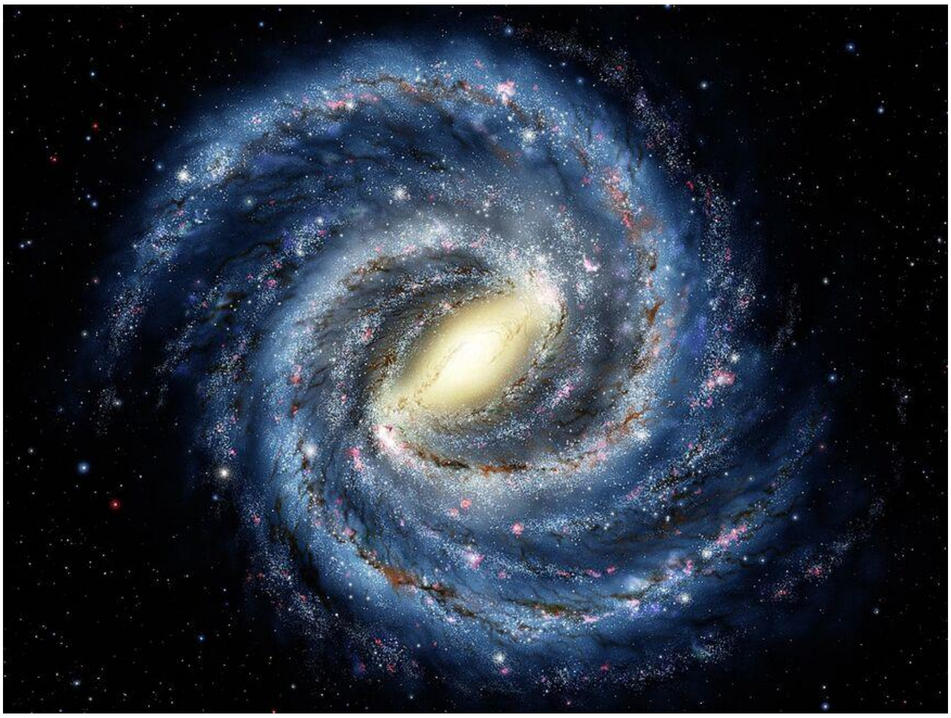
ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემია

შპს სამეცნიერო-საწარმოო ფირმა „ალმასი“

ზურაბ ბიწაძე, თამაზ ობგაძე

ფიზიკა ამოცანებსა და სავარჯიშოებში ნიჭიერი მოსწავლეებისათვის

1. მექანიკა



2024

თბილისი

UDC (უაკ) 53(0761)

ო – 125

წიგნი განკუთვნილია ნიჭიერი მოსწავლეებისათვის ნორჩ მათემატიკოსთა კლუბიდან „ალმასი“, ასევე, სხვა ფიზიკა-მათემატიკით დაინტერესებული მოსწავლეებისათვის და წარმოადგენს დამატებით, დამხმარე სახელმძღვანელოს. ის დახმარებას გაუწევს აგრეთვე, სხვა ფიზიკა-მათემატიკური სკოლის მოსწავლეებს და მასწავლებლებს.

დამხმარე სახელმძღვანელო მოიცავს, ელემენტარული მექანიკის როგორც საკონკურსო, ასევე, საოლიმპიადო დონის ამოცანებს, რომლებიც ვარსკვლავითაა გამოყოფილი. ყოველი თავის დასაწყისში, მოცემულია შესაბამისი თეორიული მასალა და ფორმულები ამოცანების ამოსახსნელად. წიგნში განხილულია ამოცანების ამოხსნის ტექნიკა და მოცემულია, აგრეთვე, ამოცანები დამოუკიდებლად ამოსახსნელად. ყველა ამოცანას აქვს მოყვანილი პასუხები.

რეცენზენტი: ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის პრეზიდენტი,
ფიზიკა-მათემატიკურ მეცნიერებათა დოქტორი,
პროფესორი თემურ ჩილაჩავა

საგამომცემლო სახლი “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, 2024

ISBN 978 – 9941 – 8 - 6180 - 2

შესავალი

მექანიკის შესწავლისას, ამოცანების ამოხსნა იძლევა მექანიკის კლასიკური კანონების უფრო ღრმად შესწავლის საშუალებას და გვაძლევს, პრაქტიკული ამოცანების რიცხვამდე დაყვანის ჩვევებს, გვაცნობს მექანიკური სიდიდეების განზომილებების თავისებურებებს. მექანიკის ათვისების საუკეთესო საშუალებაა ამოცანების ამოხსნა, ხოლო თვისობრივ სავარჯიშოებზე მსჯელობა საშუალებას გვაძლევს გავერკვეთ მექანიკური პროცესებისა და კანონების არსში. ამოცანები ამოხსნილია საერთაშორისო ერთეულთა SI ან CGS სისტემაში. ერთეულთა ყოველ სისტემაში არსებობს განზომილებათა ეტალონური სიდიდეები, რომელთაც უწოდებენ **ძირითად ერთეულებს**, ხოლო ყველა სხვა განზომილებას, რომელიც მიიღება ძირითადი ერთეულების კომბინაციით, უწოდებენ **არასისტემურ (წარმოებულ)** ერთეულებს. განვიხილოთ განზომილებათა ცხრილი 1.

სიდიდე	სიმბოლური აღნიშვნა	SI	CGS	არასისტემური ერთეულები	SI სისტემაში გადაყვანის კოეფიციენტები
ძირითადი ერთეულები					
სიგრძე	L	მეტრი(მ)	სანტიმეტრი(სმ)	მიკრონი(მკ) ნანომეტრი(ნმ) ანგსტრემი Å	$1\text{სმ}=10^{-2}\text{მ}$ $1\text{მკ}=10^{-6}\text{მ}$ $1\text{ნმ}=10^{-9}\text{მ}$ $1\text{Å}=10^{-10}\text{მ}$
მასა	M	კილოგრამი(კგ)	გრამი(გ)	-	$1\text{გ}=10^{-3}\text{კგ}$
დრო	T	წამი(წმ)	წამი(წმ)	წუთი(წთ) საათი(სთ)	1სთ=3600წმ 1წთ=60წმ
დამატებითი ერთეულები					
ბრტყელი კუთხე	φ	რადიანი(რდ)	რადიანი(რდ)	გრადუსი	$1^{\circ}=\frac{\pi}{180}\text{რად}$
სივრცული კუთხე	Ω	სტერადიანი(სტრ)	სტერადიანი(სტრ)	-	-
წარმოებული ერთეულები					
სიხშირე	υ	ჰერცი($\frac{1}{\text{წმ}}$)	ჰერცი($\frac{1}{\text{წმ}}$)	კჰც	1კჰც=1000ჰც
კუთხური სიჩქარე	ω	$\frac{\text{რად}}{\text{წმ}}$	$\frac{\text{რად}}{\text{წმ}}$	ბრუნი/წთ	$1\text{ბრ/წთ}=\frac{\pi}{30}\frac{\text{რად}}{\text{წმ}}$
სიჩქარე	v	$\frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$	$\frac{\text{სმ}}{\text{წმ}}$	-	$1\frac{\text{სმ}}{\text{წმ}}=10^{-2}\frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$
აჩქარება	a	$\frac{\text{მ}}{\text{წმ}^2}$	$\frac{\text{სმ}}{\text{წმ}^2}$	-	$1\frac{\text{სმ}}{\text{წმ}^2}=10^{-2}\frac{\text{მ}}{\text{წმ}^2}$
ფართობი	S	მ^2	სმ^2	-	$1\text{სმ}^2=10^{-4}\text{მ}^2$
მოცულობა	V	მ^3	სმ^3	-	$1\text{სმ}^3=10^{-6}\text{მ}^3$
სიმკვრივე	ρ	$\frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3}$	$\frac{\text{გ}}{\text{სმ}^3}$	-	$1\frac{\text{გ}}{\text{სმ}^3}=10^{3}\frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3}$
ძალა	F	ნიუტონი(ნ)	დინი(დნ)	კგძ	$1\ \text{დნ}=10^{5}\text{დნ}$ 1კგძ=9.8ნ

მუშაობა, ენერგია	A W,E	ჯოული(ჯ)	ერგი(ერგ)	კგმ	1კგმ=9.8ჯ 1ერგი=10^{-7}ჯ
სიმძლავრე	N	ვატი(ვტ)	$\frac{\text{ერგი}}{\text{წმ}}$	$\frac{\text{კგმ}}{\text{წმ}}$	$1\frac{\text{კგმ}}{\text{წმ}} = 9.8\text{ვტ}$ $1\frac{\text{ერგი}}{\text{წმ}} = 10^{-7}\text{ვტ}$
წნევა	P	პასკალი(პა)	ბარი(ბრ)	ატმოსფერო(ატ)	1ბრ=10^{-1}პა 1ატ=9.8· 10^4პა

იმისათვის, რომ მექანიკური სიდიდე გადავიყვანოთ ერთეულების საერთაშორისო SI სისტემაში, უნდა გამოვსახოთ მისი განზომილების ყველა ერთეული ძირითადი ერთეულების საშუალებით, რომლებიც მოყვანილია ცხრილი 1-ში და მოვახდინოთ შესაბამისი გამოთვლები.

მაგალითად, 1. გამოვსახოთ წყლის სიმკვრივე $\rho = 1\frac{\text{გ}}{\text{სმ}^3}$ SI სისტემაში.

ცხრილიდან ვპოულობთ რომ 1გ=10^{-3}კგ და 1სმ^3=10^{-6}მ^3. მაშინ $\rho = 1\frac{\text{გ}}{\text{სმ}^3} = 1 \cdot \frac{10^{-3}\text{კგ}}{10^{-6}\text{მ}^3} = 10^3\frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3}$. ამგვარად, $\rho = 1000\frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3}$.

2. გამოვსახოთ ნორმალური ატმოსფერული წნევა $P_0 = 760$ მმ. ვერცხ. წყლის სვეტი SI სისტემაში (პასკალებში).

როგორც ვიცით სითხის ჰიდროსტატიკური წნევა ჭურჭლის ფსკერზე გამოითვლება ფორმულით $P = \rho g h$ სადაც ρ სითხის (ამჯერად, ვერცხლისწყლის) სიმკვრივეა, g - სიმძიმის ძალის აჩქარება, ხოლო h - სითხის(ამჯერად, ვერცხლისწყლის) სვეტის სიმაღლე. აქედან გამომდინარე, ვპოულობთ მის განზომილებას SI სისტემაში (პასკალებში). მართლაც, $\mathrm{P} = \rho g h = 13.6 \cdot 10^3\frac{\text{კგ}}{\text{მ}^3} \cdot 9.8\frac{\text{მ}}{\text{წმ}^2} \cdot 0.76\text{მ} = 10^5\frac{\text{ნ}}{\text{მ}^2} = 10^5$პა.

სკალარული და ვექტორული სიდიდეები

მექანიკაში განიხილება ორი ტიპის **სიდიდე: სკალარული და ვექტორული.**

სკალარული ეწოდება სიდიდეს, რომელიც ხასიათდება მხოლოდ საკუთარი რიცხვითი მნიშვნელობით.

სკალარული სიდიდეების **მაგალითებია**: ***დრო, გავლილი გზა, მასა, სიმკვრივე, მუშაობა, სიმძლავრე, ენერგია*** და ა.შ.

მათზე სრულდება არითმეტიკული ოპერაციები(შეკრება, გამოკლება, გამრავლება, გაყოფა) ისე, როგორც ჩვეულებრივ რიცხვებზე.

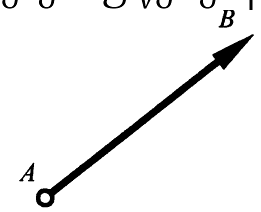
ვექტორული ეწოდება სიდიდეს, რომელიც ხასიათდება როგორც საკუთარი რიცხვითი მნიშვნელობით **(ვექტორის სიგრძე),** ასევე, მიმართულებით სივრცეში.

ვექტორული სიდიდეების **მაგალითებია:** ***გადაადგილება, სიჩქარე, აჩქარება, ძალა, წონა*** და ა.შ.

ვქტორულ სიდიდეებს გამოსახავენ **მუქი** ასოებით ან ასოს ზემოდან ახატავენ ვექტორის სიმბოლოს. **მაგალითად:** $\vec{\boldsymbol{r}}, \vec{\boldsymbol{v}}, \vec{\boldsymbol{a}}, \vec{\boldsymbol{F}}, \vec{\boldsymbol{P}}$ ...ზოგჯერ კი, უბრალოდ, ზემოდან ხაზით გამოსახავენ: $\bar{r}, \bar{v}, \bar{a}, \bar{F}, \bar{P}$.

$\overrightarrow{AB}$ **ვექტორის სიგრძე** $|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}|$ სკალარული სიდიდეა და ის ყოველთვის არაუარყოფითი ($|\overrightarrow{AB}| \geq 0$) სიდიდეა.

ნახაზზე ვექტორებს გამოსახავენ შესაბამისი მიმართულების მონაკვეთის საშუალებით, რომლის სიგრძეც მასშტაბში შეესაბამება ამ ვექტორის სიგრძეს(შესაბამისი მექანიკური სიდიდის რიცხვით მნიშვნელობას) ნახ.1.ზოგჯერ ვექტორის სიგრძეს გამოსახავენ იმავე ასოებით ვექტორის ნიშნის გარეშე ანუ წერენ $|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}| = \mathrm{AB}$.



ნახ. 1. $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ **ვექტორის გეომეტრიული გამოსახვა**

ორ ვექტორს ეწოდებათ ტოლი, თუ მათი სიგრძეებიც ერთნაირია და მიმართულებებიც. ამ შემთხვევაში წერენ $\vec{A} = \vec{B}$, რაც იმას ნიშნავს რომ

$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}$, $\bar{A} \uparrow\uparrow \bar{B}$.

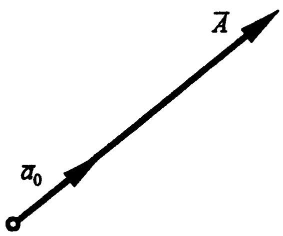
თუ ორი ვექტორი სიდიდით ტოლია, მაგრამ მათი მიმართულებები პარალელურ წრფეებზეა, ხოლო მიმართულება საპირისპირო, მაშინ წერენ რომ $A = B$, $\overline{\boldsymbol{A}} \uparrow\downarrow \overline{\boldsymbol{B}}$ და მაშასადამე $\overline{\boldsymbol{A}} = -\overline{\boldsymbol{B}}$.

ერთ სიბრტყეში მდებარე ვექტორებს **კომპლანარულს** უწოდებენ.

თუ ორი ვექტორი ერთ სიბრტყეშია და პარალელურ წრფეებზე მდებარეობენ $\vec{A}\|\vec{B}$ მაშინ მათ **კოლინეარულს** უწოდებენ.

ასეთი ვექტორები შეიძლება იყვნენ ერთი მიმართულების ან საპირისპირო მიმართულების.

$\overrightarrow{\mathbf{a_0}}$ ვექტორს ეწოდება $\vec{\mathbf{A}}$ ვექტორის მიმმართველი ერთეულოვანი ვექტორი ანუ **ორტა**, თუ მას იგივე მიმართულება აქვს რაც $\vec{\mathbf{A}}$ ვექტორს და მისი სიგრძე ერთის ტოლია. ასეთ შემთხვევაში $\overrightarrow{\mathbf{a_0}} = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{|\vec{\mathbf{A}}|}$.



ნახ. 2. $\overrightarrow{\mathrm{A}}$ ვექტორი და მისი ორტა $\overrightarrow{\mathrm{a_0}}$

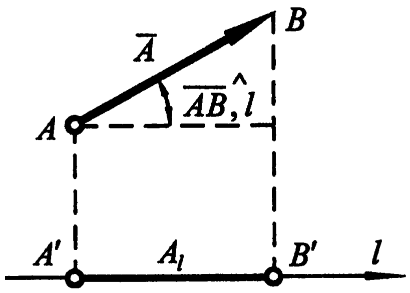
ვექტორი შეგვიძლია გამოვსახოთ ორტის საშუალებით შემდეგნაირად:

$\overline{\mathbf{A}} = |\overline{\mathbf{A}}| \cdot \overline{\mathbf{a_0}} = A \cdot \overline{\mathbf{a_0}}.$

ვექტორის პროექცია რიცხვით ღერძზე (წრფეზე) და სიბრტყეზე

რიცხვითი ღერძი ეწოდება წრფეს, რომელზედაც არჩეულია დადებითი მიმართულება, სათავე და მასშტაბი.

მოცემული $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ ვექტორის გეგმილი $\boldsymbol{l}$ რიცხვით ღერძზე ეწოდება $\mathrm{A'B'}$ მონაკვეთს, სადაც $\mathrm{A'}$ და $\mathrm{B'}$ ამ ვექტორის ბოლოების ორთოგონალური გეგმილებია ამ ღერძზე ნახ. 3.

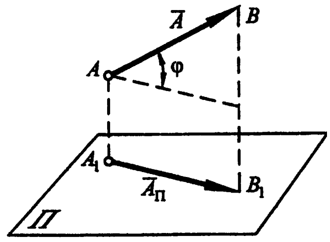


ნახ. 3. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ ვექტორის გეგმილი $\boldsymbol{l}$ რიცხვით ღერძზე

ცხადია, რომ $\mathrm{A'B'} = |\overline{\mathbf{AB}}| \cdot \cos(\overline{\mathbf{AB}}{}^\wedge \boldsymbol{l})$. ვექტორის გეგმილი ღერძზე, შეიძლება იყოს უარყოფითი ან დადებითი, რაც დამოკიდებულია ვექტორის მიმართულებასა და ღერძის მიმართულებას შორის არსებული კუთხის სიდიდეზე.

მოცემული $\overline{\mathbf{AB}}$ ვექტორის გეგმილი Π სიბრტყეზე ეწოდება $\overline{\mathbf{A'B'}}$ ვექტორს, რომელიც მიიღება ამ ვექტორის ბოლოების ორთოგონა-ლური დაგეგმილებით Π სიბრტყეზე ნახ. 4. გეგმილის $\overline{\mathbf{A'B'}}$ ვექტორის სიგრძე გამოითვლება ფორმულით:

$$|\overline{\mathbf{A'B'}}\,| = |\overline{\mathbf{AB}}| \cdot \cos\varphi$$



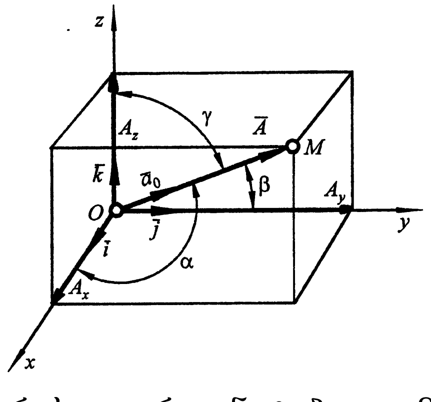
ნახ. 4. ვექტორის გეგმილი სიბრტყეზე

ვექტორის კოორდინატები

ითვლება რომ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{OM}}$ ვექტორი მოცემულია, თუ ვიცით მისი სიგრძე და მიმართულება სივრცეში ანუ ვექტორსა და საკოორდინატო ღერძების დადებით მიმართულებებს შორის არსებული α, β, γ კუთხეების მიმმართველი კოსინუსები ნახ. 5.

$$\cos\alpha = \cos(x \,\hat{,}\, \overline{OM}), \ \cos\beta = \cos(y \,\hat{,}\, \overline{OM}),$$

$$\cos\gamma = \cos(z \,\hat{,}\, \overline{OM}).$$



ნახ. 5. $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{OM}}$ ვექტორის კოორდინატები და მიმმართველი კუთხის კოსინუსები

როგორც ნახ. 5 გვიჩვენებს, $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{OM}}$ ვექტორის კოორდინატები მოიცემა ფორმულებით:

$$A_x = |\overline{\boldsymbol{A}}| \cdot \cos\alpha$$
$$A_y = |\overline{\boldsymbol{A}}| \cdot \cos\beta$$
$$A_z = |\overline{\boldsymbol{A}}| \cdot \cos\gamma$$

ცხადია რომ, შეგვიძლია ვექტორი დავშალოთ ორტების საშუალებით:

$$\overline{\mathbf{A}} = A_x \cdot \bar{\boldsymbol{\imath}} + A_y \cdot \bar{\boldsymbol{\jmath}} + A_z \cdot \overline{\boldsymbol{k}}.$$

მოცემული ვექტორი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ მისი კოორდინატებით საკოორდინატო ღერძებზე:

$$\bar{\mathbf{A}} = (A_x, A_y, A_z);$$

ნახ. 5.-დან ცხადია, რომ ვექტორის სიგრძე შეგვიძლია გამოვითვალოთ ფორმულით:

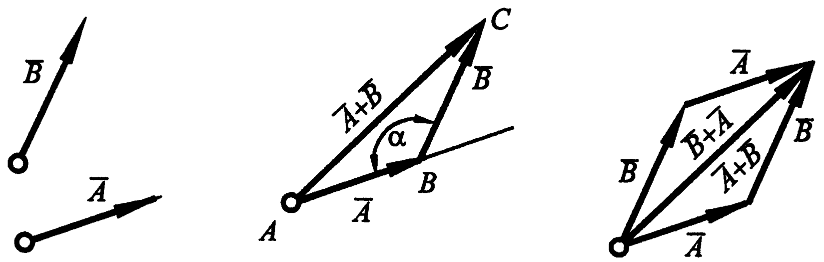
$$|\bar{\mathbf{A}}| = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}\,.$$

მიმმართველი კოსინუსები კი წარმოადგენენ მოცემული ვექტორის ორტის კოორდინატებს:

$$\overline{\boldsymbol{a_0}} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

ვექტორების შეკრება

ორი $\bar{\boldsymbol{A}}$ და $\bar{\boldsymbol{B}}$ ვექტორის ჯამი ეწოდება ვექტორს, რომლის სათავეც ემთხვევა $\bar{\boldsymbol{A}}$ ვექტორის სათავეს, ხოლო ბოლო ემთხვევა $\bar{\boldsymbol{B}}$ ვექტორის ბოლოს ნახ. 6.



ნახ. 6. ვექტორების შეკრების სამკუთხედისა და პარალელოგრამის წესი

ამ ნახაზებიდან ჩანს რომ, $\bar{\boldsymbol{A}} + \bar{\boldsymbol{B}} = \bar{\boldsymbol{B}} + \bar{\boldsymbol{A}}$. ადვილი მისახვედრია, რომ ორი ვექტორის ჯამის სიგრძის გამოთვლა ხორციელდება კოსინუსების თეორემით. მართლაც ΔABC - დან გამომდინარე, მივიღებთ, რომ რადგან $\alpha = \pi - (\bar{\boldsymbol{A}}^\wedge\bar{\boldsymbol{B}})$ გვექნება ფორმულა:

$$|\bar{\boldsymbol{A}} + \bar{\boldsymbol{B}}| = \sqrt{|\bar{\boldsymbol{A}}|^2 + |\bar{\boldsymbol{B}}|^2 - 2\cdot|\bar{\boldsymbol{A}}|\cdot|\bar{\boldsymbol{B}}|\cdot\cos\alpha} =$$
$$= \sqrt{|\bar{\boldsymbol{A}}|^2 + |\bar{\boldsymbol{B}}|^2 + 2\cdot|\bar{\boldsymbol{A}}|\cdot|\bar{\boldsymbol{B}}|\cdot\cos(\bar{\boldsymbol{A}}^\wedge\bar{\boldsymbol{B}})}.$$

ვექტორის გამრავლება სკალარზე

ვექტორის გამრავლება რაიმე λ სკალარზე იწვევს ვექტორის სიგრძის გაზრდას λ-ჯერ თუ $|\lambda| > 1$ და იწვევს მისი სიგრძის შემცირებას თუ, $|\lambda| < 1$. ამასთან თუ $\lambda < 0$, მაშინ ვექტორის მიმართულება საპირისპიროთი იცვლება.

მაგალითად, თუ გვაქვს $\bar{\mathbf{A}} = (A_x, A_y, A_z)$ ვექტორი, მაშინ $\lambda \cdot \bar{\mathbf{A}} = (\lambda \cdot A_x, \lambda \cdot A_y, \lambda \cdot A_z)$; შესაბამისად, $|\lambda \cdot \bar{\boldsymbol{A}}| = |\lambda| \cdot \sqrt{A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2}$. რაც იმას ნიშნავს, რომ მაგალითისათვის

$\mathbf{5} \cdot \bar{\boldsymbol{A}} = (5 \cdot A_x, 5 \cdot A_y, 5 \cdot A_z)$ და შესაბამისად

$|5 \cdot \bar{\boldsymbol{A}}| = 5 \cdot \sqrt{A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2}$

მაშასადამე, ამ შემთხვევაში, ვექტორის სიგრძე გაიზრდება 5-ჯერ, მიმართულება კი არ შეიცვლება. თუ $\lambda = \frac{1}{2}$ მაშინ, ვექტორის სიგრძე შემცირდება 2-ჯერ.

ორი $\bar{\boldsymbol{A}}$ და $\bar{\boldsymbol{B}}$ ვექტორის **კოლინეარობის (პარალელობის) პირობა** იმაში მდგომარეობს, რომ უნდა არსებობდეს ისეთი λ რიცხვი, რომლისთვისაც ადგილი ექნება ტოლობას $\bar{\boldsymbol{A}} = \lambda \cdot \bar{\boldsymbol{B}}$, რაც იმას ნიშნავს რომ $A_x = \lambda \cdot B_x$; $A_y = \lambda \cdot B_y$; $A_z = \lambda \cdot B_z$.

სხვანაირად რომ ვთქვათ, ამ ვექტორების შესაბამისი კომპონენტების ფარდობები უნდა იყოს λ სიდიდის ტოლი ანუ $\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z} = \lambda$.

ვექტორების სკალარული ნამრავლი

ორი $\bar{\boldsymbol{A}}$ და $\bar{\boldsymbol{B}}$ ვექტორის სკალარული ნამრავლი ეწოდება სკალარულ სიდიდეს, რომელიც მიიღება ამ ვექტორების სიგრძეთა გამრავლებით მათ შორის კუთხის კოსინუსზე.

ეს განსაზღვრება ფორმულებით ასე ჩაიწერება:

$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = |\bar{\boldsymbol{A}}| \cdot |\bar{\boldsymbol{B}}| \cdot \mathbf{cos}(\bar{\boldsymbol{A}}^\wedge \bar{\boldsymbol{B}})$.

ცხადია რომ სკალარული ნამრავლისათვის გვაქვს ფორმულები:

$\cos(\bar{A} \hat{,} \bar{B}) = 1, \ \bar{A} \cdot \bar{B} = AB$ при $\bar{A} \uparrow\uparrow \bar{B}$;

$\cos(\bar{A} \hat{,} \bar{B}) = -1, \ \bar{A} \cdot \bar{B} = -AB$ при $\bar{A} \uparrow\downarrow \bar{B}$;

$\cos(\bar{A} \hat{,} \bar{B}) = 0, \ \bar{A} \cdot \bar{B} = 0$ при $\bar{A} \perp \bar{B}$;

$\cos(\bar{A} \hat{,} \bar{B}) = 1, \ \bar{A} \cdot \bar{B} = A^2$ при $\bar{A} = \bar{B}$.

$\bar{i} \cdot \bar{j} = \bar{j} \cdot \bar{k} = \bar{k} \cdot \bar{i} = 0$;

$\bar{i} \cdot \bar{i} = \bar{j} \cdot \bar{j} = \bar{k} \cdot \bar{k} = 1$.

თუ გავიხსენებთ ვექტორის წარმოდგენას ორტების საშუალებით $\bar{\mathbf{A}} = A_x \cdot \bar{\boldsymbol{\imath}} + A_y \cdot \bar{\boldsymbol{\jmath}} + A_z \cdot \bar{\boldsymbol{k}}$; $\bar{\boldsymbol{B}} = B_x \cdot \bar{\boldsymbol{\imath}} + B_y \cdot \bar{\boldsymbol{\jmath}} + B_z \cdot \bar{\boldsymbol{k}}$ და გავითვალისწინებთ ორტების სკალარული ნამრავლის თვისებებს,

მივიღებთ რომ სკალარული ნამრავლი შეგვიძლია გამოვსახოთ კოორდინატებითაც.

მართლაც,

$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = (A\_x \cdot \bar{\boldsymbol{\iota}} + A\_y \cdot \bar{\boldsymbol{j}} + A\_z \cdot \bar{\boldsymbol{k}}) \cdot \left(B_x \cdot \bar{\boldsymbol{\iota}} + B_y \cdot \bar{\boldsymbol{j}} + B_z \cdot \bar{\boldsymbol{k}}\right).$

ამ ნამრავლის გარდაქმნით მივიღებთ, რომ

$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = A_{\boldsymbol{x}} \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z.$

აქედან გამომდინარე, ორი ვექტორის **ორთოგონალობის (ურთიერთპერპენდიკულარობის) პირობა** იმაში მდგომარეობს, რომ მათი **სკალარული ნამრავლი ნულის** ტოლია ანუ

$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = A_{\boldsymbol{x}} \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z = 0.$

ასევე, სკალარული ნამრავლის ორნაირი განსაზღვრა საშუალებას გვაძლევს ჩავწეროთ რომ

$\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}} = |\bar{\boldsymbol{A}}| \cdot |\bar{\boldsymbol{B}}| \cdot \cos(\bar{A}^\wedge \bar{B}) = A_{\boldsymbol{x}} \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z.$

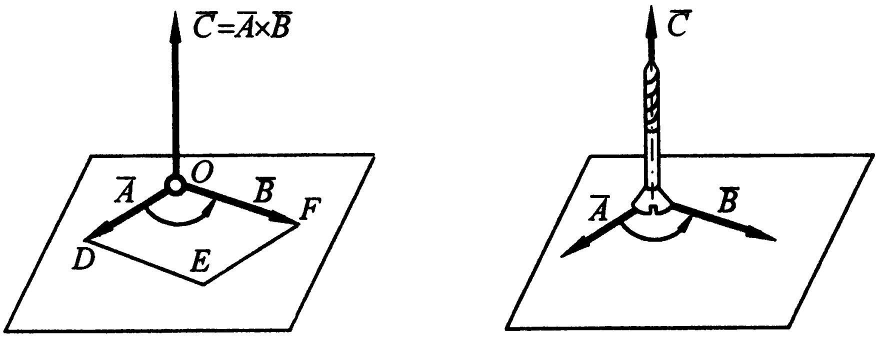
თუ გავითვალისწინებთ ვექტორის სიგრძის გამოსახულებას კოორდინატების საშუალებით $|\bar{\mathbf{A}}| = \sqrt{A_x{}^{\mathbf{2}} + A_y{}^{\mathbf{2}} + A_z{}^{\mathbf{2}}}$, მაშინ მივიღებთ ორ ვექტორს შორის არსებული კუთხის კოსინუსისათვის ფორმულას:

$\cos(\bar{A}^\wedge \bar{B}) = \frac{\bar{\boldsymbol{A}} \cdot \bar{\boldsymbol{B}}}{|\bar{\boldsymbol{A}}| \cdot |\bar{\boldsymbol{B}}|} = \frac{A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z}{\sqrt{A_x{}^{\mathbf{2}} + A_y{}^{\mathbf{2}} + A_z{}^{\mathbf{2}}} \cdot \sqrt{B_x{}^{\mathbf{2}} + B_y{}^{\mathbf{2}} + B_z{}^{\mathbf{2}}}}.$

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

ორი ვექტორის ვექტორული ნამრავლი ეწოდება ვექტორს, რომლის სიგრძეც უდრის ამ ვექტორების სიგრძეთა ნამრავლს გამრავლებულს მათ შორის არსებული კუთხის სინუსზე, ხოლო მიმართულება განისაზღვრება ისე რომ, ის პერპენდიკულარულია საწყის ვექტორებზე გამავალი სიბრტყისა და როცა დავყურებთ ნამრავლი ვექტორის ბოლოდან პირველი თანამამრავლიდან მეორესკენ მიმავალ მცირე კუთხეს, ის უნდა ბრუნავდეს საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით ნახ. 7. ანუ თუ გვაქვს ვექტორული ნამრავლი $\bar{\boldsymbol{A}} \times \bar{\boldsymbol{B}} = \bar{\boldsymbol{C}}$, მაშინ

$$|\bar{\boldsymbol{C}}| = |\bar{\boldsymbol{A}}| \cdot |\bar{\boldsymbol{B}}| \cdot \sin(\bar{A}^\wedge \bar{B}) = S_{\Delta ODEF}$$

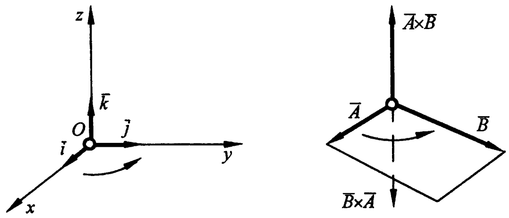


ნახ. 7. ვექტორული ნამრავლის განსაზღვრებისათვის

ვექტორული ნამრავლის სიდიდე, ამ ვექტორებზე როგორც გვერდებზე აგებული პარალელოგრამის $S_{\Delta ODEF}$ ფართობის ტოლია.

მიმართულების განსაზღვრიდან გამომდინარე, ცხადია რომ

$$\overline{\boldsymbol{A}} \times \overline{\boldsymbol{B}} = -\overline{\boldsymbol{B}} \times \overline{\boldsymbol{A}}$$



ნახ. 8. ვექტორული ნამრავლის თვისებები

ერთეულოვანი $\bar{\iota}, \bar{\jmath}, \bar{k}$ ვექტორებისათვის გვექნება ფორმულები:

$$\bar{\boldsymbol{i}} \times \bar{\boldsymbol{i}} = \bar{\boldsymbol{j}} \times \bar{\boldsymbol{j}} = \bar{\boldsymbol{k}} \times \bar{\boldsymbol{k}} = 0;$$

$$\bar{\boldsymbol{i}} \times \bar{\boldsymbol{j}} = \bar{\boldsymbol{k}}, \ \bar{\boldsymbol{j}} \times \bar{\boldsymbol{k}} = \bar{\boldsymbol{i}}, \ \bar{\boldsymbol{k}} \times \bar{\boldsymbol{i}} = \bar{\boldsymbol{j}}.$$

თუ გავითვალისწინებთ ვექტორების წარმოდგენას ორტების საშუალებით $\overline{\mathbf{A}} = A_x \cdot \bar{\boldsymbol{\iota}} + A_y \cdot \bar{\boldsymbol{\jmath}} + A_z \cdot \overline{\boldsymbol{k}}$; $\overline{\boldsymbol{B}} = B_x \cdot \bar{\boldsymbol{\iota}} + B_y \cdot \bar{\boldsymbol{\jmath}} + B_z \cdot \overline{\boldsymbol{k}}$, მივიღებთ რომ,

$$\overline{\boldsymbol{A}} \times \overline{\boldsymbol{B}} = (A_y B_z - A_z B_y)\bar{\boldsymbol{i}} + (A_z B_x - A_x B_z)\bar{\boldsymbol{j}} + (A_x B_y - A_y B_x)\bar{\boldsymbol{k}},$$

რაც გვაძლევს ვექტორული ნამრავლის წარმოდგენას ორტების ბაზისის მიმართ.

I თავი. კინემატიკა

კინემატიკა მექანიკის ნაწილია, რომელიც შეისწავლის ***მექანიკურ მოძრაობას***, გამომწვევი მიზეზებისა და პირობების გარეშე.

მექანიკური ეწოდება ისეთ მოძრაობას, რომლის დროსაც დროის განმავლობაში, სხეული სხვა სხეულების მიმართ იცვლის მდებარეობას სივრცეში.

1.1. ძირითადი ცნებები

ნებისმიერი მექანიკური მოძრაობა ან უძრაობა ფარდობითია, რაც იმას ნიშნავს, რომ მოძრაობაზე ან უძრაობაზე ლაპარაკს მაშინ აქვს აზრი, როცა არჩეული გვაქვს ***ათვლის სისტემა.***

მაგალითად, მგზავრი რომელიც მოძრავ მატარებელში ზის, **უძრავია მატარებლის ვაგონის** მიმართ, მაგრამ **მოძრაობს გამოსვლის სადგურის** მიმართ.

ათვლის სხეული ეწოდება სხეულს, რომლის მიმართაც მოძრაობა განიხილება. კინემატიკაში, ათვლის სხეულის არჩევა დამოკიდე-ბულია განსახილველი ამოცანის პირობებზე. სხეულის მდებარეობა წირზე, სიბრტყესა და სივრცეში, შესაბამისად მოიცემა ერთი, ორი ან სამი კოორდინატით. სხეულის მოძრაობისას მისი კოორდინატები იცვლება.

კოორდინატთა სისტემა, ათვლის სხეული და მოძრაობის საწყისი მომენტი შეადგენს **ათვლის სისტემას,** რომლის მიმართაც მოძრაობა განიხილება.

ელემენტარული მექანიკის საზღვრებში, კინემატიკაში ძირითა-დად, განიხილება ***მატერიალური წერტილის*** მოძრაობა.

სხეულს რომლის ზომებიც შეგვიძლია უგულებელვყოთ მოცემული ამოცანის განხილვისას, **მატერიალური წერტილი** ეწოდება.

მაგალითად, თუ ვიხილავთ დედამიწის მოძრაობას მზის მიმართ, შეგვიძლია დედამიწა და მზე მატერიალურ წერტილებად ჩავთვალოთ, ხოლო თუ ვიხილავთ დედამიწის მოძრაობას საკუთარი ღერძის გარშემო, მაშინ დედამიწას ვერ ჩავთვლით მატერიალურ წერტილად.

ნებისმიერი მექანიკური მოძრაობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ორი ტიპის მოძრაობის კომბინაციად. ესაა ***გადატანითი და ბრუნვითი*** მოძრაობები.

გადატანითი ეწოდება მოძრაობას, რომლის დროსაც სხეულის ყველა წერტილი ერთნაირად მოძრაობს (სხეულის ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი მონაკვეთი საკუთარი თავის პარალელურად

გადაადგილდება). გადატანითი მოძრაობის შესასწავლად, საკმარისია შევისწავლოთ მისი რომელიმე ერთი წერტილის მოძრაობა.

ბრუნვითი ეწოდება მოძრაობას, რომლის დროსაც სხეულის ყოველი წერტილი მოძრაობს პარალელურ სიბრტყეებში მოთავსებული წრეწირებზე, რომლებიც პერპენდიკულარულია მათ ცენტრებზე გამავალი საერთო ბრუნვის ღერძისა.

მექანიკური მოძრაობის **კინემატიკური მახასიათებლებია:** მოძრაობის ***ტრაექტორია,*** მატერიალური წერტილის ***გადაადგილება, გავლილი გზა, სიჩქარე და აჩქარება.***

მოძრაობის ტრაექტორია ეწოდება წირს, რომელსაც აღწერს მოძრავი სხეული სივრცეში.

მაგალითად, კვალი, რომელსაც ტოვებს მოთხილამურე თოვლზე სრიალისას არის მისი მოძრაობის ტრაექტორია.

ტრაექტორიის მიხედვით მოძრაობა არის ორგვარი: ***წრფივი და მრუდწირული***, იმის მიხედვით, წრფეზე მოძრაობს სხეული, თუ მრუდ წირზე. ტრაექტორია დამოკიდებულია ათვლის სისტემის არჩევაზე.

მატერიალური წერტილის **გადაადგილება** ეწოდება ვექტორს, რომელიც აერთებს წერტილის საწყის მდებარეობას, მის მდებარეობასთან დროის მოცემულ მომენტში.

გავლილი გზა სკალარული სიდიდეა, რომელიც გამოსახავს ტრაექტორიის გასწვრივ გავლილი მანძილის სიგრძეს. გავლილი გზის განზომილება SI სისტემაში არის მეტრი (მ), ხოლო CGS სისტემაში სანტიმეტრი (სმ).

საზოგადოდ, გავლილი გზა უფრო მეტია ან ტოლია, ვიდრე გადაადგილების ვექტორის სიგრძე. ტოლობა გვაქვს მხოლოდ წრფივი მოძრაობისას.

სიჩქარე არის მოძრაობის სისწრაფის დამახასიათებელი სიდიდე, რომელიც იზომება დროის ერთეულში გავლილი მანძილით. სიჩქარის განზომილება SI სისტემაში არის მეტრი/წამი (მ/წმ), ხოლო CGS სისტემაში - სანტიმეტრი/წამი (სმ/წმ). სიჩქარე ვექტორული სიდიდეა და მისი მიმართულება ემთხვევა, ტრაექტორიის მოცემულ წერტილში გავლებული მხების მიმართულებას.

სიჩქარის მიხედვით მოძრაობა გვაქვს ორგვარი: ***თანაბარი და არათანაბარი მოძრაობა.***

თანაბარი ეწოდება მოძრაობას, რომლის დროსაც სხეული დროის ტოლ შუალედებში ტოლ მანძილებს გადის. თანაბარი მოძრაობისას სიჩქარის სიდიდე მუდმივი რჩება, თუმცა, შეიძლება იცვლებოდეს სიჩქარის ვექტორის მიმართულება (მაგალითად თანაბარი მოძრაობისას წრეწირზე ან ნებისმიერ მრუდ წირზე).

თანაბარი მოძრაობისას მოძრაობის v სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით:

$$v = \frac{s}{t}, \tag{1.1}$$

სადაც s გავლილი გზაა, ხოლო t მოძრაობაზე დახარჯული დრო.

ამ ფორმულიდან ნათლად ჩანს რომ სიჩქარის განზომილება უდრის გავლილი გზის განზომილების ფარდობას დროის განზომილებასთან ანუ

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{L}{T} = \frac{\text{მ}}{\text{წმ}}. \tag{1.2}$$

არათანაბარი ეწოდება მოძრაობას თუ, მოძრაობისას სიჩქარე იცვლება დროის მიხედვით. პრაქტიკულად, ნებისმიერი მოძრაობა არათანაბარია, მაგრამ მისი შესწავლისათვის მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ თანაბარი მოძრაობის ცნებაც.

ელემენტარულ მექანიკაში განიხილავენ ორი ტიპის არათანაბარ მოძრაობას: ***ალაგ-ალაგ თანაბარ მოძრაობას და თანაბრად აჩქარებულ(შენელებულ) მოძრაობას.***

1.2. თანაბარი და ალაგ-ალაგ თანაბარი მოძრაობა

ალაგ-ალაგ თანაბარი ეწოდება მოძრაობას, რომლის დროსაც სხეულის სიჩქარე გარკვეული დროის განმავლობაში მუდმივია, ხოლო შემდეგ ნახტომისებურად იცვლება ახალი მუდმივი მნიშვნელობით და ეს გრძელდება რამდენიმეჯერ.

ასეთ შემთხვევებში, განიხილავენ ***საშუალო სიჩქარის*** ცნებას.

საშუალო სიჩქარე ეწოდება ისეთი მოძრაობის მუდმივ სიჩქარეს, რომლის დროსაც არათანაბრად მოძრავი სხეულის მიერ გავლილ გზას, თანაბრად მოძრავი სხეული გაივლიდა იგივე დროში რაც დახარჯა არათანაბრად მოძრავმა სხეულმა.

მაგალითად,

1. თუ სხეული გასავლელი გზის პირველ ნახევარს გაივლის v_1 სიჩქარით, ხოლო მეორე ნახევარს v_2 სიჩქარით, მაშინ საშუალო სიჩქარის გამოსათვლელად, გამოვიყენებთ შესაბამისი თანაბარი მოძრაობის ფორმულას:

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{s}{t} = \frac{s}{t_1+t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1}+\frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}. \tag{1.3}$$

2. თუ სხეული მოძრაობის დროის პირველ ნახევარში მოძრაობდა v_1 სიჩქარით, ხოლო მოძრაობის დროის მეორე ნახევარში - v_2 სიჩქარით, მაშინ საშუალო სიჩქარის გამოსათვლელად, გამოვიყენებთ შესაბამისი თანაბარი მოძრაობის ფორმულას:

$$v_{საშ.} = \frac{s}{t} = \frac{v_1 \cdot \frac{t}{2} + v_2 \cdot \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

1.2.1. წრფივი თანაბარი მოძრაობა

მოძრაობას წრფეზე, როდესაც მატერიალური წერტილი დროის ტოლ შუალედებში ტოლ მანძილებს გადის **წრფივი თანაბარი მოძრაობა** ეწოდება. წრფივი თანაბარი მოძრაობისას სიჩქარის სიდიდეც მუდმივია და მიმართულებაც. გავლილი გზა კი, ემთხვევა გადაადგილების ვექტორის სიგრძეს.

თანაბარი მოძრაობისას გავლილი გზა s გამოითვლება ფორმულით:

$$s = v \cdot t, \tag{1.4}$$

სადაც v წრფივი, თანაბარი მოძრაობის სიჩქარეა, ხოლო t - დრო.

ამ პარაგრაფში განვიხილავთ ამოცანებს, **წრფივი თანაბარი მოძრაობისა და ალაგ-ალაგ თანაბარი მოძრაობის თემებზე.**

ამოცანები წრფივი თანაბარი მოძრაობის თემაზე

ამოცანა 1. ბამბუკის ზრდის სიჩქარეა 0.001სმ/წმ. რამდენად გაიზრდება ის დღე-ღამის განმავლობაში ?

მოცემულია: $v = 0.001$სმ/წმ;

$t = 24$სთ $= 24 \cdot 3600$წმ $= 86400$წმ.

ვიპოვოთ: $\mathrm{h}-?$

ამოხსნა: რადგან ბამბუკის ზრდის სიჩქარე თანაბარია, გვექნება

$\mathrm{h} = v \cdot t = 0.001 \cdot 86400$სმ $= 86.4$სმ.

