მსგავსება[1].

§ 14.2. ჰიდრავლიკურ მოვლენათა მეძანიძური მსგავსება

ორი ჰიდრავლიკური სისტემა (ორი ჰიდრავლიკური მოვლენა) ითვლება მექანიკურად მსგავსად, თუ მათ მსგავს (შესატყვის) წერტილებში დროის შესაბამის მომენტში ყველა ვექტორული სიდიდე გეომეტრიულად მსგავსია, ხოლო ყველა სკალარული სიდიდე — ურთიერთპროპორციული. შევნიშნავთ, რომ ორი მექანიკურად მსგავსი სისტემის მსგავს წერტილებს ჩვენ ვუწოდებთ ამ სისტემების სახლვრების მიმართ ერთხაირად განლაგებულ წერტილებს. ცხადია, ასეთ მსგავსებულ წერტილებში სითხის ნაწილაკებზე უნდა მოქმედებდეს ერთი და იმავე ფიზიკური ბუნების ძალები.

მექანიკური მსგავსება ნიშნავს, რომ დაცულია ჰიდრავლიკური სისტემების (მოდელისა და ნატურის) გეომეტრიული, კინემატიკური და დინამიკური მსგავსება.

გეომეტრიული მსგავსება. ორი ჰიდრავლიკური სისტემა (ორი ჰიდრავლიკური მოვლენა) გეომეტრიულად მსგავსია, თუ მათ მსგავს $l_მ$ და $l_ნ$ ხაზოვან ზომებს, $ω_მ$ და $ω_ნ$ ფართობებსა და $W_მ$ და $W_ნ$ მოცულობებს შორის არსებობს შემდეგი ძირითადი თანაფარდობები:

$$\frac{l_მ}{l_ნ}=α_l;\quad \frac{ω_მ}{ω_ნ}=α_l^2;\quad \frac{W_მ}{W_ნ}=α_l^3, \tag{14.1}$$

სადაც $α_l$ არის მოდელირების მუდმივი ხაზოვანი მასშტაბი ($z_l=\text{const}$), ანუ სამასშტაბო კოეფიციენტი (სამასშტაბო მამრავლი). იგი გვიჩვენებს, თუ რამდენჯერ არის შემცირებული ან გადიდებული მოდელის ზომები ნატურასთან შედარებით. „მ“ ინდექსით აღნიშნულია მოდელის შესაბამისი ელემენტები, ხოლო „ნ“ ინდექსით — ნატურის ელემენტები.

კინემატიკური მსგავსება. ორი სისტემა კინემატიკურად მსგავსია, თუ:

ა) ისინი გეომეტრიულად მსგავსია;

ბ) ორივე სისტემის სითხის მსგავს ნაწილაკთა ტრაექტორიები გეომეტრიულად მსგავსია და ერთნაირად არის ორიენტირებული სივრცეში;

---

[1] ზოგჯერ ტერმინის — „მექანიკური მსგავსება“ — ნაცვლად ხმარობენ — „ჰიდრავლიკური“ ან „ჰიდროდინამიკური მსგავსება“.

გ) u სიჩქარეები და w აჩქარებები მსგავს წერტილებში დროის შესაბამის მომენტებში ერთმანეთთან დაკავშირებულია შემდეგი მუდმივი თანაფარდობებით:

$$\frac{u_a}{u_b} = \alpha_u = \text{const}; \quad \frac{w_a}{w_b} = \alpha_w = \text{const}, \tag{14.2}$$

სადაც α_u და α_w არის, შესაბამისად, სიჩქარისა და აჩქარების მასშტაბები.

კინემატიკურ მსგავსებასთან დაკავშირებით განიხილება დროის მასშტაბის (α_t) ცნება. თუ t_a-ით აღვნიშნავთ დროის შუალედს, რომელშიც სითხის ნაწილაკი მოდელზე გაივლის ტრაექტორიის l_a მონაკვეთს, ხოლო t_b-ით — დროის შუალედს, რომელშიც სითხის მსგავსებული ნაწილაკი ნატურში გაივლის მოდელის მსგავსი ტრაექტორიის l_b ნაწილს, მაშინ კინემატიკურად მსგავსი სისტემებისათვის გვექნება

$$\frac{t_a}{t_b} = \alpha_t = \text{const}. \tag{14.3}$$

დინამიკური მსგავსება. ორი სისტემა დინამიკურად მსგავსია, თუ:

ა) ისინი კინემატიკურად, და მაშასადამე, გეომეტრიულადაც მსგავსია;

ბ) ორ ნებისმიერ მსგავსებულ წერტილში მოქმედებს ერთი და იმავე ფიზიკური ბუნების მქონე ძალები (ე. წ. ერთსახელოანი ძალები);

გ) ერთ ჰიდრავლიკურ სისტემაზე მოქმედი ძალები ერთმანეთის და მოცემული სისტემის საზღვრების მიმართ ორიენტირებულია ისე, როგორც მეორე სისტემაზე მოქმედი ძალები.

როგორც ჩანს, აღნიშნული პირობების დაცვისას, მოდელისა და ნატურის მსგავს წერტილების ნებისმიერი წყვილისათვის აგებული ძალთა ჩაკეტილი მრავალკუთხედები გეომეტრიულად მსგავსია. მაშასადამე, დინამიკურად მსგავსი სისტემებისათვის

$$\frac{F_a}{F_b} = \alpha_F = \text{const}, \tag{14.4}$$

სადაც α_F არის ძალთა მასშტაბი.

დინამიკურ მსგავსებასთან დაკავშირებით განიხილება სიმკვრივის მასშტაბის (α_ρ) ცნებაც

$$\frac{\rho_a}{\rho_b} = \alpha_\rho = \text{const}. \tag{14.5}$$

ამგვარად, როგორც ვხედავთ, ორი სისტემის (ორი მოვლენის) დინამიკური მსგავსებისას დაცულია როგორც გეომეტრიული, ისე კინე-

მატიკური მსგავსება. ასეთ მსგავსებას სრულ დინამიკურ მსგავსებას უწოდებენ. მაშასადამე, მექანიკური მსგავსების განმარტებიდან გამომდინარე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ორი სისტემის (ორი მოვლენის) სრული დინამიკური მსგავსება თავისთავად უკვე განაპირობებს მათ მექანიკურ მსგავსებასაც.

§ 14.3. დინამიკური მსგავსების კრიტერიუმები

პრაქტიკაში მოდელისა და ნატურის სრული დინამიკური მსგავსების მიღწევა ვერ ხერხდება. რადგანაც სისტემაზე ერთდროულად მოქმედი გარე ძალები თავიანთი ფიზიკური ბუნებით შეიძლება ერთმანეთისაგან განსხვავებული იყოს (მაგალითად, მიზიდულობის, ზედაპირული წნევის, სიბლანტის და სხვა ძალები). ამიტომ ყოველთვის მოდელირებისას რეალურად მოქმედი ძალებიდან გამოყოფენ ერთ რომელიმე ძალას, რომელიც განსაზღვრავს მოვლენის ბუნებას (ხასიათს), ხოლო დანარჩენი ძალების გავლენას უგულებელყოფენ. ასეთ შემთხვევაში გვექნება არა სრული, არამედ ნაწილობრივი დინამიკური მსგავსება. ქვემოთ განვიხილავთ სრული და ნაწილობრივი დინამიკური მსგავსების კრიტერიუმებს.

სრული დინამიკური მსგავსების კრიტერიუმი (ნიუტონის კრიტერიუმი). მოდელის ნაკადის $W_მ$ მოცულობის მასა აღვნიშნოთ $m_მ$-ით, ხოლო ნატურული ნაკადის $W_ნ$ მოცულობის მასა — $m_ნ$-ით. მაშინ გვექნება

$$\frac{m_მ}{m_ნ} = \frac{\rho_მ W_მ}{\rho_ნ W_ნ} = \alpha_\rho \alpha^3 = \alpha_m = \text{const}. \tag{14.6}$$

სიჩქარეებისათვის შეიძლება დავწეროთ

$$v_მ = \frac{l_მ}{t_მ}; \qquad v_ნ = \frac{l_ნ}{t_ნ}, \tag{14.7}$$

ამიტომ

$$\frac{v_მ}{v_ნ} = \frac{l_მ}{l_ნ}\,\frac{t_ნ}{t_მ} = \frac{\alpha_l}{\alpha_t} = \alpha_v = \text{const}. \tag{14.8}$$

ასევე აჩქარებებისათვის მივიღებთ

$$w_მ = \frac{l_მ}{t_მ^2}; \quad w_ნ = \frac{l_ნ}{t_ნ^2}; \tag{14.9}$$

$$\frac{w_მ}{w_ნ} = \frac{l_მ t_ნ^2}{l_ნ t_მ^2} = \frac{\alpha_l}{\alpha_t^2} = \alpha_w = \text{const}. \tag{14.10}$$

(14.6)—(14.10) დამოკიდებულებებით სარგებლობენ მასების, სიჩქარეებისა და აჩქარებათა მოდელირების მასშტაბების განსაზღვრისას.

ნიუტონის კანონის თანახმად,

$$F = mw = \rho W w.$$

ამიტომ (14.1) და (14.9) დამოკიდებულებათა გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\frac{F_a}{F_b} = \frac{\rho_a W_a w_a}{\rho_b W_b w_b} = \frac{\rho_a l_a^3 l_a t_b^2}{\rho_b l_b^3 l_b t_a^2} = \frac{\rho_a l_a^2 l_a^2 t_b^2}{\rho_b l_b^2 l_b^2 t_a^2} = \alpha_F = \text{const},$$

საიდანაც (14.7) გამოსახულების მიედველობაში მიღებით გვექნება

$$\frac{F_a}{F_b} = \frac{\rho_a l_a^2 v_a^2}{\rho_b l_b^2 v_b^2} = \text{Ne} = \text{const} \tag{14.11}$$

ან

$$\frac{\rho_a l_a^2 v_a^2}{F_a} = \frac{\rho_b l_b^2 v_b^2}{F_b} = \text{Ne} = \text{const}. \tag{14.11'}$$

გამოსახულებას

$$\text{Ne} = \frac{\rho l^2 v^2}{F} \tag{14.12}$$

ნიუტონის კრიტერიუმს უწოდებენ.

(14.11') გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ მოვლენათა სრული დინამიკური მსგავსებისას ნატურასა და მოდელზე ერთი და იმავე ბუნების შესატყვისი ყველა ძალას შორის თანაფარდობა უნდა იყოს მუდმივი, ე. ი.

$$\text{Ne}_a = \text{Ne}_b = \text{const}. \tag{14.13}$$

ზოგჯერ ნიუტონის კრიტერიუმს სხვა სახითაც წერენ. თუ (14.12) გამოსახულების მრიცხველსაც და მნიშვნელსაც გავამრავლებთ l-ზე და გავითვალისწინებთ, რომ $\rho l^3 = m$ არის სითხის მასა განსახილველ მოცულობაში, მივიღებთ

$$\text{Ne} = \frac{mv^2}{Fl}. \tag{14.14}$$

ამგვარად, სრული დინამიკური მსგავსების კრიტერიუმი შეიძლება ასეთი სახითაც ჩაეწეროთ

$$\frac{m_a v_a^2}{F_a l_a} = \frac{m_b v_b^2}{F_b l_b} = \text{Ne} = \text{const}. \tag{14.15}$$

ცხადია, სრული დინამიკური მსგავსების ნიუტონის კრიტერიუმი შეიძლება გამოვსახოთ მოდელირების სამასშტაბო მამრავლებითაც.

(14.1), (14.4), (14.5) და (14.8) გამოსახულებათა გათვალისწინებით (14.11) დამოკიდებულებებიდან მივიღებთ

$$\alpha_F = \alpha_\rho \alpha_l^* \alpha_v^2 = \text{const}. \tag{14.16}$$

განმეორებით შევნიშნავთ, რომ სრული დინამიკური მსგავსების განხორციელება არ ხერხდება, რადგანაც ჰიდრავლიკურ სისტემაზე მოქმედი გარე ძალების ფიზიკურ თავისებურებათა გამო ნიუტონის კრიტერიუმის დაცვა შეუძლებელია. ამიტომ პრაქტიკაში მოდელირებას საფუძვლად უდებენ ჰიდრავლიკური სისტემების ნაწილობრივ დინამიკურ მსგავსებას.

ნაწილობრივი დინამიკური მსგავსების კრიტერიუმები:

1) **ფრუდის კრიტერიუმი.** ხშირ შემთხვევაში ჰიდრავლიკურ სისტემაზე მოქმედი სიმძიმის ძალები მნიშვნელოვნად ჭარბობს სხვა ფიზიკური ბუნების მქონე ძალებს და უპირატესად განაპირობებს განსახილველ ჰიდრავლიკურ მოვლენას. ამ დროს $w = g$, ხოლო $F = mg$. მაშინ, თუ (14.14) გამოსახულებაში F-ის ნაცვლად ჩავსვამთ მის კერძო მნიშვნელობას (mg), მივიღებთ

$$\frac{mv^2}{Fl} = \frac{mv^2}{mgl} = \frac{v^2}{gl}.$$

გამოსახულებას

$$\text{Fr} = \frac{v^2}{gl} \tag{14.17}$$

ფრუდის რიცხვს ან ფრუდის კრიტერიუმს უწოდებენ.

აღნიშნულის გათვალისწინებით (14.15) ტოლობა ასე ჩაიწერება:

$$\frac{v_ა^2}{g_ა l_ა} = \frac{v_ნ^2}{g_ნ l_ნ} = \text{Fr} = \text{const}, \tag{14.18}$$

ანუ

$$\text{Fr}_ა = \text{Fr}_ნ = \text{const}. \tag{14.18'}$$

ამგვარად, თუ სისტემაზე მოქმედი სიმძიმის ძალები მნიშვნელოვნად ჭარბობს სხვა ფიზიკური ბუნების მქონე ძალებს, მაშინ მოვლენათა ნაწილობრივი დინამიკური მსგავსებისათვის დაცული უნდა იყოს (14.18), ანუ (14.18') ტოლობა.

ხშირად ფრუდის კრიტერიუმს გრავიტაციული მსგავსების კრიტერიუმსაც უწოდებენ.

2) **რეინოლდსის კრიტერიუმი.** განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ჰიდრავლიკურ სისტემაზე მოქმედი ძალებიდან ჭარბობს

სითხის შიგა სახუნის ძალები (სიბლანტის ძალები). როგორც ვიცით, ნიუტონის ჰიპოთეზის თანახმად, ეს ძალები განისაზღვრება ფორმულით

$$F = \mu S \frac{du}{dn} = \rho\nu S \frac{du}{dn}.$$

F-ის ეს მნიშვნელობა ჩავსვათ (14.14) გამოსახულებაში

$$\frac{mv^2}{Fl} = \frac{\rho W v^2}{\left(\rho\nu S \frac{du}{dn}\right) l} = \frac{Wv^2}{\nu Sl} \frac{dn}{du}.$$

შევნიშნავთ, რომ $\frac{dn}{du} \approx \frac{\Delta n}{\Delta u} = k \frac{l}{v}$, ხოლო $Sl = W$, ამიტომ

$$\frac{mv^2}{Fl} \sim k \frac{Wv^2 l}{\nu W v} = \frac{vl}{\nu} k,$$

ანუ თუ გავითვალისწინებთ, რომ $k = \text{const}$,

$$\frac{mv^2}{Fl} = \frac{vl}{\nu}.$$

გამოსახულებას

$$\mathrm{Re} = \frac{vl}{\nu} \tag{14.19}$$

რეინოლდსის რიცხვს ან რეინოლდსის კრიტერიუმს უწოდებენ.

ამგვარად, თუ ჰიდრავლიკურ სისტემაზე მოქმედი წინაღობის (სიბლანტის) ძალები მნიშვნელოვნად ჭარბობს სხვა ფიზიკური ბუნების ძალებს, მოვლენათა ნაწილობრივი დინამიკური მსგავსებისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$\frac{v_ა l_ა}{\nu_ა} = \frac{v_ნ l_ნ}{\nu_ნ} = \mathrm{Re} = \text{const}, \tag{14.20}$$

ანუ

$$\mathrm{Re}_ა = \mathrm{Re}_ნ = \text{const}. \tag{14.20'}$$

ანალოგიურ მსჯელობათა განუმეორებლად მოგვყავს ზოგიერთი სხვა კრიტერიუმი:

ეილერის კრიტერიუმი. ამ შემთხვევაში ჰიდრავლიკურ მოვლენას უპირატესად განაპირობებს წნევის ძალები

$$\mathrm{Eu} = \frac{\rho v^2}{\Delta p} = \text{const}, \tag{14.21}$$

სადაც Δp არის ორ საანგარიშო კვეთს შორის ჰიდროდინამიკურ წნევათა სხვაობა.

ვებერის კრიტერიუმი—ზედაპირული დაჭიმულობის ძალებისათვის

$$\mathrm{We}=\frac{\rho v^2 l}{\sigma}=\mathrm{const}, \tag{14.22}$$

სადაც σ არის ზედაპირული დაჭიმულობა სიგანის ერთეულზე.

სტრუხალის კრიტერიუმი პერიოდული მოქმედების ძალებისათვის

$$\mathrm{St}=\frac{ln}{v}=\mathrm{const},$$

სადაც n არის მოვლენის გამეორების სიხშირე.

არსებობს სხვა კრიტერიუმებიც, რომლებსაც ჩვენ აქ არ ვეხებით.

§ 14.4. მითითებები ჰიდრავლიკურ მოვლენათა მოდელირების შესახებ

შევარჩიოთ სიგრძის რაიმე $\alpha_l=l_ბ/l_ნ$ მასშტაბი და განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ექსპერიმენტების ჩატარებისას აუცილებელია, გავითვალისწინოთ როგორც სიმძიმის, ისე ხახუნის ძალები. მაჰინ მოდელსა და ნატურას შორის დინამიკური მსგავსებისათვის საჭიროა, ერთდროულად დაცული იქნეს შემდეგი ორი პირობა:

$$\mathrm{Fr}_ბ=\mathrm{Fr}_ნ; \tag{14.23}$$

$$\mathrm{Re}_ბ=\mathrm{Re}_ნ. \tag{14.24}$$

გამოვარკვიოთ დამოკიდებულება სამასშტაბო მამრავლებს შორის აღნიშნულ პირობათა შესრულებისას:

1) (14.23) გამოსახულება (14.18)-ის და იმის გათვალისწინებით, რომ $g_ბ=g_ნ=g$, ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{v_ბ^2}{gl_ბ}=\frac{v_ნ^2}{gl_ნ},$$

საიდანაც

$$\frac{v_ბ}{v_ნ}=\sqrt{\frac{l_ბ}{l_ნ}}=\sqrt{\alpha_l}=\alpha_l^{1/2}. \tag{14.25}$$

ხარჯების ფარდობისათვის გვექნება

$$\frac{Q_ბ}{Q_ნ}=\frac{v_ბ\omega_ბ}{v_ნ\omega_ნ}=\alpha_l^2\sqrt{\alpha_l}=\alpha_l^{5/2}. \tag{14.26}$$

თუ გავითვალისწინებთ (14.25) გამოსახულებას, მაშინ (14.8) ტოლობიდან დროის მასშტაბისათვის მივიღებთ

$$\alpha_l^{1/2} = \frac{\alpha_l}{\alpha_l},$$

საიდანაც

$$\alpha_l = \frac{\alpha_l}{\alpha_l^{1/2}} = \alpha_l^{1/2}. \qquad (14.27)$$

2) ახლა ვნახოთ, როგორი იქნება სამასშტაბო კოეფიციენტებს შორის თანაფარდობები (14.24) პირობის შესრულებისას.

ვიგულისხმოთ, რომ მოდელზეც და ნატურაზეც გამოიყენება ერთი და იგივე სითხე (პრაქტიკაში უმეტეს შეძთხვევაში სწორედ ასეა), ე. ი. $\nu_a = \nu_6 = \nu$. მაშინ (14.20) გამოსახულებიდან გვექნება

$$\frac{v_a l_a}{\nu} = \frac{v_6 l_6}{\nu},$$

საიდანაც

$$\frac{v_a}{v_6} = \frac{l_6}{l_a} = \frac{1}{\alpha_l} = \alpha_l^{-1}. \qquad (14.28)$$

რაც შეეხება ხარჯებს შორის თანაფარდობას, მას ასეთი სახე ექნება:

$$\frac{Q_a}{Q_6} = \frac{v_a \omega_a}{v_6 \omega_6} = \alpha_l^{-1} \alpha_l^3 = \alpha_l. \qquad (14.29)$$

დროის მასშტაბისათვის (14.8) გამოსახულებიდან მივიღებთ

$$\alpha_t^{-1} = \frac{\alpha_l}{\alpha_l},$$

საიდანაც

$$\alpha_l = \frac{\alpha_l}{\alpha_t^{-1}} = \alpha_t^2. \qquad (14.30)$$

აღნიშნულის საფუძველზე შეგვიძლია შევადგინოთ ასეთი ცხრილი:

სიდიდეთა დასახელება	მოდელის ელემენტების ნატურის ელემენტებთან ფარდობის საჭირო მნიშვნელობები დინამიკური მსგავსების მისაღწევად	
	(14.23) პირობიდან (ფრუდის კრიტერიუმიდან) გამომდინარე	(14.24) პირობიდან (რეინოლდსის კრიტერიუმიდან) გამომდინარე
სიჩქარე	$\alpha_l^{0,5}$	α_l^{-1}
ხარჯი	$\alpha_l^{2,5}$	α_l
დრო	$\alpha_l^{0,5}$	α_l^2

ცხრილიდან ჩანს, რომ (14.23) და (14.24) პირობების ერთდროულად შესრულება, როცა $\nu_3 = \nu_6$, შეუძლებელია, რადგანაც მსგავსების ერთი კრიტერიუმი (ფრუდის) ნატურიდან მოდელზე გადასვლისას მოითხოვს, მაგალითად, სიჩქარის $\alpha_l^{0.5}$-ჯერ შეცვლას, ხოლო მეორე (რეინოლდსის) — α_l^{-1}-ჯერ შეცვლას, და ა. შ.

ორივე პირობა ერთდროულად შეიძლება შესრულდეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ მოდელზე გამოყენებულ იქნება სხვა სითხე (ν კოეფიციენტის განსხვავებული მნიშვნელობით), მაგრამ პრაქტიკაში ეს თითქმის შეუძლებელია. რადგანაც ექსპერიმენტის ჩასატარებლად საჭირო მოცულობით სხვა სითხეები არ გაგვაჩნია და თუ ასეთი შესაძლებლობა მაინც გვაქვს, სულ ერთია, ν_3/ν_6 ფარდობა მცირედით იქნება განსხვავებული ერთისაგან.

აღნიშნულის გამო, კიდევ ერთხელ შევნიშნავთ, რომ ზოგად შემთხვევაში მოდელირებას ეახორციელებათ მიახლოებით. კერძოდ, რეალურად მოქმედი ძალებიდან გამოვყოფთ ერთ რომელიმე ძალას, რომელიც განაპირობებს მოვლენის ხასიათს, ხოლო დანარჩენი ძალების გავლენას უგულებელვყოფთ. როგორც ზემოთ ვთქვით, ასეთ შემთხვევაში გვეკნება მოვლენათა არა სრული, არამედ ნაწილობრივი დინამიკური მსგავსება.

