

ბ. ნ. რაჭვარეძე

# დაკვების თეორიის საინჟინერო საკითხები

ნაწილი პირველი

კონსტრუქციის ედემენტთა ენგაჟირი დაკვებაზე  
რეკონსტრუქციის ზღვრები

სსსრული-კონსტრუქციური ლიტერატურის  
სახელმწიფო გამომცემლობა „ცოდნა“  
თბილისი 1959

ნაშრომში გაშუქებულია კონსტრუქციის ელემენტ-  
თა დარტყმაზე გაანგარიშების საინჟინრო მეთოდები:  
კუმშვა-გაჭიმვის, ძვრის, გრეხის და ლუნვის დროს.

გარჩეულია დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციე-  
ბის ეკონომიურობისა და დაპროექტების ზოგიერთი  
საკითხები. მოცემულია დარტყმითი მდგრადობის  
თეორია ზოგიერთი სახის კონსტრუქციებისათვის.

წიგნი განკუთვნილია ინჟინერ-კონსტრუქტორების,  
ასპირანტების და მეცნიერ მუშაკათვის, როგორც  
დამხმარე სახელმძღვანელო დარტყმის თეორიის საინ-  
ჟინრო საკითხებში.

## წინასიტყვაობა

წინამდებარე ნაშრომში მოცემულია კონსტრუქციის ელემენტთა დარტყმაზე გაანგარიშების საინჟინრო მეთოდები.

წიგნში მოყვანილი ბევრი საკითხი გულდასმით გადაათვალიერა საბჭოთა სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთმა ფუძემდებელმა ა. ნ. დინნიკმა. მისი მითითებანი შეტად სასარგებლო და ნაყოფიერი აღმოჩნდა ჩემს შემდგომ მუშაობაში.

აღსანიშნავია ჩემი პირადი მასწავლებლების პ. ხელთუფლიშვილის, ნ. რ. მუსხელიშვილის, გ. მუხაძის, კ. ზაგრიევის, ვ. კუპრაძის, ე. წითლანაძის, შ. მიქელაძის და განსაკუთრებით ა. კაკუშაძის გულისხმიერი მოპყრობა და მათ მიერ გაწეული კონსულტაციები დარტყმის თეორიის საკითხებთან დაკავშირებით.

ეს წიგნი პირველი ცდაა ქართულ ენაზე დარტყმის საინჟინრო თეორიაში. ამიტომ, მასში ბევრი რამ იქნება შესასწორებელი და დასაზუსტებელი. ვიმედოვნებთ, რომ ამ საქმეში უდავოდ დამეხმარება ყველა დაინტერესებული მკითხველი.

ავტორი

# შ ე ს კ ვ ე რ ი

## I. ღაკატჰჰის თეორიის საბანი ღა ღაკატჰი

ღარტყმის თეორია თანამედროვე მექანიკის ერთ-ერთა ურთულესი ღა უძველესი ღარგია. მისი განვითარება უშუალოდ ღაკავშირებულია მექანიკის განვითარების ისტორიასთან.

გალილეო გალილეისა (1564—1642) ღა ნიუტონის (1642—1727) მიერ ჩამოყალიბებული მექანიკა, რომელიც ამჟამად ცნობილია კლასიკური მექანიკის სახელით, განიხილავდა მხოლოდ აბსოლუტურად უღე-ჟორმირო ტანების წონასწორობისა ღა მათი მოძრაობის კანონებს. ამიტომ ღარტყმის ის თეორია, რომელიც კლასიკური მექანიკიდან გამომდინარეობს, ღარტყმის მოვლენებს აშუქებს მხოლოდ აბსოლუტურად ძყარი ტანების ჰიპოთეზის შესაბამისად.

აღნიშნული ჰიპოთეზა მეტად ზღუღავდა მექანიკის მთელი რიგი სხვა ხასიათის საკითხების გამოკვლევის საქმეს. მაგალითად, რეალური ტანის აბსოლუტურად მყარ ტანად მიჩნევა არსებითად უკვე იმას ნიშნავდა, რომ წინასწარ უარი ეთქვათ რეალურ ტანებში გარეშე ძაღების ზემოქმედებით გამოწვეული მექანიკური პროცესების (ღეფორმაციების, ძაბვების) ღა მათ შორის ღარტყმის პროცესთა მიმდინარეობის შესწავლაზე.

ამ გარემოებათა გამო, ღარტყმის კლასიკური თეორია ვერ სწავლობდა თვით ღარტყმის მიმდინარეობის შინაგან პროცესებს, იგი ეხებოდა მხოლოდ ღარტყმის საბოლოო შედეგებს, აღნიშნული თეორიით ვერ ირკვევდნენ ღარტყმის ძაღის რიცხვით (კილოგრამულ) ოღენობას, არამედ საზღვრავდნენ მხოლოდ ძაღის იმპულსს, რომელიც თავის მხრივ, როგორც ცნობილია, წარმოადგენს სასრულო სიღიღეს ღა ტოლია მოძრაობის რაოდენობისა.

როღესაც მექანიკა გადავიდა აბსოლუტურად მყარი ტანებიდან აგრეთვე რეალურ, ღეფორმად ტანთა შესწავლაზე ღა შესძლო გარეშე ძაღების მიერ თვით ტანების შიგნით გამოწვეული მექანიკური პროცესების (ღეფორმაციების, შიგა ძაღების) გამოკვლევა, როღესაც კლასიკუ-

რი მექანიკის გვერდით ჩამოყალიბდა და განვითარდა ისეთი მეცნიერებანი, როგორიცაა მასალათა გამძლეობა და დრეკადობის თეორია, მშენებარტყმის თეორიამაც მიიღო ახალი, უფრო სრულყოფილი სახე. თანამედროვე მექანიკის ასეთი თავისებური ისტორიული წარსულის გამო, დღეს ტექნიკურ ლიტერატურაში ვხვდებით დარტყმის თეორიის ორ ნაირსახეობას:

1. დარტყმის თეორიას კლასიკური მექანიკის თვალსაზრისით (აბსოლუტურად მყარი ტანების მექანიკა);

2. დარტყმის თეორიას თანამედროვე სამშენებლო მექანიკის თვალსაზრისით (დეფორმადი ტანების მექანიკა).

დარტყმის საკითხების შესწავლა შეგვიძლია დავყოთ რამდენიმე ურთიერთისაგან დამოუკიდებელ დარგად, როგორიცაა მაგალითად:

1. მაგარ ტანთა დარტყმის თეორია; 2. ფხვიერ ტანთა დარტყმის თეორია; 3. თხევად ტანთა (ჰიდრაულიკური) დარტყმის თეორია; 4. აეროვან (გაზოვან) ტანთა დარტყმის თეორია; 5. სეისმური დარტყმის თეორია; 6. ატომგულური დარტყმის თეორია და სხვ.

მაგარ ტანთა დარტყმის თეორიის ძირითადი განმსაზღვრელი ნიშანი ისაა, რომ დარტყმის ძალის სიდიდე და მის მიერ გამოწვეული დეფორმაციული ცვალებადობანი უმთავრესად დამოკიდებულია დაჯახებაში მყოფი ტანების დინამიკური დეფორმირების კანონებზე.

ფხვიერი მასალის (ნივთიერების) დარტყმის საკითხები, როგორიცაა მაგალითად: ფხვიერი მიწის უეცარი დაყრა ავტომანქანის ბაქანზე, ცემენტით სავსე ტომრის დაგდება იატაკზე, ფერდობებიდან ჩამოშვავებული ფხვიერი მასის დინამიკური დაწოლა საყრდენ კედელზე ან დამპერ ზღუდეებზე, შესაძლებელია გაერთიანდეს დარტყმის თეორიის ერთ დამოუკიდებელ დარგად. ეს იმიტომ, რომ დარტყმის ძალის ცვალებადობის კანონები ამ შემთხვევაშიაც ძირითადად დამოკიდებულია ფხვიერი მასალების დინამიკური დეფორმირების კანონებზე, რომლებიც არსებითად განსხვავდებიან მყარი ტანის ან თხიერი ტანის დინამიკური დეფორმირების (ნაწილაკთა ურთიერთისადმი გადაადგილების) კანონებიდან.

თხევადი ტანების (წყალი, ნავთობი და სხვ.) დინამიკური დეფორმირების განსაკუთრებული თავისებურებების გამო, დარტყმის თეორიის ეს დარგიც ცალკე დამოუკიდებლად ვითარდება. მის დამოუკიდებელ დარგად განვითარებას აქ განსაზღვრავს არა მისი უბრალო, ფორმალური გამოყოფა ცალკე დარგად, არამედ ის შინაგანი ძირითადი თავისებები და თავისებურებანი, რომლებიც ახასიათებს ჰიდრაულიკური დარტყმის თეორიაში განსახილველ საკითხებს.

თავისებურებებით ხასიათდება და, მაშასადამე, დამოუკიდებელ დარ-

გად შეუძლია განვითარდეს აგრეთვე აფეთქებითი დარტყმების თეორი-  
აც. აქ ორ ძირითად საკითხს არჩევენ:

1. რა კანონით ნაწილდება აფეთქებული ნივთიერების მიერ აღძრუ-  
ლი ტალღების იმპულსთა სიდიდე მანძილისა და დროის მიხედვით;

2. როგორია იმპულსის მექანიკური დამამსხვრეველი გავლენა იმ  
კონსტრუქციებზე, რომლებიც იმყოფებიან აფეთქების ზონაში.

მეტად საინტერესოა აგრეთვე ის პრობლემებიც, რომლებსაც შეის-  
წავლის სეისმური დარტყმების თეორია. აქ არჩევენ, ერთის მხრივ, თვით  
სეისმური აფეთქების ხასიათს, სეისმური ტალღების გავრცელებას დე-  
დამიწის ფენებში, მათ სიმძლავრეს და ხანგრძლივობას, ხოლო მეორეს  
მხრივ, კი განიხილავენ სეისმური დარტყმების ზეგავლენას სხვადასხვა  
ტიპისა და დანიშნულების ნაგებობაზე.

მეტად დიდი სიჩქარეების შეჯახების შემთხვევაში შესაძლებელია შე-  
იცვალოს დაჯახებული ტანის არა მხოლოდ ფიზიკური მდგომარეობა  
და თვისებები (დრეკადი ტანი გახდეს დენადი ან დენადი გახდეს მუი-  
ფე-ფიცხი), არამედ შესაძლებელია შეიცვალოს აგრეთვე ტანის ქიმი-  
ური შემადგენლობაც. მაგალითად, ისეთი დიდი სიჩქარით შეჯახები-  
სას, როგორიც ამას ადგილი აქვს ატომგულის გახლეჩის დროს, ჩვენ  
საქმე გვაქვს არა მარტო ერთი სახის ნივთიერების მეორე სახეში გარ-  
დაქმნასთან, არამედ იმაზე მეტი რაოდენობის თავისუფალი ენერგიის  
გამოყოფასთან ვიდრე დაიხარჯა დარტყმაზე.

წინამდებარე ნაშრომში განხილული იქნება უმთავრესად მყარი ტა-  
ნების დარტყმის თეორიის საკითხები. რაც შეეხება დარტყმის თეორი-  
ის სხვა დარგებს აქ ჩვენ დაეკმაყოფილდებით მხოლოდ ზოგიერთი ლი-  
ტერატურული წყაროების დასახელებით.

## II. ლაბტჰმის თეორიის ორი ძირითადი სიძნელე

მყარ ტანთა დარტყმის თეორიის განვითარებას აფერხებს ორი სა-  
ხის სიძნელე: ერთია ექსპერიმენტული, ხოლო მეორე — მათემატიკური  
ხასიათისა.

დარტყმის საკითხების თეორიული შესწავლა უპირველეს ყოვლისა  
მოითხოვს ექსპერიმენტული ხასიათის მონაცემებს, სახელდობრ, ჩვენ  
წინასწარ უნდა ვიცოდეთ დაჯახებაში მყოფ გარემოთა დინამიკური დე-  
ფორმირების კანონები მსგავსად იმისა, როგორც ეს ცნობილია (დრეკა-  
დი ტანის სტატიკურად (ნელი სიჩქარით) დეფორმირების დროს, ჩვენ  
წინასწარ უნდა ვიცოდეთ ამა თუ იმ მასალის დინამიკური, ფიზიკური  
მახასიათებლები, რათა მათი დახმარებით დავაკავშიროთ დარტყმის სიჩ-  
ქარე და მასები დაჯახებულ ტანებში აღძრულ ძაბვებთან და დეფორ-  
მაციებთან. ამ საქმეს წინ ეღობება ის ძირითადი გარემოება, რომ მა-

სალის სტატიკური დეფორმირების კანონები და ტანის ფიზიკური მახასიათებლები ყოველთვის არ არიან ანალოგიური დინამიკური დეფორმირების და დინამიკური ფიზიკური მახასიათებლებისა. მაგალითად, ტანი, რომელიც სტატიკური დეფორმირების დროს ხასიათდებოდა დენადობის უბნით (გაჭიმვის დიაგრამაზე) იგივე სხეული უეცრივი გაჭიმვის შემთხვევაში შესაძლებელია იქცეს მყიფე (ფიცხ) ტანად. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ტანის ფიზიკური მახასიათებლები დეფორმირების სიჩქარის რაღაც ფუნქცია ყოფილა, რომელიც ჯერ კიდევ არაა ზუსტად დადგენილი.

დარტყმის თეორიაში არსებული ორი ძირითადი სიძნელისა და სირთულის გამო, ბუნებრივია, რომ დარტყმის საკითხებზე მომუშავე მკვლევარი მხოლოდ მაშინ მიაღწევს წარმატებას თუ იგი ახლო დგას, როგორც ექსპერიმენტული ხასიათის გამოკვლევებთან, აგრეთვე თანამედროვე მათემატიკის იმ აპარატთან, რომელსაც უშუალო კავშირი აქვს თვით დარტყმის მოვლენებში ჯარსებულ მათემატიკურ დაშოკიდებულეებებთან.

აქვე ხაზი უნდა გაეუსვათ იმ გარემოებასაც, რომ არსებობს დარტყმის საკითხების მიახლოებითი შესწავლის ეფექტური გზები, რომელიც დარტყმის საინჟინრო თეორიის დასახელებითაა ცნობილი.

### III. დარტყმის საინჟინრო თეორიის მიზნები და ამოცანები

დარტყმის საინჟინრო თეორიის ძირითადი მიზანია გამოიყენოს დარტყმის მოვლენების ცოდნა რაციონალური ფორმის კონსტრუქციების შესაქმნელად. ამ თეორიას „საინჟინრო“ ეწოდება იმ მოსაზრების გამო, რომ იგი იკვლევს არა მხოლოდ დარტყმის ძალის სიდიდეს, არამედ დაინტერესებულია აღნიშნული ძალისაგან გამოწვეული დეფორმაციებისა და ძაბვების გამოთვლითაც; იგი არა მარტო იკვლევს ამ ფაქტორებს, არამედ იყენებს კიდევ ამ ცოდნას კონსტრუქციის ელემენტთა დაპროექტების საქმეში. დარტყმის საინჟინრო თეორია ანგარიშობს დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციებს: 1. სიმტკიცეზე (ექვებს დარტყმით აღძრულ ძაბვებს და ადარებს მათ დასაშვებ ძაბვებთან); 2. სიხისტეზე (იკვლევს დარტყმით აღძრულ დეფორმაციების სიდიდეს და აფარდებს მათ დასაშვებ დეფორმაციებთან); 3. მდგრადობაზე (აღგენს კონსტრუქციის ისეთ ზომებს ან კრიტიკული ძაბვების ისეთ სიდიდეს, რომლის დროსაც ადგილი არ ექნება დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციის ელემენტთა ფორმის უეცრივ შეცვლას ე. ი. მდგრადობის დაკარგვას).

სამივე სახის გაანგარიშებას საფუძვლად უდევს აგრეთვე კონსტრუქ-

ციის აგებაზე დახარჯული სანშენებლო მასალის ეკონომიურობის პრინციპიც.

დარტყმის საინჟინრო თეორიას „საინჟინრო“ კიდევ იმ მოსაზრებითაც ეწოდება, რომ იგი არის რა უალრესად გამოყენებითი ხასიათის მეცნიერება, ბუნებრივად მიისწრაფის დარტყმის საანგარიშო სქემების ისეთი (პრაქტიკისათვის დასაშვებ ზღვრებში) გამარტივებისაკენ, რომ მიღებულ შედეგებს (ფორმულებს) ჰქონდეთ რაც შეიძლება მარტივი, ადვილად გამოსაყენებელი სახე.

დარტყმის საინჟინრო თეორიის მონაცემების გამოყენებას უდიდესი მნიშვნელობა აქვს თანამედროვე ჩქარმავალ მანქანათა ნაწილების ვაანგარიშების საქმეში. მათ დიდი გამოყენება აქვთ აგრეთვე, როგორც სამოქალაქო, ისე სამხედრო ხასიათის თავდაცვით ნაგებობათა ვაანგარიშებისა და დაპროექტების საქმეში. დარტყმის საინჟინრო თეორია საკმაოდ გამოყენებას პოულობს აგრეთვე სასოფლო-სამეურნო მანქანების დარტყმაზე მომუშავე ნაწილების რაციონალური ფორმების დადგენაში.

#### IV. ღარტყმის თეორიის განვითარების მთავარი მომენტები და ძირითადი ლიტერატურული წყაროები

დარტყმის მოვლენებს უხსოვარი დროიდან იცნობდა და იყენებდა ადამიანი. ამ მოვლენის გამოყენების უტყუარ ნიმუშებს წარმოადგენენ: მშვილდ-ისარი, სასროლი შუბი, ცული, ჩაქუჩი, საცეხველი და სხვა იარაღები, რომლებიც მრავლად გვხვდება მსოფლიოს ყველა უძველესი ტომის მატერიალური კულტურის ისტორიაში. მაგრამ იგივე როდი ითქმის თვით დარტყმის მოვლენების საკითხების თეორიულ შესწავლაზე. ამ საკითხების მეცნიერული შესწავლა უნდა მოხდარიყო ანტიკური ქვეყნების კულტურულად და ეკონომიურად უფრო დაწინაურებულ საზოგადოებაში. თუ პირველადი ლიტერატურული წყაროების მიხედვით ვიმსჯელებთ, მაშინ დარტყმის პრობლემათა მეცნიერული შესწავლის პირველი ცდა ეკუთვნის ბერძენ ფილოსოფოსს არისტოტელეს (384 — 322 წ. ჩვენს ერამდე). იგი თავისი „მექანიკის პრობლემებში“, რომელშიაც სხვათაშორის 36 საკითხია გარჩეული, აყენებს ასეთ საკითხსაც:

„რატომაა, რომ ხეზე დიდი ტვირთით მიბჯენილი ცული მას აზიანებს ნაკლებად, ვიდრე იგივე ცული უტვირთოდ, მაგრამ დარტყმით“.

მორის გაპობის ეს ამოცანა არისტოტელემ, ბუნებრივია, რომ ვერ გადაწყვიტა მექანიკის მაშინდელი, ჯერ კიდევ შეტად ბნელი, წარმოდგენების გამო.

დარტყმის მოვლენების აღწერისა და ახსნისადმი დიდ ყურადღებას იჩენდა აგრეთვე დიდი იტალიელი მეცნიერი [1] ლეონარდო და ვინჩი (1452 — 1519). ერთი საინტერესო საკითხი, რომელიც თანამედროვე გა-



გებით ანალოგიურია კონსოლზე დარტყმის პრობლემისა, ასეთნაირად იქნა ლეონარდო და ვინჩის მიერ დასმული: „როცა ცდილობ ხის კენჭურების გადაჭრას, ისინი ადვილად არ ზიანდებიან, მაგრამ თუ შემოვკრავთ ძირში—ადვილად გადიკვეთებიან“.

ზან პირველმა გააჩნია მყარ ტანთა ურთიერთ შეჯახების თეორიული საკითხები და გარდა ამისა შეეცადა აეხსნა თვით დარტყმის პროცესის ბუნებაც.

განთქმული იტალიელი მეცნიერი გალილეო გალილეი (1564--1642) პირველი იყო, რომელიც შეუდგა დარტყმის მოვლენების ექსპერიმენტულ გამოკვლევას. მაგალითად, იგი ცდილობდა უღლიანი სასწორის დახმარებით „აეწონა“ წყლის ჰავლის დაწოლა (დარტყმა), რომელიც შემდეგში მოახერხა მარიოტმა (1620—1684).

ჰოლანდიელმა ფიზიკოსმა ჰიუჰენსმა (1629—1695) ისარგებლა რა (ლაიბნიცის მიერ შემოღებული ტერმინებით თუ ვისარგებლებთ) „მოძრაობის რაოდენობისა“ და „ცოცხალი ძალის“ შენახვის იდეებით, მოგვცა დრეკად ბირთვთა შეჯახების სრული თეორია.

იგივე ჰიუჰენსმა და მარიოტმა შეძლო დარტყმის ძალის სიდიდის ცვალებადობის ერთ-ერთი ძირითადი ბუნების გამორკვევა. სახელდობრ. თუ მკვლევართა უმრავლესობა დარტყმის ძალის ბუნებას აკავშირებდა თვით დარტყმელი ტანის წონის ძალასთან და დარტყმის ძალის სიდიდის გამოთვლას ცდილობდა „აწონვის“ წესით, ჰიუჰენსმა და მარიოტმა კი დარტყმის ძალის წარმოშობა დაუკავშირა დამრტყმელი ტანის მასის მოძრაობის სიჩქარის ცვალებადობას. მაგრამ, რადგან მოძრავე მასა იმ დროს გამოიხატებოდა მოძრაობის ორ სხვადასხვა ზომაში, ამიტომ კამათი გაიმართა მხოლოდ იმის შესახებ თუ მოძრაობის რომელი ზომა უნდა ყოფილიყო ჭეშმარიტი.

ფრანგი გეომეტრისა და ფილოსოფოსის დეკარტეს (1596—1650) და მისი სკოლის (ე. წ. კარტეზიანელების) თანახმად, მასა გამრავლებული მისი მოძრაობის სიჩქარეზე *mv* (ე. ი. მოძრაობის რაოდენობა) იყო მოძრაობის ის ერთადერთი სწორი ზომა, რომელიც ემორჩილებოდა მოძრაობის მუდმივობის კანონს, ამიტომ, კარტეზიანელების აზრით დარტყმის უნარიანობა უნდა გამოხატულიყო მოძრაობის რაოდენობაში და არა დამრტყმელი ტანის წონაში.

სულ სხვა პოზიცია ეკირა გერმანელ მათემატიკოსსა და ფილოსოფოსს ლაიბნიცს (1646—1716) და მისი სკოლის მიმდევრებს: სამყაროში მუდმივობის (მარადულობის) კანონს ემორჩილება არა „მოძრაობის რაოდენობა“, არამედ „ცოცხალი ძალა“—ენერჯია, ამიტომ დამრტყმელი.

ტანის, როგორც მოძრავი მასის დარტყმის უნარიანობის გამომხატველ ზომას წარმოადგენს მასისა და სიჩქარის კვადრატის ნამრავლიო\*.

ჰოლანდიელმა ფიზიკოსმა გრავეზანდემ (1688—1742), რომელიც დარტყმის ძალის რიცხვითი სიდიდის განსაზღვრით იყო დაინტერესებული, გამოიყენა სპეციალური კონსტრუქციის უღლიანი სასწორი, მაგრამ უშედეგოდ.

დარტყმის ძალის „აწონვის“ ხერხი დღესაც გვხვდება ზამბარული სისტემის დინამომეტრების სახით. აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ დინამომეტრით „აწონილი“ დარტყმის ძალის სიდიდე მხოლოდ შედარებითია და დამოკიდებულია თვით დინამომეტრის კონსტრუქციაზე.

დარტყმის თეორიის ჩამოყალიბებაში დიდი წვლილი მიუძღვის დიდ ინგლისელ მათემატიკოსსა და ასტრონომს ისაკ ნიუტონს (1642—1727), რომელიც თავის მზრივ დადებითად აფასებდა განთქმული გეომეტრის ერენისა (1632—1723) და ვალისის (1616—1703) ნაშრომებს [2] დარტყმის თეორიის საკითხებზე. მაგალითად, ვალისმა განიხილა არა მარტო ცენტრალური, არამედ ირიბი—ექსცენტრული დარტყმებიც, რაზეც იგი მიიყვანა მყარი ტანის დინამიკისათვის მეტად საჭირო ცნების—დარტყმის ცენტრის აღმოჩენამდე\*\*.

ნიუტონის მიერ შემოღებული აღდგენის კოეფიციენტი, პირველი ჩანასახი იყო იმისა, რომ კლასიკურმა მექანიკამ პირი იბრუნა რეალური ტანების ფიზიკური თვისებების გათვალისწინებისაკენ. აღნიშნული კოეფიციენტის შემოღებით მოხერხდა არადრეკადი და ნახევრად დრეკადი დარტყმების შესწავლა. მოძებნილი იქნა არეკელის სიჩქარეები; კარნომ მოახერხა ენერჯიის დანაკარგის ფორმულის გამოყვანა და სხვ.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ნიუტონის მიერ შემოღებული აღდგენის კოეფიციენტის რიცხვითი სიდიდე დამოკიდებულია არა მხოლოდ მასალაზე და დარტყმის სიჩქარის ზრდაზე, არარედ—დამრტყმელი ტანის ფორმაზედაც. მართლაც, დარტყმის ტალღური თეორია ამტკიცებს, რომ აბსოლუტურად დრეკადი ტანის აღდგენის კოეფიციენტი ყოველთვის როდი უდრის ერთს (როგორც ეს ნიუტონს ჰქონდა წარპოდგენილი), არამედ კოეფიციენტის სიდიდე დამოკიდებულია აგრეთვე შეჯახებული ტანების გეომეტრიულ ფორმაზედაც.

ახალი ეპოქა მექანიკის განვითარებაში და, მაშასადამე, დარტყმის თეორიის განვითარებაშიაც დაიწყო მხოლოდ იმის შემდეგ, როდესაც მექანიკა იძულებული გახდა დაინტერესებულიყო რეალურ ტანებში მომხდარი იმ დეფორმაციული ცვლილებებით, რომლებსაც იწვევდა ტანებზე

\* Ф. Розенбергер, История физики, м 1937.

\*\* Л. Г. Лошцакский, А. И. Журье. Курс теоретической механики. т. I гостехиздат, м., 1955.

მოდებული გარეგანი ძალები; მაშინ, როდესაც ჩაისახა მეცნიერება მასა-  
ლათა გამსკვობა და დრეკადობის თეორია.

დიდი ფრანგი მეცნიერი, მათემატიკოსი, მექანიკოსი და ფიზიკოსი  
ს. დ. ჰუასონი (1781—1840) პირველი იყო, რომელიც შეუდგა დრეკადი  
ღეროების შეჯახების პრობლემის შესწავლას, თუმცა როგორც ამაზე სა-  
მართლიანად მიუთითებს ა. ლიავე [3], მის მიერ მიღებული ზოგიერთი  
შედეგები არ იყო სწორი, რადგან იგი მივიდა იმ არასწორ პარადოქ-  
სალურ დასკვნამდე, რომ თითქოს ტოლი განიკვეთისა და ერთი და იგი-  
ვე მასალის გრძივად შეჯახებული ორი დრეკადი ღერო ურთიერთისა-  
გან აღარ უნდა არეკლილიყო თუ ღეროთა სიგრძეები სხვადასხვა ზომი-  
სა იქნებოდა.

ტომას იუნგმა [203] პირველმა მოგვცა დარტყმით აღძრული  
ზედაპირული ძაბვების გამომთვლელი ფორმულა, რომელსაც დღესაც  
დიდი გამოყენება აქვს.

დრეკად ტანთა ურთიერთთან შეჯახების ამოცანებზე მრავალი მეც-  
ნიერი მუშაობდა. მათ შორის აღსანიშნავია ნავეის, სენ-ვენანის, ბუსსი-  
ნესკის და სხვ. შრომები.

ნავეიმ ჯერ კიდევ 1823 წელს განიხილა აბსოლუტურად მყარი ტა-  
ნის დარტყმა დრეკადი ღეროს ბოლოზე. მისმა მეთოდმა გავრცელება  
ვერ ჰპოვა, რადგან დეფორმაციის გამომთვლელი უსასრულო მწკრივები  
შეტად ნელი კრებადობით ხასიათდებოდა. ამ საკითხში უფრო ეფექტუ-  
რი აღმოჩნდა სენ-ვენანისა [204] და ბუსსინესკის [206] მიერ გამონახუ-  
ლი გზა-ხერხი. აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს გზა-ხერხი ემყარებოდა  
იმ შრომასაც [205], რომელიც ჩაატარა იმ დროისათვის სახელგანთქ-  
მულმა გერმანელმა მათემატიკოსმა კლემზმა (1835—1872). როგორც  
ცნობილია, სწორედ კლემზის ნაშრომის ფრანგულად თარგმნის წინა-  
სიტყვაობაში ჩამოაყალიბა სენ-ვენანმა (საფრანგეთის გზებისა და ხიდე-  
ბის ინჟინერმა) თავისი სახელგანთქმული მათემატიკური ხასიათის შეხე-  
დულებანი დარტყმის საკითხებზე. ამ მიმართულებით საინტერესოა აღი-  
ნიშნოს აგრეთვე ე. ლ. ნიკოლაის ნაშრომიც [4].

მყარ ტანთა ურთიერთ შეჯახების საკითხში დიდი მნიშვნელობა აქვს  
(ტანის ფიზიკური მახასიათებლების გარდა) აგრეთვე შეხებაში მყოფი  
ზედაპირების ფორმასაც. მაგალითად, როდესაც დაჯახებაში მყოფ ტან-  
თა ფუძეები იდეალურად ბრტყელია და ურთიერთზე არიან დამთხვეულ-  
ნი, მაშინ აღნიშნულ ტანებში ადგილი აქვს ძირითადად მოცულობი-  
თი ხასიათის დეფორმაციების წარმოშობას. ე. ი. საგრძობლად დეფორ-  
მირდებიან არა მხოლოდ შეხების უბანთან უშუალოდ ახლოს მდებარე  
ფენები, არამედ მისგან დაშორებულნიც. ამ მოცულობითი დეფორმაცი-  
ების გათვალისწინებაზე არის აგებული სწორედ სენ-ვენანის ზემოთ აღ-

ნიშნული განოკვლევები. სულ სხვა შემთხვევას აქვს ადგილი თუ შეჯახებულ ტანთა შეხების ზედაპირები ამოზნექილი (ან საერთოდ უსწორ მასწორო) ფორმისაა. ასეთ შემთხვევაში, ყველაზე უფრო შესაძენვეი დეფორმაციული ცვლილებები წარმოებს თვით შეხების უბანში, ხოლო მისგან საკმაოდ დაშორებულ ფენებში კი უმნიშვნელო სიდიდის დეფორმაციები (და, მაშასადამე, დაბეები) წარმოიშობიან. აქ, წამყვანს დარტყმის მოვლენაში, წარმოადგენს ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციები და დაბეები. ასეთი გარემოების გამო, ბუნებრივია, რომ დაბეებისა და დეფორმაციების განსაზღვრა ამ უკანასკნელ ამოცანის დროს უნდა მომხდარიყო მხოლოდ ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციების გათვალისწინებით. ეს საკითხი პირველად ჰერცმა [207] გადაწყვიტა.

ჰერცის თეორიის ექსპერიმენტული დასაბუთება და ამ თეორიის შემდგომი განვითარება ეკუთვნის განთქმულ საბჭოთა მეცნიერს ა. ნ. დინნიკს [5—8]. ამ მიმართულებით აღსანიშნავია აგრეთვე ბერგერის [209], ნ. შტაერმანის [9—10], ნ. მუსხელიშვილის\* (მისი სკოლის მოწაფეების) და ნ. კილჩევსკის კაპიტალური ნაშრომი [11].

დრეკად ტანთა ურთიერთთან შეჯახების საკითხში თუ სენ-ვენანის თეორია ემყარებოდა მხოლოდ მოცულობითი ხასიათის დეფორმაციებს (და გამორიცხავდა ადგილობრივი დეფორმაციების გავლენას), საძაგეოროდ ჰერცის თეორია ითვალისწინებს მხოლოდ ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციების გავლენას (და მაშასადამე გამორიცხავს მოცულობითი დეფორმაციების როლს). აქედან გამომდინარე, ბუნებრივია, უნდა შექმნილიყო ისეთი თეორიაც, რომელიც დაემყარებოდა, როგორც მოცულობითს, აგრეთვე ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციების ერთდროული გავლენის გათვალისწინებას. ეს საკითხი პირველად სირსმა [210] დაამუშავა, ხოლო ამ საკითხის ამოხსნის მათემატიკური მხარე, ოპერაციული აღრიცხვის გამოყენებით, განვითარების ახალ საფეხურზე აიყვანა საბჭოთა მეცნიერმა ნ. კილჩევსკიმ [11].

ყურადღებას იმსახურებს ძელის (კოქის) დარტყმაზე გაანგარიშების მეთოდების განვითარების ისტორიაც. (თავისი ნაშრომის „თეორიული მექანიკის შესავალში“, პონსელემ (1788—1867) პირველმა გაუყეთა ფორმულირება დრეკადი ძალის მუშაობის ცნებას. განიხილა რა უწონადო დრეკად ძელზე დარტყმის ამოცანა, მან ამით 1829 წელს საფუძველი ჩაუყარა დარტყმის ენერგეტიკულ თეორიას [211]. დარტყმის საინჟინრო თეორიის ამ პირველი საფუძველის ჩაყრას დიდად შეუწო ხელი ენერჯის შენახვისა და მისი გარდაქმნის კანონების ექსპერიმენტულმა დასაბუთებამ რობერტ მაიერისა (1814—1878) და ჰელმჰოლცის (1821—1894) მიერ\*\*.

\* Н. И. Мухомелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, 1946.

\*\* Р. Мейер, Закон сохранения и превращения энергии, м. 1933; Г. Гельмгольц, О сохранении силы, м., 1934.

პონსელეს მიერ მიღებული ფორმულა არ არის ზუსტი, რადგან მასში გათვალისწინებული არაა თვით ძელის საკუთარი მასის გავლენა. შესწორება ამ საკითხში (რომელიც ემყარებოდა ცდებს) პირველად ტრედგოლდმა შეიტანა, ხოლო საკუთარი მასის გამთვალისწინებელი განზოგადოებული ფორმულა კოკსმა [212] ჩამოაყალიბა. კოკსის დამსახურება ამ შემთხვევაში უმთავრესად იმაში მდგომარეობს, რომ დარტყმის მიმდებარე ძელის თანაბრად განაწილებული საკუთარი მასის გავლენა გამოხატა ე. წ. დაყვანილი მასით, რითაც თავისუფლების მრავალი ხარისხის მქონე ძელის თანაბრად განაწილებული საკუთარი მასის გავლენა დაიყვანა თავისუფლების ერთი ხარისხის მქონე (ერთუცნობიან მარტივ) ამოცანაზე. ეს მეთოდი დღესაც დიდ გამოყენებას პოულობს სამშენებლო მექანიკაში (ნაგებობათა დინამიკაში).

ძელის თანაბრად განაწილებული მასის გავლენის საკითხი უფრო სრულყოფილად დააყენა და დაამუშავა საფრანგეთის გზებისა და ხიდების სახელგანთქმულმა ინჟინერმა სენ-ვენანმა. მაგრამ ძელზე დარტყმის ნედარებით უფრო სრულყოფილი მეთოდი სენ-ვენანისა [213] შეიცავს ზოგიერთი არსებითი ხასიათის მქონე მოვლენათა უგულვებელყოფას. მაგალითად, ავტორი არ ითვალისწინებს დამრტყმელი ტანის (ძელიდან) მოსალოდნელი არეკვლისა და ამ ტანის ძელზე კვლავ დარტყმის შემთხვევას. მისი აზრით, დამრტყმელი ტანი აუცილებლად რჩება ძელზე, ძელის მაქსიმალურად გაღუნვამდე მაინც. აღნიშნული ავტორი არ ითვალისწინებს ადგილობრივი დეფორმაციის (დარტყმის უშუალო უბანში მომხდარი დეფორმაციების) გავლენას, რომელიც, — როგორც იაპონელი მეცნიერების ტუცი და ნიშიდას ცდებმა [215] გვიჩვენა, იმაში მდგომარეობს, რომ დამრტყმელი ტანი ძელს აწვება არა მონოტონურად — უწყვეტლად, არამედ ახდენს მასზე რამდენიმე განმეორებით დარტყმასა და არეკვლას. ამ საკითხის ასეთნაირად, ახლებურად განხილვის ჩანასახი მოცემულია საბჭოთა მეცნიერის ლ. ი. მალამენტის შრომაში [12], ხოლო აღნიშნული პრობლემის უფრო ზუსტ მეცნიერულ და ადრინდელ დაყენებას ვხვდებით ს. პ. ტიმოშენკოს ნაშრომში [13]. იგივე საკითხს ეხება ნ. ნ. დავიდენკოვის ერთი სტატია [14]. ამ შინაარსობით აღსანიშნავია აგრეთვე ნ. ა. კილჩევსკის ფუნდამენტალური ნაშრომი [11], სადაც ნაჩვენებია თეორიული გამოთვლების დამთხვევა ტუცის და ნიშიდას ექსპერიმენტებით მიღებულ შედეგებთან. კილჩევსკის ამ შრომით აშკარად მტკიცდება, რომ განმეორებითი დარტყმების ეფექტი გამოწვეულია ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციების არსებობით დარტყმის უბანში.

ამიტომ სრულიად მცდარია ის ავტორი, რომელიც ფიქრობს, რომ შესაძლებელია მოხდეს განმეორებითი დარტყმის პრობლემის მიახლოე-

პითი მეთოდით გადაკრა ადგილობრივი დეფორმირების გათვალისწინების გარეშე [15—16]. ძელიდან დამრტყმელი ტანის არეკვლის პირობას სრულებით არ წარმოადგენს გამოსახულება

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 0. \quad (a)$$

ამ პირობას ყოველთვის აკმაყოფილებს თავისუფალ ან იძულებით რხევაში მყოფი სისტემა მაშინ, როდესაც სისტემა იმყოფება ე. წ. სტატიკური წონასწორობის ზონაში. ეს ისეთი მომენტია, როდესაც იძულებით რხევაში მყოფი ძელის ღერძი გალუნულია ( $y_{st}$ ) მანძილით. მაგრამ რადგან იგი გალუნულია ეს იმას ნიშნავს, რომ რხევაში მყოფი სისტემა ძელის ღერძს აწვება თავისი საკუთარი ( $Q$ ). წონით, თუმც მასის კინეტიკური აჩქარება აღნიშნული მომენტისათვის მართლაც ნულის ტოლია და მართლაც აკმაყოფილებს (a) გამოსახულებას. ამრიგად ის დრო, რომელიც მიიღება (a) პირობაზე დაყრდნობით არის არა დარტყმის პირველი ეტაპის დრო, არამედ ის დროა, რომელშიაც გამართულ მდებარეობაში მყოფი ძელის ღერძი დაიწყებს რა ღუნვას ჩაიღუნება სტატიკური ( $y_{st}$ ) მანძილით.

ჩვენ ზემოთ შევხებთ კერძო საკითხებს დარტყმის თეორიის განვითარების ისტორიიდან. ახლა გაგვაკეთოთ მოკლე მიმოხილვა დარტყმის იმ საკითხებზედაც, რომლებსაც განიხილავს უფრო ზუსტი მეთოდებით დარტყმის დინამიკური დრეკადობის თეორია.

დინამიკური დრეკადობის თეორიის ის ძირითადი განტოლებანი. რომლებიც გამოყენებას პოულობენ დარტყმით აღძრული დრეკადი ტალღების შესწავლის საქმეში, პირველად ჩამოაყალიბა ლამემ [17].

ლამეს დიფერენციალურ განტოლებებზე დაყრდნობით რეღეიმ, ლამბმა და ლიავემ მოახერხეს დარტყმით აღძრული ზოგიერთი სახეობის ტალღების გავრცელების კანონზომიერების დადგენა. ამ ტალღებს, მათი მეტად დიდი მნიშვნელობის გამო, ეწოდებათ ავტორთა გვარები (მაგალითად, რეღეის ტალღა, ლიავეს ტალღები და სხვ.). ამ მიმართულებით აღსანიშნავია საბჭოთა მეცნიერების სობოლევისა და სმიროვის [18, 19, 20] მიერ შექმნილი ახალი მეთოდი, ახალი სკოლა. დარტყმით აღძრული ტალღების გავრცელების კანონზომიერების გამოკვლევის საკითხში დიდ ყურადღებას იმსახურებს ქართველი მეცნიერის ვ. დ. კუპრაძის მონოგრაფიული ხასიათის კაპიტალური ნაშრომი [21]. აგრეთვე ლ. გ. მალნარაძისა და ვ. გ. გოგოლაძის სტატიები [22, 23, 24, 25].

დარტყმის თეორიის განვითარების ერთ-ერთ თანამედროვე საფეხურს საფუძველი ჩაუყარა საბჭოთა მეცნიერის ხ. ა. რახმატულინის შესანიშნავმა შრომებმა [26, 27, 28, 29]. ამ მიმართულებით საინტერესო შედეგებია მიღებული სხვა ავტორთა მიერაც [30, 32, 33, 37].

დარტყმის თეორიის განვითარების ეს ახალი საფეხური იმითაა საინტერესო, რომ იგი ემყარება დარტყმით აღძრულ არა მხოლოდ ტანის დრეკადობის თვისებებს, არამედ ტანის მასალის დრეკად-პლასტიკურ სტადიაში მუშაობასაც. აქ აღმოჩენილია როგორც დატვირთვის ტალღები, რომლებიც ცვალებადი სიჩქარით ვრცელდებიან, აგრეთვე განტვირთვის ტალღებიც.

საინჟინრო დარტყმის თეორიის განვითარების ახალ, თანამედროვე საფეხურად უნდა მივიჩნიოთ აგრეთვე საბჭოთა მეცნიერის ა. რ. რეინციანის [34, 36] და სხვათა ნაშრომები [37, 40].

როგორც ზემოთ უკვე იყო აღნიშნული, დარტყმის პროცესების შესწავლა საინტერესოა კიდევ იმ თვალსაზრისითაც, რომ დარტყმით აღძრული ჩქარი დეფორმირების შედეგად საგრძნობლად იცვლება მასალის მექანიკური მახასიათებლები. რადგან ამ მახასიათებლების წინასწარი ცოდნის გარეშე შეუძლებელია დარტყმის თეორიის ჩამოყალიბება, ამიტომ მეცნიერთა დიდი ნაწილი მუშაობდა და მუშაობს აღნიშნული საკითხის ექსპერიმენტულ შესწავლაზე. ამ მიმართულებით დღეისათვის თუმცა აურაცხელი ლიტერატურა მოგვეპოვება [42, 80], მაგრამ ჯერ კიდევ არ არსებობს ნათელი და ზუსტი წარმოდგენა სამშენებლო მასალების დინამიკური დეფორმირების კანონებზე, ერთის მხრივ თვით დარტყმის მოვლების მეტად სირთულისა და მეორეს მხრივ, თანამედროვე ექსპერიმენტული ტექნიკის საკმაოდ ჩამორჩენილობის გამო (დარტყმის პროცესთა კვლევის განხრით).

დარტყმის საკითხების ისტორიული მიმოხილვის თვალსაზრისით მკითხველს შეგვიძლია მივუთითოთ ი. მ. რაბინოვიჩის [81, 82], ს. ო. დობროგურსკის [83], ნ. ა. კილჩევსკის [11] და სხვ. [84], [166], [168], [249] შრომებზე.

დარტყმის თეორიის საინჟინრო საკითხებზე ბევრი სპეციალური დარგობრივი ლიტერატურაა დაწერილი. მოგვეყავს ზოგიერთი მათგანის დასახელება წიგნის ბოლოს.

## V. დარტყმის თეორიის სახეები

დარტყმის საკითხების შესწავლა ამჟამად ემყარება სამი სახის თეორიას (და მათგან გამომდინარე მეთოდებს): ენერგეტიკულს, ვიბრაციულს და ტალღურს.

გავარჩიოთ ისინი ცალ-ცალკე, მხოლოდ მათი ძირითადი ფაზიკური შინაარსის მიხედვით. რაც შეეხება მათ გამოყენებას და დარტყმის ფაქტორების გამოთვლის სპეციალურ მეთოდებს, ისინი გაშუქებული იქნებიან ქვემოთ—დარტყმის ყოველი კონკრეტული ამოცანის გადაწყვეტის დროს.

## ა) დარტყმის ენერგეტიკული თეორია

აღნიშნული თეორია ემყარება ფიზიკის მეცნიერულად დასაბუთებულ იმ მოსაზრებას, რომ ერთი სახის ენერგია გადადის (სიდიდით მისივე ექვივალენტურ) მეორე სახის ენერგიაში. ეს საშუალებას გვაძლევს, რათა დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური  $U$  ენერგია გავეუტოლოთ დეფორმაციის იმ პოტენციალურ  $\Pi$  ენერგიას, რომელიც გროვდება შეჯახებულ ტანებში მათი მაქსიმალურად დეფორმირების მომენტში, რაც მათემატიკურად ასე ჩაიწერება

$$\Pi = U. \quad (a)$$

ეს გამოსახულება რომ გარკვეული სახის განტოლებად გადავაქციოთ, ამისათვის საჭიროა ასეთი მეთოდის გამოყენება:

1) დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია უნდა გამოვხატოთ დამრტყმელი ( $m_1, m_2$ ) მასებისა და დარტყმის ფარდობით  $v$  სიჩქარეში, მაშინ გვექნება

$$U = \varphi_1(m_1, m_2, v);$$

2) დარტყმის პოტენციალური ენერგია უნდა გამოვსახოთ დარტყმის იმ ფაქტორში, რომელსაც ჩვენ ვეძებთ. მაგალითად, დარტყმის მაქსიმალურ ძალაში— $P_{max}$ , დეფორმაციაში— $\delta_{max}$ , მაქსიმალურ ძაბვებში:  $\sigma_{max}$ ,  $\tau_{max}$ , მლუნაე მომენტში— $M_{max}$  და ა. შ.

3) შევიტანოთ ენერგიის მნიშვნელობანი (ა) გამოსახულებაში, მაშინ ჩვენ მივიღებთ გარკვეული სახის ერთუცნობიან (დარტყმის ძალის, დეფორმაციის, ძაბვის და მლუნაეი მომენტის გამომთვლელ) განტოლებებს:

$$\begin{aligned} \varphi_2(P_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, v); & \varphi_4(\sigma_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, v); \\ \varphi_3(\delta_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, v); & \varphi_5(M_{max}) &= \varphi_1(m_1, m_2, v). \end{aligned}$$

ამრიგად, დარტყმის ენერგეტიკულ თეორიას საფუძვლად უდევს ორი ძირითადი მეცნიერული მონაცემი: ერთის მხრივ ენერგიის მარადულობისა და მისი გარდაქმნის კანონი, ხოლო მეორეს მხრივ კი სხვადასხვა სახის—კინეტიკურისა და დეფორმაციის ენერგიის გაზომვის (მათი ფორმულებში გამოხატვის) საშუალებანი\*.

დარტყმით აღძრული ფაქტორების რიცხვითი სიდიდეების გამოთვლის პირველი მეთოდები (ენერგეტიკული) მოგვცა პონსელემ [211] და კოქსმა [212]. წინამდებარე ნაშრომში ჩვენ ვიძლევიტ ამ მეთოდის შემდგომ განზოგადებას.

## ბ) დარტყმის ვიბრაციული თეორია

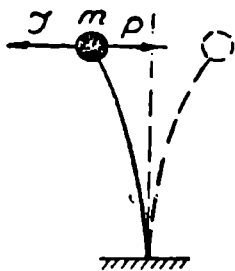
სიტყვა ვიბრაცია ლათინური სიტყვაა, რაც ქართულად რხევას ნიშნავს.

\* აღნიშნული თეორიის დადებითი მხარე მდგომარეობს მის სიმარტივეში, უარყოფითი კი გამოიხატება იმაში, რომ იგი ვერ ასახავს დარტყმის პროცესებს დროში.



დარტყმის ზოგიერთი ამოცანის გარჩევისას, დამრტყმელი ტანი შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც ერთ ან რამდენიმე წერტილში შეყურსული (თავმოყრილი) ნივთიერი მასა, რომელიც გარკვეული დროის განმავლობაში შეხებაში იმყოფება დარტყმის ობიექტთან. ამ გაგებით, დარტყმა შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც დამყარებული რხევის კერძო სახე, რომელიც დროის თუმც მცირე, მაგრამ მაინც გარკვეულ მონაკვეთში მიმდინარეობს.

დამყარებული თავისუფალი რხევა, მაგალითად, „უწონადო“ დრეკად ღეროს ბოლოზე დამაგრებული  $m$  მასისა (ნახ. 1) შეგვიძლია შევადაროთ ისეთ ხელსაწყოს, რომელშიაც განუწყვეტლივ წარმოებს  $m$  მასის კინეტიკური ენერგიის გარდაქმნა ღეროს დრეკადი დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში და პირიქით. ენერგიის ასეთი გარდაქმნა ერთი ფორმიდან მეორეში ხასიათდება ღეროს დრეკადი ძალისა და რხევაში მყოფი მასის ინერციის ძალების გამომჟღავნებით.



ნახ. 1.

ეს ისეთი ძალებია, რომლებიც რიცხობრივად (დროის ყოველ მომენტში) ურთიერთის ტოლია, ხოლო მიმართულებით კი ურთიერთის საწინააღმდეგო. ამ ორი ძალის სიდიდეთა ურთიერთთან გატოლება უკვე გვაძლევს ვიბრაციული თეორიის ძირითად მათემატიკურ აზრს

$$I = P.$$

თუმცა, ეს განტოლება ჯერ კიდევ გაურკვეველია, რადგან  $I$  (ინერციის ძალა) და  $P$  (ღეროს დრეკადი ძალა) არ არიან გამოხატულნი მათ შესაბამის ცნობილ ფაქტორებში.

დიდი ინგლისელი მეცნიერი ნიუტონი (1643—1726) პირველი იყო, რომელმაც მოძრავი ტანის  $m$  მასა და მისი  $a$  აჩქარება დააკავშირა ტანზე მოქმედ ძალასთან

$$I = a \cdot m.$$

ნიუტონის ამ გამოსახულებას ცნობილმა ეილერმა (1707—1783) ანალიზური სახე მისცა, რადგან იგი დიფერენციალურ ფორმაში გამოხატა

$$I = m \frac{d^2 \delta}{dt^2},$$

რითაც შესაძლებელი გახდა დინამიკური ძალის, მასის და მისი ცენტრის  $\delta$  გადაადგილების ურთიერთდაკავშირება  $t$  დროში. შემდეგ, ფრანგმა

მეცნიერმა ე. დალამბერმა (1717—1783) გამოიხატა ისეთი მეთოდი, რომ დინამიკის (ინერციის ძალებთან დაკავშირებული) ამოცანები სტატიკური ხასიათის ამოცანების ამოხსნის გზა-ხერხამდე დაეყვანათ ( $I = P$ ). ყოველივე ამით თუმცა შეიქმნა პირველი საწყისები ვიბრაციული თეორიის ჩამოსაყალიბებლად, მაგრამ მხოლოდ მათი დახმარებით ჯერ კიდევ შეუძლებელი იყო დრეკადი სისტემების რხევითი პროცესების ასახვა, რადგან განტოლებაში შემავალი უცნობთა რიცხვი მეტი იყო განტოლებათა რიცხვზე. საჭირო გახდა აგრეთვე რხევაში მყოფი სისტემის დრეკადი  $P$  ძალისა და მისი შესაბამისი  $\delta$  დრეკადი გადაადგილების ურთიერთთან დაკავშირებაც, რომელიც მხოლოდ მასალათა გამძლეობის განვითარებით მოხერხდა და რამაც ფრანგ მეცნიერს ლაგრანჟს (1736—1813) შესაძლებლობა მისცა შეექმნა (თავის „ანალიზური მექანიკა“-ში) თანამედროვე ვიბრაციული თეორიის ძირითადი საფუძვლები.

ვიბრაციული თეორიის გამოყენება დარტყმის საკითხების შესწავლის საქმეში პირველად მოგვცა ფრანგმა მეცნიერმა სენ-ვენანმა [213], [214]. მრავალი შეყურსული მასის მქონე „უწონადო“ ძელზე დარტყმის პრობლემა ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით დააყენა კ. ს. ზავრიევი [99] და მოგვცა მისი ამოხსნის მეთოდური მითითებანი. ამ პრობლემის საბოლოო დამუშავება და მისი განზოგადება ასახულია გ. ქარცივადის ნაშრომებში [101, 104].

დარტყმის ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით ჩვენს მიერ (ზავრიევის ხელმძღვანელობით) გამოყვანილი იქნა დარტყმის საანგარიშო „დინამიკური კოეფიციენტის“ ის ფორმულები\*, რომლებიც ჩვეულებრივ გამოყავთ ხოლმე ენერგეტიკული თეორიით, მსგავსად პონსელესა და კოკსისა. ანალოგიური საკითხის განხილვას ვხვდებით ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით ნ. კ. სნიტკოს წიგნში [15].

დარტყმის ვიბრაციული თეორიის თანამედროვე დიდ მიღწევად უნდა ჩაითვალოს ე. წ. ადგილგბრივი დეფორმაციების გათვალისწინება დარტყმის მოვლენების შესწავლის დროს. ამ თეორიამ საუკეთესოდ ასახა იაპონელი მეცნიერების ტუცისა და ნაზიდას [215] მიერ სპეციალური ცდებით შენიშნული განმეორებითი დარტყმები. ამ მიმართულებით საინტერესოა ს. პ. ტიმოშენკოს [13], ნ. ნ. დავიდენკოვის [14] და განსაკუთრებით ნ. ა. კილჩევსკის [11] ნაშრომები. ყურადღებას იმსახურებს აგრეთვე გ. ქარცივადის სადისერტაციო ნაშრომი [101], რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციებს, არამედ აგრეთვე ძელზე დამაგრებული რამდენიმე შეყურსული მასის გავლენასაც.

\* გ. ნ. რაზმაძე, „რა არის ძალა და ძალის გამოთვლა თავისუფალი მასების შეჯახებისას“ (ხელნაწერი—დისერტაციის ვარიანტი, 1940).

დარტყმის ვიბრაციული თეორიით ჩვეულებრივ ჯერ საზღვრავენ-  
დრეკად დეფორმაციებს, ხოლო შემდეგ კი გადადიან დარტყმის ძალისა-  
და სხვა ფაქტორების განსაზღვრაზე. წინამდებარე ნაშრომში მოცემუ-  
ლია პირველი ცდები იმისა, რათა შედგეს არა მხოლოდ დეფორმაციე-  
ბის გამომთვლელი დიფერენციალური განტოლებანი (როგორც ამას მი-  
მართავენ სამშენებლო მექანიკაში ვიბრაციების შესწავლის მიზნით), არა-  
მედ აგრეთვე დარტყმის ძალისა, მლუნავი მომენტისა და მგრეხავი მო-  
მენტის უშუალოდ გამომთვლელი დიფერენციალური განტოლებებიც.

ვიბრაციული თეორიის დადებითი მხარე ენერგეტიკულ თეორიასთან  
შედარებით იმაში მდგომარეობს, რომ იგი საშუალებას გვაძლევს ავსა-  
ხოთ დარტყმის პროცესის მიმდინარეობა დროში. მის ძირითად ნაკ-  
ლად იმასა თვლიან, რომ ეს თეორია ვერ ითვალისწინებს დარტყმით-  
აღძრული ტალღების გავრცელების გავლენას დროში.

### გ) დარტყმის ტალღური თეორია

მდორე წყალში რომ ქვა ჩაეაგდოთ, მასში აღიძვრიან ტალღები,  
რომელთა გავრცელების სიჩქარე სრულებით არ არის დამოკიდებული  
არც ქვის ზომაზე და არც მისი წყალში ჩაგდების სიჩქარეზე. იგივე ით-  
ქმის ჰაერში აღძრული ბგერითი ტალღების შესახებაც, მათი გავრცელე-  
ბის სიჩქარე არ არის დამოკიდებული ბგერის წყაროს სიძლიერეზე-  
მსგავს შემთხვევას ადგილი აქვს აგრეთვე მყარ დრეკად ტანებში დარტყ-  
მით აღძრული დრეკადი დეფორმაციის ტალღების გავრცელების დრო-  
საც. მცირე სიჩქარით მოვახდენთ ლეროს ბოლოზე დარტყმას თუ დიდი  
სიჩქარით \*სულ ერთია, დარტყმით აღძრული დრეკადი ტალღები ლე-  
როს გასწვრივ [გავრცელებიან მაინც ერთი გარკვეული სიჩქარით.

დარტყმით აღძრული ტალღების გავრცელების სიჩქარე თუ გარკვე-  
ული გარემოსათვის სტაბილურია, სამაგიეროდ შესაძლებელია ცვალება-  
დი იყოს ტალღათა ამპლიტუდის სიდიდეები. ამ გაგებით, არსებობს  
როგორც სუსტი, აგრეთვე დარტყმის ძლიერი ტალღები, რომელთა სი-  
დიდე დიდად არის დამოკიდებული დარტყმითი წყაროს სიძლიერეზე  
და წყაროდან დაშორების მანძილზე.

რაიმე უწყვეტი გარემოს ( $x, y, z$ ) !წერტილის მცირე სიდიდის ( $u,$   
 $v, w$ ) დეფორმაციული გადაადგილებანი აისახება დრეკადობის თეორი-  
ის ასეთი დიფერენციალური განტოლებებით:

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

სადაც:  $X_x, X_y, X_z,$   
 $Y_x, Y_y, Y_z,$   
 $Z_x, Z_y, Z_z$

არის ის ნორმალური და მხები ძაბვები, რომლებიც დარტყვითი ტალღების გავრცელების შედეგად ვითარდებიან ( $x, y, z$ ) წერტილის, როგორც ცენტრის ირგვლივ პირობით გამოკვეთილი უსასრულოდ მცირე ზომების მქონე კუბის წახნაგებზე,  $\rho$  — გარემოს სიმკვრივე, ანუ ერთეული მოცულობის მასა, ხოლო  $t$  არის დრო, რომელიც დარტყმის პროცესის მიმდინარეობასთან არის დაკავშირებული (რაც შეეხება მოცულობით ძალებს, გარდა ინერციის ძალებისა, აღნიშნულ განტოლებებში უგულებელყოფილია).

იმ მიზნით, რათა მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები გამოდგენ დარტყვით აღძრული ფაქტორების შესასწავლად, ამისათვის საჭიროა წინასწარი ცოდნა იმისა, თუ როგორი ფუნქციონალური დამოკიდებულება არსებობს დარტყვით აღძრულ ძაბვებსა და ამ ძაბვების შესაბამის ფარდობით დეფორმაციებს შორის. პეცნიერების განვითარების თანამედროვე დონეზე, ეს საკითხი წმინდა ექსპერიმენტული ხასიათისაა და პრობლემა როდია გადაჭრილი მთელი რიგი სამშენებლო მასალებისა და მათი სხვადასხვა სტადიაში მუშაობისათვის. გარდა ამისა, დარტყმის ტალღური თეორიის მთავარი მათემატიკური ხასიათის სირთულე მდგომარეობს სათანადო დიფერენციალური განტოლებების ისეთი სახის ინტეგრალების მოძებნაში, რომლებიც დაკმაყოფილებენ არა მარტო მოცემულ დიფერენციალურ განტოლებებს, არამედ აგრეთვე, რაც მთავარია, იმ საწყის და სასაზღვრე პირობებსაც, რომლებიც გამომდინარეობენ ყოველი კონკრეტული ამოცანის თავისებურებებიდან.

საკითხი კიდევ უფრო რთულდება, როდესაც დარტყვით აღძრულ ძაბვებსა და მათ შესაბამ ფარდობით დეფორმაციებს შორის არსებობს არაწრფივი ფუნქციონალური დამოკიდებულება, მაშინ, როდესაც ტანი მუშაობას იწყებს დრეკად-პლასტიკური დეფორმირების სტადიაში.

წინამდებარე ნაშრომში ჩვენ ვახდენთ ბრტყელი დრეკადი ტალღების შესწავლის სენ-ვენანის მეთოდების გავრცელებას დარტყვით აღძრული სუფთა ძვრისა და გრეხის ჯერ კიდევ შეუსწავლელ საკითხებზე.

## ბანყოფილება პირველი

# დაკვეთითი კუმშვა და გაჭიმვა

### თავი პირველი

#### აბსოლუტურად მყარი ბანის დაკვეთა უწონადო ღრუბელ სისხმეებზე

##### § 1. საკითხის დაშვება და დაკვეთის საანგარიშო სქემის შედგენა

როდესაც მყარი ტანი ეცემა რეზინის ბალიშზე, მაშინ შესაძინევ დეფორმირებას მხოლოდ ბალიში განიცდის, ამიტომ მყარი ტანი შეგვიძლია მივიჩნიოთ აბსოლუტურად მყარ ტანად, ხოლო რეზინის ბალიში კი აბსოლუტურად დრეკადად. თუ დარტყმის ამოცანის გამარტივების მიზნით, უგულებელვყოფთ რეზინის ბალიშის საკუთარი მასის გავლენას, მაშინ ბალიშის სახით ჩვენ საქმე გვექნება უწონადო, დრეკად გარემოსთან (სისტემასთან). ასეთივე სახის მსჯელობა შეგვიძლია ჩავატაროთ იმ დრეკად ზამბარაზედაც, რომელიც განიცდის მყარი ტანის დარტყმას. სრულიად ანალოგიური აზრი შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ იმ დრეკად ძელზედაც, რომელსაც მყარი ტანი ეჯახება განივად.

განხილული სამი და სხვა მრავალი დარტყმის ანალოგიური შემთხვევა შესაძლებელია განვაზოგადოთ. აქ ზოგადია ის, რომ დამრტყმელი ტანი თითქოს იყოს აბსოლუტურად მყარი, ე. ი. უდეფორმირო, ხოლო დარტყმის მიმღები სისტემები კი (მაგალითად, რეზინის ბალიში, ზამბარაკი, ძელი და სხვ.) აბსოლუტურად დეფორმადი—დრეკადი და თანაც უწონადო.

როდესაც დამრტყმელი ტანი აბსოლუტურად მყარია, მაშინ, დარტყმის თვალსაზრისით, საინტერესოა მხოლოდ მისი  $m$  მასის სიდიდე, დარტყმის  $v$  სიჩქარე და მიმართულება; თუ დარტყმის მიმღები გარემო (სისტემა) აბსოლუტურად დრეკადადაა მიჩნეული, მაშინ საინტერესოა მხოლოდ მისი დრეკადობის ფუნქცია, ე. ი. ის დამოკიდებულება, რომელიც

უნდა არსებობდეს დარტყმის ძალასა და ამ ძალის მიერ გამოწვეულ დრეკად გადაადგილებას (დრეკადი სისტემის შეკუმშვას ან გაქიმვას) შორის. ვიგულისხმობთ, რომ ეს ფუნქციონალური დამოკიდებულება წინასწარ არის მოცემული ზოგადი სახით

$$\delta = f(P), \tag{1-1}$$

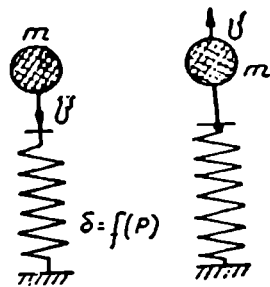
ახ

$$P = F(\delta),$$

სადაც  $\delta$  არის დრეკადი სისტემის დეფორმირების ხაზოვანი სიდიდე, რომელიც გამოწვეულია რაიმე  $P$  ძალის მიერ.

თუ დრეკად სისტემას პირობით გამოვხატავთ დაკლანკილი ხაზით, ხოლო დამრტყმელ ტანს კი წრიულით, მაშინ მივიღებთ დარტყმის საანგარიშო ისეთ თეორიულ სქემას (ნახ. 2), რომელზედაც შესაძლებელია დაყვანილი იქნეს დარტყმის მრავალი, მაგრამ ურთიერთის ანალოგიური კონკრეტული შემთხვევა. მაგალითად, დარტყმა უწონადო ძელზე, კონსოლის ბოლოზე, ზამბარაზე და გაქიმულ სიმზე შეგვიძლია მოვაქციოთ დარტყმის ამოცანათა ერთ ჯგუფში. ეს ამოცანები ურთიერთის ანალოგიურია იმ გაგებით, რომ დარტყმის ძალის სიდიდე ასეთ შემთხვევებში დამოკიდებულია დარტყმის წერტილის დრეკადი გადაადგილების კანონზე.

როგორც დამრტყმელი ტანის (ანუ დამრტყმელი მასის) სიჩქარე ხასიათდება სიდიდით და მიმართულებით (გეზით), სრულიად იგივე ითქმის დრეკად გარემოზედაც. ისიც ხასიათდება არამართო დეფორმაციის სიდიდით, არამედ აგრეთვე გადაადგილების მიმართულებითაც. მაგალითად, თარაზული მდებარეობის მქონე ძელზე რომ ირიბი დარტყმა მოვახდინოთ, დარტყმის წერტილი ძელისა მხოლოდ შვეულად გადაადგილდება. ასეთი გარემოების გამო ჩვენ ვიგულისხმებთ, რომ დარტყმის საანგარიშო სიჩქარის გეზი ყოველთვის ემთხვევა დრეკადი სისტემის დეფორმირების მიმართულებას\*.



ნახ. 2.

პირველი თავის პირველ, მეორე, მესამე, მეოთხე და მეხუთე პარაგრაფში ჩვენ ჩამოვყავალიბებთ დარტყმის ძალისა და დარტყმით აღძრული დეფორმაციის გამომთვლელი განტოლებების შედგენის საერთო წესებს, ხოლო დანარჩენ პარაგრაფებში კი განვიხილავთ პრაქტიკული ხასიათის მქონე წრფივ და არაწრფივ ამოცანებს.

\* ირიბი დარტყმის შემთხვევაში საანგარიშოდ ავიღებთ დარტყმის სიჩქარის იმ მდგენელს, რომელიც ემთხვევა დრეკად გადაადგილებას.

§ 2. დარტყმის ძალისა და დეფორმაციის გაგომთვლა  
ენერგეტიკული თეორიით

ვთქვათ, რომ  $m$  მასა მკუმშავ დარტყმას აწარმოებს  $\delta$  დრეკად სისტემაზე \* სიჩქარით. ვიპოვოთ დეფორმაციისა და დარტყმის ძალის მაქსიმალური სიდიდეები, თუ დრეკადი სისტემის  $\delta$  დეფორმაციასა და დარტყმის  $P$  ძალას \* შორის არსებობს ასეთი ზოგადი დამოკიდებულება:

$$\delta = f(P) \text{ ან } P = F(\delta).$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U, \quad (a)$$

სადაც  $\Pi$  არის დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია, ანუ ის ენერგია, რომელიც გროვდება დარტყმის მიმღებ დრეკად გარემოში დარტყმის მაქსიმალური ძალისა და მაშასადამე დარტყმით გამოწვეული მაქსიმალური დეფორმაციის წარმოშობის მომენტში,

$U$ —დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგიაა.

მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის თანახმად, დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია შესაძლებელია გამოვხატოთ როგორც  $\delta_{max}$  დეფორმაციაში, აგრეთვე დარტყმის  $P_{max}$  ძალაშიაც, ამიტომ ერთ შემთხვევაში

$$\Pi = \int_{\delta_0}^{\delta_{max}} P d\delta, \quad (b)$$

მეორე შემთხვევაში კი

$$\Pi = \int_{p_0}^{p_{max}} P dp, \quad (c)$$

სადაც  $\delta_0$  არის დრეკადი გარემოს ის წინასწარი დრეკადი დეფორმაცია, რომელიც შესაძლებელია ჰქონოდა დარტყმის მიმღებ სისტემას დარტყმის დაწყების მომენტში,

$P_0$ —დრეკადი გარემოს წინასწარი დაკიმულობაა. \*\*

თუ (a) განტოლებაში შევიტანთ (b) გამოსახულებას, მაშინ მივიღებთ მაქსიმალური დეფორმაციის განმსაზღვრელ განტოლებას

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{max}} P d\delta = U, \quad (1-2)$$

\* სიტყვა დარტყმის ძალაში ჩვენ ხშირად ვგულისხმობთ დარტყმის მიმღები დრეკადი გარემოს დრეკადობის შიგა ძალასაც, რადგან ისინი რიცხობრივად ურთიერთის თანატოლია ყოველთვის.

\*\*  $p_0$  არის ისეთი რეაქტიული ძალა, რომელიც დარტყმის პროცესში არ აწარმოებს მუშაობას (გადაადგილებას).

სადაც ჩაისმის  $P = F(\delta)$  და  $U = \frac{1}{2}mv^2$ .

როდესაც (ა) ტოლობაში ჩავსვამთ (ც) მოცემულობას, მაშინ გვექნება დარტყმის მაქსიმალური ძალის განმსაზღვრელი განტოლება:

$$\int_{P_0}^{P_{max}} P d\delta = U, \quad (1-3)$$

სადაც ჩაისმის

$$d\delta = f^{-1}(P) dp, \quad U = \frac{1}{2}mv^2.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხოვანია

$$\delta = \alpha P^n, \quad P = \left(\frac{\delta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}}$$

მაშინ დეფორმაციისა და დარტყმის ძალის (1-2) და (1-3) განტოლებები ასეთ სახეს მიიღებენ:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{max}} \left(\frac{\delta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}} d\delta = U;$$

$$\int_{P_0}^{P_{max}} P \cdot \alpha \cdot n \cdot P^{n-1} \cdot dp = U,$$

საიდანაც მაქსიმალური დეფორმაცია და ძალა შესაბამისად ტოლია:

$$\delta_{max} = \left[ \frac{(n+1)}{n} \cdot U \cdot \alpha^{\frac{1}{n}} + \delta_0 \cdot \frac{n+1}{n} \right]^{\frac{n}{n+1}}, \quad (1-4)$$

$$P_{max} = \left[ \frac{(n+1)}{\alpha n} \cdot U + P_0^{n+1} \right]^{\frac{1}{n+1}}, \quad (1-5)$$

სადაც  $\alpha$  არის დრეკადი გარემოს დეფორმაცია გამოწვეული ერთეული ძალის მიერ,

$n$ —მთელი ან წილადი დადებითი რიცხვი.

თუ დრეკადი სისტემები დაუქიმავე მდგომარეობაშია ე. ი.  $\delta_0 = P_0 = 0$ , მაშინ (1-4) და (1-5) ფორმულები გეძალდება:

$$\delta_{max} = \left[ \frac{(n+1)}{n} \cdot U \cdot \alpha^{\frac{1}{n}} \right]^{\frac{n}{n+1}} \quad (1-6)$$

$$P_{max} = \left[ \frac{(n+1)}{\alpha n} \cdot U \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (1-7)$$



როდესაც  $n=1$ , ე. ი. დეფორმაციასა და ძალას შორის არსებობს წრფივი ფუნქციონალური დამოკიდებულება, მაშინ (1-6) და (1-7) ფორმულები ასე მარტივდება:

$$\delta_{max} = \sqrt{2\alpha U}; \quad (1-8)$$

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2U}{\alpha}}, \quad (1-9)$$

სადაც

$$U = \frac{1}{2}mv^2.$$

რადგან დეფორმაციის ფუნქცია (1-1) წინასწარ მოცემულია, ამიტომ სავალდებულო არაა ორივე (დეფორმაციისა და დარტყმის ძალის გამომთვლელი) განტოლების შედგენა. სრულიად საკმარისია ერთ-ერთი მათგანი. თუ ვიცით, მაგალითად,  $P_{max}$  დარტყმის ძალა, მაშინ ადვილად გავიგებთ მის შესაბამის დეფორმაციასაც დამოკიდებულებით

$$\delta_{max} = f(P_{max}).$$

ზემოთ მიღებულ განტოლებებსა და ფორმულებში არ არის გათვალისწინებული არც დარტყმის მიმღები გარემოს საკუთარი მასის გავლენა და არც დამრტყმელის საკუთარი წონა. გავარჩიოთ ეს საკითხიც.

დრეკადი სისტემის საკუთარი მასის გავლენა (დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით) იმაში მდგომარეობს, რომ დარტყმაზე იხარჯება დამრტყმელი ტანის არა მთელი ( $mv^2:2$ ) ენერგია, არამედ მხოლოდ მისი ნაწილი. დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენა (თუ დარტყმისა და დეფორმაციის მიმართულება ერთხვევია მიმზიდველობის მიმართულებას) იმაში გამოიხატება, რომ დამრტყმელი ტანის კინეტიკური ენერგია იზრდება სიდიდით

$$U_1 = Q \cdot \delta_{max}, \quad (1-10)$$

სადაც  $Q$  არის დამრტყმელი ტანის წონა, ხოლო

$\delta_{max}$ —დრეკადი სისტემის ის მაქსიმალური დეფორმაცია, რომელიც გამოწვეულია მხოლოდ დარტყმისაგან.

დარტყმის მიმღები დრეკადი გარემოს საკუთარი მასის გავლენის გათვალისწინების მიზნით გულისხმობენ, რომ დრეკადი გარემოს მთლიანი მასის ერთი გარკვეული ნაწილი (ე. წ. დაყვანილი მასა) მოთავსებულია თვით დარტყმის წერტილში (ნახ. 3). გარდა ამისა უშვებენ, რომ აღნიშნული დაყვანილი მასა მოძრაობს დამრტყმელი ტანის მასასთან ერთად დარტყმის მაქსიმალური ძალის (ანუ დარტყმის მაქსიმუმის) განვითარებაამდე მაინც. დარტყმის დასაწყისში, ჯერ დაყვანილი მასის დაძლევა,

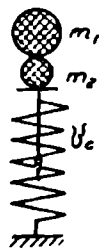
ე. ი. მისი ამოძრავება უნდა მოხდეს, რომლის დროსაც დამრტყმელი ტანის  $m_1$  მასა და დარტყმის მიმღები სისტემის დაყვანილი  $m_2$  მასა ერთ საერთო  $v_c$  საშუალო სიჩქარეს მიიღებს. ძრავობის რაოდენობის მუდმივობის კანონის თანახმად

$$(m_1 + m_2)v_c = m_1 v,$$

საიდანაც

$$v_c = \frac{v}{1 + \frac{m_2}{m_1}}. \quad (1-11)$$

რადგან ეს სიჩქარე ცნობილია, ამჯერად დარტყმაზე დაიხარჯება არა  $(m_1 v^2 : 2)$  ენერგია, არამედ მისზე ნაკლები, სახელდობრ



ნახ. 3.

$$U = (m_1 + m_2) \frac{v_c^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}. \quad (1-12)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების, (1-10) ფორმულისა და (1-3) განტოლების თანახმად, დაყვანილი მასისა და დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენათა გამოთვლისწინებელი დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\int_{P_0}^{P_{max}} P \cdot d\delta = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} + Q \cdot \delta_{max},$$

ანუ, რადგან  $\delta_{max} = f(P_{max})$ ,

ამიტომ

$$\int_{P_0}^{P_{max}} P \cdot d\delta - Q \cdot f(P_{max}) = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}, \quad (1-13)$$

სადაც უნდა ჩავსვათ  $d\delta = f^1(P) dP$ .

იმ შემთხვევაში, როდესაც დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხობანია, ე. ი. გვაქვს:

$$\begin{aligned} \delta &= \alpha P^n; & d\delta &= \alpha n P^{n-1} dP; \\ \delta_{max} &= \alpha P_{max}^n, \end{aligned}$$

მაშინ (1-13) განტოლება ლებულობს გარკვეულ კერძო სახეს

$$\frac{\alpha n}{n+1} (P_{max}^{n+1} - P_0^{n+1}) - \alpha Q \cdot P_{max}^n = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}. \quad (1-14)$$

თუ დეფორმაციის ფუნქცია წრფივია, ე. ი.  $n=1$ , მაშინ ეს უკანასკნელი განტოლება გვაძლევს

$$P_{max} = Q + \sqrt{Q^2 + P_0^2 + \frac{m_1 v^2}{\alpha \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (1-15)$$

როდესაც დარტყმა თარაზულად წარმოებს და ამრიგად გამორიცხულია საკუთარი წონის გავლენა ( $Q=0$ ), მაშინ (1-15) ფორმულა უფრო მარტივდება

$$P_{max} = \sqrt{P_0^2 + \frac{m_1 v^2}{\alpha \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (1-16)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებით ირკვევა, რომ როცა  $v=0$  (ე. ი. დარტყმას არ აქვს ადგილი), მაშინ  $P_{max}=P_0$ . აქედან კი აშკარაა,  $P_{max}$  არის დარტყმის ის დრეკადი ძალა, რომელიც აღიძვრის დრეკადი სისტემის შიგნით.

თუ (1-15) და (1-16) ფორმულების ერთად მხარეს გავყოფთ დამრტყმელი ტანის  $Q$  წონაზე, მივიღებთ ე. წ. დინამიკური კოეფიციენტის ფორმულებს: ვერტიკალური დარტყმის შემთხვევაში

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{P_0^2}{Q^2} + \frac{v^2}{g \delta_{st} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (1-17)$$

თარაზული დარტყმის დროს

$$\mu = \sqrt{\frac{P_0^2}{Q^2} + \frac{v^2}{g \delta_{st} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (1-18)$$

როდესაც დარტყმის მიმღები დრეკადი სისტემა წინასწარ დაუჭიშვია, ე. ი.  $P_0=0$ , მაშინ ეს უკანასკნელი გამოსახულებანი დაიყვანებიან ტექნიკურ ლიტერატურაში ცნობილ ფორმულებზე:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \delta_{st} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}; \quad (1-19)$$

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{g \delta_{st} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}, \quad (1-20)$$

სადაც  $\mu$  არის დინამიკური კოეფიციენტი, ე. ი. ის რიცხვი, რომელზედაც მრავლდება დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის ტოლი ძალის მიერ გამოწვეული სტატიკური ფაქტორები (წონა, სტატიკური დეფორმაცია, სტატიკური ძაბვა, ან სტატიკური მლუნავი მომენტი), რათა მივიღოთ შესაბამისი დინამიკური ფაქტორები;

$\nu$ —დარტყმის სიჩქარე დარტყმის დაწყების მომენტში;

$\xi$ —სიმძიმის ძალის აჩქარება;

$m_{\xi}$ —დამრტყმელი ტანის წონის ძალის მიერ გამოწვეული შეკუმშვადრეკადი გარემოსი;

$m_2$ —დარტყმის მიმღები სისტემის დაყვანილი მასა (რომლის გამოთვლის ხერხი ქვემოთ იქნება ნაჩვენები);

$m_1$ —დამრტყმელი ტანის მასა.

თუ  $d$  ასოთი აღვნიშნავთ დარტყმით განვითარებულ რაიმე ისეთ ფაქტორს, რომელიც მიღებულია დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენის გაუთვალისწინებლად, ხოლო  $d_{\xi}$  ასოთი კი დამრტყმელი ტანის წონას ძალის მიერ გამოწვეულ ანალოგიურ ფაქტორს, მაშინ დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გათვალისწინებით მიღებული ( $D$ ) ფაქტორი, (1-15) ფორმულის თანახმად (როცა  $P_0 = 0$ ), უნდა გამოიხატოს შემდეგი სახის საერთო ფორმულით

$$D = d_{\xi} + \sqrt{d^2_{\xi} + d^2}. \quad (1-21)$$

ეს ფორმულა სამართლიანია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ძალა-სა და მის მიერ გამოწვეულ გადაადგილებას შორის არსებობს წრფივი დამოკიდებულება:

$$\delta = \alpha P.$$

(1—21) ფორმულის სამართლიანობაზე გარკვევით მიუთითებს აგრეთვე გ. მ. ლეიტენი [105], რომელმაც აღნიშნული ფორმულის მსგავსი გამოხატულება ჩამოაყალიბა ძელებზე თანაბრად განაწილებული მასით დარტყმის შემთხვევისათვის.

### § 3. დარტყვითი დეფორმაციის ფუნქციების შესახებ

დარტყმის ფაქტორების (ძალის, დეფორმაციის და ძაბვების) რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა დამოკიდებულია არა მხოლოდ დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერჯიის რაოდენობაზე, არამედ, რაც მთავარია, იმ კანონზედაც, რომელიც უნდა არსებობდეს დარტყმის ძალასა (უფრო ზუსტად—დარტყმით გამოწვეულ შიგა ძალასა) და ამ ძალის.

მოქმედების მიმართულებით მოხდენილ  $\delta$  გადაადგილებას შორის; ჩვენ წინასწარ უნდა ვიცოდეთ დარტყმითი დეფორმაციის ფუნქცია  $\delta = f(P)$  იმ გარემოსათვის, რომელიც ღებულობს დარტყმას.

დეფორმაციის აღნიშნული ფუნქციის სახე დამოკიდებულია, ერთის მხრივ, დარტყმის მიმღები გარემოს გეომეტრიაზე (მის ფორმაზე), მეორეს მხრივ კი იმ კანონზე, რომელიც უნდა არსებობდეს დარტყმის მიმღები ტანის შიგნით განვითარებულ ძაბვებსა და ამ ძაბვების შესაბამის ფარდობით დეფორმაციებს შორის. დინამიკური დეფორმაციების ამ კანონის გამოკვლევა უმთავრესად ექსპერიმენტული ხასიათის პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის და ღღისათვის იგი ჯერ კიდევ არ არის სრულყოფილად დამუშავებული მთელი რიგი სამშენებლო მასალებისათვის.

დინამიკური დეფორმაციების კანონების გამოკვლევაზე ჩატარებული მრავალრიცხოვანი ცდები [42—80] ძირითადად ამტკიცებენ შემდეგს:

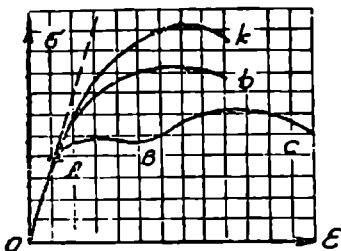
1. დარტყმითი გაჭიმვის (ან კუმშვის)  $OAD$  დიაგრამა (დიაგრამა, რომელშიაც დაკავშირებულია დარტყმით აღძრული ძაბვების ცვალებადობა მათ შესაბამე ფარდობით დეფორმაციათა ცვალებადობასთან) ყოველთვის უფრო მაღლაა მოთავსებული თავისი ნაწილებით ვიდრე სტატიკური (თანდათანობით მზარდი) ძალის შესაბამისი  $OABC$  დიაგრამა (ნახ. 4—5); 2. დეფორმაციის სიჩქარის ზრდასთან ერთად დიაგრამა მიისწრაფის გასწორხაზებისაკენ და მასზე სრულიად ისპობა ე. წ. დენადობის უბანი (ნახ. 4); 3. ტანი, რომელიც სტატიკურად დეფორმირების დროს პლასტიკურობით (დენადობის მდგომარეობით) ხასიათდებოდა, ხდება ფიცხი-მყიფე-მსხვრევადი; 4. თუ მასალა სტატიკური დეფორმირების დროს ხასიათდება ე. წ. პროპორციულობის  $OA$  უბნით, მაშინ სწრაფი დეფორმირების დროსაც ეს უბანი წრფივი ე. ი. სწორხაზოვანი რჩება და გარდა ამისა დინამიკური დეფორმირების დრეკადობის  $E$  მოდული, მაგალითად ფოლადისა, ინარჩუნებს თავის სტატიკურ მნიშვნელობას  $E_{\text{დინ}} = E_{\text{სტ}}$ ; 5. თუ რომელიმე მასალის დეფორმირების დიაგრამა (მაგალითად, ბეტონის) სტატიკურად დეფორმირების დროს საერთოდ მრუდწრიული ფორმის არის, მაშინ ჩქარი დეფორმირების დროს დიაგრამა მიისწრაფის გასწორხაზებისაკენ (ნახ. 5), რაც იმას ნიშნავს, რომ სტატიკური თვალსაზრისით არადრეკადი მასალა დრეკადი ხდება დინამიკური (სწრაფად მზარდი ძალით) დეფორმირებისას.

თუ საცდელი ნიმუშის მეტად სწრაფად შეკუმშვისას, რაც სწრაფად მზარდი მკუმშავი ძალის ქმედებას ნიშნავს, ნიმუში ვეღარ ასწრებს სათანადო დეფორმაციის მიღებას, მაშინ კუმშვის ამსახველი დიაგრამა ღებულობს უფრო გაშლილი მრუდის ფორმას.

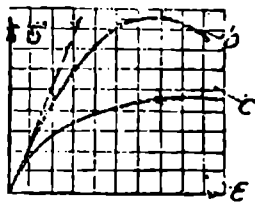
ცდების ზემოთ მოყვანილი მონაცემებიდან ასკენიან, რომ მრავალი მასალისათვის ჰუკის ცნობილი სტატიკური კანონი

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \quad (1-22)$$

რომლითაც  $\sigma$  ნორმალური ძაბვა წრფივად და დაკავშირებული ძაბვის შესაბამის  $\epsilon$  ფარდობით დეფორმაციასთან  $E$  დრეკადობის მოდულის რა-



ნახ. 4.



ნახ. 5.

გორც პროპორციულობის კოეფიციენტის მეშვეობით, ძალას ინარჩუნებს აგრეთვე დინამიკური დეფორმირების (ანუ დარტყმის) დროსაც. იგივე ითქმის იმ კანონზედაც, რომლითაც  $\tau$  მხები ძაბვა დაკავშირებულია მის შესაბამის  $\epsilon$  ძვრის ფარდობით დეფორმაციასთან  $G$  ძვრის დრეკადობის მოდულის მეშვეობით

$$\tau = G \cdot \epsilon. \quad (1-22a)$$

წინამდებარე ნაშრომში განხილულია დარტყმის მხოლოდ ისეთი შემთხვევები, როდესაც დარტყმის მიმღები ტანები მუშაობენ პროპორციულობის ფარგლებში, მეორენაირად რომ ვთქვათ, ჩვენ განვიხილავთ დარტყმის მხოლოდ ისეთ შემთხვევებს, როდესაც დარტყმით დეფორმირებაში მყოფი ტანის მასალა ემორჩილება ჰუკის (1-22) და (1-22a) ცნობილ კანონს. მასალის დინამიკური დეფორმირების კანონი აქ წრფივია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ძაბვასა და მის შესაბამის ფარდობით დეფორმაციას შორის არსებობს პირდაპირი პროპორციული დამოკიდებულება. ამას ხაზს ეუსევამთ იმ მოსაზრების გამო, რომ მასალის მუშაობა დარტყმითი დეფორმირების დროს შესაძლებელია მიმდინარეობდეს აგრეთვე არაწრფივი კანონითაც. მაგალითად, დრეკად-პლასტიკური დარტყმების თეორიას სწორედ ასეთ არაწრფივ კანონებთან აქვს საქმე, ხოლო დინამიკური დრეკადობის თეორია კი სწავლობს მხოლოდ დრეკად ტალღებთან დაკავშირებულ მოვლენებს და ემყარება ჰუკის განზოგადოებულ წრფივ კანონებს (იმ კანონებს, რომელიც საფუძვლად უდევს სტატიკური დრეკადობის თეორიას).

მასალის უსასრულოდ მცირე ელემენტში მომხდარი დინამიკური დეფორმირების კანონის ცოდნა ჯერ კიდევ არ არის საკმარისი იმისათვის, რომ მოვძებნოთ დარტყმის მიმღები გარემოს (როგორც მთლიანი ტანის) დეფორმაციის ჩვენთვის საჭირო  $\delta = f(P)$  ფუნქცია. საქმე იმაშია, რომ ამ ფუნქციის სახე დამოკიდებულია არა მარტო დეფორმირების კანონზე (ვთქვათ, ჰუკის კანონზე), არამედ იგი დამოკიდებულია აგრეთვე დარტყმის მიმღები გარემოს (სისტემის) გეომეტრიულ ფორმაზე\* და მასში აღძრული ინერციის მოცულობითი ძალების სიდიდესა და განაწილების კანონზედაც.

დეფორმაციის ფუნქციის ნამდვილი მნიშვნელობის მოძებნა დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულესი ამოცანაა, რომელიც ჯერჯერობით არ არის გადაჭრილი მათემატიკური ხასიათის სირთულეთა გამო. დარტყმის საინჟინრო თეორია იძულებულია გვერდი აუაროს აღნიშნულ სირთულეს იმის მეშვეობით, რომ ახდენს დარტყმის მოვლენათა გამარტივებას პრაქტიკისათვის დასაშვებ ფარგლებში. ეს გამარტივება კი (დარტყმის ენერგეტიკული და ვიბრაციული თეორიის თვალსაზრისით) მდგომარეობს შემდეგში:

გულისხმობენ, რომ დარტყმის მიმღები სისტემა, ე. ი. ის გარემო—ტანი, რომელშიაც დროებით გროვდება დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია (დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის სახით) არის უწონადო, ე. ი. ისეთი, რომელსაც არ გააჩნია საკუთარი განაწილებული მასა. ამით ინერციის ძალების გავლენა გამორიცხებულია და დარტყმის ამოცანაც საგრძნობლად გამარტივებული. სამშენებლო მექანიკის ენით თუ ვილაპარაკებთ, თავისუფლების უამრავი ხარისხის მქონე დარტყმის მიმღები სისტემა დაყვანილია ნული ხარისხის მქონე, ე. ი. უწონადო დრეკად სისტემაზე. მაგრამ, რადგან დარტყმის მოვლენის ასეთი გამარტივება მეტად უხეშია, ამიტომ (დარტყმის უფრო დაზუსტებულ თეორიაში) თავისუფლების უამრავი ხარისხის მქონე დარტყმის მიმღები სისტემა შეცვლილია მხოლოდ ერთი შეყურსული მასის (ე. წ. დაყვანილი მასის) მქონე უწონადო დრეკადი სისტემით.

როდესაც დარტყმის მიმღები გარემო უწონადოდაა მიჩნეული, მაშინ ნათელია, რომ ასეთი სისტემის სტატიკური და დინამიკური დეფორმირების კანონი (მასალის დრეკადობის ფარგლებში მუშაობის დროს) ურთიერთის მსგავსი უნდა იყოს. ამრიგად

$$\delta_{\text{სტ}} = \delta_{\text{დინ}} = f(P_{\text{სტ}}) = f(P_{\text{დინ}}).$$

\* მაგალითად, თუ ღეროს შეკუმშვასა, ძელის ჩახნექასა და მათ გამომწვევ ძალას შორის არსებობს წრფივი დამოკიდებულება  $\delta = \epsilon P$ , სამაგიეროდ ორი სფეროს ცენტრთა ურთიერთ მიხლოების ფუნქცია არაწრფივია

$$\delta = \epsilon P^{\frac{2}{3}}.$$

სტატიკური და დინამიკური ხასიათის დეფორმაციის ფუნქციების გაიგვების გამო, დარტყმის გამარტივებულ თეორიას ხშირად დარტყმის სტატიკურ თეორიასაც უწოდებენ. ასეთ თეორიას პირველად საფუძველი ჩაუყარა ჰერცმა [207] და პონსელემ [211].

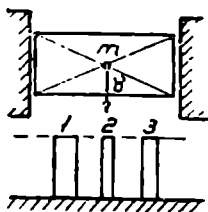
საერთო ხასიათის ასეთნაირად გამარტივების გამო, დეფორმაციის  $\delta = f(P)$  ფუნქცია მოცემულად შეგვიძლია ჩავთვალოთ. მათი მოძებნა არ წარმოადგენს არავითარ სიძნელეს მასალათა გამძლეობისა და დრეკადობის თეორიის მიერ ჩატარებული მრავალი გამოკვლევის გამო. მაგალითად, როდესაც ძელზე ან ზამბარაკზე  $F_{სტ}$  სტატიკური ძალაა მოდებული, მაშინ ამ ძალის მიერ გამოწვეული  $\delta_{სტ}$  დრეკადი გადაადგილება წრფივი ფუნქციაა ძალისა, ე. ი.  $\delta_{სტ} = \alpha P_{სტ}$ . თუ იგივე სისტემებზე წარმოებებს დარტყმა, მაშინ დეფორმაციის ფუნქციას ექნება ანალოგიური სახე\*:

$$\delta_{დინ} = \alpha P_{დინ}$$

მომდევნო პარაგრაფებში (4—11) განხილულ ექნება პრაქტიკული ხასიათის მქონე დარტყმის ამოცანები დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით.

#### § 4. დარტყმა პარალელურად ჩართულ უფროდო დამკად სისტემაზე

ხშირად პრაქტიკაში ადგილი აქვს ისეთ შემთხვევას, როდესაც რაიმე ტანის დარტყმის შედეგად დეფორმირებას განიცდის ერთი ან რამდენიმე დრეკადი სისტემა. განვიხილოთ ისეთი შემთხვევა, როდესაც მიმართველში მოთავსებული მასიური ტანი  $m$  სიჭქარით ეჯახება ტოლი სიმაღლის მქონე სამ ღეროს (ნახ. 6). განვსაზღვროთ სამივე ღეროს თავზე განვითარებული  $P$  დარტყმის ძალა და დინამიკური ძაბვები თითოეულ ღეროში, თუ დამრტყმელი ტანი აბსოლუტურად მყარია დრეკად ღეროებთან შედარებით. ასეთ შემთხვევაში დარტყმაზე დაიხარჯება (1—12) ფორმულით გამოხატული კინეტიკური ენერგია



$$U = \frac{mv^2}{2\left(1 + \frac{m_{დრეკ}}{m}\right)}, \quad (ა)$$

ნახ. 6.

\* დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის მომავალი განვითარებისათვის ფრიად საჭიროა, რომ აქ ნახსენები დეფორმაციის ფუნქციები მოიძებნოს არა სტატიკური ძალის მოქმედების ანალოგიებით, არამედ სპეციალურად ჩატარებული ექსპერიმენტებით დარტყმაზე. ასეთ შემთხვევაში დარტყმის თანამედროვე ენერგეტიკული თეორია, რომელსაც სტატიკურ თეორიას უწოდებენ, გახდება დინამიკური, ე. ი. უფრო მიუახლოვდება ჭეშმარიტებას. (ავტორი).



სადაც  $m_{\text{ლავ}}$  —სამივე ღეროს დაყვანილი მასაა, რომელიც თავის მხრივ ტოლია

$$m_{\text{ლავ}} = \frac{1}{3} (m_1 + m_2 + m_3). \quad (b)$$

მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულების თანახმად, ღეროების დეფორმაციების ფუნქციებს ასეთი სახე ექნებათ:

$$\delta_1 = \alpha_1 P_1; \quad \delta_2 = \alpha_2 P_2; \quad \delta_3 = \alpha_3 P_3. \quad (c)$$

რადგან დამრტყმელი ტანი შეკუმშავს ღეროებს ერთი და იგივე ზომით, ამიტომ უნდა იყოს:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta,$$

ანუ

$$\alpha_1 P_1 = \alpha_2 P_2 = \alpha_3 P_3.$$

მეორეს მხრივ

$$P_1 + P_2 + P_3 = P.$$

ამ ორი უკანასკნელი განტოლების დახმარებით:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{P}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_3} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}; \\ P_2 &= \frac{P}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}}; \\ P_3 &= \frac{P}{1 + \frac{\alpha_3}{\alpha_1} + \frac{\alpha_3}{\alpha_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს

$$\frac{1}{2}(\alpha_1 P_1^2 + \alpha_2 P_2^2 + \alpha_3 P_3^2) = U,$$

რომლიდანაც (d) ფორმულების დახმარებით მოიძებნება დარტყმის მაქსიმალური ძალა

$$P_{\text{max}} = \sqrt{2U \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} \right)}. \quad (1-23)$$

როცა ღეროთა რიცხვი მრავალია, მაშინ

$$P_{max} = \sqrt{2U \sum_1^n \frac{1}{\alpha_i}} \quad (1-24)$$

ამ შემთხვევაში, (a) და (b) ფორმულების თანახმად, (1-24) ფორმულაში უნდა ჩავსვათ:

$$U = \frac{mv^3}{2 \left( 1 + \frac{1}{3m} \sum_1^n m_i \right)}; \quad (a)$$

$$\alpha_i = \frac{l}{E_i F_i}; \quad (1-25)$$

$$(i=1, 2, 3 \dots n),$$

სადაც  $U$  არის დარტყმაზე დახარჯული ენერგია;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასა;

$\alpha_i$ —ერთ-ერთი ( $i$ ) ღეროს ხაზოვანი სიხისტე;

$m_i$ —ღეროს მასა;

$l$ —მისი სიგრძე;

$F_i$ —განივეკეთის ფართობი; ხოლო

$E_i$ —იგივე ( $i$ ) ღეროს დრეკადობის მოდული.

თითოეულ ღეროში განვითარებული ძალები გამოითვლებიან (d) და (1-23) ფორმულის დახმარებით:

$$P_1 = \frac{P_{max}}{\alpha_1 \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} \right)}; \quad (1-26)$$

$$P_2 = \frac{P_{max}}{\alpha_2 \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} \right)}; \quad (1-27)$$

$$P_3 = \frac{P_{max}}{\alpha_3 \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} \right)}. \quad (1-28)$$

თუ დარტყმაში მყოფი დგარები წარმოადგენენ რაიმე კონსტრუქციის მუშა ნაწილებს, მაშინ ამ ნაწილთა რაციონალურობისათვის საჭიროა, რათა მათში განვითარდნენ მხოლოდ დასაშვები ნორმალური ძაბვები. ასეთ შემთხვევაში:

$$P_1 = [\sigma_1] F_1; \quad P_2 = [\sigma_2] F_2; \quad P_3 = [\sigma_3] F_3.$$

ამ მოცემულობათა თანახმად (1-26), (1-27), (1-28) და (1-25) ფორმულები გვაძლევენ განტოლებას, რომელიც შეესაბამება კონსტრუქციის დგართა რაციონალურობის (ეკონომიურობის) პირობას

$$\frac{[\sigma_1]}{E_1} = \frac{[\sigma_2]}{E_2} = \frac{[\sigma_3]}{E_3} = \frac{[\delta]}{l} = \epsilon.$$

ეს უკანასკნელი პირობა გვიჩვენებს: სამი სხვადასხვა მასალის დგარი მხოლოდ მაშინ იქნება ეკონომიური, როცა მათი ფარდობითი დასაშვები დეფორმაციები ურთიერთის ტოლია. რადგან ასეთი სხვადასხვა მასალის შერჩევა სიძნელეს წარმოადგენს, ამიტომ ეკონომიურობის მისაღწევად უმჯობესია ავიღოთ ერთი და იგივე მასალა. მოყვანილი პირობა გვიჩვენებს აგრეთვე, რომ ეკონომიურობის საკითხი არ არის დამოკიდებული დგართა განივკვეთების სხვადასხვაობაზე (თუ რა თქმა უნდა, გრძივი ღუნვის შემთხვევას გამორიცხულად ჩავთვლით).

თუ (1-24) გამოსახულებაში ჩავსვათ დარტყმაზე დახარჯული  $U$  ენერჯიისა და  $\alpha_i$  სიხისტეთა მნიშვნელობებს, გვექნება:

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{n \sum_1^n E_i F_i}{l \left( 1 + \frac{1}{3m} \sum_1^n m_i \right)}} \quad (1-29)$$

სადაც  $v$  არის დარტყმის სიჩქარე;

$m$  — დამრტყმელი ტანის მასა;

$E_i$  — დრეკადობის მოდული დგარისა;

$F_i$  — განივკვეთის ფართობი ( $i$ ) დგარისა;

$l$  — დგართა საერთო სიგრძე;

$m_i$  — მასა ერთ-ერთი  $i$  დგარისა;

$n$  — დგართა რიცხვი.

## § 5 დარტყმა თანმიმდევრობით ჩართულ უწყონადო დრეკად სისტემაზე

დარტყმა წარმოებს ორ ურთიერთზე შედგმულ დრეკად სისტემაზე, რომელთა დეფორმირების ფუნქციები წრფივებია:

$$\delta_1 = \alpha_1 P; \quad \delta_2 = \alpha_2 P. \quad (a)$$

ვიპოვოთ დარტყმის მაქსიმალური ძალა. ვწერთ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის ძირითად განტოლებას

$$\Pi = U$$

დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერჯია ტოლია სიდიდისა

$$\Pi = \frac{1}{2} \alpha_1 P^2 + \frac{1}{2} \alpha_2 P^2.$$

დარტყმაზე იხარჯება ენერგია  $U = \frac{1}{2}mv^2$ ,

ამიტომ დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს

$$\frac{1}{2}P^2(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{1}{2}mv^2,$$

საიდანაც

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m}{\alpha_1 + \alpha_2}}. \quad (1-30)$$

თუ თანმიმდევრობით ჩართულია არა ორი, არამედ  $n$  რაოდენობის დრეკადი სისტემა, მაშინ (1-30) ფორმულა შესაძლებელია განზოგადდეს

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2U}{\sum_1^n \alpha_i}}, \quad (1-31)$$

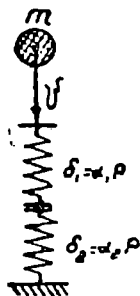
სადაც  $P_{max}$  დარტყმის ის მაქსიმალური ძალაა, რომლითაც იკუმშება ყველა დრეკადი გარემო;

$U$ —დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგიაა, რომელიც ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში, ტოლია სიდიდისა  $mv^2:2$ ;

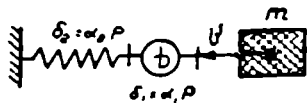
$\alpha_i$ —რომელიმე ( $i$ ) დრეკადი სისტემის ხაზოვანი სიხისტეა, ე. ი. ერთეული ძალით გამოწვეული დეფორმაცია;

$n$ —დრეკად სისტემათა რიცხვი.

განხილულ ამოცანასთან დაკავშირებით საინტერესოა გავარჩიოთ დინამომეტრის გავლენის გამორიცხვის საკითხი. ხშირად რაიმე დრეკადი ნაგებობა მუშაობს დარტყმაზე, მაგრამ რადგან უცნობია ამ ნაგებობის (უფრო სწორად—დარტყმის მიმღები სისტემის) დეფორმაციის უუნქცია და მასასადამე შეუძლებელია დარტყმის ძალის თეორიულად გამოთვლა, მიმართავენ ხოლმე დარტყმის ძალის გაზომვს დინამომეტრს. ამ ხელსაწყოს ჩართავენ დამრტყმელ  $m$  მასასა და დარტყმაზე მომუშავე სისტემას შორის (ნახ. 8). ტანის დარტყმის შედეგად დინამომეტრის მენაკი გვიჩვენებს გარკვეული სიდიდის დარტყმის ძალას. პრაქტიკოსები ვარაუდობენ, რომ ტანი განმეორებითი მიჯახების დროსაც (ე. ი. მაშინ, როდესაც მოხსნილია დინამომეტრი) განაზი-



ნახ. 7.



ნახ. 8.

თარებს ისევ იმ ძალას, რომელიც გვიჩვენა დინამომეტრმა. ასეთი წესით მაგალითად, გამოკვლეული იქნა ტვირთის ამწე მოძრავი ურთიკის

უეცრივი დამუხრუქებით გამოწვეული დარტყმის ძალის სიდიდე ერთ-ერთ ქარხანაში. ჩვენი აზრით, დარტყმის ძალის გაზომვის ასეთი ხერხი სწორი არ არის. მართლაც, რადგან დინამომეტრი თავის მხრივ დრეკად სისტემას წარმოადგენს, მას თავისი გაეღენა შეაქვს დარტყმის ძალის სიდიდეში, ამიტომ, როცა დარტყმა მოხდება დინამომეტრის გამოთიშვის (მოხსნის) შემდეგ, მივიღებთ დარტყმის ძალის სულ სხვა სიდიდეს. აქედან ისმება აქტუალური ამოცანა: გამოვრიცხოთ დინამომეტრის გაეღენა და ამით მივალწიოთ იმ რეალური დარტყმის ძალის სიდიდის გამოთვლას, რომელიც სინამდვილეში განვითარდება დინამომეტრის ამოღების შემდეგ.

ვთქვათ ცდის დროს (ნახ. 8) დინამომეტრმა გვიჩვენა დარტყმის მაქსიმალური ძალა  $P_{ღიწ}$ . იყოს დინამომეტრის დეფორმაციის ფუნქცია  $\delta_{ღიწ} = \alpha_{ღიწ} \cdot P$ . აღვნიშნოთ დარტყმაზე მომუშავე დრეკადი სისტემის დეფორმაციის უცნობი ფუნქცია გამოსახულებით  $\delta_2 = \alpha_2 P$ . ასეთ შემთხვევაში (1—30) ფორმულა მიიღებს სახეს

$$P_{ღიწ} = v \sqrt{\frac{m}{\alpha_{ღიწ} + \alpha_2}},$$

რადგან ცნობილია ძალა  $P_{ღიწ}$ , დარტყმის სიჩქარე  $v$ , დამრტყმელი ტანის მასა  $m$  და დინამომეტრის ხაზოვანი  $\alpha_{ღიწ}$ —სიხისტე, ამიტომ აღვიღია უცნობი  $\alpha_2$  სიხისტის მოძებნა

$$\alpha_2 = \frac{mv^2}{P_{ღიწ}^2} - \alpha_{ღიწ}. \quad (1-32)$$

თუ დამრტყმელი სისტემა დინამომეტრის ამოღების შემდეგ კვლავ  $v$  სიჩქარით მიეჯახება დარტყმის მიმღებ სისტემას, მაშინ (1—9) ფორმულის თანახმად, იგი განავითარებს ძალას:

$$P_{რეალ} = \sqrt{\frac{2U}{\alpha_2}},$$

რომელიც ჩასმით:

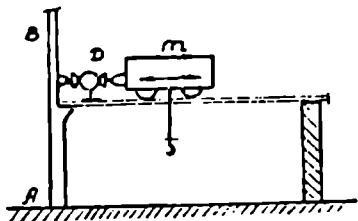
$$U = \frac{mv^2}{2}; \quad \alpha_2 = \frac{mv^2}{P_{ღიწ}^2} - \alpha_{ღიწ}$$

გვაძლევს

$$P_{რეალ} = \sqrt{\frac{P_{ღიწ}}{1 - \frac{\alpha_{ღიწ}^2 \delta_{ღიწ}^2}{mv^2}}} \quad (1-33)$$

მაგალითი 1. ტვირთის ამწე  $m = 2კგ$  წმ<sup>2</sup>/სმ მასის მქონე ურიკა ეჯახება ქარხნის ნაგებობის  $AB$  დგარზე მიდგმულ  $D$  დინამომეტრს

$v = 100$  სმ/წმ სიჩქარით (ნახ. 9). მოვდებნოთ დარტყმის ის ძალა, რომელიც შესაძლებელია განვითარდეს აღნიშნული ურეკის უშუალოდ დგარზე მიჯახების (ე. ი. დინამომეტრის ამოღების) შემთხვევაში თუ დინამომეტრი დარტყმის დროს გვიჩვენებს ორ ტონა ძალას, ხოლო დინამომეტრის სიხისტე გამოიხატება რიცხვით  $\alpha_{\text{დინ}} = 0,002 \frac{\text{სმ}}{\text{კგ}}$ .



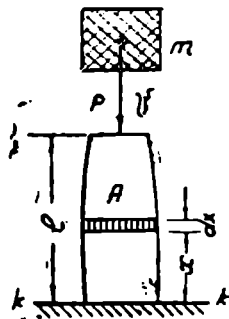
საძიებელი ძალა გამოითვლება (1-33) ფორმულით

ნახ. 9.

$$P = \frac{P_{\text{დინ}}}{\sqrt{1 - \frac{\alpha_{\text{დინ}}^2 P_{\text{დინ}}^2}{mv^2}}} = \frac{2000}{\sqrt{1 - \frac{0,002^2 \cdot (2000)^2}{2 \cdot 100^2}}} \approx 2580 \text{ კგ.}$$

### § 6. დარტყმა ცვალებადი მანქანების მძღონა ლეროზე

ღერძული დარტყმა წარმოებს ისეთ დრეკად ტანზე (ნახ. 10), რომლის განივევების ფართობი  $F(x)$  უწყვეტი ფუნქციაა ფუძიდან დაშორებული  $x$  მანძილისა.  $x$  მანძილზე მდებარე შრე გადაადგილდება (ზედა ფუძეზე მოდებული რაიმე  $P$  ძალის ზემოქმედებით) მანძილით:



$$\delta(x) = \frac{P}{E} \int_0^x \frac{dx}{F(x)}, \quad (1-34)$$

რის მიხედვითაც

$$\delta_{\text{max}} = \frac{P}{E} \int_0^l \frac{dx}{F(x)} = \alpha P, \quad (1-35)$$

სადაც

$$\alpha = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{dx}{F(x)}. \quad (1-36)$$

ნახ. 10.

რადგან (1-35) დეფორმაციის ფუნქციაა წრფივია, ამიტომ დარტყმის მიმღები  $A$  ტანის ზედა ფუძეზე იმოქმედებს (1-9) ფორმულით გამოხატული დარტყმის მაქსიმალური ძალა

$$P_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2U}{\alpha}} = v \sqrt{\frac{m}{\alpha \left(1 + \frac{m_{\text{დინ}}}{m}\right)}}, \quad (1-37)$$

სადაც  $v$  არის დამრტყმელი ტანის სიჩქარე დარტყმის მომენტში;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასა;

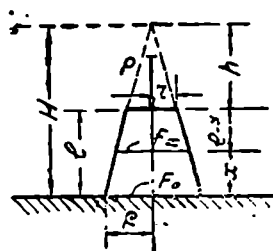
$m_{დაყ}$ —დარტყმის მიმღები დრეკადი ტანის დაყვანილი მასა;

$\alpha$ —დარტყმის მიმღები ტანის ზედა ფუძის გადაადგილება გამოწვეული აღნიშნულ ფუძეზე მოდებული ერთეული ძალისაგან, რომელიც გამოითვლება (1-36) ფორმულით, მაგალითად, კონუსური ტანისათვის (ნახ. 11)

$$\alpha = \frac{l}{\left(1 - \frac{l}{H}\right)EF} \quad (1-38)$$

როცა  $H \rightarrow \infty$ , მაშინ კონუსური ტანი გარდაიქმნება პრიზმულად, რის გამო პრიზმული ტანისათვის გვექნება

$$\alpha = \frac{l}{EF} \quad (1-39)$$



თუ დარტყმის მიმღები დრეკადი ტანის ზედა ფუძის რადიუსს აღვნიშნავთ  $r$  ასოთი, ხოლო ქვედა ფუძისას  $R$ -ით (ნახ. 11), მაშინ (1-38) ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს

$$\alpha = \frac{l}{\left(1 - \frac{rl}{Rh}\right)FE} \quad (1-40)$$

ნახ. 11.

რომელიც გამოსადეგია წაკვეთილი კონუსური ტანის ღერძული სიხისტის (ე. ი. ერთეული ძალით გამოწვეული შეკუმშვის) მოსაძებნად.

დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენის გათვალისწინების შემთხვევაში (როცა დარტყმა წარმოებს შვეულად ზემოდან ქვემოთ) დარტყმის ძალა გაიზრდება (1-21) ფორმულის შესაბამისად:

$$P_{max} = Q + \sqrt{Q^2 + \frac{mv^2}{\alpha \left(1 + \frac{m_{დაყ}}{m}\right)}} \quad (1-41)$$

სადაც  $Q$ —დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონაა. ამ უკანასკნელ ფორმულაში შემავალი  $m_{დაყ}$  დაყვანილი მასის სიდიდე, შეიძლება გამოვითვალოთ სამშენებლო მექანიკის [84] ცნობილი ფორმულით:

$$m_{დაყ} = \int_0^l \rho(x) \left[ \frac{\delta(x)}{\delta_{max}} \right]^2 dx \quad (1-42)$$

რომელშიაც ჩაისმება:

$$\delta(x) = \frac{P}{E} \int_0^x \frac{dx}{F(x)};$$

$$\delta_{max} = \frac{P}{E} \int_0^l \frac{dx}{F(x)};$$

$$f(x) = \rho_0 \cdot F(x),$$

სადაც  $\rho_0$  — დარტყმის მიმღები ტანის სიმკვრივეა.

პრიზმული ფორმის ღეროსათვის (1-42) ფორმულა გვაძლევს

$$m_{ღა} = \frac{1}{3} \rho_0 F l,$$

სადაც  $F l$  — დარტყმის მიმღები ღეროს მოცულობაა.

გავარჩიოთ ისეთი შემთხვევა, როდესაც დარტყმის მიმღები ტანი შედგება სამი პრიზმული ნაწილისაგან (ნახ. 12). ასეთ შემთხვევაში ტანის ზედა ნაწილში განვითარდება  $\sigma_1$  ნორმალური ძაბვები, ამიტომ დარტყმის დროს მასში დაგროვდება დეფორმაციის ენერჯია

$$U_1 = \frac{\sigma_1^2}{2E} \cdot a F_1. \quad (a)$$

ანალოგიურად გამოითვლება ენერჯიათა ის რაოდენობანი, რომლებიც დაგროვდება დარტყმის მაქსიმუმის დროს ტანის შუა და ქვედა ნაწილებში:

$$U_2 = \frac{\sigma_2^2}{2E} \cdot b \cdot F_2; \quad (b)$$

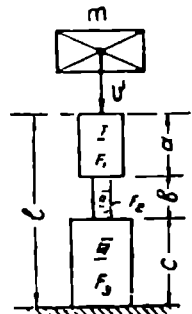
$$U_3 = \frac{\sigma_3^2}{2E} \cdot c \cdot F_3. \quad (c)$$

რადგან საერთოდ:

$$\sigma_1 = \frac{P}{F_1}; \quad \sigma_2 = \frac{P}{F_2}; \quad \sigma_3 = \frac{P}{F_3},$$

ამიტომ დეფორმაციის პოტენციალურ ენერჯიათა ჯამისათვის გვექნება

$$\Pi = \frac{P^2}{2E} \left( \frac{a}{F_1} + \frac{b}{F_2} + \frac{c}{F_3} \right), \quad (d)$$



ნახ. 12.

სადაც  $a$ ,  $b$  და  $c$  — ღეროთა სიგრძეებია, ხოლო  $F_1$ ,  $F_2$  და  $F_3$  — განივი კვეთის ფართობები.



თუ ენერჯიის ( $d$ ) რაოდენობას გავუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ  $U$  კინეტიკურ ენერჯიას, მივიღებთ დარტყმის ძალის განტოლებას

$$\frac{P^2}{2E} \left( \frac{a}{F_1} + \frac{b}{F_2} + \frac{c}{F_3} \right) = U,$$

საიდანაც დარტყმის მაქსიმალური ძალა ტოლია:

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2UE}{\frac{a}{F_1} + \frac{b}{F_2} + \frac{c}{F_3}}}. \quad (1-43)$$

იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც  $F_1 = F_2$ ,  
მაშინ

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2UE}{\frac{a+c}{F_1} + \frac{l-(a+c)}{F_2}}}$$

თუ  $a+c=l-\Delta l$ , სადაც  $\Delta l = b$  წარმოადგენს მეტად მცირე ზომას (ნახ. 13), მაშინ დარტყმის ძალა ტოლია

$$P_{max} = F_1 \sqrt{\frac{2UE}{lF_1}},$$

რომლის დახმარებითაც ძაბვა ღეროს გაგანიერებულ და მის შემცირებულ განივკვეთებში შესაბამისად ტოლია:

$$\sigma_1 = \frac{P_{max}}{F_1} = \sqrt{\frac{2UE}{lF_1}}; \quad (1-44)$$

$$\sigma_2 = \frac{P_{max}}{F_2} = \frac{F_1}{F_2} \sqrt{\frac{2UE}{lF_1}};$$

ანუ

$$\sigma_2 = \frac{F_1}{F_2} \cdot \sigma_1. \quad (1-45)$$

თუ ღეროს კვეთი მრგვალია, მაშინ

$$\sigma_2 = \sigma_1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}, \quad (1-46)$$

სადაც  $d_1$  და  $d_2$ —ღეროს დიამეტრებია. როგორც ვხედავთ, შესუსტებულ კვეთში ( $\sigma_2$ ) ძაბვა იზრდება ნახტომისებურად, იგი საგრძნობლად იზრდება ( $\sigma_1$ ) ძაბვასთან შედარებით. კვეთის ეკონომიურობისა და ადგი-

ლობრივი ( $\sigma_2$ ) ძაბვების შემცირების მიზნით ღეროს (მე-13-ე ნახაზზე ნაჩვენებ) ფორმას ცვლიან. მას აძლევენ უფრო მცირე ( $F_2$ ) ფართობს მთელი ღეროს გასწვრივ (ნახ. 14), ხოლო თუ ჩაქრა რაიმე კონსტრუქციული ელემენტის დასამაგრებლად იყო გამოწვეული, მაშინ ღეროს აძლევენ მცირე ზომის რგოლურ შეერილებს. აღნიშნული ღონისძიება შესამჩნევად ამცირებს (1-46) ფორმულით გამოხატულ ძაბვას. მართლაც:

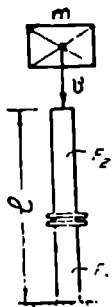
$$\sigma_2 = \frac{P_{max}}{F_2} \sqrt{\frac{2UE}{lF_2}} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{2UE}{lF_1}}$$

ანუ

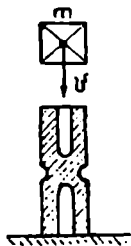
$$\sigma_2 = \sigma_1 \sqrt{\frac{F_1}{F_2}} = \sigma_1 \frac{d_1}{d_2} \quad (1-47)$$

როგორც ვხედავთ, ეს უკანასკნელი შედეგი გაცილებით მცირეა ვიდრე (1-46) ფორმულით გამოხატული ძაბვა.

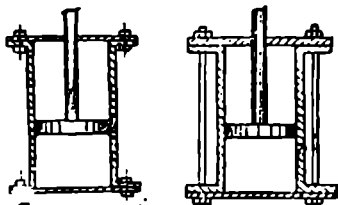
თუ რაიმე კონსტრუქციულ მოსაზრებათა გამო „ჩაქრილას“ მქონე ღეროს (ნახ. 13) გარეგანი ფორმის შეცვლა შეუძლებელია, მაშინ ღეროს ზედა და ქვედა ნაწილებს ისეთ სიღრუეებს აძლევენ, რომ მათი განივკვეთის ფართობები ყველგან მუდმივი იყოს (ნახ. 15).



ნახ. 14.



ნახ. 15.



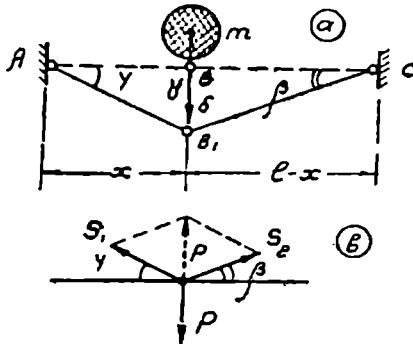
ნახ. 16.

საკითხების გადასაჭრელად. მაგალითად, როცა კანკიკი დარტყმით გაკიშვას მუშაობს, მაშინ მისი სიგრძე რაც შეიძლება დიდი უნდა იყოს. ეს გარემოება ხშირად კონსტრუქციის ფორმის შეცვლასაც კი იწვევს. მაგალითად, თუ დინამიკურ ძალებზე მომუშავე დგუში აკრეფილია მოკლე ზომის კანკიკებით, ასეთ შემთხვევაში ისინი ადრე ზიანდებიან, ამიტომ რაციონალური კონსტრუქციის მისაღებად, კანკიკის სიგრძეებს ისე ზრდიან, რომ ისინი დგუშის სიგრძის გამწვდომი გახდნენ (ნახ. 16).

შემოთ მიღებული (1-44) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დარტყმის შესამცირებლად სასურველია დარტყმის მიმღები ღეროს  $l$  სიგრძის გაზრდა. გამოდიან რა ამ თეორიული ცოდნიდან იყენებენ მას პრაქტიკული ღირებულების მქონე

§ 7. დარტყმა სამსახსროვან ლეროჯი

დარტყმა წარმოებს სამსახსროვან  $ABC$  ღრეკადი ღეროს  $B$  სახსარში, რომელიც  $x$  მანძილითაა დაშორებული  $A$  დამაგრებული სახსარიდან (ნახ. 17). შუა სახსარში განვითარებული დარტყმის ძალის მაქსიმალური სიდიდის გამოთვლის მიზნით, საჭიროა მოიძებნოს დეფორმაციის ფუნქცია, ე. ი. ის ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს  $B$  სახსარში მოდებულ რაიმე  $P$  ძალასა და ამ ძალის მიერ გამოწვეულ ღრეკად  $\delta$  გადაადგილებას შორის.



ნახ. 17.

რადგან  $B$  სახსარში მოდებული  $P$  ძალა მას გადაადგილებს  $B_1$  წერტილში, ამიტომ  $AB_1$  და  $CB_1$  ღეროები დაიჭიმებიან. მათი ფარდობითი  $\epsilon_1$  და  $\epsilon_2$  დეფორმაციები გამოითვლება მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულებით:

$$\epsilon_1 = \left( \frac{x}{\cos \gamma} - x \right) : x = \frac{1}{\cos \gamma} - 1 \approx \frac{\gamma^2}{2};$$

$$\epsilon_2 = \left[ \frac{l-x}{\cos \beta} - (l-x) \right] : (l-x) \approx \frac{\beta^2}{2}.$$

$AB_1$  და  $CB_1$  ღეროებში განვითარებული გამჭიმავი ძალები ტოლი იქნება:

$$S_1 = \sigma_1 F = E \epsilon_1 F = \frac{1}{2} E F \gamma^2, \tag{a}$$

$$S_2 = \sigma_2 F = E \epsilon_2 F = \frac{1}{2} E F \beta^2,$$

რადგან, მეორეს მხრივ (17b) ნახაზის თანახმად

$$S_1 \cdot \sin \gamma + S_2 \cdot \sin \beta = P,$$

ანუ

$$S_1 \cdot \gamma + S_2 \cdot \beta \approx P,$$

ამიტომ ამ უკანასკნელისა და (a) გამოსახულებათა საფუძველზე ვღებულობთ

$$\frac{1}{2} E F \gamma^3 + \frac{1}{2} E F \beta^3 \approx P. \tag{b}$$

$B$  სახსარის  $B_1$  წერტილში გადაადგილების  $\delta$  მანძილი მოიძებნება, როგორც  $\gamma$  ისე  $\beta$  კუთხეების დახმარებით:

ერთის მხრივ

$$\delta = \gamma x,$$

მეორეს მხრივ

$$\delta = \beta(l-x).$$

აქედან

$$\beta = \gamma \frac{x}{l-x}.$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (b) განტოლების დახმარებით

$$\gamma = \sqrt[3]{\frac{2P}{EF \left[ 1 + \left( \frac{x}{l-x} \right)^3 \right]}}$$

რის მიხედვითაც, დეფორმაციის ფუნქცია ლებულობს ასეთ სახეს

$$\delta(x) = \gamma x = x \sqrt[3]{\frac{2P}{EF \left[ 1 + \left( \frac{x}{l-x} \right)^3 \right]}}$$

ანუ

$$\delta(x) = \alpha P^{\frac{1}{3}}, \tag{1-48}$$

სადაც

$$\alpha = x \sqrt[3]{\frac{2}{EF \left[ 1 + \left( \frac{x}{l-x} \right)^3 \right]}}. \tag{1-49}$$

როცა  $B$  სახსარი შუაშია მოთავსებული, ე. ი.  $x = \frac{l}{2}$ , მაშინ (1-48).

