თბილისის უნივერსიტეტის შრომები
ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY
272

ISSN 0376—2637

კიბერნეტიკა • გამოყენებითი მათემატიკა
КИБЕРНЕТИКА • ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
CYBERNETICS • APPLIED MATHEMATICS

8

თბილისი Тбилиси Tbilisi
1987

Издательство Тбилисского университета

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა

Tbilisi University Press

თბილისის უნივერსიტეტის შრომები

PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY
T. 272 V.

კიბერნეტიკა. გამოყენებითი მათემატიკა

CYBERNETICS. APPLIED MATHEMATICS

თბილისი 1987 Tbilisi

ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

т. 272

КИБЕРНЕТИКА. ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Тбилиси 1987

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

К КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ ПРИРОДЕ УСТАНОВОЧНОГО ПОВЕДЕНИЯ

А.Г.Дундуа, В.В.Чавчанидзе

Во всем мире известны исследования Д.Н.Узнадзе и его учеников в области теоретической и экспериментальной установки /1,2,3/. Они легли в основу и имеют величайшее значение для развития советской школы учения о бессознательном психическом.

Установка определяется как целостное психо-физилогическое состояние субъекта перед актом поведения, предопределяющее это поведение.

Для научного изучения установки было целесообразно наблюдать ее в достаточно продолжительное время, т.е. зафиксировать, закрепить ее в необходимой степени.

Для фиксации, наблюдения и изучения установки, опираясь на существование давно известных в психологии иллюзий Фехнера и Шарпантье, Узнадзе предложил т.н. метод фиксированной установки.

Более распространенная методика, которая используется для получения иллюзии установки в лабораторных условиях, заключалась в следующем: испытуемому 10-15 раз дают в руки две сферы, отличные друг от друга размерами. При этом дают инструкцию - сравнить размеры сфер при каждом предъявлении. Такая инструкция порождает в испытуемом потребность активного сравнения, которая, несколько раз встречая одну и ту же определенную ситуацию, активизирует и фиксирует конкретную установку. После этого без предупреждения следует второй этап - критический опыт, который заключается в том, что испытуемым дают две равные сферы.

Под влиянием установочных опытов восприятие равных объектов неравными продолжается довольно долго. Сферы в этом случае воспринимаются иллюзорно. Причиной иллюзорного восприятия равных сфер является установка, фиксированная в предкритических опытах.

Подавляющее большинство испытуемых не замечает равенства сфер. Им кажется, что одна из них гораздо больше другой. При этом в большинстве случаев это восприятие имеет направление контраста, т.е. большей кажется сфера в той руке, где в установочных представлениях была маленькая сфера, и наоборот. Имеет место и ассимилятивная иллюзия.

Такое неадекватное восприятие равных объектов и подтверждает факт фиксации установки, на основе которой происходит восприятие.

Наблюдение иллюзии дает возможность изучения установок, лежащих в основе этих переживаний. Несомненно, пока имеется налицо факт этого иллюзорного переживания, мы имеем право говорить об активности лежащей в его основе фиксированной установки, и, в зависимости от того, как протекает это переживание, у нас открывается возможность судить об особенностях этой установки, следить за процессом его протекания.

В результате многократного предъявления контрольной пары фиксированная установка постепенно угасает, пройдя фазы угасания /2/. При предъявлении новой ситуации старая установка уступает место новой, соответствующей этой ситуации.

При исследовании установочных состояний человека методом фиксированной установки обычно прибегают либо только к количественным, либо только к качественным характеристикам объектов.

Учеными были предприняты попытки показать возможность фиксации более сложной установочной структуры, чем та, которая используется в обычных опытах школы Д.Н.Узнадзе. При этом надо было учесть одновременно и качественные и количественные характеристики объекта.

Действительно, воспринимаемые нами объекты одновременно характеризуются множеством признаков и, следовательно, экспериментальная модель некоторой психической реальности, созданная в виде фиксированной установки и отражающая одновременно оба аспекта единого предмета, должна быть более адекватна реальности, чем модель, опирающаяся только на количественные или только на качественные параметры.

На основе теоретической модели автоматных механизмов поведения человека /4/ была выдвинута гипотеза о множественности возможных установочных состояний перед актом принятия решения.

Специально поставленные эксперименты доказали, что выбор акта поведения совершается под влиянием селекционной активности организма, которая проявляет себя не всегда в форме единственной установки на ситуацию, а в форме вероятностно-автоматного процесса, при котором происходит выбор одного из возможных установочных состояний.

У субъекта одновременно вырабатывалось несколько состояний фиксированной установки, проявляемой в различных иллюзиях восприятия, при предъявлении различных ситуаций подряд в критическом периоде после выработки фиксированной установки в предварительной серии опытов.

С целью получения эффекта фиксации установки на качественное и количественное отношения одновременно был поставлен такой опыт /5/: испытуемым I5 раз тахистоскопически показывали два одинаковых изображения - утки и зайца, причем, в паре один рисунок по размерам вдвое превосходил другой, но все одинаковые рисунки имели одну и ту же конфигурацию, похожую на конфигурацию известного рисунка Джастроу "Утка-заяц".

В контрольном показе давали два одинаковых по величине фотоснимка подлинного рисунка Джастроу.

В результате большинство испытуемых под влиянием установочных показов контрольный рисунок восприняли ошибочно (уткой или зайцем). Имела место и иллюзия размера, вызванная фиксацией установки на соотношение размеров в фиксирующей серии.

В этих опытах имело место одновременное наличие ассимилятивного восприятия предметной отнесенности (значений) двусмысленных рисунков и иллюзорных оценок их величин. Эти опыты показывают, что установочное состояние субъекта имеет более сложную структуру, чем это предполагалось на основе обычных опытов фиксированной установки, в которых акцент ставился только на одном из пар метров объекта, главным образом, на величине.

Поиск новых методов для более глубокого и всестороннего изучения установочной активности человека продолжается. Важнейшим, по нашему мнению, шагом в этом направлении является изучение установочного поведения с концептуальной точки зрения.

Исследования по псих ологии установки доказывают, что всякое поведение живого существа протекает на основе установки, созданной в данной ситуации или фиксированной раньше и активизированной при данной ситуации.

Мышление взрослого, культурного челове ка называют понятийным мышлением, так как его основной особенностью является оперирование понятиями.

Процесс познания природы человеком начинается с чувственных восприятий, с непосредственного созерцания тех или иных вещей и явлений природы, но познание не останавливается на этой ступени, оно идет дальше - к образованию понятия. Формирование понятия никогда не объясняется одной лишь перцепцией, оцептуализация многое добавляет перцепции до того, пока получится понятие /6/.

Психологически понятие переживается как значение слова, но значение слова только тогда представляется логическим или научным понятием, когда человек под этим значением подразумевает те признаки данного понятия, которые по данному уровню науки считаются существенными для данных объектов, которые признаны для выражения сущности данного объекта познанием человечества.

Человек на протяжении своей жизни имеет дело со средой-
с объектами, явлениями, ситуациями. У него создаются понятия
обо всем этом. Это понятия уточняются вместе с ростом знания
и опыта, остаются в памяти почти в неизменном виде и облегчают человеку ориентироваться и действовать в любой ситуации.

Поэтому, вслед за Аристотелем, говорят, что у человека есть понятийное мышление, он мыслит в понятиях.

Исследования, проведенные для создания Искусственного интеллекта, показали большое значение выявленных закономерностей процесса формирования понятий для создания имитационных программ информационных процессов, а также для распознавания образов и классификации объектов /7/.

Новый подход предлагает понятийное описание в качестве единственного, общего и универсального метода для описания систем и структур произвольной сложности /8/.

Понятия, в которых мыслит человек, вырабатываются в процессе общения человека с внешним миром, поэтому понятия не разделимы между субъектом и объектами, порождающими понятия у субъекта.

Объективно существующим системам человек всегда сопоставляет субъект-систему или "концепт-систему", при помощи которой он в конечном счете и овладевает ею как объект-системой. Выработка понятий в голове человека происходит в результате наблюдения, эксперимента и практики вообще.

Создание единой общенаучной теории возможно лишь поняв, каким образом мыслящий мозг человека имеет дело с различными объектами; он способен "работать" независимо от модальностей различных объектов и систем, искать решения в любой сфере науки почти с одной логикой и синтаксисом.

Не должен вызывать сомнения тот факт, что человеческий мозг есть та фильтрационная система, которая реагирует на все входные сообщения и ухитряется хранить в себе наиболее экономным образом понятия ("концепты") о системах, структурах мира, объединяя воедино то, что в самом деле имеет нечто общее.

Мозг человека есть особая система, способная реагировать на внешние сообщения изменением состояний своих внутренних "фильтров", переформировывая и затем сохраняя структуру нейронных сетей для фиксации понятия о новом объекте.

Теория концептуального интеллекта позволяет процедуризировать информационные процессы перехода от наблюдательных конструктов к вычислимым понятиям, т.е. "концептам".

Разработана процедура формирования понятий, основанная на вышеприведенных рассуждениях о работе человеческого мозга в процессе выработки понятий /7,9/.

Чтобы не отвлечься от темы данной статьи, вернемся к установочной теории поведения.

На пути развития полной теории установки мы сталкиваемся с существенными затруднениями:
во-первых, не ясно, сколько существует установок,
во-вторых, встает вопрос, не является ли та легкость, с которой мы каждую поведенческую реакцию объясняем наличием предваряющей ее установки, одновременно свидетельством того, что нам не известна ни физиологическая, ни психологическая структура той редукции состояний, которая нами фиксируется как установка.

Более чем полувековая история исследований доказала творческую силу понятий, введенных теорией установки, однако понятие установка, будучи операционалистским, не позволило решать задачи семантического характера, т.е. отвечать на вопросы: как, когда и из чего синтезируется и конструируется установка, каково ее отношение к содержанию выходов интеллектуальной деятельности? В теории установки были обнаружены факты целостной работы мозга, организма и среды, но не были найдены "программы" этой работы.

Эти обстоятельства заставили особо исследовать вопрос о взаимоотношении сфер установочной диспозиции личности и ее концептуальной ориентации или о взаимоотношении предваренной установкой формы поведения и поведения, основанного на наличии осознанных или неосознанных концептов /7,10/, т.е. понятийных структур как источников, хорошо изученного и привычного логико-концептуального поведения обыкновенного человека.

Мы не сомневаемся в существовании самого феномена установки. Более того, мы исходим из предположения о наличии /12/ выборочной редукции установочных состояний. Речь идет о выявлении законов формирования содержания установочной активности и законов редукции этой активности в моменты, предшествующие актам поведения. В этом плане необходимо подчеркнуть "близость" феноменов формирования установки и формирования понятия и уловить существенные элементы их сходства.

В связи с этим /11/ была выдвинута гипотеза о том, что процессы выработки установки, в том числе и фиксированной установки, и формирования понятий тождественны или близки по своим механизмам. Иными словами, это - гипотеза об идентичности феноменов установочной и концептуальной активности в том смысле, что в основе обоих проявлений лежит одна и та же психофизиологическая церебральная структура /13/.

Более того, установка как феномен психической деятельности может быть понята с предельной общностью как универсальный феномен интеллектуальной деятельности, формируемый по схеме: формирование концептов, выделение существенных признаков и свойств, генерация новых реализаций.

Если эту схему формирования понятий взять за основу, то можно прийти к выводу, что феномен выработки установки следует уподобить феномену выработки понятий субъектом под влиянием ситуационных "сред". В этом смысле знаменитый феномен Д.Н.Узнадзе по выработке фиксированной установки следует объяснить как эффект ускорения ("прессинга") процесса перехода искусственно организованного концепта из сферы бессознательного в сферу сознания под влиянием "напора" однородных предъявлений и последующего "сбоя" серий предъявлений в критическом опыте.

Известно, что при оценке применимости различных гипотез важно выяснить, насколько на основе данной гипотезы удается предсказать результаты эксперимента и подтверждается ли эта гипотеза целой совокупностью фактов. Совпадение результатов эксперимента с предсказанием служит подтверждением гипотезы.

По выражению Н.Винера, в психологии "опыт - единственный верный руководитель" /14/. И мы принялись за опыты.

Многочисленные специальные эксперименты по выработке фиксированной установки на сложные объекты показали с впадение вырабатываемой установки с нашим обычным понимани-ем выработки понятия об объектах данного класса /I5,I6,I7,I8/.

Методика проведения экспериментов была основана на методике выработки фиксированной установки на сложные объекты, внешне похожей на метод фиксированной установки Д.Н.Узнадзе.

В опытах школы Узнадзе почти всегда фиксировалась установка на одном или двух параметрах, составляющих компоненты понятия о данном объекте. Это и обусловило тот факт, что не была замечена понятийная природа установки.

В наших опытах одновременно менялось много различных признаков понятия. При этом подбор признаковых совокупностей вел человек, прекрасно классифицирующий показываемые объекты. Это означает, что отдельные признаки были взяты в их естественной совокупности, характерной для объекта. Но все образцы объекта между собой попарно не совпадали. Это самое главное. Ведь в опытах школы Д.Н.Узнадзе в предварительной серии объекты или их отношения не менялись. Получается, что "разное" легче фиксирует наше отношение, чем "одинаковое".

Парадоксальность ситуации объясняется лишь предпочтением концептуальной природы установки. После серии всех показов (установочных и критических) получаем эффект фиксации (в смысле Узнадзе) понятия со всеми сопровождающими его явлениями (иллюзии и др.).

Понятие, выработанное субъектом в условиях искусственно организованной системы предъявлений, проявляющейся в иллюзиях понятия, будем называть "фиксированным концептом", а сам феномен - "феноменом фиксации концепта".

В большинстве опытов серию рисунков показывали через проектор. Время предъявления одного кадра было меньше 1 секунды.

Опыты, в основном, были проведены на учащихся средних школ Тбилиси, преимущественно VI-IX классов и на научных сотрудниках, не знакомых с теорией установки и концептуальной теорией поведения.

В инструкциях, даваемых испытуемым перед экспериментом, старались не создавать им вербальную установку на содержание опыта.

Опишем некоторые типичные эксперименты.

Испытуемым показывали серию изображений человеческих профилей (20 показов). Лица все мужские, характерные, разного возраста, разн[illegible] расы.

Последним экспонировали контрольный показ - профиль обезьяны или бульдога.

Инструкция: "Покажем серию рисунков; смотрите внимательно до конца".

В результате опыта 62,5% создалось понятие о человеке и они контрольные рисунки восприняли как человека на основе фиксированного в предварительных показах концепта. 37,5% испытуемых адекватно восприняли контрольные рисунки.

Подобный результат получили в опыте, когда показывали серию изображений человечес[illegible]их лиц, резко отличных друг от друга, выражающих разные эмоции с контрольным лицом обезьяны. Обезьяна была воспринята человеком в 64,3%, а обезьяной - в 35,7% случаев.

Эти данные говорят о том, что у испытуемых в результате многократного показа объектов одного и того же класса фиксируется концепт об этом классе и отличный от него контрольный объект попадает в экспериментально выделенное поле восприятия, содержащее один единственный элемент, и уподобляется с этим последним.

Основная часть опытов была проделана по схеме, похожей на схему опытов по фиксированной установке.

Показывали серию пар изображений собак (17-20 пар). Слева - все собаки борзые разных пород, а справа - другие собаки (типа "колли", дворняжки, гиены и т.п.), резко отличные от борзых собак, но похожие между собой. Внутри серии менялись размер, масть, цветовое исполнение масти, расположение и поза животного.

В контрольной паре показывали двух одинаковых лошадей одного, отличного от предыдущих цвета, или пару изображений искусственных игрушечных собак на колесах с явно грубо выделенными, как бы механически оклеенными частями изображаемого тела.

В результате получили, что 49,4% испытуемых восприняли контрольные пары адекватно (как лошадей и игрушки), а 47,4% - как пары собак (в 3,3% случаев ответ не был получен). Это означает, что у испытуемых зафиксировалось понятие о собаках и резко отличные от них контрольные объекты были отнесены к этим понятиям.

Когда в новом варианте опыта фиксирующая серия состояла из пар борзых собак исключительно одной породы и лохматых собак типа "колли", то получили "чистый" эффект фиксированного концепта со своими иллюзиями. У всех испытуемых зафиксировалось понятие (концепт) об этих собаках и контрольная пара - два волка - была воспринята иллюзорно: 15,1% испытуемых восприняли левого волка как "колли", а правого - как борзую собаку (контрастная иллюзия), 36,60% левого волка приняли за борзую собаку, а правого - за "колли" (ассимилятивная иллюзия), а 46,6% испытуемых восприняли контрольную пару как двух борзых или двух "колли". В 1,7% случаев ответ не был получен.

С целью особого изучения иллюзий фиксированного концепта были поставлены опыты на сложных содержательных объектах /19,20/.

Испытуемым показывали серию различных пар (18-20) человеческих лиц - слева все веселые, справа - печальные. Все лица всеми компонентами отличались друг от друга.

Контрольный показ - два одинаковых нейтральных лица.

В результате опыта у всех испытуемых зафиксировалось понятие - "слева - веселые, справа - печальные". Имела место иллюзия фиксированного понятия. 20% восприняли левое нейтральное лицо печальным, правое - веселым (контрастная иллюзия), у 30% возникла ассимилятивная иллюзия, а 50% восприняли контрольные лица адекватно.

Результаты описанных выше и других подобных экспериментов дают право говорить о концептуальной природе установочного поведения. Во всех опытах получили фиксацию концепта путем многократного показа разных объектов, принадлежащих одному и тому же классу.

В большинстве опытов имела место иллюзия концептуального восприятия, т.е. предъявляемый контрольный объект иллюзорно трансформировался в установочный "концепт" независимо от комплекса конкретных (т.е. несущественных) характеристик и параметров.

Природу иллюзий концептуального восприятия можно объяснить на основе общей теории концептуальных систем /10/.

На основе опытов можно отметить, что иллюзия понятия не есть сумма иллюзий отдельных составных признаков. Это комплексное выявление, подтверждающее фиксацию (выработку) понятий о тех объектах, которые многократно демонстрируются в предварительных показах.

Эффект концептуальной иллюзии явно обобщает понятие обычной иллюзии.

Таким образом, подтвердилось существование патологии восприятия под влиянием выработанного концепта и, тем самым, и гипотеза о концептуальной природе механизмов установки.

В результате нашего экспериментального исследования можно с уверенностью сказать, что процессы формирования "концепта" и выработки установки по своей природе совпадают. Но, как показывают опыты, фиксирование "концепта" - явление более общее и содержательное, чем выработка какой-либо установки у индивида /21/.

Экспериментально были выявлены некоторые характерные отношения фиксированного "концепта" к фиксированным установкам. Фиксация каждого "концепта" влечет за собой фиксацию установок на все составные компоненты этого "концепта".

Для подтверждения этого положения во всех экспреиментах фиксировалось какое-либо отношение между фиксирующими парами (размеры, количество и т.д.). В результате, наряду с иллюзией фиксированного "концепта" получали и классического типа иллюзии фиксированной на неизменяющееся отношение установки.

Яснее всего данное положение подтверждается в эксперименте, в котором серия пар кругов с точками внутри составлена таким образом, чтобы вместе с фиксацией "концепта" о кругах вызвать фиксацию установок одновременно на три компонента фиксирующего "концепта", а именно на неизменяющиеся отношения между цветами, размерами и количеством точек внутри кругов.

Фиксирующая серия состояла из следующих пар: слева - большие зеленые круги с малым количеством точек, справа - маленькие желтые круги с большим количеством точек. Контрольный показ - два одинаковых по размеру белых многоугольника на черном фоне с равным количеством точек.

Надо отметить, что количество точек внутри кругов и размеры кругов не были жестко фиксированными, они тоже менялись от пары к паре, неизменным оставалось только их отношение в парах.

Установки на данные отношения вырабатывались несмотря на то, что о них не было упомянуто в инструкции: "покажем серию пар рисунков; смотрите внимательно".

После контрольного показа 65% испытуемых восприняли многоугольники как круги (фиксация "концепта"), причем установки, фиксированные на различие в размерах, количество точек и цвет вызвали свои иллюзии.

Этот опыт вполне подтверждает вышеприведенное положение.

Особо следует подчеркнуть радикальные изменения взглядов на природу феномена установки. Согласно подтверждающей гипотезе, установка есть форма проявления факта формирования "концепта" как источника, порождающего все возможные частные концепты - от установок и фиксированных установок до частных поведений (выходов, реакций). Сами же "концепты" формируются, функционируют и трансформируются под влиянием "траекторий" (например, перцептивного поля) в головном мозге, где они хранятся в форме канов /8/.

В результате многолетних исследований Д.Н.Узнадзе и его школы /22/ был подтвержден тот факт, что понятие установки обладает всеми атрибутами, необходимыми для объяснения почти всех феноменов психической деятельности. Но учение об установке, охватывая по существу весь синтаксис феноменов психической активности, оставляет в стороне содержание (семантику) самой интеллектуальной деятельности. Кроме того, не исследовался аспект совершения актов типа выбора все более частных установок вплоть до фиксированных полностью установок.

Теория же о концептуальной природе установочной активности позволяет рассматривать уже саму семантику мыслительной деятельности, давая возможность на содержательном уровне модельно воспроизводить акты распознавания, классификации, формирования, синтеза и трансформации понятий /7,8,9/.

На основе вышеупомянутой гипотезы можно предполагать,что понятие реализуется в актах поведения при помощи установки, соответствующей своей синтаксической формой синтаксису поведения, ведущему к этой реализации.

Для проверки этого предположения необходим был правильный эксперимент. Обучаемая связь должна быть похожа на связь между содержанием предложения и его грамматикой.

Наблюдали за испытуемыми, которым давали элементы фиксированного "концепта" после того, как вырабатывали у них определенную установку. Они должны были составить "фразу" по заданным элементам.

Был поставлен следующий опыт.

Детям от 8 до 11 лет словесно создавали установку, рассказывая каждый раз по-новому, почти одинаковые по содержанию и порядку передачи, небольшие рассказы.

Рассказы были записаны на магнитофоне и каждый вариант читал разный диктор.

Детям давали инструкцию: "Сейчас вам почитают маленькие рассказы. Слушайте внимательно!".

После прослушивания 7-8 вариантов рассказа испытуемым давали т.н. оптимальный контрольный словарь, записанный на карточках, и просили: "Употребив данные слова, быстро составьте рассказ".

В результате у всех испытуемых, прослушавших рассказы, выработались одинаковые "концепты" на содержание рассказа.

Дети в течение 5-10 минут написали рассказы, по содержанию (фиксированный "концепт") и порядку его изложения (фиксированная установка) похожие на прочитанные.

В одной серии опыта испытуемым давали оптимальный словарь без предварительного прослушивания установочных рассказов. Все дети сочинили разные рассказы. Потом после прослушивания нашей записи дали им т.н. максимальный словарь со многими "лишними" словами. Почти никто эти слова не употребил, и все составили рассказы по созданному "концепту".

С целью изучения вопроса о том, имеет ли в этих опытах место этапность, т.е. меняет ли каждое следующее слово из словаря установку, действующую до его появления - после фиксации "концепта" о содержании рассказа одним и тем же испытуемым поочередно давали три карточки с постепенно возрастающим количеством слов до оптимального словаря.

В результате получилось, что все три рассказа, написанные каждым испытуемым, были почти одного и того же содержания, обусловленного фиксированным "концептом", и порядок изложения был сохранен.

Результаты этих опытов дают право сформулировать следующее положение: между фиксированным "концептом" и соответствующей ему фиксированной установкой существует такая же связь, как между предложением и синтаксисом.

Все известные опыты по модальностям, константности восприятия образов теперь логически будут вытекать из предположения о концептуальной природе феноменов восприятия, выработки "концептов" образов действий, поведенческих актов, принятия решений и диспозиции личности перед актом поведения.

Методика фиксации одного или двух параметров отношений предметов, показываемых испытуемым (размеры, вес, величина, цвет и т.п.), создала ложное представление, будто бы в фиксационной серии их надо поддерживать констатно. На самом деле, все они могут меняться в длинной серии предъявляемых объектов, если при этом не пострадают их "концепты". Следовательно, реализации /7/ могут различаться по невероятно большому количеству параметров и все-таки мозг будет воспринимать их как единое целое, как понятие ("концепт") о всем классе объектов. Видимо, это и есть самый экономный путь восприятия, хранения и выдачи информации, выработанный в естественном процессе эволюции организмов /7,9/.

Уже развитая точка зрения об искусственном концептуальном интеллекте и общей теории концептуальных систем /8,10/ позволяет сформулировать положение о том, что фундаментальный механизм единства интеллектуального и психического поведения естественного интеллекта заключается в функционировании мозга как глобальной системы, как системы, функционирующей концептуально, в которой эти концепты структурно закреплены в форме концептуальных ансамблей нейронов (КАН).

В КАН-ах осуществляются операции фильтрации, оценки событий с последующей нейронно-материальной фиксацией концептов о внешних объектах, системах и структурах.

Мы уже вправе говорить, что феномен установочного поведения может быть интерпретирован как феномен интеллектуальной деятельности, сводимый к выработке "концептов" в головном мозге человека.

Испытуемые вырабатывали именно "концепты", они искусственно вырабатывали их в тех условиях, что и при выработке фиксированной установки. Испытуемые испытывали "концептуальные иллюзии", т.е. ошибались одновременно, во всех признаках объекта "усматривая" всегда объект из класса концепта. Это говорит о том, что не только интеллект, но и вся техническая деятельность имеет единую концептуальную структуру и функционирование, что физиологическими "молекулами" психического являются как раз "каны" того или иного уровня, а не нейроны или группы нейронов.

На основе теории концептуального интеллекта изменяется и подход к пониманию организации человеческой памяти /23/. Существуют такие особенности человеческой памяти, которые не объясняются на основе существующих теорий. Самой основной особенностью человеческой памяти следует считать ее творческий, активный харагтер. Иначе говоря, вспоминающий находит в своей памяти такие решения, воспоминания, такие "образцы", "картины", "комбинации" ранних знаний, которые сознательно не переживал и которые не вносились и не могли быть внесены ни им, ни кем-либо другим.

Эта особенность успешно объясняется на основе теории организации естественной концептуальной памяти. При восприятии данного количества конкретных реализаций из класса объектов в мозге возникает фиксированная материальная структура, называемая "образ-концептом" класса объектов, которая топологически закреплена на нейронах и нейроглии. "Картины", возникшие во время воспоминания с данной структуры, уже не будут точно соответствовать последовательности тех "картин", которые были источником образования ее. Это при большом числе начальных предъявлений обуславливает многообразие, творческое отражение реальности в памяти.

Учитывая все вышесказанное, человеческую память будем называть концептуальной памятью.

После исследований, проведенных с целью выявления концептуальной природы установочного поведения, вместо понятия - установочное поведение - можно говорить о концептуально-установочном поведении как активности, имеющей целостно-личностную основу.

Поступила 3.III.1986

Институт систем управления
АН ГССР

Литература

1. Д.Н.Узнадзе. Эксперементальные основы психологии установки. Тбилиси, 1961.

2. А.С.Прангишвили. Исследования по психологии установки. Тбилиси, 1967.

3. И.Т.Бжалава. Психология установки и кибернетика.М.,1967.

4. В.В.Чавчанидзе, К.Д.Мдивани и др. Сообщ. АН ГССР, т.57, № 3, 1970.

5. Г.Н.Кечхуашвили. Вопросы психологии, № 3, 1972.

6. G.Piaget. Actes de la 1 session d' études de l'assotiation de psichologie scientifique de langue français: les systemes nerveux et la psichologie. Paris, 1952. " Année psichologique", 1953, 53.

7. В.В.Чавчанидзе. Аналитические эвристики искусственного интеллекта при формировании понятий, опознании образов и классификации объектов. Деп. ВИНИТИ, 2080-70, Тбилиси,1970.

8. В.В.Чавчанидзе. К теории естественного и искусственного концептуального интеллекта. Материалы IУ МОКИИ, Тбилиси, 1976.

9. В.В.Чавчанидзе, А.В.Корнеева. Сообщения АН ГССР, т.61, № 1, 1971.

10. В.В.Чавчанидзе. К общей теории концептуальных систем. Сообщения АН ГССР. Тбилиси, 1973.

11. V.V. Chavchanidze, Abstract guide of XX-th International Congress of Psychology, Tokyo, 1972.

12. В.В.Чавчанидзе. Математическая модель поведения на основе теории установки. Сообщения АН ГССР, т.54, № 22, 1969.
13. В.В.Чавчанидзе. Установочная теория принятия решения и автоматные механизмы поведения человека. Сб. "Принятие решения человеком". Мецниереба. Тбилиси . 1967.
14. Н.Винер. Кибернетика, М., 1968.
15. А.Г.Дундуа, М.Н.Кецба и др. Материалы УI Всесоюзного симпозиума по кибернетике, Тбилиси, 1972.
16. А.Г.Дундуа, Н.М.Бахтадзе и др. Материалы коллоквиума на тему: "Концептуальный системный анализ естественных и искусственных систем" (г.Батуми, 1973), Тбилиси, 1973.
17. А.Г.Дундуа. Материалы УП Всесоюзного симпозиума по кибернетике. Тбилиси, 1974.
18. А.Г.Дундуа, Н.М.Бахтадзе и др. Материалы IУ МОКИИ, Тбилиси, 1976.
19. А.Г.Дундуа. Сообщения АН ГССР, т.81, № 2, 1976.
20. А.Г.Дундуа. Материалы IУ МОКИИ, Тбилиси, 1976.
21. А.Г.Дундуа. Сообщения АН ГССР, т.95, № 2, 1979.
22. Психологические исследования, посвященные 85-летию Д.Н. Узнадзе. Тбилиси, 1973.
23. В.В.Чавчанидзе. ДАН СССР, т.219, № 4, 1974.

ა. დუნდუა, ვ.ჭავჭანიძე

განწყობილი ქცევის კონცეპტუალური ბუნებისათვის

რეზიუმე

ნაშრომში წარმოდგენილია შედეგები მრავალი წლის კვლევისა, რომლის მიზანი იყო კონცეპტუალურ-განწყობილი ქცევის შესწავლა. დამუშავებულია ფართო ექსპერიმენტული მასალა, რომელიც ნათლად ამტკიცებს ჰიპოთეზას განწყობილი ქცევის კონცეპტუალური ბუნების შესახებ, მოცემულია ფიქსირებული კონცეპტის თეორიული და ექსპერიმენტული შესწავლის შედეგები.

A. Dundua, V.Chavchanidze

TOWARD THE CONCEPTUAL NATURE OF SET-INDUCED BEHAVIOUR

Summary

The paper deals with the results of research carried on for many years and aimed at gaining an insight into conceptual-set-induced behaviour. Vast experimentally vevified material confirms the hypothesis on the conceptual nature of set-induced behaviour. The results of a theoretical and experimental study of the fixed concept are presented.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ФЕНОМЕН ЕСТЕСТВЕННОЙ ПОДСОЗНАТЕЛЬНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ОБОБЩАЮЩЕГО ВОСПРИЯТИЯ ФИКСАЦИИ ПОНЯТИЙНЫХ КЛАССОВ

А.Г.Дундуа, В.В.Чавчанидзе

На основе широкого экспериментального материала /1,2,3/ был подтвержден факт совпадения механизмов выработки установки и формирования концепта у испытуемых.

Были поставлены многочисленные эксперименты с целью фиксации концепта и порождения иллюзий фиксированного концепта /4,5,6/. Схема экспериментов явно повторяла схему опытов по фиксированной установке, разработанной Д.Н.Узнадзе /7/ и, в то же время, резко отличалась от нее.

Опыты ставились на различных группах испытуемых. В качестве испытуемых встречались преимущественно ученики средней школы и научные сотрудники.

Так как число серий опытов было достаточно велико, то приходилось одного и того же испытуемого использовать несколько раз в разное время и в разных сериях опытов. Наши испытуемые не знали психологии и никогда не имели дело с подобными экспериментами.

Для удобства дальнейшего изложения опишем наши эксперименты в общем виде в несколько формализованных обозначениях.

Испытуемому показывали серию пар рисунков, состоящих из двух разных объектов – $\{A, B\}$. Эти рисунки отличались друг от друга всеми явно выделяемыми признаками (цвет, рост, поза и т.п.), неизменным оставалось только то, что слева всегда находился объект, принадлежащий к классу A, а справа – классу B. Время показа каждой пары – меньше I секунды.

После 20-22-х фиксирующих показов без предупреждения идет контрольный показ – два объекта из третьего класса – C в виде пары $\{C, C\}$. По данной в начале эксперимента инструкции, испытуемый быстро констатирует что он увидел в конце серии.

Под влиянием концепта, зафиксированного в фиксирующей серии, испытуемые явно иллюзорно воспринимают контрольную пару, возникает иллюзия "фиксированного концепта". Каждый из испытуемых пару хорошо знакомых объектов – $\{C, C\}$ – воспринимает по-разному, по иллюзиям качественно разного типа.

В наших экспериментах имели место, в основном, следующие виды иллюзорного восприятия: A B (ассимилятивная иллюзия понятийных объектов $\{A, B\}$), B A (контрастная иллюзия понятийных объектов $\{A, B\}$), C C (адекватное восприятие), A A и B B.

Было проведено большое число испытаний. Они отличались друг от друга как фиксирующими, так и контрольными показами.

Результаты показали, что у каждого испытуемого, участвовавшего в двух или больше опытах, при контрольном показе возникает иллюзия преимущественно одного и того же типа независимо от конкретного класса показываемых понятийных объектов (люди, животные, деревья и т.п.).

В опытах участвовало 80 человек. Из них большинство участвовало в более чем двух опытах. Мы разделили этих людей на разные классификационные иллюзорные типы по виду возникающих у них иллюзий. Оказалось, что 29% наших испытуемых относятся к ассимилятивному иллюзорному типу (А В), 19% - контрастному иллюзорному типу (В А), 33% - адекватному типу (С С), 11% - к типу (А А) и 8% - к типу (В В).

Надо отметить, что, насколько нам известно, иллюзии типа А А и В В в экспериментах школы Д.Н.Узнадзе не наблюдались. По нашему мнению, они заслуживают особого внимания с точки зрения исследования процесса возникновения иллюзий фиксированного концепта вообще.

Результаты опытов позволяют делать вывод о том, что процесс выработки иллюзий "фиксированного концепта" является феноменом естественной подсознательной классификации людей по типу их иллюзорной организации объектов восприятия на уровне понятийных структур. Это заключение впервые было изложено в работах /1,2/.

В интересах интерпретации полученных данных обратились к методу "концепт - картин" /8/.

Был составлен тест, содержащий 50 вопросов. Вопросы были выбраны из "Программы исследования личности в ее отношениях к среде", составленной С.А.Френком и А.Ф.Лазурским /9/.

При выборе вопросов были учтены психо-физиологические элементы личности, а также особенности тех условий и отношений испытуемых к среде, в которых им приходилось иметь дело во время экспериментов.

По тесту опрашивали испытуемых, заранее классифицируемых по иллюзиям фиксированного концепта. Опрос производился по двухбалльной системе оценки.

Результаты опросов вместе с анкетными данными заносились в таблицы и на их основе составлялись т.н. "концепт-картины" испытуемых.

По каждой "концепт-картине" строилась соответствующая гистограмма, которая устанавливала связь между тестовыми вопросами и ответами на них. Гистограммы заранее классифицировались соответственно принадлежности каждого испытуемого к своему иллюзорному типу. Затем строятся общие гистограммы, соответствующие каждому иллюзорному типу, и нормируются.

На общей гистограмме хорошо выделяются свойства, имеющие большое значение для характеристики данного класса испытуемых. Это те черты характера, которые свойственны испытуемым свыше 75% и ниже 25% от всего числа испытуемых данного типа.

Все изложенное наглядно показывает, что иллюзии фиксированного концепта тесно связаны с подсознательным классифицирующим эффектом.

Поступила II.Ш.1986

Институт систем
управления АН ГССР

Литература

1. V.V.Chavchanidze. Abstract Guide of XX -th International Congress of Psychology, Tokyo, 1972.

2. В.В.Чавчанидзе. Сообщения АН ГССР, т.69, № 3, 1973.

3. А.Г.Дундуа, Н.М.Бахтадзе и др. Материалы коллоквиума на тему: "Концептуальный системный анализ естественных и искусственных систем" (г.Батуми, 1973), Тбилиси, 1973.

4. А.Г.Дундуа. Материалы УП Всесоюзного симпозиума по кибернетике. Тбилиси, 1974.

5. А.Г.Дундуа. Сообщения АН ГССР, т.81, № 2, 1976.

6. А.Г.Дундуа. Материалы IУ МОКИИ. Тбилиси, 1976

7. Д.Н.Узнадзе. Экспериментальные основы психологии установки. Тбилиси, 1961.

8. В.В.Чавчанидзе. Материалы IУ МОКИИ. Тбилиси, 1976.

9. С.Л.Френк, А.Ф.Лазурский. "Вестник психологии", № 9,1904.

ა. დუნდუა, ვ. ჭავჭანიძე

ბუნებრივი ქვეცნობიერი კლასიფიკაციის ფენომენი ცნებითი კლასების ფიქსაციის აღქმის პროცესში

რეზიუმე

სტატიაში მოცემულია ფიქსირებული კონცეპტის ილუზიების აღქმის პროცესის შესწავლის შედეგები. შემჩნეული იქნა ამ პროცესთან დაკავშირებული ცდისპირთა ქვეცნობიერი კლასიფიკაციის ეფექტი, რაც გვაძლევს ცდისპირების ილუზიურ ჯგუფებად დაყოფის საშუალებას, საკითხის ექსპერიმენტულად შესწავლის მიზნით გამოყენებული იქნა ფსიქოლოგიური ტესტირების მეთოდი.

A.Dundua, V.Chavchanidze

THE PHEOMENON OF NATURAL SUBCONSCIOUS CLASSIFICATION IN THE PROCESS OF PERCEPTION OF CONCEPTUAL CLASS FIXATION

Summary

The paper present the results of a study of the process of excitation of fixed concept illusions. The effect of subconscious classification by the subjects, related to this process, was observed. This permits to group the subjects into illusional types. The method of psychological testing was used in the experimental study of the problem.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

О НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРАХ ИГРЫ "МЕЛЬНИЦА" В СВЕТЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ИГРОВЫХ СПОСОБНОСТЕЙ ДЕТЕЙ

Н.И.Гогичайшвили

Нашей задачей было исследование игровых способностей детей и установление некоторых характеристик и параметров используемой с этой целью игры "мельница".

Игра "мельница" является игрой для двух партнеров. В комплект входит игровое поле и 18 фишек двух цветов. Партия состоит из трех этапов.

Эксперименты проводились во 2-ой республиканской экспериментальной школе с детьми 10-11 лет. Эксперимент заключался в следующем: двоих испытуемых обучали правилам игры, после чего они начинали играть. В процессе игры они имели право дополнительными вопросами усовершенствовать свои знания правил игры.

Игра проходила под наблюдением экспериментатора. Процесс игры фиксировался в игровых таблицах, шаг за шагом; совместно с выполненными игроками операциями и комментариями наблюдателя. Производилась также фиксация времени на отдельных этапах игры.

Нами были заранее разработаны собственные характеристики игры "мельница". На основании фиксации этих характеристик при целом ряде игр были определены те основные операции, которые выполняют испытуемые в процессе игры.

В частности, были отмечены 12 основных операций:

1. Построил мельницу и изъял у противника X_i фишку.
2. Построил одновременно две мельницы.
3. Создал угрозу одновременного построения двух мельниц.
4. Создал возможность построения мельницы двумя разными фишками.
5. У противника осталось три фишки.
6. Выиграл.
7. Помешал противнику построить мельницу:
   а) прикрытием пути противнику к построению мельницы;
   б) путем построения собственной мельницы.
8. Специально не построил мельницу, чтобы у противника не остались три фишки (до определенного момента).
9. Изъял выигрышную фишку:
   а) которая сама мешает построить мельницу;
   б) которая способствует построению мельницы противника;
   в) значительная фишка на данном этапе.
10. Построил мельницу кратчайшим путем.
11. Не заметил построенной мельницы.
12. Переместил значительную фишку и открыл путь противнику.

В игровую таблицу были внесены следующие комментарии наблюдателей:

1. В основном играет на защиту.

2. В основном играет на нападение.
3. Владеет одновременно обеими тактиками (нападения и защиты).
4. Играет бесцельно.
5. Учитывает как свои ошибки, так и ошибки противника.
6. Учитывает замечания противника:
   а) "Это вовсе не имеет цели".
   б) "Здесь ты должен был поставить фишку, чтобы построить мельницу".
   в) "Надо было успеть построить мельницу и взять фишку".
   г) "Ты должен был взять эту фишку".
   д) "Ты имел возможность построить две мельницы".
7. Не замечает, что вредит сам себе подачей информации.
8. Хорошо замечает расположение фишек противника.
9. Хорошо наблюдает за расположением собственных фишек.
10. Хорошо играет на Ш этапе (хорошо использует право свободного перемещения фишек).
11. Позиционное расположение фишек на I этапе игры
   а) располагает стратегически;
   б) лишь защищается;
   в) заинтересован лишь построением собственной мельницы (играет на нападение).
12. Внимателен (помнит, где построил мельницу, чтобы второй раз не построить ее в том же месте).
13. Хорошо видит доску:
   а) своевременно замечает опасность;
   б) всегда видит построенную мельницу;
   в) строит мельницу кратчайшим путем.

Каждый комментарий бинарного характера и обязательно учитывает и противоположное условие (напр.: I. играет на защиту, I'. не играет на защиту и т.д.). Легко заметить, что эти комментарии в основном бывают трех типов:

I. Комментарии, касающиеся стратегии игры /I-5/.
2. Комментарии для оценки степени опыта игрока /6-II/.
3. Комментарии для определения интеллектуального уровня испытуемого /I2-I3/.

Эти комментарии определялись непосредственно во время опыта на основании наблюдения целой серии игры или отдельных игр.

Такими таблицами были описаны около 50 партий, включая серии игры, каждая из которых включала 5,6,7 и даже I2 игр.

Эти партии были пронумерованы по времени игры и т.о. возможно просматривать развитие игры и тем самым говорить о показателе развития игрока.

Эксперименты выявили те элементы опыта, овладение которыми в основном обуславливает выигрыш. Этими элементами являются:

I. Одновременное построение двух мельниц.
2. Создание двух вариантов построения мельницы.
3. Возможность построения мельницы двумя разными фишками.
4. Одновременное владение стратегиями защиты и нападения.
5. Изъятие выигрышной фишки (важная фишка на данном этапе).
6. Построение мельницы кратчайшим путем.
7. Хорошее видение доски:
   а) во время замечать опасность;
   б) хорошо наблюдать как за своими позициями, так и за позициями противника.

8. На I этапе игры стратегическое расположение фишек на доске (не произвольное расположение).
9. Внимательность (учитывает уже построенную мельницу,чтобы еще раз не построить ее в том же месте).
10. Хорошая игра на Ш этапе (хорошее использование права свободного перемещения фищек).

Эксперименты также показали, что по мере того, как игрок овладевает игрой, значительно изменяется время игры, в частности, выявились следующие закономерности изменения времени:

В начале серии этапное и общее время игры уменьшается, т.к. игроки,не овладевшие игрой, тратят меньше времени на обдумывание хода и игра в основном развивается стихийно. Количество ходов мало.

В середине серии игроки,отчасти вследствие приобретения некоторого опыта, отчасти вследствие овладения правилами игры, тратят больше времени на обдумывание ходов, хотя в игре остается много ненужных ходов. Поэтому количество ходов значительно увеличивается.

В конце серии, если игроки уже усвоили игру, время игры в основном уменьшается благодаря уменьшению ходов.

Вышесказанное хорошо подтверждает типичная серия № 13, в которой игроки играют друг с другом 5 игр. Результаты во времени следующие: 2,4,3; 2,14,3; 2,7,3; 3,10,2; 2,8,6 (каждая выделенная запятой цифра соответственно обозначает время I, П и Ш этапа).

Как видим, особенно чувствительно изменение времени на П этапе игры - 4.14,7. Изменение количеств ходов во время одной серии следующее - 55; 67; 54.

для этих игроков процесс овладения игрой заканчивается на 3-й игре серии. Поэтому данные следующих двух игр относительно стабильны. Эксперименты сделали очевидным тот факт, что испытуемые относительно хорошо усваивают грамматику игры на основании тех замечаний, которые им делают противники в процессе игры, хотя те и не догадываются, что вредят самим себе.

Эксперименты выявили также типичные ситуации, которые осваивает игрок во время серии игры и которые тесно связаны с элементами опыта.

Вследствие многократного повторения игрок усваивает те приемы, которые он один раз нашел и воспринял, у него появляются элементы опыта, что является необходимым условием овладения игрой.

Вышеизложенное экспериментальное заключение хорошо согласуется с теоретическими выводами, полученными нами на основе метода вероятностных экспертиз с использованием СУБД "СПЕКТР".

Поступила II.Ш.1986

Институт систем управления АН ГССР

Литература

I. В.В.Чавчанидзе и др. Моделирование процесса развития интеллекта ребенка во время игры на основе метода 4-мерного концептуального моделирования. Материалы IX Всесоюзного симпозиума по кибернетике, т.3, Москва, 1981.

2. В.В.Чавчанидзе. Аналитическое решение задач формирования понятий и распознавания образов. Сообщения АН ГССР, 61, № I, 1971.

3. В.В.Чавчанидзе. К теории естественного и искусственного концептуального интеллекта. Материалы IУ международной объединенной конференции по ИИ.

4. В.В.Чавчанидзе. О компонентах естественного и машинного интеллектуального знания. В книге: Бессознательное: природа, функции, методы исследования, т. 4, Тбилиси, 1985.

5. А.А.Анастази. Психологическое тестирование. М., Педагогика, 1982, книга I, 2.

ნ. გოგიჩაიშვილი

თამაშის "წისქვილი" ზოგიერთი პარამეტრის შესახებ ბავშვების თამაშისუნარიანობის ტესტირების შუქზე

რეზიუმე

ნაშრომში გადმოცემულია ბავშვების თამაშისუნარიანობის კვლევის შედეგები. განხილულია ექსპერიმენტებში გამოყენებული თამაშის "წისქვილი" ზოგიერთი მახასიათებელი და პარამეტრი.

N.Gogichaishvili

ABOUT SOME PARAMETRS OF THE "MILL" GAME IN THE LIGHT OF PSYCHOLOGICAL TESTING OF CHILDREN'S PLAYING ABILITIES

Summary

The paper deals with the results of an investigation of children's playing abilities. Some characherislics and parameters of the "Mill" game, used for the purpose, are discussed.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЛИНГВИСТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПРОЦЕССА СЛОВООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ РЕЧИ К ЛЕКСИКЕ

Т.В.Манджапарашвили

В работе /I/ построена общая теория лингвистического спектра для статистического процесса образования различных языковых единиц из их компонентов. Согласно этой теории каждая единица характеризуется своим лингвистическим спектром, отображающим важную сторону психологического процесса, который совместно со статистическим процессом объясняет наблюдаемые распределения количества компонент в выделенных единицах. Статистический процесс представляется в виде наложения двух процессов: предварительного размещения "единичных" компонентов и последующего стохастического распределения остальных.

Автор работы /I/ отмечает, что "единичные" компоненты не следует смешивать с лингвистическими компонентами, из которых образуются лингвистические единицы. По мнению автора "единичные" компоненты скорее связаны с составляющими, из которых образуются лингвистические компоненты.

Заметим, что упомянутые составляющие носят чисто модельный характер и могут не соответствовать каким-нибудь определенным лингвистическим компонентам. Если теорию строить на основе лишь лингвистических компонентов, то мы будем вынуждены приписать этим компонентам некоторую нечеткость /2/. Именно на этой основе в работе /3/ рассматриваются обобщенные распределения Фукса.

Если предположить, что нечеткими являются предварительно размещенные "единичные" компоненты, а стохастический процесс - четким, т.е. если предположить, что

$$\tilde{\Phi}^{\kappa}_{n;\nu;\rho} = \tilde{\beta}_{\nu} \circ \beta^{\kappa}_{n-\nu;\rho} \,{}^{*)}, \tag{I}$$

то распределение будет иметь вид:

$$\mathcal{F}'(\tilde{\beta}_{\nu} \circ \beta^{\kappa}_{n-\nu;\rho}) = \sum_{\nu=0}^{n} \frac{\mu_{\nu}\rho_{\nu}}{\sum\limits_{\nu=0}^{n} \mu_{\nu}\rho_{\nu}} P(\beta^{\kappa}_{n-\nu;\rho}) \tag{2}$$

Это распределение отличается от соответствующего распределения Фукса лишь интерпретацией лингвистического спектра, которая в данном случае основана на понятиях нечеткого случайного события и его вероятности /4/.