ამოცანა 2. წერტილი მოძრაობს აბსცისთა ღერძის გასწვრივ შემდეგი კანონით: $x = 2 + 8t$; სადაც დრო გაზომილია წამებში, ხოლო გადაადგილება მეტრებში. იპოვეთ, წერტილის მოძრაობის სიჩქარე.

მოცემულია: $\mathrm{x} = 2 + 8\mathrm{t}$

ვიპოვოთ: $\mathrm{s}-?$

ამოხსნა: განვიხილოთ დროის Δt შუალედი და შესაბამისი გადაადგილება $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$. მაშინ სიჩქარე იქნება

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{2 + 8(t+\Delta t) - 2 - 8t}{\Delta t} = \frac{8\Delta t}{\Delta t} = 8\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 3. აბსცისთა ღერძის გასწვრივ მოძრაობს ორი წერტილი. ერთი მათგანის მოძრაობის კანონია: $x = 10 + 2t$, ხოლო მეორესი - $x = 4 + 5t$. დროის რომელ მომენტში შეხვდებიან ისინი ?

მოცემულია: $\mathrm{x} = 10 + 2\mathrm{t}$;

$\mathrm{x} = 4 + 5\mathrm{t}$.

ვიპოვოთ: $t-?$

ამოხსნა: ეს წერტილები თუ შეხვდებიან ერთმანეთს, მაშინ მათი აბსცისები უნდა იყოს ერთნაირი, მაშასადამე გვექნება განტოლება:$10 + 2\mathrm{t} = 4 + 5\mathrm{t} \Leftrightarrow 3\mathrm{t} = 6 \Leftrightarrow \mathrm{t} = 2$წმ.

ამოცანა 4. სამგზავრო კატერი ორ ნავსადგურს შორის მანძილს, რომელიც 150კმ-ია, დინების მიმართულებით გადის 2სთ-ში, ხოლო დინების საპირისპირო მიმართულებით - 3სთ-ში. იპოვეთ კატერის სიჩქარე დამდგარ წყალში და მდინარის დინების სიჩქარე.

მოცემულია: $s = 150$კმ $= 150\ 000$მ;

$t_1 = 2$სთ $= 7200$წმ;

$t_2 = 3$სთ $= 10800$წმ.

ვიპოვოთ: $\boldsymbol{v}_{კატერი}-?$ $\boldsymbol{v}_{დინების}-?$

ამოხსნა: კატერის სიჩქარე დინების მიმართულებით იქნება

$v_1 = \boldsymbol{v}_{კატერი} + \boldsymbol{v}_{დინების}$;

ხოლო დინების საწინააღმდეგოდ მოძრაობისას,

$v_2 = \boldsymbol{v}_{კატერი} - \boldsymbol{v}_{დინების}$;

მაშასადამე, გვექნება ტოლობები:

$s = v_1 t_1 = \left(v_{კატერი} + v_{დინების}\right) \cdot t_1$;

$s = v_2 t_2 = \left(v_{კატერი} - v_{დინების}\right) \cdot t_2$.

თუ ამ განტოლებებს ამოვხსნით $v_{კატერი}$-ისა და $v_{დინების}$ მიმართ, გვექნება საანგარიშო ფორმულები:

$v_{კატერი} = \frac{\mathrm{s} \cdot (\mathrm{t}_1 + \mathrm{t}_2)}{2\mathrm{t}_1 \mathrm{t}_2} = 17.4$მ/წმ $= 62.5$კმ/სთ;

$v_{დინების} = \frac{s \cdot (t_2 - t_1)}{2 t_1 t_2} = 3.5$მ/წმ $= 12.5$კმ/სთ.

ამოცანა 5. სამგზავრო მატარებელი მოძრაობს 72კმ/სთ სიჩქარით. მეზობელ ხაზზე შემხვედრი მიმართულებით, მოძრაობს სატვირთო მატარებელი 54კმ/სთ სიჩქარით, რომლის სიგრძეც 140მ-ია. რამდენ ხანს

დაინახავს ფანჯარასთან მდგომი მგზავრი მის წიმ ჩამავალ სატვირთო მატარებელს ?

მოცემულია: $v_1 = 72$კმ/სთ $= 20$მ/წმ;

$v_2 = 54$კმ/სთ $= 15$მ/წმ;

$l = 140$მ.

ვიპოვოთ: t$-$?

ამოხსნა: მატარებლების ურთიერთშემხვედრი მიმართულებით მოძრაობის ფარდობითი სიჩქარე იქნება $v = v_1 + v_2$.

შესაბამისად, სატვირთო მატარებლის ჩავლის დროს გამოვთვლით ფორმულით:

$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{v_1+v_2} = \frac{140}{20+15}$წმ $= 4$წმ.

ამოცანა 6. A და B პუნქტებიდან რომელთა შორის მანძილია l, ერთმანეთის შემხვედრი მიმართულებით გამოვიდა ორი სხეული. პირველის სიჩქარეა v_1, ხოლო მეორესი - v_2. განსაზღვრეთ რამდენი ხნის შემდეგ შეხვდებიან ისინი ერთმანეთს და A პუნქტიდან რა მანძილზე იქნება შეხვედრა.

მოცემულია: v_1;

v_2;

l.

ვიპოვოთ: t$-$? l_1-?

ამოხსნა: მატარებლების ურთიერთშემხვედრი მიმართულებით მოძრაობის ფარდობითი სიჩქარე იქნება $v = v_1 + v_2$. შესაბამისად l მანძილის გავლას დაჭირდება $t = \frac{l}{v_1+v_2}$. ამ დროში პირველი სხეული, რომელიც გამოვიდა A პუნქტიდან, გაივლიდა $l_1 = v_1 \cdot t = \frac{l \cdot v_1}{v_1+v_2}$ მანძილს.

ამოცანა 7. მეტროს ესკალატორს უძრავად მდგარი მგზავრი შეუძლია აიყვანოს $t_1 = 1$წთ-ში. მგზავრს შეუძლია უძრავ ესკალატორზე ავიდეს $t_2 = 3$წთ-ში. განსაზღვრეთ, რა დრო დაჭირდება მგზავრს მოძრავ ესკალატორზე ასასვლელად.

მოცემულია: $t_1 = 1$წთ $= 60$წმ;

$t_2 = 3$წთ $= 180$წმ.

ვიპოვოთ: t−?

ამოხსნა: ესკალატორზე ასვლისას, მგზავრი მონაწილეობას იღებს ორ მოძრაობაში: ჯერ ერთი მოძრაობს ესკალატორთან ერთად ესკალატორის სიჩქარით და მეორე, თვითონ ადის საკუთარი სიჩქარით, ამიტომ მისი ჯამური ფარდობითი სიჩქარე იქნება $v = v_1 + v_2$. სადაც v_1 ესკალატორის სიჩქარეა, ხოლო v_2 მგზავრის საკუთარი სიჩქარე. სიჩქარეები განისაზღვრება თანაბარი, წრფივი მოძრაობის შესაბამისი ფორმულებით: $v_1 = \frac{s}{t_1}$; $v_2 = \frac{s}{t_2}$ სადაც s ესკალატორის სიგრძეა. მაშინ მოძრავ ესკალატორზე ასვლის დროს ვიპოვით ფორმულით: $t = \frac{s}{v} = \frac{s}{v_1+v_2} = \frac{s}{\frac{s}{t_1}+\frac{s}{t_2}} = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1+t_2} = \frac{60 \cdot 180}{60+180}$წმ $= 45$წმ .

ამოცანა 8*. ორი თვითმფრინავი მიფრინავს ერთმანეთის შემხვედრი პარალელური კურსით, თითოეული 200მ/წმ სიჩქარით. ერთ-ერთ თვითმფრინავზე დამონტაჟებული ტყვიამფრქვევიდან წარმოებს სროლა კურსის პერპენდიკულარული მიმართულებით. ერთმანეთისაგან რა მანძილზე იქნებიან მეორე თვითმფრინავისათვის მიყენებული ხვრელები, თუ ტყვიამფრქვევი წუთში 900 გასროლას აკეთებს ? რა როლს თამაშობს ამ შემთხვევაში ჰაერის წინააღმდეგობა?

მოცემულია: $v_1 = 200$მ/წმ;

$v_2 = 200$მ/წმ;

n=900სროლა/წთ.

ვიპოვოთ: s−?

ამოხსნა: თვითმფრინავები მოძრაობენ შემხვედრი მიმართულებით. ამიტომ მოძრაობის ფარდობითი სიჩქარე იქნება $v = v_1 + v_2 = 400$მ/წმ. ორ გასროლას შორის გადის დრო, რომელიც გამოიანგარიშება ფორმულით: $t = \frac{1}{900}$წთ $= \frac{1}{15}$წმ. ტყვიისგან მიყენებულ ნახვრეტებს შორის მანძილი ტოლი იქნება, ამ დროის განმავლობაში თვითმფრინავების მიერ ფარდობითი გადაადგილებისა ერთმანეთის მიმართ ანუ $s = v \cdot t = (v_1 + v_2) \cdot t = 400 \cdot \frac{1}{15}$მ ≈ 27მ. ჰაერის წინააღმდეგობის გამო თითოეულ ტყვიას მეტი დრო დაჭირდება მეორე თვითმფრინავამდე მისაღწევად, თუმცა,

ყველა ტყვია ერთნაირად მუხრუჭდება, ამიტომ ორ მომდევნო ტყვიის მორტყმას შორის დრო არ შეიცვლება და ორ მომდევნო ხვრელს შორის მანძილი კვლავ 27მ იქნება.

ამოცანა 9*. ვედრო დგას წვიმიან ამინდში. შეიცვლება თუ არა ვედროს წვიმით ავსების სიჩქარე, თუ დაუბერავს ქარი ?

ამოხსნა: წვიმიან ამინდში ქარის დაბერვა, ვერ შეცვლის ვედროს წვიმით ავსების სიჩქარეს, რადგან ვედროს ავსება დამოკიდებულია წვიმის სიჩქარის ვერტიკალურ მდგენელზე. ის კი არ იცვლება ქარის დაბერვისას, რადგან ქარი მხოლოდ ჰორიზონტული მიმართულებით ქრის.

ამოცანა 10*. მდინარის დინების საწინააღმდეგოდ მოცურავე მოტორიანი ნავი შეხვდა მორებით შეკრულ ტივს, რომელიც მოცურავდა მდინარის დინებით. შეხვედრიდან 1სთ-ის შემდეგ მოტორიანი ნავის მოტორი ჩაქრა. მოტორის რემონტი გრძელდებოდა 30წთ. ამ დროის განმავლობაში მოტორიანი ნავი თავისუფლად მოჰქონდა მდინარის დინებას. რემონტის შემდეგ, მოტორიანმა ნავმა დაიწყო ცურვა დინების მიმართულებით იგივე საკუთარი სიჩქარით რითაც ის ადრე მიცურავდა საპირისპირო მიმართულებით და დაეწია ტივს პირველი შეხვედრის წერტილიდან 7.5კმ მანძილძე. იპოვეთ მდინარის დინების სიჩქარე.

ამოხსნა: ტივებთან შეხვედრიდან 1სთ-ის განმავლობაში მოტორიანი ნავი შორდებოდა ტივებს. 30სთ-ის განმავლობაში როდესაც მიმდინარეობდა მოტორის შეკეთება, მანძილი ნავსა და ტივს შორის არ იცვლებოდა. ნავი ტივს დაეწევა 1სთ-ში რადგან ნავის სიჩქარე მდინარის მიმართ არ იცვლება ე.ი. არ იცვლება ტივის მიმართაც. მაშასადამე,

$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{t}} = \frac{7.5}{1+0.5+1}$კმ/სთ $= 3$კმ/სთ.

ამოცანა 11*. A პუნქტიდან B პუნქტისაკენ გამოვიდა ორი ელექტრომატარებელი 10სთ-ის ინტერვალით და 30კმ/სთ სიჩქარით. რა სიჩქარით მოძრაობდა B პუნქტიდან მომავალი მატარებელი, თუ ის შეხვდა ელექტრომატარებლებს 4წთ-ის ინტერვალით ?

მოცემულია: $v_1 = v = 30$კმ/სთ;

$v_2 = v = 30$კმ/სთ;

$t = 10$წთ $= \frac{10}{60}$სთ;

$\tau = 4$წთ $= \frac{4}{60}$სთ.

ვიპოვოთ: u- ?

ამოხსნა: ელექტრომატარებლებს შორის მანძილი

$$s = v \cdot t = (v+u) \cdot \tau \Leftrightarrow u = \frac{v(t-\tau)}{\tau} = 45\text{კმ/სთ.}$$

ამოცანა 12*. ტანკსაწინააღმდეგო ქვემეხი ისვრის ჭურვს ტანკისაკენ პირდაპირი დამიზნებით. ბატარეაში ჭურვის აფეთქება შენიშნეს გასროლიდან $t_1 = 0.6$წმ-ის შემდეგ, ხოლო აფეთქების ხმა გაიგეს გასროლიდან - $t_2 = 2.1$წმ-ის შემდეგ. ბგერის სიჩქარეა $v = 340$მ/წმ.

ბატარეადან რა s მანძილზეა ტანკი ? რა u ჰორიზონტა-ლური სიჩქარით მოძრაობდა ჭურვი ?

მოცემულია: $t_1 = 0.6$წმ;

$t_2 = 2.1$წმ;

$v = 340$მ/წმ.

ვიპოვოთ: u- ? $s-$?

ამოხსნა: რადგან სინათლის სიჩქარე ჰაერში, ბევრად აღემატება შესაბამის ბგერის სიჩქარეს, შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ $t_1 = 0.6$წმ უტოლდება ჭურვის მოძრაობის დროს, ხოლო t_2 უდრის ჭურვის მოძრაობის დროისა და ბგერის მოძრაობის დროთა ჯამს, რასაც უნდება ბგერა ჭურვის აფეთქების ადგილიდან ქვემეხამდე. ამიტომ ბგერის გავრცელების დრო იქნება $t_2 - t_1$, ხოლო ჭურვის ფრენის სიშორე იქნება $s = v \cdot (t_2 - t_1) = 510$მ. ჭურვის მოძრაობის სიჩქარე კი იქნება $u = \frac{s}{t_1} = \frac{v \cdot (t_2 - t_1)}{t_1} = 850$მ/წმ.

ამოცანა 13*. კატერი მდინარეზე A პუნქტიდან B-ში მისვლას ანდომებს t_1=3სთ-ს, ხოლო B-დან A-ში - $t_2 = 6$სთ-ს. რა დრო დასჭირდება კატერს A პუნქტიდან B-ში მისვლისათვის გამორთული მოტორით ?

მოცემულია: $t_1 = 3$სთ;

$t_2 = 6$სთ;

ვიპოვოთ: $t-$?

ამოხსნა: A პუნქტიდან B პუნქტამდე მანძილი იქნება

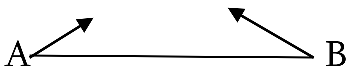
$$s = (v+u) \cdot t_1 = (v-u) \cdot t_2,$$

სადაც v-კატერის სიჩქარეა წყლის მიმართ, ხოლო u მდინარის დინების სიჩქარეა.

ამ ტოლობებიდან გამომდინარე, მივიღებთ, რომ

$\frac{s}{t_1} = v + u$; $\frac{s}{t_2} = v - u$. თუ ამ ტოლობებიდან პირველს გამოვაკლებთ მეორეს, მივიღებთ:
$2 \cdot u = \frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2} = \frac{s \cdot (t_2 - t_1)}{t_1 \cdot t_2}$, ანუ $u = \frac{s \cdot (t_2 - t_1)}{2 \cdot t_1 \cdot t_2}$, მაშინ გამორთული მოტორით s მანძილის გავლას, კატერი მოანდომებს
$t = \frac{s}{u} = \frac{2 \cdot t_1 \cdot t_2}{(t_2 - t_1)}$=12სთ.

ამოცანა 14.***.** A წერტილიდან უშვებენ ტორპედოს, როცა მოწინააღმდეგის ხომალდი, რომლის სიჩქარეც $v_1 = 50$კმ/სთ-ია და B წერტილშია, ხოლო მიმართულება ემთხვევა ამ წერტილიდან გამოსული ვექტორის მიმართულებას ჰორიზონტისადმი $\beta = 30^{\circ}$ კუთხით ნახ. 1.1. ჰორიზონტისადმი რა კუთხით უნდა გავუშვათ ტორპედო, რომლის სიჩქარეცაა $v_2 = 100$კმ/სთ, რომ მან დააზიანოს მოწინააღმდეგის ხომალდი ?



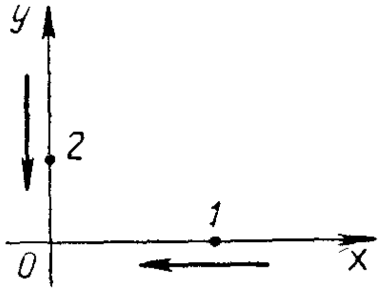
ნახ. 1.1.

მოცემულია: $v_1 = 50$კმ/სთ;
$v_2 = 100$კმ/სთ;
$\beta = 30^{\circ}$.

ვიპოვოთ: $\alpha-$?

ამოხსნა: ნახ. 1.1-დან გამომდინარე, შეგვიძლია განვიხილოთ ამ ვექტორების გადაკვეთის წერტილით მიღებული სამკუთხე-დი. მაშინ, სინუსების თეორემიდან გამომდინარე გვექნება ტოლობა:
$\frac{\boldsymbol{v_1}}{\boldsymbol{\sin\alpha}} = \frac{\boldsymbol{v_2}}{\boldsymbol{\sin\beta}} \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{v_1}{v_2} \cdot \sin\beta$
მაშინ $\sin\alpha = \frac{50}{100} \cdot 0.5 = 0.25$. ე.ი. $\alpha = 14.5^{\circ}$.

ამოცანა 15***.** წერტილები 1 და 2 მოძრაობენ x და y ღერძებზე ნახ. 1.2. დროის საწყის მომენტში 1 სხეული იმყოფება სათავიდან 10სმ მანძილზე, ხოლო წერტილი 2 იმყოფება სათავიდან 5სმ მანძილზე. პირველი წერტილი მოძრაობს 2სმ/წმ სიჩქარით, ხოლო მეორე - 4სმ/წმ. შეხვდებიან თუ არა ისინი და როგორია მათ შორის არსებული უმცირესი მანძილი ?



ნახ. 1.2.

მოცემულია: $v_1 = 2$სმ/წმ;

$v_2 = 4$სმ/წმ;

$s_1 = 10$სმ;

$s_2 = 5$სმ.

ვიპოვოთ: $d_{\min}-?$

ამოხსნა: ეს წერტილები რომ შეხვდნენ ერთმანეთს, აუცილებელია რომ ეს მოხდეს კოორდინატთა სათავეში. ეს მოხდება თუ 1 და 2 წერტილებს ერთნაირი დრო დასჭირდებათ სათავემდე მისასვლელად. ამიტომ განვსაზღვროთ ეს დროები:

$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{10}{2}$წმ=5წმ. $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{5}{4}$წმ $= 1.25$წმ.

რადგან $t_1 \neq t_2$, ცხადია რომ ეს წერტილები ერთმანეთს ვერ შეხვდებიან.

წერტილი 1 მოძრაობს კანონით $x = 10 - 2t$; ხოლო წერტილი 2 - კანონით, $y = 5 - 4t$. მანძილი ამ წერტილებს შორის იქნება:

$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(10 - 2t)^2 + (5 - 4t)^2} = \sqrt{20t^2 - 80t + 125}$.

ფესქვეშ მოქცეული კვადრატული სამწევრი მიიღებს მინიმალურ მნიშვნელობას პარაბოლის წვეროს წერტილში ანუ $M(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$.

ამრიგად, $d_{\min} = \sqrt{-\frac{D}{4a}} = \sqrt{-\frac{6400-4\cdot20\cdot125}{80}} = \sqrt{45} \approx 6.7$(სმ).

ამოცანები ალაგ-ალაგ თანაბარი მოძრაობის თემაზე

ამოცანა 16. ავტომობილმა გზის პირველი ნახევარი გაიარა 10მ/წმ სიჩქარით, მეორე ნახევარი კი - 15მ/წმ. იპოვეთ ავტომობილის საშუალო სიჩქარე მთელ გზაზე.

მოცემულია: $v_1 = 10$მ/წმ;

$v_2 = 15$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $v_{\text{საშ.}}$- ?

ამოხსნა: საშუალო სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{s}{t_1+t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1}+\frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = \frac{2\cdot10\cdot15}{10+15}\text{მ/წმ} = 12\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 17. მოტოციკლისტმა ორ ქალაქს შორის მანძილის 0.4 ნაწილი გაიარა 72კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო დარჩენილი ნაწილი 54კმ/სთ სიჩქარით. იპოვეთ მოტოციკლისტის საშუალო სიჩქარე.

მოცემულია: $v_1 = 72\text{კმ/სთ} = 72\cdot\frac{1000}{3600}\text{მ/წმ} = 20\text{მ/წმ};$

$$v_2 = 54\text{კმ/სთ} = 54\cdot\frac{1000}{3600}\text{მ/წმ} = 15\text{მ/წმ}.$$

ვიპოვოთ: $v_{\text{საშ.}}$- ?

ამოხსნა: საშუალო სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{s}{t_1+t_2} = \frac{s}{\frac{0.4s}{v_1}+\frac{06s}{v_2}} = \frac{v_1v_2}{0.4v_2+0.6v_1} = \frac{20\cdot15}{0.4\cdot15+0.6\cdot20}\text{მ/წმ} \approx 16.7\text{მ/წმ}.$$

$$v_{\text{საშ.}} = 60\text{კმ/სთ}.$$

ამოცანა 18. ავტომობილმა გზის პირველი მესამედი გაიარა 10მ/წმ სიჩქარით, მეორე მესამედი - 12მ/წმ სიჩქარით, ხოლო ბოლო მესამედი 15მ/წმ სიჩქარით. იპოვეთ მოძრაობის საშუალო სიჩქარე მთელ გზაზე.

მოცემულია: $v_1 = 10\text{მ/წმ};$

$v_2 = 12\text{მ/წმ};$

$v_3 = 15\text{მ/წმ}.$

ვიპოვოთ: $v_{\text{საშ.}}$- ?

ამოხსნა: საშუალო სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{s}{t_1+t_2+t_3} = \frac{s}{\frac{s}{3v_1}+\frac{s}{3v_2}+\frac{s}{3v_3}} = \frac{3v_1v_2v_3}{v_2v_3+v_1v_3+v_1v_2};$$

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{3\cdot10\cdot12\cdot15}{12\cdot15+10\cdot15+10\cdot12} = 12\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 19*. აზელას თბილისის სახლიდან საამილახვროს ცენტრა-ლურ სოფელ ქვემო-ჭალაში არსებულ სახლამდე მანძილი 55კმ-ია. ამ გზის 15 კმ მონაკვეთი თბილისშია, სადაც დასაშვები საშუალო სიჩქარე 60კმ/სთ-ია, ხოლო გზის დიდი ნაწილი ტრასაა, სადაც დასაშვები მაქსიმალური სიჩქარეა 110კმ/სთ. ტრასიდან სოფლამდე გზის 8კმ-იან მონაკვეთზე საშუალო სიჩქარე 40კმ/სთ-ია. იპოვეთ მოძრაობის საშუალო სიჩქარე

გზის მთლიან მონაკვეთზე და მთელ გზაზე დახარჯული მინიმალური დრო.

მოცემულია: $v_1 = 60$კმ/სთ;

$v_2 = 110$კმ/სთ;

$v_3 = 40$კმ/სთ;

$l = 55$კმ ;

$l_1 = 15$კმ;

$l_3 = 8$კმ.

ვიპოვოთ: $v_{\text{საშ.}}$- ? $t-$?

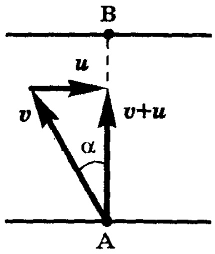
ამოხსნა: ჯერ ვიპოვოთ ტრასაზე გავლილი l_2 მანძილის სიგრძე. ცხადია, რომ $l_2 = l - l_1 - l_2 = 32$კმ. საშუალო სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით:

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{l_1+l_2+l_3}{t_1+t_2+t_3} = \frac{l}{\frac{l_1}{v_1}+\frac{l_2}{v_2}+\frac{l_3}{v_3}} = \frac{55}{\frac{15}{60}+\frac{32}{110}+\frac{8}{40}}\text{კმ/სთ} \approx 74.2\text{კმ/სთ}.$$

მაშინ ცხადია რომ,

$$t = \frac{l}{v_{\text{საშ.}}} = \frac{55}{74}\text{სთ} \approx 0.74\text{სთ}=44.4\text{წთ}=2664\text{წმ}.$$

ამოცანა 20*. ნავს 10წთ-ში გადაყავს მგზავრები მდინარის ერთი ნაპირიდან მეორეზე AB ტრაექტორიით ნახ. 1.3. მდინარის დინების სიჩქარეა 0.3მ/წმ, ხოლო მდინარის სიგანეა 240მ. რა სიჩქარით უნდა მოძრაობდეს ნავი მდინარის მიმართ და რა კუთხით, რომ მან შეძლოს მდინარის გადალახვა მითითებულ დროში?



ნახ. 1.3.

მოცემულია: AB $= 240$მ;

$u = 0.3$მ/წმ;

t $= 10$წთ $= 600$წმ.

ვიპოვოთ: $\boldsymbol{v}-$? A$-$?

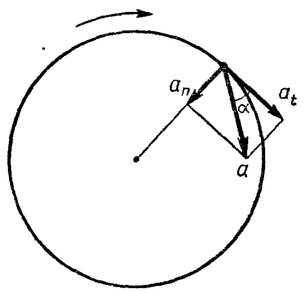
ამოხსნა: AB ტრაექტორიის გადალახვას ნავი ანდომებს t $= 600$წმ-ს, მაშასადამე, მისი ჯამური სიჩქარეა $v + u = \frac{AB}{t} = \frac{240}{600}$მ/წმ $=$ 0.4მ/წმ. ნახ.1.3-დან პითაგორას თეორემის გამოყენებით ვიპოვით ნავის $\boldsymbol{v}$ სიჩქარეს მდინარის მიმართ

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\mathrm{u}^2 + (\mathrm{v} + \mathrm{u})^2} = \sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = \sqrt{0.25} = 0.5(\text{მ/წმ}).$$

რაც შეეხება მიმართულების შესაბამის α კუთხეს, ნახ. 1.3-დან ცხადია რომ $\tan\alpha = \frac{u}{\mathrm{v+u}} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75$ და მაშასადამე, $\alpha \approx 37^\circ$.

1.2.2. თანაბარი მოძრაობა წრეწირზე

განვიხილოთ მატერიალური წერტილის თანაბარი მოძრაობა წრეწირზე ნახ. 1.4.



ნახ. 1.4.

მრუდწირული მოძრაობის უმარტივეს შემთხვევას წარმოადგენს მოძრაობა წრეწირზე.

ისეთ **მოძრაობას წრეწირზე,** რომლის დროსაც მატერიალური წერტილი დროის ტოლ შუალედებში წრეწირზე ერთნაირი სიგრძის რკალებს შემოწერს **თანაბარი მოძრაობა** ეწოდება.

წრეწირზე მოძრაობა ხასიათდება ***წირითი და კუთხური სიჩქარით.***

წრეწირზე თანაბრად მოძრავი წერტილის **წირითი v სიჩქარე** ეწოდება მის მიერ გავლილი Δs გზის შეფარდებას შესაბამისი დროის Δt ინტერვალის ხანგრძლივობასთან ანუ

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f, \tag{1.5}$$

სადაც r წრეწირის რადიუსია, T - ბრუნვის პერიოდი (დროის შუალედი, რომელიც საჭიროა ერთი სრული ბრუნის გასაკეთებლად), ხოლო f - ბრუნვის სიხშირეა.

წირითი სიჩქარის მიმართულება წერტილის წრეწირზე მოძრაობისას, ემთხვევა წრეწირისადმი ამ წერტილში გავლებული მხების მიმართულებას და როცა ის მუდმივია $v = const \Rightarrow a_t = 0$ (აჩქარების მხები ანუ ტანგენციალური მდგენელი ნულის ტოლია), იცვლება **მხოლოდ მიმართულება** და მაშასადამე, აჩქარებაც მუდმივია და მიმართულია წრის ცენტრისაკენ. ამ a_n აჩქარებას, **ცენტრისკენულ აჩქარებას** უწოდებენ $a_n = \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{r}}$.

წრეწირზე მოძრავი წერტილის რადიუს ვექტორის მიერ დროის Δt შუალედში შემოწერილი $\Delta\varphi$ კუთხის სიდიდის ფარდობას შესაბამისი დროის შუალედის სიგრძესთან **კუთხური $\boldsymbol{\omega}$**(რად/წმ) სიჩქარე ეწოდება ანუ

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \qquad (1.6)$$

კავშირი წირით და კუთხურ სიჩქარეებს შორის გამომდინარეობს (1.5) და (1.6) ფორმულებიდან. მართლაც,

$$v = \frac{2\pi}{T} r = \omega r. \qquad (1.7)$$

მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობისას, მის ყოველ წერტილს აქვს ერთნაირი კუთხური სიჩქარე, ხოლო წირითი სიჩქარე დამოკიდებულია ბრუნვის ღერძამდე მანძილზე.

ამოცანები თემაზე თანაბარი მოძრაობა წრეწირზე

ამოცანა 21. ელექტრომატარებლის წამყვანი ბორბალი, რომლის დიამეტრია 1.2მ აკეთებს 300ბრ/წთ. რა სიჩქარით მოძრაობს მატარებელი რომელიც მიყავს ამ ელექტრომატარებელს ?

მოცემულია: D = 1.2მ;

$$f = 300\text{ბრ/წთ} = \frac{300}{60}\text{ბრ/წმ} = 5\text{წმ}^{-1}.$$

ვიპოვოთ: $\boldsymbol{v}-?$

ამოხსნა: ბრუნვითი მოძრაობის წირითი სიჩქარის (1.7) ფორმულიდან გამომდინარე გვექნება, რომ

$$\mathrm{v} = 2\pi \mathrm{r f} = \pi D f = 3.14 \cdot 1.2 \cdot 5\text{მ/წმ} = 18.8\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 22. ხელოვნური თანამგზავრი, დედამიწის გარშემო წრიულ ორბიტაზე, ერთ სრულ ბრუნს ანდომებს 1სთ30წთ-ს. რა კუთხური სიჩქარით მოძრაობს ხელოვნური თანამგზავრი ?

მოცემულია: T = 1სთ30წთ = 5400წმ.

ვიპოვოთ: ω−?

ამოხსნა: (1.8) ფორმულიდან გამომდინარე, ცხასდია რომ

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot 3.14}{5400}\text{რად/წმ} = 0.0012\text{რად/წმ}.$$

ამოცანა 23. ელექტრომოტორის 0.2მ დიამეტრის შკივი აკეთებს 12000 ბრუნს 10 წთ-ში. იპოვეთ ბრუნვის პერიოდი და სიხშირე, წირითი და კუთხური სიჩქარეები შკივის საზღვრის წერტილებისათვის.

მოცემულია: r=0.1მ;

$n = 12000;$

$t = 10\text{წთ} = 600\text{წმ};$

ვიპოვოთ: T−? F−? V−? Ω−?

ამოხსნა: $\mathrm{f} = \frac{\mathrm{n}}{\mathrm{t}} = \frac{12000}{600}\text{წმ}^{-1} = 20\text{წმ}^{-1}$; $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0.05\text{წმ};$

$v = 2\pi rf = 2 \cdot 3.14 \cdot 0.1 \cdot 20\text{მ/წმ} = 12.56\text{მ/წმ};$

$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 20\text{რად/წმ} = 125.6\text{რად/წმ}.$

ამოცანა 24. ბორბლის მობრუნების კუთხე იცვლება $\varphi = 3t$ (რად) კანონით. იპოვეთ ბორბლის წრეწირის წერტილების წირითი და კუთხური სიჩქარეები, თუ ბორბლის რადიუსი 20სმ-ია.

მოცემულია: $\varphi = 3t$;

$r = 20\text{სმ} = 0.2\text{მ}.$

ვიპოვოთ: v−? Ω−?

ამოხსნა: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{3\mathrm{t}}{\mathrm{t}} = 3\text{რად/წმ}$; $v = \omega r = 3 \cdot 0.2\text{მ/წმ} = 0.6\text{მ/წმ}.$

ამოცანა 25. იპოვეთ მზის გარშემო დედამიწის მოძრაობის ორბიტალური (წირითი) სიჩქარე, თუ დედამიწა დაშორებულია მზისაგან $15 \cdot 10^{10}$მ მანძილით და დედამიწაზე წლის ხანგრძლივობაა $3.14 \cdot 10^{7}$წმ.

მოცემულია: $\mathrm{r} = 15 \cdot 10^{10}\text{მ};$

$T = 3.14 \cdot 10^{7}\text{წმ}.$

ვიპოვოთ: v−?

ამოხსნა: $\mathrm{v} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{T}} = 30000\text{მ/წმ} = 30\text{კმ/წმ}.$

ამოცანა 26*. რამდენჯერ მეტია წუთების ისრის ბოლოს წირითი სიჩქარე, საათების ისრის ბოლოს წირით სიჩქარეზე, თუ წუთების ისარი 1.5-ჯერ უფრო გრძელია საათების ისარზე ?

მოცემულია: $\mathrm{r}_{\text{წთ}} = 1.5 \cdot \mathrm{r}_{\text{სთ}};$

ვიპოვოთ: $\frac{\mathrm{v}_{\text{წთ}}}{\mathrm{v}_{\text{სთ}}}$−?

ამოხსნა: როდესაც საათების ისარი შემოწერს 5წთ-ს ანუ სრული წრის $\frac{1}{12}$ ნაწილს, წუთების ისარი შემოწერს სრულ წრეს, ე.ი. წუთების ისრის კუთხური სიჩქარე 12-ჯერ მეტია საათების ისრის კუთხურ სიჩქარეზე, რაც იმას ნიშნავს რომ

$\omega_{წთ} = 12\omega_{სთ}$. მოცემულობის თანახმად $r_{წთ} = 1.5 \cdot r_{სთ}$. მაშინ, ცხადია რომ $v_{წთ} = \omega_{წთ} r_{წთ} = 12\omega_{სთ} \cdot 1.5 \cdot r_{სთ} = 18v_{სთ}$. მაშასადამე, $\frac{v_{წთ}}{v_{სთ}} = 18$.

ამოცანა 27^*. იპოვეთ დედამიწის იმ წერტილის წირითი სიჩქარე, დედამიწის ბრუნვისას საკუთარი ღერძის გარშემო, რომელიც მდებარეობს ჩრდილო განედის 38°, თუ დედამიწის რადიუსია $64 \cdot 10^5$მ.

მოცემულია: $\alpha = 38^\circ$;

$T = 86400$წმ;

$R = 64 \cdot 10^5$მ.

ვიპოვოთ: $\boldsymbol{v}-?$

ამოხსნა: ბრუნვითი მოძრაობის წირითი სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით: $v = \frac{2\pi r}{T}$, სადაც $r = R\cos\alpha$ ანუ

$v = \frac{2\pi}{T} \cdot R\cos\alpha = \frac{2 \cdot 3.14}{86400} \cdot 64 \cdot 10^5 \cdot \cos 38^\circ$მ/წმ $= 372.3$მ/წმ.

ამოცანა 28^*. თბილისის მერიის შენობის კოშკურის საათის წუთების ისრის სიგრძე 62სმ-ია. როგორია ამ ისრის ბოლოს ხაზოვანი და კუთხური სიჩქარეები ?

მოცემულია: $r = 62$სმ $= 0.62$მ;

$T = 60$წთ $= 3600$წმ.

ვიპოვოთ: $v-?$ $\Omega-?$

ამოხსნა: ბრუნვითი მოძრაობის წირითი სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.62}{3600}$მ/წმ=0.001მ/წმ. შესაბამისი კუთხური სიჩქარე იქნება:

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0.001}{0.62}$რად/წმ $= 0.002$რად/წმ.

1.3. არათანაბარი მოძრაობა

არათანაბარია, საზოგადოდ, ნებისმიერი მოძრაობა, თუმცა რეალური პროცესების მოდელირებისას, ხშირად აკეთებენ ისეთ დაშვებებს, რომლებიც გვიმარტივებენ რეალური ამოცანების ამოხსნას და თან არ იძლევიან დიდ ცდომილებას რეალური პროცესის მიმდინარეობის შესახებ. ასეთია დაშვება ალაგ-ალაგ თანაბარი მოძრაობის განხილვისას რომ გვქონდა, ასევე, რეალურ სხეულებს

ზოგიერთი ამოცანის განხილვისას ვთვლით მატერიალურ წერტილად, რაც რიგ შემთხვევებში გვიმარტივებს რეალური ამოცანის ამოხსნას. ასევე მოვიქცევით არათანაბარი მოძრაობის განხილვისასაც. ჩვენ უკვე განვიხილეთ ალაგ-ალაგ თანაბარი მოძრაობა, ახლა განვიხილავთ ***თანაბრად აჩქარებულ(შენელებულ)*** მოძრაობას.

აჩქარება ეწოდება სხეულის სიჩქარის ცვლილების სისწრაფის დამახასიათებელ სიდიდეს, რომელიც იზომება სიჩქარის ცვლილებით დროის ერთეულში. აჩქარების განზომილება SI სისტემაში არის მეტრი/წამი^2 (მ/წმ^2), ხოლო CGS სისტემაში - სანტიმეტრი/წამი^2 (სმ/წმ^2). აჩქარებაც ვექტორული სიდიდეა, ისევე, როგორც სიჩქარე(თუმცა, ელემენტარული მექანიკის ფარგლებში იშვიათად გამოვიყენებთ ამას).

თანაბრად აჩქარებული(**შენელებული**) ეწოდება მოძრაობას, რომლის დროსაც სხეულის სიჩქარე დროის ტოლ შუალედებში ტოლი სიდიდით იცვლება.

თანაბრად აჩქარებული(შენელებული) მოძრაობისას აჩქარება გამოითვლება ფორმულით:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t}, \tag{1.8}$$

სადაც a აჩქარებაა, v_t სხეულის სიჩქარე დროის მოცემულ მომენტში, ხოლო v_0 სხეულის სიჩქარეა დროის საწყის მომენტში, როცა მოძრაობა დაიწყო.

ამ ფორმულიდან ნათლად ჩანს რომ აჩქარების განზომილება უდრის სიჩქარის განზომილების ფარდობას დროის განზომი-ლებასთან ანუ

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{LT^{-1}}{T} = \frac{\text{მ}}{\text{წმ}^2}. \tag{1.9}$$

თუ მოძრაობა თანაბრად აჩქარებულია, მაშინ აჩქარების მნიშვნელობა დადებითი სიდიდეა, ხოლო თუ - შენელებული მაშინ უარყოფითი.

არათანაბარი მოძრაობის შემთხვევაში, განიხილავენ ***მყისი სიჩქარის*** ცნებას.

სიჩქარეს რომელიც გააჩნია სხეულს დროის მოცემულ მომენტში **მყისი სიჩქარე** ეწოდება.

ფორმულიდან (1.8) ადვილად გამოვსახავთ მყისი სიჩარის სიდიდეს დროის t მომენტში:

$$v_t = v_0 + at. \tag{1.10}$$

თანაბრად აჩქარებული(შენელებული) მოძრაობისას გავლილი გზა გამოითვლება ფორმულით:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \tag{1.11}$$

თუ (1.10) ფორმულიდან განვსაზღვრავთ t დროს და შევიტანთ (1.11) ფორმულაში, მივიღებთ რომ

$$v_t^2 - v_0^2 = 2as. \qquad (1.12)$$

გამოვთვალოთ საშუალო სიჩქარე თანაბრად აჩქარებული მოძრაობისას:

$$v_{საშ} = \frac{s}{t} = \frac{v_0 t + \frac{at^2}{2}}{t} = v_0 + \frac{at}{2} = \frac{2v_0 + at}{2} = \frac{v_0 + v_t}{2}. \qquad (1.13)$$

მაშასადამე, მივიღეთ რომ თანაბრად აჩქარებული მოძრაობის საშუალო სიჩქარე საწყის და საბოლოო მომენტებში მყისი სიჩქარეების საშუალო არითმეტიკულის ტოლია:

$$v_{საშ} = \frac{v_0 + v_t}{2}. \qquad (1.14)$$

ამოცანები თემაზე: თანაბრად აჩქარებული(შენელებული) მოძრაობა

ამოცანა 1. ელექტრომატარებლის სიჩქარე 875კმ გზის მონაკვეთზე გაიზარდა 18კმ/სთ-დან 108კმ/სთ-მდე. იპოვეთ მოძრაობის აჩქარება და მოძრაობის დრო, თუ მოძრაობას ჩავთვლით თანაბრად აჩქარებულად.

მოცემულია: $v_1 = 18$კმ/სთ $= 18 \cdot \frac{1000}{3600}$მ/წმ $= 5$მ/წმ;

$v_2 = 108$კმ/სთ $= 108 \cdot \frac{1000}{3600}$მ/წმ $= 30$მ/წმ;

$s = 875$კმ.

ვიპოვოთ: $a-?$ $T-?$

ამოხსნა: გამოვიყენოთ (1.12) ფორმულა თანაბრად აჩქარებული მოძრაობისათვის, მაშინ მივიღებთ რომ აჩქარება შეგვიძლია გამოვთვალოთ ფორმულით:

$$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s} = \frac{900-25}{1750}\text{მ/წმ}^2 = 0.5\text{მ/წმ}^2;$$

შესაბამისად, (1.10) ფორმულიდან მივიღებთ რომ მოძრაობის დრო გამოითვლება ფორმულით:

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} = \frac{30-5}{0.5}\text{წმ} = 50\text{წმ}.$$

ამოცანა 2. ავტომობილის დამუხრუჭების დრო იყო 5წმ. ამ დროის განმავლობაში მისი სიჩქარე შემცირდა 72კმ/სთ-დან 36კმ/სთ-მდე. იპოვეთ თანაბრად შენელებული მოძრაობის აჩქარება და სამუხრუჭე მანძილი.

მოცემულია: $v_1 = 72$კმ/სთ $= 72 \cdot \frac{1000}{3600}$მ/წმ $= 20$მ/წმ;

$v_2 = 36$კმ/სთ $= 36 \cdot \frac{1000}{3600}$მ/წმ $= 10$მ/წმ;

$t = 5$წმ.

ვიპოვოთ: $a-?$ $s-?$

ამოხსნა: თანაბრად შენელებული მოძრაობის აჩქარება იქნება:

$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{10-20}{5}$მ/წმ$^2 = -2$მ/წმ^2;

სამუხრუჭე მანძილს კი გამოვითვლით (1.12) ფორმულის დახმარებით:

$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{100-400}{-4}$მ $= 75$მ.

ამოცანა 3. მოცემულია სხეულის მოძრაობის განტოლება $s = 12t - t^2$ სადაც მანძილი გაზომილია მეტრებში. იპოვეთ სხეულის მყისი სიჩქარე $t = 5$წმ მომენტში.

მოცემულია: $s = 12t - t^2$მ;

$t = 5$წმ.

ვიპოვოთ: $v_t-?$

ამოხსნა: თუ შევადარებთ მოძრაობის $s = 12t - t^2$ მოცემულ განტოლებას, გავლილი გზის გამოსაანგარიშებელ (1.11) ფორმულას თანაბრად აჩქარებული (შენელებული) მოძრა-ობისათვის, მივიღებთ, რომ მოცემულ შემთხვევაში: $v_0 = 12$მ/წმ; ხოლო $a = -2$მ/წმ^2. რაც იმას ნიშნავს, რომ შეგვიძლია გამოვითვალოთ საძიებელი მყისი სიჩქარე (1.10) ფორმულით:

$v_t = v_0 + at = 12 - 2 \cdot 5(\frac{\text{მ}}{\text{წმ}}) = 2$მ/წმ.

ამოცანა 4. რამდენი წამის შემდეგ გაჩერდება სხეული, რომლის მოძრაობის განტოლებასაც აქვს სახე: $s = 40t - 0.1t^2$?

მოცემულია: $s = 40t - 0.1t^2$მ;

$v_t = 0$.

ვიპოვოთ: $t-?$

ამოხსნა: თუ შევადარებთ მოცემული სხეულის მოძრაობის განტოლებას თანაბრად აჩქარებული (შენელებული) მოძრაობის $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ განტოლებასთან, ადვილად დავინახავთ, რომ v_0=40მ/წმ

და $a = -0.2მ/წმ^2$. მაშასადამე, მყისი სიჩქარის საპოვნელი განტოლება მიიღებს სახეს:
$v_t = v_0 + at = 40 - 0.2\mathrm{t} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{t} = 200წმ.$

ამოცანა 5. სხეულის მოძრაობის კანონს აქვს ფორმა $s = 5 \cdot (t-3)^2$ სადაც მანძილი იზომება მეტრებში და დრო წამებში. როგორია სხეულის აჩქარება ?
მოცემულია: $s = 5 \cdot (t-3)^2$.
ვიპოვოთ: a−?

ამოხსნა: გარდავქმნათ მოძრაობის განტოლება:
$$s = 5 \cdot (t-3)^2 = 5 \cdot (t^2 - 6t + 9) = 45 - 30t + 5t^2$$
ამ ფორმულიდან ადვილად მივიღებთ, რომ დაკვირვების დაწყების საწყის $t = 0$ მომენტში სხეულს გავლილი ქონდა 45მ; ამ მომენტისათვის სხეულის სიჩქარე უარყოფითია და $v_0 = -30მ/წმ$ რაც იმას ნიშნავს, რომ სხეული მოძრაობს დადებითი მიმართულების საპირისპიროდ, ხოლო აჩქარებაა $a = 10მ/წმ^2$ და მაშასადამე მოძრაობა თანაბრად აჩქარებულია.