გამოსახულება გვაძლევს ცნობილ<sup>8</sup> ფორმულას:

$$\delta = \frac{l}{2} \sqrt[3]{\frac{P}{EF}} = \alpha P^{\frac{1}{3}}, \tag{1-50}$$

სადაც  $l$ —ორივე ღეროს საერთო სიგრძეა.

გაჭიმულ ღეროებში დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია ტოლია იმ მუშაობისა, რომელსაც ცვალებადი სიდიდის  $P$  დარტყმის ძალა შეასრულებს მის მიერ გამოწვეულ  $\delta$  დრეკად გადაადგილებაზე, ამიტომ:

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P d\delta = \int_0^{P_{max}} P \cdot \alpha \cdot \frac{1}{3} \cdot P^{-\frac{2}{3}} dp = \frac{1}{4} \alpha P_{max}^{\frac{4}{3}}$$

\* С. П. Тимошенко, Сопротивление материалов, Москва, 1932.

ანუ

$$\Pi = \frac{1}{4} \alpha P_{max}^{\frac{4}{3}}$$

რადგან ეს პოტენციალური ენერგია ტოლია დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგიისა, ამიტომ მათი ურთიერთ განტოლების შედეგად ვღებულობთ დარტყმის ძალისა და დეფორმაციის გამომთვლელ ფორმულებს:

$$P_{max} = \left[ \frac{4U}{\alpha} \right]^{\frac{3}{4}} \quad (1-51)$$

$$\delta_{max} = \alpha P_{max}^{\frac{1}{3}}, \quad (1-52)$$

სადაც, დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია  $U$  თავის მხრივ განისაზღვრება ფორმულით

$$U = \frac{mv^2}{2 \left( 1 + \frac{m_{დრ}}{m} \right)}$$

როდესაც დაყვანილი მასის გავლენა უგულებელყოფილია და დარტყმა წარმოებს  $ABC$  სისტემის შუაზე მოთავსებულ  $B$  სახსარზე, მაშინ დარტყმის ძალა და მის მიერ გამოწვეული მაქსიმალური გადაადგილება, შესაბამისად ტოლია:

$$P_{max} = \left( \frac{64}{l^3} m^3 v^6 EF \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1-53)$$

$$\delta_{max} = \frac{1}{2} l \left( \frac{4}{EF l} m v^2 \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1-54)$$

რადგან ამ შემთხვევაში:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \frac{\gamma^2}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{P_{max}}{EF} \right)^{\frac{2}{3}}$$

ამიტომ

$$\sigma = \epsilon_1 E = \frac{1}{2} E \left( \frac{P_{max}}{EF} \right)^{\frac{2}{3}},$$

ანუ

$$\sigma = v \sqrt{\frac{mE}{lF}}. \quad (1-55)$$

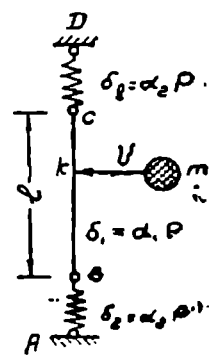
### § 8. უზარალო ბადის მუშაობა დარტყმაზე

უზარალო ბადე შეგვიძლია ვუწოდოთ  $BC$  მოქნილ ძაფს (ანუ ძაფთა-სიმთა სისტემას), რომელიც ორივე ბოლოთი მთავრდება ზამბარებით

და მათივე დახმარებით დაქიშულია  $S_0$  ძალით  $A$  და  $D$  უძრავ საყრდენ-თა შორის (ნახ. 18).

ეთქვით, აღნიშნულ  $BC$  ძაფს, ანუ ძაფთა სისტემას, (ასეთ შემთხვევაში ძაფთა სისტემა დაგეყავს ერთ ძაფამდე) ეჯახება  $m$  მასა  $\nu$  სიჩქარით ნებისმიერ  $K$  წერტილში. თუ უგულვებლევყოფთ იმ ხახუნის ძალას, რომელიც შესაძლებელია განვითარდეს დამრტყმელი ტანის ზედაპირსა და დარტყმის მიმღებ ძაფს შორის, მაშინ ბადის როგორც  $KD$ , ასევე  $KA$  ნაწილიც სრულიად ერთი და იგივე სიდიდის შინაგანი ძალით ანუ (როგორც მას უწოდებენ) ძალეით დაიქიშება.

გამოვხატოთ  $S_{max}$  დარტყმის ძალეაში დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიის ის რაოდენობა, რომელიც დაგროვდება ძაფში და ზამბარაკებში დარტყმის მაქსიმუმის მომენტში. რადგან ზამბარისა და ძაფის დეფორმაციების ფუნქციები წრფივებია (ე. ი.  $\delta_1 = \alpha_1 S$  და  $\delta_2 = \alpha_2 S$ ), ამიტომ საძიებელი ენერჯია გამოითვლება ასეთი ფორმულით



ნახ. 18.

$$\Pi = \int_{S_0}^{S_{max}} S d\delta_1 + 2 \int_{S_0}^{S_{max}} S d\delta_2,$$

რომელიც ჩასმით

$$d\delta_1 = \alpha_1 dS \quad \text{და} \quad d\delta_2 = \alpha_2 dS$$

გვაძლევს:

$$\Pi = \frac{1}{2} (\alpha_1 + 2\alpha_2) (S_{max}^2 - S_0^2).$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად, დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯია ტოლია დარტყმაზე დახარჯული  $U$  ენერჯიისა, ამიტომ:

$$\frac{1}{2} (\alpha_1 + 2\alpha_2) (S_{max}^2 - S_0^2) = U,$$

საიდანაც

$$S_{max} = \sqrt{\frac{2U}{(\alpha_1 + 2\alpha_2)} + S_0^2} \quad (1.56)$$

ჩასმით

$$\alpha_1 = \frac{l}{E_1 F_1} \quad \text{და} \quad U = \frac{1}{2} m v^2$$

(1-56) ფორმულა მიიღებს უფრო გარკვეულ სახეს:

$$S_{max} = \sqrt{\frac{mv^2}{\left(2\alpha_2 + \frac{l}{E_1 F_1}\right)} + S_0^2}, \quad (1-57)$$

სადაც  $S_{max}$  არის ის შინაგანი ძალა, რომლითაც (დარტყმის მაქსიმუმის დროს) დაჭიმულია ბადის  $BC$  ძაფი და ზამბარაკები;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასის ის ნაწილია, რომელიც მოდის ზამბარაკებით დამაგრებულ  $BC$  ძაფზე (ან ძაფთა მთელ სისტემაზე);

$v$ —დამრტყმელი ტანის სიჩქარე დარტყმის მომენტში;

$\alpha_2$ —ზამბარაკის სიბისტე, ანუ მისი წაგრძელება გამოწვეული ერთეული ძალის მიერ;

$l$ —ბადის  $BC$  ძაფის სიგრძე;

$E_1$ —ძაფის მასალის დრეკადობის მოდული;

$F_1$ —ძაფის (ან პარალელურ ძაფთა სისტემის) განივკვეთის ფართობი;

$S_0$ —არის ის შინაგანი ძალა, რომლითაც წინასწარ იყო ბადე დაჭიმული ზამბარაკების მეშვეობით.

ბადის  $BC$  ძაფში განვითარებული ძაბვებისათვის გვექნება ფორმულა

$$\sigma = \sqrt{\frac{mv^2}{2F_1\alpha_2 + \frac{lF_1}{E_1}} + \frac{S_0^2}{F_1^2}}. \quad (1-58)$$

უბრალო ბადის ძაფის სიმტკიცისათვის დაცული უნდა იყოს ასეთი პირობა

$$\sigma = \sqrt{\frac{mv^2}{2F_1^2\alpha_2 + \frac{lF_1}{E_1}} + \frac{S_0^2}{F_1^2}} \leq [\sigma], \quad (1-59)$$

სადაც  $[\sigma]$ —ძაფის მასალაზე დასაშვები ნორმალური ძაბვაა დარტყმის დროს.

მიღებული (1-57) და (1-58) ფორმულები ნათლად გვიჩვენებს ბადის დარტყმაზე მუშაობის თავისებურებას: რაც მეტია ბადის  $l$  სიგრძე, ზამბარაკების  $\alpha_2$  მოქნადობა და ნაკლებია ბადის წინასწარი დაჭიმვა  $S_0$ , მით მეტია ბადის ამტანიანობა დარტყმაზე.

როცა  $BC$  ძაფი უზამბაროდაა დამაგრებული და წინასწარ დაუჭიმა-

ვია, მაშინ (1-58) ფორმულა გვაძლევს დაუქიმავე დრეკად ძაფზე დარტყმის ამოცანის გადაწყვეტას:

$$\sigma = v \sqrt{\frac{mE}{lF}}, \quad (1-60)$$

სადაც  $E$  არის ძაფის მასალის დრეკადობის მოდული;

$F$ —ძაფის განივეკვითის ფართობი;

$l$ —ძაფის სიგრძე.

აღსანიშნავია, რომ ეს უკანასკნელი (1-60) შედეგი ზუსტად ემთხვევა სრულიად სხვა მეთოდით მიღებულ (1-55) შედეგს, რომელიც სამსახროვან წინასწარ დაუქიმავე ლეროს შუა სახსარზე დარტყმას ეხება.

### § 9. ღარტყვა უწონადო შერკის კვანძზე

თუ კვანძზე განვითარებულ დარტყმის ძალას (ნახ. 19) აღვნიშნავთ  $P$  ასოთი, ხოლო ფერმის რომელიმე  $i$  ლეროში აღძრულ ძაღვას კი  $S_i$  ასოთი, მაშინ ფერმის დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია შეგვიძლია გამოვხატოთ მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულით:

$$\Pi = \sum_1^n \frac{S_i^2 l_i}{2EF_i},$$

რომელიც ჩასმით:  $S_i = \alpha_i P$  გვაძლევს:

$$\Pi = \frac{P^2}{2E} \sum_1^n \frac{\alpha_i^2 l_i}{F_i}, \quad (a)$$

სადაც  $\alpha_i$  არის ის ძალა, რომელსაც იწვევს დარტყმის კვანძში მოდებული ერთეული ძალა  $i$  ლეროში;

$l_i$ —ფერმის  $i$ -ლეროს სიგრძე;

$F_i$ —მისი განივეკვითის ფართობი;

$E$ —დრეკადობის მოდული.

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად:

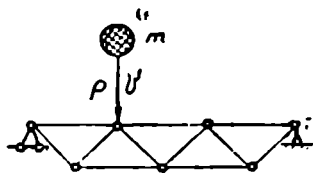
$$\Pi = U$$

ამიტომ, (a) გამოსახულების დახმარებით მივიღებთ

$$\frac{P^2}{2E} \sum_1^n \frac{\alpha_i^2 l_i}{F_i} = U,$$

საიდანაც, ფერმის კვანძზე დარტყმით განვითარებული მაქსიმალური ძალისათვის გვექნება ფორმულა

$$P_{max} = \sqrt{\frac{2UE}{\sum_1^n \alpha_i^2 \frac{l_i}{F_i}}}$$



ნახ. 19.



რომელიც ჩასმით:

$$U = \frac{mv^2}{2\left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right)}$$

მოგვცემს

$$P_{\max} = v \sqrt{\frac{mE}{\left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right) \sum_1^n \alpha_i^2 \frac{l_i}{F_i}}}, \quad (1-61)$$

სადაც  $m$  არის დამრტყმელი მყარი ტანის მასა, ხოლო

$m_{\text{დაყ}}$  — ფერმის დაყვანილი მასა.

ფერმის  $i$  ლეროში განვითარებული ნორმალური ძაბვებისათვის გვექნება გამოსახულება:

$$\sigma_i = \frac{\alpha_i P_{\max}}{F_i}, \quad (1-62)$$

### § 10. დარტყმა სტატიკურად უკავშირებელ კვანძში

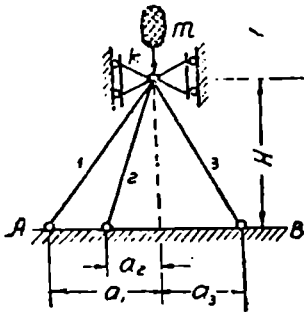
დარტყმა წარმოებს ისეთ  $K$  კვანძზე, სადაც თავს იყრის ორზე ჰეტი ლერო (ნახ. 20). განვსაზღვროთ კვანძში შენეველ თითოეულ ლეროში განვითარებული ნორმალური ძაბვები თუ დარტყმის მიმღები კვანძის  $\delta$  გადაადგილება ემთხვევა დარტყმის მიმართულებას და ეს მიმართულება კი მართობია ლეროების დამკერი  $AB$  საყრდენისა.

თითოეული ლეროს ფარდობითი დეფორმაციის სიდიდე შესაძლებელია გამოვხატოთ კვანძის  $\delta$  მანძილით გადაადგილებაში:

$$\epsilon_1 = \frac{\sqrt{H^2 + a_1^2} - \sqrt{(H-\delta)^2 + a_1^2}}{\sqrt{H^2 + a_1^2}};$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sqrt{H^2 + a_2^2} - \sqrt{(H-\delta)^2 + a_2^2}}{\sqrt{H^2 + a_2^2}};$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sqrt{H^2 + a_3^2} - \sqrt{(H-\delta)^2 + a_3^2}}{\sqrt{H^2 + a_3^2}}.$$



ნახ. 20.

ეს უკანასკნელი გამოსახულებანი საგრძნობლად მარტივდებიან თუ უგულებელვყოფთ ისეთ მცირე სიდიდეებს, როგორცაა  $\epsilon_i^2$  და  $\delta^2$ . ასეთ შემთხვევაში, ფარდობითი დეფორმაციებისათვის გვექნება ტოლობა

$$\frac{\epsilon_1}{l_1^3} = \frac{\epsilon_2}{l_2^3} = \frac{\epsilon_3}{l_3^3}, \quad (a)$$

საიდანაც:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_1; \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_1 \frac{l_2^3}{l_1^3}; \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_1 \frac{l_3^3}{l_1^3}. \end{aligned} \right\} (b)$$

რადგან ჰუკის ცნობილი კანონის თანახმად

$$\sigma_i = \varepsilon_i E_i$$

ამიტომ, (b) დამოკიდებულებათა დახმარებით, შესაძლებელია ნორმალური ძაბვების გამოთვლა:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_1; \\ \sigma_2 &= \sigma_1 \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{l_2^3}{l_1^3}; \\ \sigma_3 &= \sigma_1 \frac{E_3}{E_1} \cdot \frac{l_3^3}{l_1^3}. \end{aligned} \right\} (c)$$

ამ ძაბვების დახმარებით შესაძლებელია მოძებნოთ დეფორმაციის ის პოტენციალური ენერგია, რომელიც დარტყმის მაქსიმუმის დროს გროვდება ლეროებში:

$$II = \frac{\sigma_1^2}{2E_1} \cdot F_1 l_1 + \frac{\sigma_2^2}{2E_2} \cdot F_2 l_2 + \frac{\sigma_3^2}{2E_3} \cdot F_3 l_3,$$

რომელიც (c) გამოსახულების საფუძველზე გვიძლევს

$$II = \frac{\sigma_1^2}{2E_1} \left( F_1 l_1 + \frac{E_2}{E_1} F_2 \frac{l_2^3}{l_1^3} + \frac{E_3}{E_1} F_3 \frac{l_3^3}{l_1^3} \right).$$

თუ ამ უკანასკნელი გამოსახულების მარჯვენა მხარეს გავუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ კინეტიკურ ენერგიას, მივიღებთ განტოლებას

$$\frac{\sigma_1^2}{2E_1} \left( F_1 l_1 + \frac{E_2}{E_1} F_2 \frac{l_2^3}{l_1^3} + \frac{E_3}{E_1} F_3 \frac{l_3^3}{l_1^3} \right) = \frac{1}{2} m v^2,$$

საიდანაც

$$\sigma_1 = v \sqrt{\frac{m E_1}{F_1 l_1 \left( 1 + \frac{E_2 F_2 l_2^3}{E_1 F_1 l_1^3} + \frac{E_3 F_3 l_3^3}{E_1 F_1 l_1^3} \right)}}. \quad (1-63)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებებისა და (c) ტოლობათა დახმარებით მოიძებნება ძაბვები ორ დანარჩენ ლეროში:

$$\sigma_2 = v \sqrt{\frac{mE_2}{F_2 l_2 \left( 1 + \frac{E_1 F_1 l_1^5}{E_2 F_2 l_2^5} + \frac{E_3 F_3 l_3^5}{E_2 F_2 l_2^5} \right)}}; \quad (1.64)$$

$$\sigma_3 = v \sqrt{\frac{mE_3}{F_3 l_3 \left( 1 + \frac{E_1 F_1 l_1^5}{E_3 F_3 l_3^5} + \frac{E_2 F_2 l_2^5}{E_3 F_3 l_3^5} \right)}}. \quad (1.65)$$

ლეროების სიმტკიცისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$\sigma_1 \leq [\sigma_1];$$

$$\sigma_2 \leq [\sigma_2];$$

$$\sigma_3 \leq [\sigma_3].$$

ხოლო მდგრადობისათვის კი:

$$\sigma_1 \leq \varphi_1 [\sigma_1];$$

$$\sigma_2 \leq \varphi_2 [\sigma_2];$$

$$\sigma_3 \leq \varphi_3 [\sigma_3].$$

სადაც  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  და  $\varphi_3$  არის შესაბამ ლეროთა დარტყმითი გრძივი ღუნვის კოეფიციენტები\*, ხოლო  $[\sigma_i]$  შესაბამ ლეროთა დასაშვები ძაბვა კუმშვაზე.

## § 11. დარტყმის შესწავლა ვიბრაციული თეორიის თვალსაზრისით

ა) მყარი ტანის დარტყმა უწონადო დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმაციის ფუნქცია ზოგადია

ვთქვათ დარტყმა წარმოებს ისეთ უწონადო დრეკად სისტემაზე (ნახ. 2), რომლის დეფორმირების ფუნქცია ზოგადი სახისაა

$$\delta = f(P) \text{ ან } P = F(\delta). \quad (a)$$

რადგან დამრტყმელი ტანი (ჩვენი პირობის თანახმად) აბსოლუტურად მყარია, ამიტომ მისი მოძრაობა დარტყმის პროცესში ანალოგიურია  $m$  ნივთიერი წერტილის მოძრაობისა.  $m$  ნივთიერ წერტილზე (დარტყმის პროცესის მიმდინარეობის დროს) ერთის მხრივ მოდებულია  $I$  ინერციის რეალური ძალა, რომელიც კუმშავს დარტყმის მიმღებ დრეკად სისტე-

\* ო. ი. კაციტაძის გამოკვლევების [276] თანახმად ნათელი ხდება, რომ დარტყმის დროს,  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 1$ .

მას, მეორეს მხრივ კი ამ წერტილზე უკუქმედებს დრეკადი სისტემის  $P$  ძალა. ეს ორი ძალა დროის ყოველი  $t$  მომენტისათვის ურთიერთის ტოლია და მიმართულებით კი ურთიერთის საწინააღმდეგო, მაშ:

$$P = -I$$

ნიუტონის ცნობილი კანონის თანახმად

$$I = m \cdot a = m \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

ამიტომ

$$P = -m \frac{d^2 \delta}{dt^2}, \quad (b)$$

საიდანაც

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{P}{m} = 0. \quad (1-66)$$

ეს განტოლება რომ გარკვეული სახის დიფერენციალურ განტოლებად იქცეს, ამისათვის საჭიროა წინასწარ ვიცოდეთ ის ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს  $\delta$  დრეკად გადაადგილებასა და დრეკადი სისტემის  $P$  დრეკად ძალას შორის. თუ ეს დამოკიდებულება მოცემულია ( $a$ ) ფუნქციების სახით, მაშინ მათი და (1-66) გამოსახულების დახმარებით შესაძლებელია შედგენილი იქნას როგორც  $\delta$  დეფორმაციის, აგრეთვე  $P$  დრეკადი ძალის (ანუ რაც იგივეა, დარტყმის ძალის) გამომთვლელი (მათი დროში ცვალებადობის ამსახველი) დიფერენციალური განტოლებანი.

ჩასმით:  $P = F(\delta)$  განტოლება (1-66) გვაძლევს დეფორმაციის გამომთვლელ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{F(\delta)}{m} = 0. \quad (1-67)$$

ჩასმით:  $\delta = f(P)$  განტოლება (1-66) გვაძლევს დარტყმის ძალის გამომთვლელ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2 [f(P)]}{dt^2} + \frac{P}{m} = 0. \quad (1-68)$$

ამ განტოლებებს თან ერთვითან სათანადო საწყისი პირობებიც. მაგალითად, თუ დარტყმის დაწყების მომენტში (როცა  $t=0$ ) დარტყმის მიმღები სისტემა წინასწარ დაუქიმავე იყო, მაშინ:

$$\left. \begin{aligned} \delta = 0; & \quad \frac{d\delta}{dt} = v; \\ |_{t=0} & \quad |_{t=0} \\ \\ P = 0; & \quad \frac{d[f(P)]}{dt} = v. \\ |_{t=0} & \quad |_{t=0} \end{aligned} \right\} \quad (1-69)$$

როდგან ორივე დიფერენციალური განტოლების ერთდროულად ამოხსნა არ არის აუცილებელი, ამიტომ გამოვიყვლით (1-67) განტოლებას. ამისათვის წარმოვადგინოთ იგი ასეთი სახით:

$$\frac{1}{2} d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = -\frac{F(\delta)}{m} d\delta$$

მისი გაინტეგრალება და  $F(\delta)$  წევრის შეცვლა  $P$  ძალით გვაძლევს:

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = -\frac{2}{m} \int P d\delta + c. \quad (c)$$

როცა დარტყმა მხოლოდ იწყება, მაშინ ერთის მხრივ  $\frac{d\delta}{dt} = v$ , ხოლო მეორეს მხრივ დრეკად სისტემაში შესრულებული მუშაობა ნულის ტოლია  $\int p d\delta = 0$ , ამიტომ (c) გამოსახულებაში შემავალი ინტეგრალის მუდმივა ტოლია  $v^2$ -ისა. ამრიგად:

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = -\frac{2}{m} \int P d\delta + v^2. \quad (d)$$

როდესაც დამრტყმელი ტანის სიჩქარე (დარტყმის მაქსიმუმის დროს) განულდება, ე. ი. გვექნება

$$\frac{d\delta}{dt} = 0$$

მაშინ დრეკადი  $P$  ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა გახდება მაქსიმალური სიდიდისა

$$\Pi = \int_0^{\delta_{max}} P d\delta = \int_0^{P_{max}} P d\delta.$$

თუ ამ მნიშვნელობებს (d) გამოსახულებაში შევიტანთ, მივიღებთ ენერგეტიკული მეთოდით გამოყვანილ (1-2) და (1-3) განტოლებას:

$$\int_0^{\delta_{max}} P d\delta = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\int_0^{P_{max}} P d\delta = \frac{1}{2} m v^2$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხოვანია, ე. ი.

$$\delta = f(P) = \alpha P^n$$

მაშინ ზემოთ მოყვანილი განტოლებები გვაძლევენ დეფორმაციისა და დარტყმის ძალის განმსაზღვრელ ისეთ ფორმულებს, რომლებიც ემთხვევიან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ შედეგებს:

$$\delta_{max} = \left[ \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{(n+1)}{n} \cdot \alpha \frac{1}{n} \right]^{\frac{n}{n+1}} \quad (1-70)$$

$$P_{max} = \left[ \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{(n+1)}{an} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (1-71)$$

დრო, რომელიც გადის დარტყმის დაწყებიდან დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარებაზე, მოიძებნება ( $d$ ) განტოლების სათანადო გარდაქმნით. წარმოვადგინოთ აღნიშნული განტოლება შემდეგნაირად:

$$dt = \frac{d\delta}{v \sqrt{1 - \frac{\int P d\delta}{0,5mv^2}}}$$

შევცვალოთ ( $0,5mv^2$ ) ფაქტორი მისი შესაბამისი  $\int P d\delta$  სიდიდით, მაშინ გამოსახულება

$$\frac{\int P d\delta}{P_{max}}$$

$$\int P d\delta$$

ჩასმით  
მოგვეცემს

$$\delta = \alpha P^n$$

$$\left( \frac{\delta}{\delta_{max}} \right)^{\frac{n+1}{n}} = x^{\frac{n+1}{n}}$$

სადაც  $x$  იცვლება ნულიდან ერთამდე. ზემოთ ჩატარებული გარდაქმნების თანახმად

$$dt = \frac{\delta_{max} \cdot dx}{v \sqrt{1 - x^{\frac{n+1}{n}}}}$$

საიდანაც სრული დრო დარტყმისა ტოლია

$$T_{დარტ.} = \frac{2\delta_{max}}{v} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^{\frac{n+1}{n}}}} \quad (1-72)$$

მაგალითი 2. დარტყმა წარმოებს სამსახსროვანი ღეროს შუა სახსარში (ნახ. 21). მოვძებნოთ შუა კვანძის მაქსიმალური გადაადგილება, დარტყმის ძალა და დარტყმის დრო.

მოცემულია: ღეროს სიგრძე  $l=400$  სმ

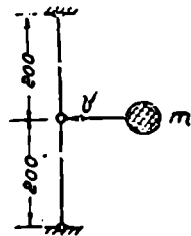
მისი განივკვეთის ფართობი  $F=1$  სმ<sup>2</sup>

მასალის დრეკადობის მოდული  $E=2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>

დამრტყმელი ტანის მასა  $m=0,02$  კგ წმ<sup>2</sup>/სმ

დარტყმის სიჩქარე  $v=120$  სმ/წმ.

ამოხსნა. რადგან შუა კვანძის გადაადგილებასა და მასზე მოქმედ ძალას შორის არსებობს (1—50) ფორმულით გამოხატული დამოკიდებულება, ამიტომ:



ნახ. 21

$$n = \frac{1}{3}, \quad \alpha = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{3}{EF}}$$

ამ მონაცემთა დახმარებით (1—70) და (1—71) ფორმულები გვაძლევს:

$$\delta_{max} = \left[ \frac{0,02 \cdot 120^2}{2 \cdot 10^6} \cdot 4 \cdot 200^3 \frac{1}{2 \cdot 10^6} \right]^{\frac{1}{4}} \approx 7 \text{ სმ};$$

$$P_{max} = \left[ \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 120^2}{200^3 \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 10^6}}} \right]^{\frac{3}{4}} \approx 83 \text{ კგ.}$$

(1—72) ფორმულის თანახმად, დარტყმის სრული დრო ტოლია

$$T_{დარტყ.} = \frac{2\delta_{max}}{v} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}},$$

რომელიც ჩასმით:  $x = -\cos \beta$  მიიყვანება ნორმალური სახის ელიფსურ ინტეგრალზე:

$$T_{დარტყ.} = \frac{2\delta_{max}}{v} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{2\delta_{max}}{v\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \beta}} = \frac{2\delta_{max}}{v\sqrt{2}} \varphi(k)$$

რადგან ელიფსურ ინტეგრალთა ტაბულა\* გვაძლევს

$$f(k) \approx 1,85$$

\* Ю. С. Сикорский, Элементы теории эллиптических функций, М. 1930. стр. 360.

ამიტომ დარტყმის საძიებელი  $T$  დრო ტოლია:

$$T_{\text{დარტყ.}} \approx 2,62 \frac{\delta_{max}}{v},$$

რადგან

$$\delta_{max} \approx 7 \text{ სმ}, \quad v = 120 \text{ სმ/წმ},$$

ამიტომ

$$T_{\text{დარტყ.}} \approx 0,15 \text{ წმ}$$

**ბ) დარტყმა ისეთ უწონადო დრეკად სისტემებზე, რომლის დეფორმირების ფუნქციაა წრფივია**

როდესაც დარტყმის მიმღები სისტემის დეფორმირება ხდება წრფივი კანონით

$$\delta = f(P) = \alpha P,$$

მაშინ (1—68) გამოსახულება ლებულობს მეორე რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლების სახეს:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} = \varphi^2 P = 0 \quad (1-73)$$

აქ

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha m}}. \quad (1-74)$$

სადაც  $\varphi$  არის ჰარმონიული რხევის სიხშირე;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასა;

$\alpha$ —დარტყმის მიმღები დრეკადი სისტემის ერთეული ძალით გამოწვეული გადაადგილება;

$P$ —დარტყმის ძალა.

(1—73) განტოლების ზოგადი ამონახსნი (ინტეგრალი) ასეთია

$$P = A \sin \varphi t + B \cos \varphi t,$$

რადგან (1—69) საწყისი პირობების დაკმაყოფილების დროს ეს ამონახსნი ვეაძლევეს

$$B = 0 \text{ და } A = \frac{v}{\alpha \varphi},$$

ამიტომ კერძო ინტეგრალი მიიღებს სახეს:

$$P = \frac{v}{\alpha \varphi} \sin \varphi t,$$



რომელიც ჩასმით

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{am}}$$

დაიყვანება სახეზე

$$P = v \sqrt{\frac{m}{a}} \cdot \text{Sin}\varphi t \quad (1-75)$$

როდესაც

$$t = \frac{\pi}{2\varphi} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{am}{\varphi}}, \quad (1-76)$$

მაშინ

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m}{a}} = \sqrt{\frac{2U}{a}} \quad (1-77)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების თანახმად დარტყმის ძალის ცვალებადობა  $t$  დროში შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ფორმულით:

$$P(t) = P_{max} \cdot \text{Sin}\varphi t \quad (1-78)$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{\varphi}$$

მიღებული შედეგებიდან შეგვიძლია დავასკვნათ შემდეგი:

1. დარტყმის ძალა თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას აღწევს (1-76) ფორმულით გამოხატულ დროში, ამიტომ დარტყმის სრული დრო, რომლის განმავლობაშიაც დამრტყმელი ტანი რჩება დრეკად სისტემაზე ტოლია

$$T_{\text{დარტყ.}} = \frac{\pi}{\varphi} = \pi \sqrt{am} \quad (1-79)$$

2. ენერგეტიკული თეორიით მიღებული (1-9) შედეგი ზუსტად ემთხვევა ვიბრაციული თეორიით გამოყვანილ (1-77) ფორმულას.

3. დარტყმის  $P(t)$  ძალა, (1-78) ფორმულის თანახმად, იცვლება სინუსოიდის კანონით.

4. დარტყმის ძალის ეგრეთ წოდებული საშუალო მნიშვნელობის მისაღებად, დამრტყმელი ტანის  $mv$  ძრაობის რაოდენობა უნდა გავყოთ არა დარტყმის სრულ (1-79) დროზე, როგორც ამას შეცდომით ჩადის ზოგიერთი ავტორი [173], არამედ დარტყმის ხანგრძლივობის ნახევარზე, ამრიგად

$$P_{\text{საშ.}} = \frac{mv}{t} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{mv}{\sqrt{am}} = \frac{2}{\pi} v \sqrt{\frac{m}{a}} \quad (1-80)$$

თუ ამ უკანასკნელ ფორმულას შევადარებთ უფრო ზუსტთან, აღმოჩნდება, რომ ამ შემთხვევაში დარტყმის საშუალო ძალა მხოლოდ  $2/\pi$ -ჯერ

არის ნაკლები დარტყმის ძალის (1-77) რეალურ მნიშვნელობაზე. ძრავის რაოდენობა  $m$  რომ დარტყმის მთელ ხანგრძლივობაზე გაგვეყო მაშინ დარტყმის საშუალო ძალა იქნებოდა  $1: \pi$ -ჯერ ნაკლები რეალურ ძალასთან შედარებით, რაც უფრო ნეტ ცდომილებას იოგვეყმდა.

5. ზემოთ მიღებული (1-77) და (1-74) განოსახულების დაბაარებით, შესაძლებელია, დარტყმის მაქსიმალური ძალის განსაზღვრულ ფორმულას მიეცეს ახალი \* სახე

$$P_{max} = mv\varphi. \quad (1-81)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა იმითაა საინტერესო, რომ იგი ერთგვარ კავშირს აბამს კლასიკურ მექანიკაში არსებულ დარტყმის ძალასა (რომელშიაც მხოლოდ ძალის იმპულსი იგულისხმება) და დარტყმის რეალურ ძალას შორის. მართლაც, თუ ყველა ტანი ერთი და იგივე ფიზიკური ხასიათისაა და ყველასათვის (პირობითი დაშვებით)  $\varphi = 1$ , მაშინ (1-81) ფორმულიდან მივიღებთ იმ ცნობილ დამოკიდებულებას, რომელიც გამოყენებას პოულობს დარტყმის კლასიკურ (აბსოლუტურად მყარი ტანების) მექანიკაში

$$R = P = mv.$$

6. რხევის  $\varphi$  სიხშირეში გამოხატული დარტყმის ძალის გამომთვლელი (1-81) ფორმულა საინტერესოა კიდევ იმითაც, რომ მისი დახმარებით შესაძლებელია ე. წ. ცენტრიდანი ძალის სიდიდის განსაზღვრაც, მართლაც თოკზე დამაგრებული  $m$  მასის ბრუნვა უძრავი წერტილის ირგვლივ  $R$  რადიუსით და  $\omega$  მუდმივი კუთხური სიჩქარით ანალოგიურია რხევის ისეთი მოვლენისა, როცა

$$\varphi = \omega = \frac{v}{R}.$$

ასეთ შემთხვევაში (1-81) ფორმულა გვაძლევს ცენტრიდანული ძალის ცნობილ ფორმულას

$$P = \frac{mv^2}{R}.$$

დასასრულს, თუ (1-81) გამოსახულებაში ფორმალურად დავუშვებთ, რომ  $\varphi = g/v$ , მივიღებთ იმ ძალასაც, რომლითაც დედამიწა იზიდავს რაიმე მასის მქონე მატერიალურ ტანს:

$$P = mg$$

\* გ. ნ. რაზმაძე, რა არის ძალა და ძალის განსაზღვრა თავისუფალი მასების შეჯახებისას, 1940 (დისერტაციის ვარიანტი)

გ) დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონისა და დარტყმის მიმღები დრეკადი სისტემის საკუთარი მასის გავლენის გათვალისწინება.

თუ  $m_1$  მასის დარტყმა წარმოებს ისე, რომ ემთხვევა როგორც დრეკადი სისტემის აგრეთვე დედამიწის მიმზიდველობის ძალის მიმართულეობას (ნახ. 3), მაშინ დარტყმის დაწყების პირველ მომენტში, როგორც დამრტყმელი  $m_1$  მასა, აგრეთვე დარტყმის მიმღები სისტემის  $m_2$  დაყვანილი მასა ერთ საერთო  $v$ , სიჩქარეს მიიღებენ

$$v_c = \frac{v}{1 + \frac{m_2}{m_1}}. \quad (a)$$

დარტყმის მიახლოებითი გამოკვლევის მიზნით, უშვებენ, რომ დამრტყმელი და დარტყმის მიმღები დაყვანილი მასა ურთიერთიდან არ აირეკლება დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარებამდე მაინც.

რადგან გესურს გავითვალისწინოთ დამრტყმელი ტანის  $Q$  საკუთარი წონის გავლენაც, ამიტომ დარტყმის მიმღებ სისტემაზე იმოქმედებს არა მხოლოდ  $J$  ინერციის ძალა, არამედ  $Q$  ძალაც, ამრიგად გვექნება:

$$P = Q + J$$

ანუ, რადგან

$$J = -m \frac{d^2 \delta}{dt^2}$$

ამიტომ:

$$P = Q - m \frac{d^2 \delta}{dt^2}, \quad (b)$$

სადაც:

$$m = m_1 + m_2.$$

თუ დარტყმის მიმღები დრეკადი გარემო ამ შემთხვევაშიაც დეფორმირდება წრფივი კანონით

$$\delta = \alpha P, \quad (c)$$

მაშინ (b) გამოსახულება დაიყვანება გარკვეული სახის დიფერენციალურ განტოლებაზე:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \varphi^2 (P - Q) = 0. \quad (1-83)$$

აქ

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha m}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha(m_1 + m_2)}}, \quad (1-84)$$

სადაც  $\alpha$  — დარტყმის მიმღები სისტემის სიხისტეა. (1-83) განტოლებას ემატება დასმული ამოცანის თავისებურებიდან გამომდინარე ასეთი საწყისი პირობები:

პირველი პირობა, როცა დარტყმა მხოლოდ იწყება ( $t=0$ ), მაშინ დარტყმის ძალის სიდიდე ნულის ტოლია, ე. ი. დრეკადი გარემო შეუქუმშავია.

მეორე პირობა, როცა დარტყმა მხოლოდ იწყება ( $t=0$ ), მაშინ დამრტყმელ ტანსა და დაყვანილ მასას აქვთ ერთი საერთო  $v_c$  სიჩქარე, რაც ჩაიწერება ასე:

$$\left. \frac{d(\alpha P)}{dt} \right|_{t=0} = v_c,$$

ანუ

$$\left. \frac{dP}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_c}{\alpha}.$$

ამ საწყის ორ პირობასა და (1-83) განტოლებას აკმაყოფილებს ასეთი სახის ამონახსნი:

$$P(t) = \frac{v_c}{\alpha \varphi} \cdot \sin \varphi t + Q(1 - \cos \varphi t). \quad (1-85)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების დახმარებით შესაძლებელია გავაკეთოთ რამდენიმე დასკვნა:

1. დარტყმის  $P(t)$  ძალა (დამრტყმელი ტანის არეკვლის გამო) ნული ხდება მხოლოდ მაშინ, როდესაც\*

$$t = \frac{\pi}{\varphi}. \quad (1-86)$$

ამიტომ ჩვენი აზრით სწორი არაა ის ავტორი [16] რომელიც ამტკიცებს, რომ დარტყმის  $P(t)$  ძალა თითქოს ნულდებოდეს ძელიდან არეკვლის გამო (1-86) ფორმულით გამოხატულ უფრო მცირე დროშია.

2. (1-85) ფორმულის თანახმად დარტყმის მაქსიმალურ ძალას შეესაბამება ისეთი  $t$  დრო, რომელიც აკმაყოფილებს ასეთ პირობას

$$t \varphi t = - \frac{v_c}{\alpha Q \varphi}. \quad (1-87)$$

3. დროზე დამოკიდებულ დინამიკური კოეფიციენტისათვის გვიქნება ფორმულა

$$\mu(t) = \frac{P(t)}{Q} = \frac{v_c}{\alpha Q \varphi} \sin \varphi t + (1 - \cos \varphi t). \quad (1-88)$$

\* ლაპარაკია თარახულ დარტყმაზე როცა  $Q=0$ .

რომელიც ჩასმით\*:

$$\sin\varphi t = \frac{\frac{v_c}{aQ\varphi}}{\sqrt{1 + \frac{v_c^2}{(aQ\varphi)^2}}};$$

$$\cos\varphi t = \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{v_c^2}{(aQ\varphi)^2}}}.$$

დაიყვანება ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (1—19) ცნობილ ფორმულაზე:

$$\mu_{max} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g_{\text{ძვბ}} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}.$$

\* ასეთი ჩასმები პირველად მოახდინა ნ. კ. სნიტკომ [16] (ავტორი)

თავი მეორე

დრეკადი მასიური განის დარტყმა ბრჯყელი უპიქით უძრავად  
დამბრკავალ სიბრჯყეზე

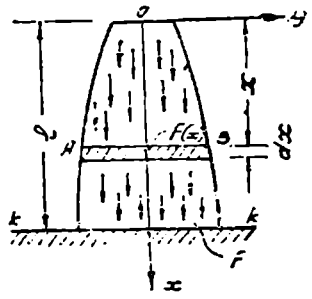
§ 12. ძაბვების გამოთვლა ენერგეტიკული თეორიით დრეკადი ტანის  
სიბრჯყეზე დარტყმის დროს

დრეკადი მასიური ტანი, რომელსაც  $F(x)$  ცვალებადი განივკვეთი და ბრტყელი  $F$  ფუძე აქვს, ცენტრალურად ეჯახება  $k-k$  სიბრტყეს (ნახ. 22). ვიპოვოთ დარტყმით აღძრული ძაბვები და დარტყმის ძალა.

რადგან დარტყმის მიმღები საყრდენი უძრავი და უდევორმირია, ამიტომ დარტყმის მთელი ( $U=0,5mv^2$ ) კინეტიკური ენერგია უნდა გარდაიქმნას დრეკადი დამრტყმელი ტანის დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალურ ენერგიად და ამ მომენტში ტანი  $P_{max}$  მაქსიმალური ძალით უნდა დააწვეს საყრდენს. დარტყმის ამ მომენტს (რომელსაც დარტყმის მაქსიმუმი შეგვიძლია ვუწოდოთ) შეესაბამება ტოლობა

$$\Pi = U. \quad (a)$$

რადგან დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია ცნობილია, ამიტომ შემდეგი ამოცანა იმაში მდგომარეობს, რათა დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერგია გამოხატული იქნას დარტყმით აღძრულ ძაბვებში. ამისათვის კი თავის მხრივ საჭიროა იმის წინასწარი ცოდნა თუ რა კანონით არის განაწილებული დარტყმით აღძრული ძაბვები დამრტყმელი ტანის მთლიან მოცულობაში. ეს საკითხი საერთოდ დღემდე გადაუჭრელ პრობლემად ითვლება. ამიტომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორია ემყარება ზოგიერთ, რეალობასთან (გონებრივი ვარაუდით) ახლო მდგომ მოსაზრებას. მაგრამ ვიდრე ჰიპოთეზის გამოყენებაზე გადავიდოდეთ ჩვენ წინასწარ ავირჩიოთ ძაბვების განაწილების ზოგადი კანონი. ვთქვათ:



ნახ. 22.

$$\sigma(x) = \sigma\phi(x), \quad (2-1)$$

სადაც  $\sigma(x)$  არის დარტყმით აღძრული საშუალო ძაბვა  $x$  კვეთში, ანუ  $F(x)$  ფართეულზე;

$\sigma$ —ძაბვა დარტყმის  $F$  ფუძეზე;

$\varphi(x)$ —განზომილების არმქონე რაღაც ფუნქცია  $x$ -ს ცვლადისა, რომელიც არსებითად დამრტყმელი ტანის გეომეტრიულ ფორმაზე და ძაბვების განაწილების კანონზე უნდა იყოს დამოკიდებული.

როცა (2-1) ძაბვების განაწილების ფუნქცია ცნობილია, მაშინ დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერგია ადვილად მოიძებნება მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულით

$$\Pi = \int_0^l \frac{\sigma^2(x)}{2E} \cdot F(x) dx = \frac{\sigma^2}{2E} \int_0^l \varphi^2(x) F(x) dx, \quad (b)$$

სადაც  $E$  არის დამრტყმელი ტანის მასალის დრეკადობის მოდული,  $l$ —ტანის სიგრძე.

(b) მონაცემის თანახმად, დარტყმის ძალის ( $\alpha$ ) განტოლება მიიღებს სახეს

$$\frac{\sigma^2}{2E} \int_0^l \varphi^2(x) \cdot F(x) dx = U,$$

აქედან

$$\sigma = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\alpha}} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\alpha}}, \quad (2-2)$$

სადაც

$$\alpha = \frac{1}{EF^2} \int_0^l \varphi^2(x) F(x) dx. \quad (2-3)$$

(2-2) ფორმულისა და (2-1) გამოსახულების თანახმად, ტანის ნებისმიერ  $x$  კვეთში განვითარებული ძაბვა შეგვიძლია გამოვხატოთ ასეთი ფორმულით:

$$\sigma(x) = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\alpha}} \cdot \varphi(x). \quad (2-4)$$

ძაბვის (2-2) ფორმულის დახმარებით, შესაძლებელია აგრეთვე გამოთვლა იმ დარტყმის ძალისა, რომელიც ვითარდება დარტყმის  $F$  ფართეულზე

$$P = v \sqrt{\frac{m}{\alpha}}, \quad (2-5)$$

სადაც  $\alpha$  დამრტყმელი ტანის დაყვანილი სიხისტეა და გამოითვლება (2-3) ფორმულით.

შემდგომი ამოცანა იმაში მდგომარეობს, რათა ვიპოვოთ ძაბვების განაწილების  $\varphi(x)$  ფუნქცია. ამ საკითხში ჩვენ ვიზიარებთ პროფ. ნ. მ. ბელიაევის [158] მიერ გამოყენებულ იმ ჰიპოთეზას, რომლის მიხედვითაც დაჯახებული ტანის ყოველ ნაწილს (დარტყმის მაქსიმუმის დროს), თითქოს უნდა ჰქონდეს ერთი და იგივე  $a$  აჩქარება. აღნიშნული მოსაზრების გამო,  $x$  მანძილზე მდებარე  $F(x)$  ფართეულზე (ნახ. 22) უნდა განვითარდეს შემდეგი სიდიდის ძაბვა

$$\sigma(x) = \rho_0 \frac{a}{F(x)} \int_0^x F(x) dx, \quad (c)$$

სადაც  $\rho_0$ —დამრტყმელი ტანის მასალის სიმკვრივეა (ანუ ერთეული მოცულობის მასა). (c) გამოსახულება იმის მათემატიკური გამოხატვაა, რომ დამრტყმელი ტანის  $AOB$  ნაწილის დინამიკური წონა (ნახ. 22) იყოფა ტანის განივეკვითის  $F(x)$  ფართობზე.

თუ დამრტყმელი ტანის მთლიან მოცულობას  $S$  ასოთი აღვნიშნავთ, მაშინ (c) გამოსახულება შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასეთნაირად

$$\sigma(x) = \frac{\rho_0 a S}{F} \cdot \frac{F}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx. \quad (d)$$

რადგან  $\rho_0 a S$ —დამრტყმელი ტანის მთლიანი დინამიკური წონაა, ამიტომ აღნიშვნით

$$\rho_0 \frac{aS}{F} = \sigma$$

(d) გამოსახულება ასე ჩაიწერება

$$\sigma(x) = \sigma \frac{F}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx.$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებას შევადარებთ (2-1) ფორმულას, აღმოჩნდება, რომ ძაბვების განაწილების  $\varphi(x)$  ფუნქცია ტოლია სიდიდისა:

$$\varphi(x) = \frac{F}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx. \quad (2-6)$$



ამ უკანასკნელი გამოსახულების შეტანით (2-3) ფორმულაში ვაღწევთ  $\alpha$  უცნობი წევრის საბოლოო განსაზღვრას

$$\alpha = \frac{1}{ES^2} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x) dx \right]^2 dx. \quad (2-7)$$

გავარჩიოთ დარტყმის ორი კერძო შემთხვევა:

**შემთხვევა პირველი.** დამრტყმელი ტანი პრიზმული ფორმისაა (ნახ. 23). ასეთ შემთხვევაში (2-7) ფორმულა გვაძლევს

$$\alpha = \frac{l}{3EF}. \quad (2-8)$$

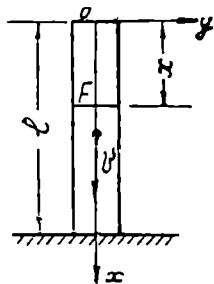
დარტყმით აღძრული მაქსიმალური ძაბვა და ძალა, (2-2) და (2-5) გამოსახულებათა მიხედვით, შესაბამისად ტოლია:

$$\sigma_{max} = \nu \sqrt{3E\rho_0}, \quad (2-9)$$

$$P_{max} = F\nu \sqrt{3E\rho_0}. \quad (2-10)$$

**შემთხვევა მეორე.** დამრტყმელი ტანი კონუსური ფორმისაა და ეჯახება ფუძით (ნახ. 24). (2-7) ფორმულის თანახმად

$$\alpha = \frac{l}{5EF}. \quad (2-11)$$



ნახ. 23.

ამიტომ (2-2) ფორმულა გვაძლევს

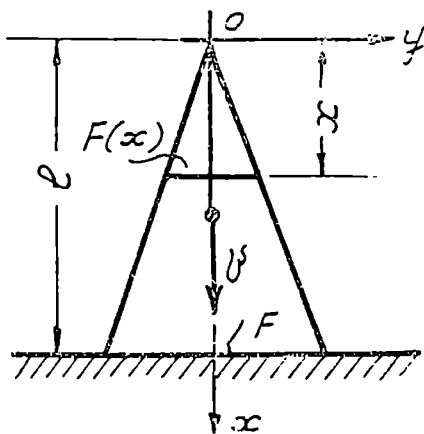
$$\sigma_{max} = \nu \sqrt{\frac{5}{3} E\rho_0}. \quad (2-12)$$

დარტყმის ძალისათვის გვექნება

$$P_{max} = \nu F \sqrt{\frac{5}{3} E\rho_0}. \quad (2-13)$$

დარტყმის ამ ორი შემთხვევიდან შეგვიძლია გავაკეთოთ რამდენიმე დასკვნა:

1. დარტყმით აღძრული ძაბვების სიდიდე არ არის დამოკიდებული ტანის გეომეტრიულ ზომებზე, არამედ იგი დამოკიდე-



ნახ. 24.

ბულია საერთოდ ტანის გეომეტრიულ ფორმაზე; (2-9) და (2-12) ფორმულებში შემაჯავლი მუდმივი (3 და 5/3) კოეფიციენტთა სხვადასხვაობა იმითაა გამოწვეული, რომ ერთი ტანი პრიზმული ფორმისაა, ხოლო მეორე კონუსური. თუ დამრტყმელი ტანის ფორმის გავლენას რაიმე,  $\beta$  კოეფიციენტში გამოვხატავთ, მაშინ (2-9), (2-12) და სხვა ფორმულათა ნაცვლად მხოლოდ ერთი ზოგადი გამოსახულება გვექნება, სახელდობრ:

$$\sigma_{max} = \beta v \sqrt{E \rho_0}, \quad (2-14)$$

სადაც

$$\beta = \sqrt{\frac{S}{a E F^2}}. \quad (2-15)$$

( $\beta$ -ს შეგვიძლია ვუწოდოთ ფორმის კოეფიციენტი).

2. ჩვენ ქვემოთ დავინახავთ, რომ (2-14) ფორმულა თავისი წყობის მიხედვით არსებითად იგივეა, რაც დარტყმის ტალღური თეორიით მიღებული შედეგი. მართლაც, თუ დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარეს აღვნიშნავთ  $a$  ასოთი, მაშინ, რადგან საერთოდ

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}},$$

ამიტომ (2-14) ფორმულა მიიღებს სახეს

$$\sigma_{max} = \beta \frac{v E}{a}, \quad (2-16)$$

რომელიც ფორმალური დაშვებისას  $\beta = 1$  დაიყვანება იუნგის ცნობილ ფორმულაზე.

ზემოთ მიღებულ ფორმულებში, გათვალისწინებული არ არის დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენა, ამიტომ მიღებული შედეგები სამართლიანია ტანის თარაზულად შეჯახების შემთხვევაში. როდესაც დარტყმა (ზემოდან ქვემოთ) ისე წარმოებს, რომ დარტყმის შედეგული მიმართულება მართობია თარაზული მდებარეობის მქონე დარტყმის მიმღები საყრდენი სიბრტყისა, მაშინ დარტყმის ძალის სიდიდის ზრდას იწვევს არა მარტო ის, რომ ძალას უბრალოდ დაემატება  $Q$  საკუთარი წონა, არამედ, ისიც რომ დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგია დიდდება მიმზიდველობის ძალით გამოწვეული იმ მუშაობით, რომელსაც ასრულებს (თითქოს ერთ წერტილში შეყურსული) დამრტყმელი ტანის საკუთარი  $Q$  წონის ტოლი ძალა, ამ ძალის მიმართულებით მოხდენილ  $\delta$  დინამიკურ გადაადგილებაზე. ვიპოვოთ ეს გადაადგილება. რადგან, საერთოდ

$$\sigma = \frac{P}{F},$$

ამიტომ (b) გამოსახულება (2-6) ფორმულის დახმარებით მიიღებს სახეს:

$$\Pi = \frac{P^2}{2ES^2} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x) dx \right]^2 dx.$$

ამ გამოსახულების  $P$  ძალით გაწარმოებით ვლებულობთ ძალის მოქმედებით გამოწვეულ  $\delta$  გადაადგილებას:

$$\delta = \frac{d\Pi}{dP} = \alpha P, \quad (2-17)$$

სადაც  $\alpha$  მოიძებნება (2-7) ფორმულით. ეს უკანასკნელი (2-17) გამოსახულება იმის საშუალებას გვაძლევს, რომ მასიური ტანის დარტყმა სიბრტყეზე ანალოგიური გავხადოთ ერთ წერტილში შეყურსული  $m$  მასისა ისეთ უწონადო დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმაციის ფუნქცია იცვლება (2-17) კანონით. ამ თავისებურების გათვალისწინებით, დარტყმის ძალის განტოლებას დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გათვალისწინებისას ასეთი სახე ექნება

$$\frac{1}{2} \alpha P^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \delta Q,$$

ანუ, რადგან  $\delta = \alpha P$ , ამიტომ,

$$\frac{1}{2} \alpha P^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \alpha Q P,$$

საიდანაც:

$$P_{max} = Q \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{\alpha Q}} \right). \quad (2-18)$$

როცა ტანი ეცემა  $H$  სიმაღლიდან მაშინ, რადგან თავისუფალი ვარდნის დროს

$$v^2 = 2gH,$$

ამიტომ (2-18) ფორმულა ახალ სახეს მიიღებს

$$P_{max} = Q \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\alpha Q}} \right), \quad (2-19)$$

სადაც  $P_{max}$  არის დარტყმის ის მაქსიმალური ძალა, რომელიც ვითარდება დარტყმის  $F$  ფართეულზე;

$Q$ —დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონა;

$v$ —დამრტყმელი ტანის სიჩქარე;

$H$ —ტანის თავისუფალი ვარდნის სიმაღლე;

$g$ —სიმძიმის ძალის აჩქარება;

$\alpha$ —დამრტყმელი ტანის დაყვანილი სიხისტე ანუ მოქნადობა, რომელიც სხვადასხვა ფორმის ტანებისათვის გამოითვლება (2-7) ფორმულით.

დამრტყმელი ტანის დეფორმაციის (2-7) ფუნქცია საშუალებას გვაძლევს გავითვალისწინოთ არამართო დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენა, არამედ აგრეთვე დარტყმის მიმდები სიბრტყის (მოსალოდნელი) დეფორმაციული გადაადგილება, რომელიც დრეკადობის თეორიის ცნობილი\* ფორმულის თანახმად გამოიხატება წრფივი სახის ფუნქციით

$$\delta_2 = \alpha_2 P = \frac{k(1-\gamma_2^2)}{E_2 \sqrt{F'}} \cdot P, \quad (2-20)$$

სადაც  $\delta_2$  არის დრეკადი სიბრტყის (უსასრულოდ დიდი ტანის ზედაპირის) საშუალო გადაადგილება;

$E_2$ —ამ ტანის მასალის დრეკადობის მოდული;

$F'$ —დაწნევაში მყოფი ტანის ფუძის ფართობი;

$\gamma_2$ —პუასონის კოეფიციენტი;

$k$ —შეხების  $F'$  ფართეულის კონტურის ფორმაზე დამოკიდებული კოეფიციენტი. მაგალითად, წრიული კონტურისათვის  $k = 0,96$ .

(2-20) და (2-17) გამოსახულებათა დახმარებით, დრეკადი ტანის დარტყმა დრეკად სიბრტყეზე დაიყვანება ერთ წერტილში შეყურსული ნივთიერი  $m$  მასის დარტყმაზე ურთიერთთან თანმიმდევრობით ჩართულ დრეკად სისტემაზე (ნახ. 7), დარტყმის ძალის განტოლება, ასეთ შემთხვევაში მიიღებს სახეს

$$\frac{1}{2} \alpha_1 P^2 + \frac{1}{2} \alpha_2 P^2 = \frac{1}{2} m v^2 + Q \delta,$$

რომელიც ჩასმით  $\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) P$ , გვაძლევს დარტყმის ძალის მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$$P_{max} = Q + \sqrt{Q^2 + \frac{m v^2}{\alpha_1 + \alpha_2}}, \quad (2-21)$$

სადაც  $\alpha_1$  გამოითვლება (2-7) ფორმულის დახმარებით, ხოლო  $\alpha_2$  წვერის მნიშვნელობა კი ნაჩვენებია (2-20) გამოსახულებაში.

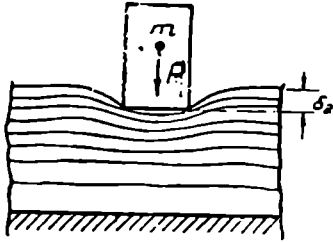
როცა დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენა უგულებელყოფილია (ან დარტყმა წარმოებს თარახულად), მაშინ (2-21) ფორმულა

\* С. П. Тимошенко, Теория упругости, М., 1937

(დაშვებით  $Q=0$ ) მარტივდება

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m}{\alpha_1 + \alpha_2}} \quad (2-22)$$

მაგალითი 8. ცილინდრული ფორმის დრეკადი ტანი ცენტრალურად ეჯახება მასიური დრეკადი ტანის ზედაპირს (ნახ. 25). მოვხდნოთ დარტყმის ფართეულზე განვითარებული კონტაქტური ძალის სიდიდე.



ნახ. 25.

მოცემულია: დარტყმის სიჩქარე  $v=200$  სმ/წმ; დამრტყმელი ტანის სიგრძე  $l=100$  სმ; მისი განივკვეთის ფართობი  $F=200$  სმ<sup>2</sup>; დამრტყმელი ტანის სიმკვრივე  $\rho_0 = \frac{10^{-5}}{1,26}$  კგ. წმ<sup>3</sup>/სმ<sup>3</sup>; დამრტყმელი

ტანის დრეკადობის მოდული  $E=2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>; ტანის ფუძის ფორმის კოეფიციენტი

$k=0,96$ ; დარტყმის მიმღები მასიური ტანის პუასონის კოეფიციენტი  $\gamma_2=0,3$ ; მისი დრეკადობის მოდული  $E_2=2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>. გამოვთვალოთ დამხმარე სიდიდეები:

დამრტყმელი ტანის მასა

$$m = \rho_0 F l = \frac{1}{6,3} \text{ კგ. წმ}^2/\text{სმ};$$

იგივე ტანის საკუთარი წონა

$$Q = mg = 155,7 \text{ კგ};$$

დამრტყმელი ტანის სიხისტე

$$\alpha_1 = \frac{l}{3EF} = \frac{1}{1,2 \cdot 10^7} \text{ სმ/კგ};$$

დარტყმის მიმღები მასიური ტანის ზედაპირის სიხისტე

$$\alpha_2 = \frac{k(1-\gamma_2^2)}{E_2 \sqrt{F}} = \frac{1}{2,96 \cdot 10^7} \text{ სმ/კგ}.$$

კონტაქტური დარტყმის ძალის სიდიდე გამოითვლება (2-21) ფორმულით

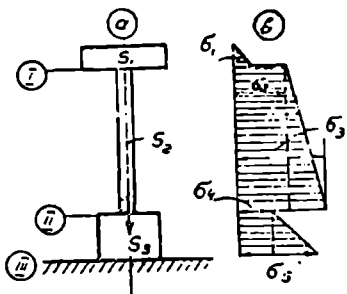
$$P_{max} = Q + \sqrt{Q^2 + \frac{mv^2}{\alpha_1 + \alpha_2}} = 155,7 + \sqrt{155,7^2 + \frac{200^2 \cdot 12 \cdot 10^6 \cdot 2,96 \cdot 10^7}{6,3(1,2 \cdot 10^7 + 2,96 \cdot 10^7)}}$$

ანუ

$$P_{max} \approx 232156 \text{ კგ.}$$

§ 13. ლითონის საბედი ორთქლის უროს გაანგარიშება  
 ღარტყმის მენაგებტიკული თეორიით

ლითონის ცხლად თუ ცივად საქედი უროსათვის ყველაზე საშიშ მოვლენად ითვლება მისი შემთხვევითი დარტყმა თვით საქედ გრდემლზე. ასეთ შემთხვევაში (თუ გრდემლს აბსოლუტურად მყარ ტანად მივიჩნევთ), უროს დარტყმის მთელი  $U$  კინეტიკური ენერგია დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის სახეს მიიღებს და უროს მთელ მოცულობაში წარმოშობს დარტყმით დაბეებს. რადგან უროს მთელი კონსტრუქცია დაახლოებით სამსაფეხურიან პრიზმული ფორმის მქონე ტანს წარმოადგენს (ნახ. 26), ამიტომ დარტყმის სახიფათო დაბეები უმთავრესათ შეიძლება წარმოიშვან ან II კვეთში, ან III-ში. ვიპოვოთ ეს დაბეები, რათა დავადგინოთ უროს რაციონალური ფორმა.



ნახ. 26.

თუ (პროფ. ბელიაევის ჰიპოთეზის მიხედვით) წარმოვიდგენთ, რომ უროს ყოველ ნაწილაკს (დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების მომენტში) აქვს ერთი და იგივე სიდიდის  $a$  აჩქარება, მაშინ დარტყმით აღძრული დაბეების ეპიურის დაახლოებითი ფორმის მისაღებად (ნახ. 26 b) გვექნება შემდეგი სიდიდეები:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= a\rho_0 \frac{S_1}{F_1}; \\ \sigma_2 &= a\rho_0 \frac{S_1}{F_2}; \\ \sigma_3 &= a\rho_0 \frac{(S_1+S_2)}{F_3}; \\ \sigma_4 &= a\rho_0 \frac{(S_1+S_2)}{F_3}; \\ \sigma_5 &= a\rho_0 \frac{(S_1+S_2+S_3)}{F_3}, \end{aligned}$$

საიდანაც  $a\rho_0$  ფაქტორის გამორიცხვის შემდეგ, შედგება ასეთი დამოკიდებულება

$$\frac{\sigma_1 F_1}{S_1} = \frac{\sigma_2 F_2}{S_1} = \frac{\sigma_3 \cdot F_2}{S_1 + S_2} = \frac{\sigma_4 F_3}{S_1 + S_2} = \frac{\sigma_5 \cdot F_3}{S_1 + S_2 + S_3}.$$

ამ უკანასკნელი განტოლების დახმარებით გამოვხატოთ თითოეული ძაბვა  $\sigma_3$  ძაბვაში:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{F_2}{F_1} \cdot \frac{S_1}{S_1 + S_2};$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 \cdot \frac{S_1}{S_1 + S_2};$$

$$\sigma_3 = \sigma_3;$$

$$\sigma_4 = \sigma_3 \frac{F_2}{F_3}$$

$$\sigma_5 = \sigma_3 \frac{F_2}{F_3} \cdot \frac{S_1 + S_2 + S_3}{S_1 + S_2}$$

ამ ძაბვებისა და მათი განაწილების ეპიურის (ნახ. 26 b) დახმარებით, გამოვთვალოთ უროს მთელ მოცულობაში დროებით დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია

$$\Pi = \frac{\sigma_1^2}{6E} S_1 + \frac{\sigma_2^2}{2E} S_2 + \frac{(\sigma_3 - \sigma_2)^2}{6E} S_2 + \frac{\sigma_4^2}{2E} S_3 + \frac{(\sigma_5 - \sigma_4)^2}{6E} S_3,$$

ანუ

$$\Pi = \frac{\sigma_3^2 F_2^2}{2E(S-S_3)^2} \left[ \frac{S_1^3}{3F_1^2} + \frac{S_2}{3F_2^2} (3S_1^2 + S_2^2) + \frac{S_3}{F_3^2} (S-S_3)^2 + \frac{S_2^3}{3F_3^2} \right].$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U = \frac{1}{2} m v^2,$$

ამიტომ ერთ-ერთი საშიში ძაბვის გამოსათვლელად გვექნება ფორმულა

$$\sigma_3 = \frac{v}{F_3} \sqrt{\frac{m}{\alpha_1}}, \quad (2-27)$$

სადაც

$$\alpha_1 = \frac{1}{E(S-S_3)^2} \left[ \frac{S_1^3}{3F_1^2} + \frac{S_2}{3F_2^2} (3S_1^2 + S_2^2) + \frac{S_3}{F_3^2} (S-S_3)^2 + \frac{S_2^3}{3F_3^2} \right]. \quad (2-28)$$

სრულიად ანალოგიური წესით მოიძებნება აგრეთვე მეორე საშიში ძაბვაც

$$\sigma_5 = \frac{v}{F_3} \sqrt{\frac{m}{\alpha_2}}, \quad (2-29)$$

სადაც

$$\alpha_2 = \frac{1}{ES^2} \left[ \frac{S_1^3}{3F_1^2} + \frac{S_2}{3F_2^2} (3S_1^2 + S_2^2) + \frac{S_3}{F_3^2} (S-S_3)^2 + \frac{S_2^3}{3F_3^2} \right]. \quad (2-30)$$

უროს კონსტრუქციის სიმტკიცისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$\sigma_3 \leq [\sigma]$$

და

$$\sigma_3 \leq [\sigma],$$

სადაც  $[\sigma]$ —კუმშვაზე დასაშვები ძირითადი ძაბვაა. უროს კონსტრუქციის რაციონალურობისათვის ადგილი უნდა ჰქონდეს ტოლობას

$$\sigma_3 = \sigma_3 = [\sigma],$$

რომელიც (2-27) და (2-29) ფორმულის თანახმად, გვაძლევს

$$\frac{F_3^2}{F_2^2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad \text{ანუ} \quad \frac{F_3^2}{F_2^2} = \frac{1}{\left(1 - \frac{S_3}{S}\right)^2},$$

საიდანაც

$$S_3 = S \left(1 - \frac{F_2}{F_3}\right), \quad (2-31)$$

სადაც  $S_3$  არის უროს დამრტყმელი წინა ნაწილის (კუტის) მოცულობა;

$S$ —უროს სამივე საფეხურის მოცულობა;

$F_2$ —უროს შუა ნაწილის (ღერძის) განივკვეთის ფართობი;

$F_3$ —უროს დამრტყმელი ნაწილის (კუტის) განივკვეთის ფართობი;

$S_1, S_2$  და  $S_3$ —უროს შემადგენელ ნაწილთა მოცულობები;

$m$ —უროს მთლიანი მასა; ხოლო  $\nu$ —დარტყმის სიჩქარე.

უროს რაციონალური ფორმის დადგენის მიზნით დაცული უნდა იქნას (2-31) პირობა.

#### § 14. ძაბვების გამოთვლა ტალღური თეორიით ღრმაღი ტანის სიბრტყეზე დარტყმის დროს

##### ა) დიფერენციალური განტოლების შედგენა

დარტყმის ტალღური თეორია ემყარება დარტყმაში მყოფი ტანის უსასრულოდ მცირე ელემენტში მომხდარი მექანიკური ხასიათის დეფორმაციების ცვალებადობის ასახვას ე. წ. დიფერენციალურ განტოლებაში; დგება მეტად მცირე ელემენტის მოძრაობის განტოლება. ამ განტოლების გაინტეგრალებით გადადიან დარტყმაში მყოფი მთელი ტანის ყოველ უბანში აღძრული დეფორმაციებისა და ძაბვების შესწავლაზე. ამ დროს თავს იჩენს ტანის გეომეტრიული ფორმა და დარტყმის ამოცანიდან გამომდინარე სპეციალური სასაზღვრე პირობები. ამ საკითხის ზუსტი წესით შესწავლა დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულესი ამოცანაა და იგი ძირითადად ჯერ კიდევ გადაუწყვეტელ პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის.



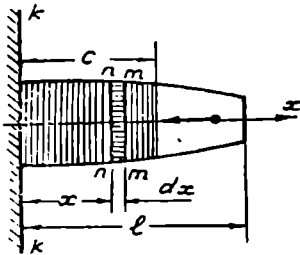
დარტყმის .საინჟინრო თეორია ამ მეტად რთულ პრობლემას ამარ ტივებს იმის დაშვებით რომ:

1. დარტყმის დაწყებამდე ტანში გატარებული ბრტყელი (ვთქვათ  $mn$  ან  $nm$ ) კვეთები ბრტყელივე რჩებიან დარტყმის დროსაც (ნახ. 27).

2. ყოველი ბრტყელი (ვთქვათ  $mn$  ან  $nm$ ) განივკვეთის ფართეულზე ვითარდებიან ერთი და იგივე სიდიდის (ანუ საშუალო მნიშვნელობის) ნორმალური ძაბვები.

3. ტანი დეფორმირდება მხოლოდ დარტყმის მიმართულებით.

ასეთი გამარტივების გამო ოთხ ( $x, y, z$  და  $t$ ) ცვლადზე დამოკიდებული დარტყმის ფაქტორები, რომელთა გამოთვლა საში განტოლების შედგენას მოითხოვს, დაიყვანება მხოლოდ ორ ( $x, t$ ) ცვლადზე დამოკიდებული ერთი დიფერენციალური განტოლების შედგენაზე და მის შესწავლაზე.



ნახ. 27.

წარმოვიდგინოთ, რომ დრეკადი ღერო ცენტრალურ დარტყმას ახდენს თავისი ბრტყელი ფუძით ბრტყელსავე უდფორმირო და უძრავად დამაგრებულ  $k-k$  სიბრტყეზე (ნახ. 27). როდესაც დარტყმით აღძრული მკუმშავი ტალღები  $x=c$  განივკვეთს მიაღწევენ, მაშინ  $x=x$  მანძილზე მდებარე  $dx$  სისქის მქონე  $nm$  შრეში განვითარდებიან დარტყმით აღძრული ნორმალური ძაბვები და დეფორმაციები. წარმოსახვით გამოყოფილი ელემენტის  $nm$  კვეთზე იმოქმედებს  $F(x) \cdot \sigma(x)$  დარტყმის ძალა, ხოლო  $nm$  კვეთზე კი  $[F(x)+dF(x)][\sigma(x)+d\sigma(x)]$ ; ძალა. ამ ორი ძალის სხვაობა ტოლია  $nm$  შრეზე მოქმედი ინერციის მოცულობითი ძალისა, ამიტომ

$$[F(x)+dF(x)][\sigma(x)+d\sigma(x)] - F(x) \cdot \sigma(x) = F(x) \cdot \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx,$$

საიდანაც, სათანადო გარდაქმნებისა და გამარტივების შემდეგ ვღებულობთ

$$d\sigma(x) + \frac{F'(x)}{F(x)} \sigma(x) dx = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx, \quad (a)$$

სადაც  $\rho$  არის  $x$  მანძილზე მდებარე  $nm$  შრის გადაადგილება (დეფორმაცია)  $t$  დროში;

$F(x)$ —აღნიშნული შრის განივკვეთის ფართობი;

$\rho$ —ტანის სიმკვრივე ანუ ერთეული მოცულობის მასა.

(a) განტოლება  $t$  დროს გარდა ორ ძირითად უცნობს შეიცავს:  $\sigma(x)$  ძაბვას და  $u$  გადაადგილებას. რომ ერთ-ერთი მათგანი გამოვრიცხოთ,

ამისათვის საჭიროა მოიძებნოს ის ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს დარტყმით აღძრულ  $\sigma(x)$  ძაბვასა და ამ ძაბვის შესაბამის  $\epsilon$  ფარდობით დეფორმაციას შორის. რადგან დრეკადობის თეორიის თანახმად

$$\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x},$$

ამიტომ უნდა მოიძებნოს ის ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს ძაბვასა და  $\partial u / \partial x$  წევრს შორის, რაც მათემატიკურად ასე ჩაიწერება

$$\sigma(x) = \varphi(\epsilon) = \varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right). \quad (2-32)$$

ასეთი სახის ფუნქციონალური დამოკიდებულების დამყარება ექსპერიმენტული ხასიათის პრობლემას ეკუთვნის და დარტყმის ფაქტორების შესწავლა დიდადა დამოკიდებული ამ პრობლემის შესწავლაზე. გარდა ამისა, დარტყმის შემსწავლელი დიფერენციალური განტოლების საბოლოო სახე, მისი სიმარტივე თუ სირთულე (2-32) ძაბვის ფუნქციაზე არის დამოკიდებული. მართლაც, თუ (2-32) შევიტანთ (ა) გამოსახულებაში, მივიღებთ ზოგადი სახის დიფერენციალურ განტოლებას:

$$a^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \frac{\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{d\left[\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]} \right] = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2-33)$$

სადაც

$$a = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\sigma}{d\epsilon}}. \quad (2-34)$$

როდესაც დაჯახებაში მყოფი ტანის მასალა მუშაობს დრეკადობის ფარგლებში და ემორჩილება ჰუკის ცნობილ კანონს, ე. ი. როდესაც

$$\sigma = \varphi(\epsilon) = E\epsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (b)$$

მაშინ (2-33) დაიყვანება სენ-ვენანის ცნობილ განტოლებაზე

$$a^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (2-35)$$

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2-36)$$

სადაც  $a$  არის დარტყმით აღძრული დრეკადი (ანუ ბგერის) ტალღების გავრცელების სიჩქარე დამრტყმელი ტანის მასალის  $l$  სიგრძის გასწვრივ;

$E$ —დარტყმაში მყოფი ტანის მასალის დრეკადობის მოდული;

$\rho$ —მასალის სიმკვრივე;

$F(x)$ —ტანის განივკვეთის ფართობი  $x$  მანძილზე;

$F'(x)$ —ფართობის წარმოებული  $x$ -ით;

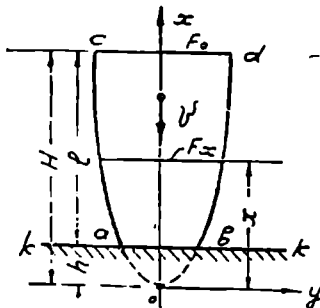
$u$ —დეფორმაცია (გადაადგილება)  $x$  მანძილზე მდებარე შრისა;

$t$ —დრო, რომელშიაც წარმოებს დარტყმის პროცესის მიმდინაეობა.

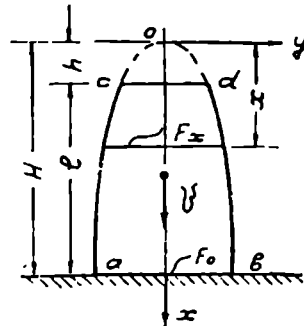
აღნიშნულ (2-35) განტოლებას ემატება აგრეთვე დარტყმის კონკრეტული ამოცანიდან გამომდინარე საწყისი და სასაზღვრე პირობები.

ბ) დარტყმის დიფერენციალური განტოლების ამოხსნის შესახებ

ჰიპერბოლური ტიპის, მეორე რიგის წრფივი (2-35) დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა დიდადა დამოკიდებული იმაზე, თუ რა კანონი



ნახ. 28.



ნახ. 29.

ნით იცვლება დაჯახებაში მყოფი დრეკადი ტანის განივკვეთის  $F(x)$  ფართობი (ნახ. 27). ვთქვათ ეს კანონი ხარისხოვანია

$$F(x) = F_0 \left( \frac{x}{H} \right)^m \quad (c)$$

სადაც  $F_0$ —ერთ-ერთი (ზედა ან ქვედა) უდიდესი ფუძის ფართობია,

$H$ —დამრტყმელი ტანის გეომეტრიული სიმაღლე (ნახ. 28—29).

ასეთ შემთხვევაში (2-35) დიფერენციალური განტოლება დაიყვანება სახეზე

$$a^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{m}{x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (2-37)$$

ვეძებთ ამ განტოლების ზოგადი ამონახსნი მხოლოდ  $x$ -ზე და მხოლოდ  $t$ -ზე დამოკიდებული ორი ურთიერთისაგან დამოუკიდებელი ფუნქციის ნამრავლის სახით

$$u = X(x) \cdot T(t). \quad (d)$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებას შევიტანთ (2-37) განტოლებაში გვექნება

$$\frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = \frac{1}{X(x)} \left[ X''(x) + \frac{m}{x} X'(x) \right].$$

ასეთი ტოლობა მხოლოდ მაშინაა შესაძლებელი, როდესაც მისი მარცხენა და მარჯვენა მხარე ტოლია ერთი და იგივე (ვთქვათ— $k^2$ ) მუდმივისა, ამიტომ დგება ორი განტოლება:

$$\frac{T''(t)}{a^2 T(t)} = -k^2$$

და

$$\frac{1}{X(x)} \left[ X''(x) + \frac{m}{x} X'(x) \right] = -k^2,$$

რომლებიც შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ასედაც:

$$T''(t) + a^2 k^2 T(t) = 0 \quad (t_1)$$

და

$$X''(x) + \frac{m}{x} X'(x) + k^2 X(x) = 0. \quad (t_2)$$

( $t_1$ ) განტოლების ზოგადი ამონახსნი ასეთია

$$T(t) = A \cos kat + B \sin kat, \quad (0)$$

ხოლო ( $t_2$ ) გამოსახულება კი წარმოადგენს ცნობილი მეცნიერის ბესელის\* დიფერენციალური განტოლების ერთ კერძო სახეს. როდესაც  $(m-1):2$ —რიცხვი წესიერი ან უწესო (დადებითი ან უარყოფითი ნიშნის მქონე) წილადია, მაშინ ( $t_2$ ) განტოლების ინტეგრალი გამოიხატება გამოსახულებით:

$$X(x) = C_1 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + C_2 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx), \quad (n)$$

\* Г. Н. Ватсон, Теория Бесселевых функций, часть I—II, изд. иностран. лит. М., 1949; Р. О. Кузьмин, Бесселевы функции, ОГИЗ. М. 1935.

სადაც  $I_{m-1}(kx)$  და  $I_{1-2m}(kx)$  ბესელის ფუნქციებია.

თუ  $(o)$  და  $(n)$  ამონახსნებს შევიტანთ  $(d)$  გამოსახულებაში, გვექნება

$$u = (A \cos kat + B \sin kat) \left[ C_1 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + C_2 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx) \right]. \quad (2-38)$$

ამ ამონახსნში შემავალი უცნობი  $A$ ,  $B$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  და  $k$  მუდმივები გამოითვლებიან დარტყმის ამოცანის საწყისი და სასაზღვრე პირობებით. განვიხილოთ ისინი:

1. რადგან დარტყმის დაწყების ( $t=0$ ) მომენტში დაჯახებული ტანი, ჯერ კიდევ არ არის დეფორმირებული, ამიტომ (2-38) ამონახსნმა უნდა დააკმაყოფილოს ასეთი საწყისი პირობა:

$$u = 0 \\ | t=0$$

ამას მხოლოდ მაშინ ექნება ადგილი, როცა  $A=0$ , ამრიგად (2-38) ამონახსნი ასე ჩაიწერება

$$u = \left[ B_1 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + B_2 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx) \right] \sin kat. \quad (2-39)$$

სადაც  $B_1$  და  $B_2$  ახალი სახის მუდმივებია.

2. რადგან ჩვენი ამოცანის პირობის თანახმად, დრეკალი ტანი ბრტყელი  $ab$  ფუძით ეჯახება უძრავად დამაგრებულ და უდეფორმირო  $k-h$  სიბრტყეს (ნახ. 28—29), ამიტომ თვით ამ სიბრტყეზე მდებარე  $ab$  შრის გადაადგილება ნულია. ეს სასაზღვრე პირობა ასე ჩაიწერება: როცა  $x=h$ , მაშინ  $u=0$  (დარტყმა მცირე ფუძით, ნახ. 28). როცა  $x=H$ , მაშინ  $u=0$  (დარტყმა დიდი ფუძით, ნახ. 29).

3. რადგან დამრტყმელი ტანის  $cd$  ფუძე თავისუფალია გარედან მოქმედი ძაბვებისაგან (ნახ. 28—29), ამიტომ ამ  $cd$  ზედაპირზე დამთხვეულ მცირე სისქის შრის ფარდობითი დეფორმაცია აგრეთვე ნულის ტოლი უნდა იყოს. ეს კი გვაძლევს მეორე სახის სასაზღვრე პირობებს: სახელდობრ, როცა  $x=H$ , მაშინ  $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ . (დარტყმა მცირე ფუძით ნახ. 28);

როცა  $x=h$ , მაშინ  $\frac{\partial u}{\partial x}=0$  (დარტყმა დიდი ფუძით ნახ. 29).

4. დარტყმის დაწყების ( $t=0$ ) მომენტში, დამრტყმელი ტანის ყოველი წერტილის სიჩქარე  $v$  დარტყმის სიჩქარის ტოლია, ამიტომ აქედან დგება მეორე სახის საწყისი პირობა

$$\text{როცა } t=0, \text{ მაშინ } \frac{\partial u}{\partial t} = v.$$

ზემოთ მოყვანილი სასაზღვრე და საწყისი პირობების დაკმაყოფილების შედეგად (2—39) ამონახსნი სრულიად გარკვეული გახდება და მისი დახმარებით შესაძლებელი იქნება დარტყმის ფაქტორების შესწავლა. გავარჩიოთ დარტყმის რამდენიმე კონკრეტული ამოცანა.

### ვ) დარტყმის კონკრეტული ამოცანების გარჩევა

1. პრიზმული ფორმის დრეკადი ტანის დარტყმა სიბრტყეზე (ნახ. 30).

რადგან პრიზმული ფორმის ღეროს განიკვეთის ფართობი მუდმივია, ამიტომ ამას შეესაბამება დაშვება:  $m=0$  და  $F(x)=F=\text{const}$ , რის გამოც (2-39) ამონახსნი ასეთ სახეს მიიღებს:

$$u = [B_1 x^{\frac{1}{2}} I_{-\frac{1}{2}}(kx) + B_2 x^{\frac{1}{2}} I_{\frac{1}{2}}(kx)] \cdot \sin kat.$$

შევიტანოთ ამ გამოსახულებაში ბესელის\* ფუნქციათა შესაბამისი მნიშვნელობანი:

$$I_{-\frac{1}{2}}(kx) = \sqrt{\frac{2}{\pi kx}} \cdot \cos kx;$$

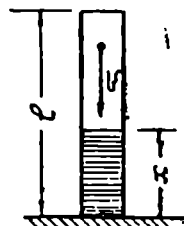
$$I_{\frac{1}{2}}(kx) = \sqrt{\frac{2}{\pi kx}} \cdot \sin kx$$

გვექნება

$$u = (D_1 \cos kx + D_2 \sin kx) \cdot \sin kat,$$

რომელიც

$$u = 0 \quad |_{x=0}$$



ნახ. 30.

პირობის თანახმად ასეთ სახეზე დგება

$$u = D \sin kx \cdot \sin kat. \quad (P)$$

ამ უკანასკნელმა გამოსახულებამ თავის მხრივ უნდა დააკმაყოფილოს სასაზღვრე პირობა

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0$$

ეს კი გვაძლევს

$$\cos kl \cdot \sin kat = 0.$$

როცა  $k \neq 0$ , მაშინ  $\sin kat \neq 0$ , ამიტომ უნდა იყოს

$$\cos kl = 0,$$

\* Т. Карман и М. Био. Математические методы в инженерном деле. ОГИЗ. ГИТТЛ., М.-Л., 1948.

საიდანაც

$$k = \frac{\pi}{2l}, \quad \frac{3\pi}{2l}, \quad \frac{n\pi}{2l}, \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

რადგან  $k$  კოეფიციენტმა სხვადასხვა მნიშვნელობები ზიილო, ამიტომ ( $P$ ) კერძო ამონახსნის ნაცვლად ჩვენ გვექნება ამონახსნთა მთელი სისტემა, რომელთა ჯამი, აგრეთვე ამონახსნს წარმოადგენს. ასეთი გარემოების გამო, ვწერთ

$$u = \sum_{n=1, 3, 5, \dots} D_n \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{2l} \operatorname{Sin} \frac{n\pi at}{2l}. \quad (2-40)$$

ამ უკანასკნელ გამოსახულებაში შემავალი  $D_n$  მუდმივი კოეფიციენტი განისაზღვრება

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = v$$

საწყისი პირობის დახმარებით, რომლის დაკმაყოფილების დროს ვღებულობთ

$$v = \sum_{n=1, 3, 5, \dots} D_n \frac{n\pi a}{2l} \cdot \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{2l}.$$

ცნობილი მეცნიერის ფურიეს\* წესის თანახმად, თუ ამ უკანასკნელი ტოლობის ორთავე მხარეს გავამრავლებთ  $\operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{2l} \cdot dx$ -ზე და ავიღებთ ინტეგრალს ( $0, l$ ) ზღვრებში, მივიღებთ

$$D_n = \frac{8vl}{\pi^2 n^2 a},$$

რომლის დახმარებითაც (2-40) ამონახსნი სრულიად გარკვეული გახდება

$$u(x, t) = \frac{8vl}{\pi^2 a} \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n^2} \operatorname{Sin} \frac{n\pi x}{2l} \cdot \operatorname{Sin} \frac{n\pi at}{2l}. \quad (2-41)$$

როდესაც  $x=l$  და  $t = \frac{l}{a}$ , მაშინ

$$u_{max} = \frac{8vl}{\pi^2 a} \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n^2} = \frac{8vl}{\pi^2 a} \cdot \frac{\pi^2}{8} = \frac{vl}{a},$$

ანუ

$$u_{max} = \frac{vl}{a}, \quad (2-42)$$

\* В. И. Смирнов, Курс высшей математики, том II, ОГИЗ, М., 1950.

სადაც  $u_{max}$  არის დაჯახებული ტანის მთლიანი მაქსიმალური შემოვლება დარტყმის მაქსიმუმის დროს;

$l$ —დარტყმაში მყოფი ტანის სიმაღლე;

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{—დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე;}$$

$t = \frac{l}{a}$ —დარტყმის ის დრო, რომელშიაც დრეკადი ტალღა გადის ერთი ფუძიდან მეორე ფუძემდე  $l$  მანძილს.

(2-41) დახმარებით მოიძებნება დარტყმით აღძრული ძაბვებიც

$$\sigma(x, t) = E \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{4vE}{\pi a} \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi x}{2l} \cdot \sin \frac{n\pi at}{2l}. \quad (2-43)$$

როცა  $t = l/a$ , გვექნება:

$$\sigma(x) = \frac{4vE}{\pi a} \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n} \cdot \cos \frac{n\pi x}{2l} \cdot \sin \frac{n\pi}{2}$$

რადგან ჩვენი ამოცანის შემთხვევაში

$$\sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n} \cdot \cos \frac{n\pi x}{2l} \cdot \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$0 < \frac{\pi x}{2l} < \pi,$$

ამიტომ, საბოლოოდ

$$\sigma(x) = \frac{Ev}{a} = v \sqrt{E\rho} = \text{const}. \quad (2-44)$$

ამრიგად, როცა დარტყმის ტალღები დარტყმის ფუძიდან არეკვლილნი მიაღწევენ დამრტყმელი ტანის მეორე თავისუფალ ფუძემდე, მაშინ ტანის ყოველ კვეთში განვითარდება ერთი და იგივე სიდიდის ნორმალური ძაბვები: დარტყმის ძალა ტოლია

$$P = Fv\sqrt{\rho E} = \frac{FvE}{a} = \text{const}, \quad (2-44 a)$$

დარტყმის სრული ხანგრძლივობა

$$t = \frac{2l}{a}. \quad (2-44 b)$$



2. კონუსური ღეროს დარტყმა სიბრტყეზე მცირე ფუძით (ნახ. 31)

რადგან კონუსური ფორმის ტანის განიკვეთისათვის

$$F(x) = F_0 \left( \frac{x}{H} \right)^2$$

რის თანახმადაც  $m=2$ , ამიტომ (2-39) ამონახსნი მიიყვანება სახეზე:

$$u = \left( \frac{D_1}{x} \sin kx + \frac{D_2}{x} \cos kx \right) \cdot \sin kat. \quad (a)$$

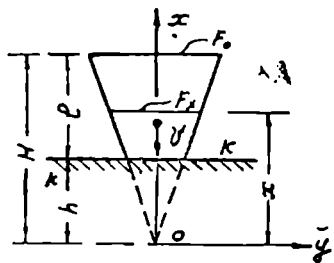
თუ ამ გამოსახულებას ვაიძულებთ დააკმაყოფილოს მოცემული ამოცანის (ნახ. 31) თავისებურებიდან გამომდინარე შემდეგი სასაზღვრე პირობები:

$$u = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \\ \Big|_{x=h} \quad \Big|_{x=H}$$

მაშინ  $D_1$  და  $D_2$  მუდმივებისათვის გვექნება:

$$D_1 = D \cos kh = D(kH \sin kH + \cos kH);$$

$$D_2 = -D \sin kh = D(kH \cos kH - \sin kH),$$



ნახ. 31.

საიდანაც

$$-\frac{\sin kh}{\cos kh} = \frac{kH \cos kH - \sin kH}{kH \sin kH + \cos kH},$$

ანუ

$$kH = \operatorname{tg} k(H-h). \quad (2-45)$$

რადგან ამ უკანასკნელი (2-45) ტოლობის თანახმად  $k$  ლებულობს უამრავ მნიშვნელობებს, ამიტომ (a) ამონახსნის მაგიერ სამართლიანია უამრავ ამონახსნთა ჯამის აღება, ამრიგად:

$$u = \frac{1}{x} \sum_{n=1}^{\infty} D_n (\cos kh \sin kx - \sin kh \cos kx) \sin kat$$

ანუ, რადგან

$$\cos kh \cdot \sin kx - \sin kh \cos kx = \sin k(x-h),$$

ამიტომ

$$u = \frac{1}{x} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin k(x-h) \cdot \sin kat, \quad (2-46)$$

რადგან დარტყმის ( $t=0$ ) დასაწყისისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = v,$$

ამიტომ ეს პირობა (2-46) გამოსახულების თანახმად გვაძლევს

$$v = \frac{a}{x} \sum_{n=1}^{\infty} D_n k \sin k(x-h),$$

საიდანაც, ჩასმით:  $x=at+h$ , ვლებულობთ დამხმარე ტოლობას

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n k \sin kat = \frac{v}{a}(at+h). \quad (2-47)$$

ამ დამხმარე გამოსახულებისა და (2-46) ამონახსნის დახმარებით შეესაძლებელია იმ ძაბვების განსაზღვრა, რომლებიც ვითარდებიან დარტყმის ფართეულებზე (ანუ კონუსური ტანის მცირე ფუძეზე).

$$\sigma = E \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=h} = \frac{E}{h} \sum_{n=1}^{\infty} D_n k \sin kat = \frac{E}{h} \frac{v}{a}(at+h)$$

ანუ 
$$\sigma(h, t) = \frac{Ev}{a} \left( 1 + \frac{at}{h} \right), \quad (2-48)$$

სადაც 
$$0 \leq at \leq l.$$

როცა  $t=0$ , მაშინ (2-48) ფორმულიდან

$$\sigma_{min} = \frac{Ev}{a}, \quad (2-49)$$

ხოლო, როცა  $at=l$ , მაშინ

$$\sigma_{max} = \frac{Ev}{a} \left( 1 + \frac{l}{h} \right) \quad (2-50)$$

ანუ, რადგან  $l=H-h$ , ამიტომ

$$\sigma_{max} = \frac{vE}{a} \frac{H}{h}.$$

ამ უკანასკნელი ფორმულიდან აშკარაა, რაც უფრო მცირეა კონუსის წარკვეთილი ნაწილის სიმაღლე (ანუ სხვანაირად დარტყმის ფართეული), მით უფრო დიდია დარტყმით აღძრული ძაბვის სიდიდე\*.

\* ეს ამოცანა რომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით გადაგვეწყვიტა გვეჩვენებოდა  $\sigma_{max} = \frac{vE}{a} \cdot \frac{H}{h} \cdot \left( \frac{H}{3h} \right)^{\frac{1}{2}}$

მაგალითი 4. კონუსური ტანი ეჯახება მცირე ფუძით აბსოლუტურად უდეფორმირო საყრდენ სიბრტყეს (ნახ. 31). გამოთვალეთ დარტყმის ფართეულზე განვითარებული მაქსიმალური კონტაქტური ნორმალური ძაბვები.

მოცემულია: ტანის დარტყმის სიჩქარე  $v=50$  სმ/წმ; დრეკადობის მოდული  $E=2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>; ხვედრითი წონა  $\gamma=0,0078$  კგ/სმ<sup>3</sup>; კონუსური ტანის სიგრძე  $l=100$  სმ; კონუსური ტანის წარკვეთილი ნაწილის სიმაღლე  $h=20$  სმ.

განესაზღვროთ დამხმარე სიდიდეები:  
დამრტყმელი ტანის სიმკვრივე

$$\rho_0 = \frac{\gamma}{g} = \frac{0.0078}{981} = \frac{10^{-5}}{1,26} \text{ კგ. წმ}^2/\text{სმ}^3,$$

დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} = \sqrt{2 \cdot 10^6 \cdot 1,26 \cdot 10^5} \approx 5,02 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}.$$

დარტყმით აღძრული კონტაქტური (შეხების ფართეულზე) განვითარებული მაქსიმალური ძაბვა მოიძებნება (2-50) ფორმულით

$$\sigma_{max} = \frac{E v}{a} \left( 1 + \frac{l}{h} \right) = \frac{2 \cdot 10^6}{5,02 \cdot 10^5} \cdot 50 \left( 1 + \frac{100}{20} \right) \approx 1200 \text{ კგ/სმ}^2.$$

3. კონუსური ტანის დარტყმა სიბრტყეზე დიდი ფუძით (ნახ. 32)

კონუსური ფორმის ტანის წვეროდან  $x$  მანძილზე მდებარე განივკვეთის ფართობი იცვლება კანონით

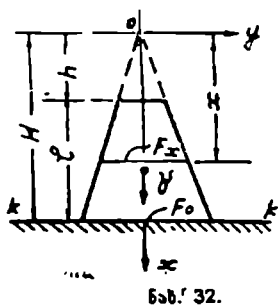
$$F(x) = F_0 \left( \frac{x}{H} \right)^m = F_0 \left( \frac{x}{H} \right)^2$$

რადგან ამ შემთხვევაშია  $m=2$ , ამიტომ (2-39) ამონახსნი მიიღებს სახეს

$$u = \frac{1}{x} (D_1 \sin kx + D_2 \cos kx) \sin kat. \quad (a)$$

რადგან ამ უკანასკნელმა გამოსახულებამ უნდა დააკმაყოფილოს დარტყმის ამოცანიდან გამომდინარე სასაზღვრე პირობები:

$$u = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \\ \Big|_{x=H}$$



ამიტომ  $D_1$  და  $D_2$  მულტივერსიტეტის გვექნება:

$$D_1 = -D \cos kH = D(kh \sin kh + \cos kh),$$

$$D_2 = D \sin kh = D(kh \cos kh - \sin kh),$$

საიდანაც

$$-\frac{\sin kH}{\cos kH} = \frac{kh \cos kh - \sin kh}{kh \sin kh + \cos kh},$$

ანუ:

$$kh = -\operatorname{tg} k(H-h).$$

რადგან  $k$  უამრავ მნიშვნელობებს ღებულობს, ამიტომ ( $a$ ) ამონახსნის მაგერ გვექნება:

$$u = \frac{1}{x} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin k(H-x) \sin kat, \quad (2-51)$$

რადგან ამ გამოსახულებამ უნდა დააკმაყოფილოს საწყისი პირობა

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = v,$$

ამიტომ ვღებულობთ

$$v = \frac{a}{x} \sum_{n=1}^{\infty} D_n k \sin(H-x),$$

რომელიც აღნიშვნით:  $x = H - at$ , გვადღევს დამხმარე განტოლებას

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n k \sin kat = \frac{v}{a}(H - at).$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (2-51) ამონახსნის დამხმარებით აღვიღია იმ ძაბვების მოძებნა, რომლებიც ვითარდებიან ( $x = H$ ) დარტყმის უღიდეს ფუტეზე:

$$\sigma = E \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=H} = \frac{E}{H} \sum_{n=1}^{\infty} D_n k \sin kat = \frac{Ev}{Ha}(H - at),$$

ანუ

$$\sigma = \frac{E\nu}{a} \left( 1 - \frac{at}{H} \right). \quad (2-52)$$

როცა  $t=0$ , მაშინ

$$\sigma_{max} = \frac{E\nu}{a}, \quad (2-53)$$

ხოლო, თუ  $t = \frac{l}{a}$ , მაშინ

$$\sigma_{min} = \frac{E\nu}{a} \left( 1 - \frac{l}{H} \right). \quad (2-54)$$

დასასრულს, როცა  $at=l=H$ , მაშინ  $\sigma=0$ .

ამრიგად, როდესაც დარტყმის ტალღა მიადწევს კონუსის წვეროს, მაშინ, რადგან  $\sigma=0$ , ამიტომ კონუსური ტანით დარტყმის დროს დაბეჯად ნული ხდება და ტანის არეკვლაც უფრო ადრე უნდა დაიწყოს, ვიდრე ეს მოხდება იგივე მასალისა და სიმაღლის პრიზმული ფორმის მქონე ტანის შემთხვევაში.

## დ) დარტყმის ტალღური თეორიიდან გამომდინარე ზოგიერთი დასკვნა.

1. დარტყმით აღძრული დაბეჯები დიდად არის დამოკიდებული დამრტყმელი ტანის ფორმაზე.

როცა დამრტყმელი ტანი პრიზმული ფორმისაა, მაშინ მის ყოველ განივკვეთში ვითარდება ერთი და იგივე სიდიდის დაბეჯები, რაც მეორენაირად იმას ნიშნავს, რომ დარტყმის სიბრტყეზე განვითარებული ძალა მუდმივია დარტყმის დაწყების პირველი მომენტიდან მის დამთავრებამდე: დარტყმით აღძრული დაბეჯები პრიზმის სიმაღლის გასწვრივ კმნიან სწორკუთხედის ფორმის დაბეჯების ეპურას. ასეთივე სახის ეპურას იძლევა სტატიკური ძალა, რომელიც პრიზმის ზედა ფუძეზე არის მოდებული (თანაბრად განაწილებული).

კონუსური ფორმის ტანის დარტყმის შემთხვევაში დაბეჯების სიდიდე დარტყმის ფართეულზე (და მაშასადამე დარტყმის ძალის სიდიდე) იცვლება იმის მიხედვით თუ ტანის რომელ კვეთში მივიდა დარტყმის ტალღა. თუ დარტყმის მიმღები სიბრტყიდან არეკლილი ტალღა ძრავს ტანის თანდათანობით გაფართოებული ნაწილისაკენ, მაშინ, დაბეჯები და მაშასადამე დარტყმის ძალა საყრდენ სიბრტყეზე აგრეთვე თანდათანობით მატულობენ. წინააღმდეგ შემთხვევაში კი პირიქით, კლებულობენ.

2. დარტყმით აღძრული მაქსიმალური დაბეების საანგარიშო ფორმულები თავიანთი წყობის მიხედვით ემთხვევიან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (2-16) ფორმულას, რომლის მიხედვითაც

$$\sigma = \beta \frac{E v}{u}.$$

ამ დამთხვევას კი ის გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს, რომ ენერგეტიკული (შედარებით მარტივი) მეთოდით მიღებული შედეგების დაზუსტება დაიყვანება მხოლოდ  $\beta$  კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობის მოძებნაზე სპეციალური ექსპერიმენტების მოწყობის საშუალებით.

3. რადგან პრიზმული ფორმის ღეროს დარტყმისას (მისი სიგრძის გასწვრივ) ერთი და იგივე სიდიდის დაბეები ვითარდებიან, ამიტომ დარტყმის დროს ადგილი არა აქვს წონის მსგავსი მოცულობითი ძალების წარმოშობას, რომელსაც ემყარება ჩვენს მიერ ზემოთ გამოყენებული პროფ. ნ. მ. ბელიაევის ჰიპოთეზა, ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ დარტყმის მაქსიმუმის დროს დარტყმაში მყოფი ტანის ყოველ ნაწილსაც თითქმის აქვს ერთი და იგივე სიდიდის აჩქარება. ასეთი გარემოების გამო ენერგეტიკულ თეორიაში საჭირო დაბეების განაწილების კანონი უნდა დაზუსტდეს. მაგალითად, თუ დაჯახებული პრიზმისათვის დავუშვებთ დაბეების განაწილებას სწორკუთხედის სახით, მაშინ დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიისათვის გვექნება

$$\Pi = \frac{\sigma^2}{2E} S,$$

სადაც  $S$  — ტანის მთლიანი მოცულობაა. რადგან  $\Pi = U = \frac{1}{2} m v^2$ , ამიტომ მივიღებთ

$$\frac{\sigma^2}{2E} S = \frac{1}{2} m v^2,$$

საიდანაც

$$\sigma = v \sqrt{E \rho} = \frac{E v}{a},$$

რომელიც ზუსტად ემთხვევა ტალღური თეორიით მიღებულ შედეგს.

4. რადგან რეალურად არ არსებობს ისეთი სიბრტყე (უსასრულოდ ან სასრულო ფორმის ტანის ბრტყელი ფართული), რომელიც არ დეფორმირდებოდეს დარტყმის ზეგავლენით, ამიტომ სინამდვილეში მართლაც მოსალოდნელია, რომ დარტყმის მოცულობითი ძალების ხასიათი გავიგივოთ წონის ძალასთან. საქმე იმაშია, რომ დარტყმის მიმდებარე სიბრტყის ოდნავი გადაადგილების დროსაც კი დამარტყმელი ტანის ნაწილაკები დაახლოებით ერთსა და იგივე აჩქარებას მიიღებენ; აქ დარტ-

ყმა ანალოგიურია ტანის დარტყმისა უწონადო დრეკად სისტემაზე, რომლის დროსაც ტანის ყოველ ნაწილსაც მართლაც ერთი და იგივე აჩქარება უნდა ჰქონდეთ. ამ გაგებით პროფ. ბელიაევის ზემოთ გამოყენებული ჰიპოთეზა დაახლოვებით სამართლიანად უნდა ჩაითვალოს, თუ მოსალოდნელია დარტყმის მიმღები საყრდენის ოდნავი დრეკადი გადაადგილება მაინც.

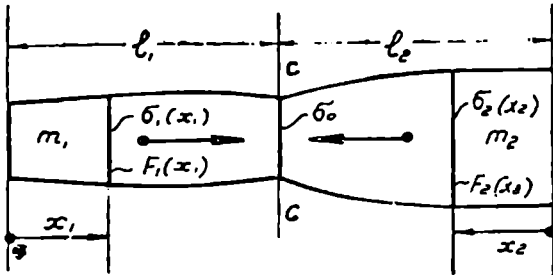
5. დარტყმის თეორიების მომავალი განვითარების თვალსაზრისით მთავარია არა ის სხვაობა, რომელიც მართლაც არსებობს ამჟამად დარტყმის ტალღური და ენერგეტიკული თეორიებით მიღებულ შედეგებში, არამედ შედეგთა მოსალოდნელი ზუსტი დამთხვევა მომავალში, როდესაც ამა თუ იმ ქეშმარიტი ჰიპოთეზის შემოღებით მოხერხდება დარტყმით აღძრული ძაბვების განაწილების უფრო ზუსტი კანონის დადგენა და მათი დაკავშირება დროის (t) ფაქტორთანაც.

---

დრეკად განთა ურთიერთ შეჯახება ბრძვული უწყვეტით

§ 15. ძაბვების გამოთვლა მნიშვნელოვანი თეორიით

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის გამოყენების უფრო თვალსაჩინო გაგებისათვის, განვიხილოთ ორი ტანის ურთიერთთან ცენტრალურად შეჯახების ისეთი მარტივი შემთხვევა, როდესაც შეჯახებული ტანების დარტყმის ფუძეები ტოლი და ურთიერთზე დამთხვეულია (ნახ. 33).



ნახ. 33.

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის ძირითადი აზრი მდგომარეობს დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგიის გატოლებაში დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის იმ  $\Pi$  რაოდენობასთან, რომელიც გროვდება შეჯახებულ ტანებში დარტყმის მაქსიმუმის დროს\*

$$\Pi = U$$

დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგია მოიძებნება დარტყმის კლასიკურ თეორიაში ცნობილი დებულებებით:

1. მოძრაობის რაოდენობის მუდმივობის კანონის თანახმად

$$(m_1 + m_2)v_c = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

\* ამ თეორიის დახმარებით რომ ძაბვები გამოვთვალოთ, ამისათვის საჭიროა მე-თოდი. მეოთხედი ეხება იმას თუ როგორი წესით მოვახდინოთ  $U$  და  $\Pi$  ენერგიების მნიშვნელობების გამოხატვა ფორმულაში.



საიდანაც

$$v_c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (b)$$

სადაც  $v_c$ —დაჯახებაში მყოფი ორივე ტანის საერთო სიჩქარეა დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების დროს (ანუ დარტყმის მაქსიმუმის დროს);

$m_1$ —პირველი ტანის, ხოლო,  $m_2$ —მეორე ტანის მასაა;

$v_1$ —პირველი ტანის, ხოლო  $v_2$ —მეორე ტანის ისეთი აბსოლუტური სიჩქარეებია, რომელთა მიმართულეობაც ერთ სწორ ხაზზე (დამრტყმელი ტანების მასების ცენტრების შემაერთებელ ხაზზე) არის დამოხვეული.

2. ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_c^2 + U = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2. \quad (c)$$

სადაც  $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_c^2$ —ის კინეტიკური ენერგიაა. რომელიც აქვს ურთიერთთან მაქსიმალური ძალით დაწნევაში მყოფ ორ ტანს;  $U$ —პოტენციალური ენერგიის ის რაოდენობაა, რომელიც დარტყმის მაქსიმუმის დროს გროვდება ორივე ტანში და რომელსაც ჩვენ ვუწოდებთ დარტყმაზე დახარჯულ ენერგიას. (c) და (b) ტოლობათა დახმარებით

$$U = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (3-1)$$

სადაც  $v$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარეა (ანუ სიჩქარე ერთი ტანისა მეორეს მიმართ) დარტყმის დაწყების მომენტში.

თუ დაჯახებაში მყოფი ტანები არადრეკალია, მაშინ (3-1) ფორმულით გამოხატული ენერგია ტანებშივე რჩება და მათი ფორმის საბოლოო შეცვლაზე იხარჯება. ამ გაგებით (3-1) ფორმულა, რომელიც კარნოს ეკუთვნის „ენერგიის დანაკარგის“ სახელით არის ცნობილი მექანიკაში „ენერგიის დანაკარგის“ ეს ფორმულა ჩვენს შემთხვევაში ახალ, უფრო მდიდარ შინაარსს იღებს, სახელდობრ: დრეკადი თუ არადრეკადი ტანების ურთიერთთან შეჯახებისას ღებდა ისეთი მომენტი (დარტყმის მაქსიმუმი), როდესაც შეჯახებულ ტანებში დროებით ან სამუდამოდ თავს იყრის დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის სახით (3-1) ფორმულით გამოხატული სიდიდე. არადრეკადი დარტყმისას ეს ენერგია სამუდამოდ „იკარგება“ (იხარჯება ფორმის შეცვლაზე და გამოიყოფა სითბოს სა-

ხით), ხოლო დარტყმის შემთხვევაში კი იგი კვლავ გადადის კინეტიკურ სახეში, რაც ტანების ურთიერთისაგან არეკვლაში მდგომარეობს.

შეჯახებულ ტანებში დაგროვილი  $\Pi$  დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიის დაბეჭევაში გამოხატვის მიზნით ჩვენ წინასწარ უნდა ვიცოდეთ თუ რა კანონით არის განაწილებული დაბეჭედი თითოეულ ტანში. ვთქვათ პირველი ტანისათვის გვაქვს

$$\sigma_1(x_1) = \sigma \cdot \varphi_1(x_1), \quad (3-2)$$

მეორესათვის

$$\sigma_2(x_2) = \sigma \cdot \varphi_2(x_2), \quad (3-3)$$

სადაც  $\sigma$  დარტყმის საერთო  $c-c$  ფართეულზე განვითარებული ნორმალური მაქსიმალური დაბეჭევა, ხოლო  $\varphi_1(x_1)$  და  $\varphi_2(x_2)$  განზომილების არმქონე ისეთი ფუნქციებია, რომლებიც გვიჩვენებენ დაბეჭების ცვალებადობას ტანთა თავისუფალი ფუძეებიდან დაშორებულ  $x_1$  და  $x_2$  კვეთებში (ნახ. 33).

მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის დახმარებით:

$$\Pi = \int_0^{l_1} \frac{\sigma_1^2(x_1)}{2E_1} F_1(x_1) dx_1 + \int_0^{l_2} \frac{\sigma_2^2(x_2)}{2E_2} F_2(x_2) dx_2,$$

რომელიც, (3-2) და (3-3) გამოსახულებათა თანახმად, მიიღებს სახეს:

$$\Pi = \frac{\sigma^2}{2E_1} \int_0^{l_1} \varphi_1^2(x_1) F_1(x_1) dx_1 + \frac{\sigma^2}{2E_2} \int_0^{l_2} \varphi_2^2(x_2) F_2(x_2) dx_2. \quad (3-4)$$

შემდგომი ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რათა ვიპოვოთ (უფრო სწორად დაენიშნოთ) დაბეჭების განაწილების  $\varphi_1(x)$  და  $\varphi_2(x_2)$  ფუნქციები. ამ საკითხში ჩვენ ვიზიარებთ პროფ. ნ. მ. ბელიაევის მიერ გამოყენებულ იმ ჰიპოთეზას [158], რომლის მიხედვითაც, დაჯახებული ტანის ყოველ ნაწილს (დარტყმის მაქსიმუმის დროს), თითქოს უნდა ჰქონდეს დარტყმის სიბრტყის მიმართ ერთი და იგივე სიდიდის აჩქარება. აღნიშნული მოსაზრების თანახმად  $x_1$  მანძილზე მდებარე  $F_1(x_1)$  ფართეულზე (ნახ. 33) უნდა განვითარდეს ნორმალური დაბეჭევა:

$$\sigma_1(x_1) = \rho_1 \frac{a_1}{F_1(x_1)} \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx_1.$$

სრულიად ანალოგიურად

$$\sigma_2(x_2) = \rho_2 \frac{a_2}{F_2(x_2)} \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2,$$

სადაც  $\rho_1$  და  $\rho_2$ -ტანთა სიმკვრივეებია, ხოლო  $a_1$  და  $a_2$  კი აჩქარებები.

თუ პირველი ტანის მთლიან მოცულობას აღვნიშნავთ  $S_1$  ასოთი, ხოლო მეორე ტანისას კი  $S_2$ -ით, მაშინ ძაბვის ფორმულები შეგვიძლია გარდავქმნათ ასეთნაირად:

$$\sigma_1(x_1) = \frac{\rho_1 a_1 S_1}{F} - \frac{F}{S_1 F_1(x_1)} \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx_1,$$

$$\sigma_2(x_2) = \frac{\rho_2 a_2 S_2}{F} - \frac{F}{S_2 F_2(x_2)} \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2,$$

ანუ, რადგან

$$\frac{\rho_1 a_1 S_1}{F} = \frac{\rho_2 a_2 S_2}{F} = \sigma,$$

ამიტომ

$$\sigma_1(x_1) = \sigma \frac{F}{S_1 F_1(x_1)} \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx, \quad (3-5)$$

$$\sigma_2(x_2) = \sigma \frac{F}{S_2 F_2(x_2)} \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2. \quad (3-6)$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებებს შევადარებთ (3-2) და (3-3) ფორმულებთან, შევნიშნავთ რომ:

$$\varphi_1(x_1) = \frac{F}{S_1 F_1(x_1)} \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx_1$$

და

$$\varphi_2(x_2) = \frac{F}{S_2 F_2(x_2)} \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2,$$

რომელთა დახმარებითაც (3-4) ფორმულა მიიღებს გარკვეულ სახეს:

$$\Pi = \frac{(\sigma F)^2}{2E_1} \int_0^{l_1} \frac{1}{S_1^2 F_1(x_1)} \left[ \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx_1 \right]^2 dx_1 +$$

$$+ \frac{(\sigma F)^2}{2E_2} \int_0^{l_2} \frac{1}{S_2^2 F_2(x_2)} \left[ \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2 \right]^2 dx_2,$$

ანუ

$$\Pi = \frac{(\sigma F)^2}{2} (\alpha_1 + \alpha_2), \quad (3-7)$$

სადაც

$$\alpha_1 = \frac{1}{E_1 S_1^2} \int_0^{l_1} \frac{1}{F_1(x_1)} \left[ \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx_1 \right]^2 dx_1, \quad (3-8)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{E_2 S_2^2} \int_0^{l_2} \frac{1}{F_2(x_2)} \left[ \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2 \right]^2 dx_2. \quad (3-9)$$

რადგან

$$\sigma F = P,$$

სადაც  $P$  არის დარტყმის საერთო  $c-c$  ფართეულზე განვითარებული დარტყმის მაქსიმალური ძალა, ამიტომ (3-7) ფორმულა შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ასედაც

$$\Pi = \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P^2, \quad (3-10)$$

სადაც  $\alpha_1$  არის პირველი ტანის დაყვანილი სიხისტე, ხოლო  $\alpha_2$ —მეორისათუ (ა) გამოსახულებაში ჩავსვამთ დარტყმაზე დახარჯული  $U$  ენერჯიის ჯერ (3-1) ფორმულით გამოხატულ სიდიდეს და აგრეთვე პოტენციალური ენერჯიის ჯერ (3-7) ფორმულით მოძებნილ, ხოლო შემდეგ კი (3-10) გამოსახულებით მიღებულ სიდიდეებს, მივიღებთ ორ განტოლებას:

1. დარტყმითი ძაბვების განტოლებას

$$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) (\sigma F)^2 = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

2. დარტყმის ძალის განტოლებას

$$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P^2 = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)},$$

ამ განტოლებებიდან ვღებულობთ ფორმულებს:

$$\sigma_{max} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m_1}{(\alpha_1 + \alpha_2) \left(1 + \frac{m_1}{m^2}\right)}} \quad (3-11)$$

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1}{(\alpha_1 + \alpha_2) \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}} \quad (3-12)$$

სადაც  $\sigma_{max}$  არის დარტყმის ის მაქსიმალური ძაბვა, რომელიც ვითარდება ორივე ტანის შეჯახების საერთო  $F$  ფართეულზე;

$v$  — დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე;  $\alpha_1$  და  $\alpha_2$  გამოითვლებიან (3-8) და (3-9) ფორმულებით;

$P_{max}$  — დარტყმის ის მაქსიმალური ძალაა, რომელიც ვითარდება დარტყმის საერთო ფართეულზე დარტყმის მაქსიმუმის დროს.

გავარჩიოთ დარტყმის რამდენიმე კონკრეტული შემთხვევა:

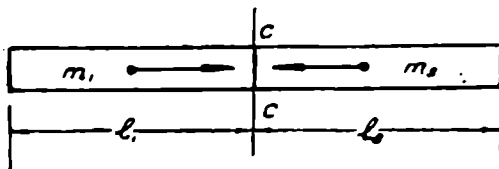
§ შემთხვევა პირველი. დაჯახებული ტანები პრიზმული ფორმისაა (ნახ. 34). ასეთ შემთხვევაში (3-8) და (3-9) ფორმულები გვაძლევენ:

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{3E_1F} \quad \text{და} \quad \alpha_2 = \frac{l_2}{3E_2F}.$$

§ ამიტომ ჩასმით:  $m_1 = \rho_1 l_1 F$  და  $m_2 = \rho_2 l_2 F$  ძაბვის (3-11) ფორმულა გვაძლევს

$$\sigma_{max} = v \sqrt{\frac{3\rho_1 l_1}{\left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}\right) \left(1 + \frac{\rho_1 l_1}{\rho_2 l_2}\right)}} \quad (3-13)$$

თუ ღეროთა სიგრძეები ისეთია, რომ  $l_1 : l_2 = a_1 : a_2$ , სადაც  $a_1$  და  $a_2$  დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარეებია, მაშინ (3-13) ფორმულა დაიყვანება სახეზე



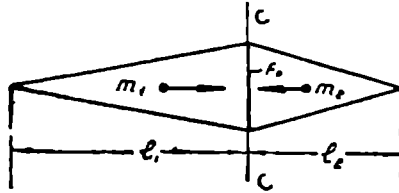
ნახ. 34.

$$\sigma_{max} = \sqrt{3} \frac{E_1 E_2 v}{(E_1 a_2 + E_2 a_1)}, \quad (3-14)$$

სადაც  $E_1$  და  $E_2$  არის პირველი და მეორე დანერტყეული ტანას დრეკადობის მოდულები, ხოლო  $F_1$  და  $F_2$  აღნიშნული ტანათა სინკერაფეები.

ჩვენ ქვემოთ დავინახავთ, რომ (3-14) ფორმულა თავისი წყობის მიხედვით ემთხვევა დარტყმის ტალღური თეორიით მიღებულ შედეგს.

შემთხვევა მეორე. შეჯახებული ტანები კონუსური ფორმისაა (ნახ. 35). ასეთ შემთხვევაში (3-8) და (3-9) ფორმულები გვაძლევენ:



ნახ. 35.

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{5E_1F} \quad \text{და} \quad \alpha_2 = \frac{l_2}{5E_2F}$$

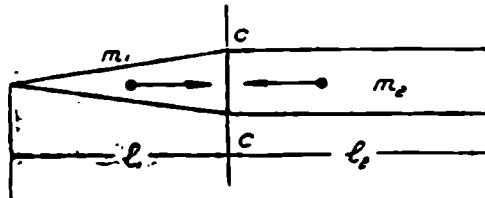
ამიტომ ჩასმით:

$$m_1 = \frac{1}{3}\rho_1 l_1 F \quad \text{და} \quad m_2 = \frac{1}{3}\rho_2 l_2 F$$

ფორმულა (3-11) გვაძლევს

$$\sigma_{max} = v \sqrt{\frac{\frac{5}{3}\rho_1 l_1}{\left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}\right)\left(1 + \frac{\rho_1 l_1}{\rho_2 l_2}\right)}} \quad (3-15)$$

შემთხვევა მესამე. კონუსური ტანი ეჯახება პრიზმულს (ნახ. 36). ასეთ შემთხვევაში



ნახ. 36.

$$\sigma_{max} = v \sqrt{\frac{\frac{1}{3}\rho_1 l_1}{\left(\frac{l_1}{5E_1} + \frac{l_2}{3E_2}\right)\left(1 + \frac{\rho_1 l_1}{3\rho_2 l_2}\right)}} \quad (3-16)$$

§ 16. ქაზემის გამოთვლა ტალღური თეორიით

წარმოვიდგინოთ, რომ გრძელი, ცენტრალური შეჯახება წარმოებს კონუსური ფორმის ისეთ ტანებს შორის, რომელთაც აქვთ ურთიერთზე დამთხვეული დარტყმის ბრტყელი ფუძეები.

დავამაგროთ კოორდინატთა სათავე ტანთა ურთიერთ შეხების საერთო სიბრტყის ცენტრში. მივმართოთ პირველი ტანის გეომეტრიულ ღერძზე გამავალი კოორდინატთა  $ox_1$  ღერძი მარცხნივ, ხოლო მეორე ტანის  $ox_2$  ღერძი კი მარჯვნივ.

დარტყმის ფაქტორთა აღნიშვნისათვის იყოს:

$v$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე;

$F(x)$ —განივკვეთის ფართობი;

$u(x, t)$ —დეფორმაცია  $x$  მანძილზე მდებარე შრისა;

$F$ —დარტყმის საერთო ფართეული;

$t$ —დრო, რომელშიც მიმდინარეობს დარტყმის პროცესი;

$l$ —დამრტყმელი ერთ-ერთი ღეროს სიგრძე;

$H = l + h$ —ტანის მთლიანი, გეომეტრიული სიმაღლე;

$h$ —კონუსური ტანის წარკვეთილი ნაწილის სიმაღლე;

$a$ —დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე;

$E$ —დრეკადობის მოდული;

$\rho$ —სიმკვრივე.

პირველი კონუსური ტანის განივკვეთის ფართობისათვის გვექნება ზოგადი ფორმულა

$$F_1(x_1) = F(1 + \beta_1 x_1)^2, \quad (a)$$

სადაც  $\beta_1$  კოეფიციენტი შეიძლება იცვლებოდეს შემდეგნაირად:

1. პრიზმული ფორმის ტანისათვის  $\beta_1 = 0$ ;

2. ისეთი კონუსური ტანისათვის, რომელიც დარტყმას ახდენს დიდი ფუძით  $\beta_1 = -(1 : H)$ ;

3. ისეთი კონუსური ტანისათვის, რომელიც დარტყმას ახდენს მცირე ფუძით  $\beta_1 = 1 : h$ .

ანალოგიური ფორმულითა და  $\beta_2$  კოეფიციენტის მნიშვნელობით გამოიხატება მეორე ტანის განივკვეთის ფართობის სიდიდე

$$F_2(x_2) = F(1 + \beta_2 x_2)^2. \quad (b)$$

დარტყმის მოვლენის ასაწერად ვიყენებთ სენ-ვენანის ცნობილ განტოლებას:

პირველი ტანისათვის

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a_1^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{F_1'(x_1)}{F_1(x_1)} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right),$$

მეორე ტანისათვის

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a_2^2 \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{F'_2(x_2)}{F_2(x_2)} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right).$$

რომლებიც (a) და (b) ფორმულების დახმარებით დაიყვანებიან ასეთ სახეზე:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a_1^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{2\beta_1}{1+\beta_1 x_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (3-17)$$

და

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a_2^2 \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{2\beta_2}{1+\beta_2 x_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right), \quad (3-18)$$

სადაც

$$a_i = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}}. \quad (3-19)$$

$$(i=1,2)$$

ამ განტოლებებს თან ერთვის დარტყმის ამოცანიდან გამომდინარე სასაზღვრე და საწყისი პირობები.

პირველი ტანისათვის

$$u_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = u_1 = 0, \quad \left. \begin{array}{l} |_{x_1=0} \\ |_{x_1=l_1} \\ |_{t=0} \end{array} \right\} \quad (3-20)$$

მეორე ტანისათვის

$$u_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = u_2 = 0, \quad \left. \begin{array}{l} |_{x_2=0} \\ |_{x_2=l_2} \\ |_{t=0} \end{array} \right\} \quad (3-21)$$

გარდა ამისა, გვაქვს საერთო პირობებიც

$$\sigma_1(x_1; t) = \sigma_2(x_2; t), \quad \left. \begin{array}{l} |_{x_1=0} \\ |_{x_2=0} \end{array} \right\} \quad (3-22)$$

$$\left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) \Big|_{t=0} = v. \quad (3-23)$$

ამ ორი უკანასკნელი პირობიდან (3-22) ნიშნავს ნორმალურ ძაბვათა თანატოლობას ტანთა შეხების საერთო საზღვარზე, ხოლო მეორე (3-23) კი წარმოადგენს სიჩქარეების ჯამს, რომელიც შეესაბამება დარტყმის დაწყების მომენტს და ტოლია ფარდობითი სიჩქარისა.



