საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ვ. სესაძე, ნ. მაღლაკელიძე,
ნ. სესაძე, ვ. კეკენაძე, გ. ჭიკაძე

სინერგეტიკა

არაწრფივი სისტემების სინთეზი

დამტკიცებულია სტუ-ს
სარედაქციო-საგამომცემლო
საბჭოს მიერ

თბილისი
2009

მონოგრაფიაში განხილულია სინერგეტიკის საფუძვლები და მისი გამოყენების შესაძლებლობა სხვადასხვა ბუნების არაწრფივი ობიექტების მართვის სისტემების სინთეზის პრობლემების გადაწყვეტაში.

მონოგრაფია განკუთვნილია ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის ბაკალავრიატისა და მაგისტრატურის სტუდენტების, დოქტორანტებისა და ამ დარგში მომუშავე სპეციალისტებისათვის.

რეცენზენტები: პროფ. კ. კამკამიძე
პროფ. დ. გორგიძე

ISBN 978-9941-14-414-1

http://www.gtu.ge/publishinghouse/

Verba volant,
scripta manent

შინაარსი

შესავალი

თანამედროვე პერიოდში სწრაფად ვითარდება ახალი დისციპლინათშორისი მიმართულება ბუნებისმეტყველებაში-მეცნიერება თვითორგანიზაციის პროცესების შესახებ, რომელიც მოიცავს ჩვენი გარემოცვისა და არსებობის ყველა სფეროს. საერთაშორისო მათემატიკურ ლიტერატურაში ამ ფუნდამენტალურ მიმართულებას სულ უფრო ხშირად უწოდებენ "არაწრფივ მეცნიერებას" (nonlinear science), ხოლო ჩვენში -"არაწრფივ დინამიკას". სინერგეტიკის არსი მდგომარეობს სხვადასხვა ბუნების არაწრფივი დინამიკური სისტემებში (ფიზიკური, ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკოლოგიური, ტექნიკური და ა.შ.) უნივერსალური კანონზომიერებების გამოვლენაში. ამ ზოგადი თვითორგანიზაციის პრინციპების გამოვლენისათვის საჭიროა სისტემური მიდგომა და სხვადასხვა მეცნიერების გაერთიანება.

სინერგეტიკის ძირითად ცნებებს წარმოადგენს: ბიფურკაცია, დაქვემდებარება, წესრიგის პარამეტრი, მართვის პარამეტრი და ატრაქტორი. აღმოჩნდა, რომ წონასწორობის დაკარგვას წრფივ მიახლოებაში, წესრიგის პარამეტრების წარმოშობასა და დაქვემდებარების პრინციპის რეალიზაციას შორის არსებობს მნიშვნელოვანი შინაგანი ურთიერთკავშირი. მმართველი პარამეტრების ცვლილების შედეგად არაწრფივმა სისტემამ შეიძლება დაკარგოს წონასწორობა წრფივ მიახლოებაში. სინერგეტიკულ სისტემებში შეიძლება წარმოიშვეს, როგორც მოწესრიგებული, ასევე ქაოსური რხევები. იმისათვის რომ დინამიკურ სისტემაში წონასწორობიდან მოშორებით არსებობდნენ მოწესრიგებული სტრუქტურები ამ სისტემებზე მუდმივად უნდა მოედინებოდეს ენერგიის, ნივთიერებებისა და ინფორმაციის უწყვეტი ნაკადი. სწორედ თვითორგანიზაცია წარმოადგენს ზემოთ ჩამოთვლილი მრავალფეროვანი სისტემების საერთო თვისებას, რომლებიც შედგებიან ელემენტებისაგან და

სხვადასხვა ბუნების ქვესისტემებისაგან-ატომების, მოლეკულების, უჯრედების, ცხოველების და ა.შ თვითორგანიზაცია რაც არ უნდა პირველი შეხედვით მოგვეჩვენოს უცნაურად საშუალებას გვაძლევს შევისწავლოთ თავისი ბუნებით სხვადასხვანაირი დინამიკური სისტემების თვისებები, ერთიანი მათემატიკური პოზიციებიდან და ერთიანი ცნებებით.

მონოგრაფია ეძღვნება ახალი ინტეგრირებული მეცნიერების-სინერგეტიკის საფუძვლების გამოყენებას, რომელიც მოწოდებულია შეისწავლოს კოლექტიური თვითორგანიზაციის პროცესები და პრაქტიკულად მოიცვას თანამედროვე მეცნიერების ყველა დარგი.

მონოგრაფიაში განხილული არაწრფივი დინამიკური სისტემების სინთეზის საკითხებს გააჩნიათ პრაქტიკული ღირებულება, რადგანაც, მასში ნაჩვენებია სინერგეტიკული მიდგომის წარმატებული გამოყენების შესაძებლობა ეკონომიკის, ეკოლოგიის, ბიოტექნოლოგიის და სხვ. სისტემების მართვის ამოცანებში. დისერტაციაში მოტანილია სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენების მრავალი მაგალითი სხვადა-სხვა არაწრფივი დინამიკური ობიექტების სინთეზისათვის.

სინერგეტიკა, რომელიც შეისწავლის არაწრფივი სისტემების ყო-ფაქცევას მმართველი პარამეტრის ცვლილებისას, თავისი იდეო-ლოგიით ყველაზე უფრო ახლოა მართვის გამოყენებით თეორიასთან. ამდენად, ძალზე პერსპექტიულია თანამედროვე მართვის თეორიის შესწავლის მიზნით სინერგეტიკული სისტემების თვისებების გადატანა არაწრფივი მართვის ტექნიკური სისტემების კონსტრუირებისათვის. ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ არაწრფივი სისტემების სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტა სინერგეტიკული პრინციპების გამოყენებით დაიყვანება რი-ცხვით დამოკიდებულებებზე.

მონოგრაფია შედგება 3 თავისაგან, დასკვნისაგან, დანართისა და გამოყენებული ლიტერატურის სიისაგან.

მონოგრაფიის პირველ პირველ თავში გადმოცემულია სინერგეტიკული კონცეფციის როლი მართვის თეორიაში. ნაჩვენებია, რომ სინერგეტიკულ სისტემებში თვითორგანიზების და დისიპატიური სტრუქტურების (ატრაქტორების) წარმოქმნის პროცესებში ადგილი აქვს თავისუფლების ხარისხის შემცირებას მაკროცვლადების, ხარისხის პარამეტრების, გამოყოფის ხარჯზე, რომლებიც განსაზღვრავენ სისტემის დინამიკის თავისებურებებს. აღწერილია, რომ თვითორგანიზების პროცესის შედეგს წარმოადგენს ატრაქტორების წარმოქმნა, რომლებიც მიიზიდებიან სისტემის ტრაექტორიისაკენ. მითითებულ ატრაქტორებს აქვთ უფრო მცირე განზომილება სისტემის საწყის განზომილებასთან შედარებით, რაც განაპირობებს სისტემის მიერ საწყისი მდგომარეობის "დავიწყებას", თუ საიდან იწყება სისტემის მოძრაობა ატრაქტორისაკენ. ამის შედეგად მიიღება არაწრფივი დიფერენციალური სისტემების ინვარიანტული ამონახსნები. თითოეულ ატრაქტორს ფაზურ სივრცეში გააჩნია თავისი მიზიდვის არე და შესაძლებელია გამოყოფილი იქნეს ამ არეების გამყოფი საზღვარი. ამიტომაც ამ საზღვართან მცირე ცვლილებამ საწყის პირობებში შეიძლება გამოიწვიოს არაწრფივი სისტემის განსხვავებული ყოფაქცევა ამ საზღვართან. ამ მოვლენას უწოდებენ თვითორგანიზების პროცესს დისიპატიურ სისტემებში. ამ თავში განმარტებულია სინერგეტიკის ძირითადი ცნებები, კერძოდ ქაოსი და ბიფურკაცია.

მონოგრაფიის მეორე თავში განხილულია ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების სინთეზი, კერძოდ ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პრობლემის გადაწყვეტა სინერგეტიკული მეთოდების გამოყენებით. ნაჩვენებია, რომ ამ ამოცანის გადაწყვეტისას დამოუკიდებელ პრობლემას წარმოადგენს შესაბამისი ხარისხის კრიტერიუმის ფორმირება. აღწერილია, რომ მართვის არაწრფივი ობიექტების ოპტიმალური ალგორითმების სინთეზის

პრობლემის გადაწყვეტამ მიგვიყვანა ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის შექმნასთან, სადაც ოპტიმიზირებულ ფუნქციონალს გააჩნია ნახევრადგანსაზღვრული სახე. ამ შემთხვევაში სინთეზის ამოცანა დაიყვანება კერძოწარმობულებიანი წრფივი განტოლების ამოხსნამდე, რაც საშუალებას იძლევა ზოგიერთი კლასის არაწრფივი ობიექტების მართვის მოსაძებნად ავაგოთ სინთეზის რიცხვითი პროცედურები.

ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების კლასიფიკაციის მიზნით განხილულია, აგრეთვე, სკალარული და ვექტორული მართვის შემთხვევა ცალ-ცალკე. მოტანილია რიგი მაგალითები, რომლებიც გვაძლევენ საშუალებას შევაფასოთ მართვის ოპტიმალური დისიპატიური სისტემების სინთეზის მეთოდის ეფექტურობა ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების კლასიკურ მეთოდთან შედარებით. ამ თავში შესწავლილია ჩაკეტილი დისიპატიური სისტემების ფუნდამენტალურ ფიზიკური თვისებები, რომლებიც საშუალებას იძლევიან ძირეულად წამოვწიოთ ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების გადაწყვეტა. რასაკვირველია ეს მიდგომა მოითხოვს შემდგომ განვითარებას მართვის სისტემების სხვადასხვა კლასებთან მიმართებაში.

მონოგრაფიის მესამე თავში განხილულია არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ამოცანის გადაწყვეტა სინერგეტიკული მეთოდით, რომელიც ემყარება მდგომარეობათა სივრცეში სისტემის კოორდინატებს შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების-ატრაქტორების შემოღებას, რომლებზედაც ობიექტის ბუნებრივი თვისებები საუკეთესოდ ეთანადება მართვის ტექნოლოგიურ მოთხოვნებს. სინერგეტიკული მიდგომის მიხედვით დამყარებულია შესაბამისობა ინვარიანტულ მრავალსახეობებსა და საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალებს შორის. განხილულია ახალი სინერგეტიკული მიდგომის შესაძლებლობანი, რომლებიც დაფუძნებულია შემოტანილი ინვარი-

ანტული მრავალსახეობების-ატრაქტორების კონცეპციაზე, რათა გამოვ-ლენილ იქნეს ახალი პერსპექტიული მიმართულებები ფართო კლასის არაწრფივი, მრავალგანზომილებიანი და მრავალკავშირიანი ობიექტების მართვის სისტემების კონსტრუირების პრობლემების გადაწყვეტისათვის. ამ პრობლემის არსი მდგომარეობს უარყოფითი და დადებითი არაწრფივი უკუკავშირების გენერაციის ანალიზური მეთოდების დამუშავებაში.

განხილულია არაწრფივი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადოებული მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია ფაზურ სივრცეში მიმზიდავი მრავალსახეობების თანმიმდევრობის შემოტანაზე, წარმოადგენს სინთეზირებული სისტემების შეშფოთებული მოძრაობის ასიმპტოტური მდგრადობის გარანტიას ე.ი. გადავწყვეტილია არაწრფივი სისტემების სტაბილიზაციის ამოცანა. უზრუნველყოფილია გარდამავალი პროცესების მილევადობის საჭირო დრო და ა.შ.

შემოთავაზებული სინთეზის მეთოდი თავისი არსით ეფუძნება საწყისი n რიგის ამოცანის განზომილებათა კლებადი r რაოდენობის ქვეამოცანის $(n-r)$ რიგის ქვეამოცანაზე მიმდევრობით დეკომპოზიციას. ამასთან, საწყის ფაზურ სივრცეში საერთო მოძრაობის დაყოფა პარციალურ მოძრაობებად დაფუძნებულია განსახილველი ობიექტების არა რომელიმე მიახლოვებულ თვისებაზე, არამედ გამომსახველი წერტილის ერთი მრავალსახეობებიდან სხვანაკლები განზომილების მრავალსახეობაზე დროში მიმდევრობით გადაყვანაზე

ზემოთ აღწერილი მიმზიდველი მრავალსახეობების სიმრავლეთა პარალელურად და მიმდევრობით შემოტანის მეთოდების გაერთიანების ამოცანა გავაერთიანებულია ერთ განზოგადოებულ მეთოდად, რომელსაც შენარჩუნებული ექნება ორივე მეთოდის უპირატესობანი. ამ თავში ჩამოყალიბებული არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადოებული მეთოდი რამოდენიმე მართვის შემთხვევაში

ემყარება ორ ძირითად პროცედურას: პირველ რიგში $u_s(x_1,...,x_n)$ მართვის სინთეზს, რომელიც უზრუნველყოფს გამომსახველი წერტილის გადაყვანას მრავალსახეობა $\psi_s=0$-ის გადაკვეთაზე და მეორე რიგში შიგა მართვის $\varphi_1(x_1,...,x_{n-2}),...,\varphi_{n-1}(x_1)$ სინთეზს, რომელთაც მიმდევრობით გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი პირველი მრავასახეობის $\varphi_{\mu 1}=0$ მიდამოში, შემდეგ მეორის $\varphi_{\mu 2}=0$ და ა.შ. მის მოხვედრამდე ფაზური სივრცის კოორდინატთა სათავეში.

განხილულია არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის თავისებურებები სხვადასხვა ბუნების არაწრფივი ობიექტების სკალარული მართვის სისტემების სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას.

1. სინერგეტიკული კონცეფცია მართვის თეორიაში

1.1 ერთიანი მიდგომა მართვის მეთოდებისადმი

ჩვენს გარემომცველ სამყაროზე თანამედროვე ხოლისტიკური (ერთიანი) შეხედულებები ხასიათება სისტემური მიდგომით, რომელშიც კლასიკურ ბუნებისმეტყველებაში ტრადიციულ რედუქციონისტულ მიდგომასთან შედარებით უპირველესია სინთეზის პროცესები. რასაკვირველია, ხოლისტიკური მიდგომა არ არის ხისტად ანტაგონისტური რედუქციონისტურისადმი, ამ სიტყვის პირდაპირი გაგებით, იგი მიისწრაფის შეუნარჩუნოს მისი დადებითი მხარეები, მიანიჭოს მათ დიდი ორიგინალობა და სისტემურობა. მნიშვნელოვანია აღვნიშნოთ, რომ კლასიკურ ბუნებისმეტყველებაში, რომელშიც მთავარია რედუქციონისტური მიდგომა, ხოლისტიკური აზრის ელემენტი ბუნებრივ მოვლენაზე ყოველთვის იყო შეტანილი თვით მეცნიერების სტრუქტურაში, მისი ფუნდამენტალური პრინციპების ფორმის სახით (მაგალითად ფიზიკის ვარიაციული პრინციპები, მონანდ ლეიბნიცის თეორია და სხვ. ნათელია განეკუთვნებიან ხოლისტიკურ მიდგომას).

თანამედროვე ხოლისტიკური ხედვა სამყაროს ბუნებრივ მეცნიერულ სურათზე, რომელიც მოიცავს ფიზიკურ, ბიოლოგიურ და სხვა პროცესებს, ეფუძნება ბუნებრივ მოვლენების საყოველთაო კავშირის ფუნდამენტალურ პრინციპსა და განვითარების პრინციპს. ამასთან ერთად გამოიყოფა ბუნებრივი სისტემების ფიზიკური (ბიოლოგიური) ბირთვი, როგორც ერთობლიობა, მატერიის დაბალი რედუქციონისტული ფორმებისა თავისი მოძრაობის კანონებით. უმაღლესი ხოლისტიკური წარმოდგენები ეფუძნება უდაბლეს ფორმებს, აკუთვნებს რა პირველხარისხობრივ როლს სტრუქტურულ მახასიათებლებლებსა და ბუნებრივ მოვლენებს შორის კავშირებს და მათ თვისებებს. ნათელია რომ ეს

ორი მიდგომა-რედუქციონისტული და ხოლისტიკური შეფარდებითია და ურთიერთშექცევადია, რადგანაც ეს მიდგომები თავისი შინაარსითა და აზრით მიისწრაფვიან ერთი და იგივე მიზნისაკენ-გამოაელინოს ინტეგრაციული და სინთეზირებადი მდგომარეობები მეცნიერებაში და ამით მიღწეულ იქნეს მისი ერთიანობა და მთლიანობა. მნიშენელოვანია შევეცადოთ გამოვაელინოთ ძირითადი რედუქციონისტული თავისებურებები და ხოლესტიკური ტენდენციები მართვის თეორიაში.

ცნება „მართვა" ძველთაგანვე ატარებდა პასიურ, დამკვირვებლურ ხასიაოს ე.ი. ის არ ითვალისწინებდა შესასწავლი სისტემის დინამიკაზე მიზანმიმართულ ზემოქმედებებს. ნიუტონისებრი და განსაკუთრებით მეცნიერებაზე თანამედროვე შეხედულებები დიდად არის დამოკიდებული მმართველობით მიდგომაზე, ამასთან ერთად, სისტემის მდგომარეობის დამოუკიდებელი კოორდინატები საწყისი მნიშენელობიდან მართვის ზემოქმედებით შეიძლება გადაიქცეს ნაწილობრივ ან მთლიანად დამოკიდებულად სისტემის საჭირო ტრაექტორიაზე მოძრაობის მიზნის უზრუნველსაყოფად. შემდგომში ჩვენ ძირითადათ განვიხილავთ მართვად დინამიკურ სისტემებს და მათ თვისებებს.

გადავიდეთ მართვის თეორიაში რედუქციონისტულ და ხოლისტიკური ტენდენციების გამოვლენაზე. თანამედროვე მართვის თეორიებში პროცესების გაერცელებული აღწერა მდგომარეობის სივრცის განტოლებების სახით, უფრო ახლოა რედუქციონისტურ მიდგომასთან. ეს აიხსნება იმით, რომ გამოყენებული მდგომარეობის კოორდინატები ფაქტიურად მნიშენელოვნებით უტოლდება ერთმანეთს და მათ შორის არ მყარდება რაიმე კავშირი ან იერარქიული დაქვემდებარება, აქ კოორდინატები არ არიან დაჯგუფებული ფუნქციონალურ ბლოკებში ან ქვესისტემებში, რაც მოგვცემდა საშუალებას გაგვეხორციელებინა დეკომპოზიცია მისი ფიზიკური სტრუქტურის საფუძველზე. მაგალითად, ამ აზრით სისტემის გარეგანი აღწერა „შესასვლელი–გამოსასელელი"

კავშირის სახით უფრო ახლოს არის ჰოლისტიკურ მიდგომასთან, რადგან ის არ შეიცავს ინფორმაციას ლოკალურ პროცესებზე და დაფუძნებულია მხოლოდ იმ ასახვასთან, რომელიც აკავშირებს სისტემის შესასვლელს გამოსასვლელთან. თუმცა სისტემის შინაგანი აღწერა შეიცავს არსებითად უფრო მეტ ინფორმაციას მისი მოქმედების საშუალებებზე, რადგანაც ასეთი აღწერა ქმნის მის გარეგან აღწერას. ცნობილია, რომ სისტემის მოდელის აგებისას დაისმება ეგრეთწოდებული რეალიზაციის ამოცანა, რომლის თანახმადაც აუცილებელია გაირკვეს შინაგანი და გარეგანი აღწერის სრულყოფილება [1].

მართვის თეორიაში, მაგალითად კრიტერიალური მიდგომის გამოყენება, ახლოს არის ჰოლისტიკურ შეხედულებასთან, რადგან უშუალოდ დაკავშირებულია მეცნიერების ვარიაციულ პრინციპებთან. არჩეული ოპტიმიზირებული ფუნქციონალი (ან ხარისხის კრიტერიუმი) უნდა ასახავდეს სისტემის გლობალურ თვისებებს, რომლებიც უწესებს შეზღუდვებს მის ნებისმიერ ლოკალურ მოძრაობებს. ეს მოძრაობები უცილობლად უნდა აკმაყოფილებდნენ რომელიმე ფუნქციონალის ექსტრემუმს. აქედან გამომდინარე მართვის სისტემების თვისებების შეფასება გარდამავალი პროცესების კონკრეტული პარამეტრებით, განეკუთვნება რედუქციონისტულ მიდგომას, რადგანაც მდებარეობს იერარქიული კიბის ყველაზე დაბალ საფეხურზე: ფუნქციონალი (ხარისხის კრიტერიუმი)-მდგომარეობის განტოლება, რომლებიც ანიჭებს ფუნქციონალს ექსტრემუმს მოძრაობის ტრაექტორიებზე-გარდამავალი პროცესები, რომლებიც წარმოადგენენ ამ განტოლებების ამონახსნებს სისტემის კერძო სასაზღვრო პირობებისათვის.

გავაგრძელოთ მართვის თეორიაში ჰოლისტიკური ტენდენციების შესწავლა და შევეცადოთ გამოვავლინოთ მათი არსი ზოგად ფიზიკური კანონზომიერებებზე დაყრდნობით. ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული ჰოლისტიკური ცნებაა „კავშირი", რადგანაც ის წარმოადგენს ერთ-ერთ საბაზო ხარისხობრივ მაჩვენებელს. ცნება „სისტემა" გულისხმობს

კავშირს ზოგიერთი ელემენტების ერთობლიობისა, რომლებიც ქმნიან სისტემის სტრუქტურას და ამიტომაც სტრუქტურული კავშირების რღვევისას ქრება თვით სისტემაც. მართვის სისტემებში, რომლებიც აღიწერება დიფერენციალური განტოლებებით, კავშირურთიერთობა ასახავს დინამიკური ურთიერთობების ხასიათს კომპონენტებს შორის, რომლებიც იერარქიულად განეკუთვნება შესაბამის სისტემას [2].

როგორც ცნობილია, მართვის სისტემების განმასხვავებელ თავისებურებას წარმოადგენს მათი დინამიკური აღწერილობა, ე.ი. ფიზიკური (ქიმიური, ბიოლოგიური) ობიექტის წარმოდგენა მოძრაობაში. ამ სისტემებში მიმდინარე პროცესები ასახავენ ზოგიერთი ლოკალური იმ ქვესისტემების (ელემენტების), ურთიერთზემოქმედების რეაქციას, რომლებისგანაც შედგება მართვის სისტემა.

ამრიგად, ჩვენი გარემომცველი რეალური სამყაროს აღწერაში მნიშვნელოვანი როლი უკავია მართვის სისტემაში კომპონენტებს შორის ურთიერთქმედებას. ამასთან, ნებისმიერი ბუნებრივი მოვლენა შეცნობადია მხოლოდ სხვა მოვლენებთან ურთიერთკავშირით. ეს დაკავშირებული მოვლენები შეიძლება აღწერილ იქნეს ხოლისტიკური ხედვით როგორც ერთობლივი წარმოდგენა ბუნებრივ პროცესზე. ყველა ბუნებრივი სისტემა, მათ შორის ცოცხალი ორგანიზმებიც, ცალკეული პოპულაციიდან ბიოსფერომდე-ეკოლოგიურ კომპლექსებამდე ორგანიზებულნი არიან გარკვეულ ფუნქციონალურ ერთიანობაში, რომლებიც აწარმოებენ ურთიერთგაცვლას ერთმანეთთან ნივთიერებებით, ენერგიით და ინფორმაციით. ცხადია, რომ ამათგან ინფორმაცია წარმოადგენს მართვის წყაროს როგორც ცალკეული კომპონენტების ასევე მთლიანი სისტემის მართვისა და მდგომარეობისა.

ამჟამად წარმოიშვა აუცილებლობა გამოვლენილიყო მართვის ისეთი მექანიზმები, რომლებიც მოქმედებენ ბუნებრივ სისტემებში და საფუძვლად უდევს მათ ფუნქციონირებას და განვითარებას. თვალნათლივ შეიძლება წარმოვიდგინოთ, რომ მოცემული მექანიზმები უნდა

ბაზირებდნენ, ბუნებრივი სისტემების, ნივთიერებების ენერგიისა და ინფორმაციის მართვადი ურთიერთქმედების კონცეფციას.

შევჩერდეთ ისეთ მნიშვნელოვან ხოლისტიკურ ცნებაზე, როგორიცაა, სიმეტრია. სიმეტრია ბუნებრივ სისტემებში წარმოადგენს ფიზიკური ურთიერთქმედების თანამედროვე თეორიის ერთ-ერთ ფუნდამენტალურ ცნებას. ის არსებობს ყველგან სადაც კი არსებობს კავშირები რომელიმე ობიექტის ან სისტემის ნაწილებს შორის [1,3,7].

სიმეტრიის ძალოვან ველებსა და ნაწილაკებს შორის ურთიერთკავშირის თეორიის საფუძველზე თანამედროვე ფიზიკოსები მივიდნენ არაორდინალურ დასკვნამდე,რომ ჩვენ ვცხოვრობთ მრავალგანზომილებიან (უფრო ზუსტად თერთმეტგანზომილებიან) სამყაროში. ამ თეორიის თანახმად, სამგანზომილებიან სამყაროს, რომელიც ჩვენ გარშემო გვაკრავს ემატება სივრცულ-დროებითი განზომილებები, რომლებიც წარმოადგენენ ძალებს ან ზემოქმედებებს. სიმეტრიაში გამოვლინდება სტრუქტურებისა და სისტემების თვისებების ერთობლიობა. ამავე დროს, სიმეტრია ეს არის გარკვეული სახის აკრძალვა ბუნებრივი პროცესების ვარიანტების შესაძლო რაოდენობაზე. ნაჩვენები აკრძალვები რეალიზდება ბუნებრივ მოვლენების შესაბამისი შენახვის კანონების მეშვეობით. მაგალითად, ფიზიკაში სიმეტრიის იდეა საფუძვლად უდევს ელემენტარულ ნაწილაკების კლასიფიკაციას. ქიმიაში ის გამოვლინდება პერიოდული კანონის სახით, ბიოლოგიაში მემკვიდრეობის შენარჩუნების კანონში, მათემატიკაში კი - ჯგუფების თეორიაში და ა.შ

ზოგადად, სიმეტრია წარმოადგენს ნაწილაკების გარკვეული მოწესრიგებულობას, რომლებიც ქმნიან მთლიანს. თავის მხრივ მოწესრიგებულობა იძლევა შესაძლებლობას შეკუმშოს ინფორმაცია ბუნებრივი ობიექტების სტრუქტურის შესახებ მასში გარკვეული ბლოკების გამოყოფის გზით და ამ ბლოკების აგების წესის ცოდნით. თუმცა ბუნებრივ სისტემებში სიმეტრიის თვისებას სისტემაში ყოველთვის

ერთეის ასიმეტრია ე.ი რღვევა. სიმეტრიის გამოვლინდება ბუნებრივი პროცესების თვისებების ერთგვარი განზოგადება, ხოლო ასიმეტრიაში კი განსხვავება და მრავალფეროვნება. ჩვენი გარემომცველი სამყაროს ყველა მოვლენა მოიცავს სიმეტრიისა და ასიმეტრიის დიელექტრიკულ ერთობას, რომელიც ასახავს შენახვისა და ცვლილების თვისებებს და წარმოადგენს წესრიგისა და უწონასწორობის მიზეზებს, კანონზომიერებისა და შემთხვევითობის ერთიანობას. მნიშვნელოვანია აღვნიშნოთ, რომ ბუნებრივ სისტემებში სიმეტრიისა და ასიმეტრიის ფუნდამენტალური თვისება არის არა მხოლოდ ზოგადმეცნიერული კონცეფცია, რომელსაც გააჩნია გარკვეული ფილოსოფიური შინაარსი. ის გვაძლევს საშუალებას გამოვაელინოთ რაღაც კონსტრუქციული საწყისი რომელიც უდევს საფუძვლად განსახილველ ბუნებრივ პროცესს. ასეთი მნიშვნელოვანია სიმეტრიის და სტრუქტურის ცნება. სიმეტრიის და სტრუქტურის ცნება განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია არაწრფივი დისიპატიური სისტემების გამოკვლევისას რომელთათვისაც დამახასიათებელია ინტენსიური დინამიკური ურთიერთქმედებები. ასეთ სისტემებში შეიძლება წარმოიშვას ე.წ თვითმოძრაობის პროცესები (თვითორგანიზაცია), რომლებიც შეუძლებელია არსებობდეს წრფივ სისტემებში. ასეთი სისტემებისათვის, რომლებიც აღიწერებიან არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებით, როგორც ცნობილია არ არსებობს მათი ამოხსნის ზოგადი მეთოდები. სწორედ აქ სიმეტრიის თვისება გვაძლევს საშუალებას გამოვყოთ ზოგიერთი კერძო ე.წ ინვარიანტული ამონახსნები, რომლებიც როგორც აღმოჩნდა ხშირად შეიცავს მნიშვნელოვან და მდიდარ ინფორმაციას ბუნებრივი სისტემების თვისებების შესახებ. თვითორგანიზების მოვლენების გამოკვლევები, გვაძლევს საშუალებას მიუთითოთ ბუნებრივი სისტემების აგებულების პრინციპების გაგების ახალ გზებზე. ვითვალისწინებთ რა რომ ამ პრინციპების გადატანა ადამიანის კონკრეტულ საქმიანობაზე გვაძლევს საშუალებას გამოვავლინოთ ახალი მიდგომები (ქიმიური, ბიოლოგიური)

ობიექტების, ბუნებრივი სისტემების თვითორგანიზციის მოვლენის უფრო დაწვრილებით შესწავლაზე. ამისათვის მიზანშეწონილია კლასიკურ თანამედროვე მეცნიერებაში შევისწავლოთ თვითორგანიზაციის იდეის განვითარების გზები და ტენდენციები.

1.2 წესრიგი და უწონასწორობა სისტემებში

ი. პრიგოჟინის თანახმად თერმოდინამიკა შეიძლება დაიყოს სამ დიდ სფეროდ:

1. წონასწორული, რომელშიც ენტროპიის წარმოშობა, ნაკადები და ძალები ტოლია ნულის;
2. სუსტად არაწონასწორული, ან წრფივი, სადაც თერმოდინამიკური ძალები ჯერ კიდევ უმნიშვნელოა, ხოლო ნაკადები წრფივად არის დამოკიდებული ძალებზე;
3. ძლიერ არაწონასწორული, ან არაწრფივი, რომელშიც ნაკადები წარმოადგენენ ძალთა რთულ ფუნქციებს.

წრფივი არაწონასწორული თერმოდინამიკა, ისევე როგორც წონასწორული, აღწერს სისტემების მართვად, წინასწარპროგნოზირებად ყოფაქცევას. ამასთან, როგორიც არ უნდა იყოს საწყისი მდგომარეობა, სისტემა აუცილებლად გადავა იმ მდგომარეობაში, რომელიც განსაზღვრულია მოცემული სასაზღვრო პირობებით. ეს კი სწორედ ნიშნავს სისტემის რეაქციის პროგნოზირებას მისი სასაზღვრო პირობების შეცვლაზე.

ძლიერი უწონასწორობის სფეროში, რომლებიც აღიწერება არაწრფივი თერმოდინაკის განტოლებებით, სისტემა შეიძლება კვლავ განაგრძობდეს მოძრაობას რომელიმე სტაციონარული

მდგომარეობისაკენ, თუმცა ეს მდგომარეობა უკვე არ განისაზღვრება შერჩეული თერმოდინამიკური პოტენციალით. ამ დროს წარმოიშევება მნიშვნელოვანი საკითხი ამ მდგომარეობის მდგრადობის შესახებ, რომელიც ხდება შესამჩნევად დამოკიდებული სისტემაზე მოქმედი საბოლოო ფლუქტუაციისა და ზემოქმედების სახეზე. ასეთ შემთხვევაში არსებობს გარკვეული ზღვარი, რომლის შემდეგ ფლუქტუაციებმა (დადებითი უკუკავშირის გამო) შეიძლება მიგვიყვანოს ახალ რეჟიმამდე, რომელიც განსხვავდება „ნორმალური" მდგრადი მდგომარეობისაგან. ამის გამო სისტემაში მყარდება გარკვეული გლობარული სტრუქტურა, ამასთან ზემოქმედებებს ან ფლუქტუაციებს არ შეუძლიათ უცებ გადალახონ აქამდე არსებული საწყისი მდგომარეობა. ფლუქტუაციები ჯერ უნდა დამყარდნენ განსაზღვრულ საბოლოო სფეროში და მხოლოდ ამის შემდგომ ხდება შესაძლებელი მათი გავრცობა და სისტემის მთლიანი სივრცის შევსება. საწყისი მდგომარეობის ზომებთან დამოკიდებულების გამო, ეს სფერო ან ქრება ან ვრცელდება სისტემის არსებობის მთელ სივრცეზე.

სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ძლიერ არაწონასწორულ რეჟიმებში ფლუქტუაციის არეში არსებობს კრიტიკული სიდიდეები ე.ი. არსებობს რაღაც გარკვეული ბირთვი, რომელიც პრინციპიალურად განაცალკევებს არაწრფივი სისტემების თვისებებს და ყოფაქცევებს. ამ ბირთვის კრიტიკული ზომები იზრდება ურთიერთობის (დიფუზიის) მექანიზმების ეფექტურობის ამაღლებასთან ერთად, რომლებიც აკავშირებს ერთმანეთთან სისტემის ყველა არეებს. ამასთან ერთად რაც უფრო სწრაფად გადაიცემა სიგნალები სისტემის შიგნითა კავშირის არხებით, მით მეტი იქნება მილევა და შესაბამისად უფრო დიდია სისტემის მდგრადობის არე. მოთხოვნები ფლუქტუაციის ბირთვის კრიტიკულ ზომების გაზრდაზე შეესაბამება ამ ბირთვის გარემომცველ გარემოს ათვისების შესაძლებლობას, ფლუქტუაციის ჩაქრობის უნარის ზრდას. ფლუქტუაციებისა და მისი გარემომცველ

არეებს შორის ეფექტური დამოკიდებულების მიხედვით სისტემაში არსებული ფლუქტუაციები ან ქრებიან ან პირიქით ძლიერდებიან.

ამრიგად, ფლუქტუაციის არის კრიტიკული ზომები განისაზღერება ფლუქტაციის გამაძლიერებელი მექანიზმებისა და სისტემის გამაერთიანებელ ძალებს შორის არსებული კონკურენციით. ამ კონკურენციის შედეგები განსაზღვრავს სისტემის მდგრადობის არის საზღვარს და ზომებს. აქედან გამომდინარეობს რომ პერმანენტული ქაოსის დასაძლევად სისტემაში, აუცილებელია გავზარდოთ მასტაბილიზირებული ზემოქმედება საერთო სისტემის შემადგენლობაში არსებულ ქვესისტემებს შორის. ან თერმოდინამიკის ენაზე გავზარდოთ დიფუზიური პროცესების ზემოქმედება. ბუნებრივი სისტემები, რომლებიც შედგებიან დიდი რაოდენობის კომპონენტებისაგან, ეწინააღმდეგებიან გარეშე ზემოქმედებებს და შესაბამისად იქცევიან „საკუთარი ნების" თანახმად. ასეთი სისტემებისათვის ყოველი ცალკეული ამ ტიპის მოქმედება იძენს კოლექტიურ ხასიათს, რომელმაც შეგვიძლია მიგვიყვანოს მათ ქცევებში მოულოდნელ გლობალურ ცვლილებებამდე. ეს მიუთითებს სისტემაში მიზეზობრივი ურთიერთობების არაწრფივ ხასიათზე.

დაწვრილებით განვიხილოთ პროცესების შექცევადობის და შეუქცევადობის თვისებები სისტემის გარე მართვის თვალსაზრისით. უნდა აღვნიშნოთ, რომ, რომ შექცევადი პროცესები საფუძვლად უდევს კლასიკურ მექანიკას და ზუსტად ისინი განსაზღვრავენ შესაბამისი სისტემის მართვის შესაძლებლობას ე.ი. გარეგან მიზეზობრივი ზემოქმედების შესაძლებლობას. კლასიკური დინამიკური ობიექტის მართვა მისი კონსერვატიულობიდან გამომდინარე ყოველთვის შეიძლება განვიხილოთ საწყისი პირობების შეცვლით. რაც შეეხება თერმოდინამიკურ ობიექტებს მათი მართვა შეიძლება ზღვრული პირობების გარეგანი შეცვლით, მაგრამ მხოლოდ შექცევადი პროცესების არეში ის დაკავშირებულია იმასთან, რომ ნებისმიერი

სისტემა რომელიც იყოფება თერმოდინამიკურ წონასწორობაში, მისი ისეთი მაკროცვლადების, როგორც ტემპერატურა, მოცულობა წნეეა, მუდმივი ცვლილებებისას გაივლის რიგ წონასწორულ მდგომარეობებს და ასეთი ზემოქმედების გამოყენების შედეგად უბრუნდება საწყის მდგომარეობას. ობიექტების მართვა მისი ზღვრული პირობების შეცვლით და მოცემული ცვლილებების შექცევადობა წარმოადგენენ აუცილებლად ურთიერთმაკავშირებელ პროცესებს. აქედან გამომდინარეობს, რომ თერ მოდინამიკური ობიექტის მართვადობის თვალთახედვით შეუქცევადობა- ნეგატიური მოვლენაა, რომელიც წარმოჩინდება ობიექტში უმართავი ცვლილებების სახით და მიუთითებს გარეგანი კონტროლიდან გამოსვლას. სხვანაირად რომ ვთქვათ, ბუნებრივ სისტემებში შეუქცევადი სისტემებში შეუქცევადი პროცესები შეიძლება წარმოვიდგინოთ, როგორც თვისება ბუნების თვითნებური შინაგანი აქტივობისა.

ბუნებრივი სისტემების გამოკვლევა გვიჩვენებს, რომ დიფერენციალური განტოლებები, რომლებიც აღწერენ მათ ქცევებს ძლიერ არაწონასწორულ არეებში, ხშირად შეიცავენ პარამეტრებს, რომლებიც იწვევენ გადაადგილებას სუსტად მდგრად არეში ე.ი ასეთი სისტემებისათვის არ არსებობს მათი ევოლუციის აბსოლუტურად ხისტი სქემები. ეს ნიშნავს, სისტემის პარამეტრული მართვის საკითხი უნდა განვიხილოთ ფლუქტაციის სფეროში კრიტიკული საზღვრების გაზრდის მხედველობაში მიღებით. ბუნებრივი სისტემებში პარამეტრული თვითმართვის მაგალითად შეიძლება განვიხილოთ პოპულაციის ლოგისტიკური ევოლუცია, რომლის თანახმადაც ეკოლოგიური ნიშა თანმიმდევრულად ივსება იმ სახის პოპულაციებით, რომელთა პარამეტრი „მატარებელი უნარი" ხდება უფრო დიდი ვიდრე სხვა სახეობების. თანმიმდევრული წინამდებარე სახეობების, რომლებსაც გააჩნია უფრო დაბალი „მატარებელი

უნარი". სწორედ მითითებული პარამეტრების მართვა საშუალებას იძლევა გადარჩნენ შესაბამისი სახეობები ეკოლოგიური ევოლუციის პირობებში.

გადავიდეთ დინამიკურ და თერმოდინამიკურ სისტემებში შექცევადობის და შეუქცევადობის პროცესების პრობლემების მთავარ დასკვნებზე. ბუნებაში არსებობენ იზოლირებული (ჩაკეტილი) სისტემები უკუქცევით, რომლებიც აღწერილია კლასიკური და კვანტური მექნიკის კანონებით. თუმცა უმეტესობა ბუნებაში არსებული და დაკვირვებადი სისტემებისა (თერმოდინამიკური, ქიმიური, ბიოლოგიური) ღიაა, მათ გააჩნიათ დროში ერთმხრივ მიმართულების თვისებები მაკროსკოპიულ დონეზე. ამასთან აღმოჩნდა, რომ ასეთი სისტემებისათვის დროითი სიმეტრიის დარღვევა არსებობს მაკროსკოპიულ დონეზეც. ეს ნიშნავს, რომ ამა თუ იმ ან სხვა სისტემისათვის შეუქცევადობა, როგორც წესი, არსებობს აღწერის ყველა დონეზე ან არ არსებობს არცერთ დონეზე. რასაკვირველია, შეუქცევადობის ეფექტის გამოვლინება განსხვავებულია შესაბამისი დონეებისათვის: ის ძლიერდება მიკროსკოპულიდან მაკროსკოპულამდე. უმთავრეს დასკვნა, რომელიც გააკეთა ი. პრიგოჟინმა მდგომარეობს შემდეგში: წესრიგის საწყისს ბუნებრივი სისტემის აღწერის ყველა დონეზე წარმოადგენს უწონასწორობა ე.ი წესრიგი წარმოიშობა ქაოსიდან. უკუქცევადობა არის სწორედ ის მექანიზმი, რომელიც ქმნის უწონასწორობას და შესაბამისად, წესრიგს ყველა დონეზე. თუმცა უკუქცევადობა ეს არ არის უნივერსალური თვისება შექცევადი და შეუქცევადი პროცესების თანაარსებობისა ბუნებრივ სისტემებში. ეს ნიშნავს, კლასიკური მექანიკის განტოლებებიდან არ გამომდინარეობს შეუქცევადობის ზოგადი დასკვნები.

ამრიგად, ბუნებაში არსებობს ორი სამყარო: პირველი-კლასიკური და კვანტური მექანიკის შექცევადი სამყარო, რომელშიც შეუძლებელია ევოლუცია და დინამიკურ სტრუქტურებში ჩადებული

ინფორმაცია არ იცვლება. მეორე- შეუქცევადი სამყარო თერმოდინამიკური და ბიოლოგიური პროცესებისა, რომლებშიც ბუნებრივი სისტემების ევოლუციის შედეგად შესაძლებელია წარმოიშვას ახალი თვისებების მქონე მოწესრიგებული სტრუქტურები.

შეუქცევად ბუნებრივ სისტემებში სივრცის მდგომარეობის თითეული არეს (წონასწორული, სუსტად არაწონასწორული, ძლიერად არაწონასწორული) გააჩნია საკუთარი დროის ტემპი. ამასთან ერთად არსებობს უშუალო ურთიერთკავშირი ენერგიას, სივრცესა და დროს შორის. წესრიგსა და ქაოსის კავშირის გაგება, როგორც უბრალოსა და რთულს შორის ი.პრიგოჟინის თანახმად "თეორის განვითარების თანამედროვე დონე, გვაძლევს გამოვყოთ დროის სხვადასხვა დონეები: დრო, გამოხატული კლასიკური და კვანტური მექანიკის ცნებით; დრო დაკავშირებული პროცესის შეუქცევადობასთან ლიაპუნოვის ფუნქციის საშუალებით; დრო რომელიც ახასიათებს სისტემის „ისტორიას" ბიფურკაციით". თანამედროვე მართვის თეორია სავარაუდოდ იმყოფება დროის გაგების პირველ ორ დონეზე.

ამ პრობლემის მეტად მოკლედ განხილვის დასასრულს გამოვყოთ მისი ძირითადი დებულებები და დასკვნები, რომლებიც ჩვენი აზრით მნიშვნელოვანი არიან თანამედროვე მართვის თეორიის განვითარებისათვის. პირველ ასეთ დასკვნას წარმოადგენს შექცევადი სისტემების მართვის თვისების არსებობა. კერძოდ, კლასიკური და კვანტური მექანიკის სისტემები, აგრეთვე თერმოდინამიკური სისტემები, რომლებიც იმყოფებიან წონასწორულ ან სუსტად არაწონასწორულ არეებში. მეორე მნიშვნელოვან დასკვნას უნდა მივაკუთვნოთ ფლუქტაციისადმი კოლექტიური (წინააღმდეგობის) უკუქმედების თვისების წარმოშობა სისტემის კომპონენტების მხრიდან, რომლებიც იმყოფებიან ძლიერ არაწონასწორულ არეში და რაც უფრო შორს წავა სისტემა ამ არეში, მით უფრო მეტი შეიძლება იყოს ეფექტი უკუქმედებისა ფლუქტაციისადმი. მესამე დასკვნა, რომელიც

გამომდინარეობს წინა დასკვნისაგან არის რეკომენდაცია გააძლიეროს ურთიერთქმედების მექანიზმი სისტემაში არსებულ ქვესისტემებს შორის, რასაც მივყავართ სისტემის კომპონენტებს შორის კავშირის სიგნალების სწრაფმოქმედების გაზრდის აუცილებლობამდე.

თანამედროვე გამოყენებითი მართვის თეორიის განვითარებისათვის მიზანშეწონილია ზემოთ განხილული კლასიკური ფიზიკისა და თანამედროვე არაწრფივი ფუნდამენტალური დებულებების ბაზაზე გადავიდეთ სინერგეტიკის მათემატიკურ და ფიზიკურ საფუძვლებზე და ნებისმიერი ბუნების მქონე სისტემის თვითორგანიზების თეორიის საფუძვლების მოკლე გადმოცემით.

1.3 დინამიკური სისტემების დივერგენცია

თანამედროვე მეცნიერებამ მიაღწია თვალსაჩინო წარმატებებს ბუნებისმეტყველებისა და ტექნიკის მრავალ დარგში. მაგრამ ბუნებრივი მოვლენებისა და ტექნიკური პროცესების უმეტესობა შეიძლება აღიწეროს მათემატიკურ ენაზე. მნიშვნელოვანია ის ფაქტი, რომ მათემატიკის ეფექტური გამოყენება უშუალოდ დაკავშირებულია მათემატიკური მოდელების აგებასთან, რომლებიც ამა თუ იმ ხარისხით ადექვატურად აღწერენ შესაბამის მოვლენებსა და პროცესებს. ბუნებისმეტყველების განვითარების ისტორია გვიჩვენებს, რომ მათემატიკური აღწერა გვაძლევს საშუალებას მოვახდინოთ რაციონალური ახსნა უამრავი სხვადასხვა ფორმის მოძრაობებისა, რომლებიც განსაზღვრავენ გარემომცველ სამყაროს.

მოძრაობის აღმწერ განტოლებების აგებას საფუძვლად უდევს მიზეზობრიობის პრინციპი, რომლის თანახმადაც ყველა სხეულისა ან სისტემის მდგომარეობა თანმიმდევრულად ვითარდება დროში, რადგანაც სხეულის ესა თუ ის მდგომარეობა დროის მოცემულ მომენტში წარმოადგენს წინა მდგომარეობების შედეგს: 300 წელზე მეტი ხნით ადრე ნიუტონმა და მისგან დამოუკიდებლად ლეიბრიცმა შემოგვთავაზეს მოძრაობის აღწერის მეთოდი, რომელიც იმის შემდეგ ყველაზე უფრო გავრცელებულია [1]. ამ მეთოდის არსი მდგომარეობს ბუნებაში მოძრაობების კანონების აღწერა დიფერენციალური განტოლებების სახით:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n), i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1.1}$$

სადაც x_i– შესაბამისი სისტემის მდგომარეობის კოორდინატებია.

(1.1) დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით აღწერილი დინამიკური სისტემის ფუნდამენტალურ თვისებას წარმოადგენს დეტერმინირება, რეგულირება და შექცევადობას. მითითებულ დებულებების გამოყენებით შეიძლება ნებისმიერი ბუნების დინამიკური სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის გამოთვლა. ამისათვის საჭიროა მხოლოდ საწყისი x_{i0}-მდგომარეობის დაკვეთა, რომელიც აღწერს სისტემის მომენტალურ მდგომარეობას. სხვა სიტყვებით, ვიცით რა მოძრაობის ზოგადი კანონები, რომლებიც ჩაწერილია დეტერმინირებული დიფერენციალური განტოლებების სახით (1.1) შეგვეიძლია მოცემული საწყისი პირობებიდან ყოველთვის ზუსტად გამოვიყვანოთ მდგომარეობათა ის უსასრულო სიმრავლე, რომელსაც გადის სისტემა დროთა განმავლობაში. ე.ი. თუ ვიცით რა მოძრაობის კანონები (1.1), სისტემის მდგომარეობის აბსოლუტური და ზუსტი აღწერისათვის როგორც მომავალში, ასევე წარსულში საკმარისია მხოლოდ ერთადერთი საწყისი მდგომარეობის ცოდნა. ყველაფერი მოცემულია და ყველაფერი შესაძლებელია-ასეთია აბსტრატული დინამიკის ფუძემდებლური დასკვნა, რომელიც საფუძვლად უდევს კლასიკურ მეცნიერებას [6,7].

კლასიკურ მექანიკაში დიდი ხანია დადგენილია, რომ დიფერენციალურ განტოლებების ინვარიანტულ–ჯგუფურ თვისებებს, რომლებიც აღწერენ მექანიკური სისტემის მოძრაობას, და ფიზიკურ შენახვის კანონებს შორის არსებობს ღრმა და მეტად არატრაივიალური კავშირი. ეს ნიშნავს, რომ ამა თუ იმ სისტემის ფიზიკური თვისებების აღწერა მისი ინვარიანტების სახით საშუალებას გვაძლევს წარმატებულად გადავწყვიტოთ სისტემების სინთეზის პრობლემები.

ინვარიანტობის პრინციპთან უშუალოდ არის დაკავშირებული წესრიგის იდეების განვითარება როგორც მათემატიკაში ისე სხვა ნებისმიერ მეცნიერებაში. ამ პრინციპიდან გამომდინარეობს ზოგადი ფიზიკური შენანახვის კანონი. ზოგადად, ინვარიანტობის თვისების არსებობა მიგვითითებს ბუნებრივ სისტემებში წესრიგის წარმოშობაზე.

(1.1) სისტემის ინტეგრალური მრუდების ერთობლიობა აღწერს x_1, x_2, ... x_n ფაზურ სივრცეში მოძრაობას რაც გვაძლევს მის ფაზურ პორტრეტს. თუ (1.1) სისტემა ორგანზომილებიანია *(n=2)*, მაშინ მისი ყოფაქცევა აღიწერება x_1, x_2 ფაზურ სიბრტყეში. აქედან გამომდინარეობს რომ ნაზრდების ნამრავლი Δx_1, Δx_2 განისაზღვროს როგორც ფაზური სიბრტყის ფართობის ელემენტები. ცხადია, რომ ცნება „ფართობი" შეიძლება განზოგადებულ იქნეს მრავალგანზომილებიანი სისტემებისათვისაც *(n≥3)* მოცულობის ცნებაზე ფაზურ სივრცეში. (1.1) სისტემის დინამიკური თვისებები პრინციპიალურად დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორი სახით იცვლებიან ფართობები *(n=2)* ან მოცულობები *(n≥3)* მათ ფაზურ სივრცეში. ზოგად შემთხვევაში n-ური რიგის სისტემის მოცულობის ცვლილების ფარდობითი სიჩქარე ფაზურ სივრცეში როგორც ცნობილია განისაზღვრება ლის წარმოებულის მიხედვით:

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_i}, \tag{1.2}$$

სადაც x_i და $x_i(t)$ შესაბამისად სისტემის i-ური კორდინატაა და მისი წარმოებულია დროში.

(1.2) გამოსახულების მარჯვენა ნაწილს უწოდებენ (1.1) სისტემას ფაზური სიჩქარის ვექტორის დივერგენციას.

$$div\dot{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f_i(x_1,...,x_n)}{\partial x_i} \tag{1.3}$$

რომელიც წარმოადგენს კერძო წარმოებულების (1.1) სისტემის მარჯვენა ნაწილების შესაბამისი წარმოებულების სრულ ჯამს. (1.3) დივერგენცია უშუალოდ დაკავშირებულია (1.3) სისტემის შესაბამისი ბუნების ფიზიკურ და დინამიკურ თვისებებთან. ამასთან, სახელდობრ დივერგენცია (უფრო ზუსტად მისი ნიშანი) ბუნებრივი და ტექნიკური სისტემების უსასრულო მრავალსახეობებს ყოფს ორ კლასად, რომლებსაც გააჩნიათ პრინციპიალურად განსხვავებული თვისებები. პირველ კლასს განეკუთვნებიან სისტემები, რომლებისთვინაც

$$div\dot{x} = \frac{1}{V}\frac{dV}{dt} = 0, \tag{1.4}$$

ე.ი. მათი ფაზური მოცულობა რჩება უცვლელი. ეს თვისება გამომდინარეობის ლუიკილის ცნობილი თეორემის მიხედვით და გამომდინარეობს (1.2)-დან, რადგანაც (1.4) პირობებიდან სიდიდე v=const. ასეთ სისტემებს ეწოდება კონსერვატიული [13].

კლასიკური და კვანტური ფიზიკის ყველა კანონი აღწერს სწორედ ასეთი კონსერვატული სისტემების ყოფაქცევას. დინამიკური სისტემების თვისება შეინარჩუნოს ფაზური მოცულობა წარმოადგენს მათ უმთავრეს თვისებას. ამ თვისების შედეგს წარმოადგენს ენერგიის შენახვა და დინამიკის განტოლებების შექცევადობა დროში და აგრეთვე, მათ ფაზურ სივრცეში მიზიდვის ან იზოლირებული ფაზური ტრაექტორიების არ არსებობა. სხვანაირად რომ ვთქვათ ამ სისტემებში განმსაზღვრელი მნიშენელობა ღებულობს საწყისი პირობები მნიშენელობას. კონსერვატული სისტემებისა განზომიკლება *(n)* არის ლუწი. ასე, რომ კლასიკური დინამიკის სისტემების დივერგენცია ტოლია ნულის და შესაბამისად, ინარჩუნებენ ფაზურ მოცულობას დროში.

აღწერილი სისტემების ტიპების გარდა, ბუნებაში უფრო გავრცელებულია მნიშვნელოვანი კლასი დინამიკური სისტემებისა, რომელთაც ეწოდებათ დისიპატიური. ზოგადად, ბუნებაში ყველა სისტემა დისიპატიურია. ხოლო ამ შემთხვევაში როდესაც დისიპატია ძალიან მცირეა და შესაბამისად დროის გარკვეულ მონაკვეთზე შესამჩნევად ვერ ავლენს თავს, მაშინ შესაბამისი სისტემები ფაქტიურად იქცევიან ისევე როგორც კონსერვატულები.

დისიპატიური სისტემები შეიძლება დაყოფილი იქნენ პასიური სისტემების კლასად, რომლებიც არ შეიცავენ ენერგიის წყაროს და აქტიური სისტემების კლასად, რომლებსაც გააჩნიათ ენერგიის მუდმივი ან ცვლადი წყაროები [15]. დისიპატიური სისტემების პრინციპულ განმასხვავებელ ნიშანს წარმოადგენს დროთა განმავლობაში ფაზური მოცულობის შემცირება ე.წ. დივერგენციის

$$div\dot{x}(t) < 0 \tag{1.5}$$

მნიშვნელობა ამ სისტემებში-უარყოფითია. დისიპატიური სისტემების თვისებები უპირისპირდება კონსერვატიული სისტემების დინამიკურ თვისებებს. კერძოდ. ფაზური მოცულობები იკუმშებიან, ენერგია არ შეინახება ხოლო მათი მოძრაობის განტოლებები შეუქცევადია დროში. ამასთან დაკავშირებით, გამოსახულება (1..2) შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით.

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} = -a, a > 0 \tag{1.6}$$

(1.6) განტოლების ინტეგრირებით, მივიღებთ

$$V(t) = V_0 \exp(-at)$$

ე.ი. როცა t→∞ მოცულობა V(t)→0-კენ და გამომდინარეობს ძალიან მნიშვნელოვანი დასკვნა:

- დისიპატიურ სისტემებში ყველა ტრაექტორია (როცა $t \to 0$) მიისწრაფის რომელიღაც კომპაქტურ სიმრავლემდე-ატრაქტორისაკენ ფაზურ სივრცეში.

- ატრაქტორს (მიმზიდველს) გააჩნია ნულოვანი მოცულობა. თუმცა მის მიზიდულობის არეს ფაზურ სივრცეში გააჩნია სასრულო მოცულობა. მათემატიკაში მიზიდულობის არედ მიჩნეულია საწყისი მონაცემების ისეთი არე $x_{in} \in \Re$, რომ მისგან გამომავალი ტრაექტორიები აუცილებლად მიისწრაფიან ატრაქტორისკენ.
- ატრაქტორთან მიზიდულობის გამო ხდება დისიპატური სისტემის მახსიერების დაკარგვა მისი საწყისი მონაცენების შესახებ.
- ატრაქტორის ზომის განზომილების მაჩვენებელი r ყოველთვის ნაკლებია გამომავალი დისიპატიური სისტემის ფაზური სივრცის n.-განზომილების მაჩვენებელზე $r<n$.
- ზოგად შემთხვევაში სისტემების ფაზურ სივრცეში შეიძლება იყოს რამოდენიმე განსხვავებული ატრაქტორი თავის მიზიდულობის არეებით.

ასე რომ, დისიპატიურ სისტემებში (1.2) ლის წარმოებულისა და დივერგენციის (1.5) უარყოფით ნიშანს შესაბამისად მივყევართ იქამდე, რომ დროის განმავლობაში $(t \rightarrow \infty)$ სისტემის ტრაექტორიები (1.1) აუცილებლად მიიზიდებიან ატრაქტორისკენ, ხოლო (1.1) სისტემის საწყისი პირობების ნებისმიერ სიმრავლეს V მოცულობით გარდაისახება ნულოვან სიმრავლეში, რადგანაც ატრაქტორის მოცულობა ნულის ტოლია [13]. სხვანაირად რომ ვთქვათ, სისტემის საწყისი მდგომარეობები (1.1) რომელიც იმყოფება ატრაქტორს გარეთ, რაღაც დროის შემდეგ აუცილებლად მოხვდებიან ატრაქტორზე. ატრაქტორთან ასეთი მიზიდულობის შედეგად წარმოიქმნებიან აღწერილი დისიპატიური სისტემების მნიშვნელოვანი მახასიათებლები. პრინციპიალურ განმასხვავებელ თავისებურებას რომლებისთვისაც წარმოადგენს ფაზური მოცულობის დროზე დამოკიდებულება. დივერგენცია მთლიანობაში ახასიათებს სისტემის ფაზური მოცულობის (შეკუმშვის) სიჩქარეს.

დისიპატიური სისტემების ზემოთ აღნიშნულ თვისებებიდან გამომდინარეობს, რომ მათი მოძრაობა შეიძლება დაიყოს ორ არსებითად

განსხვავებულ კლასად: გარდამავალი პროცესების კლასი სისტემის კონკრეტული საწყისი პირობებიდან ზღვრულ სიმრავლემდე-ატრაქტორამდე და ატრაქტორების გასწვრივ სტაციონარული მოძრაობების კლასი [12].

საერთო შემთხვევაში (1.1) სისტემის (1.3) დივერგენცია გარკვეულ შეზღუდულ დროში შეიძლება იყოს დადებითი, ხოლო ფაზური მოცულობა შეიძლება გაიზარდოს. ფიზიკური თვალთახედვიდან ასეთი ხანგრძლივი სტაციონალური რეჟიმის არსებობა შეუძლებელია, რადგანაც ამისათვის საჭიროა უსასრულო ენერგია. თუმცა ბევრ რეალურ არაწრფივ სისტემებში დროის სასრულო ინტერვალებში ფაზური მოცულობა შეიძლება გაიზარდოს, რაც ნიშნავს ახალ დამყარებულ მდგომარეობაში გადასვლის პროცესს.

ნათელია, რომ სისტემის (1.1) დივერგენცია დაკავშირებულია იაკობიანის ფუნდამენტალურ მატრიცასთან [9]

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix} \qquad (1.7)$$

ასე რომ, სისტემები რომლებისთვისაც ფაზური სივრცის ნებისმიერ წერტილში სრულდება პირობა

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (1.8)$$

უწოდებენ სისტემას პირდაპირი კავშირის გარეშე. სხვა კლასი სისტემებისა, რომელთაც გააჩნიათ „დიაგონალური" კერძო წარმოებულები

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} = const, \qquad (1.9)$$

ეწოდებათ სისტემები პირდაპირი არაწრფივი კავშირებით.

(1.1)-სისტემას (1.4), (1.6), (1.8), (1.9) თვისებები შეიძლება მივანიჭოთ, თუ ჩავრთავთ მის მარჯვენა ნაწილში $U_2(x_1,..., x_n)$ მართვის ფუნქციას. მაშინ სისტემა (1.1) შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს სახით.

$$x_i(t)=f_i(f_1,\dots, x_n, U_1,\dots,U_r)\ i=1,2,\dots, n,\ r=1,2\dots,\ m\leq n \qquad (1.10)$$

განტოლება (1.10) აღწერს მართვადი დინამიკური სისტემების კლასს.

თუ შევირჩევთ შესაბამის მართვას $U_1(x_1,\dots, x_n)$ შეიძლება მივიღოთ სისტემა სასურველი დინამიკური თვისებებით მის ფაზურ სივრცეში.

დისიპატიური სისტემების ფაზურ სივრცეში შეიძლება წარმოიშვას ატრაქტორები და რეპელერები. შეგახსენებთ [15], რომ ატრაქტორად იწოდება კომპაქტური სიმრავლე, რომლისკენაც მიისწრაფის ყველა ტრაექტორია მისი მიზიდვის არეში, და მას გააჩნია სასრულო ფაზური მოცულობა. ეს არე წარმოადგენს სისტემის ისეთი საწყისი პირობების ერთობლიობას, რომ მისგან გამომავალი ფაზური ტრაექტორიები აუცილებლად იკრიბებიან ატრაქტორთან. არსებობს ატრაქტორების ორი ძირითადი სახე:

- უმარტივესი ატრაქტორები რომლებიც არსებობენ სისტემის სტაციონალური წერტილების სახით; ზღვრული ციკლის სახით, რომელსაც გააჩნია საკუთარი ამპლიტუდა და პერიოდი: და, ბოლოს ტორის სახით, რომელიც აღწერს კვაზიპერიოდულ პროცესს რამოდენიმე დამოუკიდებელი სიხშირით.

  „უცნაური" ე.წ. ქაოტური ატრაქტორები, რომელთაც რიგში გააჩნიათ განმასხვავებელი თვისებები, მაღალ მგრძნობიალური დამოკიდებულებით სისტემის საწყისი პირობებისადმი, ფრაქტალური (არასრულრიცხვიანია) განზომილება და თავისი ყოფაქცევის წინასწარგანუსაზღვრელობა. საოცარია რომ „უცნაური" ატრაქტორები აღიწერებიან დაბალი ხარისხის $n\geq3$ არაწრფივი დეტერმინირებული დიფერენციალური განტოლებებით და წარმოადგენენ ქაოსის წყაროს დინამიკურ სისტემებში [15].

სისტემის ფაზურ სივრცეში შეიძლება იყოს რამოდენიმე ატრაქტორი. როცა მათი მიზიდვის არეები იშლებიან ზოგიერთი არამდგრადი

სიმრავლეებით-რეპელერებით, რომლებისგანაც განიზიდებიან სისტემის მეზობელი ფაზური ტრაექტორიები. რეპელერების უმარტივეს ტიპიურ მაგალითს წარმოადგენს არამდგრადი განსაკუთრებული წერტილი, არამდგრადი ზღვრული ციკლი და არამდგრადი ტორი ფაზურ სივრცეში. საჭიროა განსაკუთრებით აღვნიშნოთ, რომ, ტრაექტორიები რომლებიც განთავსებულია ატრაქტორებზე და რეპელერებზე, იკავებენ ნულოვან ფაზურ მოცულობას. აქედან გამომდინარეობს რომ ატრაქტორების და რეპელერების განზომილებანი ყოველთვის ნაკლებია საწყისი სისტემის ფაზური სივრცის განზომილებებთან შედარებით. ეს თვისება ძალიან მნიშვნელოვანია მრავალგანზომილებიანი არაწრფივი დინამიკური ობიექტების მართვის პრობლემების გადაწყვეტისათვის, რადგანაც წარმოიქმნება ერთმანეთში ჩაწყობილი სასურველი ატრაქტორების სინთეზის შესაძლებლობა. ასეთ შემთხვევაში შეიძლება უგულვებელყოფილი იქნეს გარდამავალი მოვლენები და ყურადღება ძირითადად უნდა მივაქციოთ მოძრაობის (ასიმპტოტურ) რეჟიმებს, რასაც მივყავართ არაწრფივი ობიექტების სინთეზის პრობლემის არსებით გამარტივებამდე. უფრო დაწვრილებით ატრაქტორების თვისებები განხილულ იქნა შემდეგ თავში.

ამრიგად, ფიზიკურ, ქიმიურ და ბიოლოგიურ სისტემებში ნებისმიერი პროცესები შეიძლება დავყოთ ორ არსებით განსხვავებულ კლასად. პირველ კლასს განეკუთვნება პროცესები იზოლირებულ (თერმოდინამიკური აზრით) სისტემებში. მათ მივყევართ წონასწორულ მდგომარეობამდე, რომელსაც შეესაბამება ფიზიკური ქაოსი. ეს პროცესები მართვადია გარეგანი ზემოქმედების გზით. მეორე კლასს უნდა მიეაკუთვნოთ პროცესები ღია სისტემებში, რომელთა მიმდინარეობისას შეიძლება წარმოიშვას მოწესრიგებული სტრუქტურები – ატრაქტორები, რაც დამახასიათებელია თვითორგანიზააციის პროცესებისათვის. ამასთან ერთად, მიზანშეწონილია შემოვიღოთ წესრიგის ხარისხის რაოდენობრივი შეფასება-სისტემის სხვადასხვა მდგომარე-

ობების თვითორგანიზაცია, სისტების ეფექტური სტრუქტურული თვითორგანიზაციის გზების ასარჩევად. მოწესრიგებული სტრუქტურები ღია სისტემებში წარმოიშვებიან მმართველი პარამეტრების ცვლილების შედეგად, რედესაც ეს პარამეტრები რამოდენიმეა, მაშინ ცხადია გამოვლინდება თვითორგანიზაციის სხვადასხვა გზა.

1.4 სინერგეტიკის ძირითადი ცნებები

რთული სისტემების ფართო კლასის გამოკვლევისას აღმოჩენილ იქნა შესანიშნავი მოვლენა-თავისუფლების ხარისხის მნიშვნელოვანი შემცირება, რომელიც ეფექტურად აღწერს სისტემის ყოფაქცევას მოძრაობის ფინალურ ეტაპზე. ამასთან აღმოჩნდა, რომ შესაძლებელია გამოვყოთ თავისუფლების რამოდენიმე ხარისხი – წესრიგის პარამეტრები, რომლებსაც ბიფურკაციის მოვლენის შედეგად მოერგებიან სხვა დანარჩენი ცვლადები, რომელთა რაოდენობაც შეიძლება იყოს საკმაოდ დიდი. ზუსტად წესრიგის პარამეტრებით, განისაზღვრება მრავალგანზომილებიან წრფივ სისტემებში მიმდინარე პროცესების დაკვირვების ქვეშ მყოფი დინამიკა. ამ ფაქტის აღმოჩენა შეიძლება მივაკუთვნოთ თანამედროვე არაწრფივი მეცნიერების ფუნდამენტალურ აღმოჩენას, რაც გვაძლევს საშუალებას გავაკეთოთ დიდი ნაბიჯი დისიპატიურ (disipato-გაფანტვა) სისტემებში მოულოდნელი მოვლენების შესწავლაში.

წესრიგის პარამეტრები წარმოადგენს მრავალკომპონენტურ მაკ-როცვლადს, რომელიც აღწერს სისტემის ფაზურ გადასვლებს გარკვე-ულ მოწესრიგებულ მოძრაობაში. ის ახასიათებს კომპონენტებს შორის კორელაციას და რაც უფრო ძლიერია კორელაცია, მით მეტია წესრი-გის ხარისხი მაკროსისტემაში. მოცემული წესრიგი სისტემაში წარმო-

იქმნება შესაბამისი შინაგანი და გარეგანი ძალების მოქმედებით მისი ენერგიის ცვლადებით.