Применение этой теории к речи показало, что лингвистический спектр процесса словообразования из слогов характеризуется довольно простой структурой: отличны от нуля только первые две его компоненты. Измерения, подтверждающие этот

---

*) Обозначения смотри в /3/.

факт для девяти языков (английский, немецкий, эсперанто, арабский, греческий, японский, русский, латинский, турецкий), приведены в /1/, для вьетнамского - в /4/, для грузинского - в /5/.

В данной заметке общая теория лингвистического спектра процесса словообразования применена к лексике грузинского и русского языков.

Случайные выборки из генеральной совокупности образовывались на основе словарей (толковых или двуязычных) /6/-/12/. Максимальный объем выборки в нашем случае $N = 10000$; такой объем выборки обеспечивает стабильность наблюденных частот с точностью 0,5%.

Результаты измерения, а также вычисленные значения компонентов спектра и соответствующие теоретические распределения приведены в таблице в конце работы.

Если воспользоваться спектром

$$\varepsilon_0 = 1;\ \varepsilon_1 = 1;\ \varepsilon_2 = 0,8927;\ \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \dots = 0$$ (грузинский язык, по /11/).

(3)

$$\varepsilon_0 = 1;\ \varepsilon_1\ 1;\ \varepsilon_2 = 0,7293;\ \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \dots = 0$$ (русский язык, по /6/)

то распределения будут иметь вид:

$$\mathcal{F}_{1111}(i) = e^{-1,6295}\left[0,1073\,\frac{1,6295^{i-1}}{(i-1)!} + 0,8927\,\frac{1,6295^{i-2}}{(i-2)!}\right] \qquad (4).$$ (грузинский язык)

$$\mathcal{F}_{161}(i) = e^{-1,4515}\left[0,2707\,\frac{1,4515^{i-1}}{(i-1)!} + 0,7293\,\frac{1,4515^{i-2}}{(i-2)!}\right] \quad \text{(русский язык).}$$

Измерения показали, что как для грузинского, так и для русского языка, при переходе от речи к лексике структура лингвистического спектра процесса словообразования меняется: количество компонент увеличивается на единицу.

По-видимому, такие изменения лингвистического спектра будут наблюдаться и для других языков.

Поступила 28.IV.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

I. В.Фукс. Сб.: "Теория передачи сообщений". М., 1957.

2. Т.В.Манджапарашвили. Сообщ. АН ГССР, 82, №4, 1979.

3. Т.Г.Гачечиладзе, Т.В.Манджапарашвили. Труды ТГУ, 224, 1981.

4. Нгуен Хак Фук. Сообщ. АН ГССР, 70, № 2, 1972.

5. Т.Г.Гачечиладзе, Т.П.Цилосани. Статистика речи и автоматизированный анализ текста, Л., 1971.

6. Русско-немецкий словарь, М., 1971.

7. Русско-французский словарь, М., 1965.

8. Частотный словарь русского языка, М., 1977.

9. Краткий русско-грузинский словарь, Тбилиси, 1969.

10. რუსულ-ქართული ლექსიკონი, თბილისი, 1959.

11. ინგლისურ-ქართული ლექსიკონი, თბილისი, 1975.

12. რუსულ-ქართული ლექსიკონი, თბილისი, 1956.

Таблица

Язык	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$N=\sum n_i$
рус- ский, по /6/	n_i / $\mathcal{F}_{экс}(i)\times 10^4$	693 0693	2408 2408	3453 3453	I940 I940	1030 1030	334 0334	115 0115	22 0022	5 0005	0 0000	I0000
	$\mathcal{F}_{/6/}(i)\times 10^4$	0634	2628	3147	2122	0988	0350	0I00	0024	0005	000I	I0000
	$\bar{i}$ =3,1808		$\overline{i(i-1)}$ =8,5856		ε_0 = I		ε_1 = I		ε_2 =0,7293		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	
рус- ский, по /7/	n_i / $\mathcal{F}_{экс}(i)\times 10^4$	246 0820	771 2570	1002 3340	567 I890	278 0927	98 0327	33 0II0	1 00I3	I 0003	0 0000	3000
	$\mathcal{F}_{/7/}(i)\times 10^4$	0778	2730	3I06	2030	092I	03I9	0090	002I	0004	000I	3000
	$\bar{i}$ =3,I038		$\overline{i(i-1)}$=8,I774		ε_0 = I		ε_1 = I		ε_2=0,6754		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	
ру - ский, по /8/	n_i / $\mathcal{F}_{экс}(i)\times 10^4$	202 0404	1017 2034	1685 3370	1139 2278	610 1220	222 0204	102 0204	I5 0030	8 00I6	0 0000	5000
	$\mathcal{F}_{/8/}(i)\times 10^4$	0363	2223	3I06	2372	1238	0490	0I56	004I	0009	000I	5000
	$\bar{i}$ =3,4270		$\overline{i(i-1)}$=I0,0744		ε_0 = I		ε_1 = I		ε_2 =0,8I85		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	
'ус- ский по /I0/	n_i / $\mathcal{F}_{экс}(i)\times 10^4$	I7I 0342	80I I602	I7I7 3434	1232 2464	710 I420	25I 0502	93 0I86	20 0040	3 0006	2 0004	5000
	$\mathcal{F}_{/10/}(i)\times 10^4$	0I46	2056	3I53	25I3	I349	0545	0I77	0048	00II	0002	5000
	$\bar{i}$ =3,5532		$\overline{i(i-1)}$=10,7680		ε_0 = I		ε_1 = I		ε_2 =0,9259		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	

Продолжение таблицы

язык	i	I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	$N=\sum n_i$
грузинский, по /9/	n_i $f_{экс}(i)\times 10^4$	I58 0I9I	I379 I664	2739 3366	22I7 2676	III2 I342	483 0583	I4I 0I70	50 0060	4 0005	2 0003	8285
	$f_{/9/}(i)\times 10^4$	0045	I983	3I77	2577	I398	0569	0I86	005I	00I2	0002	8285
	$\bar{i}=3,6094$		$\overline{i(i-1)}=11,0736$		$\varepsilon_0=I$		$\varepsilon_1=I$		$\varepsilon_2=0,9768$		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	
грузинский, по /II/	n_i $f_{экс}(i)\times 10^4$	288 0288	I943 I943	3206 3206	242I 242I	I389 I389	535 0535	I62 0I62	48 0048	7 0007	I 000I	I0000
	$f_{/11/}(i)\times 10^4$	02I0	2093	3I3I	2475	I324	0534	0I73	0047	00II	0002	I0000
	$\bar{i}=3,5222$		$\overline{i(i-1)}=10,6090$		$\varepsilon_0=I$		$\varepsilon_1=I$		$\varepsilon_2=0,8927$		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	
грузинский, по /I2/	n_i $f_{экс}(i)\times 10^4$	54 0I6I	582 I734	993 2959	879 26I9	5I3 I529	2I4 0638	89 0265	28 0083	2 0006	2 0006	3356
	$f_{/12/}(i)\times 10^4$	0I36	I777	2963	2587	I525	0677	024I	0072	00I8	0004	3356
	$\bar{i}=3,7088$		$\overline{i(i-1)}=11,9120$		$\varepsilon_0=I$		$\varepsilon_1=I$		$\varepsilon_2=0,9183$		$\varepsilon_3=\varepsilon_4=\ldots=0$	

თ. მანჯაფარაშვილი

მეტყველებიდან ლექსიკაზე გადასვლისას სიტყვაწარმოების პროცესის ლინგვისტური სპექტრის ცვლილების შესახებ

რეზიუმე

ცნობილია, რომ მეტყველებაში სიტყვაწარმოების სტატისტიკური პროცესი ხასიათდება ორკომპონენტიანი ლინგვისტური სპექტრით. მოცემულ ნაშრომში წარმოდგენილია ლექსიკური მასალის ანალიზის შედეგები, დადგენილია, რომ ამ შემთხვევაში სიტყვაწარმოების სტატისტიკური პროცესი ხასიათდება სამკომპონენტიანი ლინგვისტური სპექტრით.

T.Manjaparashvili

ON THE CHANGE OF THE LINGUISTIC SPECTRUM OF THE WORD FORMATION PROCESS WHEN PASSING FROM SPEECH TO VOCABULARY

Summary

The statistical process of word formation in speech is known to be characterized by a twocomponent linguistic spectrum. The results of an analysis of the lexical material are presented. It is shown that in this case the word formation statistical process ois characterized by a threecomponent spectrum.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ОЦЕНКИ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ НЕКОТОРЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

И.Д.Блиадзе

В данной работе рассматриваются различные варианты метода декомпозиции области для краевых задач эллиптического типа. С помощью свойств модифицированных полиномов Чебышева получены неулучшаемые оценки скорости сходимости метода разделения областей и метода Шварца для задачи Дирихле, а также для итерационного метода решения задачи Бицадзе-Самарского. Все задачи рассматриваются на примере уравнения Пуассона в прямоугольнике.

§ I. Модифицированные полиномы Чебышева

Рассмотрим полиномы, которые задаются следующими рекурентными соотношениями:

$$S_0(x)=1, \qquad S_1(x)=x, \tag{I.I}$$

$$S_{n+1}=xS_n(x)-S_{n-1}(x), \quad x\geq 0, \quad n=1,2,\dots$$

Полученные полиномы тесно связаны с полиномами Чебышева второго рода $S_n(x)=U_n(x/2)$ и называются модифицированными полиномами Чебышева. Раз"ые свойства этих полиномов рассматриваются в /I/, из них мы отметим следующее:

$$S_n(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin((n+1)\theta)}{\sin(\theta)}, & \cos(\theta)=\dfrac{x}{2},\ 0\le x<2 \\ n+1, & x=2 \\ \dfrac{sh((n+1)\psi)}{sh(\psi)}, & ch(\psi)=\dfrac{x}{2},\ x>2 \end{cases} \qquad (I.2)$$

Связь модифицированных полиномов Чебышева с итерационными процессами мы изучим в следующих параграфах, а здесь покажем справедливость следующих свойств изучаемых полиномов.

<u>Лемма I</u>. Если $t_1>t_2>0$, то для любого натурального m справедливо следующее неравенство:

$$\frac{S_m(t_1)}{S_{m+1}(t_1)}<\frac{S_m(t_2)}{S_{m+1}(t_2)}.$$

Для доказательства леммы рассмотрим последовательность

$$P_m(t_1,t_2)=S_m(t_2)S_{m+1}(t_1)-S_m(t_1)S_{m+1}(t_2)$$

и заметим, что для любого m достаточно показать справедливость неравенства $P_m(t_1,t_2)>0$. Но это очевидно после представления $P_m(t_1,t_2)$ следующим рекурентным соотношением:

$$P_m(t_1,t_2)=P_{m-1}(t_1,t_2)+(t_1-t_2)S_m(t_2)S_m(t_1),$$

где $P_0(t_1,t_2)=(t_1-t_2)>0.$

Лемма 2. Для любых $\alpha>0$ и $\beta>0$ справедливы следующие предельные свойства модифицированных полиномов Чебышева:

$$\lim_{p\to\infty}\left[S_n\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)-S_{n-1}\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)\right]=\operatorname{ch}(\alpha x), \tag{I.3}$$

$$\lim_{p\to\infty}\left[\frac{S_{m-1}\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)}{S_{n-1}\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)}\right]=\frac{\operatorname{sh}(\beta x)}{\operatorname{sh}(\alpha x)}, \tag{I.4}$$

где $n=\alpha p$, $m=\beta p$, а n,m,p - натуральные числа.

Сперва докажем (I.3). Для этого используем некоторые свойства гиперболических функций и преобразуем (I.3) следующим образом:

$$S_n\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)-S_{n-1}\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)=$$

$$=\frac{\operatorname{sh}\left(2(n+1)\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)-\operatorname{sh}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)}{\operatorname{sh}\left(2\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)}=$$

$$=\frac{\operatorname{ch}\left((2n+1)\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)}{\operatorname{ch}\left(\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)}=\operatorname{ch}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)-$$

$$-\operatorname{sh}\left(2n\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right)\operatorname{th}\left(\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}\right).$$

Теперь, если используем следующее тождество

$$\lim_{p\to\infty}2p\operatorname{arsh}\frac{x}{2p}=x,$$

то нетрудно доказать с праведливость (1.3).

Аналогично доказывается справедливость (I.4), если преобразовать левую часть следующим образом:

$$\frac{S_{m-1}\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)}{S_{n-1}\left(2+\frac{x^2}{p^2}\right)}=\frac{sh\left(2m\ arsh\frac{x}{2p}\right)}{sh\left(2n\ arsh\frac{x}{2p}\right)}$$

Полученные результаты имеют большое применение для доказательства и оценки скорости сходимости различных итерационных методов решения эллиптических краевых задач. Для этого нам понадобится обобщить определение (I.I) в случае, когда x является матрицей порядка $p\times p$.

$$S_0(x)=E,\quad S_1(x)=x,$$

$$S_{n+1}(x)=xS_n(x)-S_{n-1}(x),$$

где E есть единичная матрица порядка $p\times p$. В этом случае $S_n(x)$ будем называть модифицированными матричными полиномами Чебышева. Отметим, что все вышеуказанные свойства справедливы и в этом случае.

§ 2. Рекурентные соотношения

Сначала перейдем к изучению итерационных методов для эллиптических краевых задач, докажем важное рекурентное соотношение для разностных аналогов эллиптических уравнений с постоянными коэффициентами.

<u>Лемма 3.</u> Пусть дана система линейных алгебраических уравнений следующего вида:

$$-y_{j-1}+Ty_j-y_{j+1}=F_j\,, \qquad j=1,2,\ldots,n, \tag{2.1}$$

где y_j и F_j являются векторами порядка P , а T является невырожденной матрицей порядка $P\times P$. Тогда для любых трех неизвестных векторов имеет место следующее рекурентное соотношение:

$$-S_\ell(T)y_{i-k-1}+S_{\ell+k+1}(T)y_i-S_k(T)y_{i+\ell+1}=$$

$$=S_\ell(T)\sum_{j=1}^{\ell} S_{k-j}(T)F_{i-j}+S_k(T)\sum_{j=1}^{\ell} S_{\ell-j}(T)F_{i+j}+S_\ell(T)S_k(T)F_i\,, \tag{2.2}$$

$$k,\ell\geq 0.$$

Докажем лемму методом математической индукции. При $\ell=k=0$ получаем (2.1) и справедливость (2.2) в этом случае очевидна.

Пусть для $\ell=0$ и $k=m-1$ (2.2) выполняется, покажем её справедливость для $\ell=0$ и $k=m$. Для этого рассмотрим (2.2) при $\ell=0$, $k=m$ и (2.1) при $j=i-m$:

$$-y_{i-m}+S_m(T)y_i-S_{m-1}(T)y_{i+1}=\sum_{j=0}^{m} S_{m-j}(T)F_{i-j}\,,$$

$$-y_{i-m-1}+Ty_{i-m}-y_{i-m+1}=F_{i-m}$$

Если исключим из них y_{i-m} , то получим

$$-y_{i-m-1}+S_{m+1}(T)y_i-S_m(T)y_{i+1}=\sum_{j=0}^{m} S_{m-j}(T)F_{i-j}\ ,$$

что и требовалось доказать.

Аналогичным путем доказывается справедливость соотношения (2.2) и для индекса ℓ при $k=m$.

§ 3. Итерационные процессы для эллиптических краевых задач

В данном параграфе, используя результаты предыдущих параграфов, мы докажем сходимость и установим неулучшаемые оценки скорости сходимости для некоторых итерационных процессов при решении эллиптических краевых задач как в разностном, так и в непрерывном случае.

Сперва рассмотрим нелокальную краевую задачу в её первоначальной постановке, так называемую задачу Бицадзе-Самарского /2/, и изучим для её решения итерационный метод, предложенный Гордезиани /3/.

Задачу поставим для уравнения Пуассона в прямоугольнике:

$$\begin{aligned} & D=\{(x,y)\,/\,0<x<A,\quad 0<y<B\}, \\ & \Delta U(x,y)=f(x,y), \qquad (x,y)\in D, \\ & U(x,y)=g(x,y), \qquad (x,y)\in \partial D\setminus\alpha, \\ & U(A,y)=U(C,y), \qquad 0<y<B, \\ & \qquad 0<C<A, \end{aligned} \tag{3.1}$$

где $\alpha = \{(x,y) / x = A,\ 0 < y < B\}$.

Решение задачи (3.I) будем искать следующим итерационным методом:

$$\Delta u^k(x,y) = f(x,y), \quad (x,y) \in D,$$
$$u^k(x,y) = g(x,y), \quad (x,y) \in \partial D \setminus \alpha, \tag{3.2}$$
$$u^k(A,y) = u^{k-1}(c,y), \quad 0 < y < B,$$
$$k = 1, 2, \dots,$$

где $u^0(c,y)$ - любая непрерывная функция.

Сходимость итерационного метода доказана в /3/ с помощью следующего неравенства:

$$|\bar{u}(c,y) - u^k(c,y)| < q\,|\bar{u}(c,y) - u^{k-1}(c,y)|, \tag{3.3}$$

где $\bar{u}$ - точное решение задачи (3.I), а для q , которую мы будем называть скоростью сходимости, выполняется условие $0 < q < 1$.

Теперь найдем точное значение параметра q , знание которого нам помогает не только в оценке количества итерации, чо и в правильном выборе разных релаксационных параметров для ускорения итерационного процесса (3.2). С этой целью перейдем к разностному аналогу задачи (3.I). Внесем равномерную сетку с шагом h и обозначения: $n = A/h,\ m = c/h,\ p = B/h$, где n, m, p -натуральные числа. После аппроксимация задачи на пятиточечном шаблоне получим систему алгебраических уравнений, которая в векторном виде записывается следующим образом:

$$-y_{i-1}+Ty_i-y_{i+1}=F_i\,,\quad i=\overline{1,n-1} \qquad (3.4)$$

$$y_0=g_0\,,\quad y_n=y_m\,,$$

где $\quad y_i=\{u(ih,h),u(ih,2h),\ldots,u(ih,B-h)\}^T,$

а матрица T с размерностью $(P-1)\times(P-1)$ имеет следующий трехдиагональный вид: $T=[-1\ 4\ -1]_{P-1}$. Так как на каждой итерации нам необходимо знать только y_m , то, используя лемму 3, систему (3.4) можно заменить следующим выражением:

$$-S_{n-m+1}(T)y_0+S_{n-1}(T)y_m-S_{m-1}(T)y_n=\bar{F}\,,$$

где через $\bar{F}$ обозначена соответствующая правая часть. Если учтем, что y_0 – данный вектор, то итерационный процесс (3.2) в разностном виде можно сформулировать так:

$$S_{n-1}(T)y_m^k=S_{m-1}(T)y_m^{k-1}+F,\qquad k=1,2,\ldots, \qquad (3.5)$$

а сходимость (3.5) зависит от спектрального радиуса матрицы $H=S_{n-1}^{-1}(T)S_{m-1}(T)$. Так как матрицы $S_{n-1}(T)$ и $S_{m-1}(T)$ перестановочные и являются полиномами от T , то, следуя /4/, можно получить, что

$$\lambda_i(H)=S_{m-1}(\lambda_i(T))/S_{n-1}(\lambda_i(T)),\quad i=\overline{1,P-1}\,,$$

где $\lambda_i(T)=2+4\sin^2\frac{\pi i}{2p}$. Если используем лемму I, то можно найти спектральный радиус матрицы H :

$$\rho(H)=\max_{i=\overline{1,p-1}}\lambda_i(H)=\lambda_1(H). \tag{3.6}$$

Мы получили точную оценку скорости сходимости (3.5). Теперь, если используем результаты леммы 2 и перейдем в (3.6) к пределу при $h\to 0$, то можно получить оценку скорости сходимости для итерационного процесса (3.2)

$$q=\lim_{p\to\infty}\frac{S_{m-1}\left[2+\frac{\pi^2}{p^2}\left(\frac{\sin\pi/2p}{\pi/2p}\right)^2\right]}{S_{n-1}\left[2+\frac{\pi^2}{p^2}\left(\frac{\sin\pi/2p}{\pi/2p}\right)^2\right]}=\frac{sh\,\pi c/B}{sh\,\pi a/B}. \tag{3.7}$$

Полученный результат неулучшаем по сравнению с оценкой q методом конформного отображения /5/.

Теперь изучим итерационные методы декомпозиции области на примере решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Сперва рассмотрим альтернирующий процесс Шварца /6/, который соответствует декомпозиции области с налеганием. Для описания метода область D представим в виде объединения двух прямоугольников:

$$D_1 = \{(x,y) / 0 \le x < A_2,\ 0<y<B\},$$

$$D_2 = \{(x,y) / A_1 < x < A,\ 0<y<B\},\quad 0<A_1<A_2<A,$$

а также введем обозначения: $\alpha_i = \{(A_i, y)/0<y<B\},\ i=1,2.$
После этого можно описать альтернирующий процесс Шварца

$$
\begin{aligned}
&\Delta U_1^k(x,y) = f(x,y), && (x,y)\in D_1,\\
&U_1^k(x,y) = g(x,y), && (x,y)\in \partial D_1 \setminus \alpha_2,\\
&U_1^k(x,y) = U_2^{k-1}(x,y), && (x,y)\in \alpha_2,\\
&\Delta U_2^k(x,y) = f(x,y), && (x,y)\in D_2,\\
&U_2^k(x,y) = g(x,y), && (x,y)\in \partial D_2 \setminus \alpha_1,\\
&U_2^k(x,y) = U_1^k(x,y), && (x,y)\in \alpha_1, \qquad k=1,2,\dots,
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

где $U_2^0(x,y)$ –любая непрерывная функция на α_2.

Для получения разностного аналога метода Шварца введем равномерную сетку с шагом h и обозначения: $m_1 = \frac{A_1}{h}$, $m_2 = \frac{A_2}{h}$, $n = \frac{A}{h}$, $p = \frac{B}{h}$. Далее, используя лемму 3, выпишем уравнения, которые связывают неизвестные на α_i $(i=1,2)$ и сформулируем разностный аналог метода Шварца:

$$
\begin{aligned}
&S_{m_2-1}(T)\,y_{m_1}^k = S_{m_1-1}(T)\,y_{m_2}^{k-1} + F_1,\\
&S_{n-m_1-1}(T)\,y_{m_2}^k = S_{n-m_2-1}(T)\,y_{m_1}^k + F_2, \quad k=1,2,\dots,
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

Скорость сходимости (3.9) равна спектральному радиусу следующей матрицы:

$$H = S^{-1}_{m_2-1}(T)\,S^{-1}_{n-m_1-1}(T)\,S_{n-m_2-1}(T)\,S_{m_1-1}(T),$$

а он равен:

$$\rho(H) = \frac{S_{m_1-1}\left(\lambda_1(T)\right) S_{n-m_2-1}\left(\lambda_1(T)\right)}{S_{m_2-1}\left(\lambda_1(T)\right) S_{n-m_1-1}\left(\lambda_1(T)\right)}. \qquad (3.10)$$

Здесь мы использовали свойства собственных значений симметрических и положительно определенных матриц из /4/, а также лемму I. Если в (3.10) перейдем к пределу при $h \to 0$ и используем лемму 2, то получим неулучшаемую оценку скорости сходимости итерационного метода (3.8).

$$q = \frac{\operatorname{sh}\frac{\pi A_1}{B} \cdot \operatorname{sh}\frac{\pi(A-A_2)}{B}}{\operatorname{sh}\frac{\pi A_2}{B} \cdot \operatorname{sh}\frac{\pi(A-A_1)}{B}}. \qquad (3.11)$$

Перейдем к итерационному методу декомпозиции области без налеганая. Область D разделим прямой α на две подобласти D_1 и D_2:

$$D_1 = \{(x,y) / 0<x<C,\ 0<y<B\},$$

$$D_2 = \{(x,y) / C<x<A,\ 0<y<B\},$$

$$\alpha = \{(x,y)/x=c, \quad 0<y<B\}.$$

Будем считать, что $A/2<c<A$, и опишем итерационный метод разделения области в простейшей форме /7/:

$$
\begin{aligned}
&\Delta u_1^k(x,y)=f(x,y), \quad (x,y)\in D_1,\\
&u_1^k(x,y)=g(x,y), \quad (x,y)\in \partial D_1\setminus\alpha,\\
&\frac{\partial u_1^k(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial u_2^{k-1}(x,y)}{\partial x}, \quad (x,y)\in\alpha,\\
&\Delta u_2^k(x,y)=f(x,y), \quad (x,y)\in D_2,\\
&u_2^k(x,y)=g(x,y), \quad (x,y)\in \partial D_2/\alpha,\\
&u_2^k(x,y)=u_1^k(x,y), \quad (x,y)\in\alpha,
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

где $u_2^{(0)}(x,y)$ – любая непрерывная функция на α. Сходимость метода (3.12) показана в /7/.

Перейдем к оценке скорости сходимости метода в разностном случае. Если для равномерной сетки с шагом h введем обозначения $m=\frac{c}{h}$, $n=\frac{A}{h}$, $x_m=y_{m+1}-y_m$ и используем лемму 3, то можно описать разностный аналог метода разделения областей:

$$
\begin{aligned}
&\left(S_m(T)-S_{m-1}(T)\right)y_m^k=S_{m-1}(T)x_m^{k-1}+F,\\
&S_{n-m+1}(T)x_m^k=\left(S_{n-m}(T)-S_{n-m+1}(T)\right)y_m^k+F_2,
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

$$k=1,2,\ldots$$

Сходимость (3.13) зависит от спектрального радиуса следующей матрицы:

$$H=\begin{pmatrix} S_m(T)-S_{m-1}(T) & 0 \\ S_{n-m+1}(T)-S_{n-m}(T) & S_{n-m+1}(T) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & S_{m-1}(T) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

а он равен

$$\rho(H)=\frac{S_{m-1}(\lambda_1(T))\left(S_{n-m+1}(\lambda_1(T))-S_{n-m}(\lambda_1(T))\right)}{\left(S_m(\lambda_1(T))-S_{m-1}(\lambda_1(T))\right)\cdot S_{n-m+1}(\lambda_1(T))} \tag{3.14}$$

Теперь, если перейдем к пределу при $h\to 0$ и применим лемму 2, можно получить скорость сходимости для метода (3.12):

$$q=\frac{th\,\frac{Ac}{B}}{th\,\frac{A(A-c)}{B}}\ . \tag{3.15}$$

Заметим, что оценка (3.15) совпадает с результатом работы /7/.

В заключение отметим, что вышеизложенную методику можно использовать для более общих эллиптических краевых задач.

Поступила 7.V.1986

Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Литера ура

1. R.E.Bank, D.J.Rose. Marhing algorithms for elliptic boundary value problems. I : The constant coefficient case., SIAM, J. Numer Anal., 1977, v.14, N5, p.792-829.
2. В.В.Бицадзе, А.А.Самарский. О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических задач. ДАН СССР, 1969, 185, 4, с.739-740.
3. Д.Г.Гордезиани. О методах решения одного класса нелокальных краевых задач. ТГУ, 1981, 32 с.
4. Р.Беллман. Введение в теорию матриц. М., Наука , 1976, с.353.
5. И.Д.Блиадзе. Об оценке постоянной q в обобщенной лемме Шварца. Тр. ТГУ, 251, 1984.
6. Р.Курант, Д.Гильберт. Методы математической физики. т.II, М., 1953.
7. В.И.Лебедев, В.И.Агошков. Операторы Пуанкаре - Стеклова и их приложения в ана..зе. М., АН СССР, 1983, 184 с.

ი. ბლიაძე

ზოგიერთი იტერაციული მეთოდის კრებადობის სიჩქარის შეფასება

რეზიუმე

ნაშრომში განხილულია არეთა დეკომპოზიციის მეთოდის სხვადასხვა ვარიანტები ელიფსური ტიპის სასაზღვრო ამოცანებისათვის. ჩებიშევის მოდიფიცირებული პოლინომების თვისების გამოყენებით მიღებულია კრებადობის სიჩქარის ზუსტი შეფასებები არეთა დაყოფის და შვარცის მეთოდებისათვის დირიხლეს ამოცანის შემთხვევაში. ანალოგიური შეფასებები არის მიღებული ბიწაძე-სამარსკის ამოცანის ამოხსნის იტერაციული მეთოდისათვის. ყველა ამოცანა განიხილება პუას..ის განტოლების მაგალითზე მართკუთხედში.

A.Bliadze

ESTIMATION OF THE CONVERGENCE RATE OF SOME ITERATION METHODS

Summary

Different wersions of decomposition of regions for elliptical - type boundary value problems are considered. Exact estimation of the convergence rate for the division of regions and Schwarz methods in the case of a Dirichlet problem have been obtained by means of the modified Chebyshev polynomial property. Similar estimations have been obtained for the iteration method of the solution of the Bitsadze - Samarski problem. All problems are considered with reference to Poisson' s equation in a rectangle.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1967

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОРГАНИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯЦИОННЫМ РОБОТОМ

М.И.Шишагин, Н.Б.Лавренчук

Введение. Различные подходы к проблеме автоматического управления манипуляторами, в основном, предлагают два варианта организации движения исполнительного органа.

В первом случае система управления манипулятором на основе целеуказаний и текущих данных оценивает ситуацию и планирует закон перемещения (траекторию) схвата в рабочем пространстве. Это планирование, осуществляемое на верхнем уровне системы управления, заключается в построении последовательности состояний (в матричной форме), которым соответствуют некоторые дискретные положения схвата (характерной точки схвата) в рабочем пространстве. Затем система управления манипулятором вырабатывает траекторию движения схвата, проходящую через эти запланированные "узловые точки".

Во втором случае движение манипулятора непрерывно отслеживается системой восприятия робота, которая вырабатывает команды на каком-нибудь языке отношений между целевой точкой и текущими положениями манипулятора. Причем, целеуказания, в соответствии с которыми отслеживается движение манипулятора, формируются на основе значений некоторого функционала, либо отношения "выше", "ниже" и т.д.

В первом варианте организация управления манипулятором во многом зависит от априорных целеуказаний, на основе которых осуществляется детерминированное планирование закона движения исполнительного органа в рабочем пространстве.

Во втором варианте автоматического управления манипулятором отслеживание движения исполнительного органа во многом зависит от априорного критерия оценок и система управления ограничивается "локальным планированием" закона движения ввиду отсутствия интегральных оценок функционирования манипулятора в рабочем пространстве.

В данной работе предлагается подход к организации управления манипулятором, позволяющий роботу на основе обучения вырабатывать интегральные оценки о системе

(исполнительный орган манипулятора) +

(рабочее пространство)

с целью формирования тактической схемы управления манипулятором в рабочем пространстве.

В основе предлагаемого подхода к организации управления лежит метод вероятностно-статистического моделирования и структуризации динамической системы.

В работе /I/ приводится достаточно универсальный метод описания исследуемого "объекта" на языке динамической системы, позволяющий выявлять предпочтительные значения параметров и формировать для них оценочные матрицы. Это необходимо для компактной" записи данных в управляющей компьютерной системе и

задания соответствующих норм и требований, отражающих свойства и показатели исследуемого "объекта", а именно,
$\vec{x} \in E_r$, $\vec{y} \in E_s$, $\vec{z} \in E_n$.

Положим, что кортежи входных и выходных переменных, а также состояния динамической системы являются точками евклидова пространства.

Переменные величины динамической системы связаны уравнениями

$$\vec{z}(t)=F\left(z(t_0), \vec{x}(\tau)\right), \quad \vec{y}(t)=G\left(\vec{z}(t_0), \vec{x}(\tau)\right),$$

где F – оператор переходов, а G – оператор выходов. При исследовании динамической системы каждому прообразу $G^{-1}(c)$ и $F^{-1}(c)$ (c – адрес элементарного "кубика" адресной структуры множества значений выходного вектора, либо множества значений вектора состояния) по некоторому правилу ставится в соответствие нечеткое множество $f\text{-}G^{-1}(c)$ $(f\text{-}F^{-1}(c))$.

Такой подход позволяет приписывать динамической системе "нечеткий двойник" $f\text{-}S$, удобный для получения необходимой и достаточной информации о предпочтительных значениях координат вектора состояния $\vec{z}(t_0)$, определяющих нахождение точки $F(\vec{z}(t_0))$ в заданной области пространства E_n и точки $G(\vec{z}(t_0))$ в заданной области пространства E_s. Причем, вся необходимая и достаточная информация о динамической системе записывается в форме оценочных матриц, которые состоят только из элементов трех видов: "I", "0", "-I".

Элементы "I" и "-I" оценочной матрицы показывают, что значения координат вектора состояния $\vec{z}=(z_1,\ldots,z_n)$

с весовым коэффициентом "I" появляются "достаточно часто", а значения координат вектора состояния с весовым коэффициентом "I" — "очень редко", при условии, что точка $F(\vec{z})$ находится в заданной области n-мерного евклидова пространства E_n, либо точка $G(\vec{z})$ находится в заданной области s-мерного евклидова пространства E_s.

I. Моделирование перемещения схвата манипуляционного робота в рабочем пространстве

Моделирование осуществляется на манипуляторе (кинематическая схема которого изображена на рис. I) в рабочем пространстве с адресной структурой B. (См. приложение I).

К рабочему органу манипулятора, имеющему семь степеней свободы, приложены силы, развиваемые приводами, и силы сопротивления: силы веса звеньев рабочего органа, силы сухого трения, возникающие в шарнирных сочленениях кинематической цепи и приводов, а также сила полезной нагрузки, приложенная к захватывающему органу.

Положение схвата исполнительного органа манипулятора в рабочем пространстве определяется обобщенными координатами исполнительного органа. За обобщенные координаты исполнительного органа примем углы $q_{\alpha\beta}$, образуемые звеньями кинематической цепи друг с другом и с осями лабораторной системы координат (рис. I). Кинематическая цепь исполнительного органа манипулятора состоит из трех шарнирно соединенных звеньев. В общем случае каждое звено может быть конструктивно оформлено в виде нескольких приводов. Силовой привод (электрический, гидравлический или пневматический) состоит из неподвижного корпуса (цилиндр, статор электродвигателя) и подвижной части (поршень, ротор электродвигателя).

Центр тяжести всего звена в процессе его движения меняет свое положение в пространстве не только относительно неподвижной системы координат XYZ, но и в пределах самого звена кинематической цепи, и на основе метода приведения силы и масс все силы, действующие на звено, приложены к этой точке.

Проблема управления манипулятором состоит в том, чтобы при заданном наборе требуемых значений переменных

$$q_{1x},\ q_{1y},\ q_{1z},\ q_{2x},\ q_{2z},\ q_{3x},\ q_{4x},$$

а также начальных значений этих переменных определить импульсы напряжений по полярности и ширине, подаваемые на каждый серводвигатель, для перемещения схвата в заданную область рабочего пространства. Для вычисления ширины импульса напряжения используются уравнения, связывающие угловые ускорения с приведенными моментами сил. Затем по найденным моментам вращения шарниров с учетом передаточного коэффициента и мощности двигателя получается требуемая величина момента вращения серводвигателя и соответствующий пусковой ток /2/.

В дальнейшем рассматривается случай, когда приведенные моменты сил и моменты инерции являются функциями лишь положения звеньев манипулятора.

Система уравнений для приведенных моментов сил имеет вид:

$$J_{1x}\ddot{q}_{1x}=M_{1x},\quad J_{2x}\ddot{q}_{2x}=M_{2x},$$

$$J_{1y}\ddot{q}_{1y}=M_{1y},\quad J_{2z}\ddot{q}_{2z}=M_{2z},$$

$$J_{1z}\ddot{q}_{1z}=M_{1z},\quad J_{3x}\ddot{q}_{3x}=M_{3x},$$

$$J_{4x}\ddot{q}_{4x}=M_{4x},$$

где $J_{1x}, J_{1y}, J_{1z}, J_{2x}, J_{2z}, J_{3x}, J_{4x}$ – приведенные моменты инерции, $M_{1x}, M_{1y}, M_{1z}, M_{2x}, M_{2z}, M_{3x}, M_{4x}$ – приведенные моменты сил.

В каждый момент времени состояние манипулятора определяется вектором:

$$\Phi=(q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x},$$

$$\ddot{q}_{1x}, \ddot{q}_{1y}, \ddot{q}_{1z}, \ddot{q}_{2x}, \ddot{q}_{2z}, \ddot{q}_{3x}, \ddot{q}_{4x}, R).$$

Углы $q_{1x}, q_{1z}, q_{2x}, q_{4x}$ принимают значения из интервала $(-\pi, \pi)$, углы q_{1y}, q_{2z}, q_{3x} – из интервала $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, угловые ускорения из интервала $(-\varphi, \varphi)\frac{радиан}{сек^2}$, а сила полезной нагрузки R_H принимает значения $R_1 \leq R_H \leq R$.

Введем оператор $T(q)$, вычисляющий координаты точки B (схват манипулятора) в системе координат xyz в зависимости от компонент вектора

$$q=(q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x}),$$

а именно: $(x, y, z)=T(q)$.

На первом этапе моделирования перемещения схвата устанавливается распределение точек $(x(q), y(q), z(q)) \in \Psi$ по элементарным адресам (по элементарным "кубикам") адресной структуры $\mathcal{B}$ рабочего пространства Ψ.

С этой целью:

1. Интервалы значений для углов, угловых ускорений и R_H разбиваются на K равных отрезков и получается упорядоченный набор:

$$\theta = \left(q_{1x}^{(1)}, q_{1x}^{(2)}, \ldots, q_{2x}^{(K)}, q_{1y}^{(1)}, \ldots\right),$$

$$\left(-\pi, -\pi + \frac{2\pi}{K}\right], \left(-\pi + \frac{2\pi}{K}, -\pi + 2\frac{2\pi}{K}\right], \ldots, \left(\pi - \frac{2\pi}{K}, \pi\right), \ldots,$$

в котором компоненты $q_{1x}^{(1)}, q_{1x}^{(2)}, \ldots, q_{1x}^{(K)}$ представляют собой угол q_{1x} с соответствующими отрезками интервала $(-\pi, \pi)$, аналогично для других компонентов вектора Φ.

2. Разыгрывается вектор Φ как случайный вектор с независимыми компонентами /3,4,5/. Значения углов q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x} и значения полезной нагрузки R_H разыгрываются по закону равномерного распре - деления, а значения ускорений $\ddot{q}_{\alpha\beta}$ по закону нормального распределения с плотностью

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}, \text{ где } \sigma = \frac{\varphi}{3}.$$

3. Производится оценка значений вектора Φ (конфигураций исполнительного органа манипулятора). При оценке руководствуются следующими соображениями:

а) перегрузки, возникающие в сочленениях исполнительного органа манипулятора, не должны вызывать механических повреждений:

$$|J_{1x}\ddot{q}_{1x}| < K_{1x}, \qquad |J_{2x}\ddot{q}_{2x}| < K_{2x},$$

$$|J_{1y}\ddot{q}_{1y}| < K_{1y}, \qquad |J_{2z}\ddot{q}_{2z}| < K_{2z},$$

$$|J_{1z}\ddot{q}_{1z}| < K_{1z}, \qquad |J_{3x}\ddot{q}_{3x}| < K_{3x},$$

$$|J_{4x}\ddot{q}_{4x}| < K_{4x},$$

б) не должны возникать неестественные "закручивания" звеньев исполнительного органа манипулятора (неестественные конфигурации исполнительного органа).

4. Вычисляются адреса элементарных "кубиков" рабочего пространства ψ, содержащих точки с координатами схвата $(x(q), y(q), z(q))$.

На втором этапе формируются доминирующие значения компонент вектора состояния ($q, \ddot{q}, R_H$) для каждого элементарного адреса $(C) = C_1 C_2 \dots C_N$ (См. приложение I). В результате процесса моделирования мы имеем для каждого элементарного адреса (C) соответствующую матрицу $S\{(C)\}$, в столбцах которой записаны количества выпаданий (появлений) значений величин $q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x}$, $\ddot{q}_{1x}, \ddot{q}_{1y}, \ddot{q}_{1z}, \ddot{q}_{2x}, \ddot{q}_{2z}, \ddot{q}_{3x}, \ddot{q}_{4x}, R_H$

в соответствующих подинтервалах интервалов изменения этих величин.

Выпишем матрицу $S'\{(c)\}$ в развернутом виде

$$S\{(c)\} = \begin{array}{c} q_{1x}, \quad q_{1y}, \ldots, R_H \\ \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \ldots & S_{1,15} \\ S_{21} & S_{22} & \ldots & S_{2,15} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{K1} & S_{K2} & \ldots & S_{K,15} \end{bmatrix} \end{array}$$

где S_{ij} - число выпаданий значения j-ой компоненты вектора Φ^{ij} в отрезке i $(q_j^{(i)})$ интервала значений величины q_j.

Если элементарный "кубик" с адресом (c) содержит Ω точек $(x(q), y(q), z(q))$, то существенными можно считать те значения компонент вектора Φ, для которых

$$S_{ij} > n'_j \frac{\Omega}{n_j} \quad \text{или} \quad S_{ij} < n''_j \frac{\Omega}{n_j} \quad \left(\begin{array}{c} i = \overline{1,K} \\ j = \overline{1,15} \end{array} \right),$$

где n'_j и n''_j - пороговые величины, удовлетворяющие условию $1 < n''_j < n'_j < n_j$, а n_j - число отрезков, на которые разбит интервал значений для j-ой компоненты вектора Φ $(n_j = K, \; j = \overline{1,15})$. В соответствии с этим имеем оценочную $K \times 15$- матрицу $A\{(c)\}$, в которой

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } & S_{ij} > n'_j \dfrac{\Omega}{K}, \\ -1, \text{ если } & S_{ij} < n''_j \dfrac{\Omega}{K}, \\ 0, \text{ если } & n''_j \dfrac{\Omega}{K} < S_{ij} < n'_j \dfrac{\Omega}{K}. \end{cases}$$

Выпишем оценочную $K \times 15$ -матрицу $A\{(c)\}$ в развернутом виде:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} q_{1x} & q_{1y} \;\cdots & R_H \end{array} \\ A\{(c)\} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,15} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,15} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{K1} & a_{K2} & \cdots & a_{K,15} \end{bmatrix} \end{array}$$

Элементы матрицы $A\{(c)\} = (a_{ij})_{i=\overline{1,K},\ j=\overline{1,15}}$, отличные от 0, определяют доминирующие значения компонент $q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x}, \ddot{q}_{1x}, \ddot{q}_{1y}, \ddot{q}_{1z}, \ddot{q}_{2x}, \ddot{q}_{2z}, \ddot{q}_{3x}, \ddot{q}_{4x}, R_H$ вектора состояния Φ при заданных пороговых величинах. Элементы "+1" и "-1" оценочной матрицы $A\{(c)\}$ показывают, что значения компонент вектора состояния Φ с весовым коэффициентом "1" появляются "достаточно часто", а значения компонент вектора состояния Φ с весовым коэффициентом "-1" появляются "очень редко" при условии, что точка B (схват манипулятора) находится в элементарном "кубике" с адресом (c), а конфигурации звеньев исполнительного органа манипулятора удовлетворяют требованиям а) и б) (а) и б) - условия, при которых осуществляются оценки значений разыгрываемого вектора Φ).

Число строк k матрицы $\mathcal{A}\{(c)\}$ следует задавать таким, чтобы различным элементарным адресам (c) соответствовали различные матрицы, имеющие единичные элементы.

Множество оценочных матриц $\mathcal{A}\{(c)\} = (a_{ij})_{i=\overline{1,K},\ j=\overline{1,15}}$ по всем элементарным адресам (элементарным "кубикам") назовем "концептом" состояний схвата манипуляционного робота в рабочем пространстве $\mathcal{V}$. Таким образом, мы имеем

$$Con(\mathcal{B}) = \{\mathcal{A}\{(c)\} : (c) = c_1 c_2 \ldots c_N \in \mathcal{B}\},$$

где $\mathcal{B}$ - множество всех элементарных адресов. Следует заметить, что "концепт" вырабатывается при помощи ЭВМ и является результатом обучения манипуляционного робота.

2. Тактическая схема управления манипуляционным роботом (алгоритм)

Пусть необходимо переместить точку B, связанную со схватом манипуляционного робота, в точку (x_0, y_0, z_0) глобальной (лабораторной) системы координат XYZ. Вычислив элементарный адрес точки (x_0, y_0, z_0), воспользуемся оценочной матрицей $\mathcal{A}\{(c)\}$ этого элементарного адреса для построения тактической схемы управления манипуляционным роботом в рабочем пространстве без препятствий.

Положим, что в начале управления компоненты вектора $(q, \ddot{q})$ имеют значения:

$$(q_0, \ddot{q}_0) = (q^0_{1x}, q^0_{1y}, q^0_{1z}, q^0_{2x}, q^0_{2z}, q^0_{3x}, q^0_{4x}, 0, \ldots, 0).$$

При управлении манипуляционным роботом придерживаемся следующей стратегии:

I. Разыгрывается вектор $q = (q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x})$

как случайный вектор с независимыми компонентами, сами компоненты разыгрываются по закону с плотностью распределения

$$\underset{(\xi \in \Delta q^i)}{P(\xi)} = \begin{cases} \dfrac{P_1}{K_1 |\Delta q^i|}, & \text{если подинтервалу значений } \Delta q^i \text{ соответствует весовой коэффициент "I"} \\ \dfrac{P_0}{K_0 |\Delta q^i|}, & \text{если подинтервалу значений } \Delta q^i \text{ соответствует весовой коэффициент "0",} \\ \dfrac{P_{-1}}{K_{-1} |\Delta q^i|}, & \text{если подинтервалу значений } \Delta q^i \text{ соответствует весовой коэффициент "-I",} \end{cases}$$

где K_1, K_0, K_{-1} - количество подинтервалов интервала изменений, которым соответствуют весовые коэффициенты "I", "0", "-I" оценочной матрицы $\mathcal{A}\{(c)\}$ элементарного адреса $(c) = c_1 c_2 \ldots c_N$. Числа P_1, P_0, P_{-1} удовлетворяют условию $P_1 > P_0 > P_{-1}$ $(P_1 + P_0 + P_{-1} = 1)$.

(например, $P_1 = 07$; $P_0 = 0{,}2$; $P_{-1} = 0{,}1$).

Допустимыми значениями вектора q считаются те, для которых не менее 4-х компонент принимают значения в области интервалов изменений, которым соответствует весовой коэффициент "I" оценочной матрицы $A\{(c)\}$, и не более 2-х компонент принимают значения в области интервалов изменений, которым соответствует весовой коэффициент "-I" оценочной матрицы $A\{(c)\}$.

2. Обеспечивается режим перевода исполнительного органа из начальной конфигурации

$$q^0 = (q^0_{1x}, q^0_{1y}, q^0_{1z}, q^0_{2x}, q^0_{2z}, q^0_{3x}, q^0_{4x})$$

в новую конфигурацию

$$q = (q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x})$$

с учетом того, что должны выполняться условия $|\ddot{q}_j| < \varphi_j \ (j=\overline{1,7})$, где φ_j – некоторые мажорирующие величины, взятые из подинтервалов изменений угловых ускорений $\ddot{q}_j$, которым соответствует весовой коэффициент "I" оценочной матрицы $A\{(c)\}$ (на рис. 2 приводятся режимы изменения величин $q_j(t)$, $\dot{q}_j(t)$ и $\ddot{q}_j(t)$.

Подаются импульсы необходимой ширины на серводвигатели, обеспечивающие переход к требуемой конфигурации исполнительного органа манипулятора и "глазом" системы (телекамерой манипуляционного робота) осуществляется оценка результата манипулирования (схват должен переместиться в элементарный "кубик" с адресом (c')). В случае неточного перемещения схвата процесс формирования углов следует продолжить.

В пространстве конфигураций исполнительного органа

$$q = (q_{1x}, q_{1y}, q_{1z}, q_{2x}, q_{2z}, q_{3x}, q_{4x})$$

каждому элементарному "кубику" с адресом (c) соответствует некоторая область Q (в частности пустое множество), точки которого обеспечивают нахождение схвата манипулятора в "кубике" с заданным адресом, а также некоторая область $Q^{(c)}$ точки которой возникают при моделировании перемещения схвата в "кубик" с этим же адресом.

Пусть $Q \cap Q^{(c)}$ имеет объем v, а $Q^{(c)}$ имеет объем V. Тогда вероятность удачного перемещения схвата манипулятора в заданный адрес в результате одной попытки приближенно оценивается значением $P = \frac{v}{V}$.

Конечно, возможны различные модификации предложенной схемы управления. Но принципиально то, что во всех модификациях должен использоваться "концепт" состояний схвата манипуляционного робота в рабочем пространстве. Применение "концепта" обусловлено тем, что эта информация является объективной характеристикой моторных функций манипулятора.