საძიებელი ინტეგრალები, რომლებიც ერთდროულად აკმაყოფილებენ, როგორც (3-17), (3-18) დიფერენციალურ განტოლებებს, აგრეთვე (3-20) და (3-21)-პირობებს, ასეთი სახისაა:

$$u_1(x_1; t) = \frac{1}{1 + \beta_1 x_1} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{k_n x_1}{l_1} \cdot \sin \frac{k_n a_1 t}{l_1}, \quad (3-24)$$

$$u_2(x_2; t) = \frac{1}{1 + \beta_2 x_2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin \frac{k_m \cdot x_2}{l_2} \sin \frac{k_m \cdot a_2 t}{l_2}. \quad (3-25)$$

ამ გამოსახულების დახმარებით შესაძლებელია იმ ძაბვების გამოთვლა, რომლებიც ვითარდებიან დარტყმის საერთო  $F$  ფართეულზე:

$$\sigma_1(o; t) = E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} = \frac{E_1}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin \frac{k_n a_1 t}{l_1}, \quad (3-26)$$

$$\sigma_2(o; t) = E_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0} = \frac{E_2}{l_2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m k_m \sin \frac{k_m a_2 t}{l_2}. \quad (3-27)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (3-22) პირობის თანახმად შეგვიძლია შევადგინოთ დამხმარე დამოკიდებულება:

$$\frac{\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot k_n \cdot \sin \frac{k_n \cdot a_1 \cdot t}{l_1}}{\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot k_m \cdot \sin \frac{k_m \cdot a_2 \cdot t}{l_2}} = \frac{E_2 l_1}{E_1 l_2}. \quad (3-28)$$

(3-24) და (3-25) ამონახსნების დახმარებით (3-23) საწყისი პირობა მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\frac{a_1}{(1 + \beta_1 x_1) l_1} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot k_n \cdot \sin \frac{k_n \cdot x_1}{l_1} + \frac{a_2}{(1 + \beta_2 x_2) l_2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot k_m \cdot \sin \frac{k_m \cdot x_2}{l_2} = v,$$

რომელიც ჩასმით  $x_1 = a_1 t$  და  $x_2 = a_2 t$  გვაძლევს დამხმარე გამოსახულებას:

$$\frac{a_1}{(1+\beta_1 a_1 t)l_1} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot k_n \cdot \sin \frac{k_n \cdot a_1 \cdot t}{l_1}}{\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot k_m \cdot \sin \frac{k_m \cdot a_2 \cdot t}{l_2}} + \frac{a_2}{(1+\beta_2 a_2 t)l_2} =$$

$$= \frac{v}{\sum_{m=1}^{\infty} B_m \cdot k_m \cdot \sin \frac{k_m \cdot a_2 \cdot t}{l_2}},$$

საიდანაც (3-28) ტოლობის გამოყენებით გვექნება

$$\sum_{m=1}^{\infty} B_m k_m \sin \frac{k_m \cdot a_2 t}{l_2} = \frac{E_1 l_1 (1 + \beta_1 a_1 t) (1 + \beta_2 a_2 t) v}{E_1 a_2 (1 + \beta_1 a_1 t) + E_2 a_1 (1 + \beta_2 a_2 t)}.$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (3-27) მოცემულობით, ვღებულობთ დარტყმით აღძრული ძაბვებისა და დარტყმის ძალის საანგარიშო ფორმულებს:

$$\sigma(o, t) = \frac{E_1 E_2 v (1 + \beta_1 a_1 t) (1 + \beta_2 a_2 t)}{E_1 a_2 (1 + \beta_1 a_1 t) + E_2 a_1 (1 + \beta_2 a_2 t)}, \quad (3-29)$$

$$P(o, t) = F \cdot \sigma(o, t), \quad (3-30)$$

სადაც  $\sigma(o, t)$  ტანთა შეჯახების საერთო ფართეულზე აღძრული ძაბვებია, ხოლო  $P(o, t)$ —დარტყმის ძალა. მიღებული (3-29) ზოგად ფორმულაში შემავალი  $t$  დრო ერთდროულად უნდა აკმაყოფილებდეს ორ პირობას:

$$a_1 t \leq l_1; \quad a_2 t \leq l_2. \quad (3-31)$$

გარდა ამისა, აქვე უნდა აღვნიშნოთ ის გარემოებაც, რომ (3-29) ზოგადი ფორმულის გამოყვანისას ჩვენ წინასწარ მივიჩნიეთ უსასრულო მწკრივები კრებადად, სხვანაირად შეუძლებელი იქნებოდა აღნიშნულ მწკრივებზე ჩავეტარებოდა ის ალგებრული მოქმედებანი, რაც ზემოთ იყო ჩატარებული.

(3-29) ზოგადი გამოსახულებიდან გამომდინარეობენ მთელი რიგი კერძო ხასიათის ფორმულები:

1. დარტყმის დასაწყისში, როდესაც დარტყმიდან გასულია უსასრულოდ მცირე დრო (ე. ი.  $t = +0$ ) ასეთ შემთხვევაში, შეხებაში მყოფი ტანების ზედაპირზე (3-29) ფორმულის თანახმად ვითარდებიან ძაბვები:

$$\sigma(0, 0) = \frac{E_1 E_2 v}{E_1 a_2 + E_2 a_1}. \quad (3-32)$$

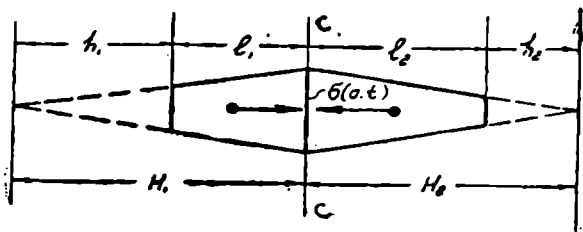
2. პრიზმული ფორმის ტანთა შეჯახებისას (ნახ. 34), რადგან  $\beta_1 = \beta_2 = 0$ , ამიტომ (3-29) ფორმულა გვაძლევს:

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 E_2 v}{E_1 a_2 + E_2 a_1} = \text{const}, \quad (3-33)$$

რომელიც, როცა მაგალითად,  $E_2 = \infty$ , დაიყვანება იუნგის ცნობილ ფორმულაზე

$$\sigma = \frac{E_1 v}{a_1} = \sqrt{\rho_1 E_1}$$

3. ორი კონუსური (ან პირამიდული) ფორმის ტანის ურთიერთთან დიდი ფუძეებით შეჯახებისას (ნახ. 37), რადგან  $\beta_1 = (1 : H_1)$  და  $\beta_2 = -(1 : H_2)$ , ზოგადი (3-29) ფორმულა გვაძლევს:



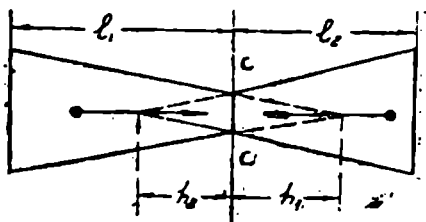
ნახ. 37.

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 E_2 \left(1 - \frac{a_1 t}{H_1}\right) \left(1 - \frac{a_2 t}{H_2}\right) v}{E_1 a_2 \left(1 - \frac{a_1 t}{H_1}\right) + E_2 a_1 \left(1 - \frac{a_2 t}{H_2}\right)}, \quad (3-34)$$

სადაც

$$a_1 t \leq l_1 \quad \text{და} \quad a_2 t \leq l_2.$$

როცა  $H_1 = H_2 = \infty$ , რაც უსასრულოდ გრძელ პრიზმულ ღეროთა შეჯახების ტოლფასია, (3-34) გამოსახულება დაიყვანება (3-33) ფორმულაზე.



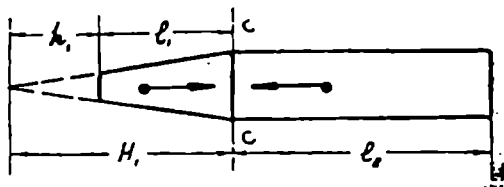
ნახ. 38.

4. ორი კონუსური (ან პირამიდული) ფორმის ტანის ურთიერთთან შიკრიე ფუძეებით შეჯახების დროს (ნახ. 38), რადგან  $\beta_1 = 1 : h_1$  და  $\beta_2 = 1 : h_2$ , ამიტომ (3-29) გამოსახულება გვაძლევს

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 E_2 \nu \left(1 + \frac{a_1 t}{h_1}\right) \left(1 + \frac{a_2 t}{h_2}\right)}{E_1 a_2 \left(1 + \frac{a_1 t}{h_1}\right) + E_2 a_1 \left(1 + \frac{a_2 t}{h_2}\right)}, \quad (3-35)$$

სადაც  $a_1 t \leq l_1$  და  $a_2 t \leq l_2$ .

5. კონუსური ტანის დიდი ფუძით შეჯახებისას პრიზმულთან (ნახ. 39), რადგან  $\beta_1 = -(1 : H_1)$  და  $\beta_2 = 0$ , ამიტომ (3-29) გვაძლევს



ნახ. 39.

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 E_2 \nu \left(1 - \frac{a_1 t}{H_1}\right)}{E_1 a_2 \left(1 - \frac{a_1 t}{H_1}\right) + E_2 a_1}, \quad (3-36)$$

სადაც  $a_1 t \leq l_1$  და  $a_2 t \leq l_2$ .

6. კონუსური ტანის შიკრიე ფუძით შეჯახებისას პრიზმულთან (ნახ. 40), რადგან  $\beta_1 = 1 : h_1$  და  $\beta_2 = 0$ , ამიტომ (3-29) ზოგადი ფორმულა გვაძლევს

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 E_2 \nu \left(1 + \frac{a_1 t}{h_1}\right)}{E_1 a_2 \left(1 + \frac{a_1 t}{h_1}\right) + E_2 a_1}, \quad (3-37)$$

სადაც  $a_1 t \leq l_1$  და  $a_2 t \leq l_2$ .

7. როდესაც ერთ-ერთი დამრტყმელი ტანი, მაგალითად, მეორე აბსოლუტურად მგარიია, რასაც შეესაბამება დაშვება

$$E_2(1 + \beta_2 a_2 t) = \infty,$$

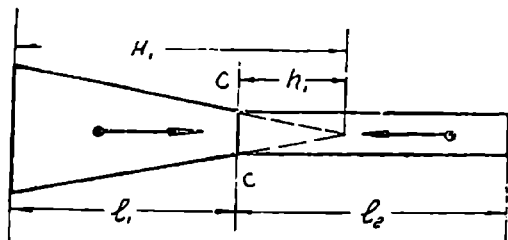
მაშინ (3-29) გამოსახულება გვაძლევს ფორმულას

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 \nu}{a_1} (1 + \beta_1 a_1 t), \quad (3-38)$$

რომელიც თავის მხრივ გვაძლევს დრეკადი ტანის უძრავ სიბრტყეზე დარტყმის ამოცანების გადაწყვეტას:

ა) პრიზმის დარტყმისას სიბრტყეზე. რადგან  $\beta_1 = 0$ , ამიტომ

$$\sigma(\sigma, t) = \frac{E_1 v}{a_1} = \text{const.}$$



ნახ. 40.

ბ) კონუსური (ან პირამიდული) ტანის დარტყმისას სიბრტყეზე დიდი ფუძით. რადგან  $\beta_1 = -(1 : H_1)$ , ამიტომ

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 v}{a_1} \left( 1 - \frac{a_1 t}{H_1} \right),$$

სადაც

$$a_1 t \leq l_1.$$

გ) კონუსური (ან პირამიდული) ტანის დარტყმისას სიბრტყეზე მცირე ფუძით. რადგან  $\beta_1 = 1 : h_1$ , ამიტომ

$$\sigma(0, t) = \frac{E_1 v}{a_1} \left( 1 + \frac{a_1 t}{h_1} \right),$$

სადაც

$$a_1 t \leq l_1.$$

**შეგალითი 5.** განვსაზღვროთ ის კონტაქტური ძაბვები, რომლებიც ვითარდებიან ორი პრიზმული ტანის ურთიერთთან ცენტრალურად შეჯახების დროს; თუ ტანებს ურთიერთზე დამთხვეული ბრტყელი ფუძეები აქვთ (ნახ. 34).

**მოცემულია:** დარტყმის ფარდობით სიჩქარე  $v = 1000$  სმ/წმ;

პირველი ტანის დრეკადობის მოდული  $E_1 = 2,2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>;

მეორე ტანის დრეკადობის მოდული  $E_2 = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>;

ტანების ხვედრითი წონა  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,0078$  კგ/სმ<sup>3</sup>;

$$\text{მათი სიმკვრივე } \rho_1 = \rho_2 = \frac{\gamma}{g} = \frac{0,0078}{981} = \frac{1}{1,26 \cdot 10^5} \frac{\text{კგ/წმ}^3}{\text{სმ}^3}.$$

ამოხსნა.

გამოთვალათ დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარეები:  
პირველ ტანში

$$a_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} = 5,27 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ},$$

მეორე ტანში

$$a_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} = 5,02 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}.$$

საძიებელი ძაბვები გამოითვლებიან (3-33) ფორმულით

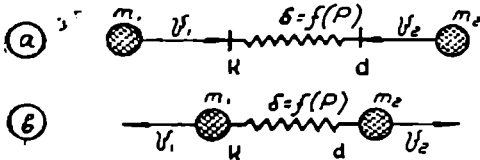
$$\sigma = \frac{E_1 E_2 v}{E_1 a_1 + E_2 a_2} = \frac{2,2 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1000}{2,2 \cdot 10^6 \cdot 5,02 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^6 \cdot 5,27 \cdot 10^5} \approx 2040 \frac{\text{კგ}}{\text{სმ}^2}.$$

ენერგეტიკული თეორიით და დარტყმის ტალღური თეორიით მიღებულ ფორმულათა ურთიერთთან შედარების საილუსტრაციოდ გამოდგება (3-14) და (3-33) ფორმულები, რომლებიც პრიზმული ფორმის ტანების ურთიერთ შეჯახებას ეხებიან. ამ ორი ფორმულის ძირითადი წყობის ურთიერთთან დამთხვევა იმაზე მიგვითითებს, რომ არსებითად სარწმუნოა, როგორც ტალღური, აგრეთვე დარტყმის ენერგეტიკული თეორია და რომ დარტყმის ფორმულების დაზუსტება ცდებით, ძირითადად უნდა შეეხონ მხოლოდ ფორმულაში შემაჯავლი მუდმივი კოეფიციენტების სიდიდეთა დაზუსტებას. ეს გარემოება მნიშვნელოვნად ამარტივებს დარტყმის პრობლემის ექსპერიმენტული შესწავლის საქმეს.

ორი განის ურთიერთ შეჯახება მათ შორის მოთავსებულ უმონალო ღრუკაქ სისჭამაზე

§ 17. ამოცანის დაქმნება და საანგარიშო სქემის შედგენა

ორი რეალური ტანის ურთიერთთან ცენტრალურად შეჯახების ამოცანა, ზოგიერთ შემთხვევაში, შეგვიძლია დავიყვანოთ დარტყმის ისეთ ამოცანაზე, რომლის დროსაც ერთ წერტილში შეყურსული ნივთიერი მასები კუმშავენ (ან კიშავენ) მათ შორის მოთავსებულ უწონადო ღრუკად გარემოს (ნახ. 41). ღრუკადი გარემო თავის მხრივ შეიძლება იყოს

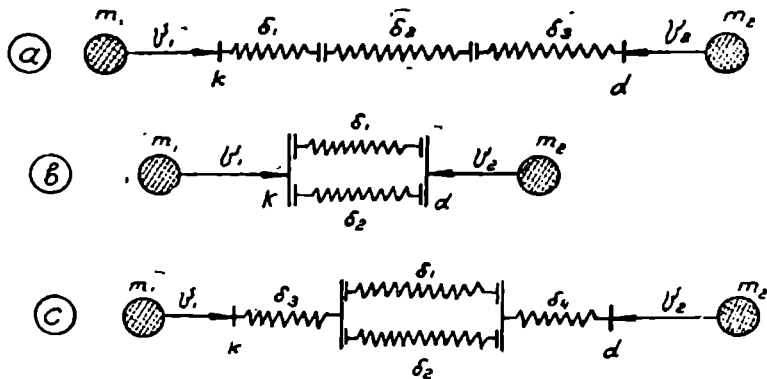


ნახ. 41.

მრავალი სახისა, მაგალითად, ურთიერთთან თანმიმდევრობით ჩართული (ნახ. 42 a), პარალელურად ჩართული (42 b), ან კიდევ როგორც თანმიმდევრობით, აგრეთვე პარალელურად ჩართული (ნახ. 42 c). ასეთი სახის დარტყმის ამოცანების

თავისებურება უმთავრესად იმაში მდგომარეობს, რომ დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგია (დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების დროს) თავს იყრის თვით ღრუკად სისტემებში და იწვევს მათ დეფორმირებას. ამიტომ დარტყმის ძალის რიცხვით სიდიდეს განსაზღვრავს, არა მხოლოდ დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგია, არამედ თვით ღრუკადი გარემოს (სისტემის) დეფორმირების კანონი—მისი დეფორმირების  $\delta = f(P)$  ფუნქცია, რომელშიაც ღრუკადი გარემოს ხაზოვანი შეკუმშვა (ან წაგრძელება) დაკავშირებულია  $\delta$  დეფორმაციის გამომწვევ  $P$  შემკუმშვ (ან გამჭიმავ) ძალასთან. როცა ეს კანონი მოცემულია, მაშინ დარტყმის ამოცანა შესაძლებელია შესწავლილი იქნეს როგორც ენერგეტიკული, აგრეთვე დარტყმის ვიბრაციული თეორიის დახმარებით.

ამ შემთხვევაში თავის პირველ ორ პარაგრაფში ჩვენ განვიხილავთ ენერგეტიკული და ვიბრაციული თეორიის ზოგად საკითხებს, ხოლო დანარ-



ნახ. 42.

ჩენ, მომდევნო პარაგრაფებში კი გარჩეული იქნება პრაქტიკული ხასიათის დარტყმის ამოცანები.

### § 18. დარტყმის ძალის გავრთვლა მნიშვნელოვანი თეორიით

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის ძირითადი არსი მდგომარეობს დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგიის გატოლებაში დრეკადი დეფორმაციის იმ  $\Pi$  პოტენციალურ ენერგიასთან, რომელიც დარტყმის მაქსიმუმის დროს გროვდება დარტყმის მიმღებ დრეკად სისტემაში:

$$\Pi = U. \quad (4-1)$$

დარტყმის ძალის ან დარტყმით წარმოშობილი დეფორმაციის გამოთვლის მიზნით\*, საჭიროა, რათა  $\Pi$  გამოხატული იქნას  $P$  დარტყმის ძალის ან  $\delta$  დეფორმაციის დახმარებით. პირველ შემთხვევაში ჩვენ მივიღებთ დარტყმის ძალის განტოლებას, მეორეში კი დეფორმაციისას. მაგრამ რადგან დეფორმაციის ფუნქციის სახე წინასწარ უნდა გვკონდეს მოცემული, ამიტომ საკმარისია მხოლოდ დარტყმის ძალის განტოლების შედგენა.

\* დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის ძირითადი აზრი იმის შესახებ, რომ  $\Pi = U$  არ არის საკმარისი ცხადი სახის განტოლების შესადგენად. დარტყმით აღძრული ფაქტორების რიცხვითი სიდიდეების გამოთვლა მოითხოვს გარკვეული მეთოდების, ხერხების შექმნას იმის შესახებ, რომ  $\Pi$  და  $U$  გამოიხატონ ცნობილ (გარკვეული სახის) ფაქტორებში, მაგალითად, მასებში, ძაბვებში, დეფორმაციებში და ა. შ. (ავტორი).



მართლაც, თუ დარტყმის  $P_{max}$  მაქსიმალური ძალა გვეცოდინება, მაშინ შესაბამისი მაქსიმალური დეფორმაცია მოიძებნება დამოკიდებულებით

$$\delta_{max} = f(P_{max}). \quad (4-2)$$

გავარჩიოთ დარტყმის რამდენიმე შემთხვევა:

**შემთხვევა პირველი.** ეტქვით  $S$  ძალით წინასწარ შეკუმშული დრეკადი სისტემა განიცდის  $m_1$  და  $m_2$  მასების ცენტრალურ დარტყმას (ნახ. 41 ა). შევადგინოთ დარტყმის ძალის განტოლება, თუ დარტყმის მიმღები დრეკადი  $kd$  სისტემა დეფორმირდება კანონით

$$\delta = f(P). \quad (4-3)$$

ასეთ შემთხვევაში, მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის თანახმად, აღნიშნულ დრეკად სისტემაში (დარტყმის მაქსიმუმის დროს) უნდა დაგროვდეს შემდეგი რაოდენობის დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია:

$$\Pi' = \int_S^{P_{max}} P d\delta, \quad (4-4)$$

სადაც უნდა ჩაისვას

$$d\delta = f'(P) dp. \quad (4-5)$$

რადგან დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგია გამოიხატება (3-1) ცნობილი ფორმულით

$$U = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)},$$

ამიტომ (4-1) გამოსახულება მიიღებს დარტყმის ძალის განტოლების სახეს:

$$\int_S^{P_{max}} P d\delta = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (4-6)$$

ანუ ჩასმით

$$d\delta = f'(P) dp,$$

$$\int_S^{P_{max}} P f'(P) dp = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (4-7)$$

სადაც  $v$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარეა, ანუ სიჩქარე ერთი ( $m_1$ ) მასისა მეორე ( $m_2$ ) მასის მიმართ დარტყმის დაწყების მომენტში.

**შემთხვევა მეორე.** ცენტრალური დარტყმა წარმოებს წინასწარ  $S$  ძა-

ლით შეკუმშულ  $kd$  ურთიერთთან თანმიმდევრობით ჩართულ დრეკად სისტემაზე (ნახ. 42 *ა*). ასეთ შემთხვევაში:

$$\Pi = \int_S^{P_{max}} P (d\delta_1 + d\delta_2 + d\delta_3),$$

რის გამოც დარტყმის ძალის განტოლება ღებულობს სახეს:

$$\int_S^{P_{max}} P (d\delta_1 + d\delta_2 + d\delta_3) = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (4-8)$$

რადგან:

$$\delta_1 = f_1(P), \quad \delta_2 = f_2(P) \quad \text{და} \quad \delta_3 = f_3(P),$$

ამიტომ (4-8) განტოლებაში უნდა ჩაისვას:

$$d\delta_1 = f'_1(P) dp, \quad d\delta_2 = f'_2(P) dp, \quad d\delta_3 = f'_3(P) dp,$$

რის გამოც დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს ასეთ საბოლოო სახეს:

$$\int_S^{P_{max}} P [f'_1(P) + f'_2(P) + f'_3(P)] dp = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (4-9)$$

**შემთხვევა მეხამე.** ცენტრალური დარტყმა წარმოებს პარალელურად ჩართულ წინასწარ  $S$  ძალით შეკუმშულ დრეკად  $kd$  სისტემაზე (ნახ. 42 *ბ*). ასეთ შემთხვევაში დარტყმის ძალის განტოლებას ექნება შემდეგი სახე:

$$\frac{1}{2} \int_S^{P_{max}} P [f'_1(P) + f'_2(P)] dp = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (4-10)$$

**შემთხვევა მეოთხე.** ცენტრალური დარტყმა წარმოებს პარალელურად და თანმიმდევრობით ჩართულ წინასწარ  $S$  ძალით შეკუმშულ დრეკად  $kd$  სისტემაზე (ნახ. 42 *ც*). რადგან დარტყმის ძალის ნახევარი გადაეცემა  $\delta_1$  დრეკად გარემოს, ხოლო მეორე ნახევარი კი მეორეს, ამიტომ დარტყმის ძალისათვის გვექნება განტოლება

$$\frac{1}{2} \int_S^{P_{max}} P [f'_1(P) + f'_2(P)] dp + \int_S^{P_{max}} P [f'_3(P) + f'_4(P)] dp = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (4-11)$$

**შემთხვევა მესამე.** ცენტრალური დარტყმა წარმოებს სამ მასას შორის, რომლებიც კუმშავენ წინასწარ  $S$  ძალით შეკუმშულ ერთ დრე-

კად გარემოს (ნახ. 43). ასეთ შემთხვევაში დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია ტოლია

$$\Pi = \int_S^{P_{max}} P f'(P) dp,$$

ხოლო დარტყმაზე დახარჯული ენერგია კი აღნიშვნით

$$m_2 = m_2 + m_3,$$

მიიყვანება ფორმულაზე

$$U = \frac{m_1 (m_2 + m_3) v^2}{2 (m_1 + m_2 + m_3)}.$$

დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს

$$\int_S^{P_{max}} P f'(P) dp = \frac{m_1 (m_2 + m_3) v^2}{2 (m_1 + m_2 + m_3)}. \quad (4-12)$$

ამ უკანასკნელ მაგალითში ვგულისხმობთ, რომ მასების შემაერთებელი  $ab$  სისტემა უდეფორმირო და უწონადოა, ხოლო დარტყმის  $k$  წერტილი  $m_2$  და  $m_3$  მასის საერთო ცენტრს წარმოადგენს (ნახ. 43).

როდესაც დრეკადი გარემოს დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხოვანია, ე. ი.

$$\delta = \alpha P^n,$$

მაშინ, რადგან,  $d\delta = \alpha n P^{n-1} \cdot dp$ , ამიტომ, მაგალითად, (4-6) დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს

$$\int_S^{P_{max}} P \cdot \alpha \cdot n \cdot P^{n-1} \cdot dp = \frac{m_1 m_2 v^2}{2 (m_1 + m_2)},$$

ნახ. 43.

საიდანაც

$$P_{max} = \left[ \frac{(n+1)}{\alpha n} \cdot \frac{m_1 m_2 v^2}{2 (m_1 + m_2)} + S^{n+1} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (4-13)$$

ამ გამოსახულებასა და (4-2) ფუნქციის დახმარებით მიიღება დარტყმით გამოწვეული დეფორმაციის სიდიდეც

$$\delta_{max} = \alpha P_{max}^n = \alpha \left[ \frac{(n+1)}{\alpha n} \cdot \frac{m_1 m_2 v^2}{2 (m_1 + m_2)} + S^{n+1} \right]^{\frac{n}{n+1}} \quad (4-14)$$

როდესაც დარტყმის მიმღები სისტემა წინასწარ დაუქიმაგია ( $S=0$ ), მაშინ ფორმულა (4-13) დაიყვანება ფ. ბერგერის ცნობილ [209] შედეგზე:

$$P_{max} = \left[ \frac{(n+1)}{\alpha n} \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (4-15)$$

თუ დეფორმაციის ფუნქცია წრფივია, ე. ი.

$$\delta = \alpha P,$$

რის მიხედვითაც  $n=1$ , მაშინ დარტყმის ძალის განმსაზღვრელი (4-15) ფორმულა უფრო გამარტივდება

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{\alpha(m_1 + m_2)}} \quad (4-16)$$

### § 19. დარტყმის ძალის განსაზღვრა ვიბრაციული თეორიით

ა) მასების ურთიერთ შეჯახება მათ შორის მოთავსებულ ისეთ დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმირების ფუნქცია ზოგადი სახისაა.

ვთქვათ, წინასწარ დაუქიმაგ  $kd$  დრეკად სისტემას ცენტრალურად ეჯახება ორი,  $m_1$  და  $m_2$  მასა (ნახ 41 ა). ასეთ შემთხვევაში მასები ინერციის  $I$  რეალური ძალებით დააწვებიან დრეკადი სისტემის  $k$  და  $d$  ბოლოს და გამოიწვევენ მის შეკუმშვას  $\delta$  მანძილით\*. მეორეს მხრივ, ამ შეკუმშვას შეეწინააღმდეგება დრეკადი  $kd$  სისტემის დრეკადობის  $P$  ძალა. ეს ორი, ინერციისა და დრეკადობის ძალა ურთიერთის ტოლია დროის ყოველ მომენტში; აქ ქმედება ყოველთვის უდრის უკუქმედებას, ამიტომ იწერება ძირითადი ტოლობა ძალთა აბსოლუტურ ოდენობებზე

$$P = I.$$

რადგან თავის მხრივ, თეორიული მექანიკის ცნობილი ფორმულის თანახმად

$$I = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2},$$

ამიტომ  $P$  დრეკადი ძალა, რომელიც რიცხვობრივად ყოველთვის ტოლია დარტყმით გამოწვეული ინერციის რეალური ძალისა, შეგვიძლია გამოვხატოთ ტოლობით:

$$P = -\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 \delta}{dt^2},$$

ანუ

$$\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P = 0. \quad (4-17)$$

\* ვგულისხმობთ, რომ შეკუმშული  $kd$  სისტემა (ნახ. 41 ა) არ განიცდის განივ გაღუნვას, რადგან იგი მოთავსებულია სპეციალურ მიმზართველში.

ეს უკანასკნელი განტოლება  $t$  ცვლადის გარდა შეიცავს ორ უცნობს  $\delta$  დრეკად დეფორმაციას და მის გამომწვევ  $P$  დრეკად (ანუ დარტყმის) ძალას, ამიტომ იგი ურკვევადია და მოითხოვს იმ ფუნქციონალური დამოკიდებულების ცოდნასაც, რომელიც უნდა არსებობდეს  $\delta$  და  $P$  ფაქტორთა შორის. ვთქვათ, რომ ეს დამოკიდებულება ზოგადი სახით არის მოცემული

$$\delta = f(P) \text{ ან } P = F(\delta). \quad (4-18)$$

მაშინ ჩასმით

$$P = F(\delta)$$

(4-17) გამოსახულება მოგვცემს დარტყმით გამოწვეული  $\delta$  დეფორმაციის ცვალებადობის ამსახველ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{(m_1+m_2)}{m_1m_2} F(\delta) = 0, \quad (4-19)$$

ხოლო თუ (4-17) გამოსახულებაში შევიტანთ

$$\delta = f(P),$$

მაშინ მივიღებთ  $P$  დარტყმის ძალის დროში ცვალებადობის ამსახველ მეორე სახის დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2[f(P)]}{dt^2} + \frac{(m_1+m_2)}{m_1m_2} P = 0. \quad (4-20)$$

მიღებულ (4-19) და (4-20) დიფერენციალურ განტოლებებს ემატებათ სათანადო საწყისი და სასაზღვრე პირობები. მაგალითად, თუ დარტყმის დასაწყისში, ე. ი. მაშინ, როდესაც  $t=0$ , დარტყმის მიმღები სისტემა წინასწარ დაუჭიმავე (შეუკუმშავი) იყო, მაშინ გვექნება ასეთი საწყისი პირობები:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 0; \\ & \Big|_{t=0} \end{aligned} \right\} \frac{d\delta}{dt} \Big|_{t=0} = v; \quad (4-21)$$

$$\left. \begin{aligned} P &= 0; \\ & \Big|_{t=0} \end{aligned} \right\} \frac{d[f(P)]}{dt} \Big|_{t=0} = v, \quad (4-22)$$

სადაც  $v$  არის დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე, ანუ სიჩქარე ერთი დამარტყმელი მასისა მეორის მიმართ დარტყმის დაწყების ( $t=0$ ) მომენტში.

მიღებული დიფერენციალური განტოლებების შესწავლის დროს აგრეთვე მხედველობაში გვაქვს ის მთავარი სასაზღვრე პირობა, რომ დამარტყმელი მასები რჩებიან დარტყმის მიმღები სისტემის  $k$  და  $d$  ბოლოებზე დარტყმის ძალის მაქსიმალური სიდიდის (ანუ მაქსიმალური დრეკადი დეფორმაციის) განვითარებამდე მაინც. (თეორიული თვალსაზრისით

იმის დაშვებაცაა შესაძლებელი, რომ მასები საბოლოოდ ემაგრებიან დარტყმის მიმღებ სისტემაზე და იწვევენ ამ სისტემის რხევას უსასრულოდ დიდ დროში). (4-19) დეფორმაციისა და (4-20) ძალის  $i$  დროში ცვალებადობის ამსახველი დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნა დიდადაა დამოკიდებული დეფორმაციის (4-18) ფუნქციების სახეზე. თუ ისინი რთული ფუნქციებია, მაშინ განტოლებების ამოხსნა შეუძლებელიც კი ხდება. ამ გარემოების გამო, დარტყმის ენერგეტიკულ თეორიას დიდი გამარტივება შეაქვს დარტყმის ძალის გამოთვლის საქმეში, რადგან დარტყმის ძალის განტოლება ყოველთვის მიიყვანება ისეთ სახემდე, რომ მისი შესწავლა შესაძლებელი ხდება.

(4-17) განტოლების სპეციალური გარდაქმნებით ჩვენ დავასაბუთებთ, რომ ვიბრაციული თეორიითა და ენერგეტიკული თეორიით მიღებული დარტყმის მაქსიმალური ფაქტორები ურთიერთის ტოლია. ამ მიზნით წარმოვადგინოთ (4-17) განტოლება ასეთი სახით

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = - \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} P.$$

ეს უკანასკნელი გამოსახულება შეიძლება გარდავქმნათ ასედაც

$$\frac{1}{2} d \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 = - \frac{(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} P d\delta,$$

რომლის გაინტეგრირება გვაძლევს

$$\left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 = - \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \int P d\delta + c. \quad (a)$$

რადგან დარტყმის დასაწყისში:

$$\delta = 0, \quad \frac{d\delta}{dt} = v \quad \text{და} \quad \int P d\delta = 0,$$

ამიტომ  $c = v^2$ , რის გამოც (a) განტოლების ნაცვლად გვექნება

$$\left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 = - \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \int P d\delta + v^2. \quad (b)$$

დარტყმის მაქსიმუმის დროს, ე. ი. მაშინ, როდესაც დარტყმის მიმღები დრეკადი  $kd$  სისტემა (ნახ. 41 a)  $P_{max}$  მაქსიმალური ძალითაა შეკუმშული და მაშასადამე  $\delta_{max}$  მაქსიმალური სიდიდის დეფორმაცია აქვს მიღებული, მაშინ ერთის მხრივ დამრტყმელი მასების ურთიერთთან დაახლოების სიჩქარე ნულია, ე. ი.

$$\frac{d\delta}{dt} = v = 0.$$

მეორეს მხრივ, დარტყმის მიმდებ დრეკად  $kd$  სისტემაში დაგროვილია დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიის მაქსიმალური რაოდენობა, ამიტომ

$$\int Pd\delta = \int_0^{\delta_{max}} Pd\delta = \int_0^{P_{max}} Pd\delta.$$

ჩამოთვლილი პირობების გამო ( $b$ ) განტოლება ასე ჩაიწერება

$$0 = - \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \int_0^{\delta_{max}} Pd\delta + v^2,$$

ან

$$0 = - \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \int_0^{P_{max}} F' d\delta + v^2,$$

საიდანაც დგება როგორც დეფორმაციის, აგრეთვე დარტყმის ძალის ის განტოლებები, რომლებიც სრულიად ადვილად მიიღებინან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიიდანაც

$$\int_0^{\delta_{max}} Pd\delta = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} v^2; \quad (4-23)$$

$$\int_0^{P_{max}} Pd\delta = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (4-24)$$

პირველ განტოლებაში ჩაისმის

$$P = F(\delta),$$

ხოლო მეორეში კი

$$d\delta = f'(P) dP.$$

ვიბრაციული თეორიის დადებითი მხარე დარტყმის ენერგეტიკულ თეორიასთან შედარებით იმაში მდგომარეობს, რომ პირველი თეორია შესაძლებლობას გვაძლევს განვსაზღვროთ აგრეთვე დარტყმის ხანგრძლივობაც.

დარტყმის ხანგრძლივობის განსაზღვრის მიზნით წარმოვადგინოთ ( $b$ ) გამოსახულება ასეთნაირად

$$dt = \frac{d\delta}{v \sqrt{1 - \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 v^2} \int Pd\delta}}, \quad (4-25)$$

რადგან

$$\Pi = \int_0^{\delta_{\max}} P d\delta \quad \text{ან} \quad \Pi = \int_0^{P_{\max}} P d\delta,$$

ამიტომ (4-25) გამოსახულება შეგვიძლია გამოვხატოთ ორი სახის დიფერენციალურ განტოლებაში:

$$dt = \frac{d\delta}{v \sqrt{1 - \frac{\int P d\delta}{\delta_{\max} \int F d\delta}}} \quad (4-26)$$

ან

$$dt = \frac{d\delta}{v \sqrt{1 - \frac{\int P db}{P_{\max} \int P d\delta}}} \quad (4-27)$$

რომლებიც აღნიშვნით

$$\frac{\int P d\delta}{\delta_{\max} \int F d\delta} = \varphi_1(x) \quad (4-28)$$

და

$$\frac{\int P db}{P_{\max} \int P d\delta} = \varphi_2(y). \quad (4-29)$$

შიილებენ სახეს

$$dt = \frac{d\delta}{v \sqrt{1 - \varphi_1(x)}} \quad (4-30)$$

და

$$dt = \frac{d\delta}{v \sqrt{1 - \varphi_2(y)}} \quad (4-31)$$

როდესაც  $t$  იცვლება დარტყმის დაწყების მომენტიდან ( $t=0$ ) დარტყმის ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობის განვითარებამდე, რაც დარტყმის მთელი ხანგრძლივობის ნახევარია (აღნიშნოთ იგი  $t_0$ -ით), მაშინ



$\varphi_1(x)$  და  $\varphi_2(y)$  ცვლადი ფუნქციები იცვლებიან ნულიდან ერთამდე, ამიტომ (5-30) და (4-31) გამოსახულებების გაინტეგრალება მოგვცემს:

$$I_0 = \frac{\delta_{max}}{v} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-\varphi_1(x)}} \quad (4-32)$$

და

$$I_0 = \frac{\delta_{max}}{v} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1-\varphi_2(y)}}.$$

რადგან  $\delta_{max} = f(P_{max})$ , ამიტომ ეს უქანასკნელი ფორმულა დებულობს სახეს

$$I_0 = \frac{f(P_{max})}{v} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1-\varphi_2(y)}}. \quad (4-33)$$

ზოგად შემთხვევაში (4-32) და (4-33) ფორმულებში შემავალი ინტეგრალები ელიფსურია და ამიტომ მათი გაინტეგრალება ელიფსურ ინტეგრალთა თეორიის ცოდნას მოითხოვს.

როდესაც დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხოვანია, ე. ი.

$$\delta = f(P) = \alpha P^n,$$

მაშინ (4-28) და (4-29) ფორმულები გვაძლევენ

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(y) = x^{\frac{n+1}{n}} = y^{\frac{n+1}{n}}$$

ამიტომ დარტყმის მთლიანი ხანგრძლივობა (4-32) და (4-33) ფორმულების თანახმად ტოლია

$$T_{დარტყ.} = 2I_0 = \frac{2\delta_{max}}{v} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^{\frac{n+1}{n}}}} = \frac{2\alpha P_{max}^n}{v} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1-y^{\frac{n+1}{n}}}}, \quad (4-34)$$

სადაც  $\delta_{max}$  და  $P_{max}$  ფაქტორები შესაძლებელია გამოვითვალოთ ან დეფორმაციის (4-23) განტოლებით ანდა დარტყმის ძალის (4-24) განტოლების დახმარებით.

ბ) მასების ურთიერთ შეჯახება მათ შორის მოთავსებულ ისეთ დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმირების ფუნქცია წრფივია

იმ კერძო შემთხვევაში, როდესაც დარტყმის მიმღები დრეკადი სისტემის შემკუმშავ  $P$  ძალასა და ამ ძალის მიერ გამოწვეულ  $\delta$  დეფორმა-

ციას (სისტემის შეკუმშვას) შორის არსებობს წრფივი (ხაზოვანი) დამოკიდებულება, ე. ი. როცა

$$\delta = f(P) = \alpha P, \quad (4-35)$$

მაშინ დარტყმის ძალის (4-20) დიფერენციალური განტოლება წრფივი დიფერენციალური განტოლების სახეს ღებულობს:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \varphi^2 P = 0, \quad (4-26)$$

სადაც

$$\varphi = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\alpha m_1 \cdot m_2}}. \quad (4-27)$$

თუ დარტყმის დაწყების ( $t=0$ ) მომენტში ღრეკალი  $kd$  სისტემა (ნახ. 41 *a*) წინასწარ შეუკუმშავე იყო, მაშინ (4-36) დიფერენციალურ განტოლებას დაემატება ასეთი საწყისი პირობები

$$\left. \begin{aligned} P &= 0 \\ \dot{P} &= 0 \end{aligned} \right|_{t=0} \quad (4-38)$$

და

$$\left. \frac{dP}{dt} = \frac{v}{\alpha} \right|_{t=0} \quad (4-39)$$

(4-36) დიფერენციალური განტოლების ის ამონახსნი (ინტეგრალი), რომელიც აკმაყოფილებს (4-38) და (4-39) საწყის პირობებსაც, ასეთი სახისაა

$$P(t) = \frac{v}{\alpha \varphi} \sin \varphi t, \quad (4-40)$$

რომელიც (4-37) მონაცემის დახმარებით, მიიყვანება დარტყმის ძალის გამსაზღვრელ საბოლოო ფორმულაზე

$$P(t) = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{\alpha(m_1 + m_2)}} \sin \cdot t \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\alpha m_1 m_2}}. \quad (4-41)$$

დარტყმის მაქსიმუმის დროს, მაშინ როდესაც

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\alpha m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \quad (4-42)$$

(4-41) ფორმულა გვაძლევს დარტყმის ძალის იმ მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რომელიც მიიღება ენერგეტიკული თეორიით გამოყვანილი (4-16) ფორმულითაც

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{\alpha (m_1 + m_2)}}. \quad (4.43)$$

დარტყმის სრული ხანგრძლივობისათვის, (4.42) გამოსახულების თანხმად, გვექნება ფორმულა

$$T_{დარტყ.} = 2l_0 = \pi \sqrt{\frac{\alpha m_1 m_2}{m_1 + m_2}}, \quad (4.44)$$

სადაც  $\alpha$  დრეკადი სისტემის სიხისტეა, ანუ დარტყმის მიმღები დრეკადი  $kd$  სისტემის (ნახ. 41 ა) შემოკლება, გამოწვეული ერთეულის ტოლი ძალით.

როდესაც ერთ-ერთი დამრტყმელი მასა, მაგალითად, მეორე, უსასრულოდ დიდია, ე. ი.  $m_2 = \infty$ , რაც სხვანაირად ნიშნავს ერთი ბოლოთი უძრავად დამაგრებულ დრეკად სისტემაზე დარტყმას, მაშინ (4.43) და (4.44) ფორმულები გვადლევინ:

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1}{\alpha}}, \quad (4.45)$$

$$T_{დარტყ.} = 2l_0 = \pi \sqrt{\alpha m_1}. \quad (4.46)$$

(4.44) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დარტყმის ხანგრძლივობა სრულებით არ არის დამოკიდებული დარტყმის  $v$  ფარდობითი სიჩქარის სიდიდეზე.

თუ დარტყმის ძალის საშუალო მნიშვნელობას მოვძებნით კლასიკურ მექანიკაში ცნობილი ფორმულით, რომლის მიხედვითაც

$$P_{საშ} = \frac{mv}{t} = \frac{m_1 m_2 v}{(m_1 + m_2) t}, \quad (4.47)$$

მაშინ  $t$  დროს მაგიერ [უნდა ჩავსვათ არა დარტყმის მთლიანი (4.44) ხანგრძლივობა, არამედ დარტყმის მთლიანი ხანგრძლივობის მხოლოდ ნახევარი, მაშინ დარტყმის ძალის საშუალო მნიშვნელობის გამომთვლელი გამოსახულება

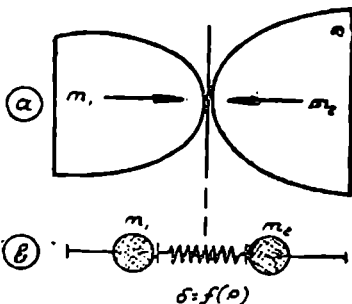
$$P_{საშ} = \frac{2}{\pi} v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{\alpha (m_1 + m_2)}} \quad (4.48)$$

უკეთ მიუახლოვდება დარტყმის ძალის გამომთვლელ უფრო ზუსტ (4.43) ფორმულას.

## § 20. ჰერცის ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით

ჰერცი პირველი იყო, რომელმაც ჩამოაყალიბა დრეკად ტანთა ურთიერთთან შეჯახების ისეთი თეორია [207], რომელიც ითვალისწინებს მხოლოდ ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციებს. როდესაც დრეკად

ტანთა ცენტრალური შეჯახება წარმოებს ამოხნილი ზედაპირებით (ნახ. 44 ა), მაშინ შესაძინვეი დეფორმაციები წარმოიშობა თვით შეხების უბანში და ამიტომაც დარტყმაზე დახარჯული ენერჯიის უდიდესი ნაწილი გროვდება აღნიშნულ უბანში.



ნახ. 44.

დარტყმის ეს შემთხვევა დაიყვანება ტანთა ცენტრებში შეყურსული  $m_1$  და  $m_2$  მასების შეჯახებაზე მათ შორის მოთავსებულ უწონადო დრეკად სისტემაზე (ნახ. 44 ბ), რომლის დეფორმაციის ფუნქცია წინასწარ უნდა იყოს ცნობილი.

ჰერცისა დარტყმის თეორია ორი ნაწილისაგან შედგება. ერთი ნაწილი ეხება დეფორმაციის ფუნქციის მოძებნას, მეორე კი დარტყმის დიფერენ-

ციალური განტოლების შედგენას. პირველი საკითხი დრეკადობას თეორიის საკმაოდ რთული ამოცანაა და მდგომარეობს იმ ფუნქციონალური დამოკიდებულების მოძებნაში, რომელიც უნდა არსებობდეს  $P$  სტატიკური ძალით დაწნევაში მყოფი ორი დრეკადი ტანის სიმძიმის ცენტრების ურთიერთთან  $\delta$  დრეკად დაახლოვებასა და  $P$  დამწვევ ძალას შორის:

$$\delta_{\delta} = f(P_{\delta}). \quad (a)$$

ამ საკითხში გარდა ჰერცისა მუშაობა აგრეთვე ჰამბურგერი [208], ა. ნ. ლინნიკი [5—8], 'ფ. ბერგერი [209], ნ. ი. შტაერმანი [9—10]. ჰერცის ამოცანებზე დიდი მუშაობა ჩაატარა აგრეთვე ცნობილმა მეცნიერმა ნ. მ. მუსხელიშვილმა და მისმა სკოლამ\*. (დეფორმაციის ფუნქციები მათ თუმცა არ დაუდგენიათ, მაგრამ შექმნეს ეფექტური გზა-ხერხი კონტაქტური ძაბვების განსაზღვრისათვის ბრტყელი ამოცანებისათვის).

ჰერცმა თავის დარტყმის თეორიას საფუძვლად დაუდო (4-19) ტიპის დიფერენციალური განტოლების შედგენა და შესწავლა. მან პირველმა დაუშვა, რომ (ა) ფუნქციონალური დამოკიდებულება, ე. ი. დამოკიდებულება სტატიკურ ადგილობრივ დეფორმაციასა და მის გამომწვევ ძალას შორის ინარჩუნებს თავის ფორმას დარტყმის დროსაც\*\*, ამრიგად დეფორმაციის ფუნქცია

$$\delta = f(P), \quad (b)$$

\* Н. М. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, ОГИЗ, М. 1946.

\*\* ასეთი საფუძვლის გამო ჰერცის დარტყმის თეორიას უწოდებენ დარტყმის სტატიკურ თეორიასაც.

რომელიც საჭირო იყო დარტყმის შესასწავლად, ე. ი. (4-19) დიფერენციალური განტოლების გარკვეულ სახემდე მისაყვანად, ცნობილი ვახდა. მას ჰერცის ტიპის ამოცანებში ასეთი სახე ექვს

$$\delta = \alpha P^{\frac{2}{3}}, \quad (4-49)$$

სადაც  $\alpha$  — ადგილობრივი დეფორმაციით გამოწვეული სიხისტვა ანუ გადაადგილება გამოწვეული ერთეული ძალის მიერ. მაგალითად, თუ შეჯახებული ტანების შეხებაში მყოფი ფართეულების მოხაზულობა სფეროვანია  $R_1$  და  $R_2$  რადიუსებით, მაშინ  $\alpha$  სიხისტე ტოლია:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^2 \frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}, \quad (4-50)$$

სადაც  $\mu_1$  და  $E_1$  ერთი ტანის პუასონის კოეფიციენტი და დრეკადობის მოდულია, ხოლო  $\mu_2$  და  $E_2$  მეორისა.

დარტყმის ამოცანები ჰერცისა ტექნიკურ ლიტერატურაში შესწავლილია დარტყმის ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით. ჩვენ მიზანშეწონილად ვცანით [108], რომ დარტყმით აღძრული მაქსიმალური ძალა გამოგვეთვალა შედარებით უფრო ადვილი, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით. მართლაც, რადგან ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ ჩასმით:

$$U = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$$

და

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P d\delta = \int_0^{P_{max}} P d(\alpha P^{\frac{2}{3}}) = \frac{2}{5} \alpha P_{max}^{\frac{5}{3}}$$

ვღებ ულობთ დარტყმის ძალის განტოლებას

$$\frac{2}{5} \alpha P_{max}^{\frac{5}{3}} = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)},$$

საიდანაც დარტყმის ძალა ტოლია

$$P_{max} = \left[ \frac{5}{4} \frac{m_1 m_2 v^2}{(m_1 + m_2) \alpha} \right]^{\frac{3}{5}} \quad (4-51)$$

ანუ

$$P_{max} = \left( \frac{5}{2} \frac{U}{\alpha} \right)^{\frac{3}{5}} \quad (4-52)$$

სადაც  $U$ —დარტყმაზე დახარჯული ენერგიაა და გამოითვლება კარნოს ცნობილი (3-1) ფორმულით.

ტანთა შეჯახების ხანგრძლივობა შესაძლებელია გამოეთვალათ დარტყმის ვიბრაციული თეორიიდან გამომდინარე (4-34) ფორმულით

$$T_{\text{დარტყ}} = 2t_0 = \frac{2\alpha P^n \max}{v} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1 - \frac{y^5}{5}}} \approx 2,94 \frac{\alpha P^n \max}{v} \approx 2,94 \frac{\delta \max}{v}$$

აქვე უნდა აღვნიშნოთ ის დიდი სიახლე, რომელიც შეიტანა ჰერცის დარტყმის თეორიაში საბჭოთა მეცნიერმა ნ. ა. კილჩევსკიმ. მან [11] მათემატიკის ერთი სპეციალური დარგის (ე. წ. ოპერაციული აღრიცხვის) გამოყენებით მოახერხა გამოეხატა დარტყმის ძალის ცვალებადობა  $t$  დროში. ჩვენი აზრით ასეთივე შედეგი შესაძლებელია მიღებულ იქნას (4-20) ტიპის დიფერენციალური განტოლების გაინტეგრირებითაც. რადგან ჰერცის ამოცანების შემთხვევაში უმთავრესად

$$\delta = \alpha P^{\frac{2}{3}},$$

ამიტომ აღნიშნული (4-20) განტოლება ასეთ სახეს ღებულობს

$$\frac{d^2 \left( P^{\frac{2}{3}} \right)}{dt^2} + \frac{(m_1 + m_2)}{\alpha m_1 m_2} P = 0, \quad (4-53)$$

რომელსაც, (4-21) გამოსახულების თანახმად, თან ერთვის საწყისი პირობები:

$$P = 0 \quad \frac{d \left( P^{\frac{2}{3}} \right)}{dt} = \frac{v}{\alpha} \quad \Big|_{t=0} \quad (4-54)$$

ამრიგად, თუკი მათემატიკურად მოხერხდება (4-53) და (4-54) არაწრფივი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა, მაშინ მიღებული შედეგი აუცილებლად უნდა დაემთხვეს ნ. ა. კილჩევსკის მიერ მიღებულ [11] შედეგს, ე. ი. გამოიხატოს  $P$  დარტყმის ძალა როგორც  $t$  დროის ფუნქცია.

**მაგალითი 6.** განვსაზღვროთ დარტყმის ის მაქსიმალური ძალა, რომელიც ვითარდება ფოლადის ორი სფეროს ურთიერთთან შეჯახების დროს.

**მოცემულია:** სფეროების შეჯახების სიჩქარე  $v = 10$  სმ/წმ;  
სფეროთა რადიუსები  $R_1 = 20$  სმ,  $R_2 = 40$  სმ;

სფეროთა ხვედრითი წონა და სიმკვრივე

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = 0,0078 \text{ კგ/სმ}^3;$$

$$\rho_1 + \rho_2 = \rho = \frac{\gamma}{q} = \frac{1}{1,26 \cdot 10^6} \text{ კგ. წმ/სმ}^4,$$

დრეკადობის მოდულები:

$$E_1 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2; \quad E_2 = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2;$$

პაუსსონის კოეფიციენტები:

$$\mu_1 = 0,3; \quad \mu_2 = 0,25.$$

**ამოხსნა.**

მოცემბნოთ სფერულ ტანთა მასები:

$$m_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 \rho_1 \approx 0,266 \text{ კგ. წმ}^3/\text{სმ}$$

$$m_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 \rho_2 \approx 2,1 \text{ კგ. წმ}^3/\text{სმ}$$

ვიზოვოთ სფეროთა ცენტრების ურთიერთ მიახლოება, გამოწვეული ერთეული მკუმშავი ძალით (4-50) ფორმულით

$$z = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \left( \frac{1-0,3^2}{2,2 \cdot 10^6} + \frac{1-0,25^2}{2 \cdot 10^6} \right)^3} \cdot \frac{20+40}{20 \cdot 40} \approx \frac{1}{3,12 \cdot 10^4} \text{ სმ/კგ}^{\frac{2}{3}}$$

(4-51) ფორმულით მოიძებნება საძიებელი ძალა

$$P_{max} = \left[ \frac{5}{4} \frac{0,266 \cdot 2,13 \cdot 10^2}{(0,266 + 2,13)} \cdot 3,12 \cdot 10^4 \right]^{\frac{3}{5}} \approx 2650 \text{ კგ.}$$

## § 21. სირისის ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით

დარტყმის ტალღური (სენ-ვენანის) თეორია თუ ითვალისწინებს მხოლოდ მოცულობითი ხასიათის დეფორმაციებს, ხოლო ჰერცის დარტყმის თეორია ემყარება მხოლოდ ადგილობრივი დეფორმაციების გავლენას, სამაგიეროდ არსებობს სირისის თეორია [210], რომელიც ითვალისწინებს, როგორც ადგილობრივ, აგრეთვე მოცულობითი დეფორმაციების გავლენას. არსებობს დარტყმის მოვლენების სამი სრულიად-სხვადასხვა ჯგუფი\*:

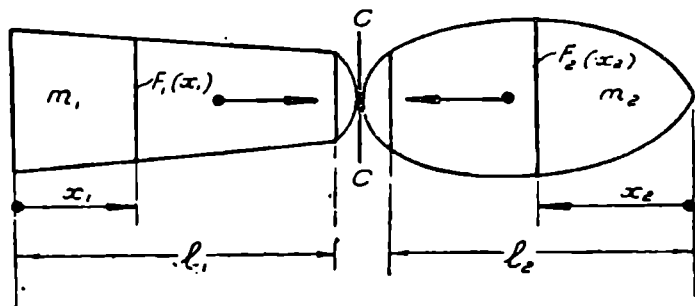
\* დარტყმის ძალის რიცხვითი სიდიდე დიდად არის დამოკიდებული დაჯახებულ ტანების იმ უბნებზე, სადაც მოსალოდნელია მოხდეს ყველაზე უფრო შესამჩნევი დეფორმაციები. მაგალითად, თუ შეჯახებულ ორ სფეროს შორის რეზინის ფენა მოთავსებული, მაშინ ძალის სიდიდის ძირითად გამსაზღვრელ ფაქტორს რეზინის ფენა წარმოადგენს და არა ფოლადის სფეროების დეფორმაციები. (ავტორი).

1. როდესაც ტანები ბრტყელი ფუძეებით ეჯახებიან ურთიერთს აქ ადგილობრივი დეფორმაციის გავლენა უმნიშვნელოა და ამიტომ, ბუნებრივია, დარტყმის ანგარიში ჩავატაროთ მხოლოდ მოცულობითი დეფორმაციების გათვალისწინებით, როგორც ეს გადმოცემულია სენ-ვენანის თეორიაში.

2. თუ ტანთა ურთიერთ შეჯახება ამოზნექილი ზედაპირებით ხდება, მაშინ უდიდესი დეფორმაციული ცვალებადობანი ხდება მხოლოდ შეხების მცირე უბანში, ამიტომ დარტყმაზე ანგარიში ასეთ შემთხვევაში უნდა დაემყაროს ამ ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციების გავლენის გათვალისწინებას, როგორც ეს ჰერცის თეორიაშია მოცემული.

3. არსებობს დარტყმის ისეთი შემთხვევები, როდესაც ადგილობრივი და მოცულობითი დეფორმაციების გავლენა თითქმის ერთი და იგივე ხარისხისაა (მაგალითად, როდესაც შეჯახებული ფართეულების სიმ. რუდეები მეტად მცირეა), ასეთ შემთხვევაში ბუნებრივია, რათა დარტყმის თეორია დაემყაროს ორივე ხასიათის დეფორმაციას, როგორც ეს მოცემულია სირსის მიერ.

სირსმა თავისი ამოცანები შეისწავლა დარტყმის ვიბრაციული თეორიის დახმარებით. იგივე თვალსაზრისით მიუღდა ამ საკითხის დამუშა-



ნახ. 45.

ვებას საბჭოთა მეცნიერი ნ. ა. კილჩევსკი [11], რომელმაც ოპერაციული აღრიცხვის გამოყენებით, სირსის ამოცანების ამოხსნა აიყვანა განვითარების მაღალ დონეზე.

ჩვენ ვიძლევიტ სირსის ამოცანის უფრო ადვილი და მიახლოებითი წესით (დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით) გამოთვლის მეთოდს. ორი ტანის ურთიერთთან ცენტრალურად შეჯახების დროს (ნახ. 45) ტანთა ცენტრები დაუახლოვდებიან ურთიერთს ჰერცის ფორმულის თანახმად, მანძილით:

$$\delta = \alpha P^{\frac{2}{3}} \quad (a)$$



სადაც  $\alpha$ —ადგილობრივი დეფორმაციის შესაბამისი სიხისტეა. გარდა ამისა, პირველი დამრტყმელი ტანის ცენტრი გადაადგილდება დარტყმის საერთო  $c$ - $c$  ხაზისაკენ (მოცულობითი დეფორმაციის ზეგავლენით) მანძილით

$$\delta_1 = \alpha_1 P. \quad (b)$$

მეორე ტანისათვის გვექნება

$$\delta_2 = \alpha_2 P. \quad (c)$$

დეფორმაციის (a), (b) და (c) ფუნქციების დახმარებით ადვილად მოძებნება დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიის ის რაოდენობა, რომელიც დაგროვდება შეჯახებულ ტანებში დარტყმის მაქსიმუმის დროს

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P(d\delta + d\delta_1 + d\delta_2),$$

რომელიც ჩასმით

$$d\delta = \frac{2}{3} \alpha P^{-\frac{1}{3}} dp;$$

$$d\delta_1 = \alpha_1 dp;$$

$$d\delta_2 = \alpha_2 dp;$$

გვადღევს

$$\Pi = \frac{2}{5} \alpha P_{max}^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P_{max}^2. \quad (4-55)$$

მეორეს მხრივ, დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერჯია (3-1) ფორმულის თანახმად ტოლია

$$U = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (d)$$

რადგან, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ (4-55) და (d) გამოსახულების დახმარებით ვღებულობთ დარტყმის ძალის განტოლებას

$$\frac{2}{5} \alpha P_{max}^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P_{max}^2 = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (4-56)$$

სადაც  $P_{max}$  არის დარტყმის მაქსიმალური ძალა ტანთა ურთიერთ შეხების უბანში;

$m_1$  და  $m_2$ —პირველი და მეორე დამრტყმელი ტანის მასაა;

$\alpha$ —ადგილობრივი დეფორმაციით გამოწვეული სიხისტეა, ანუ დაჯახებული ტანების ცენტრების ურთიერთთან დაახლოება, გამოწვეული ერთეული ძალის მიერ, რომელიც (4-50)

სახის და მისი ანალოგური ფორმულებით გამოითვლება დრეკადობის თეორიის დახმარებით.

$\alpha_1$ —მოცულობითი დეფორმაციით გამოწვეული სიხისტე პირველი ტანისათვის;

$\alpha_2$ —მეორე ტანისათვის, რომელიც გამოითვლება ჩვენს მიერ მოცემული (3-8) და (3-9) ფორმულების დახმარებით;

$\nu$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარეა, ანუ სიჩქარე ერთი ტანისა მეორეს მიმართ შეჯახების დაწყების მომენტში.

## § 22. ა. ნ. დინნიკის ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით

ა. ნ. დინნიკის დარტყმის ამოცანა ერთი შეხედვით ჰერცის ტიპის ამოცანებს მიეკუთვნება, რადგან აქაც დარტყმის ძალის განსაზღვრა წარმოებს მხოლოდ ადგილობრივი დეფორმაციების გათვალისწინებით. მაგრამ ჩვენ იგი მაინც დინნიკის ამოცანის დასახელებით განოყვავით, რაც გამართლებულია შემდეგი გარემოებით. ჰერცის ამოცანებში მთავარ საკითხად ითვლება დრეკადობის თეორიის ის მეთოდი, რომლითაც შესაძლებელია გამოეთვალათ დეფორმაციის ფუნქცია ანუ გამოეთვალათ ის დრეკადი  $\delta$  მიახლოება, რომელიც უნდა მოხდეს  $P$  ძალით ურთიერთზე მიბჯენილი ორი ტანის ცენტრს შორის. როდესაც ა. ნ. დინნიკმა ცილინდრების მსახველთა გასწვრივ ურთიერთ დაწნევის ამოცანა განიხილა აღმოჩნდა, რომ იგი არ წყდებოდა ჰერცის წესით\*, ამიტომ მან გამოახსნა სხვა ხერხი [8]. აქვე უნდა გავუსვათ ხაზი აგრეთვე იმ გარემოებასაც, რომ ა. ნ. დინნიკის მიერ დასმული ამოცანა ვერ წყდება აგრეთვე იმ ეფექტური მეთოდებით, რომლითაც ნ. მუსხელიშვილმა და მისმა სკოლამ გაამდიდრა კონტაქტურ ბრტყელ ამოცანათა შესწავლის საქმე.

ა. ნ. დინნიკის მიერ გამოყვანილ დეფორმაციის ფუნქციას [8] ასეთი სახე აქვს

$$\delta = \frac{\lambda P}{2\pi} \lg \frac{4\pi R e^{3/2}}{\lambda P} \quad (5-58)$$

სადაც  $\delta$  არის ერთეული სიმაღლის მქონე ორი ცილინდრის ცენტრთა ურთიერთ მიახლოება გამოწვეული მათი ურთიერთოზე დამწნევი  $P$  ძალისაგან (ნახ. 46);

$e$ —ნეპერის რიცხვი;

$\lg$ —ნატურალური ლოგარითმის აღმნიშვნელი გამოსახულება;

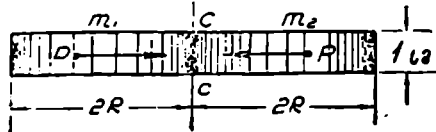
\* იგივე აზრი გამოთქვა ნ. მ. მუსხელიშვილმაც (ავტორი).

$R$ —ერთეული სიმაღლის მქონე ცილინდრის რადიუსი.

$$\lambda = \frac{4(1-\mu^2)}{E},$$

სადაც თავის მხრივ  $\mu$  პუასონის ცნობილი კოეფიციენტი, ხოლო  $E$  ცილინდრის მასალის დრეკადობის მოდული.

დინნიკმა (მის მიერ დასმული დარტყმის) ამოცანა (ნახ. 46) ვიბრაციული თეორიით გადაწყვიტა. ჩვენ ვიძლევიტ [108] აღნიშნული ამო-



ნახ. 46.

ცანის დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით გადაწყვეტის მეთოდს. რადგან (4-48) დეფორმაციის ფუნქცია ცნობილია, ამიტომ დარტყმის პოტენციალური ენერგია ტოლია

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P d\delta,$$

რომელიც ჩასმით

$$d\delta = -\frac{\lambda}{2\pi} \lg \frac{\lambda P e^{1/3}}{4\pi R} dP$$

გვაძლევს

$$\Pi = -\frac{\lambda P_{max}^2}{4\pi} \lg \frac{\lambda P_{max}}{4\pi R e^{1/3}} = \frac{\lambda P_{max}^2}{4\pi} \lg \frac{4\pi R e^{1/3}}{\lambda P_{max}} \quad (4-59)$$

მეორეს მხრივ, (3-1) ფორმულის თანახმად, დარტყმაზე იხარჯება კინეტიკური ენერგია

$$U = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (a)$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U$$

ამიტომ (4-59) და (a) გამოსახულებათა დახმარებით, მივიღებთ დარტყმის ძალის განტოლებას:

$$\frac{\lambda}{4\pi} P_{max}^2 \lg \frac{4\pi R e^{1/3}}{\lambda P_{max}} = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (4-60)$$

რომელიც, როცა

$$m_1 = m_2 = m$$

გვაძლევს

$$P_{max}^2 \lg \frac{4\pi R e^{1/6}}{\lambda P_{max}} = \frac{\pi}{\lambda} m v^2. \quad (4-61)$$

მაგალითი 7. განვსაზღვროთ ის ძალა, რომელიც ვითარდება ორი ტოლი ერთეული სიმაღლეების მქონე ცილინდრული ტანის (მსახველთა-გასწვრივ) ცენტრალურად შეჯახების დროს (ნახ. 46).

მოცემულია: შეჯახების სიჩქარე  $v = 377$  სმ/წმ; მასები  $m_1 = m_2 = m = 0,0025$  კგ. წმ<sup>2</sup>/სმ<sup>2</sup>; რადიუსები  $R_1 = R_2 = R = 10$  სმ; პუასონის კოეფიციენტები  $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0,3$ ; დრეკადობის მოდულები  $E_1 = E_2 = E = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

ამოხსნა. გამოვთვალოთ დამხმარე ფაქტორი

$$\lambda = \frac{4(1-\mu^2)}{E} = \frac{4(1-0,3^2)}{2 \cdot 10^6} = \frac{1}{5,5 \cdot 10^5} \text{ სმ}^2/\text{კგ}$$

დარტყმის ძალის მოსაძებნად, (4-61) ფორმულის თანახმად, გვექნება განტოლება

$$P_{max}^2 \lg \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 2,718^{1/6}}{P_{max}} \cdot 5,5 \cdot 10^5 = 3,14 \cdot 5,5 \cdot 10^5 \cdot 0,0025 \cdot 377^2.$$

ამ განტოლებას აკმაყოფილებს ფესვი

$$P_{max} \approx 8160 \text{ კგ/სმ.}$$

### § 23. რკინიგზის რონოდების ურთიერთ შეჯახების ამოცანის ბარჩევა დაბტჰვის ენერგეტიკული თემოკის თვალსაზრისით

რკინიგზის რონოდების ურთიერთ შეჯახების საკითხზე მრავალი ლიტერატურაა დაწერილი [119—122], მაგრამ იგი ჯერ კიდევ არ არის დამუშავებული სრულყოფილად და ზუსტად. გაჭიმვითი და კუმშვითი დარტყმების შესამცირებლად, რონოდები აღჭურვილია ენერგიის ჩამშთან-თქი სპეციალური აპარატურით—ბუფერებით, რომელთა კონსტრუქცი-აც მრავალი სახისაა. მაგალითისათვის ჩვენ განვიხილავთ ცილინდრული ზამბარაკების მქონე ბუფერთა შეჯახებას [122].

ორი რონოდის ურთიერთ შეჯახების ამოცანა შეგვიძლია ანალოგი-ური გავხადოთ ორი მასის ურთიერთ შეჯახებისა მათ შორის მოთავსე-ბულ უწონადო დრეკად გარემოზე (ნახ. 47).

პირველი და მეორე რონოდის ბუფერთათვის ვლებულობთ დეფორმაციის შემდეგ ფუნქციებს:

$$\delta_1 = \alpha_1 P$$

$$\delta_2 = \alpha_2 P.$$

რომელთა დახმარებითაც

$$W = \int_{S_1}^{P_{max}} P d\delta_1 + \int_{S_2}^{P_{max}} P d\delta_2,$$

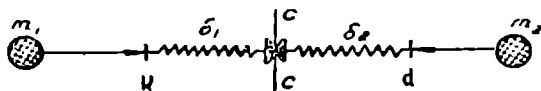
რომელიც ჩასმით

$$d\delta_1 = \alpha_1 dp; \quad d\delta_2 = \alpha_2 dp$$

გვაძლევს

$$W = \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P^2_{max} - \frac{1}{2} \alpha_1 S_1^2 - \frac{1}{2} \alpha_2 S_2^2. \quad (4-62)$$

თუ დეფორმაციის ამ მნიშვნელობას გაუტოლებთ დარტყმაზე და-



ნახ. 47.

ბარჯულ  $U$  კინეტიკურ ენერგიას, მივიღებთ დარტყმის ძალის განტოლებას

$$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P^2_{max} - \frac{1}{2} \alpha_1 S_1^2 - \frac{1}{2} \alpha_2 S_2^2 = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$$

საიდანაც ბუფერებს შორის განვითარებული დარტყმის ძალა ტოლია

$$P_{max} = \sqrt{\frac{m_1 m_2 v^2}{(m_1 + m_2)(\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_1 S_1^2 + \alpha_2 S_2^2}{\alpha_1 + \alpha_2}}. \quad (4-63)$$

როდესაც რონოდები ერთი და იგივე სისტემისაა, ე. ი.

$$m_1 = m_2 = m; \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha; \quad S_1 = S_2 = S,$$

მაშინ (4-63) ფორმულა მარტივდება

$$F_{max} = \sqrt{\frac{mv^2}{4\alpha} + S^2}, \quad (4-64)$$

სადაც  $m_1$  არის პირველი რონოდის მასა;

$m_2$  — მეორისა;

$\alpha_1$ —პირველი რონოდის ზამბარაკთა საერთო სიხისტეა; ხოლო

$\alpha_2$ —მეორისა;

$S_1$ —პირველი რონოდის ჩამშთანთქავი აპარატის (ზამბარაკთა სისტემის) წინასწარ შემკუმშავი ძალაა, ხოლო

$S_2$ —მეორისა\*;

$\varphi$ —რონოდების ურთიერთთან შეჯახების ფარდობითი სიჩქარეა.

დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების მომენტში პირველი რონოდის ყოველ ნივთიერ წერტილზე იმოქმედებს ერთი და იგივე სიდიდის აჩქარება, ამიტომ მოცულობის ყოველ ერთეულზე მოდებული იქნება ინერციის თარაზული ძალა

$$\gamma_1 = \rho_1 \frac{P_{max}}{m_1} \quad (4-65)$$

ანალოგიური ფორმულით გამოიხატება ის ძალაც, რომელიც იმოქმედებს მეორე რონოდის ერთეული მოცულობის მქონე მასაზე

$$\gamma_2 = \rho_2 \frac{P_{max}}{m_2} \quad (4-66)$$

სადაც  $\gamma_1$  და  $\gamma_2$ —დარტყმის მიმართულების გასწვრივ მოქმედი ინერციის ძალებია (ანუ დინამიკური წონაკუთრი);

$\rho_1$  და  $\rho_2$ —ერთეული მოცულობის მასები.

(4-65) და (4-66) ფორმულების დახმარებით შესაძლებელია რონოდების ყოველი ელემენტის გაანგარიშება. მაგალითად, თუ პირველ რონოდაზე სითხით სავსე ცისტერნა (თხელ კედლიანი რეზერვუარი) დამაგრებული (ნახ. 48), მაშინ მის კედელში განვითარდება დარტყმით გამოწვეული ძაბვები

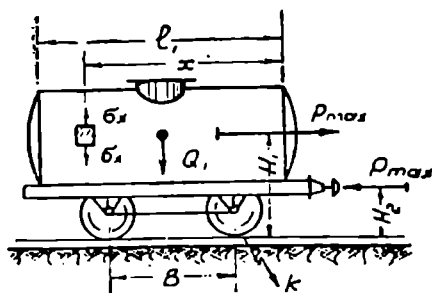
$$\sigma_x = \frac{q_x R}{t}$$

რომელიც ჩასმით

$$q_x = \gamma_1 x = \rho_1 \frac{P_{max}}{m_1} \cdot x$$

გვაძლევს

$$\sigma_x = \rho_1 \frac{P_{max}}{m_1} \cdot \frac{x}{t} \cdot R \quad (4-67)$$



ნახ. 48.

\* ზამბარაკები წინასწარ შეკუმშული ლაგდებიან ჩამშთანთქავ აპარატურებში უმთავრესად იმის გამოც, რომ ასეთი ზამბარაკები უფრო ეწინააღმდეგებიან ლითონის მასალოდნულ მოღლილობას (ავტორი).

სადაც  $\rho_1$  არის ცისტერნაში მყოფი სითხის ერთეული მოცულობის მასა;  
 $x$ —მანძილი ცისტერნის წინა ფუძიდან იმ კვეთამდე, სადაც ვი-  
 თარდება  $\sigma_x$  გამჭვიმავი ძაბვები;  
 $l$ —რეზერვუარის კედლის სისქე;  
 $R$ —ნიჩი რადიუსი.

როდესაც დარტყმის ძალა მეტად დიდია და ამრიგად (4-67) ფორ-  
 მულით გამოხატულმა მაქსიმალურმა ძაბვამ

$$\sigma_{max} = \rho_1 \frac{P_{max}}{m_1} \frac{l_1}{l} \cdot R$$

შესაძლებელია გადააქარბოს დროებითი წინალობის შესაბამ ძაბვას, მა-  
 შინ მოსალოდნელია მოხდეს ცისტერნის კედლის უეცარი გაგლეჯა.

ძლიერი დარტყმის შედეგად მოსალოდნელია აგრეთვე მოხდეს რო-  
 ნოდების აყირავებაც  $k$  წინა თვლების ირგვლივ. ასეთი მოსალოდნელი  
 აყირავების თავიდან ასაცილებლად დატული უნდა იყოს პირობა:

$$Q_1 \cdot \frac{B}{2} \geq (H_1 - H_2) P_{max} \quad (4-69)$$

სადაც  $Q_1$  არის რონოდის მთლიანი წონა;

$B$ —ბორბლის ლერძებს შორის დაშორება;

$H_1$ —რონოდის სიმძიმის ცენტრის დაშორება ლიანდაგის (რონის)  
 ქუსლამდე, ხოლო  $H_2$  მანძილი 'რონის ქუსლიდან ბუფერის  
 ლერძამდე (ნახ. 48).



## თავი მესამე

### ფსიქიკური პანის ღარჯუმის თეორია

#### § 24. ამოცანის დაუშვება

პრაქტიკაში ადგილი აქვს არა მარტო მყარი ტანის დარტყმას მყარზე, არამედ შესაძლებელია დარტყმა ხდებოდეს ფხვიერი ტანითაც (ანდა თვით ფხვიერ ტანზე) როგორცაა, მაგალითად:

1. ექსკავატორით მოთხრილი ფხვიერი მიწის დაყრა ავტომანქანის ბაქანზე (ამ შემთხვევაში საინტერესოა იმის გარკვევა თუ რა ძალით დააწვება *უ* სიჩქარით დაყრილი ფხვიერი ტანის *მ* მასა ავტომობილის რესორებს).

2. ფხვიერი მასალით (ცემენტით, ქვიშით, ხორბლით, სიმინდით ან ფქვილით) სავსე ტომრის დაგდება *უ* სიჩქარით ხისტ საყრდენზე (ამ შემთხვევაში საინტერესოა იმის ცოდნა თუ რა სიდიდის ძაბვები განვითარდებიან ტომრის გარსში—მატერიაში).

3. მყარი ტანის დარტყმა ისეთი სახის თავდაცვით ნაგებობაზე, რომელზედაც დაყრილია საამორტიზაციო ფხვიერი მასალა, მაგალითად, ქვიშის გარკვეული სისქის მქონე ფენა (ამ შემთხვევაში საინტერესოა ვიცოდეთ დარტყმის ძალის ის სიდიდე, რომელიც გადაეცემა თავდაცვითი ნაგებობის ამტან კონსტრუქციას).

4. მყარი ტანის დარტყმა ყამირზე (ამ შემთხვევაში საინტერესოა განსაზღვრა იმ ძაბვებისა, რომლებიც განვითარდება თვით დამრტყმელ ტანში) და სხვა მრავალი. ეს საკითხები თუმცა მეტად აქტუალურ პრობლემებს წარმოადგენენ, მაგრამ ჯერ კიდევ არ არიან დამუშავებული სრულყოფილად.

ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორიის თვალსაზრისით საინტერესოა აღინიშნოს ნ. მ. როინიშვილის [73], ს. ა. ხრისტოანოვიჩის [287], მ. ი. ბისიევილის [288] და სხვათა ნაშრომები.

ჩვენ ვიძლევიტ ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორიის რამდენიმე ამოცანის გარჩევას ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით.

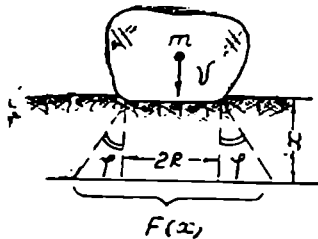


§ 25. შუარი ტანის დარტყმა უამირსო

ა. დ. დ. ბარკანის [171] გამოკვლევების თანახმად ყამირის  $F$  ზედაპირის  $\delta$  გადაადგილებასა და ამ გადაადგილების გამომწვევე  $P$  დამწწნეე ძალას შორის არსებობს წრფივი ფუნქციონალური დამოკიდებულება

$$\delta = \alpha P \quad (5-1)$$

$$\text{აქ } \alpha = \frac{1}{F G_z}, \quad (5-2)$$



6ახ. 49.

სადაც  $G_z$  არის ყამირის დრეკადი კუმშვის კოეფიციენტი, რომელიც მაგალითად, თიხოვანი ყამირებისათვის ტოლია  $G_z = 10,7$  კგ/სმ<sup>2</sup>;  $\alpha$ —ყამირის მოქნადობა ანუ მისი ხაზოვანი სიხისტეა. თუ ყამირის მასაში დარტყმით

აღძრული ინერციის ძალების უგულებელყოფას მოვახდენთ, მაშინ ასეთი დარტყმა ანალოგიური იქნება დარტყმისა ისეთ უწონადო დრეკად სისტემაზე, რომლის დეფორმირების ფუნქცია წრფივია

$$\delta = \alpha P$$

ასეთ შემთხვევაში, დარტყმის პოტენციალური ენერგია მოიძებნება ფორმულით

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} P d\delta,$$

რომელიც ჩასმით

$$d\delta = \alpha dp$$

გეაძლევს

$$\Pi = \frac{1}{2} \alpha P^2_{max}$$

რადგან მეორეს მხრივ, დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია გამოიხატება ფორმულით  $U = 0,5 m v^2$ , ამიტომ დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{1}{2} \alpha P^2_{max} = \frac{1}{2} m v^2,$$

საიდანაც მიიღება ყამირის ზედაპირზე განვითარებული დარტყმის მაქსიმალური ძალა

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m}{\alpha}}$$

რომელიც (5-2) ფორმულის თანახმად ლებულობს საბოლოო სახეს:

$$P_{max} = v\sqrt{mFG_z} \quad (5-3)$$

სადაც  $v$  არის ტანის დარტყმის სიჩქარე;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასა (ნახ. 49);

$F$ —დამრტყმელი ტანის ყამირთან შეხების ფართობი;

$G_z$ —ცხრილებით მოცემული [171] კოეფიციენტი.

**მაგალითი 8.** თიხოვან ყამირს ბრტყელი ფუძით ეჯახება ქვის ლოდი (ნახ. 49), განესაზღვროთ დარტყმით აღძრული კონტაქტური ნორმალური ძაბვები.

**მოცემულია:** ქვის ლოდის მასა  $m=0,01$  კგ წმ<sup>2</sup>/სმ;

ყამირთან შეხების ფართობი  $F=400$  სმ<sup>2</sup>;

თიხოვანი ყამირის დრეკადი კუმშვის კოეფიციენტი  $G_z=10,7$  კგ/სმ<sup>2</sup>;

ქვის ლოდის დარტყმის სიჩქარე  $v=100$  სმ/წმ.

**ამოხსნა.**

ქვის ლოდი ყამირზე დარტყმის დროს განავითარებს (5-3) ფორმულით გამოხატულ მაქსიმალურ ძალას

$$P_{max} = v\sqrt{mFG_z} = 100\sqrt{0,01 \cdot 400 \cdot 10,7} \approx 656 \text{ კგ.}$$

ყამირზე განვითარებული კონტაქტური ძაბვები ტოლია

$$\sigma = \frac{P_{max}}{F} = \frac{656}{400} = 1,64 \text{ კგ/სმ}^2.$$

თუ ყამირის ზედაპირიდან  $x$  მანძილზე მდებარე მუშა ფართს (ფართს, რომელზედაც ნაწილდება დარტყმით აღძრული ძაბვები) აღვნიშნავთ  $F(x)$ -ით, მაშინ აღნიშნულ ფართეულზე განვითარებული საშუალო ძაბვა მოიძებნება ფორმულით

$$\sigma(x) = \frac{v}{F(x)} \sqrt{mFC_z} \quad (5-4)$$

როდესაც დამრტყმელი ტანის ფუძე წრიულია, მაშინ, რადგან

$$F(x) = \pi R^2 \left(1 + \frac{x}{R} \operatorname{tg} \varphi\right)^2$$

და

$$F = \pi R^2,$$

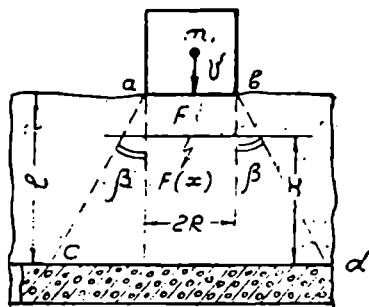
ამიტომ (5-4) ფორმულა ლებულობს სახეს:

$$\sigma(x) = \frac{v}{R} \sqrt{\frac{mG_z}{\pi}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{R} \operatorname{tg} \varphi\right)^2} \quad (5-5)$$

სადაც  $R$ —წრიული ფუძის რადიუსია;

ფ—მკუმშავი ძაბვების გავრცელების კუთხე ყამირში (ნახ. 49), რომლის სიდიდეც (სხვადასხვაგვარი ყამირებისათვის) შესწავლილი უნდა იქნეს ექსპერიმენტებით.

ბ. თავდაცვითი ნაგებობა ხშირად იფარება საამორტიზაციო ღრეკადი ფხვიერი მასალის ფენით. ამ ფენის დანიშნულება ის არის, რომ მიღებული დარტყმა გაანაწილოს რაც შეიძლება დიდ ფართობზე და ამით დაიცვას ნაგებობის გადახურვა ადგილობრივი ხასიათის დაზიანებისაგან (გადახურვის კონსტრუქციის მოსალოდნელი ჩახერეტისაგან). საამორტიზაციო დანიშნულების ფხვიერი მასალის  $l$  სისქის გაზრდა (ნახ. 50) ერთ-



ნახ. 50.

ის მხრით თუ სასარგებლოა (დაწოლა გაანაწილდება უფრო დიდ ფართობზე) მეორე მხრივ საზიანოა, რადგან იზრდება გადახურვაზე მოქმედი სტატიკური ძალა. ამ გარემოების გამო, ფენის სისქე ისეთი მინიმალური სიდიდის უნდა იყოს, რომ თავდაცვითი ნაგებობის გადახურვის  $cd$  ფართეულზე განვითარდნენ, რაც შეიძლება მცირე ძალები. ამ მეტად აქტუალური პრობლემის ზუსტი გადაწყვეტა დიდად არის დამო-

კიდებული საამორტიზაციოდ გამოყენებული ფხვიერი მასალის დინამიკური დეფორმირების კანონების წინასწარ ცოდნაზე.

წარმოვიდგინოთ, რომ დარტყმის დროს დეფორმირდება ფხვიერი ტანის მხოლოდ ის ნაწილი, რომელიც წააგავს წარკვეთილ  $abcd$  კონუსურ ტანს (ნახ. 50), მაშინ ასეთი ტანის დეფორმაციის ფუნქცია შეგვიძლია მოვძებნოთ (1-38) ფორმულის დახმარებით, გამოსახულებაში

$$\delta = \alpha P \quad (a)$$

ჩაისმება

$$\alpha = \frac{l}{1 - \frac{l}{H} EF} \quad (b)$$

შემდგომი ჩასმით

$$H = \frac{R}{\operatorname{tg} \beta} + l$$

(b) ფორმულა მიიღებს საბოლოო სახეს

$$\alpha = \frac{l}{EF} \left( \frac{l}{R} \operatorname{tg} \beta + 1 \right) \quad (5.6)$$

(ა) გამოსახულების თანახმად, დარტყმაზე დახარჯული დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით

$$\Pi = \int_0^{P_{max}} Pd\delta = \frac{1}{2} \alpha P^2_{max}.$$

თუ ამ უქანასკენელს გავუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ ენერგიას, რომელიც (1-12) ფორმულის თანახმად ტოლია სიდიდისა

$$U = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}$$

მივიღებთ დარტყმის ძალის განტოლებას

$$\frac{1}{2} \alpha P^2_{max} = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)},$$

საიდანაც:

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1}{\alpha \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}},$$

ანუ (5-6) ფორმულის თანახმად

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1 E F}{l \left(1 + \frac{l}{R} \operatorname{tg} \beta\right) \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}, \quad (5-7)$$

სადაც  $m_1$  არის დამრტყმელი ტანის მასა;

$m_2$  — დარტყმის მიმღები  $abcd$  კონუსური ფორმის ფხვიერი მასალის დაყვანილი მასა (ნახ. 50).

თუ ფხვიერ მასალას უწონადოდ ჩავთვლით, რომლის დროსაც  $m_2 = 0$ , მაშინ (5-7) ფორმულა გამარტივდება

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1 E F}{l \left(1 + \frac{l}{R} \operatorname{tg} \beta\right)}}. \quad (5-8)$$

(5-7) და (5-8) ფორმულებში არ შედის გავლენა ფხვიერი მასალის იმ თვისებებისა, რომელიც მდგომარეობს მასალის ზევით ამოყრაში და ამის გამო დამრტყმელი ტანის ძირს კიდევ უფრო დიდი მანძილით გადაადგილებაში.

ასეთი გარემოების გამო მიღებული ფორმულები გამოდგებიან მაშინ, როდესაც საამორტიზაციო ფენას დატკეპნილი ღრეკალი ყამირი წარმოადგენს. ფხვიერი მასალის თავისებურება შესაძლებელია გავითვალისწინოთ პაუკერის ან ნ. მ. გერსევიანოვის ფორმულით, რომლებიც გამოხატავენ კავშირს ფუნდამენტის გადაადგილებასა და მასზე მოქმედ სტატიკურ ძალას შორის. გერსევიანოვის\* ფორმულის თანახმად

$$\delta_2 = \frac{P}{F\gamma \left[ 2\text{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) - 1 \right]}, \quad (5-9)$$

სადაც  $F$  არის საძირკვლის ფართობი;

$\gamma$ —ყამირის ხვედრითი წონა;

$\varphi$ —ბუნებრივი ქანობის კუთხე.

ამ უქანასკნელი მონაცემის თანახმად, დამრტყმელი ტანი გადაადგილდება მანძილით

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \alpha_1 P + \frac{P}{\gamma F \left[ 2\text{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) - 1 \right]},$$

ანუ

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) P, \quad (c)$$

სადაც (5-6) ფორმულის თანახმად

$$\alpha_1 = \frac{l}{EF} \left( 1 + \frac{l}{R} \text{tg} \beta \right), \quad (5-10)$$

ხოლო (5-9) გამოსახულების მიხედვით

$$\alpha_2 = \frac{1}{\gamma F \left[ 2\text{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) - 1 \right]}. \quad (5-11)$$

ამ შემთხვევაში დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) P^2_{max} = \frac{m_1 v^2}{2 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)},$$

საიდანაც

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{m_1}{(\alpha_1 + \alpha_2) \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)}}, \quad (5-12)$$

\* Н. М. Герсеванов, Основы динамики грунтовой массы, Москва, 1933. (1937)

რომელიც (5-10) და (5-11) გამოსახულებათა დახმარებით მიიყვანება საბოლოო სახემდე

$$P_{max} = v \sqrt{\frac{\gamma m_1 F \left[ 2 \lg^4 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) - 1 \right]}{\left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \left\{ 1 + \frac{\gamma l}{E} \left( 1 + \frac{l}{R} \operatorname{tg} \beta \right) \left[ 2 \lg^4 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) - 1 \right] \right\}}}. \quad (5-13)$$

### § 26. უხვიერი ტანის ღარტყმა

როდესაც რაიმე მასალის ფენა ბრტყლად ეჯახება ხისტ და უძრავ ზღუდარს (გადახურვას), მაშინ დაჯახებული ფენის სისქე განიცდის შესამჩნევ დეფორმაციულ ცვლებადობას, რაც შეეხება ფენის გაფართოებას მის სიგანეში იგი შესაძლებელია გამორიცხულ იქნას ამოცანის გამარტივების მიზნით. ასეთ საწყისებზე დამყარებით დარტყმით აღძრული საშუალო ფარდობითი დეფორმაციისათვის გვექნება ფორმულა

$$e = \frac{h_1 - h_2}{h_1}, \quad (a)$$

სადაც  $h_1$  არის ფენის სისქე დარტყმის დაწყების მომენტში, ხოლო  $h_2$  — დარტყმის მაქსიმუმის დროს.

რადგან უცვლელია დაჯახებული ფენის მასა, ამიტომ

$$F h_1 \rho_1 = F h_2 \rho_2,$$

საიდანაც

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

რომლის დახმარებითაც (a) გამოსახულება ღებულობს სახეს:

$$e = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (b)$$

სადაც  $\rho_1$  არის დამრტყმელი ფენის სიმკვრივე დარტყმის დაწყების მომენტში, ხოლო  $\rho_2$  — დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების დროს.

დარტყმის დროს ერთეული მოცულობის მასაში შესრულდება მუშაობა  $0,5 \cdot \sigma \cdot e$ , რომელიც თავის მხრივ ტოლია დარტყმის შესაბამისი  $0,5 \rho_1 v^2$  ენერგიისა მათი ურთიერთ გატოლება გვაძლევს დარტყმით აღძრული ძაბვების საშუალო სიდიდის გამომთვლელ ფორმულას

$$\sigma = \frac{\rho_1 v^2}{e} \quad (5-14)$$

როდესაც  $\epsilon = 1$ , მაშინ (5-14) გამოსახულებით მიიღება სითხის ქაველის მისხმით გამოწვეული დაწნევის ფორმულა

$$\sigma = \rho_1 v^2.$$

თუ დამრტყმელი ფენის დეფორმირება ემორჩილება ჰუკის კანონს ე. ი. გვაქვს  $\sigma = \epsilon E$ , მაშინ (5-14) ფორმულა მიიყვანება სახეზე  $\sigma = v / \rho_1 E_1$ , სადაც  $E_1$  არის დრეკადობის მოდული, ხოლო  $v$  — დარტყმის სიჩქარე.

(ბ) და (5-14) გამოსახულებები გვაძლევენ უფრო ზოგად იმ ფორმულას, რომელიც ეკუთვნის ს. ა. ხრისტიანოვიჩს [287]

$$\sigma = \frac{\rho_1 \rho_2 v^2}{\rho_2 - \rho_1}. \quad (5-15)$$

დასასრულ, აღსანიშნავია რომ ამ უკანასკნელი ფორმულის გამოყენებით მ. ი. ბისეიშვილმა დაამუშავა ფიფქი თოვლის ფენის ნაგებობებზე დარტყმის საკითხი, გამოიკვლია  $\rho_1$  და  $\rho_2$  ფაქტორების რიცხვითი ოდენობანი დარტყმის სიჩქარესთან დაკავშირებით [288].

---

**მყარი ბანის ლარჯება ჭრეჭულში მყოფ სითხეზე ან გზზე**

**§ 27. მყარი ბანის ლარჯება ცილინდრულ ბარში მოთავსებულ სითხეზე**

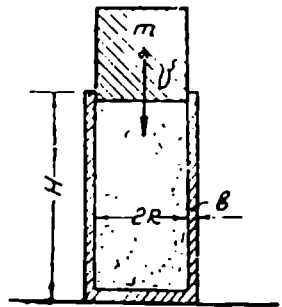
მასა, რომელიც დგუშის მსგავსად მქედროდ არის მორგებული ცილინდრული ფორმის თხელკედლიან ჭურჭელთან, აწარმოებს დარტყმას მასში მოთავსებულ სითხეზე. განვსაზღვროთ ის მაქსიმალური დარტყმითი ნორმალური დაბეგები, რომლებიც ვითარდებიან ჭურჭლის ცილინდრულ ნაწილში (ნახ. 51).

დარტყმის მაქსიმუმის დროს, ე. ი. მაშინ როდესაც დამრტყმელი აბსოლუტურად მყარი ტანის სიჩქარე გაუტოლდება ნულს, დარტყმის მთელი,  $U=0,5 \text{ } m/s^2$ , კინეტიკური ენერგია გარდაიქმნება სითხის და ჭურჭლის კედლებში დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიად. მეორენაირად რომ ვთქვათ, უწონადო სითხეში (საკუთარი წონის გავლენას უგულებელვყოფთ) წარმოიშობა  $q_1$  წნევა, ხოლო ჭურჭლის ვერტიკალურ-ცილინდრული ფორმის კედელში კი ნორმალური დაბეგები (ჭურჭლის ფსკერში განვითარებულ შედარებით მცირე სიდიდის დაბეგების გავლენას უგულებელვყოფთ).

თუ ჭურჭლის კედლის მოცულობას აღვნიშნავთ  $S_1$ -ით, ხოლო სითხისას კი  $S_2$ -ით, კმაშინ დეფორმაციისა და დარტყმის  $U$  კინეტიკურ ენერგიათა ურთიერთ გატოლებით მივიღებთ დარტყმითი დაბეგების გამსაზღვრელ ასეთ განტოლებას

$$\frac{\sigma_1^2}{2E_1} S_1 + \frac{\sigma_2^2}{2E_2} S_2 = U, \quad (a)$$

სადაც  $\sigma_1$ —ჭურჭლის კედელში განვითარებული მაქსიმალური დაბეგაა, ხოლო  $\sigma_2$ —სითხეში აღძრული დაბეგები, რომლებიც თავის მხრივ  $q$  წნევის ტოლია.



ნახ. 51.



რადგან სითხეში განვითარებულ  $q = \sigma_2$  წნევასა და კურკლის კედელში განვითარებულ ძაბვას შორის არსებობს (მასალათა გამძლეობის მიერ დამყარებული) ცნობილი დამოკიდებულება

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2 R}{b},$$

საიდანაც

$$\sigma_2 = q = \frac{b \sigma_1}{R}. \quad (b)$$

ამიტომ (a) გამოსახულება გვადლევს

$$\max \sigma_1 = v \sqrt{\frac{2U E_1}{S_1 \left(1 + \frac{S_2 E_1 b^2}{S_1 E_2 R^2}\right)}}. \quad (6-1)$$

ანუ ჩასმით

$$U = 0,5 m v^2$$

$$\max \sigma_1 = v \sqrt{\frac{m E_1}{S_1 \left(1 + \frac{S_2 E_1 b^2}{S_1 E_2 R^2}\right)}}. \quad (6-2)$$

სადაც  $b$  არის კურკლის კედლის სისქე.  
ჩასმით

$$S_2 \approx \pi R^2 H \text{ და } S_1 \approx 2\pi R H b$$

(6-2) ფორმულა მიიღებს ასეთ საბოლოო სახეს

$$\max \sigma_1 = v \sqrt{\frac{m E_1}{S_1 \left(1 + \frac{E_1 b}{2 E_2 R}\right)}}. \quad (6-3)$$

დარტყმით აღძრული წნევისათვის (b) და (6-3) გამოსახულების თანახმად გვექნება

$$q_{max} = v \sqrt{\frac{m E_1}{S_1 \left(\frac{R^2}{b^2} + \frac{E_1 R}{2 E_2 b}\right)}}. \quad (6-4)$$

როდესაც კურკელს ეჯახება არა  $m$  მასა, არამედ  $v$  სიჩქარით მოძრავი თვით სითხე, რომლის დროსაც

$$m = \rho_2 S_2,$$

მაშინ, რადგან

$$\frac{S_1}{S_2} \approx \frac{2b}{R},$$

ამიტომ (6-3) და (6-4) გამოსახულებები გვაძლევენ მილის კედელში განვითარებული ძაბვებისა და სითხეში წარმოშობილ წნევის იმ გამოხატულებას, რომლებიც შეესაბამებიან მილში  $\nu$  სიჩქარით გამდინარე სითხის უეცრივი გადაკეტვისას განვითარებულ ძაბვებს და წნევას:

$$\max \sigma_1 = \nu \sqrt{\frac{\rho_2 E_1}{\frac{2b}{R} \left(1 + \frac{E_1 b}{2E_2 R}\right)}}, \quad (6-5)$$

$$q_{max} = \nu \sqrt{\frac{\rho_2 E_2}{\frac{2R}{b} \cdot \frac{E_2}{E_1} + 1}}. \quad (6-6)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასეთი სახითაც:

$$q_{max} = \sigma_2 = \frac{\nu E_0}{a_0},$$

აქ

$$a_0 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2 \left(\frac{2R}{b} \cdot \frac{E_2}{E_1} + 1\right)}},$$

და

$$E_0 = \frac{E_2}{\frac{2R}{b} \cdot \frac{E_2}{E_1} + 1},$$

სადაც  $a_0$  არის დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე მილში მოთავსებული და დარტყმის შედეგად შექუშებული სითხისათვის მილის დრეკადობის გავლენის გათვალისწინების დროს. აღსანიშნავია, რომ ეს უკანასკნელი შედეგები ზუსტად ემთხვევა ნ. ო. ჟუკოვსკის მიერ მიღებულ [188] ფორმულებს.

როდესაც სითხე უკუშვებად გვაქვს მიჩნეული, რომელსაც შეესაბამება დაშვება  $E_2 = \infty$ , მაშინ (6-5) და (6-6) ფორმულა გარდაიქმნება ასეთნაირად:

$$\max \sigma_1 = \nu \sqrt{\frac{\rho_2 E_1 R}{2b}}, \quad (6-7)$$

$$q_{max} = \nu \sqrt{\frac{\rho_2 E_1 b}{2R}}. \quad (6-8)$$

როდესაც პირიქით, მილის მასალა აბსოლუტურად ხისტად არის ჩათვლილი, რასაც შეესაბამება დაშვება  $E_1 = \infty$ , მაშინ

$$\max \sigma_1 = \frac{vR}{b} \sqrt{\rho_2 E_2}, \quad (6-9)$$

$$q_{max} = v \sqrt{\rho_2 E_2} = v \frac{E_2}{a_2}, \quad (6-10)$$

სადაც  $E_2$  არის სითხის დრეკადობის მოდული (მაგალითად, წყლისათვის  $E_2 = 20700$  კგ/სმ<sup>2</sup>, ზეთისა და ნავთისათვის  $E_2 = 13500$  კგ/სმ<sup>2</sup>);  $\rho_2$  — სითხის სიმკვრივე;  $E_1$  — მილის მასალის დრეკადობის მოდული;  $\rho_1$  — მილის მასალის სიმკვრივე;  $E_0$  — დაყვანილი დრეკადობის მოდული;  $v$  — სითხის გამდინარეობის სიჩქარე საკეტი ფარის უეცრივად ჩაშვებამდე;  $a_2$  — დრეკადი ტალღის სიჩქარე სითხეში აბსოლუტურად უდეფორმირო მილის შემთხვევაში.

თუ სითხე თარაზულად მიედინება ცვალებადი დიამეტრის მქონე მილში, მაშინ (6-5) და (6-6) ფორმულების თანახმად, სითხის დინების უეცრივი გადაკეტვა უნდა მოვახდინოთ მის გაფართოებულ ნაწილში, რათა (სითხის დინების სიჩქარის სიმცირის გამო მილის გაფართოებულ ნაწილში) საგრძნობლად შემცირდეს ჰიდრაულური დარტყმა და მილის კედელში განვითარებული ნორმალური ძაბვები.

დასასრულს, უნდა შევნიშნოთ, რომ ჰიდრაულური დარტყმებზე დაწერილია საკმაოდ დიდი რაოდენობის ლიტერატურა, რომელთა შორის დარტყმის საინჟინრო თეორიის თვალსაზრისით ერთ-ერთი საპატიო ადგილი შესაძლებელია მიეკუთვნოს მ. ა. მოსტკოვის საღისერტაციო ნაშრომსაც [191].

**მაგალითი 9.** თხელკედლიან ცილინდრში მოთავსებულ სითხეს ეჯახება  $m$  მასის მქონე დგუში (ნახ. 51). გამოვთვალოთ ის ნორმალური გამჭიმავი ძაბვები, რომლებიც ვითარდებიან დგუშის ცილინდრული ნაწილის კედლებში.

**მოცემულია:** დამრტყმელი დგუშის მასა  $m = 0,0005$  კგ. წმ<sup>2</sup>/სმ;  
 დგუშის დარტყმის სიჩქარე  $v = 500$  სმ/წმ;  
 ცილინდრში მოთავსებული სითხის სიმაღლე  $H = 60$  სმ;  
 მისი კედლის სისქე  $b = 0,2$  სმ;  
 სითხის დრეკადობის მოდული  $E_2 = 20700$  კგ/სმ<sup>2</sup>;  
 ცილინდრის საშუალო რადიუსი  $R = 3$  სმ;  
 ცილინდრის მასალის დრეკადობის მოდული  $E_1 = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

**ამოხსნა.** გამოვთვალოთ დამხმარე ფაქტორები.

ცილინდრის მუშა ნაწილის მოცულობა  $S_1 = 2\pi R H b = 2 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 60 \cdot 0,2 = 226,08$  სმ<sup>3</sup>.

ცილინდრის კედელში დაახლოებით ვითარდება (6.3) ფორმულით გამოხატული ნორმალური გამჭიმავი ძაბვა

$$\begin{aligned} \max \sigma_1 &= \nu \sqrt{\frac{mE_1}{S_1 \left(1 + \frac{E_1 b}{2E_2 R}\right)}} = \\ &= 500 \sqrt{\frac{0,005 \cdot 2 \cdot 10^6}{226,08 \left(1 + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,2}{2 \cdot 20700 \cdot 3}\right)}} \approx 1620 \text{ კგ/სმ}^2. \end{aligned}$$

### § 26. დარტყმა ცილინდრულ გარსში მოთავსებულ გაზში

თუ მასა, რომელიც დგუშის მსგავსად მჭიდროდ არის მორგებული ცილინდრული ფორმის თხელკედლიან ჭურჭელთან, აწარმოებს დარტყმას მასში მოთავსებულ ისეთ გაზზე, რომელშიაც წინასწარ განვითარებულია  $q_0$  წნევა (ნახ. 51). გამოვთვალოთ გარსის კედელში განვითარებული ნორმალური გამჭიმავი ძაბვები და დარტყმითი წნევის სიდიდე დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის გამოყენებით.

დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერგია დარტყმის მაქსიმუმის დროს (ე. ი. დარტყმის მაქსიმალური ძალის წარმოშობის მომენტში) გარდაიქმნება დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიად. ამ ენერგიის ერთი ნაწილი დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის სახით დაგროვდება ჭურჭლის კედლებში, რომელიც ტოლია

$$\Pi_1 = \frac{\sigma_1^2}{2E_1} S_1 - \frac{\sigma_0^2}{2E_1} S_1 \quad (a)$$

ხოლო მეორე ნაწილი კი—თვით გაზში, იგი გამოითვლება თერმოდინამიკის იმ იზოთერმიული კანონით [96], რომელიც გაზში შესრულებულ  $\Pi_2$  მუშაობას აკავშირებს გაზის წნევასა და მოცულობასთან

$$\Pi_2 = q_0 S_0 l_n \frac{q}{q_0}. \quad (b)$$

რადგან ჭურჭლის შიგნით მოქმედ წნევასა და ცილინდრული ფორმის ჭურჭლის კედელში განვითარებულ ნორმალურ ძაბვას შორის არსებობს დამოკიდებულება

$$\sigma_0 = \frac{q_0 R}{b} \quad (c)$$

და

$$\sigma_1 = \frac{qR}{b} \quad (d)$$

ამიტომ (*b*) ფორმულის მსგავსად (*a*) ფორმულაც შეგვიძლია გამოვხატოთ  $q_0$  საწყისი წნევისა და იმ  $q$  წნევის შორის, რომელიც ალიძერის ქურქელში დარტყმის მაქსიმუმის დროს. იგი ტოლია

$$\Pi_1 = \frac{q^3 R^2}{2E_1 b^2} S_1 - \frac{q_0^2 R^2}{2E_1 b^2} S_1 \quad (0)$$

(*b*) და (*o*) გამოსახულების დახმარებით, დარტყმის განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს

$$\Pi_1 + \Pi_2 = U$$

ანუ

$$\frac{R^2 S_1}{2E_1 b^2} (q^2 - q_0^2) + q_0 S_0 l_n \frac{q}{q_0} = U, \quad (6-10)$$

სადაც  $R$  არის ცილინდრული ფორმის ქურქლის საშუალო რადიუსი;  $S_1$ —ქურქლის კედლის მთლიანი მოცულობა;  $E_1$ —ქურქლის კედლის მასალის დრეკადობის მოდული; ხოლო  $b$ —კედლის სისქე;  $q$ —დარტყმით აღძრული წნევა გაზში;  $q_0$ —გაზის თავდაპირველი წნევა;  $S_0$ —მისი თავდაპირველი მოცულობა;  $l_n$ —ნატურალური ლოგარითმის ნიშანი;  $U$ —დარტყმაზე დახარჯული ენერგიის სიდიდე, რომელიც ამ გარჩეულ კერძო შემთხვევაში გამოიხატება  $U = 0,5 \mu v^2$  სიდიდით, ხოლო ზოგად შემთხვევაში იგი შეიძლება გამოიხატოს (3-1) ფორმულითაც.

როდესაც ქურქლის კედლის მასალა საკმაოდ დიდი სიმკვრივისა ვიდრე შეკუმშული გაზია (რასაც შეესაბამება დაშვება  $E_1 = \infty$ ), მაშინ (დარტყმის ამოცანის გამარტივების მიზნით) შეგვიძლია მივიღოთ, რომ ქურქლის კედელში დაგროვილი დეფორმაციის ენერგიის სიდიდე უმნიშვნელოა (ნულია), ვიდრე ის, რომელიც დაგროვდა გაზში. ასეთი გამარტივების შედეგად (6-10) განტოლება გვაძლევს დარტყმით აღძრული წნევის შემდეგ მნიშვნელობას

$$q = q_0 e^{\frac{U}{q_0 S_0}}, \quad (6-11)$$

სადაც  $e$ —ნეპერის რიცხვია.

თუ დარტყმით აღძრული წნევის ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (*d*) გამოსახულებაში, მაშინ მივიღებთ დარტყმით აღძრული ნორმალური ძაბვების სიდიდეს, რაც ვითარდება ქურქლის კედელში

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 e^{\frac{U}{q_0 S_0}}, \quad (6-12)$$

ანუ ჩასმით

$$U = 0,5mv^2$$

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 \epsilon \frac{mv^2}{2q_0 S_0} \quad (6-13)$$

ქურქლის კედლის სიმტკიცისათვის საჭიროა დაკული იქნას პირობა

$$\max \sigma_1 \leq [\sigma], \quad (6-14)$$

სადაც  $[\sigma]$  ქურქლის კედლის მასალაზე დასაშვები ნორმალური გამჭიმავი ძაბვაა დარტყმითი გაჭიმვისას.

როდესაც მიღში  $v$  სიჩქარით მიედინება  $\rho_0$  სიმკვრივისა და  $S_0$  მოცულობის გაზი, მაშინ მილის უეცარი გადაკეტვის შემთხვევაში დარტყმაზე დაიხარჯება ენერგია  $U = 0,5\rho_0 S_0 v^2$ , ამიტომ (6-11) და (6-12) ფორმულების თანახმად, მილში განვითარდება სათანადო წნევა და ამის შედეგად კი ძაბვებიც:

$$q_{max} = q_0 \epsilon \frac{\rho_0 v^2}{2q_0} \quad (6-15)$$

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 \epsilon \frac{\rho_0 v^2}{2q_0} \quad (6-16)$$

თუ თვითმფრინავის ბორბლები მოწყობილია გაზის ამორტიზატორებზე, მაშინ ამორტიზატორის ცილინდრული გარსის კედელში, (6-13) ფორმულის თანახმად, განვითარდება ნორმალური გამჭიმავი ძაბვა

$$\max \sigma_1 = \frac{R}{b} q_0 \epsilon \frac{mv^2}{2q_0 S_0} \quad (6-17)$$

სადაც, ამ შემთხვევაში  $m$ —ერთ ამორტიზატორზე მოსული თვითმფრინავის მასაა, ხოლო  $v$ —თვითმფრინავის დაჯდომის სიჩქარე.

### § 29. დარტყმა ცილინდრულ ბარში მოთავსებულ გაზში და ღრმად ზამბარაკში

განვიხილოთ დარტყმის ისეთი შემთხვევა, როდესაც ადგილი აქვს არა მარტო გაზის, არამედ ქურქელში მოთავსებული ღრეკადი ზამბარაკის შეკუმშვასაც (ნახ. 52).

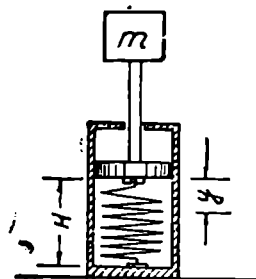
ასეთ შემთხვევაში (თუ ქურქლის კედლების დეფორმირების გავლე-

ნას უგულვებელყოფთ ამოცანის გამარტივების მიზნით) გაზის შეკუმშვაზე დაიხარჯება დარტყმის არა მთელი  $U$  კინეტიკური ენერგია, არამედ მხოლოდ მისი ერთი ნაწილი, ხოლო ენერგიის დანარჩენი ნაწილი კი მოახდენს ზამბარაკის შეკუმშვას.

ზამბარაკის  $y$  დრეკადი შეკუმშვისას, გაზის  $S$  მოცულობა შეიცვლება კანონით

$$S = F(H - y), \quad (6-17)$$

სადაც  $F$ —კურკლის შიგა განივკვეთის ფართობია, ხოლო  $H$ —გაზის განფენილობის სიმაღლე.



ნახ. 52.

მეორეს მხრივ, გაზის იზოთერმული პროცესისათვის გაზის მდგომარეობის განტოლებას ასეთი სახე აქვს

$$pS = q_0 S_0. \quad (6-18)$$

ამ უკანასკნელისა და (6-17) გამოსახულების დაბმარებით

$$y = H \left( 1 - \frac{q_0}{q} \right). \quad (6-19)$$

(6-19) ფორმულის დახმარებით, ზამბარაკში შესრულებული მუშაობა ტოლია

$$\Pi_1 = \frac{y^2}{2\alpha} = \frac{H^2}{2\alpha} \left( 1 - \frac{q_0}{q} \right)^2, \quad (6-20)$$

სადაც  $\alpha$ —ზამბარაკის მოქნადობაა (ანუ მისი სიხისტე). გაზში შესრულებული მუშაობა გამოითვლება თერმოდინამიკის შემდეგი ცნობილი [96] ფორმულით:

$$\Pi_2 = q_0 S_0 l_n \frac{q}{q_0}. \quad (6-21)$$

ამ ორი უკანასკნელი (6-20) და (6-21) მონაცემის დახმარებით დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\Pi_1 + \Pi_2 = U$$

ანუ

$$\frac{H^2}{2\alpha} \left( 1 - \frac{q_0}{q} \right)^2 + q_0 S_0 l_n \frac{q}{q_0} = U, \quad (6-22)$$

სადაც  $q$  არის დარტყმით აღძრული წნევა ისეთ კურკელში, რომელშიც დარტყმის დაწყების მომენტში მოთავსებული იყო  $q_0$  წნევისა და  $S_0$  მოცულობის გაზი.

რადგან ცილინდრულ ქურქელში განვითარებულ  $q$  წნევასა და ქურქელის კედელში აღძრულ  $\sigma$  ძაბვას შორის არსებობს ცნობილი დამოკიდებულება

$$\sigma = -\frac{qR_0}{b},$$

სადაც  $R_0$  ცილინდრული ქურქელის საშუალო რადიუსია, ხოლო  $b$  მისი კედლის სისქე. ამიტომ (6-22) განტოლებას შეგვიძლია მივცეთ ასეთი სახეც:

$$\frac{H^2}{2\alpha} \left(1 - \frac{q_0 S_0}{\sigma b}\right)^2 + q_0 S_0 l_n \frac{\sigma b}{q_0 R_0} = U. \quad (6-23)$$

რადგან ქურქელის კედელში უნდა განვითარდეს მხოლოდ  $\sigma = [\sigma]$  დასაშვები ძაბვები, ამიტომ დარტყმაზე დახარჯული  $U$  კინეტიკური ენერჯია უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას:

$$U \leq \left[ \frac{H^2}{2\alpha} \left(1 - \frac{q_0 R_0}{[\sigma] b}\right)^2 + q_0 S_0 l_n \frac{[\sigma] b}{q_0 R_0} \right]. \quad (6-24)$$

თუ თვითმფრინავის ბორბლები დამაგრებულია გაზზე და ზამბარაკზე მომუშავე ამორტიზატორებზე, მაშინ ერთი ამორტიზატორის ცილინდრული გარსის სიმტკიცისათვის დაცული უნდა იყოს შემდეგი პირობა

$$\frac{m v^2}{2} \leq \left[ \frac{H^2}{2\alpha} \left(1 - \frac{q_0 R_0}{[\sigma] b}\right)^2 + q_0 S_0 l_n \frac{[\sigma] b}{q_0 R_0} \right], \quad (6-25)$$

სადაც  $m$ —ერთ ამორტიზატორზე მოსული მასაა თვითმფრინავისა, ხოლო  $v$ —თვითმფრინავის დაჯდომის სიჩქარე.

თითოეულ ამორტიზატორზე მოსული დარტყმის ძალა ტოლია:

$$P_{max} = qF, \quad (6-26)$$

ხოლო მთელი თვითმფრინავის მასა აწევბა მიწის ზედაპირს ძალით

$$P_{max} = nqF,$$

სადაც  $n$ —ამორტიზატორთა რიცხვია,  $F$ —ამორტიზატორის ცილინდრული გარსის შიგა განივკვეთის ფართობი.  $q$  წნევა მოიძებნება (6-22) ფორმულით, რომელიც ამ შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

$$\frac{H^2}{2\alpha} \left(1 - \frac{q_0}{q}\right)^2 + q_0 S_0 l_n \frac{q}{q_0} = \frac{m v^2}{2}, \quad (6-28)$$

სადაც  $m$ —თვითმფრინავის ის მასაა, რომელიც მოდის ერთ ამორტიზატორზე, ხოლო  $v$ —თვითმფრინავის დახტომის სიჩქარე.



თვითმფრინავის დაჯდომის მომენტში, მისი კონსტრუქციის ყოველ ერთეულ მასაზე იმოქმედებს დედამიწის მიზიდველობის ძალის გარდა, აგრეთვე დარტყმით გამოწვეული დინამიკური (ინერციის) ძალა

$$P_i = \rho_i \frac{P_{max}}{M},$$

ანუ

$$P_i = \rho_i \frac{nFq}{M}, \quad (6-29)$$

სადაც  $P$ -ის ძალაა, რომელიც (სტატიკური ძალის მსგავსად) მოქმედებს  $\rho_i$  ერთეული მოცულობის მქონე  $i$  სახის მასალაზე;  $M$ —თვითმფრინავის მთლიანი მასაა. (6-29) ფორმულით შესაძლებელია თვითმფრინავის ფრთების და მისი მთლიანი კორპუსის გაანგარიშება აეროდრომზე დაფრენის მომენტის სიმტკიცეზე შეუასებისათვის.

### § 30. აფეთქებით გამოწვეული ძაბვების გამოთვლა ცილინდრულ და სფერულ თხელკედლიან ბაჩაებში

განვიხილოთ გარსში მოთავსებული ნივთიერების ისეთი უეცრივი აფეთქების შემთხვევა, როდესაც გარსის კედელში ვითარდებიან მხოლოდ დასაშვები ან მათზე ნაკლები ძაბვები. ასეთ შემთხვევაში გარსის შიგა  $S_0$  მოცულობა მუდმივად შეგვიძლია ჩავთვალოთ და ამიტომ საშუალება გვქმნება გამოვიყენოთ თერმოდინამიკის იზოხოროული [96] ის დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს დარტყმით აღძრულ  $q$  წნევასა და აფეთქებით გამოყოფილ  $Q$  რაოდენობის სითბოს შორის

$$Q = 58,5 S_0 (q - q_0),$$

საიდანაც

$$q = q_0 \left( 1 + \frac{Q}{58,5 q_0 S_0} \right), \quad (6-30)$$

სადაც  $q_0$  არის გარსში მოთავსებული  $S_0$  მოცულობის გაზის წნევა აფეთქების დაწყებამდე;  $Q$ —ცილინდრული თხელკედლიანი ასაფეთქებელი ნივთიერების მიერ გამოყოფილი თბური ენერჯია აფეთქების დროს.

აღნიშნული  $q$  წნევა გამოიწვევს თხელკედლიანი გარსის კედლების დრეკად გაქიმვას და აღძრავს მასში შესაბამ ძაბვებს, ცილინდრული ფორმის გარსისათვის

$$\sigma_{max} = \frac{qR_0}{b} = \frac{q_0 R_0}{b} \left( 1 + \frac{Q}{58,5 \cdot q_0 S_0} \right), \quad (6-31)$$

სფერული გარსისათვის

$$\sigma_{max} = \frac{qR_0}{2b} = \frac{q_0R_0}{2b} \left( 1 + \frac{Q}{58,5 \cdot q_0S_0} \dots \right). \quad (6-32)$$

რადგან აღნიშნული გარსების სიმტკიცისათვის საჭიროა დაცული იქნას პირობა

$$\sigma_{max} \leq [\sigma],$$

ამიტომ (6-3) და (6-32) ფორმულები გვაძლევენ აფეთქებაზე დასაშვები  $Q$  ენერჯიის რაოდენობას: ცილინდრული გარსისათვის

$$[Q] \leq 58,5q_0S_0 \left( \frac{[\sigma]b}{q_0R_0} - 1 \right), \quad (6-33)$$

სფერული გარსისათვის

$$[Q] \leq 58,5q_0S_0 \left( \frac{2[\sigma]b}{q_0R_0} - 1 \right), \quad (6-34)$$

სადაც  $R_0$ —ცილინდრული ან სფერული ფორმის გარსთა საშუალო რადიუსია, ხოლო  $b$ —მათი კედლის სისქე.

ცილინდრული ან სფერული გარსების ფორმის მქონე საწვობში შენახულმა ასაფეთქებელი ნივთიერების შემთხვევითმა აფეთქებამ რომ გარეგანი დაზიანება არ გამოიწვიოს, ამისათვის მათში მოთავსებული ასაფეთქებელი ნივთიერების თბური  $Q$  რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს (6-33) და (6-34) ფორმულებით გამოხატულ სიდიდეს.

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $S_0$  მოცულობისა და  $q_0$  წნევის მქონე გაზში უეცრივ შეიქრება  $a$  მოცულობის რაიმე მასა (მაგალითად, ტყვია გაზით სავსე რეზერვუარის გახვრეტის შემთხვევაში), მაშინ გაზში უეცრივ აიწვევს წნევა, რომელიც შეიძლება გამოვთვალოთ (6-18) განტოლების დახმარებით

$$q(S_0 - a) = q_0S_0,$$

საიდანაც წნევა ტოლია

$$q = \frac{q_0}{1 - \frac{a}{S_0}}. \quad (6-35)$$

ეს წნევა ცილინდრული გარსის კედელში წარმოშობს ძაბვას

$$\sigma = \frac{q_0R_0}{b \left( 1 - \frac{a}{S_0} \right)}. \quad (6-36)$$

თუ იგივე რეზერვუარში გაზის მაგიერ უკუმშვადი და უწონადი სითხეა მოთავსებული, მაშინ ნორმალური ძაბვებისათვის გვექნება ფორმულა

$$\sigma \approx E \left[ \left( 1 + \frac{a}{S_0} \right)^{0.5} - 1 \right], \quad (6.37)$$

სადაც  $E$  — გარსის მასალის დრეკადობის მოდულია.

---

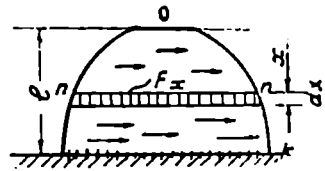
თავი მეხვინე

ღარჯყმითი ძირის შესწავლა ენერჯიკული თაორიი

§ 31. წარმტანი მოძრაობის მოძრაე ღაქალი ტანის უმცარივი ღამუსრუზაზა

ეთქვათ, ტანი, რომელსაც წარმტანი მოძრაობა ჰქონდა, უეცრიე და-  
მუხრუქდა (ნახ. 53)  $k-k$  უძრავ და უღეფორმირო სიბრტყეზე. ასეთ  
შემთხვევაში (თუ ტანი მეტად დაბალია მის სიგანესთან შედარებით ან  
შეზღუდულია მისი მუშაობა ღუნეით ღეფორმაციასზე) ღრეკალი ტანი იმუ-  
შავებს ძვრასზე და მისი მთელი  $U$  კინეტიკური ენერჯია (ღარტყმის მაქ-  
სიმუმის ღროს) გარღაქმნება ძვრის ღე-  
ფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალურ ენერჯიად.