მოდელის მასშტაბის შერჩევისას აუცილებელია, დავიცვათ მსგავსების ზოგადი კრიტერიუმებიდან გამომდინარე პირობები. კერძოდ, თუ ნაკადი ნატურაში ტურბულენტურია, ის ასეთივე უნდა იყოს მოდელზეც. ასევე ერთნაირი უნდა იყოს ნაკადის მდგომარეობაც (წყნარი ან მძაფრი) მოდელსა და ნატურაზე. მოდელირებისას უნდა შევეცადოთ განხორციელდეს ხორკლიანობის გეომეტრიული მსგავსება, თუმცა უმეტეს შემთხვევაში ეს შეუძლებელია. ამიტომ აუცილებელია წინაღობათა მსგავსების უზრუნველყოფა, რათა შესრულდეს პირობა

$$\lambda_3 = \lambda_6 \quad \text{ან} \quad C_3 = C_6. \tag{14.31}$$

ზოგ შემთხვევაში მოდელირებისას იძულებული ვართ დავამახინჯოთ მოდელის მასშტაბი— მივიღოთ ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მასშტაბების სხვადასხვა მნიშვნელობა. ეს მაშინ ხდება, როცა შეუძლებელია ხორკლიანობის გეომეტრიული მსგავსების გახხორციელება. ამ დროს ჰიდრავლიკურ წინაღობათა მსგავსება მიიღწევა ჰიდრავლიკური რადიუსის სიდიდის ცვლილების ხარჯზე, ე. ი. ვერტიკალური მასშტაბის დამახინჯების ხარჯზე. ნაკადის მოდელირების საკითხები ამ დროს მნიშვნელოვნად რთულდება.

უდაწნეო ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებისას (წინაღობის კვადრატულ ზონაში) განმსაზღვრელს წარმოადგენს ფრუდის კრიტერიუმი, ე. ი. თქვიან, რომ მოძ-

რაობა ამ დროს განპირობებულია ძირითადად სიმძიმის ძალებით. მაშინ ნაკადის პარამეტრებს, რომლებიც შეესაბამებიან მოძრაობის განსახილველ შემთხვევას, უწოდებენ ა ვ ტ ო მ ო დ ე ლ უ რ ს რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობათა მიმართ აღნიშნულ ზონაში. ეს იმას ნიშნავს, რომ წინაღობის კვადრატულ ზონაში რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობათა ცვლა არ ახდენს გავლენას მოვლენაზე; ავტომოდელური ზონის ფარგლებში მოდელის ზომების შემცირება ნატურის ზომებთან შედარებით არ იწვევს მოვლენის ხარისხობრივ ცვლილებას მიუხედავად იმისა, რომ რეინოლდსის რიცხვის მნიშვნელობები მცირდება. თუ ნაკადი ნატურაში ავტომოდელურ ზონაშია, მაშინ რეინოლდსის რიცხვის ის მინიმალური დასაშვები მნიშვნელობა, რომლისთვისაც უზრუნველყოფილი იქნება ავტომოდელობა მოდელზე, შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$\mathrm{Re}_{R_{\text{დას}}} = \frac{14 R_a}{\Delta_a \sqrt{\lambda_a}}, \qquad (14\,31)$$

სადაც R_a არის ჰიდრავლიკური რადიუსი;

Δ_a — ხორკლიანობის საშუალო სიმაღლე;

λ_a — სიგრძეზე წინაღობის კოეფიციენტი.

მოდელისა და ნატურისათვის რეინოლდსის რიცხვის შესაბამის მნიშვნელობათა ფარდობა ერთი და იმავე სითხის შემთხვევაში ($\nu_a/\nu_6 = \alpha_\nu = 1$) იქნება

$$\frac{\mathrm{Re}_{R_{\text{დას}}}}{\mathrm{Re}_{R6}} = \frac{v_a R_a \nu_6}{v_6 R_6 \nu_a} = \alpha_v \alpha_l = \alpha_l^{1/2} \cdot \alpha_l = \alpha_l^{3/2}.$$

აქედან დავადგენთ ხაზოვანი მასშტაბის მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$$\alpha_l = \left(\frac{\mathrm{Re}_{R_{\text{დას}}}}{\mathrm{Re}_{R6}}\right)^{2/3} = \left(\frac{\nu \cdot 14 R_a}{v_6 R_6 \Delta_a \sqrt{\lambda_a}}\right)^{2/3} = \alpha_l^{2/3} \left(\frac{14\nu}{v_6 \Delta_a \sqrt{\lambda_a}}\right)^{2/3},$$

ანუ

$$\alpha_l = \left(\frac{14\nu}{v_6 \Delta_a \sqrt{\lambda_a}}\right)^2. \qquad (14.32)$$

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, იმ შემთხვევაში, როცა ვერ ხერხდება ხორკლიანობის გეომეტრიულად მსგავსების განხორციელება, მიმართავენ მოდელის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მასშტაბების დამახინჯებას. საკითხის განხილვის გარეშე მივუთითებთ, რომ ამ დროს ხარჯის მასშტაბს გამოვითვლით შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$\alpha_Q = \alpha_l \alpha_h \alpha_v = \alpha_l \alpha_h^{3/2}, \qquad (14.33)$$

სადაც α_h არის სიღრმის მასშტაბი.

კალაპოტის ფსკერის ქანობის მასშტაბი იქნება

$$\omega_i = \frac{a_h}{a_l}. \tag{14.34}$$

ა. საბანეევის გამოკვლევების თანახმად, შეიძლება დავუშვათ მოდელის ვერტიკალური და პოროზონტალური მასშტაბების ისეთი დამახინჯება, რომლის დროსაც ნაკადის სიგანისა და სიღრმის ფარდობა 6-ზე ნაკლები არ იქნება.

დასასრულს შევნიშნავთ, რომ დაწნევითი მოძრაობის მოდელირება (კვადრატული წინაღობის ზონაში) დიდად არ განსხვავდება უდაწნეო ტურბულენტური ნაკადების მოდელირებისაგან.

სადაწნეო მილსადენების, ღია კალაპოტებისა და ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა მოდელირების საკითხები მოცემულია სპეციალურ ლიტერატურაში.

§ 14.5. განზომილებათა ანალიზის მეთოდი (π — თეორემა)

ზოგ შემთხვევაში არ ხერხდება ამა თუ იმ ჰიდრავლიკური მოვლენის ამსახველი თეორიული დამოკიდებულებების მიღება, თუმცა ფიზიკური ფაქტორები, რომლებიც განსახილველ მოვლენას ახასიათებენ, ექსპერიმენტებისა და ლოგიკური მსჯელობის საფუძველზე შეიძლება ცნობილად ჩავთვალოთ. განზომილებათა ანალიზის მეთოდი საშუალებას იძლევა, დავადგინოთ აღნიშნული ფაქტორების დამაკავშირებელი ფორმულის სტრუქტურა, რაც ასე აუცილებელია ექსპერიმენტული მონაცემების დამუშავებისა და შემდგომი განზოგადებისათვის.

განზომილებათა ანალიზის მეთოდის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ლოგიკური მსჯელობის საფუძველზე შედგენილ განტოლებაში, რომელიც მოცემულ მოვლენას ახასიათებს, მარცხენა და მარჯვენა ნაწილებში შემავალ სიდიდეთა განზომილებები ერთმანეთს უნდა შეესაბამებოდეს.

ვთქვათ, გვაქვს რაიმე განტოლება, რომელიც აღწერს ამა თუ იმ ფიზიკურ პროცესს და შეიცავს n ცვლადს

$$f(a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n) = 0. \tag{14.35}$$

თუ ეს ცვლადები შეიძლება გამოსახულ იქნეს m ძირითად სიდიდეთა განზომილებების საშუალებით, მაშინ შევადგენთ $n-m$ უგანზომილებო π წევრს (კომპლექსს)

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \cdots, \pi_{n-m}) = 0. \tag{14.36}$$

π წევრებიდან თითოეულა შეიცავს $m+1$ თანამამრავლს (a_1, a_2, $a_3, \cdots$, a_n სიდიდეებიდან), რომელთაგან პირველი m თანამამრავლი

აყვანილია რაიმე საძიებელ ხარისხებში, ხოლო ბოლო თანამამრავლი — პირველ ხარისხში. ამასთან, ეს ბოლო თანამამრავლი იცვლება კომპლექსიდან კომპლექსამდე.

Si სისტემაში მექანიკური პროცესებისათვის $m=3$ $(M,\ L,\ T)$. მაშინ აღნიშნულის გათვალისწინებით გვექნება

$$\left.\begin{aligned}
\pi_1 &= a_1^{x_1}\, a_2^{y_1}\, a_3^{z_1}\, a_4;\\
\pi_2 &= a_1^{x_2}\, a_2^{y_2}\, a_4^{z_2}\, a_5;\\
\pi_3 &= a_1^{x_3}\, a_2^{y_3}\, a_3^{z_3}\, a_6;\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\pi_{n-m} &= a_1^{x_{n-m}}\, a_2^{y_{n-m}}\, a_3^{z_{n-m}}\, a_n.
\end{aligned}\right\} \qquad (14.37)$$

$x,\ y,\ z$ ხარისხის მაჩვენებლები განისაზღვრება იმ პირობიდან, რომ π კომპლექსები იყოს უგანზომილებო.

განვიხილოთ π — თეორემის გამოყენების მაგალითი წყალსაშვზე წყლის თავისუფალი გადადინების საკითხთან დაკავშირებით. დაკვირვებები გვიჩვენებს, რომ ამ დროს Q ხარჯი დამოკიდებულია H დაწნევაზე, წყალსაშვის b სიგანეზე, სიმძიმის ძალის g აჩქარებასა და სითხის ρ სიმკვრივეზე, ე. ი. $Q=\varphi(b,\ \rho,\ g,\ H)$, ანუ

$$f(Q,\ b,\ \rho,\ g,\ H)=0. \qquad (14.38)$$

აქ ერთმანეთთან დაკავშირებულია ხუთი ფიზიკური სიდიდე. ვისარგებლოთ π — თეორემით. (14.38) განტოლებისათვის გვექნება $n-m=5-3$ უგანზომილებო კომპლექსი

$$f(\pi_1,\ \pi_2)=0. \qquad (14.39)$$

განვსაზღვროთ π_1 და π_2

$$\pi_1=Q^{x_1}\, b^{y_1}\, \rho^{z_1}\, g;$$
$$\pi_2=Q^{x_2}\, b^{y_2}\, \rho^{z_2}\, H.$$

იმის გამო, რომ $[Q]=L^3T^{-1}$, $[b]=L$, $[\rho]=ML^{-3}$ და $[g]=LT^{-2}$, ამიტომ

$$\pi_1=[Q]^{x_1}[b]^{y_1}[\rho]^{z_1}[g].$$

იმისათვის, რომ π_1 კომპლექსი უგანზომილებო იყოს, საჭიროა ხარისხის მაჩვენებლების ჯამი ყოველი განზომილებისათვის ნულს უტოლდებოდეს. შევადგინოთ შესაბამისი განტოლებები სიგრძის (L), დროისა (T) და მასის (M) განზომილებებისათვის

$$\left.\begin{aligned}
&3x_1+y_1-3z_1+1=0;\\
&x_1-2=0;\\
&z_1=0.
\end{aligned}\right\}$$

აქედან $x_1=-2$; $y_1=5$; $z_1=0$. ამიტომ π_1 კომპლექსისათვის გვექნება

$$\pi_1=Q^{x_1}b^{y_1}\rho^{z_1}g=Q^{-2}b^5\rho^0 g=\frac{b^5 g}{Q^2}.$$

ანალოგიურად π_2 კომპლექსისათვის ($x_2=0$; $y_2=-1$; $z_2=0$) მივიღებთ

$$\pi_2=b^{-1}H=\frac{H}{b}.$$

აღნიშნულის გათვალისწინებით (14.39) განტოლება ასე ჩაიწერება

$$f(\pi_1,\ \pi_2)=f\left(\frac{b^5 g}{Q^2},\ \frac{H}{b}\right)=0. \qquad (14.40)$$

მაგრამ $\frac{b^5 g}{Q^2}=\frac{b^5 g}{\omega^2 v^2}=\frac{b^5 g}{v^5 b^2 H^2}=\frac{gb}{v^2}\frac{b^2}{H^2}$, სადაც $\frac{gb}{v^2}=\frac{1}{\mathrm{Fr}}$, ამიტომ (14.40) დამოკიდებულებიდან გვექნება

$$f\left(\mathrm{Fr},\ \frac{H}{b}\right)=0. \qquad (14.41)$$

(14.41) განტოლება განსაზღვრავს წყალსაშვზე ჰაველის თავისუფალი გადადინების მოვლენის დამოკიდებულებას ფრუდის რიცხვზე. ცხადია, სხვა შემთხვევაში შეიძლება აღმოჩნდეს, რომ განსახილველი მოვლენა დამოკიდებულია რეინოლდსის რიცხვზე და ა. შ.

თავი მეთხუთმეტე

სითხის დაუმყარებელი მოძრაობა სადაწნეო მილსადენებსა და ღია კალაპოტებში

§ 15.1 ზოგადი ცნობები. სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის შემართივესი შემთხვევა

როგორც აღვნიშნეთ (§ 3.7), დაუმყარებელი მოძრაობისას სითხის მიერ დაკავებული სივრცის ყოველი უძრავი წერტილი ხასიათდება ადგილობრივი სიჩქარით, რომელიც დროის მიხედვით იცვლება. ამ დროს $\frac{\partial v}{\partial t}\neq 0$; $\frac{\partial Q}{\partial t}\neq 0$.

ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ სითხის დაუმყარებელ მდორედ ცვალებად ტურბულენტურ მოძრაობას. წყლის ასეთ მოძრაობას ჩვენ ხში-რად ვხვდებით ტურბინებთან მიმყვანი მილსადენების, ჰიდროსადგუ-

რებთან მიმყვანი და გამყვანი არხების და სხვათა ჰიდრავლიკური გაანგარიშებისას.

სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის შედარებით მარტივ შემთხვევას მიეკუთვნება დაწნევითი დაუმყარებელი მოძრაობა იმ დაშვებით, რომ სადაწნეო მილსადენის კედლები აბსოლუტურად ხისტია (აბსოლუტურად არ დეფორმირდება მილსადენში წნევის ცვლილებისას), ხოლო სითხე—აბსოლუტურად უკუმშველი. ამ დროს ცოცხალი კვეთის ფართობი არ არის დამოკიდებული დროზე და მთლიანად განისაზღვრება მილის ღერძის გაყოლებით ათვლილი l კოორდინატით $\omega = f_1(l)$. რაც შეეხება ხარჯს, ის დროის გარკვეული მომენტისათვის არ არის l ზე დამოკიდებული და მხოლოდ ერთი ცვლადის ფუნქციას წარმოადგენს $Q = f_2(t)$. აღნიშნულის გამო საშუალო სიჩქარეც მხოლოდ ერთი ცვლადის ფუნქცია იქნება $v = f_3(l)$.

სითხის დაწნევითი დაუმყარებელი მოძრაობის ასეთი უმარტივესი მოდელი პრაქტიკაში ხშირად ძისაღებია. თუმცა არის ისეთი შემთხვევებიც, როცა სითხის კუმშვადობისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის უგულებელყოფა არ შეიძლება. კერძოდ, ასეთ შემთხვევათა რიცხვს მიეკუთვნება ჰიდრავლიკური დარტყმის მოვლენა.

ღია კალაპოტებში ხარჯის ცვლილება იწვევს ნაკადის ცოცხალი კვეთის ზომების ცვლილებას დროის მიხედვით, ე. ი. $\omega = f_1(l, t)$. ამიტომ $\frac{\partial \omega}{\partial t} \neq 0$. ასევე l-ის და t-ს ფუნქციებია ხარჯი და სიჩქარე: $Q = f_2(l, t)$; $v = f_3(l, t)$.

ქვემოთ განიხილება შემდეგი სამი საკითხი:

ა) სითხის დაუმყარებელი მდორედ ცვალებადი დაწნევითი მოძრაობა, როცა სითხის კუმშვადობასა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობას უგულებელყოფთ;

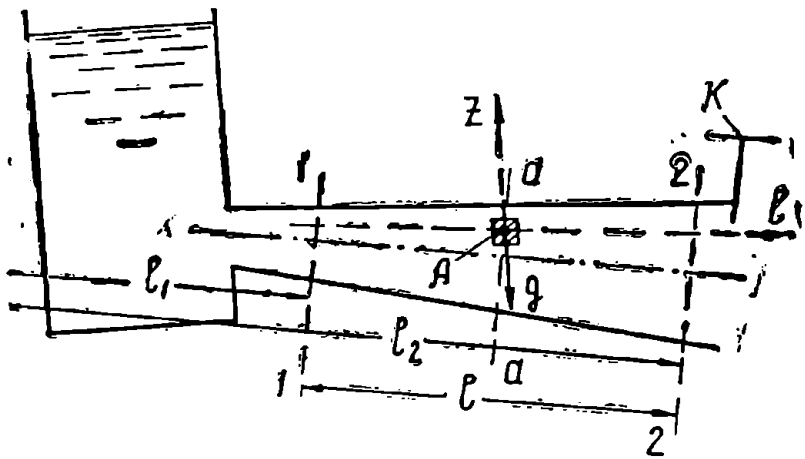
ბ) სითხის დაუმყარებელი დაწნევითი მოძრაობა, როცა აუცილებელია სითხის კუმშვადობისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის გათვალისწინება;

გ) სითხის დაუმყარებელი უდაწნეო მოძრაობა.

§ 15.2. სითხის დაუმყარებელი მდორედ ცვალებადი დაწნევითი მოძრაობა, როცა სითხის კუმშვადობასა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობას უგულებელყოფთ

1. ბერნულის განტოლება ელემენტარული ჭავლისათვის დაუმყარებელი მოძრაობისას (ბერნულის განტოლება, რომელიც ითვალისწინებს ინერციის ლოკალურ ძალებს). განვიხილოთ სითხის მოძრაობა გაფართოებად მილსადენში (ნახ. 15.1). ჩავთვალოთ, რომ 1—1 და 2—2

კვეთებს შორის ადგილობრივი წინაღობა არ არსებობს. მილსადენში Q ხარჯის ცვლილება დროის მიხედვით შეიძლება განვახორციელოთ მილსადენის ბოლოში მოთავსებული K ონკანის საშუალებით. გავატაროთ ბრტყელი $a—a$ კვეთი და ავიღოთ მასზე A წერტილი. კოორდინატთა



ნახ. 15.1.

z ღერძი მივმართოთ ვერტიკალურად, ხოლო მეორე l ღერძი შევუთავსოთ დენის წირს.

თავდაპირველად ვიგულისხმოთ, რომ სითხე იდეალურია და A წერტილში გამოვყოთ ერთეული მასა. განვსაზღვროთ მასზე მოქმედი ყველა ძალა და მათი გეგმილების ჯამი l ღერძზე გავუტოლოთ ნულს. მივიღებთ განსახილველი ერთეული მასის დინამიკური წონასწორობის ცნობილ განტოლებას პროექციებში, ე. ი. ეილერის განტოლებას

$$F_l - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial l} = \frac{du}{dt}, \qquad (15.1)$$

სადაც F_l არის ერთეულ მასაზე მოქმედი მოცულობითი ძალის გეგმილი l ღერძზე. იმის გამო, რომ განსახილველ შემთხვევაში მოცულობითი ძალებიდან სითხეზე მოქმედებს მხოლოდ სიმძიმის ძალა, რომლის პოტენციური ფუნქცია $U = -gz$, ამიტომ

$$F_l = \frac{dU}{dl} = -\frac{\partial}{\partial l}(gz). \qquad (15.2)$$

(15.1) გამოსახულებაში $\frac{du}{dt}$ სიდიდე წარმოადგენს ერთეული მასის ინერ-

ციის ძალას მოპირდაპირე ნიშნით. მაშასადამე, თუ გავითვალისწინებთ, რომ $u=f(l,\ t)$, (3.48) გამოსახულების შესაბამისად გვექნება

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial l}\frac{dl}{dt}+\frac{\partial u}{\partial t}=u\frac{\partial u}{\partial l}+\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{u^2}{2}\right)+\frac{\partial u}{\partial t}. \qquad (15.3)$$

F_T-ის და $\frac{dm}{dt}$-ს ეს მნიშვნელობები ჩავსვათ (15.1) განტოლებაში, მივიღებთ

$$-\frac{\partial}{\partial l}(gz)-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial l}-\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{u^2}{2}\right)-\frac{\partial u}{\partial t}=0.$$

თუ ამ გამოსახულების თითოეულ წევრს გავყოფთ ერთეული მასის წონაზე (ე. ი. g სიდიდეზე), მივიღებთ განტოლებას ერთეული წონის მქონე სითხისათვის

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}\right)+\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}=0. \qquad (15.4)$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრირება შევასრულოთ დროის მოცემული მომენტისათვის l კოორდინატით. მისი dl-ზე გამრავლებითა და 1—1-დან 2—2 კვეთამდე ინტეგრირებით მივიღებთ ბერნულის ჩვენთვის ცნობილ განტოლებას იდეალური სითხის ელემენტარული ჭაულისათვის ერთი დამატებითი წევრით

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}+\frac{1}{g}\int_{l_1}^{l_2}\frac{\partial u}{\partial t}\,dl. \qquad (15.5)$$

რეალური სითხის ელემენტარული ჭავლისათვის (15.5) განტოლება ასე ჩაიწერება:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{u_2^2}{2g}+h'_{\text{სიგ}}+h_i', \qquad (15.6)$$

სადაც $h'_{\text{სიგ}}$ არის დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი განსახილველ კვეთებს შორის;

h_i' — ე. წ. ინერციული დაწნევა[1];

$$h_i'=\frac{1}{g}\int_{l_1}^{l_2}\frac{\partial u}{\partial t}\,dl. \qquad (15.7)$$

[1] ნიშანი „პრიმი" $h'_{\text{სიგ}}$ და h_i'-თან მიუთითებს, რომ ეს სიდიდეები მიეკუთვნება ელემენტარულ ჭავლს და არა მთელ ნაკადს.

h_i' გამოვსახოთ ელემენტარული ჰაერის dQ ხარჯით. ამისათვის გავიხსენოთ, რომ

$$u = \frac{dQ}{\delta\omega}, \tag{15.8}$$

სადაც $\delta\omega$ არის ელემენტარული ჰაერის განივი კვეთის ფართობი, რომელიც არ არის დროზე დამოკიდებული, რადგანაც განსახილველი მილის კედლები არადეფორმირებადია.

მაშინ გვექნება

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\delta\omega}\,\frac{\partial (dQ)}{\partial t}. \tag{15.9}$$

(15.9)-ის გათვალისწინებით (15.7) ასეთ სახეს მიიღებს:

$$h_i' = \frac{1}{g}\int_{l_1}^{l_2}\frac{\partial u}{\partial t}\,dl = \frac{1}{g}\int_{l_1}^{l_2}\frac{1}{\delta\omega}\,\frac{\partial (dQ)}{\partial t}\,dl, \tag{15.10}$$

ანუ

$$h_i' = \frac{1}{g}\,\frac{\partial (dQ)}{\partial t}\int_{l_1}^{l_2}\frac{dl}{\delta\omega}, \tag{15.11}$$

რადგანაც $\dfrac{\partial (dQ)}{\partial t}$ სიდიდე არ არის l-ზე დამოკიდებული.

h_i' სიდიდეს აქვს სიგრძის განზომილება და, როგორც აღვნიშნეთ, ინერციულ დაწნევას უწოდებენ. ასეთი სახელწოდება აიხსნება შემდეგით:

მოძრავი სითხის ე რ თ ე უ ლ წ ო ნ ა ზ ე მოქმედი ინერციის ძალა

$$I' = -\frac{1}{g}\,\frac{du}{dt}, \tag{15.12}$$

სადაც $\dfrac{1}{g}$ არის ერთეული წონის სითხის მასა $\left(\text{მართლაც, } mg = 1,\right.$ საიდანაც $\left. m = \dfrac{1}{g}\right)$.

