

ბ. მ უ ხ ა ძ ე

ა.კ. ინდუსტრიალური ინსტიტუტის პროფესორი

ნაშენთა სტატიკა

• ნ ა წ . 1

ქ რ ჯ ე ბ ი

ზ. ბაბრინიძის რედაქტორობით

კორექტორი—ლ. კანიშვილი.
ს. ს. ნ.—39040.
ქ. ფ.—62X94.
გად. წარმ.—23/XI.
ხელმოწ. დასაბ.—28/III. 1935 წ.
ტირაჟი—2000.
შეკვ. № 1297.
მთაელ. № 3584.

გამომცემლობა „ტექნიკა და შრომა“-ს სტამბა.

წი ნ ა ს ი ტ უ ვ ა ო ბ ა

თანამედროვე მრავალი სახის აღმშენებლობა, სულ ახალ-ახალ ტექნიკური ხასიათის საკითხებს გვიყენებს გადასაწყვეტად.

უცხო ენებზე არსებულ სახელმძღვანელოებში, ეს საკითხები ან სულ არ მოიპოება ან ნაკლებადაა გაშუქებული. ამიტომ, ჩვენ მიზნად დავისახეთ ქართულ ენაზე ნაშენთა სტატისტიკაში ისეთი სახელმძღვანელოს გამოცემა, რომელიც უზრუნველყოფს თანამედროვე აღმშენებლობასთან დაკავშირებულ ტექნიკური ხასიათის საკითხების გადაწყვეტას.

ბუნებრივია, რომ აღმშენებლობის უჩვეულო ტემპები, მთელი სამკაცრით სვამენ საკითხს ნაშენის საიმედო სიმტკიცისა და მდგრადობის შესახებ ერთი მხრივ და მის უკანასკნელ შესაძლებლობამდე ეკონომიურობის შესახებ მეორე მხრივ, რაც ანგარიშის არსებული მეთოდების დაზუსტებას მოითხოვს და ამან კი, საგრძნობლად შეაფერხა სახელმძღვანელოს გამოშვება.

ავტორს გადაწყვეტილი აქვს სახელმძღვანელოს სამ ნაწილად გამოშვება.

ეს წიგნი შეიცავს „ნაშენთა სტატისტიკა“-ს პირველ ნაწილს „კოქები“.

მეორე ნაწილში მოთავსებული იქნება „ტერმები“, ხოლო მესამე ნაწილში „ჩარჩოები“, „თალი“ და „საყრდენი კედელი“.

ამ წიგნის გამოცემის პერიოდში ჩემი ავადმყოფოების გამო, წიგნის გადასინჯვა და გამოცემაზე სრული ხელმძღვანელობა იკისრა ინჟ. გ. ომაძემ, რომელსაც დიდ მადლობას ვუძღვნი.

წიგნის კორექტურა და ნახაზების უმეტესობა შეასრულა სტ. ლ. ქანიშვილმა, რომელსაც აგრეთვე მადლობას ვუხდით.

ავტორი

შ ე ხ ა ვ ა ლ ი

ნაშენთა სტატიკის დანიშნულებას შეადგენს სხვადასხვა ნაშენის სიმტკიცის და მდგრადობის პირობების შესწავლა და მათი მოხმარება—ნაშენის ანგარიშისათვის. ამისათვის იგი სარგებლობს მასალათა გამძლეობის, გრაფოსტატიკის და თეორიული მექანიკის კანონებით და მონაცემებით. მაგრამ ყოველი ნაშენი არის სიერციით ე. ი. მას აქვს სამი განზომილება: სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე, და ამ სახის ჯამის უშუალო ანგარიში კი ჯერ-ჯერობით თითქმის გამოუტყვევებელია. ამის გამო ნაშენთა სტატიკა მიმართავს შემდეგ ხერხს: თითქმის ყველა სიერციით ნაშენს იგი შლის ეგრეთ წოდებულ ბრტყელ ნაწილებათ, რომლებსაც შემდეგში ბრტყელ ნაშენს უწოდებთ: ასეთი ნაშენი ხასიათდება მით, რომ მისი მესამე განზომილება, დანარჩენ ორ განზომილებასთან შედარებით მცირეა. ავიღოთ მაგალითად ჩვეულებრივი საცხოვრებელი ან საწარმოო შენობა. იგი სიერციითა, რადგანაც მას აქვს სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე. მაგრამ იგი შესდგება ბრტყელი ნაწილებისაგან, რომლებსაც ეკუთვნის გრძივი და განივი კედლები, იატაკი, კერი და სახურავის ნივნივები ანუ ფერმები. ყველა ეს წარმოადგენს ბრტყელ ნაშენს, ამნაირადვე ბრტყელ ნაშენებათ შეგვიძლია დავშალოთ რკინის ან ხის ხიდი, თუ ასეთ ბრტყელ ნაშენებს ვიანგარიშებთ მტკიცედ და მდგრადათ მაშინ, ცხადია, რომ მათგან შედგენილი სიერციითი ნაშენიც იქნება მტკიცე და მდგრადი. ამის შესაძლებლობა კი გვაქვს, რადგანაც ნაშენთა სტატიკის ზემოთ ჩამოთვლილი დამხმარე საგნები საკმაო ცნობებს გვაწვდიან, საჭიროა მხოლოდ ბრტყელ ნაშენზედ მომქმედ ძალების წინასწარი გარკვევა. საზოგადოდ ძალა არის ორგვარი: უძრავი და მოძრავი. პირველი ანუ, უძრავი არის ისეთი ძალა, რომელიც ან მუდმივ ან კარგა ხნის განმავლობაში უძრავად მოქმედობს მთელ ნაშენზედ, ან მის რომელიმე განსაზღვრულ ნაწილზედ. მაგ. ნაშენის საკუთარი წონა, თოვლი, ქარი და სხვა. მეორე, ანუ მოძრავი, არის ისეთი ძალა, რომელიც მოძრაობს და ამის გამო

დროებით მოქმედებს ნაშენის სხვადასხვა ნაწილებზედ. მაგ. საქონელი, ავტომობილი, მატარებელი და სხვა. ამ ორივე გვარ ძალას ნაშენთა სტატიკა გულისხმობს ნაშენის გრძივ სიმეტრიის სიბრტყეში მოთავსებულს,—რის გამო საჭიროდ მიგვაჩნია მოვიგონოთ სიბრტყეში მოქმედ ძალების ის დებულებანი და კანონები, როქელსაც გვაძლევს ნაშენთა სტატიკის დამხმარე საგნები:

1. ორი ძალა მაშინაა წონასწორობაში, როდესაც ისინი ერთი მკორის ტოლია და მათი მოქმედების ხაზი საერთო, ხოლო გეზი თაწინააღმდეგია.

2. სამი ძალის წონასწორობისათვის საჭიროა:

ა) იკვეთებოდენ ერთ წერტილში და

ბ) შეადგენდენ სამკუთხედს.

3. რამოდენიმე ძალის წონასწორობისათვის კი საჭიროა: ძალთა და თოკის მრავალგვერდების ჩაკეტვა.

4. ის სამი ხაზი, რომელიც ძალთა მრავალგვერდში შეადგენენ სამკუთხედს—თოკის მრავალგვერდაში იკვეთებიან ერთ წერტილში და პირიქით, თუ თოკის მრავალგვერდის სამი ხაზი იკვეთება ერთ წერტილში, მათი შესაბამი ხაზები ძალთა მრავალგვერდაში შეადგენენ სამკუთხედს.

5. თუ ნაშენზედ მოქმედი P ძალა იწვევს რაიმე ფ ფაქტორს (რეაქცია, მლუნავი მომენტი, გადამჭრელი ძალა, ჩაზნექა, მობრუნების კუთხე და სხვა), მაშინ n -ჯერ მეტი ძალა გამოიწვევს n -ჯერვე მეტ ფაქტორს,

$$F = n \cdot f ;$$

ამას სახელად—ძალასა და მის მიერ გამოწვეულ ფაქტორს. შორის პროპორციულობის კანონი—ეწოდება.

6. თუ რამოდენიმე ძალა, $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$ ნაშენზედ ცალკე-ცალკე მოქმედების დროს იწვევენ $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \dots$ ფაქტორებს, მაშინ მათი ერთდროული მოქმედების დროს ფაქტორას სიდიდე უდრის ცალკე სიდიდეთა ჯამს, ე. ი.

$$F = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + \dots$$

ამას სახელად ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის ანუ ფაქტორის სიდიდეთა შეჯამების კანონი ეწოდება. ამ ორ უკანასკნელ კანონს ნაშენთა სტატიკა ხშირად მიმართავს, რის გამო წერის შემცირების მიზნით ამ კანონებს დავარქვათ—პირველს „პროპორციულობის“ და მეორეს კი—„შეჯამების“ კანონი.

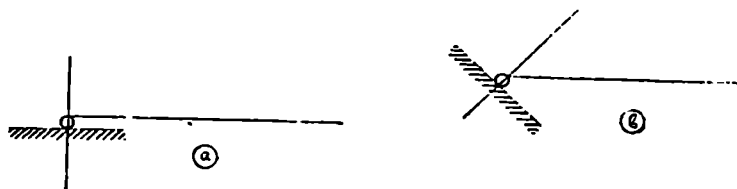
ამის გარდა, ნაშენთა სტატყკა ფართოდ საზგებლობს განკვე-
თის მეთოდით, რომელიც დამყარებულია შემდეგ აქსიომაზედ: თუ
მაელი ნაშენი იმყოფება წონასწორობაში, მაშინ ყოველი მისი ნაწი-
ლიც წონასწორობაშია და პირიქით. ეს მეთოდი საშუალებას აძ-
ლევს მას გამოყოს ნაშენის სასურველი ნაწილი და სტატყკის წო-
ნასწორობის პირობებს საშუალებით მონახოს ამ ნაწილის ესა თუ
ის ძალღონე. იმ შემთხვევაში, როდესაც ნაშენის ანგარიშისათვის ზღ-
მოდ ჩამოთვლილი დებულებანი არ კმარა, რის გამო ასეთ ნაშენს
სტატყკურად ურკვევადი ეწოდება, ნაშენთა სტატყკა მიმართავს დე-
ფორმაციის პირობებს, ე. ი. კლაპეირონის განტოლებას, კას-
ტილიანოს ძეორემას, უმცირეს მუშაობის პრინციპს, შორის მე-
თოდს, მუშაობათა ურთიერთობის პრინციპს და სხვას, იმის და მი-
ხედვით, თუ რომელი უფრო მალე და ადვილად მიგვიყვანს მიზნამდე.
ნაშენთა დანიშნულების მხრივ სიმრავლის და სხვადასხვაობის გამო
შეუძლებელია მათი ცალკ-ცალკე შესწავლა, რის გამო ნაშენთა სტა-
ტყკა იხილავს შემდეგ ძირითად ბრტყელ ნაშენებს: კოკს, ფერმას,
საყრდენ კედელს, ჩარჩოს და თალს.

თავი პირველი

უბრალო და გერბერის კოჭების ანგარიში

§ 1. ზოგადი ცნებანი

კოჭი წარმოადგენს სწორ ღერძიან ძელს, რომლის დანიშნულება არის მალის გადახურვა. მთლიანი კოჭი საყრდენებიდან მოხსნილი წარმოადგენს გეომეტრიულად უცვლელ და სტატიურად რკვევად სისტემას. საყრდენებთან დაკავშირებული კოჭი კი შეიძლება იყვეს როგორც რკვევადი, ისე ურკვევადი, რაც დამოკიდებულია საყრდენების სახეზე და მათ რაოდენობაზე, საყრდენი შეიძლება იყვეს სამ გვარი: სახსროვანი მოძრავი, სახსროვანი უძრავი და უსახსრო უძრავი. სახსროვანი მოძრავი საყრდენის რეაქცია, როგორც ვიციტ მასალათა გამძლეობიდან, შეიცავს ერთ უცნობს, სახელდობრ, სიდიდეს რეაქციის, როგორც ძალის განმზღვრელი. დანარჩენი ორი სიდიდე მოდების წერტილი და მოქმედების ხაზი ცნობილია: მოდების წერტილი არის სახსრის ცენტრი და მოქმედების ხაზი კი მუდამ პერპენდიკულიარულია იმ ზედაპირის, რომელზედაც სწარმოებს საყრდენის ნოდრობა (ნახ. 1 a, b).

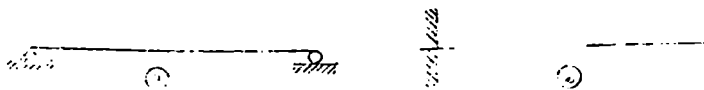


ნახ. 1.

სახსროვანი უძრავი საყრდენის რეაქცია შეიცავს ორ უცნობს: სიდიდეს და მოქმედების ხაზს. ცნობილია მხოლოდ მისი მოდების წერტი, რომელიც აგრეთვე სახსრის ცენტრშია, უსახსრო უძრავი საყრდენის რეაქცია კი შეიცავს სამივე უცნობს: მოდების წერტს, მოქმედების ხაზს და სიდიდეს. კოჭის მიწასთან მდგრადი მიმაგრებისათვის საკმარისია: ან ერთი სახსროვანი უძრავი და ერთიც სახ-

სროვანი მოძრაეი, ან ერთი უსახსრო უძრაეი საყრდენი (ნახ. 2 *a*, *b*)-
 ორივე შემთხვევაში რეაქციების განსაზღვრის მხრივ ადგილი ექნე-
 ბა სამ უცნობს, რომლებსაც მოვნახავთ სტატიკის წონასწორობის
 სამი პირობით:

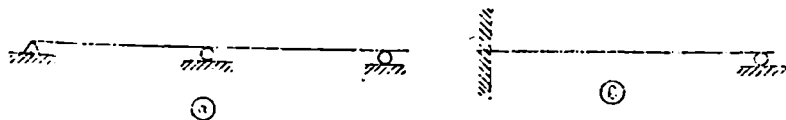
$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0 \quad \text{და} \quad \sum M = 0;$$



ნახ. 2.

ამნაირად მიმაგრებულ კოქს სახელად სტატიურად რკვევადი
 ეწოდება.

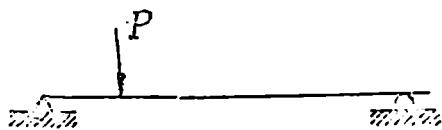
ყოველი დამატებითი საყრდენი უცნობთა რიცხვს (სამს) ადი-
 დებს იმდენად, რამდენ უცნობსაც შეიცავს თითოეული მათგანი.
 ასეთი კოქის რეაქციების განსაზღვრულად წონასწორობის სტატიკის
 სამი პირობა უკვე არ კმარა, რის გამო მას სახელად სტატიურად
 ურკვევადი კოქი ეწოდება. ამასთან იმდენჯერ ურკვევადი, რამდენ
 უცნობსაც შეიცავს თვითეული დამატებითი საყრდენი. მაგ. კოქა
 (ნახ. 3 *a*) არის ერთჯერ სტატიურად ურკვევადი, რადგანაც ზედ-
 მეტია ერთი სახსროვანი მოძრაეი საყრდენი, რომელიც შეიცავს
 ერთ უცნობს; კოქი ნახ. 3 *b*-ორჯერ, რადგანაც დამატებითი საყრ-



ნახ. 3.

დენი არის სახსროვანი უძრაეი, რომელშიაც ადგილი აქვს ორ უც-
 ნობს და ასე შემდეგ. ამ ზედმეტ უცნობების გამოსარკვევად უნდა
 მივმართოდ სტატიკის სამ პირობასთან ერთად ზემოდ ხსენებულ
 დეფორმაციის პირობებს. ორივე სტატიურად რკვევადი და ურკვე-
 ვადი კოქის ანგარიში თითქმის მთლიანად ამოიწურება რეაქციების
 გარკვევით, რადგანაც მათი საშუალებით ადვილად მოვნახავთ კოქის
 ნებისმიერი კვეთისათვის, როგორც მლუნავ მომენტს ისე გადამ-
 კრელ ძალასაც. ამ ორგვარ კოქის ანგარიშებში დიდი განსხვავებაა,
 რის გამო განვიხილოთ ორივე ცალ-ცალკე.

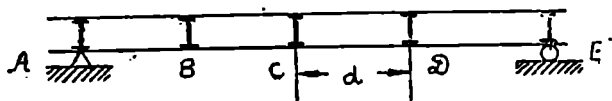
რადგანაც უძრავი ტვირთის მოქმედების შემთხვევა მთლიანად ამოწურულია მასალათა გამძლეობაში და გრაფოსტატიკაში აქ ჩვენ განვიხილავთ კოქის ანგარიშს, მხოლოდ მოძრავი ტვირთის მოქმედების დროს. მოქმედ ძალებით გამოწვეული ნებრსნიერი ფაქტორი, როგორცაა მაგალითად: რეაქცია, მლუნავი მოშენტი, გადამტრელი ძალა, ჩაზნეკა და სხვა, მოინახება ეგრედწოდებული გავლენის ხაზების საშუალებით. ეს ხაზი ვეჩვენებ, თუ რა გავლენას ახდენს ამა თუ იმ ფაქტორზე ერთის ტოლი (1 ton, 1 kgf და სხვა) მოძრავი ძალა; სახელდობრ, ფაქტორის სიდიდე განიზომება ამ ძალის გასწვრივ მოთავსებულ გავლენის ხაზის ორდინატით. ასეთ წესს საფუძვლად უდევს ზემოდ ხსენებული პროპორციულობის და დამოუკიდებლობის კანონები. მართლაც, თუ კი გვეცოდინება ერთის ტოლი ძალით გამოწვეული რაიმე ფაქტორის სიდიდე, მაშინ პროპორციულობის კანონის თანახმად „1“-ის ტოლი ძალა მოგვცემს „1“-ჯერ მეტ სიდიდეს, და, თუ კოქზედ ერთდროულად მოქმედებს მოძრავ ძალათა მთელი სისტემა (მატარებელი), მაშინ დამოუკიდებლობის კანონის თანახმად; ფაქტორის სრული სიდიდე ტოლი იქნება ცალკე ძალებით გამოწვეული სიდიდეთა ჯამისა. რასაკვირველია, კოქის მდგრადობა და სიმტკიცე ნოითხოვს ანგარიშისათვის საჭირო ამა თუ იმ ფაქტორის მაქსიმალურ სიდიდეს, რის გამო აუცილებელი ხდება მოიძებნოს მატარებლის სათანადო მდებარეობა. ასეთ მდებარეობას კოქისათვის სახითათო ანუ საშიში მდებარეობა ეწოდება. ამნაირად კოქის ანგარიში მოძრავი ტვირთის მოქმედების დროს განიყოფება სამ ნაწილად: 1) ფაქტორის გავლენის ხაზის განტოლების მონახვა და აგება, 2) მატარებლის საშიშ მდებარეობაში დაყენება და 3) ფაქტორის სიდიდის მონახვა.



ნახ. 4.

მაგრამ სანამ გადავიდოდეთ ანგარიშზე საჭირო ალბინშნოს, რომ კოქზედ მოძრაობა შეიძლება იყვეს ორგვარი. ერთი, როდესაც ძალა მოძრაობს უშუალოდ კოქზედ მოთავსებულ ფენილზედ, აქას სახელად ძალის უშუალოდ გადაცემა ეწოდება (ნახ. 4), მეორე კი—როდესაც ფენილი მოთავსებულია დამხმარე განავ კოქებზედ

რომლებიც აწყვია საანგარიშო მთავარ კოჭზედ; ასეთ გადაცემას კვანძოვანი ეწოდება (ნახ. 5), განივი და მთავარ კოჭის გადაკვეთის ადგილებს— A , B , C , D და E -ს კვანძები და კვანძებ შორის d მანძილს კი—ჰანელი.



ნახ. 5.

§ 2. უკრალო კოჭების გავლენის ხაზები, ძალის უზუალო გადაცემისას

ა) უკონსოლო კოჭი. დაუშვათ რომ მოცემული გეაქეს ორ საყრდენზედ თავისუფლად მდებარე კოჭი AB სიგრძით „ l “ (ნახ. 6). მოსანახი და ასაგებია გავლენის ხაზები შემდეგი ფაქტორების: A და B რეაქციების, ნებისმიერ C კვეთის მლუნავ მომენტის და გადამქრელ ძალის.

A რეაქციის გავლენის ხაზის, მოკლედ „ A “ ხაზის განტოლების მოსანახად მოძრავი ერთის ტოლი ძალა, ე, ი. $P=1$ დავაყენოთ ნებისმიერ ცვალებად x მანძილზედ. სტატიკის მესამე პირობა ე. ი.

$$\sum M = 0$$

B წერტის მიმართ მოგვეცემს:

$$A \cdot l - P(l - x) = 0$$

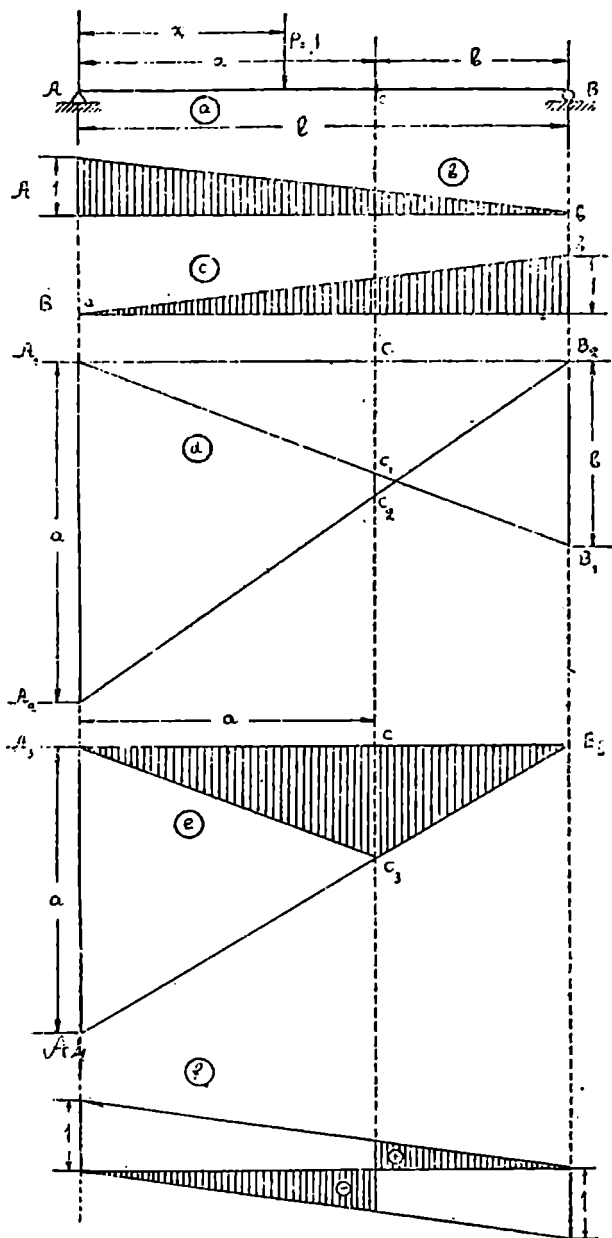
აქედან

$$A = \frac{P(l - x)}{l};$$

ანუ, რადგანაც

$$P = 1, \quad A = \frac{l - x}{l}.$$

ეს განტოლება სამართლიანია სადაც არ უნდა დადგეს ძალა $P=1$ ანუ, რაც იგივეა, რასაც არ უნდა უღრიდეს x მანძილი.



Баб. 6.

მასში ცვალეზადია მხოლოდ x ; მასთან ერთად იცვლება A -ც და თავისუფლად შეგვიძლია იგი აღვნიშნოთ y -თ, ისე რომ გვექნება:

$$y = \frac{l-x}{l},$$

ეს კი, როგორც ვიცი, სწორი ხაზის განტოლებაა და მის ასაგებათ საკმარისია ორი წერტილის მონახვა. ამისათვის x მანძილს მივსცეთ ორი მნიშვნელობა: $x=0$ და $x=l$ და მიღებული y -ის მნიშვნელობანი მოვზომოთ ვერტიკალურად ნებისმიერი მასშტაბით ჰორიზონტალურ ხაზიდან, რომელსაც სახელად ნულოვანი ხაზი უწოდოთ ხოლო საყრდენების ქვეშ მდებარე მის წერტილებს კი—ნულოვანი წერტილები. როდესაც

$$x=0, \quad y=1,$$

ე. ი. როდესაც ძალა $P=1$ დგას ზედ A საყრდენზედ მისი რეაქცია უდრის 1, რაც თავისთავად ცხადია. რადგანაც საყრდენზედ მოთავსებული ძალა მთლად გადაეცემა მას და გამოიწვევს თავის ტოლ რეაქციას. მაშასადამე A საყრდენის ქვეშ ხაზის ორდინატა უდრის 1, როდესაც $x=l, y=0$, ე. ი. როდესაც ძალა $P=1$ დგას B საყრდენზედ A საყრდენის რეაქცია უდრის ნოლს, რაც აგრეთვე თავისთავად ცხადია, რადგანაც ძალა მთლიანად გადაეცემა B საყრდენს, რის გამო A საყრდენზედ სრულიად არ იმოქმედებს. მაშასადამე B საყრდენის ქვეშ ორდინატა უდრის ნოლს. მიღებულ a და b წერტილების შეერთება სწორე ხაზით მოგვცემს „ A “-ხაზს. B რეაქციისათვის იგივე პირობა მხოლოდ A -ს მიმართ მოგვცემს:

$$B \cdot l - P x = 0;$$

საიდანაც

$$B = \frac{P x}{l};$$

ანუ რადგანაც

$$P=1; \quad B = \frac{x}{l};$$

ანუ თუ აქაც B -ს აღვნიშნავთ y -ით გვექნება:

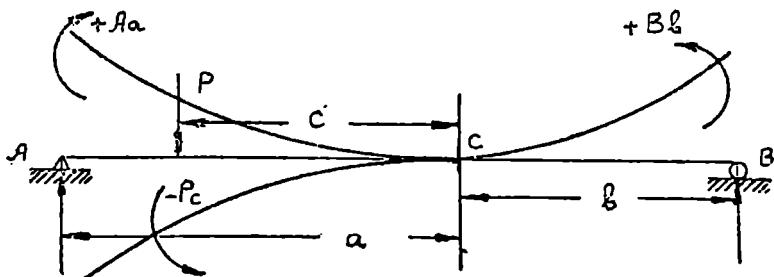
$$y = \frac{x}{l};$$

რაც ისევ სწორი ხაზის განტოლებას წარმოადგენს. ამ ხაზის ასაგებად საჭირო ორდინატებს მივიღებთ A -ხაზის ანალოგიურად, ე. ი. როდესაც

$$x = 0, y = 0 \text{ და } x = l, y = 1.$$

მაშასადამე A -ს ქვეშ უნდა მოვხომოთ ნოლი და B -ს ქვეშ კი ერთი და მიღებულ a და b წერტილების შეერთებით მივიღებთ „ B “ ხაზს.

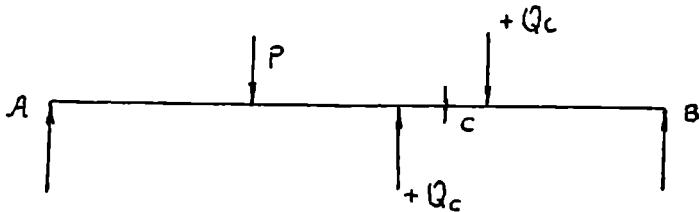
„ A “ და „ B “ ხაზების მონახვა—აგების შემდეგ შეგვიძლია მოვინახოთ და ავაგოთ C კვეთის მღუნავ მომენტის და გადამქრელ ძალის გავლენის ხაზებიც ანუ მოკლად „ M_c “ და „ Q_c “-ხაზები. მხოლოდ აქ უნდა შევნიშნოთ, რომ C -კვეთით კოჭი იყოფა ორ ნაწილად ანუ უბნათ: $I—A$ -დან C -მდე და $II—C$ -დან B -მდე. მოძრავი ძალაც შეიძლება იყვეს ხან ერთ, ხან მეორე უბანში, ამისათვის უნდა განვიხილოთ ორი შემთხვევა: ერთი-როდესაც მოძრავი ძალა პირველ უბანშია ანუ, მოკლედ, „პირველი“ და მეორე—ძალა მეორე უბანშია ანუ, მოკლედ „მეორე“ შემთხვევა. ამ ორივე შემთხვევაში მღუნავი მომენტი და გადამქრელი ძალა გამოვსახოთ იმ უბნის ძალების საშუალებით, რომელიც მოგვცემს ზარტივ გამოსახულებას, რის უფლებას ჩვენ გვაძლევს მღუნავ მომენტის და გადამქრელ ძალის განმარტება, სახელდობრ, რომელიმე კვეთის მღუნავი მომენტი, როგორც ვიცით, უდრის კვეთის ცალმხრივ; ან მარჯვნივ ან მარცხნივ ზომქმედ ძალების, ამავე კვეთის მიმართ მომენტების ჯამს. მხოლოდ ნიშნების მხრივ, შეცდომის თავიდან ასაცილებლად, მივიღოთ შემდეგი წესი: წარმოდგენით მოვაშოროთ A და B საყრდენები და მათ რეაქციებს უტკიროთ როგორც გარე ძალებს, თვით ძელი კი წარმოვიდგინოთ C -კვეთში დამაგრებულად. იმ ძალის მომენტი,



ნახ. 7.

რომელიც ასეთ პირობებში ცდილობს მოლუნვის დროს ძელის ქვე-
და ბოქკოების გაკიმვას მივიღოთ დადებითად და პირიქით (ნახ. 7).

გადამკრელი ძალა კი წარმოადგენს კვეთის ცალმხრივ, ან მარჯ-
ვნივ ან მარცხნივ მდებარე ძალების ჯამს. მისი ნიშნებისათვის
დავადგინოთ შემდეგი წესი: გადამკრელ ძალის მარჯვნივ მდებარე
ძალებით გამოსახვისას დადებითად მივიღოთ ის ძალა, რომელიც ქვე-
მოთაა მიმართული, უარყოფითად კი ზემოთ მიმართული. მარცხნივ
მდებარე ძალების მიმართ კი პირიქით (ნახ. 8).



ნახ. 8.

„ M_c “ ხაზის მოსანახად „პირველ“ შემთხვევაში მლუნავი მო-
მენტის მარტივ გამოსახულებას მოგვცემს მეორე უბანი, რადგა-
ნაც აქ მხოლოდ ერთი ძალაა— B რეაქცია, რის გამო მლუნავი მო-
მენტი

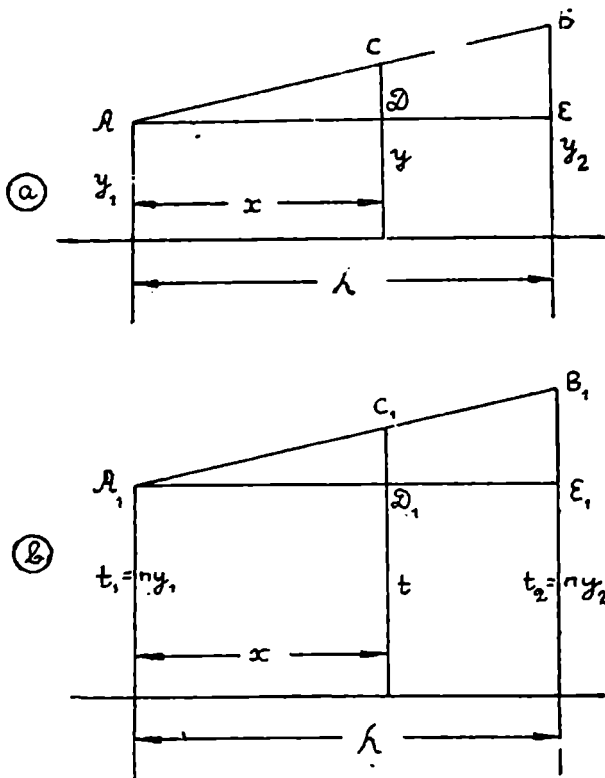
$$M_c^I = B \cdot b;$$

ამ რიგათ მანამდის მოძრავი ძალა იმყოფება I უბანში, მლუნავი მო-
მენტი უდრის მარჯვენა B —რეაქციას გამრავლებულს მარჯვენა უბ-
ნის b —სიგრძეზე. მაშასადამე M_c^I —ხაზის ასაგებად საჭიროა „ B “—
ხაზის ორდინატების გადიდება b -ჯერ, რომელიც არჩეულ C კვე-
თისათვის წარმოადგენს მუდმივ სიდიდეს, მაგრამ „ B “—ხაზი არის
სწორი და მისი ორდინატების b -ჯერ გადიდებით იგი ისევ სწორ
ხაზთ დარჩება.

აქ საჭიროა დავამტკიცოთ, რომ სწორი ხაზის ყველა ორდი-
ნატების, მაგალათად n -ჯერ გადიდებისათვის, საკმარისია მისი ორი
რომელიმე ორდინატის n -ჯერ გადიდება. დაუშვათ რომ მოცემული
გვაქვს გავლენის ხაზი AB —ნაკვეთის სახის, და საჭიროა მისი ყვე-
ლა ორდინატის გადიდება n -ჯერ, ანუ მოკლედ, მისი ე. ი. ხაზის
გადამრავლება n -ზედ (ნახ. 9 a), გავადიდოთ, მაგალითად, მისი ორი
განაპირა ორდინატი y_1 და y_2 ; ე. ი. გვაქვს

$$l_1 = ny_1 \text{ და } l_2 = ny_2 \text{ (ნახ. 9b).}$$

ადვილად შეგვიძლია დავამტკიცოთ, რომ ამით AB ხაზის ყოველი ორდინატიც გადიდდება n ჯერ. ამისათვის განვიხილოთ ნებისმიერ x მანძილზედ მდებარე ორდინატები y და l . A და A_1



ნახ. 9.

წერტილებიდან გავავლოთ ნულოვან ხაზის პარალელურად (პროი-
ზონტალურად) AE და A_1E_1 . მაშინ 9 ა-ნახაზზედ მიღებული მსგავსი
სამკუთხედები მოგვცემენ:

$$\frac{CD}{BE} = \frac{x}{l}; \text{ აქედან } CD = \frac{x}{l} BE.$$

მაგრამ

$$CD = y - y_1; BE = y_2 - y_1;$$

რის გამო

$$y - y_1 = \frac{x}{\lambda} (y_2 - y_1)$$

საიდანაც:

$$y = y_1 + \frac{x}{\lambda} (y_2 - y_1) \quad . (1)$$

9 *b*-ნახაზზე მიღებული მსგავსი სამკუთხედებიდან კი გვაქვს:

$$\frac{C_1 D_1}{B_1 E_1} = \frac{x}{\lambda}, \text{ აქედან:}$$

$$C_1 D_1 = \frac{x}{\lambda} B_1 E_1;$$

მაგრამ

$$C_1 D_1 = t - t_1 \text{ და } B_1 E_1 = l_2 - t_1;$$

რის გამო

$$t - t_1 = \frac{x}{\lambda} (l_2 - t_1),$$

საიდანაც

$$t = t_1 + \frac{x}{\lambda} (l_2 - t_1);$$

ანუ, რადგანაც,

$$t_1 = n y_1 \text{ და } t_2 = n y_2$$

$$t = n y_1 + \frac{x}{\lambda} (n y_2 - n y_1), \text{ ანუ}$$

$$t = n \left[y_1 + \frac{x}{\lambda} (y_2 - y_1) \right];$$

ანუ თანახმად (1) განტოლებისა:

$$t = n \cdot y,$$

რის დამტკიცებაც საჭირო იყო.

რაკი ეს ასეა M_c^F ხაზის ასაგებათ, სიმარტივის მიზნით, გავადილოთ B —ხაზის ნოლის და ერთის ტოლი ორდინატები. პირველი ნოლათ დარჩება ხოლო მეორე იქნება b -ს ტოლი. ამ ახალ ორდინატების მოზომვით და მიღებულ a და b წერტილების შეერთებით

შივილებზე საძიებელ M_c^I -ხაზს (ნახ. 6d), მაგრამ ეს ხაზი, როგორც გავლენის, მართალი იქნება მანამდის მართალია მისი განტოლება:

$$M_c^I = B \cdot b;$$

ეს კი სამართლიანია მანამდის, სანამ მოძრავი ძალა იმყოფება I უბანში. მაშასადამე ეს ხაზი წარმოადგენს გავლენის ხაზს მხოლოდ I უბნის ფარგლებში, ე. ი. A-დან—C-მდე. მეორე შემთხვევაში წლუნავი მომენტი მარტივად გამოისახება A რეაქციის საშუალებით. იგი უდრის:

$$M_c^{II} = A \cdot a;$$

ე. ი. მანამდის მოძრავი ძალა მარჯვენა უბანშია, მღუნავი მომენტი უდრის მარცხენა A რეაქციას გადაძრავლებულს მარცხენა უბნის a მანძილზე.

M_c^{II} -ხაზის ასაგებათ საკმარისია M_c^I -ხაზის ანალოგიურად, A-ხაზის ორი ორდინატის გადიდება a-ჯერ და ამით მიღებულ წერტილების შეერთება. გავადიდოთ აქაც A-ხაზის ნოლის და ერთის ტოლი ორდინატები. პირველი მოგვეცემს ნოლს, მეორე კი—a-ს. ამ ახალ ორდინატები სმოზომეით და მიღებულ წერტილების შეერთებით. მივიღებთ საძიებელ M_c^{II} —ხაზს, მაგრამ ეს ხაზი სამართლიანია მხოლოდ მეორე უბნის ფარგლებში, ე. ი. C-დან B-მდე. დავაძრავოთ, რომ ეს ორი ხაზი M_c^I და M_c^{II} ურთიერთშორის უნდა გადიკვეთოს აუცილებლად C კვეთის ქვეშ. ამისათვის საკმარისია დამტკიცდეს, რომ ორდინატები CC_1 და CC_2 ერთი მეორის ტოლია. მოვნახოთ რაივე და შევადაროთ ერთმანეთს. $\Delta A_1 C_1 C$ და $\Delta A_1 B_1 B_2$ მსგავსობა გვაძლევს, რომ:

$$\frac{CC_1}{b} = \frac{a}{l},$$

საიდანაც

$$CC_1 = \frac{ab}{l}.$$

$\Delta CC_2 B_2$ და $\Delta A_1 A_2 B_2$ მსგავსობიდან კი მივიღებთ, რომ:

$$\frac{CC_2}{a} = \frac{b}{l}, \text{ აქედან}$$

$$C C_1 = \frac{ab}{l};$$

როგორც ვხედავთ`

$$C C_1 = C C_2;$$

მაშასადამე აგებული ორი ხაზი ნამდვილად იკვეთება C კვეთის ქვეშ. რაკი ეს ასეა, შეგვიძლია დავადგინოთ მლუნაგ მომენტის გავლენის ხაზის აგების შემდეგი გამარტივებული გრაფიული წესი. ნულოვან ხაზზედ ვაგეგმილებთ ვერტიკალ C კვეთს, რითაც ნულოვანი ხაზი განიყოფება ორ ნაწილად ან უბნად; მარცხენა და მარჯვენა. მარცხენა (ან მარჯვენა) საყრდენის ვერტიკალზედ მოვზომავთ მარცხენა (ან მარჯვენა) უბნის მანძილს, მიღებულ A_1 წერტილს უერთებთ ნულოვან ხაზის მარჯვენა (ან მარცხენა) B_2 წერტილს, $A_1 B_2$ ხაზზედ ვაგეგმილებთ ვერტიკალურად C კვეთს და გევძილს C_2 უერთებთ ნულოვან ხაზის მარცხენა (ან მარჯვენა) A_2 წერტილს. მიღებული ტეხილი ხაზი $A_2 C_2 B_2$ წარმოადგენს C კვეთის მლუნაგ მომენტის გავლენის ხაზს. ანალოგიურად მოვნახავთ C კვეთის გადამკრეფლ ძალია გავლენის ხაზსაც „პირველ“ შემთხვევაში გადამკრეფლი ძალა უდრის

$$Q_c^I = -B,$$

ე. ი. B რეაქციასა შემბრუნებულ ნიშნით. მაშასადამე Q_c^I - ხაზი იგივეა რაც B -ხაზი; განმეორებით ვაგებთ B -ხაზს, რომელიც ვარგისია მანამდის ძალა იმყოფება I უბანში, ე. ი. A -დან C -მდე. ამ ხაზის ორდინატები თანახმად მიღებულ განტოლებისა უარყოფითია, რაც აღნიშნულია ნახაზზედ-ნიშნით (ნახ. 6f). „მეორე“ შემთხვევაში გადამკრეფლი ძალა არის

$$Q_c^{II} = +A,$$

ე. ი. A -რეაქციის ტოლია და დადებითი ნიშნისაა. მაშასადამე Q_c^{II} -ხაზისათვის განმეორებით უნდა ავაგოთ A -ხაზი, მხოლოდ ნულოვან ხაზის მეორე მხარეს, ე. ი. თუ B -ხაზი აგებულია ნულოვან ხაზის. ქვემოთ, A -ხაზი უნდა ავაგოთ ზემოთ ან პირიქით. ეს ხაზი საშარტლიანია მანამდის მოძრავი ძალა II უბანშია, ე. ი. C -დან B -მდე. მისი ორდინატები დიდებითია, რაც აღნიშნულია $+$ ნიშნით (ნახ. 6f).

ბ) კონსოლიანი კოქი. განვიხილოთ ეხლა გავლენის ხაზების აგება კონსოლიან კოქის შემთხვევაში. შევავსოთ ერთის ტოლი მოძრავი ძალა ნებისმიერ x —მანძილზე A საყრდენიდან. A —რეაქციის მოსანახად დავსწროთ წონასწორობის მესამე პირობა B წერტილის მიმართ. ეს მოგვცემს:

$$A \cdot l - 1(l - x) = 0;$$

საიდანაც

$$A = \frac{l - x}{l},$$

ანუ, თუ A -ს აღვნიშნავთ y -ით, მივიღებთ:

$$y = \frac{l - x}{l};$$

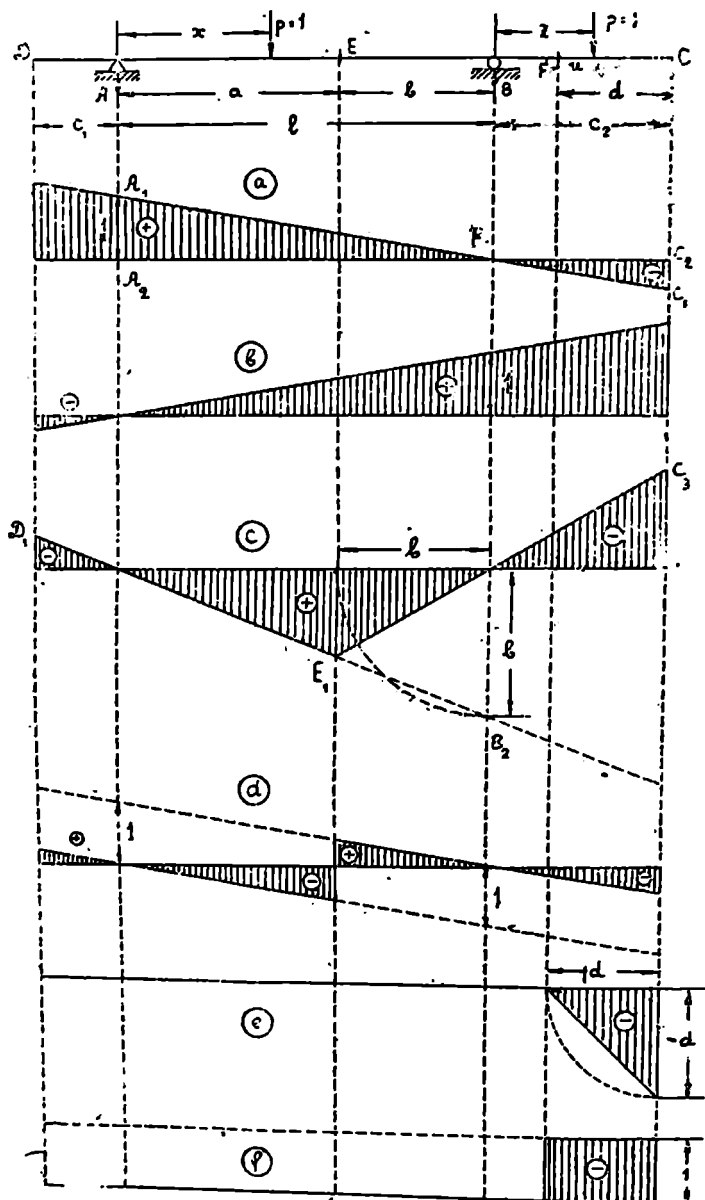
რაც წარმოადგენს სწორი ხაზის განტოლებას. ამ ხაზის ასაგებად მოვინახოთ ორი წერტილი, ამისათვის განტოლებაში ჩავსვათ ჯერ $x = 0$; ეს მოგვცემს $y = 1$; შემდეგ $x = l$, რასაც უპასუხებს $y = 0$; მაშასადამე A საყრდენის ქვეშ ნულოვან ხაზიდან უნდა მოვზომოთ l —ტოლი ორდინატა, მივიღებთ A_1 —წერტილს, მეორე წერტილი B_1 კი იქნება B -ს ქვეშ, ნულოვან ხაზზედ, რადგან მისი ორდინატი ნულის ტოლია. ამ წერტილების შეერთებით მივიღებთ A —რეაქციის გავლენის ხაზს ანუ „ A “—ხაზს, რომლის ორდინატები დადებითია. დავამტკიცოთ რომ კონსოლის ფარგლებშიც გავლენის ხაზი $A_1 B_1$ ხაზის გაგრძელება იქნება. ამისათვის ერთის ტოლი ძალა შევავსოთ, მაგალითად მარჯვენა კონსოლზედ B —საყრდენიდან ნებისმიერ z —მანძილზე და მოვინახოთ A რეაქცია იმავე პირობით B -ს მიმართ. მივიღებთ:

$$A \cdot l + 1 \cdot z = 0;$$

საიდანაც:

$$A = -\frac{z}{l};$$

ეს განტოლება გვიჩვენებს რომ კონსოლის ფარგლებში გავლენის ხაზი არის წრფე, რომლის ორდინატები უარყოფითი ნიშნისაა, მაშასადამე, თუ ხაზი $A_1 B_1$ დადებითი ორდინატებით გავლებულია, ნულოვან ხაზის ზემოთ, ეს მეორე ხაზი გავლებულ უნდა იქნება



ქვემოთ. ამ ხაზის ორდინატა B -ს ქვეშ უდრის ნოლს, რადგანაც $z=0$, C -ს ქვეშ კი $-\frac{c_2}{l}$, რადგანაც $z=c_2$. დავამტკიცოთ რომ ეს ახალი ხაზი $B_1 C_1$ არის $A_1 B_1$ ხაზის გაგრძელება. ამისათვის საკმარისია დამტკიცდეს, რომ $A_1 B_1$ ხაზის გაგრძელებით მიღებული მონაკვეთი $C_1 C_2 = \frac{c_2}{l}$ (ნახ. 10 a). $\triangle C_1 C_2 B_1$ და $\triangle A_1 A_1 B_1$ მსგავსობიდან შეგვიძლია დავსწეროთ:

$$\frac{C_1 C_2}{1} = \frac{c_2}{l},$$

საიდანაც

$$C_1 C_2 = \frac{c_2}{l}.$$

ანალოგიურად დამტკიცდება $A_1 B_1$ ხაზის გაგრძელების ვარგისობა მარცხენა კონსოლის ფარგლებშიაც. ამრიგად შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ორ საყრდენზედ თავისუფლად მდებარე ძელის რეაქციის გავლენის ხაზი წარმოადგენს ერთ წრფეს, სადაც არ უნდა იყვეს მოთავსებული საყრდენი. ასეთი დასკვნის შემდეგ რეაქციის გავლენის ხაზი შეგვიძლია ავაგოთ უშუალოდ, ე. ი. სტატიკის პირობების გამოყენების გარეშე, ავაგოთ, მაგალითად, „ B “ ხაზი. ამისათვის ერთის ტოლი მოძრავი ძალა შევაყენოთ ჯერ A საყრდენზედ და შემდეგ-კი B -ზედ. როდესაც ძალა დგას A -ზედ იგი მთლად გადაეცემა A საყრდენს და B საყრდენზედ არავითარ გავლენას არ მოახდენს, ე. ი. B რეაქცია ამ დროს უდრის ნოლს. მაშასადამე, B ხაზის ორდინატი A -ს ქვეშ უდრის ნოლს. ეს მოგვცემს B -ხაზის ერთ წერტილს. შემდეგ, როდესაც ძალა დგას B -ზედ იგი მთლად გადაეცემა მას და რეაქციაც მისი ტოლი იქნება, ე. ი. B რეაქცია უდრის ერთს. მაშასადამე B ხაზის ორდინატი B -ს ქვეშ უდრის 1. ამით მივიღებთ B ხაზის მეორე წერტილს, ამ ორ წერტილის შეერთება და მიღებულ ხაზის კონსოლებზედ გაგრძელება მოგვცემს თვით „ B “ ხაზს (ნახ. 10 b). მოვნახოთ და ავაგოთ მლუნავ მომენტის და გადამქრელ ძალის გავლენის ხაზები. კვეთი ავიღოთ ჯერ საყრდენებს შორის, შემდეგ კი რომელიმე, მაგალითად, მარჯვენა კონსოლის ფარგლებში. E კვეთისათვის I უბანი იქნება D -დან — E -მდე, მე-II კი E -დან — C -მდე. ამ კვეთის მლუნავი მომენტი „პირველ“ შემთხვევაში არის:

$$M^I = B \cdot b;$$

„მეორე“ შემთხვევაში კი:

$$M_E^{\text{II}} = A \cdot a;$$

როგორც ვხედავთ ორივე განტოლება იგივეა, რაც უკონსოლო ძელის შემთხვევაში (იხ. გვ. 15) მაშასადამე გავლენის ხაზის აგების წესიც იგივე იქნება. სახელდობრ, ნახ. 10 c მარჯვენა საყრდენის ვერტიკალზედ ნულოვან ხაზიდან მოვზომავთ E კვეთის მარჯვენა b —მანძილს (ან მარცხენა ვერტიკალზედ—მარცხენა a —მანძილს) და მიღებულ B , წერტილს შეუერთებთ მარცხენა „ნულოვან“ წერტილს. ამ ხაზზედ ვაგეგმილებთ ვერტიკალურად E —კვეთს და გეგმილს E_1 უერთებთ მარჯვენა „ნულოვან“ წერტილს. ტეხილი ხაზი $D_1 E_1 C_2$ მოგვცემს „ M “—ხაზს*) მლუნავ მომენტის ზემო მიღებულ განტოლებების

$$M_E^{\text{I}} = + B \cdot b \text{ და } M_E = + A \cdot a;$$

და რეაქციების გავლენის ხაზის ნიშნების თანახმად, აგებული „ M_E “ ხაზის ორდინატები საყრდენებ შორის—დადებითია და კონსოლის ფარგლებში კი—უარყოფითი. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ თანახმად ზემოდ მიღებულ ნიშნების წესისა, როდესაც მოძრავი ძალა იმყოფება A -სა და B -ს შუა E —კვეთში იქიმება ქვედა ბოქკოები და ძალის კონსოლებზედ ყოფნის დროს კი—ზედა ბოქკოები.

რაც შეეხება E კვეთის გადამპრეულ ძალას, მისი განტოლება „პირველ“ შემთხვევაში იქნება:

$$Q_E^{\text{I}} = - B$$

და „მეორეში“ კი:

$$Q_E^{\text{II}} = + A.$$

როგორც ვხედავთ გადამპრეულ ძალის განტოლებაც იგივეა, რაც უკონსოლო ძელის შემთხვევაში. მისი გავლენის ხაზის ასაგებად საჭიროა „ A „ და „ B “ ხაზების განმეორებითი აგება, მხოლოდ „ B “ ხაზს, თანახმად მიღებულ განტოლებისა, ნიშნები უნდა შეეცვალოს.

*) აქ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მარტივი ძელის (იქნება იგი უკონსოლო თუ კონსოლიანი) რომელიმე კვეთის მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი, თვითეულ უბანში წარმოადგენს წრფეს და ორივე უბნის წრფეების გადაკვეთის წერტილი მოთავსებულია მულამ კვეთის ქვეშ (ვერტიკალზედ), (იხ. ნახ. 6 e და ნახ. 10 c).