<u>Заключение.</u> Задача управления манипуляционным роботом в рабочем пространстве, рассматриваемая как моделирование моторного поведения биологического аналога — человеческой руки, связана с обработкой больших объемов информации. Следует признать, что для успешного решения этой задачи необходимо создание методов обработки и фиксирования больших объемов информации в компактной форме, а искусственное упрощение за-

дачи и "боязнь" вычислительных затрат позволяет осуществить лишь элементарные схемы управления, основанные на "жестком" планировании. В настоящей работе делается попытка разработать метод, позволяющий фиксировать всю необходимую и достаточную информацию о системе

(исполнительный орган манипулятора) +
(рабочее пространство)

в "компактной форме" ("концепт") на этом этапе обучения с целью автономного формирования рандомизированной схемы управления манипуляционным роботом в рабочем пространстве.

Процедуры построения управляющей программы исполнительным органом заключаются в следующем. Интервалы значений углов, образуемых звеньями кинематической цепи исполнительного органа (обобщенные координаты), а также интервалы угловых ускорений разбиваются на отрезки. В процессе обучения на основе оценок экспериментальных положений (конфигураций) звеньев исполнительного органа, разыгрываемых методом Монте-Карло, формируются доминирующие отрезки интервалов значений углов и угловых ускорений с весовыми коэффициентами "I" и "-I". Весовые коэффициенты "I" и "-I" указывают на то, что при целенаправленном перемещении охвата значения оцениваемых отрезков с весовым коэффициентом "I" появляются "достаточно часто", а значения оцениваемых отрезков с весовым коэффициентом "-I" появляются "очень редко". Функционирование манипуляционного робота определяется отрезками, которым приписываются весовые коэффициенты "I" и "-I", а отрезки, лишенные этих весовых коэффициентов (с весовым коэффициентом "0"), считаются несущественными.

Управление манипуляционным роботом заключается в том, что положения звеньев исполнительного органа разыгрываются методом Монте-Карло и допустимыми считаются те положения, для которых определенный процент значений углов и угловых ускорений попадает в отрезки с весовыми коэффициентами "I" и "-I". Причем, распределение "весов", характеризующих значения углов и угловых ускорений при определенном состоянии исполнительного органа, является тем объективным фактором, который в конечном счете определяет моторное функционирование манипуляционного робота. Разумеется, человек-оператор может вмешаться в процесс формирования моторных функций манипуляционного робота. Для этого ему достаточно изменить (варьировать) порговые величины для формирования "весовых коэффициентов", приписываемых отрезкам интервалов значений углов и угловых ускорений. Но возложив способность к корректировке на сенсорные системы манипуляционного робота посредством обратной связи, можно придать ему полную автономию.

Приложение I

Иерархическая структура рабочего пространства манипуляционного робота

Вначале рассмотрим иерархическую структуру, определенную на интервале $[-\ell_x, \ell_x]$ оси X. Для формирования "адресов" точек, принадлежащих интервалу $[-\ell_x, \ell_x]$, можно задать бинарную древовидную структуру T_x подотрезков этого интервала. С этой целью интервал $[-\ell_x, \ell_x]$ делится пополам, затем каждая половина также делится пополам и т.д. Таким образом, T_x – множество подотрезков, полученных таким разбиением.

Пусть $\mathcal{B}$ обозначает множество всех бинарных последовательностей $(a) = a_1 a_2 \cdots a_N$, $a_i \in \{0,1\}$, $i = \overline{1,N}$ длины N.

Пусть f_x будет следующим инъективным отображением $\mathcal{B}$ в T_x :

$$(a) \xrightarrow{f_x} (d_x, d_x^*] = \Delta_x ,$$

где $d_x \triangleq -\ell_x \left(1 - \sum\limits_{i=2}^{N} a_i 2^{1-i}\right)$, $\quad d_x^* \triangleq d_x + \ell_x 2^{1-N}$, $\quad$ если $a_1 = 0$,

и $d_x^* \triangleq \ell_x \left(1 - \sum\limits_{i=2}^{N} \overline{a}_i 2^{1-i}\right)$, $\quad d_x^* \triangleq d_x^* - \ell_x 2^{1-N}$, $\quad$ если $a_1 = 1$,

$$\text{где} \quad \overline{a}_i = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i = 0, \\ 0, & \text{если } a_i = 1. \end{cases}$$

Пусть T_y обозначает бинарную древовидную структуру подотрезков интервала $[-\ell_y, \ell_y]$, а T_z обозначает бинарную древовидную структуру подотрезков интервала $[0, \ell_z]$. Аналогично инъективному отображению f_x определяются инъективные отображения f_y и f_z. Например, укажем инъективное отображение f_z :

$$\mathcal{B} \xrightarrow{f_z} T_z, \quad (a) \xrightarrow{f_z} (d_z, d_z^*] = \Delta_z ,$$

где $d_z \triangleq -\ell_z \left(1 - \sum\limits_{i=2}^{N} a_i 2^{-i}\right)$, $\quad d_z^* \triangleq d_z + \ell_z \cdot 2^{-N}$, $\quad$ если $a_1 = 0$, и $d_z^* \triangleq \ell_z \left(1 - \sum_{i=2}^{N} \bar{a}_i 2^{-i}\right)$, $d_z \triangleq d_z^* - \ell_z 2^{-N}$, если $\bar{a}_1 = 1$,

где $$\bar{a}_i = \begin{cases} 1, \text{ если } a_i = 0, \\ 0, \text{ если } a_i = 1. \end{cases}$$

Инъективные отображения f_x, f_y и f_z позволяют рассматривать бинарные последовательности (a) как "адреса" подотрезков исходных интервалов.

Мы определяем рабочее пространство манипулятора как множество точек (x, y, z), принадлежащих глобальной системе координат XYZ и удовлетворяющих следующим условиям:

$$\Psi = \{(x, y, z) /$$

$$x \in [-\ell_x, \ell_x], \; y \in [-\ell_y, \ell_y], \; z \in [0, \ell_z]\}.$$

(Глобальная система координат XYZ связана, как правило, с основанием манипулятора).

Элементарные области - это элементарные "кубики", образованные разбиением рабочего пространства Ψ плоскостями, параллельными координатным плоскостям глобальной системы координат XYZ. Мы имеем $2^{N_1}-1$ секущих плоскостей, параллельных координатной плоскости YZ, $2^{N_2}-1$ секущих плоскостей, параллельных координатной плоскости XZ и $2^{N_3}-1$ секущих плоскостей, параллельных координатно плоскости XY. Каждому элементарному "кубику"

$$(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) \overset{\Delta}{=} \{(x,y,z) \,/\, x\in\Delta_x,\ y\in\Delta_y,\ z\in\Delta_z\}$$

можно приписать адрес- бинарную последовательность $(c)=c_1c_2\cdots c_N$, $c_i\in\{0,1\}$, $i=\overline{1,N}$. Выпишем подпоследовательности (c'), (c''), (c''') последовательности (c), составленные соответственно из элементов с номерами, дающими при делении на 3 в остатке I,2 и делящимися на 3 (сравнимыми по модулю 3 с I, 2 и 0). Легко видеть, что инъективные отображения f_x, f_y и f_z позволяют считать бинарные последовательности (c) в качестве "адресов" элементарных "кубиков": $f\equiv(f_x, f_y, f_z):(c)\longrightarrow(\Delta_x,\Delta_y,\Delta_z)$,

где

$$f_x:(c')\rightarrow\Delta_x,\quad f_y:(c'')\rightarrow\Delta_y,\quad f_z:(c''')\rightarrow\Delta_z$$

$$(c')=c_1\cdots c_{N_1},\quad (c'')=c_2\cdots c_{N_2},\ (c''')=c_3\cdots c_{N_3}$$

Множество $\mathcal{B}$ всех бинарных последовательностей длины N назовем адресной структурой ранга N рабочего пространства ψ манипулятора, а бинарную последовательность (c), приписанную элементарному "кубику" $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$, назовем его элементарным адресом.

Нетрудно вычислить элементарный адрес для любой точки (x,y,z), принадлежащей рабочему пространству ψ. Пусть $0<x<l_x$. Тогда $c_1'=1$ и c_i $(i=2,3,\dots,N_1)$

$N_1 = \left[\frac{N}{3}\right] + \left[\frac{res(N,3)+1}{2}\right]$ вычисляются посредством рекурентных соотношений:

$$\bar{c}'_i = [2\xi_i], \quad \xi_i = 2\xi_{i-1} - \bar{c}'_{i-1},$$

$$\xi_3 = 2\xi_2 - \bar{c}'_2, \quad \xi_2 = 1 - \frac{1}{l_x}.$$

А значит, можно вычислить $c'_i \left(i = 2, 3, \ldots, N_1 = \left[\frac{N}{3}\right] + \left[\frac{res(N,3)+1}{2}\right] \right)$

используя
$$c'_i = \begin{cases} 1, \text{ если } \bar{c}'_i = 0, \\ 0, \text{ если } \bar{c}'_i = 1. \end{cases}$$

Аналогично вычисляются элементы последовательностей (C'') и (C'''). На основании последовательностей (C'), (C'') и (C''') строится элементарный адрес для точки (x, y, z):

$$(C) = C'_1 C''_1 C'''_1 C'_2 C''_2 \ldots$$

<u>Примечание</u>. $[x]$ = наибольшее число целое $\leq x$, $res(n, m)$ обозначает остаток при делении n на m.

Поступила 12.У.1986

Институт систем управления
АН ГССР

Литература

1. М.И.Шимигин, Н.Б.Лавренчук. Метод вероятностно-статистического моделирования и структуризации динамической системы.

Труды ТГУ, кибернетика, прикл.математика, 268, 1986.

2. Р.Пол. Управление траекторией руки с помощью вычислительной машины. Сб. Интегральные роботы. М., "Мир", 1973.
3. Б.В.Чавчанидзе. Метод случайных испытаний (метод Монте-Карло). Труды Института физики АН ГССР. т.Ш, 1965.
4. В.В.Чавчанидзе. Применение метода случайных испытаний к расчету внутриядерного каскада. Изв. АН СССР, серия физическая, т.XIX, № 6, 1955.
5. И.М.Собоаль. Численные методы Монте-Карло. М., "Наука", 1978.

მ. შიშიგინი, ნ. ლავრენჩუკი

მანიპულაციური რობოტის მართვის ორგანიზაციის ერთ-ერთი საშუალების შესახებ

რეზიუმე

მანიპულაციური რობოტის მართვის ტაქტიკური სქემის შესამუშავებლად, ნაშრომში შემოთავაზებულია მეთოდი, რომლის საშუალებითაც, დასწავლის საფუძველზე, რობოტი გამოიმუშავებს ინტეგრალურ შეფასებებს სისტემის (შემსრულებელი ორგანო + სამუშაო სივრცე) შესახებ.

M.Shishigin, N.Lavrenchuk

ON ONE METHOD OF MANIPULATION ROBOT CONTROL ORGANIZATION

Summary

An approach to manipulation control organization, allowing a robot, on the basis of training, to make integral estimations of a system (a manipulator executive member) + (a working space) in order to form a manipulator control tactical scheme in the working space is suggested.

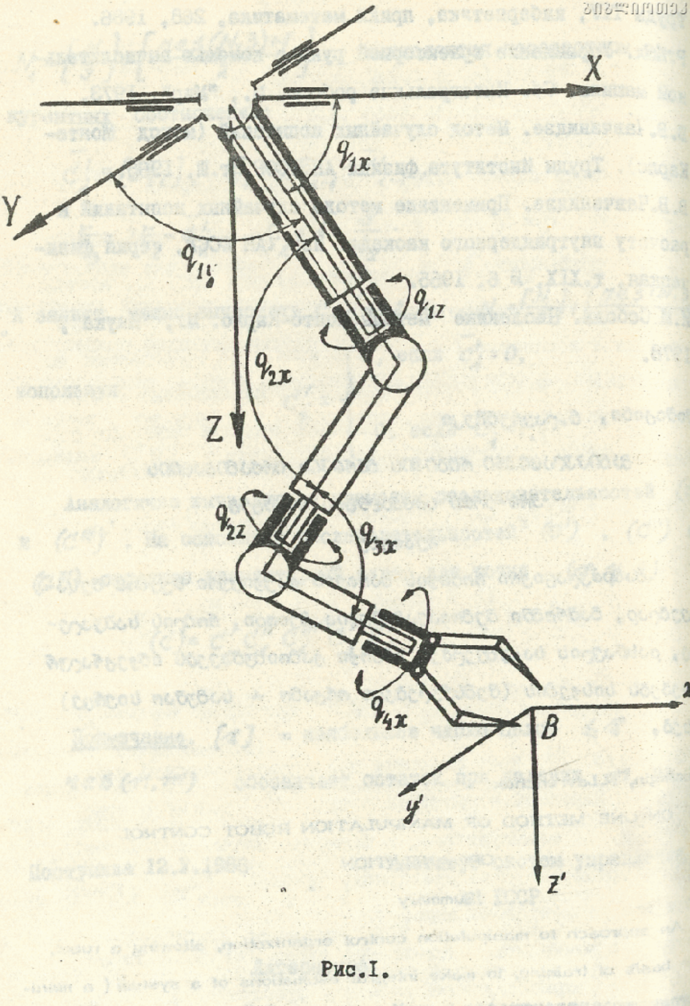

Рис.I.

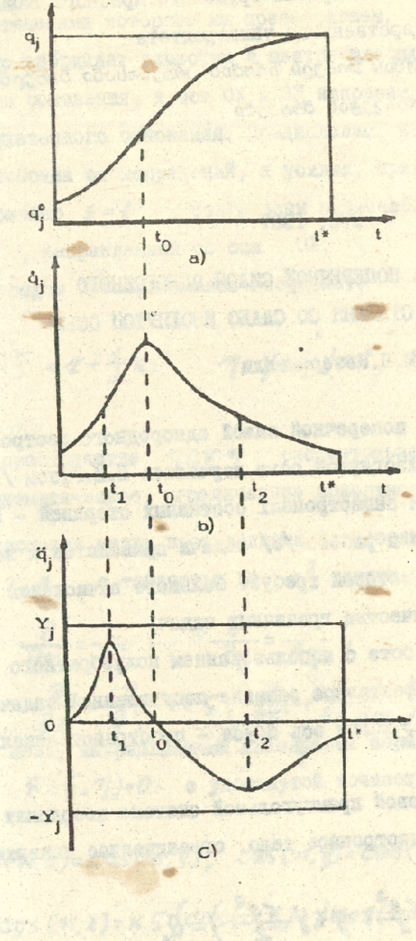

Рис.2.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ЗАДАЧА ИЗГИБА ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛОЙ ОДНОРОДНОГО АНИЗОТРОПНОГО СТЕРЖНЯ СО СЛАБО ИЗОГНУТОЙ ОСЬЮ

М.И.Кезерашвили

Задача изгиба поперечной силой однородного изотропного стержня со слабо изогнутой осью изучалась П.М.Ризом /I/, А.К. Рухадзе /2/, а для анизотропных составных стержней – Г.М.Хатиашвили /3/, однако в работе /3/ задача приводится к задаче Альманзи, решение которой требует большого вычисления из-за значительного количества граничных задач.

В настоящей работе с использованием полуобратного метода Сен-Венана дано эффективное решение поставленной задачи при более общем случае, когда ось бруса – пространственная кривая.

Пусть в декартовой прямоугольной системе координат ХОУ дано однородное анизотропное тело, ограниченное поверхностью

$$F\left(x+\frac{kz^2}{2},\ y+\gamma\frac{kz^2}{2}\right)=0, \qquad (I)$$

где γ – постоянная, а k – малый параметр, квадратом и высшими степенями которого мы пренебрегаем.

Начало координат поместим в центре инерции нижнего закрепленного основания, а оси ОХ и ОУ направим по главным осям инерции указанного основания. Предположим, что боковая поверхность свободна от напряжений, а усилия, приложенные к верхнему основанию $z=l$, статически эквивалентны изгибающей силе W, направленной по оси ОХ.

Произведем преобразование координат:

$$\xi = x+\frac{1}{2}\kappa z^2, \quad \eta = y+\frac{1}{2}\gamma\kappa z^2, \quad \zeta = z, \tag{2}$$

тогда в пространстве $\zeta O \xi \eta$ рассматриваемое тело переходит в призматическое, ограниченное поверхностью $F(\xi,\eta)=0$.

Соотношения между производными по координатам ξ, η, ζ и x, y, z с точностью до κ^2 имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial \eta}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial \zeta}+\kappa\zeta\left(\frac{\partial}{\partial \xi}+\gamma\frac{\partial}{\partial \eta}\right),$$

а связь между направляющими косинусами нормали поверхностей (I) и $F(\xi,\eta)=0$ с упомянутой точностью будет:

$$\cos(n,x)=\cos(n,\xi), \quad \cos(n,y)=\cos(n,\eta), \tag{4}$$

$$\cos(n,z)=\kappa\zeta\left[\cos(n,\xi)+\gamma\cos(n,\eta)\right].$$

Воспользуемся этими формулами и преобразуем основные уравнения равновесия упругого тела и граничные условия к координатам ξ, η, ζ.

Для этого будем исходить из компонентов смещения, которые при $\kappa=0$ дают компоненты смещения задачи изгиба поперечной силой однородного призматического стержня, ограниченного поверхностью $F(\xi,\eta)=0$, т.е.

$$u=\frac{a}{2}\left[(l-\zeta)(\sigma_1\xi^2-\sigma_2\eta^2)+l\zeta^2-\frac{1}{3}\zeta^3\right]+a\kappa u_1,$$

$$v=\frac{a}{2}(l-\zeta)(\sigma_3\xi^2+2\sigma_2\xi\eta)+a\kappa v_1, \tag{5}$$

$$w=-a\left[(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2)\xi+\xi\eta^2+\chi(\xi,\eta)\right]+a\kappa w_1,$$

где $\chi(\xi,\eta)$ - функция изгиба, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - упругие постоянные, u_1, v_1, w_1 - искомые дополнительные смещения, а

$$a=\frac{W}{\iint\limits_S E\xi^2 d\xi d\eta}.$$

Мы в формуле (5) опускаем члены, соответствующие задаче кручения.

Компоненты деформации и напряжений, соответствующие смещениям (5) с точностью до κ^2, будут:

$$l_{xx}=a(l-\zeta)\sigma_1\xi+akl_{11},\quad l_{yy}=a(l-\zeta)\sigma_2\xi+akl_{22},\quad l_{xy}=a(l-\zeta)\sigma_3\xi+akl_{12},$$

$$l_{zz}=-a(l-\zeta)\xi-ak\zeta\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2+\eta^2+\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)-a\gamma k\zeta\left(2\xi\eta+\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+akl_{33},$$

$$l_{xz}=-\frac{a}{2}\left(\sigma_1\xi^2-\sigma_2\eta^2+2\eta^2+2\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+ak\zeta(l-\zeta)\sigma_1\xi-a\gamma k\zeta(l-\zeta)\sigma_2\eta+akl_{13},$$

$$l_{yz}=-\frac{a}{2}\left(\sigma_3\xi^2+2\sigma_2\xi\eta+4\xi\eta+2\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+ak\zeta(l-\zeta)(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)+a\gamma k\zeta(l-\zeta)\sigma_2\xi+akl_{23},$$

$$X_x=-Gak\zeta\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2+\eta^2+\frac{\partial\chi}{\partial\xi}\right)-Ga\gamma k\zeta\left(2\xi\eta+\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+ak\tau_{11},$$

$$Y_y=-Fak\zeta\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2+\eta^2+\frac{\partial\chi}{\partial\xi}\right)-Fa\gamma k\zeta\left(2\xi\eta+\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+ak\tau_{22},$$

$$X_y=-Tak\zeta\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2+\eta^2+\frac{\partial\chi}{\partial\xi}\right)-Ta\gamma k\zeta\left(2\xi\eta+\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+ak\tau_{12},$$

$$Z_z=-Cak\zeta\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2+\eta^2+\frac{\partial\chi}{\partial\xi}\right)-Ca\gamma k\zeta\left(2\xi\eta+\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)-Ea(l-\zeta)\xi+ak\tau_{33},$$

$$X_z=-\frac{a}{2}\left[M\left(\sigma_1\xi^2-\sigma_2\eta^2+2\eta^2+2\frac{\partial\chi}{\partial\xi}\right)+N\left(\sigma_3\xi^2+2\sigma_2\xi\eta+4\xi\eta+2\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)\right]+$$
$$+ak\zeta(l-\zeta)\left[M\sigma_1\xi+N(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)\right]-a\gamma k\zeta(l-\zeta)\sigma_2(M\eta-N\xi)+ak\tau_{13},$$

$$Y_z=-\frac{a}{2}\left[N\left(\sigma_1\xi^2-\sigma_2\eta^2+2\eta^2+2\frac{\partial\chi}{\partial\xi}\right)+L\left(\sigma_3\xi^2+2\sigma_2\xi\eta+4\xi\eta+2\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)\right]+$$
$$+ak\zeta(l-\zeta)\left[N\sigma_1\xi+L(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)\right]+a\gamma k\zeta(l-\zeta)\sigma_2(L\xi-N\eta)+ak\tau_{23},$$

где τ_{ij} $(i,j=1,2,3)$ - искомые компоненты напряжения, соответствующие смещениям $u_1,\ v_1,\ w_1$.

Уравнения равновесия и граничные условия рассматриваемого стержня, которым должны удовлетворять искомые компоненты напряжения, на основании формул (3) и (4) примут вид:

$$\frac{\partial \tau_{11}}{\partial \xi}+\frac{\partial \tau_{12}}{\partial \eta}+\frac{\partial \tau_{13}}{\partial \zeta}+\theta_0^{(1)}\zeta+lB_0^{(1)}=0,$$

$$\frac{\partial \tau_{21}}{\partial \xi}+\frac{\partial \tau_{22}}{\partial \eta}+\frac{\partial \tau_{23}}{\partial \zeta}+\theta_0^{(2)}\zeta+lB_0^{(2)}=0,$$

$$\frac{\partial \tau_{31}}{\partial \xi}+\frac{\partial \tau_{32}}{\partial \eta}+\frac{\partial \tau_{33}}{\partial \zeta}+\zeta^2\left(\frac{3}{2}C-\theta_0^{(3)}\right)+\zeta\left(\theta_0^{(3)}-2C\right)l-CA_0^{(1)}=0$$

в области S,

$$\tau_{11}\cos(n,\xi)+\tau_{12}\cos(n,\eta)=-\frac{1}{2}\zeta^2(\zeta-2l)\left[G\cos(n,\xi)+T\cos(n,\eta)\right]+$$
$$+\zeta\left(GA_0^{(1)}+MA_0^{(2)}+NA_0^{(3)}\right)\cos(n,\xi)+\zeta\left(TA_0^{(1)}+\gamma MA_0^{(2)}+NA_0^{(3)}\right)\cos(n,\eta),$$

$$\tau_{21}\cos(n,\xi)+\tau_{22}\cos(n,\eta)=-\frac{1}{2}\zeta^2(\zeta-2l)\left[T\cos(n,\xi)+F\cos(n,\eta)\right]+$$
$$+\zeta\left(TA_0^{(1)}+NA_0^{(2)}+LA_0^{(3)}\right)\cos(n,\xi)+\zeta\left(FA_0^{(1)}+\gamma NA_0^{(2)}+LA_0^{(3)}\right)\cos(n,\eta),$$

$$\tau_{31}\cos(n,\xi)+\tau_{32}\cos(n,\eta)=(\zeta^2+\zeta l)(B_0^{(1)}-E\xi)\cos(n,\xi)+(\zeta^2-\zeta l)(B_0^{(2)}-E\gamma\xi)\cos(n,\eta)$$

на контуре Γ ,

где введены обозначения:

$$\theta_0^{(1)}=-\Big[(G+M)\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\xi^2}+\gamma\frac{\partial^2\chi}{\partial\xi\partial\eta}+2\gamma\eta\right)+(T+N)\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\xi\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2\chi}{\partial\eta^2}+2\eta+2\gamma\xi\right)+$$
$$+3M\sigma_1\xi+3N(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)-3\gamma\sigma_2(M\eta-N\xi)\Big],$$

$$\theta_0^{(2)}=-\Big[(T+N)\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\xi^2}+\gamma\frac{\partial^2\chi}{\partial\xi\partial\eta}+2\gamma\eta\right)+(F+L)\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial\xi\partial\eta}+\gamma\frac{\partial^2\chi}{\partial\eta^2}+2\eta+2\gamma\xi\right)+$$
$$+3N\sigma_1\xi+3L(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)-3\gamma\sigma_2(N\eta-L\xi)\Big],$$

$$\theta_0^{(3)} = M\sigma_1 + L\sigma_2 + N\sigma_3 - E, \quad A_0^{(1)} = \eta^2 + \frac{\partial \chi}{\partial \xi} + \gamma\left(2\xi\eta + \frac{\partial \chi}{\partial \eta}\right),$$

$$A_0^{(2)} = \frac{1}{2}\left(\sigma_1 \xi^2 - \sigma_2 \eta^2 + 2\eta^2 + 2\frac{\partial \chi}{\partial \xi}\right), \quad A_0^{(3)} = \frac{1}{2}\left(\sigma_3 \xi^2 + 2\sigma_2 \xi\eta + 4\xi\eta + 2\frac{\partial \chi}{\partial \eta}\right),$$

$$B_0^{(1)} = M\sigma_1 \xi + N(\sigma_3 \xi + \sigma_2 \eta) - \gamma\sigma_2(m\eta - N\xi), \quad B_0^{(2)} = N\sigma_1 \xi + L(\sigma_3 \xi + \sigma_2 \eta) + \gamma\sigma_2(L\xi - N\eta).$$

Кроме этого, компоненты деформации, соответствующие напряжениям τ_{ij} $(i, j = 1,2,3)$, должны удовлетворять условиям совместимости Сен-Венана.

Для искомых дополнительных напряжений примем:

$$\tau_{11} = -\frac{1}{2}G\zeta^2(\zeta - 2l) + GB\left(\zeta - \frac{l}{2}\right) + \sum_{k=0}^{1} \zeta^k \left[E\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial \eta^2} - u_k + \left(m\varphi + \frac{1}{2}N\xi^2 - M\xi\eta\right)\tau\right],$$

$$\tau_{22} = -\frac{1}{2}F\zeta^2(\zeta - 2l) + FB\left(\zeta - \frac{l}{2}\right) + \sum_{k=0}^{1} \zeta^k \left[E\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial \xi^2} - v_k + \left(L\varphi - \frac{1}{2}N\xi^2 + M\xi\eta\right)\tau_k\right],$$

$$\tau_{33} = -\frac{1}{2}C\zeta^2(\zeta - 2l) + CB\left(\zeta - \frac{l}{2}\right) + \sum_{k=0}^{1} \zeta^k \left\{\sigma_1\left(E\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial \eta^2} - u_k\right) + \sigma_2\left(E\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial \xi^2} - v_k\right) - \right.$$

$$\left. - E\sigma_3 \frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial \xi \partial \eta} + \left[\theta_0^{(3)}\varphi + \sigma_2\left(L\xi\eta - \frac{1}{2}N\eta^2\right) + \sigma_1\left(\frac{1}{2}N\xi^2 - M\xi\eta\right)\right]\tau_k\right\} - \zeta E d_0,$$

$$\tau_{12} = -\frac{1}{2}T\zeta^2\left(\zeta - \frac{l}{2}\right) + TB\left(\zeta - \frac{l}{2}\right) + \sum_{k=0}^{1} \zeta^k \left(N\tau_k\varphi - E\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial \xi \partial \eta}\right),$$

$$\tau_{13} = (\zeta^2 - \zeta l)\left(B_0^{(1)} - E\xi\right) + \sum_{k=0}^{1} \frac{\zeta^{k+1}}{k+1}\left\{\left[-\left(M\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + N\frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\right) - (N\xi - M\eta)\right]\tau_k\right\} +$$

$$+ M\frac{\partial \omega_0}{\partial \xi} + N\frac{\partial \omega_0}{\partial \eta} + E\xi d_0 - (ML_1 + NM_1),$$

$$\mathring{\tau}_{23}=(\zeta^2-\zeta l)\left(B_0^{(2)}-E\xi\gamma\right)+\sum_{k=0}^{1}\frac{\zeta^{k+1}}{k+1}\left\{\left[-\left(M\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}+N\frac{\partial\varphi}{\partial\xi}\right)+(L\xi-N\eta)\right]\tau_k\right\}+$$

$$+L\frac{\partial\omega_0}{\partial\eta}+N\frac{\partial\omega_0}{\partial\xi}+\left(\frac{EN}{M}+\sigma_3\frac{m^2}{M}\right)\xi d_0-(LM_1+NL_1),$$

где $E, L, M, N, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - упругие постоянные, $m^2=ML-N^2$, $\varphi(\xi,\eta)$ - функция кручения, d_0 - постоянная, а

$$B=\xi^2\sigma_1+\eta^2\sigma_2+\xi\eta\sigma_3-\frac{LE\xi^2}{m^2}+\frac{NE\gamma\xi^2}{m^2}+\frac{NE\xi\eta}{m^2}+\frac{m\gamma E\xi\eta}{m^2},$$

$$u_1=\int^{\xi}\left[\theta_0^{(1)}+GB'_{\xi}+TB'_{\eta}-2E\xi+2M\sigma_1\xi+2N(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)-2\gamma\sigma_2(M\eta-N\xi)\right]d\xi,$$

$$v_1=\int^{\eta}\left[\theta_0^{(2)}+TB'_{\xi}+FB'_{\eta}-2E\xi\gamma+2N\sigma_1\xi+2L(\sigma_3\xi+\sigma_2\eta)+2\gamma\sigma_2(L\xi+N\eta)\right]d\eta,$$

$$u_0=\int^{\xi}\frac{l}{2}\left(-GB'_{\xi}-TB'_{\eta}+2E\xi\right)d\xi,\quad v_0=\int^{\eta}\frac{l}{2}\left(-TB'_{\xi}-FB'_{\eta}+2E\xi\gamma\right)d\eta,$$

$$L_1=-\frac{1}{E}\int^{\xi}\left\{\beta_{11}\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\eta^2}-u_1\right)+\beta_{12}\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi^2}-v_1\right)-\beta_{13}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi\partial\eta}+\frac{1}{2}\beta_{33}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi^2}+\right.$$

$$\left.+(M\beta_{11}+L\beta_{12}+N\beta_{13}+E\sigma_1)\tau_1\varphi+\left[\beta_{11}\left(\tfrac{1}{2}N\xi^2-M\xi\eta\right)+\beta_{12}\left(L\xi\eta-\tfrac{1}{2}N\eta^2\right)\right]\tau_1\right\}d\xi+$$

$$+h(\eta),$$

$$M_1=-\frac{1}{E}\int^{\eta}\left\{\beta_{12}\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\eta^2}-u_1\right)+\beta_{22}\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi^2}-v_1\right)-\beta_{23}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi\partial\eta}+\right.$$

$$+\frac{1}{2}\beta_{33}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\eta^2}+(M\beta_{12}+L\beta_{22}+N\beta_{23}+E\sigma_3)\tau_1\varphi+$$

$$\left.+\left[\beta_{12}\left(\tfrac{1}{2}N\xi^2-M\xi\eta\right)+\beta_{22}\left(L\xi\eta-\tfrac{1}{2}N\eta^2\right)\right]\tau_1\right\}d\eta+l(\xi).$$

Нетрудно проверить, что искомые компоненты напряжения (6) удовлетворяют вышеуказанным уравнениям равновесия и граничным условиям, а соответствующие компоненты деформаций - условиям совместимости, если функции $\Phi_k(\xi,\eta)$ $(k=0,1)$ и $\omega_0(\xi,\eta)$ являются решениями следующих задач:

1°
$$E\Delta_1^{(2)}\Phi_k=-(\beta_{11}M+\beta_{12}L+\beta_{13}N+E\epsilon_1)\tau_k\frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta^2}-$$
$$-(\beta_{12}M+\beta_{22}L+\beta_{23}N+E\epsilon_2)\tau_k\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}+(\beta_{13}M+\beta_{23}L+\beta_{33}N+\epsilon_3E)\tau_k\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi\partial\eta}+$$
$$+\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}(\beta_{11}u_k+\beta_{12}v_k)+\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}(\beta_{12}u_k+\beta_{22}v_k)-\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\eta}(\beta_{13}u_k+\beta_{23}v_k)+$$
$$+(L\beta_{23}-M\beta_{13})\tau_k$$

в области S,

$$E\frac{\partial\Phi_k}{\partial\xi}=\int_\Gamma\Big\{\Big[-Q_k^{(2)}-v_k+\Big(L\varphi-\frac{1}{2}N\eta^2+L\xi\eta\Big)\tau_k\Big]\cos(n,\eta)+$$
$$+\Big[-Q_k^{(1)}+N\varphi\tau_k\Big]\cos(n,\xi)\Big\}ds,$$

$$E\frac{\partial\Phi_k}{\partial\eta}=-\int_\Gamma\Big\{\Big[-P_k^{(1)}-u_k+\Big(M\varphi+\frac{1}{2}N\xi^2-M\xi\eta\Big)\tau_k\Big]\cos(n,\xi)+$$
$$+\Big[-P_k^{(2)}+N\cdot\tau_k\Big]\cos(n,\eta)\Big\}ds$$

на контуре Γ.

$$2^\circ.\ \Delta_1\omega_0 = -C\left(B-A_0^{(1)}\right)-\left\{\sigma_1\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\eta^2}-u_1\right)+\sigma_2\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi^2}-v_1\right)-\right.$$

$$-E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi\partial\eta}+\left[\theta_0^{(3)}\varphi+\sigma_2\left(L\xi\eta-\frac{1}{2}N\eta^2\right)+\sigma_1\left(\frac{1}{2}N\xi^2-M\xi\eta\right)\right]\tau_1-$$

$$\left.-M\frac{\partial L_1}{\partial\xi}-N\frac{\partial M_1}{\partial\xi}-L\frac{\partial M_1}{\partial\eta}-N\frac{\partial L_1}{\partial\eta}\right\}$$

в области S ,

$$\frac{d_1\omega_0}{dn} = -\left(E\xi d_0-ML_1-NM_1\right)\cos(n,\xi)-\left[\left(\frac{EN}{M}+\sigma_3\frac{m^2}{M}\right)\xi d_0-\right.$$

$$\left.-LM_1-NL_1\right]\cos(n,\eta)$$

на контуре Γ , где

$$P_1^{(1)} = G\left(B+A_0^{(1)}\right)+MA_0^{(2)}+NA_0^{(3)},\quad P_0^{(1)} = -\frac{l}{2}GB,$$

$$P_1^{(2)} = T\left(B+A_0^{(1)}\right)+\gamma\left(MA_0^{(2)}+NA_0^{(3)}\right),\quad P_0^{(2)} = -\frac{l}{2}TB,$$

$$Q_1^{(1)} = T\left(B+A_0^{(1)}\right)+NA_0^{(2)}+LA_0^{(3)},\quad Q_0^{(1)} = -\frac{l}{2}TB,$$

$$Q_1^{(2)} = F\left(B+A_0^{(1)}\right)+\gamma NA_0^{(2)}+LA_0^{(3)},\quad Q_0^{(2)} = -\frac{l}{2}FB,$$

а операторы $\Delta_1^{(2)}$, Δ_1, $\frac{d_1}{dn}$ имеют вид:

$$\Delta_1^{(2)} = \beta_{22}\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}-2\beta_{23}\frac{\partial^4}{\partial\xi^3\partial\eta}+\left(\beta_{33}+2\beta_{12}\right)\frac{\partial^4}{\partial\xi^2\partial\eta^2}-2\beta_{13}\frac{\partial^4}{\partial\xi\partial\eta^3}+$$

$$+\beta_{11}\frac{\partial^4}{\partial\eta^4},$$

$$\Delta_1 = M\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+2N\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\eta}+L\frac{\partial^2}{\partial\eta^2},$$

$$\frac{d_1}{dn}=\left(M\frac{\partial}{\partial\xi}+N\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\cos(n,\xi)+\left(N\frac{\partial}{\partial\xi}+L\frac{\partial}{\partial\eta}\right)\cos(n,\eta).$$

Однозначность частных производных $\frac{\partial\Phi_k}{\partial\xi}$ и $\frac{\partial\Phi_k}{\partial\eta}$ $(k=0,1)$ при обходе контура Γ выполняется.

Однозначность функции $\Phi_k(\xi,\eta)$ $(k=0,1)$ будет выполняться, если

$$\tau_1=\frac{1}{D}\iint\limits_S\left\{NA_0^{(2)}+L\left(\sigma_3\xi^2+2\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)-\gamma MA_0^{(2)}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\gamma N\left(\sigma_3\xi^2+2\frac{\partial\chi}{\partial\eta}\right)+2E\gamma\xi^2\right\}d\xi d\eta,$$

$$\tau_0=-\frac{\ell E}{D}\iint\limits_S\xi^2 d\xi d\eta,$$

где D - жесткость при кручении, а условие существования функции ω_0 дает:

$$d_0=\frac{1}{ES}\iint\limits_S\left\{-C\left(B+A_0^{(2)}\right)+\sigma_1\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\eta^2}-u_1\right)+\sigma_2\left(E\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi^2}-v_1\right)-\right.$$

$$\left.-E\sigma_3\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\xi\partial\eta}+\theta_0^{(3)}\tau_1\varphi+\left(\frac{1}{2}\sigma_1N\xi^2-\frac{1}{2}\sigma_2N\eta^2\right)\tau_1\right\}d\xi d\eta.$$

Поступила 15.У.1986

Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Литература

1. П.М.Риз. Деформация стержня со слабо изогнутой осью. ДАН СССР, 1939, т.XXIУ, №№ 2 и 3.
2. А.К.Рухадзе. К задаче деформации стержня со слабо изогнутой осью. Сообщения АН ГССР, 1941, т.П, №№ I и 2.
3. Г.М.Хатиашвили. Изгиб поперечной силой составных анизотропных цилиндрических тел со слабо изогнутой осью. Доклады АН СССР, 1965, т.161, № 6.

მ. კეზერაშვილი

ოდნავ გაღუნული ერთგვაროვანი ანიზოტროპული ძელის განივი ძალით ღუნვის ამოცანა

რეზიუმე

შრომაში შესწავლილია ოდნავ გაღუნული ერთგვაროვანი ძელის განივი ძალით ღუნვის ამოცანა. ეს ამოცანა მიყვანილია ბრტყელი არის მიმართ /ძელის განივი კვეთის/ სამ სასაზღვრო ამოცანამდე.

ნაჩვენებია მიღებული სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობა.

M.Kezerashvili

A PROBLEM OF BENDING BY TRANSVERSE FORCE OF AN ANISOTROPIC HOMOGENEOUS BAR WITH SLIGHTLY BENT AXIS

Summary

The problem of bending by transverse force of an anisotropic homogeneous bor with slightly bent axis is studied. The problem is reduced to three boundary-value problems for plane section (cross-section of a bar). The solvability of the obtained boundary-value problems is shown.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ЭНТРОПИЯ И ИЗБЫТОЧНОСТЬ ГРУЗИНСКОГО ЯЗЫКА

Г.Е.Кватаия

Речь, являясь индивидуальным актом воли и понимания человека, представляет собой линейную цепочку ограниченных друг от друга символов. Каждый символ в тексте встречается с определенной частотой и обладает особыми валентностями - лингвистическими способностями сочетаться с другими символами. Появление любого символа в тексте можно рассматривать как реализацию отдельных событий. Количественные характеристики лингвистических единиц текста можно эксплицировать с помощью теории вероятностей и математической статистики.

Если вместе с полученными результатами вероятностно-статистического описания рассматривать лингво-психологические аспекты, то к ним можно применять аппарат теории информации, с помощью которого можно оценить смысловую информацию, содержащуюся в тексте.

Лингвистические свойства текста оцениваются с использованием понятий теории информации: энтропия, количество информации, избыточность.

Энтропия вычисляется по формуле $H=-\sum P(A_i)\log_2 P(A_i)$

где $P(A_i)$ - вероятность появления события A_i, а

$\log_2 P(A_i)$ - количество информации, получаемой при наступлении события A_i.

Для оценки этого значения необходимо иметь полное распределение вероятностей возможных исходов опыта. Но распределение вероятностей появления разных сочетаний символов на маленьком отрезке текста значительно меняется в зависимости от того, какая комбинация элементов предшествует данному участку сообщения. Поэтому энтропия букв (фонем, слогов и т.п.), стоящих на втором, третьем, четвертом и т.д. месте текста, представляет условную энтропию.

Для определения энтропии К.Шеннон предложил взять ряд последовательных приближений $H_1, H_2, \ldots, H_n$ к пределу H_∞, где $H_\infty = \lim_{n \to \infty} H_n$ (H_n - условная энтропия). В каждом из приближений учитывается все большее количество статистических закономерностей речи.

Для исследования информационных характеристик современного грузинского языка были взяты тексты с общей длиной 30 000 символов из произведений современных грузинских писателей. Вместе с произведениями Н.Думбадзе ("Я, бабушка, Илико и Илларион", "Солнечная ночь", "Закон вечности"), Г.Панджикидзе ("Год активного солнца"), Р.Инанишвили ("Вечерние записи"), Л.Мрелашвили ("Кабахи") и т.д. были взяты также отрывки из тех произведений классиков, которые соответствуют нормам современного грузинского языка: А.Церетели ("Баши-Ачуки", "Моя биография"), И.Чавчавадзе ("Человек ли он?!", "На виселице"). С целью соблюдения соответствия разных стилей текста были использованы отрывки из газетной информации, после чего соотношение между устно-разговорным, беллетристическим и деловым стилем стало приблизительно одинаковым. Из полученной совокупности были выделены стобуквенные цепи для оценки энтропии по комбинированному методу Шеннона.

Для определения энтропии H_1, H_2, H_3 нужны частоты одно-, двух- и трехбуквенных сочетаний: таких частотных таблиц не существует. Полученные с помощью ЭВМ частоты грузинских букв даны в таблице 2.

Весь объем текста был перекодирован в цифровые коды, что дает большую экономию времени при обработке текста на ЭВМ. Если при подсчете частот однобуквенных частот для сравнения одной буквы в среднем требуется II итераций, то для подсчета частоты n буквенной комбинации надо $3^{n-1}\cdot n^n$ сравнений. При цифровом тексте эти цифры можно использовать как индексы массива, в котором происходит подсчет комбинаций. Например, если встретилась комбинация i, j, k, то получим $P(i,j,k)=P(i,j,k)+1$. Подсчет частот происходит в массиве P; вначале все элементы массива равны нулю.

Программа была реализована на языке ФОРТРАН. Процессорное время реализации программы составило I8 минут на ЭВМ ЕС-I040. Получены частоты одно-, двух- и трехбуквенных сочетаний. Полученные значения частот двух- и трехбуквенных сочетаний не смогут претендовать на абсолютную точность при данном объеме текста, но эти значения можно использовать при подсчете энтропии, так как энтропия еще раз усредняет полученные результаты.

Получены оценки энтропии:

$$H_1 = -\sum_{i=1}^{34} P_i \log_2 P_i = 4,29 \text{ дв. ед.}$$

$$H_2 = -\sum_{i,j=1}^{34} P_{ij} \log_2 P_{ij} = 3,565 \text{ дв. ед.}$$

$$H_3 = -\sum_{i,j,k=1}^{34} P_{ijk} \log_2 P_{ijk} = 2,89 \text{ дв. ед.}$$

Оценки энтропии и избыточности для разных языков даны в таблице I. Эти данные, кроме грузинского языка, взяты из работ /I,4/.

Значения избыточности получены по формуле $R_n = (H_0 - H_n)/H_0$ где $H_0 = \log_2 S$, а S - количество букв данного языка.

Из таблицы видно, что значения энтропий для грузинского языка сходятся быстрее, чем для других языков. Это объясняется тем, что количество букв в грузинском языке больше, чем в других языках, а для развитого языка доказано: чем больше букв, тем быстрее сходятся энтропии /4/.

Значение H_3 для грузинского языка по значению ближе к соответствующей энтропии для французского языка.

Подсчитаны также средние длины слога и слова грузинского языка, значения которых при заданном объеме текста приняли соответственно значения: 2,66 и 7,55.

Для оценки значения H_n, когда $n > 4$, используется эксперимент Шеннона /6/. Сущность этого метода состоит в следующем: берется текст, не известный для испытуемого; испытуемый должен восстановить текст, последовательно отгадывая все буквы.

Процесс отгадывания состоит в том, что испытуемый назыет букву, которая, по его мнению, вероятнее всего находится в данном участке текста. При работе по сокращенной программе, если предсказание оказалось правильным, экспериментатор сообщает об этом испытуемому; в противном случае он делает соответствующую отметку и говорит правильную букву, а испытуемый переходит к угадыванию следующей буквы. Отличие полной программы от сокращенной состоит в том, что после неудачной попытки угадывания испытуемому не сообщается правильная буква и он продолжает предсказания вплоть до получения правильного результата.

В протоколе каждый раз фиксируется число попыток, понадобившихся для отгадывания буквы. Особо фиксируются достоверные продолжения, когда с точки зрения норм литературного языка появление какой-нибудь буквы полностью предопределяется предшествующими буквами.

Угадывание проводилось по сокращенной программе с 2-ой до 100-й буквы включительно, и по полной программе - от 2-ой до 20-й, и 30-й, 40-й,..., 100-й буквы текста (табл. 3).

Для того чтобы информант давал близкие к идеальному угадыванию значения, Р.Г.Пиотровский предлагает следующее:

1) подбор испытуемого с высокой лингвистической культурой;
2) угадывание небольших объемов текста с целью предупреждения усталости;
3) использование вспомогательного словарно-статистического аппарата;
4) вероятностно-лингвистическая коррекция протокола.

Поэтому испытуемый был подобран специально (по специальности филолог). При проведении эксперимента использовались вспомогательные средства:

1) таблица частот начальных букв в грузинских словах;

2) таблицы одно- и двухбуквенных сочетаний;

3) грузинско-русский словарь.

Первые две таблицы составлены с помощью ЭВМ на той же базе данных.

Испытуемому была известна тематика текста. Угадывание проводилось маленькими отрывками. После проведения экспериментов была проведена вероятностно-лингвистическая коррекция протокола.

Были получены оценки значений энтропии как сверху, так и снизу, как без учета достоверных продолжений:

$$\underline{H}_n = \sum_{k=1}^{s} k\left(q^n_{k+1} - q^n_k\right) \le H_n \le -\sum_{i=1}^{s} q^n_k \log_2 q^n_k = \overline{H}_n ,$$

так и с учетом их:

$$\overline{H}'_n = (1-P_0)\log_2(1-P_0) - \sum_{i=1}^{s} P_i \log_2 P_i \le H_n .$$

Здесь P_n - вероятность того, что n-ая буква будет правильно угадана испытуемым, исходя из известных ему $(n-1)$ предшествующих букв до 2,3,..., $(n-1)$ включительно, S - количество букв в языке, P_0 - вероятность достоверных продолжений.

При учете достоверных продолжений верхние оценки энтропии уменьшились в среднем на 0,2 дв.ед. по сравнению с оценками, полученными по формуле Шеннона, где достоверные продолжения не учитывались.

По сокращенной программе угадывания тоже можно получить верхнюю оценку энтропии/ 3 /:

$$H''_n = H_3(1-P_0-P_1) - P_1\log_2 P_1 + (1-P_0)\log_2(1-P_0) -$$

$$-(1-P_0-P_1)\log_2(1-P_0-P_1).$$

Энтропия языка H_∞ представляет собой тот теоретический предел, к которому стремится показательное распределение оценки энтропии, но величины H_∞ очень зависят от числа букв алфавита данного языка. Значение избыточности языка - R, которое численно характеризует контекстные связи языка, практически мало зависит от числа букв алфавита. Оценку избыточности можно получить по формуле: $R=(H_0-H_\infty)/H_0$.

Доказано /3,4/, что после $n>30$ для развитого языка значения избыточности и энтропии фактически не меняются. Но так как объем материала все же недостаточен, получим более точные оценки энтропии, если возьмем среднюю арифметическую:

$$\overline{H}_n = (\overline{H}_{30} + \overline{H}_{40} + \cdots + \overline{H}_{100})/8 = 1,20,$$

$$\underline{H} = (\underline{H}_{30} + \underline{H}_{40} + \cdots + \underline{H}_{100})/8 = 0,63,$$

$$\overline{H}'_n = (\overline{H}'_{30} + \overline{H}'_{40} + \cdots + \overline{H}'_{100})/8 = 1,02.$$

От этих оценок можно получить и оценки избыточности (табл. I). Из таблицы видно, что избыточность грузинского языка находится в пределах 76-87%.