(15.12) განტოლება (15.3) გამოსახულების გათვალისწინებით ასე ჩაიწერება:

$$I' = -\frac{1}{g}\left[\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{u^2}{2}\right) + \frac{\partial u}{\partial t}\right], \tag{15.13}$$

ანუ

$$I' = -\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{u^2}{2g}\right) - \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} = I_1' + I_2', \qquad (15.14)$$

სადაც

$$I_1' = -\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{u^2}{2g}\right) =: f_1\left(\frac{\partial u}{\partial l}\right); \qquad (15.15)$$

$$I_2' = -\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} = f_2\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right). \qquad (15.16)$$

როგორც ვხედავთ, ინერციის კუთრი ძალა (I') შედგება ორი ნაწილისაგან, ე. წ. კონვექციური (I_1') და ლოკალური (I_2') ნაწილებისაგან[1]. კონვექციური ნაწილი განპირობებულია ჰაერის l სიგრძეზე u სიჩქარის ცვლილებით. თუ (15.15) გამოსახულებას გავამრავლებთ dl-ზე, მაშინ მისი ინტეგრირებით 1—1-დან 2—2 კვეთამდე მივიღებთ

$$\delta h_u = -\left(\frac{u_2^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g}\right). \qquad (15.17)$$

აქედან ჩანს, რომ სიჩქარითი დაწნევების სხვაობა (კუთრი კინეტიკური ენერგიის ნამატი განსახილველ კვეთებს შორის) სითხის როგორც დამყარებული, ისე დაუმყარებელი მოძრაობისას ითვალისწინებს ინერციის კუთრი ძალის კონვექციურ ნაწილს და განისაზღვრება $\frac{\partial u}{\partial l}$ კერძო წარმოებულით.

ლოკალური ნაწილი განპირობებულია სივრცის მოცემულ წერტილში დროის მიხედვით u სიჩქარის ცვლილებით. ის თავს იჩენს სითხის მხოლოდ დაუმყარებელი მოძრაობისას და განისაზღვრება $\frac{\partial u}{\partial t}$ კერძო წარმოებულით. (15.16) გამოსახულების dl-ზე გამრავლებითა და 1—1-დან 2—2 კვეთამდე ინტეგრირებით მივიღებთ h_i'-ს. მაშასადამე, h_i' არის დაწნევა, რომელიც ითვალისწინებს ინერციის ძალის მხოლოდ ლოკალურ ნაწილს. აღნიშნულის გამო h_i' სიდიდეს ხშირად ინერციულ დაწნევას უწოდებენ.

(15.6) განტოლება, რომელიც მიეკუთვნება დროის რაიმე გარკვეულ მომენტს, ითვალისწინებს ინერციის ლოკალურ ძალებს.

2. ბერნულის განტოლება რეალური სითხის მოძრაობისათვის, რომელიც ითვალისწინებს ინერციის ლოკალურ ძალებს. ბერნულის განტოლებას რეალური სითხის მოძრაობისათვის

[1] ნიშანი „პრიმი" I_1' და I_2' სიდიდეებთან მიუთითებს, რომ ისინი მიეკუთვნება დროულ წონას და არა გრთეულ მასას.

სათის დაუშყარებელი მდოვრედ ცვალებადი მოძრაობისას ასეთი სახე ექნება:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha v_2^2}{2g}+h_{1-2}+h_i, \qquad (15.18)$$

სადაც h_i არის დაწნევა, რომელიც იკარგება დროის მოცემულ მომენტში 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის მოთავსებული ერთეული წონის მქონე სითხის ინერციის ლოკალური ძალის დაძლევაზე. თუ მას გამოვსახავთ v საშუალო სიჩქარით, მაშინ მივიღებთ (15.7) დამოკიდებულების ანალოგიურ გამოსახულებას:

$$h_i=\frac{\alpha'}{g}\int_{l_1}^{l_2}\frac{\partial v}{\partial t}\,dl. \qquad (15.19)$$

აქ α' არის მოძრაობის რაოდენობის კოეფიციენტი. დანარჩენი წევრები (15.18) გამოსახულებაში ჩვენთვის ცნობილია.

გავითვალისწინოთ, რომ

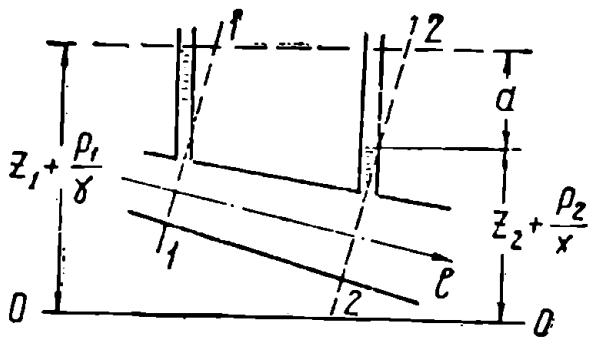
$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial(\omega v)}{\partial t}=\omega\frac{\partial v}{\partial t}. \qquad (15.20)$$

აქედან

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{\omega}\frac{\partial Q}{\partial t}. \qquad (15.21)$$

ამიტომ (15 19) ფორმულას შეიძლება ასეთი სახე მიეცეთ:

$$h_i=\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial Q}{\partial t}\int_{l_1}^{l_2}\frac{dl}{\omega}. \qquad (15\ 22)$$



ნახ. 15.2.

(15.18) განტოლება შეიძლება სხვა ფორმითაც ჩაეწეროთ. აღვნიშნოთ a-თი (ნახ. 15.2) მილსადენის ორ კვეთთან შეერთებულ პიეზომეტრებში

სითხის დონეთა ნიშნულებს შორის სხვაობა დროის მოცემული მომენტისათვის

$$a=\left(z_1+\frac{p_1}{\gamma}\right)-\left(z_2+\frac{p_2}{\gamma}\right).$$

მაშინ (15.18) გამოსახულება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$a=\frac{\alpha}{2g}(v_2^2-v_1^2)+h_{\text{სიგ}}+h_l. \qquad (15.23)$$

დასასრულს, შევნიშნავთ შემდეგს:

1) დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგს ($h_{\text{სიგ}}$) დაუმყარებელი მოძრაობისას მიახლოებით გამოვითვლით დამყარებული თანაბარი მოძრაობის ფორმულებით. კერძოდ,

$$h_{\text{სიგ}}=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}, \qquad (15.24)$$

სადაც $l=l_2-l_1$ (ნახ. 15.1).

ცხადია, საკითხისადმი ასეთი მიდგომა არასწორია, მაგრამ ეს გამოწვეულია იმით, რომ არ გაგვაჩნია საკმარისი მონაცემები დაუმყარებელი მოძრაობისას დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის გამოსათვლელად.

2) თუ სითხის მოძრაობა დროის მიხედვით საკმაოდ მცირედ იცვლება, მაშინ ბერნულის განტოლების h_l წევრი მისი სიმცირის გამო შეიძლება უგულებელყოთ. მივიღებთ ბერნულის ჩვეულებრივ განტოლებას (3.79) სითხის დამყარებული მდოვრედ ცვალებადი მოძრაობისათვის.

3) დამყარებული რეჟიმისას იმ ორ კვეთში, რომლისთვისაც ბერნულის განტოლებას ვადგენთ, სითხის მოძრაობა უნდა იყოს აუცილებლად მდოვრედ ცვალებადი, ხოლო ამ კვეთებს შორის მოძრაობა შეიძლება მდოვრედ ცვალებადისაგან განსხვავდებოდეს.

დაუმყარებელი მოძრაობისას ბერნულის განტოლებით (რომელიც დამატებით h_l წევრს შეიცავს) შეიძლება ვისარგებლოთ მხოლოდ მაშინ, თუ მოძრაობა მდოვრედ ცვალებადია არა მარტო განსახილველ კვეთებში, არამედ მათ შორისაც.

4) (15.18) და (15.23) განტოლებებში შედის მხოლოდ დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგი ($h_{\text{სიგ}}$), რადგანაც ეს გამოსახულებები მიიღეთ იმ დაშვებით, რომ განსახილველ კვეთებს შორის ადგილობრივი წინაღობები არ გვქონდა. მიუხედავად ამისა, აღნიშნული განტოლებებით შეიძლება ვისარგებლოთ მაშინაც, თუ მილსადენის სიგრძეზე შეზღუდული რაოდენობით გვხვდება ადგილობრივი წინაღობებიც. ასეთ შემთხვევაში (15.18) და (15.23) განტოლებებში $h_{\text{სიგ}}$-ში გულისხმობენ დაწნევის სრულ დანაკარგს (როგორც სიგრძეზე, ისე ადგილობრივს), ხოლო h_l წევრის

გამოთვლისას ინერციის ლოკალურ ძალებს, რომლებიც თავს იჩენენ ადგილობრივ წინაღობებთან, უგულებელყოფენ.

5) h_i სიდიდე, რომელიც (15.19) ან (15.22) ფორმულით გამოისახება, შეიძლება ასეც წარმოვადგინოთ:

$$h_i = \frac{dE_0}{\gamma Q dt}, \tag{15.25}$$

სადაც dE_0 არის 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის (ნახ. 15.1) მოთავსებული სითხის კინეტიკური ენერგიის ცვლილება dt დროის განმავლობაში.

3. ცილინდრულ მილში სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის ზოგადი ხაზგარეშე დამოკიდებულება. ცილინდრული მილისათვის დროის მოცემულ მომენტში $v_1 = v_2$. ამიტომ (15.23) გამოსახულებიდან გვექნება

$$a = h_{ინ} + h_i. \tag{15.26}$$

ამ გამოსახულებაში $h_{ინ}$ გამოითვლება (15.24) ფორმულით. h_i წევრისათვის, იმის გათვალისწინებით, რომ ნაკადის განწერილ $\omega = \text{const}$, (15.22) დამოკიდებულებიდან მივიღებთ

$$h_i = \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial Q}{\partial t} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{\omega} = \frac{\alpha'}{g} \frac{\partial \left(\frac{Q}{\omega}\right)}{\partial t} \int_{l_1}^{l_2} dl = \frac{\alpha' l}{g} \frac{\partial v}{\partial t}. \tag{15.27}$$

მაგრამ

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial l} \frac{dl}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t},$$

რადგანაც ცილინდრული მილისადენისათვის $\frac{\partial v}{\partial l} = 0$ ს. ამიტომ (15.27) გამოსახულება ასე ჩაიწერება:

$$h_i = \frac{\alpha' l}{g} \frac{dv}{dt}. \tag{15.28}$$

(15.24) და (15.28) გამოსახულებათა გათვალისწინებით **ცილინდრულ მილში სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის ხაზგარეშე ფორმულა** ასეთ სახეს მიიღებს:

$$a = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \frac{\alpha' l}{g} \frac{dv}{dt}. \tag{15.29}$$

4. **ბერნულის განტოლების გეომეტრიული ინტერპრეტაცია სითხის დაუმყარებელი მოძრაობისათვის.** განვიხილოთ დროის მიხედვით სითხის აჩქარებული და შენელებული მოძრაობა.

ა) დროის მიხედვით სითხის აჩქარებული მოძრაობისას სრული დაწნევა რომელიმე 1—1 კვეთში

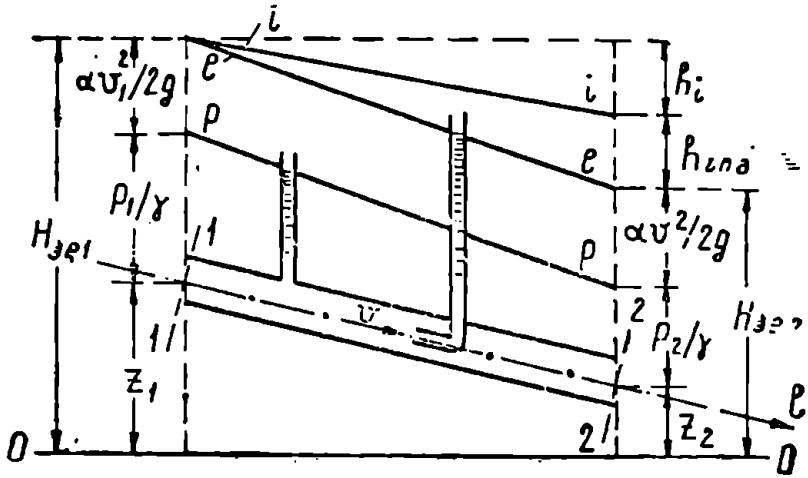
$$H_{ჯე\,1}=z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha v_1^2}{2g}$$

იხარჯება 2—2 კვეთში $H_{ჯე\,2}$ სრული ჰიდროდინამიკური დაწნევის შეჭშნაზე, სიგრძეზე წინაღობისა და განსახილველ კვეთებს შორის სითხის ინერციის ლოკალური ძალების დაძლევაზე (ნახ. 15.3). ე. ი.

$$H_{ჯე\,1}=H_{ჯე\,2}+h_{ინ_2}+|h_i|. \qquad (15.30)$$

შევნიშნავთ, რომ h_i სიდიდე, რომელიც აჩქარებული მოძრაობისას დადებითაა, არ უნდა განვიხილოთ როგორც დაკარგული ენერგიის ნაწილი.

ბ) დროის მიხედვით სითხის შენელებული მოძრაობისას h_i სიდიდე უარყოფითია, ე. ი. ერთი კვეთიდან მეორემდე გამოთავისუფლე-



ნახ. 15.3.

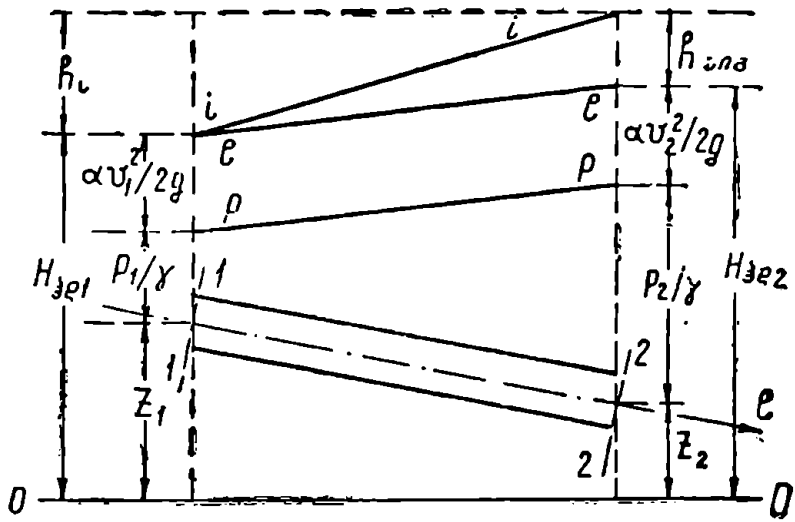
ბა კინეტიკური ენერგია h_i რაოდენობით, და თუ ამ მანძილზე დაწნევის დანაკარგი მცირეა ($h_{ინ_2}<h_i$), სრული დაწნევა დროის მოცემული მომენტისათვის განსახილველ კვეთებს შორის გაიზრდება (ნახ. 15.4). ამ დროს

$$H_{ჯე\,1}=H_{ჯე\,2}+h_{ინ_2}-|h_i|. \qquad (15.31)$$

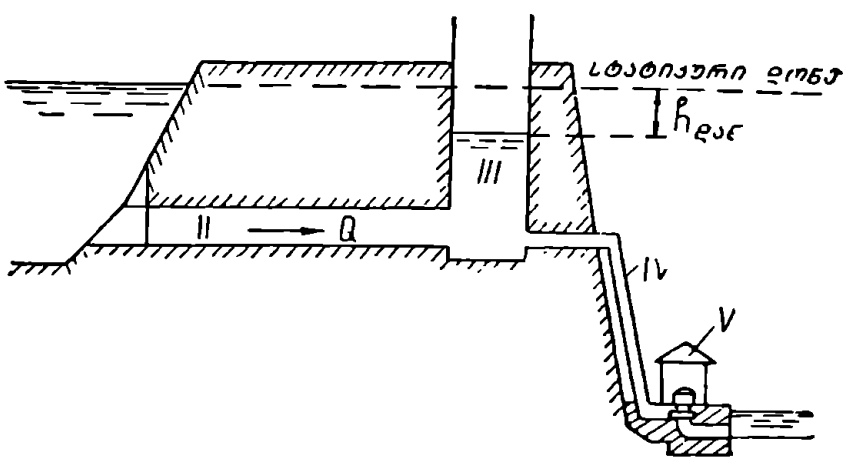
ხაზგასმით აღვნიშნავთ, რომ (15.3) და (15.4) ნახაზებზე ნაჩვენები სქემები უპასუხებენ დროის ერთ გარკვეულ მომენტს. დროის სხვა

მომენტისათვის $e-e$, $p-p$ და $i-i$ წირები თავიანთ მდებარეობას შეიცვლიან.

5. ზოგადი მითითებები ჰიდროსადგურების მთათანაბრებელ რეზერვუარში წყლის ჰორიზონტის რხევის შესახებ. (15.5) ნახაზზე მოცემუ-



ნახ. 15.4.



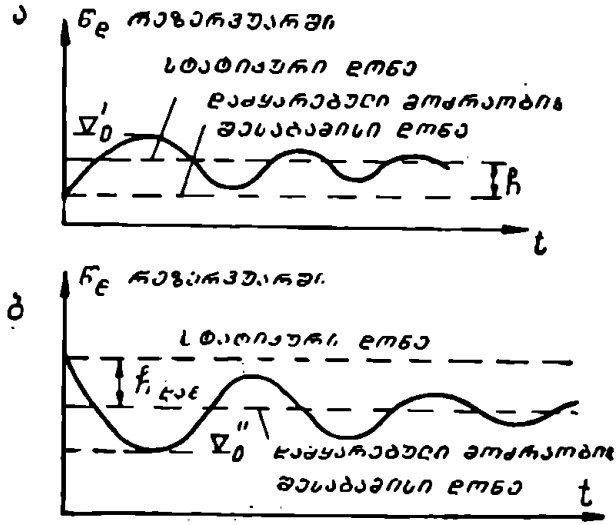
ნახ. 15.5.

ლია დერივაციული ჰიდროსადგურის სქემა წყალსაცავით (I), სადაწნეო გვირაბით (II), მთათანაბრებელი რეზერვუარით (III), სადაწნეო სატურ-

ბინო მილსადენითა (IV) და ჰიდროსადგურის შენობით, რომელშიც ტურბინებია მოთავსებული (V).

სადაწნეო სატურბინო მილსადენის სწრაფად ჩაკეტვისას ან გაღებისას მასში ხდება წნევის ასევე სწრაფად გაზრდა ან შემცირება. ამ მოვლენას, რომელსაც ჩვენ ქვემოთ დეტალურად განვიხილავთ (§ 15.3), ჰიდრავლიკურ დარტყმას უწოდებენ. ამასთან ჰიდრავლიკური დარტყმა მით ძლიერი იქნება, რაც გრძელია სადაწნეო მილსადენი. ამიტომ ჰიდრავლიკური დარტყმის შესამცირებლად აწყობენ მათანაბრებელ რეზერვუარს, რომელიც წყალსაცავისა და ჰიდროსადგურის შემაერთებელ სადაწნეო ტრაქტს ორ ცალკეულ ნაწილად (II და IV) ჰყოფს.

ცხადია, როცა სადაწნეო ტრაქტში მოძრაობა არ არის, წყლის დონე მათანაბრებელ რეზერვუარსა და წყალსაცავში ერთნაირია და მას სტატიკურ დონეს უწოდებენ. დამყარებული მოძრაობის შემთხ-



ნახ. 15.6.

ვევაში წყლის ჰორიზონტი სტატიკური დონიდან $h_{დან}$ სიდიდით დაბლა იქნება მოთავსებული ($h_{დან}$ არის დაწნევის დანაკარგი სადაწნეო გვირაბში).

განვიხილოთ მათანაბრებელ რეზერვუარში წყლის დონის რხევის საკითხი ტურბინის მარეგულირებელი ორგანოს მყისად ჩაკეტვის ან გაღების შემთხვევაში.

ტურბინის მარეგულირებელი ორგანოს მყისად ჩაკეტვისას წყლის მასა ინერციით აგრძელებს მოძრაობას სადაწნეო გვირაბში მათანაბრე-

ბელი რეზერვუარისაკენ, რის შედეგადაც წყლის დონე მასში აიწევა გარკვეულ სიმაღლეზე—სტატიკური დონის ზემოთ. ამის შემდეგ მათანაბრებელ რეზერვუარში დაიწყება წყლის დონის რხევითი მოძრაობა სტატიკური დონის მიმართ, რომელიც თანდათანობით მიილევა (ნახ. 15.6, ა).

ტურბინის მარეგულირებელი ორგანოს მყისად გაღებისას წყლის დონის რხევა მათანაბრებელ რეზერვუარში მოხდება დამყარებული მოძრაობის შესაბამისი დონის მიმართ (ნახ. 15.6, ბ). როგორც ვხედავთ, წყლის ჰორიზონტი რეზერვუარში დროის გარკვეულ მომენტში და გარკვეულ პირობებში იკავებს უმაღლეს მდებარეობას, რომლის ნიშნულია ∇_0', ხოლო დროის სხვა მომენტში და სხვა პირობებში უდაბლეს მდებარეობას ∇_0'' ნიშნულზე (ნახ. 15.6).

მათანაბრებელი რეზერვუარის დაპროექტებისას საჭიროა ∇_0' და ∇_0'' ნიშნულების ცოდნა. ისინი შეიძლება დავადგინოთ ბერნულის განტოლების (15.6) საშუალებით.

§ 15.3. სითხის დაშყარებელი დაწნევითი მოძრაობა, რომლის აუცილებელია სითხის კუმშვადობისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის გათვალისწინება. ჰიდრავლიკური დარტყმა

ჰიდრავლიკური დარტყმა ეწოდება მოვლენას, რომლის დროსაც სითხის მოძრაობის საშუალო სიჩქარის მკვეთრი ცვლილება სადაწნეო მილსადენში იწვევს ჰიდრომექანიკური წნევის ასევე მკვეთრ ცვლილებას. ჰიდრავლიკური დარტყმა განპირობებულია მილსადენში მოთავსებული სითხის იმ მასის ინერციით, რომლის სიჩქარის ცვლილებაც ხდება. ეს მოვლენა ჰიდრავლიკაში განსაკუთრებული შემთხვევაა, როდესაც აუცილებელია სითხის კუმშვადობისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის გათვალისწინება. ჰიდრავლიკური დარტყმა იწვევს მილსადენში წნევის დამატებით გაზრდას ან შემცირებას რამდენიმე ათეულჯერ, ხოლო ზოგჯერ ასეულჯერაც კი.

