

ა. ცინცაძე

**კუმანიტარულ-ტექნიკური
მეთოდოლოგია
სახელმწიფოს მართვაში**



**გამომცემლობა „აზრი“
თბილისი-1997**

განხილული და მოწონებულია, როგორც დამხმარე სახელმძღვანელო საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ფაკულტეტის საბჭოს მიერ, ამავე ფაკულტეტის მაგისტრატურის სტუდენტთათვის.

რეცენზენტი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის „ტექნიკური ექსპერტიზისა და ეკონომიურ პროცესთა მათემატიკური მოდელირების“ კათედრა; დოქტორი, პროფესორი ბ. ჩაჩანიძე.

რედაქტორი: ოთარ კიკილაშვილი

67. 99 (2) 1

342.3

ც 661

მონოგრაფიაში შემთხვევით პროცესთა ანალიზისა და მოდელირების კლასიკური მათემატიკური აპარატს გვერდით მოცემულია მოდელირების – ადაპტური იდენტიფიკაციის ბაზაზე დამუშავებული ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოლოგია. ადაპტური იდენტიფიკაცია ქართული კიბერნეტიკული სკოლის პირმშოა. იგი გამოცდილია ათობით ეკონომიურ და სამრეწველო ობიექტზე, გავლილი აქვს საერთაშორისო ექსპერტიზა და წარმატებით გამოიყენება განვითარებული ქვეყნების საინფორმაციო სისტემებში.

რ ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის გამოყენებით შეიძლება გადაწყდეს სახელმწიფოს უმნიშვნელოვანესი რაოდენობრივი მახასიათებლების სტრატეგიული პროგნოზისა და ანალიზის ამოცანები.

აპზორისაგან

მადლობა მინდა ვუთხრა ჩემი პირველი მეცნიერული კვლევების ხელმძღვანელს ბ-ნ შალვა ლელაშვილს, ადაპტური იდენტიფიკაციის ფუძემდებელს, ამ წიგნში მოცემული მრავალი იდეისა და ალგორითმის თანაავტორს.

მადლობა მინდა ვუთხრა აკადემიკოს გონა ჩოგოვაძეს პრობლემისა და სადისერტაციო ნაშრომის ხელმძღვანელს, ჩემთვის მუდამ მისაბამ ადამიანს მისი დაუღალაყი ახლის ძიებით, ოპტიმიზმითა და პროგრესულობით.

მადლობა მინდა ვუთხრა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის რექტორს, პროფესორ რამაზ ხუროძეს, ვისი უშუალო მხარდაჭერითა და თანადგომით ხორცი შეესხა ნაშრომში მოცემულ უმთავრეს იდეას.

მადლობა მინდა ვუთხრა ყველა თანამოაზრეს, ვისთანაც ოცდახუთწლიანი თანამშრომლობის უმთავრესი შედეგები ამ წიგნშია თავმოყრილი.

წინამდებარე მონოგრაფია მოკრძალებული ცდაა დაყარწმუნო მკითხველი, რომ პუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია (რომელიც ქართული სამეცნიერო სკოლის მიერ დამუშავდა), რთული ობიექტების მოდელირებისა და პროგნოზის პრობლემის გადაწყვეტის საუკეთესო გზაა.

ბუნებრივია, ამ მიმართულებით გადადგმული პირველი ნაბიჯები არაა სრულყოფილი; ოგი კვლავ მოელის თავის მკვლევარებს. მითუმეტეს, საშურად მივინიეთ ამ მონოგრაფიის გამოცემა; და სწორედ ამიტომ ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკაში, მათემატიკური მოდელირების თეორიაში განსწავლულ მკითხველს გზას ვულოცავ სრულიად ახალ, პუმანიტარულ-ტექნიკურ მეთოდოლოგიაში.

სარჩევი

1. წინასიტყვაობა	8
2. შესავალი.....	10
3. თავი 1. ალბათურ-სტატისტიკური ტიპური მოდელები ...	20
4. §1.1 შემთხვევით პროცესთა მოდელები.....	22
5. §1.2 შემთხვევით პროცესთა ალბათური მოდელები.....	25
6. §1.3 მათემატიკური სტატისტიკის მოდელები	33
7. §1.4 შეფასების თეორიის მოდელები	35
8. §1.5 უმცირეს კვადრატთა მეთოდი მოდელირებაში	38
9. §1.6 რეგრესიული და დისპერსიული ანალიზის მოდელები	44
10. §1.7 შემთხვევით პროცესთა სტატისტიკური მოდელები...	53
11. თავი 2. ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია.....	57
12. თავი 3. პროგნოზის მრავალსაფეხურიანი აღგორითმები	89
13. §3.1 პროგნოზის ორსაფეხურიანი აღგორითმი.....	91
14. §3.2 გამოკვეთილი ტრენდის პროგნოზის ორსაფეხურიანი აღგორითმი.....	107
15. §3.3 პარამეტრთა ცვილების პროგნოზის ორ- და სამსაფეხურიანი აღგორითმები	111
16. §3.4 პროგნოზის სამსაფეხურიანი განზოგადებული აღგორითმი.....	117
17. თავი 4. ადაპტურ, განსწავლად აღგორითმთა კოლექტივები.....	120

18. თავი 5. ფაქტორული ანალიზი იდენტიფიკაციაში	139
19. თავი 6. ექსპერიმენტული კვლევის შედეგები.....	164
20. §6.1 ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის გამოყენება განათლების სისტემის კვლევაში	166
21. §6.2 ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია ეკონომეტრიკაში	174
22. §6.3 ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია ეკოლოგიაში	180
23. ლიტერატურა	183

წინასწარმეტყველება

მართვის თვალსაზრისით სახელმწიფო ურთულესი ობიექტია. მრავალდონიანი მართვის პარალელური სტრუქტურები, ურთულესი სოციალურ-ეკონომიკური, შიგა და გარე პოლიტიკური პროცესები აძნელებენ ანალიზსა და პროგნოზს, დაგეგმვასა და მართვას.

ჯერ კიდევ 60-იანი წლების დასაწყისში ამერიკელმა მეცნიერებმა ეკონომიკა და ვინერმა აჩვენეს, რომ სახელმწიფოს მართვის პრობლემა პრინციპიალურად არ განსხვავდება ტექნიკური სისტემების მართვის პრობლემებისაგან. მათ აქვთ საერთო მდგრადობის და სტაბილიზაციის, მართვის დინამიკის უზრუნველყოფის, გადაწყვეტილების მიღების საკითხები და ა. შ. ალბათ, სწორედ ამიტომაც 70-იან წლებში აშშ-ის სახელმწიფოს მართვის აპარატებში 70% კიბერნეტიკული განათლების მქონე სახელმწიფო მართვის მოხელეები მოღვაწეობდნენ.

ამ ურთულესი ობიექტისათვის გლობალური ამოცანის გადაწყვეტა ტექნიკური სისტემის მსგავსად ინფორმაციის დიდი მოცულობისა და შემოსაზღვრული გამოთვლითი რესურსების გამო, ალბათ, შეუძლებელია და მიზანშეუწონელიც. მეორეს მხრივ, გარკვეული სპექტრის ლოკალური ამოცანების გადაწყვეტა სავსებით რეალურია და გადაადვილების გლობალური კვაზიოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღებას. პირველ რიგში შეიძლება გადაწყდეს სახელმწიფოში მიმდინარე პროცესების რაოდენობრივი მახასიათებლების ანალიზისა და პროგნოზის ამოცანები. ბუნებრივია ეს ამოცანები ქვეყნის საინფორმაციო სისტემაში უნდა წყდებოდეს და მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია მთლიანი საინფორმაციო სისტემის ფუნქციონალურ მახასიათებლებზე. გადაწყვეტის მათემატიკურ აპარატს თვით ობიექტისა და სისტემის თავისებურებებიდან გამომდინარე გარკვეული მოთხოვნები წაეყენება. „საქართველოში საინფორმაციო სისტემა, ძირითადად ჩამოყალიბდა კომუნისტური

მმართველობის ბოლო ათწლეულებში. ის მორგებული იყო საგეგმო, ცენტრალიზებულ მმართველობის სისტემასთან... დაფუძნებული იყო მონაცემთა დამუშავების მოძველებულ პროგრამულ ბაზაზე და არ აკმაყოფილებდა საერთაშორისო სტანდარტებს. ახალ პირობებში ცხადი გახდა, რომ ძველი საინფორმაციო სისტემა არ შეესაბამება თანამედროვე მოთხოვნებს. დაიწყო /და ახლაც გრძელდება/ სისტემის მოდიფიკაციის მცდელობები“, – წერენ „საქართველოს სახელმწიფო მართვის სისტემის რეფორმის პროგრამაში“ /ნაწილი I – სტრატეგია, თბილისი 1995 წ./ მისი ავტორები.

ნაშრომში შემოთავაზებული მეთოდოლოგია ორ ათეულ წელზე მეტი ხნის განმავლობაში საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მართვის სისტემების ინსტიტუტსა, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მართვის სისტემების კათედრასა და ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ ინსტიტუტში მუშავდებოდა. იგი აპრობირებულია ათობით ეკონომიკურ და სამრეწველო ობიექტზე, გავლილი აქვს საერთაშორისო ექსპერტიზა და წარმატებით გამოიყენება განვითარებული ქვეყნების საინფორმაციო სისტემებში. იმედი უნდა ვიქონიოთ, რომ ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის უმნიშვნელოვანესი პრიორიტეტები კლასიკურ, ტიპიურ მიდგომასთან მიმართებაში ეჭვს არ ტოვებს სახელმწიფოს საინფორმაციო სისტემაში მისი გამოყენების მიზანშეწონილობაზე.

საქართველოს მეცნიერების თეორიულ სკოლას საბჭოთა პერიოდში მრავალი ღირშესანიშნავი მიღწევა ჰქონდა. პრობლემა თეორიული შედეგების პრაქტიკაში დანერგვა გახლდათ. დღეს, როცა არსებობს პრაქტიკული დაინტერესების წინაპირობა, სასურველია, ძველ თეორიულ მიღწევებს გამოყენებითი თვალსაზრისით შევხედოთ. წინამდებარე წიგნი სწორედ ერთ-ერთი ასეთი ცდათაგანია.

შესავალი

სამეცნიერო ტექნიკური პროგრესი, საზოგადოებრივი წარმოების ზრდა, ტექნიკური სისტემების გართულება და ტექნოლოგიური პროცესების დაჩქარება, ჰუმანიტარულ მეცნიერებათა კვლევისა და ჰუმანიზაციის პროცესის არეალის გაფართოება, იწვევდა და იწვევს ინფორმაციული ნაკადების პროგრესულ ზრდას. ინფორმაციულმა გაჯერებამ თავისი კვალი დაამჩნია გადაწყვეტილების მიღების ხარისხსა და მისი შესრულების ოპერატიულობას. ამ ნაკადების შეფასება, ანალიზისა და ორგანიზაციის გარეშე შეუძლებელია გადაწყდეს კვლევის ობიექტის მოდელირებისა და აქედან გამომდინარე მისი ეფექტური მართვის, დაგეგმვისა და პროგნოზის პრობლემა.

დამატებით წინააღმდეგობას ქმნის თანამედროვე ურთულეს ჰუმანიტარულ და ტექნიკურ პროცესთა შესახებ არასრული ინფორმაცია და მათი არასტაციონარობა, ტექნიკური და ტექნოლოგიური მართვის /ან ნაკეთობის ხარისხისადმი/ წაყენებული მოთხოვნების განუხრელი ზრდა, დროის რეალურ მასტაბში მუშაობის აუცილებლობა, ჰუმანიტარული პროცესების აღწერის ადექვატურობისადმი წაყენებული მზარდი მოთხოვნები და ა. შ. ასეთი დონის განზოგადებული ამოცანების გადაწყვეტა ითხოვს ტექნიკურ საშუალებათა სრულყოფას. ამდენად XX საუკუნის მეორე ნახევარში ძირითადი აქცენტირება სწორედ ამ უკანასკნელი პრობლემის გადაწყვეტაზე იყო გამახვილებული. უკანასკნელ წლებში ტექნიკური უზრუნველყოფის მიღწეულმა დონემ დასმულ პრობლემათა დღევანდელობის მისაღები სიზუსტით გადაწყვეტის შესაძლებლობა შექმნა. ამდენად ძირითადი ყურადღება სისტემის თეორიულ, მეთოდოლოგიურ საფუძველზე გადავიდა, რომელიც განსაზღვრავს სისტემის ეფექტურობასა და ღირებულებას. აქედან ბუნებრივია დაეასკვნათ, რომ მეცნიერული კვლევის თეორიულ-მეთოდოლოგიური, ფუნდამენტური საფუძველები თვისობრივად ახალი დონის მოთხოვნებს უნდა პასუხობდნენ.

ყოველივე ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე პრობლემური ხდება ასეთი, ვუწოდოთ პირობითად ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ გადაკვეთაზე გამოსადეგი, თეორიულ-მეთოდოლოგიური კვლევის საფუძვლების შერჩევის საკთხი, რადგან იგი თავის თავში უნდა ატარებდეს ორივე ამ მდგენელის ყველა პოზიტიურ შესაძლებლობას.

ეს მოთხოვნები პირველ რიგში გარემოზე ზემოქმედების გარეშე, მისი ნორმალური ფუნქციონირების დაურღვევლად მეცნიერული წვდომის მაქსიმალური ეფექტურობის მიღწევის სურვილიდან გამომდინარეობენ. ობიექტის მეცნიერული კვლევის, წვდომის და შემეცნების მეთოდოლოგიური საფუძველი თანამედროვე აღბათობის თეორიას და მათემატიკური სტატისტიკას დაფუძნებული მოდელირების თეორიაა.

მათემატიკური მოდელირება მოდელირების ერთ-ერთი უახლესი მიმართულებაა. იგი საშუალებას იძლევა ობიექტის ნორმალური ფუნქციონირებისას ობიექტის შესავალი და გამოსავალ სიდიდეთა ცოდნით, ფორმალიზებულად, მათემატიკურად აღვწეროთ მათ შორის კავშირი. ფაქტიურად ობიექტი წარმოდგენილია, როგორც შეულწევადი მოწყობილობა ე. წ. „შავი ყუთი“, რომლის შესახებაც მხოლოდ აღმშფოთი ზეკმედებები /მიზეზი/ და მისი რეაქცია /შედეგი/ არის ცნობილი. მათემატიკური მოდელირება მიზნად არ ისახავს ამ მიზეზ-შედეგობრივი კავშირის ანალიზს, არამედ კმაყოფილდება მისი მხოლოდ რაოდენობრივი მხარის ფორმალიზებული ურთიერთკავშირების შეფარდებით. ტექნიკური კიბერნეტიკის ეს მიმართულება თანამედროვე ფილოსოფიის ერთი განშტოების – ბიჰევიორიზმის საფუძველზეა წარმოშობილი. ბიჰევიორიზმი მიზნად ისახავდა ცოცხალი ორგანიზმების მიზეზ-შედეგობრივი კავშირის შეფასებას, რათა ამ საფუძველზე შემდგომ პროგნოზი გაეკეთებინა, გამოეცნო ახალ გაღიზიანებებზე ცოცხალი ორგანიზმის რეაქცია. ფაქტიურად ამ ორთოდოქსალური იდეალიზმის მიმართულება ცოცხალი ორგანიზმების /და მათ შორის ადამიანის/ მართვისათვის იყო გამიზნული. ფილოსოფიაში სწრაფად აღმოჩნდა ამ მიმართულების

და მისი მიდგომის მცდარობა, მაგრამ კიბერნეტიკამ მთელი სისრულით წარმოაჩინა, რომ ე. წ. „შავი ყუთის“ მეთოდი წარმატებით შეიძლება გამოყენებული იქნას ობიექტში მიმდინარე პროცესთა რაოდენობრივი კავშირების დახასიათებისათვის.

თუ გარკვეული წინასწარი სტატისტიკის საფუძველზე შეფასებულია ობიექტის რაოდენობრივი კავშირები, საშუალება გვაქვს ყოველი ახალი ზექმედებისათვის „ვიწინასწარმეტყველოთ“ ობიექტის რეაქცია, რაც შემდგომი დაგეგმვის და მართვის საფუძველად შეიძლება იქცეს. დღეისათვის მათემატიკურ მოდელირებაში გამოყენებული მრავალი მეთოდი ან ალგორიმი სრულიადაც ვერ აკმაყოფილებს თანამედროვე მოთხოვნებს. მნიშვნელობა არ აქვს სად იქნება მოდელირების მათემატიკური აპარატი გამოყენებული ტექნიკურ სისტემებში, ჰუმანიტარულ მეცნიერებათა ანალიზში თუ მეცნიერების ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ სფეროში, მათემატიკური აპარატისადმი წაყენებული მოთხოვნა – ეკოლოგიურად სუფთა სისტემის აგება და შესაბამისი მათემატიკური უზრუნველყოფის შერჩევაა.

ფაქტიურად, ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მოდელირების იმ ნაწილს ირჩევს და მოიცავს, რომელიც ამ მოთხოვნას აკმაყოფილებს.

მათემატიკური უზრუნველყოფის განვითარების დღევანდელი დონე დიდ არჩევანის შესაძლებლობას იძლევა. იქმნება ილუზია, რომ ტექნოლოგიურ პროცესებთან შედარებით გაცილებით არააქტუალურია ტექნოლოგიური სისტემების ფუნქციონირებით, მითუმეტეს მისი მათემატიკური აპარატით წარმოქმნილი. ეკოლოგიური საფრთხე. დეტალური ანალიზი კი საპირისპირო სურათს იძლევა. ტექნიკური სისტემები, როგორც ავტომატიზაციის სხვა მდგენელები ზრდიან სიცოცხლის ტემპს, ადამიანურ მანქანურ სისტემებში ინდივიდის დატვირთვას. როგორც IFAC-ის 25 წლისთავისადმი მიძღვნილ კოლოკვიუმზე აღინიშნა „ეს არის ბიოსფეროს რიტმში ჩარევა, რომ არაფერი ვთქვათ გარემოს დაჭუჭყიანებაზე. თავის მხრივ ბიოსფერო უკუკავშირის საფუძველზე მოქმედებს ადამიანის ორგანიზმზე, იწვევს დაავადების მნიშვნელოვან ზრდას“. გა-

მოსავალი – ისეთი მათემატიკური აპარატის შერჩევაა, რომლის საფუძველზე აგებული ტექნიკური სისტემა ორგანულად ჩაეწერება გარემოს ნორმალურ ტემპში, შეერწყმის მას და არ იწვევს შინაგანი, ზოგჯერ უხილავი ბიორითმების არითმიას. ჰუმანიზაციის ასეთი პირობების დაკმაყოფილება საკმაოდ ამცირებს გამოსადეგი მათემატიკური აპარატის არჩევანს. ადვილად იძებნება პარალელი ასეთ მათემატიკურ აპარატსა და ბიოსისტემის ქმედების ალგორითმს შორის.

როგორც ვხედავთ საძებნ მათემატიკურ აპარატსა და ბიოსისტემას მუშაობის პირობებიცა და წაყენებული მოთხოვნებიც ადექვატური აქვთ. აქედან გამომდინარე შერჩეული მოდელების ალგორითმებს ცოცხალი ორგანიზმების ის უმთავრესი თვისებები უნდა გააჩნდეს, რომლებიც აღნიშნულ პირობებში წაყენებული მოთხოვნების დაკმაყოფილებას განაპირობებენ:

1. ადაპტაცია,
2. განსწავლადობა,
3. ცდომილებათა თვითკორექტირება.

ადაპტაციის თვისება ობიექტის ცვალებად მახასიათებლებთან შეგუებას უზრუნველყოფს.

განსწავლადობა – მიმდინარე ინფორმაციის გადამუშავებასა და გადაწყვეტილების თანდათანობით, იტერაცულად მიღწევას.

ცდომილებათა თვითკორექტირება კი – დაშვებული ცდომილებების ელიმინირებას.

მოდელების პრობლემა მოიცავს სახეთა ამოცნობის, იდენტიფიკაციის, სრული იდენტიფიკაციის და პროგნოზის მდგენელებს. ბიოსისტემა ც ძირითადად არაცნობიერ დონეზე მუდმივად წყვეტდა და წყვეტს ჩამოთვლილ ამოცანებს. ცოდნა და გამოცდილება ბუნებაში არსებული კანონზომიერებების შესახებ შეიძინება არა მხოლოდ წინასწარარსებული /აპრიორული/ დონის ათვისებით, არამედ კორექტირდება და შეივსება ინფორმაციული ნაკადების მიზეზ-შედეგობრივი ანალიზით. ამ კანონებსა და კანონზომიერებებზე დაყრდნობით, არსებული სიტუაციის /აწმყოს/ გათვალისწინებით ცო-

ცხალ ორგანიზმებს შეუძლიათ ამა თუ იმ სიზუსტით მომავლის მოდელირება და მათ შორის განსხვავების /განთახმების/ შესაბამისად თავიანთი ქმედების კორექტირება. მაღალგანვითარებულ ბიოსისტემას ძალუძს მოახდინოს სიტუაციებისა და ობიექტების კლასიფიკაცია, ანუ წყვეტს სახეთა ამოცნობის ამოცანას. მას შეუძლია გარკვეულ დონეზე პროცესის მიზეზ-შედეგობრივი ანალიზით ობიექტის შიგა კანონზომიერებების შეფასება, იდენტიფიკაცია და მასზე დაყრდნობით პროცესის ან მოვლენათა განვითარების პროგნოზი. ამგვარად მაღალგანვითარებულ ბიოსისტემას აქვს მოდელირების ბუნებრივი თვისებები და ის ევოლუციამ შექმნა. მუტაციის პროცესში სტრუქტურის, თვისებებისა და შესაძლებლობების ნორმიდან გადახრიდან ფიქსირდება და მემკვიდრეობაში გადადის ხელსაყრელი ცვლილებები, რომლებიც ზრდიან ბიოსისტემის სიცოცხლისუნარიანობას. თუ მუტაციის დროს წარმოიშვა /აღტემის რომელიმე ამ სფეროში/ თუნდაც სულ მცირე პროგრესი, ორგანიზმი გამოიყენებს მას და სრულყოფს შემდგომი ევოლუციის პროცესში. ბიოსისტემა აღქმის და წინდახედვის უკეთესი შესაძლებლობებით შეძლებს უკეთესად შეიცნოს აწმყო, წინასწარ განჭვრიტოს მომავლის სიტუაციები, ალღო აუღოს მას და შეეგუოს /ადაპტირება მოახდინოს/. დანარჩეს თანაბარ პირობებში, ევოლუციის აღმავალ კიბეზე იმარჯვებს ის, ვისი მოდელიც უკეთესია, ე. ი. ვინც უკეთესად წყვეტს ზემოთდასმულ ამოცანებს და წინჭვრეტს მომავალს.

ზაზგასმით უნდა აღინიშნოს, რომ ყველა ზემოთჩამოთვლილ ამოცანას ბიოსისტემა დროის რეალურ მასშტაბში წყვეტს. იმდენად ურთიერთდაკავშირებულია ეს ამოცანები, რომ ძნელდება მათი განმზოლოება და ბიოსისტემას მხოლოდ მათი კომპლექსში ერთი და იგივე მექანიზმით /ალგორითმით/ გადაწყვეტის შესაძლებლობა რჩება. ამ ვარაუდს დასმულ ამოცანათა დიალექტიკური ერთიანობა ამაგრებს.

ბოლო 30 წელი მოდელირების თეორიის მკვეთრი აღმავლობის წლებია. დიდი რაოდენობის პრობლემური სტატიები, სამეცნიერო

და სასწავლო წიგნები ამ სფეროში მიღწევების დეტალური ანალიზის გვერდის ავლის საშუალებას იძლევა. მიუხედავად ამისა მეცნიერების ჰუმანიტარულ-ტექნიკური სფეროს წამოყენებული მოთხოვნები საკმაოდ ზღუდავს გამოსადეგი მოდელირების მათემატიკური აპარატის არეალს. გამოუსადეგარი ხდება ოპტიმალური შეფასების კლასიკური მეთოდების /უდიდესი დასაჯერისობის მეთოდი, ბაიესის მეთოდი და ა. შ./ გამოყენება, რომლებიც ობიექტის ალბათურ მახასიათებელთა ცოდნას ითხოვენ. მეორეს მხრივ შეუძლებელია იმ კლასიკური ალგორითმების გამოყენებაც, რომლებიც თუმცა არ საჭიროებენ განაწილების კანონზე აპრიორულ ინფორმაციას /მაგ. უმცირეს კვადრატთა მეთოდი, მისი მოდიფიკაციები და ა. შ./, თავის მხრივ ვერ აკმაყოფილებენ დროის რეალურ მასშტაბში მუშაობის მოთხოვნას. ამას ხელს უშლის დიდი მოცულობის ინფორმაციის შენახვისა და ერთბაშად გადამუშავების აუცილებლობა. /ეს ნაკლი განსაკუთრებით მწვავედ იგრძნობა არაწრფივი ობიექტების პირობებში, მათემატიკური მოდელის განზომილების მნიშვნელოვნად გაზრდის გამო/. ყველა ზემოთჩამოთვლილი მეთოდის გამოყენება სრულიად შეუძლებელია ობიექტთა არასტაციონალობის პირობებში – ინფორმაციის დიდი მასივის უწყვეტი კორექტირების აუცილებლობის გამო. თანაც არასტაციონალობის ხარისხის გაზრდასთან ერთად ეცემა ამ მეთოდებით ამოცანის გადაწყვეტის სიზუსტე.

მიუხედავად მეცნიერების ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ სფეროში გამოსადეგი მათემატიკური აპარატის ვიწრო სპექტრისა, მაინც მის ქვეშ ალგორითმთა გარკვეული სიმრავლე უნდა ვივარაუდოთ. თითოეულ ამ ალგორითმაგანს სხვადასხვა კლასის ობიექტების მოდელირებისთვის იყენებენ. ასეთ ალგორითმთა „ანალიზური შედარება რთული და აქამდე გადაუწყვეტი ამოცანაა“. მოდელირების ალგორითმების სხვადასხვა საუკეთესო თავსებურებების ერთობლივი გამოყენების მიზნით ლოგიკურად მივდივართ ამ ალგორითმთა ერთიან კოლექტივში გაერთიანების აუცილებლობამდე. ასეთი კოლექტივი კონკრეტულ რეჟიმში ცალკეულ ალგორითმთა საუკეთესო ნი-

შან-თვისებათა წინ წამოწევის ხარჯზე მოდელირების მაღალ ეფექტურობას მოგვცემს. როგორც ცნობილია მაღალგანვითარებულ ბიოსისტემას სმენის, მხედველობის და ა.შ. გრძნობათა ორგანოებით შემოსული ინფორმაციის პარალელური დამუშავება და შედეგების შეჯერება უხდება. ამგვარად მოდელირების ალგორითმთა კოლექტივი ბიოსისტემასთან კიდევ ერთ ანალოგიამდე მიგვიყვანს და დააკმაყოფილებს ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეცნიერების სფეროს მოთხოვნებს, რადგანაც ის, რაც ბუნებრივია, ეკოლოგიურადაც სუფთაა.

ასეთ ალგორითმთა კოლექტივი ორგანულად შეერწყმის გამოთვლითი ტექნიკის უახლოესი მიღწევის – კომუტაციური მანქანის კონსტრუქციულ სიახლეს. კომუტაციური გამოთვლითი მანქანა ერთი პროცესორის ნაცვლად დიდი რაოდენობის /65536 პროცესორს შეიცავს კომუტაციური მანქანის დღეისათვის აშშ-ში აგებული ეგზემპლარი/ მცირე ზომის პროცესორებს შეიცავს. ეს პროცესორები პარალელურად მუშაობენ და აღჭურვილნი არიან მცირე მოცულობის „საკუთარი“ მეხსიერებით. ასეთ სისტემაში, რომელიც პარალელური გამოთვლის პრინციპს ეყრდნობა, როგორც პროცესორები, ისე მისი მეხსიერება დიდი ეფექტურობითაა გამოყენებული. ერთობლივი მუშაობის პრინციპით თუმცა გამოთვლების დიდი სისწრაფე მიიღწევა, მაინც კომუტაციური მანქანის მთავარი საინტერესო თავისებურება მისი მოქნილობაა. მოცემული კონკრეტული ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე კომუტაციის ქსელი პროცესორებს შორის ინფორმაციის დროს კონკრეტულ მომენტში გაცვლის შესაძლებლობას ქმნის. პარალელური მოქმედების მოდელირების ალგორითმთა კოლექტივი, რომელთაგან თითოეული მცირე მეხსიერების მოცულობას მოითხოვს, წარმატებით შეიძლება განხორციელდეს კომუტაციურ გამოთვლელ მანქანაში. გამოთვლების გარკვეულ ეტაპზე ალგორითმებს შორის ინფორმაციის გაცვლით შეიძლება მოდელირების შედეგების შეჯერება, გაერთიანება – ეს კი დროითი დანაკარგების გარეშე მოდელირების მაქსიმალურ ეფექ-

ქტურობას განაპირობებს. ითვლება, რომ კომუტაციური გამო-
მთვლელი მანქანა მეცნიერებისა და ტექნიკის მრავალ სფეროს სრუ-
ლიად ახლებურად წაროაჩენს. მოდელირებაში ეს გზა პარალე-
ლური მოქმედების ალგორითმთა კოლექტივზე გადის.

ყოველივე ზემოთქმული თანაბრად ეხება მათემატიკური მოდე-
ლირების თითოეულ მდგენელს. განსაკუთრებით უნდა შევჩერდეთ
სრული იდენტიფიკაციის ამოცანაზე, რომელიც დამატებითი შე-
მდეგი ეტაპების შემოტანას ითხოვს:

- ობიექტის /მოდელის/ სტრუქტურის დადგენა;
- ობიექტზე მოქმედი ძირითადი ფაქტორების გამოვლენა;
- მოდელის პარამეტრების შეფასება /იდენტიფიკაცია ანუ პარა-
მეტრიზაცია/;
- მოდელის სიზუსტის შეფასება.

სტატიები და ავტორის საკანდიდატო დისერტაცია, ერთ-ერთი
პირველი გამოკვლევებია, რომლებიც სრული იდენტიფიკაციის ამო-
ცანაში ამ საკითხების გადაჭრისათვის ფაქტორული ანალიზის მე-
თოდის გამოყენებას მიეძღვნა. უნდა აღინიშნოს, რომ მოდელირების
თეორიაში დღეს ეს აღიარებული მეთოდია.

ბოლო წლების თეორიულმა კვლევებმა უარყვეს წრფივი ობი-
ექტების იდენტიფიკაციის ამოცანის ერთექსტრემუმიანობის შესა-
ხებ საყოველთაოდ მიღებული შეხედულება. ამის მიზეზი გახდა
ობიექტის სტრუქტურისა და მასში მიმდინარე პროცესის გამსა-
ზღვრელ ფაქტორთა /ძირითად ფაქტორთა/ შესახებ არარსებული
ინფორმაცია. სწორედ ეს მიზეზები განაპირობებენ წრფივი ობი-
ექტების იდენტიფიკაციის ამოცანების მრავალექსტრემუმიანობას
/არაწრფივი სტრუქტურის შემთხვევაში ამოცანა ისედაც მრავალე-
ქსტრემუმიანია/. აქედან გამომდინარე სრული იდენტიფიკაციის
ამოცანაში პირველ ორ ეტაპზე ხდება სტრუქტურისა და ძირითად
ფაქტორთა დადგენა, მხოლოდ ამის შემდეგ წყდება ვიწრო გაგებით
იდენტიფიკაციის, ანუ პარამეტრიზაციის ამოცანა. ასეთი წინასწარი
ეტაპები საშუალებას ქმნიან გარკვეული მიახლოებით მიღწეული

იქნას ამოცანის გადაწყვეტის გლობალური ექსტრემუმი. სანამ ამ ეტაპებზე ფაქტორული ანალიზის მეთოდების გამოყენება დაიწყებოდა, კვლევები ორი მიმართულებით ტარდებოდა:

პირველი მიმართულება – რეგრესიის „საუკეთესო“ განტოლების არჩევის მეთოდები: ყველა შესაძლებელი რეგრესიის მეთოდი, გამორიცხვის მეთოდი, ჩართვის მეთოდი /ბიჯური რეგრესიის მეთოდი/ და საფეხუროვანი რეგრესიის მეთოდი. მათგან შედარებით უკეთეს შედეგებს ბიჯური რეგრესიის მეთოდი იძლევა, მაგრამ როგორც შემდგომ გახდა ცნობილი, მისი გამოყენებისას შესავალ სიდიდეთა კორელაციულობის გამო გარკვეულად ქვეითდება ამ ინფორმაციით შესაძლებელი იდენტიფიკაციის სიზუსტე.

მეორე მიმართულება – „მჭიდრო სტრუქტურების“ სახელწოდებითაა ცნობილი. მასში შედიან ე.წ. „მჭიდრო მოდელები“ და არგუმენტების დაჯგუფებით მხედველობაში მიღების /MГYA/ მეთოდი.

ორივე ეს მეთოდი ამჭიდროებს რა მოდელის სტრუქტურას, თავისთავად, აპრიორში უშვებს იდენტიფიკაციის სიზუსტის დაქვეითებას.

როგორც ითქვა, ფაქტორული ანალიზის მეთოდი, როგორც იდენტიფიკაციის ხარისხის, ისე მრავალი სხვა პრაქტიკული თვალსაზრისით მნიშვნელოვანი არგუმენტებით აღემატება ზემოთჩამოთვლილ მიმართულებებს. ცხადია, სასურველია ფაქტორულ ანალიზშიც პარალელური მოქმედების ალგორითმთა კოლექტივის შექმნა.

ნაშრომის პირველ თავში განიხილება ალბათური და სტატისტიკური ტიპური მოდელები. აღწერილი კლასიკური მეთოდოლოგია საშუალებას იძლევა გარკვეულ პირობებში გადაეწყვიტოს ანალიზისა და მოდელირების, რთულ ობიექტებში მიმდინარე შემთხვევით პროცესთა ალბათური და სტატისტიკური აღწერისა და მარტივი ტიპის მართვის ამოცანები. მოცემულია რთული ობიექტების ცალკეულ მახასიათებელთა შეფასების მეთოდები, რეგრესიული და დისპერსიული ანალიზის ამოცანების დასმა და მათი გადაწყვეტის

კლასიკური მეთოდოლოგია.

ნაშრომის შემდგომ თავებში ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის გამოყენებით წყდება ზემოთდასმული პრობლემები /სრული იდენტიფიკაციის, ალგორითმთა კოლექტივის, ფაქტორული ანალიზის და ა.შ./. შემოთავაზებული მეთოდოლოგიის პირველ თავში განხლულ კლასიკურ მეთოდებთან შედარება ნათლად გვარწმუნებს არჩეული მიდგომის უპირატესობაში.

ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარე წინამდებარე ნაშრომის მიზანია:

1. მეცნიერების ჰუმანიტარულ-ტექნიკური სფეროსთვის გამოსადეგი მოდელირების მეთოდოლოგიის შერჩევა;

2. პარალელური დამუშავების ალგორითმთა კოლექტივად გაერთიანების მეთოდოლოგიის დამუშავება;

3. სრული იდენტიფიკაციის მეთოდისა და მისი თითოეული ეტაპისათვის გამოსადეგი ალგორითმების დამუშავება, განზოგადებული ალგორითმების მიღება და კვლევა;

4. დამუშავებული ალგორითმებისა და მეთოდების გამოყენების სფეროსა და სქემების დამუშავება, ანალიზი.

თავი 1

ალბათური სტატისტიკური ტიპური მოდელები

ალბათობის თეორია, მათემატიკური სტატისტიკა და მათგან გამოდინარე ტექნიკური კიბერნეტიკის დარგები საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებისათვის კვლევა-ანალიზის მეთოდოლოგიურ საფუძვლებს ქმნიან. ეს ერთის მხრივ საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ექსპერიმენტული ბუნებითაა განპირობებული; მეორეს მხრივ იმით, რომ ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკაში და მათზე დაყრდნობილ მიმართულებებში კონსოლიდებულია ექსპერიმენტული შედეგებიდან კანონზომიერების წარმოჩენისა და ანალიზის ფუნდამენტური მეთოდოლოგია.

იშვიათია მეცნიერების დარგი, რომლის დაბადების ზუსტი თარიღია ცნობილი. 1654 წელს, როცა ბლეზ პასკალმა და პიერ ფერმამ ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად გადაწყვიტეს ე.წ. „პარიზის გაყოფის“ ამოცანა, მეცნიერები ალბათობის თეორიის დაბადების თარიღად თვლიან. ალბათობის თეორიის პირველი ჩანასახების არსებობა კი იმ დღიდან უნდა ვიგულისხმოთ, როცა ადამიანმა პირველად წარმოთქვა სიტყვა „ალბათ“ და მოვლენათა სავარაუდო შედეგების რაოდენობრივ შეფასებაზე დაფიქრა.

1657 წელს ჰოლანდიელმა ქრისტიან ჰიუგენსმა გამოაქვეყნა პირველი წიგნი ალბათობის თეორიაზე. აზარტული თამაშების მათემატიკური შესწავლის მცდელობამ დიდად განაპირობა ალბათობის თეორიის, როგორც მეცნიერების ჩამოყალიბება და განვითარება.

ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა შემთხვევითი მოვლენების კანონზომიერებათა შემსწავლელი მათემატიკური მეცნიერებებია.

შემთხვევითი მოვლენა ისეთი მოვლენაა, რომლის წინასწარ განჭვრეტა ობიექტური პირობების გათვალისწინებით შეუძლებელია. ეს არ ნიშნავს, რომ ასეთი მოვლენები უმიზეზოდ ჩნდებიან. არა, ისი-

ნიც ისევე როგორც ყველა სხვა მოვლენა, ბუნებაში მოქმედი მიზეზ-შედეგობრივი მექანიზმის შედეგებია. უბრალოდ, მიზეზები იმდენად ღრმაა, რომ მათი გამოვლენა მეცნიერული აზრის დღევანდელი შესაძლებლობების მიღმაა. ასე მაგალითად: შემთხვევითი მოვლენებია ბუნების მოვლენები (ამინდი, მიწისძვრა და ა.შ.). ცხადია თითოეულს თავისი გამომწვევი მიზეზები აქვს. დღეს ადამიანმა შეძლო ზოგიერთი მათგანის გამოვლენა, გაზომვა და ბუნების ამ კანონზომიერებაში წვდომით მოვლენის წინასწარმეტყველება. წინასწარმეტყველების სიზუსტე გაიზრდება მიზეზ-შედეგობრივ მექანიზმში წვდომის გაღრმავებასთან ერთად.

მოვლენის შედეგთა წინასწარმეტყველების მეორე გზა – მოვლენაზე დაკვირვების (ექსპერიმენტების) მონაცემებით აგებული სტატისტიკური მოდელის აგება და მოვლენის შედეგის წინასწარმეტყველებაა. ობიექტურად ასეთ წინასწარმეტყველებას ალბათური ხასიათი აქვს.

ამგვარად ალბათობის თეორიაცა და მათემატიკური სტატისტიკაც მათემატიკურ მეცნიერებათა ორივე ეს დარგი შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ზუსტ მეცნიერებათა ანალიზის კლასიკური მეთოდოლოგიის დამატება, რომელიც ითვალისწინებს რა მოვლენის შემთხვევით მხარეს, იძლევა სიღრმისეული ანალიზის შესაძლებლობას. იქედან გამომდინარე, რომ ნებისმიერ მოვლენას (თუ პროცესს) განურჩევლად თან დაჰყვება შემთხვევითობის ელემენტი, კვლევა ანალიზის კლასიკური სქემისაგან განსხვავებით, ეს მეცნიერებები მათი შედარებით სრულყოფილი მოდელის აგების შესაძლებლობას ქმნიან.

ალბათობის თეორია წარმოგვიდგენს ტიპიური შემთხვევითი მოვლენების მზა მოდელებს და ამ მოდელების ფარგლებში სწავლობს მათში არსებულ ალბათურ კანონზომიერებებს. ხოლო მათემატიკური სტატისტიკა ექსპერიმენტის შედეგებიდან გამომდინარე შემთხვევითი მოვლენების ცალკეული მხარეების შეფასებისა და ანალიზის შესაძლებლობას ქმნის და ამგვარად აგებს შემთხვევითი მო-

ვლენის მოდელს.

ამგვარად, მეციერების ეს ორი დარგი ერთმანეთს აკვებს. ზოგიერთი მეცნიერის აზრით, ისინი მეცნიერების ერთ მთლიან დარგს შეადგენენ. თავდაპირველად კი ძნელი საეარაუდო იყო ალბათობის თეორიისა და სტატისტიკის ასეთი მჭიდრო კავშირი. უძველესი დროიდან სტატისტიკა სახელმწიფოს სამსახურში იდგა, როგორც აღრიცხვის და გადასახადის საფუძველი. ამიტომაც სიტყვა „სტატისტიკა“ ლათინური წარმოშობისაა და „სახელმწიფოს“ ნიშნავს. მეცნიერულ საფუძველზე იგი XVII საუკუნის დასასრულიდან დადგა ჯონ გრაუნტისა (1620-1674 წ.) და უილიამ პერის (1623-1687 წ.) შრომებით.

§1.1 შემთხვევით პროცესთა მოდელები

პირობითად რეალურ პროცესთა უსასრულო სიმრავლე ორ ქვესიმრავლედაა დაყოფილი – დეტერმინირებულ და არადეტერმინირებულ (ანუ შემთხვევით) პროცესთა ქვესიმრავლეებად. დეტერმინირებულია პროცესი, თუ მისი ცხადი ფუნქციონალური დამოკიდებულებებით (მათემატიკური ფორმულებით) აღწერა შესაძლებელია. პრაქტიკაში, მართლაც არც თუ იშვიათად გვხვდება ისეთი მოვლენები, რომელშიც მიმდინარე პროცესები გარკვეული სიზუსტით ცხადი მათემატიკური დამოკიდებულებით აღიწერება. მაგრამ მრავალი სხვა მოვლენა პრაქტიკულად შეუძლებელია ცხადი მათემატიკური დამოკიდებულებებით აღიწეროს, მათ არადეტერმინირებული პროცესები ეწოდებათ.

როგორც აღინიშნა, პროცესთა ასეთი კლასიფიკაცია პირობითია. ერთის მხრივ, დეტერმინირებული პროცესების გამომწვევ მიზეზებში გამორიცხული არაა ახალი, ისეთი მიზეზობრივი ფაქტორის გაჩენა, რომელიც კარდინალურად შეცვლის პროცესის მოსალოდნელ შედეგებს და იგი არადეტერმინირებული ხდება. მეორეც, თვით არადეტერმინირებულ პროცესთა მიზეზ-შედეგობრივ მექანიზმში სრული წვდომით, თეორიულად მაინც იქმნება მათი მათემატიკური

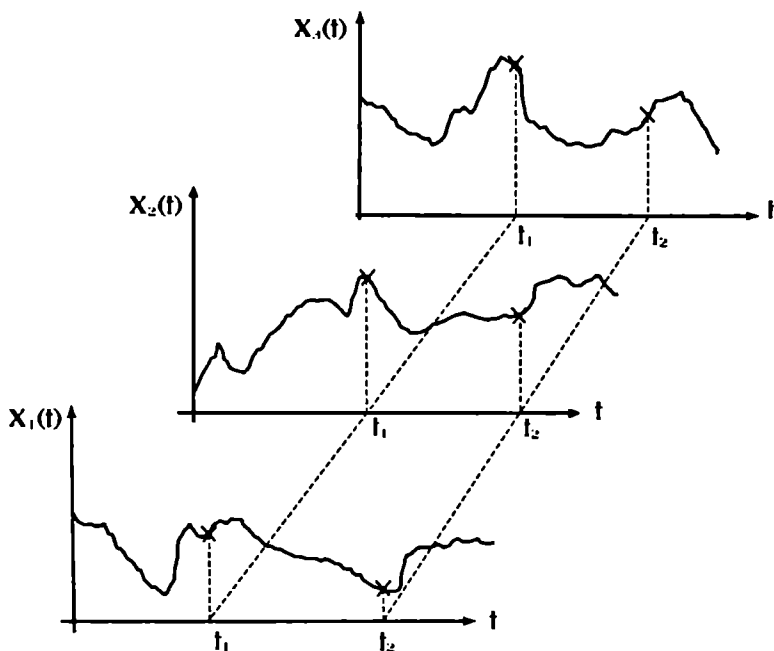
აღწერის შესაძლებლობა და პროცესის შემთხვევითობა (არადეტერმინირება) ქრება. თუმცა რეალურად ასეთი დაყოფა, რა თქმა უნდა, მისაღებია. არსებობს პროცესთა დეტერმინირებულად და შემთხვევითად დაყოფის პრაქტიკული გზაც. თუ შესაძლებელია ექსპერიმენტულად წინა ცდაზე მიღებული შედეგების ცდომილების განმეორება, მაშინ პროცესი დეტერმინირებულია. თუ შეუძლებელია ექსპერიმენტის ისე დაყენება, რომ შედეგები შევინარჩუნოთ, მაშინ ასეთი პროცესი არადეტერმინირებულია.

შესაძლებელია, ისევე როგორც დეტერმინირებული, არადეტერმინირებული პროცესების კლასიფიკაცია. შემთხვევით პროცესებს ძირითადად ყოფენ სტაციონალურ და არასტაციონალურ პროცესებად. თავის მხრივ, სტაციონალური შემთხვევითი პროცესები იყოფა ერგოდულ და არაერგოდულ პროცესებად. ხოლო არასტაციონალური პროცესები კი არასტაციონალობის ტიპების მიხედვით.

შემოვიტანოთ შემთხვევითი ფუნქციის ცნება.

შემთხვევითი ფუნქცია ეწოდება ისეთ ფუნქციას, რომელიც არგუმენტის ნებისმიერი, ფიქსირებული მნიშვნელობისას შემთხვევითი სიდიდეა. რაც შეეხება შემთხვევითი ფუნქციის არგუმენტს, იგი შეიძლება იყოს როგორც ერთი, ისე რამდენიმე (ვექტორული). შემთხვევითი ფუნქციის ცდისეულ ფორმას (ფუნქციას) რეალიზაცია ეწოდება. უმრავლეს გამოყენებით ამოცანებში შემთხვევითი ფუნქციის არგუმენტი დროა. სწორედ ასეთ შემთხვევით ფუნქციას ეწოდება შემთხვევითი პროცესი. $\{X, (t)\}$ – შემთხვევითი პროცესი (არგუმენტის $-\infty < t < \infty$ მნიშვნელობისას) ეს ნამდვილი (ან კომპლექსური) მნიშვნელობების მქონე ფუნქციათა ისეთი ერთობლიობაა, რომელთაც თავიანთი ალბათური სტრუქტურა ახასიათებთ. ნებისმიერი ფიქსირებული i -სათვის $X, (t)$ შემთხვევითი ფუნქციის რეალიზაციაა. ხოლო $t = t_{\text{ფიქს.}}$ დროის დაფიქსირებისას

$x_i(t_{\text{ფიქს.}})$ ($i = 1, 2, \dots$) შემთხვევითი სიდიდეა. სადაც $x_i(t_{\text{ფიქს.}})$ არის $x_i(t)$ რეალიზაციის მნიშვნელობა $t = t_{\text{ფიქს.}}$ დროს.



ნახაზზე მოცემულია შემთხვევითი პროცესი, როგორც $X_i(t)$ რეალიზაციათა ერთობლიობა. ნებისმიერი $t = t_1$ ან $t = t_2$ დროს ვიღებთ $x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_N(t_1)$ და $x_1(t_2), x_2(t_2), \dots, x_N(t_2)$ შემთხვევით სიდიდეებს.