თუმცა წესრიგის პარამეტრი ასახავს არა წესრიგის წარმოქმნის საზომს სისტემაში რაიმე ფაზური გადასვლის შედეგად, არამედ აღწერს მიკროსისტემის საფინიშო მოწესრიგებული მდგომარეობის უმნიშვნელოვანეს თვისებებს. მას მივყავართ სისტემის განზომილების მნიშვნელოვან შემცირებამდე ე.ი. ხდება თავისუფლების ხარისხის მაჩვენებელი რიცხვის რედუქცია. წესრიგის პარამეტრები მჭიდროდ არის დაკავშირებული სისტემის შინაგან სტრუქტურასთან, რომელიც წარმოიქმნება მისი ევოლუციის შედეგად. არსებობს მჭიდრო დინამიკური კავშირი სისტემის წესრიგსა და სიმეტრიას შორის [11,12].

გადავიდეთ ზემოთ ნახსენები სინერგეტიკის საბაზო ცნებების მათემატიკურ აღწერაზე, არაწრფივი სისტემების ტიპიური, ევოლუციური განტოლებების ტიპიურ მაგალითებზე, რომელთაც გააჩნიათ სპონტანური თვითორგანიზაციის უნარი. მოკლედ განვიხილოთ არაწრფივი სისტემების ბიფურკაციის თეორიის ძირითადი ცნებები.

არაწრფივი დინამიკური სისტემების ბიფურკაციის თვისებას სწრაფად განვითარებადი თანამედროვე არაწრფივი მეცნიერებისათვის გააჩნია ფუნდამენტალური მნიშვნელობა, რომელიც სულ უფრო და უფრო მეტი ხარისხით აღწევს დარგებში - ღია სისტემების ფიზიკიდან, ბიოლოგიიდან და მათემატიკიდან ფსიქოლოგიამდე, ეკონომიკამდე და სოციოლოგიამდე. მითუმეტეს ეს ცნება მნიშვნელოვანია როგორც გამოყენებითი მეცნიერებისა და ტექნიკის სხვადასხვა სფეროებისათვის, ასევე მართვის თეორიისათვის.

განვიხილოთ დიფერენციალური ვექტორული განტოლება

$$\dot{X}(t) = F_{\mu}(X, \mu),\ X \in \Re^{n},\ \mu \in \Re^{\mu},\ \mu \le n, \qquad (1.11)$$

რომელიც აღწერს სხვადასხვა ობიექტების ქცევას და მართვის სისტემებს. იგი შეიძლება ინტერპრეტირებული იქნეს როგორც რომელიღაცა ავტონომიური ნაკადი ფაზურ სისტემებში $\Re^n$, რომელიც დამოკიდებუ-

ლია გარკვეული ბიფურკაციული პარამეტრებზე $\mu_k (k=1,2,...,k<n)$. ფიზიკურად ამ პარამეტრებს შეიძლება წარმოადგენდნენ მაგალითად ტემპერატურა, მოცულობა, კონცენტრაცია და ა.შ. (1.11) ნაკადის სტაციონალური რეჟიმი განისაზღვრება ალგებრული განტოლებების სისტემების ამონახსნებით

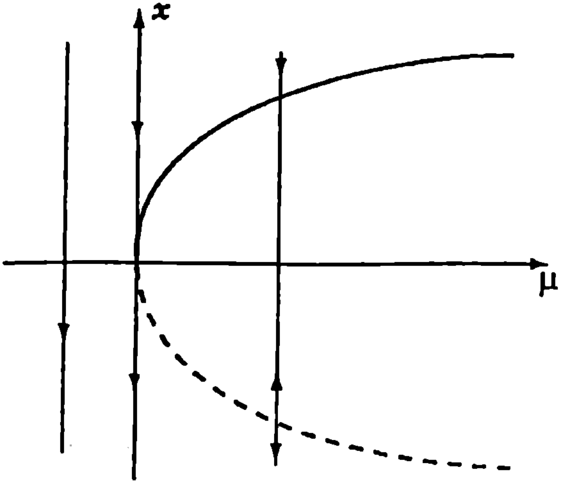
$$F_\mu(x,\mu)=0, \tag{1.12}$$

რომლებიც წამოადგენენ ნაკადის უძრავ სტაციონალურ წერტილებს. ნათელია რომ ნაკადს შეიძლება ქონდეს სხვა ამონახსნებიც – პერიოდული ტორები და ა.შ. ნაჩვენები ამონახსნები პარამეტრების სივრცეში $\mu(\mu_1,...,\mu_k)$ შეიძლება წარმოვიდგინოთ გრაფიკის სახით, რომელიც ასახავს ზემოთ მოყვანილი განტოლებას (1.12). იგი იწოდება ბიფურკაციული პარამეტრ μ ცვლადების მიმართ ამონახსნის შტოდ. მაშინ წერტილს პარამეტრების სივრცეში, რომლისგანაც იშლებიან შტოები, ეწოდება სისტემის ბიფურკაციის წერტილი. პარამეტრების სივრცის უმცირესი განზომილება, რომელშიც შესაძლებელია ბიფურკაცია, იწოდება შესაბამისი ტიპის კოგანზომილების ბიფურკაციად. ბიფურკაციის თეორიაში კოგანზომილების ცნების შემოტანით საშუალება გვეძლევა მოვახდინოთ აბსტრაქცირება სივრცის პარამეტრების კონკრეტული განზომილებიდან და გამოვიყენოთ მხოლოდ შესაბამისი სივრცის გეომეტრიული თვისებები.

განვიხილოთ ბიფურკაციის ტიპიური სახეები:

ბიფურკაცია „უნაგირა კვანძი". ასეთ შემთხვევაში სისტემის ნორმალურ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე

$$x(t) = \mu - x^2, \tag{1.13}$$



ნახ. 1.1 ბიფურკაცია „უნაგირა კვანძი".

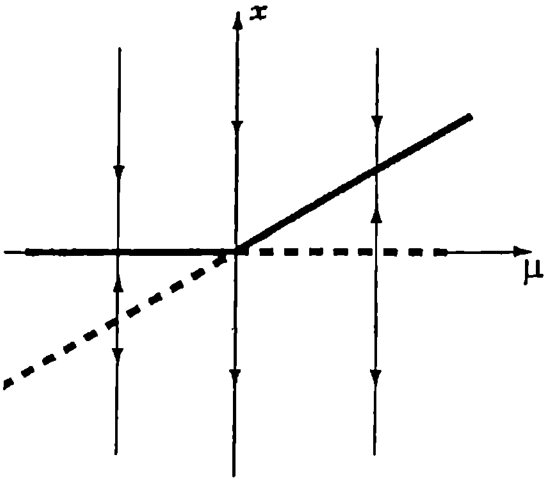
მისი სტაციონალური ამონახსნი $x_s = \pm\sqrt{\mu}$ განსაზღვრულია როცა $\mu > 0$ და პირველად წარმოიქმნება პირობისას $\mu = 0$. როცა $\mu < 0$ ამონახსნები არ არსებობს. ნახ.1.1-ზე ნაჩვენებია (1.13) განტოლების შესაბამისი μ ბიფურკაციული დიაგრამა. როგორც ნახ.1.1-დან ჩანს ბიფურკაციის $(x=0, \mu=0)$ წერტილიდან გამოდის სტაციონალური მდგომარეობის ორი შტო, რომელთაგანაც ერთი მდგრადია (მთლიანი წირი), ხოლო მეორე არამდგრადი–(წყვეტილი წირი) [13].

ტრანსკრიტიკული ბიფურკაცია. ასეთ ტიპის ბიფურკაციისათვის სისტემის ნორმალურ განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

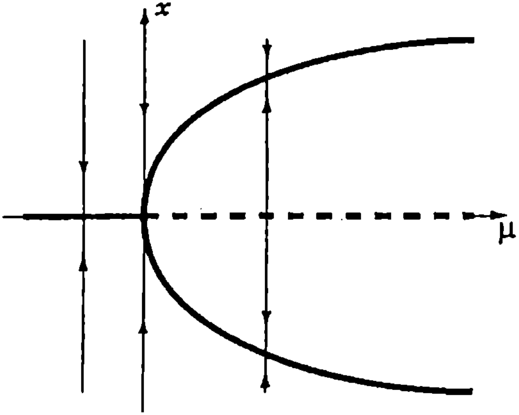
$$\dot{x}(t) = \mu x - x^2 \qquad (1.14)$$

(1.14) განტოლებას გააჩნია ორი სტაციონალური ამონახსნი $x_s = 0$ და $x_s = \mu$. პირველი ამონახსნი მდგრადია როცა $\mu < 0$ და არამდგრადია, როცა $\mu > 0$ მეორე ამონახსნისათვის-პირიქით. ორივე ამონახსნი მდგრადობას ცვლიან ბიფურკაციის წერტილში. ნახ.-ზე 1.2 ნაჩვენებია შესაბამისი ბიფურკაციული დიაგრამა. ნორმალური განტოლება

$$\dot{x}(t) = \mu x - x^3 \tag{1.15}$$



ნახ. 1.2 ბიფურკაციული დიაგრამა.



ნახ. 1.3 ბიფურკაციულ დიაგრამის სიმეტრიული ფორმა

ამ სახის ბიფურკაციისათვის არსებობს სამი სტაციონალური ამონახსნი $x_s = 0$ და $x_s = \pm\sqrt{\mu}$. შესაბამის ბიფურკაციულ დიაგრამას გააჩნია სიმეტრიული ფორმა და წარმოდგენილია ნახ. 1.3-ზე [13]

ანდრონოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია. შედარებით ამ რთულ შემთხვევაში ნორმალურ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{z}(t) = (\mu + iy)z - z|z|^2 \tag{1.16}$$

სადაც z კომპლექსური ცვლადია, ხოლო y - რომელიღაც კონსტანტაა, რომელიც არ თამაშობს ბიფურკაციული პარამეტრის როლს, i – არის წარმოსახვითი ერთიანი. განტოლება (1.16) წარმოადგენს „ჩანგლის" (1.15) სახის კომპლექსურ ბიფურკაციის ანალოგს. იმისათვის რომ მოძებნილ იქნეს (1.16) განტოლების სტაციონალური ამონახსნები, მიზანშეწონილია გადავიდეთ ნამდვილ მართკუთხა ან პოლარულ ცვლადებზე, მაშინ, თუ დავუშვებთ, რომ

$$z = x_1 + ix_2, \tag{1.17}$$

მივიღებთ ნამდვილი კოორდინატებიან ევოლუციური განტოლების ნორმალურ ფორმას:

$$\dot{x}_1(t) = \left[\mu - (x^2{}_1 + x^2{}_2)\right]x_1 - yx_2 \qquad \dot{x}_2(t) = yx_1 + \left[\mu - (x^2{}_1 + x^2{}_2)\right]x_2. \tag{1.18}$$

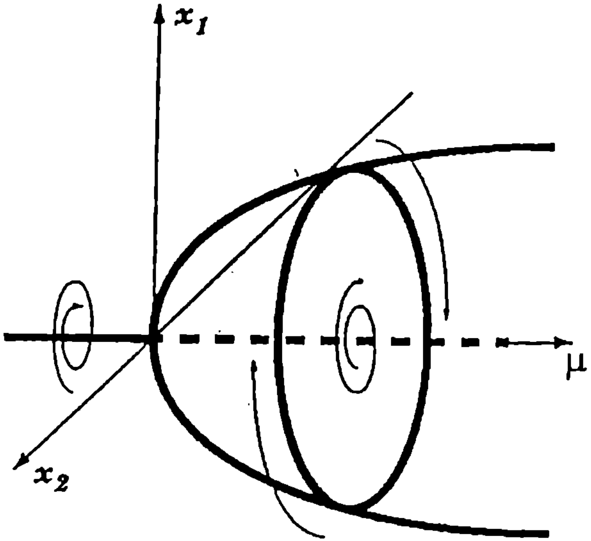
ევოლუციური განტოლებები (1.8) დაკავშირებული არიან ერთმანეთთან (1.17) კომპლექსური ცვლადის საშუალებით და გააჩნიათ შემდეგი ორი სახის სტაციონალური ამონახსნი

$$x_1 = x_2 = 0 \quad \text{თუ} \quad z = 0 \tag{1.19}$$

$$|z|^2 = x_1{}^2 + x_2{}^2 = \mu \tag{1.20}$$

პირველი ამონახსნი (1.19) წარმოადგენს არამდგრადს და ემთხვევა ბიფურკაციის წერტილებს, ხოლო მეორე ამონახსნი (1.20)

განსაზღვრავს წრეწირის რკალს რადიუსით $\sqrt{\mu}$. ნახ. 1.4-ზე გამოსახულია შესაბამისი ბიფურკაციული დიაგრამა, რომელზედაც ისრები უჩვენებენ სისტემის ვექტორული ველის ძალოვანი წირების მიმართულებას.



ნახ. 1.4 ანდროპოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია

ბიფურკაციული განტოლებების (1.13)–(1.16) ნორმალური ფორმებს უწოდებენ სუპერკრიტიკულს. ეს ნიშნავს რომ შესაბამისი განტოლებების არაწრფივი წევრები x^1 და x^3 ახდენენ უწონასწორობის არამდგრადობის თვისების საწინააღმდეგო ზემოქმედებაზე, რომლებიც აღიძვრებიან უფრო დაბალი რიგის წევრების მოქმედების შედეგად. თუმცა არაწრფივი წევრების წინ ნიშნის შეცვლისას ისინი უკვე განა-

ხორციელებენ მადესტაბილიზირებელ ზემოქმედებას სისტემაზე. ასეთ შემთხვევებში წარმოიქმნებიან სუბკრიტიკული ან უკუბიფურკაციები. ზემოთ აღწერილი ბიფურკაციები ყველაზე უფრო გავრცელებულია სხვადასხვა ბუნების მქონე არაწრფივ მრავალგანზომილებიან დინამიკურ სისტემებში. რასაკვირველია ეს ბიფურკაციები არ მოიცავენ ასეთი ტიპის არაწრფივი მოვლენების მრავალსახოვნებებს.

ბიფურკაციული დიაგრამები ასახავენ არაწრფივი დინამიკური სისტემების სტატიკურ მდგომარეობებს ბიფურკაციული (მმართველი) პარამეტრების ცვლილებისას. საინტერესოა სისტემების ბიფურკაციულ მდგომარეობაზე გადასვლის პროცესების შესწავლა დროსა და სივრცეში. ამასთან დაკავშირებით განვიხილოთ დინამიკური პროცესების ისეთი არაწრფივი სისტემების მაგალითები, რომელთა ევოლუციური განტოლებებია "ჩანგალი" და "ანდროპოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია"[15].

„ჩანგლის" ტიპის ბიფურკაცია. მათემატიკური თვალსაზრისით დაქვემდებარების პრინციპი სინერგეტიკაში ეყრდნობა ადიაბატური მიახლოვების მეთოდს. ან სხვა სიტყვებით, საწყისი სისტემების დაყოფის იდეაზე ნელ და სწრაფ ქვესისტემებად. ამასთან ერთად, ხორციელდება ცვლადების ადიაბატური გამორიცხვის პროცედურა. დაქვემდებარების პრინციპის გარდა, სინერგეტიკისათვის ძალზე მნიშვნელოვანია, აგრეთვე, წესრიგის პარამეტრის ცნება. ამ ცნებების არსი განვიხილოთ მეორე რიგის არაწრფივი სისტემების კონკრეტულ მაგალითზე, რომელიც აღიწერება შემდეგი სახის განტოლებით [10]:

$$\dot{X}(t) = \lambda_1 X - XY$$

$$\dot{Y}(t) = -\lambda_2 Y + X^2 \qquad (121)$$

სადაც $\lambda_1 \geq 0; \lambda_2 > 0$. ასეთი დიფერენციალური განტოლებებით აღიწერება რიგი პროცესები ფიზიკაში, ქიმიაში, ეკოლოგიაში და ა.შ. ვივარაუდოთ რომ კოეფიციენტი λ_1 ძალიან მცირეა და $\lambda_2 >> |\lambda_1|$. თუ ცვლადები X და Y მცირეებია, მაშინ შეიძლება კვადრატული ფორმა XY უგულებელ-

ვყოთ, მაშინ X ცვლადი შეიცვლება ძალზე ნელა. მეორე განტოლებიდან ჩანს, რომ ნაზრდი Y განისაზღვრება წევრით და რადგანაც ცვლადი X იცვლება ძალიან ნელა, უნდა ველოდოთ, რომ Y-იც შეიძლება საკმაოდ ნელა შეიცვალოს. რადგანაც $\lambda_2>0$ და ბევრად მეტია λ_1-ზე, ამიტომ წარმოებული $\dot{Y}(t)$ შეიძლება უგულებელვყოთ $\lambda_2 Y$ სიდიდესთან შედარებით. ჩამოყალიბებული ანალიზი არსებითად აღნიშნავს, რომ სისტემა შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს, როგორც ნელი სისტემა აღწერილი პირველი განტოლებით და სწრაფი სისტემა აღწერილი მეორე განტოლებით. ნელი და სწრაფი ქვესისტემების ყოფაქცევის ცვალებადობა განისაზღვრება გარდამავალი პროცესებით, რომელთა ხანგრძლიობაც (შესაბამისად τ_2 და τ_1) შეიძლება შეფასდეს უტოლობით:

$$\tau_2 \sim \lambda_2^{-1} << \tau_1 \sim \lambda_1^{-1}$$

ეს უტოლობა ზემოთ ჩამოყალიბებული მოსაზრებების გათვალისწინებით გვაძლევს საშუალებას აღვნიშნოთ, რომ $\dot{Y}(t)\approx 0$. ე.ი ჩავწეროთ საწყისი განტოლებები შემდეგი სახით:

$$\dot{x}(t)=\lambda_1 x - xy\,; \qquad 0\approx -\lambda_2 y + x^2$$

ან $$\dot{x}(t)\approx \lambda_1 x - \frac{x^3}{\lambda_2} \qquad (1.22)$$

ასეთი მიახლოებითი დეკომპოზიციის შედეგად ხორციელდება y ცვლადის ადიაბატური გამორიცხვა ე.ი. წარმოებს (1.21) სისტემის განზომილების ასიმპტოტური რედუქცია. (1.21) საწყისი სისტემის ყოფაქცევა განისაზღვრება ძირითადად (1.22) ნელი ქვესისტემის ევოლუციით. რომელიც თითქოს და „მართავს" სწრაფ ქვესისტემას. ამასთან ცვლადი y დაქვემდებარებულია სისტემის x ცვლადზე რომელსაც შეეწყობა სწრაფი ცვლადი y და მას უწოდებენ წესრიგის პარამეტრს. განტოლება (1.22) წარმოადგენს სინერგეტიკის ერთ-ერთ ევოლუციურ განტოლებას და აღწერს ე.წ „ჩანგლის" ტიპის ბიფურკაციას.

გამოვიკვლიოთ (1.22) დიფერენციალური განტოლების ამონახსნი. სტაციონალური მდგომარეობა შეესაბამება შემდეგი სახის ალგებრულ განტოლებას

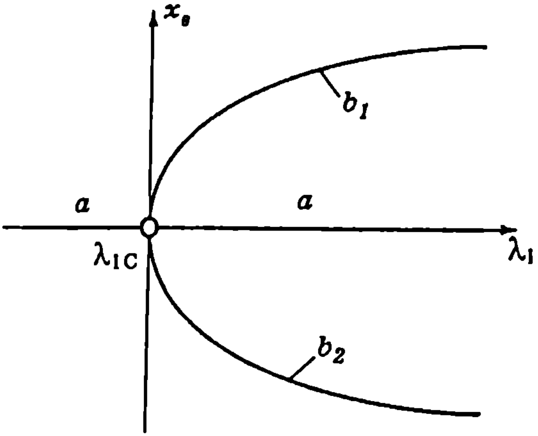
$$\lambda_1 x_s - \frac{1}{\lambda_2} x^3_s = 0, \tag{1.23}$$

რომელსაც $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$ მნიშვნელობებისთვის გააჩნია ერთი ტრივიალური $x_s = 0$ და ორი სპეციფიკური ამონახსნი $x_{s\pm} = \pm\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$. ეს ამონახსნები ერწყმიან $x_s = 0$, როცა $\lambda_1 = 0$ და განშტოვდება მისგან, როცა $\lambda_1 > 0$. ეს ისეთი მოვლენაა, როცა იცვლება განტოლებათა ამონახსნების რიცხვი (ან მდგრადობა) ზოგიერთი მმართველი პარამეტრების ცვლილებისას. მას მათემატიკაში ბიფურკაციას უწოდებენ. ცნება ბიფურკაცია (გაორება) შემოტანილია მეცნიერულ ტერმინოლოგიაში ა.პუანკარეს მიერ და განეკუთვნება უმნიშვნელოვანეს ძირეულ ცნებას მათემატიკასა და საერთოდ არაწრფივი მეცნიერებაში.

აქ განხილულ ამოცანაში მმართველ პარამეტრს წარმოადგენს λ_1, რომლის ვარიაციაც იწვევს დიფერენციალური განტოლების (1.22) ყოფაქცევის ხარისხობრივ ცვლილებას.

ნახ. 1.5-ზე გამოსახულია „ბიფურკაციული დიაგრამა", რომელიც ასახავს სტაციონალური ამონახსნების ფუნქციონალურ დამოკიდებულებას λ_2 მმართველი პარამეტრის ცვალებადობისას. (1.22) დიფერენციალური განტოლებას გააჩნია ზუსტი ამონახსნი

$$x(t) = \pm\sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2 x_0^2}{x_0^2 + (\lambda_1 \lambda_2 - x_0^2) e^{-2\lambda_1 t}}} \tag{1.24}$$



ნახ.1.5 ბიფურკაციული დიაგრამა

(1.24)-დან გამომდინარეობს, რომ როცა $\lambda_1 < 0$ და $\lambda_2 > 0$ ერთ-ადერთი ამონახსნი $x_s = 0$ არის ასიმპტოტურად მდგრადი მთელში, (ნახ. 1.5. ხაზი a), ე.ი $t \to \infty$ პირობის დროს ნებისმიერი საწყისი x_0 პირობე-ბისათვის. როცა $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$ წარმოიქმნება უკვე ორი ამონახსნი $x_{s\pm} = +\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$ და $x_{s\pm} = -\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$, რომლებიც ასიმპტოტურად მდგრადებია, არა მთელში, არამედ მათი მნიშვნელობების გარკვეულ არეში. სხვანაირად რომ ვთქვათ შტოები $x_{s\pm_1} = \pm\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$, (როცა $\lambda_2 = const$) წარმოიშობა ბიფურკაციის შედეგად იმ მომენტში როცა მდგომარეობა $x_s = 0$ კარგავს მდგრადობას, ხოლო b_1 და b_2 შტოები ასიმპტოტურად მდგრადებია (ნახ 1.5). (1.22) მოდელის აღნიშნული თვისებები დაკავშირებულია სტატიკური მდგომარეობის (1.23) განტოლებასთან, რომელიც მდორედ არის დამოკიდებული λ_1 პარამეტრზე ($\lambda_2 = const$). თუმცა ბიფურკაციის წერტილის მიდამოში $\lambda_{1c} = 0$ წარმოიქმნება განსაკუთრებულობა, რომელიც მდგომარეობს იმაში რომ $\lambda_{1c} = 0$ წერტილის შემოგარენში ამონახსნი $x_{s\pm}$, არ შეიძლება დაშლილი იქნეს ხარისხობრივ მწკრივში λ_1 პა-

რამეტრის მიხედვით. სხვა სიტყვებით, (1.23) განტოლების ამონახსნი x_{st} არ არის დამოკიდებული პარამეტრ λ_1-ზე ანალიზურად. ასეთი სახის განსაკუთრებულობა წარმოადგენს (1.22) მოდელის ახალი ხარისხობრივი ყოფაქცევის მათემატიკურ ასახვას, რომელიც განპირობებულია „ჩანგლის" ტიპის ბიფურკაციის თვისებით [13]. ჩავწეროთ ეხლა (1.22) განტოლება υ პოტენციალური ფუნქციის საშუალებით

$$\dot{x}(t) = -\frac{\partial \upsilon(x_1\lambda_1\lambda_2)}{\partial x}$$

მაშინ (1.22) განტოლების მდგრადობის ანალიზი შეგვიძლია გავაკეთოთ შემდეგი სახის პოტენციალის დახმარებით

$$\upsilon((x) = -\frac{\lambda_1}{2}x^2 + \frac{1}{4\lambda_2}x^4. \qquad (1.25)$$

$\upsilon(x)$ ფუნქციის საფუძველზე შეიძლება მოვახდინოთ (1.21) განტოლების ამონახსნების საერთო კლასიფიკაცია სტაციონალური მდგომარეობების მდგრადობის ცვლილების წერტილის მოძებნის საშუალებით, სადაც $\frac{\partial \upsilon}{\partial x} = 0$. ამ ტიპის კლასიფიკაცია დაკავშირებულია (1.21) განტოლების სტრუქტურული მდგრადობის დაკარგვასთან, რადგან წერტილებში $\frac{\partial \upsilon}{\partial x} = 0$ ხდება მდგრადობის ხასიათის ცვლილება. λ_1 და λ_2 პარამეტრების მნიშვნელობებზე დამოკიდებულებით, ამ წერტილებში შეიძლება ამონახსნებს ჰქონდეს განშტოება ან პოტენციალი $\upsilon(x,\lambda_1,\lambda_2)$ აღწევს მინიმუმს მინიმუმ ორ წერტილში მაინც. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, ამ წერტილებში ხდება სისტემის დინამიკის ხარისხობრივი ცვლილება. (1.25) გამოსახულება აღწერს „პოტენციურ ორმო"-ს, რომლის მინიმუმიც ასახავს მდგრად მდგომარეობას. (1.25) -დან გამომდინარეობს, რომ როცა $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$ არსებობს ერთადერთი მდგრადი მდგომარეობა $x_s = 0$ ნახ 1.6 ($\lambda_1 < 0$) როცა $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 > 0$ პოტენციალი (1.25) ფორმა იცვლება პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობის გაელისას $\lambda_1 = 0$. ნახ.1.6-ზე ($\lambda_1 > 0$) გამოსახულია „პოტენციალური ორმო

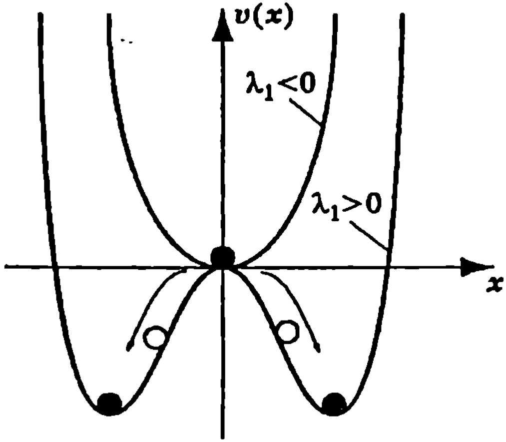
$\upsilon(x)$ შემთხვევისათვის როცა $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$. ამ დროს სტაციონალური მდგომარეობების რიცხვი გახდა სამის ტოლი, რადგანაც (1.23) განტოლების ყველა სამი ფესვი ნამდვილია, თუმცა წინა $(\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0)$ მდგრადი მდგომარეობა $x=0$ ხდება უკვე არამდგრადი და წერტილი გადადგილდება ორიდან ერთ თანაბრად შესაძლებელ მდგომარეობაში $x=+\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$ ან $x=-\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$. მაშინ განტოლება (1.21) შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{\lambda_2}x(x-\sqrt{\lambda_1\lambda_2})(x+\sqrt{\lambda_1\lambda_2}) \qquad (1.26)$$

$\pm\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$ ფესვები (1.26)-ში დამოკიდებულნი არიან λ_1 „მმართველ პარამეტრზე", რაც განაპირობებს ორ მდგრად მდგომარეობას. წერტილი $x_s=0$, რომელიც იმყოფება არამდგრად მდგომარეობაში ძალიან მცირე აგზნებების და ფლუქტაციების ზემოქმედების შედეგად, რომელიც ყოველთვის არსებობს რეალურ სისტემაში, გადავა ორიდან ერთ-ერთ შესაძლო მდგრად მდგომარეობაში (ნახ. 1.6, $\lambda_1 > 0$). რაც ნიშნავს რომ, მარტო ერთი წრფივი არამდგრადობით „პატარაში" სრულიად საკმარისია, რომ წარმოიშვას სისტემის არაპროგნოზირებადი ყოფაქცევა, რომელიც შეიძლება დავაკავშიროთ არაწრფივი სისტემების სტოქასტიკურობასთან. უფრო მეტი თვალსაჩინოებისათვის, შეიძლება წარმოვიდგინოთ ბურთულა, რომელიც ჩამოცურდება „ლარნაკის" $\upsilon(x)$ კედელზე, მაშინ როდესაც „ლარნაკს" აქვს (1.6) ნახაზზე ნაჩვენები ფორმა $\lambda_1 < 0$ წირით, მაშინ ბურთულა აუცილებლად შეჩერდება $x_s=0$ წერტილში, თუკი „ლარნაკს როცა $\lambda > 0$, მაშინ ბურთელა შეიძლება შეჩერდეს ორიდან ერთ-ერთ წერტილში $x_s=+\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$ ან $x_s=-\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$.

ამ შემთხვევაში $(\lambda_1 > 0)$ მთავარ როლს თამაშობს ფლუქტაციები. ვიეარაუდოთ, რომ ბურთულა თავდაპირველად იმყოფებოდა წერტილში $x_s=0$, მაშინ მარჯვენა ან მარცხენა ორმოებში ბურთულის მოხვედრის შესაძლებლობა დამოკიდებული იქნება მცირე ფლუქტუციებზე, რომლებიც მოქმედებენ სისტემაში.

არაწრფივ სისტემაში მმართველი პარამეტრების შეცვლისას შეიძლება წარმოიშვას სხვადასხვა გარდამავალი მოვლენები, რომლებიც ანალოგიურია ფაზური გადასვლებისა და დამახასიათებელია მრავალ ფიზიკო-ქიმიური სისტემისათვის. ამ მოვლენებს ახასიათებთ ზოგიერთი საერთო თვისებები, რომელთაგანაც ძირითადი მდგომარეობს შემდეგში.



ნახ. 1.6 სტრუქტურული მდგრადობის გრაფიკი

პარამეტრების $(\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0)$ ზოგიერთი მნიშვნელობებისათვის სისტემაში შესაძლებელია არსებობდეს მხოლოდ ერთადერთი შტო (ამონახსნი), რომელიც ხასიათდება მნიშვნელოვანი თვისებით-ასიმპტოტური მდგრადობით (წირი *a* ნახ.1.5). ამ შემთხვევაში სისტემა აქრობს შინაგან ფლუქტაციებს ან შეზღუდულ გარეგან აღშფოთებებს. ხოლო მმართველი პარამეტრების $\lambda_{c}(\lambda_{c} = 0)$ გარკვეული კრიტიკული მნიშვნელობებზე გადასვლისას მდგომარეობა ამ შტოზე (წირი *a*′ ნახ. 1.5) ხდება არამდგრადი და მაშინ არ ხდება ფლუქტაციების ჩაქრობა. სისტემის მოქმედების გაძლიერების ანალოგიურად, დაიწყებს გადახრას ნორმა-

ლური მდგომარეობიდან და შემდგომ გადავა ახალ რეჟიმში. ნაჩვენები ორი რეჟიმი ერწყმის ერთმანეთს მმართველი პარამეტრის $\lambda_c = 0$ კრიტიკული მნიშვნელობისას და განსხვავდებიან $\lambda > \lambda_c$ მნიშვნელობისათვის, ასეთ მოვლენა წარმოადგენს ბიფურკაციის მოვლენას, რომელიც დაკავშირებულია სისტემის კატასტროფიულ ცვლილებებთან. განსაზღვრულ განსაკუთრებული გადასვლის მომენტში, რომელიც მდებარეობს $\lambda = \lambda_c$ სიახლოვის შემოგარენში სისტემას შეუძლია განახორციელოს კრიტიკული არჩევანი [10,20]

სისტემის აღწერილი არჩევანის პროცესების შედეგად წარმოიქმნება ერთგვარი მიმზიდავი სტრუქტურა-ატრაქტორი, და შესაბამისად ხდება მისი თვითორგანიზაცია.

ამრიგად, ევოლუციური ერთცვლადიანი მოდელის (1.22)-ის საფუძველზე, რომელიც აღწერს (1.21) განტოლების „წესრიგის პარამეტრის" ქცევას, დგინდება რომ წარმოიშობა თანაბრადარალბათური წარმოშობის მრავალი (ჩვენ შემთხვევაში ორი) ამონახსნისა, რომლებიც ერთდროულად ფლობენ ასიმპტოტური მდგრადობის თვისებას. ნაჩვენები მოვლენა უშუალოდ ასახავს არაწრფივი სისტემების გადახრის თვისებას, რაც შეესაბამება ამოცანების ამოხსნას. მეორეს მხრივ, აღწერილი ევოლუციური მოდელის „მარტივი" თვისება (1.22) მიუთითებს რთულ ყოფაქცევაზე. ეს ადასტურებს იმას რომ ერთი ცვლადიან სისტემაში, რომელიც შეიცავს უფრო მაღალი რიგის ხარისხობრივ არაწრფივობას, შეიძლება წარმოიქმნას უფრო რთული გარდამავალი მოვლენები. მთავარია, რომ ეს დაბალი განზომილების „მარტივი" არაწრფივი მოვლენები უნდა აღწერდნენ მრავალი კლასის მრავალგანზომილებიან ფიზიკური სისტემების ყოფაქცევას მათი მოძრაობის საფინიშო ეტაპებზე, ანუ ექსპერიმენტალურად აღწერენ რთულ დაკვირვებად გარდამავალ მოვლენებს.

სინერგეტიკის ევოლუციური განტოლებები ანდრონოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია. ზემოთ განხილულ შემთხვევაში $x(t)$ „წესრიგის პარა-

მეტრის“ ყოფაქცევა აღიწერება პირველი რიგის (1.22) დიფერენციალური განტოლებით და შესაბამისად, (1.21) საწყისი სისტების ევოლუცია ფინალურ ეტაპზე ფაქტიურად მიმდინარეობს ერთგანზომილებიან ფაზურ სივრცეში, რაც ნიშნავს, რომ ამ სივრცეში შესაძლებელია არსებობდეს მიმზიდველი ინვარიანტული სიმრავლის–ატრაქტორების მხოლოდ ერთი ტიპი უძრავი წერტილების ($x_s = \pm\sqrt{\lambda_1 \cdot \lambda_2}$) სახით, რომელსაც შეესაბამება სტაციონალური მდგომარეობები.

ასეთი სახის დისიპატიური სისტემები იცვლებიან დროთა განმავლობაში. განვიხილოთ ორგანზომილებიანი ევოლუციური განტოლებების ტიპიური მაგალითი.

დავუშვათ, რომ რთული სისტემის ეტაპზე „წესრიგის პარამეტრების“ მიმართ ყოფაქცევა მისი მიძრაობის ფინალურ აღიწერება პუანკარეს შემდეგი ევოლუციური განტოლებებით [10,15]:

$$\dot{x}_1(t) = \left(\lambda - x_1^2 - x_2^2\right)x_1 - \omega x_2 \qquad \dot{x}_2(t) = \omega x_1 + \left(\lambda - x_1^2 - x_2^2\right)x_2 \tag{1.27}$$

შემოვიტანოთ შემდეგი სახის აღნიშვნა: $x_1 = r\cos\varphi$ და $x_2 = r\sin\varphi$ ე.ი. პოლარული კორდინატების r და φ შემოტანით (1.27) განტოლება ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\dot{r}(t) = \lambda r - r^3 \tag{1.28}$$

$$\dot{\varphi}(t) = \omega \tag{1.29}$$

სადაც λ და ω- პარამეტრებია. (1.29)- დან უშუალოდ გამომდინარეობს:

$$\dot{\varphi}(t) = \varphi_0 + \omega t\,. \tag{1.30}$$

განტოლება (1.28) ზუსტად ემთხვევა ადრე გამოკვლეულ (1.22) განტოლებას $\lambda = \lambda_1$ და $\lambda_2 = 1$ პირობების დროს. ისევე როგორც (1.22) განტოლებისათვის, გვაქვს შემდეგი სტაციონალური მდგომარეობები $r_s = 0$ და $r_s = \sqrt{\lambda}$ (λ>0). ამ შემთხვევაში ამ ორ ამონახსნს r, φ სისტემის ფაზურ სივრცეში (1.28), (1.29) შეესაბამება კორდინატების სათავე r=0 φ=0 და ეგრეთწოდებულ „ზღვრული ციკლი“-ატრაქტორი წრეწირის სახით ცენტრით კორდინატთა სათავეში რადიუსით $\sqrt{\lambda}$, რომელზედაც

სისტემა მოძრაობს ω სიჩქარით. ნათელია, რომ როცა λ<0 სტაციონალური მდგომარეობა r=0, φ=0 ასიმპტოტურად მდგრადია, ხოლო როცა λ>0 სტაციონალური მდგომარეობა r=0, φ=0 ხდება არამდგრადი. (1.30) გამოსახულების გათვალისწინებით ვპოულობთ (1.27) – განტოლების გარდამავალ ამონახსნებს:

$$x_1(t)=r(t)\cos(\varphi_0+\omega t) \quad \text{და} \quad x_2(t)=r(t)\sin(\varphi_0+\omega t) \tag{1.31}$$

სადაც ფუნქცია r(t) განისაზღვრება (1.24) ტიპის დამოკიდებულებიდან, როცა სრულდება პირობა r(t)>0 ე.ი.

$$r(t)=\sqrt{\frac{\lambda r_0^2}{r_0^2+\left(\lambda-r_0^2\right)e^{-2\lambda t}}} \tag{1.32}$$

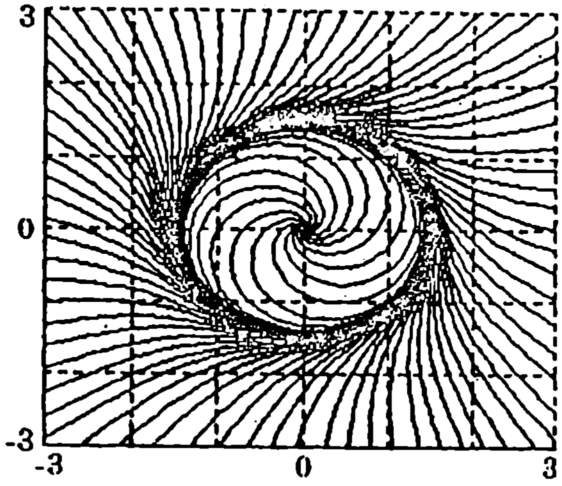
(1.31) და (1.32)–დან გამომდინარეობს შემდეგი სტაციონალური ამონახსნები

$$x_{1s}(t)=\sqrt{\lambda}\cos(\varphi_0+\omega t) \quad \text{და} \quad x_{2s}(t)=\sqrt{\lambda}\sin(\varphi_0+\omega t)\,. \tag{1.33}$$

(1.31), (1.32) გარდამავალი ამონახსნები გვიჩვენებენ, რომ ნებისმიერი ტრაექტორიები, რომლებიც გადიან ფაზურ სიბრტყის (ნახ. 1.7) ნებისმიერ წერტილებში, სისტემის ფაზურ სიერცეში გარდუვალად „გარსშემოეხვევიან" შიგნიდან თუ გარედან „ზღვრულ ციკლს"-ჰარმონიულ ატრაქტორს. ეს მტკიცდება (1.33)-ის სტაციონალური ამონახსნებით, რომლებიც აღწერენ ჰარმონიულ რხევებს და შესაბამისად ფაზურ სიბრტყეში შეკრულ წრიულ ტრაექტორიებს.)

ახლა განვიხილოთ სისტემის შეკრული ტრაექტორიის მდგრადობა დამყარებულ რეჟიმში პირობით $r_s=\pm\sqrt{\lambda}$. ამისათვის ტრაექტორიას მივანიჭოთ მცირე ნაზრდი. ე.ი. დავუშვათ რომ $r=\sqrt{\lambda}+\Delta r$ და ჩავსვათ იგი (1.28) განტოლებაში. მაშინ მივიღებთ:

$$\Delta\dot{r}(t)=\lambda\left(\sqrt{\lambda}+\Delta r\right)-\left(\lambda^{3/2}+\Delta r^3+3\sqrt{\lambda}\Delta r^2+3\lambda\Delta r\right) \tag{1.34}$$



ნახ 1.7 ზღვრული ციკლი - ჰარმონიული ატრაქტორი

ეინარჩუნებთ რა (1.34) განტოლებაში წრფივ წევრებს Δr ვპოულობთ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\Delta\dot{r}(t) \approx \lambda\left(\sqrt{\lambda}+\Delta r\right)-\left(\lambda^{3/2}+3\sqrt{\lambda}\Delta r^{2}\right)=-2\lambda\Delta r \qquad (1.35)$$

რომელის ამონახსნსაც აქვს სახე $\Delta r(t)=\Delta r_0 e^{-2\lambda t}$. (1.35)-დან გამომდინარეობს რომ შეკრული ტრაექტორია $r_s=\sqrt{\lambda}$ ასიმპტოტურად მდგრადია რადგანაც რადიუსი r მცირდება როცა $\Delta r_0>0$-ზე და იზრდება როცა $\Delta r_0<0$-ზე. ეს ნიშნავს, რომ ზღვრული ციკლი წარმოადგენს ასიმპტოტურად მდგრად წრიულ ტრაექტორიას რომლისკენაც გარდუვალად მიიზიდება სისტემის ყველა ტრაექტორია არის განსაზღვრულ მიდამოში. ხაზი უნდა გაესვას, რომ მოცემული ტრაექტორიები ($r_s=\sqrt{\lambda}$) არ არის დამოკიდებული (1.28) (1.29) სისტემის საწყისი მდგომარეობაზე. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, შეკრული ტრაექტორიების მოძრაობის პერიოდი განისაზღვრება მხოლოდ სისტემის შინაგანი პარამეტრებით(λ,ω). ამასთან, ამ დროს სისტემა მოძრაობს დროში ზღვრულ ციკლზე –

ატრაქტორზე მხოლოდ ერთი მიმართულებით. შევნიშნოთ, რომ ევოლუციური განტოლების (1.22) ტიპიურ ფორმამდე შეგვიძლია დავიყვანოთ დიფერენციალური განტოლებათა სისტემაც (1.28), (1.29). იმისათვის შემოვიღოთ კომპლექსური ცვლადი ($z = x_1 + ix_2$) მაშინ განტოლებები (1.27), (1.28) და (1.29) მიიღებენ სახეს:

$$\dot{z}(t) = (\lambda + i\omega)z - z|z|^2 \qquad (1.36)$$

რომელიც თავისი სტრუქტურით წარმოადგენს (7.22) ევოლუციური განტოლების კომპლექსურ ექვივალენტს. (1.36)-ის განტოლება ამონახსნი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ფორმით

$$(z(t) = r(t)e^{i\varphi(t)}).$$

$$\text{ან} \quad z(t) = r(t)[\cos\varphi(t) + i\sin\varphi(t)] \qquad (1.37)$$

სადაც ფუნქცია $\varphi(t)$ და $r(t)$ განისაზღვრება (1.30) და (1.32) გამოსახულებებით. (1.36) ჩავსვათ (1.37)-ში და გავათანაბროთ ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილები მივიღებთ კვლავ (1.37) განტოლებას. სტაციონალური რეჟიმისათვის, როდესაც $r_s = \sqrt{\lambda}$, (1.36)-ის ამონახსნი (1.30) გათვალისწინებით ღებულობს სახეს:

$$z_s(t) = \sqrt{\lambda}\,[\cos(\varphi_0 + \omega t) + i\sin(\varphi_0 + \omega t)] \qquad (1.38)$$

სტაციონალური ამონახსნი (1.38) გვიჩვენებს რომ სისტემა ასრულებს დამყარებულ ჰარმონიულ რხევებს და ამით მტკიცდება, რომ სისტემის ფაზურ სივრცეში არსებობს ზღვრული ციკლი-ჰარმონიული ატრაქტორი.

ამრიგად, (1.28), (1.29) დისიპატიური სისტემას გააჩნია მიმზიდავი სიმრავლე-ჰარმონიული ატრაქტორები. მასზე მოძრაობა არ არის დამოკიდებული საწყის პირობებზე (სისტემის ტრაექტორია ეხვევა ზღვრულ ციკლს შიგნიდან ან გარედან) და გამოელენილია დროის მიმართულება.

ზემოთ აღწერილი მოვლენა წარმოადგენს ახალი ტიპის ბიფურკაციის წერტილს (როცა λ=0), რომელსაც მათემატიკურ ლიტერატუ-

რაში უწოდებენ ანდროპოვ-ჰოპფის ბიფურკაციას. სწორედაც ორგანზომილებიან ევოლუციურ განტოლებებში ამ დინამიკური თვისებას მივყევართ პერიოდულ ქცევამდე. ამასთან λ პარამეტრის მისი ბიფურკაციული (λ_c=0) მნიშვნელობიდან გადახრისას მდორედ იზრდება პერიოდული ამონახსნის ამპლიტუდა. ძალზე მნიშვნელოვან გარემოებას წარმოადგენს ის ფაქტი, რომ დამყარებული ჰარმონიული რხევების როგორც ამპლიტუდა, ისევე პერიოდი ზღვრულ ციკლზე განისაზღვრება სისტემის ევოლუციურ განტოლებების λ და ω საკუთრივი პარამეტრებით. დისიპატიური სისტემების რხევის ეს თვისება განსხვავდება კონსერვატიული სისტემების რხევების თვისებებისაგან, რომელთა მახასიათებლები დამოკიდებულია საწყისი პირობებზე. კონსერვატიული სისტემები, რომელთაც მიეკუთვნებიან კვანტური და კლასიკური მექანიკის ძირითადი განტოლებები, წარმოადგენენ ლიაპუნოვის მიხედვით მდგრადებს, მაგრამ არა ასიმპტოტურად მდგრადებს. ე.ი. ისინი მგრძნობიარენი არიან ფლუქტაციებისადმი. ამავე დროს დისიპატიური სისტემები ანდრონოვ-ჰოპფის ბიფურკაციით ასიმპტოტურად მდგრადები არიან ზღვრულ ციკლთან მიმართებაში და შესაბამისად მცირედ მგრძნობიარენი არიან ფლუქტაციისადმი და გარეგანი ზემოქმედებისადმი.

ზოგად შემთხვევაში, რთულ მრავალგანზომილებიან სისტემებში შეიძლება იყოს რამოდენიმე წესრიგის პარამეტრი (x_1, x_2……), რომელიც ხშირად მცირე რიცხვია, არსებითად მცირე ვიდრე სისტემის საწყის განზომილება. ამ კოლექტიურ ცვლადებს – წესრიგის პარამეტებს (მივსადაგება) სხვა ცვლადები, რომლებიც შეიძლება გამოვრიცხოთ მაკროსკოპიული ქცევის გამოკვლევისას. სწორედ ევოლუციური განტოლებების მცირე რიცხვი გვეხმარება გამოვაელინოთ წესრიგის პარამეტრები და გამოვიკვლიოთ საწყისი მრავალგანზომილებიანი სისტემების თვისებები. აღწერილი თვისებების მქონე სისტემების განმასხვავებელ თავისებურებას წარმოადგენს საწყისი პირობების „დავიწყება“

და უწონასწორო სტრუქტურების ფორმირება. სწორედ უწონასწორობა შეიძლება გახდეს მიზეზი მოწესრიგებულობისა ე.ი დინამიკური არაწრფივი სისტემის თვითორგანიზებისა.

უნდა აღინიშნოს, რომ თვითორგანიზაციის პროცესებს გააჩნიათ სპონტანურ ხასიათი, რომელიც წარმოიქმნება არაწრფივ სისტემებში მათი განზომილებების მოახლოებული რედუქციასთან და მმართველი პროცესების შემთხვევითი შეეცვლისას: თვითორგანიზაციის მიზეზობრივი ხერხი, აღმოჩენაა რომელმაც მოგვცა საშუალება აღმოგვეჩინა არაჩვეულებრივი სხვადასხვა ბუნების კოოპერატიული მოვლენები.

ბიფურკაციები და ქაოსი. არაწრფივი სისტემების კონსერვატულობის და დისიპატიურობის თვისებების კომბინაციამ მიგვეიყვანა მათი ქცევის ორ განსხვავებულ ტიპამდე. პირველ შემთხვევაში ეს მოწესრიგებული და რეგულარული მოძრაობებია, რომლებსაც მიეკუთვნებიან უმეტესობა პროცესებისა, რომლებიც მიმდინარეობენ ტექნიკურ და რიგ ბუნებრივ სისტემებში. შეიძლება საკმაოდ საფუძვლიანად ვივარაუდოთ ქცევები ამ სისტემებში, თუ ვიცით მათში მოქმედი კანონები და ზემოქმედებები.

არაწრფივ დინამიკურ სისტემებში სხვა ფართოდ გავრცელებული პროცესები მიეკუთვნება ქაოსურს. არც ისე დიდი ხნის წინ მეცნიერები ფიქრობდნენ რომ რთული ქაოსური მოძრაობა შეიძლება წარმოიქმნას მხოლოდ ზოგიერთ მრავალგანზომილებიან უამრავი ცვლადების შემცველ სისტემებში. თუმცა, სრულად მოულოდნელად აღმოჩნდა, რომ არაწრფივ დეტერმინირებულ მხოლოდ მესამე რიგის სისტემებში მათ ფაზურ სივრცეში შეიძლება ვიხილოთ ძალიან რთული ქაოსური მოძრაობები. მაგალითისათვის განვიხილოთ შემდეგი დიფერენციალური განტოლებებათა სისტემა:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sigma y - \sigma x \\ \dot{y}(t) &= -y + rx - xz \qquad (139) \\ \dot{z}(t) &= -bz + xy \end{aligned}$$

სადაც σ, r, b – მუდმივი პარამეტრებია

(1.39) განტოლება წარმოადგენს ლორენცის ცნობილ მოდელს, რომელიც აღწერს მრავალფეროვან ბუნებრივ პროცესებს. (1.39) სისტემას მის ფაზურ სივრცის რაიმე სიმრავლეზე გააჩნია ფრაქტალური განზომილების „უცნაური" ატრაქტორი. ამ სიმრავლეზე სისტემას გააჩნია, აგრეთვე, საწყისი პირობებისადმი გაზრდილი მგრძნობიარობა, რომლის შედეგედაც წარმოიქმნება მოძრაობის ქაოსური რეჟიმები.

გამოვიკვლიოთ ლორენცის მათემატიკური მოდელის თვისებები [10,15,20]. თავიდან განვიხილოთ მისი სტაციონალური მდგომარეობა, როდესაც $\dot{x}_s(t)=\dot{y}_s(t)=\dot{z}_s(t)=0$ მაშინ (1.39) სისტემიდან გვაქვს

$$x_s = y_s\,, \quad y_s - rs_s + x_s z_s = 0\,, \qquad x_s y_s - bz_s = 0 \tag{1.40}$$

(7.40)-ის გაერთიანებით ვპოულობთ

$$x_s^3 + b(1-r)x_s = 0 \tag{1.41}$$

ნათელია, რომ (1.41)-ში შესაძლებელია შემდეგი სტაციონალური მდგომარეობები

$$\text{ა)}\ \ x_s = 0, y_s = 0, z_s = 0 \tag{1.42}$$

$$\text{ბ)}\ \ x_s = y_s = \pm\sqrt{b(r-1)}, z_s = r-1 \tag{1.43}$$

(1.42) და (1.43)-ის სტაციონალური მდგომარეობების მდგრადობის შესწავლისათვის განვიხილოთ ლორენცის მოდელის წრფივი მიახლოება. ამ შემთხვევაში კვადრატული წევრები შეიძლება უგულვებელვყოთ, მაშინ (1.42) მდგომარეობისათვის მივიღებთ განტოლებების სისტემას

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sigma(y-x)\\ \dot{y}(t) &= rs - y\\ \dot{z}(t) &= -bz\end{aligned} \tag{1.44}$$

(1.44)-დან გამომდინარეობს რომ მესამე განტოლება არ არის დაკავშირებული პირველ ორთან, ხოლო კომპონენტი $z(t)=z_0e^{-bt}$ მიილევა როდესაც (z→0) რადგანაც პარამეტრი b>0, კომპონენტების x(t) და y(t) განსაზღვრისათვის საჭიროა მახასიათებელი განტოლების

$$\lambda^2+(\sigma+1)\lambda+\sigma(1-r)=0 \qquad (1.45)$$

ამონახსნა.

როდესაც r<1-ზე (1.45) განტოლების ფესვები უარყოფითია და შესაბამისად (1.42) სტაციონალური მდგომარეობა წრფივად მდგრადია. როდესაც r>1-ზე, მაშინ ფესვებიდან ერთ-ერთი ხდება დადებითი და მდგომარეობა (1.42) წრფივად არამდგრადია. ცხადია, რომ $r_c=1$ მნიშვნელობა წარმოადგენს წრფივი მდგომარეობის საზღვარს და ატარებს ბიფურკაციის წერტილის სახელწოდებას [7.14, 7.20].

ასე, რომ (1.42) წრფივად მდგრადია როცა $0\le r\le 1$ და არამდგრადია როცა r>1-ზე. სინერგეტიკაში r პარამეტრს ჰქვია მმართველი პარამეტრი.

გამოვიკვლიოთ ეხლა (1.43)-ის სტაციონალური მდგრადობა წრფივი მდგრადობა, რომლისათვისაც გაწრფივებულ სისტემას აქვს სახე

$$\dot{x}(t)=\sigma(y-x), \qquad \dot{y}(t)=x-y-\sqrt{b(r-1)}z \qquad (1.46)$$

$$\dot{z}(t)=-\sqrt{b(r-1)}(x+y)-bz\,.$$

(1.46) სისტემის მახასიათებელი განტოლებას ექნება სახე:

$$\begin{vmatrix} -\sigma-1 & \sigma & 0 \\ 1 & -\lambda-1 & -\sqrt{b(r-1)} \\ \sqrt{b(r-1)} & \sqrt{b(r-1)} & -b-\lambda \end{vmatrix}=0 \qquad (1.47)$$

$$\lambda^3+(\sigma+b+1)\lambda^2+b(\sigma+r)\lambda+2b\sigma(r-1)=0$$

როცა r>1, (1.47) განტოლების ფესვების ნამრავლი არის უარყოფითი რიცხვი, ეს კი როგორც ვიცით ალგებრიდან, ნიშნავს რომ სულ მცირე ერთი მაინც ფესვებიდან ერთი ნამდვილია და უარყოფითი, ხოლო დანარჩენი ორი ნამდვილია ერთი ნიშნით ან კომპლექსურად შეუღლებულია. ისმის კითხვა: რა მოსდის სისტემის (1.46)-ის სტაციონალურ მდგომარეობას (1.43) მმართველი პარამეტრის r>>1 შემდგომი ზრდისას? ცნობილია, რომ (1.46) მესამე ხარისხის წრფივი სისტემის არამდგრადობა დამოკიდებულია პირობაზე, რომ (1.47) განტოლების კომპლექსურ-შეუღლებული ფესვები არიან ხშირად წარმოსახვითი,

რადგანაც $2b\sigma(r-1)>0$. ალგებრიდან ცნობილია, რომ (1.47) განტოლების ფესვების წარმოსახვითობა შეიძლება უზრუნველყოფილ იქნეს მაშინ, როდესაც მისი კოეფიციენტების წარმოებულები ტოლი იქნება თავისუფალი წევრისა (როცა λ^+ და λ). ე.ი. თუ სრულდება პირობა $b(\sigma+b+1)(\sigma+z)=2b\sigma(r-1)$, მაშინ აქედან ეპოულობთ

$$r_c^{\cdot}=\frac{\sigma(\sigma+b+3)}{\sigma-b-1} \tag{1.48}$$

გამოსახულება (1.48) განსაზღვრავს მმართველი პარამეტრის r-ის კრიტიკულ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც (1.43) სტაციონალური მდგომარეობა ხდება წრფივად არამდგრადი. ცხადია, რომ როცა $\sigma<b+1$ დადებითი კრიტიკული მნიშვნელობა r_c' არ არსებობს. ეს ნიშნავს რომ ნებისმიერი r_c დადებითი მმართველი პარამეტრისათვის (1.48) პირობა არ სრულდება და მაშინ (1.43) სტაციონალური მდგომარეობა იქნება წრფივად მდგრადი. იმ შემთხვევისათვის როცა $\sigma<b+1$-ზე ნაჩვენები მდგომარეობა კარგავს მდგრადობას საკმაოდ დიდი $r>r_c'$ – სათვის. აღვნიშნოთ რომ (1.47) განტოლების ფესვების კომპლექსურობას ფიზიკურად მივყევართ (1.46) სისტემის მოძრაობის ძალზედ ინტენსიურ ოსცილაციამდე მისი სტაციონალურ მდგომარეობის მცირე აღშფოთებისას.

ახლა მნიშვნელოვანია თუ როგორ მოიქცევა ლორენცის (1.39)-მოდელი როცა $r>>r_c'$ – ამ კითხვაზე პასუხის გასაცემად გარდავქმნათ საწყისი განტოლებები ახალი ცვლადების

$$\xi=\frac{x}{2\sigma(r-1)},\quad q=\frac{1}{r-1}\left(z-\frac{x^2}{2\sigma}\right),\quad r=\frac{t}{\sqrt{\sigma(r-1)}} \tag{1.49}$$

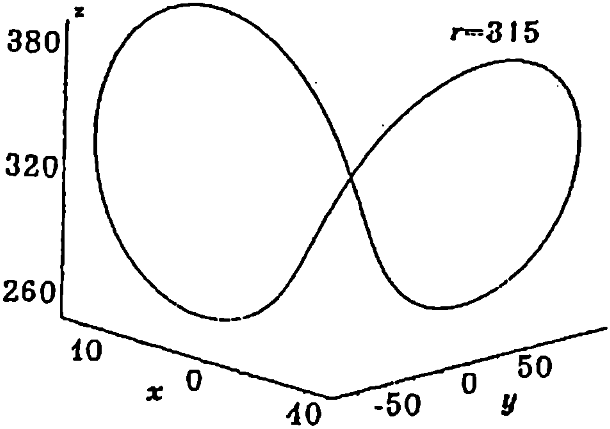
შემოტანით [7.20]. იგი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\ddot{\xi}(r)+(q-1)\xi+\xi^3=-\mu\dot{\xi}(t)$$

$$\dot{q}(r)=-\frac{\mu}{\sigma+1}\left[bq-(2\sigma-b)\xi^2\right] \tag{1.50}$$

სადაც $\mu=-\frac{\sigma+1}{\sqrt{\sigma(r-1)}}$ მცირე პარამეტრია.

(1.50) სისტემაში პირველი განტოლება აღწერს არაწრფივი ოსცილატორის რხევას $\omega_0^2 = q - 1$ სიხშირით, რომელიც მდორედ იცვლება მეორე განტოლების q(t) ამონახსნის შესაბამისად. მცირე პარამეტრი μ დიდი r-ების დროს შეიძლება გაეუტოლოთ 0-ს, მაშინ q=const და პირველი განტოლება წარმოადგენს არაწრფივ ოსცილიატორს. გამოკვლევები გვიჩვენებენ [15], ამ შემთხვევაში (1.39) ლორენცის მოდელის ფაზურ სივრცეში წარმოიქმნება ზღვრული ციკლი. სურ 1.8-ზე ნაჩვენებია მისი ფაზური პორტრეტი როცა r=315, σ=10, b=8/3 რომლებიც ამტკიცებენ ზემოთ ჩამოყალიბებული მოსაზრებებს პერიოდული მოძრაობის წარმოშობის შესახებ.



ნახ. 1.8. ზღვრული ციკლის ფუნქციის გრაფიკი

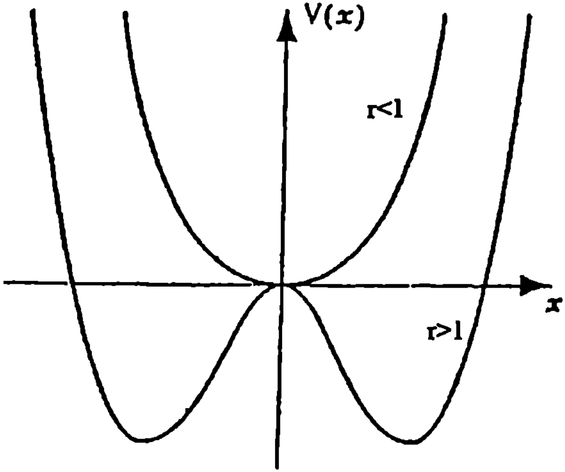
ქაოსურობის წარმოშობის მიზეზების თვალნათელი წარმოდგენისათვის კვლავ გარდავქმნათ (1.39) ლორენცის განტოლება. ჩავსვათ $y = x + \frac{1}{\sigma}\dot{x}(t)$ ცვლადი პირველი განტოლებიდან და ცვლადი $z = \frac{1}{b}(xy - \dot{z})$ მეორე განტოლებაში, მაშინ მივიღებთ [21]:

$$\frac{1}{\sigma}\ddot{x}(t)=F=-\frac{1+\sigma-x^2}{\sigma}\dot{x}(t)+(\dot{r}-1)x-\frac{1}{b}x^3+\frac{x}{b}\dot{z}(t) \tag{1.51}$$

შემოვიტანოთ პოტენციალი

$$V=-\frac{r-1}{2}x^2+\frac{1}{4b}x^4, \tag{1.52}$$

რომელსაც გააჩნია სხვადასხვა სახე როცა r>1-ზე და r<1-ის შემთხვევაში (სურ. 1.9). პოტენციალი (1.52) იზრდება $x_s=0$ სტაციონალური მდგომარეობის ორივე მხარეს. მმართველი პარამეტრის r-ის ერთიანზე გადასვლისას r>1 წარმოიშობა ბიფურკაცია და წარმოიშობა ერთი არამდგრადი ($x_s=0$) და ორი მდგრადი მდგომარეობა



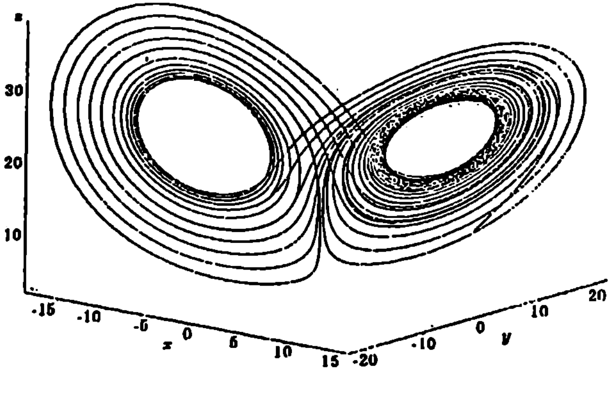
ნახ. 1.9 პოტენციალური ფაზური პორტრეტი

$$x_s=\pm\sqrt{b(r-1)} \tag{1.53}$$

პოტენციალი (1.52)-ის გამოყენებით, (7.51)-ი განტოლება ეხლა შეგვეიძლია ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$\frac{1}{\sigma}\ddot{x}(t)=-\frac{1+\sigma-x^2}{\sigma}\dot{x}(t)-\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{x}{b}\dot{z}(t), \tag{1.54}$$

რომელიც მოსახერხებელია ხარისხობრივი ანალიზისათვის. მიღებული (1.54) განტოლება ბოლო წევრის გარეშე წარმოადგენს მატერიალური წერტილის $V(x)$პოტენციალურ ორმოში მოძრაობის განტოლებას x(t) ხახუნის ძალით რომელსაც გააჩნია ხახუნის კოეფიციენტი, რომლის ნიშანიც იცვლება დადებითიდან უარყოფითისაკენ, როცა $x^2 \geq 1+\sigma$. (1.54) განტოლების ბოლო წევრს გააჩნია ხისტი ძალის ფორმა, რომლის დრეკადობის კოეფიციენტი $-\frac{1}{b}\dot{z}(t)$ დამოკიდებულია დროზე. როდესაც წარმოებული $\dot{z}(t)$ მცირე სიდიდის არ არის, მაშინ ეს წევრი წარმოადგენს გარკვეულ მაიძულებელ ძალას, რომელიც დამოკიდებულია y და z ცვლადებზე. თუ კავშირს z და x –ს შორის უგულვებელვყოფთ, მაშინ ბოლო წევრი შეიძლება გამოიყურებოდეს როგორც გარკვეული შემთხვევითი ძალა [21]. სხვანაირად რომ ვთქვათ, მატერიალური წერტილი, რომელიც აღიწერება (1.54) განტოლებით შემთხვევით ძალის მოქმედებით იმოძრავებს ორკუზიან პოტენციურ ორმოში (1.52), ამასთან ხახუნის კოეფიციენტმა შეიძლება მიიღოს სხვადასხვა ნიშანი.



ნახ 1.10 ლორენცის მოდელის ფაზური ტრაექტორია

წარმოდგენილი მოსაზრებები მიუთითებენ ლორენცის მოდელის ყოფაქცევის, როგორც ატრაქტორის, რთულ ქაოსურ ხასიათზე. ნახ. 1.8 და ნახ.1.10-ზე მოცემულია მოძრაობის პროცესები r პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის, რაც ადასტურებს (1.39) ლორენცის მოდელის ტრაექტორიის რთულ ქაოტურ ხასიათს, რომლებიც აღიწერება მესამე რიგის დეტერმინირებული დიფერენციალური განტოლებებით. დადგენილი ფაქტი ადასტურებს თანამედროვე არაწრფივი დინამიკის ურთიერთგანსაცვიფრებელ მოვლენას.

ასე რომ, მაღალი რიგის $n \geq 3$ დეტერმინირებულ ობიექტებზე ბიფურკაციული მექანიზმების მოქმედების შედეგად შესაძლებელია წარმოიშვას რთული ქაოსური მოვლენები. ასეთი მოვლენების მათემატიკური მოდელები შეიცავენ ხარისხობრივ და კვადრატულ არაწრფივობას, რომლებიც გავრცელებულია სხვადასხვა ბუნების ობიექტებში. ამასთან წარმოიშვება ქაოსის მართვის პრობლემა, რომელსაც ექცევა სულ უფრო მეტი ყურადღება მეცნიერულ ლიტერატურაში.

აქვე განვიხილავთ მართვის მეთოდების გამოყენები მაგალითი არაწრფივი ობიექტისა ბიფურკაციით, რომელშიც მართვის არარსებობისას წარმოიშვებიან კატასტროფული პროცესები.