Данные оценки получены в рамках дипломной работы в 1981 году.

Поступила 26.У.1986

Грузинский научно-исследовательский институт научно-технической информации

Литература

1. Н.В.Петрова. Энтропия французского печатного текста. - Изв. АН СССР (серия литературы и языка), 24, №I, 1965.
2. А.Д.Пиотровская, Р.Г.Пиотровский, К.А.Разживин. Энтропия русского языка. - Вопросы языкознания, №6, 1962.
3. Р.Г.Пиотровский. Информационные измерения языка. Л., "Наука", 1968.
4. Р.Г.Пиотровский. Текст, машина, человек. Л., "Наука", 1975.
5. Р.Г.Пиотровский, К.Б.Бектаев, А.А.Поповская. Математическая лингвистика. М., "Высшая школа", 1977.
6. К.Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. М., ИЛ, 1963.
7. А.М.Яглом, И.М.Яглом. Вероятность и информация. Госкомиздат, М., 1973.

Таблица I.

Оценки энтропии (в дв. ед.) и избыточности (в %) для разных языков

	груз.	русск.	французск.	английск.
H_0	5,087	5,00	4,76	4,76
H_1	4,30	4,35	3,95	4,08
H_2	3,56	3,52	3,17	3,23
H_3	2,89	3,01	2,83	3,10
$\overline{H}$	I,20	I,37	I,38	I,35
$\underline{H}$	0,63	0,82	0,79	0,74
$\overline{R}$	0,87	0,84	0,83	0,84
$\underline{R}$	0,76	0,72	0,71	0,72

Таблица 2

Частоты грузинских букв (␣ - пробел)

№	буква	частота	№	буква	частота	№	буква	частота
I	␣	0,133	13	მ	0,035	25	ყ	0,008
2	ა	0,131	14	ნ	0,032	26	შ	0,014
3	ბ	0,030	15	ო	0,046	27	ჩ	0,005
4	გ	0,020	16	პ	0,004	28	ც	0,012
5	დ	0,046	17	ჟ	0,001	29	ძ	0,003
6	ე	0,076	18	რ	0,050	30	წ	0,008
7	ვ	0,035	19	ს	0,051	31	ჭ	0,002
8	ზ	0,007	20	ტ	0,007	32	ხ	0,015
9	თ	0,027	21	უ	0,024	33	ჯ	0,002
I0	ი	0,024	22	ფ	0,006	34	ჰ	0,001
II	კ	0,010	23	ქ	0,009			
I2	ლ	0,035	24	ღ	0,005			

Таблица 3.

Результаты угадывания ста грузинских текстов по полной программе

шаг текста	$\overline{H}$	$\underline{H}$	$\overline{R}$	$\underline{R}$
2	2,93	2,04	0,42	0,60
3	2,74	1,74	0,46	0,66
4	2,10	1,28	0,59	0,75
5	1,73	0,97	0,66	0,81
6	1,68	1,01	0.67	0,80
7	1,46	0,79	0,71	0,85
8	1,80	1,06	0,65	0,79
9	1,85	1,05	0,64	0,79
10	2,07	1,18	0,59	0,77
15	1,84	1,04	0,64	0,80
20	1,16	0,62	0,77	0,88
30	1,57	0,86	0,69	0,83
40	1,09	0,54	0,79	0,89
50	1,55	0,85	0,69	0,83
60	0,84	0,44	0,83	0,91
70	1,22	0,66	0,76	0,87
80	1,21	0,61	0,78	0,88
90	0,95	0,46	0,81	0,91
100	1,17	0,62	0,77	0,88

გ. კვატაია

ქართული ენის ენტროპია და სიჭარბე

რეზიუმე

ნაშრომში მოცემულია ქართული ენის ინფორმაციული მახასიათებლების შეფასება. ენტროპიისა და სიჭარბის გამოსათვლელად გამოყენებულია ელექტრო-გამომთვლელი მანქანა. მიღებული მონაცემები შედარებულია სხვა ენების ანალოგიურ მახასიათებლებთან.

G.Kvataia

ENTROPY AND REDUNDANCY OF THE GEORGIAN LANGUAGE

Summary

The information characteristics of the Georgian language are evaluated. An electronic computer was used for the evaluation of entropy and redundancy. The end results are compared with analogous indicies of other languages.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

УСЛОВИЕ ТРАНСВЕРСАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОДНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Г.В.Обгаидзе, Т.С.Цуцунава

В теории оптимальных процессов значительное место занимают задачи с подвижными концами. Такие задачи встречаются при изучении систем, описываемых уравнениями в частных производных.

В настоящей работе изучается задача оптимального управления с подвижным концом для систем, поведение которых описывается уравнением в частных производных гиперболического типа. На основе прямой оценки приращения функционала выводится необходимое условие оптимальности - аналог принципа максимума Понтрягина, а также получаются условия трансверсальности для рассматриваемой задачи.

§ I. Постановка задачи и преобразование разности функционалов

Положим ищется минимум функционала

$$J=\iint\limits_{\Omega} F(x,t,z,p,q)\,dx\,dt \qquad (1)$$

при условии, что $z(x,t)$ - решение задачи (2), (3):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} = f(x,t,z,p,q,v) \tag{2}$$

$$z(0,t)=\varphi_1(t), \quad z(x,0)=\varphi_2(x), \tag{3}$$

где

$$p=\frac{\partial z}{\partial x}, \qquad q=\frac{\partial z}{\partial t}, \qquad v\in V\equiv R^1,$$

$v(x,t)$ функция управления представляет собой ограниченную и непрерывную функцию, определенную на области G $(0\le x\le \alpha,\ 0\le t\le \beta)$, функции z, F, f непрерывны и дважды непрерывно дифференцируемы по всем своим аргументам.

Кроме того дано, что площадка Ω ограничена кривой S, проекцией линии Σ, расположенной на заданной поверхности

$$z = \chi(x,t). \tag{4}$$

Рассмотрим функционал

$$J=\iint\limits_{\Omega}\left[F-\psi\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial t}-f\right)\right]dx\,dt, \tag{5}$$

где $\psi(x,t)$ - вспомогательпая функция.

За уравнения поверхности оравнения (см. /I/ мы должны теперь брать уравнение вида

$$\bar{z} = z + \Delta z. \tag{6}$$

Положим для упрощения рассуждений, что площадка Ω - часть площадки Ω', ограниченная контуром S'. Случай, когда контуры S и S' пересекаются, приводит к тому же результату, в котором только изменен знак некоторых элементов формулы. При сделанном предположении разности $\bar{J}-J$ можно дать вид

$$\iint\limits_{\Omega'-\Omega}\left[F(x,t,\bar{z},\bar{p},\bar{q})-\bar{\psi}\left(\frac{\partial^2\bar{z}}{\partial x\partial t}-f(x,t,\bar{z},\bar{p},\bar{q},\bar{v})\right)\right]dxdt+$$

$$+\iint\limits_{\Omega}\Big[F(x,t,\bar{z},\bar{p},\bar{q})-F(x,t,z,p,q)-\bar{\psi}\left(\frac{\partial^2\bar{z}}{\partial x\partial t}-\right. \tag{7}$$

$$\left.-f(x,t,\bar{z},\bar{p},\bar{q},\bar{v})\right)+\psi\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial t}-f(x,t,z,p,q,v)\right)\Big]dxdt,$$

где Ω' - площадка, ограниченная проекцией Σ' (поверхность сравнения $\bar{z}$ пересекает поверхность (4) по контуру Σ') на плоскость (x,t), $\bar{v}=v+\Delta v$, $\bar{\psi}=\psi+\Delta\psi$.

Займемся первым интегралом (7). За элемент площадки $\Omega'-\Omega$ можно взять $ds\delta n$, где δn - длина нормали к S между S и S', а s - длина дуги. Если $x+\delta x$, $t+\delta t$ - координаты концов δn, то

$$\delta x=\delta n\cdot\cos Nx,\quad \delta t=\delta n\cdot\cos Nt, \tag{8}$$

$$\delta n=\delta x\cdot\cos Nx+\delta t\cdot\cos Nt.$$

Когда дана S, знание δn в каждой точке S вполне определяет S'. δn - элемент, который в нашей задаче произволен как функция от S, кроме того, учитывая, что z представляет собой решение уравнения (2) с условиями (3), то первый из интегралов (7) равен

$$J_1 = \int_S F(x,t,z,p,q)\,\delta n\,ds, \tag{9}$$

случай пересечения S и S' сказывается только на знаках δx и δt.

С точностью до бесконечно малых второго порядка относительно δz, δp и δq выражение

$$J_2 = \iint_\Omega [F(x,t,\bar z,\bar p,\bar q) - F(x,t,z,p,q)]\,dx\,dt = \tag{10}$$

$$= \iint_\Omega \left(\frac{\partial F}{\partial t}\delta z + \frac{\partial F}{\partial p}\delta\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial q}\delta\frac{\partial z}{\partial t}\right)dx\,dt =$$

$$= \int_S \left[\left(\frac{\partial F}{\partial p}\cos Nx + \frac{\partial F}{\partial q}\cos Nt\right)(\delta z)_c\right]\delta n\,ds,$$

где через $(\delta z)_c$ обозначено приращение функции z на поверхности (4).

Вследствие (8) имеем

$$(\delta z)_c = \delta z_c - \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_c \delta x - \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_c \delta t = \frac{\partial \chi}{\partial x}\delta x + \frac{\partial \chi}{\partial t}\delta t -$$

$$-\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_c \delta x-\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_c \delta t=\left(\frac{\partial \chi}{\partial x}\cos Nx+\frac{\partial \chi}{\partial t}\cos Nt\right)\delta n-$$

$$-(p_c \cos Nx+q_c \cos Nt)\,\delta n= \tag{11}$$

$$=\left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial x}-p_c\right)\cos Nx+\left(\frac{\partial \chi}{\partial t}-q_c\right)\cos Nt\right]\delta n\,,$$

поэтому

$$J_1+J_2=\int\limits_S\left\{F_c+\left(\frac{\partial F}{\partial p}\cdot\cos Nx+\frac{\partial F}{\partial q}\cos Nt\right)\cdot\left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial x}-p_c\right)\cos Nx+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{\partial \chi}{\partial t}-q_c\right)\cos Nt\right]\right\}\delta n\,ds\;+ \tag{12}$$

$$+\iint\limits_\Omega\left(\frac{\partial F}{\partial t}-\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial p}-\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial q}\right)\delta z\,dx\,dt.$$

Теперь займемся интегралом

$$J_3=\iint\limits_\Omega\left[\bar\psi\left(\frac{\partial^2 \bar z}{\partial x\partial t}-f(x,t,\bar z,\bar p,\bar q,\bar v)\right)-\right.$$

$$\left.-\psi\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial t}-f(x,t,z,p,q,v)\right)\right]dx\,dt.$$

Введем вспомогательную функцию

$$H = H(x,t,w,v) = H(x,t,w_0,w_1,w_2,w_3,v) =$$
$$= H(x,t,\psi,z,p,q,v) = \psi \cdot f . \qquad (13)$$

Обозначим

$$H(x,t,w,v) = H, \quad H(x,t,w+\Delta w,v) = H[w+\Delta w],$$
$$H(x,t,w,v+\Delta v) = H[v+\Delta v], \quad H(x,t,w+\Delta w,v+\Delta v) = \qquad (14)$$
$$= H[w+\Delta w, v+\Delta v], \quad H[w+\Delta w] - H = \Delta H[\Delta w],$$
$$H[v+\Delta v] - H = \Delta H[\Delta v], \quad H[w+\Delta w, v+\Delta v] - H = \Delta H[\Delta w, \Delta v].$$

Тогда

$$J_3 = \iint_{\Omega} \Big\{ (\psi+\Delta\psi)\frac{\partial^2 \Delta z}{\partial x \partial t} + \Delta\psi \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} -$$
$$- \Delta H[\Delta w, \Delta v] \Big\} dx\,dt. \qquad (15)$$

Выполнив простые преобразования и применив формулу Тейлора, с точностью до бесконечно малых относительно второго порядка получим

$$J_3 = \iint_{\Omega} \Big\{ (\psi+\Delta\psi)\frac{\partial^2 \Delta z}{\partial x \partial t} + \Delta\psi \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial t} - \Delta H[\Delta v] -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{3}\frac{\partial \Delta H[\Delta W, \Delta V]}{\partial w_i}\cdot \Delta w_i - \tag{I6}$$

$$-\sum_{i=0}^{3}\frac{\partial H}{\partial w_i}\,\Delta w_i\Big\}\,dx\,dt.$$

Введем обозначения $H+\frac{1}{2}\Delta H[\Delta W, \Delta V]=\widetilde{H}$,

$\varphi+\frac{1}{2}\Delta\varphi=\widetilde{\varphi}$, кроме того, очевидно, что

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial t}=\frac{\partial H}{\partial \varphi}, \qquad \frac{\partial^2 \Delta z}{\partial x\partial t}=\frac{\partial \Delta H}{\partial \varphi}.$$

Поэтому

$$J_3=\iint\limits_{\Omega}\left(\widetilde{\varphi}\,\frac{\partial^2\Delta z}{\partial x\partial t}-\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial \widetilde{H}}{\partial w_i}\,\Delta w_i\right)dx\,dt- \tag{I7}$$

$$-\iint\limits_{\Omega}\Delta H[\Delta V]\,dx\,dt+\dots$$

Очевидно, что

$$\widetilde{\varphi}\,\frac{\partial^2\Delta z}{\partial x\partial t}=\frac{\partial^2(\widetilde{\varphi}\cdot\Delta z)}{\partial x\partial t}+\frac{\partial^2\widetilde{\varphi}}{\partial x\partial t}\,\Delta z - \tag{I8}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\widetilde{\varphi}}{\partial t}\cdot\Delta z\right)-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\cdot\Delta z\right).$$

Подставляя (I8) в (I7), после простых преобразований получим

$$J_3=\iiint_{\Omega}\Big[\frac{\partial^2(\tilde{\varphi}\cdot\Delta z)}{\partial x\partial t}-\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial x\partial t}\Delta z-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\cdot\Delta z\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\Delta t\right)- \qquad (I9)$$

$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial\tilde{H}}{\partial w_i}\Delta w_i\Big]dxdt-\iint_{\Omega}\Delta H[\Delta v]dxdt+\cdots$$

Очевижно, что

$$\iint_{\Omega}\frac{\partial^2(\tilde{\varphi}\cdot\Delta z)}{\partial x\partial t}dxdt=0, \qquad (20)$$

поэтому имеем

$$J_3=\iint_{\Omega}\left(\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial x\partial t}\cdot\Delta z-\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial\tilde{H}}{\partial w_i}\Delta w_i\right)dxdt-$$

$$-\iint_{\Omega}\Big[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial t}\cdot\Delta z\right)+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial x}\cdot\Delta z\right)\Big]dxdt- \qquad (2I)$$

$$-\iint_{\Omega}\Delta H[\Delta v]dxdt+\cdots$$

Очевидно, что

$$\frac{\partial\tilde{H}}{\partial P}\cdot\Delta P=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\tilde{H}}{\partial P}\cdot\Delta z\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\tilde{H}}{\partial P}\right)\cdot\Delta z, \qquad (22)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\cdot \Delta q = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\cdot \Delta z\right) - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\right)\cdot \Delta z .$$

Вспоминая функцию (13), подставляя (22) в (21), после простых преобразований получим

$$J_3 = \iint\limits_{\Omega}\left[\left(\frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial x \partial t} - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial t}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\right)\right]\times\right.$$

$$\times \Delta z\, dx dt - \iint\limits_{\Omega}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{H}}{\partial P}\right)\cdot \Delta z\right] + \right. \tag{23}$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\right)\cdot \Delta z\right]\right\} dx dt - \iint\limits_{\Omega} \Delta H[\Delta v]\, dx dt + \ldots$$

С помощью формулы Грина имеем

$$J_3 = \iint\limits_{\Omega}\left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x dt} - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial P}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\right)\right] \times$$

$$\times \Delta z\, dx dt - \int\limits_{s}\left[\left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{H}}{\partial P}\right)\cdot \Delta z \cdot \cos Nx + \right. \tag{24}$$

$$\left. - \left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{H}}{\partial q}\right)\cdot \Delta z \cdot \cos Nt\right] ds - \iint\limits_{\Omega} \Delta H[\Delta v]\, dx dt .$$

Таким образом,

$$J_1+J_2+J_3=\iint_S\Big\{F_c+\Big(\frac{\partial F}{\partial p}\cdot\cos Nx+\frac{\partial F}{\partial q}\cdot\cos Nt\Big)\times$$

$$\times\Big[\Big(\frac{\partial \chi}{\partial x}-p_c\Big)\cdot\cos Nx+\Big(\frac{\partial \chi}{\partial t}-q_c\Big)\cdot\cos Nt\Big]\Big\}\delta n\,ds+$$

$$+\iint_\Omega\Big(\frac{\partial F}{\partial t}-\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial p}-\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial q}\Big)\cdot\Delta z\,dx\,dt- \tag{25}$$

$$-\iint_\Omega\Big[\frac{\partial^2\tilde\psi}{\partial x\partial t}-\frac{\partial\tilde H}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\Big(\frac{\partial\tilde H}{\partial p}\Big)+\frac{\partial}{\partial t}\Big(\frac{\partial\tilde H}{\partial q}\Big)\Big]\cdot\Delta z\,dx\,dt-$$

$$-\int_S\Big[\Big(\frac{\partial\tilde\psi}{\partial t}+\frac{\partial\tilde H}{\partial p}\Big)\cdot\Delta z\cdot\cos Nx+\Big(\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{\partial\tilde H}{\partial q}\Big)\cdot\Delta z\cos Nt\Big]ds-$$

$$-\iint_\Omega\Delta H[\Delta v]\,dx\,dt+\ldots$$

§ 2. Принцип максимума

Если допустить, что z является решением задачи (2), (3), то $J_1+J_2+J_3=\Delta J$, т.е. приращению функционала (I). Примем во внимание, что Δz и δn – произвольные. Определим вспомогательную функцию $\psi(x,t)$ при помощи уравнений

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial t}=\frac{\partial H}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial x}\Big(\frac{\partial H}{\partial p}\Big)+\frac{\partial}{\partial t}\Big(\frac{\partial H}{\partial q}\Big)+$$

$$+\frac{\partial F}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial p}-\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial q}, \tag{26}$$

при дополнительных условиях

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|_c = -\frac{\partial H}{\partial q}, \qquad \left.\frac{\partial\psi}{\partial t}\right|_c = -\frac{\partial H}{\partial P}, \tag{27}$$

и потребуем, чтобы

$$F_c + \left(\frac{\partial F}{\partial P}\cdot\cos Nx + \frac{\partial F}{\partial q}\cdot\cos Nt\right)\left[\left(\frac{\partial\chi}{\partial x} - P_c\right)\cdot\cos Nx + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\partial\chi}{\partial t} - q_c\right)\cdot\cos Nt\right] = 0. \tag{28}$$

Тогда имеет место равенство

$$\Delta J = -\iint\limits_{\Omega} \Delta H[\Delta v]\, dx\, dt + \cdots, \tag{29}$$

так как

$$\tilde{H} = H + \frac{1}{2}\Delta H[\Delta W, \Delta V] \quad \text{и} \quad \tilde{\psi} = \psi + \frac{1}{2}\Delta\psi.$$

Условие (28) может быть сильно упрощено. Воспользуемся для этого теоремой Адамара-Югонио /I/.

Получим

$$F_c + \frac{\partial F}{\partial P}\left(\frac{\partial\chi}{\partial x} - P_c\right) + \frac{\partial F}{\partial q}\left(\frac{\partial\chi}{\partial t} - q_c\right) = 0. \tag{30}$$

В этом виде условие (28) вполне аналогично условию трансверсальности для задачи одной независимой переменной.

Представление приращения функционала (1) в виде (29), уравнение (26) с дополнительными условиями (27), а также условие трансверсальности (30) дают возможность сформулировать следующее утверждение.

Теорема. (Принцип максимума). Если $v^0(x,t)$ - оптимальное управление, $z^0(x,t)$ и $\psi^0(x,t)$ - соответствующие решения уравнения /2/, /26/, с дополнительными условиями /3/, /27/, то функция $H(x,t,\psi^0,z^0,p^0,q^0,v)$, рассматриваемая как функция управления v, достигает максимума на множестве V, когда $v=v^0(x,t)$ (условие максимума), т.е. выполняется равенство

$$\sup H(x,t,\psi^0,z^0,p^0,q^0,v) = \qquad (31)$$
$$= H(x,t,\psi^0,z^0,p^0,q^0,v^0).$$

С помощью (29) принцип максимума доказывается просто, аналогично /2/.

Поступила 30.V.1986

Кафедра теории управления

Литература

1. Р.Т.Гюнтер. Курс вариационного исчисления. М., 1941.
2. А.И.Егоров. Оптимальные процессы в системах с распределенными параметрами и некоторые задачи инвариантности. Известия АН СССР, сер. математ., т.29, № 6, 1965.

გ. ობგაიძე, თ. წუწუნავა

ტრანსვერსალობის პირობა ერთი ოპტიმალური ამოცანისათვის განაწილებული პარამეტრებით

რეზიუმე

სტატიაში შესწავლილია ოპტიმალური მართვის ერთი ამოცანა ცვლადი საზღვრით, ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულიანი განტოლებისათვის.

ფუნქციონალის ნაზრდის უშუალო შეფასების საფუძველზე გამოყვანილია ტრანსვერსალობის პირობა.

ჩამოყალიბებული და დამტკიცებულია ოპტიმალობის აუცილებლობის პირობა მაქსიმუმის პრინციპი - პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპის ანალოგი.

G.Obgaidze, T.Tsutsunava

A TRANSVERSALITY CONDITION FOR A SINGLE OPTIMAL PROBLEM WITH ALLOCATED PARAMETRES

Summary

A problem of optimal control with a mobile end is studied. The behavior of these systems is described with the aid of a hyperbolic type equation in partial derivatives. On the basis of a straight estimate of a functional increment a necessary condition of optimality is derived an analogue of Pontryagin's maximum principle. The conditions of transversality for the task under consideration one also obtained.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВ БИНАРНЫХ СИСТЕМ В ПРИБЛИЖЕНИИ МЕТОДА КЛАСТЕРНЫХ КОМПОНЕНТОВ

Т.Г.Гачечиладзе, З.Г.Горгадзе, Г.Г.Сирбиладзе

Введение

При рассмотрении практических задач описания взаимосвязи состав-дефектность-свойство часто приходится становиться на путь статистического моделирования.

Нами предпринята попытка решения задачи на основе совместного использования численного метода статистического моделирования (метода Монте-Карло, ММК) и метода кластерных компонентов (МКК) /I/.

С этой целью кратко, математически более адекватно, формулируется МКК и строится подходящий вариант ММК для численного расчета параметров порядка.

Для реализации нашего подхода необходимо получить и исследовать траектории эргодических марковских процессов.

Нами развит метод генерирования траекторий однородных, эргодических цепей Маркова, наиболее полно отражающий специфику изучаемого объекта.

В рассматриваемой математической модели параметры МКК идентифицируются как средние значения случайной последовательности марковского типа со стационарным распределением, а свойства - как функционалы на пространстве матриц существования сплава.

Модифицированный ММК основан на перенесении техники прямых методов /2/ генерирования марковских траекторий из конфигурационного пространства в пространство параметров МКК на основе введения, описываемых в терминах вигнеровских фазовых функций /3/, модельных "молекулярных реакций", которые, в свою очередь, генерируются с помощью равновесного распределения с учетом достаточной статистики парного взаимодействия (приближение Ф.Клаппа /4/).

Так мы получаем траекторию стационарной в широком смысле /5/ однородной цепи Маркова со стационарным Больцмановским распределением /6/, статистический анализ которой не представляет больших трудностей с точки зрения оценок параметров МКК.

Расчеты проведены для бинарных соединений с квадратичной структурой решетки. Заметим, что реализация описанного нами общего алгоритма статистического моделирования для тройных соединений не представляется технически труднорешаемой задачей.

§ I. Математическая модель МКК

Пусть $M_d = \{x : x = (x_0, x_1, \ldots, x_K) \in \mathbb{E}^{K+1},\ x_0 = const = d,\ m_i^- \leq x_i \leq m_i^+,\ i = \overline{1,K}\}$ — K-мерный выпуклый многогранник в $(K+1)$-мерном евклидовом пространстве $\mathbb{E}^{K+1}$; $\mathbb{P}$ - некоторое конечное подмножество $\mathbb{E}^{K+1}$, такое, что

$$D_K^t = M_d \Pi \{x : x \in E^{K+1},\ 0 \leq (p, x) \leq 1,\ p \in P\} \tag{I}$$

- непустой выпуклый многогранник с вершинами $\bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, \ldots, \bar{x}^{(t)}$ /7/.

Пусть $M^{n,m}$ - линейное пространство матриц $n \times m$. Введем скалярное произведение в $M^{n,m}$:

$$(A, B) = SP(AB'). \tag{2}$$

Пусть A - линейный оператор $A : E^{K+1} \longrightarrow M^{n,m}$, отображающий D_K^t на множестве матриц существования сплава /I/. Обозначим множество матриц существования сплава через $M_0^{n,m}$, тогда $A[D_K^t] = M_0^{n,m}$. Вспомним, что если $Ax = A$, то это значит /I/:

$$(A)_{ij} = \alpha_0^{(ij)} x_0 + \alpha_1^{(ij)} x_1 + \cdots + \alpha_K^{(ij)} x_K, \tag{3}$$

где $\alpha_e^{(ij)}$ $(e = \overline{0,K},\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m})$ - фиксированные числа.

Рассмотрим линейное подпространство (многообразие) $\tilde{M}_0^{n,m}$, порожденное $M_0^{n,m}$; оно является $K_0 \leq K$ -мерным /7/.

Допустим, что $K_0 = K$; $A[D_K^t] = M_0^{n,m}$ - выпуклый многогранник в $\tilde{M}_0^{n,m}$ с вершинами $A\bar{x}^{(i)}$, $i = \overline{1,t}$ (этот факт является основным для построения МКК /1/. Тогда любой элемент $\mathcal{A} \in \mathbb{M}_0^{n,m}$ можно разложить так:

$$\mathcal{A} = \sum_{i=1}^{t} \alpha_i \mathcal{K}\bar{x}^{(i)}; \quad \alpha_i \geq 0; \quad i = \overline{1,t}; \quad \sum_{i=1}^{t} \alpha_i = 1. \qquad (4)$$

Пусть $\bar{\mathcal{A}}_i$, $i = \overline{1,K}$, - линейно независимая система в $\tilde{\mathbb{M}}_0^{n,m}$ (например: можно взять некоторый набор $\mathcal{K}\bar{x}^{(j_{i+1})} - \mathcal{K}\bar{x}^{(j_1)}$, где $\mathcal{K}\bar{x}^{(j_i)}$, $i = \overline{1,K+1}$, соответствуют некоторому симплексу в $\mathbb{M}_0^{n,m}$ /8/).

Пусть $\bar{B}_i$, $i = \overline{1,K}$, - ортонормированная система в $\tilde{\mathbb{M}}_0^{n,m}$, полученная ортогонализацией системы $\bar{\mathcal{A}}_i$, $i = \overline{1,K}$. Для любого $\mathcal{A} \in \tilde{\mathbb{M}}_0^{n,m}$

$$\mathcal{A} = \sum_{i=1}^{K} \beta_i \bar{B}_i, \qquad (5)$$

и если $\mathcal{A}$ принадлежит симплексу, то

$$\mathcal{A} = \sum_{i=1}^{K+1} \alpha_i \mathcal{K}\bar{x}^{(j_i)}; \quad \alpha_i \geq 0; \quad i = \overline{1,K+1}; \quad \sum_{i=1}^{K+1} \alpha_i = 1. \qquad (6)$$

Пусть f - некоторый линейный функционал на $\tilde{\mathbb{M}}_0^{n,m}$ $\left(f : \tilde{\mathbb{M}}_0^{n,m} \longrightarrow \mathbb{R}^1\right)$, тогда его можно представить так:

$$f(\mathcal{A}) = (\mathcal{A}, \mathcal{U}_f), \tag{7}$$

где $\mathcal{A} \in \widetilde{M}_o^{n,m}$, $\mathcal{U}_f$ — фиксированный элемент $\widetilde{M}_o^{n,m}$ /8/.

Наша задача заключается в построении линейного функционала на $\widetilde{M}_o^{n,m}$, исходя из его значений на вершинах симплекса в $M_o^{n,m}$. Заметим, что

$$f(\bar{\mathcal{A}}_i) \equiv f\left(\mathcal{A}\bar{x}^{(j_{i+1})}\right) - f\left(\mathcal{A}\bar{x}^{(j_1)}\right), \tag{8}$$

где $\mathcal{A}\bar{x}^{(i)}$ — соответствуют элементарным матрицам МКК (ЭММКк) /I/. $f\left(\mathcal{A}\bar{x}^{(i)}\right)$ считаются известными или гипотетическими с физической точки зрения /I/.

Известно, что

$$\bar{B}_i = \sum_{e=1}^{K} c_e^{(i)} \bar{\mathcal{A}}_e = \tag{9}$$

$$= \sum_{e=1}^{K} c_e^{(i)} \left\{\mathcal{A}\bar{x}^{(j_{e+1})} - \mathcal{A}\bar{x}^{(j_1)}\right\},$$

где $c_e^{(i)}$ — коэффициенты преобразования /8/; тогда

$$f(\bar{B}_i) = \sum_{j=1}^{K} c_j^{(i)} f(\bar{\mathcal{A}}_j). \tag{10}$$

Пусть для $\mathcal{A} \in M_o^{n,m}$

$$\mathcal{A} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \overline{B}_i \ ;$$

$$\mathcal{U}_f = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i(f) \overline{B}_i \ , \qquad (11)$$

где $\alpha_i = (\mathcal{A}, \overline{B}_i)$, $\alpha_i(f) = (\mathcal{U}_f, \overline{B}_i)$, $i = \overline{1, k}$, тогда

$$f(\mathcal{A}) = (\mathcal{A}, \mathcal{U}_f) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \alpha_i(f). \qquad (12)$$

Заметим, что

$$f(\overline{B}_e) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i(\overline{B}_e) \alpha_i(f) \equiv \alpha_e(f), \qquad (13)$$

если $\mathcal{A} \in M_0^{n,m}$, то $\exists$ - единственный $x \in D_k^t$, такой, что $\mathcal{A}x = \mathcal{A}$. Тогда

$$f(\mathcal{A}x) = (\mathcal{A}x, \mathcal{U}_f) = \sum_{i=1}^{k+1} \alpha_i(x) f\left(\mathcal{A}\bar{x}^{(j_i)}\right), \qquad (14)$$

что соответствует некоторому разложению (варианту) МКК

$$\left(\alpha_e(x) = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i'(x) C_e^{(i)}, \ e = \overline{2, k+1}; \ \alpha_1(x) = -\sum_{e=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} \alpha_i'(x) C_e^{(i)}, \right.$$

$$\left. \alpha_i'(x) \equiv (\mathcal{A}x, \overline{B}_i), \ i = \overline{1, k} \right).$$

§ 2. Задача прогноза для МКК

Пусть $G(\tilde{M}_0^{n,m})$ - линейное пространство всех функционалов на $\tilde{M}_0^{n,m}$; $(\tilde{M}_0^{n,m})^*$ - линейное подпространство $G(\tilde{M}_0^{n,m})$; g - некоторый элемент $G(\tilde{M}_0^{n,m})$, а $g_1, g_2, \dots, g_N$ - его значения в некоторых точках $A_1, A_2, \dots, A_N$ соответственно $(A_i \in \tilde{M}_0^{n,m},\ i=\overline{1,N})$. Учитывая "наблюдения" $A_i,\ g_i,\ i=\overline{1,N}$, из $(\tilde{M}_0^{n,m})^*$ выбирается линейный функционал $\hat{f}$, наилучший в смысле среднеквадратичных отклонений /9/, рассматриваемый в качестве оценки функционала g :

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{f}(A_i)-g_i\right)^2 \Longleftarrow \min_{f\in(\tilde{M}_0^{n,m})^*} \sum_{i=1}^{N}\left(f(A_i)-g_i\right)^2. \tag{15}$$

Тогда, учитывая (7):

$$\chi_N^2(f) \equiv \sum_{i=1}^{N}\left(f(A_i)-g_i\right)^2 = \tag{16}$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\left((A_i, U_f)-g_i\right)^2 \equiv \mathring{\chi}_N^2(U_f)$$

и

$$\mathring{\chi}_N^2(U_{\hat{f}}) \Longleftarrow \min_{U_f\in\tilde{M}_0^{n,m}} \mathring{\chi}_N^2(U_f). \tag{17}$$

Подставляя (II) в (16), получаем

$$\overset{\circ}{\chi}{}^2_N(U_f)=\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{e=1}^{K}\alpha_e(A_i)\alpha_e(f)-g_i\right)^2\equiv \tag{I8}$$

$$\equiv\tilde{\chi}^2_N\big(\alpha_1(f),\alpha_2(f),\ldots,\alpha_K(f)\big).$$

Из необходимого условия минимума $\tilde{\chi}^2_N$ получаем:

$$\left(U_f,\sum_{e=1}^{N}\alpha_j(A_e)A_e\right)=\sum_{e=1}^{N}\alpha_j(A_e)g_e,\quad j=\overline{1,K}, \tag{19}$$

где $\alpha_j(A_e)$ - известные числа. Если (I9) имеет единственное решение, то это - точка минимума. Тогда g в любой точке A $(A\in\tilde{M}_0^{n,m})$ можно аппроксимировать (прогнозировать) выражением:

$$g(A)\simeq\hat{f}(A)=(A,U_{\hat{f}}). \tag{20}$$

§ 3. Численный ММК для расчета параметров порядка МКК (бинарные сплавы)

3.I. Для изучения параметров порядка ограничимся бинарными сплавами с квадратичной решеткой.

В дальнейшем будем считать, что имеется некоторая физическая модель $A_c B_{1-c}$ сплава на квадратичной решетке с N узлами; параметры порядка являются функциями от N_{AB},

N_{BB}, N_{AA} – равновесных средних значений количества пар AB, BB и AA первых соседей

$$(x_i = x_i\left[(N_{AA}, N_{BB}, N_{AB})_{равн.}\right],\ x = (x_0, x_1, \ldots, x_K) \in D_K^t \ /1/).$$

Рассмотрим элементарный акт процедуры Д.Фосдика /6/ (см. рис. I), который эквивалентен осуществлению следующих "молекулярных реакций":

$$n_1(AA) + n_2(BB) + n_3(AB) \longrightarrow \tag{21}$$

$$\longrightarrow n_1'(AA) + n_2'(BB) + n_3'(AB),$$

где $n_1 + n_2 + n_3 = n_1' + n_2' + n_3' = 7$. Если I) реакции (21) равновесные (в дальнейшем мы будем их рассматривать в приближении Ф.Клаппа /4/; 2) матрица вероятностей перехода обеспечивает эргодичность цепи $(N_{AA}^{(n)}, N_{BB}^{(n)}, N_{AB}^{(n)})$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ со стационарным распределением Больцмана /6/, то мы можем построить стационарные траектории, вдоль которых оцениваются значения $(N_{AA}, N_{BB}, N_{AB})_{равн.}$ и, соответственно, x_i, $i = \overline{1,K}$. Приведем формальный алгоритм генерирования траектории такой цепи:

0. Пусть $(N_{AA}^{(0)}, N_{BB}^{(0)}, N_{AB}^{(0)})$ – некоторое начальное приближение $(N_{AA}, N_{BB}, N_{AB})_{равн.}$

I. Пусть $N_{AA}^{(n)}, N_{BB}^{(n)}, N_{AB}^{(n)}$ – приближение на n-ом шаге;

2. Если $n_i^{(n)} \longrightarrow n_i^{(n)'}$ $(i = \overline{1,3})$ – некоторая разыгранная реализация реакции (21), то принять:

$$N_{AB}^{(n)} \equiv \overset{\circ}{N}{}_{AB}^{(n)} + n_3^{(n)} \longrightarrow N_{AB}^{(n+1)} \equiv \overset{\circ}{N}{}_{AB}^{(n)} + n_3^{(n)'} ,$$

$$N_{BB}^{(n)} \equiv \overset{\circ}{N}{}_{BB}^{(n)} + n_2^{(n)} \longrightarrow N_{BB}^{(n+1)} \equiv \overset{\circ}{N}{}_{BB}^{(n)} + n_2^{(n)'} , \tag{22}$$

$$N_{AA}^{(n)} \equiv \overset{\circ}{N}{}_{AA}^{(n)} + n_1^{(n)} \longrightarrow N_{AA}^{(n+1)} \equiv \overset{\circ}{N}{}_{AA}^{(n)} + n_1^{(n)'} .$$

3.2. Величины $n_1(AA)$, $n_2(BB)$, $n_3(AB)$, входящие в уравнения "реакций" (21), получены из кластеров Д.Фосдика(см.рис.2). Их можно формально представить как квантово-механические (спиновые) состояния, число которых равно 64 (учитывается симметрия кластера).

В представлении $\{\psi_i^{3/2}\psi_j^{1/2}\psi_{i_1}^{3/2'}\psi_{j_1}^{1/2'}\} = \{\Phi_e\}_{e=1}^{64} \equiv \hat{\Phi}$,

где ψ_i^m - спиновые функции, элементы оператора реакции (матрицы вероятностей перехода для элементарного акта ММК) таковы:

$$[\hat{R}_\Phi]_{ij} = \begin{cases} \alpha_i , & j=i , \quad i \leq 32 \\ \beta_i , & j-i=1, \quad i=2m+1 \quad i \leq 32 , \\ \beta_i , & i-j=1, \quad i=2m \quad i \leq 32 , \\ 0 , & |i-j| \neq 1, \quad i \leq 32 , \\ 1 , & i=j , \quad 32<i \leq 64 , \\ 0 , & i \neq j , \quad 32<i \leq 64 , \end{cases} \tag{23}$$

так как

$$\hat{R}_\Phi \Phi_i = \alpha_i \Phi_i + \beta_i \Phi_{i+1}, \quad i=2m+1, \quad i \leq 32,$$

$$\hat{R}_\Phi \Phi_i = \alpha_i \Phi_i + \beta_i \Phi_{i-1}, \quad i=2m, \quad i \leq 32, \tag{24}$$

$$\hat{R}_\Phi \Phi_i = \Phi_i, \qquad 32 < i \leq 64$$

и $[\hat{R}_\Phi]_{ij} = (\Phi_i, R_\Phi \Phi_j)$, где α_i, β_i $(\alpha_i + \beta_i = 1)$ – некоторые постоянные, определяемые в дальнейшем.

Если $\hat{\psi} = \{\psi_e\}_{e=1}^{64}$ – любое представление, то

$$\hat{R}_\psi = \hat{B} \hat{R}_\Phi \hat{B}^{-1}, \tag{25}$$

где $\hat{\psi} = \hat{B} \hat{\Phi}$ (здесь $\hat{B}$ – матрица коэффициентов Клебша-Гордана /II/).

Нами получены вигнеровские функции /3/ в представлении $\hat{\psi}$ (см. рис. 2):

$$f_{ij}(S_z, S_z') = \sum_{e_1, m_1 = 1}^{8,8} \sum_{e_2, m_2 = 1}^{8,8} \sum_{i_1, j_1 = 0}^{2,3} \sum_{i_2, j_2 = 0}^{2,3} \times \tag{26}$$

$$\times\, a^{(i)}_{e_1 m_1} a^{(j)}_{e_2 m_2} B(e_1, m_1, e_2, m_2, i_1, j_1, i_2, j_2) A_{i_1 j_1}(S_z) A_{i_2 j_2}(S_z'),$$

где $d^{(i)}_{em}$, B - постоянные, зависящие от целых параметров;

$$A_{0j}(S_z)=0, \quad j=\overline{0,3},$$

$$A_{10}(S_z)=\frac{9}{16}\delta(S_z,1)-\frac{9}{16}\delta(S_z,-1)+\frac{1}{16}\delta(S_z,-2)-\frac{1}{16}\delta(S_z,2),$$

$$A_{11}(S_z)=\frac{4}{9}\delta(S_z,0)+\frac{1}{24}\delta(S_z,2)+\frac{1}{24}\delta(S_z,-2)-\frac{7}{6}\delta(S_z,1)-\frac{7}{6}\delta(S_z,-1),$$

$$A_{12}(S_z)=\frac{1}{4}\delta(S_z,2)-\frac{1}{4}\delta(S_z,-2)+\frac{1}{2}\delta(S_z,-1)-\frac{1}{2}\delta(S_z,1), \tag{27}$$

$$A_{13}(S_z)=-\frac{1}{6}\delta(S_z,-2)-\frac{1}{6}\delta(S_z,2)+\frac{2}{3}\delta(S_z,-1)+\frac{2}{3}\delta(S_z,1)-\frac{1}{2}\delta(S_z,0),$$

$$A_{20}(S_z)=\frac{1}{8}\delta(S_z,2)+\frac{1}{8}\delta(S_z,-2)-\frac{1}{8}\delta(S_z,1)-\frac{1}{8}\delta(S_z,-1)-\frac{9}{8}\delta(S_z,0),$$

$$A_{21}(S_z)=-\frac{1}{12}\delta(S_z,2)+\frac{1}{12}\delta(S_z,-2)+\frac{7}{3}\delta(S_z,1)-\frac{7}{3}\delta(S_z,-1),$$

$$A_{22}(S_z)=\frac{1}{2}\delta(S_z,0)-\frac{1}{2}\delta(S_z,2)-\frac{1}{2}\delta(S_z,-2),$$

$$A_{23}(S_z)=\frac{1}{3}\delta(S_z,2)-\frac{1}{3}\delta(S_z,-2)+\delta(S_z,-1)-\delta(S_z,1),$$

где δ - символ Кронекера. Учитывая (26)-(27) для элементов матрицы плотности /3/, получаем:

$$\rho_{ij} = \sum_{S_z, S'_z} \mathbb{F}(S_z, S'_z) f^*_{ij}(S_z, S'_z). \tag{28}$$

Тогда закон распределения состояния $\hat{\psi}' = (\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_{64})$ будет:

$$\hat{\psi}' \sim \begin{pmatrix} \psi_1, & \psi_2, & \ldots, & \psi_{64} \\ \rho_{11}, & \rho_{22}, & \ldots, & \rho_{64,64} \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Оператор реакции $\hat{\mathbb{R}}_\psi$ и закон распределения (29) позволяют провести моделирование траектории стационарной в широком смысле /5/ однородной цепи Маркова ММК. Отметим, что

$$n_i^{(n)} = n_i\left(\psi^{(n)}\right), \quad n_i^{(n)'} = n'_i\left(\psi_{i_n}\right), \quad i = 1, 2, 3; \; n = 0, 1, 2, \ldots$$

($\psi^{(n)}$ - реализация состояния на n-ом шаге моделирования).

3.3. Нами получено явное выражение функции условного распределения для системы, изображенной на рис. 2:

$$\mathbb{F}(S_z, S'_z) = \sum_{m=0}^{2} \sum_{j=0}^{3} \sum_{m_1=0}^{2} \sum_{j_1=0}^{3} \times$$

$$\times \left\langle \hat{S}^m_{1/2} \hat{S}^j_{3/2} \hat{S}'^{m_1}_{1/2} \hat{S}'^{j_1}_{3/2} \right\rangle A_{mj}(S_z) A_{m_1 j_1}(S'_z). \tag{30}$$

Вычислим величины $\langle \hat{S}^{m}_{1/2} \hat{S}^{j}_{3/2} \hat{S}'^{m_1}_{1/2} S'^{j_1}_{3/2} \rangle$ в приближении Ф.Клаппа /4/. Рассмотрим кластер, соответствующий рис. 2 (см. рис. 3): $\sigma_i = \pm 1 \ (A \leftarrow +1, \ B \leftarrow -1)$. В приближении Ф.Клаппа вероятность конфигурации этого кластера записывается так:

$$\mathbb{P}_e = \exp\left\{W_e^{-1} \sum_{i=1}^{7} a_i^{(e)} \lambda_i - 1\right\}, \tag{31}$$

где $e = \overline{1,64}$; $\{\lambda_i\}_{i=1}^{7}$ – множители Лагранжа /4/, а $\{a_i^{(e)}\}_{i=\overline{1,7}}^{e=\overline{1,64}}$ – характеристики конфигурации ($a_1^{(e)} \equiv 1$, $a_2^{(e)} \equiv [\sigma]_e$, $a_3^{(e)} \equiv [\sigma_1 \sigma_2]_e$, $a_4^{(e)} \equiv [\sigma_1 \sigma_3]$, $a_5^{(e)} \equiv [\sigma_1 \sigma_4]_e$, $a_6^{(e)} \equiv [\sigma_4 \sigma_6]_e$, $a_7^{(e)} \equiv [\sigma_4 \sigma_7]_e$, $e = \overline{1,64}$), W_e, $e = \overline{1,64}$, – коэффициенты кратности симметрии.

Составим систему уравнений для неизвестных λ_i, $i = \overline{1,7}$:

$$\sum_{e=1}^{64} W_e \mathbb{P}_e = 1,$$

$$\sum_{e=1}^{64} [\sigma_j]_e W_e \mathbb{P}_e = \langle \sigma_j \rangle, \quad j = \overline{1,8}, \tag{32}$$

$$\sum_{e=1}^{64} [\sigma_i \sigma_j]_e W_e \mathbb{P}_e = \langle \sigma_i \sigma_j \rangle, \quad i,j = \overline{1,8}, \quad i < j,$$

где $\langle \sigma_j \rangle \equiv C_A - C_B$ (C_A, C_B – концентрации атомов сорта A и B, соответственно), $\langle \sigma_i \sigma_j \rangle$ – линейные функции от параметров Каучи /4/, /10/.

Численное решение уравнений (32) позволяет вычислить

$$\left\langle \hat{S}^{i}_{1/2} \hat{S}^{j}_{3/2} \hat{S}'^{i_1}_{1/2} \hat{S}'^{j_1}_{3/2} \right\rangle \simeq \simeq \sum_{e=1}^{64} W_e \mathbb{P}_e \left[S^{i}_{1/2} S^{j}_{3/2} S'^{i_1}_{1/2} S'^{j_1}_{3/2} \right]_e , \tag{33}$$

после чего приближенно вычисляется $\mathbb{F}(S_z, S'_z)$ и, соответственно $\{\rho_{ee}\}_{e=1}^{64}$.

3.4. В конце докажем, что оператор реакции (23) обеспечивает стационарность цепи Маркова при удачном выборе α_i, β_i ($\alpha_i + \beta_i = 1$, $i = \overline{1,64}$).

Положим, что если $[\mathbb{R}_\Phi]_{ij} \neq 0$, то

$$[\mathbb{R}_\Phi]_{ij} = \begin{cases} e^{-\Delta E_{ji}}, & \text{если } \Delta E_{ji} > 0, \\ 1, & \text{если } \Delta E_{ji} \leq 0. \end{cases}$$

Докажем, что $Q\hat{\mathbb{R}}_\Phi = Q$ ($Q = (Q_1, Q_2, \ldots, Q_{64})$ – больцмановские факторы /6/. Действительно:

$$[Q\hat{\mathbb{R}}_\Phi]_j = \sum_i Q_i [\hat{\mathbb{R}}_\Phi]_{ij} = \sum_{i,\, i\neq j} Q [\hat{\mathbb{R}}_\Phi]_{ij} + Q_j - \sum_{i,\, i\neq j} Q_j [\hat{\mathbb{R}}_\Phi]_{ji} =$$

$$= Q_j \sum_{i,\, i\neq j} [\hat{\mathbb{R}}_\Phi]_{ji} + Q_j - Q_j \sum_{i,\, i\neq j} [\hat{\mathbb{R}}_\Phi]_{ji} = Q_j$$

$\left(\text{т.к. } [\hat{R}_\Phi]_{ii} = 1 - \sum_{i, i \neq j} [\hat{R}_\Phi]_{ji}\right.$; если $[\hat{R}_\Phi]_{ij} \neq 0$,

то $\left. Q_i [\hat{R}_\Phi]_{ij} = Q [\hat{R}_\Phi]_{ji} \right)$.

Вспомним, что $n_i^{(n)} = n(\varphi^{(n)}),\ n_i^{(n)'} = n(\psi_{i_n})$; тогда $\left(N_{AA}^{(n)}, N_{BB}^{(n)}, N_{AB}^{(n)}\right)$ - цепь будет стационарной в широком смысле.