რადგანაც არგუმენტის ნებისმიერი ფიქსირებული მნიშვნელობა შემთხვევით ფუნქციას შემთხვევით სიდიდედ აქცევს, შემთხვევითი სიდიდის კვლევისათვის გამიზნული ალბათურ მახასიათებელთა ერთობლიობა შეიძლება შემთხვევითი ფუნქციის (და პროცესის) დასახასიათებლად გამოვიყენოთ. ასეთებია:

1. განაწილების სიმკვრივე და ფუნქცია,
2. სპექტრალური სიმკვრივე,
3. კორელაციური ანალიზი.

თავიანი უშუალო დანიშნულების გარდა ზემოთჩამოთვლილი ალბათური აპარატი სხვა არანაკლებ მნიშვნელოვანი ამოცანების გადასაწყვეტადაც გამოიყენება. მაგალითად, განაწილების სიმკვრივეთა და ფუნქციით შეიძლება შევამოწმოთ პროცესის:

1. ნორმალურობა,
2. არაწრფივობა,
3. მოენახოთ ექსტრემალური მნიშვნელობები და ა.შ.

სპექტრალური სიმკვრივის დახმარებით შეიძლება გადაწყდეს:

1. ობიექტის იდენტიფიკაციის,
 2. წრიფივი ფილტრაციისა და პროგნოზის და ა.შ. ამოცანები.
- კორელაციური ანალიზით შესაძლებელია:

1. ხმაურისაგან სასარგებლო სიგნლის გამოყოფის,
2. ხმაურის წყაროს ლოკალიზაციის და ა.შ. ამოცანების გადაწყვეტა. ყველა ეს ტექნიკური კიბერნეტიკის ამოცანა უშუალოდ უკავშირდება მართვის სისტემების თეორიულ უზრუნველყოფას.

§1.2 შემთხვევით პროცესთა ალბათური მოდელები

როგორც ითქვა, შემთხვევითი ფუნქციის გრაფიკის თითოეული ორდინატა შემთხვევითი რიცხვია, მაშასადამე შემთხვევით ფუნქცია პირველ რიგში ამ შემთხვევითი რიცხვის ერთი, ორი და ა.შ. განზომილებიანი განაწილების კანონებით შეიძლება დახასიათდეს. შემთხვევითი ფუნქციის განაწილების კანონები თვით მისი (შემთხვევითი ფუნქციის) არგუმენტის ფუნქციებია. შემთხვევითი პროცესისათვის ეს არგუმენტი დროა.

პრაქტიკაში გვხვდება ამოცანები, როცა საჭირო ხდება არგუმენტის ორი ან რამდენიმე მნიშვნელობისას დაფიქსირებულ შემთხვევით სიდიდეთა შორის ერთობლივი გაანწილების კანონით დავახასი-

ათოთ შემთხვევითი ფუნქცია. შემთხვევითი ფუნქციის n -განზომილებიანი განაწილების ფუნქცია ნებისმიერი t_1, t_2, \dots, t_n არგუმენტების შესაბამისი $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ შემთხვევით სიდიდეთა განაწილების ფუნქციაა:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = P[X(t_1) < x_1, X(t_2) < x_2, \dots, \dots X(t_n) < x_n],$$

ხოლო n -განზომილებიანი განაწილების სიმკვრივე განისაზღვრება ასე:

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{\partial^n F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n}.$$

თუკი ცნობილია n -განზომილებიანი სიმკვრივე და განაწილების ფუნქცია, შესაძლებელია განისაზღვროს ისინი ნებისმიერი $m < n$ განზომილებისათვის:

$$f_m(x_1, x_2, \dots, x_m; t_1, t_2, \dots, t_m) = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) dx_{m+1} \dots dx_n}_{n-m},$$

და

$$F_m(x_1, x_2, \dots, x_m; t_1, t_2, \dots, t_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f_m(x_1, x_2, \dots, x_m;$$

$t_1, t_2, \dots, t_m) dx_1 dx_2 \dots dx_m$ ფორმულებით.

მაგრამ n -განზომილებიანი განაწილების ფორმები ვერ ამოწურავენ ზოგადად შემთხვევითი ფუნქციის ალბათურ სტრუქტურას, რადგან ისინი $m > n$ განზომილებიანი განაწილების დასახასიათებლად არასაკმარისნი არიან.

თუკი შემთხვევითი $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ სიდიდეები დამოკიდებულნი არიან, მაშინ n -განზომილებიან განაწილებას სრულად ახასიათებს ერთგანზომილებიანი განაწილების კანონის ფორმები:

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = f_1(x_1; t_1) f_1(x_2; t_2) \dots f_1(x_n; t_n);$$

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = F_1(x_1; t_1) F_1(x_2; t_2) \dots F_1(x_n; t_n).$$

ისეთი შემთხვევითი ფუნქციების მაგალითებად, რომელთა სრულად დახასიათებასათვის ორგანზომილებიანი განაწილების ფორმებია საკმარისი, შეიძლება მოვიყვანოთ ე.წ. მარკოვის შემთხვევითი პროცესი და ნორმალური კანონით განაწილებული შემთხვევითი პროცესები (რადგან ამ განაწილების დასახასიათებლად პირველი და მეორე რიგის მომენტებია საკმარისი).

თუ განიხილება არა ერთი, არამედ ორი მაგალითად $X(t)$ და $Y(t)$ (ან რამდენიმე), შემთხვევითი ფუნქცია, მაშინ ერთობლივად მათი დახასიათებისათვის შეიძლება საკმარისი იყოს ორგანზომილებიანი განაწილების კანონი ნებისმიერი t და t' დროის მომენტებისათვის:

$$F_2(x, y; t, t') = P[X(t) < x; Y(t') < y];$$

$$f_2(x, y; t, t') = \frac{\partial^2 F_2(x, y; t, t')}{\partial x \partial y}.$$

თუ ორივე ფუნქციიდან n -არგუმენტის განხილვა იქნება აუცილებელი, მაშინ მივიღებთ $2n$ განზომილებიან განაწილების ფორმებს:

$$\begin{aligned} F_{2n}(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n; t_1, t_2, \dots, t_n, t'_1, t'_2, \dots, t'_n) = \\ = P[X(t_1) < x_1; X(t_2) < x_2; \dots; X(t_n) < x_n; Y(t'_1) < y_1; \end{aligned}$$

$$Y(t'_2) < y_2; \dots Y(t'_n) < y_n;],$$

და

$$\begin{aligned} & f_{2n}(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n; t_1, t_2, \dots, t_n, t'_1, t'_2, \dots, t'_n) = \\ & = \frac{\partial^{2n} F_{2n}(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n; t_1, t_2, \dots, t_n, t'_1, t'_2, \dots, t'_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n \partial y_1 \partial y_2 \dots \partial y_n} \end{aligned}$$

ცნობილია, რომ უმრავლეს შემთხვევაში განაწილების კანონით შემთხვევითი სიდიდის დახასიათება მოუხერხებელია. მითუმეტეს, ამის თქმა შეგვიძლია შემთხვევითი ფუნქციის შესახებ, რადგან ამ დროს განაწილების ფუნქციისა და განაწილების სიმკვრივის გამოსახულებები იმდენად რთულდება, რომ მათი გამოყენება პრაქტიკულად მოუხერხებელია. შედარებით მარტივია შემთხვევითი ფუნქციის მომენტური დახასიათებლების გამოსახულებები.

განმარტების თანახმად $X(t)$ შემთხვევითი ფუნქციის n -ური რიგის საწყისი მომენტი $a_n(t_1, t_2, \dots, t_n)$ ჩაიწერება ასე:

$$\begin{aligned} a_n(t_1, t_2, \dots, t_n) &= M[X(t_1)X(t_2)\dots X(t_n)] = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 \dots x_n f_n(x_1 x_2 \dots x_n; t_1 t_2 \dots t_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \end{aligned}$$

ხოლო ცენტრირებული მომენტების გამოსათვლელად აუცილებელი ხდება არგუმენტის ფიქსირებული მნიშვნელობისას მიღებული თითოეული შემთხვევითი სიდიდის დაცენტრება. და n -რიგის

$\mu_n(t_1, t_2, \dots, t_n)$ ცენტრირებული მომენტი გამოითვლება ასე:

$$\begin{aligned} \mu_n(t_1, t_2, \dots, t_n) &= M\left[\overset{\circ}{X}(t_1)\overset{\circ}{X}(t_2)\dots\overset{\circ}{X}(t_n)\right] = \\ &= M\left[(X(t_1) - m_x(t_1))(X(t_2) - m_x(t_2))\dots(X(t_n) - m_x(t_n))\right] = \end{aligned}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_x(t_1))(x_2 - m_x(t_2)) \dots (x_n - m_x(t_n)) \times \\ \times f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n.$$

როგორც ზემოთ აღინიშნა ზოგადად ორ შემთხვევით $X(t)$ და $Y(t)$ ფუნქციებს შორის ურთიერთკავშირი ერთი მხრიდან K_1 - და მეორედან K_2 - არგუმენტით (შემთხვევითი სიდიდით) შეიძლება დახასიათდეს. $K_1 + K_2$ - რიგის შერეული საწყისი მომენტის გამოსახულება ასეთია:

$$a_{k_1+k_2}(t_1, t_2, \dots, t_{k_1}, t'_1, t'_2, \dots, t'_{k_2}) = \\ = M[X(t_1)X(t_2) \dots X(t_{k_1}) Y(t'_1) \dots Y(t'_{k_2})] = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 \dots x_{k_1} y_1 y_2 \dots y_{k_2} f_{k_1+k_2}(x_1, x_2, \dots, x_{k_1}, y_1, y_2, \dots, y_{k_2}, \\ t_1, t_2, \dots, t_{k_1}, t'_1, t'_2, \dots, t'_{k_2}) dx_1 dx_2 \dots dx_{k_1} dy_1 dy_2 \dots dy_{k_2}.$$

შესაბამისი შერეული ცენტრალური მომენტი კი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

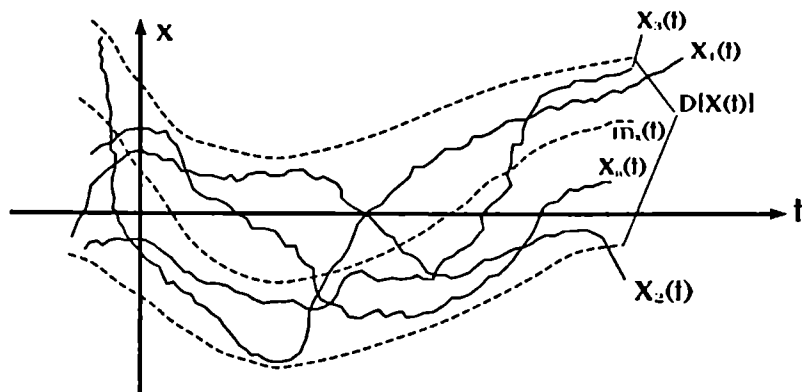
$$\mu_{k_1+k_2}(t_1, t_2, \dots, t_{k_1}, t'_1, t'_2, \dots, t'_{k_2}) = M\{[X(t_1) - m_x(t_1)][X(t_2) - m_x(t_2)] \\ \dots [X(t_{k_1}) - m_x(t_{k_1})][Y(t'_1) - m_y(t'_1)][Y(t'_2) - m_y(t'_2)] \dots [Y(t'_{k_2}) - m_y(t'_{k_2})]\} = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} [x_1 - m_x(t_1)][x_2 - m_x(t_2)] \dots [x_{k_1} - m_x(t_{k_1})] \times \\ \times [y_1 - m_y(t'_1)][y_2 - m_y(t'_2)] \dots [y_{k_2} - m_y(t'_{k_2})] \times$$

$$\times f_{k_1+k_2}(x_1, x_2, \dots, x_{k_1}; y_1, y_2, \dots, y_{k_2}; t_1, t_2, \dots, t_{k_1}; t'_1, t'_2, \dots, t'_{k_2}) \times \\ \times dx_1 dx_2 \dots dx_{k_2} dy_1 dy_2 \dots dy_{k_2}.$$

როგორც ამ ფორმულებიდან ჩანს, თუ კი ცნობილია განაწილების სიმკვრივე იმავე რიგის როგორც საწყისი, ისე ცენტრალური მომენტი შეგვიძლია გამოვთვალოთ. იქედან გამომდინარე, რომ n -განზომილებიანი განაწილების კანონით შეგვიძლია ნებისმიერი $m < n$ განზომილებიანი განაწილების კანონის მიღება, ვასკენით: თუ ვიცით n -განზომილებიანი სიმკვრივე, შეგვიძლია გამოვთვალოთ ნებისმიერი a_i და μ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) რიგის მომენტები (მათ შორის შერეულიც). მაგრამ მაღალი რიგის მომენტებიც კი შემთხვევითი ფუნქციის დასახასიათებლად მოუხერხებელია, ამიტომაც, იძულებული ვართ კორელაციური ანალიზის მოცულობით შემოვისაზღვროთ; ანუ განვიხილოთ პირველი და მეორე რიგის მომენტები, პირველ რიგში კი მათემატიკური ლოდინი. საწყისი მომენტიდან, თუკი $n = 1$, ვღებულობთ მათემატიკურ ლოდინს:

$$m_x(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x; t)dx.$$

შემთხვევითი ფუნქციის მათემატიკური ლოდინი ისეთი $m_x(t)$ ფუნქციაა, რომელიც არგუმენტის ნებისმიერი მნიშვნელობისას შესაბამისი შემთხვევითი რიცხვის მათემატიკური ლოდინია.



როგორც ნახაზიდან ჩანს, მათემატიკური ლოდინის ფუნქციას შემთხვევითი პროცესის რეალიზაციებს შორის შუალედური მდებარეობა უკავია. ამდენად იგი ასახავს შემთხვევითი პროცესის განვითარების საშუალო კანონზომიერებას. რაც შეეხება ამ საშუალოდან რეალიზაციების გადახრას, როგორც ვიცით, შემთხვევითი სიდიდის ამ თავისებურებას დისპერსია ახასიათებს; შემთხვევითი ფუნქციის დისპერსია კი ისეთი ფუნქციაა, რომლის თითოეული მნიშვნელობა მოცემული არგუმენტისას მიღებული შემთხვევითი სიდიდის დისპერსიაა:

$$D[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t)]^2 f_1(x; t) dx.$$

არცთუ იშვიათად შემთხვევითი ფუნქციის დასახასიათებლად გამოიყენება მეორე საწყისი მომენტი ($n = 2$), ანუ ე.წ. საშუალო კვადრატი:

$$a_2[X(t)] = D[X(t)] + m_x^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_1(x; t) dx$$

იგი ახასიათებს შემთხვევითი ფუნქციის როგორც საშუალო მნიშვნელობას, ისე გაბნევასაც.

შემთხვევითი ფუნქციის სხვადასხვა რეალიზაციების ურთი-

ერთკავშირისთვის გამოიყენება კორელაციური ფუნქცია (კორელაციური მომენტი ამ კორელაციური ფუნქციის მნიშვნელობაა დროის ფიქსირებულ მომენტში), როცა ვაფასებთ ერთი და იგივე შემთხვევითი პროცესის სხვადასხვა რეალიზაციებს შორის კავშირს, მაშინ ფუნქციას ავტოკორელაციურ ფუნქციასაც უწოდებენ. იგი გამოითვლება ასე:

$$K_x(t, t') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t)][x' - m_x(t')] f_2(x, x'; t, t') dx dx'$$

თუ $t = t'$, მაშინ

$$K_x(t, t') = K_x(t, t) = D[X(t)].$$

ამდენად დისპერსია ავტოკორელაციური ფუნქციის სიმრავლის ერთი მნიშვნელობათაგანია. მეორე რიგის შერეული ცენტრალური მომენტის ფუნქცია $K_1 = 1$ და $K_2 = 1$ დროს ურთიერთკორელაციური ფუნქცია ხდება და აფასებს $X(t)$ და $Y(t)$ შემთხვევით ფუნქციებს შორის კავშირს. აღინიშნება იგი $K_{xy}(t, t')$ -ით და უდრის:

$$K_{xy}(t, t') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t)][y - m_y(t')] f_{11}(x, y; t, t') dx dy.$$

თუკი კორელაციური (ან ავტოკორელაციური) ფუნქცია იგივეურად ნულის ტოლია, შემთხვევით ფუნქციებს არაკორელირებული ფუნქციები ეწოდებათ; საწინააღმდეგო შემთხვევაში ისინი კორელაციურია. ხშირად კორელაციური (ავტოკორელაციური) ფუნქციის ნაცვლად მის ნორმირებულ სახესხვაობას იყენებენ:

$$R_x(t, t') = \frac{K_x(t, t')}{\sqrt{K_x(t, t) K_x(t', t')}} - \text{ნორმირებული ავტოკორე-}$$

ლაციური ფუნქციაა.

$$R_x(t, t') = \frac{K_{xy}(t, t')}{\sqrt{K_x(t, t) K_y(t', t')}} - \text{ნორმირებული კორელაცი-}$$

ური ფუნქციაა.

ნორმირებული კორელაციური ფუნქცია ფაქტიურად არგუმენტთა ფიქსირებული მნიშვნელობებისას კორელაციის კოეფიციენტი.

§1.3 მათემატიკური სტატისტიკის მოდელები

ძნელად თუ იპოვით საბუნებისმეტყველო მეცნიერების დარგს, სადაც მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდები არ გამოიყენებიან და მათზე დაყრდნობით მიღებული შედეგები არ თამაშობენ მნიშვნელოვან როლს. მიუხედავად იმისა, რომ სტატისტიკა ჩვენს წელთაღრიცხვამდე ჩინეთიდან, ეგვიპტიდან და რომის იმპერიიდან იღებს სათავეს, როგორც მეცნიერების დარგი, კაცობრიობამ იგი XVIII საუკუნეში აღიარა. XX საუკუნიდან კი იგი ფუნდამენტურ მათემატიკურ მეცნიერებებს მიეკუთვნება.

ზოგადად სტატისტიკა სამი ნაწილისაგან შედგება:

1. სტატისტიკური მონაცემების შეკრება;
2. მიღებულ მონაცემთა სტატისტიკური კვლევა;
3. მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და სტატისტიკური დაკვირვების მეთოდოლოგიური საფუძვლების დამუშავება.

ერთობლიობაში სამივე ეს ნაწილი ქმნის მათემატიკურ სტატისტიკას – მეცნიერებას ცდისეული მონაცემებიდან მასობრივი მოვლენებისა და პროცესების მეცნიერულად დასაბუთებულ კვლევა-ანალიზის შესახებ. იგი გამოიყენება ყველგან, სადაც კი დგება შემთხვევითი სიდიდის ან შემთხვევითი ფუნქციის ცდისეული შედეგებიდან ალბათური დახასიათების ამოცანა. ასე მაგალითად, სამართი სისტემის ოპტიმალურ მახასიათებელთა განსაზღვრისათვის ან მისი მუშაობის შესაფასებლად აუცილებელია სისტემაზე მოქმედ შემთხვევით ზემოქმედებათა ალბათურ მახასიათებელთა

ცოდნა. ამასთან, უცნობია ამ შემთხვევით ზემოქმედებათა განაწილების კანონები და მათი ალბათური დახასიათება მხოლოდ ცდის შედეგებიდან გამომდინარე უნდა მოხდეს.

მასობრივი მოვლენების შესწავლის აუცილებლობას მათემატიკურ სტატისტიკაში რამდენიმე განსხვავებული ტიპის ამოცანამდე მივყავართ. ჩამოვთვალოთ ამოცანათა ძირითადი ტიპები:

1. შემთხვევითი ხდომილობის უცნობი ალბათობის მნიშვნელობის შეფასება,

2. უცნობი განაწილების ფუნქციის განსაზღვრა,

3. განაწილების უცნობი პარამეტრების განსაზღვრა,

4. კავშირების შეფასება,

5. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება,

6. პროცესების მართვა და ა.შ.

ცდისეული შემთხვევითი შედეგებიდან გამომთვლილ ალბათურ მახასიათებლებში რჩება შემთხვევითობის ელემენტი, იმდენად, რომ ძნელდება სტატისტიკურ მახასიათებელთა მიახლოებით განსაზღვრის მტკიცება. აქედან გამომდინარე, შეუძლებელია დაშვებული ცდომილებების განსაზღვრა. ამიტომაც მათემატიკური სტატისტიკა, არათუ ზუსტად, მიახლოებითაც არ საზღვრავს სტატისტიკურ მახასიათებლებს, არმედ აფასებს მათ. სტატისტიკურ მახასიათებლების შეფასება ცდისეულ შედეგთა ისეთი ფუნქციაა, რომელიც შეიძლება მიღებული იქნას შესაფასებელი მახასიათებლის შესაფერის მნიშვნელობად.

სიდიდეებს, რომელთა განსაზღვრა ხდება შედეგებიდან – ხდომილობის ალბათობას, შემთხვევითი სიდიდისა და ფუნქციის რიცხობრივ მახასიათებლებს და განაწილების კანონის ფორმებს, სტატისტიკურ მახასიათებლებს უწოდებენ. ხოლო ცდის მონაცემებზე დაყრდნობით განსაზღვრულ მათ მნიშვნელობებს – შეფასებებს. ზემოთჩამოთვლილი ამოცანების 1-4 ტიპი სწორედ შეფასების ამოცანებია.

სტატისტიკური მახასიათებლების შეფასების შემდეგ ბუნებრი-

ვად ისმება საკითხი შეფასებით მიღებული მნიშვნელობისა და დაკვირვების შედეგების შეთანხმების შესახებ ე.ი. ხდება შეფასებით დაშვებული ჰიპოთეზის შემოწმება. ამ დროს ფაქტიურად პასუხი უნდა გაეცეს კითხვას – ასახავს თუ არა ცდით მიღებული შეფასება ობიექტურ რეალობას, თუ იგი ფაქტების (მონაცემების) უკმარისობით შექმნილი ილუზიაა. სწორედ ამ საკითხების გადაწყვეტისათვისაა დანიშნული სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების მეთოდები.

მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდებით შემთხვევითი პროცესების მარტივი სახის მართვაც შეიძლება განვახორციელოთ. სტატისტიკური მეთოდებით შესაძლებელია გაირკვეს საკითხი, დაირღვა თუ არა პროცესის ნორმალური მიმდინარეობა. თუ დარღვევა არსებობს, გამომუშავდება მმართველი ზემოქმედება პროცესის ნორმალური მიმდინარეობის აღსადგენად.

მართვის ასეთ გამარტივებული სქემა გარკვეული კლასის სისტემებისათვის საკმაოდ ეფექტურად მოქმედებს.

§1.4 შეფასების თეორიის მოდელები

პრაქტიკულად იშვიათად თუ ხერხდება განაწილების კანონის შეფასებისათვის საკმარისი მოცულობის სტატისტიკურ მონაცემთა შეგროვება. უმეტესად საქმე გვაქვს შეზღუდული მოცულობის ამონარჩევთან, რამდენიმე ათეული დაკვირვების შედეგით. თუმცა ასეთი არასრული ინფორმაციის საფუძველზეც შესაძლებელია შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ზოგიერთი მახასიათებლის საორიენტაციო შეფასება. შეიძლება შეფასდეს, როგორც მოვლენის ხდომილობა, ისე შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი, დისპერსია, ან რამდენიმე უფრო მაღალი რიგის მომენტი.

ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი საითხი მათემატიკურ სტატისტიკაში შეფასების პოვნის მეთოდოლოგიური საკითხია. დღეისათვის შეფასების პოვნის ევრისტიული მეთოდების გვერდით გამოწვილვითაა შესწავლილი მისი ანალიზური ძიების მეთოდები. თეორი-

ულ-პრაქტიკული თვალსაზრისით ერთ-ერთი ასეთი ზოგადი მეთო-
 ღია ფიშერის ე. წ. უდიდესი დასაჯერისობის მეთოდი. ამ მეთოდის
 არსი α უცნობი მახასიათებლის ისეთი მნიშვნელობის პოვნაა,
 როცა x_1, x_2, \dots, x_n ცდის შედეგებით სიმკვრივე უდიდეს მნიშვნე-
 ლობას იღებს. $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ფუნქციას დასაჯერისობის ფუ-
 ნქცია ეწოდება, ხოლო მახასიათებლის ის მნიშვნელობა, რომლის
 დროსაც დასაჯერისობის ფუნქცია მაქსიმალურ მნიშვნელობას
 იღებს, უდიდესი დასაჯერისობის ფუნქციით მიღებული შეფასებაა.
 მაშასადამე, ამ მეთოდის მიზანია α მახასიათებლის ისეთი მნიშვნე-
 ლობის მონახვა, რომლის დროსაც დასაჯერისობის ფუნქცია უდი-
 დესია:

$$g(x/a) = g(x_1, x_2, \dots, x_n/a) = \max.$$

ჩვეულებრივ გამოთვლების სიმარტივისათვის ეძებენ დასაჯერი-
 სობის ფუნქციის ნატურალური ლოგარითმის მაქსიმუმს. თუ ცდები
 დამოუკიდებელია, მაშინ

$$\begin{aligned} \ln g(x_1, x_2, \dots, x_n/a) &= \ln [g(x_1/a) \cdot g(x_2/a) \cdot \dots \cdot g(x_n/a)] = \\ &= \sum_{i=1}^n \ln g(x_i/a) \end{aligned}$$

სადაც $g(x_i/a)$ – არის x_i შემთხვევითი სიდიდის სიმკვრივე. თუკი
 სიმკვრივე უწყვეტია, უდიდესი დასაჯერისობის მეთოდით შეფასე-
 ბის მისაღებად განტოლება ასე ჩაიწერება:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln g(x_i/a)}{\partial a} = 0.$$

ამ განტოლების ის ამონახსნები, რომლებიც x_1, x_2, \dots, x_n ცდე-
 ბზეა დამოკიდებული, იქნება საძებნი α^* მახასიათებლის შეფასე-
 ბები. თუ განტოლებას ერთადერთი ამონახსნი აქვს, იგი უდიდესი

დასაჯერისობის ფუნქციის ერთადერთი ამონახსნია. სამაგალითოდ განვიხილოთ ნორმალური კანონით განაწილებული X შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინისა და დისპერსიის შეფასებების პონენის ამოცანა. ამ დროს დასაჯერისობის განტოლება ასეთი სახისა:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln(x_i/m^*)}{\partial m^*} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left[-\frac{1}{2} \ln(2\pi D^*) - \frac{(X - m^*)^2}{2D^*} \right]}{\partial m^*} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln(x_i/m^*)}{\partial D^*} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left[-\frac{1}{2} \ln(2\pi D^*) - \frac{(X - m^*)^2}{2D^*} \right]}{\partial D^*} = 0.$$

ვიპოვოთ დიფერენციალი და ამოვხსნათ:

$$\frac{1}{D^*} \sum_{i=1}^n (x_i - m^*) = \frac{n}{D^*} \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - m^* = 0 \right)$$

$$\frac{2}{2D^{*2}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m^*)^2 - D^* = 0 \right]$$

აქედან

$$m^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$

$$D^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m^*)^2.$$

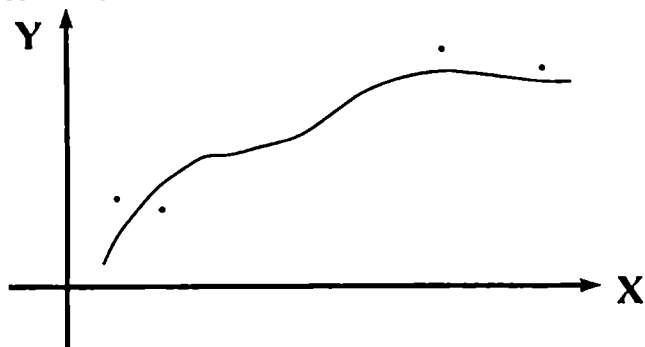
ამგვარად უდიდესი დასაჯერისობის მეთოდი ამ შემთხვევაში მათემატიკური ლოდინის შეფასებად საშუალო არითმეტიკულს,

ზოლო დისპერსიის შეფასებად წანაცვლებულ სტატისტიკურ დისპერსიას იძლევა.

§1.5 უმცირეს კვადრატთა მეთოდი მოდელირებაში

განაწილების სტატისტიკური ფორმების გაგლუვებისა და სტატისტიკური მწკრივების ანალიზური აღწერის მათემატიკურ მეთოდებში გამორჩეული ადგილი უმცირეს კვადრატთა მეთოდს უკავია. ამის საფუძველი უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ეფექტურობაა. სწორედ ამიტომაც, იგი ფართოდ გამოიყენება მათემატიკური სტატისტიკიდან გამომდინარე ტექნიკური კიბერნეტიკის ისეთ მიმართულებებში, როგორცაა მათემატიკური მოდელირება, იდენტიფიკაცია, სახეთა ამოცნობა და ა. შ.

უმცირეს კვადრატთა მეთოდის სახელწოდება მისი მიზნის ფუნქციიდან გამომდინარეობს. უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენება დაიყვანება ექსპერიმენტულ წერტილთა გამაგლუვებელი (ან აღმწერი) ისეთი მრუდის ანალიზურ პონაში, რომლიდანაც გადახრების კვადრატების ჯამი მინიმალურია.



ორი X და Y შემთხვევითი სიდიდეების ურთიერთდამოკიდებულების ცდისეული შედეგები წერტილების სახითაა მოცემული ნახაზზე. უმცირეს კვადრატთა მეთოდი მათი კავშირის ისეთ ფუნქციონალურ დამოკიდებულებას

$$Y = \varphi(X, K_1, K_2, K_3, \dots)$$

იძლევა, რომლიდანაც გადახრების ჯამი მინიმალურია. ე. წ. მიზნის ფუნქციაში უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ეს მოთხოვნა მათემატიკურად ასე გამოისახება:

$$\sum_{i=1}^n [Y_i - \varphi(X_i, K_1, K_2, K_3, \dots)]^2 = \min.$$

უნდა მოიძებნოს მრუდის უცნობი K_1, K_2, K_3, \dots პარამეტრები ისე, რომ ექსპერიმენტულ Y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) მნიშვნელობებსა და მრუდის წერტილებს $\varphi(X_i, K_1, K_2, K_3, \dots)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) შორის განთანხმება (სხვაობა) მინიმალური იყოს.

ამგვარი ამოცანების გადაწყვეტისას პირველადი მრუდის ტიპის არჩევის საკითხია. ეს საკითხი, როგორც ექსპერიმენტულ მონაცემებზე ვიზუალური დაკვირვებით, ისე თვით სისტემის (რომელსაც ახასიათებენ X და Y სიდიდეები) ფიზიკური აგებულებიდან გამომდინარე შეიძლება გადაწყდეს. პასუხი უნდა გაეცეს კითხვას: წრფივია თუ არაწრფივი სისტემა?

როცა არჩეულია $\varphi(X, K_1, K_2, K_3, \dots)$ მრუდის ტიპი, უნდა ვეძებოთ მრუდის უცნობი K_1, K_2, K_3, \dots პარამეტრები. ამისათვის გავაწარმოოთ მიზნის ფუნქცია K_1, K_2, K_3, \dots პარამეტრებით და გავუტოლოთ ნულს.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n [Y_i - \varphi(X_i, K_1, K_2, K_3, \dots)] \left(\frac{\partial \varphi}{\partial K_1} \right)_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n [Y_i - \varphi(X_i, K_1, K_2, K_3, \dots)] \left(\frac{\partial \varphi}{\partial K_2} \right)_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n [Y_i - \varphi(X_i, K_1, K_2, K_3, \dots)] \left(\frac{\partial \varphi}{\partial K_3} \right)_i = 0, \end{cases}$$

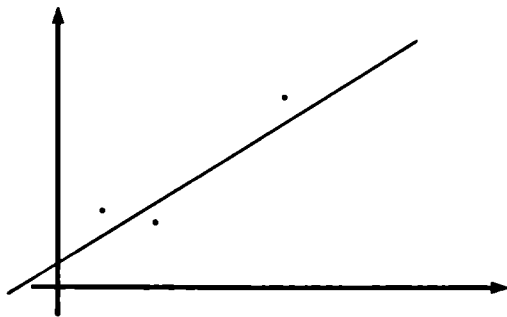
სადაც $\frac{\partial \varphi}{\partial K_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial K_2}, \frac{\partial \varphi}{\partial K_3}, \dots$ ფუნქციის კერძო წარმოებულებაა შესაბამისი პარამეტრებით. მიღებული სისტემის ამონახსნები მოგვცემს საძებნ პარამეტრებს.

დავუშვათ, მრულს ვეძებთ $Y = \varphi(X, K_1, K_2) = K_1 X + K_2$ წრფივი სახით. მაშინ უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით უცნობი K_1 და K_2 პარამეტრებისათვის ასეთი სისტემა მიიღება:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n [Y_i - (K_1 X_i + K_2)] X_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n [Y_i - (K_1 X_i + K_2)] = 0 \end{cases}$$

აქ n ექსპერიმენტების (ცდების) რაოდენობაა. ავეჯამოთ მიღებული განტოლებები i - ინდექსით:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n X_i Y_i - K_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 - K_2 \sum_{i=1}^n X_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n Y_i - K_1 \sum_{i=1}^n X_i - K_2 n = 0 \end{cases}$$



გავყოთ ორივე განტოლება ცდათა რაოდენობაზე:

$$\begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n} - K_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 - K_2 \sum_{i=1}^n X_i = 0, \\ \sum_{i=1}^n Y_i - K_1 \sum_{i=1}^n X_i - K_2 n = 0 \end{cases}$$

როგორც ვხედავთ, განტოლებებში უცნობ K_1 და K_2 პარამეტრებთან ერთად სტატისტიკური მომენტები შედიან:

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = m_x^* ; \quad \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} = a_2^*[X]$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} = m_y^* ; \quad \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n} = a_{1,1}^*[X, Y]$$

ჩავსვათ ეს გამოსახულებები სისტემაში და ამოვხსნათ, მივიღებთ:

$$K_1 = \frac{a_{1,1}^*[X, Y] - m_x^* m_y^*}{a_2^*[X] - m_x^{*2}} = \frac{K_{xy}^*}{D_x^*},$$

$$K_2 = m_y^* - \frac{K_{xy}^*}{D_x^*}$$

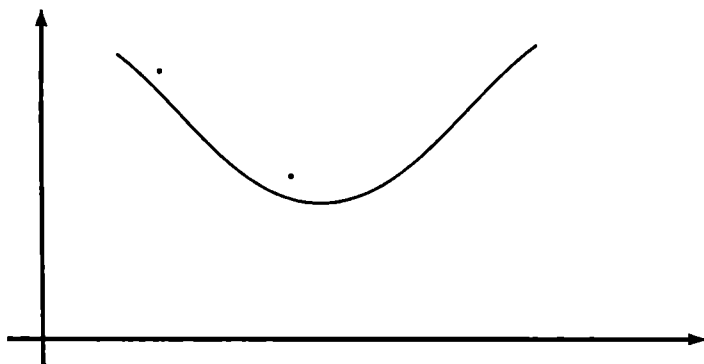
ამგვარად, საძებნი მრუდის განტოლება ასეთია:

$$Y = \frac{K_{xy}^*}{D_x^*} X + m_y^* - \frac{K_{xy}^*}{D_x^*} m_x^*$$

თუ საძებნი მრუდი არაწრფივია, ვთქვათ, კვადრატული, მაშინ საძებნი პარაბოლა

$$Y = K_1 X^2 + K_2 X + K_3$$

სახისაა.



მიზნის ფუნქცია ამ შემთხვევაში ასეთია:

$$\sum_{i=1}^n [Y_i - (K_1 X_i^2 + K_2 X_i + K_3)]^2 = \min.$$

გავაწარმოთ იგი K_1 , K_2 , K_3 -ით და ამოვხსნათ, მივიღებთ:

$$\begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 Y_i - K_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^4 - K_2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^3 - K_3 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i Y_i - K_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^3 - K_2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - K_3 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i - K_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - K_2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - K_3 = 0 \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ სტატისტიკური მომენტების შესაბამის გამოსახულებებს და აღნიშნებს:

$a_0^*[X] = 1$; $a_{0,1}^*[X, Y] = a_1^*[Y]$ განტოლებათა სისტემა ასე ჩაიწერება:

$$\begin{cases} a_4^*[X]K_1 + a_3^*[X]K_2 + a_2^*[X]K_3 = a_{2,1}^*[X, Y] \\ a_3^*[X]K_1 + a_2^*[X]K_2 + a_1^*[X]K_3 = a_{1,1}^*[X, Y] \\ a_2^*[X]K_1 + a_1^*[X]K_2 + a_0^*[X]K_3 = a_{0,1}^*[X, Y] \end{cases}$$

მიღებულ განტოლების კოეფიციენტთა განლაგების წესის დადგენა მარტივია – მარცხნიდან მარჯვნივ და ზემოდან ქვემოთ მომენტთა რიგი იკლებს. ანალოგიურია უფრო მაღალი რიგის არაწრფივობის (კუბური, მეოთხე ხარისხის და ა. შ.) განტოლებათა სტუქტურაც.

ამ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა გვაძლევს საძებნი მრუდის უცნობ K_1, K_2, K_3 ამონახსნებს.

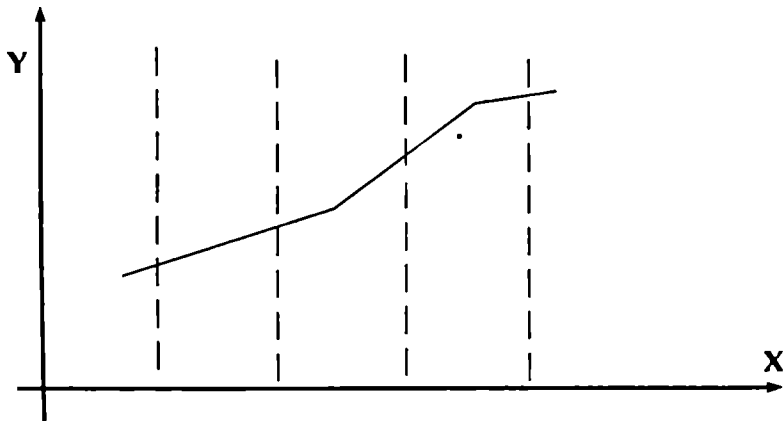
საერთოდ უმცირეს კვადრატთა მეთოდი ანალოგიურად იხსნება (არა მხოლოდ ერთგანზომილებიანი, როგორც ამ შემთხვევაში გვქონდა) მრავალგანზომილებიანი მრუდის აგების საკითხი X_1, X_2, \dots, X_m შემთხვევით სიდიდეთა სისტემის პირობებშიც.

§1.6 რეგრესიული და დისპერსიული ანალიზის მოდელები

რეალურ პროცესებს შორის კავშირები იშვიათად თუ არის ფუნქციონალური. ფუნქციონალური კავშირი, როგორც კავშირის მაქსიმალური ფორმა განსაკუთრებულ შემთხვევაში გამვლინდება. უმეტეს წილად ერთი შემთხვევითი სიდიდის (პროცესის) ცვალებადობა იწვევს მეორის განაწილების კანონის გარკვეულ ცვალებადობას, ასეთ კავშირს სტოქასტიკური (ან ალბათური) კავშირი ეწოდება.

სწორედ ასეთი კავშირების შესასწავლად გამოიყენება კორელაციური ანალიზს ორი მნიშვნელოვანი მიმართულება: რეგრესიული და დისპერსიული ანალიზი.

თუ მოცემული გვაქვს ორი X და Y შემთხვევითი სიდიდის ამონარჩევი, რეგრესიის წრფე გვაჩვენებს საშუალოდ Y სიდიდის ცვლილებას X -ის ცვალებადობით. თუ დავყოფთ X -ს ინტერვალზე და თითოეული ინტერვალის შუა წერტილისთვის ვიპოვოთ Y -ის საშუალო მნიშვნელობას, მაშინ ამ საშუალო მნიშვნელობათა შეერთების ტეხილი ემპირიული რეგრესიის ტეხილია. ნახაზზე მოცემულია ემპირიული რეგრესიის სამაგალითო ვარიანტი.



დიდი რიცხვების კანონიდან გამომდინარე, შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ ამონარჩევის სიგრძის (ცდათა რიცხვის) გაზრდისას ემპირიული ტეხილის ზიგზაგები გლუვდება და იგი სულ უფრო მიიღებს კანონზომიერ ხასიათს. ემპირიული რეგრესიის ზღვრული მდებარეობა, რომლისაკენაც იგი მიისწრაფვის ამონარჩევის სიგრძის უსასრულოდ გაზრდისას (ამასთან არგუმენტის ინტერვალთა სიგრძეების შემცირებისას) რეგრესიის თეორიულ წრფეს იძლევა. რეგრესიის თეორიული წრფის მოძებნით ძირითადად წყდება შემთხვევით სიდიდეთა (პროცესთა) შორის კავშირის ფორმის პრობლემა. ამდენად რეგრესიული ანალიზი გვევლინება მათემატიკაში კარგად ცნობილ ინტერპოლაციისა¹ და ექსტრაპოლაციის² ამოცანების გადაწყვეტის საფუძვლად. აქედან გამომდინარე კი შემთხვევით პროცესთა მათემატიკური მოდელირებისა და პროგნოზის მძლავრ მეთოდოლოგიურ მიმართულებად.

თუ გვაქვს Y და X შემთხვევით სიდიდეთა ამონარჩევი $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ დაკვირვების შედეგებით, მაშინ შეიძლება აიგოს ორი რეგრესია: Y -ის რეგრესია X -ით:

$$M[Y/X = x] = F(x)$$

და X -ის რეგრესია Y -ით

$$M[X/Y = y] = X(y)$$

პრაქტიკაში უმეტესად ისეთი ამოცანები გვხვდება, როცა X_1, X_2, \dots, X_n შემთხვევითი სიდიდეთა ერთობლიობა, როგორც არგუმენტები განსაზღვრავენ Y შემთხვევით სიდიდეს. თუ მოდელირების ამოცანაა X_1, X_2, \dots, X_n - არგუმენტებს სისტემისა და მო-

¹ ინტერპოლაციის ამოცანა — ნებისმიერი ფუნქციის რაიმე შიგა ინტერვალში მნიშვნელობათა აღდგენის ამოცანა.

² ექსტრაპოლაციის ამოცანა — რაიმე ინტერვალზე ნებისმიერი ფუნქციის მნიშვნელობებით ინტერვალს გარეთ ფუნქციის მნიშვნელობის შეფასების ამოცანა.

დელის შესავალ, ხოლო Y სიდიდეს სისტემის გამოსავლელ სიდიდეს ანუ ფაქტორებს უწოდებენ. ხოლო საძებნ რეგრესიას $M[Y/X_1, X_2, \dots, X_n]$ - მოდელის გამოსავალ სიდიდეს უწოდებენ და Y^i -ით აღნიშნავენ. ამ შემთხვევაში ამონარჩევს ასეთი სახე აქვს: $(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1}, y_1), (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2}, y_2), \dots, (x_{1m}, x_{2m}, \dots, x_{nm}, y_m)$ აქ m - ამონარჩევის სიგრძეა.

ცხადია არსებობს მისწრაფება რეგრესიაში სრულად გავითვალისწინოთ სისტემაზე (პროცესზე) მოქმედი ფაქტორები, მისი თეორიულ მრუდთან უფრო მეტად მიახლოების მიზნით, რაც მოდელირების ან პროგნოზის ამოცანის მაღალი სიზუსტით გადაჭრის შესაძლებლობას მოგვცემს. მეორეს მხრივ, გათვალისწინებულ ფაქტორთა n - რაოდენობა $n = 10 + 30m$ დამოკიდებულებაშია ამონარჩევის სიგრძესთან. ამონარჩევის სიგრძე კი უმრავლეს შემთხვევაში შეზღუდულია. m -ის გაზრდას ზღუდავს მარტივი ტიპის მოდელის აგების მოთხოვნილება. თუ მოდელი მეტისმეტად რთულია, იგი გამომთვლელი მანქანის დროის და მეხსიერების დიდ მოცულობას საჭიროებს, რასაც გაზრდილ დანახარჯებთან მივყავართ. ფაქტიურად უნდა მოინახოს კომპრომისი ამ ორ ურთიეთსაწინააღმდეგო ტენდენციას შორის. ამ კომპრომისის მისაღწევად დამუშავებულია ე. წ. რეგრესიის საუკეთესო განტოლების არჩევის მეთოდები. მასში შედიან ჩართვის, გამორიცხვის, ბიჯური რეგრესიისა და ყველა შესაძლო რეგრესიის მეთოდები. ზოგადად აღვწეროთ მათი მოქმედებების პრინციპები:

ჩართვის მეთოდის გამოყენების პირველ ეტაპზე დგინდება ყველა ფაქტორის (ყოველი X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) შემავალი სიდიდის) კორელაციის კოეფიციენტი გამოსავალ Y -სიდიდესთან. მეორე ეტაპზე ვადგენთ რეგრესიას პირველ რიგში იმ X_i -ის მიმართ, რომელსაც Y -თან მაქსიმალური კორელაცია აქვს, თუ რეგრესიის სიზუსტე

არადამაკამყოფილებელია, მასში შეიტანება კორელაციის აბსოლუტური მნიშვნელობით მეორე ადგილზე მდგომი X_j და ა.შ. რეგრესიაში ფაქტორების ჩართვის პროცესი გრძელდება იქამდე, სანამ რეგრესიის სიზუსტე საკმარისად არ მიიჩნევა ან არ ამოიწურება X ფაქტორების მარაგი.

გამორიცხვის მეთოდის მოქმედების პრინციპი ჩართვის მეთოდის საწინააღმდეგოა. აქ პირველ რიგში რეგრესიაში შეიტანება ყველა X_1, X_2, \dots, X_n ფაქტორი. შემდგომ აბსოლუტური მნიშვნელობით ნაკლები კოეფიციენტის მნიშვნელობათა მქონე ფაქტორები გამოირიცხებიან რეგრესიის განტოლებიდან.

ბიჯური რეგრესიის პირველი ეტაპი ჩართვის მეთოდს თანხვდება. მეორე ეტაპზე, რეგრესიაში შეიტანება $r_{yx_j} = \max$ -ის მქონე X_j ფაქტორი და გამოითვლება მოდელის განთანხმება, $y_k - y_k^{\partial}$ შემთხვევითი სიდიდეები. ითვლება კორელაციის კოეფიციენტი რეგრესიის განტოლებაში შეუტანელ ფაქტორებსა და $y_k - y_k^{\partial}$, ($k = 1, 2, \dots, m$) განთანხმებას შორის. რეგრესიის განტოლებაში შემდგომ ფაქტორად შეიტანება ის ფაქტორი, რომლისთვისაც $r(y - y^{\partial})x_j = \max$ და ა.შ.

რაც შეეხება ყველა შესაძლო რეგრესიის მეთოდს, იგი რეგრესიის ნებისმიერ ვარიანტს განიხილავს, მაგრამ ამასთან ერთად მეტად არაეკონომიურია მანქანური დროის დანახარჯების თვალსაზრისით.

აქვე უნდა განვიხილოთ რეგრესიის განტოლების სტრუქტურის საკითხიც. არჩეული X_1, X_2, \dots, X_n ფაქტორების დროს, სტრუქტურის დადგენა ნიშნავს პასუხი გაეცეს კითხვას წრფივია თუ არა წრფივი სისტემა (და შესაბამისად რეგრესიის განტოლება)? სისტემა წრფივია, თუ იგი აკმაყოფილებს ადიტიურობისა და ერთგვა-

როვნების პირობებს. ორი შემთხვევითი სიდიდის ადიტიურობა ნიშნავს ფუნქციონალურ

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

პირობის შესრულებას.

ერთგვაროვნება კი $f(cx) = cf(x)$ ტოლობიდან გამომდინარეობს.

ე.ი. ადიტიურობის დროს სისტემის რეაქცია ამ ორ X_1 და X_2 ფაქტორზე ცალკეულ რეაქციათა ჯამის ტოლია, ხოლო ერთგვაროვნებისას მუდმივისა და ფაქტორის ნამრავლზე რეაქცია ამ მუდმივისა და ფაქტორზე სისტემის რეაქციის ნამრავლის ტოლია. თუ სისტემა ამ პირობებს არ აკმაყოფილებს, იგი არაწრფეობა და ისმება არაწრფევი სტრუქტურის გარკვევის საკითხი – კვადრატულია იგი, კუბური თუ ა. შ.