ნახ. 10 *d* აგებულია ეს „ Q_E “ ხაზი. მოენახოთ და აეაგოთ ეხლა მარჯვენა კონსოლის F -კვეთის (რომელიც დაშორებულია ძელის მარჯვენა ბოლოდან d -მანძილით) მლუნავ მომენტის და გადამკრელ ძალის გავლენის ხაზები. ამ კვეთისათვის უბნები იქნება: I— D -დან— F -ამდის და II— F -დან C -მდის. მლუნავი მომენტი „პირველ“ შემთხვევაში იქნება:

$$M_F^I = 0;$$

რადგანაც ამ შემთხვევაში F -კვეთის მარჯვნივ არავითარი ძალა არაა და, მაშასადამე, თანახმად განმარტებისა მლუნავი მომენტი უდრის ნოლს. გავლენის ხაზი ამ შემთხვევაში ემთხვევა ნულოვან ხაზს და სამართლიანია იგი I უბნის ფარგლებში ე. ი. D -დან F -ამდის. „მეორე“ შემთხვევაში I უბანში გვაქვს ორი ძალა, A და B რეაქცია. მე-II-ში კი ერთი $P = 1$. მაშასადამე მლუნავი მომენტი გამოისახება მარტივად ამ უკანასკნელის საშუალებით. თუ ძალა $P = 1$ -ის ცვალებად მანძილს F -კვეთიდან აღვნიშნავთ u -თი, მლუნავი მომენტი იქნება:

$$M_F^{II} = -P \cdot u;$$

ანუ რადგანაც $P = 1$ და u -სთან ერთად ცვალებადი, თუ M_F^{II} -ს აღვნიშნავთ y -ით:

$$y = -u,$$

რაც წარმოადგენს სწორი ხაზის განტოლებას. მაშასადამე გავლენის ხაზი ყოფილა სწორი ხაზი და მის ასაგებად საჭიროა ორი წერტილი ერთი, როდესაც,

$$u = 0; \quad y = 0;$$

მეორე როდესაც

$$u = d; \quad y = -d,$$

ე. ი. F -წერტილის ქვეშ გავლენის ხაზის ორდინატა უდრის ნოლს. და C -ს ქვეშ კი მეორე უბნის მანძილს. ამ ორ წერტილის საშუალებით გავლენის ხაზი აგებულია ნახ. 10 *e*-ზედ. ამავე F -კვეთის გადამკრელი ძალა „პირველ“ შემთხვევაში უდრის ნოლს, რადგანაც კვეთის მარჯვნივ არავითარი ძალა არაა, ე. ი. $Q_F^I = 0$. მაშასადამე

მისი, გავლენის ხაზი ემთხვევა ნულოვან ხაზს და იგი სამართლიანია I უბნის ფარგლებში, ე. ი. D -დან F -ამდის. „მეორე“ შემთხვევაში გადამჭრელი ძალა გამოისახება მარტივად II უბნის საშუალებით, რადგანაც ამ უბანზე იმყოფება მხოლოდ ერთი ძალა $P=1$, I უბანში კი — ორი, A და B რეაქციები. სადაც არ უნდა იდგეს ძალა $P=1$, მე-II უბნის ფარგლებში, გადამჭრელი ძალა F —კვეთის არის:

$$Q_{F}^{II} = -P,$$

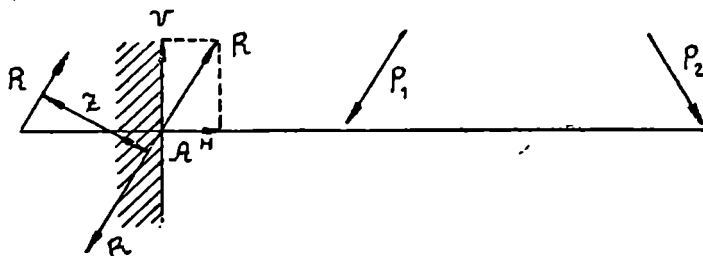
ანუ

$$Q_{F}^{II} = -1;$$

მაშასადამე, ამ შემთხვევაში გავლენის ხაზი პარალელურია ნულოვან ხაზის და დაშორებულია მისგან 1-ის ტოლი ორდინატით. ეს ხაზი სამართლიანია მხოლოდ II უბნის ფარგლებში (ნახ. 10f).

§ 3. ერთ ბოლოთი ხისტად დამაბრავული კოზი

ასეთი ძელი, როგორც ვიცით ზოგად შემთხვევაში (დახრილ ძალების მოქმედების დროს) საყრდენის მხრივ შეიცავს სამ უცნობს; რეაქციის სიდიდეს, მის მოქმედების ხაზს და მოდების წერტს. გარდაეჭვნათ ეს უცნობები (ნახ. 11), ამისათვის სამ მხრივ უცნობი R რეაქცია გადმოვიტანოთ A წერტილში და აქ დავშალოთ იგი ვერტი-

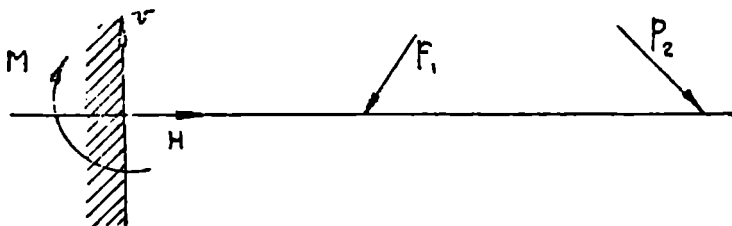


ნახ. 11.

კალურ V და ჰორიზონტალურ H უცნობ მდგენელებად, მაგრამ, როგორც ვიცით, ძალის გადატანის დროს საჭიროა მომენტის დამატება, მაშასადამე R რეაქციის გადატანის გამოც უნდა მოვლვათ მომენტი A წერტილის მიმართ, ე. ი.

$$M = R \cdot z,$$

რომელიც აგრეთვე უცნობია, ამ მომენტს სახელად საყრდენი მომენტი ეწოდება. ესლა შეგვიძლია ზემო ჩამოთვლილ უცნობ სიდიდეთა მაგიერ მივიღოთ ეს სამი უცნობი სიდიდე: V , H და M



ნახ. 12.

(ნახ. 12). ვერტიკალურ ძალების მოქმედების დროს წონასწორობის I პირობა, ე. ი.

$$\Sigma X = 0,$$

მოგვცემს:

$$H = 0,$$

მაშასადამე ამ შემთხვევაში ადვილი ექნება მხოლოდ ორ უცნობს: V და M -ს. მოენახოთ და აევაგოთ მათი გავლენის ხაზები (ნახ. 13 *a b*). სადაც არ უნდა იდგეს ძალა $P = 1$, წონასწორობის მეორე პირობა, სახელდობრ

$$\Sigma Y = 0,$$

მოგვცემს:

$$V - P = 0;$$

საიდანაც

$$V = +P;$$

ანუ, რადგანაც

$$P = 1, \quad V = +1;$$

მაშასადამე გავლენის ხაზი პარალელურია ნულოვან ხაზის და დაშორებულია მისგან ერთის ტოლ ორდინატით (ნახ. 13 *a*). საყრდენ მომენტის გავლენის ხაზის ასაგებათ, ძალა $P = 1$ შევაყენოთ A წერტილიდან ცვალებად x მანძილზე. მაშინ წონასწორობის მესამე პირობა A წერტილის მიმართ მოგვცემს:

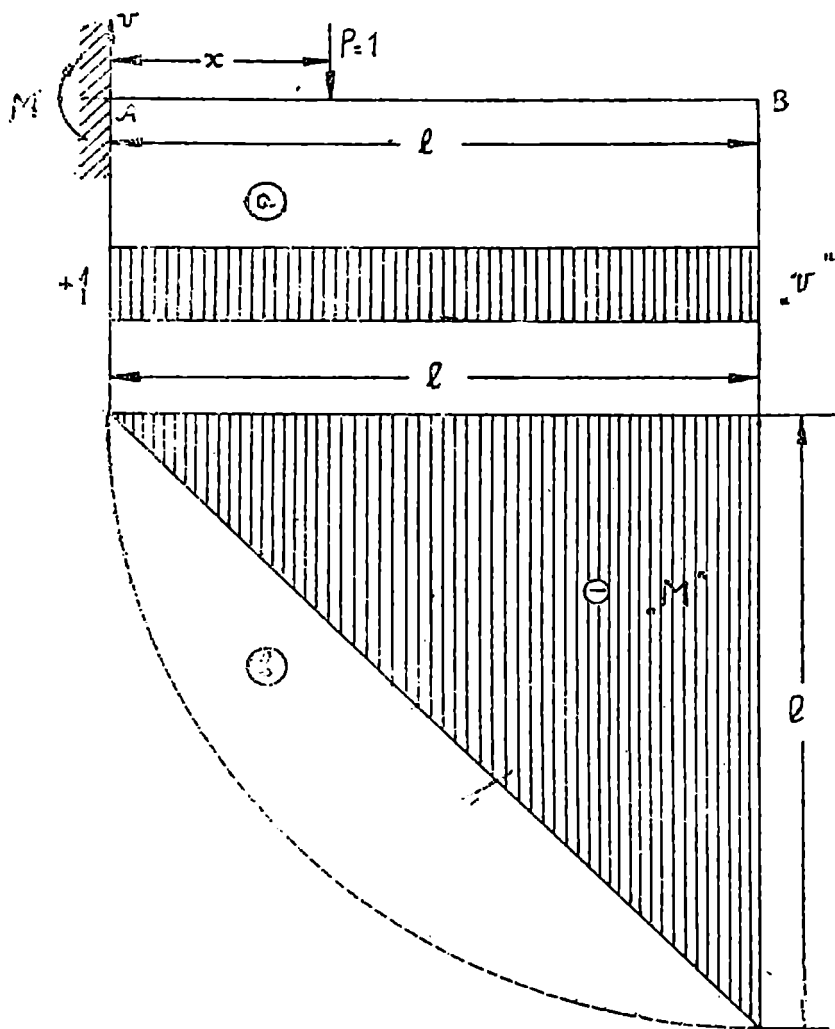
$$M + Px = 0;$$

აქედან

$$M = -Px;$$

ანუ, რადგანაც $P=1$; და თუ M -ს აღვნიშნავთ y -ით,

$$y = -x,$$



ნახ. 13.

რაც წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომლის ორდინატები უარყოფითია. როდესაც

$$x = 0; \quad y = 0;$$

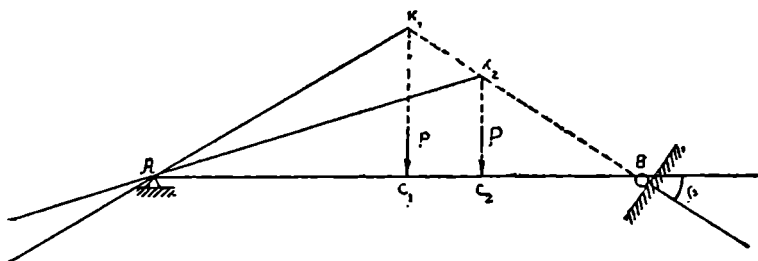
ე. ი. ხაზის ორდინატა A -ს ქვეშ ნულის ტოლია, და როცა

$$x = l; \quad y = -l;$$

ე. ი. B -ს ქვეშ ორდინატა უდრის კოქის სახერეთო l სიგრძეს. ამ ორ წერტილის საშუალებით (ნახ. 13 *b*)-ზედ აგებულია „ M “ ხაზი კოქის ნებისმიერ კვეთის მლუნავ მომენტის და გადამქრელ ძალის გავლენის ხაზები მოინახება და აიგება იმნაირადვე, როგორც კონსოლიან ძელის შემთხვევაში კონსოლის ფარგლებში მდებარე კვეთისათვის (იხ. ზემოდ).

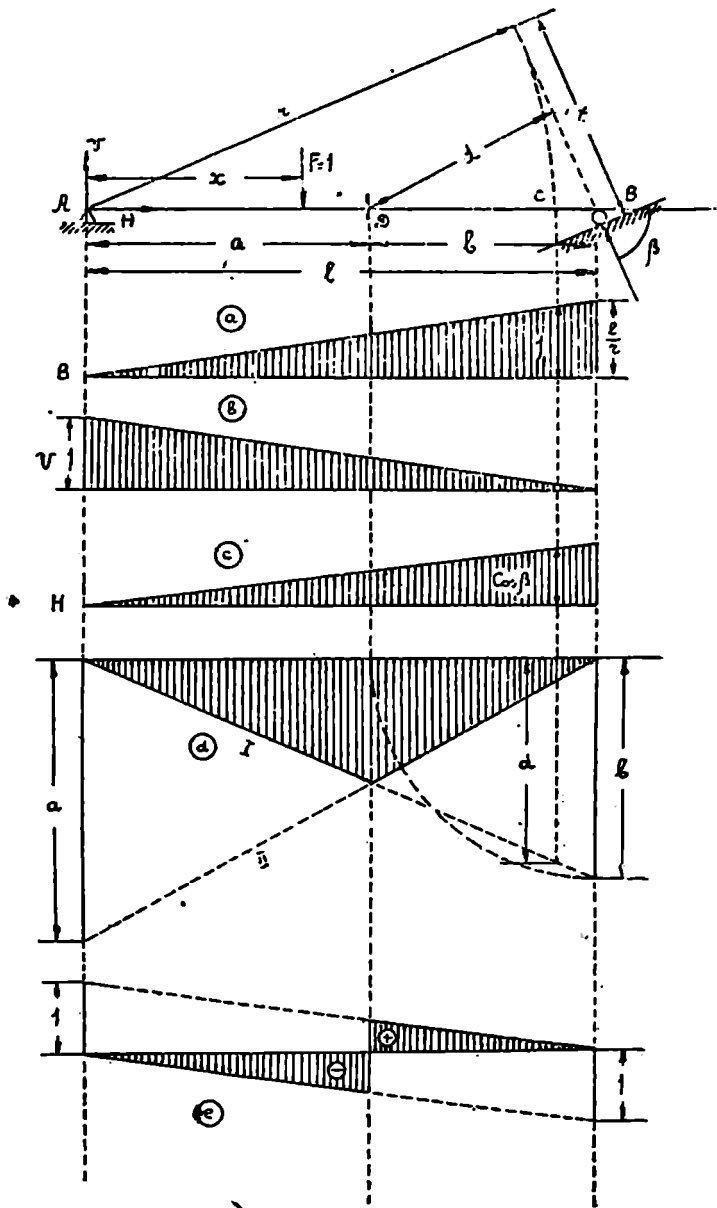
§ 4. დახრილ ჩამაძვივნიანი კოქი

როდესაც მოძრავ საყრდენის გადაადგილების ზედაპირი დახრილია და კოქზედ მოქმედობს თუნდაც მხოლოდ ვერტიკალური ძალა კოქის ორივე საყრდენის რეაქცია საზოგადოთ დახრილია. მოძრავი საყრდენის რეაქცია შეიცავს მხოლოდ ერთ უცნობს, სახელდობრ, სიდიდეს, უძრავის კი — ორს, სიდიდეს და მოქმედების ხაზს.



ნახ. 14.

ეს ხაზი ძალის მოძრაობასთან ერთად თითქოს ბრუნავს A —წერტილის გარშემო (ნახ. 14). მართლაც, მაგალითად, თუ ძალა P დგას C_1 კვეთზე წონასწორობაში მყოფ სამ ძალის ერთ წერტილში გადაკვეთის აუცილებლობა მოგვცემს, რომ A რეაქციის ხაზის მიმართულება არის AK_1 . თუ— C_2 კვეთზე—მიმართულება იქნება AK_2 , და ასე შემდეგ. გავლენის ხაზების აგების დროს ასეთ კოქის შემთხვევაში



შეძრავი საყრდენის რეაქცია უნდა დაიშალოს ორ, ვერტიკალურ V და ჰორიზონტალურ H მდგენელად და გავლენის ხაზი თვითუღისათვის მონახული და აგებული უნდა იქნას ცალ-ცალკე. „ B “ — ხაზის მოსანახად ძალა $P=1$ შევყენოთ x მანძილზე A საყრდენიდან. წონასწორობის მესამე პირობა A წერტილის მიმართ მოგვცემს:

$$P \cdot x - B \cdot r = 0,$$

აქედან:

$$B = \frac{Px}{r};$$

ანუ, რადგანაც $P=1$ და ცვალებად B -ს აღვნიშნავთ y -ით:

$$y = \frac{x}{r};$$

რაც წარმოადგენს წრფე ხაზის განტოლებას. ამ ხაზის ასაგებად საჭიროა ორივე წერტილი, რომლებიც ადვილად მოინახება. ერთი, როდესაც

$$x=0; \quad y=0;$$

და მეორე:

$$x=r; \quad y=1;$$

ე. ი. A -ს ქვეშ ხაზის ორდინატი ნოლია და C -ს ქვეშ კი, რომელიც დაშორებულია r მანძილით A -დან, ორდინატი 1-ის ტოლია. ამ ორ წერტილის შემაერთებელი და ბოლომდე გაგრძელებული (ამ ხაზის ორდინატი B -ს ქვეშ უდრის $\frac{l}{r}$) სწორი ხაზი მოგვცემს B რეაქციის გავლენის ხაზს, ანუ, მოკლედ, „ B “ ხაზს (ნახ. 15 a). „ V “ ხაზის მოსანახად წონასწორობის მესამე პირობა B წერტილის მიმართ გვაძლევს:

$$V \cdot l - P(l - x) = 0;$$

საიდანაც,

$$V = \frac{P(l - x)}{l};$$

ანუ, რადგანაც $P=1$, თუ V -ს მაგიერ ჩავსვამთ y -ს:

$$y = \frac{l - x}{l};$$

რაც წარმოადგენს აგრეთვე სწორ ხაზს, რომელიც აგებულია.

ნახ. 15 ბ-ზე. „ H “ ხაზის მოსანახად ვისარგებლოდ წონასწორობი პირველი პირობით, ე. ი. $\Sigma X = 0$; ეს მოგვცემს:

$$H - B \cos \beta = 0;$$

აქედან

$$H = B \cos \beta.$$

მაშასადამე „ H “ ხაზის ასაგებად საჭიროა „ B “ ხაზის გადამრავლება $\cos \beta$ -ზე. ეს ხაზი აგებულია ნახ. 15 ც-ზე. მოვნახოთ და ავაგოთ ასეთი ძელის ნებისმიერი D —კვეთის მლუნავ მომენტის გავლენის ხაზი, ე. ი. „ Md “ ხაზი. ამ კვეთის უბნებია: პირველი AD და მეორე DB . „პირველ“ შემთხვევაში:

$$M_d^I = B \cdot d;$$

ე. ი. მანამდის მოძრავი ძალა პირველ უბანშია მლუნავი მომენტი უდრის B რეაქციას გადამრავლებულს d მანძილზე (ნახ. 15). მაშასადამე „ M_d “ ხაზის ასაგებად საჭიროა B ხაზის გადამრავლება d მანძილზე, რისთვისაც „ B “ ხაზის მარჯვენა ორდინატს ვამრავლებთ d -ზე და ვვლებულობთ: $\frac{ld}{r}$, მაგრამ ნახ. 15-ის მსგავსი სამხკუთხედებიდან:

$$\frac{d}{b} = \frac{r}{l};$$

აქედან

$$\frac{ld}{r} = b;$$

რაც შესრულებულია ნახ. 15 d . მიღებული ხაზი ვარგისია მხოლოდ პირველი უბნის ფარგლებში, ე. ი. A -დან D -მდე. „მეორე“ შემთხვევაში:

$$M_d = V \cdot a;$$

ე. ი. როდესაც მოძრავი ძალა მეორე უბანშია მლუნავი მომენტი უდრის V —რეაქციას გადამრავლებულს a მანძილზე. მაშასადამე „ M_d “ ხაზის ასაგებად საჭიროა „ V “—ხაზის გადამრავლება a მანძილზე, რაც შესრულებულია ნახ. 15 d -ზე. როგორც ვხედავთ მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი იგივეა, რაც ვირტიკალურ რეაქციებიან ძელის შემთხვევაში (იხ. ნახ 6 e). ამავე კვეთის გადამკრე-ლი ძალა „პირველ“ შემთხვევაში იქნება

$$Q_d^I = -B \sin \beta;$$

(B —რეაქციის ვერტიკალური პროექცია). აქედან „ Q_D^I “ ხაზის ასაგებად საჭიროა B ხაზის გადამრავლება $\sin \beta$ -ზედ, რისთვისაც „ B “—ხაზის მარჯვენა ორდინატი უნდა გავამრავლოთ $\sin \beta$ -ზედ. ეს მოგვცემს $\frac{l}{r} \cdot \sin \beta$. მაგრამ ნახ. 15-დან:

$$l \cdot \sin \beta = r;$$

რის გამო:

$$\frac{l \sin \beta}{r} = \frac{r}{r} = 1;$$

მაშასადამე Q_D^I —ხაზის ორდინატი B -ს ქვეშ უდრის 1. ეს ხაზი აგებულია ნახ. 15 e -ზე. იგი სამართლიანია მხოლოდ პირველი უბნის ფარგლებში, ე. ი. A -დან D -მდე. მისი ორდინატები თანახმად მიღებულ განტოლების—უარყოფითია, რაც აღნიშნულია ნახაზზედ —ნიშნით. „მეორე“ შემთხვევაში გადამქრელი ძალა

$$Q_D^{II} = +V;$$

ე. ი. „ Q_D “—ხაზი იგივეა, რაც „ V “ ხაზი. ეს ხაზი აგებულია ნახ. 15 e -ზე და ვარგისია მხოლოდ მეორე უბნის ფარგლებში, ე. ი. D -დან B -მდე. როგორც ვხედავთ „ Q_D “—ხაზიც იგივეა, რაც ვერტიკალურ რეაქციებიან კოქის შემთხვევაში (იხ. ნახ. 6f).

§ 5. გ ე რ ბ ე რ ი ს ქ ო ზ ი

გერბერის კოქი წარმოადგენს მრავალ მალიან ცალკე ნაწილებისაგან შემდგარ ძელს, რომელშიაც ნაწილების ურთიერთ შორის შეერთება არის სახსროვანი. ასეთი შეერთების გამო, რომ ადგილი არ ექნეს ერთი ნაწილის მეორეს მიმართ სახსრის გარშემო ტრიალს, მღუნავი მომენტი სახსრის მიმართ უნდა უდრიდეს ნოლს, ესაა წონასწორობის დამატებითი პირობა, რომელსაც გვაძლევს ყოველი სახსარი, და, რადგანაც სახსრების რიცხვი უდრის რეაქციების ზედმეტ უცნობთა რიცხვს, სტატიკის მიერ მოცემული წონასწორობის სამი პირობა დამატებითი პირობებთან ერთად საშუალებას გვაძლევს ამოვხსნათ რეაქციების ყველა უცნობი სიდიდე. ამრიგად; გერბერის კოქი სტატიურად რკვევადი ყოფილა. გერბერის კოქით გადახურვას თვითიველი მალის ცალკე კოქებით გადახურვასთან შედარებით აქვს შემდეგი უპირატესობა:

1) იგი მოითხოვს ნაკლებ მასალას, რადგანაც საანგარიშო მლუნავე მომენტი ნაკლებია, მაგალითად, თანაბრად განაწილებულ ტვირთის მოქმედების დროს ორ თანატოლ მალიან გერბერის კოქის საანგარიშო მომენტი მალის შუალედში, თუ სახსარს მოვათავსებთ მარჯვენა მალის მესამედში იქნება:

$$\frac{ql^2}{18};$$

ცალკე კოქით გადახურვისას კი:

$$\frac{ql^2}{8};$$

ე. ი. 2,25-ჯერ მეტი.

2) გერბერის კოქი მოითხოვს უფრო ვიწრო შუალედ საყრდენ კედლებს, რადგანაც მასზედ მოთავსდება მხოლოდ ერთი საყრდენი, ცალკე კოჯებისას კი ორი (ნახ. 16 a, b). უკრელ კოქთან შედარებით კი გერბერის კოქს აქვს ის უპირატესობა, რომ იგი სრულებით არაა მგრძობიარე საყრდენის შემთხვევითი ჯდენაზე, რასაც ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს. მაგალითად, როგორც ვიცით; უკრი კოქის საანგარიშო მომენტი შუა საყრდენის კვეთისა უდრის:

$$\frac{ql^2}{8}$$

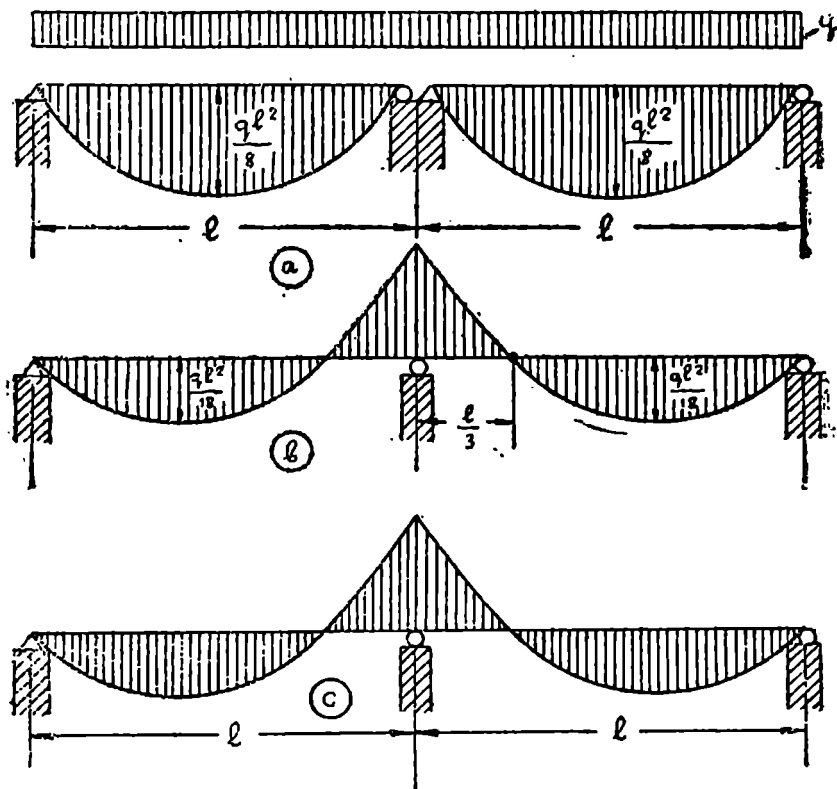
და სკიმავეს ზედა ბოქკოებს (ნახ. 16 b). თუ შუა საყრდენმა შემოხვევით დაიწია მაშინ კოქი გადაიქცევა ერთ გაორკეცებულ მალიანად და მლუნავე მომენტი იმავე კვეთში იქნება:

$$\frac{q(2l)^2}{8} = \frac{ql^2}{2};$$

ე. ი. ოთხჯერ მეტი ვიდრე საანგარიშო; გარდა ამისა გაიჭიმება ქვედა ბოქკოები. ყველა ამას მოჰყვება არა სასურველი შედეგი და შეიძლება კატასტროფაც. ამიტომ, იმ შემთხვევაში, როდესაც ნიადაგის სიმკვრივე საეჭვოა და მოსალოდნელია საყრდენის ჯდენა უკრი კოქის მაგიერ მალეები უნდა გადინხუროს გერბერის კოქებით. სახსრები გერბერის კოქში იმნაირად უნდა იყვეს განაწილებული, რომ იგი მთელ სიგრძეზედ გახდეს სტატიურად რკვევადი და ამასთან ერთად გეომეტრიულად უცვლელი. მაგალი-

თად, ოთხი მალის შემთხვევაში (ნახ. 17) რეაქციების უცნობთა რიცხვი უდრის 6, მათში ზედმეტია:

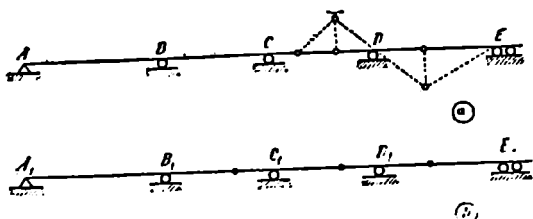
$$6 - 3 = 3;$$



ნახ. 16.

მაშასადამე უნდა მოვითავსოთ სამი სახსარი. დაუშვებელია მათი ნახ. 17 a-ზედ ნაჩვენები განაწილება, რადგანაც პირველ ორ მალის ფარგლებში იგი სტატიურად ურკვევადია და დანარჩენ ორში კი გეომეტრიულად ცვალებადი, რადგანაც მან შეიძლება მიიღოს წვეტილი ხაზით ნაჩვენები ფორმა უსასრულოდ მცირე ძალის მოქმე-

დების დროსაც კი. სხვათა შორის ცვლა-უცვლადობის გამორკვევის დროს უნდა ვიგულისხმოთ, რომ კოქი საყრდენებს ვერ მოშორდებ-



ნახ. 17.

ბა. ნახ. 17 ბ-ზედ ნაჩვენები სახსრების განაწილება კი წესიერია, რადგანაც კოქი მთელ სიგრძეზედ სტატაურად რკვევადია და გეომეტრიულად უცვლელი. ასეთი კოქის რეაქციების გავლენის ხაზების მონახვა და აგება არაერთარ სირთულეს არ წარმოადგენს, რადგანაც ჩვენ ზემოდ დავრწმუნდით, რომ კოქს მთლიანი ნაწილის ფარგლებში რეაქციის გავლენის ხაზი არის სწორი ხაზი.

დაუშვათ, რომ მოცემული გვაქვს გერბერის ხუთ მალიანი კოქი (ნახ. 18). რეაქციების უცნობთა რიცხვი უდრის 7-ს მათში ზედმეტია

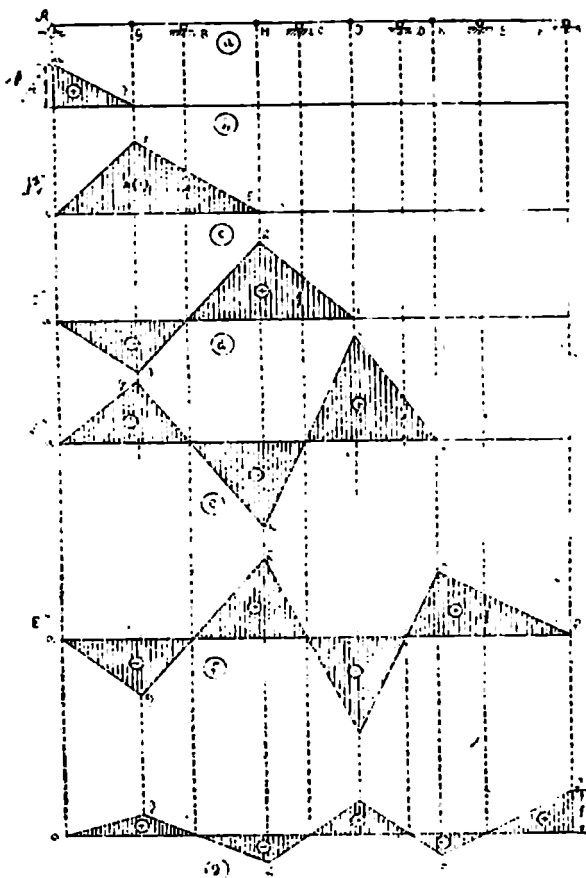
$$7 - 3 = 4.$$

მაშასადამე უნდა მოთავსდეს 4 სახსარი, რომლებიც განაწილებულია ნახ. 18 ა-ზედ. მოვნახოთ და ავაგოთ საყრდენ რეაქციების გავლენის ხაზები. ამ ხაზების აგების საერთო წესი შემდეგია: აგებას ვიწყებთ კოქის იმ მთლიან ნაწილიდან, რომლის ფარგლებში შესაძლებელია ხაზის ორი წერტილის გამორკვევა. ასეთ ნაწილს ჩვენს შემთხვევაში ეკუთვნის KF და სწორედ აქედან ვიწყებთ აგებას.

„A“ ხაზი. როდესაც ძალა $P = 1$ დგას ან E ან F საყრდენზედ A რეაქცია უდრის ნოლს, მაშასადამე, მისი გავლენის ხაზის ორდინატებიც E -სა და F -ის ქვეშ ნოლის ტოლია, მაგრამ კოქის მთლიან ნაწილის ფარგლებში გავლენის ხაზი წარმოადგენს წრფეს, რის გამოც F -დან K -მდე გავლენის ხაზი ემთხვევა ნულოვან ხაზს. როდესაც ძალა დგას D —საყრდენზედ A რეაქცია და მისი ხაზის ორდინატი D -ს ქვეშ ისევ ნოლის ტოლია. მაშასადამე K -დან J -მდე გავლენის ხაზი ისევ ნულოვან ხაზს ემთხვევა. ასეთივე მდგომარეობაა JH და HG ნაწილების ფარგლებში. როდესაც ძალა შედგება

A-ზედ მისი რეაქცია და მისი ხაზის ორდინატიც უდრის 1. ისე რომ „A“ — ხაზს მივიღებთ საბოლოოდ ax სწორი ხაზის სახით (ნახ. 18 *b*).

„B“ — ხაზი. F-დან H-მდის გავლენის ხაზი ემთხვევა ნულო-



ნახ. 18.

ვან ხაზს. B—წერტილის ქვეშ ორდინატი უდრის 1, მაშასადამე H-სა და G-ს შორის გავლენის ხაზი იქნება სწორი ხაზი hg . A-ს ქვეშ ორდინატი ნულია, მაშასადამე, G-სა და A-ს შუა გავლენის ხაზი იქნება

სწორი ხაზი *ga*. ამრიგად „*B*“—ხაზს საბოლოოდ მივიღებთ ტეხილი *agh* ხაზის სახით (ნახ. 13 *c*).

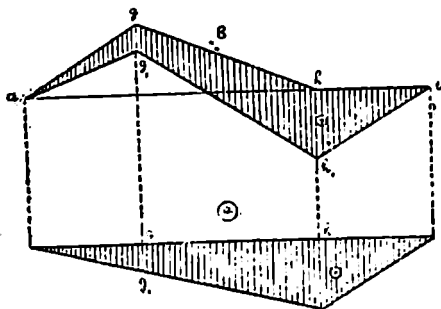
„*C*“—ხაზი *F*-დან *J*-მდის გავლენის ხაზი ემთხვევა ნულოვან ხაზს. *C*-ს ქვეშ ხაზის ორდინატი უდრის 1 და *J*-სა და *H*-ს შორის გავლენის ხაზი იქნება *ih*. შემდეგ, *B*-ს ქვეშ ორდინატი ნულია, მაშასადამე *H*-სა და *G*-ს შუა გავლენის ხაზი იქნება *hg* დაბოლოს, *A*-ს ქვეშ ორდინატი ისევ ნულია და გავლენის ხაზი *G*-სა და *A*-ს შუა იქნება *ga*. საბოლოოდ „*C*“—ხაზს მივიღებთ *aghi*—ტეხილი ხაზის სახით (ნახ. 18 *d*).

ანალოგიურად აგებულია დანარჩენი ხაზებიც (ნახ. 18 *e*, *f* და *g*).

რეაქციების გავლენის ხაზები შეგვიძლია ავაგოთ კიდევ შემდეგი მოსაზრებით. როგორც ვიცით რეაქციების და აგრეთვე მლუნავ მომენტის და გადამქრელ ძალების მონახვის დროს კოქის დრეკად დეფორმაციას, მისი სიმციროს გამო ანგარიშს არ უწევთ, ე. ი. კოქს საზოგადოთ და კერძოთ გერბერის კოქის ნაწილებს ვგულისხმობთ აბსოლიუტურად ხისტს. რაკი ეს ასეა შეგვიძლია დავამტკიცოთ (ნახ. 18), რომ მაგალითად მანამდის ძალა *J*-სა და *F*-ს შორის იმყოფება *A*, *B* და *C* რეაქციები ნულის ტოლია. მართლაც, ამ რეაქციების გამოსარკვევად საჭიროა *J*—სახსარის აწევა ან დაწევა, ეს კი მოითხოვს *JK* ნაწილის სიხისტისა და მისი *D*—საყრდენთან დაკავშირების გამო, *K*-სახსრის დაწევას ან აწევას, *DK* ნაწილით *D*—წერტილის გარშემო ტრიალით. მაგრამ *K*—სახსრის აწევ-დაწევა შეუძლებელია *KF* ნაწილის სიხისტისა და მისი *E* და *F*—საყრდენებთან დაკავშირების გამო. მაშასადამე *J*—სახსარი უძრავია, რის გამო *A*, *B* და *C* რეაქციები ნულის ტოლია (იხ. ნახ. 18 *b*, *c* და *d*). დანარჩენი მსჯელობა გავლენის ხაზების აგებისათვის იგივეა, რაც ზემოდ-მოყვანილი.

გადამქრელ ძალის გავლენის ხაზის ასაგებად ჩვენ მოგვიხდება რეაქციათა გავლენის ხაზების შეჯამება, რისთვისაც საჭიროა შესაჯრებ ხაზების ერთნაირ ნიშნიანი ორდინატების ნულოვან ხაზის სხვადასხვა მხარეს მოთავსება. მაგალითად, დაუშვათ რომ შესაჯრებია „*B*“ და „*C*“—ხაზები (ნახ. 18 *c* და *d*). ამისათვის ვაგებთ ერთვით მათგანს, მაგალითად, „*B*“-ს. მას აქვს დადებითი ორდინატები, რომლებიც მოთავსებულია ნულოვანი ხაზის ზემოდ (ნახ. 19), მაშასადამე მეორე „*C*“—ხაზის დადებითი ორდინატები მოთავსებულ უნდა იქნან ნულოვან ხაზის ქვემოთ. შეჯამებულ გავლენის ხაზის ორდინატები განიზღვრება *aghi* და *ag₁h₁i* ტეხილ ხაზებს

შორის ვერტიკალების მონაკვეთებით (ნახ. 19), რაც ცოტა უხერხულია, რადგანაც ორდინატების გაზომვა ჰორიზონტალურ ხაზიდან უფრო ადვილია ვიდრე დახრილ ხაზიდან, ამის გამო საჭიროა ერთ-ერთი ტეხილი ხაზის გასწორება და ნულოვან ხაზათ გადაქცევა, რის საშუალებას გვაძლევს შემდეგი დებულება: ორ ვერტიკალს შორის მოთავსებული ტრაპეციის, როგორც ფართი, ისე ორდინატები, ერთ რომელიმე ფუძის (b_1 ან b_2), მეორის მიმართ წაწვედაწვევით რჩება უცვლელი.



ნახ. 19.

ავსწიოთ ფუძე, b_1 იმნაირად, რომ დახრილი გვერდი DC გახდეს ჰორიზონტალური DC (ნახ. 20). რადგანაც ამით ტრაპეციას არ ეცვლება არც ფუძეები b_1 და b_2 და არც სიმაღლე a , ცხადია, რომ მისი ფართიც უცვლელი დარჩება, ე. ი.

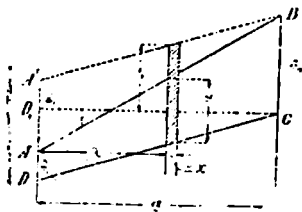
$$\int_0^a y dx = \int_0^a y_1 dx;$$

აქედანვე გამომდინარეობს რომ:

$$y = y_1;$$

ე. ი. ორდინატებიც არ იცვლება. ამ დებულების თანახმად ნახ.

19 a -ზედ $aghi$ ტეხილი ხაზი გასწორებად უნდა იქნებოდეს, რითაც შეჯამებულ გავლენის ხაზს მიცემული აქვს ნორმალური სახე. ეხლა დაუბრუნდეთ ჩვენ კოქს და მოენახოთ და ავგაოთ მაგალითად, N -კვეთის გადამკრეფი ძალის გავლენის ხაზი, ანუ „ Q_N “ — ხაზი (ნახ. 21). ამ კვეთის უბნებია: I— AN , II— NE . „პირველ“ შემთხვევაში, I უბანში მოქმედებს სამი ძალა:



ნახ. 20.

$$P = 1; \quad A \text{ და } B;$$

II-ში კი ოთხი:

C, D, E და F ;

Q_N^I -ი მარტივად გამოისახება I უბნის ძალების საშუალებით, სახელდობრ;

$$Q_N^I = A + B - 1;$$

მაშასადამე, Q_N^I —ხაზის ასაგებად საჭიროა „ A “ და „ B “—ხაზების შეკრება და შემდეგ ჯამიდან „ $y=1$ “ ხაზის გამოკლება. ნახ. 21 a -ზედ შეკრებილია „ A “ და „ B “—ხაზი; ნახ. 21 b გასწორხაზებულა a, g, h ტეხილი ხაზი, რის შემდეგ გამოკლებულია ხაზი $y=1$. მიღებული ტეხილი ხაზი a_1, g_1, h_1 , რომლის ნულოვანი ხაზიც არის a_1, e_1 , წარმოადგენს ვადამკრელ ძალის გავლენის ხაზს I უბნის ფარგლებში. „მეორე“ შემთხვევაში I უბანში გვაქვს ორი ძალა A და B , II-ში კი ხუთი:

$P=1$; C ; D ; E და F ;

ვადამკრელი ძალა ამ შემთხვევაშიც გამოისახება მხოლოდ ისევ I უბნის ძალების საშუალებით, სახელდობრ იგი იქნება;

$$Q_N^{II} = A + B;$$

მაგრამ მე II-ე უბნის ფარგლებში „ A “ რეაქცია უდრის ნულს (ნახ. 18 b), რის გამო „ Q_N^I “ ხაზის ასაგებად საკმარისია აგებულ იქნას „ B “ ხაზის ნაკვეთი g, h (ნახ. 18 c), რომელიც ვარგისია მხოლოდ მე-II-ე უბნის ფარგლებში (ნახ. 21 b). იგი მოთავსებულია ნულოვან ხაზის ქვემოთ, რადგანაც მას აქვს დადებითი ორდინატები. ძლუნავ მომენტის გავლენის ხაზი „პირველ“ შემთხვევაში იქნება:

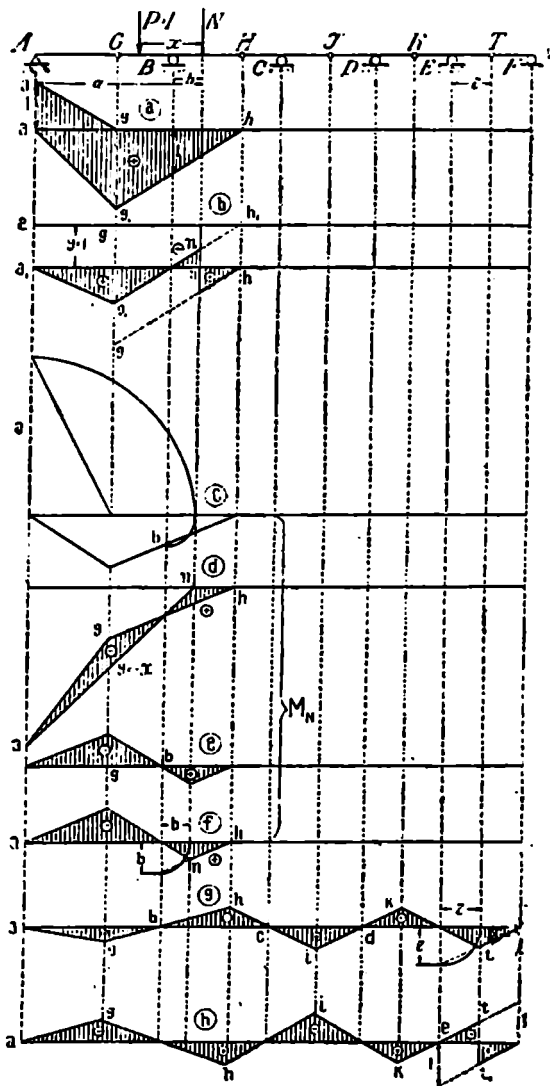
$$M_N^I = A \cdot a + B \cdot b - P \cdot x = A \cdot a + B \cdot b - x; \text{ (ნახ. 21).}$$

მის ასაგებად საჭიროა „ A “—ხაზის გადამრავლება a მანძილზე, „ B “-სი— b -ზედ და მათი შეჯამების შემდეგ გამოკლება

$$y = x$$

სწორი ხაზის. ნახ. 21 c -ზედ სათანადო გადამრავლების შემდეგ შეკრებილია „ A “ და „ B “ ხაზები. ნახ. d -ზედ გასწორხაზებულ „ A “ და „ B “ ხაზების ჯამიდან გამოკლებულია ხაზი

$$y = x.$$



656. 21.

ნაშთი $aghn$ გამოსახავს „ M_N “—ხაზს „პირველ“ შემთხვევაში, მაშასადამე იგი გამოსადგვია მხოლოდ A -დან N -ამდის. „მეორე“ შემთხვევაში მლუნავი მომენტი იქნება:

$$M_N^{II} = Aa + Bb;$$

მაგრამ ძალა $P = 1$ მეორე უბანში ყოფნის დროს „ A “ ხაზი უღრის ნულს (იხ. ნახ. 18 b). მაშასადამე:

$$M_N^{II} = B \cdot b;$$

რაც ნახ. 21 d -ზედ გამოისახება hg ნაკვეთით, რომელიც ვარგისია მხოლოდ მეორე უბნის ფარგლებში; ე. ი. N -იდან H -მდის. საბოლოოდ მლუნავ მომენტის გავლენის ხაზი იქნება $aghn$ (ნახ. 21 d), რომელიც ნახ. 21 e -ზე გასწორახაზებულია. სხვათაშორის ნულოვანი b -წერტილი აუცილებლად უნდა იყვეს B -საყრდენის ქვეშ, რადგანაც ძალის საყრდენზედ მოთავსების დროს კოჭი აოსად არ ილუნება და, მაშასადამე, N -კვეთშიც არაფითარ მლუნავ მომენტს ადგილი არ ექნება. ამ ხაზის აგება შეიძლება აგრეთვე შემდეგი მოსაზრებით: წარმოვიდგინოთ რომ კოჭის ნაწილი GH (ნახ. 21) არის ღრეკადი და დანარჩენი ნაწილები კი—ხისტი. ამ პირობებში GH ნაწილის ჩაზნექის დროს, H წერტილი (სახსარი), როგორც ზემოდ დავრწმუნდით იქნება უძრავი და G -წერტილს კი შეუძლია თავისუფლად აიწიოს და დაიწიოს, რადგანაც პირობით, ხისტ AG -ნაწილს შეუძლია იბრუნოს A -წერტილის გარშემო. მაშასადამე GH ნაწილი წარმოადგენს კონსოლიან კოჭს, რომლის საყრდენები არის B და H . ასეთ კოჭისათვის კი ჩვენ უკვე ვიცით გავლენის ხაზის აგება. სახელდობრ B -ს ვერტიკალზედ ნულოვან ხაზიდან (ნახ. 21 f) მოვზომავთ N -კვეთის მარცხენა b -მანძილს, მიღებულ წერტილს უერთებთ მარჯვენა ნულოვან წერტილს სწორ ხაზით, რომელზედაც ვერტიკალურად ვაგეგმილებთ N -კვეთს, ამ გეგმილს უერთებთ მარცხენა ნულოვან წერტილს სწორი ხაზით, რომელსაც ვაგრძელებთ კონსოლის ბოლომდე. პირველი მალის მთლიანი ნაწილის ფარგლებში, გავლენის ხაზი წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომლის ასაგებად საკმარისია ორი წერტილი. ერთი G ს ქვეშ უკვე გვაქვს, ესაა g , მეორე კი A -ს ქვეშ a ნულოვან ხაზზედ იქნება. მაშასადამე AG ნაწილის ფარგლებში გავლენის ხაზი იქნება ag . HF -ნაწილის ფარგლებში გავლენის ხაზი ემთხვევა ნულოვან ხაზს, რადგანაც, როდესაც ძალა ამ ნაწილზედ იმყოფება იგი AH

ნაწილზედ არაჯითარ გავლენას არ ახდენს. ამნაირივე მოსაზრებით ნახ. 21 გ-ზე უშუალოდ აგებულია T —კვეთის მლუნავ მომენტის და ნახ. 21 h -ზე გადამჭრელ ძალის გავლენის ხაზები.

§ 6. ტეხილ-ღერძიანი კოჭის გავლენის ხაზები

ავილოთ ტეხილ-ღერძიანი კოჭი ACB (ნახ. 22), რომლის მოძრავი საყრდენის B —რეაქცია დახრილია β —კუთხით ჰორიზონტ-თან. უკანასკნელის გამო უძრავი საყრდენის რეაქციაც საზოგადოთ დახრილი იქნება და ამასთან ცვალებადთ, რაც შეუძლებლად ხდის „ A “ რეაქციის გავლენის ხაზის უშუალოდ აგებას და მოითხოვს მის დაშლას ორ განსაზღვრულ მიმართულების მდგენელათ. როგორც დახრილ რეაქციებიან ძელის შემთხვევაში, დავშალოთ იგი ვერტიკალურ V და ჰორიზონტალურ H მდგენელებათ და ორივესთვის გავლენის ხაზი მოვნახოთ და ავაგოთ ცალ-ცალკე.

„ V “ — ხ ა ზ ი. გავაგრძელოთ დანარჩენი უცნობები H და B ურთიერთშორის გადაკვეთამდე B_1 —წერტილში და ამ უკანასკნელის მიმართ დავსწეროთ წონასწორობის მესამე განტოლება. ეს მოგვცემს:

$$V \cdot (l + u) - P(l + u - x) = 0;$$

საიდანაც

$$V = \frac{P(l + u - x)}{l + u} = \frac{l + u - x}{l + u};$$

მაშასადამე გავლენის ხაზის განტოლება არის:

$$y = \frac{l + u - x}{l + u};$$

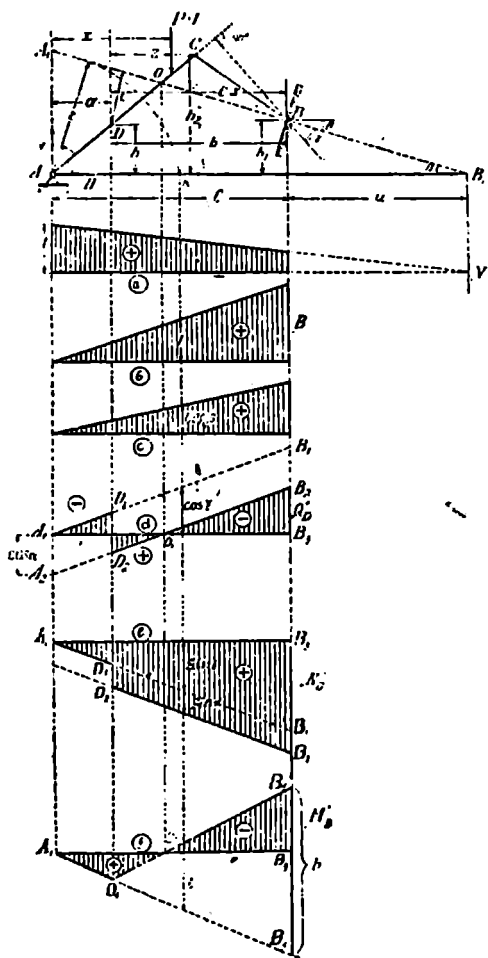
რაც წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომლის ორდინატი A -ს ქვეშ, სადაც

$$x = 0; y = 1;$$

და B_1 -ს ქვეშ, სადაც

$$x = l + u; y = 0;$$

ამ ორ წერტილის საშუალებით ეს ხაზი აგებულია ნახ. 21 გ-ზედ და ვარგისია კოჭის l -მალის ფარგლებში.



636. 22.

„B“ — ხ ა ზ ი . ამ ხაზის განტოლების მოსანახად შესაძებ პირობას ვწერთ A — წერტილის მიმართ, რომელიც მოგვცემს:

$$B \cdot r - P \cdot x = 0;$$

აქედან

$$B = \frac{Px}{r} \text{ ანუ } B = \frac{x}{r}, \text{ ე. ი. } y = \frac{x}{r}$$

ამ ხაზის ორდინატი A -ს ქვეშ, სადაც

$$x = 0, y = 0,$$

K -ს ქვეშ, სადაც

$$x = r; y = 1;$$

ამ ორი წერტილის საშუალებით ნახ. 22 b -ზე ავებულია ეს ხაზი, რომელიც ვარგისია აგრეთვე კოქის l — მალის ფარგლებში.

„H“ — ხ ა ზ ი . ამ ხაზის მოსანახად ესარგებლობთ წონასწორობის პირველი პირობით, სახელდობრ:

$$\sum X = 0;$$

რომელიც მოგვცემს:

$$H - B \cos \beta = 0;$$

აქედან

$$H = B \cos \beta;$$

ამ განტოლების თანახმად „H“ — ხაზის ასაგებად საკიროა „B“ — ხაზის გადამრავლება $\cos \beta$ -ზე, რაც შესრულებულია ნახ. 22 c -ზედ, სადაც „B“ ხაზის ერთის ტოლი ორდინატის მაგიერ მოზომილია $\cos \beta$.