ამოცანა 6. სხეული მოძრაობს აბსცისთა ღერძის დადებითი მიმართულებით. მისი საწყისი სიჩარეა 10მ/წმ. როგორი უნდა იყოს მისი აჩქარება რომ 2წმ-ში ის გადაადგილდეს 10მ-ით ამ ღერძის დადებითი მიმართულებით ?
მოცემულია: $\mathrm{v}_0 = 10მ/წმ$;
$t = 2წმ$;
$s = 10მ$.
ვიპოვოთ: a−?

ამოხსნა: სხეულის მოძრაობის განტოლებიდან მივიღებთ საანგარიშო ფორმულას. მართლაც, $s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2s - 2v_0 t}{t^2}$.
მაშასადამე, $a = \frac{2s - 2v_0 t}{t^2} = \frac{20-40}{4} მ/წმ^2 = -5მ/წმ^2$.

ამოცანა 7. ავტომობილი იწყებს მოძრაობას და პირველ კილომეტრს გადის a_1 აჩქარებით, ხოლო მეორე კილომეტრს a_2 აჩქარებით.ამასთან პირველ კილომეტრზე მისი სიჩქარე იზრდება 10მ/წმ-ით, ხოლო მეორე კილომეტრზე 5მ/წმ-ით. რომელი აჩქარებაა მეტი a_1 თუ a_2 ?
მოცემულია: $\Delta v_1 = 10მ/წმ$;

$\Delta v_2 = 5$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $a_1 \vee a_2$?

ამოხსნა: გამოვიყენოთ ფორმულა აჩქარებისათვის $a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s}$. მაშინ მივიღებთ, რომ პირველი კილომეტრის გავლის შემდეგ ავტომობილის სიჩქარე გახდა $v_1 = 0 + \Delta v_1 = 10$მ/წმ, მაშასადამე პირველი კილომეტრის გავლისას აჩქარება იქნებოდა:

$a_1 = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s} = \frac{v_1^2}{2 \cdot 1000}$მ/წმ$^2 = \frac{100}{2000}$მ/წმ$^2 = \frac{1}{20}$მ/წმ$^2 = 0.05$მ/წმ^2.

მეორე კილომეტრის გავლისას საწყისი სიჩქარე იქნებოდა v_1, ხოლო მეორე კილომეტრის გავლისას საბოლოოსიცქარე იქნებოდა $v_2 = v_1 + \Delta v_2 = 10 + 5\left(\frac{\text{მ}}{\text{წმ}}\right) = 15\frac{\text{მ}}{\text{წმ}}$, მაშინ მეორე კილომეტრის გავლისას აჩქარება იქნებოდა:

$a_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = \frac{15^2 - 10^2}{2 \cdot 1000}$მ/წმ$^2 = \frac{125}{2000}$მ/წმ$^2 = 0.0625$მ/წმ^2. როგორც ვხედავთ, $a_2 > a_1$.

ამოცანა 8. თანაბრად აჩქარებულად მოძრავმა სხეულმა პირველ წამში გაიარა 1მ, მეორე წამში 2მ, მესამე წამში 3მ და ა.შ. იპოვეთ ამ სხეულის საწყისი სიჩქარე და აჩქარება.

მოცემულია: $s_1 = 1$მ;

$s_2 = 2$მ;

$s_3 = 3$მ;

ვიპოვოთ: $v_0 -?$ $A -?$

ამოხსნა: სხეულმა პირველ წამში გაიარა $s_1 = 1$მ მანძილი ე.ი. შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება $s_1 = v_0 + \frac{a}{2} = 1$; მეორე წამში გაიარა $s_2 = 2$მ მანძილი. ე.ი. 2წმ-ში გაივლიდა $s_1 + s_2 = 3$მ მანძილს, მაშასადამე შეგვიძლია შევადგინოთ მეორე განტოლებაც $2v_0 + \frac{4a}{2} = 3$. მივიღეთ განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} v_0 + \frac{a}{2} = 1 \\ 2v_0 + \frac{4a}{2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2v_0 + a = 2 \\ 2v_0 + 2a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1\text{მ/წმ}^2 \\ v_0 = 0.5\text{მ/წმ} \end{cases}.$$

ამოცანა 9. A პუნქტიდან გამოდის თანაბრად აჩქარებულად მოძრავი სხეული, რომლის საწყისი სიჩქარეა 3მ/წმ და აჩქარება 2მ/წმ^2. 1წმ-ის შემდეგ B პუნქტიდან, მისი შემხვედრი მიმართულებით გამოდის მეორე სხეული 5მ/წმ სიჩქარით. მანძილი ამ პუნქტებს შორის

$AB = 100$მ. რა დროში შეხვდებიან ეს სხეულები პირველი სხეულის გამოსვლიდან ?

მოცემულია: $v_0 = 3$მ/წმ;

$a = 2$მ/წმ^2;

$v_1 = 5$მ/წმ ;

$AB = 100$მ;

$\Delta t = 1$წმ

ვიპოვოთ: t−?

ამოხსნა: A პუნქტიდან გამოდის თანაბრად აჩქარებულად მოძრავი სხეული t დროში გაივლის $s_1 = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ მანძილს, ხოლო B პუნქტიდან, მისი შემხვედრი მიმართულებით გამოსული სხეული, რომელიც გზაშია $t - \Delta t$ დროის განმავლობაში, გაივლიდა $s_2 = v_1 \cdot (t - \Delta t\ )$ მანძილს. შეხვედრის მომენტში $AB = s_1 + s_2$. მაშასადამე, t დროის საპოვნელად გვაქვს განტოლება $v_0 t + \frac{at^2}{2} + v_1 \cdot (t - \Delta t\ ) = AB$. თუ შევიტანთ ცნობილ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ, რომ

$3t + t^2 + 5t - 5 = 100 \Leftrightarrow t^2 + 8t - 105 = 0 \Leftrightarrow t = -4 \pm 11$

მივიღეთ დროის ორი მნიშვნელობა: $t = 7$წმ და $t = -15$წმ. ცხადია, რომ უარყოფითი მნიშვნელობა არ შეესაბამება ამოცანის შინაარსს და მაშასადამე გვაქვს პასუხი $t = 7$წმ.

ამოცანა 10. ავტომობილი შუქნიშანს უახლოვდება 10მ/წმ სიჩქარით და 4წმ-ის განმავლობაში დამუხრუჭების შედეგად, ჩერდება შუქნიშანთან. იპოვეთ სამუხრუჭე მანძილი.

მოცემულია: $v_0 = 10$მ/წმ;

$v_t = 0$;

$t = 4$წმ.

ვიპოვოთ: $s-?$

ამოხსნა: ვიპოვოთ ჯერ, თანაბრად შენელებული მოძრაობის აჩქარება $a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{0-10}{4} = -2.5$მ/წმ^2. ახლა უკვე შეგვიძლია ვიპოვოთ სამუხრუჭე მანძილის სიგრძეც:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 10 \cdot 4 - \frac{2.5 \cdot 16}{2}\text{მ} = (40 - 20)\text{მ} = 20\text{მ}.$$

ამოცანა 11. კარგი საბურავების მქონე ავტომობილს შეუძლია განავითაროს 5მ/წმ^2 აჩქარება. რა დრო დაჭირდება ავტომობილს 60კმ/სთ სიჩქარის გასავითარებლად? რა იქნება გაქანების მანძილი ?

მოცემულია: $v_0 = 0$მ/წმ;

$v_t = 60$კმ/სთ=60· $\frac{1000}{3600}$მ/წმ=16.7მ/წმ;

$a = 5$მ/წმ^2;

$t = 4$წმ.

ვიპოვოთ: $s-?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით, თანაბრად აჩქარებული მოძრაობისას $v_t = v_0 + at.$ ჩვენი მონაცემებიდან გამომდინარე, გვექნება რომ 16.7=5t ე.ი. $t = 3.3$წმ. მაშინ გაქანების მანძილი იქნება

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + \frac{5 \cdot 11.2}{2}\text{მ} = 27.9\text{მ}.$$

ამოცანა 12. თვითმფრინავის განარბენის სიგრძეა 790მ. აფრენის სიჩქარეა 240კმ/სთ. რამდენი ხანი გრძელდებოდა განარბენი და როგორი იყო აჩქარება აფრენამდე ?

მოცემულია: $v_0 = 0$მ/წმ;

$v_t = 240$კმ/სთ=240· $\frac{1000}{3600}$მ/წმ=66.7მ/წმ;

$s = 790$მ.

ვიპოვოთ: $t-?$ $a-?$

ამოხსნა: ვიპოვოთ აჩქარება ფორმულით:

$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s} = \frac{66.7^2}{2 \cdot 790}$მ/წმ$^2 = 2.8$მ/წმ^2. ახლა უკვე შეგვიძლია ვიპოვოთ გარბენის დროც $t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{66.7}{2.8}$წმ $= 23.8$ წმ.

ამოცანა 13. ტყვია მიფრინავს 400მ/წმ სიჩქარით. ეჯახება მიწის გროვას და ჩერდება მასში 36სმ სიღრმეზე. იპოვეთ რა დრო მოანდომა მან გაჩერებას და როგორი იყო თანაბრად შენელებული მოძრაობის აჩქარება ?

მოცემულია: $v_0 = 400$მ/წმ;

$v_t = 0$;

$s = 0.36$მ.

ვიპოვოთ: $t-?$ $a-?$

ამოხსნა: აჩქარებას თანაბრად შენელებული მოძრაობისას, გამოვითვლით ფორმულით:

$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2s} = \frac{\frac{-160000}{0.72}მ}{წმ^2} = -222222.2მ/წმ^2$. ხოლო შესაბამის გაჩერების დროს ვიპოვით ფორმულით:
$t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{-400}{-222222.2}წმ = 0.002წმ.$

ამოცანა 14. ავტომობილი უძრაობის მდგომარეობიდან იწყებს მოძრაობას a აჩქარებით. მოძრაობის დაწყებიდან t დროის შემდეგ ის აღარ ცვლის სიჩქარეს. იპოვეთ ავტომობილის მიერ $2t$ დროში გავლილი მანძილი.

მოცემულია: $v_0 = 0;$
$t;$
$a.$
ვიპოვოთ: $\mathrm{s}_{2\mathrm{t}} - ?$

ამოხსნა: მოძრაობა შედგება ორი ნაწილისაგან. ესაა თანაბრად აჩქარებული მოძრაობა, რომლის დროსაც გავლილი მანძილი იქნება: $s_t = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ და თანაბარი მოძრაობა რომელიც გამოითვლება ფორმულით: $s_t' = v_t t;$ სადაც $v_t = v_0 + at$ და მაშასადამე, $s_t' = v_0 t + at^2.$
მაშინ მთლიანი გავლილი გზა იქნება:
$\mathrm{s}_{2\mathrm{t}} = s_t + s_t' = v_0 t + \frac{at^2}{2} + v_0 t + at^2 = 2v_0 t + 1.5at^2.$
ამრიგად, $\mathrm{s}_{2\mathrm{t}} = 2v_0 t + 1.5at^2.$

ამოცანა 15. სხეული იწყებს უძრაობის მდგომარეობიდან თანაბრად აჩქარებულ მოძრაობას. იპოვეთ მომდევნო ტოლი დროის შუალედებში გავლილი გზების ფარდობა.

მოცემულია: $v_0 = 0;$
$a.$
ვიპოვოთ: $\mathrm{s}_1 : (s_2 - s_1) : (s_3 - s_2)$

ამოხსნა: პირველ წამში გავლილი მანძილი იქნება $s_1 = \frac{a}{2};$ მეორე წამში გავლილი მანძილი იქნება $s_2 - s_1 = \frac{a \cdot 2^2}{2} - \frac{a}{2} = \frac{3a}{2};$ შესაბამისად, მესამე წამში გავლილი მანძილი იქნება:
$s_3 - s_2 = \frac{a \cdot 3^2}{2} - \frac{a \cdot 2^2}{2} = \frac{5a}{2}.$ მაშასადამე, მომდევნო წამებში გავლილი მანძილების შეფარდება იქნება:

$\frac{a}{2}:\frac{3a}{2}:\frac{5a}{2} = 1:3:5$. ადვილი შესამოწმებელია რომ ეს საზოგადოდ, მომდევნო წამებში გავლილი მანძილები ისე შეეფარდება როგორც მომდევნო კენტი რიცხვები ანუ

1:3:5:7:9:...

ამოცანა 16*. ნაწილაკმა 2მ მანძილი გაიარა თანაბრად. შემდეგ დაამუხრუჭა $5\cdot 10^5$მ/წმ^2 აჩქარებით. რა სიჩქარე უნდა ქონდეს ნაწილაკს რომ, მოძრაობის დაწყებიდან გაჩერებამდე მან დახარჯოს უმცირესი დრო ?

მოცემულია: $s_1 = 2$მ;

$a = -5\cdot 10^5$მ/წმ^2

$v_0 = const$;

$v_t = 0$.

ვიპოვოთ: $v_{t_{min}} - ?$

ამოხსნა: მოძრაობის დრო იყოფა ორ ნაწილად. ესაა ერთი მხრივ თანაბარი მოძრაობა, რომეზეც იხარჯება $t_1 = \frac{s_1}{v}$ დრო და მეორე მხრივ, თანაბრად შენელებული მოძრაობა, რომელზეც დახარჯული დროის გამოსათვლელად გამოვიყენებთ ფორმულას: $t_2 = \frac{v_t - v_0}{a} = -\frac{v}{a}$. მაშასადამე ნაწილაკის მიერ დახარჯული მთლიანი დრო იქნება:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v} + \frac{v}{|a|}.$$

ამ ამოცანის ამოსახსნელად, უნდა ვიპოვოთ v სიჩქარის ისეთი მნიშვნელობა, რომლის დროსაც: $t = \frac{s_1}{v} + \frac{v}{|a|}$ ფუნქცია აღწევს მინიმალურ მნიშვნელობას.

ამ ფუნქციის წარმოებულია:

$$t'(v) = -\frac{s_1}{v^2} + \frac{1}{|a|} = \frac{-|a|s_1 + v^2}{v^2 a} = 0.$$

ცხადია, რომ ამ ფუნქციის მინიმუმის წერტილია

$$v^2 = |a|s_1 \Rightarrow v = \sqrt{|a|s_1} = \sqrt{2\cdot 5\cdot 10^5}\text{მ/წმ} = 1000\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 17*. მატერიალური წერტილი იწყებს მოძრაობას წრფეზე a აჩქარებით და t_1 დროის გასვლის შემდეგ აჩქარება იცვლის ნიშანს, თუმცა მისი სიდიდე იგივეა. განსაზღვრეთ, გამოსვლიდან რა t დროში დაბრუნდება საწყის წერტილში მატერიალური წერტილი.

მოცემულია: a;

t_1.

ვიპოვოთ: t−?

ამოხსნა: უძრაობის მდგომარეობიდან a აჩქარებით დაძრული წერტილი t_1 დროის შუალედში გაივლიდა $s=\frac{at_1^2}{2}$ მანძილს, ამ მომენტში მისი სიჩქარე იქნებოდა $v_0=at_1$ ეს არის ის საწყისი სიჩქარე, რომლითაც იწყებს ამ მომენტიდან მოძრავი სხეული უკან მოძრაობას, იგივე სიდიდის აჩქარებით და მაშასადამე იგივე s მანძილს უკვე გაივლის ამ საწყისი სიჩქარით და a აჩქარებით ანუ გვექნება განტოლება: $s=v_0(t-t_1)+\frac{a(t-t_1)^2}{2}$. აქედან გამომდინარე, მივიღებთ განტოლებას t დროის საპოვნელად:

$$\frac{at_1^2}{2}=at_1(t-t_1)+\frac{a(t-t_1)^2}{2}.$$

მივიღეთ კვადრატული განტოლება $(t-t_1)$ ცვლადის მიმართ: $a(t-t_1)^2+2at_1(t-t_1)-at_1^2=0$ ცხადია, რომ ეს განტოლება შეგვიძლია შევკვეცოთ a აჩქარების სიდიდეზე და მივიღებთ განტოლებას: $(t-t_1)^2+2t_1(t-t_1)-t_1^2=0$, რომლის ამონახსნიც იქნება: $t-t_1=t_1\pm\sqrt{{t_1}^2+t_1^2}$ ანუ $t-t_1=t_1\pm t_1\sqrt{2}$. რადგან ამოცანის შინაარსიდან გამომდინარე, $t-t_1>0$ მივიღებთ, რომ გამოსადეგია მხოლოდ პლიუსნიშნიანი ფესვი ანუ

$t-t_1=t_1+t_1\sqrt{2}$, რაც იმას ნიშნავს რომ $\boldsymbol{t=t_1\cdot\left(2+\sqrt{2}\right)}$.

ამოცანა 18*. ორი სხეული მოძრაობს წრფის გასწვრივ, ერთმანეთის შემხვედრი მიმართულებით შესაბამისად v_1 და v_2 სიჩქარით. მათი აჩქარებები a_1 და a_2 მიმართულია სიჩქარეების საპირისპიროდ. რა მაქსიმალური l_{max} საწყისი მანძილი შეიძლება იყოს მათ შორის, რომ შესაძლებელი იყოს მათი შეხვედრა ?

მოცემულია: v_1;

v_2;

a_1;

a_2.

ვიპოვოთ: $l_{max}-?$

ამოხსნა: რადგან აჩქარებებს სიჩქარის საწინააღმდეგო მიმართულებები აქვთ, მოძრაობები იქნება თანაბრად შენელებული, მაშასადამე, გარკვეული მანძილის გავლის შემდეგ, თითოეული სხეული გაჩერდება, ხოლო შემდეგ შეეცვლება სიჩქარის მიმართულება და დაბრუნდება უკან. მაშასადამე, შესაძლებელი რომ იყოს მათი შეხვედრა, ეს უნდა მოხდეს, ვიდრე მათი სიჩქარეები შეიცვლიან ნიშანს. ვნახოთ, რა დროში გაუტოლდება ნულს პირველი სხეულის სიჩქარე: $v_t = v_0 + at$. პირველი სხეულისთვის $v_t = v_1 - a_1 t_1 = 0$ ანუ $t_1 = \frac{v_1}{a_1}$. ამ დროის განმავლობაში პირველი სხეული გაივლის $s_1 = v_1 t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{v_1^2}{a_1} - \frac{v_1^2}{2a_1} = \frac{v_1^2}{2a_1}$ მანძილს; ანალოგიურად, მეორე სხეული სიჩქარის მიმართულების შეცვლამდე გაივლის: $s_2 = \frac{v_2^2}{2a_2}$ მანძილს. ამ ორი მანძილის ჯამი იქნება საძიებელი მაქსიმუმი ანუ

$$l_{max} = s_1 + s_2 = \boldsymbol{\frac{v_1^2}{2a_1} + \frac{v_2^2}{2a_2}}.$$

ამოცანა 19*. თანაბრად აჩქარებული მოძრაობისას, დროის მომდევნო 4წმ-იან შუალედებში სხეული გადია 24მ და 64 მ მანძილებს. იპოვეთ მოძრავი სხეულის აჩქარება და საწყისი სიჩქარე.

მოცემულია: $s_1 = 24$მ;

$s_2 = 64$მ;

$t = 4$წმ.

ვიპოვოთ: $a-?$ $v_0-?$

ამოხსნა: სხეულმა პირველ 4წმ-ში გაიარა $s_1 = 24$მ მანძილი ე.ი. შეგვიძლია შევადგინოთ მოძრაობის განტოლება:

$s_1 = v_0\mathrm{t} + \frac{\mathrm{at}^2}{2}$ ანუ $4v_0 + 8a = 24$.

ანალოგიურად, დროის შემდგომი 4წმ-იანი მონაკვეთის გავლის საწყისი სიჩქარე იქნება $v_0' = v_0 + 4a$ ანუ გვექნება მოძრაობის განტოლება: $s_2 = v_0't + \frac{\mathrm{at}^2}{2}$, რომელიც მიიღებს სახეს: $4 \cdot (v_0 + 4a\,) + 8a = 64$. მაშასადამე, მივიღეთ სისტემა:

$$\begin{cases} 4v_0 + 8a = 24 \\ 4v_0 + 24a = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 + 2a = 6 \\ v_0 + 6a = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 10 \\ v_0 = 16 - 6a \end{cases} \Leftrightarrow$$

***a=2.5*მ/წმ2 *v0=1*მ/წმ**

ამოცანა $\mathbf{20}^*$. უძრაობის მდგომარეობიდან თანაბრად აჩქარებულად მოძრავმა სხეულმა მეხუთე წამში გაიარა s მანძილი. იპოვეთ აჩქარება და ხუთ წამში გავლილი მანძილი.

მოცემულია: $v_0 = 0$;

$s_5 - s_4 = s$;

ვიპოვოთ: $a-?$ $\mathrm{s}_5-?$

ამოხსნა: მეხუთე წამში გავლილი მანძილია: $s = \frac{a\cdot 25}{2} - \frac{a\cdot 16}{2}$ აქედან გამომდინარე, ვიპოვით აჩქარებას:

$\boldsymbol{a} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{s}}{\mathbf{9}}$.

შესაბამისად, **5**წმ-ში გავლილი მანძილი იქნება:

$s_5 = \frac{a\cdot 25}{2} = \frac{2s}{9} \cdot \frac{25}{2} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{9}}\boldsymbol{s}$.

ამოცანა $\mathbf{21}^*$. მოცემულია სხეულის მოძრაობის განტოლება: $s = 3t + 2t^2$. იპოვეთ სხეულის სიჩქარე მოძრაობის დაწყებიდან 3წმ-ის შემდეგ.

მოცემულია: $s = 3t + 2t^2$;

$t = 3$წმ.

ვიპოვოთ: $v_\mathrm{t}-?$

ამოხსნა: თუ შევადარებთ მოძრაობის $s = 3t + 2t^2$ განტოლებას თანაბრად აცქარებული მოძრაობის $s = v_0\mathrm{t} + \frac{\mathrm{at}^2}{2}$

განტოლებასთან, ადვილად მივხვდებით, რომ $v_0 = 3$მ/წმ-ს, ხოლო $a = 4$მ/წმ^2. მაშინ
$v_t = v_0 + at = (3 + 4 \cdot 3)$მ/წმ $=$ **15მ/წმ.**

ამოცანა 22*. მატერიალურმა წერტილმა $t = 10$წმ დროში გაიარა $s = 60$მ მანძილი. ამ დროის განმავლობაში მისი სიჩქარე გაიზარდა $k = 5$-ჯერ. იპოვეთ თანაბრად აჩქარებული მოძრაობის აჩქარება.

მოცემულია: $t = 10$წმ;
$s = 60$მ;
$v_t = 5v_0$.

ვიპოვოთ: $a - ?$

ამოხსნა: მატერიალურმა წერტილმა t დროში გაიარა s მანძილი. ე.ი. გვაქვს მოძრაობის განტოლება:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow 10v_0 + 50a = 60.$$

ამის გარდა გვაქვს პირობა: $v_t = kv_0$. მაშინ გვექნება მეორე განტოლება: $v_t = v_0 + at \Leftrightarrow v_0 + 10a = 5v_0$. მაშასადამე, მივიღეთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} 10v_0 + 50a = 60 \\ v_0 + 10a = 5v_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 + 5a = 6 \\ v_0 = 2.5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 = 2.5a \\ a = 0.8\text{მ/წმ}^2 \end{cases};$$

ე.ი. $\boldsymbol{a = 0.8}$**მ/წმ^2**.

ამოცანა 23*. თანაბრად აჩქარებულად მოძრავმა სხეულმა 1მ/წმ საწყისი სიჩქარე გაზარდა 7მ/წმ სიჩქარემდე და გაიარა გარკვეული მანძილი. როგორი იყო მისი სიჩქარე ნახევარი გზის გავლის მომენტში?

მოცემულია: $v_0 = 1$მ/წმ;
$v_t = 7$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $v'_t - ?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით $v_t^2 - v_0^2 = 2as \Leftrightarrow as = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2} = 24$ ე.ი.

$$v'^2_t - v_0^2 = as \Leftrightarrow v'^2_t = as + v_0^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow v'_t = \sqrt{as + v_0^2} = \sqrt{24 + 1} = \mathbf{5}\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 24*. სხეული იწყებს მოძრაობას უძრაობის მდგომარეობიდან და მეათე წამში გადის 38მ-ს. იპოვეთ, მეთორმეტე წამში გავლილი მანძილი.

მოცემულია: $v_0 = 0$მ/წმ;

$s_{10} - s_9 = 38$მ.

ვიპოვოთ: $s_{12} - s_{11} - ?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით, თუ $v_0 = 0$, მაშინ სხეულის მიერ t წმ-ში გავლილი მანძილი გამოითვლება ფორმულით $s_t = \frac{at^2}{2}$. აქედან გამომდინარე, გვექნება, რომ $s_{10} = 50a$ $s_9 = 40.5a$. მაშასადამე, ამოცანის პირობიდან გამომდინარე გვექნება განტოლება: $s_{10} - s_9 = 38$ ანუ
$50a - 40.5a = 38 \Leftrightarrow a = 0.25$მ/წმ^2. მაშინ ცხადია, რომ
$s_{12} - s_{11} = 72a - 60.5a = \mathbf{2.875}$**მ.**

1.3.1. თავისუფალი ვარდნა

ძალას, რომლითაც დედამიწა იზიდავს სხეულებს **სიმძიმის ძალა** ეწოდება. სიმძიმის ძალის გავლენით დედამიწის მახლობლობაში მყოფი სხეულები ვარდებიან დედამიწაზე.

სხეულთა ვარდნას უჰაერო სივრცეში, სიმძიმის ძალის ზემოქმედების შედეგად, **თავისუფალი ვარდნა** ეწოდება.

თავისუფლად ვარდნილი სხეულის აჩქარება დამოკიდებულია მისი მდებარეობის გეოგრაფიულ განედზე და სიმაღლეზე ზღვის დონიდან. ამოცანების ამოხსნისას გამოიყენებენ თავისუფალი ვარდნის საშუალო აჩქარების სიდიდეს: 9.8მ/წმ^2.

ამოცანების ამოხსნისას, საკოორდინატო ღერძს მიმართავენ ვერტიკალურად ზევით ან ქვევით, იმის მიხედვით, თუ როგორია ამოცანის პირობა.

თუ ვიხილავთ ამოცანას ***ვერტიკალურად ზევით ასროლილი სხეულის*** შესახებ, მაშინ მოძრაობა თანაბრად შენელებულია და აღიწერება შესაბამისი ფორმულებით:

$$v_t = v_0 - gt; \quad (1.16)$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad (1.17)$$

$$s = y - y_0 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.18)$$

ვერტიკალურად ზემოთ ასროლილი სხეული მიაღწევს მაქსიმალურ სიმაღლეს:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}. \quad (1.19)$$

თუ გვაქვს ამოცანა თავისუფლად ვარდნილი სხეულის შესახებ, მაშინ მოძრაობა თანაბრად აჩქარებულია და გვაქვს ფორმულები:

$$v_t = v_0 + gt; \quad (1.19)$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}; \quad (1.20)$$

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (1.21)$$

ამოცანები თემაზე: თავისუფალი ვარდნა

ამოცანა 1. თავისუფლად ვარდნილ კაბინაში თავისუფლად ვარდება ბურთულა. რა აჩქარებით მოძრაობს ბურთულა კაბინის მიმართ ? დედამიწის მიმართ ?

მოცემულია: g=9.8მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $a_{კაბ.}-?$ $a_{დედამ.}-?$

ამოხსნა: კაბინის მიმართ ბურთულას აჩქარება $a_{კაბ.}=0$ ნულის ტოლია, რადგან კაბინა ბურთულასთან ერთად ვარდება. ხოლო ბურთულას აჩქარება დედამიწის მიმართ $a_{დედამ.}=g$.

ამოცანა 2. რა საწყისი სიჩქარით უნდა გავისროლოთ რაკეტა ვერტიკალურად ზევით მთვარის ზედაპირიდან, რომ ის დაშორდეს მთვარის ზედაპირს 200კმ-ით, თუ მთვარეზე თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა 1.6მ/წმ^2 ?

მოცემულია: $h=200$კმ=200 000მ;

$g_{მთვ.}=1.6$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $v_0-?$

ამოხსნა: ვერტიკალურად ზევით v_0 საწყისი სიჩქარით ასროლილი სხეულის მაქსიმალური მიღწევადი სიმაღლეა:

$h=\frac{v_0^2}{2g}\Leftrightarrow v_0=\sqrt{2g_{მთვ.}h}\Leftrightarrow v_0=\sqrt{2\cdot 1.6\cdot 200\ 000}$მ/წმ ანუ

$\boldsymbol{v_0=800}$**მ/წმ.**

ამოცანა 3. მთვარის ზედაპირიდან 80მ სიმაღლიდან ვარდნას სხეული უნდება 10წმ-ს. იპოვეთ თავისუფალი ვარდნის აჩქარება მთვარისათვის.

მოცემულია: $h=80$მ;

$t=10$წმ.

ვიპოვოთ: $g_{მთვ.}-?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით $\mathrm{h}=\frac{g_{მთვ.}t^2}{2}\Leftrightarrow g_{მთვ.}=\frac{2h}{t^2}=\frac{2\cdot 80}{100}$მ/წმ^2 ანუ

$\boldsymbol{g_{მთვ.}=1.6}$**მ/წმ^2.**

ამოცანა 4. სხეული 40მ სიმაღლიდან გაისროლეს ვერტიკალურად ქვევით 25მ/წმ საწყისი სიჩქარით. რა სიჩქარე ექნება სხეულს დედამიწაზე დაცემის მომენტში ? როგორი სიჩქარე ექნებოდა სხეულს დედამიწაზე დაცემის მომენტში, თუ გასროლილი იქნებოდა ვერტიკალურად ზევით ?

მოცემულია: $h = 40$მ;
$v_0 = 25$მ/წმ .
ვიპოვოთ: $v_t - ?$ $v_t' - ?$

ამოხსნა: თუ სხეული გაისროლეს **ვერტიკალურად ქვევით,** მაშინ სიმძიმის ძალის გავლენით, მისი მოძრაობა იქნება თანაბრად აჩქარებული $g = 9.8$მ/წმ^2 აჩქარებით. თუ გამოვიყენებთ ფორმულას: $v_t^2 - v_0^2 = 2gh$, მაშინ მივიღებთ, რომ დედამიწაზე დაცემის მომენტში სხეულის სიჩქარე იქნება: $v_t = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \approx \sqrt{1409}$მ/წმ $\approx$ **37.5მ/წმ.**

თუ სხეული გაისროლეს **ვერტიკალურად ზევით,** მაშინ მისი მოძრაობა ჯერ იქნება თანაბრად შენელებული, ვიდრე მიაღწევს მაქსიმალურ სიმაღლეს $h_1 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{625}{19.6}$მ ≈ 31.9მ, ხოლო შემდეგ, იქნება თანაბრად აჩქარებული და მიმართული დედამიწისაკენ და გასავლელი ექნება $h + h_1$ მანძილი და ამ სიმაღლიდან უსაწყისო სიჩქარით დედამიწაზე ვარდნისას, დაცემის მომენტში სიჩქარე იქნებოდა $v_t' = \sqrt{2g(h + h_1)} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot (40 + 37.5)}$მ/წმ ანუ $v_t' = \sqrt{1519}$მ/წმ $\approx$ **39მ/წმ.**

ამოცანა 5. ბურთი ააგდეს ვერტიკალურად ზევით 19.6მ/წმ საწყისი სიჩქარით (ჰაერის წინააღმდეგობა არ მიიღება მხედველობაში).რა დროის შემდეგ აღმოჩნდება ბურთი უმაღლეს წერტილში ? გასროლის წერტილში ?

მოცემულია: $v_0 = 19.6$მ/წმ;
ვიპოვოთ: $t - ?$ $t_1 - ?$

ამოხსნა: უმაღლეს წერტილში ბურთის სიჩქარეა $v_t = 0$. მაშასადამე, მაქსიმალურ სიმაღლეზე ასვლის დროს გამოვითვლით ფორმულით:$v_t = v_0 - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{19.6}{9.8}$წმ=**2წმ.**

ამ დროის განმავლობაში სხეული მიაღწევს უმაღლეს წერტილს $h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{19.6^2}{19.6}$მ $= 19.6$მ. ამ სიმაღლიდან საწყის - გასროლის წერტილს, ბურთი დაუბრუნდება $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2$წმ-ში ანუ **ასვლის დრო უდრის ვარდნის დროს.**

სულ კი საწყის წერტილში ბურთის დაბრუნებას დასჭირდება $t_1 = 2t =$ **4წმ.**

ამოცანა 6*. თავისუფლად ვარდნილმა სხეულმა ბოლო 10მ მანძილი გაიარა 0.25წმ-ში. იპოვეთ რა სიმაღლიდან ჩამოვარდა სხეული და რა სიჩქარე ექნებოდა დედამიწაზე დაცემის მომენტში.

მოცემულია: $h_2 = 10$მ;

$t_2 = 0.25$წმ.

ვიპოვოთ: $h-?$ $v_t-?$

ამოხსნა: ვარდნის მთლიანი სიმაღლეა: $h = h_1 + h_2$, სადაც h_1 არის მანძილი ვარდნის დაწყებიდან 10მ სიმაღლემდე. h_2 სიმაღლე თავისუფლად ვარდნილმა სხეულმა გაიარა v_2 საწყისი სიჩქარით. მაშასადამე,

$h_2 = v_2 t_2 + \frac{g{t_2}^2}{2}$. აქედან ადვილად ვიპოვით, რომ

$v_2 = \frac{h_2}{t_2} - \frac{gt_2}{2} = \frac{10}{0.25} - \frac{9.8 \cdot 0.25}{2}$მ/წმ ≈ 38.8მ/წმ.

v_2 ის სიჩქარეა, რომელსაც მიაღწია h_1 სიმაღლიდან ვარდნილმა სხეულმა 10მ სიმაღლეზე. ამიტომ,

$v_2 = \sqrt{2gh_1} \Leftrightarrow h_1 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{38.8^2}{2 \cdot 9.8}$მ$\approx 76.8$მ. რაც იმას ნიშნავს, რომ ვარდნის მთლიანი სიმაღლე

$h = h_1 + h_2 = (76.8 + 10)$მ=**86.8მ;**

ხოლო სიჩქარე დაცემის მომენტში, იქნება:

$v_t = v_2 + gt_2 = 38.8 + 9.8 \cdot 0.25 = \mathbf{41.2}$**(მ/წმ).**

ამოცანა 7*. თავისუფლად ვარდნილმა სხეულმა ბოლო წამში გაიარა მთელი გზის ნახევარი. რა სიმაღლიდან ვარდებოდა სხეული და რა დრო მოანდომა ვარდნას ?

მოცემულია: $h_t - h_{t-1} = \frac{1}{2} h_t$.

ვიპოვოთ: $h_t-?$ $t-?$

ამოხსნა: ცხადია, რომ $h_t = \frac{gt^2}{2}$ და $h_{t-1} = \frac{g(t-1)^2}{2}$. აქედან გამომდინარე, გვექნება განტოლება:

$\frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-1)^2}{2} = \frac{gt^2}{4}$. რაც იმას ნიშნავს, რომ

$t^2 - 4t + 2 = 0$. ამ განტოლების ამონახსნებია $t = 2 \pm \sqrt{2}$. მინუს ნიშნიანი ფესვი არ შეესაბამება ამოცანის შინაარსს რადგან ვარდნის საერთო დრო არ შეიძლება იყოს ერთზე ნაკლები. მაშასადამე, $t = (2 + \sqrt{2})$წმ $\approx \mathbf{3.4}$**წმ.**

ვარდნის სიმაღლე კი იქნებოდა $h_t = \frac{gt^2}{2} = \frac{9.8 \cdot 3.4^2}{2}$მ $\approx$ **57მ.**

ამოცანა 8*. თავისუფლად ვარდნილი სხეული დროის რაღაც მომენტში იყო $h_1 = 1100$მ სიმაღლეზე, 10წმ-ის შემდეგ ის აღმოჩნდა დედამიწის ზედაპირიდან $h_2 = 120$მ-ზე. რა სიმაღლიდან ვარდებოდა სხეული ?

მოცემულია: $h_1 = 1100$მ;

$h_2 = 120$მ;

$t_{12} = 10$წმ.

ვიპოვოთ: $h-?$

ამოხსნა: ცხადია, რომ $h_1 - h_2 = v_1 t_{12} + \frac{g t_{12}^2}{2}$ აქედან გამომდინარე, ვიპოვით სხეულის h_1 სიმაღლეზე ჩამოვარდნის მომენტში არსებულ სიჩქარეს $v_1 = \frac{h_1 - h_2}{t_{12}} - \frac{g t_{12}}{2} = \left(\frac{1100-120}{10} - \frac{9.8 \cdot 10}{2}\right)$მ/წმ ანუ $v_1 = (98 - 49)$მ/წმ $= 49$მ/წმ. ესაა ის სიჩქარე, რასაც მიაღწია თავისუფლად ვარდნილმა სხეულმა h_1 სიმაღლემდე ჩამოვარდნისას. აქედან გამომდინარე, ვიპოვით იმ h_0 სიმაღლეს, საიდანაც ვარდება სხეული h_1 სიმაღლემდე. $v_1 = \sqrt{2 g h_0} \Leftrightarrow h_0 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{49^2}{2 \cdot 9.8}$მ=122.5მ.

მაშასადამე, ვარდნის მთლიანი სიმაღლე იქნება:

$h = h_0 + h_1 + h_2 = (122.5 + 1100 + 120)$მ=**1342.5მ.**

ამოცანა 9*. საჰაერო ბურთიდან, რომელიც ეშვება ვერტიკალურად ქვევით მუდმივი 2მ/წმ სიჩქარით, ვერტიკალურად ზევით აისროლეს ქვა 10მ/წმ საწყისი სიჩქარით. იპოვეთ მაქსიმალური მანძილი ქვასა და საჰაერო ბურთს შორის.

მოცემულია: $v_1 = 2$მ/წმ;

$v_2 = 10$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $l_{max}-?$

ამოხსნა: ცხადია, რომ მაქსიმალური დაშორება გვექნება დროის იმ მომენტში, როცა **ვერტიკალურად ზევით ასროლილი ქვა** მიაღწევს მაქსიმალურ სიმაღლეს h_2. ამავე t დროის განმავლობაში ვერტიკალურად ქვევით, თანაბრად მოძრავი საჰაერო ბურთი გაივლის $h_1 = v_1 t$, ხოლო საძიებელი მაქსიმალური დაშორება იქნება: $l_{max} = h_1 + h_2$.

ვერტიკალურად ზევით ასროლილი ქვა მოძრაობს $v_0 = v_2 - v_1 = 8$მ/წმ საწყისი სიჩქარით და მაქსიმალურად მიღწევადი სიმაღლე ასროლის დონიდან იქნება: $h_2 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{64}{2\cdot 9.8}$მ $= 3.2$მ. ამ სიმაღლის მიღწევას დასჭირდება $t = \frac{v_0}{g} \approx 0.8$წმ. ამ დროის განმავლობაში **საჰაერო ბურთი გაივლის** $h_1 = v_1 t = 2 \cdot 0.8$მ=1.6მ და მაშასადამე, $l_{max} = h_1 + h_2 = (1.6 + 3.2)$მ=**4.8მ.**

ამოცანა 10*. სხეული აისროლეს ვერტიკალურად ზევით v_0 საწყისი სიჩქარით. როდესაც მან მიაღწია მაქსიმალურ სიმაღლეს, იმავე წერტილიდან, იგივე საწყისი სიჩქარით აისროლეს მეორე სხეული. საწყისი წერტილიდან რა მანძილზე შეხვდებიან ისინი ?

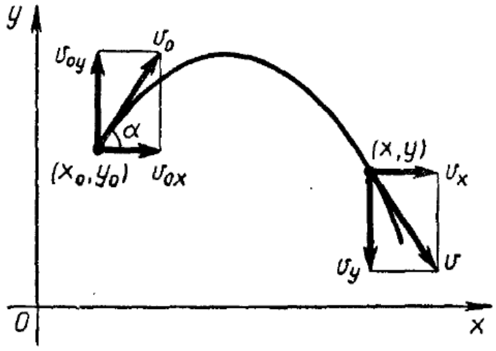
მოცემულია: v_0.

ვიპოვოთ: $h-?$

ამოხსნა: ვერტიკალურად ზევით ასროლილი სხეული აღწევს $h_1 = \frac{v_0^2}{2g}$ მაქსიმალურ სიმაღლეს. პირველი სხეული იწყებს უკვე ვარდნას g აჩქარებით და მისი მოძრაობის განტოლება იქნება: $h_2 = \frac{gt^2}{2}$. ხოლო მეორე, ასროლილი სხეულის მოძრაობის განტოლებაა: $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. შეხვედრის მომენტში, ამ მანძილების ჯამი იქნება: $h_2 + h = h_1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{gt^2}{2} + v_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$ ანუ $t = \frac{v_0}{2g}$. აქედან გამომდინარე, მივიღებთ, რომ $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{2g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{{v_0}^2}{4g^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{{v_0}^2}{8g}$ ე.ი. $\boldsymbol{h = \frac{3{v_0}^2}{8g} = \frac{3}{2} h_{max}}$.

1.3.2. მრუდწირული მოძრაობა

მრუდწირული მოძრაობის გამოსაკვლევად, განვიხილოთ კოორდინატთა სისტემა ნახ. 1.5.



ნახ. 1.5

სხეულის მდებარეობა აღიწერება მისი დროის მიხედვით ცვლადი კოორდინატებით $(x; y)$. ფორმულებს, რომლებიც გამოსახავენ დამოკიდებულებას ამ კოორდინატებსა და t დროს შორის, **მოძრაობის კინემატიკური განტოლებები** ეწოდებათ.

თუ მატერიალური წერტილი მოძრაობს სიმძიმის ძალის გავლენით, მაშინ **მოძრაობის კინემატიკური განტოლებებს** აქვს სახე:

$$x = x_0 + (v_0 \cos\alpha) \cdot t, \tag{1.22}$$

$$y = y_0 + (v_0 \sin\alpha) \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \tag{1.23}$$

სადაც $(x_0; y_0)$ მატერიალური წერტილის საწყისი მდებარეობის $(t = 0)$ კოორდინატებია. პირველი (1.22) განტოლება აღწერს წერტილის მოძრაობას აბსცისთა ღერძის გასწვრივ, ხოლო მეორე (1.23) განტოლება აღწერს წერტილის მოძრაობას ორდინატთა ღერძის გასწვრივ. სიჩქარის ჰორიზონტალური მდგენელია: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, ხოლო სიჩქარის ვერტიკალური მდგენელია: $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$.

ამოცანები თემაზე: მრუდწირული მოძრაობა

ამოცანა 1*. სხეული გაისროლეს ჰორიზონტისადმი α კუთხით, v_0 საწყისი სიჩქარით. იპოვეთ: 1)მოძრაობის ტრაექტორია, 2)სხეულის ზემოთ ასვლის დრო t_1, 3)ასვლის მაქსიმალური სიმაღლე H_{max}, 4)სხეულის გასროლის მაქსიმალური სიშორე S_{max}. ჰაერის წინააღმდეგობა მხედველობაში არ მიიღება.

მოცემულია: v_0;
α.

ვიპოვოთ: t_1-?
H_{max}−?
S_{max}−?

ამოხსნა: კოორდინატთა სათავე მოვათავსოთ $(x_0; y_0)$ წერტილში ანუ იმ წერტილში სადაცაა სხეული საწყის მომენტში. მაშინ გვექნება $(x_0; y_0) = (0; 0)$. მაშინ ნახ. 1.5-დან გამომდინარე გვექნება, რომ საწყის მომენტში სიჩქარის კომპონენტებია: $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ და $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$, ხოლო დროის ნებისმიერი t მომენტისათვის, გვექნება:

$$v_{tx} = v_0 \cos\alpha = const; \tag{1.24}$$

$$v_{ty} = v_0 \sin\alpha - gt; \tag{1.25}$$

$$x = (v_0 \cos\alpha) \cdot t; \tag{1.26}$$

$$y = (v_0 \sin\alpha) \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \tag{1.27}$$

თუ გამოვსახავთ t დროს (1.26) ტოლობიდან და შევიტანთ (1.27) განტოლებაში, მივიღებთ **ტრაექტორიის განტოლებას:**

$$\boldsymbol{y = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2(\cos\alpha)^2}\cdot x^2}. \qquad (1.28)$$

როგორც ვხედავთ, ამ შემთხვევაში მოძრაობის ტრაექტორიაა პარაბოლა (1.28).

2) სხეულის ზემოთ ასვლის t_1 დროის საპოვნელად ვისარგებლოთ იმ პირობით, რომ მაქსიმალური სიმაღლის მიღწევის წერტილში სიჩქარის $v_{ty} = 0$ მდგენელი ნულის ტოლია. მაშინ (1.25) განტოლებიდან გამომდინარე გვექნება, რომ $\boldsymbol{t_1 = \frac{v_0\sin\alpha}{g}}$.

3) ამ $\boldsymbol{t_1 = \frac{v_0\sin\alpha}{g}}$ დროის განმავლობაში მატერიალური წერტილი მიაღწევს **მაქსიმალურ სიმაღლეს:**

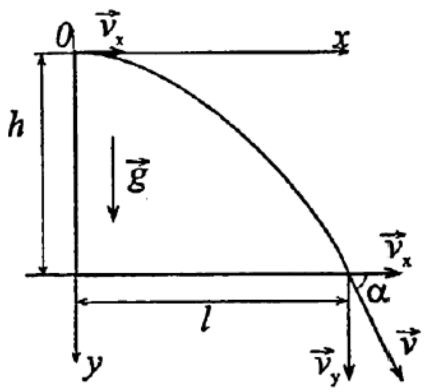
$$H_{max} = y_{max} = v_0\sin\alpha\cdot\frac{v_0\sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\cdot\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}(\sin\alpha)^2.$$

ამრიგად, $\boldsymbol{H_{max} = \frac{v_0^2}{2g}(\sin\alpha)^2}$.