Отметим, что модифицированный ММК генерирования марковских траектори" эффективен, так как можно применить статистику стационарных последовательностей /9/ для оценки

$\tau_i = \tau_i [(N_{AA}, N_{BB}, N_{AB})_{равн.}]$, $i = \overline{1, K}$, т.е. можно составить эффективные программы для ЭВМ, реализующие вышеописанные процедуры.

Поступила 2.VI.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

I. Сб. Состав-дефектность-свойство твердых фаз. Метод кластерных компонентов. Под ред. Г.И.Чуфарова. М., Наука, 1977.

2. Сб. Методы Монте-Карло в статистической физике. Под ред. К.Биндера и др., М., Мир, 1982.

3. Р.Фейнман. Статистическая механика, М., Мир, 1975.

4. P.C.Clapp, J.Phys. Chem. Sos. 30, 2589 (1969).

5. И.А.Ибрагимов, Ю.В.Линник. Независимые стационарно связанные величины. М., Наука, 1965.
6. L.D. Fosdick, Phys. Rev. 116, 565 (1959).
7. Л.А.Люстерник, В.И.Соболев. Краткий курс функционального анализа. М., Высшая школа, 1982.
8. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин. Элементы теории функции и функционального анализа. М., 1968.
9. Дж.Поллард. Справочник по вычислительным методам статистики. М., Финансы и статистика, 1982.
10. А.А.Кацнельсон, А.И.Ивдонова. Ближний порядок в твердых растворах. ТЛ авт.ред. ФМЛ, М., 1977.
11. Г.Я.Любарский. Теория групп и ее применение в физике. Гос. изд. физ.-мат. литературы. М., 1958.

თ.ქაჩეჩილაძე, გ.ბორჩაძე, მ.სირბილაძე

ზოგიერთ ბინარულ ნაერთთა თვისებების სტატისტიკური მოდელირება კლასტერულ კომპონენტთა მეთოდის საშუალებით

რეზიუმე

წარმოდგენილია კლასტერულ კომპონენტთა მეთოდის მათემატიკური მოდელის ახალი ვარიანტი და წესრიგის პარამეტრების გამოთვლის შესაბამისი რიცხვითი მეთოდი (მონტე-კარლოს მეთოდი).

გამოყენებულია ვინერის ფაზური ფუნქციათა ფორმალიზმი. გამოთვლები ჩატარებულია ტ.კ. აპის მიახლოებაში ბინარული ნაერთებისათვის. აგრეთვე განხილულია პროგრამის ამოცანა კლასტერულ კომპონენტთა მეთოდისათვის.

T.Gachechiladze, Z. Georgadze, G.Sirbiladze

STATISTICAL MODELLING OF THE PROPERTIES OF SOME BINARY ALLOYS IN THE APPROXIMATION OF THE CLUSTER COMPONENT METHOD

Summary

A new version of the mathematical model of the cluster component method and the corresponding numerical method of calculating order parameters are presented. The formalism of Wigner phase-space functions is used. The calculations are carried out in the F.Clapp approximation for binary alloys. The prediction problem for the cluster component method is also considered.

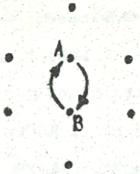

Рис.I.

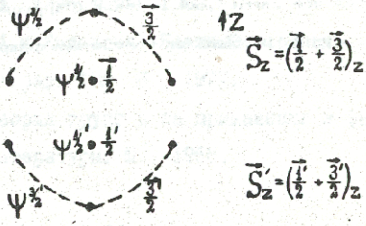

Рис.2.

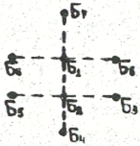

Рис.3.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭРГОДИЧЕСКОЙ ОДНОРОДНОЙ ЦЕПИ МАРКОВА И ЕЕ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Г.Г.Сирбиладзе

I. Пусть $\mathfrak{X}$ – конечное множество, $\{\xi_t, t \in \mathbb{Z}_+\}$ – однородная эргодическая цепь Маркова с множеством состояний $\mathfrak{X}$ и со стационарным законом распределения

$$q(x) = (1/Q)EXP(-H(x)), \tag{I}$$

где $x \in \mathfrak{X}$, $Q = \sum_{x \in \mathfrak{X}} EXP(-H(x))$, H – некоторая положительная функция на $\mathfrak{X}$.

Пусть f – функция, определенная на $\mathfrak{X}$ $(f: \mathfrak{X} \to \mathbb{R}^1)$. Обозначим:

$$\theta \equiv \mathbb{E}_q f(\xi_\infty) \equiv \sum_{x \in \mathfrak{X}} f(x) q(x), \tag{2}$$

$$\sigma^2 \equiv \lim_{N\to\infty} D_q \left\{ \sum_{t=0}^{N-1} f(\xi_t)/N \right\}.$$

Известно, что для цепи $\{f(\xi_t), t\in\mathbb{Z}_+\}$ имеет место усиленный закон больших чисел (УЗБЧ): $\mathbb{P}\{\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1} \times$ $\times f(\xi_t)=\theta\}=1$ и если $\sigma^2<\infty$, $\sigma^2\neq 0$, то и центральная предельная теорема (ЦПТ) /I/. Наша задача: построить матрицу вероятностей перехода, обеспечивающую эргодичность $\{\xi_t, t\in\mathbb{Z}_+\}$ цепи со стационарным законом распределения (I); смоделировать траекторию цепи и, используя УЗБЧ и ЦПТ, развить метод оценки доверительными интервалами неизвестного параметра θ.

2. Пусть для некоторых определенных пар (i, j) элементы стохастической матрицы $\mathbb{P}$ удовлетворяют уравнению:

$$P_{ij}/P_{ji} = \mathrm{EXP}\{-(H(x_i)-H(x_j))\}, \tag{3}$$

для остальных же (i,j) пар:

$$P_{ij}=P_{ji}=0 \ (i\neq j),\ P_{ii}=1-\sum_{j\neq i} P_{ij} \tag{3'}$$

Так что $\mathcal{X}$ состоит из одного класса сообщающихся состояний. Легко доказать, что если $\mathbb{P}$ – такая стохастическая матрица, то цепь эргодическая со стационарным законом распределения (I).

Пусть $\mathcal{X}_k$ $(k=\overline{1,n})$ - подмножества $\mathcal{X}$ $(\mathcal{X}_k=\{x_i : x_i \in \mathcal{X},\ P_{ki} \neq 0\},\ k=\overline{1,n})$. Так как цепь эргодическая, то выбор начальной точки траектории $x^{(0)}$ $(\xi_0 = x^{(0)})$ произволен (поскольку закон распределения Q_0 случайной величины ξ_0 произволен). $x^{(0)}$ соответствует множество $\mathcal{X}^{(0)}$ $(\mathcal{X}^{(0)}=\{x : P(x^{(0)} \to x) \neq 0,\ x \in \mathcal{X}\})$, из которого выбирается следующая точка траектории - $x^{(1)}$, которой соответствует множество $\mathcal{X}^{(1)}$ и т.д. (выбор точек $x^{(t)}$, $t=1,2,3,\ldots$, подразумевает моделирование случайных величин ξ_t $(t=1,2,3,\ldots)$ по закону распределения Q_t $(t=1,2,3,\ldots)$.

Пусть $\mathbb{P}$ - некоторое решение (3)-(3′). Тогда $x^{(t+1)}$ выбирается согласно следующего закона распределения:

$$x^{(t+1)} \sim \begin{pmatrix} x \in \mathcal{X}^{(t)} \\ P(x^{(t)} \to x) \end{pmatrix} \tag{4}$$

Моделирование происходит посредством последовательности псевдослучайных чисел /2/.

3. Пусть $\{\hat{x}^{(t)},\ t=0,1,2,\ldots\}$ - смоделированная траектория цепи Маркова. Для построения доверительного интервала оценки параметра θ будем пользоваться ЦПТ в случае однородных эргодических цепей Маркова /1/.

В этом случае при больших N доверительный интервал для оценки параметра θ, соответствующий уровню значимости α, таков:

$$\left(\hat{\bar{f}}_N - \frac{\gamma_\alpha \sigma}{\sqrt{N}},\ \hat{\bar{f}}_N + \frac{\gamma_\alpha \sigma}{\sqrt{N}}\right), \tag{5}$$

где $\Phi(\gamma_\alpha) = \frac{\alpha}{2}$, Φ - функция Лапласа $(\sigma^2 \neq 0)$

и

$$\hat{\bar{f}}_N \equiv \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f\left(\hat{x}^{(t)}\right). \tag{6}$$

Если численное значение σ^2 неизвестно, то в (5) подставляется ее оценка.

4. Так как марковская цепь становится стационарной (в широком смысле) после того, как в цепи "появится" случайная величина ξ_{t_0} с законом распределения (I), то при наблюдении за моделируемой траекторией можно ожидать, что, начиная с некоторого момента моделирования $(t=t_0)$, поведения траектории $\{f(x^{(t)}), t>t_0, t\in \mathbb{Z}_+\}$ цепи будет стационарным. Возможность выделения постоянного тренда из смоделированных траекторий $\{f(\hat{x}^{(t)})\}$ и $\{f^2(\hat{x}^{(t)})\}$ позволяет обнаружить такой момент $t=t_0$, начиная с которого, согласно вводимым нами ниже критериям (см. п.5), траектория

считается стационарной. Тренд выделяется на основе последовательного применения метода наименьших квадратов (МНК). В роли тренда выбирается полином:

$$g_\ell(i) = \sum_{k=0}^{\mathcal{K}} (i T_\ell)^k C_k^{(\ell)}, \tag{7}$$

где $T = \max_{t \in \overline{\ell, \ell+n-1}} f(\hat{x}^{(t)}) - \min_{t = \overline{\ell, \ell+n-1}} f(\hat{x}^{(t)})$, $\mathcal{K}$ - степень полинома, $\ell = 1, 2, \ldots$ $(\mathcal{K} < n)$, n - фиксированное число $(n \in N)$. МНК определяет $C_k^{(\ell)} = C_k^{(\ell)}(x^{(\ell)}, x^{(\ell+1)}, \ldots, x^{(\ell+n-1)})$ зависимости /3/.

С уверенностью можно сказать, что в большинстве случаев для практических задач, пройдя "много" этапов моделирования траектории $(t > t_0)$, можно применить стационарную статистику для оценки σ^2. Тогда σ^2 модифицируется следующим образом (см. /4/):

$$\sigma^2 = \rho(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho(k), \tag{8}$$

где $\rho(k)$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ - авто-ковариационная функция стационарной последовательности. В качестве оценки $\rho(k)$ берем асимптотически несмещенную статистику:

$$\hat{\rho}_N(k) = \frac{1}{N-1} \sum_{t=0}^{N-k-1} \left[f\left(\hat{x}^{(t)}\right) - \hat{\bar{f}}_N \right] \left[f\left(\hat{x}^{(t+k)}\right) - \hat{\bar{f}}_N \right]. \qquad (9)$$

Если с увеличением N $(N > N_0)$ значения $\hat{\rho}_N(k)$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ "практически" постоянный /4/, то σ^2 оцениваем асимптотически несмещенной оценкой:

$$\hat{\sigma}^2_N = \hat{\rho}_N(0) + 2 \sum_{k=1}^{K} \hat{\rho}_N(k), \qquad (10)$$

$$K < N.$$

Другой метод оценки σ^2 (более надежный, но трудно реализуемы.. на ЭВМ, требующий параллельного генерирования траектории) таков:

Пусть $\left\{ \hat{x}_m^{(n)},\ m \leq M,\ n \leq N \right\}$ – сериальная генерированная траектория $(t < M)$. Тогда

$$\hat{\bar{f}}_M(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{t=0}^{M-1} f\left(\hat{x}^{(\tau)}\right), \quad \tau = \overline{0, N-1},$$

$$\hat{\rho}_{ij}(M) = \frac{1}{M(M-1)} \sum_{t=0}^{M-1} \left[f\left(\hat{x}^{(i)}\right) - \hat{\bar{f}}_M(i) \right] \left[f\left(\hat{x}^{(j)}\right) - \hat{\bar{f}}_M(j) \right], \quad i, j = \overline{0, N-1}, \qquad (11)$$

$$\hat{\sigma}^2_{M,N} = \hat{\rho}_{00}(M) + 2\sum_{i=1}^{K} \hat{\rho}_{i0}(M), \qquad K < M,$$

- асимптотически несмещенные оценки для θ, ρ_{ij} и σ^2, соответственно. Если M, N, K таковы, что $\hat{\hat{f}}_M(\tau)$, $\hat{\rho}_{ij}(M)$, $\hat{\sigma}^2_{M,N}$ "практически" постоянны, то (5) модифицируется так:

$$\left(\hat{\hat{f}}_N - \frac{\gamma_c \hat{\sigma}_{M,N}}{\sqrt{N}}, \ \hat{\hat{f}}_N + \frac{\gamma_\alpha \hat{\sigma}_{M,N}}{\sqrt{N}} \right). \tag{12}$$

5. Процесс $\xi_t \ (t \in \mathbb{T})$ будем называть ε-квазистационарным относительно среднего, если для фиксированного $\varepsilon > 0$ и для любой пары $(t_1, t_2) \in \mathbb{T}$, $|\mathbb{E}(t_1) - \mathbb{E}(t_2)| \leq \varepsilon$.

Процесс $\xi_t \ (t \in \mathbb{T})$ второго порядка будем называть ε-квазистационарным относительно ковариационной функции, если для фиксированного $\varepsilon > 0$, любого $\tau \in \mathbb{Z}_+$ и любых двух пар $(t_1, t_2), (S_1, S_2) \in K_\tau$ выполняется:

$|\rho(t_1, t_2) - \rho(S_1, S_2)| \leq \varepsilon$, где $K_\tau = \{(t_1, t_2) \in \mathbb{T}^2, |t_1 - t_2| = \tau, \rho(t_1, t_2)\}$ - ковариационная функция процесса.

Ясно, что ε-квазистационарность проверяется просто средствами ЭВМ на множестве оценок средних и автоковариаций.

Поступила 5.VI.1986

Кафедра
случайных процессов

Литература

1. И.А.Ибрагимов, Ю.В.Линник. Независимые стационарно связанные величины, М., Наука, 1965.
2. Д.Кнут. Искусство программирования для ЭВМ. т.2, М., Наука, 1978.
3. Р.Отнес, Л.Эноксон. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы, М., Мир, 1982.
4. С.М.Ермаков, Г.А.Михайлов. Статистическое моделирование. М., Наука, 1982.

გ. სირბილაძე

მარკოვის ერგოდული ერთგვაროვანი ჯაჭვის მოდელირება და მისი სტატისტიკური ანალიზი

რეზიუმე

წარმოდგენილია ერგოდული, ერთგვაროვანი მარკოვის ჯაჭვის ტრაექტორიის მოდელირების მეთოდი და შესაბამისი სტატისტიკური ანალიზი. შემუშავებულია ნდობის ინტერვალებით შეფასების მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია მარკოვის ჯაჭვის შემთხვევითი მიმდევრობებისათვის ზღვრით თეორემებზე და პროცესის ε - კვაზისტაციონარობის ცნებაზე, აგრეთვე შემუშავებულია სტაციონარობის სტატისტიკური კვლევის მეთოდი მარკოვის ჯაჭვის მიმდევრობებისათვის.

G.Sirbiladze

MODELLING OF A MARKOVIAN HOMOGENEOUS ERGODIC CHAIN AND ITS STATISTICAL ANALYSIS

Summary

An ergodic homogeneous Markov chain trajectory modelling method and corresponding statistical analysis are presented.

A method of estimating by confidence intervals is developed, based on limit theorems for Markovian type stochastic sequences and on the concept of E-quasistationarity of the process.

A method was also developed for a statistical study of stationarity of Markovian type ctochastic sequences.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ПРИМЕНЕНИЕ ОПИСАТЕЛЬНЫХ И РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ КОНЦЕПТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ДЕПРЕССИВНЫХ СОСТОЯНИЙ

Н.А.Шергелашвили, О.В.Яшвили

Депрессия является самой распространенной формой душевного страдания. Её полиморфные проявления зависят от вызвавшей причины, исходного состояния организма и личностных конституциональных особенностей заболевшего. Понятия "депрессия" или "депрессивный" многозначны и часто их употребляют неточно даже в клинической психиатрии. Этому способствует то обстоятельство, что депрессивный синдром может развиться в структуре таких болезней (нозологических единиц), какими являются циклофрения, циклотимия, шизофрения, эпилепсия, реактивные, симптоматические, интоксикационные психозы, органические заболевания головного мозга. Решающим в оценке любой клинической классификации может быть только опыт.

В основном депрессия складывается из понижения настроения, интеллектуальной и моторной заторможенности. Удельный вес и взаимоотношения вышеуказанных признаков определяют как глубину, так и структуру депрессии. (Важное значение приобретают и соматические признаки указанного синдрома. Следует выделить и скрытую депрессию, при которой соматические симптомы выступают на первом месте, а психологические её проявления остаются на заднем плане).

Опыт, накопленный при лечении этих заболеваний, показывает, что при определении того или иного метода терапии речь может идти не столько о лечении "нозологических единиц" в смысле классической психиатрии Крепелина, сколько о направлении терапевтических усилий на т.н. "симптомы-мишени", при этом оказалось несущественным, в какой общей клинической картине эти симптомы фигурируют.

Следует однако отметить, что выявление тонких синдромальных структурных различий, с помощью которых можно было бы отличать друг от друга отдельные виды депрессивных состояний, саму депрессию, взятую в целом, нетрудно достаточно четко отграничить от других важных синдромов из области специальной психиатрии.

Со времен Крепелина существуют самые разнообразные точки зрения.

Задача формирования типологии состоит в том, что нужно строить классы по строго определенным критериям. Эта дефиниция класса должна быть такой, чтобы каждое наблюдение соответствовало одному и только одному классу. Критерии, которые помогают разделить депрессии на классы, могут быть симптоматологическими, патогенетическими или этиологическими.

Возможно построение типологии и посредством комбинации названных критериев.

Как было отмечено выше, психозы с депрессивной симптоматикой многообразны: эндогенная депрессия, реактивная депрессия, инволюционная депрессия, соматогенная астеническая депрессия, невротическая депрессия, органическая депрессия и др. В зависимости от формы и этиопатогенеза каждого депрессивного синдрома, различны их патогенетические предпосылки и патокинетические механизмы, структура и семантическое содержание.

Дифференциально-диагностические трудности создаются особенно при выявлении и отграничении сложных депрессий, в частности, при таких вариантах, которые характеризуются неравномерной выраженностью компонентов депрессивного синдрома.

Применение методов интенсивно развивающейся в данное время области науки "искусственный интеллект" делает возможным проверять ценность понятий, выдвинутых клиникой, и ввести новые типологии на эмпирической основе.

Рассматривались два вида депрессивных состояний: невротическая депрессия и инволюционная депрессия. Для описания каждого индивидуума использовался целый ряд признаков: актуальные симптомы, анамнестические данные, касающиеся конкретной личности, её семейного окружения, биологические параметры и т.д. Каждый симптом фиксируется и характеризуется по степени выраженности в 4-балльной системе:

I - отсутствие симптома,

2 - слабо выраженный характер,

3 - средне выраженный характер,

4 - сильно выраженный характер.

Предлагаемая работа основывается на исследовании 143 депрессивных пациентов, которые обследовались и проходили курс лечения в Институте психиатрии им. М.М.Асатиани г.Тбилиси.

Математическая обработка клинических данных осуществлялась с помощью программы CONF2, вырабатывающей т.н. вероятностные концепты /3/, и программы TREES, вырабатывающей разделительные концепты /3/. Формирование вероятностных концептов реализуется при предположении, что вырабатываемое понятие имеет иерархическую структуру, при которой учитываются частотные оценки признаков: на I ступени фигурируют признаки с наибольшей частотой встречи, на II ступени понятия - признаки с меньшей частотой встречи и т.д.

Процедура формирования понятия выявляет характерные для рассматриваемого класса объектов сочетания функций состояний признаков. Эти сочетания представлены импликантами понятия.

Описательные понятия отображают ту общность, которая присуща объектам рассматриваемых классов, а разделительные понятия отображают ту специфику, которая позволяет дифференцировать объекты обоих классов.

При установлении формы патологии используются концептуальные описания нозологических единиц, содержащие несколько ступеней. Описание первой ступени формировалось на основе признаков, частота встречи которых для рассматриваемого заболевания превышает 75%, описание второй ступени - на основе признаков, частота встречи которых находится в интервале 50-75%, и т.д.

При обработке материала для случая невротической депрессии на I ступени был сформирован концепт, образуемый сочетаниями из пяти признаков:

12 - психотравмирующие ситуации,

28 - понижение настроения,

33 - ощущение тревоги,

48 - общая слабость,

69 - нарушение засыпания.

Этот концепт представлен тремя уровнями. I уровень выглядит следующим образом:

I.	I2/2/	28 /2/	33 /2/	-		V
2.	I2 /2/	28 /2/	-	48 /2/		V
3.	I2 /I/	28 /I/	33 /2/	48 /I/	69 /I/	V
4.	-	28 /2/	33 /2/	48 /2/	-	v
5.	I2 /I/	28 /I/	-	48 /2/	69 /2/	V
6.	-	-	33 /2/	48 /2/	69 /2/	V
7.	I2 /2/	28 /2/	-	-	69 /2/	

На первом уровне понятия фигурируют два значения признака: I и 2. Состояние 2 свидетельствует о том, что признаку отвечают значения патологии (т.е. его слабая, средняя или сильная выраженность), а состояние I- о том, что признаку соответствует значение нормы.

На втором уровне понятия фигурируют те же самые признаки, но детализация описания здесь бо́льшая, чем на первом уровне. На третьем уровне описание еще больше детализировано.

Все вышеуказанные замечания остаются в силе и для случая инволюционной депрессии, для которой на I ступени были получены концепты, представляющие собой сочетание следующих признаков:

25 - понижение контакта с окружающими и врачом,

28 - понижение настроения,

36 - скорбная мимика,

69 - нарушение засыпания,

71 - неудовлетворенность от ночного сна.

I уровень I ступени концепта имеет вид:

1.	25 /2/	28 /2/	36 /2/	-	-	V
2.	-	28 /2/	36 /2/	-	71/1/	V
3.	25 /2/	-	36 /1/	69 /2/	71/2/	V
4.	-	28 /2/		69 /2/	71/2/	

В таблице I приводятся результаты дифференциации невротической и инволюционной депрессии на базе описательных концептов (143 случая).

Таблица I.

Результаты дифференциации случаев невротической и инволюционной депрессии

Тип депрессии	Число случаев номер уровня			Итого	Неопределенность дифференциации
	I	II	III		
невротическая	18	25	27	70	20
инволюционная	10	11	4	25	28

Как видно из таблицы I, на I уровне понятия отдифференцированы 18 объектов, на II уровне - 25, на III - 27, всего 70 из 90 исследуемых объектов, принадлежащих классу невротической депрессии. Для 20 объектов имеет место неопределенность дифференциации.

Для класса инволюционной депрессии на I уровне распознаны 10 объектов, на П - 11, на Ш - 4 (всего 25 объектов), для 28 объектов результат дифференциации оказался неопределенным.

Применение следующих ступеней понятия может снизить уровень неопределенности диагноза.

Были вычислены концепты, отвечающие и второй ступени понятия. Для невротической депрессии концепт представляет собой сочетания, строящиеся из следующих признаков:

13 - жжение и онемение конечностей,

14 - ощущение покалывания в организме,

16 - головная боль,

25 - понижение контакта с окружающими и врачом,

27 - понижение активности в действиях и желаниях,

40 - раздражительность,

42 - слезливость,

47 - страхи различного характера,

63 - вегетодистония, приливы в области сердца,

71 - неудовлетворенность от ночного сна,

72 - понижение аппетита.

Концепт второй ступени, соответствующий невротической депрессии состоит из 67 импликант (в силу громоздкости не будем его приводить, но он может быть помещен в память машины).

Для инволюционной депрессии концепт представляет собой сочетания, строящиеся из следующих признаков:

12 - психотравмирующие ситуации,

23 - повышение артериального давления,

27 - понижение активности в действиях и желаниях.

33 - ощущение тревоги,

38 - бедность моторики,

42 - слезливость,

40 - раздражительность,

46 - страхи различного характера,

47 - навязчивые мысли и действия,

48 - быстрая утомляемость,

53 - ипохондрические идеи и фиксации,

54 - уверенность в наличии неизлечимой болезни,

72 - понижение аппатита.

Концепт второй ступени, соответствующий инволюционной депрессии, состоит из 49 импликант.

Сравнивая перечень встречающихся признаков на I и П ступени для обеих вышеуказанных форм депрессии, можно сделать следующий вывод. На первой ступени выдвинулись признаки,частота встречи которых больше 75%, т.е. наиболее часто для обеих форм депрессии встречаются: понижение настроения (признак 28) и нарушение засыпания (признак 69).

Кроме этого для невротической депрессии, в отличие от инволюционной, характерны также наличие психотравмирующих ситуаций в анамнезе (признак 12), ощущение тревоги и общая слабость (признаки 33 и 48), а для инволюционной депрессии - понижение контакта с окружающими и врачом (признак 25), скорбная мимика (признак 36) и неудовлетворенность от ночного сна (признак 71).

На второй ступени понятия фигурируют следующие признаки, общие для обеих форм: понижение активности в действиях и желаниях (признак 27), раздражительность (признак 40), слезливость (признак 42), страхи различного характера (признак 46), понижение аппетита (признак 72).

Для невротической депрессии на II ступени характерны: жжение и онемение конечностей (признак 13), ощущение покалывания в организме (признак 14), головная боль (признак 16), вегетодистония, приливы в области сердца (признак 63), неудовлетворенность от ночного сна (признак 71).

Для инволюционной депрессии на второй ступени характерны: повышение артериального давления (признак 23), бедность моторики (признак 38), навязчивые мысли и действия (признак 47), ипохондрические идеи и фиксации (признак 53), уверенность в наличии неизлечимой болезни (признак 54); как видно, у этих форм депрессии много общих характерных признаков (симптомокомплектов), но одновременно есть и различающие симптомы. Как было отмечено, последующие ступени понятия могут помочь окончательной дифференциации форм депрессий. Однако описательные концепты в ряде случаев могут оказаться недостаточными для получения окончательного вывода о нозологической принадлежности больного. Тогда для дифференциации этих заболеваний надо учесть еще и разделительные концепции.

Программа TREES, позволяющая получить разделительные концепты для невротической и инволюционной депрессий, была применена для тех же групп больных, для которых использовали программу CONF2. Поскольку разделительные концепты содержат большое количество импликант, приведем их не полностью, а фрагментарно.

фрагменты разделительных концептов для невротической (I) и инволюционной (2) депрессий:

(1) 1. II /I/ 35 /I/ 62 /I/ 20 /I/ ✓

2. II /I/ 35 /I/ 62 /I/ 20/I/ 65 /I/ 2I /I/ ✓

3. II /I/ 35 /I/ 62 /I/ 20 /I/ 65/I/ 2I/I/ 25/I/

4. II/I/ 35/I/ 62 /I/ 20 /I/ 65 /I/ 2I/I/ 25/I/ 23/I/ 54/I/ ✓

...

(2) 1. II /I/ ✓

2. II/I/ 35 /I/ ✓

3. II /I/ 35 /I/ 62 /I/ 20 /I/ 65 /I/ ✓

4. II /I/ 35 /I/ 62 /I/ 20 /I/ 65 /I/ 2I /I/ 25 /I/ 23 /I/ ✓

5. II /I/ 35 /I/ 62 /I/ 20 /I/ 65 /I/ 2I /I/ 25 /I/ 23 /I/ 54 /I/ 48 /I/.

Здесь:

II - хронический алкоголизм,

35 - замкнутость в себе,

62 - нигилистические идеи,

20 - тошнота,

65 - явления психического автоматизма,

2I - рвота,

23 - понос,

54 - возникшая склонность к персеверации,

48 - дезориентация во времени, в месте, в самом себе.

Продемонстрируем использование концептов. Рассмотрим, например, случай (ист. болезни № 1607) 81. У больного отмечается наличие психотравмирующих ситуаций (признак 12), сильно выражено также ощущение тревоги (признак 33, значение 4), отсутствуют общая слабость (признак 48, значение I) и нарушение засыпания (признак 69, значение I), что позволяет по I импликанте понятия I уровня I ступени отнести объект к классу невротической депрессии. Наряду с этим, следующее сочетание значений признаков: средне выраженный характер понижения контакта с окружающими и врачом (признак 25, значение 3), сильно выраженное понижение настроения (признак 28, значение 4), сильно выраженная скорбная мимика (признак 39, значение 4), отсутствие нарушения засыпания (признак 71, значение I) и неудовлетворенности от ночного сна (признак 74, значение 4) позволяет отнести объект к классу инволюционной депрессии, т.к. сочетание таких значений перечисленных признаков соответствует I импликанте понятия для инволюционной депрессии. В таких случаях, когда описательный концепт не исключает альтернативного диагноза, мы прибегаем к использованию разделительных концептов.

Разделительные концепты, соответствующие вышеупомянутым нозологическим формам, описываются дизъюнкцией импликант, каждая из которых представляет собой конъюнкцию значений признаков.

Применение разделительных концептов без предварительного использования описательных концептов не обосновано, поскольку указание на возможность отнесения данного случая к данному заболеванию содержит именно описательный концепт в форме некоторого сочетания функций состояний признаков, отвечающего определенной импликанте понятия. Специфические же сочетания признаков, которые содержат разделительные концепты, могут использоваться для дифференциации форм патологии лишь в том случае, если есть достаточные основания относить рассматриваемый случай к этим формам. Применив разделительные концепты к трудноразличимым заболеваниям, можно сделать окончательный вывод о нозологической принадлежности заболевшего. Например, в рассмотренном выше случае при возникновении неопределенности для объекта (ист.болезни №1607) применялись разделительные концепты для инволюционной и невротической депрессий. Объект отдифференцировывался по первой импликанте разделительного концепта инволюционной депрессии. I импликанта разделительного концепта инволюционной депрессии выглядит так: II/I/, т.е. не первое значение II-го признака, II-ый признак соответствует хроническому алкоголизму. У отмеченного больного наличествует этот признак (значение 2).

Таким образом, вопрос о нозологической принадлежности того или иного больного можно успешно разрешить по имеющимся описательным и разделительным концептам.

Поступила 18.VI.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. Б.Дюран, П.Оделл. Кластерный анализ. М., "Статистика", 1977.

2. Э.Хант, Дж.Марин, Ф.Стоун. Моделирование процесса формирования понятий на вычислительной машине.М.,"Мир",1970.

3. Отчет о научно-исследовательской работе по теме: "Разработка алгоритмических основ концептуальных подсистем представления знаний для интеллектуальных исполнительных систем", Тбилиси, 1985.

4. В.В.Кербиков, М.В.Керкина, Р.А.Наджаров, А.В.Снежневский. Психиатрия, "Медицина", Москва, 1968.

5. Депрессия, вопросы клиники, психопатологии, терапии (доклады, представленные на симпозиуме, проходившем 10-12 сентября 1970г. в г.Москве).

6. В.В.Чавчанидзе, А.В.Корнеева. Аналитический фильтрационный метод формирования понятий. Сообщения АН ГССР, т.65, № 3, 1972.

7. Д.А.Поспелов. Логические методы анализа и синтеза схем. М., "Энергия", 1974.

8. А.В.Корнеева. Искусственный интеллект и теоретические проблемы медицинской кибернетики. Труды Института кибернетики АН ГССР, т.I, Тбилиси, 1977.

9. Н.А.Плохинский. Биометрия. Издательство Московского университета, 1970.

ნ, შერგელაშვილი, ო. იაშვილი

აღწერითი და განმასხვავებელი კონცეფციის გამოყენება დეპრესიული მდგომარეობების სტრუქტურული თავისებურებე-ბის განსაზღვრისათვის

რეზიუმე

განსაზღვრულია დეპრესიული მდგომარეობების, კერძოდ ნევროზული და ინვოლუციური დეპრესიების სტრუქტურული თავისებურებები; აღწერი-თი და განმასხვავებელი კონცეპციების გამოყენებით ხდება აღნიშნული ერთეულების დიფერენციაცია,

N.Shergelashvili, O.Iashvili

USE OF DESCRIPTIVE AND DIFFERENTIATIVE CONCEPTS IN DEFINING THE STRUCTURAL PECULIARITIES OF DEPRESSIVE STATES

Summary

The structural peculiarities of depressive states, in particular of the neurotic and involutional depressions, are defined.

The indicated nosological entities are differentiated through the use of descriptive and differentiative concepts.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИБЛИЖЕНИЯ КЛАППА ДЛЯ БИНАРНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

Т.В.Давиташвили

I.° <u>Введение</u>. Для исследования некоторых свойств (термодинамических, механических и т.д.) соединений, характеризующихся определенной степенью упорядоченности, важное значение имеет знание распределения вероятностей n -атомных конфигураций (n -местных кластерных конфигураций), $n \geqslant 9$. Одним из важных методов решения таких задач является метод вариации вероятностей, при помощи которого вся задача сводится к решению системы нелинейных уравнений /1,2/. С помощью такого подхода Ф.Клапп исследовал распределение вероятностей для некоторых бинарных сплавов /3/.

Если иметь в виду возможность обобщения метода кластерных компонентов, например, на тройные сплавы (что само по себе не является тривиальной задачей), когда получается гораздо более сложная система, то нам представляется важным разработать эффективные численные методы решения полученных систем нелинейных уравнений.

В данной работе предлагается итерационный метод решения систем нелинейных уравнений, который может быть эффективно реализован на параллельных вычислительных системах типа *SIMD*, представляющих собой набор параллельных процессоров с последовательным потоком команд и параллельным потоком данных /4/. При помощи этого итерационного метода решается система нелинейных уравнений, предложенная в /3/, и сравниваются полученные результаты.

При реализации итерационных методов важное значение приобретает выбор начальных приближений. Если для бинарных соединений выбор начального приближения можно достаточно эффективно осуществить, исходя из физических предположений, то в случае тройных сплавов это почти невозможно в силу отсутствия достаточной физической информации. В данной работе для выбора начальных приближений используется метод поиска, основанный на $\Pi\Pi_\tau$ последовательности /5/.

2.° <u>Метод вариации вероятностей (МВВ)</u>. При рассмотрении МВВ или, как его еще называют, принципа максимума информационной энтропии (МИЭ), будем следовать работам Джейнза /1,2/. МВВ универсален, он позволяет оценивать распределения вероятностей как в случае "объективистской" (частотной) интерпретации, так и в случае "субъективистской", отображающей уровень нашего знания, т.е. количество априорной информации.

Задача оценки неизвестного распределения вероятностей в случае, когда дана недостаточная информация или она вовсе отсутствует, не является новой. Принцип индифферентности

Лапласа является попыткой замены недостающего критерия выбора. Однако, за исключением случаев, когда имеются налицо "очевидные элементы симметрии", делающие случайные события "равновозможными", этот принцип не может обеспечить удовлетворительного решения проблемы. Обобщением этого принципа на случай наличия некоторой, недостаточной информации является МИЭ.

Делая оценки на основе МВВ, мы должны пользоваться распределением вероятностей, максимизирующим энтропию при условиях, соответствующих нашей частичной информации. Использование другого распределения означает использование произвольного предложения. Оценки неизвестных распределений, полученные таким образом, обладают важным свойством: не игнорируется ни одна возможность любой ситуации, которая абсолютно не исключается данной информацией; ей приписывается положительный вес.

Заметим, что принцип МИЭ не представляет собой физический закон, а является методом рассуждения, позволяющим исключить произвольные предположения.

3.^{0} Оценки, основанные на принципе МИЭ и шенноновской мере информационной энтропии. Рассмотрим дискретный случай. Пусть случайная величина ξ принимает дискретные значения $x_i \ (i=\overline{1,n})$. Пусть нам не известны соответствующие вероятности P_i и всё, что мы знаем, это математическое ожидание некоторых функций:

$$\langle f_j(\xi)\rangle=\sum_{i=1}^{n} P_i f_j(x_i), \quad j=\overline{1,m}, \ m<n, \qquad (1)$$

и

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1. \tag{2}$$

Задача заключается в оценке вероятностей $P_i \equiv P(x_i)$, удовлетворяющих условиям (1) и (2) и максимизирующих функционал Шеннона:

$$H\left(P(\xi)\right) = -\sum_{i=1}^{n} P_i \ln P_i . \tag{3}$$

Джейнз показал /I/, что распределение, максимизирующее (3) при условиях (1) и (2), имеет вид (в дальнейшем подобные распределения будем коротко называть МЭ распределениями):

$$\tilde{P}_i = \exp\left[-\lambda_0 - \lambda_1 f_1(x_i) - \cdots - \lambda_m f_m(x_i)\right], \tag{4}$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_m$ – множители Лагранжа, определенные из условий:

$$\lambda_0 = \ln Z(\vec{\lambda}), \quad \langle f_j(\xi)\rangle = -\frac{\partial}{\partial \lambda_j} \ln Z(\vec{\lambda}), \tag{5}$$

$$j = 1, \ldots, m.$$

Функция

$$Z(\vec{\lambda}) \equiv Z(\lambda_1, \ldots, \lambda_m) = \sum_{i=1}^{n} \exp\left[-\sum_{j=1}^{m} \lambda_j f_j(x_i)\right] \tag{6}$$

называется обобщенной статистической суммой. Энтропия распределения сводится к

$$H_{max} = \lambda_c + \lambda_1 \langle f_1(\xi) \rangle + \dots + \lambda_m \langle f_m(\xi) \rangle .$$

4.^{0} Система уравнений приближения Клаппа. Рассмотрим ОЦК решетку, элементарная ячейка которой изображена на рис.I. Заполнение каждого узла характеризуется, т.н. числом заполнения σ_i $(i=0,1,\dots,8)$,принимающего значения $+1$ ($\equiv$ атом сорта A) или -1 ($\equiv$ атом сорта B). Кубическая точечная группа содержит 48 операций симметрии, отображающих множество кластеров на себя. Через W_k обозначим число партнеров симметрии /3/, которыми обладает k -ая оболочечная конфигурация; каждый из таких партнеров характеризуется одинаковыми вероятностями, что существенно уменьшает число подлежащих рассмотрению различных конфигураций.

Легко показать, что точечная функция Вигнера /6/ кластеров, соответствующая элементарной ячейке (см. рис.), имеет вид

$$F(\sigma_0,\sigma_1,\dots,\sigma_8) = \sum_{i_0,i_1,\dots,i_8=0}^{1} B_i(\sigma_0,\sigma_1,\dots,\sigma_8)\langle \sigma_0^{i_0}\sigma_1^{i_1}\cdot\ldots\cdot\sigma_8^{i_8}\rangle , \tag{7}$$

где $\langle \sigma_0^{i_0}\cdot\ldots\cdot\sigma_8^{i_8}\rangle$ - спиновые корреляционные функции, $B_i(\sigma_0,\dots,\sigma_8)$ - некоторые просто вычисляемые числа при фиксированных значениях чисел заполнения.

МЭ форма (7) такова:

$$\tilde{F}(\sigma_0, \sigma_1, \ldots, \sigma_8) =$$

$$= \exp\left(-\lambda_0 - \lambda_1 \sigma_0 - \ldots - \lambda_{512}\, \sigma_0 \cdot \ldots \cdot \sigma_8\right),$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{512}$ – множители Лагранжа, определяемые по данным спиновым корреляционным функциям. Таким образом, достаточной статистикой для кластера, соответствующего ОЦК элементарной ячейке будет совокупность 512 корреляционных функций вида $\langle \sigma_0^{i_0} \cdot \ldots \cdot \sigma_8^{i_8} \rangle$.

Приближение Клаппа /3/ заключается в замене всей этой информации следующей. Обозначим через $\langle \sigma \rangle_K$ среднее значение числа заполнения по K-му кластеру:

$$\langle \sigma \rangle_K = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{8} \sigma_i .$$

Очевидно, что

$$\langle \langle \sigma \rangle_K \rangle = \sum_K \sum_{\{\sigma_0\}} \langle \sigma \rangle_K\, P_K(\sigma_0) \cdot W_K = \tag{8}$$

$$= \sum_i \sigma_i F(\sigma_i) = C_A - C_B ,$$

где $P_K(\sigma_0)$ – вероятность K-го кластера, C_A и C_B – концентрации компонент A и B, соответственно. Далее, если среднее значение по кластеру $\sigma_i \sigma_j$, где i и j являются n-ыми соседями, обозначить через C_K^n, т.е. $C_K^n = \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_K^n$, то

$$\langle C_K^n \rangle = \langle \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_K^n \rangle = \sum_{\{\sigma_0\}} \sum_K \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_K^n W_K\, P_K(\sigma_0) = \tag{9}$$

$$= (1-(C_A - C_B)^2)\alpha_n + (C_A - C_B)^2, \quad n = 2, 3, 5, \ldots,$$

где α_n - параметры Каули /7/ n-ой координационной сферы.

Дополним эти данные до полной статистики парной функции Вигнера, а именно:

$$\sum_{\{\sigma_0\}} \sum_{k} W_k P_k(\sigma_0) = 1, \tag{10}$$

$$\sum_{\{\sigma_0\}} \sum_{k} \sigma_0 W_k P_k(\sigma_0) = C_A - C_B, \tag{11}$$

$$\sum_{\{\sigma_0\}} \sum_{k} \sigma_0 \langle\sigma\rangle_k W_k P_k(\sigma_0) = (1-(C_A - C_B)^2)\alpha_1 + (C_A - C_B)^2. \tag{12}$$

Приближение Клаппа заключается в МЭ оценке вероятностей кластеров $P_k(\sigma_0)$ при заданной информации (8)-(12).

Согласно формулам (4)-(6) решение задачи МЭ оценки в нашем случае можем записать в виде:

$$\tilde{P}_k(\sigma_0) = \exp\left(-\lambda_0 - \lambda_1 \sigma_0 - \lambda_2 \langle\sigma\rangle_k - \lambda_3 \sigma_0 \langle\sigma\rangle_k - \lambda_4 C_k^2 - \lambda_5 C_k^3 - \lambda_6 C_k^5\right). \tag{13}$$

Обобщенная статистическая сумма

$$Z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6) = \sum_{k, \sigma_0} W_k \exp\left(-\lambda_1 \sigma_0 - \cdots - \lambda_6 C_k^5\right).$$

Уравнения, определяющие $\lambda_1, \ldots, \lambda_6$, таковы:

$$C_A - C_B = -\frac{\partial}{\partial \lambda_1} \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6),$$

$$C_A - C_B = -\frac{\partial}{\partial \lambda_2} \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6),$$

$$(1-(C_A-C_B)^2)\alpha_1 + (C_A-C_B)^2 = -\frac{\partial}{\partial \lambda_3} \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6), \tag{14}$$

$$(1-(C_A-C_B)^2)\alpha_2 + (C_A-C_B)^2 = -\frac{\partial}{\partial \lambda_4} \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6),$$

$$(1-(C_A-C_B)^2)\alpha_3 + (C_A-C_B)^2 = -\frac{\partial}{\partial \lambda_5} \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6),$$

$$(1-(C_A-C_B)^2)\alpha_5 + (C_A-C_B)^2 = -\frac{\partial}{\partial \lambda_6} \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6).$$

Кроме того, согласно (5)

$$\lambda_0 = \ln z(\lambda_1, \ldots, \lambda_6),$$

где в качестве $\lambda_1, \ldots, \lambda_6$ надо подставить решение системы (14).

Энтропия распределения $\tilde{P}_K(\sigma_0)$ такова:

$$H_{max} = \lambda_0 + (\lambda_1 + \lambda_2)(C_A - C_B) + \lambda_3\left((1-(C_A-C_B)^2)\alpha_1 + (C_A-C_B)^2\right) +$$
$$+ \lambda_4\left((1-(C_A-C_B)^2)\alpha_2 + (C_A-C_B)^2\right) + \lambda_5\left((1-(C_A-C_B)^2)\alpha_3 +\right.$$
$$\left. + (C_A-C_B)^2\right) + \lambda_6\left((1-(C_A-C_B)^2)\alpha_5 + (C_A-C_B)^2\right).$$

5.° <u>О методе решения системы нелинейных уравнений</u>. Пусть дана система нелинейных уравнений

$$F(X)=0, \tag{15}$$

где $X=(x_1,\ldots,x_n)\in R^n$, а $F:R^n\longrightarrow R^n$, $F(X)=(f_1(X),\ldots,f_n(X))$. Обозначим $y^i\equiv F(X^i)$.

Отображение $F(X)$ заменим афинным отображением $L(X)=C+AX$, где $C=(C_1,\ldots,C_n)\in R^n$, а матрица A диагональна:

$$A=diag(a_{11},\ldots,a_{nn}); \tag{16}$$

т.е. рассмотрим вместо уравнения (15) линейное уравнение

$$L(X)=C+AX=0. \tag{17}$$

При этом C и A должны удовлетворять условиям

$$F(X^k)=L(X^k), \quad k=0,1, \tag{18}$$

где X^0, X^1 - некоторые заданные точки из R^n.

Геометрически мы заменяем функции $z_i=f_i(X)$, $i=\overline{1,n}$, в R^{n+1} гиперплоскостями $l_i(X)$, $i=\overline{1,n}$, которые параллельны координатным осям $x_1,\ldots,x_{i-1}, x_{i+1},\ldots,x_n$ и интерполируют функцию f_i по двум данным X^0, X^1 точкам.

Можно также F заменить таким афинным отображением $L(X)$, где матрица A двухдиагональная, трехдиагональная или полная, которое будет интерполировать $F(X)$ по трем, четырем и $n+1$ точкам, соответственно.

Справедлива следующая лемма.

Лемма. Пусть $X^0, X^1, Y^0, Y^1 \in R^n$. Тогда существует единственная афинная функция $L(X)=C+AX$, где $C\in R^n$, а $A\in L(R^n, R^n)$ имеет вид (16), такая, что равенства (18) имеют место тогда и только тогда, если $x_i^0 \neq x_i^1$, $i=\overline{1,n}$; при этом матрица A невырождена тогда и только тогда, когда $y_i^0 \neq y_i^1$, $i=\overline{1,n}$.

Можно доказать аналогичные утверждения и для функций $L(X)$ с матрицей A одного из вышеуказанных видов.

Из (17) следует, что $X=-A^{-1}C$. Учитывая условия (18), будем иметь

$$x_i = x_i^0 = \frac{x_i^1 - x_i^0}{f_i(X^1)-f_i(X^0)} f_i(X^0), \quad i=\overline{1,n}.$$

Вообще, если известны некоторые приближения к корню X^* – X^{k-1}, X^k, то X^{k+1} можно вычислить по формуле:

$$x_i^{k+1} = x_i^k - \frac{x_i^{k-1} - x_i^k}{f_i(X^{k-1})-f_i(X^k)} f_i(X^k), \quad i=\overline{1,n}. \qquad (19)$$

(19) перепишем так:

$$X^{k+1} - X^k = -A_{k+1}^{-1} F(X^k),$$

где

$$A_{k+1} = diag\left(\frac{f_i(x^{k-1}) - f_i(x^k)}{x_i^{k-1} - x_i^k}\right)_{i=\overline{1,n}} .$$

Легко можно показать, что A_{k+1} симметрична по отношению своих аргументов и $A_{k+1}\cdot(x^{k-1}-x^k) = F(x^{k-1}) - F(x^k)$;т.е. A_{k+1} представляет собой аналог деленной разности первого порядка в R^n . Поэтому обозначим ее через $F(x^{k-1}, x^k)$. (19) перепишем так:

$$x^{k+1} = x^k - F^{-1}(x^k, x^{k-1})\cdot F(x^k). \tag{20}$$

Пусть x^0, x^{-1} - начальные приближения.

<u>Теорема I</u>. Пусть выполнены условия:

1. Существует $F(x^0; x^{-1})^{-1}$ и $\|F(x^0; x^{-1})^{-1}\| \leq B_0$;

2. $\|x^1 - x^0\|, \|x^1 - x^{-1}\|$ не превосходит числа $\eta^0 > 0$;

3. $\|F(x,y) - F(y,z)\| \leq K\|x - z\|$; $\quad x, y, z \in S$,

   где $S = \{x : \|x - x^0\| \leq 2\eta_0\}$;

4. $h_0 = 2B_0\eta_0 K < \frac{1}{4}$.

Тогда (I5) имеет единственное решение x^* , к которому сходятся приближения метода (20), при этом

$$\|X^* - X^k\| \le \frac{1}{2^{W_k - 1}} \left(\frac{4}{9}\right)^{W_{k+1}-1} (4h_0)^{W_{k+2}-1} \eta_0 , \quad k = 2, 3, \dots ,$$

гд: $W_0 = 0$, $W_1 = W_2 = 1$, $W_i = W_{i-1} + W_{i-2}$, $i = 3, 4, \dots$, – числа фибоначи.