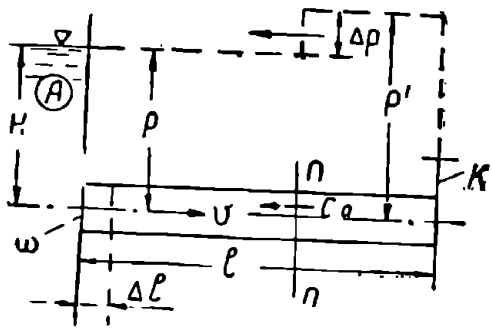
ჰიდრავლიკური დარტყმის თეორია პირველად დაამუშავა გამოჩენილმა რუსმა მეცნიერმა ნ. ჟუკოვსკიმ. ამ მოვლენის ფიზიკური პროცესის ძირითადი სქემა, ნ. ჟუკოვსკის თეორიის მიხედვით, შემდეგში მდგომარეობს:

ვთქვათ, გვაქვს l სიგრძისა და D დიამეტრის ჰორიზონტალური მილსადენი, რომელიც მიერთებულია A რეზერვუართან (ნახ. 15.7). დაწნევა მილის შესასვლელი კვეთის ცენტრზე $H=\text{const}$. მილსადენის ბოლოზე მოთავსებულია K საკეტი, რომლის საშუალებითაც ხდება ნაკა-

დის მოძრაობის v საშუალო სიჩქარის ცვლილება. ჩავთვალოთ, რომ სითხე არაბლანტი, მაგრამ კუმშვადია და ემორჩილება ჰუკის კანონს, ხოლო მილსადენის კედლები — აბსოლუტურად ხისტია.

განვიხილოთ მილსადენის მყისიერად ჩაკეტვის შემთხვევა.

პ ი რ ვ ე ლ ი ფ ა ზ ა. ვთქვათ, K საკეტი ნაწილობრივ ღიაა და მილსადენში სითხე მოძრაობს რაიმე v საშუალო სიჩქარითა და p საწყისი წნევით. მილსადენის უეცრად და სრულად ჩაკეტვისას ასევე უეცრად უნდა გაჩერდეს სითხის მთელი მოძრავი მასა. მაგრამ რეალური სითხე, რომელიც ხასიათდება დრეკადობით, გაჩერდება არა მყისიერად, არამედ თანდათანობით. ამასთან ჯერ გაჩერდება K საკეტთან მიმდებარე უახლოესი შრე, შემდეგ მისი მომდევნო შრე და ა. შ. ამ შრეების სიჩქარის ნულამდე შემცირების გამო ხდება მათი კინეტიკური ენერგიის გადასვლა პოტენციურში, რაც იწვევს წნევის გარკვეულ Δp სიდიდით გაზრდას. რაც მეტია მილსადენის სიგრძე, მით მეტია მასში სითხის მასა და მისი კინეტიკური ენერგია, და მით მეტი ხდება Δp სიდიდე.



ნახ. 15 7.

სითხის კუმშვის დრეკადი დეფორმაცია და წნევის ზრდა ტალღის სახით ვრცელდება ზემოთ, დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით (A რეზერვუარისაკენ) და Δt დროში მიაღწევს მილის ბოლოს. იმის გამო, რომ მოხდა სითხის შეკუმშვა, მილის რეზერვუართან მიერთების ადგილას გამოთავისუფლდება სივრცე Δl მანძილზე. რომელსაც შეავსებს რეზერვუარიდან შემოსული სითხე. ამით მთავრდება ჰიდრავლიკური დარტყმის პირველი ფაზა, როცა სითხე მილსადენში იმყოფება უძრავ მდგომარეობაში ($v=0$) გაზრდილი $p'=p+\Delta p$ წნევის ქვეშ. ამ დროს სითხის სიმკვრივე $\rho'=\rho+\Delta\rho$ სიდიდის ტოლია.

სითხის დრეკადი დეფორმაციისა და წნევის ზრდის (ჰიდრავლიკური დარტყმის) გავრცელების სიჩქარე, ანუ დ ა რ ტ ყ მ ი ს ტ ა ლ ღ ი ს გ ა ვ რ ც ე ლ ე ბ ი ს ს ი ჩ ქ ა რ ე

$$c_0=\frac{l}{\Delta t}, \tag{15.32}$$

სადაც l და Δt არის, შესაბამისად, მილის სიგრძე და პირველი ფაზის ხანგრძლივობა.

მეორე ფაზა. (გაფართოების ფაზა). როგორც აღვნიშნეთ, პირველი ფაზის ბოლო მომენტში სითხის მთელი მასა მილსადენში შეკუმშულია და p' წნევის ქვეშ იმყოფება უძრაობის მდგომარეობაში. მაგრამ ასეთი მდგომარეობა არამდგრადია, რადგანაც წნევა მილსადენში (p') გაცილებით მეტია რეზერვუარში (მილის შესასვლელ კვეთთან) წნევაზე (p). ეს იწვევს შეკუმშული სითხის გაფართოებას მილში, რის შედეგადაც სითხის მასა მოდის მოძრაობაში რეზერვუარისაკენ; შეკუმშული სითხის დრეკადი ენერგია კვლავ გადადის კინეტიკურში, სითხის ნაწილაკები თანდათანობით იძენენ v სიჩქარეს. ამასთან წნევა შრიდან შრემდე საკეტისაკენ მცირდება დიდი სიჩქარით. მეორე ფაზის ბოლოს მთელი სითხე მილსადენში იმოძრავებს A რეზერვუარისაკენ v საშუალო სიჩქარით.

ერთი სრული ციკლის ხანგრძლივობას (t), რომელიც მოიცავს წნევის გაზრდას და შემცირებას, დარტყმის ფაზას ან ფაზის ხანგრძლივობას უწოდებენ. თუ ჩავთვლით, რომ დარტყმის ტალღის გავრცელების სიჩქარე წნევის როგორც გაზრდის, ისე შემცირებისას ერთნაირია, მაშინ დარტყმის ფაზა გამოითვლება ფორმულით

$$t = \frac{2l}{c_0}. \qquad (15.33)$$

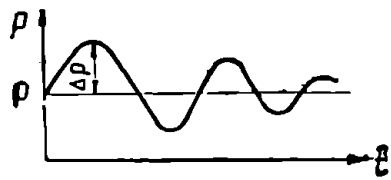
მესამე ფაზა (სითხის გაჩიმეისა და უძრაობის ფაზა). ამ ფაზის საწყის მომენტში მთელი სითხე მოძრაობს საწინააღმდეგო მიმართულებით (რეზერვუარისაკენ) და ცდილობს მოწყდეს საკეტს. შედეგად იწყება სითხის გაჩიმეა წნევის შემდგომი შემცირებით $p'' = p - \Delta p$ სიდიდემდე, მესამე ფაზის ბოლოს მილსადენში სითხის მოძრაობა მთლიანად ჩერდება; სითხე იმყოფება შემცირებული p'' წნევის ქვეშ. მაგრამ ასეთი მდგომარეობა კვლავ არამდგრადია, რადგანაც რეზერვუარში წნევა (p) მეტია მილსადენში წნევაზე (p'').

მეოთხე ფაზა (მოძრაობის იმ მდგომარეობამდე აღდგენის ფაზა, რომელიც იყო მილსადენის ჩაკეტვამდე). $\Delta p = p - p''$ წნევათა სხვაობის გავლენით დაიწყება სითხის მოძრაობა საკეტისაკენ. ასევე გაიზრდება წნევაც საწყის p მნიშვნელობამდე. მეოთხე ფაზის ბოლოს სითხე მილსადენში იმოძრავებს v საშუალო სიჩქარით და, საერთოდ, იქნება ისეთ მდგომარეობაში, როგორშიც იმყოფებოდა მილსადენის K საკეტით ჩაკეტვამდე. $4l/c_0$ დროს ჰიდრავლიკური დარტყმის პერიოდს უწოდებენ.

აღნიშნულიდან ჩანს, რომ სითხის მოძრაობის მახასიათებლები ჰიდრავლიკური დარტყმისას იცვლება დროის მიხედვით. მაშასადამე, ჰიდრავლიკური დარტყმა დაუმყარებელი მოძრაობის მაგალითია.

იმის გამო, რომ მილსადენი ჩაკეტილია, ხოლო მოძრაობა შეესა-

ბამება ჩაკეტვამდე არსებულ პირობებს, ამიტომ მეოთხე ფაზის ბოლოს კვლავ მოხდება ჰიდრავლიკური დარტყმა, და პროცესი უსასრულოდ გაგრძელდება. მაგრამ ეს ასე არ ხდება. რეალურ პირობებში სითხის სიბლანტისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის (დრეკადი დეფორმაციის) გამო ჰიდრავლიკური დარტყმის მოვლენა მიღებადი პროცესია (ნახ. 15.8).



ნახ. 15.8.

შეეადგინოთ იმპულსების განტოლება პირველი ფაზის ბოლო მომენტისათვის, როდესაც სითხის მასა l სიგრძის მილსადენში იმყოფება უძრავ მდგომარეობაში გაზრდილი $p+\Delta p$ წნევის ქვეშ

$$m(v_{ბაბ}-v_{ბაწ})=P\Delta t,$$

სადაც $m=\rho\omega l$ არის სითხის მასა;

ω — ცოცხალი კვეთის ფართობი (მილის განივი კვეთის ფართობი);

$v_{ბაბ}=0$ — საბოლოო სიჩქარე;

$v_{ბაწ}=v$ — საწყისი სიჩქარე;

P — ჯამური წნევის ძალა: $P=p\omega-(p+\Delta p)\omega=-\omega\Delta p$;

$\Delta t=\dfrac{l}{c_0}$ — პირველი ფაზის ხანგრძლივობა.

მაშასადამე, გვექნება

$$-\rho\omega lv=-\omega\Delta p\frac{l}{c_0},$$

საიდანაც

$$\Delta p=\rho vc_0. \tag{15.34}$$

მიღებული გამოსახულება ცნობილია ნ. ჟუკოვსკის ფორმულის სახელწოდებით და წარმოადგენს ჰიდრავლიკური დარტყმით გამოწვეული წნევის გადამეტების გამოსათვლელ დამოკიდებულებას.

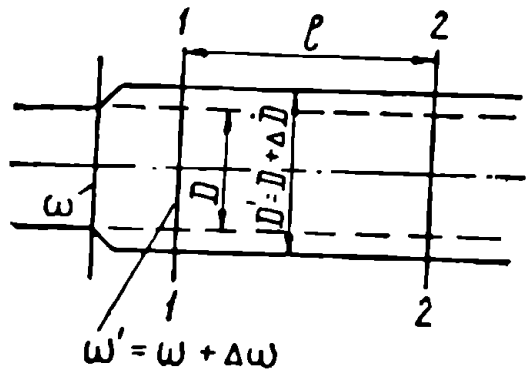
იმისათვის, რომ (15.34) ფორმულით პრაქტიკულად ვისარგებლოთ, საჭიროა, ვიცოდეთ დარტყმის ტალღის გავრცელების c_0 სიჩქარე. თუ ჩავთვლით, რომ მილსადენის კედლები აბსოლუტურად ხისტია, მაშინ c_0 შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$c_0=\sqrt{\frac{K}{\rho}}, \tag{15.35}$$

სადაც K არის განსახილველი სითხის დრეკადობის მოდული.

შევნიშნავთ, რომ ასეთივე ფორმულით გამოითვლება მდგარ სითხეში ბგერის გავრცელების სიჩქარეც.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ მილსადენის კედლები დრეკადია (დეფორმირებადია), მაშინ დარტყმის ტალღის გავრცელების სიჩქარე ნაკლები აღმოჩნდება (15.35) ფორმულით გამოთვლილ მნიშვნელობაზე. ეს იმით აიხსნება, რომ ჰიდრავლიკური დარტყმის შედეგად მილსადენში წნევის გაზრდის გამო მილის კედლები ფართოვდება და განივი კვეთის ფართობი (ω) იზრდება $\Delta\omega$ სიდიდით. ამიტომ l სიგრძის უბანზე (ნახ. 15.9) მილის შიგა მოცულობა გაიზრდება $\Delta W=\Delta\omega l$ სიდიდით. ეს სიერცე ეკუთვნება სითხით, კუმშვის მოჩვენებითი მნიშვნელობა იზრდება, ხოლო დრეკადობის მოდული მცირდება. სწორედ ეს იწვევს დარტყმის ტალღის გავრცელების სიჩქარის შემცირებას:



ნახ. 15.9.

$$c=\sqrt{\frac{K_0}{\rho}}, \tag{15.36}$$

სადაც $K_0<K$ არის ე. წ. **დაყვანილი** (მოჩვენებითი) **დრეკადობის მოდული**. მის გამოსათვლელად სარგებლობენ კორტევეგის ფორმულით

$$K_0=\frac{K}{1+\dfrac{K}{E}\dfrac{D}{\delta}}. \tag{15.37}$$

აქ K არის მოცემული სითხის დრეკადობის მოდული; E — მილის კედლის მასალის დრეკადობის მოდული; D და δ — შესაბამისად მილის დიამეტრი და კედლის სისქე. (15.35) და (15.37) გამოსახულებების გათვალისწინებით (15.36) ფორმულა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$c=\sqrt{\frac{K}{\rho\left(1+\dfrac{K}{E}\dfrac{D}{\delta}\right)}}=\frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1+\dfrac{K}{E}\dfrac{D}{\delta}}}, \tag{15.38}$$

ანუ

$$c=\frac{c_0}{\sqrt{1+\frac{K}{E}\frac{D}{\delta}}}. \qquad (15.39)$$

წყლისათვის დრეკადობის მოდული $K\approx 20{,}2\cdot 10^8$ პა, ხოლო სიმკვრივე $\rho=1000$ კგ/მ^3, ამიტომ $c_0=\sqrt{K/\rho}=\sqrt{20{,}2\cdot 10^8/1000}\approx 1425$ $\frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$. მაშინ c-ს გამოსათვლელად გვექნება

$$c=\frac{1425}{\sqrt{1+\frac{K}{E}\frac{D}{\delta}}}. \qquad (15.40)$$

ამგვარად, ჰიდრავლიკური დარტყმით გამოწვეული წნევის გადამეტების საანგარიშო ფორმულა სითხის კუმშვადობისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის გათვალისწინებით ასე ჩაიწერება:

$$\Delta p=\rho v c=\frac{1425\rho v}{\sqrt{1+\frac{K}{E}\frac{D}{\delta}}}. \qquad (15.41)$$

ფოლადის მილებისათვის ფარდობა $K/E=0{,}01$, ხოლო თუჯის მილებისათვის — 0,02-ს.

თუ მილსადენში სითხის მოძრაობის სწრაფად შეჩერებისათვის საპირო დრო დარტყმის ფაზაზე $\left(t=\frac{2l}{c}\right)$ ნაკლებია $t_{ჩაკ}<t$ (სადაც $t_{ჩაკ}$ არის საკეტით ან საკვალთით მილსადენის ჩაკეტვის დრო), მაშინ ჰიდრავლიკურ დარტყმას პირდაპირს უწოდებენ. მილსადენში სითხის მოძრაობის არა მყისიერად, არამედ თანდათან შეჩერების შემთხვევაში ჰიდრავლიკური დარტყმის ძალლენა რამდენადმე სხვაგვარ პირობებში წარიმართება. მილსადენის ჩაკეტვის დროის გავლენა დარტყმის ტალღის სიდიდეზე განსაკუთრებით საგრძნობია, თუ ჩაკეტვის $t_{ჩაკ}$ დრო დარტყმის ფაზაზე მეტია ($t_{ჩაკ}>t$). ასეთ დარტყმას არაპირდაპირს უწოდებენ. ცხადია, არაპირდაპირი ჰიდრავლიკური დარტყმისას წნევის გადამეტების სიდიდე ნაკლებია, ვიდრე პირდაპირი ჰიდრავლიკური დარტყმისას, რაც იმით აიხსნება, რომ ამ შემთხვევაში (არაპირდაპირი დარტყმისას) სითხის მოძრაობა მილსადენში t დროში მთლიანად არ ჩერდება და, მაშასადამე, არ ხდება სითხის მთელი კინეტიკური ენერგიის პოტენციურში გადასვლა.

არაპირდაპირი დარტყმისას წნევის გადამეტების სიდიდე მიახლოებით შეიძლება გამოვთვალოთ შემდეგი ფორმულით:

$$\Delta p = \rho v c \frac{t}{t_{\text{რაკ}}}. \qquad (15.42)$$

ჰიდრავლიკური დარტყმის მოვლენას ხშირად ვხვდებით ჰიდროსადგურების სადაწნეო ტრაქტში, როდესაც სადგურის დატვირთვის მკვეთრი ცვლილებასთან დაკავშირებით სრულდება სატურბინო საკეტების ან ტურბინის მიმმართველი აპარატის სწრაფი მანევრირება (დახურვა ან გაღება). ჰიდრავლიკური დარტყმა წარმოიქმნება აგრეთვე სადაწნეო მილსადენში მომუშავე ტუმბოს ამორთვის შედეგად, წყალსადენის მაგისტრალებში საკვალთების მკვეთრი რეგულირებისას და სხვ. ჰიდრავლიკური მოვლენა, როგორც ვნახეთ, იწვევს წნევის მკვეთრ ცვლილებას, რაც ხშირად ძილსადენის ავარიით მთავრდება. ჰიდრავლიკური დარტყმის მოვლენის თავიდან აცილების ან შესუსტების მიზნით, საინჟინრო პრაქტიკაში ატარებენ მრავალ სპეციალურ ღონისძიებას.

შევნიშნავთ, რომ ჰიდრავლიკური დარტყმის არასასურველი მოვლენა გამოყენებულია სასარგებლო მიზნითაც. კერძოდ, წყლის ამწე მახჩანის—ჰიდრავლიკური ტარანის მოქმედების პრინციპი ემყარება ჰიდრავლიკური დარტყმის მოვლენას.

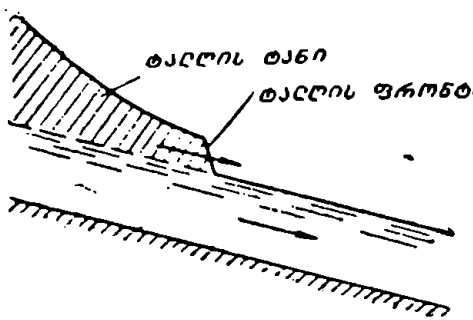
§ 15.4. ხითხის დაუმყარებელი მდოვრედ ცვალებადი მოძრაობა ღია კალაპოტებში

1. ზოგადი ცნობები. გადაადგილების ტალღის სახეები. დაუმყარებელი მოძრაობა ჰიდროტექნიკურ პრაქტიკაში ძალზე ხშირად გვხვდება. კაშხლის საკეტების მანევრირება, ჰიდროსადგურების სადღეღამისო გრაფიკით მუშაობა, სადგურის ავარიული განტვირთვა და სხვ.—ყოველივე ეს არღვევს ნაკადის პირვანდელ, ჩვეულებრივ დამყარებულ რეჟიმს და იწვევს დაუმყარებელი მოძრაობის წარმოქმნას, რაც განაპირობებს სადინარის კვეთში ან წყლის დონის ნიშნულის, ან ნაკადის ხარჯის ცვლილებას დროის მიხედვით. კვეთი, რომელშიც ეს ცვლილებები შეიმჩნევა, წარმოადგენს ტალღის ან ტალღების წარმოქმნის წყაროს, რაც ასე დამახასიათებელია დაუმყარებელი მოძრაობისათვის. ამიტომ ამ უკანასკნელს ხშირად **ტალღურ მოძრაობას** უწოდებენ.

ზღვის ტალღებისაგან განსხვავებით, დაუმყარებელი მოძრაობისას წარმოქმნილი ტალღებისათვის დამახასიათებელია მნიშვნელოვანი სიდიდის ხარჯების გადატანის უნარი, რის გამოც მათ **გადაადგილების ტალღებს** უწოდებენ. გადაადგილების ტალღის მყისიერი პროფილი ხასიათდება ძალზე მცირე სიმრუდით; ნაკადის ელემენტები ამ შემთხვევაში იცვლება მდოვრედ როგორც დროში, ისე ნაკადის სიგრძეზე. ისე, რომ მსგავსი დაუმყარებელი მოძრაობა შეიძლება მდოვრედ

ცვალებად მოძრაობად ჩავთვალოთ. თუმცა ზოგ შემთხვევაში საინჟინრო პრაქტიკაში ჩვენ ვხვდებით ე. წ. წყვეტილ ტალღას, რომელიც ხასიათდება ციცაბო, ზოგჯერ თითქმის ვერტიკალური ფრონტით და რომელსაც მოცემულ კვეთში შეუძლია გაძოიწვიოს წყლის დონის ნიშნულის მკვეთრი ცვლილება.

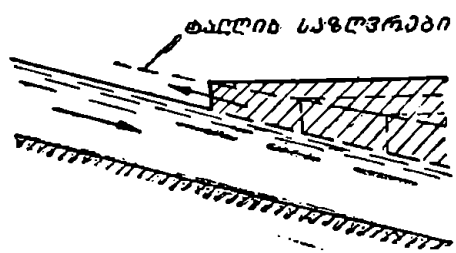
დაუმყარებელი მოძრაობისას ტალღა შეიძლება გავრცელდეს როგორც ქვემოთ, დინების მიმართულებით, ისე საწინააღმდეგოდ. პირველ შემთხვევაში ტალღას პირდაპირი (დამავალი), ხოლო მეორე შემთხვევაში შექცეული (აღმავალი) ეწოდება. თუ ტალღა ხასიათდება დონის აწევით, მას დადებითს, ხოლო პირიქით შემთხვევაში— უარყოფითს უწოდებენ.



ნახ. 15.10.

დამავალი დადებითი ტალღა (შევსების ტალღა) წარმოიქმნება მაშინ, როდესაც კალაპოტის საწყის კვეთში მკვეთრად იზრდება ან წყლის დონის ნიშნული, ან ხარჯი (ნახ. 15.10). შევსების ტალღას გადააქვს ხარჯის ცვლილება (მატება) ქვემოთ, დინების მიმართულებით და იწვევს წყლის დონის აწევას.

აღმავალი დადებითი ტალღა (შეტბორვის ტალღა) წარმოიქმნება ღია კალაპოტის ბოლო კვეთში ხარჯის შემცირებისას (ნახ. 15.11). შეტბორვის ტალღას გადააქვს ხარჯის ცვლილება (კლება) ზემოთ — დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით და იწვევს წყლის დონის აწევას.

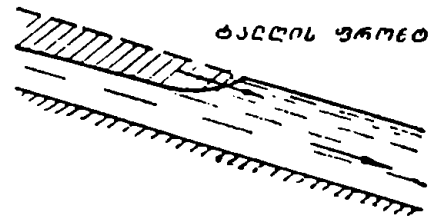


ნახ. 15.11.

უმეტეს შემთხვევაში დადებითი ტალღა ხასიათდება საკმაოდ ციცაბო ფრონტით.