ასე მაგალითად, არაწრფეობა უმარტივესი რეგრესიის განტოლების შესაბამისი სისტემა:

$$Y^{\partial} = KX^2,$$

რადგან ნებისმიერი ორი შემთხვევითი სიდიდისთვის

$$KX^2 = K(X_1 + X_2)^2 = KX_1^2 + 2KX_1X_2 + KX_2^2,$$

ხოლო ადიტიურობის პირობა კი მოითხოვს, რომ

$$K(X_1 + X_2)^2 = KX_1^2 + KX_2^2$$

ტოლობა სრულდებოდეს:

ასევე არ სრულდება ამ სტრუქტურის დროს ერთგვაროვნების პირობაც:

$$Y^{\partial}(CX) = K(CX)^2 = KC^2X,$$

როცა ერთგვაროვნებისთვის $Y^{\partial}(CX) = KCX$ ტოლობის შესრულება იყო აუცილებელი.

ზოგადად წრფივი სტრუქტურა X_1, X_2, \dots, X_n ფაქტორებისათვის ჩაიწერება ასე:

$$Y^d = F(X_1, X_2, \dots, X_n) = K_0 + K_1 X_1 + K_2 X_2 + \dots + K_n X_n,$$

სადაც K_0, K_1, \dots, K_n რეგრესიის უცნობი პარამეტრებია. კვადრატური არწრფივობა კი ასეთი სახისაა:

$$Y^d = K_0 + K_1 X_1 + \dots + K_n X_n + K_{n+1} X_1^2 + \dots + K_{2n} X_n^2 + \dots + K_{2n+n(n-1)} X_i X_j$$

უკვე ამ განტოლებების შედარებიდანც ნათლად ჩანს, თუ როგორ ზრდის არაწრფივობა რეგრესიის სირთულეს.

როცა რეგრესიის განტოლების საკითხიც გადაჭრილია, ღებვა უცნობი K_0, K_1, \dots, K_n პარამეტრების შეფასების საკითხი. ამ ამოცანის ზოგადად პარამეტრიზაციის ამოცანასაც უწოდებენ. მისი გადაწყვეტის ერთ-ერთი გავრცელებული მეთოდი საშუალო კვადრატული რეგრესიის კლასიდან – უმცირეს კვადრატთა მეთოდია.

აგებული რეგრესიის ცდის შედეგებთან სიახლოვის შესაფასებლად კორელაციის კოეფიციენტი შეიძლება გამოვიყენოთ. მაგრამ თუ შემთხვევით სიდიდეთა შორის არაწრფივი კავშირია, კორელაცია კავშირის შესაფასებლად ნაკლებ ეფექტური ხდება. ამ დროს იყენებენ კ. პირსონის მიერ შემოტანილ ე.წ. კორელაციურ ფარდობას, სიდიდეს, რომელიც რეგრესიის გარშემო განაწილების კონცენტრაციას ახასიათებს. იგი აღინიშნება $\eta_{y/x}^2$ -ით და გამოითვლება ასე:

$$\eta_{y/x}^2 = \frac{M[Y(x) - m_y]^2}{\sigma_y^2}.$$

მისი სტრუქტურის გასარკვევად განვიხილოთ σ_y^2 დისპერსია.

$$\sigma^2[Y] = M[(Y - m_y)^2] = M[(Y - \bar{Y}(X) + \bar{Y}(X) - m_y)^2] =$$

$$= M[(Y - \bar{Y}(x))^2] + M[(\bar{Y}(x) - m_y)^2] + 2M\{[Y - \bar{Y}(x)][\bar{Y}(x) - m_y]\}.$$

ამ ტოლობაში უკანასკნელი შესაკრები ნულის ტოლია, რადგან მისი პირველი თანამამრავლის მათემატიკური ლოდინი ნულის ტოლია. თუ $\eta_{y/x}^2 = M[(Y - \bar{Y}(x))^2]$ აღვნიშნავთ, მაშინ

$$\eta_y^2 = \eta_{y/x}^2 + M[(\bar{Y}(x) - m_y)^2].$$

თუ ამ სიდიდეს $\eta_{y/x}^2$ - კორელაციური ფარდობის გამოსახულებაში ჩავსვამთ, მივიღებთ:

$$\eta_{y/x}^2 = 1 - \frac{\sigma_{y/x}^2}{\sigma_y^2}.$$

აქედან შეიძლება გამოვიტანოთ დასკვნა, რომ $0 \leq \eta_{y/x}^2 \leq 1$ ფარგლებშია, თუ $\eta_{y/x}^2 = 0$, ე. ი. განაწილება მთლიანად $Y(x)$ რეგრესიის წრფეს ემთხვევა და X სიდიდე ფუნქციონალურად უკავშირდება Y -ს, $\eta_{y/x} = 1$ როცა $Y(x) = m_y = const$ და რეგრესია აბსცისათა ღერძის პარალელურია,

$$\eta_{y/x}^2 = 0.$$

პრაქტიკაში გვხვდება სისტემები, რომელზეც მოქმედი ფაქტორები რაოდენობრივის ნაცვლად თვისობრივადაა შეფასებული. მაგალითად, ქვეყნის საგადასახადო ბალანსის დეფიციტს ბევრად განაპირობებს როგორც ექსპორტი, ისე იმპორტი, ამდენად რაოდენობრივად მოცემული Y -შემთხვევითი სიდიდე ანუ საგადასახადო ბალანსის დეფიციტი დამოკიდებულია F_1 - ექსპორტსა და F_2 - იმპორტზე /ფულად ერთეულებში/. ამ დამოკიდებულების სტატისტი-

კური მოდელის აგება არის დისპერსიული ანალიზის განხილვის საგანი. ამ თეორიის ფარგლებში თითოეული ფაქტორის თვისობრივად კონკრეტულ მნიშვნელობას – დონეს უწოდებენ. დისპერსიული ანალიზის ამოცანა Y შემთხვევით სიდიდეზე დაკვირვების შედეგებით მისი მათემატიკური ლოდინისა და დისპერსიის ფაქტორებზე დამოკიდებულების აღწერაა.

ხშირად დისპერსიული ანალიზი ექსპერიმენტის დაგეგმვის თეორიასთან ერთად გამოიყენება. დაუშვათ, მოცემული ორი F_1, F_2 ფაქტორიდან, F_1 ფაქტორს μ რაოდენობის დონე აქვს, ხოლო F_2 -ს ν დონე. სრული (ორფაქტორიანი) ექსპერიმენტის გეგმა ამ ექსპერიმენტის ისეთ სქემას გულისხმობს, როცა ფაქტორთა დონეების თითოეული კომბინაციისათვის $\mu\nu$ დაკვირვება Y სიდიდეზე თითოჯერ ხდება. ექსპერიმენტთა დაგეგმვის ეს სქემა დისპერსიული ანალიზის ამოცანის გადაწყვეტის საშუალებას იძლევა.

F_1 ფაქტორის i დონისა და F_2 -ის j დონის ერთობლივი არსებობისას Y -შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობა Y_{ij} – აღვნიშნოთ. დაუშვათ, Y_{ij} შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი

$$M[Y_{ij}] = b_0 + b_{1i} + b_{2j}, \quad (i = 1, 2, \dots, \mu; j = 1, 2, \dots, \nu)$$

აქ b_0 – ორივე ფაქტორის ყველა დონისთვის Y -ის მათემატიკური ლოდინის საერთო ნაწილია; პრაქტიკული მოსაზრებიდან გამომდინარე მას $M[Y]$ -ის საშუალო მნიშვნელობის ტოლად იღებენ.

b_{1i} – არის F_1 ფაქტორის i -ური დონის გავლენით მიღებული ნაწილი, ხოლო

b_{2j} – არის F_2 ფაქტორის j -ური დონის გავლენით მიღებული ნაწილი.

ამასთან b_0 -ის არჩეული მნიშვნელობიდან გამოძღინარე:

$$\sum_{i=1}^{\mu} b_{1i} = 0, \quad \sum_{i=1}^{\mu} b_{2i} = 0$$

$M[Y_{ij}]$ ($i = 1, 2, \dots, \mu; j = 1, 2, \dots, \nu$) სიდიდეები რეგრესიის წრფივი განტოლების

$$f(x) = b_0 x_1 + b_{11} x_2 + \dots + b_{1,\mu-1} x_{\mu} + b_{21} x_{\mu+1} + \dots + b_{2,\nu} x_{\mu+\nu-1}$$

მნიშვნელობას იღებს.

აქ $x_1 = 1$, ხოლო (x) -დანარჩენი ცვლადები 0,1, ან -1 მნიშვნელობებს იღებენ.

ამგვარად, დისპერსიული ანალიზის ამოცანა რეგრესიული ანალიზის ამოცანამდე დაიყვანება უცნობი b_0, b_{1i}, b_{2j} ($i = 1, 2, \dots, \mu; j = 1, 2, \dots, \nu$) პარამეტრებითა და დისპერსიით.

$$b_0^* = \frac{1}{\eta\nu} \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\nu} y_{ij}$$

$$b_{1i}^* = \frac{1}{\nu} \sum_{j=1}^{\nu} y_{ij} - b_0^*, \quad (i = 1, 2, \dots, \mu)$$

$$b_{2j}^* = \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^{\mu} y_{ij} - b_0^*, \quad (j = 1, 2, \dots, \nu)$$

აქ $b_0^*, b_{1i}^*, b_{2j}^*$ სიდიდეები b_0, b_{1i}, b_{2j} პარამეტრების შეფასებებია შესაბამისად.

რაც შეეხება დისპერსიის შეფასებას, იგი გამოითვლება ასე:

$$D_y^* = \frac{1}{(\mu-1)(\nu-1)} \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\nu} (y_{ij} - M[y_{ij}])^2.$$

თუ Y სიდიდე ვექტორულია, მაშინ დისპერსიასთან ერთად აუცილებელი ხდება კორელაციური მატრიცის გამოთვლა.

სრული მრავალფაქტორული დაგეგმვის სქემის განხორციელება უმრავლეს პრაქტიკულ შემთხვევებში შეუძლებელია ფაქტორთა დონეების კომბინაციათა დიდი რიცხვის გამო. აქედან გამომდინარე წარმოიშვება დონეთა კომბინაციების ოპტიმალური არჩევის ამოცანები. ამ ამოცანების გადაწყვეტის გზებს სწავლობს ექსპერიმენტთა დაგეგმვის თეორია.

ზოგადად დისპერსიული ანალიზი, ისევე როგორც რეგრესიული ანალიზი, თანამედროვე ტექნიკური კიბერნეტიკის მათემატიკური უზრუნველყოფის უმნიშვნელოვანესი მიმართულებებია. ამ საკითხებზე დიდი მოცულობის ტექნიკური ლიტერატურაა დაგროვილი. მიუხედავად იმისა, რომ ორივე მათგანი თეორიულად საკმაოდ დეტალურადაა შესწავლილი, გამოყენებითი სფეროს გაფართოებასთან ერთად, დღემდე არ წყდება მათი სრულყოფისა და გაღრმავების თეორიული სამუშაოები.

§1.7 შემთხვევითი პროცესის სტატიკური მოდელები

შემთხვევითი პროცესი, როგორც შემთხვევით სიდიდეთა ერთობლიობა, შეიძლება დახასიათდეს დროზე ფუნქციონალურად დამოკიდებული მომენტური მახასიათებლებით, რომლებიც არგუმენტის ფიქსირებული მნიშვნელობისას შესაბამისი შემთხვევითი სიდიდის მომენტური მახასიათებლებია. შემთხვევითი პროცესის მახასიათებელთა შეფასებას წინ უსწრებს შესაბამისი სტატისტიკური ინფორმაციის დაგროვება. თუ მიღებულია შემთხვევითი პროცესის n რეალიზაცია და პრაქტიკული მოსაზრებიდან გამომდინარე აუცილებელია მისი t_1, t_2, \dots, t_n კვეთების განხილვა, მაშინ საჭირო ხდება mn მოცულობის ინფორმაციის შენახვა. ზოგადად დროის კვეთებს ერთმანეთის ტოლად იღებენ, ისე, რომ მონაკვეთის სიგრძეზე რეალიზაციები მცირედ იცვლებოდნენ. ამდენად ზოგჯერ რთულდება

ასეთი მოცულობის ინფორმაციის შენახვა. ფაქტიურად გროვდება $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_m)$ შემთხვევით სიდიდეთა ამონარჩევები, თანაც თითოეული ამონარჩევის სიგრძე n -ის ტოლია. ე. ი. ნებისმიერი t_k კვეთისთვის (დროის ფიქსირებული მნიშვნელობისათვის), გვაქვს $x_1(t_k), x_2(t_k), \dots, x_n(t_k)$ ($k = 1, \dots, m$) ამონარჩევი. შემთხვევითი სიდიდეების მომენტური მახასიათებლების ანალოგიურად ფასდება შემთხვევითი პროცესის თითოეული კვეთის, როგორც შემთხვევითი სიდიდის მახასიათებლები:

$$m_x^*(t_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t_k) \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

$$D_x^*(t_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t_k) - m_x^*(t_k)]^2, \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

$$K_x^*(t_k, t_j) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t_k) - m_x^*(t_k)][x_i(t_j) - m_x^*(t_j)]$$

$$(k = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad j \neq k)$$

აქ $m_x^*(t_k)$ - არის t_k კვეთის შესაბამისი შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი ანუ შემთხვევითი პროცესის მათემატიკური ლოდინის მნიშვნელობა არგუმენტის t_k მნიშვნელობისას.

$D_x^*(t_k)$ - შესაბამისი დისპერსიაა.

$K_x^*(t_k, t_j)$ - კორელაციური მატრიცის ელემენტები ანუ კორელაციური მომენტია t_k და t_j -ს შესაბამის შემთხვევით სიდიდეთა შორის ($k = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad j \neq k$)

ვლებულობთ რა $m_x^*(t_1), m_x^*(t_2), \dots, m_x^*(t_k), \dots, m_x^*(t_m)$ მათემატიკური ლოდინის შეფასებას, გრაფიკზე მათი მნიშვნელობების შეერთებით მივიღებთ შემთხვევითი პროცესის ემპირიული მათემატიკური ლოდინის გრაფიკს, ხოლო მათი აპროქსიმაციით, შესაბამის ანალიზურ გამოსახულებასაც.

ანალოგიურად შეიძლება დისპერსიის ემპირიული გრაფიკისა და ანალიზური გამოსახულების მიღებაც. რაც შეეხება კორელაციას, რადგან ნებისმიერი $K_x^*(t_k, t_j) = K_x^*(t_j, t_k)$ ამიტომ მისი კორელაციური მატრიცის ელემენტთა რიცხვი გამოითვლება ასე:

$$C_m^2 = \frac{m!}{2!(m-2)!}$$

სადაც m დროითი კვეთების რაოდენობაა. სამგანზომილებიან საკოორდინატო სივრცეში, რომლის ღერძებზე შესაბამისად t_k, t_j და $K_x^*(t_k, t_j)$ გადაიზომება, ამ მნიშვნელობათა შესაბამისი ზედაპირით აპროქსიმაციისას, მივიღებთ, კორელაციური ფუნქციის სტატისტიკურ შეფასებას.

ანალოგიური სახე აქვს ორი $X(t)$ და $Y(t)$ შემთხვევითი პროცესის ურთიერთშორისი კორელაციური ფუნქციის შესაფასებელ ფორმულას:

$$K_{xy}^*(t, t') = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t) - m_x^*(t)][y_i(t') - m_x^*(t')].$$

და ზემოთაღწერილი გზით შეიძლება მისი აპროქსიმაცია და ანალიზური გამოსახვა.

დასკვნა: აღწერილი ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის კლასიკური, ტიპიური მოდელების თანამედროვე საინფორმაციო სისტემებში გამოყენება მრავალ პრაქტიკულ სირთულეს აწყდობა. ერთის მხრივ, შემთხვევით პროცესთა არასტაციონარობა და მათ შესახებ არასრული ინფორმაცია, მეორეს მხრივ, დროის რეალური მასშტაბი და მოდელირების, პროგნოზის მაღალი სიზუსტის მიღწევის სურვილი პრაქტიკოსებს ახალი გზების ძიების აუცილებლობას კარნახობს. შემდეგ თავებში აღწერილი ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია, რომელიც ქართული სამეცნიერო სკოლის მიერ ადაპტური იდენტიფიკაციის ბაზაზე დამუშავდა /ისევე როგორც თვით ადაპტური იდენტიფიკაცია/, ამ დილემის გადაწყვეტის საუკეთესო გზაა.

ვფიქრობთ, ამ დასკვნაში ის მკითხველებიც დაგვერწმუნებიან, რომლებიც ამ მონოგორაფიას ბოლომდე წაიკითხავენ; ხოლო მათ კი, ვინც პრაქტიკულად გამოიყენებს ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ მათემატიკურ აპარატს, თვით პრაქტიკა აიძულებს ამას.

კუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია

კუმანიტარულ-ტექნიკურის მიერ წაყენებულ, გაზრდილ მოთხოვნებს მოდელების თეორიაში ცნობილი მეთოდებიდან, დღეისათვის, ძირითადად, მხოლოდ ადაპტური იდენტიფიკაციის მეთოდი აკმაყოფილებს. ადაპტური იდენტიფიკაცია მოდელების იდენტიფიკაციის უაზლოესი მიმართულებაა და იგი ქართული კიბერნეტიკულ სკოლიდან იღებს სათავეს. [1-4] იდენტიფიკაციის ეს მიმართულება იტერაციული სტრუქტურის ალგორითმებს ეყრდნობა და მეთოდში გამოყენებული მიზნის ფუნქციონალები მიმდინარე და აპრიორულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით ბიჯურ ექსტრემუმებს მიესწრაფვიან; სწორედ ეს არის მთელი მეთოდის (ასევე ცალკეული ალგორითმების) ეკონომიურობისა და ეფექტურობის საწინდარი. ეკონომიკურობა – მანქანური დროისა და მეხსიერების მოცულობის მცირე დანახარჯებით, ეფექტურობა კი – მისი ადაპტურობის, არასრული ინფორმაციის პირობებში მუშაობის, არასტაციონალური პროცესების იდენტიფიკაციის მაღალი სიზუსტითა და დაშვებული ცდომილებათა თვითკორექტირებით მიიღწევა. სწორედ ეკონომიურობა და ეფექტურობაა ბიოსისტემის ფუნქციონირების ძირითადი მახასიათებელი. თუმცა ადაპტური იდენტიფიკაცია ბიოსისტემის ქმედების მათემატიკური (ხელოვნური) გამეორების მოთხოვნილიდან არ შექმნილა, მისი ავტორების ამოსავალი პირობა მეთოდის (ალგორითმის) ფუნქციონირების ეკონომიურობა და ეფექტურობა იყო.

ფაქტიურად ალგორითმში გარკვეულწილად აირეკლა მაღალგანვითარებული ბიოსისტემის ქმედების ალგორითმი და სწორედ აქედან იღებს სათავეს ანალოგიების ზემოთ აღწერილი ჯაჭვი.

ყოველივე ზემოთქმული და შესაბამისი ლიტერატურის ანალიზი, ნაშრომში დასმული პირველი ამოცანის გადაწყვეტისა და შემდგომი დასკვნის საშუალებას გვაძლევს: მოდელირების თეორიაში თანამედროვე ტექნიკური და ეკონომიკური მოთხოვნილების დაკმაყოფი-

ლება იტერაციული სტრუქტურების ბაზაზე აგებული ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმებითაა შესაძლებელი. იტერაციული ალგორითმების განსწავლადი ბუნება ობიექტთა არასტაციონალობის პირობებში მახასიათებელთა დროში ცვალებადობის უშუალო გათვალისწინების საშუალებას იძლევა. განსწავლადი ალგორითმების საფუძველში ჩადებულ-მიმდინარე ინფორმაციის თანმიმდევრულ დამუშავებას, მინიმუმამდე დაკავს მოთხოვნილი მანქანური მეხსიერება, მნიშვნელოვნად ამარტივებს ალგორითმების სტრუქტურას და ქმნის შესაძლებლობებს თანდათანობით ანაზღაურდეს აპროორიული ინფორმაციის უკმარისობა. ყველა ზემოთჩამოთვლილი ფაქტორი განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს დროის რეალურ მასშტაბში მუშაობის პირობებში. ქვემოთ მოგვყავს ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმი (და მისი მოდიფიკაციები), რომლებიც ამ პირობების დაკმაყოფილების ძირითად, ფუნდამენტურ ალგორითმად შეიძლება მივიჩნიოთ. მოდელირების თეორიის ცალკეულ ამოცანებში: იდენტიფიკაცია (პარამეტრიზაცია) იქნება ეს თუ სახეთა ამოცნობა, სტატისტიკური შეფასების თეორია თუ პროგნოზი, ან ფაქტორული ანალიზი განვიხილავთ მისგან გამომდინარე ძირითად ადაპტურ ალგორითმებს, მათი ერთიანი გამოყენების სქემებსა და თავისებურებებს.

ვთქვათ, ობიექტზე მოქმედებს კონტროლირებადი x_1, x_2, \dots, x_n შესავალი სიდიდეები, Y – ობიექტის გამოსავალი სიდიდეა, h_1, h_2, \dots, h_n – ობიექტის ჭეშმარიტი პარამეტრები, რომლითაც ობიექტის შესავალი შესაბამისი სიდიდეები მის გამოსავალს უკავშირდებიან. n – ობიექტის განზომილებაა.

გავყოთ Y – ობიექტის გამოსავალი სიდიდე ორ ნაწილად:

$$Y = Y^0 + \delta Y$$

აქ Y^0 – ობიექტის შესაბამისი მოდელის გამოსავალი სიდიდეა, δY – ობიექტის გამოსავალი სიდიდის ის ნაწილია, რომელიც ობი-

ექტზე მოქმედი არაკონტროლირებადი ზემოქმედებით, ასევე გაზომვების ცლომილებითაა განპირობებული და შემდეგ პირობებს აკმაყოფილებს:

$$\begin{cases} M[\delta Y] = 0; \\ M[\delta Y_q \delta Y_s] = 0; q \neq s \\ M[(\delta Y)^2] = \delta_{\delta Y}^2 = D[\delta Y] \end{cases}$$

δY – ხელშემშლელზე დადებული ასეთი შეზღუდვების პირობებში მოკლებნით მათემატიკური მოდელი წრფივ სახეში –

$$Y^{\delta} = \sum_{i=1}^n K_i X_i.$$

აქ K_i – მოდელის პარამეტრია, რომელიც ობიექტის შესაბამის (i – ურ) h_i – ჭეშმარიტ პარამეტრს აფასებს.

მცირე გაგებით იდენტიფიკაციის ამოცანა სწორედ ამ უცნობ (K_i , $i = 1, 2, \dots, n$) პარამეტრების შეფასებაა. შეფასების საფუძველი განსწავლად, ადაპტურ ალგორითმში მიზნის შემდეგი შემთხვევითი ფუნქციონალია:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Q_k(X, K, \delta Y).$$

მოდელის უცნობი პარამეტრების ძებნისას $Q_k(X, K, \delta)$ შემთხვევითი ფუნქციონალი თითოეული $k = 1, 2, \dots, N$, იტერაციულ ბიჯზე ექსტრემალურ მნიშვნელობას უნდა იღებდეს. ხშირად მიზანშეწონილია ეს ფუნქციონალი წარმოვადგინოთ ობიექტისა და მოდელის გამოსავალ სიდიდეთა შორის განთანხმების (სხვაობის) კვადრატის სახით [5-6].

$$Q_N(X, K, \delta) = (Y_N - Y_N^0)^2 -$$

მიზნის ფუნქციონალის სახე ცალსახად განაპირობებს ალგორითმის იტერაციულ სტრუქტურას.

„შემეცნების მეცნიერული მეთოდი – ეს იტერაციული პროცესია, ამდენად მიზანშეწონილია, რომ მოდელირებაში, როგორც შემეცნების იარაღი იტერაციული თვისების მქონე ალგორითმები გამოვიყენოთ. იტერაციულ ალგორითმში გადაწყვეტილების მიღება მიზანთან თანდათანობით, ბიჯური მიახლოებით ხდება. ასეთ ალგორითმებს შეუძლიათ მხედველობაში მიიღონ წინა გამოცდილება, ცოდნა, აპრიორული ინფორმაცია და დააზუსტონ იგი, გაამდიდრონ ახალი ინფორმაციის გადამუშავების, ახალი ექსპერიმენტების შედეგების მხედველობაში მიღების ხარჯზე“ [49] – წერენ ავტორები ალგორითმთა იტერაციული სტრუქტურის შესახებ.

იტერაციული სტრუქტურის შემთხვევაში მიზნის ფუნქციონალის გრადიენტი ადაპტური მოდელის განახლების წყაროდ იქცევა:

$$\bar{K}_{N+1} = \bar{K}_N + \gamma_{N+1} \Delta Q_{N+1}(X, K, \delta Y).$$

აქ \bar{K}_N მოდელის პარამეტრთა ვექტორია N ბიჯზე, \bar{K}_{N+1} – მოდელის ახალი $N+1$ – ბიჯის შესაბამისი პარამეტრთა ვექტორია, γ_{N+1} – წონითი პარამეტრია $N+1$ ბიჯზე.

მოდელის წრფივობისა და ზემოთ აღწერილი მიზნის ფუნქციონალის გათვალისწინებით პარამეტრიზაციის ადაპტური ალგორითმი ასეთ სახეს მიიღებს (კოორდინატული ჩაწერა):

$$K_{i,N+1} = K_{i,N} + \gamma_{N+1} \frac{Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N} X_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2} X_{i,N+1}.$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad N = 0, 1, \dots)$$

დავუშვათ γ_{N+1} წონითი პარამეტრი 1-ის ტოლია, მაშინ მივიღებთ ე.წ. კანმაჟის ალგორითმს, რომელიც ჯერ კიდევ 1937 წელს გამოყენებულ იქნა ამ გვარის პოლონელი მეცნიერის მიერ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნისთვის. 60-იანი წლებიდან იწყება ამ ალგორითმის იდენტიფიკაციის ამოცანაში გამოყენება [28-31]. 1972 წელს იგივე ალგორითმს იაპონელმა მეცნიერებმა ნაგუმომ და ნოდამ [33] განსწავლადი სისტემების თეორიაში მისი მნიშვნელობის გათვალისწინებით ფუნდამენტური უწოდეს.

თუ დავუშვებთ, რომ ალგორითმში არ ხდება შემოსული მიმდინარე ინფორმაციის ნორმალიზაცია (ე.ი. არ გვაქვს მნიშვნელოვანი

$\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2$) და წონითი პარამეტრი ბიჯის რიგზეა (N -ზეა) დამოკიდებული,

ალგორითმიდან ჩვეულებრივ სტოქასტური აპროქსიმაციის ალგორითმს მივიღებთ; მაშინ ალგორითმი მაღალი შემგუებლობის თვისებას დაკარგავს. სტოქასტური აპროქსიმაციის ალგორითმების შეგუებადობის თვისება იქედან გამომდინარე, რომ წონითი პარამეტრი ბიჯების რაოდენობის ფუნქციაა, მიღვევადია. მკვეთრად არასტაციონალური ობიექტის პირობებში (როცა N დიდია) ასეთი ალგორითმების ეფექტურობა დაბალია.

თუ γ_{N+1} - წონისი პარამეტრი ობიექტისა და მოდელის სტატისტიკურ მახასიათებელთა ფუნქციაა, ეს შესაძლებლობას მოგვცემს მივანიჭოთ ალგორითმს ჭეშმარიტად ადაპტაციური ხასიათი და ნებისმიერი სახის არასტაციონალურობისას შევეგუოთ ობიექტის მახასიათებელთა ცვალებადობას:

$$\gamma_{N+1} = f(\Delta_N^2, \sigma_{\delta y}^2).$$

აქ $\sigma_{\delta y}^2$ - ხელშეშლის დისპერსიაა,

$\Delta_N = Y - Y^d$ - ობიექტისა და მოდელის გამოსავალი სიდიდეთა შორის განთახმება.

ადაპტური იდენტიფიკაციის ამ ალგორითმს, წონითი პარამეტრის არჩევის საკითხებს, მის თეორიულ და პრაქტიკულ კვლევას მრავალი ნაშრომი მიეძღვნა [12-14]. დამტკიცებულია ალგორითმის კრებადობის პირობები [32], მიღებულია ალგორითმის სხვადასხვა სახის მოდიფიკაციები [45], დამტკიცებულია, რომ ალგორითმი აბსოლუტური კრებადობის ალგორითმთა ჯგუფს მიეკუთვნება [5-6] და ა.შ.

ალგორითმის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია ასეთია: თითოეული იტერაციულ ბიჯზე აპრიორული K_n წერტილიდან n განზომილებიან სივრცეში კეთდება ბიჯი – ეშვება პრეპენდიკულარი $Y_{N+1}, X_{1,N+1}, X_{2,N+1}, \dots, X_{n,N+1}$ სიდიდეებით განსაზღვრულ ჰიპერსიბრტყისკენ, განტოლებათა სისტემის ამოხსნის დროს, როცა $\delta Y = 0$, პერპენდიკულარის ბოლო ახალი $N+1$ ჰიპერსიბრტყეა, მაგრამ იდენტიფიკაციის ამოცანის გადაწყვეტისას, როგორც წესი $\delta Y \neq 0$, ანუ ხელშეშლა არსებობს და ბიჯიც ახალი ჰიპერსიბრტყისაკენ რაიმე γ_{N+1} წონით უნდა შესრულდეს, $\gamma_{N+1} < 1$, ამდენად K_{N+1} წერტილი პერპენდიკულარის ბოლოში არაა. თავის მხრივ, $N+2$ ბიჯზე K_{N+1} წერტილი შემდგომ ჰიპერსიბრტყეზე პროექტირდება და ა.შ. რის შედეგადაც $K_N, K_{N+1}, K_{N+2}, \dots$ წერტილების მიმდევრობა თანდათანობით მიესწრაფება ჭეშმარიტ h წერტილს [34-36].

ადაპტური იდენტიფიკაციის (კაჩმაჟის) ალგორითმის ოპტიმალური წონითი პარამეტრის გამოსახულება ასეთია:

$$\frac{M\left[\left(\sum_{j=1}^n a_j X_j\right)^2\right]}{M\left[\left(\sum_{j=1}^n a_j X_j\right)^2 + \sigma_{\delta_y}^2\right]},$$

აქ $a_j = h_j - k_j$; $\gamma_{\text{ნტ}}$ – ოპტიმალური წონითი პარამეტრია, ხოლო ალგორითმის ოპტიმალური ბიჯია:

$$M[\Psi_{\text{ნტ}}] = M\left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n a_j X_j\right)^2}{\sum_{j=1}^n X_j^2}\right]$$

$M[\Psi_{\text{ნტ}}]$ – ალგორითმის ოპტიმალურ ბიჯს აღნიშნავს.

ცხადია, ზემოთმოყვანილი გამოსახულებების პრაქტიკული გამოყენება შეუძლებელია ობიექტის ჭეშმარიტ პარამეტრთა და ალბათურ მახასიათებელთა განუზღვრელობის გამო. ამ მიზნით გადადიან შეფასებებზე და იღებენ ალგორითმის წონითი პარამეტრის სამუშაო სახეს:

$$\gamma_{\text{ნტ}} = \frac{\overline{\Delta^2} - \sigma^2 \delta_y}{\overline{\Delta^2}},$$

$$\text{სადაც } \Delta = Y - \sum_{j=1}^n K_{\gamma_j} X_j = Y - Y^{\hat{}}.$$

გამოსახულებიდან ჩანს, რომ თუ $\delta_y = 0$, მაშინ წონითი პარამეტრი $\gamma_{\text{ნტ}} = 1$; რაც კანონზომიერია, სრული ინფორმაციის შემთხვევაში წონითი პარამეტრი ზედმეტი ხდება, რადგან იგი ფაქტიურად

δ_y ხელშეშლების ელიმინირებისთვის არის შემოტანილი.

თუ ობიექტი სტაციონალურია, მაშინ განსწავლის პროცესში $\overline{\Delta}^2 \rightarrow \sigma_{\delta y}^2$ და $\gamma \rightarrow 0$, თანაც $\overline{\Delta}^2 \rightarrow \sigma_{\delta y}^2$ ზემოდან, ანუ ობიექტისა და მოდელის გამოსავალ სიდიდეთა განთანხმების კვადრატი თავის თავში მოიცავს ხელშეშლის დისპერსიასაც. აქედან გამომდინარე, წონითი პარამეტრი დადებითი სიდიდეა და იგი ფარგლებში $0 \leq \gamma \leq 1$ იცვლება.

თუ ხელშეშლა $\delta y \neq 0$, წონითი პარამეტრის განსაზღვრა $\sigma_{\delta y}^2$ – სიდიდის აპრიორული მნიშვნელობის ცოდნას ითხოვს. მიახლოებით იგი Δ განთანხმების მნიშვნელობის პროგნოზით შეიძლება შეფასდეს. როგორც ცნობილია []:

$$\sigma_{\delta y}^2 = \sigma^2(1 - \eta^2)$$

სადაც – σ_y^2 ობიექტის გამოსავალი სიდიდის დისპერსიაა, η – ობიექტისა და მოდელის გამოსავალ სიდიდეთა შორის კოორელაციული ფარდობაა.

თუ დაუშვებთ, რომ σ_y^2 და η არ იცვლებიან, ან იცვლებიან ოდნავ, მაშინ $\sigma_{\delta y}^2$ ზემოთ მოყვანილი გამოსახულებიდან განისაზღვრება.

როცა ხელშეშლის დისპერსიის ($\sigma_{\delta y}^2$) შეფასება შეუძლებელია, გადადიან ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმის ერთ-ერთ განზოგადებულ მოდიფიკაციაზე – ე.წ. საშუალო ვექტორის ალგორითმზე:

$$K_{i, N+1} = K_{i, N} + \frac{1}{m} \sum_{\kappa=1}^m \frac{Y_{N+\kappa} - \sum_{j=1}^n K_{j, N} X_{j, N+\kappa}}{\sum_{j=1}^n X_{j, N+\kappa}^2} X_{i, N+\kappa},$$

($N = 0, 1, 2, \dots$; $\kappa = 1, 2, \dots, m$; $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$)

სადაც წონითი პარამეტრი უკვე $\gamma = \frac{1}{m}$ სახითაა განსაზღვრული.

საშუალო ვექტორის ალგორითმი თუმცა სასრული ნარჩენი ცდომილებით ხასიათდება, მიუხედავად ამისა, იგი σ_{δ}^2 – სიდიდეზე აპრიორულ ინფორმაციას არ ითხოვს. [57-60] სამუშაოში დამტკიცებულია ამ ალგორითმის კრებადობა და ნაჩვენებია, რომ ნარჩენი ცდომილება:

$$\Psi_{\epsilon} = \frac{\sigma_{\delta y}^2}{m} - \frac{\sum_{j=1}^n X_j^2}{\left(\sum_{j=1}^n X_j\right)^2}.$$

აქ Ψ_{ϵ} – ნარჩენი ცდომილებაა.

m – ალგორითმის ერთ ბიჯზე გადამუშავებული მონაცემთა რაოდენობა.

გამოსახულებიდან ჩანს, რომ რაც მეტი მონაცემები იქნება თითოეულ იტერაციულ ბიჯზე გადამუშავებული (რაც მეტია m), მით მცირე იქნება ნარჩენი ცდომილება.

თუ მოთხოვნილი სიზუსტე წინასწარ ცნობილია, მაშინ ამ გამოსახულებიდან ყოველთვის შეიძლება გადასამუშავებელი ინფორმაციის რაოდენობის (m -ის) გათვლა.

თეორიული და პრაქტიკული მოსაზრებიდან გამომდინარე, მიზანშეწონილად არის მიჩნეული სრული იდენტიფიკაციის თითოეული ეტაპი, ისე მოდელირების ყველა ამოცანა ერთი სახის და სტრუ-

ქტურის ალგორითმებით ან ალგორითმთა კომპლექსით წყდებოდეს.

ზემოთ აღწერილი ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმი და მისი მოდიფიკაციები სწორედ ის ერთ-ერთი უნივერსალური მოდელებია, რომელთა გამოყენებით, წაყენებული მოთხოვნების დაცვით, ერთობლიობაში შეიძლება გადაიჭრას დასმული პრობლემა.

მათემატიკური სტატისტიკის შეფასების თეორიაში ამ სტრუქტურის ძირითად ალგორითმად შეიძლება განხილული იქნას რიცხობრივ მახასიათებელთა შეფასების იტერაციული ალგორითმი (ზოგჯერ იგი „ექსპოტენციალური შეწონვის“ ალგორითმის სახელწოდებით არის ცნობილი). ნებისმიერი რიცხობრივი მახასიათებლის შეფასება ხდება ასეთი მიზნის, ფუნქციონალის გამოყენებით:

$$\Theta_N(X, a^*, \delta x) = (X_N - a_{N-1}^*)^2$$

აქ x – შემთხვევითი სიდიდეა, რომლის სტატისტიკური მახასიათებლის შეფასება ხდება.

a^* – საძებნი სტატისტიკური მახასიათებლის შეფასებაა,

δx – ადიტიური ხელშეშლა, x შემთხვევით სიდიდეზე დადებული,

N – იტერაციული ბიჯის ნომერი.

ამ მიზნის ფუნქციონალის გრადიენტის იტერაციულ სტრუქტურაში შეტანით ვლელობთ ექსპოტენციალური შეწონვის ალგორითმს:

$$a_{N+1}^* = a_N^* + \alpha_{N+1} (X_{N+1} - a_N^*).$$

აქ α – ექსპოტენციალური შეწონვის მუდმივაა,

$X_{N+1} - a_N^*$ – განთანხმება შეფასებაში.

ადაპტური მოდელირების ერთ-ერთი ფუძემდებელი ბრაუნი [65] ექსპერიმენტულად იმ დასკვნამდე მივიდა, რომ α – ექსპოტენციალური შეწონვის მუდმივა, რომელსაც იგივე ბუნება აქვს, რაც γ – წონით პარამეტრს, სასურველია $\{0,01; 0,3\}$ ფარგლებში იცვლე-

ბოლეს. თუმცა ალგორითმის კრებადობის პირობა α – მუდმივას ცვალებადობის იგივე დიაპაზონს $\{0;1\}$ იძლევა, მაგრამ ამ ალგორითმის მნიშვნელში ($\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2$ -ის მსგავსი) ფილტრაციის წვერის უქონლობა, ხელშეშლების ელიმინირების საჭიროების გამო, ამცირებს წონითი მუდმივას პრაქტიკული ცვალებადობის დიაპაზონს.

ამ ალგორითმიდან გამომდინარე, მათემატიკური ლოდინის შეფასება ასეთი გასაშუალებით მოხდება:

$$\bar{X}_{N+1} = \bar{X}_N + \alpha_{N+1} (X_{N+1} - \bar{X}_N).$$

აქ \bar{X}_{N+1} – საშუალო არითმეტიკული შეფასება $N+1$ ბიჯზე,

\bar{X}_N – საშუალო შეფასება N ბიჯზე,

X_{N+1} – შემთხვევითი სიდიდის მიმდინარე მნიშვნელობა.

მეორე საწყისი მომენტი შემდეგი იტერაციული ალგორითმით შეფასდება:

$$\bar{X}_{N+1}^2 = \bar{X}_N^2 + \alpha_{N+1} (X_{N+1}^2 - \bar{X}_N^2).$$

იმის გათვალისწინებით, რომ დისპერსიის შეფასება –

$$D[X] = \bar{X}^2 - \bar{X}^2,$$

(აქ $\bar{D}[X]$ – დისპერსიის შეფასებაა.)

მათემატიკური ლოდინითა და საწყისი მომენტით გამოითვლება. ანალოგიურად შეიძლება მათემატიკურ სტატისტიკაში საჭირო ნებისმიერი რიცხობრივი მახასიათებლის იტერაციული გამოთვლა. ამ სახის ალგორითმებს იკვლევდნენ ა.ავედიანი [5], ვ. ჩადეევი, ნ. რაიბმანი [6-7]. ა. ავედიანმა მისი რამდენიმე მოდიფიკაცია მიიღო, განალიზა კრებადობისა და პრაქტიკული რეალიზაციის საკითხები.

სახეთა ამოცნობის ორივე მიმართულებაში, როგორც დიაგნოსტიკაში, ისე კლასიფიკაციაში წარმატებით გამოიყენება ადაპტური, განსწავლადი კაჩმაჟის ალგორითმი და მისი მოდიფიკაცია

ები. ჟურნალ „კიბერნეტიკაში“ (1975. №4) ვ. რუდნევემა დიაგნოსტიკის ამოცანაში რამოდენიმე ალგორითმი შეადარა ერთმანეთს და იმ დასკვნამდე მივიდა, რომ მათგან საუკეთესო კაჩმაჟის ალგორითმია. ეს ალგორითმი დიაგნოსტიკაში კლასებს შორის გამყოფი ზედაპირის პარამეტრთა დასადგენად გამოიყენება. მხოლოდ მაშინ, როცა

$$\text{sign} Y \neq \text{sign} \sum_{j=1}^n K_{j,N} X_{j,N+1},$$

კორექტირდება გამყოფი ზედაპირის

პარამეტრები:

$$K_{i,N+1} = K_{i,N} + \gamma_{N+1} \frac{Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N} X_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2} \cdot X_{i,N+1}.$$

აქ Y_{N+1} – მასწავლებლის კოდირებული ინფორმაციაა, ობიექტის ამა თუ იმ კლასზე მიკუთვნების შესახებ.

$X_{i,N+1}$, ($i = 1, 2, \dots, n$) – ობიექტის შესახებ არსებული ინფორმაციაა.

$K_{i,N}$; $K_{i,N+1}$, ($i = 1, 2, \dots, n$) – გამყოფი ზედაპირის პარამეტრებია N -ურ და $N+1$ იტერაციულ ბიჯზე.

γ_{N+1} – წონითი პარამეტრია.

ავტორთა ჯგუფმა შ. ლელაშვილის ხელმძღვანელობით [45] მიიღო ავტომატური კლასიფიკაციის ამოცანაში გამოსადეგი ადაპტური ალგორითმი. ალგორითმი ეძებს აპრორულად მოცემული რადიუსის მქონე ობიექტთა მაქსიმალური თავმოყრის სფეროს და მის ცენტრს. ითვლება, რომ ასეთი სფერო – კლასს შეესაბამება.

ამის შემდეგ ეს კლასი (და მისი შესაბამისი ობიექტები) გამოირიცხება ამონარჩევიდან. იწყება ობიექტთა მაქსიმალური თავმოყრისკენ ახალი სფეროს გადაადგილება, მისი ცენტრის იტერაციული

ძიება ამონარჩევიდან ახალი კლასის გამოსაყოფად. ამგვარად წყდება კლასიფიკაციის ამოცანა.

R – რადიუსის მქონე სფეროს ცენტრის კოორდინატთა ძეხნის იტერაციულ ალგორითმს ასეთი სახე აქვს [].

$$K_{N+1} = K_N + \gamma(K - K_N),$$

$$|K - K_N| \leq R;$$

სადაც K – ფაქტორული ველის ისეთი წერტილია, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას.

K_{N+1} – კლასის (დაჯგუფების) ცენტრის შესაბამისი წერტილია (მათემატიკური ლოდინის შეფასება);

γ – წონითი პარამეტრია.

მოცემული ალგორითმი აფასებს ლოკალური სფეროს ცენტრს და რაც მთავარია გამოყოფს R რადიუსის მქონე სფეროს ანუ კლასს.

აპრიორული ინფორმაციის უკმარისობას ადაპტური ალგორითმების გამოყენებამდე მივეყვართ უშუალოდ ობიექტთა მართვაშიც [45; 61].

განვიხილოთ მართვის ალგორითმი ერთი მმართველი ზექმედებით.

ვთქვათ, ობიექტი წარმოგვიდგება ასეთი სახით:

$$Y^0 = H \cdot Z + Y^0 + \delta y$$

სადაც Z – მართველი ზექმედებაა.

H – მართველი ზექმედების შესაბამისი ობიექტის ჭეშმარიტი პარამეტრი;

$$Y^0 = \sum_{j=1}^n K_j X_j - \text{ობიექტის მოდელი, აგებული შესავალ სიდი-$$

დეთა მიმართ;

δy – ობიექტის გამოსავალი სიდიდის ადიტიური ხელშეშლა.

ავტორებმა ადაპტური მართვის ამოცანის გადასაწყვეტად შემთხვევითი სახის მიზნის ფუნქციოგალი გამოიყენეს [45].

$$I = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (Y_k^* - Y_0)^2,$$

სადაც Y^* – ობიექტის გამოსავალი სიდიდის სასურველი მნიშვნელობაა.

მაშინ მართველი ზეკმელება ასეთი სახით გამოითვლება:

$$Z = b \left(Y^* - \sum_{j=1}^n K_{j,1} X_j \right);$$

სადაც b – მართვის უცნობი პარამეტრია.

ამ პირობებით მართვის ამოცანა მისი უცნობი პარამეტრების გასაზღვრად დავიდა. ეს კი შემდეგი ადაპტური იტერაციული ალგორითმით ხდება:

$$b_{N+1} = b_N + \gamma \frac{Y^* - Y_n}{\left(Y^* - \sum_{j=1}^n K_j X_j \right) \cdot H}.$$

ი. ციპკინმა როგორც მართვაში, ისე სახეთა ამოცნობის ორივე მიმართულებაში მიიღო ადაპტური ალგორითმის მიზნის ფუნქციონალი, გამოიკვლია ალგორითმთა კრებადობისა და ოპტიმალური წონითი პარამეტრის გამოსახულებები [5].

როგორც ცნობილია, პროგნოზის ამოცანაში ობიექტში არსებულ დინამიკაზე დაყრდნობით შეიძლება იდენტიფიკაციის ალგორითმთა გამოყენება. ბოლო წლებში მეცნიერთა ჯგუფმა ავტორის მონაწილეობით დაამუშავა სპეციალურად პროგნოზის ამოცანებზე ორიენტირებული მრავალსაფეხურიანი, ადაპტური ალგორითმები (ძირითად სტრუქტურულ მოდულად ისევ კანმაჟის ალგორითმია გამოყენებული) [3; 64-66]. მრავალსაფეხურიანი ალგორითმის პირველი

საფეხური ჩვეულებრივად ადაპტურ იდენტიფიკაციას ახორციელებს, დამატებითი საფეხურები (ერთი ან ზოგჯერ ორი) ობიექტზე არსებულ ტენდენციასზე ან ტრენდზე დაყრდნობით „ცდილობს“ პროცესის მოსალოდნელი განვითარების წინასწარ „გამოცნობას“ და მოდელის პარამეტრთა შემხვედრი მიმართულებით გადაწყობას. ცხადია ეს გაზრდის პროგნოზის სიზუსტეს. ხაზგასმით უნდა აღინიშნოს, რომ ალგორითმის სახის შეუცვლელად პროგნოზის ამოცანა თვისობრივად ახლებურად არის დანახული. პროცესის მომავალი განვითარების პროგნოზი, იტერაციული ალგორითმების ბუნებიდან გამომდინარე, ორი – ბიჯის სიდიდისა და მისი მიმართულების გამოცნობის თვალსაზრისით არის შესაძლებელი. ოროივე ამ თვალსაზრისით ობიექტის განვითარების გათვალისწინების ცდა ალგორითმს კიდევ ორ საფეხურს უმატებს; ვიღებთ პროგნოზის სამ საფეხურიან ადაპტურ ალგორითმს. თუ მხოლოდ ბიჯის მოსალოდნელი სიდიდის ან მიმართულების „გამოცნობას“ შევეცდებით, შესაბამისად პროგნოზის ორსაფეხურიან ალგორითმს მივიღებთ.

