

(2021)
თბილისის უნივერსიტეტის შრომები

ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY



№ 235

ISSN 0876-2687

ფიზიკა

Ф И З И К А

PHYSICS

14

208

თბილისი Тбилиси Tbilisi

1982

290
1982/3
p. 235

208

ფიზიკის რევიუ
სტატიები



ტუ

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა

TBILISI UNIVERSITY PRESS

თბილისის უნივერსიტეტის შრომები
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY

ტ. 235 v.

ფ ი ზ ი კ ე
P H Y S I C S

თბილისი 1982 Tbilisi



Ф И З И К А

Н.А.Амаглобели, Б.Г.Берулава (секретарь), И.Ш.Ваша-
кидзе, З.С.Качлишвили, Т.И.Копалеишвили (редактор),
Н.М.Полиевктов-Николадзе, Т.И.Санадзе.

სარედაქციო კოლეგია

ნ. ამაგლობელი, ბ. ბერულავა (მდივანი),
ი. ვაშაკიძე, თ. კოპალეიშვილი (რედაქტორი),
ნ. პოლიევქტოვ-ნიკოლაძე, თ. სანაძე
ზ. ქაჩლიშვილი.

Editorial board

N. Amaglobeli, B. Berulava, (secretary), Z. Kachli-
shvili, T. Kopaleishvili (editor), N. Polievctov -
Nikoladze, T. Sanadze, I. Washakidze.

Редактор издательства Л.Абуашвили

Подписано к печати 24.12.82 г. УЭ 13904 Бумага 60x84

Усл.печ.л.9,75 Уч.издат.л.6,38 Тираж 300 Заказ
Цена 65 коп.

Издательство Тбилисского университета, Тбилиси, 380028
пр.И.Чавчавадзе, 14.

Типография Тбилисского университета, Тбилиси, 380028
пр.И.Чавчавадзе, 1.



Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის ნათელი რბობის ორჯენტისანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

235, 1982

$SO(10) = E_6$ ВКЛЮЧЕНИЕ И ОКТОНИОНЫ

В.К. Силагадзе

Группы $SO(10)$ и E_6 были использованы как группы калибровочной симметрии в некоторых моделях великого объединения / 1, 2 /. Известно, что как $SO(10)$ / 3/, так и E_6 / 4/ можно реализовать с помощью октонионов. Эти реализации интересны, поскольку были попытки / 5/ использовать октонионы и связанные с ними алгебраические и геометрические структуры для объяснения некоторых необычайных свойств фундаментальных частиц, в частности конфайнмента цвета.

В этой работе мы представляем явные выражения для генераторов групп $SO(10)$ и E_6 через линейные преобразования Йордановых алгебр M_2^8 и M_3^8 .

D_5 алгебру Ли группы $SO(10)$ можно реализовать линейными преобразованиями Йордановой алгебры M_2^8 .

M_2^8 есть алгебра 2×2 октонионных эрмитовых (относительно октонионного сопряжения) матриц с законом композиции

$X \circ Y = \frac{1}{2} (XY + YX)$, где XY обозначает обычное умножение матриц.

ვ. შილაგაძის სახ. საჯ. სსრ



Элементы из M_2^8 имеют вид $\begin{pmatrix} \alpha & a \\ \bar{a} & \beta \end{pmatrix}$, где α, β - действительные числа, а $a = a_0 e_0 + a_1 e_A$ есть октонион. Ясно, что мы можем представить его в виде $\alpha E_1 + \beta E_2 + F^a$, где

$$E_1 = \begin{pmatrix} e_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e_0 \end{pmatrix}, \quad F^a = \begin{pmatrix} 0 & a \\ \bar{a} & 0 \end{pmatrix}.$$

Это представление однозначно. Таким образом, имеем разложение в прямую сумму $M_2^8 = RE_1 \oplus RE_2 \oplus F$ (разложение Пирса алгебры M_2^8 относительно взаимортогональных идемпотентов E_1, E_2 (6)).

Прямыми вычислениями можно получить следующую "таблицу умножения":

$$E_i \circ E_j = \delta_{ij} E_i, \quad E_i \circ F^a = \frac{1}{2} F^a, \quad (I)$$

$$F^a \circ F^b = (a, b) \mathcal{I}, \quad i, j = 1, 2,$$

где $(a, b) = (\bar{a}, \bar{b}) = \frac{1}{2}(a\bar{b} + b\bar{a})$ есть скалярное произведение октонионов, а $\mathcal{I} = E_1 + E_2$ является единицей алгебры M_2^8 .

Сперва изучим дифференцирование алгебры Йордана M_2^8 . Для этой цели нам понадобятся 2×2 октонионные антиэрмитовы матрицы с нулевыми диагональными элементами. Обозначим их множество через A_2^8 . Сразу видно, что если $A \in A_2^8$ и $X \in M_2^8$, то $[A, X] = AX - XA \in M_2^8$.

Для всякой $A = \begin{pmatrix} 0 & \bar{a} \\ -\bar{a} & 0 \end{pmatrix} \in A_2^8$ матрицы через \hat{A} обозначим следующее линейное преобразование M_2^8 : $\hat{A}X = [A, X]$.

Вычисления показывают, что



$$\hat{a}E_1 = -F^a, \quad \hat{a}E_2 = F^a, \quad \hat{a}F^b = 2(a, b)(E_1 \cdot E_2). \quad (2)$$

Используя (1) и (2), можно проверить, что \hat{a} есть дифференцирование, т.е. для всякого $X, Y \in M_2^8$, $\hat{a}(X \circ Y) = (\hat{a}X) \circ Y + X \circ (\hat{a}Y)$.

Пусть теперь $\delta \in \text{Der } M_2^8$ — некоторое дифференцирование и $\delta E_1 = \alpha_1 E_1 + \beta_1 E_2 + F^{a_1}$, $\delta E_2 = \alpha_2 E_1 + \beta_2 E_2 + F^{a_2}$. Если δ -ой подействуем на тождество $E_i \circ E_i = E_i$, получим, что мы должны иметь $\alpha_1 = \beta_1 = \alpha_2 = \beta_2 = 0$. Действие же δ на тождество $E_1 \circ E_2 = 0$ дает $a_1 = -a_2$. Таким образом, $\delta E_1 = -F^{a_2}$ и $\delta E_2 = F^{a_2}$. Поэтому $\delta = \hat{a}_2$ будет дифференцированием, которое аннулирует идемпотенты E_1 и E_2 .

Как видим, всякий $\delta \in \text{Der } M_2^8$ элемент можно записать так:

$$\delta = \Delta + \hat{a}, \quad (3)$$

где Δ дифференцирование аннулирует E_i идемпотенты. Это представление однозначно: если $\delta = 0$, тогда $\hat{a} = -\Delta$ аннулирует E_1 и $\hat{a}E_1 = -F^a$ формула показывает, что $a = 0$.

Пусть $\Delta \in \text{Der } M_2^8$ и $\Delta E_i = 0$. Тогда, действуя Δ -ой на тождество $E_i \circ F^a = \frac{1}{2} F^a$, получим $E_i \circ \Delta F^a = \frac{1}{2} \Delta F^a$. Это показывает, что $\Delta F^a \in F$. Поэтому Δ индуцирует в пространстве октонионов линейное преобразование \mathcal{D} :

$$\Delta F^a = F^{\mathcal{D}(a)}. \quad (4)$$



Действие Δ на тождество $F^a \circ F^b = (a, b) \mathbb{1}$ что $(\mathcal{D}a, b) + (a, \mathcal{D}b) = 0$, т.е. скалярное произведение (a, b) инвариантно относительно \mathcal{D} и поэтому $\mathcal{D} \in \mathcal{D}_4 = \mathcal{X}SO(8)$.

Наоборот, если $\mathcal{D} \in \mathcal{D}_4$, тогда $\Delta: M_2^8 \rightarrow M_2^8$ - линейное отображение, определенное как $\Delta E_i = 0$, $\Delta F^a = F^{\mathcal{D}(a)}$ является дифференцированием. Если обозначим $\Delta = \hat{\mathcal{D}}$, тогда общий элемент из $\text{Dex } M_2^8$ будет иметь вид $\delta = \hat{a} + \hat{\mathcal{D}}$. Отсюда видно, что $\dim(\text{Dex } M_2^8) = 8 + 28 = 36$. Явным построением системы корней можно показать, что $\text{Dex } M_2^8 = B_4 = \mathcal{X}SO(9)$.

Действуя на базис E_i, F^a обеими сторонами равенства, проверим следующие коммутационные соотношения:

$$[\hat{\mathcal{D}}_1, \hat{\mathcal{D}}_2] = [\hat{\mathcal{D}}_1, \mathcal{D}_2], \quad [\hat{a}, \hat{b}] = \hat{\mathcal{D}}_{ab}, \quad (5)$$

$$[\hat{\mathcal{D}}, \hat{a}] = \hat{\mathcal{D}}(a),$$

где $\mathcal{D}_{ab} \in \mathcal{D}_4$ определяется так: $\mathcal{D}_{ab}(x) = 4(a, x)b - 4(b, x)a$. Проверим, например, третье соотношение. Имеем: $[\hat{\mathcal{D}}, \hat{a}]E_1 = \hat{\mathcal{D}}\hat{a}E_1 = -F^{\mathcal{D}(a)} = \hat{\mathcal{D}}(a)E_1$, $[\hat{\mathcal{D}}, \hat{a}]E_2 = \hat{\mathcal{D}}\hat{a}E_2 = F^{\mathcal{D}(a)} = \hat{\mathcal{D}}(a)E_2$ и $[\hat{\mathcal{D}}, \hat{a}]F^x = -\hat{a}\hat{\mathcal{D}}F^x = -2(a, \mathcal{D}x)(E_1 - E_2) = 2(\mathcal{D}a, x)(E_1 - E_2) = \hat{\mathcal{D}}(a)F^x$.

Через SM_2^8 обозначим множество элементов из M_2^8 , которые имеют нулевой штур. Для всякой $T \in SM_2^8$ через \hat{T} обозначим следующее линейное преобразование алгебры M_2^8 : $\hat{T}X = T \circ X = X \circ T$.

Пусть $\delta \in \text{Dex } M_2^8$ и $\delta + \hat{T} = 0$. Подействуем этим равенством на единицу алгебры M_2^8 : $0 = (\delta + \hat{T})\mathbb{1} = \hat{T}\mathbb{1} = T$, т.е. $\delta = \hat{T} = 0$. Поэтому имеем прямую сумму векторных про-

странств:

$$L = \text{Dex}(M_2^8) \oplus \hat{S}M_2^8,$$

где $\hat{S}M_2^8 = \{ \hat{T} : T \in SM_2^8 \}$.

В L имеются $\delta \in \text{Dex} M_2^8$, \hat{F}^a , \hat{E} (где $E = E_1 - E_2$)

элементы и их линейные комбинации. Посмотрим, какие коммутационные соотношения имеются между ними. Для всякого $X \in M_2^8$

$$[\delta, \hat{T}]X = \delta(T \circ X) - T \circ (\delta X) = (\delta T) \circ X. \quad \text{Поэтому } [\delta, \hat{T}] = \hat{\delta}(T).$$

Непосредственными вычислениями получим $[\hat{F}^a, \hat{F}^b]E_i = 0$, $i=1,2$, и

$$[\hat{F}^a, \hat{F}^b]F^x = (b, x)F^a - (a, x)F^b$$

Как видим, $[\hat{F}^a, \hat{F}^b] = -\frac{1}{4} \hat{\Delta}_{ab}$. Аналогично $[\hat{E}, \hat{F}^a] = \frac{1}{2} \hat{a}$.

Таким образом, коммутационные соотношения таковы:

$$[\hat{F}^a, \hat{F}^b] = -\frac{1}{4} \hat{\Delta}_{ab}, \quad [\hat{E}, \hat{F}^a] = \frac{1}{2} \hat{a}, \quad [\delta, \hat{T}] = \hat{\delta}(T) \quad (6)$$

Они показывают, что L замкнута относительно коммутирования и поэтому L есть подалгебра в алгебре Ли линейных преобразований пространства M_2^8 .

Построим для L , как для комплексной алгебры Ли, систему корней. Для этой цели выберем следующий базис:

$$\begin{aligned} K_1 &= i \hat{G}_{41}, \quad K_2 = i \hat{G}_{52}, \quad K_3 = i \hat{G}_{63}, \quad K_4 = i \hat{G}_{70}, \quad K_5 = \hat{E}, \\ g_{ij} &= \hat{T}_{ij}, \quad G_i = \hat{T}_{i0}, \quad G_i^* = \hat{T}_{0i}, \quad {}_2 X_i = \hat{u}_i + 2\hat{F}u_i, \\ {}_2 X_i^* &= -\hat{u}_i^* + 2\hat{F}u_i^*, \quad {}_2 X_i = \hat{R}_i, \quad {}_2 X_i^* = \hat{R}_i^*, \quad {}_1 Y_i = \hat{S}_i, \\ {}_1 Y_i^* &= \hat{S}_i^*, \quad {}_2 Y_i = -\hat{u}_i + 2\hat{F}u_i, \quad {}_2 Y_i^* = \hat{u}_i^* + 2\hat{F}u_i^*, \\ {}_2 W_L^+ &= \hat{u}_0 + 2\hat{F}u_-, \quad {}_2 W_L^- = -\hat{u}_0^* + 2\hat{F}u_0^*, \quad {}_2 W_R^+ = \hat{u}_0^* + 2\hat{F}u_0^*, \\ {}_2 W_R^- &= -\hat{u}_0 + 2\hat{F}u_- \end{aligned} \quad (7)$$



ЭЛНБ РБ
3080010033

где $i, j = 1 \div 3$; u_α, u_α^* — это "расщепленный" базис

октэонных /7/; $\frac{1}{i} G_{AB}, A, B = 0 \div 7$ являются генераторами группы $SO(8)$ (базисными элементами \mathcal{D}_4 алгебры Ли), которые соответствуют инфинитизимальному повороту в плоскости $(e_A, e_B): G_{AB} e_B = e_A, G_{AB} e_A = -e_B$, а остальные преобразования определены так:

$$\begin{aligned}
 2T_{12} &= i(G_{42} + G_{51}) - (G_{54} + G_{21}) & 2T_{21} &= i(G_{42} + G_{51}) + (G_{54} + G_{21}) \\
 2T_{13} &= i(G_{61} + G_{43}) - (G_{31} + G_{64}) & 2T_{31} &= i(G_{61} + G_{43}) + (G_{31} + G_{64}) \\
 2T_{23} &= i(G_{53} + G_{62}) - (G_{65} + G_{32}) & 2T_{01} &= i(G_{53} - G_{62}) + (G_{65} - G_{32}) \\
 2T_{10} &= i(G_{53} - G_{62}) - (G_{65} - G_{32}) & 2T_{02} &= i(G_{61} - G_{43}) + (G_{31} - G_{64}) \\
 2T_{20} &= i(G_{61} - G_{43}) - (G_{31} - G_{64}) & 2T_{03} &= i(G_{42} - G_{51}) + (G_{54} - G_{21}) \\
 2T_{30} &= i(G_{42} - G_{51}) - (G_{54} - G_{21}) & 2S_1^* &= i(G_{40} + G_{71}) - (G_{10} - G_{74}) \\
 2S_1 &= i(G_{40} + G_{71}) + (G_{10} - G_{74}) & 2S_2^* &= i(G_{50} + G_{72}) - (G_{20} - G_{75}) \\
 2S_2 &= i(G_{50} + G_{72}) + (G_{20} - G_{75}) & 2S_3^* &= i(G_{60} + G_{73}) - (G_{30} - G_{76}) \\
 2S_3 &= i(G_{60} + G_{73}) + (G_{30} - G_{76}) & 2R_1^* &= i(G_{40} - G_{71}) - (G_{10} + G_{74}) \\
 2R_1 &= i(G_{40} - G_{71}) + (G_{10} + G_{74}) & 2R_2^* &= i(G_{50} - G_{72}) - (G_{20} + G_{75}) \\
 2R_2 &= i(G_{50} - G_{72}) + (G_{20} + G_{75}) & 2R_3^* &= i(G_{60} - G_{73}) - (G_{30} + G_{76}) \\
 2R_3 &= i(G_{60} - G_{73}) + (G_{30} + G_{76}) & 2T_{32} &= i(G_{53} + G_{62}) + (G_{65} + G_{32})
 \end{aligned} \tag{8}$$

Вычисляя коммутаторы, увидим, что (7) есть базис Картана-Вейля в L , K_m ($m = 1 \div 5$) порождают подалгебру Картана и корни имеют вид $\pm \alpha_m \pm \alpha_n$ ($m \neq n$). Кроме того, соотношения между корнями и базисными элементами Картана-Вейля таковы:

$${}_1 Y_i(F^{u_0}) = F^{u_i}, {}_1 Y_i(F^{u_j^*}) = -\delta_{ij} F^{u_0^*}, {}_1 Y_i^*(F^{u_j}) = \delta_{ij} F^{u_0}, {}_1 Y_i^*(F^{u_0^*}) = F^{u_j^*}$$

$${}_2 Y_i(E_1) = F^{u_i}, {}_2 Y_i(F^{u_j^*}) = \delta_{ij} E_2, {}_1 Y_i^*(E_2) = F^{u_i^*}, {}_2 Y_i^*(F^{u_j}) = \delta_{ij} E_1,$$

$$W_L^+(E_2) = F^{u_0}, W_L^+(F^{u_0^*}) = E_1, W_L^-(E_1) = F^{u_0^*}, W_L^-(F^{u_0}) = E_2,$$

$$W_R^+(E_2) = F^{u_0^*}, W_R^+(F^{u_0}) = E_1, W_R^-(E_1) = F^{u_0}, W_R^-(F^{u_0^*}) = E_2.$$

Если M_2^8 Йорданову алгебру расширим до M_3^8 , то конструкция, которая давала \mathcal{D}_5 , теперь даст E_6 алгебру Ли /4/.

$$X = \begin{pmatrix} \alpha & x_3 & \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 & \beta & x_1 \\ x_2 & \bar{x}_1 & \gamma \end{pmatrix}, \quad \text{общий элемент из } M_3^8, \quad \text{можно}$$

однозначно представить в виде: $X = \alpha E_1 + \beta E_2 + \gamma E_3 + F_1^a x_1 + F_2^a x_2 + F_3^a x_3$,

$$\text{где } E_1 = \begin{pmatrix} \rho_0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_0 \end{pmatrix}, F_1^a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & \bar{a} & 0 \end{pmatrix},$$

$$F_2^a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{a} \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}, F_3^a = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ \bar{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$RE_i = \{\alpha E_i : \alpha \in R\}, F_i = \{F_i^a : a \text{ есть октонион}\} \text{ являются}$$

компонентами Пирса алгебры M_3^8 относительно $\{E_i\}$

системы взаимортогональных идемпотентов. В частности, если

$$X \in M_3^8 \text{ таков, что } E_j \circ X = E_k \circ X = \frac{1}{2} X, \text{ тогда } X \in F_i$$

"Таблица умножения" имеет вид:

$$E_i \circ E_j = \delta_{ij} E_i, E_i \circ F_j^a = \frac{1}{2} (1 - \delta_{ij}) F_j^a, F_i^a \circ F_i^b = (\alpha, \beta) (E_j + E_k) \quad (\text{II})$$

(суммирование нет!)

$$F_i^a \circ F_j^b = \frac{1}{2} F_k^{\bar{a}\bar{b}}$$

i, j, k есть циклическая перестановка из 1, 2, 3.



Через A_3^8 обозначим множество 3×3 октонционных антиэрмитовых матриц с нулевыми диагональными элементами. Если

$A \in A_3^8$ и $X \in M_3^8$, то $[AX] = AX - XA \in M_3^8$. Поэтому можно рассмотреть $\hat{A}: M_3^8 \rightarrow M_3^8$ линейное преобразование, определенное так: $\hat{A}X = [A, X]$.

Для $A = \begin{pmatrix} 0 & a_3 & \bar{a}_2 \\ -\bar{a}_3 & 0 & a_1 \\ -a_2 & -\bar{a}_1 & 0 \end{pmatrix}$ матрицы обозначим $(a_1, a_2, a_3) = \hat{A}$.

Прямыми вычислениями получим действие \hat{A} на базисные элементы M_3^8 :

$$(a_1, a_2, a_3)F_1^a = F_2^{\bar{a}_3 a} + F_3^{\bar{a} a_2} + 2(a, a_1)(E_2 - E_3) \quad (a_1, a_2, a_3)E_1 = -F_3^{a_3} - F_2^{a_2} \quad (12)$$

$$(a_1, a_2, a_3)F_2^a = F_3^{\bar{a}_1 a} - F_1^{\bar{a} a_3} + 2(a, a_2)(E_1 - E_3) \quad (a_1, a_2, a_3)E_2 = F_3^{a_3} - F_1^{a_1}$$

$$(a_1, a_2, a_3)F_3^a = -F_1^{\bar{a}_2 a} - F_2^{\bar{a} a_1} + 2(a, a_3)(E_1 - E_2) \quad (a_1, a_2, a_3)E_3 = F_2^{a_2} + F_1^{a_1}$$

Можно показать, что когда $A \in A_3^8$, тогда \hat{A} есть дифференцирование алгебры M_3^8 .

Пусть $\delta \in \mathcal{D} \text{ в } M_3^8$ - некоторое дифференцирование. Подействуем δ -ой на $E_i \circ E_i = E_i$. Получим $2E_i \circ \delta E_i - \delta E_i$, т.е.

$$\delta E_i \circ (\mathbb{1} - 2E_i) = 0 \quad (13)$$

Допустим $\delta E_i = \alpha^i E_1 + \beta^i E_2 + \gamma^i E_3 + F_1^i x_1^i + F_2^i x_2^i + F_3^i x_3^i$.

С помощью (11) вычислим:

$$\delta E_1 \circ (\mathbb{1} - 2E_1) = -\alpha^1 E_1 + \beta^1 E_2 + \gamma^1 E_3 + F_1^1 x_1^1,$$

$$\delta E_2 \circ (\mathbb{1} - 2E_2) = \alpha^2 E_1 - \beta^2 E_2 + \gamma^2 E_3 + F_2^2 x_2^2,$$

$$\delta E_3 \circ (\mathbb{1} - 2E_3) = \alpha^3 E_1 + \beta^3 E_2 - \gamma^3 E_3 + F_3^3 x_3^3.$$

Поэтому (13) выполняется, если $\alpha^i = \beta^i = \gamma^i = 0$, $x_1^i = x_2^i = x_3^i = 0$

Далее, дифференцируя равенство $E_i \circ E_j = 0$ ($i \neq j$), получаем

$$\delta E_i \circ E_j + E_i \circ \delta E_j = 0.$$

Если здесь мы поставим $\delta E_i = F_j^i x_j^i + F_k^i x_k^i$, то получим

$x_k^i = -x_k^j$, т.е. $x_3^1 = -x_3^2$, $x_2^1 = -x_2^3$, $x_1^2 = -x_1^3$ и

$$\delta E_1 = -F_2^1 x_2^3 - F_3^1 x_3^2, \quad \delta E_2 = -F_1^2 x_1^3 + F_3^2 x_3^1, \quad (14)$$

$$\delta E_3 = F_1^3 x_1^2 + F_2^3 x_2^1.$$

Сравнивая (12) и (14), заключаем, что $\delta - (x_1^3, x_2^3, x_3^3)$ дифференцирование аннулирует идемпотенты.

Таким образом, всякое $\delta \in \text{Der } M_3^8$ дифференцирование разлагается так:

$$\delta = \Delta + \hat{A}, \quad (15)$$

где $A \in A_3^8$, а Δ дифференцирование аннулирует идемпотенты.

Это представление однозначно. Действительно, допустим

$\Delta + \hat{A} = 0$. Тогда $\hat{A} E_i = 0$, $i = 1 \div 3$ и (12) показывает, что $A = 0$.

Пусть $\Delta E_i = 0$. Тогда действуя Δ -ой на равенстве ($i \neq j$) $E_i \circ F_j^a = \frac{1}{2} F_j^a$, получим $E_i \circ \Delta F_j^a = \frac{1}{2} \Delta F_j^a$.

Это показывает, что F_i компоненты Пирса инвариантны относительно дифференцирования Δ ; $\Delta F_i \subset F_i$. Поэтому Δ индуцирует в пространстве октомонов Δ_i линейные преобразования:

$$\Delta F_i^a = F_i^{\Delta_i a} \quad (16)$$

Действие Δ на равенстве $F_i^a \circ F_i^b = (a, b)(E_j + E_k)$

$$F_i^{\Delta_i a} \circ F_i^b + F_i^a \circ F_i^{\Delta_i b} = 0, \text{ т.е.}$$

$$(\Delta_i a, b) + (a, \Delta_i b) = 0. \quad (17)$$

Это означает, что (a, b) скалярное произведение инвариантно относительно Δ_i . Поэтому $\Delta_i \in \mathcal{D}_4 = \mathcal{X}SO(8)$.

Аналогично, из равенства $F_1^a \circ F_2^b = \frac{1}{2} F_3^{\overline{ab}}$ получим:

$$F_1^{\Delta_1 a} \circ F_2^b + F_1^a \circ F_2^{\Delta_2 b} = \frac{1}{2} F_3^{\Delta_3(\overline{ab})}, \text{ т.е.}$$

$$\Delta_3(\overline{ab}) = (\Delta_1 a) b + a (\Delta_2 b). \quad (18)$$

Это показывает, что $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ составляют тройку триальности /4/. Заметим, что (18) остается верным, если мы циклически переставим $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$.

Несколько слов о принципе триальности. $SO(2n)$ группы имеют два 2^{n-1} -мерных спинорных и одно $2n$ -мерное векторное представления /9/. Для $SO(8)$ все они имеют одинаковые размерности и различие между спинорами и вектором есть дело соглашения /10/. Замечательно, что октонионы позволяют выразить это равноправие представлений в весьма элегантном виде. Соответствующее утверждение известно как принцип триальности и в наиболее удобном для нас виде формулируется следующим образом:

Для всякой $\Delta_i \in \mathcal{D}_4$ существуют однозначно определенные $\Delta_2, \Delta_3 \in \mathcal{D}_4$ такие, что для любых двух p, q октонионов выполняется равенство

$$\Delta_1(\overline{pq}) = (\Delta_2 p) q + p (\Delta_3 q),$$



которое остается верным при циклической перестановке Δ_1 .

$$\Delta_2, \Delta_3.$$

Если представление \mathcal{D}_4 , реализуемое Δ_1 операторами, назовем векторным, то $\Delta_1 \mapsto \Delta_2$ и $\Delta_1 \mapsto \Delta_3$ соответствия дадут спинорные представления.

Из Δ_1 можно определить Δ_2 и Δ_3 так:

$$\Delta_2 = \lambda(\Delta_1), \quad \Delta_3 = \lambda^2(\Delta_1), \quad (19)$$

где λ есть следующий автоморфизм \mathcal{D}_4 алгебры Ли:

$$\lambda(G_{i0}) = -F_{i0}, \quad \lambda(G_{ij}) = F_{ij}, \quad i, j = 1 \div 7, \quad (20)$$

а F_{AB} линейные преобразования октонионов имеют вид:

$$F_{i0}(q) = \frac{1}{2} e_i q, \quad F_{0i} = -F_{i0}, \quad F_{ij}(q) = \frac{1}{2} e_j (e_i q). \quad (21)$$

Вернемся к дифференцированиям M_3^8 . То Δ дифференцирование, которое аннулирует E_i идемпотенты и в F_i компонентах Пирса действует согласно (16), обозначим через $\{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3\}$. Таким образом, общий элемент из $\text{Der } M_3^8$ имеет вид

$$\delta = \{a_1, a_2, a_3\} + \{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3\}.$$

Так как тройка триальности однозначно определяется своим одним членом, заключаем, что $\dim \text{Der } M_3^8 = 3 \cdot 8 + 28 = 52$.

Если построим систему корней, то увидим, что $\text{Der } M_3^8$ есть F_4 особая алгебра Ли.

Действуя обеими сторонами равенства на базисные элементы M_3^8 , можно проверить коммутационные соотношения:

$$[(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3), (\Delta'_1, \Delta'_2, \Delta'_3)] = ([\Delta_1, \Delta'_1], [\Delta_2, \Delta'_2], [\Delta_3, \Delta'_3]);$$

$$[(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3), (a_1, a_2, a_3)] = (\Delta_1 a_1, \Delta_2 a_2, \Delta_3 a_3); \quad (22)$$

$$[(a_1, 0, 0), (b, 0, 0)] = (\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}); \quad [(a, 0, 0), (0, b, 0)] = (0, 0, \bar{a}b);$$

$$[(0, a, 0), (0, b, 0)] = (\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}); \quad [(0, 0, a), (0, 0, b)] = (0, \bar{a}b, 0);$$

$$[(0, 0, a), (0, 0, b)] = (\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}); \quad [(0, a, 0), (0, 0, b)] = (a\bar{b}, 0, 0).$$

Здесь $\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}$ тройка определена так:

$$\Delta_{ab}(x) = 4(a, x)b - 4(b, x)a, \quad \Delta_{ab}(x) = \bar{b}(ax) - \bar{a}(bx),$$

$$\Delta_{ab}(x) = (xa)\bar{b} - (xb)\bar{a}.$$

В качестве иллюстрации покажем, что

$$[(a, 0, 0), (0, b, 0)] F_1^x = (0, 0, \bar{a}b) F_1^x.$$

Используя (12), получим

$$[(a, 0, 0), (0, b, 0)] F_1^x = F_2^x \cdot 2(a, x)b - \bar{a}(xb)$$

Далее, $2(a, x)b - \bar{a}(xb) = (\bar{a}, x, b) + (\bar{x}a)b$ где

$$(a, b, c) = (ab)c - a(bc) \quad \text{есть ассоциатор.}$$

Из альтернативности алгебры октонионов вытекает, что

$$(\bar{a}, x, b) = -(\bar{x}, a, b). \quad \text{Поэтому } (\bar{a}, x, b) + (\bar{x}a)b = \bar{x}(ab) \quad \text{и}$$

$$[(a, 0, 0), (0, b, 0)] F_1^x = F_2^x \bar{x}(ab) = (0, 0, \bar{a}b) F_1^x$$



Пусть SM_3^8 будет обозначать множество элементов из M_3^8 , имеющих нулевой шпур. Для всякой $T \in SM_3^8$ обозначим линейное преобразование M_3^8 , определенное так: $\hat{T}X = T \circ X$.

Пусть $D \in \text{Dex } M_3^8$, $T \in SM_3^8$ и $D + \hat{T} = 0$. Действуя с этим равенством на единицу алгебры M_3^8 , получим $0 = (D + \hat{T})\eta = \hat{T}\eta = T$. Таким образом, мы имеем прямую сумму векторных пространств:

$$L = \text{Dex}(M_3^8) \oplus \hat{SM}_3^8;$$

коммутационные соотношения между элементами $D \in \text{Dex } M_3^8, \hat{F}_1^a, \hat{F}_2^a, \hat{F}_3^a, \hat{E}_{23}, \hat{E}_{13}$ (где $E_{23} = E_2 - E_3, E_{13} = E_1 - E_3$) можно получить с использованием свойств октонионов. Результаты таковы:

$$\begin{aligned} [\hat{F}_1^a, \hat{F}_1^b] &= -\frac{1}{4}(\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}); & [\hat{E}_{13}, \hat{F}_1^a] &= \frac{1}{4}(a, 0, 0); \\ [\hat{F}_2^a, \hat{F}_2^b] &= -\frac{1}{4}(\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}); & [\hat{E}_{13}, \hat{F}_2^a] &= \frac{1}{2}(0, a, 0); \\ [\hat{F}_3^a, \hat{F}_3^b] &= -\frac{1}{4}(\Delta_{ab}, \Delta_{ab}, \Delta_{ab}); & [\hat{E}_{13}, \hat{F}_3^a] &= \frac{1}{4}(0, 0, a); \\ [\hat{F}_1^a, \hat{F}_2^b] &= -\frac{1}{4}(0, 0, a\bar{b}); & [\hat{E}_{23}, \hat{F}_1^a] &= \frac{1}{2}(a, 0, 0); \\ [\hat{F}_3^a, \hat{F}_1^b] &= \frac{1}{4}(0, a\bar{b}, 0); & [\hat{E}_{23}, \hat{F}_2^a] &= \frac{1}{4}(0, a, 0); & [\hat{E}_{23}, \hat{E}_{13}] &= 0; \\ [\hat{F}_2^a, \hat{F}_3^b] &= -\frac{1}{4}(a\bar{b}, 0, 0); & [\hat{E}_{23}, \hat{F}_3^a] &= -\frac{1}{4}(0, 0, a); & [D, \hat{T}] &= D(\hat{T}) \end{aligned} \quad (23)$$

Как видим, L замкнута относительно коммутирования и поэтому является подалгеброй в алгебре M_3^8 линейных преобразований M_3^8 .