4) დაცემის დრო უდრის ზემოთ ასვლის დროს. ამიტომ სხეულის დედამიწაზე დავარდნის დრო იქნება $t = 2t_1 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$. მაშასადამე, გასროლის **მაქსიმალური სიშორე** იქნება: $S_{max} = x_{max} = v_0\cos\alpha\cdot\frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$.

მივიღეთ, რომ $\boldsymbol{S_{max} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}}$.

ამოცანა 2*. ჰორიზონტალურად გასროლილი ქვა, დედამიწაზე დავარდა 0.5წმ-ში ჰორიზონტალურად გასროლიდან 5მ მანძილზე. იპოვეთ ჰორიზონტიდან რა სიმაღლეზე იყო გასროლილი ქვა, გასროლის სიჩქარე და მიწაზე დაშვების სიჩქარე.იპოვეთ ჰორიზონტთან სიჩქარის ვექტორის კუთხე დაცემის მომენტში (ნახ. 1.6).



ნახ. 1.6

მოცემულია: $t = 0.5$წმ;

$l = 5$მ.

ვიპოვოთ: $h-?$ $v_0-?$ $v_t-?$ $\alpha-?$

ამოხსნა: ჰორიზონტალურად გასროლილი სხეული მონაწილეობს ორ მოძრაობაში: ჰორიზონტალურად თანაბარ მოძრაობაში მუდმივი v_0 სიჩქარით და თანაბრად აჩქარებულ ვარდნაში g აჩქარებით. კოორდინატთა სათავე მოვათავსოთ ქვის სროლის წერტილში, მაშინ გვექნება, რომ

$$v_x = v_0 = const; \quad x = v_0 t; \tag{1.29}$$

$$v_y = gt; \quad y = \frac{gt^2}{2}. \tag{1.30}$$

რადგან ვიცით ქვის ჰორიზონტული დაშორების $l = 5$მ სიგრძე და შესაბამისი $t = 0.5$წმ დრო, შეგვიძლია (1.29)-დან ვიპოვოთ $v_0 = \frac{l}{t} = \mathbf{10}$**მ/წმ.**

სიმაღლე $h = \frac{gt^2}{2} = \mathbf{1.22}$**მ.**

$v_t = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2} = \mathbf{11.1}$**მ/წმ.**

ნახ.1.6-დან ცხადია, რომ $\cos\alpha = \frac{v_x}{v_t} \approx 0.56$ ანუ $\boldsymbol{\alpha} \approx \mathbf{56^\circ}$.

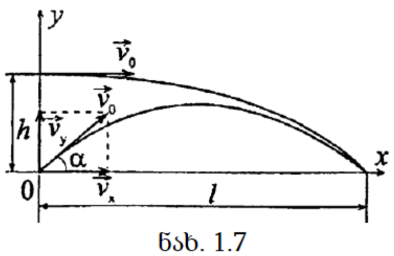
ამოცანა 3. რა კუთხით უნდა გავისროლოთ ჭურვი, რომ ის დავარდეს რაც შეიძლება შორს ?

მოცემულია: s_{max};

ვიპოვოთ: $\alpha-?$

ამოხსნა: ჭურვის დავარდნის მაქსიმალური სიშორეა $s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. ამ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა მიიღწევა, როცა $\sin 2\alpha = 1$ ანუ $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{45^\circ}$.

ამოცანა 4*. ქვა გაისროლეს ჰორიზონტისადმი 45°-იანი კუთხით $v_0 = 12$მ/წმ სიჩქარით. ის დავარდა გასროლის ადგილიდან l მანძილზე. რა h სიმაღლიდან უნდა გავისროლოთ ქვა ჰორიზონტალურად, იგივე v_0 სიჩქარით, რომ ის დავარდეს იგივე l მანძილზე ?(ნახ. 1.7).



ნახ. 1.7

მოცემულია: $v_0 = 12$მ/წმ;

$\alpha = 45^\circ$.

ვიპოვოთ: $h-?$

ამოხსნა: თუ ქვა გასროლილია α კუთხით, მაშინ $l = (v_0 \cos\alpha)t_1$. სადაც $t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. მეორე შემთხვევაში, $l = v_0 t_2$. მაქსიმალური სიშორე $l = (v_0 \cos\alpha)t_1 = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$ ანუ $l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. ჰორიზონტულად მოძრაობის დროა:
$t_2 = \frac{l}{v_0} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g\boldsymbol{v_0}} = \frac{\boldsymbol{v_0}}{\boldsymbol{g}} \sin 2\alpha$. სიმაღლე საიდანაც უნდა გავისროლოთ ქვა ჰორიზონტალურად
$h = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{v_0} \sin 2\alpha}{\boldsymbol{g}}\right)^2 = \frac{v_0^2 (\sin 2\alpha)^2}{2g} = \mathbf{7.3}$**მ.**

ამოცანა 5. იპოვეთ ფორიზონტალურად 6მ/წმ სიჩქარით გასროლილი სხეულის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური გადაადგილება მოძრაობის დაწყებიდან 3წმ-ში. იპოვეთ სხეულის სიჩქარის სიდიდე დროის ამ მომენტში.

მოცემულია: $v_0 = 6$მ/წმ;
$t = 3$წმ.

ვიპოვოთ: $x-?$ $y-?$ $v-?$

ამოხსნა: ჰორიზონტალური გადაადგილებაა: $x = v_0 t = 6 \cdot 3$მ=**18მ;**
ხოლო ვერტიკალური გადაადგილებაა:
$y = \frac{gt^2}{2} = \frac{9.8 \cdot 9}{2}$მ = **44.1მ.**
$v_x = v_0 = 6$მ/წმ; $v_y = gt = 9.8 \cdot 3$მ/წმ $= 29.4$მ/წმ.
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{36 + 864.36}$მ/წმ;
$v = \sqrt{900.36}$მ/წმ $\approx$ **30მ/წმ.**

ამოცანა 6. ორი სხეული ერთნაირი საწყისი სიჩქარით, გაისროლეს α კუთხით და $90^\circ - \alpha$ კუთხით. იპოვეთ მათ მიერ მიღწეული მაქსიმალური სიმაღლეების ფარდობა.

მოცემულია: α;
$90^\circ - \alpha$;

ვიპოვოთ: $\frac{h_1}{h_2}-?$

ამოხსნა: α კუთხით გასროლილი სხეულის მიერ მიღწეული მაქსიმალური სიმაღლე იქნება: $h_1 = \frac{v_0^2 (\sin\alpha)^2}{2g}$. შესაბამისად, $90^\circ - \alpha$ კუთხით გასროლისას მიღწეული მაქსიმალური სიმაღლე იქნება: $h_2 = \frac{v_0^2 \left(\sin(90^\circ - \alpha)\right)^2}{2g} = \frac{v_0^2 (\cos\alpha)^2}{2g}$. მაშასადამე,
$\frac{h_1}{h_2} = \frac{v_0^2 (\sin\alpha)^2}{2g} : \frac{v_0^2 (\cos\alpha)^2}{2g} = (\tan\boldsymbol{\alpha})^2$.

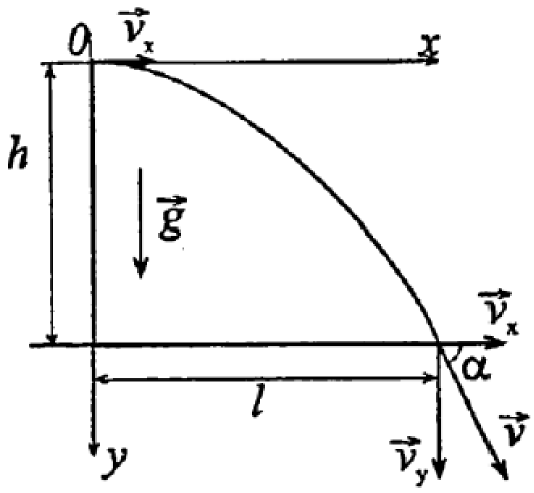
ამოცანა 7*. წყლის ზედაპირიდან h სიმაღლეზე მოყოფი ნაპირიდან ჰორიზონტალური მიმართულებით ისვრიან ტყვიამფრქვევიდან. ტყვიის საწყისი სიჩქარეა v_0. რა v სიჩქარე აქვს ტყვიას, წყალში დაშვებისას ?

მოცემულია: h;

v_0.

ვიპოვოთ: $v-?$

ამოხსნა: ტყვია მონაწილეობს ორ მოძრაობაში: ესაა, მუდმივი v_0 სიჩქარით მოძრაობა ჰორიზონტალური მომართულებით და ვერტიკალური ვარდნა თავისუფალი აჩქარებით. ეს ორი მოძრაობა ჯამში გვაძლევს მოძრაობას პარაბოლაზე ნახ. 1.8.



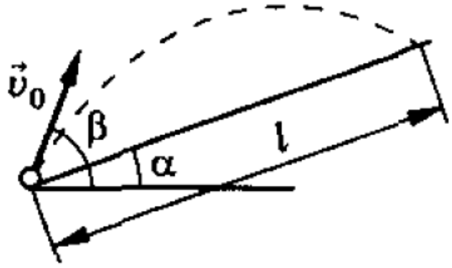
ნახ. 1.8

ჰორიზონტალური სიჩქარეა: $v_x = v_0$; ხოლო ვერტიკალური სიჩქარე გამოითვლება ფორმულიდან:

$v_y^2 = 2gh \Leftrightarrow v_y = \sqrt{2gh}$. მაშინ სიჩქარის სიდიდე წყალთან დაშვების მომენტში იქნება:

$$\boldsymbol{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{{v_0}^2 + 2gh}.}$$

ამოცანა 8*. ქვემეხიდან აწარმოებენ სროლას იმ ობიექტების გასანადგურებლად,რომლებიც განლაგებულია მთის დახრილ ზედაპირზე. ქვემეხიდან რა l მანძილზე დაეცემა ჭურვი, თუ ჭურვის საწყისი სიჩქარეა v_0, მთის ქანობი დახრილია ჰორიზონტისადმი α კუთხით და სროლის კუთხე ჰორიზონტისადმი არის β. $(\beta > \alpha)$.
(ნახ. 1.9).



ნახ. 1.9

მოცემულია: v_0;
α;
β.

ვიპოვოთ: $l-?$

ამოხსნა: ჭურვის მოძრაობის საწყისი სიჩქარის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მდგენელებია შესაბამისად:

$v_x = v_0 \cos\beta$ და $v_y = v_0 \sin\beta$. აქედან გამომდინარე, რადგან ჭურვი ორ მოძრაობაში იღებს მონაწილეობას: შესაბამისად, ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მიმართულებით, მივიღებთ ჭურვის მოძრაობის განტოლებებს:

$$x = (v_0 \cos\beta) \cdot t; \tag{1.31}$$

$$y = (v_0 \sin\beta) \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \tag{1.32}$$

ნახ. 1.9-დან გამომდინარე, ვიპოვით რომ მაქსიმალური დაცემის l სიშორის შესაბამისი კოორდინატები იქნება:

$$x = l\cos\alpha; \tag{1.33}$$

$$y = l\sin\alpha. \tag{1.34}$$

თუ ჭურვის დაცემის წერტილის (1.33) და (1.34) კოორდინატების მნიშვნელობებს, შევიტანთ მოძრაობის (1.31) და (1.32) განტოლებებში, გვექნება:

$$l\cos\alpha = (v_0 \cos\beta) \cdot t; \tag{1.35}$$

$$l\sin\alpha = (v_0 \sin\beta) \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \tag{1.36}$$

განვსაზღვროთ დაცემის დროის t მომენტი (1.35) განტოლებიდან. მაშინ მივიღებთ, რომ

$$t = \frac{l\cos\alpha}{v_0 \cos\beta}. \tag{1.37}$$

შევიტანოთ დროის ეს მნიშვნელობა (1.36) განტოლებაში:

$$l\sin\alpha = v_0\sin\beta\cdot\frac{l\cos\alpha}{v_0\cos\beta} - \frac{g}{2}\cdot\frac{l^2(\cos\alpha)^2}{v_0^2(\cos\beta)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{\sin\beta\cos\alpha}{\cos\beta} - l\cdot\frac{(\cos\alpha)^2 g}{2v_0^2(\cos\beta)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow l\frac{(\cos\alpha)^2 g}{2v_0^2(\cos\beta)^2} = \frac{\sin\beta\cos\alpha}{\cos\beta} - \sin\alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow l\frac{(\cos\alpha)^2 g}{2v_0^2(\cos\beta)^2} = \frac{\sin\beta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta}{\cos\beta} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{l = \frac{2v_0^2\cos\beta}{(\cos\alpha)^2 g}\cdot\sin(\beta-\alpha).}$$

ამოცანა 9*. საარტილერიო ქვემეხი განლაგებულია h სიმაღლის მთაზე. ჭურვი გაისროლეს v_0 საწყისი სიჩქარით, ჰორიზონტისადმი α კუთხით. უგულებელყავით ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა და იპოვეთ: 1) ჭურვის დავარდნის ჰორიზონტალური სიშორე; 2) ჭურვის სიჩქარე დაცემის მომენტში; 3) დაცემის კუთხე; 4) ტრაექტორიის განტოლება; 5) სროლის ის კუთხე, რომლის დროსაც ჭურვის დავარდნის ჰორიზონტალური სიშორე მაქსიმალურია.

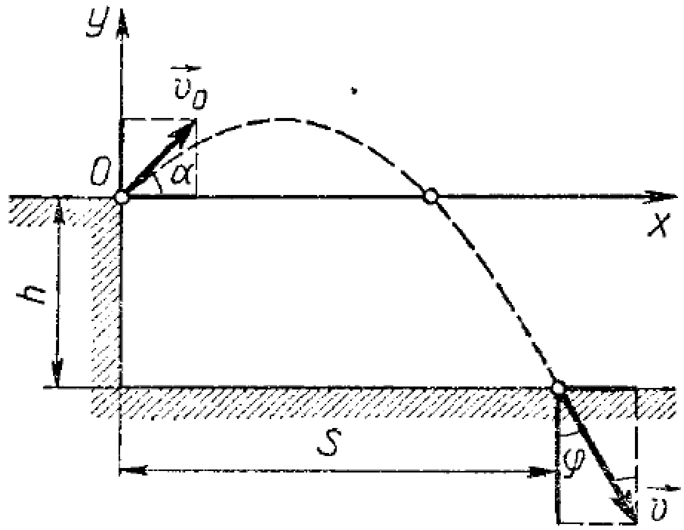
მოცემულია: h;

v_0;

α.

ვიპოვოთ: $v-?$ $s_{max}-?$ $\varphi-?$ $\alpha_{max}-?$

ამოხსნა: ავაგოთ ნახ. 1.10.



ნახ. 1.10

მოძრაობის კინემატიკური განტოლებების შესადგენად, დავაგეგმილოთ საწყისი სიჩქარის, დაცემის სიჩქარის ვექტორები და თავისუფლად ვარდნის აჩქარება OX და OY კოორდინატთა ღერძებზე: $v_0 \cos\alpha$; $v_0 \sin\alpha$; v_x; v_y; 0; g.

შევადგინოთ სიჩქარისა და მოძრაობის განტოლებები კოორდინატთა ღერძების მიმართულებით:

OX:

$$v_x = v_0 \cos\alpha; \qquad (1)$$

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t. \qquad (2)$$

OY:

$$v_y = v_0 \sin\alpha \cdot t - gt; \qquad (3)$$

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

დედამიწაზე დაცემის მომენტში, ჭურვის კოორდინატებია:

$$x = s; \quad y = -h. \qquad (5)$$

დაცემის მომენტში ჭურვის სიჩქარე იქნება:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \qquad (6)$$

გვაქვს ხუთი განტოლება ხუთი უცნობით. (4) და (5) განტოლებიდან მივიღებთ, რომ ჭურვის ფრენის დროა

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2(\sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}. \qquad (7)$$

თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (2) და (3) განტოლებებში (5)-ის გათვალისწინებით, მივიღებთ რომ:

$$\boldsymbol{s = \frac{v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha + v_0 \cos\alpha \sqrt{v_0^2(\sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}}. \qquad (8)$$

$$v_y = -\sqrt{v_0^2(\sin\alpha)^2 + 2gh}. \qquad (9)$$

მაშინ (6)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ, რომ

$$\boldsymbol{v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}. \qquad (10)$$

თუ $h = 0$, მაშინ ჭურვები ეცემა გასროლის სიმაღლეზე და (8) განტოლებიდან მივიღებთ, რომ

$$s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (11)$$

ჭურვის დაცემის მაქსიმალური სიშორე იქნება:

$$\boldsymbol{s_{max} = \frac{v_0^2}{g}}. \qquad (12)$$

სიჩქარის (10) ფორმულიდან ჩანს, რომ როცა $h = 0$, მაშინ $\boldsymbol{v = v_0}$ ანუ როცა $h = 0$, დაცემის სიჩქარე უდრის გასროლის სიჩქარეს.

დაცემის φ კუთხე გამოითვლება ფორმულით:

$$\tan\varphi = \frac{v_x}{v_y}. \qquad (13)$$

თუ გავითვალისწინებთ (1) და (8) განტოლებებს, გვექნება რომ

$$\boldsymbol{\tan\varphi = \frac{v_0\cos\alpha}{\sqrt{v_0^2(\sin\alpha)^2+2gh}}}. \qquad (14)$$

ტრაექტორიის საპოვნელად, (2) და (4) განტოლებებიდან გამოვრიცხოთ t დრო. მაშინ მივიღებთ რომ,

$$\boldsymbol{y = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2(\cos\alpha)^2}x^2}. \qquad (15)$$

ამოვხსნათ (2),(4) და (5) საწყისი გასროლის α კუთხის მიმართ, მაშინ მივიღებთ რომ,

$$\tan\alpha = \frac{v_0^2}{gs}\left(1 \pm \sqrt{1+\frac{2gh}{v_0^2}-\left(\frac{gs}{v_0^2}\right)^2}\right). \qquad (16)$$

ამ გამოსახულებას აზრი აქვს მხოლოდ მაშინ, როცა ფესქვეშა გამოსახულება არაუარყოფითია ანუ $s \leq \frac{v_0\sqrt{v_0^2+2gh}}{g}$, რაც იმას ნიშნავს რომ სიშორის მაქსიმალური დასაშვები მნიშვნელობაა: $\boldsymbol{s_{max} = \frac{v_0\sqrt{v_0^2+2gh}}{g}}$. თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (16) ტოლობაში, მივიღებთ, რომ

$$\boldsymbol{\tan\alpha = \frac{v_0^2}{gs_{max}} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2+2gh}}}.$$

ამოცანები დამოუკიდებელი მუშაობისათვის პასუხებით:

1. სასწავლო პოლიგონზე ტანკიდან რომელიც მოძრაობს 54კმ/სთ სიჩქარით, ისვრიან ტანკის მოძრაობის მიმართულების პარალელურად, იგივე მიმართულებით მოძრავი სამიზნისაკენ. სამიზნის მოძრაობის სიჩქარეა 35კმ/სთ. ტყვიები მიფრინავენ ტანკზე დამონტაჟებული ტყვიამფრქვევიდან პარალელურად მოძრავი სამიზნის პერპენდიკულარული მიმართულებით 0.1წმ-ის ინტერვალით. რა მანძილზე იქნებიან განლაგებული ერთმანეთისაგან, სამიზნეზე ტყვიებისგან მიყენებული ნახვრეტები ?

პასუხი: 0.5მ.

2. რა სიჩქარე უნდა მიანიჭოს ძრავამ კატერს, რომ 1.2მ/წმ სიჩქარის დინების პირობებში ის გადაადგილდეს ნაპირისადმი პერპენდიკულარული მიმართულებით 3.2მ/წმ სიჩქარით ? ნაპირისადმი რა კუთხით იქნება მიმართული კატერის სიჩქარის ვექტორი ?

პასუხი: 3.42მ/წმ; $69^\circ 30'$.

3. ვერტიკალურად ზევით ასროლილი ქვა ჩამოვარდა დედამიწაზე 3წმ-ში. რა სიჩქარით იყო ასროლილი ბურთი და რა მაქსიმალურ სიმაღლეს მიაღწია მან ?

პასუხი: 14.7მ/წმ; 11მ.

4. რა დროს ანდომებს n-ური მეტრის გავლას, უსაწყისო სიჩქარით თავისუფლად ვარდნილი სხეული ?

პასუხი: $\sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \left(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\right)$.

5. სხეული თავისუფლად ვარდება უსაწყისო სიჩქარით 19.6მ სიმაღლიდან. იპოვეთ ვარდნის საშუალო სიჩქარე.

პასუხი: 9.8მ/წმ.

6. პლატფორმაზე გაჩერებული დამკვირვებლის გასწვრივ მატარებლის პირველმა ვაგონმა გაიარა 1წმ-ში, ხოლო მეორე ვაგონმა - 1.5წმ-ში. ვაგონის სიგრძეა 12მ. იპოვეთ მატარებლის საწყისი სიჩქარე და აჩქარება. მოძრაობა ჩათვალეთ თანაბრად აჩქარებულად.
პასუხი: 13.6მ/წმ; -3.2მ/წმ^2.

7. მოტოციკლისტმა ორ ქალაქს შორის მანძილის 0.4 ნაწილი გაიარა 72კმ/სთ სიჩქარით, ხოლო დარჩენილი ნაწილი - 54კმ/სთ სიჩქარით. იპოვეთ მოტოციკლისტის მოძრაობის საშუალო სიჩქარე.
პასუხი: 60.7კმ/სთ.

8. იპოვეთ ეკვატორის წერტილებისათვის წირითი სიჩქარე და ცენტრისკენული აჩქარება, თუ დედამიწის რადიუსია 6400კმ.
პასუხი: 485მ/წმ; 0.034მ/წმ^2.

9. სხეული აისროლეს ვერტიკალურად ზევით v_0 საწყისი სიჩქარით. როდესაც მან მიაღწია უმაღლეს წერტილს, იმავე საწყისი წერტილიდან აისროლეს მეორე სხეული იგივე საწყისი სიჩქარით. საწყისი პუქტიდან რა მანძილზე შეხვდებიან ეს სხეულები ?
პასუხი: $h = \frac{3}{8}\frac{v_0^2}{g} = \frac{3}{4}h_{max}$.

10. 2კმ სიმაღლეზე 360კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი თვითმფრინავიდან გადმოაგდეს ბომბა. სამიზნედან რა მანძილზე გადმოაგდეს ბომბა, თუ მან მიაღწია სამიზნეს ?
პასუხი: 1430მ.

11. ორი სხეული გაისროლეს ერთნაირი v_0 საწყისი სიჩქარით, ჰორიზონტისადმი: 1) α კუთხით და 2) $90-\alpha$ კუთხით. იპოვეთ მიღწეულ მაქსიმალურ სიმაღლეთა ფარდობა.
პასუხი: $\frac{h_1}{h_2} = (\tan\alpha)^2$.

II თავი. დინამიკა

მექანიკის ნაწილს, რომელიც შეისწავლის მექანიკურ მოძრაობას, ამ მოძრაობის გამომწვევ მიზეზებთან ერთად, **დინამიკა** ეწოდება.

ექსპერიმენტები აჩვენებენ, რომ სხეულის აჩქარებას იწვევს სხვა სხეულების ზემოქმედება. ამ ზემოქმედების რაოდენობრივი მახასიათებელია F ***ძალა***.

აჩქარების გამომწვევ სიდიდეს F **ძალა** ეწოდება. აჩქარების სიდიდე, ასევე, დამოკიდებულია სხეულის ინერციულობის ზომაზე, რომელსაც m ***მასა*** ეწოდება. მასასთან მჭიდროდაა დაკავშირებული ნივთიერების ***სიმკვრივის*** ცნება.

ნივთიერების ρ **სიმკვრივე** იზომება V მოცულობის ერთეულში მოთავსებული m მასის რაოდენობით ანუ $\rho = \frac{m}{V}$. სიმკვრივის ერთეულია SI სისტემაში კგ/მ^3 ხოლო CGS სისტემაში, შესაბამისად, გ/სმ^3. ნივთიერებათა სიმკვრივეების ცხრილი, როგორც წესი მოყვანილია სახელმძღვანელოებში.

სხეულის უნარს, შეინარჩუნოს უძრაობის ან წრფივი თანაბარი მოძრაობის მდგომარეობა **ინერცია** ეწოდება.

დინამიკა დაფუძნებულია ***ნიუტონის სამ კლასიკურ*** კანონზე.

ნიუტონის პირველი კანონი: თუ სხეულზე, სხვა სხეულები არ მოქმედებენ, ან მათი მოქმედება კომპენსირებულია (გაწონასწორებულია), მაშინ სხეული უძრავია, ან მოძრაობს თანაბრად და წრფივად.

სხვანაირად რომ ვთქვათ, ნიუტონის პირველი კანონი ამბობს რომ, არსებობენ **ინერციული სისტემები** ანუ ისეთი სისტემები, რომლის მიმართაც სხეულებს აქვთ ინერციის თვისება. ელემენტარული მექანიკის პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისას, ხშირად, ასეთ სისტემად თვლიან დედამიწასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემას.

2.1. წრფივი მოძრაობის დინამიკა. ნიუტონის მეორე კანონი

დინამიკის ძირითადი კანონია, ***ნიუტონის მეორე კანონი***, რომელიც აკავშირებს აჩქარების სიდიდეს, მის მასასთან და აცქარების გამომწვევი ძალის სიდიდესთან.

ნიუტონის მეორე კანონი: სხეულის a აჩქარების სიდიდე პირდაპირპროპორციულია ამ აჩქარების გამომწვევი F ძალის სიდიდისა და უკუპროპორციულია მოძრავი სხეულის m მასისა ანუ

$$a = \frac{F}{m}. \quad (2.1)$$

ნიუტონის მეორე კანონი (2.1) შეგვიძლია გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$F = ma. \quad (2.2)$$

აქედან გამომდინარე შეგვიძლია განვსაზღვროთ ძალის განზომილება $[F]$:

$$[F] = [m] \cdot [a] = კგ \cdot \frac{მ}{წმ^2} = ნ. \quad (2.3)$$

როგორც ვხედავთ, SI სისტემაში ძალის ერთეულია $კგ \cdot \frac{მ}{წმ^2}$, რომელსაც ნიუტონს(ნ) უწოდებენ. ანალოგიურად, (2.2) ფორმულიდან გამომდინარე, მივიღებთ რომ CGS სისტემაში ძალის ერთეულია: $გ \cdot \frac{სმ}{წმ^2} = დნ$, ამ ერთეულს **დინი** ეწოდება და ცხადია, რომ $1ნ = 1კგ \cdot \frac{მ}{წმ^2} = 1000გ \cdot \frac{100სმ}{წმ^2} = 10^5დნ$. ამოცანებში ზოგჯერ გამოიყენება ძალის სისტემგარეშე ერთეული კილოგრამ ძალა(კგძ), სადაც 1კგძ=9.8ნ.

დედამიწის მიზიდულობის გამო, სხეულები აწვებიან საყრდენს და წარმოქმნიან ძალას, რომელსაც ***წონა*** ეწოდება.

ძალას, რომლითაც სხეული აწვება საყრდენს ან ჭიმავს საკიდელს **წონა** ეწოდება. (2.2) ფორმულიდან გამომდინარე, რადგან P წონას იწვევს სიმძიმის ძალა ($a = g$) გვექნება ფორმულა:

$$P = mg. \quad (2.4)$$

დინამიკაში ხშირად განიხილავენ ***ხახუნის ძალის*** მოქმედებას.

ძალას რომელიც ეწინააღმდეგება ერთი სხეულის მოძრაობას, მეორე სხეულის ზედაპირის გასწვრივ, **ხახუნის ძალა** ეწოდება.

ხახუნის ძალის სიდიდე პირდაპირპროპორციულია შემხები ზედაპირების ნორმალურად მოქმედი რეაქციის ძალისა ანუ

$$F_{ხახ} = \mu N, \quad (2.5)$$

სადაც μ ხახუნის კოეფიციენტია. ($0 < \mu < 1$).

თუ შემხები ზედაპირები ჰორიზონტალურია, მაშინ

$$F_{ხახ} = \mu N = \mu P = \mu mg. \quad (2.6)$$

ამოცანები თემაზე: მასა, ძალა, წრფივი მოძრაობის დინამიკა

ამოცანა 1. 1937 წელს აღმოჩენილი იქნა ასტეროიდი ჰერმესი, რომლის დიამეტრიც იყო 1კმ. როგორია ამ მცირე ასტეროიდის მასა, თუ ჩავთვლით რომ ის ძირითადად გრანიტისაგან შედგება ?

მოცემულია: $d = 1კმ = 1000მ$;

$\rho = 2.6 \cdot 10^3 კგ/მ^3$.

ვიპოვოთ: $m-?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით,

$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = 2.6 \cdot 10^3$კგ/მ$^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 500^3$მ^3 ანუ

$\boldsymbol{m \approx 1.4 \cdot 10^{12}}$**კგ.**

ამოცანა $\mathbf{2}^*$. ბენზინით შევსებული კანისტრის მასაა m_1კგ, ხოლო თუ ამ კანისტრას შევავსებთ წყლით, მისი მასა იქნება m_2კგ. როგორია ცარიელი კანისტრის მასა ?

მოცემულია: m_1კგ;

m_2კგ.

ვიპოვოთ: $m-?$

ამოხსნა: კანისტრას ბენზინით აქვს მასა m_1კგ, ეს მასა შედგება ორი ნაწილისაგან: ერთია თვით ცარიელი კანისტრის m მასა და რაღაც V მოცულობის ბენზინის $\rho_{ბენზ.} \cdot V$ მასისგან, ანუ $m = m_1 - \rho_{ბენზ.} \cdot V$ ანალოგიურად, $m = m_2 - \rho_{წყლ.} \cdot V$. მაშასადამე, გვაქვს განტოლება:

$m_1 - \rho_{ბენზ.} \cdot V = m_2 - \rho_{წყლ.} \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{m_2 - m_1}{\rho_{წყლ.} - \rho_{ბენზ.}}$. მაშინ ცარიელი კანისტრის მასა იქნებოდა:

$\boldsymbol{m = m_1 - \rho_{ბენზ.} \cdot \frac{m_2 - m_1}{\rho_{წყლ.} - \rho_{ბენზ.}}}$.

ამოცანა $\mathbf{3}^*$. კუბის სრული ზედაპირის ფართობია s. რას უდრის ამ კუბის მასა, თუ ის დამზადებულია ρ სიმკვრივის მასალისაგან ?

მოცემულია: s;

ρ.

ვიპოვოთ: $m-?$

ამოხსნა: ცხადია, რომ $m = \rho V$. სადაც V კუბის მოცულობაა, ამიტომ $V = a^3$, სადაც a კუბის წიბოს სიგრძეა. მაგრამ, მაშინ კუბის სრული ზედაპირის ფართობი იქნება: $s = 6a^2 \Longrightarrow a = \sqrt{\frac{s}{6}}$ ანუ გვექნება, რომ კუბის მოცულობაა: $V = a^3 = \frac{s}{6} \cdot \sqrt{\frac{s}{6}}$. ამ შემთხვევაში კი კუბის მასაა: $\boldsymbol{m = \rho V = \rho \cdot \frac{s}{6} \cdot \sqrt{\frac{s}{6}}}$.

ამოცანა 4. 50ნ ძალის ზემოქმედების შედეგად, 400კგ მასის ვაგონეტი მოძრაობს 0.1მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ წინააღმდეგობის ძალის საშუალო სიდიდე.

მოცემულია: $F = 50$ნ;

$a = 0.1$მ/წმ^2

$m = 400$კგ.

ვიპოვოთ: $F_{\text{წინ}}-?$

ამოხსნა: ნიუტონის მეორე კანონის გამოყენებით შევადგენთ განტოლებას:

$F - F_{\text{წინ}} = ma \Leftrightarrow F_{\text{წინ}} = F - ma \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow F_{\text{წინ}} = 50\text{ნ} - 400\text{კგ} \cdot 0.1\text{მ/წმ}^2 = \mathbf{10}$**ნ.**

ამოცანა 5. იპოვეთ იმ ძალის სიდიდე, რომლის ზემოქმედებითაც 500კგ მასის სხეული წრფივად მოძრაობს კანონით: $x = 3t + 0.4t^2$მ.

მოცემულია: $x = 3t + 0.4t^2$მ;

$m = 500$კგ .

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: მოძრაობის $x = 3t + 0.4t^2$მ კანონიდან გამომდინარე, ცხადია რომ $a = 0.8$მ/წმ^2. მაშასადამე,

$F = ma = 500\text{კგ} \cdot 0.8\text{მ/წმ}^2 = \mathbf{400}$**ნ.**

ამოცანა 6. ამწე კრანი ეწევა 1000კგ მასის ფილას ვერტიკალურად ზევით 0.2მ/წმ^2 აჩქარებით. იპოვეთ იმ ტროსის დაჭიმულობის ძალა, რომელიც ეწევა ფილას.

მოცემულია: $m = 1000$კგ ;

$a = 0.2$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $F_{\text{დაჭ}}-?$

ამოხსნა: ფილაზე მოქმედებს ორი ძალა, ერთია ამწევი ტროსის $F_{\text{დაჭ}}$ ძალა და მეორეა მისი საწინააღმდეგოდ მიმართული ფილის $P = mg$ წონა ანუ გვექნება განტოლება:

$F_{\text{დაჭ}} - P = ma \Leftrightarrow F_{\text{დაჭ}} = ma + mg = m(a + g) = \mathbf{10^4}$**ნ**

ამოცანა 7. გზის 400მ-იან მონაკვეთზე ავტობუსმა სიჩქარე გაადიდა 15მ/წმ-დან 25მ/წმ-დე. იპოვეთ ძრავის გაწევის საშუალო ძალა, თუ ავტობუსის მასაა 10^4კგ და წინააღმდეგობის საშუალო ძალაა 2კნ.

მოცემულია: $m = 10^4$კგ;

$s = 400$მ;

$v_1 = 15$მ/წმ;

$v_2 = 25$მ/წმ;

$F_{წინ} = 2$კნ $= 2000$ნ.

ვიპოვოთ: $F_{წევ} - ?$

ამოხსნა: შევადგინოთ განტოლება ნიუტონის მეორე კანონის ბაზაზე. მაშინ გვექნება: $F_{წევ} - F_{წინ} = ma \Leftrightarrow F_{წევ} = F_{წინ} + ma$. მაგრამ აჩქარების საპოვნელად გვაქვს განტოლება:
$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$. მაშასადამე, ძრავის გაწევის საშუალო ძალის საპოვნელად გვექნება ფორმულა:
$F_{წევ} = F_{წინ} + m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = \mathbf{7 \cdot 10^3}$**ნ.**

ამოცანა 8. ავტობუსი მოძრაობს 30.6კმ/სთ სიჩქარით. რა დრო დასჭირდება ავტობუსის გაჩერებას და რა მანძილს გაივლის ის გაჩერებამდე, თუ წინაღობის საშუალო ძალა, ავტობუსის წონის 0.25 ნაწილს შეადგენს ?

მოცემულია: $v = 30.6$კმ/სთ $= 8.5$მ/წმ;

$F_{წინ} = 0.25P$.

ვიპოვოთ: $t - ?$ $s - ?$

ამოხსნა: იმ დროის საპოვნელად, რაც საჭიროა ავტობუსის გასაჩერებლად, გამოვიყენებთ ფორმულას: $v_t = v_0 + at = 0$. აქედან გამომდინარე, გვექნება $t = -\frac{v}{a}$. ამოცანის პირობიდან გამომდინარე, $F_{წინ} = 0.25P \Leftrightarrow -ma = 0.25mg$ ე.ი. $a = -0.25g$. ამიტომ $t = -\frac{v}{a} = \frac{v}{0.25g} = \frac{8.5}{0.25 \cdot 9.8}$წმ $= \mathbf{3.5}$**წმ.**
შესაბამისად, დამუხრუჭების გზის სიგრძეს ვპოულობთ ფორმულით:
$s = v_0 t - \frac{0.25gt^2}{2} = 8.5 \cdot 3.5 - \frac{0.25 \cdot 9.8 \cdot 3.5^2}{2} = \mathbf{13.6}$**(მ)**

ამოცანა 9. ორთქლმავალი გზის ჰორიზონტალურ უბანზე ავითარებს მუდმივ საშუალო წევის $F_{წევ} = 25 \cdot 10^4$ნ ძალას. განსაზღვრეთ მატარებლის მოძრაობის საშუალო წინაღობის ძალა, თუ მისი მასაა 10^3ტ და გზის 300მ-იან უბანზე მისი სიჩქარე გაიზარდა 36კმ/სთ-დან 54კმ/სთ-მდე.

მოცემულია: $F_{წევ} = 25 \cdot 10^4$ნ;

$m = 10^6$კგ;

$s = 300$მ;

$v_1 = 36$კმ/სთ=10მ/წმ;

$v_2 = 51$კმ/სთ=15მ/წმ.

ვიპოვოთ: $F_{წინ}$–?

ამოხსნა: ნიუტონის მეორე კანონს მოცემული ამოცანის შემთხვევაში, აქვს სახე: $F_{წევ} - F_{წინ} = ma \Leftrightarrow F_{წინ} = F_{წევ} - ma$.

აჩქარებას გამოვთვლით ფორმულით: $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$, მაშინ მივიღებთ რომ წინაღობის ძალა გამოითვლება ფორმულით:

$F_{წინ} = F_{წევ} - ma = F_{წევ} - m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = \mathbf{4.2 \cdot 10^4}$**ნ.**

ამოცანა 10. მატარებელი რომლის მასაც 1000ტ-აა გამოდის სადგურიდან და ავითარებს $25 \cdot 10^4$ნ წევის ძალას. რა სიჩქარეს მიაღწევს მატარებელი 1კმ გზის ბოლოს, თუ წინაღობის საშუალო ძალა მატარებლის წონის 0.005 ნაწილს შეადგენს ? რა დროში მიიღწევა ეს სიჩქარე ?

მოცემულია: $F_{წევ} = 25 \cdot 10^4$ნ;

$m = 10^6$კგ;

$s = 1000$მ;

$F_{წინ} = 0.005P$.

ვიპოვოთ: v–? t–?

ამოხსნა: ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად $F_{წევ} - F_{წინ} = ma$, სადაც $F_{წინ} = 0.005mg$. აქედან მივიღებთ, რომ

$a = \frac{F_{წევ} - 0.005mg}{m}$. რაც შეეხება მიღწეულ v სიჩქარეს,

$\boldsymbol{v = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{2(F_{წევ} - 0.005mg)s}{m}}}$=**20მ/წმ.**

რაც შეეხება შესაბამის t დროის შუალედს, მას გამოვითვლით ფორმულიდან: $s = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 100}$**წმ.**

ამოცანა 11. მატერიალურ წერტილზე, რომლის მასაც $m = 600$გ, მოქმედებს ორი ძალა $F_1 = 2$ნ და $F_2 = 3$ნ. ვიპოვოთ კუთხე ამ ორ ძალას შორის, თუ მატერიალური წერტილი ამ ძალების მოქმედების შედეგად მოძრაობს $a = 8$მ/წმ^2 აჩქარებით.

მოცემულია: $m = 600$გ=0.6კგ;

$F_1 = 2$ნ;

$F_2 = 3$ნ;

$a = 8$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $\alpha -?$

ამოხსნა: შესავალში ჩვენ განვიხილეთ ვექტორების შეკრების ოპერაცია ნახ. 6 და გამოვიყვანეთ ფორმულა:

$$|\overline{\boldsymbol{F_1}} + \overline{\boldsymbol{F_2}}| = \sqrt{|\overline{\boldsymbol{F_1}}|^2 + |\overline{\boldsymbol{F_2}}|^2 - 2 \cdot |\overline{\boldsymbol{F_1}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{F_2}}| \cdot \cos\beta} =$$

$$= \sqrt{|\overline{\boldsymbol{F_1}}|^2 + |\overline{\boldsymbol{F_2}}|^2 + 2 \cdot |\overline{\boldsymbol{F_1}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{F_2}}| \cdot \cos(\overline{\boldsymbol{F_1}}{}^{\wedge}\overline{\boldsymbol{F_2}})}.$$

აქედან გამომდინარე ნიუტონის მეორე კანონს ექნება სახე:

$$\sqrt{|\overline{\boldsymbol{F_1}}|^2 + |\overline{\boldsymbol{F_2}}|^2 + 2 \cdot |\overline{\boldsymbol{F_1}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{F_2}}| \cdot \cos(\overline{\boldsymbol{F_1}}{}^{\wedge}\overline{\boldsymbol{F_2}})} = ma \text{ ანუ}$$

$4+9+2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos\alpha = (ma)^2 \Leftrightarrow 13 + 12\cos\alpha = 23.04$ მაშინ

$\cos\alpha = 0.84 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = arccos 0.84.}$

ამოცანა 12. იპოვეთ ტროსის დაჭიმულობის ძალა, რომლითაც 400კგ მასის ლიფტის კაბინას, თანაბრად აჩქარებულად უშვებენ ვერტიკალურად ქვევით, თუ კაბინამ 10წმ-ში 30მ მანძილი გაიარა.

მოცემულია: $m = 400$კგ ;

$t = 10$წმ;

$s = 30$მ.

ვიპოვოთ: $F_{ტრ} -?$

ამოხსნა: ლიფტის კაბინაზე მოდებულია ორი ძალა:ა) სიმძიმის ძალა P=mg, რომელიც მიმართულია ვერტიკალურად ქვევით და ჭიმავს ტროსს, ბ)ტროსის დაჭიმულობის $F_{ტრ}$ ძალა, რომელიც მიმართულია ვერტიკალურად ზევით.

ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, გვექნება განტოლება: $P - F_{ტრ} = ma \Leftrightarrow F_{ტრ} = P - ma = mg - ma$ ანუ $F_{ტრ} = m(g - a)$. აჩქარების გამოსათვლელად, ვისარგებლოთ ფორმულით: $s = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2s}{t^2}$. მაშასადამე, საბოლოოდ გვექნება ფორმულა:$\boldsymbol{F_{ტრ} = m\left(g - \frac{2s}{t^2}\right) = 3680}$**ნ.**

ამოცანა 13. იპოვეთ მგზავრის მიერ ვერტიკალურად ზევით მოძრავი ლიფტის კაბინის იატაკზე წარმოებული დაწოლის ძალა, თუ მგზავრის წონაა 150კგძ, ლიფტი კი მოძრაობს 0.66მ/წმ^{2}აჩქარებით.

როგორი იქნება დაწოლა კაბინის იატაკზე, თუ ლიფტი იგივე აჩქარებით მოძრაობს ვერტიკალურად ქვევით ?

მოცემულია: P=150კგძ=1470ნ;

$a = 0.66$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $F_1 - ?$ $F_2 - ?$

ამოხსნა: ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად: $F_1 - P = ma \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow F_1 = P + \frac{P}{g}a = 1470 + \frac{1470}{9.8} \cdot 0.66 = \mathbf{1569}$**(ნ).**

კაბინის ქვევით დაშვებისას გვექნება განტოლება:

$P - F_2 = ma \Leftrightarrow F_2 = P - \frac{P}{g}a = \mathbf{1371}$**(ნ).**

ამოცანა 14***.** 1კგ მასის ქვამ **25**მ სიმაღლიდან ვარდნისას გზის ბოლოს მიაღწია **20**მ/წმ სიჩქარეს. იპოვეთ ჰაერის წინააღმდეგობის საშუალო ძალა ქვის ვარდნისას.

მოცემულია: $m = 1$კგ;

$h = 25$მ;

$v_t = 20$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $F_{საშ} - ?$

ამოხსნა: ვარდნილ ქვაზე მოქმედებს ორი ძალა: სიმძიმის $P = mg$ ძალა და ჰაერის წინააღმდეგობის $F_{საშ}$ ძალა. სიმძიმის ძალა მეტია ჰაერის წინააღმდეგობის ძალაზე, რაც იწვევს აჩქარებულ მოძრაობას და მაშასადამე გვექნება განტოლება:

$P - F_{საშ} = ma \Leftrightarrow F_{საშ} = P - ma = mg - ma = m(g - a)$.

მაგრამ ფორმულიდან: $v_t^2 - v_0^2 = 2ah$ გვექნება, რომ რადგან

$v_0 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{v_t^2}{2h}$ ანუ $F_{საშ} = m(g - a) = m\left(g - \frac{v_t^2}{2h}\right) = \mathbf{1.8}$**ნ.**

ამოცანა 15***.** ქვემეხის ლულიდან **570**მ/წმ სიჩქარით გამოვარდა 6კგ მასის ჭურვი. რას უდრიდა საფანტის გაზების საშუალო წნევა ჭურვზე და რა ხნის განმავლობაში მოძრაობდა ჭურვი ლულაში, თუ ლულის სიგრძე 2მ-ია ?

მოცემულია: $v_t = 570$მ/წმ;

$m = 6$კგ;

$l = 2$მ.