Можно применить вариант метода для параллельных вычислительных систем типа $SIMD$. Пусть имеются три процессора на ЭВМ и известны начальные приближения X_1^0, X_2^0, X_3^0. На j-м процессоре вычисляется вектор X_j^{k+1} $(j = \overline{1,3})$ по формуле:

$$X_j^{k+1} = X_j^k - F(X_j^k, X_{j+1}^k)^{-1} F(X_j^k). \tag{21}$$

Отметим, что структура формулы (21) дает нам возможность параллельного вычисления компонент $(x_i)_j^{k+1}$ $(i = \overline{1,n})$ каждого вектора X_j^{k+1} на n процессорэ, так что в целом метод (21) можно реализовать на $3n$ процессоре.

Справедлива теорема:

<u>Теорема 2</u>. Пусть выполнены условия:

1. Операторы $F(X_j', X_{j+1}^0)$, $j = 1, 2, 3$, имеют обратные и $\|F(X_j^0, X_{j+1}^0)^{-1}\| \le B_0$;
2. Известны оценки: $\|X_j^1 - X_j^0\|, \|X_j^1 - X_{j+1}^0\| \le \eta_j^0$, $j = 1, 2, 3$;
3. $\|F(X, Y) - F(X, Z)\| \le K\|Y - Z\|$, $X, Y, Z \in S$,

где $S=\{x:\|x-x_1^0\|\le 2\eta_0\}$, $\eta_0=\max\{\eta_j^0\}$;

4. Для B_0, η_j^0 и K справедливо неравенство:

$$h_0=B_0K(\eta_1^0+\eta_2^0+\eta_3^0)<\frac{1}{4}.$$

Тогда уравнение (15) имеет единственное решение x^*, к которому сходятся приближения метода (21) и

$$\|x_j^i-x^*\|\le\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}(4h_0)^{2^{i}-1}\eta_0,\quad i=1,2,\ldots;\quad j=\overline{1,3}.$$

Отметим, что порядок сходимости метода (20) равен $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1{,}618\ldots$, а метода (21) равен 2-м.

6.^{0} Результаты численных расчетов. Вычислим распределение вероятностей различных конфигураций ОЦК кластера для сплава β-$CuZn$ /3/, используя приближение Клаппа.

Распределение вычисляется по формуле (12): параметры W_K, $\langle\sigma\rangle_K$, C_K^i, $i=2,3,5$, для различных конфигураций ОЦК кластера приведены в /3/, а параметры множителей Лагранжа $\lambda_0,\lambda_{1},\ldots,\lambda_6$ можно определить из системы нелинейных уравнений (14). Соответствующие экспериментальные параметры Каули при $T^0=543C^0$ равны $\alpha_1=-0.179$, $\alpha_2=0.103$, $\alpha_3=0.066$, $a_5=0.045$.

Через номер $\overline{K}$ обозначим конфигурацию, которая получается из K-ой конфигурации заменой знака чисел заполнения σ_i, $i=\overline{1,8}$, а через $\overline{\sigma}_0$ – замену знака σ_0.

Для сплава β-$CuZn$ $C_A = C_B$, а в таком случае $P_K(\sigma_0) = P_{\bar{K}}(\sigma_0)$, и первое и второе уравнения системы (14) лишние, т.е. остается система:

$$\lambda_0 = \ln Z(x_1, \ldots, x_4)$$

$$\begin{aligned}
&\alpha_1 + \frac{\partial}{\partial x_1} \ln Z(x_1, \ldots, x_4) = f_1(x_1, \ldots, x_4) = 0, \\
&\alpha_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \ln Z(x_1, \ldots, x_4) = f_2(x_1, \ldots, x_4) = 0, \\
&\alpha_3 + \frac{\partial}{\partial x_3} \ln Z(x_1, \ldots, x_4) = f_3(x_1, \ldots, x_4) = 0, \\
&\alpha_5 + \frac{\partial}{\partial x_4} \ln Z(x_1, \ldots, x_4) = f_4(x_1, \ldots, x_4) = 0.
\end{aligned} \tag{22}$$

Выбор начальных приближений происходит следующим обра ом. Пусть $[a, b]^4$ - куб, в котором предполагается наличие искомого корня. Отобразим в этот куб точки последовательности $\Lambda\Pi_\tau$ /5/ из куба $[0,1]^4 = R^4$ и проверим в этих точках значения функционала, минимум которого совпадает с нулем системы (22). Значения функционала $F(x_1, \ldots, x_4) = \sum_{i=1}^{4} | f_i(x_1, \ldots, x_4)|$ проверялись в 2048 точках кубов $[-50, 50]^4$, $[-30, 30]^4$, $[-10, 10]^4$. Наименьшее значение (порядка 10^{-4}) $F(x_1, \ldots, x_4)$ принимал в точке с координатами (0,0,0,0).

Решение системы (22) проводились методами (20) и (2I) с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$. Заметим, что область сходимости метода (2I) почти вдвое больше, чем область сходимости метода (20). Результаты вычисления (на БЭСМ-6), а также сравнение результатов приведены в таблице I. Значения множителей Лагранжа: $\lambda_2 = 1.07418$, $\lambda_3 = -0.81264$, $\lambda_4 = -0.28830$, $\lambda_5 = -0.00625$.

Распределение вероятностей при $\sigma_0 = -1$ приведено в таблице 2.

В заключение приношу благодарность Т.Г.Гачечиладзе за внимание и помощь в работе.

Поступила 20.УI.1986

Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Литература

1. E.T.Jaynes, Phys. Rev., 106, 620 (1957).

2. E.T.Jaynes, Phys. Rev., 108, 171 (1957).

3. F.Clapp, Phys. Rev., B,v. N2, 1971.

4. Алгоритмы, математическое обеспечение и архитектура многопроцессорных вычислительных систем, М.,"Наука", 1982.

5. И.М.Соболь, Р.Б.Статников. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями, М.,"Наука", 1981.

6. E.Wigner, Phys. Rev., 40, 749 (1932).

7. В.И.Иверонова, А.Л.Кацнельсон. Ближний порядок в твердых растворах, М., "Наука", 1977.

Таблица I

№	Метод (20)			Метод (21)			
	$\vec{x}^0$	$\vec{x}^1$	количест. итерац.	$\vec{x}_1^0$	$\vec{x}_2^0$	$\vec{x}_3^0$	количест. итерац.
1.	-	-	-	0.	$37.+\vec{\mu}$	$38.+\vec{\delta}$	32
2.	-	-	-	0.	$38.+\vec{\mu}$	$40.+\vec{\delta}$	расход.
3.	0.	$19.+\vec{\delta}$	43	0.	$10.+\vec{\mu}$	$19.+\vec{\delta}$	42
4.	0.	$20.+\vec{\delta}$	расход.	0.	$19.+\vec{\mu}$	$38.+\vec{\delta}$	52
5.	-	-	-	0.	$38.+\vec{\mu}$	$-10.+\vec{\delta}$	47
6.	0.	$-4+\vec{\delta}$	40	0.	$10.+\vec{\mu}$	$-4.+\vec{\delta}$	40
7.	0.	$-5.+\vec{\delta}$	расход.	0.	$10.+\vec{\mu}$	$-10.+\vec{\delta}$	36
8.	0.	$15.+\vec{\delta}$	51	0.	$10.+\vec{\mu}$	$15.+\vec{\delta}$	43

Здесь $\vec{\delta}=(\delta_1,\dots,\delta_4)$, а $\vec{\mu}=(\mu_1,\dots,\mu_4)$, где $\delta_i=(-1)^i\cdot i\cdot 0,1$, а $\mu_i=(-1)^i\cdot i\cdot 0,02$.

Таблица 2

Номер конфигурации K	Номер узла i с числом заполнения $\sigma_i=-1$	Распределение $P_K(\sigma_0)$ при $\sigma_0=-1$	
I (Ī)	-	0.015188	(0.0017693)
2 ($\bar{2}$)	I	0.05339	(0.010646)
3 ($\bar{3}$)	I,2	0.046137	(0.015747)
4 ($\bar{4}$)	I,6	0.038739	(0.013222)
5 ($\bar{5}$)	I,7	0.011803	(0.0040285)
6 ($\bar{6}$)	I,2,5	0.058522	(0.03489)
7 ($\bar{7}$)	I,2,8	0.044915	(0.026240)
8 ($\bar{8}$)	I,6,8	0.013753	(0.0080346)
9	I,2,5,6	0.012166	
I0	I,2,5,8	0.037349	
II	I,2,5,7	0.03136	
I2	I,2,3,6	0.01362	
I3	I,2,7,8	0.0071662	
I4	I,3,6,8	0.0020156	
	Всего	0.5000	

თ. დავითაშვილი

ლითონის ბინარული ნაერთებისათვის კლაპის მიახლოების არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ერთი რიცხვითი მეთოდის შესახებ

რეზიუმე

ნაშრომში განხილულია არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის იტერაციული მეთოდი, რომელიც შეიძლება ეფექტურად იქნეს გამოყენებული SIMD ტიპის პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. ამ იტერაციული მეთოდის საშუალებით გათვლილია ლითონის ბინარული ნაერთებისათვის კლაპის მიახლოების არაწრფივ განტოლებათა სისტემა.

T.Davitashvili

ON THE NUMERICAL METHOD FOR SOLVING A SYSTEM OF NONLINEAR EQUATIONS OF CLAPP APPROXIMATION FOR BINARY METALLIC ALLOYS

Summary

An iterative method for numerical solution of systems of nonlinear equations is considered. It is suitable for implementation in SIMD type parallel computing systems. The numeraical solution of a system of nonlinear equations of Clapp approximation for binary alloys is computed by the proposed method.

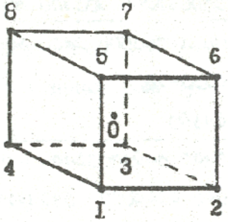

Рис.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ОБЪЕКТОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ БИНАРНЫМИ ПРИЗНАКАМИ И ПРИЗНАКАМИ, ХАРАКТЕРИЗУЕМЫМИ КАЧЕСТВЕННЫМИ ГРАДАЦИЯМИ

А.В.Корнеева, К.М.Дианозов

Интенсивное развитие кластерного анализа привело к разработке разнообразных методов кластеризации в рамках нескольких принципиально различных подходов (агломеративные, дивизимные, эвристические процедуры /I,2/). Однако публикуемые работы в основном касаются кластерного анализа данных, представляемых объектами, описываемыми количественными векторами /I/. В то же время практически нередко возникают задачи кластеризации объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями. Их решение не может базироваться на использовании функций расстояния /I/ и требует трансформации алгоритмов, разработанных для кластерного анализа количественных данных.

Кластеризация объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями, должна опираться на понятие сходства между соответствующими векторами.

Определим сходство между двумя объектами x_i и x_j, описываемыми бинарными признаками, следующим образом:

$$a_{ij} = \frac{n_{IJ}}{n_{IJ}+n_{Ij}+n_{iJ}} . \qquad (1)$$

Здесь n_{IJ} - число позиций, отвечающих 1 в описаниях обоих объектов x_i и x_j , n_{Ij} - число позиций, отвечающих 1 в описании объекта x_i и 0 в описании объекта x_j , n_{iJ} - число позиций, отвечающих 0 в описании объекта x_i и 1 в описании объекта x_j . Это - один из широко используемых коэффициентов сходства для бинарных данных /I/.

Для объектов, описываемых признаками, характеризуемыми качественными градациями, аналогичные общепринятые определения коэффициентов сходства отсутствуют. Поэтому необходимо ввести соответствующее определение сходства.

При условии, что в описании объектов фигурируют p признаков, каждому из которых отвечают g градаций, сходство между двумя объектами x_i и x_j можно определить следующим образом:

$$a_{ij} = \frac{n_0 g + n_1(g-1) + n_2(g-2) + \dots + n_{g-2}\cdot 2}{pg + n_1(g-1) + n_2(g-2) + \dots + n_{g-2}\cdot 2 + n_{g-1}} . \qquad (2)$$

Здесь n_0 - число совпадающих позиций в описаниях обоих объектов; n_1 - число позиций, для которых разность равна 1; n_2 - число позиций, для которых разность равна 2;

n_{g-2} - число позиций, для которых разность равна $g-2$;

n_{g-1} - число позиций, для которых разность равна $g-1$.

a_{ij} - величина, изменяющаяся в интервале от 0 до 1: $a_{ij}=0$, когда для всех p признаков разность в описаниях объектов x_i и x_j равна $g-1$, т.е. предельно велика (при этом числитель выражения превращается в 0); $a_{ij}=1$, когда описания объектов x_i и x_j полностью совпадают (при этом все слагаемые в числителе, кроме $n_0 g$, и в знаменателе, кроме Fg, превращаются в 0); в остальных ситуациях a_{ij} - величина промежуточная между 0 и 1, тем бóльшая, чем менее разнятся описания объектов (мéньшим значениям разности отвечают бóльшие значения веса).

Опираясь на понятие сходства, можно предложить алгоритмы кластеризации объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями, являющиеся аналогами алгоритмов, разработанных в кластерном анализе для обработки количественных данных.

Опишем программы, предназначенные для кластерного анализа объектов, описываемых бинарными признаками и признаками, характеризуемыми качественными градациями, которые реализуют алгоритмы кластеризации, содержащие соответственно аналогии с методом одной связи /I/, методом средней связи /I/, методом полной связи /I/, методом К групповых средних /3/, методом Уишарта /2/.

П р о г р а м м а NAF.

Программа NAF осуществляет кластеризацию объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями, на основе метода одной связи (вариант N), метода средней связи (вариант A) и метода полной связи (вариант F).

Программой реализуется алгоритм последовательной кластеризации /I/ (агломеративная иерархическая процедура), при этом должны быть соответствующим образом определены целевые функции.

Пусть кластер I содержит n_I объектов, причем объекту i $(i=1,\dots,n_I)$ отвечает вектор X_i , и пусть кластер J содержит n_J объектов, причем объекту j $(j=1,\dots,n_J)$ отвечает вектор X_j . Возможны следующие определения ассоциации между двумя кластерами:

$$As_{I,J}=\max_{\substack{X_i\in I\\ X_j\in J}} a_{ij} , \tag{3}$$

$$As_{I,J}=\frac{1}{n_I n_J}\sum_{i=1}^{n_I}\sum_{j=1}^{n_J} a_{ij} , \tag{4}$$

$$As_{I,J}=\min_{\substack{X_i\in I\\ X_j\in J}} a_{ij} , \tag{5}$$

где a_{ij} - коэффициент сходства между объектами X_i и X_j , определяемый по формуле (I) или (2).

Определение (3) используется в качестве целевой функции для варианта N , определение (4) - для варианта A, определение (5) - для варианта F .

Процедура кластеризации включает следующие шаги.

1. Задание исходных кластеров.

Формируются исходные кластеры. Их число равно числу объектов, каждый кластер включает один из объектов. Далее выполняется шаг 2.

2. Вычисление сходства между исходными кластерами.

Вычисляется матрица $As = \{As_{IJ}\}$, где As_{IJ} - ассоциация между кластерами I и J. $As_{IJ} = a_{ij}$, где a_{ij} - коэффициент сходства между соответствующими объектами, вычисляемый по формуле (1) или (2) в зависимости от типа данных. Далее выполняется шаг 3.

3. Образование нового кластера.

Отыскивается максимум целевой функции. Кластеры I и J, которым он соответствует, сливаются, образуя новый кластер. Далее выполняется шаг 4.

4. Перестройка матрицы ассоциации.

Если осуществляется слияние кластеров I и J, то вновь образованный кластер первоначально размещается в позиции J. Для того чтобы свести к минимуму последующие перевычисления матрицы ассоциации, следует её перестроить: кластер, имеющий ранее номер 1, переносится в позицию I (последняя свободна, т.к. кластер I слит с кластером J); вновь образованному кластеру приписывается порядковый номер 1, для чего кластер, имеющий ранее номер J, переносится в позицию 1; кластер, имевший ранее номер 1, переносится из позиции I в позицию J, в результате чего позиция I вновь освобождается, что позволяет осуществить сдвиг кластеров, находящихся справа от

I, на одну позицию влево и тем самым уменьшить размерность матрицы ассоциации, подготовив её к следующему циклу кластеризации. Далее выполняется шаг 5.

5. Вычисление функционала качества группировки.

Вычисляется функционал качества группировки, отвечающий рассматриваемому уровню кластеризации:

$$Q = \sum_{I} \frac{1}{n_I(n_I-1)} \sum_{x_i x_j \in I} a_{ij} \quad , \tag{6}$$

значение которого определяется средней взаимосвязью элементов внутри организованных кластеров. Далее выполняется шаг 6.

6. Вычисление сходства между первым кластером и последующими.

Перевычисляется матрица As, а именно её первый столбец (остальные столбцы, содержащие целевые функции для пар кластеров, не затронутых слиянием, остаются неизменными). Элементы матрицы As_{1J} вычисляются по формуле (3), (4) или (5) в зависимости от варианта кластеризации (N, A или F). Далее выполняется шаг 3.

Процедура завершается, когда все объекты объединяются в один кластер. Таким образом, если число объектов равно N, имеем $N-1$ уровней кластеризации. Максимальное значение функционала качества группировки позволяет отдать предпочтение результатам кластеризации, отвечающим конкретному уровню.

Программа NAF написана на языке фортран-IУ и реализована на машине ЕС-1033.

Входные данные.

Входными данными являются: число признаков, число объектов, матрица данных. Параметр IGR определяет тип данных: в случае кластеризации объектов, описываемых бинарными признаками, IGR полагается равным 1; в случае кластеризации объектов, описываемых признаками, характеризуемыми качественными градациями, IGR полагается равным числу градаций.

Параметр IT определяет метод кластеризации: в случае применения метода одной связи (вариант N) IT полагается равным 1; в случае применения метода средней связи (вариант A) IT полагается равным 2; в случае применения метода полной связи (вариант F) IT полагается равным 3.

Программой предусматривается возможность выпечатывания результатов как на всех, так и на выборочных уровнях. Если параметр NJ равен 0, то результаты выпечатываются на всех уровнях; если параметр NJ не равен 0, то результаты выпечатываются на NJ конкретно называемых уровнях.

Ограничения: число признаков $\leqslant 300$, число объектов $\leqslant 150$.

Описание программы.

Программа NAF включает две подпрограммы: подпрограмму $SIMILN$, осуществляющую расчет коэффициента сходства между двумя объектами, описываемыми бинарными признаками, и подпрограмму $SIMN$, осуществляющую расчет коэффициента сходства между двумя объектами, описываемыми признаками, характеризуемыми качественными градациями.

Выходные данные.

Результаты выводятся на печать по завершении обработки данных на каждом из уровней кластеризации. Выпечатываются: номер уровня, функционал качества группировки, количество элементов в каждом из кластеров и конкретный состав каждого кластера (номера входящих в него объектов).

Программа *CEN*.

Программа *CEN* осуществляет кластеризацию объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями, на основе алгоритма, содержащего аналогию с методом К групповых средних /3/.

Ставится задача разбинения множества объектов на К кластеров.

Процедура кластеризации включает следующие шаги.

1. Задание исходных кластеров.

Формируются исходные кластеры. Их число и состав определяются параметрами K и n_k $(k=1,\ldots,K)$, где n_k - номер объекта, вводимого в k -й кластер. Далее выполняется шаг 2.

2. Разнесение объектов по кластерам.

Объекты, подлежащие кластеризации, разносятся по созданным кластерам на основе коэффициента ассоциации между объектом и кластером.

Коэффициент ассоциации между объектом и кластером определяется как среднее сходство между рассматриваемым объектом и объектами, входящими в кластер:

$$As(k)=\frac{\sum_{j=1}^{N_k} a_{ij}}{N_k}, \qquad (7)$$

где a_{ij} - коэффициент сходства между объектом X_i и объектом X_j, принадлежащим k-му кластеру (вычисляется по формуле (I) или (2) в зависимости от типа данных), N_k - число объектов в k-м кластере.

Объект вносится в кластер, которому отвечает максимальное значение $As(k)$ $(k=1,\dots,K)$. Далее выполняется шаг 3.

3. Проверка результатов настоящего цикла на совпадение с результатами предыдущего цикла.

Сопоставляются составы кластеров, полученных в рассматриваемом цикле и в предыдущем. Если имеет место совпадение результатов, то осуществляется переход к шагу 4. Если совпадения нет, то осуществляется возврат к шагу 2.

4. Вычисление функционала качества группировки.

Вычисляется функционал качества группировки:

$$Q=\sum_{k=1}^{K}\frac{2}{N_k(N_k-1)}\sum_{i,j} a_{ij}, \qquad (8)$$

значение которого определяется средней взаимосвязью элементов внутри кластеров.

На этом процедура завершается.

Программа *CEN* написана на языке фортран-IV и реализована на машине ЕС-1033.

Входные данные.

Входными данными являются: число признаков, число объектов, матрица данных. Параметр *IGR* определяет тип данных: он равен I при кластеризации бинарных объектов и равен числу градаций при кластеризации объектов, описываемых признаками, характеризуемыми качественными градациями.

Параметры кластеризации: число формируемых кластеров, номера объектов, на базе которых организуются исходные кластеры, максимально допустимое число циклов итерации.

Ограничения: число признаков $\leqslant 300$, число объектов $\leqslant 200$, число формируемых кластеров $\leqslant 50$.

Описание программы.

Программа *CEN* включает две подпрограммы: *SIMILC* и *SIMC*, предназначенные соответственно для вычисления коэффициента сходства между двумя объектами, описываемыми бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями.

Выходные данные.

Результаты выводятся на печать по завершении процедуры кластеризации. Выпечатываются: номер цикла, на котором завершилась кластеризация, количество оформированных кластеров, функционал качества группировки, количество элементов в каждом из кластеров и конкретный состав каждого кластера (номера входящих в него объектов).

Программа WISHART.

Программа WISHART осуществляет кластеризацию объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями, на основе алгоритма, содержащего аналогию с методом Уишарта /2/. Суть подхода заключается в следующем.

Выбирается порог P -число объектов, наиболее сильно ассоциирующих с рассматриваемым объектом. Коэффициент сходства между рассматриваемым объектом и каждым из этих P объектов используется для оценки плотности, с которой данный элемент окружен другими.

Пусть $a(P)$ - коэффициент сходства рассматриваемого объекта с наиболее слабо ассоциирующим с ним объектом из числа P. Объекты, подлежащие кластеризации, ранжируются в соответствии с убыванием величины $a(P)$. Первый кластер формируется вокруг объекта, которому отвечает максимальное значение $a(P)$. В него входят сам объект и те объекты, коэффициент сходства с которыми не ниже $a(P)$. Следующий кластер формируется вокруг объекта, выбираемого из числа не вошедших в первый кластер, которому отвечает очередное максимальное значение $a(P)$. В него входят сам объект и те объекты, коэффициент сходства с которыми не ниже $a(P)$, при условии, что они не включены в ранее сформированный кластер, и т.д. Процедура продолжается до тех пор, пока все объекты не окажутся распределенными по кластерам. Число сформированных кластеров зависит от выбранного порога.

Процедура кластеризации, таким образом, включает следующие шаги.

I. Вычисление матрицы ассоциации.

Столбец матрицы ассоциации содержит коэффициенты сходства между фиксированным объектом и каждым из объектов, подлежащих кластеризации. Для объектов, описываемых бинарными признаками, эти коэффициенты вычисляются по формуле (I); для объектов, описываемых признаками, характеризуемыми качественными градациями, - по формуле (2). Далее выполняется шаг 2.

2. Ранжирование элементов столбцов по убыванию.

Элементы каждого из столбцов матрицы ассоциации ранжируются по убыванию, что позволяет осуществить следующий шаг.

3. Выбор порогового значения сходства.

Для каждого объекта определяется величина $a(P)$ ($P+1$-я строка соответствующего столбца), позволяющая судить о плотности окружения рассматриваемого элемента. Далее выполняется шаг 4.

4. Ранжирование пороговых значений сходства по убыванию.

Ранжирование величин $a(P)$, соответствующих объектам, подлежащим кластеризации, производится с целью последующего выбора элементов, вокруг которых организуются кластеры. Далее выполняется шаг 5.

5. Фиксация очередной величины $a(P)$ из ранжированной последовательности пороговых значений сходства.

Если величина $a(P)$ зафиксирована, то выполняется шаг 6. Если последовательность рассматриваемых пороговых значений сходства исчерпана, то осуществляется переход к шагу 8.

6. Определение объекта, которому отвечает $a(P)$

Если найденный объект не входит ни в один из ранее сформированных кластеров, то вокруг него организуется новый кластер, для чего осуществляется переход к шагу 7. Если этот объект входит в один из ранее организованных кластеров, то осуществляется возврат к шагу 5.

7. Организация кластера.

Коэффициенты сходства, входящие в столбец матрицы ассоциации, соответствующий объекту, вокруг которого организуется кластер, сопоставляются с зафиксированной величиной $a(P)$. Это сопоставление позволяет выявить объекты, включаемые в кластер: объект вносится в кластер, если значение отвечающего ему коэффициента сходства не ниже $a(P)$, и при этом он не входит ни в один из ранее сформированных кластеров.

Далее осуществляется возврат к шагу 5.

8. Вычисление функционала качества группировки.

Функционал качества группировки вычисляется по формуле (8). Число кластеров K в данном случае определяется лишь в конце процедуры, когда завершен просмотр ранжированной последовательности величин $a(P)$.

Программа WISHART написана на языке фортран-IУ и реализована на машине ЕС-1023.

<u>Входные данные</u>.

Входными данными являются: число признаков, число объектов, матрица данных. Параметр IGR определяет тип данных: он полагается равным 1 при кластеризации объектов, описываемых бинарными признаками, и полагается равным числу градаций при кластеризации объектов, описываемых признаками, характеризуемыми качественными градациями.

Параметр кластеризации - число объектов P, из ассоциации с которыми определяется пороговое значение коэффициента сходства $a(P)$.

Ограничения: число признаков $\leqslant 300$, число объектов $\leqslant 200$.

Описание программы.

Программа WISHART включает две подпрограммы: SIMILC и SIMC, предназначенные соответственно для расчета коэффициента сходства между двумя объектами, описываемыми бинарными признаками, и двумя объектами, описываемыми признаками, характеризуемыми качественными градациями.

Выходные данные.

Результаты выводятся на печать по завершении процедуры кластеризации. Выпечатываются: количество оформированных кластеров, число элементов в каждом из кластеров, конкретный состав каждого кластера (номера входящих в него объектов), функционал качества группировки.

Все три вышеописанные программы - NAF, CEN и WISHART - решают задачу кластеризации объектов, описываемых бинарными признаками или признаками, характеризуемыми качественными градациями, но каждая из них обладает только ей свойственной спецификой получаемых результатов. А именно: программа NAF дает возможность получить все возможные варианты группировок объектов в рамках одного из трех методов (одной связи, средней связи, полной связи), что определяется иерархическим характером присущей ей процедуры; программа CEN позволяет получить жестко заданное число кластеров; программа WISHART дает возможность получить последовательность кластеров, ранжированных в отношении степени ассоциации включенных в них объектов, при этом количество организуемых кластеров заранее не определено. Очевидно, что отмеченные особенности программ должны влиять на выбор пользователя при решении конкретной задачи кластеризации.

Поступила II.УП.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. Б.Дюран, П.Оделл. Кластерный анализ. "Статистика", М., 1977.
2. С.А.Айвазян, З.И.Бежаева, А.В.Староверов. Классификация многомерных наблюдений. "Статистика", М., 1974.
3. Дж.Ту, Р.Гонсалес. Принципы распознавания образов. "Мир", М., 1978.

ა. კორნეევა, კ.ლიანოზოვი

ბინარული და ხარისხობრივი გრადაციებით აღწერილი ნიშან-თვისებებით განსაზღვრული ობიექტების კლასტერული ანალიზი

რეზიუმე

ნაშრომში მოცემულია პროგრამული აღწერა იმ ობიექტთა კლასტერიზაციისათვის, რომლებიც მოიცემა ბინარული ნიშან-თვისებებითა და იმ ნიშან-თვისებებით, რომლებიც ხასიათდებიან ხარისხობრივი გრადაციებით, პროგრამების საფუძვლად უდევს მსგავსების ცნებაზე დაფუძნებული ალგორითმები, რომლებიც ანალოგიურია მეზობლის ცნებაზე დაფუძნებული კლასტერული ანალიზის ცნობილი მეთოდებისა. შემოტანილია ხარისხობრივი გრადაციებით აღწერილი ნიშან-თვისებებით განსაზღვრული ობიექტების მსგავსების კოეფიციენტის ცნება.

A. Korneeva, K. Lianosov

CLUSTER ANALYSIS OF OBJECTS DESCRIBED BY BINARY ATTRIBUTES AND ATTRIBUTES CHARACTERIZED BY QUALITATIVE GRADATIONS

Summary

The paper describes a set of programs meant for clusterization of objects represented by binary attributes and attributes characterized by qualitative gradations. The programs are based on algorithms using the concept of similarity, but including analogy with the known methods of cluster analysis based on the concept of matrix. The coefficient of similarity between the objects described by attributes characterized by qualitative gradations is introduced.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ПОВЕДЕНИЕ КОНЕЧНОГО АВТОМАТА В ПЕРЕКЛЮЧАЕМОЙ СРЕДЕ ПРИ ТРЕХ ТИПАХ РЕАКЦИЙ СРЕДЫ

Т.Д.Хведеладзе

В настоящей работе, в отличие от /I,2/ , рассматривается класс конечных автоматов, для которых входная переменная $S(t)$ может принимать три значения: +I, 0, -I, соответствующие единичному "поощрению" (выигрышу), единичному "безразличию" и единичному "наказанию" (проигрышу, штрафу). При функционировании во внешней среде автомат выполняет некоторый набор действий (одно действие в данный момент времени t), на каждое из которых среда реагирует либо поощрением, либо безразличием, либо наказанием.

В качестве внешней среды рассматривается случайная среда, характеристики которой зависят от времени специальным образом. Предполагается, что среда, в которой функционирует автомат, состоит из стационарных случайных сред, переключение которых осуществляется цепью Маркова.

Рассмотрим цепь Маркова $K(c_1, c_2, \dots, c_k, \Delta)$ с K состояниями $c_1, c_2, \dots, c_k$ и матрицу переходных вероятностей $\Delta = \| \delta_{\alpha\beta} \|$, $\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, K$. В этой цепи состояние c_α соответствует стационарной случайной среде $c_\alpha = c(a_1^\alpha, r_1^\alpha; \ldots; a_K^\alpha, r_K^\alpha)$, $\alpha = 1, 2, \ldots, K$.

Будем говорить, что автомат A находится в переключаемой случайной среде K , если в каждый момент времени t он функционирует в одной из стационарных случайных сред c_α, $\alpha = 1, 2, 3, \ldots, K$, т.е. если действие $f_m(t)$, произведенное автоматом в момент времени t , влечет за собой в следующий момент времени $t+1$ входной сигнал $S(t+1) = +1$ (выигрыш) с вероятностью $q_m^\alpha = \frac{a_m^\alpha}{1 + a_m^\alpha}(1 - r_m^\alpha)$, входной сигнал $S(t+1) = -1$ (проигрыш) с вероятностью $p_m^\alpha = \frac{1}{1 + a_m^\alpha}(1 - r_m^\alpha)$ и входной сигнал $S(t+1) = 0$ (безразличие) с вероятностью $r_m^\alpha = 1 - p_m^\alpha - q_m^\alpha$. При этом, если в момент времени t автомат находился в среде c_α , то в следующий момент времени $t+1$ он будет функционировать в среде c_β с вероятностью $\delta_{\alpha\beta}$. Здесь $a_m^\alpha = \frac{q_m^\alpha}{p_m^\alpha}$ имеет смысл относительного выигрыша за действие f_m в среде c_α .

Обозначим через φ_i^α, $\alpha = 1, 2, \ldots, K$, $i = 1, 2, \ldots, n$, такое состояние системы "автомат-переключаемая среда", при котором автомат A находится в состоянии φ_i , а переключаемая среда K – в состоянии c_α . Тогда вероятность $\pi_{ij}^{\alpha\beta}$ перехода этой системы из состояния φ_i^α в состояние φ_j^β выражается формулой:

$$\pi_{ij}^{\alpha\beta} = \left[q_{\varphi_i}^{\alpha} \alpha_{ij}(+1) + p_{\varphi_i}^{\alpha} \alpha_{ij}(-1) + r_{\varphi_i}^{\alpha} \alpha_{ij}(0) \right] \delta_{\alpha\beta} , \qquad (1)$$

где $\| \alpha_{ij}(s) \|_{\alpha}$ - матрица состояний автомата A,

$$q_{\varphi_i}^{\alpha} = \frac{a_{\varphi_i}}{1+a_{\varphi_i}^{\alpha}} \left(1 - r_{\varphi_i}^{\alpha}\right) , \quad p_{\varphi_i}^{\alpha} = \frac{1}{1+a_{\varphi_i}^{\alpha}} \left(1 - r_{\varphi_i}^{\alpha}\right) ,$$

$r_{\varphi_i}^{\alpha} = 1 - p_{\varphi_i}^{\alpha} - q_{\varphi_i}^{\alpha}$ - вероятности выигрыша, проигрыша и безразличия в стационарной случайной среде C_α при действии $f_{\varphi_i} = F(\varphi_i)$.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением простейшего случая, когда переключаемая среда $K = K(C_1, C_2, \Delta)$ составлена из двух стационарных случайных сред $C_1 = C(a_1^1, r_1^1; a_1^2, r_1^2)$, $C_2 = C(a_2^1, r_2^1; a_2^2, r_2^2)$, переключение которых осуществляется симметрической цепью Маркова с двумя состояниями и матрицей переходных вероятностей

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1-\delta & \delta \\ \delta & 1-\delta \end{pmatrix} , \qquad (2)$$

где параметр $\delta \leq \frac{1}{2}$ представляет собой среднюю частоту переключения состояний среды K, и рассмотрим поведение автомата $D_{2n,2}$ (автомат Кринского) в такой переключаемой случайной среде при трех типах реакций среды. Конструкция автомата $D_{2n,2}$ при двух типах реакций среды описана в /3/.

Рассматриваемый нами автомат $\mathcal{D}_{2n,2}$ имеет $2n$ состояний φ_i, $i=1,2,\ldots,2n$, и может совершать два различных действия f_1, f_2, причем

$$F(\varphi_i)=f_1, \quad i=1,2,\ldots,n,$$

$$F(\varphi_i)=f_2, \quad i=n+1,n+2,\ldots,2n.$$

Переходы состояний φ_i, $i=1,2,\ldots,2n$, в зависимости от значения входной переменной S осуществляются следующим образом: при $S=+1$ состояния φ_i и φ_{n+i}, $i=1,2,\ldots,n$, переходят в φ_n и φ_{2n} соответственно. При $S=0$ состояние φ_i, $i=1,2,\ldots,2n$, переходит в себя. При $S=-1$ состояния φ_i и φ_{n+i}, $i=2,3,\ldots,n$, переходят в φ_{i-1} и φ_{n+i-1} соответственно; состояние φ_1 переходит в состояние φ_{n+1}, а состояние φ_{n+1} переходит φ_1.

Введем вектор $X_i=(x_i^1, x_i^2)$, $i=1,2,\ldots,2n$, и три матрицы второго порядка

$$S_i=\begin{pmatrix}(1-\delta)P_i^1 & \delta P_i^2\\ \delta P_i^1 & (1-\delta)P_i^2\end{pmatrix}, \quad Q_i=\begin{pmatrix}(1-\delta)q_i^1 & \delta q_i^2\\ \delta q_i^1 & (1-\delta)q_i^2\end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$R_i=\begin{pmatrix}(1-\delta)r_i^1 & \delta r_i^2\\ \delta r_i^1 & (1-\delta)r_i^2\end{pmatrix}, \quad i=1,2.$$

Пользуясь вышеописанным правилом смены состояний автомата $D_{2n,2}$ и учитывая (3), получим следующую систему уравнений для определения финальных вероятностей Π_i состояний системы "автомат-переключаемая среда":

$$\Pi_1=(E-R_1)^{-1}[S_1\Pi_2+S_2\Pi_{n+1}], \quad \Pi_{n+1}=(E-R_2)^{-1}[S_2\Pi_{n+2}+S_1\Pi_1],$$

$$\Pi_2=(E-R_1)^{-1}S_1\Pi_3, \quad \Pi_{n+2}=(E-R_2)^{-1}S_2\Pi_{n+3}, \tag{4}$$

$$\Pi_j=(E-R_1)^{-1}S_1\Pi_{j+1}, \quad \Pi_{n+j}=(E-R_2)^{-1}S_2\Pi_{n+j+1},$$

$$\Pi_n=(E-R_1)^{-1}Q_1\sum_{i=1}^{n}\Pi_i, \quad \Pi_{2n}=(E-R_2)^{-1}Q_2\sum_{i=1}^{n}\Pi_{n+i},$$

$$j=2,3,\ldots,n-1$$

где E – единичная матрица второго порядка.

Перепишем систему уравнений (4) в следующем виде:

$$\Pi_j=[(E-R_1)^{-1}S_1]^{n-j}\Pi_n, \quad \Pi_{n+j}=[(E-R_2)^{-1}S_2]^{n-j}\Pi_{2n}, \tag{5}$$

$$j=2,3,\ldots,n.$$

$$\Pi_1=L_1\{[(E-R_1)^{-1}S_1]^{n-1}\Pi_n+(E-R_1)^{-1}S_2[(E-R_2)^{-1}S_2]^{n-1}\Pi_{2n}\}, \tag{6}$$

$$\Pi_{n+1}=L_2\{(E-R_2)^{-1}S_1[(E-R_1)^{-1}S_1]^{n-1}\Pi_n+[(E-R_2)^{-1}S_2]^{n-1}\Pi_{2n}\},$$

где

$$L_1=[E-(E-R_1)^{-1}S_2(E-R_2)^{-1}S_1]^{-1},$$

$$L_2=[E-(E-R_2)^{-1}S_1(E-R_1)^{-1}S_2]^{-1}.$$

Будем искать решение (5) в виде

$$X_j = \gamma^{n-j} X_n, \quad X_{n+j} = \nu^{n-j} X_{2n}, \tag{7}$$

$$j = 2, 3, \ldots, n,$$

где

$$X_n = (x_n^1, x_n^2),$$

$$X_{2n} = (x_{2n}^1, x_{2n}^2).$$

Для определения собственных чисел γ, ν и собственных векторов X_n, X_{2n} имеем характеристические уравнения

$$\left[\gamma E - (E - R_1)^{-1} S_1\right] X_n = 0, \tag{8}$$

$$\left[\nu E - (E - R_2)^{-1} S_2\right] X_{2n} = 0.$$

Из уравнений

$$Det\left(\gamma E - (E - R_1)^{-1} S_1\right) = 0, \quad Det\left(\nu E - (E - R_2)^{-1} S_2\right) = 0$$

находим значения собственных чисел γ, ν в следующем виде:

$$\gamma_1 = \frac{g_1 + \sqrt{g_1^2 - 4(1-2\delta) P_1^1 P_1^2 h_1}}{2h_1},$$

$$\gamma_2 = \frac{g_1 - \sqrt{g_1^2 - 4(1-2\delta) P_1^1 P_1^2 h_1}}{2h_1}, \tag{9}$$

$$\nu_1 = \frac{g_2 + \sqrt{g_2^2 - 4(1-2\delta)P_2^1 P_2^2 h_2}}{2h_2}$$

$$\nu_2 = \frac{g_2 - \sqrt{g_2^2 - 4(1-2\delta)P_1^1 P_2^2 h_2}}{2h_2} ,$$

где

$$g_i = (1-\delta)(P_i^1 + P_i^2) - (1-2\delta)(P_i^1 r_i^2 + P_i^2 r_i^1),$$

$$h_i = 1 - (1-\delta)(r_i^1 + r_i^2) + (1-2\delta) r_i^1 r_i^2 ,$$

$$i = 1, 2 .$$

Нетрудно показать, что $\max(\gamma_1, \gamma_2) < 1$, $\max(\nu_1, \nu_2) < 1$.

Найдя из (8) собственные векторы, представим решение системы (5) в виде

$$x_j = \gamma_1^{n-j} A x_n^1 + \gamma_2^{n-j} B x_n^2 , \qquad (10)$$

$$x_{n+j} = \nu_1^{n-j} C x_{2n}^1 + \nu_2^{n-j} D x_{2n}^2 ,$$

$$j = 2, 3, \ldots, n ,$$

где

$$x_n^1 = \left[\frac{\delta P_1^2}{h_1},\ \gamma_1 - \frac{(1-\delta)P_1^1 - (1-2\delta)P_1^1 r_1^2}{h_1} \right] ,$$

$$x_{n}^{2}=\left[\frac{\delta P_1^2}{h_1},\ \gamma_2-\frac{(1-\delta)P_1^1-(1-2\delta)P_1^1 r_1^2}{h_1}\right],$$

$$x_{2n}^{1}=\left[\frac{\delta P_2^2}{h_2},\ \nu_1-\frac{(1-\delta)P_2^1-(1-2\delta)P_2^1 r_2^2}{h_2}\right],$$

$$x_{2n}^{2}=\left[\frac{\delta P_2^2}{h_2},\ \nu_2-\frac{(1-\delta)P_2^1-(1-2\delta)P_2^1 r_2^2}{h_2}\right].$$

Коэффициенты A, B, C, D определяются из уравнений для x_n и x_{2n} в (4).

Пусть $x_j = x_j^1 + x_j^2$, $j=1,2,\ldots,n$, – вероятность нахождения автомата в j-м состоянии, в котором автомат совершает действие f_1, а $x_{n+j} = x_{n+j}^1 + x_{n+j}^2$, $j=1,2,\ldots,n$, – вероятность нахождения автомата в $(n+j)$-м состоянии, в котором автомат совершает действие f_2. Нас интересует вычисление величин $\sigma_1 = \sum_{j=1}^{n} x_j$, и $\sigma_2 = \sum_{j=1}^{n} x_{n+j}$, которые имеют смысл финальных вероятностей того, что автомат совершает действие f_1 и действие f_2 соответственно.

Опуская результаты, связанные с вычислением коэффициентов A, B, C, D и решений x_j^i, x_{n+j}^i, $i=1,2$, $j=1,2,\ldots,n$, в (6,10), и пренебрегая членами высоких порядков малости в выражениях интересующих нас величин σ_1, и σ_2 для случая $n \longrightarrow \infty$, окончательно получим

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 [\max(\nu_1, \nu_2)]^n}{\varepsilon_1 [\max(\nu_1, \nu_2)]^n + \varepsilon_2 [\max(\gamma_1, \gamma_2)]^n}, \tag{11}$$

$$\sigma_2 = \frac{\varepsilon_2 [\max(\gamma_1, \gamma_2)]^n}{\varepsilon_1 [\max(\nu_1, \nu_2)]^n + \varepsilon_2 [\max(\gamma_1, \gamma_2)]^n},$$

где ε_i, $i=1,2$, - положительные, не зависящие от n ограниченные константы.

Из отношения

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \left[\frac{\max(\nu_1, \nu_2)}{\max(\gamma_1, \gamma_2)} \right]^n \tag{12}$$

следует, что с увеличением емкости памяти n автомат совершает то действие, для которого максимальное характеристическое число (9) имеет меньшее значение.

Заметим, что при достаточно малом δ, когда

$$\max(\gamma_1, \gamma_2) \to \max\left(\frac{P_1^1}{q_1^1 + P_1^1}, \frac{P_1^2}{q_1^2 + F_1^1} \right),$$

$$max(\nu_1, \nu_2) \longrightarrow max\left(\frac{P_2^1}{q_2^1+P_2^1}, \frac{P_2^2}{q_2^2+P_2^2}\right),$$

автомат совершает почти всегда то действие, для которого наименьший относительный выигрыш $a_i^\alpha = \frac{q_i^\alpha}{P_i^\alpha}$ $(i, \alpha = 1, 2)$ имеет наибольшее значение.

Это свойство, характеризующее поведение асимптотически-оптимальных автоматов в переключаемой случайной среде при достаточно большой емкости памяти n, впервые было отмечено в /4/.

В заключение отметим, что аналогичные результаты могут быть получены для случая, когда переключение стационарных случайных сред $C_1 = C(a_1^1, n_1^1; a_1^2, n_1^2)$, $C_2 = C(a_2^1, n_2^1; a_2^2, n_2^2)$ осуществляется несимметричной матрицей Δ :

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1-\delta_1 & \delta_1 \\ \delta_2 & 1-\delta_2 \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что для этого случая, аналогично (12), при достаточно большом n, имеем

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\left[\frac{max(\nu_1, \nu_2)}{max(\gamma_1, \gamma_2)}\right]^n,$$

где

$$\gamma_{1,2}=\frac{G_1\pm\sqrt{G_1^2-4(1-\delta_1-\delta_2)P_1^1P_1^2H_1}}{2H_1},$$

$$\nu_{1,2}=\frac{G_2\pm\sqrt{G_2^2\ 4(1-\delta_1-\delta_2)P_2^1P_2^2H_2}}{2H_2},$$

$$G_\alpha=(1-\delta_1)P_\alpha^1+(1-\delta_2)P_\alpha^2-(1-\delta_1-\delta_2)(P_\alpha^1\eta_\alpha^2+P_\alpha^2\eta_\alpha^1),$$

$$H_\alpha=1-(1-\delta_1)\eta_\alpha^1-(1-\delta_2)\eta_\alpha^2+(1-\delta_1-\delta_2)\eta_\alpha^1\eta_\alpha^2,$$

$$\alpha=1.2,$$

а η_1 и η_2 – положительные, не зависящие от n ограниченные константы.

Легко показать, что и в этом случае $max(\gamma_1,\gamma_2)<1$, $max(\nu_1,\nu_2)<1$.

<u>Замечание</u>. Для случая переключаемых сред $K=K(C_1,C_2,\Delta)$ таких, что $C_1=C(a_1,\eta_1;a_2,\eta_2)$, $C_2=C(a_2,\eta_2;a_1,\eta_1)$, $\delta_1=\delta_2=\delta$, можно показать, как и в /4/, что при $n=0$ и $n\longrightarrow\infty$ $\sigma_1=\sigma_2=\frac{1}{2}$, и, следовательно, существует оптимальная емкость памяти $n=n_0$.

Поступила 8.IX.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

I. М.Л.Цетлин. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем, М.,"Наука", 1969.

2. В.И.Варшавский. Коллективное поведение автоматов, М.,Наука, 1973.

3. В.И.Кринский, Биофизика, т.9, №4, 1964.

4. Г.Н.Церцвадзе. Автоматика и телемеханика, №8, 1971.

თ. ხვედელიძე

გადართვად გარემოში სასრული ავტომატის ყოფაქცევა გარემოს სამი სახის რეაქციის შემთხვევაში

რეზიუმე

ნაშრომში შესწავლილია $D_{2n,2}$ სასრული ავტომატების ასიმპტოტური ყოფაქცევა შემთხვევით გადართვად გარემოებში.

T.Khvedelidze

ON THE ASYMPTOTIC BEHAVIOUR OF A FINITE AUTOMATON OF A SWITCHING MEDIUM WITH THREE TYPES OF REACTION

Summary

The asymptotic behaviour of finite automata in switching random media is studied.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ И ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Н.В.Бокучава

Привлечение идей теории информации к проблемам, возникающим в теории измерений, позволяет преодолеть ограниченность традиционной статистической модели измерения, решить задачу общей оценки качества измерения быстроменяющихся величин; оценить конечную неопределенность результатов измерения не только в идеализированном случае, но и в реальных условиях; проанализировать реальные потери информации на всех этапах ее получения и преобразования с учетом вероятности этих потерь.

В информационном подходе количество измерительной информации J определяется как разность между безусловной энтропией отсчетов до измерения и их условной энтропией после измерения:

$$J = H(X) - H(\Delta). \qquad (1)$$

Величину $H(\Delta)$ в измерительной технике именуют как энтропию случайной погрешности измерения.

Если измерительное устройство имеет диапазон от X_1 до X_2 с абсолютной погрешностью $\pm\Delta$, не зависящей от текущего значения x измеряемой величины, то, получив результат измерения в виде X_P, можем утверждать, что действительное значение измеряемой величины X лежит в пределах от $X_P-\Delta$ до $X_P+\Delta$, т.е. в пределах участка 2Δ.

Исходя из сказанного следует, что измерение - это процесс приема и преобразования информации об измеряемой величине с целью получения количественного результата ее сравнения с принятой шкалой или единицей измерения в форме, наиболее удобной для дальнейшего использования человеком или машиной.