С целью построения системы корней, выберем следующий базис:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= i(G_{41}, G_{41}^\wedge, G_{41}^{\wedge^2}), \quad K_2 = i(G_{52}, G_{52}^\wedge, G_{52}^{\wedge^2}), \quad K_3 = i(G_{63}, G_{63}^\wedge, G_{63}^{\wedge^2}), \\
 K_4 &= i(G_{70}, G_{70}^\wedge, G_{70}^{\wedge^2}), \quad K_5 = \hat{E}_{23}, \quad K_6 = \frac{1}{\sqrt{3}}(2\hat{E}_{13} - \hat{E}_{23}), \quad g_{ij} = (T_{ij}, T_{ij}^\wedge, T_{ij}^{\wedge^2}), \\
 G_i &= (T_{i0}, T_{i0}^\wedge, T_{i0}^{\wedge^2}), \quad G_i^* = (T_{0i}, T_{0i}^\wedge, T_{0i}^{\wedge^2}), \quad {}_1X_i = \frac{1}{2}(u_i, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_i, \\
 {}_1X_i^* &= \frac{1}{2}(u_i^*, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_i^*, \quad {}_2X_i = (R_i, R_i^\wedge, R_i^{\wedge^2}), \quad {}_2X_i^* = (R_i^*, R_i^{*\wedge}, R_i^{*\wedge^2}), \\
 {}_1Y_i &= (S_i, S_i^\wedge, S_i^{\wedge^2}), \quad {}_1Y_i^* = (S_i^*, S_i^{*\wedge}, S_i^{*\wedge^2}), \quad {}_2Y_i = -\frac{1}{2}(u_i, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_i, \quad (24) \\
 {}_2Y_i^* &= \frac{1}{2}(u_i^*, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_i^*, \quad W_L^+ = \frac{1}{2}(u_0, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_0, \quad W_L^- = -\frac{1}{2}(u_0^*, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_0^*, \\
 W_R^+ &= \frac{1}{2}(u_0^*, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_0^*, \quad W_R^- = -\frac{1}{2}(u_0, 0, 0) + \hat{F}_1^* u_0, \quad {}_L X_i = -\frac{1}{2}(0, 0, u_i) + \hat{F}_3^* u_i, \\
 {}_L X_i^* &= \frac{1}{2}(0, 0, u_i^*) + \hat{F}_3^* u_i^*, \quad {}_L Y_i = -\frac{1}{2}(0, u_i, 0) + \hat{F}_2^* u_i, \quad {}_L Y_i^* = \frac{1}{2}(0, u_i^*, 0) + \hat{F}_2^* u_i^*, \\
 {}_R X_i &= \frac{1}{2}(0, 0, u_i) + \hat{F}_3^* u_i, \quad {}_R X_i^* = -\frac{1}{2}(0, 0, u_i^*) + \hat{F}_3^* u_i^*, \quad {}_R Y_i = \frac{1}{2}(0, u_i, 0) + \hat{F}_2^* u_i, \\
 {}_R Y_i^* &= -\frac{1}{2}(0, u_i^*, 0) + \hat{F}_2^* u_i^*, \quad V_L^+ = \frac{1}{2}(0, u_0^*, 0) + \hat{F}_2^* u_0^*, \quad V_L^- = -\frac{1}{2}(0, u_0, 0) + \hat{F}_2^* u_0, \\
 V_R^+ &= -\frac{1}{2}(0, 0, u_0) + \hat{F}_3^* u_0, \quad V_R^- = \frac{1}{2}(0, 0, u_0^*) + \hat{F}_3^* u_0^*, \quad V_L = \frac{1}{2}(0, 0, u_0) + \hat{F}_3^* u_0, \\
 V_L^* &= -\frac{1}{2}(0, 0, u_0^*) + \hat{F}_3^* u_0^*, \quad V_R = -\frac{1}{2}(0, u_0^*, 0) + \hat{F}_2^* u_0^*, \quad V_R^* = \frac{1}{2}(0, u_0, 0) + \hat{F}_2^* u_0.
 \end{aligned}$$

Чтобы найти корни, нужно вычислить результаты действия операторов adK_μ , $\mu=1 \div 6$, на элементы этого базиса (их собственные значения). Эти операторы определены так $adK(X) = [K, X]$. Это можно сделать с помощью формул (22), (23)

и принимая во внимание, что

$$\begin{aligned}
 \hat{G}_{41} &= \hat{F}_{41}, & G_{41}^{\wedge^2} &= \frac{1}{2}(-G_{70} + G_{41} - G_{52} - G_{63}), \\
 \hat{G}_{52} &= \hat{F}_{52}, & G_{52}^{\wedge^2} &= \frac{1}{2}(-G_{70} - G_{41} + G_{52} - G_{63}), \\
 \hat{G}_{63} &= \hat{F}_{63}, & G_{63}^{\wedge^2} &= \frac{1}{2}(-G_{70} - G_{41} - G_{52} + G_{63}), \\
 \hat{G}_{70} &= -\hat{F}_{70}, & G_{70}^{\wedge^2} &= \frac{1}{2}(-G_{70} + G_{41} + G_{52} + G_{63}).
 \end{aligned} \quad (25)$$

Вычисления показывают, что (24) есть базис Картана-Вейля

$$\pm \alpha_m \pm \alpha_n, \quad \pm \Lambda_\alpha \pm \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6), \quad \pm M_\alpha \pm \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6). \quad (26)$$

Здесь $m, n = 1 \div 5$, $\alpha = 1 \div 4$ и

$$M_i = M_4 - \alpha_j - \alpha_k \quad \Lambda_i = \Lambda_4 - \alpha_j - \alpha_k$$

$$M_4 = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) \quad \Lambda_4 = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4)$$

Соответствия (9) остаются в силе. Остальные элементы Картана-

Вейля соответствуют следующим корням:

$$\begin{array}{ll} {}_L X_i \rightarrow M_i + \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) & {}_L X_i^* \rightarrow -M_i - \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) \\ {}_L Y_i \rightarrow \Lambda_i - \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) & {}_L Y_i^* \rightarrow -\Lambda_i + \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) \\ {}_R X_i \rightarrow M_i - \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) & {}_R X_i^* \rightarrow -M_i + \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) \\ {}_R Y_i \rightarrow \Lambda_i + \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) & {}_R Y_i^* \rightarrow -\Lambda_i - \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) \\ V_L^+ \leftrightarrow -\Lambda_4 + \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) & V_L^- \leftrightarrow \Lambda_4 - \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) \\ V_L \leftrightarrow -M_4 - \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) & V_L^* \leftrightarrow M_4 + \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) \\ V_R^+ \leftrightarrow -M_4 + \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) & V_R^- \leftrightarrow M_4 - \frac{1}{2}(\alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6) \\ V_R \leftrightarrow -\Lambda_4 - \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) & V_R^* \leftrightarrow \Lambda_4 + \frac{1}{2}(\alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6) \end{array} \quad (27)$$

Из системы корней (26) выделим простые корни:

$$\nu_1 = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4 - \alpha_5 - \sqrt{3}\alpha_6), \quad \nu_2 = \alpha_4 + \alpha_5, \quad \nu_3 = \alpha_3 - \alpha_4,$$

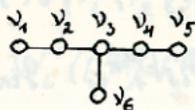
$$\nu_4 = \alpha_4 - \alpha_5, \quad \nu_5 = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4 - \alpha_5 + \sqrt{3}\alpha_6),$$

$$\nu_6 = \alpha_2 - \alpha_3.$$

Можно показать, что $\{\alpha_\mu\}$ базис в пространстве корней ортогонален и нормирован на одну и ту же величину:

$$(\alpha_\mu, \alpha_\nu) = \frac{1}{24} \delta_{\mu\nu}.$$

Используя это, получим диаграмму Дынкина для системы корней (26):



Значит L есть E_6 особая алгебра Ли.

Действие операторов (24) в комплексной оболочке M_3^8 дает 27-мерное представление алгебры E_6 . Явный вид этого действия таков (нулевые значения опущены):

$$\begin{aligned}
 K_i(F_1^{u_j}) &= \delta_{ij} F_1^{u_j}, & K_i(F_1^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_j^*}, & K_i(F_2^{u_0}) &= \frac{1}{2} F_2^{u_0}, \\
 K_i(F_2^{u_j}) &= (\delta_{ij} - \frac{1}{2}) F_2^{u_j}, & K_i(F_2^{u_0^*}) &= -\frac{1}{2} F_2^{u_0^*}, & K_i(F_2^{u_j^*}) &= (\frac{1}{2} - \delta_{ij}) F_2^{u_j^*}, \\
 K_i(F_3^{u_0}) &= -\frac{1}{2} F_3^{u_0}, & K_i(F_3^{u_j}) &= (\delta_{ij} - \frac{1}{2}) F_3^{u_j}, & K_i(F_3^{u_0^*}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_0^*}, \\
 K_i(F_3^{u_j^*}) &= (\frac{1}{2} - \delta_{ij}) F_3^{u_j^*}, & K_4(F_1^{u_0}) &= F_1^{u_0}, & K_4(F_1^{u_0^*}) &= -F_1^{u_0^*}, \\
 K_4(F_2^{u_0}) &= \frac{1}{2} F_2^{u_0}, & K_4(F_2^{u_j}) &= -\frac{1}{2} F_2^{u_j}, & K_4(F_2^{u_0^*}) &= \frac{1}{2} F_2^{u_0^*}, \\
 K_4(F_2^{u_j^*}) &= \frac{1}{2} F_2^{u_j^*}, & K_4(F_3^{u_0}) &= -\frac{1}{2} F_3^{u_0}, & K_4(F_3^{u_j}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_j}, \\
 K_4(F_3^{u_0^*}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_0^*}, & K_4(F_3^{u_j^*}) &= -\frac{1}{2} F_3^{u_j^*}, & K_5(E_2) &= E_2 \\
 K_5(E_3) &= -E_3, & K_5(F_2^{u_0}) &= -\frac{1}{2} F_2^{u_0}, & K_5(F_2^{u_j}) &= -\frac{1}{2} F_2^{u_j}, \\
 K_5(F_2^{u_0^*}) &= -\frac{1}{2} F_2^{u_0^*}, & K_5(F_2^{u_j^*}) &= -\frac{1}{2} F_2^{u_j^*}, & K_5(F_3^{u_0}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_0}, \\
 K_5(F_3^{u_j}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_j}, & K_5(F_3^{u_0^*}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_0^*}, & K_5(F_3^{u_j^*}) &= \frac{1}{2} F_3^{u_j^*}, \\
 K_6(E_1) &= \frac{2}{\sqrt{3}} E_1, & K_6(E_2) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} E_2, & K_6(E_3) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} E_3, \\
 K_6(F_1^{u_0^*}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} F_1^{u_0^*}, & K_6(F_1^{u_j^*}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} F_1^{u_j^*}, & K_6(F_1^{u_0}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} F_1^{u_0}, \\
 K_6(F_1^{u_j}) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} F_1^{u_j}, & K_6(F_2^{u_0}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_2^{u_0}, & K_6(F_2^{u_j}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_2^{u_j}, \\
 K_6(F_2^{u_0^*}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_2^{u_0^*}, & K_6(F_2^{u_j^*}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_2^{u_j^*}, & K_6(F_3^{u_0}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_3^{u_0},
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 K_6(F_3^{u_j}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_3^{u_j}, & K_6(F_3^{u_0^*}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_3^{u_0^*}, & K_6(F_3^{u_j^*}) &= \frac{1}{2\sqrt{3}} F_3^{u_j^*}, \\
 g_{iK}(F_1^{u_j}) &= \delta_{Kj} F_1^{u_i}, & g_{iK}(F_1^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_K^*}, & g_{iK}(F_2^{u_j}) &= \delta_{Kj} F_2^{u_i}, \\
 g_{iK}(F_2^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_K^*}, & g_{iK}(F_3^{u_j}) &= \delta_{Kj} F_3^{u_i}, & g_{iK}(F_3^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_K^*}, \\
 G_i(F_1^{u_j}) &= \varepsilon_{ijk} F_1^{u_K^*}, & G_i(F_2^{u_0}) &= F_2^{u_i}, & G_i(F_2^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_0^*}, \\
 G_i(F_3^{u_0^*}) &= -F_3^{u_i}, & G_i(F_3^{u_j^*}) &= \delta_{ij} F_3^{u_0}, & G_i^*(F_1^{u_j^*}) &= -\varepsilon_{ijk} F_1^{u_K}, \\
 G_i^*(F_2^{u_j}) &= \delta_{ij} F_2^{u_0}, & G_i^*(F_2^{u_0^*}) &= -F_2^{u_i^*}, & G_i^*(F_3^{u_0}) &= F_3^{u_i^*}, \\
 G_i^*(F_3^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_0^*}, & {}_1\chi_i(E_3) &= F_1^{u_i}, & {}_1\chi_i(F_1^{u_j^*}) &= \delta_{ij} E_2, \\
 {}_1\chi_i(F_2^{u_j}) &= -\varepsilon_{ijk} F_3^{u_K^*}, & {}_1\chi_i(F_2^{u_0^*}) &= -F_3^{u_i}, & {}_1\chi_i(F_2^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_0^*}, \\
 {}_1\chi_i^*(E_2) &= F_1^{u_i^*}, & {}_1\chi_i^*(F_1^{u_j}) &= \delta_{ij} E_3, & {}_1\chi_i^*(F_3^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_0^*}, \\
 {}_1\chi_i^*(F_3^{u_0^*}) &= -F_2^{u_i^*}, & {}_1\chi_i^*(F_3^{u_j^*}) &= \varepsilon_{ijk} F_2^{u_K}, & {}_2\chi_i(F_1^{u_0}) &= F_1^{u_i}, \\
 {}_2\chi_i(F_1^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_0}, & {}_2\chi_i(F_2^{u_j}) &= -\varepsilon_{ijk} F_2^{u_K^*}, & {}_2\chi_i(F_3^{u_0}) &= -F_3^{u_i}, \\
 {}_2\chi_i(F_3^{u_j^*}) &= \delta_{ij} F_3^{u_0^*}, & {}_2\chi_i^*(F_1^{u_0}) &= -F_1^{u_i^*}, & {}_2\chi_i^*(F_1^{u_j}) &= \delta_{ij} F_1^{u_0^*}, \\
 {}_2\chi_i^*(F_2^{u_j^*}) &= \varepsilon_{ijk} F_2^{u_K}, & {}_2\chi_i^*(F_3^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_0}, & {}_2\chi_i^*(F_3^{u_0^*}) &= F_3^{u_i^*}, \\
 {}_1\gamma_i(F_1^{u_0}) &= F_1^{u_i}, & {}_1\gamma_i(F_1^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_0^*}, & {}_1\gamma_i(F_2^{u_0^*}) &= -F_2^{u_i}, \\
 {}_1\gamma_i(F_2^{u_j^*}) &= \delta_{ij} F_2^{u_0}, & {}_1\gamma_i(F_3^{u_j}) &= \varepsilon_{ijk} F_3^{u_K^*}, & {}_1\gamma_i^*(F_1^{u_j}) &= \delta_{ij} F_1^{u_0}, \\
 {}_1\gamma_i^*(F_1^{u_0^*}) &= -F_1^{u_i^*}, & {}_1\gamma_i^*(F_2^{u_0}) &= F_2^{u_i^*}, & {}_1\gamma_i^*(F_2^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_0^*}, \\
 {}_1\gamma_i^*(F_3^{u_j^*}) &= -\varepsilon_{ijk} F_3^{u_K}, & {}_2\gamma_i(E_2) &= F_1^{u_i}, & {}_2\gamma_i(F_1^{u_j^*}) &= \delta_{ij} E_3, \\
 {}_2\gamma_i(F_3^{u_0}) &= -F_2^{u_i}, & {}_2\gamma_i(F_3^{u_j}) &= \varepsilon_{ijk} F_2^{u_K^*}, & {}_2\gamma_i(F_3^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_0}, \\
 {}_2\gamma_i^*(E_3) &= F_1^{u_i^*}, & {}_2\gamma_i^*(F_1^{u_j}) &= \delta_{ij} E_2, & {}_2\gamma_i^*(F_2^{u_0}) &= -F_3^{u_i^*},
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 {}_2 Y_i^*(F_2^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_0}, & {}_2 Y_i^*(F_2^{u_j^*}) &= -\varepsilon_{ijk} F_3^{u_k}, & W_L^+(E_3) &= F_1^{u_0}, \\
 W_L^+(F_1^{u_0^*}) &= E_2, & W_L^+(F_2^{u_0}) &= F_3^{u_0^*}, & W_L^+(F_2^{u_j}) &= -F_3^{u_j}, \\
 W_L^-(E_2) &= F_1^{u_0^*}, & W_L^-(F_1^{u_0}) &= E_3, & W_L^-(F_3^{u_j}) &= -F_2^{u_j}, \\
 W_L^-(F_3^{u_0^*}) &= F_2^{u_0}, & W_R^+(E_3) &= F_1^{u_0^*}, & W_R^+(F_1^{u_0}) &= E_2, \\
 W_R^+(F_2^{u_0^*}) &= F_3^{u_0}, & W_R^+(F_2^{u_j^*}) &= -F_3^{u_j^*}, & W_R^-(E_2) &= F_1^{u_0}, \\
 W_R^-(F_1^{u_0^*}) &= E_3, & W_R^-(F_3^{u_0}) &= F_2^{u_0^*}, & W_R^-(F_3^{u_j^*}) &= -F_2^{u_j^*}, \\
 {}_L X_i(E_1) &= F_3^{u_i}, & {}_L X_i(F_2^{u_0}) &= -F_1^{u_i}, & {}_L X_i(F_2^{u_j}) &= \varepsilon_{ijk} F_1^{u_k^*}, \\
 {}_L X_i(F_2^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_0}, & {}_L X_i(F_3^{u_j^*}) &= \delta_{ij} E_2, & {}_L X_i^*(E_2) &= F_3^{u_i^*}, \\
 {}_L X_i^*(F_1^{u_0}) &= -F_2^{u_i^*}, & {}_L X_i^*(F_1^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_0}, & {}_L X_i^*(F_1^{u_j^*}) &= -\varepsilon_{ijk} F_2^{u_k}, \\
 {}_L X_i^*(F_3^{u_j}) &= \delta_{ij} E_1, & {}_L Y_i(E_1) &= F_2^{u_j}, & {}_L Y_i(F_2^{u_j^*}) &= \delta_{ij} E_3, \\
 {}_L Y_i(F_3^{u_j}) &= -\varepsilon_{ijk} F_1^{u_k^*}, & {}_L Y_i(F_3^{u_0^*}) &= -F_1^{u_i}, & {}_L Y_i(F_3^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_0^*}, \\
 {}_L Y_i^*(E_3) &= F_2^{u_i^*}, & {}_L Y_i^*(F_1^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_0^*}, & {}_L Y_i^*(F_1^{u_0^*}) &= -F_3^{u_i^*}, \\
 {}_L Y_i^*(F_1^{u_j^*}) &= \varepsilon_{ijk} F_3^{u_k}, & {}_L Y_i^*(F_2^{u_j}) &= \delta_{ij} E_1, & V_L^+(E_3) &= F_2^{u_0^*}, \\
 V_L^+(F_1^{u_j}) &= -F_3^{u_j}, & V_L^+(F_1^{u_0^*}) &= F_3^{u_0}, & V_L^+(F_2^{u_0}) &= E_1, \\
 V_L^-(E_1) &= F_2^{u_0}, & V_L^-(F_2^{u_0^*}) &= E_3, & V_L^-(F_3^{u_0}) &= F_1^{u_0^*}, \\
 V_L^-(F_3^{u_j}) &= -F_1^{u_j}, & V_L(E_2) &= F_3^{u_0}, & V_L(F_1^{u_0}) &= F_2^{u_0^*}, & V_L(F_1^{u_j}) &= -F_2^{u_j}, \\
 V_L(F_3^{u_0^*}) &= E_1, & V_L^*(E_1) &= F_3^{u_0^*}, & V_L^*(F_2^{u_j}) &= -F_1^{u_j}, & V_L^*(F_2^{u_0^*}) &= F_1^{u_0}, \\
 V_L^*(F_3^{u_0}) &= E_2, & {}_R X_i(E_2) &= F_3^{u_i}, & {}_R X_i(F_1^{u_j}) &= -\varepsilon_{ijk} F_2^{u_k^*}, \\
 {}_R X_i(F_1^{u_0^*}) &= -F_2^{u_i}, & {}_R X_i(F_1^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_2^{u_0^*}, & {}_R X_i(F_3^{u_j^*}) &= \delta_{ij} E_1, \\
 {}_R X_i^*(E_1) &= F_3^{u_i^*}, & {}_R X_i^*(F_2^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_0^*}, & {}_R X_i^*(F_2^{u_0^*}) &= -F_1^{u_i^*}, \\
 {}_R X_i^*(F_2^{u_j^*}) &= \varepsilon_{ijk} F_1^{u_k}, & {}_R X_i^*(F_3^{u_j}) &= \delta_{ij} E_2, & {}_R Y_i(E_3) &= F_2^{u_i}, \\
 {}_R Y_i(F_1^{u_0}) &= -F_3^{u_i}, & {}_R Y_i(F_1^{u_j}) &= \varepsilon_{ijk} F_3^{u_k^*}, & {}_R Y_i(F_1^{u_j^*}) &= -\delta_{ij} F_3^{u_0},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 {}_R Y_i(F_2^{u_j^*}) &= \delta_{ij} E_1, & {}_R Y_i^*(E_1) &= F_2^{u_i^*}, & {}_R Y_i^*(F_2^{u_j}) &= \delta_{ij} E_3, \\
 {}_R Y_i^*(F_3^{u_0}) &= -F_1^{u_i^*}, & {}_R Y_i^*(F_3^{u_j}) &= -\delta_{ij} F_1^{u_0}, & {}_R Y_i^*(F_3^{u_j^*}) &= -\varepsilon_{ijk} F_1^{u_k}, \\
 V_R^+(E_1) &= F_3^{u_0}, & V_R^+(F_2^{u_0}) &= F_1^{u_0^*}, & V_R^+(F_2^{u_j^*}) &= -F_1^{u_j^*}, \\
 V_R^+(F_3^{u_0^*}) &= E_2, & V_R^-(E_2) &= F_3^{u_0^*}, \\
 V_R^-(F_1^{u_0^*}) &= F_2^{u_0}, & V_R^-(F_1^{u_j^*}) &= -F_2^{u_j^*}, & V_R^-(F_3^{u_0}) &= E_1, \\
 V_R^-(E_1) &= F_2^{u_0^*}, & V_R^-(F_2^{u_0}) &= E_3, & V_R^-(F_3^{u_0^*}) &= F_1^{u_0}, \\
 V_R^-(F_3^{u_j^*}) &= -F_1^{u_j^*}, & V_R^*(E_3) &= F_2^{u_0}, & V_R^*(F_1^{u_0}) &= F_3^{u_0^*}, \\
 V_R^*(F_1^{u_j^*}) &= -F_3^{u_j^*}, & V_R^*(F_2^{u_0^*}) &= E_1.
 \end{aligned}$$

Приведенные выше конструкции показывают близкое родство между \mathcal{D}_5 и E_6 : эта последняя получается из \mathcal{D}_5 при расширении M_2^8 йордановой алгебры до исключительной йордановой алгебры M_3^8 . Таблица умножения (II) показывает, что в M_3^8 имеются три M_2^8 подалгебры, составленные, соответственно, из элементов $\begin{pmatrix} \alpha & a & 0 \\ \bar{a} & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \alpha & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{a} & 0 & \beta \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ c & \alpha & \alpha \\ c & \bar{a} & \beta \end{pmatrix}$. Поэтому E_6 имеет три эквивалентные \mathcal{D}_5 подалгебры. Интересно отметить, что соответствующие $SO(10)$ подгруппы в E_6 являются аналогами U - , V - и T -спиновых $SU(2)$ подгрупп в $SU(3)$. Это станет ясным, если обратим внимание на то, что при замене октонионов действительными числами соответствующая \mathcal{D}_5 конструкция дает $A_1 = \mathcal{L}SU(2)$, а соответствующая E_6 конструкция - $A_2 = \mathcal{L}SU(3)$.

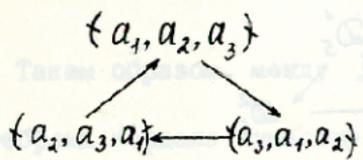


Через \mathcal{D}_5^i обозначим ту \mathcal{D}_5 - подалгебру в E_6 , которая действует внутри M_2^8 алгебры, образованной из элементов F_i^a, E_j, E_k . \mathcal{D}_5^i составляют $\{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3\}$,

$\hat{F}_i^a, \hat{E}_{jk}, \{\delta_{i1} a_1, \delta_{i2} a_2, \delta_{i3} a_3\}$ операторы

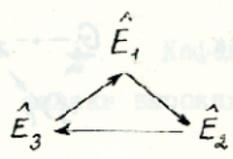
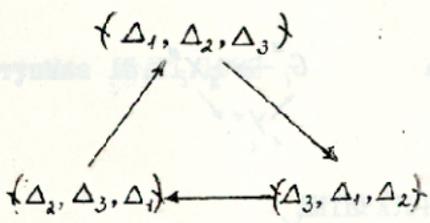
и их (комплексные) линейные комбинации. Поэтому пересечение этих \mathcal{D}_5^i подалгебр есть \mathcal{D}_4 , составленный из $\{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3\}$ троек триальности, а их объединение дает всю E_6 алгебру.

Рассмотрим $\mu: E_6 \rightarrow E_6$ эндоморфизм, порожденный циклическими перестановками:



(29)

$\mu:$



Можно проверить, что (22), (23) коммутационные соотношения инвариантны относительно μ , т.е. если $A, B, C \in E_6$ и

$$[A, B] = C, \text{ то тогда } [A^\mu, B^\mu] = C^\mu. \text{ Для иллюстрации}$$

рассмотрим $[\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3], \hat{F}_1^a] = \hat{F}_2^{\hat{a}_3 a} + \hat{F}_3^{\hat{a} \hat{a}_2} + 2(a, a_1) \hat{E}_{23}$. Имеем:

$$\mu(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3) = (\hat{a}_3, \hat{a}_1, \hat{a}_2), \quad \mu \hat{F}_1^a = -\hat{F}_2^a,$$

$$\mu(\hat{F}_2^{\hat{a}_3 a} + \hat{F}_3^{\hat{a} \hat{a}_2} + 2(a, a_1) \hat{E}_{23}) = -\hat{F}_3^{\hat{a}_3 a} + \hat{F}_1^{\hat{a} \hat{a}_2} - 2(a, a_1) \hat{E}_{13}.$$

А с помощью формул (12), (23) найдем, что действительно

$$[\hat{a}_3, \hat{a}_1, \hat{a}_2], -\hat{F}_2^a = -\hat{F}_3^{\hat{a}_3 a} + \hat{F}_1^{\hat{a} \hat{a}_2} - 2(a, a_1) \hat{E}_{13}$$

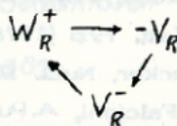
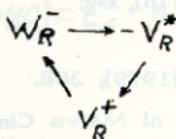
Таким образом, μ есть автоморфизм E_6 алгебры Ли.

Этот автоморфизм осуществляет циклическую перестановку \mathcal{D}_5^i подалгебр:

$$\mu: \begin{array}{ccc} & \mathcal{D}_5^1 & \\ \nearrow & & \searrow \\ \mathcal{D}_5^3 & & \mathcal{D}_5^2 \end{array} \quad (30)$$

В (24) базисе μ вызывает циклические перестановки:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} g_{ik} \rightarrow g_{ik} \\ \swarrow \quad \searrow \\ g_{ik} \end{array} & \begin{array}{c} G_i \rightarrow -2X_i \\ \swarrow \quad \searrow \\ -1Y_i \end{array} & \begin{array}{c} G_i^* \rightarrow -2X_i^* \\ \swarrow \quad \searrow \\ -1Y_i^* \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} 1X_i \rightarrow -1Y_i \\ \swarrow \quad \searrow \\ R X_i \end{array} & \begin{array}{c} 1X_i^* \rightarrow -1Y_i^* \\ \swarrow \quad \searrow \\ R X_i^* \end{array} & \begin{array}{c} 2Y_i \rightarrow -R Y_i \\ \swarrow \quad \searrow \\ L X_i \end{array} \\ \\ \begin{array}{c} 2Y_i^* \rightarrow -R Y_i^* \\ \swarrow \quad \searrow \\ L X_i^* \end{array} & \begin{array}{c} W_L^+ \rightarrow -V_L^- \\ \swarrow \quad \searrow \\ V_L \end{array} & \begin{array}{c} W_L^- \rightarrow -V_L^+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ V_L \end{array} \end{array} \quad (31)$$



А на элементах Картановой подалгебры действует так (это видно из (25)):

$$\begin{aligned} \mu K_1 &= \frac{1}{2}(K_1 - K_2 - K_3 - K_4) & \mu K_2 &= \frac{1}{2}(-K_1 + K_2 - K_3 - K_4) \\ \mu K_3 &= \frac{1}{2}(-K_1 - K_2 + K_3 - K_4) & \mu K_4 &= \frac{1}{2}(K_1 + K_2 + K_3 - K_4) \\ \mu K_5 &= \frac{-1}{2}(K_5 + \sqrt{3}K_6) & \mu K_6 &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}K_5 - K_6) \end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, между \mathcal{D}_5, E_6 алгебрами Ли и M_2^8, M_3^8 алгебрами Иордана существует тесная связь, и $\mathcal{D}_5 \subset E_6$ включение связано с $M_2^8 \subset M_3^8$ включением йордачевых алгебр.

Поступила 15.II.1982

Кафедра

физики высоких энергий

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Fritzsch, P. Minkowski, Ann. Phys. 93 (1975), 193;
Q. Shafi, M. Sondermann, Ch. Wetterich, Phys. Lett, 92B (1980), 304;
H. Georgi, D.V.Nanopoulos, Nucl. Phys. B155 (1979), 52;
R.N.Mohapatra, B. Sakita, Phys. Rev. D21 (1980), 1062;
M. S. Chanowitz, J. Ellis, M. K. Gaillard, Nucl. Phys. B128 (1977), 506.
2. F. Gursey, P. Ramond, P. Sikivie, Phys. Lett. 60B(1976), 177;



- F. Gursev, M. Serdaroglu, Lett. al Nuovo Cimento 21 (1978), 28;
- Y. Achiman, B. Stech, Phys. Lett. 77B (1978), 389;
- Q. Shafi, Phys. Lett. 79B (1978), 301;
- H. Ruegg, T. Schucker, Nucl. Phys. B161 (1979), 388.
3. F. Buccella, M. Falcioni, A. Pugliese Lett. al Nuovo Cimento 18 (1977), 441;
З.К.Силагадзе, Труды ТГУ, 220, 34, 1981.
4. Г.Фрейденталь, Математика, I (1957), II7;
P. Ramond, Preprint CALT-68-577(1976);
Schafer, An Introduction to Nonassociative Algebras, Academic Press, New York, 1966;
K. McCrimmon, Bull. Amer. Math. Soc. 84(1978), 612.
5. M. Gunaydin, F. Gursev, Phys. Rev. D9 (1974), 3387;
F. Gursev, Preprint COO-3075-136 (1976);
R. Casalbuoni, Colored Quarks and Octonions, Preprint;
F. Gursev, Algebraic Methods and Quark Structure, Yale Preprint (1975);
F. Domokos, S. Kovesi-Domokos, Phys. Rev. D19 (1979), 2984;
6. Schafer, Loc. Cit.
К.А.Желваков, А.М.Слинько, И.П.Шестаков, А.И.Ширшов,
Кольца, близкие к ассоциативным, "Наука", М., 1978.
7. F. Gursev, M. Gunaydin, J. Math. Phys. 14 (1973), 1651.
8. Н.Джекобсон, Алгебры Ли, "Мир", 1969.
9. A. Pais, J. Math. Phys. 3(1962), 1135;
R. Slansky, Preprint LA-UR 3495 (1980);
Е.Б.Динкин, Труды Моск.Мат.Общ. I(1952), 39.
10. A. Gamba, J. Math. Phys. 8(1967), 775



ბ. სილაგაძე

$SO(10) \subset E_6$ ჩართვა და მკვლევარობა

რეზიუმე

ნათარბში მოცემულია $SO(10)$ და E_6 ჯგუფების გენერატორ-
რების რეალიზაცია M_2^8 და M_3^8 ნორმალის აღებებების ნრთვით
გარდაქმნებით. ნაჩვენებია, რბი $SO(10) \subset E_6$ ჩართვა უკავშირდება
ნორმალის აღებებების $M_2^8 \subset M_3^8$ ჩართვას.

Z. Silagadze

$SO(10) \subset E_6$ IMBEDDING AND OCTONIONS

Summary

The generators of groups $SO(10)$ and E_6 are constructed via
linear transformations of M_2^8 and M_3^8 Jordan algebras. It is shown
that $SO(10) \subset E_6$ imbedding is connected with $M_2^8 \subset M_3^8$ imbedding of
Jordan algebras.



235, 1982

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ СПИРАЛЬНЫМИ АМПЛИТУДАМИ И
ДИСПЕРСИОННОЕ НЕРАВЕНСТВО ДЛЯ КОМПТОН-ЭФФЕКТА НА
НУКЛОНЕ

М. П. Чавлейшвили

Основываясь на общих динамических и кинематических требо-
ваниях, можно получить модельно независимые ограничения
на дифференциальное сечение комптон-эффекта в виде диспер-
сионного неравенства типа правила сумм /1,2/

$$1 + \frac{\nu_0^2 \mu^4}{m^4 e^4} \leq \beta \exp \left\{ \frac{\nu_0}{\pi} \int_{\nu_0^2}^{\infty} \frac{\ln \left[(m^2 + 2\omega) \frac{d\sigma}{d\Omega}(\omega, t=0) \right]^{1/2}}{\omega^2 (\omega^2 - \nu_0^2)^{1/2}} d\omega^2 \right\}, \quad (1)$$

где e - заряд, μ - магнитный момент, m - масса
нуклона, $\nu_0 = \frac{m_{\pi}^2}{2} (2m + m_{\pi})$, m_{π} - масса пиона.

Для получения дисперсионных неравенств важным оказалось
максимальное использование кинематических требований. Оказа-
лось, что если полностью учесть кинематическую информацию,
 β принимает минимальное значение, а полученное неравенст-
во будет максимально ограничительным.

В работе /3/ был предложен новый подход к получению дисперсионных неравенств с помощью спиральных амплитуд аннигиляционного t -канала. Подход основан на использовании введенной в работах Н.Н.Боголюбова и его сотрудников /4-6/ идеи об амплитуде рассеяния как единой аналитической функции, описывающей различные каналы реакции в соответствующих областях кинематических переменных. Формализм t -канальных спиральных амплитуд оказался одновременно простым и общим. При использовании приведенных амплитуд выполняются основные требования, предъявляемые формализму для получения дисперсионных неравенств - дифференциальное сечение выражается через модуль амплитуд, из которых в явном виде выделены кинематические особенности по переменной ψ . При этом необходимые для получения ограничений условия выполняются для комптон-эффекта на мишени с произвольным спином.

t -канальные спиральные амплитуды использовались ранее для получения низкоэнергетических теорем для комптон-эффекта на мишени со спином половина и единица, а также для процесса фоторождения на нуклоне /7-10/.

Формализм t -канальных спиральных амплитуд был использован для получения дисперсионного неравенства в простейшем в кинематическом отношении процессе - комптон-эффекте на пионе /11/. Однако в интересном случае комптоновского рассеяния на мишени со спином половина (нуклоне) помимо алгебраических осложнений может возникнуть трудность, связанная с тем, что t -канальные амплитуды не являются независимыми в точке $t=0$. Они удовлетворяют дополнительному ограничению - в этой точке между амплитудами существует кинемати-



ческая связь. Тогда, при использовании t -канальных амплитуд для получения дисперсионного неравенства возникает дилемма: или использовать кинематическую связь, что может привести к усложнению техники, т.е. к потере основного преимущества t -канального подхода, или пренебречь связью, но тогда полученное неравенство может оказаться неоптимальным и, стало быть, менее ценным.

В настоящей работе исследуется роль кинематической связи для получения дисперсионного неравенства для комптон-эффекта на нуклоне в формализме t -канальных спиральных амплитуд. Показано, что кинематическая связь при получении дисперсионного неравенства роли не играет и ею можно пренебречь без потери кинематической информации, а полученные неравенства будут максимально ограничительными.

Обозначения, кроссинг-соотношения для комптон-эффекта на нуклоне

Рассмотрим рассеяния фотона на нуклоне. В S -канале это реакция

$$\gamma(P_1, \lambda_1) + N(P_2, \lambda_2) \rightarrow \gamma(P_3, \lambda_3) + N(P_4, \lambda_4), \quad (2)$$

где P_1, λ_1 и P_3, λ_3 - импульсы и спиральности в системе центра масс соответственно для начального и конечного состояния фотона, P_2, λ_2 и P_4, λ_4 - соответствующие величины для нуклона.

В t -канале комптоновскому рассеянию соответствует процесс



$$\gamma(M_1) + \gamma(M_2) \rightarrow \bar{N}(M_3) + N(M_4),$$

где M_i - спиральности в с.ц.м. аннигиляционного канала.