ვიპოვოთ: $F_{საშ} - ?$ $t - ?$

ამოხსნა: საფანტის გაზების საშუალო წნევა ჭურვზე განისაზღვრება ნიუტონის მეორე კანონიდან: $F_{საშ} = ma$. აჩქარების საპოვნელად გამოვიყენებთ ფორმულას: $v_t^2 - v_0^2 = 2ah$ გვექნება, რომ რადგან $v_0 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{v_t^2}{2l}$. მაშინ,

$F_{საშ} = ma = m\frac{v_t^2}{2l} = 6 \cdot \frac{570^2}{4}$ნ $= \mathbf{4.87 \cdot 10^5}$**ნ.**

ჭურვის ლულაში მოძრაობის t დროს ვიპოვით ფორმულიდან: $v_t = v_0 + at$. რადგან $v_0 = 0$, გვექნება, რომ

$t = \frac{v_t}{a} = v_t : \frac{v_t^2}{2l} = \frac{2l}{v_t} = \frac{4}{570}$წმ $= \mathbf{0.007}$**წმ.**

ამოცანა 16*. სხეულმა მოძრაობის პირველ წამში გაიარა $s = 25$სმ მანძილი მუდმივი F ძალის მოქმედების შედეგად. იპოვეთ ამ ძალის სიდიდე, თუ სხეულის მასაა $m = 25$გ.

მოცემულია: $s = 25$სმ=0.25მ;

$t = 1$წმ;

$m = 25$გ=0.025კგ.

ვიპოვოთ: $F -?$

ამოხსნა: სხეულმა მოძრაობის პირველ წამში გაიარა $s = 25$სმ. რადგან მოძრაობას იწვევს მუდმივი F ძალა, ეს მოძრაობა იქნება თანაბრად აჩქარებული. მაშასადამე, $s = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2s}{t^2}$. აქედან გამომდინარე, ნიუტონის მეორე კანონი მიიღებს სახეს: $F = ma = m \cdot \frac{2s}{t^2} = 0.025$კგ $\cdot \frac{0.5\text{მ}}{1\text{წმ}^2} = \mathbf{0.0125}$**ნ.**

ამოცანა 17*. ქვამ რომელიც მიცურავდა ყინულის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, გაჩერებამდე გაიარა $s = 48$მ მანძილი. იპოვეთ ქვის საწყისი სიჩქარე, თუ ქვის სრიალის ხახუნის ძალა ყინულთან შეადგენს მისი წონის 0.06 ნაწილს.

მოცემულია: $s = 48$მ;

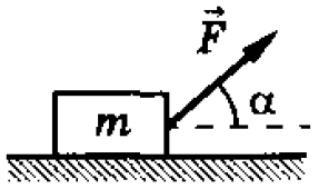
$F_{ხახ} = 0.06P$.

ვიპოვოთ: $v_0 -?$

ამოხსნა: ქვამ რომელიც მიცურავდა ყინულის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე, გაჩერებამდე გაიარა $s = 48$მ მანძილი. მაშინ თუ გამოვიყენებთ ფორმულას: $v_t^2 - v_0^2 = 2as$ გვექნება, რომ $v_t = 0$, ამიტომ $v_0^2 = -2as \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{-2as}$, რაც იმას ნიშნავს, რომ საწყისი სიჩქარის საპოვნელად, საკმარისია ვიპოვოთ

თანაბრად შენელებული მოძრაობის აჩქარება. აჩქარების საპოვნელად გამოვიყენებთ ნიუტონის მეორე კანონს:
$-ma = 0.06mg \Leftrightarrow a = -0.06g$
ანუ $v_0 = \sqrt{-2as} = \sqrt{0.12 \cdot 48}$მ/წმ $= \mathbf{7.56}$**მ/წმ.**

ამოცანა 18*. $m = 1$კგ მასის სხეულზე, რომელიც დევს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დროის $t = 0$ მომენტში დაიწყო მოქმედება $F = t$ სიდიდის ძალამ, რომელიც მიმართულია ჰორიზონტისადმი $\alpha = 30^{\circ}$-იანი კუთხით (ნახ. 2.1). იპოვეთ აჩქარების დამოკიდებულება დროზე, თუ ხახუნის კოეფიციენტია $\mu = 0.1$. რა დროის შემდეგ მოწყდება სხეული ზედაპირს და როგორი იქნება აჩქარება დროის ამ მომენტში ?



ნახ. 2.1

მოცემულია: $m = 1$კგ;
$F = t$;
$\alpha = 30^{\circ}$;
$\mu = 0.1$.
ვიპოვოთ: $a(t) - ?$ $t_1 - ?$ $a(t_1) - ?$

ამოხსნა: დავშალოთ მოქმედი ძალა ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მიმართულებით, მაშინ გვექნება:
$F_x = F\cos\alpha$ და $F_y = F\sin\alpha$.
m მასის სხეულზე მოქმედებს ერთი მხრივ სიმძიმის ძალა $P = mg$ მიმართული ვერტიკალურად ქვევით, მეორე მხრივ კი მას ამცირებს მოქმედი გარე ძალის ვერტიკალური $F_y = F\sin\alpha$ მდგენელი, რომელიც მიმართულია ვერტიკალურად ზევით. რაც იმას ნიშნავს, რომ სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ნორმალური მიმართულებით იქნება: $P - F\sin\alpha$ ეს ძალა წარმოქმნის ხახუნის ძალას: $F_{ხახ} = \mu(P - F\sin\alpha)$, ხოლო სხეულის აჩქარებულ მოძრაობას იწვევს ჰორიზონტალური ძალების

ტოლქმედი: $F\cos\alpha - F_{ხახ}$. რაც იმას ნიშნავს, რომ შეგვიძლია შევადგინოთ აჩქარებული მოძრაობის განტოლება:

$F\cos\alpha - F_{ხახ} = ma \Leftrightarrow a = \frac{F\cos\alpha - F_{ხახ}}{m} = \frac{F\cos\alpha - \mu(P - F\sin\alpha)}{m}$ ანუ

$a(t) = \frac{t\cos 30^{\circ} - 0.1(g - t\sin 30^{\circ})}{1} = \frac{10\sqrt{3}+1}{20}t - 0.1g(\text{მ/წმ}^2)$.

ე.ი. $\boldsymbol{a(t) = 0.92t - 0.98(\text{მ/წმ}^2)}$.

სხეული მოწყდება ზედაპირს როცა,

$P = F\sin\alpha \Leftrightarrow mg = t\sin 30^{\circ} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_1 = 2mg = 19.6}$**წმ**

მაშინ $\boldsymbol{a(t_1)} \approx \boldsymbol{17}(\text{მ/წმ}^2)$.

ამოცანა 19*. როგორი მინიმალური F ძალაა საჭირო იმისათვის რომ, დაიძლიოს m მასის სხეულის უძრაობის მდგომარეობა (ნახ. 2.1), თუ ხახუნის კოეფიციენტია μ ?

მოცემულია: m;

α;

μ.

ვიპოვოთ: $F_{მინ}$–?

ამოხსნა: დავშალოთ მოქმედი ძალა ჰორიზონტალური და ვერტიკალური მიმართულებით, მაშინ გვექნება:

$F_x = F\cos\alpha$ და $F_y = F\sin\alpha$.

m მასის სხეულზე მოქმედებს ერთი მხრივ სიმძიმის ძალა $P = mg$ მიმართული ვერტიკალურად ქვევით, მეორე მხრივ კი მას ამცირებს მოქმედი გარე ძალის ვერტიკალური $F_y = F\sin\alpha$ მდგენელი, რომელიც მიმართულია ვერტიკალურად ზევით. რაც იმას ნიშნავს, რომ სხეულზე მოქმედი ძალების ტოლქმედი ნორმალური მიმართულებით იქნება: $P - F\sin\alpha$ ეს ძალა წარმოქმნის ხახუნის ძალას: $F_{ხახ} = \mu(P - F\sin\alpha)$, ხოლო სხეულის აჩქარებულ მოძრაობას იწვევს ჰორიზონტალური ძალების ტოლქმედი: $F\cos\alpha - F_{ხახ}$. რაც იმას ნიშნავს, რომ შეგვიძლია შევადგინოთ აჩქარებული მოძრაობის განტოლება:

$F\cos\alpha - F_{ხახ} = ma$. ცხადია, რომ მინიმალური იქნება ძალა თუ ის არ იწვევს აჩქარებას, არამედ იწვევს თანაბარ მოძრაობას, ამ შემთხვევაში, გვექნება განტოლება:

$F\cos\alpha = F_{ხახ} \Leftrightarrow F\cos\alpha = \mu(P - F\sin\alpha) \Leftrightarrow F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$.

ამრიგად, $\boldsymbol{F_{მინ} = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}}$.

ამოცანა 20*. სხეულს რომლის მასაა $m = 0.4$კგ ისვრიან ვერტიკალურად ზევით $v_0 = 30$მ/წმ საწყისი სიჩქარით. $t = 2.5$წმ-ის შემდეგ ის აღწევს მაქსიმალურ სიმაღლეს. იპოვეთ ჰაერის წინააღმდეგობის საშუალო ძალა, მოძრაობა ჩათვალეთ თანაბრად შენელებულად.

მოცემულია: $m = 0.4$კგ;
$v_0 = 30$მ/წმ;
$t = 2.5$წმ.

ვიპოვოთ: $F_{წინ} - ?$

ამოხსნა: სხეული აისროლეს ვერტიკალურად ზევით, მაშასადამე მასზე მოქმედებს ვერტიკალურად ქვევით მიმართული სიმძიმის $P = mg$ ძალა, ასევე, მოძრაობის საწინააღმდეგოდ ანუ ვერტიკალურად ქვევით მიმართული ჰაერის წინააღმდეგობის $F_{წინ}$ ძალა. ამ ორ ძალას აწონასწორებს ასროლის ძალა, რომელიც იწვევს თანაბრად შენელებულ მოძრაობას ანუ გვექნება განტოლება: $mg + F_{წინ} = ma$ აქედან გამომდინარე, $F_{წინ} = m(a - g)$. ამ ტოლობაში საპოვნელია აჩქარება. მის საპოვნელად ვისარგებლოთ ფორმულით: $v_t = v_0 - at$. სხეულმა მიაღწია მაქსიმალურ სიმაღლეს ე.ი. $v_t = 0$. მაშინ $a = \frac{v_0}{t}$. რაც იმას ნიშნავს, რომ

$$F_{წინ} = m(a - g) = m\left(\frac{v_0}{t} - g\right) = 0.4 \cdot \left(\frac{30}{2.5} - 9.8\right) = \mathbf{0.88}(\text{ნ}).$$

ამოცანა 21*. პარაშუტით მხტომელის მასაა $m_1 = 80$კგ და ის ეშვება $v_1 = 5$მ/წმ მუდმივი დამყარებული სიჩქარით. რა სიჩქარით დაეშვება $m_2 = 40$კგ მასის ბავშვი, თუ ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა სიჩქარის კვადრატის პროპორციულია ?

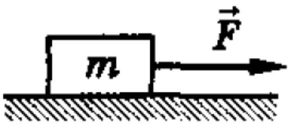
მოცემულია: $m_1 = 80$კგ;
$m_2 = 40$კგ;
$v_1 = 5$მ/წმ;
$F_{წინ} = kv^2$.

ვიპოვოთ: $v_2 - ?$

ამოხსნა: რადგან პარაშუტით მხტომელი მოძრაობს თანაბრად და წრფივად, მასზე მოქმედი ძალები გაწონასწორებულია ე.ი. შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება: $mg = F_{წინ}$ ანუ

$mg = kv^2$. თუ ამ განტოლებას გამოვიყენებთ პარაშუტით მხტომელისათვის, გვექნება რომ $m_1g = kv_1{}^2 \Leftrightarrow k = \frac{m_1g}{v_1{}^2}$. თუ შევადგენთ იგივე ტიპის განტოლებას ბავშვისათვის, მაშინ გვექნება, რომ $m_2g = kv_2{}^2 \Leftrightarrow v_2{}^2 = \frac{m_2g}{k} \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{m_2g}{k}}$. თუ ამ ფორმულაში შევიტანთ $k = \frac{m_1g}{v_1{}^2}$ მნიშვნელობას, მაშინ მივიღებთ, რომ $v_2 = \sqrt{\frac{m_2g}{k}} = v_1 \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{40}{80}}$მ/წმ=**3.5მ/წმ.**

ამოცანა 22*. ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე მდებარე m მასის სხეულზე მოქმედებს F ძალა (ნახ. 2.2). ხახუნის კოეფიციენტი ზედაპირსა და სხეულს შორის არის μ. იპოვეთ სხეულის აჩქარება.

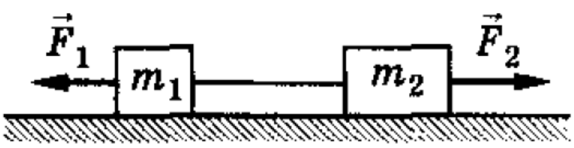


ნახ. 2.2

მოცემულია: m;
μ;
F.
ვიპოვოთ: $a-?$

ამოხსნა: როგორც ნახაზიდან ჩანს, სხეულზე მოქმედებს F ძალა, მის საწინააღმდეგო მიმართულებით მოქმედებს $F_{ხახ}$ ხახუნის ძალა: $F_{ხახ} = \mu mg$ ანუ გვაქვს განტოლება: $F - \mu mg = ma$ აქედან გამომდინარე, მივიღებთ, რომ $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F-\mu mg}}{\boldsymbol{m}}$.

ამოცანა 23*. ჰორიზონტალურ სიბრტყეზე ძევს ორი ძაფით გადაბმული ტვირთი (ნახ. 2.3). რომელთა მასებია m_1 და m_2. მარჯვენა ტვირთზე მოქმედებს F_2, ხოლო მარცხენა ტვირთზე F_1. რა აჩქარებით მოძრაობენ ტვირთები და როგორია ტვირთების გადამბმელი ძაფის დაჭიმულობის ძალა ?



ნახ. 2.3

მოცემულია: m_1;

m_2;

F_1;

F_2.

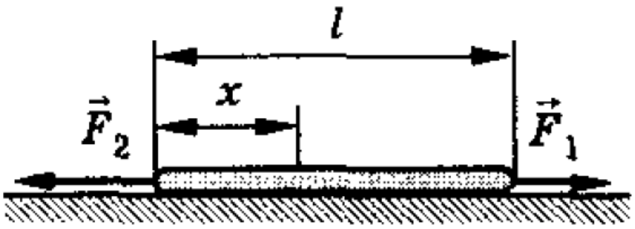
ვიპოვოთ: $a-?\quad T-?$

ამოხსნა: გადამბმელი ძაფის დაჭიმულობა აღვნიშნოთ T ასოთი. მაშინ შეგვიძლია ჩავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი თითოეული სხეულისათვის ცალ-ცალკე. ვთქვათ, $F_1 > F_2$ მაშინ გვექნება, რომ:

$$\begin{cases} F_1 - T = m_1 a \\ T - F_2 = m_2 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_1 - F_2 = (m_1 + m_2)a \\ T = F_2 + m_2 a \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{a = \dfrac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2}} \\ \boldsymbol{T = F_2 + m_2 \cdot \dfrac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2}} \end{cases}$$

ამოცანა 24*. l სიგრძის ძელზე მოდებულია ორი ძალა F_1 და F_2 ისე, როგორც მოცემულია (ნახ. 2.4). იპოვეთ ძელის დაჭიმულობის ძალა კვეთში, რომელიც ბოლოდან დაშორებულია x მანძილით.



ნახ. 2.4

მოცემულია: l;

F_1;

F_2.

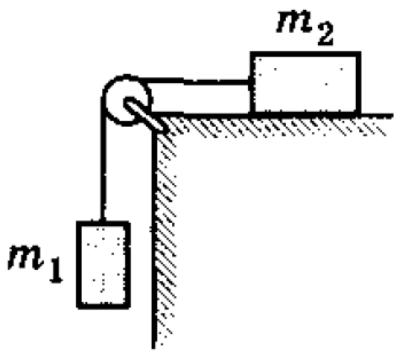
ვიპოვოთ: $T(x)-?$

ამოხსნა: წარმოვიდგინოთ, რომ ძელი წარმოადგენს ორ სხეულს გადაბმულს ძაფით ბოლოდან x მანძილზე. მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი ძელის ორივე ნაწილისათვის:

$$\begin{cases} F_2 - T = sxa \\ T - F_1 = (l-x)sa \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{F_2 - F_1}{sl} \\ T = F_2 - \frac{x}{l}(F_2 - F_1) \end{cases}.$$ სადაც s ძელის განივკვეთის ფართობია. მაშასადამე,

$$\boldsymbol{T(x) = F_2 - \frac{x}{l}(F_2 - F_1)}.$$

ამოცანა 25*. ორი m_1 და m_2 მასის სხეული, ერთმანეთთან დაკავშირებულია უჭიმადი ძაფით, რომელიც ბლოკზეა გადაკიდული (ნახ. **2.5**). სხეულის ზედაპირთან ხახუნის კოეფიციენტია μ. იპოვეთ ტვირთების მოძრაობის აჩქარება და ძაფის დაჭიმულობის ძალა.



ნახ. 2.5

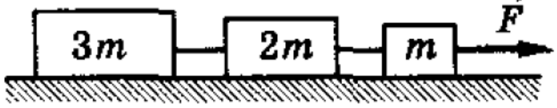
მოცემულია: m_1;
m_2;
μ.

ვიპოვოთ: $a-?$ $T-?$

ამოხსნა: ვთქვათ, სისტემა მოძრაობს m_1 ტვირთის მიმართულებით. მაშინ შეგვიძლია თითოეული სხეულისათვის დავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g} \\ \boldsymbol{T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g} \end{cases}.$$

ამოცანა 26*. F ძალის რა მინიმალური მნიშვნელობისათვის გაწყდება და რომელი ტვირთების შემაერთებელი ძაფი (ნახ. **2.6**), თუ ის უძლებს ზღვრულ $F_0 = 100$ნ დატვირთვას. სხეულთა მასებია m; $2m$; $3m$. ხახუნის ძალა არ მიიღება მხედველობაში.

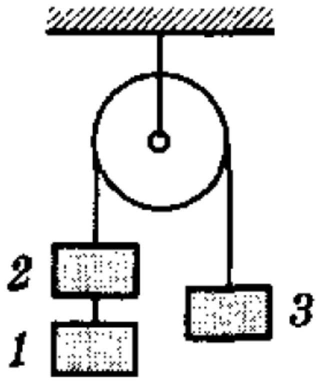


ნახ. 2.6

მოცემულია: $F_0 = 100$ნ;
$m.$
ვიპოვოთ: $F_{min}-?$

ამოხსნა: ძაფის დაჭიმულობა m და $2m$ მასის სხეულებს შორის ავღნიშნოთ T_1 სიმბოლოთი, ხოლო $2m$ და $3m$ მასის სხეულებს შორის ძაფის დაჭიმულობა კი T_2 სიმბოლოთი. მაშინ ნიუტონის მეორე კანონს ამ სამი სხეულისათვის ექნება სახე:
$\begin{cases} F - T_1 = ma \\ T_1 - T_2 = 2ma \\ T_2 = 3ma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_2 = 3ma \\ T_1 = 5ma \\ F = 6ma \end{cases}$. ამ სისტემიდან ნათლად ჩანს, რომ როცა გვაქვს მაქსიმალური დაჭიმულობა m და $2m$ მასის სხეულებს შორის: $T_1 = 5ma = F_0 \Leftrightarrow F = 1.2F_0$ ანუ $\boldsymbol{F_{min} = 1.2F_0 = 120}$**ნ.**

ამოცანა 27*. უძრავ ჭოჭონაქზე გადაკიდულია ტროსი, რომელზედაც დაკიდებულია სამი ტვირთი, თითოეულის მასაა $m = 5$კგ. იპოვეთ ტროსის დაჭიმულობა პირველ და მეორე ტვირთებს შორის და მოძრაობის აჩქარება (ნახ. 2.7).



ნახ. 2.7

მოცემულია: $m = 5$კგ.
ვიპოვოთ: $T_1-?$ $a-?$

ამოხსნა: ავღნიშნოთ T_1 სიმბოლოთი 1 და 2 მასებს შორის შემაერთებელი ტროსის დაჭიმულობა, ხოლო 2 და 3 მასებს შორის არსებული ტროსისა კი T_2-ით. აჩქარების საპოვნელად, შევცვალოთ მარცხენა ორი ტვირთი ერთი ექვივალენტური ტვირთით, რომლის მასაც იქნება ამ

ტვირთების მასათა ჯამი ანუ $2m$, მაშინ შეგვიძლია ჩავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი ამ სამი სხეულისათვის:

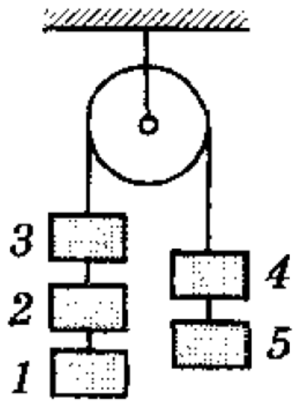
$$\begin{cases} 2mg - T_2 = 2ma \\ T_2 - mg = ma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mg = 3ma \\ T_2 = ma + mg \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{g}{3} \\ T_2 = \frac{4g}{3} \end{cases}$$ მაშასადამე,

$\boldsymbol{a = \frac{g}{3} \approx 3.3}$**მ/წმ**$^{\mathbf{2}}$**.**

პირველ და მეორე ტვირთებს შორის ტროსის დაჭიმულობის საპოვნელად, შევადგინოთ განტოლება 1 სხეულისთვის:

$mg - T_1 = ma \Leftrightarrow T_1 = mg - ma = mg - m\frac{g}{3} = \frac{2}{3}\boldsymbol{mg} \approx \mathbf{33}$**ნ.**

ამოცანა 28*. იპოვეთ ტვირთების აჩქარება და სისტემაში შემავალი ყველა ტროსის დაჭიმულობის ძალა (ნახ. **2.8**), თუ თითოეული ტვირთის მასაა m.



ნახ. 2.8

მოცემულია: m.

ვიპოვოთ: $a-?$ $T_{12}-?$ $T_{23}-?$ $T_{34}-?$ $T_{45}-?$

ამოხსნა: რადგან ყველა ტვირთი ერთნაირი აჩქარებით მოძრაობს, ჩავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი T_{34} უბნისათვის:

$$\begin{cases} 3mg - T_{34} = 3ma \\ T_{34} - 2mg = 2ma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mg = 5ma \\ T_{34} = 2mg + 2ma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{a = \frac{g}{5}} \\ \boldsymbol{T_{34} = \frac{12}{5}mg} \end{cases}.$$

ახლა ჩავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი T_{12} სისტემისათვის:

$mg - T_{12} = ma = \frac{mg}{5} \Leftrightarrow \boldsymbol{T_{12} = \frac{4}{5}mg.}$

T_{23} სისტემისათვის გვექნება:

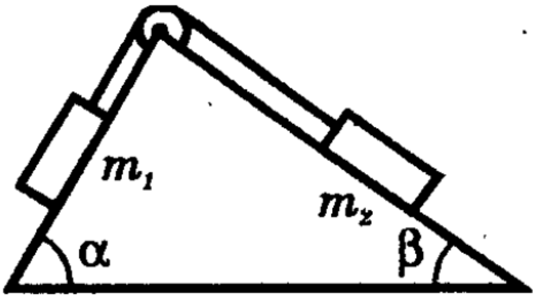
$2mg - T_{23} = 2ma \Leftrightarrow T_{23} = 2mg - 2m\frac{g}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ T_{23} = \boldsymbol{\frac{8}{5}mg.}$

T_{45} სისტემისათვის გვექნება:

$$T_{45} - mg = ma \Leftrightarrow T_{45} = mg + ma = \boldsymbol{mg} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{mg} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}\boldsymbol{mg}.$$

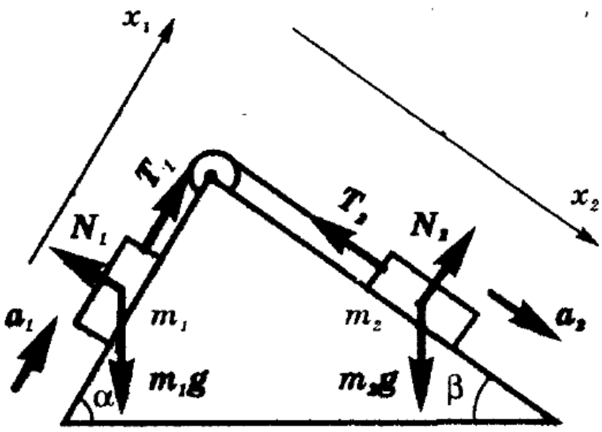
ამოცანა 29*. სამკუთხა პრიზმის წვეროზე დამაგრებულია ჭოჭონაქი, რომელზეც გადაკიდებულია ტროსი ორი ტვირთით. მათი მასებია: m_1 და m_2, ხოლო დახრილი სიბრტყეები ჰორიზონტთან ქმნიან α და β სიდიდის კუთხეებს. იპოვეთ ტროსის დაჭიმულობის ძალა და ტვირთების მოძრაობის აჩქარება. ხახუნი მხედველობაში არ მიიღება (ნახ. 2.9).



ნახ. 2.9

მოცემულია: m_1;
m_2;
α;
β.
ვიპოვოთ: $a-?$ $T-?$

ამოხსნა: დავიტანოთ მოქმედი ძალები ნახ. 2.9-ზე. მაშინ გვექნება სამუშაოდ (ნახ. 2.10):



ნახ. 2.10

რადგან ჭოჭონაქთან ხახუნი არ მიიღება მხედველობაში და ტროსი ითვლება უწონოდ, გვექნება, რომ $T_1 = T_2 = T$. ასევე, $a_1 = a_2$.

ჩავწეროთ ნიუტონის მეორე კანონი ორივე სხეულისათვის ცალ-ცალკე.

$$\begin{cases} T - m_1 g \sin\alpha = m_1 a \\ m_2 g \sin\beta - T = m_2 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{a} = \dfrac{\boldsymbol{m_2 g \sin\beta - m_1 g \sin\alpha}}{\boldsymbol{m_1 + m_2}} \\ \boldsymbol{T} = \dfrac{\boldsymbol{m_1 m_2 g(\sin\alpha + \sin\beta)}}{\boldsymbol{m_1 + m_2}} \end{cases}.$$

2.2. ნიუტონის მესამე კანონი. იმპულსის შენახვის კანონი

ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად, სხეულის აჩქარება პირდაპირპროპორციულია აჩქარების გამომწვევი ძალისა და უკუპროპორციულია სხეულის მასისა. აქედან გამომდინარე, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ აჩქარებისა და მასის ნამრავლი აჩქარების გამომწვევი ძალის სიდიდის ტოლია ანუ $\mathrm{F_1 = m_1} a_1 = m_1 \cdot \frac{v_2 - v_1}{t}$.

თუ, მოცემული გვაქვს ორი ურთიერთქმედი სხეული, რომელთა საწყისი სიჩქარე, საბოლოო სიჩქარე, მასა და აჩქარების გამომწვევი ძალა შესაბამისად უდრის: v_1; v_2; m_1; F_1 და u_1; u_2; m_2; F_2 სიდიდეებს, მაშინ ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, თითოეული სხეულისათვის შეგვიძლია ჩავწეროთ, რომ:

$$F_1 = m_1 \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} \text{ და } F_2 = m_2 \cdot \frac{u_2 - u_1}{t}. \tag{2.7}$$

ეს ტოლობები შეგვიძლია ასე გადავწეროთ:

$$F_1 t = m_1 v_2 - m_1 v_1. \tag{2.8}$$

სხეულის მასისა და სიჩქარის ნამრავლს **მოძრაობის რაოდენობას** ანუ **იმპულსს** უწოდებენ, ხოლო მოქმედი ძალისა და დროის ნამრავლს - **ძალის იმპულსს.**

(2.8) ფორმით გადაწერილი ნიუტონის მეორე კანონი შეგვიძლია ასე წავიკითხოთ: **მოძრაობის რაოდენობის ცვლილება ძალის იმპულსის ტოლია.**

ნიუტონის მესამე კანონი: ორი სხეულის ურთიერთქმედების ძალები, სიდიდით ტოლია და მიმართულია ერთმანეთის საპირისპიროდ ანუ:

$$F_1 = -F_2. \tag{2.9}$$

მინუს ნიშანი სწორედ იმაზე მიუთითებს რომ ურთიერთქმედი სხეულების ურთიერთქმედების ძალები საპირისპიროდაა მიმარ-

თული. ურთიერთქმედების ძალები, მოდებულია სხვადასხვა სხეულებზე და ამიტომ არ აწონასწორებს ერთმანეთს.

თუ გავითვალისწინებთ ნიუტონის მესამე (2.9) კანონს, მაშინ (2.7) განტოლებებიდან გვექნება, რომ

$$m_1 \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} = -m_2 \cdot \frac{u_2 - u_1}{t} \Leftrightarrow m_1 v_1 + m_2 u_1 = m_1 v_2 + m_2 u_2. \qquad (2.10)$$

მივიღეთ რომ ადგილი აქვს კანონს:

$$\boldsymbol{m_1 v_1 + m_2 u_1 = m_1 v_2 + m_2 u_2}. \qquad (2.11)$$

ამ (2.11) კანონს იმპულსის (მოძრაობის რაოდენობის) შენახვის (მუდმივობის) კანონს უწოდებენ და ასე ჩამოაყალიბებენ: **სხეულთა მოძრაობის რაოდენობათა ჯამი ურთიერთქმედებამდე, ტოლია მათი მოძრაობის რაოდენობების ჯამისა, ურთიერთქმედების შემდეგ**.

ამოცანები თემაზე: ნიუტონის მესამე კანონი. იმპულსის შენახვის კანონი

ამოცანა 1. რამდენ ხანს მოქმედებდა 2კგ მასის სხეულზე 40ნ მუდმივი ძალა, თუ მისი სიჩქარე ამ ხნის განმავლობაში გაიზარდა 2მ/წმ-ით.

მოცემულია: $m = 2$კგ;

$F = 40$ნ;

$\Delta v = 2$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $t-?$

ამოხსნა: რადგან მოძრაობის რაოდენობის ცვლილება ძალის იმპულსის ტოლია, გვქნება განტოლება:

$$t = \frac{m \cdot \Delta v}{F} = \frac{2 \cdot 2}{40}\text{წმ} = \mathbf{0.1}\textbf{წმ.}$$

ამოცანა 2. რა სიჩქარე ექნება 1000კგ სტარტული მასის რაკეტას, თუ წვის შედეგად გამონაბოლქვი გაზების სიჩქარეა 2000მ/წმ და მასა 200კგ ?

მოცემულია: $m_{რაკ.} = 800$კგ;

$m_{გაზ.} = 200$კგ;

$v_{გაზ.} = 2000$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $v_{რაკ.}-?$

ამოხსნა: რადგან იზოლირებულ სისტემაში ადგილი აქვს იმპულსის (მოძრაობის რაოდენობის) შენახვის კანონს, გვექნება განტოლება:

$$m_{რაკ.}v_{რაკ.} = m_{გაზ.}v_{გაზ.} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow v_{რაკ.} = \frac{m_{გაზ.}v_{გაზ.}}{m_{რაკ.}} = \frac{200 \cdot 2000}{800} მ/წმ = \mathbf{500მ/წმ.}$$

ამოცანა 3*. 4000კგ მასის რაკეტა მიფრინავს 500მ/წმ სიჩქარით. მას ცილდება წვეროს ნაწილი 800მ/წმ სიჩქარით რომლის მასაა 1000კგ. რა სიჩქარით იმოძრავებს რაკეტის დარჩენილი ნაწილი ?

მოცემულია: $m_{რაკ.} = 4000კგ;$
$v_{რაკ.} = 500მ/წმ;$
$m_1 = 1000კგ;$
$v_1 = 800მ/წმ\,.$

ვიპოვოთ: $v_2 - ?$

ამოხსნა: წვეროს ნაწილის მოცილებამდე, რაკეტის მოძრაობის რაოდენობა იყო $m_{რაკ.}v_{რაკ.}$; წვეროს მოცილების შემდეგ მოძრაობის რაოდენობათა ჯამი იქნებოდა:
$m_1v_1 + (m_{რაკ.} - m_1)v_2.$
იზოლირებული სისტემის მოძრაობის რაოდენობის მუდმივობის კანონიდან გამომდინარე, გვექნება განტოლება:
$$m_{რაკ.}v_{რაკ.} = m_1v_1 + (m_{რაკ.} - m_1)v_2 \Leftrightarrow v_2 = \frac{m_{რაკ.}v_{რაკ.} - m_1v_1}{m_{რაკ.} - m_1}.$$
რაც იმას ნიშნავს, რომ $\boldsymbol{v_2} = \mathbf{400მ/წმ.}$

ამოცანა 4*. ნავიდან, რომელიც ნაპირს უახლოვდებოდა 0.5მ/წმ სიჩქარით, ნაპირზე გადმოხტა მგზავრი 2მ/წმ სიჩქარით. რა სიჩქარით გააგრძელებს მოძრაობას ნავი, მგზავრის გადმოხტომის შემდეგ, თუ მგზავრის მასაა 80კგ, ხოლო ნავისა - 120კგ ?

მოცემულია: $v = 0.5მ/წმ;$
$v_{მგზ.} = 2მ/წმ;$
$m_{მგზ.} = 80კგ;$
$m_{ნავ.} = 120კგ.$

ვიპოვოთ: $v_{ნავ.} - ?$

ამოხსნა: თუ განვიხილავთ სისტემას (ნავი-მგზავრი), მაშინ ამ სისტემის მოძრაობის რაოდენობა მგზავრის გადმოხტომამდე იყო: $(m_{მგზ.} + m_{ნავ.})v$, ხოლო მგზავრის გადმოხტომის შემდეგ, იქნებოდა: $m_{მგზ.}v_{მგზ.} + m_{ნავ.}v_{ნავ.}$. მაშინ იმპულსის მუდმივობის კანონიდან გამომდინარე, გვექნება განტოლება: $(m_{მგზ.} + m_{ნავ.})v = m_{მგზ.}v_{მგზ.} + m_{ნავ.}v_{ნავ.}$, რაც იმას

ნიშნავს, რომ $\boldsymbol{v_{ნავ.}=\frac{(m_{მგზ.}+m_{ნავ.})v-m_{მგზ.}v_{მგზ.}}{m_{ნავ.}}=-0.5}$**მ/წმ.**
როგორც ვხედავთ, ნავმა შეიცვალა მოძრაობის მიმართულება (რადგან მისი სიჩქარე გახდა უარყოფითი).

ამოცანა 5*. ქვიშიანი ურიკა, რომლის მასაც $M=10$კგ-ს მოძრაობს $v_2=1$მ/წმ სიჩქარით. მისი შემხვედრი მიმართულებით მოძრავი 2კგ მასის ბურთულა ეჯახება მას $v_1=2$მ/წმ სიჩქარით და ჩერდება ქვიშაში. რა სიჩქარით გააგრძელებს ურიკა მოძრაობას და რა მიმართულებით ?

მოცემულია: $M=10$კგ;
$v_2=1$მ/წმ;
$v_1=2$მ/წმ;
$m=2$კგ.

ვიპოვოთ: $v-?$

ამოხსნა: შეჯახებამდე სისტემის მოძრაობის რაოდენობათა ჯამი იყო: Mv_2-mv_1. დადებითად ვთვლით ურიკის საწყისი მოძრაობის მიმართულებას, შეჯახების შემდეგ, სისტემის მოძრაობის რაოდენობაა: $(M+m)v$. იზოლირებული სისტემის იმპულსის მუდმივობის კანონიდან გამომდინარე, გვექნება განტოლება:
$Mv_2-mv_1=(M+m)v \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow v=\frac{Mv_2-mv_1}{M+m}=\frac{10\cdot1-2\cdot2}{10+2}=0.5$მ/წმ. ე.ი. სისტემა აგრძელებს მოძრაობას ურიკის საწყისი მოძრაობის მიმართულებით (რადგან დადებითია სისტემის სიჩქარე).

ამოცანა 6*. პლატფორმა, მასზე დამონტაჟებული ქვემეხით, მოძრაობს $v_1=9$კმ/სთ სიჩქარით. სისტემის საერთო მასაა $M=200m$. ქვემეხმა გაისროლა m მასის ჭურვი $v_2=800$მ/წმ სიჩქარით პლატფორმის მიმართ. იპოვეთ, პლატფორმის სიჩქარე გასროლის შემდეგ, თუ ა) გასროლის მიმართულება ემთხვევა პლატფორმის მოძრაობის მიმართულებას; ბ) გასროლის მიმართულება საპირისპიროა.

მოცემულია: $v_1=9$კმ/სთ=2.5მ/წმ;
$M=200m$;
m;
$v_2=800$მ/წმ.

ვიპოვოთ: ა) $v_{პლ.}-?$; ბ) $v_{პლ.}-?$

ამოხსნა: ჭურვის გასროლამდე სისტემის მოძრაობის რაოდენობა იყო: ა) Mv_1; ბ) Mv_1. რაც შეეხება გასროლის შემდეგ, ეს ორი ვარიანტი რა თქმა უნდა განსხვავდება ერთმანეთისაგან. მართლაც: ა) $(M-m)v_{პლ.}+mv_2$; ბ) $(M-m)v_{პლ.}-mv_2$. მაშინ, იმპულსის მუდმივობის კანონიდან გამომდინარე, გვექნება, რომ

ა)$Mv_1=(M-m)v_{პლ.}+mv_2 \Leftrightarrow v_{პლ.}=\frac{Mv_1-mv_2}{M-m}=-1.5$მ/წმ ანუ პლატფორმა იწყებს მოძრაობას საწყისის საპირისპირო მიმართულებით;

ბ) $Mv_1=(M-m)v_{პლ.}-mv_2 \Leftrightarrow v_{პლ.}=\frac{Mv_1+mv_2}{M-m}=6.5$მ/წმ ანუ პლატფორმა აგრძელებს საწყისი მიმართულებით მოძრაობას უფრო მეტი სიჩქარით.

ამოცანა 7*. 15მ/წმ სიჩქარით მოძრავი ჭურვი გასკდა ორ ნაწილად. მათი მასებია, $m_1=1.5$კგ და $m_2=2.5$კგ. დიდი ნაწილის სიჩქარე გაიზარდა $v_2=30$მ/წმ-მდე. იპოვეთ მეორე მცირე ნაწილის მოძრაობის სიჩქარე და მიმართულება.

მოცემულია: $v=15$მ/წმ;

$m_1=1.5$კგ;

$m_2=2.5$კგ;

$v_2=30$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $v_1-?$

ამოხსნა: ჭურვი გასკდომამდე და გასკდომის შემდეგ, შეადგენს იზოლირებულ სისტემას. ამიტომ ადგილი აქვს იმპულსის მუდმივობის კანონს:

$(m_1+m_2)v=m_1v_1+m_2v_2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{v_1}=\frac{(\boldsymbol{m_1}+\boldsymbol{m_2})\boldsymbol{v}-\boldsymbol{m_2}\boldsymbol{v_2}}{\boldsymbol{m_1}}=-\mathbf{10}$**მ/წმ.** უარყოფითი ნიშანი მიუთითებს იმაზე, რომ პირველი ნაწილის სიჩქარის ვექტორი მიმართულია ჭურვის მოძრაობის საწყისი მიმართულების საპირისპიროდ.

ამოცანა 8*. ორი ნაწილაკი რომელთა მასების m_1 და m_2, მოძრაობენ შესაბამისად v_1 და v_2 სიჩქარით ისე, რომ პირველი სხეულის სიჩქარე პარალელურია აბსცისთა ღერძის დადებითი მიმართულების, ხოლო მეორისა - ორდინატთა ღერძის დადებითი მიმართულების. შეჯახებისას მათი დაჯახება არაა დრეკადი, ამიტომ ისინი ერთად

აგრძელებენ მოძრაობას. იპოვეთ ნაწილაკების მოძრაობის სიჩქარის მიმართულება და სიდიდე შეჯახების შემდეგ.

მოცემულია: m_1;

m_2;

$(v_1; 0)$;

$(0; v_2)$.

ვიპოვოთ: $u-?$ $\tan\alpha_{ox}-?$

ამოხსნა: რადგან ნაწილაკების დაჯახება არადრეკადია, ნაწილაკები დაჯახების შემდეგ ერთადაგრძელებენ მოძრაობას საერთო u სიჩქარით. გამოვიყენოთ **იმპულსის მუდმივობის კანონი** აბსცისთა და ორდინატთა ღერძების მიმართულებით იმპულსის გეგმილები იქნება:

OX ღერძის მიმართულებით გვექნება, რომ:

$(m_1\boldsymbol{v_1})_x = m_1v_1$;

$(m_2\boldsymbol{v_2})_x = 0$.

OY ღერძის მიმართულებით გვექნება, რომ:

$(m_1\boldsymbol{v_1})_y = 0$;

$(m_2\boldsymbol{v_2})_y = m_2v_2$.

მაშინ იმპულსის შენახვის კანონს OX ღერძის მიმართულებით ექნება სახე:

$m_1v_1 = (m_1+m_2)u_x \Leftrightarrow u_x = \frac{m_1v_1}{m_1+m_2}$.

ხოლო OY ღერძის მიმართულებით გვექნება, რომ:

$m_2v_2 = (m_1+m_2)u_y \Leftrightarrow u_y = \frac{m_2v_2}{m_1+m_2}$.

მაშინ ცხადია, რომ სიჩქარის u ვექტორის სიდიდე იქნება:

$$u = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2} = \sqrt{\frac{m_1^2v_1^2+m_2^2v_2^2}{(m_1+m_2)^2}} = \frac{\sqrt{\boldsymbol{m_1^2v_1^2+m_2^2v_2^2}}}{\boldsymbol{m_1+m_2}}.$$

u სიჩქარის მიმართულება OX ღერძთან ადგენს ისეთ α_{ox} კუთხეს, რომ $\tan\alpha_{ox} = \frac{u_y}{u_x} = \frac{m_2v_2}{m_1v_1}$ ანუ $\boldsymbol{\alpha_{ox} = arctg\left(\frac{m_2v_2}{m_1v_1}\right)}$.

ამოცანა 9*. m მასის ბურთულა v სიჩქარით პერპენდიკულარული მიმართულებით ეჯახება(დრეკადი დაჯახება) ვერტიკალურ კედელს და აირეკვლება იგივე სიჩქარით. იპოვეთ იმპულსის ცვლილების სიდიდე და მიმართულება და კედელზე მოქმედი საშუალო დარტყმის ძალა, თუ დარტყმა გრძელდებოდა t დროის განმავლობაში.

მოცემულია: m;

t;

v.

ვიპოვოთ: $\Delta mv-?\quad F_{საშ.}-?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით, $\Delta mv = mv_2 - mv_1$. მაგრამ პირობის თანახმად, $v_1 = v$ ხოლო $v_2 = -v$. მაშინ ცხადია, რომ იმპულსის ცვლილება იქნება: $\Delta mv = -mv - mv = \boldsymbol{-2mv}$. როგორც ამ ფორმულიდან ჩანს, იმპულსის ცვლილების ვექტორი მიმართულია კედლიდან კედლის პერპენდიკულარული მიმართულებით.

შესაბამისად, კედელზე მოქმედი საშუალო **დარტყმის ძალის სიდიდე** იქნება:

$\boldsymbol{F_{საშ.} = \frac{\Delta mv}{t} = \frac{2mv}{t}}$.

ამოცანა 10*. ამოხსენით წინა ამოცანა იმ პირობით, რომ დაჯახება არაა დრეკადი ანუ დაჯახების შემდეგ ბურთულა არ აირეკლება, რადგან ამ შემთხვევაში მას კედლის სიჩქარე $v_2 = 0$ ექნება.

მოცემულია: m;

t;

v.

ვიპოვოთ: $\Delta mv-?\quad F_{საშ.}-?$

ამოხსნა: რადგან $v_2 = 0$, მივიღებთ რომ იმპულსის ცვლილება იქნება:

$\Delta mv = mv_2 - mv_1 = 0 - mv = \boldsymbol{-mv}$.

მაშასადამე, დარტყმის საშუალო ძალის სიდიდე იქნება: $\boldsymbol{F_{საშ} = \frac{\Delta mv}{t} = \frac{mv}{t}}$.

ამოცანა 11*. მატარებლის მასაა $m = 3000$ტ. ბორბლების ლიანდაგებთან ხახუნის კოეფიციენტი $\mu = 0.02$. როგორი უნდა იყოს ორთქლმავალის წევის F ძალა, რომ მატარებელმა უძრაობიდან $t = 2$წთ-ში მიაღწიოს $v = 60$კმ/სთ სიჩქარეს ?

მოცემულია: $m = 3000$ტ=3000000კგ;

$\mu = 0.02$;

$t = 2$წთ=120წმ;

$v_0 = 0$;

$v = 60$კმ/სთ=3მ/წმ.

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: ნიუტონის მეორე კანონს აქვს სახე: $F-\mu mg=ma$, მაგრამ აჩქარება გამოითვლება ფორმულით: $a=\frac{v-v_0}{t}$. მაშინ გვექნება:$F-\mu mg=m\cdot\frac{v-v_0}{t}\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{F=\mu mg+\frac{mv}{t}=999.6\cdot 10^3}\textbf{ნ.}$$

ამოცანა 12*. m მასის სხეული ჩამოცურდა $\alpha=30^\circ$ დახრილობის ზედაპირზე. დახრილი ზედაპირის სიგრძეა $l=1.67$მ. სხეულის ზედაპირთან ხახუნის კოეფიციენტია $\mu=0.2$. სხეულის საწყისი სიჩქარეა $v_0=0$. რა დროს მოანდომებს სხეული დახრილ ზედაპირზე ჩამოცურებას ?

მოცემულია: $\alpha=30^\circ$;

$l=1.67$მ;

$\mu=0.2$;

$v_0=0$;

m.