ენერჯიის ამ გარღაქმნას ერთი ფორ-  
მიღან მეორეში შეესაბამება ღარტყმით  
აღძრული მხეები ძაბეების წარმოზობა. ამ  
მხეები ძაბეების განსაზღვრის მიზნით, ღე-  
ფორმაციის ენერჯია ძაბეებში უნდა გამო-  
იხატოს და გაუტოლღეს ღარტყმაზე ღა-  
ხარჯულ  $U$  კინეტიკურ ენერჯიას.



ნახ. 53.

ეთქვათ, რომ ღარტყმით აღძრული მხეები ძაბეები ტანის სიმაღლის  
გასწვრივ ნაწილღებთან კანონით:

$$\tau_{\text{სრ}} = \tau(x), \tag{ა}$$

საღაც  $\tau(x)$ —საშუალო მნიშვნელობის ის მხეები ძაბეაა, რომელიც ვითარ-  
ღება  $x$  მანძილზე მღებარე  $n-n$  ფენაში (ნახ. 53).

(ა) გამოსახულეზა რომ ცნობილი იყოს, მაშინ ღარტყმით აღძრული  
ძაბეების მოსაღებნი განტოლღება ასეთ სახეს მიიღღბღა:

$$\Pi = \int_0^l \frac{\tau^2(x)}{2G} F(x) dx = U, \tag{7-1}$$

სადაც  $l$  არის დარტყმაში მყოფი ტანის სიმაღლე (ნახ. 53);

$F(x)$ —ტანის განვიკვეთის ფართობი  $x$  მანძილზე;

$G$ —ძვრის დრეკადობის მოდული;

$U = 0,5 m v^2$ —დარტყმაზე დახარჯული ენერგია;

$\Pi$ —დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია.

თუ საძიებელ ძაბვას გამოვხატავთ ფუნქციაში:

$$\tau(x) = \tau \cdot \varphi(x),$$

სადაც  $\tau$  ტანის  $F$  ფუძეზე განვითარებული მხები ძაბვაა, ხოლო  $\varphi(x)$  განზომილების არ მქონე ფუნქციაა, მაშინ დარტყმის ძალის (7-1) განტოლება მიიღებს უფრო გარკვეულ სახეს:

$$\frac{\tau^3}{2G} \int_0^l \varphi^2(x) F(x) dx = U,$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\beta}} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta}}, \quad (7-2)$$

სადაც

$$\beta = \frac{1}{F^2 G} \int_0^l \varphi^2(x) F(x) dx. \quad (7-3)$$

ამ მონაცემთა თანახმად ( $b$ ) გამოსახულება შეგვიძლია გამოვხატოთ ახალ ფორმაში

$$\tau(x) = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta}} \cdot \varphi(x) \quad (7-4)$$

(7-2) გამოსახულების დახმარებით მოიძებნება ის მხები  $T$  ძალაც, რომელიც დარტყმის მაქსიმუმის დროს იმოქმედებს დამუხრუჭების  $k-k$  სიბრტყეზე (იხ. ნახ. 53)

$$T = F \cdot \tau = v \sqrt{\frac{m}{\beta}}, \quad (7-5)$$

სადაც  $\beta$  კოეფიციენტს ამ შემთხვევაში შეგვიძლია ვუწოდოთ მოქნადობის ანუ სიხისტის კოეფიციენტი ძვრაზე.

შემდგომი ამოცანა იმაში ზღვრამარობს, რომ მოვძებნოთ ძაბვების განაწილების  $\varphi(x)$  ფუნქცია. ამ მიზნით ჩვენ ვიყენებთ ზენოთ გამოთქმულ ჰიპოთეზას (§ 12), რომლის მიხედვითაც დამუხრუჭებული ტანის (ნახ. 53) ყოველ ნაწილ აკვებ თითქოს მოქმედებდეს ერთი და იგივე სიდიდის ინერ-

ციის განივად მოქმედი ძალები. ანუ რაც იგივეა, თითქოს ყოველ ნაწილაკს ჰქონდეს ერთი და იგივე სიდიდის განივად მიმართული  $a$  აჩქარება. ზემოთ აღნიშნული ჰიპოთეზის დახმარებით:

$$\tau(x) = \rho_0 \frac{a}{F(x)} \int_0^x F(x) dx, \quad (c)$$

სადაც  $\rho_0$  — დამუხრუჭებული ტანის სიმკვრივეა. ეს უკანასკნელი გამოსახულება მათემატიკური გამოხატვაა იმ მოსაზრებისა, რომ დამუხრუჭებული ტანის  $\rho_0$  ნაწილზე მოსული ინერციის თარაზული ძალა იყოფა ტანის განივკვეთის  $F(x)$  ფართობზე საშუალო სიდიდის  $\tau(x)$  მზები ძაბვების მისაღებად.

თუ დამუხრუჭებული ტანის მთლიან მოცულობას აღვნიშნავთ  $S$  ასოთი, მაშინ (c) გამოსახულება შეგვიძლია გარდავქმნათ შემდეგნაირად:

$$\tau(x) = \rho_0 \frac{aS}{F} \cdot \frac{F}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx. \quad (d)$$

რადგან  $\rho_0 a S$  — დამუხრუჭებულ ტანზე მოდებული ძალაა, ამიტომ

$$\rho_0 \frac{aS}{F} = \tau,$$

რის გამოც (d) გამოსახულება ასე ჩაიწერება

$$\tau(x) = \tau \cdot \frac{F}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx. \quad (k)$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებას შევადარებთ (b) ფორმულას, ნათელი გახდება, რომ

$$\varphi(x) = \frac{F}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx,$$

რის მიხედვითაც, თავის მხრივ ვალწევთ (7-3) გამოსახულებით მოცემულ  $\beta$  კოეფიციენტის საბოლოო განსაზღვრას

$$\beta = \frac{1}{S^2 G} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x) dx \right]^2 dx. \quad (7-6)$$

დასასრულ, საინტერესოა შევადგინოთ პოტენციალური ენერჯიის გამომთვლელი ფორმულაც.

რადგან, ერთის მხრივ, (7-1) გამოსახულების თანახმად

$$\Pi = \int_0^l \frac{\tau^2(x)}{2G} F(x) dx = U$$

ხოლო, მეორეს მხრივ, კი ( $k_1$  ფორმულის მიხედვით

$$\tau(x) = \tau \cdot \frac{I'}{SF(x)} \int_0^x F(x) dx, \quad (7-7)$$

ამიტომ

$$\Pi = \frac{(\tau I')^2}{2} \cdot \beta = \frac{\tau^2}{2G} \cdot \frac{F^2}{S^2} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x) dx \right]^2 dx = U,$$

საიდანაც აგრეთვე მიიღება (7-2) ფორმულა

$$\tau = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\beta}} = \frac{\nu}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta}} \quad (7-2)$$

სადაც  $\tau$  არის დამუხრუქების  $I'$  ფართობზე განვითარებული მხეები ძაბვა\*:

$U$ —დარტყმაზე დახარჯული ენერგია;

$\nu$ —დარტყმის სიჩქარე;

$m$ —დამუხრუქებელი ტანის მასა;

$\beta$ —კოეფიციენტი, რომელიც გამოითვლება (7-6) ფორმულით.

რადგან (7-6) ფორმულა ანალოგიურია (2-7) გამოსახულებისა, ამიტომ პრიზმული (ნახ. 23) და კონუსური ფორმის (ნახ. 24) ტანისათვის შესაბამისად გვექნება:

$$\beta = \frac{l}{3FG} \quad (7-8)$$

და

$$\beta = \frac{l}{5FG}. \quad (7-9)$$

ამრიგად: 1. პრიზმული ფორმის ტანის დამუხრუქების დროს მის ფუძეზე განვითარდება მხეები ძაბვა:

$$\tau_{max} = \frac{\nu}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta}} = \nu \sqrt{\frac{3mFC}{Fl^2}} = \nu \sqrt{\frac{3Fl\rho FG}{lF^2}}$$

\* აღსანიშნავია, რომ (7-2) ფორმულა ანალოგიურია (2-2) გამოსახულებისა (7-6) კი (2-7) ფორმულისა. აქ ანალოგიურ ფაქტორებს წარმოადგენენ  $\alpha$  და  $\beta$ , აგრეთვე  $F$  და  $G$ .

ანუ

$$\tau_{max} = \sqrt{3\rho G} \quad (7-10)$$

2. კონუსური ფორმის (ნახ. 24) ტანის უდიდესი ფუძით დამუხრუქების დროს მის ფუძეზე განვითარდება მხები ძაბვა:

$$\tau_{max} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta}} = v \sqrt{\frac{5}{3} \rho G}$$

ანუ

$$\tau_{max} = v \sqrt{\frac{5}{3} \rho G} \quad (7-11)$$

სეისმური დარტყმების დროს ადგილი აქვს მიწის ზედაპირზე აგებულ ნაგებობათა უეცრივ ამოძრავებას  $v$  სიჩქარით. რადგან ეს ამოცანა ანალიზური  $v$  სიჩქარით მოძრავი ნაგებობის ფუძის უეცრივი დამუხრუქებისა, ამიტომ (7-2) ფორმულა გამოსადეგია სეისმური დარტყმების ანგარიშისათვისაც. მაგალითად, (7-10) და (7-11) ფორმულათა ურთიერთ შედარება გვიჩვენებს, რომ კონუსური ფორმის ნაგებობა უფრო მტკიცეა მხები ძაბვებით გამოწვეული დამსხვრევის მიმართ, ვიდრე პრიზმული ფორმისა. (7-2) ფორმულას შეგვიძლია მივცეთ ასეთი სახეც:

$$\tau = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta}} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{\rho S G}{\beta G}} = \frac{v S}{F \sqrt{G \beta}} \sqrt{\rho G},$$

ანუ

$$\tau_{max} = c v \sqrt{\rho G}, \quad (7-12)$$

სადაც

$$c = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{S}{\beta G}},$$

რომელიც (7-6) ფორმულის დახმარებით ასეთ საბოლოო სახესღებულს:

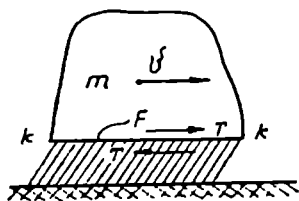
$$c = \frac{S}{F \sqrt{\frac{1}{S} \int_0^l \frac{1}{F(x)} \left[ \int_0^x F(x) dx \right]^2 dx}} \quad (7-13)$$

რადგან  $c$  კოეფიციენტი არ შეიცავს დამუხრუქებაში მყოფი ტანის შასალის სიმაგრის ფაქტორებს (მაგალითად, ძვრის დრეკადობის მოდულს), ამიტომ მას შეგვიძლია ვუწოდოთ ნაგებობის ფორმის კოეფიციენტი.

სეისმური თარაზული დარტყმებით გამოწვეული მოსალოდნელი ნგრევის შესამცირებლად საჭიროა ნაგებობას მიეცეს ისეთი ფორმა, რომ მისი ფორმის (7-13) ფორმულით გამოხატული  $c$  კოეფიციენტის სიდიდე



იყოს რაც შეიძლება მინიმალური. ამ გაგებით (7-13) ფორმულაში შემავალი ფაქტორებიდან:  $F$  არის ფუნდამენტზე დაყრდნობილი ყველა ამტანი კედლის განივკვეთის ფართობი,  $N$ —ნაგებობის მთლიანი მოცულობა,  $F(x)$ —ნაგებობის წვეროდან  $x$  მანძილზე მდებარე განივკვეთის მუშა ფართობი.



ნახ. 54.

როდესაც დამუხრუქების  $k-k$  ზედაპირი (ნახ. 53) უძრავად კი არ არის დამაგრებული, არამედ დარტყმის პროცესში ახდენს დრეკად თარაზულ გადაადგილებას დარტყმის მიმართულებით (ნახ. 54) კანონით:

$$\delta = \gamma T,$$

სადაც  $\gamma$  ერთეული ძალით გამოწვეული დრეკადი გადაადგილებაა დამუხრუქების  $k-k$  ფართეულისა, მაშინ დარტყმის ენერგიის ნაწილი დაიხარჯება დამუხრუქებელი გარემოს დეფორმირებაზედაც. ასეთი გარემოების გამო, მხები ძაბვების გამომთვლელი დარტყმის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\beta \frac{(\tau F)^2}{2} + \gamma \frac{(\tau F)^2}{2} = U, \quad (7-14)$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\beta + \gamma}} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m}{\beta + \gamma}}. \quad (7-15)$$

სადაც  $\tau$  არის დამუხრუქების  $k-k$  ფართეულზე განვითარებული ძაბვა, (ნახ. 54);

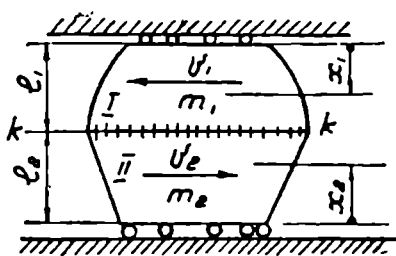
$F$ —დამუხრუქების ფართობი;

$v$ —თარაზულად დარტყმის სიჩქარე  $m$  მასისა;

$\beta$ —გამოითვლება (7-6) ფორმულით;

$\gamma$ —დამუხრუქებელი  $k-k$  ფართეულის დრეკადი გადაადგილება

გამოწვეული ერთეული თარაზული ძალიდან, რომელიც დამუხრუქებელი აპარატის კონსტრუქციაზე არის დამოკიდებული (ან იმ ყამირზე, რომელზედაც აგებულია სეისმურ თარაზულ დარტყმებზე მომუშავე ნაგებობა).



ნახ. 55.

ორი დრეკადი ტანის ურთიერთზე დამუხრუქების შემთხვევაში (ნახ. 55) როდესაც სპეციალური მიმართულებების მოწყობილობით გამორიცხულია ტანთა ბრუნვა, დარტყმაზე დაიხარჯება (3-1) ფორმულით გამოხატული კინეტიკური ენერგია

$$U = -\frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}.$$

დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია (7-14) გამოსახულების ანალოგიურად ტოლია

$$\Pi = \frac{(\tau F)^2}{2} (\beta_1 + \beta_2).$$

ამ ორი სახის ენერგიათა ურთიერთ გატოლებით ვღებულობთ განტოლებას:

$$\frac{(\tau \cdot F)^2}{2} (\beta_1 + \beta_2) = \frac{m_1 v^2}{2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)},$$

საიდანაც

$$\tau_{max} = \frac{v}{F} \sqrt{\frac{m_1}{(\beta_1 + \beta_2) \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}}, \quad (7-16)$$

სადაც  $\tau_{max}$  არის ორი ტანის ურთიერთთან შეხების საერთო  $k-k$  საზღვარზე განეითარებული მხები ძაბვა (ნახ. 55);

$v$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე, ანუ სიჩქარე ერთი ტანისა მეორის მიმართ დარტყმის დაწყების მომენტში;

$m_1$ —პირველი ტანის მასა, ხოლო  $m_2$ —მეორისა;

$\beta_1$ —პირველი ტანის ძვრის მოქნადობა, ხოლო  $\beta_2$ —მეორისა, რომლებიც (7-6) ფორმულის დახმარებით გამოითვლებიან:

პირველი ტანისათვის

$$\beta_1 = \frac{1}{S_1^2 G_1} \int_0^{l_1} \frac{1}{F_1(x_1)} \left[ \int_0^{x_1} F_1(x_1) dx_1 \right]^2 dx_1, \quad (7-17)$$

მეორე ტანისათვის

$$\beta_2 = \frac{1}{S_2^2 G_2} \int_0^{l_2} \frac{1}{F_2(x_2)} \left[ \int_0^{x_2} F_2(x_2) dx_2 \right]^2 dx_2. \quad (7-18)$$

როდესაც ტანები პრიზმული ფორმისაა, ტანთა სიგრძეებისათვის დატულია შეფარდება:  $l_1 : l_2 = b_1 : b_2$ . სადაც  $b_1$  და  $b_2$  ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარეებია, მაშინ (7-16) ფორმულა გვაძლევს

$$\tau_{max} = \sqrt{3} \frac{G_1 \cdot G_2 v}{G_1 b_2 + G_2 b_1} \quad (7-19)$$

აღსანიშნავია, რომ ეს ფორმულა მხოლოდ  $\sqrt{3}$ -ით განსხვავდება ტალღური თეორიით მიღებული შედეგისაგან (იხილეთ ქვემოთ).

### § 32. მბრუნავი ტანის ღერძის უმცირესი დამუხრუჭება

როდესაც  $\omega$  კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ტანი მუხრუჭდება ხისტი და უწონადო  $abc$  ბრუნვის ღერძის უეცრივი გაჩერების გამო (იხ. ნახ. 56), მაშინ ბრუნვის მთელი კინეტიკური ენერჯია

$$U = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (a)$$

დაიხარჯება ტანში აღძრული ძვრის დეფორმაციაზე, მაშასადამე, ამ შემთხვევაშიაც

$$\Pi = U, \quad (b)$$

სადაც  $\Pi$  არის დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯია. რუ მხები ძაბვების განაწილებას რადიუსის გასწვრივ აღვნიშნავთ ფუნქციით

$$\tau(x) = \tau \cdot \varphi(x) \quad (c)$$

მაშინ დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიისათვის გვექნება ფორმულა

$$\Pi = \frac{\tau^2}{2G} \int_r^R \varphi^2(x) F(x) dx, \quad (d)$$

სადაც  $\tau$  არის დამუხრუჭების  $abc$  ფართეულზე განვითარებული ძაბვა, ხოლო  $F(x)$ —განიკვეთის ფართობი  $x$  რადიუსით შემოხაზულ წრიულ კვეთში.

(d) გამოსახულება შესაძლებელია გამოვხატოთ ასეთი სახითაც:

$$\Pi = \frac{1}{2} \beta (\tau \cdot F)^2. \quad (7-20)$$

აქ

$$\beta = \frac{1}{F^2 G} \int_r^R \varphi^2(x) F(x) dx, \quad (k)$$

სადაც  $F$ —დამუხრუჭების ფართობია  $abc$  კონტურის გასწვრივ.

(b) და (a) გამოსახულებათა თანახმად

$$\Pi = \frac{1}{2} \beta (\tau \cdot F)^2 = U = \frac{1}{2} l \omega^2$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\beta}} = \frac{\omega}{F} \sqrt{\frac{l}{\beta}}, \quad (7-2i)$$

სადაც  $l$  მბრუნავი მასის ინერციის მომენტია ბრუნვის ღერძის მიმართ.  $\varphi(x)$  უცნობი ფუნქციის გამორკვევის მიზნით ვუწვებით, რომ დამუხრუქების შედეგად წარმოშობილი უდიდესი წრიული ინერციის ძალებს განვითარების მომენტში ტანს აქვს (რადიუსის გასწვრივ) ერთი და იგივე სიდიდის  $a$  მხები აჩქარება. ასეთი დაშვების გამო

$$\rho F(x) dx$$

რგოლურ ნაწილზე (იხ. ნახ. 56) იმოქმედებს წრიული ძალა

$$\rho a x F(x) dx,$$

სადაც  $\rho$  არის მასის სიმკვრივე.

აღნიშნული წრიული ძალის დახმარებით ადვილია გამოთვლა იმ მომენტისა, რომელსაც ქმნიან  $x=x$  და  $x=R$  რგოლში წარმოშობილი ინერციის წრიული ძალები:

$$M(x) = \int_x^R \rho a x F(x) dx.$$

მეორეს მხრივ, ამ მომენტს აწონასწორებს  $x=x$  წრიულ კვეთში განვითარებული მხები ძაბვების მიერ შექმნილი მომენტი, ამიტომ

$$F(x) \cdot \tau(x) \cdot x = \int_x^R \rho a x F(x) dx,$$

საიდანაც

$$\tau(x) = \frac{\rho a}{x F(x)} \int_x^R x F(x) dx. \quad (i)$$

როდესაც  $x=r$ , მაშინ (i) გამოსახულება გვაძლევს:

$$\tau = \frac{\rho a}{r F} \int_r^R x F(x) dx.$$

ამიტომ (1) ფორმულას შესაძლებელია მივცეთ ასეთი სახე:

$$\tau(x) = \tau \cdot \frac{rF}{xF(x)} \cdot \frac{\int_x^R xF(x) dx}{\int_r^R xF(x) dx} \quad (7-22)$$

მ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (1) ფორმულის თანახმად ნათელი დება რომ:

$$\varphi(x) = \frac{rF}{xF(x)} \cdot \frac{\int_x^K xF(x) dx}{\int_r^K xF(x) dx},$$

ის საფუძველზედაც, (h) მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\beta = \frac{r^2}{G} \int_r^R \frac{1}{x^2 F(x)} \cdot \frac{\left[ \int_x^K xF(x) dx \right]^2}{\left[ \int_r^K xF(x) dx \right]^2} dx. \quad (7-23)$$

გავარჩიოთ მბრუნავი ტანის უეცრივად დამუხრუქების რამდენიმე შემთხვევა.

**შემთხვევა პირველი.** მბრუნავი ტანის (ბაღროს) სისქე მ მუდმივია. ასეთ შემთხვევაში:

$$F(x) = 2\pi x \delta$$

ამიტომ (7-23) გვაძლევს

$$\beta = \frac{r^2 \left[ \frac{R^2}{2r^2} + \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{r^4}{R^4} \right) - 2 \left( 1 - \frac{r}{R} \right) - \frac{1}{2} \right]}{2\pi \delta G \cdot R^2 \left( 1 - \frac{r^3}{R^3} \right)^2} \quad (7-24)$$

როდესაც  $r$  გაცილებით მცირეა ვიდრე  $R$ , მაშინ (7-24) ფორმულა შესაძლებელია გამარტივდეს

$$\beta \approx \frac{1}{4\pi \delta G}. \quad (7-25)$$

მბრუნავი ტანის მასის ინერციის მომენტი ტოლია

$$I = \int_r^R \rho \cdot 2\pi x \delta \cdot x^2 dx = \frac{\pi R^4 \delta \rho}{2} \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right),$$

ანუ

$$I \approx \frac{1}{2} \rho \pi R^4 \delta. \quad (7-26)$$

დამუხრუქების  $F$  ფართეულზე განვითარებული ძაბვა გამოითვლება (7.21) ფორმულის დახმარებით.

$$\tau \approx \frac{\omega}{2\pi r \delta} \sqrt{4\pi \delta G \cdot \frac{1}{2} \rho \pi R^4 \delta}$$

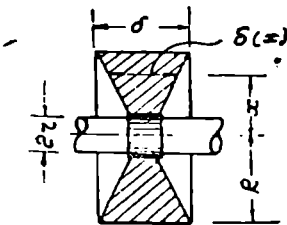
ანუ

$$\tau \approx \frac{\omega R^2}{r} \sqrt{\frac{1}{2} \rho G} \quad (7-27)$$

სადაც  $\omega$  არის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე;  $G$ —მბრუნავი ტანის გარე რადიუსი;  $r$ —დამუხრუქებელი ღერძის რადიუსი;  $\delta$ —ტანის სიმკვრივე; ხოლო  $G$ —ძვრის მოდული.

შემთხვევა მეორე. მბრუნავი ტანის სისქე იცვლება კანონით

$$\delta(x) = \delta \cdot \frac{x}{R},$$



სადაც  $\delta$ —მბრუნავი ტანის (ბადროს) კედლის სისქეა პერიფერიულ ნაწილში (ნახ. 57). ასეთ შემთხვევაში

$$F(x) = \frac{2\pi \delta x^2}{R},$$

ნახ. 57

რის საფუძველზე (7-23) ფორმულა გვაძლევს:

$$\beta = \frac{r^2 \left[ \frac{1}{3} \frac{R^3}{r^3} + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{r^5}{R^5}\right) - 2 \left(1 - \frac{r}{R}\right) - \frac{1}{3} \right]}{2\pi \delta G R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)^2} \quad (7-28)$$

როდესაც  $r$  გაცილებით მცირეა ვიდრე  $R$ , მაშინ (7-28) გამოსახულება შესაძლებელია ასე გავამარტივოთ

$$\beta \approx \frac{1}{6\pi \delta G}. \quad (7-29)$$

მბრუნავი ტანის მასის ინერციის მომენტისათვის გვექნება ფორმულა

$$I \approx \frac{2}{5} \pi \rho b R^4. \quad (7-30)$$

(7-29) და (7-30) მონაცემების დახმარებით, მებეი ძაბვების გამსაზღვრელი (7-21) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\tau \approx \frac{\omega}{F} \sqrt{\frac{I}{\beta}} = \frac{\omega}{2\pi r b} \sqrt{6\pi \delta G \cdot \frac{2}{5} \pi \rho b R^4},$$

ანუ

$$\tau \approx 0,8 \frac{\omega r G}{b} \left( \frac{R}{r} \right)^2. \quad (7-31)$$

აღსანიშნავია, რომ ანალოგიური ამოცანის ტალღური თეორიით შესწავლის ზღვრის ვლებულობით დაახლოებით იგივე შედეგს

$$\tau = \frac{\omega r G}{b} \left( \frac{R}{r} \right)^2$$

ამ ორი ფორმულის შედარებიდან ნათელი ხდება, რომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით მიღებული მხები ძაბვები (ამ შემთხვევაში) მცირეოდენ ნაკლებია ტალღური თეორიით მიღებულთან შედარებით. შედეგთა ასეთი დამთხვევა მიუთითებს დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის უპირატესობაზე როგორც შედარებით მარტივზე.

შემთხვევა მესამე. მბრუნავი ტანის სისქე ისეთია, რომ მასში ვითარდება ერთი და იგივე სილიდის მხები ძაბვები, ასეთ შემთხვევაში დაშვებით:

$$\tau(x) = \tau = \text{const}$$

ძაბვების გამომთვლელმა (7-22) გამოსახულებამ უნდა მიიღოს სახე:

$$\frac{r F}{x F(x)} \frac{\int_0^R x F(x) x dx}{\int_0^R x F(x) dx} = 1$$

თუ, ამოცანის გამარტივების მიზნით, ინტეგრალთა შეფარდებას შევცვლით ერთეულის ტოლი რიცხვით, მაშინ მივიღებთ

$$F(x) \approx \frac{r}{x} F. \quad (7-31 a)$$

უფრო ზუსტი შედეგის მისაღებად კი გვაქვს

$$\frac{1}{xF(x)} \int_x^R xF(x) dx - \frac{1}{rF'} \int_r^R xF(x) dx = 0. \quad (7-32)$$

ამრიგად, მხებ დაბევებზე მოძუშავე ტოლწინალობის ბადროს წრიული,  $F(x)$ , განიკვეთის ფართობის მოსაძებნად საჭიროა გადაწყდეს (7-32) ტიპის ინტეგრალური განტოლება  $F(x)$  ფუნქციის მიმართ.

(7-21) ფორმულა არ ითვალისწინებს დამმუხრუქებელი ღერძის (ლილვის) საკუთარ დეფორმაციას, იგი ჩათვლილია უდეფორმირო ხისტ სისტემად. როდესაც მბრუნავი ტანის დამმუხრუქებელი  $abc$  ღერძი (ანუ ლილვი) თავის მხრივ განიცდის დრეკად შემობრუნებას (მოგრებას) კუთხით:

$$\varphi = \theta \cdot M_{gr} = \theta \cdot (\tau \cdot F \cdot r),$$

სადაც  $\theta$ —ერთეული მგრებავი მომენტის შესაბამისი მოგრების კუთხეა დამმუხრუქებელი ღერძის ან სხვა დამმუხრუქებელი აპარატისა, მაშინ დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიის გამოსათვლელად გვექნება არა (7-20) ფორმულა, არამედ ასეთი:

$$\Pi = \frac{1}{2} \beta (\tau \cdot F)^2 + \frac{1}{2} \theta \cdot (\tau \cdot F \cdot r)^2$$

ანუ

$$\Pi = \frac{1}{2} (\tau \cdot F)^2 (\beta + \theta r^2). \quad (7-33)$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U$$

ამიტომ

$$\frac{1}{2} (\tau F)^2 (\beta + \theta r^2) = U = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\beta + \theta r^2}} = \frac{\omega}{F} \sqrt{\frac{I}{\beta + \theta r^2}}, \quad (7-34)$$

სადაც  $\tau$ -ის დაბეა, რომელიც ვითარდება ბრუნვის ცენტრიდან  $r$  რადიუსით დაშორებულ ცილინდრულ  $F$  ფართეულზე (დამმუხრუქების ფართეულზე).

თუ ბორბალი ღერძთან შეერთებულია სოგმანით, მაშინ სოგმანზე მოსული გადამქრელი ძალა ტოლია

$$T_{სოგ} = F\tau = \omega \sqrt{\frac{I}{\beta + \theta r^2}} \quad (7-35)$$



ერთი სოგმანის შემთხვევაში, სოგმანში განვითარებული მხები ძაბვა გამოითვლება ფორმულით

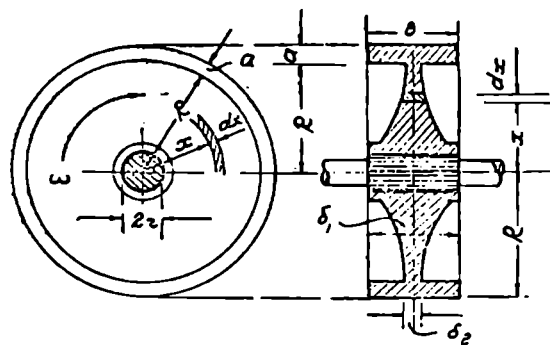
$$T_{სოგ} = \frac{\omega}{F_{სოგ}} \sqrt{\frac{I}{\beta + \theta r^2}}, \quad (7-36)$$

სადაც  $F_{სოგ}$  სოგმანის კრის ფართობია.

თუ მანქანის დანიშნულება ისეთია, რომ მის მქნევარა ბორბალს ხშირად უხდება მუშაობა დარტყმით დამუხრუქებაზე, მაშინ მქნევარა ბორბალი უმჯობესია დამაგრდეს ლილვზე უწყვეტი კბილანური შეერთებით. ასეთი შეერთება იმითაა გამართლებული, რომ დარტყმით აღძრული მხები ძაბვები ნაწილდებიან შეერთების მთელი კონტურის გასწვრივ და ამის გამო გამორიცხულია მხები ძაბვების კონცენტრაცია, როგორც ამას ადვილი აქვს სოგმანის გამოყენების შემთხვევაში.

### § 33. მძნეპარა ბორბალი ტოლწინაღობის დიაფრაგმით

გამოყვით მქნევარა ბორბლის დიაფრაგმიდან  $x=x$  შიგა რადიუსის მქონე უსასრულოდ მცირე  $dx$  სისქის რგოლი (ნახ. 58) და განვიხილოთ



ნახ. 58.

მისი წონასწორობის პირობა. მქნევარა ბორბლის უეცარი დამუხრუქების მომენტში რგოლის  $F(x) + dF(x)$  ცილინდრულ ფართეულზე იმოქმედებს მხები ძაბვებით განვითარებული წრიული ძალა:

$$[r][F(x) + dF(x)]$$

იგივე რგოლის  $x=x$  მანძილზე მდებარე ცილინდრულ ფართეულზე (ნახ. 59) განვითარდება წრი-

ული ძალა  $[r] \cdot F(x)$  ცხადია, რომ ამ ორი წრიული ძალის სხვაობა ტოლია ინერციის იმ მოცულობითი წრიული ძალისა, რომელიც ვითარდება რგოლის გასწვრივ, მბრუნავი მქნევარა ბორბლის უეცარი დამუხრუქების დროს, ამრიგად:

$$[r][F(x) + dF(x)] - [r]F(x) = qF(x)dx,$$

საიდანაც

$$\frac{dF(x)}{F(x)} = \frac{qdx}{[r]}. \quad (a)$$

სადაც  $q$  არის მოცულობის ერთეულზე მოქმედი ინერციის ტანგენციალური ძალა;  $[r]$ —დასაშვები მხები ძაბვა.

თუ დაეუშვებთ რომ ბორბლის ლერძის უეცრივი დამუხრუქების დროს წარმოშობილი ერთეულ მოცულობაზე მოქმედი მხები  $q$  ძალა მუდმივი სიდიდისაა ბორბლის  $R$  რადიუსის გასწვრივ, მაშინ ( $a$ ) დიფერენციალური განტოლების ზოგადი ამონახსნი მიიღებს სახეს

$$I_n F(x) + c = \frac{q x}{[\tau]} \quad (b)$$

როცა  $x = R$ , მაშინ  $F(x) = F(R)$ , რის გამოც

$$c = \frac{q R}{[\tau]} - I_n F(R).$$

ამის დახმარებით ( $b$ ) გამოსახულება გვაძლევს

$$F(x) = F(R) e^{\frac{q}{[\tau]}(x-R)} \quad (7-37)$$

რადგან მქნევარა ბორბლის გარე სარტყელი (ფერსო) საკმაოდ მასიურია

ბორბლის თხელ დიაფრაგმასთან შედარებით, ამიტომ შეგვიძლია მივიჩნიოთ, რომ დეფორმაციის მთელი პოტენციალური ენერგია გროვდება მხოლოდ დიაფრაგმაში

$$\Pi = \frac{[\tau]^2}{2G} \int_r^R F(x) dx,$$

როპელიც (7-37) გამოსახულების დახმარებით დაიყვანება ასეთ სახეზე

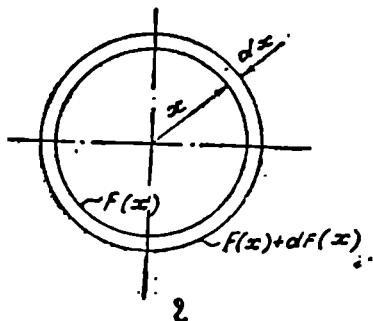
$$\Pi = \frac{[\tau]^2}{2G} F(R) \frac{[\tau]}{q} \left\{ 1 - e^{-\frac{q}{[\tau]}(r-R)} \right\}. \quad (7-38)$$

დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად  $\Pi = U$ , ამიტომ (7-38) გამოსახულება გვაძლევს

$$F(R) = \frac{2UG \cdot \frac{q}{[\tau]}}{[\tau]^2 \left\{ 1 - e^{-\frac{q}{[\tau]}(r-R)} \right\}} \quad (c)$$

სადაც  $U$  არის ბრუნვის მაქსიმალური კინეტიკური ენერგია.

რადგან გვსურს რომ ბორბალს ჰქონდეს ტოლწინააღობის დიაფრაგმა (ე. ი. ისეთი, რომლის ყოველ კვეთში განვითარდება ერთი და იგივე სიდიდის მხები ძაბვები ბორბლის ლერძის უეცრივი დამუხრუქების მომენტში) ამიტომ იმ წრიულ კვეთშიაც, სადაც გარე სარტყელი უერთ-



ნახ. 59.

ღება დიაფრაგმას, უნდა განვითარდეს დარტყმითი დასაშვები მშები ძაბვა

$$[\tau] = \frac{qS}{F(R)}$$

საიდანაც

$$\frac{q}{[\tau]} = \frac{F(R)}{S}, \quad (d)$$

სადაც  $S$  წარმოადგენს ბორბლის გარე სარტყელის მთლიან მოცულობას, ხოლო  $q$ —მხებდალ მიმართულ ერთეული მოცულობის მასაზე მოქმედ ძალას.

(d) ტოლობის დახმარებით (c) გამოსახულება, მისი სათანადოდ გარდაქმნის შემდეგ, გვაძლევს:

$$F(R) = \frac{S}{R-r} \cdot \frac{S[\tau]^2}{S[\tau]^2 - 2UG}. \quad (7-39)$$

თუ გამოვიყენებთ (d) ტოლობას, მაშინ (7-37) გამოსახულება მიიღებს სრულიად გარკვეულ სახეს

$$L(x) = F(R) e^{\frac{F(R)}{S}(x-R)} \quad (7-40)$$

რადგან  $F(x) = 2\pi x \xi(x)$ , ამიტომ (7-40) ფორმულის დახმარებით ვღებულობთ

$$\delta(x) = \frac{F(R)}{2\pi(x)} e^{\frac{F(R)}{S}(x-R)} \quad (7-41)$$

სადაც  $\delta(x)$  არის ბორბლის დიაფრაგმის (კედლის) სისქე ბრუნვის ღერძიდან  $x$  მანძილზე მდებარე კვეთისა (ნახ. 58).

თუ დავემყარებით გარდაქმნას:

$$e^{\frac{F(R)}{S}(x-R)} = \frac{1}{e^{\frac{F(R)}{S}(R-x)}} \approx \frac{1}{1 + \frac{F(R)}{S}(R-x)}$$

მაშინ (7-41) გამოსახულება გამარტივდება

$$\delta(x) \approx \frac{F(R)}{2\pi x \left[ 1 + \frac{F(R)}{S}(R-x) \right]} \quad (7-42)$$

ამრიგად, იმისათვის, რომ უეცრივ დამუხრუქებაზე მომუშავე მქნევარა ბორბლის დიაფრაგმა იყოს ტოლწინააღობის (ე. ი. მასში განვითარდეს

დარტყმით აღძრული ერთი და იგივე სიღიძის მხები ძაბვები) საკიროა რათა დიაფრაგმის კედლის სისქე დაგეგმარდეს (7-42) ფორმულის დახმარებით\*. თუ დიაფრაგმის უპცირეს სისქეს აღვნიშნავთ  $\delta_2$  ასოთი, მაშინ რადგან  $F(R) = 2\pi R\delta_2$ , ამიტომ (7-42) ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს

$$\delta(x) = \frac{R\delta_2}{x \left[ 1 + \frac{2\pi R\delta_2}{S} (R-x) \right]} \quad (7-42 \text{ a})$$

§ 34. მბრუნავი ბადროს უმცარივი დამუხრუჭება გარეთა კონტურის განვჭვივ

თუ დარტყმით აღძრული მხები ძაბვების განაწილებას (რადიუსის გასწვრივ) გამოვხატავთ ფუნქციით:

$$\tau(x) = \tau \cdot \varphi(x) \quad (a)$$

მაშინ დამუხრუჭებულ ბადროში (ნახ. 60) დაგროვილი დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიისათვის გვექნება:

$$\Pi = \frac{\tau^2}{2G} \int_r^R \varphi^2(x) F(x) dx, \quad (b)$$

სადაც  $\tau$  არის მხები ძაბვა განვითარებული ბადროს უეცარი დამუხრუჭების გამო მის პერიფერიულ  $F$  დამაგრების კონტურზე.

პოტენციალური ენერგიის გამომთვლელი (b) გამოსახულება შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ასეთი სახითაც:

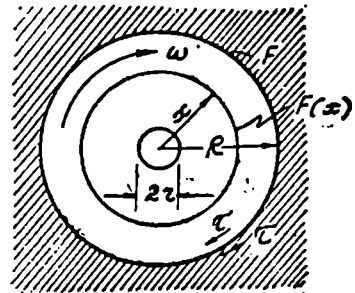
$$\Pi = \frac{1}{2} \beta (\tau \cdot F)^2, \quad (7-43)$$

სადაც

$$\beta = \frac{1}{F^2 G} \int_r^R \varphi^2(x) F(x) dx. \quad (c)$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$



ნახ. 60.

\* მხედველობაში უნდა მივიღოთ აგრეთვე ცენტრიდანული ძალების გავლენაც, რომლებიც მოქმედებენ ბორბლის დიაფრაგმაზე მის დამუხრუჭებამდე.

ამიტომ

$$\frac{1}{2} \beta (\tau F)^2 = U = \frac{1}{2} I \omega^2$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{2U}{\beta}} = \frac{\omega}{F} \sqrt{\frac{I}{\beta}}. \quad (7-44)$$

სადაც  $\omega$  არის ბადროს ბრუნვის კუთხური სიჩქარე დამუხრუქების დაწყების მომენტში, ხოლო  $I$ —მბრუნავი ბადროს მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ.

$\varphi(x)$  უცნობი ფუნქციის განსაზღვრის მიზნით, აქაც ვუშვებთ, რომ უეცარი დამუხრუქებით განვითარებული უდიდესი მხეები აჩქარება  $a$  მუდმივია რადიუსის გასწვრივ. მაშინ ბადროს რგოლზე, რომლის შიგა რადიუსია  $r$  და გარეთა  $x$ , იმოქმედებს ინერციის წრიული ძალა, რომელიც ბრუნვის ცენტრის მიმართ შექმნის მომენტს

$$M(x) = \int_r^x \rho a x F(x) dx.$$

რადგან ეს მბრუნავი მომენტი უნდა გააწონასწოროს  $F(x)$  კვეთში აღძრულმა მხეები ძაბვების მიერ შექმნილმა მომენტმა, ამიტომ

$$F(x) \cdot \tau(x) \cdot x = \int_r^x \rho a x F(x) dx,$$

საიდანაც

$$\tau(x) = \frac{\rho a}{x F(x)} \int_r^x x F(x) dx. \quad (d)$$

როდესაც  $x=R$ , მაშინ (d) გამოსახულება გვაძლევს

$$\tau = \frac{\rho a}{R F} \int_r^R x F(x) dx,$$

რის საფუძველზედაც (d) ფორმულას შეიძლება მივცეთ ახალი სახე:

$$\tau(x) = \tau \cdot \frac{R F}{x F(x)} \cdot \frac{\int_r^x x F(x) dx}{\int_r^R x F(x) dx}. \quad (7-45)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (a) ფორმულის თანახმად, ნათელი ხდება, რომ

$$\varphi(x) = \frac{RF}{xF(x)} \cdot \frac{\int_x^R xF(x) dx}{\int_r^R xF(x) dx}.$$

ეს გამოსახულება თავის მხრივ საშუალებას გვაძლევს რათა გარკვეული სახე მივცეთ (c) ფორმულას:

$$\beta = \frac{R^2}{G} \int_r^R \frac{1}{x^2 F(x)} \cdot \frac{\left[ \int_x^R xF(x) dx \right]^2}{\left[ \int_r^R xF(x) dx \right]^2} dx. \quad (7.46)$$

გავარჩიოთ მბრუნავი ტანის (ბადროს) გარე კონტურით დამუხრუქების რამდენიმე შემთხვევა:

შემთხვევა პირველი. ბადროს კედლის სისქე  $\delta$  მუდმივია. ასეთ შემთხვევაში:

$$F(x) = 2\pi x \delta$$

ამიტომ (7.46) ფორმულა გვაძლევს:

$$\beta = \frac{1}{2\pi\delta G} \left[ \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{r^4}{R^4} \right) - \frac{r^6}{2R^6} + \frac{r^4}{2R^4} - \frac{2r^3}{R^4} \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \right], \quad (7.47)$$

რომელიც როცა  $r=0$ , ასე მარტივდება

$$\beta = \frac{1}{8\pi\delta G}. \quad (7.48)$$

როდესაც  $r=0$ , მაშინ მბრუნავი ტანის (ბადროს) მასის ინერციის მომენტი ტოლია:

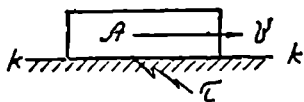
$$I = \int_0^R 2\rho\pi x \delta x^3 dx = \frac{1}{2} \rho\pi\delta R^4. \quad (7.49)$$

მიღებული  $\beta$  და  $I$  ფაქტორის დახმარებით (7.44) ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს

$$\tau = \frac{\omega}{F} \sqrt{\frac{I}{\beta}} = \frac{\omega}{2\pi R\delta} \sqrt{8\pi\delta G \cdot \frac{1}{2} \rho\pi\delta R^4}$$

$$\tau = \omega R \sqrt{\rho G}, \quad (7-50)$$

სადაც  $\tau$  არის მხები ძაბვა განვითარებული დამუხრუქების  $F$  ფართე-  
ულის მქონე გარე კონტურზე (ნახ. 60);  $R$ —ბადროს გარე რადიუსი;  
 $\rho$ —ბადროს მასალის სიმკვრივე, ანუ ერთეული მოცულობის მასა;  $G$ —  
ძვრის მოდული.



ნახ. 61.

თუ ვიგულისხმებთ, რომ  $R$  არის  
უსასრულოდ დიდი რადიუსი, ხოლო  
 $\omega R$  ფაქტორს, რომელიც სასრული სი-  
დიდეა, აღვნიშნავთ  $\nu$  ხაზოვანი სიჩქა-  
რით, მაშინ (7-50) ფორმულა მოგვცემს  $\nu$  სიჩქარით  $k$ — $k$  სიბრტყეზე მოს-  
რიანე  $A$  ტანის უეცარი დამუხრუქების დროს წარმოშობილი მხები ძაბ-  
ვების გამსაზღვრელ (ნახ. 61) ფორმულას:

$$\tau = \nu \sqrt{\rho G}, \quad (7-51)$$

რომელიც ზუსტად ემთხვევა ანალოგიური ამოცანის, დარტყმის ტალ-  
ღური თეორიით მიღებულ (8-8) შე-  
დეგს.

შემთხვევა შეორე. მბრუნავი ბად-  
როს კედლის სისქე იცვლება კანონით:

$$\delta(x) = \delta \cdot \frac{x^2}{R},$$

სადაც  $\delta$  არის ბადროს კედლის სისქე  
დამუხრუქების კვეთში (ნახ. 62);  $R$ —ბადროს გარე რადიუსი.

ასეთ შემთხვევაში ბადროს ცენტრიდან  $x$  მანძილზე მდებარე წრი-  
ული განიკვეთის ფართობისათვის გვექნება

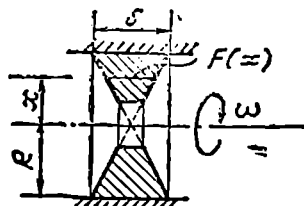
$$F(x) = \frac{2\pi\delta}{R} x^2$$

რომლის დახმარებითაც (7-46) ფორმულა გვაძლევს:

$$\beta = \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{r^6}{R^6}\right) - \frac{r^6}{3R^6} + \frac{r^6}{3R^6} - \frac{2R^4}{R^4} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}{2\pi\delta G \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)^2}. \quad (7-52)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $r = 0$ , გვაქვს

$$\beta = \frac{1}{10\pi\delta G}. \quad (7-53)$$



ნახ. 62.

შბრუნავი მასის ინერციის მომენტი ტოლია

$$I = \int_0^R \rho F(x) \cdot x^2 dx = \frac{2}{5} \pi \rho \delta R^4.$$

აღნიშნულ მონაცემთა საფუძველზე (7.44) ფორმულა მიიღებს ასეთ გარკვეულ სახეს:

$$\tau = \frac{\omega}{F} \sqrt{\frac{I}{\beta}} = \frac{\omega}{2\pi R \delta} \sqrt{10\pi \delta G \cdot \frac{2}{5} \pi \rho R^4}.$$

ანუ

$$\tau = \omega R \sqrt{\rho G} = \frac{\omega R G}{b}, \quad (7.54)$$

სადაც  $\tau$  არის დამუხრუქების  $F$  ფართეულზე განვითარებული მხები ძაბვა;  $\omega$ —შბრუნავი ბადროს კუთხური სიჩქარე დამუხრუქების მომენტში;  $\rho$ —სიმკვრივე მასისა;  $G$ —ძვრის მოდული;  $b$ —ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარე, რომელიც თავის მხრივ, როგორც ცნობილია, ტოლია

$$b = \sqrt{\frac{G}{\rho}}.$$

მეტად საინტერესოა ის გარემოება, რომ ანალოგიური ამოცანის ტალღური თეორიით გადაწყვეტა (იხილეთ ქვემოთ) დარტყმის მაქსიმალური მხები ძაბვებისათვის გვაძლევს ზუსტად იგივე შედეგს, რაც ეს გამოხატულია (7.54) ფორმულაში.

**მაგალითი 10.** შბრუნავი ბადრო განიცდის უეცრივ დამუხრუქებას გარე (პერიფერიული) კონტურის გასწვრივ (ნახ. 62). გამოვთვალოთ დამუხრუქების კვეთში აღძრული მხები ძაბვების სიდიდე.

**მოცემულია:** ბადროს ბრუნვის კუთხური სიჩქარე  $\omega = 10 \frac{1}{\text{წმ}}$ ; ბად-

როს რადიუსი  $R = 20$  სმ; მასალის სიმკვრივე  $\rho = \frac{10^{-6}}{1,26}$  კგ. წმ<sup>3</sup>/სმ<sup>3</sup>;

ძვრის მოდული  $G = 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

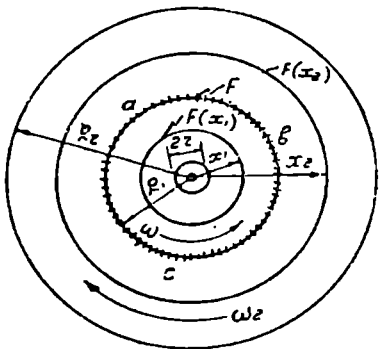
**ამოხსნა.** უეცრივ დამუხრუქების ფართეულზე განვითარებული მხები ძაბვები მოიძებნებიან (7.54) ფორმულის დახმარებით:

$$\tau = \omega R \sqrt{\rho G} = 10 \cdot 20 \sqrt{\frac{10^6}{1,26 \cdot 10^6}} \approx 560 \text{ კგ/სმ}^2.$$



§ 35. ურთიერთში ჩადგმული მბრუნავი ცილინდრული ბადროების უმცირესი დამუხრუჭება მათი უხვევის ხაერთო საზღვარზე

სხვადასხვა კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ურთიერთში ჩადგმული ორი ცილინდრული ბადრო უეცრად მუხრუჭდება (ყრუდ ემაგრება) მათი შეხების  $F$  თანატოლი ფართობის  $abc$  კონტურის გასწვრივ (ნახ. 63).



ნახ. 63.

განესაზღვროთ დამუხრუჭების საერთო ფართეულზე განეითარებული მხები ძაბვები\*. დარტყმაზე დახარჯული ბრუნვის კინეტიკური ენერგია შესაძლებელია გამოეთვალათ თეორიული მექანიკის ცნობილი ფორმულით:

$$U = \frac{I_1 I_2 \omega_0^2}{2(I_1 + I_2)}, \quad (a)$$

სადაც  $I_1$  არის შიგა ბადროს მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ,  $I_2$  — გარე ბადროს ინერციის მომენტი იგივე ბრუნვის ღერძის მიმართ,

$\omega_0$  — ფარდობითი კუთხური სიჩქარე, ანუ კუთხური სიჩქარე შიგა ბადროსი გარე ბადროს მიმართ დამუხრუჭების დაწყების მომენტში.

ბადროების დეფორმირებაზე დახარჯული პოტენციალური ენერგია შეგვიძლია მოვძებნოთ (7-20) და (7-43) ფორმულების ანალოგიური გამოსახულებით

$$\Pi = \frac{1}{2} \beta_1 (\tau \cdot F)^2 + \frac{1}{2} \beta_2 (\tau \cdot F)^2;$$

ანუ

$$\Pi = \frac{1}{2} (\tau \cdot F)^2 (\beta_1 + \beta_2), \quad (b)$$

სადაც (7-46) და (7-23) ფორმულების თანახმად

$$\beta_1 = \frac{R_1^3}{G_1} \int_r^{R_1} \frac{1}{x_1^2 F(x_1)} \frac{\left[ \int_{x_1}^{R_1} x_1 F(x_1) dx_1 \right]^2}{\left[ \int_r^{R_1} x_1 F(x_1) dx_1 \right]^2} dx_1, \quad (7-55)$$

( $r \leq x_1 \leq R_1$ )

\* აქ განხილული მეთოდით შესაძლებელია დამუხრუჭვის აგრეთვე კონუსური ფორმის მბრუნავი ტანების ურთიერთთან უეცრივი შეუღლების (ურთიერთში ჩადგმის) საკითხიც.

$$\beta_2 = \frac{R_1^2 R_2}{G_2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{x_2^3 F(x_2)} dx_2} \frac{\left[ \int_{R_1}^{R_2} x_2 F(x_2) dx_2 \right]^2}{\left[ \int_{R_1}^{R_2} \frac{x_2}{F(x_2)} dx_2 \right]^2} \quad (7-56)$$

$(R_1 \leq x_2 \leq R_2)$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად  $\Pi = U$

ამიტომ (a) და (b) გამოსახულების დახმარებით, ვღებულობთ საძიებელი მხები ძაბვების განმსაზღვრელ განტოლებას:

$$\frac{1}{2} (\tau F)^2 \cdot (\beta_1 + \beta_2) = \frac{I_1 I_2 \omega_0^2}{2(I_1 + I_2)},$$

საიდანაც

$$\tau = \frac{\omega_0}{F} \sqrt{\frac{I_1}{(1 + \frac{I_1}{I_2})(\beta_1 + \beta_2)}} \quad (7-57)$$

აქ

$$I_1 = \int_{R_1}^r \rho_1 F(x_1) x_1^2 dx_1, \quad (7-58)$$

$$I_2 = \int_{R_1}^{R_2} \rho_2 F(x_2) x_2^2 dx_2 \quad (7-59)$$

სადაც  $\rho_1$  არის შიგა ბადროს მასის სიმკვრივე;  $\rho_2$  — გარე ბადროს მასის სიმკვრივე;  $r$  — შიგა ბადროს შიგა რადიუსი (რომელიც შეიძლება უდრიდეს ნულსაც);  $R_1$  — შიგა ბადროს გარე რადიუსი, ანუ რაც იგივეა გარე ბადროს შიგა რადიუსი;  $R_2$  — გარე ბადროს გარე რადიუსი (ნახ. 63).

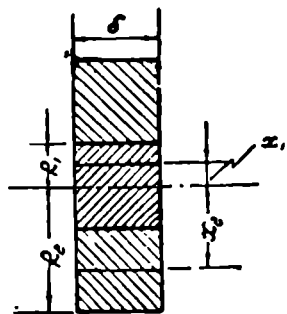
გავარჩიოთ უეცრივი დამუხრუჭების რამდენიმე კერძო შემთხვევა:

შემთხვევა პირველი. ბადროები არიან ერთი და იგივე  $\delta$  სისქისა (ნახ. 64). ასეთ შემთხვევაში:

$$F(x_1) = 2\pi x_1 \delta; \quad F(x_2) = 2\pi x_2 \delta,$$

ამიტომ (7-55) და (7-56) ფორმულები მოგვეცემენ:

$$\beta_1 = \frac{1}{8\pi\delta G_1};$$



ნახ. 64.

(ნაგულისხმევია, რომ  $r=0$ )

$$\beta_2 = \frac{R_1^2 \left[ \frac{R_2^2}{2R_1} + \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{R_1^4}{R_2^4} \right) \right] - 2 \left( 1 - \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{1}{2}}{2\pi\delta G R_2^2 \left( 1 - \frac{R_1^3}{R_2^3} \right)^2} \quad (7-60)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $R_1$  გაცილებით მცირეა ვიდრე  $R_2$ , მაშინ

$$\beta_2 \approx \frac{1}{4\pi\delta G_2} \quad (7-61)$$

(7-58) და (7-59) ფორმულების დახმარებით:

$$I_1 = \frac{1}{2} \pi \delta \rho_1 R_1^4$$

$$I_2 \approx \frac{1}{2} \pi \delta \rho_2 R_2^4$$

ზემოთ გამოთვლილი ფაქტორების დახმარებით, მხები ძაბვების გამომთვლელი (7-57) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\tau \approx \frac{\omega_0 R_1}{2} \sqrt{\frac{\rho_1}{\left( 1 + \frac{\rho_1 R_1^4}{\rho_2 R_2^4} \right) \left( \frac{1}{4G_1} + \frac{1}{2G_2} \right)}} \quad (7-62)$$

ერთი და იგივე მასალის ბაღროების შემთხვევაში, რადგან:  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ,  $G_1 = G_2 = G$  და  $R_2 > R_1$ , ამიტომ (7-62) გამოსახულება გვაძლევს

$$\tau \approx \omega_0 R_1 \sqrt{\frac{1}{3} \rho G}$$

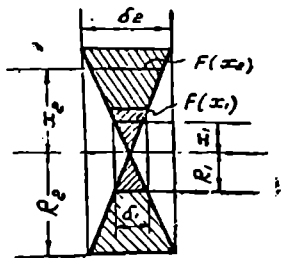
როდესაც გარე ბაღრო მეტად მაგარი მასალაა ვიდრე შიგა და თანაც გაცილებით მკვრივი შიგა ბაღროსთან შედარებით, მაშინ დაშვებით:

$$G_2 = \rho_2 = \infty$$

(7-62) ფორმულა ემთხვევა (როგორც ეს მოსალოდნელიც იყო) (7-54) გამოსახულებას და აგრეთვე დარტყმის ტალღური თეორიით მიღებულ შედეგს

$$\tau = \omega_0 R_1 \sqrt{\rho_1 G_1}$$

შემთხვევა შეორე. ურთიერთში ჩადგმული ბაღროების კედლის სისქეები იცვლებიან კანონით (ნახ. 65):



ნახ. 65.

$$\delta(x_1) = \delta_1 \frac{x_1}{R_1};$$

$$\delta(x_2) = \delta_2 \frac{x_2}{R_2},$$

სადაც  $0 \leq x_1 \leq R_1$  და  $R_1 \leq x_2 \leq R_2$   
 ამ მონაცემთა საფუძველზე გვექნება:

$$F(x_1) = \pi \delta_1 \frac{x_1^3}{R_1},$$

$$F(x_2) = 2\pi \delta_2 \frac{x_2^2}{R_2},$$

სადაც  $\delta_1$  არის შიგა ბადროს მაქსიმალური სისქე; ხოლო  $\delta_2$  — გარეთა ბადროს უდიდესი სისქე;  $R_1$  — შიგა ბადროს უდიდესი რადიუსი;  $R_2$  — გარე ბადროს გარე რადიუსი (ნახ. 65).

(7-55) და (7-56) ფორმულები გვაძლევენ:

$$\beta_1 = \frac{1}{10\pi \delta_1 G_1},$$

$$\beta_2 = \frac{R_1^2 \left[ \frac{1}{3} \cdot \frac{R_2^3}{R_1^3} + \frac{1}{5} \left( 1 - \frac{R_1^6}{R_2^6} \right) - 2 \left( 1 - \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{1}{3} \right]}{2\pi \delta_2 G_2 R_2^2 \left( 1 - \frac{R_1^4}{R_2^4} \right)^2}$$

ბადროების მასების ინერციის მომენტებისათვის გვექნება ფორმულები:

$$I_1 = \frac{2}{5} \pi \delta_1 \rho_1 R_1^4,$$

$$I_2 = \frac{2}{5} \pi \delta_2 \rho_2 R_2^4 \left( 1 - \frac{R_1^6}{R_2^6} \right),$$

როდესაც  $R_1$  გაცილებით ნაკლებია ვიდრე  $R_2$ , მაშინ

$$\beta_2 \approx \frac{1}{6\pi \delta_2 G_2}; \quad I_2 \approx \frac{2}{5} \pi \delta_2 \rho_2 R_2^4.$$

გამოთვლილი ფაქტორების დახმარებით, ძაბვების (7-57) ფორმულა გვაძლევს

$$\varepsilon \approx \omega_0 R_1 \sqrt{\frac{\rho_1 G_1}{1 + \frac{5}{3} \frac{\delta_1 G_1}{\delta_2 \cdot G_2}}}$$

რომელიც ჩასმით

$$\rho_1 = \frac{G_1}{b_1^3}; \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

მიიყვანება ასეთ საბოლოო სახემდე

$$\tau \approx \frac{\omega_0 R_1 G_1}{b_1} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{5}{3} \cdot \frac{R_1 \cdot G_1}{R_2 G_2}}}, \quad (7-63)$$

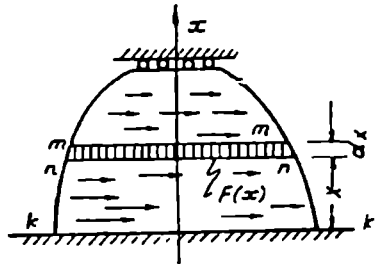
სადაც  $\tau$  არის დამუხრუქების კონტურის გასწვრივ განვითარებული მხები ძაბვა;  $\omega_0$ —ბრუნვის ფარდობითი კუთხური სიჩქარე;  $R_1$ —მანძილი ბრუნვის ცენტრიდან დამუხრუქების კონტურამდე;  $G_1$ —შიგა ბადროს მასალის ძვრის მოდული;  $b_1$ —ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარე შიგა ბადროში;  $R_2$ —გარე ბადროს უდიდესი რადიუსი;  $G_2$ —გარე ბადროს ძვრის მოდული.

**ლაკრუაის ძირის შესწავლა გალღური თეორიით**

**§ 36. დიფერენციალური განტოლების შემდგენა წარბანი ძარბის შემდეგ ტანის უმცირესი დამუხრუჭების შესაწავლად**

ეტყვით, ტანი, რომელიც  $x$  სიჩქარით მისრიალებს  $k-k$  სიბრტყის გასწვრივ უეცრივ დამუხრუჭდა მასზე (ნახ. 66). რელატივობის (შეფარდებითობის) პრინციპის თანახმად დარტყმის ეს მოვლენა ანალოგიურია იმისა, რომ უძრავმა ტანმა ვანიცადოს უეცრივი დამაგრება უსასრულოდ დიდი, ისეთი ტანის ზედაპირზე, რომელიც მოძრაობდა  $x$  სწორწირული სიჩქარით.

თუ მხებად დაჯახებული ტანის მოსალოდნელი აყირაეებისა და აგრეთვე მისი ღუნვაზე მუშაობის შესაძლებლობის შემთხვევებს გამოვრიცხავთ; მაშინ დარტყმით აღძრული მხები ძაბვების გამსაზღვრელ მთავარ ფაქტორად უნდა მივიჩნიოთ ტანის მასალის მუშაობა ძვრის დეფორმაციებზე.



ნახ. 66.

ზუსტი შესწავლის თვალსაზრისით, ეს ამოცანა დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულეს პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის.

დასმული ამოცანის ამოხსნის გამარტივების მიზნით შეგვიძლია დავუმყაროთ შემდეგი სახის დაშვებებზე:

1. დამუხრუჭების ( $k-k$ ) სიბრტყის პარალელური სიბრტყეები არ მრუდდებიან.

2. დამუხრუჭების სიბრტყის პარალელური ყოველი შრე მუშაობს მხოლოდ ძვრაზე, ხოლო შრის ფენა არც იქიმება და არც იკუმშება.

3. ყოველ ცალკეულ სიბრტყეზე ვითარდება ერთი და იგივე მხები ძაბვა. ეს დაშვებები საკმარისია იმისათვის, რათა შევადგინოთ ე. წ. ბრტყელი ტალღის მოძრაობის ამსახველი დარტყმის (ან რხევის) დიფერენციალური განტოლება.

თუ ტანის  $n-n$  განაკვეთის ფართობს  $F(x)$ -ით აღვნიშნავთ, მაშინ ამ ფართეულზე განვითარებული შიგა ძალისათვის გვექნება

$$\tau(x) \cdot F(x). \quad (a)$$

აღნიშნული შრიდან  $dx$  მანძილით დაშორებულ  $F(x)+dF(x)$  ფართეულზე იმოქმედებს სხვა სიდიდის შიგა ძალა, საიელდობრ

$$[\tau(x)+d\tau(x)][F(x)+dF(x)]. \quad (b)$$

*noium* ელემენტის ქვედა და ზედა ფუძეზე მოქმედი ამ ორი პარალელური ( $b$ ) და ( $a$ ) ძალთა სხვაობა ტოლი უნდა იყოს ინერციის იმ მოცულობითი ძალისა, რომელიც მოქმედებს აღნიშნულ ელემენტზე ტანის დამუხრუჭების მომენტში, ამიტომ შეგვიძლია შევადგინოთ ასეთი განტოლება

$$[\tau(x)+d\tau(x)][F(x)+dF(x)]-\tau(x)F(x)=\rho F(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx,$$

რომელიც გამარტივების შემდეგ გვაძლევს:

$$\frac{\partial \tau(x)}{\partial x} + \frac{F'(x)}{F(x)} \tau(x) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

ანუ

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{F'(x)}{F(x)} \tau = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (8-1)$$

სადაც  $\tau$  არის ის მხები ძაბვა, რომელიც ვითარდება  $x$  კვეთში და სიდიდით დამოკიდებულია აგრეთვე  $t$  დროზე;

$F(x)$ —ტანის განივკვეთის ფართობი  $x$  კვეთში;

$\rho$ —დამუხრუჭებული ტანის მასალის სიმკვრივე;

$u$ —ის გადაადგილება (დეფორმაცია), რომელსაც განიცდის  $F(x)$  ფართეულზე მდებარე წერტილები ( $k-k$ ) სიბრტყის პარალელურად.

(8-1) განტოლება არ არის საკმარისი დარტყმის მოვლენის ასახვისათვის. საჭიროა აგრეთვე ვიცოდეთ ის ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს ძვრის ფარდობით დეფორმაციასა და მის გამომწვევ მხებ ძაბვას შორის. ვთქვათ იგი მოცემულია ზოგადი სახით

$$\tau = \varphi(\epsilon) = \varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right), \quad (8-2)$$

მაშინ (8-1) განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$b^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \frac{\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{d\left[\varphi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]} \right] = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (8-3)$$

აქ: 
$$b = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d \left[ \varphi \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right]}{d \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)}} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\tau}{d\varepsilon}} \quad (8-4)$$

სადაც  $b$ —ძვრის ტალღის (ფრონტის) გავრცელების ცვალებადი სიჩქარეა  $k-k$  სიბრტყის მართობად (ნახ. 66).

შესაძლებელია (8-2) ფუნქცია ისეთი იყოს, რომ ვერც კი მოხერხდეს (8-3) დიფერენციალური განტოლების გაინტეგრალება. ამრიგად, დარტყმის პროცესის მიმდინარეობის შესწავლა დიდად არის დამოკიდებული იმაზე თუ როგორია დარტყმაში მყოფი ტანის მასალის დინამიკური დეფორმირების (8-2) კანონი.

ექსპერიმენტებით დასაბუთებულია, რომ მრავალი სამშენებლო მასალისათვის (როცა იგი მუშაობს დრეკადობის ფარგლებში) სამართლიანია ჰუკის ცნობილი დამოკიდებულება:

$$\tau \approx G \frac{\partial u}{\partial x} \quad (8-5)$$

ამ მონაცემის თანახმად, (8-3) და (8-4) გამოსახულებანი მარტივდებათ:

$$b^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (8-6)$$

$$b = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (8-7)$$

სადაც  $G$ —ძვრის მოდულია.

### § 37. წარბიანი მოძრაობის შემთხვევაში ტანის დამოკიდებულების კანონი

რადგან დარტყმით აღძრული ძვრის დეფორმაციების შემსწავლელი (8-6) და (8-7) განტოლებები სრულიად ანალოგიურია ცენტრალური დარტყმით აღძრული კუმშვის (ან გაჭიმვის), (2-35) და (2-36) გამოსახულებისა, ამიტომ ურთიერთის ანალოგიური ამოცანების განხილვისას, მხები ძაბვების გამომთვლელი ფორმულები ანალოგიური უნდა იქნეს ნორმალური ძაბვების გამომთვლელი ფორმულებისა. ურთიერთის ანალოგიურ ფაქტორებს აქ წარმოადგენენ:  $E$  და  $G$ , ე. ი. კუმშვისა და ძვრის მოდული;  $a$  და  $b$ , ე. ი. კუმშვის ტალღისა და ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარეები;  $v$  და  $v$ , ე. ი. დარტყმის ნორმალური და მხები სიჩქარე;  $u$  და  $u$ , ე. ი. ნორმალური გადაადგილება (დეფორმაცია) და განივი (გადაადგილება  $k-k$  სიბრტყის გასწვრივ).



აღნიშნული ანალოგიების დაცვის წესით გავარჩიოთ დარტყმის რამდენიმე კონკრეტული მაგალითი:

1. პრიზმული ფორმის ტანის უეცრივი დამუხრუჭება ფუძით (ნახ. 67). დამუხრუჭების  $F$  ფართეულზე (და პრიზმის მთელ სიმაღლეზე) განვითარდება (2-44) ფორმულის თანახმად, მხები ძაბვა:

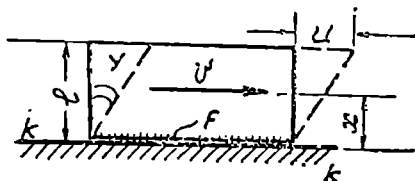
$$\tau(x) = \frac{Gv}{b} = \nu \sqrt{\rho G} = \text{const}, \quad (8-8)$$

სადაც  $\nu$  არის დარტყმის სიჩქარე;

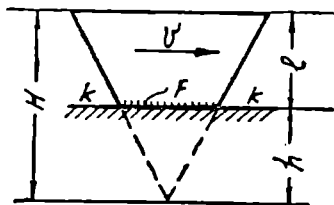
$G$  — ძერის მოდული;

$b$  — ძერის ტალღის გავრცელების სიჩქარე.

მაქსიმალური დეფორმაცია (2-42) ფორმულის თანახმად ტოლია



ნახ. 67.



ნახ. 68.

$$u_{max} = \frac{\nu l}{b}, \quad (8-9)$$

სადაც  $l$  არის ტანის სიმაღლე (ნახ. 67)

დარტყმის  $F$  ფართეულზე განვითარდება დარტყმის მხები ძალა.

$$T_{max} = \tau \cdot F = F \cdot \nu \sqrt{\rho G}. \quad (8-10)$$

დარტყმის ძალა ნულიდან მაქსიმუმამდე და მაქსიმუმიდან ნულამდე იცვლება  $l$  დარტყმის დროში, რომელიც ტოლია

$$t_{დარტყ.} = \frac{2l}{b}. \quad (8-11)$$

2. კონუსური ტანის უეცრივი დამუხრუჭება მცირე ფუძით (ნახ. 68). დარტყმის დაწყების პირველ მომენტში (2-49) ფორმულის მიხედვით ტანის ძირა  $F$  ფუძეზე ვითარდება მხები ძაბვები

$$\tau_{min} = \frac{Gv}{b}. \quad (8-12)$$

დარტყმიდან  $t = l : b$  დროს გავლის შემდეგ, ტანის იგივე ძირა ფუძეში განვითარებული მაქსიმალური მხები ძაბვები (2-50) ფორმულის ანალოგიური გამოხატულებით გამოიხატებიან:

$$\tau_{max} = \frac{\nu G}{b} \left( 1 + \frac{l}{h} \right), \quad (8-13)$$

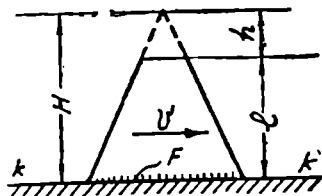
ანუ რადგან  $l = H - h$ , ამიტომ  $\tau_{max} = \frac{vG}{b} \cdot \frac{H}{h}$ , (8-13 a)

სადაც  $l$  არის კონუსური ტანის სიმაღლე (ნახ. 68), ხოლო  $h$  — კონუსის წარკვეთილი ნაწილისა.

3. კონუსური ტანის დამუხრუჭება დიდი ფუძით (ნახ. 69). ასეთ შემთხვევაში, (2-53) და (2-54) გამოსახულების ანალოგიურად, მხები ძაბვები შესაბამისად ტოლია:

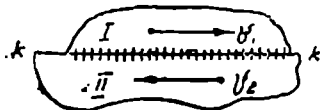
$$\tau_{min} = \frac{vG}{b} \left( 1 - \frac{l}{H} \right), \quad (8-14)$$

$$\tau_{max} = \frac{vG}{b}. \quad (8-15)$$



ნახ. 69.

4. ერთი ტანის დამუხრუჭება მეორეზე (ნახ. 70). ერთი ტანის ზედაპირის მეორეზე უეცრივი დამუხრუჭების დასაწყისში ტანთა შეხების საერთო  $F$  ფართეულზე წარმოიშვებიან ზედაპირული მხები ძაბვები, რომლებიც (3-32) ფორმულის ანალოგიური გამოსახულებით გამოიხატებიან:



ნახ. 70.

$$\tau = \frac{G_1 \cdot G_2 v}{G_1 b_1 + G_2 b_1}, \quad (8-16)$$

სადაც  $G_1$  და  $G_2$  პირველი და მეორე ტანის მასალის ძვრის მოდულია;  $b_1$  და  $b_2$  ამ

ტანებში აღძრული ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარეები;

$v$  — მხებად დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე, ანუ სიჩქარე ერთი ტანისა მეორის მიმართ დარტყმის დასაწყისში.

აღსანიშნავია, რომ (8-16) ფორმულა არსებითად ემთხვევა ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (7-19) შედეგს.

**მაგალითი 11.** რა სიჩქარით უნდა დაედგათ დეტალი კონვეიერის მოძრავ თარაზეულ პლათფორმაზე, რომ ადგილი არ ექნეს დეტალის დატურებას პლათფორმის ზედაპირის მიმართ.

**მოცემულია:** კონვეიერის პლათფორმის მოძრაობის სიჩქარე  $v_0 = 100$  სმ/წმ დეტალის მასალის კუმშვისა და ძვრის დრეკადობის მოდულები, აგრეთვე სიმკვრივე:

$$E_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad G_1 = 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad \rho_1 = \frac{10^{-6}}{1,26} \text{ კგ წმ}^3/\text{სმ}^3.$$

პლათფორმის ზედაპირის მასალისათვის:

$$E_2 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad G_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad \rho_2 = \frac{10^{-6}}{1,26} \text{ კგ წმ}^3/\text{სმ}^3.$$

ხახუნის კოეფიციენტი დეტალისა და პლათფორმის ზედაპირთა შორის  $k=0,44$ .

აშოხსნა. გამოთვალეთ დამხმარე ფაქტორები:

$$a_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} = 5,02 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}, \quad a_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} = 5,27 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}} = 3,54 \cdot 10^6 \text{ სმ/წმ}, \quad b_2 = \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}} = 3,72 \cdot 10^6 \text{ სმ/წმ}$$

$v_0$  სიჩქარით მოძრავ პლათფორმაზე ბრტყელი ფუძით დაგდებული\* დეტალი განავითარებს (3—32) ფორმულით გამოხატულ კონტაქტურ ნორმალურ ძაბვას

$$\sigma = \frac{E_1 E_2 v}{E_1 a_2 + E_2 a_1} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 2,2 \cdot 10^6 \cdot v}{2 \cdot 10^6 \cdot 5,27 \cdot 10^5 + 2,2 \cdot 10^6 \cdot 5,02 \cdot 10^5} = 2,04 v$$

ეს ძაბვა რომ ხახუნის კოეფიციენტზე გავამრავლოთ, მივიღებთ დეტალის პლათფორმის ზედაპირზე დამკერ მხებ ძაბვას

$$\tau_{\text{დაკ}} = k\sigma = 0,44 \cdot 2,04 v \approx 0,898 v,$$

რომელიც უნდა იყოს ტოლი ან მეტი იმ მხებ ძაბვაზე, რაც მიიღება (8-16) ფორმულით:

$$0,898 v \geq \frac{G_1 G_2 v_0}{G_1 b_2 + G_2 b_1} = \frac{10^6 \cdot 1,1 \cdot 10^6 \cdot 100}{10^6 \cdot 3,72 \cdot 10^6 + 1,1 \cdot 10^6 \cdot 3,54 \cdot 10^6},$$

საიდანაც  $v \geq 160$  სმ/წმ.

ამრიგად, თუ დეტალის უეცარი დადგმა მოძრავ პლათფორმაზე ხდება მიღებული ან მასზე მეტი სიჩქარით, მაშინ ადგილი არ ექნება დეტალის მოსალოდნელ სრიალს კონვეიერის პლათფორმის ზედაპირზე უეცარი დადგმის (დაგდების) მომენტში.

5. კონუსურ ტანთა ურთიერთ დამუხრუპება დიდი ფუძეებით (ნახ. 71)- (3-34) ფორმულის ანალოგიურად

$$\tau = \frac{G_1 G_2 \left(1 - \frac{b_1 t}{H_1}\right) \left(1 - \frac{b_2 t}{H_2}\right) v}{G_1 b_2 \left(1 - \frac{b_1 t}{H_1}\right) + G_2 b_1 \left(1 - \frac{b_2 t}{H_2}\right)}, \quad (8-17)$$

სადაც

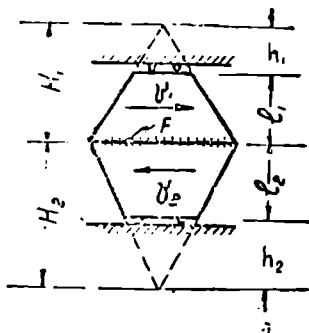
$$b_1 t \leq l_1 \quad \text{და} \quad b_2 t \leq l_2.$$

\* საკუთარი წონის გავლენა უგულებელყოფილია.

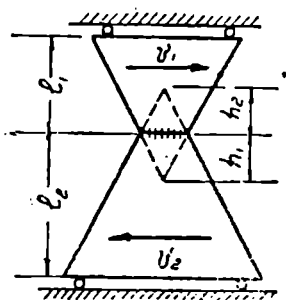
აღნიშნული ფორმულიდან:

$$\tau_{max} = \frac{G_1 G_2 v}{G_1 b_2 + G_2 b_1}, \quad (8-18)$$

$$\tau_{min} = \frac{G_1 G_2 \left(1 - \frac{l_1}{H_1}\right) \left(1 - \frac{l_2}{H_2}\right) v}{G_1 b_2 \left(1 - \frac{l_1}{H_1}\right) + G_2 b_1 \left(1 - \frac{l_2}{H_2}\right)}. \quad (8-19)$$



ნახ. 71.



ნახ. 72.

6. კონუსურ ტანთა ურთიერთ დამუხრუჭება მცირე ფუძეებით (ნახ. 72). ასეთ შემთხვევაში (3-35) ფორმულის მსგავსად გვექნება

$$\tau = \frac{G_1 G_2 \left(1 + \frac{b_1 t}{h_1}\right) \left(1 + \frac{b_2 t}{h_2}\right) v}{G_1 b_2 \left(1 + \frac{b_1 t}{h_1}\right) + G_2 b_1 \left(1 + \frac{b_2 t}{h_2}\right)}, \quad (8-20)$$

სადაც

$$b_1 t \leq l_1 \text{ და } b_2 t \leq l_2.$$

ამ უკანასკნელი ფორმულიდან

$$\tau_{max} = \frac{G_1 G_2 \left(1 + \frac{l_1}{h_1}\right) \left(1 + \frac{l_2}{h_2}\right) v}{G_1 b_2 \left(1 + \frac{l_1}{h_1}\right) + G_2 b_1 \left(1 + \frac{l_2}{h_2}\right)}, \quad (8-21)$$

$$\tau_{min} = \frac{G_1 G_2 v}{G_1 b_2 + G_2 b_1}. \quad (8-22)$$

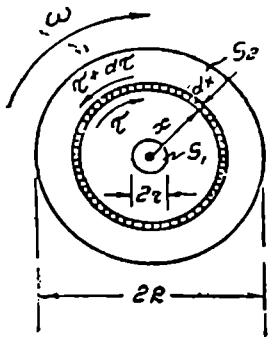
დარტყმის ზემოთ განხილული მაგალითების შესაბამისი ფორმულები მხოლოდ იმ შემთხვევაშია სამართლიანი (როგორც ეს ზემოდაც იყო აღნიშნული), როდესაც ურთიერთთან მხებად შეჯახებული ტანების მოსალოდნელი აყირავება, ანუ მათი ბრუნვა დამუხრუჭების სიბრტყის მიმართ, გამორიცხულია.

პრაქტიკაში მრავალია დარტყმის ისეთი შემთხვევები, რომლებიც გამოდგებიან წარმტანი მოძრაობის მქონე ტანის უეცრივი დამუხრუჭების მაგალითებად. მრავალია აგრეთვე ისეთი შემთხვევებიც, როდესაც რაიმე ტანი უეცრივ ლეზულობს სიჩქარეს რაიმე გარეშე ბიძგის (დარტყმის) შედეგად. ამიტომ ნათელია, რომ მხები ძაბვების გამოთვლელ ზემოთ გამოყვანილ ფორმულებს დიდი პრაქტიკული გამოყენება უნდა ექნეთ.

პრაქტიკული თვალსაზრისით საინტერესოა არა მარტო წარმტანი მოძრაობის მქონე ტანის უეცრივი დამუხრუჭება (ან და უძრავი ტანის უეცრივი ამოძრავება), არამედ მბრუნავი ტანის (მქნევარა მასის, ბადროს და სხვა) დამუხრუჭებაც; ან კიდევ უძრავი ტანის უეცრივი დაბრუნება. რაიმე უეცრივი მბრუნავი მომენტის მოღებით. ორივე შემთხვევაში ტანის ბრუნვის ცენტრის ირგვლივ წამოსახვით გატარებულ კონცენტრიულ შრეებში და შრეების მართობ ფენებშიაც ადგილი აქვს მხები ძაბვების წარმოშობას. თუ ამ ძაბვებმა გადააქარბეს ერთგვარ ზღვარს, მაშინ მოსალოდნელია ბზარების გაჩენა, როგორც კონცენტრიულ, ისე რადიანულ შრეებშიაც. განვიხილოთ ეს ამოცანაც.

**§ 38. დიფერენციალური განტოლების უდგენა მბრუნავი ტანის უმცარი დამუხრუჭების შესასწავლად**

განვიხილოთ უეცრივი დამუხრუჭება ისეთი დრეკადი ტანისა, რომელიც რაიმე მრუდი წირის სივრცეში ბრუნვით მიიღება და მისი ბრუნვის ღერძი ემთხვევა ტანის სიმეტრიის ღერძს. თუ ასეთ ტანს გავკვეთავთ ბრუნვის ღერძის მართობად, მივიღებთ წრეს (ნახ. 73). გამოყოთ ამ წრეში  $dx$  სისქის შრე. ეს შრე ტანის გასწვრივ ქმნის  $dx$  კედლის სისქის მქონე ცილინდრს, რომლის სიგრძე ( $y$ ) მსახველის გასწვრივ, დამოკიდებულია რადიუსის სიდიდეზე. დარტყმის ამოცანის გამარტივების მიზნით, შესაძლებელია დავეყაროთ შემდეგ დაშვებებს:



ნახ. 73.

1. გამოყოფილი ცილინდრული ფორმის შრე არც იქიმება და არც იკუმშება, არამედ განიცდის მხოლოდ ძვრას.

2. გამოყოფილი ცილინდრის შიგა ფართულზე ვითარდებიან ერთი

და იგივე მხევი ძაბევი, რომელთა მოქმედების მიმართულება ემთხვევა ბრუნვის მიმართულებას.

აღნიშნული ცილინდრის შიგა  $F(x)$  ფართეულზე იმოქმედებს წრიული ძალა

$$\tau(x) \cdot F(x)$$

გარეთაზე კი

$$[\tau(x) + d\tau(x)][F(x) + dF(x)].$$

როდესაც გამოყოფილი რგოლის  $dx$  სისქე უსასრულოდ მცირე სიდიდისაკენ მიისწრაფის, მაშინ აღნიშნული ორი წრიული ძალის სხვაობა ტოლია ინერციის იმ მოცულობითი წრიული ძალისა, რომელიც დამუხრუქების დროს თავს იჩენს  $dx$  სისქის მქონე გამოყოფილ რგოლში.

ამრიგად:

$$[\tau(x) + d\tau(x)][F(x) + dF(x)] - \tau(x)F(x) = \rho F(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx,$$

რომელიც ვეაძლევს

$$\frac{\partial \tau(x)}{\partial x} + \frac{F'(x)}{F(x)} \tau(x) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

ანუ

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \tau = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

ჩასმით

$$\tau = G \frac{\partial u}{\partial x}$$

გვექნება

$$b^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{F'(x)}{F(x)} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (8-24)$$

სადაც:

$$b = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (8-25)$$

აღსანიშნურია, რომ მხევი ძაბევის შემსწავლელი ჩვენს მიერ გაზოყვანილი (8-6) და (8-24) დიფერენციალური განტოლება ანალოგიურია, სენვენანის ცნობლ (2-35) იმ განტოლებისა, რომლითაც შეისწავლება დრეკად ტანთა ცენტრალური შეჯახება. ეს იმის საშუალებას ვეაძლევს, რომ ზოგჯერ გამოვიყენებ ჩავატაროთ ანალოგიურობაზე დაყრდნობით.

#### § 9. მბრუნავი ტანის დამუხრუქების ზოგირითი ამოცანის განხილვა

განვიხილო უეცრივი დამუხრუქების ისეთი შემთხვევა, როდესაც მბრუნავი ტანი ღერძიდან  $x$  მანძილზე მდებარე ცილინდრული ფართეული (კვეთი) ივლება კანონით:

$$F(x) = 2\pi RB \left( \frac{x}{R} \right)^m \quad (8-26)$$

ასეთ შემთხვევაში დარტყმის შემსწავლელ განტოლებას, (8-24) გამოსახულების დახმარებით, ექნება ასეთი სახე:

$$b^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{m}{x} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (8-27)$$

ვეძებთ ამ განტოლების ამონახსნი ორი ფუნქციის ნამრავლის სახით:

$$u = X(x) \cdot (A \sin kbt + B \cos kbt). \quad (8-28)$$

თუ ამ უქანასკნელ გამოსახულებას შევიტანთ (8-27) დიფერენციალურ განტოლებაში, მივიღებთ

$$X''(x) + \frac{m}{x} X'(x) + k^2 X(x) = 0. \quad (8-29)$$

ეს გამოსახულება ბესელის\* ცნობილი განტოლებაა, რომლის ამონახსნიც ასეთი სახისაა:

$$X(x) = cx^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + Dx^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx), \quad (8-30)$$

სადაც  $I_{\frac{m-1}{2}}$  და  $I_{\frac{1-m}{2}}$  არის ბესელის ფუნქციები.

(8-30) ამონახსნის დახმარებით (8-28) მიიღებს სახეს:

$$u = (A \sin kbt + B \cos kbt) [cx^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + Dx^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx)]. \quad (8-31)$$

რადგან დამუხრუჭების დაწყების მომენტში ( $t=0$ ) დეფორმაცია ტოლია ნულისა ( $u=0$ ), ამიტომ (8-31) ამონახსნში უნდა იყოს  $B=0$ . თუ ნამრავლს  $Ac$  და  $AD$  აღვნიშნავთ  $c_1$  და  $c_2$  ასოებით, მაშინ (8-31) ნაცვლად გვიქნება

$$u = [c_1 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + c_2 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx)] \sin kbt. \quad (8-32)$$

ამ გამოსახულებაში შემავალი  $c_1$ ,  $c_2$  და  $k$  მუდმივი კოეფიციენტები განისაზღვრებიან ყოველი კერძო სახის ამოცანის ბუნებიდან გამომდინარე სასაზღვრე და საწყისი პირობებიდან.

განვიხილოთ მბრუნავი ტანის უეცრივი დამუხრუჭებს რამდენიმე კონკრეტული ამოცანა.

\* Т. Барман и М. Био, Математические методы в инженерном деле, ОГИЗ М.—Л., 1948.

ამოცანა პირველი. ა კუთხური სიჩქარით მბრუნავი ბორბალი (ნახ. 74), რომლის  $x$  მანძილზე მდებარე ცილინდრული  $F(x)$  ფართეული იცვლება კანონით

$$F(x) = F = \text{const} \quad (8-33)$$

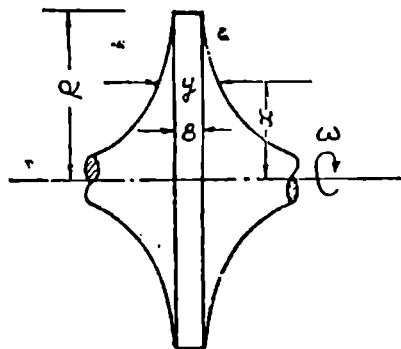
განიცდის უეცრივ დამუხრუჭებას ბრუნვის ღერძის გასწვრივ.

ვიპოვოთ ბორბალში განვითარებული მხები ძაბვების სიდიდე, თუ ბორბლის სისქე ( $y$ ) იცვლება კანონით

$$y = B \frac{R}{x}, \quad (8-33)$$

მაშინ ასეთი ბორბლის ბრუნვის ცენტრიდან  $x$  მანძილზე აღებული ცილინდრული კვეთის ფართობი ტოლი იქნება მუდმივი სიდიდისა:

$$\begin{aligned} F(x) &= 2\pi x \cdot y = 2\pi x \frac{BR}{x} = \\ &= 2\pi RB = \text{const}. \quad (8-34) \end{aligned}$$



ნახ. 74.

ასეთი მუდმივი სიდიდის მისაღებად (8-26) გამოსახულების დახ-

მარებით უნდა დაგვევა, რომ  $m=0$ . ამ უკანასკნელი მონაცემის მიხედვით კი (8-32) ამონახსნი დაიყვანება სახეზე:

$$u = (B_1 \sin kx + B_2 \cos kx) \sin kbt, \quad (a)$$

სადაც  $B_1$ ,  $B_2$  და  $k$  კოეფიციენტების გამოსათვლელად უნდა გამოვიყენოთ სათანადო საწყისი და სასაზღვრე პირობები.

თუ მბრუნავი ბორბლის ღერძის დამუხრუჭების დაწყებას აღვნიშნავთ  $t=0$  დროთი, მაშინ, რადგან ამ მომენტისათვის ბორბლის მასალა ჯერ კიდევ არ არის დეფორმირებული, ამიტომ უნდა გვქონდეს საწყისი პირობა:

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ \Big|_{t=0} \end{aligned} \quad (8-35)$$

როგორც ვხედავთ, ეს პირობა უკვე დაკულია (a) გამოსახულებაში. ბრუნვის ღერძის უსასრულოდ მცირე ახლო უბანში  $u$  დეფორმაცია ნულის ტოლია, რაც გვაძლევს სასაზღვრე პირობას:

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ \Big|_{x=0} \end{aligned} \quad (8-36)$$



ამ პირობის დაცვას (ა) გამოსახულებაში მხოლოდ მაშინ ექნება ადგილი, როდესაც  $B_2=0$ . ამრიგად (ა) ამონახსნის ნაცვლად გვექნება

$$u = B_1 \sin kx \sin kbt. \quad (b)$$

ბორბლის  $x=R$  უბანი არ განიცდის დეფორმირებას, ამიტომ ამ უბნისათვის გვაქვს მეორე სასაზღვრე პირობა:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=R} = 0. \quad (8-37)$$

ამ უკანასკნელი პირობის დაცვისას (ბ) ამონახსნი ლებულობს სახეს:

$$B_1 k \cos kR \cdot \sin kbt = 0,$$

რადგან, როცა  $k \neq 0$  და  $t \neq 0$  უნდა გვექონდეს

$$\sin kbt \neq 0,$$

ამიტომ

$$\cos kR = 0,$$

საიდანაც

$$k_n = \frac{n\pi}{2R}. \quad (n=1, 3, 5 \dots \infty)$$

ამ უკანასკნელი მონაცემის თანახმად ნათელი ხდება, რომ გვაქვს არა მხოლოდ ერთი (ბ) ამონახსნი, არამედ უსასრულოდ მრავალი, ამის გამო (ბ) გამოსახულების ნაცვლად საბოლოოდ გვექნება:

$$u = \sum_{n=1,3,5\dots} B_n \sin \frac{n\pi x}{2R} \sin \frac{n\pi bt}{2R}; \quad (c)$$

როდესაც მბრუნავი ტანის დამუხრუჭება მხოლოდ იწყება ( $t=0$ ), მაშინ მას აქვს  $w$  კუთხური სიჩქარე. ეს მეორე საწყისი პირობა ასე-ჩაიწერება

$$\frac{1}{x} \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = w.$$

თუ ამ პირობის დახმარებით მოვიძებნით  $B_n$  კოეფიციენტის მნიშვნელობას, მაშინ (c) გამოსახულება მიიღებს გარკვეულ სახეს:

$$u(x, t) = \frac{8\omega R^3}{\pi^2 b} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{2R} \cdot \sin \frac{n\pi bt}{2R}. \quad (8-38)$$

ჩასმით:  $bt = R$  და  $x = R$  ვლებულობთ მაქსიმალურ მხებ დეფორმაციას

$$u_{max} = \frac{8\omega R^3}{\pi^2 b} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n^2} \sin^2 \frac{n\pi}{2} = \frac{\omega R^3}{b},$$

ანუ:

$$u_{max} = \frac{\omega R^3}{b}. \quad (8.39)$$

(8.38) გამოსახულების ერთჯერ გაწარმოებით და ძერის მოდულზე გამრავლებით ზოიძებნება მხები ძაბვები:

$$\tau(x, t) = \frac{\omega RG}{b} \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi x}{2R} \cdot \sin \frac{n\pi bt}{2R}. \quad (8.40)$$

რომელიც ჩასმით:  $bt = R$ , ვლებულობს სახეს:

$$\tau \left( x, \frac{R}{b} \right) = \frac{\omega RG}{b} \cdot \frac{4}{\pi} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi x}{2R} \cdot \sin \frac{n\pi}{2}. \quad (d)$$

ფურიეს მწკრივთა თეორიის<sup>\*</sup> დახმარებით ადვილია იმის დამტკიცება, რომ როცა

$$0 < \frac{\pi x}{2R} < \pi$$

მაშინ

$$\sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi x}{2R} \cdot \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{4}.$$

ამრიგად,

$$\tau \left( x, \frac{R}{b} \right) = \frac{\omega RG}{b} = \omega R \sqrt{\rho G} = \text{const}. \quad (8.41)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა გვიჩვენებს, რომ განხილული ბორბლის (ნახ. 74) ღერძის უეცრივი დამუხრუქების დროს მასში ვითარდება ერთი და იგივე სიდიდის მხები მაქსიმალური ძაბვები.

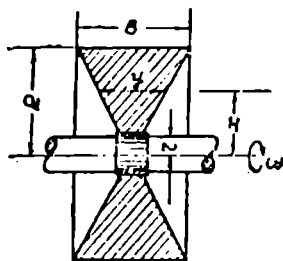
მასალის ეკონომიურობის თვალსაზრისით სასურველია, რომ ღერძის უეცრივ დამუხრუქებაზე მომუშავე ბორბალს ჰქონდეს (8.34) სახე (ნახ. 74).

აშოცანა შეორე. ა კუთხური სიჩქარით მბრუნავი დახრილ ფერდებიანი ბორბალი (ნახ. 75) განიცდის უეცრივ, დამუხრუქებას მისი მეტად

\* В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. 2. ОГИЗ — Гостехиздат М., 1948.

ხისტი ღერძის (ლილვის) დამაგრების გამო. ვიპოვოთ დამუხრუქების შედეგად განვითარებული ძხები მაქსიმალური ძაბვები.

დახრილ ფერდებიანი მქნევარა მასის (ბორბლის)  $x$  მანძილზე მდებარე სისქე კედლისა ტოლია



ნახ. 75.

$$y = B \frac{x}{R}.$$

ამ მოცემულობის დახმარებით  $F(x)$  ცილინდრული ფართეულისათვის გვექნება ფორმულა

$$F(x) = 2\pi xy = 2\pi x \frac{Bx}{R} = \frac{2\pi Bx^2}{R}$$

ანუ

$$F(x) = 2\pi RB \left( \frac{x}{R} \right)^2 \quad (8.42)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (8-26) თანახმად  $m=2$ , ამიტომ (8-32) ამონახსნი მიიღებს სახეს:

$$u = \frac{1}{x} (B_1 \sin kx + B_2 \cos kx) \cdot \sin kbt. \quad (a)$$

ამ გამოსახულებას თან ერთვის ორი სასაზღვრე და ორი საწყისი პირობა:

$$u = \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=R} \quad (8.43)$$

$$u = 0, \quad \left. \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = \omega. \quad (8.44)$$

(8-43) სასაზღვრე პირობების დაკმაყოფილებისას (a) ამონახსნი გვაძლევს:

$$B_1 = B \cos kr,$$

$$B_2 = -B \sin kr,$$

$$\operatorname{tg}(R-r) = kR.$$

რომელთა დახმარებითაც (a) ამონახსნი შეიცვლება გამოსახულებით:

$$u = \frac{1}{x} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin k_n(x-r) \sin k_n bt. \quad (8.45)$$

(8-44) მეორე საწყისი პირობის დაკმაყოფილებით (8-45) ამონახსნი გვაძლევს

$$x \cdot \omega = \frac{b}{x} \sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin k_n (x-r).$$

ეს უკანასკნელი გამოსახულება ჩასმით:  $x = r + bt$ , დაიყვანება ასეთი სახის დამხმარე ტოლობაზე

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin k_n bt = \frac{\omega r^2}{b} \left(1 + \frac{bt}{r}\right)^2 \quad (8-46)$$

(8-45) ამონახსნის ერთჯერ გაწარმოებით და ძვრის მოღუღლზე გამრავლებით შესაძლებელია გამოთვლა იმ მხები ძაბვებისა, რომლებიც ვითარდებიან დამუხრუქების უბანში

$$\tau(r, t) = \frac{G}{r} \sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin k_n bt,$$

რომელიც (8-46) ტოლობის დახმარებით მიიყვანება საბოლოო სახემდე:

$$\tau(r, t) = \frac{\omega r G}{b} \left(1 + \frac{bt}{r}\right)^2, \quad (8-47)$$

$$bt \leq (R-r)$$

რადგან

$$\omega r = v,$$

ამიტომ (8-47) ფორმულა შესაძლებელია გამოიხატოს სხვა სახითაც:

$$\tau = \frac{vG}{b} \left(1 + \frac{bt}{r}\right)^2, \quad (8-48)$$

$$bt \leq (R-r)$$

სადაც  $v$  — ბრუნვის ხაზოვანი სიჩქარეა  $r$  რადიუსით დაშორებული წერტილებისა (ნახ. 75).

როდესაც  $r$  უსასრულოდ დიდია, მაშინ (8-48) გამოსახულება დადის მხები ძაბვების გამოთვლელ იმ (8-8) ფორმულაზე, რომელიც შეესაბამება სიბრტყეზე  $v$  სიჩქარით მოძრავი ტანის ფუძის უეცრივ დამუხრუქებას (ნახ. 67).

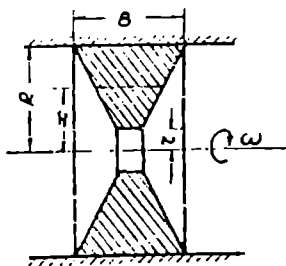
(8-47) გამოსახულებიდან მიიღება ორი ფორმულა:

$$\tau_{min} = \frac{\omega r G}{b}, \quad (8-49)$$

$$\tau_{max} = \frac{\omega r G}{b} \left( \frac{R}{r} \right)^2 \quad (8-50)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა\* გვიჩვენებს, რომ დამმუხრუქებელი ლილვის  $r$  რადიუსის შემცირებისას მხები ძაბვები შესამჩნევად იზრდება.

ამოცანა შესაშვ. ვთქვათ, რომ მეორე ამოცანაში განხილული მქნევა-რა ბორბალი მუხრუქდება არა მისი ღერძის უეცრივი დამაგრებით, არა-მედ გარე კონტურის უეცრივი შეჩერებით (ნახ. 76). ასეთ შემთხვევაში მხები ძაბვების გამოსათვლელი ფორმულები ღებულობენ (8-47) და (8-48) გამოსახულებათა ანალოგიურ სახეს:



ნახ. 76.

$$\tau(R, t) = \frac{\omega R G}{b} \left( 1 - \frac{bt}{R} \right)^2, \quad (8-51)$$

$$bt \leq (R - r),$$

საიდანაც:

$$\tau_{max} = \frac{\omega R G}{b}, \quad (8-52)$$

$$\tau_{min} = \frac{\omega R G}{b} \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad (8-53)$$

რადგან

$$\omega R = v_{max},$$

აზიტომ (8-52) გამოსახულება შეგვიძლია წარმოვადგინოთ სხვა ფორ-მითაც

$$\tau_{max} = \frac{G v_{max}}{b}, \quad (8-54)$$

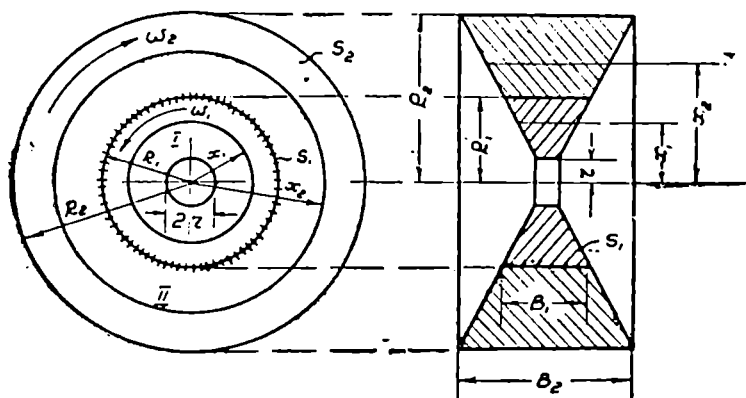
სადაც  $v_{max}$ —ბრუნვის ხაზოვანი მაქსიმალური სიჩქარეა.

აღსანიშნავია, რომ (8-52) ფორმულა ზუსტად ემთხვევა დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (7-54) შედეგს.

ამოცანა შეიძლება ურთიერთში ჩადგმული ორი, დახრილფერდებიანი ბორბალი ამუხრუქებენ ურთიერთს მათი შეხების საერთო საზღვარზე. განვსაზღვროთ მხები ძაბვების სიდიდე დამუხრუქების  $S_1$  კვეთში (ნახ. 77).

\* აღსანიშნავია, რომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით მიღებული (7-31) შედეგი ძლიერ ახლოსაა (8-50) ფორმულასთან, რაც მეტად საგულისხმოა ენერგეტიკული თეო-რიის შეფასებისათვის.

დარტყმით აღძრული მხები ძაბვების შემსწავლელ დიფერენციალურ განტოლებებს ექნებათ (8-27) გამოსახულების ანალოგიური სახე:



ნახ. 77.

პირველი ტანისათვის

$$b_1^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{m_1}{x_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad (a)$$

მეორისათვის

$$b_2^2 \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{m_2}{x_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}. \quad (b)$$

$x_1$  და  $x_2$  კვეთში გატარებული ცილინდრული ფართეულებისათვის გვექნება:

$$F_1(x_1) = 2\pi B_1 R_1 \left( \frac{x_1}{R_1} \right)^2$$

$$F_2(x_2) = 2\pi B_2 R_2 \left( \frac{x_2}{R_2} \right)^2$$

რადგან აქ  $m_1 = m_2 = 2$ , ამიტომ (a) და (b) დიფერენციალური განტოლებები შიილებენ უფრო გარკვეულ სახეს:

$$b_1^2 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{2}{x_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}; \quad (8.55)$$

$$b_2^2 \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{2}{x_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2},$$

ადაც  $r \leq x_1 \leq R_1$ ;  $R_1 \leq x_2 \leq R_2$ .

ამ განტოლებებს თან ერთვის განსახილველი ამოცანიდან გამომდინარე საწყისი და სასაზღვრე პირობები.

პირველი ტანისათვის:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0; \\ t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} u_1 &= 0; \\ x_1 &= R_1 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} &= 0. \\ x_1 &= r \end{aligned} \right\} \quad (8-56)$$

მეორე ტანისათვის:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= 0; \\ t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} u_2 &= 0; \\ x_2 &= R_2 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= 0. \\ x_2 &= R_2 \end{aligned} \right\} \quad (8-57)$$

ამ გამოსახულებებს ემატება აგრეთვე ორივე ტანისათვის საერთო პირობებიც:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \tau_2 = \tau, \\ x_1 &= R_1 \quad x_2 = R_2 \end{aligned} \right\}$$

ანუ

$$G_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=R_1} = G_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=R_1} = \tau \quad (8-58)$$

$$\frac{1}{x_1} \cdot \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{t=0} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u_2}{\partial t} \Big|_{t=0} = \omega, \quad (8-59)$$

სადაც  $\omega$  — ბრუნვის ფარდობითი კუთხური სიჩქარეა.

(8-55) განტოლებებს, (8-56), (8-57) საწყის და სასაზღვრე პირობებს აკმაყოფილებს შემდეგი სახის ამონახსნები:

$$u_1 = \frac{1}{x_1} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin k_n(R_1 - x_1) \sin k_n b_1 t, \quad (8-60)$$

$$u_2 = \frac{1}{x_2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin k_m(x_2 - R_1) \sin k_m b_2 t.$$

(8-59) საწყისი პირობების დაკმაყოფილება გვაძლევს:

$$\frac{b_1}{x_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin k_n(x_1 - R_1) + \frac{b_2}{x_2^2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m k_m \sin k_m(x_2 - R_1) = \omega.$$

რომელიც ჩასმით:

$$x_1 = R_1 - b_1 t; \quad x_2 = R_1 + b_2 t.$$

გვაძლევს დამხმარე ტოლობას:

$$\frac{b_1}{(R_1 - b_1 t)^2} \sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin k_n b_1 t + \frac{b_2}{(R_1 + b_2 t)^2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m k_m \sin k_m b_2 t = \omega. \quad (8-61)$$

თუ (8-60) გამოსახულების დახმარებით მოვძებნით მხებ ძაბვებს და შევიტანთ (8-58) პირობაში, გვექნება:

$$\frac{G_1}{R_1} \sum_{n=1}^{\infty} B_n k_n \sin k_n b_2 t = \frac{G_2}{R_1} \sum_{m=1}^{\infty} B_m k_m \sin k_m b_2 t = \tau.$$

ამ უკანასკნელი ტოლობის დახმარებით (8-61) გამოსახულება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\frac{b_1}{(R_1 - b_1 t)^2} \frac{R_1}{G_1} \cdot \tau + \frac{b_2}{(R_1 + b_2 t)^2} \frac{R_1}{G_2} \cdot \tau = \omega,$$

საიდანაც

$$\tau(R_1, t) = \frac{\omega R_1 G_1 G_2 \left(1 - \frac{b_1 t}{R_1}\right)^2 \left(1 + \frac{b_2 t}{R_1}\right)^2}{b_1 G_2 \left(1 + \frac{b_2 t}{R_1}\right)^2 + b_2 G_1 \left(1 - \frac{b_1 t}{R_1}\right)^2}; \quad (8-62)$$

$$b_1 t \leq (R_1 - r); \quad b_2 t \leq (R_2 - R_1).$$

სადაც  $\tau(R_1, t)$  არის ის მხები ძაბვა, რომელიც ვითარდება ორი მბრუნავი ტანის უეცრივი დამუხრუჭების  $S_1$  საერთო საზღვარზე (ნახ. 77);

$\omega$  — ფარდობითი კუთხური სიჩქარე ბრუნვისა;

$G_1$  — ერთი ტანის ძვრის მოდულია, ხოლო  $G_2$  — მეორისა;

$b_1$  — ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარეა პირველ ტანში, ხოლო  $b_2$  — მეორე ტანში.

უეცრივი დამუხრუჭების დაწყებიდან უსასრულოდ მცირე დროს გავლის შემდეგ, რასაც შეესაბამება დაშვება

$$b_1 t = \Delta x_1 \quad \text{და} \quad b_2 t = \Delta x_2,$$

(8-62) გამოსახულება გვაძლევს იმ უდიდეს ძაბვებს, რომლებიც ვითარდებიან დამუხრუჭების საერთო საზღვრის მეტად მცირე სისქის შრეებში:

$$\tau_{max} = \frac{\omega R_1 G_1 G_2}{b_1 G_2 + b_2 G_1}. \quad (8-63)$$



როდესაც ერთ-ერთი ტანი მაგალითად, მეორე აბსოლუტურად მაგარია, რასაც შეესაბამება დაშვება  $G_2 = \infty$ , მაშინ (8-62) ფორმულა დაიყვანება სახეზე:

$$\tau(R_1, t) = \frac{\omega R_1 G_1}{b_1} \left(1 - \frac{b_1 t}{R_1}\right)^2$$

$$b_1 t \leq (R_1 - r),$$

რომელიც ემთხვევა (8-51) შედეგს.

იმ შემთხვევაში, როდესაც პირველი ტანი აბსოლუტურად მყარია ( $G_1 = \infty$ ), მაშინ (8-62) გამოსახულება გვადლევს მბრუნავი ტანის შიგა კონტურით დამუხრუქების ამოკანის გადაწყვეტას

$$\tau(R_1, t) = \frac{\omega R_1 G_2}{b_2} \left(1 + \frac{b_2 t}{R_1}\right)^2,$$

$$b_2 t \leq (R_2 - R_1),$$

სადაც ამ შემთხვევაში  $\omega$  არის ბრუნვის აბსოლუტური კუთხური სიჩქარე.

დასასრულ უნდა შევნიშნოთ, რომ მხები ძაბვის გამომთვლელი (8-63) გამოსახულება ანალოგიურია ნორმალური ძაბვის განმსაზღვრელი (3-32) ფორმულისა. გარდა ამისა ჩასმით

$$b_1 t = R_1 - r \quad \text{და} \quad b_2 t = R_2 - R_1$$

(8-62) გამოსახულება გვადლევს მინიმალური მხები ძაბვების გამომთვლელ ფორმულას

$$\tau_{min} = \frac{\omega R_1 G_1 G_2}{b_1 G_2 \frac{R_1^2}{r^2} + b_2 G_1 \frac{R_2^2}{R_1^2}}. \quad (8-63 a)$$

მეტად თხელკედლიანი მბრუნავი რგოლების ურთიერთზე უეცრივი დამაგრების შემთხვევაში სამართლიანია დაშვება

$$R_1 \approx R_2 \approx r,$$

ამიტომ, ასეთ შემთხვევაში, (8-63 a) ფორმულა გვადლევს (8-63) შედეგს, რაც მოსალოდნელი იყო.

თავი მეცხრა

ღარგყვით ბრახუა მომუშავე ლილვების ანგარიში ანარგავიკული  
და ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით

§ 40. ცვალეადაი განივკვეთის მძონე ღკეადაი ლილვის  
მართი გოლოს უმცარივი ღაშუხრუშევა

ა) როცა გარკვეული კუთხური სიჩქარით მბრუნავი  $A$  ლილვი, რომელზედაც დამაგრებულია  $B$  მქნევერა მასა, განიცდის უეცრივ და ხისტ დამუხრუჭებას  $k-k$  კვეთში ( ნახ. 78), მაშინ ბრუნვის მთელი  $U$  კინეტიკური ენერგია გადადის  $A$  ლილვის გრების  $\Pi$  პოტენციალურ ენერგიაში. ამ მომენტში ლილვში ვითარდებიან მაქსიმალური მნიშვნელობის მხევი ძაბეები, რომელთა გამოთვლას დიდი მნიშვნელობა აქვს ლილვის სიმტკიცეზე ანგარიშისათვის.

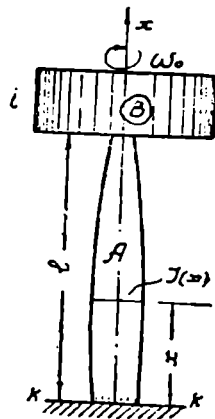
ღარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U, \quad (a)$$

ეს ტოლობა, რომ გარკვეული სახის განტოლებად გადაეაქციოთ, ამისათვის საჭიროა გამოვიყენოთ ასეთი მეთოდი: 1)  $U$  ფაქტორი გამოიხატოს ბრუნვის  $\omega_0$  კუთხურ სიჩქარესა და მბრუნავი მასის  $i$  ინერციის მომენტში. 2) დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერგია კი მხებ ძაბეებში (თუ მხებ ძაბეებს ვეძებთ), ან მობრუნების კუთხეში (თუ მობრუნების კუთხის გამოთვლა გვინტერესებს), ან მგრებაე მომენტში (როდესაც გვინტერესებს ამ ფაქტორის უშუალო გამოთვლა).

პირველი საკითხის პასუხს გვაძლევს კლასიკური მექანიკა:

$$U = \frac{1}{2} i \omega_0^2. \quad (9-1)$$



ნახ. 78.

ხოლო მეორე საკითხის გარკვევა დაკავშირებულია მასალათა გამძლეობის მონაცემებთან. განვიხილოთ ეს საკითხიც.

მასალათა გამძლეობაში ცნობილია, რომ დრეკადი ღეროს მოგრების  $\varphi$  კუთხესა და მის მომენტს  $M_{\text{გრ}}$  მგრებაზე მომენტს შორის არსებობს გარკვეული ფუნქციონალური დამოკიდებულება:

$$\varphi = f(M_{\text{გრ}}), \quad (9-2)$$

ან

$$M_{\text{გრ}} = F(\varphi). \quad (9-3)$$

მეორეს მხრივ, ცნობილია, რომ  $\varphi$  კუთხის დრეკადი მოგრებისას,  $M_{\text{გრ}}$ —მგრებაზე მომენტი ასრულებს მუშაობას (რომელიც, ჩვენი ამოცანის შემთხვევაში პოტენციალური ენერჯის ტოლფასია):

$$\Pi = \int_{\varphi_0}^{\varphi_{\text{max}}} M_{\text{გრ}} \cdot d\varphi, \quad (9-4)$$

ანუ

$$\Pi = \int_{M_0}^{M_{\text{max}}} M_{\text{გრ}} \cdot d\varphi. \quad (9-5)$$

ამ მოცემულობათა დახმარებით და (ა) ტოლობის გათვალისწინებით შესაძლებელია შედგეს ორი სახის განტოლება: მობრუნების კუთხის (ანუ დეფორმაციის) განმსაზღვრელი

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_{\text{max}}} M_{\text{გრ}} \cdot d\varphi = \frac{1}{2} i \omega_0^2 \quad (9-6)$$

და მგრებაზე მომენტის გამომთვლელი

$$\int_{M_0}^{M_{\text{max}}} M_{\text{გრ}} \cdot d\varphi = \frac{1}{2} i \omega_0^2, \quad (9-7)$$

სადაც ჩაისმის  $d\varphi = f'(M_{\text{გრ}}) dM_{\text{გრ}}$ .

ჩადგან ლილვების დრეკადობის ფარგლებში დეფორმირებისას (9-2) და (9-3) გრების დეფორმაციის ფუნქციები წარფივებია:

$$\varphi = \gamma M_{\text{გრ}} \quad (9-8)$$

ანუ

$$M_{\text{გრ}} = \frac{\varphi}{\gamma}. \quad (9-9)$$

ამიტომ (9-6) და (9-7) განტოლებები ლებულობენ სრულიად გარკვეულ ფორმას:

1) მობრუნების კუთხისათვის ჩასმით  $M_{\delta r} = \frac{\varphi}{\gamma}$ , გვექნება:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_{max}} \frac{\varphi}{\gamma} \cdot d\varphi = \frac{1}{2} i \omega_0^2,$$

საიდანაც

$$\varphi_{max} = \sqrt{\varphi_0^2 + \gamma i \omega_0^2}, \quad (9-10)$$

სადაც  $\varphi_{max}$ —ლილვის მაქსიმალური მოგრების კუთხეა, ანუ ლილვის ერთი ფუძის შემობრუნება მეორე ფუძის მიმართ;  $\varphi_0$ —ის კუთხეა, რომელითაც ვთქვათ, წინასწარ (ე. ი. დარტყმის დაწყებამდე) იყო ლილვი მოგრებილი;  $\gamma$ —ერთეული მგრებავი მომენტით გაძოწვეული მოგრების კუთხეა (რომელსაც წმეგვიძლია ვუწოდოთ მოქნადობის უკოეფიციენტი გრებაზე).

როდესაც ლილვი წინასწარ მოგრებილი არ არის ( $\varphi_0 = 0$ ), მაშინ (9-10) გამოსახულება მარტივდება

$$\varphi_{max} = \omega_0 \sqrt{\gamma i}, \quad (9-11)$$

სადაც  $i$ —მბრუნავი მასის ინერციის მომენტია ბრუნვის ღერძის მიმართ, რომელიც გამოითვლება მექანიკის ცნობილი ფორმულებით და რომელშიაც გათვალისწინებული უნდა იქნას თვით ლილვის ინერციული მასის გავლენაც.

2) მგრებავი მომენტისათვის ჩასმით  $d\varphi = \gamma dM_{\delta r}$ , გვექნება

$$\gamma \int_{M_0}^{M_{max}} M_{\delta r} dM_{\delta r} = \frac{1}{2} i \omega_0^2,$$

საიდანაც

$$M_{max} = \sqrt{M_0^2 + \frac{i \omega_0^2}{\gamma}} \quad (9-12)$$

სადაც  $M_{max}$ —დარტყმით აღძრული მაქსიმალური მგრებავი მომენტია, ხოლო  $M_0$ —სტატიკური მგრებავი მომენტი, რომელიც მოდებული იყო ლილვზე დარტყმის დაწყებამდე.

თუ ლილვი წინასწარ არ იყო მოგრებილი ( $M_0 = 0$ ), მაშინ (9-12) გამოსახულება ლებულობს მარტივ სახეს:

$$M_{max} = \omega_0 \sqrt{\frac{i}{\gamma}}. \quad (9-13)$$

ცვალეზადი განივკვეთის მქონე  $A$  ლილვისათვის (ნახ. 78) მოქნადობის  $\gamma$  კოეფიციენტი გამოითვლება მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულით

$$\gamma = \int_0^l \frac{dx}{I(x) \cdot G}, \quad (9-14)$$

სადაც  $l$ —დარტყმის მიმღები ლილვის მუშა სიგრძეა;

$I(x)$ —ლილვის განივკვეთის ინერციის პოლარული მომენტი;

$G$ —ძვრის მოდული.

ცილინდრული ფორმის ლილვის (ნახ. 79) შემთხვევაში

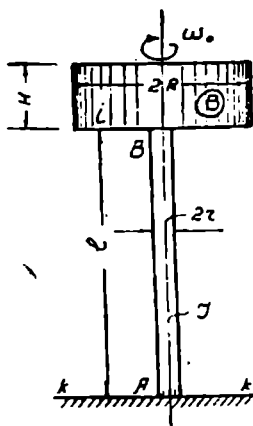
$$I(x) = \frac{1}{2} \pi r^4 = \text{const},$$

ამიტომ (9-14) ფორმულის თანახმად

$$\gamma = \frac{2l}{\pi r^4 G}. \quad (9-15)$$

როდესაც ლილვის ბოლოზე დამაგრებული მქნევარა მასა მთლიანია და ცილინდრული ფორმისაა (ნახ. 79), მაშინ მისი მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ ტოლია

$$i = \frac{1}{2} \rho \pi H R^4, \quad (9-16)$$



ნახ. 79.

სადაც  $\rho$  არის მქნევარა მასის სიმკვრივე;

$H$ —ცილინდრული მქნევარა მასის სიმაღლე;

$R$ —იგივე მასის რადიუსი.

თუ ლილვის საკუთარი მასის გავლენას უგულვებელყოფთ, მაშინ  $AB$  ლილვის მთელ სიმაღლეზე (ნახ. 79) ბრუნვითი დარტყმის დროს (ე. ი. მბრუნავი ლილვის  $A$  ბოლოს უეცრივი დამუხრუჭებისას) უნდა განვითარდეს ერთი და იგივე სიდიდის დარტყმითი მგრეხავი მომენტი. ან მომენტის რიცხვითი

სიდიდე გამოითვლება (9-13) ფორმულით, რომელიც ჩასმით:

$$\gamma = \frac{2l}{\pi r^4 G}$$

გეძლევეს

$$M_{max} = \omega_0^2 \sqrt{\frac{\pi i G}{2l}} \quad (9-17)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების დახმარებით მოიძებნება ლილვში განვითარებული მხები ძაბვებიც

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_p} = \omega_0 r \sqrt{\frac{2iG}{\pi l r^4}} \quad (9-18)$$

რომელიც ჩასმით

$$i = \frac{1}{2} \rho \pi H R^4$$

ღებულობს სრულიად გარკვეულ სახეს:

$$\tau_{max} = \omega_0 r \sqrt{\frac{H R^4}{l r^4}} \cdot \rho G \quad (9-19)$$

როდესაც  $r=R$  და  $H=l$ , ე. ი. დამუხრუჭებას განიცდის ცილინდრული ფორმის ღერო (ნახ. 80), მაშინ (9-19) ფორმულა მარტივდება:

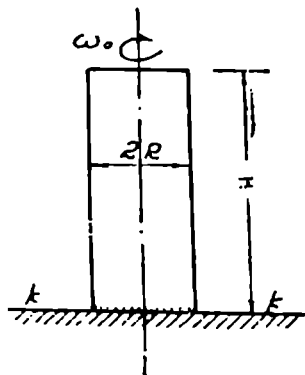
$$\tau_{max} = \omega_0 R \sqrt{\rho G} \quad (9-20)$$

სადაც  $\tau_{max}$ —ცილინდრულ ტანში განვითარებული მხები ძაბვებია;  $\omega_0$ —ტანის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე;  $\rho$ —მასალის სიმკვრივე; ხოლო  $G$ —ძვრის მოდული.

აღსანიშნავია, რომ ეს (9-20) შედეგი, როგორც ამას ქვემოთ დავინახავთ, ზუსტად ემთხვევა ტალღური თეორიის გამოყენებით მიღებულ შედეგს.

მხები ძაბვების განსაზღვრა  $AB$  ლილვში (ნახ. 79) შესაძლებელია მოგვეხდინა უფრო მარტივი მეთოდიტაც. როდესაც  $AB$  ლილვის საკუთარი მასის გავლენა უგულვებელყოფილია, მაშინ ლილვის მთელ  $AB$  სიმაღლის გასწვრივ იმოქმედებს ერთი და იგივე სიდიდის მგრეხავი მომენტი, ასეთ შემთხვევაში მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის თანახმად, გრეხის პოტენციალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით:

$$\Pi = \frac{\tau_{max}^2}{4G} \cdot \pi r^3 l$$



ნახ. 80.

რადგან მეორეს მხრივ, (9-1) და (9-16) ფორმულების თანახმად

$$\Pi = \frac{1}{2} \omega_0^2 i = \frac{1}{2} \omega_0^2 \cdot \frac{1}{2} \rho \pi H R^4,$$

ამიტომ გატოლებით:  $\Pi = U$

პირდაპირ მივიღებდით (9-19) ფორმულას.

ბ) მქნევარა მასის მქონე მბრუნავი ლილვის (ნახ. 79) უეცრივი დამუხრუჭების საკითხი ჩვენ ზემოთ გავაშუქეთ მხოლოდ ენერგეტიკული თეორიის გამოყენებით, ახლა შევვხებით იგივე საკითხებს დარტყმის ვიბრაციული თეორიის თვალსაზრისითაც.

თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, რომ

$$M = -i \frac{d\omega}{dt}, \quad (9-21)$$

სადაც  $M$ —ერთი ბოლოთი უეცრივად დამუხრუჭებულ ლილვზე მოქმედი მგრეხავი მომენტი (ნახ. 79); ხოლო  $i$ —უწონადო  $AB$  ლილვის ბოლოზე დამაგრებული მასის ინერციის მომენტი;  $\frac{d\omega}{dt}$  — მბრუნავი მასის კუთხური აჩქარება.