Матрица γN рассеяния является функцией двух независимых переменных, в качестве которых можно выбрать ν и t :

$$\nu = \frac{1}{4}(P_1 + P_3)(P_2 + P_4), \quad t = (P_1 - P_3)^2. \quad (4)$$

Угол рассеяния в с.ц.м. S -канала определяется соотношением

$$\sin \frac{\theta_s}{2} = \sqrt{t} \frac{\sqrt{2(t - 4\nu - 2m^2)}}{4\nu - t}. \quad (5)$$

Процесс описывается шестью независимыми амплитудами. Мы будем использовать следующие спиральные амплитуды в S -канале:

$$f_1^S = f_{\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}1}^S, \quad f_2^S = \sqrt{2} f_{\frac{1}{2}1, -\frac{1}{2}1}^S, \quad f_3^S = f_{-\frac{1}{2}1, -\frac{1}{2}1}^S, \quad (6)$$

$$f_4^S = \sqrt{2} f_{\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}-1}^S, \quad f_5^S = f_{\frac{1}{2}1, -\frac{1}{2}-1}^S, \quad f_6^S = f_{-\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}-1}^S.$$

В качестве независимых амплитуд в t -канале выберем следующие:



$$f_1^t = \sqrt{2} f_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}, 1-1}^t, \quad f_2^t = f_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, 1-1}^t, \quad f_3^t = f_{-\frac{1}{2} \frac{1}{2}, 1-1}^t, \quad (7)$$

$$f_4^t = f_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}, 11}^t, \quad f_5^t = \sqrt{2} f_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, 11}^t, \quad f_6^t = f_{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}, 11}^t.$$

Все амплитуды зависят от γ и t . Связь между спиральными амплитудами s - и t -каналов осуществляется с помощью кроссинг соотношений, которые в общем случае для любых бинарных реакций были получены в работах [12-14]. Кроссинг-соотношения для комптон-эффекта [15] получаются из общих формул, если содержащиеся в них d -функции, соответствующие фотону (из-за их нулевой массы) заменить символами Кронекера:

$$d_{\lambda_1 \mu_1}^s \longrightarrow (-1)^{|\lambda_1| - \mu_1} \delta_{\lambda_1, -\mu_1}, \quad (8)$$

$$d_{\lambda_3 \mu_3}^s \longrightarrow \delta_{\lambda_3 \mu_3} \quad (9)$$

Для комптон-эффекта на нуклоне кроссинг-соотношения имеют вид:

$$f_{\lambda_3 \lambda_4, \lambda_1 \lambda_2}^s(\nu, t) = \quad (10)$$

$$= (-1)^\alpha \sum_{\mu_3 \mu_4} d_{\lambda_3 \mu_3}^{\frac{1}{2}}(\pi + \chi) d_{\lambda_4 \mu_4}^{\frac{1}{2}}(\chi) f_{\mu_3 \mu_4, -\lambda_4 \lambda_2}^t(\nu, t),$$

где $d_{\lambda \mu}^s$ - функции вращения. Угол χ определяется

формулой

$$\cos \chi = \left(\frac{t}{t - 4m^2} \right)^{1/2} \frac{2\nu + 2m^2 - t}{2\nu - t}, \quad (11)$$

α - фаза, зависящая от спиральностей.

Кроссинг-соотношения можно записать в матричном виде

$$f_m^s = K_{mn} f_n^t, \quad (12)$$

где K_{mn} - 6×6 матрица, имеет блочно-диагональную структуру

$$K = \begin{bmatrix} K^{(1)} & 0 \\ 0 & K^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $K^{(1)}$ и $K^{(2)}$ - 3×3 матрицы.

Кинематическая связь и оптимальность дисперсионного неравенства для комpton-эффекта на нуклоне

Для бинарных реакций амплитуды зависят от двух независимых переменных (ν и t в нашем случае). В спиральном формализме в общем случае, т.е. для любой реакции, можно легко выделить кинематические особенности по одной из этих переменных, определив так называемые приведенные амплитуды (см., например, /14, 15/).

Приведенные амплитуды t -канала

$$f_{N_3 N_4, N_1 N_2}^{\pm t}(\nu, t) = \frac{f_{N_3 N_4, N_1 N_2}^{\pm t}(\nu, t)}{(\sin \frac{\theta_t}{2})^{|\lambda' - \mu'|} (\cos \frac{\theta_t}{2})^{|\lambda' + \mu'|}} \quad (14)$$

свободны от кинематических особенностей по переменной ν .

Здесь $\lambda' = N_1 - N_2$, $\mu' = N_3 - N_4$, θ_t - угол рассеяния в с.ц.м. t - канала.

При использовании t -канальных амплитуд легко учесть кинематические особенности по переменной ν , поэтому t -канальный подход является простым и общим. При $t < 0$ используется вся кинематическая информация относительно ν и она содержится в кинематических множителях перед приведенными спиральными амплитудами. Однако при $t = 0$ есть дополнительное кинематическое требование - условие связи.

Кинематические ограничения (связки) впервые были получены в работе /16/ для нуклон-нуклонного рассеяния. Для виртуального комптон-эффекта кинематические связи были найдены в /17/.

Кинематические связи могут привести к определенным осложнениям. Так, в реджевских моделях из них следуют так называемые соотношения конспирации и т.п. /18/. Наличие линейной зависимости между амплитудами обычно рассматривалось как неудобство спирального формализма, и из-за этого часто использовались инвариантные амплитуды, которые свободны от кинематических связей. Однако, поскольку дифференциальное сечение не выражается только через модули инвариантных амплитуд, то их использование для получения дисперсионных



неравенств неудобно, так как при этом применяются методы оперирующие модулями функций и связанными с ними математическими теоремами /1,2,19,20/. Следует также отметить, что процедура определения соответствующего базиса для введения инвариантных амплитуд представляет собой сложную задачу, которая для комптон-эффекта явным образом была решена в работе /21/ лишь для случаев мишени со спином 0 и 1/2. Применяемый ранее в течение ряда лет более простой базис, предложенный в /22/, оказался неправильным из-за наличия кинематических связей.

Как отмечалось выше, для получения максимально возможных ограничений (т.е. оптимальных неравенств) следует использовать всю кинематическую информацию. Тогда имеются две возможности: при $t=0$ игнорировать кинематические связи, сохранив простоту формализма, но рискуя получить неоптимальные ограничения, которые не будут иметь большую ценность, или же как-то учесть связи, что усложнит технику и тем самым потеряется простота t -канального подхода. Отметим, что если для комптон-эффекта на мишени со спином ноль условие связи вообще отсутствует, то для мишени со спином половина есть одно условие связей, а при росте значения спина мишени само количество связей возрастает.

Физические спиральные амплитуды S - канала

$$f_{\lambda_3, \lambda_4, \lambda_1, \lambda_2}^S(\nu, t) = \left(\sin \frac{\theta_s}{2} \right)^{|\lambda_3 - \lambda_1|} \left(\cos \frac{\theta_s}{2} \right)^{|\lambda_4 + \lambda_2|} \hat{f}_{\lambda_3, \lambda_4, \lambda_1, \lambda_2}^S(\nu, t), \quad (15)$$

для которых $\lambda - \mu = 0$, обращаются в ноль как $\frac{1}{2}(\lambda - \mu)$ при $t \rightarrow 0$ ($\sin \frac{\theta_s}{2} \rightarrow 0$). Здесь $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$, θ_s - угол рассеяния в с.ц.м. S - канала. Кинематические множители перед приведенной амплитудой S -канала определяют, в частности, геометрическое обращение в ноль определенных S -канальных амплитуд для рассеяния вперед в согласии с законом сохранения момента количества движения. Поэтому амплитуды f_4^S , f_5^S и f_6^S при $t=0$ обращаются в ноль.

Для получения кинематических связей, важен не только факт обращения в ноль соответствующих спиральных амплитуд, но и степень малости соответствующих величин. В частности, спиральная амплитуда $f_6^S = f_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - 1}^S(\nu t)$ при $t \rightarrow 0$ обращается в ноль как $t^{3/2}$. Кинематическая структура t -канальных амплитуд должна обеспечивать обращение в ноль соответствующих S -канальных амплитуд. Однако, оказалось, что требуемую согласованность поведений при $t \rightarrow 0$ можно обеспечить, если на t -канальные амплитуды наложить нетривиальное условие.

Из обращения в ноль амплитуды $f_6^S(\nu, t)$ и кросс-соотношений следует, что при $t \rightarrow 0$

$$\sum_{\substack{\mu_3 \mu_4 \\ \mu_2 \mu_3}} d^{\frac{1}{2}}(x + \pi) d^{\frac{1}{2}}_{-\frac{1}{2} \mu_4}(x) f_{\mu_3 \mu_4, \mu_1}^t(\nu, t) \sim t^{3/2} \quad (16)$$

Отсюда следует условие связи для канальных амплитуд, которое



можно записать в виде /15,23/

$$\sqrt{2} f_4^t + f_5^t + f_6^t = 0. \quad (17)$$

Отметим, что в условие входят не все амплитуды.

Теперь, если учесть равенство нулю указанных выше S -канальных спиральных амплитуд и блочно-диагональную структуру кроссинг-соотношения, легко показать, что при $t=0$ кинематическая связь в конкретной задаче получения оптимальных дисперсионных неравенств роли не играет. Действительно, кроссинг-соотношения разбиваются на два независимых сектора:

$$\sum_{m=1}^3 |f_m^s|^2 = \sum_{n=1}^3 |f_n^t|^2, \quad (18)$$

$$\sum_{m=4}^6 |f_m^s|^2 = \sum_{n=4}^6 |f_n^t|^2.$$

Как отмечалось выше, все три S -канальные амплитуды из второго сектора при $t=0$ обращаются в ноль. Тогда дифференциальное сечение, выраженное через приведенные t -канальные спиральные амплитуды при $t=0$, будет определяться выражением

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{t=0} &= \frac{1}{128\pi^2(m^2+2\nu)} \sum_{n=1}^3 |f_n^t|^2 = \frac{1}{128\pi^2(m^2+2\nu)} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{8} |\sin^2 \theta_t|^2 |f_1^t|^2 + \left| \sin \frac{\theta_t}{2} \cos^3 \frac{\theta_t}{2} \right|^2 |f_2^t|^2 + \right. \\ &\left. + \left| \sin^3 \frac{\theta_t}{2} \cos \frac{\theta_t}{2} \right|^2 |f_3^t|^2 \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$



Все три амплитуды, на которые накладывается условие связи (17), дают нулевой вклад в дифференциальное сечение. Поэтому соотношение между ними при $t=0$ роли не играет. Получили, что дифференциальное сечение выражается через модули функций с известными аналитическими свойствами. Эти функции - приведенные спиральные амплитуды, которые имеют только динамические особенности, определяемые условием унитарности, и множители, которые в явном виде содержат кинематические особенности по переменной ν . Эта формула является исходной для получения дисперсионного неравенства.

Таким образом, в простом t -канальном подходе для получения модельно независимого дисперсионного неравенства для комптон-эффекта на нуклоне условие связи для t -канальных спиральных амплитуд при $t=0$ роли не играет, ее можно не учитывать без потери кинематической информации. Тогда полученное в таком подходе дисперсионное неравенство будет максимально ограничительным (оптимальным). Тем самым снимается возражение против применения более простой схемы, использующей спиральную амплитуду аннигиляционного канала для получения оптимальных дисперсионных неравенств типа правил сумм.

Поступила 17.Ш.1982.

Институт физики высоких
энергий



ЛИТЕРАТУРА

1. J. Guiasu, E.E. Radescu, Phys. Rev., 1974, v. D10, p. 3036.
2. J. Guiasu, E.E. Radescu, J. Reszillier, Ann. Phys., 1980, v.127, p.436.
3. М.П. Чавлейшвили, Препринт ОИЯИ, P2-82-114, Дубна, 1982.
4. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей. М.: Гостехиздат, 1957.
5. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Медведев, М.К. Поливанов, Вопросы теории дисперсионных соотношений. М.: Физматгиз, 1958.
6. A.A. Logunov, L.D. Soloviev, A.N. Tavkhelidze, Phys. Lett., 1967, v. 24B, p. 181.
7. Р.М. Мурадян, М.П. Чавлейшвили, ТМФ, 1971, т.8, с.16.
8. М.П. Чавлейшвили, Труды Тбилисского университета, 1979, т. 209, с.133.
9. М.П. Чавлейшвили, Сообщение ОИЯИ P2-9417, Дубна, ОИЯИ, 1975.
10. М.П. Чавлейшвили, Доклады АН СССР, 1976, т.81, с.345.
11. М.П. Чавлейшвили. Труды Тбилисского университета, 1980, т. 213, с.51.
12. Ja. A. Smorodinsky, Preprint JINR, E-1227, Dubna, 1963.
13. T.L. Trueman, G.C. Wick, Ann. Phys., 1964, v. 26, p.322.
14. G.Cohen-Tannoudji, A. Morel, H.Navelet, Ann. Phys., 1968, v. 46, p.239.
15. J.P. Ader, M.Capdeville, H.Navelet, Nuovo Cim., 1968, v. 56A, p.315.

16. Д.З.Волков, В.Н.Грибов, ЖЭТФ, 1963, т.44, с.1068.
17. М.П.Чавлейшвили, Труды молодых научных работников ТГУ, Тбилиси, 1974, т.2, с.135.
18. П.Коллинз, Э.Сквайро, Полуса Редже в физике частиц, М., Мир., 1971.
19. S.Okubo. In: "Fundamental Interactions in Physics and Astrophysics", p. 206-228, New York, Plenum Press, 1972.
20. S.Okubo, Nuovo Cim., 1973, v. 16A, p.241.
21. W.A.Bardeen, Wu-Ki Tung, Phys. Rev., 1968, v.173, p.1423.
22. A.C.Hearn, E.Leader, Phys. Rev., 1962, v. 126, p.789.
23. S. Rai Choudhury, D.Z. Freedman, Phys. Rev., 1968, v. 168, p. 1739.

ბ. ჩავლეიშვილი

არსებული სპინორული სპინორული ადამიანებისთვის მიწის და
 ინსტრუმენტული უსტრუმენტული სპინორული სპინორული

რეზიუმე

განხილულია სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული
 სპინორული-სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული
 სპინორული, სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული
 სპინორული, სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული
 სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული
 სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული
 (სპინორული სპინორული სპინორული სპინორული).



M. Chavleishvili

KINEMATIC CONSTRAINT OF THE HELICITY AMPLITUDES AND A DISPERSION INEQUALITY FOR THE NUCLEON COMPTON- EFFECT

Summary

The paper is devoted to the study of the role of kinematic constraint in the derivation of a dispersion inequality for the Compton - effect in an approach where t -channel helicity amplitudes are used. It is shown that the differential cross section at $t=0$ is expressed in terms of only those helicity amplitudes which are kinematically independent at this point. Consequently, in such an approach, even without taking into account the constraint condition, the kinematic information will be used fully and it is feasible to derive an optimal (maximally restrictive) inequality.

235, 1982

АНАЛИЗ РЕАКЦИИ $\bar{P}P \rightarrow \pi^{\pm} + X$ ПРИ ИМПУЛЬСЕ

22,4 ГэВ/с В ПЕРЕМЕННЫХ "СВЕТОВОГО ФРОНТА"

Н.С.Амаглобели, Д.Е.Бахтадзе, В.Р.Гарсеванишвили, Г.О.Кураташвили, Т.П.Топурия, А.М.Худжадзе, В.Д.Цинцадзе, Ш.М.Эсакия

Институт физики высоких энергий Тбилисского государственного университета, Тбилиси.

Э.Г.Боос, Д.И.Ермилова, В.В.Самойлов, Т.Темиралиев

Институт физики высоких энергий, Алма-Ата.

Б.В.Батюня, И.В.Богуславокий, В.Врба, И.М.Граменицкий, Н.Б.Дашьян, З.Златанов, Х.Каназмрски, С.В.Левонян, Р.Ледницки, Л.А.Тихонова

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна.

Р.К.Дементьев, Е.М.Лейкин, В.И.Рудь, А.Г.Павлова, Н.Д.Пожидаева

Ученно-исследовательский институт ядерной физики Московского государственного университета, Москва.

И.Геринек, М.Локаичек, Я.Ридки, В.Шимах

Институт физики Чехословацкой академии наук, Прага.



А.Валкарлова, М.Сук

Ядерный центр Карлова университета, Прага.

И.Паточка

Университет П.И.Шафарика, Кошице.

П.Вилланен, Э.Ханнула, И.Эрванне

Отделение физики высоких энергий Хельсинкского университета,
Хельсинки.

На основе статистически разделенных спектров заряженных частиц /1/ в переменных "светового фронта" исследовалась реакция:



Экспериментальный материал 22 тыс. неупругих взаимодействий от 2-х до 12-ти лучевых включительно был получен на 2-метровой жидководородной камере ОИЯИ "Людмила", облученной на ускорителе ИФЭ (г.Серпухов) сепарированными антипротонами с импульсом 22,4 ГэВ/с.

Подобные исследования проводились ранее для πp - взаимодействия при 5 и 40 ГэВ/с /2/. Переменные "светового фронта" в этой работе определялись следующим образом:

$$\xi^{\pm} = \pm \frac{E^* \pm P_L^*}{\sqrt{s}},$$
$$\zeta^{\pm} = \mp \ln |\xi^{\pm}|, \quad (2)$$

где верхний знак соответствует области положительных значе-



ний продольных импульсов выделенной частицы ($P_L^* > 0$) СЦМ, а нижний - области ($P_L^* < 0$) ; E^* - энергия выделенной частицы, \sqrt{s} - полная энергия в СЦМ.

Изучение инвариантных дифференциальных сечений $\frac{d\sigma}{\pi d\xi^+}$

и $\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{d\xi^+}$ в реакции (1) показало наличие максимума

при некотором значении $\xi^+ = \tilde{\xi}^+ (\xi^+ = \tilde{\xi}^+)^{xx}$ (рис.1 и 2).

Оказалось также, что в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ и $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ су-

щественно различаются наклоны распределений по квадрату поперечного импульса

$\frac{d\sigma}{dP_T^2}$ (рис.3), а распределения по $\cos \theta$ в области

$\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ почти изотропны, в отличие от резко анизотропных угловых распределений в области $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ (рис.4).

Для описания спектров в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ использовались распределения Больцмана

$$f(E^*) = e^{-E^*/T} \quad (3)$$

и Бозе /3/

$$f(E^*) = \frac{1}{e^{E^*/T} - 1}$$

Условие $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ выделяет в фазовом пространстве область,

x) Вследствие CP симметрии реакции $\bar{P}P$ мы ограничились изучением спектров π^\pm мезонов в передней полусфере.

xx) $\tilde{\xi}^+ \approx 0,107$; $\tilde{\xi}^+ \approx 2,16$

xxx) Области $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ соответствует область $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ и наоборот.

ограниченную параболоидом

$$P_L = \left[P_t^2 + m_\pi^2 - (\tilde{\xi} + \sqrt{S})^2 \right] / (-2\tilde{\xi} + \sqrt{S}).$$

С учетом (3) дифференциальные распределения $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\zeta^+}$,

$\frac{dG}{dP_t^2}$ и $dG/d\cos\theta$ в этой области будут иметь вид:

$$\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\zeta^+} \propto \int_0^{(P_t^2)_{\max}} E^* f(E^*) dP_t^2, \quad (4a)$$

$$\frac{dG}{dP_t^2} \propto \int_0^{(P_L)_{\max}} f(E^*) dP_L, \quad (4б)$$

$$\frac{dG}{d\cos\theta} \propto \int_0^{P_{\max}} P^2 f(E^*) dP, \quad (4в)$$

где

$$(P_t^2)_{\max} = (\tilde{\xi} + \sqrt{S})^2 - m_\pi^2,$$

$$(P_L)_{\max} = \left[(\tilde{\xi} + \sqrt{S})^2 - P_t^2 - m_\pi^2 \right] / (2\tilde{\xi} + \sqrt{S}),$$

$$P_{\max} = \left[-\tilde{\xi} + \sqrt{S} \cos\theta + \sqrt{(\tilde{\xi} + \sqrt{S})^2 - m_\pi^2 \sin^2\theta} \right] / \sin^2\theta$$

Распределения $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\zeta^+}$, $\frac{dG}{dP_t^2}$ и $\frac{dG}{d\cos\theta}$ в об-

ласти $\tilde{\xi}^+ < \tilde{\xi}^+$ аппроксимировались выражениями (4a),

(4б), (4в) соответственно. Результаты аппроксимаций, приведенные в табл. 1 и на рис. 2, 3, 4, показывают хорошее



согласие с экспериментом. В области $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ спектр

$$\frac{dG}{dP_+^2}$$

был описан зависимостью:

$$\frac{dG}{dP_+^2} \propto (1-\alpha)e^{-\beta_2 P_+^2} + \alpha e^{-\beta_1 P_+^2}, \quad (5)$$

а спектр $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{dS^+}$, с учетом выражения (2), - зависимостью

$$\frac{1}{\pi} \frac{dG}{dS^+} \propto (1-\xi^+)^n \equiv \left(1 - e^{-15^+}\right)^n \quad (6)$$

Заметим, что в области больших ξ^+ эта параметризация переходит в известную из кварк-партоновых представлений зависимость $(1-x)^n$, где $x = 2P_L^+ / \sqrt{S}$ (см., напр. /4/). Результаты приведены в табл. 2 и на рис. 2,3. Поскольку зависимость $(1-x)^n$, выведенная для $x \sim 1$, качественно описывает данные даже при сравнительно малых x , а зависимость $(1-\xi^+)^n$ значительно расходится с экспериментом в области малых ξ^+ (см. рис.2), то можно думать, что анализ спектров по переменной типа ξ^\pm и ζ^\pm может оказаться более критичным к выбору различного рода многокомпонентных моделей множественного рождения /5/.

В заключение кратко прокомментируем результаты анализа.

Спектры π^\pm мезонов в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ удовлетворительно описываются соотношениями, следующими из статистической модели множественного рождения. Эти же формулы, экст-

раполированные в область $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$, находятся в существенном разногласии с экспериментом. С другой стороны, зависимость $(1 - \xi^+)^n$ находится в согласии с экспериментом в области $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ и расходится с ним в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$.

Интересно вспомнить аналогичную ситуацию, возникшую при изучении излучения абсолютно черного тела, где формула Вина, удовлетворительно описывая высокочастотную часть спектра, находится в разногласии с экспериментом при малых частотах излучения, а формула Рэллея-Джинса, расходясь с экспериментом при больших частотах, описывала данные в области малых частот (см. /6/). Для иллюстраций этого на рис. 5 приведено распределение интенсивного излучения черного тела в зависимости от $x = \frac{h\nu}{kT}$ по формулам Рэллея-Джинса, Вина и Планка.

Результаты аппроксимации экспериментальных данных выражениями (5) и (6).

Таблица I

	T		χ^2/N	
	Бозе	Больцман	Бозе	Больцман
$\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\xi^+}$	$0,134 \pm 0,004$	$0,119 \pm 0,003$	10/8	12/8
$\frac{dG}{d\rho_t^2}$	$0,110 \pm 0,001$	$0,105 \pm 0,001$	10/8	8/8
$\frac{dG}{d \cos \theta}$	$0,091 \pm 0,003$	$0,086 \pm 0,003$	16/7	15/7



Результаты аппроксимации экспериментальных данных выражениями (4а), (4б), (4в).

Таблица 2.

	α	β_1	β_2	n	χ^2/N
$\frac{dG}{dP^2}$	$0,8 \pm 0,3$	$6,0 \pm 0,1$	$2,8 \pm 0,3$	—	$45/29$
$\frac{1}{\pi} \frac{dG}{dS^+}$	—	—	—	$3,7 \pm 0,1$	$*/9$

Поступила 18.Ш.1982.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. G. Boos et al., Nucl. Phys. B 147 (1980), 45-67.
2. Л.Н.Абесалашвили и др., Письма в ЖЭТФ, т.28, вып.3, с.1974.
3. В.А.Фейнберг, УФН, 1971, т.104, с.539.
4. J. Camion SLAC - PUB, 2607, September, 1980.
5. А.Н.Сисакян, А.А.Слепченко, ОИЯИ, Р2-10651, Дубна, 1977.
6. Л.Д.Ландау, В.М.Лифшиц, Статистическая физика, "Наука", М., 1976, с.206-207.



ნ.ამარლომბელი, დ.ბახტაძე, ვ.გარსევანიძე, გ.კურაშვილი,
 თ.მომუხრია, ა.ბუჯაძე, ვ.ცინცაძე, შ.ესაკია
 თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მატალი ენერჯეტიკის ფიზიკის
 ინსტიტუტი, თბილისი.

ე.ბოლსი, დ.ეზილიძე, ვ.სამოილოვი, ვ.ფიშჩიკოვი
 მატალი ენერჯეტიკის ფიზიკის ინსტიტუტი, აღმა-აჭა.
 ბ.ბატუნია, თ.ბოლსი, ვ.ვრმა, ი.გრაძინიცი, ნ.ბაშინი,
 გ.გლაზნოვი, ხ.კანაგინი, ს.ლევინიანი, რ.ლევინიცი,
 ე.ტინინი

ბირჟული კვლევის ცენტრის დირექტორი ინსტიტუტი, ვერბა.
 რ.ფიშჩიკოვი, ე.ლევინი, ვ.რუბი, ა.პავლოვი, ნ.პოპოვი
 მისკოვის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ბირჟული ფიზიკის სამე-
 ცნიერ-კვლევითი ინსტიტუტი, მისკოვი.

ი.პერინი, მ.ლუკინი, ი.რინი, ე.მიხაილი
 ჩეხოსლოვაკიის მეცნიერებათა აკადემიის ფიზიკის ინსტიტუტი,
 პრაღა.

ა.ვალკაროვი, მ.სუკი
 კარლოვას უნივერსიტეტის ბირჟული ფიზიკის ინსტიტუტი,
 პრაღა.

ი.შეშინი უნივერსიტეტი, კიევი.
 ე.კოლბინი, ე.ბანდრა, ი.ერვანი
 ჰელსინკის უნივერსიტეტის მატალი ენერჯეტიკის ფიზიკის განყოფი-
 ჟეტი, ჰელსინკი.

22.4 გვ. 1/2 იმპულსი $P \rightarrow \pi^+ + X$ რეაქციის
 ანალიზი "სინათლის ფიზიკის" ფორმულაში
 რეგულარული

მრთაში მესწავლილია π^+ - მემბრის ენერჯეტიკის კონსერვაციის
 ინტეგრირების სპეციფიკური "სინათლის ფიზიკის" ξ^+ და ζ^+ ფორ-
 მულაში. მათი "კონსერვაციის" (ξ^+ , ζ^+) მნიშვნელობების დროს
 დამატებითი მათემატიკური. $\cos \theta$ და P_{\pm}^2 მიხედვით განაწილები-
 ბის სხვადასხვა ფორმულა $\xi^+ < \xi^+$ და $\xi^+ > \xi^+$ აჩვენებს
 მათი დამოკიდებულებას, რთ $\frac{\xi^+}{\pi} \frac{dG}{d\xi^+}$ და $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\xi^+}$ განაწილებების
 მათემატიკური ფორმულა სინათლის ფიზიკის რეგულარული აჩვენებს. $\cos \theta$, ξ^+



ρ P_t^2 $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$
 სტატისტიკური მიგრაციის საფუძველზე, ხოლო $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$
 $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\xi^+}$ სპეცირი სტრუქტურა $(1 - e^{-\xi^+})^n$ რაიმე რაიმე-
 ები.

N. Amaglobeli, D. Bakhtadze, V. Garsevanishvili, G. Kuratashvili,
 T. Topuria, A. Khujadze, B. Tsintsadze, Sh. Esakia
 Institute of High Energy Physics of Tbilisi State University,
 Tbilisi

E. Boos, D. Ermilova, V. Samoilov, T. Temiraliev
 Institute of High Energy Physics, Alma-Ata, USSR

B. Batyunya, I. Boguslavsky, V. Vrba, I. Gramenitsky, N. Dashian,
 Z. Zlatanov, Kh. Kanazirski, S. Levonian, R. Lednitsky,
 L. Tikhonova

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, USSR

R. Demeniev, E. Leikin, V. Rud, A. Pavlova, N. Pozhidaeva
 Institute for Nuclear Physics Research of Moscow
 State University, Moscow, USSR

I. Herynek, M. Lokaicek, J. Ridky, V. Simak

Institute of Physics, CSAV, Prague, CSSR

A. Valkarova, M. Suk

Nuclear Centre of Karlova University, Prague, CSSR

I. Patocka

P. I. Safarik University, Kosice, CSSR

P. Villanen, E. Hannula, I. Ervanne

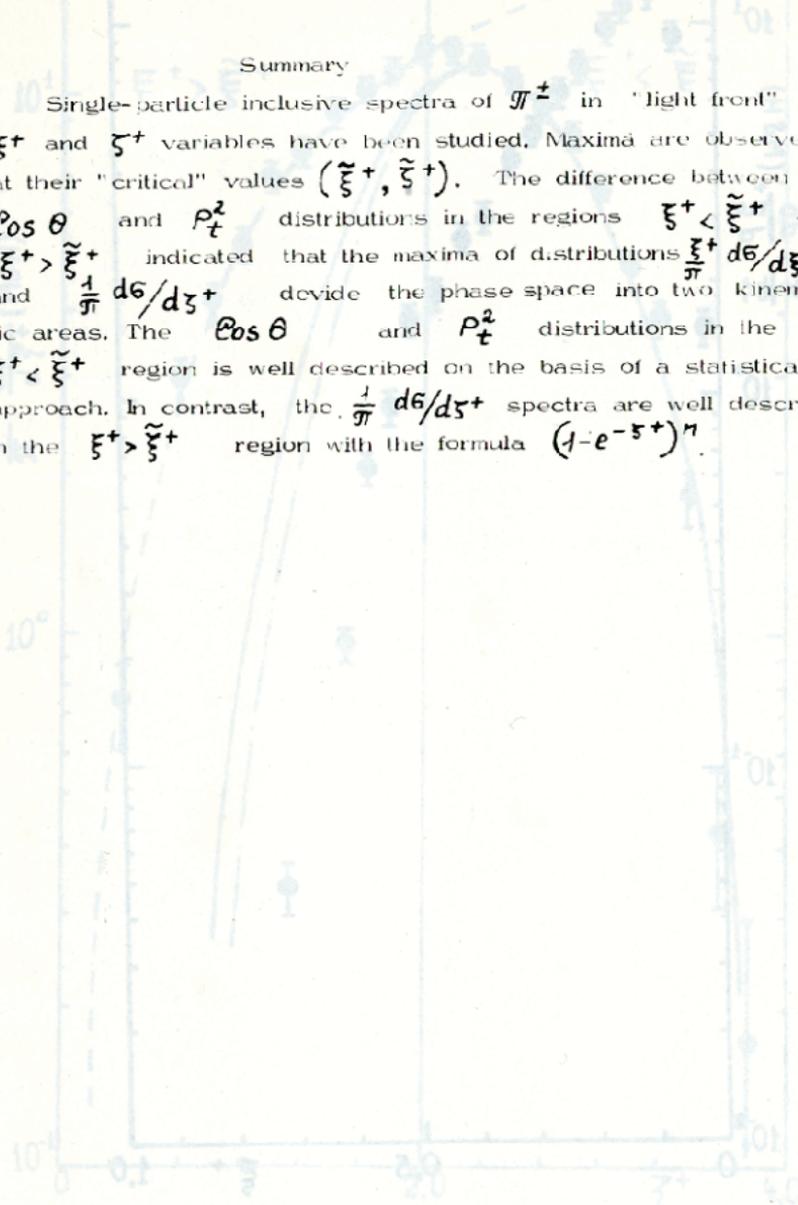
Department of High Energy Physics of Helsinki University,
 Helsinki, Finland.