დამავალ უარყოფით ტალღას ხშირად მიქცევის, ხოლო აღმავალ უარყოფით ტალღას—ამოღვრის ტალღას უწოდებენ. მათგან პირველი (ნახ, 15.12) შეიმჩნევა ღია კალაპოტის საწყის კვეთში ხარჯის

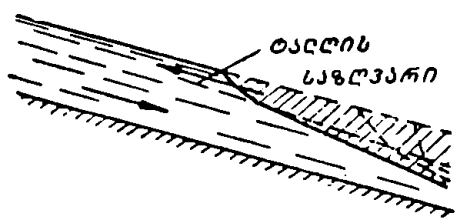
შემცირებისას, ხოლო მეორე (ნახ. 15.13)—ბოლო კვეთში ხარჯის გაზრდისას. მიქცევის ტალღას გადააქვს ხარჯის ცვლილება (კლება) ქვემოთ—დინების მიმართულებით და იწვევს დონის დაწევას. ასევე ხდება დონის დაწევა ამოღვრის ტალღის შემთხვევაშიც, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ამ დროს გვაქვს ხარჯის ცვლილების გადატანა ზემოთ—დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით.



ნახ. 15.12.

უარყოფითი ტალღა ხასიათდება დამრეცი ფრონტით.

ტალღა შედგება ფრონტისა და ტანისაგან. ტალღის ფრონტის ნაკადის გასწვრივ გადაადგილების რაიონში ხდება მკვეთრად ცვალებადი მოძრაობა, მაშინ როდესაც ტალღის ტანის ფარგლებში მოძრაობა მდორედ ცვალებადია.



ნახ. 15.13.

ტალღური მოძრაობის ერთ-ერთი მახასიათებელია ე. წ. ტალღის საზღვარი, ანუ ტალღის ფრონტისა და ტანის მოხაზულობათა გადაკვეთის წერტილთა გეომეტრიული ადგილი (ნახ. 15.11; 15.13).

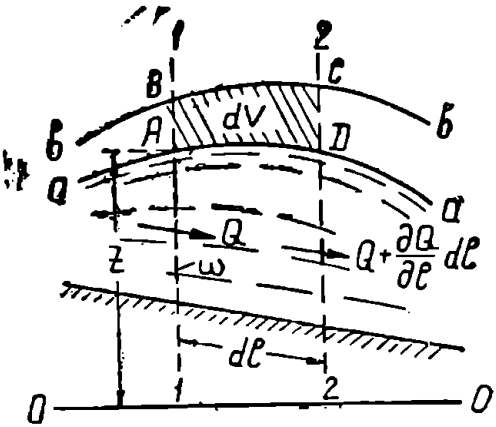
ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ ღია კალაპოტებში სითხის ერთგანზომილებიანი დაუმყარებელი მოძრაობის მხოლოდ ძირითად ცნებებს.

ე. დაუმყარებელი მდორედ ცვალებადი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები. ისეთი მოძრაობა, რომელიც ხდება ტალღის ტანის ფარგლებში, შეიძლება დავახასიათოთ ორი დიფერენციალური განტოლებით: უწყვეტობის განტოლებით და დინამიკური წონასწორობის განტოლებით.

ა) უწყვეტობის განტოლება (ხარჯის ბალანსის განტოლება). სითხის დამყარებული მოძრაობისაგან განსხვავებით დაუმყარებელი მოძრაობისას ხარჯის ნებისმიერი ცვლილება ნაკადის რომელიმე კვეთში იწვევს სიღრმის ცვლილებას და ტალღური პროცესის წარმოქმნას. ხარჯის ეს ცვლილება ნაკადის გასწვრივ ვრცელდება არა მყისიერად, არა-

ზედ რაიმე სიჩქარით. ამის გამო დროის მიხედვით იცვლება როგორც სიღრმეები, ისე ხარჯი.

ვთქვათ, სითხის თავისუფალ ზედაპირს დროის რაიმე t მომენტში უკავია a—a მდებარეობა, ხოლო $t+dt$ მომენტში — b—b მდებარეობა (ნახ. 15.14). ერთმანეთისაგან უსასრულოდ მცირე dl მანძილით დაცილებული ორი კვეთით (1—1 და 2—2 კვეთებით) ნაკადში გამოვყოთ ნაკვეთური და გამოვთვალოთ მასში მოთავსებული სითხის მოცულობის ცვლილება dt დროის განმავლობაში.



ნახ. 15.14.

dt დროში 1—1 კვეთიდან ნაკვეთურში შედის წყლის $Q\,dt$ მოცულობა, ხოლო 2—2 კვეთიდან გამოედინება $-\left(Q+\frac{\partial Q}{\partial l}\,dl\right)dt$ მოცულობა. ამგვარად, სითხის მოცულობის ცვლილება დროის dt შუალედში იქნება

$$dV = Q\,dt - \left(Q+\frac{\partial Q}{\partial l}\,dl\right)dt = -\frac{\partial Q}{\partial l}\,dl\,dt. \qquad (15.43)$$

სითხის ეს ელემენტარული dV მოცულობა (ნახაზზე ის დაშტრიხულია) სითხის უკუმშველობის გამო გამოიწვევს ნაკადის სიღრმისა და ცოცხალი კვეთის ფართობის გაზრდას განსახილველ dl უბანზე, შესაბამისად, dh-ით და $d\omega$-თი (dt დროში)

$$d\omega = \frac{\partial \omega}{\partial t}\,dt.$$

ამიტომ მოცულობის ცვლილება დროის dt შუალედში შეიძლება ასეც განვსაზღვროთ:

$$dV = d\omega\,dl = \frac{\partial \omega}{\partial t}\,dt\,dl. \qquad (15.44)$$

(15.43) და (15.44) გამოსახულებათა გატოლებით მივიღებთ

$$-\frac{\partial Q}{\partial l}\,dl\,dt = \frac{\partial \omega}{\partial t}\,dt\,dl,$$

ანუ

$$\frac{\partial Q}{\partial l}+\frac{\partial \omega}{\partial t}=0. \tag{15.45}$$

(15.45) განტოლება წარმოადგენს უწყვეტობის განტოლებას ღია კალაპოტში სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის პირობებში.

სწორკუთხა პრიზმული კალაპოტისათვის $\omega=Bh$, სადაც $B=$ $=$ const, ამიტომ

$$\frac{\partial Q}{\partial l}=\frac{\partial(\omega v)}{\partial l}=\frac{\partial(Bhv)}{\partial l}=B\frac{\partial(hv)}{\partial l}=B\frac{\partial q}{\partial l};$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}(Bh)=B\frac{\partial h}{\partial t},$$

სადაც $q=hv$ არის კუთრი ხარჯი.

აღნიშნულის გათვალისწინებით (15.45) განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\frac{\partial(hv)}{\partial l}+\frac{\partial h}{\partial t}=0, \tag{15.46}$$

ანუ

$$\frac{\partial q}{\partial l}+\frac{\partial h}{\partial t}=0. \tag{15.47}$$

ბ) დინამიკური წონასწორობის განტოლება. აქაც, ისევე როგორც ზემოთ, განვიხილოთ 1—1 და 2—2 კვეთებით გამოყოფილი ელემენტარული ნაკვეთური a—a თავისუფალი ზედაპირით. თუ ამ ნაკვეთურზე მოქმედი ყველა ძალის (მათ შორის ინერციის ძალის) მოძრაობის მიმართულებაზე გეგმილების ჯამს, დალამბერის პრინციპის თანახმად, გავუტოლებთ ნულს და ჩავთვლით, რომ $\alpha=\alpha'=1$, მივიღებთ დინამიკური წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებას

$$i_J=\frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{v^2}{C^2R}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}. \tag{15.48}$$

ეს განტოლება არათანაბარი მდორედ ცვალებადი მოძრაობის დიფერენციალუოი განტოლებისაგან (7.59) განსხვავებით შეიცავს ერთ დამატებით წევრს $\left(\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, რომელიც ითვალისწინებს ინერციის ძალის ლოკალურ ნაწილს; $\frac{1}{g}$ არის ერთეული წონის მქონე სითხის მასა; $\frac{\partial v}{\partial t}$ — აჩქარების ლოკალური ნაწილი.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ პიეზომეტრული ქანობი —

$$i_п = i - \frac{\partial h}{\partial l},$$

ხოლო ჰიდრავლიკური ქანობი —

$$I = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{\omega^2 v^2}{\omega^2 C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2},$$

მაშინ (15.48) გამოსახულებას შეიძლება ასეთი სახე მივცეთ:

$$i - \frac{\partial h}{\partial l} = \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial l} + \frac{Q^2}{K^2} + \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}. \qquad (15.49)$$

(15.45) და (15.49) დიფერენციალური განტოლებები წარმოადგენს ორი დიფერენციალური განტოლების სისტემას, რომელსაც სენ-ვენანის განტოლებებს უწოდებენ. ამ სისტემის ამოხსნით მიიღება ორი ფუნქცია — $Q = f_1(t, l)$ და $\omega = f_2(t, l)$, რომელთა საშუალებით დროის მოცემული მომენტისათვის შეიძლება აგებულ იქნეს ტალღის ტანის თავისუფალი ზედაპირი, განისაზღვროს ტალღის სიმაღლე (ξ), მისი გავრცელების სიჩქარე (c) და სხვ.

აღნიშნული სისტემა არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაა ჰიპერბოლური ტიპის კერძო წარმოებულებით და მისი ამოხსნა დიდ სიძნელეებთან არის დაკავშირებული. არსებობს ამოხსნის მხოლოდ მიახლოებითი მეთოდები, რომლებიც შეიძლება შემდეგ ორ ძირითად ჯგუფად დაიყოს:

1) მეთოდები, რომლებიც ეყრდნობიან ეგმ-ის გამოყენებას რაიმე დამატებითი დაშვებების შემოტანის გარეშე. ასეთს მიეკუთვნება პირდაპირი და სხვაობითი მეთოდები.

2) მეთოდები, რომლებიც ეყრდნობიან სხვადასხვა დამატებითი დაშვების გამოყენებას, ასეთს მიეკუთვნება მახასიათებლების მეთოდი, მყისიერი რეჟიმების მეთოდი და სხვ.

§ 15.5. ჰორიზონტალურ ხვრელკუთხა ძალაპოტში სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის უმარტივესი შემთხვევა

განვიხილოთ პრიზმულ სწორკუთხა ჰორიზონტალურ კალაპოტში სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის უმარტივესი შემთხვევა. ამასთან ჩავთვალოთ, რომ დაწნევის დანაკარგები ნულის ტოლია. მაშინ გვექნება

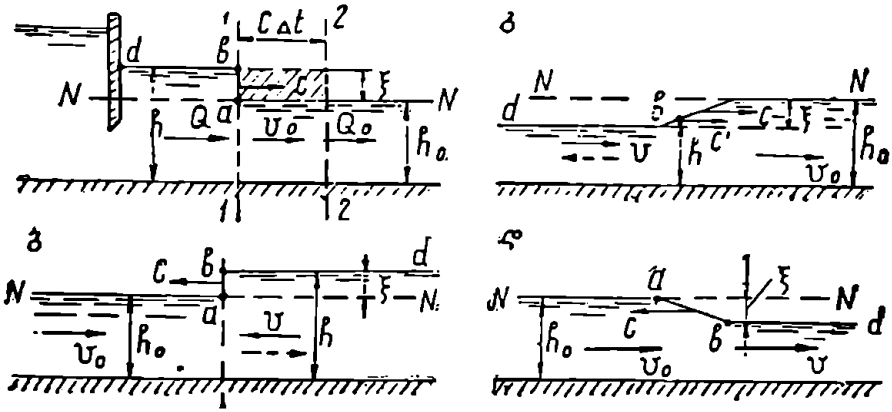
$$i = 0; \quad I = \frac{Q^2}{K^2} = 0. \qquad (15.50)$$

მაშასადამე, განსახილველ შემთხვევაში სენ-ვენანის განტოლებათა სისტემა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial(hv)}{\partial l}+\frac{\partial h}{\partial t}=0;\\&\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial l}=-g\frac{\partial h}{\partial l}.\end{aligned}\right\}\qquad(15.51)$$

ეს სისტემა, მათემატიკის ჩვეულებრივი მეთოდების გამოყენებით ადვილად ამოხსნება. ამიტომ ჩვენ შემოვიფარგლებით მხოლოდ მიღებული საბოლოო შედეგების გახმარტებით.

წარმოვიდგინოთ განსახილველი კალაპოტის გრძივი პრილი (ნახ. 15.15). ნახაზზე $N—N$ წირით ვუჩვენოთ დამყარებული მოძრაობის შესაბამისი თავისუფალი ზედაპირი, ხოლო „0" ინდექსით აღვნიშნოთ ასევე დამყარებული მოძრაობის შესაბამისი ჰიდრავლიკური ელემენტები.



ნახ. 15.15.

ნახაზის ა, ბ, გ, დ სქემებზე მოცემულია გადაადგილების ტალღის ჩვენთვის ცნობილი ოთხი შემთხვევა.

მიღებულ განტოლებათა ანალიზი გვიჩვენებს, რომ დადებითი ტალღის შემთხვევაში (ნახ. 15.15, ა, ბ) *ab* ფრონტი პრაქტიკულად ვერტიკალურია, ხოლო უარყოფითი ტალღის შემთხვევაში (ნახ. 15.15, გ, დ) — საკმაოდ დამრეცი, რომლის სხვადასხვა წერტილი სხვადასხვა ε' (ნახ. 15. 15, გ) სიჩქარით ხასიათდება. უარყოფითი ტალღებისათვის ფრონტის მოძრაობის ε სიჩქარეში ეგულისხმობთ *ab* წირის სხვადასხვა წერტილში ε' სიჩქარეთა საშუალო მნიშვნელობას.

(15.51) სისტემის ამოხსნით ვღებულობთ

$$c = v_0 \pm \sqrt{gh_0}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{\xi}{h_0}\right); \qquad (15.52)$$

$$c' = v_0 \pm \left(3\sqrt{gh} - 2\sqrt{gh_0}\right), \qquad (15.53)$$

სადაც ξ არის ტალღის სიმაღლე;

h — ნაკადის სიღრმე დაუშყარებელი მოძრაობისას ab წირის იმ წერტილში, სადაც სიჩქარე c'-ის ტოლია.

თუ ტალღის სიმაღლე შედარებით მცირეა ($\xi < 0{,}1h$), მაშინ $\frac{\xi}{h_0}$ წარდობას უგულებელყოფენ და ტალღის გავრცელების სიჩქარის გამოსათვლელი (15.52) ფორმულა ასეთ სახეს ღებულობს:

$$c = v_0 \pm \sqrt{gh_0}\,. \qquad (15.54)$$

ბოლოს, თუ დაეუშვებთ, რომ მცირე სიმაღლის ტალღა უძრავ სითხეში ($v_0 = 0$) ვრცელდება, მივიღებთ

$$c = \pm\sqrt{gh_0}. \qquad (15.55)$$

(15.52)—(15.55) გამოსახულებებში ნიშანი „პლუსი" შეესაბამება დამავალ ტალღას, ხოლო ნიშანი „მინუსი" — აღმავალს. უარყოფითი ტალღის შემთხვევაში ξ სიდიდეს (15.52) ფორმულაში ვთვლით უარყოფითად.

ახლა განვსაზღვროთ ე. წ. ტალღური ხარჯი. ამ მიზნით ნაკადში იმ ადგილას, სადაც დროის ბოცემულ მომენტში იმყოფება ტალღის ფრონტი, გაეატაროთ 1—1 კვეთი (ნახ. 15.15, ა). ტალღის გავრცელების განსახილველი სქემის შეძთხვევაში 1—1 კვეთის მარჯვნივ ნაკადის მოძრაობის რეჟიმი დამყარებულია, მაშინ როდესაც ამ კვეთის მარცხნივ ნაკადი დაუშყარებელი მოძრაობის მდგომარეობაშია. თუ ტალღის გავრცელების სიჩქარეს აღვნიშნავთ c-თი, მაშინ დროის რაიმე Δt შუალედში ტალღის ფრონტი გადააღგილდება $c\Delta t$ მანძილზე და დაიკავებს 2—2 მდებარეობას.

სითხის მოცულობა, რომელიც 1—1 კვეთში შედის Δt დროის განმავლობაში, $Q\Delta t$ სიდიდის ტოლია (Q არის დაუშყარებელი მოძრაობის შესაბამისი ხარჯი, ე. ი. ხარჯი 1—1 კვეთის მარცხნივ). დროის იგივე მონაკვეთში 2—2 კვეთიდან გამოედინება სითხის $Q_0\Delta t$ მოცულობა (Q_0 არის დაშყარებული მოძრაობის შესაბამისი ხარჯი, ე. ი. ხარჯი 1—1 კვეთის მარჯვნივ). ცხადია, აღნიშნულ მოცულობათა სხვაობა 1—1 და 2—2 კვეთებს შორის მოთავსებული ტალღის მოცულობის ტოლი უნდა იყოს, ე. ი.

$$\Delta Q\,\Delta t = Q\,\Delta t - Q_0\,\Delta t = c\,\xi\,B\,\Delta t,$$

ანუ

$$\Delta Q = Q - Q_0 = c\xi B, \qquad (15.56)$$

სადაც B არის სწორკუთხა კალაპოტის სიგანე.

ΔQ სიდიდეს, რომელიც ახასიათებს ხარჯის ცვლილებას დაუშვარებელი მოძრაობისას და რომელიც გადააქვს ტალღას, უწოდებენ ტალღურ ხარჯს.

თავი მეთექვსმეტე

ხითხის ორფაზიანი ნაკადები

§ 16.1. ზოგადი ცნობები ორფაზიანი ნაკადების შესახებ. წყლის სიმღვრივე. ჰიდრავლიკური ხიხხო

ორფაზიანს უწოდებენ სითხის ნაკადებს, რომლებიც შეიცავენ ან მყარი სხეულის ნაწილაკებს, ან სხვა სითხის წვეთებს, ან აირბუშტულებს შეტივტივებულ მდგომარეობაში.

ჰიდროტექნიკური შენებლობის პრაქტიკაში ორფაზიან სისტემებს ძირითადად ვხვდებით გრუნტის შეტივტივებული ნაწილაკების შემცველი ნაკადების განხილვისას. გრუნტის მყარ ნაწილაკებს, რომლებიც წყლის ნაკადს გადააქვს, ნატანს უწოდებენ. ნაკადებს, რომლებიც დიდი რაოდენობით შეიცავენ ნატანს (მყარ ფაზას) ჰიდრონარევი ან პულპა ეწოდება.

ნაკადები მდინარეებსა და გაუმაგრებელ ხელოვნურ კალაპოტებში შეიძლება იყოს ორფაზიანი თხევადი. და მყარი ფაზების ჰიდროდინამიკური პარამეტრების მხოლოდ გარკვეული თანაფარდობისას. შეიძლება წარმოვიდგინოთ წყლის მოძრაობა ისეთი სიჩქარით, რომლის დროსაც კალაპოტის ფსკერზე მდებარე გრუნტის ნაწილაკები მოძრაობაში არ მოვა. მაშასადამე, ნატანის ნაწილაკების საწყისი წონასწორობის დასარღვევად და მოძრაობაში მოსაყვანად ნაკადს უნდა ჰქონდეს არანაკლებ სიჩქარეზე რამდენადმე მეტი სიჩქარე (§ 6.4). ფსკერზე მდებარე გრუნტის ნაწილაკების მოწყვეტა და მათი შეტივტივება დამოკიდებულია ნაწილაკების ზომებზე, ფორმაზე, სიმკვრივესა და მათ ურთიერთმდებარეობაზე. სიჩქარეს, რომლის დროსაც ნატანი ნაკადში შეტივტივებულ მდგომარეობაშია, არადამლამავი ეწოდება.

გრუნტი, რომლისაგანაც შედგება კალაპოტი, შეიძლება იყოს ბმული და არაბმული. ბმულ გრუნტში, რომლის მაგალითია თიხა, ცალკეულ ნაწილაკებს შორის არსებობს შეკიდულობა, არაბმულ გრუნტში (ქვიშა, ხრეში და სხვ.) კი—ასეთი შეკიდულობა გამორიცხულია.

კალაპოტში ნატანის გადაადგილების ფორმის მიხედვით განასხვავებენ შეტივტივებულ და ფსკერულ ნატანს. მყარი ნაწილაკების იმ ნაწილს, რომელთა გადაადგილება ხდება გარემომცველ წყლის მასასთან ერთად, შეტივტივებულ ნატანს უწოდებენ; ნატანის იმ ნაწილს კი, რომლის გადაადგილება კალაპოტის ფსკერის გაყოლებით ხდება,—ფსკერული ეწოდება. არსებობს ნატანის შუალედი კატეგორიაც, ე. წ. ფსკერისპირა ნატანი. სწორედ შეტივტივებული ნატანი ქმნის თხევად ფაზასთან ერთად ორფაზიან ნაკადს. ნატანის ზღვრულ წონით რაოდენობას, რომელიც შეუძლია გადაიტანოს ნაკადმა წყლის მასასთან ერთად, ნაკადის მატარებელი (გადამზიდი) უნარი ეწოდება.

ნატანით ნაკადის გაჯერების ხარისხის შესაფასებლად სარგებლობენ წყლის სიმღვრივის (კონსისტენციის, კონცენტრაციის) ცნებით, რომელიც წარმოადგენს ნატანის რაოდენობის (მასის ან მოცულობის ერთეულებში) ფარდობას ნარევის ბთელ მოცულობასთან. განასხვაებენ მასურ და მოცულობით სიმღვრივეს. ეს უკანასკნელი უგანზომილებო სიდიდეა.

ორფაზიანი ნაკადის მასური სიმკვრივე (კონსისტენცია) გამოითვლება ფორმულით

$$\rho = \frac{G}{Q}, \tag{16.1}$$

სადაც G არის მყარი ფაზის წონითი ხარჯი, კგ/წმ-ობით;

Q — ნარევის მოცულობითი ხარჯი, მ³/წმ-ობით.

ნატანის ნაწილაკებს აქვთ რთული ფორმა, რომელიც შედარებით ახლოსაა სფეროსთან. ამიტომ ცალკეული ნაწილაკის გეომეტრიულ ზომად (სისხლ) ღებულობენ მის ეკვივალენტურ დიამეტრს

$$d_{ეკ} = \sqrt[3]{\frac{6W}{\pi}},$$

სადაც W არის ნაწილაკის მოცულობა, რომელიც შეიძლება განისაზღვროს მის მიერ გამოდევნილი წყლის მოცულობით.

თუ N ნაწილაკის მასა არის G, ხოლო სიმკვრივე ρ, გვექნება

$$G = \frac{\pi d_{ეკ}^3}{6} \rho_{ნაწ} N,$$

საიდანაც

$$d_{ეკ} = \sqrt[3]{\frac{6G}{\pi N \rho_{ნაწ}}}. \tag{16.2}$$

ნატანის შეტივტივებაზე, ტრანსპორტირებასა და დალექვაზე არსებითი გავლენა აქვს ნაწილაკების სიმკვრივესა და ფორმას. ნაწილაკი

მდგარ წყალში ვარდნისას დასაწყისში აჩქარებულად მოძრაობს. შემდეგ კი, იმის გამო, რომ სიჩქარის ზრდასთან ერთად იზრდება სითხეში ნაწილაკის მოძრაობისადმი წინაღობა, დადგება მოშენტი, როცა ნაწილაკის სიმძიმის ძალა და წინაღობის ძალა ერთმანეთს გაუტოლდება და ნაწილაკი დაიწყებს წყალში ვარდნას თანაბრად, ე. ი. მუდმივი სიჩქარით. მყარი ნაწილაკის უძრავ წყალში თანაბარი ვარდნის სიჩქარეს ჰიდრავლიკური სისხო ეწოდება და მას w (მმ/წმ) აღნიშნავენ. ეს ცნება ვრცელდება წყალზე ნაკლები სიმკვრივის მქონე სხეულებზეც, მხოლოდ ამ შემთხვევაში სხეულები კი არ ჩაიძირება სითხეში, არამედ ამოტივტივდება w სიჩქარით. ნაწილაკის გეომეტრიულ და ჰიდრაელიკურ სისხოს შორის თანაფარდობის დასამყარებლად აუცილებელია გავითვალისწინოთ, რომ ნაწილაკის დალექვის რეჟიმი (გარსშემოდენის რეჟიმი) შეიძლება იყოს ლამინარული, გარდამავალი და ტურბულენტური. რეჟიმების კრიტერიუმს წარმოადგენს რეინოლდსის რიცხვი.