ვიპოვოთ: $t-?$

ამოხსნა: დახრილ სებრტყეზე მყოფი სხეულისათვის შევადგინოთ ნიუტონის მეორე კანონი: $mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha=\frac{mv-mv_0}{t}$. ამასთან ერთად $l=\frac{at^2}{2}=\frac{vt}{2}\Leftrightarrow v=\frac{2l}{t}$. რადგან $v_0=0$, გვექნება განტოლება:

$$mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha=\frac{2lm}{t^2}\Leftrightarrow \boldsymbol{t=\sqrt{\frac{2l}{g\sin\alpha-\mu g\cos\alpha}}\approx 1}\textbf{წმ.}$$

2.3. მსოფლიო მიზიდულობის კანონი

ნებისმიერი ორი სხეული მიიზიდება ერთმანეთისაკენ ძალით, რომელიც პირდაპირპროპორციულია მათი მასების ნამრავლისა და უკუპროპორციულია მათ შორის მანძილის კვადრატისა ანუ

$$F=\gamma\cdot\frac{m_1m_2}{r^2}, \tag{2.12}$$

სადაც $\gamma=6.67\cdot10^{-11}$მ$^2/$კგ$\cdot$წმ^2 გრავიტაციული მუდმივაა.

ამოცანები თემაზე: მსოფლიო მიზიდულობის კანონი

ამოცანა 1. როგორი წრიითი სიჩქარით უნდა მოძრაობდეს მთვარის ხელოვნური თანამგზავრი მთვარის ზედაპირიდან 740კმ სიმაღლეზე,

თუ მთვარის საშუალო რადიუსია 1760კმ, ხოლო თავისუფალი ვარდნის აჩქარება მთვარის მახლობლობაში 1.6მ/წმ^2-ია.

მოცემულია: $h = 740\text{კმ} = 740000\text{მ};$

$R = 1760\text{კმ} = 1760000\text{მ};$

$g_{\text{მთვ.}} = 1.6\text{მ/წმ}^2.$

ვიპოვოთ: $v-?$

ამოხსნა: ხელოვნური თანამგზავრის მოძრაობისას მთვარის გარშემო, ხელოვნურ თანამგზავრზე მოქმედებს სიმძიმის $mg_{\text{მთვ.}}$ ძალა, რომელიც წონასწორდება ცენტრისკენული $\frac{mv^2}{R+h}$ ძალით ანუ გვექნება განტოლება:

$$mg_{\text{მთვ.}} = \frac{mv^2}{R+h} \Leftrightarrow \boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{g}_{\text{მთვ.}} \cdot (\boldsymbol{R}+\boldsymbol{h})} = \mathbf{2000\text{მ/წმ}.}$$

ამოცანა 2. დედამიწის ზედაპირიდან რა სიმაღლეზეა სხეულის წონა 9-ჯერ ნაკლები, ვიდრე ზედაპირზე ? დედამიწის რადიუსია 6400კმ.

მოცემულია: $P = \frac{1}{9}P_0;$

$R = 6400000\text{მ}.$

ვიპოვოთ: $h-?$

ამოხსნა: მსოფლიო მიზიდულობის კანონიდან გამომდინარე გვექნება, რომ

$P_0 = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{R^2}$; $P = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{(R+h)^2}$. მაშასადამე, $\frac{P}{P_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$. აქედან გამომდინარე, გვექნება რომ

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{R} \cdot \left(\sqrt{\frac{\boldsymbol{P_0}}{\boldsymbol{P}}} - \mathbf{1}\right) = \mathbf{128 \cdot 10^5\text{მ}.}$$

ამოცანა 3. იპოვეთ პირველი კოსმოსური სიჩქარე მთვარის ზედაპირისათვის, თუ მთვარის რადიუსია 1760კმ, ხოლო თავისუფალი ვარდნის აცქარება მთვარეზე 1.6მ/წმ^2-ია.

მოცემულია: $R = 1760\text{კმ} = 1760000\text{მ};$

$g_{\text{მთვ.}} = 1.6\text{მ/წმ}^2.$

ვიპოვოთ: $v-?$

ამოხსნა: რადგან მოძრაობა თანაბარია, სიმძიმის ძალა გაწონასწორებული უნდა იყოს ცენტრისკენული ძალით

ანუ შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება: $mg_{მთვ.} = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow v = \sqrt{g_{მთვ.}R}$. აქედან გამომდინარე, $\boldsymbol{v} = \mathbf{1680}$**მ/წმ**.

ამოცანა 4. იპოვეთ მთვარის ხელოვნური თანამგზავრის ბრუნვის პერიოდი, თუ მთვარის რადიუსია 1760კმ, ხოლო თავისუფალი ვარდნის აჩქარება მთვარეზე 1.6მ/წმ^2-ია.

მოცემულია: $R = 1760$კმ $= 1760000$მ;
$g_{მთვ.} = 1.6$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $T-?$

ამოხსნა: ცხადია, რომ $T = \frac{2\pi R}{v}$ სადაც, წინა ამოცანიდან გამომდინარე $v = \sqrt{g_{მთვ.}R}$. ამიტომ $\boldsymbol{T} = \frac{\mathbf{2\pi R}}{\sqrt{\boldsymbol{g_{მთვ.}R}}} =$ **6580წმ.=1სთ50წმ.**

ამოცანა 5. იპოვეთ მთვარესა და დედამიწას შორის მიზიდულობის ძალის სიდიდე, თუ მათ შორის მანძილია 365000კმ, მთვარე მოძრაობს დედამიწის გარშემო 1კმ/წმ სიჩქარით და მთვარის მასაა 7.3$\cdot 10^{22}$კგ.

მოცემულია: $R = 365 \cdot 10^6$კმ;
$m = 7.3 \cdot 10^{22}$კგ;
$v = 1000$მ/წმ

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: დედამიწასა და მთვარეს შორის მიზიდულობის ძალა არის ცენტრისკენული ძალა $\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{R}} = \mathbf{2 \cdot 10^{20}}$**ნ.**

ამოცანა 6. თანამგზავრი მოძრაობს დედამიწის გარშემო ზედაპირიდან h მანძილზე. დედამიწის რადიუსია $R = 6400$კმ. ჩათვალეთ რომ თანამგზავრის ორბიტა წრიულია და იპოვეთ: თანამგზავრის წირითი სიჩქარე და ბრუნვის პერიოდი.

მოცემულია: $R = 6400$კმ;
h;
$g = 9.8$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $v-?$ $T-?$

ამოხსნა: თანამგზავრი მოძრაობს $R + h$ რადიუსიან ორბიტაზე. მისი ცენტრისკენული აჩქარებაა: $a_c = \frac{v^2}{R+h}$. თანამგზავრს ამ აჩქარებას ანიჭებს მიზიდულობის $F = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2}$, სადაც m

თანამგზავრის მასაა, M - დედამიწის მასა. ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად $ma_c = F$, მაშასადამე გვექნება განტოლება: $\frac{mv^2}{R+h} = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2} \Leftrightarrow v^2 = \gamma \frac{M}{R+h}$, ამის გარდა, ვიცით რომ $mg = \gamma \frac{mM}{R^2} \Leftrightarrow gR^2 = \gamma M$. მაშინ $v^2 = \frac{gR^2}{R+h} \Leftrightarrow \boldsymbol{v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}}$.

მეორე მხრივ, $v = \omega(R+h) = \frac{2\pi}{T}(R+h)$. მაშასადამე,

$\frac{2\pi}{T}(R+h) = R\sqrt{\frac{g}{R+h}} \Leftrightarrow \boldsymbol{T = 2\pi \cdot \frac{R+h}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g}}}$.

ამოცანა 7. იპოვეთ დედამიწის ზედაპირის წერტილების ცენტრისკენული აჩქარება ეკვატორზე, 45°-იან განედზე და პოლუსზე, დედამიწის დღე-ღამური მოძრაობისას.

მოცემულია: $T = 24$სთ=86400წმ;

$\varphi_1 = 0^\circ = 0$რად;

$\varphi_2 = 45^\circ = 0.79$რად;

$\varphi_3 = \frac{\pi}{2} = 1.57$რად.

ვიპოვოთ: $a_c -?$

ამოხსნა: დედამიწის ზედაპირზე განლაგებული წერტილებისათვის კუთხური სიჩქარე ტოლია: $\omega = \frac{2\pi}{T}$. შესაბამისად, ცენტრისკენული აჩქარება იქნება: $a_c = \omega^2 r$, სადაც $r = R\cos\varphi$. მაშასადამე, $\boldsymbol{a_c = \frac{4\pi^2}{T^2} R\cos\varphi}$.

ეკვატორის წერტილებისათვის $\varphi_1 = 0$, $\boldsymbol{a_c \approx 3.4 \cdot 10^{-2}}$**მ/წმ²**;

$\varphi_2 = 45^\circ$, მაშინ $\boldsymbol{a_c \approx 2.4 \cdot 10^{-2}}$**მ/წმ²**;

შესაბამისად, როცა $\varphi_3 = \frac{\pi}{2}$, მაშინ $\boldsymbol{a_c \approx 0}$**მ/წმ²**.

ამოცანა 8. დედამიწის მასაა $M = 6 \cdot 10^{24}$კგ, ხოლო მთვარის მასა - $m = 7.3 \cdot 10^{22}$კგ. მთვარესა და დედამიწას შორის როცა მანძილია $r = 3.8 \cdot 10^8$მ როგორია მიზიდულობის ძალა დედამიწასა და მთვარეს შორის ?

მოცემულია: $M = 6 \cdot 10^{24}$კგ;

$m = 7.3 \cdot 10^{22}$კგ;

$r = 3.8 \cdot 10^8$მ.

ვიპოვოთ: $F -?$

ამოხსნა: ცხადია, რომ $\boldsymbol{F = \gamma \frac{mM}{r^2} = 2 \cdot 10^{20}}$**ნ.**

ამოცანა 9. დედამიწის რადიუსია $R = 6400$კმ, დედამიწის სიმკვრივე $\rho = 5600$კგ/მ^3. მანძილი დედამიწასა და მზეს შორის $r = 1.5 \cdot 10^{11}$მ. დედამიწის, მზის გარშემო ბრუნვის პერიოდია $T = 365$დღე. იპოვეთ მზის მიერ დედამიწის მიზიდულობის საშუალო ძალა.

მოცემულია: $T = 365$დღე;
$R = 6400$კმ;
$\rho = 5600$კგ/მ^3;
$r = 1.5 \cdot 10^{11}$.

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: რადგან საპოვნელია მიზიდულობის საშუალო ძალა, ჩავთვალოთ რო დედამიწა მზის გარშემო მოძრაობს r რადიუსიან წრიულ ორბიტაზე. მაშინ დედამიწის ცენტრისკენული აჩქარება, რომელიც გამოწვეულია მზის მიზიდულობით იქნება: $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{rT^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$. ნიუტონის მეორე კანონიდან გამომდინარე, გვექნება რომ $F = Ma_c = \frac{4\pi^2 rM}{T^2}$. დედამიწის მასა იქნება $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$. რაც იმას ნიშნავს, რომ $\boldsymbol{F = \frac{16\pi^3 \rho R^3 r}{3T^2} \approx 4 \cdot 10^{22}}$**ნ.**

2.4. მუშაობა და სიმძლავრე. ენერგიის მუდმივობის კანონი

მექანიკური *A* მუშაობა ეწოდება სკალარულ სიდიდეს, რომელიც იზომება $\boldsymbol{F}$ ძალის ვექტორის სკალარული ნამრავლით გადაადგილების $\boldsymbol{S}$ ვექტორზე ანუ $A = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{S} = F \cdot S \cdot \cos(\boldsymbol{F}^\wedge \boldsymbol{S})$.

მუშაობის ერთეულად SY სისტემაში მიღებულია **ჯოული(ჯ)** - ანუ ის მუშაობა, რომელსაც ასრულებს 1ნ ძალა სხეულის გადასაადგილებლად 1მ მანძილზე.

$[A] = [F] \cdot [S]$ ანუ 1ჯ=1ნ $\cdot$ 1მ.

CGS სისტემაში მუშაობის ერთეულია **ერგი(ე)** - ანუ ის მუშაობა, რომელსაც ასრულებს 1დნ ძალა 1სმ მანძილზე.

1ე=1დნ ·1სმ.

1ჯოული=$\boldsymbol{10^7}$ერგი.

სიმძლავრე *N* არის მუშაობის ცვლილების სისწრაფის დამახასიათებელი სიდიდე ანუ $N = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot S}{t} = F \cdot v$.

სიმძლავრის ერთეულად SY სისტემაში მიღებულია **ვატი (ვტ).**

$[N]=\frac{[A]}{[t]}$ ანუ ვტ = $\frac{\text{ჯ}}{\text{წმ}}$.

CGS სისტემაში სიმძლავრის ერთეულია ერგი/წმ.

1ვტ=10^7 ე/წმ.

ამოცანებში, ზოგჯერ, იყენებენ სიმძლავრის არასისტემურ ერთეულს - **ცხენის ძალა(ცხ.ძ.).**

1ცხ.ძ.=736ჯ/წმ=736ვტ.

სხეულის უნარს, შეასრულოს მუშაობა **ენერგია** ეწოდება.

მუშაობა არის ენერგიის ცვლილების ზომა.

$$A=E_2-E_1.$$

მექანიკაში განიხილავენ ორი ტიპის ენერგიას. ესაა, ***კინეტიკური*** ენერგია და ***პოტენციური*** ენერგია.

კინეტიკური ენერგია ის ენერგიაა, რომელიც სხეულს გააჩნია მოძრაობის გამო.

გამოვიყვანოთ კინეტიკური ენერგიის გამოსათვლელი ფორმულა. ამისათვის, განვიხილოთ მუშაობის ფორმულა:

$$A=F\cdot S. \tag{2.13}$$

გავიხსენოთ ნიუტონის მეორე კანონი:

$$F=ma. \tag{2.14}$$

მაშინ (2.13)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ, რომ

$$A=ma\cdot S. \tag{2.15}$$

თუ ვისარგებლებთ აჩქარებისათვის ფორმულით:

$$a=\frac{v_2^2-v_1^2}{2S}, \tag{2.16}$$

მაშინ (2.15) გადაიწერება ფორმით:

$$A=\frac{mv_2^2-mv_1^2}{2S}\cdot S \text{ ანუ } A=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}. \tag{2.17}$$

ამრიგად, მოძრაობის ენერგია - **კინეტიკური ენერგია** მოიცემა ფორმულით:

$$\boldsymbol{E_{\text{კინ.}}=\frac{mv^2}{2}}. \tag{2.18}$$

პოტენციური ენერგია, არის ის ენერგია, რომელიც სხეულს გააჩნია მდებარეობის გამო სხვა სხეულის მიმართ ან ერთიდაიგივე სხეულის სხვადასხვა ნაწილებს ერთმანეთის მიმართ.

დედამიწიდან h სიმაღლეზე აწეული m მასის სხეულის პოტენციური ენერგია გამოითვლება ფორმულით:

$$E_{\text{პოტ.}}=mgh. \tag{2.19}$$

მექანიკური სისტემის **სრული ენერგია** ეწოდება, ამ სისტემის ყველა სხეულის კინეტიკური და პოტენციური ენერგიების ჯამს ანუ

$$E_{\text{სრ}}=E_{\text{კინ.}}+E_{\text{პოტ.}}. \tag{2.20}$$

მექანიკური ენერგიის შენახვის კანონი

იზოლირებული სისტემის სრული მექანიკური ენერგია არ იცვლება, სისტემაში შემავალი სხეულების მოძრაობისას თუ, მათ შორის მოქმედებს დრეკადობის ან გრავიტაციული მიზიდულობის ძალები.

თუ სისტემის სხეულები ურთიერთქმედებენ ხახუნის ძალით, მაშინ სრული მექანიკური ენერგია არ ინახება, რადგან მისი ნაწილი გარდაიქმნება შინაგან ენერგიად(სითბოდ).

ამოცანები თემაზე: მუშაობა და სიმძლავრე. ენერგიის მუდმივობის კანონი

ამოცანა 1. 5ნ ძალის მოქმედების შედეგად, სხეული მოძრაობს 0.2მ/წმ^2 აჩქარებით. რა მუშაობას შეასრულებს ეს ძალა პირველი 20წმ-ის განმავლობაში ?

მოცემულია: $F=5$ნ;

$a=0.2$მ/წმ^2;

$t=20$წმ.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: F ძალის მუშაობა გამოითვლება ფორმულით: $A=Fs$. სადაც s გავლილი გზაა და ის გამოითვლება ფორმულით:

$s=\frac{at^2}{2}$. აქედან გამომდინარე, $\boldsymbol{A=F\cdot\frac{at^2}{2}=200}$**ჯ**.

ამოცანა 2. ჰორიზონტალური მიმართულებით 600მ/წმ სიჩქარით გასროლილი ჭურვი აღწევს მიზანს 400მ/წმ სიჩქარით. იპოვეთ წიააღმდეგობის ძალების დაძლევაზე დახარჯული მუშაობა თუ ჭურვის მასაა 10კგ.

მოცემულია: $v_0=600$მ/წმ;

$v_t=400$მ/წმ;

$m=10$კგ.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მუშაობა არის ენერგიის ცვლილების ზომა:

$A=\frac{mv_t^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=\boldsymbol{-10^6}$**ჯ**.

წინაღობის ძალები ასრულებენ უარყოფით მუშაობას.

ამოცანა 3. ყუთს მიათრევენ თანაბარი სიჩქარით ზედაპირის გასწვრივ ძალით, რომელიც ჰორიზონტთან 30°-იან კუთხეს ადგენს. თოკის დაჭიმულობის ძალაა **25ნ**. იპოვეთ დაჭიმულობის ძალის მუშაობა ყუთის **52მ** მანძილზე გადაადგილებისას.

მოცემულია: $\alpha = 30^{\circ}$;
$F = 25$ნ;
$s = 52$მ.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მუშაობა გამოითვლება ფორმულით:

$$A = F \cdot S \cdot \cos(\boldsymbol{F}\hat{}\boldsymbol{S}) = F \cdot S \cdot \cos\alpha = 25 \cdot 52 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \mathbf{1125.8}\ (\text{ჯ}).$$

ამოცანა 4. შვეულმფრენი, რომლის მასაა $m = 5$ტ, აფრინდა ვერტიკალურად ზევით მუდმივი სიჩქარით. რა მუშაობას შეასრულებს შვეულმფრენის ძრავი სიმძიმის ძალის წინააღმდეგ, თუ ის აფრინდა $h = 50$მ სიმაღლეზე ?

მოცემულია: $m = 5$ტ=**5000**კგ;
$h = 50$მ.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მუშაობის სიდიდის გამოსათვლელად გვაქვს ფორმულა:

$$A = mgh = 5000 \cdot 9{,}8 \cdot 50 = \mathbf{2450000}\text{ჯ}.$$

ამოცანა 5*. ავტომობილი 100მ მანძილს გადის თანაბრად აჩქარებულად და აღწევს 72კმ/სთ სიჩქარეს. იპოვეთ ავტომობილის ძრავის მუშაობა ამ მონაკვეთზე, თუ მისი მასა ტვირთთან ერთად 1800კგ-ია, ხოლო ხახუნის კოეფიციენტია 0.05.

მოცემულია: $s = 100$მ;
$v = 72\frac{\text{კმ}}{\text{სთ}} = 20$მ/წმ;
$m = 1800$კგ;
$\mu = 0.05$.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მექანიკური მუშაობა გამოითვლება ფორმულით: $A = F \cdot S$. წევის F ძალა შედგება ორი ნაწილისაგან: $F = F_1 + F_2$, სადაც $F_1 = \mu mg$ ხახუნის ძალაა, რომელიც აუცილებელია თანაბარი მოძრაობისათვის, ხოლო $F_2 = ma$ ძალა იძლევა

აჩქარებას. შესაბამისად, $A = (F_1 + F_2) \cdot S = (\mu mg + ma)S$.
აჩქარებას ვპოულობთ ფორმულიდან: $v^2 = 2a \cdot S \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2S}$.
აქედან მივიღებთ, რომ $A = \mu mgS + \frac{mv^2}{2} = \mathbf{448200(ჯ)}$.

ამოცანა 6*. რა მუშაობა სრულდება 100კგ ყუთის გადაადგილებისას ჰორიზონტალურ ზედაპირზე 49.6მ მანძილზე, თუ სრიალის ხახუნი კოეფიციენტია 0.33, ხოლო თოკი რომლის საშუალებითაც ეწეოდნენ ყუთს, ჰორიზონტთან შეადგენს 31°-იან კუთხეს.

მოცემულია: $m = 100$კგ;
$S = 49.6$მ ;
$\mu = 0.33$;
$\alpha = 31^\circ$

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მექანიკური მუშაობა გამოითვლება ფორმულით: $A = F \cdot S$. წევის F ძალა შედგება ორი ნაწილისაგან: $F = F_1 + F_2$, სადაც F_1 ჰორიზონტალური მდგენელია, ხოლო F_2 - ვერტიკალური. რადგან მოძრაობა თანაბარია: $F_1 = \mu(mg - F_2)$, მაგრამ $F_2 = F_1 \tan\alpha$ მივიღებთ, რომ $F_1 = \mu mg - \mu F_1 \tan\alpha$ ანუ $F_1 = \frac{\mu mg}{1+\mu\tan\alpha}$ რაც იმას ნიშნავს, რომ
$\boldsymbol{A = \frac{\mu mgS}{1+\mu\tan\alpha} = 13.5 \cdot 10^3}$**ჯ.**

ამოცანა 7*. ცხენი თანაბარი სიჩქარით მიათრევს 400კგძ ტვირთს 15° დახრილობის ფერდობზე. იპოვეთ შესრულებული მექანიკური მუშაობის სიდიდე 200მ მანძილზე, თუ ხახუნის კოეფიციენტია 0.02.

მოცემულია: $m = 100$კგძ $= 3920$ნ;
$S = 200$მ ;
$\mu = 0.02$;
$\alpha = 15^\circ$

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მექანიკური მუშაობა გამოითვლება ფორმულით: $A = F \cdot S$, სადაც F წევის ძალაა. თუ მოძრაობა თანაბარია, მაშინ ეს ძალა უნდა აწონასწორებდეს ჩამომსრიალებელი ძალისა და ხახუნის ძალის ჯამს ანუ:
$F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$ მაშინ გვექნება, რომ მექანიკური მუშაობა: $A = F \cdot S = (\boldsymbol{mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha})\boldsymbol{S = 220 \cdot 10^3}$**ჯ.**

ამოცანა 8*. ორსაფეხურიანი რაკეტა საფანტიანი ამაჩქარებლის საშუალებით ადის $3 \cdot 10^4$მ სიმაღლეზე და აღწევს 1100მ/წმ სიჩქარეს. რა მუშაობას ასრულებს ორივე საფეხური რაკეტის აფრენისას, თუ რაკეტის მასაა 500კგ ?

მოცემულია: $m = 500$კგ;

$S = 3 \cdot 10^4$მ ;

$v = 1100$მ/წმ.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: მექანიკური მუშაობა გამოითვლება ფორმულით: $A = F \cdot S$, სადაც F წევის ძალაა. წევის ძალა ორი მდგენელისაგან შედგება: $F = F_1 + F_2$, სადაც $F_1 = mg$ ხოლო $F_2 = ma$ არის ძალა, რომელიც რაკეტას ანიჭებს აჩქარებას. შესაბამისად, $A = (mg + ma) \cdot S$. ამ ფორმულაში საპოვნელია აცქარების სიდიდე, რომელსაც ვპოულობთ ფორმულიდან: $v^2 = 2aS$ აქედან გამომდინარე, $a = \frac{v^2}{2S}$. მაშასადამე, საბოლოოდ გვექნება საანგარიშო ფორმულა:

$$\boldsymbol{A = mgS + \frac{mv^2}{2} = 450 \cdot 10^6}\text{ჯ}.$$

ამოცანა 9*. შახტიდან რომლის სიღრმეცაა 180მ, კაბინა თანაბრად აჩქარებულად ამოდის 60წმ-ში. იპოვეთ ძრავის სიმძლავრე, თუ დატვირთული კაბინის მასაა $8 \cdot 10^3$კგ.

მოცემულია: $m = 8 \cdot 10^3$კგ;

$h = 180$მ ;

$t = 60$წმ.

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: სიმძლავრე განისაზღვრება ფორმულით: $N = \frac{A}{t}$, სადაც $A = Fh$ და $F = F_1 + F_2$. ძალა $F_1 = mg$ განაპირობებს კაბინის აწევას თანაბარი სიჩქარით, ხოლო $F_2 = ma$ ძალა განაპირობებს აჩქარებულ მოძრაობას, შესაბამისად გვექნება, რომ $A = (mg + ma)h = mgh + mah$. აჩქარება გამოითვლება ფორმულიდან: $h = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2h}{t^2}$. მაშინ გვექნება: $A = mgh + \frac{2mh^2}{t^2}$. ე.ი. ძრავის სიმძლავრის გამოსა-ანგარიშებლად გვაქვს ფორმულა:

$$\boldsymbol{N = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t} + \frac{2mh^2}{t^3} = 238 \cdot 10^3}\text{ვტ}.$$

ამოცანა 10*. რა სიჩქარის განვითარება შეუძლია ოთხძრავიან ტრამვაის 10°-იან ბექობზე ასვლისას, თუ თითოეული ძრავის სიმძლავრეა **55**კვტ, ხოლო ტრამვაის წონაა **30**ტ და ხახუნის კოეფიციენტი კი **0.05**.

მოცემულია: $P = 30 \cdot 10^3$კგძ=294$\cdot 10^3$ნ;

$N_1 = 55000$ვტ ;

n= 4;

$\alpha = 10^\circ$;

$\mu = 0.05$.

ვიპოვოთ: $v-?$

ამოხსნა: საძიებელ სიჩქარეს ვპოულობთ სიმძლავრის ფორმულიდან: $v = \frac{N}{F}$, სადაც $N = 4N_1$, ხოლო F წევის ძალაა. ცხადია, რომ $F = F_1 + F_{ხახ} = P \sin\alpha + \mu P \cos\alpha$. მაშინ გვექნება, რომ $\boldsymbol{v = \frac{N}{F} = \frac{4N_1}{P\sin\alpha + \mu P\cos\alpha} = 3.4}$**მ/წმ.**

ამოცანა 11*. თვითმფრინავი აფრინდა დედამიწიდან **80**კმ/სთ სიჩქარისას. როგორია თვითმფრინავის სიმძლავრე, თუ მისი მასაა **1026**კგ, განარბენის სიგრძე **150**მ და ხახუნის კოეფიციენტი $\mu = 0.02$?

მოცემულია: $v = 80$კმ/სთ $= 22.2$მ/წმ;

$m = 1026$კგ;

$s = 150$მ;

$\mu = 0.02$.

ვიპოვოთ: N$-?$

ამოხსნა: სიმძლავრე განისაზღვრება ფორმულით: $N = Fv$.ამ შემთხვევაში წევის ძალა გადალახავს ხახუნის ძალას და ანიჭებს თვითმფრინავს აჩქარებას ანუ $F = F_1 + F_{ხახ} = \mu mg + ma$. აჩქარების საპოვნელად გვაქვს ფორმულა: $v^2 = 2as \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2s}$. მაშასადამე, წევის ძალა იქნება: $F = \mu mg + \frac{mv^2}{2s}$ რაც იმას ნიშნავს, რომ ძარავის სიმძლავრე იქნება: $\boldsymbol{N = \mu mgv + \frac{mv^3}{2s} = 41880}$**ვტ.**

ამოცანა 12*. რაკეტა რაკეტამზიდის საშუალებით აყვანილი იქნა $4 \cdot 10^4$მ სიმაღლეზე და მიენიჭა $1.4 \cdot 10^3$მ/წმ სიჩქარე. იპოვეთ რაკეტამზიდის მიერ შესრულებული მუშაობა, რაკეტის კინეტიკური და პოტენციური ენერგია ამ სიმაღლეზე, თუ რაკეტის მასაა **500**კგ.

მოცემულია: $v = 1.4 \cdot 10^3$მ/წმ;

$m = 500$კგ;

$s = 4 \cdot 10^4$მ.

ვიპოვოთ: $A-?$ $E_{კინ}-?$ $E_{პოტ.}-?$

ამოხსნა: რაკეტამზიდის მიერ შესრულებული მუშაობა განისაზღვრება ფორმულით: $A = Fs = (mg + ma)s$. რადგან $v^2 = 2as \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2s}$, გვექნება რომ

$$A = mgs + \frac{mv^2}{2} = E_{პოტ.} + E_{კინ}$$

$$\boldsymbol{E_{კინ} = \frac{mv^2}{2} = 490 \cdot 10^6}\textbf{ჯ}; \quad \boldsymbol{E_{პოტ.} = mgs = 196 \cdot 10^6}\textbf{ჯ};$$

მაშინ $\boldsymbol{A = mgs + \frac{mv^2}{2} = E_{პოტ.} + E_{კინ} = 686 \cdot 10^6}$**ჯ.**

ამოცანა 13*. ქვემეხის ლულიდან გამოფრინდა 10კგ მასის ჭურვი 600მ/წმ სიჩქარით. იპოვეთ საფანტი გაზების საშუალო წნევის ძალა? თუ წურვის ლულაში მოძრაობის დროა 0.01წმ.

მოცემულია: $v = 600$მ/წმ;

$m = \mathbf{10}$კგ;

$t = 0.01$წმ.

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: ქვემეხიდან ჭურვის გამოვარდნის კინეტიკური ენერგია უდრის საფანტი გაზების მუშაობას ანუ $Fs = \frac{mv^2}{2}$ მაშინ $F = \frac{mv^2}{2s}$ სადაც s ქვემეხის ლულის სიგრძეა. თუ ჩავთვლით, რომ ჭურვი ლულაში მოძრაობდა თანაბრად აჩქარებულად, მივიღებთ რომ $s = \frac{at^2}{2} = \frac{(at)t}{2} = \frac{vt}{2}$ მაშასადამე, $\boldsymbol{F = \frac{mv}{t} = 6 \cdot 10^5}$**ნ.**

ამოცანა 14*. რაკეტა რომლის მასაა 0.2კგ, აფრინდა ვერტიკალურად ზევით 50მ/წმ სიჩქარით. იპოვეთ რაკეტის კინეტიკური და პოტენციური ენერგია აფრენიდან 1წმ-ის შემდეგ. რაკეტის მასა მუდმივად ჩათვალეთ.

მოცემულია: $v_0 = 50$მ/წმ;

$m = 0.2$კგ;

$t = 1$წმ.

ვიპოვოთ: $E_{კინ}-?$ $E_{პოტ.}-?$

ამოხსნა: კინეტიკური ენერგია გამოითვლება ფორმულით: $E_{კინ} = \frac{mv^2}{2}$,

სადაც $v = v_0 - gt$ ანუ $\boldsymbol{E_{კინ}} = \frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{2}} = \frac{\boldsymbol{m(v_0 - gt)^2}}{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{160}$**ჯ.**

შესაბამისად, $\boldsymbol{E_{პოტ.} = mgh = mg\left(v_0t - \frac{gt^2}{2}\right) = 88}$**ჯ.**

ამოცანა 15*. ქვემეხი, რომლის მასაც M =450კგ-ს, ისვრის ჰორიზონტალური მიმართულებით. ჭურვის მასაა $m = 5$კგ და საწყისი სიჩქარე $u = 450$მ/წმ. გასროლისას ქვემეხი ჭურვის საპირისპიროდ გადაადგილდა $s = 45$სმ მანძილზე. იპოვეთ ქვემეხის უკან გადაგორების საშუალო მამუხრუჭებელი f ძალა.

მოცემულია: $u = 450$მ/წმ;

$m = \boldsymbol{5}$კგ;

M =450კგ;

$s = 0.45$მ.

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: იმპულსის შენახვის კანონიდან გამომდინარე: $Mv = mu \Leftrightarrow \Leftrightarrow v = \frac{mu}{M}$, სადაც v ქვემეხის მოძრაობის სიჩქარეა. შესაბამისად, ქვემეხის კინეტიკური ენერგია იხარჯება მამუხრუჭებელი f ძალის გადალახვაზე ანუ მუშაობაზე:

$$Fs = \frac{Mv^2}{2} \Leftrightarrow F = \frac{Mv^2}{2s} \Leftrightarrow F = \frac{M\left(\frac{mu}{M}\right)^2}{2s} \Leftrightarrow \boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{m^2u^2}}{\boldsymbol{2sM}} = \boldsymbol{12500}\textbf{ნ.}$$

ამოცანა 16*. სხეული რომლის მასაცაა $m = 1$კგ, ხოლო საწყისი სიჩქარე $v_0 = 14$მ/წმ ვარდება $H = 240$მ სიმაღლიდან და ეფლობა ქვიშაში $h = 0.2$მ სიღრმეზე. იპოვეთ ქვიშის საშუალო სინააღმდეგობის f ძალა.

მოცემულია: $v_0 = 14$მ/წმ;

$m = \boldsymbol{1}$კგ;

$H = 240$მ;

$h = 0.2$მ.

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: H სიმაღლეზე მყოფი სხეულის სრული ენერგიაა: $E = \frac{mv_0{}^2}{2} + mgH$. ეს ენერგია იხარჯება ქვიშაში h სიღრმემდე ჩასასვლელად F წინაღობის ძალის პირობებში ანუ $E = fh \Leftrightarrow f = \frac{E}{h} \Leftrightarrow \boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{2h}} \cdot (\boldsymbol{v_0}^2 + \boldsymbol{2gH}) = \boldsymbol{12250}$**ნ.**

ამოცანა 17*. ტყვია რომლის მასაა $m = 10$გ გასროლის მომენტში მოძრაობდა $v_0 = 1000$მ/წმ სიჩქარით და დედამიწაზე დავარდნისას, ქონდა $v_t = 500$მ/წმ სიჩქარე. რა მუშაობა შეასრულა ტყვიამ ჰაერის წინააღმდეგობის გადალახვაზე ?

მოცემულია: $v_0 = 1000$მ/წმ;

$m = 10$კგ;

$v_t = 500$მ/წმ;

ვიპოვოთ: $A-?$

ამოხსნა: შესრულებული მუშაობა კინეტიკური ენერგიის ცვლილების ტოლია ანუ $\boldsymbol{A = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_t^2}{2} = 3750}$**ჯ.**

2.5. ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკა

მყარი სხეულის ბრუნისას, მბრუნავი სხეულის ბრუნვის სისწრაფე ხასიათდება კუთხური სიჩქარით. მბრუნავი სხეულის ყოველი წერტილი მოძრაობს წრეწირზე სიჩქარით:

$$v = \omega R, \tag{2.21}$$

სადაც R წრეწირის რადიუსია, ω კუთხური სიჩქარე და v წირითი სიჩქარე. თუ მოძრაობა თანაბარია, მაშინ გვაქვს **მხოლოდ** ნორმალური აჩქარება, რომელსაც ცენტრისკენულ აჩქარებას უწოდებენ:

$$a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}. \tag{2.22}$$

თუ ბრუნვა არათანაბარია, მაშინ აჩქარება ორი ნაწილისაგან შედგება ესაა: ნორმალური აჩქარება:

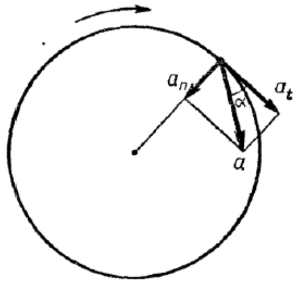
$$a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}, \tag{2.23}$$

რომელიც მიმართულია ცენტრისაკენ და ტანგენციალური (მხები) აჩქარება, რომელიც მიმართულია მხების მიმართულებით:

$$a_t = \varepsilon R, \tag{2.24}$$

სადაც ε კუთხური აჩქარებაა. ამ ორი აჩქარების ჯამი გვაძლევს რეალურ აჩქარებას ნახ. 2.11, რომლის სიდიდეა:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}. \tag{2.25}$$



ნახ. 2.11

ნორმალური აჩქარება ახასიათებს სიჩქარის მიმართულების ცვლილებას, ხოლო ტანგენციალური აჩქარება - სიდიდის ცვლილებას(ამიტომ ის არსებობს მხოლოდ არათანაბარი მოძრაობისას). თუ მოძრაობა თანაბრად აჩქარებულია, მაშინ

$$a = \frac{v - v_0}{t}. \tag{2.26}$$

თუ ბრუნვა თანაბრად აჩქარებულია, მაშინ:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t; \tag{2.27}$$

$$\varphi = \varphi_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}; \tag{2.28}$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi; \tag{2.29}$$

სადაც ω_0 საწყისი კუთხური სიჩქარეა.

ამოცანები თემაზე: ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკა

ამოცანა 1. ავტომობილის მასაა 3600კგ, ხოლო მოძრაობის სიჩქარე 72კმ/სთ. იპოვეთ ავტომობილის მიერ წარმოებული წნევის ძალა: ა)ჰორიზონტალურ, ბ)ამოზნექილ და გ)ჩაზნექილ ხიდის ზედაპირზე, თუ ხიდის სიმრუდის რადიუსია 50მ.

მოცემულია: $m = 3600$კგ;
$v = 72$კმ/სთ $= 20$მ/წმ;
$R = 50$მ.

ვიპოვოთ: $F_1 - ?$ $F_2 - ?$ $F_3 - ?$

ამოხსნა: ხიდზე მყოფ ავტომობილზე მოქმედებს სიმძიმის $P = mg$ ძალა და რეაქციის R ძალა. $R = -F_1$.

ა)ჰორიზონტალურ ხიდზე რეაქციის ძალა ტოლია სიმძიმის ძალის და მაშასადამე, $\boldsymbol{F_1 = mg = 35300}$**ნ;**

ბ)ამოზნექილ ხიდზე მოძრაობისას, ხიდზე მოქმედი ძალა იქნება: $\boldsymbol{F_2 = mg - \frac{mv^2}{R} = 6500}$**ნ.**

გ)ჩაზნექილი ხიდის შემთხვევაში, ხიდზე მოქმედი ძალა იქნება: $F_3 = \boldsymbol{mg} + \frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{R}} = \mathbf{64080}$**ნ.**

ამოცანა 2. რა სიჩქარე უნდა მივანიჭოთ რაკეტას, რომ ის გადაიქცეს ხელოვნურ თანამგზავრად და იმოძრაოს 400კმ რადიუსიან წრეწირზე დედამიწის გარშემო ?

მოცემულია: $M_{დ} = 5.98 \cdot 10^{24}$კგ;

$R_{დ} = 64 \cdot 10^5$მ;

$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}$მ^3/კგ $\cdot$ წმ^2;

$h = 400000$მ.

ვიპოვოთ: $v -?$

ამოხსნა: დედამიწის გარშემო მოძრაობისას, ხელოვნურ თანამგზავრს იჭერს მსოფლიო მიზიდულობის კანონი. აქედან გამომდინარე, გვექნება განტოლება: $\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{mM_{დ}}{R^2}$. აქედან მივიღებთ, რომ

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\boldsymbol{\gamma} \frac{\boldsymbol{M_{დ}}}{\boldsymbol{R_{დ} + h}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}}{\mathbf{68 \cdot 10^5}}} = \mathbf{7700}\text{მ/წმ}.$$

ამოცანა 3. ბიჭუნა 0.8მ სიგრძის თოკზე გამობმულ, 0.1კგ მასის ტვირთს, ატრიალებს ვერტიკალურ სიბრტყეში. იპოვეთ თოკის დაჭიმულობის ძალა დროის იმ მომენტებში, როდესაც სხეული გადის ბრუნვის წრეწირის უმაღლეს და უდაბლეს წერტილებში, თუ ბრუნვის სიჩქარეა 120ბრ/წთ.

მოცემულია: $m = 0.1$კგ;

$r = 0.8$მ;

$f = 120$ბრ/წთ $= 2$ბრ/წმ.

ვიპოვოთ: $F_1 -?$ $F_2 -?$

ამოხსნა: ტვირთზე მოქმედი ცენტრისკენული ძალა არის ტვირთის წონისა და თოკის დაჭიმულობის ძალის ტოლქმედი. ამიტომ, როდესაც ტვირთი გადის წრეწირის ზედა წერტილს, ეს ორი ძალა ერთნაირადაა მიმართული. ამიტომ

$$F_c = F_1 + P \Leftrightarrow F_1 = F_c - P \Leftrightarrow F_1 = \frac{mv^2}{r} - mg = m\omega^2 r - mg$$

ანუ $\boldsymbol{F_1} = \boldsymbol{m}(\mathbf{4}\boldsymbol{\pi^2 f^2 r} - \boldsymbol{g}) = \mathbf{11.6}$**ნ.**

ქვედა წერტილში გავლისას, ტვირთის წონა და თოკის დაჭიმულობის ძალა მიმართულია ერთმანეთის საპირისპიროდ, ამიტომ ამ შემთხვევაში: $F_c = F_2 - P$ ანუ $F_2 = F_c + P \Leftrightarrow F_2 = \frac{mv^2}{r} + mg = m\omega^2 r + mg.$ რაც იმას ნიშნავს, რომ $F_2 = \boldsymbol{m(4\pi^2 f^2 r + g) = 13.6}$**ნ.**

ამოცანა 4. როგორია თვითმფრინავის სიჩქარე 200მ რადიუსის მკვდარი მარყუჟის შესრულებისას, თუ ა) მარყუჟის ზედა წერტილში მფრინავი უწონადო მდგომარეობაშია? ბ) აწვება სკამს საკუთარი წონით ?

მოცემულია: $P_1 = 0;$

$r = 200$მ;

$P_2 = \mathrm{P}.$

ვიპოვოთ: $v_1 -?\ \ v_2 -?$

ამოხსნა: ა) უწონადობის მდგომარეობაში მფრინავი არ აწვება სკამს. ამიტომ ზედა წერტილში ყოფნისას ცენტრისკენული ძალა უდრის მის წონას ანუ: $\frac{m{v_1}^2}{r} = mg \Leftrightarrow \boldsymbol{v_1 = \sqrt{gr} = 44.3}$**მ/წმ.**

ბ) თუ ზედა წერტილში ყოფნისას, მფრინავი აწვება სკამს თავისი წონით, მაშინ $F_c = P_2 + P = 2P \Leftrightarrow \frac{m{v_2}^2}{r} = 2mg$ მაშინ გვექნება, რომ $\boldsymbol{v_2 = \sqrt{2gr} = 62.6}$**მ/წმ.**

ამოცანა 5*. რა უმცირესი სიმაღლიდან უნდა დაეშვას ველოსიპედისტი პედლების დაბრუნების გარეშე, რომ მან 5მ რადიუსის მკვდარი მარყუჟი შეასრულოს ?

მოცემულია: $r = 5$მ.

ვიპოვოთ: $h_{min} -?$

ამოხსნა: იმისათვის რომ, მარყუჟის ზედა წერტილში ველოსიპედისტი არ ჩამოვარდეს, ცენტრისკენული ძალა არ უნდა იყოს წონაზე ნაკლები ანუ: $\frac{mv^2}{r} \geq mg.$ მაგრამ $v^2 = 2gh_1$ სადაც h_1 არის მარყუჟის დიამეტრის ზემოთ აუცილებელი სიმაღლე, საიდანაც უნდა დაეშვას ველოსიპედისტი, რომ შეძლოს მკვდარი მარყუჟის შესრულება. აქედან გამომდინარე, $\frac{2mgh_1}{r} \geq mg \Leftrightarrow h_1 \geq \frac{r}{2}$ ანუ $h \geq h_1 + 2r \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow h \geq 2.5r.$ მაშასადამე, $\boldsymbol{h_{min} = 2.5r}$**.**

ამოცანა 6*. სხეული ხახუნის გარეშე ცურავს ნახევარსფეროს ზედაპირზე, რომლის რადიუსიც 1.5მ-ია. რა სიმაღლეზე მოწყდება სხეული ნახევარსფეროს ზედაპირს ?

მოცემულია: $r = \mathbf{1}.5$მ.

ვიპოვოთ: $h_{min} - ?$

ამოხსნა: სხეული მოწყდება ნახევარსფეროს ზედაპირს როცა ცენტრისკენული ძალა წონის ვერტიკალური მდგენელის ტოლი იქნება ანუ: $\frac{mv^2}{r} = mg\cos\alpha$, სადაც α არის კუთხე მოწყვეტის წერტილის რადიუს-ვექტორსა და ვერტიკალს შორის ანუ $\cos\alpha = \frac{h}{r}$ და $v^2 = 2g(r-h)$ მაშასადამე,
$\frac{2mg(r-h)}{r} = mg \cdot \frac{h}{r} \Leftrightarrow \boldsymbol{h} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{r} = \mathbf{1}$**მ.**

ამოცანა 7*. ავტომობილი მოძრაობს 54კმ/სთ სიჩქარით. როგორია ავტომობილის მობრუნების უმცირესი რადიუსი, თუ საბურავების ხახუნის კოეფიციენტია 0.5 ?

მოცემულია: $v = 54$კმ/სთ $= 15$მ/წმ;

$\mu = 0.5$.

ვიპოვოთ: $r - ?$

ამოხსნა: მოსახვევში მოძრავ ავტომობილზე მოქმედებს ცენტრისკენული ძალა, რომელიც წონასწორდება ხახუნის ძალით ანუ: $\frac{mv^2}{r} = \mu mg \Leftrightarrow \boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{\mu g}} = \mathbf{46}$**მ.** თუ მოსახვევის სიმრუდის რადიუსი ნაკლებია ვოდრე 46მ, მაშინ 15მ/წმ სიჩქარის შემთხვევაში, მანქანა მოცურდება.

ამოცანა 8*. სხეული იწყებს თანაბრად აჩქარებულ ბრუნვას და tწმ-ში აკეთებს n ბრუნს. იპოვეთ კუთხური აჩქარება.

მოცემულია: t;

n.

ვიპოვოთ: $\varepsilon - ?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$, სადაც $\omega_0 = 0$,
ხოლო $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{t}$, მაშინ $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\boldsymbol{2\pi n}}{\boldsymbol{t^2}}$.