ANALYSIS OF THE REACTION $\bar{p}p \rightarrow \pi^{\pm} + \chi$ AT
22.4 GeV/c IN "LIGHT FRONT" VARIABLES

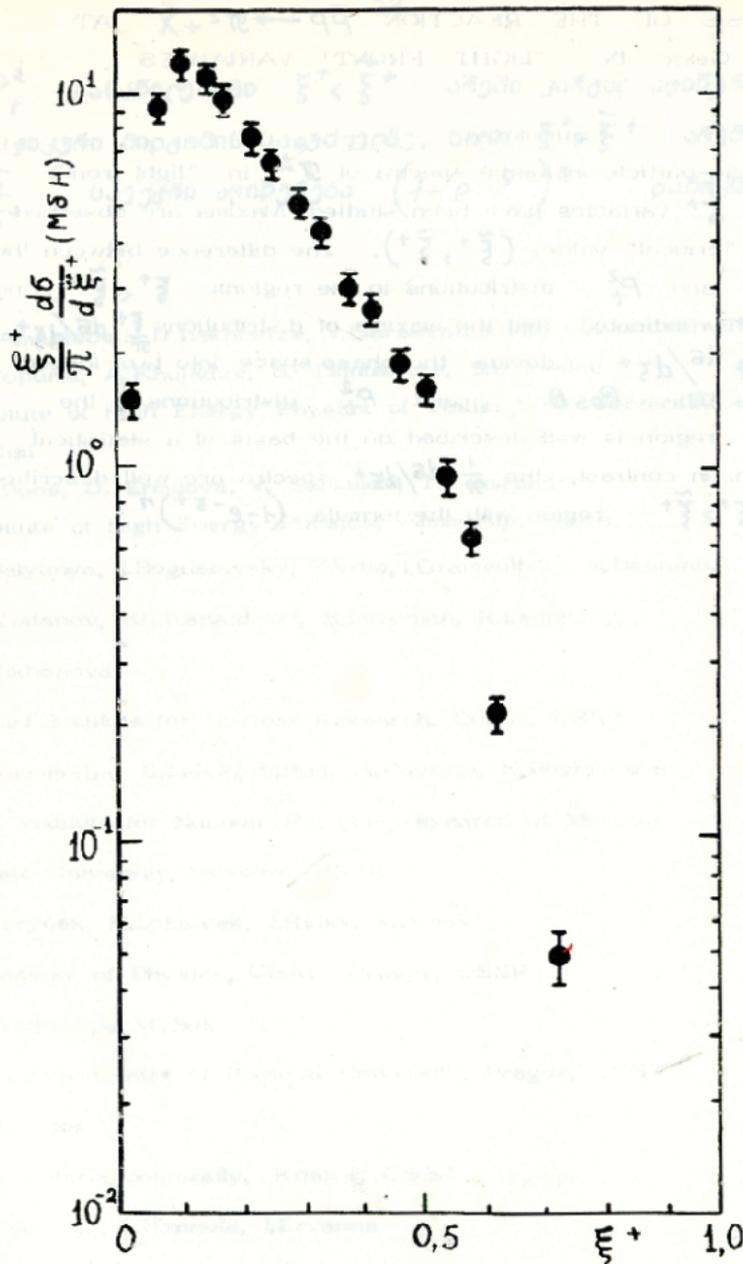


Summary

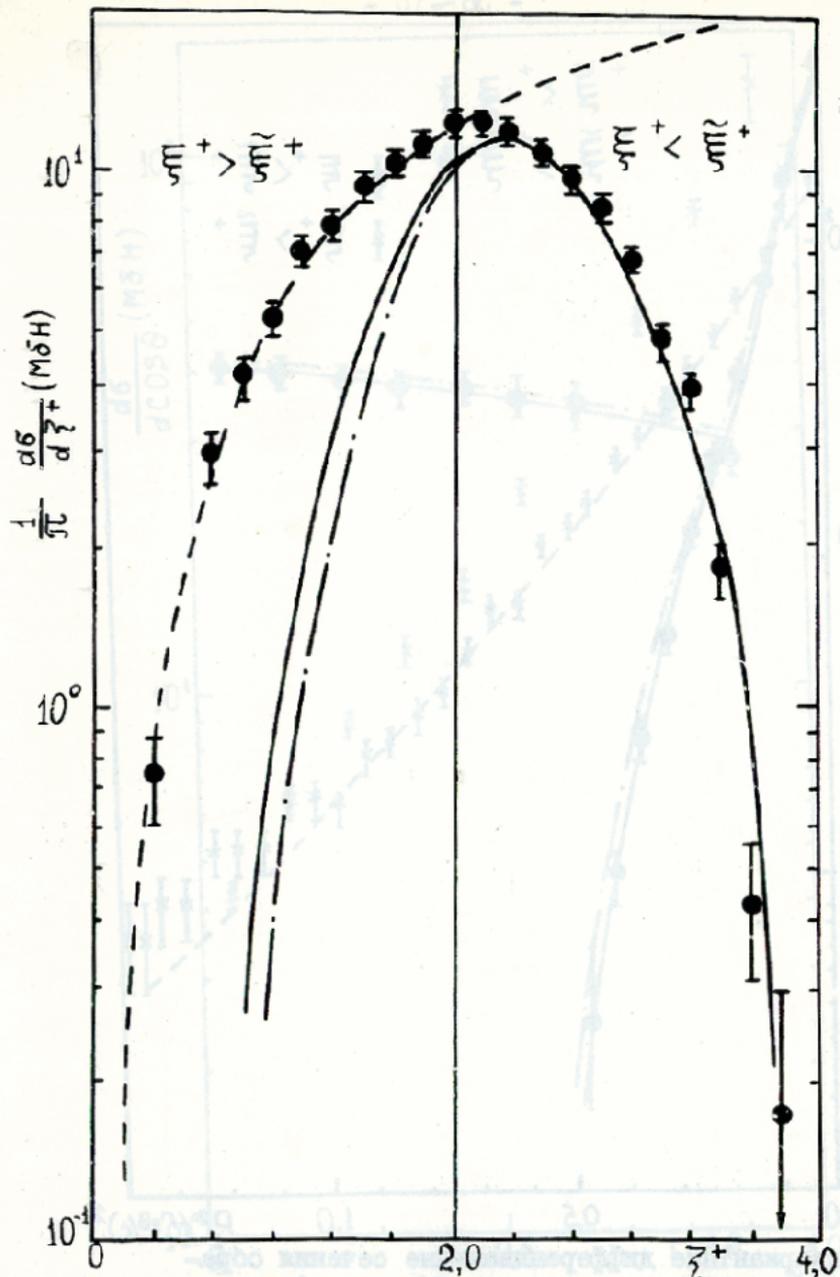
Single-particle inclusive spectra of π^{\pm} in "light front" ξ^+ and ζ^+ variables have been studied. Maxima are observed at their "critical" values ($\tilde{\xi}^+$, $\tilde{\zeta}^+$). The difference between the $\cos \theta$ and P_t^2 distributions in the regions $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ and $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ indicated that the maxima of distributions $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\xi^+}$ and $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\zeta^+}$ divide the phase space into two kinematic areas. The $\cos \theta$ and P_t^2 distributions in the $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ region is well described on the basis of a statistical approach. In contrast, the $\frac{1}{\pi} \frac{dG}{d\zeta^+}$ spectra are well described in the $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ region with the formula $(1 - e^{-\xi^+})^n$.



2. Инвариантное включение пионов с образованием
— по формулам (1) и (2) —
Силахон Зина — доктор физико-математических наук
данных в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ —
Босе-Макштейна, стрел-функции Ландау —
математический институт Академии наук СССР —



I. Инвариантное дифференциальное сечение образования π^{\pm} мезонов как функция ξ^+ .



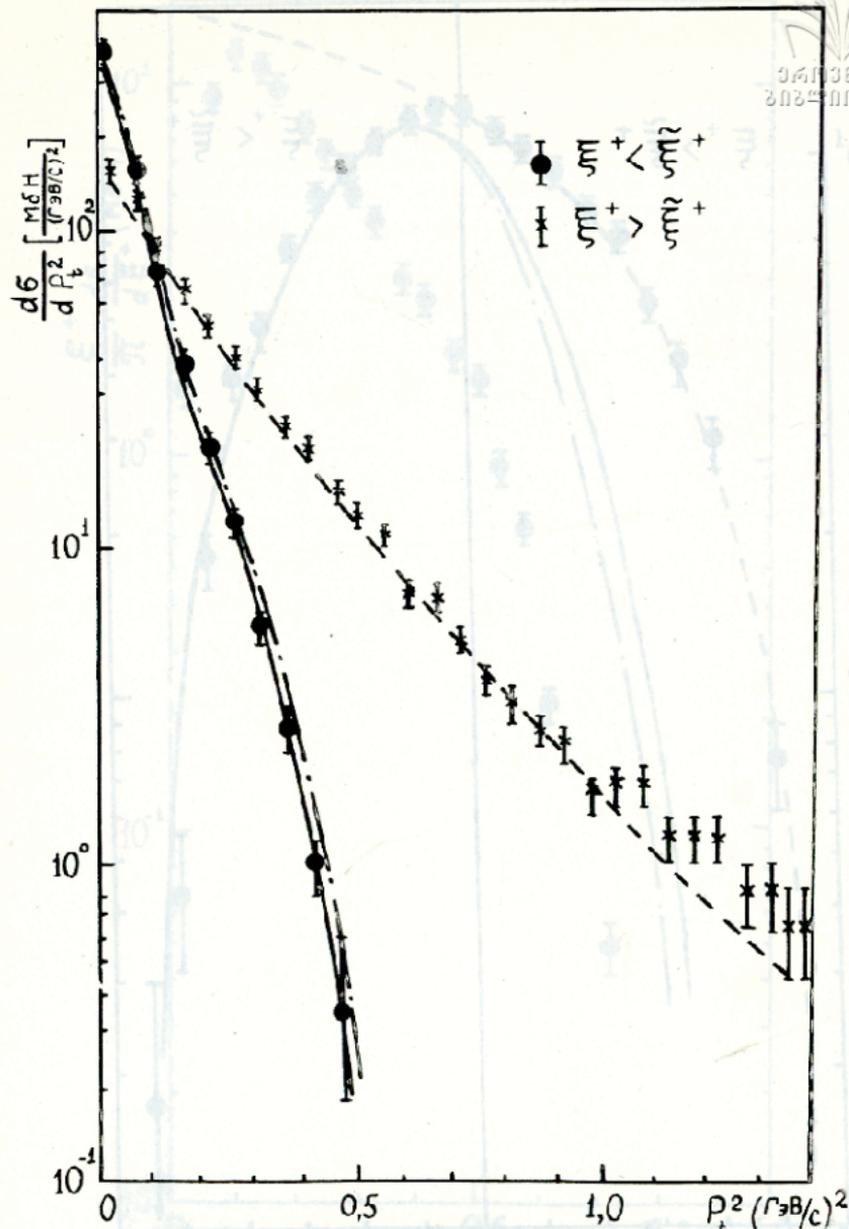
2. Инвариантное дифференциальное сечение образования π^{\pm} мезонов как функция ζ^+ .

Сплошная линия - результат аппроксимации данных в области $\zeta^+ < \zeta^{*+}$ зависимостью Бозе-Эйнштейна, штрих-пунктирная линия -

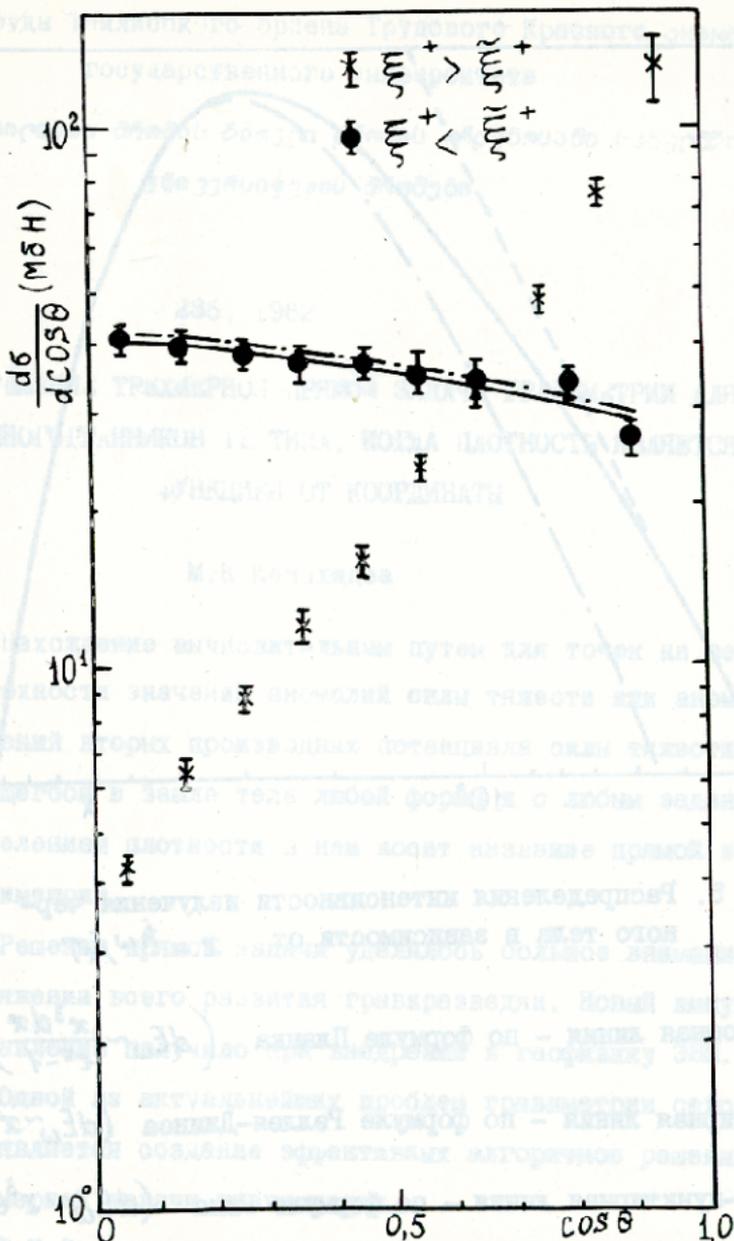
зависимостью Больцмана. Пунктирная линия - результат аппроксимаций данных в области

$\zeta^+ > \zeta^{*+}$ зависимостью (6).

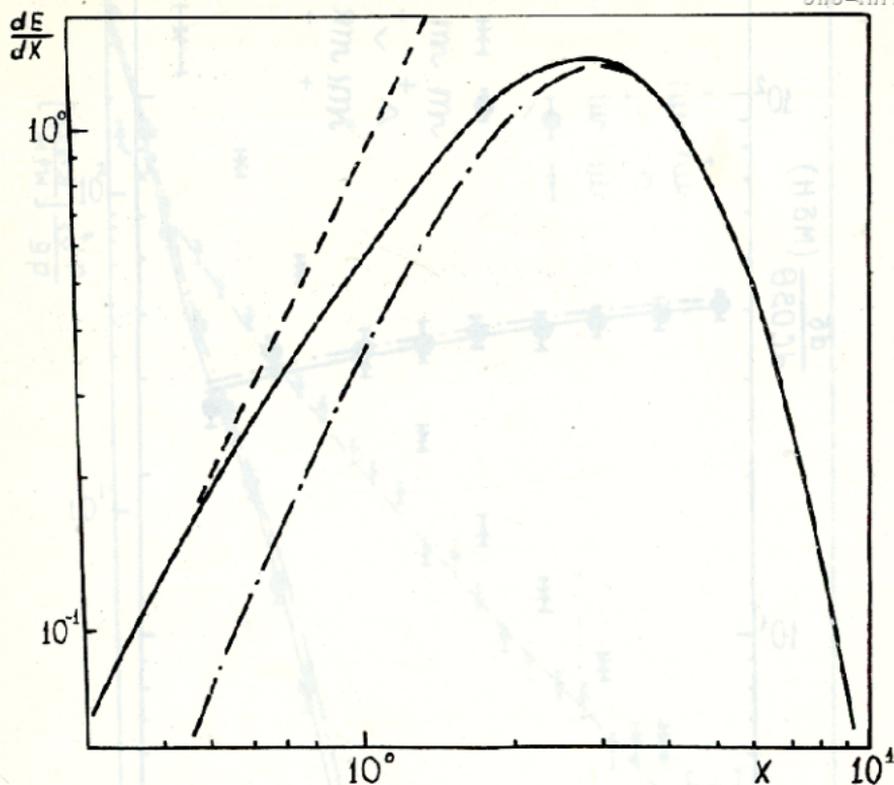
04136730
20250701033



3. Инвариантные дифференциальные сечения образования \mathcal{N}^\pm мезонов как функция P_+^2 в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ и $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$. Сплошная линия - результат аппроксимаций данных в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ зависимостью Бозе-Эйнштейна, штрих-пунктирная линия - зависимостью Больцмана. Пунктирная линия - результат аппроксимаций данных в области $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$ зависимостью (5).



4. Инвариантные дифференциальные сечения образования η^\pm мезонов как функция $\cos \theta$ в областях $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ и $\xi^+ > \tilde{\xi}^+$. Сплошная линия - результат аппроксимаций данных в области $\xi^+ < \tilde{\xi}^+$ зависимостью Бозе-Эйнштейна, штрих-пунктирная линия - зависимостью Больцмана.



5. Распределения интенсивности излучения черного тела в зависимости от $x = \hbar\omega/kT$

Сплошная линия - по формуле Планка $(dE_{\omega} \sim \frac{x^3 dx}{e^x - 1})$

Пунктирная линия - по формуле Рэя-Джинса $(dE_{\omega} \sim x^2 dx)$

Штрих-пунктирная линия - по формуле Вина $(dE_{\omega} \sim x^3 e^{-x} dx)$



თბილისის შრომის ნიშნის ორდენის მტკიცის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

235, 1982

РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ ДЛЯ
МНОГОГРАННИКОВ II ТИПА, КОГДА ПЛОТНОСТЬ ЯВЛЯЕТСЯ
ФУНКЦИЕЙ ОТ КООРДИНАТЫ

М.К.Качахидзе

Нахождение вычислительным путем для точек на земной поверхности значений аномалий силы тяжести или аномальных значений вторых производных потенциала силы тяжести от находящегося в земле тела любой формы и с любым заданным распределением плотности в нем носит название прямой задачи гравиметрии.

Решению прямой задачи уделялось большое внимание на протяжении всего развития гравиразведки. Новый импульс это направление получило при внедрении в геофизику ЭВМ.

Одной из актуальнейших проблем гравиметрии сегодняшнего дня является создание эффективных алгоритмов решения прямой трехмерной задачи гравиметрии.

В.Н.Страховым показано, что использование аппарата теории функции комплексного переменного позволяет получить новые, существенно более экономичные аналитические выражения для поля $g_z(x, y, z)$ от таких классических тел постоянной

плотности, как горизонтальный материальный многоугольник, вертикальная многоугольная призма и других.

В теории плоской (двухмерной) задачи гравиметрии и магнитометрии большой прогресс за последние 25 лет был достигнут за счет привлечения мощного математического аппарата теории функции комплексного переменного (ТФКП). Естественно, что одна из самых интереснейших проблем теории интерпретации гравитационных и магнитных аномалий в целом состоит в том, чтобы расширить область применения идей комплексификации, суметь найти путем её использования и в трехмерной (пространственной) задаче. К сожалению, в полной форме (состоящей в том, что вещественные переменные и функции изгоняются вовсе, а объектом математического анализа становятся только комплексные переменные и функции) провести идею комплексификации в трехмерной задаче не удастся. В четкой форме идея комплексификации в трехмерной задаче использована лишь в работе В.Н.Страхова.

Идея неполной комплексификации состоит в том, чтобы изучать гравитационное или магнитное поле не как определенное в R^3 пространстве, а как определенное в $R \times C$, где R - однородное эвклидово пространство, C - комплексная плоскость.

Интегральные представления для элементов поля могут быть существенно упрощены, если использовать идею неполной комплексификации.

§ 1. В статье приводятся формулы для вычисления поля от специальных выпуклых многогранников II типа.

Многогранниками II типа назовем наклонные многогранные

призмы, имеющие S_N своим основанием (см. рис).



Пусть $oxyz$ - система координат с осью oz вниз,
 пусть в плоскости $z = const = z_H$ задан выпуклый мно-
 гоугольник S_N , N - число вершин многоугольника
 (ξ_ν, η_ν, z_H) , $\nu = 1, 2, \dots, N$ - коор-
 динаты его вершин.

§ 2. В дальнейшем нам понадобятся выражения для поля g_z выпуклой многоугольной пластинки* S_N , по которой распределены массы с единичной поверхностной плотностью. Это выражение имеет вид

$$g_z(x, y, z; S_N) = f \omega(x, y, z) = \quad (1)$$

$$= f \left(2\pi - \sum_{\nu=1}^N \alpha_{\nu} \cos \frac{K_{\nu}}{N_{\nu}} \right),$$

где $\omega(x, y, z)$ - величина телесного угла, под которым пластинка S_N видна из внешней точки (x, y, z) , а

$$K_{\nu} = A_{\nu-1} A_{\nu} + B_{\nu-1} B_{\nu} + C_{\nu-1} C_{\nu}, \quad (2)$$

$$N_{\nu} = \sqrt{(A_{\nu-1}^2 + B_{\nu-1}^2 + C_{\nu-1}^2)(A_{\nu}^2 + B_{\nu}^2 + C_{\nu}^2)},$$

причем

$$A_{\nu-1} = (\xi_{\nu-1} - x)(\eta_{\nu} - y) - (\xi_{\nu} - x)(\eta_{\nu-1} - y), \quad (3)$$

$$B_{\nu-1} = (\xi_H - z)(\eta_{\nu-1} - \eta_\nu),$$

$$C_{\nu-1} = (\xi_H - z)(\xi_\nu - \xi_{\nu-1}).$$

выражение (1) удобно для аналитических преобразований, а для численных расчетов удобнее выражение

$$g_z(x, y, z) =$$

$$= f \left[2\pi - \operatorname{arctg} \prod_{\nu=1}^N (K_\nu + i \sqrt{N_\nu^2 - K_\nu^2}) \right]. \quad (4)$$

§ 3. Рассмотрим случай, когда плотность δ является линейной функцией от координаты ξ : $\delta_0 = \delta_0^* + q\xi$.

Пусть наклонные ребра многогранной призмы составляют с осями координат углы α , β , γ . Вводя вспомогательную переменную t (см. рис.) таким образом, чтобы нижнему основанию соответствовало $t=0$, а верхнему — $t=T$ ($T = \frac{\xi_H - \xi_B}{\cos \gamma}$),

получаем $\delta = \delta_0 + \kappa t$ и

$$g_z(x, y, z) = \cos \gamma \int_0^T (\delta_0 + \kappa t) g_z(x - t \cos \alpha; y - t \cos \beta; z - t \cos \gamma; S_H) dt =$$

$$= \cos \gamma \int_0^T (\delta_0 + \kappa t) \left[2\pi - \sum_{\nu=1}^N \operatorname{arctg} \cos \frac{K_\nu(t)}{N_\nu(t)} \right] dt =$$

$$= f \cdot \cos \gamma \left\{ T \left(\delta_0 + \frac{\kappa T}{2} \right) \left[2\pi - \operatorname{arctg} \prod_{\nu=1}^N (K_\nu(T) + i \sqrt{N_\nu^2(T) - K_\nu^2(T)}) \right] + \right. \quad (5)$$

$$\left. + \sum_{\nu=1}^N \int_0^T t \left(\delta_0 + \frac{\kappa t}{2} \right) \frac{N_\nu(t) \cdot K'_\nu(t) - K_\nu(t) \cdot N'_\nu(t)}{|N_\nu(t)| \sqrt{N_\nu^2(t) - K_\nu^2(t)}} dt \right\}.$$



выражения $K_0(t)$, $N_0(t)$ и $K'_0(t)$, $N'_0(t)$ находим по (2) - (5), заменяя в этих формулах x , y , z на $x-t \cdot \cos \alpha$, $y-t \cdot \cos \beta$, $z-t \cdot \cos \gamma$. Ясно, что после преобразования получится подинтегральное выражение вида

$$\frac{t \cdot R_{n,m}^{(v)}(t)}{\sqrt{a_0 t^2 + 2b_0 t + c_0}} \quad (6)$$

где $R_{n,m}(t)$ - рациональная дробь от t (с полиномом порядка δ в числителе и δ в знаменателе), a_0 , b_0 , c_0 - константы, а квадратическая иррациональность в знаменателе произошла от $\sqrt{N_0^2(t) - K_0^2(t)}$. Выполняя интегрирования, получим окончательный результат в таком виде:

$$\begin{aligned} g_z(x, y, z) = & f \cdot \cos \gamma \left\{ 2\pi \delta_0 [G(y_2) - G(y_1)] + \pi \kappa [G^2(y_2) - G^2(y_1)] - \right. \\ & - \delta_0 \cdot \sum_{j=1}^N [G(y_2) \cdot \operatorname{arg} W(x, y, y_2) - G^2(y_1) \cdot \operatorname{arg} W(x, y, y_1)] - \\ & - \frac{\kappa}{2} \sum_{j=1}^N [G^2(y_2) \cdot \operatorname{arg} W(x, y, y_2) - G^2(y_1) \cdot \operatorname{arg} W(x, y, y_1)] + \\ & + \theta_1 \cdot \ln \left[\frac{f(x, y, y_2) + H_2}{q_0(y_2)} \times \frac{q_0(y_1)}{f(x, y, y_1) + H_2} \right] + \\ & + \theta_2 \cdot \left[\frac{f(x, y, y_2)}{q_0(y_2)} - \frac{f(x, y, y_1)}{q_0(y_1)} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \theta_3 \cdot \ln \left[\frac{z_0(x, y, y_2) - c_1^*}{z_0(x, y, y_2) + c_1^*} \times \frac{z_0(x, y, y_1) + c_1^*}{z_0(x, y, y_1) + c_1^*} \right] + \\
 & + \theta_4 \cdot \left[\arctg \frac{y_2 \times c_1^*}{\sqrt{a_1'} \cdot z_0(x, y, y_2)} - \arctg \frac{y_1 \times c_1^*}{\sqrt{a_1'} \cdot z_0(x, y, y_1)} \right] + \\
 & + \theta_5 \cdot \ln \left[\frac{z_0(x, y, y_2) - c_2^*}{z_0(x, y, y_2) + c_2^*} \times \frac{z_0(x, y, y_1) + c_2^*}{z_0(x, y, y_1) - c_2^*} \right] + \\
 & + \theta_6 \cdot \left[\arctg \frac{y_2 \times c_2^*}{\sqrt{a_2'} \cdot z_0(x, y, y_2)} - \arctg \frac{y_1 \times c_2^*}{\sqrt{a_2'} \cdot z_0(x, y, y_1)} \right] + \\
 & + \theta_7 \cdot \ln \left[\frac{H_2^2 + \omega_2 \cdot q_0(y_2) + H_2 \cdot f(x, y, y_2)}{q_0(y_2)} \times \frac{q_0(y_1)}{H_2^2 + \omega_2 \cdot q_0(y_1) + H_2 \cdot f(x, y, y_1)} \right] + \\
 & + \theta_8 \cdot \ln \left[\frac{D(y_2) + \omega_3 \cdot z_0(x, y, y_2)}{q_0(y_2)} \times \frac{q_0(y_1)}{D(y_1) + \omega_3 \cdot z_0(x, y, y_1)} \right] + \\
 & + \theta_9 \cdot \ln \left[\frac{e(y_2) + H_1 + \omega_1 \cdot f(x, y, y_2)}{q_0(y_2)} \times \frac{q_0(y_1)}{e(y_1) + H_1 + \omega_1 \cdot f(x, y, y_1)} \right] - \\
 & - F_1 \cdot \ln \left[\frac{m^* \cdot f(x, y, y_2) + F_2}{G^*(y_2)} \times \frac{G^*(y_1)}{m^* \cdot f(x, y, y_1) + F_2} \right]
 \end{aligned}$$

Здесь все обозначения принимают те же значения, что в работе /3/,

кроме: $H_1 = 2E_0 n + L_0$; $H_2 = \sqrt{a_1' - 2b + c'}$; $\omega_2 = b - c'$;

$$\theta_1 = \frac{M_1(m-n) - M_{11}}{\sqrt{a_1' - 2b + c'}}; \quad \theta_2 = \frac{M_2}{E_0} - \theta_{10};$$

$$\theta_3 = \frac{(m-n)[mM_3 + M_4] + M_{14}}{2\sqrt{c'} \sqrt{a_1' c' - c' a_1'}};$$

$$\theta_4 = \frac{(m-n)[nM_3 + M_4] + M_{15}}{\sqrt{a'_1} \sqrt{a'_1 c'_1 - c'_1 a'_1}}; \quad \theta_5 = \frac{(m-n)[mM_5 + M_6] + M_{17}}{2\sqrt{c'_2} \sqrt{a'_1 c'_2 - c'_2 a'_1}},$$

$$\theta_6 = \frac{(m-n)[nM_5 + M_6] + M_{19}}{\sqrt{a'_2} \sqrt{a'_1 c'_2 - a'_2 c'_1}},$$

$$\theta_7 = \frac{M_{13}(\beta - c')}{\sqrt{(a' - 2\beta + c')^3}} - \frac{M_{12}}{\sqrt{a' - 2\beta + c'}}; \quad \theta_8 = \frac{c'(M_{15} + M_{18})}{\sqrt{c' + a'}};$$

$$\theta_9 = M_2; \quad \theta_{10} = \frac{M_{13}}{a' - 2\beta + c'}.$$

§ 4. В заключение отметим, что полученные аналитические выражения являются более экономичными с точки зрения вычислений по сравнению с известными (в которых используется переход к вспомогательным координатам граней /3/). Достигнута эта экономизация за счет учета выпуклости многоугольника, лежащего в основании многогранника (формула (2)) и преобразования формулы (2) к экономичному виду (4) на основании элементарных соображений теории функции комплексного переменного. Кроме того, в окончательных формулах фигурируют главным образом логарифмы, которые вычисляются значительно быстрее, чем обратные тригонометрические функции.

Поступила 13. III. 1982

Кафедра геофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. О.К. Литвиненко, В.А. Макаров. Решение прямой трехмерной задачи гравиразведки для трехмерных тел (сейсмических структур) с помощью электронных машин. В сб. "Прикладная



геофизика", вып. 33, М., Гостоптехиздат, 1962.

2. В.Н.Страхов, М.И.Лапина, В.А.Кучериненко. О решении трехмерной прямой задачи гравиметрии. Физика Земли, № 12, 1980.
3. В.Н.Страхов, М.К.Качахидзе. Решение некоторых прямых задач гравиметрии. Сообщения АН СССР, т. 106, №1, 1982.

6. კვადატი

ძრავიერების სამგანზომილებიანი პირდაპირი ამოცანა

11 ტიპის პოლიედრებისათვის, როცა სიმკვრივე

დამოკიდებულია კოორდინატის ერთ ფუნქციაზე

რეზიუმე

ამოხსნილია ძრავიერების სამგანზომილებიანი პირდაპირი ამოცანა, როცა სიმკვრივე ნებისმიერ ივლებზე დამოკიდებულია კოორდინატის იმ რაღვეობით, რამე ამ უკანასკნელს ფუნქციური დამოკიდებულება აქვს. მიღებულია ფორმულები როგორც დამოუკიდებელი უფრო უკონტინუალური, ვიდრე მიღებულია ფორმულური ფუნქციები. ეს საინტერესოა ასეთი ფორმის ანალიტიკური სხეულებების ძიების რჩის.

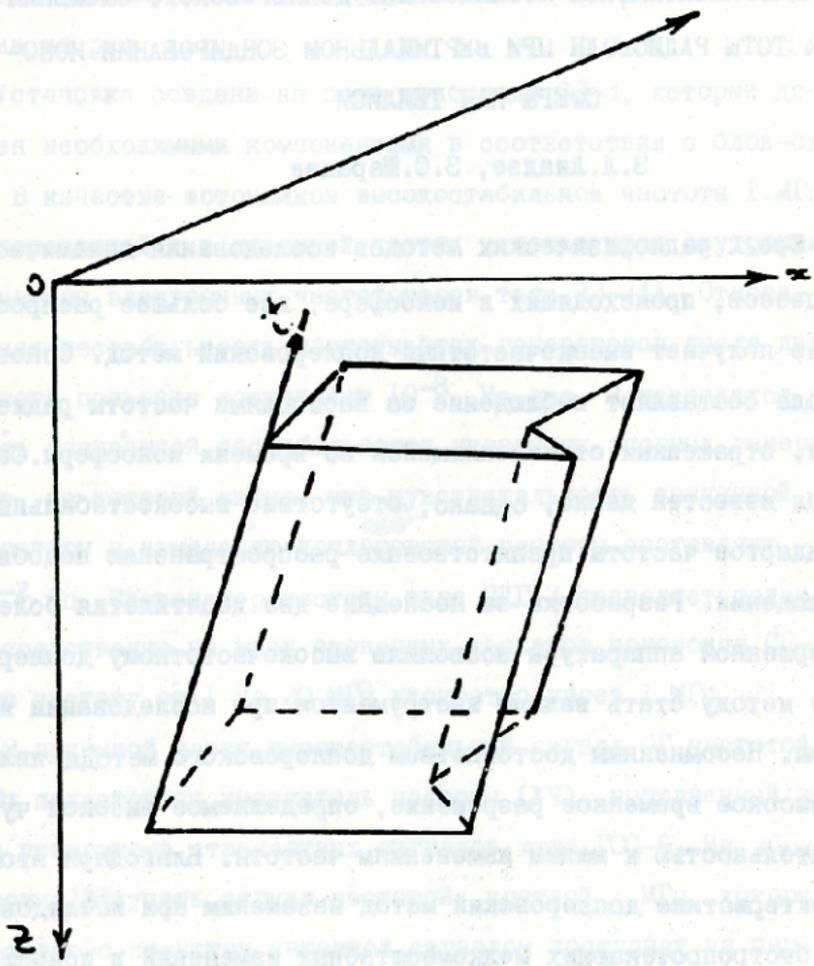
M.Kachakhidze

SOLUTION OF A THREE-DIMENSIONAL DIRECT PROBLEM
OF GRAVIMETRY FOR TYPE II POLYHEDRA WITH
DENSITY AS THE COORDINATE FUNCTION

Summary

The title problem is solved for the case when density changes

linearly for a sloping polyhedral prism, assuming that the latter has a convex polygon for its base. The logarithmic expressions of the derived formulare are more economical than are inverse trigonometric functions. This is of interest in the search of anomalous bodies of the indicated shape.



235, 1982

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ
ЧАСТОТЫ РАДИОВОЛН ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОМ ЗОНДИРОВАНИИ ИОНО-
СФЕРЫ НАД ТБИЛИСИ

З.А.Лиадзе, З.С.Шарадзе

Среди радиофизических методов исследования динамических процессов, происходящих в ионосфере, все большее распространение получает высокочастотный доплеровский метод. Основу метода составляет наблюдение за вариациями частоты радиоволн, отраженных от изменяющейся во времени ионосферы. Сам метод известен давно, однако, отсутствие высокостабильных стандартов частоты препятствовало распространению подобных наблюдений. Разработка за последние два десятилетия более совершенной аппаратуры позволила высокочастотному доплеровскому методу стать важным инструментом при исследовании ионосферы. Несомненным достоинством доплеровского метода является высокое временное разрешение, определяемое высокой чувствительностью к малым изменениям частоты. Благодаря этой характеристике доплеровский метод незаменим при исследовании быстротекающих мелкомасштабных изменений в ионосфере. Источниками таких изменений в ионосфере могут быть геомаг-



нитные возмущения, солнечные вспышки, прохождение термина-
тора, землетрясения, мощные промышленные и ядерные взрывы,
атмосферные волны и т.д.

В НИИ ионосферы ТГУ создана и с осени 1981г. эксплуати-
руется установка для экспериментального исследования допле-
ровского смещения частоты радиоволн при вертикальном им-
пульсном зондировании ионосферы. Блок-схема установки при-
ведена на рис. 1.

Установка создана на базе ионозонда СП-3, который до-
полнен необходимыми компонентами в соответствии с блок-схе-
мой. В качестве источников высокостабильной частоты 1 МГц
и в передающей и в приемной частях используются внутренние
генераторы электронных частотомеров типа ЧЗ-34А. Относи-
тельная нестабильность частоты этих генераторов после двух-
часового прогрева составляет 10^{-8} . На рис. 2 приводится
запись разностной нестабильности указанных опорных генера-
торов, из которой видно, что чувствительность созданной
аппаратуры к изменению доплеровской частоты составляет
 $2 \cdot 10^{-2}$ Гц. Синтезатор частоты типа ЦДГ-3 позволяет подавать
непосредственно на вход оконечных каскадов ионозонда СП-3
любую частоту от 1 до 20 МГц дискретно через 1 МГц.

В приемной части высокостабильный сигнал 0,1 частотой
1 МГц подается на умножитель частоты (УЧ), выполненный на
базе генератора стандартных сигналов типа ГСС-6. На выходе
УЧ можно вылучить сигнал частотой, кратной 1 МГц, который
совместно с принятым антенной сигналом поступает на пер-
вый смеситель приемника СП-3. В результате и первая и
вторая промежуточные частоты приемника оказываются промо-



дулированными по амплитуде частотой доплеровского смещения. Выделенная на детекторе эта низкочастотная составляющая с выхода приемника подается на осциллограф типа ОГ1-10 с выключенной разверткой. Регистрация осуществляется на непрерывно движущуюся киноплёнку. Скорость протяжки составляет 50 мм/мин.

Необходимо отметить, что кратность опорного сигнала приемника частоте 1 МГц соответственно ограничивает выбор рабочей частоты в передатчике.

Обработка полученных записей велась следующим образом. Определялась средняя частота доплеровского смещения за каждый минутный интервал по формуле $f_g = \frac{d \cdot n \cdot v}{\ell}$, где ℓ - длина n -го количества периодов в пределах одноминутного интервала, d - кратность увеличения оптической системы диаскопа, v - скорость протяжки киноплёнки при регистрации. По полученным минутным данным затем строится график изменения доплеровского смещения частоты во времени.

Для возможности установления знака изменения частоты доплеровского смещения заранее устанавливается сдвиг между рабочей и опорными частотами, который составляет примерно 0,5-1 Гц в зависимости от значения рабочей частоты.

Высокочастотный доплеровский метод применяется у нас для изучения волновых возмущений (ВВ) в F и E областях ионосферы в спокойных условиях и при активных воздействиях на атмосферу в виде производственных взрывов. Ниже приводятся предварительные результаты анализа наблюдений за сентябрь-ноябрь 1981 г. над Тбилиси. Наиболее эффективным оказалось применение этого метода в околотерминационной зоне.