მ. ველიკანოვმა და ა. ზეგჟდამ ექსპერიმენტული მონაცემების განზოგადების საფუძველზე მიიღეს ფორმულა w-ს საანგარიშოდ, რომელიც მართებულია ნაწილაკის დალექვის ყველა რეჟიმისათვის

$$w = \sqrt{\frac{g d_{ეკ} a}{2\lambda}}, \tag{16.3}$$

სადაც $d_{ეკ}$ არის ნაწილაკის ეკვივალენტური დიამეტრი;

a — ნატანის ფარდობითი კუთრი წონა წყალში

$$a = \frac{\gamma_{ნატ} - \gamma}{\gamma}; \tag{16.4}$$

$$\lambda = 0{,}105 + 4{,}50\,\mathrm{Re}^{-1} + \frac{5{,}13}{\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\,\mathrm{Re}^{-\frac{1}{2}}. \tag{16.5}$$

ამ გამოსახულებაში $\mathrm{Re} = \frac{v d_{ეკ}}{2\nu}$.

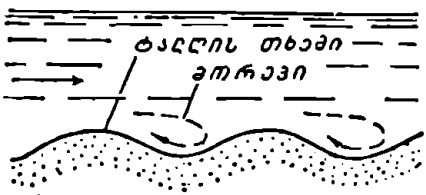
ამის მიხედვით, თუ როგორია ნატანით წყლის გაჯერების ხარისხი, განასხვავებენ ნაწილაკების შეუზღუდავ (თავისუფალ) და შეზღუდულ დალექვას. თუ ნაწილაკები ვარდნისას ერთმანეთს შორის არ ურთიერთქმედებენ, დალექვას შეუზღუდავი ეწოდება. წინააღმდეგ შემთხვევაში (დიდი სიმღვრიეისას) დალექვა შეზღუდულია. ნაწილაკების ჰიდრაელიკური სისხო შეზღუდული დალექვისას ნაკლებია, ვიდრე შეუზღუდავი დალექვისას.

ჰიდრაელიკური სისხოს მნიშვნელობები ნაწილაკების დიამეტრზე, დალექვის რეჟიმსა და წყლის ტემპერატურაზე დამოკიდებულებით მოცემულია საცნობარო ლიტერატურაში.

§ 16.2. ფსკერული და შეტივტივებული ნატანის მოძრაობა

ნატანის დაყოფა ფსკერულ და შეტივტივებულ ნატანად პირობითია. ერთი და იგივე ნაწილაკი, რომელიც ფსკერზე გადაადგილდება, შესაბამის პირობებში შეიძლება შეტივტივებულ მდგომარეობაში აღმოჩნდეს.

არაბმულ გრუნტში ნატანის მოძრაობაზე დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ ნაკადის რაიმე გარკვეული სიჩქარისას ზოგიერთი ნაწილაკი წყდება ფსკერს და იწყებს კალაპოტის ფსკერზე გადაგორებას. სხვა ნაწილაკები ნახტომისებრად გადაადგილდება ქვეშოთ, დინების მიმართულებით.



ნახ. 16.1.

სიჩქარის შემდგომი ზრდისას სულ უფრო მეტი ნაწილაკი გამოდის უძრაობის მდგომარეობიდან.

წყლის დინების სიჩქარეს, რომლის დროსაც იწყება ნაწილაკების ადგილიდან დაძვრა, **წამრეცხი სიჩქარე** ეწოდება. ამ სიჩქარის სიდიდის ცოდნას პრაქტიკისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს.

ნატანის დიდი რაოდენობით გადაადგილებისას კალაპოტის ფსკერზე წარმოიქმნება განიე კვლები, ხოლო შემდეგ—ქვიშის ტალღები (ნახ. 16.1).

ნაკადის სიჩქარის შემდგომი ზრდისას ფსკერზე მოძრავი ნაწილაკები, მიაღწევენ რა ქვიშის ტალღის თხემს, ჩაგოდებიან ბორევის ზონაში, რომელიც ტალღის უკან წარმოიქმნება. თუ სიჩქარე კიდევ უფრო მეტი იქნება, მაშინ შედარებით წვრილი ნაწილაკები მოხვდება არა ბორევის ზონაში, არამედ გადავა შეტივტივებულ მდგომარეობაში იმ ძალების გაელენით, რომლებიც წარმოიქმნებიან ნაწილაკების გარსშემოდენისას სიჩქარის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური შემდგენების არსებობის გამო. სხვა, უფრო მსხვილი ნაწილაკები კი, იმოძრავებს ფსკერის გასწვრივ ქვიშის ტალღის ფორმით.

ნაკადის დინების სიჩქარეს, რომლის დროსაც, მყარი ნაწილაკები გადადის შეტივტივებულ მდგომარეობაში, **შეტივტივების სიჩქარეს** უწოდებენ. ცხადია, სხვადასხვა სისხოს მქონე ნატანისათვის შეტივტივების სიჩქარის მნიშვნელობა იქნება სხვადასხვა.

თუ ნატანით გაჯერებულ ნაკადში სიჩქარე ნაკლები აღმოჩნდება შეტივტივების სიჩქარეზე, მაშინ დაიწყება ნატანის ნაწილაკების ფსკერზე დალექვა და ქვიშის ტალღების წარმოქმნა.

ამგვარად, ფსკერული ნატანის მოძრაობისას შეიძლება გამოვყოთ

შემდეგი სამი დამახასიათებელი მომენტი: ნაწილაკების გამოსვლა უძრაობის მდგომარეობიდან; ნატანის მოძრაობა ქვიშის ტალღის ფორმით; ნაწილაკების გადასვლა შეტივტიეებულ მდგომარეობაში. ქვიშის ტალღის ფორმით ნატანის მოძრაობისას პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს ნატანის ხარჯისა და გადაადგილების სიჩქარის განსაზღვრას.

როგორც აღვნიშნეთ, თითოეული ამ მომენტთაგანი ხასიათდება ნაკადის სიჩქარის გარკვეული მნიშვნელობით. ამ უკანასკნელის გამოსათვლელად განვიხილოთ ფსკერზე მდებარე მყარ ნაწილაკებზე სითხის ნაკადის ზემოქმედების მექანიზმი.

ფსკერზე მდებარე მყარ ნაწილაკზე მოქმედებს შებლური წრევის ძალა, რომელიც წარმოიქმნება ნაწილაკის გაოსშემოდენისას, და ამწევი ძალა, რომელიც განპირობებულია ნაწილაკის ზედა და ქვედა ზედაპირებზე სიჩქარეთა სხვაობით (და, მაშასადამე, წნევათა სხვაობით). ამასთან, შებლური ზემოქმედების ძალა იწვევს ნაწილაკის გადატანით მოძრაობას, ხოლო ამწევი ძალა — მის ვერტიკალურ გადაადგილებას.

იმისათვის რომ ფსკერზე მდებარე მყარი ნაწილაკი დაიწყოს მოძრაობა, აუცილებელია, მის ზომებს, წონასა და ნაკადის სიჩქარეს შორის არსებობდეს გარკვეული დამოკიდებულება. ამ უკანასკნელს უგანზომილებო სიდიდეებში ისგავსების ფრუდის კრიტერიუმის სახე აქვს

$$\frac{v^2_{\text{ფს}}}{gd} = a^2,$$

სადაც $v_{\text{ფს}}$ არის ის უმცირესი სიჩქარე ფსკერთან, რომლის დროსაც იწყება ნაწილაკის მოძრაობა ფსკერზე (წამრეცხი სიჩქარე);

d — ნაწილაკის დიამეტრი;

a — შედგივა, რომელიც განისაზღვრება ექსპერიმენტულად.

მაშასადამე, წამრეცხი სიჩქარე შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$v_{\text{ფს}} = a\sqrt{gd}. \qquad (16.6)$$

$v_{\text{ფს}}$ ფსკერულ სიჩქარესა და ვერტიკალზე $v_{\text{საშ}}$ საშუალო სიჩქარეს შორის არსებობს გარკვეული პროპორციულობა, რის გამოც (16.6) გამოსახულება შეიძლება ასე ჩაიწეროთ:

$$v_{\text{საშ}} = a_1\sqrt{gd}, \qquad (16.7)$$

სადაც a_1 ასევე ექსპერიმენტულად განისაზღვრება. მ. ველიკანოვის მონაცემების თანახმად, არაბმული გრუნტებისათვის ($d = 0{,}1 - 5$ მმ) a_1 შეიძლება გამოვთვალოთ შემდეგი ემპირიული ფორმულით:

$$a_1 = \sqrt{15 + \frac{6}{d}}. \qquad (16.8)$$

შევნიშნავთ, რომ (16.6) და (16.7) ფორმულებს საფუძვლად უდევს ფსკერზე მდებარე ცალკეული ნაწილაკის მდგრადობის პირობა. სანამდეილეში განსახილველ ნაწილაკზე გარკვეულ გავლენას ახდენს მეზობლად მდებარე ნაწილაკები. აღნიშნულის გათვალისწინებით წამრეცხი სიჩქარის გამოსათვლელად ნატანის არაერთგვაროვანი შედგენილობისას ი. ლევის მიერ რეკომენდებულია შემდეგი დამოკიდებულება:

$$v = 1{,}4\sqrt{g d_{საშ}}\,\ln\frac{h}{7d_{საშ}}\left(\frac{d_{მაქს}}{d_{საშ}}\right)^{1/7}, \qquad (16.9)$$

სადაც $d_{საშ}$ და $d_{მაქს}$ არის ნატანის, შესაბამისად, საშუალო და მაქსიმალური დიამეტრი;

h — ნაკადის სიღრმე.

ბმულ გრუნტებში ნაწილაკებს შორის შეკიდულობის არსებობის გამო ნატანის მოძრაობისა და წარეცხვის მოვლენები გაცილებით რთულია, ვიდრე არაბმულ გრუნტებში.

ფსკერული ნატანის მოძრაობის განხილვისას ჩვენ მივედით იმ დასკვნამდე, რომ გარკვეულ პირობებში ნაწილაკები ფსკერისპირა შრეში მოძრაობის მდგომარეობიდან გადადიან შეტივტივებულ მდგომარეობაში. ასეთი პროცესი ტურბულენტურ ნაკადში განპირობებულია სითხის ნაწილაკების განუწყვეტელი, ინტენსიური და მოუწესრიგებელი შერევით. ფსკერზე მდებარე მყარი ნაწილაკი შეიძლება მოწყდეს მას ამწევი ძალის ზემოქმედებით. ტურბულენტური შერევის ზონაში მოხვედრისას ის გადაადგილდება ვერტიკალურად ზემოთ u_y სიჩქარის ვერტიკალური შემდგენის გავლენით, თუ ეს უკანასკნელი ნაწილაკის w ჰიდრავლიკურ სიმსხოზე მეტი აღმოჩნდება. მაგრამ იმის გამო, რომ u_y-ს ნაკადის სხვადასხვა წერტილში სხვადასხვა მნიშვნელობა აქვს (სიჩქარის პულსაციის გამო იგი იცვლება $\pm u_y'$ სიდიდით), ნაწილაკი გადატანით მოძრაობასთან ერთად ხან შეტივტივდება, ხან ქვემოთ დაიწყებს ვარდნას.

თუ ფსკერისპირა შრეში ან ფსკერზე მდებარე ნატანი იწყებს გადასვლას შეტივტივებულ მდგომარეობაში $v_{შეტ}$ სიჩქარისას, მაშინ ასეთ მდგომარეობაში მისი გადაადგილება მოხდება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა ნაკადის სიჩქარე შეტივტივების სიჩქარეზე მეტი იქნება. წინააღმდეგ შემთხვევაში ნატანი არა თუ შეტივტივდება, არამედ დაიწყებს დაღექვას, თუ ის აქამდე შეტივტივებულ მდგომარეობაში იმყოფებოდა.

ნაკადის სიჩქარე, რომლის დროსაც იწყება ნატანის გადასვლა შეტივტივებულ მდგომარეობაში, არის დინების ის უმცირესი საშუალო სიჩქარე, როდესაც უკვე შეტივტივებული ნატანი აღარ ილექება. ამიტომ

ასეთ სიჩქარეს არადაბლამავ სიჩქარეს ($v_{არ}$) უწოდებენ. ის შეიძლება გამოვთვალოთ ე. ზამარინის ფორმულით

$$v_{არ} = \sqrt[n]{\frac{p\,\omega_0\sqrt{\omega_{ნაც}}}{0{,}022\sqrt{Ki}}}, \qquad (16.10)$$

სადაც p არის ნაკადის სიმკვრივე, კგ/მ³;

K — ჰიდრავლიკური რადიუსი, მ;

i — ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ქანობი (თანაბარი მოძრაობისას — ფსკერის ქანობი);

$\omega_{ნაც}$ — ნატანის საშუალო ჰიდრავლიკური სისხო, მ/წმ;

ω_0 — პირობითი ჰიდრავლიკური სისხო. თუ $0{,}002 \leqslant \omega_{ნაც} \leqslant 0{,}03$ მ/წმ, მაშინ $\omega_0 = \omega_{ნაც}$; თუ $0{,}0004 \leqslant \omega_{ნაც} \leqslant 0{,}002$ მ/წმ, მაშინ $\omega_0 = 0{,}002$.

(16.10) ფორმულა მართებულია იმ შემთხვევაში, თუ $\rho < 5 \div 6$ კგ/მ³.

§ 16.3. დაწნევითი ჰიდროტრანსპორტი

პრაქტიკაში ხშირად ეხვდებით გრუნტისა და წყლის ნარევის, ე. წ. ჰიდრონარევის (პულპის), მილსადენებში ან სპეციალურ ღარებში მოძრაობის შემთხვევებს. წყალთან ერთად მყარი ფაზის ტრანსპორტირებას ჰიდროტრანსპორტი ეწოდება. განასხვავებენ დაწნევით და უდაწნეო ჰიდროტრანსპორტს.

დაწნევითი და უდაწნეო ჰიდროტრანსპორტის მუშაობის მნიშვნელოვანი მახასიათებელია ე. წ. კრიტიკული სიჩქარე.

კრიტიკული სიჩქარე ეწოდება პულპის მოძრაობის ისეთ სიჩქარეს, რომლის დროსაც მყარი ფაზა მთლიანად გადაადგილდება და არ ხდება მისი დალექვა მილსადენის ფსკერზე. ამასთან მყარი ფაზის დიდი ნაწილი მოძრაობს შეტივტივებულ მდგომარეობაში, ხოლო მცირე ნაწილი (მედარებით მსხვილი ნაწილაკები) — ნახევრად შეტივტივებულ მდგომარეობაში.

თუ პულპის მოძრაობის სიჩქარე კრიტიკულზე ნაკლებია, მაშინ გრუნტის შედარებით მსხვილი ნაწილაკები დაილექება მილსადენის ფსკერზე და მილსადენი დაიღობება. მაშასადამე, სადაწნეო მილსადენის ნორმალური მუშაობისათვის საჭიროა, რომ პულპის მოძრაობის სიჩქარე იყოს კრიტიკულის ტოლი ან მასზე რაღენადმე მეტი.

კრიტიკული სიჩქარის გამოსათვლელად არსებობს მრავალი ემპირიული დამოკიდებულება. მაგალითისათვის მოგვყავს ა. ცარევიჩის ფორმულა

$$v_{კრ} = 32\sqrt{D}\sqrt{(\gamma_ნ - 1)\,\omega}\;a, \qquad (16.11)$$

სადაც D არის მილსადენის დიამეტრი, მ;

$\gamma_ა$ — პულპის კუთრი წონა, ტ/მ³;

w — გრუნტის ჰიდრავლიკური სისხო, მ/წმ;

a — გრუნტის მორფოლოგიური მახასიათებელი, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$a = \left[\frac{d_{80}}{(0{,}5d_{სშ}+0{,}8)\,d_{სშ}}\right]^{0{,}2} \qquad (16.12)$$

აქ d_{80} არის გრუნტის ისეთი ნაწილაკების დიამეტრი (მმ-ობით), რომლებზე ნაკლებიც ნარევის წონის 80%-ს შეადგენს; $d_{სშ}$ — გრუნტის ნაწილაკების საშუალო დიამეტრი (სმ-ობით).

ექსპერიმენტები გვიჩვენებს, რომ დაწნევის დანაკარგები პულპის მოძრაობისას ძეტია, ვიდრე სუფთა წყლის შემთხვევაში. ეს იმით აიხსნება, რომ ნაწილაკების შეტივტიეებულ მდგომარეობაში შესანარჩუნებლად საჭიროა დამატებითი ენერგია. დაწნევის კარგვას ნაწილობრივ მსხვილი ნაწილაკების მილის ფსკერზე ხახუნიც განაპირობებს. დაწნევის დანაკარგი სადაწნეო პულპსადენში შეიძლება გამოვთვალოთ ი. ხასკელბერგის ფორმულით (ყველა სიდიდის განზომილება მოცემულია მ-ობით და წმ-ობით)

$$\frac{I_ა - I_{წყ}}{I_{წყ}} = \varphi C, \qquad (16.13)$$

სადაც

$$\varphi = \frac{w}{\sqrt{d_{სშ}}}\left(\frac{gD}{v^2}\cdot\frac{w}{\sqrt{gd_{სშ}}}\right)^{3/2}; \qquad (16.14)$$

$I_{წყ}$ — ჰიდრავლიკური ქანობი სუფთა წყლისათვის;

$I_ა$ — ჰიდრავლიკური ქანობი პულპისათვის;

C — გრუნტის მოცულობითი შემცველობა პულპში პროცენტობით.

(16.13) განტოლებიდან, რომელიც შეიძლება ასეთი სახით წარმოვადგინოთ

$$I_ა = I_{წყ}(1+\varphi C), \qquad (16.15)$$

ჩანს, რომ დაწნევის დანაკარგი პულპის მოძრაობისას ყოველთვის მეტია (ან ტოლი, თუ $\varphi C = 0$) სუფთა წყლის მოძრაობისას დაწნევის დანაკარგზე.

პრაქტიკაში ხშირად სარგებლობენ ცხრილებით, რომელშიც მოცემულია პულპის მოძრაობის სიჩქარის ცნიშვნელობები პულპის ხარჯის, პულპსადენის დიამეტრისა და გრუნტის მახასიათებლების გათვალისწინებით. ცხრილებიდან შერჩეული v და D-ს მიხედვით (16.14) და

(16.15) ფორმულებიდან გამოითვლიან ჰიდრავლიკური ქანობების ფარდობას

$$\frac{I_ბ}{I_{ნყ}}=(1+\varphi C). \qquad (16.15')$$

ჰიდრავლიკური ქანობი სუფთა წყლისათვის განისაზღვრება ჩვენთვის ცნობილი დამოკიდებულებით

$$I_{ნყ}=\frac{h_{დან}}{l}=\frac{\lambda}{D}\frac{v^2}{2g}.$$

§ 16.4. უდაწნეო ჰიდროტრანსპორტი

უდაწნეო ჰიდროტრანსპორტისათვის, ჩვეულებრივ, გამოიყენება ხის და ლითონის ღარები, ხოლო ზოგ შემთხვევაში—უდაწნეო მილები და მიწის არხები. უდაწნეო ჰიდროტრანსპორტის გაანგარიშება გულისხმობს ფსკერის ისეთი ქანობის დადგენას, რომლის დროსაც ქალაპოტი არ დაილამება. ხის ღარებისათვის ფსკერის ქანობი, რომელიც აღნიშნულ მოთხოვნას უპასუხებს, შეიძლება გამოვთვალოთ ა. ცარევსკის ფორმულით

$$i_0=\frac{\lg Q_ჯ+0{,}4p+A}{1000R}, \qquad (16.16)$$

სადაც i_0 არის ღარის ქანობი, პროცენტობით;

$Q_ჯ$ — პულპის ხარჯი;

p — გრუნტის წონითი შემცველობა პულპში, პროცენტობით;

A — კოეფიციენტი, რომელიც ახასიათებს ქანობს გრუნტის გვარობის მიხედვით. მისი მნიშვნელობა იცვლება 1,84-დან 5-მდე და აიღება ცხრილებიდან.

შევნიშნავთ, რომ (16.16) ფორმულა მართებულია პულპისათვის, რომლის მყარი ფაზა თიხა, თიხნარი და ქვიშნარი გრუნტებია. ლიოსისებრი გრუნტების ტრანსპორტირებისას შეიძლება ვისარგებლოთ დ. სოკოლოვის ფორმულით

$$i_0=\frac{(0{,}4Q_ჯ^{1/3}+1)\,Q_ჯ^{0{,}44}}{1000R}. \qquad (16.17)$$

აღნიშნული ფორმულებით ქანობის განსაზღვრის შემდეგ ვადგენთ პულპის მოძრაობის სიჩქარეს და ვადარებთ მას კრიტიკულ სიჩქარეს, რომელიც შეიძლება გამოვთვალოთ ვ. კნოროზის ფორმულით

$$v_{კრ}=3\left[\sqrt{g\,d_{საშ}}\lg\frac{R}{4d_{ხან}}+w_{ს.ვ}p^{0{,}25}\left(\frac{R}{d_{ხან}}\right)^{0{,}4}\right]. \qquad (16.18)$$

თუ აღმოჩნდება, რომ $v_{კრ} > v$, მაშინ უნდა შეიცვალოს ღარის ქანობი, რათა ძირითად ტოლობა $v_{კრ} = v$.

ჰიდრავლიკურმა ტრანსპორტმა სსრ კავშირში ფართო გავრცელება ჰპოვა. მისი საშუალებით წელიწადში გადაიზიდება 10 მლრდ ტონამდე მყარი ფხვიერი ტვირთი (ქვიშა, ხრეში, ქვანახშირი, მადანი, სასუქი და სხვ.). ჰიდროტრანსპორტით სარგებლობენ ჰიდროელექტროსადგურების მშენებლობებზეც ინერტული სამშენებლო მასალების მისაწოდებლად.