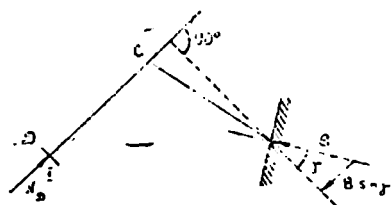
„V“, „H“ და „B“-ხაზების საშუალებით შეგვიძლ ა ავაგოთ, მაგალითად, D — კვეთის გადამჭრელ და ნორმალურ ძალების და მლუნავე მომენტის გავლენის ხაზები. „პირველ“ შემთხვევაში D — კვეთის გადამჭრელი ძალა უდრის B — რეაქციის გეგმილს AC — ღეროს მართობზე ე. ი.

$$Q_D^I = -B \cdot \cos \gamma \text{ (ნახ. 22),}$$

რომლის თანახმად „ Q_D “ ხაზის ასაგებად საკიროა „B“ — ხაზის გადამრავლება $\cos \gamma$ -ზე, რაც შესრულებულია ნახ. 22 d ზე. „მეორე“ შემთხვევაში გადამჭრელი ძალა იქნება:

$$Q_D^{II} = 1 \cdot \cos \alpha - B \cos \gamma = \cos \alpha - B \cos \gamma;$$

რომლის თანახმად „ Q_D “ — ხაზის ასაგებად საჭიროა $\cos \alpha$ ხაზს გამოაკლდეს $B \cos \gamma$ — ხაზი. მაგრამ $B \cos \gamma$ — ხაზი გვაქვს უკვე აგებული „პირველ“ შემთხვევისათვის, იგი არის $A_1 B_1$ — ხაზი (ნახ. 22 *d*). მასაშადამე ამ ხაზის ქვემოლ $\cos \alpha$ — მანძილით უნდა გავაელოთ მისი პარალური $A_2 B_2$ — ხაზი, რომელიც ვარგისია მეორე უბნის ფარგლებში. ტეხილი ხაზი $A_1 D_1 D_2 B_2 B_3$ წარმოადგენს საბოლოოდ „ Q_D “ — ხაზს. საგულისხმოა ამ ხაზის შუალედი ნულოვანი O_1 — წერტილი. იგი უნდა იყვეს აუცილებლად O — წერტილის ვერტიკალზედ (ნახ. 22), რადგანაც მოძრავი, $P = 1$, ძალის O წერტილზედ მდებარეობის დროს A საყრდენის სრული რეაქცია მიმართულებით ემთხვევა AC — ღეროს, რის გამო მისი გეგმილი D — კვეთზედ ანუ რაც იგივეა D კვეთის გადამჭრელი ძალა უდრის ნულს. მასაშადამე „ Q_D “ — ხაზის ორდინატი O -ს ქვეშ უნდა

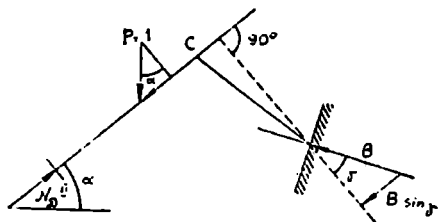


ნახ. 23.

აგრეთვე უდრიდეს ნულს. მოენახოთ და ავაგოთ D — კვეთის ნორმალური ძალის გავლენის ხაზი ანუ მოკლედ „ N_D “ — ხაზი. რომელიმე კვეთის ნორმალური ძალა წარმოადგენს მის, ე. ი. კვეთის, ნორმალზედ მარცხნივ ან მარჯვნივ მომქმედ ძალების გეგმილების ჯამს. ნიშნების

მხრივ დადებითად მივიღოთ, როდესაც იგი ჰკუმშავს ღეროს და პირიქით. „პირველ“ შემთხვევაში ნორმალური ძალა იქნება (ნახ. 23).

$$N_D^I = B \sin \gamma,$$



ნახ. 24.

მასაშადამე „ N_D “ ხაზის ასაგებად საჭიროა „ B “ — ხაზის გადამრავლება $\sin \gamma$ -ზე, რაც შესრულებულია ნახ. 22 *e*-ზე. ეს ხაზი სამართლიანია | უბანში. „მეორე“ შემთხვევაში (ნახ. 24)

$$N_D^{II} = B \sin \gamma + P \sin \alpha = B \sin \gamma + \sin \alpha,$$

ე. ი. $B \sin \gamma$ — ხაზს, რომელიც ავადგეტ ნახ. 22*e*-ზედ უნდა მიემართოს $\sin \alpha$ — ხაზი. ამისთვის $A_1 B_1$ (ნახ. 22*e*) — ხაზის ქვემოთ ვაელებთ მის პარალელურ ხაზს $\sin \alpha$ — მანძილის დაშორებით. ეს ხაზი სამართლიანია მე-II — უბნის ფარგლებში. ტეხილი $A_1 D_1 D_2 B_2 B_3$ — ხაზი წარმოადგენს D — კვეთის ნორმალურ ძალის გავლენის ხაზს. ავადგოთ ეხლა D — კვეთის მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი, ანუ „ M_D “ — ხაზი. „პირველ“ შემთხვევაში მლუნავი მომენტი უდრის:

$$M_D^I = B \cdot t;$$

რომლის თანახმად „ M_D “ — ხაზის ასაგებათ საჭიროა „ B “ — ხაზის გადაძრავლება t -ზე, რაც შესრულებულია ნახ. 22*f*-ზე, სადაც „ B “ ხაზის ერთის ტოლ ორდინატის მაგიერ მოზომილია t — მანძილის ტოლი ორდინატი. ეს ხაზი მართალია I უბანში, „მეორე“ შემთხვევაში მლუნავი მომენტი უდრის:

$$M_D^{II} = B \cdot t - P \cdot z = B \cdot t - z;$$

მაშასადამე ამ შემთხვევაში გავლენის ხაზის ასაგებად საჭიროა Bt — ხაზს გამოაკლდეს $y = z$ ხაზი. ნულოვან ხაზის გასწორხაზების თავიდან ასაცილებლად ეს უკანასკნელი ხაზი ავებულია ნახ. 22*f*-ზე $A_1 B_2$ — ხაზის მიმართ შემდეგი ორი წერტილის საშუალებით. პირველი

$$z = 0; y = 0;$$

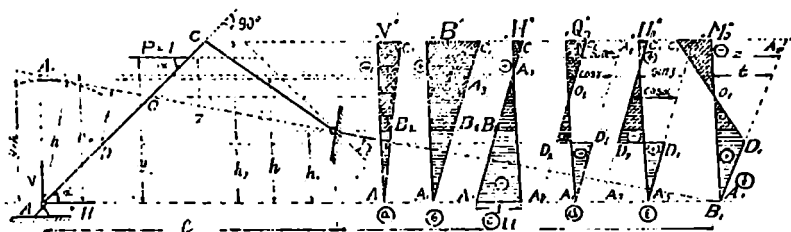
რასაც უპასუხებს D_1 — წერტილი, მეორე

$$z = b; y = b;$$

რომელსაც უპასუხებს B_1 წერტილი დაშორებული ვერტიკალურად B_2 — წერტილიდან b — მანძილით. ამ რიგად „ M_D “ — ხაზი იქნება $A_1 D_1 B_1$ ტეხილი ხაზი. სხვათა შორის „მეორე“ შემთხვევის ხაზი შეიძლება აიგოს უშუალოდაც შემდეგი მოსაზრებით: როდესაც ძალა დგას D კვეთთან dx მანძილზე, მარცხნივ ან მარჯვნივ D კვეთის მლუნავი მომენტი ერთი და იგივეა; მაშასადამე D_1 — წერტილი არის საერთო ორივე შემთხვევის ხაზების; შემდეგ როდესაც მე-II — უბანში ძალა დგას თვით ძალის და „ B “ — რეაქციის გადაკვეთის წერტილზე, მლუნავი მომენტი უდრის ნულს, რადგანაც ამ შემთხვევაში $-A$ საყრდენის სრული რეაქცია, როგორც წონასწორობაში მყოფთაგანი მესამე ძალა, მიმართულებით უნდა დაემთხვას თვით

კოკის AC ღერძს, რის გამო მისი მხარი D -ს მიმართ და მასთან ერთად მღუნავი მომენტიც ნულის ტოლია, ე. ი. O წერტილის ქვეშ „ M_D “—ხაზის ორდინატი არის ნული. მაშასადამე „მეორე“ შემთხვევის გავლენის ხაზის მეორე წერტილი იქნება O_2 და თვით ხაზი კი— D_1O_2 და მისი გაგრძელება B_1 —წერტილამდე.

ესლა მოენახოთ და აევაოთ ზემოდ განხილულ ფაქტორების გავლენის ხაზები კოკზედ ჰორიზონტალურ ძალის მოძრაობის დროს (ნახ. 25).



ნახ. 25.

ამ შემთხვევაში მანძილებათ უნდა მივიღოთ „ y “ და გავლენის ხაზის ორდინატებათ კი „ x “.

„ V “—ხაზი. წონასწორობის მესამე პირობა „ B_1 “ წერტილის მიმართ მოგვცემს:

$$V(l+u) + P \cdot y = 0;$$

აქედან:

$$V = -\frac{Py}{l+u} = -\frac{y}{l+u};$$

ანუ, თუ V —ცვალებად სიდიდეს აღვნიშნავთ x -ით;

$$x = -\frac{y}{l+u};$$

რაც წარმოადგენს სწორ ხაზს, რომლის ასაგებად საჭიროა ორი წერტილი. ერთი, როდესაც

$$y = 0; \quad x = 0;$$

და მეორე, როდესაც

$$y = h_1; \quad x = -\frac{h_1}{l+u};$$

პირველს უპასუხებს A_1 — წერტილი, მეორეს კი — B_1 — წერტილი (ნახ. 22 *a*). მაშასადამე ასაგები ხაზი იქნება A_1B_1 , მაგრამ ეს ხაზი ვარგა გავლენის ხაზათ მთელი კოქის ფარგლებში, ე. ი. A -დან — C -მდე, ე. ი. „ V “ — ხაზი იქნება A_1C_1 (ნახ. 22 *a*). ნიშანი — გეიჩვენებს, რომ V — რეაქციის მიმართულება არის ზემოდან ქვევით. ირიბათ დაშტრიბული უბანი უპასუხებს ძალის მოძრაობას C -სა და B -ს შუა, ამასთან, როდესაც ძალა დგას C -ზედ, რომლისთვისაც $y = h_2$, გავლენის ხაზის ორდინატი იქნება:

$$x = -\frac{h_2}{l+u};$$

და B -სთვის კი, სადაც $y = h_1$,

$$x = -\frac{h_1}{l+u}.$$

თანახმად ზეჟოდ მიღებულ განტოლებისა

$$x = -\frac{y}{l+u}.$$

„ B “ ხაზი. წონასწორობის მესამე პირობა A — წერტილის მიმართ გვაძლევს:

$$Bh - Py = 0;$$

საიდანაც

$$B = \frac{Py}{h} = \frac{y}{h};$$

მაშასადამე გავლენის ხაზის განტოლება იქნება:

$$x = \frac{y}{h};$$

რაც აგრეთვე სწორ ხაზს წარმოადგენს. ამ ხაზის ერთი წერტილი იქნება (ნახ. 22 *b*) A_1 , რომლისთვისაც $y = 0$ და $x = 0$, მეორე — A_2 , რომელიც უპასუხებს $y = h$ და $x = 1$, ხოლო თვით ზაზი კი A_1A_2 და მისი გაგრძელება, რომელიც გავლენის ხაზად ვარგისია A -დან — C -მდე და C -დან — B -მდე (ნახ. 22 *b*). ირიბათ

დაშტრიხული უბანი უპასუხებს ძალის მოძრაობას B -სა და A -ს შუა, ამასთან C -სთვის

$$x = \frac{h_2}{h};$$

და B -სთვის კი

$$x = \frac{h_1}{h}.$$

„ H “ ხაზი. წონასწორობის მესამე პირობა V და B რეაქციების გადაკვეთის A_1 -წერტილის მიმართ, თუ y -ებს მოვზომავთ A_1 -წერტილიდან (ზევით $+$, ქვევით $-$), მოგვცემს:

$$H \cdot h_0 - Py = 0;$$

აქედან:

$$H = \frac{Py}{h_0} = \frac{y}{h_0};$$

ანუ

$$x = \frac{y}{h_0};$$

რაც სწორი ხაზია. ამ ხაზის ერთი წერტილი

$$y = 0; x = 0;$$

მეორე:

$$y = -h_0; x = -1;$$

პირველს უპასუხებს A_3 , მეორეს კი A_1 -წერტილი (ნახ. 25 c). საბოლოო გავლენის ხაზი იქნება $A_1 C_1$, რომლის C -წერტილის შესაბამისი ორდინატი იქნება:

$$x = \frac{h_1 - h_0}{h_0};$$

ხოლო B -წერტილის კი:

$$x = -\frac{h_0 - h_1}{h_0}.$$

„ Q_D “ — ხაზი. I უბანი AD , ხოლო მე-II-ე DCB იქნება. „პირველ“ შემთხვევაში გადამჭრელი ძალა D კვეთში უდრის:

$$Q_D^I = -B \cdot \cos \gamma;$$

ე. ი. გადამჭრელი ძალის გავლენის ხაზის ასაგებად საჭიროა „B“ — ხაზის გადამრავლება $\cos \gamma$ და მისი ნიშნის შეცვლა. ეს შესრულებულია ნახ. 25 d, სადაც „B“ — ხაზის ერთის ტოლ ორდინატის მაგიერ მოზომილია $\cos \gamma$ და მიღებულია ხაზი $A_1 A_2$, რომელიც ვარგისია I უბნის ფარგლებში, ე. ი. A-დან D-მდე (ნახ. 25). „მეორე“ შემთხვევაში:

$$Q_{D}^{II} = P \sin \alpha - B \cos \gamma = \sin \alpha - B \cos \gamma = -(B \cos \gamma - \sin \alpha);$$

რომლის თანახმად გავლენის ხაზის ასაგებათ $B \cos \gamma$ — ხაზის ორდინატებს უნდა გამოაკლდეს სიდიდე $\sin \alpha$. ეს შესრულებულია ნახ. 25 d-ზედ, სადაც $A_1 A_2$ ხაზიდან მის პარალელურად $\sin \alpha$ მანძილით მარცხნივ გავლებულია $C_1 A_3$, რომელიც ვარგისია მხოლოდ მეორე უბნის ფარგლებში, ე. ი. D-დან C-მდე და C-დან B-მდე (ნახ. 25). საბოლოოდ გადამჭრელ ძალის გავლენის ხაზი იქნება $A_1 D_1 D_2 C_1$. სხვათა შორის, ამ ხაზის ნულოვანი წერტილი O_1 უნდა იყვეს აუცილებლად O — წერტილის დონეზედ, რადგანაც, როდესაც ძალა $P=1$ შედგება ამ უკანასკნელ წერტილზე, სამ წონასწორობაში მყოფ ძალის ერთ წერტილში გადაკვეთის პირობის თანახმად, A — საყრდენის სრული რეაქცია უნდა დაემთხვას AO ღერძს (ნახ. 25), რის გამო მისი გეგმილი ამ ღერძის მართობზე (D — კვეთის გადამჭრელი ძალა) იქნება ნული.

„ N_D “ — ხ ა ზ ი . „პირველ“ შემთხვევაში D — კვეთის ნორმალი (მკუმშავი) ძალა იქნება:

$$N_D^I = B \sin \gamma;$$

რომლის თანახმად „ N_D “ გავლენის ხაზის ასაგებად „B“ ხაზი უნდა გადამრავლდეს $\sin \gamma$ -ზე, რაც შესრულებულია ნახ. 25 e-ზე, სადაც „B“ — ხაზის ერთის ტოლ ორდინატის მაგიერ მოზომილია $\sin \gamma$ და მიღებულია ხაზი $A_1 A_3$, რომელიც ვარგისია მხოლოდ I უბანში. „მეორე“ შემთხვევაში:

$$N_D^{II} = B \sin \gamma - P \cos \alpha = B \sin \gamma - \cos \alpha;$$

მაშასადამე „ N_D “ — ხაზის ასაგებად $B \sin \gamma$ — ხაზს უნდა გამოაკლდეს $\cos \alpha$ — ხაზი, რაც შესრულებულია ნახ. 25 e-ზე, სადაც $A_1 A_3$ — ხაზის მარცხნივ $\cos \alpha$ მანძილით გავლებულია მის პარალელურად $A_4 C_1$ — ხაზი, რომელიც ვარგა მე-II — უბანში. ამნაირად სრული „ N_D “ — ხაზი იქნება $A_1 D_1 D_2 C_1$ (ნახ. 25 e). ამ ხაზის ნულოვანი

K_1 —წერტილი აუცილებლად უნდა იყოს B რეაქციისა და AC ლეროსადმი A სახსარში გავლებულ მართობის გადაკვეთის K —წერტილის დონეზედ, რადგანაც ამ დონეზედ ძალის მოქმედების დროს, A საყრდენის სრული რეაქცია იქნება AC ლერძის პერპენდიკულიარული, რის გამო მისი გეგმილი D —კვეთის ნორმალზე, ე. ი. D —კვეთის ნორმალი ძალა, უდრის ნულს.

„ M_D “—ხაზი. „პირველ“ შემთხვევაში D —კვეთის მღუნავი მომენტი იქნება:

$$M_D^I = B \cdot t;$$

მაშასადამე, „ M_D “—ხაზის ასაგებათ საჭიროა „ B “—ხაზის გადაზრდა t —მანძილზე, რაც შესრულებულია ნახ. 25 f , სადაც „ B “—ხაზის ერთის ტოლ ორდინატის მაგიერ მოზომილია t —მანძილი და მიღებულია $A_1 A_2$ ხაზი, რომელიც სამართლიანია I უბანში. „მეორე“ შემთხვევაში:

$$M_D^{II} = B \cdot t - Pz = Bt - z;$$

ე. ი. „ M_D “—ხაზის ასაგებათ Bt —ხაზს უნდა გამოაკლდეს ხაზი $x = z$, რაც შესრულებულია ნახ. 25 f -ზედ და მიღებულია ხაზი $D_1 C_1$, რომელიც ვარგისია მე-II — უბნისათვის. ამ რიგად „ M_D “ ხაზი იქნება $A_1 D_1 C_1$. ამ ხაზის ნულოვანი O_1 —წერტილი უსათუოდ უნდა იყოს O —წერტილის (ნახ. 25) დონეზედ, რადგანაც ამ წერტილზე ძალის მოქმედების დროს A —საყრდენის სრული რეაქცია ემთხვევა AC —ლეროს, რის გამო მის მიერ გამოწვეული D —კვეთის მღუნავი მომენტი იქნება ნოლი.

§ 7. ბავშლის ხაზების აგება ძალის კვანძოვანი გადაცემის დროს

კვანძოვანი გადაცემის შემთხვევაში გავლენის ხაზების აგების დროს, ფენილს, რომელზედაც სწარმოებს მოძრაობა ვეჯლისხმობთ კვანძებზე გადაკრილს, ისე რომ ყოველ პანელში ფენილი წარმოადგენს ორ საყრდენზედ თავისუფლად მდებარე ფილს, რის გამო მასზედ მოთავსებული ტვირთი ხაწილდება კვანძებს 'შორის ბერკეტის კანონით. მაგრამ კვანძზედ მოთავსებული ძალა, ცხადია, უშუალოდ გადაეცემა კოქს, რის გამო ფაქტორის სიდიდე განისაზღვრება უშუალო გადაცემისათვის აგებული გავლენის ხაზის ორდინატით. ეს უკანასკნელი გარემოება საშუალებას გვაძლევს უშუალო გადაცემისათვის აგებული გავლენის ხაზი გამოვიყენოთ კვანძოვანი გადაცე-

მისათვის, მხოლოდ საჭიროა გამოვარკვიოთ, თუ რანაირადა სცვლის მას კვანძოვანი გადაცემა კვანძებს შორის. ამისათვის გამოვიყუთოთ რომელიმე პანელი (ნახ. 26) და დაუშვათ, რომ რაღაცა S —ფაქტორის გავლენის ხაზი უშუალო გადაცემის დროს გამოყოფილ პანელის ფარგლებში წარმოადგენს a, c, b -მრუდს. ენახოთ რანაირად შეიცვლება იგი კვანძებს შორის. შევავყენოთ P ძალა ნებისმიერ x —მანძილზე მარცხენა კვანძიდან. თუ შეცვლილი ხაზის ჯერ-ჯერობით უცნობ ორდინატს ამ ძალის ქვეშ აღვნიშნავთ l -ით, ფაქტორის სიდიდე იქნება:

$$S = P \cdot l;$$

ეხლა გავანაწილოთ კვანძებს შორის ძალა P (ბერკეტის კანონით). მარცხენა კვანძს გადაეცემა:

$$P_1 = \frac{P}{d} \cdot (d - x);$$

მარჯვენას კი:

$$P_2 = \frac{P}{d} \cdot x;$$

ეს უკანასკნელი ძალები, როგორც კვანძებზედ მომქმენდნი, უშუალოთ გადაეცემა AB —კოქს და მათ მიერ გამოწვეული ფაქტორის სიდიდე იქნება:

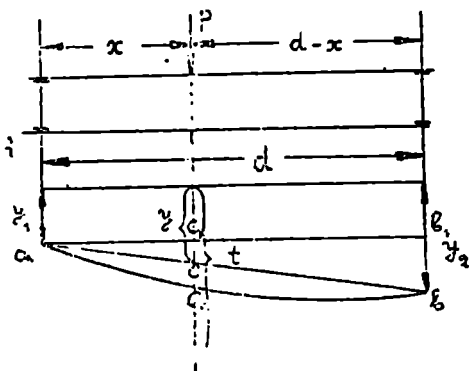
$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2;$$

ცხადია, რომ ფაქტორის ორ სიდიდეთა შორის უნდა იყვეს ტოლობა, ე. ი.

$$Pt = P_1 y_1 + P_2 y_2;$$

ანუ, თუ ჩავსვამთ P_1 და P_2 მნიშვნელობას.

$$Pt = \frac{P}{d} (d - x) y_1 + \frac{P}{d} x y_2;$$



საიდანაც P -ზედ შეკვეცის შემდეგ, მივიღებთ რომ

$$t = \frac{(d-x)y_1 + xy_2}{d} . \quad (a)$$

გამოვარკვეოთ, თუ რას წარმოადგენს ეს t -ორდინატი. ამისათვის a და b წერტილები შევავერთოთ სწორი ხაზით, ამ ხაზის ორდინატი P -ძალის ქვეშ აღენიშნოთ y -ით და ვნახოთ რას უდრის იგი. თუ a წერტილიდან გავავლებთ ნულოვან ხაზის პარალელურად ab_1 -სწორ ხაზს, მივიღებთ ორ მსგავს სამკუთხედს acc_1 და abb_1 , რომლებიც მოგვეცემენ შემდეგ პროპორციას:

$$\frac{cc_1}{bb_1} = \frac{ac_1}{ab_1} ;$$

მაგრამ

$$cc_1 = y - y_1 ; \quad bb_1 = y_2 - y_1 ;$$

$$ac_1 = x \quad \text{და} \quad ab_1 = d ;$$

რის გამო პროპორცია მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x}{d} ;$$

აქედან:

$$y = y_1 + \frac{x}{d} (y_2 - y_1) ;$$

ანუ:

$$y = \frac{dy_1 - xy_1 + xy_2}{d} = \frac{(d-x)y_1 + xy_2}{d} . \quad (b)$$

თუ (b) -ს შევადარებთ (a) -ს მივიღებთ რომ $t = y$; ე. ი. t წარმოადგენს ab სწორი ხაზის ორდინატს. მაშასადამე უშუალო გადაცემის გავლენის ხაზი რანაირიც არ უნდა იყვეს იგი (მრუდე ან ტენილი), კვანძოვანი გადაცემისას კვანძებს შორის უნდა შეიცვალოს სწორი ხაზით. აქედან, კვანძოვანი გადაცემის დროს გავლენის ხაზის აგების წესი შემდეგია: ვაგებთ უშუალო გადაცემისთვის გავლენის ხაზს და კვანძების ქვეშ მდებარე მის წერტილებს ყოველი პანელის ფარგლებში ვაერთებთ სწორი ხაზით.

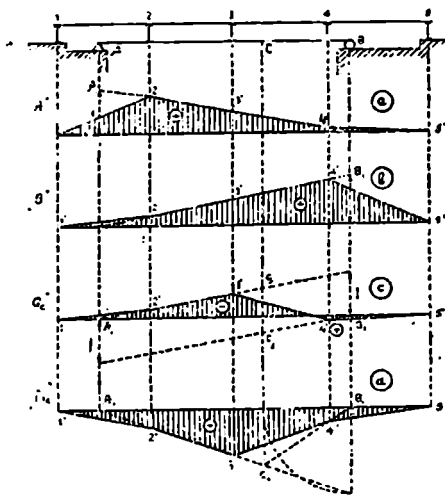
მაგალითი I. დაუშვათ რომ მოცემული გვაქვს კოჭი AB კვანძოვანი გადაცემით და მოსანახია A და B რეაქციების და C -კვეთის გადამქრელ ძალის და მღუნავ მომენტის გავლენის ხაზები.

„A“ ხაზი. უშუალო გადაცემისას ეს ხაზი არის $A_1 B_1$ (ნახ. 27 a). მისი წერტილები კვანძებს ქვეშ იქნება 1', 2', 3', 4' და 5'. ამ წერტილების მიმდევრობითი შეერთებით მივიღებთ „A“ ხაზს კვანძოვანი გადაცემისათვის. ანალოგიურად აგებულია „B“ ხაზი (ნახ. 27 b).

„Q_c“—ხაზი. გადამკრელი ძალის გავლენის ხაზი უშუალო გადაცემისას არის $A_1 C_1 C_2 B_1$ (ნახ. 27 c). მისი კვანძების ქვეშ მდებარე წერტილების სწორი ხაზებით შეერთებით მიღებულია „Q_c“ ხაზი 1', 2', 3', 4', 5' — ტეხილი ხაზის სახით.

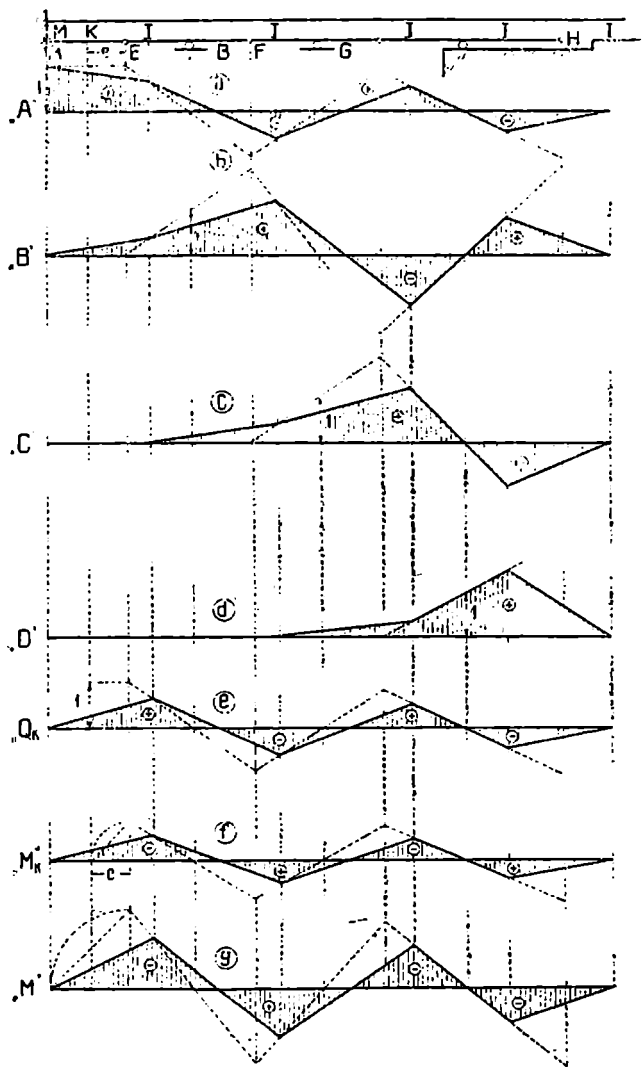
„M_c“—ხაზი. მლუნაევი მომენტის გავლენის ხაზი უშუალო გადაცემისას არის $A_1 C_1 B_1$. კვანძების ქვეშ მდებარე წერტილების შეერთებით მიღებულია მისი გავლენის ხაზი 1' 2' 3' 4' 5 (ნახ. 27 d).

მაგალითი II. მოცემულია გერბერის კონსოლიანი სამ მალიანი კოჭი კვანძოვანი გადაცემით. ასაგებია „A“, „B“, „C“, „D“,



ნახ. 27.

„Q_c“, „M_c“ და „M“ ხაზები. არ ვიღებთ რა მხედველობაში კვანძებს, ყველა ამ ხაზებს ჯერ ვაგებთ ტვირთის უშუალო გადაცემისათვის, შემდეგ ამ ხაზებზედ ვაგებმიღებთ კვანძებს და ამ გეგმილებს მიმდევრობით ვაერთებთ სწორი ხაზებით (ნახ. 28).



55b. 28.

§ 8. დეფორმაციის გავლენის ხაზები

იმის სჩვენებლად, თუ რანაირად აიგება, რაიმე დეფორმაციის გავლენის ხაზი განვიხილოთ ორ საყრდენზედ თავისუფლად მდებარე კოჭი და მოვნახოთ და ავაგოთ მისი: 1) მარცხენა საყრდენი კვეთის მობრუნების α კუთხის, 2) N —კვეთის მობრუნების ε კუთხის და 3) N —კვეთის f ჩაზნექის გავლენის ხაზები (ნახ. 29).

„ა“—კუთხის გავლენის ხაზი. ამ ხაზის მოსანახად ვისარგებლოთ მასალათა გამძლეობის ცნობილი დებულებით, რომლის თანახმად, ნებისმიერი კვეთის მობრუნების კუთხე უდრის ფიქტიურ გადამკრულ ძალას გაყოფილ სიხისტეზედ. მაგრამ α —კუთხე ეკუთვნის საყრდენ კვეთს და საყრდენზედ კი გადამკრული ძალა, როგორც ვიცით, უდრის რეაქციას. მშასადამე, თუ მარცხენა ფიქტიურ რეაქციას A' -ით აღვნიშნავთ, მობრუნების კუთხისათვის საზოგადოთ გვექნება:

$$\alpha = \frac{A'}{EJ} \quad (1)$$

გავლენის ხაზისათვის საჭიროა A' სიდიდის $P=1$ ძალის მდებარეობასთან დაკავშირება, რაც არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს, რადგანაც ფიქტიური ტვირთი ანუ მლუნავ მომენტთა ეპიურა, სადაც არ უნდა იდგეს ძალა, ყოველთვის სამკუთხედი იქნება, რომლის სიმაღლე უდრის:

$$\frac{P x \cdot x_1}{l};$$

ანუ, რადგანაც

$$P = 1; \quad \frac{x x_1}{l};$$

სადაც x და x_1 აღნიშნავს A და B საყრდენებიდან $P=1$ ძალამდე მანძილებს. გარდა ამისა საყრდენების ვერტიკალებზედ სამკუთხედის გვერდების მიერ მონაკვეთები შესაბამად იქნება x და x_1 ამის გამო B წერტილის მიმართ წონასწორობის პირობა $\Sigma M' = 0$ მოგვცემს:

$$A' = \frac{\frac{x_1 l}{2} \cdot \frac{l}{3} - \frac{x_1^2}{2} \cdot \frac{x_1}{3}}{l} = \frac{x_1 l^2 - x_1^3}{6l} \quad (2)$$

მაშასადამე α —კუთხის გავლენის ხაზის განტოლება (1) მიიღებს სახეს:

$$\alpha = \frac{x_1 l^2 - x_1^3}{6 E J l} . \quad (3)$$

რაც წარმოადგენს კუბიკური პარაბოლის განტოლებას. ამ პარაბოლის აგება, რასაკვირველია, შეიძლება ჩვეულებრივი წესით, ე. ი. x_1 -ის სხვადასხვა მნიშვნელობით მონახულ წერტილების შეერთებით; მაგრამ ამნაირად აგებული პარაბოლი კერძო საკუთრება იქნება ჩვენი კოქის და სხვა კოქისათვის არ იყარგებს, რადგანაც მონახულ წერტილებში მონაწილეობს კოქის მალი l . რომ წერტილები l -საგან დამოუკიდებელი გავხადოთ და სხვა კოქებისთვისაც გამოვიყენოთ (3) განტოლება შემდეგნაირად გარდავქმნათ: მრიცხველიდან ფრჩხილებს გარეთ გამოვიტანოთ l^3 ; მაშინ:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\frac{x_1}{l} - \frac{x_1^3}{l^3}}{6 E J l} \cdot l^3 = \frac{x_1}{l_1} \left(1 - \frac{x_1^2}{l_1^2} \right) \cdot \frac{l^3}{6 E J} = \\ &= \frac{x_1}{l_1} \left(1 - \frac{x_1}{l} \right) \left(1 + \frac{x_1}{l} \right) \frac{l^3}{6 E J} ; \end{aligned}$$

აღვნიშნოთ:

$$\frac{x_1}{l} = n_1 \quad \text{და} \quad \frac{l^3}{6 E J} = C\text{-თი;}$$

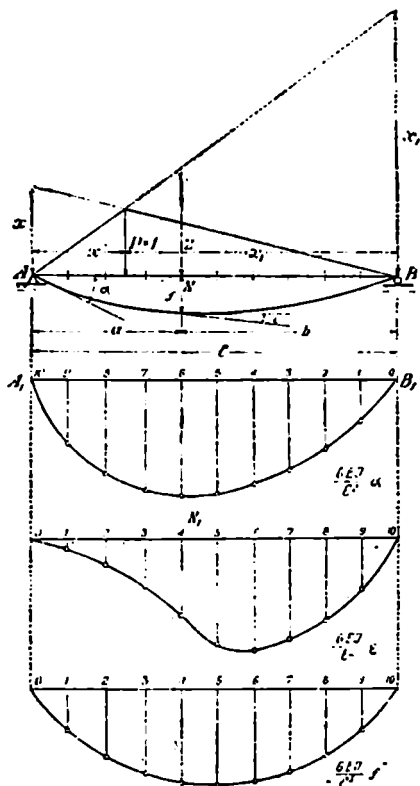
რის შემდეგ, საბოლოოდ, მივიღებთ:

$$\alpha = n_1 (1 - n_1) (1 + n_1) \cdot C . \quad (4)$$

რადგანაც x_1 ყოველთვის შეგვიძლია გამოვსახოთ როგორც l -ის ნაწილი, ამიტომ ამ განტოლებაში სიდიდე n_1 , რომელიც წარმოადგენს ცვალებად კოეფიციენტს, ყოველთვის განყენებული და მაშასადამე l -საგან დამოუკიდებელი რიცხვი იქნება. განტოლების მეორე სიდიდე C , რომელიც დამოკიდებულია კოქის სიგრძეზე და სიხისტეზე, როგორც საერთო მამრავლი, შეგვიძლია გავლენის ხაზის მაშტაბში ვიგულისხმოთ და ხაზის აგების დროს მხედველობაში არ ვიქონიოთ. ამის გამო პარაბოლის აგების ფორმულა იქნება:

$$y = n_1 (1 - n_1) (1 + n_1) . \quad (5)$$

მაგრამ n_1 —კოეფიციენტს რომ შემთხვევითი მნიშვნელობები არ ჰქონდეს პარაბოლის ასაგებად შემდეგი წესი მივიღოთ: კოქის მთელი



ნახ. 29.

მალი, რასაც არ უნდა უდრიდეს იგი, ყოველთვის დაეყოთ ათ თანასწორ ნაწილად, დაყოფის თვითეულ წერტილისათვის (5) განტოლებით გამოეთვალეთ ორდინატები და მიღებული პარაბოლის წერტილები მიმდევრობით შევეერთოდ. ნწორხაზობრივი შეერთებისას, მართალია, მრუდის მაგიერ ტეხილ ხაზს მივიღებთ, მაგრამ ეს პრაქტიკულად სრულიად დასაშვებია განსხვავების სიმციროს გამო, თუმცა უფრო მეტ, მაგალითად ოც ნაწილად დაყოფით, შეგვიძლია ტეხილი ხაზი უფრო დაუახლოვოთ მრუდს. თუ დაყოფის წერტილებს დავნომრავთ B წერტილიდან (რადგანაც x_1 -ის საწყისი

აქაა), მაშინ პარაბოლის ორდინატები იქნება:

№ 0;	$n = 0;$	$y_0 = 0;$
№ 1;	$n = 0,1;$	$y_1 = 0,1 \cdot 0,9 \cdot 1,1 = 0,099;$
№ 2;	$n = 0,2;$	$y_2 = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 1,2 = 0,192;$
№ 3;	$n = 0,3;$	$y_3 = 0,3 \cdot 0,7 \cdot 1,3 = 0,273;$
№ 4;	$n = 0,4;$	$y_4 = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 1,4 = 0,336;$
№ 5;	$n = 0,5;$	$y_5 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1,5 = 0,375;$

- № 6; $n=0,6$; $y_6=0,6 \cdot 0,4 \cdot 1,6=0,384$;
 № 7; $n=0,7$; $y_7=0,7 \cdot 0,3 \cdot 1,7=0,357$;
 № 8; $n=0,8$; $y_8=0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,8=0,288$;
 № 9; $n=0,9$; $y_9=0,9 \cdot 0,1 \cdot 1,9=0,171$;
 № 10; $n=1$; $y_{10}=0$;

ამ ორდინატების საშუალებით ნახ. 29ა-ზე აგებულია „ $\frac{6 EJ}{l^2} \alpha$ “ — ხაზი. კუთხის წამდელი სიდიდის მისაღებად ხაზის ორდინატები უნდა გადიდდეს C -ჯერ ანუ $\frac{l^2}{6 EJ}$ -ჯერ.

N —კვეთის მობრუნების ϵ —კუთხის გავლენის ხაზი. ეს კუთხე უდრის N -კვეთის ფიქტიურ გადამკრელ ძალას გაყოფილს სიხისტეზედ, ე. ი.

$$\epsilon = \frac{Q'_N}{EJ}$$

სიმარტივის მიზნით, როდესაც $P=1$ ძალა I უბანშია, ფიქტიური გადამკრელი ძალა გამოვთვალოთ მე-II-ზე უბნის ძალების საშუალებით და პირიქით. „I შემთხვევაში“ გადამკრელი ძალა იქნება:

$$Q'_N = -B' + \frac{zb}{2} \quad (\text{ნახ. 29});$$

მაგრამ:

$$B' = \frac{\frac{x^2}{6} - \frac{x^3}{6}}{l} = \frac{x l^2 - x^3}{6l};$$

და

$$z = \frac{x}{l} \cdot b;$$

ამის გამო:

$$Q'_N = -\frac{x l^2 - x^3}{6l} + \frac{x b^2}{2l} = -\frac{x l^2 + x^3 + 3x b^2}{6l};$$

და მობრუნების კუთხე:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= -\frac{x l^2 + x^3 + 3x b^2}{6EJl} = \frac{\left(-\frac{x}{l} + \frac{x^3}{l^3} + 3\frac{x}{l} \cdot \frac{b^2}{l^2}\right) l^3}{6EJl} \\ &= (-n + n^3 + 3n\beta^2) \frac{l^2}{6EJ}; \end{aligned}$$

ანუ საბოლოოდ:

$$\varepsilon I = -n(1 - 3\beta^2 - n^2) \cdot C. \quad (6)$$

სადაც

$$n = \frac{x}{l}; \quad \beta = \frac{b}{l} \quad \text{და} \quad C = \frac{l^3}{6EJ}.$$

„II შემთხვევაში“ ანალოგიურად მივიღებთ:

$$\varepsilon II = n_1(1 - 3\alpha^2 - n_1^2) \cdot C \quad . (7)$$

სადაც

$$n_1 = \frac{x_1}{l} \quad \alpha = \frac{a}{l} \quad \text{და} \quad C = \frac{l^3}{6EJ}.$$

აქაც სილიდე C მასშტაბში ვიგულისხმობთ და პარაბოლი ავადგოთ შემდეგი განტოლებებით:

$$yI = -n(1 - 3\beta^2 - n^2) \quad (\text{I უბანში}). \quad . (8)$$

$$yII = n_1(1 - 3\alpha^2 - n_1^2) \quad (\text{II უბანში}). \quad . (9)$$

მხოლოდ დაყოფის წერტილები უნდა დაენიშნოს I უბნისათვის A წერტილიდან (x -ის საწყისიდან) და II-თვის კი B -დან x_1 -ის საწყისიდან) (ნახ. 29).

დაუშვათ, რომ:

$$a = 0,4l \quad \text{და} \quad b = 0,6l;$$

მაშინ:

$$\alpha = \frac{a}{l} = 0,4 \quad \text{და} \quad \beta = \frac{b}{l} = 0,6;$$

ამ მნიშვნელობათა ჩასმით, პარაბოლის განტოლებები მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$yI = -n(1 - 3 \cdot 0,36 - n^2);$$

ანუ:

$$yI = +n(0,08 + n^2) \quad (10)$$

და

$$yII = n_1(1 - 3 \cdot 0,16 - n_1^2);$$

ანუ:

$$yII = n_1(0,52 - n_1^2) \quad . (11)$$

ამრიგად ორდინატები იქნება:

I უბანში:

$$\text{№ } 0; \quad n = 0; \quad y_0 = 0;$$

$$\text{№ } 1; \quad n = 0,1; \quad y_1 = 0,1(0,08 + 0,01) = 0,009;$$

$$\text{№ 2; } n = 0,2; \quad y_2 = 0,2(0,08 + 0,04) = 0,024;$$

$$\text{№ 3; } n = 0,3; \quad y_3 = 0,3(0,08 + 0,09) = 0,051;$$

$$\text{№ 4; } n = 0,4. \quad y_4 = 0,4(0,08 + 0,16) = 0,096;$$

II უბანში:

$$\text{№ } 6_{(4)}; \quad n_1 = 0,6; \quad y_{6(4)} = 0,6(0,52 - 0,36) = 0,096;$$

$$\text{№ } 5_{(5)}; \quad n_1 = 0,5; \quad y_{5(5)} = 0,5(0,52 - 0,25) = 0,135;$$

$$\text{№ } 4_{(6)}; \quad n_1 = 0,4; \quad y_{4(6)} = 0,4(0,52 - 0,16) = 0,144;$$

$$\text{№ } 3_{(7)}; \quad n_1 = 0,3; \quad y_{3(7)} = 0,3(0,52 - 0,09) = 0,129;$$

$$\text{№ } 2_{(8)}; \quad n_1 = 0,2; \quad y_{2(8)} = 0,2(0,52 - 0,04) = 0,096;$$

$$\text{№ } 1_{(9)}; \quad n_1 = 0,1; \quad y_{1(9)} = 0,1(0,52 - 0,01) = 0,051;$$

$$\text{№ } 0_{(10)}; \quad n_1 = 0; \quad y_{0(10)} = 0;$$

ამ ორდინატებით აგებულია $n \frac{6EJ}{l^3} \epsilon$ გავლენის ხაზი (ნახ. 29b). სრული ϵ -ის მისაღებათ, გავლენის ხაზით გამოთვლილი მისი სიდიდე უნდა გამრავლდეს $C = \frac{l^3}{6EJ}$ - ჯერ.

N -კვეთის f -ჩაზნეკის გავლენის ხაზი. ჩაზნეკა, როგორც ვიცით, უღრის ფიქტიურ მღუნავ მომენტს გაყოფილს სიხისტეზედ, ე. ო.

$$f = \frac{M'}{EJ};$$

აქაც, სიმარტივის მიზნით, როდესაც $P = 1$ ძალა I უბანშია, ფიქტიური მღუნავი მომენტი გამოვსახოთ II უბნის ძალების საშუალებით და პირიქით. „I შემთხვევაში“ გვექნება (ნახ. 29:)

$$M' = B' \cdot b - z \frac{b^3}{6};$$

ანუ, ჩაღვანაც:

$$B' = \frac{x l^2 - x^3}{6l} \quad \text{და} \quad z = \frac{x}{l} b \quad (\text{იხ. ზემოდ});$$

$$M' = \frac{x l^2 - x^3}{6l} \cdot b - \frac{x b^3}{6l} = \frac{x l^2 - x^3 - x b^2}{6l} \cdot b;$$

ამიტომ ჩაზნევა იქნება:

$$fI = \frac{xI^2 - x^2 - x b^2}{6EJl} \cdot b = \frac{\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} - \frac{x}{l} \cdot \frac{b^2}{l^2}\right) \cdot \frac{b}{l} \cdot l^3}{6EJ} =$$

$$= (n - n^2 - n\beta^2) \cdot \beta \cdot \frac{l^3}{6EJ};$$

ანუ საბოლოოდ:

$$fI = n \cdot \beta (1 - \beta^2 - n^2) D \quad . (12)$$

სადაც;

$$n = \frac{x}{l}; \quad \beta = \frac{b}{l} \quad \text{და} \quad D = \frac{l^3}{6EJ};$$

„II შემთხვევაში“ ანალოგიურად მივიღებთ;

$$fII = n_1 \cdot \alpha (1 - \alpha^2 - n_1^2) D \quad . (13)$$

სადაც;

$$n_1 = \frac{x_1}{l}; \quad \alpha = \frac{a}{l} \quad \text{და} \quad D = \frac{l^3}{6EJ}.$$

აქაც D —სიდიდე მაშტაბში ვიგულისხმობთ და პარაბოლი ავადგოთ შემდეგი განტოლებებით:

$$yI = n\beta (1 - \beta^2 - n^2) \quad (\text{I უბანში}) \quad . (14)$$

$$yII = n_1\alpha (1 - \alpha^2 - n_1^2) \quad (\text{II უბანში}) \quad . (15)$$

ანუ, რადგანაც:

$$\beta = 0,6 \quad \text{და} \quad \alpha = 0,4:$$

$$yI = 0,6n(0,64 - n^2) \quad \text{და}$$

$$yII = 0,4n_1(0,84 - n_1^2).$$

ამ განტოლებებით გამოთვლილი ორდინატები იქნება:

I უბანში:

$$№ 0; \quad n = 0; \quad y_0 = 0;$$

$$№ 1; \quad n = 0,1; \quad y_1 = 0,6 \cdot 0,1 (0,64 - 0,01) = 0,0378;$$

$$№ 2; \quad n = 0,2; \quad y_2 = 0,6 \cdot 0,2 (0,64 - 0,04) = 0,0720;$$

$$№ 3; \quad n = 0,3; \quad y_3 = 0,6 \cdot 0,3 (0,64 - 0,09) = 0,0990;$$

$$№ 4; \quad n = 0,4; \quad y_4 = 0,6 \cdot 0,4 (0,64 - 0,16) = 0,1152;$$

II უბანში:

$$\text{№ 6; } n_1 = 0,6; \quad y_{n(4)} = 0,4 \cdot 0,6 (0,84 - 0,36) = 0,1152;$$

$$\text{№ 5; } n_1 = 0,5; \quad y_{n(5)} = 0,4 \cdot 0,5 (0,84 - 0,25) = 0,1180;$$

$$\text{№ 4; } n_1 = 0,4; \quad y_{n(6)} = 0,4 \cdot 0,4 (0,84 - 0,16) = 0,1080;$$

$$\text{№ 3; } n_1 = 0,3; \quad y_{n(7)} = 0,4 \cdot 0,3 (0,84 - 0,09) = 0,0900;$$

$$\text{№ 2; } n_1 = 0,2; \quad y_{n(8)} = 0,4 \cdot 0,2 (0,84 - 0,04) = 0,0640;$$

$$\text{№ 1; } n_1 = 0,1; \quad y_{n(9)} = 0,4 \cdot 0,1 (0,84 - 0,01) = 0,0332;$$

$$\text{№ 0; } n_1 = 0; \quad y_{n(10)} = 0;$$

ამ ორდინატებით აგებულია „ $\frac{6EJ}{l^3} f''$ “-ის გავლენის ხაზი (ნახ. 29 ც).

f —ჩაზნევის სრული სიდიდის მისაღებათ გავლენის ხაზით გამოთვლილი სიდიდე უნდა გამრავლდეს $D = \frac{l^3}{6EJ}$ -ჯერ.

აქამდე გავლენის ხაზების ასაგებად კოქზედ ვამოძრავებდით შეყურსულ $P=1$ ძალას, რადგანაც ვგულისხმობდით, რომ ნაშენზედ იმოქმედებდა შეყურსულ ძალებისაგან შემდგარი მატარებელი. მაგრამ მატარებელი შეიძლება იყვეს სხვა სახისაც, მაგალითად, წყვილძალებისაგან ანდა თანაბრათ დატვირთულ ზოლებისაგან შემდგარი. გავლენის ხაზების ასაგებად პირველ შემთხვევაში უნდა ავაზომოძრავოთ წყვილძალი $M=1$ ton და მეორეში კი მთელი ზოლი, რომლის ტვირთი $Q=1$ ton. თუ ზოლის სიგრძე არის s m, მაშინ $Q=1$ ton დატვირთვის ინტენსიობა იქნება:

$$q = \frac{1}{s} \text{ ton/m.}$$

განვიხილოთ თავისუფლათ მდებარე კოქის ფაქტორებისათვის გავლენის ხაზების მონახვა—აგების წესი, ამ ორივე შემთხვევაში ცალ-ცალკე.

§ 9. კოჭზედ მოძრაობს წაშლილძალი $M=1$.

„A“ — ხ ა ზ ი . წონასწორობის მესამე პირობა ($\sum M=0$) B—წერტილის მიმართ მოგვცემს:

$$A \cdot l + M = 0;$$

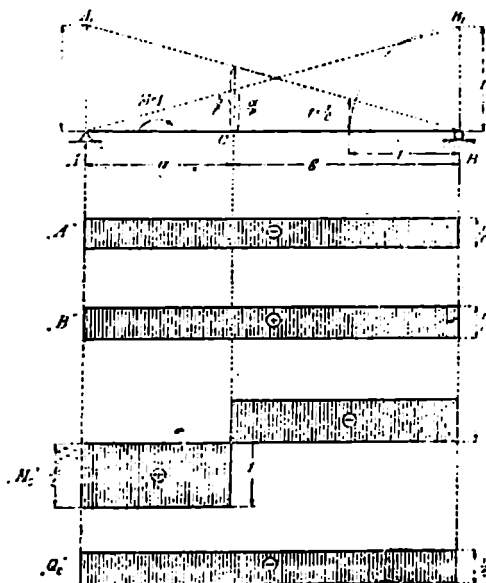
საიდანაც

$$A = -\frac{M}{l};$$

ანუ, რადგანაც $M=1$, თუ A -ს y -ით აღვნიშნავთ,

$$y = -\frac{1}{l};$$

რაც წარმოადგენს ნულოვან ხაზის პარალელურს და მისგან $\frac{1}{l}$ მანძილით დაშორე ბულ ხაზს. ამ მანძილს გრაფიკულად მოვნახავთ შემდეგი აგებით: ერთ ერთ საყრდენის ვერტიკალზედ მოვზომავთ



ნახ. 30

ნების მიერ მონაკვეთს, რომელსაც გაუტოლებთ განყენებულ ერთს, ე. ი. $AA_1=1$. ამის შემდეგ თუ A_1 წერტილს მოპირდაპირე B საყრდენს შუერთებთ, მაშინ A_1B -ხაზას B წერტილიდან $AA_1=1$ -ით დაშორებული ორდინატი, მოგვეცემ საძიებელ $\frac{1}{l}$ -მანძილს (ნახ. 30).

„ B “ — ხ ა ზ ი . პირობა $\sum Y = 0$ მოგვეცემს:

$$A + B = 0;$$

საიდანაც

$$B = -A;$$

ე. ი. „B“—ხაზი იგივეა რაც „A“—ხაზი, მხოლოდ შებრუნებული ნიშნისაა, ეს ხაზი ნაჩვენებია 30—ნახაზზე.

„M_c“—ხაზი. მანამდის წყვილძალი $M=1$ პირველ უბანშია C—კვეთის მლუნავი მომენტი:

$$M_c^I = B \cdot b.$$

ამ განტოლების თანახმად „M_c“—ხაზის მისაღებათ საჭიროა „B“—ხაზის ორდინატების b -ჯერ გადიდება. მაგრამ „B“—ხაზი პარალელურია ნულოვან ხაზის და მისი ორდინატი არის $\frac{1}{l}$, მაშასადამე „M_c“—ხაზის ორდინატი იქნება $\frac{b}{l}$ და თვით ხაზიც ნულოვან ხაზის პარალელური იქნება (ნახ. 29). ორდინატი $\frac{b}{l}$ მონახულია გრაფიკულად A_1B —ხაზის საშუალებით (ნახ. 29). როდესაც წყვილძალი $M=1$ მეორე უბანშია, მაშინ:

$$M_c^{II} = A \cdot a;$$

მაშასადამე, „M_c“—ხაზის მისაღებად საჭიროა „A“—ხაზის ორდინატების a -ჯერ გადიდება, რაც შესრულებულია (ნახ. 29)-ზე, სადაც ორდინატი $\frac{a}{l}$ მონახულია გრაფიკულად AB_1 ხაზის დახმარებით.