Как правило, наблюдения на высотах области F проводились в "расщепленной" высокочастотной или низкочастотной части следа слоя F на ионограмме.

На рис. 3 и 4а приведены вариации доплеровской частоты (f_g) в области F вблизи захода (рис. 3а, 3б) и восхода (рис. 3в, 4а) Солнца (стрелками указаны времена захода и восхода Солнца над горизонтом). На основе имеющегося экспериментального материала можно сделать заключение, что в околотерминаторной зоне постоянно существуют волнообразные ионосферные возмущения. Вне терминаторной зоны вариации f_g теряют квазисинусоидальность (см. рис. 4а).

28.XI.1981 г. проводились одновременные наблюдения за ВВ с помощью ионозонда и доплеровской установки в F области ионосферы. Сопоставление рис. 4б и 5, где приводятся вариации f_g и n'_f показывает, что ионозонд фиксирует лишь ВВ со значительными амплитудами. В околотерминаторной зоне особенно четко ВВ фиксируются в вариациях f_g .

В дневное время вариации f_g регистрировались также в регулярном и спорадическом слоях E (E_s). На рис. 6 приводится пример записи f_g в слое E_s . Следует указать, что амплитуда вариации на высотах области E значительно меньше, чем в области F и во многих случаях трудно обнаружить характерные изменения f_g , связанные с ВВ.

Поступила 15.IV.1982

Кафедра
квантовой радиофизики

ЛИТЕРАТУРА



1. K. Davies. J. Geophys. Res., 67, 1969, 1962
2. С.А.Намазов, В.Д.Новиков, И.А.Амельницкий, Препринт № 2 (87), М., 1974.
3. В.М.Краснов. Радиотехника и электроника, 21, 608, 1976.
4. С.В.Авакян, В.И.Дробжев, В.М.Краснов, Н.М.Салихов. Геомагн. и аэрномия, XIX, 3, 568, 1979.

З.ლიაძე, ზ.შარაძე

რადიოტყარობის სიხშირის დოპლერის ეფექტის
 ექსპერიმენტული გამოკვლევა ვერტიკალური
 ბრუნვისას თბილისის ზღვაზე

რეზიუმე

აღწერილია ექსპერიმენტული პანაგვარი იონოსფეროს ვერტიკალური ბრუნვისას რადიოტყარობის სიხშირის დოპლერის ეფექტის შესწავლისათვის. შრომაში მოყვანილია პირველი გამოცემების შედეგები.

Z.Liadze, Z.Sharadze

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE DOPPLER
 SHIFT OF RADIO WAVES AT VERTICAL SOUNDING OF THE
 IONOSPHERE OVER TBILISI

Summary

The paper presents a description of an experimental plant for the investigation of the Doppler shift of radio waves at vertical sounding of the ionosphere over Tbilisi. The preliminary results of investigation are given.

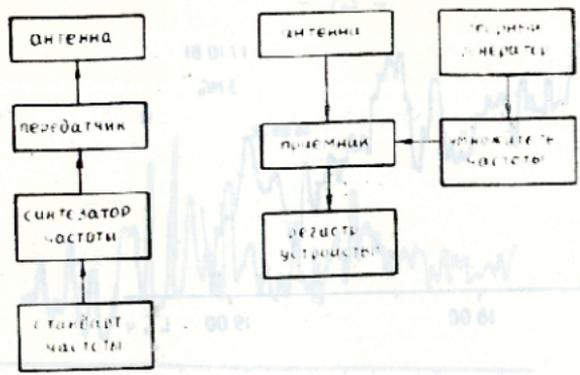


Рис. 1. Блок-схема установки для исследования доплеровского смещения частоты радиоволн при вертикальном зондировании ионосферы.

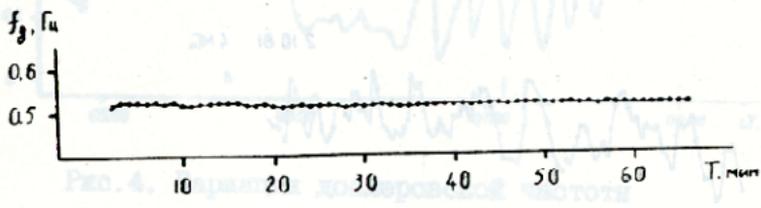


Рис. 2. Разностная нестабильность опорных генераторов.

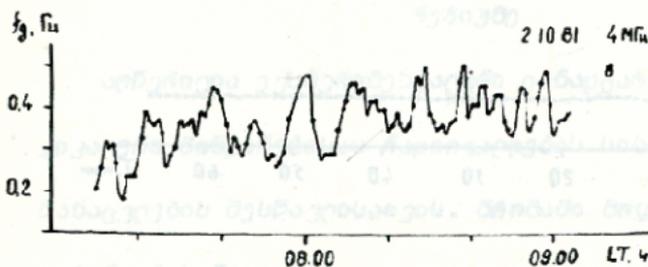
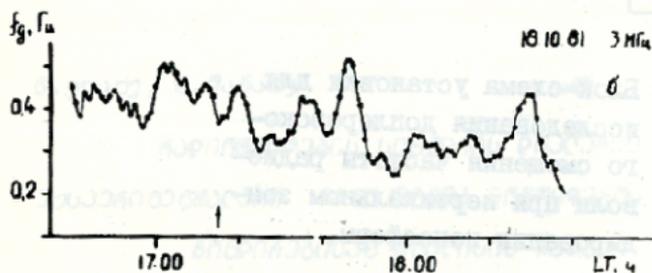
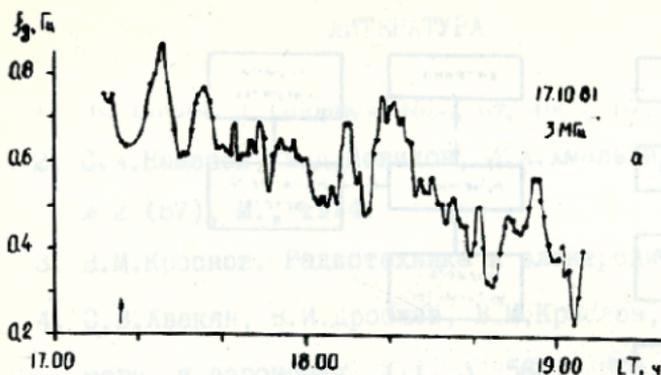


Рис. 3. Вариации доплеровской частоты в области F' вблизи захода (а, б) и восхода (в) на частотах 3 и 4 МГц. Времена восхода и захода Солнца указаны стрелками.

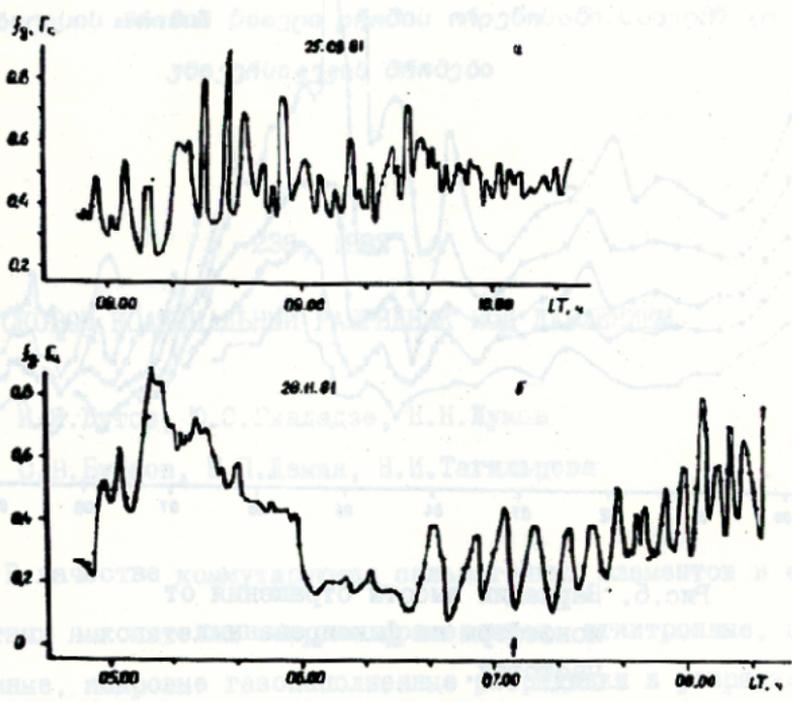


Рис. 4. Вариации доплеровской частоты
 в области F вблизи восхода
 (а, б) на частотах 3 и 4 МГц.
 Времена восхода и захода
 Солнца указаны стрелками.

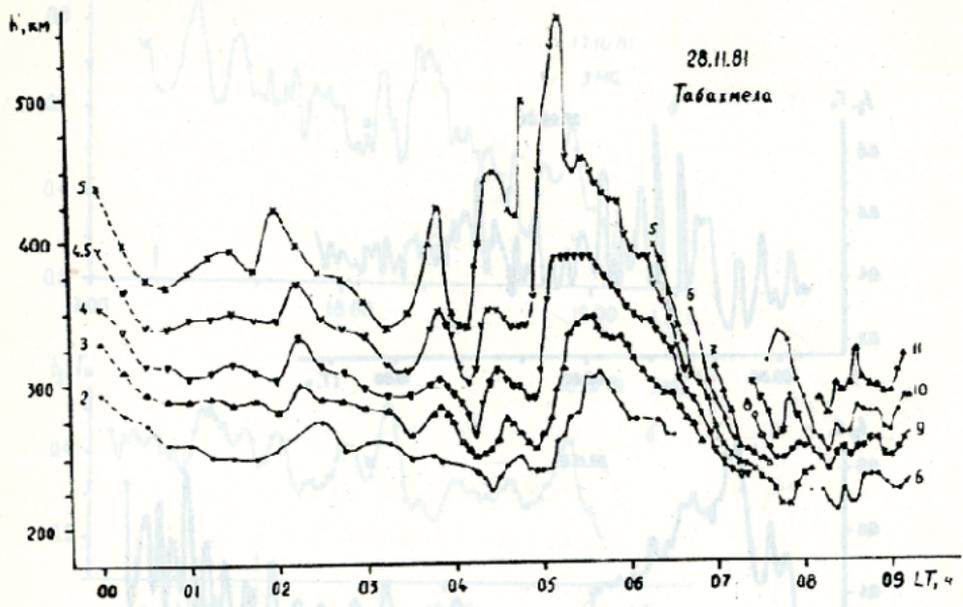


Рис.5. Вариации высоты отражения от ионосферы на фиксированных частотах.

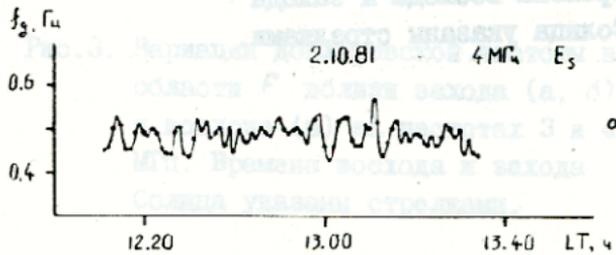


Рис.6. Характерная картина вариации доплеровского смещения частот радиоволн, отраженных от спорадического слоя E.

235, 1982

ПУСКОВОЙ КОАКСИАЛЬНЫЙ РАЗРЯДНИК ПОД ДАВЛЕНИЕМ

И.Я.Бутов, Ю.С.Гваладзе, Н.Н.Жуков

С.В.Бубнов, Н.П.Демин, Н.И.Тагильцева

В качестве коммутирующих сильноточных элементов в емкостных накопителях энергии применяются: игнитронные, вакуумные, искровые газонаполненные разрядники и разрядники с твердым диэлектриком /1-3/.

Хотя игнитроны имеют широкий диапазон рабочих напряжений и сравнительно несложные поджигающие системы, в данной установке не могут быть применены, так как, согласно техническим данным на игнитроны типа "Беркут", время запаздывания пробоя составляет $2 \cdot 10^{-7}$ с.

Вакуумные разрядники работают бесшумно и в достаточно большом диапазоне напряжений, но они сложны в обслуживании, поскольку после протекания больших токов резко снижается электрическая прочность, для восстановления которой необходимы длительная откачка и относительно большое время пробоя - больше 10^{-7} с /1,4/.

Разрядники с твердым диэлектриком имеют малую индуктивность искрового промежутка, компактны и могут работать при любом напряжении. Большой недостаток их - очень высокая стоимость изоляции, которую нужно менять при каждом разряде, а также большой разброс времени срабатывания по отношению к пусковому импульсу /3/.

Поэтому мы выбрали искровые разрядники с воздушным зазором, которые просты в устройстве, допускают параллельную работу с минимальным разбросом времени срабатывания, а небольшое избыточное давление в разрядной камере позволяет без регулировки межэлектродных промежутков работать в широком диапазоне напряжений /4,5/.

Модулирование секций батареи обеспечивает простоту управления. Модуль представляет собою ячейку - конденсатор с разрядником и подводщими кабелями к нагрузке. Одним из основных узлов модуля является пусковой разрядник. В настоящей статье описываются конструкция, принцип работы и основные параметры пускового коаксиального разрядника под давлением. Конструкция данного разрядника подобна каскадному разряднику с подсветкой /5,6/.

С целью уменьшения собственной индуктивности модуля накопителя энергии и конструктивной особенности конденсаторов ИК-50-3У-4, ИК-40-5У-4, ИК-10-25У-4 на каждом из них целесообразно иметь разрядник, который должен удовлетворять следующим требованиям:

I. Выдерживать статистическое напряжение 40 кВ без самопроизвольных пробоев и нарушений изоляции в течение 5 мин:



2. Коммутировать импульс тока положительной и отрицательной полярностей с амплитудой до 100 кА;
3. Разброс времени срабатывания ΔT в диапазоне рабочих напряжений 30 + 40 кВ не должен превышать $\pm 2,5 \cdot 10^{-8}$ с.
4. Выдерживать не менее 5000 разрядов без профилактического ремонта;
5. Быть бесшумными;
6. Пусковой разрядник должен легко компоноваться с закорачивающим разрядником.

На рис. 1 приведен общий вид разрядника. Электроды 7, 13 выполнены из меди марки М1 и имеют сферическую рабочую поверхность радиусом 30 мм, электрод 12 выполнен из стали в виде диска диаметром 120 мм и толщиной 22 мм. В центре электрода 12 размещен поджигающий электрод 5, выполненный из вольфрама и изолированный от электрода 12 втулкой из фторпласта 14. Расстояние между электродами 5 и 12 равно 0,5 мм. Электроды размещены внутри герметичного разъемного каркаса 4, 10, 11 из оргстекла, стянутого двумя фланцами 2, 9 и шпильками 3, которые одновременно служат обратным токопроводом. Контакт с высоковольтным выводом конденсатора осуществляется через цанговый разъем 1, а с корпусом - через фланец 2. Токоотвод осуществляется через фланец 9 и четыре коаксиальных кабеля 15 марки РК 50-13-11. На рис. 2 приведена принципиальная схема включения разрядника с цепью поджига.

Зарядное напряжение накопительной емкости распределяется между электродами разрядника высоковольтным делителем



таким образом, чтобы при воздействии на электрод поджигающего импульса создавались необходимые перенапряжения на обом разрядных промежутках. Если разрядные промежутки разрядника заменить межэлектродной емкостью, то момент коммутации можно представить эквивалентной схемой. Из эквивалентной схемы на разрядном промежутке можно получить напряжение, которое после включения поджигающего импульса изменяется по закону $U_0 \cdot e^{-t/\tau} + U_n(t) (1 - e^{-t/\tau})$. Изменение напряжения на разрядном промежутке через 5τ достигает суммы напряжения поджига и начального напряжения. Это облегчает условия пробоя I-го промежутка и в целом разрядника.

Расчетная величина воздушного зазора между электродами в предположении, что форма электродов обеспечивает равномерное электрическое поле, находится в удовлетворительном согласии с экспериментом.

Учитывая, что разрядник будет работать под небольшим избыточным давлением, примем зазоры $h_{12} = h_{23} = 0,8$ см. Коэффициент перенапряжения при этом будет $K = 1,7$ раза.

Учитывая подосветку промежутка от импульса поджига можно ожидать, что время срабатывания разрядника не будет превышать $2,5 \times 10^{-8}$ с.

Для более устойчивой работы разрядника в статистическом режиме, т.е. для исключения самопробоев, необходимо работать под некоторым избыточным давлением, создаваемым нагнетанием в разрядный объем сухого воздуха.

При испытаниях разрядника определялись: способность

разрядной камеры выдержать заданное количество разрядов, степень разрушения электродов разрядным током номинальной величины, статическое пробивное напряжение в зависимости от давления воздуха в разрядной камере и зависимость времени задержки пробоя разрядника от начального напряжения и амплитуды напряжения поджигающего импульса.

Испытания на статическое пробивное напряжение проводились для разных форм центрального и основных электродов (потенциальными и заземленными).

Потенциальный и заземленный электроды были изготовлены из меди марки М1 и имели форму полусферы с радиусом $R = 23$ мм, а заземленный электрод - форму цилиндра с очень закругленными краями $R = 10$ мм. Центральные электроды выполнялись в виде диска толщиной 20 мм и диаметром 120 мм и отличались только диаметром центрального отверстия. Напряжение прикладывалось либо к промежутку 1-2 при закороченном промежутке 2-3, либо наоборот. Испытание проводилось по схеме рис. 2 путем зарядки конденсатора С с последующей выдержкой в течение 3-4 мин. Величина статического пробивного напряжения определялась по статическому киловольтметру. Избыточное давление воздуха в разрядной камере фиксировалось манометром с ценой деления 0,1 кг/см². Величина разрядного тока в контуре при пробоях изменялась от 20 кА до 65 кА.

На рис. 3 приведена фотография эрозии электрода, выполненного из меди марки М1, после 5215 разрядов. Кроме медных электродов испытывались электроды со вставками из СТ-3. Такой разрядник показал худший результат, т.к. поверхность таких электродов подвергается коррозии. Испытания на ресурс велись на



разряднике (по схеме рис.2). Разряды повторялись через 40 секунд, в день по 400-500 разрядов. Через каждые 100 разрядов камера продувалась либо азотом, либо воздухом и снималась осциллограмма тока, протекающего в разрядном контуре. Без профилактического осмотра разрядник выдержал 5215 разрядов. После этого проводили профилактику. Всего на данном разряднике выполнено больше 10,000 разрядов.

Испытания зависимости величины задержки и нестабильности пробоя разрядника проводились по схеме рис.2. Задержка пробоя разрядника относительно момента подачи поджигающего импульса определялась по осциллограммам с делителя напряжения. Осциллограммы показывают изменение задержки разряда от начального напряжения при постоянной амплитуде поджигающего импульса.

При уменьшении амплитуды поджигающего импульса время срабатывания разрядника сначала изменяется слабо, а затем быстро растет.

На рис. 4 построены кривые, показывающие зависимость времени пробоя от приложенного напряжения для разных давлений. Из осциллограмм видно, что при уменьшении напряжения на разряднике время пробоя увеличивается, но в пределах заданного рабочего диапазона для данного напряжения остается постоянным для всех 100 разрядов.

При наличии избыточного давления в разрядной камере время пробоя увеличивается более резко и в диапазоне 30-35 кВ имеет плато, а затем вновь резко растет и становится нестабильным.

Особенности электродных разрядников под давлением и кор-



розия электродов были описаны в работах /6-10/.

На рис. 5 приведена зависимость пробивного напряжения от давления газа в разрядной камере для разных разрядных промежутков.

Выводы

Испытания показали, что с повышением давления газа в разрядной камере несколько увеличивается разброс статического напряжения. Но несмотря на это, разрядник устойчиво работает в заданном диапазоне напряжений.

Испытания дают возможность правильно выбрать величину рабочего зазора и давления газа, а также величину амплитуды поджигающего импульса.

Амплитуда поджигающего импульса должна быть более 55 кВ с временем нарастания меньше 10^{-7} секунды. В этом случае разброс менее 30 нс.

Поступила 17.1У.1982

Сухумский физико-технический институт

ЛИТЕРАТУРА

1. П.Н.Дашук, С.И.Зейенц, В.С.Камельков, Г.С.Кучинский, Н.Н. Николаевская, П.И.Шкуропат, Г.А.Шнеерсон. Техника больших импульсных токов и магнитных полей. Москва, "Атомиздат", 1970.
2. Proposal for a Toroidal Theta-Pinch (Scyllac). Los-Alamos; New Mexico.

0419367330
2025090933

3. А.Б.Андрезин, В.А.Бурцев, А.Б.Продунов. Исследование рабочих характеристик разрядника с твердым диэлектриком. Препринт I-0162, НИИЭФА, Ленинград, 1972.
4. Г.Н.Аретов, В.И.Васильев, М.И.Пергамент, С.С.Церевитинов. Электрическая прочность вакуумных дисков выключателей. "Ж.тех.физ.", 1966, т.36, №11, с.2030.
Г.Н.Аретов, В.И.Васильев, М.И.Пергамент, С.С.Церевитинов. Временные характеристики вакуумных дисковых выключателей. "Ж.тех.физ.", 1967, т.37, №1.
5. L. Goldman et al. Rev. Scient. Instrum. 33 N10, 1041 (1962).
6. Г.В.Слизков, А.И.Павловский, Ю.А.Зноин. "Приборы и техника эксперимента", №5, 89 (1961).
7. А.И.Павловский, Ю.А.Зноин. Разрядник для точной коммутации мощных импульсов. "Приборы и техника эксперимента" 1961, №5, с.89.
8. H. Bruce, McFarlane. "Electronics", 1959, N 32, p.72.
9. R. Fletcher. Rev. Scient. Instrum. 1949, 20, №12, p.561.
10. J.Gruber, R.Suess, Erosion problems in high current pressurized air spark gaps. Institut für plasma-physik, Garching bei München, 1968.



Ռ.Բյուրազյան, Ռ.Գալազյան, Ն.Չուկով, Ս.Բուբնով,
Ն.Բյոմին, Ն.Բաղդևյան

ՇՆՆՅԱԿԱՆ ԵՐԿՐ ԾԱՐՄԱԿԱՆ ԿՐԱՅՍՆԱԿԱԼՆԻԿ

ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ

ՊՐԵՆՅՈՒՄԷ

ՇՆՆՅԱԿԱՆ ԵՐԿՐ ԾԱՐՄԱԿԱՆ ԿՐԱՅՍՆԱԿԱԼՆԻԿ ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ
ԲԱՆՈՒՄՆԱԿԱՆ ԵՂԵՎՏՐՈՂՆԵՐՑԻՆԻՍ ԲԱՄԱՑՐՈՂՆԵՐԸ ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ
ԿՐԱՅՍՆԱԿԱՆՈՒՄԸ:

ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ ՈՒՐՈՇՅԱՆ 100 ԿՎ ՌԵՍՏՐԱՆՏԻ ԲՆՏԻՆ ԿՐԱՅՍՆԱԿԱՆ
ՍԱԾՅԱԿԱՆ ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ ԾՅԱԿԱՆ ԾՅԱՑՈՂՆԱԿ 30 ԿՎ-ԲԱՆ 50 ԿՎ-
ԸՔՅ ՍԱԾՅԱԿ ԾԱՅՐՈՍ ՄԵՐՈՒԽՅԱՅԻՆ:

ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ ՄԵՐՈՒՐՈՇՅԱՆ ՈՒՐՈՇՅԱՆ ԲԱՍՏՐԱՆՏԻՆ ԿԻԿ-50-3, ԿԻԿ-40-5,
ԿԻԿ-12-25 ԲԱ ՍԵՅԱ ՊԱՆՈՍՆ ԿՐԱՅՐԵՆՍԱՏՐՈՂՆԵՐԸ ԾԱՐՄԱԿԱՆ ԾՅԱՑՈՂՆԱԿ-
ԸՔՅ ՍԱԾՅԱԿԱՆՈՒՄԸ: ԵՂԵՎՏՐՈՂՆԻՍ ԿՐԱՅՐԵՆՍԱՏՐՈՂՆԵՐԸ ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ ԾՅԱՑՈՂՆԱԿ-
ԸՔՅ PK-50-13-17 ՊԱՆՈՍՆ ԿԱԾՅԱԿԱՆ ՍԱԾՅԱԿԱՆՈՒՄԸ ԵՐՏՐՈՂՆԱԿԱՆ:

ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ ԿՐԱՅՍՆԱԿԱՆ ԾԱՐՄԱԿԱՆ ԿՐԱՅՍՆԱԿԱՆ 5000-ԸՔՅ
ԵՂԵՎՏՐՈՂՆԱԿԱՆ ԲԱ ՈՒՐՈՇՅԱՆ ՈՒՐՈՇՅԱՆ ԿԱԾՅԱԿ ԾԱՆԾԵԽՅԱՅԻՆ ԾՅԱՑՈՂՆԱԿ
ՄԵՐՈՒՐՈՇՅԱՆ ՍԱԾՅԱԿԱՆ:

L.Bulov, Yu.Gvaladze, N.Zhukov, S.Bubnov, N.Byomin, N.Bagiltseva

A PRESSURIZED STARTER COAXIAL SPARK GAP

Summary

A pressurized starter coaxial spark gap, meant for commutating discharges in condenser banks, is described.

The spark gap allows to commute pulsed currents up to 100 kA for operating pressures from 30 kV without changing discharge gaps.



Using a simple connecting unit, the spark gap can be installed at condensers of the IK 50-3, IK 40-5 and IK 10-25 types, as well as at condensers of other types. The energy from the spark gap to the load is drained by coaxial cables of RK 50-13-17 type.

The spark gap can stand up to 3000 discharges without preventive repairs. The spark gap design allows to configure it with a crowbar gap.

5. L. Goldman, et al. Rev. Sci. Instrum. 33 No. 10, 1962.
6. "Электроника", 1963, No. 10, стр. 100.
7. "Электроника", 1963, No. 10, стр. 100.
8. "Электроника", 1963, No. 10, стр. 100.
9. "Электроника", 1963, No. 10, стр. 100.
10. "Электроника", 1963, No. 10, стр. 100.

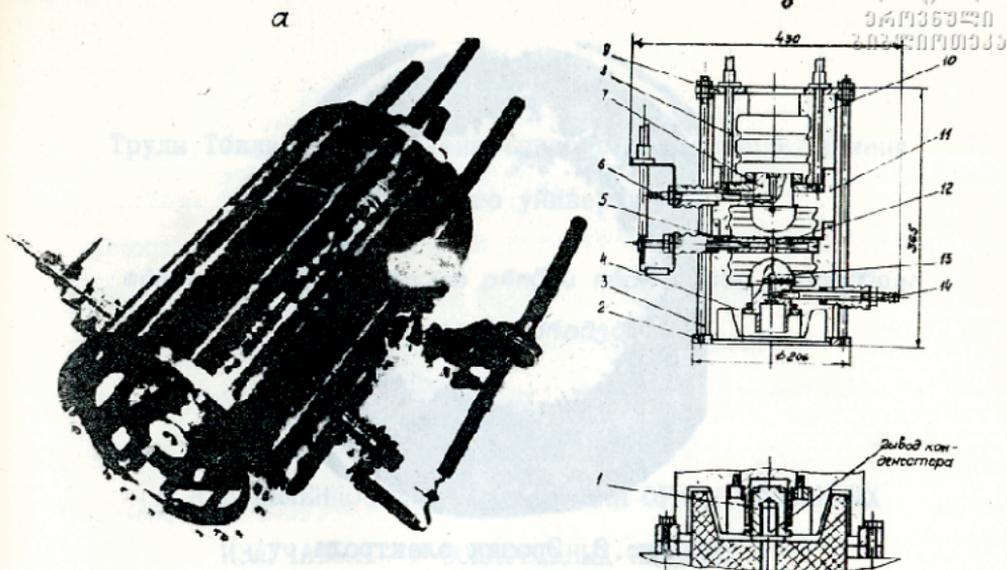
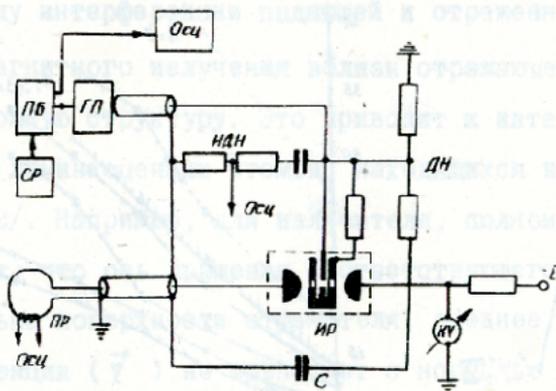


Рис.1. Общий вид разрядника: а. фотография; б. чертёж.



- С - конденсатор ИК 40-5
- ИР - испытываемый разрядник
- ГП - генератор подмагнивающих импульсов
- ДН - делитель напряжения
- ИДН - итп. делитель напряжения
- ТР - трансформатор
- КВ - коммутационный выключатель
- МВ - измерительный вольтметр
- КВ - электростатический миллиамперметр
- СР - счётчик разрядов

Рис.2. Принципиальная электрическая схема испытания разрядника.

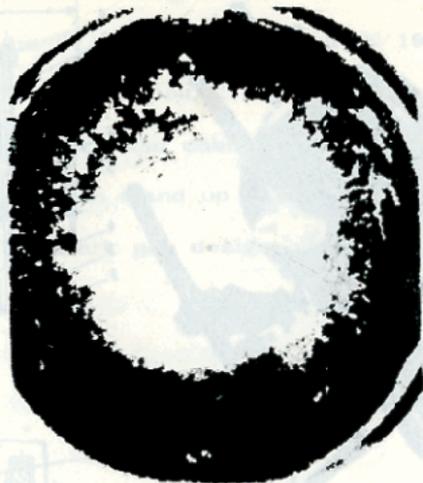


Рис. 3. Эрозия электрода.

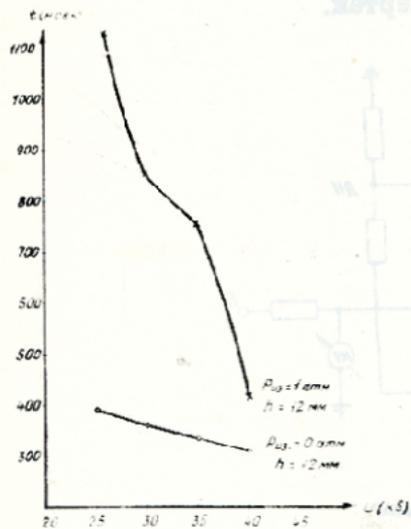


Рис. 4. Зависимость времени пробоя разрядника от приложенного напряжения для разных явлений U подж. = const.

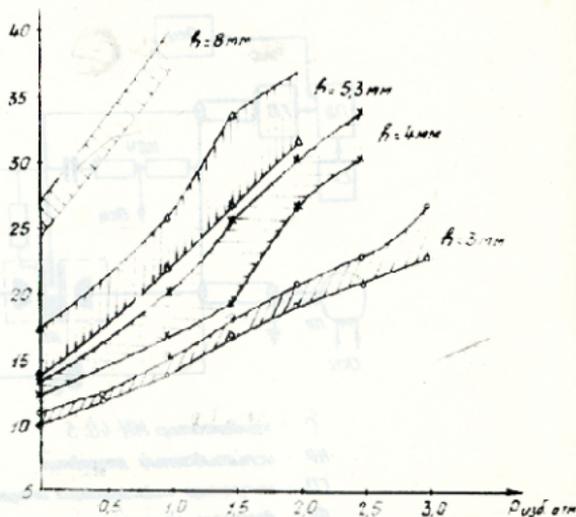


Рис. 5. Зависимость пробивного напряжения от давления газа в разрядной камере для разных разрядных промежутков.



Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის ნიშნის ორდენის მფლობელი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

235, 1982

О НАПРАВЛЕННОСТИ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ
ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ В ВОЛНОВОДНЫХ ПЛЕНКАХ

И. А. Меркулов^{х)}, Ю. И. Пацава

В силу интерференции падающей и отраженной волн поле электромагнитного излучения вблизи отражающей поверхности имеет сложную структуру. Это приводит к интересным особенностям в люминесценции атомов, находящихся вблизи отражателя /1,2/. Например, для излучателя, поляризованного по кругу так, что ось вращения соответствующего рстатора (\vec{J}) параллельна поверхности отражателя, среднее направление люминесценции ($\vec{\nu}$) не совпадает с нормалью к отражающей поверхности (\vec{n}) /3/. Вектор $\vec{\nu}$ имеет ненулевую компоненту, перпендикулярную как к \vec{n} , так и к \vec{J} .

Дело в том, что если вектор падающей электромагнитной волны (\vec{E}_1) лежит в плоскости падения (ТМ-волна), то интерференция с отраженной волной (\vec{E}_2) приводит к эллиптической поляризации результирующего электромагнитного поля -

х) Ленинградский физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе.

0149367330
2080019033

вектора \vec{E}_1 и \vec{E}_2 не параллельны друг другу, осциллируют на одной и той же частоте, причем отраженная волна имеет дополнительный набег фазы, который, в общем случае, не кратен π . Знак круговой поляризации на заданном расстоянии от отражателя определяется направлением распространения падающей волны: при изменении последнего на 180° знак круговой поляризации меняется на противоположный. Поэтому, если в какой-то точке поместить поляризованный по правому кругу излучатель, то люминесценция будет направлена в одну сторону, а при поляризации излучателя по левому кругу - в противоположную.

Для TE-волны (вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости падения) $\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$. В этом случае никакого вращения суммарного вектора $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ не происходит и рассмотренный эффект отсутствует.

В настоящей работе проведено теоретическое исследование направленности люминесценции ориентированного излучателя в тонкой волноводной пленке. Модовая структура электромагнитной волны в такой пленке во многом аналогична структуре поля вблизи одного отражателя. Однако, как будет показано ниже, наличие двух отражающих поверхностей и связанное с ним пространственное квантование электромагнитной волны в световоде увеличивает эффект направленности люминесценции.

Для определенности будем считать, что пленочный световод расположен в плоскости YZ и нас интересует люминесценция в направлении оси Z . Как хорошо известно /4/, вероятность спонтанного испускания фотонов пропорциональна квадрату модуля скалярного произведения $|(\vec{E} \cdot \vec{d})|^2$, где



\vec{d} - дипольный момент излучателя, а \vec{E} - амплитуда электрического поля фотона. Если излучатель имеет круговую поляризацию с осью вращения, параллельной плоскости пленки (ось Y), то существует лишь одна отличная от нуля круговая компонента $d_1 = -\frac{d_z + i d_x}{\sqrt{2}}$. Такой ротатор взаимодействует только с E_x и E_z компонентами электрического поля, т.е. в направлении Z он может испускать лишь ТМ-фотоны. Как нетрудно увидеть, вероятность испускания такого фотона пропорциональна $|E_z + i E_x|^2$ и тем самым определяется структурой электрического поля ТМ-моды волновода.