განვიხილოთ ამოცანა რომელიმე ბიოლოგიური პოპულაციის ოპტიმალურ დონეზე შენარჩუნებისა, რომელიც, საკვების მოპოვების კონკურენციის გათვალისწინებით, აღიწერება შემდეგი სახის განტოლებით [59].

$$\dot{x}(t) = \alpha x - \beta x^2 - \mu, \qquad (1.55)$$

სადაც x პოპულაციის კონკრეტულ სახეობაში წარმომადგენელთა რაოდენობაა; α,β დადებითი რიცხვები; μ მმართველი პარამეტრი. (1.55) განტოლებით შეიძლება აღვწეროთ, მაგალითად, თევზჭერის მოდელი. ამ შემთხვევისთვის μ წარმოადგენს თევზჭერის კვოტას (გეგმას). თავდაპირველად დავუშვათ, რომ $\mu=\mu_0$ წინასწარ მოცემული

სიდიდეა. მოვძებნოთ თევზჭერის შესაძლო მაქსიმალური კვოტა. ამისათვის (1.55) განტოლების მარჯვენა მხარე გავაწარმოოთ x – ით და შემდეგი გავუტოლოთ ნულით, მივიღებთ:

$$x_{max} = \frac{\alpha}{2\beta} \text{ და } \mu_0 = \frac{\alpha^2}{4\beta} \tag{1.56}$$

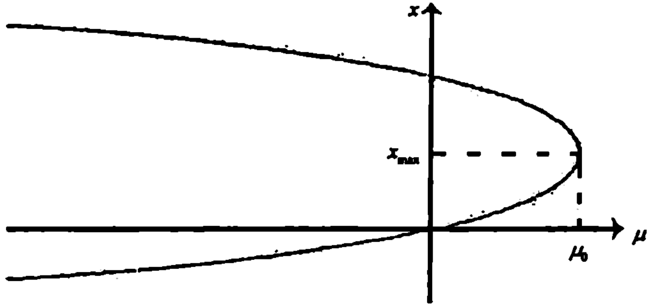
გამოვიკვლიოთ (1.55) განტოლება თვისობრივად. ამისათვის თავდაპირველად შევისწავლოთ მისი სტაციონალური მდგომარეობა:

$$\alpha x_s - \beta x_s^2 - \mu = 0. \tag{1.57}$$

(1.57)-დან განვსაზღვროთ დამოკიდებულება $x_s(\mu)$:

$$x_s = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta\mu}}{2\beta}, \tag{1.58}$$

რომლის გრაფიკული სახეც, α=β=1 პირობის შემთხვევაში, წარმოდგენილია ნახ. 1.11-ზე.



ნახ. 1.11. სტაციონალური მდგომარეობის გრაფიკი

$x_s(\mu)$ დამოკიდებულების გრაფიკს გააჩნია ორი ტოტი, რომლებიც ერთმანეთს ერწყმება μ და x_s იმ მნიშვნელობისათვის, რომლებიც განსაზღვრულია (1.56) პირობით. ამ მოვლენას უწოდებენ ბიფურკა-

ციულს, ხოლო წერტილს, რომლის კოორდინატებიც გამოითვლება (1.56) გამოსახულებით, უწოდებენ სისტემის ბიფურკაციულ წერტილს. გამოვიკვლიოთ სისტემა ამ წერტილის მიდამოში ამისათვის შემოვიღოთ გადახრა $y=x-q_0$ და ჩავსვათ პოტენციური ფუნქციის გამოსახულებაში, რომელსაც ჩვენი შემთხვევისათვის აქვს სახე:

$$V=\frac{\mu-1}{2}x^2+\frac{1}{4\beta}x^4$$

მარტივი გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ მოძრაობის განტოლებას

$$\dot{y}(t)=\alpha q_0-\beta q_0^2+(\alpha-2\beta q_0)y-\beta y^2-\mu \tag{1.59}$$

სადაც q_0 წერტილის კოორდინატაა.

უკანასკნელი განტოლების თვისება დამოკიდებულია μ მმართველი პარამეტრის მნიშვნელობაზე. შევირჩიოთ ოპტიმალური მნიშვნელობები $\mu=\mu_0$ და $q_0=x_{max}$ რომლებიც უზრუნველყოფენ თევზჭერის მაქსიმალურ კვოტას. შედეგად მივიღებთ განტოლებას

$$\dot{y}(t)=-\beta y^2 \tag{1.60}$$

რომლის ამონახსნსაც აქვს სახე:

$$y(t)=\frac{y_0}{\beta q_0 t+1} \tag{1.61}$$

(1.61) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ (1.60) განტოლების ამონახსნი მდგრადია (როცა $y=0$) საწყისი პირობებისათვის $y_0=x_0-x_{max}>0$ და არამდგრადია (როცა $y\to0$) პირობისათვის $y_0<0$. აქედან გამომდინარეობს მნიშვნელოვანი დასკვნა: (1.60) საწყისი განტოლების ამონახსნი, რომელიც აღწერს პოპულაციის მდგომარეობას, მდგრადია, როცა $x_{max}=\dfrac{\alpha}{2\beta}$ მხოლოდ იმ საწყის პირობებისათვის, რომლებიც აკმაყოფილებს პირობას $x_0<x_{max}$. ამრიგად, თევზჭერის კვოტის ოპტიმიზაციას (მაქსიმიზაციის) $u=\mu_0=const$ ხისტი მართვის შემთხვევაში მივყავართ დამყარებულ მდგომარეობის არამდგრადობამდე, რაც მცირე ფლუქტუაციების არსებობის შემთხვევაში იწვევს პოპულაციის განადგურებას, კატასტროფას. ეს კი შედეგია ბიფურკაციის წერტილით გამოწვეული

მოვლენისა, რომელიც შეესაბამება თევზჭერის მაქსიმალურ ხისტ გეგმას. აღწერილი მოვლენა შეისწავლება თანამედროვე არაწრფივი სისტემის დინამიკასა და სისტემატიკაში.

ახლა ვაჩვენოთ, თუ როგორ შეიძლება მართვის თეორიის გამოყენებით თავიდან ავიცილოთ პოპულაციის კატასტროფული განადგურება, რომელიც გამოწვეულია თევზჭერის მაქსიმალურად ხისტი გეგმით. ამისათვის გამოვიყენოთ (1.59) განტოლება და μ მმართველი პარამეტრი განვიხილოთ როგორც y-ის ფუნქცია. ე.ი. ხისტი გეგმა $\mu=\mu_0$ შევცვალოთ უკუკავშირით:

$$\mu(t)=-\alpha q_0+\beta q_0^2-\gamma y, \tag{1.62}$$

უკანასკნელი გამოსახულების გათვალისწინებით, (1.59) გამოსახულება მიიღებს სახეს:

$$\dot{y}(t)=(\alpha-2q_0\beta-\gamma)y-\beta y^2$$

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას $\eta=\alpha-2q_0\beta-\gamma$, მაშინ (1.63) ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\dot{y}(t)=\eta y-\beta y^2 \tag{1.63}$$

რომლის ამონახსნს აქვს სახე:

$$y(t)=\frac{\eta y_0}{\eta e^{-\eta t}-\beta y_0\left(e^{-\eta t}-1\right)} \tag{1.64}$$

თუ შევირჩევთ $\eta<0$, ე.ი. $\gamma>\alpha-2q_0\beta$, მაშინ (1.64) გამოსახულებიდან მივიღებთ, რომ როცა $t\to\infty$, გადახრა $y\to 0$. ეს კი ნიშნავს, რომ (1.64) გამოსახულება ასიმპტოტურად მდგრადია $y=0$-ის მიმართ. აქედან გამომდინარეობს, რომ $\mu(y)$ მართვა უზრუნველყოფს პოპულაციის მოცემულ q_0 დონეზე შენარჩუნებას. ამასთან, ეს მნიშვნელობა შეიძლება იყოს ოპტიმალურიც $q_0=x_{max}=\frac{\alpha}{2\beta}$. $\mu(y)$-ის გათვალისწინებით (1.55) განტოლება $x(t)$ საწყისი ცვლადის მიმართ შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$\dot{x}(t) = (\alpha - \gamma)x - \beta x^2 + \frac{\gamma a}{2\beta} - \frac{a^2}{2\beta}$$

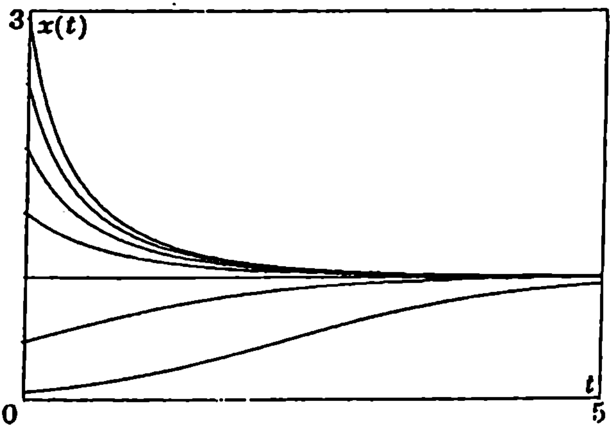
თუ დავუშვებთ, რომ $\gamma = \beta q_0 = \frac{\alpha}{2}$, მაშინ განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\dot{x}(t) = \left(\frac{\alpha}{2} - \beta x\right)x,$$

რომელიც აღწერს კრიტიკულ ბიფურკაციას და წარმოადგენს ლოგისტიკურ განტოლებას. ამ განტოლების ამონახსნს აქვს სახე:

$$x(t) = \frac{\alpha x_0}{\alpha e^{-\frac{\alpha}{2}t} - 2\beta x_0\left(\alpha e^{-\frac{\alpha}{2}t} - 1\right)}$$

იგი ასიმპტოტურად მდგრადია $x_s = \frac{\alpha}{2\beta}$ ატრაქტორის მიმართ და შეესაბამება თევზჭერის ოპტიმალურ კვოტას. ნებისმიერი საწყისი პირობების შემთხვევაში სინთეზირებული სისტემა ყოველთვის გამოდის ამ მდგომარეობაზე, რაც მტკიცდება ნახ. 1.12-ზე წარმოდგენილი მრუდებით, რომლებიც მიღებულია სისტემის მოდელირების შედეგად.



ნახ. 1.12 სინთეზირებული სისტემის გარდამავალი პროცესი

ამრიგად, (γx) უკუკავშირის შემოტანით მართვის კანონმა საშუალება მოგეცა გადავსულიყავით ბიფურკაციიდან (რომელიც მომავალში გამოიწვევდა კატასტროფას) ლოგისტიკურ განტოლებაზე, რომელსაც გააჩნია თვითორგანიზების თვისება. ამასთან, შესაძლებელია განვახორციელოთ თევზჭერის მოცემული კვოტა, რომელიც შეიძლება იყოს მაქსიმალურიც. უკუკავშირში γ კოეფიციენტის მცირე გადახრა გამოიწვევს წარმადობის მცირე დაწევას და არა კატასტროფას, რასაც ადგილი ჰქონდა ხისტი გეგმის $u=\mu_0=const$ არჩევის შემთხვევაში. მიუხედავად იმისა, რომ განხილული ფაქტი გამოვლენილ იქნა თევზჭერის მარტივ მაგალითზე, იგი შეიძლება გამოვიყენოთ მართვის ყველა იმ არაწრფივ სისტემაშიც, სადაც შესაძლებელია წარმოიქმნას ბიფურკაციული და ქაოსური მოვლენები. ცხადია, (μ) მმართველი პარამეტრის შერჩევის გზით შესაძლებელია სისტემა მებისმიერი საწყისი პირობებიდან გავიყვანოთ მისი მდგომარეობათა სივრცის სასურველ ატრაქტორზე და უზრუნველვყოთ მიმართული თვითორგანიზება-მიზიდვა ინვარიანტული მრავალსახეობისაკენ (ატრაქტორისაკენ).

1.5 არაწრფივი თვითორგანიზაცია და დისიპატიური სტრუქტურები.

სინერგეტიკის ძირითად ცნებებს წარმოადგენს: ბიფურკაცია, დაქვემდებარება, წესრიგის პარამეტრი, მართვის პარამეტრი და ატრაქტორი. აღმოჩნდა, რომ წონასწორობის დაკარგვას წრფივ მიახლოებაში, წესრიგის პარამეტრების წარმოშობასა და დაქვემდებარების პრინციპის რეალიზაციას შორის არსებობს მნიშვნელოვანი შინაგანი ურთიერთკავშირი. მმართველი პარამეტრების

ცვლილების შედეგად არაწრფივმა სისტემამ შეიძლება დაკარგოს წონასწორობა წრფივ მიახლოებაში. ზემოთ განხილული მეორე რიგის სისტემის (1.11) ასეთ მმართველ პარამეტრს წარმოადგენს პარამეტრი λ_1, რომლის ცვლილების შედეგად $\Re_e(\lambda_1)$ შეიძლება გახდეს ძალიან მცირე სიდიდე ან შეიცვალოს ნიშანი და ამით შეიძლება გახდეს სისტემის არამდგრადობის მაჩვენებელი წრფივ მიახლოვებაში. ასეთ შემთხვევებში გამოიყენება დაქვემდებარების პრინციპი.

აქედან გამომდნარეობს, რომ ბიფურკაციის წერტილებში, რომლებშიც ხდება სტრუქტურული ცვლილებები, სისტემის ყოფაქცევა განისაზღვრება მხოლოდ წესრიგის პარამეტრებით. სხვადასხვა ბუნების არაწრფივ დინამიკური სისტემებში კავშირი დაქვემდებარების პრინციპს, წესრიგის პარამეტრებსა და წონასწორობის დაკარგვას შორის წრფივ მიახლოებაში საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ საერთო ანალოგიები. ადიაბატური მიდგომა, რომელიც გამოსახულია მეორე რიგის წრფივი სისტემების მაგალითზე (7.11) არ წარმოადგენს პრინციპიალურ სიახლეს და უკვე საკმაოდ დიდი ხანია გამოიყენება არაწრფივ მექანიკაში, ქიმიასა და სხვა მეცნიერებებში. ეს მიდგომები კი წარმოადგენენ დაქვემდებარების პრინციპის, სინერგეტიკის საბაზო პრინციპის, დასაბუთებას, ამ პრინციპზე აგებულია დინამიკური სისტემების არაწრფივი თვითორგანიზაციის თეორია.

სისტემაში არაწრფივი თვითორგანიზაცია შეიძლება წარმოიშვას მისი ზოგიერთი მმართველი პარამეტრების ცვლილებისას, სისტემის კომპონენტების რიცხვის შეცვლისას და აგრეთვე სისტემის ახალ მდგომარეობაში გადასვლისას. თვითორგანიზაციის პროცესების მაგალითებს წარმოადგენენ:

მართვის თეორიაში ცნება „დისიპატიური სტრუქტურები" შემოტანილ იქნა ი.პრიგოჟინის მიერ. ის აღნიშნავდა რომ „როგორც წონასწორობიდან დაცილება, აგრეთვე არაწრფივობა შეიძლება სისტემაში უწესრიგობის მიზეზი იყოს. უწესრიგობას, მდგრადობასა და

დისიპაციას შორის წარმოიშობა უმაღლესი ხასიათის არატრივიალური კავშირი. იმისათვის რომ გამოვყოთ ეს კავშირი ჩვენ ვუწოდებთ მოწესრიგებულ კონფიგურაციებს, რომლებიც წარმოიქმნებიან თერმოდინამიკური შტოების მდგრადობის არის გარეთ. ასეთი სტრუქტურები შეიძლება არსებობდნენ წონასწორობიდან შორს საკმაოდ დიდი ენერგიისა და ნივთიერებათა მოდინების ხარჯზე. დისიპატიური სტრუქტურები წარმოადგენენ მაგალითს, რომელიც დემონსტრაციას უკეთებს იმ ფაქტს, რომ უწონასწორობის უნარი წარმოადგენს მოწესრიგებულობის წაყროს".

არაწრფივ ღია სისტემებში მოწესრიგებულობის წარმოშობის პარადოქსულობას ხაზი გაესმევა იმ საერთო ცნობილი ფაქტით რომ ჩვეულებრივ წონასწორულ სისტემებში სახელდობრ დისიპაციის ცვლილება საერთოდ სპობს ყოველგვარ წესრიგს და იქ ყოველთვის წარმოიშობა თერმოდინამიკური წონასწორობა ე.ი. ქაოსი. აღმოჩნდა რომ ღია დისიპაციურ სისტემებში დისიპაციას მივყავართ შესაბამისი ზომისა და ფორმის სტრუქტურების წარმოშობამდე ე.ი. წარმოიქმნება თვითორგანიზაციის პროცესი. სხვა სიტყვებით სისტემაზე ზემოქმედებამ გარე სამყაროსთან ძალიან არამდგრად არეში შეიძლება მიგვიყვანოს თავისი თვისებებით ახალ დინამიკურ მდგომარეობამდე, რომელიც პრიგოჟინის მიერ იწოდება დისიპატიურ სტრუქტურებად, აქვე ხაზი გაუსვათ მოულოდნელად მჭიდრო კავშირს სტუქტურასა და დისიპაციას შორის ე.ი კარგეებს სისტემაში. ასეთმა სისტემებმა შეიძლება მიგვიყვანონ პრინციპულად ახალ მოვლენებამდე სისტემის ყოფაქცევაში, კერძოდ, სისტემის შემადგენელი უამრავი რაოდენობის ნაწილაკების და საერთოდ კომპონენტების უმაღლესად მაღალი მოწესრიგებულობის ყოფაქცევამდე. ი.პრიგოჟინის მიერ დისიპატიური სტრუქტურების აღმოჩენა ნიშნავს მატერიის ახალი დინამიკური მდგომარეობის დანახვას, რომელიც ადრე ცნობილი არ იყო კლასიკური მეცნიერებისათვის [6].

მართვის თეორიისათვის ცნება „დისიპატიური მოწესრიგებული სტურქტურები", რომლებიც წარმოიქმნებიან არაწრფივ სისტემებში ძლიერ არამდგრად არეებში, თავისთავად მნიშვნელოვანია სხვადასხვა თვალთახედვის კუთხიდან. საქმე იმაშია, რომ უწესრიგობა (ქაოსი) მიიღება მრავალი მეთოდებით, ხოლო წესრიგი კი პირიქით შეიძლება უზრუნველყოთ ძალზე მცირე რაოდენობის ხერხების მეშვეობით და რაც მაღალია წესრიგის ხარისხი, მით ნაკლებია ეს რიცხვი, რაც ნიშნავს ოპტიმალურ მართვას. ცნება „სტურქტურა" აგრეთვე დაკავშირებულია ცნება მართვასთან, რადგანაც ნიშნავს რომელიღაც ობიექტს, რომელსაც გააჩნია მდგრადობა და უნარი გაუწიოს წინააღმდეგობა შინაგან და გარეგან ზემოქმედებებს და დარჩეს საკუთარი თავის მსგავსი და არ შეიცვალოს მთლიანობაში. თუმცა როგორც აღინიშნა ძალიან მკაცრი მოწესრიგებული სტრუქტურების წარმოშობა ძლიერად არამდგრად არეში შეიძლება გახდეს ნეგატიური ფაქტორი მართვის თვალსაზრისით და მართვის სისტემების მრავალსახოვანი ყოფაქცევის მოთხოვნის შესასრულებლად.

სინერგეტიკულ სისტემებში შეიძლება წარმოიშვას, როგორც მოწესრიგებული, ასევე ქაოსური რხევები. იმისათვის რომ დინამიკურ სისტემაში წონასწორობიდან მოშორებით არსებობდნენ მოწესრიგებული სტრუქტურები ამ სისტემებზე მუდმივად უნდა მოედინებოდეს ენერგიის, ნივთიერებებისა და ინფორმაციის უწყვეტი ნაკადი. სწორედ თვითორგანიზაცია წარმოადგენს ზემოთ ჩამოთვლილი მრავალფეროვანი სისტემების საერთო თვისებას, რომლებიც შედგებიან ელემენტებისაგან და სხვადასხვა ბუნების ქვესისტემებისაგან-ატომების, მოლეკულების, უჯრედების, ცხოველების და ა.შ თვითორგანიზაცია რაც არ უნდა პირველი შეხედვით მოგვეჩვენოს უცნაურად საშუალებას გვაძლევს შევისწავლოთ თავისი ბუნებით სხვადასხვანაირი დინამიკური სისტემების თვისებები, ერთიანი მათემატიკური პოზიციებიდან და ერთიანი ცნებებით. ასე, რომ ზემოთ ჩამოთვლილ

ყველა მრავალფეროვან სისტემებში შეიძლება წარმოიქმნას თვითორ-განიზაციის პროცესები, რომლებსაც მიეყავართ წონასწორობის მდგომარეობიდან შორს მოწესრგებული მაკროსკოპული სტრუქტურების შექმნამდე, რომლებსაც გააჩნიათ პრინციპულად ახალი თვისებები.

ეს სტრუქტურები, რომლებიც შეიძლება წარმოიშვას კოგერენტუ-ლი ან ქაოსური რხევებით მიიღეს დასახელება ატრაქტორები რომ-ლებიც მიიზიდავენ ფაზურ სივრცეში სიმრავლეს, ე.წ. წერტილების ერთობლიობას, რომლისკენაც მიიზიდებიან ყველა ახლო ტრაექტორი-ები და მოძრაობები. როგორც ცნობილია, არაწრფივი დიფერენციალუ-რი განტოლებების ამონახსნები საწყისი პირობებისაგან დამოკიდე-ბულებით შეიძლება მოიქცნენ პრინციპიალურად განსხვავებულად, თუ ისინი მოხვდებიან ატრაქტორის მიზიდვის არეში, და ისინი აუცილებ-ლად გაემართებიან მისკენ. სხვა სიტყვებით, ეს ამონახსნები შეიძლება დაემორჩილონ რომელიღაც ყოფაქცევის მკაცრ წესებს, რო-მელიც ცნობილია, „ანალოგი" სუპერპოზიციის პრინიპისა არაწრფივ სისტემებში. ატრაქტორები არაწრფივი სისტემების ფაზურ სივრცეში შეიძლება იყოს შემდეგი ტიპის: ძირითადს მათ შორის წარმოადგენს წერტილი (კერძოდ მდგრადი ფოკუსი), ზღვრული ციკლი (პერიოდულად ცვლადი მდგომარეობათა სიმრავლე), ტორი და ბოლოს „უცნაური ატრაქტორი ".

ჩვეულებრივი ატრაქტორი (წერტილი, ზღვრული ციკლი ან ტორი) განსაზღვრავს სისტემის მოძრაობის დამყარებულ რეჟიმს, რომ-ლისკენაც მიისწრაფიან ყველა გარდამავალი რეჟიმები, რომლებიც ხვდებიან მისი მიზიდულობის არეში. ამ ატრაქტორების მნიშვნელოვანი კლასი გამოირჩევა თავისი მრავალსახეობებით და ისინი ქმნიან დინა-მიკური სისტემის ფაზურ სივრცეში ზოგიერთ მარავალსახეობებს, რომ-ლებსაც გააჩნიათ თვისება მიიზიდონ თავისკენ ყველა ატრაქტორი თა-ვისი გარკვეული გარშემოწირულობიდან, მათ ეწოდებათ მიმზიდვე-

ლები, ხოლო ისინი, რომლებიც რჩებიან უცვლელები სისტემის მოძრაობისას იწოდებიან ინვარიანტულ მრავალსახეობებად.

აღმოჩნდა, რომ რიგ შემთხვევაში ატრაქტორები არ იყვნენ მრავალსახოვანი, თუმცა სისტემის მოძრაობის ტრაექტორია როცა ხვდება ასეთი ატრაქტორის ზემოქმედების არეში რჩება იქ რამოდენიმე ხნის განმავლობაში. ასეთი ატრაქტორის მაგალითს წარმოადგენს ტორი, განთავსებული სისტემის ფაზურ სამგანზომილებიან სივრცეში, თუ მოძრაობა ასეთ ტორზე ხდება არამდგრადი, მაშინ ტორზე მოძრაობის ტრაექტორიები რამდენჯერმე გადაკვეთენ ერთმანეთს ბიფურკაციის (გაორების წერტილებში), მაშინ წარმოიქმნება ქაოსური მოძრაობა. ამასთან ერთად ტრაექტორიის ყოფაქცევის ხასიათი ძალზე მგრძნობიარეა საწყისი პირობების ცვლილებებისადმი. ეს ნიშნავს, რომ დროთა განმაელობაში სულ მცირე ცვლილებები და ფლუქტაციები სისტემაში შეიძლება მნიშენელოვნად გაძლიერდნენ, რაც გარდაუვლად მიგვიყვანს ქაოსურ დინამიკამდე. ამ შემთხვევაში როდესაც ბიფურკაციები ხდება მრავლობითი ტრაექტორიების არეში დროთა განმავლობაში ხდება იმდენად რთული და გაურკვეველი, რომ სირთულე გადადის უწესრიგობასა და ქაოსში. სწორედ ეს თვისება დამახასიათებელია უცნაური ატრაქტორებისათვის და მიღებულია დეტერმინირებული ქაოსის ან ქაოსური დინამიკის სახელწოდებით. აღწერილი პარადოქსული თვისება, რომელიც შესაძლებელია არაწრფივ დეტერმინირებულ სისტემებში, გვიჩვენებს, რომ „მოწესრიგებულობას" და „მოუწესრიგებლობას", უბრალოსა და რთულს შორის არცთუ ისე უზარმაზარი უფსკრულია, როგორსაც ამის შესახებ აცხადებდა კლასიკური მეცნიერება.

მეცნიერების სხვადსხვა დარგებში ჩვენი გარემომცველი უძრავი და ცოცხალი სამყარო დაყოფილი იყო დეტერმინირებულ და შემთხვევით პროცესებად. ასეთი ბარიერი დეტერმინირებულ და ქაოსურ სისტემებს შორის დიდიხანია არსებობდა კლასიკურ მექანიკასა და

ფიზიკაში. ეს მოჩვენებითი და უდავო ფაქტი გადავიდა თანამედროვე მეცნიერებებში: კიბერნეტიკაში, ინფორმატიკაში, რადიოტექნიკაში და ა.შ. ამასთან ერთად წამოწეული იყო უდავოო დასაბუთება, რომ მრავალი პროცესების სტოხასტიკური ხასიათი სხვადასხვა სისტემებში აიხსნებოდაა მისი შემადგენელი ელემენტების დიდი რაოდენობით და მათი თავისუფლების ხარისხებით. სწორედ ეს დებულება ედო საფუძვლად რთული პროცესების ახსნას. ერთი შეხედვით თვალნათელია, რომ მრავალგანზომილება წარმოადგენს სირთულის არსს. სინამდვილეში მხოლოდ ერთი ნაწილაკის ქცევა, რომლის მოძრაობა აღიწერება ნიუტონის კანონებით, შეიძლება აღმოჩნდეს განუსაზღვრელი და სრულიად მოულოდნელი. $(n \geq 3)$ განზომილების მარტივ დეტერმინირებულ ავტონომიურ დინამიკურ სისტემებს შეიძლება ჰქონდეთ არსებითად შემთხვევითი, სტოქასტიკური მოძრაობები ყოველგვარი გარეგანი ზემოქმედების გარეშე. თანამედროვე სინერგეტიკამ დაამტკიცა, რომ ნამდვილი შემთხვევითობა ჩვენი გარემომცველი სამყაროსი პრინციპიალურად განისაზღვრება სწორედ ქაოსური მოძრაობების არსებობით არაწრფივ დეტერმინირებულ დინამიკურ სისტემებში, რომელთაც გააჩნიათ ბიფურკაციის თვისებები და არა სისტემის განზომილებებით. ეს სრულად გასაოცარი აღმოჩენა, რომელიც ძირეულად ცვლის ბუნებისმეტყველების ფუნდამენტალურ წარმოდგენებს ითვლება ბოლო დროის დიდ სენსაციად და შეუძლია ძირეულად შეცვალოს ჩვენი მეცნიერული მსოფლმხედველობა. თვითორგანიზაციის ფუნდამენტალური თვისებების დადგენა, არაწრფივ დინამიკურ სისტემებში საშუალებას გვაძლევს ავხსნათ და გამოვავლინოთ ახალი მოულოდნელი მოვლენები ჩვენს გარემომცველ სამყაროში და შევქმნათ ტექნიკური სისტემები და მოწყობილობები არაჩვეულებრივი თვისებებით.

ზემოთ ჩამოყალიბებული მოსაზრებები გვაძლევს საშუალებას გავაკეთოთ მნიშვნელოვანი დასკვნები: ჩამოყალიბებული ახალი ინტეგრა-

ლური მეცნიერება სინერგეტიკა, რომელიც სწავლობს კოლექტიური თვითორგანიზაციის პროცესებს და პრაქტიკულად მოიცავს თანამედროვე მეცნიერების ყველა დარგს უძრავი და ცოცხალი ბუნების შესახებ, ტექნიკურ და ეკონომიკურ მეცნიერებებში. ეს განზოგადოებული მეცნიერება დაფუძნებულია შეუქცევადი პროცესების არაწრფივ დინამიკაზე და თერმოდინამიკაზე, როგორც საბაზო მეცნიერულ დისციპლინებზე.

1.6 სინერგეტიკა და მართვის პროცესები

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, სინერგეტიკა - არაწონასწორული პროცესების თეორია წარმოადგენს საყოველთაო განვითარების თეორიას, რომელსაც გააჩნია დიდი მსოფლმხედველობრივი შედეგები. ამ ახალი ინტეგრალური მეცნიერების აზრი და შინაარსი მდგომარეობს იმაში, რომ ღია სისტემებში, რომლებიც გარემომცველ არესთან ახდენენ ენერგიის, ნივთიერებებისა და ინფორმაციის ურთიერთგაცვლას, წარმოიქმნებიან თვითორგანიზაციის პროცესები ე.ი. ზოგიერთი მდგრადი მოწესრიგებული სტრუქტურის ფიზიკური (ბიოლოგიური–ქიმიური და ა.შ) პროცესების ქაოსიდან, წარმოიშვება სრულიად ახალი თვისებების მქონე სისტემები. ნებისმიერ მაღალეფექტურ სინერგეტიკულ სისტემას გააჩნია ორი ფუნდამენტალურ თვისება: გარემომცველ სამყაროსთან ენერგიის, ნივთიერებების და ინფორმაციის აუცილებელი გაცვლა და დაუყოვნებელი ურთიერთქმედება. ეს ნიშნავს რომ სინერგეტიკასა და სხვა ფიზიკურ, ტექნოლოგიურ, კიბერნეტიკულ, ბიოლოგიურ, ეკონომიკურ მეცნიერებებს შორის არსებობს შინაგანი

ურთიერთკავშირი. ამასთან, სინერგეტიკას თითოეულ მათგანში შეაქვს თავისი თავისებურებები და მიდგომები, რომლებიც არ არის დამახასიათებელი ამ მეცნიერებების ტრადიციული მიმართულებებისათვის [7,10,14].

სინერგეტიკა სინთეტიკური მეცნიერებაა, რომელიც ეფუძნება სხვადასხვა ბუნების დინამიკური სისტემების თვითორგანიზაციის ზოგად კონცეფციას. მისი კანონები ზოგადი ფიზიკური იდეებისა და მათემატიკური მეთოდების ერთობლიობა კი არ არის, არამედ ახალი კონცეპტუალური ხედვაა მეცნიერებაზე. სინერგეტიკული მიდგომა მეცნიერებაში მოგვაგონებს სისტემურ მიდგომას, სინერგეტიკას გააჩნია მნიშვნელოვანი შეხების წერტილები სისტემების ზოგად თეორიასთან. სინერგეტიკისათვის ისევე როგორც სისტემების თეორიისათვის მნიშვნელოვანია, სხვადასხვა ბუნების მქონე მოვლენებს შორის არა მხოლოდ ზედაპირული ანალოგიები, არამედ განსახილველი სისტემის შემადგენელ კომპონენტებს შორის საკმაოდ მკაცრი შესაბამისობები. სინერგეტიკულ მიდგომაში ზოგადი სისტემური მიდგომისაგან განსხვავებით შეისწავლება ბუნებრივი და ტექნიკური სისტემების თვითკონსტრუირების კონკრეტული პრინციპები და მექანიზმები. სხვანაირად რომ ვთქვათ, სისტემების ზოგადი თეორიისაგან განსხვავებით, სინერგეტიკა ამახვილებს ყურადღებას რთულ არაწრფივ სისტემებში წარმოშობილ კოოპერატიულ, კოგერენტულ და თვითშეთანხმებულ პროცესებზე. აუცილებელია აღვნიშნოთ, რომ როგორც სისტემების ზოგადი თეორიისათვის, კიბერნეტიკისათვის, ასევე, სინერგეტიკისათვის გამაერთიანებელ ცნებას წარმოადგენს სისტემების ცნება. თუმცა სინერგეტიკულ მიდგომაში საერთო სისტემური კონცეპციის ფორმირებისთვითორგანიზაციის გარდა აუცილებლი ხდება კონკრეტული ფიზიკური, (ბიოლოგიური, ქიმიური) მოვლენებისა პროცესების გათვალისწინება. მეცნიერების კლასიკურ გაგებას ყოველთვის საფუძვლად უდევს ექსპერიმენტალური შედეგების ერთგვარი ერთობლიობა და

მეცნიერთა მიერ გამოთქმული პრინციპები და ჰიპოტეზები. სინერგეტიკა არ არის მეცნიერება ამ სიტყვის კლასიკური გაგებით, არამედ არსებითად ახალი კონცეფციაა, რომელიც ბაზირებულია სისტემის თვითორგანიზაციის თეორიაზე. სინერგეტიკული მიდგომა პირველ რიგში მიისწრაფვის გამოავლინოს ამა თუ იმ პროცესის მაკროსკოპული თვისება მაგ. პოპულაციის წარმოქმინს პროცესი და ა.შ. მითითებული მიდგომა არ გამოყოფს ერთი არსების ან ნაწილაკის ყოფაქცევას, როგორც ეს კეთდება კლასიკურ მექანიკაში, მისთვის უფრო მეტად მნიშვნელოვანს წარმოადგენს ცალკეული კომპონენტების რაოდენობა, რომელიც შედის საერთო სისტემაში. სინერგეტიკულ მიდგომაში ნავარაუდებია, რომ თვით ეს რაოდენობა-წესრიგის პარამეტრი-მართავს სისტემის თითოეული კომპონენტის (არსების, ნაწილაკის და ა.შ.) ყოფაქცევას.

თვითორგანიზებად პროცესებს საფუძვლად უდევს დაქვემდებარების სინერგეტიკული პრინციპი, რომლის თანახმადაც საწყისი რთული სისტემა შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს იერარქიული სისტემების სახით, რომელიც შედგება დინამიკური ქვესისტემების ერთობლობისაგან, რომლებიც ექვემდებარებიან ერთმანეთს და იმყოფებიან ერთმანეთთან გარკვეულ დინამიკურ ურთიერთკავშირში.

სინერგეტიკას რთულ წრფივ დინამიკურ სისტემებში საფუძვლად უდევს თვითორგანიზაციის ფუნდამენტალური მოვლენა. თუმცა სინერგეტიკაში ჯერ არ შეუქმნიათ ზოგადი და ერთიანი თვითორგანიზაციის თეორია, რომელიც სამართლიანი იქნება ყველა სახის ბუნებრივი და ტექნიკური სისტემებისათვის, ამიტომ, კონკრეტული თვისებებიდან გამომდინარე, სინერგეტიკული მიდგომა იძენს განმასხვავებელ თავისებურებებს და შინაარს. ამასთან დაკავშირებით, ჩვენ შეგვიძლია ვილაპარაკოთ სინერგეტიკულ მიდგომაზე, როგორც შესაბამისი მეცნიერების ერთგვარ მმართველ კონცეფციაზე. სინერგეტიკა ხდება იმ ევოლუციურ ბუნებისმეტყველების დარგად, რომელიც გვაძლევს საშუ-

ალებას სხვადასხვა ბუნებრივი და ტექნიკური მოვლენების ერთგვარ საფუძველზე აიგოს სხვადასხვა ბუნებრივი და ტექნიკური მოვლენების ერთიანი მეცნიერული კონცეფციის ერთიანი ენა.

სინერგეტიკასთან როგორც მეცნიერებასთან, რომელიც შეისწავლის არაწრფივი დინამიკური სისტემების ქცევას წონასწორობის მდგომარეობიდან მოშორებით ზოგიერთი მმართველი პარამეტრის ცვლილებისას, ყველაზე უფრო თავისი იდეოლოგიით ახლოს არის ისეთი ფუნდამენტალური მეცნიერება, როგორიცაა მართვის თეორია. ამასთან დაკავშირებით, მართვის თეორიის განვითარებისათვის საჭიროა სინერგეტიკული სისტემების ძირითადი მეთოდების გადატანა არაწრფივი ტექნიკური ობიექტების მართვის სისტემების კონსტრუირებაზე. თუმცა ამ მეცნიერებების მიდგომებში არსებობენ გარკვეული განსხვავებები. ასე მაგალითად, ამტკიცებენ, რომ „როგორც კიბერნეტიკა ისე სინერგეტიკა პირველხარისხოვან მნიშვნელობას ანიჭებს მართვის ცნებას, თუმცა თითოეული ისახავს სხვადასხვა მიზანს. კიბერნეტიკა აწარმოებს ალგორითმების და მეთოდების დამუშავებას, რომელიც გვაძლევს საშუალებას ემართოთ სისტემა, რათა იგი ფუნქციონირებდეს წინასწარ დასახული წესით. სინერგატიკაში კი ჩვენ ვცვლით მმართველ პარამეტრებს წინასწარ განუსაზღვრელი წესით და შევისწავლით ამ პროცესში სისტემის თვითორგანიზაციას.

საბოლოოდ, ნებისმიერი მეცნიერების, მათ შორის სინერგეტიკის არსი მდგომარეობს პირველ რიგში, ადამიანის მიერ მისი გარემომცველი სამყაროსა და საკუთარი თავის შეცნებაში. მიღებული ცოდნის კონსტრუქციულად გამოყენებაში. კიბერნეტიკა და შესაბამისად მართვის თეორია, ასახავს თანამედროვე შეხედულებას მეცნიერებაზე, როგორც გარკვეულ კონსტრუქციულ საწყისზე, და არა პასიურ დაკვირვებას ბუნებრივი პროცესებსა და მოვლენებზე.

მართვის კლასიკურმა თეორიაში ძალზე წარმატებულად გამოიყენებას ობიექტებზე გარეგანი ზემოქმედების მეთოდები, თუმცა მარ-

თვის ამოცანების გადაწყვეტაში მნიშვნელოვანია ძალოვანი მიდგომიდან სინერგეტიკის თვითორგანიზაციის იდეაზე გადასვლა. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, წარმოიშვა აუცილებლობა შეიქმნას ხერხები ურთიერთქმედების შინაგანი ძალების ფორმირებისა და მოქმედებისა, რომელთა მეშვეობითაც სისტემის ფაზურ სივრცეში წარმოიშვება მყარი დისიპატიური სტრუქტურები, რომლებიც ადექვატურნი იქნებიან შესაბამისი სისტემების ფიზიკური (ქიმიური, ბიოლოგიური) არსისა.

გამოვყოთ სინერგეტიკის შემდეგი მეთოდოლოგიური დებულებები, რომლებიც პრინციპულად მნიშვნელოვანია თანამედროვე სინერგეტიკული გამოყენებითი მართვის თეორიის სინერგეტიკული საფუძვლების ფორმირებისათვის:

- სისტემის მოძრაობა როგორც წესი უნდა მიმდინარეობდეს მისი სივრცის არაწრფივ არეში;
- სისტემა უნდა იყოს ღია, რაც იგივეა ენერგიის ან ნივთიერების (შესაძლოა ინფორმაციისაც) გარემომცველ გარემოსთან გაცვლისა;
- კოოპერატიულობა, სისტემებში მიმდინარე პროცესების კოგერენტულობა;
- არაწონასწორული თერმოდინამიკური სიტუაციის არსებობა, რომლის თანახმადაც ენერგიის მოდინება სისტემისკენ, უნდა იყოს საკმარისი, არამარტო ენტროპიის ზრდის შესაჩერებლად, არამედ მისი შემცირებისთვისაც, რაც აძლიერებს სისტემაში წესრიგს;
- მოძრაობის საფინიშო ეტაპზე სისტემაში უნდა არსებობდეს ევოლუციის რამოდენიმე გზა, რომელიც აღიწერება წესრიგის პარამეტრების მიმართ ტიპიური განტოლებებით.

თვითორგანიზაციის ეს ნიშნები გვიჩვენებს, რომ სინერგეტიკას საქმე აქვს ფიზიკის, მათ შორის მართვის თეორიის, არაკლასიკურ პროცესებთან და მოვლენებთან.

2. ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების სინთეზი სინერგეტიკული თეორიის გამოყენებით

ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ამოცანა თანამედროვე ეტაპზე წარმოადგენს ოპტიმალური მართვის სისტემების მნიშვნელოვან ამოცანას. ამდენად მნიშვნელოვანია ამ ამოცანების გადაწყვეტის ახალი მეთოდების შემუშავება., რომლებშიც ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ამოცანა ეფუძნება თანამედროვე მართვის სინერგეტიკულ თეორიას.

2.1. ჩაკეტილი ოპტიმალური მართვის სისტემების დისიპატიურობა

განვიხილოთ ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების სინთეზის საკმაოდ ეფექტური მეთოდი, რომელსაც საფუძვლად უდევს ლეტოვ-კალმანის მეთოდი და დინამიკური სისტემების ასიმპტოტური მდგრადობის აუცილებელი პირობა [28].

თანამედროვე თვითორგანიზაციის თეორიაში სისტემების დისიპატიურობის თვისების ფუნდამენტალურ მნიშვნელობაზე ი.პრიგოჟინი აღნიშნავდა: „დისიპატიური სისტემები წარმოადგენენ განსაცვიფრებელ მაგალითს, რომელიც დემონსტრირებას უკეთებს უწონასწორობის უნარს წარმოადგენდეს მოწესრიგებულობის წყაროს". აქ წარმოდგენილ მეთოდს საფუძვლად უდევს ფიზიკური მიდგომა.

პირველ რიგში მას გააჩნია არსებითი თეორიული მნიშვნელობა, რომელიც დაკავშირებულია იმ ფაქტთან, რომ ოპტიმალური მართვის სინთეზის პროცედურა საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ კავშირი ჩაკეტილი მართვის ოპტიმალურ სისტემებსა და ფუნდამენტალურ ფიზიკურ პროცესებს შორის. ამ კავშირებს საფუძველად უდევს მათემატიკური მოდელი წრფივი დიფერენციალური განტოლებების ან მეორე რიგის კერძო წარმოებულიანი უტოლობას სახით. როგორც ცნობილია, ფართო კლასის ფუნდამენტალური ფიზიკური პროცესების

კლასიფიკაცია დაკავშირებულია ასეთი ტიპის განტოლებების ან უტოლობების განსაზღვრებებთან. მართვის ოპტიმალურ სისტემებში პროცესებსა და ფიზიკურ პროცესებს შორის კავშირი საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ მართვის ოპტიმალური დისიპატიური სისტემების ახალი კლასიფიკაცია, რომლებიც დაფუძნებულია ბუნების ფუნდამენტალურ კანონებზე. ოპტიმალური სისტემების ანალიზისა და სინთეზისადმი ასეთი მიდგომა პასუხობს მართვის თეორიის განვითარების თანამედროვე დონეს, რომელიც დაკავშირებულია მართვის ფიზიკური თეორიის განვითარებასთან [29]. ოპტიმალური მართვის სინთეზის შემოთავაზებულ მეთოდს გააჩნია ანალიტიკური თვისებები, რომელიც განასხვავებს მას არსებული ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (ОРАК)-ის მეთოდებისაგან.

გადავიდეთ ორაკ-ის პრობლემების გადაწყვეტის ახალ მიდგომაზე, რომელიც ეფუძნება სინთეზირებულ ოპტიმალურ სისტემებში დისიპატიურობის ფიზიკურ თვისებას. ეს თვისება განეკუთვნება მართვის ზოგად სინერგეტიკულ თეორიის ერთ-ერთ საკვანძო საკითხს. ქვემოთ განხილული თეორია ეყრდნობა დისიპატიური სისტემების თვისებას და შეიძლება დახასიათებულ იქნას როგორც ოპტიმალური მართვის სინერგეტიკული თეორიის ერთი ნაწილი.

დაუშვათ მართვის ობიექტი აღიწერება დიფერენციალური განტოლებებით, რომელიც ჩაწერილია ვექტორულ-მატრიცული ფორმით:

$$\dot{x} = (t) = f(x) + G(x)u \tag{2.1}$$

სადაც $x=(x_1,\dots,x_n)^T$, $u=(u_1,\dots,u_n)^T$-შესაბამისად ფაზური კორდინატების და მართვების ვექტორებია; $f(x,u)=(f_1(x,u), f_2(x,u),\dots f_n(x,u))^T$–ვექტორ-ფუნქცია; $G(x)=(g_{ij}(x))$-$n\times m$ განზომილების მატრიცაა.

მართვის ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი სახით: მოიძებნოს მართვის კანონი $u=u(x)$, რომელსაც გადაყავს (2.1) ობიექტი ნებისმიერი საწყისი $x(0)=x_0$ მდგომარეობიდან, ფაზური

სივრცის $x=0$ კორდინატთა სათავეში, უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის ასიმპტოტიკურ მდგრადობას და მინიმუმს ანიჭებს ფუნქციონალს

$$I=\int_0^\infty\left(F_0(x)+\langle u,Du\rangle\right)dt \tag{2.2}$$

აქ $F_0(x)$ ნიშანგანსაზღვრული x-ის მიმართ დადებითი ფუნქციაა. $D=diag(d_{ii})$ განტოლების დიაგონალური მატრიცაა, $m{\times}m$; $\langle .,.\rangle$ ვექტორების სკალარული წარმოებულია.

ოპტიმალური მართვის სინთეზის ფორმულირებული ამოცანა წარმოადგენს ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ცნობილ ამოცანას. ოპტიმალური სისტემების სინთეზში ყველაზე მეტი გავრცელებულია (ორაკ) ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პროცედურა, რომელიც დაფუძნებულია დინამიკური პროგრამირების მეთოდზე. სინთეზის მოცემული პროცედურის მთავარ ნაწილს წარმოადგენს ფუნქციონალური განტოლების ამონახსნის მოძებნა გარკვეული – დადებითი ფუნქციის სახით, რომელიც იქნება ლიაპუნოვის ოპტიმალურ ფუნქცია ჩაკეტილი ოპტიმალური მართვის სისტემებისათვის რეგულატორები რომლებიც აგებულია ლიაპუნოვის ოპტიმალური ფუნქციების საფუძველზე უზრუნველყოფენ ასიმპტოტურ მდგრადობას და კონსტრუირებული სისტემების ხარისხის ფუნქციონალს ანიჭებენ ოპტიმალურობის თვისებას.

მართვის წრფივი სტაციონალური ობიექტების შემთხვევაში, ლიაპუნოვის ოპტიმალურ ფუნქციას ირჩევენ განსაზღვრული დადებითი კვადრატული ფორმით $v(x)=x^TCx$. თუ ასეთ ფორმას ჩავსვამთ ძირითად ფუნქციონალურ განტოლებაში და კოეფიციენტების გაეუტოლებთ ნულს, მივიღებთ სხვადასხვა ხარისხის მქონე ბაზური კოორდინატების მიმართ რიკატის ტიპის არაწრფივი ალგებრული განტოლებათა სისტემას. განტოლებების ასეთი ტიპის სისტემის ამოხსნის მეთოდების შეფა-

სება და მათთან დაკავშირებული პრობლემები აღწერილია [9.14] ნაშრომში, სადაც, აღნიშნულია, რომ ასეთი ტიპის განტოლებათა სისტემის ამოხსნის უნივერსალური მეთოდი ჯერ-ჯერობით არ არსებობს.

მართვის წრფივი არასტაციონალური ობიექტებისათვის ლიაპუნოვის ფუნქციას ეძებენ დადებითად განსაზღვრული კვადრატული ფორმის სახით $v(x)=x^TC(t)x$. ამ შემთხვევაში ღებულობენ რიკატის ტიპის ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას-რომლის საწყისი პირობა განისაზღვრება ფუნქციონალის ტერმინალური წევრის სახის მიხედვით. მისი ამოხსნისათვის სარგებლობენ ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრირების რიცხვით მეთოდს (ეილერის, რუნგე-კუტას და ა.შ.) ამ შემთხვევაში გვაქვს არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის კოშის ამოცანა. ასეთი სისტემების ამოხსნის პროცედურას ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში გააჩნია თავისი თავისებურებები და სიძნელეები, რომლებიც დაკავშირებულნი არიან სიზუსტესთან, მდგრადობასთან და ა.შ.

თუ მართვის ობიექტი აღიწერება რთული არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემით (2.1), მაშინ, ამ შემთხვევაში არ არსებობს ლიაპუნოვის ოპტიმალური ფუნქციის განსაზღვრის რეგულარული მეთოდი. ეს დაკავშირებულია ძირითადი ფუნქციონალური განტოლების ამოხსნის აუცილებლობასთან, რომელიც წარმოადგენს კერძო წარმოებულებიან არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებას, ასეთი კლასის განტოლებების ამოხსნა დაკავშირებულია დიდ სიძნელეებთან. ასე რომ ლეტოვ-კალმანის ОРАК-ის მეთოდის გამოყენება არაწრფივი ობიექტების მართვის სინთეზისათვის კრიტერიუმი (2.2)-ის მიხედვით დაკავშირებულია მნიშვნელოვანი წინააღმდეგობასთან, ძირითადი ფუნქციონალური განტოლების რიცხვითი და უფრო მეტად ანალიზურ ამონახსნებთან ძიებაში [25].

მართვის არაწრფივი ობიექტების ოპტიმალური ალგორითმების სინთეზის პრობლემის გადაწყვეტამ მიგვიყვანა ОРАК-ის მეთოდის შექ-

მნასთან, სადაც ოპტიმიზირებულ ფუნქციონალს გააჩნია ნახევრადგან-საზღვრული სახე. ამ შემთხვევაში სინთეზის ამოცანა დაიყვანება კერ-ძოწარმობულებიანი წრფივი განტოლების ამოხსნამდე, რაც საშუა-ლებას გვაძლევს ზოგიერთი კლასის არაწრფივი ობიექტების მართვის მოსაძებნად ავაგოთ სინთეზის რიცხვითი პროცედურები.

ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ლეტოვ-კალმანის მეთოდი დაფუძნებულია ლიაპუნოვის წონასწორობის თეორიისა და ოპტიმალური მართვის თეორიის ერთობლივი გამოყენების კონცეპციაზე. ასეთი მიდგომა ავტომატური მართვის თეორიის ორი ძირითადი მიმართულების შერწყმამ ერთ შესაძლებელი გახადა ლიაპუნოვის ოპტიმალური ფუნქციის შემოტანამ. ფაზური სივრცის წერტილი $x=0$, რომელშიც მინიმალურ მნიშვნელობას ღე-ბულობს, როგორც ხარისხის ფუნქციონალი (2.2), ასევე ლიაპუნოვის ოპტიმალური ფუნქცია, წარმოადგენს წონასწორობის მდგრად წერტილს. ეს ნიშნავს, რომ ჩაკეტილი მართვის ოპტიმალური სისტემების ტრაექტორიები მიიზიდება მდგრადი წონასწორობის ამ წერტილისკენ-ატრაქტორისკენ მის ფაზურ სივრცეში.

სინთეზირებული ჩაკეტილი ოპტიმალური მართვის სისტემა ზოგად შემთხვევაში თვითონ წარმოადგენს დინამიკურ სისტემას, რომ-ლებიც აღიწერება წრფივი დიფერენციალურ ვექტორულ-მატრიცული განტოლებით.

$$\dot{x}(t) = \varphi(x)\,, \tag{2.3}$$

სადაც $\varphi(x) = f(x) + G(x)u(x)$; $u(x)$ – მართვის ოპტიმალური კანონების ვექტორია.

(2.3) სისტემის ფაზური ტრაექტორიების ყოფაქცევა, ხასიათდება ვექტორული ველით $\varphi(x) = (p_1(x),..., p_1(x))^T$. ამიტომ ტრაექტორიის შესას-წავლად მოცემული სისტემის ფაზურ სივრცეში შეიძლება შემოვიტა-ნოთ ველის თეორიის ზოგიერთი მაჩვენებლები. კერძოდ, რადგანაც ჩა-კეტილი ოპტიმალური სისტემა ასიმპტოტურად მდგრადია, მაშინ მისი

ტრაექტორიის ყოფაქცევის შესაფასებლად ყველაზე უფრო მისაღებია ისეთი მაჩვენებლის შემოტანა, როგორიცაა ვექტორის დივერგენცია $\varphi(x)(div\varphi(x))$. რომელიც ახასიათებს ფაზური ტრაექტორიების კლებადობას წონასწორობის მდგრადი წერტილის შემოგარენში. შემოტანილი ვექტორული ველის $div\varphi(x)$ მაჩვენებელი საშუალებას გვაძლევს გავუკეთოთ ფორმულირება შემდეგ მტკიცებულებას [28].

ასიმპტოტური მდგრადობის აუცილებელ პირობას წარმოადგენს წონასწორობის წერტილის $x=0$-ს უარყოფითობა ზოგიერთ Ω არეში, რომლისთვისაც წერტილი $x=0$ წარმოადგენს ზღვრულს.

ჩაკეტილი ოპტიმალური სისტემა (2.3) სინთეზირებული ლეტოვ-კელმანის ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდი დისიპატიურია. ე.ი. მისთვის სრულდება უტოლობა

$$div\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i}\bigg|_{x \in \Omega} < 0, \tag{2.4}$$

ჩაკეტილი ოპტიმალური სისტემა (2.3), რომელიც (2.4) უტოლობას აკმაყოფილებას, ვუწოდებთ ჩაკეტილ ოპტიმალურ დისიპატიურ სისტემას. ასე, რომ დისიპატიური სისტემებისათვის დივერგენცია (2.4) ყოველთვის უარყოფითი სიდიდეა, რომელიც ახასიათებს ფაზური მოცულობის შეკუმშვის სიჩქარეს. ასეთ შემთხვევაში ყველა ტრაექტორიები აუცილებლად მიიზიდებიან რომელიღაც მიმზიდავი სიმრაელისკენ-ატრაქტორისკენ ფაზურ სივრცეში, ხოლო მისი განზომილებები ყოველთვის ნაკლებია საწყისი სისტემის განზომილებებთან შედარებით.

დინამიკური სისტემების თანამედროვე თეორიაში დისიპატიურ სისტემებს უკავიათ განსაკუთრებული ადგილი, რომელიც ბოლო პერიოდში სწრაფად ვითარება. უკანასკნელი პერიოდში წარმოიშვნენ და ვითარდებიან ისეთი მეცნიერული მიმართულებები, რომლებიც დაკავშირებული არიან არაწრფივ დინამიკასთან, ასეთებია სინერგეტიკა სოლიტონიკა და კატასტროფების თეორია. აუცილებელია ავღნიშნოთ რომ დისიპატიური სისტემები განეკუთვნებიან ყველაზე ნაკლებად შესწავ-

ლილი დინამიკური სისტემების კლასს, ამასთან ერთად ის წარმოადგენს უფრო ფართო კლასს კონსერვატიული და ერგოდიული სისტემების კლასთან შედარებით. მასთან ერთად შეგვიძლია ვამტკიცოთ, რომ ბოლო ორი დინამიკური სისტემის კლასი წარმოადგენენ დისიპატიური სისტემების ერთგვარ იდეალიზაციას. ნათქვამიდან გამომდინარეობს, რომ დისიპატიური სისტემები და აგრეთვე მისი ქვექლასი-ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური სისტემები, ასრულებენ მნიშვნელოვან როლს როგორც დინამიკური სისტემების ზოგად თეორიაში და ასევე განსაკუთრებით მართვის სინერგეტიკულ თეორიაში [30].

2.2. ოპტიმალური დისიპატიური სისტემების კლასიფიკაცია

ოპტიმალური სისტემები მათი ექსტრემალურ-ფუნქციონალური მახასიათებლების მიხედვით დაყოფილნი არიან კლასებად, მაგალითად, ოპტიმალურები სწრაფმოქმედების, ენერგიისა საწვავის ხარჯის მიხედვით, და ა.შ. ოპტიმალური მართვის სისტემებისა და მათი კლასიფიკაციისადმი ასეთი მიდგომა საკმარისია სისტემების მომხმარებლებისათვის, მაგრამ შეზღუდულია მათი დამმუშავებლებისთვის. ეს დაკავშირებულია, პირველ რიგში, იმასთან რომ ოპტიმალური სისტემების შექმნისას კონსტრუქტორს გააჩნია ინფორმაცია ექსტრემალური პროცესების მახასიათებლებზე, მაგრამ არ ფლობენ ცოდნას ამ პროცესების კავშირზე ბუნების ფუნდამენტალურ კანონებთან.

ამ პარაგრაფში განხილულია ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების კლასიფიკაციის საწყისები, რომლებიც და-

ფუძნებულია კერძო წარმოებულიანი (2.5) მეორე რიგის დიფერენციალური უტოლობის გამოკვლევაზე.

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_i}-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(G(x)D^{-1}G^T(x)\frac{\partial v}{\partial x}\right)<0. \tag{2.5}$$

გადავწეროთ (2.5) უტოლობა შემდეგი სახით

$$\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x)v_{x_ix_j}+\sum_{j=1}^{n}b_j(x)v_{x_j}+c(x)>0, \tag{2.6}$$

სადაც

$$a_{ij}(x)=\sum_{i=1}^{m}\frac{g_{ik}(x)g_{jk}(x)}{2d_k} \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
&b_j(x)=\sum_{k=0}^{m}\left(\frac{g_{ij}(x)}{d_k}\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_j}+\frac{1}{2d_k}\frac{\partial}{\partial x_{n+1-j}}\left(\prod_{i=1}^{n}g_{ik}(x)\right)\right),\\
&c(x)=-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_i},\\
&v_{x_j}=\frac{\partial v}{\partial x_i},\, v_{x_ix_j}=\frac{\partial v}{\partial x_i\partial x_j},\, x\in\Omega
\end{aligned} \tag{2.8}$$

განვიხილოთ მეორე რიგის ოპერატორი

$$L[v]=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}(x)v_{x_ix_j}+\dots \tag{2.9}$$

და დიფერენციალური უტოლობა

$$L[v]>0, \tag{2.10}$$

სადაც წერტილები აღნიშნავენ დიფერენცირების მეორე რიგის ოპერატორს v-სთან მიმართებით. ოპერატორი, რომელიც შეიცავს მხოლოდ მეორე რიგის წარმოებულებს, იწოდებიან დიფერენციალური ოპერატორის მთავარ ნაწილად (2.9). ამ სახის დიფერენციალური ოპერატორების კლასიფიკაცია განისაზღვრება იმის მიხედვით, თუ როგორ მოქმედებს

$$y_i=t_i(x_1,\dots x_n)\ (i=1,2,\dots,n) \tag{2.11}$$

ცვლადების გარდასახეა დიფერენციალური ოპერატორის ფორმაზე $P:(x^P)=\left(x_1^P,...,x_n^P\right)$ ზოგიერთ წერტილში. აღენიშნოთ l_{ik} $\frac{\partial l_i}{\partial x_k}$ მივიღებთ,

$$v_{x_i}=\sum_{l=1}^{n} l_{ij}v_{y_j}, \qquad v_{x_kx_l}=\sum_{i,j=1}^{n} l_{ji}l_{ik}v_{y_iy_j}+...,$$

სადაც წერტილები ცვლიან წევრებს, რომლებიც შეიცავენ v ფუნქციის წარმოებულებს, არა უმეტეს პირველი ხარისხისა. (2.11) გამოსახულება (2.9) ოპერატორის მოქმედებით, დადის შემდეგ სახემდე:

$$L_1[v]=\sum a_{ij}\left(y^P\right)v_{y_iy_j}+..., \tag{2.12}$$

სადაც კოეფიციენტი $a_{ij}\left(y^P\right)$ გამოისახება ფორმულით:

$$a_{ij}\left(y^P\right)=\sum_{l,j=1}^{n} t_{jl}t_{ik}a_{ik}\left(x^P\right) \tag{2.13}$$

ამგვარად, ოპერატორის მთავარი ნაწილის $L[v]$ კოეფიციენტები x^P წერტილში გარდაიქმნება ისევე, როგორც კვადრატული ფორმის კოეფიციენტები

$$Q=\sum_{i=1}^{n} a_{ij}z_iz_j \tag{2.14}$$

თუ კოეფიციენტები Z_i დაექვემდებარება აფინურ წრფივ გარდაქმნას

$$z_i=\sum_{l=1}^{n} l_{ik}\eta_l \tag{2.15}$$

(2.15) ტიპის კვადრატული ფორმა აფინური გარდაქმნის დახმარებით შეგვიძლია მივიყვანოთ კანონიკურ სახემდე.

$$Q=\sum_{l=1}^{n} \lambda_i\eta_l \tag{2.16}$$

სადაც კოეფიციენტები ღებულობენ მხოლოდ მნიშვნელობებს +1, -1 ან 0. უარყოფითი კოეფიციენტების რიცხვს, რომელსაც ეწოდება ინერციის

ინდექსი და აგრეთვე კოეფიციენტების რაოდენობას, რომლებიც გარდაიქმნებიან ნულის ტოლად, წარმოადგენენ ფორმის აფინურ ინვარიანტებს. ეს რიცხვები ახასიათებენ დიფერენციალურ ოპერატორს x^p– წერტილში.

დიფერენციალურ ოპერატორს ეწოდება ელიპტიკური x^p – წერტილში თუ λ_i ყველა მნიშვნელობები მარტო დადებითებია, ან მხოლოდ უარყოფითები. დიფერენციალურ ოპერატორს ეწოდება ჰიპერბოლიკური, თუ λ_i-ის ყველა მნიშვნელობას გააჩნიათ ერთი ნიშანი მაგალითად დადებითი, ერთის გამოკლებით, რომელიც უარყოფითია, დიფერენციალურ ოპერატორს ეწოდება პარაბოლიური, თუ Q-ს ფორმა სინგულარულია, ე.ი. ერთი ან რამოდენიმე λ_i კოეფიციენტები გადაიქცევა ნულად. დიფერენციალური ოპერატორის (2.9) კლასიფიკაცია უშუალოდ გადადის დიფერენციალურ უტოლობა (2.10)-ში. მოვახდინოთ დიფერენციალური უტოლობა (2.6)-ის კლასიფიკაცია, ამისათვის განვიხილოთ სკალარული და ვექტორული მართვის შემთხვევა ცალ-ცალკე.

<u>სკალარული მართვა.</u> სკალარული მართვისას დიფერენციალური უტოლობის (2.6)-ის კოეფიციენტები (2.7) ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$a_{ij}\left(x^p\right)=\frac{g_i\left(x^p\right)g_j\left(x^p\right)}{2d},x^p\in\Omega \tag{2.17}$$

იმისათვის, რომ მოვახდინოთ დიფერენციალური (2.6) უტოლობის კლასიფიცირება, (2.7) კოეფიციენტებით, განვსაზღვროთ კოეფიციენტები λ_i. ამისათვის ამოვხსნათ განტოლება

$$\det\left[A-\lambda E\right]=0\,, \tag{2.18}$$

სადაც

$$A=\frac{1}{2d}\begin{bmatrix} g_1^2 & g_1g_2 & g_1g_n \\ g_2g_1 & g_2^2 & g_2g_n \\ & & \\ g_ng_1 & g_ng_2 & g_n^2 \end{bmatrix}$$

g_i – $g_i(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობა წერტილში x^p, E – ერთეულოვანი მატრიცაა.

გადავწეროთ (2.18) განტოლება შემდეგი სახით:

$$\lambda^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} g_i^2+2\lambda d\right)=0 \tag{2.19}$$

საიდანაც გამომდინარეობს

$$\begin{cases}\lambda_i=0, i=1,2,\ldots,n-1\\ \lambda_n=-\dfrac{1}{2d}\sum_{i=1}^{n} g_i^2<0\end{cases}$$

კანონიკურ ფორმამდე დაყვანის შემდეგ გვექნება

$$\begin{cases}\lambda_i=0, i=1,2,\ldots,n-1\\ \quad\lambda_n=1\end{cases} \tag{2.20}$$

ამრიგად, სკალარული მართვის შემთხვევაში დიფერენციალური უტოლობა (2.6) მიეკუთვნება პარაბოლურ ტიპს. აქედან გამომდინარეობს, რომ ოპტიმალურ დისიპატიურ სისტემებში სკალარული მართვით შესაძლებელია მიმდინარეობდნენ პროცესები, რომლებიც შეიძლება განვსაზღვრული იქნან, როგორც პარაბოლური. ფიზიკაში პარაბოლური განტოლებებით აღიწერება დიფუზიური ტიპის ამოცანები.

ამგვარად, ოპტიმალური სისტემები სკალარული მართვით, რომლებშიც მიმდინარეობენ პარაბოლური ტიპის მოვლენები. შეიძლება მივაკუთვნოთ დიფუზიური ტიპის ოპტიმალურ სისტემებს.

ვექტორული მართვა: ვექტორული მართვისა შემთხვევაში დიფერენციალური უტოლობის (2.6) მთავარი ნაწილის კოეფიციენტები განისაზღვრებიან (2.7) ფორმულით რომელიღაც Ω არის წერტილებში. ისევე როგორც სკალარული მართვის შემთხვევაში დიფერენციალური უტოლობის (2.6) კლასიფიკაციისათვის აუცილებელია მოიძებნოს კოეფიციენტი λ_i. (2.18) განტოლების ამოხსნით, სადაც მატრიცა A-ს აქვს სახე

$$A=\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{1k}^2}{2d_k} & \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{1k}g_{2k}}{2d_k} & \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{1k}g_{nk}}{2d_k} \\ \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{2k}g_{1k}}{2d_k} & \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{2k}^2}{2d_k} & \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{2k}g_{nk}}{2d_k} \\ \\ \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{nk}g_{1k}}{2d_k} & \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{nk}g_{2k}}{2d_k} & \sum_{k=1}^{m}\frac{g_{nk}^2}{2d_k} \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

შემოვიფარგლოთ შემთხვევით *n=2,3*. *n=2* შემთხვევაში მატრიცა *G(x)* ვექტორული მართვის ზემოქმედებით, ზოგად შემთხვევაში აქვს სტრუქტურა

$$G(x)=\begin{bmatrix} g_{11}(x) & g_{12}(x) \\ g_{21}(x) & g_{22}(x) \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

ხოლო (2.18) განტოლება ღებულობს სახეს:

$$\lambda^2-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{g_{ij}^2}{d_j}\lambda+\frac{1}{2^2}\frac{1}{\prod_{i=1}^{2}d_i}\Delta^2=0 \tag{2.23}$$

რომელშიც კოეფიციენტები უცნობი λ-ს შემთხვევაში განისაზღვრება ყოველი $P:(x')$ Ω-არეში;. Δ-მატრიცის განსაზღვრულია (2.22).

ვიეტას ფორმულის თანახმად გვაქვს

$$\begin{cases} \lambda^2-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\frac{g_{ij}^2}{d_j}=\sum_{i=1}^{2}\lambda_i>0 \\ \frac{1}{2^2}\frac{\Delta^2}{\prod_{i=1}^{2}}=\prod_{i=1}^{2}\lambda_i>0 \end{cases} \tag{2.24}$$

საიდანაც გამომდინარეობს რომ (2.19) განტოლების ფესვებისათვის უნდა განვიხილოთ ორი შემთხვევა:

1) თუ $\Delta\neq0$, მაშინ $\lambda_1>0$, $\lambda_2>0$

2) $\Delta=0$, მაშინ $\lambda_1=0$, $\lambda_2>0$ *ან* $\lambda_1>0$, $\lambda_2=0$

პირველ შემთხვევაში უტოლობა (2.6) განეკუთვნება ელიფსურ ტიპს და შესაბამისად მეორე რიგის ჩაკეტილ ოპტიმალურ დისიპატიურ სისტემებში $\Delta\neq0$ პირობისათვის შესაძლებელია პროცესები, რომლებიც შეიძლება განისაზღვროს როგორც ელიფსური. მეორე შემთხვევაში

როცა $\Delta=0$, სინთეზირებულ ოპტიმალურ დისიპატიურ სისტემებში გააჩნია პარაბოლური თვისებები.