ქვემოთ მოცემულია მიღებული პროგნოზის ორსაფეხურიანი ალგორითმი:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{i,N+1} = K_{i,N+1}^* + \gamma \frac{Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{i,N+1}^* \cdot X_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2} X_{i,N+1} \\ K_{i,N+1}^* = K_{i,N} + \gamma \cdot \text{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{i,N} \right) \cdot |\Delta K_N| \frac{X_{i,N+1}}{\left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \end{array} \right.$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; N = 0, 1, 2, \dots).$$

$K_{i,N+1}$ – ადაპტური მოდელის ახალი $N+1$ -ური პარამეტრია

$N + 1$ – იტერაციულ ბიჯზე,

$K_{i,N+1}^*$ – პროგნოზით მიღებული მოდელის პარამეტრია $N + 1$ იტერაციულ ბიჯზე,

γ^* – პროგნოზის საფეხურის წონითი პარამეტრია,

ΔK_N – წინა N -ურ იტერაციაზე ბიჯის სიდიდე, რომელიც პროგნოზის ბიჯზე მეორდება.

ეს და მსგავსი სტრუქტურის პროგნოზის ადაპტური ალგორითმები არასტაციონალური, განსაკუთრებით კი „მყარი“ ტენდენციების და ტრენდის მქონე ობიექტების პირობებში იზომორფულობის მაღალი სიზუსტის მიღწევის შესაძლებლობებს ქმნიან.

რთული, რეალური ობიექტების მათემატიკური აღწერის საჭიროებას მათემატიკური მოდელირების ცალკეული ამოცანების დასმის ნაცლად ხშირად სრულ იდენტიფიკაციის ამოცანამდე მივყავართ. ასეთი ფართო, მრავალეტაპიანი ამოცანა სახეთა ამოცნობისა და იდენტიფიკაციის (პარამეტრიზაციის) ალგორითმებთან კომპლექსში ფაქტორული ანალიზის მეთოდის გამოყენებას ითხოვს.

ფაქტორული ანალიზის მეთოდი იდენტიფიკაციის ამოცანაში ამგვარ ჰიპოთეზას ეყრდნობა: „ობიექტზე მოქმედებენ გაუზომავი, ფარული ფაქტორები, რომლებიც ძირითადად განსაზღვრავენ მასში მიმდინარე პროცესს; ობიექტის (მოდელის) შესავალი სიდიდეები მხოლოდ ირიბად, ნაწილობრივ ასახავენ ამ ფარულ ფაქტორებს“.

ფაქტიურად ითვლება, რომ ობიექტის შესავალ სიდიდეთა ე.წ. ფაქტორული ველი სრულად მოიცავს ამ ფარული ფაქტორების შესახებ მთელ ინფორმაციას. ფაქტორული ანალიზის მეთოდით, ახალი ინფორმაციის მოპოვების გარეშე, ისე უნდა დამუშავდეს არსებული ფაქტორული ველი, რომ მისგან საძებნი ფარული ფაქტორები გამოვლინდნენ.

ფაქტორული ანალიზის პირველ სტადიაში ფაქტორულ ველში შესავალ სიდიდეთა კორელირებული ჯგუფების გამოყოფა ხდება. მოწმდება კიდევ ერთი ჰიპოთეზა – „შესავალ სიდიდეთა კორელი-

რება ერთი და იგივე ფარული ფაქტორების ზემოქმედებით არის განპირობებული“.

მეორე სტადიაში იცვლება ფაქტორული ველის საკორდინატო სისტემა. ახალი საკორდინატო სისტემის ღერძები უკვე გამოვლენილ ფარულ ფაქტორებს შეესაბამებიან. საკორდინატო სისტემის გადაადგილების ანუ ფაქტორული ანალიზის რამოდენიმე განსხვავებული ალგორითმი არსებობს, მათგან იდენტიფიკაციის თვალსაზრისით (გამოვლენილ ფაქტორთა არაკორელირებულობის გამო) ყველაზე მნიშვნელოვანი მთავარი კომპონენტების მეთოდია. ამ მეთოდით გამოვლენილი ფარული ფაქტორების შესაბამისი ღერძები ფაქტორული ველის საკუთარ ვექტორებს, ანუ მაქსიმალური დისპერსიის მქონე მიმართულებებს თანხვდებიან. მიღებულ ახალ საკორდინატო სისტემას განსაკუთრებული სტატისტიკური თვისებები აქვს, რაც მაქსიმალური დისპერსიის მქონე ღერძებით მიიღწევა.

საკუთარი ვექტორის პოვნის მიზნის შემთხვევით ფუნქციონალს სკალარული ნამრავლის სახე აქვს [1, 2, 44],

$$W(\bar{Z}_N) = (\bar{Z}_N, X_{N+1})^2;$$

$$\text{როცა } |\bar{X}_{N+1}| = |\bar{Z}_N| = 1.$$

აქ \bar{X}_{N+1} – შემთხვევითი ვექტორის მნიშვნელობაა,

\bar{Z}_N – საკუთარი ვექტორის N -ური შეფასება.

ამ ფუნქციონალის გრადიენტის იტერაციულ სტრუქტურაში შეტანით, მივიღებთ საკუთარი ვექტორის შეფასების ადაპტურ ალგორითმს:

$$\bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma_{N+1} (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1}) \cdot \bar{X}_{N+1},$$

\bar{Z}_{N+1} – საკუთარი ვექტორის $N + 1$ შეფასებაა,

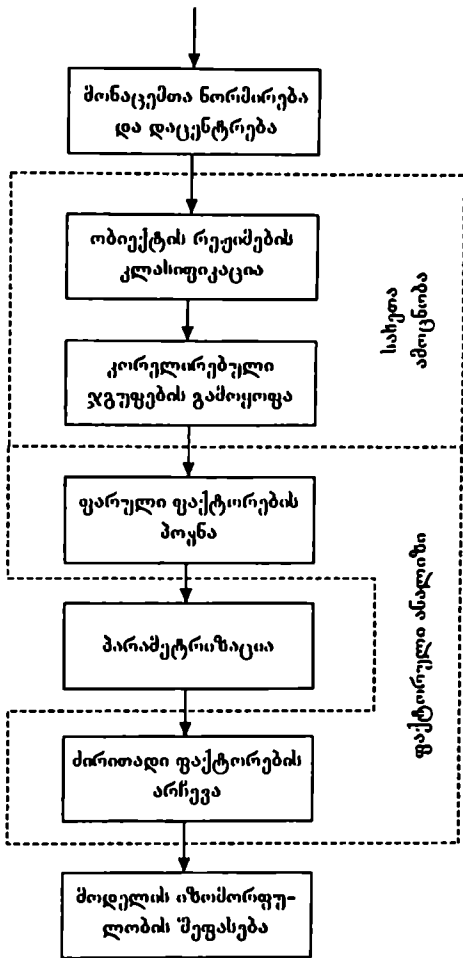
γ_{N+1} – წონითი პარამეტრი.

პრაქტიკამ მრავალგზის დაადასტურა მიღებული ალგორითმის

ქმედითუნარიანობა. მას შემდეგ, რაც ახალი საკოორდინატო სისტემა აგებულია, საწყისი ფაქტორული ველი ამ სისტემაში პროექტირდება, ფარულ ფაქტორთა კონკრეტული მნიშვნელობის მისაღებად და ფაქტორების მიმართ წყდება პარამეტრიზაციის ამოცანა. ფარული ფაქტორი, რომლის კოეფიციენტი ნულთან მახლობლობაშია ითვლება მოდელირების თვალსაზრისით უმნიშვნელოდ, ხოლო დანარჩენები კი „ძირითად“ ფაქტორებად. სწორედ ეს „ძირითადი“ ფაქტორები აკმაყოფილებენ ფაქტორული ანალიზის მეთოდის ჰიპოთეზას და განსაზღვრავენ ობიექტში მიმდინარე პროცესს. ამგვარად ხდება ობიექტში მიმდინარე პროცესის გამომწვევი ფაქტორებისა და მოდელის სტრუქტურის დადგენა.

როგორც ვნახეთ, რთული იდენტიფიკაციის ამოცანა (მისი ეტაპები) – სახეთა ამოცნობის, სტატისტიკური ანალიზის, პარამეტრიზაციისა და ფაქტორული ანალიზის ალგორითმთა კომპლექსური გამოყენებით წყდება.

ორგანულად დაკავშირებული ეტაპები შესაბამისად ორგანულად შერწყმულ მეთოდოლოგიურ მიდგომას მოითხოვენ. სწორედ ამგვარი შესაძლებლობების „იარაღად“ გვევლინება ადაპტური განსწავლადი ალგორითმები. ნახაზ 1-ზე მოცემულია სრული იდენტიფიკაციის ამოცანის გადაწყვეტის ზოგადი ბლოკ-სქემა. გამომთვლელ მანქანაში შეტანილი მონაცემები პირველ რიგში, სტატისტიკურ დამუშავებას გადიან. მონაცემთა ნორმირება და დაცენტრება აჩქარებს ალგორითმთა კრებადობას, ამცირებს დახარჯულ მანქანურ დროს.



ნახაზი 1.

სრული ადენტოციკლის მეთოდური ბლოკ-სქემა

სახეთა ამოცნობის ალგორითმებით შეიძლება განირჩეს ობიექტის მუშაობის განსხვავებული რეჟიმები, ანდა გამოიყოს შესავალ სიდიდეთა კორელირებული ჯგუფები – ფაქტორული ანალიზის პი-

რველი სტადიისათვის; როცა ობიექტი სხვადასხვა რეჟიმებში მუშაობს გაცილებით მაღალ იდენტიფიკაციის (პარამეტრიზაციის) სიზუსტეს მივალწევთ, თუ ყოველი რეჟიმისათვის ცალკეულ მოდელს ავაგებთ. დამატებით სწორედ განსხვავებულ რეჟიმთა გარჩევისა შესაძლებლობებს იძლევა სრული იდენტიფიკაციის სქემაში სახეთა ამოცნობის ბლოკის ჩართვა. გამოყოფილ კორელირებულ ჯგუფებში ხდება ფაქტორული ანალიზის მეთოდით ფარული ფაქტორების პოვნა, მათი მოდელში შეტანა და პარამეტრთა მნიშვნელობების მიხედვით ძირითად ფაქტორთა დადგენა, როგორც ბლოკ-სქემიდან ჩანს ფაქტორული ანალიზის მეორე და მესამე ბლოკს (სტადიას) შორის პარამეტრიზაციის ბლოკია, მართლაც ეს ორი ამოცანა სრული იდენტიფიკაციის ამოცანაში ორგანულად ერწყმის ერთმანეთს. ბოლო ბლოკი აგებული მოდელის ობიექტთან იზომორფულობის ხარისხს აფასებს. თუ იზომორფულობის ხარისხი მისაღებია — იდენტიფიკაციის ამოცანა სრულდება, თუ არასაკმარისია — პროცესი (პირველი სტატიისტიკური ბლოკის გამოკლებით) იტერაციულად მეორდება.

მათემატიკური მოდელირების და სრული იდენტიფიკაციის ძირითად, ადაპტურ, განსწავლად ალგორითმთა ანალიზით შეიძლება დავასკვნათ: მათი მიზნის ფუნქციონალები საბოლოოდ ერთ განზოგადოებულ მიზნის შემთხვევით ფუნქციონალამდე შეიძლება დავიყვანოთ. ფაქტიურად ყველა ალგორითმი, ამოცანის თავისებურებების გათვალისწინებით, ადაპტური იდენტიფიკაციის (კაჩმაჟის) ალგორითმიდან გამოდის (ასე, მაგალითად: ექსპოტენციალური შეწონვის ალგორითმი კაჩმაჟის ალგორითმის კერძო შემთხვევაა. მოდელის შესავალზე მხოლოდ სკალარული სიდიდის მიწოდებისას კაჩმაჟის ალგორითმი ასეთ სახეს იღებს:

$$K_{N+1} = K_N + \gamma_{N+1}(Y_{N+1} - K_N).$$

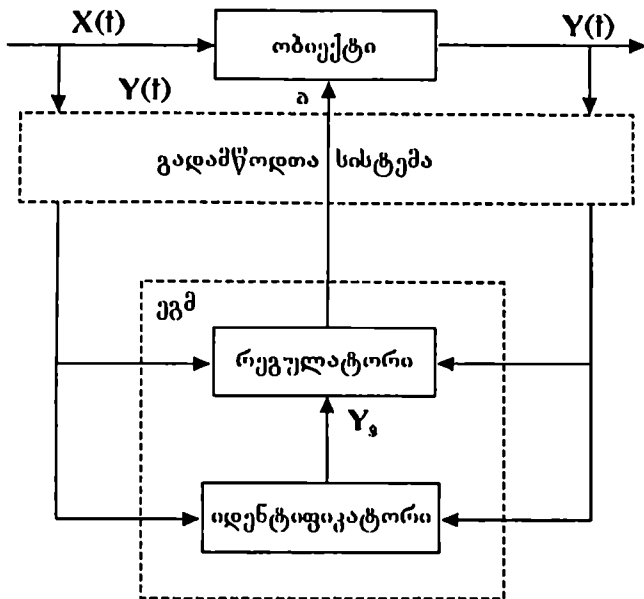
ეს კი ექსპოტენციალური შეწონვის ალგორითმია). ყველა დადებითი თავისებურება, რომელიც ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმს გააჩნია, ვრცელდება ჩამოთვლილ განსწავლად ალგორითმებზე, მეტიც: ალგორითმთა დიალექტიკური ერთიანობა მოდელირე-

ბისა თუ სრული იდენტიფიკაციის სქემებში მათი ორგანულად შე-
რწყმის, აქედან გამომდინარე, თვისობრივად მაღალი დონის რეალი-
ზაციის შესაძლებლობას ქმნის.

ქვემოთ მოგვყავს განხილული მეთოდოლოგიის პრაქტიკული გა-
მოყენების რამდენიმე სქემა:

კვაზიოპტიმალური მართვის სქემა იდენტიფიკატორით

თანამედროვე რთული ტექნიკური სისტემების, დროის რეალურ
მასშტაბში მუშაობის უნარის მქონე მართვის ავტომატიზებული სი-
სტემების აგება კვაზიოპტიმალური მართვის სქემის არჩევის აუცი-
ლებლობის წინაშე გვაყენებს. კვაზიოპტიმალური მართვის იდეა –
ობიექტის გამოსავალი და შესავალი სიდიდეებით (მმართველი ზე-
ქმედების ჩათვლით) მისი მათემატიკური მოდელის აგებას ითვალის-
წინებს. ამ მოდელზე დარყდნობით გამოითვლება ოპტიმალური მმარ-
თველი ზექმედება და ხორციელდება მართვა. შემდგომ მოდელი
ზუსტდება, გამომუშავდება ახალი მმართველი ზექმედება და ა.შ. თუ
ე.წ. დუალური მართვის დროს [12-13] მმართველი ზექმედება ორ ფუნ-
ქციას ასრულებს: აღმზნები შესავალი ზემოქმედებისას, ობიექტის
უცნობი პარამეტრების განსაზღვრისთვის და უშუალოდ მმართველი
ზემოქმედებისას; კვაზიოპტიმალური მართვის სქემაში პირველი
ფუნქციის შესრულებიდან მმართველი ზექმედება თავისუფლდება.
ამ დროს განცალკევებულია მოდელირებისა და მართვის გამომუშა-
ვების პროცესები.



ნახაზი 2.

კვაზიობტიმალური მართვის სქემა იდენტიფიკატორით

2. ნახაზზე მოცემულია იდენტიფიკატორით კვაზიობტიმალური მართვის სქემა. გადამწოდებით ხორციელდება სისტემის ინფორმაციული უზრუნველყოფა. ობიექტიდან მოხსნილი ინფორმაცია გადამწოდთა სისტემით გამომთვლელ მანქანას მიეწოდება. ძირითადი ამ სქემაში იდენტიფიკატორია, ანუ გამომთვლელი მანქანის პროგრამული უზრუნველყოფის ის ნაწილი, რომელიც ობიექტიდან შემოსული ინფორმაციის საფუძველზე წყვეტს პარამეტრიზაციის (იდენტიფიკაციის) ამოცანას.

ჩართვიდან იდენტიფიკატორს გარკვეული დრო სჭირდება მართვის აუცილებელი იდენტიფიკაციის ხარისხის მისაღწევად. მას შემდეგ, რაც სისტემა (ან ოპერატორი) ჩათვლის, რომ იდენტიფიკაციის სიზუსტე საკმარისია, იწყება მართვა. იდენტიფიკატორი ამ

დროს აგრძელებს მუშაობას და აზუსტებს აგებულ მოდელს (პარამეტრებს).

ამგვარად მართვის სისტემა ორ რეჟიმში მუშაობს:

- განსწავლის რეჟიმი;
- მართვის რეჟიმი.

განსწავლის რეჟიმში რეგულატორი არ მუშაობს, ხოლო იდენტიფიკატორი შემოსული ინფორმაციის საფუძველზე აზუსტებს იდენტიფიკაციის პარამეტრებს. კვაზიოპტიმალური მართვის პრინციპებიდან გამომდინარე მოდელი მმართველი ზემოქმედების ჩათვლით იგება:

$$Y^d = \sum_{j=1}^n K_j X_j + K_{n+1} a,$$

სადაც K_j – მოდელის უცნობი პარამეტრია;

Y^d – მოდელის გამოსავალი სიდიდე;

$X_j (j = 1, 2, \dots, n)$ – ობიექტის შესავალი სიდიდეები;

a – მმართველი ზემოქმედება.

განსწავლის რეჟიმში განისაზღვრება $K_j (j = 1, 2, \dots, n + 1)$ უცნობი პარამეტრები. განსწავლის რეჟიმი სრულდება, როცა იდენტიფიკაციის ცდომილება მცირეა, ანუ უცნობი პარამეტრები საკმარისად ზუსტად არის შეფასებული. განსწავლის რეჟიმის დასრულების შემდეგ სისტემა მართვის რეჟიმში იწყებს მუშაობას. ობიექტის შესავალი სიდიდეებითა და მოდელის შეფასებული პარამეტრებით ითვლება მოდელის გამოსავალი ანუ ობიექტის გამოსავალი სიდიდის სავარაუდო მნიშვნელობა. ირთვება რეგულატორი, რომელშიც Y^d – მოდელის გამოსავალი სიდიდის მის სასურველ Y_0 მნიშვნელობასთან შედარება ხდება. $Y_0 - Y^d$ – სხვაობის პროპორციულად გამოითვლება მმართველი ზემოქმედების კორექცია:

$$a_{N+1} = [Y_0 - Y_{N+1}^2] \cdot K_{n+1, N+1}^{-1}.$$

შესაბამისად, მმართველი ზეკმედების ახალი მნიშვნელობა –

$$\Delta a_{N+1} = a_N + \Delta a_{N+1}.$$

ხშირად მმართველ ზეკმედებაზე დადებულია შეზღუდვები, ვთქვათ, იგი $[a_{\min}; a_{\max}]$ ფარგლებს არ უნდა (ან არ შეიძლება) გაცდეს:

$$a_{\min} \leq a_{N+1} \leq a_{\max},$$

სადაც a_{\min} და a_{\max} მნიშვნელობები სისტემას წინასწარ ოპერატორის მიერ მიეწოდება. თუ კორექციის სიდიდე იმდენად დიდია, რომ მმართველი ზემოკმედება $[a_{\min}; a_{\max}]$ ფარგლებში არ თავსდება, მაშინ გამოთვლითი მნიშვნელობების ნაცვლად მმართველი ზეკმედებისთვის ზღვრული $[a_{\min}; a_{\max}]$ მნიშვნელობის მინიჭებით უნდა შემოვიფარგლოთ.

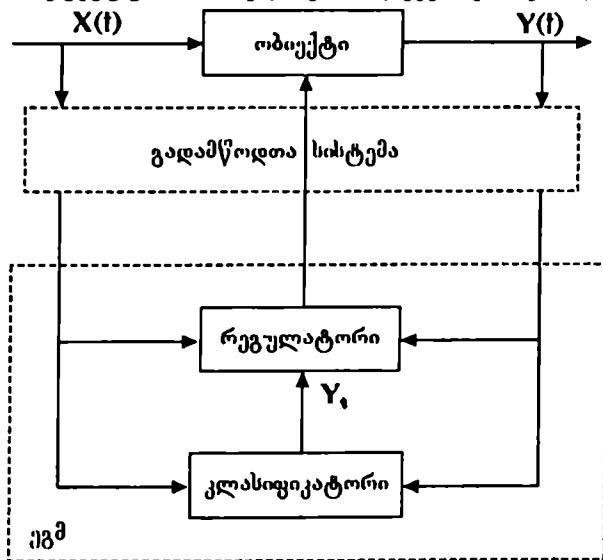
მმართველი ზეკმედების ახალი მნიშვნელობის გამოთვლის შემდეგ რეგულატორი ახორციელებს კორექციას. შემდგომ ტაქტზე გადამწოდებიდან გამომთვლელ მანქანაში შემოდის ინფორმაცია ობიექტის გამოსავალი მნიშვნელობის შესახებ და იდენტიფიკატორი აზუსტებს მოდელის პარამეტრებს, მათ შორის მმართველი ზეკმედების პარამეტრსაც. ახალი ტექნოლოგიური ციკლის დაწყებისთანავე მთელი პროცედურა მეორდება.

მართვის პროცესის აღწერიდან ცხადია, რომ მართვის სიზუსტე ძირითადად იდენტიფიკატორის ეფექტიანობით არის განპირობებული. თანამედროვე ტექნიკური სისტემების სირთულეს, მათ არასტაციონარობას, ობიექტში მიმდინარე პროცესებზე არასრულ ინფორმაციას და მართვის სისტემის დროს რეალურ მასშტაბში მუშაობის აუცილებლობას იდენტიფიკატორის ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების ბაზაზე აგებამდე მივყავართ. ასეთი იდენტი-

ფიკატორით აღჭურვილმა მართვის სისტემებმა ფართოდ მოიკიდეს ფეხი თანამედროვე ტექნიკური სისტემების მართვაში [12].

მართვის გამარტივებული სქემა კლასიფიკატორით

მე-3 ნახაზზე მოცემული კლასიფიკატორით მართვის სქემა წააგავს კვაზიოპტიმალური მართვის სქემას იდენტიფიკატორით, იმ განსხვავებით, რომ აქ იდენტიფიკატორის ნაცლად, რეგულატორის პარალელურად, კლასიფიკატორია ჩართული. სისტემის ეფექტურობა დაბალია, მაგრამ მისი მთავარი ხიბლი რეალიზაციისა და მართვის სიმარტივეა. ზოგჯერ განსაკუთრებით რთული, ტექნიკური ან ეკონომიკური ობიექტების მართვისას ამ ფაქტორს განსაკუთრებით დიდი მნიშვნელობა აქვს და პრაქტიკოსები მართვის გამარტივების მიზნით ეფექტურობის შედარებით დაქვეითებაზე მიდიან.



ნახაზი 3.

მართვის სქემა კლასიფიკატორით

კლასიფიკატორი (ანუ გამომთვლელი მანქანის ის ნაწილი, სადაც სახეთა ამოცნობის პროგრამა რეალიზებული) ორ კლასს – ობიექტის მუშაობის ორ რეჟიმს ანსხვავებს: ნორმალურს და სამართს.

ნორმალური მუშაობის რეჟიმში ობიექტი მისაღებ ფარგლებში ფუნქციონირებს (ვთქვათ სტანდარტულ პროდუქციას უშვებს) და მმართველი ზეკმედებით მისი გადაწყობა საჭირო არ არის.

სამართ რეჟიმში მართვის განხორციელების გარეშე ობიექტის დარჩენა მიუღებელია (პროდუქცია წუნდება, სისტემის ნორმალური მუშაობა დარღვეულია და ა.შ.). ამ დროს მმართველი ზეკმედების დასაშვებ მნიშვნელობათა არეში სრული გადარჩევა ხდება, ისე, რომ იგი გადავიდეს ან მაქსიმალურად მიუახლოვდეს ნორმალური მუშაობის რეჟიმს.

თვით მართვის სისტემა ორ რეჟიმში ფუნქციონირებს:

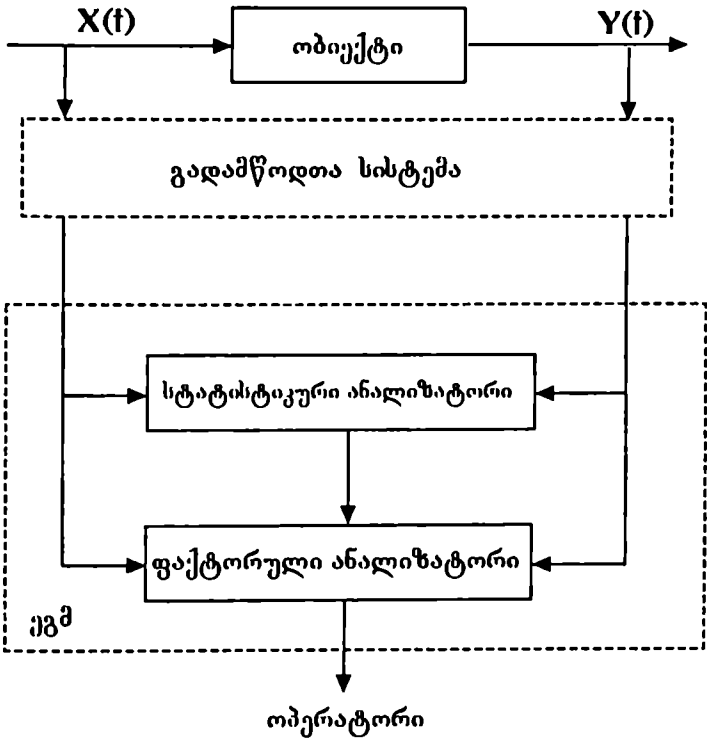
- განსწავლის რეჟიმი;
- მართვის რეჟიმი.

განსწავლის რეჟიმში მხოლოდ კლასიფიკატორი ფუნქციონირებს და გადამწოდთა სისტემიდან შემოსული ინფორმაციის ხარჯზე ყალიბდება ობიექტის ნორმალური და სამართი რეჟიმების შესაბამისი კლასები. როცა სისტემა (ან ოპერატორი) ჩათვლის, რომ კლასები (კლასებს შორის გამყოფი ზედაპირი) საკმარისი სიზუსტით არის აგებული, სისტემა მართვის რეჟიმში გადადის.

მართვის რეჟიმში გადამწოდიდან შემოსული ინფორმაციის საფუძველზე (იმის მიხედვით რომელ კლასში მოხვდა ობიექტის მდგომარეობის შესაბამისი ეტალონი) ისმება დიაგნოზი – ობიექტის მდგომარეობა ნორმალურია თუ სამართი. თუ მდგომარეობა ნორმალურია, მართვა არ ხორციელდება, საწინააღმდეგო შემთხვევაში იწყება სამართი a_1, a_2, \dots, a_r სიდიდეების, მათი მნიშვნელობის არეში მიმდევრობით ცვლა (მხოლოდ ზღვრული მნიშვნელობების მინიჭებით) იქამდე, ვიდრე ობიექტის ეტალონი ნორმალური მდგომარეობის შესაბამის კლასში ან მის მაქსიმალურ მახლობლობაში არ მოხვდება, ხაზგასმით უნდა აღინიშნოს, რომ მართვის ასეთი გა-

მარტივებული სქემა მნიშვნელოვანი პრაქტიკული ღირებულების მქონეა.

ინფორმაციული სისტემა ანალიზატორით



ნახაზი 4.

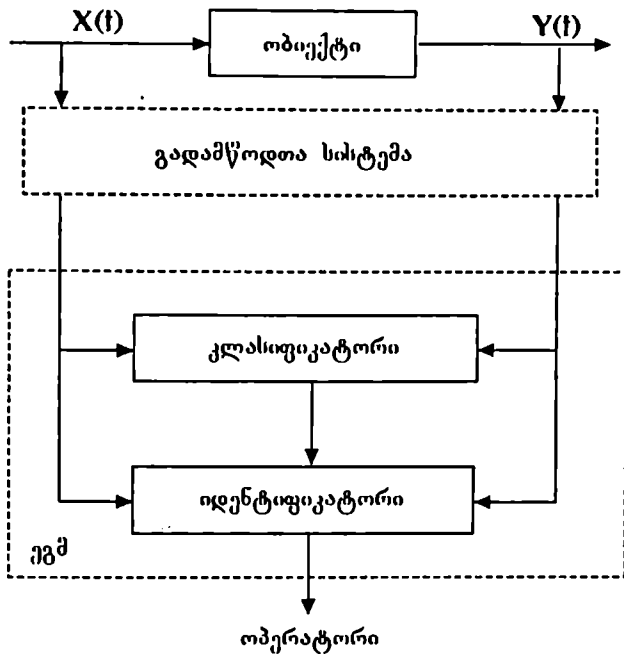
ინფორმაციული სისტემა ანალიზატორით

არცთუ იშვიათად „ადამიან-მანქანურ“ სისტემებში გადაწყვეტილებებს სისტემის მუშაობაზე, მის მართვაზე, ოპერატორი იღებს. ამ დროს მნიშვნელოვანი ხდება ობიექტის ფუნქციონირების სტატი-

სტიკური ან ფაქტორული მახასიათებლების შეფასება. სწორედ ასეთი სქემა მოცემულია მე-4 ნახაზზე. სტატისტიკური ანალიზატორი-გამომთვლელი მანქანის პროგრამული უზრუნველყოფის ის ნაწილი, რომელშიც სტატისტიკური ანალიზის ალგორითმებია რეალიზებული, გადაამწოდთა სისტემიდან ღებულობს მიმდინარე ინფორმაციას, გადაამუშავებს მას და ობიექტის მუშაობის სტატისტიკური მახასიათებლების შეფასებას აწვდის ოპერატორს. ამ შედეგებს იყენებს ფაქტორული ანალიზატორიც, ანუ პროგრამული უზრუნველყოფის ფაქტორული ანალიზის შესაბამისი ნაწილი. ინფორმაცია ობიექტში მიმდინარე პროცესების განმსაზღვრელ ძირითად ფაქტორთა მნიშვნელობის, მისი სტატისტიკური მახასიათებლების შესახებ შესამჩნევად აიოლებს ოპერატორის მიერ გადაწყვეტილებების მიღების პროცესს. იქიდან გამომდინარე, რომ გამომწოდებიდან გამომთვლელ მანქანას გადასამუშავებლად მიმდინარე ინფორმაცია მიეწოდება, თანაც აუცილებელია შედეგების დროის რეალურ მასშტაბში მიღება და ობიექტის ცვალებადი, არასტაციონალური ბუნების ასახვა სქემის ალგორითმული უზრუნველყოფა ადაპტური ალგორითმებით და ფაქტორული ანალიზის შესაბამისი მეთოდით არის მოსახერხებელი.

პროგნოზის (იდენტიფიკაციის) სქემა კლასიფიკატორით

როდესაც ობიექტი რამდენიმე რეჟიმში მუშაობს, მაშინ როგორც იდენტიფიკაციისთვის, ისე პროგნოზისთვის უმჯობესია ჯერ გადაწყდეს კლასიფიკაციის ამოცანა, განირჩეს მუშაობის განსხვავებული რეჟიმები, ზოლო შემდგომ ცალკეული რეჟიმისათვის „საკუთარი“ მოდელი (როგორც იდენტიფიკაციის, ისე პროგნოზის) იქნას აგებული. ამ პრაქტიკული პრინციპიდან გამომდინარე, აგებულია მე-5 ნახაზზე მოცემული სქემა. პროგნოზის სქემაში იდენტიფიკატორის (ანუ ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმის პროგრამის) ადგილს — პროგნოზის ბლოკი (ანც მრავალსაფეხურიანი, ადაპტური პროგნოზირის ალგორითმის პროგრამა) იჭერს.



ნახაზი 5.

პროგნოზის /იდენტიფიკაციის/ სქემა
კლასიფიკატორით

სისტემა ორ რეჟიმში მუშაობს:

- განსწავლის რეჟიმში;
- პროგნოზის (იდენტიფიკაციის) რეჟიმში.

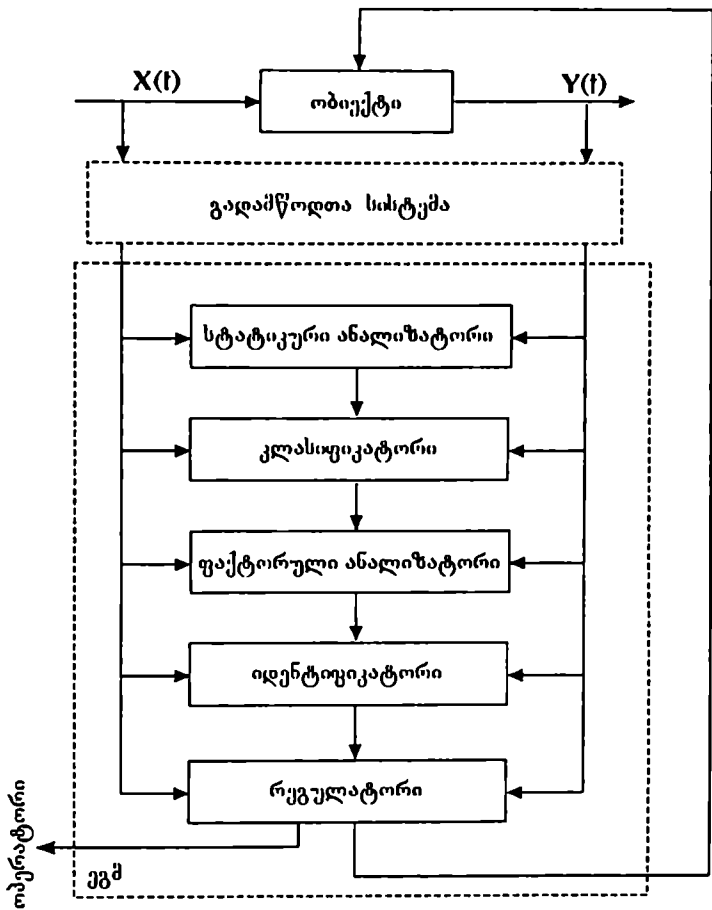
განსწავლის რეჟიმში ობიექტიდან მოხსნილი ინფორმაცია მიეწოდება კლასიფიკატორს და ზღვება რეჟიმების შესაბამისი კლასების გამოყოფა, ამასთან, თითოეული კლასის შესაბამისი ობიექტის შესავალი და გამოსავალი სიდიდეები კლასიფიკატორიდან გადადის პროგნოზის ბლოკში და პროგნოზის ალგორითმით წყდება პარამეტრიზაციის ამოცანა. განსწავლის რეჟიმის დამთავრების შემდეგ (გადაწყვეტილებას ამის შესახებ იღებს ოპერატორი ან თვით სი-

სტემა) იწყება პროგნოზის (იდენტიფიკაციის) რეჟიმი: ობიექტის შესავალი სიდიდეები მოიხსნება გადამწოდთა სისტემით და მიეწოდება კლასიფიკატორს. კლასიფიკატორში დგინდება თუ რომელ კლასს მიეკუთვნება იგი, ანუ რომელ რეჟიმშია ობიექტი. ამ კლასის შესაბამის მოდელში შეტანით კეთდება გამოსავალი სიდიდის სავარაუდო პროგნოზი ან წყდება იდენტიფიკაციის ამოცანა.

მართვის კვაზიოპტიმალური სქემა სრული იდენტიფიკაციის ბლოკით

მე-6 და მე-2 ნახაზზე მოცემული სქემების მუშაობის პრინციპები იდენტურია. განსხვავება მხოლოდ ის არის, რომ მე-6 ნახაზზე 1-ლი ნახაზის სქემის შესაბამისად სრული იდენტიფიკაციაა რეალიზებული. სტატისტიკური ანალიზატორი, კლასიფიკატორი, ფაქტორული ანალიზატორი და იდენტიფიკატორი პროგრამულ უზრუნველყოფის ის ნაწილებია, რომლებშიც სრული იდენტიფიკაციის შესაბამისი პროგრამებია განხორციელებული. ამდენად, სქემის მუშაობის აღწერას და მასში ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების გამოყენების აუცილებლობის დასაბუთებას აღარ გავიმეორებთ.

როგორც ითქვა, განხილული სქემები შედარებით ხშირად გვხვდებიან. თუმცა შესაძლებელია შეირჩეს უნივერსალური სქემა, რომელიც ყველა პრაქტიკულ შემთხვევაში გამოსადეგია, ასევე ობიექტის თავისებურებებიდან გამომდინარე, შეუძლებელია ერთმნიშვნელოვნად შეირჩეს ყველა სქემისთვის ან ობიექტისთვის „ოპტიმალური“ ალგორითმიც. იმისდა მიხედვით, თუ პრაქტიკა ტექნიკის, მრეწველობის ან სახალხო მეურნეობის რა სირთულის ამოცანებს სვამდა ჩვენს წინაშე, იცვლებოდა გამოყენებული სქემაც და შერჩეული ადაპტური ალგორითმი. ქვემოთ მოგვყავს ცხრილი, რომლიდანაც ჩანს ორი ათეული წლის განმავლობაში საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ინსტიტუტებსა და ტექნიკურ უნივერსიტეტში მუშაობისას აღწერილი სქემების /და მთელი ადაპტური იდენტიფიკაციის მეთოდოლოგიის/ გამოყენებით მიღწეული შედეგები.



ნახაზი 6.

მართვის სქემა სრული იდენტიფიკაციის ბლოკით

ცხრილის ანალიზით ნათლად ვრწმუნდებით, ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების გამოყენების ფართო სპექტრსა და მაღალ ეფექტურობაში.

№	დასმული ამოცანა ან გამოყენების სფერო	გამოყენებული ალგორითმი	შედეგი
1	ცემენტის წარმოება	ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმი	ხიზუსტის ხარისხი 87%
2	განათლების სისტემა /ჩაოდენობრივ მასხაითებელთა პროგნოზირება/	მრავალხაფეხურიანი პროგნოზირების ალგორითმები	დონომიური ელემენტი
3	წყლის ეკოლოგიური მასხაითებელთა პროგნოზი	დროითი მწკრივების იდენტიფიკაცია, იდენტიფიკაციის ალგორითმთა კომპლექსი, პროგნოზირების მრავალხაფეხურიანი ალგორითმები, სრული იდენტიფიკაციის მეთოდი	დადებითი სოციალური და სამეცნიერო-ტექნიკური ელემენტი
4	კაპიტალისტური ქვეყნების ძირითად დონომიური მასხაითებელთა პროგნოზი	„-----“	პროგნოზირების 89-99 % ხიზუსტე, შედეგი გამოყენებულ იქნა „MILP“ სისტემაში
5	საქართველოს ცალკეული რაიონების ჩაის მოხელაინობის პროგნოზი /წინსწრება 1 წელი/	პროგნოზირების სქემა კლასიფიკატორით. ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმი	ხიზუსტის ხარისხი 83%
6	სერტვის საწინააღმდეგო სამსახური	ინფორმაციული სისტემა ანალიზატორით, პროგნოზირების სქემა კლასიფიკატორით	დადებითი ეკოლოგიური ელემენტი
7	მილხაგინავე წარმოება /დგან „160“-ის მართვის ავტომატიზებული სისტემა/	კვაზიოპტიმალური მართვის სქემა იდენტიფიკატორით	დონომიური ელემენტი
8	წყალმომარაგების სისტემის იდენტიფიკაცია	ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმი	ხიზუსტის ხარისხი 81%
9	გლინვის პროცესის სტატისტიკური ანალიზი	ინფორმაციული სისტემა ანალიზატორით	
10	განათლების სისტემის განვითარების ტენდენციები	პროგნოზირების ალგორითმთა კომპლექსი, სრული იდენტიფიკაციის სქემა	ხიზუსტის ხარისხი 89%

თავი 3

პროგნოზის მრავალსაფეხურიანი ალგორითმები

როგორც ნაშრომიდან ჩანს ადაპტური პროგნოზის ალგორითმები, განსაკუთრებულ ეფექტურობით მოქმედებენ არასტაციონარული ობიექტის პირობებში. ამ ალგორითმთა შემგუებლობის (ადაპტაციის) უნარი ხდება ობიექტში მიმდინარე პროცესის შესაბამის მოდელში პარამეტრების კორექტირებისა და დაზუსტების საფუძველი. სწორედ, ასეთი ოპერატიული კორექტირება, ანუ მოდელის ოპერატიული გადაწყობის უნარი იძლევა ობიექტის დროში ცვლად მახასიათებლებთან შეგუების მაღალ ხარისხს. ეს განაპირობებს ალგორითმთა ეფექტურობას. მაგრამ ობიექტის არასტაციონარობა ხშირად გარკვეულ ტენდენციის მატარებელია. ტენდენცია ობიექტის მახასიათებელთა ცვალებადობაში შეიძლება მუდამდებოდეს, ეთქვას, ტრენდის არსებობით ობიექტის მახასიათებლებში. ეს ტენდენციურობა შეიძლება უშუალოდ ალგორითმით იქნას პროგნოზირებული, რაც გაზრდის პროგნოზის ხარისხს. ფაქტიურად მივიღებთ მრავალსაფეხურიან ადაპტურ ალგორითმს, რომლის ერთი საფეხურით იდენტიფიკაციის ამოცანით არის დაკავებული, ხოლო დანარჩენები ობიექტში არსებული ტენდენციის გამოვლენასა და მისი განვითარების პროგნოზს ახდენენ.

როცა ობიექტის იდენტიფიკაცია ადაპტური ალგორითმებით ხდება თითოეული იტერაციული ბიჯი /რომლის გეომეტრიულ ინტერპრეტაცია ვექტორია/ ხასიათდება მიმართულებითა და სიდიდით; აქედან გამომდინარე ობიექტში არსებული ტენდენციის საფუძველზე უნდა მოხდეს მახასიათებელთა ცვალებადობის სიდიდის და მიმართულების პროგნოზი. ამდენად, იდენტიფიკაციის ადაპტური ალგორითმების ბაზაზე ვღებულობთ ადაპტური პროგნოზის ორ ან სამ საფეხურიან ალგორითმებს. ერთი საფეხურით ხდება მახასიათებელთა მიმართულების ცვალებადობის, მეორეთი მახასიათებ-

ლთა სიდიდის ცვალებადობის პროგნოზი, ხოლო მესამე-იდენტიფიკაციის საფეხურია, რომელიც ობიექტის გამოსავალი სიდიდის შესახებ დამატებითი ინფორმაციის მიღების შემდეგ წყვეტს იდენტიფიკაციის ამოცანას, ანუ ახდენს პროგნოზის შედეგების კორექტირებასა და დაზუსტებას. თუ ობიექტის განვითარების ტენდენციიდან გამომდინარე მახასიათებელთა ცვალებადობის სიდიდე ან მიმართულება აპრიორულად ცნობილია (ან შეიძლება ჩაითვალოს ასეთად), სამსაფეხურიანი ალგორითმების ნაცვლად ვიღებთ ადაპტური პროგნოზირების ორსაფეხურიან ალგორითმებს. თუ ობიექტში არსებული ტენდენცია იმდენად ძლიერია, რომ იგი მუდმივი რჩება დროის რამდენიმე ინტერვალის განმავლობაში, მაშინ ადაპტური პროგნოზის ალგორითმებით დროის ამდენივე ინტერვალის წინსწრებით შეიძლება გადაიჭრას ობიექტის გამოსავალი სიდიდის პროგნოზის ამოცანა. დროის შემდეგ მომენტებში მოხდება მიღებული შედეგების კორექტირება და დაზუსტება. მოცემული ალგორითმების მოქმედება ანალოგიურია ბუნებაში ცოცხალი ორგანიზმის ქცევისა: „ყოველი ცოცხალი ორგანიზმი ცდილობს გაუკეთოს პროგნოზი ახლო მომავლის სიტუაციას და ადრეულად შეეგუოს მას, იმიტომ რომ საჭირო მომენტში აღარ მოუხდეს ამოცანის მთლიანად გადაჭრა, არამედ მხოლოდ კორექტირება მოახდინოს და დააზუსტოს წინასწარ მომზადებული გადაწყვეტილება“ [24].

დაეუშვათ ვეძებთ მოდელს წრფივ სახეში:

$$y_i = \sum_{i=1}^n h_i x_i ,$$

სადაც x_i – მოდელისა და ობიექტის შესავალი სიდიდე,

h_i – მოდელის საძებნი (ჭეშმარიტი) პარამეტრია,

y_i – მოდელის გამოსავალი სიდიდეა.

ვაფასებთ საძებნ h_i პარამეტრს k_i სიდიდით, რომელიც შემდეგი იტერაციული ალგორითმით განისაზღვრება:

$$k_{i,N+1} = k_{i,N} + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{i=1}^n k_{i,N} x_{i,N+1}}{\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2} x_{i,N+1}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; N = 1, 2, \dots)$$

აქ $k_{i,N+1}$ – ადაპტური მოდელის ახალი (მიმდინარე) პარამეტრების ($N + 1$) იტერაციულ ბიჯზე.

y_{N+1} – ობიექტის მიმდინარე გამოსავალი სიდიდეა,

$x_{i,N+1}$ – მოდელის შესავალი ზეკმედება,

n – შესავალი ზეკმედებათა რაოდენობაა,

γ – წონითი პარამეტრია.

არასტაციონალური ობიექტის პირობებში, შევეცადოთ ობიექტში არსებულ ტენდენციაზე დაყრდნობით შევქმნათ ზემოთ აღწერილი პროგნოზის ალგორითმი, ე. ი. წინასწარ შევეცადოთ ობიექტის გამოსავალი სიდიდის ამოცნობას. მაშასადამე, k_N წერტილიდან, სანამ y_{N+1} – ობიექტის ახალი გამოსავალი სიდიდე გახდებოდეს ცნობილი, საჭიროა შესრულდეს პროგნოზის ბიჯი. ბუნებრივია, რომ ჩვენ წინაშე დგას პროგნოზის ბიჯის მიმართულების და სიდიდის ამორჩევის ამოცანა. ობიექტში მიმდინარე პროცესის ტენდენციების თავისებურებიდან გამომდინარე პარამეტრთა განვითარება სხვადასხვა კანონზომიერებით ხდება, რაც ერთი ბუნების, მაგრამ განსხვავებული სახის პროგნოზის ალგორითმთა დამუშავებას ითხოვს.

3.1 პროგნოზის ორსაფეხურიანი ალგორითმი

როგორც უკვე ითქვა, თუ ობიექტის მახასიათებელთა ცვლაში არსებობს გარკვეული სახის ტენდენცია (ტრენდი), მაშინ შესაძლე-

ბელია პროგნოზის ბიჯის სიდიდის და მიმართულების ალბათურად შეფასება.

ცნობილია, რომ ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმის გამოყენებისას ამონახსნის შესაბამისი წერტილი ობიექტის გამოსავალი (y) სიდიდითა და მოდელის შესავალი ზეკმედებებით (\bar{x}) განსაზღვრული ჰიპერსიბრტყის მიმართულებით მოძრაობს. ჩავთვალოთ, რომ ცნობილია (\bar{x}_{N+1}) – მოდელის ახალი (მიმდინარე) შესავალი ზეკმედება. აქ, უკვე ამ ვექტორის ორი დასაშვები მიმართულებიდან ერთ-ერთი უნდა ავიღოთ პროგნოზის ბიჯის მიმართულებად.

რადგან დაეუშვით, რომ ობიექტში არსებობს ტენდენცია, მომდევნო იტერაციული ბიჯი გავაკეთოთ შესავალი ზეკმედებების ვექტორის იმ მიმართულებით, რომელიც წინა ბიჯის შესაბამის ვექტორთან მახვილ კუთხეს ადგენს (ე. ი. ვუშვებთ, რომ ობიექტში არსებული ტენდენცია განაგრძობს მოქმედებას).

$$\cos \alpha = \frac{\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N}}{\left[\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[\sum_{i=1}^n \Delta k_{i,N}^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

– ეს წინა ბიჯის შესაბამის (\bar{k}_N) და ახალ x_{N+1} ვექტორებს შორის კუთხის კოსინუსია.