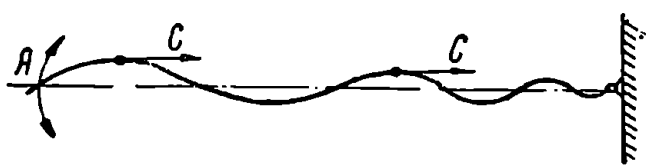
თავი მეჩვიდმეტე

ძირითადი ცნობები ქარისმიერ ტალღებზე

§ 17.1. ზოგადი ცნობები. ქარისმიერი გრავიტაციული ტალღების კლასიფიკაცია

ტალღები არის რხევების გავრცელების პროცესი. ისინი სულ სხვადასხვა ბუნებისაა. იმის მიხედვით, თუ რა ირხევა და სად ვრცელდება, განასხვავებენ ბგერით ტალღებს დრეკად გარემოში, ტალღებს წყლის ზედაპირზე, ელექტრომაგნიტურ ტალღებს სიცარიელეში ან ნივთიერებაში და ა. შ. მიუხედავად სხვადასხვა ფიზიკური ბუნებისა, ტალღებს ბევრი საერთო აქვს და ემორჩილებიან ანალოგიურ კანონზომიერებებს.

ჩვენ ქვემოთ განვიხილავთ მხოლოდ ქარისმიერ ტალღებს წყლის თავისუფალ ზედაპირზე. ქარისმიერი ტალღების მოძრაობა ზღვის, ტბის



ნახ. 17.1.

ან სხვა წყალსატევის ზედაპირზე არ უნდა გავიგოთ როგორც თვით სითხის მასის გადაადგილება. სითხის მასა თითქმის იმავე ადგილზე რჩება, ხოლო სითხის ნაწილაკები თავისუფალ ზედაპირთან ასრულებს რთულ რხევით მოძრაობებს ვერტიკალურ სიბრტყეში. წარმოვიდგინოთ არც თუ ძლიერად დაჭიმული ზონარი, რომლის ერთი ბოლო ხელით მოგვყავს მოძრაობაში ისე, როგორც ეს 17.1 ნახაზზე ისრებითაა ნაჩვენები. წარმოიქმნება ტალღები (ზონარის ნაღუნი), რომელთა თხემებიც გადაადგილდება c სიჩქარით ჰორიზონტალური მიმართულებით. c სიჩქარე

ზონარის A ბოლოზე ხელით გამოწვეული აგზნების გავრცელების სიჩქარეა, რომელიც სრულიადაც არ იწვევს ზონარის ნივთიერების გადაადგილებას. მაშასადამე, უნდა განვსაზღვროთ ორგვარი სიჩქარე: ტალღის თხემის გავრცელების სიჩქარე (c) და თვით ნივთიერების გადაადგილების სიჩქარე (u). განხილულ მაგალითში $c \neq 0$; $u = 0$. ავიღოთ სხვა მაგალითი. წყალში ჩაგდებული ქვა სითხის თავისუფალ ზედაპირზე წარმოქმნის მილევად ტალღებს, რომელთა თხემიც რადიალური ზიმართულებით ვრცელდება რაიმე c სიჩქარით, ხოლო წყლის მასის გადატანა ჰორიზონტალური მიმართულებით თითქმის არ შეიმჩნევა ($u = 0$).

ქარისმიერი ტალღების თეორიიდან ცნობილია, რომ ტალღის გადაადგილების სიჩქარე (c) დამოკიდებულია სიმძიმის ძალის აჩქარებასა და სითხის ფიზიკურ თვისებებზე. კერძო შემთხვევაში, დიდი ქარისმიერი ტალღების პარამეტრების დამოკიდებულება სითხის ფიზიკურ თვისებებზე შეიძლება უგულებელვყოთ. ასეთ ტალღებს გრავიტაციულს უწოდებენ. ჩვენ განვიხილავთ მხოლოდ გრავიტაციულ ქარისმიერ ტალღებს, რომლებიც წარმოიქმნებიან წყლის ზედაპირზე ქარის ზემოქმედებით.

წყალსატევის საკმაოდ დიდი სიღრმისას ქარისმიერი ტალღების მიერ ნივთიერების (წყლის) გადატანა თითქმის არ ხდება ($u \approx 0$). შედარებით მცირე სიღრმისას კი — u სიჩქარემ შეიძლება დიდ სიდიდეს მიაღწიოს.

განასხვავებენ გრავიტაციული ქარისმიერი ტალღების შემდეგ სახეებს:

1) **იძულებით ტალღებს**, რომლებიც წარმოიქმნებიან და იმყოფებიან ქარის ზემოქმედების ქვეშ;

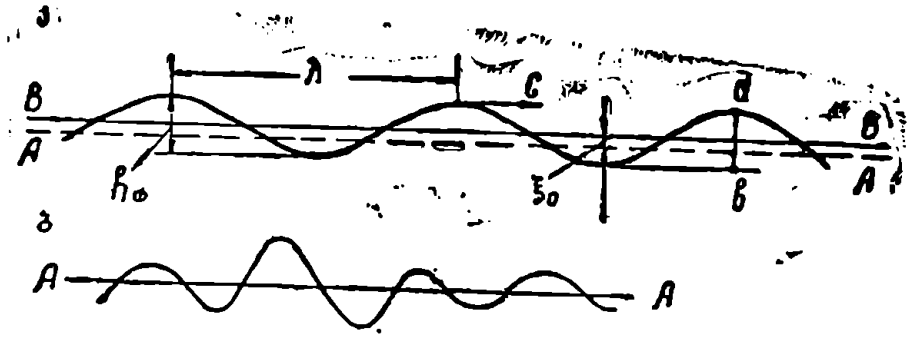
2) **თავისუფალ ტალღებს** (ფრთონა ტალღებს), რომლებიც ვრცელდება ქარის შეწყვეტის შემდეგ ინერციული ძალების ზემოქმედებით.

იძულებითი ტალღები უმეტეს შემთხვევაში ქმნიან სამგანზომილებიან (სივრცულ) ზედაპირს, ხოლო თავისუფალი ტალღები — ორგანზომილებიანს (ბრტყელს). ერთნაირი ფორმისა და ზომების ტალღებს **რეგულარულს** (ნახ. 17.2, ა) უწოდებენ, ხოლო სხვადასხვა ზომებისას — **არარეგულარულს** (ნახ. 17.2, ბ).

განვიხილოთ ბრტყელი რეგულარული ტალღები, რომელთა სქემაც მოცემულია 17.2, ა ნახაზზე. აქ $A—A$ არის ე. წ. **უძრაობის დონე**, ე. ი. წყლის თავისუფალი ზედაპირი ღელვის არარსებობისას, $B—B$ — **საშუალო ტალღური წირი**.

ტალღის ნაწილს, რომელიც უძრაობის დონის ზემოთ არის მოთავსებული, ტალღის **თხემი** ეწოდება, ხოლო მის ყველაზე მაღალ წერტილს — ტალღის **წვერო**. ორ მეზობელ თხემს შორის უძრაობის დო-

ნის ქვემოთ მდებარეობს ღრმა ულ ი, რომლის უდაბლეს წერტილს ტალღის ძირს უწოდებენ. წვეროსა და ძირის ნიშნულებს შორის სხვაობა არის ტალღის სიმაღლე ($h_ტ$), ხოლო ჰორიზონტალური მანძილი ორ მეზობელი ტალღის წვეროს (ან ტალღის ძირს) შორის — ტალღის სიგრძე (λ). შევნიშნავთ, რომ საშუალო ტალღური წირი ტალღის სიმაღლეს შუაზე ჰყოფს. ტალღის სიმაღლის ფარდობას მის სიგრძესთან



ნახ. 17.2.

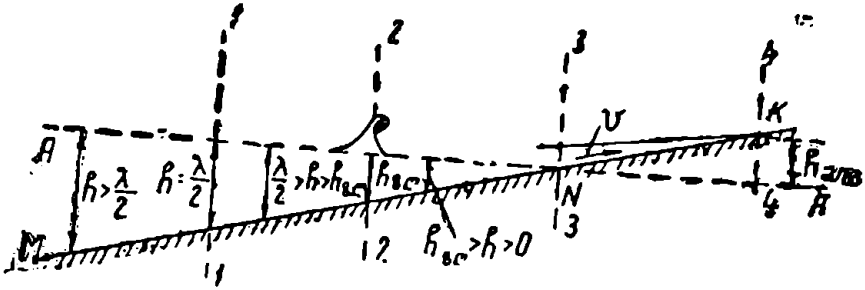
ტალღის დახრილობა ($h_ტ/\lambda$) ეწოდება, ხოლო შებრუნებულ სიდიდეს ($\lambda/h_ტ$) — დამრეცობა. თხემის წეროთა წირი წარმოადგენს ე. წ. ტალღის ფრონტს. ტალღის პერიოდი (τ) დროის ის შუალედია, რომლის განმავლობაშიც ტალღის თხემი გადაადგილდება ჰორიზონტალური მიმართულებით ტალღის სიგრძის ტოლ მანძილზე. $t=0$-ს შემთხვევაში a წერტილში მყოფი ნაწილაკი τ დროში გადაადგილდება b წერტილში და ბრუნდება უკან, საწყის მდგომარეობაში. ტალღის თხემის გადაადგილების სიჩქარეს ალნიშნავენ c-თი და მას ტალღის გავრცელების სიჩქარეს უწოდებენ. ქარით მოცული წყლის ზედაპირის განფენილობა, რომლის ფარგლებშიც წარმოიქმნება, ვითარდება და ვრცელდება ტალღები, ცნობილია ქარისმიერი ტალღების გაქანების (D) სახელწოდებით.

§ 17.2. წყალსატევებისა და მათი სანაპირო ზოლების კლასიფიკაცია

ტალღის პარამეტრებსა და გავრცელების პირობებზე მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს წყლის სიღრმე. განასხვავებენ ღრმა წყალსატევებს $h \geqslant \frac{\lambda}{2}$ სიღრმით და წყალმარჩხ (თხელ) წყალსატევებს $h < \frac{\lambda}{2}$ სიღრმით. ღრმა წყალსატევის ფსკერი პრაქტიკულად

გავლენას არ ახდენს ტალღებზე, ხოლო წყალმარჩხი წყალსატევის ფსკერი არსებითად მოქმედებს ტალღების ფორმირებაზე, მათ პარამეტრებზე. ამასთან აქ u სიჩქარე ნულისაგან განსხვავებულია.

ვთქვათ, წყალსატევის ნაპირის MNK წირი ჰორიზონტალში დახრილია 45°-იანი კუთხით (ნახ. 17.3), რომელიც უძრაობის დონის შესაბამისი $A—A$ წირით იკვეთება N წერტილში (N წერტილში ნახაზის სიბრტყის მართობულად გამავალ წრფეს წყლის კიდეს უწოდებენ). 1—1



ნახ. 17.3.

ვერტიკალის მარცხნივ, სადაც დაცულია თანაფარდობა $h > \frac{\lambda}{2}$, გვაქვს „ღრმა წყალსატევის" პირობები, ხოლო 1—1 და 3—3 ვერტიკალებს შორის, სადაც $h < \frac{\lambda}{2}$, — „თხელი წყალსატევის" პირობები.

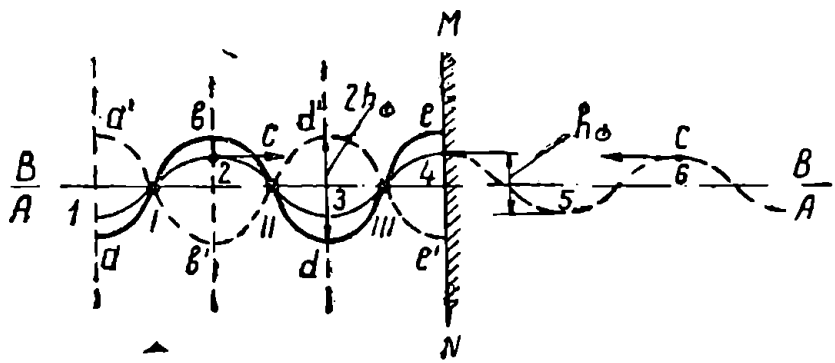
თუ დავაკვირდებით ტალღის მოძრაობას „თხელი წყალსატევის" ფარგლებში (1—1 და 3—3 ვერტიკალებს შორის), შევნიშნავთ, რომ ფსკერის გავლენით ტალღა ტრანსფორმირდება — იცვლება მისი სიმაღლე და სიგრძე; 1—1 და 2—2 ვერტიკალებს შორის ტალღის დახრილობა იზრდება და ბოლოს, როცა წყალსატევში წყლის სიღრმე ე. წ. ზღვრული სიღრმის ტოლი აღმოჩნდება (2—2 ვერტიკალზე), ტალღას თხემი „აიქოჩრება" და დაკარგავს მდგომარეობას. ტალღის შემდგომი გავრცელების ხასიათი წყალცემის ზონაში (2—2 და 3—3 ვერტიკალებს შორის) დამოკიდებულია ფსკერის ქანობზე. თუ ფსკერის ქანობი მცირეა, მაშინ ტალღის „აქოჩრილი" თხემი მდორედ გადაადგილდება წყლისკიდისპირა ზონამდე. თუ ფსკერის ქანობი დიდია, ტალღის თხემი გადაყირავდება და ტალღა ნაწილობრივ დაიშლება. ამასთან გადაყირავებული ტალღის თხემისაგან წარმოიქმნება ახალი ტალღა, რომლის თხემიც გააგრძელებს გადაადგილებას ნაპირისაკენ მანამდე, სანამ სიღრმე წყალსაცავში ზღვრული სიღრმის ტოლი არ აღმოჩნდება და ა. შ. წყალცემის ზონის მომდევნო ზონას წყლისკიდისპირას უწო-

დებენ. იგი მოთავსებულია 3—3 და 4—4 ვერტიკალებს შორის. ტალღის რღვევა, რომელიც წყალცემის ზონაში იწყება, მთავრდება წყლისკენდისპირა ზონაში. დარღვეული ტალღისაგან წარმოიქმნება მიგმორვით მოძრავი აერირებული ნაკადი. ამ უკანასკნელის ენერგია დახრილ ნაპირზე მოძრაობისას თანდათან მცირდება და მიაღწევს რა K წერტილს, იწყებს უკუსვლით მოძრაობას. პრაქტიკისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს ზღვრული ($h_{ზღ}$) და მიგორვის ($h_{მიგ}$) სიმაღლეების დადგენას. მათ გამოსათვლელად სპეციალურ ლიტერატურაში მოცემულია მიახლოებითი ემპირიული დამოკიდებულებები.

§ 17.3. ტალღების ინტერფერენცია. მდგარი ტალღები

ტალღების შეკრებისას (ზედდებისას) შეიმჩნევა მოვლენა, რომელსაც ინტერფერენციას უწოდებენ. ინტერფერენციის შედეგი გარემოს მოცემულ წერტილში დამოკიდებულია ტალღების პარამეტრებზე — მათი სიმაღლეები შეიძლება გაიზარდოს, შეიძლება შემცირდეს.

ინტერფერენციის მოვლენაზე დაკვირვებისათვის არ არის აუცილებელი გვქონდეს ტალღების წარმოშმნელი ორი დამოუკიდებელი წყარო. თუ ბრტყელი ტალღა პერპენდიკულარულად ეცემა ორი გარემოს



ნახ. 17.4.

გამყოფ ზედაპირზე, მაშინ ამ ზედაპირიდან არეკვლის შედეგად წარმოიქმნება მეორე. ასევე ბრტყელი ტალღა, რომელიც პირველის საწინააღმდეგო მიმართულებით გრცელდება. ასეთ შემთხვევაში ინტერფერირდება დაცემული და არეკლილი ტალღები.

ვთქვათ, 1—2—3—4 რეგულარული ბრტყელი ტალღა ღრმა წყალზე $\left(h>\frac{\lambda}{2}\right)$ მოძრაობს ნაპირისაკენ (ნახ. 17.4), რომელიც წარმოადგენს MN ვერტიკალურ კედელს. თუ ვიგულისხმებთ, რომ ტალღების

დახრილობა მცირეა, მაშინ შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ტალღური ზედაპირი სინუსოიდის ფორმისაა, ხოლო უძრაობის დონე (A—A) და საშუალო ტალღური წირი (B—B) ერთმანეთთან შეთავსებულია. MN ზედაპირზე ტალღის დაცემისას (მიწყდომისას) ის აირეკლება იმავე კუთხით, რა კუთხითაც ეცემა და გაერცელდება საწინააღმდეგო მიმართულებით. ამასთან არეკლილი ტალღის ყველა ელემენტი, გარდა გავრცელების მიმართულებისა, დაცემული ტალღის ელემენტების მსგავსი იქნება, რადგანაც MN ზედაპირისადმი მართობული სიჩქარის კომპონენტი ნულის ტოლი უნდა დარჩეს.

აღნიშნულის გამო შეიძლება წარმოვიდგინოთ, რომ 1—2—3—4 ტალღების შემხვედრად იმოძრავებს თითქოსდა კედლიდან გამოსული 4—5... ტალღები და მოხდება მათი ზედდება. შედეგად მიეღებთ *abde* ტალღებს, რომელთაც $\tau/2$ დროის შემდეგ $a'b'd'e'$ ფორმა ექნებათ. *abde* (ანუ $a'b'd'e'$) ტალღებს მდგარ ტალღებს უწოდებენ. ისინი ხასიათდებიან შემდეგით: ა) მდგარი ტალღების სიმაღლე ორჯერ მეტია MN კედლისაკენ მოძრავი 1—2—3—4 ტალღების სიმაღლეზე; ბ) ინტერფერენციის შედეგად a—a', b—b', d—d' და e—e' ვერტიკალებზე წარმოიქმნება სიბურცე; გ) სინუსოიდური მდგარი ტალღების სიგრძე ინტერფერირებადი ტალღების სიგრძის ტოლია; დ) მდგარი ტალღების I, II, III კვანძები უძრავია, ხოლო თხემის წვეროთა მოძრაობის სიჩქარე ნულის ტოლია ($c=0$). წყლის a, b, d, e ნაწილაკები მოძრაობს მხოლოდ შესაბამის ვერტიკალებზე — ხან ზემოთ, ხან ქვემოთ.

აუცილებელია, გავითვალისწინოთ, რომ ზოგად შემთხვევაში ტალღური ზედაპირი სინუსოიდისაგან განსხვავებულია, რის გამოც უძრაობის დონე არ თანხვდება საშუალო ტალღურ წირს, ხოლო I, II და III კვანძები არ იარსებებს; ტალღების პროფილის უძრაობის დონესთან გადაკვეთის წერტილები გადაადგილდება ხან მარჯვნივ, ხან მარცხნივ, მაგრამ a—a', b—b', d—d', e—e' ვერტიკალები — წინანდებურად უძრავი რჩება.

მდგარი ტალღებისაგან განსხვავებით, ტალღებს, რომელთათვისაც $c\neq 0$, პროგრესულს უწოდებენ.

§ 17.4. პროგრესული ტალღები ღრმა წყალზე

როგორც აღვნიშნეთ, ღრმა წყალსატევებში $\left(h>\frac{\lambda}{2}\right)$ ფსკერი პრაქტიკულად გავლენას არ ახდენს ტალღების ფორმირებაზე. ასეთ წყალსატევებში წარმოქმნილი პროგრესული ტალღების პროფილის აგების მრავალი თეორია არსებობს, რომელთაგან ჩვენ მოკლედ გავეცნო-

ბით გერსტნერის ტროქოიდული ტალღების თეორიის არსს. ამ თეორიის მიხედვით, ღელვისას სითხის ნაწილაკები ასრულებს მოძრაობას წრიულ ორბიტებზე მუდმივი კუთხური სიჩქარით (ნახ. 17.5), ამასთან ამ ორბიტების r რადიუსი სიღრმის ზრდით მცირდება და გარკვეულ სიღრმეზე ნულს უტოლდება. გერსტნერმა მიიღო, რომ სითხის ნებისმიერი ნაწილაკისათვის

$$r = A_0 e^{-\frac{2\pi h}{\lambda}}, \qquad (17.1)$$

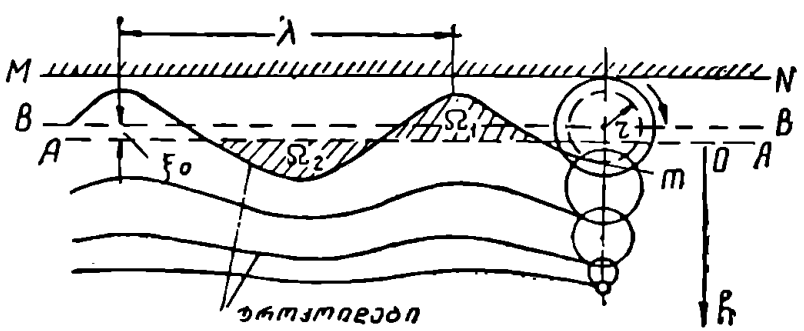
სადაც A_0 არის სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე ნაწილაკის ტალღური მოძრაობის ამპლიტუდა;

e — ნეპერის რიცხვი;

h — განსახილველი ნაწილაკის ჩაძირვის სიღრმე უძრაობის დონიდან;

λ — ტალღის სიგრძე.

როცა $h=\infty$, ე. ი. უსასრულოდ დიდ სიღრმეზე, ორბიტების რადიუსი $r=0$-ს, რაც მიუთითებს ნაწილაკების ტალღური მოძრაობის არარსებობაზე. $h=\lambda$ სიღრმეზე $r=0{,}004h_0$; როცა $h=0{,}5\lambda$, მაშინ $r=$



ნახ. 17.5.

$=0{,}08h_0$, ხოლო სითხის თავისუფალ ზედაპირზე მდებარე ნაწილაკისათვის, როცა $h=0$, რადიუსი $r=A_0=0{,}5h_0$.

ტალღური ზედაპირის პროფილი, გერსტნერის მიხედვით, შემოიწერება ტროქოიდით — მრუდით, რომელიც მიიღება წრეწირის შიგნით მდებარე m წერტილის მოძრაობით, თუ ეს წრეწირი სრიალის გარეშე მიგორავს MN ჰორიზონტალურ წრფეზე (ნახ. 17.5).

ტროქოიდული ტალღის გავრცელება თავისუფალ ზედაპირზე შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, თუ ტალღის თხემისა და ღრმულის ფართობები ერთმანეთის ტოლია, $\Omega_1=\Omega_2$ (ნახ. 17.5). ეს ტოლობა გუ-

ლისწმობს, რომ საშუალო ტალღურ წირსა და უძრაობის დონეს შორის მანძილი

$$\xi_0 = \frac{\pi h_0^2}{4\lambda}. \tag{17.2}$$

გერსტნერის თეორია დამოკიდებულებას ამყარებს ტალღის პარამეტრებს შორისაც. კერძოდ, ტროქოიდური ტალღის გავრცელების სიჩქარე (c) და ტალღის პერიოდი (τ) შესაბამისად გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}; \qquad \tau = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}}. \tag{17.3}$$

რაც შეეხება სითბის მასის გადატანის სიჩქარეს ტალღის გავრცელების მიმართულებით, ის შეიძლება განესაზღვროთ სტოკსის ფორმულით

$$u = A_0^2 \sqrt{g} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3}\, e^{-\frac{4\pi h}{\lambda}}. \tag{17.4}$$

§ 17.5. ტალღები თხელ წყალზე

წყალმარხს წყალსატევებში $\left(h < \frac{\lambda}{2}\right)$ ფსკერი არსებით გაელენას ახდენს ტალღების ფორმირებაზე, მათ პარამეტრებზე. აქ სითბის ნაწილაკების მოძრაობის ტრაექტორია წრიული ორბიტებიდან გადადის ელიფსურში, რომელთა დიდი ღერძები ჰორიზონტალურია. ტალღური ზედაპირი ელიფსური ტროქოიდის სახეს ღებულობს. ბუსინესკის მიხედვით, ორბიტული ელიფსები წყალმარხობის პირობებში სიღრმის ზრდით იცვლება. ამასთან ჰორიზონტალური (r) და ვერტიკალური (r') ნახევარღერძების შემცირება შესაბამისად გამოისახება შემდეგი კანონზომიერებით:

$$r = A_0 \frac{sh\, 2\pi \dfrac{H-h}{\lambda}}{sh\, \dfrac{2\pi H}{\lambda}}; \tag{17.5}$$

$$r' = A_0 \frac{sh\, 2\pi \dfrac{H-h}{\lambda}}{sh\, \dfrac{2\pi H}{\lambda}}, \tag{17.6}$$

სადაც H არის წყალსატევის სიღრმე.