განვიხილოთ ეხლა მესამე რიგის ობიექტი ვექტორული განტოლებით და მატრიცით

$$G(x)=\begin{bmatrix} g_{11}(x) & g_{12}(x) & g_{13}(x) \\ g_{21}(x) & g_{22}(x) & g_{23}(x) \\ g_{31}(x) & g_{32}(x) & g_{33}(x) \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

ამ შემთხვევაში განტოლება (2.18) ღებულობს სახეს:

$$\lambda^3-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{d_i}\sum_{j=1}^{3}g_{ij}^2\lambda^2+\frac{1}{2^2}\frac{1}{\prod\limits_{k\in(1,2,3)\setminus i}d_k}\Delta_{ij}^2\lambda-\frac{1}{2^3}\frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{3}d_i}\Delta^2=0 \tag{2.26}$$

სადაც Δ_{ij}- ელემენტ g_{ij}-ის მინორია Δ მატრიცით განმსაზღვრელი (2.25).

(2.26) განტოლებისათვის სრულდება ვიეტას ფორმულა

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1}^{3}\dfrac{1}{d_i}\sum\limits_{j=1}^{3}g_{ji}^2=\sum\limits_{i=1}^{3}\lambda_i>0 \\ \dfrac{1}{2^2}\sum\limits_{i=1}^{3}\dfrac{1}{\prod\limits_{k\in(1,2,3)\setminus i}d_k}\sum\limits_{j=1}^{3}\Delta_{ji}^2=\sum\limits_{i=1}^{3}\prod\limits_{k\in(1,2,3)\setminus i}\lambda_j>0 \\ \dfrac{1}{2^2}\left(\prod\limits_{i=1}^{3}d_i\right)^{-1}\Delta^2=\prod\limits_{i=1}^{3}\lambda_i>0 \end{cases} \tag{2.27}$$

როგორც (2.27) ფორმულიდან გამომდინარეობს (2.26) განტოლების ფესვებისათვის შესაძლებელია არსებობდეს ორი შემთხვევა:

1) თუ $\Delta\neq0$, მაშინ $\lambda_1>0$, $\lambda_2>0$, $\lambda_3>0$

2) $\Delta=0$, მაშინ $\lambda_i>0$, $\lambda_j=0$, $\lambda_k=0$, $i\neq j\neq k$; $i, j, k=1,2,3$

ან $\lambda_i>0$, $\lambda_j=0$, $\lambda_k=0$, $i\neq j\neq k$; $i, j, k=1,2,3$

პირველ შემთხვევაში უტოლობა (2.6) წარმოადგენს ელიფსურს, შესაბამისად მოცემულ სისტემაში შესაძლებელია ელიპსური ტიპის პროცესები. მეორე შემთხვევაში უტოლობა (2.6)-პარაბოლურია, შესაბამისად, ამ შემთხვევაში სისტემებში შეიძლება მიმდინარეობდეს პარაბოლური ტიპის პროცესები.

პროცესები, რომლებიც მიმდინარეობენ მართვის ჩაკეტილ ოპტიმალურ სისტემებში, დაფუძნებულნი არიან (2.6) უტოლობის ტიპის

კლასიფიკაციაზე რომლებიც საფუძველს უყრის ფიზიკო-მათემატიკურ მიდგომას ახალ თანამედროვე ოპტიმალური მართვის თეორიაში.

(2.6)-ტიპის უტოლობების კლასიფიკაცია უდევს საფუძვლად აგრეთვე ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების სინთეზის მეთოდს.

2.3. ჩაკეტილი ოპტიმალური მართვის დისიპატიური სისტემების სინთეზი

განვიხილოთ ოპტიმალური მართვის ამოცანა, რომელიც მოცემულია შემდეგი პირობებით (2.28)

$$\begin{cases} J = \int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^n c_i x_i^2 + du^2 \right) dt, \\ \dot{x}_k(t) = \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i + b_k u, k = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \tag{2.29}$$

სადაც $x=(x_1,...x_n)^T$ – ობიექტის მდგომარეობის კორდინატების ვექტორია, U – მმართველი ზემოქმედებაა (მართვა) ობიექტზე; a_{ki}, b_k, c_i, d – მუდმივებია.

საჭიროა განისაზღვროს მართვის კანონი $u=u(x_1,...x_n)^T$ უწყვეტი ფუნქციების კლასში, რომელიც უზრუნველყოფს (2.29) ობიექტის გადაყვანას ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან კოორდინატთა სათავეში და ანიჭებს მინიმუმს (2.28) ფუნქციონალს.

ჩავწეროთ ამოცანა ოპტიმალური რეგულატორის ანალიზური კონსტრუირების მთავარი ფუნქციონალური განტოლების სახით

$$\min_u\left[\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}a_{ki}x_i\frac{\partial v}{\partial x_k}+\sum b_k u\frac{\partial v}{\partial x_k}+\sum_{i=1}^{n}c_i x_i^2+du^2\right]=0 \qquad (2.30)$$

(2.30) განტოლებაში u -ს მიმართ მინიმუმი მიიღწევა მაშინ, როცა

$$u=-\frac{1}{2d}\sum_{k=1}^{n}b_k\frac{\partial v}{\partial x_k}. \qquad (2.31)$$

იმისათვის რომ მოვძებნოთ მართვა u, აუცილებელია მოიძებნოს ფუნქცია $v=v(x)$, რომელიც აკმაყოფილებს კერძო წარმოებულიან განტოლებას

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}a_{ki}x_i\frac{\partial v}{\partial x_k}-\frac{1}{4d}\left(\sum_{k=1}^{n}b_k\frac{\partial v}{\partial x_k}\right)^2+\sum_{i=1}^{n}c_i x_i^2=0 \qquad (2.32)$$

და სასაზღვრო პირობას

$$v(0)=0\ . \qquad (2.33)$$

(2.29) სისტემა (2.31) მართვის გათვალისწინებით ღებულობს სახეს:

$$\dot{x}_k=\sum_{i=1}^{n}a_{ik}x_i-\frac{b_k}{2d}\sum_{j=1}^{n}b_j\frac{\partial v}{\partial x_j}, k=1,2,...,n \qquad (2.34)$$

და არის ასიმპტოტურად მდგრადი. ე.ი.

$$x(\infty)=0. \qquad (2.35)$$

კლასიკური გაგებით ОრАპ-ის ამოცანა (2.32) განტოლებიდან დაიყვანება $\psi(x)$ ფუნქციის მოძებნამდე სასაზღვრო პირობით (2.33).

ცნობილია, რომ ჩაკეტილი (2.34) ოპტიმალური სისტემა (2.34) წარმოადგენს დისიპატიურს. ეს გვაძლევს საშუალებას შევავსოთ (2.32) განტოლება მეორე რიგის შემდეგი სახის წრფივი დიფერენციალური განტოლებით.

$$\sum_{i=1}^{n}a_{ii}-\sum_{j=1}^{n}\frac{b_i}{2d}\sum b_j\frac{\partial^2 v}{\partial x_i\partial x_j}<0\,, \qquad (2.36)$$

რომელიც წარმოადგენს (2.5) უტოლობას, ჩაწერილს (2.34) სისტემის მარჯვენა ნაწილისთვის.

ჩაკეტილი ოპტიმალური დისიპატიური სისტემების წრფივი ობიექტების მართვის დივერგენცია ვექტორული ველისათვის განსაზღვრულია (2.34) განტოლების მარჯვენა ნაწილით და წარმოადგენს მუდმივ სიდიდეს მთელს ფაზურ სივრცეში. (2.36) უტოლობიდან შეიძლება მივიღოთ შემდეგი სახის განტოლება:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \frac{b_i}{2d} \sum b_j \frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_j} + c = 0. \tag{2.37}$$

ამგვარად, მართვის წრფივი ობიექტისთვის ОРАК-ის ამოცანის ამოხსნა შეგვიძლია დავიყვანოთ სისტემის ამოხსნამდე.

ОРАК-ის ამოცანის ამოხსნა დავიწყოთ (2.38)–(2.40) განტოლებათა სისტემის პირველი განტოლებიდან. მისი ამოხსნა საშუალებას მოგვცემს განვსაზღვროთ $U(x)$ ფუნქციის სტრუქტურა. მოცემული განტოლება წარმოადგენს მუდმივი კოეფიციენტებიან მეორე რიგის წრფივ განტოლებას.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \frac{b_i}{2d} \sum b_j \frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_j} + c = 0 & (2.38) \\ \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i \frac{\partial v}{\partial x_k} - \frac{1}{4d} \left(\sum_{k=1}^{n} b_k \frac{\partial v}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{i=1}^{n} c_i x_i^2 = 0 & (2.39) \\ v(0) = 0 & (2.40) \end{cases}$$

როგორც ცნობილია [33], მეორე რიგის განტოლების ამოხსნა ემყარება ამ განტოლებების კანონიკურ სახემდე დაყვანის შესაძლებლობას. (2.38) განტოლების შესაბამის კვადრატული ფორმა.ს აქვს სახე:

$$Q = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} b_{ki} t_i t_k \tag{2.41}$$

სადაც $b_{ik} = b_i^2$ როცა $i = k; b_{ik} = b_i b_k$ როცა $i \neq k$

(2.41) კვადრატული ფორმა შეიძლება დავიყვანოთ კვადრატების ჯამზე

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tau_i^2 \tag{2.42}$$

ცნობილი წრფივი გარდაქმნების გამოყენებით

$$t_k = c_{1k}\tau_1 + \ldots + c_{nk}\tau_n, k = 1,2,\ldots,n. \quad (2.43)$$

თუ x_i-ის ნაცვლად გარდასახვის

$$y_k = c_{k1}x_1 + \ldots + c_{kn}x_n, k = 1,2,\ldots,n. \quad (2.44)$$

გამოყენებით შემოვიტანოთ ახალ დამოუკიდებელ ცვლადებს y_i, მაშინ ამ პირობების გამოყენების შედეგად (2.38) განტოლება გარდაიქმნება შემდეგი სახით

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ii} - \frac{1}{2d}\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum b_j \frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_j} + c = 0. \quad (2.45)$$

განვიხილოთ უფრო დაწვრილებით (2.38) განტოლებიდან (2.45) კანონიკურ განტოლებაზე გადასვლის ტექნიკა მეორე რიგის ობიექტის მაგალითზე. ამ შემთხვევაში (2.38) განტოლება ღებულობს სახეს:

$$2d(a_{11} + a_{22}) - b_1^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} - 2b_1 b_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} - b_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + 2dc = 0 \quad (2.46)$$

ხოლო (2.41) კვადრატული ფორმას, რომელიც შეესაბამება მოცემულ განტოლების აქვს სახეს

$$Q = b_1^2 t_1^2 + 2b_1 b_2 t_1 t_2 + b_2^2 t_2^2. \quad (2.47)$$

ამ ფორმის შესაბამისი მატრიცას აქვს სახე:

$$A = \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1 b_2 \\ b_2 b_1 & b_2^2 \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

მახასიათებელ განტოლებას

$$|A - \lambda E| = \lambda^2 - \lambda b_1^2 - \lambda b_2^2 = 0 \quad (2.49)$$

გააჩნია ფესვები $\lambda_1=0$, $\lambda_2 = b_1^2 + b_2^2$. განტოლებიდან

$$Ac_i = \lambda_i c_i; i = 1,2 \quad (2.50)$$

$\lambda_1=0$, $\lambda_2 = b_1^2 + b_2^2$, მნიშვნელობებისათვის მოვძებნოთ საკუთრივი ვექტორები $c_1 = (c_{11}, c_{22})^T$ და $c_2 = (c_{21}, c_{22})^T$).

$\lambda_1=0$-თვის მივიღებთ განტოლებათა სისტემას

$$\begin{cases} b_1^2 c_{11} + b_1 b_2 c_{12} = 0 \\ b_1 b_2 c_{12} + b_2^2 c_{12} = 0 \end{cases} \quad (2.51)$$

(2.51) სისტემის ამოხსნით მოვნახოთ საკუთრივი C_1- ვექტორის კოორდინატები. მივიღებთ $c_{12}=-\frac{b_1}{b_2}c_{11}$, $c_1=(c_{11},c_{12})^T=\left(c_{11},-\frac{b_1}{b_2}c_{12}\right)^T=c_{11}\left(1,-\frac{b_1}{b_2}\right)^T$. დავუშვათ $C_{11}=1$, საბოლოოდ მივიღებთ

$$c_1=\left(1,-\frac{b_1}{b_2}\right)^T$$

ანალოგიურად, $\lambda_2=b_1^2+b_2^2$ პირობის შემთხვევაში ვპოულობთ საკუთრივ c_2 ვექტრს, რომელსაც აქვს სახე

$$c_2=\left(1,\frac{b_1}{b_2}\right)^T.$$

C_1 და C_2 საკუთრივი ვექტორები არიან ორთოგონალურები, მართლაც:

$$(c_1,c_2)=1\cdot 1-\frac{b_1}{b_2}\cdot\frac{b_2}{b_1}=0$$

მოვახდინოთ საკუთრივი C_1 და C_2 ვექტორების ნორმირება

$$\|c_1\|=\frac{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}{b_2},\|c_2\|=\frac{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}{b_1}.$$

საბოლოოდ მივიღებთ A მატრიცის ორთოგონალურ საკუთრივ ვექტორებს, რომლებსაც აქვს სახე:

$$c_1=\begin{pmatrix}\frac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\\-\frac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\end{pmatrix},c_2=\begin{pmatrix}\frac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\\\frac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\end{pmatrix}. \tag{2.52}$$

ცნობილია, რომ ბაზისში, რომელიც შედგება მატრიცის ორთონორმირებული საკუთრივი ვექტორებისაგან, კვადრატული ფორმა დაიყვანება (2.43) კანონიკურ სახემდე. კანონიკურ გარდასახვას აქვს სახე:

$$\begin{cases}t_1=\frac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\tau_1+\frac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\tau_2\\t_2=\frac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\tau_1+\frac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\tau_2\end{cases} \tag{2.53}$$

თუ (2.53) ჩავსვამთ (2.47)-ში შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ კვადრატული ფორმა დაიყვანება (2.42) სახემდე, ე.ი.

$$Q=\left(b_1^2+b_2^2\right)y_2^2$$

(2.44)-ის გარდასახვები ღებულობენ სახეს:

$$\begin{cases} y_1=\dfrac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}x_1-\dfrac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}x_2 \\ y_2=\dfrac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}x_1+\dfrac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}x_2 \end{cases} \tag{2.54}$$

თუ გავითვალისწინეთ, რომ $\psi(x_1,x_2)$ ფუნქციის მეორე რიგის წარმოებულების x_i დამოუკიდებელი ცვლადის მიხედვით ახალ დამოუკიდებელ y_i – ცვლადზე გადასვლისას, (2.44) წრფივი გარდაქმნების მეშვეობით გამოითვლება ფორმულით

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_j}=\sum_{k,l=1}^{n} c_{ki}c_{lj}\frac{\partial^2 v}{\partial y_k \partial y_l}, \tag{2.55}$$

და მივიღებთ (2.46) განტოლების (2.45) კანონიკურ ფორმას. მას ექნება სახე:

$$\frac{b_1^2+b_2^2}{2d}\frac{\partial^2 v}{\partial y_2^2}-a_{11}-a_{22}-c=0. \tag{2.56}$$

მოვახდინოთ (2.56) განტოლების ინტეგრირება

$$v=\frac{d(a_{11}+a_{22}+c)}{b_1^2+b_2^2}y_2^2+q_1(y_1)y_2+q_2(y_1), \tag{2.57}$$

სადაც $q_1(y_1)$, $q_2(y_1)$ – გარკვეული დიფერენცირებადი ფუნქციებია. x_1, x_2 საწყის კორდინატებში (2.57) ფუნქცია ღებულობს სახეს:

$$v=\frac{d(a_{11}+a_{22}+c)}{\left(b_1^2+b_2^2\right)^2}\left(b_1x_1+b_2x_2\right)^2+q_1\left(\frac{b_2x_1-b_1x_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\right)\frac{b_2x_1-b_1x_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}+q_2\left(\frac{b_2x_1-b_1x_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2}}\right). \tag{2.58}$$

ამრიგად, მიღებულია მეორე რიგი მართვის წრფივი ობიექტისთვის $u(x_1,x_2)$ ფუნქციის სტრუქტურა.

როგორც გამოკვლევებმა გვიჩვენა [33] იმ შემთხვევებში როდესაც მართვის წრფივი ობიექტის რიგი $n>2$, შეიძლება (2.38)-ის ინტეგრირების შედეგად მიღებულ იქნეს $u(x)$ ფუნქციის სტრუქტურა. ეს დაკავში-

რებულია აგრეთვე (2.38) განტოლების (2.41) კვადრატული ფორმის ერთ-ერთ თვისებასთან. ამოვწეროთ ამ ფორმის შესაბამისი მატრიცა

$$A=\begin{bmatrix} b_1^2 & b_1b_2 & & b_1b_n \\ b_1b_2 & b_2^2 & & b_2b_n \\ & & & \\ b_1b_n & b_2b_n & & b_n^2 \end{bmatrix}. \tag{2.59}$$

A – მატრიცის მახასიათებელ განტოლებას ექნება სახე

$$|A-\lambda E|=\lambda^n-b_1^2\lambda^{n-1}-b_2^2\lambda^{n-1}-\ldots-b_n^2\lambda^{n-1}=0, \tag{2.60}$$

რომელსაც აქვს ფესვები $\lambda_1=\lambda_2=\ldots=\lambda_{n-1}=0, \lambda_n=\sum_{i=1}^{n}b_i^2$.

შესაბამისად, შეიძლება მოინახოს ისეთი წრფივი გარდაქმნა (2.44) რომელსაც (2.38) განტოლებას დაიყვანს შემდეგ სახემდე:

$$\frac{1}{2d}\sum_{i=1}^{n}b_i^2\frac{\partial^2 v}{\partial y_n^2}-\sum_{i=1}^{n}a_{ii}-c=0. \tag{2.61}$$

(2.61) განტოლება წარმოადგენს პარაბოლური ტიპის მეორე რიგის კერძო წარმოებულებინი დიფერენციალური განტოლებას. ამ განტოლების ამონახსნს აქვს სახე:

$$v=\frac{d}{\sum_{i=1}^{n}b_i^2}\left(\sum_{i=1}^{n}a_{ii}+c\right)y_n^2+q_1(y_1,\ldots,y_{n-1})y_n+q_2(y_1,\ldots,y_{n-1}) \tag{2.62}$$

სადაც $q_1(y_1,\ldots y_{n-1})$, $q_2(y_1,\ldots y_{n-1})$, არგუმენტების მიხედვით დიფერენცირებადი ფუნქციებია.

იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ $u=u(y_1,\ldots y_n)$, ფუნქციის სრული სახე, აუცილებელია (2.42) განტოლებაში $x_1,\ldots x_n$ კოდრინატებიდან გადავიდეთ $y_1,\ldots y_n$ კოდრინატებზე და ჩავსვათ მასში (2.62) გამოსახულება. შედეგად მივიღებთ ერთგვარ დიფერენციალურ ტოლობას, რომლისთვისაც ჩავატაროთ კოორდინატობრივი ჩაძირვის პროცედურა.

კორდინატობრივი ჩალაგების პროცედურა მდგომარეობს უცნობი ფუნქციების $q_1(y_1,\ldots y_{n-1})$, $q_2(y_2,\ldots y_{n-1})$-ების მუდმივით c განსაზღვრაში: ეს მეთოდი შემდეგში მდგომარეობს რადგანაც საძებნი ფუნქციები $q_1(y_1,\ldots y_{n-1})$, $q_2(y_2,\ldots y_{n-1})$-არ არიან დამოკიდებული y_n კორდინატაზე, მაშინ

(2.62) გამოსახულების (2.32)-ში ჩასმის შედეგად დიფერენციალურ განტოლებაში ვუტოლებთ 0-ს ამ კოორდინატების სხვადასხვა ხარისხების კოეფიციენტებს. მივიღებთ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, საიდანაც განვსაზღვრავთ ფუნქციის სტრუქტურას. $q_1(y_1,...y_{n-1})$, $q_2(y_2,...y_{n-1})$, რომელიც დამოკიდებულია ახალი $r_1(y_1,...y_{n-1})$, $r_2(y_2,...y_{n-1})$ და მუდმივ c-ზე. ჩავსვათ ფუნქციები $q_1(y_1,...y_{n-1})$, $q_2(y_2,...y_{n-1})$, დიფერენციალურ განტოლებაში და რადგანაც ამ შემთხვევაში ფუნქციები $r_1(y_1,...y_{n-1})$, $r_2(y_2,...y_{n-1})$ არ არიან დამოკიდებული y_{n-1} ცვლადზე. ნულს გავუტოლოთ y_{n-1} კოორდინატების სხვადასხვა ხარისხისას კოეფიციენტები. მივიღებთ დიფერენციალური განტოლებების ახალ სისტემას... ა.შ. კორდინატობრივი ჩალაგების ბოლო სტადიაზე მივიღებთ დიფერენციალურ განტოლებების სისტემას უცნობი ფუნქციების $K_1(y_1)$, $K_2(y_1)$ და მუდმივა c-ს. ამ სისტემის ამოხსნით მივიღებთ მუდმივის მნიშენელობას და $K_1(y_1)$, $K_2(y_1)$ ფუნქციის სახეს გარკვეული რომელიღაც c_1 მუდმივამდე სიზუსტით.

c_1-ი მუდმიეას სიდიდე შეიძლება განვსაზღვროთ, თუ გავითვალისწინებთ (2.33) სასაზღვრო პირობას.

კორდინატობრივი ჩალაგების პროცედურის დახმარებით $v=v(y_1,...y_n)$, ფუნქციის სრული სახის განსაზღვრის შემდგომ აუცილებელია $y_1,...y_n$ კორდინატებიდან $x_1,...,x_n$ კოორდინატებზე გადასვლა. საბოლოოდ მივიღებთ $v=v(x_1,...x_n)$, ფუნქციას რომლის ჩასმაც (2.31)-ში მოგვცემს $u=u(x_1,...x_n)$ საძებნ ოპტიმალურ მართვის კანონს.

2.4. ოპტიმალური დისიპატიური მართვის სისტემების ანალიზური კონსტრუირება

განვიხილოთ რიგი მაგალითები, რომლებიც გვაძლევენ საშუალებას შევაფასოთ მართვის ოპტიმალური დისიპატიური სისტემების სინთეზის მეთოდის ეფექტურობა ოპტიმალური რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების კლასიკურ მეთოდთან შედარებით.

მაგალითი 1. მოვახდინოთ ობიექტის, რომელიც აღიწერება დიფერენციალური განტოლებათა სისტემით

$$\dot{x}_1(t) = x_2, \dot{x}_2(t) = u \tag{2.63}$$

მართვის ოპტიმალური კანონის სინთეზი. ხარისხის კრიტერიუმს აქვს შემდეგ სახე

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x_1^2 + x_2^2 + u^2)dt \tag{2.64}$$

ჩავწეროთ ძირითადი ფუნქციონალური განტოლება შემდეგი სახით

$$\min_u \left[x_2 \frac{\partial u}{\partial x_1} + u\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + u^2) \right] = 0 \tag{2.65}$$

(2.65) განტოლებაში მინიმუმი u-ს მიმართ მიიღწევა მაშინ, როცა

$$u = -\frac{\partial u}{\partial x_2}. \tag{2.66}$$

(2.65) განტოლება მიიღებს სახეს

$$2x_2 \frac{\partial x}{\partial x_1} - \left(\frac{\partial x}{\partial x_2}\right)^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0 \tag{2.67}$$

(2.63) სისტემა, (2.66) შეკრული მართვით შეიძლება ჩავწეროთ სახით:

$$\dot{x}_1(t) = x_2, \dot{x}_2(t) = -\frac{\partial v}{\partial x_2} \tag{2.68}$$

(2.78) სისტემის დისიპატიურობა ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} - \frac{\partial x_2}{\partial x_2} < 0 \tag{2.69}$$

ან განტოლების სახით

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} - c = 0 \tag{2.70}$$

(2.70) განტოლებას გააჩნია კანონიკური სახე, ამიტომაც არ არის აუცილებელი x_1, x_2, კორდინატებიდან გადავიდეთ y_1, y_2, კორდინატებზე.

(2.70) განტოლების ინტეგრირებით მივიღებთ

$$v = \frac{1}{2}cx_2^2 + q_1(x_1)x_2 + q_2(x_1) \tag{2.71}$$

(2.71) ჩავსვათ (2.67)-ში მივიღებთ დიფერენციალურ განტოლებას.

$$x_2^2\frac{dq_1}{dx_1} + x_2\frac{dq_2}{dx_1} - \frac{1}{2}c^2x_2^2 - cx_2q_1 - \frac{1}{2}q_1^2 + \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 = 0 \tag{2.72}$$

(2.72) განტოლების მიმართ გამოვიყენოთ კოორდინატული ჩალაგების პროცედურა

$$x_2^2 : \frac{dq_1}{dx_1} - \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2} = 0 \tag{2.73}$$

$$x_2^1 : \frac{dq_2}{dx_1} - cq_1 = 0 \tag{2.74}$$

$$x_2^0 : -\frac{1}{2}q_1^2 + \frac{1}{2}x_1^2 = 0 \tag{2.75}$$

ამოვხსნათ (2.75) განტოლება q_1-ის მიმართ, მივიღებთ

$$q_1 = \pm x_1 \tag{2.76}$$

დაუშვათ $q_1 = x_1$, მაშინ (2.73)-დან მივიღებთ განტოლებას $c^2=3$, რომლის ამონახსნიც $c = \pm\sqrt{3}$. დავუშვათ $c = \sqrt{3}$, მაშინ (2.74)-დან მივიღებთ

$$q_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}x_1^2 + r \tag{2.77}$$

სადაც r – ერთგვარი კონსტანტაა, q_1, q_2-ის ჩასმით (2.71)-ში მივიღებთ

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}x_2^2 + x_1x_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_1^2 + r \tag{2.78}$$

სასაზღვრო პირობიდან მივიღევთ, როცა $r = 0$. მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}x_2^2 + x_1x_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_1^2 \tag{2.79}$$

მართვის ოპტიმალურ კანონს ექნება სახე

$$u = -\sqrt{3}x_2 - x_1 \tag{2.80}$$

(2.80) მართვის კანონი ემთხვევა ლეტოვის მიერ მიღებულ კანონს.

მაგალითი 2. განვიხილოთ ობიექტის

$$\dot{x}_1(t) = x_2, \dot{x}_2(t) = -x_2 + u \tag{2.81}$$

მართვის ოპტიმიზაციის ამოცანა კვადრატული ფუნქციონალით

$$J = \int (x_1^2 + x_2^2 + u^2)dt \tag{2.82}$$

ჩავწეროთ ძირითადი ფუნქციონალური განტოლება შემდეგი სახით

$$\min_u \left[x_2 \frac{\partial v}{\partial x_1} - x_2 \frac{\partial v}{\partial x_2} + u \frac{\partial v}{\partial x_2} + (x_1^2 + x_2^2 + u^2) \right] = 0 \tag{2.83}$$

მინიმუმი u-ს მიხედვით (2.83)-ში მიიღწევა, მაშინ როდესაც

$$u = -\frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x_2} \tag{2.84}$$

მაშინ (2.83) – განტოლება მიიღებს სახეს

$$x_2 \frac{\partial v}{\partial x_1} - x_2 \frac{\partial v}{\partial x_2} - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial v}{\partial x_2}\right)^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0 \tag{2.85}$$

სისტემა (2.81) ჩაკეტილი (2.84) მართვით, შეიძლება წარმოვადგინოთ სახით

$$\dot{x}_1(t) = x_2, \dot{x}_2(t) = -x_2 - \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x_2} \tag{2.86}$$

(2.86)-განტოლების დისიპატურობის პირობა ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} - 1 - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} < 0$$

ან შემდეგი განტოლების სახით

$$1 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} - c = 0 \tag{2.87}$$

(2.87) განტოლება აქვს კანონიკური ფორმა. მისი ინტეგრირების შემდეგ მივიღებთ

$$v = (c-1)x_2^2 + q_1(x_1)x_2 + q_2(x_1) \tag{2.88}$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.85) მივიღებთ დიფერენციალურ განტოლობას

$$x_2^2\frac{dq_1}{dx_1} + x_2\frac{dq_2}{dx_1} - 2(c-1)x_2^2 - x_2q_1 - (c-1)^2x_2^2 -$$

$$-(c-1)q_1x_2 - \frac{1}{4}q_1^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0 \tag{2.89}$$

(2.89) განტოლობის მიმართ გამოვიყენოთ კორდინატული ჩალაგების პროცედურა

$$x_2^2 : \frac{dq_1}{dx_1} - c^2 + 2 = 0 \tag{2.90}$$

$$x_2^1 : \frac{dq_2}{dx_1} - cq_1 = 0 \tag{2.91}$$

$$x_2^0 : \frac{1}{4}q_1^2 + x_1^2 = 0 \tag{2.92}$$

ამოხსნით (2.92) განტოლება q_1-ის მიმართ, მივიღებთ

$$q_1 = \pm 2x_1 \tag{2.93}$$

დავუშვათ $q_1=2x_1$ (2.90)-დან მივიღებთ განტოლებას $c^2=4$, რომლის ამონახსნიც არის $c=\pm 2$. დავუშვათ $c=2$, მაშინ (2.91)-დან გვაქვს

$$q_2 = 4x_1^2 + r \tag{2.94}$$

სადაც r წარმოადგენს კონსტანტას. ჩავსვათ q_1 q_2 (2.88) განტოლებაში, მივიღებთ

$$v = x_2^2 + 2x_1x_2 + 2x_1^2 + r \tag{2.95}$$

v-ს სასაზღვრო პირობებიდან გამომდინარეობს, რომ $r = 0$, მაშინ საბოლოოდ გვაქვს

$$v = x_2^2 + 2x_1x_2 + 2x_1^2 \tag{2.96}$$

(2.96)-დან გამომდინარეობს რომ მართვის ოპტიმალურ კანონს ექნება სახე

$$u = -x_2 - x_1 \tag{2.97}$$

მართვის მიღებული (2.97) კანონი ზუსტად ემთხვევა [25] ნაშრომში მიღებულ მართვის კანონს.

მაგალითი 3. განვიხილოთ აეროდინამიკური დამუხრუჭების ამოცანა [25] სამუშაოდან. სამართავი ობიექტის მათემატიკურ მოდელს აქვს სახე.

$$\dot{x}_1(t)=x_2\,,\ \dot{x}_2(t)=x_3\,,\ \dot{x}_3(t)=u \tag{2.98}$$

მოვახდინოთ ავტოპილოტის ოპტიმიზირება ფუნქციონალის თანახმად

$$J=\int_0^\infty (x_1^2+x_2^2+5x_3^2+u^2)dt \tag{2.99}$$

ჩავწეროთ ძირითადი ფუნქციონალური განტოლება შემდეგი სახით

$$\min_u\left[x_2\frac{\partial v}{\partial x_1}+x_3\frac{\partial v}{\partial x_2}+u\frac{\partial v}{\partial x_2}+(x_1^2+x_2^2+5x_3^2+u^2)\right]=0 \tag{2.100}$$

განტოლება (2.100)-ში მინიმუმი u მართვის მიხედვით მიიღწევა მაშინ, როცა

$$u=-\frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x_3}. \tag{2.101}$$

ამასთან განტოლება (2.100) ღებულობს სახეს.

$$x_2\frac{\partial v}{\partial x_1}+x_3\frac{\partial v}{\partial x_2}-\frac{1}{4}\left(\frac{\partial v}{\partial x_3}\right)^2+x_1^2+x_2^2+5x_3^2=0 \tag{2.102}$$

ჩავწეროთ ეხლა სისტემა (2.98) (2.101) მართვით

$$\dot{x}_1(t)=x_2\,,\ \dot{x}_2(t)=x_3\,,\ \dot{x}_3(t)=-\frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x_3} \tag{2.103}$$

(2.103) სისტემის დისიპატიურობის პირობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ უტოლობის სახით

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1}+\frac{\partial x_3}{\partial x_2}-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x_3^2}<0 \tag{2.104}$$

ან შემდეგი განტოლების სახით.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2}-c=0 \tag{2.105}$$

(2.105) განტოლების ინტეგრირებით მივიღებთ

$$v = cx_3^2 + q_1(x_1, x_2)x_3 + q_2(x_1, x_2) \tag{2.106}$$

თუ ჩავსვამთ (2.106) (2.102) –ში მივიღებთ დიფერენციალურ ტოლობას

$$\begin{aligned} & x_2x_3\frac{\partial q_1}{\partial x_1} + x_2\frac{\partial q_2}{\partial x_1} + x_3^2\frac{\partial q_1}{\partial x_2} + x_3\frac{\partial q_2}{\partial x_2} - c^2x_3^2 - \\ & -cx_3q_1 - \frac{1}{4}q_1^2 + x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 = 0 \end{aligned} \tag{2.107}$$

(2.107) ტოლობას ვიყენებთ კოორდინატური ჩალაგების მეთოდისათვის.

$$x_3^2 : \frac{\partial q_1}{\partial x_1} - c_2 + 5 = 0 \tag{2.108}$$

$$x_3^1 : \frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{\partial q_2}{\partial x_2} - cq_1 = 0 \tag{2.109}$$

$$x_3^0 : \frac{\partial q_2}{\partial x_1}x_2 - \frac{1}{4}q_1^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0 \tag{2.110}$$

(2.108) – ის განტოლების ამოხსნით q_1 მივიღებთ.

$$q_1 = \left(c^2 - 5\right)x_2 + r_1(x_1) \tag{2.111}$$

სადაც r_1 (x_1) რომელიღაც ფუნქციაა. (2.109) განტოლებიდან მივიღებთ

$$\frac{\partial q_2}{\partial x_2} = cq_1 - \frac{\partial q_1}{\partial x_1}x_2 \tag{2.112}$$

(2.111) ჩასმით (2.112)-ში და q_2 მიმართ ამოხსნით

$$q_2 = \frac{c}{2}\left(c^2 - 5\right)x_2^2 + cr_1(x_1)x_2 - \frac{1}{2}\frac{dr_1}{dx_1}x_2^2 + r_2(x_1), \tag{2.113}$$

სადაც r_2 (x_1) – რომელიღაც ფუნქციაა. თუ ვისარგებლებთ q_1 (2.111)-დან q_2 (2.113) – დან მნიშვნელობებით, (2.107) განტოლებით მივიღებთ

$$\begin{aligned} & cx_2^2\frac{dr_1}{dx_1} - \frac{1}{2}x_2^3\frac{d^2r_1}{dx_1^2} + x_2\frac{dr_2}{dx_1} - \frac{1}{4}\left(c^2 - 5\right)x_2^2 - \\ & -\frac{1}{2}\left(c^2 - 5\right)x_2r_1 - \frac{1}{4}r_1^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0 \end{aligned} \tag{2.114}$$

(2.114) ტოლობა გამოვიყენოთ კოორდინატული ჩალაგებისათვის

$$x_2^3 : \frac{d^2r_1}{dx_1^2} = 0 \tag{2.115}$$

$$x_2^2 : c\frac{dr_1}{dx_1} - \frac{1}{4}\left(c^2 - 5\right)^2 + 1 = 0 \tag{2.116}$$

$$x_2^1 : \frac{dr_1}{dx_1} - \frac{1}{2}\left(c^2 - 5\right) r_1 = 0 \tag{2.117}$$

$$x_2^0 : -\frac{1}{4} r_1^2 + x_1^2 = 0 \tag{2.118}$$

(2.92) განტოლების ამოხსნით r_1 მიმართ ვიპოვით

$$r_1 = \pm 2 x_1 \tag{2.119}$$

(2.119)-ში $r_1 = 2x_1$ ჩასმით, (2.116)-დან მივიღებთ განტოლებას

$$2c - \frac{1}{4}\left(c^2 - 5\right)^2 + 1 = 0 \tag{2.120}$$

რომლის ამონახსნი არის

$$c = \begin{bmatrix} 3.235 \\ 1.163 \\ -2.199 + 0.863i \\ -2.199 - 0.863i \end{bmatrix} \tag{2.121}$$

ჩავსვათ (9.117) –ში და ამოვხსნათ განტოლება r_2 მიმართ მივიღებთ $r_2 = \frac{1}{2}\left(c^2 - 5\right) x_1^2 + k$, სადაც k ერთგვარი კონსტანტაა. r_1, r_2 (2.111) და (2.113) დან მოყენებით შესაბამისად მივიღებთ

$$q_1 = \left(c^2 - 5\right) x_2 + 2x_1 \tag{2.122}$$

$$q_2 = \left[\frac{c}{2}\left(c^2 - 5\right) - 1\right] x_2^2 + 2c x_1 x_2 + \frac{1}{2}\left(c^2 - 5\right) x_1^2 + k \tag{2.123}$$

ავიღოთ (2.121)-ში c=3,235, მაშინ (2.106) გამოსახულებაში (2.122) და (2.123) ჩასმით და იმის გათვალისწინებით რომ $k = 0$ ვიპოვით ლიაპუნოვის ოპტიმალურ ფუნქციას შემდეგი სახით

$$v = A_{33} x_3^2 + A_{23} 5 x_2 x_3 + A_{13} x_1 x_3 + A_{22} x_2^2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 \tag{2.124}$$

სადაც $A_{11} = 2,732;\ A_{12} = 6,47;\ A_{13} = 2;\ A_{22} = 7,84;\ A_{23} = 5,465;\ A_{33} = 3,235;$

და მართვის ოპტიმალური კანონი

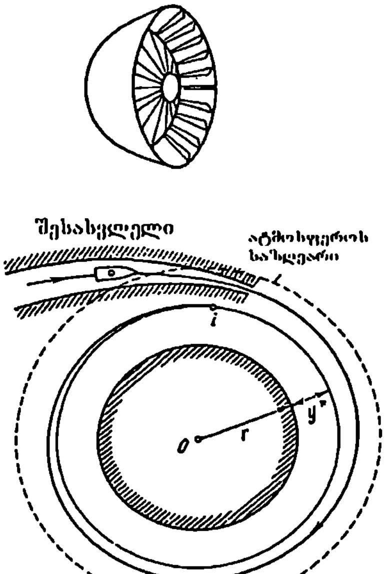
$$u = -x_1 - 2,735 x_2 - 3,235 x_3. \tag{2.125}$$

განვიხილოთ ატმოსფეროში ბალისტიკური შესვლის ამოცანა რომლის შემდეგაც შესაძლებელია ხელოვნური თანამგზავრის გამოყენება, როგორც ცნობილია დაჯდომის ტრაექტორია, რომელიც მთავ-

რდება დედამიწის ზედაპირის f წერტილზე, განისახღვრება წრიული ტრაექტორიის i საწყისი წერტილით.

ალისტიკური შესვლა ეწოდება ხელოვნური თანამგზავრის შესვლის ტრაექტორიას ატმოსფეროს ზედა ფენებში. დავუშვათ, რომ ხელოვნური თანამგზავრი ამ ტრაექტორიაზე მოძრაობისას ასრულებს დედამიწის გარშემო საკმარისი რაოდენობის ბრუნვებს.

ეროდინამიკური დამუხრუჭების ამოცანა მდგომარეობს იმაში რომ მინიმუმამდე უნდა იქნეს დაყვანილი გადახრა წრიული ტრაექტორიიდან. მ პირობებში i წერტილი განისაზღვრება საკმარისი სიზუსტით, შემდეგ იწყება დაჯდომის ფაზა.



ნახ. 2.1 აეროდინამიკური დამუხრუჭება

დაეუშვათ რომ პროგრამული მოძრაობა წარმოადგენს წრიულ მოძრაობას რადიუსით $r+y$ და სიჩქარით $v=\sqrt{g(r+y)}$

დავუშვათ რომ ბალისტიკური შესვლისას სრულდება შემდეგი პირობები:

1. პროგრამული კუთხე θ საკმარისად მცირეა $\theta = -1^{0}$, და პროგრამული სიჩქარე $v \approx 7800$ მ/წმ.
2. სიმაღლის სრული ცვლილება $|\Delta y| < 30$ კმ, რაც უფრო მცირეა ვიდრე r.
3. წევას არ გააჩნია დამატებითი რეგულირება.
4. ამწევი ძალა საკმარისად მცირეა წონასთან შედარებით.
5. წინაღობის რეგულირება Q ხორციელდება აეროდინამიკური დამუხრუჭების ზედაპირის ცვლილებასთან დამოკიდებულებით.

ამ დაშვებების საფუძველზე შევადგინოთ მართვის ობიექტის განტოლება აღმშფოთი ზემოქმედების გათვალისწინებით. ამასთან მხედველობაში უნდა მივიღოთ რომ

ა) ცვლადები m, ω, β არ იცვლებიან,

ბ) Δx და Δw ცვლადები მათი სპესიფიკიდან გამომდინარე გამოიყოფა წრფივი მოდელის განტოლებიდან აღმშფოთი ზემოქმედების გათვალისწინებით.

გ) Δy ცვლადი არ ახდენს მნიშვნელოვან ზეგავლენას $\dfrac{v\cos\theta}{r+y}$ წევრის ცვლილებაზე.

ასეთი დაშვების საფუძველზე მოძრაობის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს.

$$\Delta\dot{v} = -g\Delta\theta - g\Delta\left(\frac{Q}{mg}\right),$$
$$\Delta\dot{\theta} = \frac{2}{r+y}\Delta v,$$
$$\Delta\dot{y} = v\Delta\theta,$$
$$\Delta\dot{w} = k\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)\Delta v + k\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\Delta y,$$

რომლებიც მართვის ფუნქციის როლში არის სიდიდე $\xi = \Delta\left(\dfrac{Q}{mg}\right)$

განტოლება იყოფა ორ ჯგუფად, რომელთაგანაც პირველის ინტეგრირება შესაძლებელია მეორისაგან დამოუკიდებლად. მეორე სისტემა საჭიროა სიმბოს ნაზრდის შეფასებისათვის კორპუსის შიგნით, ავტოპილოტის მიერ სისტემის სტაბილიზაციის დროს, რომელიც მომაველშიც უნდა განისაზღვროს. ჩვენ უნდა დავუშვათ რომ ეს დაშვებები სრულდება.

მრიგად გამარტივების შედეგად გვაქვს

$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{v} &= -g\Delta\theta - g\xi, \\ \Delta\dot{\theta} &= \frac{2}{r+y}\Delta v, \\ \Delta\dot{y} &= v\Delta\theta, \end{aligned}\right\} \tag{2.126}$$

რომელიც წარმოადგენს მართვის ობიექტის მათემატიკურ მოდელს, (2.126) განტოლება გარდავქმნათ ისე რომ შევინარჩუნოთ მხოლოდ ცვლადი Δy მივიღებთ

$$\Delta\ddot{y} = -\frac{2g}{r+y}\Delta\dot{y} - \frac{2vg}{r+y}\xi.$$

შემოვიტანოთ ახალი მართვა და ახალი ცვლადები

$$\left.\begin{aligned} \Delta y = y_1, \Delta\dot{y} = y_2, \Delta\ddot{y} = y_3 \\ -\frac{2g}{r+y}\Delta\dot{y} - \frac{2gv}{r+y}\xi = \zeta, \end{aligned}\right\} \tag{2.127}$$

მაშინ მათემატიკური მოდელი მიიღებს სახე.

$$\left.\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= y_3 \\ \dot{y}_3 &= \zeta \end{aligned}\right\} \tag{2.128}$$

ავტოპილოტის ოპტიმიზაცია მოვახდინოთ ფუნქციონალის

$$I = \int_0^\infty \left(y_1^2 + a_2 y_2^2 + a_3 y_3^2 + \zeta^2\right) dt. \tag{2.129}$$

მიხედვით $A_{\alpha\beta}$ კოეფიციენტებისათვის წარმოებული ფუნქციისათვის მივიღებთ:

$$\left.\begin{aligned}0&=1-A_{13}^2\\0&=a_2+2A_{12}-A_{23}^2\\0&=a_3+2A_{23}-A_{33}^2\\0&=A_{11}-A_{13}A_{33}\\0&=A_{12}-A_{13}A_{33}\\0&=A_{13}+A_{22}-A_{33}A_{33}\end{aligned}\right\}\qquad(2.130)$$

მნიშენელობათა რიცხვითი მონაცემები სხვადასხვა წინითი კოეფიციენტების შემთხვევაში მოცემელია ცხრილში 2.1.

	შემთხვევა 1	შემთხვევა 2	შემთხვევა 3
	$a_2=1, a_3=5$	$a_2=a_3=5$	$a_2=10, a_3=5$
A_{11}, A_{22}	$A_{11}=2,8$; $A_{22}=7,75$	$A_{11}=3,5$; $A_{22}=10,75$	$A_{11}=4,27$; $A_{22}=13,50$
A_{33} A_{12}	$A_{33}=3,2$; $A_{12}=3,25$	$A_{33}=3,4$; $A_{12}=3,45$	$A_{33}=3,60$; $A_{12}=3,65$
A_{13} A_{23}	$A_{13}=1,04$; $A_{23}=2,75$	$A_{13}=1,04$; $A_{23}=3,45$	$A_{13}=1,04$; $A_{23}=4,15$

ცხრილი 2.1

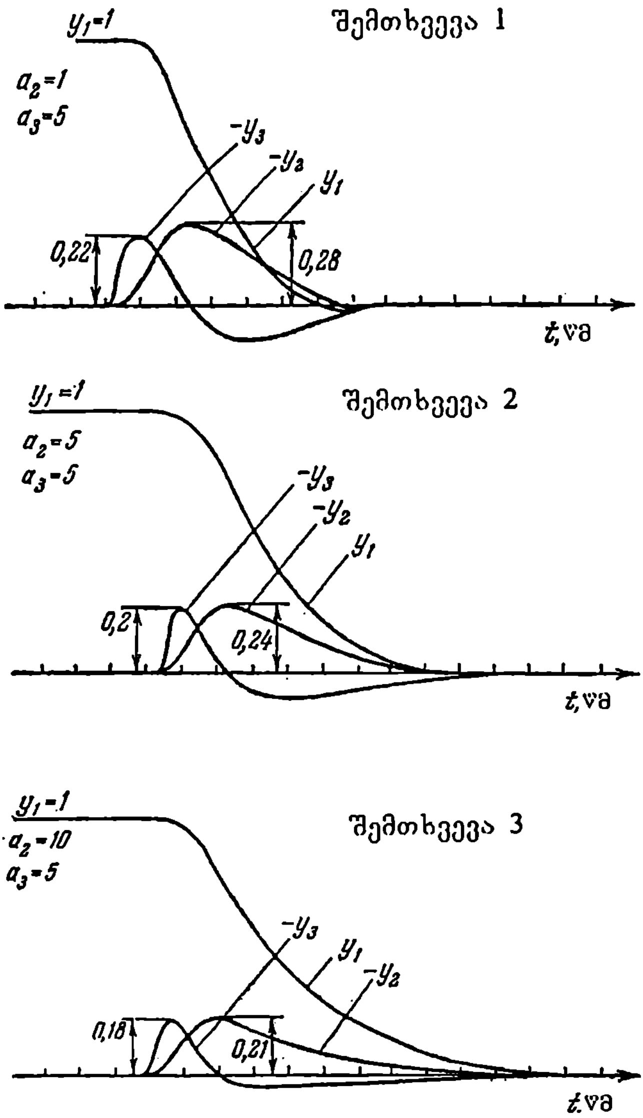
ჩაკეტილ სისტემას აქვს სახე

$$\left.\begin{aligned}\dot{y}_1&=y_2\\\dot{y}_2&=y_3\\\dot{y}_3&=p_1y_1+p_2y_2+p_3y_3\end{aligned}\right\}\qquad(2.131)$$

სადაც ავტოპილოტის გაძლიერების კოეფიციენტები ტოლია

$$p_1=-A_{13}, p_2=-A_{23}, p_3=-A_{33}.$$

განხილული მაგალითიდან ნათლად ჩანს ის უპირატესობანი რომელსაც გვაძლევს ოპტიმალური მართვის სინთეზის მეთოდი ОРАК –ის კლასიკურ მეთოდთან შედარებით სინამდვილეში, სამუშაოში ლია-პუნოვის ოპტიმალური ფუნციქციის კოეფიციენტების



ნახ. 2.2 აეროდინამიკური დამუხრუჭების გარდამავალი პროცესი

განსაზღვრისათვის აუცილეველია ამოეხსნათ რიკატის ტიპის ალგებრულ განტოლებათა სისტემა.
გარდამავალი პროცესის მრუდები წარმოდგენილია ნახ 2.2

$$\begin{cases} 0 = 1 - A_{13}^2 \\ 0 = 1 + 2A_{12} - A_{23}^2 \\ 0 = 5 + 2A_{23} - A_{33}^2 \\ 0 = A_{11} - A_{13}A_{33} \\ 0 = A_{12} - A_{13}A_{33} \\ 0 = A_{13} + A_{22} - A_{23}A_{33} \end{cases}$$

სადაც A_{ij} საძებნი კოეფინციენტებია, ასეთი სისტემის ამოხსნა მოითხოვს სპეციალური რიცხვითი მეთოდების გამოყენებას, რომელსაც ყოველთვის არ მივყავართ დამაკმაყოფელებელ შედეგებამდე. ზემოთ ჩამოყალიბებულ მაგალითში (2.124) ლიაპუნოვის ოპტიმალური ფუნ-ქციის კოეფიციენტების მისაძებნად და (2.125) მართვის კანონის შესაბამისად აუცილებელია რამოდენიმე უმარტივესი დიფერენციალური განტოლებების და (2.120) მეოთხე რიგის ალგებრული განტოლების ამოხსნა რაც გაცილებით ადვილია და გამოთვლების ზუსტ შედეგს იძლევა შედარებისათვის მოვიყვანოთ (2.124) ლიაპუნოვის ოპტიმალური ფუნქციის კოეფიციენტების მნიშვნელობები და [25] სამუშაოში მიღე-ბული შედეგები. შედეგები მოცემულია ცხრილი 2.2

ცხრილი 2.2

	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{22}	A_{23}	A_{33}
სამუშაო [25]	2,8	3,25	1,04	7,75	2,75	3,2
მაგ. 3	2,732	6,47	2	7,84	5,465	3,235

ცხრილში მოცემული მონაცემების ანალიზისას, შეიძლება გავაკეთოდ დასკვნა რომ A_{11}, A_{22}, A_{33}, კოეფიციენტების მნიშვნელობები, განხილულ

სამუშაო [25] და მაგალით 2-ში მცირედ განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან, მაშინ როდესაც A_{12}, A_{13}, A_{23}, კოეფიციენტები მნიშვნელოვნად განხვავდებიან ერთმანეთისაგან, რადგანაც (2.120) მეოთხე რიგის ალგებრული განტოლების ამოხსნის სიზუსტე არსებითად უფრო მაღალია ვიდრე ექვსი ალგებრული განტოლებისაგან შემდგარი სისტემისა.

მგვარად შეიძლება ვამტკიცოთ რომ წრფივი *n>3* როგის ობიექტებისთვისაც კი ოპტიმალური დისიპატიური სისტემების მართვის სინთეზის უპირატესობა იქნება უფრო მეტად მეტად მაღალი ОРАК –ის კლასიკურ მეთოდთან შედარებით. ავღნიშნოთ რომ ამ თავში ჩამოყალიბებული ახალი მიდგომა, რომელის ეყრდნობა ჩაკეტილი დისიპატიური სისტემების ფუნდამენტალურ ფიზიკირ თვისებას, საშუალებას იძლევა ძირეულად წამოეწიოთ ОРАК –ის პრობლემის გადაწყვეტა. ღასაკვირველია ეს მიდგომა მოითხოვს შემდგომ განვითარებას მართვის სისტემების სხვადასხვა კლასებთან მიმართებაში.

3 არაწრფივი მართვის სისტემების სინთეზი სინერგეტიკული თეორიის გამოყენებით

წინამდებარე თავში განხილულია არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ამოცანის გადაწყვეტა სინერგეტიკული მეთოდით, რომელიც ემყარება მდგომარეობათა სივრცეში სისტემის კოორდინატებს შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების-ატრაქტორების შემოღებას, რომლებზედაც ობიექტის ბუნებრივი თვისებები საუკეთესოდ ეთანადება მართვის ტექნოლოგიურ მოთხოვნებს. შინერგეტიკული მიდგომის მიხედვით დამყარებულია შესაბამისობა ინვარიანტულ მრავალსახეობებსა და საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალებს შორის.

Iნვარიანტული მრავალსახეობების შემოტანა შეკრულ სისტემას ანიჭებს ზოგად გლობალურ თვისებებს და საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ მსგავსება იმ სხვადასხვა ფიზიკურ მოვლენებს შორის, რომლებიც მიმდინარეობენ სხვადასხვა ბუნების მართვის ობიექტებში. მ მოვლენების წარმოდგენა მათემატიკურ ენაზე – სისტემის დიფერენციალური განტოლებების პირველი (კერძო) ინტეგრალების ერთობლიობა-ასახავს მართვის პროცესებში ზოგადი პრინციპის შენახვას.

მართვის არაწრფივი სისტემის სინთეზის პრობლემაში მოცემული კონცეპცია იყენებს ინვარიანტების და ინვარიანტული დამოკიდებულებების ცნებას. თუმცა, ინვარიანტების კლასიკური თეორიისაგან განსხვავებით ის ეფუძნება, პირველ რიგში, დისიპატიური სტრუქტურების თეორიას და მეორე რიგში, ინვარიანტების-ატრაქტორების (სინერგიების) მიზნობრივ შემოტანას, რომლებშიც ხორციელდება სისტემის მიმართული თვითორგანიზაცია.

შინერგეტიკულ მეთოდში გაერთიანებულია კავშირი ინვარიანტულ მრავალსახეობებსა და სისტემების საოპტიმიზაციო ფუნქციონალებს შორის [35]. შინერგეტიკის თვალსაზრისით ოპტიმიზაციის მეთოდი ეყრდნობა ორ წარმოდგენას: ფუნქციონალის სინერგეტიკულ ინტერპრეტაციას და უშუალო კავშირის დამყარებას ОРАК-ის თეორიის ხარისხის კვადრატულ და სხვა კრიტერიუმებს და თანმხლებ ფუნქციონალებს. ნდა ავღნიშნოთ, რომ ამ მიდგომის გამოყენება არაწრფივი სისტემების მართვის ანალიტიკური კონსტრუირების ამოცანებში ეფუძნება ინვარიანტულ მრავალსახეობებს და არა რომელიმე ოპტიმალურობის კრიტერიუმს, რომლებსაც აქ გააჩნიათ თანმხლები, მეორადი ხასიათი.

მიზანშეწონილია განვიხილოთ ახალი სინერგეტიკული მიდგომის შესაძლებლობანი, რომლებიც დაფუძნებულია შემოტანილი ინვარიანტული მრავალსახეობების-ატრაქტორების კონცეპციაზე, რათა გამოვლენილ იქნეს ახალი პერსპექტიული მიმართულებები ფართო კლასის არაწრფივი, მრავალგანზომილებიანი და მრავალკავშირიანი

ობიექტების მართვის სისტემების კონსტრუირების პრობლემების გადაწყვეტისათვის. მ პრობლემის არსი მდგომარეობს უარყოფითი და დადებითი არაწრფივი უკუკავშირების გენერაციის ანალიტიკური მეთოდების დამუშავებაში.

3.1 მართვის სისტემების სინთეზის ამოცანა

მართვის თეორიაში სინერგეტიკის იდეების გამოყენებისათვის აუცილებელია გამოვავლინოთ თვითორგანიზაციის ძირითადი თვისებების, არაწრფივობა-გახსნილობა-კოგერენტულობა, შესაბამისობა. მათ შორის სისტემების გახსნილობა წარმოადგენს პირეელ ხარისხოვანს მართვის ამოცანებისათვის.

მართვის სტანდარტული ამოცანაში ობიექტი აღიწერება დიფერენციალური განტოლებებით, რომელთა შემადგენლობაშიც საძებნი *U(t)* მართვა, აღმგზნები *q(t)* და (შესაძლებელია) დამკვეთი *M(t)* ზემოქმედებები. მ ძალების მოქმედებით ობიექტმა შეიძლება შეასრულოს შესაბამისი მოძრაობა. მითითებული გარეგანი ზემოქმედების შედეგად სისტემას შეიძლება გააჩნდეს სპეციფიკური ფუნქციონირება ან სტრუქტურა, რომელიც მთლიანობაში არ ეთანადება გჰაკენის [41] მიერ ჩამოყალიბელი თვითორგანიზაციის მოვლენის განსაზღვრებას. ქედან გამომდინარეობს, რომ მართვის ამოცანის ასეთი ფორმულირება ჯერ კიდევ არასაკმარისია თვითორგანიზაციის მოვლენის წარმოქმნისათვის.

ზემოთ აღწერილი სქემიდან „ობიექტი-გარეგანი ძალები" თვითორგანიზაციის პრინციპზე გადასვლისათვის საჭიროა ამ ძალების გამორიცხვა. ამისათვის ფაზური სივრცის „შეკუმშვა-გაფართოების" პრინციპის განხორციელებისათვის, საჭიროა გავაფართოეით სისტემის საწყისი

განტოლება „ობიექტი-გარეგანი ძალები" ისე რომ, სისტემის განტოლებაში ჩართული გარეგანი ძალები აღმოჩნდნენ მისთვის შინაგანნი. შედეგად ახალი, გაფართოებული სისტემისათვის მისი განტოლებები შეიძლება იქცნენ თვითორგანიზაციის განტოლებებად ე.ი. ნაჩვენები გაფართოების შედეგად შეიძლება გადავიდეთ სისტემის ორგანიზაციიდან მის თვითორგანიზაციაზე. ამ კანონებმა, რომლებიც წარმოადგენენ რეგულატორის განტოლებებს უნდა უზრუნველყონ შეკრული სისტემის „ობიექტი-მართვის კანონი" სასურველი დინამიკური თვისებები. მაშინ ახალ გაფართოებული სისტემებისათვის „ობიექტი-რეგულატორი" მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ დამოკიდებულებები, რომლებიც ახასიათებენ სინერგეტიკის თვითორგანიზაციას ზემოთ ხსენებულ თვისებების შესაბამისად სხვა სიტყვებით, საწყისი სისტემა, რომელიც შედგება დინამიკური ობიექტისაგან და მასზე მოქმედი გარეგანი ძალების (მართველი, დამკვეთი და აღმგზნები ზემოქმედებები), პირდაპირი და უკუკავშირების შედეგად გარდაიქმნებიან ახალ გაფართოებულ სისტემად. ამასთან, პირველსაწყისი ზემოქმედებები გარენი ძალები საწყისი ობიექტის მიმართ, გადაიქცევიან გაფართოებული სისტემის შინაგან ძალებად. სეთი გაფართოებული სისტემა ნამდვილად ხდება ღია (თერმოდინამიკური აზრით) და მისით მოხდება შესაბამისი წყაროდან ენერგიის ან ნივთიერების გადინება.

ამრიგად, მართვის პრობლემებში, რომლებიც დაფუძნებული არიან თვითორგანიზაციის კოოპერატიულ პროცესებზე, სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენებისათვის აუცილებელია მართვის საწყისი ამოცანიდან, რომელიც მოიცავს თავის თავში ობიექტის განტოლებას და გარეშე ძალებს გადავიდეთ ამოცანის გაფართოებულ ფორმირებაზე იმ აზრით, რომ ზემოთ ნახსენები ძალები გადაიქცევიან (ჩაკეტილი) სისტემის შინაგან ურთიერთქმედებებად. ამისათვის საჭიროა გარეგანი აღმზნები $q(t)$ და დამკვეთი ზემოქმედება $M(t)$ წარმოვიდგინოთ როგორც დამატებითი დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნები,

რომლებიც აღწერენ ინფორმაციულ მოდელს და ამით მოვახდინოთ მათი „ჩალაგება“ გაფართოებული სისტემის საერთო სტრუქტურაში. შემდგომ თვით მართვის პრობლემა აუცილებელია ჩამოვაყალიბოთ როგორც გაფართოებული სისტემის კომპონენტებს შორის ურთიერთმოქმედების კანონების მოძებნის ამოცანა, რომლებიც უზრუნველყოფენ მასში თვითორგანიზაციის პროცესების წარმოშობას. ონკრეტულად ეს პრობლემა დაიყვანება ჩაკეტილი მართვის შესაბამისი კანონების $u(x_1,...,x_n, w_1,...,w_n)$ სინთეზამდე გაფართოებული სისტემის მდგომარეობის კოორდინატების ფუნქციაში. ქ $w_1,...,w_m$ ინფორმაციული მოდელების კოორდინატებია დამკვეთი და აღმგზნები ზემოქმედებებისას, რომლებიც ჩაწერილნი არიან დამატებითი დიფერენციალური განტოლებების სახით. სისტემასთან ენერგიის ან ნივთიერების გადადინებით შეგვიძლია შევქმნათ არაწონასწორული სიტუაცია, რომელიც აუცილებელია თვითორგანიზაციის მიმართული პროცესების წარმოქმნისათვის. შწორედ საწყისი სისტემის გაფართოება და თვითორგანიზაციის განტოლებების ფორმირება გვაძლევს საშუალებას დავამყაროთ კავშირი სინერგეტიკის იდეასა და არაწრფივი სისტემის მართვის სინთეზის პრობლემას შორის ინვარიანტული დამოკიდებულებების საფუძველზე. ქედან გამომდინარეობს, რომ მართვის, სინერგეტიკული თეორია პირველ რიგში ჩაკეტილი მართვის სისტემების სინთეზის თეორიაა, რომელიც დაფუძნებულია სხვადასხვა ბუნების სისტემებში თვითშეთანხმებული, კოოპერატიული პროცესების ფორმირებაზე. რაწრფივი დინამიკური სისტემების სინთეზის პრობლემაში ფაზური მოცულობის გაფართოება წარმოადგენს სინერგეტიკული მიდგომის ძირითად იდეას-გაფართოებული დიფერენციალური სისტემების ფორმირება, რომლებიც ასახავენ დამკვეთი ზემოქმედების დამუშავების პროცესებს, შეშფოთებების ჩახშობას, ოპტიმიზაციას, კოორდინატებზე დაკვირვებას და ა.შ.

ჩამოყალიბებული სინერგეტიკული მეთოდის დებულებები ანალიზურად ასე ჩაიწერება. ბიექტის საწყის დიფერენციალურ განტოლებას აქვს სახე:

$$\dot{x}_k(t) = f_k(x_1,...,x_n) + M_k(t); k = 1,2,...m-1; m \le n$$
$$\dot{x}_{k+1}(t) = f_{k+1}(x_1,...,x_n) + u_{k+1} + M_{k+1}(t); \quad (3.1)$$
$$\dot{x}_n(t) = f_n(x_1,...,x_n) + u_n + M_n(t),$$

სადაც $x_1,...,x_n$, – ობიექტის მდგომარეობის კოორდინატებია, $u_{k+1},...,u_n$, მართვებია, $M_1(t),...,M_n(t)$ - აღმშფოთი ზემოქმედებაა.

(3.1) სახის განტოლება აღწერს სხვადასხვა ბუნების ფართო კლასის დინამიკური ობიექტების ყოფაქცევას. (3.1) – განტოლებათა სისტემის არჩევა მასში წრფივი სახით შემავალი მმართველი ზემოქმედებისას გვაძლევს საშუალებას ნათლად ვაჩვენოთ აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის კონსტრუქციულობა (არაკ). ასეთი არჩევანი არ ზღუდავს განსახილველი მოდგომის ზოგადობას, მით უმეტეს რადგანაც არაწრფივი ობიექტების მართვის რეალური ამოცანების უმეტესობა ჩვეულებრივ შეიძლება დავიყვანოთ (3.1) ტიპის სისტემამდე მდგომარეობათა სივრცის გაფართოების ხარჯზე. რაწრფივი მართვიდან წრფივი მართვის სახეზე გადასვლისათვის შეიძლება მაგალითად მმართველ ზემოქმედებად გამოვიყენოთ საწყისი ამოცანის მართვის ვექტორის ცვლილების სიჩქარე ან სხვა მეთოდები.

შემდგომ ეტაპზე (3.1)-სისტემას ემატება μ - რაოდენობის განტოლებები, რომლებიც დაკავშირებულია პროგროზირების და შეშფოთებების ჩახშობის პრობლემასთან

$$\dot{w}_j = g_i(w_1,...,w_\mu, x_1,...,x_n),\ j = 1,...,\mu; \quad (3.2)$$

(3.2) – განტოლების აგებისას წარმოიქმნება ორი დამოუკიდებელი და მნიშვნელოვანი ამოცანა: პირველ რიგში რეალური $M_k(t),...,M_n(t)$ აღწერა როგორც ზოგიერთი დიფერენციალური განტოლების კერძო ამონახსნებისა, მეორე რიგში საწყისი ობიექტის (3.1) განტოლებებსა და შეშ-

ფოთებებს შორის კავშირის ფორმირება, განვიხილოთ ეს ორი მნიშვნე-ლოვანი ამოცანა ცალ-ცალკე.

აღშფოთებების რეალურად აღწერისათვის აეირჩიოთ შესაბამისად ტალღური განტოლებები ნახევრადდეტერმინირებული გამოსახულებების სახით.

$$M(t) = W\left[M_1(t), M_1(t), ..., M_1(t); c_1, ..., c_r\right] \tag{3.3}$$

სადაც $M_i(t)$, $i = 1,2,...,n$ – ცნობილი ფუნქციებია, C_j, $j = 1,2,...,r$ – განუსაზღვრელი პარამეტრებია რომლებსაც შეუძლიათ დროის ნებისმიერ მომენტებში ნახტომისებურად ცვალონ თავისი უბან-უბან უწყვეტი მნიშვნელობები, (3.3) განტოლებებში ცნობილი ფუნქციების $M_i(t)$, ნაკრები უნდა აღწერდეს შეშფოთებების ყველა იმ ტალღურ ფორმას, რომლებიც მოქმედებენ ობიექტზე. ღეალური შეშფოთებები შეიძლება წარმოვადგინოთ წრფივი ტალღური სახით.

$$M_1(t) = \sum_{k=1}^{r} c_{1k} M_{1k}(t)\,,\ j = 1,...,\mu; \tag{3.4}$$

როგორც გამოსახულებიდან ჩანს, შეშფოთება შედგება წრფივი კომბინაციებისა და დროის უწყვეტი ფუნქციისაგან. შეშფოთებების ტალღური წარმოდგენა იძლევა საშუალებას განისაზღვროს $M_i(t)$, ცვლილების ხასიათი ბაზური $M_{ik}(t)$, ფაზური ფუნქციის არჩევის მეშვეობით დროის მოკლე ინტერვალევში. მაეე დროს $M_i(t)$, ცვლილების სიდიდე რჩება უცნობი, რადგანაც დამოკიდებულია უცნობ C_{ik} – კოეფიციენტებზე, რომლებსაც გააჩნია უბან-უბან უწყვეტი ხასიათი. მეტესი ინფორმაცია აღშფოთებაზე სწორედ დროის მოკლე მონაკვეთებზე ხშირად საინტერესოა. ღოდესაც სტატიკური აღწერა არ არის ეფექტური, უფრო მისაღები იქნება შეშფოთებების წარმოდგენა ტალღური სახით. მ მნიშვნელოვან შემთხვევებში შესაძლებელია მარტივად შევარჩიოთ $M_{ik}(t)$, ბაზური ფუნქციების კონკრეტული ფორმები ობიექტზე მოქმედი რეალური შეშფოთებების აპროქსიმაციისათვის. აზური ფუნქციების შერჩევის შემდეგ საჭიროა

გადაეიდეთ ალშფოთების ტალღური ფუნქციის სტრუქტურის-დგომარეობის მოდელის ფორმირებაზე გარკვეული დიფერენციალური განტოლებების სისტემის სახით. წყვეტი ფუნქციების აღწერა ზოგიერთი დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნის სახით მართვის თეორიაში პირველად წამოაყენა ე.ს. კოლებაკინმა. აღშფოთების განზოგადოებული წარმოდგენა დიფერენციალური განტოლებების სახით ჩაიწერება შემდეგი წესით.

$$\dot{w}_{jM}(t) = \dot{g}_{jm}(w_1, \ldots, w_\mu) \tag{3.5}$$

სადაც $w_j(t) = M_j(t)$ (3.4) გამოსახულების წრფივი ტალღური აღწერისათვის შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს მაგალითად კანონიკური სახით

$$\dot{w}_1(t) = w_2, \dot{w}_2(t) = w_3, \ldots, \dot{w}_{r-1}(t) = w_r,$$
$$\dot{w}_n(t) = -a_1 w_1 - a_2 w_2 - \ldots - a_r w_r.$$

(3.5) მდგომარეობის მოდელის საფუძველზე შეიძლება გადაეიდეთ კავშირის განტოლების (3.2) ფორმირებაზე, რაც წარმოადგენს ზემოთ ნახსენები მეორე მთავარი ამოცანის შინაარსს. აღვწეროთ ამ ამოცანის მოკლე შინაარსი. შეშფოთებების(3.5)- მოდელის განტოლებიდან (3.2) კავშირის განტოლებაზე გადასვლის რამოდენიმე ხერხი არსებობს. შესაბამისი (3.2) განტოლების სტრუქტურის შერჩევა მოქმედებს სინთეზირებული დინამიკური რეგულატორის სტრუქტურაზე, რომელიც შეესაბამება შეშფოთებებს. ჩხადია, რომ (3.2)-ში კავშირის განტოლებაში მიზანშეწონილია შევიტანოთ საწყისი ობიექტის ის $x_1, \ldots, x_n$, კოორდინატები, რომელთა წარმოებულებიც $\dot{x}_1(t), \ldots, \dot{x}_n(t)$ (3.1) განტოლების თანახმად, შეიცავს მარჯვენა ნაწილში შესაბამის $M_1(t), \ldots, M_n(t)$ აღშფოთებებს. შინერგეტიკული [35] მეთოდის მიხედვით $x_1, \ldots, x_n$, კოორდინატები შეიძლება ვაინტეგროთ, როგორც გარკვეული „შინაგანი“ მართვები, რომელთა მიერ განსაზღვრული (მაგ. ულოვან) მნიშვნელობის მიღწევისას (3.2) კავშირის განტოლება გადადის შეშფოთებების (3.5) მოდელზე. ს კი სწორედ ნიშნავს რეგულატორის მიერ მოქმედი შეშფოთებების „შტანთქმას“. ღასაკვირველია ასეთი

სახის „შინაგანი“ მართვის არჩევა, რომლის დროსაც შეშფოთებების შტანთქმა ხორციელდება რამოდენიმე მეთოდით, მათ შორის კერძოდ ოპტიმალური მართვის საფუძეელზე.