„Q_c“—ხაზი. რადგანაც წყვილძალის გეგმილი, საზოგადოთ, უდრის ნოლს, ამიტომ, რომელ უბანზედაც არ უნდა იყვეს წყვილძალი $M=1$, C—კვეთის გადამკრელი ძალა ყოველთვის იქნება ან:

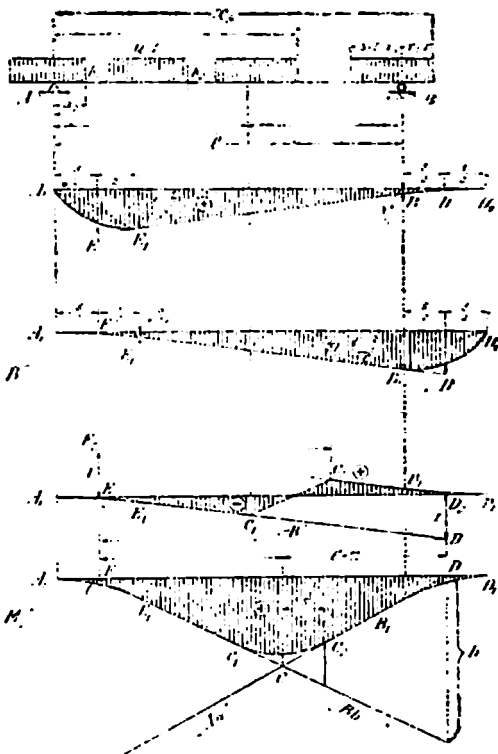
$$Q_c = A; \text{ ან } Q_c = -B;$$

რაც ერთი და იგივეა, რადგანაც $B = -A$. მაშასადამე „Q_c“—ხაზი მთელი კოქის ფარგლებში იგივეა რაც „A“—ხაზი თავისივე ნიშნით (ნახ. 29).

§ 10. კოჭხელ მოძრაობის ზოლი $Q=1$ ton.

როგორც ვიცით, გავლენის ხაზის ასაგებად და მის საშუალებით ფაქტორის სიდიდის მოსანახად, საზოგადოთ საჭიროა ორდი-

ნატების დაკავშირება რომელიმე წერტილთან. როდესაც კოჩხედ ვამოძრავებდით $P=1$ ძალას ან $M=1$ წყვილძალას, ასეთ წერტილებათ ვლებულობდით ძალის ან წყვილძალის მოდების წერტილებს, და ფაქტორის სიდიდეს ამ წერტილების ქვეშ მდებარე ორდინატებით ვზომავდით. მაშასადამე ეხლაც, მოძრავი ზოლის მოქმედების დროს, აუცილებელია გავლენის ხაზის ორდინატების დაკავშირება რომელიმე წერტილთან. ასეთ წერტილათ მივიღოთ ზოლის მარჯვენა k_2 - წერტილი (ნახ. 31) და ორდინატები ყოველთვის მის ქვეშ მოვზომოთ.



ნახ. 31.

„A“ — ხაზი. B — წერტილის მიმართ წონასწორობის მესამე პირობა გვაძლევს:

$$A \cdot l - Q \left(l - x_1 + \frac{S}{2} \right) = 0;$$

აქედან:

$$A = \frac{Q \left(l - x_1 + \frac{S}{2} \right)}{l};$$

ანუ, რადგანაც $Q=1$, თუ A-ს აღნიშნავთ y-ით,

$$y = \frac{l - x_1 + \frac{S}{2}}{l};$$

რაც წარმოადგენს სწორ ხაზს. ეს ხაზი აგებულია:

$$E(x_1 = \frac{s}{2}, y = 1) \text{ და } D(x_1 = l + \frac{s}{2}, y = 0)$$

წერტილების საშუალებით (ნახ. 31) იგი, როგორც გავლენის ხაზი, მართალია მხოლოდ E_1 და B წერტილებს შუა, რადგანაც ამ ფარგლებში

$$s \leq x_1 \leq l,$$

გ. ი. ზოლი ყოველთვის კოქზედაა და ხაზის განტოლებაც არ ირღვევა. როდესაც;

$$x_1 = x_2 < s,$$

მაშინ ზოლის ნაწილი კოქიდან მარცხენა მხარეს გადმოდის და იგივე პირობა ($\Sigma M = 0$) მოგვცემს შემდეგს ახალ განტოლებას:

$$Al - \frac{Q}{s} \cdot x_2 \left(l - \frac{x_2}{2} \right) = 0;$$

საიდანაც:

$$A = Q \cdot \frac{x_2 \left(l - \frac{x_2}{2} \right)}{s l};$$

ანუ, რადგანაც $Q = 1$, თუ A -ს y -ით აღვნიშნავთ:

$$y = \frac{x_2 \left(l - \frac{x_2}{2} \right)}{s l};$$

რაც წარმოადგენს პარაბოლის განტოლებას. ეს პარაბოლი გაივლილია:

$$A_1(x_2 = 0, y = 0) \text{ და } E_1 \left(x_2 = s, y = \frac{l - \frac{s}{2}}{l} \right)$$

წერტილებზე და ქვემოთ იქნება ჩაზნექილი, რადგანაც $y'' < 0$. როგორც გავლენის ხაზი, სამართლიანია მხოლოდ ამ უკანასკნელ წერტილებს შუა. როდესაც $x_1 = x_2 > l$, მაშინ ზოლი კოქიდან მარჯვენა მხარეს გადადის და ამ შემთხვევაში პირობა $\Sigma M = 0$ მოგვცემს:

$$A \cdot l - \frac{Q (s + l - x_2)^2}{2} = 0;$$

ანუ

$$A = Q \frac{(s+l-x_2)^2}{2sl};$$

ანუ

$$y = \frac{(s+l-x_2)^2}{2sl};$$

რაც აგრეთვე წარმოადგენს პარაბოლს, რომელიც გაივლის:

$$B_1(x_2=l, y=\frac{s}{2l});$$

და

$$D_1(x_2=l+s, y=0):$$

წერტილებში და ზემოთ იქნება ამოზნექილი, რადგანაც $y' > 0$. როგორც გავლენის ხაზი მართალია მხოლოდ B_1 და D_1 -ბს შუა. ამ რიგად „A“—ხაზი იქნება $A_1E_1B_1D_1$ -ხაზი (ნახ. 30).

„B“—ხაზი. აქაც მანამდის $s \leq x < l$ პირობა $\Sigma M = 0$ A—წერტილის მიმართ მოგვეცემს:

$$Bl - Q(x_1 - \frac{s}{2}) = 0;$$

აქედან:

$$B = Q \frac{x_1 - \frac{s}{2}}{l};$$

ანუ

$$y = \frac{x_1 - \frac{s}{2}}{l};$$

რაც წარმოადგენს სწორე ხაზს, რომელიც აგებულია:

$$E(x_1 = \frac{s}{2}, y=0)$$

და

$$D(x_1 = l + \frac{s}{2}, y=1)$$

წერტილების საშუალებით (ნახ. 33). ეს ხაზი, როგორც გავლენის ხაზი სამართლიანია მხოლოდ E_1 და B_1 —წერტილებს შუა. როდესაც $x_1 = x_2 < s$, მაშინ:

$$Bl - \frac{Q}{s} \cdot \frac{x^2}{2} = 0;$$

საიდანაც

$$B = Q \cdot \frac{x^2}{2sl};$$

ანუ:

$$y = \frac{x^2}{2sl};$$

რაც წარმოადგენს, პარაბოლს, რომელიც გაივლის

$$A_1(x_2=0, y=0) \text{ და } E_1\left(x_2=s, y=\frac{s}{2l}\right)$$

წერტილებზე და ზემოთ იქნება ამოზნექილი, რადგანაც

$$y'' > 0.$$

ეს პარაბოლი, გავლენის ხაზად სამართლიანია მხოლოდ ამ ორ უქანასკნელ წერტილებს შუა. როდესაც

$$x_1 = x_3 > l,$$

მაშინ:

$$Bl - \frac{Q}{s}(s+l-x_3)\left(l - \frac{s+l-x_3}{2}\right) = 0;$$

საიდანაც

$$B = Q \cdot \frac{(s+l-x_3)(l-s+x_3)}{2sl}$$

ანუ

$$y = \frac{(s+l-x_3)(l-s+x_3)}{2sl};$$

რაც აგრეთვე პარაბოლია, რომელიც გაივლის

$$D_1(x_3=l+s, y=0) \text{ და } B_1\left(x_3=l, y=\frac{l-\frac{s}{2}}{l}\right);$$

წერტილებში და ქვემოთ იქნება ჩაზნექილი, რადგანაც

$$y'' < 0.$$

ამრიგად „B“—ხაზს საბოლოოდ მივიღებთ $A_1E_1B_1D_1$ —სახისას (ნახ. 31).

„Q_c“—ხაზი. მანამდის ზოლი I უბანშია, ე. ი. k_2 —წერტილი არ გადასცილებია C-ს, გადამჭრელი ძალა

$$Q_c^I = -B.$$

მაშასადამე „Q_c“—ხაზი იგივეა, რაც „B“—ხაზი, მხოლოდ შებრუნებული ნიშნით. იგი სამართლიანია „Q_c“—ხაზისათვის მხოლოდ A_1 და C_1 —წერტილებს შუა. როდესაც ზოლი მე-II-უბანშია, მაშინ;

$$Q_c^{II} = +A,$$

ე. ი. „ Q_c “—ხაზი იგივეა, რაც „ A “—ხაზი თავისივე ნიშნით. ეს ხაზი „ Q_c “—ხაზისათვის მართალია მხოლოდ C_2 და D_1 —წერტილებს შუა. როდესაც ზოლი ნაწილობრივ ორივე უბანშია, ე. ი. k_2 —წერტილი C_1 და C_2 —წერტილებს შუაა, მაშინ გადამკრეული ძალისათვის გვექნება:

$$Q_c = -B + \frac{Q}{s}(x_4 - a);$$

ანუ, რადგანაც $Q = 1$ და თუ Q_c -ს y -ით აღვნიშნავთ:

$$y = -B + \frac{x_4 - a}{s} \quad (16)$$

ამ განტოლების თანახმად გავლენის ხაზის ასაგებად—„ B “—ხაზის ორდინატებს უნდა დაემატოს

$$\frac{x_4 - a}{s}$$

ორდინატები. მაგრამ, რადგანაც—„ B “—ხაზი C_1 და C_2 -შუა წარმოადგენს სწორ ხაზს, ორდინატების შეჯამების შემდეგაც ისევ სწორ ხაზს მივიღებთ. დავამტკიცოთ, რომ ეს ხაზი უსათუოდ C_1 და C_2 წერტილებზე გაივლის. მართლაც (16) განტოლებაში თუ მივიღებთ:

$$x_4 = a; \text{ მაშინ: } y = -B.$$

ე. ი. „ B “—ხაზის ორდინატს, რასაც უბასუხებს, C_1 —წერტილი. თუ მივიღებთ:

$$x_4 = a + s, \text{ მაშინ } y = -B + 1;$$

მაგრამ

$$A + B = 1 \text{ ან } A = -B + 1;$$

ამის გამო:

$$y = +A.$$

ე. ი. „ A “—ხაზის ორდინატს, რომელსაც უბასუხებს C_2 —წერტილი. ამრიგად გადამკრეული ძალის გავლენის ხაზი იქნება $A_1 E_1 C_1 C_2 B_1 D_1$ —ხაზი (ნახ. 31).

„ M_c “—ხაზი ი. მანამდის ზოლი C —კვეთის მარცხნივაა:

$$M_c^I = B \cdot b;$$

ე. ი. „ M_c “—ხაზის ასაგებათ „ B “—ხაზის ორდინატები უნდა გადიდდეს b -ჯერ, რაც შესრულებულია (ნახ. 31)-ზე. ეს ხაზი „ M_c “—ხაზისათვის ვარგა მხოლოდ A_1 და C_1 -ს შუა. როდესაც ზოლი C —კვეთის მარჯვნივ იქნება, მაშინ:

$$M_c^{II} = A \cdot a;$$

ე. ი. „ M_c “—ხაზის ასაგებათ, „ A “—ხაზის ორდინატების a -ჯერ გადიდება საჭირო, რაც შესრულებულია იქვე. ეს ხაზი ვარგისია C_2 და D_1 შუა. სხვათა შორის, ამ ორ „ AA “ და „ Bb “—ხაზის გადაკვეთის C წერტილი, დაშორებულია a და b ვერტიკალურ მონაკვეთებიდან a და b —მანძილებით; მართლაც ნახაზიდან ერთის მხრივ:

$$C C_0 = \frac{b}{l} \cdot z;$$

და მეორეს მხრივ:

$$C C_0 = \frac{a}{l} (l - z).$$

ამის გამო:

$$\frac{b}{l} z = \frac{a}{l} (l - z);$$

ანუ

$$bz = al - az;$$

აქედან

$$z(a + b) = al;$$

მაგრამ

$$a + b = l;$$

რის გამო

$$zl = al \text{ და } z = a;$$

მაშასადამე მეორე მანძილი:

$$l - z = l - a = b,$$

ამის გამო ECD ტეხილი ხაზი წარმოადგენს კოქის C —კვეთის მლუნავ მომენტის გავლენის ხაზს შეყურსულ $P = 1$ ძალის მოძრაობის დროს, მხოლოდ $\frac{S}{2}$ — მანძილით მარჯვნივ დაწეულს. გავლენის ხაზის შესავსებათ საჭიროა განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც k_2 —წერტილი C_1 და C_2 -ს შუაა. ამ შემთხვევაში:

$$M_c = Bb - \frac{Q(x_4 - a)^2}{s} \cdot \frac{1}{2};$$

ანუ, რადვანაც $Q = 1$, თუ M_c -ს y -ით აღვნიშნავთ:

$$y = Bb - \frac{(x_4 - a)^2}{2s};$$

რაც წარმოადგენს მრუდი ხაზის, სახელდობრ, პარაბოლის განტოლებას. ამ განტოლების თანახმად C_1 და C_2 -ის შუა გველენის ხაზის ორდინატის მისაღებათ „ Bb “—ხაზის ორდინატს უნდა გამოვავლოთ

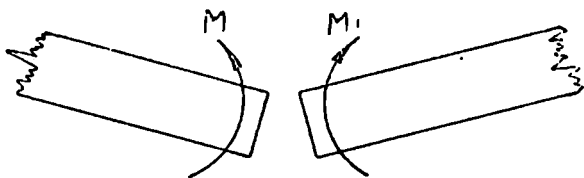
$$\frac{(x_1 - a)^2}{2s}$$

ორდინატი, რაც შესრულებულია 31—ნახაზზე.

§ 11. გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური წესით

მარტივი კოქი, როგორც ნაშენი, არის მდგრადი მანამდის იგი მთლიანია და მიწასთან საკმაოდაა დაკავშირებული. კოქის მთლიანობას ყოველკვეთში იცავს ორი ფაქტორი: მლუნავი მომენტი და გადამქრელი ძალა. პირველი ეწინააღმდეგება წარმოდგენით გადაქრილ კოქის მარცხენა და მარჯვენა ნაქრების ურთიერთ შორის მობრუნებას (ნახ. 32), მეორე კი—ამ ნაქრების დაძრას (ნახ. 33). ამ რიგად თითოეული ფაქტორი წარმოადგენს ნაქრებს შორის კოქის მთლიანობისათვის საჭირო კავშირს. მიწასთან კი კოქი დაკავშირებულია საყრდენების საშუალებით. თუ კოქს წარმოდგენით მოვაშორებთ ერთ-ერთ კავშირს, ამით იგი დაჰკარგავს მდგრადობას, გადაიქცევა მექანიზმად და მიეცემა მას ამა თუ იმ მოძრაობის საშუალება. რომ ეს მოძრაობის უნარი მოუსპოთ, ცხადია, კოქს უნდა მოვლდათ მოშორებული კავშირი. მაშასადამე, ესა თუ ის კავშირი მუშაობს მხოლოდ მაშინ, როდესაც კოქი ამ კავშირის შესაბამის მოძრაობას ღებულობს. მაგალითად, მლუნავი მომენტი მუშაობს მაშინ, როდესაც წარმოდგენით გადაქრილი კოქის ნაქრები ბრუნავენ, გადამქრელი ძალა—როდესაც ეს ნაქრები დაიწყებენ ძრას, საყრდენის რეაქცია—როდესაც ამ საყრდენზე მდებარე კოქის ბოლო მოისურვებს რეაქციის მიმართულებით გადაადგილებას და სხვა. ეს უკანასკნელი გარემოება საშუალებას გვაძლევს ამა თუ იმ ფაქტორის მოსანახად გამოვიყენოთ კინემატიკიდან ცნობილი დაღამბერის პრინციპი, რომელიც ეხება მოძრავ სისტემის ანუ მექანიზმის წონასწორობას. ამ პრინციპის თანახმად, თუ რომელიმე მექანიზმზედ მომქმედი ძალები, როგორც აქტიური ისე რეაქტიური,

წონასწორობაშია, მაშინ მათი მუშაობა მექანიზმისათვის შესაძლო მცირე გადაადგილებაზედ ყოველთვის უდრის ნულს. ჩვენი მიზნისთვის ამ პრინციპის გამოსაყენებლად, კოქი უნდა გადავაქციოთ ისეთ მექანიზმად, რომელსაც შეუძლია მიიღოს სხვათა შორის საძიებელ ფაქტორის შესაბამი გადაადგილებაც. შემდეგ ამ მექანიზმს მოვსდებთ $P=1$ ძალას და საძიებელ „ S “ ფაქტორს და მცირე ნებისმიერი, მაგრამ მექანიზმის შესაბამი, გადაადგილებათა



ნახ. 32.

ეპიურის აგების შემდეგ, ვსწერთ, დალამბერის პრინციპის თანახმად, მუშაობათა განტოლებას, საიდანაც ამოვხსნით საძიებელ ფაქტორის სიდიდეს. თუ გადაადგილებათა ეპიურის $P=1$ ძალის შესაბამ გადაადგილებას (ორდინატს) აღნიშნავთ t -თი და S —ფაქტორისას δ -თი, განტოლება იქნება;

$$1 \cdot t - S \cdot \delta = 0 \quad (17)$$

ამ განტოლებაში მეორე წევრის წინ დასმულია ნიშანი მინუსი, რადგანაც ჩვენ ვგულისხმობთ, რომ მექანიზმის გადაადგილება გამოწვეულია $P=1$ ძალით და, რასაკვირველია, გადაადგილების მოწინააღმდეგე S —ფაქტორის მუშაობა ამ შემთხვევაში იქნება უარყოფითი. ამ განტოლებიდან მივიღებთ:

$$S = \frac{t}{\delta} \quad (18)$$

აქ გადაადგილება t ცვალებადია, რადგანაც $P=1$ ძალა არის მოძრავი, δ კი მუდმივია. უკანასკნელის შერჩევა ჩვენს განკარგულებაშია; თუ მას ავიღებთ ერთის ტოლს და გადაადგილებათა ეპიურას სათანადოთ გარდაექმნით, მაშინ, ჩავსვამთ რა t -ს მაგიერ

ახალ გარდაქმნილ ეპიურის y —სიდიდეს, განტოლება (18) მოგვეცემს:

$$S = y \quad . (19)$$

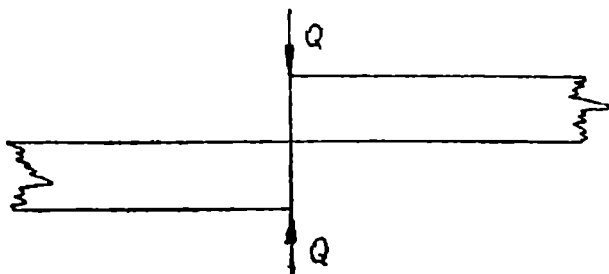
რაც გვიჩვენებს, რომ გარდაქმნილი ეპიურა წარმოადგენს S —ფაქტორის გავლენის ხაზს. ამის და მიხედვით აიგება გავლენის ხაზები სხვადასხვა ფაქტორისათვის.

რეაქციის გავლენის ხაზი. ავავთ მაგალითად „ B “ ხაზი (ნახ 34). ამისთვის წარმოდგენით მოვაშოროთ B —საყრდენი (კავშირი კოქსა და მიწას შორის), რის შემდეგ კოქი გადიქცევა მექანიზმად, რომელსაც შეუძლია იბრუნოს A —წერტილის გარშემო. დაუშვათ რომ $P=1$ ძალის გამო, კოქი იძნაირად შემოტრიალდა A —წერტილის გარშემო, რომ B —წერტილმა მიიღო δ —გადაადგილება. მაშინ მუშაობის განტოლება მოგვეცემს (ნახ. 34)

$$1 \cdot l - B \cdot \delta = 0;$$

საიდანაც

$$B = \frac{l}{\delta};$$

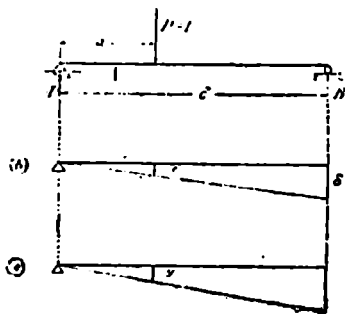


ნახ. 33.

თუ δ -ს მივიღებთ ერთის ტოლს მაშინ გადაადგილებათა ეპიურა მიიღებს 34 ნახაზზედ აღნიშნულ სახეს, რაც სავესებით შეესაბამება ზემოდ, სტატიკის პირობებით მონახულ და აგებულ „ B “ ხაზს.

მლუნავი მომენტის გავლენის ხაზი. მოვნახოთ, მაგილითად C —კვეთის „ M “—ხაზი (ნახ. 35). ამისათვის მოვაშოროთ წარმოდგენით C —კვეთში M ფაქტორი და გადავაქციოთ კოქი ისეთ მექანიზმად, რომელიც მოგვეცემს M -ის

შესაბამ გადაადგილებას, სახელდობრ AC და CB ნაკრების ბრუნვას. ასეთ მექანიზმს მივიღებთ თუ კოქს წარმოდგენით გადავქვრიოთ C —კვეთში და მის ნაკრებს ურთიერთშორის შევავრთებთ სახს-



ნახ. 34.

რის საშუალებით (ნახ. 34), დაუშვათ, რომ $P=1$ ძალით გამოწვეული გადაადგილებათა ეპიურა არის $A_1C_1B_1$ (ნახ. 34), სადა α და β მცირე კუთხეებია. მაშინ მუშაობის განტოლება იქნება:

$$1 \cdot l - M\alpha - M\beta = 0;$$

ანუ

$$l - M(\alpha + \beta) = 0;$$

საიდანაც

$$M = \frac{l}{\alpha + \beta} \quad . (20)$$

როგორც ვხედავთ ამ შემთხვევაში

$$\delta = \alpha + \beta;$$

მაშასადამე გავლენის ხაზის მისაღებათ უნდა მივიღოთ:

$$\alpha + \beta = 1 \quad . (21)$$

ენახოთ, თუ რანაირად შეიცვლება გადაადგილებათა ეპიურა. გარდავქმნათ ჯამი $\alpha + \beta$. ამისათვის გავაგრძელოთ ხაზი B_1C_1 მარცხენა საყრდენის ვერტიკალამდის. ამით მიღებული კუთხე $A_1C_1C_2$, როგორც გარეგანი ტოლი იქნება $\alpha + \beta$ -სი მაგრამ, რადგანაც α და β მცირე კუთხეებია, მათი ჯამი შეგვიძლია შევცვალოთ ტანგენსების ჯამით, უკანასკნელი კი $\Delta A_1C_1A_2$ -დან უდრის:

$$\frac{A_1 A_2}{C_1 C_2} \cdot \text{თ. ი.}$$

$$\alpha + \beta = \frac{A_1 A_2}{C_1 C_2} /$$

მაშასადამე, რომ დავაკმაყოფილოთ (21) განტოლება უნდა მივიღოთ, რომ

$$A_1 A_2 = C_1 C_2;$$

ანუ, რადგანაც

$$C_1 C_2 = a, A_1 A_2 = a$$

ამ ორდინატით აგებული „ M_c “—ხაზი (ნახ. 35).

ანალოგიურად აიგება გავლენის ხაზები სხვა სახის და აგრეთვე რთულ კოქების ფაქტორებისათვის. მოგნახოთ მაგალითად ერთი თავით ხისტათ დამაგრებული კოქის საყრდენი კვეთის მომენტის გავლენის ხაზი (ნახ. 36). ამისათვის კოქი წარმოდგენით უნდა გადავქრათ A —კვეთში და იქ მოვათავსოთ სახსარი. შესაძლო გადაადგილებათა ეპიურა ნაჩვენებია ნახ. 36-ზე. მუშაობის განტოლება:

$$1 \cdot l - M \cdot \alpha = 0;$$

აქედან

$$M = \frac{l}{\alpha} \quad (22)$$

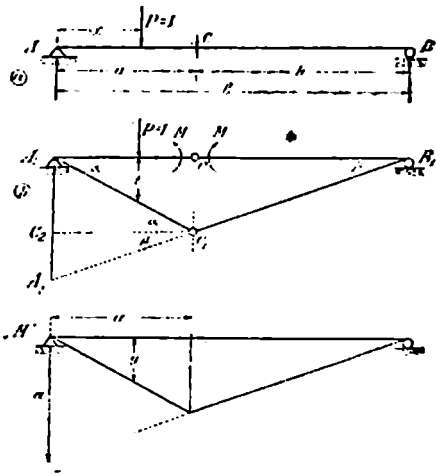
გავლენის ხაზის მისაღებად α უნდა გაუტოლოთ ერთს. მაგრამ სიმციკრის გამო α შეგვიძლია გამოვსახოთ lg -ს საშუალებით, როპელიც უღრის (ნახ. 35),

$$\frac{h}{l}$$

მაშასადამე გავლენის ხაზისაღვის საჭიროა

$$\frac{h}{l} = 1 \text{ ანუ } h = l;$$

შესაბამი ეპიურა აგებულია ნახ. 36-ზე, რაც უპასუხებს „ M_c “-ხაზს, რადგანაც თანახმად (19) განტოლებიანა $M = y$. იმავე კვეთის გადამქრელ ძალის გავლენის ხაზის ზოსანახად წარმოდგენით გადაქრილი კოქი უნდა შეუერთოთ საყრდენ კვეთს პარალელურ ხისტი ძელაკებით. მაშინ გადაადგილებათა ეპიურა იქნება სწორკუთხედი δ — სიმალლის (ნახ. 36).

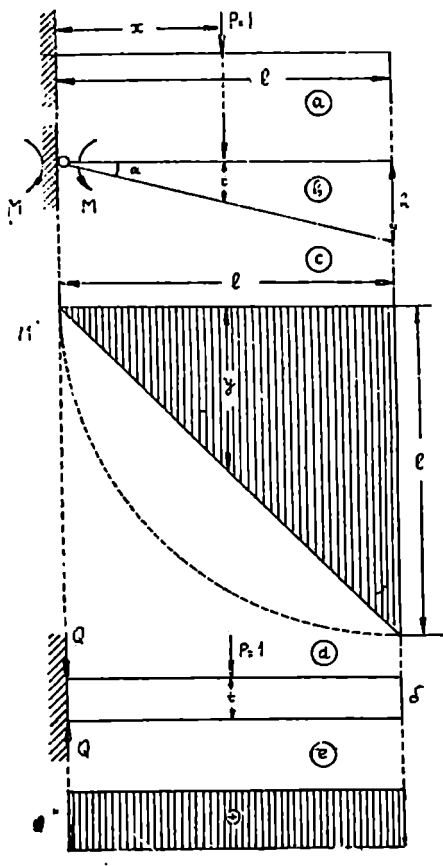


ნახ. 35.

მუშაობის განტოლება:

$$1 \cdot l - Q \delta = 0; \quad Q = \frac{l}{\delta} \quad . \quad (23)$$

გავლენის ხაზისათვის საკიროა რომ $\delta = 1$ იყოს, მაგრამ ამ შემთხვევაში გვექნება აგრეთვე $l = 1$ და $Q = 1$. ეს ხაზი აგებულია ნახ. 36-ზე.



ნახ. 36.

ამ პირობებში შესაძლო გადაადგილებათა ეპიურა აგებულია ნახ. 36 ბ-თუ მივიღებთ $\delta = 1$ ეპიურა მოგვცემს „A“—ხაზს.

როტული ანუ გერბერის კოქისათვის გავლენის ხაზებზეც ამ წესით ძალიან ადვილად აიგება. ავიღოთ, მაგალითად, ზემოდ (გვ. 33) მოყვანილი სუთ მალისანი გერბერის კოქი და კინემატიური წესით ავაგოთ ის ხაზები, რომლებიც აქ მოვნახეთ სტატიკის პირობების საშუალებით.

„A“—ხაზი. მოვაშოროთ კავშირი, A—საყრდენი, და მოვნახოთ მექანიზმად გადაქცეულ კოქის გადაადგილებათა ეპიურა. რადგანაც კოქის მთლიანი ნაქერი KF დაკავშირებულია მიწასთან ორ, E და F წერტილებით, ამის გამო ჩვენი მექანიზმის ნაწილი G -დან— E -მდე უძრავი დარჩება, და მხოლოდ AG ნაწილი იქნება მოძრავი, რომელსაც შეუძლიან იბრუნოს G წერტილის გარშემო.

„B“ — ხ ა ზ ი . მოვაშორეთ კავშირი, „B“ — საყრდენი. აქაც KF ნაქრის უძრავობის გამო H — წერტილიც უძრავი იქნება. ამის გამო მოძრავი ნაწილები იქნება AG და GH , რომელთაც შეუძლიათ იბრუნონ: პირველს A — წერტილის, მეორეს კი H — წერტილის გარშემო. შესაძლო გადაადგილებათა ეპიურა ნაჩვენებია ნახ. 37 *c*. თუ დაუშვებთ, რომ $\delta = 1$, ეპიურა გამოსახავს საძიებელ „B“ — ხაზს.

„E“ — ხ ა ზ ი . ამ შემთხვევაში კავშირ E — საყრდენის მოშორებით კოქის ყველა ნაწილები გახდება მოძრავი. ამასთან FK ნაქერი იბრუნებს F — წერტილის გარშემო, KJ — D — წერტილის, JH — C -ს, HG — B -ს და GA — A -ს გარშემო. შესაძლო გადაადგილებათა ეპიურა აგებულია ნახ. 37 *d*.-ზე თუ დაუშვებთ რომ $\delta = 1$, მივიღებთ „E“ — ხაზს.

მოვნახოთ ეხლა, მაგალითად, T — კვეთის მლუნავი მომენტის და გადამქრელი ძალის გავლენის ხაზები.

„M_T“ — ხ ა ზ ი . გადავქრათ T — კვეთში კოქი და ამ ადგილას მოვათავსოთ სახსარი. ამით კოქის ყველა ნაქერი გახდება მოძრავი და შესაძლო გადაადგილებათა ეპიურა მიიღებს ნახ. 36 *e* ნაჩვენებ სახეს „M_T“ — ხაზის მისაღებათ $\alpha + \beta$ უნდა გაუტოლოთ ერთს, რისთვისაც საჭიროა რომ საყრდენის მონაკვეთი l იყვეს ტოლი r -ისა (იხ. გვ. 73).

„Q_T“ — ხ ა ზ ი . ამ ხაზისათვის T — კვეთში გადაქრით მიღებული ნაქრები KT და TF უნდა შევადგინოთ ორ პარალელურ მცირე და აბსოლუტურად ხისტ ძელაკებით (იხ. ნახ. 36). გადაადგილებათა ეპიურა ნაჩვენებია ნახ. 37 *f*-ზე. თუ $\delta' + \delta''$ გაუტოლებთ ერთს, მივიღებთ „Q_T“ — ხაზს.

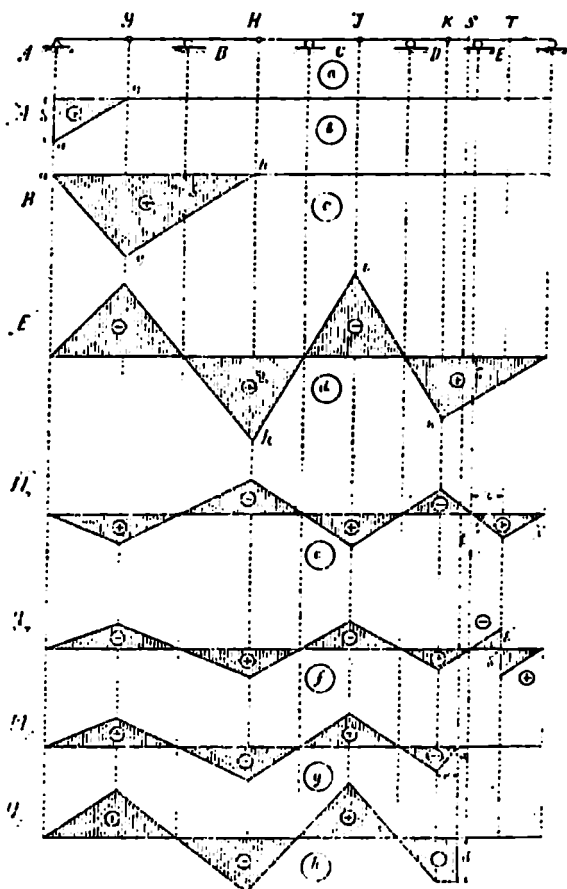
მოვნახოთ, „S“ — კვეთის მლუნავი მომენტის და გადამქრელი ძალის ხაზები.

„M_s“ — ხ ა ზ ი . კოქსა ვქრით „S“ — კვეთში და გადაქრილ ნაქრებს ვაერთებთ ურთიერთშორის სახსრის საშუალებით, რითაც კოქი გადიქცევა მექანიზმათ. ამ მექანიზმის ნაქერი SF იქნება უძრავი, რადგანაც იგი დაკავშირებულია მიწასთან ორ E და F წერტილების საშუალებით; დანარჩენი ნაქრები კი — მოძრავი. ამ პირობებში შესაძლო გადაადგილებათა ეპიურა აგებულია ნახ. 37 *g*-ზე „M_s“ — ხაზის მისაღებად α უნდა გაუტოლოთ ერთს, ამისათვის მონაკვეთი h უნდა ავიღოთ k ს ტოლი.

„Q_s“ — ხ ა ზ ი . ამ შემთხვევაში გადაქრილ ნაქრებს ვაერთებთ პარალელურ ხისტ ძელაკებით. აქაც ნაქერი SF უძრავი დარჩება და

გადაადგილებათა ეპიურა მიიღებს ნახ. 37 *h*-ზე ნაჩვენებ სახეს. „*Q*“ ხაზის მისაღებათ უნდა ავიღოთ $\delta = 1$.

როგორც ვხედავთ კინემატურ წესით გავლენის ხაზების აგება შედარებით სტატიკის პირობებით აგებასთან ძალიან მარტივია, რადგანაც არ გვჭირდება ხაზების განტოლებათა მიღება, მათი უბნობრივი აგება, რაულ კოქებისათვის სხვადასხვა ხაზების შეჯამება და სხვა.



ნახ. 37.

§ 12. მოძრავი ტვირთთა სისტემის ანუ მატარებლის ხაშიში მდებარეობა

როგორც ზემოდ აღვნიშნეთ, მატარებლის ამა თუ იმ ფაქტორისათვის საშიში მდებარეობა ეწოდება მის ისეთ მდებარეობას, როდესაც ფაქტორი ლებულობს უდიდეს მნიშვნელობას. საშიში მდებარეობა დამოკიდებულია მხოლოდ გავლენის ხაზის სახეზე. იგი სრულიად არაა დამოკიდებული ნაშენის ფაქტორის სახეზე და გავლენის ხაზის ნიშანზე. იმ შემთხვევაში, როდესაც გავლენის ხაზს აქვს ორ ნიშნიანი უბნები, (დადებითი და უარყოფითი) ეს იმის მაჩვენებელია, რომ ფაქტორს ჰქონია ორი მაქსიმუმი: დადებითი და უარყოფითი. ორივესათვის ცალკე-ცალკე სრულიად დამოუკიდებლად ვარკვევთ მატარებლის საშიშ მდებარეობას. რაკი ეს ასეა ჩვენს ამოცანას შეადგენს მატარებლის საშიში მდებარეობის მონახვა ერთ ნიშნიან (დადებითი ან უარყოფითი) გავლენის ხაზის შემთხვევაში.

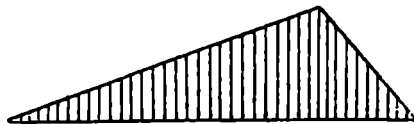
გავლენის ხაზი კი შეიძლება იყოს შემდეგი სახის: 1. თანაბარ ორდინატიანი (ნახ. 38), 2. ერთგვერდა (ნახ. 39), 3. ორგვერდა (ნახ. 40), 4. სამგვერდა (ნახ. 41), 5. მრავალგვერდა (ნახ. 42), 6. მრუდი (ნახ. 43) და 7. გართულებული (ნახ. 44 და 45). მატარებლის საშიში მდებარეობისათვის თანაბარ ორდინატიან გავლენის ხაზისას, გავლენის ხაზის ფუძის ფარგლებში, ნაშენზე უნდა შევაცენოთ რაც შეიძლება ბევრი და დიდი ძალები (ნახ. 46), ამასთან პირველი ძალა აუცილებლად უნდა იდგეს გავლენის ხაზის ერთ-ერთ ზღვარზე. ერთგვერდა (ნახ. 39) ანდა გართულებულ (ნახ. 44, 45) გავლენის ხაზების შემთხვევაშიც რაც შეიძლება ბევრი ძალე



ნახ. 38.

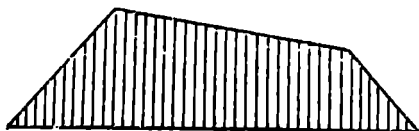


ნახ. 39.



ნახ. 40.

ბი უნდა შევყენოთ ფუძის ფარგლებში, მხოლოდ დიდი ძალები უნდა მოვათავსოთ იქ, სადაც დიდი ორდინატებია. აქაც პირველი



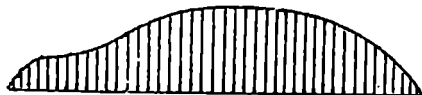
ნახ. 41.

გამოვარკვიოთ წინასწარ მატარებლის საშიში მდებარეობის პირობები მრავალგვერდა გავლენის ხაზისას.



ნახ. 42.

გამოვარკვიოთ ასეთი მდებარეობის პირობები. ამისათვის გავლენის ხაზის B, C, D და E წვეროებზედ გავლებულ ვერტიკალებით გავ-



ნახ. 43.

ტორის სიდიდე არ შეიცვლება, თუ ამ ძალებს შევცვლით ერთ ძალით—მათი ტოლქმედით, ე. ი. დასამტკიცებელია, რომ მაგალი-



ნახ. 44.

ნის BC—ხაზი განვაგრძოთ ნულოვან ხაზთან O წერტილში გადაკვეთამდის. კუთხე ამ ხაზებს შორის აღენიშნოთ α -თი. O—წერტი-

ძალა უნდა იდგეს განაპირა ორდინატაზე. რაც შეეხება ორ — და სამგვერდა გავლენის ხაზებს, რადგანაც ესენი წარმოადგენენ მრავალგვერდას კერძო შემთხვევებს, ამიტომ

დაუშვათ, რომ „ს“ ფაქტორის მრავალგვერდა ხაზისათვის 49 ნახაზზე ნაჩვენები „II“ ძალისაგან შემდგარი მატარებლის მდებარეობა არის საშიში.

უბნებთ. ასეთი უბანი გვექნება ხუთი. შემდეგ დავამტკიცოთ დებულება, რომ თვითეულ უბანზედ მყოფ ძალებით გამოწვეული ფაქ-

$$P_3 t_4 + P_5 t_5 + P_6 t_6 = R_2 y_2$$

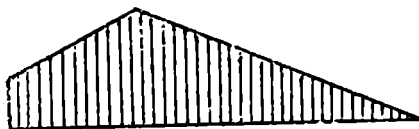
გამოვყოთ ეს უბანი და ცალკე განვიხილოთ (ნახ. 50). ამ უბანზე

ლის მიმართ P_4, P_5, P_6 ძალების მხრები აღენიშნოთ x_4, x_5 და x_6 . მაშინ ნახაზიდან (ხაზია, რომ

$$l_4 = x_4 l g z; \quad l_5 = x_5 - l g z; \quad l_6 = x_6 l g z.$$

ამის გამო

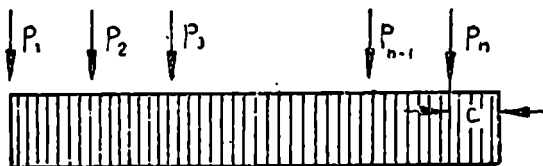
$$P_4 l_4 + P_5 l_5 + P_6 l_6 = (P_4 x_4 + P_5 x_5 + P_6 x_6) l g z. \quad (24)$$



ნახ. 45.

აქ ფიხილებში მოთავსებული ჯამი წარმოადგენს უბნის ძალეების O -წერტილის მიმართ მომენტების ჯამს. მაგრამ, ცნობილია, რომ რომელიმე წერტილის

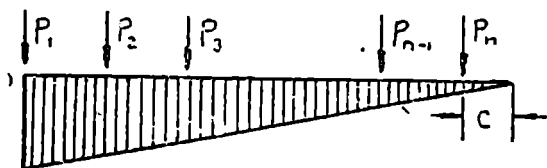
მიმართ ძალთა მომენტების ჯამი უდრის მათი ტოლქმედის მომენტს. მაშასადამე, თუ ჩვენ ძალების ტოლქმედს აღენიშნავთ



ნახ. 46. ✓

R_2 -თი და მის მხარს O -წერტილის მიმართ x_6 -ით, შეგვიძლია დავსწეროთ:

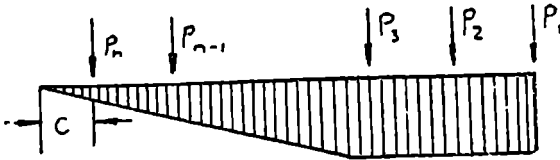
$$P_4 x_4 + P_5 x_5 + P_6 x_6 = R_2 x_6$$



ნახ. 47.

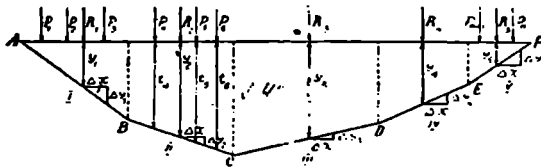
ამის გამო, თანახმად (24) განტოლებისა

$$P_4 t_4 + P_5 t_5 + P_6 t_6 = R_2 \cdot x_0 \operatorname{tg} \alpha \quad (25)$$



ნახ. 48.

თუ R_2 -ის ქვეშ მდებარე გავლენის ხაზის ორდინატს აღვნიშნავთ y_2 -თი, მაშინ (ნახ. 50)



ნახ. 49.

$$y_2 = x_0 \operatorname{tg} \alpha,$$

რის გამო (25) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$P_4 t_4 + P_5 t_5 + P_6 t_6 = R_2 \cdot y_2 \quad (26)$$

რითაც შტკიცდება ჩვენი დებულება. ამ დებულების თანახმად ყოველი უბნის ძალები შეეცვალათ ტოლქმედებით (ნახ. 49), მაშინ ფაქტორის სიდიდე იქნება:

$$S = R_1 y_1 + R_2 y_2 + R_3 y_3 + R_4 y_4 + R_5 y_5 \quad (27)$$

პირობის თანახმად მატარებლის მდებარეობა არის საშიში, ე. ი. S —ფაქტორის სიდიდე—მაქსიმალურია. მაშასადამე მატარებლის ყოველი სხვა მდებარეობამ უნდა მოგვცეს ამაზედ ნაკლები სიდიდე. საცდელათ მატარებელი დავსწიოთ პირველად მარჯვნივ, მეორედ კი მარცხნივ უსასროლოდ მცირე Δx —მანძილით, რომელიც მარჯ-

ენივ დაწვევისას მივიღოთ დადებითად, მარცხნივ კი—უარყოფითად. მარჯვნივ დაწვევისას ყველა ტოლქმედი წაიწვევს მარჯვნივ Δx —მანძილით, რის გამო მათ ქვეშ მდებარე ორდინატები შეიცვლება. ამათთან ერთად შეიცვლება ფაქტორის სიდიდეც და მისი ნაზრდი იქნება:

$$\Delta S = R_1 \Delta y_1 + R_2 \Delta y_2 - R_3 \Delta y_3 - R_4 \Delta y_4 - R_5 \Delta y_5.$$

აქ Δy_1 და Δy_2 —დადებითია, რადგანაც y_1 და y_2 ორდინატები დიდდება, დანარჩენი ორდინატები კი მცირდება, რის გამო Δy_3 , Δy_4 და Δy_5 —უარყოფითია, მაგრამ (ნახ. 49)

$$\Delta y_1 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_1, \Delta y_2 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_2, \dots \Delta y_5 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_5.$$

ამის გამო

$$\Delta S = (R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - R_3 \operatorname{tg} \alpha_3 - R_4 \operatorname{tg} \alpha_4 - R_5 \operatorname{tg} \alpha_5) \Delta x$$

ანუ

$$\Delta S = [R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + R_3 \operatorname{tg}(-\alpha_3) + R_4 \operatorname{tg}(-\alpha_4) + R_5 \operatorname{tg}(-\alpha_5)] \Delta x.$$

თუ უკანასკნელთან შეფარდებით α —კუთხეებისათვის მივიღებთ ნახ. 51-ზე ნაჩვენებ ნიშანთა წესს, საბოლოოდ შეგვიძლია დავსწეროთ:

$$\Delta S = \Delta x \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i \quad (28)$$

ეხლა მატარებელი საშიში მდებარეობიდან დავსწით მარცხნივ Δx —მანძილით. ამ შემთხვევაში y_1 და y_2 ორდინატები შემცირდება, დანარჩენები კი გადიდება, ამის გამო გვექნება:

$$\Delta S = -R_1 \Delta y_1 - R_2 \Delta y_2 + R_3 \Delta y_3 + R_4 \Delta y_4 + R_5 \Delta y_5,$$

მაგრამ

$$\Delta y_1 = -\Delta x \operatorname{tg} \alpha_1, \Delta y_2 = -\Delta x \operatorname{tg} \alpha_2, \dots \Delta y_5 = \Delta x \operatorname{tg} \alpha_5.$$

ამის გამო:

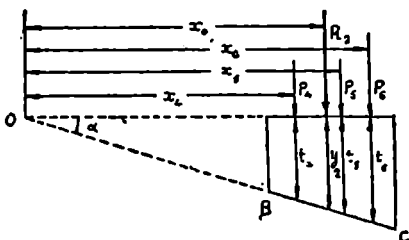
$$\Delta S = \Delta x (R_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + R_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - R_3 \operatorname{tg} \alpha_3 - R_4 \operatorname{tg} \alpha_4 - R_5 \operatorname{tg} \alpha_5)$$

ანუ მოკლედ:

$$\Delta S = \Delta x \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i;$$

როგორც ვხედავთ, ორივე შემთხვევაში შედეგი ერთი და იგივეა. მაგრამ ორივე შემთხვევაში ფაქტორის სიდიდე უნდა იკლებდეს

და მაშასადამე, მისი ნაზრდი ΔS ანუ, რაც იგივეა $\Delta \Sigma R_i t g \alpha_i$ სიდიდე უნდა იყვეს უარყოფითი. ეს გარემოება საშუალებას გვაძლევს გამოვარკვიოთ საშიში მდებარეობის მაჩვენებლები. ამისთვის,



ნახ. 50

შვედლინოთ პატარა ცხრილი: პირველი სვეტში აღნიშნოთ ისრებით მატარებლის Δx — მანძილით საცდელი დაწვევის მიმართულება, დანარჩენებში კი Δx , $\Sigma R_i t g \alpha_i$ და ΔS -ის ნიშნები. ეს ცხრილი გვიჩვენებს, რომ უარყოფითი

თი ΔS ნაზრდისათვის საკიროა $\Sigma R_i t g \alpha_i$ ჯამის ნიშნების ცვლადობა, მხოლოდ შემდეგი აუცილებელი პირობით: მარჯვნივ დაწვევისას იგი უნდა იყვეს უარყოფითი, მარცხნივ დაწვევისას კი —

მატარებლის დაწვევა	ნიშნები		
	Δx	$\Sigma R_i \cdot t g \alpha$	ΔS
→	+	-	-
←	-	+	-

დადებითი. ესაა მატარებლის საშიში მდებარეობის პირველი მაჩვენებელი. გარდა ამისა, გამოსახვაში:

$$\Sigma R_i t g \alpha_i = R_1 t g \alpha_1 + R_2 t g \alpha_2 - R_3 t g \alpha_3 - R_4 t g \alpha_4 - R_5 t g \alpha_5,$$

$t g$ -ების სიდიდე მატარებლის საცდელი დაწვევის ორივე შემთხვევაში რჩება უცვლელი. მაშასადამე $\Sigma R_i t g \alpha_i$ ჯამს შეუძლია იცვალოს ნიშანი მხოლოდ მაშინ, როდესაც რომელიმე ტოლქმედი შეიცვლება, რაც შესაძლებელია იმ შემთხვევაში თუ ამ ტოლქმედის მდგენელი ძალა გადავა სხვა ტოლქმედის უბანზე, ან მის უბანზე გადმოვა ახალი ძალა. მაგრამ, რადგანაც მატარებლის საცდელ დაწვევას მარჯვნივ და მარცხნივ ვაწარმოებთ უსასრულოდ მცირე Δx —მანძილით, ცხადია, რომ ძალას ერთ უბნიდან მეორეში გადასვლა შეუძლიან მხოლოდ მაშინ, როდესაც იგი ამ უბნების ზღვარზედ იდგება. აქედან გამომდინარეობს მატარებლის საშიში მდებარეობის მეორე მაჩვენებელი, სახელდობრ, მისი ერთი ძალა

მაინც აუცილებლად უნდა იღვეს უბნების ზღვარზე, ან რაც იგივეა, გავლენის ხაზის წვეროზე. ამ ძალას, თუ, რასაკვირველია, იგი პირველი მაჩვენებლის პირობას დააკმაყოფილებს, სახელად კრიტიკული ძალა ეწოდება. პირველი მაჩვენებლის პირობის შემოწმების დროს შესაძლებელია, რომ მატარებლის მარჯვნივ და მარცხნივ დაწვევისას $\sum R_i l g_i$ ნიშანს არ იცვლის ე. ი. ორივე შემთხვევაში იგი ან დადებითია ან უარყოფითი. ეს იმის მაჩვენებელია, რომ მატარებლის მდებარეობა არ არის საშიში და წვეროზედ მდგომი ძალაც არ ყოფილა კრიტიკული. ამ შემთხვევაში საშიში მდებარეობის მისაღებად უნდა განვაგრძოთ მატარებლის დაწვევა, რომ მისი სხვა ძალა შესდგეს რომელიმე წვეროზედ, რის შემდეგ ხელახლა ვანოწმებთ პირველი მაჩვენებლის პირობას და ასე შემდეგ, სანამდის ამ პირობას არ დავაკმაყოფილებთ. ამ დაწვევის მიმართულება დამოკიდებულია $\sum R_i l g_i$ — ჯამის ნიშნებზედ. როდესაც იგი საცდელი დაწვევის ორივე შემთხვევაში დადებითია, მაშინ მარჯვნივ დაწვევისას ΔS არის დადებითი, მარცხნივ კი — უარყოფითი ეს კი გვიჩვენებს, რომ ფაქტორის სიდიდე მარჯვნივ დიდდება, მარცხნივ კი მცირდება. მაშასადამე მატარებლის საშიში მდებარეობა ასეთ შემთხვევაში ყოფილა მარჯვენა მხარეს და ამ მიმართულებით უნდა განვაგრძოთ დაწვევა. როდესაც $R_i l g_i$ — უარყოფითია, მაშინ მარჯვნივ ΔS არის უარყოფითი, მარცხნივ კი დადებითი, რის გამო მატარებლის საშიში მდებარეობა უნდა ვეძიოთ მარცხნივ დაწვევით. ასეთი შემთხვევის პირობები მოთავსებულია შემდეგ ცხრილში, სადაც „max“ — სვეტში ნაჩვენებია საშიში მდებარეობის მხარე.