რადგან, საერთოდ  $\omega$  კუთხური სიჩქარე დაკავშირებულია  $t$  დროსა და ლილვის განივკვეთის შემობრუნების  $\varphi$  კუთხესთან ცნობილი დამოკიდებულებით

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

ამიტომ (9-21) გამოსახულება მიიღებს დიფერენციალური განტოლების ასეთ სახეს:

$$\frac{d\varphi^2}{dt^2} + \frac{M}{i} = 0. \quad (9-22)$$

ეს განტოლება ჯერ კიდევ არ არის გარკვეული, რადგან იგი  $t$  დროს გარდა შეიცავს ორ უცნობს  $\varphi$  და  $M$ . ამ ორ ფაქტორს შორის არსებულ დამოკიდებულებას იკვლევს მასალათა გამძლეობა. როცა  $AB$  ლილვის (ნახ. 76) საკუთარი მასის გავლენა უგულებელყოფილია და ლილვი მუშაობს მხოლოდ დრეკადი დეფორმაციის ფარგლებში, მაშინ ცნობილი (9-8) ფორმულის თანახმად

$$\varphi = \gamma M,$$

სადაც  $\gamma$ —ერთეული მგრეხავი მომენტით გამოწვეული მობრუნების კუთხეა  $AB$  ლილვის ზედა  $B$  ფუძისა ქვედა  $A$  ფუძის მიმართ (ნახ. 79). (9-8) მონაცემის საფუძველზე, (9-22) გამოსახულება გვაძლევს ორი სახის დიფერენციალურ განტოლებას:

1. ჩასმით  $M = \varphi \cdot \gamma$  ვღებულობთ დეფორმაციის დროში ცვალებადობის ამსახველ განტოლებას

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + b^2\varphi = 0, \quad (9-23)$$

სადაც

$$b = \sqrt{\frac{1}{\gamma l}}. \quad (9-24)$$

2. ჩასმით  $\varphi = \gamma \cdot M$ , გვექნება მგრეხავი მომენტის  $l$  დროში ცვალებადობის შემსწავლელი განტოლება

$$\frac{d^2M}{dt^2} + b^2M = 0. \quad (9-25)$$

რადგან (9-8) დამოკიდებულება მოცემულია, ამიტომ საკმარისია ერთ-ერთი ფაქტორის ( $\varphi$  ან  $M$ ) შესწავლა.

გაეარჩიოთ (9-25) მგრეხავი მომენტის დიფერენციალური განტოლება. ამ განტოლების ზოგადი ამონახსნი ასეთია:

$$M = A \sin bt + B \cos bt. \quad (9-26)$$

როდესაც დამუხრუქება მხოლოდ იწყება ( $t=0$ ), მაშინ ლილვზე არავითარი მგრეხავი მომენტი არ მოქმედებს, აქედან კი დგება პირობი საწყისი პირობა:

$$\left. \begin{aligned} M &= 0 \\ t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9-27)$$

ამ პირობას მხოლოდ მაშინ დააკმაყოფილებს (9-26) ამონახსნი, როდესაც  $B=0$ , მაშასადამე, (9-26) გამოსახულების ნაცვლად გვექნება

$$M = A \sin bt. \quad (9-28)$$

როდესაც დამუხრუქება მხოლოდ იწყება ( $t=0$ ), მაშინ ბრუნვის კუთხური სიჩქარე ტოლია  $\omega_0$  სიდიდისა, ამიტომ აქედან დგება მეორე საწყისი პირობა

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_0 \\ t &= 0 \end{aligned} \right\}$$

რომელიც (9-8) გამოსახულების დახმარებით, ასე ჩაიწერება:

$$\left. \frac{dM}{dt} = \frac{\omega_0}{\gamma} \right|_{t=0} \quad (9-29)$$



ამ უკანასკნელი პირობის დაკმაყოფილების დროს (9-28) გამოსახულება გვაძლევს

$$A = \frac{\omega_0}{\gamma b}.$$

ამ მონაცემის ჩასმით, (9-28) გამოსახულების ნაცვლად მივიღებთ საბოლოო ფორმულას

$$M = \frac{\omega_0}{\gamma b} \cdot \sin bt,$$

ანუ (9-24) გამოსახულების თანახმად:

$$M = \omega_0 \sqrt{\frac{t}{\gamma}} \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{\gamma i}}. \quad (9-30)$$

როდესაც

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\gamma i}, \quad (9-31)$$

მაშინ დარტყმით განვითარებული მგრეხავი მომენტი აღწევს თავის მაქსიმალურ სიდიდეს

$$M_{max} = \omega_0 \sqrt{\frac{i}{\gamma}}. \quad (9-32)$$

როგორც ვხედავთ, ეს შედეგი ზუსტად ემთხვევა ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (9-13) ფორმულას.

თუ (9-30) გამოსახულებას გავაწარმოებთ  $t$  დროთი და გავამრავლებთ  $\gamma \cdot t$ -ზე, მაშინ (9-29) ფორმულის თანახმად, მივიღებთ კუთხური სიჩქარის ცვალებადობას დროში

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot \cos \frac{t}{\sqrt{\gamma i}}. \quad (9-33)$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებაში ჩავსვამთ (9-31) ფორმულით გამოხატულ დროს, მაშინ  $\omega(t)$  კუთხური სიჩქარე გაუტოლდება ნულს, აქედან ის დასკვნა გამომდინარეობს, რომ (9-31) ფორმულით გამოხატული  $t_0$  დრო შეესაბამება იმ მომენტს, როდესაც ბრუნვის მთელი  $U$  კინეტიკური ენერგია ღებულობს დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერგიის სახეს. მაშასადამე  $t_0$  დრო, დარტყმის მხოლოდ ნახევარი დროა, სრული დრო კი (რომლის განმავლობაშიაც ადგილი აქვს არა მხოლოდ იმას, რომ ბრუნვის მთელი კინეტიკური ენერგია გადადის პოტენციალურში, არამედ ხდება პოტენციალური ენერგიის უკუგადასვლა ბრუნვის კინეტიკურ ენერგიაში) ტოლია:

$$T_{დაკ.} = 2t_0 = \pi \sqrt{\gamma i}. \quad (9-34)$$

თუ უეცრივი დამუხრუქების  $T$  მთლიანი დრო ცნობილია ექსპერიმენტის საშუალებით, მაშინ ბრუნვითი დარტყმის შედეგად მიღებული მგრეხავი მომენტის საშუალო მნიშვნელობა შეიძლება მოიძებნოს ფორმულით

$$M_{საშ.} = \frac{i\omega_0}{0,5T_{ღარ}} \quad (9-35)$$

ეს გამოსახულება ჩასმით

$$T_{ღარ} = \pi\sqrt{\gamma_i}$$

გვაძლევს მგრეხავი მომენტის ისეთ მნიშვნელობას

$$M_{საშ.} = \frac{2}{\pi} \omega_0 \sqrt{\frac{i}{\gamma}} \quad (9-36)$$

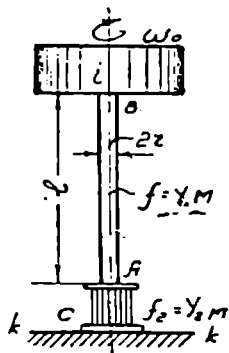
რომელიც საკმაოდ ახლოსაა ზუსტ (9-32) ფორმულასთან, ამას ჩვენ ხაზგასმით აღვნიშნავთ იმ მოსაზრების გამო, რომ ზოგიერთი ავტორი მოძრაობის რაოდენობას ყოფს არა დარტყმის დროის ნახევარზე, არამედ დარტყმის მთელ ხანგრძლივობაზე, რითაც ცდომილება იზრდება  $\pi$ -ჯერ ზუსტ ფორმულასთან შედარებით.

ა) ჩვენ განვიხილეთ მბრუნავი ლილვის ერთი ბოლოს მხოლოდ ხისტი დამუხრუქება. როგორც ცნობილია, პრაქტიკაში ადგილი აქვს დრეკად დამუხრუქებასაც, ე. ი. ისეთს, როდესაც დამუხრუქებელი ( $c$ ) აპარატი (ნახ. 81) თავის მხრივ შთანთქავს დეფორმაციის ენერგიის გარკვეულ ნაწილს. იყოს ლილვის დეფორმაციის ფუნქცია  $\varphi_1 = \gamma_1 M$ , დამუხრუქებელი აპარატისა კი —  $\varphi_2 = \gamma_2 M$ , მაშინ დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერგია მოიძებნება ფორმულით

$$\Pi = \frac{1}{2} \gamma_1 M^2 + \frac{1}{2} \gamma_2 M^2,$$

ანუ

$$\Pi = \frac{1}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) M^2. \quad (9-37)$$



ნახ. 81.

მეორეს მხრივ, ბრუნვით დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური  $U$  ენერგია ტოლია (9-1) ფორმულით გამოხატული სიდიდისა

$$U = \frac{1}{2} i\omega_0^2.$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ

$$\frac{1}{2} M^2 (\gamma_1 + \gamma_2) = \frac{1}{2} i \omega^2 \rho,$$

საიდანაც

$$M_{max} = \omega_0 \sqrt{\frac{i}{\gamma_1 + \gamma_2}}, \quad (9-38)$$

სადაც  $M_{max}$  არის ბრუნვითი დარტყმით აღძრული მგრეხავი მომენტის მაქსიმალური მნიშვნელობა;

$\omega_0$ —ბრუნვის კუთხური სიჩქარე დამუხრუქების დაწყების მომენტში;

$i$ —მბრუნავი მასის ინერციის მომენტი;

$\gamma_1$  და  $\gamma_2$ —ლილვისა და დამმუხრუქებელი აპარატის მოქნადობა.

რადგან ლილვის პოლარი წინააღობის მომენტი ტოლია გამოსახულებისა

$$W_p = \frac{1}{2} \pi r^3,$$

ამიტომ ლილვში განვითარებული მხები ძაბვებისათვის გვექნება სიმტკიცის ასეთი ფორმულა:

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_p} = \frac{2\omega_0}{\pi r^3} \sqrt{\frac{i}{\gamma_1 + \gamma_2}} \leq [\tau]. \quad (9-39)$$

როდესაც ბრუნვის  $\omega_0$  კუთხური სიჩქარე, ლილვის დიამეტრი და აგრეთვე მბრუნავი მასის სიდიდე წინასწარ მოცემულია, მაშინ (9-39) ფორმულიდან აღვიღოთ იმ მოქნადობის გამოთვლა, რომელიც უნდა ჰქონდეს დამმუხრუქებელ აპარატს, რათა დაუზიანებლად დაამუხრუქოს მბრუნავი სისტემა:

$$\gamma_2 \geq \frac{i \omega_0^2}{W_p^2 [\tau]^2} - \gamma_1,$$

ანუ

$$\gamma_2 \geq \frac{2U}{W_p^2 [\tau]^2} - \gamma_1, \quad (9-40)$$

სადაც:  $\gamma_2$  არის ის მოქნადობა (ანუ სიხისტე), რაც უნდა ჰქონდეს დამმუხრუქებელ (c) აპარატს (ნახ. 81);

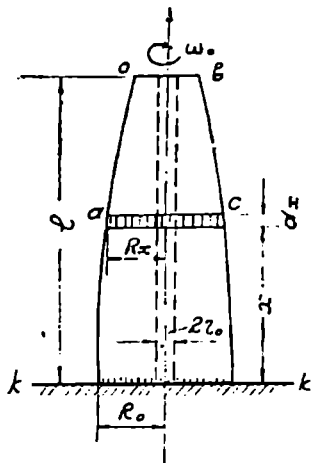
$U$ —დასამუხრუქებელი მბრუნავი სისტემის ბრუნვის მთელი კინეტიკური ენერჯია;

$W_p$ —ლილვის განივკვეთის პოლარი წინააღობის მომენტი;

[ $\tau$ ]—ლილვის მასალაზე დასაშვები მხები ძაბვა;

$\gamma_1$ —ლილვის მოქნადობა ანუ მისი მოგრების კუთხე გამოწვეული ერთეული მგრებაზე მომენტის მიერ.

დ) ზემოთ განხილული იყო უეცრივი დამუხრუქება ისეთი მბრუნავი-სისტემისა, რომლის  $\gamma$  ინერციული მასა მოთავსებულია ლილვის თავისუფალ ბოლოზე. ასეთ შემთხვევაში ლილვი დრეკად სისტემად (დარტყმის მიმღებ სისტემად) გვექონდა მიჩნეული, ხოლო  $\gamma$  მასიური მქნევარა მასა  $\gamma$  ხისტად (აბსოლუტურად უდეფორმირად). პრაქტიკაში შესაძლებელია ადგილი ექნეს განაწილებული მასის მქონე მბრუნავი სისტემის დამუხრუქებასაც (ნახ. 82). ასეთ შემთხვევაში, ბრუნვის კინეტიკური ენერგია (დარტყმის მაქსიმუმის დროს) გადავა რა დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში, გამოიწვევს მთელი ტანის დეფორმირებას და ამიტომ მის ყოველ განივკვეთში (განივკვეთის მართობ სიბრტყეშია) განვითარდებიან მხები ძაბვები. ვთქვათ, რომ წინასწარ ცნობილია ამ ძაბვების განაწილების კანონი:



ნახ. 82.

$$\tau(x) = \tau_0 \cdot \varphi(x), \quad (9-41)$$

სადაც  $\tau(x)$  არის მაქსიმალური მხები ძაბვა  $x$  კვეთის პერიფერიულ ნაწილში;

$\tau_0$ —მაქსიმალური მხები ძაბვა დამუხრუქების ( $x=0$ ) კვეთის პერიფერიულ ნაწილში;

$\varphi(x)$ —მხოლოდ  $x$ -ზე დამოკიდებული ფუნქცია, რომლის დასადგენად ჰიპოთეზის სახით ვუშვებთ, რომ დამუხრუქების დროს თითქოს მბრუნავი ტანის ყოველ ნაწილაკს ჰქონდეს ერთი და იგივე კუთხური  $a$  აჩქარება. ამ დაშვებისა და (9-21) ფორმულის თანახმად ნათელია, რომ:

$$M(x) = a \cdot i(x), \quad (9-42)$$

სადაც  $M(x)$  ის მგრებაზე მომენტია, რომელიც ვითარდება  $x$  კვეთში, ხოლო  $i(x)$ —მბრუნავი ტანის  $abcd$  ნაწილის მასის ინერციის მომენტია ბრუნვის ღერძის მიმართ (ნახ. 82).

ამ უკანასკნელი გამოსახულების და მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის დახმარებით

$$\tau(x) = \frac{M(x)}{W(x)} = \frac{a \cdot i(x)}{W(x)},$$

სადაც  $W(x)$ —წინაღობის პოლარი მომენტია მბრუნავი ტანის  $x$  განივ-  
კვეთში. ეს გამოსახულება შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ასედაც:

$$\tau(x) = \frac{a \cdot i_0}{W_0} \cdot \frac{W_0}{i_0} \cdot \frac{i(x)}{W(x)},$$

ანუ, რადგან

$$\frac{a \cdot i_0}{W_0} = \tau_0,$$

ამიტომ

$$\tau(x) = \tau_0 \frac{W_0}{i_0} \cdot \frac{i(x)}{W(x)}. \quad (9.43)$$

თუ ამ გამოსახულებას შევადარებთ ძაბვების (9.41) ფუნქციასთან, დავი-  
ნახავთ, რომ მიღებული ჰიპოთეზის თანახმად

$$\varphi(x) = -\frac{W_0}{i_0} \cdot \frac{i(x)}{W(x)}, \quad (9.44)$$

სადაც  $W_0$ —წინაღობის პოლარი მომენტია დამუხრუჭების კვეთში, ხო-  
ლო  $\tau_0$ —ამ კვეთში განვითარებული მაქსიმალური მხები ძაბვაა.

რადგან გრეხით გამოწვეული მხები ძაბვები განივკვეთში განაწილე-  
ბულია სამკუთხედის კანონით, ამიტომ ტანის ბრუნვის ლერძიდან  $r$  მან-  
ძილზე და დამუხრუჭების სიბრტყიდან  $x$  მანძილზე მდებარე წერტილში  
მოქმედი მხები ძაბვა ტოლი იქნება სიდიდისა

$$\tau(r, x) = \tau(x) \cdot \frac{r}{R(x)} = \frac{\tau_0 W_0}{i_0} \cdot \frac{i(x)}{W(x)} \cdot \frac{r}{R(x)},$$

ანუ

$$\tau(r, x) = \frac{W_0 \tau_0}{i_0} \cdot \frac{i(x)}{W(x)} \cdot \frac{r}{R(x)}, \quad (9.45)$$

სადაც  $R(x)$ —ტანის მსახველზე მდებარე წერტილის დაშორებაა ბრუნვის  
ლერძიდან.

(9.45) ფორმულის დახმარებით შესაძლებელია მოიძებნოს დეფორ-  
მაციის პოტენციალური ენერგია:

$$\Pi = \int_0^l \int_{r_0}^{R(r)} \frac{\tau^2(r, x)}{2G} \cdot 2\pi r dr dx$$

ანუ

$$\Pi = \frac{\pi W_0^2 \tau_0^2}{G i_0^2} \int_0^l \frac{i^2(x)}{W^2(x)} \int_{r_0}^{R(x)} \frac{r^3}{R^2(x)} dr \cdot dx. \quad (9.46)$$

ჩადგან  $W_0 \tau_0 = M_0$ , ამიტომ (9-56) ფორმულას შესაძლებელია მივცეთ ასეთი სახეც

$$\Pi = \gamma \frac{M_0^2}{2}, \quad (9-47)$$

სადაც (სათანადო გარდაქმნების დახმარებით)

$$\gamma = \frac{2}{\pi G} \int_0^l \frac{1}{(R^4(x) - r_0^4)} \cdot \frac{\left[ \int_0^l (R^4(x) - r_0^4) dx \right]^2}{\left[ \int_0^l (R^4(x) - r_0^4) dx \right]^3} dx. \quad (9-48)$$

აქაც  $\gamma$  არის განაწილებული მასის მქონე ტანის დაყვანილი სიხისტე (მოქნადობა გრეხისა);

$i_0$ —დამუხრუქებული ტანის მთელი მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ;

$G$ —ტანის მასალის ძვრის მოდული;

$M_0$ —დამუხრუქების კვეთში განვითარებული მგრეხავი მომენტი.

ჩადგან, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ, (9-47) და (9-1) გამოსახულების დახმარებით, დგება დარტყმით განვითარებული მაქსიმალური მგრეხავი მომენტის განმსაზღვრელი განტოლება:

$$\frac{1}{2} \gamma M_0^2 = \frac{1}{2} i_0 \omega_0^2,$$

საიდანაც

$$M_0 = \omega_0 \sqrt{\frac{i_0}{\gamma}}. \quad (9-49)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (9-43) ფორმულის დახმარებით, მხები ძაბვებისათვის გვექნება ასეთი საანგარიშო ფორმულა:

$$\tau(x) = \omega_0 \frac{i(x)}{W(x)} \sqrt{\frac{1}{\gamma i_0}}, \quad (9-50)$$

საიდანაც დამუხრუქების კვეთში განვითარებული ძაბვა ტოლია

$$\tau_0 = \frac{\omega_0}{W_0} \sqrt{\frac{i_0}{\gamma}}. \quad (9-51)$$

ამ უკანასკნელი (9-51) ფორმულის გამოყენების თვალსაზრისით განვიხილოთ მბრუნავი ტანის უეცრივი დამუხრუქების ორი კერძო შემთხვევა. ვთქვათ, რომ მბრუნავი მასიური ტანი ცილინდრული ფორმისაა, მაშინ (9-48) ფორმულა მოგვცემს

$$\gamma = \frac{2l}{3\pi R^3 G} \quad (9-52)$$

ტანის მბრუნავი მასის ინერციის მომენტისათვის და მისი განივკვეთის ინერციის პოლარი მომენტისათვის გვექნება გამოსახულებანი:

$$i_0 = \frac{1}{2} \pi R^3 \rho l; \quad W_0 = \frac{1}{2} \pi R^3.$$

ამ მნიშვნელობათა შეტანით, (9-51) ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\tau_0 = \omega_0 l \sqrt{3\rho G}, \quad (9-53)$$

სადაც  $\tau_0$  არის დამუხრუქების კვეთში (და ამ კვეთის მართობ.რადიანულ კვეთში) განვითარებული მხები ძაბვა;  $\rho$ —მბრუნავი ტანის სიმკვრივე;  $G$ —მასალის ძვრის მოდული.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ დამუხრუქებული ტანი წარმოადგენს თხელკედლიან ცილინდრს. ასეთი ტანისათვის (9-48) ფორმულა გვაძლევს

$$\gamma = \frac{l}{6\pi G \delta R_0^3}. \quad (9-54)$$

თხელკედლიანი ცილინდრული ტანის განივკვეთის პოლარული წინაღობის მომენტი და მბრუნავი ტანის მასის ინერციის მომენტი შესაბამისად ტოლია:

$$W_0 \approx 2\pi R_0^2 \delta; \quad i_0 \approx 2\pi R_0^3 \delta \rho l.$$

ზემოთ მოყვანილი ფაქტორების ჩასმით (9-49) ფორმულა მიიღებს ასეთ საბოლოო სახეს:

$$\tau_0 \approx \omega_0 R_0 \sqrt{3\rho G}, \quad (9-55)$$

სადაც  $R_0$ —მბრუნავი მილის (თხელკედლიანი ცილინდრის) საშუალო რადიუსია, ხოლო  $\delta$ —მილის კედლის სისქე.

დამუხრუქებული მილის კედლის სიმტკიცისათვის, (9-55) ფორმულის თანახმად, დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$\tau_0 = \omega_0 R_0 \sqrt{3\rho G} \leq [\tau], \quad (9-56)$$

სადაც  $[\tau]$ —მასალაზე დასაშვები მხები ძაბვაა დარტყმის დროს.

ვ) როდესაც განაწილებული მასის მქონე მბრუნავი ტანი მუხრუქდება უეცრივ არა ხისტად, არამედ დრეკადად (ნახ. 83), მაშინ ბრუნვით

დარტყმაზე დახარჯული დეფორმაციის ენერჯიის ნაწილი იხარჯება დამმუხრუქებელი (c) აპარატის დეფორმირებაზე. თუ დამმუხრუქებელი აპარატი ისეთია, რომ მისი მობრუნების  $\varphi_2$  კუთხე პროპორციულია მასზე მოქმედი  $M_0$  მგრეხავი მომენტისა, ე. ი.  $\varphi_2 = \gamma_0 M_0$ , მაშინ დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერჯია (9-47) გამოსახულების ანალოგიური ფორმულით მოიძებნება:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \gamma_1 M_0^2 + \frac{1}{2} \gamma_2 M_0^2 = \\ &= \frac{1}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) M_0^2. \end{aligned} \quad (9-57)$$

თუ დამმუხრუქებელი აპარატი წინასწარ არის დაქიმული  $M_c$  მგრეხავი მომენტით, მაშინ (9-57) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\Pi = \frac{1}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) M_0^2 - \frac{1}{2} \gamma_2 M_c^2. \quad (9-58)$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად  $\Pi = U$ , ამიტომ

$$\frac{1}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) M_0^2 - \frac{1}{2} \gamma_2 M_c^2 = \frac{1}{2} i_0 \omega_0^2,$$

საიდანაც საძიებელი მგრეხავი მომენტის მაქსიმალური სიდიდე ტოლია

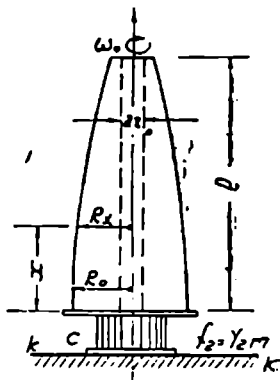
$$M_0 = \sqrt{\frac{\gamma_2 M_c^2 + i_0 \omega_0^2}{\gamma_1 + \gamma_2}}. \quad (9-59)$$

როდესაც დამმუხრუქებელი აპარატი წინასწარ დაუქიმივია ( $M_c = 0$ ), მაშინ (9-59) ფორმულა მარტივდება

$$M_0 = \omega_0 \sqrt{\frac{i_0}{\gamma_1 + \gamma_2}}. \quad (9-60)$$

თუ მასიური ტანის  $\gamma_1$  მოქნადობა (სიხისტე) გრეხაზე გაცილებით მცირეა დამმუხრუქებელი დრეკადი აპარატის  $\gamma_2$  მოქნადობაზე, მაშინ დაშვებით  $\gamma_1 \approx 0$ , გამოსახულება (9-59) მარტივდება

$$M_0 = \sqrt{M_c^2 + \frac{i_0 \omega_0^2}{\gamma_2}}. \quad (9-61)$$

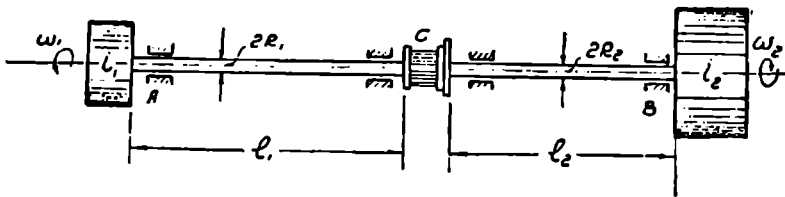


ნახ. 83.



§ 41. მგარუნავი ლილვების უმცირესი გადახმა ძუროთი

ა) წამყვანი ლილვის ბრუნვითი მოძრაობა რომ უეცრივ გადავცეთ ამყრლ ლილვს, ამისათვის აწყობენ სპეციალური სახის ქუროებს. ქუროების ანგარიში დარტყმით გადაცემებზე მნიშვნელოვანი პრაქტიკული საკითხია, რომელიც ჯერ კიდევ არ არის დამუშავებული სრულყოფილად.



ნახ. 84.

განვიხილოთ ქუროს გაანგარიშების ერთი საკითხი. წარმოვიდგინოთ, რომ (c) ქუროს მარცხნივ, წამყვანი ცილინდრული ლილვია მოთავსებული (ნახ. 84), ხოლო მარჯვნივ—ამყოლი. მათ ბოლოებზე დამაგრებულია მკნევერა მასები. როცა ქურო გამზადებულია უეცრივი ჩართვისათვის, მაშინ ერთი ლილვის ბრუნვითი კუთხური სიჩქარე მეორეს მიმართ შესაძლებელია აღწევდეს  $\omega_1$  ფარდობით კუთხურ სიჩქარეს. იყოს  $I_1$  ქუროს მარცხნივ მოთავსებული სისტემის მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ, ხოლო  $I_2$  ანალოგიური ფაქტორი ქუროს მარჯვნივ მყოფი სისტემისა. ვთქვათ ქუროს კონსტრუქცია ისეთია, რომ მისი დრეკადი შემობრუნება  $\varphi_c$  კუთხით წრფივი ფუნქციაა მასზე მოქმედი  $M$  მგრეხავი მომენტისა

$$\varphi_c = \gamma_c \cdot M, \quad (9-62)$$

სადაც  $\gamma_c$ —ქუროს მოქნადობაა, ანუ მისი მოგრების კუთხეა გამოწვეული ერთეული მგრეხავი მომენტის მოქმედებით. თუ ლილვებსა და ქუროს უწონადო სისტემებად ჩავთვლით, მაშინ  $AB$  სისტემის გასწვრივ (ნახ. 84), ქუროს უეცრივი ჩართვის დროს იმოქმედებს ერთი და იგივე მნიშვნელობის  $M$  მგრეხავი მომენტი, ამიტომ ამ სისტემაში დარტყმით დაგროვლი დეფორმაციის  $\Pi$  პოტენციალური ენერგია შეგვიძლია გამოვთვალოთ მასალათა გამძლეობის შემდეგი ცნობილი ფორმულებით:

$$\Pi = \frac{1}{2} \gamma_1 M^2 + \frac{1}{2} \gamma_2 M^2 + \frac{1}{2} \gamma_c M^2,$$

ანუ

$$\Pi = \frac{1}{2} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c) M^2, \quad (9-63)$$

სადაც  $\gamma_1$  და  $\gamma_2$  ლილეების მოქნადობაა. თუ ქურო წინასწარ იყო და-  
კიმული  $M_c$  მგრეხავი მომენტით, მაშინ (9-63) გამოსახულება შეიცვლე-  
ბა ასეთნაირად

$$\Pi = \frac{1}{2} (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c) M^2 - \frac{1}{2} \gamma_c M_c^2. \quad (9-64)$$

მეორეს მხრივ, თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, რომ მბრუნავი  
ტანების ურთიერთთან შეუღლებისას, ტანებში დროებით გროვდება  
ენერგია

$$U = \frac{i_1 \omega_0^2}{2 \left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right)}, \quad (9-65)$$

რადგან, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ, (9-64) და (9-65) გამოსახულებათა დახმარებით, ვღებულობთ  
ბრუნვითი დარტყმის შედეგად განვითარებულ მგრეხავი მომენტის განტო-  
ლებას, საიდანაც:

$$M = \sqrt{\frac{\gamma_c M_c^2}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c} + \frac{i_1 \omega_0^2}{\left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right) (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}}. \quad (9-66)$$

როდესაც მბრუნავი ლილეების უეცრივი გადაბმა წარმოებს ხისტი  
ქუროთი ( $\gamma_c = 0$ ), მაშინ (9-66) ფორმულა მარტივდება

$$M = \omega_0 \sqrt{\frac{i_1}{\left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right) (\gamma_1 + \gamma_2)}}. \quad (9-67)$$

თუ ქურო გაცილებით მოქნადია ვიდრე ლილეები, მაშინ დაწვებით  
 $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ , გამოსახულება (9-66) კიდევ უფრო მარტივდება

$$M = \omega_0 \sqrt{M_c^2 + \frac{i_1 \omega_0^2}{\left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right) \gamma_c}}. \quad (9-68)$$

როდესაც ერთი ლილვის (მაგალითად, მეორე ლილვის) ბოლოზე  
დამაგრებელი მასა უსასრულოდ დიდია ( $i_2 = \infty$ ) და ლილვიც შეტად ხის-

ტია ( $\gamma_2=0$ ), მაშინ (9-66) გამოსახულება დაიყვანება (9-61) სახის ფორმულაზე

$$M = \sqrt{M_c^2 + \frac{i_1 \omega_0^2}{\gamma_c}}$$

პირველ ლილვში განვითარებული მხები ძაბვებისათვის გვექნება ფორმულა

$$\tau_1 = \frac{M}{W_1} = \frac{1}{W_1} \sqrt{\frac{\gamma_c M_c^2}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c} + \frac{i_1 \omega_0^2}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} \quad (9-69)$$

მეორე ლილვში განვითარდება ძაბვები

$$\tau_2 = \frac{M}{W_2} = \frac{1}{W_2} \sqrt{\frac{\gamma_c M_c^2}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c} + \frac{i_1 \omega_0^2}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} \quad (9-70)$$

ლილვის მასალის ეკონომიურობისა და სიმტკიცის მიზნით დაცული უნდა იყოს პირობა

$$\tau_1 = \tau_2 = [\tau],$$

სადაც  $[\tau]$ —დასაშვები მხები ძაბვაა ლილვის მასალაზე. ეს უკანასკნელი პირობა მხოლოდ მაშინ იქნება დაცული, როდესაც

$$W_1 = W_2 = W.$$

აღნიშნული პირობების დაცვით, (9-69) ან (9-70) ფორმულა დებულობს სახეს:

$$[\tau] = \frac{1}{W} \sqrt{\frac{\gamma_c M_c^2}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c} + \frac{i_1 \omega_0^2}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}}$$

საიდანაც მოიძებნება ქუროსათვის საჭირო მოქნადობა

$$\gamma_c \geq \left[ \frac{i_1 \omega_0^2}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right)(\gamma_1 + \gamma_2)} - [\tau]^2 \cdot W^2 \right] \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{[\tau]^2 \cdot W^2 - M_c^2} \quad (9-71)$$

როდესაც ლილვების მოქნადობა მათი მეტად სიმცირობის გამო უგულებელყოფილია ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ), მაშინ (7-71) ფორმულა მარტივდება

$$\gamma_r \geq \frac{i_1 \omega_0^2}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) ([\tau]^2 W^2 - M_r^2)} \quad (9-72)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებიდან ნათელია, რომ რაც უფრო დიდია ქუროს წინასწარი დაჭიმვა ( $M_r$ ), მით მეტო უნდა იყოს მისი მოქნალობა ( $\gamma_r$ ).

როდესაც ქუროს კონსტრუქცია წინასწარ დაუჭიმავია ( $M_r = 0$ ), მაშინ (9-72) გამოსახულება კიდევ უფრო შესამჩნევად მარტივდება

$$\gamma_r \geq \frac{i_1 \omega_0^2}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) W^2 [\tau]^2} \quad (9-73)$$

ანუ

$$\gamma_r \geq \frac{2U}{[M]^2} \quad (9-74)$$

სადაც  $U$ —ბრუნვით დარტყვაზე დახარჯული კინეტიკური ენერჯიაა, ხოლო  $[M]$ —ლილვებზე დასაშვები მგრეხავი მომენტი.

**მაგალითი 12.** გამოთვალეთ წამყვანი და ამჟოლი ლილვის შეჰაერთებელი დრეკადი  $\epsilon$  ქუროს ისეთი (საჭირო) სიხისტე (ნახ. 84), რომლის დროსაც (ბრუნვის რეჟიმის დარღვევის შემთხვევაში) ადგილი აღარ ექნება ლილვების შემთხვევით გადაძაბვას (ე. ი. ლილვთა დამსხვრევის შემთხვევას).

**მოცემულია:** წამყვან ლილვზე დამაგრებული ყველა მბრუნავი მასის ინერციის მომენტი

$$i_1 = 40000 \text{ კგ. წმ}^2. \text{ სმ};$$

ამჟოლ ლილვზე დამაგრებული ყველა მასის ინერციის მომენტი

$$i_2 = 20000 \text{ კგ. წმ}^2. \text{ სმ};$$

ბრუნვის მოსალოდნელი ფარდობითი კუთხური სიჩქარე (ანუ სიჩქარე ერთი ლილვისა მეორეს მიმართ ბრუნვის რეჟიმის დარღვევის მომენტში)  $\omega_0 = 100 \frac{1}{წმ}$ ; დარტყმით გრეხაზე დასაშვები მხები ძაბვა ლილვის

მასალისათვის  $[\tau] = 800 \text{ კგ/სმ}^2$ ; ლილვის უმცირესი განივკვეთის პოლარი წინალობის მომენტი  $W = 100 \text{ სმ}^3$ .

ამოხსნა. დარტყმაზე დახარჯული ენერგია გამოითვლება (9-65).  
ფორმულით:

$$U = \frac{i_1 \omega_0^2}{2 \left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right)} = \frac{40000 \cdot 100^2}{2 \left(1 + \frac{40000}{20000}\right)} \approx 67 \cdot 10^6 \text{ კვ. სმ.}$$

ლილვის უმცირეს კვეთში დაიშვება მგრეხავი მომენტი

$$[M] = [\tau] \cdot W = 800 \cdot 100 = 80000 \text{ კვ. სმ.}$$

თუ ლილვების დრეკადობის გავლენას მხედველობაში არ მივიღებთ, ხოლო ქუროს მივიჩნევთ როგორც წინასწარ დაუქიმავე სისტემას, მაშინ დრეკადი ქუროს საჭირო სიხისტე (მისი მოქნადობა) მოიძებნება (9-74) ფორმულით

$$\gamma_c = \frac{2U}{[M]^2} = \frac{2 \cdot 67 \cdot 10^6}{(80000)^2} \approx 0,02 \frac{\text{რადიანი}}{\text{კვ. სმ}}$$

ამრიგად, დრეკადი ქურო უნდა დაგეგმარდეს ისეთნაირად, რომ იგი შემობრუნდეს ერთეულის ტოლი წყვილძალის (ანუ მგრეხავი მომენტის) ზემოქმედებით 0,02 რადიანი ან მეტი კუთხით.

ბ) ქუროთი უეცრივი გადაბმის ამოცანა ჩვენ განვიხილეთ ენერგეტიკული თეორიის გამოყენებით, ახლა შევვხებით იგივე ამოცანის გადაწყვეტას ვიბრაციული თეორიის თვალსაზრისითაც.

თეორიულ შექანიკაში ცნობილია დამოკიდებულება

$$M = - \frac{i_1 i_2}{(i_1 + i_2)} \frac{d\omega}{dt}, \quad (9-75)$$

რომლითაც  $M$  მგრეხავი მომენტი დაკავშირებულია ( $d\omega$ ):  $dt$  კუთხურ-აჩქარებასთან და მბრუნავი მასების  $i_1$  და  $i_2$  ინერციის მომენტებთან (ნახ. 84).

ჩასმით

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (9-76)$$

(9-75) გამოსახულება ღებულობს დიფერენციალური განტოლების სახეს:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{i_1 + i_2}{i_1 i_2} M = 0. \quad (9-77)$$

თეორიული მექანიკის ეს დიფერენციალური განტოლება ცვლადის გარდა შეიცავს ორ უცნობს, ამიტომ მისი ამოხსნა შეუძლებელია. რკვე-

ვადი სახის დიფერენციალური განტოლების მისაღებად საკიროა დამატებითი დამოკიდებულების შედგენა. ამ ამოცანას მასალათა გამძლეობა სწევტს.

რადგან ჩვენი ამოცანის შემთხვევაში (ნახ. 84) ლილვებისათვის გვაქვს:

$$\varphi_1 = \gamma_1 M, \quad \varphi_2 = \gamma_2 M,$$

ხოლო ქუროსათვის კი  $\varphi_c = \gamma_c M$ ,

ამიტომ ამ მონაცემებიდან დგება დამოკიდებულება

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_c = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c) M,$$

ანუ

$$\varphi = (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c) M. \quad (9-78)$$

თუ ამ უქანასკნელ დამოკიდებულებას შევიტანთ (9-77) გამოსახულებაში, მივიღებთ ბრუნვითი დარტყმით განვითარებული მგრეხავი მომენტის განმსაზღვრელ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2 M}{dt^2} + b^2 M = 0, \quad (9-79)$$

სადაც

$$b = \sqrt{\frac{i_1 + i_2}{i_1 \cdot i_2 \cdot (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}}. \quad (9-80)$$

(9-78)—დამატებითი დამოკიდებულებისა და (9-77) გამოსახულების დახმარებით, შესაძლებელია აგრეთვე მოგრეხის  $\varphi$  კუთხის შემსწავლელი დიფერენციალური განტოლების შედგენაც

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + b^2 \varphi = 0. \quad (9-81)$$

რადგან  $\varphi$  და  $M$  დაკავშირებულია ურთიერთთან, ამიტომ საკმარისია ერთ-ერთი ფაქტორის შესწავლა.

გამოვიკვლიოთ  $M$  მგრეხავი მომენტის ცვალებადობა  $t$  დროში ორი მგრუნავი ლილვის ურთიერთთან უეცრივი გადაბმის დროს (ნახ. 84).

როდესაც ლილვების უეცრივი გადაბმა  $t$  ქუროს მეშვეობით მხოლოდ იწყება, მაშინ  $M$  მგრეხავი მომენტი ტოლია ნულისა. აქედან დგება პირველი საწყისი პირობა:

$$\begin{array}{l} M = 0 \\ | \\ t = 0 \end{array}$$

იგივე მომენტისათვის, ბრუნვის ფარდობითი სიჩქარე ტოლია  $\omega_0$  სიდიდისა, აქედან კი დგება მეორე საწყისი პირობა:

$$\left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} = \omega_0,$$

რომელიც (9-78) დამოკიდებულების თანახმად, დებულობს (9-79) განტოლების ამოხსნისათვის მოსახერხებელ სახეს:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\omega_0}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c}. \quad (9-83)$$

(9-79) განტოლების ისეთი ამონახსნი, რომელიც აკმაყოფილებს (9-82) და (9-83) საწყის პირობებს, ასეთი სახისაა:

$$M = \frac{\omega_0}{(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)b} \cdot \sin bt, \quad (9-84)$$

რომელიც (9-80) მოცემულობის თანახმად დგება საბოლოო სახეზე:

$$M(t) = \omega_0 \sqrt{\frac{i_1}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} \cdot \sin t \sqrt{\frac{1 + \frac{i_1}{i_2}}{i_1 (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} \quad (9-85)$$

როდესაც

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{i_1 (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}{1 + \frac{i_1}{i_2}}}, \quad (9-86)$$

მაშინ

$$M_{max} = \omega_0 \sqrt{\frac{i_1}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}}. \quad (9-87)$$

როგორც ვხედავთ, ეს გამოსახულება ზუსტად ემთხვევა დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (9-67) ფორმულას (თუ  $\gamma_2 = 0$ ).

დარტყმის სრული დრო (ანუ ის ხანი, რომლის განმავლობაშიაც წარმოებს დარტყმის კინეტიკური ენერგიის გარდაქმნა დრეკადი დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში და პირიქით—დეფორმაციის ენერგიისა კინეტიკურში) იგამოითვლება (9-86) გამოსახულების დახმარებით

$$T_{დარტყ.} = 2t_0 = \pi \sqrt{\frac{i_1 (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}{1 + \frac{i_1}{i_2}}}. \quad (9-88)$$

თუ ექსპერიმენტით ან სხვა მონაცემით ცნობილია ბრუნვითი დარტყმის ხანგრძლივობა, მაშინ დარტყმითი მგრეხავი მომენტის საშუალო მნიშვნელობა შესაძლებელია მოიძებნოს ფორმულით

$$M_{საგ} = \frac{i_1 \omega_0}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) i_0} . \quad (9-89)$$

ასეთ შემთხვევაში, ე. ი. მაშინ, როდესაც მოძრაობის რაოდენობა იყოფა დარტყმის ( $i_0$ ) დროს ნახევარ ხანგრძლივობაზე, მიღებული შედეგი ახლოს არის მგრეხავი მომენტის ზუსტ მნიშვნელობასთან. მართლაც  $i_0$  სიდიდის ჩასმით, (9-89) გამოსახულება გვაძლევს

$$M_{საგ} = \frac{2}{\pi} \omega_0 \sqrt{\frac{i_1}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} . \quad (9-90)$$

ბრუნვის მოძრაობის რაოდენობა რომ დარტყმის მთლიან ხანგრძლივობაზე გაგვეყო, მაშინ მიღებული შედეგი  $\pi$ -ჯერ ნაკლები იქნებოდა რეალურთან შედარებით.

ოსცილოგრაფის დახმარებით ადვილია გამოთვლა რხევის იმ  $T$  პერიოდისა, რომელსაც ადგილი ექნება ლილვების ურთიერთთან უეცრივი გადაბმის პროცესში. რადგან რხევის  $T$  სრული პერიოდი ტოლია გაორკეცებული დარტყმის დროისა, ამიტომ (9-89) ფორმულა შესაძლებელია გამოვხატოთ  $T$  პერიოდშიაც

$$M_{საგ} = \frac{4i_1 \omega_0}{\left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) T} . \quad (9-91)$$

ამ უკანასკნელი ფორმულის დახმარებით შესაძლებელია ბრუნვითი დარტყმით განვითარებული მგრეხავი მომენტის საშუალო მნიშვნელობის გამოთვლა, როცა დარტყმითი გრეხა მიმდინარეობს დრეკადობის ფარგლებში. ბრუნვითი მოძრაობის რეჟიმის დარღვევის დროს ადგილი აქვს ქუროს მარცხნივ მდებარე მბრუნავი სისტემის ფარდობით რხევას ქუროს მარჯვნივ მყოფი მბრუნავი სისტემის მიმართ. თუ ფარდობითი რხევის ეს  $T$  პერიოდი, და ფარდობითი  $\omega_0$  კუთხური მაქსიმალური სიჩქარე აღრიცხულია (სპეციალური აპარატის საშუალებით), მაშინ (9-91) ფორმულის დახმარებით შესაძლებელია წარმოდგენა ვიქონიოთ ქუროზე და ლილვებზე მოქმედი მგრეხავი მომენტის სიდიდეზე და მისკან გამოწვეულ ძაბვებზე.



(9-85) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ბრუნვითი დარტყმის დროს განვითარებული მგრეხავი მომენტის რიცხვითი მნიშვნელობა იცვლება სინუსოიდის კანონით, რომლის ამპლიტუდასაც წარმოადგენს (9-87) ფორმულით გამოხატული მაქსიმალური სიდიდის მგრეხავი მომენტი.

(9-85) და (9-78) გამოსახულებათა დახმარებით მოიძებნება დარტყმით წარმოშობილი მობრუნების  $\varphi$  კუთხის მნიშვნელობაც

$$\varphi(t) = \omega_0 \sqrt{\frac{i_1(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}{1 + \frac{i_1}{i_2}}} \cdot \sin t \sqrt{\frac{1 + \frac{i_1}{i_2}}{i_1(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_c)}} \quad (9-92)$$


---

## თავი მათე

### დარბჳმითი გრების შესწაულა ვალლური თაოკით

#### § 42. დარბჳმითი გრების მიახლოებითი დიფერენციალური განტოლების შემდგენა

ცვლებადი განივევების მქონე ლეროს გრების სტატიკური განტოლება პირველად (1889) შეადგინა მაიჩელმა\*. ლილეთა სტატიკურად გრების მრავალი საკითხი გაშუქებულია საბჳთა მეცნიერის კ. ვ. სოლიანიკ-კრასას\*\* კაპიტალურ ნაშრომში. რაც შეეხება ლილეების გაანგარიშებას დარბჳმით გრებზე, იგი თეორიულად ჯერ კიდევ დაუმუშავებელ პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის, თუ მხედველობაში არ მივიღებთ ზოგიერთი ავტორის (მათ შორის ჩენს) მიერ ჩატარებულ გამოკვლევებს [137].

დარბჳმითი გრების ზუსტი შესწაულა დაკავშირებულია მათემატიკური ხასიათის დიდ სიძნელებთან და ამიტომ იგი ეკუთვნის დინამიკური დრეკადობის თეორიის ურთულეს პრობლემათა რიცხვს.

პირველი მიახლოებითი საანგარიშო ფორმულების გამოყენების მიზნით, ჯერ შევადგინოთ დარბჳმითი გრების მიახლოებითი დიფერენციალური განტოლება, ხოლო შემდეგ კი გავარჩიოთ დარბჳმითი გრების რამდენიმე კონკრეტული ამოცანის ამოხსნა.

როდესაც  $\alpha$  კუთხური სიჩქარით მბრუნავი დრეკადი ტანი უეცრივ მუხრუქდება  $k-k$  უდფფორმირო სიბრტყეზე (ნახ 85), მაშინ ტანის გასწვრივ გავრცელდება ძერის დეფორმაციის ტალღა. ამის შედეგად  $x$  წანძილზე მდებარე შრის  $m$  კვეთზე იმოქმედებს  $M(x)$  მგრეხავი მომენტი, ხოლო  $m+m$  კვეთზე კი  $M(x)+dM(x)$  მგრეხავი მომენტი. ამ ორი მომენტის სხვაობა უნდა უდრიდეს იმ მომენტს, რომელსაც ქმნის  $m+m$  შრეში განვითარებული ინერციის წრიული ძალები:

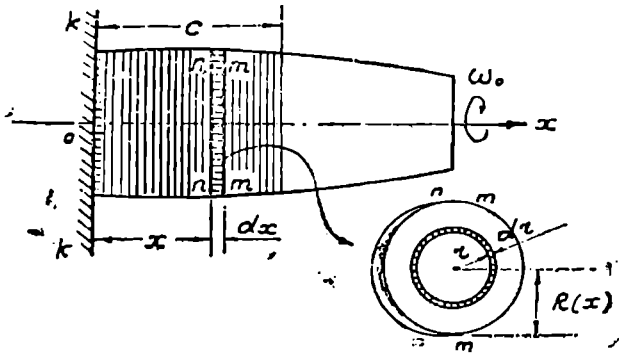
\* I. H. Michell. The Uniform Torsion and Flexure of Incomplete Torsors. With application to Helical Springs. Proc. London Math. Soc. Vol. 31. 1900—145.

\*\* К. В. Соляник-Красна, Кручение палон переменного сечения. ОГИЗ, М., 1949.

$$dM(x) = \int_0^{R(x)} 2\pi r dr \cdot dx \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (a)$$

სადაც  $\rho$  არის მბრუნავი ტანის სიმკვრივე;

$u$  — დეფორმაცია ანუ მხები გადაადგილება, რომელსაც განიცილის  $r$  ცვალეზადი რადიუსით დაშორებული წერტილები უძრავი  $k-k$  სიბრტყის მიმართ.



ნახ. 85.

თუ დარტყმის ამოცანის გამარტივების მიზნით, დავეყარებით ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზას, მაშინ (ა) გამოსახულებაში შეგვიძლია ჩავსვათ

$$u(r, x, t) = \frac{r}{R(x)} \cdot u(x, R(x), t). \quad (10-1)$$

ამის შედეგად მივიღებთ

$$dM(x) = \rho W_p \cdot \frac{\partial^2 u(x, R(x), t)}{\partial t^2}, \quad (b)$$

სადაც  $W_p$  არის განივეკვითი  $x$  ცვლაზე დამოკიდებული წინაღობის პოლარი მომენტი;

$R(x)$  — ბრუნვითი ფორმის ტანის მსახველის დაშორება ბრუნვისა და სიმეტრიის  $ox$  ლერძიდან (ნახ. 85).

მასალათა გამძლეობაში ცნობილი ფორმულა, რომელიც მგრეხავ მომენტს აკავშირებს მხებ ძაბვებთან და წინაღობის პოლარ მომენტთან

$$M(x) = \tau(x) \cdot W_p(x)$$

გაღიფერენცილებების შედეგად შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:

$$dM(x) = d[\tau(x) \cdot W_p(x)] = [\tau'(x) \cdot W_p(x) + \tau(x) W_p'(x)] dx,$$

ანუ

$$dM(x) = (\tau' W_p + \tau W_p') dx.$$

თუ ამ უკანასკნელი გამოსახულების მარჯვენა მხარეს შევიტანთ (b) გამოსახულების მარცხენა მხარეში გვექნება

$$\tau + \frac{W_p'}{W_p} \tau = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (10-2)$$

სადაც  $\tau$  არის მხების ძაბვა  $x$  მანძილზე მდებარე განივევითის პერიფერიულ ნაწილში.

ეს უკანასკნელი (10-2) დიფერენციალური განტოლება ჯერ კიდევ არ არის რკვევადი. იგი  $t$  ცვლადის გარდა შეიცავს ორ ( $\tau$  და  $u$ ) უცნობს. საკითხის საბოლოოდ გარკვევისათვის საჭიროა იმ ფუნქციონალური დამოკიდებულების ცოდნა, რომელიც უნდა არსებობდეს  $\tau$  მხებ ძაბვასა და  $u$ -ის მიერ გამოწვეულ  $\epsilon$  ძვრის ფარდობით დეფორმაციას შორის. როცა ეს დამოკიდებულება ზოგადი სახითაა მოცემული, ე. ი. გვაქვს

$$\tau = F(\epsilon) = F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right), \quad (10-3)$$

მაშინ (10-2) დიფერენციალური განტოლება დებულობს მეტად ზოგად სახეს:

$$b^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{W_p'}{W_p} \frac{F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{d \left[ F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \right]} \right] = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (10-4)$$

აქ

$$b = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d \left[ F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \right]}{d \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\tau}{d\epsilon}}, \quad (10-5)$$

სადაც  $b$  არის ძვრის ტალღის (ფრონტის) გავრცელების ცვალებადი (10-3) კანონზე დამოკიდებული სიჩქარე.

როდესაც ბრუნვით დარტყმაში მყოფი ტანი დრეკადია და მუშაობს მხოლოდ დრეკადობის ფარგლებში, მაშინ (10-3) გამოსახულება შესაძლებელია შევცვალოთ ჰუკის ცნობილი კანონის შესაბამისი მარტივი ფორმულით

$$\tau = \epsilon G = \frac{\partial u}{\partial x} G. \quad (10-6)$$

ასეთ შემთხვევაში (10-4) განტოლება მეტად მარტივდება და თანაც კონკრეტულ სახეს დებულობს:

$$b^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{W'_p}{W_p} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (10-7)$$

ამ შემთხვევაში

$$b = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (10-8)$$

სადაც  $G$  არის ბრუნვით დარტყმაში მყოფი მასალის ძვრის მოდული.

აღსანიშნავია, რომ ჰიპერბოლური ტიპის (10-7) დიფერენციალური განტოლება ანალოგიურია სენ-ვენანის იმ (2-35) დიფერენციალური განტოლებებისა, რომლითაც შეისწავლება ტანის სიბრტყესთან ნორმალურად და ცენტრალურად შეჯახება. გარდა ამისა, აღნიშნული განტოლება ანალოგიურია აგრეთვე ჩვენს მიერ გამოყვანილი დარტყმითი ძვრის შემსწავლელი (8-6) და (8-24) დიფერენციალური განტოლებებისა. ეს შესაძლებლობას გვაძლევს ამოვხსნათ გრების ამოცანები ანალოგიის გატარების წესითაც და ამით საგრძნობლად შევამოკლოთ საჭირო მათემატიკური მსჯელობანი და გარდაქმნები.

#### § 43. დარტყმითი ზრახვის რაშდენივამ ამოცანის ბარჩევა

შესაძლებელია, რომ ერთი ბოლოთი უეცრივ და ხისტად დამუხრუქებული მბრუნავი ლილვის განივკვეთის წინალობის პოლარი მომენტი იცვლებოდეს ასეთი ზოგადი კანონით:

$$W(x) = W_0 \left( \frac{x}{H} \right)^m \quad (10-9)$$

სადაც  $W_0$  არის ლილვის უდიდესი ფუძის განივკვეთის წინალობის პოლარი მომენტი (ნახ. 86 და 87);

$H$ —მბრუნავი ტანის გეომეტრიული სიმაღლე;

$m$ —მთელი ან წესიერი წილადი. (10-9) მონაცემის მიხედვით, (10-7) დიფერენციალური განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

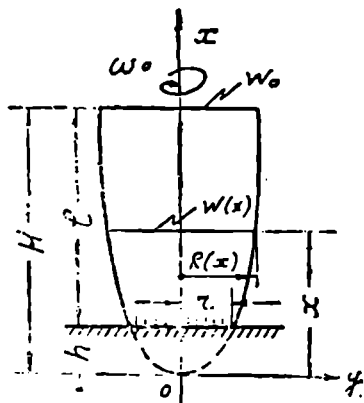
$$b^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{m}{x} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (10-10)$$

რომელიც, როცა  $m=0$ , შესაძინევად მარტივდება

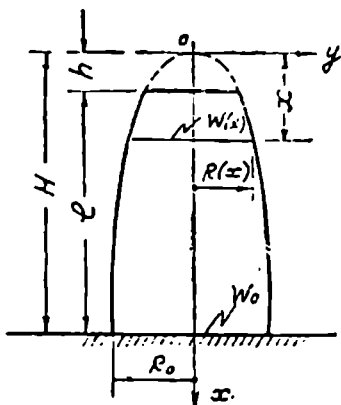
$$b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (10-11)$$

რადგან (10-10) განტოლება ანალოგიურია (2-37) გამოსახულებისა, ამიტომ მისი ამონახსნი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ (2-38) ინტეგრალის სახით:

$$u = (A \cos kbt + B \sin kbt) \left[ c_1 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + c_2 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx) \right]. \quad (a)$$



ნახ. 86.



ნახ. 87.

როდესაც ბრუნვითი დარტყმა მხოლოდ იწყება ( $t=0$ ), მაშინ ტანი ჯერ კიდევ არ არის დეფორმირებული. ეს საწყისი პირობა ასე ჩაიწერება:

$$u = 0 \\ |_{t=0}$$

ამ პირობას მხოლოდ მაშინ დააკმაყოფილებს (ა) ამონახსნი, როდესაც მასში შემავალი  $B$  კოეფიციენტი ნულის ტოლია. ასეთი გარემოების გამო (ა) გამოსახულების ნაცვლად გვექნება

$$u = [B_1 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{m-1}{2}}(kx) + B_2 x^{\frac{1-m}{2}} I_{\frac{1-m}{2}}(kx)] \sin kbt. \quad (b)$$

ამ ინტეგრალმა უნდა დააკმაყოფილოს აგრეთვე შემდეგი სახის საწყისი პირობა

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \omega_0 R(x), \\ |_{t=0} \quad (10-12)$$

რაც ტანის მსახველზე მდებარე წერტილის სიჩქარეს წარმოადგენს დარტყმის დაწყების მომენტში.

როცა ტანი მკირე ფუძით განიცდის დამუხრუჭებას (ნახ. 86), მაშინ (b) ინტეგრალმა უნდა დააკმაყოფილოს სასაზღვრე პირობებიც:

$$u = 0, \quad (10-13)$$

$$\left| x=h \right.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (10-14)$$

$$\left| x=H \right.$$

თუ ტანი დამუხრუქებას განიცდის არა მცირე, არამედ დიდი ფუძით (ნახ. 87), მაშინ ზემოთ მოყვანილი სასაზღვრე პირობები ასე შეიცვლებიან:

$$u = 0 \quad (10-15)$$

$$\left| x=-H \right.$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (10-16)$$

$$\left| x=h \right.$$

ჩამოთვლილი პირობები და (10-9) ფუნქციის  $m$  ხარისხის მაჩვენებლის რიცხვითი სიდიდის ცოდნა საკმარისია იმისათვის, რომ ( $b$ ) ინტეგრალი დავიყვანოთ ისეთი კერძო სახის ინტეგრალზე, რომელიც ასახავს დასმული კონკრეტული ამოცანის რიცხვობრივ მხარეს. გავარჩიოთ რამდენიმე კონკრეტული ამოცანა მბრუნავი ლილვის უეცრივ დამუხრუქებაზე.

ა) ცილინდრული ფორმის მბრუნავი ლილვის დამუხრუქება ერთი უფით (ნახ. 88).

ასეთ შემთხვევაში:

$$W(x) = W_0 = \text{const}; \quad m = 0,$$

ამიტომ (10-11) გამოსახულება ლებულობს სახეს:

$$u = [B_1 x^{\frac{1}{2}} I_{\frac{1}{2}}(kx) + B_2 x^{\frac{1}{2}} I_{-\frac{1}{2}}(kx)] \sin kbt.$$

ამ ამონახსნმა უნდა დააკმაყოფილოს პირობები:

$$u = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \omega_0 R_0.$$

$$\left| x=0 \right. \quad \left| x=l \right. \quad \left| t=0 \right.$$

რადგან ეს ამოცანა ანალოგიურია ცილინდრული ტანის ცენტრალურად დარტყმისა სიბრტყეზე (ნახ. 80), ამიტომ აქ დასმული ამოცანის ამსახველი ფორმულები ანალოგიურია (2-41), (2-42), (2-43), და (2-44) გამოსახულებებისა.

ამრიგად:

$$1) \quad u(x, t) = \frac{8l}{\pi^2 b} \omega_0 R_0 \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi x}{2l} \cdot \sin \frac{n\pi b t}{2l}, \quad (10-17)$$

საიდანაც როცა  $t = \frac{l}{b}$ , მაშინ

$$u_{max} = \frac{l}{b} \omega_0 R_0. \quad (10-18)$$

$$2) r(x, t) = \frac{4G}{\pi b} \omega_0 R_0 \sum_{n=1, 3, 5, \dots} \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi x}{2l} \cdot \sin \frac{n\pi b t}{2l}, \quad (10-19)$$

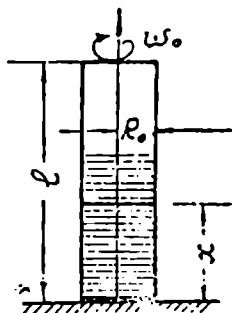
საიდანაც, როცა  $t = \frac{l}{b}$ , მაშინ

$$\tau(x) = \frac{\omega_0 R_0}{b} G = \omega_0 R_0 \sqrt{\rho G} = \text{const.} \quad (10-20)$$

ბ) მბრუნავი (პარაბოლური ფორმის მქონე) ლილვის უეცრივი დამუხრუჭება მცირე ფუძით (ნახ. 86).

ასეთ შემთხვევაში:

$$W(x) = W_0 \left( \frac{x}{H} \right)^2 \quad m=2$$



ნახ. 86.

თუ ამას დაეურთავთ (10-13) და (10-14) სასაზღვრე პირობებს დაეინახავთ, რომ ამ ამოცანის ამოხსნა ანალოგიურია კონუსური ტანის დარტყმისა სიბრტყეზე მცირე ფუძით (ნახ. 31), ამიტომ დარტყმის ამსახველ გამოსახულებას (2-46) ამონახსნის ანალოგიური სახე ექნება

$$u = \frac{1}{x} \sum_{n=1}^{\infty} B \sin k(x-h) \sin kbt. \quad (10-21)$$

ამ გამოსახულებამ უნდა დააკმაყოფილოს (10-12) პირობა, რომელიც იმის გამო, რომ

$$R(x) = R_0 \left( \frac{x}{H} \right)^{\frac{1}{2}}$$

ასეთი სახისაა:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = \omega_0 R_0 \left( \frac{x}{H} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10-22)$$

ამ (10-22) პირობის დაკმაყოფილების დროს გვექნება

$$\omega_0 R_0 \left( \frac{x}{H} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{b}{x} \sum_{n=1}^{\infty} B k \sin k(x-h),$$



რომელიც, დაშვებით  $x=bt+h$ , გვაძლევს ღამხმარე განტოლებას

$$\sum_{n=1}^{\infty} Bk \sin kbt = \frac{\omega_0 R_0}{b} (bt+h) \left( \frac{bt+h}{H} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10-23)$$

დამუხრუქების ( $x=h$ ) სიბრტყეზე განვითარებული მხები ძაბვებისათვის, (10-21) გამოსახულების დახმარებით გვექნება

$$\tau(x, t) = G \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=h} = \frac{G}{h} \sum_{n=1}^{\infty} Bk \sin kbt,$$

რომელიც (10-23) ღამხმარე ტოლობის თანახმად, გვაძლევს

$$\tau(h, t) = \frac{\omega_0 R_0 G}{b} \left( 1 + \frac{bt}{h} \right) \left( \frac{bt+h}{H} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (10-24)$$

სადაც

$$0 \leq bt \leq l.$$

როდესაც დარტყმა მხოლოდ იწყება ( $t=\Delta t$ ), მაშინ (10-24) ფორმულა გვაძლევს

$$\tau(h, 0) = \frac{G \omega_0 R_0}{b} \left( \frac{h}{H} \right)^{\frac{1}{2}}$$

ანუ, რადგან

$$R_0 \left( \frac{h}{H} \right)^{\frac{1}{2}} = r$$

ამიტომ

$$\tau(h, 0) = \frac{\omega_0 r}{b} G = \omega_0 r \sqrt{\rho G}, \quad (10-25)$$

რომელიც ჩასმით  $\omega_0 R_0 = \psi$ , მიიღებს სახეს

$$\tau(h, 0) = \frac{\psi G}{b} = \psi \sqrt{\rho G}. \quad (10-26)$$

ეს შედეგი ემთხვევა მხები ძაბვის იმ (8-9) ფორმულას, რომელიც მიიღება სიბრტყის გასწვრივ  $v$  სიჩქარით მოსრივალე ტანის ზედაპირის უეცრივი დამუხრუქების დროს. თუ  $bt=H-h=l$ , მაშინ (10-24) ფორმულა გვაძლევს:

$$\tau \left( h, \frac{l}{b} \right) = \frac{\omega_0 R_0 G}{b} \frac{H}{h}$$

ანუ, რადგან  $h=H \left( \frac{r}{R_0} \right)^2$  ამიტომ

$$\tau_{max} = \frac{\omega_0 R_0}{b} G \left( \frac{R_0}{r_1} \right)^2 \quad (10-27)$$

გ) მბრუნავი (პარაბოლური ფორმის მქონე) ლილვის უეცრივი დამუხრუჭება დიდი ფუძით (ნახ. 87).

ასეთ შემთხვევაში:

$$\tau(H, r) = \frac{\omega_0 R_0}{b} G \left( 1 - \frac{bt}{h} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (10-28)$$

სადაც

$$0 \leq bt \leq l.$$

როდესაც დარტყმა მხოლოდ იწყება ( $t = \Delta t$ ), მაშინ

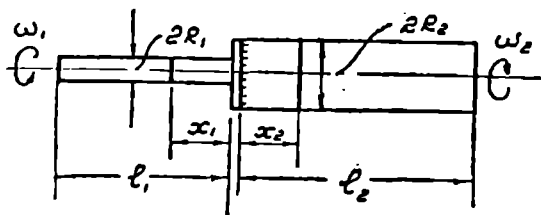
$$\tau_{max} = \frac{\tau \omega_0 R_0^2}{b} G = \omega_0 R_0 \sqrt{\rho G}, \quad (10-29)$$

ხოლო, თუ  $bt = l$ , მაშინ

$$\tau_{min} = \frac{\omega_0 R_0 G}{b} \left( 1 - \frac{l}{H} \right). \quad (10-30)$$

დ) მბრუნავი ცილინდრული ლილვების ურთიერთ დამუხრუჭება ხისტი ქუროთი (ნახ. 89).

დარტყმითი გრების ასეთი სახის ამოცანის ამოხსნის დროს საჭიროა გამოვიყენოთ (10-11) ტიპის დიფერენციალური განტოლებები და სათანადო პირობები:



ნახ. 89.

პირველი ლილვისათვის:

$$b_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}; \quad (10-31)$$

$$u_1 = u_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0, \quad \left. \begin{array}{l} |_{x_1=0} \\ |_{t=0} \end{array} \right|_{x_1=l_1} \quad (10-32)$$

მეორე ლილვისათვის:

$$b_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}; \quad (10-33)$$

$$u_2 = u_2 \Big|_{x_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=l_2} = 0. \quad (10-34)$$

ორივე ტანისათვის:

$$\left( \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{\partial u_2}{\partial t} \right) \Big|_{t=0} = \omega_0; \quad (10-35)$$

$$W_1 \cdot \tau_1(\sigma, t) = W_2 \cdot \tau_2(\sigma, t), \quad (10-36)$$

სადაც  $u_1$  და  $u_2$ —პირველ და მეორე ტანის მსახველზე მდებარე  $x_1$  და  $x_2$  მანძილით დაშორებულ წერტილთა დეფორმაციული გადაადგილება და მუხრუჭების საერთო ფუძის მიმართ;

$\omega_0$ —ბრუნვითი დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე, ანუ კუთხური სიჩქარე ერთი ლილვისა მეორეს მიმართ და მუხრუჭების დაწყების ( $t=0$ ) მომენტში;

$\tau_1(\sigma, t)$  და  $\tau_2(\sigma, t)$ —ის მაქსიმალური მხები ძაბვებია, რომლებიც ვითარდებიან ლილვთა გადაბმის უბანში;

$W_1$  და  $W_2$ —პირველი და მეორე ლილვის განივკვეთის წინალობის პოლარი მომენტებია.

ზემოთ მოყვანილი (10-31), (10-33) დიფერენციალური განტოლებები და მათი შესაბამისი (10-32), (10-34), (10-35), (10-36) პირობები სრულიად საკმარისია იმისათვის, რომ განსაზღვრულ იქნეს  $x_1$  და  $x_2$  კვეთებში წარმოშობილი ის მაქსიმალური მხები ძაბვები, რომლებიც ვითარდებიან ბრუნვითი დარტყმის შედეგად:

$$\tau_1(x_1, t) = \text{cnst} = \omega_0 R_1 \frac{G_1 G_2}{G_1 \frac{W_1}{W_2} b_2 + G_2 b_1} \quad (10-37)$$

$$\tau_2(x_2, t) = \text{cnst} = \omega_0 R_2 \frac{G_1 G_2}{G_1 b_2 + G_2 \frac{W_2}{W_1} b_1} \quad (10-38)$$

სადაც

$$0 \leq b_1 t \leq l_1; \quad 0 \leq b_2 t \leq l_2,$$

როდესაც ლილვთა რადიუსები თანატოლებია, ე. ი. გვაქვს

$$R_1 = R_2 = R_0 \text{ რის გამოც } W_1 = W_2.$$

$$\tau = \tau_1 = \tau_2 = \omega_0 R_0 \frac{G_1 G_2}{G_1 b_2 + G_2 b_1} \quad (10-39)$$

თუ ერთი ლილვი (მაგალითად მეორე) აბსოლუტურად მაგარია, რასაც შეესაბამება დაშვება  $G_2 = \infty$ , მაშინ

$$\tau = \omega_0 R_0 \frac{G_1}{b_1} = \omega_0 R_0 \sqrt{\rho_1 G_1} \quad (10-40)$$

ეს ფორმულა ემთხვევა მბრუნავი ლილვის ერთი ფუძით უეცრივ დამუხრუჭების ამსახველ (10-20) ფორმულას.

მაგალითი 13. რა სიჩქარით უნდა შეეჯახოს ერთი ბრტყელფუძიანი ცილინდრული ტანი მეორე ცილინდრული ტანის ბრტყელ ფუძეს, რათა სრიალის გარეშე მოხდეს ტანთა ბრუნვის სხვადასხვა კუთხური სიჩქარეების გათანაბრება?

**მოსვმულია:** ლილვების ბრუნვის ფარდობითი კუთხური სიჩქარე დარტყმის დაწყების მომენტისათვის  $\omega_0 = 100 \frac{1}{\text{წმ}}$ ;

ერთი ტანის კუშშვის და ძვრის დრეკადობის მოდული, აგრეთვე მასალის სიმკვრივე:

$$E_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad G_1 = 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad \rho_1 = \frac{10^{-5}}{1,26} \text{ კგ} \cdot \text{წმ}^2/\text{სმ}^3;$$

მეორე ტანისათვის:

$$E_2 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad G_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ კგ/სმ}^2, \quad \rho_2 = \frac{10^{-5}}{1,26} \text{ კგ} \cdot \text{წმ}^2/\text{სმ}^3;$$

ხახუნის კოეფიციენტი ტანების ფუძეებს შორის  $k = 0,4$ ; ტანთა რადიუსები:  $R_1 = R_2 = R_0 = 5 \text{ სმ}$ .

**ამოხსნა.** გამოვთვალოთ დამხზარე ფაქტორები:

$$a_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}} = 5,02 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}; \quad a_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}} = 5,27 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ};$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}} = 3,54 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}; \quad b_2 = \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}} = 3,72 \cdot 10^5 \text{ სმ/წმ}.$$

ცილინდრული ტანების ბრტყელი ფუძეებით ურთიერთთან შეჯახების შედეგად განვითარდება (3-32) ფორმულით გამოხატული ნორმალური ძაბვები

$$\sigma = \frac{E_1 E_2 v}{E_1 a_2 + E_2 a_1} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 2,2 \cdot 10^6 \cdot v}{2 \cdot 10^6 \cdot 5,27 \cdot 10^5 + 2,2 \cdot 10^6 \cdot 5,02 \cdot 10^5} \approx 2,04V.$$

თუ ამ ნორმალურ დაბვას გავამრავლებთ ხახუნის  $k$  კოეფიციენტზე, მივიღებთ მხებ დამკერ დაბვას

$$\tau_{\text{დაბვ}} = k \cdot \sigma = 0,4 \cdot 2,04 \nu = 0,816 \nu,$$

რომელიც უნდა იყოს ტოლი ან მეტი (10-39) ფორმულით გამოხატულ მხებ დაბვაზე

$$0,816 \nu \geq \frac{G_1 G_2 \omega_0 R_0}{G_1 b_2 + G_2 b_1} = \frac{10^6 \cdot 1,1 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 5}{10^6 \cdot 3,72 \cdot 10^6 + 1,1 \cdot 10^6 \cdot 3,54 \cdot 10^6},$$

საიდანაც  $\nu \geq 890$  სმ/წმ.

---

თავი მეთერთმეტე

ღარტყმითი ღუნვის შესწავლა ენერგეტიკული თეორიით

§ 44. უწონადო ძელის ანგარიში ღუნვაზე დინამიკური კოეფიციენტის გამოყენებით

ღარტყმით ღუნვაზე ძელის გაანგარიშების ელემენტარული თეორია ემყარება შემდეგ დაშვებებს:

1. ძელი არის უწონადო (რითაც ძელის საკუთარი მასის გავლენა უგულებელყოფილია);
2. დამრტყმელი ტანი, რომელიც აბსოლუტურად მყარ ტანადაა მიჩნეული, რჩება ძელზე მის მაქსიმალურად გაღუნვამდე მაინც;
3. დრეკადობის ფარგლებში მომუშავე ძელის დინამიკური დეფორმირების კანონი ანალოგიურია სტატიკური დეფორმირების კანონისა;
4. დამრტყმელი ტანის მთელი კინეტიკური ენერგია (იგულისხმება, რომ დარტყმა ძელის ღერძის მართობია) მთლიანად გადადის ძელის ღუნვის პოტენციალურ ენერგიაში.

თუ განზოგადებულად წარმოვიდგენთ ძელის მდებარეობას სივრცეში, მაშინ შეიძლება მას ეკიროს ან  $AB$  თარაზული მდებარეობა (ნახ. 90) ან  $AB_1$  დახრილი, ან შვეული, ან კიდევ  $AB_2$  ისევ თარაზული ისეთი მდებარეობა, როდესაც დარტყმა წარმოებს ქვემოდან ზემოთ. ძელის მოსალოდნელი მდებარეობა  $B_2B$  თარაზული ხაზის მიმართ აღენიშნოთ  $\varphi$  კუთხით და შევისწავლოთ აღნიშნული ძელის მუშაობა ცენტრალურ დარტყმაზე.

დარტყმის წერტილში ძელი ჩაიღუნება მანძილით

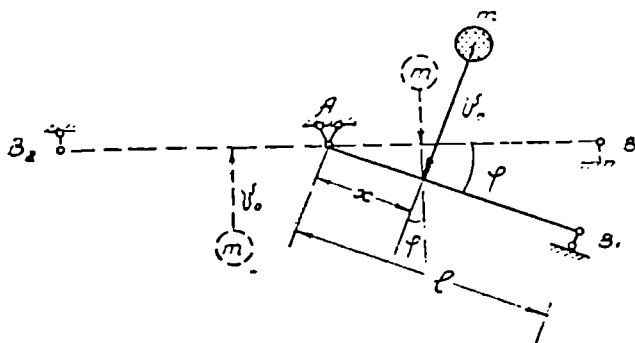
$$\delta = \alpha P, \tag{11-1}$$

სადაც  $\delta$  არის ძელის ჩაზნექა  $x$  მანძილზე მდებარე კვეთთან;  
 $\alpha$ —ძელის მოქნადობა  $x$  კვეთში, ანუ მისი ჩანალუნი გამოწვეული ერთეული ძალის მიერ;

$P$ —დარტყმის ( $x$  კვეთში მოქმედი) ძალა.

აღნიშნული  $P$  დარტყმის ძალის გარდა, ძელის ღერძის მართობად მუდმივად იმოქმედებს აგრეთვე დამრტყმელი ტანის  $Q$  საკუთარი წონის ნორმალური მდგენელი

$$Q_{\text{ნორ}} = Q \cos \varphi, \quad (11-2)$$



ნახ. 90

რომელიც  $\delta$  დრეკად გადაადგილებაზე შეასრულებს მუშაობას

$$\Pi_1 = \delta \cdot Q_{\text{ნორ}} = \alpha P \cdot Q \cos \varphi. \quad (11-3)$$

ამ მუშაობას დაემატება  $P$  დარტყმის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობაც

$$\Pi_2 = \frac{P\delta}{2} = \frac{1}{2} \alpha P^2.$$

რადგან დარტყმაზე იხარჯება ენერგია:

$$U = \frac{1}{2} m v^2, \text{ და საერთოდ } \Pi = U,$$

ამიტომ დარტყმის ძალის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{1}{2} \alpha P^2 + \alpha P Q \cos \varphi = \frac{1}{2} m v^2, \quad (a)$$

საინტერესოა დარტყმის ძალა ტოლია

$$P = Q \cos \varphi \pm \sqrt{(Q \cos \varphi)^2 + \frac{m v^2}{\alpha}}.$$

რადგან რადიკალის წინ სამართლიანია მხოლოდ პლუსი (+) ნიშნის დატოვება, ამიტომ

$$P = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{mv^2}{\alpha Q^2}} \right),$$

რომელიც ჩასმით

$$\alpha Q = \delta_{\text{სტ}}, \quad m = \frac{Q}{g}$$

ლებულობს ასეთ საბოლოო სახეს:

$$P = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right), \quad (11-4)$$

სადაც  $\delta_{\text{სტ}}$  არის ძელის ჩანალუნი გამოწვეული დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის ტოლი (ძელის ღერძისადმი ნორმალურად მოდებული) ძალით.

ამ უკანასკნელი (11-4) გამოსახულების დახმარებით ძელის ჩაზნექის გამოთვლელი (11-1) დამოკიდებულება მიიღებს სახეს:

$$\delta = \delta_{\text{სტ}} \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right). \quad (11-5)$$

დარტყმის ძალის (11-4) დახმარებით შესაძლებელია განვსაზღვროთ ძელის რეაქციებიც (ნახ. 90):

$$A = \frac{l-x}{l} \cdot Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right),$$

$$B_1 = \frac{x}{l} \cdot Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right),$$

ანუ, რადგან

$$\frac{(l-x)}{l} \cdot Q = A_{\text{სტ}} \quad \text{და} \quad \frac{x}{l} \cdot Q = B_{1\text{სტ}},$$

ამიტომ:

$$A = A_{\text{სტ}} \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right), \quad (11-6)$$

$$B_1 = B_{1\text{სტ}} \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right). \quad (11-7)$$

ერთ-ერთი რეაქციის დახმარებით მოიძებნება აგრეთვე ის მლუნავი მომენტი, რომელიც ვითარდება დარტყმის  $x$  კვეთში:

$$M = A \cdot x = A_{\text{სტ}} \cdot x \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right),$$

ანუ, რადგან

$$A_{\text{სტ}} \cdot x = M_{\text{სტ}},$$



ამიტომ

$$M = M_{\text{სტ}} \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right). \quad (11-8)$$

ამ უკანასკნელ გამოსახულებაზე დაყრდნობით მოიძებნება დარტყმითი ღუნვით გამოწვეული ნორმალური ძაბვებიც:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{M_{\text{სტ}}}{W} \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right),$$

ანუ

$$\sigma = \sigma_{\text{სტ}} \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right). \quad (11-9)$$

რადგან ზემოთ აღნიშნულ ყველა ფორმულაში მეორდება ერთი და იგივე წვეკრი კოეფიციენტის სახით, ამიტომ სამართლიანია, რომ იგი გამოხატული იქნეს ერთი ( $\mu$ ) ასოთი

$$\mu = \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}}. \quad (11-10)$$

ამ კოეფიციენტის დახმარებით არამარტო მარტივდება ზემოთ მიღებული ფორმულების გარეგანი სახე, არამედ მათ ეძლევათ ახალი შინაარსიც. მართლაც, რადგან:

$$P = Q\mu; \quad (11-4a)$$

$$\delta = \delta_{\text{სტ}}\mu; \quad (11-5a)$$

$$A = A_{\text{სტ}}\mu; \quad (11-6a)$$

$$B_1 = B_{1\text{სტ}}\mu; \quad (11-7a)$$

$$M = M_{\text{სტ}}\mu; \quad (11-8a)$$

$$\sigma = \sigma_{\text{სტ}}\mu, \quad (11-9a)$$

ამიტომ დარტყმით აღძრული ფაქტორების გამოთვლა დაიყვანება  $Q$  სტატიკური ძალის მიერ გამოწვეული ფაქტორების განსაზღვრამდე და ამ სტატიკურ სიდიდეთა გადამრავლებამდე  $\mu$ -დინამიკურ კოეფიციენტზე.

როდესაც ძელს უჭირავს  $AB$  თარაზული მდებარეობა და დარტყმა ძელზე ნორმალურია, მაშინ, რადგან  $\varphi=0$ , ამიტომ (11-10) გამოსახულება ღებულობს იმ ცნობილ სახეს, რომელიც მას მიეცა ცნობილი მეცნიერის პონსელეს 1829 წელს გამოქვეყნებული ნაშრომის [211] საფუძველზე

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}}}}. \quad (11-11)$$

თუ ძელი შვეულადაა მოთავსებული დედამიწის ჰორიზონტის მიმართ ( $\varphi=90^\circ$ ), ხოლო დარტყმა წარმოებს თარაზულად, მაშინ, რადგან

$\cos 90^\circ = 0$ , ამიტომ (11-10) ფორმულა ლებულობს აგრეთვე ცნობილ [108] სახეს:

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{g\delta_{\text{სტ}}}} \quad (11-12)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დარტყმა წარმოებს ქვემოდან ზემოთ, თარაზული მდებარეობის მქონე ძელზე ( $\varphi = 180^\circ$ ), მაშინ, რადგან  $\cos 180^\circ = -1$ , ამიტომ (11-10) გამოსახულება დგება სახეზე:

$$\mu = -1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_{\text{სტ}}}} \quad (11-13)$$

პონსელეს (11-11) ფორმულის სამართლიანობა ექსპერიმენტებით შეამოწმა ტრედგოლდმა. იგი მივიდა იმ დასკვნამდე, რომ ძელის საკუთარი მასის გავლენის უგულვებლყოფის გამო პონსელეს ფორმულით მიღებული სიდიდეები მეტია ცდებით მიღებულზე.

ინგლისელი მეცნიერი კოქსი პირველი იყო, რომელმაც 1849 წელს შეასწორა [212] პონსელეს შედეგი იმით, რომ ძელის გაანგარიშებაში შეიტანა თვით ძელის საკუთარი მასის გავლენაც. ამ საკითხში კოქსის დამსახურება იმაში მდგომარეობს, რომ უამრავი თავისუფლების ხარისხის მქონე ძელის თანაბრად განაწილებული მასა დაიყვანა თავისუფლების ერთი ხარისხის მქონე (დარტყმის წერტილში შეყურსულ) მასამდე (დაყვანილ მასამდე), რითაც შეძლო ძელის გალუნვაზე დახარჯული ენერჯიის სიდიდის დაზუსტება. აღმოჩნდა, რომ ეს ენერჯია ტოლია არა დარტყმის მთელი  $0,5 mv^2$  ენერჯიისა, არამედ (1-12) ფორმულით გამოხატული სიდიდისა

$$U = \frac{mv^2}{2 \left( 1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m} \right)}$$

თუ ამ გამოსახულებას შევითანთ დარტყმის ძალის ( $a$ ) განტოლების მარჯვენა მხარეში, მაშინ დინამიკური კოეფიციენტის (11-10), (11-11), (11-12) და (11-13) ფორმულები მიიღებენ სახეს:

$$\mu = \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v^2}{g\delta_{\text{სტ}} \left( 1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m} \right)}}; \quad (11-14)$$

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_{\text{სტ}} \left( 1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m} \right)}}; \quad (11-15)$$

$$\mu = \frac{v}{\sqrt{g \delta_{\text{სტ}} \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right)}}; \quad (11-16)$$

$$\mu = -1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \delta_{\text{სტ}} \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right)}}; \quad (11-17)$$

სადაც  $v$  არის დარტყმის ნორმალური სიჩქარე;

$g$  — სიმძიმის ძალის აჩქარება;

$\delta_{\text{სტ}}$  — ძელის ჩაზნეკა დარტყმის წერტილში. რომელსაც იწვევს დამრტყმელი ტანის  $Q$  სტატიკური წონის ტოლი ძალა მოდებული დარტყმის მიმართულებით.

მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის თანახმად

$$\delta_{\text{სტ}} = \frac{Q}{3EI} \cdot \frac{x^2}{l} (l-x)^2, \quad (11-18)$$

სადაც  $E$  არის ძელის მასალის დრეკადობის მოდული;

$I$  — ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი;

$l$  — ძელის მალი (საანგარიშო სიგრძე).

ძელის დაყვანილი მასა იანგარიშება [123] ცნობილი ფორმულით:

$$m_{\text{დაყ}} = \frac{\rho l}{105} \left\{ 1 + 2 \left[ 1 + \frac{l^2}{x(l-x)} \right]^2 \right\}, \quad (11-19)$$

სადაც  $\rho l$  — ტეროს მთლიანი მასაა.

დასასრულ, უნდა შევნიშნოთ, რომ დინამიკური კოეფიციენტით სარგებლობა ბევრ გაუგებრობასა და არაზუსტი დასკვნების გამოტანასთან არის დაკავშირებული. მაგალითად, ერთ ავტორს [156] გამოყავს რა მხოლოდ (11-11) ტიპის ფორმულა ისეთნაირ განზოგადობას ეძლევა, რომ თითქოს დინამიკური  $\mu$  კოეფიციენტი ყოველთვის მეტი იყოს ორზე, და რომ, თითქოს, არაფრით არ განსხვავდებოდეს შვეული დარტყმა პორიზონტალურისაგან. ეს არასწორი ლოგიკური მტკიცება დასტურდება იმითაც, რომ მდინარეში შვეულად ჩასობილ ხიმინჯებზე ყინულის თარაზული დარტყმის ამოცანა ავტორს გადაწყვეტილი აქვს (11-11) ფორმულით და არა (11-12) გამოსახულებით, რომელიც თარაზულ დარტყმას ასახავს. გარდა ამისა, დინამიკური კოეფიციენტით სარგებლობა საშუალებას არ გვაძლევს გავარკვიოთ ორი ან მეტი მასით ძელზე დარტყმის ამოცანა, იგი ნათლად არ გვიჩვენებს ძელის დარტყმაზე მუშაობის თვისობრივ მხარეებს. გარდა ამისა, დინამიკური კოეფიციენტით სარგებლობას აზრი აქვს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც ძალასა და მის

მიერ გამოწვეულ ძელის ჩაღუნვას შორის არსებობს მხოლოდ წრფივი ფუნქციონალური დამოკიდებულება.

**მაგალითი 14.** მდინარის ფსკერზე შევეულად დასობილ ხის მორს ეჯახება ყინული, გამოვთვალოთ მორის დამაგრების კვეთში განვითარებული მაქსიმალური ნორმალური ძაბვები დინამიკური კოეფიციენტის გამოყენებით.

**მოცემულია:** ხის მორის დიამეტრი  $d=20$  სმ; მანძილი მდინარის ფსკერიდან ყინულის სიმძიმის ცენტრამდე, ანუ მორის საანგარიშო სიგრძე  $l=200$  სმ; ხის მორის წონაკუთრი  $\gamma=0,0008$  კგ/სმ<sup>3</sup>; მორის მასალის ღრეკადობის მოდული  $E=10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>; ყინულის მორთან შეჯახების სიჩქარე  $v=20$  სმ/წმ; ყინულის მასა  $m=1,2$  კგ. წმ<sup>2</sup>/სმ; მისი წონა  $Q=1177$  კგ.

**ამოხსნა.** გამოვთვალოთ დამხმარე ფაქტორები:  
მორის დაყვანილი მასა

$$m_{\text{დაყ}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi d^2}{4} l \frac{\gamma}{g} \approx 0,017 \text{ კგ წმ}^2/\text{სმ},$$

მორის განივკვეთის ინერციის მომენტი

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \approx 7850 \text{ სმ}^4,$$

მისი წინაღობის მომენტი

$$W = \frac{2I}{d} = 785 \text{ სმ}^3.$$

მორის დამაგრების კვეთში განვითარებული სტატიკური მღუნავი მომენტი, რომელიც შეუძლია გამოიწვიოს ყინულის  $Q$  წონის ტოლმა თარაზულად მოდებულმა ძალამ

$$M_{\text{სტ}} = Q \cdot l = 1177 \cdot 200 = 235400 \text{ კგ/სმ}.$$

ამ მომენტით გამოწვეული სტატიკური ნორმალური ძაბვა

$$\sigma_{\text{სტ}} = \frac{M_{\text{სტ}}}{W} = \frac{235400}{785} = 300 \text{ კგ/სმ}^2.$$

მორის ზედა ბოლოს გადაღუნვა, რომელსაც გამოიწვევს მასზე თარაზულად მოდებული ყინულის წონის ტოლი ძალა

$$\delta_{\text{სტ}} = \frac{Ql^3}{3EI} = \frac{1177 \cdot 200^3}{3 \cdot 10^6 \cdot 7850} \approx 4 \text{ სმ}.$$

დინამიკური კოეფიციენტი (11-16) ფორმულის თანახმად

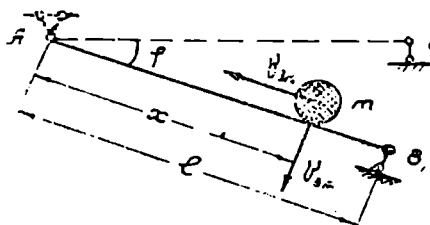
$$\mu = \frac{v}{\sqrt{g \delta_{\text{სტ}} \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m}\right)}} = \frac{20}{\sqrt{981 \cdot 4 \left(1 + \frac{0,017}{1,2}\right)}} \approx 0,318.$$

მაქსიმალური ნორმალური ძაბვა, რომელიც განვითარდება მორის და-  
შაგრების კვეთში, ყინულით მორის ზედა ზოლოზე მიჯახების დროს განი-  
საზღვრება (11-9ა) ფორმულით:

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{სტ}} \cdot \mu = 300 \cdot 0,318 = 95,4 \text{ კგ/სმ}^2.$$

#### § 45. ირიბი დარტყმა უწონადო ძელზე

ირიბი დარტყმის დროს, დარტყმის  $v$  სიჩქარე დაიშლება ორ—ძელის  
მართობ  $v_{\text{სა}}$  და ძელის ღერძის პარალელურ  $v_{\text{აგ}}$  მდგენელად (ნახ. 91).



ნახ. 91

ძელისადმი მართობი სიჩქარის  
 $v_{\text{სა}}$  მდგენელი განავითარებს (11-4)  
ფორმულით გამოხატულ ძალას,  
ხოლო ძელის ღეროსადმი პარა-  
ლელური  $v_{\text{აგ}}$  სიჩქარე კი გამოიწ-  
ვეს (ძელის ღერძის გამრუდების  
გამო) ინერციის ცენტრიდანულ  
ძალას, ამიტომ ძელზე იმოქმედებს  
ორივე ძალის ჯამი

$$P = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v_{\text{სა}}^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right) + \frac{m v_{\text{აგ}}^2}{R(x)},$$

რადგან ძელის სიმრუდე გამოითვლება ფორმულით:

$$\frac{1}{R(x)} = \pm \frac{d^2 \delta}{dx^2} = \pm \frac{d^2}{dx^2} \left[ \frac{P_1 x^2 (l-x)^2}{3EI} \right]$$

ანუ

$$\frac{1}{R(x)} = \pm \frac{2P_1}{3EI} (6x^2 - 6xl + l^2),$$

ამიტომ საძიებელი ძალისათვის გვექნება ფორმულა

$$P = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v_{\text{სა}}^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right) \pm \frac{2P_1}{3EI} m v_{\text{აგ}}^2 (6x^2 - 6xl + l^2).$$

რადგან, ჩვენი მაგალითის შემთხვევაში სამართლიანია მხოლოდ მინუსი  
ნიშნის აღება, ამიტომ

$$P = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v_{\text{სა}}^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right) - \frac{2P_1}{3EI} m v_{\text{აგ}}^2 (6x^2 - 6xl + l^2),$$

სადაც  $P_1$  არის ძელზე მართობად დარტყმის ის ძალა, რომელიც იწვევს ძელის გაღუნვას. თუ ამ ძალაში ინერციის ცენტრიდან დალის გავლენასაც შევიტანდით, მაშინ საძიებელი დარტყმის ძალის გამოსახულება რთულ ფუნქციონალურ სახეს მიიღებდა, ამიტომ დასმული ამოცანის ამოხსნის გამარტივების მიზნით,  $P_1$  ძალად შეგვიძლია მივიჩნიოთ ის, რომელსაც ანეიტარებს  $m$  მასა  $v_{\text{მ}}$  სიჩქარით დარტყმის დროს. (11-4) ფორმულის ანალოგიურად, ეს ძალა ტოლია:

$$P_1 = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v_{\text{მ}}^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right).$$

ამრიგად

$$P = Q \left( \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{v_{\text{მ}}^2}{g \delta_{\text{სტ}}}} \right) \left[ 1 - \frac{2Qv_{\text{მ}}^2}{3EIlg} (6x^2 - 6xl + l^2) \right],$$

რომელიც ჩასმით

$$\delta_{\text{სტ}} = \frac{Qx^2}{3EI} (l-x)^2$$

მიიღებს ასეთ საბოლოო სახეს:

$$P = Q \left[ 1 + \frac{2Qlv_{\text{მ}}^2}{3EIg} \left( 6 \frac{x}{l} - 6 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \right] \left[ \cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + \frac{3EIv_{\text{მ}}^2}{Qlgx^2 \left( 1 - \frac{x}{l} \right)^2}} \right], \quad (11-20)$$

სადაც

$$0 \leq x \leq \frac{1}{2} l.$$

თუ ძელს უკირავს თარაზული მდებარეობა ( $\varphi = 0^\circ$ ), მაშინ, რადგან  $\cos 0^\circ = 1$ , ამიტომ (11-20) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$P = Q \left[ 1 + \frac{2Qlv_{\text{მ}}^2}{3EIg} \left( 6 \frac{x}{l} - 6 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \right] \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{3EIv_{\text{მ}}^2}{Qlgx^2 \left( 1 - \frac{x}{l} \right)^2}} \right]. \quad (11-21)$$

როდესაც ძელი შვეულადაა დამაგრებული ( $\varphi = 90^\circ$ ), მაშინ რადგან  $\cos 90^\circ = 0$ , ამიტომ (11-20) გამოსახულება მარტივდება

$$P = \left[ 1 + \frac{2mlv_{\text{მ}}^2}{3EI} \left( 6 \frac{x}{l} - 6 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \right] \frac{v_{\text{მ}}}{x \left( 1 - \frac{x}{l} \right)} \sqrt{\frac{3EI}{l}}, \quad (11-22)$$

სადაც  $m$  — დამრტყმელი ტანის მასაა.

ეს უკანასკნელი ფორმულა არ ითვალისწინებს დამრტყმელი ტანის  $Q$  საკუთარი წონის გავლენას, რასაც ადვილი აქვს ვერტიკალური დამრტყმის დროს.

(11-22) ფორმულის თანახმად მალის შუაზე ( $x=0,5l$ ) განვითარდება ძალა

$$P'_{max} = \left[ 1 + \frac{mlv^2_{არ}}{3EI} \right] v_{არ} \sqrt{\frac{48EI\Delta m}{l^3}}. \quad (11-23)$$

როდესაც დამრტყმელი ტანი მხოლოდ პარალელურად ეხება თარახულად მდებარე ძელს, მაშინ ასეთი მოძრაევი  $Q$  ტვირთი პირველი შეხებისას ძელს დააწვება (11-21) ფორმულის თანახმად, ძალით

$$P = 2Q \left[ 1 + \frac{2Qlv^2_{არ}}{3EIg} \left( 6 \frac{x}{l} - 6 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \right], \quad (11-24)$$

რომელიც, როცა  $x=0,5l$ , გეძღვეს

$$P = 2Q \left( 1 + \frac{Qlv^2_{არ}}{3EIg} \right). \quad (11-25)$$

ძალის ეს მნიშვნელობა ორჯერ მეტია ( $Q$  ტვირთის უეცრივ მოდების გამო) იმაზე, რაც მიიღება ძელზე მგორავი  $Q$  სტატისკური ტვირთისათვის [123].

(11-22) გამოსახულების თანახმად, ძელის  $A$  რეაქციისათვის გვექნება ფორმულა:

$$A = P \left( 1 - \frac{x}{l} \right) = \left[ 1 + \frac{2mlv^2_{არ}}{3EI} \left( 6 \frac{x}{l} - 6 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \right] \frac{v_{არ}}{x} \sqrt{\frac{3EI\Delta m}{l}},$$

რომლის დახმარებითაც ადვილად მოიძებნება მლუნავი მომენტის სიდიდე

$$M(x) = \left[ 1 + \frac{2mlv^2_{არ}}{3EI} \left( 6 \frac{x}{l} - 6 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right) \right] v_{არ} \sqrt{\frac{3EI\Delta m}{l}}. \quad (11-26)$$

თუ დარტყმა წარმოებს ძელის შუაზე ( $x=0,5l$ ), მაშინ (11-26) ფორმულა მარტივდება

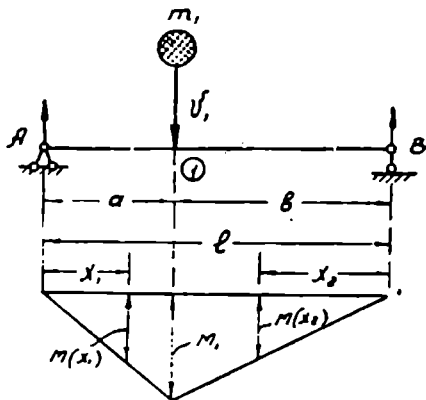
$$M = \left( 1 + \frac{2mlv^2_{არ}}{3EI} \right) v_{არ} \sqrt{\frac{3EI\Delta m}{l}}, \quad (11-27)$$

სადაც  $M$  არის დარტყმითი მლუნავი მომენტი ძელის შუაზე;  $m$ —დამრტყმელი ტანის მასა;  $l$ —ძელის სიგრძე;  $E$ —დრეკადობის მოდული;  $I$ —განივკვითის ინერციის მომენტი;  $v_{არ}$  და  $v_{არ}$ —სიჩქარის მდგენელები.

წინამდებარე შრომის ამ ნაწილში განხილული იქნება დარტყმითი მღუნავი მომენტის გამოთვლის რამდენიმე ამოცანა ჩვენს მიერ შემუშავებული [151] მეთოდით.

ამოცანა პირველი. დარტყმა უწონადო ძელზე ერთი მასით (ნახ. 92).

რადგან ძელი ამ შემთხვევაში უწონადოდ გვაქვს მიჩნეული (ე. ი. არ ვითვალისწინებთ ძელის საკუთარი მასის გავლენას), ამიტომ დარტყმით აღძრული მღუნავი მომენტის ეპიურას ექნება სამკუთხედის ფორმა (ნახ. 92). მღუნავი მომენტის ეპიურის ფორმის ცოდნა საშუალებას გვაძლევს გამოვხატოთ ღუნვის პოტენციალური ენერგია მღუნავი მომენტით:



ნახ. 92

რადგან მღუნავი მომენტის ეპიურის თანახმად (ნახ. 92),

$$M(x_1) = \frac{x_1 \cdot M_1}{a}, \quad M(x_2) = \frac{x_2 \cdot M_1}{b},$$

ამიტომ

$$\Pi = \int_0^a \frac{M_1^2 x_1^2}{2EIa^3} dx_1 + \int_0^b \frac{M_1^2 x_2^2}{2EIb^3} dx_2,$$

ანუ

$$\Pi = \frac{M_1^2 l}{EI}. \quad (11-28)$$

თუ ღუნვის პოტენციალური ენერგიის ამ მნიშვნელობას გავუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ ენერგიას, მივიღებთ მაქსიმალური მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელ განტოლებას:

$$\frac{M_1^2 l}{6EI} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2,$$

საიდანაც:

$$M_1 = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l}}. \quad (11-29)$$



ძელის საკუთარი მასის გათვალისწინების შემთხვევაში ეს უკანასკნელი ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$M_1 = \nu_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1}\right)}}, \quad (11-29a)$$

- სადაც  $M_1$  არის მღუნავი მომენტი დარტყმის კვეთში;  
 $E$  — ძელის მასალის დრეკადობის მოდული;  
 $I$  — ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი;  
 $l$  — ძელის საანგარიშო სიგრძე;  
 $\nu_1$  — დარტყმის სიჩქარე;  
 $m_1$  — დამრტყმელი ტანის მასა;  
 $m_{\text{დაყ}}$  — ძელის დაყვანილი მასა.

(11-29) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ [108] მღუნავი მომენტის სიდიდე სრულებით არ არის დამოკიდებული დარტყმის წერტილის დაშორებაზე საყრდენიდან\*.

რადგან, ნახაზის თანახმად (ნახ. 92)

$$M_1 = A \cdot a = \frac{P(l-b)b}{l},$$

ამიტომ დარტყმის ძალა ტოლია:

$$P = \frac{M_1 l}{(l-b)b},$$

რომელიც (11-29) ფორმულის დახმარებით, დაიყვანება ასეთ სახემდე

$$P = \nu_1 \sqrt{\frac{3EI l m_1}{(l-b)^2 b^3}}, \quad (11-30)$$

ანუ

$$P = \nu_1 \sqrt{\frac{m_1}{\alpha}}. \quad (11-31)$$

ძელის საკუთარი მასის გავლენის გათვალისწინების დროს

$$P = \nu_1 \sqrt{\frac{m_1}{\alpha \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1}\right)}}, \quad (11-31a)$$

სადაც

$$\alpha = \frac{b^2(l-b)^2}{3EI}. \quad (11-32)$$

\* ამ თეორიულ მოსახრებას ექსპერიმენტებით ასაბუთებს ლ. ვ. კასიციის [106] სადისერტაციო შრომა. (ავტორი).

მლუნავი მომენტის (11-29) ფორმულის დახმარებით მოიძებნება ლუნ-  
ვით გამოწვეული ნორმალური ძაბვებიც:

$$\sigma = \frac{M_1}{W} = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{W^2 l}} = v_1 \sqrt{\frac{3Em_1}{Fl} \cdot \frac{Fl}{W^2}},$$

ანუ

$$\sigma = v_1 \sqrt{3\beta \frac{Em_1}{Fl}}. \quad (11-33)$$

აქ

$$\beta = \frac{Fl}{W^2} = \frac{Fl}{\left(\frac{l}{c}\right)^2} = \frac{c^2}{l} = \left(\frac{c}{r}\right)^2 = \text{const},$$

ანუ

$$\beta = \left(\frac{c}{r}\right)^2 \quad (11-34)$$

სადაც  $\beta$  არის ძელის განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი (იხ. ცხრ. 2);  
 $c$ —ძელის განაპირა ბოკვების დაშორება; ნეიტრალური შრიდან;  
 $r$ —განივკვეთის ინერციის რადიუსი;  
 $W$ —წინალობის მომენტი;  
 $F$ —განივკვეთის ფართობი.

დარტყმით ლუნვაზე მომუშავე ძელის სიმტკიცის პირობა (1-33) გამო-  
სახულების დახმარებით ასე ჩაიწერება:

$$\sigma = v_1 \sqrt{2\beta \frac{Em_1}{Fl}} \leq [\sigma], \quad (11-35)$$

საიდანაც, დაშვებით  $\sigma = [\sigma]$ , ადვილად მოიძებნება განივკვეთის ფარ-  
თობი

$$F = \frac{3\beta E}{l} \cdot \frac{m_1 v_1^2}{[\sigma]^2}. \quad (11-36)$$

თუ ძელის საკუთარი მასის გავლენასაც გავითვალისწინებთ, მაშინ  
(11-35) ფორმულა დაზუსტდება:

$$\sigma = v_1 \sqrt{\frac{3\beta Em_1}{Fl \left(1 + \frac{m_{\text{დავ}}}{m_1}\right)}}, \quad (11-37)$$

სადაც  $m_{\text{დავ}}$ —ძელის დაყვანილი საკუთარი მასაა დარტყმის წერტილში,  
რომელიც გამოითვლება (11-19) ფორმულით.

**მაგალითი 15.** ორტყეხბრივ ძელს მართობად ეჯახება მყარი ტანი.

გამოვთვალთ დარტყმის კვეთში განვითარებული მაქსიმალური ნორმალური ძაბვები.

მოცემულია: ორტყეობრივი ძელის ნომერი 1 № 20<sup>ა</sup>, რომელსაც ახასიათებს (იხ. ცხ. 4) შემდეგი მონაცემები: გრძივი მეტრის წონა  $q = 27,9$  კგ/მ = 0,279 კგ/სმ; განივკვეთის ფართობი  $F = 35,5$  სმ<sup>2</sup>; ძელის მასალის დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>; განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი  $\beta = 1,51$ ; დამრტყმელი ტანის მასა  $m_1 = 0,2$  კგ. წმ<sup>2</sup>/სმ; დარტყმის სიჩქარე  $v = 100$  სმ/წმ; ძელის საანგარიშო სიგრძე  $l = 200$  სმ.

ამოხსნა. გამოვთვალთ ძელის დაყვანილი მასა, თუ დარტყმა წარმოებს ძელის შუაზე

$$m_{დაყ} = 0,5 \frac{q \cdot l}{g} = 0,5 \frac{0,279 \cdot 200}{981} \approx 0,0285 \text{ კგ წმ}^2/\text{სმ}.$$

დარტყმით განვითარებული მაქსიმალური ნორმალური ძაბვები გამოითვლება (11-37) ფორმულით:

$$\begin{aligned} \sigma &= v_1 \sqrt{\frac{3\beta E m_1}{Fl \left(1 + \frac{m_{დაყ}}{m_1}\right)}} = \\ &= 100 \sqrt{\frac{3 \cdot 1,51 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0,2}{35,5 \cdot 200 \left(1 + \frac{0,0285}{0,2}\right)}} \approx 1500 \text{ კგ/სმ}^2. \end{aligned}$$

ამოცანა შეორე. დარტყმა უწონადო კონსოლის ბოლოზე (ნახ. 93). დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერჯია ტოლია

$$U = \frac{1}{2} m_1 v_1^2.$$

ღუნვის დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯია გამოითვლება მღუნავი მომენტის ეპიურის (ნახ. 93) დახმარებით:

$$\Pi = \int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx = \int_0^l \left(\frac{xM_1}{l}\right)^2 \frac{dx}{2EI}$$

ანუ

$$\Pi = \frac{M_1^2 l}{6EI}, \quad (11-38)$$

რადგან, დარტყმის ენერჯეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U.$$

ამიტომ გვექნება

$$\frac{M_1 l}{6EI} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2,$$

საიდანაც საძიებელი მლუნავი მომენტი ტოლია

$$M_1 = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l}}.$$

აღსანიშნავია, რომ ეს უკანასკნელი შედეგი ზუსტად ემთხვევა უბრალო ძელზე დარტყმის (11-29) ფორმულას.

რადგან კონსოლისათვის (ნახ. 93)

$$M_1 = Pl,$$

ამიტომ, ამ უკანასკნელისა და (11-39) გამოსახულების დახმარებით მოიძებნება დარტყმის ძალის სიდიდე:

$$P = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l^3}}. \quad (11-40)$$

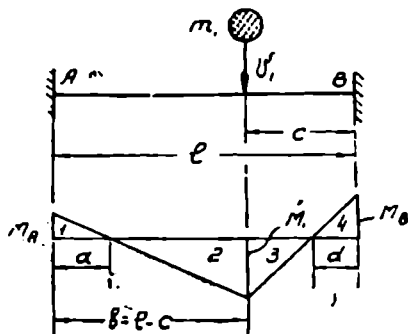
ნორმალური ძაბვებისათვის გვექნება (11-33) გამოსახულების ანალოგიური ფორმულა:

$$\sigma = v_1 \sqrt{3\beta \frac{Em_1}{Fl}}, \quad (11-41)$$

სადაც  $l$  — კონსოლის სიგრძეა.

ამოცანა მესამე. დარტყმა სტატიკურად ურკვევად ძელზე (ნახ. 94).

როდესაც ძელი უწონადოთაა მიჩნეული, მაშინ დარტყმით აღძრული მლუნავი მომენტის ეპიურას ისეთივე ფორმა ექნება, როგორიც მას აქვს ძელის სტატიკურად დეფორმირების დროს (ნახ. 94). რადგან ეპიურის ფორმა წინასწარაა ცნობილი, ამიტომ მისი დახმარებით შესაძლებელია ღუნვის პოტენციალური ენერჯის გამოთვლა.



ნახ. 94

მასალათა გამძლეობიდან ცნობილია, რომ სტატიკურად ურკვევადი ძელის საყრდენი მომენტები და მალის მომენტი შესაბამისად ტოლია.

$$M_A = \frac{P}{l^2} (l-c)c^2; \quad (11-42)$$

$$M_B = \frac{cP}{l} (l-c)^2; \quad (11-43)$$

$$M_1 = \frac{2P}{l^2} (l-c)^2 c^2. \quad (11-44)$$

ამ გამოსახულებებიდან შეგვიძლია შევადგინოთ (შემდგომი მსჯელობისათვის საჭირო) დამოკიდებულებანი:

$$\frac{M_A}{M_1} = \frac{l}{2(l-c)}; \quad \frac{M_B}{M_1} = \frac{l}{2c}; \quad (11-45)$$

$$a = \frac{bl}{2b+l}; \quad d = \frac{cl}{2c+l}.$$

ზემოთ ჩამოწერილი მონაცემებისა და მღუნავი მომენტის ეპიურის დახმარებით ადვილად მოიძებნება ლუნვის პოტენციალური ენერგია:

$$\Pi = \frac{M_1^2 l}{6EI} \left[ \frac{bl^2}{4(l-c)^2(l+2b)} + \left( 1 - \frac{l}{2b+l} - \frac{c}{l+2c} \right) + \frac{l^3}{4c(l+2c)} \right]$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებას გავუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ  $0,5 m_1 v_1^2$  ენერგიას, მივიღებთ დარტყმის კვეთში განვითარებული მღუნავი მომენტის მნიშვნელობას

$$M_1 = v_1 \sqrt{\frac{6EI m_1}{\frac{bl^2}{4(l+2b)(l-c)^2} + \left( 1 - \frac{b}{l+2b} - \frac{c}{l+2c} \right) l + \frac{l^3}{4c(l+2c)}}} \quad (11-46)$$

როდესაც დარტყმა წარმოებს მალის შუაზე  $\left( c = b = \frac{1}{2} l \right)$ , მაშინ:

$$M_1 = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l}}. \quad (11-47)$$

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ ეს შედეგიც აგრეთვე ემთხვევა ძელზე და კონსოლზე დარტყმის ამსახველ (11-39) და (11-29) ფორმულებს. მაშასადამე, დარტყმის თვალსაზრისით ეს კონსტრუქციები ურთიერთის ტოლფასია.

საყრდენი მომენტების მნიშვნელობანი შესაძლებელია გამოვთვალოთ (11-45) და (11-46) ფორმულების დახმარებით.

ამოცანა შეოთხე. დარტყმა უბრალო ჩარჩოზე (ნახ. 95).

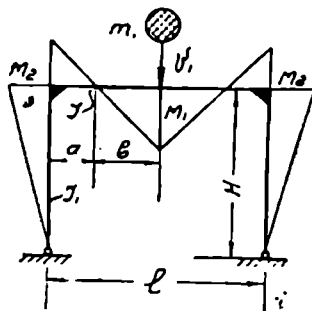
დარტყმა წარმოებს უწონადო ჩარჩოს რიგელის შუაზე (ნახ. 95). ჩარჩოს საკუთარი მასის უგულებელყოფის გამო, დარტყმით აღძრული ძალის მიერ გამოწვეული მღუნავი მომენტის ეპიურა ანალოგიური იქნება

სტატიკურად მოქმედი ძალის შესაბამისი ეპიურისა. ეპიურის ფორმის წინასწარი ცოდნა საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია და გაეუტოლოთ იგი დარტყმაზე დახარჯულ კინეტიკურ ენერგიას, რითაც მიიღება დარტყმითი მლუნავი მომენტის განმსაზღვრელი განტოლება.

თუ ჩარჩოზე რაიმე  $P$  ძალა მოდებულა (ნახ. 95), მაშინ მალისა და საყრდენი მლუნავი მომენტისათვის გვაქვს:

$$M_1 = \frac{Pl}{8} \cdot \frac{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{IH}{I_1 l}}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{IH}{I_1 l}}$$

$$M_2 = \frac{Pl}{8} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{IH}{I_1 l}}$$



ნახ. 95

ამ გამოსახულებათა მეშვეობით დგება შემდგომისათვის საკურო დამხმარე დამოკიდებულება:

$$\frac{M_2}{M_1} = \beta,$$

სადაც

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{IH}{I_1 l}}$$

მლუნავი მომენტის ეპიურის ორდინატების დახმარებით ვპოულობთ, რომ

$$a = \frac{l}{2 \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}; \quad b = \frac{l}{2(1+\beta)},$$

სადაც

$$a+b=0,5l.$$

ამ უკანასკნელ მოცემულობათა და მლუნავი მომენტის ეპიურის დახმარებით, ადვილად მოიძებნება დეფორმაციის ის პოტენციალური ენერგია, რომელიც დაგროვდება ჩარჩოში დარტყმის მაქსიმუმის დროს:

$$\Pi = \frac{M_1^2}{3EI} \left[ \beta^2 \frac{IH}{I_1} + \frac{\beta^2 l}{2(1+\beta)} + \frac{l}{2(1+\beta)} \right].$$

თუ გავითვალისწინებთ ჩარჩოს საკუთარი მასის გავლენას დაყვანილი მასის სახით, მაშინ დარტყმით ღუნვაზე დახარჯული ენერგიისათვის გვექნება ფორმულა

$$U = \frac{m_1 v_1^2}{2 \left( 1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1} \right)},$$

რადგან, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ ენერგიათა ურთიერთ გატოლების მეშვეობით მივიღებთ საძიებელ ფაქტორს:

$$M_1 = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{\left( 1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1} \right) \left( \frac{\beta^2 l}{1 + \beta} + \frac{2\beta^3 IH}{I_1} + \frac{l}{1 + \beta} \right)}}. \quad (11-48)$$

როცა  $I_1 = \infty$  (რის გამოც  $\beta = 1$ ), მაშინ ეს უკანასკნელი გამოსახულება (როგორც მოსალოდნელი იყო) ემთხვევა ბოლოებით ხისტად გამაგრებულ ძელზე დარტყმის შესწავლილ შედეგს:

$$M_1 = v_1 \sqrt{\frac{3EI m_1}{\left( 1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1} \right) l}}, \quad (11-49)$$

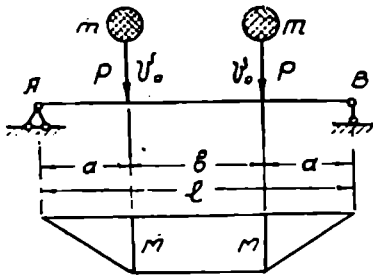
სადაც, ამ შემთხვევაში  $m_{\text{დაყ}}$ —მხოლოდ ჩარჩოს რიგელის დაყვანილი მასაა.

ზემოთ ნაჩვენები გზა-ხერხით შესაძლებელია შესწავლილი იქნეს უფრო რთულ ჩარჩოებზე და სტატიკურად ურკვევად ძელებზე დარტყმის ამოცანები თუკი მოხერხდება მლუნავი მომენტის ეპიურათა ფორმის წინასწარი დადგენა და მლუნავი მომენტების ეპიურის ორდინატთა გამოხატვა ერთ-ერთ უცნობ ორდინატაში.

ამოცანა შეხუთფ. ორი მასის სიმეტრიული და ერთდროული დარტყმა უწონადო ძელზე (ნახ. 96).

დარტყმაზე იხარჯება კინეტიკური ენერგია

$$U = 2 \cdot \frac{m v_0^3}{2}$$



ნახ. 96

მლუნავი მომენტის ეპიურის დახმარებით, ლუნვის პოტენციალური ენერგია ტოლია

$$\Pi = \frac{aM^2}{3EI} + \frac{bM^2}{2EI},$$

ანუ

$$\Pi = \frac{M^2}{6EI} (l+2b).$$

რადგან

$$\Pi = U,$$

ამიტომ

$$\frac{M^2}{6EI} (l+2b) = 2 \cdot \frac{mv_0^3}{2},$$

საიდანაც მაქსიმალური მღუნავი მომენტის გამოსათვლელად გვექნება ფორმულა

$$M = v_0 \sqrt{\frac{3EI(2m)}{l+2b}}. \quad (11-50)$$

როცა მალი სიმეტრიულადაა დაყოფილი, ე. ი.  $a=b=\frac{1}{3}l$ , მაშინ ეს უკანასკნელი ფორმულა ღებულობს სახეს:

$$M = v_0 \sqrt{\frac{1,8 EI(2m)}{l}}. \quad (11-51)$$

როდესაც ორივე მასა მხოლოდ ერთ წერტილში ეცემა ( $b=0$  და  $2a=l$ ), მაშინ (11-50) ფორმულა ასე მარტივდება

$$M = v_0 \sqrt{\frac{3EI(2m)}{l}}. \quad (11-52)$$

ამ უკანასკნელისა და (11-51) ფორმულის ურთიერთ შედარება გვარწმუნებს, რომ დარტყმითი მღუნავი მომენტის შესამცილებლად ერთი მასა უნდა დავეუბლოვოთ ერთ საყრდენს, მეორე კი მეორეს. მართლაც იმ ზღვრულ შემთხვევაში, როცა  $b=l$ , მაშინ გამოსახულება (11-50) გვაძლევს მღუნავი მომენტის ყველაზე უფრო მცირე მნიშვნელობას:

$$M_{min} = v_0 \sqrt{\frac{EI(2m)}{l}}. \quad (11-53)$$

რადგან ნახაზის თანახმად (ნახ. 96)

$$M = A \cdot a = P \cdot a$$

ამიტომ დარტყმის ძალა როლია:

$$P = \frac{M}{a} = v_0 \sqrt{\frac{3EI(2m)}{(l+2b)a^2}}$$

ანუ

$$P = v_0 \sqrt{\frac{3EI(2m)}{(l+2b)a^2}}. \quad (11-54)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დარტყმის ძალა (და მაშინ



სადამე გადამკრელი ძალა(ც) მატულობს, როცა დარტყმის წერტილი უახლოვდება საყრდენებს, ე. ი., როცა მცირდება  $a$  ფაქტორი; დარტყმის ძალა მცირდება თუ დარტყმის წერტილი გადაიწევს მალის შუა უბნისაკენ, როდესაც  $a \neq 0$ , მაშინ  $P_{max} = \infty$ , ხოლო, თუ  $a = 0,5l$ , მაშინ:

$$P_{max} = v_0 \sqrt{\frac{12EI(2m)}{l}}. \quad (11-55)$$

რადგან ამ უკანასკნელ შემთხვევაში მალის შუაზე არტყამს მეორე მასაც, ამიტომ ძელზე იმოქმედებს გაორკეცებული ძალა:

$$P = 2P_{min} = v_0 \sqrt{\frac{48EI(2m)}{l^3}}. \quad (11-56)$$

თუ აღვნიშნავთ

$$\frac{l^3}{48EI} = \alpha,$$

სადაც  $\alpha$ —ძელის მოქნადობაა, ანუ მისი ჩაზნეკა, გამოწვეული ერთეული ძალით, მაშინ (11-56) გამოსახულება დაიყვანება დარტყმის ძალის იმ ფორმულაზე, რომელიც ჩვენს მიერ იყო მიღებული ზემოთ სრულიად სხვა წესით:

$$P = v_0 \sqrt{\frac{2m}{\alpha}}. \quad (11-57)$$

(11-50) გამოსახულების დახმარებით შესაძლებელია დარტყმითი ღუნვით გამოწვეული ნორმალური ძაბვების გამოთვლაც

$$\sigma = \frac{M}{W} = v_0 \sqrt{\frac{3\beta E(2m)}{F(l+2b)}}, \quad (11-58)$$

სადაც  $\beta$ —ამ შემთხვევაში, ძელის განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი, რომლის მნიშვნელობაც სხვადასხვა ფორმის განივკვეთებისათვის მოცემულია წიგნის ბოლოს დართულ ცხრილში (ცხრ. 2).

ამოცანა შეექვსე. ორი მასის არასიმეტრიული და ერთდროული დარტყმა უწონადო ძელზე (ნახ. 97)

ამ შემთხვევაში დარტყმაზე დაიხარჯება კინეტიკური ენერგია:

$$U = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

მღუნავი მომენტის ეპიურის ფორმის დახმარებით (ნახ. 97) შესაძლებელია დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის გამოთვლა:

$$\Pi = \frac{M_1^2}{6EI} \left[ a + \frac{M_2^2}{M_1^2} (c + 3b) + b \left( 1 - \frac{M_2}{M_1} \right)^2 \right]$$

დარტყმითი მლუნავი მომენტის განმსაზღვრელი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{M_1^2}{6EI} \left[ a + \frac{M_2^2}{M_1^2} (c + 3b) + b \left( 1 - \frac{M_2}{M_1} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2,$$

საიდანაც საძიებელი მლუნავი მომენტი ტოლია

$$M_1 = \sqrt{\frac{3EI(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)}{a + \beta^2(a + 3b) + b(1 - \beta)^2}}, \quad (11-59)$$

სადაც

$$\beta = \frac{M_2}{M_1} \leq 1. \quad (11-60)$$

მლუნავი მომენტის ეპიურიდან (ნახ. 97) ნათელია, რომ:

$$M_1 = A \cdot a; \quad M_2 = Bc,$$

ამიტომ

$$\beta = \frac{M_2}{M_1} = \frac{Bc}{A \cdot a},$$

ანუ, რადგან:

$$A = \frac{1}{l} [(b+c)P_1 + cP_2],$$

$$B = \frac{1}{l} [aP_1 + (a+b)P_2],$$

ამიტომ

$$\beta = \frac{c \left[ a + (a+b) \frac{P_2}{P_1} \right]}{a \left[ b + c + c \frac{P_2}{P_1} \right]} \leq 1. \quad (11-61)$$

თუ ეს უკანასკნელი გამოსახულება საბოლოოდ გარკვევისა და რიცხვზე დაყვანის დროს არ აღმოჩნდა ერთზე ნაკლები ან ერთის ტოლი, მაშინ, რადგან  $M_1$  მომენტი ნაკლები აღმოჩნდება  $M_2$  მომენტზე, ამიტომ (11-61) ფორმულაში  $a$  ასოს ადგილზე უნდა ჩაისვას  $c$ , ხოლო  $c$  ასოს ადგილზე კი —  $a$ . ასეთი გადაწვევების შედეგად (11-59) ფორმულა მოგვეცემს მაქსიმალურ მლუნავ მომენტს.

შემდგომ მთავარ ამოცანად ითვლება (11-61) გამოსახულებაში შემავალი ძალების შეფარდების გამოკვლევა.