(3.2) კავშირის განტოლების არჩევის შემდგომ ვღებულობთ დიფერენციალური განტოლებების გაფართოებულ სახეს:

$$
\begin{aligned}
&\dot{w}_j = g_j(w_1,\dots,w_\mu,x_1,\dots,x_n), && j=1,\dots,\mu;\\
&\dot{x}_i(t) = f_i(x_1,\dots,x_n)+w_i, && i=\mu+1,\dots,m-1\\
&\dot{x}_{i+1}(t) = f_{i+1}(x_1,\dots,x_n)+w_{i+1}+u_{i+1}; && \qquad (3.6)\\
&\\
&\dot{x}_n(t) = f_n(x_1,\dots,x_n)+w_n+u_n. &&
\end{aligned}
$$

(3.6) განტოლება საშუალებას გვაძლევს ჩამოვაყალიბოთ $u_{i+1},\dots,u_n$ მართვის კანონების სინთეზის ამოცანა, რომელიც $M_1(t),\dots,M_n(t)$ ზემოქმედებებს ახშობს და უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის მოცემულ დინამიკურ თვისებებს. საჭიროა მოვახდინოთ სინთეზი ისეთი $u(u_1,\dots,u_m)$ მართვის ვექტორისა, რომელიც უზრუნველყოფს გაფართოებული ობიექტის გადასვლას ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან თავდაპირველად მრავალსახეობების $\psi_s(x_1,\dots,x_n,w_1,\dots,w_\mu)=0$ გადაკვეთაზე, ხოლო შემდგომ მათ გასწვრივ მოძრაობაზე მოცემულ მდგომარეობაში. ერძოდ, მდგომარეობათა გაფართოებული სივრცის, კოორდინატთა სათავეში. ამასთან, ჩაკეტილი სისტემის ტრაექტორიებზე შეიძლება მიღწეულ იქნეს რომელიღაც საოპტიმიზირებული ფუნქციონალის მინიმუმი, ან დაკმაყოფილებულ იქნეს ხარისხის პირველადი მაჩვენებლები. გრეთვე, გარანტირებულ იქნეს მოძრაობის ასიმპტოტური მდგრადობა გარკვეულ არეში ან მთლიანად.

ჩავთვალოთ, სინთეზირებული სისტემების გამომსახველი წერტილების მოძრაობა უნდა აკმაყოფილებდეს ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემას:

$$T_s\dot{\psi}_s(t)+\varphi_s(\psi_s)=0,\ s=1,2,\dots,m,\ T_s>0, \qquad (3.7)$$

სადაც $\psi_s(x_1,\dots,x_n,w_1,\dots,w_\mu)$-რომელიღაც აგრეგირებული მაკროცვლადებია. ამასთან $\varphi_s(\psi_s)$ ფუნქციები უნდა აკმაყოფილებდნენ შემდეგ პირობას:

$\varphi(0)=0$ და $\varphi_s(\psi_s)\psi_s>0$ ნებისმიერი $\psi_s\neq 0$-თვის ე.ი. ისინი ხდებიან 0-ის ტოლი მხოლოდ $\psi_s=0$ მრავალსახეობებზე, რომელთა მიმართაც სისტემა (3.7) ასიმპტოტურად მდგრადია მთლიანობაში. მას გარდა, ფუნქცია $\varphi_s(\psi_s)$ შეირჩევა იმგვარად, რომ გარდა (3.7)-ის ასიმპტოტურობისა, უზრუნველყოფილ იქნეს გამომსახველი მიმზიდავი წერტილის ხარისხის სასურველი მაჩვენებლები მიმზიდველ მრავალსახოვნებაზე

$$\psi_s(x_1,...,x_n,w_1,...,w_\mu)=0 \quad s=1,2,...,m,$$

აგრეთვე უზრუნველყოს (n-m) დეკომპოზირებული მართვის სისტემის დინამიკური თვისებები. წ-ს მოძრაობისას მრავალსახეობების $\psi_s=0$ გადაკვეთის გასწვრივ მოცემული საბოლოო მდგომარეობაში.

უნქცია $\varphi_s(\psi_s)$ არჩევისას (3.7) განტოლებებში განსაკუთრებული შეზღუდვები არ არის. მთავარია, რომ სწორედ მაკროცვლადები ψ_s ასახავდნენ მრავალდონიანი სინთეზირებადი სისტემების სინერგეტიკული (კოოპერატიულ, კოგერენტულ) თვისებას. ქედან გამომდინარეობს, რომ $\varphi_s(\psi_s)$ არჩევისას შეიძლება მეტად სასარგებლოდ გამოყენებულ იქნეს ფიზიკური, ეკოლოგიური და სხვა სისტემების ცნობილი კანონზომიერებები, რომლებშიც ყველაზე უფრო ცხადად გამოვლინდება მოქმედებების ერთიანობა და ურთიერთკავშირი, ამ სისტემაში ენერგიის კარგვის მინიმიზაცია და ა.შ. კერძოდ ასეთ კანონზომიერებებს განეკუთვნებიან განტოლებები ხარისხობრივი არაწრფივობებით

$$T_s\dot{\psi}_s(t)+\sum_{k=1}^{r}a_{ks}\psi_s^k=0,\ s=1,2,...,m. \qquad (3.8)$$

სინერგეტიკული თვალთახედვიდან (3.7) ფუნქციონალური განტოლებები, უშუალოდ დაკავშირებულნი არიან (3.8) ევოლუციურ განტოლებებთან და ატრაქტორებთან ($\psi_s=0$), რომლებიც აღწერენ სისტემის მოძრაობის საფინიშო ეტაპებს. მ ეტაპებზე ძირეულად იზრდება დეტერმინაციის თვისება. ჩნობილია [38-42], რომ ევოლუციური განტოლებების უმეტესობა წარმოადგენს ხარისხობრივ ან ექსპონენციალურ ისეთი სახის დამოკიდებულებებს, რომელიც გააჩნია მეცნიერებაში ფართოდ ცნობილ ბერნულის განტოლებას.

$$T_s\dot{\psi}_s(t)+a_{1s}\psi_s+a_{1s}\psi_s^r=0,\ s=1,2,...,m,\ r=2,3,..., \tag{3.9}$$

რომლის ამონახსნი

$$\psi_s^{r-1}(t)=\frac{a_{1s}}{\left(a_{1s}\psi_{s0}^{1-r}+a_{rs}\right)\exp(r-1)\frac{a_{1s}}{T_s}t-a_{rs}},$$

როცა $t\to 0$, $a_{1s}>0$, $a_{rs}>0$, ექსპონენციალურად მიისწრაფის $\psi_s=0$-კენ. თუ დაეუშვებთ $r=2$, $a_{1s}<0$, $a_{rs}>0$, მაშინ ბერნულის (10.9) კვადრატული განტოლება გარდაიქმნება ლოგისტიკურ განტოლებად, რომლის ამონახსნიც ექსპონენციალურად მიისწრაფეის $\psi_s=\frac{|a_{1s}|}{a_{rs}}$ მნიშენელობისკენ. ასეთი განტოლება აღწერს, კერძოდ, ეკოლოგიურ წონასწორობას, ხოლო მისი მაკროცელადები განზოგადოებულად ასახავენ რთულ კოოპერატიულ პროცესებს.

(3.7)-სისტემის განსხვავებულ თავისებურებას წარმოადგენს პირველი ტრივიალური ინტეგრალების სრული $\psi_s=B_s$, $s=1,2,...,m$, ან ნაწილობითი $\psi_s=0$ ერთობლიობის არსებობა. ს ნიშნავს რომ ამ სისტემისათეის შეიძლება განისაზღეროს ალბათობის განაწილების ზოგადი კანონი:

$$P=\exp\left[\psi_s(\psi_1,...,\psi_m)+\int_0^t\sum_{s=1}^m\frac{1}{T_s}\frac{\partial\varphi_s}{\partial\psi_s}dt\right],$$

სადაც $\psi(\psi_1,...,\psi_m)-$ პირეელი ინტეგრალების ნებისმიერი ფუნქციაა, მაშინ ალბათობის სიმკერივე მრაეალსახეობების გადაკვეთის მიდამოში $\psi_s=0$ იქნება ტოლი

$$P(0,...,0)=P_0\exp\left(\int_0^t\sum_{s=1}^m\frac{1}{T_s}\frac{\partial\varphi_s}{\partial\psi_s}dt\right).$$

აქ მიღებული გამოსახულებები $\varphi_s(\psi_s)$ ფუნქციის არჩევის შემდგომ გვაძლევს საშუალებას, გამოვთეალოთ სისტემა (3.7)-ის შესაბამისი ალბათობათა სიმკვრივე. ჩხადია, რომ $\varphi_s(\psi_s)$ მიზანშეწონილია აეირჩიოთ ისე, რომ სიმკვრივე P იყოს მაქსიმალურად შესაძლებელი შესაბამისი შეზღუდვების გათვალისწინებისას, რომლებიც დადებული არიან ფუნ-

ქციების $\varphi_s(\psi_s)$ სახეობაზე, ზოგიერთი დამატებითი კრიტერიუმებისა და წინაპირობებისაგან გამომდინარე.

ს დებულება მთლიანად ეთანხმება ალბათობის მაქსიმალური სიმკვრივის პრინციპს, ე.ი. ფაზური სივრცის შეკუმშვის მაქსიმალურად შესაძლო სიჩქარეს. სე მაგ. შისტემა (3.7) ბერნულის *(r=3)* კუბური განტოლების (3.9) სახით გააჩნია ალბათობათა სიმკვრივე

$$P_3 = \exp\left[\psi(\psi_1,\dots,\psi_m) + \int_0^t \sum_{s=1}^{m} \frac{1}{T_s}\left(a_{1s} + 3a_{3s}\psi_s^2\right)dt\right],$$

რომელიც მეტია კვადრატული *(r=2)* ბერნულის განტოლების სიმკერივესთან

$$P_2 = \exp\left[\psi(\psi_1,\dots,\psi_m) + \int_0^t \sum_{s=1}^{m} \frac{1}{T_s}\left(a_{1s} + 2a_{2s}\psi_s\right)dt\right],$$

შედარებით. ს ნიშნავს, რომ კუბური განტოლებებისათვის ფაზური მოცულობის შეკუმშვის სიჩქარე იქნება მეტი ფაზური სივრცის განსაკუთრებით გარე არესათვის. ნალოგიურად შეიძლება შევაფასოდ სხვა სახის ფუნქციონალური განტოლებების (3.7) ალბათობათა სიმკვრივე სინერგეტიკული სისტემების სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას. ღასაკვირეელია, რომ ბერნულის განტოლების გარდა, ფუნქციონალური განტოლებების აგებისათვის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს სხვა ბუნებრივი სისტემების ცნობილი ეეოლუციური განტოლებები.

ანხილული სინერგეტიკული მიდგომა, შეიძლება გადმოცემული იქნეს ოპტიმალური მართვის თეორიის ტერმინებით, ამისათვის გამოიყენება სტანდარტული ვარიაციული გამოთვლის მეთიდები. ვუჩვენოთ, რომ ძირითადი ფუნქციონალური განტოლებები (3.7) წარმოადგენენ შემდგომი განზოგადებული საოპტიმიზირებული ფუნქციონალის შესაბამისი ეილერ–ლაგრანჟის განტოლებებს.

$$J_\Sigma = \exp\int_0^\infty\left[\sum_{s=1}^{m}\varphi_s^2(\psi_s) + \sum_{s=1}^{m} T_s^2\dot{\psi}_s^2(t)\right]dt, \qquad (3.10)$$

სადაც m – მართვის ვექტორის განზომილებაა. ცხადია, რომ განტოლებები (3.7)–(3.9) სახით გამოყოფენ ექსტრემალების ქვესიმრამლეს,

რომლებიც ანიჭებენ უპირობო მინიმუმს (3.10) ფუნქციონალს. $\varphi_s(\psi_s)$ (3.10) ფუნქცია ინტეგრალქვეშა გამოსახულებაში უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ პირობებს:

1. ერთნიშნიანობა, უწყვეტობა და დიფერენცირება ψ_s –ის ყველა მნიშვნელობისათვის
2. $\varphi_s(0)=0$
3. $\varphi_s(\psi)\psi_s>0$ ნებისმიერი $\psi_s\neq 0$ –სათვის

სხვანაირად, რომ ვთქვათ, ფუნქციები $\varphi_s(\psi_s)$ ამ პირობების შესრულებისას იქნებიან იმავე ნიშნის, როგორც აქვს $\psi_s=0$. განვსაზღვროთ ფუნქციის სრული წარმოებული $\frac{\partial\psi_s}{dt}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial\psi_s(x_1,...,x_n)}{\partial x_k}\dot{x}_k(t)$.

$\dot{x}_i(t)$–ის ჩავსვათ ნაცვლად არაწრფივი ობიექტის საწყისი დიფერენციალური განტოლებების მარჯვენა ნაწილები, კერძოდ სკალარული მართვით (m=1)

$$\begin{aligned}&\dot{x}_i(t)=f_i(x_1,...,x_n); \qquad i=1,2,...,n-1;\\&\dot{x}_n(t)=f_n(x_1,...,x_n)+u,\end{aligned}$$

მაშინ მივიღებთ: $\frac{\partial\psi}{dt}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial\psi(x_1,...,x_n)}{\partial x_k}f_k(x_1,...,x_n)+\frac{\partial\psi}{dx_n}u$.

ვარიაციული აღრიცხვაში (3.10) ცნობილია ინვარიანტობის თვისების სახელწოდებით. ბოლო გამოსახულების გათვალისწინებით შეიძლება ფუნქციონალი (3.10) შეიძლება ჩაწერილ იქნეს შემდეგი სახით:

$$J_\Sigma=\int_0^\infty\left[\varphi^2(\psi)+T^2\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial\psi}{\partial x_k}f_k+\frac{\partial\psi}{\partial x_n}\right)^2\right]dt,$$

ცხადია, რომ თანმხლები ოპტიმიზირებული ფუნქციონალების ეს ფორმა (3.10) ასახავს, როგორც საწყისი ობიექტის, ასევე მისი სისტემის მართვის ზოგად თვისებებს. ეს ნიშნავს რომ განსახილველ მეთოდში საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალი წინასწარ არ არის განსაზღვრული, როგორც ეს ხდება Оრაპ-ის სტანდარტულ მეთოდში, არამედ კონსტრუირდება შესაბამისი ფუნქციების $\varphi_s(\psi_s)$ და $\psi_s(x_1,...,x_n)$

არჩევის მიხედვით ობიექტის განტოლებების გათვალისწინებით. ასეთი მიდგომა საშუალებას გვაძლევს გაეითვალისწინოთ საწყისი ობიექტის თვისებები, რადგან ხარისხის კრიტერიუმის არჩევის ეტაპზე გარეგანი პოსტულირებადი კრიტერიუმისა „თავსმოხვევამ" და ობიექტის თვისებების იგნორირებამ შეიძლება მიგვიყვანოს არაწრფივი ობიექტებში საწინააღმდეგო ან სულაც მიუღებელ გარდამავალი პროცესების მიმდინარეობამდე. ამ აზრით ოპტიმიზირებული ფუნქციონალის ფორმირება ობიექტის განტოლებების გათვალისწინებით ეთანხმება მექანიკაში ცნობილი გაუსის პინციპს. რასაკვირველია, რომ ამასთან ობიექტი უნდა გადატანილ იქნეს საწყისი მდგომარეობიდან მოცემულ მდგომარეობაში, რადგან ხდება მოძრაობის მართვის სინთეზი. განსხვავება მდგომარეობს (3.10) ფუნქციონალის მაკროცვლადების ψ_s მიმართ ფორმირებაში, რომლებიც წარმოადგენენ მდგომარეობის კოორდინატების ერთგვარ არჩევით აგრეგატებს. ეს ამოცანა ცნობილია საოპტიზირებელი (3.10) ფუნქციონალების, აგრეგირებული მაკროელემენტების გამოყენებით არაკ-ის ამოცანად. აგრეგირებული მაკროცვლადების ψ_s და $\varphi_s(\psi_s)$ ფუნქცია შეიძლება არჩეულ იქნას სხვადასხვა მოსაზრებით: რომლებიც დაკავშირებულია სასურველ გარდამავალ და ობიექტის მოძრაობის დამყარებულ რეჟიმთან – ატრაქტორებთან სისტემის ფაზურ სივრცეში.

[35,49] ნაშრომებში დასაბუთებული იყო მართვის ამოცანებში ფაზურ სივრცეში ფუნქციონალების გამოყენების მიზანშეწონილობა, რომლებიც საშუალებას გვაძლევდენ უზრუნველეყოთ გარე არეში ასიმპტოტური მდგრადი მოძრაობა და საკმაოდ ეფექტურად ჩახშობილ იქნეს წარმოშობილი გადახრები დროის მცირე მონაკვეთში. ასეთი სახის ფუნქციონალებს განეკუთნებიან საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალები (3.10), რომელთა სტრუქტურის შეცვლა შეიძლება განხორციელდეს პირველ რიგში, როგორც $\varphi_s(\psi_s)$ ფუნქციის სტრუქტურის შეცვლით-შესაბამისი რაოდენობა მაღალი ხარისხის ფუნქციის ψ_s ე.ი

$\psi_s^3, \psi_s^4, \dots, \psi_s^r$ წევრების რაოდენობის შენარჩუნება (3.8), ასევე, მეორე რიგში, მაკროცვლადების $\psi_s(x_1, \dots, x_n)$, ფორმის შეცვლით, რომლებიც დაკავშირებულები არიან სინთეზირებადი სისტემის სასურველ ატრაქტორებთან. პირველ შემთხვევაში საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალს (3.10)-ს გააჩნია, მცირედი გადახრების რეჟიმებისათვის არსებითად განსხვავებული სახეები, როდესაც მაღალი ხარისხიანი წევრები ახდენენ მცირე ზემოქმედებას $(\psi^3 = \dots = \psi^r \equiv 0)$, ხოლო დიდი გადახრების რეჟიმებისათვის იგივე წევრები ასრულებენ მნიშვნელოვან როლს გარდამავალ პროცესში. (3.10) ფუნქციონალში მაღალი ხარისხის წევრების არსებობა ნიშნავს იმას, რომ მართვის კანონი, უფრო აქტიურად რეაგირებს უფრო დიდ გადახრებზე და მათ ინტენსიურად ჩაახშობს მცირე დროში. ამავდროულად ფუნქციონალში გაგვაჩნია კვადრატული წევრები ψ_s^2, რომლებიც მოგვცემს საშუალებას საკმაოდ ეფექტურად გადაამუშაოს სისტემამ საწყისი მდგომარეობიდან მცირედი გადახრებით.

სინერგეტიკის ტერმინებში [38,39] მაკროცვლადები ψ_s-ეს ხარისხის განზოდადოებული პარამეტრებია, რომლებიც ასახავენ სინთეზირებადი სისტემების კოლექტიურ თვისებებს, ისინი წარმოადგენენ „ინფორმატორებს"-სინერგეტიკული ინფორმაციის მატარებლებს სისტემაში მიმდინარე პროცესების შესახებ. სწორედ ეს ხარისხის პარამეტრები განსაზღვრავენ თვითორგანიზაციის მიმართული პროცესების მიმდინარეობას სინთეზირებად სისტემაში. მაკროცელადების ψ_s – განმარტება როგორც ხარისხის განზოგადოებული პარამეტრებისა, ახასიათებენ მრავალდონიან სისტემების საერთო მდგომარეიბას, საშუალებას გვაძლევს განვახორციელოთ (3.10) სახის ფუნქციონალების შემდეგი სინერგეტიკული ინტერპრეტაცია. ჰაკენის [40,41]-ის თანახმად თვითორგანიზებადი სისტემების მაკროსკოპიული მოქმედების ზომად შეიძლება გამოყენებული იქნეს ხარისხის პარამეტრის კვადრატი ამ საზომს პირობითად შეიძლება დავარქვეათ სისტემის მიერ შესრულებული სამუშაო.

აქედან გამომდინარეობს თანმხლებ ფუნქციონალში (3.9) კვადრატული მდგენელების $\dot{\varphi}_s(\psi_s)$ შემოყვანის მიზანშეწონილობა, რომლებიც ასახავენ სინთეზირებადი სისტემების მაკროსკოპული ზემოქმედების სიდიდეს (საზომს). სისტემების ეფექტურობის საზომად სინერგეტიკაში მითებულია მაკროსკოპიული ზემოქმედების საზომის ცვლილების სიჩქარე, რაც ჩვენს შემთხვევაში აისახება თანმხლებ ფუნქციონალში მდგენელების $\dot{\varphi}_s(\psi_s)$ შემოტანით. უნდა აღვნიშნოთ, რომ ОРАК-ის თეორიაში ხარისხის კვადრატულ კრიტერიუმებში წონითი კოეფიციენტების შერჩევის ცნობილი რთული პრობლემა ღებულობს (3.10) ფუნქციონალების მიმართ იოლ გადაწყვეტას. აქ წონითი კოეფიციენტები T_s განსაზღვრავენ სისტემის ბწ მოძრაობის დროს მრავალსახეობების გადაკვეთამდე.

საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალებმა (3.10), რომლებიც გამოიყენება არაკ-ის მეთოდში, შეიძლება მოგვცეს შინაარსობრივი ინტერპრეტაცია ვარიაციული აღრიცხვის უკუამოცანებშიც. სინამდვილეში, ვარიაციული აღრიცხვიდან ცნობილია, ლანგრაჟიანი L_q წარმოადგენს ბუნებრივი მოძრაობის კრიტერიუმს, რომელსაც ასრულებს შესაბამისი ობიექტი მისი საკუთარი, არაკორექტირებული ($U = 0$) დინამიკური თვისებებით. ცნობილია, რომ ბუნებრივი მოძრაობისას კრიტერიუმის როლში გამოდის ინტეგრალი

$$J = \int_{t_0}^{t_k} L_q(x_1, \ldots, x_n, t)\,dt,$$

რომელსაც მექანიკაში უწოდებენ მოქმედებას. ეს მოქმედება მრავალ შესაძლო მოძრაობიდან გამოყოფს ობიექტის იმ რეალურ მოძრაობას, რომელზედაც J კრიტერიუმს გააჩნია სტაციონალური მნიშვნელობა (ჩვეულებრივად მინიმალური). ნათელია, რომ აუცილებლობა შესაბამისი მართვის $u(x_1, \ldots, x_n) = L_q$ შემოტანისა წარმოიქმნება იმ შემთხვევებში, როდესაც ობიექტის ბუნებრივი მოძრაობის ტრაექტორია არ გადის სასურველ (მიზნობრივ) მდგომარეობაზე. მაშინ ობიექტის

მიზნობრივი მდგომარეობიდან წარმოშობილი გადახრები შეიძლება ჩამოვაცილოთ შემდეგი სახის ახალი ლაგრანჟიანის შემოყვანით.

$$L_{\Sigma} = L_{1} + L_{u}$$

რომელიც ასახავს უკვე მართვადი ობიექტის თვისებებს. აქედან გამომდინარეობს რომ არაკ-ის მეთოდით მართვის კანონის $u(x_1,...,x_n)$ სინთეზი შეიძლება ინტერპრეტირებულ იქნეს როგორც ჩვეულებრივი ლაგრანჟიანის დამატებითი ცვლილება. ე.ი.

$$u(x_1,...,x_n) \equiv L_u .$$

სხვანაირად რომ ვთქვათ, წარმოიშობა ვარიაციული აღრიცხვის ერთგვარი უკუამოცანა, რომელშიც საჭიროა მოინახოს ახალი კრიტერიუმი-ფუნქციონალი, რომელიც უზრუნველყოფს სინთეზირებადი სისტემის დასახული მიზნის მიღწევას. ჩვეულებრივ ეს ოპტიმალური მართვის თეორიის ძნელად გადასაწყვეტი ამოცანაა, თუმცა არაკ-ის მეთოდში ის ღებულობს თავის ეფექტურ ამონახსნს თანხმლები ფუნქციონალების სახით. აქ მთავარია ხაზი გავუსვათ იმ ფაქტს, რომ ასეთი ინტერპრეტაციისას საოპტიმიზაციო ფუნქციონალი იძენს ახალ მეთოდოლოგიურ შინაარს. კერძოდ: ის უკავშირდება პირველ რიგში ობიექტის მართვის საბოლოო მიზანს-მის გადაყვანას ფაზური სივრცის სასურველ საბოლოო მდგომარეობაში ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან (ზოგიერთ დასაშვებ არეში), და არა გარდამავალი პროცესების სასურველი თვისებების უზრუნველყოფასთან, როგორც ეს ჩვეულებრივ მოცემულია ოპტიმალური მართვის მათემატიკურ თეორიაში. არაკ-ის მეთოდში ასეთი ინტერპრეტაციას ეძლევა კარდინალური მნიშვნელობა, ხოლო მართვის ძირითადი პრობლემა ფორმულირდება როგორც მართვის კანონების $u(u_1,...,u_m)$ სინთეზის პრობლემა, რომელიც უზრუნველყოფს სისტემის „ობიექტ-რეგულატორის" ფაზური მოცულობის შეკუმშვისას მისი გწ-ს აუცილებელ მოხვედრას ასიმპტოტურ მრავალსახეობებზე – ატრაქტრებზე ფაზურ სივრცეში.

მეორე ფორმულირება არაპ-ის მეთოდში ვარიაციული უკუამოცანისა საოპტიმიზირებელ (3.10) ფუნქციონალთან მდგომარეობს შემდეგში. დავუშვათ, რომ ოპტიმალური მართვის სისტემაში (3.6) შეიძლება მოიძებნოს ეილერ-ლაგრანჟის განტოლების (3.7) სისტემის ფუნქციონალურად დამოუკიდებელი $\psi_s = 0$ $(S = 1, ..., m)$ პირველი ინტეგრალები, რომლებიც განსაზღვრავენ (3.10) ფუნქციონალისათვის ექსტრემალების ველს და არიან თავსებადნი (10.6) საწყის განტოლებებთან. მაშინ მართვა $u_{l+1}, ..., U_n$, რომლებიც წარმოდგენილია (3.6) და (3.7)-ის სახით. განტოლებების ერთობლივი ამოხსნის შედეგი საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალს (3.10) ანიჭებს უპირობო ექსტრემუმს. უკუ ამოცანის ორივე ტიპის ფორმულირება ვარიაციული აღრიცხვისათვის ამყარებს უშუალო კავშირს არაპ-ის მეთოდსა და ანალიტიკური მექანიკის ძირითად ცნებებს შორის.

იმისათვის, რომ დავაკონკრეტოთ (3.10) საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალის სახე და გავითვალისწინებთ სინთეზირებადი სისტემებისადმი დამატებით მოთხოვნებს, საჭიროდ შევარჩიოთ როგორც ფუნქცია ψ_s, აგრეთვე, მაკროცვლადები $\varphi_s(\psi_s)$. განვიხილოთ მოკლედ ამ ფუნქციების აგების ზოგიერთი ხერხი არაპ-ის მეთოდში [35]. შეზღუდვების $|x_k| \le A_k$ გათვალისწინებით. მაკროცვლადების

$$\psi_s = x_k + A_k th F_k(x_1, ..., x_n, ...), \tag{3.11}$$

გამოყენებით შეიძლება უზრუნველყოთ მითითებული შეზღუდვები კოორდინატებზე და მართვაზე.

არაწრფივი სისტემებში წყვეტილი მართვის სინთეზისათვის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს უბან-უბან გლუვი შემდეგი სახის მაკროცვლადები.

$$\psi_s = \sum_{k=1}^{n-1} \beta_k |x_k| + \beta_n |s| \quad \text{ან} \quad \psi_s = \sum_{k=1}^{n-1} \beta_k x_k^2 + \beta_n |s|, \tag{3.12}$$

სადაც $s = x_n + \varphi(x_1, ..., x_{n-1})$. საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალი (3.10)-ის საფუძველზე $\varphi_s(\psi_s)$ და $\psi_s(x_1, ..., x_n)$ ფუნქციების შერჩევით შეიძლება

ავაგოთ სხვადასხვა ნახვევები, რომლებიც აღწერენ კრიტერიუმებს. როგორც მცირე ასევე დიდი გადახრების შემთხვევაში სისტემების (3.12) ოპტიმიზირებულ რეჟიმებს (3.11) სახის $\varphi_s(\psi_s)=\psi_s$ – მაკროცვლადებისათვის საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალს აქვს სახე:

$$J_{■} \int_{t_{■}}^{t_{■}} \left[\left(\pm A_k + x_k \right)^2 + T_k^2 \dot{x}_k^2(t) \right] dt \qquad (3.13)$$

ვივარაუდოთ, რომ ობიექტის განტოლებებში $\varphi_n = 0$, მაშინ (3.13)-დან გვაქვს

$$J_{■} \int_{t_{■}}^{t_{■}} \left[\left(\pm A_k + x_k \right)^2 + T_k^2 U_k^2(t) \right] dt. \qquad (3.14)$$

მიღებული (3.14) კრიტერიუმი ასახავს მართვაზე დახარჯული ენერგიის მინიმუმს კოორდინატზე $|x_k| \le A_k$ შეზღუდვის გათვალისწინებით. ასეთი ტიპის ამოცანებს ხშირად განვიხილავთ მართვის გამოყენებით ამოცანებში. ანალოგიურად $\varphi_s(\psi_s) = th\psi_s$ და ψ_s (3.11) დიდი გადახრების რეჟიმში $\psi_k = 0$ დან, როცა $th_{s■} \cong \pm 1$, საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალი (3.10) ღებულობს სახეს

$$J_{■} \int_{t_{■}}^{t_{■}} \left[1 + T_k^2 \psi_{■}^2(t) \right] dt \qquad (3.15)$$

თუ ობიექტის განტოლებებში $f_n = 0$, მაშინ (10.15)-ის საფუძველზე ვღებულობთ საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალს.

$$J_{■} \int_{t_{■}}^{t_{■}} \left(1 + T_k^2 U_k^2(t) \right) dt \qquad (3.16)$$

რომელიც თავის თავში მოიცავს სწრაფმოქმედების და ენერგოდანახარჯების კრიტერიუმებს, რომლებსაც გააჩნიათ მნიშენელოვანი გამოყენებითი აზრი მართვის სხვადასხვა ამოცანებში.

დიდი გადახრების რეჟიმებში აგებული კრიტერიუმები (3.13)-(3.16) უზრუნველყოფენ მხოლოდ სუბოპტიმალურ პროცესებს. თუმცა აქ მნიშენელოვანია ψ_s (3.11), (3.12) და $\varphi_s(\psi_s)$ შესაბამისი არჩევა, რითაც შეგვიძლია დავაკმაყოფილოთ მოთხოვნები სისტემების დინამიკური თვისებებისადმი.

ფუნქციონალური განტოლებების აგებისათვის შეიძლება მიღებულ იქნეს აგრეთვე ოპტიმალური მართვის სხვა კრიტერიუმებიც. ასე მაგალითად სწრაფმოქმედების კრიტერიუმი [10.19]-ის გამოყენებით შემდეგი განტოლებები – ორარხიანი მართვისას ($m=2$)

$$\dot{\psi}_1(t)=\psi_2\,,\quad \dot{\psi}_{21}(t)=-U_{v\max}\,sign\,\mu(\psi_1,\psi_2)\,,\quad \mu(\psi_1,\psi_2)=\psi_1+\frac{0,5}{U_{v\max}}\psi_2|\psi_2|;$$

სამარხიანი მართვის შემთხვევაში ($m=3$)

$$\dot{\psi}_1(t)=\psi_2\,,\quad \dot{\psi}_2(t)=\psi_{32}\,,\quad \dot{\psi}_3(t)=-U_{v\max}\,sign\,\mu(\psi_1,\psi_2,\psi_3)\,,$$

სადაც $\mu(\psi_1,\psi_2,\psi_3)=\psi_1+\frac{1}{3}|\psi_3|(2\psi_2+\psi_3|\psi_3|)+(\psi_2+0,5\psi_3|\psi_3|)\sqrt{|\psi_2+0,5\psi_3|\psi_3||}$;

ამ შემთხვევაში სისტემის აღმწერი წერტილი მინიმალურ დროში ხვდება შესაბამისი $\mu=0$ მრავალსახეობების გადაკვეთის წერტილში. შემდგომ იმოძრავებს მის გასწერივ სასურველ საფინიშო მრავალსახეობაზე მოხვედრამდე.

ანალოგიური განტოლებები შეიძლება ავაგოთ (3.7) ფორმის საფუძველზე. ისეთი არაწრფივი ფუნქციების $\varphi_s(\psi_s)$ გამოყენებით რომელიც არადიფერენცირებადია ნულოვან წერტილში. კერძოდ, შეიძლება ამოვირჩიოთ შემდეგი განტოლებები:

$$T_s\dot{\psi}_s(t)+\dot{\psi}_s^{\frac{1}{2p+1}}=0\quad p=1,2,\dots . \tag{3.17}$$

როცა $p\to\infty$ განტოლება (3.19) ჩაიწერება შემდეგი სახით.

$$T_s\dot{\psi}_s(t)+sign\,\psi_s=0. \tag{3.18}$$

ამ დროს ფუნქციონალი (3.1) გარდაიქმნა შემდეგ ფორმაში

$$J_\Sigma=\int_0^\infty \psi_s^r\,dt$$

როდესაც გარდაუვალია მოძრაობა მრავალსახეობის $\psi_s=0$ გასწერივ.

(3.17), (3.18)-დან გამომდინარეობს, რომ დროის განსაზღვრულ მომენტში ა.წ. მათემატიკურად ზუსტად ხვდება $\psi_s=0$ მრავალსახეობების გადაკვეთაზე, შემდგომ შეიძლება წარმოიშვას მოძრაობის მცოცავი რე-

ქიმი, ანალოგიურად სხვა ხარისხის კრიტერიუმების გამოყენებისას, და შეიძლება აგებული იქნას შესაბამისი ფუნქციონალური განტოლებები.

საბოლოოდ, საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალის (3.10) ფორმა ყველაზე უფრო მოსახერხებელია ისეთი არაწრფივი ობიექტების მართვის ამოცანებისათვის, რომელთა მათემატიკური მოდელებიც წარმოდგენილია პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლებებით. წარმოდგენილი მეთოდი შეიძლება მისაღები აღმოჩნდეს სხვა ცნობილი მოდელებისთვისაც. კერძოდ, მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლებების სისტემებისთვისაც. მაგალითად, მექანიკური სისტემების მათემატიკური მოდელები, რომლებიც ჩვეულებრივ ჩაიწერება ნიუტონის მეორე კანონის ან ლაგრანჟის ფორმულის მიხედვით. ამ შემთხვევაში მიზანშეწონილია მოვახდინოთ ფუნქციონალის (3.7) მოდიფიცირება არაკ-ის მეთოდის გამოყენებით, თუ ობიექტის განტოლებებს თუ წარმოვადგენთ შემდეგი სახით:

$$T_s^2\ddot{\psi}_s(t)+\varphi_s(\dot{\psi}_s)+f_s(\dot{\psi}_s)=0 \quad s=1,2,\ldots,m \tag{3.19}$$

სადაც m - მართვის ვექტორული განზომილებაა.

ამ განტოლებებს შეიძლება მიეცეს ენერგომექანიკური ინტერპრეტაცია [47]. ჩავთვალოთ, რომ (3.19) განტოლებები აღწერენ იმ მატერიალური წერტილების ერთობლიობის მოძრაობას, რომლებზედაც მოქმედებენ არაწრფივი აღმდგენი ძალები $\varphi_s(\dot{\psi}_s)$. ამასთან ერთად T_s^2 პარამეტრი შეიძლება ჩავთვალოთ მატერიალური წერტილების მასის ანალოგად. მაშინ [47]-ის თანახმად სისტემის სრული ენერგია ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$v_s(t)=0,5\dot{\psi}_s^2+\frac{1}{T_s^2}\int_0^{\psi_s} f(\psi_s)d\psi_s$$

ამ გამოსახულებაში მარჯვენა მხარის პირველი წევრი აღნიშნავს კინეტიკურ ენერგიას, მეორე – სისტემის პოტენციალურ ენერგიას. გარემოს წინაღობის არარსებობის შემთხვევაში $\varphi_s(\dot{\psi}_s)=0$ და, შესაბამისად ენერგიის შენახვის კანონის თანახმად, (3.19) სისტემას – ექნება პირველი ინტეგრალი $v_s=const$. თუმცა რეალურ პირობებში მექანიკური ენე-

რგია სისტემის მოძრაობის პროცესში გარემოს წინაღობის გამო, როგორც ცნობილია, გადადის თბურ ენერგიაში. ეს ნიშნავს რომ ფუნქცია v_s საჭიროების შემთხვევაში კლებულობს (3.19) სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის გასწვრივ. ამის საილუსტრაციოდ გავაწარმოეთ v_s–გამოსაქხულება დროის მიხედვით:

$$\dot{v}_s(t)=\left[\ddot{\psi}_s(t)+f_s(\psi_s)\right]\dot{\psi}_s(t)$$

ე.ი. (3.19) განტოლების გათვალისწინებით გვაქვს

$$\dot{v}_s(t)=-\frac{1}{T_s^2}\varphi(\dot{\psi}_s)\dot{\psi}_s(t).$$

აქედან უშუალოდ გამომდინარეობს, რომ $\varphi_s(\dot{\psi}_s)\dot{\psi}_s(t)>0$ წარმოებული $\dot{u}_s(t)\leq 0$ ე.ი. ამ შემთხვევაში სისტემების სრული ენერგია (3.10) მცირდება. ცხადია რომ v_s–ფუნქცია, რომელიც ასახავს სისტემის ენერგიას იყო განსაზღვრულად დადებითი, ამისათვის აუცილებელია შესრულდეს უტოლობა $f_s(\psi_s)\psi_s>0$. თუ ვიეარაუდებთ, რომ $\varphi_s(\dot{\psi}_s)=0$, მაშინ $\dot{u}_s(t)=0$ და შესაბამისად $u_s=const$ ე.ი. გარემოს წინაღობის არარსებობის შემთხვევაში სისტემას (3.19)-ს გააჩნია პირველი ინტეგრალი, რომელიც შეესაბამება ენერგიის შენახვის კანონს იზოლირებულ მექანიკურ სისტემაში.

ასე, რომ [47]-ის თანახმად, (3.19)-სისტემის ასიმპტოტური მდგრადობის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$ა)\ f(\psi_s)\psi_s>0 \quad \psi_s\neq 0; \qquad ბ)\ \psi_s(\dot{\psi}_s)\dot{\psi}_s(t)>0 \quad \psi_s(t)\neq 0$$

$$გ)\ \int_0^{\psi_s} f_s(\psi_s)d\psi_s\to\infty \quad |\psi_s|\to\infty$$

არაპ-ის მეთოდის შესაბამისად ამ პირობების შესრულება უზრუნველყოფს მართვის სისტემის გამომსახველი წერტილის (გწ) ინვარიანტული მრავალსახოვნებების $\psi_s(x_1,...,x_n)=0$ და $\dot{\psi}_s(x_1,...,x_n,\dot{x}_1,...,\dot{x}_n)=0$ გადაკვეთაზე გადაყვანას. ცხადია, რომ ფუნქციონალური განტოლებები (3.19) საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალს ანიჭებენ უპირობო ექსტრემუმს:

$$J_\Sigma=\int_0^\infty\left[f_s^2(\psi_s)+\lambda_{1s}\varphi_s^2(\dot{\psi}_s)+\lambda_{2s}\ddot{\psi}_s^2(t_s)\right]dt \qquad (3.20)$$

სადაც λ_{ks}-ერთგვარი წონითი კოეფიციენტებია, რომლებიც უშუალოდ დაკავშირებულნი არიან (3.19)-ის განტოლების კოეფიციენტებთან.

წრფივი შემთხვევისათვის (3.19)-განტოლება და საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალი (3.20) ღებულობს შემდეგ სახეს:

$$\ddot{\psi}_s(t)+a_{1s}\dot{\psi}_s(t)+a_{1s}\psi_s=0$$

და $$J_\Sigma=\int_0^\infty\left[\psi_s^2+\lambda_{1s}\dot{\psi}_s^2(t)+\lambda_{2s}\ddot{\psi}_s^2(t)\right]dt$$

სადაც კოეფიციენტები a_{ks} და λ_{ks} დაკავშირებულია ერთმანეთთან შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$\lambda_{1s}=a_{1s}^2-2a_{0s};\qquad \lambda_{2s}=a_{2s}^2$$

აღენიშნოთ, რომ ფუნქციის ასიმპტოტური თვისებების ძალით $\psi_s(t)\to 0$ და $\dot{\psi}_s(t)\to 0$ როცა t→0 კვადრატული საოპტიმიზირებელი ფუნქციონალი შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი ექვივალენტური ფორმით

$$J_\Sigma=\int_0^\infty\left[\ddot{\psi}_s(t)+\lambda_{1s}\dot{\psi}_s+\lambda_{2s}\psi_s\right]dt+c_s$$

სადაც C_s - ერთგვარი მუდმივებია, რომლებიც არ მოქმედებენ ԾОФ-ის ექსტრემუმზე.

საოპტიმიზირებელ ფუნქციონალის მინიმიზაციის (3.10) პირობა ანალოგიურად ტოლფასია ფუნქციონალის მინიმიზაციის

$$J_\Sigma=\int_0^\infty\left[T_s\ddot{\psi}_s(t)+\psi_s\right]^2dt+c_s$$

ეს ნიშნავს, რომ წრფივ შემთხვევაში საოპტიმაზირებელი ფუნქციონალები J_Σ და J_Σ (3.20) შეიძლება სისტემის დინამიკაში წარმოდგენილ იქნენ ცნობილი კვადრატული შეფასებების სახით.

ამრიგად, (3.19) ფუნქციონალური სახის განტოლებებს შეიძლება მივცემთ ფიზიკური განმარტება. (3.7) განტოლებაც წარმოადგენს კლასიკური მექანიკის ინვარიანტული დამოკიდებულებას. რასაკვირველია, რომ რთული, მაგალითად ელექტრომექანიკური სისტემებისათვის ზოგადი შემთხვევაში შეიძლება აღმოჩნდეს მიზანშეწონილი გამოვიყენოთ პირველი (3.7) და მეორე (3.19) რიგის ფუნქციონალური განტოლებების კომბინაციები და შესაბამისი ოპტიმიზირებადი ფუნქციონალები.

ზემოთ განხილული ფუნქციონალები (3.10) და (3.20) სინერგეტიკულ მიდგომაში, ზოგადად რომ ვთქვათ, არ თამაშობენ განმსაზღვრულ როლს. თუმცა აქ მიდგომაში, რომელიც დაფუძნებულია მიმზიდავი ინვარიანტული მრავალსახოვნებების შემოტანასთან, საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ ოპტიმალური მართვის ამოცანებში ახალი თავისებურებები.

3.2. არაწრფივი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადოებული მეთოდი

აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადებული მეთოდი (არაკ) ეფუძნება მართვის თეორიაში სინერგეტიკული მიდგომის კონცეპტუალურ დებულებებს. ამ მიდგომის არსი მდგომარეობს შემდეგში.

ფუნქცების ψ_s და $\psi_s(\psi_s)$ –არჩევის შემდეგ ფუნქციონალური განტოლებების (3.7), (3.8), (3.9) საფუძველზე შესაძლებელია მართვის კანონების სინთეზი. განსაკუთრებით უნდა აღვნიშნოთ, რომ ეს კანონები, მართვის თეორიის კლასიკური მეთოდებისაგან განსხვავებით, პირველ რიგში განსაზღვრავენ, არა მარტო ერთეული ცვლადების, არამედ სისტემების თვითორგანიზაციის კოლექტიური პროცესების მართვის სტრატეგიას. სწორედ ამაში მდგომარეობს დინამიკური სისტემების მიზანმიმართული თვითორგანიზაცია. მართვის სინთეზის სინერგეტიკული მიდგომის არსი მდგომარეობს სასურველი გარე – და შიდა სისტემური ინვარიანტების შენარჩუნებაში $\psi_s=0$ ფაზური სივრცის

სტრუქტურაში. კონკრეტულად გარე ინვარიანტების რიცხვი *(m)*, რომელიც პარალელურად შევყავთ სისტემის სტრუქტურაში, განისაზღვრება მართვის არხების რიცხვით: $\psi_1=0,... \psi_m=0$ $m\leq n$. ხოლო მიმდევრობით შეყვანილი შიდასისტემური ინვარიანტების რიცხვი შემოსაზღვრულია გაფართოებული სისტემის ხარისხის $\psi_{m\text{-}H}=0,... \psi_r=0$ $r\leq n\text{-}m$ მიხედვით. ამისგან დამოკიდებულებით, სისტემის წინაშე დასახული მიზნები მუდმივია თუ ცვალებადი, შეიძლება შეიცვალოს შემოსატანი გარე და შიდა ინვარიანტების „კოლექტივი". სხვა სიტყვებით, ფიზიკური (ქიმიური, ბიოლოგიური) მართვის სისტემაში შეგვიძლია განვახორციელოთ დინამიკური ინვარიანტების შესაბამისი ამონაკრების ტიპების ამორჩევა და ამით რეალიზება გავუკეთოთ მისი მიმართული თვითორგანიზაციის უნარს.

გადავიდეთ აგრეგირებული დინამიკური რეგულატორების სინთეზის კონკრეტული პროცედურების განხილვაზე, რომლებიც ემყარებიან არაპ–ის მეთოდის საერთო იდეალოგიას.

ამ მეთოდის თანახმად სისტემის (3.6) გამომსახველი წერტილები გაფართოებული „გარე" მართვების $u_{i+1},...u_n$ ზემოქმედებით ხვდება $\psi_1=0,...\psi_m=0$ მრავალსახეობების გადაკვეთის არეში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება დეკომპოზირებული სისტემის „შინაგანი" დინამიკის განტოლებებით:

$$\begin{aligned}
&\dot{w}_{j\psi}(t)=g_j(w_{1\psi},...,w_{\mu\psi},v_{l+1},...,v_n,x_{1\psi},...,x_{m-1\psi}),\ j=1,...,\mu;\\
&\dot{x}_{i\psi}(t)=f_i(x_{1\psi},...,x_{m-1\psi},v_{l+1},...,v_n),i=\mu+1,...,m-1
\end{aligned}\tag{3.21}$$

სადაც $v_{l+1},... v_n$ – შინაგანი მართვებია

მართვის $v_{l+1},...,v_n$ სინთეზი წარმოადგენს (3.21) ქვეობიექტის მართვის დამოუკიდებელ შიდა ამოცანას. ამისათვის გამოიყენება ინვარიანტული მრავალსახეობების მიმდევრობი-პარალელური ერთობლიობა.

მართვის შენახვის პრინციპის თანახმად შინაგან მართვას v_k-ს გააჩნია უცვლელი განზომილება $dimv_k=m$, რომელიც ემთხვევა გარე მართვების განზომილებს. შინაგანი მართვები v_k მოქმედებს (3.21) ქვეობი-

ექტს დეკომპოზირებას უკეთებს მას შემდგომ *n-m* განზომილების ქვეობიექტამდე. ნაჩვენები მიმდევრობითი დეკომპოზიციის პროცესი გრძელდება ბწ-ის მოხვედრამდე არჩეულ საფინიშო მრავალსახეობებამდე-ატრაქტორამდე, რომლის განზომილებაც განისაზღვრება დამოკიდებულებით

$$dimA=n-rm$$

სადაც n (3.6) გაფართოებული სისტემის განზომილებაა, m – მართვის ვექტორის განზომილებაა, r - მიმდევრობით შემოტანილი ატრაქტორების რიცხვია.

აღწერილი პროცედურის შედეგად შინაგანი მართვები აღმოჩნდებიან რეკურენტულად ერთმანეთთან დაკავშირებული ვიცი რა $v_{l+l},...,v_n$ მართვები, შეიძლება შემოვიტანოთ სასურველი მაკროცელადები, მაგალითად წრფივი სახის

$$\psi_s = \gamma_{s1}(x_{l+1} - v_1) + ... + \gamma_{sm}(x_n - v_n), s = 1,...,m \tag{3.22}$$

(3.7) სახის ფუნქციონალური განტოლებების და ასევე სასურველი მაკროცელადების ψ_s (3.22) და (3.6)-ს გაფართოებული სისტემის საფუძველზე არაკ მეთოდის შესაბამისად მოიძებნება „გარეშე" მართვები.

$$\begin{gathered} u_{l+1} = -f_{l+1}(x_1,...,x_n) - w_{l+1} - \frac{D_1}{D}; \\ \text{-------------------------------} \\ u_n = -f_n(x_1,...,x_n) - w_n - \frac{D_n}{D}, \end{gathered} \tag{3.23}$$

სადაც

$$D = \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{2m} \\ ... & & ... \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \gamma_{mm} \end{vmatrix} \neq 0, D_1 = \begin{vmatrix} \Phi_1 & \gamma_{12} & \gamma_{1m} \\ \Phi_2 & \gamma_{22} & \gamma_{2m} \\ ... & & ... \\ \Phi_m & \gamma_{m2} & \gamma_{mm} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{როცა} \Phi_s = 0$$

$$D_n = \begin{vmatrix} \gamma_{11}\ \gamma_{12} \ ...\gamma_{1,m-1} & \Phi_1 \\ \gamma_{21}\ \gamma_{22}\ ...\gamma_{2,m-1} & \Phi_2 \\ ... & ... \\ \gamma_{m1}\ \gamma_{m2}\ ...\ \gamma_{m,m-1} & \Phi_m \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{როცა} \Phi_s \neq 0 \tag{3.24}$$

$$\Phi_s = \gamma_{s1}\dot{\nu}_1(t) + \gamma_{s2}\dot{\nu}_2(t) + \ldots + \gamma_{sm}\dot{\nu}_m(t) - \frac{1}{T_s}\varphi_s(\psi_s) \qquad (3.25)$$

აქ მიღებული შეფარდებები (3.23)-(3.25) გვაძლევს საშუალებას მოვნახოთ (3.23) ვექტორული მართვის კანონები, რომლებსაც გადაყავთ ბწ ინვარიანტული მრავალსახეობების $\psi_1 = 0, \ldots, \psi_m = 0$ გადაკვეთის მიდამოში. ბწ-ის მოძრაობა ამ გადაკვეთების გასწვრივ განისაზღვრება შინაგანი დინამიკის განტოლებებით (3.21). (3.23) მართვის კანონენუ კავშირის განტოლებებთან (3.2) ქმნიან დინამიკურ აგრეგირებული რეგულატორის განტოლებების რომელიც უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის (3.6)–(3.23) სელექტიურ ინვარიანტულობას $M_1(t), \ldots, M_n(t)$ შეშფოთებების მიმართ, მისი მოძრაობის ასიმპტოტურ მდგრადობას და სასურველ დინამიკურ თეისებებს.

მართვის თეორიაში ახალი მეთოდის პრინციალურ განსხვავებას წარმოადგენს შემდეგი მოსაზრებით:

პირველ რიგში: მთავარი ყურადღების კონცენტრირება სინთეზირებადი სისტემების ყოფაქცევაზე მიმზიდავ ინვარიანტულ მრავალსახეობებზე-ატრაქტორებზე, რასაც მივყევართ მართვის სისტემის დინამიკურ დეკომპოზიციამდე და შესაბამისად, მისი ყოფაქცევის არსებით გამარტივებამდე, რადგანაც ამ დროს შესაძლებელია სასურველი ევოლუციური დაბალი განზომილებანი განტოლებების ფორმირება, რომლებიც აღწერენ მოძრაობის მდგრად ასიმპტოტიურ რეჟიმებს.

მეორე რიგში: სასურველი დაბალი რიგის განზომილებიანი ევოლუციური განტოლებების ფორმირების შესაძლებლობა, რომლებიც აღწერენ მოძრაობის მდგრად ასიმპტოტურ რეჟიმებს და წარმოადგენენ მრავალსახეობებზე სინთეზირებად სისტემებს, დინამიკური მდგომარეობის განტოლებებს.

მესამე რიგში: „შინაგანი" მართვების პარალელურ-მიმდევრობითი ერთობლიობის კასკადური სინთეზი, რომლებიც დინამიკურად დაკავში-

რებულნი არიან ერთმანეთთან და უზრუნველყოფენ ატრაქტორებზე დეკომპოზირებული სისტემების სასურველ ყოფაქცევას.

აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (არაკ)-ის მეთოდში, რომელიც დაფუძნებულია აგრეგირების – დეკომპოზიციის პროცედურაზე, მაღალი განზომილების სინთეზირებადი არაწრფივი სისტემების ასიმპტოტური მდგრადობის უზრუნველსაყოფად, გამოიყენება ლიაპუნოვის პარალელურ-მიმდევრობითი ფუნქციათა ერთობლიობა. ამასთან ერთად თავდაპირველად შემოგვაქვს (3.7) განტოლებისათვის ლიაპუნოვის უმარტივესი ფუნქციები $V_r = 0,5\psi_r^2$, $\psi_r(x_1,...,x_n)$ მაკროცვლადების მიმართ, და შემდეგ საბოლოო მრავალსახეობებზე $\psi_r = 0$ გამოიკვლევა მოძრაობის მდგრადობა *(n-rm)* კოორდინატთა ნაწილის მიმართ, რომლებიც აღწერენ დეკომპოზირებული სისტემის გამომსახველი წერტილის ყოფაქცევას მოძრაობის დამამთავრებელ ეტაპზე.

ზემოთ მოყვანილი ლიაპუნოვის ფუნქციათა ერთობლიობა წარმოადგენს თავისებურ ანალოგს ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციისა, და გამოყენებულია არაწრფივი სისტემების სინერგეტიკულ თაორიაში აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ლიაპუნოვის ვექტორულ ფუნქციათა მეთოდი გამოირჩევა საწყისი სისტემების ასიმპტოტურად ზუსტი დინამიკური დეკომპოზიციით. გარდა ამისა არაკ-ის მეთოდში განიხილება მართვის დინამიკური სისტემების მდგრადობის ამოცანები. სხვანაირად რომ ვთქვათ სინერგეტიკულ მიდგომაში ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის მეთოდი დაკავშირებულია აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პროცედურასთან. სწორედ მართვის სტრუქტურული სინთეზის პროცედურას. რომელსაც სწორედ მართვის გამომსახველი წერტილი გადაჰყავს ერთი მრაევალსახეობიდან მეორე დაბალი განზომილების მრაევალსახეობაში, საშუალებას იძლევა არაკ-ის მეთოდში განხორციელდეს ლიაპუნოვის ვექტორული ფუნქციის ანალიტიკური აგების

მკაცრი პროცედურა სინთეზირებადი არაწრფივი სისტემების ასიმპტოტური მდგრადობის ანალიზისათვის.

არაკ-ის მეთოდის ეს თავისებურებები საშუალებას აღვჭურვოთ სინთეზირებად სისტემების გარდამავალი პროცესებისთვის, დამახასიათებელი რობასტიკული თვისებებით სტრუქტურული ვარიაციებით პარამეტრული შეშფოთებები. ცნობილია, რომ ფაზური სივრცის გარკვეულ არეში სისტემის ასიმპტოტური მდგრადობა წარმოადგენს უხეშ თვისებას, რომელიც იცელება და ძლიერდება სისტემის ექსპონენციალური მდგრადობისას. მართვის სისტემები, რომელთა სინთეზიც ხორციელდება სინერგეტიკული პრინციპებით წარმოადგენენ როგორც ასიმპტოტურად მდგრადებს მთელში (ე.ი. ფაზური სივრცის მთელ არეში), აგრეთვე ექსპონენციალურად მდგრადებს შემოყვანილი ინვარიანტული მრავალსახეობების $\psi_s = 0$ მიმართ. ეს ნიშნავს რომ ასეთ სისტემებს გააჩნიათ გარდამავალი პროცესების რობასტულობის განმასხვავებელი თვისება.

3.3. აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდი მიმდევრობით ჩართული ინვარიანტული მრავალსახოენების მიხედვით

აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის თანახმად, დინამიკური სისტემების ფაზურ სივრცეში შეიძლება არსებობდნენ მრავალსახეობები, რომლებისკენაც მიიზიდებიან ფაზური ტრაექტორიები. ზოგად შემთხვევაში შეიძლება რამოდენიმე ისეთი მრაევალსახეობის აგება რომლებიც მოიცავენ მიზიდულობის გარკვეულ ზედაპირებს. ამიტომაც წარმოიქმნება ისეთი მიზიდულობის

ზედაპირების ერთიბლიობის კონსტრუირების იდეა, რომ გამომსახველი წერტილები დაიწყებენ რა მოძრაობას ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან, მიმდევრობით გადაადგილდებიან მიზიდულობის ერთი ზედაპირიდან მეორეზე ვიდრე არ მოხვდებიან ზედაპირზე, რომელსაც მივუყავართ ფაზური სივრცის კოორდინატთა სათავესთან. ამ შემთხვევაში გამომსახველი წერტილები უახლოვდებიან მრავალსახეობებს $\psi_1 = 0$, შემდეგ $\psi_2 = 0$ და ა.შ. საბოლოო მრავალსახეობასთან $\psi_m = 0$ მიახლოების შემდეგ ჩამოყალიბდება განსაზღვრული მდგომარეობა, კერძოდ, კოორდინატთა სათავემდე მდგრადი მოძრაობის პროცესი.

ზოგად შემთხვევაში r მიმზიდველი მრავალსახეობების გამოყენებისას ყოველი i-ური მრავალსახეობის განზომილება იქნება ერთით ნაკლები წინამდებარესთან შედარებით, ე.ი. გამომსახველი წერტილი თავიდან უახლოვდება $(n-1)$ განზომილების მრავალსახეობას, შემდგომ $(n-2)$ და ა.შ. $(n-r)$ გამზომილების მრავალსახეობამდე. მოძრაობის ბოლო ეტაპზე მოძრაობს კოორდინატთა სათავისაკენ აღიწერება $(n-r)$ რიგის დიფერენციალური განტოლებებით. მიმზიდველი მრავალსახეობების შერჩეული r რაოდენობის მიხედვით შეიძლება მივიღოთ არაწრფივი სისტემების განსხვავებული თვისებები.

აღვწეროთ არაწრფივი სისტემების სინთეზის პროცესები მათემატიკურად. დავუშვათ, რომ ობიექტის შეშფოთებული მოძრაობა აღიწერება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებების სისტემით:

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_i(t) = f_i(x_1, \dots, x_n), && i = 1, 2, \dots, p; \\
&\dot{x}_j(t) = f_j(x_1, \dots, x_j) + a_{j+1} x_{j+1}, && j = p+1, p+2, \dots, n-1; \\
&\dot{x}_s(t) = f_n(x_1, \dots, x_n) + u,
\end{aligned}
\tag{3.26}
$$

სადაც x_i, x_j - ობიექტის მდგომარეობის კოორდინატებია; u - მმართველი ზემოქმედებაა, $f_i(x_1, \dots, x_n)$ უწყვეტი ფუნქციებია $f_i(0, \dots, 0)$; $f_j(x_1, \dots, x_j)$- უწყვეტი ფუნქციებია, რომლებიც დიფერენცირდება თავისი ცვლადების მიხედვით:

$$f_i(0, \dots, 0) = 0; \ = \frac{d}{dt}.$$

მიუხედავად განსახილველი (3.26) დიფერენციალური განტოლებების სპეციფიკურობისა, ამ სახის მათემატიკური მოდელით შეიძლება აღწერილი იქნეს სხვადასხვა მნიშვნელოვანი ობიექტების კლასები. ასე მაგალითად, (3.26) განტოლების კერძო შემთხვევას წარმოადგენს დიფერენციალური განტოლებების სისტემა (p=0)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1)+a_2x_2;\\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_2)+a_3x_3;\\ &\ldots\\ \dot{x}_{n-1}(t) &= f_{n-1}(x_{n-1})+a_nx_n;\\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_n)+u,\end{aligned}$$

აღწერს ტექნიკის მრავალ დარგში ფართოდ გავრცელებული ობიექტების კლასს, რომელიც შედგება მიმდევრობით შეერთებული არაწრფივი დინამიკური რგოლებისაგან. ასეთ ობიექტებს განეკუთვნებიან ქიმიური რეაქტორების ერთობლიობა, სხვადასხვა გამათბობელი ხელსაწყოები, სატრანსპორტო და გამამდიდრებელი მანქანები, ელექტრო, ჰიდრავლიკური და პნევმატური ამძრავები, მძლავრი მანქანები და სხვა.

გადავიდეთ აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების (3.26) მეთოდის აღწერაზე არაწრფივი ობიექტებისათვის მიმდევრობით ჩართული ინვარიანტული (მიმზიდავი) მრავალსახეობების ერთობლიობის გამოყენებით. განსახილველად შემოვიყვანოთ პირველი აგრეგირებული მაკროცვლადი

$$\psi_1=\sum_{k=1}^{n}\beta_{1k}x_k+\varphi_1(x_1,\ldots,x_{n-1}). \qquad (3.27)$$

ამოცანა მდგომარეობს $u_s(x_1,\ldots,x_n)$ ისეთი მართვის სინთეზში, რომელსაც გადაყავს (3.26) ობიექტი ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან (რომელიღაცა არის) (3.27) მრავალსახეობის მიდამოში. ამ ამოცანის ამოხსნისათვის გამოვიყენოთ ფუნქციონალური განტოლება

$$T_1\dot{\psi}_1(t)+\psi_1=0 \qquad (3.28)$$

მაშინ არაპ-ის მეთოდის შესაბამისად (3.27) და (3.28)-ის თანახმად მართვას ექნება სახე

$$u_1 = -\frac{1}{\beta_{1n}}\sum_{i=1}^{p}\left(\beta_{1n} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_i}\right)f_i - \frac{1}{\beta_{1n}}\sum_{j=p+1}^{n-1}\left(\beta_{ij} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_j}\right)(f_j + a_{j+1}x_{j+1}) - \frac{1}{\beta_{1n}T_1}\psi_1 - f_n. \qquad (3.29)$$

u_1 მართვას გამომსახველი წერტილი გადაყავს $\psi_1 = 0$ მრავალსახეობებზე, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება განტოლებებით

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i(t) = f_i(x_1,...,x_n), i = 1,2,...,p; \\ &\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,...,x_j) + a_{j+1}x_{j+1}, j = p+1,...,n-2; \\ &\dot{x}_{n-1}(t) = f_{n-1}(x_1,...,x_{n-1}) - \frac{a_n}{\beta_{1n}}\sum_{k=1}^{n-1}\beta_{1k}x_k - \frac{a_n}{\beta}\varphi_1(x_1,...,x_{n-1}). \end{aligned} \qquad (3.30)$$

თუ აღვენიშნავთ $\beta_{1n}u_1 = a_n\varphi_1(x_1,...,x_{n-1})$, φ_1 ვუწოდოთ შინაგანი მართვა, რომელსაც გადაყავს სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილი მეორე მრავალსახეობაზე

$$\psi_2 = \sum_{k=1}^{n-1}\beta_{2k}x_k + \varphi_2(x_1,...,x_{n-2}) = 0. \qquad (3.31)$$

$\psi_2 = 0$ განზომილება რომელიც ჩაწერილია (3.31) გამოსახულებით ერთი ერთეულით ნაკლებია $\psi_1 = 0$ მრავალსახეობის განზომილებაზე. (3.30) ქვეობიექტის მართვას $u_2(x_1,...,x_{n-1})$, რომლის სინთეზიც ხორციელდება აგრეგირებული ცვლადის ψ_2-ის ბაზაზე, აქვს სახე

$$\begin{aligned} u_2 = &\frac{1}{\beta_{2,n-1}}\sum_{i=1}^{p}\left(\beta_{2i} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_i}\right)f_i + \frac{1}{\beta_{2,n-1}}\sum_{j=p+1}^{n-2}\left(\beta_{2j} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial\varphi_j}\right)(f_j + a_{j+1}x_{j+1}) - \\ &-\frac{a_n}{\beta_{1n}}\sum_{k=1}^{n-1}\beta_{1k}x_k + \frac{1}{\beta_{2,n-1}T_2}\psi_2 + f_{n-1}. \end{aligned} \qquad (3.32)$$

u_2- (3.32) მართვა უზრუნველყოფს სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილის გადაყვანას (3.31)-ის მრავალსახეობის შემოგარენში. მის გასწვრივ მოძრაობა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებების სისტემით

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_1,...,x_n), i = 1,2,..., p;$$
$$\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,...,x_j) + a_{j+1}x_{j+1}, j = p+1, p+2,..., n-3;$$

$$\dot{x}_{n-2}(t) = f_{n-2}(x_1,...,x_{n-2}) - \frac{a_{n-1}}{\beta_{2,n-1}} \sum_{k=1}^{n-2} \beta_{2k}x_k - \frac{a_{n-1}}{\beta_{2,n-1}} \varphi_2(x_1,...,x_{n-2}).$$

შემოეიტანოთ აღენიშენა $\beta_{2,n-1}u_3 = a_{n-1}\varphi_2(x_1,...,x_{n-2})$, თაეის მხრივ შეიძლება მოინახოს მართვა $u_3(x_1,...,x_{n-2})$ რომელიც უზრუნეელყოფს სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილის გადაყვანას მრავალსახეობების მიდამოში.

$$\psi_3 = \sum_{k=1}^{n-2} \beta_{3k}x_k + \varphi_3(x_1,...,x_{n-3}) = 0 .$$

ანალოგიურად ზოგად შემთხვეეაში შეიძლება განხორციელდეს გამომსახველი წერტილის გადატანა მრავალსახეობების $\psi_4 = 0, \psi_5 = 0$ მიდამოში და ა.შ. $\psi_1 = 0$ მრაეალსახეობებამდე. ამასთან შინაგანი მართეების სიმრაელე გამოისახება გამოსახულებით

$$u_i(x_1,...,x_{n-i+1}) = \frac{a_{n-i+1}}{\beta_{i-1,n-i+2}} \varphi_{i-1}(x_1,...,x_{n-i+1}), i = 1,2...r,$$
$$u_i = \frac{1}{\beta_{i,n-i+1}} \sum_{i=1}^{p} \left(\beta_{il} + \frac{\partial\varphi_i}{\partial x_l}\right) f_l + f_{n-i+1} + \frac{1}{\beta_{i,n-i+1}} \sum_{j=p+1}^{n-1} \left(\beta_{ij} + \frac{\partial\varphi_i}{\partial x_j}\right)(f_j + a_{j+1}x_{j+1}) - \tag{3.33}$$
$$\frac{a_{n-i+2}}{\beta_{i-1,n-i+2}} \sum_{k=1}^{n-i+1} \beta_{i-1,k}x_k + \frac{1}{T_i\beta_{i,n-i+1}}\psi_i.$$

გამომსახველი წერტილის მოძრაობა

$$\psi_i = \sum_{k=1}^{n-i+1} \beta_{ik}x_k + \varphi_i(x_1,...,x_{n-1}) = 0 \tag{3.34}$$

შესაბამისი მრაეალსახეობების გასწერივ აღიწერება დიფერენციალური განტოლებათა სისტემით

$$\begin{aligned}&\dot{x}_i(t)=f_i(x_1,...,x_n), i=1,2,...,p;\\&\dot{x}_j(t)=f_j(x_1,...,x_j)+a_{j,j+1}x_{j+1}, j=p+1,p+2,...,n-i+1;\end{aligned}$$

$$\dot{x}_{n-i}(t)=f_{n-1}(x_1,...,x_{n-i})-\frac{a_{n,i+1}}{\beta_{i,n,i+1}}\sum_{k=1}^{n-i}\beta_{ik}x_k-\frac{a_{n,i+1}}{\beta_{i,n,i+1}}\varphi_i(x_1,...,x_{n-i}),\quad (3.35)$$
$i=1,2,...,r, r\le n-1$

ჩამოყალიბებული პროცედურის მიხედვით (3.29) მართვას $u_1(x_1,...,x_n)$ სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილი ჯერ გადაყავს მრავალსახეობების შემოგარენში, შემდგომ (3.33) შინაგან მართვას გადაყავს ის $\psi_l=0$ (3.34), $(l=2,...,r)$ მრავალსახეობების მიდამოში რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება (3.35)-სახის დიფერენციალური განტოლებებით. (3.33) მართვის $u_i(x_1,...,x_{n-i+1})$ სინთეზი განხორციელდა ყოველ ეტაპზე ფუნქციონალური განტოლებების

$$T_l\dot{\psi}_1(t)+\psi_1=0, l=1,2. \quad (3.36)$$

საფუძველზე. (3.33) მართვის u_i კანონები უზრუნველყოფენ სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილი გადასვლას i-ური მრავალსახეობებიდან $(i+1)$ მრავალსახეობაზე, რომელთა გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება (3.35) სახის განტოლებებით. (3.34) $\psi_1,...,\psi_r$ გამოსახულებიდან გამომდინარეობს რომ i-ური მრავალსახეობების $\psi_i=0$ განზომილება ერთით ნაკლებია *(i-1)* მრავალსახეობის განზომილებასთან შედარებით. ფაზური სივრცის განზომილების აღწერილი თანმიმდევრულად შემცირება, სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილის მოძრაობისას $(i-1)$ მრაევალსახეობების გასწვრივ ანალოგიურია პროცესების ოპტიმალურებისა სწრაფმოქმედების მიხედვით, რომელთა თავისებურებას წარმოადგენს გადართვის ჰიპერზედაპირების განზომილებების თანმიმდევრული შემცირება.