დაწვევა	Δx	$\sum R_i l g_i$	ΔS	max
→	+	+	+	→
←	-	+	-	
→	+	-	-	←
←	-	-	+	

გამოვარკვეით ეხლა მატარებლის საშიში მდებარეობის მაჩვენებლები ორ გვერდა გავლენის ხაზის შემთხვევაში (ნახ. 5ჟ). დაუშვათ რომ მატარებელი შესდგება n — ძალისაგან. C — ზედ გავლებულ ვერტიკალით დავყოთ ეს ხაზი I და II უბნებათ. მეორე მაჩვენებლის თანახმად მატარებლის ერთი ძალა (კრიტიკული), აუცილებლად უნდა იღვეს C — წვეროზედ. აღვნიშნოთ იგი P_1 — თი. დანარჩენი ძა-

ლები შევცვალოთ ტოლქმედებით: პირველ უბანზედ მდგომი R_1 -ით, მეორეზე კი— R_2 -თი. პირველი პირობის თანახმად:

$$\rightarrow \Sigma R_i t g \alpha_i < 0;$$

$$\leftarrow \Sigma R_i t g \alpha_i > 0.$$

ანუ

$$\rightarrow R_1 t g \alpha_1 - (R_2 + P_k) t g \alpha_2 < 0;$$

$$\leftarrow (R_1 + P_k) t g \alpha_1 - R_2 t g \alpha_2 > 0.$$

მაგრამ ნახაზიდან გვაქვს:

$$t g \alpha_1 = \frac{h}{l_1}; \quad t g \alpha_2 = \frac{h}{l_2}$$

(სადაც h —მაქსიმალური ორდინატია).

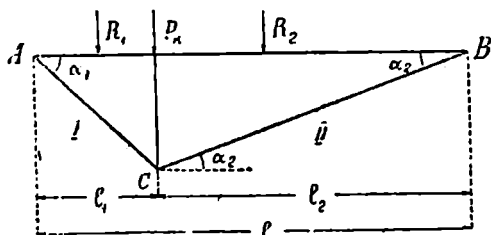
ამის გამო:

$$\rightarrow R_1 \frac{h}{l_1} - (R_2 + P_k) \frac{h}{l_2} < 0; \quad \leftarrow (R_1 + P_k) \frac{h}{l_1} - R_2 \frac{h}{l_2} > 0;$$

ანუ h -ზე შევეცით და მეორე წევრების მარჯვენა მხარეს გადატანით გვექნება:

$$\rightarrow \frac{R_1}{l_1} < \frac{R_2 + P_k}{l_2} \quad \text{და} \quad \leftarrow \frac{R_1 + P_k}{l_1} > \frac{R_2}{l_2} \quad (29)$$

ამ უტოლობათა თითოეული მხარე წარმოადგენს უბნების გრძივ ერთეულის საშუალო ტვირთს და ორივე შემთხვევაში ყოველთვის მეტია იმ უბნის ტვირთი, რომელზედაც გადადის კრიტიკული ძალა მაშასადამე, კრიტიკული იქნება ის ძალა, რომელიც მატარებლის მარჯვნივ და მარცხნივ საცდელი დაწევის დროს, აღიღებს იმ უბნის საშუალო ტვირთს, რომელზედაც იგი გადადის. კრიტიკული ძალის ეს თვისება გვაძლევს მისი მონახვის საშუალებას. ✓



ნახ. 52,

მაგალითი. მოცემულია კოქისებური ხილი (ნახ. 54), რომელზედაც უნდა იმოდროს ნახ. 53 ხე მოცემულ მატარებელმა.

მოსანახია C კვეთის მლუნავი მომენტისათვის, ამ მატარებლის საშიში მდებარეობა ანუ კრიტიკული ძალა. მლუნავი მომენტის

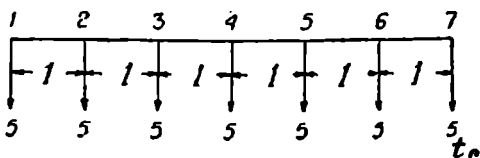
ვაფლენის ხაზი, როგორც ვიცით, ორგვერდაა. მაშასადამე კრიტიკული ძალა მოინახება მისი ზემოდ აღნიშნულ თვისებით. კრიტიკულ ძალათ მივიღოთ მაგალითად, ძალა № 4. ეს ძალა რომ ნამდვილად კრიტიკული იყვეს, დაცული უნდა იქნას (29) უტოლობანი, რომელიც რიცხვების ჩასმის შემდეგ მოითხოვს:

$$\rightarrow \frac{15}{4} < \frac{20}{9} \text{ და } \leftarrow \frac{20}{4} > \frac{15}{9}.$$

პირველი პირობა არაა დაცული, მაშასადამე ძალა № 4 არ ყოფილა კრიტიკული და მატარებლის შესაბამის მდებარეობა არაა საშიში. აქ აღვიღოთ აქვეს შემთხვევას, როდესაც $\Sigma R_i t_i$, ორივე მიმართულების საცდელ დაწვევისას არის დადებითი, რაშიც დარწმუნდებით, თუ უტოლობათა წევრებს თავს მოუყრით მარცხენა იხარეს. მაშასადამე, საშიში მდებარეობის მე-II ცხრილის თანახმად, მატარებელი უნდა დავსწიოთ მარჯვნივ მანამდის სხვა ძალა, სახელდობრ ძალა № 3 არ შესდგება C-წვეროზედ. ამ ძალისათვის უტოლობანი იქნება:

$$\rightarrow \frac{10}{4} < \frac{25}{9} \text{ და } \leftarrow \frac{15}{4} > \frac{20}{9};$$

როგორც ვხედავთ ორივე პირობა დაცულია, მაშასადამე ძალა № 3 ნამდვილათ კრიტიკული, ხოლო მატარებლის შესაბამის მდებარეობა კი საშიში ყოფილა. ეს მდებარეობა აღნიშნულია ნახ. 54-ზე. ასეთი წესით კრიტიკული ძალის მონახვა ცოტა რთულია, რადგანაც იგი მოითხოვს უტოლობათა პირობების განმეორებითი შემოწმებას. კრიტიკული ძალის უფრო ადვილი მონახვისათვის არ სეზობს მეორე წესი, რომელიც გამომდინარეობს (29) უტოლობები-



ნახ. 53.

დან მათი შემდეგი გარდაქმნით. დაუმატოთ პირველი უტოლობის ორივე მხარეს სიდიდე $\frac{R_1}{l_2}$, მეორისას კი $\frac{R_1 + P_k}{l_2}$. გვექნება:

$$\rightarrow \frac{R_1}{l_1} + \frac{R_2}{l_2} < \frac{R_1 + P_k}{l_2} + \frac{R_1}{l_2} \text{ და } \leftarrow \frac{R_1 + P_k}{l_1} + \frac{R_2 + P_k}{l_2} > \frac{R_2}{l_2} + \frac{R_1 + P_k}{l_2};$$

ანუ

$$\rightarrow \frac{R_1(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} < \frac{R_1 + R_2 + P_k}{l_2} \text{ და } \leftarrow \frac{(R_1 + P_k)(l_1 + l_2)}{l_1 l_2} > \frac{R_1 + R_2 + P_k}{l_2};$$

ანუ, თუ შევკვეცავთ l_2 -ზედ და აღვნიშნავთ:

$$l_1 + l_2 = l \text{-ით,}$$

(გავლენის ხაზის ფუძის სიგრძე) და

$$R_1 + R_2 + P_k = \Sigma P \text{-თი,}$$

(მატარებლის ყველა ძალების ჯამი) გვექნება:

$$\rightarrow \frac{R_1 l}{l_1} < \Sigma P \text{ და } \leftarrow \frac{(R_1 + P_k) l}{l_1} > \Sigma P$$

საიდანაც საბოლოოდ მივიღებთ

$$\rightarrow R_1 < \frac{l_1}{l} \Sigma P; \leftarrow R_1 + P_k > \frac{l_1}{l} \Sigma P \quad (30)$$

ამ ორივე უტოლობის მარჯვენა მხარე წარმოადგენს ერთდაიგივე მუდმივ სიდიდეს, რომელსაც სულ ადვილათ გამოვთვლით, მარცხენა მხარე კი — მარცხენა უბნის ტვირთების ტოლქმედს. მეორე უტოლობის თანახმად კრიტიკული ძალა ისაა, რომელიც მარცხენა უბნის ტვირთს ადიდებს იმნაირად, რომ იგი უკვე შეტია $\frac{l_1}{l} \Sigma P$ — სიდიდეზე. მა-

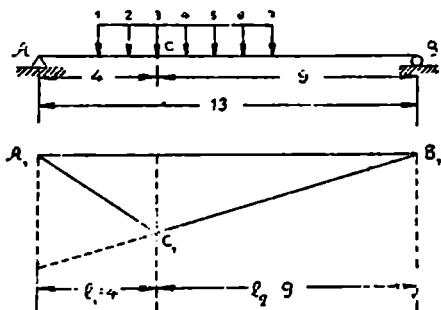
შასადამე კრიტიკული ძალის მოსანახად საჭიროა $\frac{l_1}{l} \Sigma P$ სიდიდის წინასწარი გამოთვლა. შემდეგ მატარებლის ძალებს, დაწყებული პირველი ძალიდან, ვაჯამებთ სანამდის არ მივიღებთ ჯამს, რომელიც უკვე შეტია $\frac{l_1}{l} \Sigma P$ სიდიდეზე. ამ ჯამის უკანასკნელი ძალა არის კრიტიკული. მაგალითად, მოვინახოთ ამ წესით კრიტიკული ძალა, ზემოდ სხვა წესით გადაწყვეტილი ამოცანისათვის (ნახ. 53 და 54). აქ გვაქვს:

$$l_1 = 4 \text{ m}; l = 13 \text{ m}; \Sigma P = 35 \text{ tn};$$

სიდიდე

$$\frac{l_1}{l} \Sigma P = \frac{4 \cdot 35}{13} = 11,15 \text{ tn.}$$

პირველი სამი ძალის ჯამი, რომელიც უდრის 15 tn. უკვე მეტია 11,15 tn-ზედ, მაშასადამე, მესამე ძალა არის კრიტიკუ-



ნახ. 54.

ლი. გრძელი და მრავალძალიანი მატარებლების შემთხვევაში როგორცაა, მაგალითად რკინის გზის მატარებელი, სადაც თითოეული დერძი წარმოადგენს ცალკე ძალას, ეს მეორე წესი მოითხოვს წინასწარ, ეგრედწოდებულ, მატარებლის ცხრილის შედგენას. რკინის გზის სხვადასხვა შემადგენ-

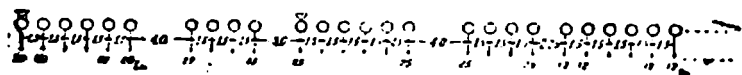
ლობის მატარებლებისათვის, ასეთი ცხრილები უკვე შედგენილია. მაგალითისათვის მოგვყავს ნახ. 55-ზე ნაჩვენები შემადგენლობის მატარებლის ცხრილი.

n	l მეტ.	ΣP ტონ.	M_n ტონ.მ.	n	l მეტ.	ΣP ტონ.	M_n ტონ.მ.	n	l მეტ.	ΣP ტონ.	M_n ტონ.მ.
1	0	25	0	6	7,5	150	503	11	19,0	275	2813
2	1,5	50	38	7	11,5	175	1163	12	20,5	300	3225
3	3,0	75	113	8	13,0	200	1425	13	22,0	325	3675
4	4,5	100	225	9	14,5	225	1725	14	23,5	350	4163
5	6,0	125	375	10	16,0	250	2083	15	25,0	375	4688

n	l შეც.	$\sum P$ 1 ტონ.	M_n ტონ.წ.	n	l შეც.	$\sum P$ 1 ტონ.	M_n ტონ.წ.	n	l შეც.	$\sum P$ 1 ტონ.	M_n ტონ.წ.
16	26,5	400	5250	56	89,75	932	47590	96	149,75	1412	117550
17	30,5	425	6850	57	91,25	944	48989	97	151,25	1424	119668
18	32,0	450	7498	58	92,75	956	50404	98	152,75	1436	121804
19	33,5	475	8163	59	91,25	968	51838	99	154,25	1448	123958
20	35,0	500	8675	60	95,75	980	53290	100	155,75	1460	126130
21	37,25	512	10000	61	97,25	992	54760	101	157,25	1472	128320
22	38,75	524	10768	62	98,75	1004	56249	102	158,75	1484	130528
23	40,25	536	11554	63	100,25	1016	57754	103	160,25	1496	132754
24	41,75	548	12358	64	101,75	1028	59279	104	161,75	1508	134988
25	43,25	560	13180	65	103,25	1040	60820	105	163,25	1520	137260
26	44,75	572	14020	66	104,75	1052	62380	106	164,75	1532	139540
27	46,25	584	14878	67	106,25	1064	63959	107	166,25	1544	141838
28	47,75	596	15754	68	107,75	1076	65554	108	167,75	1556	144154
29	49,25	608	16648	69	109,25	1088	67168	109	169,25	1568	146488
30	50,75	620	17570	70	110,75	1100	68810	110	170,75	1580	148940
31	52,25	632	18490	71	112,25	1112	70450	111	172,25	1592	151210
32	53,75	644	19439	72	113,75	1124	72118	112	173,75	1604	153598
33	55,25	656	20404	73	115,25	1136	73804	113	175,25	1616	157004
34	56,75	668	21388	74	116,75	1148	75508	114	176,75	1628	158328
35	58,25	680	22390	75	118,25	1160	77230	115	178,25	1640	160870
36	59,75	692	23410	76	119,75	1172	78970	116	179,75	1652	163330
37	61,25	704	24449	77	121,25	1184	80728	117	181,25	1664	165808
38	62,75	716	25504	78	122,75	1196	82501	118	182,75	1676	168303
39	64,25	728	26578	79	124,25	1208	84298	119	184,25	1688	170818
40	65,75	740	27670	80	125,75	1220	86110	120	185,75	1700	172350
41	67,25	752	28780	81	127,75	1232	87940	121	187,25	1712	175900
42	68,75	764	29909	82	128,75	1244	89789	122	188,75	1724	178468
43	70,25	776	31054	83	130,25	1256	91654	123	190,25	1736	181054
44	71,75	788	32218	84	131,75	1268	93538	124	191,75	1748	183658
45	73,25	800	33400	85	133,25	1280	95440	125	193,25	1760	186280
46	74,75	812	34600	86	134,75	1292	97360	126	194,75	1772	188920
47	76,25	824	35818	87	136,25	1304	99298	127	196,25	1784	191578
48	77,75	836	37054	88	137,75	1316	101254	128	197,75	1796	194254
49	79,25	848	38308	89	139,25	1328	103228	129	199,25	1808	196948
50	80,75	860	39580	90	140,75	1340	105220				
51	82,25	872	40870	91	142,25	1352	107230				
52	83,75	884	42178	92	143,75	1364	109258				
53	85,25	896	43504	93	145,25	1376	111304				
54	86,75	908	44848	94	146,75	1388	113368				
55	88,25	920	46210	95	148,25	1400	115450				

ამ ცხრილში „ n “ აღნიშნავს ძალების რიცხვს, „ l “ — n -ძალისა-
გან შემდგარ მატარებლის სიგრძეს ანუ მანძილს პირველიდან n -ძა-
ლამდე, „ $\sum_1^n P$ “ — ძალების ჯამს პირველ ძალიდან n -ძალამდე ამ

უკანასკნელის ჩათვლით. ეს ორივე სიდიდე მიიღება თავიდან დაწ-
ყებული მიმდევრობითი შეჯამებით. სიდიდე „ M_n “, რომელიც დაგ-
ვპირდება ფაქტორის სიდიდის გამოსათვლელად, წარმოადგენს
 n -ძალის მიმართ წინ მდებარე ძალების მომენტთა ჯამს. ამ სიდი-
დის გამოსათვლელი ფორმულა მოინახება შემდეგი მოსაზრებით.
დაუშვათ, რომ მოცემულია მთელი რიგი ძალები და მოსანახია
 P_n ძალის მიმართ წინ მდებარე ძალების მომენტთა ჯამი (ნახ. 56).



ნახ. 55.

P_{n-1} -ძალის მხარი P_n -ძალის მიმართ აღენიშნოთ C -თი, დანარ-
ჩენ ძალების მხრები კი P_{n-1} -ძალის მიმართ a_i -თი, ე. ი.

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}.$$

მაშინ მომენტთა საძიებელი ჯამი იქნება:

$$M_n = P_1(a_1 + c) + P_2(a_2 + c) + P_3(a_3 + c) + \dots + \\ + P_{n-2}(a_{n-2} + c) + P_{n-1} \cdot c;$$

ანუ

$$M_n = (P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 + \dots + P_{n-2} \cdot a_{n-2}) + \\ + c(P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_{n-2} + P_{n-1}).$$

მაგრამ მარჯვენა მხარის პირველი ჯამი წარმოადგენს P_{n-1} -
ძალის მიმართ წინა ძალების მომენტთა ჯამს, ე. ი. M_{n-1} -ს, მეორე
ჯამი კი P_n -ძალის წინმდებარე ძალების ჯამს, ე. ი. $\sum_1^{n-1} P$. ამის გა-

მო M_n -ის გამოსათვლელი ფორმულა იქნება:

$$M_n = M_{n-1} + c \sum_1^{n-1} P \quad . (31)$$

სანამ გადავიდოდეთ ამ ცხრილის მოხმარებაზე, საჭიროა აღენიშ-
ნოთ შემდეგი: რკინის გზის მატარებლის თავი (ორთქმავლები ტენ-
დერებით) უფრო დიდ ძალებს შეიცავს, ვიდრე შისი კუდი (ვაგო-

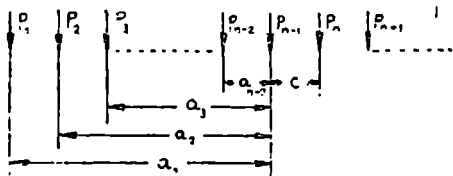
ნები). ამის გამო, ფაქტორის მაქსიმალური სიდიდის მისაღებად, მისი და, საერთოდ ასეთი თავკუდიანი მატარებლების თავი უნდა მოვათავსოთ იქ, სადაც გავლენის ხაზს აქვს დიდი ორდინატები. მაგალითად, ერთ ან ორგვერდა გავლენის ხაზისას მატარებელი თავით უნდა იყვეს მიმართული გავლენის ხაზის წვეროსაკენ, რადგანაც აქეთაა დიდი ორდინატები. შემდეგ, ზემოდ მიღებული ორგვერდა ხაზისათვის კრიტიკული ძალის (29) და (30) პირობებში l_1 , R_1 და $R_1 + P_±$ ეკუთვნის მარცხენა უბანს და აღნიშნავენ, მარცხენა უბნის სიგრძეს და ამ უბანზედ მდგომ ძალების ჯამს. როდესაც გავლენის ხაზის წვერო მარცხენა მხარესაა ($a < 0,5 l$), მატარებლის თავიც აქეთ იქნება, და R_1 ან $R_1 + P_±$ -ს, როგორც თავის ძალების ჯამს, უშუალოდ ცხრილში მოენახავთ, რადგანაც ცხრილის შედგენა იწყება მატარებლის თავიდან. მაგრამ, როდესაც წვერო მარჯვენა მხარესაა, მაშინ, რადგანაც მატარებლის თავიც აქეთ უნდა იყვეს, მარცხენა უბანზედ მატარებლის კუდის ძალები გვექნება. ამ ძალების ჯამს კი ცხრილი უშუალოდ არ გვაძლევს. ამის გამო ასეთ შემთხვევებში R_1 ან $R_1 + P_±$ -ს მოსანახად, ჩვენ დაგვეკირდება ან შებრუნებული ცხრილის შედგენა ან და დამატებითი ანგარიში არსებულ ცხრილის დახმარებით, რაც არა სასურველია. ამას თავიდან ავიციდნთ და კრიტიკულ ძალას არსებულ ცხრილით მოენახავთ, თუ (29) და (30) პირობებს შემდეგნაირად გარდავქმნით:

$$\rightarrow R_1 + P_± > \frac{l_1}{l} \Sigma P \quad . (32)$$

$$\leftarrow R_1 < \frac{l_1}{e} \Sigma P \quad . (33)$$

სადაც l_1 , R_1 და $R_1 + P_±$ ეკუთვნის მარჯვენა უბანს და მატარებლის თავს.

მატარებლის ცხრილის საშუალებით საშიში მდებარეობის მონახვა სწარმოებს შემდეგი წესით: დაუშვათ მოცემული გვაქვს რაიმე „S“—ფაქტორის ორგვერდა გავლენის ხაზი (ნახ. 57) და მოსანახია მატარებლის საშიში მდებარეობა. რასაკვირველია,



ნახ. 56.

ჩვენ უნდა ვეცადოთ, რაც შეიძლება ბევრი ძალები მოვათავსოთ გავლენის ხაზზედ.

მაგრამ, რადგანაც მატარებლის ძალებს შორის მანძილი განსაზღვრულია, ცხადია, რომ 50-მეტრიან მანძილისათვის (გავლენის ხაზის ფუძე) ძალების რიცხვიც განსაზღვრული იქნება. იგი უნდა ისეთი იყვეს, რომ მათ მიერ შედგენილი მატარებელი დაეტიოს 50-მეტრზედ.

ამ რიცხვის გამოსარკვევად მატარებლის ცხრილის „I“—სვეტში ვეძებთ უახლოეს მცირეს გავლენის ხაზის ფუძისას (50 m), ესაა

$$l = 49,25 \text{ m.}$$

რასაც უპასუხებს:

$$n = 29 \text{ და } \Sigma P = 608 \text{ tn.}$$

შემდეგ ვანგარიშობთ სიდიდეს $\frac{l}{l} \Sigma P$ რომელიც უდრის:

$$\frac{20 \cdot 608}{50} = 243,2 \text{ tn.}$$

თანახმად მეორე უტოლობისა (30), ცხრილის „ΣP“—სვეტში ვეძებთ უახლოეს დიდს;

$$\frac{l}{l} \Sigma P = 243,2 \text{ tn-ისას.}$$

ესაა 250 tn, რომელსაც უპასუხებს

$$n = 10; \quad l = 16 \text{ m.}$$

მაშასადამე კრიტიკულ ძალათ თითქოს უნდა იყვეს მეათე და იგი უნდა მოვათავსოთ გავლენის ხაზის წვეროზედ მაგრამ ეს ძალა ჩვენ მოვნახეთ $\frac{l}{l} \Sigma P$ სიდიდის საშუალებით, სადაც $\Sigma P = 608 \text{ tn}$

წარმოადგენდა გავლენის ხაზზედ წინასწარ მოთავსებულ 29 ძალის ჯამს. ამის გარდა ჩვენ არ ვიცოდით თუ სად იდგა მეათე ძალა; ყოველ შემთხვევაში იგი C—წვეროზედ არ იდგებოდა. ამის გამო უნდა გამოვარკვიოთ დაეტევა თუ არა გავლენის ხაზზედ, ყველა 29 ძალა, როდესაც მეათეს, როგორც კრიტიკულს, C—წვეროზე შევაყენებთ. ცხრილის თანახმად მანძილი პირველ ძალიდან მეათე ძალამდე ანუ C—წვერომდე, უდრის 16 m-ს. C—წვეროდან გავლენ-

ნის ხაზის ბოლომდე კი მანძილი $l_1 = 30$. მაშასადამე მანძილი მატარებლის თავიდან გაელენის ხაზის ბოლომდე იქნება:

$$16 + 30 = 46 \text{ m.}$$

29 ძალისათვის კი (იხ. ზემოთ) საჭიროა 49,25 m. გვაკლია 3,25 m., რის გამო რამოდენიმე უკანასკნელთაგანი ძალა გაელენის ხაზის გარეთ რჩება და ჩვენი ანგარიშიც ირღევევა. ხელახალი ანგარიშისათვის მეათე ძალას ვტოვებთ C—წვეროზე და ცხრილის საშუალებით ვარკვევთ, თუ რამდენი ძალა მოთავსდება 46 m-ზე. ამისათვის ცხრილის „I“ სვეტში ვეძებთ უახლოეს მცირეს 46 m-სას, ესაა 44,75 m. მას უპასუხებს:

$$n = 26 \text{ და } \Sigma P = 572 \text{ tn.}$$

ვანგარიშობთ:

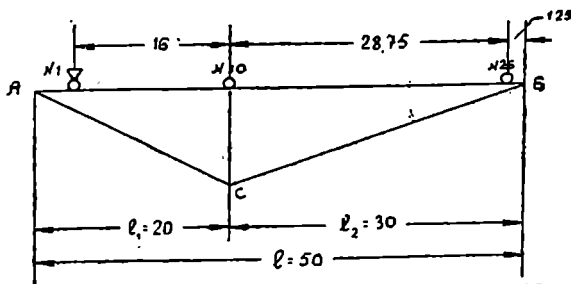
$$\frac{l_1}{l} \Sigma P = \frac{20 \cdot 572}{50} = 228,8 \text{ tn,}$$

„ ΣP “—სვეტში ვეძებთ უახლოესს დიდს:

$$\frac{l_1}{l} \Sigma P = 228,8 \text{ m-სა.}$$

ესაა 250, რასაც უპასუხებს $n = 10$, ე. ი. მეათე ძალა, რომელიც უკვე მოთავსებული გვაქვს „C“ წვეროზე. მაშასადამე მეათე ძალა ნამდვილათ კრიტიკული ყოფილა და მატარებლის შესაბამის მდებარეობა კი საშიში. ეს მდებარეობა ნახ. 56-ზეა ნაჩვენები.

სამგვერდა გაელენის ხაზისას, მატარებლის საშიშ მდებარეობას ვეძებთ შემდეგი წესით (ნახ. 58): AC და BD განაპირა გვერდებს



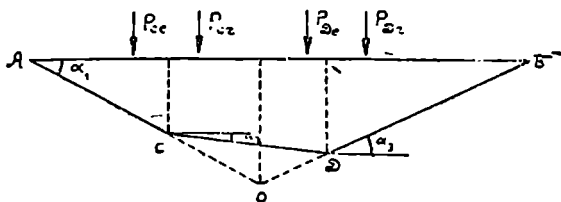
ნახ. 57.

ურთიერთ შორის O წერტილში გადაკვეთამდე ვაგრძელებთ. მიღებულ AOB ორგვერდა ხაზისათვის ზემოდ განხილულ წესით მოვინახავთ მატარებლის საშიშ მდებარეობას. ამ მდებარეობაში ვარკვევთ C და D წვეროვებთან მარჯვნივ და მარცხნივ მეზობლად მდებარე ძალებს. შემდეგ დავსწევთ მატარებელს იმნაირად, რომ ამ ძალებიდან ყველაზედ ახლოს C ან D წვეროსთან მდებარე შესდგეს ზედ წვეროზედ. ყველაზედ ახლო, სახელდობრ D წვეროსთან, დგას ძაზა P_{D1} , მაშასადამე მატარებელი უნდა დავსწიოთ მარჯვნივ; რომ ეს ძალა შესდგეს D —წვეროზედ. მატარებლის ეს ახალი მდებარეობა თითქმის ყოველთვის არის საშიში სამგვერდა გავლენის ხაზისათვის. იმ შემთხვევაში, როდესაც ორგვერდა AOB —ხაზისათვის მატარებლის საშიში მდებარეობის დროს, მისი რომელიმე ძალა უკვე დგას ან C ან D წვეროზედ, მაშინ ეს მდებარეობა შესაძლებელია იყვეს საშიში აგრეთვე სამგვერდა გავლენის ხაზისათვისაც. ორივე შემთხვევაში საშიშროების შემოწმება სწარმოებს ზემოდ მოყვანილ ცხრილის თანახმად $\sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i$ —სიდიდის ნიშნების საშუალებით. სახელდობრ:

$$\rightarrow \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i < 0 \text{ და } \leftarrow \sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i > 0.$$

თუ ეს პირობები არ იქნა დაკმაყოფილებული, ე. ი. $\sum R_i \operatorname{tg} \alpha_i$ ორივე შემთხვევაში აქვს ერთი ნიშანი, მაშინ მატარებელს ვსწევთ საშიში მდებარეობის მე-II-ე ცხრილში ნაჩვენებ მიმართულებით იმდენათ, რომ სხვა ძალა (C ან D წვეროსთან ახლოს მდებარე) შედგეს ერთერთ წვეროზე. შემდეგ ხელახლა ვამოწმებთ საშიშროებას და ასე განვაგრძობთ, მანამდის არ დავაკმაყოფილებთ ზემოდ მოყვანილ პირობებს.

მაგალითი. მოცემულია სამგვერდა გავლენის ხაზი და მატარებელი „H—I“ მოსანახია მატარებლის საშიში მდებარეობა. (ნახ. 59).



ნახ. 58.

BD გვერდს ვაგრძელებთ AC გვერდამდის. მიღებულ AOB ორგვერდა ხაზისათვის ჩვენ დაგვიკირდება $x = l_1$ მანძილი, რომელსაც მოვნახავთ შემდეგი მოსაზრებით: ერთის მხრივ ორდინატი

$$y = x \operatorname{tg} \alpha_1;$$

მეორეს მხრივ

$$y = (38 - x) \operatorname{tg} \alpha_2.$$

აქედან:

$$x \operatorname{tg} \alpha_1 = (38 - x) \operatorname{tg} \alpha_2;$$

საიდანაც:

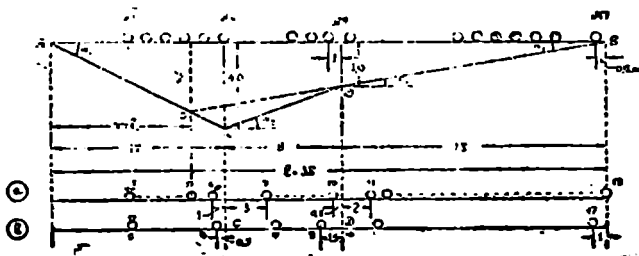
$$x = \frac{38 \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

მაგრამ:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{3}{18} = \frac{1}{6};$$

ამის გამო:

$$x = \frac{38 \cdot 1}{6\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)} = \frac{38}{4} = 9,5 \text{ m.} = l_1.$$



ნახ. 59.

ამის შემდეგ ვეძებთ ორგვერდა AOB —ხაზისათვის მატარებლის საშიშ მდებარეობას. ამისათვის:

1) მატარებლის ცხრილის „I“ სვეტში ვეძებთ უახლოეს მცირეს $l = 38$ -სას. ესაა 37,25, რასაც უპასუხებს:

$$n = 21 \text{ და } \Sigma P = 512 \text{ tn.};$$

2) ვანგარიშობთ:

$$\frac{l_1}{l} \Sigma P = \frac{9,5 \cdot 512}{38} = 127,5 \text{ tn};$$

3) ცხრილის „ ΣP “ — სვეტში ვეძებთ უახლოეს დიდს 127,5-სას; ესაა $\Sigma P = 150 \text{ tn}$, რასაც უპასუხებს $n = 6$, $l = 7,5$; მაშასადამე შეექვსე ძალა თითქოს უნდა იყვეს კრიტიკული და, როგორც ასეთი, იდგეს O წვეროზე.

4) ვამოწმებთ, დაეტევა თუ არა გავლენის ხაზზე პირველ მუხლში მიღებული 21 ძალა, როდესაც შეექვსე ძალას O წვეროზე შევაცენებთ. პირველ ძალიდან შეექვსემდე ანუ O — წვერომდე მანძილი მესამე მუხლის თანახმად უდრის 7,5 m, მაშასადამე მანძილი პირველ ძალიდან გავლენის ხაზის ბოლომდე იქნება:

$$7,5 + 8 + 18 = 33,5 \text{ m};$$

21 ძალისათვის კი, პირველი მუხლის თანახმად, საჭიროა 37,25 m., როგორც სჩანს 21 ძალა არ ეტევა, ჩვენი ანგარიში ირღვევა და ხელახლა უნდა ვაწარმოვოთ შეექვსე ძალის O — წვეროზე დატოვებით.

1) ძალების უდიდესი რიცხვის მოსანახად ეხლა „ l “ სვეტში უნდა მოვნახოთ უახლოესი მცირე 33,5-სა, ესაა $l = 32,5 \text{ m}$, რასაც უპასუხებს:

$$n = 18; \Sigma P = 450 \text{ tn}.$$

2) ვანგარიშობთ;

$$\frac{l_1}{l} \Sigma P = \frac{9,5}{38} 450 = 112,5 \text{ tn};$$

3) „ ΣP “ — სვეტში ვეძებთ უახლოეს დიდს 118,5 tn, ესაა $\Sigma P = 125 \text{ tn}$., ამას უპასუხებს $n = 5$ და $s = 6 \text{ m}$. მაშასადამე: ეხლა კრიტიკულ ძალათ გამოდის მეხუთე და იგი O — წვეროზედ უნდა შევაცენოთ, რისთვისაც საჭიროა ჩვენი მატარებლის მარჯვნივ დაწევა.

4) როდესაც მეხუთე ძალა დვას O — წვეროზედ მანძილი პირველი ძალიდან გავლენის ხაზის ბოლომდე იქნება:

$$6 + 8 + 18 = 32 \text{ m};$$

პირველ მუხლში მიღებულ 19 ძალისათვისაც საჭიროა 32 m. მაშასადამე: 19 ძალა ეტევა, მეხუთე ძალა ნამდვილათ კრიტიკულია

და მატარებლის სათანადო მდებარეობა არის საშიში. ეს მდებარეობა ნაჩვენები ნახ. 59-ის კვემთ. ეხლა შეგვიძლია მოვინახოთ მატარებლის საშიში მდებარეობა სამუბნიან ხაზისათვის. ზემოდ აღნიშნულ წესის თანახმად (იხ. გვ. 92):

1) ორ უბნიან ხაზისათვის მატარებლის საშიშ მდებარეობისას ყველაზე ახლოს წვეროსთან, სახელდობრ D -სთან, იმყოფება მეთათე ძალა, რომელიც დაშორებულია წვეროდან $0,5$ მ-ით მარცხნივ. მატარებლის საშიშ მდებარეობისათვის ეს ძალა უნდა შევაცნოთ D -წვეროზე, რისთვისაც საჭიროა მატარებლის $0,5$ მ-ით მარჯვნივ დაწევა. ეს ახალი მდებარეობა ნაჩვენებია ნახ. 59 ბ-ზე, სხვათაშორის მე-18 ძალა ეხლა ხაზის გარეთ დარჩება და მაშასადამე, იგი მხედველობაში არ უნდა მივიღოთ. ამ მდებარეობის საშიშროების შესამოწმებლად საჭიროა Iga_1 , Iga_2 და Iga_3 , რომლებსაც მოვინახვთ გავლენის ხაზიდან, მხოლოდ კუთხეების ნიშნების წესის დაცვით (იხ. გვ. 84), სახელდობრ:

$$Iga_1 = + \frac{6}{12} = + \frac{1}{2}; \quad Iga_2 = - \frac{6-3}{8} = - \frac{3}{8} \text{ და } Iga_3 = \\ = - \frac{3}{18} = - \frac{1}{6}$$

მარჯვნივ საცდელი დაწევის დროს, კრიტიკული მეთათე ძალა მესამე უბანში გადავა, ისე რომ, პირველი უბანში მატარებლის პირველი 6 ძალა გვექნება. მათი ჯამი ანუ R_1 , ცხრილის თანახმად იქნება:

$$R_1 = \sum_1^6 P = 150 \text{ tn};$$

მეორე უბანში შემდეგი სამი ძალა; მათი ჯამი:

$$R_2 = \sum_1^9 P - \sum_1^6 P = 225 - 150 = 75 \text{ tn};$$

მესამე უბანში კი მატარებლის დანარჩენი ძალები, რომლების ჯამი:

$$R_3 = \sum_1^{17} P - \sum_1^9 P = 425 - 225 = 200 \text{ tn}.$$

მარცხნივ დაწევისას კი კრიტიკული ძალა მეორე უბანში გადმოვა, რას გამო პირველი უბანში გვექნება:

$$R_1 = 150 \text{ tn};$$

მეორეში,

$$R_2 = 75 + 25 = 100 \text{ tn};$$

მესამეში,

$$R_3 = 200 - 25 = 175 \text{ tn}.$$

შემოწმების პირობები მოგვეცემენ:

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum R_i \cdot t g \alpha_i &= 150 \cdot \frac{1}{2} - 75 \cdot \frac{3}{8} - 200 \cdot \frac{1}{6} = \\ &= \frac{1}{24} (150 \cdot 12 - 75 \cdot 3 \cdot 3 - 200 \cdot 4) = \frac{1}{24} (1800 - 675 - 800) = \\ &= \frac{1}{24} (1800 - 1475) > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \leftarrow \sum R_i \cdot t g \alpha_i &= 150 \cdot \frac{1}{2} - 100 \cdot \frac{3}{8} - 175 \cdot \frac{1}{6} = \\ &= \frac{1}{24} (150 \cdot 12 - 100 \cdot 3 \cdot 3 - 175 \cdot 4) = \frac{1}{24} (1800 - 900 - 700) = \\ &= \frac{1}{24} (1800 - 1600) > 0 \end{aligned}$$

პირობები არაა დაცული და მაშასადამე, მატარებლის მდებარეობა არ ყოფილა საშიში. რადგანაც ორივე შემთხვევაში $\sum R_i t g \alpha_i$ დადებითია. მატარებლის საშიშროების მე-II ცხრილის თანახმად, მატარებელი უნდა დავსწიოთ მარჯვნივ იმდენათ, რომ ყველაზედ ახლოს წვეროსთან მდებარე ძალა შესდგეს წვეროზედ, ჩვენს შემთხვევაში ყველაზედ ახლოს წვეროსთან, სახელდობრ, C-სთან დგას მეექვსე ძალა, რომელიც დაშორებულია 0,5 მ-ით (ნახ. 59 ბ). მაშასადამე მატარებელი უნდა დავსწიოთ მარჯვნივ 0,5 მ-ით. ეს ახალი მდებარეობა ნაჩვენებია ნახ. 59-ზე. ეხლა საშიშროების შემოწმებისას გვექნება (რადგანაც კრიტიკული მეექვსე ძალა მარჯვნივ დაწევის დროს, მეორე უბანში გადავა):

$$R_1 = \sum_1^5 P = 125 \text{ tn}; \quad R_2 = \sum_1^9 P - \sum_1^5 P = 225 - 125 = 100 \text{ tn}$$

$$\text{და } R_3 = \sum_1^{17} P - \sum_1^9 P = 425 - 225 = 200 \text{ tn. და მარცხნივ დაწევის-}$$

სას კი, კრიტიკული ძალა პირველ უბანში გადაჰოვა და ამის გამო:

$$R_1 = 125 + 25 = 150 \text{ tn}, \quad R_2 = 100 - 25 = 75 \text{ tn} \text{ და } R_3 = 200 \text{ tn.}$$

საშიშროების პირობები მოგვეცემენ:

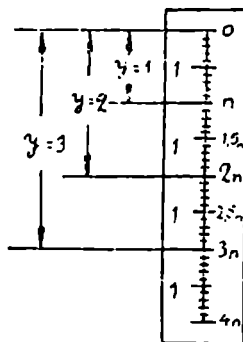
$$\begin{aligned} \rightarrow 125 \cdot \frac{1}{2} - 100 \cdot \frac{3}{8} - 200 \cdot \frac{1}{6} &= \frac{1}{24} (125 \cdot 12 - 100 \cdot 3 \cdot 3 - \\ - 200 \cdot 4) &= \frac{1}{24} (1500 - 900 - 800) = \frac{1}{24} (1500 - 1700) < 0 \\ \leftarrow 150 \cdot \frac{1}{2} - 75 \cdot \frac{3}{8} - 200 \cdot \frac{1}{6} &= \frac{1}{24} (150 \cdot 12 - 75 \cdot 3 \cdot 3 - 200 \cdot 4) = \\ &= \frac{1}{24} (1800 - 675 - 800) = \frac{1}{24} (1800 - 1475) > 0 \end{aligned}$$

როგორც ვხედავთ ორივე პირობა დაცულია და, მაშასადამე, მატარებლის უკანასკნელი მდებარეობა არის ნამდვილათ საშიში. ეს მდებარეობა განმეორებით ნაჩვენებია გავლენის ხაზის ზემოდან (ნახ. 59).

მრავალგვერდა ხაზებისას ასეთი წესით მატარებლის საშიში მდებარეობის მონახვა ძალიან რთულია და მრუდზე ხაზებისას კი — შეუძლებელიც. ამის გამო, ასეთ შემთხვევებში მატარებლის საშიში მდებარეობას და მასთან ერთად ფაქტორის სიდიდის მონახვა სწარმოებს ეგრედ წოდებული ლივის (კალკის) ნაქერზედ აგებული მატარებლის სქემის სწრაფებით. ეს ხელოვნური წესი დამყარებულია შემდეგ მოსაზრებაზედ. ჩვენ ვიცით, რომ თუ ნაშენზედ მოქმედებს P —ძალა, ფაქტორის სიდიდით უდრის $S = P \cdot y$, სადაც y არის P —ძალის ქვეშ მოზომილი გავლენის ხაზის ორდინატი. თუ P ძალა შეიცავს ძალის n -ერთეულის ე. ი. ტონას ან კილოგრამს, მაშინ ფაქტორის სიდიდით იქნება $S = n \cdot y$. როდესაც ამ ძალის დავაყენებთ იქ სადაც გავლენის ხაზის ორდინატი უდრის ერთს ე. ი. $y = 1$, ფაქტორის სიდიდით იქნება $S_1 = n$, იქ სადაც $y = 1,5$, $S_{1,5} = 1,5 n$, სადაც $y = 2$, $S_2 = 2 n$ და ასე შემდეგ. ფაქტორის ყველა ეს სიდიდით შეგვიძლია უშუალოდ მოვნახოთ შემდეგი წესით: ავიღოთ ლივის (კალკის) ვიწრო ნაქერი ისეთი სიგრძის, რომ გადაფარის გავლენის ხაზის უდიდესი ორდინატი. გავავლოთ მასზედ სწორე ხაზი და ამ ხაზზედ მოვზომოთ იმდენი გავლენის ხაზის ორდინატის ერთეული, რამდენსაც შეიცავს უდიდესი ორდინატი. თვითთელი მოზომილი ერთეული დავეყოთ n ნაწილათ, და ეს ნაწილები მიმდევრობით დავნომროთ (ნახ. 60), თუ ამ ნაქერს დავაფარებთ გავლენის ხაზს იმნაირად, რომ მისი საწყისი წერტილი ოკლავის იუ ვეს გავლენის ხაზის ფუძეზედ, მაშინ ნაქერის ქვეშ

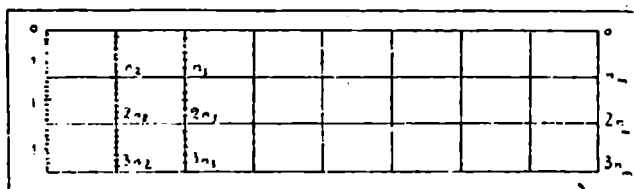
ხილული გავლენის ხაზის და ლივის ნაქერზედ გავლებულ ხაზის გადაკვეთაზედ უშუალოდ წაეიკითხავთ ფაქტორის სიდიდეს.

როდესაც ერთი ძალის მაგიერ მოძრაობს რამოდენიმე ძალა, ანუ მატარებელი მაშინ, ლივის ნაქერი უნდა იყვეს ისეთი ზომის, რომ შთლათ გადაფაროს გავლენის ხაზი. ასეთ ნაქერზედ ვალებზე იმდენ ხაზებს, რამდენი ძალაც დაეტევა გავლენის ხაზზედ. მანძილები ამ ხაზებს შორის უნდა მოიზომოს იმ მასშტაბით, რომელიც მიღებულია ნაშენისათვის გავლენის ხაზის ასაგებათ. თვითუფლ ხაზზედ მოზომილ გავლენის ხაზის ორდინატის ერთეულს ეყოფთ იმდენ ნაწილად, რამდენ ტონასაც ან კილოგრამს შეიცავს შესაბამი ძალა (ნახ. 61). ამნაირად ლივის ნაქერზე დახაზულ მატარებელს სახელად მატარებლის სქემა ეწოდება. ამ სქემის საშუალებით ფაქტორის სიდიდეს მოვნახავთ ცალკე ვერტიკალების და ხილული გავლენის ხაზის გადაკვეთაზედ წაკითხულ სიდიდეთა შეჯამებით. შეჯამება სწარმოებს ჩვეულებრივ საანგარიშო მთვლელებზე. რასაკვირველია მატარებლის საშიში მდებარეობა იქნება ის, რომელიც მოგვეცემს უდიდეს ჯამს. ეს მდებარეობა მოინახება სქემის



ნახ. 60.

შესაბამი ძალა (ნახ. 61). ამნაირად ლივის ნაქერზე დახაზულ მატარებელს სახელად მატარებლის სქემა ეწოდება. ამ სქემის საშუალებით ფაქტორის სიდიდეს მოვნახავთ ცალკე ვერტიკალების და ხილული გავლენის ხაზის გადაკვეთაზედ წაკითხულ სიდიდეთა შეჯამებით. შეჯამება სწარმოებს ჩვეულებრივ საანგარიშო მთვლელებზე. რასაკვირველია მატარებლის საშიში მდებარეობა იქნება ის, რომელიც მოგვეცემს უდიდეს ჯამს. ეს მდებარეობა მოინახება სქემის



ნახ. 61.

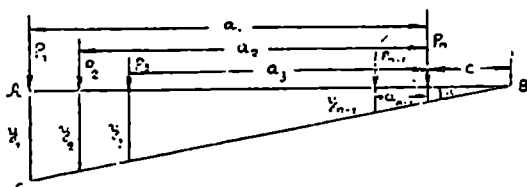
წაწევ-წამოწვევით და ჯამების შედარებით. ხშირად მატარებლის ყოველი მდგენელი ძალა იმდენათ დიდ რიცხოვანია, რომ ლივზე გავლენის ხაზის ორდინატის ერთეულის დაყოფა შეუძლებელია. ასეთ შემთხვევაში მატარებლის ყველა ძალას ვამცირობთ იმდენჯერ, რამდენსაც მოითხოვს ერთეულის დაყოფის შესაძლებლობა, მხოლოდ

შემდეგში კი, რომ ფაქტორის ნამდვილი სიდიდე ვიცოდეთ, ასეთი სქემით მონახული უდიდესი ჯამი, რასაკვირველია უნდა ამდენჯერვე გაეადიღოთ.

§ 13. ფაქტორის სიდიდის გასათვლა

მატარებლის საშიში მდებარეობის მონახვის შემდეგ საჭიროა ფაქტორის შესაბამ სიდიდის გამოთვლა, რაც აგრეთვე დამოკიდებულია მხოლოდ გავლენის ხაზის სახეზედ. მრავალგვერდა და მრული გავლენის ხაზებისას ფაქტორის მაქსიმალურ სიდიდის მონახვას, რომელიც სწარმოებს მატარებლის სქემის საშუალებით, ჩვენ უკვე გავეცანით. ეხლა განვიხილოთ ფაქტორის სიდიდის გამოთვლის წესი ერთ, ორ და სამგვერდა გავლენის ხაზებისას.

ა) ერთ გვერდა გავლენის ხაზი (ნახ. 62). დაუშვათ, რომ n —ძალისაგან შემდგარი მატარებლის მდებარეობა არის საშიში, ე. ი. იწვევს S —ფაქტორის მაქსიმალურ სიდიდეს. ეს სიდიდე, თუ მხედველობაში მივიღებთ გავლენის ხაზის განმარტებას, და პროპორციუ-



ნახ. 62.

ლობის და შეჯამების კანონებს, იქნება (ნახ. 62):

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots + P_{n-1} y_{n-1} + P_n y_n \quad (34)$$

მაგრამ ამ ფორმულით სიდიდის გამოთვლა მრავალძალების შემთხვევაში რთულია, რადგანაც ბევრი ორდინატების გამოთვლა და შათი ძალებზედ გადამრავლება დაგვეკირდება, რის გამო საჭიროა მისი გარდაქმნა. აღვნიშნოთ $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ ძალების მხრები P_n -ის ფუძის მიმართ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}$ -ით. ეხლა შეგვიძლია დავსწეროთ:

$$y_1 = (a_1 + c) l g \alpha, \quad y_2 = (a_2 + c) l g \alpha, \quad y_3 = (a_3 + c) l g \alpha, \quad y_{n-1} = (a_{n-1} + c) l g \alpha \quad \text{და} \quad y_n = c l g \alpha.$$

თუ y -ების ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ (34) განტოლებაში და $tg \alpha$ -ს ფრჩხილებს გარეთ გავიტანოთ, მივიღებთ, რომ:

$$S = (P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 + \dots + P_{n-1} a_{n-1}) + (P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_{n-1} + P_n) c \operatorname{tg} \alpha.$$

მაგრამ, პირველ ფრჩხილებში მოთავსებული ჯამი წარმოადგენს P_n -ის ფუძის მიმართ, მის წინ მდებარე ყველა ძალების მომენტთა ჯამს, ხოლო მეორე ფრჩხილებში მოთავსებული ჯამი კი არის $\sum_1^n P$. ამ მნიშვნელობა ჩასმით საბოლოოდ მივიღებთ:

$$S = (M_n + c \sum_1^n P) \operatorname{tg} \alpha \quad (35)$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც უკანასკნელი P_n -ძალა B -წერტილზე იდგება, მაშინ, $c = 0$, რის გამო $S = M_n \operatorname{tg} \alpha$. ამ უკანასკნელ ფორმულაში M_n და $\sum_1^n P$ -ს სიდიდეს მოგვცემს მატარებლის ცხრილი, თუ იგი წინასწარ შედგენილი გვექნება; c -სიდიდეს კი, რომელიც წარმოადგენს B -წერტილის მიმართ უკანასკნელ P_n -ძალის მხარს, მოგვცემს გავლენის ხაზი.

მაგალითი: მოცემულია ერთგვერდა, გავლენის ხაზი და რკინისგზის „ $H-I$ “ მატარებლის მდებარეობა (ნახ. 63). მოსანახია ფაქტორის სიდიდე. აქ:

$$M_n = M_{20} = 16648 \text{ tn. m,}$$

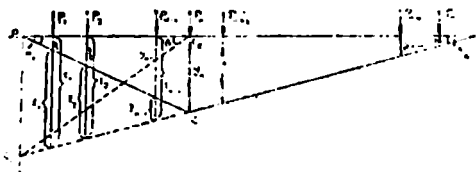


ნახ. 63.

$$c = 0,75 \text{ m, } \sum_1^{20} P = 608 \text{ tn, } \operatorname{tg} \alpha = \frac{0,75}{50} = 0,015.$$

მაშასადამე:

$$S = (16648 + 0,75 \cdot 608) 0,015 = 17104 \cdot 0,015 = 256,56.$$



ნახ. 64.

განზომილება რაკვირველია დამოკიდებულია ფაქტორის სახეზე.

ბ) ორ გვერდა გავლენის ხაზი (ნახ. 64). აქაც S —ფაქტორის სიდიდე იქნება:

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_{k-1} y_{k-1} + P_k y_k + P_{k+1} y_{k+1} + \dots + P_{n-1} y_{n-1} + P_n y_n. \quad (36)$$

ამ ფორმულის გამარტივების მიზნით, BC გვერდი განუგრძოთ. A —წერტილზედ გავლებულ ვერტიკალამდე. აღნიშნოთ CC_1 -ის დასაერთოდ. BC_1 —ხაზის ორდინატები l_i -თი; ამ ორდინატების AC და C_1C გვერდებ შუა მონაკვეთები z_i -თი (ნახ. 64). მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$y_1 = l_1 - z_1, y_2 = l_2 - z_2, \dots, y_{k-1} = l_{k-1} - z_{k-1}, y_k = l_k - z_k, \dots, y_{n-1} = l_{n-1} \text{ და } y_n = l_n.$$

ამის გამო (36) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$S = P_1(l_1 - z_1) + P_2(l_2 - z_2) + \dots + P_{k-1}(l_{k-1} - z_{k-1}) + P_k l_k + P_{k+1} l_{k+1} + \dots + P_{n-1} l_{n-1} + P_n l_n$$

ანუ, თუ ფრჩხილების გახსნის შემდეგ l_i და z_i -ან წევრებს თავს-ცალკე მოუყრით გვექნება:

$$S = (P_1 l_1 + P_2 l_2 + \dots + P_{k-1} l_{k-1} + P_k l_k + P_{k+1} l_{k+1} + \dots + P_{n-1} l_{n-1} + P_n l_n) - (P_1 z_1 + P_2 z_2 + \dots + P_{k-1} z_{k-1}). \quad (37)$$

მაგრამ, თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ ზემოთ დამტკიცებული თანახმად (გვ. 35), სამკუთხედი AC_1C ორდინატების მხრივ

ტოლფასია ACC_1 —სამკუთხედისა, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ უკანასკნელი განტოლების ორივე ჯამი წარმოადგენს ფაქტორის სიდიდეს ერთგვერდა გავლენის ხაზებისას, სახელდობრ, პირველი— C_1B , და მეორე C_1C_2 —ხაზისას. ამის გამო და (36) განტოლების თანახმად მივიღებთ:

$$S = (M_n + c \sum_1^n P) l g \alpha_2 - M_c l g \beta. \quad (38)$$

ამ ფორმულაში M_n , $\sum_1^n P$ და M_c -ს მოვნახავთ მატარებლის ცხრილის საშუალებით, $l g \alpha_2$ და $l g \beta$ -ს კი—მოგვეცემს გავლენის ხაზი.