Важную роль в теории измерений и теории случайных погрешностей играет энтропийное значение погрешностей. Энтропийным значением погрешности называют значение погрешности с равномерным законом распределения, которое вносит такое же дезинформационное действие, что и погрешность с данным законом распределения вероятностей /I/.

Математически это определение сводится к следующему.

Если погрешность с произвольным законом распределения вероятности $p(x)$ вокруг полученного показания X_P имеет энтропию $H(\Delta) = I(X/X_P) = -\int p(\Delta)\ln p(\Delta)\,dx$,

то эффективный интервал неопределенности, вне зависимости от вида закона распределения, будет равен

$$2\Delta = \exp H(X/X_P), \tag{2}$$

а энтропийное значение погрешности

$$\Delta = \pm \frac{1}{2} \exp H(X/X_p). \quad (3)$$

Так как при оценке погрешности измерительных устройств или измерений мы располагаем не самим законом распределения погрешности $p(\Delta)$, а лишь некоторым конечным числом n конкретных значений случайной величины Δ, то для определений $p(\Delta)$ и $H(\Delta)$ пользуются гистограммами.

Если гистограмма состоит из m столбцов с границами $X_0, X_1, \ldots, X_m$ и каждый столбец шириной $d_i = X_i - X_{i+1}$ включает в себя n_i результатов, то плотность вероятности на протяжении каждого из столбцов /I/

$$p(\Delta) = \frac{n_i}{nd_i},$$

а

$$H(\Delta) = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(\Delta) \ln p(\Delta) dx =$$

$$= -\sum_{i=1}^{m} \int_{X_{i-1}}^{X_i} \frac{n_i}{nd_i} \ln \frac{n_i}{nd_i} dx = \sum_{i=1}^{m} \frac{n_i}{n} \ln \frac{nd_i}{n_i}.$$

Если ширина всех столбцов гистограммы одинакова, т.е. $d_i = d$, то

$$H(\Delta) = \ln \left[d \prod_{i=1}^{m} \left(\frac{n}{n_i} \right)^{n_i/n} \right].$$

С помощью информационных представлений становится возможным установить прямую связь между такими существенными для измерительных устройств в автоматизированных системах характеристиками, как точность и надежность.

Пусть имеется датчик, точность которого характеризуется дисперсией ошибки измерения σ_1^2 с определенной интенсивностью отказов.

Известно, что если измеряемая величина имеет дисперсию σ_2^2, а ошибки измерения распределены по нормальному закону[x], то количество информации, получаемое на выходе датчика при его безотказной работе за время T, равно /2/

$$J = 2WT \ln \sigma_2/\sigma_1 , \tag{4}$$

где W - полоса частоты сигнала, а $2WT$ - число требуемых независимых выборочных значений передаваемого сигнала.

При наличии отказов вероятность безотказной работы

$$P = \exp(-kT), \tag{5}$$

а среднее время безотказной работы в интервале времени $(0,T)$

$$T_1 = T_0(J - P), \tag{6}$$

---

x Это всегда можно предположить, если число независимых причин, вызывающих погрешности, неограниченно увеличивается (растет).

где $T_0 = \frac{1}{K}$ – среднее время безотказной работы в интервале времени $(0, \infty)$ /3/. Подставляя (6) в (4), получим среднее количество информации на выходе датчика при наличии помех

$$J_1 = 2WT_1 \ln \sigma_2/\sigma_1 = \tag{7}$$

$$= 2WT_0(1-P) \ln \sigma_2/\sigma_1 .$$

Следовательно, вследствие ненадежности датчика, согласно (4) и (7) средняя потеря информации

$$\Delta J = J - J_1 = 2W[T - T_0(1-P)] \ln \sigma_2/\sigma_1 = \tag{8}$$

$$= 2W(T - T_1) \ln \sigma_2/\sigma_1 ,$$

что приводит к увеличению ошибки измерения.

Таким образом, статистическое согласование измерительного прибора и измеряемого параметра, т.е. $\min \Delta J$, может осуществляться путем построения оптимальных шкал выбором интервала квантования и интервала измерения полосы частот отдельных узлов измерительного тракта.

Поступила I.X.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. П.В.Новицкий. Основы информационной теории измерительных устройств, Л.,"Энергия", 1968.
2. С.Г.Гольдман. Теория информации, ИЛ, М., 1957.
3. И.М.Коган. Прикладная теория информации, М., 1981.

ნ. ბოკუჩავა

ინფორმაციის თეორია გაზომვათა ტექნიკაში

რეზიუმე

ნაშრომში განხილულია ინფორმაციული მეთოდების გამოყენების შესაძლებლობის საკითხი შემთხვევითი ცდომილებების თეორიასა და გაზომვათა ტექნიკაში.

N.Bokuchava

INFORMATION THEORY IN MEASUREMENT TECHNOLOGY

Summary

The problem of the feasbility of applying informational methods in the casual random error theory and measurement thechnology is discussed.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ОБ ОБЩИХ ФОРМУЛАХ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ АФФИННЫХ ИНВАРИАНТОВ ДЛЯ МНОГОУГОЛЬНИКОВ, МНОГОГРАННИКОВ И КРУГЛЫХ ТЕЛ И ИХ ПРИМЕНЕНИИ В ЗАДАЧАХ КЛАССИФИКАЦИИ И РАСПОЗНАВАНИЯ

А.Г.Мамиствалов

В работах /I,2/ автором разработана методика построения инвариантов невырожденного аффинного преобразования

$$x_i = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik} x_k + \beta_i \quad (i=1,\dots,n) \qquad \text{(I)}$$

для образов любой размерности, заданных в n-мерном евклидовом пространстве финитной функцией $\rho(x_1,\dots,x_n)$, характеризующей яркость объекта. Упомянутые инварианты представляют собой определенные выражения от n-мерных центральных степенных моментов порядка p объекта:

$$\mu_{p_1\dots p_n} = \qquad (2)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}(x_1-\bar{x}_1)^{p_1}\dots(x_n-\bar{x}_n)^{p_n}\rho(x_1,\dots,x_n)\,dx_1\dots dx_n ,$$

где $p_1, \ldots, p_n$ - целые неотрицательные числа, удовлетворяющие условию $p_1 + \cdots + p_n = p$, $0 \leq p < \infty$; $\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_n$ -координаты центра тяжести.

В частности, для двумерных и трехмерных образов соответственно, нами построены следующие аффинные инварианты

$$I_1 = \frac{\mu_{00}^4}{\mu_{20}\mu_{02} - \mu_{11}^2}, \tag{3}$$

$$I_2 = \frac{\mu_{000}^5}{\mu_{200}\mu_{020}\mu_{002} + 2\mu_{110}\mu_{101}\mu_{011} - \mu_{200}\mu_{011}^2 - \mu_{110}^2\mu_{002} - \mu_{101}^2\mu_{020}}. \tag{4}$$

Многие задачи распознавания зрительных образов и искусственного интеллекта, в частности, задачи, связанные с разработкой интегральных роботов и с анализом сцен /3,4,5/, приводят нас к необходимости нахождения признаков для автоматической классификации и распознавания геометрических фигур и тел. Вместе с тем такие понятия, как, например, треугольник, параллелограмм, эллипсоид и др., являются аффинными понятиями, т.к. конкретный вид каждого названного объекта определен с точностью до произвольного невырожденного аффинного преобразования (I). Поэтому для выработки у распознающей системы подобных понятий необходимы аффинные инварианты. Функционалы вида (3) и (4) как раз и предназначены дял решения подобных задач.

Классом аффинно эквивалентных геометрических фигур, порожденным данной геометрической фигурой (данным геометрическим телом), будем называть множество, которое получается путем всевозможных невырожденных аффинных преобразований этой фигуры (этого тела). Например, правильный треугольник. квадрат и круг порождают следующие классы аффинно эквивалентных геометрических фигур: множество всех треугольников, множество всех параллелограммов и множество всех эллипсов. Аналогично, классы аффинно эквивалентных тел, порожденные соответственно невырожденными аффинными преобразованиями куба, шара, кругового цилиндра и кругового конуса, будем называть классами параллелепипедов, эллипсоидов, эллиптических цилиндров и эллипитических конусов.

Ввиду того, что группа невырожденных аффинных преобразований внутри класса аффинно эквивалентных геометрических объектов действует транзитивно (т.е. для любых двух объектов данного класса найдется аффинное преобразование, переводящее их друг в друга), то про любую геометрическую фигуру (про любое геометрическое тело) данного класса можно сказать,что она (оно) порождает этот класс . Поэтому ясно, что для нахождения аффинного инварианта (3) или (4) для данного класса аффинно эквивалентных геометрических объектов достаточно вычислить значение соответствующего инварианта для любого объекта этого класса. Действуя подобным образом, мы вычислили значения аффинных инвариантов (3) и (4) для перечисленных выше классов геометрических фигур /6/ и тел /2/.Эти значения легли в основу этапа классификации в алгоритмах классификации и распознавания геометрических фигур и тел, рассмотренных нами в работах /7/ и /2/ соответственно.

В настоящей работе мы приводим выведенные нами общие формулы для вычисления инвариантов (3) и (4) для семейств двумерных и трехмерных геометрических объектов соответственно. Каждая из этих формул содержит параметр, характеризующий данное семейство, и для вычисления значения инварианта для данного конкретного класса аффинно эквивалентных геометрических объектов достаточно этому параметру придать соответствующее значение. При переходе к пределу в этих формулах по параметру получаются значения инварианта для соответствующего круглого тела.

Ниже на примере правильного n-угольника излагаются основные этапы вывода указанных формул. Очевидно, что для рассматриваемых нами геометрических объектов справедливо следующее допущение относительно вида функции $\rho(x_1,\ldots,x_n)$:

$$\rho(x_1,\ldots,x_n)=\begin{cases}1 & \text{для точек объекта}\\ 0 & \text{для точек, не принадлежащих объекту}\end{cases}$$

Принимая во внимание это допущение и переходя к переменным x и y, формула (2) для двумерных объектов примет следующий вид:

$$\mu_{p_1 p_2}=\iint\limits_{D}(x-\bar{x})^{p_1}(y-\bar{y})^{p_2}\,dx\,dy\,, \tag{5}$$

где D - область интегрирования.

Пусть правильный n - угольник относительно прямоугольной декартовой системы координат ориентирован так, что координаты его вершин x_i и y_i $(i=1,\dots,n)$ соответственно равны

$$x_i = R\cos \pi/n\,(2i-1),$$

$$y_i = \sin \pi/n\,(2i-1),$$

где R - радиус описанной окружности. Очевидно, что в этом случае

$$\bar{x} = \bar{y} = 0. \qquad (6)$$

Можно показать, что уравнение прямой, на которой лежит сторона n - угольника, соединяющая вершины с координатами x_i, y_i и x_{i+1}, y_{i+1} соответственно, имеет следующий вид:

$$y = \frac{R\cos \pi/n - x\cos 2\pi i/n}{\sin 2\pi i/n}. \qquad (7)$$

Разобъем наш многоугольник на n таких треугольников, одна из вершин которых совпадает с началом координат, а две другие - совпадают с концами одной из сторон многоугольника. Тогда, принимая во внимание (6) и (7) и применяя известную процедуру сведения двойного интеграла к повторному интегралу, вычисление интеграла (5) для нашего n -угольника сводится к вычислению следующего выражения:

$$\mu_{p_1 p_2} = -\frac{1}{p_2+1} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sin^{p_2+1} 2\pi i/n} \int\limits_{R\cos \pi/n (2i-1)}^{R\cos \pi/n (2i+1)} x^{p_1} \left(R\cos \pi/n - x\cos 2\pi i/n\right)^{p_2+1} dx .$$

После раскрытия скобок в подынтегральном выражении по формуле бинома Ньютона и после интегрирования и тождественных преобразований получаем следующую формулу для вычисления центральных степенных моментов n - угольника

$$\mu_{p_1 p_2} = \frac{R^{p_1+p_2+2} \sin 2\pi/n}{p_2+1} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sin^{p_2} 2\pi i/n} \sum_{j=0}^{p_2+1} \frac{(-1)^j \binom{p_2+1}{j}}{p_1+j+1} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{p_1+j} \sum_{l=0}^{\left[\frac{p_1+j-k}{2}\right]} \binom{p_1+j-k}{2l} \cos^{p_1+p_2-2l} \pi/n \times$$

$$\times \sin^{2l} \pi/n \cos^{p_1+2j-2l} 2\pi i/n \sin^{2l} 2\pi i/n .$$

Отсюда получаем

$$\mu_{00} = \frac{nR^2 \sin 2\pi/n}{2}, \quad \mu_{20} = \mu_{02} = \frac{nR^4 \sin 2\pi/n \left(2+\cos 2\pi/n\right)}{24},$$

$$\mu_{11} = 0.$$

Подставляя эти значения в (3), получаем искомую формулу для вычисления значений аффинного инварианта (3) для правильных многоугольников:

$$J_1 = \frac{36n^2 \sin^2 2\pi/n}{(2+\cos 2\pi/n)^2}. \qquad (8)$$

Отсюда для правильного треугольника и для квадрата (т.е. при n = 3 и 4 соответственно) получаем $J_1 = 108$, $J_1 = 144$. На основе вышесказанного, эти числа являются теми универсальными признаками, которые способны выработать у распознающей системы такие аффинные понятия, как треугольник и параллелограмм соответственно.

Для идентификации правильного треугольника внутри класса всех треугольников и квадрата внутри класса всех параллелограммов нужен дополнительный признак. Можно поставить и более общую задачу - составить алгоритм для идентификации любого правильного n - угольника. Правильный n - угольник обладает симметрией вращения порядка n, т.е. при его повороте на угол $2\pi/n$ вокруг центра тяжести он совпадает с самим собой. Поэтому для него имеет место тождество

$$\mu_{20} - \mu_{02} = 0, \qquad (9)$$

которое выполняется при любой ориентации фигуры /6/.

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм идентификации правильного n - угольника, состоящий из двух этапов. Сперва по значению инварианта (3) происходит аффинная классификация данного многоугольника, а затем, по мере выполнения тождества (9), происходит его идентификация внутри данного класса эквивалентности. Учитывая, что

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n^2 \sin^2 2\pi/n}{(2+\cos 2\pi/n)^2} = \frac{4\pi^2}{9}, \tag{10}$$

а также то, что при $n \longrightarrow \infty$ правильный n -угольник превращается в круг, переходя к пределу в (8) при $n \to \infty$, получаем

$$J_2 = 16\pi^2 .$$

Это число вырабатывает у распознающей системы аффинное понятие эллипс. Используя симметрию круга, приходим к выводу, что для него выполняется тождество (9), что позволяет идентифицировать круг внутри класса эллипсов.

Нами выведены также формулы для вычисления значений инварианта (4) для следующих геометрических тел:

для правильной n - угольной призмы:

$$J_3 = \frac{432 n^2 \sin^2 2\pi/n}{(2+\cos 2\pi/n)^2}, \tag{11}$$

для правильной n - угольной пирамиды:

$$J_4 = \frac{8000 n^2 \sin^2 2\pi/n}{27(2+\cos 2\pi/n)^2}. \tag{12}$$

для n - угольного диэдра (как известно, диэдром называется геометрическое тело, состоящее из правильной пирамиды и ее зеркального отражения в плоскости основания):

$$J_5 = \frac{4000 n^2 \sin^2 2\pi/n}{9\,(2+\cos 2\pi/n)^2}\,. \tag{13}$$

При $n \longrightarrow \infty$ правильная n - угольная призма превращается в круговой цилиндр, правильная n - угольная пирамида - в круговой конус, а n - угольный диэдр в геометрическое тело, состоящее из кругового конуса и его зеркального отражения в плоскости основания. Переходя в формулах (II-I3) к пределу при $n \longrightarrow \infty$ и учитывая (I0), для названных круглых тел получаем следующие значения инварианта (4) соответственно:

$$J_6 = 192\pi^2\,, \qquad J_7 = \frac{32000\pi^2}{243}\,, \qquad J_8 = \frac{16000\pi^2}{81}\,.$$

Согласно вышесказанному, эти числа равны значениям аффинного инварианта (4) соответственно для эллиптических цилиндров, эллиптических конусов и для геометрических тел, состоящих из эллиптического конуса и его зеркального отражения в плоскости основания.

Нами вычислено также значение инварианта (4) для эллипсоидов, которое равно

$$J_9 = \frac{2000\pi^2}{9}.$$

В заключение следует обратить внимание на то, что формулы (8), (11), (12) и (13) отличаются друг от друга только числовыми множителями. Поэтому можно "синтезировать" одну формулу:

$$J = \frac{kn^2 \sin^2 2\pi/n}{(2+\cos 2\pi/n)^2},$$

из которой при к=36, 432, $\frac{2000}{27}$ и $\frac{4000}{9}$ получаются соответственно формулы (8),(11), (12) и (13).

Поступила 1.X.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. А.Г.Мамиствалов. О конструировании аффинных инвариантов n - мерных образов. Сообщения АН ГССР, 1974, 76, №1, с.61-64.

2. А.Г.Мамиствалов, Об аффинной классификации и распознавании трехмерных геометрических тел. Труды Тбилисского университета 1985,258, 6, с.128-141.

3. Интегральные работы. Сб. статей, пер. с англ., М., Мир,1973.

4. Интегральные роботы. Выпуск 2. Сб. статей, пер. с англ. и япон., М., Мир, 1975.

5. Р.Дуда, П.Харт. Распознавание образов и анализ сцен. Пер. с англ., М., Мир, 1976.

6. А.Г.Мамиствалов. О некоторых интегральных признаках плоских симметричных образов. Сообщения АН ГССР, 1970, 57, №3, с.561-564.

7. А.Г.Мамиствалов. Автореферат канд.диссертации, Москва, 1981.

ა. მამისთვალოვი

მრავალკუთხედების, მრავალწახნაგებისა და მრავალი სხეულების აფინური ინვარიანტების გამოსათვლელი ზოგადი ფორმულებისა და მათი გამოყენების შესახებ კლასიფიკაციისა და ამოცნობის ამოცანებში

რეზიუმე

მოცემულია მრავალკუთხედებისა და მრავალწახნაგების აფინური ინვარიანტების გამოსათვლელი ზოგადი ფორმულები, ამ ფორმულებში ზღვარზე გადასვლისას მიიღება შესაბამისი მრგვალი სხეულების აფინური ინვარიანტები, მიღებული შედეგები გამოიყენება კლასიფიკაციისა და ამოცნობის ამოცანებში.

A. Mamistvalov

ON THE GENERAL FORMULAE FOR CALCULATING AFFINE INVARIANTS FOR POLYGONS, POLYHEDRA AND SOLIDS OF REVOLUTION AND THEIR APPLICATION TO PROBLEMS OF CLASSIFICATION AND RECOGNITION

Summary

General formulae are presented for calculating affine invariants for polygons and polyhedra. It is shown that in the limit case affine invariants are obtained from these formulae for corresponding solids of revolution. These results may be applied to various problems of pattern classification and recognition.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ БИНАРНЫХ ПРИЗНАКОВ И ПРИЗНАКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЕМЫХ КАЧЕСТВЕННЫМИ ГРАДАЦИЯМИ

А.В.Корнеева, Р.Р.Карлинская

Развитие кластерного анализа повлекло за собой разработку многообразных процедур кластеризации объектов /I,2/. Значительно реже в литературе приводятся описания процедур кластеризации признаков. Последние, хотя и имеют значительную общность с процедурами кластеризации объектов, обладают своей спецификой, связанной с необходимостью базироваться не на понятии метрики, а на понятии ассоциации.

Практически часто встречаются не только задачи группировки количественных признаков, но и задачи группировки бинарных признаков и признаков, характеризуемых качественными градациями. Для решения подобных задач разработаны нижеописываемые программы, опирающиеся на понятие ассоциации между признаками.

Ассоциация между двумя бинарными признаками (i -м и j -м) выражается тетрахорическим показателем связи /3/:

$$r_{i,j} = \frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}, \qquad (I)$$

где a - число объектов, имеющих оба признака (i -й и j -й); b - число объектов, имеющих i -й признак, но не имеющих j -го признака; c - число объектов, не имеющих i -го признака, но имеющих j -й признак; d - число объектов, не имеющих обоих признаков.

Ассоциация между двумя признаками, характеризуемыми качественными градациями, выражается полихорическим показателем связи /3/:

$$r_{i,j} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(g_i-1)(g_j-1)}}}, \qquad (2)$$

где φ^2 - коэффициент контингенции /3/, g_i - число градаций i -го признака, g_j - число градаций j -го признака.

Коэффициент контингенции:

$$\varphi^2 = \sum_{k=1}^{g_i} \frac{\sum_{k=1}^{g_i} \frac{f^2}{n_{j,k}}}{n_{i,k}} - 1, \qquad (3)$$

где f - частоты ячеек корреляционной решетки по i -му и j -му признакам, $n_{i,k}$ - частоты ряда i -го признака по столбцам в нижней суммарной строке, $n_{j,k}$ -частоты ряда j -го признака по строкам в правом суммарном столбце /3/.

Программа CLUS

Программа CLUS осуществляет кластеризацию бинарных признаков и признаков, характеризуемых качественными градациями, на основе алгоритма последовательной кластеризации /I/. Его реализация предполагает использование целевой функции - меры ассоциации между двумя кластерами.

Определим ассоциацию между кластерами через ассоциацию между признаками. Пусть кластер I содержит n_I признаков, а кластер J содержит n_J признаков. Введем ассоциацию между признаком и кластером, определив её как среднюю ассоциацию между рассматриваемым признаком и признаками, входящими в кластер:

$$R(P,I)=\frac{1}{n_I}\sum_{i=1}^{n_I} r^2(P,P_i), \qquad (4)$$

где P и P_i - признаки, а $r(P,P_i)$ - коэффициент ассоциации между ними, вычисляемый по формуле (I) или (2), в зависимости от типа признаков.

Тогда ассоциацию между двумя кластерами естественно определить следующим образом:

$$R(I,J)=\frac{1}{n_J}\sum_{j=1}^{n_J} R(p_j, I), \qquad (5)$$

откуда следует:

$$R(I,J)=\frac{1}{n_I n_J}\sum_{i=1}^{n_I}\sum_{j=1}^{n_J} r^2(p_i, p_j). \qquad (6)$$

Процедура кластеризации включает следующие шаги.

I. Вычисление матрицы ассоциации между признаками.

В случае бинарных признаков расчет элементов матрицы проводится по формуле (I), в случае признаков, характеризуемых качественными градациями, по формуле (2), чему предшествует составление корреляционной решетки и вычисление коэффициента контингенции. Далее выполняется шаг 2.

2. Задание исходных кластеров.

Формируются начальные кластеры, каждый из которых включает один признак (число кластеров равно числу признаков). Далее выполняется шаг 3.

3. Вычисление матрицы ассоциации между исходными кластерами.

Вычисляется матрица $R=\{R_{IJ}\}$, где R_{IJ} - ассоциация между одноэлементными кластерами I и J (значение заимствуется из матрицы, рассчитанной на 1-м шаге).

Далее выполняется шаг 4.

4. Образование нового кластера.

Отыскивается максимум целевой функции (максимальный элемент матрицы ассоциации между кластерами). Кластеры К и L, которым он соответствует, сливаются, образуя новый кластер. Далее выполняется шаг 5.

5. Перестройка матрицы ассоциации между кластерами.

Поскольку образование нового кластера и ликвидация двух старых кластеров, посредством слияния которых он организован, вызывает необходимость перевычисления элементов матрицы ассоциации между кластерами, целесообразно вновь оформированный кластер поместить в позицию 1. Тогда перевычисление матрицы, необходимое для проведения следующего цикла кластеризации, затронет лишь первый столбец.

Для того чтобы новому кластеру, который вначале занимает позицию L (поскольку состав этого кластера дополняется составом кластера К, сливаемого с ними), придать порядковый номер 1, следует осуществить ряд последовательных перестановок: кластер, имевший номер 1, поместить в позицию К (ранее существовавший кластер с этим номером ликвидируется); вновь образованный кластер перенести из позиции L в позицию 1; кластер, имевший номер 1, перенести из позиции 1 в позицию L; сдвинуть все кластеры, находящиеся справа от К, на одну позицию влево, уменьшив размерность матрицы ассоциации. Далее выполняется шаг 6.

6. Вычисление функционала качества группировки.

Вычисляется функционал качества группировки признаков на рассматриваемом уровне кластеризации:

$$Q = \sum_{I} \frac{1}{n_I(n_I-1)} \sum_{P_i, P_j \in I} r^2(P_i, P_j), \qquad (7)$$

определяемый значениями средней взаимосвязи признаков внутри сформированных кластеров. Далее выполняется шаг 7.

7. Перевычисление матрицы ассоциации между кластерами.

Вычисляются элементы первого столбца матрицы R , которыми определяется ассоциация между вновь образованным кластером и кластерами, не затронутыми слиянием. Расчеты проводятся по формуле (6), значения $r(P_i, P_j)$ заимствуются из матрицы ассоциации между признаками.

Элементы остальных столбцов матрицы R не требуют перерасчета, т.к. отражают взаимосвязь между кластерами, состав которых не изменился в предыдущем цикле кластеризации. Далее выполняется шаг 4.

Процедура завершается объединением всех признаков в один кластер. Таким образом, если число признаков равно М, процедура включает М-1 циклов. Максимальное значение функционала качества группировки позволяет выбрать оптимальные результаты кластеризации, отвечающие определенному уровню.

Программа CLUS написана на языке фортран-IУ и реализована на вычислительной машине ЕС-1033.

Входные данные.

Входными данными являются: число признаков, число объектов, матрица данных, параметр, определяющий тип данных. В случае кластеризации бинарных признаков он равен 1 ; в случае кластеризации признаков, характеризуемых качественными градациями, задается количество градаций каждого из признаков.

Вводится также параметр, которым определяется печать результатов: если он равен 0, то результаты выводятся на печать на всех уровнях; если он отличен от 0, то результаты выводятся на печать на конкретно заданных уровнях.

Ограничения: число признаков $\leqslant$ 150, число объектов $\leqslant$ 150, число градаций $\leqslant$ 16.

Выходные данные.

Результаты выводятся на печать по завершении обработки данных на каждом из уровней кластеризации. Выпечатываются: номер уровня, функционал качества группировки, количество элементов в каждом из кластеров и конкретный состав каждого кластера (номера входящих в него признаков).

Программа PRI

Программа PRI осуществляет кластеризацию признаков (количественных, бинарных и характеризуемых качественными градациями) на основе алгоритма, содержащего аналогию с методом К групповых средних для кластеризации объектов /1,4/.

Решается задача разбиения множества признаков на К групп. Процедура кластеризации включает следующие шаги.

1. Приведение параметров к стандартной форме задания.

Этот шаг осуществляется, если приводится кластеризация количественных признаков. Исходная матрица данных заменяется матрицей центрированных и нормированных величин.

При кластеризации бинарных признаков и признаков, характеризуемых качественными градациями, этот шаг опускается.

Далее выполняется шаг 2.

2. Вычисление матрицы ассоциации между признаками.

В случае количественных признаков вычисляется корреляционная матрица, в случае бинарных - матрица тетрахорических показателей связи (расчет элементов проводится по формуле (1)), в случае признаков, характеризуемых качественными градациями, - матрица полихорических показателей связи (расчет элементов проводится по формуле (2), чему предшествуют составление корреляционной решетки и вычисление коэффициента контингенции для рассматриваемой пары признаков).

Далее выполняется шаг 3.

3. Задание начальных кластеров.

Организуются К кластеров, в каждый из которых вносится по одному (предварительно указанному) признаку. n_k -номер признака, вводимого в k-й кластер ($k=1,\ldots,$К).

Далее выполняется шаг 4.

4. Разнесение признаков по кластерам.

Признаки, подлежащие кластеризации, разносятся по К кластерам на основе коэффициента ассоциации между признаком и кластером. Расчет последнего проводится по формуле (4), причем $r(p, p_i)$ - коэффициент корреляции, тетрахорический показатель связи или полихорический показатель связи, в зависимости от типа данных (содержится в матрице ассоциации между признаками, полученной на шаге 2). Признак вносится в кластер, которому отвечает максимальное значение $R(p,I)$ (I = 1,...К). Далее выполняется шаг 5.

5. Проверка результатов, полученных в настоящем цикле, на совпадение с результатами, полученными в предыдущем цикле.

Если составы кластеров, полученных в рассматриваемом цикле, совпадают с составами кластеров, полученных в предшествующем цикле, то осуществляется переход к шагу 6. Если совпадение не имеет места, то осуществляется возврат к шагу 4.

6. Вычисление функционала качества группировки.

Рассчитывается функционал качества группировки по формуле:

$$Q=\sum_{K=1}^{K}\frac{2}{N_K(N_K-1)}\sum_{\substack{M\neq M1\\ M1>M}}\sum r^2_{M1,M}, \qquad (8)$$

где N_K – число признаков в кластере K, $r_{M1,M}$ – коэффициент ассоциации между признаками. Т.е. значение функционала качества группировки определяется средней взаимосвязью признаков внутри организованных кластеров.

На этом процедура кластеризации завершается.

Программа PRI написана на языке фортран-IУ и реализована на вычислительной машине ЕС-1033.

Входные данные.

Входными данными являются: число признаков, число объектов, матрица данных, параметр IT, определяющий тип данных: он равен 1 при кластеризации количественных признаков, 2 – при кластеризации бинарных признаков, 3 – при кластеризации признаков, характеризуемых качественными градациями. В последнем случае вводятся также числа определяющие количество градаций для каждого из признаков.

Параметрами кластеризации являются: максимально допустимое число циклов итерации, число формируемых кластеров, номера признаков, вводимых в исходные кластеры.

Ограничения: число признаков $\leqslant 200$, число объектов $\leqslant 200$, число градаций $\leqslant 16$, число формируемых кластеров $\leqslant 50$.

Выходные данные.

Результаты выводятся на печать по завершении процедуры кластеризации. Выпечатываются: номер итерации, на которой завершилась процедура, количество кластеров, функционал качества группировки, количество признаков в каждом из кластеров, состав каждого кластера (перечень номеров входящих в него признаков).

Программа *WISH*

Программа *WISH* осуществляет кластеризацию признаков (количественных, бинарных и характеризуемых качественными градациями) на основе алгоритма, содержащего аналогию с методом Уишарта /5/. Сущность этого алгоритма состоит в следующем.

Выбирается порог P - число признаков, наиболее сильно связанных с рассматриваемым. Коэффициенты ассоциации между этими признаками и рассматриваемым позволят оценить плотность группировки, соответствующей последнему.

Пусть $r(P)$ - коэффициент ассоциации рассматриваемого признака с наиболее слабо ассоциирующим с ним признаком из числа P. Признаки, подлежащие кластерному анализу, ранжируются соответственно убыванию величин $\eta(P)$. Вокруг признака, которому отвечает максимальное значение $\eta(P)$, формируется первый кластер. В него входят сам признак и те признаки, ассоциация с которыми не ниже $\eta(P)$. Второй кластер организуется вокруг признака, выбираемого из числа не вошедших в первый кластер, которому соответствует очередное максимальное значение $\eta(P)$. В него входят сам признак и признаки, ассоциация с которыми не ниже $\eta(P)$, из числа не вошедших в первый кластер. Далее процедура продолжается аналогично. Количество оформированных кластеров зависит от величины выбранного порога.

Таким образом, процедура кластеризации включает следующие шаги.

I. Приведение параметров к стандартной форме задания.

Этот шаг выполняется, если проводится кластеризация количественных признаков. Входная матрица данных заменяется матрицей центрированных и нормированных величин.

При кластеризации бинарных признаков и признаков, характеризуемых качественными градациями, процедура начинается со следующего шага.

2. Вычисление матрицы ассоциации.

Элементы матрицы представляют собой коэффициенты корреляции (их квадраты) в случае кластерного анализа количественных признаков, тетрахорические показатели связи, вычисляемые по формуле (I), в случае кластерного анализа бинарных признаков или полихорические показатели связи, вычисляемые по формуле (2), в случае кластерного анализа признаков, характеризуемых качественными градациями. Каждый из столбцов матрицы содержит коэффициенты ассоциации между некоторым фиксированным признаком и остальными признаками, подлежащими кластеризации.

Далее выполняется шаг 3.

3. Ранжирование элементов столбцов по убыванию.

Оно осуществляется в целях выполнения следующего шага.

4. Выбор порогового значения ассоциации.

Для каждого признака находится величина $r(P)$, она представлена ($P+1$)-й строкой соответствующего столбца. Далее выполняется шаг 5.

5. Ранжирование пороговых значений ассоциации.

Оно осуществляется с целью последующего выбора элементов для организации кластеров. Далее выполняется шаг 6.

6. Фиксация очередной величины $r(P)$ из ранжированной последовательности пороговых значений ассоциации.

Если величина $r(P)$ зафиксирована, то осуществляется переход к шагу 7. Если последовательность величин $r(P)$ исчерпана, то осуществляется переход к шагу 9.

7. Определение признака, которому отвечает очередное значение ассоциации $r(P)$.

Если найденный признак не входит ни в один из ранее сформированных кластеров, то вокруг него создается новый кластер, для чего осуществляется переход к шагу 8. Если же признак включен в один из уже образованных кластеров, то осуществляется возврат к шагу 6.

8. Формирование кластера.

Коэффициенты ассоциации, находящиеся в столбце, который соответствует признаку, используемому для организации кластера, сопоставляются с рассматриваемым значением $r(P)$. В результате выявляются признаки (им отвечают значения ассоциации не ниже $r(P)$), которые должны быть внесены в образуемый кластер при условии, что они не вошли в ранее созданные кластеры. Далее осуществляется возврат к шагу 6.

9. Вычисление функционала качества группировки.

Функционал качества группировки вычисляется по формуле (8). В данном случае число сформированных кластеров К выясняется лишь в конце процедуры при завершении просмотра ранжированной последовательности величин $r(P)$.

Программа WISH написана на языке фортран-IV и реализована на вычислительной машине ЕС-1033.

<u>Входные данные</u>.

Входными данными являются: число признаков, число объектов, матрица данных, параметр, определяющий тип данных. Он равен 1 для количественных признаков, 2 - для бинарных признаков и 3 - для признаков, характеризуемых качественными градациями. В последнем случае для каждого из признаков вводится также число градаций.

Параметром кластеризации является число P признаков, из ассоциации с которыми определяется пороговое значение коэффициента ассоциации $r(P)$.

Ограничения: число признаков $\leqslant 300$, число объектов $\leqslant 200$, число градаций $\leqslant 16$.

Выходные данные.

Результаты выводятся на печать по окончании процедуры кластеризации. Выпечатываются: количество сформированных кластеров, число элементов в каждом из них, конкретный состав всех кластеров (номера входящих в них признаков) и функционал качества группировки.

Выбор используемой программы кластеризации признаков определяется конкретной задачей, поскольку каждая из вышеописанных программ CLUS, PRI и WISH отличается своей спецификой организации кластеров. Программа CLUS позволяет получить все допустимые группировки признаков, отвечающие определению целевой функции. Функционал качества группировки дает возможность отдать предпочтение тому или другому уровню иерархии, выбором которого и определяются число кластеров и их состав. Программа PRI позволяет получить заранее заданное число кластеров, состав которых зависит в определенной мере от признаков, введенных в исходные кластеры. Программа WISH позволяет получить последовательность кластеров, ранжированных в отношении степени ассоциации входящих в них признаков. Число кластеров при этом заранее не известно.

Поступила 2.X.1986

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

Литература

1. Б.Дюран, П.Оделл. Кластерный анализ. "Статистика", М., 1977.

2. Кластеризация и кла тер. Сборник статей. "Мир", М., 1980.

3. Г.Ф.Лакин. Биометрия. "Высшая школа", М., 1973.

4. Дж.Ту, Р.Гонсалес. Принципы распознавания образов. "Мир", М., 1978.

5. С.А.Айвазян, З.И.Бежаева, О.В.Староверов. Классификация многомерных наблюдений. "Статистика", М., 1974.

ა. კორნეევა, რ. კარლინსკაია

ბინარული და ხარისხობრივი გრადაციებით აღწერილ ნიშანთვისებათა კლასტერული ანალიზი

რეზიუმე

ნაშრომში მოცემულია იმ პროგრამათა აღწერა, რომლებიც განკუთვნილია ბინარული და ხარისხობრივი გრადაციებით მოცემულ ნიშანთვისებათა კლასტერიზაციისათვის.

პროგრამებს საფუძვლად უდევს სპეციალურად დამუშავებული ალგორითმები, რომლებიც შეიცავენ ობიექტების კლასტერიზაციის ზოგიერთი პროცედურების ანალოგიას.

A.Korneev., R.Karlinskaya

CLUSTER ANALYSIS OF BINARY ATTRIBUTES AND ATTRIBUTES CHARACTERIZED BY QUALITATIVE GRADATIONS

Summary

A set of programs for clustering binary attributes and attributes characterized by qualitative gradations is described. The programs are based on special algorithms containing an analogy with some procedures meant for object clusterization.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

ПРИМЕНЕНИЕ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕПЕНИ ТЯЖЕСТИ ХРОНИЧЕСКОГО ГАСТРИТА

О.И.Галицкая

Хронический гастрит - сложное заболевание с очень многообразными полиморфными формами проявления, которое отличается неопределенностью и множественностью различного рода факторов, влияющих на его этиологию и патогенез / I - 3 /. Проблема хронического гастрита занимает центральное место в гастроэнтерологии, что связано не только с самостоятельн значением этого заболевания, но и его вероятной ролью как предшественника рака, полипоза и язвы желудка / 2 - 3 /. В связи с этим очень важен прогноз степени тяжести протекания хронического гастрита, поскольку именно тяжесть заболевания отражает ту специфику развития желудочной патологии, которая приводит к тяжелым последствиям /2/.

В работах /4-6/ задача прогнозирования степени тяжести хронического гастрита решена методами концептуального формализма на основе вычисления понятий трех форм тяжести протекания хронического гастрита /6/. Это позволило еще на стадии развития хронического гастрита делать обоснованный выбор так называемой группы риска - больных хроническим гастритом с большой вероятностью тяжелого развития патологии, приводящего к нежелательным последствиям /2,6/.

Но формирование понятий в этих работах базировалось на большом объеме информации (число признаков и число больных порядка 100), что приводило к значительным трудностям вычислительного характера. В этой связи целью данной работы ставится предварительный анализ исходной информации на основе алгоритма кластеризации, который позволил бы сгруппировать признаки описания больных хроническим гастритом до процедуры формирования понятий. Это значительно облегчило бы процесс формирования понятий, поскольку в качестве признаков можно было бы использовать их сочетания.

Алгоритм кластеризации основан на использовании матрицы показателей корреляционной связи между признаками /8/.

Пусть признаковая система заболевания $\{X_i\}$ содержит признаки различной физической природы, $i = 1,2,\ldots n$ ($n \approx 100$). В зависимости от природы признаков вычисляются различные коэффициенты корреляционной связи. При количественном измерении признаков в предположении прямой зависимости между ними используется коэффициент корреляции Пирсона, в случае криволинейной связи между признаками используется корреляционное отношение /7/. Когда же признаки имеют качественное выражение, показателями корреляционной связи могут быть тетрахорический показатель, если оба качественных признака выражаются только наличием или отсутствием их у объекта, полихорический показатель, если степень выраженности признака характеризуется качественными градациями, ранговый показатель, если признаки можно ранжировать по степени их выраженности /7/.

Таким образом матрица коэффициентов корряллционной связи $\| r_{ij} \|_{n \times n}$ составляется в зависимости от вида связи между признаками и их природы.

Кластеризация, т.е. разделение признаков на классы на основе матрицы $\| r_{ij} \|_{n \times n}$ проводится в предположении, что признаки, определяющие какой-то один фактор и, следовательно, относящиеся к одному классу, коррелируют между собой сильнее, чем с остальными признаками. В связи с этим в рассмотрение вводится показатель принадлежности B как отношение среднего коэффициента корреляционной связи между признаками данного класса к среднему коэффициенту корреляционной связи признаков этого класса с остальными признаками:

$$B(j) = \frac{S}{n_S} : \frac{T}{n_T} \cdot 100, \tag{I}$$

$$j \in G_p, \quad p = 1, 2, \ldots, m,$$

где $B(j)$ - коэффициент принадлежности элементов j из класса G_p, $S = \sum (r_{jk};\ jk \in G_p;\ j < k)$ - сумма показателей корреляционной связи между признаками класса G_p, $T = \sum (r_{jk};\ j \in G_p;\ k \bar{\in} G_p)$ - сумма показателей корреляционной связи между признаками класса G_p и остальными признаками,

n_S - число членов в сумме S,

n_T - число членов в сумме T,

m - число классов.

Множитель 100 вводится для удобства интерпретации. Значения $B(j)$ применяются дл. группировки признаков в зависимости от их показателей корреляционной связи следующим образом. Сначала выделяется пара признаков (i,j) с максимальным коэффициентом r_{ij}, и каждый раз к этой паре добавляется новый приз..к, сумма показателя корреляционной связи которого с предыдущими признаками максимальна. При этом вычисляется значение B. Процесс продолжается до тех пор, пока не произойдет резкого уменьшения значения B. Тогда присоединяемый признак отбрасывается и делается попытка присоединить другие признаки. Если при этом значение B остается низким, формирование классов считается законченным. Формирование следующего класса происходит на базе оставшихся признаков, причем, началом класса выбирается пара признаков с максимальным значением B. Описанный процесс завершается в том случае, если все признаки распределятся по классам.

Для удобства вычислений $B(j)$ используется рекурентная формула. Пусть на некотором шаге число признаков в формируемом классе равно ν, тогда

$$n_S = \binom{\nu}{2} = \frac{\nu(\nu-1)}{2} \quad \text{и} \quad n_T = \nu(n-\nu),$$

а

$$B(j) = 200\,\frac{(n-\nu)}{(\nu-1)} \cdot \frac{S_\nu}{T_\nu}, \qquad (2)$$

где S_ν и T_ν – значения соответственно S и T на ν -ом шаге вычисляются по формулам:

$$S_\nu = S_{\nu-1} + b_\nu ,$$

$$T_\nu = T_{\nu-1} + \sum (r_{ke};\ k=1,2,\dots,n;\ k \neq e) - 2b_\nu ,$$

$$b_\nu = \sum (r_{je};\ j \in G_p;\ j \neq e),$$

где e – номер последнего признака, присоединяемого к классу G_p .

В общем случае по мере роста числа элементов в классе G_p значение B будет падать, поскольку в (2) числитель уменьшается относительно быстрее, чем знаменатель. Обратная ситуация может возникнуть в случае, когда к классу присоединяется признак, имеющий относительно большие показатели связи с раннее присоединяемыми признаками и небольшую сумму показателей с остальными признаками. Тогда числитель уменьшается слабее знаменателя и значение B растет. В подобном случае признак убирается из класса с тем, чтобы попытаться включить его в класс позднее, когда к нему будет присоединено еще несколько признаков. По мере роста числа признаков ν, в классе среднее значение меняется все медленнее и становится все устойчивее, а относительная значимость разности между двумя последующими значениями B возрастает. Для её оценки вводится порог E. Считаем порогом, отделяющим сильную связь между признаками от слабой, такое значение E, которое не опускается ниже 130. (При E = 100 средняя взаимосвязь между признаками данного класса в точности равна средней их взаимосвязи с остальными признаками выборки). Для оценки значимости разности между двумя последующими значениями коэффициента принадлежности B можно брать различные значения порога E – от 10 и выше, тем самым требуя наличия все более слабой связи между признаками, входящими в класс.

На основе вышеприведенного алгоритма была составлена программа кластеризации *KORCLAST* на языке фортран. Вычисления проведены на ЭВМ ЕС-1033. Исходным материалом служила выборка описаний 362 больных хроническим гастритом. Признаковая система заболевания включала 28 признаков(таблица I). Ставилась задача разделения признаков на заранее неизвестные классы. Поскольку признаки описания больных имели различную физическую природу, то матрица показателей корреляционной связи между ними вычислялась в зависимости от характера связи и типа измерения признака (дихотомического, рангового,качественного и т.п.). Значения порога E менялись от 5 до 30. Результаты машинных экспериментов приведены в таблице 2. Анализ их позволил выделить определенные классы, соответствующие картинам тяжелой, средней и легкой степени тяжести хронического гастрита. Для этого было проведено сравнение концептов трех степеней тяжести, вычисленных в раннее проведенных работах /4-6/, причем, это сравнение проводилось по картинам (импликантам) в концепте и по кластерам или их сочетаниям. Результаты анализа отражены в таблице 3.

Таким образом, можно заключить, что в случае заболевания хроническим гастритом предварительный кластерный анализ множества признаков описания больных с различными степенями тяжести протекания хронического гастрита позволяет уже на этой стадии исследования выделить некоторые сочетания признаков, отражающие характерные стороны развития п тологии желудка соответственно в тяжелой, средней и легкой степени тяжести его протекания. Следующий этап работы предполагает вычисление концептов на базе полученных кластеров.

Поступила 2.X.1986 Проблемная лаборатория физической кибернетики

Литература

1. Ю.И.Фишзон-Рысс. Гастриты. Медицина, 1974, с.222.
2. С.М.Рысс, Ц.Г.Масевич. Хронические гастриты.-В кн.: Болезни органов пищеварения, Л., 1975, с.87-114.
3. В.Салупере. Проблема хронического гастрита. Валгус, Таллин, 1978, 143 с.
4. О.И.Галицкая, В.В.Чавчанидзе. О решении задачи прогнозирования методом концептуального формализма. - В кн.: Труды IУ МОКИ, Москва-Тбилиси, 1975, с.172-180.
5. В.В.Чавчанидзе, О.И.Галицкая. Концептуальное представление больших массивов данных. Сообщения АН ГССР, 1980,98, №3, с.557-560.
6. Б.Х.Рачвелишвили, О.И.Галицкая, С.В.Дарпинян. Опыт применения кибернетических методов при изучении больных хроническим гастритом с секреторной недостаточностью. -В кн.: Проблемы современной терапии. Материалы докладов УI съезда терапевтов Эстонской ССР, Таллин, 1975, с.47-48.

7. Н.А.Плохинский. Биометрия. Изд-во Московского университета, 1970, с.367.

8. Н.Харман. Факторный анализ. Наука, М., 1972, 380 с.

Таблица I.

Признаковая система заболевания хроническим гастритом

Признак п/п	Значение признака
I. Пол	мужской женский
2. Возраст	до 30 лет от 31 года до 60 лет старше 60 лет
3. Семейное положение	женат (замужем) холост в разводе
4. Местопроживание	город село
5. Наличие заболеваний у ближайших родственников	у матери или отца у сестры или брата у супруга
6. Воздействие вредных факторов	в виде ядохимикатов в виде производственных отходов пониженная или повышенная температура
7. Употребление алкогольных напитков	крепости равной или более 40^0 крепости менее 40^0
8. Прекращение употребления алкоголя	менее 5 лет назад 5-10 лет назад более 10 лет назад
9. Курение	до 15 лет 10-20 штук в день 21-30 штук в день более 30 штук в день
10. Прекращение курения	менее 5 лет назад более 5 лет назад

II. Режим питания	3-4 раза в день
	5 и более раз в день
	2 и менее раз в день
I2. Характер питания	предпочтение очень горячей пищи
	-"- -"- холодной пищи
	-"- -"- острой пищи
	-"- -"- жирной пищи
	-"- -"- соленой пищи
I3. Клинические проявления	неприятные ощущения во рту
	диспептические проявления в виде отрыжки
	рвота
I4. Боли в эпигастральной области желудка	разлитые
	тупые
	схваткообразные
I5. Аллергические проявления	непереносимость молока
	-"- -"- медикаментов
	-"- -"- ягод
	-"- -"- яиц
I6. Аппетит	нормальный
	пониженный
I7. Слабость	
I8. Похудание за последний год	до 5 кг
	от 5 кг до I0 кг
	свыше I0 кг
I9. Длительность диспептических заболеваний	до I года
	I - 5 лет
	5 - I0 лет
	более I0 лет
20. Секреторная деятельность желудка	количество желудочного содержимого
	количество свободной соляной кислоты
	количество пепсина в % фармакопрепарата
2I. Моторно-эвакуаторная деятельность желудка	в норме
	ускоренная
	замедленная

22. Состояние слизистой оболочки желудка	нормальный рельеф слизистой
	грубый рельеф слизистой
	атрофия складок
	гипертрофия складок
	обширный дефект наполнения
	локальный дефект наполнения
	отсутствие перистальтики
23. Сопутотвующие заболевания	болезни системы крови
	язва
	полипоз
	хронический холецистит
	-"- колит
	-"- гепатит
24. Наличие грибков *Candida albicons*	
25. Кожная реакция на антиген *Candida*	положительная
	отрицательная
26. Реакция Уанье	положительная
	отрицательная
27. Реакция *RSC*	положительная
	отрицательная
28. Группа крови	I
	II
	III
	IУ

Таблица 2

Результаты кластеризации

№ кластера	Номера признаков, попавших в кластер (класс)
I.	6,I4,I5,20,24,25,28
2.	5,8,I0
3.	I6,26
4.	I,2,I2,I3,I7
5.	3,4,9,I8,I9
6.	7,II,27
7.	2I,22,23

Таблица 3

Соответствие полученных классов признаков формулам концептов степеней тяжести течения хронического гастрита

	Степень тяжести		
	тяжелая	средняя	легкая
Номер соответствующего класса	I,2,3	2,4,5,7	4,7

ო. გალიცკაია

ქრონიკული გასტრიტის სიმძიმის ხარისხის განსაზღვრა კლასტერული ანალიზის მეთოდებით

რეზიუმე

აღწერილია კორელაციური კავშირის მაჩვენებელთა მატრიცაზე დაყრდნობით სხვადასხვა ფიზიკური ბუნების ნიშან-თვისებათა კლასტერიზაციის ალგორითმი და მისი გამოყენება ქრონიკული გასტრიტის სიმძიმის ხარისხის დასადგენად.