დარტყმის პირველ წერტილში მიყენებული  $0.5 m_1 v_1^2$  კინეტიკური ენერჯია უნდა მოხმარდეს იმ მუშაობას, რომელსაც შეასრულებს დარტყ-

ყმის  $P_1$  ძალა მისი მოქმედების მიმართულებით გამოწვეულ  $\delta_1$  დრეკად გადაადგილებაზე. ამ განმარტების თანახმად:

$$\delta_1 P_1 = m_1 v_1^2 \quad (a)$$

ანალოგიურად

$$\delta_2 \cdot P_2 = m_2 v_2^2$$

რადგან სამშენებლო მექანიკის ცნობილი დამოკიდებულებათა თანახმად:

$$\delta_1 = \alpha_{11} P_1 + \alpha_{12} P_2,$$

$$\delta_2 = \alpha_{22} P_2 + \alpha_{21} P_1,$$

ამიტომ (a) განტოლებები მიიღებენ სახეს:

$$\alpha_{11} P_1^2 + \alpha_{12} P_1 P_2 = m_1 v_1^2,$$

$$\alpha_{22} P_2^2 + \alpha_{21} P_1 P_2 = m_2 v_2^2.$$

საიდანაც მოიძებნება ჩვენთვის საჭირო დამოკიდებულება

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_{12} m_2 v_2^2}{\alpha_{22} m_1 v_1^2} - \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22}} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{\alpha_{12} m_2 v_2^2}{\alpha_{22} m_1 v_1^2} - \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22}} \right)^2 + \frac{\alpha_{11} m_2 v_2^2}{\alpha_{22} m_1 v_1^2}}. \quad (11-62)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების ჩასმით (11-61) ფორმულაში და მიღებული შედეგის შეტანით (11-59) გამოსახულებაში, მივიღებთ დარტყმით აღძრული მღუნავი მომენტის რიცხვით მნიშვნელობას.

როდესაც დამრტყმელი ტანთა ენერგიები ურთიერთის ტოლია:

$$m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2,$$

მაშინ (11-62) ასე მარტივდება

$$\frac{P_2}{P_1} = \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}}},$$

რის გამოც (11-61) გამოსახულება ლებულობს გარკვეულ მარტივ სახეს:

$$\beta = \frac{c \left[ a + (a+b) \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}}} \right]}{a \left[ b + c + c \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}}} \right]}. \quad (11-63)$$

მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულის თანახმად:

$$\alpha_{11} = \frac{a^2(l-a)^2}{3EI}, \quad (11-64)$$

$$\alpha_{22} = \frac{c^2(l-c)^2}{3EI}, \quad (11-65)$$

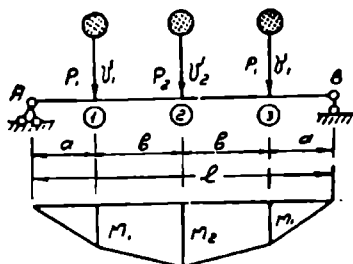
სადაც  $\alpha_{11}$  — ძელის ჩაზნეკაა მარცხენა (დარტყმის) კვეთში გამოწვეული. იგივე კვეთში მოდებული ერთეული სტატიკური ძალისაგან.  $\alpha_{22}$  — ანალოგიური ფაქტორია მეორე, მარჯვენა (დარტყმის) კვეთისათვის.

ამოცანა მეშვიდე. სამი მასის ერთდროული და სიმეტრიული დარტყმა უწონადო ძელზე (ნახ. 98).

დარტყმაზე იხარჯება კინეტიკური ენერგია:

$$U = 2 \cdot \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

ღუნვის დეფორმაციის პოტენციალური ენერგია, რომელიც შეესაბამება დარტყმის მაქსიმუმს გამოითვლება მღუნავი მომენტის ეპიურის დახმარებით (ნახ. 98).



ნახ. 98

$$\Pi = \frac{M_2^2}{6EI} \left[ (l+4b) \frac{M_1^2}{M_2^2} + 2b \left( 1 - \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \right].$$

კინეტიკური და პოტენციალური ენერგიების ურთიერთთან გატოლებით ვღებულობთ განტოლებას, საიდანაც მოიძებნება დარტყმით განვითარებული მაქსიმალური მღუნავი მომენტი:

$$M_2 = \sqrt{\frac{3EI(2m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)}{(l+4b)\beta_1^2 + 2b(1-\beta_1)^2}}. \quad (11-66)$$

სადაც

$$\beta_1 = \frac{M_1}{M_2}.$$

ეს უკანასკნელი  $\beta_1$  კოეფიციენტი განისაზღვრება იგივე მეთოდით რამეთოდიც გამოყენებული იყო მეექვსე ამოცანის გადაწყვეტის დროს:

$$\beta_1 = \frac{2 + \frac{\alpha_{12}}{2\alpha_{22}} + \sqrt{\left( \frac{\alpha_{12}}{2\alpha_{22}} \right)^2 + \frac{\alpha_{11} + \alpha_{13}}{\alpha_{22}}}}{\left( 1 + \frac{b}{a} \right) \left( 2 + \frac{\alpha_{12}}{2\alpha_{22}} + \sqrt{\left( \frac{\alpha_{12}}{2\alpha_{22}} \right)^2 + \frac{\alpha_{11} + \alpha_{13}}{\alpha_{22}}} \right) - \frac{2b}{a}}. \quad (11-67)$$

მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულების თანახმად:

$$\alpha_{11} = \frac{a^2(l-a)^2}{3EI}; \quad \alpha_{22} = \frac{l^3}{48EI};$$

$$\alpha_{12} = \frac{a(a+b)}{6EI} [l^2 - (a+b)^2 - a^2];$$

$$\alpha_{13} = \frac{a^3}{6EI l} (l^2 - 2a^2),$$

სადაც  $I$  არის ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი;

$l$  — ძელის საანგარიშო სიგრძე;

$E$  — ძელის მასალის დრეკადობის მოდული;

$a$  და  $b$  — ნაჩვენებია ნახაზზე (ნახ. 98).

ამოცანა მერვე. მრავალი მასის ერთდროული და სიმეტრიული დარტყმა უწონადო ძელზე.

როდესაც ძელს ერთდროულად და თანატოლი სიჩქარით ეჯახება ურთიერთიდან თანაბარი მანძილით დაშორებული თანატოლი (შეყურსული  $k$  კენტი რიცხვის მრავალი მასა, მაშინ მაქსიმალური მღუნავი მომენტის გამომთვლელი ფორმულა მიიყვანება ასეთ სახემდე:

$$M = v \sqrt{\frac{3EI m k(k+1)}{l \cdot \varphi(\beta)}}, \quad (11-68)$$

სადაც

$$\varphi(\beta) = 8\beta_1^2 + 6\beta_2^2 + 6\beta_3^2 + \dots + 6\beta_{\frac{k+1}{2}}^2 + 2(\beta_2 - \beta_1)^2 + \dots + 2(\beta_{\frac{k-1}{2}} - \beta_{\frac{k-2}{2}})^2 + 2(1 - \beta_{\frac{k-1}{2}})^2$$

აქ

$$\beta_i = \frac{M_i}{M} \quad (i=1, 2, 3 \dots)$$

რიცხვითი მაგალითების განხილვამ გვიჩვენა, რომ მრავალი მასის შემთხვევაში  $\beta_i$  უახლოვდება ერთს, ამიტომ დაშვებით

$$\beta_i \approx 1$$

ვღებულობთ

$$\varphi(\beta) \approx 3k - 1,$$

რის გამოც (11-68) გამოსახლება გვაძლევს დარტყმით აღძრული მღუნავი მომენტის საშუალო მნიშვნელობას:

$$M_{\text{საშ}} = v \sqrt{\frac{3EI m k(k+1)}{l(3k-1)}}. \quad (11-69)$$

$n$  ლუწი მრავალი მასის დარტყმის შემთხვევაში ეს უკანასკნელი (11-69) ფორმულა იცვლება ამგვარად:

$$M_{\text{საშ}} = v \sqrt{\frac{3EI m n(n+1)}{l(2+3n)}}. \quad (11-70)$$

თანაბრად განაწილებული მასით დარტყმის შემთხვევაში, რადგან:

$$k \cdot m = \rho l \text{ და } k = n \rightarrow \infty,$$

ამიტომ როგორც (11-69), ასევე (11-70) ფორმულა გვაძლევს იმ შედეგს, რაც მიიღება დარტყმის ვიბრაციული თეორიითაც:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} v \sqrt{\frac{3EI\rho(k+1)}{3k-1}} = \lim_{k \rightarrow \infty} v \sqrt{\frac{\frac{3EI\rho}{3}}{\frac{1}{1+\frac{1}{k}} - \frac{1}{k+1}}} = v\sqrt{EI\rho},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v \sqrt{\frac{3EI\rho(n+1)}{2+3n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} v \sqrt{\frac{\frac{3EI\rho}{3}}{\frac{2}{n+1} + \frac{1}{1+\frac{1}{n}}}} = v\sqrt{EI\rho},$$

ანუ

$$M = v\sqrt{EI\rho}, \quad (11-71)$$

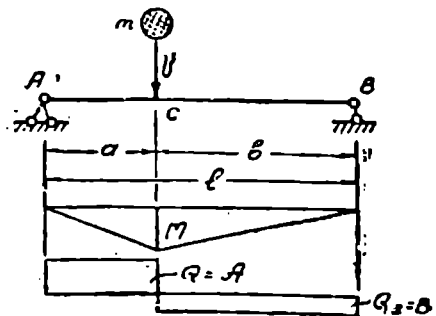
სადაც  $\rho$  — თანაბრად განაწილებული დამრტყმელი მასის ინტენსივობაა, ანუ სიგრძის ერთეულზე მოსული მასა.

როგორც ამას (11-71) ფორმულა გვიჩვენებს, ნათელი ხდება, რომ დარტყმით განვითარებული მლუნავი მომენტის სიდიდე (თანაბრადგანაწილებული მასით დარტყმის დროს) არ არის დამოკიდებული ძელის სიგრძეზე.

#### § 47. გაღამჯრელი (ანუ ბანივი) ძალეზის გავლენა დარტყმის დროს

როდესაც დარტყმის მიმღები ძელის საკუთარი მასის გავლენა უგულვებელყოფილია, მაშინ დარტყმითი მლუნავი მომენტისა და გაღამჯრელი ძალეზის ეპიურის ფორმა ისეთივე იქნება, როგორც ეს ძელზე (დარტყმის კვეთში) მოდებულ რაიმე  $P$  სტატიკურ ძალას შეესაბამება (ნახ. 99). ეპიურის ფორმის წინასწარი ცოდნა საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ როგორც ლუნვის, აგრეთვე ძვრის დეფორმაციების შესაბამისი პოტენციალური ენერჯიის სიდიდე.

ლუნვის დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯია გამოითვლება (11-28) ფორმულით:



ნახ. 99

$$\Pi_1 = \frac{M^2 l}{6EI};$$

ხოლო ძერის დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიისათვის კი გვექნება ასეთი მიახლოებითი ფორმულა:

$$\Pi_2 \approx \int_0^a \frac{\tau_1^2}{2G} F dx + \int_0^b \frac{\tau_2^2}{2G} F dx,$$

რომელიც ჩასმით:

$$\tau_1 \approx \frac{Q_1}{F} = \frac{A}{F} = \frac{M}{aF},$$

$$\tau_2 \approx \frac{Q_2}{F} = \frac{B}{F} = \frac{M}{bF}$$

მიიყვანება საბოლოო სახემდე:

$$\Pi_2 \approx \frac{M^2}{2FG} \cdot \frac{l}{a \cdot b}. \quad (11-72)$$

ამრიგად, პოტენციალური ენერგიათა ჯამისათვის გვექნება გამოსახულება

$$\Pi \approx \frac{lM^2}{6EI} + \frac{M^2}{2FG} \cdot \frac{l}{a \cdot b}.$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებას გაეუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ ენერგიას, მივიღებთ დარტყმითი მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელ განტოლებას:

$$\frac{lM^2}{6EI} \left( 1 + \frac{3EI}{FG} \cdot \frac{1}{a \cdot b} \right) = \frac{mv^2}{2},$$

საიდანაც

$$M = v \sqrt{\frac{3EI m}{l \left( 1 + \frac{3}{a \cdot b} \cdot \frac{EI}{FG} \right)}}. \quad (11-73)$$

როდესაც ძერის გავლენა უგულებელყოფილია, რასაც შეესაბამება დაშვება:

$$G = \infty,$$

მაშინ (11-73) გამოსახულება დაიყვანება (11-29) შედეგზე. (11-73) ფორმულის დახმარებით შესაძლებელია გამოვთვალოთ, როგორც ნორმალური, ისე მხები ძაბვებიც:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \nu \sqrt{\frac{3EI m}{Fl \left(1 + \frac{3}{a \cdot b} \cdot \frac{EI}{FG}\right)}}; \quad (11-74)$$

$$\tau_1 \approx \frac{Q}{F} = \frac{A}{F} = \frac{M}{aF} = \frac{\nu}{aF} \sqrt{\frac{3EI m}{l \left(1 + \frac{3}{a \cdot b} \cdot \frac{EI}{FG}\right)}},$$

ანუ.

$$\tau_1 \approx \frac{\nu}{aF} \sqrt{\frac{3EI m}{l \left(1 + \frac{3}{ab} \cdot \frac{EI}{FG}\right)}}. \quad (11-75)$$

ანალოგიურად:

$$\tau_2 \approx \frac{\nu}{bF} \sqrt{\frac{3EI m}{l \left(1 + \frac{3}{ab} \cdot \frac{EI}{FG}\right)}}, \quad (11-76)$$

სადაც  $\sigma$  არის ნორმალური მაქსიმალური ძაბვა, რომელიც ვითარდება დარტყმის კვეთში;

$\tau_1$ —ძელის  $a$  უბანზე განვითარებული მხები ძაბვა;

$\tau_2$ —ძელის  $b$  უბანში განვითარებული მხები ძაბვა;

$F$ —ძელის განივკვეთის ფართობი;

$\nu$ —დარტყმის სიჩქარე;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასა;

$E$ —დრეკადობის მოდული;

$G$ —ძვრის მოდული;

$\beta$ —ძელის განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი (იხ. წიგნის ბოლოს ცხრილი № 2).

როდესაც ძელის სიხისტე ( $EI$ ) გაცილებით დიდია ვიდრე ძვრის ( $FG$ ) ფაქტორი, მაშინ მხები ძაბვების გამომთვლელი (11-75) და (11-76) ფორმულები საგრძნობლად გამარტივდებიან:

$$\tau_1 \approx \nu \sqrt{\frac{mG}{Fl} \cdot \frac{b}{a}}, \quad (11-77)$$

$$\tau_2 \approx \nu \sqrt{\frac{mG}{Fl} \cdot \frac{a}{b}}. \quad (11-78)$$

თუ დარტყმა წარმოებს ძელის შუაზე  $a=b$ , მაშინ

$$\tau_1 = \tau_2 \approx \nu \sqrt{\frac{mG}{Fl}}. \quad (11-79)$$

თუ წარმოვიდგენთ, რომ ძელის შუაზე ეჯახება არა  $m$  გარეშე მასა,



არამედ თვით ძელი ეცემა თავისი მასით ორ საყრდენზე, მაშინ (11-79) ფორმულა ჩასმით  $m = k\rho_0 F l$ , მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\tau_1 = \tau_2 \approx \nu \sqrt{\frac{k F \rho_0 l G}{F l}},$$

ანუ

$$\tau_1 = \tau_2 \approx \nu \sqrt{k \rho_0 G}, \quad (11-80)$$

სადაც  $k$  არის განაწილებული მასის (ძელის შუაზე) დაყვანის კოეფიციენტი;

$\rho_0$ —ძელის სიმკვრივე;

$G$ —ძვრის მოდული.

ეს უკანასკნელი ფორმულა გვიჩვენებს, რომ თანაბრად განაწილებული დარტყმის დროს, მხები ძაბვები არ არის დამოკიდებული მალის სიგრძეზე.

#### § 48. ძელზე დამაგრებული მასების გავლენა დარტყმის დროს

ძელზე დამაგრებული მასების გავლენის გათვალისწინება დარტყმის დროს, საშენებლო მექანიკის ურთულეს და აქტუალურ პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის. ამ მიმართულებით თუმცა მრავალი შრომაა ჩატარებული, მაგრამ ჯერ კიდევ ვერ მოხერხდა პრაქტიკული ღირებულების მქონე გამარტივებული ფორმულების მიღება დარტყმის რთული შემთხვევებისათვის.

ძელის განაწილებული მასის გავლენა მასზე გარეშე მასით დარტყმის დროს პირველად განიხილა ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით საფრანგეთის გზებისა და ხიდების ინჟინერმა სენ-ვენანმა [213]. მნიშვნელოვანი წვლილი და გარკვეულობა შეიტანა დამაგრებული შეყურსული მასების მქონე ძელზე დარტყმის საკითხში კ. ს. ზავრიევი [99], [100]. აღნიშნული საკითხის კონკრეტული დამუშავება და მისი საინტერესო განზოგადოება ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით მოცემულია ზავრიევის მოწაფის გ. ნ. ქარცივაძის ნაშრომებში [101], [102], [103], [104].

ჩვენ აქ განვიხილავთ ძელზე დამაგრებული მასების გავლენას მხოლოდ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით, რათა მასების გავლენა გამოხატული იქნას რაც შეიძლება მარტივი სახის მიახლოებით ფორმულებში.

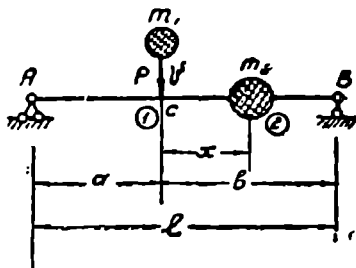
ა) დარტყმა ერთი შეყურსული მასის მქონე უწონადო ძელზე (ნახ. 100).

$m_2$  მასა (ნახ. 100) რომ დარტყმის კვეთში იყოს მოთავსებული, მაშინ (თუ მასებს შორის დარტყმა არადრეკადია) დარტყმით ღუნვაზე დაიხარჯებოდა ცნობილი ფორმულით გამოხატული ენერგია

$$U = \frac{m_1 v^2}{2 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)} \quad (a)$$

რას უნდა უდრიდეს დარტყმით ღუნვაზე დახარჯული ენერგია მაშინ, როდესაც ძელზე დამაგრებული  $m_2$  მასა დაშორებულია დარტყმის კვეთიდან  $x$  მანძილით? ამ ამოცანის მიახლოებით ხერხითი ამოხსნის ერთი მეთოდი შესაძლებელია დაემყაროს ასეთ მსჯელობას:

1. დარტყმის ერთი გარკვეული მომენტისათვის, დარტყმის საწინააღმდეგოდ მიმართული  $m_2$  მასის  $\bar{I}$  ინერციის ძალა უქუდაწოლას მოახდენს როგორც  $m_1$  მასაზე, აგრეთვე  $B$  საყრდენზედაც. თუ დროის რომელიმე მომენტისათვის დარტყმის  $c$  წერტილს უძრავ საყრდენად მივიჩნევთ ( $A$  და  $B$  საყრდენების მსგავსად), მაშინ ამ საყრდენზე იმოქმედებს ძალა:



ნახ. 100

$$\bar{c} = \frac{1,5\bar{I}}{ab} x^2 \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \left( 1 - \frac{2x}{3b} \right) + \frac{\bar{I}x}{a} \left( 1 - \frac{x}{b} \right)^3 + \bar{I} \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \quad (b)$$

რადგან  $\bar{c}$  ძალა პროპორციულია  $m_2$  მასისა, ამიტომ  $c$  წერტილში დაყვანილი  $m_2$  მასის გავლენა უნდა გამოიხატოს ( $b$ ) გამოსახულების ანალოგიურად. ამრიგად:

$$m_{\text{დაყ.}} = \frac{1,5m_2}{ab} x^2 \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \left( 1 - \frac{2x}{3b} \right) + \frac{m_2 x}{a} \left( 1 - \frac{x}{b} \right)^3 + m_2 \left( 1 - \frac{x}{b} \right)$$

თუ ამ გამოსახულების მხოლოდ ბოლო, უდიდესი მნიშვნელობის მქონე წევრით დავკმაყოფილებით, გვექნება:

$$m_{\text{დაყ.}} \approx m_2 \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \quad (11-81)$$

ამ ფორმულის თანახმად  $m_2$  მასა ნაწილდება დარტყმის  $c$  წერტილსა და  $B$  საყრდენს შორის პროპორციულად.

თუ (11-81) გამოსახულებას ( $a$ ) ფორმულაში ჩავსვამთ  $m_2$  მასის მაგიერ, მაშინ მივიღებთ კინეტიკური ენერგიის იმ რაოდენობას, რომელიც უნდა დაიხარჯოს ძელის ღუნვაზე დარტყმის მაქსიმუმის დროს:

$$U = \frac{m_1 v^2}{2 \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \right]} \quad (11-82)$$

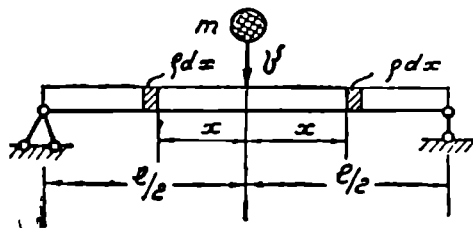
თუ კინეტიკური ენერჯიის ამ რაოდენობას გავუტოლებთ (11-28) ფორმულით გამოხატულ ლუნვის პოტენციალურ ენერჯიას, მივიღებთ განტოლებას

$$\frac{lM_1^2}{6EI} = \frac{m_1 v^2}{2 \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \right]}$$

საიდანაც დარტყმის კვეთში განვითარებული მლუნავი მომენტის გამოსათვლელად გვექნება ფორმულა:

$$M_1 = v \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left[ 1 + \frac{m_2}{m_1} \left( 1 - \frac{x}{b} \right) \right]}} \quad (11-83)$$

როცა  $x=0$ , ე. ი. დამრტყმელი მასა ეჯახება ძელზე დამაგრებულ მასას, მაშინ (11-83) გამოსახულება დაიყვანება (11-29 a) ცნობილ ფორმულაზე.



ნახ. 101

ბ) დარტყმა თანაბრად განაწილებული მასის მქონე ძელის შუაზე (ნახ. 101). დაყვანილი მასის (11-81) მიახლოებითი ფორმულის თანახმად,  $x$  მანძილზე მდებარე  $\rho dx$  მასების გავლენა დარტყმის წერტილში,

შეგვიძლია გამოვხატოთ დიფერენციალურ ფორმაში

$$dm_{\text{დაყ.}} = 2\rho dx \left( 1 - \frac{2x}{l} \right),$$

საიდანაც

$$m_{\text{დაყ.}} = \int_0^{0,5l} 2\rho \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) dx = \frac{1}{2} \rho l,$$

$$\text{ანუ } m_{\text{დაყ.}} = 0,5 \rho l. \quad (11-84)$$

აღსანიშნავია, რომ ეს შედეგი ემთხვევა სხვა წესით მიღებულ დაყვანილი მასის სიდიდეს. თუ (11-84) დაყვანილ მასას ჩავსვამთ ( $a$ ) გამოხატულებაში, მივიღებთ დარტყმით ლუნვაზე დახარჯული კინეტიკური ენერჯიის სიდიდეს:

$$U = \frac{mv^2}{2 \left( 1 + \frac{\rho l}{2m} \right)}. \quad (11-85)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (11-28) ფორმულის დახმარებით, ვლებულობთ დარტყმითი მლუნავი მომენტის განტოლებას:

$$\frac{1M^2}{6EI} = \frac{mv^2}{2\left(1 + \frac{\rho l}{2m}\right)},$$

საიდანაც

$$M = v \sqrt{\frac{3EI m}{l\left(1 + \frac{\rho l}{2m}\right)}}, \quad (11-86)$$

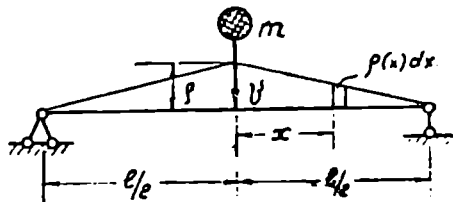
სადაც  $\rho$  — ძელის სიგრძის ერთეულზე მოსული მასაა.

გ) დარტყმა სამკუთხურად განაწილებული მასის მქონე ძელის შუაზე (ნახ. 102).

მიხსობებითი (11-81) ფორმულის დახმარებით, მალის შუაზე დაყვანილი მასის მოსაძებნად

გვექნება ფორმულა:

$$\begin{aligned} m_{\text{დაყ.}} &= 2\rho \int_0^{l/2} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \rho(x) dx = \\ &= 2\rho \int_0^{l/2} \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 dx, \end{aligned}$$



ნახ. 102

ანუ

$$m_{\text{დაყ.}} = \frac{1}{3} \rho l. \quad (11-87)$$

ამ უკანასკნელი მოცემულობის თანახმად, მლუნავი მომენტისათვის გვექნება:

$$M = v \sqrt{\frac{3EI m}{l\left(1 + \frac{\rho l}{3m}\right)}}. \quad (11-88)$$

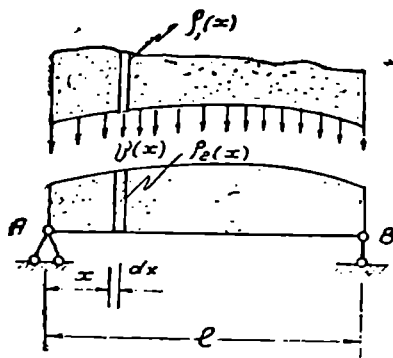
დ) უწყვეტად განაწილებული გარეშე მასის დარტყმა განაწილებული მასის მქონე ძელზე (ნახ. 103).

თუ დამრტყმელი და დარტყმის მიმღები მასები ისეთი მოქნილი მასალისაა, რომ არ მუშაობენ ლუნვაზე, მაშინ ძელის  $A$  საყრდენიდან  $x$  მანძილზე მდებარე  $\rho_2(x) dx$  მასა, დამრტყმელ  $\rho_1(x) dx$  მასებთან ერთად, შეიძენს (ძელზე დარტყმის პირველსავე მომენტში) საერთო სიჩქარეს

$$v_{\text{საშ.}} = \frac{v(x)}{1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)}} \quad (11-89)$$

$[\rho_1(x) + \rho_2(x)] dx$  — საერთო მასას ექნებათ დარტყმის საერთო კინეტიკური ენერგია:

$$dU(x) = [\rho_1(x) + \rho_2(x)] dx \frac{v_{\text{საშ.}}^2}{2} = \frac{\rho_1(x) v^2(x)}{2 \left[ 1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)} \right]} dx.$$



ნახ. 103

ამ უკანასკნელი მონაცემების გაინტეგრირებით მივიღებთ დარტყმით ლუნვაზე დახარჯულ კინეტიკურ ენერგიას

$$U = \int_0^l \frac{\rho_1(x) v^2(x)}{2 \left[ 1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)} \right]} dx. \quad (11-90)$$

ლუნვის პოტენციალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით

$$\Pi = \int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx$$

რადგან, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ გვქვია:

$$\int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx = \int_0^l \frac{\rho_1(x) v^2(x)}{2 \left[ 1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)} \right]} dx,$$

ანუ

$$\int_0^l \left[ \frac{M^2(x)}{EI} dx - \frac{\rho_1(x) v^2(x)}{1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)}} \right] dx = 0.$$

ეს ინტეგრალური განტოლება დაკმაყოფილდება იმ კერძო შემთხვევაშიც, როდესაც

$$\frac{M^2(x)}{EI} - \frac{\rho_1(x) v^2(x)}{1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)}} = 0,$$

საიდანაც საძიებელი მლუნავი მომენტი ტოლია\*:

$$M(x) = v(x) \cdot \sqrt{\frac{EI \rho_1(x)}{1 + \frac{\rho_2(x)}{\rho_1(x)}}}. \quad (11-91)$$

როდესაც ძელზე არ არის დამაგრებული მასა, ე. ი.  $\rho_2(x) = 0$  და  $\rho_1(x) = \rho(x)$ , მაშინ (11-91) გამოსახულება მარტივდება

$$M(x) = v(x) \sqrt{EI \rho(x)}, \quad (11-92)$$

რომელიც თანაბრად განაწილებული მასის შემთხვევაში გვაძლევს ფორმულას

$$M(x) = v(x) \sqrt{EI \rho}. \quad (11-93)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც თანაბრად განაწილებული დამრტყმელი მასის დარტყმის სიჩქარე (ძელის გასწვრივ) მუდმივია, მაშინ (11-93) მიიღებს ცნობილ სახეს

$$M(x) = v_0 \sqrt{EI \rho} = \text{const.} \quad (11-94)$$

თუ ძელი, რომელზედაც დამაგრებულია  $\rho(x)$  ინტენსივობის მასა, განიცდის აფეთქებით გამოწვეული იმპულსის გავლენას, მაშინ რადგან

$$v(x) = \frac{i(x)}{\rho(x)}.$$

ამიტომ (11-92) ფორმულა მიიღებს აფეთქებითი დარტყმების საანგარიშო სახეს

$$M(x) = i(x) \sqrt{\frac{EI}{\rho(x)}}, \quad (11-95)$$

რომელიც, როცა  $\rho(x) = \text{const} = \rho$ , გვაძლევს იმ შედეგს, რაც პირველად მიიღო რ. ე. ვლასოვმა [175] სრულიად სხვა მეთოდით

$$M(x) = i(x) \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \quad (11-96)$$

სადაც  $M(x)$  არის დარტყმითი მლუნავი მომენტი;

$i(x)$ —აფეთქების იმპულსი;

$I$ —ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი;

$\rho$ —ძელის სიგრძის ერთეულზე მოსული მასა;

$E$ —ძელის მასალის დრეკადობის მოდული.

აფეთქებით გამოწვეული იმპულსის კონსტრუქციებზე მოქმედების განგარიშებაზე მრავალი ნაშრომია დაწერილი [174—187], რომელთა შორის

\* მეტად მარტივი წესით აქ გამოყვანილი (11-91) ფორმულა უდაოდ მოითხოვს მკვეთრ შემოწმებას მისი გამოყენების ზღვრების დასადგენად (ავტორი).

რის თვალსაჩინო ადგილი უჭირავს ი. მ. რაბინოვიჩის წიგნებსა და სტატიებს [183—187].

როდესაც აფეთქებით გამოწვეული იმპულსის სიდიდე წინასწარ არის მოცემული, მაშინ როგორც რთული კანონითაც არ უნდა იცვლებოდეს იგი დროსა და მანძილში მისი გავლენის გაანგარიშება კონსტრუქციის საერთო მუშაობაზე არ წარმოადგენს დიდ მათემატიკურ სიძნელეს.

სიძნელები თავს იჩენენ თვით იმპულსის სიდიდის დადგენის დროს: ჩვენთვის ჯერ კიდევ უცნობია თუ რამდენად სარწმუნოა იმპულსის გაზომვის თანამედროვე მეთოდები. ამ საკითხში ალბად სასარგებლო იქნებოდა ა. გ. ნაზაროვის მიერ წამოყენებული ანალიზატორთა [200] გამოყენება და ანალიზატორთა თეორიის გათვალისწინება აფეთქებით გამოწვეული იმპულსის გაზომვის საკითხებშიაც.

მეორეს მხრივ, ჯერ კიდევ ძლიერ სუსტადაა დამუშავებული კონსტრუქციის ადგილობრივ დეფორმაციებზე მუშაობის საკითხი. საქმე იმაშია, რომ იმპულსის კონსტრუქციაზე პირველი (საწყისი) ზემოქმედების დროს (როდესაც უნდა მოხდეს კონსტრუქციის საკუთარი მასის ადგილიდან დაძვრა მისი საერთო მუშაობაში გადასვლისათვის) შესაძლებელია მოხდეს კონსტრუქციის ისეთი დაზიანება (დაბზარვა და დამსხვრევაც), რომ მან ვერც კი მოასწროს საერთო მუშაობის დაწყება. ეს საკითხიც ჯერ კიდევ სუსტადაა გაშუქებული. ამ საკითხის ზუსტად შესწავლამ შესაძლებელია მიგვიყვანოს ე. წ. განმეორებითი დარტყმების არსებობასთან, ე. ი. ისეთ მოვლენასთან, როდესაც აფეთქებით გამოწვეული იმპულსი კონსტრუქციაზე ქმედებს არა მუდმივად-უწყვეტად, არამედ აწარმოებს მის ზედაპირზე რამდენიმე დარტყმა-არეკვლას, მსგავსად მყარი ტანისა. ასეთ შემთხვევაში სათანადოდ უნდა შეიცვალოს აფეთქებითი დარტყმებით გამოწვეული თანამედროვე გაანგარიშის წესები.

მესამეს მხრივ, კონსტრუქციების (აფეთქებით გამოწვეულ დარტყმებზე) გაანგარიშების დროს მხედველობაში არ არის მიღებული წინასწარ მოცემული და კონსტრუქციაზე მიყენებული იმპულსის სიდიდის მოსალოდნელი ცვალებადობა გამოწვეული თვით კონსტრუქციის საერთო სიხისტის თავისებურებისაგან. მაგალითად, *უ* სიჩქარით მოძრაე *m* მასის დარტყმის ძალის სიდიდე რომ დინამომეტრით გავზომოთ, მაშინ იგივე მასა იგივე სიჩქარით სხვა დრეკად სისტემებთან შეჯახების დროს როდი განავითარებს იგივე ძალას რაც ეს დინამომეტრმა გვიჩვენა. მოსალოდნელია, რომ ანალოგიურ მოვლენას ექნეს ადგილი აფეთქებით გამოწვეული დარტყმების დროსაც.

ყოველივე ზემოთ თქმულის გამო, კონსტრუქციების აფეთქებით დარტყმებზე გაანგარიშების არსებული თეორიები დიდ კრიტიკულ გადაკმუშავებას მოითხოვენ.

§ 49. ტოლწინალობის უფონალო მრგვალი განივკვეთიანი ლილვის ანგარიში ღარტყმით ლუნვაზე (ნახ. 104)

იყოს ტოლწინალობის ლილვის ინერციის მომენტი დარტყმის  $k$  კვეთში  $I_k$ , მაშინ ამ კვეთის მარცხნივ და მარჯვნივ მდებარე კვეთების ინერციის მომენტებისათვის გვექნება:

$$I_1 = I(x_1) = I_k \frac{x_1}{a}, \quad (a)$$

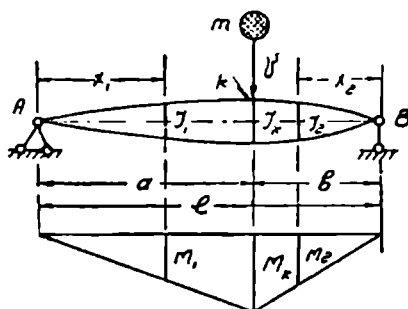
$$I_2 = I(x_2) = I_k \frac{x_2}{b}. \quad (b)$$

მლუნავი მომენტის ეპიურიდან (ნახ. 104) ნათელია, რომ:

$$M_1 = M(x_1) = M_k \cdot \frac{x_1}{a}, \quad (c)$$

$$M_2 = M(x_2) = M_k \cdot \frac{x_2}{b}. \quad (d)$$

ამ მონაცემების დახმარებით, ლუნვის პოტენციალური ენერგია ტოლია



ნახ. 104

$$\Pi = \frac{1}{2E} \left[ \int_0^a \frac{M^2(x_1)}{I(x_1)} dx + \int_0^b \frac{M^2(x_2)}{I(x_2)} dx \right],$$

რომელიც: (a), (b), (c) და (d) გამოსახულებათა გამოყენებით, დაიყვანება ასეთ საბოლოო სახეზე

$$\Pi = \frac{l M_k^2}{4 E I_k}$$

თუ ამ უკანასკნელ გამოსახულებას გავუტოლებთ დარტყმით ლუნვაზე დახარჯულ კინეტიკურ ენერგიას, გვექნება

$$\frac{l M_k^2}{4 E I_k} = \frac{1}{2} m v^2,$$

საიდანაც

$$M_k = v \sqrt{\frac{2 E m I_k}{l}}. \quad (11-97)$$

ამ ფორმულის დახმარებით ადვილად მოიძებნება დარტყმითი ლუნვით განვითარებული ნორმალური ძაბვები



$$\sigma = \frac{M_k}{W_k} = v \sqrt{\frac{2Eml_k \cdot F_k}{lF_k W_k^2}} = v \sqrt{\frac{2\beta Em}{lF_k}},$$

ანუ, რადგან მრგვალი კვეთისათვის  $\beta = 4$ , ამიტომ

$$\sigma = v \sqrt{\frac{8Em}{lF_k}}, \quad (11-98)$$

სადაც  $F_k$  არის ლილვის განივკვეთის ფართობი დარტყმის კვეთში;  
 $m$ —დამრტყმელი ტანის მასა.

ჩასმით:  $\sigma = [\sigma]$  და  $F_k = \frac{\pi d_k^2}{4}$

(11-98) გამოსახულება გვაძლევს ლილვის უდიდეს დიამეტრს\*

$$d_k \approx \frac{v}{[\sigma]} \sqrt{\frac{10Em}{l}}, \quad (11-99)$$

სადაც  $[\sigma]$ —დასაშვები ძაბვაა, ხოლო  $d_k$ —ლილვის დიამეტრი დარტყმის კვეთში.

$d_k$  დიამეტრის გამოთვლის შემდეგ, ლილვის თეორიული ფორმა აისახება ცნობილი ფორმულებით:

$$d(x_1) = d_k \sqrt[3]{\frac{x_1}{a}}, \quad (11-100)$$

$$d(x_2) = d_k \sqrt[3]{\frac{x_2}{b}}, \quad (11-101)$$

სადაც  $d(x_1)$  არის დიამეტრის სიდიდე დარტყმის კვეთის მარცხნივ, ხოლო  $d(x_2)$ —მარჯვნივ.

### § 50. უწონადო ძალის განივკვეთის მკაცრი ცვალებადობის გავლენა დარტყმითი ლუნვის ღრმის

განვიხილოთ განივი დარტყმა შესუსტებული განივკვეთის მქონე უწონადო ძელზე (ნახ. 105).

რადგან ძელი ამ შემთხვევაში უწონადო სისტემადაა მიჩნეული, ამიტომ დარტყმით ლუნვაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია ტოლია სიდიდისა

$$U = \frac{1}{2} m v^2.$$

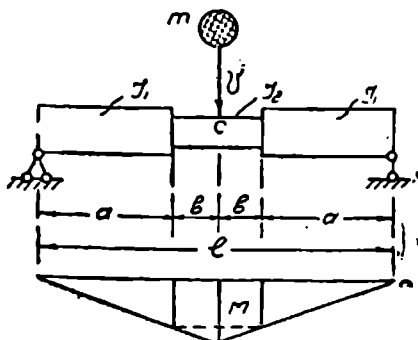
\* ძელის დიამეტრი რომ მუდმივი ყოფილიყო ძალის გასწვრივ, მაშინ (11-35) ფორმულა მოგვცემდა

$$d = \frac{v}{[\sigma]} \sqrt{\frac{15,3Em}{l}}.$$

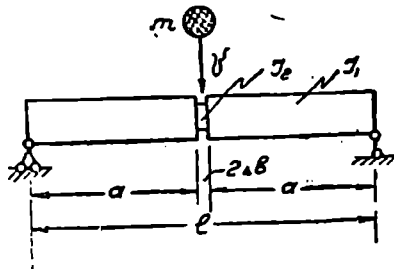
რაც შეეხება დარტყმითი ღუნვის პოტენციალურ ენერგიას, იგი გამოითვლება მლუნავი მომენტის ეპიურის დახმარებით

$$\Pi = \frac{M^2}{E} \left[ \frac{4a^3}{3I_1 l^2} + \frac{4ba^2}{I_2 l^2} + \frac{(l-2a)^3}{3I_2 l^3} b \right].$$

თუ პოტენციალური ენერგიის ამ სიდიდეს გავუტოლებთ დარტყმით ღუნ-



ნახ. 105



ნახ. 106

ვაზე დახარჯულ კინეტიკურ ენერგიას, მივიღებთ მლუნავი მომენტის განმსაზღვრელ განტოლებას, საიდანაც

$$M = v \sqrt{\frac{3EI_1 m}{\frac{4a^3}{l^2} + \frac{12a^2 b I_1}{I_2 l^2} + (l-2a) \frac{b I_1}{I_2 l^3}}}, \quad (11-102)$$

როდესაც:  $a \approx 0,5l$  და  $b \approx 0$  (იხ. ნახ. 106), მაშინ

$$M = v \sqrt{\frac{3EI_1 m}{l}}. \quad (11-103)$$

თუ  $b \approx 0,5l$  და  $a \approx 0$  (იხ. ნახ. 107), მაშინ

$$M = v \sqrt{\frac{3EmI_2}{l}}. \quad (11-104)$$

(11-103) ფორმულის დახმარებით შესაძლებელია იმ ძაბვის გამოთვლა, რომელიც ვითარდება შესუსტებული კვეთის გვერდით (ნახ. 106) მდებარე შესუსტებულ კვეთში და თვით შესუსტებულ კვეთში. პირველ შემთხვევაში:

$$\sigma_{min} = \frac{M}{W_1} = v \sqrt{\frac{3EmI_1 F_1}{l F_1 \cdot W_1^2}},$$

ანუ

$$\sigma_{min} = \nu \sqrt{\frac{3\beta_1 Em}{lF_1}} \quad (11-105)$$

შეორე შემთხვევაში:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_2} = \nu \sqrt{\frac{3Em}{lF_2} \cdot \frac{I_1 I_2}{I_2 W_2^2}}$$

ანუ

$$\sigma_{max} = \nu \sqrt{\frac{3\beta_2 Em I_1}{lF_2 I_2}} \quad (11-106)$$

სადაც  $\beta_1$  არის შესუსტებული განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი, ხოლო

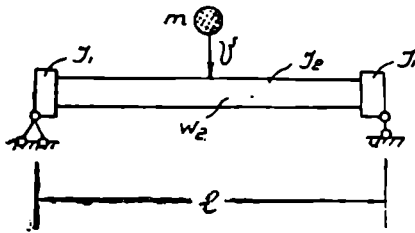
$\beta_2$ —შემცირებული კვეთისა;

$I_1$ —კვეთის უდიდესი ინერციის მომენტი, ხოლო

$I_2$ —უმცირესისა; ანალოგიურად:

$F_1$ —უდიდესი განივკვეთის ფართობია, ხოლო

$F_2$ —შესუსტებული კვეთისა.



ნახ. 107

თუ კვეთის გეომეტრიული ფორმა ერთნაირია ძელის როგორც გაძლიერებულ ისე შესუსტებულ ნაწილში მაშინ, რადგან  $\beta_2 = \beta_1$ , ამიტომ (11-106) ფორმულას შეგვიძლია მივცეთ ასეთი სახე:

$$\sigma_{max} = \nu \sqrt{\frac{3\beta_1 Em}{lF_1} \cdot \frac{I_1 F_1}{F_2 I_2}}$$

ანუ, (11-105) ფორმულის თანახმად,

$$\sigma_{max} = \sigma_{min} \cdot \sqrt{\frac{I_1 F_1}{I_2 F_2}} \quad (11-107)$$

ეს ფორმულა გვიჩვენებს, რომ ძელის შესუსტებულ კვეთში (იხ. ნახ. 106) ვითარდება გაცილებით დიდი ძაბვები, ვიდრე მის ნორმალურ ნაწილში. ამრიგად, ძელში არსებული ჩაპრები მეტად სახიფათო მდგომარეობაში აყენებენ დარტყმაზე მომუშავე ძელებს.

თუ (11-104) ფორმულის დახმარებით გამოვთვლით ღუნვით განვითარებულ ნორმალურ ძაბვებს, გვექნება:

$$\sigma = \frac{M}{W_2} = \nu \sqrt{\frac{3Em}{lF_2} \cdot \frac{I_2 F_2}{W_2^2}}$$

ანუ

$$\sigma = \nu \sqrt{\frac{3\beta_2 Em}{lF_2}} \quad (11-108)$$

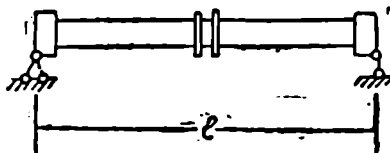
რადგან ზემოთ მოყვანილი განმარტების თანახმად  $\beta_2 = \beta_1$ , ამიტომ ეს უკანასკნელი ფორმულა შეგვიძლია გამოვხატოთ  $\sigma_{min}$  ძაბვაში

$$\sigma = \nu \sqrt{\frac{3\beta_1 Em}{lF_1} \cdot \frac{F_1}{F_2}} = \sigma_{min} \sqrt{\frac{F_1}{F_2}},$$

ანუ

$$\sigma = \sigma_{min} \cdot \sqrt{\frac{F_1}{F_2}}. \quad (11-109)$$

ამ უკანასკნელი ფორმულის აზრი შემდეგში მდგომარეობს: თუ ძელის შესუსტებული ყელის (ნახ. 106) სიგრძეს გავდიდებთ და მიეცემთ ძელის განივკვეთს უფრო მცირე ზომას (ნახ. 107), მაშინ ასეთნაირად დავიწროებულ ძელში განვითარდება იმაზე ნაკლები ძაბვა, რაც ვითარდებოდა მცირე ყელის მქონე ძელში (11-106). ამრიგად, შესაძლებელია ძელის დარტყმით ღუნვაზე მუშაობის გაძლიერება. თუ ძელში ამოჭრილი ყელი კონსტრუქციული ელემენტის დასამაგრებლად იყო გაკეთებული, მაშინ უფრო ეკონომიური ფორმის ძელს ყელის მაგიერ ეყენება მცირე სიგანის შვერილები (ნახ. 108).



ნახ. 108

ძელი რომ სრულიად მთლიანი დაგვეზადებია, მაშინ მასში განვითარდებოდა (11-105) ფორმულით გამოხატული ნორმალური ძაბვები

$$\sigma = \nu \sqrt{\frac{3\beta_1 Em}{lF_1}}.$$

ძელის სიმტკიცისა და ეკონომიურობის პირობა მოითხოვს რაათა დაცული იყოს ტოლობა

$$[\sigma] = \nu \sqrt{\frac{3\beta_1 Em}{lF_1}},$$

საიდანაც მოიძებნება ძელისათვის საჭირო მასალის მოცულობა

$$S_{min} = lF_1 = 3\beta_1 E \cdot \frac{\nu \nu^2}{[\sigma]^2}. \quad (11-110)$$

თუ ძელს დავაზადებდით მცირე ზომის მქონე ჩაჭრილათი (ნახ. 106), მაშინ მის ჩაჭრილ ყელში განვითარდებოდა (11-106) ფორმულით გამოხატული ძაბვა

$$\sigma = \nu \sqrt{3\beta_2 \frac{Em}{lF_1} \cdot \frac{I_1 F_1}{I_2 F_2}}$$

რადგან, ძელის სიმტკიცისა და ეკონომიურობისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა:

$$[\sigma] = v \sqrt{3\beta_2 \frac{Em}{lF_1} \cdot \frac{I_1 F_1}{I_2 F_2}}$$

ამიტომ აქედან მოიძებნება შესუსტებული ძელისათვის საჭირო მასალის მოცულობა:

$$S_{max} = lF_1 = 3\beta_2 E \frac{I_1 F_1}{I_2 F_2} \cdot \frac{mv^2}{[\sigma]^2}$$

ანუ (თუ  $\beta_2 = \beta_1$ ),

$$S_{max} = 3\beta_1 E \frac{I_1 F_1}{I_2 F_2} \cdot \frac{mv^2}{[\sigma]^2}, \quad (11-111)$$

რომელიც (11-110) ფორმულის თანახმად შესაძლებელია გამოიხატოს ასეთი სახითაც:

$$S_{max} = S_{min} \cdot \frac{I_1 F_1}{I_2 F_2}. \quad (11-112)$$

დასასრულს, თუ ძელის ვიწრო ყელის სივანე (ნახ. 106) გაფართოებულია მის საყრდენებამდე (ნახ. 107), მაშინ მასში განვითარებული ნორმალური მაქსიმალური ძაბვები (11-108) ფორმულის თანახმად ტოლია

$$\sigma = v \sqrt{3\beta_2 \cdot \frac{Em}{lF_1} \cdot \frac{F_1}{F_2}},$$

რომელიც ჩასმით  $\sigma = [\sigma]$ , გვაძლევს გარდაქმნილი ძელისათვის საჭირო მასალის მოცულობას

$$S = 3\beta_2 E \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{mv^2}{[\sigma]^2}, \quad (11-113)$$

რომელიც (11-110) გამოსახულების თანახმად (როცა  $\beta_2 = \beta_1$ ) შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასეთი სახითაც:

$$S = S_{min} \frac{F_1}{F_2}. \quad (11-114)$$

თუ ძელი, მაგალითად, მრგვალი კვეთისაა, მაშინ მისთვის საჭირო ( $S_0$ ) მოცულობების გამოსათვლელად (11-110), (11-112) და (11-114) ფორმულების თანახმად გვექნება:

1. მთლიანი ძელისათვის  $S_0 = S_{min}$ ;
2. შესუსტებული ძელისათვის (ნახ. 106).

$$S_0 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^6 \cdot S_{min}$$

3. დავიწროებული-გარდამქმნელი ძელისათვის (ნახ. 107)

$$S_0 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot S_{min}$$

ეს უკანასკნელი ფორმულები თვალსაჩინოდ გვიჩვენებენ თუ მასალის როგორი დიდი რაოდენობით გადახარჯვას აქვს ადგილი როცა დარტყმაზე მომუშავე ძელს ვიწრო ყელიანი ჩაქრილა აქვს (ნახ. 106); იგი გვიჩვენებს აგრეთვე, რომ ძელის გარდაქმნა, მისი ყელის სიგრძის გადიდება (ნახ. 107) შესამჩნევად ამცირებს დარტყმაზე მომუშავე ძელის მასალის მოცულობას.

§ 51. მყარი ტანისა და ღრუბლიანი ღეროს ურთიერთ შეჯახება ცენტრალურად სივრცეში

სივრცეში თავისუფლად მდებარე  $AB$  ღეროს განივად და ცენტრალურად ეჯახება  $m$  მასის მქონე მყარი ტანი. განვსაზღვროთ დარტყმის  $c$  კვეთში მოქმედი დარტყმის ძალა და  $AB$  ღეროში განვითარებული მაქსიმალური მღუნავი მომენტი (ნახ. 109).

დარტყმაზე დახარჯული ენერგია გამოითვლება (3-1) გამოსახულებების ანალოგიური ფორმულით:

$$U = \frac{mv_0^2}{2\left(1 + \frac{m}{2\rho l}\right)}, \quad (11-115)$$

სადაც  $m$  არის მყარი ტანის მასა;

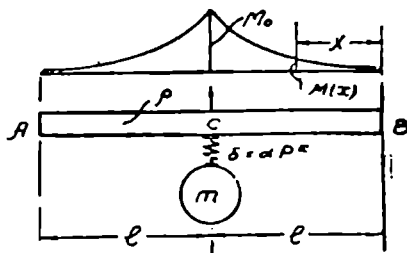
$v_0$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე, ანუ სიჩქარე

ერთი ტანისა მეორის მიმართ;

$\rho$ —ღეროს სიგრძის ერთეულზე მოსული მასა;

$2l$ —ღეროს სიგრძე.

იყოს  $\delta = \alpha P^k \quad (a)$



ნახ. 109

ადგილობრივი დეფორმაციის ფუნქცია,

სადაც  $\delta$  არის ღეროს სიმძიმის ცენტრის დრეკადი დაახლოება მყარი ტანის სიმძიმის ცენტრთან;

$\alpha$ —ადგილობრივი დეფორმაციის მოქნადობა, ანუ შეჯახებული ტანების სიმძიმის ცენტრთან ურთიერთ მიახლოება გამოწვეული ერთეულის ტოლი ურთიერთზე დამწვნევი ძალით;

$k$ —მთელი ან წილადი არსი დადებითი რიცხვი.

თუ მყარ ტანს აბსოლუტურად მაგარ ტანად მივიჩნევთ, მაშინ და-

რტყმაზე დახარჯული (11-115) კინეტიკური ენერგია უნდა მოხმარდეს ადგილობრივ დეფორმირებას და ლეროს ლუნვას. დარტყმის მაქსიმუმის დროს, ე. ი. იმ მომენტში, როდესაც შეჯახებული ტანები ურთიერთს დააწვეებიან მაქსიმალური ძალით, მაშინ ლეროს ყოველ  $p$  მასაზე იმოქმედებს დაახლოებით ერთი და იგივე სიდიდის ინერციის ძალა, ამიტომ ლერო როგორც ორმხრივი კონსოლური ძელი დატვირთული იქნება თანაბრად განაწილებული  $q$  დინამიკური ინტენსივობით. ასეთი გარემოების გამო გადამქრელი ძალისა და მლუნავი მომენტებისათვის  $x$  კვეთში გვექნება:

$$Q(x) = x \cdot q,$$

$$M(x) = \frac{1}{2} qx^2.$$

დარტყმის კვეთში განვითარებული გადამქრელი ძალების ჯამი ტოლია დარტყმის  $P$  ძალისა, ამიტომ

$$P = 2ql. \quad (11-116)$$

გარდა ამისა, დარტყმით აღძრული  $M(x)$  მლუნავი მომენტი შესაძლებელია გამოვხატოთ თვით დარტყმის კვეთში განვითარებული  $M_0$  მაქსიმალურ მლუნავ მომენტში

$$M(x) = M_0 \frac{x^2}{l^2}, \quad (11-117)$$

სადაც

$$M_0 = \frac{1}{2} ql^2. \quad (11-118)$$

ანალოგიურად

$$Q(x) = Q_0 \cdot \frac{x}{l}, \quad (11-119)$$

სადაც

$$Q_0 = ql. \quad (11-120)$$

ამ უკანასკნელისა და (11-116) ფორმულის დახმარებით ნათელია, რომ

$$M_0 = \frac{1}{4} Pl. \quad (11-121)$$

(11-116) და (11-120) ფორმულების თანხმად:

$$Q_0 = \frac{1}{2} P \quad (11-122)$$

და

$$Q_0 = \frac{2M_0}{l}. \quad (11-123)$$

ადგილობრივი და ლუნის დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯის მოსაძებნად შეგვიძლია დავწეროთ

$$\Pi = \int_0^l P \cdot d\delta + 2 \int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx + 2 \int_0^l \frac{Q^2(x)}{2FG} dx,$$

რომელიც ჩასმით:  $d\delta = d(\alpha P^k) = \alpha k P^{k-1} dP,$

$M(x) = M_0 \frac{x^2}{l^2}$  და  $Q(x) = Q_0 \frac{x}{l}$ , გვაძლევს

$$\dot{\Pi} = \frac{\alpha k}{k+1} P^{k+1} + \frac{M_0^2 l}{5EI} + \frac{Q_0^2 l}{3FG}.$$

თუ ამ უქანასკნელ გამოსახულებას გავუტოლებთ დარტყმაზე დახარჯულ (11-115) ენერჯიას, მივიღებთ განტოლებას:

$$\frac{\alpha k P^{k+1}}{k+1} + \frac{l M_0^2}{5EI} + \frac{l Q_0^2}{3FG} = \frac{m v_0^2}{2 \left(1 + \frac{m}{2\rho l}\right)}, \quad (k)$$

რომელიც (11-121), (11-122) და (11-123) დამოკიდებულებებზე დამყარებით, გარდაიქმნება დარტყმის ძალისა და მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელ ორ განტოლებად:

$$\frac{2\alpha k P^{k+1}}{k+1} + \frac{P l^3}{40EI} + \frac{l P^2}{6FG} = \frac{m v_0^2}{1 + \frac{m}{2\rho l}}, \quad (11-124)$$

$$\frac{2\alpha k}{k+1} \left(\frac{4M_0}{l}\right)^{k+1} + \frac{2l M_0^2}{5EI} + \frac{8M_0^2}{3FlG} = \frac{m v_0^2}{1 + \frac{m}{2\rho l}}. \quad (11-125)$$

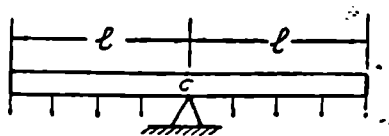
როდესაც ადგილობრივი დეფორმაციების გავლენა უგულვებელყოფილია ( $\alpha=0$ ), მაშინ ეს უქანასკნელი განტოლებები გვაძლევენ დარტყმის ძალისა და მღუნავი მომენტის გამომთვლელ გარკვეულ ფორმულებს:

$$P = v_0 \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{m}{2\rho l}\right) \left(\frac{l^3}{40EI} + \frac{l}{6FG}\right)}}, \quad (11-126)$$

$$M_0 = v_0 \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{m}{2\rho l}\right) \left(\frac{2l}{5EI} + \frac{8}{3FlG}\right)}}. \quad (11-127)$$



თუ დამრტყმელი ტანის  $m$  მასა უსასრულოდ დიდია, რომელიც მეორენაირად შეესაბამება ღეროს დარტყმას ხისტ საყრდენზე (ნახ. 110), მაშინ დარტყმის ძალისა და მღუნავი მომენტის (11-126) და (11-127) ფორმულები ასეთ სახეს მიიღებენ:



ნახ. 110

$$P = \nu_0 \sqrt{\frac{2pl}{\frac{l^3}{40EI} + \frac{l}{6FG}}}, \quad (11-128)$$

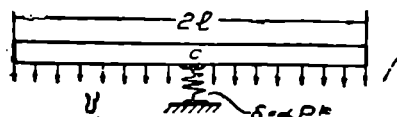
$$M_0 = \nu_0 \sqrt{\frac{2pl}{\frac{2l}{5EI} + \frac{8}{3FlG}}}. \quad (11-129)$$

ძვრის გავლენის უგულვებლყოფის შემთხვევაში რასაც შეესაბამება დაშვება  $G = \infty$ , ეს უკანასკნელი ფორმულები შესაბამისად მარტივდებიან:

$$P = \nu_0 \sqrt{\frac{80 p EI}{l^2}}, \quad (11-130)$$

$$M_0 = \nu_0 \sqrt{5 E p I} \quad (11-131)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დარტყმითი მღუნავი მომენტი (ხისტ საყრდენზე დარტყმის დროს) არ არის დამოკიდებული ღეროს სიგრძეზე.



ნახ. 111

და მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელი (11-124) და (11-125) განტოლებები მიიღებენ სახეს:

$$\frac{2\alpha k P^{k+1}}{k+1} + \frac{P^2 l^3}{40EI} + \frac{l P^2}{6FG} = 2pl\nu_0^2, \quad (11-132)$$

$$\frac{2\alpha k}{k+1} \left(\frac{4M_0}{l}\right)^{k+1} + \frac{2l M_0^2}{5EI} + \frac{8M_0^2}{3FlG} = 2pl\nu_0^2. \quad (11-133)$$

თუ შეჯახებულ ტანებს შორის მოთავსებულია ისეთი უწონადო სისტემა (ვთქვათ ზამბარაკი), რომელიც დეფორმირდება წრფივი კანონით ( $k=1$ ), მაშინ (11-124) და (11-125) განტოლებები გვაძლევენ:

$$P = v_0 \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{m}{2\rho l}\right) \left(\alpha + \frac{l^3}{40EI} + \frac{l}{6FG}\right)}}, \quad (11-134)$$

$$M_0 = v_0 \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{m}{2\rho l}\right) \left(\frac{16z}{l^2} + \frac{2l}{5EI} + \frac{8}{3FlG}\right)}}, \quad (11-135)$$

სადაც  $P$  არის დარტყმის  $c$  წერტილში განვითარებული ძალა (კგ);

$v_0$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე (სმ/წმ);

$m$ —მყარი ტანის მასა (კგ წმ<sup>2</sup>/სმ);

$\rho$ —ღეროს სიგრძის ერთეულის მასა (კგ წმ<sup>2</sup>/სმ<sup>2</sup>);

$l$ —ღეროს სიგრძე (სმ);

$\alpha$ —დამრტყმელი ტანთა შორის მოთავსებული დრეკადი სისტემის შემოკლება ერთეული ძალისაგან (სმ/კგ);

$E$ —ღეროს მასალის დრეკადობის მოდული (კგ/სმ<sup>2</sup>);

$I$ —ღეროს განივკვეთის ინერციის მომენტი (სმ<sup>4</sup>);

$F$ —ღეროს განივკვეთის ფართობი (სმ<sup>2</sup>);

$G$ —ღეროს მასალის ძვრის მოდული (კგ/სმ<sup>2</sup>).

დარტყმის ძალისა და მღუნავი მომენტის ზემოთ მიღებული ფორმულების დახმარებით, შესაძლებელია გამოვთვალოთ დარტყმით აღძრული მხები ძაბვებისა და ნორმალური ძაბვების მნიშვნელობაც მასალათა გამძლეობის ცნობილი ფორმულების გამოყენებით.

## § 52. შპარტი ტანის შეჯახება შიშურსული მასების მძიმე უწონადო ღეროსთან

დარტყმით ღუნვაზე დახარჯული ენერჯია გამოითვლება (3-1) ფორმულის ანალოგიური გამოსახულებით:

$$U = \frac{m_0 v_0^2}{2 \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}.$$

რადგან მღუნავი მომენტის ეპიურის ფორმა (ნახ. 112) წინასწარ ცნობილია, ამიტომ დარტყმითი ღუნვის პოტენციალური ენერჯია მოიძებნება (11-28) ფორმულით:

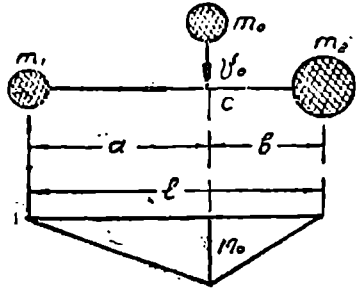
$$\Pi = \frac{IM_0^2}{6EI}$$

ამ ორი სახის ენერჯიის ერთმანეთთან გატოლებით მივიღებთ დარტყმითი მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელ განტოლებას:

$$\frac{IM_0^2}{6EI} = \frac{m_0 v_0^2}{2 \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}$$

საიდანაც

$$M_0 = v_0 \sqrt{\frac{3EI m_0}{l \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}} \quad (11-136)$$



ნახ. 112.

ამ უკანასკნელი ფორმულის დახმარებით შეგვიძლია მოვძებნოთ დარტყმითი ღუნვით აღძრული ნორმალური ძაბვები:

$$\sigma = \frac{M_0}{W} = v_0 \sqrt{\frac{3Em_0}{Fl \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}} \frac{IF}{W^2}$$

ანუ

$$\sigma = v_0 \sqrt{\frac{3\beta Em_0}{Fl \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}} \quad (11-137)$$

სადაც  $v_0$  არის დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე;

$E$ —ღეროს მასალის დრეკადობის მოდული;

$F$ —მისი განივკვეთის ფართობი;

$l$ —ღეროს საანგარიშო სიგრძე;

$m_0$ —დამრტყმელი მასა.

$m_1$  და  $m_2$ —ღეროს ბოლოებზე დამაგრებული შეყურსული მასები (ნახ. 112);  $\beta$  განისაზღვრება (11-34) ფორმულით.

რადგან ვგულისხმობთ, რომ დარტყმა წარმოებს  $m_1$  და  $m_2$  მასების განლაგების ცენტრში, ამიტომ  $m_1$  და  $m_2$  მასაზე მოქმედი  $P_1$  და  $P_2$  ინერციის ძალებს მომენტები დარტყმის წერტილის მიმართ ურთიერთის თანატოლი უნდა იყვნენ

$$P_1 \cdot a = P_2 \cdot b = M_0,$$

საიდანაც:

$$P_1 = \frac{M_0}{a}, \quad P_2 = \frac{M_0}{b}$$

პირველი ძალა წარმოადგენს ღეროს მარცხენა ნაწილში განვითარებულ დარტყმით გადამქრელ ძალას, ხოლო მეორე კი არის გადამქრელი ძალა ღეროს მარჯვენა ნაწილისათვის, ამრიგად:

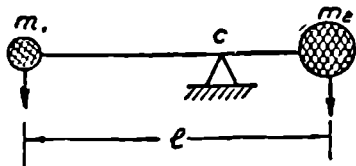
$$Q_{\text{არს}} = \frac{M_0}{a} = \frac{v_0}{a} \sqrt{\frac{3EI m_0}{l \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}}, \quad (11-138)$$

$$Q_{\text{არს}} = \frac{M_0}{b} = \frac{v_0}{b} \sqrt{\frac{3EI m_0}{l \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}}. \quad (11-139)$$

ამ გადამქრელ ძალთა ჯამი, როგორც ცნობილია, ტოლია დარტყმის კვეთში განვითარებული ძალისა

$$P = \frac{lv_0}{ab} \sqrt{\frac{3EI m_0}{l \left(1 + \frac{m_0}{m_1 + m_2}\right)}}. \quad (11-140)$$

სადაც  $a$  და  $b$  პირველი და მეორე მასის ცენტრთა დაშორებაა დარტყმის წერტილიდან (ნახ. 112).



ნახ. 113.

როდესაც  $m_0 = \infty$ , რაც შეორენიარად იმას ნიშნავს, რომ ღერო ცენტრალურად ეჯახება უძრავ საყრდენს (ნახ. 113), მაშინ მლუნავი მომენტის გამომთვლელი (11-136) ფორმულა ასე გამარტივდება

$$M_0 = v_0 \sqrt{\frac{3EI(m_1 + m_2)}{l}}. \quad (11-141)$$

აღსანიშნავია, რომ ეს შედეგი ანალოგიურია უბრალო ძელზე ( $m_1 + m_2$ ) მასის ერთ წერტილში დარტყმის შემთხვევისა.

### § 53. მგარუნავ ლილვზე დამაგრებული ფრთის შეჯახება თავისუფალ მასასთან

ეთქვათ, რომ  $A$  მქნევარა მასის მქონე მბრუნავ  $AB$  ლილვზე დამაგრებული ფრთა ეჯახება რაიმე  $c$  თავისუფალ ტანს, რომლის მასის ინერციის მომენტი ლილვის ღერძის მიმართ არის  $i_c$ . ასეთი დარტყმის

შედგად ფრთა იმუშავებს როგორც ადგილობრივ დეფორმაციაზე, აგრეთვე ლუნვაზედაც. ლილვი კი დარტყმით გრეხაზე.

დარტყმაზე დახარჯული ენერგია მოიძებნება (9.65) ფორმულით:

$$U = \frac{i_1 \omega_0^2}{2 \left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right)},$$

სადაც  $\omega_0$  — ბრუნვის კუთხური სიჩქარეა.

რადგან  $\omega_0 = \frac{v_0}{R}$ , ამიტომ, მეორენაირად

$$U = \frac{i_1 v_0^2}{2R^2 \left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right)}, \quad (11-142)$$

სადაც  $i_1$  — ლილვზე დამაგრებული მქნევარა მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ (ნახ. 114);

$v_0$  — ფრთის  $c$  წვეროს ფარდობითი წრიული სიჩქარე იმ მასის მიმართ, რომელზედაც ეჯახება ფრთა (ან ეჯახება ფრთას თვით მასა);

$R$  — მანძილია ფრთის დარტყმის წერტილიდან ლილვის ღერძამდე. გამოეთვალათ დეფორმაციის პოტენციალური ენერგიის ის რაოდენობა, რომელიც დაგროვდება სისტემაში დარტყმის მაქსიმუმის დროს:

1. ლილვში დაგროვდება გრეხის პოტენციალური ენერგია:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} \gamma M_{3r}^2, \quad (a)$$

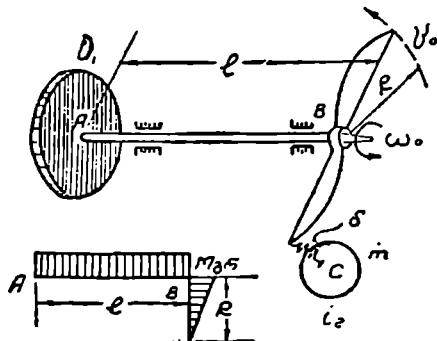
სადაც  $\gamma$  — მთლიანი ლილვის მოგრების კუთხეა, გამოწვეული ერთეული მგრებავი მომენტით, ხოლო  $M_{3r}$  — საძიებელი მგრებავი მომენტი.

2. ფრთის ერთ შტოში დაგროვდება ლუნვის პოტენციალური ენერგია

$$\Pi_2 = \frac{R}{6EI} M_c^2$$

ანუ, რადგან:  $M_c = M_{3r}$ , ამიტომ

$$\Pi_2 = \frac{R}{6EI} M_{3r}^2,$$



ნახ. 114

სადაც  $E$  არის ფრთის მასალის დრეკადობის მოდული, ხოლო  $I$  — ფრთის განიკვეთის საშუალო ინერციის მომენტი.

3. ადგილობრივ დეფორმაციაზე (თუ დეფორმაციის ფუნქცია ხარისხოვანია) დაიხარჯება ენერგია:

$$\Pi_3 = \frac{\alpha k}{k+1} P^{k+1},$$

ანუ, რადგან ნახაზის თანახმად

$$P \cdot R = M_{3r} \quad (11-143)$$

ამიტომ

$$\Pi_3 = \frac{\alpha k}{k+1} \left( \frac{M_{3r}}{R} \right)^{k+1} \quad (c)$$

4. თუ ფრთა დრეკადა და დამაგრებული ლილვზე, მაშინ დრეკად აპარატში დაგროვილი ენერგია ტოლი იქნება სიდიდისა

$$\Pi_4 = \frac{1}{2} \varphi M_{3r}^2, \quad (d)$$

სადაც  $\varphi$  — ერთეული მბრუნავი მომენტით გამოწვეული შემობრუნების კუთხეა ფრთისა ლილვის უძრავი ღერძის მიმართ.

(a), (b), (c), (d) და (11-142) გამოსახულების დახმარებით, დარტყმითი მგრეხავი მომენტის განმსაზღვრელი განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$M_{3r}^2 \left[ \gamma + \frac{R}{3El} + \varphi \right] + \frac{2\alpha k}{k+1} \left( \frac{M_{3r}}{R} \right)^{k+1} = \frac{i_1 v_0^2}{R^2 \left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right)}. \quad (11-144)$$

ადგილობრივი დეფორმაციის უგულებელყოფის შემთხვევაში ( $\alpha=0$ ), დარტყმითი მგრეხავი მომენტისათვის გვექნება ფორმულა:

$$M_{3r} = v_0 \sqrt{\frac{i_1}{\left( 1 + \frac{i_1}{i_2} \right) \left( \gamma R^2 + \frac{R^3}{6El} + \varphi R^2 \right)}}. \quad (11-145)$$

როდესაც  $i_1$  — მასის ინერციის მომენტი უსასრულოდ დიდია, მეტად ხისტია აგრეთვე ლილვიც ( $\gamma=0$ ) და ფრთა ხისტადაა ლილვზე დამაგრებული ( $\varphi=0$ ), მაშინ (11-145) ფორმულა უნდა დავიდეს კონსოლზე დარტყმის შემთხვევამდე

$$M_{3r} = M_c = v_0 \sqrt{\frac{3i_2 El}{R^3}},$$

რომელიც ჩასმით

$$i_2 = m \cdot R^3$$

მართლაც გვაძლევს  $m$  მასის,  $R$  სიგრძის მქონე კონსოლზე დარტყმის სამოცანის გადაწყვეტას.

იმ შემთხვევაში, როდესაც ფრთაზე მიჯახებული მასა უსასრულოდ დიდია ( $i_2 = \infty$ ) და უგულვებელყოფილია ფრთის დეფორმირება ( $EI = \infty$ ,  $\varphi = 0$ ), მაშინ (11-145) ფორმულა გვაძლევს მბრუნავი ლილვის მუშაობის იმ უცუდეს შემთხვევას, რომელსაც ადგილი აქვს, მაგალითად, ყინულ-მკრელი გემის მბრუნავი წამყვანი ხრახნის ყინულებში ყრულ გაჩხერისას:

$$M_{3r} = \frac{v_0}{R} \sqrt{\frac{i_1}{\gamma}} = \omega_0 \sqrt{\frac{i_1}{\gamma}},$$

რომელიც ჩასმით

$$\gamma = \frac{l}{I_p G},$$

გვაძლევს

$$M_{3r} = \omega_0 \sqrt{\frac{I_p i_1 G}{l}}, \quad (11-146)$$

სადაც  $I_p$  არის ლილვის განივეკვითის ინერციის პოლარი მომენტი;

$G$ —ლილვის მასალის ძვრის მოდული;

$l$ —მისი საანგარიშო სიგრძე;

$\omega_0$ —ბრუნვის კუთხური საჩქარე.

რადგან ზოგად შემთხვევაში ძნელია (11-144) განტოლების ამოხსნა  $M_{3r}$  მგრეხავი მომენტის მიმართ, ამიტომ ზოგჯერ უმჯობესია ვიპოვოთ არა მგრეხავი მომენტი, არამედ დარტყმაზე დასაშვები  $v_0$  სიჩქარე. ასეთ შემთხვევაში  $M_{3r}$  ფაქტორი უნდა შეიცვალოს ლილვზე დასაშვები  $[M_{3r}]$  მომენტით, რომელიც ადვილი გამოსათვლელია დასაშვები მხები ძაბვისა და ლილვის პოლარი წინაღობის მომენტის წინასწარი ცოდნის დროს. დასაშვები სიჩქარისათვის (11-144) განტოლების თანახმად, გვექნება ფორმულა:

$$v_0 \leq \frac{R^2}{i} \left(1 + \frac{i_1}{i_2}\right) \left\{ \left( \gamma + \varphi + \frac{R}{3EI} \right) [M_{3r}]^2 + \frac{2\alpha k}{k+1} \left( \frac{[M_{3r}]}{R} \right)^{k+1} \right\}. \quad (11-147)$$

#### § 54. მძნევარა ბორბლის მარგილუბის ანგარიში ღერძის უმცარივ ღამუხრაშემაჯე

მქნევარა ბორბლის (0) ღერძის უეცრივი დამუხრუქების დროს (ნახ. 115) ბორბლის  $a$ ,  $b$ ,  $c$  და  $d$  მარგილებს ბოლოებზე იმოქმედებს მხები ძალა

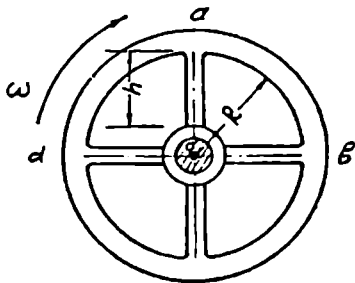
$$\frac{T}{\pi},$$

სადაც  $T$  არის ბორბლის გარე სარტყელში განვითარებული წრიული ძალა,

ხოლო  $n$  — მარგილთა (ანუ  $oa, ob, oc$  და ა. შ. ლეროთა) რიცხვი (ნახ. 115).

რადგან თითოეული მარგილი მუშაობს როგორც ჩარჩოს ელემენტი, ამიტომ თუ მარგილის სიხისტეს მულტიპლიკაციით მივიჩნევთ მისი სიგრძის გასწვრივ (ან რაც იგივეა, დავეყარებთ მის საშუალო სიხისტეს), მაშინ ძლუნავი მომენტის ეპიურა მარგილის გასწვრივ განაწილება სამკუთხედის კანონით (ნახ. 116), საიდანაც გვექნება

$$M_{max} = \frac{Th}{2n} \quad (a)$$



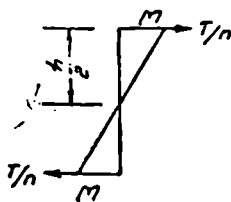
ნახ. 115

(11-38) ფორმულის თანახმად, მარგილში დაგროვილი ღუნვის პოტენციალური ენერგია ტოლია:

$$\Pi_1 = \frac{M^2_{max}}{6EI} \cdot \frac{h}{2} \cdot 2,$$

რომელიც (a) გამოსახულების ვათვალისწინებით გვძლევს:

$$\Pi_1 = \frac{T^2 h^3}{24 n^2 EI}$$



ნახ. 116

თუ მქნევარა ბორბლის ლერძის მოგრეხას გამოწვეულს ერთეული მგრეხავი მომენტისაგან აღენიშნავთ  $\theta$  ასოთი, მაშინ ლერძის მოგრეხაზე დახარჯული ძერის პოტენციალური ენერგიისათვის გვექნება გამოსახულება:

$$\Pi_2 = \theta \frac{M^2_{max}}{2},$$

რომელიც ჩასმით  $M_{max} \approx T \cdot R$  მიიღებს სახეს:

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} \theta (TR)^2 \quad (c)$$

თუ მქნევარა ბორბლის გარე სარტყელში (ფერსოში) დაგროვილ პოტენციალურ ენერგიას უგულებელვყოფთ მისი სიმციროს გამო, მაშინ დეფორმაციის (b) და (c) გამოსახულებით გამოხატული ენერგიათა ნაცვლად გვექნება მათი ჯამი

$$\Pi = \frac{T^2 h^3}{24 n^2 EI} + \frac{1}{2} \theta (TR)^2 \quad (11-148)$$

ბრუნვით დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია შეგვიძლია გამოვხატოთ ცნობილი ფორმულით:

$$U = \frac{1}{2} i \omega^2,$$



რადგან, დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U$$

ამიტომ

$$\frac{T^2 h^3}{24n^2 EI} + \frac{1}{2} \theta (TR)^2 = \frac{1}{2} i \omega^2,$$

საიდანაც

$$T = \omega \sqrt{\frac{i}{\frac{h^3}{12n^2 EI} + \theta R^2}}. \quad (11-149)$$

ამ გამოსახულების ჩასმით (ა) ფორმულაში მივიღებთ საძიებელი მღუნავი მომენტის მნიშვნელობას:

$$M_{max} = \omega \sqrt{\frac{i}{\frac{h}{3EI} + 4\theta \frac{R^2}{h^3} \cdot n^2}}, \quad (11-150)$$

სადაც  $M_{max}$  არის მარგილზე მოქმედი მაქსიმალური დარტყმითი მღუნავი მომენტი;

$\omega$ —ბორბლის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე;

$i$ —ბორბლის მასის ინერციის მომენტი ბრუნვის ღერძის მიმართ;

$h$ —მარგილის სიგრძე;

$EI$ —მარგილის საშუალო სიხისტე;

$\theta$ —ბორბლის ღერძის (ან სხვა დამმუხრუქებელი დრეკადი აპარატის) მოგრების კუთხე გამოწვეული ერთეული მგრებადი მომენტის მიერ;

$R$ —მანძილი ბრუნვის ღერძიდან მარგილის ბოლომდე, სადაც ჩვენი დაშვების თანახმად მოდებულება წრიული ძალა  $T$ ;

$n$ —მარგილთა რიცხვი.

თუ უგულებელყოფილია დამმუხრუქებელი ღერძის გავლენა ( $\theta = 0$ ), მაშინ (11-150) გამოსახულება საგრძნობლად მარტივდება:

$$M = \omega \sqrt{\frac{3EIi}{h}}. \quad (11-151)$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების თანახმად, მარგილში განვითარდება ნორმალური ძაბვები:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \omega \sqrt{3\beta \frac{Ei}{Fh}}, \quad (11-152)$$

სადაც  $\beta$ —მარგილის განივკვეთის ფორმაზე დამოკიდებული კოეფიციენტი, რომელიც წრიული ან ელიფსური კვეთებისათვის 4-ის ტოლია.

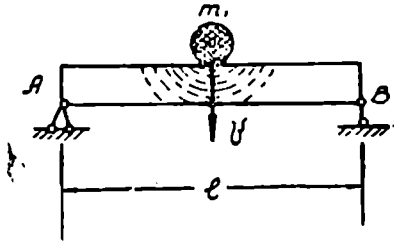
## თავი მეთორმეტა

### განმეორებითი ლარჯუნის პნაგეპიკული თეორია

#### § 55. რეალურ ძელზე დარტყმის პროცესის მიმდინარეობის თვისობრივ მხარეთა აღწერა

სპეციალური ხასიათის ექსპერიმენტებისა და თეორიული გამოკვლევების ბაზაზე, რომლებიც მიედგენა ძელის დარტყმაზე მუშაობის შესწავლას, დღეისათვის ცნობილია შემდეგი:

1. რეალური ტანის რეალურ ძელზე დარტყმის პროცესი (ნახ. 117) მიმდინარეობს არა მონოტონურად, არამედ ნახტომისებურად: დამრტყმელი ტანი ძელს ეხება არა მხოლოდ ერთჯერ, არამედ (ხშირად) რამდენიმეჯერ. ამრიგად, დამრტყმელი ტანის კინეტიკური ენერგია უწყვეტლივ (მონოტონურად) კი არ გარდაიქმნება დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში, არამედ ნახტომისებურად. ეს მოვლენა ცნობილია განმეორებითი დარტყმის სახელით. განმეორებითი დარტყმების ფორტოგრაფირება სწრაფად მბრუნავ კინო ფირზე პირველად მოახერხეს იაპონელმა მეცნიერებმა ტუციმ და ნაზილამ [215].



ნახ. 117.

2. დარტყმის დროს, ძელი მუშაობს ორი ძირითადი სახის დეფორმაციაზე: ერთია ადგილობრივი, მეორე კი საერთო დეფორმაცია. დარტყმით აღძრული მექანიკური პროცესი ადგილმდებარეობისა და დროის ფუნქციაა: ჯერ ზიანდება დარტყმის უბანი და მისი მეზობელი შრეები, შემდეგ ეს დეფორმაციული პროცესი ვრცელდება ძელის საყრდენებისაკენ. როდესაც დარტყმის უბანში აღძრული მკუმშავი, გამჭიმავი და ძვრის ტალღები მიაღწევენ ძელის საყრდენებამდე—მხოლოდ ამის შემდეგ იწყება ძელის საერთო მუშაობა ლუნვაზე. აქედან გამომდინარე, ტექნიკური ლიტერატურაში ცნობილია ორი ტერმინი: კონსტრუქციის ადგილობრივი

მუშაობა (ანუ კონსტრუქციის მუშაობა ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციებზე) და კონსტრუქციის საერთო მუშაობა (ამ შემთხვევაში ძელის მთლიანი მუშაობა ღუნვაზე). ამ ორი სახის მუშაობის ურთიერთისაგან გამიჯვნას შეტად დიდი მნიშვნელობა აქვს, რადგან ადგილობრივი დეფორმაცია შესაძლებელია ისეთი სიმძლავრისა იყოს, რომ კონსტრუქციამ მთლიანად დაკარგოს თავისი დანიშნულება. მაგალითად, ძელი ძელია თუ მისი დეფორმირება ნელი სიჩქარით ხდება, მაგრამ ძელი კარგავს თავის დანიშნულებას, როცა მას მიეჯახება დიდი სიჩქარის მქონე ტყვია; ტყვიას შეუძლია ისე გახვრიტოს იგი, რომ მან ვერც კი მოასწროს ოდნავი გაღუნვაც კი. ასეთ შემთხვევაში ძელის საერთო მუშაობის უნარი ღუნვაზე გამოუყენებელი რჩება. იგი ვერ ხმარდება იმას, რომ ტყვიის მთელი კინეტიკური ენერგია გარდაქმნას ღუნვის პოტენციალურ ენერგიად და ამით შეანელოს ტყვიის დამაზიანებელი გავლენა. ტყვია იმაზე ადრე ხვრეტს და სტოვებს ძელს, ვიდრე დარტყმის ადგილზე აღძრული დეფორმაციის ტალღები მოასწრებენ ძელის დიდ ფართზე განაწილებას; ტყვიის კინეტიკური ენერგიის უდიდესი ნაწილი ძელის მცირე ზომის მასალის დეფორმირებაზე იხარჯება და ამიტომ ადვილად აზიანებს მას. უზარმაზარი ხიდი მხოლოდ მაშინ მუშაობს მთლიანად, როდესაც მასზე მატარებელი გაიზრბენს, მაგრამ ხიდი კარგავს თავის დანიშნულებას თუ მის სარტყელს დიდი სიჩქარის მქონე ყუმბარა დაეცემა: ყუმბარას შეუძლია ისე გახვრიტოს ხიდის მუშა ელემენტი, რომ ხიდის მთლიანი კონსტრუქცია ოდნავადაც არ შეირხნეს დარტყმისაგან. ასეთი გარემოების გამო, დარტყმაზე მომუშავე ძელი გაანგარიშებული უნდა იქნას: 1. ადგილობრივ მუშაობაზე (დეფორმაციაზე) და 2. საერთო მუშაობაზე.

ჯერ კიდევ ვერ მოხერხდა ისეთი მათემატიკური აპარატის გამონახვა, რომ ერთ უწყვეტ ფორმულაში მოექციათ ძელის დარტყმაზე მუშაობის მთლიანი პროცესი (როგორც ადგილობრივი, ისე საერთო მუშაობა). ეს გარემოება, რა თქმა უნდა, მათემატიკური მეცნიერების სისუსტით კი არ აიხსნება, არამედ თვით დარტყმის პროცესის დიდი სირთულით. დარტყმით განვითარებული ადგილობრივი დეფორმაცია თავისი ბუნებით ტალღური პროცესია და ამიტომ იგი უნდა აისახოს ტალღის დიფერენციალური განტოლებებით. ეს განტოლებები არსებობენ, მაგრამ მათი ისეთი ამონახსნის მოძებნა, რომელიც დააკმაყოფილებს ზოგადი სახის საწყის და სასაზღვრე პირობებს მათემატიკურად ჯერ კიდევ დაუძლეველ პრობლემას წარმოადგენს. ასეთი გარემოების გამო, დარტყმის საინჟინრო თეორია იძულებულია გაამარტივოს ადგილობრივი დეფორმაციის მიმდინარეობის პროცესი. იგი უშვებს რომ: 1. დამრტყმელი ტანის ძელის ზედაპირთან შეხების მომენტშივე, დარტყმით აღძრული ტალ-

ლები უეცრივ ვრცელდებიან მთელ ძელში. რითაც სამწუხაროდ წინასწარვე გამოირიცხულია დარტყმის ტალღური ბუნება. 2. ადგილობრივი დეფორმაციის ფუნქცია (ე. ი. დამრტყმელი ტანის ცენტრის დეფორმაციული მიახლოება ძელის მთლიანი მასის ცენტრთან) ისეთივეა, როგორც ეს საფუძვლად დაედო ჰერცის სტატიკური დარტყმის თეორიას. ამ საწყისებზე დაყრდნობით პირველად ს. პ. ტიმოშენკომ მოახერხა [13] თეორიულად აღმოეჩინა განმეორებითი დარტყმები. ამ მიმართულებით მრავალი ავტორი მუშაობდა, მათ შორის ნ. ნ. დავიდენკოვი [14] და ნ. ა. კილჩევსკი [11]. განსაკუთრებით აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ ნ. ა. კილჩევსკიმ განვითარების უმაღლეს მწვერვალზე აიყვანა ს. პ. ტიმოშენკოს მიერ წამოწყებული საქმე, მათემატიკის ერთი სპეციალური დარგის, ოპერაციული აღრიცხვის გამოყენებით.

თუ დარტყმით აღძრული ადგილობრივი დეფორმაცია ტალღური ბუნებისაა, სამაგიეროდ ძელის საერთო მუშაობა ვიბრაციული (რხევითი) ხასიათისაა\*. იგი საკმარისი სიზუსტით აისახება თავისუფლების მრავალი ხარისხის მქონე სისტემის დამყარებული რხევის (ვიბრაციის) დიფერენციალური განტოლებებით. მაგრამ ამ საკითხში მთელი სირთულე მდგომარეობს საწყისი და სასაზღვრე პირობების ზუსტ დადგენაში. ჩვენ წინასწარ ზუსტად უნდა ვიცოდეთ თუ როდის და რა პირობებში გადადის ძელის ადგილობრივი მუშაობა (დარტყმის ადგილობრივი ტალღური პროცესი) ძელის საერთო მუშაობაში (დამყარებული ხასიათის, ძელის მთელი მასის რხევაში). ეს საკითხიც დღემდე დაუმუშავებელ, მაგრამ მეტად აქტუალურ პრობლემათა რიცხვს ეკუთვნის.

ვიდრე გადავიდოდეთ განმეორებითი დარტყმების შესწავლაზე, გავარკვიოთ საკითხი იმის შესახებ თუ რა იწვევს განმეორებით დარტყმებს და რა არის ძირითადი მიზეზი იმისა, რომ ძელი მუშაობს ორი ძირითადი სახის დეფორმაციაზე (ადგილობრივზე და საერთოზე).

ძელის დარტყმაზე მუშაობის თავისებურების ერთ-ერთ განმსაზღვრელ ფაქტორს წარმოადგენს ის თავისებურება, რომელიც ახასიათებს სივ-

\* „ტალღური ბუნება“ დაახლოებით ასეთია: დარტყმის პირველ უბანზე აღძრული დეფორმაცია გარკვეული სიჩქარით გადაეცემა მეზობელ უბანს იმის ხარჯზე, რომ პირველი უბანი განიტვირთება, მეორე უბანი იმოქმედებს მესამეზე ხოლო თვითონ კი განიტვირთება და ა. შ. აქ მადეფორმირებელი ძალები კი არ იკრიბებიან წონის ძალების მსგავსად, არამედ აწარმოებენ გადაადგილებას ერთი უბნიდან მეორეზე, მეორედან მესამეზე და ა. შ.

„ვიბრაციული ხასიათი“ მდგომარეობს იმაში, რომ ტანზე (ან მის უბნებზე) თითქოს უეცრივ მოქმედებს პერიოდულად ნიშანცვლადი მიზიდველობის ველი. აქ ტანის ერთი ფენა ადეფორმირებს მეორეს, მეორე მესამეს, სამივე ერთად მეოთხეს და ა. შ. ასეთ შემთხვევაში, მადეფორმირებელი ინერციის ძალები ურთიერთს ემატებიან; ტანს უჩნდება დინამიკური (ცვალებადი სიდიდის) წონა. (ავტორი).

რცეში თავისუფლად მდებარე მასების ურთიერთ შეჯახებას. ეს თავისებურება მდგომარეობს ცენტრალურად შეჯახებული რეალური ტანების ურთიერთიდან არეკლაში კანონით:

$$v_1 = \frac{(m_1 - km_2)u_1 + m_2(1+k)u_2}{m_1 + m_2};$$

$$v_2 = \frac{m_1(1+k)u_1 + (m_2 - km_1)u_2}{m_1 + m_2},$$

რომლებიც თუ, მაგალითად,  $m_2$  მასა უძრავია, ხოლო პირველი ტანის სიჩქარე  $u_1 = v$ , გვაძლევინ:

$$v_1 = \frac{(m_1 - km_2)v}{m_1 + m_2} \quad (12-1)$$

და

$$v_2 = \frac{m_1(1+k)v}{m_1 + m_2}, \quad (12-2)$$

სადაც  $m_1$  არის პირველი დამრტყმელი ტანის მასა;

$m_2$ —მეორე უძრავი ტანის მასა;

$v_1$ —პირველი ტანის სიჩქარე დარტყმის შემდეგ;

$v_2$ —მეორე ტანის სიჩქარე არეკვლის შემდეგ;

$v$ —დარტყმის ფარდობითი სიჩქარე, ანუ სიჩქარე ერთი ტანისა მეორეს მიმართ დარტყმის დაწყების მომენტში;

$k$ —აღდგენის კოეფიციენტი, რომელიც იცვლება ნულიდან ერთის ფარგლებში.

თუ  $v_2$  არეკვლის სიჩქარის მიმართულებას დადებითად ჩავთვლით, მაშინ დამრტყმელი ტანის  $v_1$  სიჩქარე (იმის მიხედვით თუ რა ზომისაა მასები და აღდგენის  $k$  კოეფიციენტი) შეიძლება იყოს როგორც დადებითი, აგრეთვე უარყოფითი. ამიტომ დამრტყმელი ტანი ან მთლიანად და სრულად დაშორდება დარტყმის მიმღებ  $m_2$  მასას ანდა კვლავ იმოდრავებს მისკენ. ასეთ შემთხვევაში თუ  $m_2$  მასა შემთხვევით შეანელებს თავის მოძრაობას მოსალოდნელია მოხდეს  $m_1$  მასის განმეორებითი დარტყმა მეორე მასაზე. ზუსტად ანალოგიურ მოვლენას აქვს ადგილი ძელზე დარტყმის დროსაც. დარტყმის დაწყებისას, ვიდრე დარტყმით აღძრული ტალღები ჯერ კიდევ არ მოსულან ძელის საყრდენებამდე და არ დაწყებულა ძელის საერთო მუშაობა (გალუნვაზე) დამრტყმელი ტანის  $m_2$  და დარტყმის მიმღები ძელის საკუთარი მასა ურთიერთიდან აირეკლებიან; ძელი დაიწყებს ღუნვას და დარტყმით არეკვლისაგან შექცეულ სიჩქარეს შეამცირებს. თუ დამრტყმელი ტანის არეკლილ  $m_1$  მასას ძელისაკენ მოგზავნილი მოძრაობა ექნება, მაშინ მოხდება განმეორებითი დარტყმა ძელზე

განმეორებით დარტყმას კვლავ არეკვლა მოყვება და არეკვლას შესაძლებელია მოყვეს მესამეჯერი დარტყმა და ა. შ.

როგორც არ უნდა იყოს ძელზე დარტყმის ნამდვილი ბუნება, ერთი რამ მაინც მუდამ ნათელია, სახელდობრ ის, რომ ძელის ადგილობრივ თუ საერთო მუშაობაზე არ შეიძლება დაიხარჯოს იმაზე მეტი ენერგია, რაც გააჩნია დამრტყმელ ტანს, ამიტომ ძელის მუშაობის უცუდეს შემთხვევას მაშინ ექნება ადგილი, როდესაც:

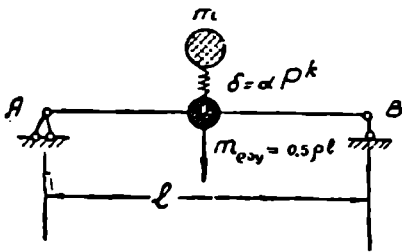
1. დარტყმის მთელი ენერგია იხარჯება მხოლოდ ადგილობრივ დეფორმაციაზე;

2. დარტყმის მთელი ენერგია იხარჯება მხოლოდ ძელის საერთო მუშაობაზე.

თუ დარტყმაზე მომუშავე ძელი ასეთ ზღვრულ პირობებზეა გაანგარიშებული, მაშინ ნათელია, რომ იგი დაზღვეულია მოსალოდნელი სახითათო დაზიანებისაგან. სწორედ ასეთი უცუდესი პირობები უნდა დაედლოს, ჩვენი აზრით, განმეორებით დარტყმებზე ძელის გაანგარიშების ენერგეტიკულ ელემენტალურ თეორიას.

**§. 56. უბრალო ძელის ანგარიში ადგილობრივ დეფორმაციაზე პიკველადი დატყმის დროს**

რეალური ტანის რეალურ ძელთან პირველი შეჯახების დროს (ნახ. 118) დარტყმაში პირველად მონაწილობას ღებულობს ძელის მასის ის ნაწილი, რომელიც მოთავსებულია დარტყმის უბანთან ახლოს, შემდეგ კი დეფორმაცია ვრცელდება საყრდენებისაკენ. ამიტომ დარტყმის პირველი მომენტი ხასიათდება ადგილობრივი დეფორმაციების წარმოშობით და მათი შესამჩნევი გავლენით დარტყმის უბანზე. კილჩევსკიმ [11] დაასაბუთა, რომ ძელზე დარტყმის პირველი მომენტი, რომელიც ხასიათდება ადგილობრივი სახის დეფორმაციის გაძლიერებით, ანალოგიურია ტანის დარტყმისა ისეთ მეორე თავისუფალ ტანზე, რომლის მასა ტოლია ძელის საკუთარი მასის ნახევრისა (ანუ ძელის ე. წ. დაყვანილი  $0,5\rho l$  მასისა). ასეთი გარემოების გამო, ადგილობრივ დეფორმაციაზე უნდა დაიხარჯოს  $(3-1)$  ფორმულით გამოხატული ენერგია, რომელიც ჩასმით:



ნახ. 118.

$$m_{დაყ} = m_2 = 0,5\rho l \text{ და } m_1 = m$$

ღებულობს ასეთ სახეს:

$$U = \frac{mv^2}{2\left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)}, \quad (12-3)$$

სადაც  $m$  არის დამრტყმელი ტანის მასა;  
 $v$ —დარტყმის აბსოლუტური სიჩქარე;  
 $\rho$ —ძელის მასის სიდიდე მისი სიგრძის ერთეულზე;  
 $l$ —ძელის საანგარიშო სიგრძე (ნახ. 118).

აღნიშნული (12-3) კინეტიკური ენერგია უნდა მოხმარდეს ადგილობრივ დეფორმაციას. ადგილობრივ დეფორმაციაშია ჩვენ ვგულისხმობთ არამარტო იმას, რომ დამრტყმელი ტანის ცენტრი შეიძლება დაუახლოვდეს ძელის ღერძს კანონით:

$$\delta = \alpha P^n, \quad (a)$$

არამედ იმასაც, რომ დარტყმის ადგილობრივი  $P$  ძალა, ადგილობრივი თელვის გარდა, იწვევს ძელის ადგილობრივ ღუნვას და მის ძვრას (ისე, რომ ძელი ჯერ კიდევ არ აწევება საყრდენებს). რადგან ეს ამოცანა ანალოგიურია ტანის დარტყმისა სივრცეში თავისუფლად მდებარე ღეროზე, ამიტომ ადგილობრივი  $P$  დარტყმის ძალისა და ადგილობრივი  $M$  მღუნავი მომენტის განსაზღვრისათვის გვექნება (11-124) და (11-125) გამოსახულებათა შესაბამისი განტოლებები:

$$\frac{2\alpha n P^{n+1}}{n+1} + \frac{P^2 l^3}{40EI} + \frac{lP^2}{6FG} = \frac{mv^2}{1 + \frac{2m}{\rho l}}, \quad (12-4)$$

$$\frac{2\alpha n}{n+1} \left(\frac{4M}{l}\right)^{n+1} + \frac{2lM^2}{5EI} + \frac{8M^2}{3FlG} = \frac{mv^2}{1 + \frac{2m}{\rho l}}. \quad (12-5)$$

თუ ძელის ადგილობრივი ღუნვისა და ძვრის გავლენა უგულებელყოფილია და ანგარიში ეწევა მხოლოდ ადგილობრივი მოთელვისა და კუმშვის (ჰერცის მიერ დადგენილ) დეფორმაციებს, მაშინ, მაგალითად, (12-4) განტოლება გვაძლევს:

$$P = \left[ \frac{(n+1)mv^2}{2\alpha n \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)} \right]^{\frac{1}{n+1}}. \quad (12-6)$$

თუ პირობით, უგულებელყოფილია ადგილობრივი დეფორმაციები (თელვისა), ე. ი.  $\alpha=0$ , მაშინ:

$$P = v \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right) \left(\frac{l^3}{40EI} + \frac{l}{6FG}\right)}} \quad (12-7)$$

$$M = v \sqrt{\frac{m}{\left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right) \left(\frac{2l}{5EI} + \frac{8}{5FIG}\right)}} \quad (12-8)$$

### § 57. უბრალო ძმლის ანგარიში ადგილობრივი დეფორმაციებზე მორაღი ღარიდან დასაწყისიდან

პირველი დარტყმის შედეგად არეკლილი დამრტყმელი ტანის სიჩქარის გამომთვლელი (12-1) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ განმეორებითი დარტყმა ძელზე უნდა მოხდეს იმ შემთხვევაში, როდესაც დაცულია პირობა:

$$k \frac{\rho l}{m} < 1, \quad (12-9)$$

სადაც  $k$  არის ალდგენის კოეფიციენტი;

$0,5\rho l$  — ძელის საკუთარი მასის ნახევარი;

$m$  — დამრტყმელი ტანის მასა.

თუ დაცულია (12-9) პირობა, მაშინ განმეორებითი დარტყმის უცუდეს პირობად შესაძლებელია მივიჩნიოთ ის შემთხვევა, როდესაც მიიღო რა ძელის დაყვანილმა  $0,5 \cdot \rho l$  მასამ (12-2) ფორმულით გამოხატული მნიშვნელობა, შემდეგ დაუბრუნდა რა მაქსიმალურად გადახრილი ძელი თავის სწორხაზოვან მდებარეობას კვლავ შეეჯახა მისკენ მოძრავ დამრტყმელ ტანს. ეს მაგალითი, სხვათაშორის, ანალოგიურია იმისა, რომ ბილიარდის ბირთვმა მიიღოს დარტყმითი  $v_1$  სიჩქარე, მიეჯახოს მაგიდის ზღუდარს, აირეკლოს უკანვე  $v_1$  სიჩქარითვე და კვლავ შეეჯახოს მისკენ  $v_2$  სიჩქარით მოძრავ დაპრტყმელ ბირთვს. ასეთ შემთხვევაში განმეორებითი დარტყმა უფრო ძლიერი იქნება, რადგან დარტყმის ფარლობითი ( $v_1 + v_2$ ) სიჩქარე საგრძნობლად გადიდება.

თუ მასების ურთიერთთან კვლავ შეეჯახების ფარლობითი სიჩქარის შემცირების მოსალოდნელ შემთხვევას წინასწარ გამოვრიცხავთ (ყველაზე უცუდესი პირობის დასაცავად), მაშინ განმეორებითი დარტყმის ფარლობითი სიჩქარე ტოლი იქნება (12-1) და (12-2) ფორმულებით გამოხატულ სიჩქარეთა ჯამისა, ამრიგად

$$v_0 = \frac{\left[2 + k \left(1 - \frac{\rho l}{2m}\right)\right] v}{1 + \frac{\rho l}{2m}} \quad (12-10)$$



ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (12-3) ფორმულის თანახმად გვქნება:

$$U = \frac{1}{2} m v^2 \cdot \frac{\left[2 + k \left(1 - \frac{\rho l}{2m}\right)\right]^2}{\left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right) \left(1 + \frac{\rho l}{2m}\right)^2}, \quad (12-11)$$

სადაც  $U$  არის ადგილობრივ დეფორმაციებზე დახარჯული კინეტიკური ენერგია მეორადი დარტყმის დროს.

(12-11) გამოსახულების შეტანით (12-4) და (12-5) განტოლების მარჯვენა მხარეში, მივიღებთ განმეორებითი დარტყმის დროს განვითარებული დარტყმის ძალისა და მლუნავი მომენტის განმსაზღვრელ განტოლებებს:

$$\frac{2\alpha_n P^{n+1}}{n+1} + \frac{P^2 l^3}{40EI} + \frac{lP^2}{6FG} = \frac{mv^3}{\left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)} \left[ \frac{2 + k \left(1 - \frac{\rho l}{2m}\right)}{1 + \frac{\rho l}{2m}} \right]^3, \quad (12-12)$$

$$\frac{2\alpha_n}{n+1} \left(\frac{4M}{l}\right)^{n+1} + \frac{2lM^2}{5EI} + \frac{8M^2}{6FG} = \frac{mv^2}{\left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)} \left[ \frac{2 + k \left(1 - \frac{\rho l}{2m}\right)}{1 + \frac{\rho l}{2m}} \right]^2. \quad (12-13)$$

ამ განტოლებებით გამოითვლება დარტყმის ძალისა და მლუნავი მომენტის ის მნიშვნელობა, რომელიც ვითარდება დარტყმის კვეთში მეორადი დარტყმის დროს.

გარეშე მასის ძელთან შეჯახება შეიძლება მოხდეს არა მარტო მხოლოდ მეორედ, არამედ მესამეჯერ, მეოთხეჯერ და მრავალჯერ, ამიტომ აბსოლუტურად დრეკადი დარტყმების დროს ( $k=1$ ) მოსალოდნელია, რომ კიდევ უფრო მეტად გაიზარდოს ადგილობრივ დარტყმაზე დახარჯული ენერგია. აქ ერთი რამ უცხადია, სახელდობრ: რამდენადაც არ უნდა გაიზარდოს ადგილობრივ დარტყმაზე დახარჯული ენერგია (მრავალჯერ განმეორებული დარტყმა-არეკვლისა და კვლავ შეჯახების შედეგად) იგი ვერ გადააჭარბებს იმ ენერგიას, რაც დამრტყმელ ტანს ჰქონდა დარტყმის დაწყების მომენტში. ამიტომ ძელის ადგილობრივ დეფორმაციაზე მუშაობის უტყუდესი შემთხვევისათვის (12-12) და (12-13) განტოლებები მიიღებენ ასეთ სახეს:

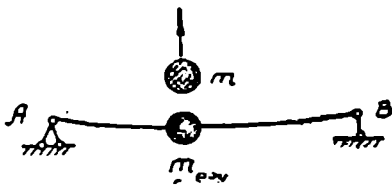
$$\frac{2\alpha_n}{n+1} P^{n+1} + \frac{P^2 l^3}{40EI} + \frac{lP^2}{6FG} = \frac{1}{2} m v^2, \quad (12-14)$$

$$\frac{2\alpha n}{n+1} \left( \frac{4M}{l} \right)^{n+1} + \frac{2lM^2}{5EI} + \frac{8M^2}{3FlG} = \frac{1}{2} mv^2. \quad (12-15)$$

სადაც  $m$ —დამრტყმელი ტანის მასაა, ხოლო  $v$ —მისი სიჩქარე დარტყმის დაწყების მომენტში.

§ 58. უბრალო ქალის ანგარიში სამართო მუშაობაზე პირველადი დატყვის დროს

ძელის საერთო მუშაობის ისეთი თეორია, რომელიც არ ითვალისწინებს დამრტყმელი ტანის მოსალოდნელ არეკვლას ძელის მაქსიმალურად დეფორმირებამდე, პირველად ჩამოაყალიბა (როგორც ზემოთაც იყო აღნიშნული) პონსელემ [211]. ეს თეორია განავითარა შემდეგ კოქსმა [212]. ძელის საერთო მუშაობა გამოიკვლია აგრეთვე სენ-ვენანმა [213] ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით. ყველა ამ გამოკვლევათა ძირითადი ნაკლი იმაში მდგომარეობს, რომ უგულებელყოფილია ადგილობრივი ხასიათის დრეკადი და ნაწილობრივ დრეკადი დარტყმების გავლენა.



ნახ. 119.

საბჭოთა მეცნიერი ლ. ი. მალამენტი [12] პირველი იყო, რომელმაც ყურადღება მიაქცია არეკვლის იმ მოვლენას, რომელსაც ადგილი აქვს დარტყმის პირველ დასაწყისში ძელის დაყვანილ მასასა და დამრტყმელ ტანს შორის; პირველადი დარტყმის დროს, დამრტყმელი ტანი იმაზე ადრე ირეკლავს ძელიდან ვიდრე ძელი მოასწრებდეს მაქსიმალურად გაღუნვას თავისივე საკუთარი მასიდან, რომელმაც მიიღო კინეტიკური ენერჯია დამრტყმელი ტანისაგან განცალკების მომენტში.

ლ. ი. მალამენტი ემყარება მექანიკაში ცნობილ სიჩქარეთა განმსაზღვრელ (12-2) ფორმულას, რომელიც ძელისათვის შემდეგ სახესღებულა:

$$v = \frac{(1+k)v_0}{1 + \frac{\rho l}{2m}}$$

სადაც  $v$ —ის სიჩქარეა, რომლითაც ძელის დაყვანილი,  $m_{\text{დაყ}} = 0,5 \rho l$  მასა მოახდენს ძელის დეფორმირებას დარტყმით ღუნვაზე, დამრტყმელი ტანიდან არეკვლის შემდეგ (ნახ. 119). ამ უკანასკნელი ფორმულის დახმარებით ძელის საერთო მუშაობაზე (ღუნვაზე) დაიხარჯება ენერჯია:

$$U = \frac{1}{2} m_{\text{დაყ}} v^2 = \frac{0,5 \rho l (1+k)^2 v_0^2}{2 \left( 1 + \frac{\rho l}{2m} \right)^2}$$

$$U = \frac{m(1+k)^2 v_0^3}{\frac{\rho l}{m} \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^2}$$

ამ უკანასკნელი ფორმულის დახმარებით დარტყმითი მღუნავი მომენტის განტოლება, (11-28) გამოსახულების დახმარებით, მიიღებს სახეს:

$$\frac{IM^2}{6EI} = \frac{m(1+k)^2 v_0^2}{\frac{\rho l}{m} \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^2}$$

საიდანაც:

$$M = \frac{2m}{\rho l} (1+k) v_0 \sqrt{1,5EI\rho} \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right) \quad (12-16)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულა მხოლოდ მაშინაა სამართლიანი, როდესაც მოსალოდნელი აღარაა დამრტყმელი ტანის განმეორებითი დარტყმა ძელზე. (12-1) ფორმულის თანახმად ეს პირობა ასე ჩაიწერება

$$k \frac{\rho l}{2m} > 1. \quad (12-17)$$

დამრტყმელი ტანის მოსალოდნელი განმეორებითი დაჯახება ძელზე მხედველობიდან გამორჩა ლ. ი. მალამენტს, რაზედაც სამართლიანად მიუთითებს ნ. ა. კილჩევსკი [11].

იმ შემთხვევაში, როდესაც ადგილობრივი დეფორმაცია არადრეკადია, რის გამოც  $k=0$ , მაშინ, როგორც დამრტყმელ  $m$  მასას, აგრეთვე ძელის დაყვანილ მასასაც ექნებათ (12-14) ფორმულით გამოხატული ერთი და იგივე სიჩქარე, ამიტომ ძელზე დაარტყამს ორივე მასა და დარტყმით ღუნვაზე დაიხარჯება ენერგია

$$U = (m + 0,5 \rho l) \frac{v_0^2}{2 \left(1 + \frac{\rho l}{2m}\right)^2} = \frac{m v_0^2}{2 \left(1 + \frac{\rho l}{2m}\right)}$$

ამ მონაცემის თანახმად, დარტყმითი მღუნავი მომენტის განმსაზღვრელი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{IM^2}{6EI} = \frac{m v_0^2}{2 \left(1 + \frac{\rho l}{2m}\right)}$$

ზაიდანაც

$$M = \frac{2m}{\rho l} v_0 \sqrt{\frac{1,5 EI \rho}{1 + \frac{2m}{\rho l}}}, \quad (12-18)$$

სადაც  $v_0$  — დამრტყმელი ტანის სიჩქარეა ძელზე პირველადი დარტყმის დაწყების მომენტიში.

ამ უკანასკნელი გამოსახულების დაპირისპირება. (12-16) ფორმულასთან გვიჩვენებს, რომ თუ

$$(k+1) < \sqrt{1 + \frac{2m}{\rho l}},$$

მაშინ არადრეკადი დარტყმით მიღებული (12-18) მღუნავი მომენტი უფრო საშიშია, ვიდრე ნაწილობრივ დრეკადი ან და სრულიად დრეკადი დარტყმა (12-16). წინააღმდეგ შემთხვევაში, ე. ი. როდესაც

$$(k+1) > \sqrt{1 + \frac{2m}{\rho l}},$$

მაშინ უფრო საშიშარს წარმოადგენს დრეკადი დარტყმა (12-16), რადგან ამ შემთხვევაში მეტია მღუნავი მომენტის მნიშვნელობა იმაზე რასაც (12-18) ფორმულა გვაძლევს.

### § 59. უბრალო ძელის ანგარიში ხაერთო მუშაობაზე მორადი დარტყმის დროს

მეორად დარტყმას ძელზე მაშინ აქვს ადგილი, როდესაც (12-9) ფორმულის თანახმად, დაცულია პირობა

$$k \frac{\rho l}{2m} < 1.$$

განმეორებით დარტყმის ყველაზე უფრო უტუდეს შემთხვევად შეგვიძლია მივიღოთ პირველადი დარტყმის შედეგად მაქსიმალურად უკვე გაღუნულ ძელზე მომხდარი მეორე დარტყმა. ასეთ შემთხვევაში ძელის გაღუნვაზე უკვე დახარჯულ (12-15) ფორმულით გამოხატულ ენერგიას დაემატება ის ენერგია, რაც ძელისაკენ მოძრავ დამრტყმელ მასას გააჩნია. ენერგიის ეს რაოდენობა (12-1) ფორმულის დახმარებით მოიძებნება

$$U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{m \left(1 - k \frac{\rho l}{2m}\right)^2 v_0^2}{2 \left(\frac{\rho l}{2m}\right)^2 \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^2}$$

საერთო ჯამი დარტყმაზე დახარჯული კინეტიკური ენერჯიის ტოლია:

$$U_0 = \frac{m(1+k)^2 v_0^3}{\frac{\rho l}{m} \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^3} + \frac{m \left(1 - k \frac{\rho l}{2m}\right)^3 v_0^3}{2 \left(\frac{\rho l}{2m}\right)^2 \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^2},$$

ანუ

$$U_0 = \frac{m v_0^3}{2} \cdot \frac{\left[\frac{\rho l}{2m} (1+k)^2 + \left(1 - k \frac{\rho l}{2m}\right)^2\right]}{\left(\frac{\rho l}{2m}\right)^2 \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^2}.$$

ამ უკანასკნელი მონაცემისა და (11-28) ფორმულის თანახმად დარტყმით ღუნვის განმსაზღვრელი განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\frac{lM^2}{6EI} = \frac{m v_0^3}{2} \cdot \frac{\left[\frac{\rho l}{2m} (1+k)^2 + \left(1 - k \frac{\rho l}{2m}\right)^2\right]}{\left(\frac{\rho l}{2m}\right)^2 \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^3},$$

საიდანაც მღუნავი მომენტის მაქსიმალური მნიშვნელობა ტოლია:

$$M_{max} = \frac{2m v_0}{\rho l} \sqrt{\frac{3EI m \left[\frac{\rho l}{2m} (1+k)^2 + \left(1 - k \frac{\rho l}{2m}\right)^2\right]}{l \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)^2}}. \quad (12-19)$$

ამ ფორმულის თანახმად, როცა  $k=1$  ვღებულობთ განმეორებითი დარტყმის ისეთ ყველაზე უკუდეს შემთხვევას, როდესაც ძელის დარტყმით ღუნვაზე იხარჯება დარტყმის მთელი  $0,5m v_0^2$  კინეტიკური ენერჯია, ამრიგად

$$M_{max} = v_0 \sqrt{\frac{3EI m}{l}}. \quad (12-20)$$

დრეკადი დარტყმის ამსახველი ეს უკანასკნელი ფორმულა სამართლიანია, (12-9) გამოსახულების თანახმად მხოლოდ მაშინ, როდესაც დატულია პირობა:

$$\frac{\rho l}{2m} < 1$$

წინააღმდეგ შემთხვევაში (როცა  $k=1$ ) განმეორებით დარტყმას აღვილი არ აქვს (დედამიწის მიწვიდველობის გავლენას უგულებელვყოფთ).

როდესაც

$$\frac{\rho l}{2m} > 1,$$

მაშინ ძელი გაანგარიშებული უნდა იქნას (12-16) ფორმულით, რომელიც ჩასმით  $k=1$ , მოგვცემს მლუნავი მომენტის უდიდეს მნიშვნელობას

$$M = \frac{4m}{\rho l} v_0 \frac{\sqrt{1,5 E I \rho}}{1 + \frac{2m}{\rho l}}, \quad (12-21)$$

ანუ

$$M = v_0 \sqrt{\frac{3 E I m}{l}} \cdot 2 \frac{\sqrt{\frac{2m}{\rho l}}}{1 + \frac{2m}{\rho l}}. \quad (12-22)$$

რა მნიშვნელობაც არ უნდა მიიღოს შეფარდებამ:  $2m:\rho l$ , (12-22) ფორმულით მიღებული მლუნავი მომენტი ყოველთვის ნაკლები იქნება ვიდრე ამას იძლევა (12-20) გამოსახულება. ამრიგად, ძელის საერთო მუშაობის ყველაზე უცუდეს შემთხვევას ასახავს (12-20) ფორმულა, რომელიც უწონადო ძელზე დარტყმის შემთხვევის ანალოგიურია.

საერთო დასკვნა. რადგან ღღემდე არ არსებობს განმეორებითი დარტყმების ამსახველი სრულყოფილი ფორმულები, ამიტომ ძელის დარტყმაზე გაანგარიშების გამარტივებისა და განმეორებითი დარტყმებით გამოწვეული მოსალოდნელი უცუდესი მდგომარეობის გათვალისწინების მიზნით, ძელი გაანგარიშებული უნდა იქნას:

1. ადგილობრივ დეფორმაციაზე (12-14) და (12-15) ფორმულების დახმარებით;

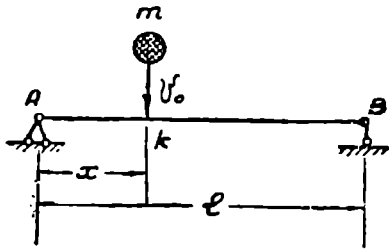
2. საერთო მუშაობაზე — დარტყმით ღუნვაზე, როგორც უწონადო ძელი (12-20) ფორმულის გამოყენებით.

თავი მესამე

დარტყვითი ღუნვის შესწავლა ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით

§ 60. უმუხუსული დარტყვა უწონადო ძელზე ერთი მასით

შევადგინოთ  $AB$  ძელის დარტყმის  $k$  წერტილის მოძრაობის (ნახ. 120) განტოლება. ამისათვის  $k$  წერტილზე მოქმედი ძალების ჯამი უნდა გავუტოლოთ ნულს. აღნიშნულ წერტილზე მოქმედებს ორი ძალა: დამ-



ნახ. 120

რტყმელი ტანის ( $m$  მასის) ინერციის და  $AB$  ძელის  $P$  დრეკადი ძალა. ამიტომ განტოლება მიიღებს სახეს:

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P = 0, \quad (a)$$

სადაც  $\delta$ —ძელის დრეკადი ჩაზნექაა  $k$  წერტილში.

ეს უკანასკნელი დიფერენციალური განტოლება ურკვევადია, რადგან დარტყმის მიმდინარეობის  $t$  დროს გარდა იგი შეიცავს ორ ( $P$  და  $\delta$ ) უცნობ ფაქტორს. საჭიროა ვიცოდეთ აგრეთვე ის ფუნქციონალური დამოკიდებულება, რომელიც არსებობს  $P$  და  $\delta$  ფაქტორებს შორის დარტყმის მიმდინარეობის დროს, თუ ეს დამოკიდებულება მოცემულია ზოგადი სახით:

$$\delta = f(P)$$

და

$$P = F(\delta),$$

მაშინ (a) გამოსახულება დაიყვანება ორი სახის დიფერენციალურ განტოლებამდე:

$$m \frac{d^2 [f(P)]}{dt^2} + P = 0; \quad (13-1)$$

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + F(\delta) = 0. \quad (13-2)$$

უწონადო დრეკადი ძელის შემთხვევაში, როგორც ცნობილია

$$\delta(x) = \alpha(x) P \quad (13-3)$$

და

$$P = \frac{\delta(x)}{\alpha(x)}, \quad (13-4)$$

სადაც

$$\alpha(x) = \frac{x^3 (l-x)^2}{3EI}. \quad (13-5)$$

ამ უკანასკნელი მოცემულობათა დახმარებით, (13-1) და (13-2) ზოგადი განტოლებები დგებიან კერძო სახეზე:

$$m \frac{d^2}{dt^2} [\alpha(x) P] + P = 0;$$

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\delta(x)}{\alpha(x)} = 0,$$

ანუ

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \varphi^2 P = 0; \quad (13-6)$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + \varphi^2 \delta = 0, \quad (13-7)$$

სადაც

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{m\alpha(x)}}. \quad (13-8)$$

პირველი დიფერენციალური განტოლება ასახავს ძელის ღერძზე (დარტყმის  $k$  კვეთში) მოქმედი  $P$  დინამიკური ძალის ცვალებადობას დარტყმის  $t$  დროში. მეორე კი შეისწავლის ძელის  $\delta(x)$  ჩაზნექის ცვალებადობას იგივე  $t$  დროში. (13-3) და (13-4) დამოკიდებულებათა გამო სავალდებულო არ არის ორივე დიფერენციალური განტოლების გადაწყვეტა, ამიტომ გამოვიყვლით მხოლოდ ერთ-ერთი მათგანი, მაგალითად, პირველი

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \varphi^2 P = 0. \quad (13-6)$$

ამ დიფერენციალურ განტოლებას ემატება შემდეგი სახის საწყისი პირობები:

$$P_1 = 0, \quad (\text{როცა } t=0); \quad (13-9)$$



$$\frac{dP}{dt} = \frac{v_0}{\alpha(x)}. \quad (\text{როცა } t=0). \quad (13-10)$$

აღნიშნულ საწყის პირობებს და (13-6) დიფერენციალურ განტოლებას აკმაყოფილებს ინტეგრალი:

$$P(x, t) = \frac{v_0}{\varphi \alpha(x)} \sin \varphi t, \quad (13-11)$$

რომელიც ჩასმით

$$\alpha(x) = \frac{x^2(l-x)^2}{3EI l},$$

და

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{m \alpha(x)}} = \frac{\sqrt{\frac{3EI l}{m}}}{x(l-x)}$$

გვაძლევს:

$$P(x, t) = \frac{v_0}{x \left(1 - \frac{x}{l}\right)} \sqrt{\frac{3EI m}{l}} \cdot \sin t \sqrt{\frac{3EI l}{x^2(l-x)^2 m}}. \quad (13-12)$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ როცა

$$t_0 = \frac{\pi}{2} \frac{x(l-x)}{\sqrt{\frac{3EI l}{m}}}, \quad (13-13)$$

მაშინ დარტყმის ძალა აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$$_{max}P(x) = \frac{v_0}{x \left(1 - \frac{x}{l}\right)} \sqrt{\frac{3EI m}{l}}. \quad (13-14)$$

ამ უკანასკნელი ფორმულის დახმარებით ადვილად მოიძებნება დარტყმის კვეთში განვითარებული მღუნავი მომენტი:

$$M(x) = _{max}P(x) \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) x,$$

ანუ

$$M(x) = v_0 \sqrt{\frac{3EI m}{l}} = \text{const}. \quad (13-15)$$

ეს შედეგები ზუსტად ემთხვევა ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (11-29) ფორმულას, რომელიც (13-15) შედეგის მსგავსად, გვიჩვენებს,

რომ მლუნავი მომენტის სიდიდე სრულგებით არ არის დამოკიდებული დარტყმის  $k$  წერტილის მდებარეობაზე ძელის გასწვრივ.\*

დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის გავლენის გათვალისწინების დროს (როცა დარტყმა წარმოებს თარაზულად მდებარე ძელზე) დარტყმის ძალის (13-6) დიფერენციალური განტოლება ასე შეიცვლება:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \varphi^2 (P - Q) = 0, \quad (13-16)$$

სადაც  $Q$  — დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონაა. ამ უკანასკნელი განტოლების ისეთი ამონახსნი, რომელიც დააკმაყოფილებს აგრეთვე (13-9) და (13-10) საწყის პირობებსაც, ასეთია

$$P(x, t) = \frac{v_0}{\varphi x(x)} \cdot \sin \varphi t + Q(1 - \cos \varphi t). \quad (13-17)$$

თუ ამ გამოსახულებას დამრტყმელი ტანის  $Q$  წონაზე გავყოფთ, მივიღებთ ნ. კ. სნიტკოს მიერ მიღებულ [15] დინამიკური კოეფიციენტის ფორმულას:

$$\mu(x, t) = \frac{v_0}{Q\varphi x(x)} \sin \varphi t + (1 - \cos \varphi t), \quad (13-18)$$

რომელიც ნ. ვ. სნიტკოს [15] ჩასმებით:

$$\sin \varphi t = \frac{\frac{v_0}{\sqrt{q^2 \delta^3}}}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{q^2 \delta^3}}}; \quad \cos \varphi t = \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{q^2 \delta^3}}};$$

დაიყვანება ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (11-11) ფორმულაზე:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{q^2 \delta^3}},$$

სადაც  $\delta_\delta = Q\alpha(x)$  არის ძელის ჩაზნევა  $k$  წერტილში, გამოწვეული დამრტყმელი ტანის საკუთარი წონის ტოლი სტატიკური მალისაგან.