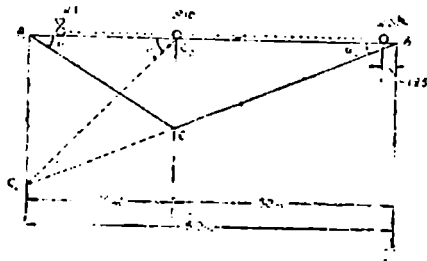
მაგალითი. ვისარგებლოთ მატარებლის საშიში მდებარეობის მონახვისათვის აღებულ მაგალითით (გვ. 92) და მოვნახოთ S —ფაქტორის სიდიდე (ნახ. 65).

თანახმად (37)

ფორმულისა ეს სიდიდე იქნება:

$$S = M_B l g \alpha_2 - M_c l g \beta,$$

სადაც მატარებლის ცხრილის და განტოლების თანახმად



ნახ. 65.

$$M_B = M_{2c} + c \sum_1^{2c} P =$$

$$= 14020 + 1,25 \cdot 572 =$$

$$= 14020 + 715 = 14735 \text{ tnm}, M_c = M_{10} = 2063 \text{ tnm}.$$

$l g \alpha_2$ და $l g \beta$ -ს მოსანახად დაუშვათ, რომ AC_1 მონაკვეთი უდრის 5-ს (ეს მონაკვეთი და მისი განზომილობა გვეცოდინება გავლენის ხაზების აგების დროს). მაშინ:

$$l g \alpha_2 = \frac{5}{50} = 0,1 \text{ და } l g \beta = \frac{5}{20} = 0,25.$$

მაშასადამე, საძიებელი ფაქტორის სიდიდე იქნება:

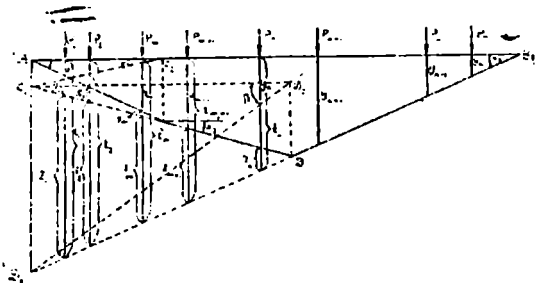
$$S = 14735 \cdot 0,1 - 2063 \cdot 0,25 = 1437,5 - 515,75 = 921,75$$

(განზომილება დამოკიდებულია ფაქტორის გეარზე).

c) სამგვერდა გავლენის ხაზი (ნახ. 66). აქაც:

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_m y_m + P_{m+1} y_{m+1} + \dots + P_n y_n + P_{n+1} y_{n+1} + \dots + P_{n-1} y_{n-1} + P_n y_n. \quad (39)$$

ამ ფორმულის გამარტივების მიზნით BD და DC გვერდები განვაგრძოთ A —წერტილზედ გავლებული ვერტიკალამდე და აღვნიშნოთ D_1D და საერთოდ D_1B —ხაზის ორდინატები l_i -თი, ამ



ნახ. 66.

ორდინატების მონაკვეთები C_1D და D_1D ხაზებს შუა z_i -თი, და AC და C_1C —ხაზებს შუა კი s_i -თი. მაშინ ცხადია, რომ (ნახ. 66):

$$y_1 = l_1 - z_1 - s_1, y_2 = l_2 - z_2 - s_2, \dots, y_m = l_m - z_m - s_m$$

$$y_{m+1} = l_{m+1} - z_{m+1}, \dots, y_k = l_k - z_k, y_{k+1} = l_{k+1}$$

$$y_{n-1} = l_{n-1} \text{ და } y_n = l_n$$

თუ ამ მნიშვნელობებს (39) ში ჩავსვამთ გვექნება:

$$S = P_1(l_1 - z_1 - s_1) + P_2(l_2 - z_2 - s_2) + \dots + P_m(l_m - z_m - s_m) +$$

$$+ P_{m+1}(l_{m+1} - z_{m+1} - s_{m+1}) + \dots + P_k(l_k - z_k) + P_{k+1}l_{k+1} +$$

$$+ \dots + P_{n-1}l_{n-1} + P_n l_n$$

ანუ თუ l_i , z_i და s_i -ან წვევრებს თავს მოუყრიით მივიღებთ:

$$S = (P_1 l_1 + P_2 l_2 + \dots + P_m l_m + P_{m+1} l_{m+1} + P_k l_k +$$

$$+ P_{k+1} l_{k+1} + \dots + P_{n-1} l_{n-1} + P_n l_n) - (P_1 z_1 + P_2 z_1 +$$

$$+ P_m z_m + P_{m+1} z_{m+1} + \dots + P_k z_k) - (P_1 s_1 + P_2 s_2 + \dots + P_m s_m).$$

აქაც იმავე მოსაზრებით, როგორც ზემოთ, პირველი ჯაჷი წარმოადგებს ფაქტორის სიდიდეს ერთგვერდა D_1B გავლენის ხაზისას, მეორე— D_1D_2 და მესამე C_1C_2 —ხაზებისას. ამის გამო, და (35) ფორმულის თანახმად:

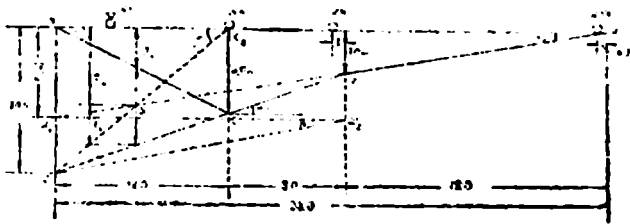
$$S = M_B l g \alpha_3 - M_{D_2} l g \beta - M_{C_2} l g \gamma \quad (40).$$

აქ ორივე მომენტი M_{D_2} და M_{C_2} უარყოფითია, რადგანაც მათი შესაბამისი ორდინატები აკლდება M_{D_2} -ს ორდინატებს, სახელდობრ:

$$y_i = l_i - z_i - s_i;$$

მაგალითი. გამოვუვალთ სამგვერდა ხაზიან S ფაქტორის სიდიდეს ზემოთ (გვ. 94) მონახულ მატარებლისაში მდებარეობისას (ნახ. 67). თუ აღვნიშნავთ D_1B ხაზის ორდინატს l_i -თი, C_1D და D_1D -ს შუა ვერტიკალურ მონაკვეთს z_i -ით და AC და C_1C -ს შუა კი s_i თი, შეგვიძლია დავსწეროთ:

$$y_i = l_i + z_i - s_i.$$



ნახ. 67.

მაშასადამე სიდიდის გამოსათვლელი ფორმულა ამ შემთხვევაში იქნება:

$$S = M_B l g \alpha_1 + M_{D_2} l g \beta - M_{C_2} l g \gamma;$$

აქ, თანახმად (35) ფორმულისა და მატარებლის ცხრილისა:

$$M_B = M_{17} + 0,5 \sum_1^{17} P = 6850 + 0,5 \cdot 425 = 6850 + 212,5 =$$

$$= 7062,5 \text{ tnm}, M_{D_2} = M_6 + 1,0 \sum_1^3 P = 1725 + 225 = 1950 \text{ tnm}$$

და

$$M_{C_2} = M_C = 563 \text{ tnm};$$

ნახაზიდან კი:

$$l g \alpha_1 = \frac{38}{6 \cdot 38} = \frac{1}{6}, l g \beta = \frac{10,5 - \frac{19}{3}}{20} = \frac{31,5 - 19}{60} = 0,208$$

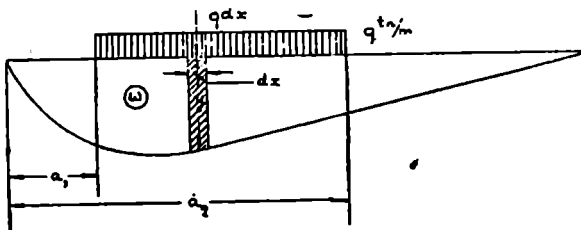
$$l g \gamma = \frac{10,5}{12} = 0,875.$$

საბოლოოდ:

$$S = 7062,5 \cdot \frac{1}{h} + 1950 \cdot 0,208 - 563 \cdot 0,875 = \\ = 1177,08 + 405,60 - 492,62 = 1090,06$$

(განზომილობა დამოკიდებულია ფაქტორის გვარზედ). რასაკვირველია, ასეთი წესით შეგვიძლიან გამოვთვალოთ ფაქტორის სიდიდე ოთხ, ხუთ და, საზოგადოთ, მრავალგვერდა გავლენის ხაზებისას, მაგრამ, ეს გამოთვლა და, როგორც ზემოდ აღვნიშნეთ, მატარებლის საშიში მდებარეობის მონახვევაც ძალიან რთულდება. ამიტომ ასეთ შემთხვევაში უნდა მივმართოთ ზემოდ აწერილ მატარებლის სქემას.

ფაქტორის სიდიდე თანაბრად განაწილებულ ტვირთის მოქმედების დროს. ზოგადობისათვის დაუშვათ, რომ რაიმე S ფაქტორის გავლენის ხაზი წარმოადგენს მრუდს (ნახ. 68) და ნაშენი ნაწილობრივად დატვირთული თანაბრად განა-



ნახ. 68.

წილებული ტვირთით, რომლის ინტენსიობა არის $q' \text{ in/m}$. მოვინახოთ S —ფაქტორის სიდიდე. ამ მიზნით განვიხილოთ ნაშენის დატვირთული ნაწილის უსასრულოდ მცირე dx გრძივი ელემენტი. ამ ელემენტზე მოთავსებული ტვირთი $q \cdot dx$ უსასრულოდ მცირე იქნება და შეგვიძლია როგორც შეყურსულ ძალა მივიღოთ, ამ ძალით გამოწვეული ფაქტორის სიდიდეც, სახელდობრ:

$$q \cdot dx \cdot y,$$

აგრეთვე უსასრულოდ მცირე იქნება. აღვნიშნოთ იგი ds -ით. აწ რიგად:

$$ds = q \cdot y dx.$$

საიდანაც:

$$S = \int_{a_1}^{a_2} qy dx = q \int_{a_1}^{a_2} y dx.$$

მაგრამ $y dx$ წარმოადგენს გავლენის ხაზის ელემენტარულ ფართს. თუ ტვირთის ქვეშ. მოთავსებულ გავლენის ხაზის ფართს აღვნიშნავთ ω -თი. მაშინ

და $y dx = d\omega$

$$\int_{a_1}^{a_2} y dx = \omega.$$

ამ რიგად:

$$S = q \cdot \omega \dots \dots \dots (41)$$

ესე იგი, ფაქტორის სიდიდე უდრის ინტენსიობის და ტვირთის ქვეშ მდებარე გავლენის ხაზის ფართის ნამრავლს. როდესაც ნაშენი დატვირთულია გავლენის ხაზის მთელ სიგრძეზე, მაშინ, რასაკვირველია, ფაქტორის სიდიდე უდრის ინტენსიობის და გავლენის ხაზის მთელ ფართის ნამრავლს. ამ უკანასკნელ შემთხვევაში, თუ გავლენის ხაზს აქვს დადებითი და უარყოფითი უბნები, მაშინ ფაქტორის სიდიდე უდრის ინტენსიობის და ფართების სხვაობის ნამრავლს ხოლო ნიშანი კი დიდი ფართის ექნება.

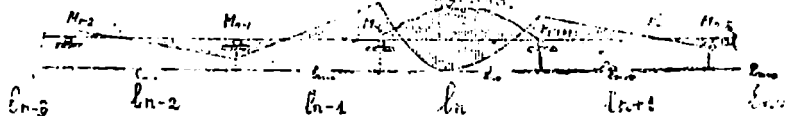
თ ა ვ ი II.

უ ზ რ ბ ე ი კ ო ზ ი.

§ 14. საყრდენ მომენტების მოკაზნა ფოკუსების მეთოდით

მთლიან ძელს, რომელიც დაკავშირებულია მიწასთან რამოდენიმე (ორზედ მეტი) საყრდენის საშუალებით, სახელად უკრელი კოქი ეწოდება. ხშირად მას მრავალმალიან ან მრავალ საყრდენიან კოქს უწოდებენ. როგორც მასალათა გამძლეობიდან ვიცით, უკრელი კოქი წარმოადგენს სტატიურად-ურკვევად ნაშენს და მის ანგარიშს იქ ვაწარმოებდით სამომენტიო ანუ კლაპეირონის განტოლების საშუალებით. უკრელი კოქის ანგარიში ამ განტოლებიდან გამომდინარე, ეგრედ წოდებულ, ფოკუსების მეთოდით შესამჩნევად მარტივდება. კოქის ყოველ მალში არსებობს ორი ფოკუსი: მარცხენა, მარცხენა საყრდენთან ახლოს მდებარე, და მარჯვენა—მარჯვენასთან. რომელიმე მალის მარცხენა ფოკუსი სახელად ეწოდება კოქის ღერძის იმ წერტილს, რომლის მიმართ მღუნავი მომენტი ყოველთვის უდრის ნულს, როდესაც კოქზე მომქმედი ტვირთი, რანაირიც:

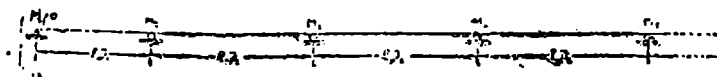
არ უნდა იყვეს იგი, მოთავსებულია ამ მალის მარჯვნივ მდებარე მალეებზე, ან და ამ მალის მარჯვენა ბოლოზედ მოქმედებს მომენტი. ანალოგიურად, მარჯვენა ფოკუსში მლუნავი მომენტი ყოველთვის ნულის ტოლი იქნება, მანამდის მომქმედი ტვირთი მოთავსებულია მალის მარცხნივ ან და მის მარცხენა ბოლოზედ მოქმედებს მომენტი. ფოკუსების ასეთი თვისების გამო, თუ მაგალითად დატვირთულია l_n —მალი (ნახ. 69), და თუ რამენაირად მოენახავთ



ნახ. 69.

ამ მალის M_n და M_{n+1} საყრდენ მომენტებს, მომენტების ეპიურის ხაზი მარცხნივ მდებარე . . . l_{n-2} , l_{n-1} და l_{n+1} მალეებში აუცილებლად გაივლის მარცხენა ფოკუსებში, მარჯვნივ მდებარე l_{n+1} , l_{n+2} . . . მალეებში კი—მარჯვენა ფოკუსებში.

ფოკუსების არსებობას ადვილად დავამტკიცებთ და აგთეთვე მოენახავთ მათ მდებარეობას სამომენტოა განტოლების საშუალებით. რადგანაც ორთავე ფოკუსის მიმართ მსჯელობა სრულიად ანალოგიური იქნება, ამიტომ ამოცანა შეიძლება ამოვწუროთ მხოლოდ, მაგალითად, მარცხენა ფოკუსებისათვის. წარმოვიდგინოთ მრავალ მალიანი კოჭი და, თანახმად ზემოდ მოყვანილ ფოკუსების განმარტებისა, ნებისმიერად დავტვირთოთ მხოლოდ სულ განაპირა მარჯვენა მალი (ნახ. 70), რომელიც ნახაზზედ არაა ნაჩვენები. კოჭის უჭრელობის გამო ეს ტვირთი გავლენას მოახდენს მთელ კოჭზედ და სხვათა შორის, წარმოშობს საყრდენ მომენტებს. ზოგადობისათვის დაუშვათ, რომ ინერციის მომენტი იცვლება მალე-



ნახ. 70.

ბის მიხედვით. მოვეყვით მარცხენა ბოლოდან და პირველ ორ მალისათვის დავსწეროთ სამომენტოა განტოლება:

$$\frac{M_1 l_1}{6EJ_1} + \frac{M_2 l_1}{3EJ_1} + \frac{M_3 l_2}{3EJ_2} + \frac{M_4 l_3}{6EJ_2} = 0$$

გაეამრავლოთ მთელი განტოლება nEJ_0 , სადაც J_0 -- ნებისმიერი სიდიდის ინერციის მომენტი. ანგარიშის სიმარტივის მიზნით J_0 -ათ. სასურველია მიღებულ იქნას კოქის ყველაზედ ხშირი ფაქტიური ინერციის მომენტი. ამის შედეგათ მივიღებთ

$$M_1 \frac{J_0}{J_1} l_1 + 2M_2 \left(\frac{J_0}{J_1} l_1 + \frac{J_0}{J_2} l_2 \right) + M_3 \frac{J_0}{J_2} l_2 = 0.$$

ამ განტოლებაში და შემდეგშიაც სიდიდე $\frac{J_0}{J_i} l_i$ — რომელსაც დაყვანილი სიგრძე უწოდოთ — აღვნიშნოთ l'_i -ით. მაშინ, მიღებული განტოლება შემდეგნაირად გადაიწერება:

$$M_1 l'_1 + 2M_2 (l'_1 + l'_2) + M_3 l'_2 = 0.$$

მაგრამ $M_1 = 0$, რადგანაც პირველი საყრდენის მარცხნივ არაფითარი ტვირთი არ მოქმედობს, და მაშასადამე, მღუნავი მომენტიც არ იქნება. ეს კი იმის მაჩვენებელია, რომ პირველი მალის მარცხენა ფაქუსი ზედ საყრდენზედ ყოფილა. ამის გამო:

$$2M_2 (l'_1 + l'_2) + M_3 l'_2 = 0.$$

ეს განტოლება გავყოთ $M_3 l'_2$ -ზე, მაშინ:

$$2 + 2 \frac{l'_1}{l'_2} + \frac{M_2}{M_3} = 0.$$

აქედან

$$\frac{M_2}{M_3} = -2 \left(1 + \frac{l'_1}{l'_2} \right).$$

მიღებული შედეგი გვიჩვენებს, რომ:

1) მეორე მალის საყრდენ მომენტების შეფარდება ტვირთისაგან სრულიად დამოუკიდებელია;

2) ეს მომენტები ნიშნებით სხვადასხვა და

3) აბსოლუტური სიდიდით მარჯვენა მომენტი M_2 (ტვირთის შხარეს მოთავსებული) მარცხენა M_3 სთან შედარებით დიდია ორჯერ და მეტიც. მუდმივი სიდიდე

$$2 \left(1 + \frac{l'_1}{l'_2} \right)$$

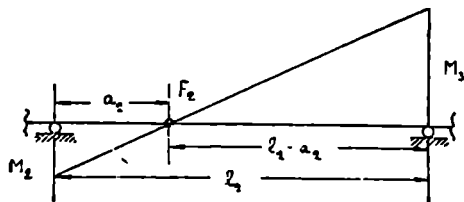
აღნიშნოთ K_2 . ე. ი.

$$K_2 = 2 + 2 \frac{l_1^2}{l_2^2} = \text{const.}$$

მაშინ

$$\frac{M_3}{M_2} = -K_2 \quad . (42)$$

წარმოდგენით გამოვყოთ მეორე მალი და მის ფარგლებში ავავაოთ მლუნავ მომენტთა ეპიურა, რომელიც რასაკვირველია განისაზ-



ნახ. 71.

ღერება სწორი ხაზით, რადგანაც მალი დატვირთულია მხოლოდ ბოლოებზედ მოქმედ მომენტებით (ნახ. 71), ამ ეპიურიდან, ვისარგებლებთ რა სამკუთხედების შესაგებობით, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\frac{M_3}{M_2} = \frac{l_2 - a_2}{a_2} .$$

მაგრამ (42) განტოლების თანახმად:

$$\frac{l_2 - a_2}{a_2} = K_2 = \text{const.}$$

აქედან

$$a_2 (1 + K_2) = l_2$$

და საბოლოოდ:

$$a_2 = \frac{l_2}{1 + K_2} = \text{const.}$$

ე. ი. რანაირაც არ უნდა იყვეს ჩვენს მიერ კოქზედ მოთავსებული ტვირთი, ეპიურის ნულოვან წერტილის დაშორება საყრდენიდან არის უცვლელი. მაშასადამე ეს ნულოვანი წერტილი ყოფილა მეორე მალის მარცხენა ფოკუსი F_2 . a_2 —მანძილს სახელად საფოკუსო მცირე მანძილი ეწოდება და $l_2 - a_2$ -ეს კი დიდი მანძილი. უკანასკნელის გამო ზემოდ აღნიშნული მუდმივი სიდიდე K_2 ყოფილა მარცხენა საფოკუსო მანძილების შეფარდება—დიდის პატარასთან.

გადავიდეთ მესამე მალის მარცხენა ფოკუსზედ. ამისათვის დავსწეროთ სამომენტო განტოლება მეორე და მესამე მალეებისათვის. სახელდობრ:

$$M_2 l'_2 + 2M_3 (l'_2 + l'_3) + M_4 l'_3 = 0.$$

გავყოთ ეს განტოლება $M_3 l'_3$ -ზედ მაშინ:

$$\frac{M_2}{M_3} \cdot \frac{l'_2}{l'_3} + 2 \frac{l'_2 + l'_3}{l'_3} + \frac{M_4}{M_3} = 0;$$

აქედან

$$\frac{M_4}{M_3} = - \left[2 + \frac{l'_2}{l'_3} \left(2 + \frac{M_2}{M_3} \right) \right].$$

მაგრამ (42) განტოლების თანახმად

$$\frac{M_2}{M_3} = - \frac{1}{K_2};$$

ამის გამო:

$$\frac{M_4}{M_3} = - \left[2 + \frac{l'_2}{l'_3} \left(2 - \frac{1}{K_2} \right) \right] \quad (43)$$

მესამე მალის საყრდენ მომენტების ეს შეფარდება, ხასიათდება ზემოთ აღნიშნულ, მეორე მალის საყრდენ მომენტების შეფარდების სამივე მაჩვენებლით. აქაც მუდმივი სიდიდე

$$2 + \frac{l'_2}{l'_3} \left(2 - \frac{1}{K_2} \right) = K_3.$$

ამის გამო

$$\frac{M_4}{M_3} = - K_3 = \text{const.}$$

მაგრამ ამ მალის ფარგლებში მომენტთა ეპიურა მოგვცემს (ნახ. 72):

$$\frac{M_4}{M_3} = \frac{l_2 - a_3}{a_3};$$

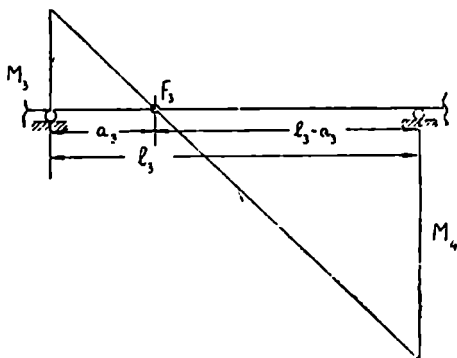
მაშასადამე:

$$K_3 = \frac{l_2 - a_3}{a_3};$$

აქედან კი:

$$a_3 = \frac{l_2}{1 + K_3} = \text{const};$$

როთაც განისაზღვრება მესამე მალის მარცხენა ფოკუსი F_3 . ანალოგიურათ მეოთხე მალისათვის მივიღებთ:



ნახ. 72.

$$K_4 = 2 + \frac{l_3^2}{l_3'} \left(2 - \frac{1}{K_3} \right);$$

$$\text{და } a_4 = \frac{l_4}{1 + K_4}$$

მეხუთესათვის

$$K_5 = 2 + \frac{l_4^2}{l_4'} \left(2 - \frac{1}{K_4} \right);$$

$$\text{და } a_5 = \frac{l_5}{1 + K_5}$$

და, საზოგადოთ, n -მალისათვის

$$K_n = 2 + \frac{l_{n-1}^2}{l_{n-1}'} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \quad (K)$$

და

$$a_n = \frac{l_n}{1 + K_n} \quad \text{ანუ} \quad a_n = \frac{l_n}{3 + \frac{l_{n-1}^2}{l_{n-1}'} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right)}$$

ანუ რაღვანაც:

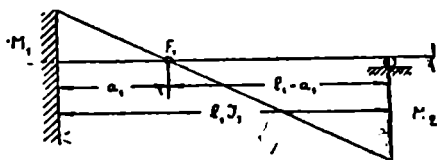
$$K_{n-1} = \frac{l_{n-1}^2 - a_{n-1}^2}{a_{n-1}^2};$$

საბოლოოდ მივიღებთ

$$a_n = \frac{l_n}{3 + \frac{l_{n-1}^2}{l_{n-1}'} \left(2 - \frac{a_{n-1}^2}{l_{n-1}^2 - a_{n-1}^2} \right)} \quad (a)$$

ამ უკანასკნელ განტოლების საშუალებით მოინახება ნებისმიერი მალის მარცხენა ფოკუსი ანალიზურად, თუ კი გვეცოდინება მის წინ (მარცხნივ) მდებარე მალის მარცხენა ფოკუსი. ამ რიგათ კოქის ყველა მარცხენა ფოკუსების მოსანახად, აუცილებლად საჭიროა პირველი მალის მარცხენა ფოკუსის მდებარეობის ცოდნა. მისი მდებარეობა კი დამოკიდებულია პირველი საყრდენის მოწყობაზე: თუ იგი უძრავი სახსროვანია, როგორც ჩვენ ზემოთ ვიგულისხმეთ,

ან და მოძრავია, მიუხედავად იმისა, ექნება კოქს კონსოლი თუ არა, პირველი ფოკუსი ყოველთვის ზედ საყრდენზედაა, ე. ი. $a_1 = 0$. უძრავი ხისტი საყრდენის შემთხვევაში, ამ საყრდენთან მდებარე ფოკუსი მოთავსებულია ყოველთვის მალის მესამედზე, ე. ი. $a_1 = \frac{l_1}{3}$



(ნახ. 73). მართლაც, სამომენტთა განტოლება ასეთ შემთხვევაში გვაძლევს:

ნახ. 73.

$$\frac{M_1 l_1}{3EJ_1} + \frac{M_2 l_1}{6EJ_1} = 0$$

ანუ

$$2M_1 + M_2 = 0;$$

საიდანაც:

$$\frac{M_2}{M_1} = -2.$$

ამ უკანასკნელ შედეგის მიხედვით აგებული მომენტთა ეპიურიდან, შეგვიძლია დავსწეროთ:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{l_1 - a_1}{a_1}.$$

ამის გამო:

$$\frac{l_1 - a_1}{a_1} = 2 \text{ ანუ } l_1 - a_1 = 2a_1,$$

აქედან კი:

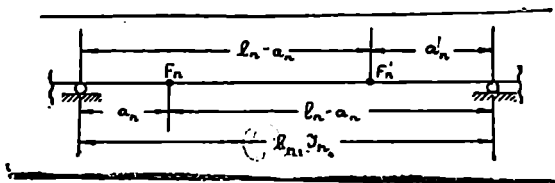
$$a_1 = \frac{l_1}{3}.$$

რაც შეეხება მარჯვენა ფოკუსებს, მათ მოენახავთ სრულიად ანალოგიური მსჯელობით, თუ მოვუყვებით კოქსის მარჯვენა ძალიდან. მათ აღსანიშნავათ ვიხმაროთ იგივე ასოები, მხოლოდ მარცხენა ფოკუსებისაგან გასარჩევად, ამ ასოებს მალლა მოუთავსოთ შტრიხები (ნახ. 74), მაშინ n —მალისათვის მარჯვენა ფოკუსის განსამზღვრელი სიდიდენი K'_n და a'_n შემდეგ სახეს მიიღებენ:

$$K'_n = 2 + \frac{l'_{n+1}}{l'_n} \left(2 - \frac{1}{K'_{n+1}} \right) \quad (K')$$

და

$$a'_n = \frac{l_n}{3 + \frac{l'_{n+1}}{l'_n} \left(2 - \frac{a'_{n+1}}{l_{n+1} - a'_{n+1}} \right)} \quad (a')$$



ნახ. 74.

უკანასკნელი განტოლება აქაც გვიჩვენებს, რომ ყველა მარჯვენა ფოკუსის მოსანახად აუცილებლათ საჭიროა სულ განაპირა მარჯვენა მალის მარჯვენა ფოკუსის მდებარეობის ცოდნა. ამ ფოკუსის მდებარეობა კი, როგორც მარცხენასი, დამოკიდებულია შესაბამ საყრდენის მოწყობაზე. ფოკუსების ანალიზური მონახევა (a) და (a') განტოლებათა საშუალებით, მეტადრე მრავალ მალიან კოქის შემთხვევაში, ცოტა არ იყვეს, რთულია. ამიტომ, როდესაც მალეების რიცხვი დიდია, უფრო მიზანშეწონილია ფოკუსების მონახევა გრაფიკული წესით, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში.

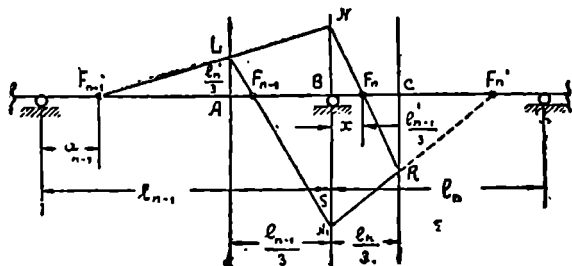
დაუშვათ, რომ $n-1$ —მალის, მაგალითად, მარცხენა ფოკუსი F_{n-1} ცნობილია, და მოსანახია n —მალის მარცხენა ფოკუსი F_n . ამისათვის ორივე მალს ცალკე-ცალკე ვყოფთ სამ თანასწორ ნაწილათ (ნახ. 75); ამ მალეების საერთო შუა საყრდენზე და მასთან მეზობლათ მდებარე დაყოფის წერტილებზედ გაგვყავს ვერტიკალები. განაპირა ვერტიკალებზედ კოქის ღერძიდან გადავზომავთ სხვადასხვა მხარეს: მარცხენაზედ

n —მალის დაყვანილ სიგრძის მესამედს, ე. ი. $\frac{l'_n}{3}$ და მარჯვენაზე

კი — $\frac{l_{n-1}}{3}$ (ნახ. 75). მარცხენა ვერტიკალზედ მიღებულ L —წერ.

ტილს უერთებთ ცნობილ F_{n-1} —მარცხენა ფოკუსს სწორი ხაზით, რომელსაც ვაგრძელებთ შუა საყრდენზედ გავლებულ ვერტიკალამ-

დ. ამათ გადაკვეთის N —წერტილს, უერთებთ მარჯვენა ვერტიკალზედ მიღებულ R წერტილს. ამ NR ხაზის და კოქის ღერძის გადაკვეთაზედ მივიღებთ n —მალის საძიებელ F_n —მარცხენა ფოკუსს. რომ ეს ასეა, ამისათვის დავამტკიცოთ, რომ მონაკვეთი



ნახ. 75.

BF_n , რომელიც ნახაზზე x -თაა აღნიშნული, წარმოადგენს a_n და (a) განტოლების თანახმად უნდა უდრიდეს:

$$x = \frac{l_n}{3 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}} \right)}$$

მსგავსი BNF_n და F_nCR სამკუთხედებიდან შეგვიძლია დავსწეროთ, რომ:

$$\frac{BF_n}{BN} = \frac{F_nC}{CR}$$

მეორე წყვილი ALF_{n-1} და $BN'F_{n-1}$ მსგავსი სამკუთხედები კი მოგვცემენ:

$$\frac{BN'}{BF_{n-1}} = \frac{AL}{AF_{n-1}}$$

ეს ორი პროპორცია ერთი მეორეზედ რომ გავამრავლოთ, მივიღებთ:

$$\frac{BF_n}{BF_{n-1}} = \frac{F_nC \cdot AL}{CR \cdot AF_{n-1}}$$

მაგრამ

$$BF_n = x; BF_{n-1} = l_{n-1} - a_{n-1}; F_n C = \frac{l_n}{3} - x; AL = \frac{l'_n}{3},$$

$$CR = \frac{l'_{n-1}}{3} \text{ და } AF_{n-1} = l_{n-1} - \frac{l_{n-1}}{3} - a_{n-1} = \frac{2}{3}l_{n-1} - a_{n-1}.$$

ამის გამო უკანასკნელ პროპორციიდან მივიღებთ:

$$\frac{x}{l_{n-1} - a_{n-1}} = \frac{\left(\frac{l_n}{3} - x\right) \cdot \frac{l'_n}{3}}{\frac{l'_{n-1}}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}l_{n-1} - a_{n-1}\right)}$$

ანუ

$$\frac{x}{l_{n-1} - a_{n-1}} = \frac{(l_n - 3x)l'_n}{l'_{n-1}(2l_{n-1} - 3a_{n-1})};$$

საიდანაც

$$l'_{n-1}(2l_{n-1} - 3a_{n-1})x = (l_n - 3x)l'_n(l_{n-1} - a_{n-1}).$$

ამ განტოლების ორივე მხარე რომ გავყოთ $(l_{n-1} - a_{n-1})l'_n$ -ზე, მივიღებთ:

$$\frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right)x = l_n - 3x,$$

აქედან კი

$$\left[3 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right)\right]x = l_n;$$

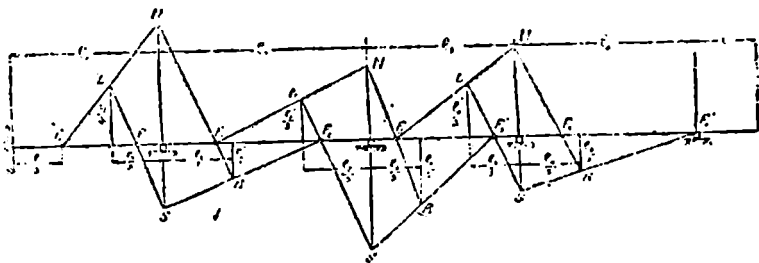
საიდანაც:

$$x = \frac{l_n}{3 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right)} = a_n$$

რის დამტკიცებაც იყო საჭირო. ანალოგიურად მოენახვეთ მარჯვენა ფოკუსს. მაგალითად, დაუშვათ რომ მოცემული გვაქვს n -მალის მარჯვენა ფოკუსი F'_n და მოსანახია $n-1$ მალის მარჯვენა ფოკუსი F'_{n-1} . მის მოსანახად მარჯვენა ვერტიკალზე ზემოთ მიღებულ R წერტილს და ცნობილ F'_n მარჯვენა ფოკუსს ვაერთებთ სწორ ხაზით, რომელსაც ვაგრძელებთ შუა საყრდენის ვერტიკალამდე. ამ უკანასკნელზე მიღებულ S -წერტილს უერთებთ მარცხენა ვერტი-

ჟალის L —წერტილს. ამ SL —ხაზის და კოქის ღერძის გადაკვეთაში მივიღებთ $n-1$ მალის საძიებელ F_{n-1} მარჯვენა ფოკუსს.

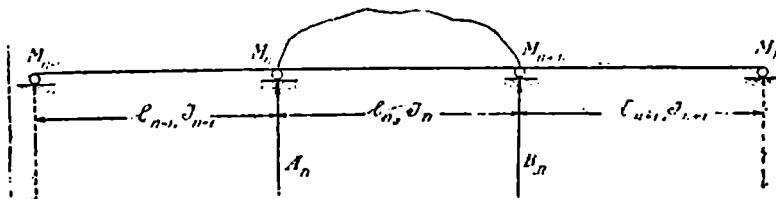
ნახ. 76-ზე ოთხმალის უკრელ კოქისათვის მონახულია გრაფიკული წესით ყველა, როგორც მარცხენა ისე მარჯვენა ფო-



ნახ. 76.

კუსები. მარცხენა ფოკუსებისათვის საჭიროა პირველი მალის მარცხენა ფოკუსი F_1 , რომელიც ხისტი საყრდენის გამო დაშორებულია საყრდენიდან მალის ერთი მესამედით, ე. ი. $\frac{l_1}{3}$. მარჯვენა ფოკუსებისათვის კი—უკანასკნელი მალის მარჯვენა ფოკუსი F'_n , რომელიც ზედ საყრდენზედაა, რადგანაც უკანასკნელი არის მოძრაი.

ფოკუსების საშუალებით ადვილათ მოინახება დატვირთული მალის საყრდენი მომენტები. დაუშვათ რომ დატვირთულია ნებისმიერათ n —მალი. გამოვყოთ სამი: დატვირთული n და მასთან მარცხნივ და მარჯვნივ მეზობლათ მდებარე $n-1$ და $n+1$



ნახ. 77.

მალეები. (ნახ. 77). სამომენტო განტოლება პირველ ორ, $n-1$ და n —მალეებისათვის მოგვცემს:

$$\frac{M_{n-1} \cdot l_{n-1}}{6EJ_{n-1}} + \frac{M_n l_{n-1}}{3EJ_{n-1}} + \frac{M_n l_n}{3EJ_n} + \frac{M_{n+1} l_n}{6EJ_n} = - \frac{A'_n}{EJ_n},$$

სადაც A'_n — არის n — მალის, როგორც ორ საყრდენზედ თავისუფლათ მდებარე კოქის ტვირთით გამოწვეული ფიქტიური რეაქცია (ნახ. 77). თუ ამ განტოლებას გავამრავლებთ $6EJ_n$ -ზე, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} M_{n-1} \cdot \frac{J_0}{J_{n-1}} l_{n-1} + 2M_n \frac{J_0}{J_{n-1}} l_{n-1} + 2M_n \frac{J_0}{J_n} l_n + M_{n+1} \frac{J_0}{J_n} l_n = \\ = - 6A'_n \frac{J_0}{J_n}; \end{aligned}$$

ანუ, თანახმად ზემოდ მიღებულ აღნიშვნისა.

$$M_{n-1} l'_{n-1} + 2M_n (l'_{n-1} + l'_n) + M_{n+1} l'_n = - 6A'_n \frac{J_0}{J_n}.$$

ამ განტოლების პირველ ორ წევრიდან გამოვიტანოთ ფრჩხილებს გარეთ $M_n l'_n$, მაშინ მივიღებთ:

$$M_n l'_n \left(\frac{M_{n-1}}{M_n} \cdot \frac{l'_{n-1}}{l'_n} + 2 \frac{l'_{n-1}}{l'_n} + 2 \right) + M_{n+1} l'_n = - 6A'_n \frac{J_0}{J_n}.$$

ანუ მცირე გარდაქმნის შემდეგ:

$$M_n l'_n \left[2 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 + \frac{M_{n-1}}{M_n} \right) \right] + M_{n+1} l'_n = - 6A'_n \frac{J_0}{J_n}.$$

მაგრამ ფოკუსების და $n - 1$ მალის ფარგლებში აგებულ მომენტთა ეპიურის თვისებით:

$$\frac{M_{n-1}}{M_n} = - \frac{1}{K_{n-1}},$$

რის გამო

$$M_n l'_n \left[2 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right] + M_{n+1} l'_n = - 6A'_n \cdot \frac{J_0}{J_n}$$

ანუ, თუ მივიღებთ მხედველობაში (K) განტოლებას:

$$2 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) = K_n.$$

მაშინ:

$$M_n l'_n K_n + M_{n+1} l'_n = -6 A'_n \frac{J_0}{J_n}$$

იუ ჩავსვამთ

$$l'_n = \frac{J_0}{J_n} l_n$$

მივიღებთ განტოლებას

$$M_n K_n \frac{J_0}{J_n} l_n + M_{n+1} \frac{J_0}{J_n} l_n = -6 A'_n \frac{J_0}{J_n},$$

რომელიც $\frac{J_0}{J_n}$ -ზედ შეკვეცის შემდეგ, მოგვცემს

$$M_n l_n K_n + M_{n+1} l_n = -6 A'_n \quad \checkmark$$

ანალოგიურად შემდეგი n და $n+1$ მალეებისათვის სამმო-
მენტთა განტოლება მოგვცემს:

$$M_n l_n + M_{n+1} l_n K'_n = -6 B'_n \quad \checkmark$$

სადაც B'_n — წარმოადგენს დატვირთული მალის, როგორც ორ სა-
ყრდენზე თავისუფლად მდებარე კოქის, ტვირთის მიერ გამოწვეულ
მარჯვენა ფიქტიურ რეაქციას. შემდეგში უპირელი კოქის ანგარი-
შისათვის საჭირო საერთო მომენტთა და გადამქრელ ძალათა ეპიუ-
რების აგებისათვის ჩვენ მოგვიხდება ყოველი მალის ტვირთისათვის
ამ ეპიურების ცალკე აგება და ყოველთვის გვეცოდინება თუ რო-
მელ მალის ტვირთისათვის ვაგებთ ეპიურებს. ამის გიშო უკანას-
კნელ განტოლებაში თავისუფლად შეგვიძლია n —ინდექსები მოვხ-
სნათ, მხოლოდ ზეყრდენ მომენტების გასარჩევად მარცხენა ალენიშ-
ნოთ M_a -თი, მარჯვენა კი M_b -თი. მაშინ უკანასკნელი ორი, საყრდენ
მომენტთა დამაკავშირებელი, განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$M_a l K + M_b l = -6 A' \quad \text{და} \quad M_a l + M_b l K' = -6 B'$$

ჩავსვათ ამ ორ განტოლებაში K და K' -ის მნიშვნელობა, სახელდობრ:

$$K = \frac{l-a}{a} \quad \text{და} \quad K' = \frac{l-a'}{a'};$$

(იხ. ნახ. 78) მაშინ:

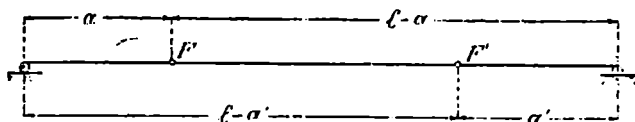
$$M_a l \frac{l-a}{a} + M_b l = -6 A' \quad \text{და} \quad M_a l + M_b l \frac{l-a'}{a'} = -6 B'$$

გავამრავლოთ პირველი განტოლება $\frac{a}{l^2}$ და მეორე $\frac{a'}{l^2}$ მაშინ საბოლოოდ:

$$M_a \cdot \frac{l-a}{l} + M_b \cdot \frac{a}{l} = -6A' \frac{a}{l^2}$$

და

$$M_a \cdot \frac{a'}{l} + M_b \cdot \frac{l-a'}{l} = -6B' \frac{a'}{l^2}$$



ნახ. 78.

ამ ორ განტოლებაზე დამყარებულია M_a და M_b საყრდენ მომენტების მონახვის გრაფიკული წესი, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: გამოვყოთ დატვირთული მალი და ავავოთ მის ფარგლებში საყრდენ მომენტებით გამოწვეული მღუნავ მომენტთა ეპიურა ანუ, მოკლეთ, საყრდენ მომენტთა ეპიურა, რომელიც საზოგადოთ გამოიხატება ტრაპეციის სახით, ორივე საყრდენი მომენტი ვიგულისხმობთ უარყოფითად. მოვზომოთ ქვემოთ (ნახ. 79), მოვნახოთ ამ ეპიურის ფოკუსების შესაბამის ორდინატები ანუ, მოკლეთ, ფოკალური მომენტები Ff და $F'f'$. ამისათვის გავატაროთ ტრაპეციის ერთ-ერთი დიაგონალი, მაგალითად AD' , რომელიც ორივე ფოკალურ მომენტს C და C' წერტილებით დაყოფს ორ-ორ ნაწილად, ისე რომ

$$Ff = FC + Cf \quad \text{და} \quad F'f' = f'C' + C'F'$$

მაგრამ, თუ ვისარგებლებთ მსგავსი სამკუთხედებით:

$$\frac{fC}{M_a} = \frac{l-a}{l},$$

საიდანაც

$$fC = M_a \frac{l-a}{l}$$

ანალოგიურად:

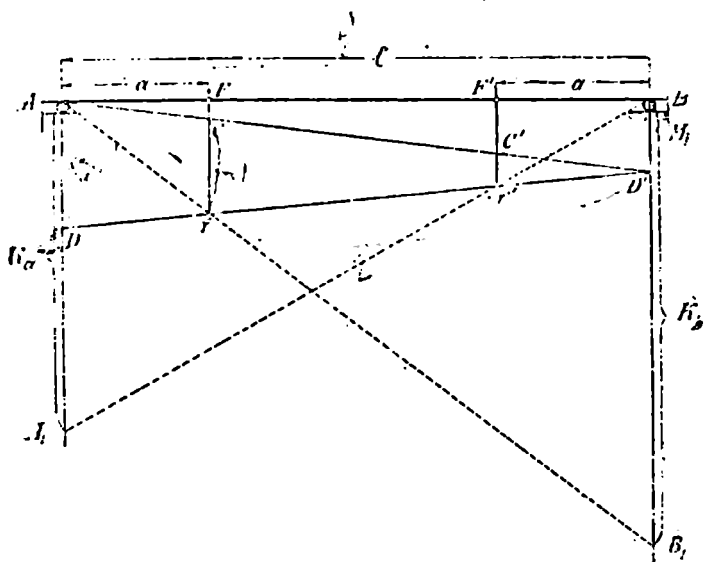
$$\frac{C'F'}{M_b} = \frac{a}{l}$$

საიდანაც:

$$CF = M_b \frac{a}{l}$$

ამის გამო:

$$Ff = M_a \frac{l-a}{l} + M_b \frac{a}{l}$$



ნახ. 79.

თუ შევადარებთ საყრდენ მომენტების პირველ განტოლებას, შეგვიძლიან დავწეროთ:

$$Ff = 6 A' \frac{a}{l^2}$$

ანალოგიურათ მივიღებთ:

$$F'f' = 6 B' \frac{a'}{l'^2}$$

აქ ორივე შემთხვევაში მინუს ნიშნები დაშვებულია, რადგანაც ორივე Ff და $F'f'$ მონაკვეთი, როგორც უარყოფითი უპიურის ორდინატები, თავისთავათ უარყოფითია. თუმცა მიღებულ შედეგით მონაკვეთების გამოთვლა სიძნელეს არ წარმოადგენს, მაგრამ ჩვენ

იზნანთან დაკავშირებით, ვცადოთ მათი მონახვა გრაფიკული წესით. ამისათვის A საყრდენი შეუერთოდ f —წერტილს და ეს ხაზი განვაგრძოთ B —საყრდენზედ გავლებულ ვერტიკალამდე (ნახ. 79). გამოვსახოთ უკანასკნელზედ მიღებული მონაკვეთი BB_1 , რისთვისაც ვისარგებლოთ Af და ABB_1 მსგავს სამკუთხედებით:

$$\frac{BB_1}{Ff} = \frac{l}{a};$$

აქედგან კი

$$BB_1 = Ff \cdot \frac{l}{a}.$$

თუ ამ გამოსახვაში Ff მონაკვეთის ზემოთ მიღებულ მნიშვნელობას ჩავსვამთ, მაშინ:

$$BB_1 = 6 A' \cdot \frac{a}{l^2} \cdot \frac{l}{a};$$

ანუ საბოლოოდ:

$$BB_1 = \frac{6 A'}{l};$$

ანალოგიურად:

$$AA_1 = \frac{6 B'}{l};$$

შემდეგში წერის შესამცირებლად აღვნიშნოთ:

$$AA_1 = K_a = \frac{6 B'}{l};$$

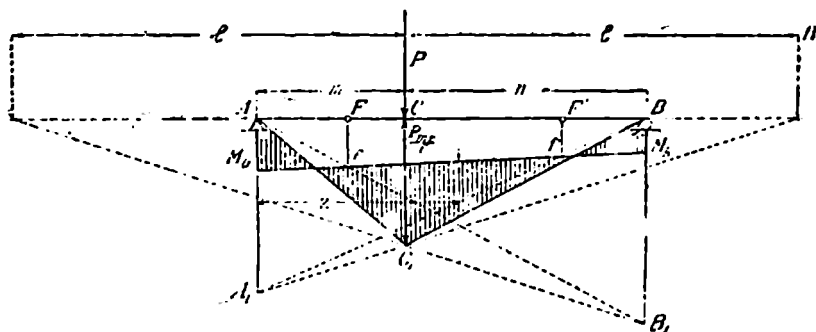
და

$$BB_1 = K_b = \frac{6 A'}{l}.$$

ამ მონაკვეთებს სახელად ჯვარედინა მონაკვეთები, ხოლო AB_1 და BA_1 —ხაზებს კი—ჯვარედინა ხაზები უწოდოთ. ჯვარედინა, იმიტომ, რომ მაგალითად, მარცხენა K_a მონაკვეთისათვის საჭიროა მარჯვენა ფიქტიური რეაქცია B' . ამ რიგათ თუ რამენაირად მოვნახეთ ჯვარედინა მონაკვეთები, შებრუნებული გზით ადვილათ მოვნახავთ საყრდენ მომენტებსაც. სახელდობრ, ჯვარედინა მონაკვეთების საშუალებით მოვნახავთ AB_1 და BA_1 —ჯვარედინა ხაზებს, მათზე ვერტიკალურად დავაგეგმილებთ წინასწარ მონახულ F და F' ფოკუსებს და მათი f და f' გეგმილების შემაერთებელი ხაზი საყრდენ

ვერტიკალებზე მოგვიკეთავეს M_1 და M_2 საძიებელ საყრდენ მომენტებს. ჯვარედინა მონაკვეთები K_a და K_b პრაქტიკული დატვირთვის თითქმის ყველა შემთხვევებში გრაფიკულად მოინახება.

დატვირთვა I (ნახ. 80). მალზედ მოთავსებულია ერთი შეყურსული ძალა P . ამ ტვირთით გამოწვეული მლუნავ მომენტთა ეპიურა, რომელსაც შემდეგში ძირითადად უწოდებთ, წარმოადგენს სამკუთხედს, რომლის სიმაღლე არის $\frac{Pmn}{l}$, მარცხენა K_a ჯვარედინა მონაკვეთის მოსანახათ P —ძალიდან მარჯვნივ კოჭის ღერძზედ მოვზამავთ მა-



ნახ. 80.

ლის l —სიგრძეს. მიღებულ R —წერტილს უერთებთ სამკუთხედის C_1 წვეროს. ამ RC_1 ხაზის გაგრძელებით A —საყრდენის ვერტიკალზედ მივღებთ AA_1 —მონაკვეთს, რომელიც უდრის K_a -ს. ამ უკანასკნელ ტოლობის დასამტკიცებლად, როგორც განხილულ იცე განსახილავ შემთხვევებში, მივმართოთ შემდეგ წესს: K_a ან K_b ჯერ გამოვთვალოთ ანალიზურათ ზემოთ მიღებულ ფორმულების საშუალებით, შემდეგ მსგავს სიმკუთხედების საშუალებით მოვნახოთ AA_1 ან BB_1 , და ერთი მეორეს შევადაროთ. განხილულ შემთხვევისათვის:

$$K_a = \frac{6B'}{l};$$

მაგრამ

$$B' = \frac{\omega \cdot z}{l},$$

სადაც მომენტთა ეპიურის ანუ ABC —სამკუთხედის ფართი

$$\omega = \frac{Pmn}{l} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pmn}{2}$$

და ამავე სამკუთხედის სიმძიმის ცენტრის დაშორება B -დან $z = \frac{l+m}{3}$ ისე რომ:

$$B' = \frac{Pmn(l+m)}{6l},$$

ამის გამო კი:

$$K_a = \frac{Pmn(l+m)}{l^2};$$

ნახაზიდან კი, თუ ვისარგებლებთ AA_1R და CC_1R სამკუთხედების შესგავსობით, გვექნება:

$$AA_1 = \frac{CC_1 \cdot AR}{CR},$$

მაგრამ

$$CC_1 = \frac{Pmn}{l}, AR = l + m \text{ და } CR = l, \text{ რის გამო:}$$

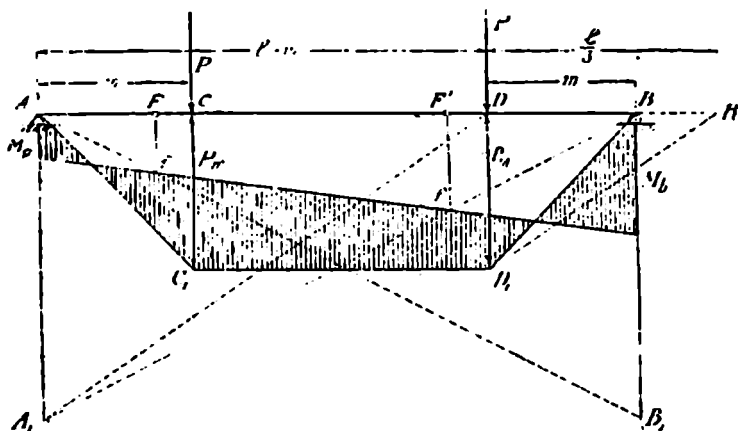
$$AA_1 = \frac{Pmn(l+m)}{l^2}.$$

როგორც ვხედავთ:

$$AA_1 = K_a.$$

დატვირთვა II. (ნახ. 81) მალზედ მოთხსებულია ორი თანატოლი და სამეტრიულად განწყობილი ძალა P (ნახ. 81). ამ ტვირთის შესაბამი ძირითადი ეპიურა წარმოადგენს ტოლფერდა ტრაპეციას, რომლის სიმაღლე უდრის Pm -ს. ფიქტიური ტვირთის (მომენტთა ეპიურის) სიმეტრიის გამო, ფიქტიური რეაქციები და მასთან ერთად ჯვარედინა მონაკვეთები K_a და K_b თანატოლია. ჯვარედინა, მაგალითად K_a მონაკვეთის მოსანახად, შეიძლება გამოვიყენოთ შემდეგი წესი: მარჯვენა P —ძალიდან მარჯვნივ კოქის ღერძზე მოვზომავთ მალის მესამედს, ე. ი. $\frac{l}{3}$ -ს; მიღებულ R —წერტილს უერთებთ მომენტთა ეპიურის (ტრაპეციის) მარჯვენა D_1 —წვეროს, იმავე P ძალის მოდების D —წერტილიდან გაგვიყვან RD_1 -ის პარალელური ხაზი DA_1 , რომელიც მოჰყვეთავს მარცხენა საყრდენის ვერტიკალზე, საძიებელ ჯვარედინა K_a -ს ტოლ

AA_1 მონაკვეთს. დასაბუთება: რადგანაც ფიქტიური ტვირთი (ძირითადი ეპიურა) სიმეტრიულია, მის მიერ გაზოწვეული ფიქტიური



აბ. 81.