ამრიგად მიმზიდავი მრავალსახეობების $\psi_i=0$ გარკვეული თანმიმდევრობების შემოღება საშუალებას იძლევა დაჩქარდეს გარდამავალი პროცესების მიმდინარეობის დრო. შემოთავაზებული მეთოდის

თანახმად სინთეზის პროცედურა მდგომარეობს მართვის $u_1(x_1,...,x_n)$ (3.29) კანონის ფორმირებაში. ამასთან მთავარ ამოცანას წარმოადგენს $\varphi_1(x_1,...,x_n)$ ფუნქციის და მისი *(n-1)* წარმოებულების $\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_j}$ განსაზღვრა. ფუნქცია $\varphi_1(x_1,...,x_{n-1})$ შეიძლება მოძებნილი იქნეს დამხმარე ფუნქციების $\varphi_2(x_1,...,x_{n-2}),...,\varphi_r(x_1,...,x_{n-r})$ თანმიმდევრული განსაზღვრის შედეგად, რომლებიც შედიან შესაბამის შინაგან (3.33) მართვაში $u_r(x_1,...,x_{n-l+1})$ კონკრეტულად ეს ამოცანა იხსნება უკუთანმიმდევრობით: ჯერ ირჩევა ფუნქცია $\varphi_r(x_1,...,x_{n-r})$ ასიმპტოტური მდგრადობის პირობიდან და მოძრაობის დამამთავრებელ r ეტაპზე ხარისხის მოთხოვნილებიდან გამომდინარე, შემდგომ იძებნება $\varphi_{r-1}(x_1,...,x_{n-r+1})$ ფუნქცია, ამის შემდგომ $\varphi_{r-2}(x_1,...,x_{n-r+2})$ ფუნქცია და ა.შ. და იმ ფუნქციამდე რომელიც უშუალოდ დაამთავრებს მართვის სისტემის კანონის $u_l(x_1,...,x_{n-l+1})$ (3.33) სინთეზის პროცედურას. ფუნქციის განსაზღვრის მოცემული თანმიმდევრობის რეალიზაციისათვის და შინაგანი მართვების გამოთვლისათვის, რომლებიც მოძრაობენ შესაბამისი მრავალსახეობების $\psi_l=0$ გასწვრივ, ზემოთ მოყვანილია საჭირო თანაფარდობები (3.29)-(3.36). მათ საფუძველზე შეგვიძლია მოვნახოთ შესაბამისი კონკრეტული გამოსახულებები $u_l\psi_l$ და ψ_l და ჯამში მოვახდინოთ მართვის მასტაბილიზებელი კანონების სინთეზი. სინთეზის დამამთავრებელ ეტაპზე აგრეგირებული ცვლადის საფუძველზე განისაზღვრება მართვა შემდეგი გამოსახულების საფუძველზე:

$$\psi_r=\sum_{k=1}^{n-l+1}\beta_{rk}x_k+\varphi_l(x_1,...,x_{n-r})=0$$

$\varphi_r(x_1,...,x_{n-r})$ ფუნქციის და β_l კოეფიციენტების შერჩევით შეიძლება დასრულდეს არაწრფივი სისტემის სინთეზის ამოცანის ამოხსნა, არაწრფივი სისტემების სინთეზის წარმოდგენილი მიდგომა დაფუძნებულია ფაზურ სივრცეში მიმზიდავი მრაევალსახოვნების სიმ-რაველეთა შემოტანაზე, და მთლიანად შეესაბამება სისტემების თანმიმ-

დეერულ ოპტიმიზაციას რადგანაც გამომსახველი წერტილები გარე არედან ხვდება პირველ მრავალსახოვნებაზე, შემდგომ მეორეზე და ა.შ. r-მდე. ამასთან ყოველი i-ური მრავალსახეობების გასწვრივ მოძრაობა არის ასიმპტოტურად მდგრადები მთელში. ამგვარად, ხორციელდება მოძრაობის თანმიმდევრული ოპტიმიზაცია გამომსახველი წერტილების ფაზურ სივრცეში საბოლოო მრავალსახეობებზე, მოხვედრის პროცესში. სისტემებისთვის, რომელთა სინთეზიც ხორციელდება აქ ჩამოყალიბებული მეთოდით, საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ რიგი საერთო კანონზომიერებანი მათ დინამიკურ თვისებებში და ხარისხის მაჩვენებლებში.

განვიხილოთ მაგალითად გარდამავალი პროცესების მილევის დროის შეფასების ამოცანა. განსახილველ სისტემებში რეგულირების დრო განისაზღვრება გამომსახველი წერტილების r მრავალსახეობებთან მიახლოების დროისა და მათი $\psi_r=0$ საბოლოო მრავალსახეობების გასწვრივ ფაზური სივრცის კოორდინატთა სათავემდე მოძრაობის დროის ჯამით. ამასთან ყოველი მოძრაობა აკმაყოფილებს განტოლებებს

$$T_l\dot{\psi}_l(t)+\psi_r=0, l=1,2,... \tag{3.37}$$

მაშინ (3.37)-ის თანახმად რეგულირების დროის ჯამური შეფასება მიიღებს სახეს:

$$t_{\Sigma p}\le(4...5)\sum_{l=1}^{r-1}T_l+t_{\psi r}, \tag{3.38}$$

სადაც $t_{\psi r}$- საფინიშო მრავალსახეობების $\psi_r=0$ გასწვრივ კორდინატთა სათავისკენ მოძრაობის დროა.

ამგვარად, არაწრფივი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების შემოთავაზებული მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია ფაზურ სივრცეში მიმზიდავი მრავალსახეობების თანმიმდევრობის შემოტანაზე, წარმოადგენს სინთეზირებული სისტემების შეშფოთებული მოძრაობის ასიმპტოტური მდგრადობის გარანტიას ე.ი. გადაწყვეტილია

არაწრფივი სისტემების სტაბილიზაციის ამოცანა. უზრუნველყოფილია გარდამავალი პროცესების მილევადობის საჭირო დრო და ა.შ.

შემოთავაზებული სინთეზის მეთოდი თავისი არსით ეფუძნება საწყისი n რიგის ამოცანის განზომილებათა კლებადი r რაოდენობის ქვეამოცანის $(n-r)$ რიგის ქვეამოცანაზე მიმდევრობით დეკომპოზიციას. ამასთან, საწყის ფაზურ სივრცეში საერთო მოძრაობის დაყოფა პარციალურ მოძრაობებად დაფუძნებულია განსახილველი ობიექტების არა რომელიმე მიახლოვებულ თვისებაზე, არამედ გამომსახველი წერტილის ერთი მრავალსახეობებიდან სხვანაკლები განზომილების მრავალსახეობაზე დროში მიმდევრობით გადაყვანაზე

3.4. ინვარიანტული მრავალსახეობების პარალელურ – მიმდევრობითი ერთობლიობა და მრავალკავშირიანი სისტემების სინთეზი

ზემოთ აღწერილი მიმზიდველი მრავალსახეობების სიმრავლეთა პარალელურად და მიმდევრობით შემოტანის მეთოდების გაერთიანების ამოცანა გავაერთიანოთ ერთ განზოგადოებულ მეთოდად, რომელსაც შენარჩუნებული ექნება ორივე მეთოდის უპირატესობანი.

დავუშვათ, რომ ობიექტის მოძრაობა აღიწერება შემდეგი სახის დიფერენციალური განტოლებების სისტემით:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i(t) = f_i(x_1,\dots,x_n), && i = 1,2,\dots,p; \\ &\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,\dots,x_j) + a_{j+1}x_{j+1}, && j = p+1,\dots,\mu; \qquad (3.39) \\ &\dot{x}_s(t) = f_s(x_1,\dots,x_j) + b_s u_s, && s = \mu+1,\dots,n, \end{aligned}$$

სადაც $x_1,\dots,x_n$ ობიექტის მდგომარეობის კოორდინატებია; $f(\cdot)$ უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქციებია.

გადავიდეთ მართვის კანონების $u_s(x_1,...,x_n)$ სინთეზის პროცესის აღწერაზე. ჯერ თავდაპირველად ვახორციელებთ „გარე" $u_s(x_1,...,x_n)$ მართვების სინთეზს ადრე განხილული მეთოდის მიხედვით. ამასთან ერთად საჭიროა ამოვირჩიოთ აგრეგირებილი ცვალადებიდან ერთ-ერთი, შემდეგი სახით:

$$\psi_s = \sum_{k=1}^{n} \beta_{sk} x_k + \varphi_s(x_1,...,x_\mu).$$

მაშინ მართვა $u_s(x_1,...,x_n)$ უზრუნველყუფს ფაზურ სივრცეში გამომსახველი წერტილის გადაყვანას ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან მრავალსახეობების გადაკვეთის მიდამოში

$$\psi_{1,2...\mu} = \sum_{k=1}^{n} \xi_{sk} x_k + b_{sk}\mu_k(x_1,...,x_\mu) = 0,$$

რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება განტოლებათა სისტემით

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_1,...,x_n), \qquad i = 1,2,...,p;$$

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_1,...,x_n) - \frac{a_{\mu+1}}{\xi_{\mu+1}} \sum_{k=1}^{\mu} \xi_{sk} x_k - \frac{b_{s\mu} a_{\mu+1}}{\xi_{\mu+1}} \varphi_s(x_1,...,x_\mu). \tag{3.40}$$

(3.40) სისტემის განზომილება ტოლია μ. პირველი შიგა მართვა განისაძღერება შემდეგი განტოლებიდან:

$$u_{\mu 1} = \frac{b_{s\mu} a_{\mu+1}}{\xi_{\mu+1}} \varphi_s(x_1,...,x_\mu),$$

მოვახდინოთ იმ შიგა მართვის კანონის სინთეზი, რომელსაც გამომსახველი წერტილი გადაჰყავს პირველი მიმზიდველი ქვემრავალსახეობების

$$\psi_{\mu 1} = \sum_{k=1}^{\mu-1} a_{sk} x_k + \varphi_s(x_1,...,x_{\mu-1}) = 0.$$

მიდამოში. $\psi_{\mu 1}$ - მრავალსახეობების განზომილება ერთით ნაკლებია გადაკვეთის $\psi_{12\mu}$ მრავალსახეობების განზომილებისა. შემდგომ ავღნიშნოთ მეორე შიგა მართვა

$$u_{\mu 2} = \frac{a_\mu}{a_{\mu-1}} \varphi_{\mu 1}(x_1,...,x_{\mu-1}),$$

შეგვეიძლია თავის მხრივ მოვახდინოთ მართვის $u_{\mu 2}(x_1,...,x_{\mu-1})$ კანონის სინთეზი რომელიც უზრუნველყოფს გამომსახველი წერტილის გადაყვანას შემდგომ მრავალსახეობაზე

$$\psi_{\mu 2}=\sum_{k=1}^{\mu-2}a_{2k}x_k+\varphi_{\mu 2}(x_1,...,x_{\mu-2})=0.$$

აღნიშნული პროცესი გაგრძელდება ადრე აღწერილი პროცედურის ანალოგიურად. ამასთან ერთად ხორციელდება კლებადი განზომილებიანი მიმზიდველი მრაველსახეობების შემოტანა. მოძრაობა ბოლო ეტაპზე ხორციელდება შემდეგი მრავალსახეობების გასწვრივ. .

$$\psi_{\mu p}=\sum_{k=1}^{\mu-p}a_{\mu k}x_k+\varphi_{\mu p}(x_1,...,x_{\mu-p})=0.$$

თუ ჩავსვამთ $\psi_{1...\mu=0,..}\psi_{\mu p}=0$ განტოლებებიდან $x_\mu,x_{\mu-1},...$ კოორდინატებს ობიექტის (3.39) პირველ p განტოლებაში, მივიღებთ დიფერენციალური განტოლებათა სისტემას

$$\dot{x}_i(t)=f_i(x_1,...,x_n),\qquad i=1,2,...,p;$$

რომელიც აღწერს მოძრაობას ბოლო მრავალსახეობების $\psi_{\mu-p+1}=0$ გასწვრივ ფაზური სივრცის კოორდინატთა სათავესაკენ. შესაბამისი ფუნქციების $\varphi,\varphi_{\mu 1},...,\varphi_{\mu p}$ და კოეფიციენტების $\beta_k,a_{1k},...,a_{\mu k}$ არჩევით შეიძლება უზრუნველყოთ ასიმპტოტური მდგრადობა და სისტემების მოთხოვნილი დინამიკური თეისებები.

განზოგადოებული ანალიზური კონსტრუირების მოცემული მეთოდი დაფუძნებულია ორ ძირითად პროცედურაზე. პირველ რიგში მართვის $u_s(x_1,...,x_n)$ სინთეზი, რომელიც უზრუნველყოფს გამომსახველი წერტილის დადაადგილებას მრავასახეობების $\psi_{12\mu}=0$ გადაკვეთაზე და მეორე რიგში შიგა მართვების

$$u_\mu(x_1,...,x_\mu),...,u_{\mu-p+1}(x_1,...,x_{\mu-p+1}),$$

სინთეზი რომელსაც გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი მრავალსახეობების $\psi_{12\mu}=0$ გადაკვეთიდან $\psi_{\mu 1}=0$ პირველ მიმზიდველ ქვესიმრავლეზე, შემდეგ მეორეზე $\psi_{\mu 2}=0$ ა.შ. თეით ბოლო ქვემრავალსახეობამდე

$\psi_{\mu p}=0$, მითითებული პროცედურების შესრულების შემდეგ ჯერ ხორციელდება s მრავალსახეობის პარალელური შემოტანა, ხოლო შემდეგ ხდება სისტემის ფაზურ სივრცეში $\mu-p$ მიმზიდველი ქვემრავალსახეობების ერთობლიობის მიმდევრობითი შეყვანა.

(3.39) ობიექტებისათვის როცა $p=0$, აღიწერება არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემით

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1,\dots,x_j)+a_{j+1}x_{j+1}, && j=p+1,\dots,\mu; \\ \dot{x}_s(t) &= f_s(x_1,\dots,x_j)+b_s u_s, && s=\mu+1,\dots,n, \end{aligned} \tag{3.41}$$

რომელსაც გააჩნია სამკუთხა ფუნქციონალერი მატრიცა μ კოორდინატამდე, პარალელურ-მიმდევრობითი მიმზიდველი მრავალსახეობების სიმრავლის შემოყვანით შეიძლება ანალიზურად მოვახდინოთ $u_s(x_1,\dots,x_n)$ სინთეზი რომელიც უზრუნველყოფს გარდამავალი პროცესებისა და ჩაკეტილი სისტემების თვისებების გარანტირებულ ასიმპტოტურ მდგრადობას. ამ შემთხვევაში თავიდან პარალელურად შემოიტანება s მრავალსახეობა $\psi_s=0$ და არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების ზემოთ მოცემული მეთოდის თანახმად u_s მართვები. ამასთან ერთად ერთ-ერთი მაკროცვლადი ψ_s საჭიროა ავირჩიოთ შემდეგი სახით:

$$\psi_s=\sum_{k=1}^{n}\beta_{sk}x_k+\varphi_s(x_1,\dots,x_\mu).$$

მაშინ $u_s(x_1,\dots,x_n)$ მართვები უზრუნველყოფენ გამომსახველი წერტილის გადაყვანას ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან მრავალსახეობების გადაკვეთაზე

$$\psi_{1-p}=\sum_{k=1}^{\mu}a_{sk}x_k+b_{p+1}\varphi_s(x_1,\dots,x_\mu)=0,$$

რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება განტოლებების სისტემით:

$$\dot{x}_j(t)=f_j(x_1,\dots,x_j)-\frac{a_{\mu+1}}{a_{\mu+1}}\sum_{k=1}^{\mu}a_{\mu k}x_k-\frac{\beta_{p+1}a_{\mu+1}}{a_{\mu+1}}\varphi_s. \tag{3.42}$$

(3.42) სისტემის განზომილება ტოლია μ. (3.42) ქვეობიექტების შიგა მართვების სინთეზისათვის შეიძლება შემოვიტანოთ კლებად განზომი-

ლებიანი მიმზიდველი მრავალსახეობების მიმდევრობითი ერთობლიობა. ამისათვის ჯერ შემოვიტანოთ პირველი მიმზიდველი მრავასახეობა μ ფაზურ ქვესიმრავლეში

$$\psi_{\mu 1} = \sum_{k=1}^{\mu} \gamma_{1k} x_k + \varphi_{\mu 1}(x_1, \ldots, x_{\mu-1}) = 0 . \tag{3.43}$$

(3.39) (3.35) გამოსახულებების შესაბამისად მოვახდინოთ შიგა მართვის $\varphi_s(x_1,\ldots,x_n)$ სინთეზი, რომელსაც გადაყავს გამომსახველი წერტილი $\psi_{\mu 1}=0$ (3.43) მრავალსახეობის მიდამოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა უკვე აღიწერება $\mu-1$ განზომილების დიფერენციალური განტოლებებით, შემდეგ უნდა მოინახოს მომდევნო შიგა მართვა და ა.შ. ამასთან ერთად ხორციელდება კლებადი განზომილების მიმზიდველ ქვესიმრავლეთა მიმდევრობითი შემოტანა. არაწრფივი ქვეობიექტების (3.43) შესაბამისი მართვის არჩევით და (3.41)-ობიექტებისათვის შეიძლება ყოველთვის გარანტირებულ იქნეს მოძრაობის ასიმპტოტური მდგრადობა მთელში, გარდამავალი პროცესების აპერიოდული ხასიათი და არაწრფივი სინთეზირებადი პროცესების რიგი მთავარი თვისებები.

კონკრეტულობისათვის მოვიყვანოთ (3.41) – ობიექტებისათვის ძირითადი დამოკიდებულებები ორი მართვით:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f_i(x_1,\ldots,x_n) + a_{j+1}x_{j+1}, \\ \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1,\ldots,x_j) + b_2 u_{n-1}, \qquad i=1,2,\ldots,\mu=n-2; \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1,\ldots,x_n) + b_i u_n. \end{aligned} \tag{3.44}$$

შემოვიყვანოთ პარალელურად ორი მრავალსახეობა

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \sum_{k=1}^{n} \beta_{1k} x_k + \varphi_1(x_1,\ldots,x_{n-2}) = 0; \\ \psi_2 &= \sum_{k=1}^{n} \beta_{2k} x_k = 0; \end{aligned} \tag{3.45}$$

მაშინ მივიღებთ მართვებს

$$Bb_1u_n = -\sum_{k=1}^{n-2}\left(\beta_{2n}\beta_{1k} - \beta_{1n}\beta_{2k} + \beta_{2n}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\varphi_k}\right)\left[f_n(x_1,\dots,x_k)+\right.$$
$$\left.+a_{k+1}x_{k+1}\right] - Bf_{n-1} - \frac{\beta_{2n}}{T_1}\psi_1 + \frac{\beta_{1n}}{T_2}\psi_1; \tag{3.46}$$

$$Bb_2u_{n-1} = -\sum_{k=1}^{n-2}\left(\beta_{2,n-1}\beta_{1k} - \beta_{1,n-1}\beta_{2k} + \beta_{2n}\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_k}\right)\left[f_n(x_1,\dots,x_k)+\right.$$
$$\left.+a_{k+1}x_{k+1}\right] - Bf_{n-1} - \frac{\beta_{2,n-1}}{T_1}\psi_1 + \frac{\beta_{1,n-1}}{T_2}\psi_1, \tag{3.47}$$

სადაც $B = \beta_{1,n-1}\beta_{2n} - \beta_{1n}\beta_{2,n-1}$, რომელსაც გადაჰყავს გამომსახველი წერტილები (3.45) მრავალსახეობების გადაკვეთაზე

$$\psi_{1-2} = \sum_{k=1}^{n-1}(\beta_{1n}\beta_{2k} - \beta_{2n}\beta_{1k})x_k + \beta_{2n}\varphi_1(x_1,\dots,x_{n-2}) = 0. \tag{3.48}$$

(3.48)-დან კოორდინატის მოძებნით

$$x_{n-1} = \frac{1}{B}\sum_{k=1}^{n-2}(\beta_{1n}\beta_{2k} - \beta_{2n}\beta_{1k})x_k - \frac{\beta_{2n}}{B}\varphi_1$$

და მისი ჩასმით (3.44) მივიღებთ განტოლებათა სისტემას

$$\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,\dots,x_j) + a_jx_{j+1},\ j = 1,2,\dots,n-3;$$
$$\dot{x}_{n-2}(t) = f_{n-2}(x_1,\dots,x_{n-2}) + \frac{a_{n-1}}{B}\sum_{k=1}^{n-2}(\beta_{1n}\beta_{2k} - \beta_{2n}\beta_{1k})x_k - \frac{\beta_{2n}a_{n-1}}{B}\varphi_1, \tag{3.49}$$

რომელიც აღწერს გამომსახველი წერტილის მოძრაობას $\psi_{1-2} = 0$ (3.48) გასწვრივ. შემოვიტანოთ მიმდევრობით ქვემრავალსახეობა

$$\psi_{\mu 1} = \sum_{k=1}^{n-2}\gamma_{1k}x_k + \varphi_2(x_1,\dots,x_{n-3}) = 0,\dots,$$
$$,\dots,\psi_{\mu,n-3} = \gamma_{n-3,1}x_1 + \gamma_{n-3,2}x_2 + \varphi_{n-1}(x_1) = 0 \tag{3.50}$$

და არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდების შესაბამისად, მოვნახავთ ქვეობიქტების $\varphi_1(x_1,\dots,x_{n-2})$ (3.49) მართვას, შემდეგ $\varphi_2(x_1,\dots,x_{n-2})$ მართვას და ა.შ. $\varphi_{n-1}(x_1)$- მართვამდე, რომელიც უზრუნველყოფს გამოსახველი წერტილის მოძრაობის სასურველი თვისებების ფაზური სივრცის კოორდინატთა სათავისაკენ ბოლო ინტერვალში. ჩავსვათ $\varphi_{n-1},\dots,\varphi_1$ (3.50)-დან (3.46) და (3.47)-ში მოვნახავთ მართვას $u_{n-1}(x_1,\dots,x_n)$ და ვუზრუნველყობთ მოძრაობის ასიმპტოტურ მდგრადობას მთელში დროის განსაზღვრულ პერიოდში და გარდა-

მავალი პროცესების (აპერიოდული) მილევადობას მართვის სინთეზირებულ სისტემაში. ანალოგიური სახით შეგვიძლია მოვნახოთ (3.41) ობიექტების შესაბამისი მართვები სამი და მეტი რაოდენობის მართვის შემთხვევაში.

ამგვარად, აქ ჩამოყალიბებული არაწრფივი რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების განზოგადოებული მეთოდი რამოდენიმე მართვის შემთხვევაში ემყარება ორ ძირითად პროცედურას: პირველ რიგში $u_s(x_1,...,x_n)$ მართვის სინთეზს, რომელიც უზრუნველყოფს გამომსახველი წერტილის გასდაყვანას მრავალსახეობა $\psi_s = 0$-ის გადაკვეთაზე და მეორე რიგში შიგა მართვის $\varphi_1(x_1,...,x_{n-2}),...,\varphi_{n-1}(x_1)$ სინთეზს, რომელთაც მიმდევრობით გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი პირველი მრავასახეობის $\varphi_{\mu 1} = 0$ მიდამოში, შემდეგ მეორის $\varphi_{\mu 2} = 0$ და ა.შ. მის მოხვედრამდე ფაზური სივრცის კოორდინატთა სათავეში.

3.5. არაწრფივი დინამიკური ობიექტების სკალარული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირება

განვიხილოთ არაწრფივი დინამიკური ობიექტების სკალარული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის თავისებურებები სხვადასხვა ბუნების არაწრფივი ობიექტების სკალარული მართვის სისტემების სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას. კომპიუტერული მოდელირება შესრულდა პროგრამული უზრუნველყოფა Maple-ის გამოყენებით.

მაგალითი 1. ვივარაოდოთ, რომ ობიექტი აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით

$$\dot{x}_1(t) = a x_1^2 + x_2; \dot{x}_2(t) = u . \qquad (3.51)$$

(3.51) ობიექტის თავისებურებას როცა $a>0$, წარმოადგენს მისი არსებითი არამდგრადობა, რადგან როცა $x_1(t)\to 0$ კოორდინატა $x_1(t)\to\infty$, რაც უყენებს მართვის კანონებს $u(x_1,x_2)$ დამატებით მოთხოვნებს რომლებმაც უნდა უზრუნველყონ $(x_1\to 0, x_2\to 0)$ სისტემის სტაბილიზაცია ნებისმიერი საწყისი პირობებისას. გამოვიყენოთ არაკ-ის მეთოდი ასეთი მართვის სისტემების სინთეზისათვის. ამისათვის ამოვირჩიოთ ψ ფუნქცია თავიდან შემდეგი სახით

$$\psi_1 = x_2 + \beta x_1 + b x_1^3 \tag{3.52}$$

თუ (3.52)-ს ჩავსვავთ განტოლებაში

$$T_1\dot{\psi}_1 + \varphi(\psi_1) = 0$$

მივიღებთ შემდეგ ზოგად გამოსახულებას

$$u_1(x_1,x_2) = -(3bx_1^2+\beta)(ax_1^3+x_2) - \frac{1}{T_1}\varphi(\psi), T>0 \tag{3.53}$$

რომელიც შერჩეული $\varphi(\psi_1)$ ფუნქციის მიხედვით გვაძლევს საშუალებას მივიღოთ მართვის სხვადასხვა კანონები. ეს კანონები უზრუნველყოფენ გამომსახველი წერტილის მოძრაობის ასიმპტოტურ მდგრადობას მრავალსახეობის $\varphi(\psi_1)=0$ (3.52) შემოგარენში, რადგანაც ფუნქცია $\varphi(\psi_1)$ ამოირჩევა ისე, რომ $\varphi(\psi_1)\cdot\psi_1>0$. დიფერენციალური განტოლება, რომელიც აღწერს მოძრაობას $\psi_1=0$-ის გასწვრივ აქვს სახეს

$$\dot{x}_{1\psi 1}(t) = -\beta x_{1\psi 1} - (b-a)x_{1\psi 1}^3. \tag{3.54}$$

(3.54) განტოლების მდგრადობის შეფასებისათვის ვიყენებთ ლიაპუნოვის ფუნქციას $V=0{,}5x_{1\psi 1}^2$, მაშინ მისი წარმოებული დროის მიხედვით (3.54) მიიღებს სახეს:

$$\dot{V}(t) = -\beta x_{1\psi 1}^2 - (b-a)x_{1\psi 1}^4 < 0.$$

აქედან გამომდინარეობს რომ უტოლობები $\beta>0, b\geq a, T_1>0$ წარმოადგენენ სინთეზირებულ ჩაკეტილ სისტემის (3.51), (3.53) მთელში ასიმპტოტური მდგრადობის პირობას

$$\dot{x}_1(t) = ax_1^3 + x_2;\ \dot{x}_2(t) = -(3bx_1^2 + \beta)(ax_1^3 + x_2) - \frac{1}{T_1}\varphi(\psi_1). \tag{3.55}$$

განვსაზღვროთ (3.55) სისტემის პირველი ინტეგრალები, რისთვისაც იგი წარმოვადგინოთ შემდეგი სიმეტრიული ფორმით:

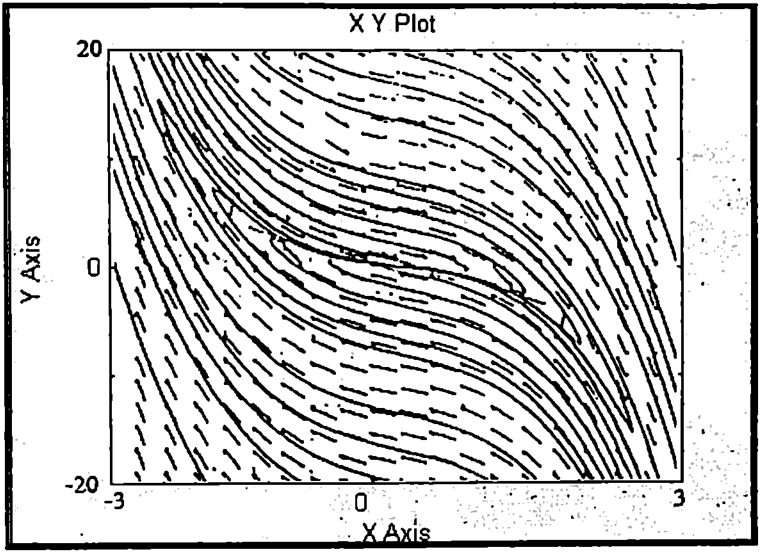
$$\frac{dx_1}{ax_1^3 + x_2} = -\frac{T_1 dx_2}{T_1(3bx_1^2 + \beta)(ax_1^3 + x_2) + \varphi(\psi_1)} = dt. \tag{3.56}$$

თუ (3.56) ფუნქციაში ჩავსვამთ $\psi_1 = 0$ და შესაბამისად, $\varphi(0) = 0$, ინტეგრირების შემდეგ ვპოულობთ პირველ ინტეგრალს $ax_1 + bx_1^3 = -x_2$, რომელიც ემთხვევა გამოსახულებას $\psi_1 = 0$ (3.52). ჩვენ დავრწმუნდით რომ მოცემელი ინტეგრალური მრავალსახეობა $\psi_1 = 0$ (3.52) ნამდვილად წარმოადგენს არაწრფივი სისტემის სასურველ მიმზიდველ მრავალსახეობის პრეტენდენტს.

როცა $\varphi = \psi_1 = x_2 + \beta x_1 + ax_1^3$, მართვის კანონი (3.53) ღებულობს სახეს:

$$u_1 = -\frac{\beta}{T_1}x_1 - \frac{1}{T_1}x_2 - \frac{a}{T_1}x_1^3 - (3ax_1^2 + \beta)(x_1^3 + x_2). \tag{3.57}$$

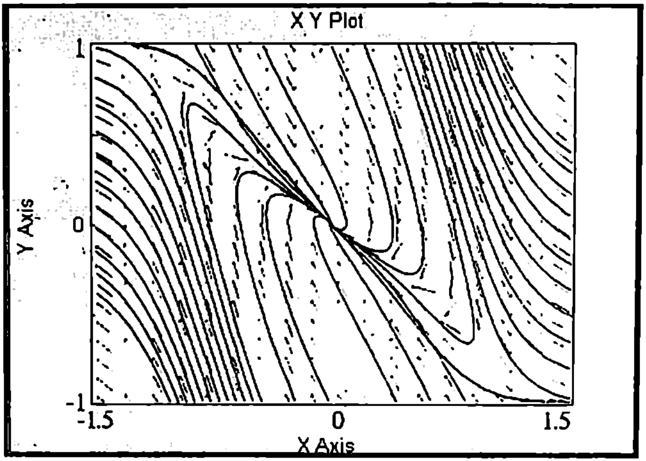
ნახ.3.1-ზე ამ კანონისათვის და პარამეტრებისათვის $\beta = 1, a = 1, T_1 = 1$ გამოსახულია ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები (დანართი სისტემა 1). როგორც ნახ. 3.1 ჩანს ფაზური ტრაექტორიები „ეხვევიან“ $\psi_1 = 0$ (3.52) მრავალსახეობას, იკრიბებიან მისკენ კოორდინატთა სათავეში. ამასთან სისტემა წარმოადგენს ასიმპტოტურად მდგრადს გარდამავალი პროცესების მილევადობის აპერიოდული ხასიათით.



ნახ. 3.1 გარდამავალი პროცესი ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები პარამეტრებესათვის $\beta = 1, a = 1, T_1 = 1$

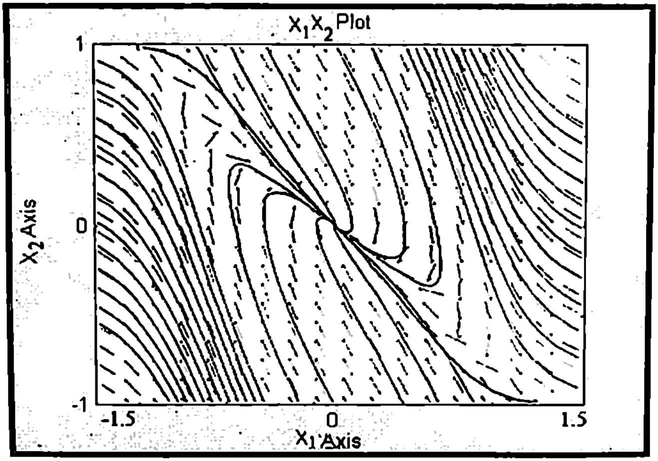
ახლა ვივარაუდოთ, რომ x_2 კოორდინატაზე დადებულია შეზღუდვა $|x_2| \le A$, მაშინ თუ შემოვიტანთ ფუნქციას

$$\psi_2 = x_2 + Ath\left(\beta x_1 + bx_1^3\right), \tag{3.58}$$



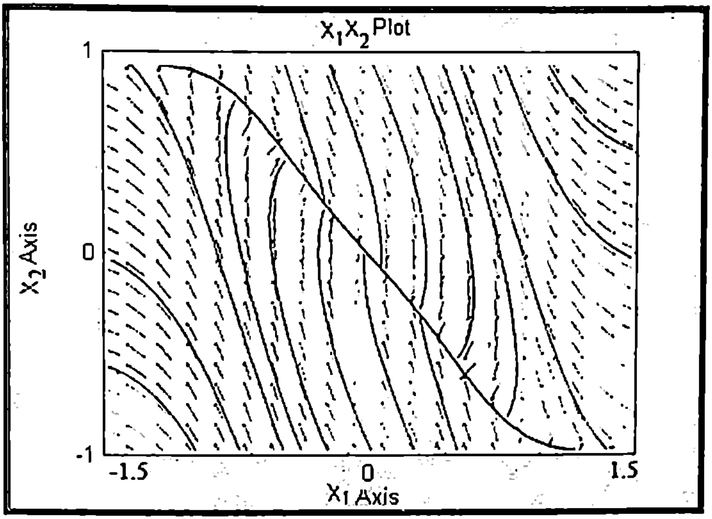
X Y Plot
1
0
-1
-1.5
0
1.5
X Axis
Y Axis

ა)



X_1X_2 Plot
1
0
-1
-1.5
0
1.5
X_1 Axis
X_2 Axis

ბ)



გ)

ნახ. 3.2 გარდამავალი პროცესი ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის ტრაექტორიები ($b=1, T=1, A=1$).

მართვის კანონისათვის ვღებულობთ გამოსახულებას

$$u_2 = -\frac{A(\beta+3bx_1^2)(ax_1^3+x_2)}{ch^2(\beta x_1+bx_1^3)} - \frac{1}{T_1}\varphi(\psi_2), T_2>0 \qquad (3.59)$$

რომელსაც გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი $\psi_2=0$ (3.58) მრავალსახეობების მიდამოში არჩეული $\varphi(\psi_2)$ – ფუნქციის და პარამეტრების β და a-ზე დამოკიდებულებით უზრუნველყოფს გარდამავალი პროცესების შესაბამის ხარისხს. $\psi_2=0$ მრავალსახეობის გასწვრივ მოძრაობის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{\psi}_{1\psi 2}(t) = x_{1\psi 2}^3 - Ath\left(\beta x_{1\psi 2}+bx_{1\psi 2}^3\right). \qquad (3.60)$$

მოძრაობის (3.60) განტოლებიდან გამომდინარეობს რომ პირობები $\beta>0, b\ge 1$ უზრუნველყოფენ მის ასიმპტოტურ მდგრადობას მხოლოდ გარკვეულ არეში. ეს ნიშნავს რომ $|x_2|\le A$ შეზღუდვის და შესაბამისად

ψ_2 (3.58) ფუნქციის შემოტანით მცირდება ჩაკეტილი სისტემების (3.51), (3.59) ასიმპტოტურად მდგრადობის არე.

ნახ. 3.2-ზე გამოსახულია მოძრაობის ტრაექტორიები a, ნ და შესაბამისად $\varphi=\psi_2, \varphi=th\psi_2$ და $\varphi=\mathrm{sign}\psi_2$ ფუნქციებისათვის, პარამეტრებისათვის $b=1, T=1, A=1$, რომლებიც ამტკიცებენ სინთეზირებულ სისტემებში აპერიოდული გარდამავალი პროცესების ასიმპტოტურად მდგრადი არეების არსებობას.

მცირე გადახრების რეჟიმში, როდესაც $\psi_{2\inf}=x_2+A\beta x_1$, u_2 (3.59) და (3.53) მართვის კანონები ($A=1$) იქნებიან ოპტიმალურები კვადრატული კრიტერიუმები მიხედვით:

$$J_{\inf}=\int_0^{\infty}\left[\beta^2A^2x_1^2+(1+\beta^2A^2T^2)x_2^2+T^2u^2\right]dt. \tag{3.61}$$

(3.61) კრიტერიუმში წონითი კოეფიციენტების არჩევა დამოკიდებულია სასურველი გარდამავალი პროცესების ხარისხზე. ასე რომ, აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მართვის კანონები (3.53) და u_2 (3.59) უზრუნველყოფენ ასიმტოტურ მდგრადობას მთელში ან $|x_2|\le A$ არეში და უზრუნველყოფენ ჩაკეტილი სისტემის მოთხოვნილ თვისებებს.

მაგალითი 2. მოვახდინოთ ობიექტის მართვის კანონის სინთეზი

$$\dot{x}_1(t)=x_1^2+x_2, \dot{x}_2(t)=u \tag{3.62}$$

რომელსაც გააჩნია ექსტრემალური ხასიათის არაწრფივობა. ფუნქციის

$$\psi=x_2+\beta x_1+ax_1|x_1| \tag{3.63}$$

შემოტანით და მისი ჩასმით ფუნქციონალურ განტოლებაში

$$T_1\dot{\psi}+\psi=0$$

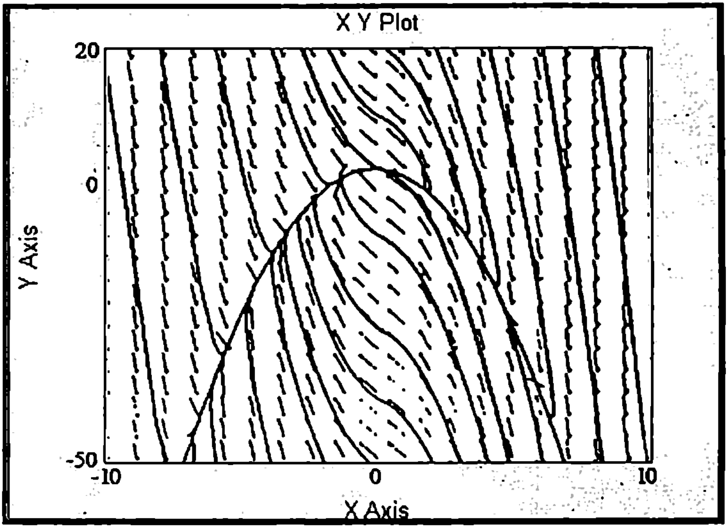
ობიექტის (3.62) განტოლებიდან ვიპოვით მართვის შემდეგ კანონს:

$$u_1=-\frac{\beta}{T}x_1-\frac{a}{T}x_1|x_1|-\frac{1}{T}x_2-(2a|x_1|+\beta)(x_2^2+x_2). \tag{3.64}$$

(3.64) კანონს გადაყავს გამომსახველი წერტილი $\psi=0$ (3.63) მრავალსახეობის არეში, რომლის გასწვრივ მოძრაობა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით $\dot{x}_{1\psi}(t)=x_{1\psi}^2-\beta x_{1\psi}-a|x_{1\psi}|x_{1\psi}$

გამოვიკვლიოთ ბოლო განტოლების მდგრადობა $\dot{x}_{1v}=0$ -ის მიმართ. ამისათვის შემოვიტანოთ ლიაპუნოვის ფუნქცია $V=0{,}5x_{1v}^2$ და განვიხილოთ მისი წარმოებული: $\dot{V}(t)=x_{1v}^3-\beta x_{1v}^2-a\left|x_{1v}\right|x_{1v}^2$

ნათელია, რომ $\dot{x}_{1v}<0$-თვის წარმოებული $\dot{V}(t)<0$ როცა $\beta>0;a>0$, ხოლო $\dot{x}_{1v}>0$ წარმოებული $\dot{V}(t)<0$ როცა $\beta>0;a\geq 1$. ეს ნიშნავს რომ როცა სრულდება პირობა $\beta>0;a\geq 1$, ეს განტოლება და შესაბამისად სინთეზირებად სისტემა ასიმპტოტურად მდგრადია მთელში $x_1=x_2=0$ მდგომარეობასთან მიმართებაში.



ნახ. 3.3-ზე გამოსახულია ჩაკეტილი
სისტემის მოძრაობის ტრაექტორია როცა $\beta=1;T=1,a=2$.

ნახ. 3.3 მოცემულია მეორე რიგის სისტემების ანალოგიური ფაზური პორტრეტების შესამჩნევი განსხვავება მდგომარეობის ტრაექტორიის ყოფაქცევის მესამე მეოთხედში (დანართი სისტემა 2). ჩვეულებრივი მართვის კანონები წარმოადგენენ ერთგვარ მრავალსახეობებს რომ-ლებიც გაივლიან ფაზური სიბრტყის მეორე და მეოთხე მეოთხედებს.

მაგალითი 3. განვიხილოთ მოძრავი ობიექტის მასის ცენტრის მოძრაობის მართვის სისტემის ანალიზური კონსტრუირების ამოცანა, რომლის მოძრაობაც აღიწერება [46] დიფერეციალური განტოლებების სისტემით:

$$m\Delta\ddot{h}(t) = a_1\delta + b_1\delta^3; T\dot{\delta}(t) + \delta = c_1 u \qquad (3.65)$$

სადაც Δh-მასის ცენტრის კორდინატაა, δ- მმართველი ორგანოს გადახრაა, m, a_1, b_1, c_1, T –მუდმივი კოეფიციენტებია ჩავწეროთ 3.65-განტოლება შემდეგი ფორმით:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = x_2; \dot{x}_2(t) = ax_3 + bx_3^3; \\ &\dot{x}_3(t) = -\omega x_3 + cu, \end{aligned} \qquad (3.66)$$

სადაც $x_1 = \Delta h, x_2 = \Delta\dot{h}(t), x_3 = \delta, a = \dfrac{a_1}{m}, b = \dfrac{b_1}{m}, \omega = \dfrac{1}{T}, c = \dfrac{c_1}{T}$

საჭიროა მოიძებნოს $u(x_1, x_2, x_3)$, –მართვის კანონი, რომელიც უზრუნველყოფს (3.66) ობიექტის გადაადგილების სივრცის ნებისმიერი წერტილიდან წონასწორობის $x_k(0,0,0)$ წერტილში. ამასთან, გათვალისწინებული უნდა იქნეს მოთხოვნები სისტემის დინამიკური თვისებებისადმი, გამოსახული, მაგალითად ზოგიერთი კვადრატული ხარისხის კრიტერიუმის მინიმიზაციის ფორმით.

თავიდან ჯერ გამოვიყენოთ არაკ-ის მეთოდი (3.66) ობიექტისათვის, რომელიც წარმოდგენილია დიფერენციალური განტოლებით კანონიკურ ფორმაში

$$\dot{y}_1(t) = y_2, \dot{y}_2(t) = y_2, \dot{y}_3(t) = u_0 \qquad (3.67)$$

სადაც $y_1 = x_1, y_2 = x_2, y_3 = \dot{x}_2(t) = ax_3 + bx_3^3, u_0 = \left(a + 3bx_3^2\right)\left(-\omega x_3 + cu_1\right)$

ამოვირჩიოთ შემდეგი წრფივი მაკროცელადი

$$\psi_1 = p_1 y_1 + p_2 y_2 + y_3 \qquad (3.68)$$

თუ უკანსკნელ გამოსახულებას ჩავსვამთ (3.68) ფუნქციონალურ განტოლებაში

$$T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0 \qquad (3.69)$$

მაშინ (3.67) ობიექტის განტოლებიდან ვღებულობთ მართვის კანონს

$$u_0 = -\frac{p_1}{T_1} y_1 - \left(p_1 + \frac{p_2}{T_1} \right) y_2 - \left(p_2 + \frac{1}{T_1} \right) y_3. \tag{3.70}$$

საწყის კორდინატებზე გადასვლის შედეგად მივიღებთ:

$$cu_1 = -\frac{1}{\left(a + 3bx_3^2\right)} \left[\frac{p_1}{T_1} x_1 + \left(p_1 + \frac{p_2}{T_1} \right) x_2 + \left(p_2 + \frac{1}{T_1} \right) \left(a + bx_3^2 \right) x_3 \right] + \omega x_3 \tag{3.71}$$

განვიხილოთ სინთეზირებული სისტემის თვისება არაძ-ის მეთოდის პოზიციიდან. მართვის კანონს u_0 (3.70)-ს გადაყავს ობიექტის აღმწერი წერტილი ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან

$$\psi_1 = p_1 y_1 + p_2 y_2 + y_3 = 0 \tag{3.72}$$

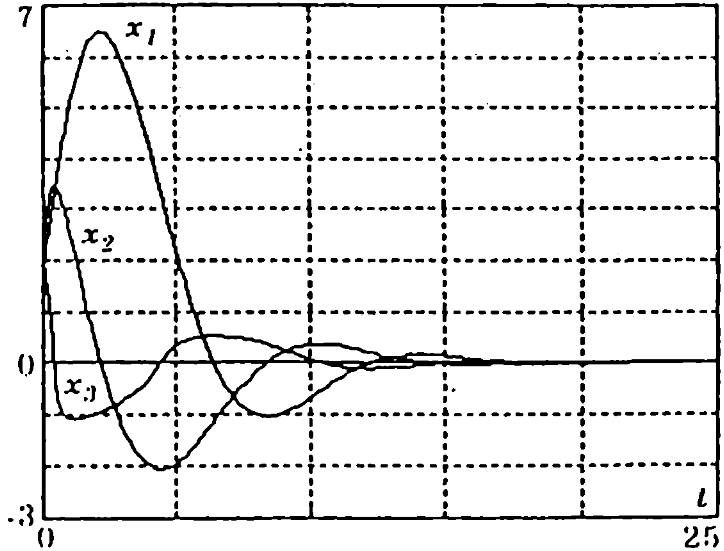
მრავალსახოვნების არეში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემით:

$$\dot{y}_{1\psi 1}(t) = y_{2\psi 1}, y_{2\psi 1}(t) = -p_1 y_{1\psi 1} - p_2 y_{2\psi 1}. \tag{3.73}$$

(3.73) განტოლებას და შესაბამისად, (3.66), (3.71) ჩაკეტილი სისტემები მთელში ასიმტოტური მდგრადობის პირობებს ექნება მარტივი უტოლობის სახე:

$$p_1 > 0; p_2 > 0; T_1 > 0$$

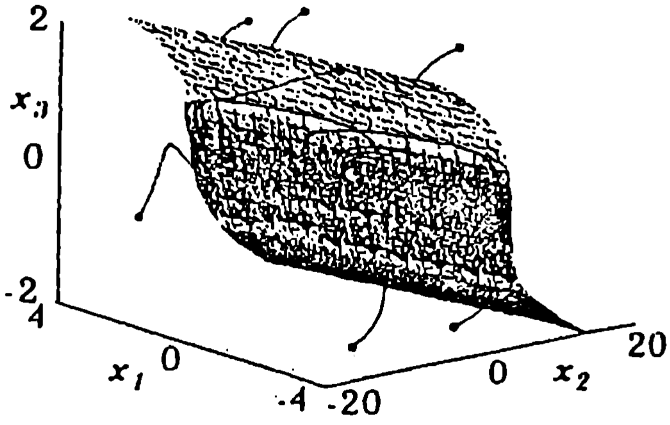
(3.66) ობიექტის (3.71) რეგულატორით მართვის ჩაკეტილი სისტემის მოდელირების შედეგები (დანართი სისტემა 3) წარმოდგენილია ნახ. 3.4 და ნახ. 3.5-ზე



ნახ. 3.4 გარდამავალი პროცესის მრუდი

გადავიდეთ (3.66) ობიექტის მართვის სხვა კანონების სინთეზის შესაძლებლობების განხილვაზე. არაკ-ის მეთოდის გამოყენებით ამ კანონის სტრუქტურა დამოკიდებულია არჩეული ინვარიატიული მრავალსახეობის ფორმისა და ფუნქციონალური განტოლების სახეზე ამასთან დაკავშირებით შემოვიყვანოთ განსახილველათ შემდეგი მაკროცელადი

$$\psi_2 = x_3 + \varphi(x_1, x_2) \tag{3.74}$$



ნახ. 3.5 ფაზური პორტრეტი

და ფუნქციონალური განტოლება

$$T_2\dot{\psi}_2(t)+F(\psi_2)=0 \qquad (3.75)$$

სადაც $F(\psi_2)\psi_2>0$.

არაკ-ის მეთოდების შესაბამისად $u_2(x_1,x_2,x_3)$ სინთეზირებადი მართვის კანონები უზრუნველყოფენ ობიექტის აღმწერი წერტილის გადაყვანას (3.74) $\psi_2=0$ მრავალსახეობების მიდამოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება (3.66) შემდეგი დიფერენციალური განტოლების თანახმად

$$\dot{x}_{1\psi2}(t)=x_{2\psi2};\dot{x}_{2\psi2}(t)=-a\varphi\left(x_{1\psi2},x_{2\psi2}\right)-b\varphi^3\left(x_{1\psi2},x_{2\psi2}\right) \qquad (3.76)$$

შინაგანი მართვის $\varphi(x_1,x_2)$ შესაბამისი სინთეზით შესაძლებელია უზრუნველყოთ მრავალსახეობების $\psi_2=0$ გასწვრივ მოძრაობის საჭირო დინამიკური თვისებები. $\psi_2=0$ ჩასმით (3.75)-ში ობიექტის მართვის განტოლებისა (3.66)-ის ძალით ვიპოვით გამოსახულებას:

$$cu_2=-\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}x_2-\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}\left(a+bx_2^2\right)x_3-\frac{1}{T_2}F(\psi_2)+\omega x_3, \qquad (3.77)$$

რომელიც მოიცავს მართვის დასაშვებული კანონების განსაზღვრულ ერთობლიობას. ავირჩიოთ თავიდან უბრალო წრფივი ფუნქცია

$$\varphi(x_1,x_2)=\beta_1 x_1+\beta_2 x_2 \tag{3.78}$$

მაშინ (3.78) გამოსახულების ჩასმით (3.77)-ში, ψ_2-გათვალისწინებით (3.71)-ში, მიეიღებთ მართვის შემდეგ კანონს როცა $F(\psi_2)=\psi_2$;

$$cu_2=-\frac{\beta_1}{T_2}x_1-\left(\beta_1+\frac{\beta_2}{T_2}\right)x_2-\left(\beta_2 a+\beta_2 b x_3^2+\frac{1}{T_2}-\omega\right)x_3, \tag{3.79}$$

ამასთან (3.76) განტოლებას ექნება სახე

$$\dot{x}_{1\psi 2}(t)=x_{2\psi 2};\dot{x}_{2\psi 2}(t)=-\beta_1 a x_{1\psi 2}-\beta_2 a x_{2\psi 2}-b\left(\beta_1 x_{1\psi 2}+\beta_2 x_{2\psi 2}\right)^3 \tag{3.80}$$

(3.80)-განტოლების ასიმტოტური მდგრადობის პირობები მთელში და შესაბამისად ჩაკეტილი სისტემებისათვის (3.66), (3.79) ღებულობს მარტივი უტოლობის სახეს

$$\beta_1>0;\beta_2>0;T_2>0; \tag{3.81}$$

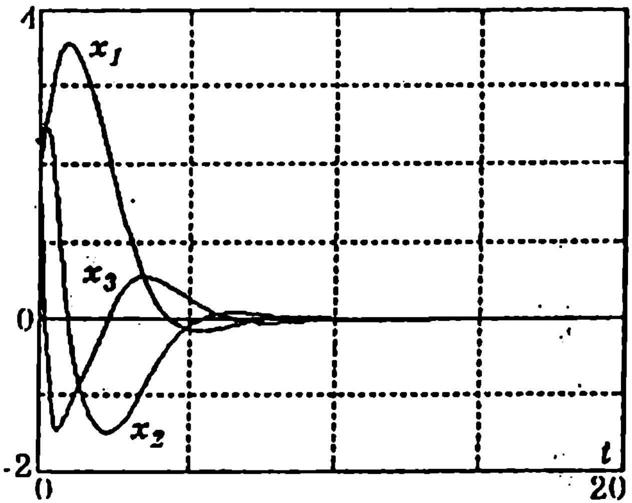
მართვის კანონი u_2 (3.79), (3.81) უტოლობების შესრულებისას უზრუნველყოფს აღმწერი წერტილის მოძრაობის ასიმტოტურ მოძრაობას $\psi_2=0$ (3.74) მრავალსახეობა გასწვრივ მოძრაობისას, ის უფრო მარტივია u_1 (3.71) კანონზე. ეს აიხსნება იმით, რომ აქ გამოყენებული იყო (3.66) - ობიექტის საწყისი განტოლება, ხოლო u_2 (3.79)-ის კანონის სინთეზი დაფუძენებულია შესაბამისი შინაგანი მართვის კანონის $\varphi(x_1,x_2)$ არჩევაზე, სასურველი მოძრაობის უზრუნველყოფისათვის მრავალსახეობა $\psi_2=0$ (3.74)-ის გასწვრივ მოძრაობისას, განსაზღვრულია (3.80) დიფერენციალური განტოლებით. პარამეტრები β_1,β_2 და T_2 (3.79) კანონი უნდა აკმაყოფილებეს (3.81)-ის პირობებს და შეიძლება, განსაზღვრული იქნეს მცირე გადახრების რეჟიმში ჩაკეტილი დინამიკური სისტემის სასურველი დინამიკური თვისებებიდან გამომდინარე. ჩაკეტილი სისტემის მოდელირების შედეგები (3.79) u_2 მართვის კანონით გამოსახულია 3.6 და 3.7 ნახაზებზე.

სისტემის ტრაექტორიის აღმწერი წერტილის მოძრაობისას მრავალსახეობის $\psi_2 = 0$ (3.74) სწრაფმოქმედების გასაზრდელად შეიძლება შემოყვანილი იქნეს არაწრფივი ფუნქცია

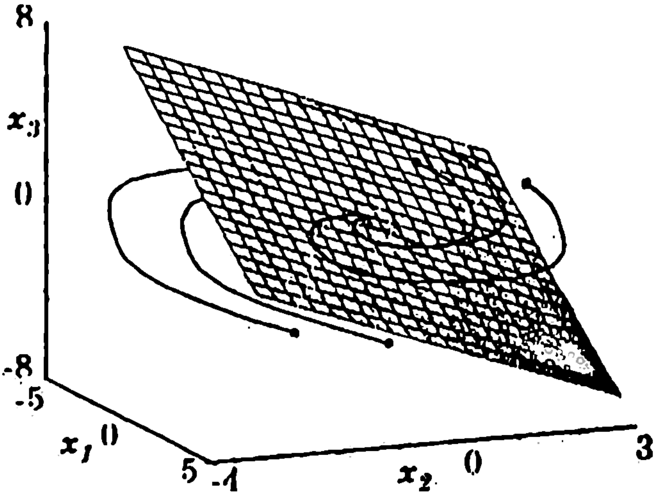
$$\varphi(x_1, x_2) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_2^3$$

მაშინ კანონი (3.77) როცა $F(\psi_2) = \psi_2$ ღებულობს სახეს

$$cu_2 = -\beta_1 x_2 - \left(\beta_2 + 3\beta_3 x_2^2\right)\left(a + b x_2^2\right) x_3 - \frac{1}{T_2}\psi_2 + \omega x_3. \tag{3.82}$$

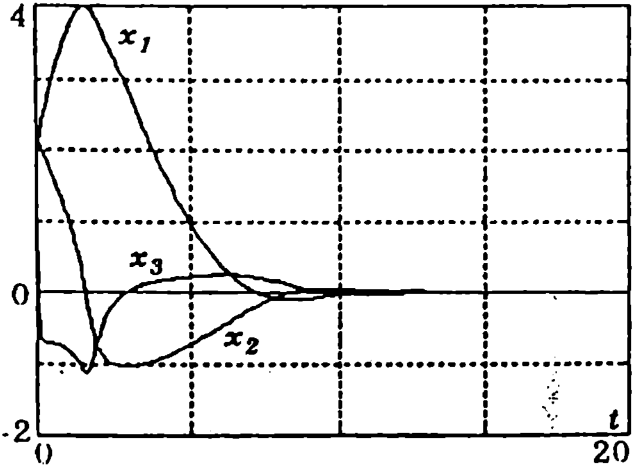


ნახ. 3.6 გარდამავალი პროცესის მრუდი

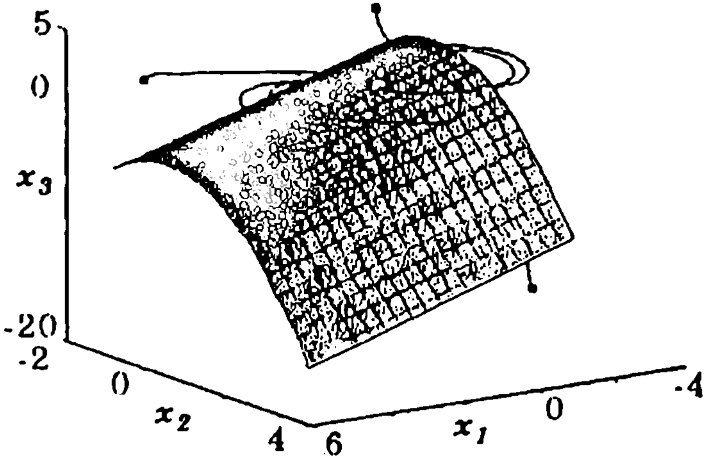


ნახ.3.7 ფაზური პორტრეტი

თუ ავირჩევთ ფუნქციებს $\varphi(x_1,x_2)$ და $F(\psi_2)$, მაშინ (3.79), (3.82) ანალოგიურად მივიღებთ მართვის შესაბამის კანონებს. ჩაკეტილ სისტემის $u_2=0$ (3.82) მართვის კანონით მოდელირების შედეგები მოცემულია ნახ. 3.8 და 3.9-ზე



ნახ. 3.8 გარდამავალი პროცესის მრუდი



ნახ3.9 ფაზური პორტრეტი

ვიეარაოდოთ, რომ მასის ცვლილების სიჩქარეზე დადებულია შეზღუდვა $|x_2| \le A/\beta_2$. მაშინ, მისი აღრიცხვისათვის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს შემდეგი მაკროცვლადი;

$$\psi_3 = \beta_2 x_2 + Ath(x_3 + \beta_1 x_1)$$

თუ ψ_3 ჩავსვამთ ფუნქციონალურ განტოლებაში

$$T_3 \dot{\psi}_3(t) + \psi_3 = 0$$

(3.66) ობიექტის განტოლების ძალით ვღებულობთ მართვის კანონს

$$cu_3 = \omega x_3 - \beta_1 x_2 \frac{1}{A} ch^2(x_3 + \beta_1 x_1)\left(\beta_2 a x_3 + \beta_2 b x_3^3 + \frac{1}{T_3}\psi_3\right). \qquad (3.83)$$

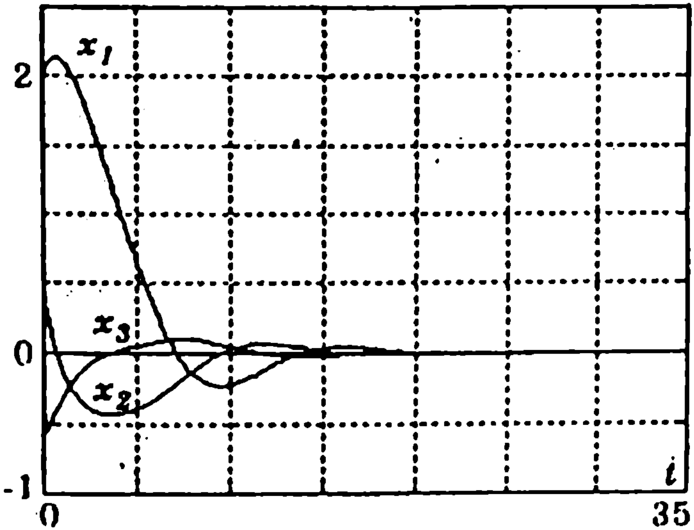
ეს კანონი უზრუნველყოფს $|x_2| \le A$ შეზღუდვას და გადაყავს აღმწერი წერტილი ობიექტის ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან x_1 და x_3 კოორდინატების მიხედვით მრავალსახეობა $\psi_3 = 0$ მიდამოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა, აღიწერება დიფერენციალური განტოლების სისტემით:

$$\dot{x}_{1\psi 3}(t) = x_{2\psi 3},$$

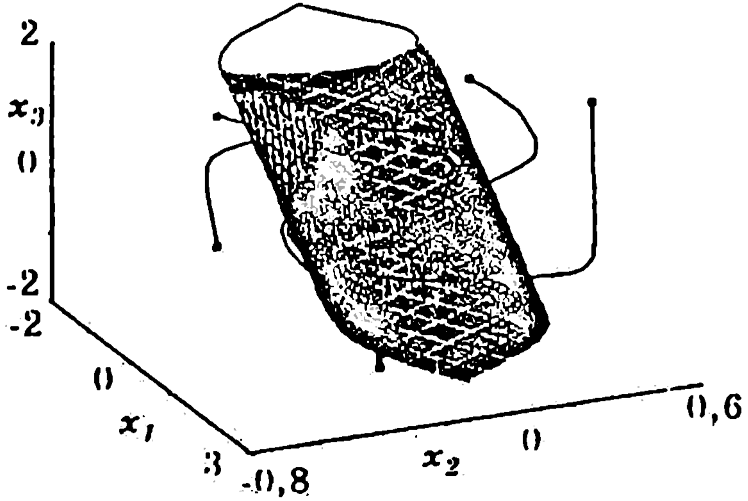
$$\dot{x}_{2\psi 3}(t) = -\beta_1 x_{1\psi 2} - aArth\frac{\beta_2}{A}x_{2\psi 3} - b\left(\beta_1 x_{1\psi 3} + Arth\frac{\beta_2}{A}x_{2\psi 3}\right)^3.$$

ამ განტოლებების მდგრადობის პირობები დაიყვანება უტოლობებზე $\beta_1 > 0, \beta_2 > 0$, რომლებიც განსაზღვრავენ ჩაკეტილი (3.66), (3.83) სისტემისათვის x_2 კორდინატებზე მოძრაობის ასიმტოტურ მდგრადობას $|x_2| \le A/\beta_2$ შუალედში, ხოლო x_1 და x_3 კორდინატზე – მთელში (3.66) მართვის ჩაკეტილი სისტემის (3.83) მართვით მოდელირების შედეგები მოცემულია ნახ. 3.10 და 3.11-ზე.

ზემოთ ჩამოყალიბებული მოძრავი ობიექტის (3.66) მასის ცენტრის მოძრაობის მართვის ამოცანები გვიჩვენებენ არაკ-ის მეთოდის ღირსებებს, რომლებიც გვაძლევენ საშუალებას მარტივი ანალიტიკური პროცედურებს მეშვეობით მივიღოთ მართვის კანონების ერთობლიობა [35], რომლებიც უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემების დინამიკურ თვისებებს მოცემულია ხარისხის შესაბამისი კრიტერიუმები, რომელთა მეშვეობითაც ხორციელდება მართვის კანონის ოპტიმიზაცია.