აქ $\Delta k_{i,N+1}$ არის ობიექტის წინა გამოსავალი სიდიდითა (y_N) და მოდელის წინა შესავალი ზეკმედებით (\bar{x}_N) განსაზღვრული ჰიპერსიბრტყისაკენ იტერაციული ბიჯის კოორდინატი –

$$\Delta k_{i,N} = k_{i,N} - k_{i,N-1}.$$

თუ $\cos \alpha > 0$ ეს ნიშნავს, რომ α მახვილი კუთხეა: მაშინ, ვუშვებთ რომ მომავალი იტერაციული ბიჯის მიმართულება ემთხვევა

\bar{x}_{N+1} ვექტორის მიმართულებას; თუ $\cos\alpha < 0$ – პირიქით.

ზემოთქმულიდან შეგვიძლია გამოვიტანოთ დასკვნა, რომ თუ ობიექტში არსებობს ტენდენცია $\cos\alpha$ -ს ნიშანი განსაზღვრავს დაშვების მიმართულებას ე. ი. პროგნოზის იტერაციული ბიჯის მოსალოდნელი მიმართულება იქნება:

$$\text{sign} \cos\alpha = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N} \right).$$

პროგნოზის ბიჯის სიდიდედ ავიღოთ (პროგნოზის ბიჯის სიდიდე სხვა გზითაც შეიძლება აირჩეს. ამ საკითხს ვრცლად განვიხილავთ ქვემოთ) წინა იტერაციული ბიჯის სიდიდე:

$$\begin{aligned} |\Delta k_N| &= \left[\sum_{i=1}^n (k_{i,N} - k_{i,N-1})^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \gamma \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_N - \sum_{i=1}^n k_{i,N-1} x_{i,N}}{\sum_{i=1}^n x_{i,N}^2} x_{i,N} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \\ &= \gamma \frac{\left| y_N - \sum_{i=1}^n k_{i,N-1} x_{i,N} \right|}{\sum_{i=1}^n x_{i,N}^2}. \end{aligned}$$

მაშასადამე, k_N წერტილიდან შეიძლება გაკეთდეს პროგნოზის იტერაციული ბიჯი ობიექტში არსებული ტენდენციაზე დაყრდნო-

ბით. ბიჯის მოსალოდნელი მიმართულება $\text{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N} \right)$ ნი-

შნით განისაზღვრება, ხოლო სიდიდე $|\Delta k_N|$ -ის ტოლია. მივიღებთ პროგნოზის ბიჯს ასეთი სახით:

$$k_{i,N+1}^* = k_{i,N} + \gamma^* \operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N}\right) \cdot |\Delta k_N| \cdot \frac{x_{i,N+1}}{\left[\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

ამ ალგორითმის ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმთან გაერთიანებით მივიღებთ პროგნოზის ალგორითმს:

$$\begin{cases} k_{i,N+1} = k_{i,N+1}^* + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{i=1}^n k_{i,N+1} x_{i,N+1}}{\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2} \cdot x_{i,N+1} \\ k_{i,N+1}^* = k_{i,N} + \gamma^* \operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N}\right) |\Delta k_N| \frac{x_{i,N+1}}{\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^*\right)^{\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

აქ $k_{i,N+1}^*$ – პროგნოზის (საშუალოდ) კოეფიციენტია,

γ^* – პროგნოზირების წონითი პარამეტრი.

მიღებული ორსაფეხურიანი ალგორითმის მეორე, პროგნოზის საფეხური, ითვალისწინებს რა ობიექტში არსებულ კანონზომიერებას, წინა შედეგების მომავალზე ავრცელებს; ხოლო პირველი საფეხური „რეაგირებას ახდენს მოსალოდნელ და შექმნილ სიტუაციებს შორის სხვაობაზე, რაც მეტია სხვაობა, მით მეტია საპასუხო რეაქცია“. ამგვარად, იგი კორექტირებას უკეთებს პროგნოზის (მეორე) საფეხურით მიღებულ შედეგს: ალგორითმში კორექტირების საფეხურის პირველი ნომერი იმაზე მიუთითებს, რომ განსწავლის საწყის ეტაპზე მისი მოვალეობაა გამოავლინოს ობიექტში არსებული ტენდენცია.

პროგნოზის (მეორე) საფეხურს მხოლოდ სტატისტიკური კრებადობა შეიძლება მოეთხოვოს, რადგანაც ასეთმა ბიჯმა მხოლოდ ალბათობაში შეიძლება მოგვცეს ეფექტი. გავამრავლოთ მიღებული

აღვრითმის მეორე საფეხურის ორივე მხარე-1-ზე და დაეუმატოთ h_i მოდელის ჭეშმარიტი საძებნი პარამეტრი:

$$h_i - k_{i,N+1}^* = h_i - k_{i,N} - \gamma^* \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot k_{i,N} \right) \times \\ \times |\Delta k_N| \cdot \frac{x_{i,N+1}}{\left[\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

ავიყვანოთ ორივე მხარე კვადრატში და ავჯამოთ i ინდექსით:

$$\sum_{i=1}^n (h_i - k_{i,N+1}^*)^2 = \sum_{i=1}^n (h_i - k_{i,N})^2 - 2\gamma^* \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta k_{i,N} \right) \times \\ \times |\Delta k_N| \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (h_i - k_{i,N}) \cdot x_{i,N}}{\left[\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right]^{\frac{1}{2}}} + \gamma^{*2} |\Delta k_N|^2$$

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\sum_{i=1}^n (h_i - k_{i,N})^2 - \sum_{i=1}^n (h_i - k_{i,N+1}^*)^2 = \Psi^*, \\ h_i - k_i = a_i.$$

და განვსაზღვროთ Ψ^* – პროგნოზის ბიჯის სიდიდე, მივიღებთ:

$$\Psi^* = 2\gamma^* \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta k_{i,N} \right) |\Delta k_N| \cdot \frac{\sum_{i=1}^n a_{i,N} \cdot x_{i,N}}{\left[\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right]^{\frac{1}{2}}} - \gamma^{*2} |\Delta k_N|^2$$

ვაჩვენოთ, რომ ტოლობის პირველი წევრი დადებითია, თუ ობი-

ექტში მართლაც არსებობს ტენდენცია $sign\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta k_{i,N}\right)$

არის $\Delta \bar{k}_N$ და \bar{x}_{N+1} ვექტორების სკალარული ნამრავლის ნიშანი, რომელიც ამ ვექტორებს შორის არსებული კუთხით განისაზღვრება.

თუ განვიხილულ ობიექტში ტენდენცია არსებობს და $\Delta \bar{k}_N$ და \bar{x}_{N+1}

ვექტორებს შორის კუთხე მახვილია, მაშინ $\Delta \bar{k}_{N+1}$ და \bar{x}_{N+1} ვექტორებს ერთნაირი მიმართულება აქვთ, თუ კუთხე ბლაგვია ეს ვექტორები ერთმანეთის საწინააღმდეგო მიმართულების არიან. მაშასადამე

$sign\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta k_{i,N+1}\right)$ და $\sum_{i=1}^n a_{i,N} \cdot x_{i,N+1}$ სიდიდის ნიშნები

ალბათურად ერთმანეთს ემთხვევიან, რადგან $x_{i,N+1}$ და $a_{i,N}$ შესაბა-

მისად \bar{x}_{N+1} და $\Delta \bar{k}_{N+1}$ ვექტორების კოორდინატებია. მაშასადამე პროგნოზის ბიჯის გამოსახულების პირველი წევრი ალბათობაში დადებით ნიშანს გვაძლევს.

გავითვალისწინოთ ეს დასკვნა, და განვიხილოთ Ψ^* – პროგნოზის ბიჯის მათემატიკური ლოდინი:

$$M[\Psi^*] = 2\gamma^* M[|\Delta k|^2] - \gamma^{*2} M[|\Delta k|^2] = M[|\Delta k|^2](2\gamma^* - \gamma^{*2}) \geq 0.$$

უტოლობა სამართლიანია იმ შემთხვევაში, თუ $2\gamma^* - \gamma^{*2} \geq 0$ ე.

ი. თუ $\gamma^* = 0 \div 2$ ფარგლებშია აღებული. მივიღეთ, რომ k_N წერტილიდან h – მოდელის ჭეშმარიტი პარამეტრების შესაბამის წერტილისკენ ალბათურად ვაკეთებთ დადებითი სიდიდის ბიჯს. აქედან შეგვიძლია გამოვიტანოთ დასკვნა, რომ ალგორითმის მეორე საფეხური კრებადია სტატისტიკურად.

მაშასადამე, მიღებული ორსაფეხურიანი ალგორითმის პროგნოზის წევრი (ობიექტში არსებული არასტაციონალური ტრენდის შე-

მთხვევაში) ზრდის მოდელის ობიექტთან ადეკვატურობის ხარისხს, ამასთანავე ის არ მოითხოვს დამატებით ინფორმაციას, არ აყოვნებს განსწავლის პროცესს და ობიექტზე ახალი ინფორმაციის მოსვლის მოლოდინში კიდევ უფრო აახლოებს მოდელის პარამეტრებს ჭეშმარიტ (საძიებელ) პარამეტრებთან. ადაპტური ფილტრაციის წვერი კი შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც საფეხური, რომელიც ახდენს კორექციას.

ჩავსვათ მიღებული ალგორითმის მეორე ტოლობა პირველში, რათა გამოვიკვლიოთ მათი ერთობლივი მოქმედებისას კრებადობისა და ოპტიმალური წონითი პარამეტრის არჩევის საკითხი, მივიღებთ:

$$\begin{aligned}
 k_{i,N+1} &= k_{i,N} + \gamma \cdot \text{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta k_{i,N} \right) \cdot |\Delta k_N| \times \\
 &\times \frac{x_{i,N+1}}{\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{i=1}^n k_{i,N} x_{i,N+1}}{\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2} x_{i,N+1} - \\
 &- \gamma \cdot \text{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N} \right) \cdot \frac{|\Delta k_N| \cdot x_{i,N+1}}{\left[\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right]^{\frac{1}{2}}} = \\
 &= k_{i,N} + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{i=1}^n k_{i,N+1} x_{i,N+1}}{\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2} x_{i,N+1} + \gamma (1 - \gamma) \text{sign} \times
 \end{aligned}$$

$$\times \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N} \right) \cdot \frac{|\Delta k_N| \cdot x_{i,N+1}}{\left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

ტოლობაში, თუ $\gamma = 1$ პროგნოზის ბიჯის შესაბამისი წვერი არ გვექნება: მართლაც, თუ ადაპტური ფილტრაციის წონითი პარამეტრი ერთის ტოლია და ემოდრაობთ ერთი პიპერსიბრტყიდან მეორეზე, არავითარ პროგნოზსთან არ გვექონია საქმე. $(1 - \gamma)$ მამრავლი პროგნოზის წვერის წინ მიუთითებს იმაზე, რომ ალგორითმის საფეხურების მოქმედება დროის სხვადასხვა მომენტში ხდება: ჯერ მოქმედებს პროგნოზის საფეხური, ხოლო შემდეგ ადაპტური ფილტრაციის საფეხურით ხდება კორექცია.

გავითვალისწინოთ, რომ შესაძლებელია ობიექტის გამოსავალი სიდიდე ხელოვნურად გავყოთ ორ ნაწილად –

$$y = y^* + \delta_y.$$

აქ y^* ობიექტის ჭეშმარიტი გამოსავალია, δ_y გამოსავალი სიდიდის ის ნაწილია რომელიც წარმოიქმნება არაკონტროლირებული ზექმედებების გავლენით და აკმაყოფილებს ხელშეშლებზე უკვე დადებულ პირობებს:

$$\begin{cases} M[\delta y] = 0 \\ M[\delta y_i; \delta y_j] = \begin{cases} 0 & \text{თუ } i \neq j, \\ \delta_{\delta y}^2 & \text{თუ } i = j. \end{cases} \end{cases}$$

ამ პირობების გათვალისწინებით ვაჩვენოთ ალგორითმის კრებადობა. გავამრავლოთ ორივე მხარე -1 -ზე, დავუმატოთ h_i , მივიღებთ:

$$h_i - K_{i,N+1} = h_i - K_{i,N} - \gamma \frac{\sum_{j=1}^n a_{j,N} x_{j,N+1} + \delta y}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2} x_{i,N+1} -$$

$$- \gamma^* (1-\gamma) \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta K_{i,N} \right) \cdot \frac{|\Delta K_N| \cdot x_{i,N+1}}{\left(\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

აუცილებლად ტოლობის ორივე მხარე კვადრატში, ავჯამოთ i ინდექსით და განვსაზღვროთ ბიჯის სიდიდე:

$$\Psi = 2\gamma \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_{i,N+1} x_{i,N+1} + \delta y \right) \cdot \sum_{i=1}^n a_{i,N+1} \cdot x_{i,N+1}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2} + 2\gamma^* (1-\gamma) \times$$

$$\times \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \cdot \Delta k_{i,N} \right) \cdot \frac{|\Delta k_N| \cdot \left(\sum_{j=1}^n a_{j,N+1} \cdot x_{j,N+1} + \delta y \right)}{\left(\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \gamma^{*2} (1-\gamma)^2 |\Delta k_N|^2$$

გავითვალისწინოთ, რომ $\operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^n x_{i,N+1} \Delta k_{i,N} \right)$ და $\sum_{j=1}^n a_{j,N+1} \cdot x_{j,N+1}$

გამოსახულებების ნიშანი ალბათურად ერთნაირია და შეიძლება იმის დაშვებაც, რომ

$$M \left[|\Delta k| \left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] = M \left[\sum_{i=1}^n a_i x_i \right].$$

მხედველობაში მივიღოთ, ხელშეშლებზე დადებულ პირობები და განვიხილოთ მიღებული გამოსახულების მათემატიკური ლოდინი:

$$M[\Psi] = M \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right] \cdot [2\gamma + 2\gamma^*(1-\gamma) - \gamma^2 - 2\gamma\gamma^*(1-\gamma) - \gamma^{*2}(1-\gamma)^2] - \gamma^2 \frac{\sigma_{\delta\gamma}^2}{M \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 \right]}.$$

თუ გამოსახულების მარჯვენა მხარის პირველი წევრის აბსოლიტური მნიშვნელობა ნაკლებია მეორე წევრის აბსოლიტურ მნიშვნელობაზე, ეს გვიჩვენებს, რომ განსწავლა დამთავრებულია და K_N წერტილი ხელშეშლებით განსაზღვრულ სფეროს შიგნითაა. გა-

ნსწავლის დასაწყისში $\gamma^2 \frac{\sigma_{\delta\gamma}^2}{M \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 \right]}$ წევრი გაცილებით უმნიშვნე-

ლოა მარჯვენა მხარის პირველ წევრთან შედარებით. იმისათვის, რომ გამოსახულება დადებითი იყოს, საჭიროა შესრულდეს პირობა:

$$2\gamma + 2\gamma^*(1-\gamma) - \gamma^2 - 2\gamma\gamma^*(1-\gamma) - \gamma^2(1-\gamma) \geq 0,$$

რადგან $M \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right]$ თანამამრავლი დადებითი სიდიდეა. გა-

რდაექმნათ ეს უკანასკნელი უტოლობა, მივიღებთ:

$$\gamma(2-\gamma) + (1-\gamma)\gamma^* [2(1-\gamma) - \gamma^*(1-\gamma)] = \gamma(2-\gamma) + \gamma^*(1-\gamma)^2(2-\gamma^*).$$

მიღებული გამოსახულება იმ შემთხვევაშია მკაცრად დადებითი (ან ნულის ტოლი), თუ თითოეული შესაკრები დადებითია (ან უდრის ნულს).

ამგვარად, მივიღებთ, რომ წონითი პარამეტრების $0+2$ ფარგლებში მონაცვლეობისას ალგორითმი კრებადია.

გამოვიყვანოთ ოპტიმალური წონითი პარამეტრების მისაღები ფორმულები. გავაწარმოთ ბიჯის გამოსახულება ჯერ γ და შემდეგ γ^* სიდიდით და გავუტოლოთ ნულს:

$$\left\{ \begin{aligned} M \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \gamma} \right] &= M \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right] \cdot (2 - 2\gamma^* - 2\gamma - 2\gamma^* + 4\gamma\gamma^* + 2\gamma^{*2} - \\ &- 2\gamma^{*2}) - 2\gamma \frac{\sigma_{\delta y}^2}{M \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 \right]} = 0, \\ M \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \gamma^*} \right] &= M \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right] \cdot [1 - \gamma - \gamma + \gamma^2 - \gamma^*(1-\gamma)^2] = 0 \end{aligned} \right.$$

ამოვხსნათ პირველი ტოლობა γ სიდიდის, ხოლო მეორე პროგნოზის წონითი პარამეტრების (γ^*) მიმართ:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\gamma}_{\text{ნაბ}} &= \frac{M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 \right] (1-\gamma^*)^2}{M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 \right] (1-\gamma^*)^2 + \delta y}, \\ \bar{\gamma}_{\text{ნაბ}}^* &= \frac{(1-\gamma)^2 M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 \right]}{(1-\gamma)^2 M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 \right]} = 1, \quad \text{თუ } \gamma \neq 1. \end{aligned} \right.$$

თუ $\bar{\gamma}_{\text{ნაბ}}^*$ სიდიდის ამ მნიშვნელობას შევიტანთ $\bar{\gamma}$ -ის გამოსახულებაში, მივიღებთ, რომ $\bar{\gamma}_{\text{ნაბ}}^* = 0$. აქედან, ნათლად ჩანს, რომ ერთდროულად γ და γ^* სიდიდის ოპტიმალურობის მოთხოვნა არ შეიძლება (მათ მხოლოდ ბიჯური ოპტიმალურობა შეიძლება მოეთხოვოთ), რადგან ისინი დროის სხვადასხვა მომენტში მოქმედებენ. თუ პროგნოზის წონითი პარამეტრი ოპტიმალურია, მაშინ ადაპტური ფილტრაციის საფეხური საერთოდ არ მოქმედებს, ე. ი. $\gamma = 0$.

პროგნოზის წონითი პარამეტრი (γ^*), როგორც ტოლობიდან ჩანს, ერთის ტოლია, თუ პროგნოზის ბიჯის სიდიდე და მიმართულება სწორადაა ამოცნობილი. მაგრამ, რა თქმა უნდა, თუ დეტერმინებულ ამოცანასთან არა გვაქვს საქმე პროგნოზის ბიჯი მხოლოდ ალბათურად შეიძლება შესრულდეს. ამიტომ პრაქტიკულად თუ მათემატიკური ლოდინის ნაცვლად შემოვიტანთ მისი შეფასების საშუალო არითმეტიკულს, მივიღებთ $\bar{\gamma}_{\text{ნაბ}}^*$ სიდიდის საანგარიშო ფორმულას:

$$\bar{\gamma}_{\text{ობ}}^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 (1 - \gamma^*)^2}{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 (1 - \gamma^*)^2 + \sigma_{\delta y}^2}.$$

როცა გარდამავალი რეჟიმი მყარდება ან (ობიექტი თავიდანვე სტაციონალურია), პროგნოზის წონითი პარამეტრი მიისწრაფის ნულსაკენ და ორსაფეხურიანი ალგორითმის პროგნოზის საფეხური წყვეტს მოქმედებას. ამ დროს ობიექტისა და მოდელის იზომორფულობის ხარისხი მთლიანად ადაპტური ფილტრაციის საფეხურზეა დამოკიდებული და ოპტიმალური (γ) წონითი პარამეტრის სიდიდე მიიღებს [58] ნაშრომში მოცემულ სახეს. [58] ნაშრომში ოპტიმალური წონითი პარამეტრის ფორმულა გამოყვანილია მხოლოდ ადაპტური იდენტიფიკაციის საფეხურისათვის.

თუ მოდელის ოპტიმალური წონითი პარამეტრების სიდიდეებს ჩავსვამთ ბიჯის საბოლოო გამოსახულებაში, მივიღებთ შესაბამისად ადაპტური იდენტიფიკაციისა და პროგნოზის ოპტიმალური ბიჯის სიდიდეებს:

$$\left\{ \begin{aligned} M[\Psi_{\text{ობ}}] &= M \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right] - \frac{M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 \sigma_{\delta y}^2 (1 - \gamma^*)^2 \right]}{M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2 \right] (1 - \gamma^*)^2 + \sigma_{\delta y}^2} \\ M[\Psi_{\text{ობ}}^*] &= M \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right] \end{aligned} \right.$$

აქ $M[\Psi_{\text{ობ}}]$ – ადაპტური ფილტრაციის ოპტიმალური ბიჯის მათემატიკური ლოდინია,

ხოლო $M[\Psi_{\text{ობ}}^*]$ – პროგნოზის ოპტიმალური ბიჯის მათემატიკური ლოდინი.

როგორც თეორიული გამოკვლევა გვიჩვენებს შესაძლებელია ანალიზურად მიღებული იქნას პროგნოზის წონითი პარამეტრის გამოსახულება მრავალსაფეხურიანი ალგორითმებისთვისაც. დაუბრუნდეთ ორსაფეხურიანი პროგნოზის ალგორითმს:

$$\left\{ \begin{aligned} k_{i,N+1} &= k_{i,N+1}^* + \gamma \frac{Y_{N+1} - \sum_{i=1}^n k_{i,N+1} X_{i,N+1}}{\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2} X_{i,N+1} \\ k_{i,N+1}^* &= k_{i,N+1} + \gamma^* \operatorname{sign} \left(\sum_{i=1}^n X_{i,N+1} \Delta k_{i,N} \right) \left| \Delta k_N \right| \cdot \frac{X_{i,N+1}}{\left(\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \right.$$

წონითი პარამეტრის ანალიზური გამოსახულების მისაღებად უარყოფთ დაშვებები, რომლებიც ალგორითმის კრებადობის მტკიცებისთვის იყო მისაღები, კერძოდ:

$$\left\{ \begin{aligned} M \left\{ \left[\left| \Delta k_N \right| \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right\} &\neq M \left[\sum_{j=1}^n a_{j,N} X_{j,N+1} \right], \\ M \left[\left| \Delta k_N \right| \right] &\neq M \left[\left| \Delta k_{N-1} \right| \right]. \end{aligned} \right.$$

განვიხილოთ ალგორითმის მხოლოდ პირველი საფეხური. გაუპრავლოთ მისი ორივე მხარე (-1) -ზე და დაუშვათ მოდელის ჭეშმარიტი h_i პარამეტრი:

$$h_i - k_{i,N+1} = h_i - k_{i,N} - \gamma^* \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n k_{j,N} x_{j,N+1} \right) \left| \Delta k_N \right| \times \\ x_{i,N+1} \left(\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

ავიყვანოთ ორივე მხარე კვადრატში, აეჯამოთ i ინდექსით და განესაზღვროთ პროგნოზის ბიჯი - Ψ^* :

$$\Psi^* = 2\gamma^* \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n x_{j,N+1} \Delta k_{j,N+1} \right) \left| \Delta k_N \right| \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N}) x_{j,N} \times \\ \times \left(\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2 \right)^{-\frac{1}{2}} - \gamma^{*2} \left| \Delta k_N \right|^2$$

განვიხილოთ მიღებული გამოსახულების მათემატიკური ლოდინი, გავუტოლოთ ნულს და ამოვხსნათ:

$$\gamma^* = M \left[\sum_{j=1}^n (h_j - k_{i,N}) x_{j,N} \left| \Delta k_N \right| \left[\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right] M \left[\left| \Delta k_N \right|^2 \right]^{-1}$$

გავამარტივოთ $\left| \Delta k_N \right|$ გამოსახულება შემდეგნაირად:

$$\left| \Delta k_N \right| = \gamma_N \left| \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} + \delta y_N \left[\sum_{j=1}^n x_{j,N}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right|$$

მიღებული გამოსახულების გათვალისწინებით, გავამარტივოთ პროგნოზის წონითი პარამეტრის გამოსახულება:

$$\gamma^* \approx \left\{ M \left[\sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N}) x_{j,N+1} \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} \right] \right\} \times \\ \times \left\{ M \left[\sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} \right]^2 + \sigma_{\delta y} \right\}^{-1}$$

მივიღეთ პროგნოზის წონითი პარამეტრის ანალიტიკური გამო-
სახულება; შევაფასოთ იგი.

აღვნიშნოთ განთანხმება რეალური ობიექტისა და მოდელის გა-
მოსასვლელებს შორის შემდეგნაირად:

$$y_{N+1} - y_{N+1}^a = \sum_{j=1}^n h_j x_{j,N+1} + \delta y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} x_{j,N+1} = \\ = \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N}) x_{j,N+1} + \delta y_{N+1} = \Delta_N;$$

$$y_N - y_N^a = \sum_{j=1}^n h_j x_{j,N-1} \sum_{j=1}^n K_{j,N-1} x_{j,N} + \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} + \delta y_N = \Delta_{N-1}.$$

გავაშუალოთ ნამრავლი $\Delta_{N-1} \cdot \Delta_N$:

$$\overline{\Delta_{N-1} \cdot \Delta_N} = \overline{\left[\sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} + \delta y_N \right]} \times \\ \times \overline{\left[\sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N}) x_{j,N+1} + \delta y_{N+1} \right]} = \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N}) x_{j,N+1} \sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N}) x_{j,N}.$$

მივიღებთ პროგნოზის ოპტიმალური წონითი პარამეტრის მრი-
ცხველს.

ავიყვანოთ კვადრატში Δ_{N-1} სიდიდე და გავასაშუალოთ:

$$\overline{\Delta_{N-1}^2} = \left(\sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} + \delta y_N \right)^2 =$$

$$\left(\sum_{j=1}^n (h_j - k_{j,N-1}) x_{j,N} \right)^2 + \sigma_{\delta y}^2.$$

მივიღებთ პროგნოზის წონითი პარამეტრის გამოსახულების მნიშვნელს. ორივე ტოლობის გათვალისწინებით საბოლოოდ შეგვიძლია დავასკვნათ:

$$\gamma_{\text{ობ. } N+1}^* = \frac{\overline{\Delta_{N-1} \cdot \Delta_N}}{\Delta_N^2}.$$

მიღებული გამოსახულება ინტერაციის ყოველ ბიჯზე საშუალებას გვაძლევს ოპერატიულად შევაფასოთ პროგნოზის წონითი პარამეტრი და თუ ტრენდი ობიექტში აგრძელებს მოქმედებას, იგი ბევრად აუმჯობესებს მოდელის იზომორფულობის ხარისხს.

3.2 გამოკვეთილი ტრენდის პროგნოზის ორსაფეხურიანი ალგორითმი.

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, პროგნოზის ალგორითმის აგებისას ძირითადია პროგნოზის იტერაციული ბიჯის მიმართულების არჩევის საკითხი. თუ განსახილველი ობიექტი იმდენად ტენდენციურია, რომ განსწავლის პროცესში შესრულებული იტერაციული ბიჯის მიმართულება არ იცვლება (მაგ: ობიექტის პარამეტრები დროში წრფივად იცვლებიან), მაშინ აუცილებელი არ არის პროგნოზის ბიჯის მიმართულების გასაგებად ობიექტის მომდევნო (ახალი) შესავალი სიდიდის ცოდნა. ეს შემთხვევა განსაკუთრებით ხელსაყრელია მაშინ, როცა საჭიროა დროის რამდენიმე ინტერვალის წინსწრებით ობიექტის გამოსავალი სიდიდის პროგნოზი. ამ დროს ამონახსნის შესაბამისი (k_N) წერტილიდან იგივე მიმართულებით,

რაც წინა ადაპტური ფილტრაციის ბიჯის შემთხვევაში გვექონდა, ვასრულებთ პროგნოზის ბიჯს (ასეთი ბიჯების რაოდენობა დამოკიდებულია წინსწრების ინტერვალის სიდიდეზე). მაშასადამე, მივიღეთ პროგნოზის ალგორითმი:

$$k_{i,N+1}^{\circ} = k_{i,N+1} + \gamma^{\circ} (k_{i,N+1} - k_{i,N});$$

აქ $k_{i,N+1}^{\circ}$ – მოდელის პროგნოზირებული პარამეტრია,

$k_{i,N+1}$ – ადაპტური ფილტრაციის შედეგად მიღებული მოდელის პარამეტრი,

γ° – პროგნოზის წონითი პარამეტრი.

ადაპტური იდენტიფიკაციის და მიღებული პროგნოზის ალგორითმების გაერთიანება მოგვცემს პროგნოზის ორსაფეხურიანი ალგორითმის სახეს:

$$\begin{cases} k_{i,N+1}^{\circ} = k_{i,N+1} + \gamma^{\circ} (k_{i,N+1} - k_{i,N}), \\ k_{i,N+1} = k_{i,N}^{\circ} + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N}^{\circ} x_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2} x_{i,N+1}. \end{cases}$$

იმისათვის, რომ პროგნოზის ბიჯში უფრო კარგად გავითვალისწინოთ ობიექტში არსებული ტენდენცია, მიზანშეწონილია ბიჯის სიდიდის მცოცავი შეწონვა, მაშინ ალგორითმი მიიღებს სახეს:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{i,N+1}^* = k_{i,N+1} + \gamma^* \sum_{j=N-K}^n (k_{ij} - k_{i,j-1}), \\ k_{i,N+1} = k_{i,N}^* + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N}^* x_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2} x_{i,N+1}. \\ (i = 1, 2, \dots, n; \quad N = 1, 2, \dots) \end{array} \right.$$

ალგორითმში K სიდიდის ცვლით შეიძლება შეწონვის ინტერვალის ცვლა. დავუშვათ $K = N$ და $\gamma^* = \frac{1}{N}$, მაშასადამე, ხდება ბიჯის შესახებ არსებული ინფორმაციის მთელ მოცემულ ინტერვალზე გასაშუალება. ამ შემთხვევაში მიღებული ალგორითმი [61] ნაშრომში აღწერილი ორსაფეხურიანი ალგორითმის სახე ღებულობს. ნაშრომში დაშვებულია, რომ ობიექტის პარამეტრები ღროში წრფივად იცვლებიან და კორექცია ხდება ასეთი სახით:

$$k_{i,N}^* = \left(1 + \frac{1}{N}\right) k_{i,N} - \frac{1}{N} k_0 = k_{i,N} + \frac{1}{N} (k_{i,N} - k_{i,0}).$$

ამ უკანასკნელი ალგორითმის პროგნოზის საფეხური მთელ მოცემულ ინტერვალზე გასაშუალებისას ღებულობს სახეს:

$$k_{i,N+1}^* = k_{i,N} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n (k_{ij} - k_{i,j-1}) = k_{i,N} + \frac{1}{N} (k_{i,N} - k_{i,0}).$$

რადგან

$$\sum_{j=1}^n (k_{ij} - k_{i,0}) = k_{i,N} - k_{i,0}.$$

ამ ტოლობებიდან გამომდინარე შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ [61] ნაშრომში აღწერილი ალგორითმი მიღებული ორსაფეხურიანი

აღგორითმის კერძო შემთხვევაა.

თუ ამ აღგორითმის მეორე საფეხურს ჩავსვამთ პირველში და მოვახდენთ გარკვეული სახის გამარტივებას, მივიღებთ:

$$k_{i,N+1}^* = k_{i,N}^* + \gamma(1 + \gamma^*) \frac{y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} x_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2} x_{i,N+1}.$$

აღგორითმის ადაპტური იდენტიფიკაციის აღგორითმებთან შედარებიდან ჩანს, რომ ეს უკანასკნელი შეიძლება გამოვიყენოთ პროგნოზის აღგორითმად, თუ მის წონით პარამეტრს დადებით $(1 + \gamma^*)$ მამრავლზე გავამრავლებთ. როგორც ადაპტური იდენტიფიკაციის აღგორითმის კრებადობის პირობიდან გამომდინარეობს წონითი პარამეტრის სიდიდე ორზე მეტი არ შეიძლება ავიღოთ; მაშასადამე როცა წონითი პარამეტრი $0 \div 1$ ფარგლებშია ე. წ. კანმაუის აღგორითმს აქვს ადაპტური იდენტიფიკაციის აღგორითმის სახე, ხოლო $1 + 2$ ფარგლებში წონითი პარამეტრის მონაცვლეობა მას ადაპტური პროგნოზის აღგორითმად აქცევს.

ზემოთქმულიდან შეგვიძლია დავწეროთ:

$$0 \leq \gamma(1 + \gamma^*) \leq 2;$$

რადგან ადაპტური ფილტრაციის წონითი პარამეტრი $0 \div 1$ ფარგლებში იცვლება, ამ პირობიდან გამომდინარე პროგნოზის წონითი პარამეტრიც $0 \div 1$ ფარგლებში შეგვიძლია ავიღოთ.

მიღებული აღგორითმების ცალკეული საფეხურების კრებადობა [64] ნაშრომებშია დამტკიცებული. აქვეა გამოყვანილი მათი ოპტიმალური წონითი პარამეტრის სამუშაო ფორმულები და ოპტიმალური ბიჯის სიდიდე. ამიტომ ამ საკითხს მოცემულ ნაშრომში აღარ შევეხებით.

მიზანშეწონილია, პროგნოზის ბიჯის მიმართულებად იდენტიფი-

კაციის ბოლო რამდენიმე იტერაციული ბიჯის გასაშუალებული მიმართულების აღება. ასევე გასაშუალებით შეიძლება პროგნოზის ბიჯის არჩევა. ბუნებრივია, რომ ბიჯის გასაშუალებული მიმართულება და სიდიდე შედარებით უკეთესად ასახავენ ობიექტში არსებულ ტენდენციას. ეს მოსაზრება ობიექტზე ექსპერიმენტული დაკვირვების შედეგებმაც დაადასტურა.

3.3 პარამეტრთა პროგნოზის ორ და სამ საფეხურიანი ალგორითმები.

თუ არასტაციონალურ ობიექტში არსებობს იმის ტენდენცია, რომ შესაბამისი მოდელის ჭეშმარიტი პარამეტრები რაღაც დროში (ჩვენს შემთხვევაში მუდმივი $|\Delta h|$ სიდიდით) იცვლებიან მაშინ, რა თქმა უნდა, პროგნოზის ბიჯის სიდიდე სასურველია $|\Delta h|$ სიდიდის ტოლი იყოს. შევეცადოთ არსებული ინფორმაციის საფუძველზე $|\Delta h|$ (პროგნოზის ოპტიმალური ბიჯის სიდიდის) შეფასება.

ამ შემთხვევაში ობიექტის ყოველი ორი მომდევნო გამოსავალი სიდიდე ასეთი სახით შეიძლება წარმოვიდგინოთ:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_N = \sum_{j=1}^n h_{j,N} x_{j,N} + \delta y_N; \\ y_{N+1} = \sum_{j=1}^n h_{j,N+1} x_{j,N+1} + \delta y_{N+1} = \sum_{j=1}^n h_{j,N} x_{j,N+1} + \\ + \delta y_{N+1}, \end{array} \right.$$

რადგან, დაშვების თანახმად,

$$h_{j,N+1} = h_{j,N} + \Delta h_j.$$

დავუშვათ, მოდელის შესავალი ზეკმედებათა რაოდენობა $n = 0$, მაშინ მივიღებთ:

$$\begin{cases} y_N = h_N + \delta y, \\ y_{N+1} = h_N + \Delta h + \delta y_{N+1}. \end{cases}$$

პირველი და მეორე ტოლობების სხვაობა მოგვცემს $|\Delta h|$ სიდიდეს ადიტიურ ხელშეშლებთან ერთად

$$d_{N+1} = y_{N+1} - y_N = \Delta h + \delta y_N + \delta y_{N+1}.$$

$|\Delta h|$ სიდიდის გაფილტვრა $(\delta y_N + \delta y_{N+1})$ ხელშეშლებიდან შესაძლებელია ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმით:

$$\Delta k_{N+1} = \Delta k_N + \gamma_1 (d_{N+1} - \Delta k_{N-1});$$

აქ $\Delta k_{N+1} - \Delta h$ სიდიდის ახალი (მიმდინარე) შეფასებაა,

γ_1 - წონითი პარამეტრია.

თუ პროგნოზის ბიჯის სიდიდეს ასეთი ალგორითმით ვიპოვნით, მაშინ მივიღებთ პროგნოზის სამსაფეხურიანი ალგორითმის სახეს:

$$\begin{cases} k_{N+1} = k_{N+1}^* + \gamma (y_{N+1} - k_{N+1}^*), \\ k_{N+1}^* = k_N + \Delta k_N, \\ \Delta k_N = \Delta k_{N-1} + \gamma_1 (d_N - \Delta k_{N-1}). \\ (N = 0, 1, 2, \dots) \end{cases}$$

ალგორითმის მესამე საფეხური ახდენს პროგნოზის ბიჯის სიდიდის $(|\Delta h|)$ შეფასებას, მეორე საფეხური მესამეზე დაყრდნობით ასრულებს პროგნოზის ბიჯს, ხოლო პირველი ადაპტური ფილტრაციის საფეხური ახდენს კორექციას. განხილულ ალგორითმში მესამე საფეხურის გამოყენებისას დაუშვით პირობა, რომ შესავალ ზექმედებათა რაოდენობა $n = 0$; თუ ეს პირობა დარღვეულია, მაშინ გარკვეულ წონას იძენს სიდიდე

$$\sum_{j=0}^n h_{j,N} (x_{j,N+1} - x_{j,N}),$$

და $|\Delta h|$ სიდიდის საპოვნელად სასურველ შედეგს d_{N+1} სიდიდის გასაშუალოება ვერ მოგვცემს.

გამოსახულების მათემატიკური ლოდინი ნულის ტოლია; იმის გათვალისწინებით, რომ \bar{x} ცენტრირებულია გამოსახულებაში

$\sum_{j=1}^n h_{j,N} (x_{j,N+1} - x_{j,N})$ სიდიდის წონის შესამცირებლად ავიღოთ

არა ორი მომდევნო არამედ დროში გარკვეული ინტერვალით დაშორებული ობიექტის გამოსავალ სიდიდეთა სხვაობა:

$$y_N - y_{N-m} = \sum_{j=1}^n h_{j,N-m} (x_{j,N} - x_{j,N-m}) + m \sum_{j=1}^n \Delta h_j x_{j,N} +$$

$$\delta y_{N-m} + \delta y_N.$$

თუ გამოსახულებას გავყოფთ m სიდიდეზე (m სიდიდე y_N და y_{N-m} ობიექტის გამოსავალ სიდიდეთა დაშორების ინტერვალების

რაოდენობაა), ამით შევამცირებთ $\sum_{j=1}^n h_{j,N-m} (x_{j,N} - x_{j,N-m})$ სიდიდის

წონას (შემცირდება აგრეთვე $(\delta y_{N-m} + \delta y_N)$ ხელშეშლების გავლენაც), მაშასადამე მივიღებთ:

$$d_{N+1} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n h_{j,N-m} (x_{j,N} - x_{j,N-m}) + \sum_{j=1}^n \Delta h_j x_{j,N} +$$

$$+ \frac{1}{m} (\delta y_{N-m} + \delta y_N) = c(m) + \sum_{j=1}^n \Delta h_j x_{j,N} + \frac{1}{m} (\delta y_{N-m} + \delta y_N).$$

თუ ავღნიშნავთ:

$$\frac{1}{m} \sum_{j=1}^n h_{j,N-m} (x_{j,N} - x_{j,N-m}) = c(m).$$

წინა გამოსახულებაში m რაც უფრო დიდია, (Δh) სიდიდის ხვე-

დრითი წონა მით უფრო მნიშვნელოვანია სხვა მდგენელებთან შედარებით. ამდენად უკვე შესაძლებელია გამოვიყენოთ იგი ალგორითმში (Δh) სიდიდის შესაფასებლად. მაშასადამე, როცა $n \neq 0$ სასაფეხურიანი პროგნოზირების ალგორითმი მიიღებს სახეს:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{i,N+1} = k_{i,N+1}^{\circ} + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} x_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2}; \\ k_{i,N+1}^{\circ} = k_{i,N} + \Delta k_{i,N}; \\ \Delta k_{i,N} = \Delta k_{i,N-1} + \gamma_1 \frac{d_N - \sum_{j=1}^n \Delta k_{j,N-1} \cdot x_{j,N}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N}^2} x_{i,N}. \end{array} \right.$$

ვაჩვენოთ, რომ ალგორითმის მესამე საფეხური კრებადია Δh სიდიდის მიმართ. შემოვიღოთ აღნიშვნა:

$$\Delta h_i - \Delta K_i = \Delta a_i.$$

გავითვალისწინოთ უკვე შემოღებული აღნიშვნები და გავიმეოროთ ზემოთ განხილული პროცესი, მივიღებთ:

$$\Delta \Psi = 2\gamma_1 \frac{c(m) + \frac{1}{m}(\delta y_{N-m} + \delta y_N) + \sum_{j=1}^n \Delta a_{j,N-1} x_{j,N}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N}^2} \times$$

$$\sum_{j=1}^n \Delta a_{j,N-1} x_{j,N} - \gamma^2 \frac{\left[c(m) + \frac{1}{m} (\delta y_{N-m} + \delta y_N) + \sum_{j=1}^n \Delta a_{i,N-1} x_{i,N} \right]^2}{\sum_{j=1}^n x_{j,N}^2}.$$

განვიხილოთ

ტოლობის მათემატიკური ლოდინი:

$$M[\Delta\Psi] = 2\gamma_1 M \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2}{\sum_{j=1}^n x_j^2} \right] - \gamma_1^2 M \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2}{\sum_{j=1}^n x_j} \right] -$$

$$- \gamma_1^2 \frac{c^2(m) + \frac{2}{m} \sigma_{\delta y}}{M \left[\sum_{j=1}^n x_j^2 \right]} = M \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2}{\sum_{j=1}^n x_j^2} \right] \cdot (2\gamma_1 + \gamma_1^2) -$$

$$- \gamma^2 \frac{c^2(m) + \frac{2}{m} \sigma_{\delta y}}{M \left[\sum_{j=1}^n x_j^2 \right]} \geq 0.$$

თუ მიღებული ბიჯის მეორე წევრი დიდა პირველზე, მაშინ განსწავლა დამთავრებულია. მაგრამ განსწავლის საწყის ეტაპზე წე-

ვრი $\gamma_1 \frac{c^2(m) + \frac{2}{m} \sigma_{\delta y}}{M \left[\sum_{j=1}^n x_j^2 \right]}$ შედარებით უმნიშვნელოა, ამიტომ გამოსა-

ხულების ნიშანი მთლიანად $M \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2}{\sum_{j=1}^n x_j^2} \right] \cdot (2\gamma_1 + \gamma_1^2)$ წე-

ვრზეა დამოკიდებული. ეს კი დადებითია, თუ $0 \leq \gamma_1 \leq 2$. მაშასადამე, ალგორითმის მესამე საფეხური კრებადია Δh სიდიდის მიმართ, თუ წონით პარამეტრს $0 \div 2$ ფარგლებში ავიღებთ.

როგორც ზევით იყო ნაჩვენები, ცალ-ცალკე პროგნოზისა და ადაპტური იდენტიფიკაციის საფეხურების კრებადობა მოდელის ჭეშმარიტი (საძიებელი) პარამეტრისკენ განსაზღვრავს მთლიანად ერთიანი ალგორითმის კრებადობას. გავაერთიანოთ ალგორითმის მეორე და მესამე საფეხურები და ვაჩვენოთ მისი (პროგნოზის საფეხურის) კრებადობა: ჩავეტაროთ მასზე ზემოთ განხილული მოქმედებები. საბოლოოდ მივიღებთ პროგნოზის ბიჯის მათემატიკური ლოდინის გამოსახულებას ასეთი სახით:

$$M[\Psi^*] = M \left[\sum_{j=1}^n \Delta h_j \right]^2 + M \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2}{\sum_{j=1}^n x_j^2} \right] (2\gamma_1 - \gamma_1^2) - \gamma_1^2 \frac{c(m) + 2\sigma^2(m)}{M \left[\sum_{j=1}^n x_j^2 \right]} \geq 0.$$

ე. ი. პროგნოზის საფეხური კრებადია, მაშასადამე კრებადი ყოფილა მთელი ალგორითმი. წონითი პარამეტრის ოპტიმალური სიდიდის საპოვნელად გავაწარმოოთ ეს უკანასკნელი გამოსახულება

γ_1 სიდიდით, გავუტოლოთ ნულს და ამოვხსნათ, მივიღებთ:

$$\bar{\gamma}_{1, \text{ობ}} = \frac{M \left[\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2 \right]}{M \left[\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2 \right] + c^2(m) + \frac{2}{m^2} \sigma_{\delta_y}^2}.$$

ტოლობით გამოსახულ სიდიდეს აქვს ადაპტური იდენტიფიკაციის წონითი პარამეტრის თვისებები, მაგრამ თუ ჩავთვლით, რომ $|\Delta h| \neq \text{const}$, მაშინ γ_1 იძენს პროგნოზის წონითი პარამეტრის სახეს.

თუ შევიტანთ მიღებულ $\bar{\gamma}_{1, \text{ობ}}$ სიდიდეს ბიჯის ტოლობაში, მივიღებთ პროგნოზის ოპტიმალური ბიჯის სიდიდეს:

$$M[\Psi_{\text{ობ}}^*] = M \left[\sum_{j=1}^n \Delta h_j \right]^2 + \frac{[c^2(m) + 2\sigma^2(m)] M \left[\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2 \right]}{M \left[\sum_{j=1}^n x_j^2 \right] \cdot \left\{ M \left[\left(\sum_{j=1}^n \Delta a_j x_j \right)^2 \right] + c^2(m) + 2\sigma_{\delta_y}^2(m) \right\}} \geq 0.$$

3.4 პროგნოზის სამსაფეხურიანი განზოგადოებული ალგორითმი.

თუ პროგნოზი ხდება დროის ერთი ინტერვალის წინსწრებით და პროგნოზის ბიჯის მიმართულება განისაზღვრება ორსაფეხურიან ალგორითმში მოცემული სახით, ვიღებთ პროგნოზის სამსაფეხურიან ალგორითმს:

$$\left\{ \begin{aligned}
 k_{i,N+1} &= k_{i,N+1}^* + \gamma \frac{y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N}^* x_{j,N+1}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N+1}^2} x_{j,N+1}; \\
 k_{i,N+1}^* &= k_{i,N} + \gamma \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n \Delta k_{j,N} x_{j,N+1} \right) \left| \Delta k_{i,N} \right| \cdot \frac{x_{i,N+1}}{\left(\sum_{j=1}^n x_{j,N}^2 \right)^{\frac{1}{2}}}; \\
 \Delta k_{i,N} &= \Delta k_{i,N-1} + \gamma_1 \frac{d_N - \sum_{j=1}^n \Delta k_{j,N-1} x_{j,N}}{\sum_{j=1}^n x_{j,N}^2} x_{i,N}. \\
 (i &= 1, 2, \dots, n; \quad N = 0, 1, 2, \dots)
 \end{aligned} \right.$$

მოცემული ალგორითმის თითოეული საფეხურის კრებადობა უკვე დავამტკიცეთ, რაც განაპირობებს მთლიანი ალგორითმის კრებადობასაც.