* 3

რეაქციები ტოლებია, მაშასადამე ტოლები იქნება აგრეთვე ჯვარედინი მონაკვეთებიც, ე. ი.

$$K_a = K_b = \frac{6A'}{l}.$$

მაგრამ;

$$A' = B' = \frac{\omega}{2},$$

სადაც ძირითადი ეპიურის ფართი

$$\omega = \frac{l+l-2m}{2} \cdot Pm = Pm(l-m),$$

ამის გამო:

$$A' = B' = \frac{Pm(l-m)}{2}.$$

აქედან:

$$K_a = K_b = \frac{3Pm(l-m)}{l}.$$

ბუთება: R —წერტილი დაემთხვევა B -ს, ხოლო ხაზი RD_1 დაემთხვევა BD_1 -ს და მისიპარალელური A_1D —ხაზი აუცილებლათ C_1 —წერტილზე გაივლის, ისე რომ მონაკვეთი

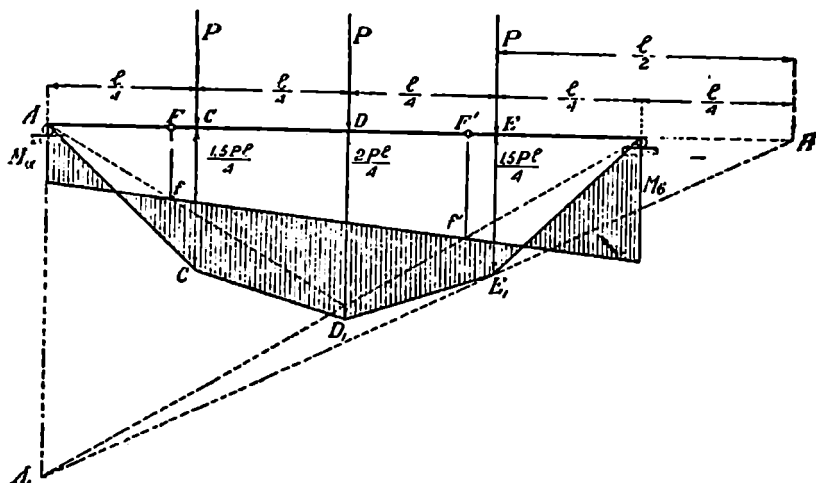
$$AA_1 = 2 \frac{Pl}{3}.$$

მაშასადამე A_1B ჯვარედინა ხაზის საშუალო ორდინატი იქნება:

$$\frac{AA_1}{2} = \frac{Pl}{3}.$$

ე. ი, ჯვარედინა A_1B —ხაზი გადიკვეთება C_1D_1 -ხაზთან, უკანასკნელის შუა წერტილში.

დატვირთვა III. (ნახ. 83) მალზედ მოთავსებულია სამი თანატოლი ძალა P , რომლებითაც მალი იყოფა ოთხ თანასწორ ნაწილათ. ძირითადი ეპიურა წარმოადგენს სიმეტრიულ ხუთ-



ნახ. 83.

კუთხედს. AA_1 —მონაკვეთის მისაღებათ მარჯვენა ძალიდან მარჯვნივ კოჰის ლერძზე მოვზომავთ მალის ნახევარს, ე. ი.

$$ER = \frac{l}{2}.$$

მიღებულ R —წერტილს უერთებთ ძირითად ეპიურის მარჯვენა E_2 —წვეროს სწორი ხაზით, რომლის გაგრძელებით A საყრდენის ვერტიკალზედ მივიღებთ საძიებელ AA_1 მონაკვეთს. დასაბუთება: ძირითად ეპიურის სიმეტრიის გამო:

$$K_a = K_b = \frac{6A'}{l} = \frac{6B'}{l}.$$

მაგრამ

$$A' = B' = \frac{\omega}{2}$$

ანუ

$$\begin{aligned} A' = B' &= \frac{\frac{1,5Pl}{4} \cdot \frac{l}{4}}{2} + \frac{\frac{1,5Pl}{4} + \frac{2Pl}{4}}{2} \cdot \frac{l}{4} = \\ &= \frac{1,5Pl^2}{32} + \frac{3,5Pl^2}{32} = \frac{5Pl^2}{32}. \end{aligned}$$

ამის გამო

$$K_a = K_b = \frac{6 \cdot \frac{5Pl^2}{32}}{l} = \frac{30Pl}{32} = \frac{15Pl}{16}.$$

ახაზის AA_1R და EE_1R მსგავსი სამკუთხედები კი მოგვცემენ:

$$\frac{AA_1}{EE_1} = \frac{AR}{ER};$$

აქედან:

$$AA_1 = \frac{EE_1 \cdot AR}{ER}.$$

სადაც:

$$EE_1 = \frac{1,5Pl}{4}, \quad AR = 5 \frac{l}{4} \quad \text{და} \quad ER = \frac{l}{2},$$

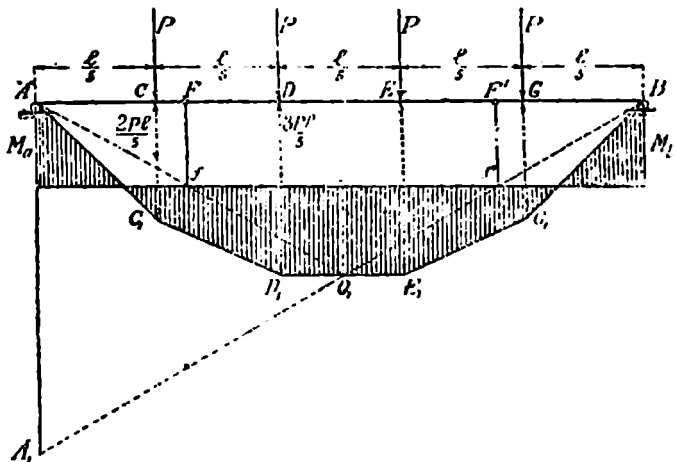
ამის გამო:

$$AA_1 = \frac{\frac{1,5Pl}{4} \cdot 5 \frac{l}{4}}{\frac{l}{2}} = \frac{15Pl}{16}.$$

რაც უდრის K_a -ს.

დატვირთვა IV (ნახ. 84). მალზე მოთავსებულია ოთხი თანატოლი ძალა P , რომლებითაც მალი იყოფა ხუთ თანასწორ ნაწილად. ძირითადი ეპიურა სიმეტრიული ექვს კუთხედი იქ-

ნება. ამ შემთხვევაში ჯვარედინა მონაკვეთები არაა საჭირო, რადგანაც ჯვარედინა ხაზების მისაღებად. ეპიურის მცირე D_1E_1 ფუძის შუა O_1 —წერტილს, უერთებთ A და B —წერტილებს.



ნახ. 84.

დასაბუთება: ძირითად ეპიურის სიმეტრიის გამო:

$$K_a = K_b = \frac{6A'}{l} = \frac{6B'}{l}$$

მაგრამ

$$\begin{aligned} A' = B' &= \frac{\omega}{2} = \frac{\frac{2Pl}{5} \cdot \frac{l}{5}}{2} + \frac{\frac{2Pl}{5} + \frac{3Pl}{5}}{2} \cdot \frac{l}{5} + \frac{\frac{3Pl}{5} \cdot \frac{l}{5}}{2} = \\ &= \frac{2Pl^2}{50} + \frac{5Pl^2}{50} + \frac{3Pl^2}{50} = \frac{Pl^2}{5} \end{aligned}$$

ამის გამო:

$$K_a = K_b = \frac{6Pl}{5}.$$

ნახაზის AA_1B და OO_1B მსგავსი სამკუთხედებიდან, მონაკვეთი

$$AA_1 = \frac{OO_1 \cdot AB}{OB},$$

სადაც

$$OO_1 = \frac{3Pl}{5}, \quad AB = l \quad \text{და} \quad OB = \frac{l}{2},$$

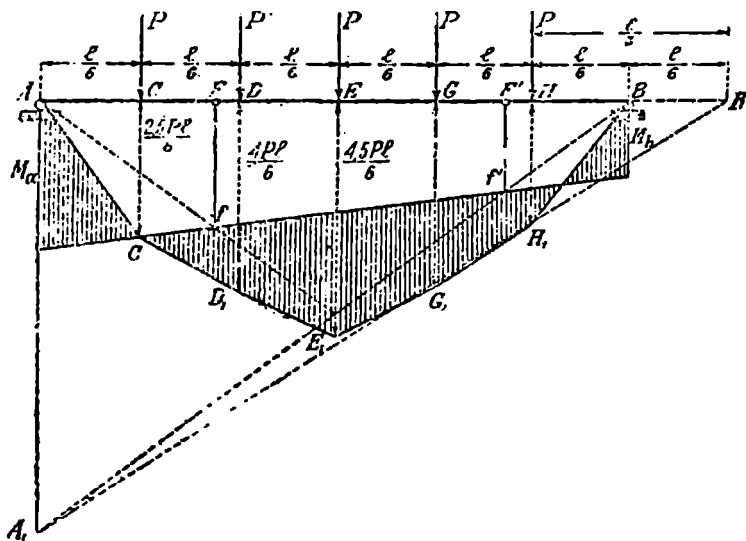
რის გამო;

$$AA_1 = \frac{\frac{3Pl}{5} \cdot l}{\frac{l}{2}}$$

ანუ

$$AA_1 = \frac{6Pl}{5}, \quad \text{რაც უდრის } K_2\text{-ს.}$$

დატვირთვა V (ნახ. 85). მალზედ მოთავსებულია ხუთი თანატოლი ძალა P, P, P, P, P , რომლებითაც მალი იყოფა ექვს თანასწორ ნაწილად. ძირითადი ეპიურა სიმეტრიული შვიდკუთხედი იქნება. AA_1 —ჯვარედინა მონაკვეთის მისაღებათ განაპირა მარჯვენა



ნახ. 85.

P —ძალიდან კოქის ღერძზე მოვზომავთ შალის შესამედს, ე. ი. $\frac{l}{3}$ და მიღებულ R წერტილს შეურთებთ ეპიურის მარჯვენა H_1 —წიბ-

როს სწორი ხაზით, რომელიც A —საყრდენის ვერტიკალზე მოჰკვეთავს საძიებელ AA_1 —მონაკვეთს.

დასაბუთებია: ძირითადი ეპიურის სიმეტრიის გამო:

$$K_a = K_b = \frac{6A'}{l} = \frac{6B'}{l},$$

სადაც

$$\begin{aligned} A' &= \frac{\omega}{2} = -\frac{\frac{2,5Pl}{6} \cdot \frac{l}{6}}{2} + \frac{\frac{2,5Pl}{6} + \frac{4Pl}{6}}{2} \cdot \frac{l}{6} + \frac{\frac{4Pl}{6} + \frac{4,5Pl}{6}}{2} \cdot \frac{l}{6} = \\ &= \frac{2,5Pl^2 + 6,5Pl^2 + 8,5Pl^2}{72} = \frac{17,5Pl^2}{72}. \end{aligned}$$

ამრიგად:

$$K_a = K_b = \frac{6 \frac{17,5Pl^2}{72}}{l} = \frac{17,5Pl}{12}.$$

ნახაზის AA_1R და HH_1R მსგავს სამკუთხედებიდან კი:

$$AA_1 = \frac{HH_1 \cdot AR}{HR},$$

სადაც

$$HH_1 = \frac{2,5Pl}{6}, \quad AR = 7 \frac{l}{6} \quad \text{და} \quad HR = -\frac{l}{3},$$

ამის გამო:

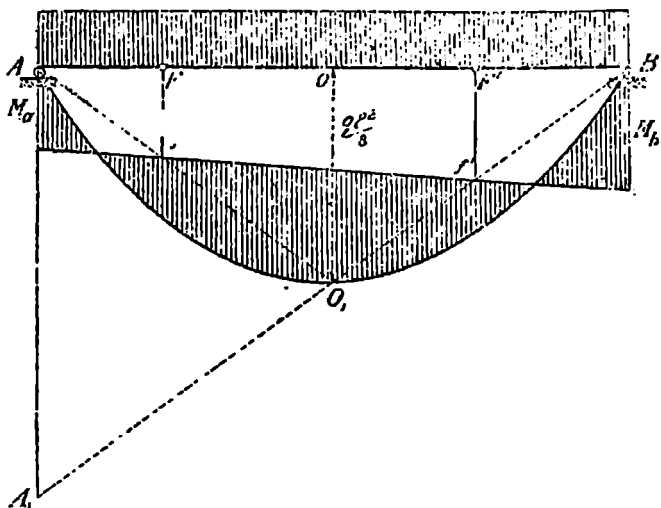
$$AA_1 = -\frac{\frac{2,5Pl}{6} \cdot \frac{7l}{6}}{\frac{l}{3}} = \frac{17,5Pl}{12}$$

რაც აშკარათ ტოლია K_a -სი.

თუ დაუყვირდებით ზემოთ განხილულ დატვირთვის შემთხვევებს, თანატოლ და მალის ტოლ ნაწილებათ დამყოფ ძალების შემთხვევისათვის შეგვიძლიან შემდეგი დასკვნა გამოვიყვანოთ: ძალთა კენტი რიცხვისას AA_1 —მონაკვეთის მოსახაზად, განაპირა მარჯვენა ძალის მარჯვნივ კოქის ღერძზე უნდა მოვზომოთ მალ-ს გაორკეცებული დანაყოფი. ამით ღერძედ მიღებულ R —წერტილზე და ეპიურის განაპირა მარჯვენა წვეროზედ გავლებული სწორი ხაზი, A —საყრდენის ვერტიკალზე საძიებელ AA_1 —მონაკვეთს მოგვცემს.

ძალთა წყვილი რიცხვის დროს კი ჯვარედინა ხაზების მისაღებათ ეპიურის მცირე ფუძის შუა, O_1 —წერტილს უერთებთ A და B —წერტილებს.

ღატვირთვა VI. (ნახ. 86). მთელ მალზე მოთავსებულია თანაბრად განაწილებული ტვირთი q —ინტენსიობით. ძირი-



ნახ. 86.

თალი ეპიურა წარმოადგენს სიმეტრიულ ჩვეულებრივ პარაბოლას, რომლის სიმაღლე უდრის $\frac{ql^2}{8}$. ჯვარედინა მონაკვეთები არც აქაა საჭირო, რადგანაც ჯვარედინა ხაზებს უშუალოდ პარაბოლის O_1 —წერტილს A და B წერტილებთან უერთებთ მივიღებთ. დასაბუთება: ფიქტიური ტვირთის სიმეტრიის გამო:

$$K_a = K_b = \frac{6A'}{l} = \frac{6B'}{l},$$

სადაც

$$A = B' = \frac{q}{2} = \frac{\frac{2}{8} \frac{ql^2}{8} \cdot l}{2} = \frac{ql^2}{24},$$

ე. ი.

$$K_a = K_b = \frac{6 \frac{q l^3}{24}}{l} = \frac{q l^2}{4}.$$

წახაზის AA_1B და OO_1B მსგავსი სამკუთხედები კი გვაძლევენ

$$AA_1 = \frac{OO_1}{OB} \cdot AB,$$

მეორე მხრივ

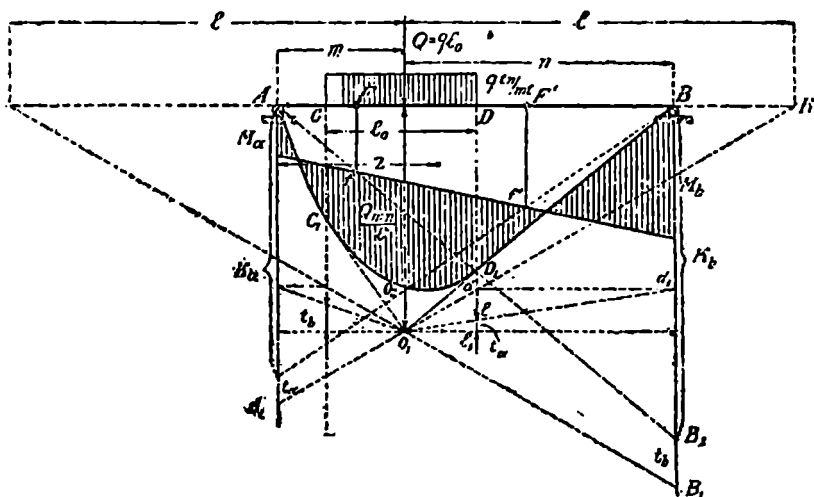
$$OO_1 = \frac{q l^3}{8}, \quad AB = l \quad \text{და} \quad OB = \frac{l}{2},$$

ამიტომ

$$AA_1 = \frac{\frac{q l^3}{8} \cdot l}{\frac{l}{2}} = \frac{q l^3}{4}$$

ე. ი. იგივეს რასაც K_a .

დატვირთვა VII (ნახ. 87) შლის ნაწილზე მოთავსებულია თანაბრად განაწილებული ტვირთი q —ინტენსივობით. ძირითადი ეპიურა ამ შემთხვევაში რთულია: დატვირთულ ნაწილის



ნახ. 87.

ფარგლებში კვადრატული პარაბოლაა, მის გარეშე კი მარცხნივ და მარჯვნივ—სწორხაზობრივია. ეს ძირადი ეპიურა შემდეგი წესით აიგება: ჯერ ვაგებთ მთელი ტვირთის ტოლქმედით, როგორც შეყურსული ძალით, გამოწვეულ მლუნავ მომენტთა ეპიურას, რომელიც AO_1B —სამკუთხედს წარმოადგენს. შემდეგ ამ სამკუთხედის გვერდებზე ვაგებთ მთელი ტვირთის C და D ზღვრებს და მათ C_1 და D_1 —გვერდების შემაერთებელ C_1D_1 ხაზის, როგორც ფუძის მიმართ, ვაგებთ კვადრატულ პარაბოლას, C_1D_1 —ხაზის მაგალითად, ათ ნაწილად დაყოფის წესით. ჯვარედინა მონაკვეთი, მაგალითად K_a , მოინახება შემდეგი წესით: ჯერ მოინახავთ ჯვარედინა AA_1 მონაკვეთს მთელი ტვირთის, როგორც შეყურსული $Q = ql_0$ ძალისათვის (იხ. დატვირთვა I). შემდეგ მას გამოვაკლებთ $A_1A_2 = t_a$ მონაკვეთს. შედეგი AA_2 მოგვცემს საძიებელ K_a -ს. გამოსაკლები t_a —მონაკვეთი კი შემდეგნაირად მოინახება: ტვირთის მარჯვენა D —ზღვარზე ვავლებთ ვერტიკალს. მისი და RA_1 -ის გადაკვეთის d —წერტილიდან გაგვყავს ჰორიზონტალური ხაზი B —საყრდენის ვერტიკალამდე. ამ უკანასკნელზე მიღებულ d_1 —წერტილს უერთებთ O_1 —წერტილს. ამ ხაზსა და O_1 -დან გავლებულ ჰორიზონტალურ ხაზს შორის D —ვერტიკალის მონაკვეთი ef_1 განსაზღვრავს საძიებელ t_a -ს.

დასაბუთება: ჯვარედინა მონაკვეთი:

$$K_a = \frac{6B'}{l},$$

სადაც

$$B' = \frac{q \cdot \Delta AO_1B \cdot z - q \cdot C_1O_1D_1O_2 \cdot m}{l} =$$

$$= \frac{\frac{Qmn}{l} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{m+l}{3} - \frac{1}{3} \frac{Ql_0}{8} \cdot l_0 \cdot m}{l} = \frac{Qmn(l+m)}{6l} - \frac{Ql_0^2 m}{24l},$$

ისე რომ

$$K_a = \frac{Qmn(l+m)}{l^2} - \frac{Ql_0^2 m}{4l^2}.$$

ნახაზიდან

$$AA_2 = AA_1 - t_a,$$

სადაც AA_1R და OO_1R — მსგავსი სამკუთხედებიდან:

$$AA_1 = \frac{OO_1 \cdot AR}{OR} = \frac{\frac{Qmn}{l} \cdot (l+m)}{l} = \frac{Qmn(l+m)}{l^2};$$

e_1O_1d და OO_1R — მსგავსი სამკუთხედებიდან:

$$e_1d = \frac{OO_1 \cdot e_1O_1}{OR} = \frac{\frac{Qmn}{l} \cdot \frac{l_0}{2}}{l} = \frac{Qmn l_0}{2l^2}.$$

eO_1e_1 და $e_2O_1d_1$ — მსგავსი სამკუთხედებიდან კი

$$ee_1 = \frac{e_2d_1 \cdot D_1e_1}{O_1e_2},$$

მაგრამ

$$e_2d_1 = e_1d = \frac{Qmn l_0}{2l^2}$$

$$O_1e_1 = \frac{l_0}{2} \text{ და } O_1e_2 = n.$$

რის გამო

$$ee_1 = t_n = \frac{Qmn l_0}{2l^2} \cdot \frac{l_0}{2} \cdot \frac{1}{n} = \frac{Ql_0^2 m}{4l^2}.$$

ამ რიგით მონაკვეთი

$$AA_2 = \frac{Qmn(l+m)}{l^2} - \frac{Ql_0^2 m}{4l^2},$$

რაც ცხადათ უდრის K_2 -ს.

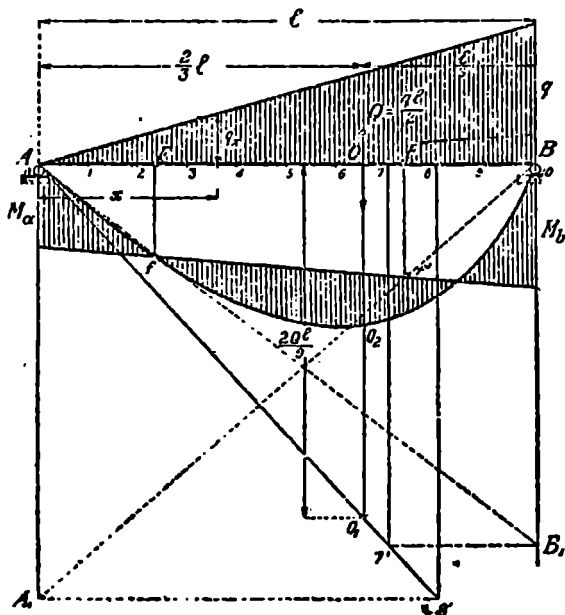
დატვირთვა VIII. (ნახ. 88) მალზედ მოთავსებულია სამკუთხედის კანონით განაწილებული ტვირთი. ძირითადი ეპიურა წარმოადგენს კუბიკურ პარაბოლას, რომელიც უფრო მარჯვით აიგება მალის ამ ნაწილათ დაყოფის წესით. ჯვარედინა მონაკვეთები მოინახება შემდეგი წესით: AA_2 მონაკვეთისათვის დაყოფის 8-წერტილზე გავეყავს ვერტიკალი, რომლის 88' მონაკვეთი კოქს ღერძსა და AO_1 ის გაგრძელების შორის წარმოადგენს საძიებელ AA_1 -ს. მონაკვეთი 77' კი — K_2 -ს.

დასაბუთება:

$$K_s = \frac{6B'}{l},$$

მაგრიამ

$$B' = \frac{\int_F x d\omega}{l} = \frac{\int_0^l x y dx}{l},$$



ნახ. 88.

სადაც ძირითად ეპიურის ორდინატი:

$$y = \frac{Q}{3} x - \frac{q x^2}{6} = \frac{Q}{3} x - \frac{q x^2}{6l} = \frac{Q}{3} x - \frac{Q x^2}{3l^2},$$

ამის გამო:

$$B' = \frac{\int_0^l \left(\frac{Q}{3} x - \frac{Q x^2}{3l^2} \right) x dx}{l} = \frac{Ql}{9} - \frac{Ql^3}{15} = \frac{2Ql^2}{45}$$

და

$$K_a = \frac{6B'}{l} = \frac{12Ql}{45} = \frac{4Ql}{15}$$

ნახაზიდან კი AOO_1 და $A88'$ —სამკუთხედების მსგავსების გამო:

$$AA_1 = 88' = \frac{OO_1 \cdot AB}{AO},$$

სადაც

$$OO_1 = \frac{2Ql}{9}, AB = 0,8l \text{ და } AO = \frac{2l}{3}.$$

თუ ჩავსვამთ გვექნება:

$$AA_1 = \frac{\frac{2Ql}{9} \cdot 0,8l}{\frac{2}{3}l} = \frac{0,8Ql}{3} = \frac{4Ql}{15},$$

რაც უდრის K_a -ს. ანალოგიურათ დამტკიცდება რომ მონაკვეთი $77' = K_a$ -ს.

დატვირთვა IX (ნახ. 89). მალზედ C —კვეთში მოთავსებულია მღუნავი მომენტი M_0 . ძირითადი ეპიურა შესდგება ორი მსგავსი სამკუთხედიდან. ჯვარედინა მონაკვეთი, მაგალითად,

$$K_a = AA_2 = AA_1 - A_1A_2 = M_0 - t_a.$$

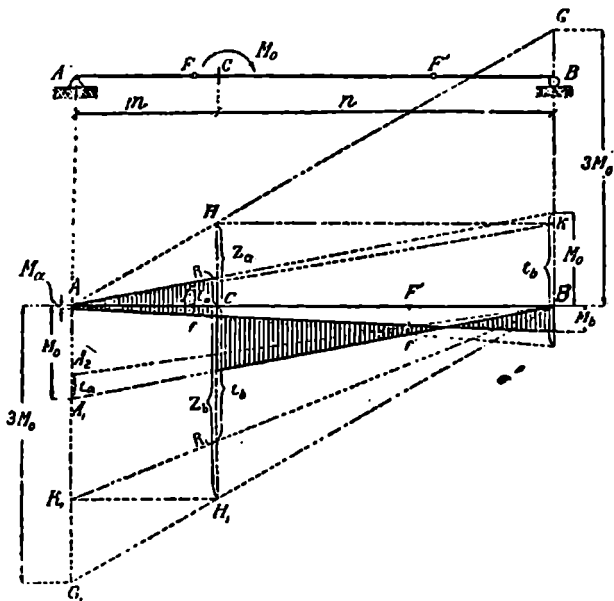
გამოსაკლები t_a —მონაკვეთი, შემდეგი აგებით მოინახება: მარჯვენა B —საყრდენის ვერტიკალზე კოქის ღერძიდან ზემოთ მოვზომავთ $3M_0$ და მიღებულ G წერტილს შეუერთებთ A -ს. ამ ხაზის და C -ზედ გავლებულ ვერტიკალის გადაკვეთის H —წერტილს, ჰორიზონტალურად გავიტანთ მარჯვენა საყრდენის ვერტიკალზე, მიღებულ K —წერტილს ხელახლა შეერთებთ A -ს. ამ ხაზსა და კოქის ღერძს შუა მიღებული C —ვერტიკალის მონაკვეთი, გამოსახავს საძიებელ t_a -ს.

დასაბუთება:

$$K_a = \frac{6B'}{l},$$

სადაც:

$$B' = \frac{\frac{M_0 l}{2} \cdot \frac{l}{3} - M_0 m \cdot \frac{m}{2}}{l} = \frac{M_0 l}{6} - M_0 \frac{m^2}{2l},$$



ნახ. 89.

ამის გამო:

$$K_a = \frac{6 \left(\frac{M_0 l}{6} - M_0 \frac{m^2}{2l} \right)}{l} = M_0 - 3M_0 \frac{m^2}{l^2};$$

ნახაზიდან კი

$$AA_2 = M_0 - t_a.$$

მაგრამ ACR და AKB სამკუთხედების მსგავსების გამო

$$t_a = \frac{KB \cdot AC}{AB},$$

სადაც:

$$KB = HC = z_a, AC = m \text{ და } AB = l.$$

ამის გამო:

$$t_a = z_a \frac{m}{l}$$

შემდეგ AHC და AGB მსგავსი სამკუთხედებიდან:

$$z_a = \frac{G \cdot AC}{AB},$$

სადაც

$$GB = 3M_0.$$

რის გამო

$$z_a = 3M_0 \frac{m}{l} \text{ და } z_b = 3M_0 \frac{m^2}{l^2}.$$

საბოლოოდ:

$$AA_2 = M_0 - 3M_0 \frac{m^2}{l^2}$$

რაც აშკარად უდრის K_a -ს.

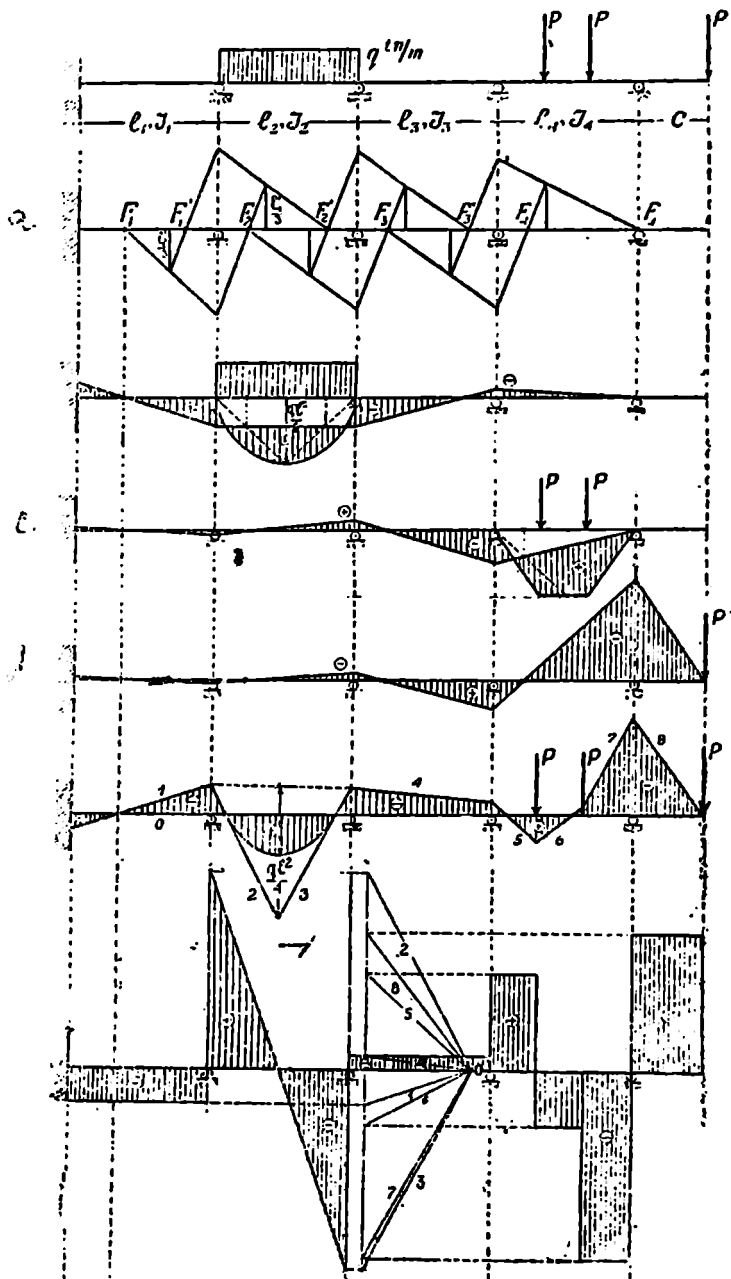
განხილული შემთხვევები საკმაოდ გვიჩვენებენ გზას, თუ რა-ნაირად მოინახება ჯვარედინა მონაკვეთებისათვის გრაფიკული წესი ყოველ გვარ სიმეტრიულ ანდა წესიერი დატვირთვისას. რთული არა სიმეტრიული და არაწესიერი დატვირთვისას, გრაფიკული წესი თუმცა შესაძლებელია, მაგრამ რთულია, ამის გამო, ასეთ შემთხვევებში უფრო მიზანშეწონილია ჯვარედინა მონაკვეთების ანალიზური წესით მოინახვა, ე. ი. ფორმულებით:

$$K_a = \frac{6B'}{l} \text{ და } K_b = -\frac{6A'}{l}.$$

§ 15. მლუნავ მომენტთა და გადაზტკრულ ქალთა ეპიურების აგებება მთელი უტკრული კოჭის ფარგლებში

რამდენი მალიც არ უნდა იყვეს დატვირთული, მლუნავ მომენტთა საბოლოო სრული ეპიურის ასაგებად, ჩვენ ვისარ-ვებლებთ ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის ანუ შეჯამების კანონით. სახელდობრ, ჯერ ცალ-ცალკე ავაგებთ თითოეულ მალის დატვირთვით გამოწვეულ მლუნავ მომენტთა ეპიურებს მთელი კოჭის ფარგლებში, შემდეგ კი მათ შევაჯამებთ. კერძო ეპიურა თითქმის მთლად ამოიწურება დატვირთული მალის საყრდენ მომენტების მონახვით, რადგანაც ეპიურის ტეხილი ხაზი, ამ მალის მარცხნივ გაივლის მარცხენა ფოკუსებში, მარჯვნივ კი—მარჯვენა ფოკუსებში, რომლებიც წინასწარ მონახული გვექნება. ამ ეპიურების შეჯამება არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს, რადგანაც მისი წესი შემდეგია: ვაჯამებთ (ალგებრალურ-

რათ) თვითოეულ საყრდენის შესაბამ ყველა კერძო ეპიურების მომენტებს და მოვზომავთ მიღებულ ჯამს საყრდენის ვერტიკალზე კოქის ლერძიდან ზემოთ ან ქვემოთ, ნიჰნის მიხედვით. საყრდენ ვერტიკალზე ამით მიღებულ წერტილებს დატვირთული მალის ფარგლებში ვაერ თებთ წყვეტილი ხაზით, დაუტვირთავის კი—მთლიანი ხაზით. სრული ეპიურის დასამთავრებლათ დატვირთულ მალეების ფარგლებში წყვეტილი ხაზების, როგორც ნულოვან ხაზების მიმართ, ჩახეხავთ კერძო ეპიურებისათვის უკვე აგებულ ძირითად ეპიურებს. სრული ეპიურის საშუალებით ადვილათ ავაგებთ გადამჭრე ძალთა ეპიურასაც, თუ კი პირველს მივიღებთ ჩაკეტილ თოკის მრავალკუთხედათ და მოვნახავთ მისთვის შესაბამ ძალთა გეგმას. რადგანაც კოქზედ მომქმედი ძალები და მათ მიერ გამოწვეული რეაქციები ვერტიკალურია, ამის გამო ჩაკეტილი ძალთა მრავალკუთხედი მოთავსებული იქნება ერთ ვერტიკალურ ხაზზედ. მაშასადამე ძალთა გეგმის ასაგებათ საჭიროა მხოლოდ პოლუსი, რადგანაც სხივები პარალელურია ყოველთვის თოკის მრავალკუთხედის გვერდებისა. პოლუსს კი მოვნახავთ ცნობილი მომქმედი ძალის საშუალებით, თუ მოვიგონებთ, საზოგადოათ, ძალის შესაბამ სხივების თვისებას. სახელდობრ, თოკის მრავალკუთხედში ძალა ყოველთვის იკვეთება ერთ წერტილში ორ შესაბამ გვერდებთან ძალთა გეგმაში კი, იგივე ძალა მოთავსებულია ამ გვერდების პარალელურ სხივებს შორის, ანუ რაც იგვევა, ძალა სხივებთან ერთად, ძალთა გეგმაში შეადგენს სამკუთხედს. მაშასადამე, პოლუსს შევადგენაირად მოვნახავთ: ვერტიკალზე მოვზომავთ ნებისმიერი მასშტაბით ცნობილ ძალას და მის საწყისიდან და ბოლოდან გავატარებთ იმ გვერდების პარალელურ სხივებს, რომლებთანაც თოკის მრავალკუთხედში (სრულ მომენტთა ეპიურაში) იგი იკვეთება ერთ წერტილში. ამ სხივების გადაკვეთის წერტილი მოგვცემს საძიებელ პოლუსს. მეტი სიზუსტის მიზნით პოლუსი უნდა მოინახოს ყველაზე მეტად დატვირთული მალის, ძალების ტოლქმედის საშუალებით. ამ პოლუსიდან თოკის მრავალკუთხედის დანარჩენ გვერდების პარალელურ სხივების გაღებით, მივიღებთ მთელ ძალთა გეგმას, რომელშიაც განსაზღვრული გვექნება როგორც ყველა მომქმედი ცნობილი ძალები, ისე მათ მიერ გამოწვეული რეაქციები. ამ პირობებში კი გადამჭრელ ძალთა ეპიურის აგება არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს, საჭიროა მხოლოდ თოკის მრავალკუთხედის (სრული ეპიურის) გვერდების დანომრა. დავიწყოთ ჩამკეტიდან (კოქის ლერძი) და მიუყვებთ მარცხენა ბოლოდან მიმდევრობით მარჯვენასაკენ, ე. ი. 0, 1, 2, 3, 4.



56b. 90.

მაგალითი: ნახ. 90-ზე ნაჩვენებია ოთხ მალიანი (კონსოლით) უკრული კოკის, სრული გრაფიკული ანგარიში, რომელიც შემდეგ ეტაპებს შეიცავს: 1. ფოკუსების მონახვა (ნახ. 90a), 2. მლუნავ მომენტთა კერძო ეპიურების აგება (ნახ. 90 b, c, d), 3. შეჯამებული (სრული) ეპიურის აგება (ნახ. 90 e) და 4 გადაშკრულ ძალთა ეპიურის აგება (ნახ. 90 f).

§ 16. უზრავლი კოჭის გავლენის ხაზების მოქმედება ანალიზურად

უკრულ კოკის ყველა ფაქტორებისათვის გავლენის ხაზების აგება, როგორც მათი სიდიდის მონახვა მუდმივი ტვირთის მოქმედების დროს, უფრო მარჯვეა საყრდენ მომენტების გავლენის ხაზების საშუალებით. ამ უკანასკნელებისათვის კი ჩვენ ვისარგებლებთ ზემოთ გამოყვანილ, დატვირთულ მალის საყრდენ მომენტების დამაკავშირებელ ფორმულებით, ე. ი.

$$M_{a1}K + M_{a1} = -6 A' \text{ და } M_{a1} + M_{b1}K' = -6B'$$

ამ ფორმულების გამოყვანის დროს ნაგულისხმევი გვექონდა ნებისმიერი დატვირთვა, გავლენის ხაზებისათვის კი კოჭზედ ვამოქმედებთ ერთად ერთ მოძრავ ძალას $P=1$. დავაყენოთ ეს ძალა მალის ნებისმიერ და ცვალებად x - მანძილზე მარცხენა საყრდენიდან (ნახ. 91), მოვნახოთ მის მიერ გამოწვეული ფიქტიური რეაქციები და მათი საშუალებით გარდაექმნათ ძირითადი ფორმულები. სადაც არ უნდა იდგეს ძალა $P=1$, დატვირთულ მალის ფარგლებში მლუნავ მომენტთა ძირითადი ეპიურა ყოველთვის სამკუთხედო იქნება. ამის გამო ფიქტიური რეაქციები მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$A' = \frac{\rho \frac{(l-x)x}{l} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l+l-x}{3}}{l} = P \frac{x(l-x)(2l-x)}{6l};$$

და

$$B' = \frac{\rho \frac{(l-x)x}{l} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l+x}{3}}{l} = P \frac{x(l-x)(l+x)}{6l};$$

ანუ, რადგანაც $P=1$

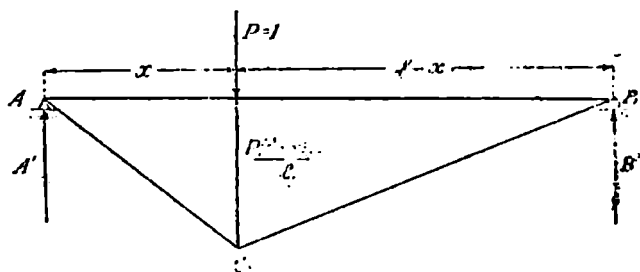
$$A' = \frac{x(l-x)(2l-x)}{6l}$$

და

$$B' = \frac{x(l-x)(l+x)}{6l}$$

ორივე რეაქციის მარჯვენა მხარეს გამოვიტანოთ ფრჩხილებ გა-
რეთ l^2 მაშინ:

$$A' = \frac{px \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(2 - \frac{x}{l}\right)}{6l};$$



ნახ. 91.

და

$$B' = \frac{px \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 + \frac{x}{l}\right)}{6l}$$

ანუ:

$$A' = \frac{l^2}{6} \cdot \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(2 - \frac{x}{l}\right);$$

და

$$B' = \frac{l^2}{6} \cdot \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 + \frac{x}{l}\right).$$

აღვნიშნოთ $\frac{x}{l} = n$,

მაშინ:

$$A' = \frac{l^2}{6} n (1 - n) (2 - n),$$

და

$$B' = \frac{l^2}{6} n (1 - n) (1 + n).$$



თუ აქაც მივმართავთ მალის ათნაწილათ დაყოფის წესს, მაშინ მალისგან დამოუკიდებელ n -ის ფუნქციას ორივე რეაქციისათვის წინასწარ გამოვთვლით. მათი მნიშვნელობა მოყვანილია შემდეგ ცხრილში, სადაც

$$f(n) = n(1 - n)(2 - n)$$

და

$$\varphi(n) = n(1 - n)(1 + n).$$

ფუნქც. \ n-ის	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(n)$	0	0.171	0.288	0.357	0.384	0.375	0.336	0.273	0.192	0.099	0
$\varphi(n)$	0	0.099	0.192	0.273	0.336	0.375	0.384	0.357	0.288	0.171	0

ფიქტიურ რეაქციების ასეთი გარდაქმნის გამო, საყრდენ მომენტთა ფორმულები მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$M_a K + M_b = -I^2 f(n);$$

და

$$M_a + M_b K' = -I^2 \varphi(n).$$

ანუ, l -ზე რომ შევკვეცოთ:

$$M_a K + M_b = -I f(n)$$

და

$$M_a + M_b K' = -I \varphi(n)$$

აქედან K -ი, მარცხენა საყრდენი მომენტი

$$M_a = -\frac{l}{KK' - 1} [K' f(n) - \varphi(n)] \quad (44)$$

მარჯვენა საყრდენი მომენტი

$$M_b = -\frac{l}{KK' - 1} [K \varphi(n) - f(n)] \quad (45)$$

ესაა ძირითადი ფორმულები, რომლითაც ავაგებთ საყრდენ მომენტების გავლენის ხაზებს, მხოლოდ ყველა მალეებისათვის წი-

ნასწარ გამოთვლილი უნდა იქმნას K და K' , (K) და (K') ფორმულებით. გავლენის ხაზების აგების წესი ავხსნათ შემდეგ ოთხ მალიან კოკის მაგალითზე ნახ. 92. ზოგადობისათვის კოკის მარცხენა ბოლო ხისტათაა დამაგრებული, მარჯვენა კი კონსოლიანია. გავლენის ხაზების ასაგებათ თვირეული მალი დაყოფილია ათ თანასწორ ნაწილად. ყოველი ფაქტორის ხაზისათვის, მოძრავი $P=1$ ძალის მდებარეობასთან დაკავშირებით უნდა განვიხილოთ იმდენი შემთხვევა, რამდენ ძალს და კონსოლს შეიცავს კოკი.

ხაზი „ M_1 “. შემთხვევა I. მოძრავი ძალა I მაღის ფარგლებშია. ამ შემთხვევაში M_1 წარმოადგენს დატვირთულ მაღის მარცხენა საყრდენ მომენტს და ამ მაღის ფარგლებში მისი გავლენის ხაზის ორდინატები გამოითვლება ზემოთ მიღებულ მარცხენა მომენტის (44) ფორმულით, ე. ი.

$$M_1 = - \frac{l_1}{K_1 K'_1 - 1} [K'_1 f(n) - \varphi(n)].$$

შემთხვევა II. მოძრავი ძალა II მაღზეა. ამ შემთხვევაში M_1 გამოითვლება M_2 -ის საშუალებით, მათ შორის ცნობილ დამოკიდებულებით სახელდობრ:

$$\frac{M_2}{M_1} = - K_1,$$

საიდანაც

$$M_1 = - \frac{1}{K_1} M_2.$$

მაგრამ M_2 წარმოადგენს მე-II-ე ნაღის მარცხენა მომენტს და მისი ორდინატებიც გამოითვლება (44) ფორმულით, ე. ი.

$$M_2 = - \frac{l_2}{K_2 K'_2 - 1} [K'_2 f(n) - \varphi(n)].$$

ამის გამო, M_1 -ის ორდინატები მეორე მაღის ფარგლებში, განითვლება ფორმულით:

$$M_1 = + \frac{l_2}{K_1 (K_2 K'_2 - 1)} [K'_2 f(n) - \varphi(n)].$$

შემთხვევა III. მოძრავი ძალა მე-III-მე მალზეა. ამ შემთხვევაში M_1 -ს გამოვთვლით M_2 და M_3 -ს საშუალებით. რადგანაც

$$M_1 = -\frac{1}{K_1} M_2$$

და

$$M_2 = -\frac{1}{K_2} M_3,$$

ამის გამო:

$$M_1 = +\frac{1}{K_1 K_2} M_3.$$

მაგრამ M_3 არის დატვირთულ მალის მარცხენა მომენტი, მაშასადამე, ამ მალის ფარგლებში, M_1 -ის ორდინატები (44) ფორმულის თანახმად გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$M_1 = -\frac{l_3}{K_1 K_2 (K_3 K_2 - 1)} [K'_3 f(n) - \varphi(n)].$$

შემთხვევა IV. მოძრავი ძალა მე-IV-ე მალზეა. ამ შემთხვევაში M_1 გამოითვლება M_3 , M_2 და M_4 -ის საშუალებით. რადგანაც

$$M_1 = +\frac{1}{K_1 K_2} M_3,$$

და

$$M_2 = -\frac{1}{K_3} M_4,$$

ამის გამო

$$M_1 = -\frac{1}{K_1 K_2 K_3} M_4.$$

მაგრამ M_4 დატვირთული მალის მარცხენა მომენტია და იგი (44) ფორმულის თანახმად უდრის:

$$M_4 = -\frac{l_4}{(K_4 K_4 - 1)} [K'_4 f(n) - \varphi(n)].$$

მაშასადამე, M_1 -ის ორდინატები მე-IV-ე მალის ფარგლებში გამოითვლება ფორმულით:

$$M_1 = + \frac{l_1}{K_1 K_2 K_3 (K_4 K_4 - 1)} [K'_4 f(n) - \varphi(n)].$$

შემთხვევა V. მოძრავი ძალა კონსოლზეა. ამ შემთხვევაში M_1 გამოითვლება M_2 , M_3 , M_4 და M_5 საშუალებით. რადგანაც

$$M_1 = - \frac{1}{K_1 K_2 K_3} M_4$$

და

$$M_4 = - \frac{1}{K_4} M_5,$$

ამიტომ:

$$M_1 = + \frac{1}{K_1 K_2 K_3 K_4} M_5.$$

მაგრამ

$$M_5 = -x;$$

(იხ. ნახ. 92) ამის გამო

$$M_1 = - \frac{x}{K_1 K_2 K_3 K_4},$$

რაც წარმოადგენს სხვათა შორის, სწორი ხაზის განტოლებას. ნახ. 92-ზე ნაჩვენებია „ M_1 “ სახის დაახლოებითი სახე.