Используя теорию плоских волноводных пленок [5], нетрудно найти, что для волны, распространяющейся вдоль оси Z ,

$$\frac{E_x}{E_z} = i F(x), \quad \text{где } F(x) = \frac{b \sin k_{1x} x - \cos k_{1x} x}{a (\sin k_{1x} x - b \cos k_{1x} x)},$$

$$a = \frac{k_{1x}}{k_{1z}} = \operatorname{ctg} \theta, \quad b = \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2}}{\cos \theta}, \quad (1)$$

n_1 - показатель преломления пленки, k_1 - волновое число в пленке, n_0 - показатель преломления верхней среды, а θ - угол падения. θ связан с толщиной пленки характеристическим уравнением

$$\operatorname{tg} k_{1x} d = \frac{n_1^2 k_{1x} (n_0^2 \sqrt{k_{1z}^2 - k_2^2} + n_2^2 \sqrt{k_{1z}^2 - k_0^2})}{n_0^2 n_2^2 k_{1x}^2 - n_1^4 \sqrt{(k_{1z}^2 - k_2^2)(k_{1z}^2 - k_0^2)}}, \quad (2)$$

где k_0 и k_2 - волновые числа в верхней среде и подложке, соответственно, n_2 - показатель преломления подложки. уравнение (2) в общем случае имеет несколько решений, т.е. существуют несколько ТМ-мод. Рассмотрим простейший случай, когда пленка с одной свободной поверхностью ($n_0 = 1$) нанесена на подложку, коэффициент преломления которой лишь на несколько процентов меньше коэффициента преломления пленки (т.н. слабонаправляющая пленка). Тогда характеристическое уравнение преобразуется к виду

$$\operatorname{tg} k_1 x d = - \frac{\cos \theta}{\sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} \quad (3)$$

Нетрудно показать, что при выполнении условия

$$\sqrt{k_1^2 - k_2^2} \cdot d < \frac{3}{2} \pi \quad (4)$$

уравнение (3) имеет единственное решение и можно ограничиться рассмотрением одной ТМ-моды. Из (1) и (3) получаем, что интенсивность ТМ-люминесценции вдоль оси Z

$$W_+ \sim [1 + F^2(x)] \left[1 - \frac{2F(x)}{1 + F^2(x)} \right] \quad (5)$$

Для интенсивности ТМ-волны, распространяющейся в обратную сторону, в выражении (5) следует поменять знак перед $F(x)$:

$$W_- \sim [1 + F^2(x)] \left[1 + \frac{2F(x)}{1 + F^2(x)} \right] \quad (6)$$

Таким образом, направленность люминесценции вдоль оси Z ротатора, поляризованного вдоль по оси Y , дается формулой

$$\delta(x) = \frac{W_+ - W_-}{W_+ + W_-} = - \frac{2F(x)}{1 + F^2(x)} \quad (7)$$

Результаты численного расчета зависимости $\delta(x)$ при $n_1 = 3.6$ и $n_2 = 3.4$ (пленка из p -GaAs, нанесенная на подложку из твердых растворов на основе того же материала) показаны на рис. 1. По мере удаления ротатора от свободной поверхности пленки направленность сначала увеличивается, проходя через максимум (в точке x_0), а затем уменьшается и где-то около подложки меняет знак. Помещая кругополяризованные излучатели в точку x_0 , можно добиться 100%-ной направленности люминесценции.

Если источники люминесценции равномерно распределены по толщине пленки, то интенсивности (5), (6) следует усреднить по x :

$$\delta_{cp} = \frac{\int_{-d}^0 (w_+ - w_-) dx}{\int_{-d}^0 (w_+ + w_-) dx} \quad (8)$$

Результаты соответствующего расчета для различных значений толщины d представлены на рис. 2 (при вычислениях исполь-



зовались те же, что и выше, значения коэффициентов преломления). Как видно из рисунка, $\delta_{ср}$ невелика даже для предельно тонких пленок, толщина которых соответствует минимальному значению угла падения (угол полного внутреннего отражения на границе пленка-подложка) и быстро спадает с увеличением толщины.

В заключение отметим, что в полупроводниках излучателями могут служить рекомбинирующие электронно-дырочные пары, экситоны, примесные центры. Поляризованные излучатели могут быть получены с помощью магнитного поля (эффект Зеемана) или же методом оптической ориентации.

На практике невозможно достичь стопроцентной круговой поляризации излучателя с данным направлением вращения, кроме того в излучателе возбуждаются и Σ -переходы, взаимодействующие с ТЕ-волной волновода. Это, естественно, должно привести к уменьшению направленности люминесценции.

Поступила 21.У.1982

Кафедра
физики твердого тела

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Drexhage, H. Kuhn, F. Schaefer, Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 72, 329, 1968.
2. K. Drexhage, J. Lumin., 1, 673, 1970.
3. Ю.М.Гербштейн, И.А.Меркулов. ФТТ, 18, 9, 1976.
4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., 1963.
5. Х.-Г.Уигер. Планарные и волоконные оптические волноводы. М., 1980.

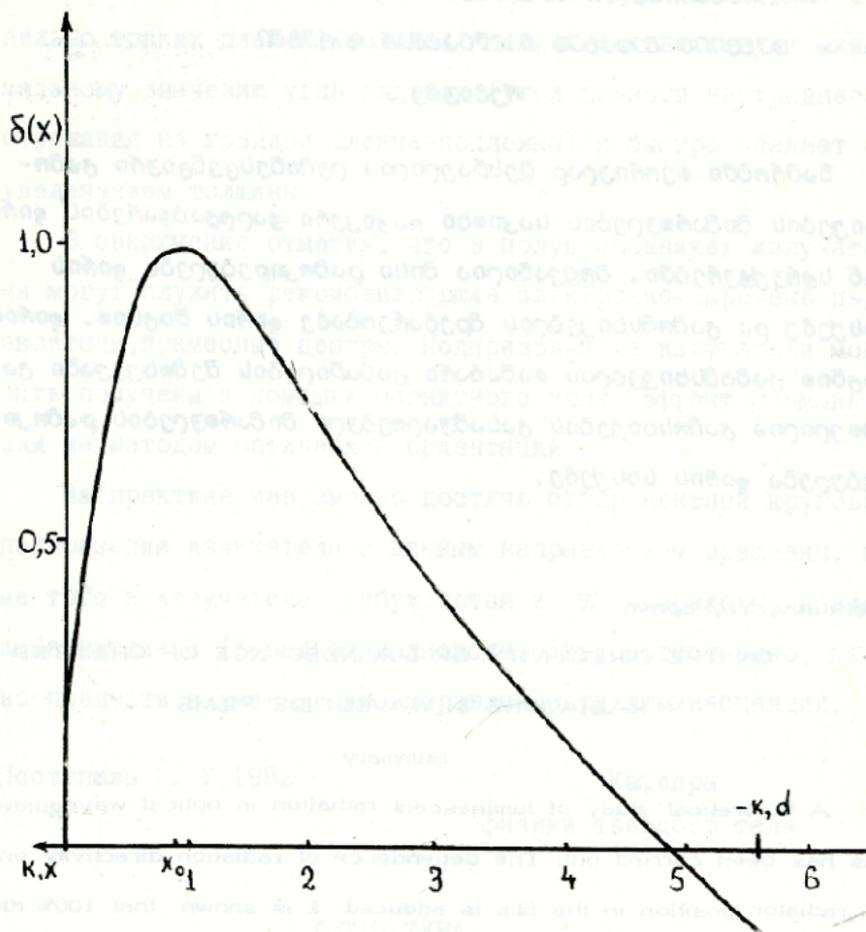


Рис. I.

1. М. М. Абрамзон, Н. А. Мухомов, ВТИ, № 2, 1970.
2. В. И. Яковлев, В. М. Абрамзон, Вестник Казанского университета, № 1, 1963.
3. В. И. Яковлев, Вестник Казанского университета, № 1, 1963.
4. В. И. Яковлев, Вестник Казанского университета, № 1, 1963.
5. В. И. Яковлев, Вестник Казанского университета, № 1, 1963.

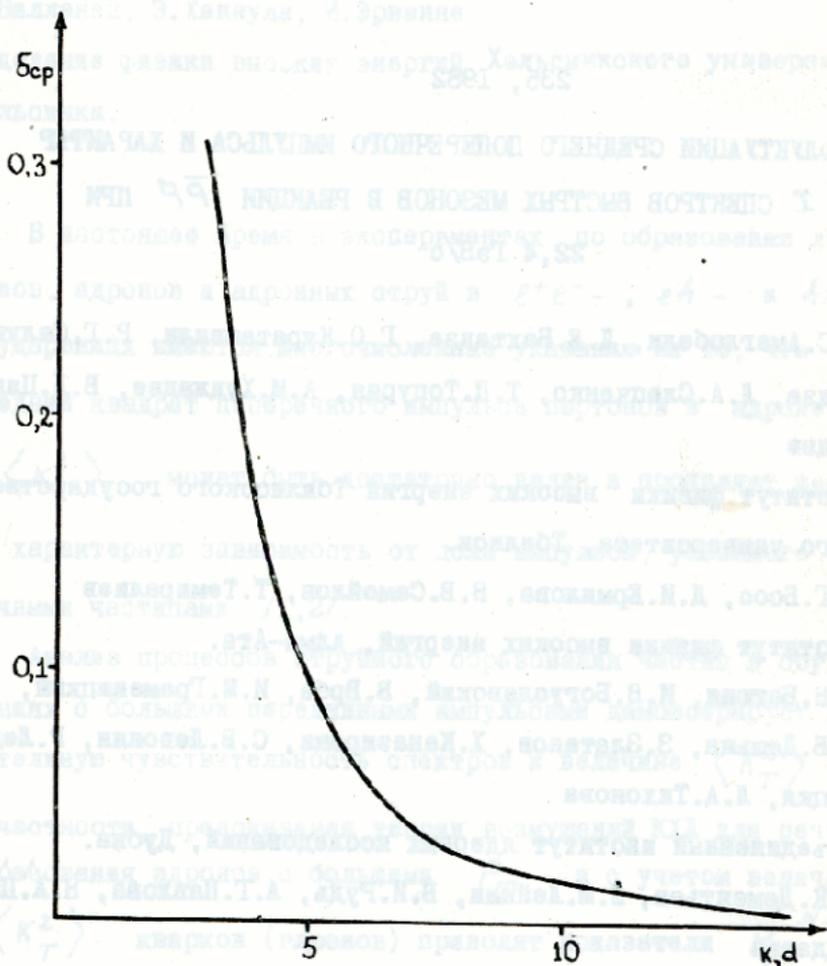


Рис. 2.

235, 1982

ФЛУКТУАЦИИ СРЕДНЕГО ПОПЕРЕЧНОГО ИМПУЛЬСА И ХАРАКТЕР
X СПЕКТРОВ БЫСТРЫХ МЕЗОНОВ В РЕАКЦИИ $\bar{p}p$ ПРИ
22,4 ГэВ/с

Н.С.Амаглобели, Д.Е.Бахтадзе, Г.О.Кураташвили, Р.Г.Салук-
вадзе, Л.А.Слепченко, Т.П.Топурия, А.М.Худжадзе, В.Д.Цин-
цадзе

Институт физики высоких энергий Тбилисского государствен-
ного университета, Тбилиси.

Э.Г.Боос, Д.И.Ермилова, В.В.Самойлов, Т.Темиралиев
Институт физики высоких энергий, Алма-Ата.

Б.В.Батня, И.В.Богуславский, В.Врба, И.М.Граменицкий,
Н.Б.Дашьян, З.Златанов, Х.Каназирски, С.В.Левонян, Р.Лед-
ницки, Л.А.Тихонова

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна.

Р.К.Дементьев, Е.М.Лейкин, В.И.Рудь, А.Г.Павлова, Н.А.По-
жидаява

Научно-исследовательский институт ядерной физики Московско-
го государственного университета, Москва.

И.Гержек, М.Локаичек, Я.Ридки, В.Шмак

Институт физики Чехословацкой академии наук, Прага.



А.Валкарова, М.Сук
Ядерный центр Карлова университета, Прага.

И.Паточка
Университет П.И.Шафарика, Кошице.

П.Вилланен, Э.Ханнула, И.Эрванне
Отделение физики высоких энергий Хельсинкского университета,
Хельсинки.

В настоящее время в экспериментах по образованию лептонов, адронов и адронных струй в e^+e^- , $e\bar{h}$ и $h\bar{h}$ соударениях имеются многочисленные указания на то, что средний квадрат поперечного импульса партонов в адроне

$\langle K_T^2 \rangle$ может быть достаточно велик и проявляет весьма характерную зависимость от доли импульса, уносимого конечными частицами /1,2/.

Анализ процессов струйного образования частиц в соударениях с большими переданными импульсами демонстрирует значительную чувствительность спектров к величине $\langle K_T^2 \rangle$.

В частности, предсказания теории возмущений КХД для сечений образования адронов с большими P_T и с учетом величины

$\langle K_T^2 \rangle$ кварков (глюонов) приводят показатели $P_T^{-N_{эфф}}$ инклюзивных одночастичных и одноструйных распределений к удовлетворительному согласию с экспериментом /3/.

С другой стороны, изучение явлений образования частиц с малыми поперечными импульсами связывается обычно с мягкими процессами, где неприменима теория возмущения КХД.

Тем не менее, при изучении спектров частиц, возникающих из быстрых кварков ($x \sim 1$) в области малых поперечных импульсов роль большого инварианта Q^2 может играть большая степень виртуальности последних. При этом механизм образования мезонов может реализоваться различными способами в моделях фрагментаций, рекомбинаций и каскадов кварков /4/. В работе /5/, например, изучалось влияние поперечного движения составляющих адронов на характер спектров быстрых мезонов при фрагментации кварков в адронных соударениях с малыми P_T , где $\sigma(x) \sim (1-x)^{n_{эфф}}$ (см. также /6/).

В настоящей заметке демонстрируется как характерная зависимость среднего поперечного импульса вторичных частиц $\bar{P}_T = \bar{P}_T(x)$ (seagull - эффект) модифицирует величину показателя $n_{эфф} = n + \Delta n$, контролирующего x -распределение мезонов. При этом показано, что с данными значениями x и P_T^2 отклонение Δn от предсказаний правил кваркового счета /7/ простым образом связано с величиной $\bar{P}_T^2(x)$.

$$\Delta n \sim \frac{d \ln P}{dx} \left(1 - \frac{P_T^2}{P} \right),$$

$$P = \bar{P}_T^2(x) + \bar{P}_T^2(1).$$

1. Инклюзивное одночастичное распределение мезонов, образованных в процессе $A + B \rightarrow C + X$ при фрагментации лидирующего кварка $a \rightarrow c$ с данным поперечным импульсом P_T и долей продольного импульса x , может быть представлено в виде (см. /5/)



$$\sigma^{AB \rightarrow c}(x, p_T^2) \propto \int dx_1 dx_2 d\vec{k}_{1T}^2 d\vec{k}_{2T}^2 F(x_1, \vec{k}_{1T}) \times \quad (1)$$

$$\times D(x_2, \vec{k}_{2T}) \delta(x_1 x_2 - x) \delta(\vec{k}_{1T} + \vec{k}_{2T} - \vec{p}_T).$$

Здесь учтено, что флуктуации квадрата поперечного импульса вторичных частиц \vec{p}_T^2 охватываются из соответствующих квадратов \vec{k}_{1T}^2 , \vec{k}_{2T}^2 кварков, содержащихся в начальном и конечном адронах. При этом, структурные функции, входящие в формулу (1), определены следующим образом:

$$F(x, \vec{k}_T) = F(x) (\pi \vec{k}_T^2)^{-1} \exp \left\{ -\frac{\vec{k}_T^2}{\vec{k}_T^2} \right\}, \quad (2)$$

$$\text{где } \vec{k}_T^2 = F(x)^{-1} \int d\vec{k}_T^2 \vec{k}_T^2 F(x, \vec{k}_T).$$

В этом случае сечение (1)

$$\sigma^{AB \rightarrow c}(x, p_T^2) = (1-x)^n E \left(\frac{p_T^2}{\bar{p}_T^2(x)} \right), \quad (3)$$

где

$$E \left(\frac{p_T^2}{\bar{p}_T^2} \right) = P^{-1} \exp \left\{ - (A + P^{-1}) \frac{p_T^2}{\bar{p}_T^2} \right\} \quad (4)$$

и $P = \bar{p}_T^2(x) + \bar{p}_T^2(1)$ определяется показателем n правил кваркового счета и зависимостью от x квадрата среднего поперечного импульса вторичных частиц $\bar{p}_T^2(x)$.

Как показывает изучение явления образования струй в процессах e^+e^- аннигиляции при высоких энергиях /8/,



искомая корреляция $\bar{P}_T^2(x)$ может быть понята в рамках КХД (равно как и энергетическая зависимость \bar{P}_T^2) как результат взаимодействия кварков с глюонным полем излучения /1,2/. Действительно, в элементарном акте $q \rightarrow q + G$ ветвящегося процесса струйного образования конечных адронов отличный от нуля средний поперечный импульс может возникнуть в случае, когда энергия кварка распределяется между двумя конечными партонами $\bar{P}_T(z) \sim z(1-z)W$. Случай, когда вся энергия уносится одним из партонов ($z \sim 0; 1$), соответствует затуханию каскада, приводящего к образованию струй со средним разбросом поперечного импульса

$\bar{P}_T(z)$. Отметим, что этот механизм по существу является источником корреляционной зависимости величины \bar{P}_T от начальной энергии и доли продольного импульса конечных адронов - т.н. *seagull* - эффекта, наблюдаемого в ee -, $e\hbar$ - и $\hbar\hbar$ -соударениях.

При аппроксимации двумерных одночастичных распределений конечных мезонов в реакции $AB \rightarrow C + X$ зависимостью

$$\sigma_{AB \rightarrow CX}(x, \bar{P}_T) \sim (1-x)^{n_{эфф}(P_T)} \quad (5)$$

Проекция (5) для фиксированных интервалов поперечного импульса P_T и x с учетом (3), (4) будет определять величину эффективного показателя степени $n_{эфф} = n + \Delta n$, x и P_T фикс.

$$\Delta n = \frac{(1-x)dP}{P dx} \left(1 - \frac{P_T^2}{P}\right). \quad (6)$$

При этом величина $n_{\text{эфф}}$ принимает смысл эффективно-го числа кварков, участвующих в процессе фрагментации $A + B \rightarrow C$ ($x \gtrsim 0$), с данным значением поперечного импульса P_T .

Таким образом, характер отклонения значения степенного показателя, определяемого правилами кваркового счета, связывается с поведением корреляций поперечного движения составляющих $\rho \sim \bar{\rho}_T^2(x)$. Очевидно, что показатели n , извлекаемые из инклюзивных продольных спектров, могут носить лишь приближенный смысл чисел составляющих в адроне.

2. Проиллюстрируем вышесказанное на примере экспериментальных данных $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ + X$ при $P_{\text{lab}} \sim 22,4$ ГэВ/с, полученных при облучении 2-метровой жидководородной камеры ОИЯИ "Людмила" в пучке антипротонов на ускорителе ИФВЭ (г. Серпухов). Спектры π^+ -мезонов получены в результате статистического разделения (π^+p), описанного в работе /9/. Анализ проведен на статистике 23К от 2-х до 12 лучевых событий $\bar{p}p$ взаимодействия.

В табл. 1 приведены результаты аппроксимаций распределений по переменной $x = \frac{2P_L^*}{\sqrt{s}}$ выражением $(1-x)^{n_{\text{эфф}}}$ в различных областях поперечного импульса P_T . Видно, что показатели $n_{\text{эфф}}$ близки к $n_0 \simeq 4$ или $n_0 \simeq 3^*$ в области $P_T \simeq 0,5$ ГэВ/с. При малых P_T величина $n_{\text{эфф}}$ становится выше n_0 , и с увеличением интервала P_T $n_{\text{эфф}} < n_0$.

С другой стороны, как видно из рис., поправка Δn (см. (6)), полученная из анализа зависимости среднего квадрата

* Значения, ожидаемые из правил кваркового счета.



поперечного импульса от x , имеет аналогичное поведение - при возрастании поперечного импульса значение $n_{эфф}$ уменьшается.

При вычислении Δn для зависимости $\langle P_T^2(x) \rangle$, по аналогии с $\langle P_T^2(x) \rangle \sim z(1-z)W$, использовалась следующая параметризация экспериментальных данных /5/:

$$\langle P_T^2(x) \rangle = a + bx(1-x),$$

результаты которой приведены в табл.2.

Проведенный анализ позволяет заключить, что зависимость среднего поперечного импульса вторичных частиц модифицирует величину показателя $n_{эфф} = n_0 + \Delta n$ таким образом, что $n_{эфф} \approx n_0$ при $P_T \approx 0,5$.

Анализ зависимости $\langle P_T^2(x) \rangle$ позволяет найти область P_T , в которой спектры $\frac{dE}{dx}$ подчиняются правилам кваркового счета.

Результаты аппроксимаций экспериментальных данных выражением
 $(1-x)^n$ в реакции $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ + X$ при 22,4 ГэВ/с.

Таблица I.

Область по P_T	$x > 0$			$x < 0$		
	n эфф.	Интервал по x	χ^2/N	n эфф.	Интервал по x	χ^2/N
$0 \div 0,2$	$5,84 \pm 0,34$	$0,2 \div 0,57$	25/8	$5,06 \pm 0,30$	$-(0,2 \div 0,6)$	21/9
$0,2 \div 0,4$	$4,80 \pm 0,25$	$0,14 \div 0,56$	10/8	$4,86 \pm 0,20$	$-(0,2 \div 0,6)$	18/9
$0,4 \div 0,6$	$3,61 \pm 0,20$	$0,17 \div 0,60$	10/8	$3,06 \pm 0,13$	$-(0,1 \div 0,61)$	8/8
$0,6 \div 1,0$	$2,74 \pm 0,20$	$0,13 \div 0,61$	9/7	$2,23 \pm 0,20$	$-(0,19 \div 0,55)$	10/5



Результаты аппроксимаций экспериментальных данных выраже-
нием $\langle \rho_T^2(x) \rangle = a + b x(1-x)$ в реакции $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ + X$.

Таблица 2

x	a	b	χ^2/N
$x > 0$	$0,079 \pm 0,002$	$0,69 \pm 0,02$	9/10
$x < 0$	$0,085 \pm 0,002$	$0,60 \pm 0,03$	15/8

Поступила 12.VI.1982

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Matsuda, Report, talk at the XIX Int. Conf. on High Energy Physics, Tokyo, 1978.
2. H. Satz, Y. Zarmi, Lett. Nuovo Cim., 15, 421. (1976).
3. J. Ranft, G. Ranft, CERN TH, 2363, Geneva, 1977.
4. B. Anderson et al., Phys. Lett., 69B, 221, 1977;
K. Das, R.G.Hwa, Phys. Lett., 68B, 1977
5. Л.Н.Абесалашвили и др. Ядерная физика 32, вып.4(10), 1082-1090, 1980.
6. H. Senju, Nagoya Univ., DPNU - 1 - 81, 1981.
7. V. A. Matveev, R. M. Muradyan, A.N. Tavkhelidze, Lett. Nuovo Cim. 7, 719, 1973; S. Brodsky, G. Farrar, Phys. Rev. Lett., 31, 1153, 1973.
8. Ch. Berger et al., Phys. Lett., 86B, 418, 1979;
B. Brandelik et al., Desy Report, 1981;
P. Hoyer et al., Nucl. Phys., B161, 348, 1979.
9. E. G. Boos et al., Nucl. Phys., B147, 1980, 45-67



Ե. Բաբայան, Բ. Բաբայան, Գ. Բաբայան, Դ. Բաբայան,
Ե. Բաբայան, Յ. Բաբայան, Զ. Բաբայան

Պրոֆեսորներ և ասիստանտներ Մանուկ Աբեղյանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:

Ս. Բաբայան, Բ. Բաբայան, Գ. Բաբայան, Դ. Բաբայան,
Ե. Բաբայան, Յ. Բաբայան, Զ. Բաբայան

Բ. Բաբայան, Գ. Բաբայան, Դ. Բաբայան, Ե. Բաբայան,
Յ. Բաբայան, Զ. Բաբայան, Է. Բաբայան, Ը. Բաբայան,
Թ. Բաբայան, Կ. Բաբայան, Լ. Բաբայան

Պրոֆեսորներ և ասիստանտներ Մանուկ Աբեղյանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:

Ս. Բաբայան, Բ. Բաբայան, Գ. Բաբայան, Դ. Բաբայան,
Ե. Բաբայան, Յ. Բաբայան, Զ. Բաբայան, Է. Բաբայան,
Ը. Բաբայան, Թ. Բաբայան, Կ. Բաբայան, Լ. Բաբայան

Ս. Բաբայան, Բ. Բաբայան, Գ. Բաբայան, Դ. Բաբայան,
Ե. Բաբայան, Յ. Բաբայան, Զ. Բաբայան

Պրոֆեսորներ և ասիստանտներ Մանուկ Աբեղյանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:

Ս. Բաբայան, Բ. Բաբայան

Պրոֆեսորներ և ասիստանտներ Մանուկ Աբեղյանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:

Ս. Բաբայան

Ս. Բաբայանի և Գ. Բաբայանի շնորհակալությամբ:

Ս. Բաբայան, Գ. Բաբայան, Դ. Բաբայան

Պրոֆեսորներ և ասիստանտներ Մանուկ Աբեղյանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:

Ստանդարտ Բաբայանի ընտանիքի և ընտանիքի
անդամների և ստանդարտի Բ. Բաբայանի Բ. Բաբայանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:

Պրոֆեսոր

Պրոֆեսորներ և ասիստանտներ Մանուկ Աբեղյանի
հիշատակը հիշելով, շնորհակալությամբ:



საქართველოს
აкадеმიის

რამდენს გავრედა სწრაფი მუდმივების X სპექტრებში კვარკების
ფრაგმენტაციის არეში ადრინდელ დაჯახებებში მცირე P_T -ში.
ნაჩვენებია, რომ გადახრა კვარკული ზევის ნუსებოვან შერეობა
აიხსნას განივი იმპულსის $\langle P_T^2 \rangle$ - ფუნქციონების გაფარისნი-
ვებით.

N. Amaglobeli, D. Bakhtadze, G. Kuratashvili, R. Salukvadze, I. Slep-
chenko, T. Topuria, A. Khudjadze, V. Tsintsadze

Institute of High Energy Physics of Tbilisi State University,
Tbilisi.

E. Boos, D. Ermilova, V. Samoilov, T. Temiraliev

Institute of High Energy Physics, Alma-Ata, USSR.

B. Batyunya, I. Boguclavsky, V. Vrba, I. Gramenitsky, N. Dashjian,

Z. Zlatanov, Kh. Kanazirski, S. Levonian, R. Lednitsky, L. Tikhonova

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, USSR

R. Dementiev, E. Leikin, V. Rud, A. Paçlova, N. Pozhidaeva,

Institute for Nuclear Physics Research of Moscow State University,
Moscow, USSR.

I. Herynek, M. Lokacek, J. Ridky, V. Simak

Institute of Physics, CSAV Prague, CSSR

A. Valkarova, M. Suk

Nuclear Centre of Karlova University, Prague, CSSR

I. Patocka

P. I. Shafaric University, Kosice, CSSR

P. Villanen, E. Hannula, L. Ervanne

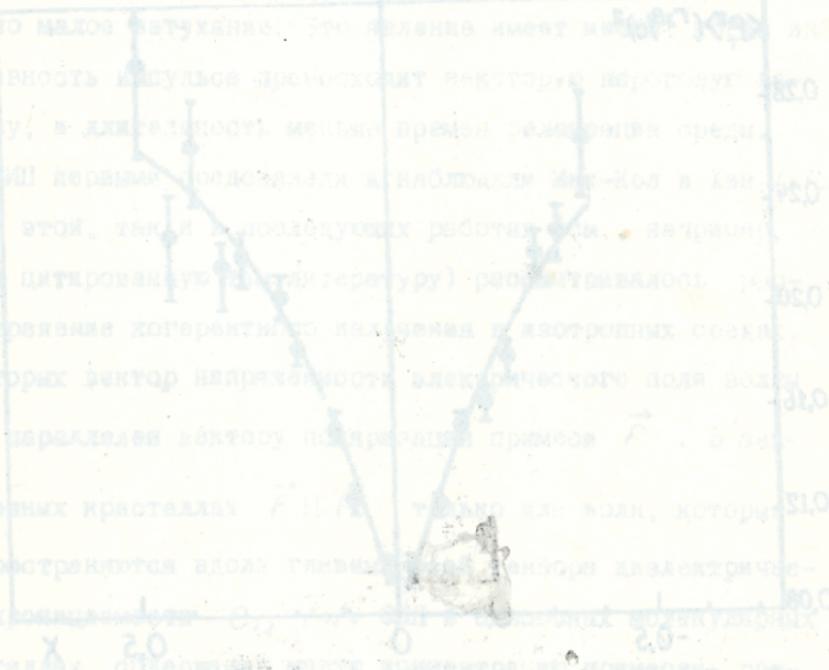
Department of High Energy Physics of Helsinki University,
Helsinki, Finland.



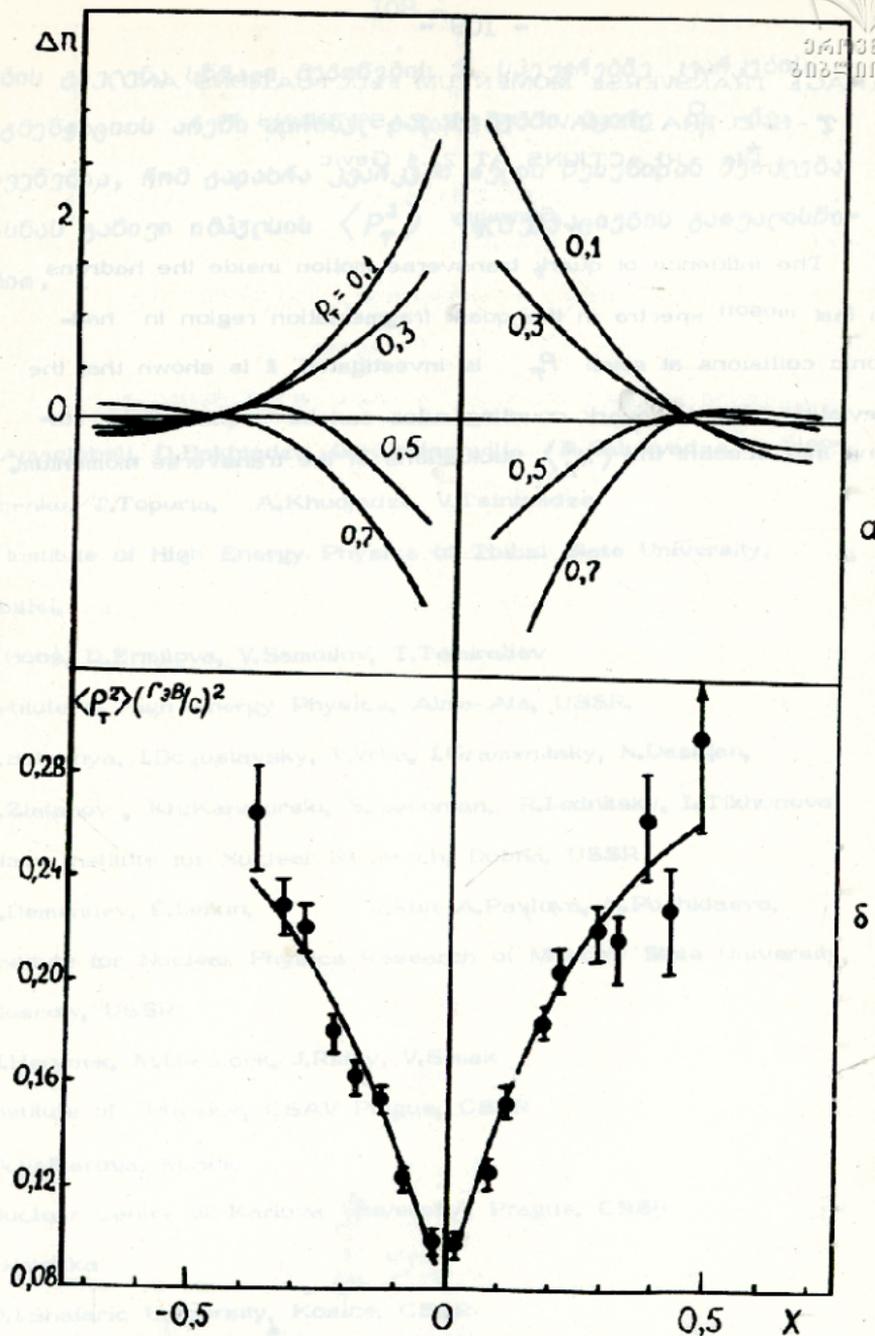
AVERAGE TRANSVERSE MOMENTUM FLUCTUATIONS AND τ -SPECTRA BEHAVIOUR OF FAST PIONS IN $\bar{P}P$ REACTIONS AT 22.4 GeV/c

Summary

The influence of quark transverse motion inside the hadrons on fast meson spectra in the quark fragmentation region in hadronic collisions at small P_T is investigated. It is shown that the deviation from the quark counting rules can be explained by taking into account the $\langle K_T^2 \rangle$ fluctuations of the transverse momentum.



Исследовано влияние поперечного движения кварков внутри адронов на спектры быстрых мезонов в области кварковой фрагментации в адронных столкновениях при малых P_T . Показано, что отклонение от правил подсчета кварков можно объяснить, приняв во внимание флуктуации $\langle K_T^2 \rangle$ поперечного импульса.



1а. Зависимость поправки Δn от x для разных интервалов по P_T для реакций $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ + X$ при 22,4 ГэВ/с.

1б. Зависимость $\langle P_T^2 \rangle$ от x для реакций $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ + X$ при 22,4 ГэВ/с.

Линия - результат аппроксимации данных зависимости $\langle P_T^2(x) \rangle = a + bx(1-x)$.



საბუნებისმეტყველო მეცნიერებების ინსტიტუტი
საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტი

235, 1982

САМОИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ В ОДНООСНЫХ
КРИСТАЛЛАХ

Г.Т.Адамашвили

1. Эффект самоиндуцированной прозрачности (СИП) заключается в том, что световой импульс при прохождении через поглощающую в обычных условиях среду испытывает аномально малое затухание. Это явление имеет место, когда интенсивность импульса превосходит некоторую пороговую величину, а длительность меньше времен релаксации среды.

СИП первыми предсказали и наблюдали Мак-Кол и Хан /1/. Как в этой, так и в последующих работах (см., например, /2/ и цитированную там литературу) рассматривалось распространение когерентного излучения в изотропных средах, в которых вектор напряженности электрического поля волны \vec{E} параллелен вектору поляризации примеси \vec{P} . В анизотропных кристаллах $\vec{E} \parallel \vec{P}$ только для волн, которые распространяются вдоль главных осей тензора диэлектрической проницаемости ϵ_{ij} /3/. СИП в одноосных молекулярных кристаллах, содержащих малую концентрацию примесей, рассматривается в работе /4/.



Для математического описания СИП требуется задать уравнения для оптической волны и системы двухуровневых молекул /2/. В результате самосогласованного решения указанной нелинейной системы уравнений находим характеризующие параметры стационарного импульса. Существенным достижением в области решения нелинейных уравнений явилась разработка метода обратной задачи (МОЗ) /5/. Хотя многие результаты для СИП в анизотропных средах получены использованием более простых методов /4/, как будет показано в настоящей работе, значительный прогресс в этой области достигается благодаря применению МОЗ. Основное преимущество этого метода заключается в том, что он позволяет получить решение уравнений СИП при наличии неоднородного уширения спектральной линии. Кроме того, с помощью МОЗ получаем решение уравнений СИП при данных начальных и граничных условиях.