როგორც ზემოთ უკვე გამოჩნდა, ტენდენციები ობიექტის განვითარებაში სხვადასხვაგვარი ხარისხით შეიძლება გამოვლინდეს. სხვადასხვანაირია ტრენდის ბუნება, ნიშან-თვისებები დროითი და სტატისტიკური მახასიათებლები, აქედან გამომდინარე იცვლება პროგნოზის მრავალსაფეხურიანი ალგორითმების ეფექტურობა. პროგნოზის უნივერსალური ალგორითმი, რომელიც ერთნაირი წარმატებით შეიძლება გამოვიყენოთ ყველა განხილულ შემთხვევაში შეუძლებელია შეიქმნას. ასეთ პრობლემას მხოლოდ ალგორითმთა კოლექტივი წყვეტს, რადგან თავს მოუყრის და გააერთიანებს ყველა მსგავს ალგორითმს; ამასთან ალგორითმთა კოლექტივის წარმოდგენილი მეთოდოლოგიიდან გამომდინარე, არ მოხდება საკვლევი ობიექტზე „მორგებული“ ალგორითმის „საუკეთესო“ გადაწყვეტი-

ლების კოლექტივის წევრთა „ხმებში ჩაკარგვა“. ეს საშუალებას მოგვცემს მოვხსნათ მრავალსაფეხურიანი ადაპტური ალგორითმებით ობიექტის მაღალეფექტური პროგნოზის საკითხი.

ადაპტურ, განსწავლად ალგორითმთა კოლექტივები

დღეისათვის, მოდელირების ცალკეულ მიმართულებებში, განსაკუთრებით კი იდენტიფიკაციაში მრავალი მეთოდი და ალგორითმია ცნობილი. როგორც იდენტიფიკაციაში მეორე საერთაშორისო სიმპოზიუმზე აღინიშნა – „მდგომარეობა ამ სფეროში ისეთია, რომ თითოეული ავტორი თვალთმაქცს შეიძლება შევადაროთ, რომელსაც ჯადოსნური ყუთიდან ამოცანის გადაწყვეტის ახალი ალგორითმი ამოაქვს“.

როგორც ნაშრომის წინა თავებიდან ჩანს, ჩვენი ყურადღება მოდელირების ადაპტურ, განსწავლად ალგორითმებზე შეჩერდა, მაგრამ თვით ადაპტური ალგორითმების მრავალი განსხვავებული მოდიფიკაცია და სახესხვაობა არსებობს. ამ ალგორითმთა ანალიზური შედარება – „რთული, შრომატევადი და ჯერჯერობით გადაუჭრელი ამოცანაა“ [62]. ამდენად, როგორც იდენტიფიკაციაში, ისე მოდელირების სხვა მიმართულებებში ალგორითმთა სტატისტიკური მოდელირების მეთოდით შედარების რამდენიმე მცდელობაა ცნობილი.

შედარებამ გვაჩვენა, რომ ალგორითმებს თავისი „კომპეტენტურობის“ არეალი აქვთ, რომელშიც მოხვედრილი ობიექტებისთვის ამ ალგორითმებით მიღწეული იზომორფულობის ხარისხი მაქსიმალურია. ასე მაგალითად, იდერტიფიკაციის (პარამეტრიზაციის) ალგორითმთა შედარებამ გვაჩვენა, რომ მკვეთრი არასტაციონალობისას, როცა ობიექტის მახასიათებლები განუწყვეტლივ იცვლებიან დროში, უმჯობესია ადაპტური იდენტიფიკაციის (კაჩმაჟის) ალგორითმი გამოვიყენოთ. (თუ ამ მახასიათებელთა ცვალებადობაში კანონზომიერება არსებობს, მაშინ უმჯობესია მრავალსაფეხურიანი ადაპტური ალგორითმების გამოყენება. თუ მახასიათებელთა ცვლის კანონი წინასწარ ცნობილია, მაშინ მიზანშეწონილია კაჩმაჟის მოდიფიცირებული ალგორითმის გამოყენება. მახასიათებელთა ნახტომი-

სებური ცვლისას რეკომენდაცია ეძლევა ე.წ. დინამიური ადაპტაციის სუბოპტიმალურ ალგორითმს და ა.შ. (იგივე შეიძლება ითქვას მოდელირების სხვა მიმართულებებში ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების შესახებ.) ერთი შეხედვით გაჩნდა დილემა: იყო მისწრაფება ობიექტთა განსხვავებული კლასებისთვის საუკეთესოდ „მორგებული“ ალგორითმების მიღებისა და როცა ასეთ ალგორითმთა სიმრავლე გვაქვს, დადგა „საუკეთესო“ ალგორითმის შერჩევის პრობლემა, სიტუაციას ართულებს ისიც, რომ ხშირად ობიექტი რამდენჯერმე იცვლის ალგორითმის „კომპეტენტურობის“ კლასს. თუ საწყის ეტაპზე ობიექტისთვის ერთი ალგორითმი იყო მიჩნეული „საუკეთესოდ“ სხვა რეჟიმში გადართვის, სტრუქტურის შეცვლის ან ობიექტის განვითარებიდან გამომდინარე, მეორე ეტაპზე – სხვა ალგორითმს ეძლევა უპირატესობა და ა.შ.

ცნობილი ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების განსხვავებული, საუკეთესო თავისებურებების ერთობლივი გამოყენების მიზნით, ვთავაზობთ, ამ ალგორითმთა კოლექტივად გაერთიანებას და მოდელირების (იდენტიფიკაციის) ამოცანის ცალკეულ ალგორითმთა გადაწყვეტილებების შეჯერებით გადაჭრას. შეიძლება ფიგურალურად ითქვას, რომ იქმნება ალგორითმთა კონსილიუმი, რომელიც კონსილიუმის წევრთა ყველა საუკეთესო ნიშანთვისების მატარებელია. ასეთი კონსილიუმის შექმნის საფუძველს ალგორითმთა იტერაციული ბუნება და „კომპეტენტურობის“ – იზომორფულობის ხარისხის მაჩვენებლის, ცხადი სახით გამოთვლის შესაძლებლობა ქმნის.

დავუშვათ, ობიექტი და მოდელი წრფივია (უნდა ვივარაუდოთ, რომ არაწრფივობის დროს ამოცანის მრავალექსტრემუმიანობის გამო ალგორითმთა კოლექტივის აგება შეუძლებელი იქნება):

$$Y_{N+1} = \sum_{j=1}^n h_j X_{j,N+1};$$

$$Y_{N+1}^{\prime\partial} = \sum_{j=1}^n K_{j,N}^{\ell} X_{j,N+1}. \quad (\ell = 1, 2, \dots, m)$$

აქ Y_{N+1} – ობიექტის გამოსავალი სიდიდეა $N+1$ ტაქტზე,

$Y_{N+1}^{\prime\partial}$ – ℓ -ური რიგის მოდელის გამოსავალი სიდიდე $N+1$ -იტერაციულ ბიჯზე,

$X_{j,N+1}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) – ობიექტისა და მოდელების შესავალი სიდიდეებია,

h_j ($j = 1, 2, \dots, n$) – ობიექტის ჭეშმარიტი პარამეტრია,

$K_{j,N}^{\ell}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) ℓ – იური მოდელის j -ური პარამეტრი $N+1$ იტერაციულ ბიჯზე.

თითოეული $\{C\ell\}$ ალგორითმი \bar{K}_N^{ℓ} ($N+0, 1, 2, \dots$) ვექტორთა მიმდევრობით აფასებს \bar{h} საძებნ ობიექტის ჭეშმარიტ პარამეტრთა ვექტორს. ფაქტიურად, $\{\bar{K}^{\ell}\}$ ინდივიდუალური გადაწყვეტილების შესაბამისად $\ell = 1, 2, \dots, m$ კოლექტივის წევრთა რაოდენობის მოდელის აგება ხდება. კოლექტიური გადაწყვეტა \bar{k}_{N+1}^* იტერაციულ $N+1$ -ურ ბიჯზე შეიძლება განისაზღვროს, როგორც კოლექტივის წევრ ცალკეულ ალგორითმთა ინდივიდუალური გადაწყვეტილების ფუნქცია:

$$\bar{k}_{N+1}^* = F(\bar{k}_N^1, \bar{k}_N^2, \dots, \bar{k}_N^m).$$

აქ m – კოლექტივის წევრთა რაოდენობაა, ანუ კოლექტივის რიგია.

ფუნქციიდან ჩანს, რომ ალგორითმთა წონა დეტერმირებულია და არ იცვლება იტერაციის პროცესში. როგორც თანაბარი წონით, ისე რანჟირებული კოეფიციენტებით, ან „დიქტატორის“ რეჟიმით „ხმის

მიცემისას“ დამაკმაყოფილებელი შედეგს არ უნდა ეელოდოთ. პირველ შემთხვევაში კოლექტივის ერთი ჯგუფის არასაკმარისი სიზუსტე დასცემს გასაშუალოებულ შედეგს, დარჩენილ ორ შემთხვევაში კი ობიექტის რეჟიმების ცვლა უხეშ შეცდომებამდე მიიყვანს ერთიან გადაწყვეტილებას. აქედან გამომდინარე, ალგორითმთა (კოლექტივის წევრთა) წონები იტერაციის პროცესში უნდა იცვლებოდნენ და „ხმის მიცემის“ ფუნქცია ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\dot{k}_N^* = F_N(k_N^1, k_N^2, \dots, k_N^m).$$

აქ თითოეული ალგორითმის წონა განსწავლის პროცესში მისი „კომპეტენტურობის“ შესაბამისად იცვლება. ალგორითმის „კომპეტენტურობა“ კი მიმდინარე განთანხმების აბსოლუტური სიდიდით, განსაზღვრულობის საზომით, კორელაციური ფარდობით ან იზომორფულობის სხვა კრიტერიუმით შეიძლება შეფასდეს. „კომპეტენტურობის“ ასეთი მახასიათებელი შეიცვლება იტერაციის პროცესში, იმის მიხედვით, ალგორითმი „მოერგო“ თუ არა ობიექტს. ალგორითმი, რომლის თავისებურებები „ვერ მოერგება“ ობიექტს თანდათანობით კარგავს წონას და ავტომატურად ეთიშება კოლექტივს.

ამგვარად m – რანგის ალგორითმთა კოლექტივით, ამავე რაოდენობის სხვადასხვა მოდელის ნაცვლად ერთ, კოლექტიურ გადაწყვეტილებას შესაბამის მოდელს მივიღებთ:

$$Y_N^* = \sum_{j=1}^m k_{j,N}^* X_{j,N+1}.$$

მიზნის ფუნქციონალის ასეთ კოლექტივის გამოყენებისას ამგვარად ჩაიწერება:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Psi_n(X, k^*, \delta y, y).$$

როგორც უკვე ითქვა, ეს შემთხვევითი ფუნქციონალის მიზანშეწონილია ობიექტისა და მოდელის გამოსავალი სიდიდეთა განთა-

ნსმების კვადრატის სახით ავიღოთ:

$$\Psi_{\mathbf{K}} = (Y_{\mathbf{K}} - Y_{\mathbf{K}}^{*0})^2$$

შევიტანოთ $Y_{\mathbf{K}}^{*0}$ სიდიდის მნიშვნელობა, მივიღებთ:

$$\Psi_{\mathbf{K}} = \left(Y_{\mathbf{K}} - \sum_{j=1}^n k_{j,\mathbf{K}-1}^* X_{j,\mathbf{K}} \right)^2 = \left[Y_{\mathbf{K}} - \sum_{j=1}^n F_{j,\mathbf{K}-1}(K_{\mathbf{K}-1}^1, K_{\mathbf{K}-1}^2, \dots, K_{\mathbf{K}-1}^m) X_{j,\mathbf{K}} \right]^2$$

თუ წინა იტერაციულ ბიჯზე „კომპეტენტურობის“ მაჩვენებლის მიხედვით კოლექტიურ გადაწყვეტილებას ერთადერთი „საუკეთესო“ წვერი მიიღებს, მაშინ ამგვარი კოლექტივი ე.წ. „ესტაფეტის“ პრინციპით იმუშავებს:

$$\begin{cases} \alpha_{i,N} = 1; & \text{თუ } \beta_{i,N} \geq \beta_{j,N}, \quad (j = 1, 2, \dots, m); \\ \alpha_{j,N} = 0. \end{cases}$$

აქ $\beta_{j,N}$ – j -ური ალგორითმის „კომპეტენტურობის“ მაჩვენებელია N – იტერაციულ ბიჯზე.

შესაბამისად $\alpha_{j,N}$ – j -ური ალგორითმის წონითი კოეფიციენტი კოლექტიურ გადაწყვეტილებაში.

„ესტაფეტის“ პრინციპით მუშაობისას ალგორითმთა კოლექტივის მიზნის ფუნქციონალი ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმის მიზნის ფუნქციონალს დაემთხვევა. ალგორითმთა კოლექტივი კი თეორიაში კარგად ცნობილ ნაწილობითი წრიფივი აპროქსიმაციის განხორციელება იქნება მის საუკეთესო ვარიანტში [40, 46].

ზოგადად ალგორითმთა კოლექტივის გადაწყვეტილება ცალკეული გადაწყვეტილებების „შერწყმის“ ხარჯზე მიიღება, რომელთა წონით კოეფიციენტებს კოლექტიურ გადაწყვეტილებაში „კომპეტენტურობის/ მაჩვენებლის ფუნქციის სახე ექნებათ:

$$\alpha_{i,N} = f(\beta_{i,N}); \quad i = (1, 2, 3, \dots, m).$$

რაც შეეხება $\beta_{l,N}$ -ს, იგი თითოეული l -ალგორითმისთვის შეიძლება იყოს, როგორც ობიექტისა და მოდელის გამოსავალ სიდიდეთა შორის კორელაციური ფარდობა, ისე კორელაციის კოეფიციენტი, განთანხმება და ა.შ.

დაეუშვათ, ალგორითმის „კომპეტენტურობის“ მაჩვენებლად კორელაციური ფარდობაა შერჩეული:

$$\eta_{l,N} = \sqrt{1 - \frac{D_N[Y_N - Y_N^{\prime,p}]}{D_N[Y]}}$$

აქ $\eta_{l,N}$ არის l -ური ალგორითმის შესაბამისი კორელაციური ფარდობა N – იტერაციულ ბიჯზე.

$D_N[Y_N - Y_N^{\prime,p}]$ – განთანხმების დისპერიის მნიშვნელობაა N – იტერაციულ ბიჯზე.

$D_N[Y]$ – ობიექტის გამოსავალი სიდიდის დისპერია N -ურ ბიჯზე.

მაშინ, l -ური ალგორითმის წონითი კოეფიციენტი m -რანგის

კოლექტივში გამოითვლება ასე:
$$\alpha_{l,N} = \frac{\eta_{l,N}}{\sum_{j=1}^m \eta_{j,N}},$$

თანაც
$$\sum_{j=1}^m \alpha_{j,N} = 1.$$

რაც შეეხება ალგორითმ „ესტაფეტას“, აქ ალგორითმი „კომპეტენტურად“ ჩაითვლება, თუ $\eta_{l,N} \geq \eta_{j,N}$ ($j = 1, 2, \dots, m$), ამიტომ $\alpha_{j,N} = 1$, ხოლო ყველა დანარჩენი $\alpha_{j,N} = 0$. თუ კორელაციური ფარდობა ან კორელაციის კოეფიციენტი ობიექტისა და მოდელის გამოსავალ სიდიდეთა შორის კავშირს მთელ N -სიგრძის ინტერვა-

ლზე აფასებს (და ამდენად, გარკვეული ინერციის მატარებელია), განთანხმების შემოღება „კომპეტენტურობის“ საზომად მიმდინარე ინფორმაციაზე იქნება დამყარებული; ამდენად, ობიექტისა და მოდელის გამოსავალ სიდიდეთა დაშორებაზე სწრაფ რეაგირებას მოახდენს. ისეთი ობიექტის პირობებში, რომლის მახასიათებლები დროში მდორედ იცვლებიან, ასეთი „კომპეტენტურობის“ საზომის გამოყენება მისაღებია, სწრაფად ცვლადი მახასიათებლების პირობებში კი მან დიდ მყისიერ ცდომილებამდე შეიძლება მიგვიყვანოს.

ზოგადად კოლექტივში ნებისმიერი იდენტიფიკაციის (პარამეტრიზაციის) იტერაციული ალგორითმი შეიძლება გაერთიანდეს. იქედან გამომდინარე, რომ ადაპტურ ალგორითმთა მახასიათებლები მთლიანად წონით კოეფიციენტზეა დამოკიდებული, შეიძლება დავუშვათ, რომ კოლექტივში განსხვავებული წონითი პარამეტრის მქონე ერთი და იგივე ალგორითმი მონაწილეობს. ამ დროს ალგორითმთა კოლექტივი დაემსგავსება ინფორმაციის მრავალჯერადი დამუშავების ალგორითმს [66].

მოვიყვანოთ ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების კოლექტივის ტიპიური მაგალითი:

$$\left\{ \begin{aligned} K_{i,N+1}^1 &= K_{i,N} + \gamma_{\Delta} \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \right] \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} X_{i,N+1}, \\ K_{i,N+1}^2 &= K_{i,N} + \gamma_N \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \right] \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} X_{i,N+1}, \\ K_{i,N+1}^3 &= K_{i,N} + \gamma_{\text{წილ}} \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \right] \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} X_{i,N+1}. \\ \gamma_{\Delta} &= f(\Delta); \quad \gamma_N = f(N); \quad \gamma_{\text{წილ}} \in [0;1] \end{aligned} \right.$$

„კონსილიუმში“ მონაწილეობს სამი წევრი: ადაპტური, სტოქასტური აპროქრიმაციის და გრადიენტული ალგორითმები. გრადი-

ენტული ალგორითმი წონით პარამეტრის $[0;1]$ არედან სხვადასხვა მნიშვნელობისას განსხვავებულ თავისებურებებს ამჟღავნებს. მის არჩევაზე დამოკიდებულია მოდელის რეაქცია. რაც უფრო ახლოა ერთთან, მით სწრაფად რეაგირებს, მოდელი შესავალ სიდიდეთა ცვლილებაზე და პირიქით. მაგრამ იგივე წონითი პარამეტრის სიდიდე უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაშია ალგორითმის ფილტრაციის უნართან.

კოლექტივში გრადიენტული ალგორითმის ამ განსხვავებულ თავისებურებათა სრულად წარმოდგენის მიზნით დაეყოს წონითი პარამეტრის ცვალებადობის არე რაიმე m ნაწილად. თითოეული ℓ -ური ალგორითმისთვის γ' -ასეთი სახით მოვძებნოთ:

$$\gamma' = \frac{1}{m} \dots$$

მაშინ „კონსილიუმში“ $m + 2$ ალგორითმი გვექნება (მათგან m -რაოდენობის გრადიენტული ალგორითმია):

$$\left\{ \begin{array}{l}
 K_{i,N+1}^1 = K_{i,N} + \gamma_{\text{G}} \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} \right] X_{i,N+1}, \\
 K_{i,N+1}^2 = K_{i,N} + \gamma_{\text{N}} \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} \right] X_{i,N+1}, \\
 K_{i,N+1}^3 = K_{i,N} + \gamma^1 \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} \right] X_{i,N+1}, \\
 K_{i,N+1}^4 = K_{i,N} + \gamma^2 \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} \right] X_{i,N+1}, \\
 \dots \\
 K_{i,N+1}^{m+2} = K_{i,N} + \gamma^m \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n k_{j,N} X_{j,N+1} \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} \right] X_{i,N+1}.
 \end{array} \right.$$

თუ კოლექტივში პროგნოზირების მრავალსაფეხურიან ალგორითმებს შევიტანთ კოლექტივის რანგი აიწევს. ასე, მაგალითად, ორსაფეხურიანი ალგორითმის შემთხვევაში ალგორითმთა კოლექტივის ერთ-ერთი ვარიანტი ასე წარმოგვიდგება:

$$\begin{aligned}
K_{i,N+1}^1 &= K_{i,N+1}^{*1} + \gamma_0 \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N+1}^{*1} X_{j,N+1} \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} \right] X_{i,N+1} \\
\tilde{K}_{i,N+1}^{*1,1} &= K_{i,N} + \gamma^{*1} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1} \\
&\dots \\
&\dots \\
K_{i,N+1}^{*1,K} &= K_{i,N} + \gamma^{*1,K} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1} \\
K_{i,N+1}^2 &= \tilde{K}_{i,N+1}^{*2} + \gamma_N \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1} \\
\tilde{K}_{i,N+1}^{*2,1} &= K_{i,N} + \gamma^{*2,1} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1} \\
&\dots \\
&\dots \\
\tilde{K}_{i,N+1}^{*2,K} &= K_{i,N} + \gamma^{*2,K} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1} \\
K_{i,N+1}^3 &= \tilde{K}_{i,N+1}^{*3} + \gamma^1 \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1} \\
\tilde{K}_{i,N+1}^{*3,1} &= K_{i,N} + \gamma^{*3,1} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} X_{i,N+1}
\end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{K}_{i,N+1}^{*3,K} &= K_{i,N} + \gamma^{*3,K} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \left| \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right. X_{i,N+1} \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots \\ K_{i,N+1}^m &= \tilde{K}_{i,N+1}^{*m} + \gamma^m \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \left| \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right. X_{i,N+1} \\ \tilde{K}_{i,N+1}^{*m,1} &= K_{i,N} + \gamma^{*m,1} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^* \Delta K_{j,N} \right) \left| \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right. X_{i,N+1} \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \tilde{K}_{i,N+1}^{*m,k} &= K_{i,N} + \gamma^{*m,k} \operatorname{sign} \left(\sum_{j=1}^n X_{j,N+1} \Delta K_{j,N} \right) \left| \Delta K_N \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right. X_{i,N+1} \end{aligned} \right.$$

აქ იდენტიფიკაციის ერთ საფეხურს პროგნოზის K -რაოდენობის საფეხური შეესაბამება. $\tilde{K}_{i,N+1}^{*1}, \tilde{K}_{i,N+1}^{*2}, \dots, \tilde{K}_{i,N+1}^{*m}$ -თითოეული საფეხურის პროგნოზის (შუალედური) i -ური კოორდინატია $-N+1$ იტერაციულ ბიჯზე.

$$\tilde{K}_{i,N+1}^{*1,1}, \tilde{K}_{i,N+1}^{*1,2}, \dots, \tilde{K}_{i,N+1}^{*1,k}, \dots, \tilde{K}_{i,N+1}^{*m,1}, \dots, \tilde{K}_{i,N+1}^{*m,k}$$

– შესაბამისად პროგნოზის პარამეტრის კოლექტიური მნიშვნელობები, $\gamma^{*1,1} \dots \gamma^{*1,k} \dots \gamma^{*m,1} \dots \gamma^{*m,k}$ – პროგნოზის წონითი პარამეტრის ფიქსირებული (განსხვავებული) მნიშვნელობებია. ამ კოლექტივის რანგი $(m+2)k$ ტოლია. თუ კოლექტივს პროგნოზის სამსა-

ფეხურიან ალგორითმებზე ავაგებთ, წონითი პარამეტრების შესაბამისად m, k , და l მნიშვნელობებისთვის, მაშინ $mk\ell$ რანგის კოლექტივს მივიღებთ და ა.შ. ცხადია, ასეთი მოცულობის და რანგის კოლექტივის რეალიზაცია კომპუტაციურ გამოძვლელ მანქანაზე იქნება მოსახერხებელი. სხვა შემთხვევებში, ალბათ, კოლექტივის რანგის შეკვეცა მოგვიხდება.

ანალოგიურად, ალგორითმთა კოლექტივი შეიძლება შეიქმნას მათემატიკური სტატისტიკის შეფასების თეორიასა და ფაქტორულ ანალიზში (სახეთა ამოცნობაში ალგორითმა კოლექტივის გამოყენების შედეგები ცნობილია ლატვიელი მეცნიერების ი.ერშტეინისა და ა.რასტრიგინის შრომებიდან [63].) „ექსპოტენციალური შეწონვის“ ალგორითმთა კოლექტივი შემთხვევით სიდიდეთა (და პროცესთა) რიცხობრივი მახასიათებლების შეფასებას მოახდენს:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{N+1}^1 = a_N^* + \alpha_{N+1}^1 (X_{N+1} - a_N^*), \\ a_{N+1}^2 = a_N^* + \alpha_{N+1}^2 (X_{N+1} - a_N^*), \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{N+1}^m = a_N^* + \alpha_{N+1}^m (X_{N+1} - a_N^*). \end{array} \right.$$

საკუთარი ვექტორის პოვნის ალგორითმთა m რანგის კოლექტივს კი ფაქტორულ ანალიზში ამგვარი სახე ექნება:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_{N+1}^1 = \dot{Z}_N + \gamma_{N+1}^1 (\dot{Z}_N, \dot{X}_{N+1}) \dot{X}_{N+1}; \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{Z}_{N+1}^m = \dot{Z}_N + \gamma_{N+1}^m (\dot{Z}_N, \dot{X}_{N+1}) \dot{X}_{N+1}. \end{array} \right.$$

ყველა მათგანში განსხვავებულ ფორმით, მაგრამ ანალოგიური პრინციპით იქნება აგებული ალგორითმთა კოლექტიური გადაწყვეტილების ფუნქცია. ოდნავ სახეს იცვლის ალგორითმთა „კომპეტენტურობისა“ და წონითი კოეფიციენტის გამოსახულება.

შევეხოთ, ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს, ალგორითმთა კოლექტივის კრებადობის საკითხს. დავეშვათ, ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმთა კოლექტიური გადაწყვეტილება

$$\bar{K}_N^* = \sum_{\ell=1}^m \alpha_{\ell,N} \bar{K}_N^{\ell},$$

სადაც \bar{K}_N^* – კოლექტიური გადაწყვეტილების პარამეტრთა ვექტორია N – იტერაციულ ბიჯზე.

\bar{K}_N^{ℓ} – კოლექტივის ℓ -ური წევრის პარამეტრთა ვექტორი N -ურ ბიჯზე.

$\alpha_{\ell,N}$ – ℓ -ური ალგორითმის წონითი კოეფიციენტია.

ცხადია, $\sum_{\ell=1}^m \alpha_{\ell,N} = 1$ ნებისმიერ ბიჯზე; ბუნებრივია, მოთხოვნა კოლექტივის თითოეული წევრის კრებადობის შესახებ ე.ი.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{K}_N^{\ell} = \bar{h},$$

სადაც \bar{h} – ობიექტის ჭეშმარიტი პარამეტრების ვექტორია, მაშინ

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{K}_N^* = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{\ell=1}^m \alpha_{\ell} \bar{K}_N^{\ell} = \sum_{\ell=1}^m \alpha_{\ell} \lim_{N \rightarrow \infty} \bar{K}_N^{\ell} = \sum_{\ell=1}^m \alpha_{\ell} \bar{h} = \bar{h},$$

ე.ი. ცალკეულ იტერაციულ ალგორითმთა კრებადობა ალგორითმთა კოლექტივის კრებადობას განაპირობებს.

განვიხილოთ ეს საკითხი დეტალურად m -რანგის გრადიენტულ ალგორითმთა კოლექტივის მაგალითზე:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{i,N+1}^1 = K_{i,N}^1 + \gamma^1 \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N}^1 X_{j,N+1} \right] \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} X_{i,N+1}, \\ K_{i,N+1}^2 = K_{i,N}^2 + \gamma^2 \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N}^2 X_{j,N+1} \right] \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} X_{i,N+1}, \\ \cdot \\ \cdot \\ K_{i,N+1}^m = K_{i,N}^m + \gamma^m \left[Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N}^m X_{j,N+1} \right] \left[\sum_{j=1}^n X_{j,N+1}^2 \right]^{-1} X_{i,N+1} \end{array} \right.$$

აღვსრულებთ კოლექტიური გადაწყვეტილება განისაზღვრება ასე:

$$K_{i,N+1}^* = \sum_{j=1}^m \alpha_j K_{i,N}^j + \sum_{j=1}^m a_j \gamma^j \frac{Y_{N+1} - \sum_{j=1}^n K_{j,N}^j X_{j,N+1}}{\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2} X_{i,N+1},$$

აქ $K_{i,N+1}^*$ კოლექტიური გადაწყვეტილების შესაბამისი მოდელის პარამეტრია ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) იტერაციის $N+1$ ბიჯზე. მოცემულ შემთხვევაში α_j თითოეული j -ური ალგორითმის წონაა და

$$\sum_{j=1}^m \alpha_j = 1.$$

გაჩვენოთ მოცემული ალგორითმის კრებადობა. გავამრავლოთ ორივე ნაწილი -1 -ზე, მივუმატოთ

$$h_i = \sum_{j=1}^m \alpha_j h_j,$$

მივიღებთ:

$$h_i - K_{i,N+1} = \sum_{j=1}^m \alpha_j h_j - \sum_{j=1}^m \alpha_j K_{i,N} - \sum_{j=1}^m \alpha_j \gamma^j \times \\ \times \frac{Y_{N+1} - \sum_{i=1}^n K_{i,N+1} X_{i,N+1}}{\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2} X_{i,N+1}.$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა $h_i - K_i = a_i$;

ავიყვანოთ გამოსახულების ორივე მხარე კვადრატში და ავჯამოთ i -ური ინდექსით.

$$\sum_{i=1}^n a_{i,N+1}^2 = \sum_{i=1}^n a_{i,N}^2 + \left\{ \sum_{j=1}^m \left\{ \alpha_j^2 \gamma^{j^2} \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \right)^2 + 2\delta y \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} + (\delta y)^2 \right\} - 2 \sum_{j=1}^m \alpha_j' \gamma^j \left\{ \sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \sum_{i=1}^n a_{i,N}^* X_{i,N+1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{i=1}^n a_{i,N}^* X_{i,N+1} \cdot \delta y \right\} + 2 \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_k \alpha_j \gamma^k \gamma^j \left\{ \sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \sum_{j=1}^n a_{i,N}^k \times \right. \right. \\ \left. \left. \times X_{i,N+1} + \sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \delta y + (\delta y)^2 + \sum_{i=1}^n a_{i,N}^k X_{i,N+1} \delta y \right\} \right\} \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2 \right]^{-1}$$

განვსაზღვროთ ბიჯის სიდიდე:

$$\Psi = \sum_{i=1}^n a_{i,N}^{*2} - \sum_{i=1}^n a_{i,N+1}^{*2},$$

და გაკვამარტივოთ ტოლობა:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_{i,N}^* X_{i,N+1} &= \sum_{i=1}^n (h_i - K_{i,N}^*) X_{i,N+1} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\alpha_j h_i - \alpha_j K_{i,N}^j) \times \\ &\times X_{i,N+1} = \sum_{j=1}^m \alpha_j \sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1}. \end{aligned}$$

განვიხილოთ ალგორითმის ბიჯის მათემატიკური ლოდინი:

$$\begin{aligned} M(\Psi) &= \left\{ 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \sum_{k=1}^m \alpha_j \alpha_k \gamma^j \gamma^k M \left[\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \cdot \sum_{i=1}^n a_{i,N}^k X_{i,N+1} \right] + \right. \\ &2 \sum_{j=1}^m \alpha_j^2 \gamma^{j^2} M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \right)^2 \right] - \sum_{j=1}^m \alpha_j^2 \gamma^{j^2} M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \right)^2 \right] - \\ &- \sum_{j=1}^m \alpha_j^2 \gamma^{j^2} \sigma_{\delta_y} - 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \sum_{k=1}^m \alpha_j \alpha_k \gamma^j \gamma^k \sigma_{\delta_y}^2 - 2 \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \alpha_j \alpha_k \gamma^j \gamma^k \times \\ &\times M \left[\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \cdot \sum_{i=1}^n a_{i,N}^k X_{i,N+1} \right] \cdot M \left[\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2 \right]^{-1} \end{aligned}$$

გაკვამარტივოთ მიღებული გამოსახულება და შევკრიბოთ მსგავსი წევრები:

$$\begin{aligned} M[\Psi] &= \left\{ \sum_{j=1}^m \alpha_j^2 (2\gamma^j - \gamma^{j^2}) M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \right)^2 \right] + \right. \\ &+ 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^m \sum_{k=1}^m \alpha_j \alpha_k (\gamma^j + \gamma^k - \gamma^j \gamma^k) \cdot M \left[\sum_{i=1}^n a_{i,N+1}^j X_{i,N+1} \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \sum_{i=1}^n a_{i,N}^K X_{i,N+1} \left] - \sigma_{\delta y}^2 \sum_{j=1}^m \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^m (\alpha_j \gamma^j + \alpha_k \gamma^k)^2 \right\} M \left[\sum_{i=1}^n X_{i,N+1}^2 \right]^{-1} \geq 0$$

თუკი მიღებული გამოსახულების პირველი წევრი აბსოლუტური სიდიდით აღემატება მეორეს, ეს მიგვანიშნებს, რომ განსწავლა დამთავრებულია და ნაპოვნი წერტილი ხელშეშლებით განსაზღვრული სფეროს შიგნით იმყოფება. მარტივად დავამტკიცებთ, რომ გამოსახულება:

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq K}}^m \sum_{K=1}^m M \left[\sum_{i=1}^n a_{i,N}^j X_{i,N+1} \sum_{i=1}^n a_{i,N}^K X_{i,N+1} \right] &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq K}}^m \sum_{K=1}^m (\Delta'_N - \delta y_N) \times \\ &\times (\Delta^K - \delta Y_N) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq K}}^m \sum_{K=1}^m M \left[\Delta^j \Delta^K - \delta y_N \Delta_N^K + (\delta y_N)^2 - \delta y_N \Delta^j \right] = \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq K}}^m \sum_{K=1}^m M \left[\Delta'_N \Delta_N^K \right] - \sigma_{\delta y}^2. \end{aligned}$$

სადაც,

$$\Delta_N = Y_N - Y_N^3 = \sum_{i=1}^n a_{i,N} X_{i,N+1} + \delta y;$$

$$M[\Delta^j \delta y_N] = M[\Delta^K \delta y_N] = M \left[\sum_{i=1}^n a_{i,N} X_{i,N+1} \cdot \delta y + (\delta y)^2 \right] = \sigma_{\delta y}^2,$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით ალგორითმის ბიჯის მეორე წევრი ამგვარად ჩაიწერება:

$$2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq K}}^m \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^m (\gamma^j + \gamma^k - \gamma^j \gamma^k) \left\{ M[\Delta^j \Delta^K] - \sigma_{\delta y}^2 \right\},$$

რომლის ნიშანი მთლიანად დამოკიდებულია $M[\Delta' \Delta^K]$ გამოსახულების ნიშანზე და ალბათურად დადებითია.

ამგვარად დადებითი იქნება მთლიანად ბიჯიც $M[\Psi] \geq 0$ და ალგორითმი კრებადია ობიექტის ჭეშმარიტი პარამეტრისაკენ. რისი დამტკიცებაც გვინდოდა;

შვეცადოთ მივიღოთ კოლექტივის თითოეული წევრისთვის (ალგორითმისათვის) ოპტიმალური წონის გამოსახულება. გავაწარმოთ ბიჯის გამოსახულება α_r -ცვლადით, გავუტოლოთ 0-ს და ამოვხსნათ α_r -ს მიმართ.

$$\begin{aligned} \alpha_{r, \text{ობ}} = & \left\{ \sum_{\substack{K=1 \\ K \neq r}}^m M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i, N+1}^K \right)^2 \right] (2\gamma^K - \gamma^{K^2}) - 2 \sum_{K=1}^m M \left[\sum_{i=1}^n a'_{i, N} \times \right. \right. \\ & \times X_{i, N+1} \sum_{i=1}^n a_{i, N}^K X_{i, N+1} \left. \right] (\gamma^r - \gamma^K - \gamma^r \gamma^K) + \sigma_{\delta, y}^2 \sum_{K=1}^m \gamma^K (\gamma^r - \gamma^K) \left. \right\} \times \\ & \times \left\{ M \left[\left(\sum_{i=1}^n a'_{i, N} X_{i, N+1} \right)^2 \right] (2\gamma^r - \gamma^{r^2}) + \sum_{K=1}^m M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i, N} X_{i, N+1} \right)^2 \right] \times \right. \\ & \times (2\gamma^K - \gamma^{K^2}) - 4 \sum_{K=1}^m M \left[\sum_{i=1}^n a'_{i, N} X_{i, N+1} \sum_{i=1}^n a_{i, N+1}^K (\gamma^r - \gamma^K - \gamma^r \gamma^K) \right] - \\ & \left. - \sigma_{\delta, y}^2 \sum_{K=1}^m (\gamma^r - \gamma^K)^2 \right\}^{-1} \end{aligned}$$

გავამარტივოთ მიღებული გამოსახულება:

$$\sum_{j=1}^m M \left[\left(\sum_{i=1}^n a_{i, N}^j X_{i, N+1} \right)^2 \right] = \sum_{j=1}^m M [(\Delta^j - \delta y)^2] = \sum_{j=1}^m (M[\Delta^j] +$$

$$+ M[\delta y^2] - 2M[\Delta' \delta y] = \sum_{j=1}^m M[\Delta'^j] - \sigma_{\delta y}^2;$$

და მივიღებთ $\alpha_{t, \text{ობ}}$ გამოსახულებას:

$$\begin{aligned} \alpha_{t, \text{ობ}} = & \left\{ \sum_{K=1}^m (2\gamma^K - \gamma^{K^2}) M[\Delta^{K^2}] - \sum_{K=1}^m (\gamma' + \gamma^K - \gamma' \gamma^K) \times \right. \\ & \times M[\Delta' \Delta^K] + \sigma_{\delta y}^2 \sum_{K=1}^m (2\gamma' - \gamma' \gamma^K) \left. \right\} \left\{ \sum_{K=1}^m (2\gamma' - \gamma'^2) M[\Delta'^2] + \right. \\ & \times \sum_{K=1}^m (2\gamma^K - \gamma^{K^2}) \cdot M[\Delta^{K^2}] - 4 \sum_{K=1}^m (\gamma' + \gamma^K - \gamma' \gamma^K) M[\Delta' \Delta^K] + \\ & \left. + 2\sigma_{\delta y}^2 \sum_{K=1}^m (\gamma' + \gamma^K - \gamma' \gamma^K) \right\}^{-1} \end{aligned}$$

თუ დავუშვებთ, რომ $\Delta' = 0$, მაშინ:

$$\begin{aligned} \alpha_{t, \text{ობ}} = & \left\{ \sum_{K=1}^m (2\gamma^K - \gamma^{K^2}) M[\Delta^{K^2}] + \sigma_{\delta y}^2 \sum_{K=1}^m (2\gamma' - \gamma' \gamma^K) \right\} \times \\ & \times \left\{ \sum_{K=1}^m (2\gamma^K - \gamma^{K^2}) M[\Delta^2] + 2\sigma_{\delta y}^2 \sum_{K=1}^m (\gamma' + \gamma^K - \gamma' \gamma^K) \right\}^{-1} \approx 1. \end{aligned}$$

$$\alpha_K = 0; \quad K \neq t, \quad K = 1, 2, \dots, m.$$

ეს გეაჩვენებს, რომ როცა ერთ-ერთი ალგორითმი შედარებით სხვებთან „მოერგება ობიექტს“, მისი წონა იზრდება ერთამდე, ხოლო სხვა ალგორითმები ავტომატურად „გამოირიცხებიან კოლექტივიდან“.

ფაქტორული ანალიზი იდენტიფიკაციაში

თანამედროვე რთული ობიექტის მართვის ავტომატიზებული სისტემების აგების ან მოდელირების აუცილებლობა ითხოვს იდენტიფიკაციის ამოცანის გადაწყვეტას. როგორც [12-14] ნაშრომიდან ცნობილია, ასეთი ამოცანა ეტაპობრივად უნდა გადაიჭრას: უპირველესად საჭიროა გამოვალინოთ ობიექტზე მოქმედი ძირითადი ფაქტორები, რადგანაც გაზომილი ფაქტორების რაოდენობა უმრავლეს შემთხვევაში მნიშვნელოვნად აღემატება იმ ძირითადი ფაქტორების რაოდენობას, რომლებიც განაპირობებენ ობიექტში მიმდინარე პროცესს. თუკი შევძლებთ ამ ფაქტორების გამოყოფას, ბუნებრივია, შეგვეძლო შეგვემცირებინა ფაქტორები, რომელთაც მცირე ინფორმაცია მოაქვთ საიდენტიფიკაციო ობიექტის ძირითადი ფაქტორების შესახებ. ასეთი ძირითადი ფაქტორების ცოდნა საშუალებას მოგვცემდა გადაგვეჭრა სრული (ფართო გაგებით) იდენტიფიკაციის ამოცანა. რთული ობიექტების იდენტიფიკაციას აბრკოლებს აგრეთვე მისი შესაბამისი მათემატიკური მოდელის განზომილება, რადგანაც ამონარჩევის რიცხვი N (რომელიც მოდელის განზომილებასთან n შემდეგი სახის დამოკიდებულებაშია $N = (10 \div 30)n$) უმეტეს პრაქტიკულ ამოცანებში მკვეთრად არის შემოსაზღვრული (მცირე ამონარჩევის ამოცანა).

ცნობილია, რომ მართვის ავტომატიზებული სისტემის აგება, შემოსაზღვრულია თანამედროვე გამოთვლითი ტექნიკის შესაძლებლობით, გამომთვლელი მანქანების სწრაფმოქმედებით. რეალური (პოლიტიკური, ეკონომიკური, სოციალური და ა.შ.) ობიექტები კი, როგორც ვიცით, მრავალი შესავალი სიდიდით და რთული სტრუქტურით ხასიათდებიან. ასე რომ, მათი იდენტიფიკაცია დიდ მანქანურ დროს მოითხოვს.

ბოლო წლებში არის ცდები იდენტიფიკაციის ამოცანის ზემოთ

მოყვანილი პრობლემების დასაძლევად გამოვიყენოთ ფაქტორული ანალიზის მეთოდი, რომელიც შესაძლებლობას გვაძლევს გამოვავლინოთ ობიექტზე მოქმედი ძირითადი ფაქტორი (თუ კი ის არსებობს). მათემატიკური მოდელის შესავალ ზემოქმედებად ამ ძირითადი ფაქტორის გამოყენება პრაქტიკულად არ შეამცირებს იდენტიფიკაციის სიზუსტეს. ამასთანავე გამოვეყოფთ რა, ობიექტზე მოქმედ რამდენიმე ძირითად ფაქტორს, ვამცირებთ შესაბამისი მათემატიკური მოდელის განზომილებას და ამგვარად, გარკვეულად ვამაღლებთ პროგნოზის საიმედობას. ე.ი. იჭრება ტექნიკურ კიბერნეტიკაში ცნობილი მცირე ამონარჩევის ამოცანა. ფაქტორული ანალიზის მეთოდების გამოყენებით მათემატიკური მოდელის შესავალზე არაკორელირებულ სიდიდეებს ვაწოდებთ, რაც თავის მხრივ საშუალებას გვაძლევს სწრაფად აღვიქვათ ობიექტში არსებული არასტაციონარობაც. გარკვეულად მცირდება სისტემაზე ხელშეშლის გავლენა და იზრდება განსწავლადი ალგორითმების კრებადობის სიჩქარე. ე.ი. მცირდება გამომთვლელ მანქანაზე ამოცანის გადაწყვეტის დრო.

ფაქტორული ანალიზის მეთოდი იდენტიფიკაციაში შეიძლება დაეყრდნოს ასეთ ჰიპოთეზას: ობიექტზე მოქმედებენ მცირე რაოდენობის რაღაც ფარული (გაუზომელი), მაგრამ მნიშვნელოვანი ფაქტორები, რომელნიც ძირითადად ახასიათებენ გამოსაკვლევ ობიექტს. მოდელის შესავალი სიდიდეები კი მიახლოებით, ირიბად ასახავენ ამ მნიშვნელოვან ფაქტორებს და თითოეულ მათგანს მოაქვს ამ მნიშვნელოვანი ფაქტორის შესახებ ინფორმაციის მხოლოდ გარკვეული ნაწილი. თუ ასეთი დაშვება სამართლიანია და მართლაც არსებობენ ისეთი ძირითადი ფაქტორები, რომელთაც მნიშვნელოვნად უკავშირდება ობიექტის გამოსავალი სიდიდეები, მაშინ ისმება ამ ძირითადი ფაქტორების გამოვლენის (გამოყოფის) ამოცანა. წამოყენებული ჰიპოთეზა ზოგჯერ სასარგებლოა, ზოგჯერ კი ამონარჩევის სიმცირის გამო, აუცილებელიც ხდება.

ფაქტორული სივრცის განზომილების შემცირების მეთოდები პირველად პირსონის (1904), სპირმანის (1904, 1906) და ზოტელინგის

(1993) ნაშრომებში გამოჩნდა. მათ ამ მეთოდების ძირითად დანიშნულებად შედეგების ინტერპრენტაციის (აღქმის) გაიოლება მიაჩნდათ და ფაქტორული სიერცის განზომილების შემცირების მეთოდს იხილავდნენ როგორც ორსტადიან პროცესს: პირველ სტადიაში ხდება ფაქტორული ველის სტრუქტურის შეფასება. ეს სტადია გაზომილი ფაქტორების ურთიერთშორისი კორელაციითაა განპირობებული. ამიტომ პირველ რიგში დაჯგუფების მეთოდებით (β – კოეფიციენტების მეთოდი, პლეადების მეთოდი) ხდება ერთმანეთში ძლიერ კორელირებული ჯგუფების გამოყოფა [11].

მეორე სტადიაში ხდება ბი-ფაქტორული ანალიზით, ცენტროიდული ან მთავარი კომპონენტების და ა. შ. მეთოდით თითოეული კორელაციური ჯგუფის შესაბამისი ფაქტორის მნიშვნელობის მიღება.

არსებობენ აგრეთვე ე. წ. ექსტრემალური დაჯგუფების მეთოდები, რომლებშიც ზემოგანხილული ორივე სტადია ერთდროულად, იტერაციული სახით სრულდება.

იდენტიფიკაციის ამოცანაში ამ მეთოდის გამოყენება, როგორც ითქვა, ფაქტორული ველის განზომილებას შეამცირებს და მოითხოვს მესამე სტადიის შემოღებას, სადაც გამოვლენილი ფარული ფაქტორის გამოსავალ სიდიდესთან კავშირის დადგენა მოხდება. იდენტიფიკაციის ამოცანაში გამოყენებული ფაქტორული ანალიზი ჩვეულებრივი ფაქტორული ანალიზისაგან განსხვავებით ირჩევს იმ გამოვლენილ ფაქტორებს, რომლებიც შედარებით მჭიდროდ არიან დაკავშირებული მოდელის გამოსავალ სიდიდესთან, ე. ი. ფაქტიურად, მესამე სტადიაში, დასაწყისში დაშვებული ჰიპოთეზის („ობიექტზე მოქმედების ძირითადი ფაქტორი“) შემოწმება ხდება.

იდენტიფიკაციაში მნიშვნელოვანია მოდელზე მოქმედებათა (შესავალ სიდიდეთა) არაკოლირებულობა, ამდენად მიზანშეწონილია მეორე სტადიაში ფარული ფაქტორების გამოსავლენად მთავარი კომპონენტების მეთოდის გამოყენება. ეს მით უმეტეს მისაღებია, თუ გავითვალისწინებთ, რომ ამ მეთოდის ერთ-ერთი ძირითადი ღირსება – გამოთვლების მცირე მოცულობაა. იდენტიფიკა-

ციის ამოცანაში მთავარი კომპონენტების მეთოდის გამოყენების იდეა აღწერილია ნაშრომებში [17-22].

უნდა აღინიშნოს, რომ ამ ნაშრომებში გვერდი აქვს ავლილი ფაქტორული ანალიზის ზემოთ აღწერილ მესამე სტადიას. მაგალითად, [54] შრომაში ავტორები გვთავაზობენ, რომ ფაქტორების არჩევის წინასწარ ორიენტირად ავიღოთ დასაშვები საშუალო კვადრატული ცდომილება. [55] ნაშრომში შემოთავაზებულია გამოვიყენოთ ინფორმაციული კრიტერიუმი, რომელიც დაახასიათებს ფაქტორების უგულვებელყოფით დაკარგულ ინფორმაციის წილს. რადგანაც არც ერთ შემთხვევაში მხედველობაში არ ვიღებთ ფარული ფაქტორის მოდელის გამოსავალ სიდიდესთან დაკავშირების ხარისხს, ამ დაშვებამ შეიძლება მოდელის თვალსაზრისით ძირითადი ფაქტორის უგულვებელყოფა გამოიწვიოს.