### § 61. დარტყმა ერთი შეუპოვებული მასის მძონა ძელზე

დარტყმა ერთი ან მრავალი შეუპოვებული მასის მქონე ძელზე ადგილობრივი დეფორმაციების გათვალისწინებით დაამუშავა უმათავრესად გ. ქარცივაძემ [101—104] ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით. მის მიერ შედგენილი დიფერენციალური განტოლებებით შესაძლებელია დეფორმაციების გამოთვლა, შემდეგ კი დარტყმის ძალისა.

აქ განსახილველ მარტივ მაგალითში ჩვენ გვსურს მხოლოდ მივუთითოთ ისეთი ტიპის დიფერენციალური განტოლების შედგენაზე, რომელ-

\* ეს თეორიული დასკვნა, სხვათა შორის, პოულობს თავის ექსპერიმენტულ დასაბუთებას ლ. ვ. კასიციის [106] საღისერტაციო შრომაში. (ავტორი).

შიაც ასახული იქნება არა დეფორმაციის (ძელის ჩაზნექის) სიდიდე, არამედ იმ ძალისა, რომელიც უშუალოდ მოქმედებს ძელის ლერძზე და იწვევს მის საერთო მუშაობას ლუნვაზე.

დარტყმის პროცესში, დამრტყმელი ტანის  $m_1$  მასის ცენტრი გაივლის მანძილს

$$S = \delta + \delta_0, \quad (13-19)$$

სადაც  $\delta = \alpha P^n$  წარმოადგენს ადგილობრივი დეფორმაციით გამოწვეულ დრეკად შეკუმშვას, ხოლო  $\delta_0 = \alpha_0 P_0$  არის ძელის ლერძის ჩაზნექა. ამრიგად:

$$S = \alpha P^n + \alpha_0 P_0. \quad (13-20)$$

ძელზე დამაგრებული  $m_2$  მასის ცენტრში მოთავსებულ ნივთიერ  $k$  წერტილზე მოქმედებს სამი სახის ძალა:

1. ძელის ლერძის დრეკადი ძალა  $P_1 = P_0$ ;
2. ძელის ლერძზე დამაგრებული  $m_2$  მასის ინერციის ძალა

$$P_2 = m_2 \frac{d^2 \delta_0}{dt^2};$$

3. დამრტყმელი ტანის  $m_1$  მასის ინერციის ძალა

$$P_3 = m_1 \frac{d^2 S}{dt^2}.$$

$k$  წერტილის  $t$  დროში მოძრაობის მათემატიკურად ასახვის მიზნით, სამივე ძალის ჯამი უნდა გავუტოლოთ ნულს:

$$m_1 \frac{d^2 S}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + P_0 = 0. \quad (a)$$

(13-20) გამოსახულების თანახმად

$$P_3 = m_1 \frac{d^2 S}{dt^2} = \alpha m_1 \frac{d^2 (P^n)}{dt^2} + \alpha_0 m_1 \frac{d^2 P_0}{dt^2}. \quad (b)$$

$m_1$  და  $m_2$  მასებს შორის მოქმედი ადგილობრივი ხასიათის  $P$  ძალა რიცხვობრივად ტოლია იმ ძალისა, რომლითაც აწევება  $m_1$  მასას ძელის დრეკადი ძალა და  $m_2$  მასის ინერციის ძალა, ამიტომ

$$P = P_0 + m_2 \frac{d^2 \delta_0}{dt^2}.$$

ამ მნიშვნელობის შეტანით (b) გამოსახულებაში, მიღებული შედეგ-

გის ჩასმით ( $\alpha$ ) განტოლებაში და იმის გათვალისწინებით, რომ  $\delta_0 = \alpha_0 P_0$ , გვექნება:

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[ \alpha \left( P_0 + \alpha_0 m_2 \frac{d^2 P_0}{dt^2} \right) + \alpha_0 P_0 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right] + \frac{P_0}{m_1} = 0, \quad (13-21)$$

რომელსაც დაემატება ასეთი საწყისი პირობებიც:

$$P_0 = 0 \quad (\text{როცა } t=0);$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \alpha \left( P_0 + \alpha_0 m_2 \frac{d^2 P_0}{dt^2} \right) + \alpha_0 P_0 \right] = v_0$$

(როცა  $t=0$ ).

როდესაც  $n=1$  ე. ი.  $m_1$  და  $m_2$  მასებს შორის მოთავსებული გარე-  
მო დეფორმირდება წრფივი კანონით, მაშინ (13-21) განტოლება შესაძ-  
ვნევად მარტივდება

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[ \alpha \left( P_0 + \alpha_0 m_2 \frac{d^2 P_0}{dt^2} \right) + \alpha_0 P_0 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right] + \frac{P_0}{m_1} = 0. \quad (13-22)$$

თუ ადგილობრივი დეფორმაციის გავლენა სრულებით უგულებელყო-  
ვილია ( $\alpha=0$ ) და დამრტყმელი ტანი რჩება დარტყმის მიღებ  $m_2$  მა-  
საზე დამაგრებული დარტყმის მთელი პროცესის განმავლობაში, მაშინ  
(13-21) განტოლება კიდევ უფრო მარტივი ხდება:

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[ \alpha_0 P_0 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \right] + \frac{P_0}{m_1} = 0,$$

ანუ

$$\frac{d^2 P_0}{dt^2} + \varphi^2 P_0 = 0, \quad (13-23)$$

სადაც

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0 (m_1 + m_2)}}. \quad (13-24)$$

(13-23) განტოლების ზოგადი ამონახსნი ასეთია:

$$P_0 = A \sin \varphi t + B \cos \varphi t.$$

დარტყმის დასაწყისში, როდესაც  $t=0$ , ძელის ღერძზე მოქმედი ძალაც  
ნულია, ამიტომ უნდა გვეკონდეს  $B=0$ , რის გამოც:

$$P_0 = A \sin \varphi t. \quad (13-25)$$

დარტყმის პირველ დასაწყისში უნდა მოხდეს  $m_1$  და  $m_2$  მასების სიჩ-  
ქარეთა გათანაბრება, ეს საშუალო სიჩქარე ტოლია

$$v_c = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}.$$

ამ მოცემულობის დახმარებით, მეორე საწყისი პირობა ასე ჩაიწერება:

$$\frac{d\delta_0}{dt} = \frac{d(\alpha_0 P_0)}{dt} = v_0 = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}, \quad (\text{როცა } t=0)$$

ანუ

$$\frac{dP_0}{dt} = \frac{m_1 v_0}{\alpha_0 (m_1 + m_2)}. \quad (\text{როცა } t=0) \quad (13-26)$$

თუ (13-25) გამოსახულებას ვაიძულებთ დააკმაყოფილოს (13-26) საწყისი პირობა, გვექნება

$$A = \frac{m_1 v_0}{\varphi \alpha_0 (m_1 + m_2)},$$

რის გამოც, (13-25) მიიღებს ასეთ საბოლოო სახეს:

$$P(x, t) = \frac{m_1 v_0}{\alpha_0 \varphi (m_1 + m_2)} \sin \varphi t, \quad (13-27)$$

რომელიც (13-24) დახმარებით, უფრო გარკვეული გახდება:

$$P(x, t) = v_0 \sqrt{\frac{m_1}{\alpha_0 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}} \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{\alpha_0 (m_1 + m_2)}}. \quad (13-28)$$

ეს გამოსახულება გვიჩვენებს, რომ, როცა

$$t = t_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\alpha_0 (m_1 + m_2)},$$

მაშინ დარტყმის ძალა აღწევს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას:

$$\max P(x) = v_0 \sqrt{\frac{m_1}{\alpha_0 \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (13-29)$$

აღსანიშნავია, რომ ეს ფორმულა ზუსტად ემთხვევა ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (11-31) შედეგს.

რადგან (13-5) ფორმულის თანახმად

$$\alpha_0 = \alpha(x) = \frac{x^2 (l-x)^2}{3EI l},$$

ამიტომ, (13-29) მიიღებს სახეს:

$$\max P(x) = \frac{v_0}{x \left(1 - \frac{x}{l}\right)} \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (13-30)$$

დარტყმის კვეთში განვითარებული მღუნავი მომენტისათვის გვექნება ფორმულა

$$M(x) = \max P(x) \cdot x \left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

რომელიც (13-30) მონაცემის თანახმად მოგვცემს:

$$M(x) = v_0 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}} = \text{const.} \quad (13-31)$$

ეს უკანასკნელი ფორმულაც აგრეთვე ემთხვევა ენერგეტიკული თეორიით მიღებულ (11-29a) შედეგს.

რადგან, დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარების მომენტში  $m_1$  და  $m_2$  მასებს ერთი და იგივე აჩქარება აქვთ, ამიტომ მათ შორის მოქმედი ადგილობრივი ძალა თელვისა ( $P_0$ ) მოიძებნება ქროპოროციით

$$\frac{P_0}{m_1} = \frac{\max P(x)}{m_2},$$

საიდანაც

$$P_0 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{v_0}{x \left(1 - \frac{x}{l}\right)} \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}}. \quad (13-32)$$

ეს კონტაქტური ძალა არ არის საშიში, რადგან იგი გაცილებით მცირეა იმ კონტაქტურ ძალასთან, რომელიც წარმოიშობა დარტყმის დაწყების პირველ მომენტში, ე. ი. მაშინ, როდესაც ძელის ღერძი არც კია შესამჩნევად გაღუნული.

$m_1$  და  $m_2$  მასებს შორის განვითარებული მაქსიმალური კონტაქტური ძალის განსაზღვრა კილჩეესკის გამოკვლევის [11] თანახმად, დაიყვანება აღნიშნული ორი მასის (როგორც თავისუფალი მასების) სივრცეში ურთიერთ შეჯახების ამოცანამდე. ეს საკითხი გაშუქებული იქნება უფრო ქვემოთ.

უწონადო ძელზე დამაგრებული მასის სახით (ნახ. 121) შესაძლებელია ვიგულისხმოთ რეალური ძელის საკუთარი მასის ნაწილი, ე. ი. მისი დაყვანილი მასა. ასეთ შემთხვევაში, ჩასმით:

$$m_2 = m_{\text{დაყ}}$$

(13-30) და (13-31) ფორმულები მოგვცემენ შეყურსული მასის რეალურ ძელზე დარტყმის ამოცანის გადაწყვეტას

$$\max P(x) = \frac{l v_0}{x \left(1 - \frac{x}{l}\right)} \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1}\right)}}; \quad (13-34)$$

$$M(x) = v_0 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{m_{\text{დაყ}}}{m_1}\right)}} = \text{const.} \quad (13-35)$$

რომლებიც ჭალის შუა ნაწილში დარტყმის შემთხვევაში ( $m_{\text{დაყ}} = 0,5\rho l$ ), მიიღებენ სახეს:

$$P_{\text{max}} = 4v_0 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l^3 \left(1 + \frac{\rho l}{2m_1}\right)}}; \quad (13-36)$$

$$M_{\text{max}} = v_0 \sqrt{\frac{3EI m_1}{l \left(1 + \frac{\rho l}{2m_1}\right)}}, \quad (13-37)$$

სადაც  $\rho$ —ძელის სიგრძის ერთეულზე მოსული; მასაა, ხოლო  $m_1$ —დამრტყმელი ტანისა.

## § 62. შუაპრსული დარტყმა თანაბრად განაწილებული მასის მქონე რეალურ ძეგლზე

თანაბრად განაწილებული (ან საერთოდ, განაწილებული) მასის მქონე ძელი, სამშენებლო მექანიკის ენით რომ გამოვთქვათ, თავისუფლების მრავალი ხარისხის მქონე სისტემაა, რაც სხვანაირად იმას ნიშნავს, რომ ძელის სიგრძის გასწვრივ განლაგებული ყოველი  $\rho dx$  სიდიდის მასა, დარტყმის დროს ირხევა განსხვავებულად ვიდრე მისი მეზობელი მასები.

აღნიშნული ამოცანა მარტივი წესით პირველად გადაწყვიტა (1849 წ.) კოქსმა [212]. მან ძელის, განაწილებული მასა ერთ წერტილში (დარტყმების წერტილში) შეყურსა დაყვანილი მასის სახით, ამით თავისუფლების მრავალი ხარისხის მქონე სისტემა, თავისუფლების ერთი ხარისხის მქონე (ერთ განტოლებამდე) სისტემამდე დაიყვანა.

ფრანგი ინჟინერი სენ-ვენანი პირველი იყო, რომელმაც შეადგინა განაწილებული მასის მქონე რეალური დრეკადი ძელის რხევის დიფერენციალური განტოლება [213] და მანვე განიხილა შეყურსული მასით ძელზე დარტყმის ამოცანა. დარტყმით აღძრული ფაქტორების განსაზღვრის სენ-ვენანის მეთოდს ის ნაკლი ჰქვს, რომ იგი არ ითვალისწინებს დამრტყმელი ტანის მოსალოდნელ განმეორებით დარტყმებს ძელზე, არამედ უშვებს, რომ დამრტყმელი მასა ჯრჩება ძელზე დარტყმის მაქსიმალური ძალის განვითარებამდე მინც. სენ-ვენანი გამორიცხავს ადგილობრივი ხასიათის დეფორმაციების გავლენას.

სამშენებლო მექანიკის (კერძოდ მასალათა გამძლეობისა და გამოყენებითი დრეკადობის თეორიის) დიდი სპეციალისტი, რუსი მეცნიერი,

ს. პ. ტიმოშენკო პირველი. იყო, როველმაც (1912 წელს) შეადგინა [13] რეალურ ძელზე დარტყმის პროცესის ამსახველი ისეთი ფუნქციონალური განტოლება, რომელშიაც გათვალისწინებული იყო ადგილობრივი დეფორმაციების გავლენა. ეს მან მოახერხა ჰერცისა და სენ-ვენანის დარტყმის თეორიების სინთეზის შედეგად. ს. პ. ტიმოშენკოს ეს ნაშრომი კარგად არის გაშუქებული ნ. ა. კილჩევსკის წიგნში [11]. იქვე მოყვანილია ლენერცის [236] მიერ შედგენილი მეტად საინტერესო დიაგრამა, რომელშიაც ნაჩვენებია განმეორებითი დარტყმები ძელსა და დამრტყმელ სფერულ ტანს შორის.

თეორიული გზა-ხერხით აღმოჩენილი განმეორებითი დარტყმების მოსალოდნელი არსებობა დაასაბუთეს სპეციალური ექსპერიმენტების ჩატარებით იაპონელმა მეცნიერებმა ტუციმ და ნიზიდამ [215].

ს. პ. ტიმოშენკოს მეთოდით და მისი სათანადო გადამუშავებით განალიზებული იქნა ფოლადის ორტესებრივი ძელის მუშაობა დარტყმით ლუნვაზე ნ. ნ. დავიდენკოვის მიერაც [14].

როგორც ეს ზემოთ იყო აღნიშნული, დარტყმის დროს ძელი მუშაობს ორი ძირითადი სახის დეფორმაციაზე. ერთია ადგილობრივი (თელვა), მეორე კი საერთო (ლუნვა). ამგვამდ ნ. ა. კილჩევსკის შესანიშნავი შრომის [11] საფუძველზე მოხერხდა მხოლოდ ძელის ადგილობრივი მუშაობის გამოკვლევა. რაც შეეხება ძელის საერთო მუშაობას ლუნვაზე, იგი აწყდება დიდ სიძნელეებს იმის გამო, რომ ძელის ღერძი განიცდის არა ერთ უწყვეტ, არამედ რამდენიმე (ურთიერთისაგან გარკვეული დროთი დაშორებულ) დარტყმებს. ამის გამო საჭიროა შესწავლილი იქნას რამდენიმე სახის დიფერენციალური განტოლება; როცა დამრტყველი ტანი ძელის ზედაპირს აწვება, განტოლებას ერთი სახე აქვს, ხოლო თუ დამრტყმელი ტანი ძელისაგან არეკლილია, მაშინ—მეორე და ა. შ. ეს მეტად ართულებს დარტყმის ყოველი კონკრეტული ამოცანის რიცხობრივ გაანგარიშებას. ამ საკითხის ზუსტი, მაგრამ გამარტივებული წესით გადაწყვეტა ჯერ კიდევ დაუძლეველ და ფრიად აქტუალურ პრობლემას წარმოადგენს.

რაც შეეხება იმ ადგილობრივ ძალას, რომელიც ვითარდება დარტყმის დაწყების პირველ მომენტში ძელის საკუთარ ( $\rho l$ ) მასასა და დამრტყმელ  $m_1$  მასას შორის, გამოთვლილია ნ. ა. კილჩევსკის [11] მიერ

$$P(t) = \left(\frac{v_0}{k}\right)^{\frac{1}{q}} \left\{ \frac{t^{\frac{1}{q}}}{\Gamma\left(\frac{q+1}{q}\right)} + \frac{1}{q} \cdot \frac{v_0^{\frac{1-q}{q}}}{m_1 k^{\frac{1}{q}}} \left[ \left(1 + \frac{2m_1}{\rho l}\right) \frac{t^{\frac{3+q}{q}}}{\Gamma\left(\frac{2+2q}{q}\right)} - \right. \right.$$



$$-\frac{2m_1\lambda^4}{\rho l} \left[ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2+4q}{q}\right)} \right] + \left. \begin{aligned} & -\frac{1-q}{2q^2} \cdot \frac{v_0}{m_1^2 k \frac{2}{q}} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{3+2q}{q}\right)} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (13-38)$$

სადაც  $P(t)$  არის ძელის ზედაპირსა და დამრტყმელ ტანს შორის მოქმედი კონტაქტური (მთელავი) ძალა (რომელიც  $t$  დროს ფუნქციითა);

$v_0$ —დარტყმის სიჩქარე;

$m_1$ —დამრტყმელი ტანის მასა;

$\rho$ —ძელის სიგრძის ერთეულზე მოსული მასა;

$l$ —ძელის საანგარიშო სიგრძე;

$\Gamma$ —გამა ფუნქციის ნიშანი.

$q$  და  $k$  ადგილობრივი დეფორმაციის 'დამახასიათებელი ფუნქციის ამსახველი ფაქტორებია, რომლებიც შესულია გამოსახულებაში

$$\delta = kP^q, \quad (a)$$

სადაც  $\delta$  დამრტყმელი ტანის ცენტრის ის დრეკადი დაახლოვებაა ძელის ღერძთან, რომელსაც იწვევს მათ შორის მოქმედი  $P$  მკუმშავი ძალა;

$k$ —ერთეული მკუმშავი ძალის მიერ გამოწვეული ადგილობრივი დეფორმაციის (შეკუმშვის) სიდიდეა;

$q$ —დადებითი წილადი ან მთელი რიცხვია, მაგალითად, როცა დამრტყმელი ტანი სფერულია, მაშინ

$$q = \frac{2}{3};$$

ფორმულაში შემავალი  $\lambda$  ტოლია

$$\lambda^4 = \frac{\pi^4}{\rho l^4} EI,$$

სადაც, თავის მხრივ:

$E$ —ძელის მასალის დრეკადობის მოდულია; ხოლო  $I$ —ძელის განივკვეთის ინერციის მომენტი.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ნ. ა. ვილჩევსკის (13-38) ფორმულის გამოყენება კონტაქტური პირველადი დარტყმის ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობის განსაზღვრისათვის მეტად რთულია. ეს სირთულე მდგომარეობს დარტყმის მაქსიმალური ძალის შესაბამისი  $t$  დროს გამოთვლაში. მიუხედავად ამისა, აღნიშნულ ფორმულას აქვს ის დიდი თეორიული მნიშვნელობა, რომ მისი დახმარებით მტკიცდება ნ. ა. ვილჩევსკის მიერვე გამოთქმული მოსაზრება იმის შესახებ, რომ დარტყმა ძელზე (პირველი მაქსიმალური კონტაქტური ძალის განვითარების მომენტში) ანა-

ლოგიურია  $m_1$  მასის დარტყმისა ძელის დაყვანილ (სივრცეში თავისუფლად მდებარე) მასაზე. თუ ეს ასეა, მაშინ დარტყმაზე უნდა დაიხარჯოს (3-1) ფორმულით გამოხატული კინეტიკური ენერგია

$$U = \frac{m_1 v_0^2}{2 \left( 1 + \frac{m_1}{m_{\text{დაყ}}} \right)} \quad (b)$$

შეორეს მხრივ, ადგილობრივ დეფორმაციაზე დახარჯული პოტენციალური ენერგია ( $a$ ) გამოსახულების დახმარებით ტოლია სიდიდისა

$$\Pi = \int_0^{P_{\max}} P d\delta,$$

რომელიც, ჩასმით

$$d\delta = kq F^{q-1} dp$$

გვაძლევს

$$\Pi = \frac{kq}{q+1} P_{\max}^{q+1}$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად

$$\Pi = U,$$

ამიტომ ვღებულობთ განტოლებას:

$$\frac{kq}{q+1} P_{\max}^{q+1} = \frac{m_1 v_0^2}{2 \left( 1 + \frac{m_1}{m_{\text{დაყ}}} \right)},$$

საიდანაც

$$P_{\max} = \left[ \frac{(q+1) m_1 v_0^2}{2kq \left( 1 + \frac{m_1}{m_{\text{დაყ}}} \right)} \right]^{\frac{1}{q+1}}. \quad (13-39)$$

როდესაც ძელის ზედაპირს ეჯახება დრეკადი სფერო, მაშინ, რადგან სფეროსათვის

$$q = \frac{2}{3},$$

ამიტომ

$$P_{\max} = \left[ \frac{5m_1 v_0^2}{4k \left( 1 + \frac{m_1}{m_{\text{დაყ}}} \right)} \right]^{\frac{3}{5}}. \quad (13-40)$$

თუ დარტყმა წარმოებს ძელის შუაზე, რომლის დროსაც:

$$m_{\text{დაყ}} = \frac{1}{2} \rho l,$$

მაშინ (13-40) ფორმულა დაიყვანება სახეზე

$$P_{\text{max}} = \left[ \frac{5m_1 v_0^2}{4k \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)} \right]^{\frac{3}{5}} \quad (13-41)$$

როგორც ვხედავთ (13-39), (13-40) და (13-41) ფორმულების გამოყენებით საკმაოდ მარტივდება პირველადი დარტყმის შესაბამისი მაქსიმალური კონტაქტური ძალის გამოთვლის საქმე.

(b) გამოსახულების დახმარებით (13-40) ფორმულა შესაძლებელია წარმოდგენილი იქნას ასეთი სახითაც

$$P_{\text{max}} = \left[ \frac{5U}{2k} \right]^{\frac{3}{5}} \quad (13-42)$$

სადაც  $U$  არის ადგილობრივ დარტყმაზე დახარჯული ენერჯია;

$k$ —ადგილობრივი დეფორმაცია გამოწვეული ერთეულის ტოლი კონტაქტური ძალის მიერ.

როდესაც ძელს დარტყმის უბანში აქვს ზამბარაკისაგან დამზადებული დამკველი ჯავშანი, მაშინ, რადგან ზამბარაკისათვის  $q=1$ , ამიტომ (13-39) ფორმულა მოგვცემს

$$P_{\text{max}} = v_0 \sqrt{\frac{m_1}{k \left(1 + \frac{m_1}{m_{\text{დაყ}}}\right)}} \quad (13-43)$$

სადაც  $k$ — ზამბარაკის სიხისტეა ანუ მისი შეკუმშვა გამოწვეული ერთეული ძალისაგან.

ძელის შუაზე დარტყმის შემთხვევაში

$$P_{\text{max}} = v_0 \sqrt{\frac{m_1}{k \left(1 + \frac{2m}{\rho l}\right)}} \quad (13-44)$$

დასასრულს, უნდა შევნიშნოთ, რომ ზემოთ გამოთვლილი კონტაქტური ძალები არ იწვევენ ძელის საერთო მუშაობას და ამიტომ ისინი შეცდომით არ უნდა მოვდეთ ძელის ღერძს მისი საერთო მუშაობის შესწავლის (მღუნავი მომენტის გამოთვლის) მიზნით.

გარდა ამისა, უნდა შევნიშნოთ აგრეთვე, რომ კონტაქტურ ძალის განმსაზღვრელი ზემოთ მოყვანილი ფორმულები ყოველთვის არ იძლევი-

ან ადგილობრივი დარტყმის მალის ყველაზე უდიდეს მნიშვნელობას, რადგან შესაძლებელია უდიდესი ძალა განვითარდეს მხოლოდ მეორადი ან მესამეჯგერი დარტყმის დროს.

ძელის ადგილობრივი და საერთო მუშაობის ყველაზე უკუდისი შემთხვევები მოცემულია (12-14), (12-15) და (12-20) განტოლებებში.

**§ 63. დარტყმითი ღუნვის ამსახველი დიფერენციალური განტოლების დაწესების შესახებ**

სენ-ვენანის მიერ გამოყენებულ დარტყმითი ღუნვის შემსწავლელ, რხევის დიფერენციალურ განტოლებას ასეთი სახე აქვს

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = q(x, t). \quad (13-45)$$

აქ

$$a = \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \quad (13-46)$$

სადაც  $y$  არის ძელის ღერძის ჩაზნევა (ერთი საყრდენიდან  $x$  მანძილზე მდებარე კვეთში);

$q(x, t)$ —ძელის ღერძზე განაწილებული ტვირთის ინტენსივობა, რომელიც შესაძლებელია იყოს  $t$  დროს ფუნქცია;

$EI$ —ძელის სიხისტი ღუნვაზე;

$\rho$ —ძელის სიგრძის ერთეულზე მოსული თანაბრად განაწილებული მასა.

(13-45) დიფერენციალური განტოლების ძირითადი ნაკლი იმაში მდგომარეობს, რომ იგი არ ითვალისწინებს ძელის მუშაობას დარტყმით ძვრაზე, რის გამოც მას ყოველთვის არ შეუძლია დამაკმაყოფილებელი სიზუსტით აღწეროს დარტყმის პროცესი. ამ საკითხთან დაკავშირებით ჩვენ გვსურს მივუთითოთ ვ. ზ. ვლასოვის მიერ გამოყვანილი\* სტატიური ღუნვის დიფერენციალური განტოლების

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{EI}{FG} q'(x) - q(x) = 0 \quad (13-47)$$

გამოყენებაზე დარტყმითი ღუნვის შესწავლის საქმეშიაც. ჩასმით

$$q(x) = q(x, t) - \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

ვ. ზ. ვლასოვის (13-47) დიფერენციალური განტოლება მიიღებს ძელის რხევის ამსახველ ფორმას

\* В. З. Власов, „Строительная механика тонкостенных пространственных систем“. Стройиздат, М.-А., 1949.

$$EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 y}{dx^2} - \frac{\rho}{FG} \frac{\partial^2 y}{dt^2} + \frac{q(x,t)}{FG} \right] + \rho \frac{\partial^2 y}{dt^2} = q(x,t), \quad (13-48)$$

სადაც  $FG$  გამოსახულების შემცველი წევრები ძვრის დეფორმაციის გავლენაზე მიუთითებენ.

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $q(x,t)=0$  და  $G=\infty$  (ძვრის დეფორმაცია უგულვებელყოფილია), მაშინ (13-48) განტოლება დაიყვანება (13-45) ცნობილ სახეზე

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0. \quad (13-49)$$

ხოლო, როდესაც  $EI=\infty$  (უგულვებელყოფილია ლენვის დეფორმაცია), მაშინ (13-48) ვეაძლევს დარტყმით ძვრაზე მომუშავე ღეროს დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{FG} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right] = 0 \quad (13-50)$$

ანუ

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{FG} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c_1 x + c_2,$$

რომელიც, როცა  $c_1=c_2=0$ , იქცევა ტალღის განტოლებად

$$b_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (13-51)$$

აქ

$$b_0 = \sqrt{\frac{GF}{\rho}} = \sqrt{\frac{GF}{\rho_0 F}},$$

ანუ

$$b_0 = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}, \quad (13-52)$$

სადაც  $b_0$  არის ძვრის ტალღის გავრცელების სიჩქარე;

$\rho_0$ —ძვლის მასალის სიმკვრივე, ანუ ერთეული მოცულობის მასა.

ძნელი არ არის იმის დამტკიცება, რომ (13-51) ტალღური ტიპის განტოლება მიახლოებით ასახავს გარეშე ძალებისაგან თავისუფალი და მხოლოდ ძვრის დეფორმაციაზე მომუშავე (ღეროს საყრდენებზე დარტყმის) ამოცანას. მართლაც, თუ ღეროდან გამოვიყოფთ  $dx$  სიგრძის მკონე შრეს და მის გვერდებზე მოვდებთ შიგა ძალებს (ნახ. 122) გადაშვრელი ძალებისა და დარტყმით აღძრული ინერციის მოცულობითი ძალის სახით, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$(Q+dQ) - Q - I = 0,$$

საიდანაც

$$dQ = I,$$

რომელიც, ჩასმით

$$dQ = d(F \cdot z) = d\left(FG \frac{\partial y}{\partial x}\right) = FG \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx$$

და

$$I = \rho_0 F dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

გვაძლევს ტალღის განტოლებას:

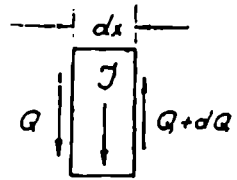
$$G \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \rho_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

ანუ

$$b_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

უნდა შევნიშნოთ, რომ ძვრისა და ღუნვის დროულად გამთვალისწინებელი უფრო ზუსტი დიფერენციალური განტოლების [84] შესწავლა დაკავშირებულია მათემატიკური ხასიათის ბევრ სიძნელესთან. გარდა ამისა, ამ მიმართულებით მიღებული შედეგები ჯერ კიდევ ვერ აკმაყოფილებენ დაზუსტებული დარტყმის თეორიის მოთხოვნილებებს. საკითხი ეხება არა მხოლოდ ზუსტი შედეგების მიღების მათემატიკური გზა-ხერხის გამოჩვენებას, არამედ რაც მთავარია, დარტყმით აღძრული ფაქტორების გამომთვლელი ფორმულების მარტივ სახეზე დაყვანასაც.

დეფორმაციების ერთ-



ნახ. 122.

**§ 64. ორ საპარალელურ მიჯანჯვრული ღეროს ანგარიში მხოლოდ ღუნვის დეფორმაციის გათვალისწინებით**

დარტყმის ამსახველ სენ-ვენანის დიფერენციალურ (13-49) განტოლებას

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (a)$$

თან უნდა დაერთოს დასმული კონკრეტული ამოცანის თავისებურებიდან გამომდინარე სასაზღვრე და საწყისი შემდეგი პირობები:

1) ძელის ჩაზნექა საყრდენებთან ტოლია ნულისა

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ x &= 0 \\ x &= l; \end{aligned}$$

2. მლუნავი მომენტები ზედ საყრდენებზე ტოლია ნულისა

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x=0 \\ x=l; \end{array} \right.$$

3. ძელის ჩაზნექა დარტყმის დასაწყისში აგრეთვე ტოლია ნულისა

$$y = 0 \\ \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right| t=0;$$

4. ძელის ყოველი წერტილის სიჩქარე დარტყმის დასაწყისში ტოლია დარტყმის  $v_0$  სიჩქარისა

$$\frac{\partial y}{\partial t} = v_0 \quad \left| \right. t=0.$$

აღნიშნულ პირობებს და (ა) დიფერენციალურ განტოლებას აკმაყოფილებს შემდეგი სახის კერძო ინტეგრალი

$$y(x, t) = \frac{4v_0 l^2}{\pi^3 a} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{n^2 \pi^2 a t}{l}. \quad (13-53)$$

ჩასმით

$$\sin \frac{n^2 \pi^2 a t}{l} = 1$$

ვღებულობთ ძელის მაქსიმალურ ჩაზნექას

$$y(x) = \frac{4v_0 l^2}{\pi^3 a} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (13-54)$$

რომელიც, როცა

$$x = \frac{l}{2},$$

გვაძლევს

$$y_{max} = \frac{4v_0 l^2}{\pi^3 a} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi}{2} \approx 0,125 \frac{v_0 l^2}{a},$$

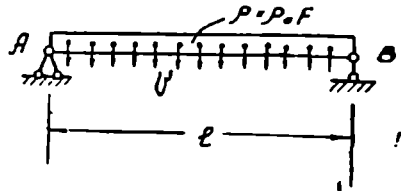
ანუ

$$y_{max} \approx 0,125 \frac{v_0 l^2}{a} = 0,125 v_0 l^2 \sqrt{\frac{\rho}{EI}}. \quad (13-55)$$

ძელის ჩაზნექა რომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით გამოგვეთვალა გვექნებოდა

$$y_{max} = \alpha P = \alpha v_0 \sqrt{\frac{m}{z}} = v_0 \sqrt{\alpha m} = v_0 \sqrt{\frac{0,5 \rho l \cdot l^3}{48 EI}} \approx \\ \approx 0,102 v_0 l^2 \sqrt{\frac{\rho}{EI}}$$

როგორც ვხედავთ (დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით გამოთვლილი) ეს უქანასკნელი შედეგი საკმარისი სიზუსტით უახლოვდება ვიბრაციული თეორიით მიღებულ (13-55) ფორმულას, იგი მხოლოდ 2,3 პროცენტითაა ნაკლები ზუსტ შედეგთან შედარებით.



ნახ 123.

საინტერესოა აქვე მივუთითოთ აგრეთვე გ. მ. ლეიტეიზენის [105] იმ ფორმულაზე, რომლითაც წყდება ამ პარაგრაფში დასმული საკითხის ანალოგიური ამოცანა (კოში-კარნოს განტოლების გამოყენების საფუძველზე შემუშავებული სპეციალური მეთოდის დახმარებით)

$$y_{max} = f = v_0 \sqrt{\frac{f_{st}}{qk \left(1 + \frac{m}{M}\right)}}$$

რომელიც ჩასმით

$$f_{st} = \frac{qpl \cdot l^3}{48 EI}; \quad m = 0; \quad k = 0,787,$$

გვაძლევს

$$y_{max} \approx 0,165 v_0 l^2 \sqrt{\frac{\rho}{EI}}$$

როგორც ვხედავთ, ეს უქანასკნელი შედეგი მხოლოდ 4 პროცენტითაა მეტი (13-55) უფრო ზუსტ შედეგთან შედარებით.

გ. მ. ლეიტეიზენის ზემოთ მოყვანილ ფორმულაში  $f_{st}$ —ძელის სტატიკური ჩაზნექაა, გამოწვეული დამრტყმელი მასის საკუთარი წონის ტოლი ძალისაგან;  $m$ —თვით ძელის საკუთარი მასაა;  $M$ —წარმოადგენს ძელზე თანაბრად განაწილებული დამრტყმელი მასის საერთო სიდიდეს ( $M = \rho l$ );  $k$ —კოეფიციენტი, რომელსაც შეიძლება ჰქონდეს სრულიად სხვადასხვა მნიშვნელობები, მაგალითად:

1. როცა ვეძებთ ჩაზნექას ძელის შუაზე, მაშინ  $k = 0,787$ ;



2. როდესაც გვინტერესებს კონსოლის ბოლოს ის ჩაზნექა, რომელსაც იწვევს თანაბრად განაწილებული მასით დარტყმა

$$k=0,642;$$

3. თუ ვეძებთ ორივე ბოლოებით ხისტად დამაგრებული ძელის შუა ნაწილის ჩაზნექას, მაშინ  $k=0,762$  და ა. შ.

(13-54) გამოსახულების დახმარებით მოიძებნება დარტყმითი მლუნავი მომენტის აბსოლუტური სიდიდე

$$M(x) = EI \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = \frac{4EIv_0}{\pi a} \sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l},$$

ანუ რადგან\*

$$\sum_{n=1.3.5\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{l} = \frac{\pi}{4} = \text{const},$$

$$\left( \text{როცა } 0 < \frac{\pi x}{l} < \pi \right)$$

ამიტომ

$$M(x) = \frac{EIv_0}{a} = v_0 \sqrt{EI\rho} = \text{const.} \quad (13-56)$$

დარტყმითი მლუნავი მომენტი რომ დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით გამოგვეთვალა გვექნებოდა

$$M = v_0 \sqrt{\frac{3EI m_{\text{ფაყ}}}{l}},$$

რომელიც ჩასმით

$$m_{\text{ფაყ}} = 0,5\rho l,$$

მოგვემდღა

$$M = 1,1225v_0 \sqrt{EI\rho}$$

(13-56) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ მლუნავი მომენტის სიდიდე არ არის დამოკიდებული დარტყმაში მყოფი ღეროს  $l$  სიგრძეზე. გარდა ამისა, მლუნავი მომენტის მუდმივობის გამო, ღეროს გასწვრივ, ძელი უნდა გაიღუნოს წრიულად, ე. ი. მუდმივი სიძრულის მქონე რკალად.

ნორმალური ძაბვების განსაზღვრისათვის გვექნება ფორმულა

$$\sigma = \frac{M}{W} = v_0 \sqrt{\frac{EI\rho}{W^2}} = v_0 \sqrt{\frac{E\rho_0 F I F}{F W^2}},$$

\* И. М. Рыжик и И. С. Градштейн, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Госиздат Т. Т. Л., М.-Л. 1951.

ანუ

$$\sigma = v_0 \sqrt{\beta \rho_0 E} = \frac{v_0 E}{a_0} \sqrt{\beta} \quad (13-57)$$

სადაც  $\rho_0$  არის ღეროს მასის სიმკვრივე;

$a_0$ —დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე;

$\beta$ —ღეროს განიკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი\*, იგი ტოლია

$$\beta = \frac{IF}{W^2} = \left( \frac{c}{r} \right)^2, \quad (13-58)$$

სადაც თავის მხრივ  $r$  არის კვეთის ინერციის რადიუსია.

$c$ —ძელის განაპირა ბოქვების დაშორება ძელის ნეიტრალურ შრემდე.

როდესაც  $\beta = 1$ , მაშინ (13-57) ფორმულა დაიყვანება ღეროს უძრავ საყრდენზე გრძივად დარტყმის ანალოგიურ შემთხვევაზე

$$\sigma = \frac{v_0 E}{a_0} = v_0 \sqrt{E \rho_0}. \quad (13-59)$$

ამის გამო, ეს შედეგი იმის ანალოგიურია, თითქოს დარტყმით ღუნვაში მყოფი ძელის, მაგალითად, ზედა ბოქვები ეჯახებოდნენ განივად ( $\psi_0$  სიჩქარით) რაიმე უძრავ და უდფეორმირო (ბოქვების მართობ) სიბრტყეებს. ზემოთ მიღებული ფორმულები სამართლიანია იმ შემთხვევაშიც, როდესაც ორ საყრდენს ეჯახება არა თვით ღერო, არამედ ორსაყრდენზე თავისუფლად მდებარე უწონადო ღეროს (ძელს) ეჯახება თანაბრად განაწილებული გარეშე მასა.

როდესაც უწონადო ძელს ერთდროულად ეცემა  $\psi(x)$  ცვლადი სიჩქარის შქონე თანაბრად განაწილებული მასა, მაშინ დარტყმითი მღუნავი მომენტის მაქსიმალური მნიშვნელობისათვის ( $a$ ) დიფერენციალური განტოლება და სათანადო პირობები გვაძლევს ფორმულას:

$$M(x) = v(x) \sqrt{EI \rho}, \quad (13-60)$$

რომლის მიხედვითაც დარტყმითი ღუნვით განვითარებული ნორმალური ძაბვები ტოლია

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{W} = v(x) \sqrt{\frac{EI \rho}{W^2}}$$

\*  $\beta$  კოეფიციენტის მნიშვნელობები მოცემულია ამ წიგნის ბოლოს დართულ ცხრილებში (იხ. ცხ. 2)

$$\sigma(x) = \nu(x) \sqrt{\beta E \bar{\rho}} = \frac{\nu(x) \cdot E}{a_0} \sqrt{\beta}, \quad (13-61)$$

სადაც  $\rho_0$  არის დამრტყმელი მასის სიმკვრივე;  
 $a_0$ —დრეკადი ტალღების გავრცელების სიჩქარე.

**§ 65. ორ საყრდენზე მიჯახებული ღეროს ანგარიში მხოლოდ ძვრის დეფორმაციის გათვალისწინებით**

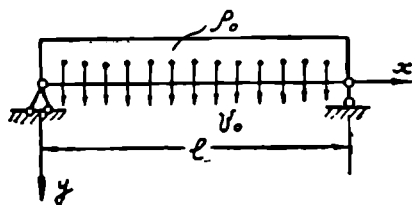
მოკლე და საკმაოდ მაღალი განივკვეთის მქონე ძელმა, დარტყმითი ძვრით თითქოს უფრო შესაშინევი დეფორმირება უნდა განიცადოს, ვიდრე ლუნვით, ამიტომ საინტერესოა ძელის ანგარიში დარტყმაზე ჩატარდეს მხოლოდ ძვრის დეფორმაციების გათვალისწინებითაც. ასეთ შემთხვევაში (13-51) დიფერენციალურ განტოლებას

$$b_0^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (a)$$

უნდა დაერთოს დასმული ამოცანის თავისებურებიდან გამომდინარე საწყისი და სასაზღვრე ასეთი (ნახ. 124) პირობები:

1. ღეროს საყრდენები გადაადგილებას არ განიცდიან

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ |x=0 \\ |y=l \end{aligned}$$



ნახ. 124.

2. დარტყმის დაწყების მომენტში ღერო არ არის დეფორმირებული

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ |t=0; \end{aligned}$$

3. დარტყმის დაწყების მომენტში ღეროს ყოველი წერტილის სიჩქარე ტოლია დარტყმის  $v_0$  სიჩქარისა

$$\left. \frac{\partial y}{\partial t} = v_0 \right|_{t=0}$$

(ა) განტოლებას და ჩამოთვლილ პირობებს აკმაყოფილებს ასეთი სახის კერძო ამონახსნი

$$y(x, t) = \frac{4v_0 l}{\pi^2 b_0} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{n\pi b_0 t}{l}, \quad (13-62)$$

სადაც (13-52) გამოსახულების თანახმად

$$b_0 = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}. \quad (b)$$

როდესაც საყრდენებიდან აღძრული ძერის ტალღა მიალწევს ლეროს შუამდე, რასაც შეესაბამება დაშვება

$$b_0 l = 0,5 l,$$

მაშინ ლეროს (ძელის) ლერძის ჩაზნექისათვის გვექნება ფორმულა

$$y(x) = \frac{4v_0 l}{\pi^2 b_0} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (c)$$

რომელიც, რადგან\*

$$\sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi x}{l} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{x}{l} \\ \left( \text{როცა } -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi x}{l} \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

ამიტომ (c) გვაძლევს

$$y(x) = \frac{v_0 x}{b_0}. \quad (13-63)$$

ეს შედეგი რომ ნამდვილად სწორია, ამის დამტკიცება ადვილია:

რაიმე  $t_0$  დროში ძერის ტალღა ლეროს გასწვრივ გაივლის  $x = b_0 \cdot t_0$  მანძილს და მოახდენს ამ ნაწილის ძერას (ნახ. 125). იგივე  $t_0$  დროში დეფორმირებაში ჯერ კიდევ შეუსვლელი ნაწილი ლეროსი განავრძობს მოძრაობას  $v_0$  სიჩქარით და გაივლის მანძილს

$$y(x) = v_0 t_0,$$

რომელიც იმის გამო, რომ  $x = b_0 \cdot t_0$ , გვაძლევს (13-63) ფორმულას.

(13-63) გამოსახულების დახმარებით შესაძლებელია დარტყმით აღძრული მხები ძაბვების გამოთვლა:

\* И. М. Рыжик и И. С. Градштейн, Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений, Госиздат Т. Т. Л. Москва, 1951.

$$\tau(x) = G \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{v_0 G}{b_0} = \text{const},$$

ანუ

$$\tau = v_0 \sqrt{\rho_0 G} = \frac{v_0 G}{b_0} \quad (13-64)$$

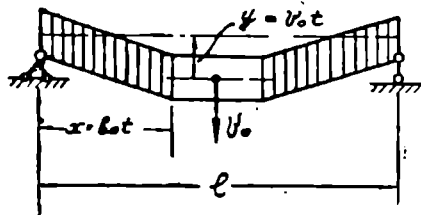
თუ ძელის სიმტკიცის შეფასების თვალსაზრისით მხებ დაბეას გამოვხატავთ ნორმალურში ჩასმებით

$$\tau \approx 0,5 \sigma \text{ და } G \approx 0,5 E,$$

მაშინ (13-64) შიილებს ასეთ სახეს

$$\sigma = v_0 \sqrt{2\rho_0 E} \quad (13-64a)$$

ამ გამოსახულების შედარებით (13-57) ფორმულასთან შეგვიძლია ვაკეთოთ რამდენიმე დასკვნა:



ნახ. 125.

1. როდესაც  $\beta=3$  (ოთხკუთხოვანი განივკვეთი) ან  $\beta=4$  (მრგვალი), მაშინ დარტყმითი ღუნვით მიღებული შედეგი (13-57) უფრო საშიშია ვიდრე დარტყმითი ძერის გათვალისწინებით მიღებული (13-64 ა) შედეგია.

2. როცა  $\beta=1,4$  (განიერ თაროებიანი ორტესებრივი პროფილი), მაშინ დარტყმითი ღუნვა თითქმის ტოლფასია დარტყმითი ძერისა.

3. თუ  $\beta=1$  (მეტად განიერ თაროებიანი ორტესებრივი პროფილი), მაშინ საშიშ შედეგს იძლევა დარტყმითი ძერის (13-64) ფორმულა.

(13-64) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დარტყმით აღძრული მხები დაბეების სიდიდე არ არის დამოკიდებული ღეროს სიგრძეზე.

ღეროს სიგრძეზე დამოკიდებულია მხოლოდ მისი ჩაზნეკა, რომლის მაქსიმალური სიდიდე (13-63) ფორმულის თანახმად ტოლია

$$y_{max} = \frac{v_0 l}{2b_0} = \frac{1}{2} v_0 l \sqrt{\frac{\rho_0}{\bar{v}}}, \quad (13-65)$$

სადაც  $\rho_0$  არის ღეროს მასალის სიმკვრივე;

$G$  — ძერის მოდული.

ზემოთ მიღებული ფორმულების გამოყენება სამართლიანია იმ შემთხვევაშიაც, როდესაც ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე უწონადო ძელს (ე. ი. ძელს, რომლის საკუთარი მასის გავლენა უგულებელყოფი-

ლია) ეჯახება ( $\rho$ ) ინტენსივობით თანაბრად განაწილებული მასა. რად-  
გან ამ შემთხვევაში უნდა იყოს

$$\rho = F\rho_0,$$

საიდანაც

$$\rho_0 = \frac{\rho}{F}.$$

ამიტომ (13-65) და (13-64) ფორმულები მიიღებენ სახეს:

$$y_{max} = \frac{1}{2} v_0 l \sqrt{\frac{\rho}{FG}} \quad (13-66)$$

$$\tau_{max} = v_0 \sqrt{\frac{\rho G}{F}} \quad (13-67)$$

როდესაც ორ საყრდენზე თავისუფლად მდებარე რეალური ძელი გა-  
ნიცდის აფეთქებით გამოწვეული თანაბრად განაწილებული  $i$  იმპულსის  
ზემოქმედებას, მაშინ ჩასმით:

$$v_0 = \frac{i}{\rho_0}$$

(13-64) და (13-65) გამოსახულებანი გადაღვევენ:

$$\tau_{max} = i \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} = i b_0, \quad (13-68)$$

$$y_{max} = \frac{1}{2} \cdot i l \frac{1}{\sqrt{\rho_0 G}}. \quad (13-69)$$

**§ 66. ორ საყრდენზე მიჯახებული ღეროს ანგარიში ღუნვისა  
და ძვრის დფორმაციების ერთდროული მათვალისწინებით**

დარტყმითი ღუნვის შესწავლის პირველი დაზუსტება შესაძლებელია  
დაემყაროს (13-48) ტიპის დიფერენციალური განტოლების გამოყენე-  
ბაზე

$$EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{FG} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{q(x, t)}{FG} \right] + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t).$$

როდესაც  $q(x, t)$  გარეშე ძალებისაგან თავისუფალი ძელი ეჯახება  
ორ საყრდენს (ან და  $\rho$  ინტენსივობით თანაბრად განაწილებული მასა  
ეჯახება უწონადო ძელზე) მაშინ, ზემოთ მოყვანილი განტოლება მარ-  
ტივდება

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\rho}{FG} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ y - \frac{EI}{FG} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = 0, \quad (13-70)$$

რომელიც ჩასმით

$$\rho = F\rho_0; \quad \frac{F}{l} = \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2$$

შეიძლება დაეყვანოთ გამოკვლევისათვის უფრო მოხერხებულ ფორმაზე

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{y^2}{a_0^2 l^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ y - \frac{a_0^2 l^2}{b_0^2 \lambda^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = 0. \quad (13-71)$$

აქ

$$a_0^2 = \frac{E}{\rho_0}; \quad b_0^2 = \frac{G}{\rho_0}; \quad \lambda = \frac{l}{r},$$

სადაც  $y$  არის ძელის ღერძის დეფორმაციული ჩაზნექა  $x$  კვეთში ათვლილი ძელის საყრდენებზე გამავალი  $ox$  ღერძიდან;

$a_0$ —დარტყმითი კუმშვის (ან გაჭიმვის) დრეკადი ტალღის გავრცელების სიჩქარე;

$b_0$ —ძვრის დეფორმაციის გავრცელების ტალღის სიჩქარე;

$\lambda$ —ძელის (ღეროს) მოჭნილობა;

$l$ —მისი სიგრძე;

$r$ —ძელის განივკვეთის ინერციის რადიუსი;

$\rho_0$ —ღეროს მასალის სიმკვრივე, ანუ მოცულობის ერთეულის მასა;

$E$  და  $G$ —ძელის მასალის დრეკადობისა და ძვრის მოდულია.

(13-71) დიფერენციალური განტოლების ერთი კერძო ამონახსნი (ინტეგრალი) ასეთი სახისაა

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \varphi_n t, \quad (13-72)$$

სადაც

$$\varphi_n = \frac{(\pi n a_0)^2}{l \sqrt{\left(\frac{\pi n a_0}{b_0}\right)^2 + \lambda^2}}. \quad (13-73)$$

ამ ამონახსნმა უნდა დააკმაყოფილოს ძელის დარტყმის ამოცანიდან გამომდინარე შემდეგი პირობები:

1. ღეროს საყრდენი ნაწილები დარტყმის პროცესში არ განიცდიან დეფორმაციულ გადაადგილებას

$$\begin{array}{l} y = 0 \\ |x=0 \\ |x=l \end{array}$$

ეს პირობა უკვე დაკულია.

2. დარტყმის დაწყების მომენტში ძელი (ღერო) არ არის დეფორმირებული

$$y = 0 \\ \left| \begin{array}{l} \\ l=0 \end{array} \right.$$

ეს პირობაც დატულია (13-72) გამოსახულებაში.

3. დარტყმის დაწყების მომენტში ღეროს (ძელის) ყოველ წერტილს აქვს ერთი და იგივე დარტყმის სიჩქარე

$$\frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{t=0} = v_0.$$

ამ უკანასკნელი საწყისი პირობის დაკმაყოფილებას დროს გვექნება

$$v_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \varphi_n \sin \frac{n\pi x}{l},$$

საიდანაც, ფურიეს მწკრივთა თეორიის თანახმად

$$A_n = \frac{4v_0}{n\pi\varphi_n}, \quad (13-74)$$

სადაც  $n=1, 3, 5, 7, \dots$

ამ უკანასკნელი (13-74) გამოსახულების დახმარებით, (13-72) ფორმულა მივიღებთ სახეს:

$$y(x, t) = \frac{4v_0}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n\varphi_n} \sin \frac{n\pi x}{l} \cdot \sin \varphi_n \cdot t, \quad (13-75)$$

რომელიც, როცა  $\sin \varphi_n t = 1$ , გვაძლევს ძელის ჩაზნევის მაქსიმალურ მნიშვნელობას  $x$  კვეთში

$$y(x) = \frac{4v_0}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n\varphi_n} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l};$$

რომელიც (13-73) ფორმულის გამო დგება ასეთ საბოლოო სახეზე

$$y(x) = \frac{4v_0 l}{\pi^2 a_0} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^3} \sqrt{\left(\frac{\pi n a_0}{b_0}\right)^2 + \lambda^2} \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (13-76)$$

როცა  $x=0, 5l$ , მაშინ მივიღებთ ძელის მაქსიმალურ ჩაზნევას:



$$y_{max} = \frac{4v_0 l}{\pi^2 a_0} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^3} \sqrt{\left(\frac{\pi n a_0}{b_0}\right)^2 + \lambda^2} \sin \frac{n\pi}{2} \quad (13-77)$$

თუ ძელი არ მუშაობს ძერის დეფორმაციაზე, რასაც შეესაბამება დაშვება  $b_0 = \infty$ , მაშინ (13-77) გამოსახულება გვაძლევს მხოლოდ დარტყ-  
მით ლუნვაზე მომუშავე ძელის მაქსიმალური ჩაზნექის გამოძვლელ  
(13-55) ფორმულას

$$y_{max} = \frac{4v_0 l}{\pi^2 a_0} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^3} \cdot \lambda \sin \frac{n\pi}{2} =$$

$$= \frac{4v_0 l}{\pi^2 a_0} \cdot l \sqrt{\frac{F}{I} \left(1 - \frac{1}{27} + \frac{1}{125} + \dots\right)} = 0,125 v_0 l^2 \sqrt{\frac{\rho}{EI}}$$

სადაც

$$\rho = F \rho_0.$$

ამრიგად, (13 77) ფორმულის რადიკალის ქვეშ მოთავსებული პირვე-  
ლი წევრი გამოხატავს ძელის ძერის დეფორმაციაზე მუშაობის გავლენ-  
ას.

(13-76) გამოსახულების დახმარებით შესაძლებელია მივიღოთ დარტყ-  
მითი მლუნავი მომენტის სიდიდეც

$$M(x, t) = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{4EIv_0}{\pi a_0} \sum_{n=1,3,5,\dots} \sqrt{\left(\frac{\pi a_0}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{n}\right)^2} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$$

ანუ

$$M(x, t) = \frac{4EIv_0}{\pi a_0} \sum_{n=1,3,5,\dots} \sqrt{\left(\frac{\pi a_0}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{n}\right)^2} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (13-78)$$

საიდანაც, როცა  $x = 0,5l$ , მივიღებთ მაქსიმალური მლუნავი მომენტის  
მნიშვნელობას

$$M_{max} = \frac{4EIv_0}{\pi a_0} \sum_{n=1,3,5,\dots} \sqrt{\left(\frac{\pi a_0}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{n}\right)^2} \cdot \sin \frac{n\pi}{2}, \quad (13-79)$$

ამ მლუნავი მომენტის დახმარებით მოიძებნება დარტყმითი ლუნვით  
განვითარებული მაქსიმალური ნორმალური ძაბვები

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{4EIv_0}{\pi a_0 W} \sum_{n=1,3,5,\dots} \sqrt{\left(\frac{\pi a_0}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} \cdot \sin \frac{n\pi}{2},$$

რომელიც ჩასმით:

$$a_0^2 = \frac{E}{\rho_0}; \quad b_0^2 = \frac{G}{\rho_0}; \quad \lambda = l \sqrt{\frac{F}{I}}; \quad \frac{I}{W} = c$$

ასე მარტივდება

$$\sigma_{\text{თარ}} = \frac{4v_0}{\pi} \sqrt{E\rho_0} \sum_{n=1,3,5\dots} \sqrt{\left(\frac{\pi E c}{l G}\right)^2 + \frac{\beta^2}{n^2}} \cdot \sin \frac{n\pi}{2}. \quad (13-80)$$

აქ

$$\beta = \left(\frac{c}{r}\right)^2$$

სადაც  $\beta$  არის ძელის განიკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი;  
 $c$ —განაპირა ბოკოების დაშორება ძელის ნეიტრალურ შრემდე;  
 $r$ —ძელის განიკვეთის ინერციის რადიუსი.

თუ ძელის  $l$  სიგრძე გაცილებით დიდია, ვიდრე მისი  $c$  სიმაღლის ნახევარი და ამის გამო შესაძლებელია, რომ უგულვებლყოთ 'რადიკალის ქვეშ მყოფი პირველი წევრის' გავლენა, მაშინ (13-80) ფორმულა ასე მარტივდება

$$\sigma_{\text{თარ}} = \frac{4v_0}{\pi} \sqrt{\beta E\rho_0} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi}{2},$$

ანუ, რადგან

$$\sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{4},$$

ამიტომ

$$\sigma_{\text{თარ}} = v_0 \sqrt{\beta E\rho_0} = \frac{E v_0}{a_0} \sqrt{\beta}.$$

ეს შედეგი ზუსტად ემთხვევა მხოლოდ დარტყმითი ღუნვის დეფორმაციაზე მომუშავე ძელში განვითარებული ქაქსიმალური ნორმალური ძაბვების გამომთვლელ (13-57) ფორმულას. ამრიგად, (13-80) ფორმულის რადიკალში შემავალი პირველი წევრი ითვალისწინებს ძელში მომხდარი ძვრის დეფორმაციების გავლენას. ამ გაგებით აღნიშნული ფორმულა უფრო დაზუსტებულად ასახავს დარტყმითი ღუნვის პროცესს.

თუ დავკმაყოფილებთ (13-80) ფორმულაში შემავალი უსასრულო მწკრივის მხოლოდ პირველი წევრით ( $n=1$ ), მაშინ გვექნება

$$\sigma_{\text{თარ}} = \frac{4v_0}{\pi} \sqrt{\beta E\rho_0 + \left(\frac{\pi E c}{l G}\right)^2 E\rho_0}, \quad (13-81)$$

რომელიც, რადგან  $G \approx 0,5 E$ , შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასედაც

$$\sigma_{\text{თარ}} = \frac{4v_0}{\pi} \sqrt{E\rho_0 \left[ \beta + \left(\frac{2\pi c}{l}\right)^2 \right]}, \quad (13-82)$$

სადაც  $\rho_0$ —ძელის მასალის სიმკვრივეა.

## განყოფილება მეოთხე

# ღარჯვის საინჟინრო თეორიის ზოგიათი საკითხის დაყენება

### თავი მეოთხე

#### კონსტრუქციის აღმწერითა დაგება-გამოკლება

#### § 67. საკითხის დაყენება

სიტყვა დარტყმა-გამძლეობაში ჩვენ ვგულისხმობთ დარტყმის საინჟინრო თეორიის ისეთ დარგს, რომელმაც უნდა შეისწავლოს საინჟინრო კონსტრუქციების და მის ნაწილთა გამძლეობა დინამიკური ძალების (კერძოდ კი დარტყმის ძალების) მოქმედების მიმართ, (რათა შეარჩიოს და შექმნას რაციონალური ფორმის კონსტრუქციები.

კონსტრუქციას შეგვიძლია ვუწოდოთ დარტყმა-გამძლე თუ იგი აკმაყოფილებს სათანადო სიმტკიცისა, სიხისტისა და მდგრადობის პირობებს. მაგრამ ასეთი კონსტრუქცია როდია ყოველთვის რაციონალური. კონსტრუქციის რაციონალურობა მოითხოვს, რომ იგი იყოს არა მარტო მტკიცე, ხისტი და მდგრადი, არამედ ეკონომიურიც.

ამა თუ იმ კონსტრუქციის გამძლეობის გაზრდა ადვილი მისაღწევია მისი გეომეტრიული ზომების უბრალო გადიდებისა და უფრო მაგარი მასალის შერჩევით. მაგრამ ეკონომიურობის დაცვა მოითხოვს განსაკუთრებული ფორმის კონსტრუქციებისა და მისი ნაწილების თეორიულ და ექსპერიმენტულ გამოკვლევას. გარდა ამისა, დიდი მნიშვნელობა აქვს აგრეთვე უკვე არსებული სხვადასხვა ფორმის კონსტრუქციების შედარებას ურთიერთთან უფრო რაციონალური სახის კონსტრუქციის გამოსავლინებლად.

დარტყმა-გამძლეობის, როგორც დარტყმის საინჟინრო თეორიის ერთი დარგის განვითარება უშუალოდ არის დაკავშირებული თვით დარტყმის თეორიის (ე. ი. სიმტკიცეზე, სიხისტეზე და მდგრადობაზე ანგარიშის) განვითარებაზე, რადგან იგი ემყარება რა უკვე ცნობილი მზამზარეული

ფორმულების უშუალო გამოყენებას, ახდენს კონსტრუქციების დარტყმაზე მუშაობის გაანალიზებასა და სინთეზს.

გამოვდივართ რა დარტყმა-გამძლეობის საკითხების დამუშავების აქტუალურობიდან, ქვემოთ ვიძლევით იმის პირველ ცდას თუ როგორი წესით უნდა მივუდგეთ ამ საკითხის შესწავლას დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის მონაცემებზე დაყრდნობით.

### § 68. დარტყმა-გამძლეობის კომფიციენტი

იპისათვის, რათა მოხერხდეს ერთი სახის კონსტრუქციის დარტყმაზე მუშაობის შედარება მეორესთან (დარტყმა-გამძლეობის გამორკვევის თვალსაზრისით), საჭიროა ერთგვარი პირობითი ხასიათის მქონე (მაგარამ ყოველი სახის კონსტრუქციისათვის საერთო) ფორმულის შედგენა.

დარტყმაზე მომუშავე რაიმე კონსტრუქციის ძირითადი და განმსაზღვრელი თავისებურება იმაში მდგომარეობს, რომ კონსტრუქციაზე მიყენებული დარტყმის კინეტიკური ენერგია (პოლიანად ან ნაწილობრივ) გადადის კონსტრუქციის დეფორმაციის პოტენციალურ ენერგიაში. გარედან შეტანილი ეს ენერგია სხვადასხვა ინტენსივობით ნაწილდება კონსტრუქციის მასალის მოცულობის ყოველ ერთეულ უბანში. ამიტომ, ზოგად შემთხვევაში, იგი იწვევს სხვადასხვა მნიშვნელობის დინამიკურ ძაბვებს. სხვანაირად რომ გამოვთქვათ, მასალის ყოველი უბანი არ არის ერთნაირად დატვირთული, რითაც მასალის ნაწილი გამოუყენებელი რჩება. აქედან გამომდინარე, ის კონსტრუქცია იქნება ყველაზე ეკონომიური, რომლის მასალაც მუშაობს მთლიანი დაძაბულობით.

თუ დარტყმაზე დახარჯულ და დასაშვებ კინეტიკურ ენერგიას  $U$  ასოთი აღვნიშნავთ, მასალის მოცულობას  $V$ -ით, ხოლო მასალის ერთეულ მოცულობაზე დასაშვებ ენერგიას  $\Delta U$ -თი, მაშინ კონსტრუქციის დარტყმა-გამძლეობის უნარის, მისი რაციონალურობის (ან კიდევ ეკონომიურობის) გამოკვლევის მიზნით, შეგვიძლია შემოვიღოთ დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტი (მსგავსად მარგიქმედების კოეფიციენტისა), რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$k = \frac{U}{\Delta U S}. \quad (14-1)$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად  $U = \Pi$ , ამიტომ (14-1) ფორმულა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასეთი სახითაც:

$$k = \frac{\Pi}{\Delta U S}, \quad (14-2)$$

სადაც  $\Pi$  — კონსტრუქციის შიგნით დაგროვილი დასაშვები პოტენციალური ენერგიაა.

$$\Delta U = \frac{[\sigma]^2}{2E} \quad (a)$$

$\Delta U$  არის დარტყმით კუმშვაზე ან გაჭიმვაზე მომუშავე მასალის ერთეულ მოცულობაში დაგროვილი დასაშვები (ხვედრითი) ენერჯია;

$[\sigma]$ —დასაშვები ნორმალური ძაბვა;

$E$ —დრეკადობის მოდული.

(14-2) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტის რიცხვითი სიდიდე დიდად არის დამოკიდებული იმაზე თუ:

1. რა რაოდენობის პოტენციალურ ენერჯიას იტევს დარტყმის მიწები ტანი, რაც თავის მხრივ ფუნქციას კონსტრუქციის ელემენტთა და მთელი კონსტრუქციის როგორც მთლიანის მუშაობის გეარობაზე, მისი დამაგრებისა და მასზე მოქმედი დარტყმის ძალის განაწილების ხასიათზე.

2. რა მასალისაგანაა დამზადებული კონსტრუქცია. მასალის მოცულობის ერთეულში დაგროვილი დასაშვები პოტენციალური ენერჯიის  $\Delta U$  სიდიდე, (ა) ფორმულის თანახმად დიდად არის დამოკიდებული მასალის დრეკადობის მოდულზე და  $[\sigma]$  დასაშვებ ძაბვაზე, ამიტომ დიდი მნიშვნელობა აქვს მასალების გამოკვლევას იმაზე თუ რას უდრის მათი ე. წ. ხვედრითი ენერჯიის სიდიდე დარტყმით გაჭიმვაზე (ან კუმშვაზე) მუშაობის დროს.

ცხრილი 1

მასალა	პროპორც. ზღვარი	დრეკად. მოდ.	ხვედრითი ენერჯია	წონა კუთრი
1. სამშენებლო ფოლადი	2000 კგ/სმ <sup>2</sup>	2.10 <sup>6</sup>	1 კგ/სმ <sup>2</sup>	7,8 ტ/მ <sup>3</sup>
2. საიარაღო ფოლადი .	8000 "	2.10 <sup>6</sup>	16 "	7,8 "
3. სპილენძი	270 "	1.10 <sup>6</sup>	0,0365 "	8,5 "
4. მუხა	270 "	1.10 <sup>6</sup>	0,365 "	1 "
5. რეზინა	20 "	10	20 "	0,83 "

აქვე დართულ ცხრილში (ცხრ. 1) მოცემულ ზღვრულ ხვედრით ენერჯიათა ურთიერთ შედარება ცხადად გვიჩვენებს, რომ მუხის ხე ბევრად აღემატება დარტყმა-გამძლეობის მხრივ სპილენძს და ბევრად არ ჩამორჩება სამშენებლო ფოლადს. რეზინა გაცილებით მეტი რაოდენობის ენერჯიის ამორტიზირებას ახდენს, ვიდრე სამშენებლო და საიარაღო ფოლადები. გარდა ამისა, რეზინა იწონის უფრო ნაკლებს, ვიდრე ფოლადი. მუხა თუმცა ჩამოუვარდება სამშენებლო ფოლადს დარტყმის ენერჯიის მიღებაში, მაგრამ სამაგიეროდ იგი 7,8-ჯერ მსუბუქია ლითონზე. მაშასადამე, ზოგჯერ არა მარტო შესაძლებელია რომ ლითონი შეიცვალოს ხით, არამედ სასურველიცაა.

დასასრულ უნდა შევნიშნოთ, რომ დარტყმა-გამძლეობის შეფასებისა-

თვის გამოყენებული (14-1) ფორმულა არ აგვიღია რაიმე ინტუიციის ან კიდევ აპრიორული მოსაზრებით, არამედ იგი გამომდინარეობს დარტყ-  
 მით აღძრული ძაბვების გამომთვლელი (და დარტყმის ენერგეტიკული თეო-  
 რიით მიღებული) ყველა ფორმულის განზოგადოებიდან. სახელდობრ,  
 ძაბვების გამომთვლელი ყველა ფორმულა ადვილად დაიყვანება სახეზე:

$$1. \quad \sigma_{max} = \sqrt{\frac{2UE}{kS}} \quad (b)$$

სადაც  $U$  არის დარტყმაზე დახარჯული ენერგია;  
 $E$ —დრეკადობის მოდული;  
 $S$ —დარტყმაზე მომუშავე ტანის მოცულობა;  
 $k$ —განყენებული კოეფიციენტი.

$$2. \quad \tau_{max} = \sqrt{\frac{2UG}{k_1 S}} \quad (c)$$

რომელიც, რადგან  $G \approx 0,5E$  და  $[\tau] \approx 0,6[\sigma]$ , ადვილად ემსგავსება (b) გა-  
 მოსახლეობას.

რადგან სიმტკიცეზე (ან მდგრადობაზე) გაანგარიშებული კონსტრუქ-  
 ცია უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას  $\sigma_{max} = [\sigma]$ , ამიტომ (b) გამოსახულე-  
 ბიდან პირდაპირ მიიღება დარტყმა-გამძლეობის  $k$  კოეფიციენტის გამომ-  
 თვლელი (14-1) ფორმულა. ამ ფორმულის მნიშვნელობა და შინაარსი  
 რომ უკეთ გავიგოთ, ამისათვის წარმოვადგინოთ იგი ასეთი სახით:

$$S = \frac{U}{\Delta U \cdot k}$$

კონსტრუქციის დამზადებაზე დახარჯული მასალის  $S$  მოცულობა უკუ-  
 პროპორციულია  $k$  კოეფიციენტისა, მაშასადამე, რაც უფრო დიდი იქნე-  
 ბა დარტყმა-გამძლეობის (ან და მასალის გამოყენების)  $k$  კოეფიციენტი,  
 მით უფრო მცირე იქნება კონსტრუქციის მუშა ნაწილების დამზადებისა-  
 თვის საჭირო მასალის  $S$  მოცულობა. ამრიგად,  $k$  კოეფიციენტი მასალის  
 ეკონომიურობასთან არის დაკავშირებული.

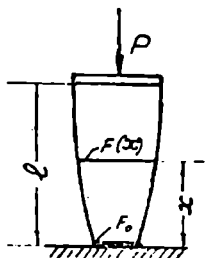
(14-1) ფორმულის მიხედვით თუ ვიმსჯელებთ, მაშინ რაც უფრო  
 მცირეა კონსტრუქციის დამზადებაზე დახარჯული  $S$  მოცულობა, მით  
 მეტია დარტყმა-გამძლეობის (ანუ რაც იგივეა, მასალის ეკონომიურობის)  
 კოეფიციენტი  $k$ . ამ გაგებით 100  $k$  შეგვიძლია ჩავთვალოთ მასალის გა-  
 მოყენების პროცენტად. როდესაც ლერო განიცილის ლერძულ გაკიმვას,  
 მაშინ იგი თანაბარი დაძაბულობით მუშაობს და ამიტომ მასალა აქ (მუდ-  
 მივი განივკვეთის მქონე ლეროში) 100 პროცენტითაა გამოყენებული.  
 ლუნვის დროს კი, რადგან ნეიტრალური შრის ახლო უბანში ნორმალუ-

რი ძაბვები მცირე სიდიდისაა, ვიდრე განივკვეთის პერიფერიულ ნაწილში, ამიტომ მასალა არ არის სრულად გამოყენებული. მაშასადამე, მასალის გამოყენების პროცენტი ამ შემთხვევაში 100-ზე ნაკლებია.

**§ 69. ლატხა-გამოქმედების კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა**

**1. ღერძული ღარტყმითი კუმშვა (ან გაჭიმვა) ცვალებადი განივკვეთის მქონე ღეროსი (ნახ. 126)**

როდესაც ღერო შეკუმშულია რაიმე  $P$  ძალით, მაშინ ღეროში დაგროვილი პოტენციალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით



რომელიც ჩასმით

გვაძლევს

$$\Pi = \int_0^l \frac{\sigma^2(x)}{2E} F(x) dx,$$

$$\sigma(x) = \frac{P}{F(x)},$$

$$\Pi = \frac{P^2}{2E} \int_0^l \frac{dx}{F(x)}.$$

ნახ. 126.

ეს ფორმულა შეგვიძლია გარდავქმნათ ასეთნაირად:

$$\Pi = \frac{F_0^2}{2E} \cdot \frac{P^2}{F_0^2} \int_0^l \frac{dx}{F(x)} = \frac{\sigma_0^2}{2E} \cdot F_0^2 \int_0^l \frac{dx}{F(x)},$$

სადაც  $\sigma_0$  უდიდესი ძაბვაა.

განხილულ კონსტრუქციის სიმტკიცისათვის უნდა იყოს  $\sigma_0 = [\sigma]$ , ამიტომ დასაშვები პოტენციალური ენერგიის გამომთვლელი ფორმულა მიღებს სახეს

$$\Pi = \Delta U F_0^2 \int_0^l \frac{dx}{F(x)},$$

რადგან ღეროს მთლიანი მოცულობა ტოლია სიდიდისა

$$S = \int_0^l F(x) dx$$

ამიტომ დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტისათვის გვექნება ფორმულა:

$$k = \frac{11}{\Delta US} = \frac{F_0^2 \int_0^l \frac{dx}{F(x)}}{\int_0^l F(x) dx} . \quad (14-3)$$

როდესაც ღერო მუდმივი განივევებისაა, მაშინ  $F(x) = F_0 = \text{const}$ , ამიტომ  $k = 1$

**დასკვნა 1.** როდესაც კონსტრუქციის ელემენტი მუშაობს ღერძულ დარტყმით გაკიმეაზე (ან კუმშეაზე) და მის განივევებში ვითარდება ჭერ-თი და იგივე ნორმალური ძაბვები, მაშინ ასეთ სისტემაში მასალის უკუ-მოყენების პროცენტი ტოლია ასისა.

## 2. უწონადო ღეროს დარტყმითი გრძივი ღუნვა

რადგან დარტყმითი გრძივი ღუნვის დროს ძელში განვითარდება ძაბვა  $\sigma$  ამიტომ ღეროში დაგროვილი პოტენციალური ენერგია ტოლია

$$\Pi = \frac{(\sigma\varphi)^2 Fl}{2E} .$$

ღეროს ეკონომიურობისათვის დაცული უნდა იყოს პირობა

$$\sigma = [\sigma]$$

რის გამოც

$$\Pi = \frac{[\sigma]^2 \varphi^2 Fl}{2E} ,$$

ანუ

$$\Pi = \Delta U \varphi^2 S .$$

ამ გამოსახულების დახმარებით, დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტი ტოლია

$$k = \frac{\Pi}{\Delta US} = \frac{\Delta U \varphi^2 S}{\Delta US} = \varphi^2 ,$$

ახუ

$$k = \varphi^2 . \quad (14-4)$$

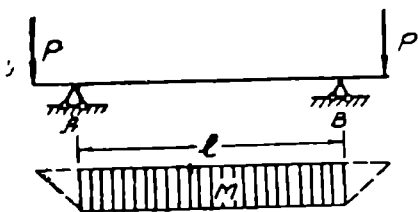
სადაც  $\varphi$ —გრძივი ღუნვის კოეფიციენტია დარტყმის დროს.



დასკვნა 2. თუ კონსტრუქციის ელემენტი მუშობს დარტყმით გრძივ ლუნვაზე (კუმშვაზე) და მის განივკვეთში ვითარდება ერთი და იგივე სიდიდის (მდგრადობაზე დასაშვები) ძაბვები, მაშინ ასეთი სახის ელემენტში მასალის გამოყენების პროცენტი ტოლია 100 ფ²-ისა.

### 3. დარტყმითი ლუნვა

ა) მუდმივი განივკვეთის მქონე ღეროზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული დარტყმითი მლუნავი მომენტი (ნახ. 127).  $AB$  ღეროში დაგროვილი ლუნვის პოტენციალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით



ნახ. 127.

$$\Pi = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx,$$

რომელიც ჩასმით:  $M = [\sigma]W$ , გვაძლევს

$$\Pi = \frac{[\sigma]^2}{2E} \cdot S \cdot \frac{W^2}{IF} = \Delta US \frac{1}{\beta}.$$

სადაც  $S$  — მოცულობა მუდმივი მლუნავი მომენტით მომუშავე  $AB$  ღეროსი. ზემოთ მოყვანილი მონაცემების საფუძველზე

$$k = \frac{\Pi}{\Delta US} = \frac{\Delta US}{\Delta US \beta} = \frac{1}{\beta},$$

ანუ

$$k = \frac{1}{\beta}. \quad (14-5)$$

—  
აქ

$$\beta = \left( \frac{\epsilon}{r} \right)^3$$

სადაც  $\beta$  — ძელის განივკვეთის გამოყენების კოეფიციენტი,  $\epsilon$  — ძელის განაპირა ბოქკოების დაშორება ნეიტრალური შრიდან (იგი ძელის განივკვეთის სიმაღლის ნახევარია),  $r$  — ძელის განივკვეთის ინერციის რადიუსი.

(14-5) ფორმულის თანახმად, მასალის გამოყენების პროცენტი ტოლია სიდიდისა

$$100 \cdot \frac{1}{\beta}$$

დასკვნა 3. დარტყმით ლუნვაზე მომუშავე ელემენტის ეკონომიურობა

ღერძულ გაკიშვასთან შედარებით) დამოკიდებულია ელემენტის განივკვეთის ფორმაზე. მისი ფორმა ისეთი უნდა იყოს, რომ ქ უახლოვდებოდეს ერთს.

წიგნის ბოლოს დართულ ჩვენს მიერ პირველად შედგენილ ცხრილში (ცხ. 2) მოყვანილია სხვადასხვა განივკვეთის შესაბამისი  $\beta$ . ამ ცხრილიდან ზოგიერთი მეტად საინტერესო დასკვნების გამოტანა შეიძლება. მაგალითად: ოთხკუთხოვანი განივკვეთის მქონე ძელი, დიდი სიმაღლით (ცერად) იქნება დაყენებული თუ პირიქით—მცირე სიგანით, მაინც მათივე ერთი და იგივეა. მაშასადამე, დარტყმითი ღუნვის დროს ორივე მდებარეობაში ძელს ერთი და იგივე სიმტკიცე გააჩნია. სხვათა შორის, ეს უცნაური ფენექტი ექსპერიმენტებით შენიშნა\* პროფ. პოკროვსკიმ [179]. სრულიად იგივე ითქმის ელიფსური ფორმის განივკვეთიან ძელებზედაც, აქაც კვეთის დიდი ღერძი იქნება ნეიტრალური შრე თუ მცირე, სულ ერთია ( $\beta = 4$ ) მისი. სიმტკიცე არ არის დამოკიდებული ძელის სიხისტეზე. ორტესებრივი კვეთებიდან ჩვენი გამოკვლევების მიხედვით ყველაზე ეკონომიურია განიერ-თაროებიანი პროფილი. სხვა სახის ორტესებრივი კვეთებიდან ეკონომიურობით ხასიათდებიან თხელკედლიანები, რომლებიც (როგორც წესი) ცხრილებში აღინიშნებიან  $N^a$ —ნიშნით.

ბ) მუდმივი განივკვეთის მქონე კონსოლის მუშაობა დარტყმით ღუნვაზე (ნახ. 128).

ასეთ შემთხვევაში

$$\Pi = \int_0^l \frac{M^2(x)}{2EI} dx = \frac{M_0^2}{2EI} \int_0^l \frac{x^2}{l^2} dx,$$

ანუ

$$\Pi = \frac{M_0^2 l}{6EI},$$

რომელიც ჩასმით

$$M_0 = [\sigma] W$$

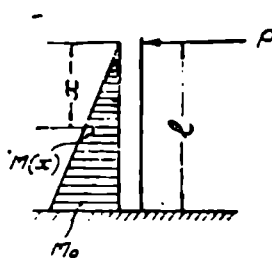
გვაძლევს

$$\Pi = \Delta US : 3\beta$$

ამ მოცემულობის თანახმად, დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტის რიცხვითი სიდიდე ტოლია:

$$k = \frac{\Pi}{\Delta US} = \frac{1}{3\beta}, \quad \text{ანუ } k = \frac{1}{3\beta} \quad (14-6)$$

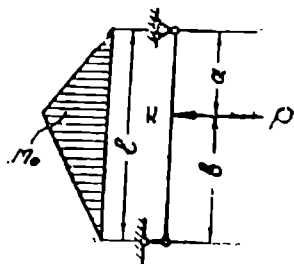
\* ამ გარემოებას ყურადღება მიაქცია აგრეთვე ნ. მ. ბელიაევმა [158]. წინამდებარე ნაშრომის მეორე ცხრილში მოცემულია  $\beta$  კოეფიციენტის მნიშვნელობები სხვადასხვა კვეთებისათვის.



ნახ. 128.

გ) მუდმივი განივკვეთის მქონე ძელის მუშაობა დარტყმით ღუნვაზე (ნახ. 129).

(11-28) ფორმულის თანახმად, ღუნვის პოტენციალური ენერგია ტოლია:



ნახ. 129.

$$\Pi = \frac{1M_0^2}{6EI},$$

რომელიც ჩასმით  $M_0 = [\sigma] \cdot W$ , გვაძლევს

$$\Pi = \Delta U \cdot S \frac{1}{3\beta}.$$

რის მიხედვითაც

$$k = \frac{1}{3\beta} \quad (14-7)$$

დ) მუდმივი განივკვეთის მქონე სტატიკურად ურკვევადი ძელის მუშაობა დარტყმით ღუნვაზე (ნახ. 130).

თუ დარტყმა ძელის შუაზეა ასეთ შემთხვევაში გვაქვს

$$\Pi = \frac{1M_0^2}{6EI},$$

რომელიც ჩასმით

$$M_0 = [\sigma] W$$

გვაძლევს

$$\Pi = \Delta U S \frac{1}{3\beta},$$

რის მიხედვითაც

$$k = \frac{\Pi}{\Delta U S} = \frac{1}{3\beta},$$

ანუ

$$k = \frac{1}{3\beta}, \quad (14-8)$$

დასკვნა 4. კონსოლის (თუ დარტყმა ხდება მის თავისუფალ ბოლოზე), უბრალო ძელის (როცა დარტყმა ხდება მალის ნებისმიერ კვეთში) და სტატიკურად ურკვევადი ძელის (როცა დარტყმა წარმოებს მალის შუაზე) გამძლეობა დარტყმით ღუნვაზე სრულიად ერთნაირია. ასეთ სისტემებში მასალის გამოყენების პროცენტი ტოლია სიდიდისა

$$\frac{100}{3\beta},$$

სადაც  $\beta$  — დამოკიდებულია განივკვეთის ფორმაზე (იხ. ცხ. 2).

#### 4: დარტყმითი გრეხა და ძვრა

ა) მუდმივი განიკვეთის მქონე ღეროს დარტყმითი გრეხა თანაბრად განაწილებული მგრეხავი მომენტი (ნახ. 131).

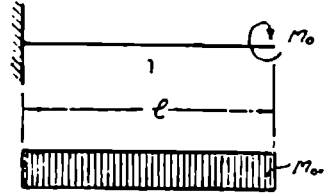
გრეხის პოტენციალური ენერგია გამოითვლება ფორმულით:

$$\Pi = \int_0^l \frac{M^2(x)}{2I_p G} dx,$$

რომელიც, რადგან:  $M(x) = M_0 = \text{const}$

და  $M_0 = [\tau] W_p$  გვაძლევს

$$\Pi = \frac{[\tau]^2}{4G} S.$$



ნახ. 131.

ჩასმით:

$$2G \approx E \text{ და } [\tau] \approx 0,6[\sigma]$$

ვღებულობთ

$$\Pi = \frac{[\sigma]^2}{2E} \cdot 0,36 \cdot S,$$

რის დახმარებითაც

$$k = \frac{\Pi}{\Delta U \cdot S} \approx 0,36,$$

ანუ

$$k \approx 0,36. \quad (15-9)$$

დასკვნა 5. დარტყმით გრეხაზე მომუშავე კონსტრუქციის ელემენტში მასალის გამოყენება შეადგენს (ღერძულ გაჭიმვაზე მომუშავე ღეროსთან შედარებით) 36 პროცენტს.

გრეხაზე მომუშავე თხელკედლიანი მილისათვის აღნიშნული რიცხვი იზრდება 72 პროცენტამდე.

ბ) უბრალო ზამბარაკის მუშაობა დარტყმით ძვრაზე (ნახ. 132).

ზამბარაკის ძვრის პოტენციალური ენერგია მოიძებნება ფორმულით:



ნახ. 132.

$$\Pi = \frac{[\tau]^2}{2G} Fl,$$

რომელიც ჩასმით

$$[\tau] \approx 0,6[\sigma],$$

გვაძლევს

$$\Pi = \frac{[\sigma]^2}{2E} S \cdot 0,72.$$

$$k = \frac{\Pi}{\Delta U \cdot S} = 0,72. \quad (14-10)$$

როგორც ვხედავთ, ზამბარაკი საკმაოდ ეკონომიური კონსტრუქციისაა, მაგრამ მნიშვნელოვნად ჩამორჩება ღერძულ გაქიშვაზე მომუშავე სისტემას, რომელშიაც მასალის გამოყენების პროცენტი ტოლია ასისა, ხოლო ზამბარაკში კი იგი 72 პროცენტს აღწევს.

### 5. სხვადასხვა ტიპის კონსტრუქციულ ელემენტთა დარტყმითი მუშაობა

ზემოთ ნაჩვენები მეთოდის დაცვით ჩვენს მიერ გამოთვლილია დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტი კონტურით დაყრდნობილი ფილებისათვის, თხელკედლიანი გარსებისათვის და ფერმებისათვის (იხ. ცხ. 3, წიგნის ბოლოს). საიდანაც ნათელი ხდება, მაგალითად, შემდეგი: მთლიანი კონტურით დაყრდნობილი ფილა (საერთო მუშაობის დროს) უფრო დარტყმა-გამძლეა, ვიდრე ძელის მსგავსი ფილა ან თვით ძელი. შიგა ან გარე დარტყმით წნევაზე მომუშავე, თხელკედლიანი გარსებიდან ყველაზე ეკონომიურ ფორმას წარმოადგენს ქსფერო, რადგან სფერულ თხელკედლიან გარსში მასალა გამოყენებულია მთლიანად (აქ მასალა მუშაობს ორი ურთიერთის მართობი ღერძის გასწვრივ).

### § 70. დარტყვაზე მომუშავე კონსტრუქციის ელემენტთა კვეთის შერჩევის მეთოდისათვის

კვეთის შერჩევის დროს, კონსტრუქციის გეომეტრიული ფორმა წინასწარ ცნობილია. ცნობილია აგრეთვე დარტყმის ძალის მოდების ხასიათიც. ამ მონაცემების, საფუძველზე ჩვენს მიერ შედგენილი ცხრილი (იხ. ცხ. 3) საშუალებას მოგვცემს განვსაზღვროთ გასაანგარიშებელი კონსტრუქციის შესაბამისი დარტყმა-გამძლეობის  $k$  კოეფიციენტის რიცხვითი სიდიდე. როდესაც ეს რიცხვი ცნობილია და ვიცით აგრეთვე დარტყმაზე დასახარჯი  $U = \Pi$  კინეტიკური ენერგიის სიდიდეც, მაშინ (14-1) ფორმულის დახმარებით აღვიღია იმ მუშა (სასარგებლო)  $S$  მოცულობის გამოთვლა, რომელიც უნდა ჰქონდეს დარტყმაზე მომუშავე კონსტრუქციას

$$S = \frac{U}{\Delta U k}, \quad (14-11)$$

ანუ, რადგან

$$\Delta U = \frac{[\sigma]^2}{2E},$$

ამიტომ

$$S = \frac{2}{k} \cdot \frac{UE}{[\sigma]^2} \quad (14-12)$$

გრების ან სუფთა ძერის შემთხვევაში  
რადგან:

$$[\tau] \approx 0,6[\sigma]; \quad E \approx 2G,$$

ამიტომ

$$S = \frac{11,1}{k} \frac{UG}{[\tau]^2} \quad (14-13)$$

გავარჩიოთ კვეთის შერჩევის რამდენიმე შემთხვევა.

შემთხვევა 1. დარტყმა მუდმივი განივკვეთის შქონე ისეთი ძელის შუაზე, რომლის განივკვეთის ფორმა გეინდა იყოს ორტესებრივი და შქონდეს განიერი თაროები.

(1-12) ფორმულის თანახმად დარტყმაზე დაიხარჯება ენერგია

$$U = \frac{m_1 v_0^2}{2 \left( 1 + \frac{m_{დაყ}}{m_1} \right)}$$

სადაც  $m_1$  არის დარტყმელი ტანის მასა;

$v_0$ —დარტყმის სიჩქარე;

$m_{დაყ}$ —ძელის დაყვანილი მასა.

(14-12) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$S = \frac{Em_1 v_0^2}{k \left( 1 + \frac{m_{დაყ}}{m_1} \right) [\sigma]^2} \quad (14-14)$$

როდესაც დაყვანილი მასის გავლენა უგულვებელყოფილია მაშინ

$$S = \frac{Em_1 v_0^2}{k[\sigma]^2}, \quad (14-15)$$

ხოლო, ძელის დაყვანილი მასის გავლენის გათვალისწინების შემთხვევაში, ჩასმით

$$m_{დაყ} = n\rho_0 S$$

(14-14) განტოლება გვაძლევს

$$S = \frac{m_1}{2n\rho_0} \left( \sqrt{1 + \frac{4n\rho_0 E v_0^2}{k[\sigma]^2}} - 1 \right), \quad (14-16)$$

სადაც  $n$ —მასის დაყვანის კოეფიციენტი, ხოლო  $\rho_0$ —ძელის მასალის სიმკვრივე,  $k$ —მოცემულია ცხრილებში (იხ. ცხ. 3).

რადგან ძელის განივკვეთს ჩვენი სურვილის თანახმად უნდა ექნეს განიერთარობიანი ორტესებრივი პროფილი, ამიტომ მეორე ცხრილი (იხ. ცხ. 2) გვაძლევს:

$$\beta = 1,4,$$

ხოლო მესამე ცხრილის (იხ. ცხ. 3) თანახმად კი

$$k = \frac{1}{3\beta} = \frac{1}{4,2}.$$

ამ უკანასკნელი მოცემულობის თანახმად (14-15) და (14-16) გამოსახულებანი გვაძლევენ:

$$1) \quad S = Fl = \frac{Em_1 v_0^3}{4,2 [\sigma]^2}$$

$$2) \quad S = Fl = \frac{m_1}{2n\rho_0} \left( \sqrt{1 + \frac{4n\rho_0 E v_0^2}{4,2 [\sigma]^2}} - 1 \right)$$

საიდანაც საჭირო განივკვეთის ფართობი ტოლია:

$$1) \quad F = \frac{Em_1 v_0^2}{4,2 l [\sigma]^2}, \quad (14-17)$$

$$2) \quad F = \frac{m_1}{2n\rho_0 l} \left( \sqrt{1 + \frac{4n\rho_0 E v_0^2}{4,2 [\sigma]^2}} - 1 \right). \quad (14-18)$$

როდესაც დარტყმა ძელის შუაზეა, რადგან ამ შემთხვევაში  $n = 0,5$ , ამიტომ ეს უკანასკნელი ფორმულა მიიღებს სახეს;

$$F = \frac{m_1}{\rho_0 l} \left( \sqrt{1 + \frac{\rho_0 E v_0^2}{2,1 [\sigma]^2}} - 1 \right). \quad (14-19)$$

**შემთხვევა 2.** მუდმივი განივკვეთის მქონე ლილვი მუშაობს დარტყმით გრენახზე.

ლილვისათვის საჭირო მასალის რაოდენობა მოიძებნება (14-13) ფორმულით,

$$S = \frac{11,1}{k} \frac{UG}{[\tau]^2}$$

მესამე ცხრილის მეცამეტე პუნქტის თანახმად

$$k = 0,36,$$

ამიტომ

$$S = Fl = \frac{11,1}{0,36} \frac{UG}{[\tau]^2},$$

საიდანაც

$$F = \frac{\pi d^3}{4} = 30.7 \cdot \frac{UG}{l[\tau]^2},$$

სადაც  $U$ —დარტყმით გრეხაზე დახარჯული ენერჯიის სიდიდეა; ხოლო  $[\tau]$  დასაშვები მხეები ძაბვა:

შემთხვევა მ. დერო მუშაობს დარტყმით გრძივ ლუნვაზე.

საპირო მასალის მოცულობა მოიძებნება (14-12) ფორმულით:

$$S = \frac{2}{k} \cdot \frac{UE}{[\sigma]^2}$$

მესამე ცხრილის მეთხუთმეტე პუნქტის თანახმად

$$k = \varphi^2$$

ამიტომ

$$S = \frac{2}{\varphi^2} \cdot \frac{UE}{[\sigma]^2}$$

როდესაც  $\varphi = \varphi_0$  წინასწარ მოცემულია\* და ვიცით აგრეთვე დარტყმაზე დახარჯული ენერჯიის სიდიდეც, მაშინ

$$S = Fl = \frac{mv^2}{\varphi_0^2 [\sigma]^2},$$

საიდანაც

$$F = \frac{mv^2}{l \varphi_0^2 [\sigma]^2}.$$

ზემოთ განხილული მაგალითები რომ ძველი, ჩვეულებრივი წესით გადაგვეწყვიტა, ამისათვის კონსტრუქციის ზომები წინასწარ უნდა დაგვენიშნა, შემდეგ შეგვემოწმებია სიმტკიცეზე. მაგრამ, რადგან სიმტკიცის პირობა დაცული არ აღმოჩნდებოდა, ამიტომ კვლავ მოგვიხდებოდა კონსტრუქციის განიკვეთის დანიშვნა და კვლავ შემოწმება. დარტყმა-გამძლეობის  $k$  კოეფიციენტის შესწავლა კი საშუალებას გვაძლევს შესამჩნევად შევამციროთ გაანგარიშების შრომატევადობა.

ძელის კვეთის შერჩევა მეტად მარტივდება, როდესაც იგი (14-15) ფორმულის დახმარებით წარმოებს. მართლაც ჩასმით  $k = 1$ : 3 $\beta$ , გვექნება

$$S = Fl = \frac{3\beta Emv^2}{[\sigma]^2},$$

საიდანაც

$$\frac{F}{3\beta} = \frac{Emv^2}{l[\sigma]^2}. \quad (14-20)$$

\* ცალკე ღეროზე უშუალოდ დარტყმის შემთხვევაში შეგვიძლია ავიღოთ  $\varphi = 1$  (იხილეთ § 74).



წინამდებარე ნაშრომის ბოლოში მოთავსებულია ცხრილები (იხ. ცხ. 4.—5), სადაც ჩვენს მიერ მოცემულია  $F:3\beta$  წვერის მნიშვნელობანიც. ცხრილიდან ისეთი ნომრის (ორტესებრივს ან შველერის) პროფილს ავირჩევთ, რომლის  $F:3\beta$  იქნება მეტად ახლოს ანგარიშით მიღებულთან. მას ავიღებთ მეტობით ან ნაკლებობით ისეთი ანგარიშით, რომ მიღებული ნამდვილი ნორმალური დაბევა არ აღემატოს ძირითად დასაშვებ დაბევას დამატებული ან გამოკლებული ამ დაბვის ხუთი პროცენტი. ამრიგად, სიმტკიცისა და ეკონომიურობის პირობა ასე ჩაიწერება:

$$\sigma_{max} = v \sqrt{\frac{mE}{Fl:3\beta}} = \sigma_0, \quad (14-21)$$

$$0,95[\sigma] \leq \sigma_0 \leq 1,05[\sigma],$$

სადაც  $\sigma_0$  არის ძელში განვითარებული ნამდვილი ნორმალური დაბევა:

$v$ —დარტყმის სიჩქარე;

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასისა;

$E$ —ძელის მასალის დრეკადობის მოდული;  $F:3\beta$  აიღება ცხრილიდან;

$l$ —ძელის სიგრძე;

$[\sigma]$ —მასალაზე დასაშვები ძირითადი დაბევა დარტყმის დროს.

**მაგალითი 16.** ერთი ბოლოთი ხისტად დამაგრებული მრგვალკვეთიანი ხის დგარის თავისუფალ ბოლოს ეჯახება თარაზულად მოძრავი მასა. განესაზღვროთ დგარის დიამეტრი თუ დგარის საკუთარი მასის გავლენა უგულვებლყოფილია, ხოლო დარტყმა არადრეკადია.

**მოცემულია:** დამრტყმელი ტანის მასა  $m=0,05$  კგ. წმ<sup>2</sup>/სმ; დარტყმის სიჩქარე  $v_0=100$  სმ/წმ; დგარის საანგარიშო სიმაღლე  $l=200$  სმ; ხის მასალის დრეკადობის მოდული  $E=10^5$  კგ/სმ<sup>2</sup>; დასაშვები დაბევა  $[\sigma]=120$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

**ამოხსნა.** (14-20) ფორმულის თანახმად

$$\frac{F}{3\beta} = \frac{mv_0^2}{l[\sigma]^2},$$

რომელიც ჩასმით  $F=\pi d^2 \cdot 4$ , გვაძლევს დგარის დიამეტრის განმსაზღვრელ გამოსახულებას

$$d = \frac{v_0}{[\sigma]} \sqrt{12\beta \frac{mE}{\pi l}}$$

რადგან წიგნის ბოლოს დართული მეორე ცხრილის მეცხრე პუნქტის თანახმად  $\beta=4$ , ამიტომ

$$d = \frac{100}{120} \sqrt{12 \cdot 4 \cdot \frac{0,05 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 200}} \approx 17 \text{ სმ.}$$

სიმტკიცეზე შემოწმებისათვის ვიყენებთ (14-21) ფორმულას:

$$\sigma = \nu_0 \sqrt{\frac{3\beta m E}{Fl}} = 100 \sqrt{\frac{3 \cdot 4 \cdot 0,05 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 17^2 \cdot 200}} \approx 120 \text{ კგ/სმ}^2.$$

**მაგალითი 17.** ორტესებრივი ლითონის ძელის შუა ნაწილს ეჯახება მყარი ტანი. შევარჩიოთ ძელის კვეთის ნომერი თუ საკუთარი წონისა, საკუთარი მასისა და ადგილობრივი დეფორმაციების [გავლენას უგულვებელყოფთ და დარტყმა არადრეკადია.

**მოცემულია:** დამრტყმელი ტანის მასა  $m = 1$  კგ წმ<sup>2</sup>/სმ; დარტყმის სიჩქარე  $\nu_0 = 50$  სმ/წმ; ძელის მალის სიგრძე  $l = 200$  სმ; ძელის მასალის დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>; დასაშვები ძაბვა ლითონზე  $[\sigma] = 1600$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

**ამოხსნა.** კვეთის შერჩევის მიზნით ვიყენებთ (14-20) ფორმულას

$$\frac{F}{3\beta} = \frac{m E \nu_0^2}{l [\sigma]^2} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 50^2}{200 \cdot 1600^2} \approx 9,75$$

გამოთვლილ სიდიდეს ცხრილში (იხ. ცხ. 4) შეესაბამება უახლოესი რიცხვი

$$\frac{F}{3\beta} = 9,8$$

რის მიხედვითაც იგივე ცხრილის თანახმად ვირჩევთ ორტესებრივ პროთილს I № 22<sup>b</sup>.

შემოწმებითი ანგარიში სიმტკიცეზე შეგვიძლია ჩავატაროთ (14-21) ფორმულით

$$\sigma = \nu_0 \sqrt{\frac{Em}{Fl \cdot 3\beta}} = 50 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^6 \cdot 1}{200 \cdot 9,8}} \approx 1595 < 1600 \text{ კგ/სმ}^2.$$

**მაგალითი 18.** შეეუღალ დაყენებულ ორტესებრივ ძელის შუა ნაწილს ეჯახება თარაზულად მოძრავი ტანი. შევარჩიოთ ძელის კვეთი თუ დარტყმა არადრეკადია და მხედველობაშია მიღებული ძელის საკუთარი მასის გავლენა.

**მოცემულია:** დამრტყმელი ტანის მასა  $m = 4$  კგ წმ<sup>2</sup>/სმ; დარტყმის სიჩქარე  $\nu_0 = 50$  სმ/წმ; ძელის საანგარიშო სიგრძე  $l = 200$  სმ; ძელის მასალის სიმკვრივე  $\rho_0 = 0,0078$  კგ. წმ<sup>2</sup>/სმ<sup>3</sup>; დასაშვები ძაბვა  $[\sigma] = 1600$  კგ/სმ<sup>2</sup>; დრეკადობის მოდული  $E = 2 \cdot 10^6$  კგ/სმ<sup>2</sup>.

**ამოხსნა.** კვეთის შერჩევისათვის ვიყენებთ (14-16) ფორმულას

$$S = Fl = \frac{m}{2\pi\rho_0} \left( \sqrt{1 + \frac{4m E \rho_0 \nu_0^2}{k [\sigma]^2}} - 1 \right)$$

რადგან დარტყმა ძელის შუაშია, ამიტომ  $n=0,5$ . მესამე ცხრილის მეხუთე პუნქტის მიხედვით:  $k=1:3\beta$ , სადაც  $\beta$  შეგვიძლია ავიღოთ მეორე ცხრილის მე-13-ე და მე-14-ე პუნქტებიდან

$$\beta = \beta_{სა} = \frac{1,55 + 1,4}{2} = 1,47,$$

ამრიგად,  $k=1:3\beta_{სა} \approx 0,225$ .

ძელის განივიკვეთის ფართობი მოიძებნება გამოსახულებათ

$$F = \frac{m}{\rho_0 l} \left( \sqrt{1 + \frac{2E\gamma_0 v_0^2}{0,225[\sigma]^2}} - 1 \right) =$$

$$= \frac{4}{0,0078 \cdot 200} \left( \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 0,0078 \cdot 50^2}{0,225(1600)^2}} - 1 \right) \approx 27,5 \text{ სმ}^2$$

ამ რიცხვს (მეოთხე ცხრილის თანახმად) შეესაბამება I № 16, რომლის  $F=26,1 \text{ სმ}^2$  და  $F:3\beta=5,87$ . ამ კვეთის სიმტკიცეზე შემოწმება გვაძლევს:

$$\sigma = v_0 \sqrt{\frac{mE}{\frac{Fl}{3\beta} \left( 1 + \frac{m_{ლავ}}{m} \right)}} \approx 1240 \text{ კგ/სმ}^2.$$

რადგან ეს ძაბვა ძლიერ დაბალია ვიდრე დასაშვები, ამიტომ ავიღოთ უფრო მცირე მაგრამ უახლოესი პროთილი I № 14, რომლის  $F=21,5 \text{ სმ}^2$ .  $F:3\beta=4,84$ . სიმტკიცეზე შემოწმება გვაძლევს

$$\sigma = 1485 < 1600 \text{ კგ/სმ}^2$$

ამრიგად, ვირჩევთ პროთილს I № 14.

თავი მეთხუთმეტი

ღარჯვა-გამქლა კონსტრუქციის ღარქვაქვების ზომიქათი სქიქთი

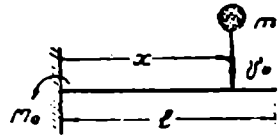
§ 71. ღარქვა-გამქლა კონსოლი

ღარქვაზე მოქუშაქე კონსტრუქციის ხშირად კონსოლის ფორმაქ აქეს (ნახ. 133). გარდა ამისა მოსალოდნელია, რომ ღარქვა ხდებოდეს კონსოლის სიგრძის ნებისმიერ. კვეთში. კონსოლისათვის ყველაზე უურო საშიშარს წარმოადგენს ღარქვა დამაგრების კვეთთან ახლოს. მართლაც, რადგან (11-39) და (11-40) ფორმულების

თანახმად:

$$P_x = \nu_0 \sqrt{\frac{3EI_m}{x^3}},$$

$$M_0 = \nu_0 \sqrt{\frac{3EI_m}{x}},$$



ნახ. 133

ამიტომ დაშვებით  $x=0$  ნათელი ხდება, რომ:

$$P_0 = \infty, \quad M_0 = \infty.$$

როგორ შეიძლება თავიდან ავიშოროთ ღარქვის ძალისა და მღუნავი მომენტის ასეთი დამამსხვრეველი გავლენა?

კონსოლის განივკვეთის გაძლიერებით (დამაგრების კვეთის უბანში) პევრს ვერათერს გავხდებით. ამიტომ სქიროა ღარქვის საამორტიზაციო (შემანელებელი), დამზარე მოწქობილობის განლაგება კონსოლის დამაგრების უბნებში. მაგრამ ყოველივე ეს სქემოდ რთული განსახორციელებელია.

ამ სქითხთან დაქვეშირებით, ჩვენ ვაყენებთ ორმაგი კონსოლის გამოქენების იდეას (ნახ. 134). ასეთ შემთხვევაში, ღარქვა დამაგრების კვეთთან უქვე აღარ არის დაქვეშირებული რაიმე საფრთხესთან, რადგან:

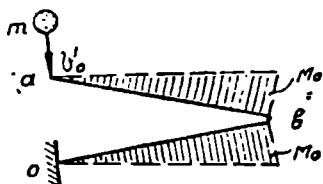
1. როდესაც ღარქვა წარმოებს ორმაგი კონსოლის  $a$  ბოლოზე (ანუ დამაგრების კვეთთან), მაშინ მღუნავი მომენტის ეპიურას აქვს წყვეტილი

ხაზებით მიშენებული სამკუთხედების ფორმა (ნახ. 134), რის მიხედვითაც დამაგრების კვეთი სრულიად განტვირთულია მომენტისაგან.

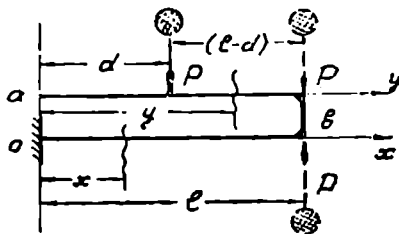
2. თუ დარტყმა მოხდება ორმაგი კონსოლის  $b$  ბოლოზე, მაშინ კონსოლის  $ab$  ღერო იმუშავებს როგორც ჩვეულებრივი ერთმაგი კონსოლი.

ორმაგი კონსოლის მუშაობის შესწავლის მიზნით  $y$  ასოთი აღვნიშნოთ ორმაგი კონსოლის ზედა  $ab$  შტოს კვეთის დაშორება  $a$  ბოლოდან. ხოლო  $x$ -ით ქვედა ნაწილისა.

თუ დარტყმის  $P$  ძალის გავლენას გადავიტანთ  $b$  ბოლოში ორი ურთიერთის საწინააღმდეგო და  $P$  ძალის ტოლი ძალების მოდებით (ნახ. 135), მაშინ კონსოლის  $b$  ბოლოზე იმოქმედებს წყვილძალი  $P(l-d)$



ნახ. 134.



ნახ. 135.

და ვერტიკალური, ძირს მიმართული  $P$  ძალა. ამიტომ საყრდენი მომენტი ტოლი იქნება სიდიდისა

$$M_0 = Pl - P(l-d),$$

ანუ

$$M_0 = Pd. \quad (15-1)$$

ორმაგი კონსოლის ზედა  $ab$  შტოს  $y$  კვეთში განვითარებული მღუნავი მომენტი გამოითვლება ფორმულით

$$M_y = P(y-d). \quad (15-2)$$

კონსოლის ძირა,  $ob$  შტოსათვის გვექნება:

$$M_x = P(d-x). \quad (15-3)$$

მღუნავი მომენტის გამომთვლელი აღნიშნული ფორმულების დახმარებით აიგება მღუნავი მომენტის სათანადო ეპიურა (ნახ. 136), რომლის დახმარებითაც ადვილად მოიძებნება ორმაგ კონსოლში დაგროვილი ღუნვის პოტენციალური ენერგია

$$\Pi = \frac{M_1^2}{6EI_1} (l-d) + \frac{M_1^2}{6EI_2} (l-d) + \frac{M_0^2}{6EI_2} d,$$

(15-2) ფორმულის თანახმად

$$M_1 = P(l-d), \quad (15-4)$$

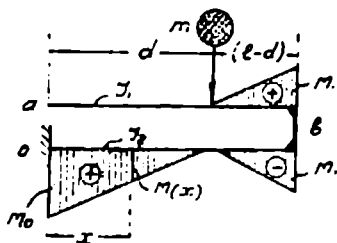
ხოლო (15-1) გამოსახულების მიხედვით

$$P = \frac{M_1}{d}. \quad (15-5)$$

ამიტომ

$$M_1 = M_0 \left( \frac{l}{d} - P \right). \quad (15-6)$$

ამ უკანასკნელი დამოკიდებულების თანახმად, ლუნვის პოტენციალური ენერჯიისათვის გვექნება ორი ფორმულა:



ნახ. 136.

$$\Pi = \frac{dM_0^2}{6EI_2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) \left( \frac{l}{d} - 1 \right)^2 \right], \quad (15-7)$$

$$\Pi = \frac{M_1^2}{6EI_2} (l-d) \left[ \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) + \frac{1}{\left( \frac{l}{d} - 1 \right)^2} \right]. \quad (15-8)$$

რადგან დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თანახმად  $\Pi = U$ , ამიტომ დარტყმითი  $M_0$  და  $M_1$  მონაკვეთების გამოსათვლელად გვექნება შემდეგი ფორმულები:

$$M_0 = \sqrt{\frac{6EI_2U}{d \left[ 1 + \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) \left( \frac{l}{d} - 1 \right)^2 \right]}}, \quad (15-9)$$

$$M_1 = \sqrt{\frac{6EI_2U}{(l-d) \left[ 1 + \frac{I_2}{I_1} + \frac{d^3}{(l-d)^2} \right]}}, \quad (15-10)$$

საიდანაც ცხადია, რომ როცა  $d=l$ , მაშინ

$$\max M_0 = \sqrt{\frac{6EI_2U}{l}}. \quad (15-11)$$

ხოლო თუ  $d=0$ , მაშინ

$$\max M_1 = \sqrt{\frac{6EI_1U}{l \left( 1 + \frac{I_1}{I_2} \right)}}. \quad (15-12)$$

რადგან (15-4) და (15-5) გამოსახულების თანახმად, ერთ შემთხვევაში

$$P = \frac{M_0}{d},$$

ხოლო მეორე შემთხვევაში

$$P = \frac{M_1}{l-d},$$

ამიტომ დარტყმის ძალის გამოსათვლელად გვექნება ორი ფორმულა:

$$P = \sqrt{\frac{6EI_2U}{d^3 \left[ 1 + \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) \left( \frac{l}{d} - 1 \right)^3 \right]}}$$

$$P = \sqrt{\frac{6EI_2U}{(l-d)^3 \left[ 1 + \frac{I_2}{I_1} + \frac{d^3}{(l-d)^3} \right]}}$$

რომლებიც სათანადო გარდაქმნების შედეგად დაიყვანებიან ერთ ფორმულაზე

$$P = \sqrt{\frac{6EI_2U}{d^3 + \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) (l-d)^3}}, \quad (15-13)$$

რომლის მიხედვითაც, როცა  $d=0$ , მაშინ

$$P_{min} = \sqrt{\frac{6EI_2U}{\left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) l^3}}. \quad (15-14)$$

ხოლო თუ  $d=l$ , მაშინ

$$P_{max} = \sqrt{\frac{6EI_2U}{l^3}}. \quad (15-15)$$

აქ  $U$ —დარტყმაზე დახარჯული ენერგიაა, რომელიც გამოითვლება ფორმულით

$$U = \frac{mv_0^2}{2 \left( 1 + \frac{m_{ფყ}}{m} \right)}$$

სადაც  $m$  არის დამრტყმელი ტანის მასა;

$m_{ფყ}$ —დარტყმის წერტილში დაყვანილი საკუთარი მასის სიდიდე;

$v_0$ —დარტყმის სიჩქარის (კონსოლის  $ab$  ღეროსადმი) მართობი მდგენელი.

ზემოთ ჩატარებული გაანგარიშებიდან ნათელია, რომ ორმაგ კონსოლზე დარტყმა, სრულიად დაზღვეულია მღუნავი მომენტისა და დარტყმის ძალის იმ უსასრულოდ ზრდასთან, რომელსაც ადგილი აქვს ჩვეულებრივ ერთმაგ კონსოლზე დარტყმის შემთხვევაში. ასეთი გარემოების გამო, ორმაგი კონსოლის შემოღება (მისი დარტყმაზე მუშაობის დროს) დადებით საკმედ უნდა მივიჩნიოთ.

ორმაგი კონსოლის *b* კვანძი უნდა შეირჩეს (15-12) ფორმულით გამოხატულ მაქსიმალურ მღუნავ მომენტზე, ხოლო კონსოლის დამაგრების *o* კვეთი კი (15-11) გამოსახულებით განსაზღვრული დარტყმითი მღუნავი მომენტი; ორმაგი კონსოლის *ab* ზედა შტოზე იმოქმედებს (15-13) ფორმულით გამოთვლილი გადამქრელი ძალა, ხოლო კონსოლის *ab* შტოზე კი (15-15) გამოსახულებით გამოხატული მაქსიმალური გადამქრელი (განივი) ძალა.

კონსოლი შესაძლებელია დამზადდეს როგორც ლითონის, აგრეთვე რკინაბეტონისაგან. მისი *b* კვანძის დაპროექტება არ წარმოადგენს რაიმე სირთულეს.

ორმაგი კონსოლის რკინაბეტონით დამზადების შემთხვევაში. უნდა გვახსოვდეს, რომ კონსოლის *nb* შტოს ზედა ბოქვოები იქიმებიან. ხოლო ქვედა კი იკუმშებიან. რაც შეეხება კონსოლის *ab* შტოს, მისი ზედა ბოქვოები იქიმება როგორც ჩვეულებრივი კონსოლისა, როდესაც დარტყმა *b* კვეთშია. ამ შემთხვევაში მომენტის მაქსიმალური სიდიდე მოიძებნება (15-11) ფორმულით. კონსოლის იგივე შტოს ქვედა ბოქვოები განიცდიან უდიდეს გაქიმვას *b* კვანძთან ახლოს თუ დარტყმა წარმოებს *a* წერტილში (ნახ. 136). ასეთ შემთხვევას შეესაბამება (15-12) ფორმულით გამოთვლილი მღუნავი მომენტი.

## § 72. დარტყმა-გამძლე ძელი

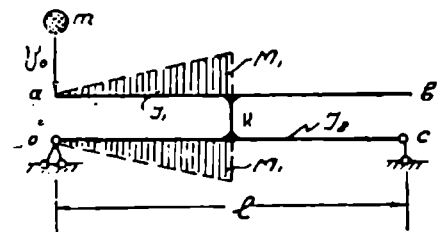
როგორც კონსოლი, აგრეთვე ძელიც მეტად გავრცელებული კონსტრუქციაა, რომელსაც შესაძლებელია უხდებოდეს მუშაობა აგრეთვე დარტყმაზედაც.

(11-29) ფორმულის თანახმად, ძელი კარგად მუშაობს დარტყმით ღუნვაზე, რადგან მღუნავი მომენტის სიდიდე, შეყურსული დარტყმის დროს, სრულებით არ არის დამოკიდებული დარტყმის წერტილის მდებარეობაზე მალის გასწორივ.

მაგრამ იგივე როდი ითქმის გადამქრელი (განივი) ძალის შესახებ. ეს ძალა უსასრულოდ იზრდება თუ დარტყმის წერტილი უახლოვდება საყრდენებს. ძელის ამ მეტად უარყოფითი მხარის თავიდან აშორების მიზნით, ზედა მიზანშეწონილად მიგვაჩნია დამზადებული იქნას ორმაგი ძელი (ნახ. 137). ასეთი სისტემა იმითაა საინტერესო, რომ ძელის საყრდენი



ნაწილები დაცული იქნება დარტყმით აღძრული გადამქრელი ძალების დამანგრეველი გავლენისაგან. მართლაც, როცა დარტყმა წარმოებს ძელის საყრდენ უბანში, მაშინ ამ დარტყმის ამორტიზაციას (შესუსტებას) ახდენს ძირითად ძელზე  $k$  კვანძით მიმაგრებული  $ab$  მეორე ძელის ბოლოები.



ნახ. 137.

იმ შემთხვევაში კი როდესაც დარტყმა ხდება ძელის შუაზე, მაშინ იგი მუშაობს როგორც ჩვეულებრივი ერთმაგი ძელი.

წვეტილი ხაზით ძელის  $ak$  და  $bk$  შტოებზე მიხაზული მღუნავი მომენტის ეპიურის დახმარებით ადვილად მოიძებნება დარტყმითი ღუნვის პოტენციალური ენერგია

$$\Pi = \frac{M_1^2}{6EI_1} \cdot \frac{l}{2} + \frac{M_1^2}{6EI_2} \cdot \frac{l}{2}$$

ანუ

$$\Pi = \frac{lM_1^2}{12EI_2} \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right),$$

რადგან  $\Pi = U$ , ამიტომ დარტყმითი მღუნავი  $M_1$  მომენტის გამოსათვლელად გვექნება ფორმულა

$$\max M_1 = \sqrt{\frac{12EI_2U}{l \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)}} \quad (15-16)$$

ეს მომენტი იწვევს ორმაგი ძელის  $ak$  შტოს გაღუნვას ისე, რომ ზედა ბოქოებს კიმავეს, ხოლო ქვედას—კუმშავს. იგივე მომენტი იწვევს აგრეთვე ორმაგი ძელის ძირითადი  $ck$  შტოს გაღუნვასაც ისე, რომ კიმავეს ქვედას და კუმშავს ზედა ბოქოებს.

რადგან ნახაზის თანახმად (ნახ. 137)

$$\max M_1 = \frac{1}{2} Pl,$$

საიდანაც

$$P = \frac{2M_1}{l},$$

ამიტომ  $a$  კვეთში მოქმედი დარტყმის ძალისათვის (და მაშასადამე გადამქრელი ძალისთვისაც) გვექნება ასეთი ფორმულა

$$P_{min} = 4 \sqrt{\frac{3EI_2U}{\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)^3}} \quad (15-17)$$

როდესაც დარტყმა წარმოებს ძელის შუაზე (ნახ. 138), მაშინ ორმაგი ძელი მუშაობს, როგორც უბრალო—ჩვეულებრივი ძელი, ამიტომ:

$$\max M_z = \sqrt{\frac{6EI_2U}{l}} \quad (15-18)$$

და

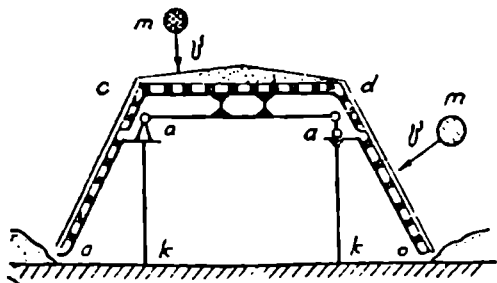
$$P_{max} = \sqrt{\frac{6EI_2U}{l^3}}, \quad (15-19)$$

სადაც  $U$  არის დარტყმაზე დახარჯული ენერჯია,

$I_1$ —ძელის  $ab$  შტოს განივკვეთის ინერციის მომენტი, ხოლო

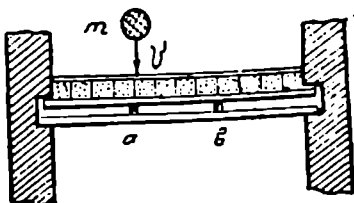
$I_2$ —ძელის  $oc$  ნაწილისა.

ორმაგი ძელისა და ორმაგი კონსოლის ურთიერთ შეწყვილება— კომბინაციით შესაძლებელია შევადგინოთ საკმაოდ დიდი დარტყმა-გამძლეობის მქონე თავდაცვითი ნაგებობის სქემა (ნახ. 139), სადაც ორმაგ ძელს წარმოადგენს  $aadc$  სისტემა, ხოლო ორმაგ კონსოლს  $oak$ .

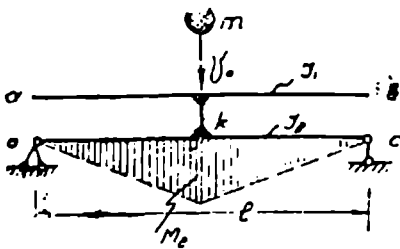


ნახ. 139.

თუ სართულთაშორის გადახურვა თავდაცვითი დანიშნულებისაა, მაშინ იგი შეიძლება დამზადდეს ორმაგი ძელის მსგავსად (ნახ. 140) ზედა და ქვედა ძელების შორის მოთავსებული გრძივი  $a$  და  $b$  ძელები ურთიერთისაგან უნდა იქნას დაშორებული სტატიკური ტვირთის გავლენის შემცირების მიზნით.



ნახ. 140.



ნახ. 138.

$cd$  და  $od$  შტოებზე ნაჩვენებია გრძივი დამხმარე ძელების განლაგება და მათი დამსცველი ფენა—ჯაეშანი.

## თავი მეთექვსმეტი

### ღარკვეითი მდგრადობის პრობლემის შესახებ

#### § 73. საკითხის დახვეწა

მთლიანი კონსტრუქციისა და მისი ელემენტების ანგარიში სტატიკურ გამძლეობაზე შეიცავს გაანგარიშებას სიმტკიცეზე, სიხისტეზე და მდგრადობაზე. ნათელია, რომ ანალოგიური სახის გაანგარიშებანი უნდა იქნას ჩატარებული როდესაც კონსტრუქციაზე მოქმედებენ დარტყმის ძალები..

კონსტრუქციის ელემენტთა მდგრადობა დარტყმის დროს საერთოდ მეტად სუსტადაა გაშუქებული ტექნიკურ ლიტერატურაში. ეს საკითხი კი მეტად აქტუალურია მანქანათმშენებლობის განვითარების თანამედროვე ეტაპზე.

პირველი ცდა დარტყმითი გრძივი ღუნვის თეორიული შესწავლისა ეკუთვნის ლ. ნ. ვარაბიოვს [245]. მან დარტყმის ეს საკითხი დაიყვანა დრეკად გარემოში მოთავსებული ლეროს გრძივი ღუნვის სტატიკურ ამოცანაზე. თუმც ეს მეთოდი როდი აღმოჩნდა საკმარისი იმისათვის, რომ ავტორს მიეღო გარკვეული სახის საანგარიშო ფორმულა დარტყმითი კრიტიკული ძალის რიცხვითი სიდიდის გამოსათვლელად, რაზედაც სამართლიანად მიუთითებს ი. მ. რაბინოვიჩი [249].

აღნიშნული საკითხი გააშუქეს დარტყმის ენერგეტიკული თეორიის თვალსაზრისით ამ სტრიქონების ავტორმა და ო. ი. კაციტაძემ [248], რამაც ერთგვარი პირველდაწყებითი მიზნობრივი მიმართულება მისცა შემდგომში ო. ი. კაციტაძის მიერ ჩატარებულ ექსპერიმენტებს დარტყმითი გრძივი ღუნვის შესწავლის საკითხში. მან ექსპერიმენტების ანალიზის საფუძველზე პირველმა გამოთქვა გაბედული მოსაზრება (ჰიპოთეზა) იმის შესახებ, რომ გრძივი დარტყმის შედეგად მინიჭებული დაკარგული მდგრადობის ფორმა ლეროსი ემთხვევა სტატიკური ძალით გამოწვეული დაკარგული მდგრადობის  $n$ -ურ ფორმას და რომ ეს შეიძლება გამოეორდეს სხვა სახის კონსტრუქციებშიაც. ამან მას საშუალება მისცა გამოეყვანა ნახევრად ემპირიული ფორმულა დარტყმითი კრიტი-

კული ძალის რიცხვითი სიდიდის განოსათველად, დარტყმით გრძივ ლუნვაზე მომუშავე ღრეკადი ღეროსათვის [80], [276], [289].