ნახ. 3.10 გარდამავალი პროცესის მრუდი



ნახ. 3.11 ფაზური პორტრეტი

ზემოთ განხილულ მაგალითში არ მოქმედემენ გარეგანი შეშფოთებები. ეხლა განვიხილოთ დინამიკური რეგულატორის სინთეზის მაგალითი, რომელიც განსაზღვრავს და შთანთქავს ობიექტზე სტრუქტურულად განსაზღვრულ ზემოქმედებებს.

მაგალითი 4 მოვახდინოთ არაწრფივი ობიექტის სელექციურ-ინვარიატიული სისტემის სინთეზი.

$$\dot{x}_1(t) = x_2, \dot{x}_2(t) = \sin x_1 + x_3, \dot{x}_3(t) = u + f \qquad (3.85)$$

მასზე ჰარმონიული შეშფოთების $f = B\sin(2t)$ ზემოქმედებით, რომელსაც გააჩნია უცნობი მაგრამ შეზღუდული ამპლიტუდა, (3.84) განტოლებებით აღიწერება მათემატიკური ქანქარის მოძრაობა ზედა არამდგრად მდგომარეობაში. ამასთან x_1 – ქანქარის ვერტიკალიდან გადახრის კუთხეა, x_2– გადახრის სისწრაფეა, x_3– ქანქარაზე მოდებული მომენტია. [34]-ზე. ავღნიშნოთ, რომ მათემატიკური ქანქარის განტოლებით

აღიწერება ერთგვარი მრავალი ელექტრომექანიკური ობიექტი, კერძოდ სხვადასხვა სახის ფაზური სისტემები, სინქრონული გენერატორები და ასინქრონული გაშვების ძრავები და ა.შ. ასეთ ობიექტებს გააჩნიათ ცილინდრული ფაზური სივრცე. ისმება ამოცანა ქანქარის სტაბილიზაციისა მისი საკიდელის ღერძზე მოდებული მომენტის მიხედვით ასეთი მომენტი წარმოიქმნება შემსრულებელი მექანიზმის მეშვეობით, რომელიც წარმოდგენილია მაინტეგრირებელი რგოლის სახით. საჭიროა მოინახოს მართვა შემსრულებელი მექანიზმის შესასვლელზე, რომელიც ასტაბილურებს ქანქარის წონასწორობას ზედა მდგომარეობაში ე.ი. უზრუნველყოფს სისტემის ასიმტოტურ მდგომარეობას.

სისტემაზე მოქმედი ჰარმონიული აღმშფოთი ზემოქმედებით აღწერისათვის ამოვირჩიოთ ტალღური გამოსახულება შემდეგი სახით

$$\begin{aligned} &\dot\omega_1(t)=\omega_2;\\ &\dot\omega_2(t)=-4\omega_1;\\ &f=B\omega_1; \end{aligned} \tag{3.85}$$

(3.84)-სისტემა (3.85)-ის გამოყენებით წარმოვადგინოთ გაფართოვებული სახით

$$\begin{aligned} &\dot\omega_1(t)=\omega_2+v_1(x_1,x_2,x_3);\\ &\dot\omega_2(t)=-4\omega_1+v_2(x_1,x_2,x_3);\\ &\dot x_1(t)=x_2;\\ &\dot x_2(t)=\sin x_1+x_3;\\ &x_3(t)=u+\omega_1, \end{aligned} \tag{3.86}$$

სადაც ω_1,ω_2 – w_1,w_2 მდგომარეობის ცვლადების შეფასებებია, $v_1(x_1,x_2,x_3), v_2(x_1,x_2,x_3)$-კავშირის ფუნქციებია, როცა $v_1(x_1,x_2,x_3)=v_2(x_1,x_2,x_3)=0$, სისტემის პირველი ორი განტოლება წარმოადგენს (3.85) შეშფოთების მოდელს (დანართი სისტემა 4). დინამიკური რეგულატორის, რომელიც შეშფოთების საწინააღმდეგოდ მოქმედებენ, შემოვიტანოთ ინვარიაციული მრავალსახეობა

$$\psi=x_3+\sin x_1+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2=0. \tag{3.87}$$

მაშინ ფუნქციონალური განტოლების საფუძველზე

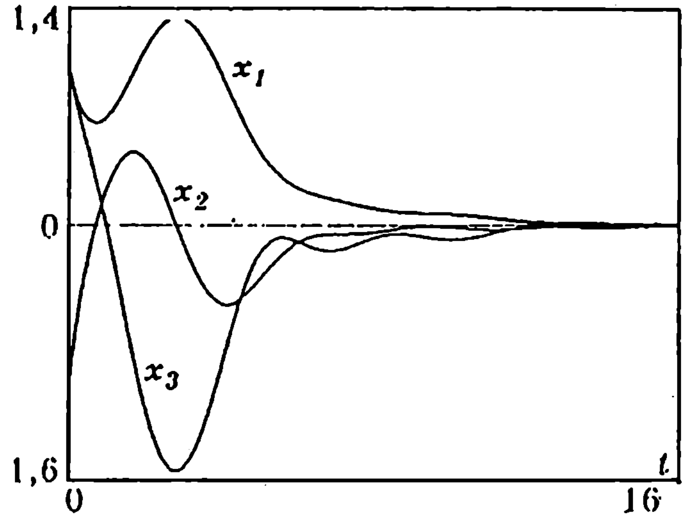
$$T\dot{\psi}(t)+\psi=0$$

კერძოდ $v_1(x_1,x_2,x_3)=a_1\psi$; $v_2(x_1,x_2,x_3)=a_2\psi$ კავშირის ფუნქციისათვის მივიღებთ მართვის შემდეგ კანონს

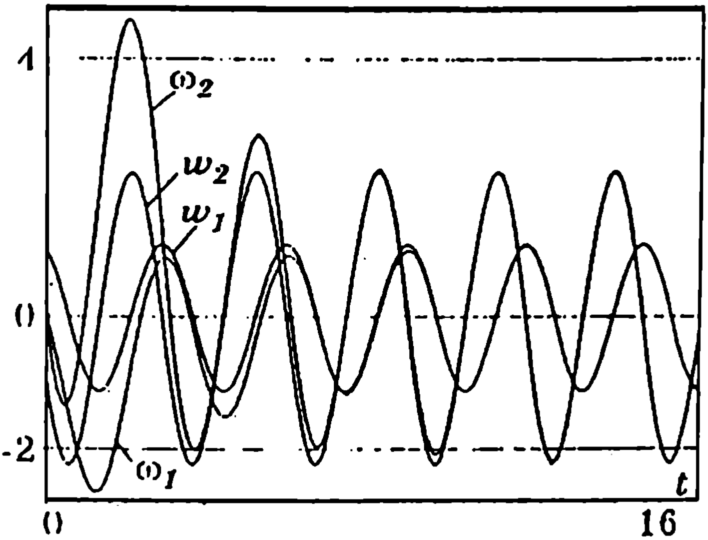
$$u=-x_2\cos x_1-\left(\beta_1+\frac{\beta_2}{T}\right)x_2-\frac{\beta_1}{T}x_1-\left(\frac{1}{T}+\beta_2\right)(x_3+\sin x_1)-\omega_1. \tag{3.88}$$

გარეგანი გაუზომელი შეშფოთებული ზემოქმედების შეფასებისათვის საჭირო განტოლებას აქვს სახე

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1(t)&=\omega_2+a_1\left(x_3+\sin x_1+\beta_1x_1+\beta_2x_2\right);\\ \dot{\omega}_2(t)&=-4\omega_1+a_2\left(x_3+\sin x_1+\beta_1x_1+\beta_2x_2\right).\end{aligned} \tag{3.89}$$



ნახ 3.12 ჩაკეტილი მართვის სისტემის გარდამავალი პროცესის მრუდი



ნახ 3.13 ჩაკეტილი მართვის სისტემის გარდამავალი პროცესის მრუდი

(3.88) მართვის კანონს თანმიმდევრულად გადაყავს აღმწერი წერტილი მრავალსახეობა (3.87)-ის მიდამოში. ეს კანონი შეშფოთების ზემოქმედების შეფასების (3.89) განტოლებასთან ერთად წარმოქმნის დინამიკურ რეგულატორს რომელიც შთანთქავს ჰარმონოლ ზემოქმედებას (3.85)-ს. 3.12 და 3.13 ნახაზზე წარმოდგენილია ჩაკეტილი მართვის სისტემების (3.84), (3.88), (3.89) მოდელირების შედეგები. მოდელირება ჩატარდა რეგულატორის შემდეგი პარამეტრებისათვის

$$T = \beta_1 = \beta_2 = 1; \qquad a_2 = -1; \qquad a_1 = -3.$$

სინთეზირებული დინამიური რეგულატორი თავისი სტრუქტურით განისაზღვრება მიღებული კავშირის განტოლებებით ე. ი. მოცემულ შემთხვევაში დამოკიდებულია კავშირის ფუნქციის $\nu_1(x_1, x_2)$ არჩევისაგან, რომელიც შეიძლება ინტერპრეტირებული იქნა როგორც ერთგვარი „შინაგანი" მართვები, რომლებიც მოქმედებენ შეშფოთების მოდელზე, რასაკვირველია ამ მართვების სინთეზი შესაძლებელია განხორ-

ციელდეს ოპტიმალური მართვის თეორიის მეთოდების საფუძველზე. კავშირის განტოლებების არჩევისაგან დამოკიდებულებით, არაპ-ის განზოგადოებულ მეთოდში შეიძლება ავაგოთ სხვადასხვა დინამიური რეგულატორები რომლებიც უკუქმედებენ შეშფოთებებზე.

3.6. არაწრფივი აგრეგირებული პროპორციულ-დიფერენციალური რეგულატორების სტრუქტურული კონსტრუირება და სიმეტრია

აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების პრობლემის გადაჭრის თვალსაზრისით ძალზე მნიშვნელოვანია იმ ზოგადი თვისების გამოყენება, რომელსაც ემყარება არაწრფივი აგრეგირებული სისტემის დინამიკური ობიექტების მართვის თეორია. ამ თავში განდმოცემულია ახალი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირებისა სინერგეტიკული მიდგომა, რომელსაც საფუძვლად უდევს მდგომარეობათა სივრცეში ზოგიერთი ინვარიანტული მრავალსახეობის – ატრაქტორების შემოტანის იდეა, რომლებსაც ყველაზე უკეთესად ეთანხმება ობიექტის ბუნებრივი თვისებები (ენერგეტიკული, მექანიკური და ა.შ.) ამოცანის პირობები. რომლებიც უზრუნველყოფენ ჩაკეტილ სისტემების დინამიკურ თვისებებს და იძლევა მათი მოძრაობის ასიმპტოტური მდგრადობის გარანტიას. მოცემული იდეების გამოყენებამ აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდების დამუშავებისას გვიჩვენებს, რომ ეს მეთოდები აგებულია ტიპიური ოპერაციების გამოყენების ერთნაირი თანმიმდევრულ პროცედურაზე რომელიც არ არიან დამოკიდებულნი კონკრეტული არაწრფივი ფუნქციების კონკრეტულ სახეზე ობიექტების დიფერენციალური

განტოლების მარჯვენა ნაწილებში, მოცემული ოპერაციების ერთობლიობას ეუწოდოთ აგრეგირებული რეგულატორების სინთეზი. განვიხილოთ აგრეგირებული რეგულატორების სტრუქტურული სინთეზის ამოცანა აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდით, განვიხილოთ მეორე რიგის არაწრფივი ობიექტები, რომელიც აღიწერება შემდეგი განტოლებათა სისტემით

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1) + a_2 x_2 \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2) + u\end{aligned} \tag{3.90}$$

სადაც f_1, f_2 არგუმენტების მიხედვით დიფერენცირდებადი ფუნქციებით $f_1(0) = 0, f_2(0) = 0$. არაწრფივი აგრეგირებული რეგულატორების ანალიზური კონსტრუირების მეთოდის თანახმად, შემოვიტანოთ მიკროცვლადი.

$$\psi_1 = x_2 + \varphi_1(x_1), \tag{3.91}$$

მაშინ ψ_1 (3.91)-ს თუ შევიტანთ ფუნქციონალურ განტოლებაში

$$T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0,$$

(3.90) ობიექტის განტოლების გათვალისწინები მივიღებთ მართვის შემდგომ კანონს

$$u = -\dot{\varphi}_1(t) - \frac{1}{T_1}\varphi_1 - \frac{1}{T_1}x_2 - f_2(x_1, x_2). \tag{3.92}$$

u (3.92) მართვას გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი მრავალსახოვნების გარემოში $\psi_1 = 0$ (3.91), რომლის გაყოლებითაც მოძრაობა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით

$$\dot{x}_{1\psi_1}(t) = f_1(x_{1\psi_1}) + a_2\varphi_1(x_{1\psi_1}) \tag{3.93}$$

(3.93) განტოლების ნულოვანი ამონახსნის მდგომარეობისათვის საკმარისია დავუშვათ, რომ

$$a_2\varphi_1(x_1) = f_1(x_1) + a x_1 \tag{3.94}$$

მაშინ ჩაკეტილი (3.90), (3.92) სისტემების, (3.94) პირობის გათვალისწინებით x_1 გამომავალი კორდინატის მიმართ ექნება სახე

$$\frac{T_1}{a}\ddot{x}_1(t) + \left(T_1 + \frac{1}{a}\right)\dot{x}_1(t) + x_1 = 0,$$

რომელიც როცა $a>0, T_1>0$ იქნება მთელში ასიმპტოტურად მდგრადი. მიღებული u-ს გამოსახულება (3.92) გვიჩვენებს, რომ სინთეზირებულ რეგულატორს გააჩნია პროპორციულ დიფერენციალური მართვის ალგორითმი φ_1 ფუნქციის მიმართ (3.94). რეგულატორის ასაგებად საჭიროა შემოვიტანოთ φ_1 (3.94) ფუნქცია და მასში x_1 კორდინატის შემოტანით და $f_1(x_1)$ ფუნქციის და შემდგომ x_2 კორდინატისა და $f_2(x_1,x_2)$ ფუნქციის შემოტანით. რეგულატორის ტექნიკურად რეალიზაციისათვის საჭიროა დიფერენციატორი და ამჟამავი რეგულატორის ტექნიკური რეალიზაცია შეიძლება განვახორციელოთ აპარატურით, სერიულად გამოშვებული ავტომატიზაციის საშუალებებით ან პროგრამულად იქნეს აგებულ მიკროპროცესორებზე და მიკრო ეგმ-ზე.

განვიხილოთ ეხლა რეგულატორების სტრუქტურული სინთეზი არაწრფიეი მესამე რიგის შემდეგი სახის ობიექტებისათვის:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1)+a_2x_2, \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1,x_2)+a_3x_3, \\ \dot{x}_3(t) &= f_3(x_1,x_2,x_3)+u, \end{aligned} \tag{3.95}$$

სადაც f_1, f_2, f_3 - თავისი ცვლადების მიხედვით დიფერენცირებადი ფუნქციებია, $f_1(0)=0, f_2(0)=0, f_3(0)=0$. შემოვიყვანოთ პირველი მაკროცვლადი

$$\psi_1 = x_3 + \varphi_1(x_1,x_2), \tag{3.96}$$

რომლის ჩასმით ფუნქციონალურ განტოლებაში

$$T_1\dot{\psi}_1(t)+\psi_1=0,$$

ობიექტის (3.95) – განტოლების ძალით მივიღებთ მართვის კანონს:

$$u=-\dot{\varphi}_1(t)-\frac{1}{T_1}\varphi_1-\frac{1}{T_1}x_3-f_3(x_1,x_2,x_3). \tag{3.97}$$

მართვის ამ კანონს გადაყავთ სისტემის გამომსახველი წერტილი პირველი მრავალსახეობის გარემოში $\psi_1=0$ (3.96) რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებებით

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1\psi_1}(t) &= f_1(x_{1\psi_1}) + a_1 x_{2\psi_1} \\ \dot{x}_{2\psi_1}(t) &= f_2(x_{1\psi_1}, x_{2\psi_1}) - a_2\varphi_1(x_{1\psi_1}, x_{2\psi_1}) \end{aligned} \tag{3.98}$$

შემოვიყვანოთ რა მეორე მაკროცვლადს

$$\psi_2 = x_2 + \varphi_2(x_1) \tag{3.99}$$

და თუ ჩავსვამთ მას ფუნქციონალურ განტოლებაში

$$T_2\dot{\psi}_2(t) + \psi_2 = 0,$$

(3.98) განტოლების ძალით ვპოულობთ შუალედურ მართვას

$$a_2\varphi_1 = \dot{\varphi}_2(t) + \frac{1}{T_2}\varphi_1 + \frac{1}{T_2}x_2 + f_2(x_1, x_2). \tag{3.100}$$

მართვა (3.100) თავისი სტრუქტურით (3.97) და (3.92) მართვის კანონების იდენტურია და თავის მხრივ, გადაყავს გამომსახველი წერტილი მრავალსახეობის მიდამოში $\psi_2 = 0$ (3.99) რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება განტოლებით

$$\dot{x}_{1\psi_1}(t) = f_1(x_{1\psi_1}) + a_2\varphi_2(x_{1\psi_1}) \tag{3.101}$$

შევირჩიოთ $\varphi_2(x_1)$ ფუნქცია

$$a_2\varphi_2(x_1) = f_1(x_1) + ax_1 \tag{3.102}$$

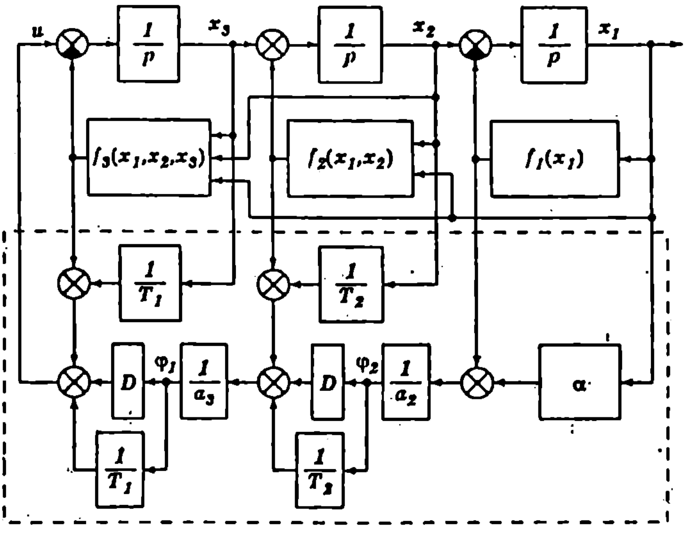
რომელიც გვაძლევს საშუალებას უზრუნველვყოთ განტოლება (3.101) ნულოვანი ამონახსნის როგორც ასიმპტოტური მდგრადობა მთელში, ასევე ჩაკეტილი სისტემის სინთეზი, რომლის განტოლებაც x_1 კოორდინატის მიმართ ექნება შემდეგი სახე:

$$\frac{T_1T_2}{a}\overset{(3)}{x_1} + \left(T_1T_2 + \frac{T_1}{a} + \frac{T_2}{a}\right)\ddot{x}_1(t) + \left(T_1 + T_2 + \frac{1}{a}\right)\dot{x}_1(t) + x_1 = 0 \tag{3.103}$$

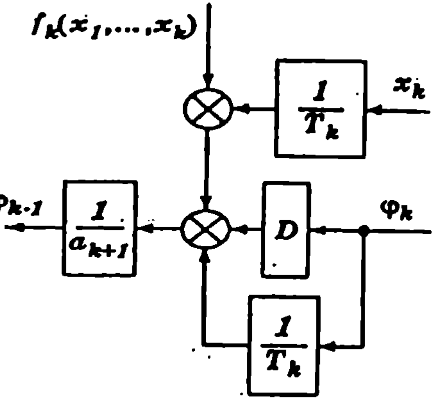
როგორც (3.103) განტოლებიდან გამომდინარეობს, როცა $a > 0, T_1 > 0, T_2 > 0$ სისტემა, პირველ რიგში, ასიმპტოტურად მდგრადია, ხოლო მეორე რიგში აქვს გარდამავალი პროცესების აპერიოდულად მილევის ხასიათი. ფუნქცია φ_2-ის სახე ემთხვევა (3.94)-ს. (3.97)-დან და (3.100)-დან გამოსახულებებიდან გამომდინარეობს, რომ აგებული მართვის (3.97) და (3.100) კანონები წარმოადგენს მიმდევრობით შეერთებულ პროპორციულ დიფერენციალურ რეგულატორებს რომელთა შესასვლე-

ლებზეც მიეწოდებათ სიგნალები, რომლებიც შეესაბამებიან x_1 და x_2 კოორდინატებს და $f_1(x_1)$ და $f_2(x_1,x_2)$ ფუნქციებს.

ნახ. 3.14-ზე გამოსახულია ჩაკეტილი სისტემის სტრუქტურული სქემა, რომლის მართვის მოწყობილობა წარმოადგენს ორ მიმდევრობით შეერთებულ პროპრციულ დიფერენციალურ რეგულატორს, რომელთა შესასვლელებზეც მიეწოდება შესაბამისი ცვლადები. ნახ.3.14-დან შეიძლება აღვნიშნოთ, რომ აგრეგირებული რეგულატორები შედგებიან მიმდევრობით შეერთებული რეგულირებადი ელემენტარული რგოლებისაგან, რომლებიც რეალიზაციას უკეთებენ შემავალი სიგნალების დიფერენცირებისა და მაშტაბირების ოპერაციას. აგრეგირებული რეგულატორების ეს თვისება საშუალებას გვაძლევს გამოვყოთ ზემოთ ნახსენები რგოლები სტანდარტული პროპორციულ-დიფერენციალური სტრუქტურის როგორც ტიპიური ელემენტარული რგოლი (ტერ), რომელიც გამოსახულია ნახ. 3.14-ზე



ნახ. 3.14 ჩაკეტილი სისტემის სტრუქტურული სქემა



ნახ. 3.15 ტიპიური ელემენტარული რგოლი

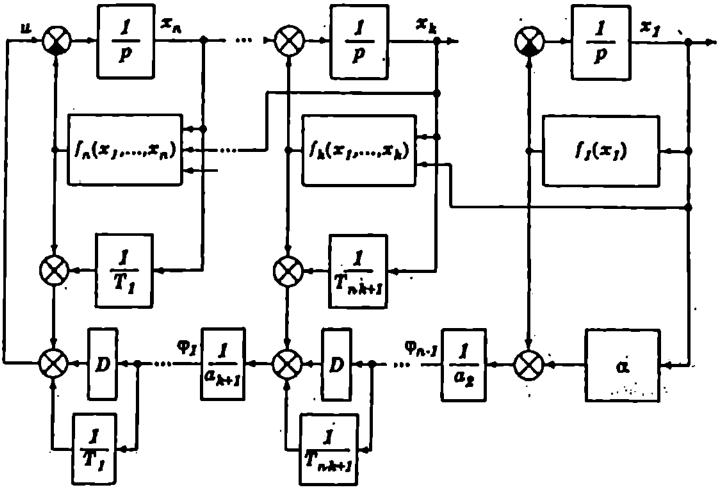
ტერ-ის საფუძველზე შეიძლება განვახორციელოთ n-რიგის ობიექტისათვის აგრეგირებული რეგულატორის სტრუქტურული სინთეზი

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j(x_1,\dots,x_j)+a_{j+1}x_{j+1},\ j=1,2,\dots,n-1, \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1,\dots,x_j)+u \end{aligned} \qquad (3.104)$$

სადაც f_j, f_n – ფუნქციები, უწყვეტად დიფერენცირებადია ცვლადების მიხედვით $f_j(0)=0, f_n(0)=0$

(3.104) განტოლებებს გააჩნიათ სამკუთხედის ფორმის ფუნქციონალური მატრიცა და როგორც ადრე იყო აღნიშნული, აღწერენ სხვადასხვა ბუნების დინამიკური ობიექტების კლასს. მათ მიეკუთვნებიან კერძოდ, ობიექტები, რომლებიც შედგებიან პირველი რიგის მიმდევრობით შეერთებულ ქვეობიექტებისგან. ასეთი ობიექტები ფართოდ არიან გავრცელებული მრეწველობისა და ტექნიკის სხვადასხვა დარგებში.

ნახ. 3.16-ზე გამოსახულია სტრუქტურული n-ური რიგის ჩაკეტილი სინთეზირებული სისტემა აგრეგირებულ პროპორციულ-დიფერენციალური რეგულატორთან ერთად.



ნახ. 3.16 სტრუქტურული n-ური რიგის ჩაკეტილი სინთეზირებული სისტემა აგრეგირებულ პროპრციულ-დიფერენციალური რეგულატორთან ერთად.

ეს რეგულატორი შედგება მიმდევრობით შეერთებული (n-1) რეგულირებადი ტიპიური ელემენტალური რგოლისაგან, რომლის თითოეულ შესასვლელზე წინა k-ური ტერ-ის გამომავალი სიგნალის გარდა მიეწოდება სიგნალები, რომლებიც შეესაბამებიან აგრეთვე შესაბამის x_{k+1} კოორდინატსა და $f_{k+1}(x_1,...,x_{k+1})$ ფუნქციას. ნაჩვენები თავისებურება გვაძლევს საშუალებას ნებისმიერი რიგის (3.104) -ობიექტებისთვის ერთნაირი სტრუქტურული ხერხით ავაგოთ აგრეგირებული რეგულატორი, რომელიც უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის ასიმპტოტურ მდგომარეობას მთელში ნათელია, რომ მარტივი პირობების შესრულებისას $(T_k > 0, k = 1,2,...,n-1, a > 0)$, აგრეთვე გარანტირებულ იქნას მოცემული დრო და გარდამავალი პროცესების

მილევადობის აპერიოდული ხასიათი $x_1(t)$ სისტემის გამომავალი კოორდინატის მიხედვით.

აქ შემოთავაზებული აგრეგირების პროპორციულ-დიფერენციალური რეგულატორების სტრუქტურული აგების ხერხი აგებულია სიმეტრიის თვისებაზე, რომელიც გამოიხატება იმაში, რომ თითოეული ქვემრავალსახოვნებისათვის (3.91) (3.96) (3.99) $\psi_k = 0$ და ა.შ. და შესაბამისი ქვემრავალსახოვნებისათვის (3.90), (3.98) და ა.შ. მართვის ალგორითმების სტრუქტურები $u_k = 0$ (3.92), (3.97) და ა.შ. რჩებიან უცვლელი, ამასთან დიფერენცირების და ინტეგრირების (ქვეობიექტში და მართვის ალგორითმში) დინამიკური ოპერაციები შექცევადია ერთმანეთის მიმართ. გარდა ამისა, როგორც აქ არის შედეგი ნაჩვენები არაკ-ის მეთოდის თავისებურებისა, სინთეზირებადი აგრეგირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორის საერთო კონსტრუქცია (სურ. 3.16) წარმოადგენს სიმეტრიზირებულ სტრუქტურას, რომელიც შედგება მიმდევრობით შეერთებული იდენტური ტიპიური ელემენტალური რგოლისაგან (სურ. 3.15), თავიანთ ერთობლიობაში ერთმნიშვნელოვნად განსაზღვრავენ რეგულატორის საერთო სტრუქტურას და არაწრფივი დინამიკური ობიექტის საწყისი მოდელის უკუკავშირის წრედების ფუნქციას.

სიმეტრიის თვისება გამოვლენილ სტრუქტურებს და სინთეზირებულ აგრეგირებულ რეგულატორს შორის ამტკიცებს რომ სიმეტრია – ეს ერთგვარი განზოგადოებული ბუნებრივი თვისებაა, რომელიც დამახასიათებელია ბუნების კანონებისათვის. მათ შორის რასაკვირველია ტექნიკური დინამიკური ობიექტების მართვის აგრეგირებული სისტემებისათვისაც.

ჩამოყალიბებული აგრეგირებული რეგულატორების სტრუქტურული კონსტრუირების ხერხი ილუსტრირებულ იქნა არაწრფივი ობიექტების სკალარული მართვის სინთეზის ამოცანაზე (3.104) სამკუთხა ფუნქციონალური მატრიცით.

ეს ხერხი შეიძლება გამოყენებულ იქნეს აგრეთვე ვექტორული ω - განზომილებიანი ობიექტების მართვის ამოცანებში

$$\begin{aligned} &\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,...,x_j) + a_{j+1}x_{j+1}, j = 1,2,...,\mu = n - m, \\ &\dot{x}_s(t) = f_s(x_1,...,x_n) + b_s u_s, s = \mu + 1,...,m \le n. \end{aligned} \tag{3.105}$$

(3.105) სახის დიფერენციალური განტოლებებით აღიწერება ტექნიკასა და მრეწველობაში გავრცელებული მრავალგანზომილებიანი დინამიკური ობიექტების კლასები, კერძოდ მანიპულაციური რობოტები, სხვადასხვა მანქანური აგრეგატები და ა.შ. ამ შემთხვევაში არაკ – ის მეთოდის თანახმად, თავიდან შემოიყვანება პარალელური მიმზიდავი მრავალსახეობათა s - ერთობლიობა $\psi_s(x_1,...,x_n)$, ხოლო შემდეგ განისაზღვრება მართვის ვექტორი $u_s(u_1,...,u_m)$, რომელსაც გადაჰყავს გამომსახველი წერტილი მრავალსახეობის გადაკვეთის მიდამოში $\psi_s = 0$, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება (n-m) განზომილების დიფერენციალური განტოლებით:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_j(t) = f_j(x_1,...,x_j) + a_{j+1}x_{j+1}, j = 1,2,...,n - m - 1, \\ &\dot{x}_{n-m}(t) = f_{n-m}(x_1,...,x_{n-m}) + a\varphi_1(x_1,...,x_{n-m}). \end{aligned} \tag{3.106}$$

შემდგომ (3.106) განტოლებებისათვის სტრუქტურული მეთოდით შეიძლება განხორციელდეს რეგულატორის $\varphi_{j+1}(x_1,...,x_j)$ სინთეზი, რომელიც შედგება *n-m* თანმიმდევრულად შეერთებული ტერ-საგან. ამ მდგომარეობის ილუსტრირებისათვის განვიხილოთ მეოთხე რიგის არაწრფივი ობიექტისათვის რეგულატორის სინთეზის მაგალითი

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = f_1(x_1) + a_2x_2; \\ &\dot{x}_2(t) = f_2(x_1,x_2) + a_3x_3 + a_4x_4; \\ &\dot{x}_3(t) = f_3(x_1,x_2,x_3,x_4) + u_3; \\ &\dot{x}_3(t) = f_4(x_1,x_2,x_3,x_4) + u_4. \end{aligned} \tag{3.107}$$

არაკ-ის მეთოდის მიხედვით შემოვიტანოთ შემდეგი სახის მაკროცვლადების

$$\psi_1 = a_3x_3 + a_4x_4 + \gamma_1\varphi_1(x_1,x_2) \tag{3.108}$$

$$\psi_1 = \beta_3x_3 + \beta_4x_4 + \gamma_2\varphi_1(x_1,x_2) \tag{3.109}$$

ფუნქციონალური განტოლებების საფუძველზე

$$T_1\dot{\psi}_1(t)+\psi_1=0,\psi_2=x_2+\varphi_2(x_1),$$

ობიექტი (3.107) განტოლების ძალით, შეგვეიძლია მივიღოთ მართვის შემდეგი კანონები

$$u_3=-k_1\dot{\varphi}_1(t)-k\varphi_1-\delta_3x_3-\delta_4x_4-f_3 \tag{3.110}$$

$$u_4=-p_1\dot{\varphi}_1(t)-p\varphi_1-\eta_3x_3-\eta_4x_4-f_4, \tag{3.111}$$

სადაც

$$\begin{aligned}
&k_1=\frac{1}{b_1}(\gamma_1\beta_4-\gamma_2a_4);k=\frac{1}{b_1}\left(\frac{\gamma_1\beta_4}{T_1}-\frac{\gamma_2a_4}{T_2}\right);\\
&\delta_3=\frac{1}{b_1}\left(\frac{a_3\beta_4}{T_1}-\frac{\beta_3a_4}{T_2}\right);\delta_4=\frac{a_4\beta_4}{b_1}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right);\\
&p_1=\frac{1}{b_1}(\gamma_2a_3-\gamma_1\beta_3);p=\frac{1}{b_1}\left(\frac{a_3\gamma_2}{T_1}-\frac{\gamma_1\beta_3}{T_2}\right);\\
&\eta_3=\frac{a_3\beta_3}{b_1}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right);\eta_4=\frac{1}{b_1}\left(\frac{a_3\beta_2}{T_2}-\frac{\beta_3a_4}{T_1}\right);\\
&b_1=a_3\beta_4-\beta_3a_4.
\end{aligned} \tag{3.112}$$

აღვნიშნოთ, რომ ხშირად მიზანშეწონილია აეირჩიოთ $T_1=T_2=T$, რათა ვუზრუნველყოთ მართვის u_3 (3.110) და u_4 (3.111) და მრავალსახეობა $\psi_1=0,\psi_2=0$ (3.109) სიმეტრია ერთმანეთის მიმართ. მაშინ $\delta_4=\eta_3=0$ და გამოსახულება (3.112) და შესაბამისად, მართვის u_3 (3.110) და u_4 (3.111) კანონები გამარტივდება.

u_3 (3.110) და u_4 (3.111) მართვას გადაჰყავს სისტემის გამომსახველი წერტილი $\psi_{12}=0$ მრავალსახეობის გადაკვეთის $\psi_1=0$ (3.108) $\psi_2=0$ (3.109) მიდამოში, რომელთა გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებებით

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_{1\psi_{12}}(t)=f_1(x_{1\psi_{12}})+a_2x_{2\psi_{12}},\\
&\dot{x}_{2\psi_{12}}(t)=f_2(x_{1\psi_{12}},x_{2\psi_{12}})+a\varphi_1,
\end{aligned} \tag{3.113}$$

სადაც

$$a=\frac{a_2}{b_1}(\gamma_2a_4-\gamma_1\beta_4)+\frac{a_4}{b_1}(\gamma_1a_3-\gamma_2\beta_3). \tag{3.114}$$

შუალედური მართვის $\varphi_1(x_1,x_2)$ სინთეზისათვის შემოვიტანოთ მაკროცვლადი

$$\psi_3 = x_2 + \varphi_2(x_1), \tag{3.115}$$

ამ ცვლადის ფუნქციონალური განტოლების

$$T_3\dot{\psi}_3(t) + \psi_3 = 0$$

გამოყენებით (3.113) განტოლების ძალით მივიღებთ

$$a\varphi_1 = -\dot{\varphi}_2(t) - \frac{1}{T_3}\varphi_2 - \frac{1}{T_3}x_2 - f_2. \tag{3.116}$$

შუალედური მართვის $\varphi_1(x_1, x_2)$ (3.116)-ის ზემოქმედებით გამომსახველი წერტილი გადადის მრავალსახეობა ψ_3 (3.116) მიდამოში, რომლის გასწვრივაც მოძრაობა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებით

$$x_{1\psi_3}(t) = f_1(x_{1\psi_3}) - a_2\varphi_2(x_{1\psi_3}), \tag{3.117}$$

ამოვარჩიოთ (3.117)-ში ფუნქცია $\varphi_1(x_1)$, მაგალითად სახით

$$a_2\varphi_2(x_1) = f_1(x_1) + ax_1, \tag{3.118}$$

მივიღებთ ყველა იმ თანაფარდობებს (3.110), (3.111), (3.112) და (3.118) რომლებიც აუცილებელია აგრეგირებული რეგულატორის სტრუქტურული სინთეზისათვის, რომელიც $T_1 > 0, T_2 > 0, T_3 > 0, a > 0$, პირობებისათვის უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის მოძრაობის ასიმპტოტურ მდგრადობას და გარდამავალი პროცესების მიმდინარეობის აპერიოდულ ხასიათს ობიექტის გამომავალი კორდინატის მიმართ.

მიღებული შეფარდებები (3.110), (3.111), (3.116) და (3.118) ანალოგიურებია შესაბამისად (3.97), (3.100) და (3.102) მესამე რიგის არაწრფივი ობიექტისათვის (3.95) ერთი მართვით: თანაფარდობები (3.110), (3.116) და (3.118) გვაძლევს საშუალებას ავაგოთ ორარხიანი აგრეგირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორის სტრუქტურა, რომელიც გამოსახულია (3.17 ნახაზზე). როგორც (ნახ 3.17)-დან გამომდინარეობს, სინთეზირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორი აბსოლუტურად იდენტურია წინამდებარე ელემენტარული რგოლის შემადგენლობისა. ის შედგება მიმდევრობით შეერთებული ტერ-ისაგან ამას გარდა და, ორი პარალელურად შეერთებული ტერ-საგან რომლებიც

ასახავს მართვის ორარხიანობას საწყისი ობიექტის (3.107) დიფერენციალური განტოლებების თანახმად.

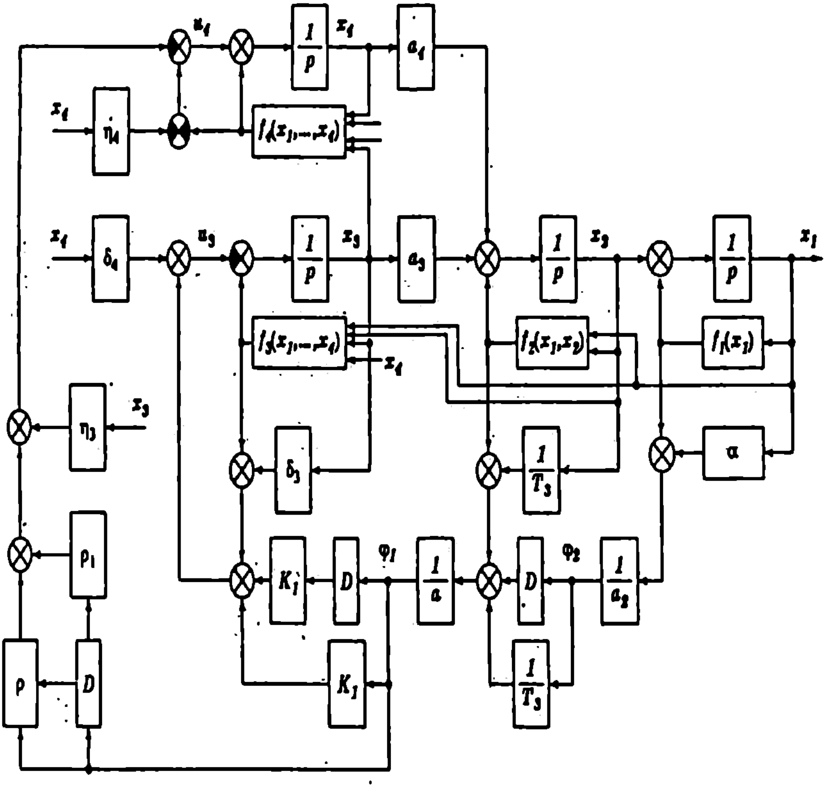
ნათელია, რომ სამი მართვისას აგრეგირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორის სტრუქტურაში წარმოიქმნება ტერ-ის სამი პარალელური რგოლი. ანალოგიურად აიგება *n*-არხიანი აგრეგირებული რეგულატორები, რომლებიც უნდა შედგებოდეს *n-m* მიმდევრობით და *m* პარალელურად ჩართული ელემენტარული რგოლებისაგან.

ასე, რომ არაწრფივი ობიექტების *m*-ური ვექტორული მართვის ამოცანებში, რომელთაც გააჩნიათ სამკუთხა მატრიცის ფორმა და მათი *n-m* რაოდენობა განტოლებები. სტრუქტურული მეთოდით სინთეზირებული აგრეგირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორები იქნებიან პარალელურად და მიმდევრობით შეერთებული ტერ-საგან. ე.ი. ადრე ხსენებული სტრუქტურების სიმეტრიის ეფექტი მრავალარხიაინი მართვისას ძლიერდება. გამოვლენილი თავისებურებები საშუალებას გვაძლევს სტრუქტურული მეთოდით მოვახდინოთ აგრეგირებული რეგულატორების სინთეზი, რომლებიც უზრუნველყოფენ მოძრაობის ასიმპტოტურ მდგრადობას და ჩაკეტილი არაწრფივი ჩაკეტილი სისტემების სასურველ გარდამავალ პროცესებს.

არაკ-ის სინთეზირებული მეთოდით სტრუქტურულ-სიმეტრიული აგრეგირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორების (ნახ.3.14-3.17) კონსტრუირებისას წარმოიქმნება ტექნიკაში ცნობილი პრობლემა D-სიგნალის დიფერენცირების ოპერაციის რეალიზაცია, განსაკუთრებით შესაძლებელია სიგნალების მნიშვნელოვანი შეფერხებების არსებობისას.

ლიტერატურაში შემოთავაზებულია ანალოგური ან ციფრული დიფერენციატორების რეალიზაციის სხვადასხვა ხერხები, რომლებსაც

გააჩინია სხვადასხვანაირი ეფექტურობა და დამოკიდებულია სასარგებ-
ლო სიგნალის შეფერხებასთან.

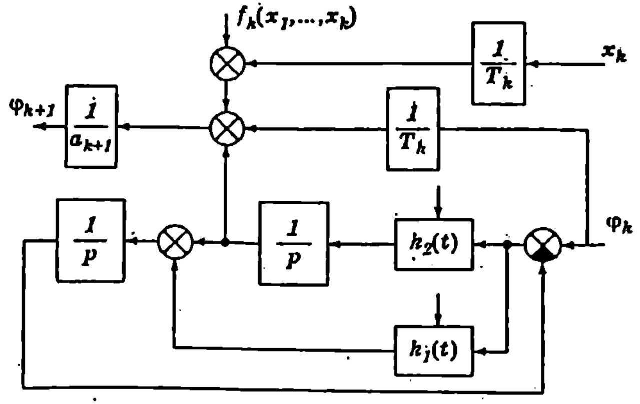


ნახ. 3.17 სინთეზირებული მეთოდით სტრუქტურულ-სიმეტრიული აგრეგირებული პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორების საერთო კონსტრუქცია

სასარგებლო სიგნალის შეფერხების მახასიათებლების ფართო საზღვრებში ცვლილებისას დიფერენციატორები შეიძლება აღმოჩნდნენ არასაკმარისად ეფექტურები. ამასთან დაკავშირებით სიგნალების დიფერენცირების ამოცანის ამოხსნისას შეფერხებების პირობებისას შეიძლება წარმოიქმნას ადაპტური ფილტრაციის აუცილებლობა, ე.ი. ფილტრის პარამეტრების ადაპტაცია, რომლებიც შედიან დიფერენციატორების შემადგენლობაში, სიგნალების და შეფერხების მახასიათებლების ცვლილებებისადმი, სიგნალების და შეფერხებების მახასიათებლების ცვლილებებისადმი. ჰიბრიდული ადაპტური დიფერენციატორების და ფილტრების აგების საშუალებით, რომლებიც საშუალებას გვაძლევენ საკმაოდ გადავწყვიტოთ მაღალხარისხიანი წარმოებული სიგნალის მიღების ამოცანა შეფერხებების პირობებში. ნახსენები დიფერენციატორები შედგებიან ანალოგური ნაწილებისაგან და პროცესორისაგან, რომელიც ეწყობა ფილტრის პარამეტრებზე, დაამუშავებს მოწყობილობაში შემოსულ სიგნალს. ეს საშუალებას გვაძლევს, ავაგოთ ადაპტური დიფერენციატორები, რომლებიც უზრუნველყოფენ პრაქტიკული მიზნებისათვის საჭირო პირველი, მეორე და უფრო მაღალი რიგის წარმოებულების მიღებას სიგნალებისათვის, რომლებიც მიიღება შეფერხების ფონზე, რომლებიც დამახასიათებელია სხვადასხვა ტექნოლოგიური და მოძრავი ობიექტებისათვის.

ამას გარდა ბოლო ხანებში თავისი ნაშრომებით ა.ა. კრასოვსკი იძლევა საშუალებას ავაგოთ ადაპტური, საშუალო კვადრატული ცდომილების ოპტიმალურობის აზრით წარმოების ასიმპტოტური დამკვირვებლები, რომლებიც ფაქტიურად არ მოითხოვს არავითარ ინფორმაციას არც ობიექტის მოდელზე და არც მასზე მოქმედ ზემოქმედებაზე. წარმოდგენილი მიდგომა ეფუძნება გასაზომი სიგნალის ტეილორის შეკვეცილი პოლინომის აპროქსიმაციას, აქ წარმოდგენილი აპროქსიმაცია განტოლების მდგომარეობითა სივრცეში და მისი გამოყენება დაკვირვების ქვეშ მყოფი სიგნალის უნივერსალური მოდელისათვის ტიპი-

ური ელემენტარული რგოლი-რეალიზაციის შემთხვევაში აუცილებელია მივიღოთ პირველი წარმოებული, ამიტომ ბლოკი D (ნახ. 3.15) სახით შეიძლება გამოვიყენოთ მეორე რიგის სქემა, ამასთან მეორე გაძლიერების კოეფიციენტი (ან ამორჩეული რიკატის შესაბამისი განტოლებიდან ან აღებული უბან-უბან მუდმივი და თავიდანვე დადგენილი წარმოებულის შეფასებისთვის საჭირო დროიდან გამომდინარე) იცვლება დროში, ამიტომ მიზანშეწონილია კოეფიციენტების ციფრული მართვის ანალოგური რეალიზაცია. ამ შემთხვევაში ტიპიური ელემენტალური რგოლს ექნება (ნახ. 3.18) წარმოდგენილი სახე.



ნახ. 3.18 ტიპიური ელემენტალური რგოლი

ამჟამად მიკროპროცესორებისა და ეგმ ფართოდ დანერგვის პირობებში იქმნება საშუალება აგებულ იქნას ეფექტური აგრეგირებული პროპორციულ-დიფერენციალური რეგულატორები, აგებული (კონსტრუირებული) სისტემების სინთეზის მეთოდის შესაბამისად.

საჭიროა ავღნიშნოთ, რომ შემოთავაზებული პროცედურა სტრუქტურული სინთეზისა, გვაძლევს საშუალებას ავაგოთ ერთი და მრავალარხოვანი პროპორციულ დიფერენციალური რეგულატორები, რომლებიც რეალიზდებიან გამოთვლითი ტექნიკის და მართვის სისტემების სერიულ საშუალებებზე.

რასაკვირეელია, რომ აგრეგირებული რეგულატორების აგების ხერხების ღირსება და უპირატესობა, რომლებიც დაფუძნებულია მართვის ანალიტიკური მეთოდების გამოყენებაზე, სინთეზირებულები არაპ-ის მეთოდის შესაბამისად ან აქ მოცემული სტრუქტურული მეთოდის გამოყენება დამოკიდებულია მოდელის (3.317) ადექვატურობაზე რეალური ობიექტის თვისებებთან, შეფერხებების დონეზე და ა.შ.

არაპ-ის მეთოდის თანახმად ამ ფაქტორების ზემოქმედებას საერთოდ, რომ ვთქვათ აქვთ მეორეხარისხოვანი ხასიათი, რადგანაც სინთეზირებულ მართვის სისტემები ფლობენ ისეთ ფუნდამენტალურ თვისებას როგორიცაა მოძრაობის ასიმპტოტიკური მდგომარეობა.

4. სინერგეტიკული მეთოდების გამოყენების აუცილებლობა თანამედროვე ეკონომიკური სისტემების ანალიზის დროს

4. 1. თვითორგანიზაცია სოციალურ-ეკონომიკურ სისტემებში

თანამედროვე მეცნიერება სულ უფრო და უფრო ახალ მიმართულებებს გვთავაზობს. სულ რაღაც სამი ათეული წლის წინ საფუძველი ჩაეყარა დისციპლინათაშორის მიმართულებას-სინერგეტიკას, რომელიც შეისწავლის თვითორგანიზების ზოგად კანონზომირებებს რთულ, ღია სისტემებში ნივთიერებების პერმანენტული ნაკადების გაცვლის პროცესში. სინერგეტიკის შესწავლის ობიექტად გვევლინებიან სრულიად განსხვავებული სისტემები, ატომიდან დაწყებული ადამიანით დამთავრებული. დღესდღეობით სინერგეტიკას მიმართავს სოციალურ-ეკონომიკური სფეროს ბევრი დარგი.

თვითორგანიზების შესახებ მეცნიერება ცნობილია რამდენიმე სახელწოდებით: გერმანიაში მას უწოდებენ სინერგეტიკას; ფრანგულენოვან ქვეყნებში დისიპატიურ სტრუქტურათა თეორიის სახელს ატარებს და ვითარდება ბელგიის სამეცნიერო სკოლის წარმომადგენლის, ნობელის პრემიის ლაურეატის, ი. პრიგოჟინის ხელმძღვანელობით. აშშ-ში ცნობილია როგორც "დინამიკური ქაოსის თეორია". საქართველოში თვითორგანიზების ძირითად ტერმინად მიღებულია სინერგეტიკა.

1980-იანი წლების ბოლოს მეცნიერებმა ქაოსის თეორიის გამოყენება სცადეს სოციალურ მეცნიერებებში. უნდა აღინიშნოს, რომ ეკონომიკაში სინერგეტიკის მეთოდების გამოყენება (მაგალითად გამოკვლევები რომლებიც დაკავშირებულია ფასიანი ქაღალდების ბაზართან) წინ უსწრებდა მის გამოყენებას სხვა სოციალურ მეცნიერებებში.

სინერგეტიკის ეკონომიკურ მოდელად შეგვიძლია განვიხილოთ ბაზრის მექანიზმი. ეკონომიკის მეცნიერების განვითარების ძირითად მიმართულებას წარმოადგენს საბაზრო წონასწორობის შესწავლა-გამოკვლევა და მისი მიღწევის პირობები. XX საუკუნის დასაწყისამდე ეკონომიკის თეორიების თანახმად წონასწორობის დარღვევა მხოლოდ დროებით გამოვლენას წარმოადგენდა. ითვლებოდა, რომ მისგან ყოველი გადახრა ავტომატურად აღმოიფხვრებოდა ბაზრის "უხილავი ხელის" ჩარევის შედეგად. რადგანაც არსებობს წონასწორობის მხოლოდ ერთი შესაძლო წერტილი, თვითრეგულირების მექანიზმს ეკონომიკა მიჰყავს სწორედ ამ წერტილისაკენ. სახელმწიფოებრივი ეკონომიკური პოლიტიკის მიზანი კონკურენტუნარიანი ბაზრის შექმნაში მდგომარეობდა და სახელმწიფო ბიუჯეტიც ორიენტირებული უნდა ყოფილიყო ყოველთვის შემოსავლებისა და ხარჯების თანასწორობაზე.

სოციალური მეცნიერებაში სინერგეტიკის კონცეფციის განვითარებამ რამდენიმე მეთოდოლოგიური გზა განვლო:

1. ფილოსოფიური მიმართულება.

იკვლევს შემეცნებითი თეორიის ახალ შესაძლებლობებს. მაგალითად რუსეთის მეცნ.აკადემიის ფილოსოფიის ინსტიტუტში და მოსკოვის საერთაშორისო სინერგეტიკულ ფორუმზე გაიხსნა სამეცნიერო კვლევითი სემინარი "განათლების ფილოსოფია".

2. ქაოსური რეჟიმების არსებობის დადგენა.

ასეთი გამოკვლევები რა თქმა უნდა ძალზედ მნიშვნელოვანია. მაგალითად, ისტორიკოსისათვის ქაოსური კომპონენტის აღმოჩენას შეიძლება ჰქონდეს პრინციპული მნიშვნელობა, რადგანაც შესაძლებელი ხდება ვისაუბროთ პროცესის შინაგან არამდგრადობაზე, როდესაც მცირე ზემოქმედებას ან შემთხვევით რხევებს (ფლუქტუაციებს) შეუძლიათ გამოიწვიონ მნიშვნელოვანი ცვლილებები. აღნიშნული მიმართულება შეხვდა რიგ სერიოზულ სიძნელეებს. მათ

შორის აღსანიშნავია მეთოდების სტანდარტიზაციის პრობლემა, რომელიც ზღუდავს დეტერმინირებულ ქაოსს, გამოწვეულს შინაგანი პარამეტრების ცვლილებით, შემთხვევით რხევებს (გამოწვეულს სისტემაზე გარეშე ზემოქმედებით).

3. სოციალური ფენომენების მათემატიკური მოდელების შექმნა.

მისი არსი შეიძლება წარმოდგინდეს შემდეგი სახით: განიხილება რომელიღაც "გონივრული" ჰიპოთეზა (საინტერესო სოციალური პრობლემების ფორმალიზაციის შემდეგ), რომელიც აკავშირებს ერთმანეთთან ამოცანის პარამეტრებს. შემდეგ ჩაიწერება მათი შესაბამისი განტოლებები (არაწრფივი) და მათი ამოხსნა ხორციელდება კომპიუტერის მეშვეობით. ამგვარი მიდგომის უპირატესობას წარმოადგენს პროცესის გამოკვლევის შესაძლებლობა დინამიკაში და იმ მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დადგენა, რომლებიც არ გამომდინარეობენ არსებული საწყისი ჰიპოთეზებიდან ჩვეულებრივი ლოგიკაზე დაყრდნობით. მაგრამ ასეთი მიდგომა სერიოზულ სიძნელეებთან არის დაკავშირებული. კომპიუტერების ფართო დანერგვამ წარმოშვა იმის ილუზია, რომ რაც უფრო მეტს აღერიცხავთ, მით უფრო ზუსტ შედეგებს მივიღებთ. მაგრამ, რამდენიმე მსხვილი კვლევითი პროექტის ჩავარდნამ დაადასტურა ამგვარი მიდგომის უსუსურობა. მაგალითად, ეკოლოგიური პროცესების მოდელირების ამერიკული პროექტი "BIOSPHERE", რომელშიც მონაწილეობდა დაახლოებით 700 წამყვანი სპეციალისტი, მიეიდა შედეგებამდე, რომელთა გონივრული ინტერპრეტაციაც შეუძლებელი გახდა.

უფრო პერსპექტიული ამ მხრივ აღმოჩნდა სინერგეტიკული მიდგომა, რომელსაც საფუძვლად უდევს რთული სისტემის ცვლადების სიმრავლიდან მცირე რაოდენობის ხარისხის პარამეტრების გამოყოფა, რომლებზედაც აეწყობა სისტემის დანარჩენი პარამეტრები მომავალში. ეს მნიშვნელოვნად ამარტივებს სისტემას და გვაძლევს რთული

სისტემის მოდელირების შესაძლებლობას. მაგრამ, პრაქტიკაში ხარისხის პარამეტრების გამოვლენის ამოცანა ძალზე რთულია. მნიშვნელოვანია აგრეთვე პარამეტრების გაზომვადობის პრობლემაც.

რაოდენობრივი მონაცემების მიღების მეთოდები როგორც ეკონომიკაში, ასევე სოციოლოგიასა და სხვა საზოგადოებრივ მეცნიერებებში ძირეულად განსხვაედებიან საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში გამოყენებული ხერხებისაგან. სუბიექტურ ფაქტორებზე ობიექტური ინფორმაციის მოპოვება ხშირად ხორციელდება ტესტების, გამოკითხვების, ირიბი მონაცემების ანალიზის საფუძველზე. ასეთ შემთხვევაში მკაცრი ფორმულების ნაცვლად, რომლებიც აკმაყოფილებენ სტატისტიკურ მონაცემებს, მკვლევარები ცდილობენ იპოვონ დინამიკური სისტემები მსგავსი ყოფაქცევებით. ამის მაგალითად შეიძლება დავასახელოთ რესლერის ატრაქტორი, რომელიც შეიძლება განვიხილოთ როგორც "სამშენებლო ბლოკი" სხვადასხვა დარგისათვის – დაწყებული ქიმიური კინეტიკიდან დამთავრებული "საგაფიცეო მოძრაობის მოდელებით". ამ შემთხვევაში აქცენტი კეთდება სისტემის არა რაოდენობრივ, არამედ ხარისხობრივ აღწერაზე. განხილულმა მიმდინარეობამ მიიღო "რბილი მოდელირების" სახელი, რომელსაც ხშირად ნაკლებად საიმედო მოდელებიდან შედარებით საიმედო დასკვნების მიღების ხელოვნებას უწოდებენ. კვლავ ღიად რჩება საკითხი აგებული და რეალურად არსებული მოდელის ადექვატურობის შესახებ.

4. მოდელირება რაოდენობრივი მეთოდების საფუძველზე.

სოციოსინერგეტიკის განვითარების ერთერთი მიმართულებაა რაოდენობრივი მეთოდი. მოდელის აგება ამ მეთოდის მიხედვით ეფუძნება სოციალური მეცნიერებების რიცხობრივ მონაცემებს. მთელი რიგი სოციალურ მოვლენები აღიწერება ალბათობის მეთოდებით, რადგანაც განაწილების ალბათური ფუნქცია ადვილად ექვემდებარება გაზომვას (მაგ: სოციოლოგიური გამოკითხვები). ამ მიმართულებით

იკვეთება შემდეგი პრობლემები: მონაცემების არასაკმარისი რაოდენობა, სტანდარტული სტატისტიკური მეთოდებისა და შესაბამისი პროგრამული მეთოდების არარსებობა, განმეორებითი გაზომვების შეუძლებლობა და დიდი ცდომილებები, რომლებშიც სისტემის ნამდვილი ფლუქტუაციები არ განსხვავდება სტატისტიკური ხმაურისაგან.

თვითორგანიზების თეორია საშუალებას გვაძლევს ახლებურად მივუდგეთ მთელი რიგი პრობლემების გადაწყვეტას, როგორებიცაა:

- ✓ ისტორიული დეტერმინიზმი ("ყველაფერი დაშვებულია" ან "ყველაფერი წინასწარ განსაზღვრულია")
- ✓ სოციალურ-ეკონომიკური კრიზისების ბუნება და მათი დაძლევის გზები (შესაძლებელია თუ არა საზოგადოების განვითარება კრიზისის გარეშე)
- ✓ სოციალური პროგრესის კრიტერიუმი (არსებობს თუ არა მსგავსი პროგრესის ობიექტური კრიტერიუმი)
- ✓ გრძელვადიანი სოციალური პროგნოზირების შესაძლებლობები.
- ✓ ბუნების, საზოგადოებისა და სხვათა კოევოლუციის (შეთანხმებული განვითარების) შესაძლებლობები.

სინერგეტიკული მეთოდოლოგიის აქტუალურობა დაკავშირებულია თანამედროვე ეპოქის განსაკუთრებულობასთან, რომელშიც არასტაბილურობა, სოციალური კალეიდოსკოპის ცვალებადობა გარდაიქმნა თანამედროვეობის მდგრად მახასიათებლად. მიმდინარეობს საზოგადოებრივი ინსტიტუტების ინტენსიური ტრანსფორმაცია, მათ შორის იცვლება ადამიანის სოციალური, კულტურული ყოფითი გარემო და პარალელურად მისი შეხედულებები ცხოვრების აზრსა და მიზანზე.

განსხვავებული ბუნების თვითორგანიზების უნარის მქონე სისტემების შესწავლის შედეგად, წარმოიშვება ახალი არაწრფივი

აზროვნება, რომელსაც აქვს სამი მახასიათებელი: უწონასწორობა, არამდგრადობა, შეუქცევადობა; ფლუქტუაციის, ბიფურკაციის და კოჰერენტულობის (კოოპერატიულობის), კონცეფციასთან ერთად გამოხატავენ "სამყაროსა და შემეცნების ახალ საბაზისო მოდელს, და მეცნიერებას ანიჭებენ "ახალ ენას".

სინერგეტიკა ახალგაზრდა მეცნიერებაა. მასში ჯერჯერობით შეკითხვები უფრო მეტია ვიდრე პასუხები. იგი უფრო მეტად გვეხმარება კითხვების დასმაში. რამდენადაც ცნობილია, სწორად დასმულ შეკითხვას უკვე მივყავართ ნაწილობრივ მის გადაწყვეტამდე.

4. 2. ქაოსის თეორია ეკონომიკაში

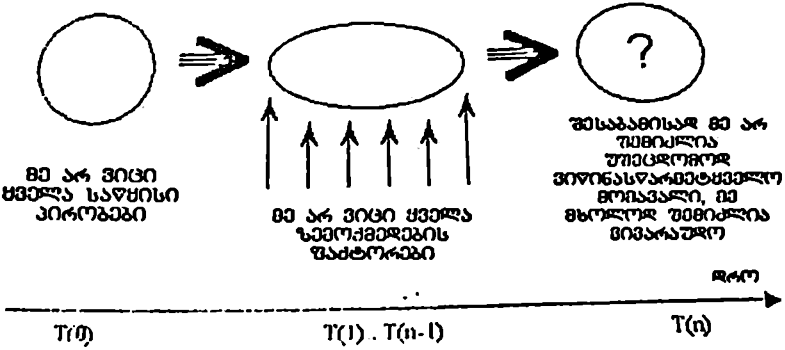
ქაოსის თეორია წარმოადგენს ერთ-ერთ ყველაზე უფრო მოდურ მიდგომას ბაზრის გამოკვლევაში. სამწუხაროდ, ქაოსის ცნების ზუსტი განსაზღვრა არ არსებობს. მას განიხილავენ, როგორც არაწრფივი მოძრაობის უკიდურესად განუსაზღვრელ მუდმივას, რომელიც წარმოიქმნება დინამიკურ სისტემაში. მიუხედავად ქაოსის განუსაზღვრელობისა, იგი დინამიკურად მაინც დეტერმინებულია (განსაზღვრულია). თუ ბაზარს განვიხილავთ, როგორც შემთხვევით მოვლენას, მაშინ ეს ზუსტად ის შემთხვევაა.

ქაოსი შემთხვევითი მოვლენა არ არის, ის ემორჩილება კანონზომიერებებს. ქაოსის თეორიის თანახმად, ფასების ქაოტური ცვლილებები ნიშნავს ფასების არა შემთხვევით ცვალებადობას, არამედ მათ განსაკუთრებულ მოწესრიგებულ მოძრაობას. ბაზრის დინამიკა ქაოტურია, თუმცა შემთხვევითი ხასიათი არ აქვს და ამავე დროს ის კვლავ განუსაზღვრელია, ქაოსის განუსაზღვრელობა

აიხსნება, ძირითადად, მისი არსებითი დამოკიდებულებით საწყის პირობებზე. ასეთი დამოკიდებულება მიუთითებს იმაზე, რომ გამოსაკვლევი ობიექტის პარამეტრების გაზომვების ჩატარებისას სულ მცირეოდენმა შეცდომებმა შეიძლება მიგვიყვანოს აბსოლუტურად არასწორ წინასწარმეტყველებამდე, ამინდის გრძელვადიანი პროგნოზირების შეუძლებლობას ზოგჯერ „პეპელას ეფექტს" უწოდებენ. „პეპელას ეფექტი" მიუთითებს იმის შესაძლებლობაზე, რომ პეპელას ფთების აქნევა ბრაზილიაში გამოიწვევს ტორნადოს წარმოშობას ტეხასში. გამოკვლევების შედეგების და ანგარიშების ჩატარების დროს დამატებითმა უზუსტობებმა შეიძლება ზეგავლენა მოახდინოს მთლიანად სისტემაზე. ზემოქმედების ფაქტორები შეიძლება იყოს, როგორც ეგზოგენური (გარეგანი), ასევე ენდოგენური (შინაგანი). ქაოტური ქცევის ნათელი მაგალითია ბილიარდის ბურთულის მოძრაობა. ცნობილია, რომ საბოლოო შედეგი დამოკიდებულია საწყისი დარტყმის სიზუსტის ძალაზე, ბურთულის მიმართ კიას განლაგებაზე, ადგილმდებარეობაზე, რომელზედაც ხორციელდება დარტყმა, აგრეთვე მაგიდაზე მყოფ სხვა ბურთულების განლაგებაზე. უმცირესმა უზუსტობამ, ამ ფაქტორებიდან ერთ-ერთში დაშვებულმა შეცდომამ შეიძლება მიგვიყვანოს სრულიად გაუთვალისწინებელ შედეგამდე. ბურთულა შეიძლება გაგორდეს ბლიარდისტისთვის გაუთვალისწინებელი მიმართულებით. მაშინაც კი თუ ბილიარდისტმა ყველაფერი სწორად გააკეთა, ძალიან ძნელია ბურთულას მოძრაობის ტრაექტორიის წინასწარმეტყველება ხუთი-ექვსი შეჯახების შემდეგ.

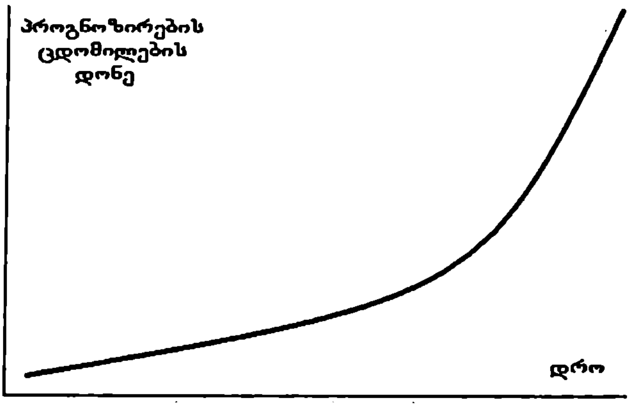
განვიხილოთ საბოლოო შედეგზე საწყისი პირობების ზემოქმედების კიდევ ერთი მაგალითი. თუ ჩვენ მთის წვერზე ქვას ვუბიძგებთ, ის ჩამოგორდება მთის ძირამდე. ბიძგის ძალის და მიმართულების ცვლილებამ შეიძლება გამოიწვიოს მთის ძირას ქვის გაჩერების ადგილის მნიშვნელოვანი ცვლილება. ერთ-ერთი მთავარი

დასკვნა მდგომარეობს შემდეგში- მომავლის წინასწარმეტყველება შეუძლებლია. რადგანაც ყოველთვის იქნება შეცდომები, განპირობებული ყველა ფაქტორისა და პირობების არ ცოდნით და მცირეოდენმა ცვლილებებმა და შეცდომებმა შეიძლება გამოიწვიოს გაუთვალისწინებელი შედეგები



ნახ. 4.1. შედეგის დამოკიდებულება საწყისი პირობებსა და ზემოქმედების ფაქტორებზე.

ქაოსის კიდევ ერთ ძირითად თვისებაა შეცდომის ექსპოტენციალური დაგროვება. კვანტური მექანიკის თანახმად, საწყისი პირობები ყოველთვის გაურკვეველია, ხოლო, ქაოსის თეორიის თანახმად, ეს გაურკვეელობები სწრაფად იზრდებიან და აჭარბებენ წინასწარმეტყველების დასაშვებ ფარგლებს. ქაოსის თეორიის მეორე დასკვნის თანახმად პროგნოზების უტყუარობა სწრაფად ეცემა. მოცემული დასკვნა წარმოადგენს ფუნდამენტალური ანალიზის ჩატარების არსებით შეზღუდვას, რომელიც, როგორც წესი, ოპერირებს სწორედ გრძელვადიანი კატეგორიებით.



ნახ. 4.2. პროგნოზის უტყუარობის ექსპონენციალური შემცირება.