სიღრმის ზრდით სითხის ნაწილაკების ტრაექტორიები იძენს გაჰამული ელიფსების ფორმას. ელიფსთა ვერტიკალური ღერძები ჰორიზონტალურზე ინტენსიურად მცირდება. $h=H$ სიღრმეზე ელიფსური ტროქოიდები ფსკერის პარალელური წირების სახეს ღებულობს.

დამოკიდებულება ტალღის გავრცელების სიჩქარესა და ტალღის სიგრძეს შორის გამოისახება ერის ფორმულით

$$c=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\,th\,\frac{2\pi H}{\lambda}}\,. \tag{17.7}$$

ასეთი ტალღის პერიოდი შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით

$$\tau=\sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}\,cth\,\frac{2\pi H}{\lambda}}\,. \tag{17.8}$$

სითხის მასის გადატანის სიჩქარე განისაზღვრება სტოკსის შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$u=c\left(\frac{\pi h_0}{\lambda}\right)^2\frac{ch\,\frac{4\pi}{\lambda}(H-h)}{sh^2\,\frac{2\pi H}{\lambda}}, \tag{17.9}$$

სადაც ტალღის გავრცელების სიჩქარე

$$c=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\left[1+\left(\frac{\pi h_0}{\lambda}\right)^2\right]}\,. \tag{17.10}$$

ერის ფორმულისაგან განსხვავებით, სტოკსის მიხედვით, ტალღის გავრცელების სიჩქარე დამოკიდებულია არა მარტო ტალღის სიგრძეზე, არამედ — მის სიმაღლეზეც.

დასასრულ, შევნიშნავთ, რომ მითითებები ტალღების თეორიის პრაქტიკული გამოყენების შესახებ მოცემულია სპეციალურ დისციპლინებში („ჰიდროტექნიკური ნაგებობები", „წყლის გზები და ნავსადგურები" და სხვ.).

ლიტერატურა

1. Агроскин И. И., Дмитриев Г. Т., Пикалов Ф. И. Гидравлика.—М. Энергия, 1964.
2. Башта Т. М., Руднев С. С., Некрасов Б. Б., Байбаков О.В., Кирилловский Ю. Л. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы. 2-е изд.—М.: Машиностроение, 1982.
3. Богомолов А. И., Михайлов К. А. Гидравлика.—М.: Стройиздат, 1972.
4. Богомолов А. И., Константинов Н. М., Александров В. А., Петров Н. А. Примеры гидравлических расчетов.—2-е изд.—М.: Транспорт, 1977.
5. ლ ო ბ ჯ ა ნ ი ძ ე ნ. ჰიდრავლიკა (პირველი ნაწილი).—თბილისი: განათლება, 1972.
6. Емцев Б. Т. Техническая гидромеханика.—М.: Машиностроение, 1978.
7. Есьман И. Г., Есьман Б. И., Есьман В. И. Гидравлика и гидравлические машины.—Баку: Азнефтеиздат, 1955.
8. Железняков Г. В. Гидрология и гидрометрия.—М.: Высшая школа, 1981.
9. Киселев П. Г. Гидравлика.—М.: Энергия, 1980.
10. Константинов Ю. М. Гидравлика.—Киев: Вища школа, 1981.
11. Латышенков А. М., Лобачев В. Г. Гидравлика.—М.: Стройиздат, 1971.
12. Лейи И. И. Моделирование гидравлических явлений.—2-е изд.—М.: Энергия, 1967.
13. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.—5-е изд.—М.: Наука, 1978.
14. Мостков М. А. Гидравлика.—М.: Железодорнздат, 1958.
15. Патрашев А. И., Кипако Л. А., Гежий С. И. Прикладная гидромеханика.—М.: Изд-во МО СССР, 1970.
16. Рабинович Е. З. Гидравлика.—М.: Недра, 1980.
17. Рауз Х. Механика жидкости.—Пер. с англ.—М.—Л.: Госэнергоиздат, 1958.
18. Слисский С. М. Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений.—М.: Энергия, 1979.
19. Угинчус А. А., Чугаева Е. А. Гидравлика.—Л.: Стройиздат, 1971.
20. ქ უ თ ა თ ე ლ ა ძ ე ნ. ჰიდრავლიკის საფუძვლები.—თბილისი: განათლება, 1981.
21. Чертоусов М. Д. Специальный курс гидравлики.—М.—Л.: Энергия, 1949.
22. Чугаев Р. Р. Гидравлика.—4-е изд.—Л.: Энергия, 1982.

შინაარსი

თავი პირველი

შესავალი

§ 1. 1. ჰიდრავლიკის საგანი და მისი განვითარების მოკლე ისტორია 3
§ 1. 2. სითხეების უმთავრესი ფიზიკური თვისებები 5
§ 1. 3. სითხის განსაკუთრებული მდგომარეობა 10
§ 1. 4. სითხეზე მოქმედი ძალები 11
§ 1. 5. იდეალური და რეალური სითხე 11

თავი მეორე

ჰიდროსტატიკა

§ 2. 1. ჰიდროსტატიკური წნევა და მისი თვისებები . . 12
§ 2. 2. სითხის წონასწორობის დიფერენციალური განტოლებები (ლ. ეილერის განტოლებები) . . 15
§ 2. 3. სითხის წონასწორობის დიფერენციალურ განტოლებათა ინტეგრირება 18
§ 2. 4. თანაბარი წნევის ზედაპირი 20
§ 2. 5. ჰიდროსტატიკის ძირითადი განტოლება 21
§ 2. 6. მანომეტრული (ვარბი) წნევა. პიეზომეტრული სიმაღლე. ვაკუუმი ჰიდროსტატიკური დაწნევა. ჰიდროსტატიკის ძირითადი განტოლების გეომეტრიული და ენერგეტიკული არსი 22
§ 2. 7. სითხის დონის ზედაპირები . . . 26
§ 2. 8. ნებისმიერად ორიენტირებულ ბრტყელ ზედაპირზე მოქმედი სითხის წნევის ძალა. წნევის ცენტრი 29
§ 2. 9. ჰიდროსტატიკური წნევის ეპიურა 32
§ 2. 10. სითხის წნევის ძალის განსაზღვრა მრუდწირულ (ცილინდრულ) ზედაპირებზე 33
§ 2. 11. სხეულების ცურვა 36

თავი მესამე

ჰიდროდინამიკის საფუძვლები

§ 3. 1. ჰიდროდინამიკის საგანი 40
§ 3. 2. სითხის მოძრაობის აღწერის მეთოდები . . . 41
§ 3. 3. სითხის უსასრულოდ მცირე ნაწილაკის მოძრაობა. ცნება გრიგალური და არაგრიგალური მოძრაობის შესახებ 44
§ 3. 4. დენის წირი. დენის მილაკი. ელემენტარული ჭავლი 49
§ 3. 5. სითხის ნაკადი. ცოცხალი კვეთი და ხარჯი 52

§ 3. 6. მოძრავი სითხის უწყვეტობის დიფერენციალური განტოლება 55
§ 3. 7. სითხის მოძრაობის კლასიფიკაცია 58
§ 3. 8. გრიგალური მოძრაობა 60
§ 3. 9. პოტენციური (არაგრიგალური) მოძრაობა 63
§ 3. 10. ბრტყელი პოტენციური მოძრაობა 64
§ 3. 11. პოტენციური ნაკადების შეკრება 70
§ 3. 12. სითხის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები (ეილერის განტოლებები) 71
§ 3. 13. ეილერ-გრომეკას განტოლებები 73
§ 3. 14. ბერნულის განტოლება იდეალური სითხის დამყარებული მოძრაობისათვის და მისი გამოყენების სფეროები 75
§ 3. 15. ბერნულის განტოლება იდეალური სითხის ელემენტარული ჭაელისათვის. მისი გეომეტრიული და ენერგეტიკული ინტერპრეტაცია 79
§ 3. 16. რეალური (ბლანტი) სითხის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები (ნავიე-სტოქსის განტოლებები) 83
§ 3. 17. ბერნულის განტოლება რეალური სითხის ელემენტარული ჭაელისათვის დამყარებული მოძრაობის შემთხვევაში 85
§ 3. 18. ჰიდროდინამიკური წნევის განაწილება სითხის დამყარებული მდორედ ცვალებადი მოძრაობის შემთხვევაში 87
§ 3. 19. კინეტიკური ენერგიისა და მოძრაობის რაოდენობის კოეფიციენტები რეალური სითხის ნაკადისათვის 88
§ 3. 20. ბერნულის განტოლება რეალური სითხის დამყარებული მდორედ ცვალებადი ნაკადისათვის ჰიდრავლიკური და პიეზომეტრული ქანობი 92

თავი მეოთხე

ჰიდრავლიკური წინაღობები

§ 4. 1. ზოგადი ცნობები ჰიდრავლიკური წინაღობებისა და დაწნევის დანაკარგების შესახებ 96
§ 4. 2. თანაბარი მოძრაობის ძირითადი განტოლება. დაწნევის დანაკარგების ზოგადი დამოკიდებულება თანაბარი მოძრაობისას 97
§ 4. 3. რეალური სითხის მოძრაობის რეჟიმები. რეინოლდსის რიცხვი და მისი კრიტიკული მნიშვნელობა 103
§ 4. 4. სითხის მოძრაობის ლამინარული რეჟიმი წრიული კვეთის ცილინდრულ მილსადენში 107
§ 4. 5. სითხის ტურბულენტური მოძრაობა. სიჩქარის პულსაცია. მყისი და გასაშუალებული ადგილობრივი სიჩქარეები 113
§ 4. 6. მხები ძაბვის ზოგადი გამოსახულება გასაშუალებული ტურბულენტური ნაკადისათვის 116
§ 4. 7. ტურბულენტური ნაკადის სტრუქტურა. ჰიდრავლიკურად გლუვი და ხორკლიანი კალაპოტები 119
§ 4. 8. გასაშუალებულ სიჩქარეთა განაწილება მილსადენის ცოცხალ კვეთში სითხის ტურბულენტური მოძრაობისას 124
§ 4. 9. დაწნევის სიგრძეზე დანაკარგის განსაზღვრა თანაბარი ტურბულენტური მოძრაობისას ი. ნიკურაძის გრაფიკი 128
§ 4. 10. ადგილობრივი წინაღობები. დაწნევის ადგილობრივი დანაკარგების განსაზღვრა ტურბულენტური მოძრაობისას 134

თავი მეხუთე

სითხის დამყარებული მოძრაობა ხდაწნეო მილსადენში

§ 5. 1. მილსადენებში დაწნევის დანაკარგების გამოსათვლელი საანგარიშო დამოკიდებულებები . . 140
§ 5. 2. დაწნევის დანაკარგების შეკრება. წინაღობის სრული კოეფიციენტები. ცნება მოკლე და გრძელი მილსადენების შესახებ 142
§ 5. 3. მოკლე მილსადენები 144
§ 5. 4. გრძელი მილსადენები 150

თავი მეექვსე

სითხის დამყარებული თანაბარი მოძრაობა ღია კალაპოტებში (არხებში)

§ 6. 1. ღია კალაპოტებში სითხის თანაბარი მოძრაობის თავისებურებანი. ძირითადი საანგარიშო დამოკიდებულებები . . . 160
§ 6. 2. არხის ცოცხალი კვეთის გეომეტრიული და ჰიდრავლიკური ელემენტები 163
§ 6. 3. არხის ჰიდრავლიკურად უხელსაყრელესი კვეთი . . 165
§ 6. 4. ტრაპეციული არხების ჰიდრავლიკური გაანგარიშების ძირითადი ამოცანები თანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში 169
§ 6. 5. არხში წყლის მოძრობის მინიმალური და მაქსიმალური დასაშვები სიჩქარეები. ნაკადის ცოცხალ კვეთში სიჩქარეთა განაწილება . . . 171
§ 6. 6. ჩაკეტილი განივი კვეთის კალაპოტების (უდაწნეო მილების) ჰიდრავლიკური გაანგარიშება 174
§ 6. 7. შედგენილი პროფილის არხების გაანგარიშება. არხები არაერთგვაროვანი ხორკლიანობით . . 177
§ 6. 8. ბუნებრივი კალაპოტების გაანგარიშება თანაბარი მოძრაობისას 179

თავი მეშვიდე

სითხის დამყარებული არათანაბარი მოძრაობა ღია კალაპოტებში

§ 7. 1. ზოგადი ცნობები . . . 181
§ 7. 2. წყლის არათანაბარი მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლება 182
§ 7. 3. კინეტიკურობის პარამეტრი 185
§ 7. 4. პრიზმულ კალაპოტებში წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება . . . 186
§ 7. 5. კვეთის კუთრი ენერგია. კრიტიკული სიღრმე. კრიტიკული ქანობი 189
§ 7. 6. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმები პირდაპირი ქანობის ($i>0$) მქონე პრიზმულ კალაპოტებში 196
§ 7. 7. ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმები ნულოვანი და უარყოფითი ქანობის მქონე ($i=0$; $i<0$) პრიზმულ კალაპოტებში . . . 203
§ 7. 8. მაჩვენებლიანი დამოკიდებულება ხარჯის მოდულების ფარდობისათვის. კალაპოტის ჰიდრავლიკური მაჩვენებელი . . 203
§ 7. 9. პრიზმულ კალაპოტებში წყლის არათანაბარი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება (ბ. ბახმეტევის მეთოდით) . . 204
§ 7. 10. წყლის მდორედ ცვალებადი არათანაბარი მოძრაობა არაპრიზმულ ხელოვნურ

კალაპოტებში (არხებში). ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის წირის აგება ბერნულის განტოლებით (ე. ჩარნომსკის მეთოდი) 209
§ 7. 11. წყლის მოძრაობა ბუნებრივ კალაპოტებში 212

თ ა ვ ი მ ე რ ვ ე

ჰიდრავლიკური ნახტომი

§ 8. 1. ზოგადი ცნობები. ნახტომის მომდევნო უბანი ჰიდრავლიკური ნახტომის კლასიფიკაცია 219
§ 8. 2. ჰიდრავლიკური ნახტომის ძირითადი განტოლება . 224
§ 8. 3. ნახტომის ფუნქცია. შეუღლებული სიღრმეების განსაზღვრა . . 226
§ 8. 4. ჰიდრავლიკური ნახტომისა და ნახტომის მომდევნო უბნის სიგრძე. ენერგიის დანაკარგი ნახტომში 229
§ 8. 5. ტალღოვანი ნახტომი (ნახტომი ტალღა) 231

თ ა ვ ი მ ე ც ხ რ ე

სითხის გამოდინება ნახვრეტებიდან და ნაცმებიდან. თავისუფალი ჭავლი

§ 9. 1. სითხის გამოდინება თხელკედლიანი მცირე ნახვრეტიდან მუდმივი დაწნევისას . 232
§ 9. 2. სითხის გამოდინება ნაცმებიდან მუდმივი დაწნევისას 241
§ 9. 3. სითხის გამოდინება ცვლადი დაწნევისას 248
§ 9. 4. თავისუფალი ჭავლი 253

თ ა ვ ი მ ე ა თ ე

წყალსაშვები

§ 10. 1. ტერმინოლოგია და წყალსაშვების კლასიფიკაცია. წყალსაშვის ძირითადი საანგარიშო ფორმულა 256
§ 10. 2. თხელკედლიანი წყალსაშვები 261
§ 10. 3. ფართოზღურბლიანი სწორკუთხა წყალსაშვები 265
§ 10. 4. პრაქტიკული პროფილის სწორკუთხა წყალსაშვები 273
§ 10. 5. ირიბი და გვერდითი წყალსაშვები . 278

თ ა ვ ი მ ე თ ე რ თ მ ე ტ ე

ბიეფების შეუღლება და შემაუღლებელი ნაგებობები

§ 11. 1. ზოგადი ცნობები. წყალსაშვზე გადადინებული ჭავლის შეუღლება ქვედა ბიეფის ნაკადთან 280
§ 11. 2. სიღრმის განსაზღვრა შეკუმშულ კვეთში 283
§ 11. 3. ბიეფების შეუღლება შემბორაკი ნაგებობის გარეშე ფსკერის ჭანობის ცელილებისას 284
§ 11. 4. ენერგიის ჩაქრობა. წყალსაცემი ჭისა და წყალსაცემი კედლის გაანგარიშება 286
§ 11. 5. ბიეფების შეუღლება ვერტიკალური საფეხურის მქონე წყალსაშვის (აშხლის) შემთხვევაში . 292
§ 11. 6. ბიეფების შეუღლება ფარჩქეშ გამოდინებისას 295
§ 11. 7. ერთსაფეხურიანი ვარდნილის გაანგარიშება 299
§ 11. 8. მრავალსაფეხურიანი ვარდნილის გაანგარიშება 305
§ 11. 9. სწრაფდენი 310
§ 11. 10. კონსოლური წყალსაგდები (ვარდნილი) 315

თავი მეთორმეტე

გრუნტის წყლების მოძრაობა

§ 12. 1. ზოგადი ცნობები 317
§ 12. 2. ფილტრაციის ძირითადი კანონი 322
§ 12. 3. გრუნტის წყლების თანაბარი მოძრაობა 326
§ 12. 4. გრუნტის წყლების არათანაბარი მოძრაობა . . 326
§ 12. 5. ფილტრაციული ნაკადის თავისუფალი ზედაპირის ფორმები . 327
§ 12. 6. არათანაბარი მდორედ ცვალებადი მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების ინტეგრირება (ბრტყელი ამოცანა) 329
§ 12. 7. გრუნტის წყლის მოდინება სრულყოფილ სადრენაჟო ჭასთან 331
§ 12. 8. გრუნტის წყლის მოდინება სრულყოფილ არტეზიულ ჭასთან 333
§ 12. 9. გრუნტის წყლის მოდინება წყალსაკრებ გალერეასთან 335
§ 12. 10. ფილტრაცია მიწის კაშხლებში . 337

თავი მეცამეტე

ფილტრაციის ჰიდრომექანიკური თეორიის საფუძვლები

§ 13. 1. ზოგადი ცნობები 342
§ 13. 2. გრუნტის წყლის მოძრაობის ძირითადი დიფერენციალური განტოლებები 344
§ 13. 3. სადაწნეო ფუნქცია. სიჩქარის პოტენციალი. ლაპლასის განტოლება. სასაზღვრო პირობები 345
§ 13. 4. ზოგადი მითითებები ფილტრაციის ამოცანის ზუსტი ჰიდრომექანიკური გადაწყვეტის შესახებ 348
§ 13. 5. ჰიდროდინამიკური ბადე ჰიდროტექნიკური ნაგებობის შემთხვევაში 349
§ 13. 6. ელექტროჰიდროდინამიკური ანალოგიის (ეჰდა) მეთოდი . . 353

თავი მეთოთხმეტე

ჰიდრავლიკური მოდელირების საფუძვლები

§ 14. 1. ზოგადი ცნობები . 355
§ 14. 2. ჰიდრავლიკურ მოვლენათა მექანიკური მსგავსება 357
§ 14. 3. დინამიკური მსგავსების კრიტერიუმები . . . 359
§ 14. 4. მითითებები ჰიდრავლიკურ მოვლენათა მოდელირების შესახებ 363
§ 14. 5. განზომილებათა ანალიზის მეთოდი (π — თეორემა) 367

თავი მეთხუთმეტე

სითხის დაუმყარებელი მოძრაობა სადაწნეო მილსადენებსა და ღია კალაპოტებში

§ 15. 1. ზოგადი ცნობები. სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის უმარტივესი შემთხვევა 369
§ 15. 2. სითხის დაუმყარებელი მდორედ ცვალებადი დაწნევითი მოძრაობა, როცა სითხის კუმშვადობასა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობას უგულებელვყოფთ 370
§ 15. 3. სითხის დაუმყარებელი დაწნევითი მოძრაობა, როცა აუცილებელია სითხის კუმშვადობისა და მილსადენის კედლების დეფორმირებადობის გათვალისწინება. ჰიდრავლიკური დარტყმა . . 381

§ 15, 4. სითხის დაუმყარებელი მდორედ ცვალებადი მოძრაობა ღია კალაპოტებში 387
§ 15. 5. პორიზონტალურ სწორკუთხა კალაპოტში სითხის დაუმყარებელი მოძრაობის უმარტივესი შემთხვევა . . . 392

თავი მეთექვსმეტე

სითხის ორფაზიანი ნაკადი

§ 16. 1. ზოგადი ცნობები ორფაზიანი ნაკადების შესახებ. წყლის სიმღვრიეე. ჰიდრავლიკური სისხო . 395
§ 16. 2. ფსკერული და შეტივტივებული ნატანის მოძრაობა 398
§ 16. 3. დაწნევითი პიდროტრანსპორტი . 401
§ 16. 4. უდაწნეო პიდროტრანსპორტი . 403

თავი მეჩვიდმეტე

ძირითადი ცნობები ჭარისმიერ ტალღებზე

§ 17. 1. ზოგადი ცნობები. ჭარისმიერი გრავიტაციული ტალღების კლასიფიკაცია 404
§ 17. 2. წყალსატევებისა და მათი სანაპირო ზონების კლასიფიკაცია 406
§ 17. 3. ტალღების ინტერფერენცია. მდგარი ტალღები . . 408
§ 17. 4. პროგრესული ტალღები ღრმა წყალზე 409
§ 17. .5. ტალღები თხელ წყალზე 411
ლიტერატურა . . 8

Папашвили Аркадий Георгиевич
ГИДРАВЛИКА
(на грузинском языке)

რედაქტორი პ. ლაპარტყავა
მხატვრული რედაქტორი ო. მესხი
ტექნიკური რედაქტორი ე. მუზაშვილი
უფროსი კორექტორი ნ. ქაფიანიძე
კორექტორი ც. ნოზაძე
გამომშვები ფ. გაბარაშვილი

ИБ № 2633

გადაეცა ასაწყობად 5.12.84. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 28.08.85. ქაღალდის ზომა 60X90 $^{1}/_{16}$. საბეჭდი ქაღალდი № 2. გარნიტურა ვენა. ბეჭდვა მაღალი. ნაბეჭდი თაბახი 26,25. საღებავგატარება 26,38. საღრიცხვო საგამომცემლო თაბახი 21,91.

უე 03155 ტირაჟი 2000 შეკვ. 14

ფასი 90 კაპ.

გამომცემლობა „განათლება", თბილისი, ორჯონიკიძის ქ. № 50.
Издательство «Ганатлеба», Тбилиси, ул. Орджоникидзе, № 50.

1985

სპი-ს სტამბა, ლენინის ქ., 77
Типография ГПИ ул. Ленина, 77