2. Рассмотрим одноосный молекулярный кристалл, содержащий малую концентрацию примесей, оптические оси которых совпадают с оптической осью (Z -ось) основного вещества. Предположим, что плоская волна распространяется вдоль оси ξ , которая составляет с оптической осью угол θ . Будем считать, что волновой вектор \vec{k} лежит в плоскости x, y , тогда $\vec{k} \vec{x} = k(z \cos \theta + y \sin \theta) = k\xi$ и напряженность электрического поля в волне может быть представлена в виде

$$E^{\pm}(\xi, t) = \mathcal{E}^{\pm}(\xi, t) e^{\pm i(\omega t - k\xi)}, \quad \mathcal{E}^{\pm}(\xi, t) = \mathcal{E}(\xi, t) e^{\pm i\varphi}, \quad (1)$$

где $\varphi(\xi, t)$ - фаза волны.

Волновое уравнение в рассматриваемом случае имеет вид

$$\begin{aligned} & /4/ \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z^+}{\partial t^2} - \left(1 - \frac{\epsilon_{11} - 1}{\epsilon_{11}} \cos^2 \theta \right) \frac{\partial^2 E_z^+}{\partial \xi^2} = \\ & = -4\pi \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_z}{\partial t^2} - \frac{\cos^2 \theta}{\epsilon_{11}} \frac{\partial^2 P_z}{\partial \xi^2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Это уравнение было получено, при использовании следующих соотношений

$$E_y = -\frac{ctg\theta}{\epsilon_{11}} (E_z + 4\pi P_z), \quad P_y = -\frac{\epsilon_{11} - 1}{4\pi} \frac{ctg\theta}{\epsilon_{11}} (E_z + 4\pi P_z),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \cos\theta \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \sin\theta \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \epsilon_{11} = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}.$$

Отметим, что нелинейная связь между величинами \vec{P} и \vec{E} осуществляется только для z - компонент этих величин, а для остальных компонент справедливы соотношения линейной кристаллооптики /3/. Учитывая поправку на действующее поле, z - компоненту поляризации можно представить в виде

$$P_z^+(\xi, t) = P_z^+ e^{i(\omega t - \kappa \xi)} + \frac{\epsilon_{11} - 1}{4\pi} E_z^+ \quad (3)$$

где $\epsilon_{11} = \epsilon_{zz}$ - компонента тензора диэлектрической про-



нищаемости матрицы. Величина

$$\rho_{\pm}^+ = i\rho^+ d$$

удовлет- 0141357320
20820170333

воряет уравнениям Блоха

$$\frac{\partial \rho^+}{\partial t} = i\Delta\omega\rho^+ - 2\gamma N, \quad \frac{\partial N}{\partial t} = \gamma\rho^- - q\rho^+, \quad (4)$$

где

$$\gamma = -\frac{d}{\hbar} \mathcal{E}^+ = -q^*, \quad \Delta\omega = \omega_0 - \omega, \quad \rho^- = (\rho^+)^*$$

d и ω_0 - дипольный момент и частота возбуждения приме-
си.

Подставляя (1) и (3) в волновое уравнение (2) и исполь-
зуя предположение о медленности изменения амплитуд, при
наличии неоднородного уширения спектральной линии, получим
уравнения

$$\frac{\partial \mathcal{E}^+}{\partial \xi} + \frac{1}{v_0} \frac{\partial \mathcal{E}^+}{\partial t} = \frac{x}{v_0} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\Delta\omega) \rho^+(\Delta\omega) d\Delta\omega, \quad (5)$$

$$n^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) \cos^2 \theta}, \quad (6)$$

где

$$v_0 = \frac{c^2 k}{\omega n^2}, \quad x = \frac{2\pi\omega d}{\epsilon_{\parallel}} \left(1 - \frac{c^2 k^2 \cos^2 \theta}{\omega^2 \epsilon_{\perp}} \right), \quad (7)$$

$g(\Delta\omega)$ - нормированная функция неоднородного уширения.

Дисперсионное соотношение для необыкновенной волны (6)
определяет связь между волновым вектором k и частотой

ω



Для дальнейшего рассмотрения удобно перейти к перемен-

ным

$$X = \xi, \quad \tau = t - \frac{\xi}{v_0} \quad (8)$$

В этих переменных полная система уравнений СИИ имеет вид

$$\frac{\partial \rho^+}{\partial \tau} = i \Delta \omega \rho^+ - 2\kappa N, \quad \frac{\partial N}{\partial \tau} = \gamma \rho^- - q \rho^+, \quad (9a)$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial X} = \gamma_X = -\frac{dX}{v_0 \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} q(\Delta \omega) \rho^+(\Delta \omega) d\Delta \omega. \quad (9b)$$

3. Решение этих уравнений будем проводить с помощью МОЗ. Известно /5/, что важную роль в этом методе играют уравнения Захарова-Шабата (ЗШ)

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} = -i \xi u_1 + q u_2, \quad \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = i \xi u_2 + \kappa u_1, \quad (10)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |q| d\tau < \infty, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\kappa| d\tau < \infty.$$

Уравнения (10) подробно исследованы в работах /5,6/, поэтому, приведем основные её свойства без доказательств.

Предположим, что величины $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ и $\bar{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_2^* \\ -\phi_1^* \end{pmatrix}$ для вещественного ξ есть первая пара линейно независимых решений уравнений ЗШ и удовлетворяют следующим асимпто-

Тическим условиям:

$$\phi \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\xi\tau}, \quad \bar{\phi} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} e^{i\xi\tau} \quad \text{при } \tau \rightarrow -\infty.$$

Из асимптотических условий при $\tau \rightarrow +\infty$

$$\phi \rightarrow \begin{pmatrix} a(\xi, \chi) e^{-i\xi\tau} \\ b(\xi, \chi) e^{i\xi\tau} \end{pmatrix}, \quad \bar{\phi} \rightarrow \begin{pmatrix} \bar{b}(\xi, \chi) e^{-i\xi\tau} \\ -\bar{a}(\xi, \chi) e^{i\xi\tau} \end{pmatrix}$$

определяются величины a, b, \bar{a}, \bar{b} для вещественного ξ ($a\bar{a} + b\bar{b} = 1$). Вторая пара линейно независимых

решений $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ и $\bar{\psi} = \begin{pmatrix} \psi_2^* \\ -\psi_1^* \end{pmatrix}$ связана с величинами ϕ и $\bar{\phi}$ соотношениями $\phi = a\bar{\psi} + b\psi$, $\bar{\phi} = -\bar{a}\psi + \bar{b}\bar{\psi}$.

Функцию $a(\xi, \chi)$ можно аналитически продолжить

в верхнюю полуплоскость ξ . Его нули $\xi_j = \xi_j + i\eta_j$ ($a(\xi_j) = 0$, $j = 1, 2, \dots, m$) совпадают с дискретным спектром уравнений

ЭШ и для этих значений ξ_j имеем $\phi(\xi_j) = b(\xi_j)\psi(\xi_j)$.

Величины q и γ выражаются через данные рассеяния и собственные функции уравнений ЭШ

$$\begin{pmatrix} q \\ -\gamma \end{pmatrix} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{b}{a} \psi + \frac{\bar{b}}{\bar{a}} \bar{\psi} \right) d\xi + 2i \sum_{j=1}^m \frac{b(\xi_j)}{a'_j} \begin{pmatrix} \psi_1^2 \\ \psi_2^2 \end{pmatrix}_{\xi=\xi_j} - 2i \sum_{j=1}^m \frac{\bar{b}(\xi_j)}{\bar{a}'_j} \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1^2 \\ \bar{\psi}_2^2 \end{pmatrix}_{\xi=\xi_j^*} \quad (II)$$

Эволюция данных рассеяния определяется из соотношения (12)

$$\frac{\partial \xi_j}{\partial x} = \frac{f(\xi_j)}{a_j'} I(\xi_j), \quad \frac{\partial D_j}{\partial x} = \frac{\alpha_j''}{(\alpha_j')^3} I(\xi_j) - \frac{J(\xi_j)}{(\alpha_j')^2}, \quad (12)$$

$$D_j = -\frac{1}{f(\xi_j) a_j'} = 2\gamma_j e^{i\beta_j - 2\gamma_j \tau_{0j}}, \quad \alpha_j' = \left(\frac{\partial a}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_j}$$

где

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma_x \psi_1^2 - q_x \psi_2^2) d\tau, \quad (13)$$

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\gamma_x \left(\frac{\partial \psi_1^2}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_j} - q_x \left(\frac{\partial \psi_2^2}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_j} \right] d\tau.$$

Воспользовавшись уравнением (9В) и учитывая, что поляризацию и инверсию примеси можно выразить через решение уравнений ЭШ, выражениям (13) можно придать следующий вид:

$$I(\xi_j) = f(\xi_j) \Big|_{\tau \rightarrow -\infty}^{+\infty}, \quad J(\xi_j) = \left(\frac{\partial f}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_j} \Big|_{\tau \rightarrow -\infty}^{+\infty}, \quad (14)$$

где

$$f = -\frac{id\alpha}{v_0 \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\Delta\omega)}{2\xi - \Delta\omega} (\rho^+ \psi_1^2 - \rho^- \psi_2^2 + 2N\psi_1\psi_2) d\Delta\omega. \quad (15)$$

4. Переходя к обратной задаче, будем исходить из функ-



$$\varphi = \begin{cases} \frac{\phi}{a} e^{i\xi\tau} & , \operatorname{Im}\xi > 0 \\ \bar{\varphi} e^{i\xi\tau} & , \operatorname{Im}\xi < 0 \end{cases} \quad (16)$$

из которой можно получить систему уравнений на φ и $\bar{\varphi}$

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}(\xi) e^{i\xi\tau} = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sum_{j=1}^m \frac{b(\xi_j) \varphi(\xi_j) e^{i\xi_j\tau}}{a'_j(\xi - \xi_j)} + \\ & + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b(\xi', \tau) \varphi(\xi') e^{i\xi'\tau} d\xi'}{a'(\xi', \tau)(\xi' - \xi)} \end{aligned} \quad (17)$$

Вместе с соотношением $\bar{\varphi} = -\varphi$ уравнения (17) представляют собой полную систему уравнений обратной задачи.

В настоящей работе мы рассмотрим солитонное решение уравнений СИП, т.е. будем считать, что $j=1$. В этом случае, при отсутствии непрерывного спектра, система уравнений обратной задачи превращается в систему линейных алгебраических уравнений на функции φ и $\bar{\varphi}$, решение которых имеет вид /7/

$$\varphi(\xi, \tau) = \frac{e^{i\xi\tau}}{1 + \nu\nu^*} \begin{pmatrix} \frac{2i\eta_1 \nu^*}{\xi - \xi_1^*} \\ 1 + \alpha\nu\nu^* \end{pmatrix}, \quad \nu = -\frac{i b(\xi_1)}{2\eta_1 a'_1} e^{2i\xi_1\tau} \quad (18)$$

Аналогично вычисляются величины ϕ и $\bar{\phi}$. Подставляя полученные решения уравнений ЭШ в соотношения (II-14), после простых вычислений определяем характеризующие вели-

ЧЛНЫ 2π - импульса $1/8$:

$$q = 2\eta_1 e^{i\beta_1} e^{-2i\xi_1 \tau} \operatorname{sech} [2\eta_1 (\tau - \tau_{01})], \quad (19)$$

$$\xi_x = 0, \quad (20)$$

$$\left(\beta_1\right)_x = \frac{d\alpha N_0}{2\eta_1 v_0 \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu(\Delta\omega) g(\Delta\omega)}{\mu^2(\Delta\omega) + 1} d\Delta\omega, \quad \mu(\Delta\omega) = \frac{\Delta\omega - 2\xi_1}{2\eta_1}, \quad (21)$$

$$\left(\tau_{01}\right)_x = \frac{d\alpha N_0}{4\eta_1 v_0 \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\Delta\omega)}{\mu^2(\Delta\omega) + 1} d\Delta\omega. \quad (22)$$

В частном случае, когда величины φ , β_1 , $\xi_1 \rightarrow 0$, учитывая, что имеет место выражение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\Delta\omega)}{\mu^2(\Delta\omega) + 1} d\Delta\omega = 2\pi\eta_1 g(0), \quad (\eta_1 T_2^* \ll 1),$$

из (19)-(22) следует:

$$\xi = \frac{2\eta_1 \hbar}{d} \operatorname{sech} 2\eta_1 (\tau - \tau_{01}),$$

$$\tau_{01} = \frac{\alpha_0}{2} T, \quad T = \frac{1}{2\eta_1},$$

где $\alpha_0 = 2\pi \frac{d\alpha N_0}{v_0 \hbar} g(0)$ - коэффициент резонансного

поглощения для необыкновенной волны, величины τ_{01} и T определяют задержку и ширину 2π - импульса.



При $\theta = \frac{\pi}{2}$, т.е. когда волна распространяется поперек оптической оси, получаем известные результаты СИП для обыкновенной волны.

Поступила 21.У.1982

Кафедра
квантовой радиофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. S.L. McCall, E.L.Hahn, Phys. Rev., 183, 457, 1969.
2. Л. Аллен, Дж. Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., "Мир", 1978.
3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.
4. В.М.Агранович, Г.Т.Адамашвили, В.И.Рупасов. ЖЭТФ 80, 1746, 1981
5. В.Е.Захаров, С.В.Маняков, С.П.Новиков, Л.П.Питаевский, Теория солитонов, метод обратной задачи, М., "Наука", 1980.
6. M. T. Ablowitz, D.J.Kaup, A.C.Newell, H.Segur, Stud. appl. Math. 53, 249, 1974.
7. D.J. Kaup, SIAM J. Appl. Math. 31, 121, 1976
8. D.J. Kaup, Phys. Rev., 16A, 704, 1977

ბ. ადამაშვილი

თვითინდუცირებადი და აქტივობისა და ნორმალური პრინციპების
რეზონანსი

შეიქმნება ანტი-ინტენსიური მუხრის გარეგანი გარემოების
დროებითი გარდაქმნის ანტი-ინტენსიური გარემოსათვის. მუხრის
297-ნივთის მახასიათებელი პარამეტრები.

G. Adamaschvili

SELF-INDUCED TRANSPARENCY IN UNIAXIAL
CRYSTALS

Summary

Self-induced transparency for an extraordinary wave is investigated by the inverse scattering transform. The parameters of the 297-pulse are determined.



Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის ნიშნის ორდენის მტკიცებასა და სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

235, 1982

НЕКОТОРЫЕ ДОПОЛНЕНИЯ К МОДЕЛИ ДВОЙНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
СЛОЯ НА ГРАНИЦЕ МАГНИТОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

З.А.Кереселидзе

Центральной проблемой физики магнитосферы является задача исследования топологии и механизмов генерации крупномасштабного электрического поля внутри магнитосферы. Экспериментальные исследования околоземного космического пространства обычно дают косвенную информацию об электрическом поле, интенсивность которого оценивается путем анализа энергетического спектра магнитосферной плазмы. Практически все известные модели крупномасштабного электрического поля являются модификациями относящихся к заре магнитосферных исследований теоретических моделей Данжи и Эксфорда-Хайнса /1,2/. Эти модели основываются на различных гипотетических предположениях о характере взаимодействия плазмы солнечного ветра с магнитосферой. Модель Данжи, или открытая модель магнитосферы, использует допущение явления пересоединения силовых линий магнитосферного и межпланетного магнитных полей. Модель Эксфорда-Хайнса, или модель квазивязкого взаимодействия, предполагает су-



ществование пограничного слоя, примыкающего к замкнутым силовым линиям земного магнитного поля. Хотя в этих моделях используются различные механизмы генерации магнитосферного электрического поля, их основной результат является общим - в магнитосфере должно существовать крупномасштабное электрическое поле, направленное с утренней стороны Земли на вечернюю. Экспериментальные исследования в общих чертах подтвердили этот фундаментальный вывод, но одновременно показали, что структура магнитосферного электрического поля определяется множеством немагнитосферных и внутримангнитосферных факторов. В частности, была обнаружена связь состояния магнитосферы с параметрами солнечного ветра и межпланетного магнитного поля - поставщиками энергии для внутримангнитосферной конвекции плазмы. Непосредственное проникновение частиц солнечного ветра в магнитосферу невозможно из-за экранировки заряженных частиц земным магнитным полем. Именно данное обстоятельство не позволяет однозначно определить граничные области магнитосферы, в которых происходит передача энергии солнечного ветра магнитосфере, а также порождает проблему исследования механизмов этого процесса, в который вовлечено магнитосферное электрическое поле.

Модели Давжи и Эксфорда-Хайнса уже два десятилетия являются предметом широкого обсуждения, но пока нет решающих экспериментальных результатов и теоретических выводов, подтверждающих преимущество какой-либо из указанных концепций. В частности, существенной критике были подвергнуты более популярные за последнее десятилетие модели,



опирающиеся на идею пересоединения силовых линий межпланетного и магнитосферного магнитных полей. Основой для критики послужили результаты измерений энергетического спектра плазмы солнечного ветра в граничных областях магнитосферы при помощи научного спутника *HEOS-2* /3-5/.

Согласно моделям открытой магнитосферы, пересоединение силовых линий происходит в основном в относительно узкой лобовой области магнитосферы при антипараллельной ориентации транспортируемого солнечным ветром межпланетного магнитного поля по отношению к земному магнитному полю. Именно с появлением у границы магнитосферы межпланетного магнитного поля южной ориентации в магнитосфере наблюдаются наиболее интенсивные возмущения определяемой крупномасштабным электрическим полем картины конвекции плазмы. При диссипативном процессе пересоединения (слияния) магнитных силовых линий должно появиться касательное к границе магнитосферы электрическое поле, проникающее в глубь магнитосферы и изменяющее топологию магнитосферного электрического поля направления утро-вечер. Однако экспериментальные данные показали, что энергия заряженных частиц в лобовой области магнитосферы оказалась на несколько порядков ниже предсказываемой теорией пересоединения величины. Последний факт, видимо, связан с отсутствием в указанной области магнитосферы электрического поля пересоединения высокой мощности, что также подтвердилось в картине движения плазмы в пограничном слое магнитосферы - магнитопаузе /4,5/. Тем не менее эти результаты скорее всего указывают на несовершенство теоретических оценок, т.к. с привлечением теории пере-



соединения качественно удается объяснить не только явления на дневной стороне магнитосферы, но и динамику магнитосферных суббурь (элементарных магнитосферных возмущений), зарождение и развитие которых, по всей видимости, происходит в плазменном слое ночной стороны магнитосферы /2/.

Целью настоящей работы является качественное рассмотрение физической сути одной из современных модификаций модели квазивязкого взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой, развитой в работах Хейккилы /4,5/. Для интересующихся открытыми моделями магнитосферы можно рекомендовать работу Василиунаса /6/, в которой наиболее полно дан обзор моделей, основанных на концепции пересоединения магнитных силовых линий межпланетного и магнитосферного магнитных полей. Первоначально обратимся к модели Экофорда-Хайнса, суть которой поясняет рис. 1. Тут представлена схематическая картина сечения магнитосферы в плоскости эклиптики (экваториальное сечение магнитосферы). Ось x направлена на Солнце, ось y - с утренней стороны Земли на вечернюю, силовые линии земного магнитного поля направлены по оси Z перпендикулярно от плоскости рисунка. Солнечный ветер взаимодействует с магнитосферой через магнитопаузу (штрихованная область) - узкий пограничный слой, создающийся вязким взаимодействием плазмы с земным магнитным полем. В результате поляризации плазмы, возникающей по причине разделения частиц с зарядами противоположного знака в перпендикулярном внешнем магнитном поле, в магнитопаузе генерируется нормальная к поверхности маг-



нитосферы компонента электрического поля, которая на некотором удалении от лобовой области магнитосферы направлена с вечерней стороны на утреннюю. Следуя гипотезе эквипотенциальности внешней границы магнитопаузы, которая достаточно реальна из-за малой интенсивности продольной компоненты электрического поля в магнитопаузе, разность потенциалов поперек магнитосферы можно определить из выражения

$$\Delta\phi_{BC} = \Delta\phi_{BA} + \Delta\phi_{AC} \quad (1)$$

из которого видно, что крупномасштабное электрическое поле в магнитосфере направлено от утренней стороны Земли к вечерней. Малость продольной компоненты электрического поля в магнитопаузе, следующая из теории пограничного слоя, подтверждена данными спутниковых наблюдений, не обнаруживших существенной продольной разности потенциалов в экваториальной магнитопаузе. Допуская однородность электрического поля, при помощи выражения (1) можно приблизительно оценить интенсивность электрического поля в магнитосфере:

$$\Delta\phi_{BC} = E_M \cdot L_{BC}, \quad \Delta\phi_{BA} = \Delta\phi_{AC} = E_P \cdot \delta, \quad (2)$$

$$E_M = E_P \frac{\delta}{L_{BC}},$$

где $E_P \approx V_0 B$ - электрическое поле поляризации в магнитопаузе, V_0 - характерная величина скорости солнечного ветра до взаимодействия с магнитосферой, B - напряженность земного магнитного поля в магнитопаузе, L_{BC} -



размер поперечного сечения магнитосферы, δ - толщина магнитопаузы.

Оценка интенсивности магнитосферного электрического поля для максимальной величины $\frac{\delta}{L_{BC}} \approx 0.005$, соответствующей ночной стороне магнитосферы при характерных величинах $V_0 \approx 5 \cdot 10^2$ км.с⁻¹, $B \approx 3 \cdot 10^{-4}$ Гаусс, $L_{BC} \approx 2.5 \cdot 10^8$ м., дает $E_M \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$ В.м⁻¹ и $\Delta\phi_{BC} \approx 4 \cdot 10^4$ В. Такие величины E_M и $\Delta\phi_{BC}$ соответствуют лишь спокойным магнитосферным условиям. Согласно экспериментальным данным /2/ интенсификация внутримagnetосферных процессов при магнитосферных возмущениях требует приблизительно на половину порядка более высокие значения поперечной разности потенциалов, чем полученное значение $\Delta\phi_{BC}$. Таким образом, модель Экфорда-Хайнса, качественно объясняющая физические следствия вязкого взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой, как и открытые модели магнитосферы, не может дать удовлетворительную количественную информацию об интенсивности магнитосферного электрического поля в возмущенные периоды.

Наиболее удачной попыткой с целью устранения вышеуказанного недостатка модели Экфорда-Хайнса является модель двойного электрического слоя магнитосферы, предложенная Иистменом и развитая Хейккилой /5,7/. Физическая идея данной модели подсказана зависимостью магнитосферных возмущений от ориентированной на юг компоненты межпланетного магнитного поля. Предположим, что солнечный ветер транспортирует магнитное поле южного направления. Условие вмо-



роженности магнитных силовых линий в солнечный ветер. Это обусловлено идеальной электрической проводимостью плазмы, отсутствием в солнечном ветре электрических токов бесконечной интенсивности, что эквивалентно условию

$$\vec{E}_0 + [\vec{V}_0 \vec{B}_0] = 0, \quad (3)$$

где \vec{E}_0 - электрическое поле в солнечном ветре, \vec{V}_0 - скорость солнечного ветра, \vec{B}_0 - напряженность межпланетного магнитного поля. Как видно из рис. 2, при южной ориентации \vec{B}_0 , \vec{E}_0 вдали от магнитосферы направлено перпендикулярно плоскости эклиптики. Согласно модели двойного электрического слоя магнитосферы, связь между межпланетным магнитным полем южного направления и магнитосферными возмущениями может быть вызвана возможностью непосредственного проникновения электрического поля солнечного ветра в глубь магнитосферы. Действительно, если реализуется указанная гипотеза, даже при очень слабом межпланетном магнитном поле южной ориентации $B_0 \approx (1-2) \cdot 10^{-5}$ Гаусс при $V_0 \approx 5 \cdot 10^2$ км.с⁻¹, получим $E_0 \approx 5 \cdot 10^{-4}$ в.м⁻¹,

т.е. электрическое поле в солнечном ветре более интенсивно, чем электрическое поле в магнитосфере по модели Эксфорда-Хайнса. В случае свободного проникновения E_0 в магнитосферу и прямого его наложения на E_M появляется возможность исправления количественных недостатков модели Эксфорда-Хайнса. Однако прямое проникновение E_0 без изменений невозможно по причине присутствия у границы маг-



нитосферы заряженных слоев, возникающих вследствие разделения электронной и протонной компонент плазмы в магнитном поле Земли. Действительно, в магнитопаузе происходит искривление течения солнечного ветра, ввиду чего электрическое поле в магнитопаузе, за исключением лобовой области магнитосферы, практически перпендикулярно к границе магнитосферы (рис. 2а). Поэтому электрическое поле при переходе от магнитопаузы к внутренней магнитосфере будет меняться скачкообразно. Величина скачка зависит от плотности заряженного слоя, которая меняется вдоль контура магнитосферы. Следовательно, электрическое поле солнечного ветра если и проникает в магнитосферу, определить его вклад в магнитосферное электрическое поле не представляется возможным из-за неравномерных искажений, вносимых заряженными слоями в магнитопаузу. Иистман и Хейккила гипотетически допустили, что внутри эквипотенциальной магнитопаузы существует достаточно тонкий двойной электрический слой, хотя такое допущение пока не имеет надежного теоретического обоснования. Двойной электрический слой обладает замечательным качеством - будучи границей раздела двух сред, без искажения транспортирует электрическое поле от первой к второй среде, однако электрический потенциал будет терпеть разрыв, пропорциональный мощности двойного электрического слоя. Как видно из рис.2, электрическое поле в двойном слое магнитосферы направлено антипараллельно электрическому полю солнечного ветра. Отметим, что концепция двойного электрического слоя согласуется с существованием на внешней и внутренней границах магнитопаузы



поверхностных токов противоположного направления. Хейкки-
ла подчеркивает, что картину крупномасштабного электри-
ческого поля в магнитосфере необходимо корректировать с
учетом фиктивного заряженного слоя, мощность которого эк-
вивалентна разности плотности зарядов обкладок двойного
электрического слоя.

Несмотря на физическую наглядность, модель двойного
электрического слоя магнитосферы в разработанном Хейкки-
лой виде все же не свободна от некоторых недостатков. По
сути дела остался без ответа важнейший вопрос о механизме
генерации двойного электрического слоя. Предоставляется,
кроме того, что при анализе особенностей системы поверх-
ностных токов в лобовой области магнитосферы допущена не-
последовательность в заключениях. Возможно, что нижесле-
дующие дополнения к модели двойного электрического слоя
помогут восполнить указанные пробелы.

Дополнение, относящееся к проблеме генерации двойного
электрического слоя, основано на допущении конечной, хо-
тя и аномально высокой проводимости плазмы солнечного вет-
ра вблизи магнитосферы. Такое допущение вполне реально,
если учесть, что обе основные концепции взаимодействия
солнечного ветра с магнитосферой в принципе предполагают
развитие диссипативных процессов у границы магнитосферы,
которые могут иметь место лишь в среде с конечной элект-
рической проводимостью. Поэтому в окрестностях магнитосфе-
ры должно нарушаться условие вмороженности силовых линий
межпланетного магнитного поля в плазму солнечного ветра.
В таком случае при южной ориентации межпланетного магнит-

ного поля разделение заряженных частиц в магнитопаузе может происходить в два этапа - в области внешней границы магнитопаузы относительно межпланетного магнитного поля и у внутренней границы магнитопаузы - относительно более мощного земного магнитного поля. Таким образом, появляется возможность формирования двойного электрического слоя, плотность зарядов на обкладках которого будет различна в силу различной интенсивности разделяющих заряды магнитных полей.

Для понятия сути второго дополнения к модели двойного электрического слоя необходимо обратить внимание на топологию магнитоферного электрического поля в лобовой области, в которой как бы сшиваются два двойных электрических слоя. Именно в этой области Хейккила предполагает существование своеобразного генератора, поддерживающего антипараллельный магнитосферному электрическому полю внутренний поверхностный ток \mathcal{U}_M (рис. 2а). Этот генератор очевидно трансформирует кинетическую энергию солнечного ветра в электрическую. При этом, по мнению Хейккилы, внешний поверхностный ток \mathcal{U}_Q , текущий в противоположном току \mathcal{U}_M направлении, не требует генерирующего механизма. Представляется, что такое воззрение является некорректным. Подтверждением этому служит рис. 2б, на котором представлена топологическая картина электрического поля, возникающего вблизи двух незамкнутых двойных электрических слоев. Как видно, при учете граничных эффектов взаимодействия двух двойных электрических слоев в магнитопаузе скорее всего следует ожидать появление пространственно разнесенных ан-



параллельных тангенциальных к Границе магнитосферы электрических полей. Внутреннее электрическое поле будет практически направлено как и магнитосферное поле, в то время как внешнее электрическое поле будет иметь противоположное поверхностному току \mathcal{J}_a направление. Таким образом, в цепи внешнего поверхностного тока должен также присутствовать генерирующий механизм, который видимо аналогичен генерирующему механизму внутреннего поверхностного тока в магнитопаузе. Отметим, что несмотря на чисто качественный характер указанного дополнения к модели двойного электрического слоя в случае надежного определения размеров лобовой области магнитосферы оно может послужить основой для приближенных оценок интенсивности тангенциального поля в магнитопаузе.

Получила 17.VI.1982

Институт
геофизики АН СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. М.И.Пудовкин, О.М.Распопов, Н.Г.Клейменова. Возмущения электромагнитного поля Земли. Изд-во Ленинградского университета, 1975.
2. В.А.Сергеев, Н.А.Цыганенко. Магнитосфера Земли. М., "Наука", 1980.
- W. J. Heikkilä. Outline of a magnetospheric theory. J. Geophys. Res., 1974, 79, 2496-2500.
- W.J.Heikkila. J. Geophys. Res., 1978,83, 10071-1077.
- W.J.Heikkila. Planet. Space Sci., 1978, 26, 121-129.
- V.M.Vasyliunas. Rev. Geophys. Space Phys., 1975, 13, 303-327.
- T.E.Eastman et al. Geophys. Res. Lett., 1976, 3, 685-692.



8. კერესელიძე

გეომეტრიკული ფაქტობრივი ფორმირების მატენიფიკაციის
სამეცნიერო მუშაოები უკვე გამოქვეყნებულია ჟურნალში

რეზიუმე

ნათქვამი გეომეტრიკული ფორმირების მატენიფიკაციის მიხედვით
სამეცნიერო მუშაოები უკვე გამოქვეყნებულია ჟურნალში, რამდენიმე
გეომეტრიკული მატენიფიკაციის სასამართლო ფორმირების
ფორმირების არსებობის კონსტრუქციის. სამეცნიერო მუშაოები უკვე გამოქვეყნებულია
ფორმირების გეომეტრიკული მატენიფიკაციის ფორმირების არსებობის,
რამდენიმე ლიტერატურა აქვეყნებულია უკვე გამოქვეყნებულია.

Z. Kereselidze

SOME ADDITIONAL COMMENTS ON THE MODEL OF
THE MAGNETOSPHERE DIPOLE LAYER

Summary

The model of the magnetopause by W.Heikkila is reviewed. He
suggested that inside the magnetopause there is a boundary layer,
which must be polarized. In this paper a few additions are made
towards understanding the mechanism of accumulation and the nature
of a layer like this.

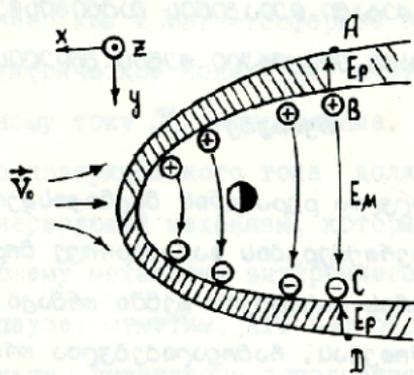


Рис. 1

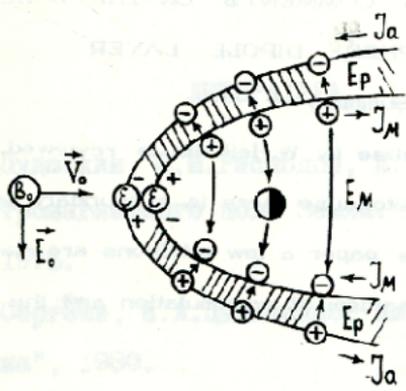


Рис. 2а



Рис. 2б

235, 1982

ЯМР ⁵⁵Mn В СИСТЕМЕ СПЛАВОВ Mn_{1+δ}Sb

Т.М.Шавишвили, В.Г.Ванярко*, А.М.Ахалкаци,

И.Г.Килиптари, В.М.Гунченко*

Система сплавов Mn_{1+δ}Sb представляет собой типичную фазу переменного состава, где с изменением концентрации Mn в пределах гомогенности наблюдается значительное изменение магнитных /1,2/, электрических /3/ и других физических свойств /4/. Магнитные и нейтронографические /5/ исследования показали, что в сплаве с $\delta \approx 0$, атомы Mn преимущественно занимают определенные положения в структуре B8_I и обладают магнитным моментом порядка $3,55\mu_B$. С увеличением концентрации Mn в сплаве возникают т.н. избыточные - немагнитные атомы Mn, занимающие пустые междоузельные положения NiAs фазы. Немагнитные атомы Mn уменьшают магнитные моменты соседних т.н. обычных атомов Mn, что приводит к существенному понижению температуры Кюри и

* Сотрудники Московского Института Радиофизики, Электроники и Автоматики (МИРЭА).



средней намагниченности сплава. Проведенные в работе /6/ ЯМР исследования сплавов $(Mn, Sn, V)_{1+x}Sb$ установили, что сверхтонкое (СТ) поле на ядрах ^{55}Mn и ^{123}Sb не терпит заметного изменения при замещении атомов Mn другими $3d$ элементами.

В настоящей работе исследуется характер изменения спектров ЯМР ^{55}Mn в зависимости от концентрации Mn с целью установления величин различных вкладов в СТ поле на ядрах Mn в системе сплавов $Mn_{1+\delta}Sb$.

1. Синтез образцов, методика эксперимента. Спектры.

Синтез образцов системы $Mn_{1+\delta}Sb$ проводился плавлением смеси исходных элементов, взятых в соответствующих пропорциях, при этом использовались электролитический Mn чистоты 99,9% и сурьма марки СУ-0000 чистоты 99,9999%. Тщательно перемешанные тонкодисперсные порошки исходных элементов запаивались в вакуумированные кварцевые ампулы, которые были предварительно графитизированы для предотвращения взаимодействия Mn с кварцем при высоких температурах. Образцы плавил при температуре $1000^{\circ}C$ в течение 4 часов. Охлаждение проводилось с выдержками 1 час при температурах 900° и $800^{\circ}C$, с дальнейшим охлаждением в режиме остывающей печи. Для гомогенизации синтезированные образцы после повторного перетиранья в ступке, подвергались длительному (725 часов) отжигу при температуре $550^{\circ}C$ в вакуумированных, графитизированных кварцевых ампулах с последующей закалкой в воду. На полученных образцах проводился химический и рентгенофазовый анализ, согласно которому однофазными ($NiAs$ структуры) являются сплавы в об-



Общество
СНГ-0110133

ласти $51,2 \pm 57$ ат. % Mn . В области 51 ат. % Mn и ниже образуется $Mn_{51,2}Sb$ с примесями Sb , а в области 58 ат. %

Mn и выше - смесь двух фаз $Mn_2Sb + Mn_{3-x}Sb_2$. Характер изменения параметров решетки a и c представлен на рис. 1.