O. Galitskaya

DETERMINATION OF THE DEGREE OF GRAVITY OF CHRONIC GASTRITES BY MEANS OF CLUSTER ANALYSIS

Summary

The paper describes an algorithm of clusterization of various features of nature, based on a matrix of correlation indices. The use of the algorithm in determining the degree of gravity of chronic gastritis is indicated.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

2/2, 1987

ФАКТОГРАФИЧЕСКАЯ БАЗА ДАННЫХ ГРУЗИНСКИХ ТОПОНИМОВ (ОПИСАНИЕ ЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ И ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ РЕАЛИЗАЦИИ)

Т.В.Манджапарашвили, А.И.Мчедлишвили, Д.А.Хелашвили

В последнее время все больший размах приобретают работы по созданию Машинных фондов национальных языков. Создание таких фондов признано наиважнейшей задачей, фундаментальной проблемой, решение которой будет иметь большую научную, общекультурную и прикладную ценность /I/.

В ТГУ ведутся работы по созданию Машинного фонда грузинского языка. Предусматривается создание различных фондов-составляющих, каждый из которых будет организован как подсистема единой системы и состоять из частных баз лингвистических данных, объединенных однородностью систем управления базами данных. Создание таких баз основано на применении концепции реляционных баз данных и тезиса о лексикографируемости любого языкового факта. Этот тезис обоснован тем, что любой факт может быть представлен в форме его имени, соединенном с набором значений его атрибутов. Следовательно, понятие факта образует отношение, т.е. множество кортежей, состоящих из значений атрибутов данного факта, так что каждый кортеж является определенной реализацией соответствующего факта. Если каждый факт представим как отношение, то он представим также и в лексикографической форме. Должно быть верно и обратное: любая лексико-графическая форма представима в виде реляционной базы данных /1/. Следовательно, и Машинный фонд грузинского языка может быть сконструирован в виде системы реляционных баз данных, согласованных между собой. Более того, операции над отношениями, используемыми в реляционных базах данных, хорошо моделируют лексикографические работы.

Вышеизложенная, широко распространенная в настоящий момент концепция и предопределила выбор для проектирования, создания, использования и поддержания частных реляционных баз данных Машинного фонда грузинского языка СУБД "Спектр".

К ее особенностям можно отнести развитой язык описания данных, позволяющий определить большое многообразие структур данных и связей между ними, возможность гибкого и оперативного поиска информации, широкие возможности управления данными, современные средства их защиты и безопасности, простоту и легкость внесения изменений в базу данных /2,3/.

В ТГУ в качестве частной базы Машинного фонда грузинского языка одной из первых создана фактографическая база данных грузинских топонимов.

Данные о топонимах предоставила научно-исследовательская лаборатория топонимики ТГУ, где был создан специальный бланк для полного описания всех атрибутов данных. На каждый топоним (включая параллельные формы) заполнялся отдельный бланк. Количество топонимов в базе данных составляет 300 000.

Исходя из этого описания в соответствии с требованиями пользователей и целей системы базы данных была разработана структура базы данных, т.е. полностью была осуществлена процедура проектирования базы, основной задачей которой была реализация необходимости спрятать внутрь базы данных всю действительную сложность и объемность описания, делая для пользователя "видимой" каждый раз ту часть информации и в том представлении, которое ему необходимо. В итоге была получена СУБД-ориентированная полная структура базы данных.

Чтобы представить всю полноту выбранного описания атрибутами топонима, приведем целиком бланк описания, который был реализован в базе данных одной записью базы (см.стр. 264)

Основными характеристиками структуры базы данных являются следующие: база состоит из трех основных файлов и двух файлов раскодировки, связанных между собой. Первый файл предназначен для получения любой информации на уровне морфем и их комбинаций, а два других - для получения любой другой информации о топонимах. Максимальная длина одной записи в базе - около 1600 байтов. Общее количество полей записи (признаков) - 50, в том числе дескрипторов - около 40. Среднее число дескрипторов на запись - 30. Использованная система кодирования ДКОИ. База данных была реализована на нескольких дисковых пакетах на ЭВМ модели ЕС-1035 в Институте физики высоких энергий ТГУ.

Фактографическая база данных грузинских топонимов предназначена как для научных исследований (для эффективного проведения которых было создано множество характерных макрокоманд и специальных форм для форматированной выдачи различных автоматически составленных словарей), так и для получения разнородной информации в режиме ИРИ, которая, кроме основного заказчика - лаборатории топонимики - может оказаться полезной и для Совета Министров ГССР, Министерства лесного хозяйства, Госагропрома и т.д. По нашему мнению, удалось достичь приемлемого для всех пользователей уровня эксплуатационных характеристик базы данных.

Очевидно, что создание вышеупомянутой базы данных не могло быть осуществлено без наличия комплекса периферийных устройств позволяющих на грузинском языке, используя грузинский алфавит, вводить в базу, обрабатывать и выводить из базы на терминалы и печатающее устройство необходимые данные.

С этой целью была разработана специальная методика для соответствующей модификации серийных периферийных устройств ЕС-7063 и " Robotron 1156".

Для терминалов была изменена плата ЕС-7063.0007 знакогенератора, на которой смонтированы четыре микросхемы типа К556РТ5. Первая микросхема содержит образы символов, не подвергающихся изменению. Вторая микросхема содержит образы латинских строчных и прописных букв, третья - русских букв, а четвертая - девятую строку образов всех символов. Мы частично изменили информацию, записанную в последних трех микросхемах. В частности, были разработаны точечные графические формы всех грузинских букв и их восьмеричные коды и с помощью программатора ЭВМ типа СМ-1403 введены в эти микросхемы.

С целью использования обычной клавиатуры этих терминалов, были применены коды прописных букв латинского и русского алфавитов, при этом обязательно принимались во внимание те преобразования кодов, которые осуществляют кодопреобразователи устройств при переводе кодов системы КОИ-8 в коды системы ДКОИ. Эти преобразования накладывают определенные ограничения на выбор кодов для грузинских букв.

Соответствующим образом была изменена и система коллективного доступа "Примус 2.5". В результате имеется возможность с помощью одного устройства одновременно вводить или выводить информацию на трех языках: латинском, русском и грузинском.

Последнее обстоятельство будет играть важную роль при создании баз данных библиографического типа.

При таком подходе также появляется возможность нарастить алфавит грузинского языка примерно до 45 букв, включив в него древнегрузинские буквы. Это очень важно для того, чтобы стали возможными ввод и обработка на ЭВМ старых грузинских текстов, а также для некоторых научных исследований сванского, менгрельского и др. языков Грузии. Реализацией этой возможности авторский коллектив занят в настоящее время.

Поступив, примерно, аналогично, а именно перепрограммировав внутренний знакогенератор, мы получили образы букв грузинского алфавита на мозаичном печатающем устройстве " Robotron 1156".

Для подключения данного печатающего устройства к машине ЕС-1035 был использован интерфейс канала ЕС-7040, что обеспечило возможность его управления с помощью операционной системы ЕС ЭВМ.

Созданный комплекс периферийных устройств с грузинским алфавитом является хорошим техническим обеспечением программы создания Машинного фонда грузинского языка.

Поступила 3.IУ.1987

Проблемная лаборатория
Физической кибернетики

Литература

1. В.М.Андрющенко. Машинный фонд русского языка: постановка задачи и практические шаги. - ВЯ, 1985, № 2.
2. Дж.Ульман. Основы систем баз данных. М., 1983.
3. Специализированный комплекс телеобработки разнородных баз данных СУБД "СПЕКТР", кн.1-6, М., 1982.

თ. მანჯავარაშვილი, ა. მჭედლიშვილი, დ. ხელაშვილი

ქართული ლექსიკონის მონაცემთა დედუქციური ბაზა (ლოგიკური სტრუქტურა და რეალიზაციის ტექნიკურ საშუალებათა აღწერა)

რეზიუმე

მოცემულია ქართული ლექსიკონის მონაცემთა დედუქციური ბაზის სტრუქტურის ძირითადი მახასიათებლები. აღწერილია ეგმ-ზე მისი რეალიზაციისათვის საჭირო ქართული ანბანის მქონე პერიფერიული მოწყობილობათა შექმნის პრინციპები სერიული მოწყობილობების ბაზაზე.

T.Manjaparashvili, A.Mchedlishvili, D.Khelashvili

THE FACTOGRAPHIC DATA BASE OF GEORGIAN TOPONYMS
(DESCRIPTION OF THE LOGICAL STRUCTURE AND THE TECHNICAL MEANS OF IMPLEMENT)

Summary

The fundamental characteristics of the factographic data base of Georgian toponyms is presented. The principles of construction of the necessary peripherals with Georgian alphabet is described on the basis of serial input - output equipment.

ტოპონიმთა მანქანური დამუშავების ბლანკი

1. ტოპონიმი (ადგილობრივი ვარიანტებით) ---------------------

ნათ.ბრ.ფორმა ---

2. რისი სახელია -------------------------------------

3. ადრე რა ერქვა -------------------------------------

4. ფიზიკურ-გეოგრაფიული აღწერა ---------------------

----

5. სახელდების მოტივაცია: ა) ჩამწერის მოსაზრება -----------

----

5. ბ) ინფორმატორისეული ახსნა --------------------------

6. ა) სამეცნიერო ლიტერატურა (მოკლე ანოტაცია) -----------

----

6. ბ) ეამბღებით ცნობები ----------------------------

ობიექტის სახეობის მიხედვით:

7. ა) ჰიდრონიმი — 7. გ) ოიკონიმი

7. ბ) ორონიმი — 7. დ) ურბონიმი

7. ე) სპელეონიმი — 7. ზ) დრიმონიმი — 7. ი) აერონიმი

7. ვ) ქორონიმი — 7. თ) დრომონიმი

8. ცალკეული ობიექტის სახელი (ხის, ქვის, შენობის და სხვ.)

9. ისტორიული ძეგლის სახელი

10. ა) ნასოფლარი — 10. ბ) ნაქალაქარი

ნომინაციის მიხედვით

11. ა) აღწერითი — 11. დ) გადატანითი

11. ბ) მეტაფორული — 11. ე) მიმართებითი

11. გ) ოკაზიური — 11. ვ) მიძღვნითი

სტრუქტურის მიხედვით

12.ა) მარტივი
12.ბ) პრეფიქსიანი
12.გ) სუფიქსიანი
12.დ) კონფიქსიანი
12.ე) მრავლობით რიცხვში
12.ვ) ატრიბუტულმსაზღვრე-ლიანი
12.ზ) მართულმსაზღვრელია-ნი
12.თ) ვოლადშერწყმული
12.ი) პოსტპოზიციური მსაზღვრელით
12.კ) გაცვლითი მსაზღვრელით
12.ლ) გაცვეთილი საზღვრულით
12.მ) მსაზღვრელი მრავლობითშია
12.ნ) საზღვრული მრავლობითშია
12.ო) თხზულ-წარმოქმნილი
12.პ) უდეტრით წარმოქმნილი

ტოპონიმის ამსავალი ფუძე (ფუძეები)

13.ა) რეალური --
13.ბ) სავარაუდო --

ფუძე – საკუთარი სახელი

14.ა) ანთროპონიმი
14.ბ) ეთნონიმი
14.გ) თეონიმი
14.დ) ზოონიმი
14.ე) მითონიმი
14.ვ) ფიტონიმი

ფუძე - საზოგადო სახელი:

15.ა) ოროგრაფიული ტერმინი
15.ბ) დენდროლოგიური ტერმინი
15.დ) ჰიდროგრაფიული ტერმინი
15.ე) სამეურნეო ტერმინი
15.ვ) სოციალური ტერმინი
15.ზ) ნიადაგმცოდნეობის ტერმინი
15.თ) საკულტო-რელიგიური ტერმინი

მეტყველების ნაწილების მიხედვით:

16.ა) არსებითი სახელი — 16.დ) ზმნა

16.ბ) ზედსართავი სახელი — 16.ე) მიმღეობა

16.გ) რიცხვითი სახელი — 16.ვ) საწყისი

ლოკალიზაცია:

17.ა) სოფელი --

17.ბ) დაბა --

17.გ) რაიონული დაქვემდებარების ქალაქი ---------------------

18. აბაშა	37. დმანისი	56. მესტია	75. ყვარელი
19. ადიგენი	38. დუშეთი	57. მცხეთა	76. შუახევი
20. ამბროლაური	39. ვანი	58. ონი	77. ჩოხატაური
21. ასპინძა	40. ზესტაფონი	59. ორჯონიკიძე	78. ჩხოროწყუ
22. ახალქალაქი	41. ზნაური	60. ოჩამჩირე	79. ცაგერი
23. ახალციხე	42. ზუგდიდი	61. რუსთავი	80. ცხაკაია
24. ახმეტა	43. თბილისი	62. საგარეჯო	81. ცხინვალი
25. ბათუმი	44. თეთრიწყარო	63. სამტრედია	82 წალენჯიხა
26. ბოგდანოვკა	45. თელავი	64. საჩხერე	83. წალკა
27. ბოლნისი	46. თერჯოლა	65. სიღნაღი	84. წითელწყარო
28. ბორჯომი	47. თიანეთი	66. სოხუმი	85. წულუკიძე
29. გაგრა	48. კასპი	67. ტყვარჩელი	86. წყალტუბო
30. გალი	49. ლაგოდეხი	68. ტყიბული	87. ჭიათურა
31. გარდაბანი	50. ლანჩხუთი	69. ფოთი	88. ხაშური
32. გეგეჭკორი	51. ლენინგორი	70. ქარელი	89. ხელვაჩაური
33. გორი	52. ლენტეხი	71. ქედა	90. ხობი
34. გუდაუთა	53. მაიაკოვსკი	72. ქობულეთი	91. ხულო
35. გულრიფში	54. მარნეული	73. ქუთაისი	92. ჯავა
36. გურჯაანი	55. მახარაძე	74. ყაზბეგი	93. ლოკალიზაცია უცნობია

რომელი კურსის მონაცემი

94. ქართლი
95. კახეთი
96. სამცხე
97. ჯავახეთი
98. ქიზიყი
99. იმერეთი
100. ლეჩხუმი
101. გურია
102. აჭარა
103. ხევსურეთი
104. ფშავი
105. მთიულეთი
106. გუდამაყარი
107. ხევი
108. რაჭა
109. თუშეთი
110. ერწო-თიანეთი
111. სამეგრელო
112. სამურზაყანო
113. ჭანეთი
114. სვანეთი
115. აფხაზეთი
116. სამხრეთ ოსეთი

117. ქართული სახელები საქ. სსრ გარეთ-------------------------
118. ჩამწერი ---
119. ინფორმატორი --
120. ჩაწერის თარიღი ---
121. ბლანკის შემავსები --------------------------------------
122. მთავარი ფორმა --

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

272, 1987

КЛАСС (n, k) – КОДОВ, ИСПРАВЛЯЮЩИХ МНОГОКРАТНЫЕ ПАКЕТЫ ОШИБОК

Р.П.Мегрелишвили

В работе (I) был рассмотрен класс линейных (n, k)-кодов, исправляющих двойные пакеты ошибок. В настоящей работе даётся класс линейных (n, k) – кодов, исправляющих многократные пакеты ошибок. По своей структуре данные коды и коды из (I) различаются несущественно, поэтому можно считать, что предлагаемые коды обобщают результат, полученный в /I/.

Пусть $GF(p^m)$ – поле Галуа по модулю многочлена $\varphi(x) = \sum_{i=0}^{m} a_i x^i$ с коэффициентами из $GF(p)$; $\varphi(x)$ неприводим над $GF(p)$; $m_0 = m+1$ – простое число; $\alpha \in GF(p^m)$ – корень $\varphi(x)$, ненулевой элемент поля $GF(p)$ (впредь воспользуемся обозначениями $K = GF(p^m)$, $P = GF(p)$; для простоты изложения примем, что $p=2$) . Тогда $G_0 = \{1, \alpha, \alpha^2, \ldots, \alpha^m\}$ – циклическая подгруппа мультипликативной группы G поля K.

Очевидно, что $\alpha^{m_0} = 1$; порядок G равен $2^m - 1$; порядок G_0 – m_0.

Рассмотрим матрицу

$$P_K = \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & \cdots & P_{0,m} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & \cdots & P_{1,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{m,0} & P_{m,1} & \cdots & P_{m,m} \end{bmatrix} \qquad (I)$$

где

$$P_{i,j} = \left[\alpha^{ij} \alpha^{ij+1} \dots \alpha^{ij+m-1}\right] \qquad (2)$$

– квадратная матрица порядка m $(i, j = 0, \dots, m-1)$; α^{ν} $(\nu = ij, ij+1, \dots, ij+m-1)$ – ν-тые степени элемента $\alpha \in GF(2^m)$, записанные в виде $\alpha = (\alpha_0^{(\nu)}, \dots, \alpha_{m-1}^{(\nu)})$ двоичных вектор-столбцов.

Пусть $S_{i,j}$ – произвольная комбинация m или меньше столбцов матрицы $P_{i,j}$. Вектор $S_{i,j}$ соответствует многочлену $S_{i,j}(x)$ (в дальнейшем любой вектор a соответствует многочлену $a(x)$).

Пусть $|x|_m = min(d, m)$ – m– норма вектора $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ /2/, определенная из соотношения

$$|x| = \sum_{i=1}^{d(\beta,m)} \sum_{j=\beta_i'}^{\beta_i''} x_j ,$$

где $1 \le \beta_i' \le \beta_i'' < \beta_i' + m$ $(i = 0, 1, \dots, d(\beta, m))$, $|x|$ – обычная норма вектора x , т.е. вес Хемминга, равный общему числу ненулевых компонент x .

Составим из (I) матрицу

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_{i_1, j_0} & \cdots & P_{i_1, j_m} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{i_{d_0}, j_0} & \cdots & P_{i_{d_0}, j_m} \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

где $i_1 \ne i_2 \ne \dots \ne i_{d_0} \in \{0, \dots, m\}$, $0 < d_0 \le m_0$.

Запишем суммарный вектор-столбец, составленный из столбцов j -тых одноименных подблоков матрицы (3) в виде

$$S_j(x) = S_{i_1,j}(x) + x^m S_{i_2,j}(x) + \cdots + x^{md_0} S_{i_{d_0},j}(x). \qquad (4)$$

Ниже будет показано, что справедлива следующая

<u>Лемма I</u>. m - норма вектора, являющегося суммой w векторов, каждый из которых есть произвольная комбинация m или меньше столбцов, принадлежащих d_0 одноименным подблокам матрицы (3), удовлетворяет следующему неравенству:

$$d_0 \geq |S_{j_1} + S_{j_2} + \cdots + S_{j_w}|_m > d_0 - w \qquad (5)$$

для $j_1 \neq \cdots \neq j_w \in \{0,1,\ldots,m\}$; $0 < d_0 \leq m_0$; $0 < w \leq d_0$.

Однако рассмотрим сначала $\sigma : \alpha \longrightarrow \alpha^\sigma$ - автоморфизм поля K, т.е. отображение поля K на себя, которое для любых α и β из K удовлетворяет условиям:

$$(\alpha+\beta)^\sigma = \alpha^\sigma + \beta^\sigma, \qquad (6)$$

$$(\alpha\beta)^\sigma = \alpha^\sigma \beta^\sigma, \qquad (7)$$

а $G(K,P) = \{1, \sigma_p, \sigma_{p^2}, \ldots, \sigma_{p^{m-1}}\}$ (где $\sigma_{p^m} = 1$ - тождественное отображение) - группа автоморфизмов, т.е. группа Галуа поля K над полем P. Понятно, что для произвольного $\alpha \in G_0$ $\alpha^{p^i} \in G_0$ и что элементами вида I и α^{p^i} $(i = 1,2,\ldots,m)$ исчерпываются все элементы G_0 $(p=2)$.

Предположим, что $(1+\alpha)$ - примитивный элемент $GF(p^m)$.

Рассмотрим факторгруппу

$$\begin{matrix} 1, (1+\alpha)^{m+1}, (1+\alpha)^{2(m+1)}, \ldots, (1+\alpha)^{2^m-m-2} \\ (1+\alpha), (1+\alpha)^{m+2}, (1+\alpha)^{2(m+1)+1}, \ldots, (1+\alpha)^{2^m-m-1} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ (1+\alpha)^m, (1+\alpha)^{2m+1}, (1+\alpha)^{3m+2}, \ldots, (1+\alpha)^{2^m-2}, \end{matrix} \qquad (8)$$

где N - смежный класс $\{1\}$, подгруппа группы G есть нормальный делитель G. Факторгруппа G/N циклическая, порядок которой, как и порядок подгруппы G_0, равен $m_0 = m+1$. Очевидно, что при $i \neq j$

$$\{\alpha^i\} \neq \{\alpha^j\} \tag{9}$$

для произвольных $\alpha^i, \alpha^j \in G/N$ $(0 \leq i, j \leq m)$.

Поэтому, ввиду автоморфизма $\mathbf{\sigma}$, подгруппа G_0 и факторгруппа G/N взаимно изоморфны в поле $GF(p^m)$ по модулю $\Phi(x)$.

Пусть

$$\{1+\alpha\} = \{\alpha^{K_0}\}, \tag{10}$$

где $K_0 = 2^i \bmod m_0$, для некоторого автоморфизма $\sigma_{2^i} \in G(K,P)$. Тогда из (10) и ввиду того, что в G/N для всех $v = 1, \ldots, m$

$$\{1+\alpha\}^v = \{1+\alpha^v\}, \tag{11}$$

следует следующая

<u>Лемма 2</u>. В поле Галуа $GF(2^m)$ по модулю $\Phi(x) = \sum_{i=0}^{m} x^i$ существует изоморфизм $\varphi: \alpha^v \longrightarrow \{1+\alpha^v\}$, где $\alpha^v \in G_0$, $\{1+\alpha\} \in G/N$ $(v = 1, \ldots, m)$.

<u>Следствие 1</u>. В факторгруппе G/N автоморфизм $\sigma_{2^i} \in G(K,P)$, определенный из (10), может быть рассмотрен как автоморфизм $\varphi: \{\alpha^v\} \longrightarrow \{1+\alpha^v\}$ $(v = 1, \ldots, m)$.

<u>Следствие 2</u>. В факторгруппе G/N автоморфизм $\sigma_{2^j} \in G(K,P)$ может быть рассмотрен как автоморфизм $\overline{\varphi}: \{1+\alpha^v\} \longrightarrow \{\alpha^v\}$ $(v = 1, \ldots, m;\ \sigma_{2^i} \cdot \sigma_{2^j} = 1 \bmod m_0)$.

Рассмотрим матрицу

$$A = \begin{bmatrix} \alpha^0 & \alpha & \alpha^2 & \dots & \alpha^m \\ \alpha^0 & \alpha^2 & \alpha^4 & \dots & \alpha^{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha^0 & \alpha^{m_0} & \alpha^{2m_0} & \dots & \alpha^{mm_0} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

где $\alpha \in GF(2^m)$ - корень $\Phi(x)$, не нулевой элемент поля; $m_0 = m+1$.

Вычеркнув из (I2) любые $m_0 - d_0$ столбцы и $m_0 - d_0$ строки, получим

$$A_0 = \begin{bmatrix} \alpha^{i_1 j_1} & \alpha^{i_1 j_2} & \dots & \alpha^{i_1 j d_0} \\ \alpha^{i_2 j_1} & \alpha^{i_2 j_2} & \dots & \alpha^{i_2 j d_0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha^{i d_0 j_1} & \alpha^{i d_0 j_2} & \dots & \alpha^{i d_0 j d_0} \end{bmatrix} \qquad (13)$$

где $i_1 \neq \dots \neq i_{d_0}$; $j_1 \neq \dots \neq j_{d_0} \in \{0, \dots, m\}$.

Рассмотрим $\xi_1, \dots, \xi_{d_0}$ суммы:

$$\begin{aligned} \alpha^{i_1 j_1} \alpha_1(x) + \dots + \alpha^{i_1 j d_0} \alpha_{d_0}(x) &= \xi_1 , \\ \vdots \qquad\qquad & \quad \vdots \\ \alpha^{i d_0 j_1} \alpha_1(x) + \dots + \alpha^{i d_0 j d_0} \alpha_{d_0}(x) &= \xi_{d_0} . \end{aligned} \qquad (14)$$

где $\alpha_i(x)$ - произвольные элементы заданного поля $GF(2^m)$.

Докажем справедливость следующей леммы.

<u>Лемма 3</u>. Суммы ξ_i $(i=1, \dots, d_0)$ из системы (I4) не могут быть равны нулю одновременно, т.е.

$$\xi_1 = \dots = \xi_{d_0} = 0 \qquad (15)$$

выполняется в тривиальном случае, когда $\alpha_1(x) = \dots = \alpha_{d_0}(x) = 0$.

<u>Доказательство</u>. Пусть $d_0 = 1$. Имеем:

$$\alpha^{i_1 j_1} \alpha_1(x) = \xi_1 .$$

Предположим, что $\xi_1 = 0$, т.е.

$$\alpha^{i_1 j_1} \alpha_1(x) = 0.$$

Но это неверно, поскольку по условию $\alpha^{i_1 j_1} \neq 0$ и $\alpha_1(x) \neq 0$.

Допустим, что условие (I5) не выполняется для произвольно выбранных $d_0 - 1$ сумм системы (I4) и покажем, что оно не может выполняться и при числе, равном d_0.

Предположим обратное, а именно:

$$\begin{aligned} &\alpha^{i_1 j_1} \alpha_1(x) + \cdots + \alpha^{i_1 j_{d_0}} \alpha_{d_0}(x) = 0, \\ &\vdots \\ &\alpha^{i_{d_0} j_1} \alpha_1(x) + \cdots + \alpha^{i_{d_0} j_{d_0}} \alpha_{d_0}(x) = 0, \end{aligned} \tag{I6}$$

т.е. имеем систему линейных однородных уравнений с элементами из $GF(2^m)$ по модулю $\Phi(x)$.

Тогда

$$\begin{aligned} &\alpha^{i_1 j_1}\left(\alpha_1(x) + \alpha^{i_1 j_2 - i_1 j_1} \alpha_2(x) + \cdots + \alpha^{i_1 j_{d_0} - i_1 j_1} \alpha(x)\right) = 0, \\ &\vdots \\ &\alpha^{i_{d_0} j_1}\left(\alpha_1(x) + \alpha^{i_{d_0} j_2 - i_{d_0} j_1} \alpha_2(x) + \cdots + \alpha^{i_{d_0} j_{d_0} - i_{d_0} j_1} \alpha_{d_0}(x)\right) = 0, \end{aligned} \tag{I7}$$

или, сократив уравнения (I7) соответственно на $\alpha^{i_1 j_1}, \ldots, \alpha^{i_{d_0} j_1}$ и обозначив $j'_v = j_{v+1} - j_1$ $(v = 1, \ldots, d_0 - 1)$,

$$\begin{aligned} &\alpha_1(x) + \alpha^{i_1 j'_1} \alpha_2(x) + \cdots + \alpha^{i_1 j'_{d_0}} \alpha(x) = 0, \\ &\vdots \\ &\alpha_1(x) + \alpha^{i_{d_0} j'_1} \alpha_2(x) + \cdots + \alpha^{i_{d_0} j'_{d_0}} \alpha(x) = 0. \end{aligned} \tag{I8}$$

Просуммировав первое уравнение (I8) со вторым, третьим и т.д., будем иметь

$$\begin{aligned} &\left(\alpha^{i_1 j'_1} + \alpha^{i_2 j'_1}\right)\alpha_2(x) + \cdots + \left(\alpha^{i_1 j'_{d_0 - 1}} + \alpha^{i_2 j'_{d_0 - 1}}\right)\alpha_{d_0}(x) = 0, \\ &\vdots \\ &\left(\alpha^{i_1 j'_1} + \alpha^{i_{d_0} j'_1}\right)\alpha_2(x) + \cdots + \left(\alpha^{i_1 j'_{d_0 - 1}} + \alpha^{i_{d_0} j'_{d_0 - 1}}\right)\alpha_{d_0}(x) = 0. \end{aligned} \tag{I9}$$

Проведя аналогичные, как для (I7), преобразования, получим

$$\begin{aligned} &\left(1+\alpha^{i_1^1 j_1^1}\right)\alpha_2^{(1)}(x)+\dots+\left(1+\alpha^{i_1^1 j_{d_0-1}^1}\right)\alpha_{d_0}^{(1)}(x)=0, \\ &\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ &\left(1+\alpha^{i_{d_0-1}^1 j_1^1}\right)\alpha_2^{(1)}(x)+\dots+\left(1+\alpha^{i_{d_0-1}^1 j_{d_0-1}^1}\right)\alpha_{d_0}^{(1)}(x)=0, \end{aligned} \tag{20}$$

где $i_v^1=i_{v+1}-i_1 \ (v=1,\dots,d_0-1); \ i_1^1\neq\dots\neq i_{d_0-1}^1,$

$j_1^1\neq\dots\neq j_{d_0-1}^1\in\{0,\dots,m-1\}; \ \alpha_k^{(1)}(x)=\alpha^{i_1 j_v^1}\alpha_k(x)$

$(v=1,\dots,d_0-1; \ k=2,\dots,d_0).$

В силу леммы 2, ее следствий и ввиду произвольности $\alpha_k(x)\in GF(2^m)$, (20) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} &\alpha^{i_1^1 j_1^1}\alpha_1(x)+\dots+\alpha^{i_1^1 j_{d_0-1}}\alpha_{d_0-1}(x)=0, \\ &\alpha^{i_{d_0-1} j_1^1}\alpha_1(x)+\dots+\alpha^{i_{d_0-1}^1 j_{d_0-1}}\alpha_{d_0-1}(x)=0, \end{aligned} \tag{21}$$

что противоречит допущению о невыполнимости условия (I5) для произвольно выбранных d_0-1 сумм системы (I4). Лемма доказана.

Нетрудно показать, что для $\alpha(x)$, $\alpha\in GF(2^m)$, где $GF(2^m)$ - поле Галуа по модулю $\Phi(x)=\sum_{i=0}^{m}x^i$, имеют место равенства:

$$\alpha(x)P_{i,j}=\alpha(x)\alpha^{ij}; \tag{22}$$

$$\begin{aligned} &\alpha_1(x)P_{i_1,j_1}+\alpha_2(x)P_{i_2,j_2}= \\ &=\alpha_1(x)\alpha^{i_1 j_1}+\alpha_2(x)\alpha^{i_2 j_2}, \end{aligned} \tag{23}$$

где α^{ij} - вектор-столбец, элемент матрицы (I2), а $P_{i,j}$ - подматрица из (I).

Равенства (22), (23) означают, что свойства равенства нулю для элементов матрицы (I2) в системе (I4) и свойства элементов $S_{i,j}$ (4) при определении m - нормы (5) аналогичны, т.е. из леммы 3 следует справедливость леммы I.

Рассмотрим проверочную матрицу линейного (n, k) - кода, записанную в виде (3):

$$H=[P_o I_{d_o m}], \tag{24}$$

$I_{d_o m}$ - единичная матрица порядка $d_o m$, P_o - матрица (3).

Для проверочной матрицы (24), согласно лемме I, выполняется условие

$$\sum_{v=1}^{d_o} S_{j_v} \neq 0, \tag{25}$$

где S_{j_v} - синдром j_v - го фазированного пакета ошибок длины m ; S_{j_v} определяется соотношением (4) ; $j_1 \neq \cdots \neq j_{d_o} \in \{0,1,\ldots,m+d_o\}$.

Как известно /3/, если относительно проверочной матрицы все d_o или меньше пакетов ошибок образуют ненулевые синдромы, то код, являющийся нулевым пространством этой матрицы исправляет $t_o=[d_o/2]$ -кратные фазированные пакеты ошибок; $1<d_o\leq m_o$; $[x]$ - целая часть x . Таким образом, если принять, что d_o -четное, то для целого числа $m\geq 2$, для которого $\varphi(x)$ неприводим, существует класс линейных ($mm_o+d_o m$, mm_o) - кодов, исправляющих $d_o/2$ - кратные фазированные пакеты ошибок длины m .

С помощью метода блокового перемежения степени l из проверочной матрицы (24) (как и в работе /I/) получим класс линейных ($\ell m m_0 + \ell d_0 m, \ell m m_0$) - кодов ($m_0 = m+1$). Эти коды исправляют пакеты ошибок длины $b = m(\ell-1)+1$.

Все результаты, приведенные в настоящей работе, обобщаются следующей теоремой.

Теорема. Для любого целого числа $m \geq 2$, для которого $\Phi(x) = \sum_{i=0}^{m} x^i$ неприводим в $GF(2)$, существует класс линейных ($\ell m(m+1) + \ell d_0 m, \ell m(m+1)$) - кодов, исправляющих t - кратные пакеты ошибок длины $b = m(\ell-1)+1$; $t = d_0/2$; $d_0 = 2, 4, \ldots, m$; $\ell > 0$ - целое число.

Метод определения m, для которого многочлен $\Phi(x)$ неприводим, рассматривается в работе /4/.

Согласно (/5/, стр. 83) из леммы 3 также следует, что $|H_0|$ - определитель матрицы (13), являющийся обобщенным определителем Вандермонда, отличен от нуля.

Параметры некоторых кодов, построенных согласно теореме, приведены в таблице.

Пример. Пусть задано: $m = 2$; многочлен $\Phi(x) = 1 + x + x^2$ неприводим над полем $GF(2)$; α - ненулевой элемент $GF(2^2)$, корень $\Phi(x)$; $d_0 = 2$, $\ell = 2$

Применив к матрице (24) метод блокового перемежения степени $\ell = 2$, получим проверочную матрицу

$$H = \begin{bmatrix} 10 & 00 & 10 & 00 & 10 & 00 & 10 & 00 & 00 & 00 \\ 01 & 00 & 01 & 00 & 01 & 00 & 01 & 00 & 00 & 00 \\ 00 & 10 & 00 & 10 & 00 & 10 & 00 & 10 & 00 & 00 \\ 00 & 01 & 00 & 01 & 00 & 01 & 00 & 01 & 00 & 00 \\ 10 & 00 & 01 & 00 & 11 & 00 & 00 & 00 & 10 & 00 \\ 01 & 00 & 11 & 00 & 10 & 00 & 00 & 00 & 01 & 00 \\ 00 & 10 & 00 & 01 & 00 & 11 & 00 & 00 & 00 & 10 \\ 00 & 01 & 00 & 11 & 00 & 10 & 00 & 00 & 00 & 01 \end{bmatrix}$$

нулевое пространство которой образует линейный (20, I2) -код, исправляющий однократные пакеты ошибок длины $b = 3$. В данной матрице H :

$$P_{0,0} = P_{0,1} = P_{0,2} = \begin{bmatrix} 10 \\ 01 \end{bmatrix},$$

$$P_{1,0} = \begin{bmatrix} 10 \\ 01 \end{bmatrix}; \quad P_{1,1} = \begin{bmatrix} 01 \\ 11 \end{bmatrix}; \quad P_{1,2} = \begin{bmatrix} 11 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Поступила 25.У.I987

Проблемная лаборатория физической кибернетики

Литература

I. Р.П.Мегрелишвили, Фам Хонг Тхай. Класс (n, k) - кодов, исправляющих двойные пакеты ошибок. Сообщения АН ГССР, 83, № 2, I976.

2. Р.П.Мегрелишвили. Об обобщенной формулировке кодового расстояния. Сообщения АН ГССР, IO, № 2, I967.

3. У.Питерсон, Э.Уелдон. Коды, исправляющие ошибки, М., I976.

4. А.А.Альберт. Конечные поля. Кибернетический сборник, новая серия, вып. 3, М., I966.

5. А.Г.Курош. Курс высшей алгебры, М., I962.

Таблица

№	n	k	m	d_0	l	t	b
I	20	I2	2	2	2	I	3
2	56	40	4	2	2	I	5
3	72	40	4	4	2	2	5
4	360	3I2	I2	2	2	I	I3
5	408	3I2	I2	4	2	2	I3
6	456	3I2	I2	6	2	3	I3
7	504	3I2	I2	8	2	4	I3
8	552	3I2	I2	I0	2	5	I3
9	600	3I2	I2	I2	2	6	I3

რ. მეგრელიშვილი

მრავალჯერადი პაკეტური შეცდომების გამასწორებელი (n, k) - კოდების კლასი

რეზიუმე

განხილულია t-ჯერადი $b=(l-1)m+1$ სიგრძის პაკეტური შეცდომების გამასწორებელი წრფივი $(lm(m+1)+ld_0m,\ lm(m+1))$- კოდების აგების მეთოდი; $m\geq 2$ -მთელი რიცხვია, რომლისათვისაც $\Phi(x)=\sum_{i=0}^{m} x^i$ დაუყვანადია გალუას $GF(2)$ ველზე; $t=\frac{d_0}{2}$; $d_0=2,4,\ldots,m$; $l>0$ - მთელი რიცხვია.

R. Megrelishvili

A CLASS OF MULTIPLE-BURST-ERROR-CORRECTING (n, k) - CODES

Summary

A class of linear multiple-burst-error-correcing (n, k) - codes is discussed. The parameters of the codes are: $n = l\,(m\,(m+1) + d_0 m)$; $k = lm\,(m+1)$; $m \geq 2$ is an integer, if the polynomial $\Phi(x) = \sum_{i=0}^{m} x^i$ is irreduceable over Galois Field GF(2); $d_0 = 2, 4, \ldots, m$; $l > 0$ is an integer. The burst-error-correcting abilite of the codes is $t = \frac{d_0}{2}$ bursth of the length $b = m\,(l-1) + 1$.

СОДЕРЖАНИЕ

I. А.Г.Дундуа, В.В.Чавчанидзе. К концептуальной природе установочного поведения 5

2. А.Г.Дундуа, В.В.Чавчанидзе. Феномен естественной подсознательной классификации в процессе обобщающего восприятия фиксации понятийных классов 28

3. Н.И.Гогичайшвили. О некоторых параметрах игры "Мельница" в свете психологического тестирования игровых способностей детей 34

4. Т.В.Манджапарашвили. К вопросу об изменении лингвистического спектра процесса словообразования при переходе от речи к лексике 4I

5. И.Д.Блиадзе. Оценки скорости сходимости некоторых итерационных процессов 48

6. М.И.Шишигин, Н.Б.Лавренчук. Об одном способе организации управления манипуляционным роботом 63

7. М.И.Кезерашвили. Задача изгиба поперечной силой однородного анизотропного стержня со слабо изогнутой осью 86

8. Г.Е.Кваталия. Энтропия и избыточность грузинского языка 97

9. Г.В.Обгаидзе, Г.В.Цуцунава. Условие трансверсальности для одной оптимальной задачи с распределенными парамѐтрами I09

IO. Т.Г.Гачечиладзе, З.Г.Горгадзе, Г.Г.Сирбиладзе. Статистическое моделирование некоторых свойств бинарных систем в приближении метода кластерных компонентов . . I22

II. Г.Г.Сирбиладзе. Моделирование эргодической однородной цепи Маркова и ее статистический анализ I4I

I2. Н.А.Шергелашвили, О.В.Яшвили. Применение описательных и разделительных концептов для определения структурных особенностей депрессивных состояний 150

13. Т.Д.Давиташвили. Об одном численном методе решения системы нелинейных уравнений приближения Клаппа для бинарных металлических соединений 164

14. А.В.Корнеева, К.М.Лианозов. Кластерный анализ объектов, описываемых бинарными признаками и признаками, характеризуемыми качественными градациями 183

15. Т.Д.Хведелидзе. Поведение конечного автомата в переключаемой среде при трех типах реакций среды 199

16. Н.В.Бокучава. Теория информации и теория измерений . . 211

17. А.Г.Мамиствалов. Об общих формулах для вычисления аффинных инвариантов для многоугольников, многогранников и круглых тел и их применении в задачах классификации и распознавания 217

18. А.В.Корнеева, Р.Р.Карлинская. Кластерный анализ бинарных признаков и признаков, характеризуемых качественными градациями 229

19. О.И.Галицкая. Применение кластерного анализа для определения степени тяжести хронического гастрита.. . . . 244

20. Т.В.Манджапарашвили, А.И.Мчедлишвили, Д.А.Хелашвили 257
Фактографическая база данных грузинских топонимов (описание логической структуры и технических средств реализации). 257

21. Р.П.Мегрелишвили. Класс (n, к)-кодов, исправляющих многократные пакеты ошибок 268

შინაარსი

1. ა. დუნდუა, ვ.ჭავჭანიძე. განწყობილი ქცევის კონცეპტუალური ბუნებისათვის 27

2. ა. დუნდუა, ვ.ჭავჭანიძე. ბუნებრივი ქვეცნობიერი კლასიფი-კაციის ფენომენი ცნებითი კლასების ფიქსაციის აღქმის პრო-ცესში 32

3. ნ.გოგიჩაიშვილი, თამაშის "ნისქვილი" ზოგიერთი პარამეტრის შესახებ, ბავშვების თამაშისუნარიანობის ფესვების შუქზე .40

4. თ.მანჯაფარაშვილი. მეტყველებიდან ლექსიკაზე გადასვლისას სიტყვათწარმოქმნის პროცესის ლინგვისტური სპექტრის ცვლი-ლებების შესახებ. 47

5. ი. ბლიაძე. ზოგიერთი იტერაციული მეთოდის კრებადობის სიჩ-ქარის შეფასება 61

6. მ. შიშიგინი, ნ.ლავრენჩუკი, მანიპულაციური რობოტის მარ-თვის ორგანიზაციის ერთ-ერთი საშუალების შესახებ 83

7. მ. კეზერაშვილი. ორნავ გაუხსნელი ერთგვაროვანი ანიზოტრო-პიული ძელის განივი ძალით ღუნვის ამოცანა 96

8. გ.კვაჭაია, ქართული ენის ენტროპია და სიჭარბე . . .108

9. გ.ობგაიძე, თ.ნუნუნავა. ტრანსვერსალობის პირობა ერთი ოპ-ტიმალური ამოცანისათვის განაწილებული პარამეტრებით . .121

10. თ.გაჩეჩილაძე, ბ.გორგაძე, გ.სირბილაძე. ზოგიერთი ბინა-რული ნაერთთა თვისებების სტატისტიკური მოდელირება კლას-ტერულ კომპონენტთა მეთოდის მიახლოებაში 138

11. გ.სირბილაძე. მარკოვის ერგოდიული ერთგვაროვანი ჯაჭვის მოდელირება და მისი სტატისტიკური ანალიზი 148

12. ნ. მერკვილაშვილი, თ.იაშვილი. აღწერითი და განმასხვავე-ბელი კონცეპტების გამოყენება ევრისტიკული ფრაგმენტების სტრუქტურული თავისებურებების განსაზღვრისათვის . . . 163

13. თ.დავითაშვილი. ლითონის ბინარული ნაერთებისათვის კრა-პის მიახლოების არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ერთი რიცხვითი მეთოდის შესახებ 181

14. ა. კოჩნევა, ვ.ლიანოზოვი. ბინარული და ხარისხობრივი გრადაციებით აღწერილი ნიშანთვისებებით განსაზღვრული ობიექტების კლასტერული ანალიზი 197

15. ფ.ხვედელიძე. გადართვად გარემოში სასრული ავტომატის ყოფაქცევა გარემოს I-ლი სახის რეაქციის შემთხვევაში . 210

16. ნ. ბოკუჩავა. ინფორმაციის თეორია გაზომვათა ტექნიკაში. 216

17. ა. მამისთვალოვი. მრავალკუთხედების, მრავალწახნაგებისა და მრგვალი სხეულების აფინური ინვარიანტების გამოსათვლელი ზოგადი ფორმულებისა და მათი გამოყენების შესახებ კლასიფიკაციისა და ამოცნობის ამოცანებში 227

18. ა. კოჩნევა, რ.კარლინსკაია. ბინარული და ხარისხობრივი გრადაციებით აღწერილ ნიშანთვისებათა კლასტერული ანალიზი 243

19. ო.ვალიცკაია. ქრონიკული გასტრიტის სიმძიმის ხარისხის განსაზღვრა კლასტერული ანალიზის გამოყენებით . . . 256

20. ო.მანჯავარაშვილი, ა.მჭედლიშვილი, დ.ხელაშვილი. ქართული ტოპონიმიკის მონაცემთა ფაქტოგრაფიული ბაზა (ლოგიკური სტრუქტურა და რეალიზაციის ტექნიკურ საშუალებათა აღწერა) 262

21. რ.მეგრელიშვილი. მრავალჯერადი პაკეტური შეცდომების გამასწორებელი (n, k)-კოდების კლასი 279

CONTENTS

1. A.Dundua, V.Chavchanidze. Toward the conceptual nature of set-induced behaviour 27

2. A.Dundua, V.Chavchanidze. The phenomenon of natural subconscious classification in the process of perception of conceptual class fixation 33

3. N.Gogichaishvili. About some parameters of the "Mill" game in the light of psychological testing of children's playing abilities . . . 40

4. T.Manjaparashvili. On the change of the linguistic spectrum of the word formation process when passing from speech to vocabulary 47

5. I.Bliadze. Estimation of the convergence rate of some iteration methods 62

6. M.Shishigin, N.Lavrenchuk. On one method of manipulation robot control organization 83

7. M.Kezerashvili. A problem of the bending by transverse force of an anisotropic homogeneous bar with slightly bent axis . . . 96

8. G.Kvataia. Entropy and redundancy of the georgian language. . 108

9. G.Obgaidze, T.Tsutsunava. A transversality condition for a single optimal problem with allocated parameters 121

10. T.Gachechiladze, Z.Gorgadze, G.Sirbiladze. Statistical modelling of the properties of some binary alloys in the approximation of the cluster component method 139

11. G.Sirbiladze. Modelling of a Markovian homogeneous ergodic chain and its statistical analysis 149

12. N.Shergelashvili, O.Iashvili. Use of the descriptive and differentiative concepts in defining the structural peculiarities of depressive states 163

13. T.Davitashvili. On one numerical method for solving a system of nonlinear equations of Clapp approximation for binary metallic

alloys 181

14. A.Korneeva, K.Lianosov. Cluster analysis of objects described by binary attributes and attributes characterized by qualitative gradations 198

15. T.Khvedelidze. On the asymptotic behavior of finite automata in a switching medium with three types of reaction 210

16. N.Bokuchava. Information theory in measurment technology. . 216

17. A.Mamistvalov. On the general formulae for calculating affine invariants for polygons, polyhedra and solids of revolution and their application to problems of classification and recognition 228

18. A.Korneeva, R.Karlinskaya. Cluster analysis of binary attributes and attribu'es characterized by qualitative gradations . , . 243

19. O.Galitskaya. Determination of the degree of gravity of chronic gastritis by means of cluster analysis 256

20. T.Manjaparashvili, A.Mchedlishvili, D.Khelashvili. The factographic data base of georgian toponyms (description of the logical structure and the technical means of implement) 263

21. R. egrelishvili. A class of multiple-burst-error-correcting (n, k) (n,k) -codes 279

Редактор издательства Л.Абуашвили

Подписано в печать 23.II.87

УЭ 09751 Бумага 60 x 84

Усл.печ.л. I8 Уч.изд.л.I0,23

Тираж 300 Заказ 1518 Цена 2 р.I0 к.

Издательство Тбилисского университета,

Тбилиси, 380028, пр. И.Чавчавадзе, I4

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა,

თბილისი, 380028, ი.ჭავჭავაძის პროსპექტი,14.

Типография Тбилисского университета,

Тбилиси, 380028, пр.И.Чавчавадзе, I.

თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა,

თბილისი, 380028, ი.ჭავჭავაძის პროსპექტი,1.