ამოცანა 9*. სხეული იწყებს ბრუნვას უძრაობის მდგომარეობიდან, მუდმივი ε აჩქარებით. რა ხნის შემდეგ შეადგენს კუთხე ამ წერტილის სიჩქარესა და აჩქარებას შორის 45°-ს ?

მოცემულია: $\alpha = 45^\circ$;

ε.

ვიპოვოთ: $t-?$

ამოხსნა: ნახ. 2.11-დან გამომდინარე, ცხადია რომ სიჩქარის მიმართულება ემთხვევა მხები აჩქარების მიმართულებას. მაშასადამე, კუთხე წერტილის სიჩქარესა და აჩქარებას შორის აკმაყოფილებს განტოლებას: $\tan\alpha = \frac{a_n}{a_t}$. მაგრამ $a_t = \varepsilon R$; ხოლო $a_n = \omega^2 R = (\varepsilon t)^2 R = \varepsilon^2 t^2 R$. მაშინ გვექნება რომ $\tan\alpha = \frac{a_n}{a_t} = \frac{\varepsilon^2 t^2 R}{\varepsilon R} \Leftrightarrow \varepsilon t^2 = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{t} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}}}$.

ამოცანა 10*. m მასის ბურთულა, რომელიც ჩამოკიდებულია l სიგრძის ძაფზე, აწიეს ჰორიზონტალურ მდგომარეობამდე და გაუშვეს ხელი. იპოვეთ ძაფის დაჭიმულობის T ძალა, როცა ბურთულა გადის წონასწორობის წერტილში.

მოცემულია: m;

l.

ვიპოვოთ: $T-?$

ამოხსნა: რადგან ბურთულა აწიეს ჰორიზონტალურ მდგომარეობამდე, მას მიანიჭეს პოტენციური ენერგია mgl. ქვედა წერტილში გავლისას, ეს ენერგია გარდაიქმნება კინეტიკურ ენერგიად ანუ: $mgl = \frac{mv^2}{2} \Leftrightarrow v^2 = 2gl$. ქვედა, წონასწორობის წერტილში გავლისას, ბურთულაზე მოქმედება სიმძიმის ძალა მიმართული ვერტიკალურად ქვევით, ცენტრისკენული აჩქარება და ძაფის დაჭიმულობის ძალა ანუ: $T - mg = F_c \Leftrightarrow T = mg + \frac{mv^2}{l} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow T = mg + \frac{m2gl}{l} \Leftrightarrow \boldsymbol{T = 3gl}.$

ამოცანა 11*. ძაფზე დაკიდული ბურთულა ასრულებს რხევებს ვერტიკალურ სიბრტყეში. როდესაც ბურთულა გაივლის ქვედა წონასწორობის წერტილს, ძაფის დაჭიმულობა ორჯერ მეტია ბურთულის წონაზე. რა მაქსიმალური კუთხით გადაიხრება ძაფი ვერტიკალიდან ?

მოცემულია: $T = 2mg$.
ვიპოვოთ: $\alpha -?$

ამოხსნა: ვთქვათ, ძაფის მაქსიმალური გადახრისას ბურთულა აიწია h სიმაღლეზე, მაშინ ენერგიის შენახვის კანონიდან გამომდინარე გვექნება, რომ $mgh = \frac{mv^2}{2} \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2g}$.
ქვედა წერტილში გავლისას ძაფის დაჭიმულობა იქნება:
$T = mg + \frac{mv^2}{l} = 2mg \Leftrightarrow mg = \frac{mv^2}{l} \Leftrightarrow v^2 = gl$, მაშასადამე,
$h = \frac{gl}{2g} \Leftrightarrow h = \frac{l}{2}$. მაშინ $\cos\alpha = \frac{l-h}{l} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = 60^\circ}$.

2.6. მექანიკური რხევები

ისეთ მოძრაობას, როდესაც სხეული გადაადგილდება წონასწორობის წარტილის მახლობლობაში, ხან ერთ ხან მეორე მხარეს **რხევითი მოძრაობა** ეწოდება.

რხევითი მოძრაობის უმარტივეს სახეს წარმოადგენს ***ჰარმონიული რხევა.*** ასეთი რხევა სრულდება გადაადგილების პროპორციული ძალით, რომელიც მიმართულია წონასწორობის წერტილისაკენ ანუ:

$$F = -kx. \tag{2.30}$$

ჰარმონიული რხევების დროს გადაადგილებები იცვლებიან კანონით:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin(2\pi f t + \varphi_0), \tag{2.31}$$

სადაც x გადაადგილებაა, A - ***ამპლიტუდა*** და $\omega t + \varphi_0$ - ***რხევის ფაზა,*** φ_0 **საწყისი ფაზა.**
$(\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f)$. T ***რხევისპერიოდია***, ხოლო f - ***რხევის სიხშირე.***

ამპლიტუდა ეწოდება მერხევი წერტილის მაქსიმალური გადახრის სიდიდეს წონასწორობის მდგომარეობიდან.

რხევის პერიოდი ეწოდება დროის მონაკვეთს, რომელიც საჭიროა ერთი სრული რხევის შესასრულებლად.

მათემატიკური ქანქარას რხევის პერიოდი გამოითვლება ფორმულით:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{2.32}$$

სადაც l ქანქარას სიგრძეა.

რხევის f სიხშირე ეწოდება 1წმ-ში შესრულებულ რხევათა რაოდენობას. სიხშირის ერთეულია ჰერცი (ისეთი რხევაა, რომლის დროსაც 1წმ-ში სრულდება 1 რხევა).

რეზონანსი ეწოდება რხევის ამპლიტუდის განუხრელ ზრდას, როდესაც გარეშე ძალის მოქმედების სიხშირე ემთხვევა სხეულის საკუთარი რხევის სიხშირეს.

ამოცანები თემაზე: მექანიკური რხევები

ამოცანა 1. მატერიალური წერტილი ასრულებს ჰარმონიულ რხევას. წონასწორობის მდგომარეობიდან უდიდესი გადახრის სიდიდეა 20სმ და ის ასრულებს 100 სრულ რხევას 3წთ20წმ-ის განმავლობაში. იპოვეთ რხევის კანონი.

მოცემულია: $A = 0.2$მ;

$n = 100$;

$t = 200$წმ.

ვიპოვოთ: $x-?$

ამოხსნა: ჰარმონიულ;ი რხევების ზოგადი განტოლებაა:

$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin(2\pi f t + \varphi_0)$. ჩვენი ამოცანის პირობებში $\varphi_0 = 0$, $f = \frac{n}{t} = 0.5$ჰც. ამიტომ გვექნება, რომ

$x = 0.2\sin 2\pi \cdot 05t$ ანუ $\boldsymbol{x = 0.2\sin \pi t}$.

ამოცანა 2. იპოვეთ 66სმ სიგრძის ქანქარის თავისუფალი ვარდნის აჩქარება რომელიც მოთავსებულია იუპიტერზე, თუ მისი რხევის პერიოდია 1წმ. იუპიტერი მზის სისტემის უდიდესი პლანეტაა.

მოცემულია: $l = 0.66$მ;

$T = 1$წმ.

ვიპოვოთ: $g_{\text{იუპ.}}-?$

ამოხსნა: როგორც ვიცით, მათემატიკური ქანქარას რხევის პერიოდი გამოითვლება ფორმულით:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{\text{იუპ.}}}} \Leftrightarrow \boldsymbol{g_{\text{იუპ.}} = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 26\text{მ/წმ}^2}.$$

ამოცანა 3. შეადგინეთ ჰარმონიული რხევის განტოლება, თუ რხევის ამპლიტუდაა 10სმ, რხევის პერიოდი 0.4წმ და საწყისი ფაზა ნულის ტოლია.

მოცემულია: $A = 0.1$მ;

$\varphi_0 = 0$;

$T = 0.4$წმ.

ვიპოვოთ: $x-?$

ამოხსნა: ჰარმონიულ;ი რხევების ზოგადი განტოლებაა:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin(2\pi f t + \varphi_0) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right).$$

ჩვენი ამოცანის პირობებში $\varphi_0 = 0$; ე.ი. გვექნება რხევის კანონი: $\boldsymbol{x = 0.1\sin 15.7t}$.

ამოცანა 4. იპოვეთ რხევით მოძრაობაში მყოფი მატერიალური წერტილის გადაადგილება წონასწორობის მდგომარეობიდან ნულოვანი საწყისი ფაზის პირობებში, დროის სხვადასხვა მომენტებში: 0.25T; 0.5T; 0.6T.

მოცემულია: $t_1 = 0.25\mathrm{T}$

$t_2 = 0.5\mathrm{T}$;

$t_3 = 0.6\mathrm{T}$.

ვიპოვოთ: $x_1-?$ $x_2-?$ $x_3-?$

ამოხსნა: რხევითი პროცესი აღიწერება კანონით: $x = A\sin\frac{2\pi}{T}t$. მაშინ გვექნება, რომ:

თუ $t_1 = 0.25\mathrm{T}$ მაშინ $x_1 = A\sin\frac{2\pi}{T}0.25\mathrm{T} = \boldsymbol{A}$;

თუ $t_2 = 0.5\mathrm{T}$ მაშინ $x_2 = A\sin\frac{2\pi}{T}0.5\mathrm{T} = \mathbf{0}$;

თუ $t_3 = 0.6\mathrm{T}$ მაშინ $x_3 = A\sin\frac{2\pi}{T}0.6\mathrm{T} = A\sin 1.2\pi = \boldsymbol{-0.59A}$.

ამოცანა 5. რა დრო დაჭირდება მათემატიკურ ქანქარას, რომ ის წონასწორობის მდგომარეობიდან გადაიხაროს ამპლიტუდის ნახევარი მანძილით, თუ რხევის პერიოდია 3.6წმ ?

მოცემულია: $x = 0.5A$;

$T = 3.6$წმ.

ვიპოვოთ: $t-?$

ამოხსნა: გადახრის დროს ვპოულობთ განტოლებიდან: $x = A\sin\frac{2\pi}{T}t$, ანუ, რადგან $x = 0.5A$ გვექნება, რომ $0.5A = A\sin\frac{2\pi}{T}t$, რაც იმას ნიშნავს, რომ $\sin\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{2}$ ანუ $\frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{6}$ ე.ი. $\boldsymbol{t = \frac{T}{12} = 0.3}$**წმ.**

ამოცანა 6. 2.45მ სიგრძის მათემატიკურმა ქანქარამ შეასრულა 100 რხევა 314წმ-ში. იპოვეთ ქანქარას რხევის პერიოდი და ამ ადგილის თავისუფალი ვარდნის აჩქარება.

მოცემულია: $l = 2.45$მ;

$n = 100;$

$t = 314$წმ.

ვიპოვოთ: $T-?\quad g-?$

ამოხსნა: $\boldsymbol{T = \frac{t}{n} = 3.14}$**წმ.** თავისუფალი ვარდნის აჩქარებას ვიპოვით ფორმულიდან $\boldsymbol{g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 9.8}$**მ/წმ**^{2}.

ამოცანა 7***.** დედამიწის ერთი და იგივე ადგილზე, ერთნაირ დროში ორი მათემატიკური ქანქარიდან, ერთი ასრულებს 30, ხოლო მეორე 40 რხევას. როგორია თითოეული მათგანის სიგრძე, თუ მათ სიგრძეთა სხვაობაა 0.07მ ?

მოცემულია: $n_1 = 30;$

$n_2 = 40;$

$l_1 - l_2 = 0.07$მ.

ვიპოვოთ: $l_1-?\quad l_2-?$

ამოხსნა: ქანქარების სიგრძეს განვსაზღვრავთ ტოლობებიდან:

$\boldsymbol{\frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} \Leftrightarrow \frac{l_1}{l_2} = \boldsymbol{\frac{f_2^2}{f_1^2}} \Leftrightarrow l_1 = \boldsymbol{\frac{f_2^2}{f_1^2}} l_2$ მაგრამ $l_2 = l_1 - 0.07$ და $\boldsymbol{\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_2}{n_1}}$, ე.ი. $l_1 = \boldsymbol{\frac{{n_2}^2}{{n_1}^2}}(l_1 - 0.07) \Leftrightarrow \boldsymbol{l_1 = \frac{0.07 n_2^2}{n_2^2 - n_1^2} = 0.16}$**(მ).**

მაშინ ცხადია, რომ $\boldsymbol{l_2 = l_1 - 0.07 = 0.09}$**(მ).**

ამოცანა 8***.** როგორ შეიცვლება 1მ სიგრძის მათემატიკური ქანქარის რხევის პერიოდი, თუ მას ვამოძრავებთ: ა) ვერტიკალურად ზევით; ბ) ვერტიკალურად ქვევით, 1.1მ/წმ^2 აჩქარებით ?

მოცემულია: $l = 1$მ;

$a = 1.1$მ/წმ^2.

ვიპოვოთ: $\frac{T_1}{T}-?\quad \frac{T_2}{T}-?$

ამოხსნა: ქანქარას რხევის პერიოდია $\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2}$**წმ**. ქანქარას აჩქარებულად ზევით მოძრაობისას, რხევის პერიოდი იქნებოდა: $\boldsymbol{T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} = 1.9}$**წმ.**

აქედან გამომდინარე, $\boldsymbol{\frac{T_1}{T} = 0.95.}$

ქანქარას ქვევით გადაადგილებისას, რხევის პერიოდი იქნება: $\boldsymbol{T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2.1}$**წმ,**

მაშინ $\boldsymbol{\frac{T_2}{T} = 1.05.}$

ამოცანა 9*. ორი ქანქარა ერთდროულად იწყებს რხევით მოძრაობას და ერთიდაიგივე დროში, პირველი ასრულებს n_1 რხევას, ხოლო მეორე n_2 რხევას. იპოვეთ, ამ ქანქარების სიგრძეთა $\frac{l_1}{l_2}$ ფარდობა.

მოცემულია: n_1;

n_2;

$t_1 = t_2 = t.$

ვიპოვოთ: $\frac{l_1}{l_2} - ?$

ამოხსნა: ქანქარას რხევის პერიოდია $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. აქედან გამომდინარე, გვექნება რომ: $\boldsymbol{\frac{T_1}{T_2}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Leftrightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{f_2^2}{f_1^2}$

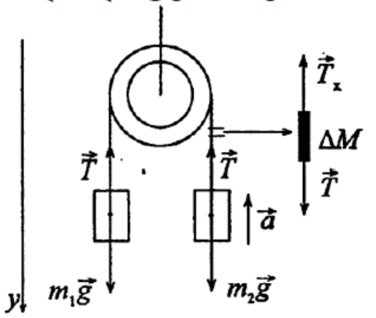
$t_1 = t_2 = t \Leftrightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{n_2}{t}}{\frac{n_1}{t}} = \frac{n_2}{n_1}$ ე.ი. $\boldsymbol{\frac{l_1}{l_2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}}$.

ამოცანები დამოუკიდებელი მუშაობისათვის პასუხებით:

1. 6.2კგ მასის ჭურვი გავარდა ლულიდან 680მ/წმ სიჩქარით. როგორია საფანტის გაზების საშუალო წნევის ძალა, თუ ჭურვის ლულაში მოძრაობის დრო 0.008წმ-ია ?
პასუხი: 530000ნ.

2. უძრავი ღერძის მქონე ჭოჭონაქზე გადაკიდულია ტროსი. ტროსის სხვადასხვა მხარეს, ბოლოებზე ჩამოკიდულია 5კგ და 3კგ

წონის ტვირთები. ჩათვალეთ რომ ტროსი უწონადია, უგულებელყავით ხახუნის ძალა და იპოვეთ: ტროსის დაჭიმულობის ძალა და ტვირთების აჩქარება.



პასუხი: 36.8ნ; 2.45მ/წმ^2.

3. რა მასის ბალასტი უნდა გადმოვაგდოთ თანაბრად ქვემოთ მოძრავი აეროსტატიდან, რომ მან შეძლოს იგივე სიჩქარით თანაბრად მოძრაობა ქვევიდან ზევით ? აეროსტატის მასა ბალასტთან ერტად 1600კგ-ია, აეროსტატზე მოქმედი ამომგდები ძალა კი - 12000ნ. ჩათვალეთ, რომ ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა ერთნაირია აეროსტატის ქვემოთ და ზემოთ მოძრაობისას.
პასუხი: 752კგ.

4. რაღაც დიამეტრის რკინის მავთული უძლებს 4400ნ ძალით გაჭიმვას. რა მაქსიმალური აჩქარებით შეგვიძლია ავწიოთ მავთულზე დაკიდული 400კგ მასის ტვირთი ისე, რომ მავთული არ გაწყდეს ?
პასუხი: 12მ/წმ^2.

5. ლიფტის მასა მგზავრთან ერთად 800კგ-ია. რა აჩარებით და რა მიმართულებით მოძრაობს ლიფტი, თუ ტროსის დაჭიმულობის ძალაა: ა)12კნ; ბ)6კნ.
პასუხი: ა) **5.2**მ/წმ^2; ბ)**-2.3**მ/წმ^2.

6. ავტომობილი, რომლის მასაც 1020კგ-ია მოძრაობს თანაბრად შენელებულად და ჩერდება 5წმ-ში. გაცერებამდე ის გადის 25მ მანძილს. იპოვეთ მოძრაობის საწყისი სიჩქარე და წინააღმდეგობის საშუალო ძალა.
პასუხი: $a = \frac{2S}{t^2} = 2$მ/წმ^2; $F = \frac{2mS}{t^2} = 2.04$კნ.

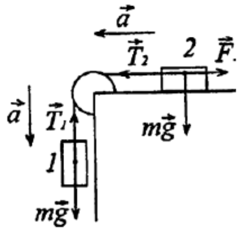
7. ტროსი დევს მაგიდაზე ისე, რომ მისი ნაწილი გადმოკიდებულია მაგიდიდან. ტროსი იწყებს ჩამოცურებას, როცა

გადმოკიდებული ნაწილი მთელი ტროსის 0.25 ნაწილს შეადგენს. იპოვეთ ხახუნის კოეფიციენტის მნიშვნელობა.
პასუხი: 0.33.

8. ავტომობილი რომლის მასაცაა 1ტ თანაბარი სიჩქარით ადის მთის ფერდობზე, რომლის დახრილობაც 1მ-ია გავლილი გზის ყოველ 25მ-ზე. ხახუნის კოეფიციენტია 0.1. იპოვეთ მოტორის მიერ განვითარებული წევის ძალის სიდიდე.
პასუხი: $F = mg(\mu \cos\alpha - \sin\alpha) = 590$ნ.

9. სხეული დევს 4° დახრილობის მქონე დახრილ სიბრტყეზე. ა)როგორია ხახუნის μ კოეფიციენტის ის ზღვრული მნიშვნელობა, როცა სხეული დაიწყებს ჩამოცურებას ? ბ) რა აჩქარებით იმოძრავებს სხეული, თუ ხახუნის კოეფიციენტის მნიშვნელობა იქნება 0.03 ? რა დრო იქნება საჭირო რომ, ამ შემთხვევაში სხეულმა გაიაროს 100მ მანძილი ? რა სიჩქარე ექნება სხეულს გზის ბოლოს ?
პასუხი: ა) $\mu \leq 0.07$; ბ) 22.6წმ; 8.8მ/წმ.

10. მაგიდის კუთხეზე დამაგრებულია ჭოჭონაქი, რომელზედაც გადაკიდებულია ერთნაირი, 1კგ მასის ტვირთებზე შებმული ძაფი. ტვირთი ნომერით 2 დევს მაგიდაზე და მისი ხახუნის კოეფიციენტია 0.1, ხოლო ტვირთი ნომერით 1 გადმოკიდებულია ძაფზე. იპოვეთ რა აცქარებით იმოძრავებენ ტვირთები და როგორი იქნება ძაფის დაჭიმულობის ძალა.



პასუხი: $a = g\frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2} = 4.4$მ/წმ^2; $T = \frac{m_1 m_2 (1+\mu) g}{m_1 + m_2} = 5.4$ნ.

11. რა ხანგრძლივობისა უნდა იყოს დღე-ღამე დედამიწაზე, რომ ეკვატორზე განლაგებულ სხეულებს, არ ქონდეს წონა ?
პასუხი: 5056წმ=1სთ24წთ.

III თავი. სტატიკა

სტატიკა - მექანიკის ნაწილია, რომელიც შეისწავლის სხეულთა წონასწორობის პირობებს.

სხეულთა ურთიერთქმედება ხასიათდება ვექტორული სიდიდით, რომელსაც **ძალას** უწოდებენ. ძალა ხასიათდება: სიდიდით, მიმართულებით სივრცეში და მოდების წერტილით.

რამოდენიმე ძალის **ტოლქმედი** ეწოდება ძალას, რომელიც ისეთივე ზემოქმედებას იწვევს სხეულზე, რასაც მოდებული ყველა ძალა ერთად.

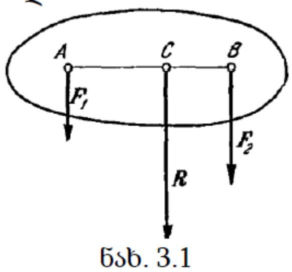
ძალას, რომლის სიდიდეც ტოლქმედის ტოლია, ხოლო მიმართულება - საპირისპირო, **გამაწონასწორებელი ძალა** ეწოდება.

რამოდენიმე ძალის ტოლქმედის საპოვნელად, სხეულზე მოდებული ძალების შესაბამის ვექტორებს კრებენ, ვექტორების შეკრების წესით.

თუ ძალები ერთ წრფეზეა და მიმართულია ერთნაირად, მაშინ მათი ტოლქმედის სიდიდე ტოლია ამ ორი ვექტორის სიდიდეთა ჯამისა და მიმართულია მათი საერთო მიმართულებით.

თუ ძალები ერთ წრფეზეა და მიმართულია ერთმანეთის საპირისპიროდ, მაშინ მათი ტოლქმედის სიდიდე ტოლია ამ ორი ვექტორის სიდიდეთა სხვაობისა და მიმართულია სიდიდით უფრო დიდი ვექტორის მიმართულებით.

ორი პარალელურ წრფეებზე მდებარე და ერთნაირი მიმართულების F_1 და F_2 ვექტორის ტოლქმედის R სიდიდე, ამ ვექტორების სიდიდეთა ჯამის ტოლია და მიმართულია მათი საერთო მიმართულებით; ხოლო ტოლქმედის მოდების წერტილი მდებარეობს ამ პარალელური ვექტორების მოდების წერტილების შემაერთებელი წრფის მონაკვეთზე და ამ მონაკვეთს, ყოფს მოდებული ძალების უკუპროპორციულ ნაწილებად ნახ. 3.1

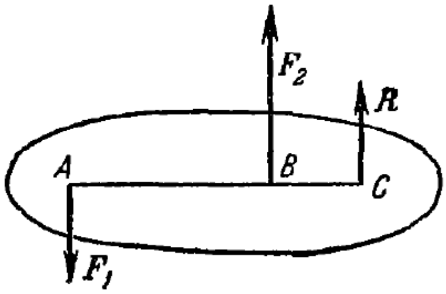


ნახ. 3.1

სადაც ადგილი აქვს ტოლობებს:

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{BC}{AC}, \quad R=F_1+F_2. \tag{3.1}$$

ანალოგიურად, ორი პარალელურ წრფეებზე მდებარე და საპირისპირო მიმართულების F_1 და F_2 ვექტორის ტოლქმედის R სიდიდე, ამ ვექტორების სიდიდეთა სხვაობის ტოლია და მიმართულია სიდიდით დიდი ძალის მიმართულებით; ხოლო ტოლქმედის მოდების წერტილი მდებარეობს ამ პარალელური ვექტორების მოდების წერტილების შემაერთებელი წრფის მონაკვეთის გაგრძელებაზე დიდი ძალის მხარეს ნახ. 3.2



ნახ. 3.2

სადაც ადგილი აქვს ტოლობებს:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}, \quad R = F_2 - F_1. \tag{3.2}$$

თუ გვაქვს მყარი სხეული უძრავი ბრუნვის ღერძით, მაშინ მისი ბრუნვის დასახასიათებლად გამოიყენება ***ძალის მომენტის*** ცნება.

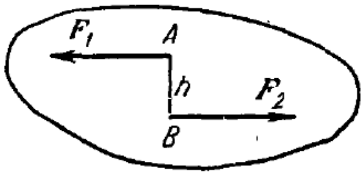
ძალის მომენტი რაიმე წერტილის მიმართ, ეწოდება ძალის სიდიდის ნამრავლს მის მხარზე. მომენტს ენიჭება პლიუს ნიშანი, თუ ის აბრუნებს სხეულს საათის ისრის მიმართულებით და - მინუს ნიშანი, თუ ის აბრუნებს სხეულს საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით ანუ

$$M = \pm F \cdot l, \tag{3.3}$$

სადაც F - ძალაა და l - ***ძალის მხარი.***

ძალის მხარი რაიმე წერტილის მიმართ - ამ წერტილიდან ძალის მოქმედების მიმართულებაზე დაშვებული პერპენდიკულარის სიგრძეა.

წყვილძალა ეწოდება ორ სიდიდით ტოლი $F_1 = F_2 = F$ ძალის ერთობლიობას, რომლებიც განლაგებული არიან პარალელურ წრფეებზე და მიმართული არიან საპირისპიროდ ნახ. 3.3



ნახ. 3.3

წყვილძალის მომენტი ნებისმიერი წერტილის მიმართ ერთნაირია და უდრის F ძალის სიდიდის ნამრავლს მათი მოქმედების მიმართულებებს შორის h მანძილზე ანუ

$$M = \pm F \cdot h. \tag{3.4}$$

წონასწორობის პირობას აქვს სახე: ერთ სიბრტყეში მდებარე ძალების წონასწორობისათვის აუცილებელია და საკმარისი, რომ ყველა მოდებული ძალის ტოლქმედიც ნულის ტოლი იყოს და მომენტების ვექტორული ჯამიც, სიბრტყის ნებისმიერ წერტილზე სიბრტყის პერპენდიკულარულად გავლებული ღერძის მიმართ ანუ

$$\vec{R} = 0 \text{ და } \sum \vec{M} = 0. \tag{3.5}$$

სხეულის **სიმძიმის ცენტრი** ეწოდება ისეთ წერტილს რომელშიც მოდებული ძალა იწვევს მხოლოდ გადატანით მოძრაობას.

წონასწორობის სახეებია: ***მდგრადი*** წონასწორობა, ***არამდგრადი*** წონასწორობა და ***განურჩეველი*** სახის წონასწორობის მდგომარეობა.

ამოცანები თემაზე: სტატიკა

ამოცანა 1. ადამიანი, რომლის წონაა 70კგძ დგას დედამიწაზე და 40კგ მასის ტვირთს თანაბრად ეწევა ჭოჭონაქის (ბლოკის) საშუალებით. იპოვეთ ადამიანის დედამიწაზე დაწოლის ძალის სიდიდე ტვირთის აწევის დროს.

მოცემულია: $P = 70\text{კგძ} = 686\text{ნ};$

$m = 40\text{კგ}.$

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: რადგან ტვირთის აწევა მიმდინარეობს თანაბრად, სხეულს არ გააჩნია აჩქარება ე.ი. მოქმედი ძალები აწონასწორებენ ერთმანეთს ანუ ადამიანის წონა მცირდება ჭოჭონაქზე გადაკიდებული თოკის დაჭიმულობის ძალით. მაშასადამე, $F = P - mg = \mathbf{294\text{ნ}}.$

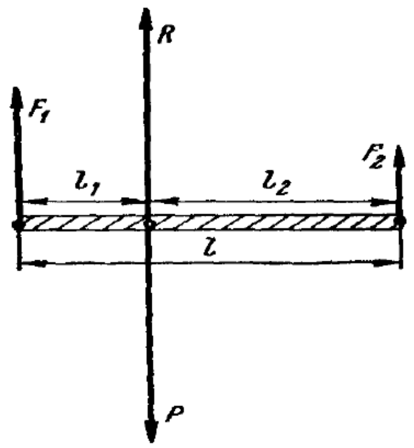
ამოცანა 2. ორ მუშას გადააქვს 1.5მ სიგრძის რკინის ლომზე ჩამოკიდებული ტვირთი. რა ადგილზე კიდია ტვირთი, თუ ერთ მუშაზე წარმოებული დაწოლა ორჯერ მეტია, ვიდრე მეორეზე ?

მოცემულია: $l = 1.5\text{მ};$

$F_1 = 2F_2.$

ვიპოვოთ: $l_1-? \quad l_2-?$

ამოხსნა: ტვირთის ასაწევად, ლომზე უნდა მოვდოთ მისი წონის ტოლი R ძალა, რომელიც შედგება ორი ერთმანეთის პარალელური და ლომის ბოლოებზე მოდებული ძალისაგან (ესაა მუშების მხრებზე მოსული დაწოლის ძალები ნახ. 3.4).



ნახ. 3.4

ტვირთის ჩამოკიდების ადგილი განისაზღვრება განტოლებით: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \Leftrightarrow \frac{2F_2}{F_2} = \frac{l_2}{l - l_2} \Leftrightarrow \boldsymbol{l_2 = \frac{2}{3}l = 1}$მ
ე.ი. $\boldsymbol{l_1 = 0.5}$**მ.**

ამოცანა 3. ავტომობილი, რომლის წონაა 6ტ მოძრაობს 30მ სიგრძის მქონე ხიდზე, რომელსაც აქვს საყრდენები თავში და ბოლოში. იპოვეთ საყრდენებზე ავტომობილის მიერ წარმოებული დამატებითი დაწოლის სიდიდეები, თუ ავტომობილი არის ხიდის დასაწყისიდან 10მ მანძილზე.

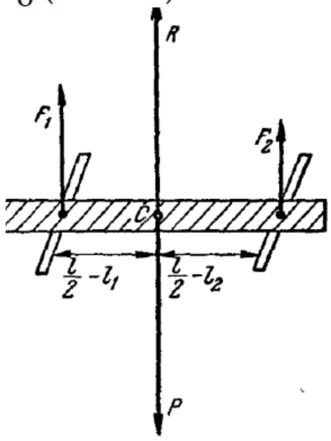
მოცემულია: $l = 30$მ;
$l_1 = 10$მ;
$P = 6$ტ=58800ნ.

ვიპოვოთ: $F_1 - ?$ $F_2 - ?$

ამოხსნა: საყრდენებზე მოქმედი ურთიერთპარალელური ძალები წარმოიშობიან ავტომობილის წონიდან გამომდინარე, ამიტომ გვექნება განტოლება: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$, სადაც l_1 – მანძილია პირველი საყრდენიდან ავტომობილამდე, ხოლო $l_2 = l - l_1$. ასევე, $F_2 = P - F_1$. მაშასადამე, $\frac{F_1}{P - F_1} = \frac{l - l_1}{l_1} \Longrightarrow$

$$\boldsymbol{F_1} = \frac{(l-l_1)P}{l} = \mathbf{39200}\boldsymbol{ნ}.$$ შესაბამისად, $\boldsymbol{F_2} = \mathbf{19600ნ.}$

ამოცანა 4. მუშებს მიაქვთ 4მ სიგრძის 200კგძ წონის ხის ძელი, რომელიც ბოლოებიდან შესაბამისად 0.5მ და 0.3მ მანძილზე, დაყრდნობილია ჯოხებზე (ნახ. 3.5)



ნახ. 3.5

რა ძალის დაძლევა უხდება თითოეულ მუშას ?

მოცემულია: $l = 4$მ;

$l_1 = 0.5$მ;

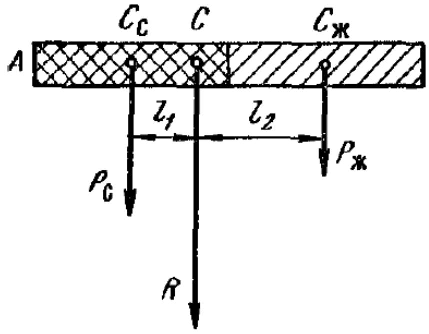
$l_2 = 0.3$მ;

$P = 200$კგძ=1960ნ.

ვიპოვოთ: $F_1 - ?$ $F_2 - ?$

ამოხსნა: ხის ძელზე მოქმედებს სამიძალა: $F_1 -$ პირველი ორი მუშის ძალების ტოლქმედი, $F_2 -$ მეორე წყვილი მუშის ძალების ტოლქმედი და ძელის სიმძიმის P ძალა. ძელის წონა არის F_1 და F_2 ძალების გამაწონასწორებელი ძალა. აქედან გამომდინარე, გვექნება რომ: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{l}{2}-l_2}{\frac{l}{2}-l_1}$ ანუ $\frac{F_1}{P-F_1} = \frac{\frac{l}{2}-l_2}{\frac{l}{2}-l_1}$. რაც იმას ნიშნავს, რომ $\boldsymbol{F_1} = \frac{P(l-2l_2)}{2(l-l_1-l_2)} = \mathbf{1040ნ.}$ მაშინ ცხადია რომ $\boldsymbol{F_2} = \boldsymbol{P} - \boldsymbol{F_1} = \mathbf{920ნ.}$ თუ გავითვალისწინებთ იმ ფაქტს, რომ თავში და ბოლოში ორ-ორი მუშა ეწეოდა ძელს, მივიღებთ, რომ პირველი წყვილიდან თითოეული მუშა ეწეოდა $0.5\boldsymbol{F_1} = \mathbf{520ნ}$**-ს,** ხოლო მუშების მეორე წყვილიდან თითოეულზე მოდიოდა $0.5\boldsymbol{F_2} = \mathbf{460ნ.}$

ამოცანა 5. ერთნაირი კვეთის ძელი შედგება ორი ტოლი ნაწილისაგან (ნახ. 3.6), რომელთაგან ერთი არის ტყვიის, ხოლო მეორე ნაწილი - რკინის. იპოვეთ ძელის სიმძიმის ცენტრი, თუ მისი სიგრძე 0.4მ-ია.



ნახ. 3.6

მოცემულია: $l = 0.4\text{მ};$

$\rho_{\text{с.ტყვია}} = 11300\text{კგ/მ}^3;$

$\rho_{\text{ж.რკინა}} = 7800\text{კგ/მ}^3.$

ვიპოვოთ: $l_1 - ?$

ამოხსნა: ტყვიისა და რკინის ნაწილების სიმძიმის ცენტრები მდებარეობს მათ გეომეტრიულ $C_с$ და $C_ж$ ცენტრებში. მთელი ძელის სიმძიმის ცენტრი კი იქნება ამ ცენტრებს შორის ისეთ ადგილზე, რომ მისგან მანძილები ამ ორ ცენტრამდე უკუპროპორციულია ძელის ტყვიისა და რკინის ნაწილების წონისა ანუ $\frac{l_1}{l_2} = \frac{P_ж}{P_с}$, სადაც

$P_ж = m_ж g = \rho_{\text{ж.რკინა}} V g; \quad P_с = m_с g = \rho_{\text{с.ტყვია}} V g; \; l_2 = \frac{l}{2} - l_1.$

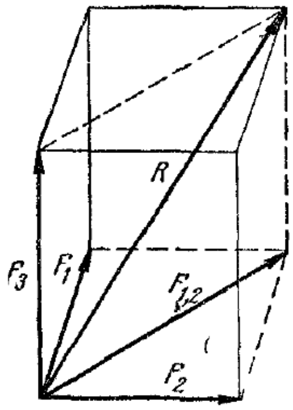
აქედან გამომდინარე, გვექნება რომ

$\frac{l_1}{\frac{l}{2} - l_1} = \frac{\rho_{\text{ж.რკინა}}}{\rho_{\text{с.ტყვია}}}$ ე.ი. $\boldsymbol{l_1 = \frac{\rho_{\text{ж.რკინა}} l}{2(\rho_{\text{ж.რკინა}} + \rho_{\text{с.ტყვია}})} = 0.08\text{მ}.}$

შესაბამისად, $\boldsymbol{l_2 = \frac{l}{2} - l_1 = 0.12\text{მ}.}$

მაშინ სიმძიმის ცენტრი დაშორებული იქნება ძელის A ბოლოდან მანძილზე **0.10+0.08=0.18(მ).**

ამოცანა 6. იპოვეთ სამი ურთიერთპერპენდიკულარული და არაკომპლანარული ძალების ტოლქმედი (ნახ. 3.7), თუ $F_1 = 300\text{ნ};$ $F_2 = 400\text{ნ};$ $F_3 = 866\text{ნ}.$

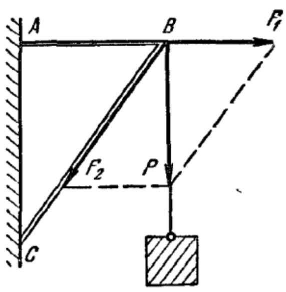


ნახ. 3.7

მოცემულია: $F_1 = 300$ნ;
$F_2 = 400$ნ;
$F_3 = 866$ნ.
ვიპოვოთ: $R-?$

ამოხსნა: ჯერ შევკრიბოთ F_1 და F_2 ძალები. მივიღებთ მათ ტოლქმედს $F_{1.2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 500$ნ. ამის შემდეგ, შევკრიბოთ $F_{1.2}$ და F_3 ძალები. მაშინ გვექნება სამი ძალის ტოლქმედი შემდეგი სახით: $\boldsymbol{R = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_3^2} = 1000}$**ნ.**

ამოცანა 7. კრონშტეინზე ჩამოკიდულია **50**კგ მასის ტვირთი. იპოვეთ ძალვები ჰორიზონტალურ ძელში და კრონშტეინის საყრდენ დახრილ ძელში (ნახ. **3.8**), თუ ჰორიზონტული ძელის სიგრძე **0.6**მ-ია, ხოლო დახრილი საყრდენისა - **1**მ.
მოცემულია: $m = 50$კგ;
$AB = 0.6$მ;
$BC = 1$მ.
ვიპოვოთ: $F_1-?$ $F_2-?$



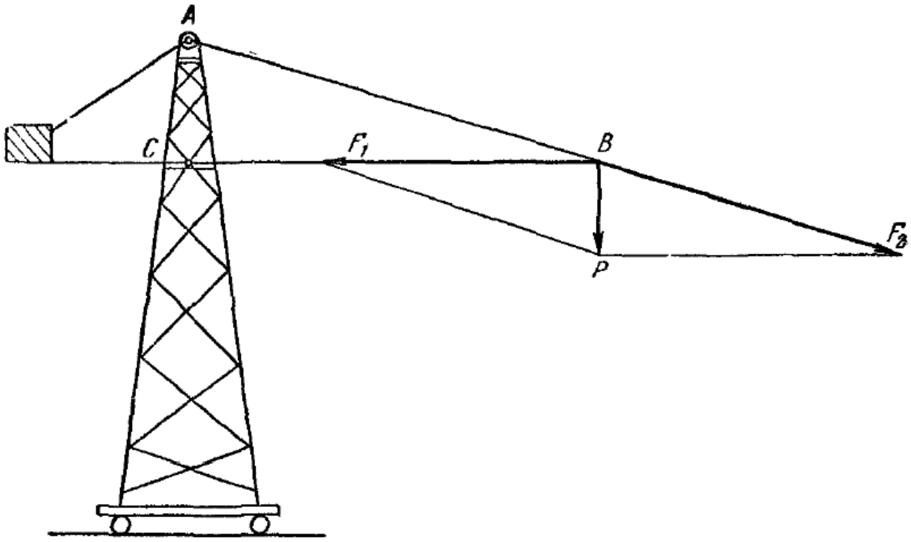
ნახ. 3.8

ამოხსნა: ტვირთის წონა P დავშალოთ ორ მდგენელად: ერთი მდგენელი იყოს F_1 ძალვა ჰორიზონტალურ AB ძელში და მეორე F_2 - ძალვა BC დახრილ ძელში. მაშინ, რადგან $\Delta ABC \sim BF_1P$ გვექნება, რომ $\frac{AB}{AC} = \frac{BF_1}{BP} \Longrightarrow \frac{AB}{\sqrt{BC^2-AB^2}} = \frac{F_1}{P}$. მაშინ მივიღებთ, რომ $\boldsymbol{F_1 = \frac{AB}{\sqrt{BC^2-AB^2}} \cdot mg = 367.5}$**ნ.**

ანალოგიურად, რადგან

$\frac{BC}{AC} = \frac{F_1P}{BP} = \frac{F_2}{P} \Longrightarrow \boldsymbol{F_2 = \frac{BC}{AC} \cdot mg = 612.5}$**ნ.**

ამოცანა 8. იპოვეთ ძალვები კოშკურა ამწეს AB ტროსსა და BC ძელში 10ტ ტვირთის აწევისას, თუ $AB = 10$მ და $BC = 8.5$მ (ნახ. 3.9).



ნახ. 3.9

მოცემულია: $P = 10$ტ $= 98000$ნ;

$AB = 10$მ;

$BC = 8.5$მ.

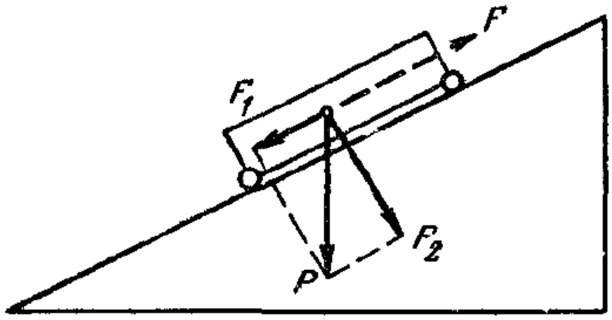
ვიპოვოთ: $F_1 - ?$ $F_2 - ?$

ამოხსნა: ასაწევი ტვირთის წონა დავშალოთ ორ მდგენელად: F_1 ძალვა რომელიც მოქმედებს BC ძელში და F_2 ტროსის დაჭიმულობის ძალა. მაშინ, რადგან $\Delta ABC \sim BF_1P$ გვექნება, რომ

$\frac{BC}{AC} = \frac{BF_1}{BP} \Longrightarrow \frac{BC}{\sqrt{AB^2-BC^2}} = \frac{F_1}{P} \Longrightarrow \boldsymbol{F_1 = \frac{BC}{\sqrt{AB^2-BC^2}} \cdot P = 157000}$**ნ.**

მეორე მხრივ, $\frac{AB}{AC} = \frac{BF_2}{BP} = \frac{F_2}{P} \Longrightarrow \boldsymbol{F_2 = \frac{AB}{AC} \cdot P = 185000}$**ნ.**

ამოცანა 9. რა სიდიდის ძალა უნდა მოვდოთ ავტომობილზე რომ ის არ დაგორდეს დახრილ ფერდობზე, რომლის სიგრძეა 10მ, სიმაღლე 1მ, ავტომობილის წონა ტვირთთან ერთად - 8ტ, ხოლო ხახუნის კოეფიციენტი 0.02 ? (ნახ. 3.10).



ნახ. 3.10

მოცემულია: $P = 8$ტძ $= 78400$ნ;

$l = 10$მ;

$h = 1$მ;

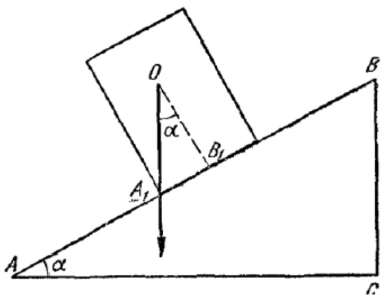
μ

ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: დახრილ სიბრტყეზე მდებარე ავტომობილზე მოქმედებს $F_1 = P\sin\alpha$ ჩამომსრიალებელი ძალა და ხახუნის ძალა $F_{ხახ} = \mu P\cos\alpha$. ავტომობილი რომ არ ჩამოსრიალდეს მასზე უნდა მოვდოთ ძალა $F = F_1 - F_{ხახ} = P\sin\alpha - \mu P\cos\alpha$ სადაც α დახრილი სიბრტყის დახრის კუთხეა. ცხადია, რომ $\sin\alpha = \frac{h}{l}$ და $\cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$. შესაბამისად, გვექნება რომ

$$F = P\cdot\frac{h}{l} - \mu P\cdot\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l} \Longrightarrow \boldsymbol{F = \frac{P}{l}\cdot\left(h - \mu\sqrt{l^2-h^2}\right) = 6270}\textbf{ნ.}$$

ამოცანა 10. ავტომობილის ძარაზე დევს კასრი, რომლის სიმაღლეა 1მ და კვეთის დიამეტრი 0.6მ. როგორია ძარას დახრილობის ის მაქსიმაური კუთხე, როცა კასრი არ გადაყირავდება ? (ნახ. 3.11)



ნახ. 3.11

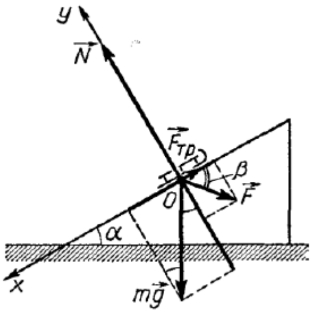
მოცემულია: $d = 0.6$მ;

$h = 1$მ;

ვიპოვოთ: $\alpha-?$

ამოხსნა: მაქსიმალური დასაშვები დახრის კუთხე იქნება მაშინ, როდესაც სიმძიმის ცენტრიდან დაშვებული ვერტიკალური ხაზი ხვდება კასრის მსახველს A_1 წერტილში. მაშინ $< BAC =< A_1OB_1 = \alpha$. შესაბამისად, $\tan\alpha = \frac{r}{0.5h} = \frac{d}{h} = 0.6$ ანუ $\boldsymbol{\alpha = 31^{\circ}}$.