ფაქტორული ანალიზის ზემოთ აღწერილ პირველ სტადიაში შეიძლება ტექნიკურ კიბერნეტიკაში ცნობილი კლასიფიკაციის (სახეთა შეცნობა მასწავლებლის გარეშე) რომელიმე ალგორითმში გამოვიყენოთ, ანდა მონაცემები შეიძლება წინასწარ „მგავს“ ჯგუფებად დაყონ იმ დარგის სპეციალისტებმა, რომელსაც მიეკუთვნება საკვლევი ობიექტი. ამიტომაც, განვიხილოთ ფაქტორული ანალიზის მხოლოდ მეორე და მესამე სტადია.

თუ ვიყენებთ მთავარი კომპონენტების მეთოდს, არსებითად მეორე სტადია დადის საკოორდინატო ღერძების ისეთ შემობრუნებამდე, რომ შევძლოთ გამოვავლინოთ იმ მრავალკუთხედის შიგა ზომები, რომელიც მოიცავს მონაცემების ძირითად მასას. ამ დროს ახალ კოორდინატულ სისტემას ახასიათებს განსაკუთრებული სტატისტიკური თვისებები (მაქსიმალური დისპრესია). ასეთი საკოორდინატო სისტემის ასაგებად შეიძლება გამოვიყენოთ შემდეგი ალგორითმი: ახალ კოორდინატთა სათავედ ავიღოთ განხილული ფაქტორული ველის მათემატიკური ლოდინი - m_x . იმ კოორდინატთა ღერძების მიმართულებას, რომლებიც შეესაბამებიან გამოვლენილ ფარულ ფაქტორებს (ე. ი. ხასიათდებიან მაქსიმალური დისპა-

რსიით), პირველ მიახლოებაში ამგვარად ეპოულობთ:

$$e_1 = (X^K - m_X) |X^K - m_X|^{-1}$$

სადაც X^K წერტილი არჩეულია ისე, რომ

$$L_K = \max |X^j - m_X| = \max \left[\sum_{i=1}^n (X_i^j - m_X)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

აქ X^j მოცემული ფაქტორული ველის წერტილია.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ამ პირობით ახალი საკოორდინატო ღერძის მიმართულებას მხოლოდ მაშინ ვირჩევთ, როცა გამომთვლელ მანქანაზე ღრობით შემოსაზღვრული ვართ. როცა შემოსაზღვრა არ არსებობს, ნათელია, რომ მაქსიმალური დისპერსიის მიმართულებას მოგვცემდა ფაქტორული ველის შესაბამისი კოვარიაციული მატრიცის საკუთარი ვექტორი [52-53].

მთავარი კომპონენტების მეთოდის გამოყენების დროს მიღებულ ახალ საკოორდინატო სისტემას განსაკუთრებული სტატისტიკური თვისებები (მაქსიმალური დისპერსია) ახასიათებს. ფაქტორული ველის გავრცელების ექსტრემალურ მიმართულებას კოვარიაციული მატრიცის საკუთარი e_i ($i = 1, 2, \dots, n$) ვექტორები მოგვცემენ, რომლებიც საკუთარ λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) როცხვებს შეესაბამებიან, თუ

$$\lambda_{m+1} = \lambda_{m+2} = \dots = \lambda_n = 0,$$

ეს ნიშნავს, რომ ფაქტორული ველის შიგა განზომილება $m < n$ და ახალ საკოორდინატო სივრცეში, რომლის განზომილება ნაკლებია საწყისი საკოორდინატო სივრცის განზომილებაზე, მთლიანად აღიწერება ფაქტორული სივრცე. ეს ინფორმაციის დაუკარგავად მოდელის განზომილების m სიდიდემდე დაყვანის შესაძლებლობას ქმნის.

თუ $m = n$ და ფაქტორების რაოდენობა იგივეა, ეს არ ნიშნავს, რომ ყველა მათგანის ინფორმაციულობა აგებული მოდელის თვა-

ლსაზრისით მნიშვნელოვანია. ფარული ფაქტორებს შორის შეიძლება აღმოჩნდნენ ისეთები, რომელთა უგულებელყოფა მოდელის სიზუსტეში დანაკარგებს არ მოგვცემს (ან უმნიშვნელო დანაკარგებთან გვექნება საქმე) [1, 2]. თუნდაც მოდელის სიზუსტისათვის ყველა ფარული ფაქტორი საჭირო გახდეს, ანუ ფაქტორული ანალიზის გამოყენებამ მოდელის განზომილება უცვლელი დატოვოს, მაინც ამ მეთოდის გამოყენებით მიღებული ფაქტორთა არაკორელირება რიგ მნიშვნელოვან უპირატესობებს მოგვცემს:

– ადაპტური ალგორითმი სწრაფად შეეგუება ობიექტის არასტაციონალობას;

– გაიზრდება განსწავლად ალგორითმთა კრებადობის სისწრაფე;

– შემცირდება მანქანური დროის დანახარჯები.

ამგვარად საკუთარი ვექტორების შესაბამისი საკოორდინატო სივრცეზე გადასვლა რეალურად მიღწევადი მაქსიმალური ხარისხით წყვეტს დასმულ ამოცანას. გამოვლენილ ფაქტორთა არაკორელირება ისეთი ერთიანი, იტერაციული მეთოდიკის შექმნის შესაძლებლობას იძლევა, რომელშიც სრულად წარმოჩნდება ადაპტური, განსწავლადი მიდგომის უპირატესობა. სრული იდენტიფიკაციის ამოცანის გადაწყვეტის იტერაციული მეთოდიკა ავტორის საკანდიდატო დისერტაციაში იქნა წარმოდგენილი:

მას შემდეგ რაც ნაპოვნია საწყისი ფაქტორული სივრცის მათემატიკური ლოდინი – m_X და პირველი საკუთარი ვექტორი e_1 , ეპოულობთ თითოეული X წერტილის ახალ კოორდინატებს პირველი ფარული ფაქტორის (e_1) შესაბამის საკოორდინატო ღერძზე:

$$\rho_1 = (e_1, X'),$$

ანუ X' წერტილის პროექციას \bar{e}_1 ღერძზე. მიღებული ρ_1 იქნება X' წერტილის ახალი კოორდინატი, რომელიც შეესაბამება e_1 ფარულ ფაქტორს. ამის შემდეგ აიგება მათემატიკური მოდელი

e_1 ფარული ფაქტორის მიმართ. განსწავლის დამთავრებისას X ფაქტორული ველის ყოველი წერტილი პროექტირებულია $n-1$ განზომილების (ვთვლით, რომ X ფაქტორული ველი n განზომილებიანია) და \bar{E}_1 ბაზისის პერპენდიკულარულ ჰიპერსიბრტყეზე. ამგვარად n -განზომილებიანი სივრციდან გადავიდებით $n-1$ განზომილებიან სივრცეზე. შემდეგ მოცემული სახის პროცედურა მეორდება და მიღებული e_2 ფარული ფაქტორი შეიტანება მოდელში (რადგან \bar{E}_1 და \bar{E}_2 ორთოგონალურებია, განსწავლის თავიდან დაწყება აღარაა საჭირო; რეგრესიის განტოლებაში \bar{E}_1 ფაქტორის კოეფიციენტი იგივე დარჩება); ფარული ფაქტორი, რომლის კოეფიციენტები შედარებით მცირეა, ჩაითვლება უმნიშვნელოდ მათემატიკური მოდელის თვალსაზრისით (მიუხედავად იმისა ფაქტორული ველის დისპერსიის რა ნაწილი მოდის მასზე), ხოლო დანარჩენებს ე. წ. ძირითად ფაქტორებად ვთვლით, რადგან მჭიდრო კავშირში იმყოფებიან მოდელის გამოსავალ სიდიდესთან (ძირითადი ფაქტორების ასარჩევად შეიძლება აგრეთვე გამოვიყენოთ ყველა შესაძლებელი რეგრესიის, ჩართვის ან ბიჯური რეგრესიის მეთოდი). ამის შემდეგ ზემოთ აღწერილი პროცედურა გრძელდება იქამდე, სანამ არ მივალწევთ იდენტიფიკაციის მოთხოვნილ სიზუსტეს ან არ ამოვწურავთ ყველა ფარულ ფაქტორს, მაშასადამე, მოცემულ მეთოდში ფაქტორული ანალიზის მეორე და მესამე სტადია ერთობლივად, იტერაციული სახით სრულდება.

როგორც ზემოთ ავლნიშნეთ, თუ დროით შემოსაზღვრული არ ვართ, ფარული ფაქტორების შესაბამის ღერძებს მოგვცემს ფაქტორული ველის შესაბამისი კოვარიაციული მატრიცის საკუთარი ვექტორები. საკუთარი ვექტორისა და საკუთარი (მახასიათებელი) რიცხვის პონენის მეთოდები კი ორგვარია [23]:

1. ზუსტი მეთოდები, რომელშიც ხდება დეტერმინანტის n ხარისხის პოლინომად დაშლა და შემდეგ ამოხსნა (მაგ: ლობაჩევსკ-გრა-

ფეს მეთოდით). ამ ხერხის გამოყენება $2^n - 1$ რაოდენობის სხვადასხვა რიგის დეტერმინანტის გამოთვლის ექვივალენტურია (აქ n მახასიათებელი პოლინომის ხარისხია). ამ სირთულის თავიდან ასაცილებლად შექმნილია მსაზღვრელის დაშლის სპეციალური მეთოდები (დანილევსკის, კრილოვის, ლევერიეს, განუსაზღვრელი კოეფიციენტების, ინტერპოლაციის და სხვა) როგორც [23] ნაშრომში მოყვანილი ცხრილიდან ჩანს, ეს საკმაოდ შრომატევადი მეთოდებია. ამ მხრივ შედარებით ხელსაყრელია დანილევსკის მეთოდი. ამ მეთოდის ნაკლად შეიძლება ჩაითვალოს გამოთვლების შედარებით რთული სქემა და გამონაკლისი შემთხვევების არსებობა მსაზღვრელის ფრობენიუსის ნორმალური სახემდე მიყვანისას, რაც ართულებს დაპროგრამებას.

2. იტერაციული მეთოდები, რომელთა გამოყენებისას ხდება საკუთარი რიცხვისა და ვექტორის მიახლოებითი განსაზღვრა მსაზღვრელის წინასწარი დაშლის გარეშე. უნდა ითქვას, რომ აქ დგას საწყისი ვექტორის ამორჩევის ამოცანა, რომლის ცუდად არჩევის შემთხვევაში იტერაციული პროცესის განშლადია.

ალგორითმთა ასეთი სიმრავლე და თითოეულის მეტ-ნაკლები წარმატებით ფუნქციონირება სხვადასხვა თვისებების მქონე ობიექტების პირობებში პრობლემებს ქმნის მათ შერჩევასა და ეფექტურ გამოყენებაში. სწორედ ამ პრობლემებს ხსნის ალგორითმთა კოლექტივის გამოყენების მეთოდოლოგია. იტერაციული ალგორითმების ასეთი კოლექტივი იტერაციული სტრუქტურის, მაგრამ განსხვავებული მათემატიკური აპარატის ერთობლივი და კვაზიოპტიმალური გამოყენების შესაძლებლობას ქმნის. დროის რეალურ მასშტაბში მუშაობისა და არასტაციონალური ფაქტორული ველის პირობებში, განხილული ამოცანა მიზანშეწონილია განსწავლადი, ადაპტური ალგორითმებით გადაწყდეს. ასეთი ალგორითმები წარმოდგენილი იქნა საკანდიდატო დისერტაციაში [64] და ისინი ინგლისელი მეცნიერების ნადისა და შელტონის ცნობილ ევრისტიულ ალგორითმებთან პოულობენ ანალოგიას [56]:

როგორც ცნობილია, ფაქტორული ველის საკუთარი ვექტორი მაქსიმალური დისპერსიით ხასიათდება [48]. თუ მოცემული გვაქვს n – განზომილებიანი ფაქტორული ველი N რაოდენობის წერტილით, მაშინ სიდიდე

$$W = \frac{1}{N} \sum_{\kappa=1}^N (\bar{Z}_\rho, \bar{X}_\kappa)^2, \quad |\bar{Z}_\rho| = 1$$

შეაფასებს \bar{Z}_ρ ვექტორზე X სიმრავლის დისპერსიას. ეს ტოლობა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც მიზნის ფუნქცია, რომლის მაქსიმუმი (ე. ი. დისპერსიის მაქსიმუმი) საკუთარი ვექტორს მოგვცემს. რადგან ძირითადია საქებნი საკუთარი ვექტორის მიმართუ-

ლება, ამიტომ $\frac{1}{N}$ მამრავლი შეგვიძლია უგულვებელვყოთ; თუ გამოვირიცხავთ ჯერადი საკუთარი ვექტორის არსებობას, მაშინ მოცემული მიზნის ფუნქციას ამოზნექილი, ერთექსტრემუმიანი ზედაპირი შეესაბამება. გავაწარმოოთ და მივიღებთ:

$$\bar{Z}_{\rho+1} = \frac{\partial W}{\partial Z_\rho} = \sum_{\kappa=1}^N (Z_\rho, X_\kappa) X_\kappa$$

ნადისა და შელტონის ცნობილ ევრისტიულ თვითმაკორექტირებელ ალგორითმს []. ამ ალგორითმის შემდგომმა გამოკვლევებმა დაადასტურეს $\bar{Z}_{\rho+1}$ ვექტორის საკუთარი ვექტორისკენ კრებადობა []. ჩავწეროთ გამოსახულება მატრიცული სახით, მივიღებთ:

$$\bar{Z}_{\rho+1} = X X^T \bar{Z}_\rho.$$

აქ X – მოცემული ფაქტორის ველის შესაბამისი მატრიცია,

X^T – მისი ტრანსპორნირებული მატრიცი.

ტოლობიდან ნათელია, რომ

$$\bar{Z}_{\rho+1} = (X X^T)^\rho \bar{Z}_0.$$

$$X X^T = A$$

და იგი ე. წ. კოვარიაციული მატრიცია.

რიცხვითი ანალიზიდან ცნობილია, რომ Z_p კრებადია შესაბამისი კოვარიაციული მატრიცის (A) პირველი საკუთარი ვექტორისკენ თუ $P \rightarrow \infty$, ყოველი საწყისი $\bar{Z}_0 \neq 0$ ვექტორისათვის. მოცემული ალგორითმის გამომთვლელ მანქანაზე რეალიზაცია მოითხოვს მთელი ინფორმაციის მრავალჯერად გადამუშავებას. იტერაცია წყდება მაშინ, როცა W სიდიდე (რომელზედაც ხდება დაკვირვება) შეწყვეტს ზრდას, ე. ი. მიაღწევს მაქსიმუმს. (ფაქტიურად W საკუთარ ვექტორზე დისპერსიაა და A მატრიცის საკუთარი რიცხვის ტოლია).

სპეციალიზებული მოწყობილობის აგებისას, რომელიც ნადისა და შელტონის ალგორითმის რეალიზაციას მოახდენს, მიზანშეწონილია ალგორითმის შემდეგი სახით გამარტივება:

$$\bar{Z}_{p+1} = \sum_{k=1}^N [\text{sign}(\bar{Z}_p, \bar{X}_k)] \bar{X}_k.$$

ალგორითმის ეს სახესხვაობა არა მარტო გაამარტივებს შესაბამის მოწყობილობას, არამედ მისი რეალიზაცია გამორიცხავს მანქანური ბადის გადავსების შესაძლებლობას. მართალია იგი შედარებით დააბალებს საკუთარი ვექტორის პოვნის სიზუსტეს. შევნიშნავთ, რომ წარმოდგენილი ალგორითმები მხოლოდ პირველ საკუთარ ვექტორს პოულობენ, თუ მათ ზემოთ აღწერილ მეთოდიკაში გამოვიყენებთ (სადაც ვახდენთ n – განზომილებიანი სივრცის განძომილების თანდათანობით შემცირებას), შეიძლება ფაქტორული ველის ყველა საკუთარი ვექტორი ვიპოვოთ.

თუ გამომთვლელ მანქანას მონაცემები უშუალოდ რეალური ობიექტებიდან მიეწოდება, ამასთანავე ფაქტორული ველის შესაბამისი საკუთარი ვექტორი მიმართულებას იცვლის; ან გვიხდება ფარული ფაქტორების გამოვლენა დროის რეალურ მასშტაბში მუშაობისას,

მაშინ ზემოთ განხილული მეთოდების გამოყენება არაპრაქტიკულია და ისმება საკუთარი ვექტორის განსწავლადი ალგორითმით პოვნის ამოცანა.

მაშასადამე, ისმება ამოცანა: საკუთარი ვექტორი ისეთი განსწავლადი ალგორითმით ვიპოვოთ, რომელიც თითოეულ იტერაციულ ბიჯზე მხედველობაში მიიღებს საკუთარი ვექტორის ძველ პარამეტრებს და გააუმჯობესებს მათ ახლად შემოსული ინფორმაციის საფუძველზე:

$$\vec{Z}_{N+1} = \vec{Z}_N + \gamma \nabla W(\vec{Z}_N).$$

აქ \vec{Z}_{N+1} – საკუთარი ვექტორის ახალი $(N+1)$ შეფასებაა,

\vec{Z}_N – საკუთარი ვექტორის ძველი N – ური შეფასება,

γ – წონითი პარამეტრია.

რაც შეეხება გამოსახულებას $\nabla W(Z_N)$. იგი მოცემული განსწავლადი ალგორითმის განახლების წყაროს წარმოადგენს და შემდეგი შემთხვევით ფუნქციონალის გრადიენტი:

$$W_1(\vec{Z}_N) = (\vec{Z}_N, \vec{X}_{N+1})^2 \quad (N = 1, 2, \dots)$$

აქ

$$|\vec{Z}_N| = |\vec{X}_{N+1}| = 1.$$

ფუნქციონალის მათემატიკური ლოდინი მონაცემთა დისპერსიის ტოლია. მისი გრადიენტი \vec{Z}_N ვექტორის ისეთი \vec{Z}_{N+1} ვექტორისკენ წარმართავს, რომლის მიერ X სიმრავლესთან შედგენილი კუთხე მინიმალურია (მაშასადამე გვაქვს \vec{Z}_{N+1} ვექტორზე სიმრავლის (X) დისპერსიის მაქსიმუმი).

ალგორითმის განახლების წყაროდ შეიძლება შემდეგი ფუნქციონალიც გამოვიყენოთ:

$$W_2(\bar{Z}_N) = (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1}).$$

რომელზედაც დადებულია ასეთი შემოსაზღვრა:

$$\text{sign } \gamma = \text{sign}(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1}).$$

შევნიშავთ, რომ ზემოთ განხილულ ფუნქციონალზე შეიძლება უგულვებელვყოთ შემოსაზღვრა, რომელიც მოიცავს X ვექტორის ნორმალიზაციას, მაშინ ფუნქციონალი კუთხეზე კი არა, დისპერსი-აზე იქნება ორიენტირებული.

ამ ფუნქციონალის გამოყენებით მიღებული იქნა ფარული ფაქტორების პოვნის ადაპტური, განსწავლადი ალგორითმების სახე-სხვაობები [44]:

$$1. \bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})\bar{X}_{N+1}.$$

აქ \bar{Z}_{N+1} – საკუთარი ვექტორის (ფარული ფაქტორის) ახალი $N+1$ შეფასებაა,

\bar{Z}_N – საკუთარი ვექტორის ძველი (N – ური) შეფასება,

γ – წონითი პარამეტრია.

განხილული ალგორითმი ცენტროიდულ მეთოდში გამოყენებული ალგორითმის მსგავსია [14], იმ განსხვავებით, რომ აქ არ ხდება ფაქტორული ველის ვექტორების მიმართულების წინასწარ შეცვლა. ყოველ $(N+1)$ ბიჯზე $(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})$ ცვლის, \bar{Z}_N ვექტორი-სკენ ბლაგვი კუთხით მიმართული \bar{X}_{N+1} ვექტორის მიმართულებას. \bar{Z}_N ვექტორის \bar{Z}_0 საწყისი მდგომარეობიდან პირველ საკუთარ ვექტორისკენ გადაადგილებისას თანდათანობით მოტრიალდება მთელი X ფაქტორული ველი.

$$2. \bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma \cdot \text{sign}(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})\bar{X}_{N+1},$$

სადაც

$$\text{sign}\gamma^* = \text{sign}(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1}).$$

წარმოდგენილი უმარტივესი განსწავლადი ალგორითმი განსაკუთრებით მანქანური რეალიზაციისათვისაა მოსახერხებელი.

ალგორითმის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია ასეთია: \bar{Z}_N აპრორულ ვექტორს განსაზღვრული γ^* წონით ემატება ყოველი მომდევნო \bar{X}_{N+1} ვექტორი. ვიღებთ პირველი საკუთარი ვექტორის (ფარული ფაქტორის) ახალ \bar{Z}_{N+1} შეფასებას. $\text{sign}(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})$ ნიშანი თანდათანობით ატრიალებს X ფაქტორული ველის ერთი და იგივე მიმართულებით. კრებადობის პირობიდან გამომდინარე დასაშვებია წონითი γ^* პარამეტრის ერთისთვის ტოლობა და ალგორითმი კიდევ უფრო გამარტივდება:

$$\bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \text{sign}[(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})] \cdot \bar{X}_{N+1}.$$

ყველა ჩამოთვლილი ალგორითმი ერთი და იგივე ალგორითმთა კოლექტივის წევრებად შეიძლება გამოვიყენოთ. ალგორითმთა კოლექტივში ერთი რომელიმე ალგორითმი წონითი პარამეტრის განსხვავებული მნიშვნელობებით რამოდენიმე ვარიანტში შეიძლება მონაწილეობდეს. [43] ნაშრომში განხილულია საკუთარი ვექტორის პოვნის ყველა ჩამოთვლილი განსწავლადი ალგორითმი ფიქსირებული წონითი პარამეტრით /გრადიენტული ალგორითმების ანალოგია/. ბიჯების რაოდენობაზე დამოკიდებული წონითი პარამეტრია /სტოქასტური აპროქრიმაციის ალგორითმების ანალოგია/ და ობიექტის სტატისტიკურ მახასიათებლებზე დამოკიდებული წონითი პარამეტრით/ ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმების ანალოგია/.

კრებადობის საკითხის განხილვისას დამტკიცებულია, რომ წონითი პარამეტრი

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

ფარგლებში იცვლება. ამდენად, გრადიენტული ალგორითმის მსგავსად. მისი ფიქსირებული მნიშვნელობები $[0;1]$ არეში უნდა ვეძიოთ.

ალგორითმის ბიჯი $T(z)$ - რეგულარული და $r(\delta x)$ - შემთხვევით მდგენელთა ჯამად წარმოგვიდგება [43]:

$$M(\Psi) = \gamma T(z) + \gamma^2 r(\delta x).$$

განსწავლის პირობებში $\gamma^2 r(\delta x)$ სიდიდე ნულისკენ უნდა მიიწრაფოდეს. მაშასადამე უნდა მოვითხოვოთ, რომ

$$\sum_{N=1}^{\infty} \gamma_N^2 < \infty.$$

იმისათვის, რომ რეგულარული მდგენელი გვაძლევდეს რაც შეიძლება დიდ კორექციას და განსწავლა არ შეწყდეს \bar{Z} საკუთარ ვექტორზე მიუღწევლად, საჭიროა დადებითი $T(z)$ მდგენელის წონითმა პარამეტრმა დააკმაყოფილოს შემდეგი მოთხოვნა:

$$\sum_{N=1}^{\infty} \gamma_N = \infty.$$

თანაც საჭიროა მიზანთან მიახლოებისას მაკორექტირებელი წევრი თანდათანობით მიიღეოდეს. ე. ი. ძებნის პროცედურა ასიმპტოტურად უნდა იყოს კრებადი. მაშასადამე,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \gamma_N = 0.$$

მიღებულ პირობებს აკმაყოფილებს ჰარმონიული მიმდევრობა [], კერძოდ:

$$\gamma_N = \frac{1}{A + BN^K}.$$

აქ

$$\frac{1}{2} < K < 1,$$

A და B – დადებითი კონსტანტებია;

N – ალგორითმის იტერაციული ბიჯების რაოდენობა.

თუ წონითმა პარამეტრმა დააკმაყოფილა სტოქასტური აპროქსიმაციის წონით პარამეტრზე დადებული (ჩამოთვლილი პირობები) საკუთარი ვექტორის პონის განსწავლადი ალგორითმები კრებადნი არიან ჭეშმარიტი საკუთარი ვექტორისკენ. A და B კონსტანტების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის ალგორითმები ოდნავ განსხვავებულ თავისებურებებს იძენენ [43-44].

ალგორითმების წონითი პარამეტრები შეიძლება დაუკავშირდნენ არა იტერაციული ბიჯების რაოდენობას (როგორც ეს წინა შემთხვევაში გვექონდა), არამედ თვით ობიექტის სტატისტიკურ მახასიათებლებს. ეს საშუალებას მოგვცემს განსწავლის ყოველ ეტაპზე მხედველობაში მივიღოთ ფაქტორული ველის დროში ცვლილებები. [44] ნაშრომში მიღებულია ასეთი ოპტიმალური წონითი პარამეტრის გამოსახულება:

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{\sigma_{z_1}^2 - \sigma_{z_x}^2}{\sigma_{z_x}^2 \sum_{i=1}^n \sigma_{z_i}^2}.$$

წარმოდგენილ ალგორითმებსა და მათი წონითი პარამეტრების გამოსახულებათა გათვალისწინებით პარამეტრიზაციის ამოცანის მსგავსად, შეიძლება აიგოს ალგორითმთა კოლექტივი. ასეთი ალგორითმის აგების აუცილებლობას ადასტურებს [1, 2] ნაშრომში გაკეთებული დასკვნა ალგორითმთა ეფექტურობის ობიექტის თავისებურებაზე დამოკიდებულების შესახებ. ალგორითმთა კოლექტივი, რომელიც თავს მოუყრის განსხვავებული თვისებების მქონე ალგორითმებს შეინარჩუნებს მაღალ ეფექტურობას ობიექტის თავისებურებისაგან დამოუკიდებლად.

თუ რეალური ობიექტის მონაცემთა დამუშავებისას, ყოველ ბიჯზე ჩვენს განკარგულებაშია შემდგომი (ახალი) ინფორმაცია m – რაოდენობით, მაშინ მანქანური დროის ეკონომიის მიზნით მათი ერთდროული დამუშავებაა შესაძლებელი. ყოველი \bar{Z}_N ვექტორის განახლების წყარო ამ შემთხვევაში ასეთი ფუნქციონალის გრადიენტი იქნება:

$$W_m(\bar{Z}_N) = \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2,$$

აქ

$$(k = 1, 2, \dots, m).$$

წარმოდგენილი შემთხვევითი ფუნქციონალის გრადიენტი იცვლება ფაქტორული ველის ექსტრემალური მნიშვნელობის X დისპერსიის მიმართულებით:

$$\nabla W_m(\bar{Z}_N) = 2 \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) \bar{X}_{N+k}.$$

მიღებული გამოსახულების გათვალისწინებით მივიღებთ იტერაციის ერთ ბიჯზე ახალი მნიშვნელობების ერთდროული დამუშავების ალგორითმს:

$$\bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) \bar{X}_{N+k}.$$

ანალოგიურად, m რაოდენობის ინფორმაციის ერთდროული დამუშავების ალგორითმი, რომელიც მანქანური რეალიზაციისთვის იქნება ხელსაყრელი ამგვარ სახეს მიიღებს:

$$\bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma \sum_{k=1}^m \text{sign}(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) \bar{X}_{N+k},$$

ზემოთ აღწერილი კოლექტივის ანალოგიურად შეიძლება გარკვეული (m) რაოდენობის ინფორმაციის ერთდროული დამუშავე-

ბის ალგორითმთა კოლექტივის შექმნაც.

როგორც ცნობილია, ალგორითმთა კოლექტივის კრებადობისთვის აუცილებელი და საკმარისია მისი ცალკეული წევრების კრებადობა. დავამტკიცოთ შედარებით ზოგადი

$$\bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) \bar{X}_{N+k}$$

ალგორითმის კრებადობა [43].

განვიხილოთ ერთეულოვანი ფაქტორული სფეროს ზედაპირზე Z_{N+1} და Z^1 წერტილებს შორის მანძილი (აქ Z^1 – პირველი საკუთარი \bar{Z}_1 ვექტორის შესაბამისი წერტილია ერთეულოვან ზედაპირზე). მოვახდინოთ საკუთარი ვექტორის ახალი \bar{Z}_{N+1} შეფასების ნორმალიზება:

$$\begin{aligned} Z_{i,N+1} &= \left[Z_{i,N} + \gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right] \times \\ &\times \left[1 + 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \gamma^2 \times \right. \\ &\left. \times \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

გამოსახულების ორივე ნაწილი გავამრავლოთ -1 და შევკრიბოთ ნორმალიზებული საძებნი საკუთარი ვექტორის i – ურ კოორდინატასთან:

$$Z_i^1 - Z_{i,N+1} = \left\{ Z_i^1 \left[1 + 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \gamma^2 \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 \Bigg]^{\frac{1}{2}} - Z_{i,N} - \\
& - \gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \Bigg\} \cdot \{1 + 2\gamma \times \\
& \times \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \gamma^2 \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 \Bigg\}^{-\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

მიღებული გამოსახულება ავიყვანოთ კვადრატში და გამოვა-
კლოთ $(Z'_i - Z_{i,N})^2$ - სიდიდეს:

$$\begin{aligned}
& (Z'_i - Z_{i,N})^2 - (Z_i - Z_{i,N+1})^2 = \left\{ (Z'_i - Z_{i,N})^2 \times \right. \\
& \times \left[1 + 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \gamma^2 \sum_{i=1}^N \left[(\bar{Z}_N + \bar{X}_{N+k}) \times \right. \right. \\
& \times \left. \left. X_{i,N+k} \right]^2 \right] - Z_i^2 \left[1 + 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \right. \\
& \left. + \gamma^2 \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 \right] - Z_{i,N}^2 - \gamma^2 \times \\
& \times \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 + 2Z'_i Z_{i,N} \left[1 + 2\gamma \times \right. \\
& \times \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \gamma^2 \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times X_{i,N+k} \Big]^2 \Big]^{\frac{1}{2}} + 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) Z_i' X_{i,N+k} [1 + 2\gamma \times \\
& \times \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \gamma^2 \sum_{i=1}^N \left[\left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \\
& - 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \Big] \left[1 + 2\gamma \sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k})^2 + \right. \\
& \left. + \gamma \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k} \right]^2 \right]^{-1}
\end{aligned}$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$\Psi = \sum_{i=1}^N (Z_i' - Z_{i,N})^2 - \sum_{i=1}^N (Z_i' - Z_{i,N+1})^2$$

აქ Ψ – ალგორითმის ბიჯია; თუ $\Psi \geq 0$, მაშინ მოდელი უმჯობესდება, ე. ი. Z_{N+1} უფრო ახლოსაა Z^1 სიდიდესთან, ვიდრე Z_N .

თუ $\Psi \geq 0$, მაშინ მოდელი უარესდება და ჭეშმარიტ წერტილს შორდება.

დავაჯამოთ მიღებული გამოსახულება i ინდექსით, გამოვიყენოთ Ψ აღნიშვნა და ვიპოვოთ მისი მათემატიკური ლოდინი. მთელი რიგი გამარტივებების შემდეგ შევიტანოთ ახალი აღნიშვნა:

$$\frac{1}{2} M[\Psi] = M[\Psi],$$

მივიღებთ:

$$M[\Psi_1] = (\bar{Z}^1, \bar{Z}_N) + \left\{ (\bar{Z}^1, \bar{Z}_N) + M \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) \times \right. \right.$$

$$\begin{aligned} & \times (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K}) \Big] \left\{ 1 + 2\gamma M \left[\sum_{K=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K})^2 \right] + \gamma^2 \times \right. \\ & \times M \left[\sum_{i=1}^N \left[\sum_{K=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K}) X_{i,N+K} \right]^2 \right] \Bigg\}^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ 1 + 2\gamma \times \right. \\ & \times M \left[\sum_{K=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K})^2 \right] + \gamma M \left[\sum_{K=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K}) X_{i,N+K} \right]^2 \Bigg\}^{-1} \end{aligned}$$

როგორც ცნობილია []:

$$M[(\bar{Z}^1, \bar{X})(\bar{Z}_N, \bar{X})] = (\bar{Z}^1, \bar{Z}_N) M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2],$$

მაშინ

$$\begin{aligned} M[\Psi_i] &= (\bar{Z}^1, \bar{Z}_N) \left\{ 1 + \gamma m M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] - [1 - 2m\gamma \times \right. \\ & \times M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] + \gamma^2 M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{K=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K}) X_{i,N+K} \right)^2 \right] \Bigg\}^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ 1 + 2 \times \right. \\ & \times \gamma m M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] + \gamma^2 M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{K=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+K}) X_{i,N+K} \right)^2 \right] \Bigg\}^{-\frac{1}{2}} \geq 0. \end{aligned}$$

რადგანაც $(\bar{Z}^1, \bar{Z}_N) > 0$, მაშინ

$$\begin{aligned} M[\Psi^*] &= 1 + 2\gamma m M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] + \gamma^2 m^2 \times \\ & \times M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2]^2 - 1 - 2\gamma m M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] - \end{aligned}$$

$$-\gamma^2 M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{\kappa=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+\kappa}) X_{i,N+\kappa} \right)^2 \right] \geq 0.$$

გავამარტივოთ $M[\Psi^*]$:

$$M[\Psi^*] = 2\gamma m \left\{ M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] - M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right\} + \\ + \gamma^2 \left\{ M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] m - M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{\kappa=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+\kappa}) X_{i,N+\kappa} \right)^2 \right] \right\} \geq 0.$$

გამოსახულების პირველი შესაკრები – დადებითი სიდიდეა, რადგანაც

$$M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] = \sigma_z^2 = \lambda_1,$$

მოცემული ფაქტორული ველის პირველ საკუთარ ვექტორზე დისპერსიას შეესაბამება. (აქ λ_1 – საკუთარი მნიშვნელობაა, რომელიც შეესაბამება პირველ საკუთარ ვექტორს, ე. ი. უდიდესი საკუთარი მნიშვნელობაა).

მაშასადამე,

$$M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] \geq M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2].$$

გამოსახულების მეორე შესაკრების ნიშანი არ შეიძლება ზუსტად იყოს განსაზღვრული, ამიტომაც პირველი შესაკრები (რეგულარული მდგენელი) ძირითადადში განაპირობებს მოცემული ალგორითმის კრებადობას.

გამოსახულების მეორე შესაკრების სიდიდე დამოკიდებულია მოცემული ფაქტორული ველის სტრუქტურაზე, ასევე საკუთარი ვექტორის \bar{Z}_N მიმდინარე შეფასების ადგილსამყოფელზე. თუ დავეშვებით

$$m^2 M\left[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2\right] \geq M\left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k}\right)^2\right],$$

მაშინ მივიღებთ ალგორითმის აბსოლუტური კრებადობის პირობას.

ვიპოვოთ ოპტიმალური წონითი პარამეტრის გამოსახულება: ბიჯის წარმოებული γ -ით გაუტოლოთ ნულს და ამოვხსნათ:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M[\Psi_1]}{\partial \gamma} &= 2(\bar{Z}^1, \bar{Z}_N) \left\{ m M\left[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2\right] - \frac{1}{2} \left[1 + 2\gamma \times \right. \right. \\ &\times M\left[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2\right] + \gamma^2 M\left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k}\right)^2\right] \left. \right]^{-\frac{1}{2}} \times \\ &\times \left[2m M\left[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2\right] \right] + 2\gamma M\left[\sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k}\right] \right] \times \\ &\times \left[1 + 2\gamma m M\left[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2\right] + \gamma^2 M\left[\sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^m (Z_N, X_{N+k}) \times \right. \right. \right. \\ &\times \left. \left. \left. X_{i,N+k}\right]^2\right] \right]^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \left[1 + 2\gamma m M\left[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2\right] + \right. \\ &\left. + \gamma^2 M\left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+k}) X_{i,N+k}\right)^2\right] \right]^{-\frac{3}{2}} \cdot \left[2\gamma \times \right. \\ &\times \left. \left[1 + \gamma m M\left[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2\right] \right] - \left[1 + \gamma m M\left[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2\right] \right] \right] + \end{aligned}$$

$$+ \gamma^2 M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{\kappa=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+\kappa}) X_{i,N+\kappa} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \Bigg] = 0.$$

განვსაზღვროთ ოპტიმალური γ სიდიდე:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{opt}} &= \left\{ m \left[M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] - M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right] \right\} \times \\ &\times \left\{ M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{\kappa=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+\kappa}) X_{i,N+\kappa} \right) \right] - \right. \\ &\left. - m^2 M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right\}^{-1} \end{aligned}$$

ბიჯის გამოსახულებაში γ_{opt} მნიშვნელობის შეტანით განვსაზღვროთ ოპტიმალური ბიჯის სიდიდე:

$$\begin{aligned} M[\Psi_{\text{opt}}^*] &= m^2 \left\{ M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] - M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right\}^2 \times \\ &\times \left\{ M \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{\kappa=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+\kappa}) X_{i,N+\kappa} \right) \right] - mM[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] + \right. \\ &+ mM[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] \cdot \left. \left[M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] - M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right] \right\} \left[M \left[\sum_{i=1}^N \times \right. \right. \\ &\left. \left. \times \left(\sum_{\kappa=1}^m (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+\kappa}) \cdot X_{i,N+\kappa} \right) \right] - m^2 M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] \cdot M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right]^{-1} \end{aligned}$$

[43] ნაშრომში ანალოგიურად შესწავლილია საკუთარი ვექტორის პოვნის ზემოთჩამოთვლილი ალგორითმებიც. შედარებიდან ჩანს, რომ საკუთარი ვექტორის პოვნის ერთჯერადი ინფორმაციის დამუშავების განსწავლადი

$$\bar{Z}_{N+1} = \bar{Z}_N + \gamma(\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})X_{N+1}$$

აღგორითმის ბიჯი

$$M[\Psi] = 2\gamma \left\{ M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2] - M[(\bar{Z}_N, \bar{X})^2] \right\} + \\ + \gamma^2 \left\{ M[(\bar{Z}^1, \bar{X})^2]m - M\left[\sum_{i=1}^N (\bar{Z}_N, \bar{X}_{N+1})X_{i,N+1}^2 \right] \right\} \geq 0$$

თითქმის m -ჯერ ნაკლებია $M[\Psi^*]$ სიდიდებზე. ეს მოსალოდნელი იყო; რადგანაც ამ აღგორითმის იტერაციული ბიჯების ($N_{\text{იტ}}$) რაოდენობა შემაჯავლი ინფორმაციის მოცულობის ტოლია –

$$N_{\text{იტ}} = N_{\text{ინფ}}.$$

m რაოდენობის ინფორმაციის ერთდროულად დამუშავებისას, იტერაციული ბიჯების რაოდენობა ამდენჯერვე მცირდება:

$$N_{\text{იტ}} = \frac{1}{m} N_{\text{ინფ}}.$$

მაშასადამე, განხილული აღგორითმები დაახლოებით ერთი და იგივე სიჩქარით ფუნქციონირებენ. m – რაოდენობის ინფორმაციის ერთდროული გადამუშავების აღგორითმის იტერაციული ბიჯების რაოდენობის ასამაღლებლად საკმარისია, იტერაციის ყოველ ბიჯზე პირველადი ინფორმაციის რეალიზაციის $(m-1)$ -ის დამახსოვრება. ამის შემდეგ აღგორითმის იტერაციული ბიჯების რაოდენობა იქნება

$$N_{\text{იტ}} = N_{\text{ინფ}} - m + 1.$$

ეს კი, მცირედით განსხვავდება ერთჯერადი ინფორმაციის დამუშავების აღგორითმის ბიჯების რაოდენობიდან. ფაქტორული სივრცის დიდი განზომილებისას მახსოვრობის საჭირო მოცულობა ძალზედ დიდია.

$$M = mN.$$

ამ შემთხვევაში კომპრომისზე მიდიან: m – ის შემცირებით ამცირებენ განხილული ალგორითმის კრებადობის სიჩქარეს.

ნათელია, რომ განხილული ალგორითმები ერთმანეთს ემთხვევიან, როდესაც $m = 1$, ხოლო m – ის დიდი მნიშვნელობისას ალგორითმი აბსოლუტური კრებადობის თვისებას იძენს და თანდათან გადადის ნადისა და შელტონის ალგორითმში [56].

მეცნიერებების კვლევის შედეგები

დამუშავებული მეთოდოლოგიური მათემატიკური აპარატის ცალკეული ასპექტები 1970-96 წლების განმავლობაში პრაქტიკულ გამოცდას გადიოდა საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მართვის სისტემების ინსტიტუტში (ადაპტური სისტემების ლაბორატორია 1970-78 წ.), მეტალურგიის ინსტიტუტში (კოროზიული პროცესების მოდელირების ჯგუფი 1978-80 წ.), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მართვის ავტომატიზებული სისტემების კათედრაზე (1980-91 წ.), ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ ინსტიტუტში (1991 წლიდან). კონკრეტულად, წინამდებარე ნაშრომის საკითხები მთლიანად მოიცავდნენ (ან შეადგენდნენ მის მნიშვნელოვან ნაწილს) თემებს: „სხვადასხვა რეალური სისტემებისათვის მეთოდის დამუშავება და ადაპტური მაპროგნოზირებელი მოდელების აგება“ (სახ. რეგ. №71055134).

– „ზოგიერთი სამრეწველო და ეკონომიური ობიექტების მმართველი და ინფორმაციული სისტემების აგების პროგნოზირების და ანალიზის მეთოდების დამუშავება და გამოცდა“ (სახ. რეგ. №76041742);

– „დნეპროპეტროვსკის მილსაგლინავი ქარხნის უნაკერო მიღების საამქროს ინტეგრირებული მართვის ავტომატიზირებული სისტემის აგება“ (სახ. რეგ. №78054254);

– „მდინარე მტკრის წყალგამწმენდი და წყალგადამტანი მას-ის ოპტიმალური რეჟიმებისათვის ავარიული სიტუაციების წარმოქმნისა და თავიდან აცილების პროგნოზირება“ (სახ. რეგ. №0184.0014.209);

– „წყლის ობიექტების დაჭურჭყიანების იდენტიფიკაციის პროგრამებისა და ალგორითმების დამუშავება და ბიოქიმიური გაწმენდის პროცესის ოპტიმიზაცია (სახ. რეგ. №0186.0095.082);

– „ქ. თბილისის წყალმომარაგების მას-ის მათემატიკური უზრუ-

ნველყოფის დამუშავება“ (სახ. რეგ. №01826061345).

შედეგები დანერგილი და გამოყენებული იქნა მრეწველობის და სახალხო მეურნეობის სრულიად განსხვავებულ სფეროებში. კონკრეტულად:

– ეკონომიური ობიექტების ძირითად რაოდენობრივ მახასიათებელთა პროგნოზის შედეგები გამოყენებულ იქნა მოსკოვის ცენტრალური ეკონომიკურ-მათემატიკურ ინსტიტუტში დამუშავებულ მსოფლიოს პოლიტიკურ-ეკონომიურ იმიტაციურ „МИР“ სისტემაში.

– თემის „წყალგამწმენდი და წყალგადამტანი ოპტიმალურ რეჟიმების პროგნოზირების ალგორითმების დამუშავება“ (საწარმოო გაერთიანება „ანალიზხელსაწყო“-სთან ერთად დანერგვამ განაპირობა სამეცნიერო-ტექნიკური და სოციალური ეფექტი.

– თემის „რთული არასტაციონალური ობიექტების ადაპტური მრავალსაფეხურიანი მეთოდიკის“ დანერგვამ დნეპროპეტროვსკის მილსაგლანავ სააქროში 1984 წლის მონაცემებით მოგვცა 767.000 მან. წლიური ეკონომიური ეფექტი.

კონკრეტულად ამ განხილულმა ალგორითმების მეთოდიკამ – 24.000 მან. ეკონომიური ეფექტი.

– „ქ. თბილისის წყალმომარაგების მას-ის მათემატიკური უზრუნველყოფა“ მოიცავდა, როგორც ტექნოლოგიური პროცესის ოპერატიული, ისე ორგანიზაციული მართვის საკითხებს. შედეგების რეალიზაცია ხდებოდა ქ. თბილისის წყალმომარაგების სამმართველოს გამოთვლითი ცენტრის ბაზაზე. პროგნოზის ყველა ამოცანა გადაწყდა ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმებით. მიღებული იქნა წლიური ეკონომიური ეფექტი (1985 წლის მაჩვენებლებით) 300 000 მანეთის ოდენობით.

– თემის „განათლების მსოფლიო სტრატეგიული განვითარების პროგნოზირებამ“ შექმნა საქ. ტექნიკურ უნივერსიტეტში ახალი ჰუმანიტარული ტექნიკური ინსტიტუტის დაფუძნების წინაპირობა.

§6.1. ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის გამოყენება განათლების სისტემის კვლევაში

მესამე ათასწეულის დასაწყისში ქვეყნის დონის განმსაზღვრელი ერთ-ერთი უმთავრესი ინგრედიენტი მისი განათლების სისტემაა.

მეცნიერებისა და ტექნიკის განვითარების ინტენსიური ტემპები, ინოვაციური და ინფორმაციული ნაკადები ახალ მოთხოვნებს უყენებენ ადამიანის ინტელექტუალურ დონეს, ზოგადად საზოგადოებას და აქედან გამომდინარე მისი სწავლების, აღზრდისა და პროფესიონალად ჩამოყალიბების ბაზისურ რგოლს – განათლების სისტემას.

საქართველოში არსებული რადიკალური რეფორმების, ქვეყნის პოლიტიკურ-ეკონომიური კატაკლიზმების პერიოდი აძნელებს განათლების წინაშე თანამედროვეობის მიერ დასმულ ამ, ისედაც რთული პრობლემების გადაწყვეტას.

მით უმეტეს განათლების სისტემის უმთავრესი შედეგი – განათლების ხარისხი, ისევე როგორც მსოფლიოს განვითარებულ ქვეყნებში, საქართველოსთვისაც უმთავრეს სახელმწიფოებრივ ზრუნვის-საგნად უნდა იქცეს, რადგან ეს ქვეყნის ეკონომიკური აღმავლობისა და საერთაშორისო ცხოვრებაში სრულფასოვანი ჩაბმისკენ მიმავალი ერთადერთი გზაა.

სამთავრობო მოხსენებაში „აშშ-ის ტალანტების რესურსების შესახებ“ ნათქვამი იყო: „აშშ-ის, როგორც თანამედროვე ქვეყნის პროგრესი. პირდაპირ დამოკიდებულებაშია მოსახლეობის იმ ნაწილთან, რომელი მუშაობს უპირატესად გონებრივად, და არა ხელებით“. კაპიტალდაბანდებისათვის ყველაზე ხელსაყრელი სფერო-განათლებაა, რომელიც ეროვნული შემოსავლისა და წარმატების ორმოც პროცენტამდე ზრდას იძლევა.

ახლა, როცა უაწყოფილია ცენტრალიზებული მართვის სოციალისტური მოდელი, დღის წესრიგში დგება განათლების სისტემის ახლებური ოპტიმალური მართვის, ეფექტიანი დაგეგმვისა და სტრატეგიული განვითარების პროგნოზის საკითხები. თუ გავითვალისწინებთ განათლების სისტემის სტრუქტურის სირთულეს, მასზე მო-

ქმედი ინფორმაციულ-ინოვაციური ნაკადების მოცულობას, ცალსახად დგება ამ ამოცანების გადასაწყვეტად თანამედროვე გამოთვლითი ტექნიკისა და კიბერნეტიკული მეთოდების გამოყენების აუცილებლობა.

ნაშრომში აღწერილი ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის ცალკეული ალგორითმები გამოყენებული იქნა განათლების სისტემის უმნიშვნელოვანესი რაოდენობრივი მაჩასიათებლების პროგნოზში. სისტემა დაინერგა განათლების სისტემის გამოთვლით ცენტრში და ამ კვლევას მიეძღვნა ბ-ნ ზ. ჩხაიძის საკანდიდატო დისერტაცია.