Исследование ЯМР спектров проводилось при температурах 78 и 290 К без приложенного магнитного поля на некогерентном спектрометре спинового эхо в диапазоне частот $100-400$ мГц. Использовалась двухимпульсная методика: амплитуда радиочастотных импульсов составляла $0,8-1$ мГц, длительность - $0,4-0,6$ мксек, а задержка между ними $7-8$ мксек. Приемник сигналов эхо, с полосой $2-3$ мГц, настраивался на частоту радиочастотных импульсов, при этом наблюдались достаточно интенсивные сигналы эхо, позволяющие исследовать общий вид широких линий ЯМР.

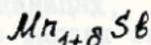
Вид спектров ЯМР ^{55}Mn , снятых при 78 К, некоторых из исследованных нами сплавов представлен на рис. 2. Можно видеть, что для всех сплавов в области 256 мГц наблюдается линия с определенной структурой с общей шириной порядка $7-8$ мГц. На фоне этой линии для сплавов с $48-52$ ат. % Mn наблюдается характерная для квадрупольного расщепления система из 5 линий. Частотное положение этих линий и величина квадрупольного расщепления согласуются с результатами работы [6]. С увеличением концентрации Mn , для составов с $48-51$ ат. % Mn , линии квадрупольного расщепления не терпят существенного уширения, хотя наблюдается некоторое изменение общего фона. Для сплава с 52 ат. % содер-



жанием *Mn* квадрупольное расщепление выражено слабо и полностью исчезает при дальнейшем увеличении концентрации *Mn*. Одновременно наблюдается появление широких линий в области 232 - 248 мГц. для сплавов, содержащих 57 и более ат. % -ов *Mn*, сигналы эхо в области 225-265 мГц при 78К не наблюдаются. Было также замечено, что общий вид спектров и величина квадрупольного расщепления зависят от температуры: при 290К квадрупольное расщепление уменьшается и линии расположены на фоне одного широкого максимума (см. рис.2). Следует отметить, что вследствие ограниченного разрешения некогерентного спин-эхо спектрометра, вделение и нахождение частот близкорасположенных квадрупольных максимумов на фоне более широкой и интенсивной линии представляет достаточно трудоемкую и длительную процедуру. Для установления частот квадрупольных максимумов при 290К нами использовалась несколько видоизмененная методика наблюдения: длительности обоих радиочастотных импульсов увеличивались до 10 мксек, задержка между ними - до 15 мксек, а амплитуда уменьшалась до 0,2 - 0,4 мГц. Одновременно проводилась внутримпульсная линейная частотная модуляция с амплитудой девиации 3 мГц. В этом режиме работы спектрометра на экране осциллографа непосредственно наблюдается развернутая во времени часть (порядка 3-х мГц) неоднородно уширенной линии. При наличии узких квадрупольных линий на этом участке, последние наблюдаются в виде четких максимумов, частотное положение которых легко определить с точностью $\pm 0,2$ мГц. Работа спектрометра с внутримпульсной частотной модуляцией аналогична

режиму сжатия, подробно рассмотренному в работе /7/.

2. Анализ спектров. СТ поле на ядрах Mn в системе



Наличие фона с определенной структурой и низкое разрешение спектрометра ограничивают рассмотрение квадрупольного расщепления в первом порядке теории возмущений /8/. В этом приближении расстояния между линиями квадрупольного расщепления равны $\nu_Q/2$ с $\nu_Q = 3e^2qQ(\hbar 2I(2I+1))^{-1}$, где e - заряд электрона, $q = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}$ - компонента тензора градиента электрического поля (ГЭП), \hbar - постоянная Планка, I - спин ядра ($I = 5/2$). Зависимость ν_Q от состава и температуры представлена на рис.1. Можно видеть, что квадрупольное расщепление четко наблюдается только для сплавов с $\delta \leq 0$, тогда как в области изменения параметров решетки a и c (а значит и компоненты q ГЭП) от состава квадрупольное расщепление не разрешается. Эти данные полностью согласуются с результатами кристаллохимического анализа диаграммы состояния исследуемых сплавов.

Частота перехода $1/2 \rightarrow -1/2$ определяет центр тяжести линии магнитного резонанса, расщепленного квадрупольным взаимодействием /8/. Сопоставляя данные наших измерений, а также работы /6,9/ с результатами исследований магнитных свойств /1,3/, можно установить, что в интервале 4,2-300 К значение частоты центрального перехода коррелирует с температурной зависимостью средней намагниченности сплава с 50%-м содержанием Mn . С другой стороны, как отмечалось выше, в системе $Mn_{1+\delta}Sb$, средняя намагничен-

ность сплава существенно уменьшается с увеличением концентрации Mn в сплаве. Из полученных нами экспериментальных данных видно, что центр тяжести линии магнитного резонанса в области 230-255 мГц не терпит существенного изменения в зависимости от катионной концентрации, т.е. наблюдается ситуация, аналогичная установленной в работе /6/. Наблюдаемые явления могут быть качественно поняты на основе существующих представлений о природе СТ полей на ядрах атомов $3d$ элементов, находящихся в ферромагнитной матрице /10/, с учетом особенностей кристаллической и магнитной структуры исследуемых сплавов /5/.

Суммарное СТ поле - $H_{сум i}$ на ядре атома i , обладающего магнитным моментом μ_i может быть представлено в виде:

$$H_{сум i} = A_i \mu_i + \sum_j \mu_j N_j \Delta H(R_j). \quad (1)$$

Первый член в (1) обычно представляется в виде суммы двух слагаемых

$$A_i \mu_i = H_{по} + H_{пэл}, \quad (2)$$

описывающих соответственно поляризации ионного остова - $H_{по}$, и электронов проводимости - $H_{пэл}$ магнитным моментом рассматриваемого иона. Численные значения $H_{по}$ и $H_{пэл}$ могут быть найдены для конкретных $3d$ элементов на основе расчетов по методу Хартри-Фока /10/, при этом используются соотношения

$$H_{по} = 42,1 \chi \mu_i \quad (3)$$

$$H_{\text{пэл}} = 42,1 n_0 \chi_{4s} \mu_i \xi$$

где χ и χ_{4s} - т.н. парциальные поляризации, выраженные в атомных единицах, n_0 - число $4s$ электронов проводимости на магнитный атом, а ξ является множителем перенормировки, выражающим изменение электронной плотности $4s$ электронов при переходе от свободного атома к поверхности Ферми в металле. Величина ξ принимает значения от 0,6 до 0,8 [11]. Используя значения $\chi = -3,45$ а.е., $\chi_{4s} = +2,89$ а.е. для $3d^5$ электронной конфигурации (см. табл. 2 работы [10]), а также $\mu_i = 3,55 \mu_B$ [5], $n_0 = 0,8$ эл./атом [3], $\xi = 0,7$, получим для $A_i \mu_i = -274$ кГс, что соответствует значению $A_i = -77$ кГс/ μ_B . Как отмечалось в работе [10], учет ковалентных эффектов может уменьшить найденное значение n_0 на 10-15%-ов. Величину A_i можно оценить и т.н. методом подобия, предложенным в работе Стирнса [12]. Используя соотношения этой работы, для A_i получим -93 кГс/ μ_B . Необходимо отметить, что соотношения работы [12] справедливы для ферромагнитных металлов Fe , Co и Ni , существенно отличающихся по своим магнитным свойствам и ионному составу от системы $Mn_{1+\delta}SS$. В этом отношении более близкими к исследуемым нам сплавам являются т.н. сплавы Гейслера. Систематическое исследование СТ взаимодействий в серии этих сплавов показало, что константа A_i для Mn имеет значение -70 кГс/ μ_B [13].

Второй член в (1) описывает вклад в СТ поле, обусловленный поляризацией $4s$ электронов проводимости магнитны-

ми моментами окружающих атомов, находящихся в j -ой координационной сфере относительно рассматриваемого атома i . $\Delta H(R_j)$ - перциальные вклады в СТ поле, зависящие от расстояния R_j до соответствующей сферы, а N_j - число магнитных атомов в рассматриваемой сфере. Значения N_j находятся рассмотрением конкретной кристаллической структуры исследуемых объектов. Исходя из данных ЯМР и нейтронографии, в качестве исходной структуры рассмотрим $NiHs$ фазу типа $B8_1$, элементарная ячейка которой представлена на рис. 3. Позиции 2(a) заняты обычными атомами Mn , позиции 2(d) не заняты при $\delta=0$ и заполняются избыточными атомами Mn при $\delta=0$. В узлах 2(c) находятся атомы Sb . Представленное на рис. 3 расположение атомов характерно для идеально упорядоченной структуры. В реальном кристалле могут наблюдаться отклонения от правильного расположения атомов по узлам, характеризующиеся дефектностью структуры /14/, однако, в силу того, что СТ поля на ядрах в основном определяются локальными эффектами, мы будем рассматривать идеализированную структуру, предполагая возможность ее существования в некотором объеме реального кристалла. Локальные эффекты в СТ взаимодействиях обычно ограничены сферами радиусом 5-6 Å , охватывая около 100 узлов кристаллической решетки /12,13/. Вследствие этого, расстояния до координационных сфер, координационные числа и позиции атомов относительно узлов 2(a), 2(c) и 2(d), нами были рассмотрены до значений $R_j = 5 - 6 \text{ Å}$. Результаты этого рассмотрения приведены в таблице. Локальное окружение узла 2(a) во многом оп-



ределяет характер СТ взаимодействий в структуре V_8I .

Так, наличие 2-х атомов Mn вдоль оси C создает направленный вдоль этой оси ГЭП, и так как ось легкого намагничивания (ОЛН) лежит в базисной плоскости, угол между ГЭП и ОЛН составляет 90° -ов. При переходе от домена к домену, в доменной стенке, вектор намагниченности вращается в базисной плоскости, что и обуславливает сравнительно редкую возможность наблюдения квадрупольного расщепления в многодоменных, поликристаллических образцах системы $Mn_{1+8}Sb_{15}$.

Вклады $\Delta H(R_j)$ обычно рассматриваются в приближениях типа РККИ /12,13,16/ и затем уточняются экспериментальными измерениями. Результаты исследований показывают, что для ионов Mn значения $\Delta H(R_j)$ сходны для различных ферромагнитных металлов и интерметаллических соединений (см. /13/, стр. 1821). Для определения $\Delta H(R_j)$ мы воспользуемся этим обстоятельством. На рис.4 представлена зависимость величины $P(Mn) = (1,8)^{-1} \Delta H(R_j)$ кГс по данным работы /13/, с учетом возможных пределов изменения этой величины для различных сплавов и соединений Mn . Используя данные таблицы и рис. 4, можно оценить

$\sum_j \mu_j N_j \Delta H(R_j)$ для идеализированного, стехиометрического Mn_8Sb_{15} . Расчет показывает, что суммарное значение наведенного поля может принимать отрицательные значения в пределах от -3 до -50 кГс. При этих расчетах предполагалось, что ионы Sb не вносят вклада в СТ поле на ядрах Mn (магнитный момент на ионах Sb не превышает $-0,2 \mu_B$



/5/ и обменная поляризация носит изотропный характер.

Исходя из полученных данных можно определить $H_{\text{сум}}$ на ядрах Mn как -300 ± 50 кГс, что соответствует резонансу в районе 300 мГц. Учитывая большую неопределенность используемых численных значений параметров, рассчитанное значение резонансной частоты можно считать хорошо согласующимся с измеренным - 260 мГц.

Рассмотрим возможные изменения в спектрах ЯМР ^{55}Mn при наличии в сплаве избыточных атомов Mn . Согласно нейтроннографическим исследованиям, избыточные атомы Mn не обладают магнитным моментом и, внедряясь преимущественно в узлы $2(d)$, уменьшают на $0,46 \mu_B$ магнитные моменты атомов Mn в узлах $2(a)$ только ближайшей координационной сферы, оставляя невозмущенными более удаленных соседей /5/. Таким образом, при $\delta > 0$ в сплаве возникают возмущенные и невозмущенные магнитные моменты Mn в узлах $2(a)$, а также избыточные-немагнитные Mn в узлах $2(d)$. Соответственно возможно рассмотрение нескольких, наиболее простых случаев.

1. Рассмотрим резонанс от ядер атомов Mn в узлах $2(a)$, имеющих один немагнитный примесной атом в четвертой координационной сфере на расстоянии $4,94 \text{ \AA}$. В этом случае возмущенным оказывается лишь один атом из ближайшего окружения рассматриваемого атома Mn , а именно находящийся на расстоянии $c/2$. Вследствие этого, изменение в значении СТ поля будет обусловлено изменением только второго члена в выражении (1). Легко подсчитать, что это изменение приведет к сдвигу резонансной частоты на величину порядка $1,3-$

- 3,5 мГц. При наличии возмущения обоих атомов Mn узлах 2(a) сдвиг составит значение порядка 2 - 7 мГц.

2. Рассмотрим теперь атом Mn в узле 2(a), содержащий избыточный атом Mn в первой координационной сфере. Очевидно, что СТ поле на ядре рассматриваемого атома претерпит сдвиг за счет изменения как первого, так и второго члена в выражении (1). Используя данные таблицы и рис. 4 находим, что этот сдвиг соответствует уменьшению резонансной частоты на 45 - 50 мГц, т.е. смещению резонанса в область 200 - 210 мГц. Как видно из таблицы, в первой координационной сфере может оказаться от одного до шести атомов примеси. Исходя из принципа аддитивности и возможных эффектов экранировки /16/, можно заключить, что возмущенные атомы Mn должны давать резонансы в области частот от 140 - 210 мГц, т.е. в районе, где наблюдаются достаточно интенсивные сигналы от ядер ^{123}Sb .

3. Рассмотрим возможные значения СТ полей на ядрах избыточных атомов Mn . Эти атомы не обладают магнитным моментом и основной вклад в СТ поле будет обусловлен наведенными полями. Используя таблицу и рис. 4, находим, что резонанс от этих ядер должен наблюдаться в диапазоне 30-80 мГц. В работе /5/, без приведения конкретных данных сообщалось о наличии широкого низкочастотного резонанса в системе сплавов $Mn_{I+\delta}Sb$.

Расчет интенсивностей сигналов ЯМР в исследуемых нами сплавах можно провести в предположении хаотического распределения избыточных атомов Mn по 2(d) узлам решетки.



Обозначим через $\mathcal{P}_1(\delta, z_1, n_1)$ и $\mathcal{P}_4(\delta, z_4, n_4)$ вероятности появления n избыточных атомов Mn в 1-ой и 4-ой сферах, содержащих z_1 и z_4 свободных $2(d)$ узлов соответственно. Тогда для интенсивности I в общем случае можно записать

$$I(\delta, n_1, n_4) \sim \mathcal{P}_1 \cdot \mathcal{P}_4. \quad (5)$$

Исходя из биномиального распределения, легко оценить интенсивности различных вариантов рассмотренных выше случаев 1 и 2. Расчет показывает, что интенсивность невозмущенной линии, т.е. $I(\delta, 0, 0)$, должна быстро уменьшаться с увеличением $\delta: I(\delta, 0, 0) = (1-\delta)^{12}$, что не соответствует наблюдаемой на эксперименте картине. Как видно из рис. 2, это несоответствие обусловлено наличием фона - максимумов на частотах 255 и 258 мГц, природа которых пока не ясна. Появление резонансов на частотах 232-250 мГц может быть непосредственно связано с наличием 1, 2-х и 3-х атомов примеси в четвертой координационной сфере. Так, полагая, что сдвиг, обусловленный наличием одного избыточного атома Mn в четвертой сфере составляет 6-6,2 мГц, следует ожидать появления максимумов (с шириной 5-6 мГц) на частотах в районе 248, 235 и 230 мГц, с отношением интенсивностей 1:0,23:0,03 для $\delta = 0,0833$ (52 ат.% Mn) и 1:0,94:0,5 для $\delta = 0,272$ (56 ат.% Mn), что в основных чертах согласуется с наблюдаемым на опыте распределением интенсивностей.

3. Обсуждение

Полученные экспериментальные данные и результаты рас-



четов указывают, что в системе $Mn_{1+\delta}Sb$, в сплавах $\delta \leq 0$ содержатся области со структурой VB_1 . Наличие максимумов на частотах 255 и 258 мГц, а также отсутствие квадрупольного расщепления в пределах области гомогенности, предполагает наличие определенной дефектности VB_1 фазы, сохраняющейся во всей серии сплавов.

Значение СТ поля на ядрах Mn -300 кГс, полученное на основе результатов хартри-фоковской теории, необходимо рассматривать как ориентировочное, так как не учитывались обычно несущественные вклады, связанные с наличием орбитального момента, дипольными и размагничивающими эффектами и т.п. /12,17/. Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных сдвигов позволяет предположить, что магнитное возмущение, вносимое избыточными атомами Mn в матрицу, не ограничено только ближайшей сферой. Из данных по анализу интенсивностей следует наличие малого возмущения (порядка $-0,035\mu_B$) на четвертой сфере относительно избыточного атома Mn . Следует отметить, что численные значения и знаки параметров в уравнении (1), а также роль других вкладов в суммарное СТ поле могут быть уточнены измерениями в более широкой области частот и температур с приложением внешнего постоянного поля величиной не менее 10-12 кГс. В этом отношении информативным следует считать и резонанс от ядер Sb , однако наличие $s-p$ электронов и большой атомный объем обуславливают необходимость особого рассмотрения СТ полей на ядрах этого элемента.

Поступила 18.VI.1962

Кафедра
квантовой радиофизики



Таблица I. Координационные числа, расстояния и типы узлов в решетке $B8_T$. Координационные характеристики относительно узла 2(c) могут быть получены из второй части таблицы заменой (c) на (d). Расстояния в A^0 для $a = 4,13A$ и $c = 5,78A^0$.

шарам. сферы	расстояния в a и c .	расст. в A^0	ТИПЫ узлов	относит. узла
1	$\{(a/\sqrt{3})^2 + (c/4)^2\}^{1/2}$	2,788	6:2(d) 6:2(c)	
2	$c/2$	2,89	2:2(a)	
3	a	4,13	6:2(a)	
4	$\{(a/\sqrt{3})^2 + (3c/4)^2\}^{1/2}$	4,94	6:2(d) 6:2(c)	2(a)
5	$\{(2a/\sqrt{3})^2 + (c/4)^2\}^{1/2}$	4,98	6:2(d) 6:2(c)	
6	$\{a^2 + (c/2)^2\}^{1/2}$	5,04	12:2(a)	
7	$\{(a\sqrt{7}/3)^2 + (c/4)^2\}^{1/2}$	6,472	6:2(d) 6:2(c)	
1	$a/\sqrt{3}$	2,384	3:2(c)	
2	$\{(a/\sqrt{3})^2 + (c/4)^2\}^{1/2}$	2,788	6:2(a)	
3	$c/2$	2,89	2:2(c)	
4	$\{(a/\sqrt{3})^2 + (c/2)^2\}^{1/2}$	3,746	6:2(d)	
5	a	4,13	6:2(d)	2(d)
6	$2a/\sqrt{3}$	4,769	3:2(c)	
7	$\{(2a/\sqrt{3})^2 + (c/4)^2\}^{1/2}$	4,98	6:2(a)	
8	$\{a^2 + (c/2)^2\}^{1/2}$	5,04	12:2(a)	



1. T. Okita, Y. Makino, J. Phys. Soc. Jpn., 25, 120 (1968).
2. Н. И. Гражданкина, И. В. Медведова, А. В. Пашаев, Ю. С. Береснев, ЖЭТФ, 81, 1064 (1981).
3. I. Teramoto, A. M. J. G. Van Run, J. Phys. Chem. Solids, 29, 347 (1968).
4. J. W. Allen, J. C. Mikkelsen, Phys. Rev., B15, 2952 (1977).
5. Y. Yamaguchi, H. Watanabe, J. Phys. Soc. Jpn., 48, 435 (1980).
6. J. Bouwma, C. Haas, Phys. stat. sol. (b), 56, 299 (1973).
7. W. B. Mims, Proc. IEEE., 51, 1127 (1963).
8. А. Абрагам, Ядерный магнетизм, М., ИИЛ (1963).
9. T. Tsujimura, T. Hihara, Y. Koi, J. Phys. Soc. Jpn., 17, 1078 (1962).
10. Р. Ватсон, А. Фримен, СТ взаимодействия в твердых телах. об., М., "Мир" (1970).
11. Т. Д. Роуланд, ЯМР в металлах, М., "Металлургия" (1961).
12. M. B. Stearns, Phys. Rev., B8, 4398 (1973). *ibid.* B9, 2327 (1974).
13. L. D. Khoi, P. Veillet, T. A. Campbell, J. Phys. F: Met. Phys., 8, 1811 (1978).
14. А. Н. Мень, М. П. Богданович и др. Состав-дефектность-свойства твердых фаз. М., "Наука", (1977).
15. G. A. Murray, W. Marshall, Proc. Phys. Soc., 86, 315 (1965).
16. T. M. Shavishvili, I. G. Kiliptari, Phys. stat. sol. (b), 92, 39 (1979).
17. Е. А. Туров, М. П. Петров, ЯМР в ферро- и антиферромагнетиках. М., "Наука" (1969).



თ. შავიშვილი, ვ. ვანიარხო, ა. ახალკაცი, ი. კილიტარი,
ვ. გუნჩენკო

55Mn-ის Mn_{1+x}Sb-ის მულტიდომენის სისტემის

რეზონანსი

მულტიდომენის ბირთვული სპინული უქუს სისტემების ⁵⁵Mn-სთან 290 და 78 K, როგორც ფუნქციის Mn-ის კონცენტრაციისა Mn_{1+x}Sb მულტიდომენის სისტემის მრავალრეზონანს ნაწილაკებში. მულტიდომენისათვის δ<0, 255 მცპ-ზე დაკვირვებული იყო ხაზი კვარტ-პოლური გახლეჩვის, ბერძნული ხაზზე ვარკვეული სტრუქტურით. მულტიდომენისათვის δ>0 კვარტ-პოლური გახლეჩვა განიცდის გამო-ღას და ჩვეუბა ახალი რამაგებობის ფორმის ხაზები 230 - 248 მცპ სიხშირეზე ინტერვალებში. მულტიდომენისათვის განსაზღვრულია ვარკვეული სტრუქტურისა და ვარკვეული ნეტივების ცნებები. ვარკვეული ხაზები მულტიდომენის Mn-ის ბირთვებს უკნის, რის და სავთ ვარკვე Mn-ის ატომთა მულტიპლეთ სტრუქტურით და არც უკნის პირველში, რამეგებობის, რის რისივე სტრუქტურული მულტიპლეთ BE, სტრუქტურის სავთსუფარ 2(d) კვანძებს.

T. Shavishvili, V. Vanyarkho, A. Akhalkatsi, I. Kiliptari, V. Gunchenko

NMR OF ⁵⁵Mn IN THE SYSTEM OF Mn_{1+x}Sb ALLOYS

The nuclear spin echo signals from ⁵⁵Mn at 290 and 77 K were studied as a function of Mn concentration in multidomain particles of a Mn_{1+x}Sb alloys system. For alloys with δ<0 a line with quadrupole splitting was observed at 255 MHz; superimposed on a line with a definite structure. For alloys with δ>0 the quadrupole splitting smears



out and new broad satellite lines appear in the 230-248 MHz frequency range. The hyperfine fields are analysed in terms of core polarization and transferred contributions. The low frequency lines are attributed to Mn nuclei with one, two and three excess Mn atoms in the fourth nearest neighbour shell and none in the first, assuming that both shells contain vacant 2(d) sites of the 138_1 structure.

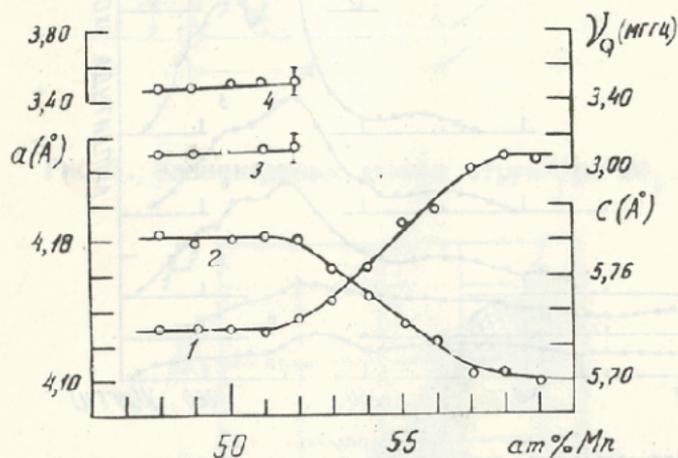


Рис. 1. Зависимость параметров решетки a - 1 и c - 2 и параметра квадрупольного расщепления V_Q при 290 К - 3 и 78 К - 4 от концентрации Mn в системе $Mn_{1+\delta}Sb$.

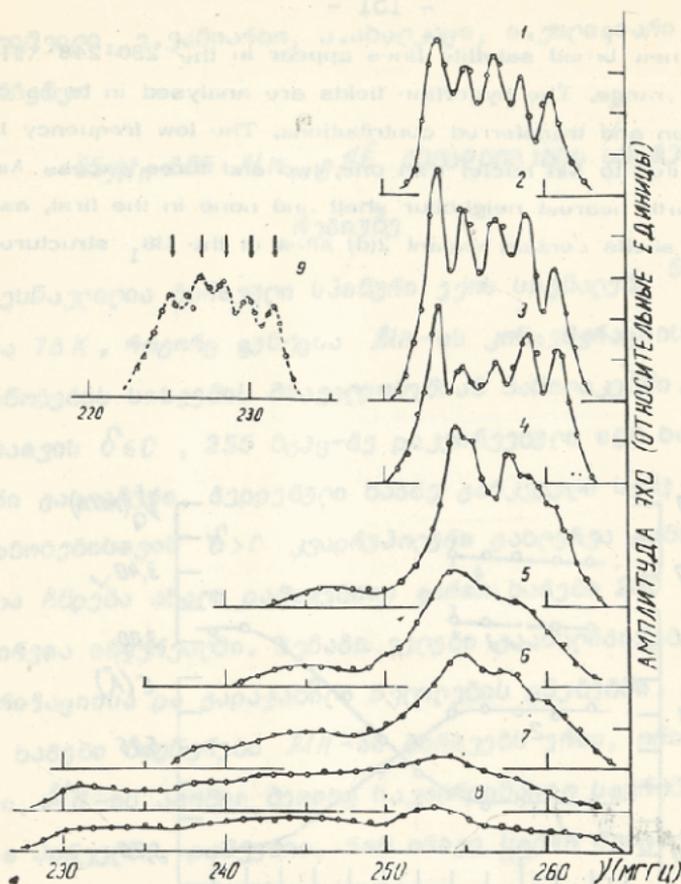


Рис.2. Зависимость амплитуды эхо от частоты для сплавов: 1 - 49; 2 - 50; 3 - 51; 4 - 52; 5 - 53; 6 - 54; 7 - 55; 8 - 56 ат%Мп при $T = 78$ К; 9 - 49 ат%Мп при $T = 290$ К. Стрелками указаны частоты квадрупольных максимумов, определенных в режиме внутримпульсной частотной модуляции.

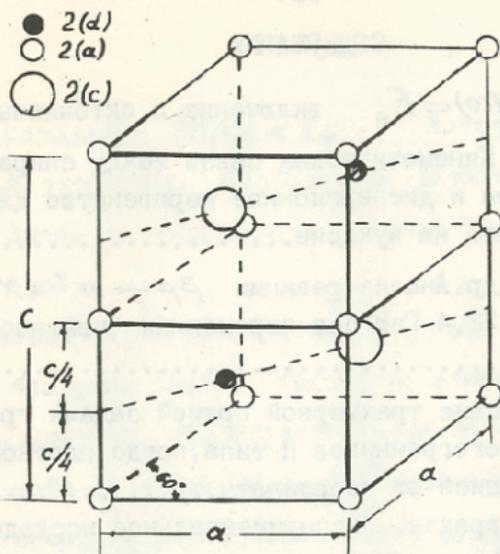


Рис.3. Элементарная ячейка структуры Bb_1 .

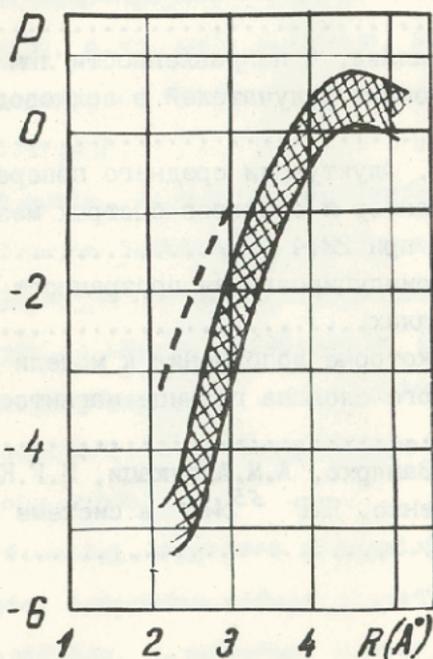


Рис.4. Параметр P по данным раб. [13].

--- для Ni_2MnSb .



З.К.Силагадзе. $SO(10) = E_6$ включение и октонионы.	5
М.П. Чавлейшвили. Кинематическая связь между спиральными амплитудами и дисперсионное неравенство для комптон-эффекта на нуклоне.....	30
Н.С. Амаглобели и др. Анализ реакции $\bar{p}p \rightarrow \pi^{\pm} + X$ при импульсе 22,4 ГэВ/с в переменных "светового фронта".....	44
М.К. Качахидзе. Решение трехмерной прямой задачи гравиметрии для многогранников П типа, когда плотность является функцией от координаты.....	59
З.Л. Лиадзе, З.С. Царадзе. Экспериментальное исследование доплеровского смещения частоты радиоволн при вертикальном зондировании ионосферы над Тбилиси..	68
И.Я. Бутов, Ю.С. Гваладзе, И.И. Джуков, С.В. Бубнов, Н.П. Демин, Н.И. Тагальцева. Пусковой коаксиальный разрядник под давлением.....	77
И.Я. Меркулов, Ю.И. Папава. О направленности люминесценции ориентировочных излучателей в волноводных пленках.....	89
Н.С. Амаглобели и др. Флуктуации среднего поперечного импульса и характер α спектров быстрых мезонов в реакции $\bar{p}p$ при 22,4 ГэВ/с.....	98
Г.Т. Адамашвили. Самоиндуцированная прозрачность в одноосных кристаллах.....	111
З.А. Кереселидзе. Некоторые дополнения к модели двойного электрического слоя на границе магнитосферы Земли.....	122
Т.М. Шавишвили, В.Г. Ванярхо, А.М. Ахалкаци, И.Г. Килиптари, В.М. Гунченко. ЯМР ^{55}Mn в системе сплавов Mn_{1+x}Se	135



Թ Ո Ն Ա Ն Կ Ս Ո

Զ.Նոնալատ. $SO(10) \subset E_6$ Կարգից և ուղղանկյուններ . . . 29

Ծ.Կադրյուրյուր. Մոնոմորֆիզմի չափերի սպինոր սեպտետներ
Մորիս և Բոնսեյրսոնի Մոնոմորֆիզմի մոնոմորֆիզմ-
ներ 42

Ծ.Սեպտետներ և սեպ. 22.4 ԲՅՅ/Ը ունենում է $\bar{P}P \rightarrow \mathcal{M}^{\pm} + X$
Պրոյեկտիվ սեպտետի "սեպտետի զրոներ" չափերի 52

Ծ.Մաթեմատիկ. Երկրորդային սամբանտիմոնոլոգիանի սոփոստիկ սեպ-
տետ II օրինակի մոնոմորֆիզմները, որոնք սեպտետից հար-
մարդներն առերևույթ են ճիշտ զրոներ 66

Զ.Լոնալ, Զ.Մարալ. Կարգից և ուղղանկյունների սեպտետի Երկր-
ային շրջանի մոնոմորֆիզմները և ունենում է զրոներից
և ուղղանկյունների սեպտետի 72

Ծ.Մոնոմորֆիզմ, Ծ.Մարալ, Ե.Մարալ, Ս.Մարալ, Ե.Լոնալ, Ե.
Մարալ. Երկրային շրջանի մոնոմորֆիզմները և ունենում է
զրոներից 85

Ծ.Մոնոմորֆիզմ, Ծ.Մարալ. Մոնոմորֆիզմի և ուղղանկյունների
մոնոմորֆիզմի և ուղղանկյունների մոնոմորֆիզմի 95

Ծ.Սեպտետներ և սեպ. Սամբանտիմոնոլոգիանի մոնոմորֆիզմ-
ները և սեպտետի մոնոմորֆիզմի և ուղղանկյունների $\bar{P}P$
պրոյեկտիվները 22,4 ԲՅՅ/Ը ունենում է զրոն 108

Զ.Սեպտետներ. Մոնոմորֆիզմի և ուղղանկյունների մոնոմորֆիզմի
և ուղղանկյունների 121

Զ.Մարալ. Մոնոմորֆիզմի և ուղղանկյունների մոնոմորֆիզմի
և ուղղանկյունների մոնոմորֆիզմի 133

Ծ.Մարալ, Զ.Մարալ, Ե.Մարալ, Ե.Մարալ, Ե.Մարալ, Ե.Մարալ.
Երկրային շրջանի մոնոմորֆիզմի և ուղղանկյունների 150



Z. Silagadze. $SO(10) \subset E_6$ imbedding and octonions	29
M. Chavleishvili. Kinematic constraint of the helicity amplitudes and a dispersion inequality for the nucleon compton-effect	43
N. Amaglobeli et al. Analysis of the reaction $\bar{p}p \rightarrow \pi^{\pm} + X$ at 22,4 Gev/c "light front" variables	53
M. Kachakhidze. Solution of a three-dimensional direct problem of gravimetry for type II polyhedra with density as the coordinate function	66
Z. Liadze, Z. Sharadze. Experimental investigation of the Doppler shift of radio waves at verticale sounding of the ionosphere over Tbilisi	72
L. Butov, Yu. Gvaladze, N. Zhukov, S. Bubnov, N. Dyomin, N. Tagiltseva. A pressurized starter coaxial spark gap.	85
L. Merkulov, Yu. Iapava. On the directivity of luminescence of oriented radiators in waveguide films	95
N. Amaglobeli et al. Average transverse momentum fluctuations and x-spectra behaviour of fast pions in $\bar{p}p$ reactions at 22,4 Gev/c	109
G. Ardamashvili. Self-induced transparency in uniaxial crystals	121
Z. Kereselidze. Some additional comments on the model of the magnetosphere dipole layer	131
T. Shavishvili, V. Vanyarko, A. Akhalkatsi, L. Kiliptari, V. Guncherik. NMR of ^{55}Mn in the system of $\text{Mn}_{1+\delta}\text{Sb}$	150