ჩვეულებრივ ამბობენ, რომ ქაოსი წარმოადგენს წესრიგის უფრო მაღალ დონეს, თუმცა უფრო სწორი იქნება თუ ქაოსს ჩავთვლით წესრიგის სხვა ფორმად, მაშინ წესრიგს მისი ჩვეულებრივი გაგებით ნებისმიერ დინამიკურ სისტემაში აუცილებლად მოსდევს ქაოსი, ხოლო ქაოსს წესრიგი. თუ ჩვენ ქაოსს განვიხილავთ როგორც უწესრიგობას, მაშინ ასეთ უწესრიგობაში ჩვენ აუცილებლად შეგვეიძლია დავინახოთ წესრიგის თავისებური განსაკუთრებული ფორმა. მაგალითად, კვამლი სიგარეტიდან, რომელიც დასაწყისში გარემოს ზემოქმედებით ადიმართება მოწესრიგებული სვეტის სახით, შემდგომ ღებულობს უფრო და უფრო უცნაურ მოხაზულობებს, ხოლო მისი მოძრაობა ხდება ქაოტური. კიდევ ერთი მაგალითი: ბუნებაში არ შეიძლება მოიძებნოს ორი სრულიად ერთნაირი ფოთოლი, თუ არ ჩავთვლით იმას, რომ შეიძლება ვნახოთ ორი ხის, მაგალითად მუხის ორი

ფოთოლი. ფოთოლთა განსხვაევბა განპირობებულია: ტემპერატურით, ქარით, ტენიანობით და სხვა გარეგანი ფაქტორებით, გარდა წმინდა შინაგანი განსხვაევბისა (მაგ. გენეტიკური სხვაობა).

მოძრაობა წესრიგიდან ქაოსისაკენ და პირიქით, ალბათ, წარმოადგენს სამყაროს არსს. ადამიანის ტვინშიც კი ერთდროულად არსებობს ორი საწყისი: მოწესრიგებული და ქაოტური, პირველი შეესაბამება ტვინის მარცხენა ნახევარსფეროს, ხოლო მეორე-მარჯვენას. მარცხენა ნახევარსფერო პასუხს აგებს ადამიანის შეგნებულ ქცევაზე, ადამიანის ქცევის სწორი წესებისა და სტრატეგიის გამომუშაევბაზე, სადაც ნათლად განსაზღერულია მაშინ..., თუ... ხოლო მარჯვენა ნახევასფეროში გამეფებულია არასწორხაზოვნება და ქაოსი, ინტუიცია წარმოადგენს ტვინის მარჯვენა ნახევარსფეროს გამოვლინებას. ქაოსის თეორია სწავლობს ქაოტური სისტემის წყობას, წესებს, რომელიც გამოიყურება შემთხვევითი უწესრიგობის სახით. ამასთან ქაოსის თეორია გვეხმარება ავაგოთ ისეთი სისტემის მოდელი, რომელსაც არა აქვს დასახული ქაოტური სისტემის ქცევის ზუსტი წინასწარმეტყველების ამოცანა.

ქაოსის თეორია წარმოიშვა XIX საუკუნეში, მაგრამ ჭეშმარიტი მეცნიერული განვთარება ამ თეორიამ მიიღო XX საუკუნის მეორე ნახევარში, რომელიც უკავშირდება ედუარდ ლორენცის და ბენუა მანდელბროტის ნაშრომებს. ედუარდ ლორენცმა თავის ნაშრომებში განიხილა ამინდის პროგნოზირების შესაძლებლობა. ლორენცის შრომებამდე მეცნიერებაში გაბატონებული იყო უსასრულოდ გძელ ვადაში ამინდის სწორი პროგნოზირების შესაძლებლობის შესახებ ორი მოსაზრება. პირველ მიდგომას ჯერ კიდევ 1778 წელს გაუკეთა ფორმულირება ფრანგმა მათემატიკოსმა პიერ სიმონ ლაპლასმა ლაპლასსმა განაცხადა, რომ თუ ჩვენ წარმოვიდგენთ, გონებას რომელმაც მოცემულ მომენტში შეიმეცნა

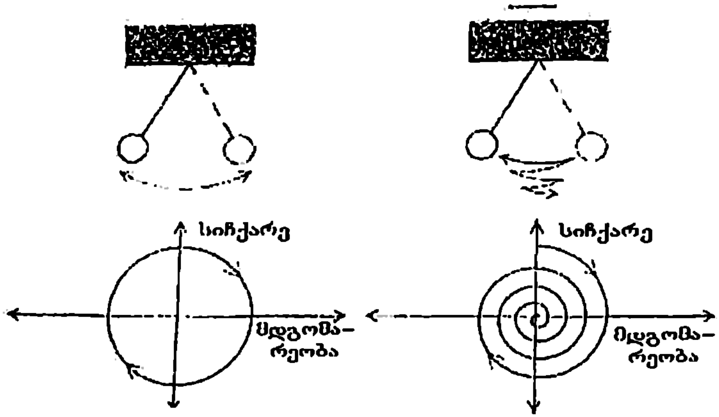
ყველა კავშირი ობიექტებს შორის, მაშინ მან შეიძლება დაადგინოს ამ ობიექტების მოძრაობისა და ზემოქმედების ყველა შესაბამისი მდგომარეობა როგორც წარსულში, ისე მომავალში. ეს მისი მოსაზრება ძალიან წააგავდა არქიმედეს ცნობილ სიტყვებს: მომეცით საყრდენი წერტილი და მე გადავაბრუნებ მსოფლიოს". ამით ლაპლასი და მისი მომხრეები ამბობდნენ, რომ ამინდის ზუსტი პროგნოზირებისათვის საკმარისია შეიკრიბოს უფრო მეტი ინფორმაცია ყველა ნაწილაკზე მათი ადგილმდებარეობის, სიჩქარის, მასის, მოძრაობის მიმართულების, აჩქარებისა და ა.შ. ლაპლასი ფიქრობდა, რომ რაც უფრო მეტი ეცოდინებოდა ადამიანს, მით უფრო ზუსტი იქნებოდა მისი პროგნოზი.

ფრანგმა მათემატიკოსმა ჟიულ ანრი პუანკარემ ჩამოაყალიბა ამინდის პროგნოზის შესაძლებლობის მეორე მიდგომა. მან თქვა: „ თუ კი ზუსტად გვეცოდინება ბუნების კანონები და მდებარეობა საწყის მომენტში, შევძლებთ ვიწინასწარმეტყველოთ იმავე ობიექტის მდგომარეობა შემდგომ მომენტში. მაგრამ იმ შემთხვევაშიც კი თუ ბუნების კანონები გაგვეიხსნის ყველა საიდუმლოს, მხოლოდ მიახლოებით გვეცოდინება საწყისი მდგომარეობა, მაშინაც კი თუკი ეს მოგვცემდა ობიექტის შემდგომი მდგომარეობის წინასწარმეტყველების შესაძლებლობას, მისი აზრით ეს ყოველთვის ასე არ არის, შეიძლება მოხდეს, რომ მცირეოდენმა ცვლილებებმა საწყის პირობებში გამოიწვიოს ძალიან დიდი განსხვავებები საბოლოო შედეგებში. მცირეოდენი შეცდომები საწყის მომენტში იწვევს უზარმაზარ შეცდომებს საბოლოო შედეგში. წინასწარმეტყველება ხდება შეუძლებელი და ასეთ შემთხვევაში საქმე გვაქვს ისეთ მოვლენასთან, რომელიც ვითარდება შემთხვევითობის საფუძველზე".

პუანკარეს ამ სიტყვებში ჩვენ ვპოულობთ ქაოსის თეორიის პოსტულატს. მეცნიერების შემდგომმაა განვითარებამ, განსაკუთრებით კვანტურ მექანიკაში, უარყო ლაპლასის დეტერმინიზმი.

1927 წელს გერმანელმა ფიზიკოსმა ვერნერ გეიზენბერგმა აღმოაჩინა და ჩამოაყალიბა გაურკვევლობის პრინციპი. ეს პრინციპი განმარტავს თუ ზოგიერთი შემთხვევითი მოვლენები რატომ არ ემორჩილება ლაპლასურ დეტერმინისმს. გეიზენბერგმა აჩვენა გაურკვევლობის პრინციპი ბირთვის რადიაქტიური დაშლის მაგალითზე. ბირთვის ძალიან მცირე ზომების გამო შეუძლებელია ვიცოდეთ ყველა პროცესი, რომელიც ბირთვის შიგნით მიმდინარეობს, ამიტომ, მის შესახებ დიდი რაოდენობის ინფორმაციის შეგროვების მიუხედავად, ბირთვის დაშლის ზუსტი დროის დადგენა შეუძლებელია.

როგორ ინსტრუმენტს ფლობს ქაოსის თეორია. პირველ რიგში ეს ატრაქტორები ფრაქტალებია. ატრაქტორი (ინგლისურად ნიშნავს, to attract მიზიდვას) გეომეტრიული სტრუქტურაა, რომელიც ახასიათებს მოქმედებას ფაზურ სივრცეში ხანგრძლივი დროის განმავლობაში. ფაზური სივრცე ეს აბსტრაქტული სივრცეა, რომლის კოორდინატებს წარმოადგენს სისტემის თავისუფლების ხარისხი. მაგალითად: ქანქარას მოძრაობას აქვს თავისუფლების ორი ხარისხი, ეს მოძრაობა მთლიანად განსაზღვრულია ქანქარას საწყისი სიჩქარით და მისი მდგომარეობით. თუ ქანქარას მოძრაობას არ ხვდება წინაღობა, მაშინ ფაზურ სივრცეს წარმოადგენს შეკრული მრუდი. რეალურად დედამიწაზე ქანქარის მოძრაობაზე გავლენას ახდენს ხახუნის ძალა. ამ შემთხვევაში ფაზური სივრცე იქნება სპირალი.

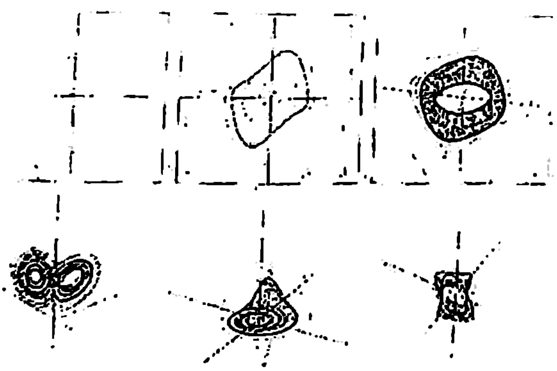


ნახ. 4.3. ფაზური სიბრტყის მაგალითი “ქანქარას მოძრაობა”

ატრაქტორი ეს არის ის, სადაც სისტემა ცდილობს მივიდეს, რისკენაც ის მიიზიდება. ატრაქტორის ყველაზე მარტივ ტიპს წარმოადგენს წერტილი. ასეთი ატრაქტორი დამახასიათებელია ქანქარისათვის. ხახუნის არ არსებობის შემთხვევაში საწყისი სიჩქარისა და მდგომარეობისაგან დამოუკიდებლად, ასეთი ქანქარა ყოველთვის მიდის სიმშვიდის მდგომარეობაში ე.ი წერტილში. ატრაქტორის შემდეგ ტიპს წარმოადგენს ზღვრული ციკლი, რომელიც არის შეკრული ტეხილი ხაზი. ასეთი ატრაქტორის მაგალითს წარმოადგენს ქანქარა, რომელზედაც არ მოქმედებს ხახუნის ძალა, აგრეთვე, გულის ძგერა, რომლის სიხშირე შეძლება შემცირდეს ან გაიზარდოს, მაგრამ ის ყოველთვის მიისწრაფვის თავისი ატრაქტორისაკენ, თავისი შეკრული მრუდისაკენ. ატრაქტორის მესამე ტიპი არის ტორი.

მიუხედავად ქაოტური ატრაქტორების ქცევის სირთულისა, რომლებიც ხანდახან იწოდებიან უცნაურ ატრაქტორებად ფაზური სივრცის ცოდნა საშუალებას იძლევა წარმოვიდგინოთ სისტემის ქცევა

გეომეტრიულ ფორმაში და შესაბამისად ვიწინასწარმეტყველოთ ის, თუმცა სისტემის მდებარეობის განსაზღვრა დროის გარკვეულ მომენტში, ფაზური სივრცის კონკრეტულ წერტილში პრაქტიკულად შეუძლებელია. ობიექტის მდებარეობის სფერო და მისი მისწრაფება ატრაქტორისკენ წინასწარ განსაზღვრულია. პირველ ქაოტურ ატრაქტორებს წარმოადგენს ლორეცოს ატრაქტორები, რომლებიც ნაჩვენებია ნახ. 4.5. –ზე.

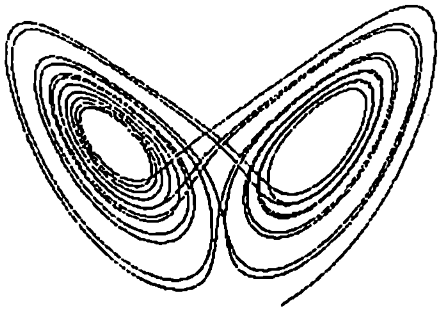


ნახ. 4.4. ატრაქტორების ძირითადი ტიპები. ზევით ნაჩვენებია სამი წინასწარგანსზაღვრული უბრალო ატრაქტორი, ქვევით სამი ქაოსური ატრაქტორი.

ლორენცოს ატრაქტორი გათვლილია მხოლოდ თავისუფლების ხარისხის საფუძველზე- სამი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება, სამი კონსტანტა და სამი საწყისი პირობა. მიუხედავად ლორენცოს სისტემების უბრალოებისა, მისი ქცევა ფსევდოშემთხვევითი და ქაოტურია. კომპიუტერში სისტემის მოდელირების შემდგომ, ლორენცმა აღმოაჩინა ქაოტური ქცევის მიზეზი-განსხვავება საწყის პირობებში. თითქმის მიკროსკოპიული

გადახრა ორი სისტემისა ევოლუციის საწყის პერიოდში მივყავართ შეცდომების ექსპოტენციალურ დაგროვებამდე და მათ სტოქასტიკურ განსხვავებამდე, ამასთან ერთად ნებისმიერ ატრაქტორს გააჩნია ზღერული ზომები, ამიტომ ექსპოტენციალური განსხვავება (განცალკევება) სხვადასხვა სისტემის ორ ტრაექტორიას შორის არ შეიძლება გაგრძელდეს უსასრულოდ.

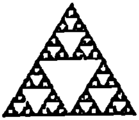
ადრე თუ გვიან ორბიტები კვლავ მიუახლოვდებიან ერთმანეთს ან სულაც დაემთხვეიან, თუმცა უკანასკნელი ნაკლებ სავარაუდოა. სხვათაშორის სისტემების ტრაექტორიის თანხვედრა წარმოადგენს უბრალო ატრაქტორების ქცევის წესს. ქაოტური ატრაქტორების მიახლოება და განშორება სისტემატურად ხსნის საწყის იმფორმაციას და ცვლის მას ახლით. ტრაექტორიების თანხვედრისას ისინი ერთმანეთს უახლოვდებიან და იწყება ახლომხედველობის ეფექტის წარმოშობა- იზრდება მსხვილმაშტაბური ინფორმაციის გაურკვევლობა.



ნახ.4.5. ლორენცოს ქაოტური ატრაქტორი

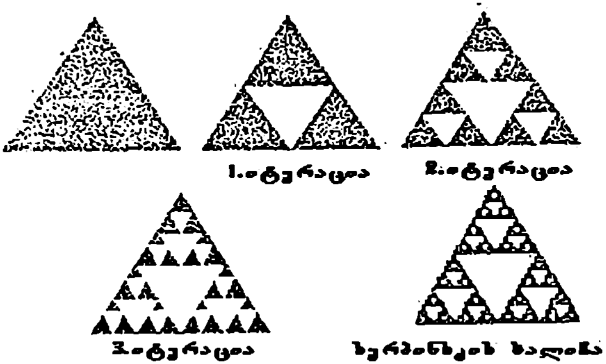
ტრაექტორიების ერთმანეთისაგან დაშორების შემთხვევაში, პირიქით, ისინი ერთმანეთს სცილდებიან და წაროიქმნება შორსმხედველობის ეფექტი, როდესაც იზრდება გაურკვევლობა მცირე

მაშტაბური ინფორმაციისა. გაურკვევლობა იზრდება, რომელიც დროის თითოეული მომენტისათვის გვაძლევს საშუალებას გავაკეთოთ სწორი პროგნოზები. რომლითაც ასე ამაყობს მეცნიერება- უნარი დადგინდეს კავშირები მიზეზებსა და შედეგებს შორის- ქაოტურ სისტემებში შეუძლებელია მიზეზობრივ შედეგობრივი კავშირის დამყარება წარსულსა და მომავალს შორის. აქვე აუცილებელია აღვნიშნოთ რომ შეერთება დაცილების სიჩქარე წარმოადგენს ქაოსის საზომს იმის ციფრობრივი გამოსახულებით რამდენად ქაოტურია სისტემა. სხვა სტატისტიკურ საზომს წარმოადგენს ატრაქტორის ზომები. აქედან გამომდინარე შეიძლება ავღნიშნოთ, რომ ქაოტური ატრაქტორების ძირითად თვისებას წარმოადგენს ტრაექტორიების შეკავშირება- დაშორება, რომლებიც დაუსრულებლად და მუდმივად ერევიან ერთმანეთს. აქ ვლინდება ფრაქტალური გეომეტრიისა და ქაოსის თეორიის გადაკვეთა, ქაოსის ერთ-ერთ ინსტრუმენტს წარმოადგენს ფრაქტალური გეომეტრია, ფრაქტალი- ეს არის ქაოსის საწინააღმდეგო მოვლენა. მთავარი განსხვავება ქაოსსა და ფრაქტალს შორის მდგომარეობს იმაში, რომ პირველი წარმოადგენს დინამიკურ მოვლენას ხოლო ფრაქტალი სტატიკურს (უძრავს). ქაოსის დინამიკური სისტემების ქვეშ იგულისხმება ტრაექტორიის არამუდმივი და არაპერიოდული ცვლილება. ფრაქტალი- ეს გეომეტრიული ფიგურაა, რომლის გარკვეული ნაწილიც მეორდება მუდმივად, აქ ვლინდება ფრაქტალის თვისება- თვითმსგავსება, მეორე თვისება ფრაქტალისა არის დანაწევრებულობა. ფრაქტალის დანაწევრებულობა წარმოადგენს ფრაქტალის ზომის არასწორობის მათემატიკურ ასახვას. ფაქტიურად ყველაფერი რაც ჩვენ მიგვაჩნია შემთხვევით და არასწორად შეიძლება იყოს ფრაქტალი, მაგალითად: ღრუბლები, ხეები, მდინარეები (კლაკნილები) ,ხვეულები, გულის ძგერა, პოპულაციები და ცხოველთა მიგრაციები, ალის ენები და ა.შ



ნახ. 4.6 ფრაქტალი სერპინსკის ხალიჩა

მოცემული ფრაქტალი მიიღება რიგი იტერაციის ჩატარების შემდეგ. იტერაცია (ლათინური iteration-განმეორება) –რომელიმე მათემატიკური ოპერაციის ხელახალი გამოყენების შედეგად.



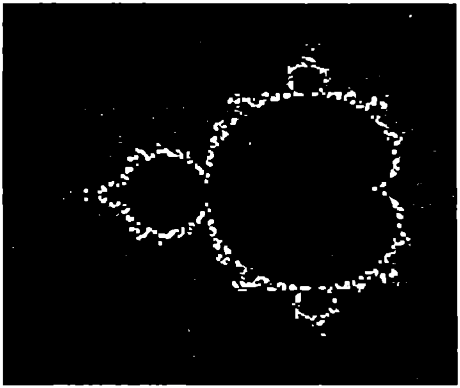
ნახ. 4.7. (სერპინსკის ხალიჩის) აგება

ქაოტური ატრაქტორი წარმოადგენს ფრაქტალს. რატომ? უცნაურ ატრაქტორში, ისევე როგორც ფრაქტალში ზრდასთან ერთად გამოელინდება მეტი დეტალები ე.ი. ამუშაედება თვითმსგავსების პრინციპი. როგორც არ უნდა ვცვალოთ ატრაქტორის ზომა, ის ყოველთვის დარჩება პროპორციულად ერთნაირი. თეგნიკურ ანალიზში ფრაქტალის ტიპიურ მაგალითს წარმოადგენს ელიოტის ტალღები,სადაც აგრეთვე მოქმედებს მსგავსწარმოქმნის პრინციპი. მეცნიერი რომელმაც ფრაქტალები გამოიკვლია ბენუა მანდელბროტია.

XX-საუკუნის 60-იან წლებში მან შექმნა ფრაქტალური გეომეტრია, ანუ ბუნების გეომეტრია, როგორც მას თვითონ უწოდა. ანდერბროტს უწოდებენ ფრაქტალების მეფეს, რადგანაც პირველად მან დაიწყო მისი გამოყენება კენტი არასწორი ფორმების ანალიზის მიზნით. Idეის არსი, რაც ჩადებულია ფრაქტალურობაში მდგომარეობს არა სრულ გაზომვებში. ჩვეულებრივ ვამბობთ ერთ განზომილებიან, ორ განზომილებიან, სამგანზომილებიან და ა.შ. მრავალრიცხვა სამყაროს შესახებ. თუმცა შეიძლება არსებობდეს არამთელი გაზომვებიც, 2.72, ასეთ გაზომვებს მანდელბროტი უწოდებდა ფრაქტალურ გაზომვებს.

არამთელი გაზომვების ლოგიკა ძალიან მარტივია. ბუნებაში ნაკლებსავარაუდოა მოიძებნოს იდეალური ბურთი ან კუბი. ასე რომ სამზომიანი გაზომვა ამ რეალური ბურთისა ან კუბისა შეუძლებელია, ასეთი ობიექტების გაზომვისათვის უნდა არსებობდეს სხვა გაზომვები, ასეთი არასწორი ფრაქტალური ფიგურებისათვის შემოღებული იქნა ცნება- ფრაქტალური გაზომვა. დაჭმუჭნეთ ქაღალდის ფურცელი გუნდად. კლასიკური ევკლიდური გეომეტრიის თვალთახედვით ახლადწარმოქმნილი ობიექტი უნდა წარმოადგენდეს სამგანზომილებიან ბურთს (სფეროს) თუმცა სინამდვილეში ეს მხოლოდ ორგანზომილებიანი ქაღალდის ფურცელია, მართალია დაჭმუჭნული სფეროს მაგვარი. ქედან შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ ახალ ობიექტი ორზე მეტი განზომილებიანია მაგრამ ნაკლები სამზე. ეს ცუდად თავსდება ევკლიდურ გეომეტრიაში, მაგრამ კარგად შეიძლება აღწერილ იქნეს ფრაქტარული გეომეტრიის დახმარებით, რომელიც შეეცდება დაამტკიცოს, რომ ახალი ობიექტი იმყოფება ფრაქტალურ განზომილებაში და მიახლოებით 2.5-ის ტოლია, ე.ი. გააჩნია ფრაქტალური განზომლება, რომელიც 2.5- ის ტოლია. ანსხვავებენ დეტერმინირებულ ფრაქტალებს, რომლის მაგალითს წარმოადგენს სერპინსკის ხალიჩა დართული ფრაქტალები. პირველის აგების დროს არ არის საჭირო ფორმულები და განტოლებები, საკმარისია გაავლოთ

რამოდენიმე იტერაცია, რომელიმე ფიგურის ქვეშ. რთული ფრაქტალებისათვის დამახასიათებელია უსასრულო სირთულე, თუმცა გენერირდება უბრალო ფორმულით. რთული ფრაქტალის კლასიკურ მაგალითს წარმოადგენს მარდენბროტის სიმრავლე, რომელიც მიიღება უბრალო ფორმულიდან Zn+1=Zna+ C, სადაც Z და C კომპლექსური რიცხვებია, a დადებითი რიცხვია. სურათ 4.8-ზე ჩვენ ვხედავთ მეორე ხარისხის ფრაქტალს სადაც a=2.



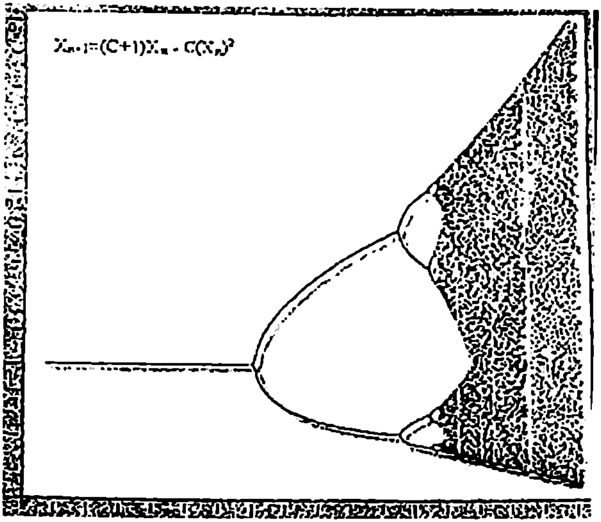
ნახ. 4.8. მანდერბროტის სიმრაელე

სისტემის ქაოსში გადასვლა შეიძლება სხვადასხვა გზებით. ამ უკანასკნელთა შორის გამოყოფენ ბიფურკაციას, რომელსაც სწავლობს ბიფურკაციის თეორია. ბიფურკაცია (ლათინურად bifurcus- გაორებული) რომელიც წარმოადგენს ხარისხობრივ გადასვლას წონასწორობის მდგომარეობიდან ქაოსში თანმიმდევრული მცირე ცვლილებების საშუალებით. (მაგ. ფეიგენბაუმის გაორება, გაორების ბიფურკაცია) პერიოდული წერტილებით. უცილებელია აღნიშნოთ, რომ ხდება სისტემის თვისებების ხარისხობრივი ცვლილება ე.წ

კატასტროფული ნახტომი. ნახტომის მომენტი (გაორების ბიფურკაციისა) ხდება ბიფურკაციის წერტილში. ქაოსი შეიძლება წარმოიქმნას ბიფურკაციის შემდგომ, რაც გვიჩვენა მიტჩელ ფეიგენბაუმმა. საკუთარი თეორიის შექმნისას ფრაქტალების შესახებ ფეიგენბაუმმა ძირითადად გაანალიზა ლოგისტიკური განტოლება Xn+1=CXn- C(Xn)2 სადაც C გარე პარამეტრია, საიდანაც გამოიყვანა, რომ ზოგიერთ შეზღუდვების პირობებში ყველა მსგავსი განტოლების დროს ხდება გადასვლა წონასწორული მდგომარეობიდან ქაოსში. ქვემოთ განხილულია ამ განტოლების კლასიკური ბიოლოგიური მაგალითი მაგ. იზოლირებურად ცხოვრობს ნორმირებული რაოდენობის არსებების პოპულაცია Xn. ერთი წლის შემდგომ წარმოიქმნება შთამომავლობა Xn+1 პოპულაციის ზრდა აღიწერება განტოლების მარჯვენა ნაწილის პირველი წევრით (CXn) , სადაც C განსაზღვრავს ზრდის სიჩქარეს და წარმოადგენს განმსაზღვრელ პარამეტრს. ცხოველთა დანაკლისი (გადამეტებული სიჭარბის, საკვების უკმარისობის და ა.შ) განისაზღვრება არაწრფივი წევრით (C(Xn)2), ანგარიშების შედეგს წარმოადგენს შემდეგი დასკვნები როცა C<2 ზრდის პოპულაცია n კვდება, 1<C<3 პირობებში პოპულაციის რაოდენობა უახლოვდება მუდმივ მნიშვნელობას X0=1-1/C, რაც წარმოადგენს სტაციონალური ფიქსირებულ ამონახსნების სფეროს. როდესაც C=3 ბიფურკაციის წერტილი ხდება ფიქსირებული წერტილი უკუგანმზიდავად. ამ მომენტიდან ფუნქცია არასოდეს არ შეიყრება ერთ წერტილში. აქამდე წერტილი იყო მიმზიდველი ფიქსირებული; 3< C<3.57 დიაპაზონში იწყება ბიფურკაციის წარმოშობა და თითეული მრუდის გაყოფა ორ ნაწილად განშტოებად აქ ფუნქცია (პოპულაციის რაოდენობა) მერყეობს ორ მნიშვნელობას შორის, რომლებიც (მოთავსებულია) განლაგებულია ამ განშტოებებზე. თავიდან პოპულაცია მკვეთრად იზრდება, შემდეგ ზელს წარმოიქმნება პოპულაციის ჭარბრაოდენობა, ხოლო შემდეგ წელლს მათი

რიცხოვნობა კვლავ შემცირდება, როცა 3.57<C ხდება სხვადასხვა ამოხსნების არეების ურთიერთ გადაკვეთა (ისინი თითქოს იღებებიან) და სისტემის ქცევა ხდება ქაოტური. აქედან შეიძლება დავასკვნათ, რომ ევოლუცირებადი ფიზიკური სისტემის დამამთავრებელი მდგომარეობა წარმოადგენს დინამიკური ქაოსის მდგომარეობას. პოპულაციის რიცხოვნობის დამოკიდებულება C პარამეტრისაგან ნაჩვენებია შემდეგ ნახაზზე.

დინამიკური ცვლადი Xn ღებულობს მნიშვნელობებს, რომლებიც დამოკიდებული არიან საწყის მნიშვნელობაზე. კომპიუტერზე გამოთვლების ჩატარებისას, მსგავსი საწყისი მნიშვნელობების პირობებში C საბოლოო შედეგები შეიძლება მკვეთრად განსხვავდებოდნენ, ამასთან ერთად ანგარიშები ხდება არაკორექტული, რადგანაც ისინი დამოკიდებული ხდებიან შემთხვევითი (მოვლენების) პროცესებისაგან, თვით კომპიუტერში ძაბვისა და სიხშირის ცვალებადობა და ა.შ. აქედან გამომდინარე სისტემის მდგომარეობა ბიფურკაციის პროცესში ზედმიწევნით არამდგრადია და უსასრულოდ მცირე ზემოქმედებამ შეიძლება (გამოიწვიოს) მიგვეიყვანოს შემდგომი მოძრაობის გზის არჩევამდე, და ეს, როგორც ვიცით, ქაოტური სისტემის მთავარი მახასიათებელია (ძირეული დამოკიდებულება საწყის პირობებზე.) ფეიგენბაუმმა დაადგინა პერიოდის გაორების დროს დინამიკურ ქაოსზე გადასვლის უნივერსალური კანონზომიერებანი, რომლებიც ექსპერიმენტალურად დამტკიცებლ იქნა ფართო სპექტრის მექანიკური, ჰიდროდინამიკური, ქიმიური და სხვა სისტემებისათვის. ფეიგენბაუმის გამოკვლევების შედეგი გახდა ეგრეთწოდებული ფეიგენბაუმის ხე.



ნახ. 4.10. ფეგენბაუმის ხე (ანგარიში ჩატარებულია მცირეოდენ შეცვლილი ლოგისტიკური ფორმულის საფუძველზე)

რას წარმოადგენს ბიფურკაცია? ბიფურკაციები წარმოიქმნება მაშინ, როდესაც ხდება სისტემის გადასვლა ხილული სტაბილურობიდან და წონასწორობიდან ქაოსში. ასეთ გადასვლებს წარმოადგენს კვამლი, წყალი და სხვა ბუნებრივი მოვლენები. ასე მაგალითად ზემოთ აღმავალი კვალი წარმოადგენს მოწესრიგებულ სვეტს, მაგრამ რამოდენიმე ხნის შემდეგ ის განიცდის ცვლილებას. თავიდან იგი გვეჩვენება მოწესრიგებულად, შემდეგ კი ხდება ქაოტურად არაწინასწარმეტყველებადი. აქტიურად პირველი გადასვლა სტაბილურობიდან რომელიღაც ხილურ მოწესრიგებულობაზე, მაგრამ უკვე ცვალებადობაზე ხდება ბიფურკაციის პირველ წერტილში. შემდგომ ბიფურკაციის რაოდენობა იზრდება, თითეული ბიფურკაციის კვამლის ტურბულენტურობის ფუნქცია უახლოვდება ქაოსს.

ბიფურკაციის თეორიის დახმარებით შეიძლება ვიწინასწარმეტყველოთ მოძრაობის ხასიათი, რომელიც წარმოიქნება სისტემის გადასვლისას ხარისხობრივად განსხვავებულ (სხვა) მდგომარეობაში, აგრეთვე, სისტემის არსებობის არე, შევაფასოთ მისი მდგომარეობა.

სამწუხაროდ, ქაოსის თეორიის არსებობა ძნელად შეთავსებადია კლასიკურ მეცნიერებასთან. ჩვეულებრივ სამეცნიერო იდეები მოწმდება წინასწარმეტყველების რეალურ შედეგებთან შედარებით. ქაოსი არაწინასწარმეტყველებადია, ამიტომ ქაოსის დახმარებით, არ შეგვიძლია ავაგოთ ზუსტი პროგნოზი და შესაბამისად შევამოწმოთ ის. თუმცა ეს არ უნდა ლაპარაკობდეს ქაოსის თეორიის არასწორობაზე, იგი დამტკიცებულია მათემატიკური ანგარიშებით. ახლანდელი მდგომარეობით არ არსებობს ქაოსის თეორიის გამოყენების მათემატიკური აპარატი საბაზრო ფასების გამოკვლევისათვის. ამასთან ერთად, იგი მათემატიკის ყველაზე პერსპექტიული თანამედროვე მიმართულებაა ფინანსური ბაზრების გამოყენებითი გამოკვლევების თვალსაზრისით.

4.3 სინერგეტიკული ეფექტების გამოვლენა ეკონომიკაში

საბაზრო ეკონომიკის ჩამოყალიბებამ საწარმოთა მენეჯმენტის წინაშე მრავალი საკითხი წამოჭრა. ბაზრის პირობებში ეკონომიკური სისტემები ღია, არაწრფივი და არაწონასწორულია. ასეთი სისტემების ელემენტებს აქვთ თვითორგანიზაციის უნარი, მგრძნობიარედ რეაგირებენ სიტუაციის ცვლილებებზე, და ასევე შეუძლიათ შეცვალონ ევოლუციის რეჟიმი. ამ პირობებში მართვა კარგავს ბრმა ჩარევის ხასიათს ცდისა და შეცდომების მეთოდით. მართვისათვის დამახასიათებელი ხდება განვითარებადი სისტემის

შიდა ტენდენციების არსის და ადამიანის ჩარევის გაერთიანება, შერწყმა

თვითორგანიზირებადი სისტემის, კერძოდ, ეკონომიკური სისტემის ევოლუციის თავისებურებათა გაგება რთული სისტემის ამოსავალი პარამეტრების შეცნობის პირობებში, მისი ზრდის პროცესის სტიმულირების შესაძლებლობას იძლევა.

ასეთი პროცესები ეკონომიკური და ტექნიკური სასწაულის ანალოგს წარმოადგენს. არაწრფივი სისტემების თვითორგანიზაციის დროს იქმნება ახალი ფუნქციები და ახალი თვისებები, რომელთა შესწავლაც მხოლოდ სინერგეტიკის, ამ ახლად განვითარებადი დარგის ჩარჩოებში შეიძლება, რომელიც წარმოადგენს მეცნიერებას თვითორგანიზაციის შესახებ არაწონასწორულ სისტემებში.

მე-20 საუკუნის 70-იან წლებში ვითარდება მეცნიერების ახალი მიმართულება –სინერგეტიკა (წარმოდგება ლათინური სიტყვიდან "სინერგეია" – რაც ურთიერთთანამშრომლობას, კოოპერაციას,, თანამეგობრობას ნიშნავს). მისი ფუძემდებელია ჰ. ჰაკენი. მსოფლიოს ამ ახალ სისტემურ ხედვას იგი განიხილავდა, როგორც განსხვავებული ბუნების სისტემებში თვითორგანიზაციის კოოპერაციული პროცესების კვლევის დისციპლინათაშორის სფეროს. დღესდღეობით სინერგეტიკას მიმართავს სოციალურ-ეკონომიკური სფეროს ბევრი დარგი სინერგეტიკული პარადიგმის ჩამოყალიბებამ რამდენიმე ფაზა განვლო. პარადიგმის ჩამოყალიბების პირველ ეტაპზე მიმდინარეობდა თერმოდინამიკის შეუქცევადი პროცესების (პრიგოჟინი), მოლეკულათა თვითორგანიზაციის (ეიგენი) კვლევა, ზეგამტარობის პირობებში შეთანხმებული ურთიერთქმედების შესწავლა (ხაკენი). ამ ეტაპზე აღნიშნული და სხვა მეცნიერები მუშაობდნენ, მაგრამ იმის გაუცნობიერებლად რომ მათ აერთიანებდათ ერთიანი პრობლემური ველი. 1975 წლიდან იწყება სინერგეტიკული პარადიგმის მეორე ეტაპი, რომლის დროსაც შეინიშნა გამოყენებული განტოლებების იგივეობა და

კონცეპტუალური ერთიანობა. რამაც ჩატარებული კელევების ერთიანი შინაარსის ვარაუდის შესაძლებლობა შექმნა. ამ ეტაპზე ფორმირდება თვითორგანიზაციის კონცეფციის თეორიული ბირთვი, ანუ ნ. ლაკატოსის ტერმინოლოგიით შეიქმნა ახალი კვლევის პროგრამა. სინერგეტიკული პარადიგმის ფორმირების მესამე ეტაპი უკავშირდება მის მიერ პარადიგმის სტატუსის მიღებას. მიმდინარეობს თეორიული შეხედულებების უნივერსალიზაცია, ჰ.ჰაკენი წიგნში:ბუნების წარმატების საიდუმლოებები: თვითორგანიზაციის მოვლენის ინტეგრირებას ახდენს ბიოლოგიაში, ეკონომიკაში, პოლიტიკაში. ეიგენი წიგნში სიცოცხლის თამაში განიხილავს ეკონომიკის, ეკოლოგიის, ეთიკის პრობლემებს. ი. პრიგოჟინი წიგნში არსებულიდან წარმონაქმნამდე ერთმანეთს უდარებს თვითორგანიზაციის პროცესებს, რომლებიც წარმოადგენენ ეკონომიკის, ეკოლოგიის. ბიოლოგიის, ფიზიკის შესწავლის სფეროს. ე.იანჩი ქმნის გლობალური ევოლუციონიზმის კონცეფციას დისიპატიური .სისტემების თეორიის საფუძველზე. დღეს სინერგეტიკის გლობალიზაციის პროცესი გრძელდება, იქმნება ბევრი მომიჯნავე დისციპლინები, მაგალითად, სოციოსინერგეტიკა, სინერგეტიკა და ეკონომიკა, სინერგეტიკა და ფსიქოლოგია, და სხვა,

ეკონომიკურ სისტემებს ახასიათებთ მნიშვნელოვანი განმასხვავებელი ნიშნები, რაც ადასტურებს იმას, რომ ისინი ხვდებიან სინერგრტიკის ფუნდამენტური პრინციპების ზემოქმედების ქვეშ. ეს ყველაზე მეტად ეხება გარდამავალი ეკონომიკის საწარმოებს (ბაზარზე გადასვლასთან დაკავშირებით)

ეკონომიკური სისტემები ნებისმიერი ცოცხალი ორგანიზმის მსგავსად გვევლინება ღია სისტემად, რადგან იგი ახდენს ენერგიის, მატერიალური ფასეულობის, ინფორმაციის გაცვლას გარე სამყაროსთან..საწარმოს წარმატება მნიშვნელოვნად დამოკიდებულია იმაზე, თუ როგორ ითვისებს ფირმა ნედლეულის, საქონლის,

ინფორმაციის, კაპიტალის გარე წყაროებს. რამდენად წარმატებით ეგუება იგი ეკონომიკურ, მეცნიერულ–ტექნიკურ, პოლიტიკურ სამყაროს.

სისტემის ელემენტთა ურთიერთქმედება ატარებს კოოპერატიულ ხასიათს, რაც ნათლად ვლინდება კონკურენციის დროს, აგრეთვე ფირმის თანამშრომელთა ურთიერთობისას. ეკონომიკურ სისტემებს აქვთ არაწონასწორული ხასიათი ფინანსურ და მატერიალურ ნაკადებთან არაწრფივად დაკავშირებული საგარეო ფაქტორების დიდი მოცულობის გამო. სრულიად მოუწესრიგებელმა სისტემამ ახალი მდგომარეობის მიღების შემთხვევაში შეიძლება მიიღოს მოწესრიგებული მდგომარეობა. სხვადასხვა ბუნების სისტემათა მსგავსი გადასვლები წარმოადგენს სინერგეტიკის საგანს..

ეკონომიკური სისტემების არაწონასწორული ხასიათის შეფასებისათვის მნიშვნელოვანია განვიხილოთ ეკონომიკური წონასწორობის მოდელი შემდეგი დებულებების მიხედვით.

–სრულყოფილი საბაზრო კონკურენცია, რაც ნიშნავს მონოპოლიის არარსებობას, რომელსაც შეეძლება განახორციელოს დიქტატი ბაზარზე.

–საწარმოო შესაძლებლობათა უცვლელობა

–პარტნიორთა ეკონომიკური ინტერესების უცვლელობა, მეწარმეები არ ცდილობენ მოგების გადიდებას, ინვესტორები–ფასიან ქაღალდებიდან მიღებულ პროცენტს, მუშები–ხელფასს.

აღნიშნულ პირობათა ერთდროული გადაწყეეტა, ცხადია, ძნელია. შესძლებს კი ფირმა ცვალებად პირობებთან შეგუებას, საფრთხეების შეცნობას, არსებული შესაძლებლობების გამოყენებას? აი, ყველაზე მნიშვნელოვანი საკითხები, რაც უნდა გადაწყვიტოს ფირმამ. მათი წარმატებული გადაწყვეტა კი შეუძლია მენეჯერს, რომელიც გაერკვევა თვითორგანიზების პრინციპებში, ახალი სტრუქტურები იქმნება არაწრფივი განტოლებებით აღწერილ სისტემებში.

თანამედროვე ეკონომიკა არაწრფივია, მისთვის დამახასიატებელია სწრაფად ცვალებადი ეკონომიკური გარემო. გრძელვადიანი პროგნოზები არააქტუალური ხდება. ამ პირობებსი ეფექტურია ქსელური და ტრანსნაციონალური კომპანიების არსებობა, უდიდეს როლს თამაშობს ინფორმაციული სისტემები

ბიზნესის თანამედროვე საგარეო ეკონომკური საქმიანოსის ერთ–ერთ ძირითად ტენდენციას წარმოადგენს მისი გლობალიზაცია. ეროვნული ეკონომიკის ინტერესთა აბსოლუტიზაციის ისტორიული ეტაპი იცვლება გლობალური ეკონომიკით, რომელიც მოკლებულია ერთიან მკაცრად რეგულირებად აპარატს. ერთი მხრივ ძლიერდება საბაზრო ანარქიის ელემენტები, მაგალიათად, სავალუტო –საფინანსო სისტემაში, მეორე მხრივ კი ოლიგარქიული ტენდენციები ტრანსნაციონალური, მულტინაციონალური კომპანიების, სამრეწველო-საფინანსო ჯგუფების სახით. ასეთ პირობებში საწარმოების სწრაფვა წარმოების ეფექტიანობის ამაღლების, მისი მუდმივი განახლების და განმანაწილებელი ქსელის გაფართოებისაკენ ხდება აუცილებელი მოთხოვნა. გლობალიზაცია მოიცავს ეკონომიკის სფეროს ყველა სეგმენტს- მეცნიერულ კვლევებს, მრეწველობას. მომსახურების სფეროს. ფინანსებს. გლობალიზაციას აჩქარებს და წინ სწევს სწრაფად მზარდი ტრანსნაციონალური კომპანიები, მულტინაციონალური კომპანიები. გლობალიზაცია ობიექტური პროცე-სია. რომელიც სცილდება გლობალური კომპანიების ინტერესთა ჩარჩოებს.

მეორე მნიშვნელოვანი ტენდენცია, არის მსხვილი კორპორაციის კრიზისი და მცირე და საშუალო საწარმოთა, როგორც ინოვაციის აგენტების და სამუშაო ადგილების შექმნის წყაროების სიცოცხლისუნარიანობა ამრიგად, წვრილი და საშუალო საწარმოები ორგანიზაციის ფორმებია, რომლებიც. კარგად ეგუებიან ინფორმაციული ეკონომიკის მოქნილ წარმოებით სისტემას, ამავე

დროს ისინი ექცევიან მსხვილი კორპორაციის კონტროლის ქვეშ, რომლებიც, თავის მხრივ, წარმოადგენენ გლობალური ეკონომიკის ცენტრალურ სტრუქტურას სახეზეა მსხვილი კორპორაციის არა კვდომის პროცესი, არამედ ტრადიციული კორპორაციული ორგანიზაციული მოდელის კრიზისი, რომელიც ემყარება ვერტიკალურ ინტეგრაციას,. საერთაშორისო გამოცდილება იცნობს ფირმათაშორისი კავშირის ქსელურ მოდელს და წარმოების სალიცენზიო სუბსაიჯარო მოდელს კორპორაციათა ქოლგის ქვეშ (უმბრელლა ცორპორატიონ). საწარმოთა ქსელები დღეს აქტუალურია იმასთან დაკავშირებით, რომ წვრილ საწარმოებს ეძლევათ განვითარების მეტი შესაძლებლობა რამდენადაც საჭირო ხდება ეკონომიკური გარემოს ცვლილებებზე სწრაფი რეაგირება, ქსელში გაერთიანებულ საწარმოებს აქვთ შესაძლებლობა გაცვალონ გამოგონებები, ტექნოლოგიური ნოუ-ჰაუ,

სტრატეგიული კავშირების სუბსაიჯარო შეთანხმებების ქსელის, აგრეთვე, გადაწყვეტილებათა დეცენტრალიზებული მიღების სირთულე მსხვილ კორპორაციებს უმართავს გახდიდა კომპიუტერული ქსელის განვითარების გარეშე. გაიზარდა მოწინავე დარგებში შესვლის ბარიერები (ელექტრონიკა, მანქანათმშენებლობა), გაძნელდა ახალი კონკურენტების დამოუკიდებლად შესვლა ბაზარზე. ტექნოლოგიურ ცვლილებათა ტემპების შესაბამისად საკუთარი პროცესების განახლების სიძნელე აუცილებელს ხდის განვითარდეს ურთიერთთანამშრომლობა და ფირმათაშორისი ქსელები. იგი წარმოადგენს დანახარჯების და რისკების განაწილების ერთადერთ გზას, აგრეთვე, ქმნის იმის შესაძლებლობას, რომ ფირმამ მუდმივად ადევნოს თვალყური ცვალებად ინფორმაციას.

არსებითი ცვლილებები სამრეწველო ფირმების ეკონომიკურ, სოციალურ, მეცნიერულ-ტექნიკურ პირობებში ახალ მოთხოვნებს უყენებს მართვას. გამძაფრებული კონკურენტული ბრძოლა საგარეო

ბაზარზე, ეკონომიკური ზრდის და ტექნიკური პროგრესის შენელება მოითხოვს წარმოების გარდაქმნას, რომლისთვისაც არ არის საკმარისი მოწინავე ტექნიკის და ტექნოლოგიის, მეცნიერულ კვლევათა შედეგების შექმნა

ამ პროცესებით აიხსნება ის ფაქტი, რომ დივერსიფიკაცია. კაპიტალის კონცენტრაციის გავრცელებულ ფორმად გადაიქცა. წარმოების დივერსიფიკაცია რესურსების კვლავწარმოებასა და გადანაწილებაში დისპროპორციების აღმოფხვრის ინსტრუმენტია. იგი, ამავე დროს, განსაზღვრავს ეკონომიკის რესტრუქტურიზაციის მიმართულებას. დივერსიფიკაციამ განვლო გრძელი გზა. იგი იცვლებოდა როგორც საგარეო ფაქტორების, ისე შიდა გარემოებების ზეგავლენით. ცხრილში ნაჩვენებია შესაბამისი იდეების ევოლუცია, რომელიც შეიძლება დაიყოს 4 ეტაპად.

წარმოების დივერსიფიკაციის ევოლუცია

ისტორიული განვითარების ეპოქები	ეკონომიკური წანამძღვრები	წარმოების მიზანთა მიღწევის საშუალებები	წარმოების ორგანიზაციის უპირატესი ფორმა	შედეგები
მასობრივი წარმოების ეპოქა(20-იანი წლების ბოლომდე)	წარმოების კონცენტრაცია და კაპიტალის ცენტრალიზაცია დარგის ფარგლებში	საქონლის წარმოება ბაზრისათვის წარმოების ხარჯების შემცირება	წარმოების სპეციალიზაცია	საქონელთა ბაზრების შექმნა
მასობრივი გასაღების ეპოქა(50-იან წლებამდე)	კაპიტალის კონცენტრაცია დარგის ფარგლებში	მანიპულაცია საქონლით რომელიც გამოიყენება	ჰორიზონტალური დიფერენცი-აცია სასაქონ-ლო დივერსი-	სასაქონლო ბაზრების საზღვრების გადალახვა

ინფორმაციული და კომპიუტერული ტექნოლოგიების ეპოქა(90-იანი წლების ბოლოდან)	[illegible] კონკურენცია	[illegible] [illegible] კავშირების [illegible] [illegible]- კავშირებული	[illegible] ეკონომიკა ვერტიკალური ინტეგრაცია დარგობრივი დივერსიფიკაც	მსოფლიო ბაზარი
	კაპიტალის ჭარბი დაგროვება დარგის ფარგლებში სტრუქტურული კონკურენცია	პროდუქციის წარმოება კაპიტალის გადადინება სხვა დარგებში П საქმიანობის სხვადასხვა დარგებით და სფეროებით მანიპულირება	ია მრავალდარგო ბრივი დივერსიფიკაცია	დარგობრივი ბაზრები დარგობრივი ბაზრების საზღვრების გადალახვა ეროვნული ბაზრები
პოსტინდუსტრიული საზოგადოება	კაპიტალის ჭარბი დაგროვება ცალკეულ ქვეყნებში წარმოების კრიტიკული მოცულობა მსოფლიო მასშტაბით ფირმათა შორის კონკურენცია რომელთა საქმიანობაც მსოფლიო მაშტაბით ოპტიმიზირებულია	კაპიტალის ექსპორტი სხვა ქვეყნებში მსოფლიოსამეურნეო კავშირების რეგულირება. მომგებიანობის ოპტიმიზაცია საქმიანობის გლობალური ოპტიმიზაციის სტრატეგია	გეოგრაფიული დივერსიფიკაცია საერთაშორისო წარმოების ინტერნაციონალიზაცია გლობალური დივერსიფიკაცია	ეროვნული ბაზრების საზღვრების გადალახვა რეგიონალური ბაზრები მულტიპლიკაციის ეფექტი მსოფლიო მაშტაბით რეგიონალური ბაზრების საზღვრების გადალახვა

ბიზნესის სტრატეგიის ცვლილების ერთ-ერთი მოტივი საწარმოთა ისტორიული ბიზნესის ჩარჩოების გაფართოების მცდელობაა. აღნიშნულმა სტრატეგიულმა ცვლილებებმა, ერთი მხრივ, ინტერნაციონალიზაციის და მეორე მხრივ, დივესიფიკაციის ფორმა მიიღო. (იხ. ილუსტრაცია)

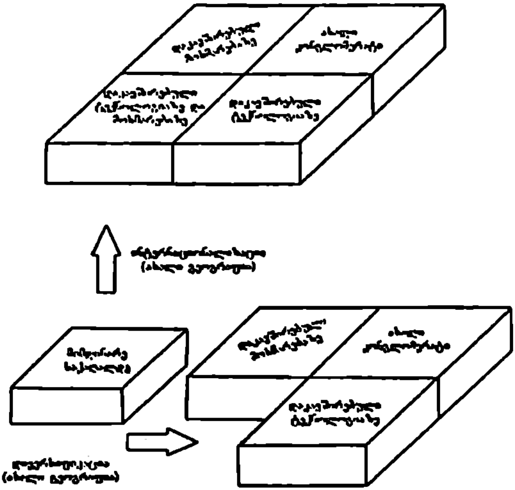
დივერსიფიკაციის პირობებში ბიზნესი იცვლის სამოქმედო სფეროს, გეოგრაფიული გარემოს ცვლილების გარესე. ასეთი გადასვლის ერთ-ერთი სახეა მოთხოვნებთან დაკავშირებული დივერსიფიკაცია-ფირმის მიერ ახალი ტექნოლოგიის ათვისება ტრადიციული ბაზრის მომსახურებისათვის. მაგალითად, ფარმაცევტული ფირმების გადასვლა ბიოტექნოლოგიებზე, რომელთა პროდუქცია ყოველთვის ქიმიურ-მოლეკულურ ტექნოლოგიას ეფუძნებოდა..

ფირმის წინაშე დგას ალტერნატივა, ან უნდა შეიძინოს უკვე არსებული ფირმა, ან უნდა გააფართოოს კომპანიის შესაძლებლობები, აამაღლოს თანამშრომელთა ცოდნა და სხვა.

უამრავი მაგალითი მოწმობს იმის შესახებ, რომ ახალი ტექნოლოგიის ათვისება რთული პროცესია. ასეთ შემთხვევაში ტრადიციული კომპანიები ხშირად კარგავენ ლიდერობას. მაგ. ისტორიულმა ლიდერმა კომპანიებმა(Philips, RCA) პირველობა დაუთმეს ახალ კომპანიებს თეხას ინსტრუმენტს, Fairchild, როდესაც ვაკუუმურ ლამპური ტექნოლოგია შეიცვალა ნახევრადგამტარებით.

დივერსიფიკაციის მეორე ვარიანტი უკავშირდება ტრადიციული ტექნოლოგიის გამოყენებას ახალ მოთხოვნილებათა დაკმაყოფილებისათვის. (მაგ. ელექტრონიკის მწარმოებელთა გაერთიანება მანქანათმშენებელ საწარმოებთან.) ამ შემთხვევაში წარმატების მიღწევა შეიძლება როგორც საწარმოთა შთანთქმის გზით (მაგ. Ford Motor კომპანიამ შეიძინა კომპიუტერული ფირმა hilco), ასევე შიდა განვითარებით ახალ ბაზარზე გასვლის მეშვეობით.

დივერსიფიკაციის ვარიანტია ფირმის გადასვლა ახალ სფეროში, რომელიც ტრადიციულ ბიზნესს არ უკავშირდება. მას ხშირად კონგლომერატულ დივერსიფიკაციას უწოდებენ. იგი ხორციელდება კომპანიათა შეძენის გზით.



ნახ. 4.11. დივერსიფიკაციის და ინტერნაციონალიზაციის ალტერნატივა

სინერგეტიკული ეკონომიკის და ტრადიციული ეკონომიკის შესახებ შეიძლება ითქვას, რომ სინერგეტიკულ ეკონომიკას საქმე აქვს ეკონომიკურ ევოლუციასთან, და წარმოადგენს ეკონომიკური დინამიკის თეორიის ნაწილს. იგი მოიცავს მრავალ თეორიას, მათ შორის აღსანიშნავია საქმიანი ციკლების თეორია, ეკონომიკური ზრდის თეორია, ანალიტიკური მეთოდების სიმრავლე, შესაბამისობის პრინციპი და სხვა. აღნიშნული თეორიები წარმოადგენს ეკონომიკური დინამიკის ტრადიციული თეორიის შინაარსს. სინერგეტიკული თეორია კი ცდილობს ახსნას არა მხოლოდ ტრადიციული თეორიის

პრობლემები , არამედ ისეთი ეკონომიკური მოვლენებიც, რომლებსაც უგულებელყოფს ტრადიციული თეორია. სინერგეტიკული ეკონომიკა ეკონომიკური დინამიკის ტრადიციული თეორიებს განიხილავს, არა როგორც უნიევერსალურს, არამედ, როგორც, კერძო შემთხვევას. შეიძლება დავასკვნათ, რომ სინერგეტიკული თეორია ქმნის შესაძლებლობას აიხსნას და უფრო მეტიც, იწინასწარმეტყველოს რიგი დინამიკური ეკონომიკური პროცესები, რომელთა ახსნაც შეუძლებელი ხდება ტრადიციული თეორიით და მეთოდებით. სინერგეტიკული თეორია იმედისმომცემი ახალი მიმდინარეობაა რთულ ეკონომიკურ მოვლენათა ახსნისათვის. განსხვავებული ბუნების თვითორგანიზების უნარის მქონე სისტემების შესწავლის შედეგად, წარმოიშვება ახალი - არაწრფივი აზროვნება, რომელსაც აქვს სამი მახასიათებელი: უწონასწორობა, არამდგრადობა, შეუქცევადობა; ფლუქტუაციის, ბიფურკაციის და კოჰერენტულობის (კოოპერატიულობის), კონცეფციასთან ერთად გამოხატავენ "სამყაროსა და შემეცნების ახალ საბაზისო მოდელს, და მეცნიერებას ანიჭებენ "ახალ ენას". დღემდე არ არსებობს ერთიანი აზრი სინერგეტიკის სტატუსის, მისი როლის შესახებ მეცნიერებათა სისტემაში. მას უწოდებენ მსოფლიოს სურათს, თანამედროვე მეცნიერების ენას, მეცნიერულ პარადიგმას, აგრეთვე ცალკე აღებულ მეცნიერულ დისციპლინას.

სისტემა 1

```
> with(DEtools):
> u(x1(t),x2(t))=-(3*x1(t)^2+1)*(x1(t)^3+x2(t))-x2(t)-
x1(t)-x1(t)^3;
>
```

$$u(x1(t), x2(t)) = -(3\, x1(t)^2 + 1)\,(x1(t)^3 + x2(t)) - x2(t) - x1(t) - x1(t)^3$$

```
>phaseportrait([D(x1)(t)=x1(t)^3+x2(t),D(x2)(t)=u(x1(t),
x2(t))],
[x1(t),x2(t)],t=130..150,linecolor=black,method=classical
[foreuler],stepsize=.2);
```

სისტემა 2

```
> with(DEtools):
> u(x1(t),x2(t))=-x1(t)-x1(t)*abs(x1(t))-x2(t)-
(2*abs(x1(t))+1)*(x2(t)^2+x2(t));
```

$$u(x1(t), x2(t)) = -x1(t) - x1(t)\,|x1(t)| - x2(t) - (2\,|x1(t)| + 1)\,(x2(t)^2 + x2(t))$$

```
> phaseportrait([D(x1)(t)=x1(t)^2+x2(t),D(x2)(t)=u(x1(t),
x2(t))],
[x1(t),x2(t)],t=130..150,linecolor=black,method=classical
[foreuler],stepsize=.2);
```

სისტემა 3

```
> with(DEtools):
> u(x1(t),x2(t),x3(t))=-
1/(1+3*x3(t)^3)*[x1(t)+2*x2(t)+2*(3+x3(t)^2)*x3(t)]+
x3(t);
```

$$u(x1(t), x2(t), x3(t)) = -\frac{[x1(t) + 2\,x2(t) + 2\,(3 + x3(t)^2)\,x3(t)]}{1 + 3\,x3(t)^3} + x3(t)$$

```
> phaseportrait([D(x1)(t)=x2(t),D(x2)(t)=x3(t)+x3(t)^2,
D(x3)(t)=-
x3(t)+u(x1(t),x2(t),x3(t))],[x1(t),x2(t),x3(t)],
t=-130..150,linecolor=black,method=classical[foreuler],
stepsize=.2);
```

სისტემა 4

```
> with(DEtools):
> u(x1(t),x2(t),x2(t))=-x2(t)*(cos(x1(t))+2)-x1(t)-
2*x3(t)-2*sin(x1(t));
```

$$u(x1(t), x2(t), x2(t)) = -x2(t)\,(\cos(x1(t)) + 2) - x1(t) - 2\,x3(t) - 2\,\sin(x1(t))$$

```
> dif1:=diff(x1(t),t)=x2(t);
>
```

$$dif1 := \frac{d}{dt}\,x1(t) = x2(t)$$

```
> dif2:=diff(x2(t),t)=sin(x(t))+x3(t);
```

$$dif2 := \frac{d}{dt}\,x2(t) = \sin(x(t)) + x3(t)$$

```
> dif3:=diff(x3(t),t)=u(x1(t),x2(t),x3(t))+sin(2*t);
```

$$dif3 := \frac{d}{dt}\,x3(t) = u(x1(t), x2(t), x3(t)) + \sin(2\,t)$$

```
> autonomous({dif1,dif2,dif3},[x1(t),x2(t),x3(t)],t);
```

true

```
> DEplot({dif1,dif2,d},[x(t),y(t)],t=-
4..4,[[x(1)=1,x2(1)=1,x3(1)=1],[x(1)=2,x2(1)=2,x3(1)=2],[
x1(1)=3,
x2(1)=3,x3(1)=3],x1(t)=-20..20,x2(t)=-20..20,x3(t)=-
20..20,linecolor=black,scene=[x(t),y(t)],color=black,
stepsize=0.1);
```

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Винер Н. Кибсрнетика, или управлсние и связь, в животном и машине. М.: Сов. радио, 1968.

2. Моисеев Н.Н. Путь к очевидности. М.: Аграф, 1998.

3. Гомеостатика живых, технических, социальных и экономических систем. Новосибирск: Наука, 1990.

4. Крутько П.Д. Симметрия и обратные задачи динамики управляемых систем // Известия РАН Теория и системы управления, 1996.№ 6.

5. ДевисП. Суперсила. М.: Мир,1989.

6. Пригожий й., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М.: Прогресс, 1986.

7. Пригожий И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985.

8. Шиколис Г., Пригожий И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.

9. Климонтович М.Ю. Без формул о синергетике. Минск: Вышэйшая школа, 1985.

10. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985.

11. Хакен Г. Информация и самоорганизация. М.: Мир, 1991.

12. Николис Дж. Динамика иерархических систем. Эволюционное представление. М.: Мир, 1989.

13. Берже П. Помо И. Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.

14. Компыотерь и нелинейные явления. М.: Наука, 1987.

15. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

16.Красовский А.А. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем. М.: Наука, 1974.

17. Смолянинов В.В. От инвариантов геометрий к инвариантам управления //Интеллектуальные процессы и их моделирование. М.: Наука, 1987.

18. Анохин П.К. Очерки о физиологии функциональных систем. М.: Медицина, 1975.

19. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.

20. Странные аттракторы. М.: Мир, 1981.

21. Кадомцев Б.Б. Динамика и информация. М.: УФН, 1997.

22. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990.

23. Месарович М., Мако Д., Такахаре И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.

24. Капра Ф. Дао физики. СПб: Орис, 1994.

25. Летов А.М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969.

26. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973.

27. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994.

28.Жуков В.П. К методу источников для исследования устойчивости нелинейных систем //Автоматика и телемеханика. 1979. №3.

29. Красовский А.А. Проблемы физической теории управления // Автоматика и телемеханика. 1990. №11.

30. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.

31. Додд Р. и др. Солитоны и нелинейные волновые управнения. М.:Мир, 1988.

32. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990.

33. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964.

34. Красовский Н.Н. Проблемы стабилизации управляемых движений. Дополнение к книге Малкина И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.

35. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994.

36. Колесников А.А. Синергетический подход в нелинейной теории управления // Сборник избранных работ по грантам в области информатики, радиоэлектроники и систем управления. СПб., 1994.
37. Джонсон С. Теория регуляторов, приспосабливающихся к возмущениям / Под ред. К.Т.Леондеса. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. М.: Мир, 1980.
38. Новое в синергетике и загадки мира неравновесных структур. М.: Наука, 1996.
39. Компьютеры и нелинейные явления. М.: Наука, 1988.
40. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985.
41. Хакен Г. Информация и самоорганизация. М.: Мир, 1991.
42. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
43. Колесников А.А. Аналитическое конструирование нелинейных агрегированных регуляторов по заданной совокупности инвариантных многообразий. I. Скалярное управление // Известия вузов. Электромеханика. 1987. №3. С.100-109.
44. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости /Под ред. А.А. Воронова и В.М. Матросова. М.: Наука, 1987.
45. Колесников А.А. Аналитическое конструирование нелинейных агрегированных регуляторов по заданной совокупности инвариантных многообразий. П. Векторное управление //Известия вузов. Электромеханика. 1987. №5, С.58-66.
46. Красовский А. А., Буков В. Н., ШендрикВ.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления технологическими процессами. М.: Наука, 1977.
47. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.
48. Сарычев В.А. Вопросы ориентации искусственных спутников // Итоги науки и техники. Исследование космического пространства. Т. 11. М.: ВИНИТИ, 1978.

49. Колесников А.А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления. М.: Энергоатомиздат, 1987.

50. Иванов Б.Р., Циделко В.Д. Принципы построения высокоточных аналоговых дифференциаторов // Измерения, контроль, автоматизация. 1984. №2. С. 38 49.

51. Бульчев Ю.Г., Бурлай И.В. Многократное дифференцирование финитных функции с использованием теоремы отсчетов в задачах оценивания, управления и идентификации // Автоматика и телемеханика. 1990. №4.

52. Бульчев Ю.Г., Бурлай И.В. Синтез алгоритмов оптимального управления в классе функций с финитным спектром и неравномерной сетке интерполяции //Автоматика и телемеханика. 1997. №2. С. 3-17.

53. Загарий Г.П., Шубладзе А.М. Методы адаптивного управления для промышленного применения. Ч. 2. Дифференцирование и фильтрация сигналов //Автоматика. 1981. №3. С.50-60.

54. Загарий Г.И., Шубладзе А.М. Синтез систем управления на Основе критерия максимальной степени устойчивости. М.: Энергоатомиздат, 1988.

55. Красовский А.А. Циклическое оценивание при первичной 'обработке сигналов датчиков// Автоматика и телемеханика. 1988. №4. С. 52-60.

56. Красовский А.А. Алгоритмические основы оптимальных адаптивных регуляторов нового класса // Автоматика и телемеханика. 1995. №9.

57. Красовский А.А. Адаптивный оптимальный регулятор с переменным порядком наблюдателя и временем экстраполяции. // Автоматика и телемеханика. 1994. №11.

58. Гайдук А.Р., Медведев М.Ю. Модальное управление объектами с неизвестной моделью // Сб. «Синтез алгоритмов сложных систем». Вып.9. Москва-Таганрог, 1997. С.271-276.

59. ვ. სესაძე, ვ. კეკენაძე, ნ. მაღლაკელიძე არაწრფივ სისტემებში ბიფურკაციული მოვლენების მართვა უკუკავშირის გამოყენებით. სტუ-ს გამომცემლობა საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციის

„ინფორმაციული ტექნოლოგიები მართვაში“ მოხსენებათა კრებული თბილისი 2007წ 318-321 გვ.

60. Mosashvili Ia, Sesadze Valida, Maglakelidze Nana. multimedia technologies for the studies of optimal control systems, georgian technical university, transactions automated control systems №1(2) tbilisi 2007 193-196p

61. Сесадзе В., Кекенадзе В., Маглакелидзе Н. проблема синхронизации и законы сохранения, грузинский технический университет, труды, автоматизированные системы управления № 2(5) тбилиси 2008, с 51-55

62. ა. გუგუშვილი, რ. ხუროძე, თ. იმედაძე, დ. გარგი,. ა. გუგუშვილის და ხუროძის რედაქციით მართვის თეორია არაწრფივი სისტემები მეორე ნაწილი თბილისი გამომცემლობა „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 1999წ, 300გვ

63. ა. გუგუშვილი, რ. ხუროძე, თ. იმედაძე, დ. გარგი,. ა. გუგუშვილის და ხუროძის რედაქციით მართვის თეორია სინერგეტიკა წიგნი მესამე თბილისი გამომცემლობა „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2000წ, 869გვ

იბეჭდება ავტორთა მიერ წარმოდგენილი სახით

გადაეცა წარმოებას 26.03.2009. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 13.04.2009. ქაღალდის ზომა 60X84 1/16. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 12. ტირაჟი 100 ეგზ.

საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი,

კოსტავას 77

Verba volant,
scripta manent

ი.მ. „გოჩა დალაქიშვილი“,

ქ. თბილისი, ვარკეთილი. 3, კორპ. 333, ბინა 38