90-იან წლებში ჯერ საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მართვის სისტემების კათედრაზე, ხოლო შემდგომ ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ინსტიტუტში ავტორის ხელმძღვანელობით მიმდინარეობდა თემა – „განათლების მსოფლიო სტრატეგიული განვითარების პროგნოზირება“. (პრობლემის ხელმძღვანელი აკადემიკოსი გოჩა ჩოგოვაძე). პროგნოზის საფუძველს შეადგენდა „იუნესკოდან“ მიღებული სტატისტიკური ინფორმაცია ჰუმანიტარული და ტექნიკური მეცნიერული სფეროების გადაკვეთაზე ბოლო ორი ათეულ წლებში სამეცნიერო შრომების, მისი დაფინანსების, პრაქტიკული შედეგების, ჰუმანიტარული და ტექნიკურის მიჯნაზე წარმოშობილი სამეცნიერო მიმართულებების რაოდენობრივი მაჩასიათებლების შესახებ. გამოიყენებოდა ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის ალგორითმთა კოლექტივები.

პროგნოზის შედეგებმა ამ სფეროში რაოდენობრივი ზრდის მკვეთრი ტენდენცია გამოავლინა (იხ. ნახაზი), რომლის პიკი 21-ე საუკუნის 20 წლებზე მოდის. სწორედ ეს შედეგები გახდა ჰუმანიტარულ-ტექნიკური სფეროს თვისობრივი ანალიზის და ამ დარგებში კადრების მომზადების შესახებ გადაწყვეტილების მიღების წინაპირობა, ანუ ამ შედეგებზე დაყრდნობით ტექნიკური უნივერსიტეტის (მაშინ პოლიტექნიკური ინსტიტუტის) რექტორატის წინაშე დაისვა (და დადებითად გადაწყდა) ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ინსტიტუტის

შექმნის საკითხი.

მოკლედ შევეხოთ ჰუმანიტარულ-ტექნიკურის მეცნიერულ, მე-
თოდოლოგიურ საკითხებს.

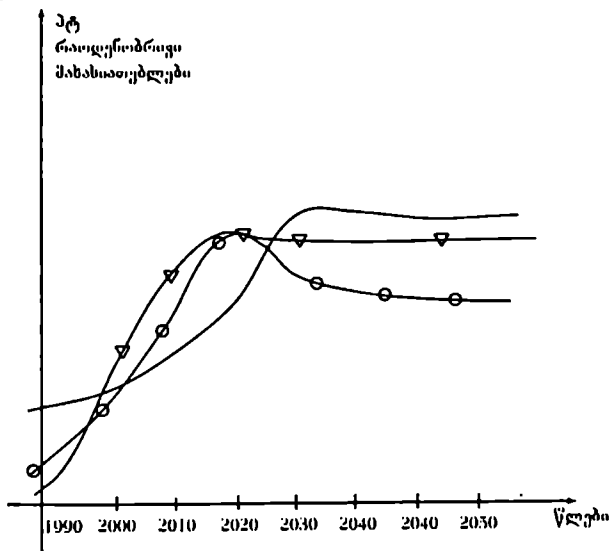
თანამედროვე გლობალურ პრობლემათა სირთულე და მრავალ-
მხრივობა ერთი რომელიმე კონკრეტული მეცნიერების შესაძლე-
ბლობებში არ თავსდება. ამავე დროს რეალურად არსებობს ობი-
ექტში მოცემულ მხარეთა სიმრავლე და კვლევითი მიზნები, რომე-
ლთა გამო დიდ თეორიულ და პრაქტიკულ მნიშვნელობას იძენს მე-
ცნიერების სხვადასხვა დარგების შემოქმედებითი სინთეზი. თი-
თქმის ორი საუკუნეა კაცობრიობა დროდადრო უბრუნდება ამ პრო-
ბლემას. ასე მაგალითად, 1823 წელს მოსკოვის უნივერსიტეტში
ოქროს მედლით დაჯილდოვდა ნაშრომი, რომელიც ზუსტი და ჰუმა-
ნიტარული მეცნიერების ორგანულ კავშირს მიეძღვნა, სადაც მტკი-
ცდება, რომ წარმატებული განვითარების აუცილებელი პირობა
„მათი ბუნებრივი შერწყმა და ურთიერთდახმარებაა“. თუ საწყის
ეტაპზე სისტემური ანალიზის პერიოდული ხასიათი განსხვავებულ
მეცნიერებათა ასევე პერიოდულ შემთხვევას განაპირობებდა, შე-
მდგომში ინტეგრაციული პროცესის მყარი ტენდენციები ჩამოყალი-
ბდა და მან სტაციონალური ხასიათი მიიღო.

თუ წარმოვიდგინოთ ე. წ. დისციპლინარულ სივრცეს, რომელშიც
კონკრეტულ მეცნიერულ მიმართულებებს შესაბამისი ჰიპერსივრცე
შეესაბამება და სხვადასხვა მომიჯნავე მიმართულებები ჰიპერსი-
ბრტყეებით ეკვრიან ერთმანეთს, მაშინ ამ ჰიპერსივრცეების ცე-
ნტრალური ადგილების შესწავლის შემდეგ მეცნიერული აზრი იძუ-
ლებული გახდა გადაეკვეთა ჰიპერსიბრტყეებზე ემობრავა. ცალკე-
ული დისციპლინის სფეროში მეცნიერის, პიროვნების მოქცევა ამცი-
რებდა შემოქმედის დიაპაზონს და მისი რეალიზაციის ამპლიტუდას.

სისტემური ანალიზის პირველმა ეტაპმა ფაქტიურად პრობლე-
მურად მოიცვა როგორც ტექნიკური, ისე ჰუმანიტარული გლობა-
ლური ჰიპერსივრცეები, მაგრამ დღეს უკვე გამოიკვეთა, ერთი შეხე-
დვით, სრულიად შეუთავსებელი, ტექნიკურ და ჰუმანიტარულ მე-

ცნიერებათა ურთიერთდაახლოებისა და შერწყმის რეალური აუცილებლობა. პირველ რიგში სწორედ ამ ორ გლობალურ ჰუმანიტარულ და ტექნიკურ ჰიპერსივრცეებს შორის არის მეცნიერული ვაკუუმი, მეორეც არ არსებობს, ან არ უნდა არსებობდეს, ტექნიკა ჰუმანიური მიზნების და ჰუმანიტარული მეცნიერება ტექნიკური უზრუნველყოფის გარეშე. გასათვალისწინებელია ისიც, რომ თავისთავად ჰუმანიტარულ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ურთიერთდაახლოებისაკენ მიმდინარე პროცესს მოჰყვა სინთეზური სახის სრულიად ახალი დარგების ჩამოყალიბება. ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეცნიერებათა მიმართულებები პირობითად ორ ჯგუფად შეიძლება დავეყოთ. პირველ ჯგუფს განეკუთვნებიან ის ჰუმანიტარული მეცნიერებები, რომელთა მათემატიკური და ტექნიკური კვლევა აუცილებელი, მეორე ჯგუფს განეკუთვნებიან ტექნიკურ საფუძველზე აღმოცენებული ის მეცნიერული მიმართულებები, რომელთა ჰუმანიზაციაა საჭირო.

ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ რაოდენობრივ მახასიათებელთა პროგნოზირების შედეგები:



∇ – დაფინანსების რაოდენობა

○ – მეცნიერული შრომების რაოდენობა

– – შედეგების დანერგვით მიღებული მოგება.

ზოგადდისციპლინარული მეცნიერების შექმნის მცდელობას XX საუკუნეში უკვე ჰქონდა ადგილი. საუბარია კიბერნეტიკაზე, რომლის დანიშნულება ეფექტური მმართველობითი მოღვაწეობისთვის აუცილებელ ფილოსოფიურ კონცეფციებს და კონკრეტულ მეცნიერებათა შორის კავშირშია. მრავალ მიზეზთა გამო (გამოთვლითი ტექნიკის აუცილებლობა კიბერნეტიკულ ამოცანათა გადაწყვეტისათვის და შემდეგ ამ ტექნიკურ საშუალებების სწრაფი განვითარება, ტექნიკური პროგრესის სწრაფი ტემპი აუცილებელ ფილოსოფიურ კონცეპციებთან შედარებით და ა. შ.) ჰუმანიტარულ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა შორის წონასწორობა ამ უკანასკნელის სასარგებლოდ დაირღვა. კიბერნეტიკაში ჰუმანიტარულ-ტექნიკური საწყისებს შორის ბალანსირებაც რომ მომხდარიყო, ზემოთგანხილული პრობლემების დაძლევა, ანუ ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეცნიერული არეალის მთლიანი ათვისება მაინც შეუძლებელი იქნებოდა, რადგანაც კიბერნეტიკა მარტოოდენ მართვაზეა ორიენტირებული. ჰუმანიტარულ-ტექნიკურის ბალანსირებული შერწყმის დღევანდელი მცდელობა, უნდა ვივარაუდოთ, რომ თვისობრივად ახალი დონის შედეგებს მოგვცემს.

სტატისტიკამ გვიჩვენა, რომ ვიწრო სპეციალიზაციისა და მეცნიერული წვდომის პროპორციულად გაიზარდა ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ მიჯნაზე კვლევებისა და მისგან მიღებული პრაქტიკული შედეგების რაოდენობაც. სამუშაოთა ხარისხმა უკმარისი გახადა ცალმხრივი პროფესიული დაოსტატება და სწორედ ასეთ გადაკვეთაზე სპეციალიზაციის აუცილებლობის წინაშე დაგვაყენა; საინჟინრო ფსიქოლოგიის, ტექნიკური დიზაინის და ა. შ. ადრე ცნობილ რამდენიმე სპეციალობის გვერდით გამოჩნდა სრულიად ახალი, მსგავსი სტრუქტურის ჰუმანიტარულ-ტექნიკური სპეციალობები. ისეთები როგორცაა: ტექნიკური ექსპერტიზა საგარეო ეკონომიურ

ურთიერთობებში, სიძველეთა ტექნიკური ექსპერტიზა, მთარგმნელი-რეფერენტი, ტექნიკური დარგის ჟურნალისტიკა და ა. შ.

ტექნიკურ უნივერსიტეტში მიმდინარე საუნივერსიტეტო სწავლების ფორმების დამკვიდრების კომპლექსურ ღონისძიებებს მოჰყვა სწორედ ასეთი ახალ, საუნივერსიტეტო, ჰუმანიტარულ-ტექნიკური სპეციალობების შემოტანის პროცესი.

ამ სპეციალობათაგან ზოგიერთი საერთაშორისო მასშტაბში აპრობირებულია, ზოგის აუცილებლობა კი ქვეყნის დღევანდელმა მოთხოვნებამ განაპირობა. საქართველოს საერთაშორისო კონტაქტების გაღრმავებამ, ტექნიკურ უნივერსიტეტში საუნივერსიტეტო სწავლების ფორმების სრულყოფამ ასეთ, ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ სპეციალობათა რაოდენობრივ ზრდამდე მიგვიყვანა. ამ სპეციალობათა შემოტანის თანმიმდევრულმა პროცესმა საშუალება მოგვცა მეცნიერულად შევისწავლოთ არსებული ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ მიმართულებათა გადაკვეთის საპრობლემო არე; რაც ქვეყნის თანამედროვე საერთაშორისო, სამეცნიერო, საინფორმაციო და კულტურულ ცხოვრებაში მონაწილეობის აუცილებელი პირობაა; ამასთან ამ საპრობლემო არის კვლევა არსებული ტექნიკური და მასზე ორიენტირებული საკადრო ბაზიდან გამომდინარე ტექნიკური უნივერსიტეტის პრეროგატივაა. ეს თვისობრივად ცვლის სტუ-ს ჰუმანიტარულ კათედრათა ფუნქციონირებას.

ჰუმანიტარულ-ტექნიკურის გამოჩენა ტექნიკურ უნივერსიტეტში (ფაქტიურად პოლიტექნიკურში) გადაუჭარბებლად შეიძლება ითქვას, რომ ეს იყო გარდევია ტექნიკური სასწავლებლების შესახებ ჩვენში მაშინ დამკვიდრებულ წარმოდგენაში. ვფიქრობთ, ჰუმანიტარულ-ტექნიკურის წარმატებები, საერთაშორისო გამოცდილების ანალიზი და მეცნიერული პროგნოზი პროცესის შეუქცევადობას ადასტურებს.

მსოფლიოს ყველა დიდ ტექნიკურ სასწავლებელს გააჩნია ჰუმანიტარული ერთეული. ეს პროცესი ორმოცდაათიანი წლებიდან მასაჩუსეტის ტექნოლოგიურმა ინსტიტუტმა წამოიწყო. მიზანი, ინტე-

ლექტურული ეკოლოგიის პრობლემებიდან გამომდინარე. ტექნოკრატიული გარემოს ჰუმანიზაციაა.

საერთაშორისო გამოცდილების ანალიზმა გვიჩვენა: საზღვარგარეთის ტექნიკურ სასწავლებლებში ჰუმანიტარული ერთეულები და ფაკულტეტები მიუხედავად იმისა, რომ ასრულებენ მათზე დაკისრებულ ფუნქციას, მაინც მოწყვეტლნი არიან ტექნიკური სასწავლებლის სპეციფიკას; იგივე მასაჩუსეტის ტექნოლოგიურ ინსტიტუტს აქვს კონსერვატორია და სამხატვრო აკადემია. ჩვენს შემთხვევაში ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ინსტიტუტი ორგანულად ერწყმის ტექნიკური უნივერსიტეტის სპეციფიკას, როგორც ტექნიკური ბაზისის მქონე, ამასთან ასრულებს ჰუმანიზაციას მასზე დაკისრებულ ფუნქციას, როგორც ჰუმანიტარული საწყისის მატარებელი.

ამდენად სიახლეა არა მხოლოდ ტერმინი „ჰუმანიტარულ-ტექნიკური“, არამედ თვით ტექნიკურ სასწავლებლებში ჰუმანიზაციის პროცესისადმი მიდგომა.

ზემოთქმული დებულებების სისწორის ნათელსაყოფად შევჩერდეთ რამდენიმე ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ სპეციალიზაციაზე; სპეციალობაში ჟურნალისტიკა გვაქვს სპეციალიზაცია – ტექნიკური დარგის ჟურნალისტიკა. აი, რას წერს ამ სპეციალიზაციაზე პროფესორი თ. ჯაგოდნიშვილი. „სპეციალიზაცია „ტექნიკური დარგის ჟურნალისტიკა“ ჩვენი საზოგადოებრივი ყოფის პირმშოა, მისი საოცარი მრავალფეროვნების ანარეკლია. დღეს, ჟურნალისტიკის წინაშე, როგორც არასდროს, ისე აქტუალური გახდა საზოგადოებრივი ყოფის რაობაში ჩაღრმავების საჭიროება; ჟურნალისტური მოღვაწეობის არეალში ბუნებრივად მოექცა ცოდნის ისეთი სფეროებიც, რომლებიც თვალშისაცემად დაშორებულია სპეციალურ ჟურნალისტურ განათლებას, ანდა ამ სპეციალობის საბაზო ფილოლოგიურ ცოდნას. მათ შორისაა: საბუნებისმეტყველო და ტექნიკის მეცნიერებათა უარღესად რთული სამყარო. ამიტომაც შეიქმნა აუცილებელი საბუნებისმეტყველო და ტექნიკის სფეროში განსწავლული და საბაზო ჟურნალისტური განათლების მქონე სპეციალისტების – ტექ.

დარგის ჟურნალისტიკების მომზადება“, თუკი არსებობს სპორტული ჟურნალისტი, დღეს ტექნიკური პროგრესის ერაში ტექნიკური დარგის ჟურნალისტიკის არსებობა მით უმეტეს, გამართლებულია.

მეორეც, დღეს წარმოდგენილია განათლებული ჟურნალისტი თანამედროვე საინფორმაციო სისტემებთან, დაკავშირებისა და კორექტირების კომპიუტერულ სისტემებთან მუშაობის ცოდნის გარეშე. ასეთი საბაზისო ცოდნა ტექნიკურ უნივერსიტეტში შეიძლება იქნეს მიღებული. როცა ამ სპეციალობის კონცეფციაზე მუშაობა დამთავრდა, მხოლოდ შემდგომ აღმოჩნდა, რომ ანალოგიური სპეციალობები ისწავლება ბრიუსელის და ამერიკის დიუკის ტექნიკურ უნივერსიტეტებში. ბრიუსელის უნივერსიტეტის სასწავლო გეგმასთან საოცარი მალეკორელაციური დამთხვევა იმის მტკიცების უფლებას გვაძლევს, რომ ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ინსტიტუტი ჭეშმარიტ მეთოდოლოგიურ საფუძველზე დგას.

სპეციალობაში „ხელოვნებათმცოდნე“ ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ინსტიტუტში არსებობს სპეციალიზაცია – „სიძველეთა ტექნიკური ექსპერტიზა“. დღეს, ისე როგორც არასდროს სჭირდება საქართველოს ხელოვნებათმცოდნე, რომელიც შეძლებს მატერიალური კულტურის ძეგლების დათარიღებას, მის ტექნოლოგიაში გარკვევას, ანალიზსა და ექსპერტიზას. სწორედ ასეთმა სპეციალისტებმა უნდა დაიცვან, აღადგინონ და აღწერონ ჩვენი სიძველეები. მსგავსი პროფესიონალები უნდა ჰყავდეთ საბაჟოებს, სამეცნიერო ისტორიულ და ხელოვნების პოპულარიზაციაზე მომუშავე დაწესებულებებს.

დღეს ჰუმანიტარულ-ტექნიკური ფაკულტეტი მძლავრი სასწავლო-სამეცნიერო ქვედანაყოფია 1700-მდე სტუდენტით და 16 კათედრით. სპეციალიტსთა მომზადება II მიმართულებით ხდება: მთარგმნელი რეფერენტი; ტექნიკური დარგის ჟურნალისტიკა; ხელოვნებათმცოდნეობა (სიძველეთა ტექნიკური ექსპერტიზა); საგარეო ეკონ. ურთიერთობები; სამართალმცოდნეობა; ტურიზმის ბიზნესი; ტექნიკური ექსპერტიზა საგარეო ეკ. ურთიერთობებში; საბანკო საქმე; საზოგადოებრივი ურთიერთობები; სახელმწიფო მართვის მოხელე;

აუდიოვიზუალური რეჟისურა.

ვფიქრობთ, პროგნოზის შედეგების გამართლების საუკეთესო დასტური მაინც ის გახლავთ, რომ დამამთავრებელი კურსების სტუდენტთა 40-45 პროცენტი პარალელურად მუშაობს (დიდი ნაწილი მაღალ დონეზე მთავრობის, საგარეო საქმეთა სამინისტროს, საგარეო ეკ. ურთიერთობისა და ვაჭრობის სამინისტროს აპარატში, უცხოურ წარმომადგენლებში და ფირმებში მაღალი ანაზღაურებით (250-300 დოლარი თვეში). ეს ადასტურებს იმასაც, რომ ასეთი სპეციალისტები ქვეყანას სჭირდება.

6.2. ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია ეკონომეტრიკაში

ეკონომეტრიკა ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის, მოდელირების თეორიის მათემატიკურ აპარატს ეყრდნობა და ეკონომიურ პროცესთა რაოდენობრივი მახასიათებლების (და აქედან გამომდინარე, თვით ამ პროცესების), ანალიზის, იდენტიფიკაციისა და პროგნოზის ამოცანებს წყვეტს. ამდენად, მეცნიერების ეს დარგი ჰუმანიტარულ-ტექნიკურ არეალს მიეკუთვნება და მასში წარმატებით შეიძლება ე. წ. ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიის გამოყენება. თითქმის ორი ათეული წლის წინ საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მართვის სისტემების ინსტიტუტში ბ-ნ შალვა ლელაშვილის ხელმძღვანელობით შესრულდა მოწინავე კაპიტალისტური ქვეყნების (იაპონია) ძირითად ეკონომიურ მახასიათებელთა იდენტიფიკაციისა და პროგნოზის სამუშაოები. ექსპერტების მიერ გამოყოფილი იქნა ქვეყნის ეკონომიკის რამდენიმე უმთავრესი რაოდენობრივი მახასიათებელი – ინდიკატორი, ექსპორტი (E), იმპორტი (M), საგადასახადო ბალანსის დეფიციტი (β_1) (გაზომილი ფულის ერთეულებში). მცირე ამონარჩევთან დაკავშირებული პრობლემების თავიდან ასაცილებლად გამომთვლელ მანქანაში შეტანილი იქნა ყოველკვარტალური სტატისტიკა 1951 წლიდან დაწყე-

ბული (როცა მეორე მსოფლიო ომის შედეგების გაკლენა უმნიშვნელო გახდა). პროგნოზის სიზუსტე ფასდებოდა კორელაციური ფარდობით –

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{y/x}^2}{\sigma_y^2}},$$

და ე. წ. პროგნოზის სიზუსტით (რომელიც ეფექტურია პროგნოზის მაღალი სიზუსტის პირობებში) –

$$Q = \frac{\sigma_{y/x}^2}{\sigma_y^2}.$$

დროითი მკწრივების სახით თითოეული ინდიკატორის მათემატიკური აღწერის შედეგები მოცემულია სტატიაში [64], სადაც ნათლად ჩანს, რომ ექსპორტისა და იმპორტის შემთხვევებში ასეთი გამარტივებული მიდგომა დასაშვებია, პროგნოზირების სიზუსტე მაღალია. ცხრილში მოცემულია შედეგები დროითი მწკრივის $n = 2 \div 10$ წინაისტორიების რიცხვისთვის (პროგნოზი სრულდებოდა ერთი კვარტლით წინ).

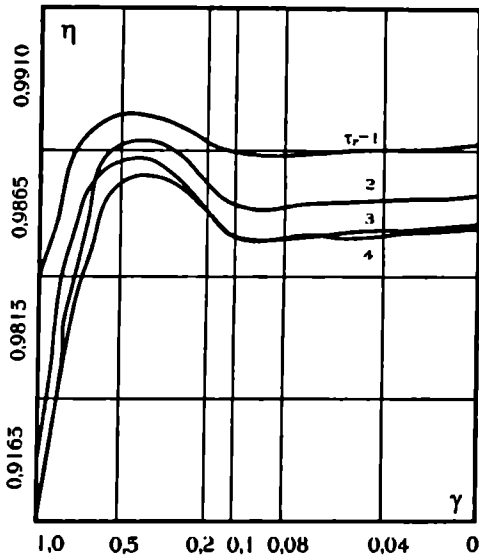
n	E		M		B_1	
	η_1	Q^2	η_1	Q^2	η_1	Q^2
2	0,964	14,0	0,986	35,7		
3	0,965	14,7	0,985	33,3		
4	0,989	45,4	0,989	45,4		
5	0,087	38,4	0,987	38,4		
6	0,985	33,3	0,987	38,4		
7	0,982	28,0	0,986	35,7		
8	0,988	41,6	0,988	41,6		
9	0,986	35,7	0,988	41,6	0,20	1,04
10	0,985	33,3	0,987	38,4	0,28	1,08

ექსპორტისთვის ოპტიმალური წონითი პარამეტრი $\gamma_{\text{მატ}} = 0,6$, ხოლო იმპორტისათვის $\gamma_{\text{მატ}} = 0,9$ ფარგლებშია. ეს ორივე ამ ინდიკატორის არასტატაციონალობაზე მიუთითებს, რაც უფრო მკვეთრად იმპორტშია გამოხატული. ამ ინდიკატორთა არასტატაციონალობას მთავრობის პოლიტიკა – „შეინარჩუნოს ზრდის და განვითარების ტენდენცია“, განაპირობებს.

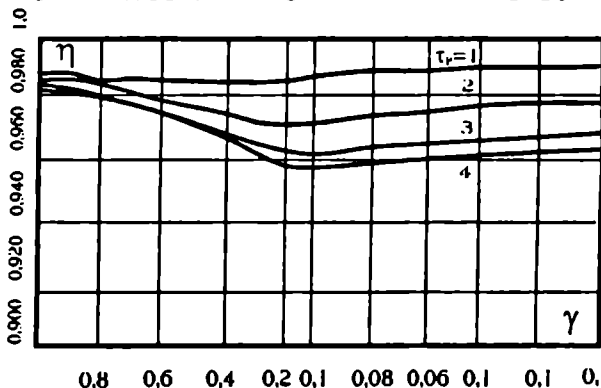
ბუნებრივია, პროგნოზის „წინჭვრეტის“ – τ_p ზრდასთან ერთად სიზუსტე ოდნავ ეცემა. სიზუსტის დაცემის დინამიკა ნათლად ჩანს ცხრილში.

τ_p	E		M	
	η	Q^2	η	Q^2
1	0,9933	74	0,989	47
2	0,9931	72,5	0,987	38
3	0,9925	67	0,984	31
4	0,9925	66,6	0,984	31

უნდა შევნიშნოთ, რომ პროგნოზის „წინჭვრეტას“ (τ_p) ცვლა ფაქტიურად არ ცვლის გამოყენებული ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმის ოპტიმალური წონითი პარამეტრის მნიშვნელობას. გრაფიკებზე მოცემულია γ – წონითი პარამეტრისა და η – კორელაციური ფართობის დამოკიდებულება $\tau_p = 1,2,3,4$ „წინჭვრეტის“ ანუ მონაცემებით წინ შესრულებული პროგნოზის დროს, შესაბამისად, ექსპორტისა და იმპორტისათვის.



როგორც ექსპერიმენტულმა კვლევებმა გვაჩენა 5 და 10 წლის წინ შესრულებული პროგნოზისას სიზუსტე $\eta = 0,90 \div 0,91$ ფარგლებში რჩება ე. ი. მიღწეულია პროგნოზის 90-91% სიზუსტე.



პროგნოზის მრავალსაფეხურიანი ალგორითმების გამოყენება ასეთი მკვეთრად არასტაციონალურ ანუ გამოკვეთილი ტრენდის მქონე ინდიკატორების პირობებში ზრდის პროგნოზის ხარისხს

$$\eta = 0,93 \div 0,94.$$

რაც შეეხება ქვეყნის საგადასახადო ბალანსის დეფიციტს, სახელმწიფო ცდილობს იგი მუდმივ (ნულთან ახლო მყოფ) ფარგლებში შეინარჩუნოს. სწორედ ამან გამოიწვია, რომ იგი თითქმის სტაციონალური პროცესია და წონითი პარამეტრის ოპტიმალური მნიშვნელობა მცირედ განსხვავდება ნულისგან.

თავისთავად საგადასახადო ბალანსის დეფიციტი რთული ფაქტორია:

$$\beta_f = f(E, F_p, F_k, M, T_p, T_k),$$

აქ E – ექსპორტია, რომელზეც ფულს ვიღებთ,

F_p – კერძო სექტორის შემოსავალია,

F_k – მთავრობის შემოსავალია,

M – იმპორტის გადასახადები შესყიდულ საქონელზე.

T_p – კერძო სექტორის გასავალი საზღვარგარეთ.

T_k – მთავრობის გადასახადი.

ცხადია, ასეთი კრებითი ინდიკატორის მათემატიკური აღწერა რთული, მრავალშესავლიანი მათემატიკური მოდელის აგებას ითხოვს. ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმის გამოყენებამ ექვსშესავლიანი მათემატიკური მოდელის აგებისას მოგვცა $\eta = 0,31$ კორელაციური ფარდობა.

ბიჯური რეგრესიის მეთოდის გამოყენებამ გამოავლინა რეგრესიის საუკეთესო განტოლება –

$$\beta_f = f(E, F_p, M).$$

უნდა აღინიშნოს, რომ ყველა ოპტიმალურთან ახლოს მყოფ მოდელში მონაწილეობდა ექსპორტიცა და იმპორტიც. მართლაც, შესაბამისი ლიტერატურიდან ცნობილია, რომ ქვეყნის საგადასახადო ბალანსის დეფიციტს ძირითადად ექსპორტი და იმპორტი განსა-

ზღვრავს. მოდელის ხარისხის შემდგომი გაზრდის მიზნით მიზანშეწონილი იყო მოდელის შესავალი სიდიდეთა დინამიკის გათვალისწინება, მაგრამ მხოლოდ ორი წლის წინაისტორიების (მონაცემების) მხედველობაში მიღება $n = 48$ შესავალი სიდიდის მქონე მოდელს იძლევა. მივედით მოდელის განზომილების შემცირების აუცილებლობამდე.

გამოყენებული იქნა ნაშრომში აღწერილი ფაქტორული ანალიზის მეთოდიკა. ექვსგანზომილებიან მოდელის შესავალი სიდიდეთა სიერცეში გამოვლენილი იქნა ფარული ფაქტორები და არჩეული იქნა მათგან მათემატიკური მოდელის თვალსაზრისით ძირითადი.

აღმოჩნდა, რომ ძირითადი მეორე ფარული $\beta_2^2(0,692;0,004;0,002;0,721;0,007;0,006)$ ფაქტორია, რომელიც ამ ექვსგანზომილებიან სიერცის მთელი სასარგებლო ინფორმაციის 96%-ის მატარებელია. ექსპერტებმა ამ ძირითად ჰიპოთეზურ ფაქტორს – „ქვეყნის პოლიტიკის“ ფაქტორი უწოდეს. ამდენად, ფაქტორული ანალიზის გამოყენებამ მიგვიყვანა დაშვებამდე „ქვეყნის პოლიტიკის“ შეფასების შესახებ. (ანალოგიურად ფაქტორული ანალიზით „იზომება“ ადამიანის ნიჭიერება, ტემპერამენტი და ა. შ. [18]).

აგებული იქნა საგადასახადო ბალანსის დეიფიციტის მოდელი n – „ქვეყნის პოლიტიკის“ წინაისტორიების, წინა მნიშვნელობების მიმართ. ცხრილში მოცემულია ექსპერიმენტის შედეგები:

n	$n = 1$	$n = 2$	$n = 4$	$n = 6$	$n = 6$
η^2	0,21	0,24	0,48	0,62	0,79

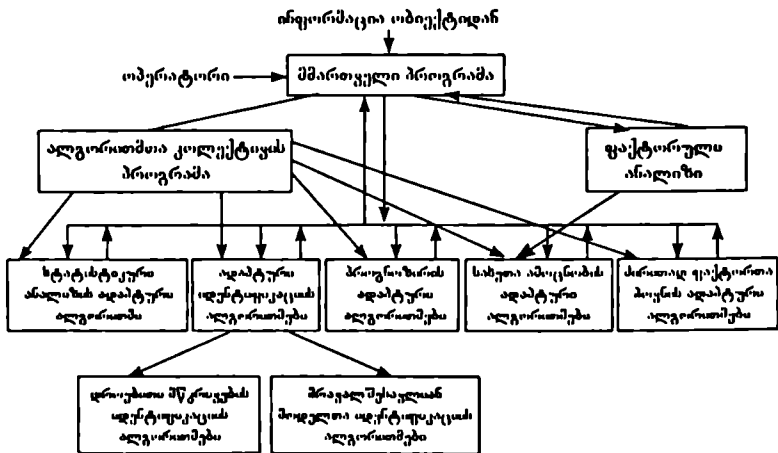
როგორც ცხრილიდან ჩანს $n = 10$ -ის დროს მიღებული იქნა პროგნოზის (მოდელირების) უმაღლესი ხარისხი $\eta = 0.89$. მიღებული შედეგები დაემთხვა თვით იაპონელი მეცნიერების შედეგებიდან საუკეთესოს (ქვეყნდებოდა მხოლოდ შედეგები და არა მათემატიკური აპარატი, რომლითაც იგი იქნა მიღწეული). რაც იმის მაჩვე-

ნებელია, რომ ორივე შემთხვევაში ერთი და იგივე თეორიული აპარატი გამოიყენებოდა.

ბ. 3. ჰუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია ეკოლოგიაში

ადაპტური იდენტიფიკაციის მეთოდის ეკოლოგიაში გამოყენებას ორ ათეული წელზე მეტი ხნის ისტორია აქვს. ეკოლოგიურ ობიექტთა სირთულეს განაპირობებს მასზე მოქმედ ფაქტორთა სიმრავლე, მათი ვარიაციის დიდი დიაპაზონი, ხელშეშლილობის დიდი მოცულობა, სტრუქტურის არასტაციონარობა და ობიექტის მახასიათებელთა ცვალებადობა. ე. ი. ყველაფერი ის, რასაც ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმების გამოყენებამდე მიეყვართ. დარგის თავისებურება პროგნოზის მაღალ სიზუსტეს საჭიროებს. მხოლოდ ამგვარად შეეძლებოდა თავიდან ავიცილოთ ეკოლოგიური ნორმების დარღვევით მოსალოდნელი საფრთხე. ადაპტური იდენტიფიკაციის ალგორითმებით ეკოლოგიაში შეიძლება, როგორც ოპერატიული მართვის, ისე სტრატეგიული დაგეგმვის ამოცანები გადავწყვიტოთ.

ადაპტურ ალგორითმთა კომპლექსის სქემა



ნაშრომში შემოთავაზებული მათემატიკური აპარატით შესრულდა თბილისის წყლის ეკოლოგიური ფაქტორების პროგნოზი. წყლის ეკოლოგიური სისუფავისთვის სისტემა 17 მახასიათებელ ფაქტორს აკონტროლებდა, „წინასწარმეტყველებდა“ მათ მოსალოდნელ მნიშვნელობებს და ამოწმებდა იმყოფებოდა თუ არა იგი დასაშვებ ფარგლებში. დასაშვებ მნიშვნელობათა ზღვარის მოსალოდნელ დარღვევას სისტემა „ეკოლოგიური განგაშის“ მდგომარეობაში გადაკყავდა.

ავტორის საკანდიდატო დისერტაციის პრაქტიკულ ნაწილში შემოთავაზებული იქნა ადაპტურ ალგორითმთა პროგრამული კომპლექსი, რომელიც 17 ძირითადი და 1 მმართველი პროგრამისგან შედგებდა (იხილეთ ნახაზი). აქედან 3 პროგრამა სტატისტიკური ანალიზის ალგორითმების, 3 პროგრამაა დროითი მწკრივების იდენტიფიკაციას. 1 პროგრამა – მრავალშესავლიანი მოდელების, ხოლო 5 პროგრამა მრავალსაფეხურიანი პროგნოზის ალგორითმების რეალიზაციას ახდენდა. ფაქტორული ანალიზს – 4 სპეციალური პროგრამა ემსახურებოდა. 1 პროგრამა სხვადასხვა სახის ალგორითმთა კოლექტივის რეალიზაციის საშუალებას იძლეოდა. მმართველი პროგრამა კი იმახსოვრებდა მიღებულ შედეგებს, ადარებდა ერთმანეთს და საუკეთესო შედეგი გამოჰყავდა მომხმარებლისთვის, ამასთან მართვას გადასცემდა მომდევნო პროგრამას.

ალგორითმთა ზემოთაღწერილი კომპლექსი წარმატებით იქნა გამოყენებული მდინარე მტკვრის სისტემაში. მისი გამოყენებით შესრულდა წყლის მდგომარეობის გრძელვადიანი პროგნოზიც.

დასკვნა

კუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგიურ საფუძველზე აგებული ალგორითმული კომპლექსის გამოყენება აღწერილი მაგალითებით არ შემოიფარგლება. მისი გამოყენებით შეიძლება გადაწყდეს სახელმწიფოს უმნიშვნელოვანესი რაოდენობრივი მახასიათებლების (ზოგჯერ, თვისობრივისაც) სტრატეგიული პროგნოზის ამოცა-

ნები. მაგალითად: მოსახლეობის რაოდენობის, არჩევნების მოსალო-
დნელი შედეგების, ქვეყნის ძირითადი ეკონომიური ინდიკატორების,
სამხედრო მონაცემების და ა. შ.. ვფიქრობთ, ასეთი მაღალი სიზუ-
სტით „წინასწარმეტყველების“ შედეგები აღმასუფლებელი ხელი-
სუფლების მიერ გადაწყვეტილების მიღების აუცილებელი წინაპი-
რობაა.

ლიტერატურა

1. Лелашвили Ш. Г., Цинцадзе А. В. Применение методов факторного анализа в задаче идентификации: Тез. докл. Респ. Конф. Молодых ученых, Тбилиси, 1975, с.28-30.
2. Лелашвили Ш. Г., Цинцадзе А. В. Обучающие алгоритмы выявления скрытых факторов: Тез. докл. Респ. конф. молодых ученых, Тбилиси, 1975, с.26-28.
3. Лелашвили Ш. Г., Окуджава Т. М., Цинцадзе А. В. К вопросу построения адаптивных моделей: Мат. I Всес. симпозиума по вероятностным автоматам, Тбилиси, 1974, с. 94.
4. Лелашвили Ш. Г., Цинцадзе А. В. Обучающиеся алгоритмы нахождения собственного вектора: Тр. 2 Всес. Симпозиума по вероятностным автоматам, Тбилиси, 1976, с. 74.
5. Ципкин Я. З. Основы теории обучающихся систем, - М.: Наука, 1970-251 с.
6. Райбман Н. С., Чадеев В. М., Адаптивные модели в системах управления. - М.: Советское радио, 1996. - 159 с.
7. Райбман Н. С., Чадеев В. М. Построение моделей процессов производства. - М.: Энергия, 1975. - 375 с.
8. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. - М.: Мир, 1975. - 683 с.
9. Сейдж Э.П. Мелса Д. Л. Идентификация систем управления. - М.: Наука, 1974. - 327 с.
10. Перельман И. И. Оперативная идентификация объектов управления. - М.: Энергия, 1982. - 272 с.

11. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функции в теории обучающихся машин. - М.: Наука, 1970. - 384 с.

12. Данилов Ф.А., Имедадзе В. В., Клемперт Е. Д., Лоц Ю. Б., Миронов Ю. Г., Райбман Н. С., Столетний М. Ф., Чадеев В. М. Адаптивное управление точностью прокатки труб. - М.: Металлургия, 1973. - 222 с.

13. Райбман Н. С. Что такое идентификация? - М.: Наука, 1970. - 119 с.

14. Лелашвили Ш. Г., Волчек Г. А., Цинцадзе А. В., Пиров Г. Г. Некоторые вопросы идентификации сложных объектов. - М.: 1979. - 64 с.

15. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. - М.: Мир, 1973. - 957 с.

16. Дрепер Н. Р., Смит Н. Р. Прикладной регрессионный анализ. - М.: Статистика. 1973. - 392 с.

17. Ивахненко А. Г. Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. - Киев:, Техника, 1969. - 392 с.

18. Харман Г. Г. Современный факторный анализ. М.: Статистика, 1972. - 486 с.

19. Лоули Д. Н., Максвелл А. Э. Факторный анализ как статистический метод, "Мир", М.: 1967, 144 с.

20. Распознавание образов и медицинская диагностика. Под. Ред. Неймарка Ю. И., - М.: Наука, 1972, 328 с.

21. Сирл С., Госман У. Матричная алгебра в экономике. - М: Статистика, 1974. - 374 с.

22. Коваленько И. Н., Филиппова А. А. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 1982. - 256 с.
23. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1970. - 664 с.
24. Фомин С. В., Баркинблит М. Б. Математические проблемы в биологии. - М.: Наука, 1973. - 199 с.
25. Хауштен Г. Д. Методы прогнозирования в социалистической экономике. - М.: Прогресс, 1971. - 397 с.
26. Кендел М. Временные ряды. - М.: Финансы и статистика, 1981. - 198 с.
27. Растиргин Л. А. Системы экстремального управления. - М.: Наука, 1974. - 629 с.
28. Kushner A. Simple interactive Procedure for the identification of the Unknown Par. of Linear Time varying Discrete System. Journal of Basic English for Power, Irans, ASME, S. D. June, 1963.
29. Чадеев В. М. Определение динамических характеристик объектов в процессе их нормальной эксплуатации для целей самонастройки. Автоматика и телемеханика, 1964, №9, с. 1302-1306.
30. Imedadze V.V., Lelashvili Sh. C. Investigation Identification of stochastic Approximation in Identification of Multidimensional Plants, IFAC. Symp. "Identification in Autom. Control Systems", Prague, Paper 31, 1961.
31. Лелашвили Ш. Г. Некоторые вопросы построения статистической модели многомерных объектов. - В кн.: Автома-

тическое управление. - Тбилиси.: Мецниереба, 1967. С. 1967. С. 59-96.

32. Лелашвили Ш. Г. Статистическое моделирование процесса идентификации адаптивных моделей. В кн.: Автоматическое управление. Тбилиси.: Мецниереба, 1967. С. 109-140.

33. Nagumo and Noga - A Learning Method for System Identification IEE. Trans on Aut. Control, v. Ac-12, №3, June, 1967, pp. 282-283

34. Hoge H. Stoch. Algorithms in System Identification Int. I. Control, 1973, V. 17, №6.

35. Рейдман Р. М. Исследование одного алгоритма обучения опознаванию с автоматической регулировкой величины шага. - Кибернетика, Киев, 1974, №6, с. 141-144.

36. Kasmarz Angenäherte Auflösung vor Systemen Linearer Ce Eeihungen. Bull. Internat Acad. Polon. Sci Lett. Cl. Sei Math. Nat. Ser. A, 14, Ruin, 1937.

37. Поляк Б. П., Цыпкин Я. З. Помехоустойчивая идентификация - В кн.: Идентификация и оценка параметров систем. ч. 4 симп. ИФАК. - Тбилиси: Мецниереба, 1976, с. 190-214.

38. Овсепян Ф. А. Некоторые вопросы построения моделей объектов управления. - В кн.: Кибернетика и управление. М., Наука, 1966, с. 93-97.

39 Efroymson M.A. Multiple regression analysis in: "Mathematical methods for digital computers", Ralston A. WilfH (eds), Wiley, N.Y., 1960, pp. 191-203.

40. Овсепян Ф. А. Об информативности нерешенных в задачах идентификации. В кн.: Идентификация. Ташкент: Наука, с. 159-164.

41. Лелашвили Ш. Г., Окуджава Т. М., Цинцадзе А. В. Адаптивные алгоритмы моделирования информационных процессов. - В Материалы 8 Всесоюзного симпозиума по кибернетике, Тбилиси, 1976, с. 99-102.

42. Лелашвили Ш. Г., Цинцадзе А. В. Применение факторного анализа в задаче идентификации: Сб. Тр. ИСУ АН ГССР - Тбилиси, Мецниереба, 1976, с. 47-60.

43. Чоговадзе Г. Г., Цинцадзе А. В., Сидамон-Эристави Н. Г. Обобщенный адаптивный алгоритм факторного анализа. - в В кн.: Автоматизированные системы управления. Тбилиси: Сабчота Сакартвело, 1981, с. 177-183.

44. Цинцадзе А. В. Адаптивный алгоритм оценки последнего фактора - В кн.: Автоматизированные системы управления. - Тбилиси: Сабчота Сакартвело, 1981, с. 156-160.

45. Лелашвили Ш. Г., Окуджава Т. М., Цинцадзе А. В. К вопросу построения адаптивных систем. - В кн.: Наука производству - Тбилиси: Мецниереба, 1975, ч. 2, с. 38-48.

46. Дорофелюк А. А., Касавин А. Д. Метод иерархической кусочной аппроксимации в задаче идентификации сложных объектов. - В кн.: Идентификация и оценка параметров систем. ч. 3, 4 Симп. ИФАК Тбилиси: Мецниереба, 1976, с. 329-338.

47. Дургарян И. С., Пашенко Ф. Ф. Меод двухступенчатой идентификации в задаче прогнозирования. - В кн.: Идентифи-

кация и оценка параметров. ч. 2, 4 Симп. ИФАК. - Тбилиси: Мецниереба, 1976, с. 397-406.

48. Holzigr K. Factoring test scores and implications for the method of averages. *Psych* 9, 1944, 155-167.

49. Новиков С. Г. Использование машинных методов обработки данных при построении статифицированной выборки. В кн.: Проблемы управления в технике экономике и биологии. - М.: Наука, 1976, с. 191-195.

50. Whittle P. On principal components and least square methods of factor analysis. *Skand. Artuar.* 35, 1952, 223-239.

51. Young G. Maximum likelihood estimation and factor analysis. *Psych.* 6, 1941, 49-53.

52. Harman H. H. and Wayne H.I. Facrot analysis byminьшаяing residuals. *Psych.*, 31, 1966, 351-368.

53. Терехина А. Ю. Методы многомерного шкалирования и визуализирования данных. *Автоматика и телемеханика*, 1973, №7, с.80-94.

54. Лумельский В. Я. Группировка параметров на основе квадратной матрицы связи *Автоматика и телемеханика*, 1970, №1, с. 133-143.

55. Ковальский М. И. Использование информативных характеристик объектов при анализе статистических данных по методу главных компонентов. - *Кибернетика*, 1965, №5.

56. Nagya G. and Shelton. Fr. "Selfcorrective character recognition theory, v-ol, 1 t-12, April, 1966, pp. 215-222.

57. Имедадзе В. В., Лелашвили Ш. Г. Некоторые итерационные алгоритмы для получения математической модели мно-

гомерных объектов. Идентификация и аппаратура для статистических исследования. М., Наука, 1970, с. 183-193.

58. Лелашвили Ш. Г. Некоторые вопросы построения статистической модели многомерных объектов. - В кн.: Автоматическое управление, - Тбилиси: Мецниереба, 1967, с. 59-96.

59. Лелашвили Ш. Г. Статистическое моделирование процесса идентификации адаптивных моделей. - В кн.: Автоматическое управление. - Тбилиси: Мецниереба, 1967, с. 109-140.

60. Лелашвили Ш. Г. Один алгоритм адаптивной модели. - В кн.: Автоматическое управление. - Тбилиси: Мецниереба, 1970. с. 81-102.

61. Лелашвили Ш. Г., Окуджава Т. М. Некоторые вопросы построения автоматизированных систем управления технологическими процессами. В кн.: Автоматическое управления. Мецниереба. - Тбилиси: 1976, с. 61-68.

62. Велев К. Д. Сравнительный анализ адаптивных алгоритмов оценки параметров нестационарных объектов. Автоматика и телемеханика, 1975, №8, с. 40-47.

63. Растиригин Л. А., Эренштейн Р. И. Принятие решения коллективом решающих правил в задачах распознавания образов. - Автоматика и телемеханика, 1975. №9, с. 133-144.

64. Цинцадзе А. В., Лелашвили Ш. Г., Пирогов Г. Г., Велчек Г. А., Зигангирова Н. Е. Адаптивный подход к прогнозированию макроэкономических временных рядов. В сб.: Моделирование социально-экономических процессов, ЦЭМИ АН СССР., М., 1976, с. 96-116.

65. Лелашвили Ш. Г., Цинцадзе А. В. Некоторые вопросы разработки и построения и прогнозирующей моделей временных рядов. В кн.: Автоматическое управление. "Мецниереба", Тбилиси, 1974. с. 58-80.

66. Долидзе Н. Г., Палелиани Т. В., Цинцадзе А. В. Результаты исследований адаптивных алгоритмов методом статистического моделирования: "Мецниереба", Тбилиси, 1977, с. 119-130.

ცინცაძე ვ. ა.

**კუმანიტარულ-ტექნიკური მეთოდოლოგია
სახელმწიფოს მართვაში**

პირველი გამოცემა, თბილისი „აზრი“, 1997.
192 გვ.

გადაცემულია ასაწეობად 14/II/1997 წ.

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 27/VI/1997 წ.

ქალაქის ფორმატი 60X84/16, ქალაქი თფსეტური №1,
გარეკანი №4, 12 პირობითი — საგამომცემლო თაბახი,
ტირაჟი 1000 ეკზ. შეკვეთის № 0761,
ფასი სახელშეკრულებო.

დაბეჭდილია გამომცემლობა „სამშობლოს“ სტამბაში,
თბილისი, კოსტავას ქ., №14.