ორივე ზემოთ აღნიშნულ ავტორთა საერთო ნაშრომში [167] მოცემულია პირველი ცდა დარტყმითი გრძივი ლუნვის თეორიის ჩამოყალიბებისა.

ნაშრომის ამ მეთექვსმეტე თავში გაშუქებულია ავტორის მიერ შემუშავებული ახალი მეთოდი დარტყმითი მდგრადობის თეორიული გამოკვლევისა დგარისათვის, ძელისა და თხელკედლიანი გარსებისათვის. აღნიშნული მეთოდი ემყარება დარტყმის ვიბრაციულ თეორიას. ნათელია, რომ მომავალში უფრო სრულყოფილი და ზუსტი მეთოდები უნდა დაემყაროს დარტყმის ტალღურ თეორიასაც. ეს გზა თუმცა რთული აღმოჩნდება, მაგრამ იგი უფრო მიგვაახლოვებს დარტყმითი მდგრადობის დაკარგვის რეალურ ბუნებასთან.

#### § 74. დარტყმითი გრძივი ლუნვის თეორიული შესწავლისათვის

1. როდესაც მუდმივი განივკვეთის მქონე სწორი და მოგრძო ღერო განიცდის უეცრივი მკუმშივი გრძივი ძალის მოქმედებას (ნახ. 141) მაშინ, ინერციის გრძივად აღძრული შიგა ძალების უგულბებელყოფის შემთხვევაში, ღეროს განივი რხევის დიფერენციალურ განტოლებას მიეცემა ასეთი სახე

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P(t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (16-1)$$

სადაც  $EJ$  არის ღეროს მინიმალური სიხისტე  $xy$  სიბრტყეში;

$y$ —განივად გალუნვის სიდიდე ღეროსი  $x$  კვეთში;

$P(t)$ —დარტყმის გრძივი ძალა;

$\rho$ —სიგრძის ერთეულზე მოსული მასა ღეროსი;

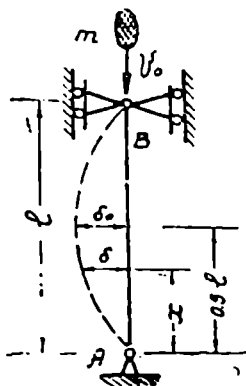
$t$ —დრო.

თუ ღეროს ორივე ბოლო სახსრულადაა დამაგრებული, მაშინ (1-16) დიფერენციალური განტოლების ამონახსნი შეგვიძლია ვეძებოთ ცნობილი ჩასმით

$$y(x,t) = f(t) \cdot \sin \frac{\pi x}{l},$$

რის შედეგადაც ვღებულობთ მათიე-ხილვის განტოლებას.

$$\ddot{f} + \omega^2 \left(1 - \frac{P}{P_n}\right) f = 0 \quad (12-2)$$



ნახ. 141.

აქ:

$$\omega = n^2 \omega_0 \quad (16-3)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho}} \quad (16-4)$$

$$P_n = n^2 P_{cr} \quad (16-5)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{l^2} EJ \quad (16-6)$$

სადაც  $\omega$  არის ღეროს საკუთარი განივი რხევის სიხშირე მაღალი ( $n$ -ური) ტონებისათვის;

$\omega_0$  — საკუთარი სიხშირე ძირითადი, დაბალი ტონისათვის;

$l$  — ღეროს სიგრძე;

$n$  — გაღუნული ღეროს ნახევარტალღათა რიცხვი;

$P_{cr}$  — ეილერის კრიტიკული ძალა ორსახსროვანი დამაგრების ღეროსათვის;

$t$  — ძელის დატვირთვის (დარტყმის) ხანგრძლიობა.

(16-2) დიფერენციალური განტოლებისა და

$$f(0) = 0 \quad (16-7)$$

საწყისი პირობის გათვალისწინების შემდეგ, დარტყმითი მდგრადობის დაკარგვის ამოცანა შეგვიძლია ჩაშვავალიბოთ ასეთნაირად: განვსაზღვროთ (16-2) დიფერენციალური განტოლებიდან დარტყმითი კრიტიკული ძალის  $P = P_{cr}$  ისეთი მნიშვნელობა, რომელიც დარტყმის

$$0 \leq t \leq t_0 \quad (16-8)$$

მეტად მცირე შუალედში ღეროს განივად გაღუნვის  $f(t)$  ამპლიტუდას გაზრდის, რაც შეიძლება შესაძინევედ.

ეს ამოცანა ადვილად გადაწყვეტბოდა, რომ ადგილი არ ქონდეს ამოცანის შეზღუდვას (16-8) პირობით.

რადგან (16-2) დიფერენციალურ განტოლებაში შემავალი დარტყმის გრძივი  $F(t)$  ძალა ნიშანს არ იცვლის, ამიტომ ნათელი ხდება, რომ განტოლების წევრი  $\left(1 - \frac{P}{P_n}\right)$  არ შეიძლება აღემატოს დადებითი ნიშნის მქონე ერთის ტოლ რიცხვს. ამრიგად, აღნიშნული წევრი ან ერთის ტოლია ანდა ერთზე გაცილებით ნაკლები.

თუ

$$\left(1 - \frac{P}{P_n}\right) = 1, \quad (16-9)$$

ნაშინ (16—2) გამოსახულება გადაიქცევა ღეროს საკუთარი რხევის განტოლებად

$$\ddot{f} + \omega^2 f = 0 \quad (16-10)$$

რაც იმის მაჩვენებელია, რომ (16—9) შემთხვევა არ იძლევა დარტყმითი არამდგრადობის ამოცანის გადაწყვეტას (ე. ი. ღგარი მდგრადია).

ასევე ინტერეს მოკლებულია არამდგრადობის თვალსაზრისით შემთხვევა

$$0 < \left(1 - \frac{P}{P_n}\right) < 1 \quad (16-11)$$

ასეთ შემთხვევაში ღერო აწარმოებს პარმონიულ რხევას, მაშასადამე, იგი მდგრადია. რადგან დარტყმის ძალის შეტად ხანმოკლეობის გამო მოსალოდნელი არ არის  $f(t)$  ამპლიტუდის ზრდა (რომელსაც შესაძლებელია ადგილი ექნეს ე. წ. პარამეტრული რხევების დროს ღეროზე მოქმედი ვიბრაციული ძალის ხანგრძლივად მოქმედებისა და სიხშირეთა ვარკვეული თანათარლობის დამყარების გამო).

ამრიგად, დიდი ტექნიკური ინტერესი დარტყმის თვალსაზრისით, ზვენი აზრით, შესაძლებელია ქონდეს მხოლოდ იმ დარჩენილ შესაძლო შემთხვევას, როდესაც (16—2) განტოლების ფრჩხილებში ჩასმული წევრი იცვლება ნოლიდან უარყოფითი რიცხვებისაკენ. უფრო მოსახერხებელია, რომ ეს შემთხვევა წარმოვადგინოთ ასეთი სახით:

$$0 \geq \left(1 - \frac{P}{P_n}\right) \geq -k^2 \quad (16-12)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$

ვავარჩიოთ აქედან ორი უქიდურესი შემთხვევა როდესაც

$$\left(1 - \frac{P}{P_n}\right) = 0 \quad (16-13)$$

საიდანაც

$$P = P_n \quad (16-14)$$

ნაშინ (16—2) დიფერენციალური განტოლება გვაძლევს სტატიკური არამდგრადობის პრობლემის გადაწყვეტას. მართლაც: ამ შემთხვევაში (16—2) განტოლება დგება სახეზე

$$\ddot{f} = 0$$

საიდანაც

$$\dot{f} = At + c$$

ანუ (16—7) პირობის თანახმად,

$$f = At \quad (16-15)$$

როცა  $t = t_0 \rightarrow \infty$ , მაშინ ლეროს გალუნვის სიდიდე იზრდება უსაზღვროდ. რაც ტოლფასია ლეროს მდგრადობის დაკარგვისა.

მაგრამ დარტყმის ძალის მოქმედების მეტად ხანმოკლეობის გამო ლეროს  $f(t)$  ამპლიტუდა ვერ ასწრებს რაიმე მნიშვნელოვან ზრდას, ამიტომ « ნახევარტალღებად გალუნულ ლეროს მდგრადობის დაკარგვის ამ პირველი მომენტისათვის კვლავ გააჩნია დიდი ტვირთამტანიანობა. ო. ი. კაციტაძის ექსპერიმენტებმა [276] დაასაბუთეს, რომ ლერო დარტყმის დროს საუკეთესოდ მუშაობს გრძივ დარტყმაზე მისი უეცრივ დამსხვრევამდე ანდა] პლასტიკური სახსრის წარმოშობამდე. მდგრადობის დაკარგვის ამ მეორე და უკანასკნელ სტადიას, ჩვენის აზრით, შეესაბამება შემთხვევა

$$\left(1 - \frac{P}{P_n}\right) = -k^2 \quad (16-16)$$

ანუ

$$\left(\frac{P}{P_n} - 1\right) = k^2$$

საიდანაც, როცა  $P$  მუდმივი მაგრამ ხანმოკლე ძალაა

$$P = P_{\text{კ}} = (k^2 + 1)P_n \\ (k = 0, 1, 2, \dots)$$

რომელიც (16-5) გამოსახულების თანახმად, მიიყვანება სახეზე

$$P_{\text{კ}} = (k^2 + 1)n^2 P_{\text{კ}} \quad (16-17)$$

სადაც  $P_{\text{კ}}$  არის დარტყმითი კრიტიკული ძალა, ხოლო  $n$  — ნახევარტალღათა ჯერ კიდევ უცნობი რიცხვი.

(16-16) გამოსახულების მიხედვით (16-2) განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს

$$\ddot{f} - (k\omega)^2 f = 0 \quad (16-18)$$

რომელიც, (16-7) საწყის პირობის გათვალისწინებით, გვაძლევს კერძო ამონახსნს

$$f = A Shk\omega t \quad (16-19)$$

ეს ჰიპერბოლური სინუსი ცხადია უფრო სწრაფად იზრდება ვიდრე (16-15) წრფივი ფუნქცია. ასეთი თვისობრივი ნახტომი, რა თქმა უნდა, ნიშანია მეორე სახის მდგრადობის დაკარგვისა.

ზემოთ ჩატარებული ანალიზის დახმარებით შესაძლებელია გვაკეთოთ დასკვნა იმის შესახებ, რომ: ფორმა დაკარგული მდგრადობისა (გამოწვეული ძალის სტატიკურად მოქმედებით, დარტყმის ძალით თუ ვიბ-

რაციული ძალების ზეგავლენით) არის ყოველთვის იგივე როგორც კონსტრუქციის. საკუთარი რხევების ფორმა. და რომ კონსტრუქციის საკუთარი რხევები წინასწარ იძლევა იმ ფორმას, რომლის მიხედვითაც უნდა მოხდეს გარეშე ძალების მოქმედების განსაკუთრებულ პირობებში კონსტრუქციის მდგრადობის დაკარგვა ანუ წინასწარ მოხაზული ფორმის ამპლიტუდათა შესამჩნევი ზრდა, ე. ი. მათი დამატებითი და იძულებითი გაღუნვა.

საკუთარი რხევის ფორმის ორგანიული კავშირი დაკარგული მდგრადობის ფორმასთან საშუალებას გვაძლევს, რათა თვით საკუთარი რხევის

$$\ddot{f} + \omega^2 f = 0 \quad (16-10)$$

განტოლების დახმარებით მოვახდინოთ (16-17) გამოსახულებაში შემავალი უცნობი ( $n$ ) ფაქტორის გამოთვლა. (16-7) საწყისი პირობის გავალისწინებით (16-10) განტოლების კერძო ამონახსნი მიიღებს სახეს

$$f = A \sin \omega t$$

როცა

$$t = t_0,$$

მაშინ

$$\max f = A \sin \omega t_0 = 1,$$

რომელსაც შეესაბამება ტოლობა

$$\omega t_0 = \frac{\pi}{2}$$

საიდანაც

$$\omega = \frac{\pi}{2t_0} \quad (16-20)$$

უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს უკანასკნელი ტოლობა შესაძლებელია მიღებული იქნეს უშუალოდ (16-19) ამონახსნის დახმარებითაც. მართლაც, როცა  $t = t_0$ , მაშინ  $Shk\omega t_0$  ფუნქციას შეუძლია მიიღოს მნიშვნელობა

$$Shk\omega t_0 = \frac{k\pi}{2}$$

რის მიხედვითაც აშკარაა, რომ

$$\omega t_0 = \frac{\pi}{2}$$

საიდანაც მიიღება (16-20) ფორმულა

$$\omega = \frac{\pi}{2t_0}$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულებისა და (16-3) აღნიშვნის თანახმად, ვღებულობთ, რომ

$$n^2 = \frac{\pi}{2\omega_0^2 t_0} = \frac{T_0}{4t_0} \quad (16-21)$$



რის დახმარებითაც დარტყმითი კრიტიკული ძალის (16--17) გამოსახულება ღებულობს გარკვეულ სახეს

$$P_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{\pi}{2\omega_0 t_0} P_{\text{კ}^0}$$

ანუ

$$P_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{T_0}{4t_0} P_{\text{კ}^0} \quad (16-22)$$

სადაც

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (16-23)$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots).$$

საკითხი იმის შესახებ თუ  $k$  რიცხვის რომელი მნიშვნელობა შეესაბამება ღეროს უეცრივ დამსხვრევას ან პლასტიკური სახსრის წარმოშობას, ე. ი. მდგრადობის დაკარგვის მეორე სტადიას, უნდა გადაიჭრას ექსპერიმენტებით. რაც შეეხება დარტყმითი კრიტიკული ძალის მინიმალურ მნიშვნელობას (მდგრადობის დაკარგვის პირველ სტადიას) მას შეესაბამება  $k=0$ . რის გამოც (16—21) ფორმულა გვაძლევს

$$\min P_{\text{კ}} = \frac{T_0}{4t_0} P_{\text{კ}^0} \quad (16-24)$$

2. როდესაც ღეროს არტყამს (ნახ. 141)  $v$  სიჩქარის მქონე  $M$  მასის მყარი ტანი მაშინ ღეროში ვითარდება, (1—77) ფორმულის თანახმად. დარტყმის ძალის შემდეგი მიახლოებითი მნიშვნელობა

$$P(t) = P \sin \varphi t \quad (16-25)$$

სადაც:

$$P = v \sqrt{\frac{M}{z}}, \quad \varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha M}}, \quad \alpha = \frac{l}{EF} \quad (16-26)$$

(16—25) ფორმულის თანახმად, ღეროს დატვირთვა დარტყმის ძალის ზემოქმედებით გრძელდება შემდეგი ხანგრძლივობით

$$t_0 = \frac{\pi}{2\varphi}$$

თუ ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (16—22) გამოსახულებაში მივიღებთ დარტყმითი კრიტიკული ძალის საშუალო მნიშვნელობას

$$P_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{\varphi}{\omega_0} P_{\text{კ}^0} \quad (16-27)$$

რომელიც (16—26) და (16—4) მონაცემების დახმარებით მიიღებს შემდეგ სახეს

$$P_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{\lambda}{\pi^2} P_{\text{კ}^0} \sqrt{\frac{m}{M}} \quad (16-28)$$

სადაც  $m$  არის ღეროს საკუთარი მასა, ხოლო  $\lambda$ —მისი მოქნილობა.

კრიტიკული ძაბვისათვის ვღებულობთ

$$\sigma_{\text{კ}} = \frac{P_{\text{კ}}}{F}$$

ანუ

$$\sigma_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{\lambda}{\pi^2} \sqrt{\frac{m}{M}} \cdot \sigma_{\text{კ}}$$

ან კიდევ

$$\sigma_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{E}{\lambda} \sqrt{\frac{m}{M}} \quad (16-29)$$

სადაც  $\sigma_{\text{კ}}$ —სტატიკური კრიტიკული ძაბვაა.

აღსანიშნავია, რომ ეს უკანასკნელი (16—29), (16—28) და (16—27) შედეგები ემთხვევიან იმ ფორმულებს, რომლებიც მიიღო ო. ი. კაციტაძემ ნახევრად ემპირიული გზით—ექსპერიმენტებით [276].

საინტერესოა აღინიშნოს ის ფაქტიც, რომ ჩასმით

$$l_0 = \frac{\pi}{2\varphi}$$

ფორმულა (16—21) გვაძლევს იმ ტოლობას

$$a = \varphi$$

რომელიც ო. ი. კაციტაძემ [276] მიიჩნია მდგრადობის დაკარგვის შესაძლო კრიტერიუმად.

3. საინტერესოა დარტყმითი გრძივი ღუნვის ისეთი შემთხვევაც. როდესაც თვით ღერო აწარმოებს გრძივად დარტყმას ( $\nu$ ) აბსოლუტური სიჩქარით უძრავად დამაგრებულ ხისტ საყრდენზე. სხვათა შორის ეს ამოცანა თავისი ბუნებით ანალოგიურია შეეკუმშვითი გრძივი დარტყმის იმ შემთხვევისა, როდესაც ძლიერ გაკუმშული ღერო მოახდენს დამაგრებული საყრდენის მიმართ მისი ერთი ბოლოს უეცრივად განთავისუფლების (გადაჭრის) შემთხვევაში.

ამ ამოცანის მიახლოვებით გადაწყვეტას გვაძლევს (16—24) ფორმულის გამოყენება. (16—23) გამოსახულების თანახმად, აღნიშნული ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს

$$P_{\text{კ}} = \frac{\pi}{2\omega_0 l_0} P_{\text{კ}} \quad (16-30)$$

რადგან ღეროს დარტყმითი დატვირთვა გრძელდება ხანგრძლივობით  $l_0 = l \cdot a$ , ამიტომ (16—30) ასე ჩაიწერება

$$P_{\text{კ}} = \frac{\pi a}{2\omega_0 l} \cdot P_{\text{კ}}$$

რომელიც ჩასმით:

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}, \quad \omega_0 = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho}}, \quad P_{\text{კ}} = \frac{\pi^2}{l^2} EJ$$

გეძღვეს

$$P_{კვ} = \frac{\pi E I'}{2\lambda}$$

დარტყმითი კრიტიკული ძაბვისათვის გექნება

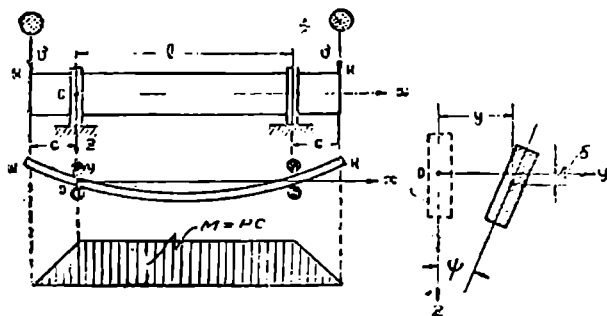
$$\sigma_{კვ} = \frac{\pi E}{2\lambda}, \quad (16-31)$$

სადაც  $\lambda$  — ღეროს მოქნილობაა.

ამრიგად, განხილული შემთხვევისათვის დარტყმითი კრიტიკული ძაბვა სრულებით არ არის დამოკიდებული ღეროს მასაზე.

### § 75 დარტყმითი მდგრადობა ძელის განივი ღუნვის დროს

1. როდესაც ძელის განივკვეთის სიმაღლე გაცილებით დიდია მის სიგანესთან შედარებით, მაშინ ასეთმა ძელმა გარკვეული სიდიდის მლუნავი მომენტის ზეგავლენით შესაძლებელია დაქარგოს მდგრადობა, ე. ი. გამოვიდეს ღუნვის თავდაპირველი სიბრტყიდან, გაიღუნოს განივად (მცირე სიხისტის მიმართულებით) და განიცადოს აგრეთვე მოგრეხაც-



ნახ. 142.

ძელის მდგრადობის დაქარგვას ადგილი აქვს არა მარტო მისი სტატიკურად მუშაობის შემთხვევაში, არამედ დარტყმითი ღუნვის შემთხვევაშიაც.

თუ ძელის საყრდენებზე მოდებულია დარტყმით აღძრული  $M(t)$  მლუნავი მომენტები (ნახ. 142), მაშინ ძელის რხევა იწერება ასეთი ცნობილი [170] განტოლებებით:

$$\left. \begin{aligned} E J_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + M(t) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= 0 \\ M(t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - G J_p \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \rho r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16-32)$$

სადაც  $EJ_z$  არის ძელის უმცირესი სიხისტე  $xy$  ღერძის შიშართულებით გაღუნვის დროს;

$\rho$  — ძელის საკუთარი მასის ინტენსივობა;

$l$  — დრო;

$\psi$  — ძელის მოგრების კუთხე  $x$  კვეთში;

$r$  — ძელის განივკვეთის გეომეტრიული პოლარი ინერციის რადიუსი;

$GJ_p$  — ძელის სიხისტე გრების დროს.

თუ ვიგულისხმებთ, რომ ძელი სახსრულადაა დამაგრებული საყრდენებთან  $xy$  სიბრტყეში მისი რხევის დროს, მაშინ (16—32) დიფერენციალურ განტოლებათა ამონახსნი შეგვიძლია ვეძებოთ შემდეგი ფუნქციების სახით:

$$\left. \begin{aligned} \gamma(x,t) &= U(t) \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \psi(x,t) &= \Phi(t) \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \right\} \quad (16-33)$$

რომელთა ჩასმით (16—32) განტოლებები მიიღებენ სახეს:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{U} + \omega^2 \left[ U - \frac{l^2 \Phi M(t)}{n^2 \pi^2 EJ_z} \right] &= 0 \\ \ddot{\Phi} + \Omega^2 \left[ \Phi - \frac{UM(t)}{GJ_p} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16-34)$$

თუ ამ განტოლებებში ერთ-ერთ, მაგალითად  $\Phi$  ფუნქციას გამოვრიცხავთ, მივიღებთ ერთ განტოლებას

$$\ddot{U} + \ddot{U}(\omega^2 + \Omega^2) + \omega^2 \Omega^2 \left( 1 - \frac{M^2}{M_n^2} \right) U = 0 \quad (16-35)$$

აქ:

$$\omega = n^2 \omega_0 \quad (16-36)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ_z}{\rho}} \quad (16-37)$$

$$\Omega = n \Omega_0 \quad (16-38)$$

$$\Omega_0 = \frac{\pi}{r'} \sqrt{\frac{GJ_p}{\rho'}} \quad (16-39)$$

$$M_n = n M_{J_0} \quad (16-40)$$

$$M_{J_0} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EGJ_z J_p}$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

სადაც  $\omega$  არის ძელის  $xOy$  სიბრტყეში (ნახ. 142) რხევის  $n$ -ური სიხ-  
შირე;

$\omega_0$ —ძელის  $xOy$  სიბრტყეში რხევის ძირითადი ტონის სიხშირე;

$\Omega$ —უმაღლესი ტონის გრეხის სიხშირე ძელისა;

$\Omega_0$ —ძირითადი ტონის გრეხის სიხშირე;

$l$ —ძელის საყრდენებს შორის მანძილი;

$\mu$ —გალუნვის ნახევარტალათა რიცხვი;

$M_{kr}$ —სტატიკური კრიტიკული მღუნავი მომენტი.

თუ მოვახდენთ უმაღლესი რიგის წარმოებულის უგულვებელყოფას ამოცანის გამარტივების მიზნით, მაშინ (16—35) დიფერენციალური განტოლება შესამჩნევად გამარტივდება

$$\ddot{U} + \frac{\omega^2 \Omega^2}{\omega^2 + \Omega^2} \left( 1 - \frac{M^2}{M_n^2} \right) U = 0 \quad (16-41)$$

რადგან  $M$  მღუნავი მომენტის კვადრატია არ იცვლის ნიშანს. ამიტომ (16—41) განტოლებაში შემაჯავლი

$$\left( 1 - \frac{M^2}{M_n^2} \right)$$

წევრი არ შეიძლება რომ აღემატოს დადებითი ნიშნის მქონე ერთის ტოლ რიცხვს. ამრიგად, იგი ან ერთის ტოლია ან მასზე ნაკლები.

შემთხვევა

$$\left( 1 - \frac{M^2}{M_n^2} \right) = 1 \quad (16-42)$$

რის გამოც

$$\ddot{U} + \frac{\omega^2 \Omega^2}{\omega^2 + \Omega^2} \cdot U = 0 \quad (16-43)$$

არ წარმოადგენს ძელის მდგრადობის დაკარგვის შემთხვევას; რადგან იგი ამ დროს ასრულებს საკუთარ ჰარმონიულ რხევას.

მდგრადობის დარღვევას არ შეიკუთვნება აგრეთვე არც ის შემთხვევა, როდესაც

$$0 < \left( 1 - \frac{M^2}{M_n^2} \right) < 1$$

რადგან ამ დროსაც ძელი ასრულებს აგრეთვე ჰარმონიულ რხევას.

ამრიგად, მდგრადობის დაკარგვის ნიშნათ უნდა მივიჩნიოთ შემდეგი

$$0 \geq \left( 1 - \frac{M^2}{M_n^2} \right) \geq -k^2 \quad (16-44)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

ამ უკანასკნელი გამოსახულების მიხედვით,  
როცა

$$\left(1 - \frac{M^2}{M_n^2}\right) = 0,$$

რის გამოც

$$M = M_n = n M_{j_0} \quad (16-45)$$

(16-41) დიფერენციალური განტოლება. ე. ი. ამ შემთხვევაში

$$\ddot{U} = 0 \quad (16-46)$$

გვაძლევს სტატიკური არამდგრადობის პრობლემის გადაწყვეტას.

მართლაც, (16-46) განტოლების მიხედვით

$$U = At + C$$

ანუ, საწყისი პირობის  $U(0) = 0$  გამო,

$$U = At \quad (16-47)$$

ძელის განივად გაღუნვის ამპლიტუდა  $U$  მიისწრაფის უსაზღვროდ დიდი ოდენობისაკენ თუ  $t = t_0 \rightarrow \infty$ .

მაგრამ რადგან დარტყმა შეტად ხანმოკლეა, ამიტომ დარტყმითი მდგრადობის დაკარგვის ამ პირველი სტადიის შემდეგაც ძელი კვლავ ინარჩუნებს ამტანუნარიანობას. ეიდრე იგი დაიმსხვრეოდეს უეცრივ ანდა წარმოიშობოდეს მასში პლასტიკური სახსრები. მდგრადობის დაკარგვის ამ მეორე სტადიას, ჩვენის აზრით, შეესაბამება შემთხვევა

$$\left(1 - \frac{M^2}{M_n^2}\right) = -k^2, \quad (16-48)$$

საიდანაც, როცა  $M$  მუდმივია მაგრამ მოქმედებს ხანმოკლე  $t_0$  დროით,

$$M = (k^2 + 1)^{1/2} M_n = (k^2 + 1)^{1/2} n \cdot M_{j_0},$$

ანუ

$$M_{eq} = (k^2 + 1)^{1/2} n M_{j_0}, \quad (16-49)$$

სადაც  $M_{eq}$  არის დარტყმითი კრიტიკული მღუნავი მომენტი.

(16-48) შემთხვევის შესაბამისად (16-41) დიფერენციალური განტოლება მიიღებს ახალ სახეს, რომლის ამონახსნი, საწყისი პირობის  $U(0) = 0$  გამო, ასეთია

$$U = ASh \frac{k\omega t}{\sqrt{\omega^2 + \Omega^2}} \quad (16-50)$$

ამის მიხედვით ძელის გაღუნვის  $U$  ამპლიტუდა იზიდება უფრო სწრა-

ფად ვიდრე (16--47), ამიტომ მდგრადობის დაკარგვის ამ მეორე სტადიაში უნდა მოხდეს ძელის ამტანუნარიანობის მთლიანი დაკარგვა.

როცა  $t=t_0$ , მაშინ ჰიპერბოლურმა სინუსმა შესაძლებელია მიიღოს მნიშვნელობა

$$Sh \frac{k\omega t_0}{V\omega^2 + \Omega^2} = \frac{k\pi}{2}$$

რომელსაც შეესაბამება ტოლობა

$$\frac{\omega\Omega t_0}{V\omega^2 + \Omega^2} = \frac{\pi}{2},$$

საიდანაც

$$t_0 = \frac{\pi V\omega^2 + \Omega^2}{2\omega\Omega}$$

ეს უკანასკნელი შედეგი შესაძლებელია მიღებული ყოფილიყო ზემოთ გამოთქმული იმ ჰიპოთეზაზე დამყარებით, რომ მდგრადობის დაკარგვის ყოველი ფორმა (დინამიკური თუ სტატიკური ძალის ქმედების დროს) საერთოდ ემთხვევა, სისტემის საკუთარი რხევის ფორმას. ასეთი გარემოების გამო  $\pi$  ნახევარტალღათა გამოთვლა შესაძლებელია მოვახდინოთ ძელის საკუთარი რხევის (16--43) დიფერენციალური განტოლების

$$\ddot{U} + \frac{\omega^2\Omega^2}{\omega^2 + \Omega^2} \cdot U = 0$$

დახმარებით. მისი ამონახსნი,  $U(\rho) = 0$  საწყისი პირობის გათვალისწინებით, ასეთია.

$$U = A \sin \frac{\omega\Omega t}{V\omega^2 + \Omega^2},$$

რომელიც, როცა  $t=t_0$ , ღებულობს მაქსიმალურ მნიშვნელობას მხოლოდ იმ შემთხვევაში თუ

$$\sin \frac{\omega\Omega t_0}{V\omega^2 + \Omega^2} = 1$$

რის მიხედვითაც

$$\frac{\omega\Omega t_0}{V\omega^2 + \Omega^2} = \frac{\pi}{2},$$

საიდანაც მიიღება ჩვენთვის საჭირო  $t_0$  ფაქტორის მნიშვნელობა

$$t_0 = \frac{\pi V\omega^2 + \Omega^2}{2\omega\Omega}. \quad (16-51)$$

(16-36) და (16-38) აღნიშვნების თანახმად

$$t_0 = \frac{\pi}{2n} \sqrt{\frac{1}{\Omega_0^2} + \frac{1}{n^2 \omega_0^2}}, \quad (16-52)$$

საიდანაც ფორმალურად

$$n = \frac{\pi}{2\Omega_0 t_0} \sqrt{1 + \frac{\Omega_0^2}{n^2 \omega_0^2}} \quad (16-53)$$

იმ შემთხვევაში როდესაც  $n^2 \omega_0^2$  გაცილებით დიდია ვიდრე  $\Omega_0^2$ , მაშინ (16-53) გამოსახულება მარტივდება

$$n \approx \frac{\pi}{2\Omega_0 t_0} \quad (16-54)$$

რის დახმარებითაც (16-49) ფორმულა საბოლოოდ გარკვეული ხდება

$$M_{\text{ეს}} = (k^2 + 1)^{1/2} \frac{\pi}{2\Omega_0 t_0} M_{\text{კრ}} \quad (16-55)$$

რომელიც აღნიშვნით

$$T_0 = 2\pi : \Omega_0 \quad (16-56)$$

ასე ჩაიწერება

$$M_{\text{ეს}} = (k^2 + 1)^{1/2} \frac{T_0}{4t_0} M_{\text{კრ}} \quad (16-57)$$

რის მიხედვითაც დარტყმითი კრიტიკული მომენტის უმცირესი მნიშვნელობა (როცა  $k=0$ ) ტოლია

$$M_{\text{ეს}} = \frac{T_0}{4t_0} M_{\text{კრ}} \quad (16-58)$$

სადაც  $T_0$  არის ძელის ( $xxy$ ) სიბრტყეში რხევის ძირითადი პერიოდი, ხოლო  $t_0$  — კი დარტყმითი მღუნავი მომენტის მოქმედების (ანუ დატვირთვის) დრო.

ფრიად საინტერესოა ის ფაქტი, რომ ეს უქანასკნელი (16-58) ფორმულა თავისი წყობით ემთხვევა დარტყმითი გრძივი ლუნვის (16-24) გამოსახულებას.

2. თუ ძელის საყრდენიდან  $c$  მანძილით გადაშვერილ ბოლოებზე წარმოებს  $x$  სიჩქარის მქონე ( $u$ ) მასების ერთდროული დარტყმა (ნახ. 142), მაშინ საყრდენი მომენტების რიცხვითი სიდიდე შესაძლებელია გამოვხატოთ, დარტყმის ვიბრაციული თეორიის დახმარებით, ასეთი მიახლოებითი ფორმულით

$$M(t) = M_0 \sin \omega t \quad (16-59)$$



აქ

$$M_0 = v \sqrt{\frac{2mEJ}{l + \frac{2}{3}c}}; \quad (16-60)$$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha m}}; \quad 0 \leq l \leq \frac{\pi}{2\varphi} \quad (16-61)$$

$$\alpha = \frac{c^2}{2EJ} \left( l + \frac{2}{3}c \right), \quad (16-62)$$

სადაც  $M_0$  არის მაქსიმალური მლუნავი მომენტი საყრდენებზე;

$\varphi$  — დარტყმითი მლუნავი მომენტის ცვალებადობის სიხშირე;

$EJ$  — ძელის უდიდესი სიხისტე (სიხისტე დარტყმის მიმართულებით);

$\alpha$  — ძელის ჩაზნექა გამოწვეული ერთეული ძალით დარტყმის მიმართულებით.

ჩასმით

$$l_0 = \frac{\pi}{2\varphi}$$

(16-57) ფორმულა. (16-56) აღნიშვნის გამოყენებით, მიიღებს ასეთ სახეს

$$M_{\text{ღკ}} = (k^2 + 1)^{1/2} \frac{\varphi}{\Omega_0} M_{\text{კ}}, \quad (16-63)$$

რომელიც როცა  $k=0$  გვაძლევს დარტყმითი კრიტიკული მლუნავი მომენტის მინიმალურ მნიშვნელობას

$$M_{\text{ღკ}} = \frac{\varphi}{\Omega_0} M_{\text{კ}} \quad (16-64)$$

აღსანიშნავია, რომ ეს შედეგიც ანალოგიურია დარტყმითი გრძივი ღუნვის (16-27) ფორმულისა.

$\varphi$  და  $\Omega_0$  აგრეთვე  $M_{\text{კ}}$  ფაქტორების მნიშვნელობათა ჩასმის შედეგად (16-64) გამოსახულება გვაძლევს ასეთ ფორმულას

$$M_{\text{ღკ}} = r\varphi \sqrt{\rho EJ}; \quad (16-65)$$

ანუ

$$M_{\text{ღკ}} = \frac{rE}{c} \sqrt{\frac{2\rho J l}{m \left( l + \frac{2}{3}c \right)}} \quad (16-66)$$

კრიტიკული ძაბვისათვის გვექნება

$$\sigma_{\text{ღკ}} = \frac{rE}{c} \sqrt{\frac{\rho_0 h b^3}{18m \left( l + \frac{2}{3}c \right)}} \quad (16-67),$$

სადაც  $\rho_0$  არის ძელის მასის სიმკვრივე;

$h$ —ძელის განივკვეთის სიმაღლე;

$b$ —მისი სიგანე.

ძელის დარტყმითი მდგრადობისათვის დაცული უნდა იყოს მდგრადობის ასეთი პირობა

$$M_0 = v \sqrt{\frac{2mEJ}{l + \frac{2}{3}c}} \leq \frac{rE}{c} \sqrt{\frac{2\rho J_2}{m(l + \frac{2}{3}c)}} \quad (16-68)$$

საიდანაც მიიღება ასეთნაირი პირობაც

$$v \leq \frac{r}{cm} \sqrt{\rho EJ_2} \quad (16-69)$$

სადაც  $v$  არის დარტყმაზე დასაშვები სიჩქარე;

$r$ —ძელის განივკვეთის გეომეტრიული პოლარი ინერციის რადიუსი;

$c$ —ძელის გადაშვებილი ნაწილის სიდიდე (ნახ. 142);

$m$ —დამრტყმელი ტანის მასა;

$\rho$ —ძელის სიგრძის ერთეულის მასა;

$E$ —დრეკადობის მოდული;

$J_2$ —ძელის განივკვეთის ინერციის მინიმალური მომენტი.

## § 76. თხელკედლიან გარსთა დარტყმითი მდგრადობის უზნახეზა

1. როდესაც თხელკედლიანი რგოლი (ანუ ერთეული სიგრძის მქონე ცილინდრული გარსი) განიცდის რადიალურად მოგვიხლ  $q(t)$  ინტენსივობის მქონე ტვირთის უეცრივ დარტყმას ხანმოკლე

$$0 \leq t \leq t_0$$

ხანგრძლივობით, მაშინ დრეკადი სისტემის რხევის დიფერენციალური განტოლება შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ასეთი [170] ფორმით:

$$\frac{EJ}{R^3} \left( \frac{\partial^3 u}{\partial \gamma^3} + u \frac{\partial^3 u}{\partial \gamma^3} + \frac{\partial u}{\partial \gamma} \right) + \frac{q(t)}{R} \left( \frac{\partial^3 u}{\partial \gamma^3} + \frac{\partial u}{\partial \gamma} \right) + \rho \left( \frac{\partial^3 u}{\partial \gamma \partial t^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) = 0,$$

რომელიც მხები ( $v$ ) გადაადგილების უგულვებელყოფის შემთხვევაში გამარტივდება

$$\frac{EJ}{R^3} \left( \frac{\partial^3 u}{\partial \gamma^3} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \gamma^2} + u \right) + \frac{q(t)}{R} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \gamma^2} + u \right) + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (16-70)$$

სადაც  $EJ$  არის რგოლის სიხისტე;

$R$ —მისი საშუალო რადიუსი;

$u$ —გარსის ჩაზნევა (ან ამოზნევა) რადიალური მიმართულებით  $\gamma$  ცენტრალურ კუთხესთან;  
 $\rho$ —რგოლის სიგრძის ერთეულის მასა;  
 $t$ —დრო.

(16—70) დიფერენციალური განტოლების ამონახსნი შეგვიძლია ვეძებოთ ცნობილი წესით

$$u(\gamma, t) = f(t) \cdot \sin(n\gamma). \quad (16-71)$$

ამ ფუნქციის ჩასმის შედეგად (16—70) დიფერენციალური გამოსახულება მიიღებს მათე-ხილის განტოლების სახეს

$$\ddot{f} + \omega^2 \left(1 - \frac{q}{q_0}\right) f = 0 \quad (16-72)$$

აქ:

$$\omega = \frac{1}{3}(n^2 - 1)\omega_0 \quad (16-73)$$

$$\omega_0 = \frac{h}{R^2} \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{E}{\rho_0}} \quad (16-74)$$

$$q_0 = \frac{1}{3}(n^2 - 1)q_0 \quad (16-75)$$

$$q_0 = \frac{Eh^3}{4R^3} \quad (16-76)$$

$$(n = 2, 3, 4, \dots)$$

სადაც  $f(t)$  არის დროზე დამოკიდებული ამპლიტუდა რადიალურად მოხდენილი  $u$  დეფორმაციისა;

$\omega$ —უმაღლეს ტონთა სიხშირე;

$\omega_0$ —ძირითადი ტონის სიხშირე;

$q_0$ —სტატიკური კრიტიკული წნევა;

$h$ —რგოლის განივკვეთის სიმაღლე;

$E$ —მასალის დრეკადობის მოდული;

$\rho_0$ —რგოლის მასის სიმკვრივე.

(16—72) დიფერენციალური განტოლება არსებითად იგივეა რაც დარტყმითი გრძივი ღუნვისა (16—2), ამიტომ მასზე შესაძლებელია ჩავატაროთ სრულიად იგივე მსჯელობა. რომელიც გამოყენებული იყო დარტყმითი გრძივი ღუნვის (§ 74) შესწავლის დროს. ასეთი გარემოების გამო, ჩვენ შეგვიძლია პირდაპირ ჩამოვწეროთ საბოლოო შედეგები, სახელდობრ:

დარტყმითი კრიტიკული წნევა ტოლია

$$q_{\text{კ}} = (k^2 + 1)q_n$$

ანუ, (16—75) აღნიშვნის თანახმად,

$$q_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \cdot \frac{1}{3} (n^2 - 1) q_{\text{კ}}$$

რომელიც იმის გამო, რომ ერთის მხრივ

$$\omega = \frac{\pi}{2t_0},$$

ხოლო მეორეს მხრივ (16—73) აღნიშვნის თანახმად:

$$\omega = \frac{1}{3} (n^2 - 1) \omega_0$$

ლებულობს ასეთ საბოლოო სახეს

$$q_{\text{კ}} = \frac{\pi(k^2 + 1)}{2\omega_0 t_0} q_{\text{კ}}$$

ანუ

$$q_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{T_0}{4t_0} q_{\text{კ}} \quad (16-78)$$

აქ

$$T_0 = 2\pi : \omega_0, \quad (16-79)$$

სადაც  $T_0$  არის რგოლის რხევის ძირითადი პერიოდი;

$t_0$ —დატვირთვის (ანუ დარტყმის) ხანგრძლივობა.  
როდესაც  $k=0$ , გვაქვს

$$q_{\text{კ}} = \frac{T_0}{4t_0} q_{\text{კ}}. \quad (16-80)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც დარტყმითი წნევა იცვლება კანონით

$$q(t) = q \sin \varphi t$$

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{2\varphi}$$

მაშინ ჩასმით

$$t_0 = \pi : 2\varphi$$

(16—78) გამოსახულება, (16—79) აღნიშვნის დახმარებით, გვაძლევს

$$q_{\text{კ}} = (k^2 + 1) \frac{\varphi}{\omega_0} q_{\text{კ}} \quad (16-81)$$

რომელიც  $\omega$  და  $q_n$  ფაქტორების ჩასმის შედეგად მიიღებს ასეთ სახეს:

$$q_{\text{კვ}} = (k^2 + 1) \varphi \frac{h^2}{R} \sqrt{\frac{\rho_0 E}{12}} \quad (16-82)$$

დარტყმითი კრიტიკული ძაბვისათვის გვექნება

$$\sigma_{\text{კვ}} = \frac{R \cdot q_{\text{კვ}}}{h},$$

ანუ (16-82) დახმარებით

$$\sigma_{\text{კვ}} = (k^2 + 1) \varphi h \sqrt{\frac{\rho_0 E}{12}}. \quad (16-83)$$

საინტერესოა აღინიშნოს, რომ ამ უკანასკნელი ფორმულის თანახმად რგოლის (ანუ ერთეული სიგრძის მქონე ცილინდრული გარსის) დარტყმითი კრიტიკული ძაბვის სიდიდე სრულებით არ არის დამოკიდებული კონსტრუქციის რადიუსზე. დარტყმითი მდგრადობის ეს თავისებურება სრულიად განსხვავდება სტატიკური მდგრადობისაგან.

კონსტრუქციის მდგრადობისათვის დატული უნდა იყოს მდგრადობის ასეთი პირობა

$$\sigma = \frac{R \cdot q}{h} < \varphi h \sqrt{\frac{\rho_0 E}{12}}, \quad (16-84)$$

სადაც  $q$  — დარტყმითი წნევის მაქსიმალური სიდიდეა.

2. როდესაც  $q(t)$  ინტენსივობის მქონე რადიალურ დარტყმით წნევაში იმყოფება თხელკედლიანი სფერული გარსი, მაშინ მისი რხევის დიფერენციალური განტოლება შესაძლებელია წარმოდგენილი იქნას ასეთი [170] სახით:

$$[\varepsilon^2(\nu^2 + 1) + 1](\nu^2 + 2)u + \frac{Rq(t)}{2Eh}(\nu^2 + 1 - \mu)(\nu^2 + 2)u + \frac{\rho_0 R}{E}(\nu^2 + 1 - \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

რომელიც ჩასმით

$$u(\gamma, \beta, t) = f(t)F(\gamma, \beta)$$

$$(\nabla^2 F + nF = 0)$$

დაიყვანება მათემატიკის განტოლებაზე

$$\ddot{f} + \omega^2 \left(1 - \frac{q}{q_n}\right) f = 0 \quad (16-85)$$

სადაც სათანადო გამარტივებათა ჩატარების შემდეგ:

$$\omega \approx \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \frac{h}{R} \cdot n\omega_0 \quad (16-86)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (16-87)$$

$$q_n \approx \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{h}{R} \cdot nq_{j^*} \quad (16-88)$$

$$q_{j^*} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{Eh^2}{R^2} \quad (16-89)$$

რადგან მიღებული (16-85) დიფერენციალური განტოლება და საწყისი პირობაც  $f(0) = 0$  არსებითად იგივეა რაც უკვე განხილული რგოლისათვის გვექონდა, ამიტომ აქაც

$$q_{\text{დ}} = (k^2 + 1)q_n,$$

ანუ (16-88) აღნიშვნის თანახმად

$$q_{\text{დ}} = (k^2 + 1) \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{h}{R} nq_{j^*}$$

$$k = 0, 1, 2,$$

რომელიც იმის გამო, რომ ერთის მხრივ

$$\omega = \frac{\pi}{2t_0}$$

ხოლო მეორეს მხრივ (16-86) აღნიშვნის თანახმად

$$\omega \approx \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \frac{h}{R} \cdot n\omega_0$$

ლებულობს ასეთ საბოლოო სახეს

$$q_{\text{დ}} = (k^2 + 1) \frac{\pi}{4\omega_0 t_0} \cdot q_{j^*} \quad (16-90)$$

ანუ

$$q_{\text{დ}} = (k^2 + 1) \frac{T_0}{8t_0} \cdot q_{j^*} \quad (16-91)$$

სადაც

$$T_0 = 2\pi : \omega_0.$$

როდესაც გარსზე მოქმედებს სინუსოიდალური წნევა

$$q(t) = q \sin \varphi t;$$

სადაც

$$0 \leq t \leq \frac{\pi}{2\varphi};$$

მაშინ ჩასმით  $t_0 = \pi : 2\varphi$  ფორმულა (16—91) გვაძლევს

$$q_{\text{ეს}} = (k^2 + 1) \frac{\varphi}{2\omega_0} \cdot q_{\text{არ}}, \quad (16-92)$$

რომელიც (16—87) და (16—89) ფაქტორთა გათვალისწინებით მიიღებს ასეთ საბოლოო სახეს:

$$q_{\text{ეს}} = (k^2 + 1) \varphi \frac{k^2}{R} \sqrt{\frac{\rho_0 E}{3}} \quad (16-93)$$

დარტყმითი კრიტიკული ძაბვისათვის გვექნება

$$\sigma_{\text{ეს}} = \frac{R \cdot q_{\text{ეს}}}{2h}$$

ანუ

$$\sigma_{\text{ეს}} = (k^2 + 1) \varphi / h \sqrt{\frac{\rho_0 E}{12}}, \quad (16-94)$$

სადაც  $R$  არის სფეროს რადიუსი;  $h$ —სფეროს გარსის სისქე;  $\rho_0$ —მასის სიმკვრივე.

(16—82) და (16—93) ფორმულების ურთიერთ შედარება გვიჩვენებს რომ სფერული გარსის დარტყმითი კრიტიკული წნევა ორჯერ მეტია ცილინდრულთან შედარებით, ხოლო დარტყმითი კრიტიკული ძაბვების მნიშვნელობები (16—83), (16—94) კი ერთი და იგივე, რომლებიც არ არიან დამოკიდებულნი რადიუსებზე.

### ს ა ე რ თ ო დ ა ს კ ე ნ ა

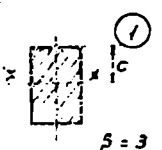
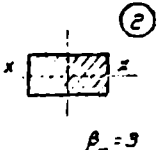
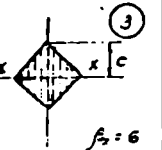
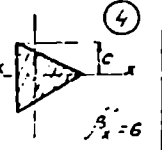
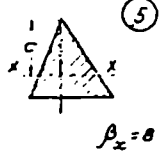
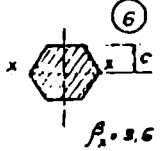
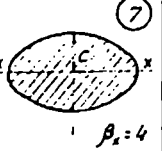
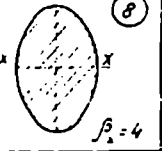
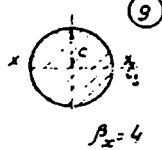
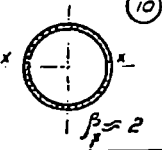
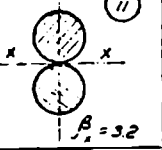
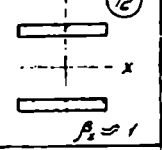
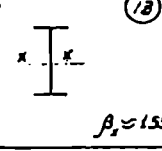
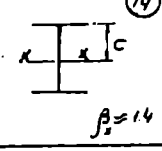
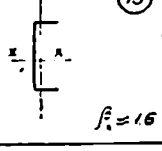
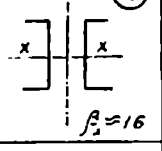
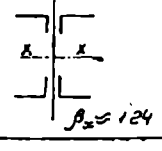
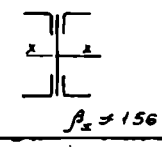
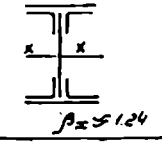
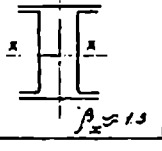
მდგრადობის დაკარგვის ფორმა (გამოწვეული სტატიკური, დარტყმითი თუ დინამიკური-ვიბრაციული ტვირთებით) ორგანულადაა დაკავშირებული ღრეკადი კონსტრუქციების (ტანების) განუყრელ შინაგან ბუნებასთან, აწარმოონ საკუთარი რბევა მათთვის დამახასიათებელი ფორმით. კონსტრუქციის მდგრადობის დაკარგვის პროცესი მდგრადობის იმაში, რომ წარმოებს საკუთარი რბევებით უკვე წინასწარ მოხაზული ფორმის ამპლიტუდათა (ე. ი. ვალუნვის ისართა) დამატებითი და იძულებითი გაზრდა, რითაც შესამჩნევად ეცემა კონსტრუქციის ამტანუნარიანობა.

დარტყმითი მდგრადობის საკითხების აქტუალობა და დარტყმით მდგრადობაზე მომუშავე კონსტრუქციების მრავალსახეობა იძლევა მეტად ნაყოფიერ ნიადაგს მომავალი თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევებისათვის.

# შხარიღები


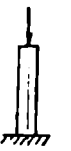
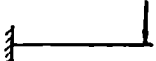
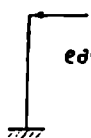

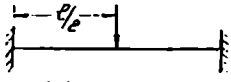
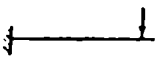
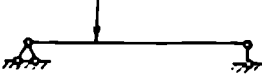
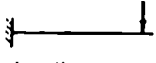
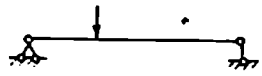
ტ. ბილი 2

წ კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობანი

 <p>1</p> $\beta_x = 3$	 <p>2</p> $\beta_x = 3$	 <p>3</p> $\beta_x = 6$	 <p>4</p> $\beta_x = 6$
 <p>5</p> $\beta_x = 8$	 <p>6</p> $\beta_x = 3,6$	 <p>7</p> $\beta_x = 4$	 <p>8</p> $\beta_x = 4$
 <p>9</p> $\beta_x = 4$	 <p>10</p> $\beta_x = 2$	 <p>11</p> $\beta_x = 3,2$	 <p>12</p> $\beta_x = 1$
 <p>13</p> $\beta_x \approx 155$	 <p>14</p> $\beta_x \approx 14$	 <p>15</p> $\beta_x = 16$	 <p>16</p> $\beta_x \approx 16$
 <p>17</p> $\beta_x \approx 124$	 <p>18</p> $\beta_x \approx 156$	 <p>19</p> $\beta_x \approx 124$	 <p>20</p> $\beta_x \approx 13$

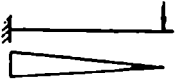

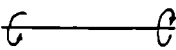

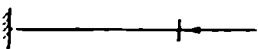
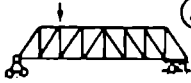






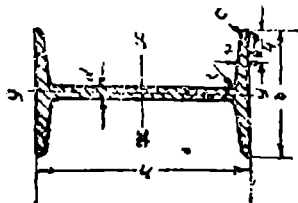
დარტემა-გამშლეობის  $k$  კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობანი

 <p>① ღერძული ტყუნიძეა <math>k = 1</math></p>	 <p>② ღერძული აყრუძეა <math>k = 1</math></p>
 <p>③ კონსოლის ლყნეა <math>k = 1:3\beta</math></p>	 <p>④ ღეანის ლყნეა <math>k = 1:3\beta</math></p>
 <p>⑤ ყრუნიღოი ძეღის ლყნეა <math>k = 1:3\beta</math></p>	 <p>⑥ რამდგურძეღოი ძეღის ლყნეა <math>k = 1:3\beta</math></p>
 <p>⑦ ძრეღალყუღოიანი ტოღონინღოთბის კონიღოი <math>k = 0.255</math></p>	 <p>⑧ ძრეღალყუღოიანი ტოღონინღო ძეღი <math>k = 0.255</math></p>
 <p>⑨ ტოღონინღოი კონს. იონყეღბოღბი კეღოი. <math>k = 0.3</math></p>	 <p>⑩ ტოღონინღოი ძეღი იონყეღბოღბი კეღოი. <math>k = 0.3</math></p>

ცხრილი 3 (გაგრძელება)

ღარტემა-გამძლეობის  $k$  კოეფიციენტის რიცხვითი მნიშვნელობანი

 <p>11</p> <p>კონსოლი უკუბრუნების სივანით</p> <p><math>k = 0.39 \dots</math></p>	 <p>12</p> <p>იგი უკუბრუნების სივანით.</p> <p><math>k = 0.33</math></p>
 <p>13</p> <p>ცილინდრული ღეროს ცრება</p> <p><math>k = 0.36</math></p>	 <p>14</p> <p>შაბდარსუნის ახლშუპა ან ცუქიშვი</p> <p><math>k \approx 0.72</math></p>
 <p>15</p> <p>ცრთვი ოყნვა</p> <p><math>k \approx p^2</math></p>	 <p>16</p> <p><math>k = \frac{1 + \xi p^2}{1 + \xi}</math></p> <p><math>\xi</math> - ცრთვი ოყნვის სან. კოეფიციენტი  <math>\xi</math> - მუხლსა და ორთხილს ორთხილსა და ორთხილს ორთხილს ორთხილს</p>
 <p>17</p> <p>კონსოლი ნუქსაყნესა დაყნდნობი ოყნ</p> <p><math>k \approx 0.36</math></p>	 <p>18</p> <p>კონსოლი ნუქსაყნესა დაყნდნობი ოყნ</p> <p><math>k \approx 0.36</math></p>
 <p>19</p> <p>ბრუნდნობი ცილინდრული ბრუნდნობი ან ცაყნ წყვილი</p> <p><math>k = 1</math></p>	 <p>20</p> <p>სფერა ან ცარსი</p> <p>სფერა ან ცარსი წყვილი</p> <p><math>k = 2 \cdot \mu</math></p> <p><math>\mu</math> - წყნდნობის კოეფიციენტი</p>



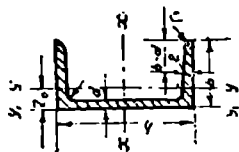
ГОСТ 10016-39

ორტესტები კოფილი

*h*—პროფილის სიმაღლე  
*b*—თაროს სიგანე  
*d*—ველის სისქე  
*h*—თაროს საშუალო სისქე  
*I*—ინერციის მომენტი  
*W*—წინაღობის მომენტი  
*r*—ინერციის რადიუსი  
*S*—ნახევარი კვეთის სტატეუნი მომენტი  
 $\beta_x = (I_x : Z_x)^2$ —კვეთის გამკუფების კოეფიციენტი

პროფილის №	ხომები მმ-ში						კვეთის ფართობი $F$ -სმ <sup>2</sup>				გომეტრ. მახასიათ. $x-x$ ლერძის მიმართ			
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>r</i>	$r_1$	$F$ -სმ <sup>2</sup>	$I_x$ სმ <sup>4</sup>	$W_x$ სმ <sup>3</sup>	$r_x$ სმ.	$I_x : S_x$	$\beta_x$	$F : 39_x$	
10	11,2	68	4,5	7,6	6,5	3,3	14,3	245	49,0	4,14	8,59	1,45	3,28	
12	14,0	74	5,0	8,4	7,0	3,5	17,8	436	72,7	4,95	10,3	1,47	4,03	
14	16,9	80	5,5	9,1	7,5	3,8	21,5	712	102	5,76	12,0	1,47	4,84	
16	20,5	88	6,0	9,9	8,0	4,0	26,1	1130	141	6,58	13,8	1,48	5,87	
18	24,1	94	6,5	10,7	8,5	4,3	30,6	1660	185	7,36	15,4	1,49	6,82	
20 <sup>a</sup>	27,9	100	7,0	11,4	9,0	4,5	35,5	2370	237	8,15	17,2	1,51	7,84	
20 <sup>b</sup>	31,1	102	9,0	11,4	9,0	4,5	39,5	2500	250	7,96	16,9	1,57	8,36	
22 <sup>a</sup>	3,0	110	7,5	12,3	9,5	4,8	42,0	3400	309	8,99	18,9	1,50	9,32	
22 <sup>b</sup>	36,4	112	9,5	12,3	9,5	4,8	46,4	3570	325	8,78	18,7	1,58	9,80	
24 <sup>a</sup>	37,4	116	8,0	13,0	10,0	5,0	47,7	4570	381	9,77	20,7	1,51	10,55	
24 <sup>b</sup>	41,2	118	10,0	13,0	10,0	5,0	52,6	4800	400	9,57	20,4	1,58	11,10	

27	a	42,8	270	122	8,5	13,7	10,5	5,3	54,6	6550	485	10,9	23,8	1,53	11,90
	b	47,1		124	10,5	13,7	10,5	5,3	60,0	6870	509	10,7	22,9	1,59	12,55
	a	48,0		126	9,0	14,4	11,0	5,5	61,2	8950	597	12,1	25,7	1,54	13,25
	b	52,7	300	128	11,0	14,4	11,0	5,5	67,2	9400	627	11,8	25,4	1,61	13,90
	c	57,4		130	13,0	14,4	11,0	5,5	73,4	9850	657	11,6	25,0	1,67	14,60
	a	53,4		130	9,5	15,0	11,5	5,8	66,1	11900	721	13,2	28,3	1,57	14,43
	b	58,6	330	132	11,5	15,0	11,5	5,8	74,7	12503	757	12,9	27,9	1,64	15,20
	c	63,8		134	13,5	15,0	11,5	5,8	81,3	13100	794	12,7	27,5	1,69	16,02
	a	59,9		136	10,0	15,8	12,0	6,0	76,3	15760	875	14,4	30,7	1,56	16,35
	b	65,6	360	138	12,0	15,8	12,0	6,0	83,5	16530	914	14,1	30,3	1,63	17,10
	c	71,2		140	14,0	15,8	12,0	6,0	90,7	17310	962	13,8	29,9	1,70	17,75
	a	67,6		142	10,5	16,5	12,5	6,3	86,1	21720	1090	15,9	34,1	1,58	18,17
	b	73,8	400	144	12,5	16,5	12,5	6,3	94,1	22780	1140	15,6	33,6	1,64	19,13
	c	80,1		146	14,5	16,5	12,5	6,3	102	23850	1190	15,2	33,2	1,73	19,62
	a	80,4		150	11,5	18,0	13,5	6,8	102	32240	1430	17,7	38,6	1,62	20,90
	b	87,4	450	152	13,5	18,0	13,5	6,8	111	33760	1500	17,4	38,0	1,67	22,00
	c	94,5		154	15,5	18,0	13,5	6,8	120	35280	1570	17,1	37,6	1,73	23,10
	a	93,6		158	12,0	20,0	14,0	7,0	119	46470	1860	19,7	42,8	1,62	24,60
	b	101	500	160	14,0	20,0	14,0	7,0	129	48560	1940	19,4	42,4	1,66	25,80
	c	109		162	16,0	20,0	14,0	7,0	139	50640	2080	19,0	41,8	1,73	26,70
	a	105		166	12,5	21,0	14,5	7,3	134	62870	2290	21,6	46,9	1,62	27,60
	b	114	550	168	14,5	21,0	14,5	7,3	145	65640	2390	21,2	46,9	1,68	28,80
	c	123		170	16,5	21,0	14,5	7,1	156	68410	2490	20,9	40,8	1,73	30,00
	a	118		176	13,0	22,0	15,0	7,5	151	83860	2803	23,5	51,8	1,63	30,70
	b	128	600	178	15,0	22,0	15,0	7,5	163	87460	2920	23,2	50,7	1,67	32,50
	c	137		180	17,0	22,0	15,0	7,5	175	91060	3040	22,8	50,2	1,73	33,70



ГОСТ 10017—39

შვედრი

- ა—კეთის სიმაღლე
- ბ—თაროს სიგანე
- ძ—კედლის სისქე
- ე—თაროს საშუალო სისქე
- ვ—ინერციის მომენტი
- რ—ინერციის რადიუსი
- ფ<sub>ა</sub> = (h : 2r)<sup>2</sup>—კეთის გამოყენების კოეფიციენტი

პროფი- ლა №№	ზომები მმ-ში						კეთის ფართი F <sub>კ</sub> -სმ <sup>2</sup>	გემეტრ. მახასიათ. x-რ ღერძის მიმართ.					
	ა	ბ	ძ	ე	ფ	რ		F <sub>კ</sub> სმ <sup>2</sup>	W <sub>x</sub> სმ <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> სმ	z <sub>ს</sub> სმ	ფ <sub>ა</sub>	F : ზფ <sub>ა</sub>
5	50	37	4,5	7,0	7,0	3,5	6,93	26,0	10,4	1,94	1,35	1,66	1,39
6,5	65	40	4,8	7,5	7,5	3,75	8,54	55,2	17,0	2,54	1,38	1,64	1,74
8	80	43	5,0	8,0	8,0	4,00	10,24	101,3	25,3	3,15	1,43	1,62	2,10
10	100	48	5,3	8,5	8,5	4,25	12,74	198,3	39,7	3,95	1,52	1,60	2,65
12	120	53	5,5	9,0	9,0	4,50	15,36	346,3	57,7	4,75	1,62	1,60	3,20
14 <sup>ა</sup> 14 <sup>ბ</sup>	140 140	58 60	6,0 8,0	9,5 9,5	9,5 9,5	4,75 4,75	18,51 21,31	563,7 609,4	80,5 87,1	5,52 5,35	1,71 1,67	1,61 1,71	3,82 4,16
16 <sup>ა</sup> 16 <sup>ბ</sup>	160 160	63 65	6,5 8,5	10,0 10,0	10,0 10,0	5,00 5,00	21,95 25,15	866,2 934,5	108,3 116,8	6,28 6,10	1,80 1,75	1,62 1,72	4,50 4,86
18 <sup>ა</sup> 18 <sup>ბ</sup>	180 180	68 70	7,0 9,0	10,5 10,5	10,5 10,5	5,25 5,25	25,69 29,29	1272,7 1369,9	141,4 152,2	7,04 6,84	1,88 1,84	1,64 1,73	5,20 5,63

20 <sup>a</sup>	22,63	73	7,0	11,0	11,0	5,50	28,83	1780,4	178,0	7,86	2,01	1,62	5,92
b	25,77	200	9,0	11,0	11,0	5,50	32,83	1913,7	191,4	7,64	1,95	1,72	6,35
22 <sup>a</sup>	24,99	220	7,0	11,5	11,5	5,75	31,84	2393,9	217,6	8,67	2,10	1,62	6,55
b	28,45	79	9,0	11,5	11,5	5,75	36,24	2571,4	233,8	8,42	1,95	1,71	7,05
a	26,55	78	7,0	12,0	12,0	6,0	34,21	3052,2	254,3	9,45	2,10	1,62	7,05
b	30,62	80	9,0	12,0	12,0	6,0	39,00	3282,6	273,5	9,17	2,03	1,72	7,55
c	34,39	82	11,0	12,0	12,0	6,0	43,81	3513,6	292,7	8,96	2,00	1,79	8,17
a	30,83	82	7,5	12,5	12,5	6,25	39,27	4362,0	323,1	10,54	2,13	1,64	7,98
b	35,07	84	9,5	12,5	12,5	6,25	44,67	4690,1	347,4	10,25	2,06	1,73	8,57
c	39,30	86	11,5	12,5	12,5	6,25	50,07	5018,1	371,7	10,10	2,03	1,79	9,30
a	34,45	85	7,5	13,5	13,5	6,75	43,89	6047,9	403,2	11,72	2,17	1,63	8,98
b	39,16	87	9,5	13,5	13,5	6,75	49,59	6497,9	433,2	11,41	2,13	1,73	9,56
c	43,81	89	11,5	13,5	13,5	6,75	55,89	6947,9	463,2	11,15	2,09	1,80	10,30
a	38,70	88	8,0	14,0	14,0	7,0	49,50	8076,8	489,5	12,80	2,21	1,66	9,95
b	43,88	90	10,0	14,0	14,0	7,0	55,90	8675,7	525,8	12,46	2,14	1,75	10,65
c	49,06	92	12,0	14,0	14,0	7,0	62,50	9274,7	562,1	12,18	2,10	1,83	11,35
a	47,80	96	9,0	16,0	16,0	8,0	60,89	11874,2	659,7	13,97	2,44	1,66	12,20
b	53,45	98	11,0	16,0	16,0	8,0	68,09	12651,8	702,9	13,63	2,37	1,74	13,05
c	59,10	100	13,0	16,0	16,0	8,0	75,29	13429,4	746,1	13,36	2,34	1,82	13,88
a	58,91	100	10,5	18,0	18,0	9,0	75,05	17577,9	678,9	15,30	2,49	1,71	14,60
b	65,19	102	12,5	18,0	18,0	9,0	83,05	18644,5	932,2	14,98	2,44	1,78	15,54
c	71,47	104	14,5	18,0	18,0	9,0	91,05	19711,2	985,6	14,71	2,42	1,85	16,40

## შ ი ბ ე რ ა ბ უ რ ა

### დასაბუთებელი ნაშრომები

1. М. А. Гуковский. Механика Леонардо да Винчи, АН СССР, 1947
2. И. Ньютон. Математические начала натуральной философии. (См. Собрание трудов акад. А. Н. Крылова, т. VII, М.-Л., 1936).
3. А. Ляв. Математическая теория упругости, НТИ, М.-Л., 1935.
4. Е. Л. Николаи. К истории продольного удара упругих стержней, (Тр. Ленингр. индустр. ин-та, № 3, 1939).
5. А. Н. Динник. Формула Герца и её опытная проверка. (Журнал Рус. физ.-хим. об-ва, т. 38. Физич. отд. вып. 4, 1907).
6. ბობოჯო. Время удара упругих шаров (изв. Киевск. политехн. ин-та, кн. 1. отд. физ.-мат. и хим., 1907).
7. ბობოჯო. Удар и сжатие упругих тел (изв. Киевск. политехн. ин-та, кн. 1. отд. Мех. и инж., 1909).
8. ბობოჯო. Избранные труды, Киев, 1952. (Изд. АН УССР).
9. Н. Я. Штаерман. К вопросу о местных деформациях при сжатии упругих тел. (Доклады АН СССР, т. XXXI, № 8, 1941).
10. ბობოჯო. Обобщение теории Герца местных деформаций при сжатии упругих тел. (Доклады АН СССР, т. XXIX, № 3, 1940).
11. Н. А. Кильчевский. Теория соударений твердых тел, ОГИЗ М.-Л., 1949.
12. Л. И. Малламент. Исследование поперечного удара с учетом упруго-пластического характера местной деформации металла (Вестник Военно-Инженерной Академии Красной Армии, № 29, 1940).
13. С. П. Тимошенко. К вопросу о действиях удара на балку (Изв. СПб. Политехн. ин-та, технич. отд. т. XVII, 1912).
14. Н. Н. Давиденков. Об ударе груза о балку. (Сборник тр. ин-та строит. механики АН УССР, № 11, Киев, 1949).
15. Н. К. Снитко. Методы расчёта сооружений на вибрацию и удар. Ленинград, 1953.
16. Н. К. Снитко. К исследованию удара с помощью обобщенного уравнения вынужденных колебаний. Информ. бюллетень Академии № 25 (Издание Военно-транспортной академии, 1950).

17. Л. С. Лейбензон. Курс теории упругости. ОГИЗ Гостехиздат М.-Л., 1947.
18. В. И. Смирнов и С. Л. Соболев. Новый метод решения плоской задачи упругих колебаний (Труды Сейсмологического ин-та, № 20, 1932).
19. С. Л. Соболев. Современное состояние математической теории малых колебаний. (Труды Сейсмологического ин-та АН СССР, 1938).
20. В. И. Смирнов. Курс высшей математики, том III, часть 2-я. ОГИЗ, 1950 (стр. 196—214).
21. В. Д. Купрадзе. Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения. Госиздат М.-Л., 1950.
22. В. Г. Гоголадзе. Общая задача интегрирования обобщенного волнового уравнения с переменными коэффициентами. (Доклады АН СССР, т. XXX, № 2, 1940).
23. Гоголадзе. Волны Релея на границе двух твердых упругих тел. (Доклады АН СССР, новая серия, т. XXXIII, № 1, 1941).
24. Гоголадзе. Движение сейсмической энергии в различных средах. (Доклады АН СССР, новая серия, т. X—IX, № 8, 1945).
25. М. Г. Магнарадзе. Теория одного класса линейных сингулярных интегродифференциальных уравнений и ее применения к задаче колебания крыла аэроплана конечного размаха, удара о поверхность воды и аналогичным (Сообщения АН Груз. ССР, том IV, № 2, 1943).
26. Х. А. Рахматулини. О распространении волн разгрузки. («Прикладная математ. и механ.», т. IX, вып. 1, 1945).
27. Рахматулини. О распространении волн разгрузки вдоль стержня переменного предела упругости. («Прикладная математ. и механ.», т. X, вып. 3, 1946).
28. Рахматулини. О распространении цилиндрических волн при пластических деформациях. («Прикладная математ. и механ.», т. XII, вып. 1, 1948).
29. Х. А. Рахматулини, Г. С. Шапиро. О распространении плоских упруго-пластических волн. («Прикладная математика и механ.», т. XII, вып. 4, 1948).
30. Г. С. Шапиро. Продольные колебания стержней («Приклад. математ. и механ.», т. X, вып. 5—6, 1946).
31. Ф. А. Бахшали. К вязко-пластическому течению при ударе цилиндра по пластинке («Приклад. математ. и механ.», т. XII, вып. 1, 1940).
32. Бахшали. Упруго-пластическая сферическая волна нагружения («Приклад. математ. и механ.», т. XII, вып. 3, 1948).
33. В. В. Соколовский. Распространение упруго-вязко-пластических волн в стержнях («Приклад. математ. и механ.», т. XII, вып. 3, 1948).
34. А. Р. Ржаницин. Изменяемость напряженного состояния материалов во времени (Журн. технич. физика, т. XVII, вып. IV, 1947).



35. *Հանրագ.* Учёт фактора времени в расчетах сооружений („Сборник исследовательских работ по инженерным конструкциям“, вып. II, 1949).
36. *Հանրագ.* Некоторые вопросы механики систем деформирующихся во времени, Госиздат М.-Л., 1949.
37. М. Н. Р а з о в с к и й. К вопросу об аналитическом описании процессов деформирования конструкции из упруго-вязких элементов (Изв. АН СССР, О. Т. Н., № 3, 1947).
38. *Հանրագ.* Плоская деформация при наличии упругого последствия и температурных напряжений (Доклады АН СССР, т. VIII, № 6, 1947).
39. Ю. Н. Р а б о т н о в. Равновесие упругой среды с последствием („Приклад. математ. и механ.“, т. XII, 1948).
40. А. Н. Г о р б у н о в. Механика упруго-вязко-пластических тел (Журн. техн. физика, т. XIX, вып. I, 1949).
41. Н. М. Г е р с е в а н о в. Основы динамики грунтовой массы, ГТТИ, М.-Л., 1933.
42. Д а в и д е н к о в и М и р о л ю б о в. Особенности ударной деформации стали (Вестник, металлпро., № 09—10, 1930).
43. И. Н. Д а в и д е н к о в. Ударные испытания автотракторной стали, Машгиз, М.-Л., 1933.
44. *Հանրագ.* К вопросу об исследовании ударной вязкости (Заводск. лаборатория, № 10, 1936).
45. *Հանրագ.* Динамические испытания металлов, Машгиз, М.-Л., 1936.
46. *Հանրագ.* Ударные испытания при сверхвысоких скоростях (Заводск. лаборатория, № 5, 1937).
47. *Հանրագ.* О постановке ударных испытаний (Заводск. лаборатория, № 6, 1938).
48. *Հանրագ.* Проблема удара металловедения (Изв. АН СССР, 1940).
49. *Հանրագ.* О природе прочности („Сб. трудов ин-та строительной механики АН УССР, № 13, 1949).
50. Д а в и д е н к о в Н., Л е в и н Б. К вопросу о значении ударной вязкости стали (Журн. технич. физика, вып. 6, 1945).
51. В. Д. К у з н е ц о в. Физика твердого тела, т. V. Томск, 1948. (Обзор экспериментальных работ — монография).
52. И. Г р и н б е р г. Сопротивление пружинной стали повторным ударным нагрузкам (Журнал „Новости техники машиностроения“, № 47—48, 1935).
53. К о н в и с а р о в Д. и П р и щ е п а М., Новый метод испытания материалов на повторный удар (Вестник металлпро-сти, № 11, 1937).
54. В. К. Ц е л и к о в. Влияние пролета при ударных испытаниях стали по ИУ а р н и (Заводск. лаборатория, № 4, 1941).
55. Я. Б. Ф р и д м а н. Деформация и разрушение материалов при статических и ударных нагрузках (НКАП, Оборонгиз, 1946).
56. В. П е л ю б о в. Определение продолжительности удара электрическим способом (Журн. Русск. физ. хим. об-на ч. физ., т. XXXIV, 1902).

57. С. И. Б л и н н и к. Получение диафрагмы растяжения при больших скоростях нагружения (Труды каф. сопромата МВТУ им. Баумача, 1947).
58. П е н ь к о в А. и Б о н д а р ч у к А.. Экспериментальное исследование динамических напряжений в стальных канатах (Сб. трудов ин-та строительной механики АН УССР, № 13, 1949).
59. В. С. М а р т ы ш к и н. Установка для изучения динамических характеристик строительных материалов. Стройиздат, М., 1940.
60. И. Л. К о р ч и н с к и й. Динамические характеристики древесины, бетона и железобетона (Сборник под редакцией проф. Нилендера Ю. А. „Динамические свойства строительных материалов“, Госстройиздат, 1940).
61. Ю. А. Н и л е н д е р. Современное состояние вопроса о внутреннем сопротивлении материалов (Сб. под редакцией проф. Нилендера „Динамические свойства строительных материалов“, 1940).
62. С е р е ц с о н С. В. и другие. Динамическая прочность в машиностроении, Машгиз, М., 1940.
63. А. К. К а л и щ у к. Экспериментальный способ изучения динамических свойств упругих систем (Учен. зап. Ленингр. гос. ин-та, № 11, серия математ. наук (механика) вып. 8, 1939).
64. Ф. Ф. В и т м а н. Влияние поверхностной пластической деформации на ударную хладноломкость стали (Журн. технич. физика, № 9, 1937).
65. З а б о з о. Новая установка для исследования хладноломкости стали при высоких скоростях удара (Журн. технич. физика, № 12, 1939).
66. В л а д и м и р с к и й Г., Б е л о с т а ц к и й С. и Б е л о ш е и н Е.. К вопросу об ударных испытаниях (металлов) (Журн. заводск. лаборатория, № 12, 1938).
67. Г. А. В л а д и м и р с к и й. Некоторые вопросы испытания на ударную вязкость (металлов) (Журн. заводск. лаборатория, № 1, 1937).
68. Ц у к е р м а н В. А., А л ь т ш у л е р Л. В.. Новый метод исследования особо быстро протекающих процессов с помощью рентгеновых лучей (АН СССР, отд. тех. наук, Рефераты научных работ, 1945).
69. Высококостное учарное испытание металлов (В газ. „Техника“, № 8, 1936).
70. Г а л к и н Л. и Г о н ч а р о в С.. Исследование зависимости ударной вязкости некоторых конструкционных сталей от температуры (Изв. Артилл. акад. РККА, № 12, 1939).
71. А. Н. Ч е к а н о в. Исследование механических характеристик материалов при крутящем ударе (В книге „Расчеты на прочность в машиностроении“, сб. статей, 46, Машгиз, 1955).
72. И т и х а р и М и т и т о з и. Испытание на кручение под действием ударной нагрузки (Доклады Имперскому университету в Токио, 1934).

73. В. Д. Кузнецов. О внутреннем трении свинца при больших скоростях деформации (Журнал Русского физич. об-ва сер. физ. 1925).
74. С. Е. Беляев. Испытание конструкционных материалов методом ударного кручения. (Заводск. лаборатории, № 11, 1945).
- Х. Н. Деметьев. Испытание металлических образцов на кручение при больших скоростях деформации (Заводская лаборатория. № 5, 1951).
76. П. Р. Шеленухин. Пластическое кручение свинца и влияние скорости деформации (Труды Сибирского физико-технического института, вып. 4, 1937).
- А. Г. Гагарин. Приборы, дающие зависимость между усилиями и деформациями во время удара, СПб, 1912.
78. В. Браун. Аппарат для испытаний прочности изделий (Новая техника. № 10, 1934).
79. О. И. Кацитадзе. Ударная испытательная установка и методика испытания стержней на продольный ударный изгиб (Вестник АН СССР, т. XVII, № 6, 1957).
80. Зобозз. Теоретические и экспериментальные исследования ударного продольного изгиба. (труды Кутаевского с-х института, т. 1, 1957).
81. И. М. Рабинович. Краткий обзор современного состояния теории расчета сооружений на общее действие удара и взрыва („Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева“, № 30, 1940).
82. Зобозз. Достижение строительной механики стержневых систем в СССР (краткий обзор) изд. Академия Архитектуры. Москва, 1949.
83. С. О. Доброгурский. Вопросы расчета и конструирования деталей машин (Изв. АН СССР, Москва, 1942).
84. Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении. Машгиз, М.-Л., 1952.
85. А. Н. Денник. О динамических напряжениях в канате подъемника Кепе при посадке клетки на кулаки (Южный инженер, № 2, 1917).
86. Зобозз. О напряжениях в подъемном канате при заклинивании клетки (Южный инженер, № 4, 1917).
87. Зобозз. О напряжениях и подъемном канате при заклинивании клетки № 1—2, 1922).
88. Зобозз. К вопросу о продольном ударе (Автореферат). „Наука на Украине“, № 4, 1922.
89. А. Ш. Кокшин. О динамических напряжениях в подъемных канатах (Горный журнал, № 7, 1927).
90. Кашин А. и Плуталов А., Расчет свай по волновой теории (Труды Днепропетровского инженерно-строительного института, сообщения 26, 1939).
91. Г. П. Копанский. Удар упругих стержней (Журн. Известия Артиллер. Академии РККА им. Дзержинского, т. XXI, Ленинград. 1937).

- Удар и движение упругих стержней. (Журн. Известия Арг. Акад. РККА им. Дзержинского, т. XXXI, Ленинград, 1938).
- И. М. Герсевич. Новый метод расчета свай. Госстройиздат. М., 1930.
93. Ф. В. Флоринский. О динамических напряжениях в шахтных подъемных канатах. 1946 (Докт. диссертация).
94. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона, С.-Петербург, том 68. 1902. „Удар“ (стр. 575).
95. Техническая энциклопедия, том 24, 1934. „Удар“ (стр. 433).
96. Пётле. Справочник, 1936, т. I.
97. Справочник по технической механике. Под редакцией А. Н. Динника. М., 1949, стр. 593—608.
98. Физический словарь, т. 5. „Удар“, стр. 282—287, 1939.
99. К. С. Заврисв. Проблема удара в строительной механике (Тезисы и аннотации докладов IX научн. технич. конференции ТВИИЖТ а. 1945).
100. „Удар“ (исследование явления поперечного удара балок). Труды ин-та строительного дела АН СССР, т. II, 1949.
101. Г. Н. Карцивадзе. Поперечный удар в балках, 1948 (Диссертация).
102. Решение задачи поперечного удара с учетом местных деформации (Труды ТВИИЖТ-а, № 20, 1949).
103. Задача удара по системе с одной степенью свободы (Труды ин-та стронт. дела АН СССР, т. IV, 1953).
104. К построению инженерной теории поперечного удара (Труды ин-та стронт. дела АН СССР, т. V, 1955).
105. Г. М. Лейтсейен. Об изгибающем ударе распределенной нагрузки (Тр. ЦАГИ, вып. 351, 1938).
106. Л. В. Касицкий. Сопротивление древесины ударному изгибу, 1952 (МИСИ, диссертация).
107. Александра Щедровская. Удар груза о балку, 1947, (диссертация).
108. Г. Н. Размадзе. Приближенное вычисление напряжений и сил при ударе упругих тел. 1947 (ГПИ, диссертация).
109. Е. Б. Лунц. Колебания и напряжения при изгибающем ударе. (Тр. Военно-Воздушной Академии им. Жуковского. № 20, Сборник, 1937).
110. Г. А. Кудрявцев. Приближенный расчет упругих систем на ударную нагрузку (Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева, № 30, 1940).
111. В. Э. Классен. К вопросу о расчетах прогиба балки в случае динамической нагрузки (Труды Моск. нефт. ин-та, вып. 2, 1940).
112. К. К. Мельников. Боковой удар прямолинейных стержней (Сб. трудов Поволж. лесотехн. ин-та им. Горького, № 1, 1945).
113. А. И. Сегаль. К методике расчета при изгибающем ударе (Вест. инж. и техн. № 3, 1934).

114. Зубов. О некоторых частных случаях изгибного удара (Вестник инж-ов и техников, № 3, 1935).
115. А. А. Гвоздев. К вопросу о действии удара на массивные сооружения (Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева, № 30, 1940).
116. О. Е. Власов. Основы теории откола в упругой среде (Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева, № 30, 1940).
117. Л. С. Гильмайн. О влиянии податливости балки и плит на сопротивление пробиванию, 1947 (Докт. диссертация).
118. В. С. Костромин. Об ударе по несвободному твердому телу (Труды Ленинградского ин-та инженеров коммунального строительства, Госстройиздат, вып. 6, 1939).
119. В. А. Лазарян. К вопросу о динамических усилиях в упругих приборах поезда, 1940 (Днепропетровский ин-т транспорта, докторская диссертация).
120. М. В. Винокуров. Основные динамические характеристики вагонов, 1945 (докт. диссертация).
121. Л. Н. Никольский. Теория и расчет вагонов, Машгиз, М., 1947
122. Г. Н. Размадзе. Упрощенный способ определения наибольшей силы сжатия буферных пружин при ударе двух вагонов (Журн. „Техника железных дорог“, № 5, 1949).
123. В. В. Семевский. Динамические действия удара (В книге „Динамический расчет конструкций строительных кранов“, Машгиз, 1955).
124. Ш. Я. Кереселидзе. Аналитические исследования на удар (В книге „Механизации субтропических культур“, Тбилиси, 1957. Госиздат „Цодна“).
125. А. Сергиевский. Исследование деформации и напряжений в цилиндрических пружинах при продольном ударе, 1948 (автореферат к/диссерт.).
126. Г. С. Вильнер. Теоретическое и экспериментальное исследование процесса включения фрикционных муфт. 1949 (канд. диссертация).
127. С. Г. Залцбург. Расчет балок и рам, подверженных действию непериодических ударов (В книге: Укр. научно-исслед. ин-т гражданских промышленных и инженерных сооружений, сообщения. № 10, Харьков, 1939).
128. И. К. Снитко. О динамическом коэффициенте при ударе (Труды Моск. авто-дорож. института, 1937, сб. 7).
129. Е. Н. Тихомиров. Об одной задаче удара („Вестник инженеров и техников“, № 11, 1933).
130. Гофман В. И. и Рейдель А. Л. К амортизации удара (Инженерный сборник ин-та механики АН СССР, том VIII, 1950).
131. В. М. Макушин. Коэффициент приведенной массы бруса при расчете на динамическую нагрузку (Сборник трудов МВТУ, вып. 2/1, издательство МВТУ, 1936).

132. Г. А. Шершевский. Вычисление приведенной массы конической пружины (Сборник трудов МВТУ, вып. 41—22/2, изд. МВТУ, 1938).
133. Б. В. Кречмер. О некоторых приложениях теории длительного удара (Доклады АН СССР, 1940, новая серия).
134. Н. Н. Метелицын. Об уравнениях движения системы при ударе (В книге: „Вопросы механики и деталей машин“, Москва, 1937).
135. Я. Л. Геронимус. Действие удара на свободное тело (Приклад. математ. и механ., вып. 3, 1950).
136. Килчевский Н. А. и Фрадлин Б. П., Об ударе и сжатии двух цилиндров с параллельными осями (Изв. Киевского политех. ин-та, том XI, 1949).
137. Г. Н. Размадзе. К вопросу ударного кручения круглых валов переменного сечения (Сообщ. АН СССР, т. XIV, № 2, 1953).
138. М. И. Роговский. Удар цилиндра о поверхность среды, механические свойства которой меняются во времени (Доклады АН СССР, новая серия, т. XI, № 1, 1948).
139. Г. С. Покровский. О распределении напряжений при мгновенной загрузке неупругой среды и поглощении энергии удара (Журн. тех. физика, т. VII, 1937).
140. С. Белостоцкий. Статический эквивалент динамических нагрузок (Вестник инженеров и техников, № 3, 1938).
141. Н. Н. Давиденков. О допускаемых напряжениях при ударе (Журнал тех. физика, т. III, 1932).
142. В. В. Кречмер. О некоторых приложениях теории продольного удара (Доклады АН СССР, новая серия, т. XXVIII, № 7, 1940).
143. Н. Ф. Кунин. Вычисление напряжений и сил при динамическом сжатии работы деформации (Труды Сиб. физ. тех. ин-та, т. V, вып. 3, 1939).
144. Р. М. Лейбов. О динамическом опрокидывающем моменте (Сборник статей к 25-лет. Донецкого инд. ин-та Москва-Сталино, 1946).
145. А. Ф. Мостовский. К вопросу о влиянии скорости и масс на деформации при ударе (Труды Московского ин-та инж. транспорта, вып. 1, 1926).
146. Огибалов П. М. и Лошинова. О зависимости напряжения от скорости деформации при ударных нагрузках за пределом упругости (Вестник Московского ин-та инж. транспорта, № 3, 1948).
147. Г. В. Транезников. К вопросу о расчете на ударное действие нагрузки (Изв. Сиб. мех. машиностроительного ин-та, № 1, 1933).
148. Д. М. Григорян. Нормальный удар по тонкой неограниченной оболочке. Москва, 1946 (Канд. диссертация, ин-т механики МГУ им. Ломоносова).
149. А. М. Филлипов. Удар по круглой пластинке, лежащей на упругом основании (Прикладная математика и механика, 1938).
150. О напряжениях и деформациях в балках, пластинках и оболочках при

- поперечном упругом ударе (В книге „Теория соударений твердых тел“ Н. А. Кильчевского, Огиз, Москва, 1949).
151. Г. П. Р а з м а д з е. Новый метод приближенного исследования ударного изгибающего момента (Труды Кутаисского с.-х. института, т. 1, 1957).
  152. А. И. Л у р ь е. Удар по пластине (Прикладная математика и механика, т. 1, вып. 1, 1933).
  153. Новый метод вывода формул динамического коэффициента при ударе (В книге Н. К. Снитко: „Методы расчета сооружений на вибрацию и удар“, Ленинград, 1953).
  154. Ю. А. Ш и м а н с к и й. Динамический расчет судовых конструкций (Судопромгиз, М., 1948).
  155. А. Н. К р ы л о в. Вибрация судов, ОНТИ, М.-Л., 1936.
  156. С. А. Б е р н ш т е й н. Основы динамики сооружений, Госстройиздат, М., 1938, стр. 142—144.
  157. К. С. З а в р и е в. „Удар“ (В книге: „Динамика сооружений“, Трансжелдориздат, М., 1946, стр. 174).
  158. Н. М. Б е л я е в. Напряжения при ударе (В книге: „Сопротивление материалов, Гос. изд. тех. теор. лит., 1953, стр. 700).
  159. С. П. Т и м о ш е н к о. Изгиб, вызываемый ударом (В книге: „Сопротивление материалов“, ГТТИ, М., 1932, стр. 29-1).
  160. А. Ф. С м и р н о в. Статическая и динамическая устойчивость сооружений. Трансжелдориздат, М., 1947).
  161. Н. М. Б е л я е в. Статья в сборнике „Инженерные сооружения и строительная механика“, Госиздат, М., 1924.
  162. И. И. Г о л ь д е н б л а т. Современные проблемы колебаний и устойчивости инженерных сооружений, стройиздат, М., 1947.
  163. Шелудяк. Динамический продольный изгиб тонкостенных стержней (инж. сборник АН СССР ин-та механики, т. V, вып. I, 1948).
  164. Шелудяк. Динамическая устойчивость сооружений, стройиздат, М., 1948.
  165. В. М. М а к у ш и н. О динамической устойчивости стержней, нагруженных периодическими изменяющимися продольными силами (Вестник машиностроения, № 6—7, 1945).
  166. Б е с т л и н Е. А. и Д ж а н е л и д з е Г. Ю.. Обзор работ по динамической устойчивости упругих систем. Приклад. матем. и механ. т. XVI, вып. 5, М., 1952.
  167. Г. Н. Р а з м а д з е и О. И. К а ц и т а д з е. О проблеме ударной продольной устойчивости (Труды Кутаисского с.-х. института, т. 2, 1957).
  168. Н. Х о ф ф. Продольный изгиб и устойчивость (перевод с английского) и—л. 1955.
  169. С. П. Т и м о ш е н к о. Устойчивость упругих систем, Гостехиздат, М., 1946.
  170. В. В. Б о л о т и н. Динамическая устойчивость упругих систем, Гостехиздат, Москва, 1956.

171. Д. Д. Ба́ркап. Расчет и проектирование фундаментов под машины, ОНТИ, М.-Л., 1936.
172. ბებეჯი. Расчет и проектирование фундаментов под машины с динамическими нагрузками, ОНТИ, М., 1938.
173. И. М. Р о и н и ш в и л и. Приближенный метод динамического расчета на удар противоположных сооружений, имеющих грунтовую амортизирующую отсыпку (Труды Тбилисского ин-та инженеров ж. д. транспорта им. В. И. Ленина, вып. XXVIII, Трансжелдориздат, 1955).
174. В. З. В л а с о в. Действие импульса взрывной воздушной волны на стержневые рамные конструкции (Сб. „Общая прочность и устойчивость сооружений при действии взрывной нагрузки, М., Госстройиздат, 1940).
175. О. Е. В л а с о в. Расчет балки на импульс (Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева, № 30, 1940).
176. А. А. Г в о з д е в. К расчету конструкции на действие взрывной волны (Строительная промышленность, № 1—2, 1943).
177. С. С. Г о л у ш к е в и ч. О динамическом эффекте действия кратковременных нагрузок (Труды высшего инженерно-технического Краснознаменного училища Военно-Морского Флота, вып. 6, 1945).
178. Исследование удара и взрыва (Сборник ВИА, сб. 30, 1940).
179. Г. Н. П о к р о в с к и й. Предпосылки к расчету конструкции на удар и взрыва авиабомб (Воениздат, М., 1943).
180. А. П. С и н и ц ы н. Основы теории и примеры расчета слоистых перекрытий на общее действие взрыва (Военно-Инжен. Академия им. Куйбышева, 1945).
181. А. М. О в е ч к и н. Расчет железобетонных перекрытий убежищ на импульс ударной волны взрыва по разрушающим усилиям (Труды Московского ин-та инженеров транспорта, вып. 69, 1946).
182. Общая прочность и устойчивость сооружений при действии взрывной нагрузки (Сборник статей под редакцией Н. М. Рабиновича, 1944).
183. И. М. Р а б н о в и ч. К расчету сооружений на действие сил, меняющихся во времени по произвольному закону (Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева, № 20, 1937).
184. ბებეჯი. Расчет кирпичной стены на действие взрывной воздушной волны (Вестник Военно-Инженерной Академии РККА им. Куйбышева, № 20, 1940).
185. ბებეჯი. Приближенный расчет тонких плит на действие взрыва (Вестник Военно-Инженерной Академии им. Куйбышева, № 29, 1940).
186. ბებეჯი. Приближенный расчет сжатых и сжато-изогнутых упругих стержней на действие мгновенного поперечного импульса (Сборник „Общая прочность и устойчивость сооружений при действии взрывной нагрузки“, Госстройиздат, М., 1944).
187. ბებეჯი. Основы динамического расчета сооружений на действие мгновенных или кратковременных сил, Госстройиздат, М., 1945.



188. Н. О. Жуковский. Гидравлический удар (Записки Акад. Наук по физико-математическому отделению, СПб., т. 95, 1900).
189. Жуковский Н. и Лейбензон Л., Руководство по нефтепромысловой механике, часть I, Гидравлика, ГНТИ, М., 1931, стр. 296.
190. Н. А. Картезишвили. Зависимость напора от времени при гидравлическом ударе (Доклады АН Арм. ССР, том VIII, № 1, 1948).
191. М. А. Мостков. Вопросы гидравлического удара в гидроэлектрических станциях, ГТТИ, М., 1937 (Докт. диссертация).
192. Удар воды о твердое тело (В книге Пётле, т. I, стр. 480, 1936).
193. Л. А. Галин. Удар по твердому телу, находящемуся на поверхности сжимаемой жидкости (Прикладная математика и механика, вып. 7, 1947).
194. М. Н. Гуревич. Удар плоской пластинки о жидкость, наполняющую канал в форме полуцилиндра (Прик. мат. и мех., новая серия, т. III, вып. 2, 1939).
195. М. В. Келдыш. Удар пластинки о воду, имеющую конечную глубину (Труды ЦАГИ им Жуковского, № 152, 1935).
196. А. Лотов. Об ударе упругой пластинки и поверхность жидкости (Труды ЦАГИ, тех. записки, № 45, 1935).
197. Лаврентьев М. А. и Келдыш М. В. Общая задача о жестком ударе о воду (В книге: Сб. статей по вопросу удара о поверхность воды, Труды ЦАГИ, № 152, 1935).
198. А. А. Сурин. Гидравлический удар в водопроводах и борьба с ним, Трансжелдориздат, М., 1940.
199. К. С. Завренев. Динамическая теория сейсмостойкости (Труды Закавказского ин-та сооружений, вып. XXVI, Тбилиси, 1936).
200. А. Г. Назаров. Сейсмические толчки и удары и их действия на сооружения (Труды бюро антисейсмического строительства АН Грузинской ССР, Тбилиси, 1946).
201. Феллер. Опыт построения теории сейсмостойкости, 1946 (Докт. диссертация).
202. А. Н. Лурье. Операционное исчисление, Госиздат, М., 1950.
203. L'ung. Course of Lectures on Natural Philosophy, 1807.
204. Theorie de l'élasticité des corps solides de Clebsch Traduite par M. M. de Saint-Venant et Flamant, 1883.
205. Clebsch. Theorie der Elasticität fester Körper 1863.
206. I. Boussinesq. Applications des potentiels à l'étude l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, Paris, 1885.
207. Hertz. Über Berührung fester Elasticcher Körper. Journal Math. (Crelle), 92, 1882.
208. Hamburger, dissertation. Breslau, 1885.
209. F. Berger. Das Gesetz des Kraftverlaufes beim stoss Braunschweig, 1924.
210. I. E. Sear. Proceedings of the Philosophical Society of Cambridge, 1908, Vol. 14.
211. Poncelet. Introduction à la Mécanique Industrielle Metz, 1829.

212. Cox. On Impact on Elastic Beams „Cambridge Philos. Trans“. IX, 1849.
213. St. Venant. Sur l'impulsion transversale et la resistance, Vive des barres ostiques appuyées aux extrémités, „Comptes Rendus“, XLV, 1857.
214. St. Venant. Ziouville journal, 1867.
215. Tuzi. Ziro and Masutake Nisida, on the Impact on a beam.—Scient Papers Inst. Physic. chem Research, Tokyo, 1936.
216. A. V. Deforest. The measurement of impact strains, International congress of applied Mechanics Proceedings, 1939.
217. Fanning and Basset. Measurement of impact strains by a carbon-strip extensometer. Journal of applied Mechanics, № 3, 1940.
218. Appel. Traité de mécanique rationnelle, Paris, Bd 2—p. 468.
219. Briggs Zyman. Methods for measuring the coefficient of restitution, „Phys. Review“, 1931, Vol. 37, № 12.
220. Corialis. Theorie mathématique des effets du jeu de billard.—Paris, 1895.
221. Darboux. Etude géométrique Sur Zes percussions et Le choc des corps.—Bulletin des sciences math. et astronom, 1880.
222. Döpel. Über die energetische Wechselwirkung beim Korpuskularstoss—Annalen der Physik, 1933, d 16, Heft 1.
223. Föppel, A. Vorlesungen über technischen Mechanik Leipzig, Bd, 1, 2, auf s. 314 Bd 3 und 5.
224. Heimstädt Oskar. Der charakter des Energieverlustes beim nichtelastischen Stoss. Zeitschrift für Physik, 1925, Bd XXX.
225. Jougnot. Über die Unmöglichkeit gewisser Stoss—und Verbrennungswellen.—Heftblätter zu den Annalen der Physik, 1911, Bd 35, Heft 1.
226. Julien. Problemes de mécanique rationnelle, Paris, 1866.
227. Krüger. Mechanische schwingungssysteme mit stossauregung—Annalen der Physik—4 Folge, 1923, Bd. 70, H. 4.
228. Lübeck Gustav. Über den stoss zwischen zwei mit konstanten Geschwindigkeiten geradlinig bewegten Körpern.—Zeitschrift für Physik, 1925, Bd 33.
229. Ostrogradsky. Mémoire sur la théorie générale de la percussion, S. Péterbourg, 1854.
230. Pöschel. Versuch einer Erweiterung der Hertz'schen Theorie des stosses auf plastische Körper—Zeitschrift für Physik, 1927, Bd 46, № 1—2.
231. Ramsauer. Experimentelle und theoretische Grundlagen des elastischen und mechanischen stosses.—Annalen der Physik, 1909, Bd 30, H. 3.
232. Schell. Theorie der bewegung und der Kräfte—Leipzig, 1879, Bd 2, S-532 und 352.
233. Voigt. Zur Theorie des longitudinalen stosses Zylindrischer Stäbe. Annalen der Physik 4 Folge, 1915, Bd. 46.
234. Zener Clarence. Low velocity inelastic collisions The Physik Review, 1931, Sec. Ser., Vol. 138, № 2.
235. Lee, E. H. The impact of a mass striking a beam—Journal appl. Mechanics, 1940, V. 7, № 4.
236. Lenertz. Beitrag zur Frage nach der werkung eines Querstosses auf einen stat. Ingen. Archiv, 1937, Bd 8,

237. Spoff, M. F. Impact stress in elastic bodies calculated by the energy method.—Product Engineer, 1946, v. 17, № 3.
238. Forest, A. V. Some complexities of impact strength. Amer. Inst. Min. Met. Engrs.—Transactions, 1941, v. 145.
239. Kelvin, Tait. Cours de Natural Philosophy, 1867.
240. Pochhammer, Jour. f. d. reine und ang. Mathem. Bd 81, 1876.
241. Huygens Christian. Über die Bewegung der Körper durch den stoss über die centrifugalkraft.
242. Mony, P., Les lois du choc des corps d'après Malebranche, Paris, 1927.
243. „Journal the Institution of civic engineers“ № 2, London, 1936.
244. Pöschel, Handbuch der Physik, Bd 6, Berlin, 1928.
245. Л. Н. Воробьев. К вопросу о продольном изгибе при ударной нагрузке (Труды Новочеркасского политехнического института, 21 (35), 1949).
246. Н. М. Беляев. Напряжения и деформация при ударе (В книге: Сборник задач по сопротивлению материалов, ГИТТЛ, Москва, 1955, стр. 310—319).
247. Яблуж. Ударная проба материалов (В книге: Лабораторные работы по сопротивлению материалов, ГИТТЛ, Москва, 1952, ст. 248—259).
248. Г. П. Рамадазе, О. И. Кацитадзе. К вопросу ударного продольного изгиба призматических стержней (Труды Кутаисского с.-х. инстит. т. 2, 1957).
249. Строительная механика в СССР 1917—1957, под редак. акад. П. М. Рабиновича, Москва, 1957.
250. С. П. Тимошенко. Теория колебаний в инженерном деле, ОНТИ, М-Л, 1934.
251. Ю. В. Благовещенский, Д. В. Вайберг. К задаче о действии удара на балку (Сб. трудов ин-та строительной механики АН УССР, № 12, 1950).
252. Н. О. Жуковский. Об ударе двух шаров из которых один плавает в жидкости, 1884.
253. Н. О. Жуковский. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах (Сб. соч. VII, ОНТИ, 1937).
254. А. А. Ильюшин. Динамические вопросы пластичности (В книге: Пластичность, ОГИЗ, ГИТТА, Москва, 1948, стр. 3-15).
255. Я. С. Уфлянд. Распространение волн при поперечных колебаниях стержней и пластин (Прикл. матем. и механ. XII, № 3, 1948, стр. 287).
256. О. И. Кацитадзе. Автореферат к ударному продольному изгибу тонких стержней, Тбилиси, 1958.
257. Академик В. П. Горячкин. „Учение об ударе“ (В книге: Собрание сочинений, Земледельческая механика, том II, сельхозгиз, М., 1937).
258. Городецкая Т. Л. К вопросу об усилиях в упругих и упруго-вязких связях системы сосредоточенных масс при продольном

- ударе (Труды Днепропетровского Института инженеров ж. д. транспорта, вып. 23, 1953).
259. К о р е н е в Б. Г., Р у ч и м с к и й М. П.. Воздействие импульсных нагрузок на балку, лежащую на основании с двумя упругими характеристиками, Известия АН СССР, отделение технич. наук, № 6, 1956.
260. М а р я м о в а Ф. А., О поперечном ударе упругого тела о балку. "Известия Киевского политех. института", № 16, 1954 (1955).
261. М а ц ю л я в и ч у с Д. А. Напряжения и усилия при поперечном ударе. диссертация, институт машиноведения АН СССР, М., 1955.
262. П а н о в к о Я. Г. Действие периодических ударов на нелинейную упругую систему с одной степенью свободы (Труды института физики АН Латв. ССР, 1953).
263. Р а б и н о в и ч И. М., С и н и ц ы н А. П., Т е р е н н и Б. М.. Расчет сооружений на действие кратковременных и мгновенных сил, ч. 1, М. изд. ВИА, 1956.
264. С н и т к о Н. К. Общее решение задачи о периодических повторных ударах. Сб. "Исследования по теории сооружений", вып. VI, М.-Л., Гос. изд. литературы по строительству и архитектуре, 1954.
265. З о б о з о. Устойчивость массивных стенок при действии ударной волны взрыва. Информационный бюллетень Военно-транспортной академии, № 54, 1955.
266. З о б о з о. Динамический расчет сжато-изогнутых конструкций и массивных стенок на ударную волну. Информационный бюллетень Военно-транспортной академии, № 52, 1955.
267. Т е р е н н и Б. М. Расчет на импульс цилиндрических оболочек, применяемых в качестве перекрытий", "Вестник ВИА" № 72, 1953.
268. Т и х о м и р о в Е. Н. Перемещение при ударе (Труды МАИ, вып. 69, 1956).
269. Ч а и к а А. М. К вопросу о расчете ступенчатых стержней на продольный удар. (Диссертация. Московский институт стали, 1956).
270. Ш а р а ф у т д и н о в А. А. К расчету рамных конструкций на действие нагрузок большой интенсивности малой продолжительности "Доклады АН Узб. ССР", № 2, 1955.
271. П. Д. Г е л я. Сопротивление деревянных стержней продольному удару. Автореферат к. т. н. МПСИ. 1954.
272. Л. А. Д л у г а у, Т. Л. Г о р о д е ц к а я. К вопросу об усилиях, возникающих при продольном ударе призматических стержней. Труды ДИИТ, т. XXI, ГГЖИ, 1953.
273. П. А. Б у р н а ш е в. Некоторые методы решения задачи о динамическом продольном изгибе стержней, АНУЗ ССР, № 11, 1951.
274. Е. Л. Н и к о л а й. К истории продольного удара упругих стержней. Труды Ленинградского пидует. ин-та, № 3, 1939.
275. А. Н. К р ы л о в. О некоторых дифференциальных уравнениях матем. физики. Изд. АН СССР, Ленинград, 1933.
276. О. П. К а ц и т а д з е. К ударному продольному изгибу тонких стержней

- ней. Диссертация, к. т. н., машинопись, Тбилисский институт инженеров ж/д. транспорта им. В. И. Ленина, 1958.
277. В. Н. Ч е л о м е й. Динамическая устойчивость элементов авиационных конструкций. Издательство Аэрофлот, 1939.
278. Л. М. Б р е х о в с к и х. Волны в сплошных средах, Изд. АН СССР, Москва, 1957.
279. В. С. Л е н с к и й. Об упруго-пластическом ударе стержня о жесткую преграду. „Прикладная математика и механика“, т. XII, вып. 2, 1949.
280. С. В. С е р е н с е н, И. М. Т е т е л ь б а у м, Н. И. П и г о р о в с к и й. Динамическая прочность в машиностроении, Машгиз, 1945.
281. Н. Л. М о ш е н с к и й. Динамическая несущая способность сжато-изогнутых балок. Труды Ленинградского кораблестроительного института, вып. 12, 1954.
282. Г. Ю. Д ж а н е л и д з е. Общая задача о динамической устойчивости упругих систем, „Успехи математических наук“, т. 10, № 4 (66), 1955.
283. И. С. А р ж а н ы х. Динамическая устойчивость стержней „Известия Узбекского филиала АН СССР, вып. 8, 1949.
284. Е. А. Б е й л и н. Некоторые вопросы динамической устойчивости прямолинейных и криволинейных стержней. Труды Ленинградского инж.-строительного института, № 13, 1953.
285. В. А. Г а с т е в. Поперечные колебания и устойчивость стержней при действии периодически повторяющихся продольных импульсов. Труды Ленинградского института авиационного приборостроения, вып. 1, 1949.
286. Ш. Я. К е р е с е л и д з е. „Аналитическое исследование“ (по удару). (Бюллетень Всесоюзного научно-исследовательского института чая и субтропических культур, Грузинская ССР, г. Махарадзе, Ана-сеули, № 1, 1957).
287. С. А. Х р и с т и а н о в и ч. Записки о проекте норм для расчета противолавинных сооружений. Рукопись, ТНИСГЭИ, 1938.
288. М. И. Б н с е й ш в и л и. К вопросу определения силы удара снежной лавины и статической нагрузки на галерею. Тр. Грузинского политехнического Ин-та им. С. М. Кирова, № 1 (58), 1958, Тбилиси.
289. О. И. К а ц и т а д з е. К ударному продольному изгибу тонких стержней. Труды Кутаисского сельскохозяйственного института, т. II, 1957.
290. Г. Н. Р а з м а д з е. О проблеме ударной устойчивости тонкостенных оболочек (Труды Кутаисского с-х. института, т. III, 1958)
-

## შ ი ნ ა ა რ ს ი

წინასიტყვაობა	3
შესავალი	5
I. დარტყმის თეორიის საგანი და დარტყები	5
II. დარტყმის თეორიის ორი ძირითადი სიძნელე	7
III. დარტყმის საინჟინრო თეორიის მიზნები და ამოცანები	8
IV. დარტყმის თეორიის განვითარების მთავარი მომენტები და ძირითადი ლიტერატურული წყაროები	9
V. დარტყმის თეორიის სახეები	16

## F ბანყოფილება პირველი

### დარტყვითი კუმუზა და გაპიზა

თ ა ე ი პ ი რ ე ე ლ ი. აბსოლუტურად მუარი ტანის დარტყმა უწონადო დრეკად სისტემებზე	22
§ 1. საკითხის დაყენება და დარტყმის საანგარიშო სქემის შედგენა	22
§ 2. დარტყმის ძალისა და დეფორმაციების გამოთვლა ენერგეტიკული თეორიით	24
§ 3. დარტყვითი დეფორმაციის ფუნქციების შესახებ	29
§ 4. დარტყმა პარალელურად ჩართულ უწონადო დრეკად სისტემებზე	33
§ 5. დარტყმა თანმიმდევრობით ჩართულ უწონადო სისტემებზე	36
§ 6. დარტყმა ცვალებადი განივკვეთის მქონე ღეროზე	39
§ 7. დარტყმა სამსახსროვან ღეროზე	41
§ 8. უბრალო ბადის მუშაობა დარტყვებზე	46
§ 9. დარტყმა უწონადო ფერმის კვანძზე	49
§ 10. დარტყმა სტატიკურად ურკვევად კვანძზე	50
§ 11. დარტყმის შესწავლა ვიბრაციული თეორიის თვალსაზრისით	52
თ ა ე ი მ ე ო რ ე. დრეკად მახიური ტანის დარტყმა ბრტყელი ფუძით უძრავად დამაგრებულ სიბრტყეზე	63
§ 12. ძაბვების გამოთვლა ენერგეტიკული თეორიით დრეკადი ტანის სიბრტყეზე დარტყმის დროს	63
§ 13. ლითონის საკვდი ორთქლის უროს გაანგარიშება დარტყმის ენერგეტიკული თეორიით	71
§ 14. ძაბვების გამოთვლა ტალღური თეორიით დრეკადი ტანის სიბრტყეზე დარტყმის დროს	73

თავი შესავლი. დრავად ტანთა ურთიერო შექანება ბრტყელი ფუძეებით	89
§ 15. ძაბვების გამოთვლა ენერგეტიული თეორიით	89
§ 16. ძაბვების გამოთვლა ტალღური თეორიით	
თავი მეოთხე. ორი ტანის ურთიერო შექანება მათ შორის მოთავსებულ უწონადო დრავად სისტემაზე	104
§ 17. ამოცანის დაყენება და საანგარიშო სქემის შედგენა	104
§ 18. დარტყმის ძალის გამოთვლა ენერგეტიული თეორიით	105
§ 19. დარტყმის ძალის განსაზღვრა ვიბრაციული თეორიით	109
§ 20. ჰერცის ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიული თეორიის თვალსაზრისით	116
§ 21. სირსის ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიული თეორიის თვალსაზრისით	120
§ 22. ა. ნ. დინიჩის ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიული თეორიის თვალსაზრისით	123
§ 23. რკინიგზის რონდლების ურთიერო შექანების ამოცანის გარჩევა დარტყმის ენერგეტიული თეორიის თვალსაზრისით	125
თავი მეხუთე. ფხვიერი ტანის დარტყმის თეორია	127
§ 24. ამოცანის დაყენება	129
§ 25. მყარი ტანის დარტყმა ყამირზე	130
§ 26. ფხვიერი ტანის დარტყმა	135
თავი მეექვსე. მყარი ტანის დარტყმა კურკელში მყოფ სითხეზე ან გაზზე	137
§ 27. მყარი ტანის დარტყმა ცილინდრულ გარსში მოთავსებულ სითხეზე	137
§ 28. დარტყმა ცილინდრულ გარსში მოთავსებულ გაზზე	141
§ 29. დარტყმა ცილინდრულ გარსში მოთავსებულ გაზზე და დრავად ზამბარაზე	143
§ 30. აფეთქებით გამოწვეული ძაბვების გამოთვლა ცილინდრულ და სფერულ თხილკედლიან გარსებში	146

**ბანუოფილიაბა მიორა**

**დარტყმითი ძვრბ და გრბნბ**

თავი მეშვიდე. დარტყმითი ძვრის შესწავლა ენერგეტიული თეორიით	149
§ 31. წარმტანი მოძრაობის მქონე დრავადი ტანის უეცრივი დამუხრტუქება.	149
§ 32. მბრუნავი ტანის ლერძის უეცრივი დამუხრტუქება	155
§ 33. მქნევაბა ბორბალი ტოლწინალობის დიაფრაგმით	162
§ 34. მბრუნავი ბაღროს უეცრივი დამუხრტუქება გარეთა კონტურის გასწერივ	165
§ 35. ურთიერთში ჩადგმული მბრუნავი ცილინდრული ბაღროების უეცრივი დამუხრტუქება მათი შეხების საერთო საზღვარზე	170
თავი მერვე. დარტყმითი ძვრის შესწავლა ტალღური თეორიით	175
§ 36. დიფერენციალური განტოლებების შედგენა წარმტანი ძრაობის მქონე ტანის უეცრივი დამუხრტუქების შესასწავლად	175
§ 37. წარმტანი მოძრაობის მქონე ტანის დამუხრტუქების რამდენიმე ამოცანის განხილვა	177

§ 38. დიფერენციალური განტოლების შედგენა მბრუნავი ტანის უკუბრუნების ამოხსნის შესასწავლად	132
§ 39. მბრუნავი ტანის დამუხრუჭების ზოგიერთი ამოცანის განხილვა	183
თ ა ე რ მ ე უ ხ რ ე. დარტყმით გრენხზე მომუშავე ლილუების ანგარიში ენერგეტიკული და ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით	175
§ 40. ცვალებადი განიკვეთის ძქონე დრეკადი ლილუის ერთი პილას უეცრივი დამუხრუჭება	195
§ 41. მბრუნავი ლილუების უეცრივი გადაბმა ქეროთი	210
თ ა ე რ მ ე ა თ ე. დარტყმითი გრენხის შესწავლა ტალღური თეორიით	219
§ 42. დარტყმითი გრენხის მიახლოებითი დიფერენციალური განტოლების შედგენა	219
§ 43. დარტყმითი გრენხის რამდენიმე ამოცანის გარჩევა	222

**ბანჯიოზილიზა მისამი**

**დარტყმითი ლენვა**

თ ა ე რ მ ე თ ე რ მ ე ტ ე. დარტყმითი ლენვის შესწავლა ენერგეტიკული თეორიით	231
§ 44. უწონადო ძქლის ანგარიში ლენვაზე დინამიკური კოეფიციენტის გამოყენებით	231
§ 45. ირიბი დარტყმა უწონადო ძქლზე	233
§ 46. დარტყმითი ლენვის შესწავლა მდენაეი მომენტის ეპიურის გამოყენებით	241
§ 47. გაღამქრელი (ანუ განივი) ძალების გავლენა დარტყმის დროს	255
§ 48. ძქლზე დამაგრებული მასების გავლენა დარტყმის დროს	258
§ 49. ტოლწინალობის უწონადო მრგვალი განიკვეთიანი ლილუის ანგარიში დარტყმით ლენვაზე (ნახ. 104)	265
§ 50. უწონადო ძქლის განიკვეთის მკაცრი ცვალებადობის გავლენა დარტყმითი ლენვის დროს	265
§ 51. მყარი ტანისა და დრეკადი ლეროს ერთიერთ შექახება ცენტრალურად სიურცეში	271
§ 52. მყარი ტანის შექახება შეუერსული მასების მქონე უწონადო ლეროსთან	275
§ 53. მბრუნავ ლილუზე დამაგრებული ფრთის შექახება თაისუფალ მასასთან	
§ 54. მქნევარა ბორბლის მარგილების ანგარიში ლერძის უეცრივი დამუხრუჭებაზე	281
თ ა ე რ მ ე თ ო რ მ ე ტ ე. განმეორებათ დარტყმის ენერგეტიკული თეორია	283
§ 55. რეალურ ძქლზე დარტყმის პროცესის მიმდინარეობის თვისობრივ მხარეთა აღწერა	283
§ 56. უბრალო ძქლის ანგარიში, ადგილობრივ დეფორმაციაზე პირველადი დარტყმის დროს	287
§ 57. უბრალო ძქლის ანგარიში ადგილობრივ დეფორმაციაზე მეორადი დარტყმის დროს	287



§ 58. უბრალო ძელის ანგარიში საერთო მუშაობაზე პირველადი დარტყმის დროს	291
§ 59. უბრალო ძელის ანგარიში საერთო მუშაობაზე მეორადი დარტყმის დროს	293
<b>თ ა ვ ი მ ე ც ა მ ე ტ ე . დარტყმითი ღუნვის შესწავლა ვიბრაციული თეორიის გამოყენებით</b>	296
§ 60. შეყურსული დარტყმა უწონადო ძელზე ერთი მასით	296
§ 61. დარტყმა ერთი შეყურსული მასის მქონე ძელზე	297
§ 62. შეყურსული დარტყმა თანაბრად განაწილებული მასის მქონე რეალურ ძელზე	301
§ 63. დარტყმითი ღუნვის ამსახველი დიფერენციალური განტოლების დახვესტების შესახებ	309
§ 64. ორ საყრდენზე მიჭახებული ღეროს ანგარიში მხოლოდ ღუნვის დეფორმაციის გათვალისწინებით	311
§ 65. ორ საყრდენზე მიჭახებული ღეროს ანგარიში მხოლოდ ძერის დეფორმაციის გათვალისწინებით	316.
§ 66. ორ საყრდენზე მიჭახებული ღეროს ანგარიში ღუნვისა და ძერის დეფორმაციების ერთდროული გათვალისწინებით	319

### ბანუოფილება გეოთხე

#### დარტყმის სანიჰინარო თეორიის ზოგადი რთი

##### საკითხის დაყენება

<b>თ ა ვ ი მ ე ტ ო თ ხ მ ე ტ ე . კონსტრუქციის ელემენტთა დარტყმა-გამძლეობა</b>	324
§ 67. საკითხის დაყენება	324
§ 68. დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტი	325
§ 67. დარტყმა-გამძლეობის კოეფიციენტის რიხებითი მნიშვნელობის გამოთვლა	328
§ 70. დარტყმაზე მომშეავე კონსტრუქციის ელემენტთა კვეთის შერჩევის მეთოდისათვის	334
<b>თ ა ვ ი მ ე ხ ე თ მ ე ტ ე . დარტყმა-გამძლე კონსტრუქტორების დაპროექტების ზოგიერთი საკითხი</b>	341
§ 71. დარტყმა-გამძლე კონსოლი	342
§ 72. დარტყმა-გამძლე ძელი	345
<b>თ ა ვ ი მ ე თ ე კ ე ს მ ე ტ ე . დარტყმითი მდგრადობის პრობლემის შესახებ</b>	348
§ 73. საკითხის დაყენება	348
§ 74. დარტყმითი გრძივი ღუნვის თეორიული შესწავლისათვის	349
§ 75. დარტყმითი მდგრადობა ძელის ვანვი ღუნვის დროს	356
§ 76. თხელკედლიან გარსთა დარტყმითი მდგრადობის შესახებ	353
<b>ც ხ რ ი ლ ბ ი</b>	369
<b>ლიტერატურა</b>	376

რედაქტორი დოც. ა. კაკუშაძე

გამომც. რედაქტორი ელ. სარჯველაძე  
ტექნორედაქტორი ა. შვებერაძე

კორექტორი მ. ხულაძე  
გამომშვები ნ. ბიბილურაძე

---

შე00916.

ტირაჟი 1.000

შეკვეთა № 2227

გადაეცა ასაწყობად 22/XII-58 წ. ხელმოწერილია დასაბუქდად 12/II-59 წ.,  
ანაწყობის ზომა 6 $\frac{1}{2}$ ×10, ქალაქის ზომა 60×92, სასტამბო ფურცელთა  
რაოდენობა 24,75.

---

საქართველოს სსრ კულტურის სამინისტროს გამომცემლობებისა და  
პოლიგრაფიული მრეწველობის მთავარი სამმართველოს სტამბა № 2.  
თბილისი, ფურცელაძის ქ. № 5.

Типография № 2 Главного управления издательства и полиграфии-  
ческой промышленности Министерства культуры  
Грузинской ССР. Тбилиси, ул. Пурцеладзе № 5.

შემჩნეული შეცდომების ბასწორება

გვერდი	სტრიქონი		დაბეჭდილია	უნდა იყოს
	ხედი-დან	ქვე-მოდან		
48		11	$2F_1 a_2$	$2F_1^2 a_2$
58	3		$\sqrt{\psi m}$	$\sqrt{\alpha m}$
100	6		$=\sqrt{\rho_1 E_1}$	$=v\sqrt{\rho_1 E_1}$
100	8		$= (1 : H_1)$	$= - (1 : H_1)$
120	3		$\rho_1 + \rho_2 = \rho$	$\rho_1 = \rho_2 = \rho$
157	10		$\rho a x F(x) dx$	$\rho a F(x) dx$
168		3	$-\frac{r^3}{3R^3} +$	$-\frac{r^2}{3R^2} +$
173	5		$F(x_1) = n z_1 \dots$	$F(x_1) = 2n z_1 \dots$
192		1	$\sin k_n(x_1 - R_1) +$	$\sin k_n(R_1 - x_1) +$
199	9		$\rho G$ ფესვ გარეთ	$\rho G$ ფესვ ქვეშ
220		2	$= d[\tau(x) - W_p(x)] =$	$= d[\tau(x) - W_p(x)] =$
246	1,2		$\frac{cP}{l} ; \frac{2P}{l'}$	$\frac{cP}{l} ; \frac{2P}{l'}$
250	5		$l$ ფესვ ქვეშ; $P_{max} =$	$l'$ ფესვ ქვეშ; $P_{min} =$
253		4	$-\frac{2b}{a}$ ფესვ ქვეშ	$-\frac{2b}{a}$ ფესვ გარეთ
290		16	$+\frac{8M^2}{6FG} =$	$+\frac{8M^2}{6F'G} =$
307		6	$\rho + 1$ მნიშვნელში	$\rho + 1$ მნიშვნელში
309	1		მაღის	ძალის
309		3	$= q(x, t) - \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$	$= q(x, t) = \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$
320		7	$+\lambda^2$ ფესვ გარეთ	$+\lambda^2$ ფესვ ქვეშ
322		10	$\left(\frac{\pi a_0}{b_0}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{n}\right)^2$	$\left(\frac{\pi a_0}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{n}\right)^2$
338	13		ტანის მასისა	ტანის მასა
339		4	$[\sigma]^2 =$	$[\sigma] =$
349		6	$(1 - 16)$	$(16 - 1)$
350	ნახ.		$b$	$y$
353	141		$= A \sin \omega_0 t = 1$	$= A \sin \omega_0 t = A$
354	16		$(1 - 77)$	$(1 - 75)$
354	15		იზიდება	იზრდება
359		1	იზიდება	იზრდება
299	16,18		გზსტ	გზსტ