ამოცანა $\mathbf{11^*}$. ყინულით დაფარულ ბორცვზე რომელიც დახრილია ჰორიზონტისადმი α კუთხით, დევს m მასის ციგა. ხახუნის კოეფიციენტი ციგასა და დახრილ ზედაპირს შორის არის μ. ა) რა მინიმალური ძალა უნდა მოვდოთ ციგაზე, რომ ის არ ჩამოსრიალდეს; ბ) რა მინიმალური ძალით შეიძლება ავამოძრაოთ ციგა დახრილ ზედაპირზე, ქვევიდან ზევით ? (ნახ. 3.12)



ნახ. 3.12

მოცემულია: α;

m ;

μ.

ვიპოვოთ: ა) F_{min}–? ბ) F_{min}–?

ამოხსნა: ამოცანის ამოსახსნელად, ავირჩიოთ XOY კოორდინატთა სისტემა. ჩავწეროთ წონასწორობის პირობა:

$$\boldsymbol{\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{ხახ} = 0.}$$

ა) მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ OX და OY ღერძებზე:

OX ღერძზე გვექნება: $mg\sin\alpha - F\cos\beta - \mu N = 0$; (3.6)

OY ღერძზე - : $N - mg\cos\alpha - F\sin\beta = 0$. (3.7)

აქ უკვე გავითვალისწინეთ, რომ $F_{ხახ} = \mu N$.

მაშინ (3.6) და (3.7) განტოლებებიდან გამომდინარე, მივიღებთ რომ: $F = \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\beta + \mu\sin\beta} \cdot mg$. ამ ძალის მნიშვნელობა მინიმალური იქნება, როცა მნიშვნელია მაქსიმალური ანუ როცა $\tan\beta = \mu$.

რადგან $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan\beta^2}}$ და $\sin\beta = \frac{\tan\beta}{\sqrt{1+\tan\beta^2}}$.

მაშასადამე, $\boldsymbol{F_{min} = \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sqrt{1+\mu^2}} \cdot mg}$.

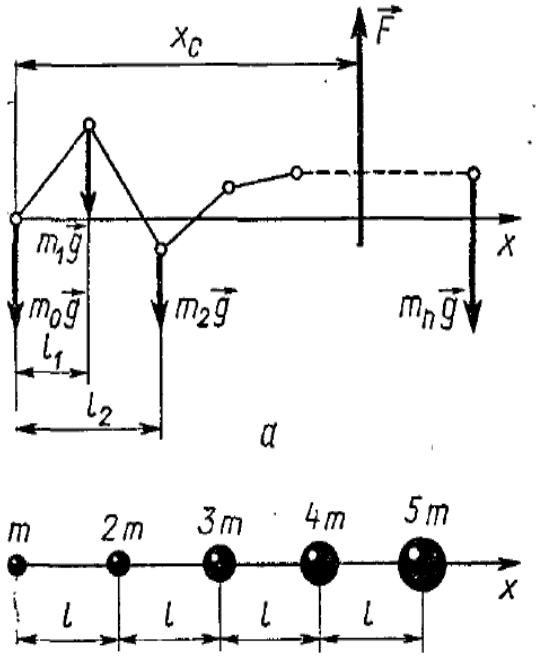
ბ) თუ ციგას ვამოძრავებთ ქვევიდან ზევით, მაშინ ხახუნის ძალა მიმართული იქნება ქვევით OX ღერძის გასწვრივ. მოქმედი ძალები დავაგეგმილოთ OX და OY ღერძებზე:

OX ღერძზე გვექნება: $mg\sin\alpha + \mu N - F\sin\beta = 0$; (3.8)

OY ღერძზე - : $N - mg\cos\alpha + F\sin\beta = 0$. (3.9)

(3.8) და (3.9) განტოლებებიდან მივიღებთ, რომ $F = \frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\cos\beta+\mu\sin\beta}\cdot mg$. ეს ძალა იქნება მინიმალური, როცა $\tan\beta = \mu$, მაშასადამე, $\boldsymbol{F_{min}} = \frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\sqrt{1+\mu^2}}\cdot \boldsymbol{mg}$.

ამოცანა 12*. ძელზე დამაგრებულია ხუთი ტვირთი, რომელთა მასებია m; $2m$; $3m$; $4m$; $5m$. ამ ტვირთებს შორის მანძილებია l. იპოვეთ სისტემის სიმძიმის ცენტრი, თუ ძელის მასა არ მიიღება მხედველობაში (ნახ. 3.13).



ნახ. 3.13

მოცემულია: m;

$2m$;

$3m$;

$4m$;

$5m$;

l.

ვიპოვოთ: x_c–?

ამოხსნა: თუ პარალელური $m_i g$ ძალების გამაწონასწორებელ F ძალას მოვდებთ პარალელური ძალების საპირისპირო მიმართულებით, მაშინ გვექნება რომ:

$$F = \sum_i m_i g = mg + 2mg + 3mg + 4mg + 5mg = 15mg.$$

ამას გარდა, წონასწორობის პირობა ითხოვს რომ პარალელური ძალების მომენტების ჯამიც ნულის ტოლი იყოს საერთო ღერძზე მდებარე ნებისმიერი წერტილის მიმართ. სიმარტივისათვის, დაყვანის წერტილად ავირჩიოთ ყველაზე მცირე მასის განლაგების წერტილი. მაშინ გვექნება, რომ: $\sum_i m_i g x_i - F x_c = 0$ ანუ

$$mg \cdot 0 + 2mg \cdot l + 3mg \cdot 2l + 4mg \cdot 3l + 5mg \cdot 4l - 15mg \cdot x_c = 0$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ $x_c = \frac{40mgl}{15mg} = \mathbf{\frac{8}{3} \cdot \boldsymbol{l}}$.

ამოცანები დამოუკიდებელი მუშაობისათვის პასუხებით:

ამოცანა 1. მყარი სხეულის ერთ წერტილზე მოდებულია 60ნ სიდიდის სამი ძალა, რომლებიც ერთ სიბრტყეშია და ერთმანეთთან ადგენენ 60°-იან კუთხეს. იპოვეთ ამ ძალების ტოლქმედის სიდიდე და მიმართულება.
პასუხი: 120ნ; მიმართლია შუა ძალის მიმართულებით.

ამოცანა 2. ძელზე მოქმედებს ორი პარალელური ძალა, რომელთა სიდიდეებია 100ნ და 250ნ. ეს ძალები მიმართულია ურთიერთსაპირისპიროდ. იპოვეთ ამ ორი ძალის გამაწონასწორე-ბელი ძალის სიდიდე და მოდების წერტილი, თუ მოცემული ორი პარალელური ძალის მოდების წერტილებს შორის მანძილი 1.5მ-ია.
პასუხი: 150ნ; გამაწონასწორებელი ძალა მოდებულია 250ნ ძალის მოდების წერტილის მხარეს 1მ მანძილზე.

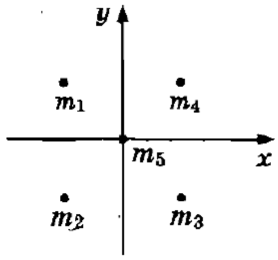
ამოცანა 3. სხეული მიცურავს ჰორიზონტისადმი 60°-იანი დახრილობის კუთხის მქონე სიბრტყეზე 5.7მ/წმ^2 აჩქარებით. როგორი უნდა იყოს სიბრტყის დახრილობის კუთხე, რომ სხეული დარჩეს წონასწორობაში და არ ჩამოცურდეს ?
პასუხი: $\alpha \leq 31^{\circ}$.

ამოცანა 4. ორი ბიჭუნა ქანაობს აწონ-დაწონაზე, რომლის ძელის სიგრძეა 4მ. ბიჭუნების წონაა 300ნ და 200ნ. სად უნდა ქონდეს აწონ-დაწონას საყრდენი წერტილი ?
პასუხი: 2.44მ მანძილზე უფრო მსუბუქი ბიჭუნადან.

ამოცანა 5. a გვერდის მქონე კვადრატის წვეროებში და ცენტრში განლაგებულია: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $m_3 = 3m$; $m_4 = 4m$; $m_5 = 5m$.

იპოვეთ ამ სისტემის სიმძიმის ცენტრი.

პასუხი: $x_c = \frac{\sum_{i=1}^{5} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{5} m_i} = \frac{2}{15}a;\ \ y_c = \frac{\sum_{i=1}^{5} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{5} m_i} = 0.$



ამოცანა 6. R რადიუსიანი ტყვიის ბირთვის ჩამოსხმისას, მასში აღმოჩნდა $0.5R$ რადიუსიანი, ბირთვის ფორმის სიცარიელე, რომლის ზედაპირიც შიგნიდან ეხება სფეროს ზედაპირს და გადის მის ცენტრზე. იპოვეთ მანძილი დიდი ბირთვის ცენტრიდან, ჩამოსხმული ბირთვის სიმძიმის ცენტრამდე.

პასუხი: $x = \frac{R}{14}$.

ამოცანა 7. a გვერდის მქონე კვადრატული ფორმის ფირფიტისაგან ამოჭრეს h სიმაღლის მქონე ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის ფუძის სიგრძე a-ს ტოლია. იპოვეთ l მანძილი ფირფიტის ცენტრსა და მიღებული ფიგურის სიმძიმის ცენტრს შორის$0 < h \le a$.

პასუხი: $l = \frac{h(3a-2h)}{6(2a-h)}$.

ამოცანა 8*. ერთგვაროვანი მავთულისაგან გაკეთებულ კვადრატს მოჭრილი აქვს ერთი გვერდი. ეს კვადრატი ერთი კუთხით ჩამოკიდეს ლურსმანზე. იპოვეთ რა α კუთხეს შეადგენს შუა გვერდი ვერტიკალთან.

პასუხი: $\tan\alpha = \frac{2}{3}$.

ამოცანა 9*. იპოვეთ იმ P ძალის სიდიდე, რომლის დროსაც 0.8მ სიმაღლისა და 0.6მ სიგანის 200კგძ წონის ბლოკი დაიწყებს მოძრაობას, თუ ხახუნის კოეფიციენტია 0.2 და P ძალის მიმართულება ჰორიზონტისადმი 30°-ია.

პასუხი: 41.5კგძ.

IV თავი. ჰიდრომექანიკა

ჰიდრომექანიკა შეისწავლის სითხეების მოძრაობისა და წონასწორობის კანონებს. ელემენტარულ მექანიკაში განიხილება ***უკუმში სითხის სტაციონარული*** მოძრაობა.

უკუმში ეწოდება სითხეს, თუ მისი მოცულობა დინების პროცესში არ იცვლება.

დიდი სიზუსტით შეიძლება უკუმშად ჩაითვალოს წყალი, ნავთი, ბენზინი . . .

სტაციონარული ეწოდება სითხის მოძრაობას, თუ დროის მიხედვით არ იცვლება სითხის მოძრაობისა და წონასწორობის განმსაზღვრელი პარამეტრები.

სითხე აწვება იმჭურჭლის ფსკერსა და კედლებს, რომელშიც იმყოფება. ამ დაწოლის დასახასიათებლად განიხილება ***წნევის*** ცნება.

წნევა იზომება ფართობის ერთეულზე მოქმედი ძალის სიდიდით ანუ

$$p = \frac{F}{S}, \tag{4.1}$$

სადაც F არის ძალა, ხოლო S - ფართობი. წნევის ერთეულია პასკალი (პა).

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{\text{ნიუტონი}}{\text{მ}^2} = \text{პა}. \tag{4.2}$$

(4.1) ფორმულიდან გამომდინარე, თუ გავითვალისწინებთ რომ სითხის ფსკერზე, რომლის ფართობცაა S, მოქმედებს სითხის წონა $F = P = mg$, მაშინ გვექნება რომ

$$p = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \frac{\rho S h g}{S} = \rho g h. \tag{4.3}$$

როგორც (4.3) ფორმულიდან ჩანს, სითხის წნევა დამოკიდებული არაა ფართობზე. ის დამოკიდებულია სითხის ρ სიმკვრივეზე და სითხის სვეტის h სიმაღლეზე.

რადგან სითხის ზედაპირზე მოქმედებს ატმოსფერული წნევა, გვექნება, რომ სითხეში h სიღრმეზე წნევა იქნება:

$$p = p_{\text{ატმ}} + \rho g h. \tag{4.4}$$

ნორმალურ პირობებში ატმოსფერული წნევა $p_{\text{ატმ}} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ნ/მ}^2$ ან სხვანაირად 760მმ. ვერცხ.წყ.სვ.

პასკალის კანონი: სითხეზე ან გაზზე წარმოებული წნევა, უცვლელად გადაეცემა ყოველი მიმართულებით.

საერთო ფსკერის მქონე ჭურჭლებს **ზიარჭურჭელი** ეწოდებათ.

ზიარჭურჭელში სითხე ერთ დონეზე დგება.

არქიმედის კანონი: სითხეში (გაზში) მოთავსებულ სხეულზე მოქმედებს ამომგდები ძალა, რომელიც ამ სხეულის მიერ გამოძევებული სითხის (გაზის) წონის ტოლია ანუ

$$F_{ამომგ} = \rho_{სითხ.} V g, \tag{4.5}$$

სადაც V სხეულის სითხეში ჩაძირული ნაწილის მოცულობაა, $\rho_{სითხ.}$ სითხის სიმკვრივეა, ხოლო g - სიმძიმის ძალის აჩქარება.

სტაციონარული მოძრაობის დროს მოძრავი სითხის ნებისმიერ განივკვეთში სითხის ერთნაირი მოცულობა გადის, მაშასადამე:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2, \tag{4.6}$$

სადაც S განივკვეთის ფართობია, ხოლო v - სიჩქარე.

როგორც (4.6) განტოლებიდან ჩანს:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} \tag{4.7}$$

ანუ სითხის სიჩქარეების შეფარდება უკუპროპორციულია განივკვე-თის ფართობისა.

ჩვენ უკვე განვიხილეთ ნივთიერების სიმკვრივის ცნება. სიმკვრი-ვე იზომება ერთეული მოცულობის ნივთიერების მასით.

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{4.8}$$

სადაც V მოცულობაა და m მასა.

ამას გარდა, განიხილება ***ნივთიერების კუთრი წონის*** ცნება.

ნივთიერების **კუთრი წონა** ეწოდება ერთეული მოცულობის ნივთიერების წონას ანუ

$$d = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \frac{\rho V g}{V} = \rho g. \tag{4.9}$$

ამოცანები თემაზე: ელემენტარული ჰიდრომექანიკა

ამოცანა 1. რა წნევის ძალა მოქმედებს მყვინთავის სკაფანდრზე 300მ სიღრმეზე, თუ სკაფანდრის ზედაპირის ფართობია 4მ^2, ზღვის წყლის სიმკვრივე - $\rho = 1.03 \cdot 10^3$კგ/მ^3, ხოლო ატმოსფერული წნევა კი - $p_{ატმ} = 1.01 \cdot 10^5$ნ/მ^2.

მოცემულია: $S = 4$მ^2;

$\rho = 1.03 \cdot 10^3$კგ/მ^3;

$p_{ატმ} = 1.01 \cdot 10^5$ნ/მ^2;

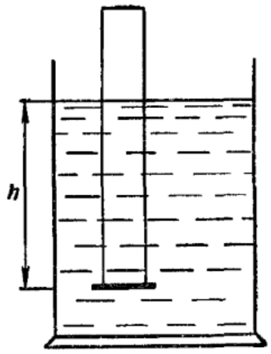
$h = 300$მ.

ვიპოვოთ: $F - ?$

ამოხსნა: წნევის ძალა განისაზღვრება ფორმულით: $F = pS$. სადაც $p = p_{ატმ} + \rho g h$. მასასადამე: $\boldsymbol{F = (p_{ატმ} + \rho g h) S}$ ანუ

$$F = (1.01 \cdot 10^5 + 1.03 \cdot 10^3 \cdot 9.8 \cdot 300) \cdot 4 \approx \mathbf{12500000ნ.}$$

ამოცანა 2. მინის სინჯარა ერთი მხრიდან დახურულია ბრტყელი ფირფიტით და ჩაშვებულია ამ მხრიდან ვერტიკალურად წყალში 0.68მ სიღრმეზე (ნახ. 4.1), რა სიმაღლის ვერცხლისწყალი შეგვიძლია ჩავასხათ სინჯარაში, რომ ფირფიტა მოძვრეს ? ვერცხლისწყლის სიმკვრივეა $13.6\cdot 10^3$კგ/მ^3, ხოლო წყლის - $1\cdot 10^3$კგ/მ^3.



ნახ. 4.1

მოცემულია: $h = 0.68$მ;

$\rho_{წყ.} = 1 \cdot 10^3$კგ/მ^3;

$\rho_{ვერცხ.წყ.} = 13.6 \cdot 10^3$კგ/მ^3.

ვიპოვოთ: $h_1 - ?$

ამოხსნა: ფირფიტა მოძვრება სინჯარას მაშინ, როცა ვერცხლისწყლის სვეტის წნევა ფირფიტის ზემოდან, გაუტოლდება h სიმაღლის წყლის სვეტისგან წარმოებულ წნევას ფირფიტის ქვემოდან ანუ როცა $p_1 = p$. რაც იმას ნიშნავს, რომ $\rho_{ვერცხ.წყ.} \cdot g \cdot h_1 = \rho_{წყ.} \cdot g \cdot h \Leftrightarrow \boldsymbol{h_1} = \frac{\boldsymbol{\rho_{წყ.} \cdot h}}{\boldsymbol{\rho_{ვერცხ.წყ.}}} = \mathbf{0.05}$**მ.**

ამოცანა 3. როგორი წნევის ძალა მოქმედებს 150მ სიგრძის კაშხალზე, თუ დამწნევი წყლის სიღრმეა 8მ ? $\rho_{წყ.} = 1 \cdot 10^3$კგ/მ^3;
$p_{ატმ} = 1.01 \cdot 10^5$ნ/მ^2.

მოცემულია: $h = 8$მ;

$l = 150$მ;

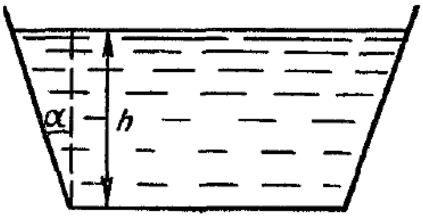
$\rho_{წყ.} = 1 \cdot 10^3$კგ/მ^3;

$p_{ატმ} = 1.01 \cdot 10^5$ნ/მ^2.

ვიპოვოთ: $F - ?$

ამოხსნა: კაშხალზე წარმოებული წნევის ძალა განისაზღვრება ფორმულით: $F = p_{საშ.}S$, სადაც $p_{საშ.} = p_{ატმ} + \frac{1}{2}\rho_{წყ.}gh$, მაშინ ცხადია, რომ: $\boldsymbol{F = \left(p_{ატმ} + \frac{1}{2}\rho_{წყ.}gh\right) lh = 168\ 000\ 000}$**ნ.**

ამოცანა 4. როგორია წნევის ძალა აკვარიუმის კედელზე (ნახ. 4.2), რომლის სიგრძეა 3მ, თუ მისი დახრილობის კუთხეა 30°, ხოლო აკვარიუმის წყლის სიღრმეა 2მ ?
$p_{ატმ} = 1.01 \cdot 10^5 ნ/მ^2$; $\rho_{წყ.} = 1 \cdot 10^3 კგ/მ^3$.



ნახ. 4.2

მოცემულია: $h = 2მ$;
$l = 3მ$;
$\alpha = 30^\circ$;
$\rho_{წყ.} = 1 \cdot 10^3 კგ/მ^3$;
$p_{ატმ} = 1.01 \cdot 10^5 ნ/მ^2$.
ვიპოვოთ: $F-?$

ამოხსნა: აკვარიუმის კედელზე მოქმედი წნევის ძალა გამოითვლება ფორმულით: $F = p_{საშ.}S$, სადაც $p_{საშ.} = p_{ატმ} + \frac{1}{2}\rho_{წყ.}gh$, ხოლო $S = l \cdot \frac{h}{\cos\alpha}$. მაშასადამე,
$$\boldsymbol{F = \left(p_{ატმ} + \frac{1}{2}\rho_{წყ.}gh\right) \cdot l \cdot \frac{h}{\cos\alpha} = 770800ნ.}$$

ამოცანა 5*. როგორ განვსაზღვროთ მყარი, წყალში უხსნადი ნივთიერების კუთრი წონა და სითხის კუთრი წონა სასწორის საშუალებით ?
ამოხსნა: მყარი ნივთიერების კუთრი წონის საპოვნელად, მას წონიან ჰაერში და წყალში. კუთრი წონა განისაზღვრება ფორმულით: $d = \frac{P}{V} = \rho g$,
სადაც P ნივთიერების წონაა ჰაერში, ხოლო V - მისი მოცულობა. ნივთიერების მოცულობა შეგვიძლია გავიგოთ მისი აწონვით წყალში:

$V = \frac{P-P_1}{\rho_1 g}$, სადაც P_1 ნივთიერების წონაა წყალში; $d_1 = \rho_1 g$ - წყლის კუთრი წონა. თუ ჩავსვამთ მოცულობის გამოსახულებას, მყარი ნივთიერების კუთრი წონის ფორმულაში, მივიღებთ რომ
$$\boldsymbol{d = \frac{P}{V} = \rho g = \frac{P}{P-P_1} \cdot \rho_1 g = \frac{P}{P-P_1} \cdot d_1}.$$

სითხის კუთრი წონის საპოვნელად, მასში ჩადებენ მყარ სხეულს და ზომავენ მის წონას წყალში და ჰაერში, პოულობენ ამ წონების სხვაობას: $P_{ჰაერში} - P_{სითხ.}$ იძლევა მყარი სხეულის ჩაძირული მოცულობის სითხის წონას. ჩაძირული ნაწილის მოცულობას ვპოულობთ ფორმულით: $V = \frac{P_{ჰაერში} - P_{წყალში}}{\rho_1 g}$, სადაც $d_1 = \rho_1 g$ - წყლის კუთრი წონა. ამ ფორმულიდან გამომდინარე, მივიღებთ სითხის კუთრ წონას ფორმულით:

$$\boldsymbol{d_{სითხ.} = \rho_{სითხ.} = \frac{P_{ჰაერში} - P_{სითხ.}}{P_{ჰაერში} - P_{წყალში}} \cdot d_1.}$$

ამოცანა 6[*]. დეტალი დამზადებულია რკინისა და ნიკელის შენადნობისაგან. იპოვეთ დეტალის მოცულობის რკინისა და ნიკელის პროცენტული შემადგენლობა, ასევე, დეტალის მოცულობა, თუ დეტალი ჰაერში იწონის 3.42კგძ, ხოლო წყალში - 3.02კგძ.

მოცემულია: $P = 3.42 კგძ = 33.5ნ;$

$P_1 = 3.02 კგძ = 29.6ნ;$

$\rho_{Fe} = 7.9 \cdot 10^3 კგ/მ^3;$

$\rho_{Ni} = 8.5 \cdot 10^3 კგ/მ^3;$

$\rho_1 = 1 \cdot 10^3 კგ/მ^3.$

ვიპოვოთ: $\frac{V_{Fe}}{V} - ?$ $\frac{V_{Ni}}{V} - ?$ $V - ?$

ამოხსნა: რადგან ცნობილია წყლის კუთრი წონა $d_1 = \rho_1 g$, ვიპოვით დეტალის მოცულობას ფორმულით: $V = \frac{P - P_1}{d_1}$ ანუ

$$\boldsymbol{V = \frac{P - P_1}{\rho_1 g} \approx 0.0004 მ^3.}$$

ცხადია, რომ $V_{Ni} = V - V_{Fe}$. რადგან რკინის კუთრი წონაა $\rho_{Fe} g$, ხოლო ნიკელის კუთრი წონა - $\rho_{Ni} g$, შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება:

$$\rho_{Fe} g V_{Fe} + \rho_{Ni} g (0.0004 - V_{Fe}) = P.$$

თუ შევიტანთ ცნობილ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ განტოლებას რკინის მოცულობის საპოვნელად:

$$76440 V_{Fe} + 86240 \cdot (0.0004 - V_{Fe}) = 33.5$$

აქედან გამომდინარე, $V_{Fe} = 0.0001 მ^3$. მაშინ გვექნება, რომ

$$\boldsymbol{\frac{V_{Fe}}{V} = \frac{0.0001}{0.0004} = 0.25 = 25\%.}$$

ანალოგიურად, $V_{Ni} = V - V_{Fe} = 0.0004 - 0.0001 = 0.0003 მ^3$.

მაშასადამე,

$$\boldsymbol{\frac{V_{Ni}}{V} = \frac{0.0003}{0.0004} = 0.75 = 75\%.}$$

ამოცანა 7*. გემი დატვირთვის შემდეგ ჩაეშვა წყალში 1მ სიღრმეზე. როგორია გემის მიერ მიღებული ტვირთი, თუ გემის განივკვეთის ფართობი ვატერლინიის ხაზის დონეზე არის 1800მ^2, ხოლო გემის გვერდითი ბორტები ამ დონეზე ვერტიკალურია.

მოცემულია: $h = 1$მ;

$S = 1800$მ^2;

$\rho = 1.03 \cdot 10^3$კგ/მ^3.

ვიპოვოთ: $P-?$

ამოხსნა: არქიმედის კანონიდან გამომდინარე, ტვირთის წონა ტოლია გემის მიერ გამოდევნილი წყლის წონისა ანუ

$\boldsymbol{P = \rho V g = \rho S h g = 18\ 169\ 200}$**ნ.**

ამოცანა 8*. ზღვაში ცურავს ყინული, რომლის 195მ^{3}მოცულობის ნაწილი წყლის ზემოთაა. განსაზღვრეთ ყინულის მთლიანი მოცულობა და წყალქვეშა ნაწილის მოცულობა.

მოცემულია: V_1 =195მ^3;

$\rho_1 = 0.9 \cdot 10^3$კგ/მ^3;

$\rho_2 = 1.03 \cdot 10^3$კგ/მ^3.

ვიპოვოთ: $V_2-?$ $V-?$

ამოხსნა: არქიმედის კანონიდან გამომდინარე, ყინულის ჩაძირული ნაწილის მოცულობის წყლის წონა, ტოლია მთლიანი ყინულის წონისა:

$\rho_2 V_2 g = \rho_1 (V_1 + V_2) g \Leftrightarrow \boldsymbol{V_2 = \frac{V_1 \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = 1350}$**მ^3.**

მთლიანი ყინულის მოცულობა იქნება:

$\boldsymbol{V = V_1 + V_2 = 1545}$**მ^3.**

ამოცანა 9*. რას იწონის გემი ტვირთთან ერთად, თუ ვატერლინიის გასწვრივ მისი განივკვეთის ფართობი 1200მ^2-ია და მდინარიდან ზღვაში გადასვლისას მისი ჩაძირვის სიღრმე მცირდება 0.15მ-ით ?

მოცემულია: $S = 1200მ^2$;
$h = 0.15მ$;
$\rho_1 = 1.03 \cdot 10^3 კგ/მ^3$;
$\rho_2 = 1 \cdot 10^3 კგ/მ^3$.
ვიპოვოთ: $P-?$

ამოხსნა: არქიმედის კანონის თანახმად, ტვირთიანად გემის წონა უდრის მის მიერ გამოძევებული წყლის წონას ანუ

$P = \rho_1 V_1 g$ სადაც V_1 გამოდევნილი ზღვის წყლის მოცულობაა.

მაგრამ რადგან ტვირთიანი გემის მიერ გამოდევნილი ზღვის წყლის წონა, ტოლია ტვირთიანი გემის მიერ გამოდევნილი მდინარის წყლის წონისა, გვექნება განტოლება:

$\rho_1 V_1 g = \rho_2 (V_1 + Sh) g \Leftrightarrow V_1 = \frac{\rho_2 Sh}{\rho_1 - \rho_2}$.

აქედან გამომდინარე, მივიღებთ რომ

$\boldsymbol{P = \rho_1 V_1 g = \frac{\rho_1 \rho_2 Shg}{\rho_1 - \rho_2} = 60564000}$**ნ.**

ამოცანა 10***.** 60ტ ტვირთის ასაწევად 0.45მ სიმაღლეზე ისარგებლეს ჰიდრავლიკური პრესით, რომლის მარგი ქმედების კოეფიციენტი მ.ქ.კ. 75%-ია. რამდენ ბიჯს გააკეთებს მცირე დგუში, რომლის სვლაცაა 0.2მ, თუ მისი ფართობი 100-ჯერ ნაკლებია დიდი დგუშის ფართობზე.

მოცემულია: $m = 60ტ = 60\,000კგ$;
$h = 0.45მ$;
$\eta = 0.75$;
$l = 0.2მ$;
$S_2 = 100 S_1$.
ვიპოვოთ: $n-?$

ამოხსნა: იმისათვის რომ, განვსაზღვროთ საჭირო ბიჯების n რაოდენობა, უნდა ვიცოდეთ მთლიანი A მუშაობა და ერთ ბიჯზე შესრულებული A_1 მუშაობა. მაშინ $n = \frac{A}{A_1}$. მცირე დგუშის მთლიანი მუშაობაა $A = \frac{A_2}{\eta}$, სადაც $A_2 = Ph$ მცირე დგუშის მთლიანი მუშაობაა. ამიტომ $A = \frac{A_2}{\eta} = \frac{Ph}{\eta}$. ერთ ბიჯზე შესრულებული მუშაობა ტოლია $A_1 = F_1 l$ სადაც F_1

მცირე დგუშის მიერ წარმოებული წნევის ძალაა, რომელიც განისაზღვრება ტოლობიდან: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{100}$ ანუ $F_1 = \frac{F_2}{100}$. მაშინ $A_1 = \frac{F_2}{100} l = \frac{P}{100} l$. რადგან ვიპოვეთ A და A_1, შეგვიძლია ვიპოვოთ საჭირო ბიჯების რაოდენობაც:
$\boldsymbol{n = \frac{A}{A_1} = \frac{Ph \cdot 100}{\eta P l} = 300.}$

ამოცანები დამოუკიდებელი მუშაობისათვის პასუხებით:

ამოცანა 1. რა სიმაღლემდე უნდა ჩავასხათ წყალი ცილინდრულ ჭურჭელში, რომ წნევის ძალა ფსკერზე გაუტოლდეს საშუალო წნევის ძალას კედლებზე ?
პასუხი: წყლის სვეტის სიმაღლე უნდა უდრიდეს ჭურჭლის ფუძის რადიუსს.

ამოცანა 2. ზიარჭურჭლებში ჩასხმულია ვერცხლისწყალი. ვერცხლისწყლის ზევით ერთ ჭურჭელში დაასხეს ნავთი, მეორეში კი ზეთი. ზეთის სვეტის სიმაღლე 0.48მ-ია, ნავთისა - 0.2მ. იპოვეთ ვერცხლისწყლის დონეთა სხვაობა ზიარჭურჭელში, თუ ვერცხლისწყლის სიმკვრივეა 13600კგ/მ^3, ხოლო ნავთისა და ზეთის - 800კგ/მ^3.
პასუხი: 0.017მ.

ამოცანა 3. აისბერგი ცურავს ზღვაში. ზღვის ზემოთა ნაწილის მოცულობაა 150მ^3. იპოვეთ აისბერგის მასა, თუ ყინულის სიმკვრივეა 900კგ/მ^3, ხოლო ზღვის წყლისა - 1030კგ/მ^3.
პასუხი: 1.07$\cdot$ 10^{6}კგ.

ამოცანა 4. ხის 1კგ მასის ხის ნაჭერზე წაბმულია ძაფით რკინის ნაჭერი და ჩაკიდულია წყალში. სისტემა წონასწორობაშია. იპოვეთ რკინის ნაჭრის მასა, თუ ხის სიმკვრივეა 700კგ/მ^3 და რკინის - 7800კგ/მ^3.
პასუხი: 0.49კგ.

ამოცანა 5. რა P_0 წნევით უნდა აწოდებდეს წყლის საქაჩი წნევას სარდაფში, თუ გვინდა რომ h =200მ შენობის ზემო სართულზე წყალგაყვანილობის მილებში წნევა იყოს არანაკლებ P =150 000პა ?

პასუხი: $P_0 = P + \rho gh \approx 2.11 \cdot 10^6$პა.

ამოცანა 6. გემის წყალქვეშა ნაწილში კორპუსის კედელზე, ზღვის დონიდან h =3მ სიღრმეზე წარმოიქმნა S =5სმ^2 ფართობის ნახვრეტი. რა F ძალაა საჭირო რომ შიგნიდან შევაკავოთ წყლის შემოსვლა გემის კორპუსში ?

პასუხი: $F = \rho ghS \approx 14.7$ნ.

ამოცანა 7. რამდენი პროცენტით გაიზრდება $m_1 = 75$კგ მასის ადამიანის წნევა იატაკზე, თუ ის ხელში აიყვანს $m_2 = 6$კგ მასის ბავშვს ?

პასუხი: $\eta = \frac{m_2}{m_1} \cdot 100\% = 8\%$.

ამოცანა 8. ჰიდრავლიკური წნეხის დიდი დგუშის ფართობია 180სმ^2; ის მოქმედებს 18000ნ ძალით. მცირე დგუშის ფართობია 4სმ^2. რა ძალით მოქმედებს მცირე დგუში წნეხში ზეთზე ?

პასუხი: 400ნ.

ამოცანა 9. ცილინდრული ფორმის ჭურჭელში ჩასხმულია ვერცხლისწყალი, ნავთი და წყალი თანაბარი მოცულობით. იპოვეთ ჭურჭლის ფსკერზე წარმოებული წნევა, თუ ნავთის ზედა ზედაპირიდან ფსკერამდე მანძილი 12სმ-ია, ატმოსფერული წნევა კი - 10^5 პა.

პასუხი: $p = p_0 + \frac{1}{3} gh(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) \approx 1.06 \cdot 10^5$პა.

ამოცანა 10. m მასის შაიბა ცურავს სითხეში. შაიბის ფუძის ფართობია S. იპოვეთ სითხის მიერ შაიბის ქვედა ზედაპირზე წარმოებული წნევა, თუ ატმოსფერული წნევაა p_0.

პასუხი: $p = p_0 + \frac{mg}{S}$.

V თავი. დრეკადობის თეორია

განსაზღვრება. სხეულის უნარს, მოქმედი ძალების მოქმედების მოხსნის შემდეგ, აღიდგინოს თავისი პირვანდელი მდგომარეობა, **დრეკადობა** ეწოდება.

განსაზღვრება. ისეთ სხეულებს, რომლებიც ვეღარ აღიდგენენ ძალების მოხსნის შემდეგ თავის საწყის ფორმას, **პლასტიკური** ეწოდება.

მაგალითად, ა) დრეკადობის ძალის წარმოქმნასთანაა დაკავშირებული, გარე ძალის მოქმედების შედეგად, ზამბარის გაჭიმვა ან შეკუმშვა; ბ) დრეკადობის ძალის მოქმედების შედეგად წარმოიქმნება საყრდენის რეაქციის ძალა, მასზე ტვირთის მოთავსებისას.

დრეკადობის ძალის წარმოქმნა დაკავშირებულია სხულის **დეფორმაციასთან.**

განსაზღვრება. გარე ძალების მოქმედების შედეგად, სხეულის ფორმის ან ზომების ცვლილებას **დეფორმაცია** ეწოდება.

დეფორმაციის სიდიდე დამოკიდებულია დრეკადობის ძალის სიდიდეზე.

როგორც დიდმა ინგლისელმა მეცნიერმა **რობერტ ჰუკმა დაადგინა: მცირე დეფორმაციების შემთხვევაში,** დამოკიდებულება **დეფორმაციის სიდიდესა** და **დრეკადობის ძალას** შორის **პირდაპირპროპორციულია ანუ**

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{kx}. \tag{5.1}$$

ამ ფორმულას **ჰუკის კანონს** უწოდებენ.

ჰუკის კანონში F დრეკადობის ძალაა, ხოლო x დეფორმაცია, მინუს ნიშანი, მიუთითებს იმ ფაქტზე, რომ თუ, ადგილი აქვს მაგალითად, გარე ძალის მოქმედების შედეგად, ზამბარის გაჭიმვას, მაშინ ზამბარის დეფორმაციის შედეგად, მასში აღიძვრება დრეკადობის ძალა, რომელიც ეწინააღმდეგება გაჭიმვას და მაშასადამე, ზამბარის დეფორმაციის (წაგრძელების) მიმართულების საწინააღმდეგოდაა მიმართული, ზუსტად ასევე, თუ ადგილი აქვს გარე ძალის მოქმედების შედეგად, ზამბარის შეკუმშვის დეფორმაციას, მაშინ ზამბარაში აღძრული ძალა ცდილობს დააბრუნოს ზამბარა წონასწორულ მდგომარეობაში და შესაბამისად, მიმართულია კვლავ დეფორმაციის საპირისპირო მიმართულებით, $\boldsymbol{k}$ დრეკადი მასალი სიხისტის მაჩვენებელია და დამოკიდებულია დეფორმირებული სხეულის მასალის გვარობაზე.

განვიხილოთ l_0 საწყისი სიგრძის ძელის **გაჭიმვა-შეკუმშვის დეფორმაცია,** ვთქვათ დეფორმაციის შედეგად, ძელის ახალი სიგრძეა l_1. მაშინ სხვაობა $\Delta l = l_1 - l_0$ შეესაბამება დრეკადი ძელის დეფორმაციას.

ცხადია, რომ **ძელის გაჭიმვის შემთხვევაში $\Delta \boldsymbol{l} > \mathbf{0}$** და ეს დეფორმაცია იძლევა, ძელის **აბსოლუტური წაგრძელების სიდიდეს,** ხოლო თუ $\Delta l < 0$, მაშინ საქმე გვაქვს შეკუმშვის დეფორმაციასთან.

პრაქტიკაში, განიხილება რამდენიმე ტიპის დეფორმაცია:

ა) **გაჭიმვა-შეკუმშვის დეფორმაცია;**

მაგალითად: შენობათა საყრდენი სვეტები შეკუმშვის დეფორმაციას განიცდიან, მანქანის რესორები გაჭიმვა-შეკუმშვის დეფორმაცია განიცდიან და ა.შ.

ბ) **ღუნვის დეფორმაცია;**

მაგალითად: მშვილდ-ისრის სიმი**,** მატარებლის ლიანდაგები, ვანტური ხიდის ბაგირები, საბურავები და ა.შ

გ) ძვრის დეფორმაცია;

მაგალითად: ლითონის ფურცლის მაკრატლით ჭრისას, მასალის სხვადასხვა ფენა განიცდის ძვრის დეფორმაციას, თაღური ტიპის კაშხალი წყლის დაწნევის შედეგად იწვევს ძვრის დეფორმაციას და ა.შ.

დ) **გრეხვის დეფორმაცია;**

მაგალითად: ჭანჭიკების და ქანჩის მოჭერისას გვაქვს გრეხვის დეფორმაცია.

ფიზიკის სასკოლო კურსში განიხილება მხოლოდ გაჭიმვა-შეკუმშვის მცირე დეფორმაციები.

ცხადია, რომ ზემოთ მოყვანილი მსჯელობიდან გამომდინარე, ჰუკის კანონი (5.1) შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგი ფორმით:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{k}|\Delta \boldsymbol{l}|. \tag{5.2}$$

მცირე ეწოდება დეფორმაციას, თუ

$$|\Delta \boldsymbol{l}| \ll l_0. \tag{5.3}$$

ცხადია რომ, ჰუკის კანონი შეგვიძლია ჩავწეროთ აგრეთვე, შემდეგნაირად:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{k}|\boldsymbol{x}|. \tag{5.4}$$

შეკუმშული ზამბარის პოტენციური ენერგია გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$\boldsymbol{E}_{პოტ} = \frac{\boldsymbol{kx^2}}{\mathbf{2}}. \tag{5.5}$$

ახლა განვიხილოთ ამოცანები თემაზე: დრეკადობის თეორია.

ამოცანა 1. გვაქვს ორი დინამომეტრი, ერთი მათგანი ზომავს 5ნ - მდე ძალას, ხოლო მეორე კი 2.5 ნ - მდე ძალას. ორივე დინამომეტრის ზამბარის სიგრძე ერთნაირია და უდრის 60სმ-ს. იპოვეთ ამ ორი დინამომეტრის ზამბარათა სიხისტის კოეფიციენტები.

ამოხსნა:

მოც. $F_1 = 5ნ; F_2 = 2.5ნ;$

$|\boldsymbol{x}|_1 = |\boldsymbol{x}|_2 = 60სმ = 0.06მ.$

$k_1 -?\ k_2 -?$

$$k_1 = \frac{F_1}{|x|_1} = \frac{5ნ}{0.06მ} \approx \mathbf{83}\,\frac{ნ}{მ};$$
$$k_2 = \frac{F_2}{|x|_2} = \frac{2.5ნ}{0.06მ} \approx \mathbf{42}\,\frac{ნ}{მ}.$$

ამოცანა 2. სიბრტყეზე ძევს 2კგ მასის სხეული, სხეულზე გამობმულია ზამბარა, რომელზედაც მოდებულმა ჰორიზონტალურმა ძალამ გამოიწვია ზამბარის წაგრძელება 1სმ - ით. იპოვეთ სხეულის აჩქარება, თუ ზამბარის სიხისტის კოეფიციენტია 100ნ/მ. სხეულსა და ზედაპირს შორის ხახუნის ძალა არაა.

ამოხსნა:

მოც. $m = 2კგ;$

$k = 100ნ/მ;$

$|x| = 1სმ = 0.01მ$

$a -?$

$$F_{დრ.} = k|x| = ma \Leftrightarrow a = \frac{k|x|}{m} = \frac{100ნ \cdot 0.01მ}{2კგ} = \mathbf{0.}\frac{\mathbf{5მ}}{\mathbf{წმ^2}}.$$

ამოცანა 3. ორი ზამბარა რომელთა სიხისტეებიცაა $\boldsymbol{k_1} = \mathbf{800ნ/მ}$ და $\boldsymbol{k_2} = \mathbf{500ნ/მ}$, შეერთებულია პარალელურად. იპოვეთ ასეთი სისტემის სიხისტე.

ამოხსნა:

მოც. $\boldsymbol{k_1} = \mathbf{800ნ/მ};$

$\boldsymbol{k_2} = \mathbf{500ნ/მ}.$

$\boldsymbol{k} -?$

$$F_1 = k_1x;\ \ F_2 = k_2x;\ \ \ F_1 + F_2 = kx;\ ე.ი.\ k_1x + k_2x = kx \Leftrightarrow \boldsymbol{k} = \boldsymbol{k_1} + \boldsymbol{k_2}.$$

$\boldsymbol{k = 800 + 500 = 1300}$**ნ/მ.**

ამოცანა 4. მიმდევრობით შეაერთეს ერთმანეთთან ორი ზამბარა, რომელთა სიხისტეებიც შესაბამისად არიან: $\boldsymbol{k_1 = 160}$ნ/მ და $\boldsymbol{k_2 = 240}$ნ/მ. იპოვეთ, მიღებული სისტემის სიხისტის კოეფიციენტი.

ამოხსნა:

მოც. $\boldsymbol{k_1 = 160}$**ნ/მ;**

$\boldsymbol{k_2 = 240}$**ნ/მ.**

$\boldsymbol{k}-?$

მიმდევრობითი შეერთებისას, ზამბარებზე მოდებული F ძალა ერთნაირია. ეს ძალა პირველ ზამბარას წააგრძელებს x_1 სიდიდით, ხოლო მეორე ზამბარას კი x_2 სიდიდით. ზამბარების ჯამური წაგრძელება იქნება: $x = x_1 + x_2$. მაშინ მივიღებთ, რომ

$$k = \frac{F}{\frac{F}{k_1}+\frac{F}{k_2}} \Leftrightarrow \boldsymbol{k = \frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}}.$$

თუ, შევიტანთ რიცხვით მონაცემებს, მივიღებთ რომ

$$\boldsymbol{k = \frac{160 \cdot 240}{160+240} = 96}\text{ნ/მ.}$$

ამოცანა 5. რომელ შემთხვევაში სრულდება ზამბარის გაჭიმვისას მეტი მუშაობა და რამდენჯერ, როცა ძალა იზრდება ნულიდან 40 ნ - მდე, თუ, როცა იზრდება 40ნ - დან 60ნ - მდე ?

ამოხსნა:

მოც. $F_0 = 0$ნ; $F_1 = 40$ნ;

$F_2 = 60$ნ.

$\frac{A_{12}}{A_{01}}-?$

$$A_{12} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2};\ A_{01} = \frac{kx_1^2}{2};$$

მაშინ, ცხადია რომ $\frac{A_{12}}{A_{01}} = \frac{\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}}{\frac{kx_1^2}{2}} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_1^2} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 - 1 = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 - 1;$

მაშასადამე, $\boldsymbol{\frac{A_{12}}{A_{01}} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 - 1 = \left(\frac{60}{40}\right)^2 - 1 = 1.25.}$

ამოცანა 6. ზამბარიანი პისტოლეტიდან გაისროლეს 50გ მასის ტყვია. რა სიჩქარეს მიიღებდა ტყვია, თუ, თავიდან ზამბარა იყო შეკუმშული 3სმ - ით და მისი სიხისტეა 500ნ/მ.

ამოხსნა:

მოც. $m = 50$გ$= 0.05$კგ; $k = 500$ნ/მ;

$x = 3$სმ$= 0.03$მ.

$v - ?$

შეკუმშული ზამბარას პოტენციური ენერგია იყო: $E_{პოტ} = \frac{kx^2}{2}$; ეს ენერგია გარდაიქმნება ტყვიის კინეტიკურ ენერგიად: $E_{კინ} = \frac{mv^2}{2}$. მაშასადამე, შეგვიძლია შევადგინოთ განტოლება:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}}.$$

თუ შევიტანთ რიცხვით მნიშვნელობებს, მივიღებთ რომ

$$\boldsymbol{v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.03 \cdot \sqrt{\frac{500}{0.05}} = 3}\textbf{მ/წმ.}$$

სარჩევი