ხაზი „ M_2 “. შემთხვევა I. მოძრავი ძალა I მალზეა. ამ შემთხვევაში M_2 წარმოადგენს დატვირთული მალის მარჯვენა საყრდენ მომენტს. ამის გამო მისი ორდინატები ამ მალის ფარგლებში, თანახმად (45) ფორმულისა გამოითვლება განტოლებით:

$$M_2 = - \frac{l_1}{K_1 K'_1 - 1} [K_1 \varphi(n) - f(n)].$$

დანარჩენ შემთხვევებში M_2 -ს გამოვთვლით უკვე ავებულ „ M_1 “ — ხაზის ორდინატების საშუალებით, თანახმად მათ შორის არსებულ დამოკიდებულებებსა, ე. ი.

$$\frac{M_2}{M_1} = -K_1,$$

საიდანაც:

$$M_2 = -K_1 \cdot M_1.$$

ხაზი „ M_3 “. შემთხვევა I. მოძრავი ძალა I მალზეა. ამ შემთხვევაში „ M_3 “ — ხაზის ორდინატებს ამ მალის ფარგლებში, გამოვ-

თვლით უკვე აგებულ M_2 -ხაზის, ამავე მალის ორდინატების საშუალებით. თანახმად მათ შორის დამოკიდებულებისა:

$$M_2 : M_3 = -K'_2,$$

საიდანაც

$$M_3 = -\frac{1}{K'_2} M_2.$$

შემთხვევა II. მოძრავი ძალა მე-II-ე მალზეა. ამ შემთხვევაში M_3 -წარმოადგენს დატვირთული მალის მარჯვენა მომენტი, რის გამო მისი ორდინატები გამოითვლება ფორმულით:

$$M_3 = -\frac{l_2}{K_2 K'_2 - 1} [K_2 \varphi(n) - f(n)].$$

დანარჩენ შემთხვევებში, ე. ი. III და IV მალების და კონსოლის ფარგლებში, M_3 -ხაზის ორდინატები, როგორც I-ლ შემთხვევაში გამოითვლება უკვე აგებულ M_2 -ხაზის ორდინატებით, რადგანაც:

$$M_3 = -K_2 \cdot M_2.$$

ხ ა ზ ი „ M_4 “. I და II-მალების ფარგლებში, მისი ორდინატები გამოითვლება უკვე აგებულ M_3 -ხაზის ამავე მალების ორდინატების საშუალებით, შემდეგი დამოკიდებულების თანახმად:

$$M_4 = -\frac{1}{K'_3} M_3;$$

შემთხვევა III. მოძრავი ძალა მესამე მალზეა. ამ შემთხვევაში M_4 , როგორც მესამე მალის მარჯვენა მომენტი, გამოითვლება ფორმულით:

$$M_4 = -\frac{l_3}{K_3 K'_3 - 1} [K_3 \varphi(n) - f(n)].$$

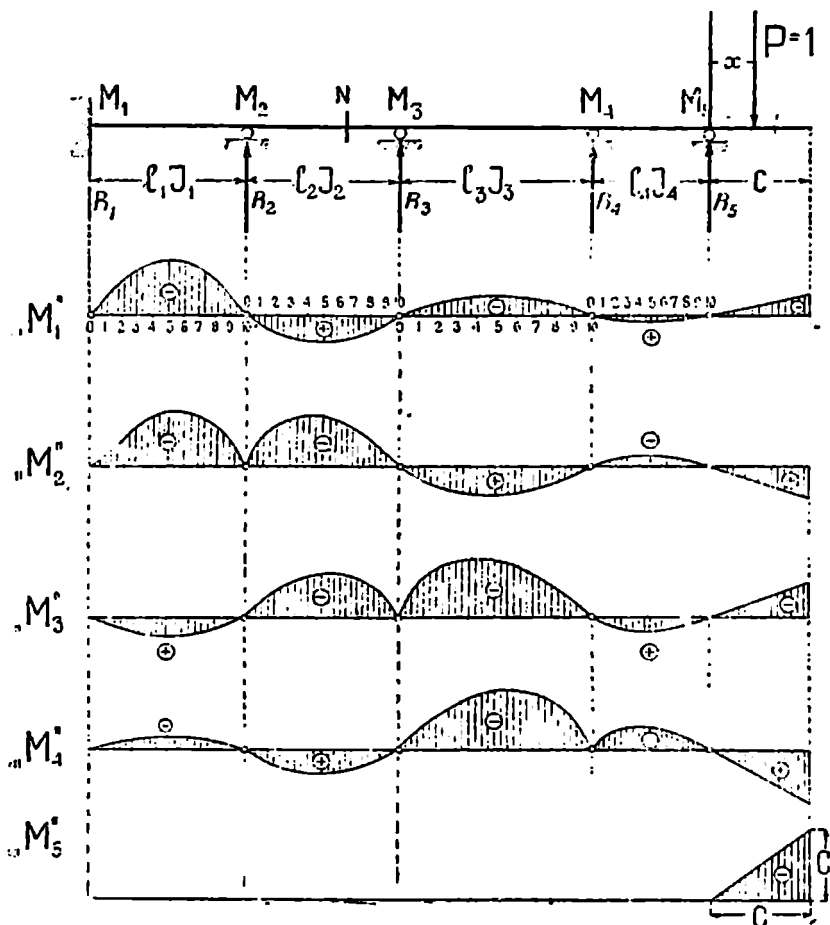
მე-IV მალის და კონსოლის ფარგლებში M_4 -ის ორდინატები გამოითვლება M_3 -ხაზის ორდინატების საშუალებით, რადგანაც ან შემთხვევებში:

$$M_4 = -K_3 M_3.$$

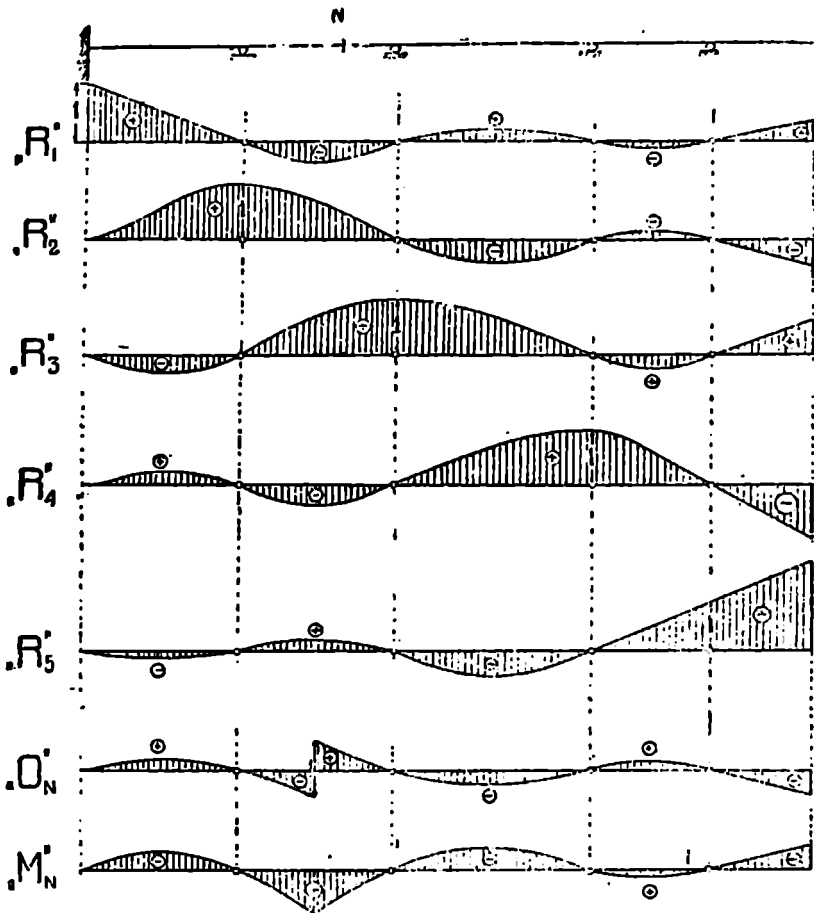
შენიშვნა: რომ არ გვექონოდა გამოთვლილი M_3 -ხაზის ორდინატები, M_4 -ხაზის ორდინატები მეოთხე მალის ფარგლებში,

როგორც ამ ზალის მარცხენა მომენტის, უნდა გამოგვეთვალა ფორ-
მულით:

$$M_1 = - \frac{I_1}{K_1 K'_1 - 1} [K'_1 f(n) - \varphi(n)].$$



ნახ. 92.



ნახ. 92ა.

მაგრამ, რადგანაც ამ მალის მარჯვენა ფოკუსი ზედ საყრდენ-ზეა, ე. ი. $a'_4 = 0$, რის გამო $K'_4 = \infty$, M_4 -ის გამოსახვაში მარჯვენა მხარე ხდება გამოურკვეველი. ამის თავიდან ასაცილებლად მარჯვენა მხარის მრიცხველს და მნიშვნელს წინასწარ ვყოფთ K'_4 -ზე-რაც მოგვცემს:

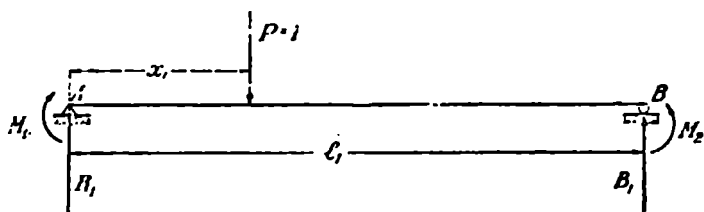
$$M_4 = -\frac{l_4}{K_4 - \frac{1}{K'_4}} \left[f(n) - \frac{\varphi(n)}{K'_4} \right].$$

აქედან კი, რადგანაც

$$K'_1 = \infty, \quad M_1 = -\frac{l_1}{K_1} f(n).$$

ხაზი „ M_3 “. მანამდის მოძრავი ძალა მეხუთე საყრდენის მარცხნივია $M_3 = 0$. როდესაც ძალა კონსოლის ფარგლებშია, $M_3 = -x$. გველენის ხაზების დასტოვებითი სახე ნაჩვენებია ნახ. 92-ზე.

ხაზი „ R_1 “. შემთხვევა I. მოძრავი ძალა პირველ მალზეა. R_1 -ის მოსანახად გამოვიყოთ ეს მალი (ნახ. 93) და განვიხილოთ,



ნახ. 93.

როგორც თავისუფლათ მდებარე. მასზე მოქმედებს: ძალა $P = 1$, მის მიერ გამოწვეული საყრდენი მომენტები M_1 და M_2 და რეაქციები R_1 და R_2 . პირობა $\Sigma M = 0$ (B — წერტილის მიმართ) მოგვცემს:

$$R_1 l_1 - P(l_1 - x_1) + M_1 - M_2 = 0,$$

საიდანაც:

$$R_1 = \frac{P(l_1 - x_1)}{l_1} + \frac{M_2 - M_1}{l_1};$$

ანუ, რადგანაც $P = 1$,

$$R_1 = \frac{l_1 - x_1}{l_1} + \frac{M_2 - M_1}{l_1}.$$

აქ პირველი წევრი $\frac{l_1 - x_1}{l_1}$ წარმოადგენს თავისუფლათ მდებარე კოქის მარცხენა რეაქციის გველენის ზახს. მაშასადამე R_1 — ხაზის ასაგებად, უბრალო კოქის რეაქციის გველენის ხაზის ორდინატებს, ალგებრულად უნდა მიუმატოთ უკვე გამოთვლილ M_2 და M_1 — ხაზების ორდინატების სხვაობა გაყოფილი l_1 -ზე და მიღებუ-

ლი წერტილები მიმდევრობით შევავროთ. დანარჩენ შემთხვევებში იმავე (93) ნახაზიდან:

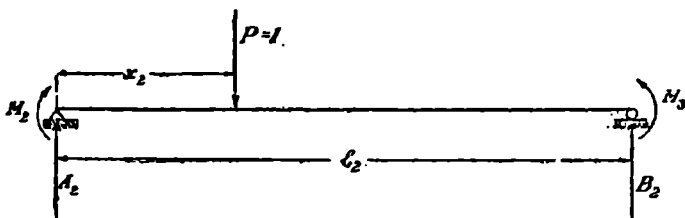
$$R_1 = \frac{M_2 - M_1}{l_1}.$$

ხაზი „ R_2 “. რეაქცია R_2 უდრის პირველი მალის მარჯვენა B_1 და მეორე მალის მარცხენა A_2 რეაქციების ჯამს ე. ი.

$$R_2 = B_1 + A_2.$$

ამიტომ, მის მოსანახათ უნდა გამოვყოთ ცალკ-ცალკე, როგორც პირველი ისე მეორე მალი.

შემთხვევა I. მოძრავი ძალა $P=1$ პირველ მალზეა. (93) ნახაზიდან:



ნახ. 94.

$$B_1 = \frac{x_1}{l_1} + \frac{M_1 - M_2}{l_1}.$$

(94) ნახაზიდან კი:

$$A_2 = \frac{M_3 - M_2}{l_2}.$$

ამის გამო:

$$R_2 = \frac{x_1}{l_1} + \frac{M_1 - M_2}{l_1} + \frac{M_3 - M_2}{l_2}.$$

აქაც $\frac{x_1}{l_1}$ წარმოადგენს პირველი მალის, როგორც თავისუფლად მდებარე კოქის მარჯვენა რეაქციის გავლენის ხაზს. მაშასადამე, პირველი მალის ფარგლებში R_2 —ხაზის ასაგებათ, უბრალო კოქის რეაქციის გავლენის ხაზის ორდინატებს, ალგებრულათ, ჯერ M_1 და M_2 —ხაზების ორდინატების სხვაობა გაყოფილი l_1 -ზე, შემდეგ M_3 და M_2 —ხაზების ორდინატების სხვაობა გაყოფილი l_2 -ზე უნდა მიუმატოთ და მიღებული წერტილები მიმდევრობით შევავროთ.

შემთხვევა II. ე. ი. ძალა მეორე მალზეა. ამ შემთხვევაში (93) და (94) ნახაზებიდან:

$$R_2 = \frac{l_2 - x_2}{l_2} + \frac{M_1 - M_2}{l_1} + \frac{M_3 - M_2}{l_2}.$$

ამ განტოლებით აიგება R_2 —ხაზი მეორე მალის ფარგლებში. დანარჩენ შემთხვევებში, ე. ი. როდესაც ძალა $P=1$ გამოყოფილ მალებს გარეთაა, იმავე ნახაზებიდან:

$$R_2 = \frac{M_1 - M_2}{l_1} + \frac{M_3 - M_2}{l_2},$$

რითაც აიგება R_2 —ხაზი დანარჩენ მალების ფარგლებში. ანალოგიურათ მოინახება და აიგება დანარჩენ რეაქციების გავლენის ხაზებიც. საყრდენ მომენტების გავლენის ხაზების დაახლოებითი სახე ნაჩვენებია ნახ. 92-ზე. მოვნახოთ და ავაგოთ, მაგალითად, მეორე მალის ნებისმიერი N —კვეთის, მღუნავ მომენტის და გადაძკრულ ძალის გავლენის ხაზები. ანუ მოკლეთ, „ M_N “ და „ Q_N “—ხაზები.

ხაზი „ M_N “. ყველა შემთხვევებში გარდა მე-II-სი, ე. ი. როდესაც ძალა $P=1$ მეორე მალის გარეთაა, გამოყოფილი მეორე მალი (ნახ. 95) მოგვცემს:

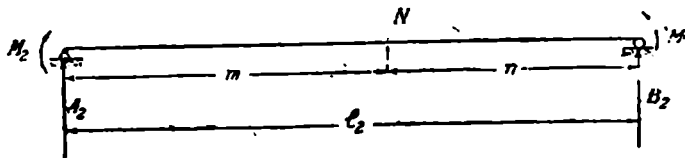
$$M_N = A_2 \cdot m + M_2.$$

მაგრამ

$$A_2 = \frac{M_3 - M_2}{l_2},$$

რის გამო:

$$M_N = \frac{M_3 - M_2}{l_2} \cdot m + M_2.$$



ნახ. 95.

ამ განტოლებით გამოითვლება M_N —ხაზის ორდინატები და აიგება თვით ხაზიც ყველა (გარდა მეორე) მალეების ფარგლებში, რადგანაც განტოლებაში ყველა სიდიდე ცნობილი და წინასწარ გამოთვლილია.

შემთხვევა II. ე, ი. ძალა $P=1$ მეორე მალზეა. რადგანაც N —კვეთით ეს მალი იყოფა ორ უბნად (m და n), ამიტომ აქ საჭიროა ორი კერძო შემთხვევის განხილვა, მოძრავი ძალის m და n უბნებზედ მდებარეობის მიხედვით. როდესაც მოძრავი ძალა m —უბანზეა, (ნახ. 96), მაშინ მღუნავი მომენტი:

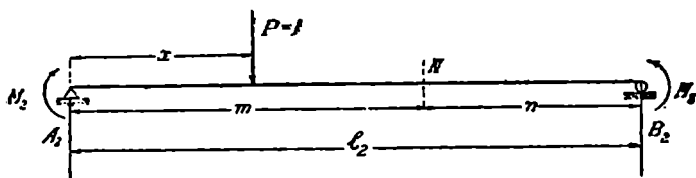
$$M_N = B_2 n + M_2,$$

მაგრამ II შემთხვევაში:

$$B_2 = \frac{x}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2};$$

ამიტომ:

$$M_N = \left(\frac{x}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2} \right) n + M_2.$$



ნახ. 96.

ამ განტოლებით გამოითვლება „ M_N “—ხაზის ორდინატები მეორე მალის m —უბნის ფარგლებში.

როდესაც მოძრავი ძალა n —უბანზეა, მაშინ:

$$M_N = A_2 \cdot m + M_2;$$

სადაც:

$$A_2 = \frac{l_2 - x}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2}.$$

ამის გამო: |

$$M_N = \left(\frac{l_2 - x}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2} \right) m + M_2.$$

ამით გამოითვლება M_N —ხაზის ორდინატები n —უბნის ფარგლებში.

ხაზი „ Q_N “. მანამდის მოძრავი ძალა $P=1$ მეორე მალის გარეშე, გამოყოფილი მეორე მალი (ნახ. 95) მოგვცემს:

$$Q_N = A_2 = -B_2 = \frac{M_2 - M_1}{l_2}.$$

ამ განტოლებით გამოითვლება Q_N ხაზის ორდინატები ყველა მალეების ფარგლებში, გარდა მეორესი.

შემთხვევა II. როდესაც ძალა მეორე მალზეა, საჭიროა განვიხილოთ ორი შემთხვევა: თუ მოძრავი ძალა m უბანზეა (ნახ. 96):

$$Q_N = -B_2.$$

მაგრამ II შემთხვევაში:

$$B_2 = \frac{x}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2}.$$

ანიტომ:

$$Q_N = -\frac{x}{l} + \frac{M_2 - M_1}{l_2}.$$

ამ განტოლებით გამოითვლება „ Q_N “—ხაზის ორდინატები მეორე მალის m —უბნის ფარგლებში.

როდესაც მოძრავი ძალა n უბანზეა, მაშინ:

$$Q_N = A_2 = \frac{l_2 - x}{l_2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2}.$$

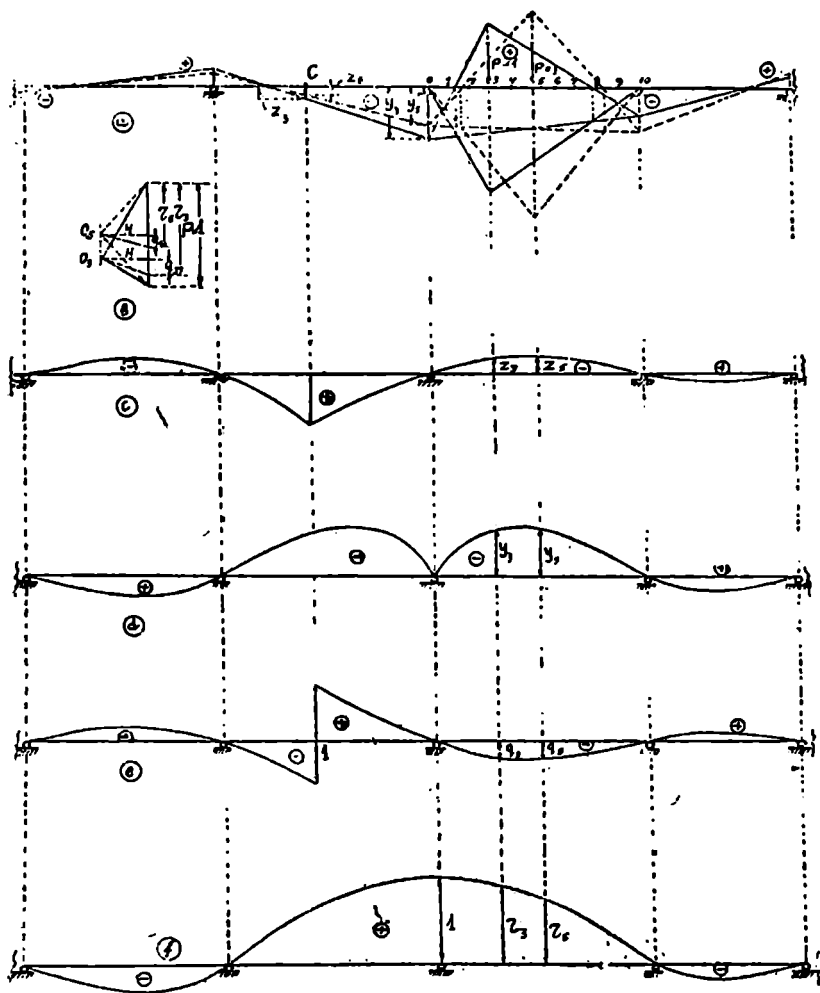
ამ განტოლებით გამოითვლება „ Q_N “—ხაზის ორდინატები მეორე მალის n უბნის ფარგლებში. „ R_1 “ და „ Q_N “—ხაზების დაახლოებითი სახე, ნაჩვენებია ნახ. 92 ა-ზე.

§ 17. გავლენის საზომის ზრავიკული აგება

გავლენის ხაზების გრაფიკული აგებისათვის, არსებობს ორი წესი: პირველი—მლუნავ მომენტთა ეპიურის განმეორებითი აგების და მეორე—დრეკადი ხაზის წესი.

ა) მლუნავ მომენტთა ეპიურის განმეორებითი აგების წესი. ეს წესი მდგომარეობს შემდეგში: კოქის ყოველ მალს ვყოფთ რამოდენიმე, მაგალითად, ათ თანასწორ ნაწილად. თითოეულ, საყრდენებს შუა მდებარე დაყოფის წერტილზე, ვათავ-

სებთ $P-1$ ძალას და ფოკუსების მეთოდის საშუალებით, ვაგებთ ამ ძალით გამოწვეულ მლუნავ მომენტთა ეპიურას. ცხადია, რომ ამ ეპიურის ნებისმიერი კვეთის ქვეშ მდებარე ორდინატი, ამ კვეთში მლუნავეი მომენტის გავლენის ხაზის ორდინატს წარმოადგენს. ამიტომ, ამ ხაზის აგების დროს, თანახმად მისი განმარტებისა, ეს



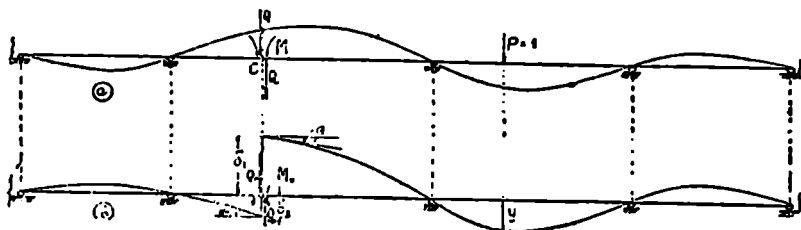
ნახ. 97.

ორდინატი მოზომილი უნდა იქნეს $P - 1$ ძალის ქვეშ. რასაკვირველია, მთელი გავლენის ხაზის ასაგებად დაგვირდება მლუნავ მომენტთა იმდენი ეპიურის აგება, რამდენიც დაყოფის წერტილი გვექნება საყრდენებს შუა. მაგალითად, ნახ. 97 *ა*-ზე ნაჩვენებია ოთხი მალის ფარგლებში M_c და M_d —ხაზების ყველა ორდინატების მოსახად, თუ თვითველ მალს დავყოფთ ათ ნაწილად, საჭიროა $4 \cdot 9 = 36$ ეპიურა (საყრდენების ქვეშ გავლენის ხაზის ორდინატები ნულის ტოლია). ჩვენ კი იმ მიზნით, რომ ნახაზი არ დაიჩრდილოს, აგებულნი გვაქვს ორ-ორი ორდინატი, Z_1, Z_2 და Y_1, Y_2 . რაც შეეხება გადამკრულ ძალის და რეაქციის გავლენის ხაზების აგებას, მათთვის დამატებით საჭიროა მლუნავ მომენტთა ეპიურების ჩამკეტი ხაზების გასწორება, და ამ ეპიურების, როგორც თოკის მრავალკოთხედების, სათანადო ძალთა მრავალგვერდების აგება. დაღვირთულ მალის გარეშე, ჩამკეტი (კოკის ღეოძი) უკვე გასწორააზებულია: მის ქვემოლ მომენტები უარყოფითია, ზემოთ კი — დადებითი. დატვირთული მალის ფარგლებში გასწორებათვის, საკმარისია მლუნავ მომენტთა ძირითადი ეპიურა (სამკუთხედი) განმეორებით აგებული იქნას ამ მალის საყრდენ მომენტების შემაერთებელ ხაზის (ჩამკეტის) მიმართ, მომენტების ნიშნების დაცვით. ე. ი. სამკუთხედის წვერო უნდა იყვეს მოთავსებული ზემოთ (ნახ. 97 *ა*). ამის შემდეგ ვაგებთ ძალთა მრავალგვერდს (ნახ. 97 *ბ*), რომელიც მოგვცემს გადამკრულ ძალის და რეაქციის გავლენის ხაზებისათვის საჭირო ორდინატებს Z_1, Z_2, \dots და Y_1, Y_2, \dots .

ბ) დ რ ე კ ა დ ი ხ ა ზ ი ს წ ე ს ი . ზემოთ, კინომატიური მელოდის განხილვისას ჩვენ ვნახეთ, რომ სატიურად რკვევადი რაიმე ფაქტორის გავლენის ხაზს წარმოადგენს კოკის ის ახალი მდებარეობა, რომელსაც მიიღებს იგი განსაზღვრულ სიდიდის ფაქტორის მოქმედების გამო, ამ უკანასკნელის შესაბამ კავშირის მოსპობის შემდეგ. ეს განმარტება ძალაში რჩება სტატიურად-ურკვევადი კოკისათვისაც. მხოლოდ სტატიურ ურკვევათობის გამო, ხაზებს შორის შემდეგი არსებითი განსხვავება არსებობს. სტატიურად-რკვევადი კოკი, ფაქტორის შესაბამი კავშირის მოსპობის შემდეგ გადიქვევა მექანიზმად და ფაქტორის გავლენის ქვეშ, ახალ მდებარეობას ღებულობს უდფორმაციოთ. სტატიურად ურკვევადი კოკის შემთხვევაში კი, კავშირის მოსპობის შემდეგაც, ზედმეტ დამაგრების გამო დეფორმაცია აუცილებელია, ისე რომ, გავლენის ხაზს სათანადოთ დეფორმაცია ქმნილი კოკი, ანუ მისი დრეკადი ხაზი წარმოადგენს. თითოეული ფაქტორისათვის, დარეკადი ხაზის, რა-

გორც გავლენის ხაზის დამახასიათებელი მაჩვენებლები, იგივეა რაც სტატიურად-რკვევითი კოქის შემთხვევაში, ე. ი. ფაქტორის მიმართულებით გადაადგილება უნდა უდნდეს ერთს. ამის დამტკიცება ადვილათ შეიძლება მუშაობათა ურთიერთობის პრინციპით.

მაგალითად, დავამტკიცოთ გადამქრელ ძალისათვის C -კვეთში (ნახ. 98*ა*). ამისთვის კოქი უნდა გადავქრათ წარმოდგენით C -კვეთში და განვიხილოთ მისი ორი მდგომარეობა. პირველი: კოქზე მოქმედებს მოძრავი ძალა $P = 1$, ხოლო C -კვეთში კოქის ორივე ნაქრის ბოლოებზე მომენტები (M, M) და გადამქრელი ძალები (Q, Q) ისეთი სიდიდის, როგორსაც იწვევს ძალა $P = 1$, მთლიანი კოქის C -კვეთში. ამის გამო, რასაკვირველია C -კვეთში არ ექნება ადგილი ნაქრების ბოლოების არც დაშორებას და არც ურთი-ერთ შორის მობრუნებას; (ნახ. 98) მეორე: C -კვეთში ორივე ნაქრის ბოლოებ-



ნახ. 98.

ზე მოქმედებენ M, M და Q, Q ისეთი სიდიდეების, რომ ბოლოების ვერტიკალური დაშორება იყვეს ერთის ტოლი, ე. ი. $\delta_1 + \delta_2 = 1$, და მათი ურთიერთ შორის მობრუნების კუთხე კი ნოლის ტოლი, ე. ი. $\alpha = \beta$ რაც ნიშნავს მხებების პარალულობას (ნახ. 98*ბ*). თუ ამ მდგომარეობის ღრეკადი ხაზის ორდინატს, პირველი მდგომარეობის $P = 1$ ძალას ქვეშ აღვნიშნავთ y -ით, მაშინ მუშაობათა ურთი-ერთობის პრინციპის თანახმად შეგვიძლია დავწეროთ:

$$1 \cdot y + M \cdot \alpha - M \beta + Q \delta_1 + Q \delta_2 = 0$$

ანუ:

$$y + M(\alpha - \beta) + Q(\delta_1 + \delta_2) = 0$$

ანუ რადგანაც:

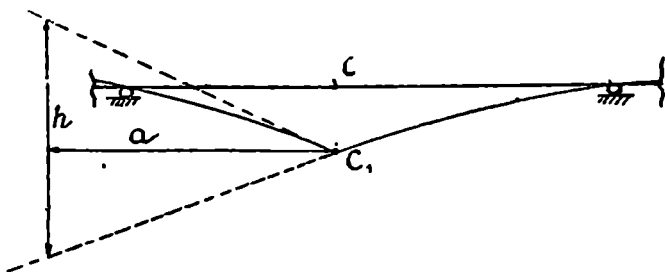
$$\alpha - \beta = 0 \text{ და } \delta_1 + \delta_2 = 1; \quad y + Q = 0.$$

საიდანაც:

$$Q = -y$$

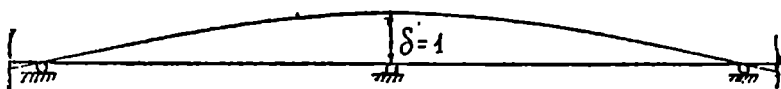
. (46)

ანალოგიურად, C —კვეთის მლუნავ მომენტის გავლენის ხაზისათვის დავამტკიცებთ, რომ C —კვეთში კოქის ნაკრების დრეკადი



ნახ. 99.

ხაზების მხებებს შორის ნებისმიერი ვერტიკალური მონაკვეთი უნდა უდრიდეს მის დაშორებას C_1 —წერტილიდან ე. ი. $h = a$ (ნახ. 99) და რეაქციის გავლენის ხაზისათვის კი საჭიროა, რომ დრეკადი ხაზის ორდინატი რეაქციის საყრდენთან უდრიდეს ერთს (ნახ. 100).

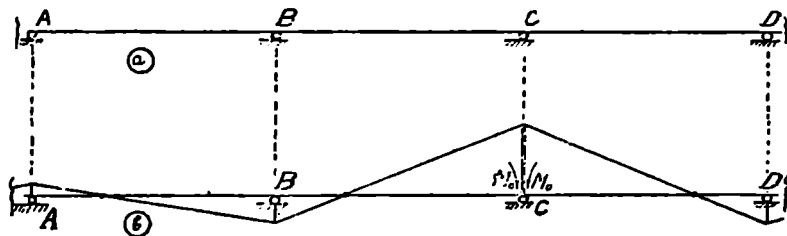


ნახ. 100.

რაც შეეხება თვით დრეკად ხაზებს, მათ სულ ადვილათ ავაგებთ თუ მოვიგონებთ, რომ დრეკადი ხაზი, საზოგადოთ წარმოადგენს მლუნავ მომენტთა ეპიურის, როგორც ფიქტიურ ტვირთის შესაბამ თოქის მრუდს, რომელიც აკმაყოფილებს კოქის ყველა დამახასიათებელ წერტილებს (საყრდენების) პირობებს. ამ რიგად, დრეკადი ხაზის და მაშასადამე, გავლენის ხაზის ასაგებათ საჭიროა, ფაქტორის შესაბამი მლუნავ მომენტთა ეპიურა, რომელსაც აგრეთვე ადვილათ ავაგებთ ნებისმიერი და უცნობი ვერტიკალური მასშტაბით, თუკი გვეტოლინება დატვირთული მალის საყრდენი მომენტების შეფარდება. შემდეგ ამნაირად აგებულ ეპიურას გადავიყვანთ ნებისმიერ, მაგრამ ყველა მალეებისათვის საერთო ინერციის მომენტზე, ეპიურის ორდინატების $\frac{J_0}{J_k}$ — სიდიდეზე გადამრავლებით

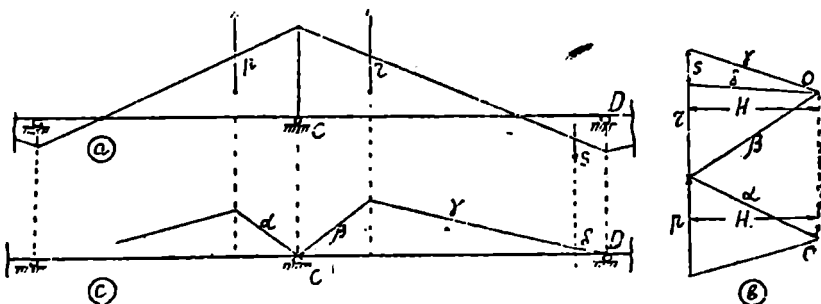
(აქ J_0 ნებისმიერი საერთო ინერციის მომენტია, და J_x — კი იმ მალის ინერციის მომენტი, რომელშიც ეპიურის ორდინატებს ვადიდებთ). ამ J_0 -ზე დაყვანილ, მომენტთა ეპიურას, (როლიც საზოგადოთ დადებით და უიყოფითი სამკუთხეებისა და ტრაპეციებისაგან შესდგება) ვღებულრბთ როგორც კოქის ფიქტიურ დატვირთვას, რომლისთვისაც ნებისმიერი მასშტაბით და ასეთივე საპოლუსო მანძილით, ვაგებთ თოქის მრავალგვერდს, კოქის დამახასიათებელ წერტილებს (საყრდენების) და ფაქტორის ზემოდ აღნიშნულ პირობების დაკვით. მასში ცნობილი წესით მრუდის ჩახსზვით, საბოლოოდ ფაქტორის გავლენის ხაზს მივიღებთ, რომლის ორდინატების უცნობ მასშტაბს, ფაქტორის ზემოდ აღნიშნული დამახასიათებელი მაჩვენებელი განსაზღვრავს.

მღუნავ მომენტთა ეპიურისთვის საკირო, დატვირთული მალის საყრდენ მომენტების შეფარდება, დამოკიდებულია ფაქტორის გვარზე, რის გამო მის მონახვას და მომენტთა ეპიურის აგებას თითოეულ ფაქტორისათვის განვიხილავთ ცალ-ცალკე.



ნახ. 101.

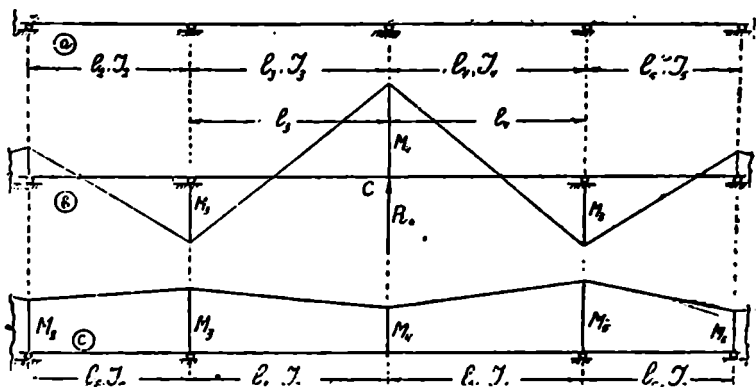
1) საყრდენი მომენტისათვის (ნახ. 101 *a, b*): მომენტთა ეპიურას აგება საყრდენ მომენტის გავლენის ხაზისათვის,



ნახ. 102.

არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს, რადგანაც M_0, M_0 მონაკვეთებს ვიღებთ ნებისმიერს მხოლოდ იმ მოსაზრებით, რომ ნახაზი მარკვეული გამოვიდეს. მომენტთა ეპიურის ტეხილი ხაზი საყრდენის მარცხნივ გაივლის მარცხენა ფოკუსებში და მარჯვნივ—მარჯვენაში. თოკის მრავალკვერდის აგებისას პოლუსი უნდა შეიცვალოს იმნაირად, რომ მრავალკვერდმა C და D წერტილებზე გაიაროს (ნახ. 102 *a, b, c*).

2) რეაქციისათვის (ნახ. 103 *a, b, c*): მღუნავ მომენტთა ეპიურის ზოგადი სახე ნაჩვენებია ნახ. 103 *a*-ზე რომლის ასაგებად საჭიროა შეფარდებანი $\frac{M_3}{M_4}$ და $\frac{M_5}{M_4}$. ამ შეფარდებებს მოენახავთ იმ მოსაზრებით, რომ დრეკადი ხაზის C —წერტილში, კოკის ორივე შტოს ჩაზნევა და პობრუნების კუთხეები ერთი და იგივეა, ე ო



ნახ. 103.

$y_1 = y_2$ და $\alpha_1 = \alpha_2$. თუ ყველა მომენტებს დადებითად ვიგულისხმებთ (ნახ. 103 *c*), მაშინ ეს პირობები მოგვეცემენ:

პირველი ($y_1 = y_2$):

$$\left(\frac{M_2 l^2}{6 E J_2} + \frac{M_3 l^2}{3 E J_2} \right) l_3 + \frac{M_3 l_3^2}{3 E J_3} + \frac{M_4 l_3}{6 E J_3} = \left(\frac{M_5 l_4}{6 E J_4} + \frac{M_6 l_4}{3 E J_4} \right) l_4 + \frac{M_6 l_4^2}{3 E J_4} + \frac{M_4 l_4}{6 E J_4}$$

ანუ $6EJ_0$ -ზე გადაშრავლებისა და ფრჩხილების ვახსნის შემდეგ:

$$M_2 l_2' l_3 + 2M_3 l_2' l_3 + 2M_3 l_3' l_3 + M_4 l_3' l_3 = M_6 l_6' l_4 + 2M_5 l_6' l_4 + 2M_5 l_4' l_4 + M_4 l_4' l_4$$

ანუ

$$M_2 l_2' l_3 \left[2 + \frac{l_2'}{l_3} \left(2 + \frac{M_2}{M_3} \right) \right] + M_4 l_3' l_3 = M_6 l_6' l_4 \left[2 + \frac{l_5'}{l_4} \left(2 + \frac{M_6}{M_5} \right) \right] + M_4 l_4' l_4$$

აქედან:

$$\tilde{M}_3 l_2' l_3 k_3 + M_4 l_2' l_3 = M_5 l_4' l_4 k_4 + M_4 l_4' l_4$$

ანუ M_4 -ზე ვაყოფის შემდეგ, საბოლოოდ გვექნება:

$$\frac{M_3}{M_4} l_2' l_3 k_3 + l_2' l_3 = \frac{M_5}{M_4} l_4' l_4 k_4 + l_4' l_4 \quad (47)$$

მეორე პირობა $\alpha_1 = -\alpha_2$ შოგვეცენს:

$$\frac{M_2 l_2'}{6EJ_2} + \frac{M_3 l_3'}{3EJ_2} + \frac{(M_3 + M_4) l_3}{2EJ_3} = - \left[\frac{M_6 l_6'}{6EJ_5} + \frac{M_5 l_5'}{3EJ_5} + \frac{(M_5 + M_4) l_4}{2EJ_4} \right]$$

ანუ $6EJ_0$ -ზე გამრავლების შემდეგ:

$$M_2 l_2' + 2M_3 l_2' + 3M_3 l_3' + 3M_4 l_3' = - (M_6 l_6' + 2M_5 l_5' + 3M_4 l_4' + 3M_5 l_4')$$

ანუ:

$$M_2 l_2' \left[2 + \frac{l_2'}{l_3} \left(2 + \frac{M_2}{M_3} \right) \right] + M_3 l_3' + 3M_4 l_3' = - \left\{ M_6 l_4' \left[2 + \frac{l_5'}{l_4} \left(2 + \frac{M_6}{M_5} \right) \right] + M_5 l_4' + 3M_4 l_4' \right\}$$

ანუ:

$$M_2 l_2' k_3 + M_3 l_3' + 3M_4 l_3' = - (M_5 l_4' k_4 + M_5 l_4' + 3M_4 l_4')$$

საიდანაც M_4 -ზე ვაყოფით მივიღებთ:

$$\frac{M_2}{M_4} l_2' (k_3 + 1) + 3l_3' = - \left[\frac{M_5}{M_4} l_4' (k_4 + 1) + 3l_4' \right] \quad (48)$$

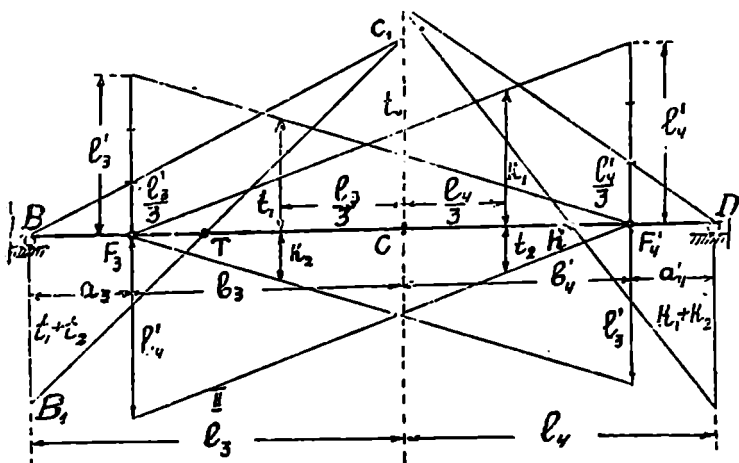
ამ ორი (47) და (48) განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{M_3}{M_4} = \frac{l_3' \left(b_4' + \frac{l_3}{3} \right) + l_4' \left(b_3' - \frac{l_3}{3} \right)}{\frac{(b_3 + b_4') l_3' l_4'}{3 a_3}} . \quad (49)$$

და

$$\frac{M_3}{M_4} = \frac{l_4' \left(b_3 + \frac{l_4}{3} \right) + l_3' \left(b_4 - \frac{l_4}{3} \right)}{\frac{(b_3 + b_4') l_3' l_4'}{3 a_4}} . \quad (50)$$

ამ შეფარდებებით, გარკვეული ნახაზისთვის საჭირო M_3, M_4 და M_3 მონაკვეთების შესარჩევად, აუცილებელია შეფარდებების ფოკალური წერტილები, რომლებსაც მოვნახავთ შემდეგი გრაფიკული აგებით



ნახ. 104.

(ნახ. 104). მაგალითად ჯერ $\frac{M_3}{M_4}$ -სათვის: F_3 —ფოკუსზე გავლებულ ვერტიკალზე, კოკის ღერბიდან სხვადასხვა მხარეს მოვზომავთ l_3 და l_4' . ვერტიკალზე, მიღებულ წერტილებს უერთებთ F_3' —ფოკუსს I და II ხაზებით. შემდეგ ორივე l_3 და l_4 მალეებს ვყოფთ ცალ-

ცალკე სამ თანასწორ ნაწილად და C-სთან მდებარე დაყოფის წერტილებზე ვაელებთ ვერტიკალებს. მარცხენა ვერტიკალის მონაკვეთი კოქის ღერძსა და I—ხაზს შორის, მსგავსი საძკუთხედების თანახმად იქნება:

$$l_1 = \frac{l_3'}{b_3 + b_4'} \left(b_4' + \frac{l_3}{3} \right)$$

მარჯვენა ვერტიკალის მონაკვეთი კი ღერძსა და II—ხაზს შორის:

$$l_2 = \frac{l_4'}{b_3 + b_4'} \left(b_4' - \frac{l_4}{3} \right)$$

ამათი ჯამი კი

$$l_1 + l_2 = \frac{l_3' \left(b_4' + \frac{l_3}{3} \right) + l_4' \left(b_4' - \frac{l_4}{3} \right)}{b_3 + b_4'}$$

შემდეგ, თუ F_3 -ის ვერტიკალზედ მოზომილ l_3 ს გავყოფთ სამ თანასწორ ნაწილად და ქვედა დაყოფის წერტილს შეუერთებთ B—საყრდენს, მაშინ ამ შემაერთებელ ხაზის გაგრძელებით C—წერტილის ვერტიკალზე მავილებთ l_0 —მონაკვეთს, რომელიც უდრის:

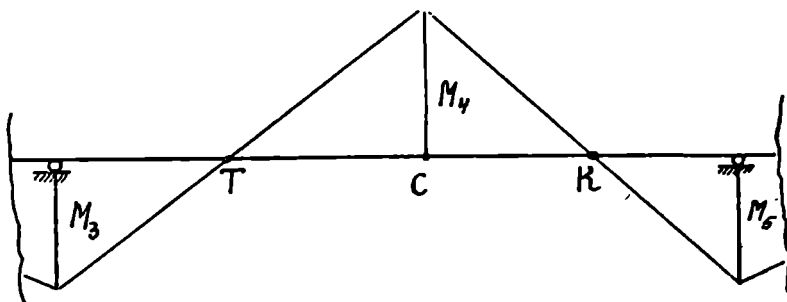
$$l_0 = \frac{l_3'}{3a_3} \cdot l_3$$

შეფარდება $l_1 + l_2$ —ჯამს l_0 -თან მოგვცემს:

$$\frac{l_1 + l_2}{l_0} = \frac{l_3' \left(b_4' + \frac{l_3}{3} \right) + l_4' \left(b_4' - \frac{l_4}{3} \right)}{\frac{(b_3 + b_4') l_3'}{3a_3}}$$

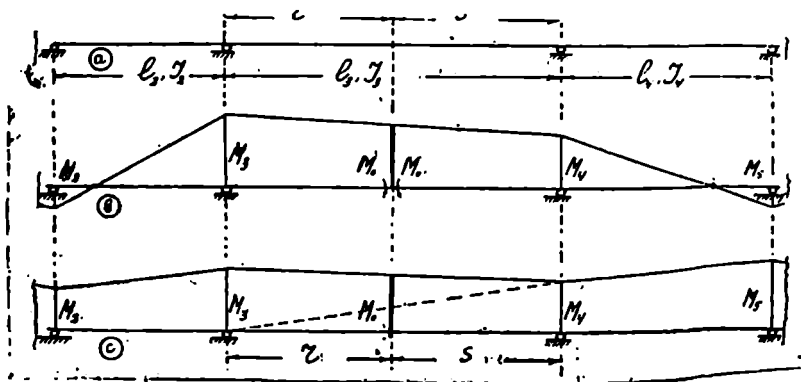
ე. ი. იმას, რასაც უდრის შეფარდება $\frac{M_3}{M_4}$. მაშასადამე, თუ $l_1 + l_2$ —ჯამს მოვზომავთ B—საყრდენის ვერტიკალზე (ქვემოთ) და მიღებულ B_1 —წერტილს შეუერთებთ C_1 -ს, მაშინ ეს B_1C_1 ხაზი გადიკვეთება კოქის ღერძთან T—წერტილში, რომელიც ფოკალური იქნება $\frac{M_3}{M_4}$ შეფარდებისათვის. ანალოგიურად მონახება K—ფოკალური წერტილი $\frac{M_6}{M_4}$ —შეფარდებისათვის. ამ T და K—წერტი-

ლების საშუალებით ადვილათ შევარჩევთ M_3 , M_4 და M_5 —საყრდენ მომენტების სასურველ მონაკვეთებს და ავაგებთ გავლენის ხაზისათვის საჭირო მღუნავ მომენტთა ეპიურას მთელი კოქის ფარგლებში (ნახ. 105).



ნახ. 105.

3) საყრდენებს შუა კვეთის მღუნავ მომენტისთვის (ნახ. 106 *a, b, c*). მღუნავ მომენტთა ეპიურის ზოგადი სახე ნაჩვენებია ნახ. 106 *ბ-ზე*. მის ასაგებად საკმარისია ვიციოდეს შეფარდება $M_3 : M_5$ -სთან, რომელსაც მოენახავთ იმ პირობით, რომ C -წერტილში ორივე შტოს ჩაზნეკა ერთი და იგივეა, ე. ი. $y_1 = y_2$



ნახ. 106.

ეს პირობა ანალიზურად შემდეგნაირად გამოისახება (ნახ. 106 c):

$$\left(\frac{M_2 l_2}{6EJ_2} + \frac{M_3 l_2}{3EJ_2}\right) r + \frac{M_0 r^2}{6EJ_3} + \frac{M_3 r^2}{3EJ_3} = \left(\frac{M_4 l_4}{6EJ_4} + \frac{M_4' l_4}{3EJ_4}\right) s + \frac{M_0 s^2}{6EJ_3} + \frac{M_4 s^2}{3EJ_3}$$

ანუ $6EJ_0$ -ზე გადამრავლების შემდეგ გვექნება:

$$M_2 l_2' r + 2M_3 l_2' r + 2M_0 r^2 + M_3 r^2 = M_4 s^2 + 2M_3 l_4' s + 2M_4 s^2 + M_0 s^2.$$

ანუ:

$$M_3 r^2 \left[2 + \frac{l_2}{r} \left(2 + \frac{M_2}{M_3} \right) \right] + M_0 r^2 = M_4 s^2 \left[2 + \frac{l_4}{s} \left(2 + \frac{M_4}{M_4'} \right) \right] + M_0 s^2.$$

საიდანაც:

$$M_3 r^2 K_r + M_0 r^2 = M_4 s^2 K_s' + M_0 s^2.$$

თუ ჩავსვამთ:

$$r = \frac{J_0}{J_2} r \text{ და } s = \frac{J_0}{J_2} s, \quad \frac{J_0}{J_3} \text{-ზე შეკვეცის შემდეგ გვექნება:}$$

$$M_3 r^2 K_r + M_0 r^2 = M_4 s^2 K_s' + M_0 s^2.$$

ანუ:

$$M_3 r^2 K_r - M_4 s^2 K_s' = M_0 (s^2 - r^2). \text{ მაგრამ } s + r = l_3, \text{ ამიტომ:}$$

$$M_3 r^2 K_r - M_4 s^2 K_s' = M_0 l_3 (s - r) \quad . (51)$$

სადაც K_r და K_s' არის ფიქტიური r და s —მალების შესაბამად მარცხენა და მარჯვენა საფოკუსო მანძილების შეფარდება. ამ ფოკუსებს ჩვენ ადვილათ მოვინახავთ ჩვეულებრივი წესით.

მეორე მხრივ საყრდენ მომენტთა ტრაპეციიდან გვაქვს

$$\frac{M_3}{l_3} s + \frac{M_4}{l_3} r = M_0$$

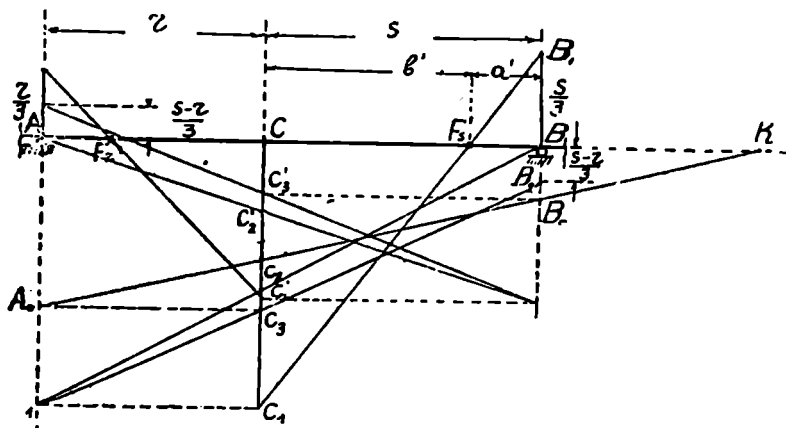
ანუ:

$$M_3 s + M_4 r = M_0 l_3 \quad . (52)$$

ამ ორ (51) და (52) განტოლებიდან კი:

$$\frac{M_3}{M_4} = \frac{s^2 K_s' + r(s-r)}{r^2 K_r - s(s-r)} \quad . (53)$$

ამ შეფარდების ფოკალურ წერტილს, შემდეგი გრაფიკული წესით მოენახავთ (ნახ. 107). B —საყრდენის ვერტიკალზე კოქის ღერძიდან ზევით, მოვზომავთ s —მონაკვეთს ან მის რაიმე ნაწილს, მა-



ნახ. 107.

გალითად $\frac{s}{3}$. მიღებულ B_1 —წერტილზე და F'_1 —ფოკუსზე გავყავს სწორი ხაზი, C -ზე გაეღებულ ვერტიკალის გადაკვეთამდე. რომელზედაც მივიღებთ CC_1 —მონაკვეთს. ეს მონაკვეთი

$$CC_1 = \frac{s}{3a'} \cdot b' \text{ ანუ } CC_1 = \frac{sK'_1}{3}$$

თუ ამ მონაკვეთს მოვზომავთ A —საყრდენის ვერტიკალზე, ე. ი. $AA_1 = CC_1$, და მიღებულ A_1 —წერტილს შეუერთებთ B —საყრდენს, C -ს ვერტიკალზე მივიღებთ ახალ CC_2 მონაკვეთს:

$$CC_2 = \frac{CC_1}{l_3} \cdot s \text{ ანუ, რადგანაც } CC_1 = \frac{sK'_1}{3},$$

$$CC_2 = \frac{s^2 K'_1}{3l_3}.$$

შემდეგ: B —საყრდენის ვერტიკალზე ქვემოთ მოვზომავთ მონაკვეთს $BB_1 = \frac{s-r}{3}$ და მიღებულ B_1 —წერტილს უბრებთ A_1 -ს. C -ს

ვერტიკალის მონაკვეთი A_1B და A_1B_2 — ხაზებს შუა C_2C_3 იქნება:

$$C_2C_3 = \frac{s-r}{3I_s} \cdot r$$

მთელი CC_3 — მონაკვეთი კი

$$CC_3 = CC_2 + C_2C_3$$

ანუ:

$$CC_3 = \frac{s^2K' + r(s-r)}{3I_s}$$

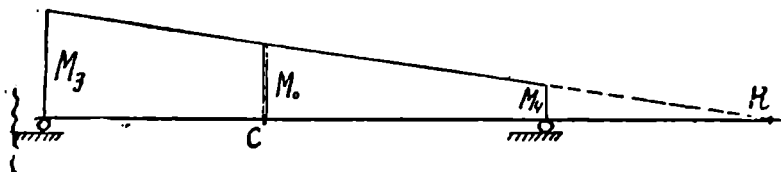
რაც წარმოადგენს (53) შეფარდების მრიცხველს გაყოფილს $3I_s$ -ზე. ანალოგიური აგებით მონახება CC'_3 — მონაკვეთი, რომელიც უდრის:

$$CC'_3 = \frac{r^2K_r - s(s-r)}{3I_s}$$

და წარმოადგენს შეფარდების მნიშვნელს გაყოფილის $3I_s$ -ზე. ამ მონაკვეთების შეფარდება იქნება:

$$\frac{CC_3}{CC'_3} = \frac{s^2K' + r(s-r)}{Kr^2 - s(s-r)}$$

ე. ი. იგივე რაც $\frac{M_3}{M_4}$ -ის შეფარდება; ამიტომ, შეფარდების ფოკალური წერტილის მოსანახად, CC_3 — მონაკვეთს მოვზომავთ მარცხენა საყრდენის ვერტიკალზე ქვემოთ ან ზემოთ, იმავე მხარეს B — საყრდენის ვერტიკალზე კი CC'_3 — მონაკვეთს. მიღებულ A_0 და B_0 — წერტილებს შევადარებთ სწორი ხაზით, რომლის გაგრძელება კოქის

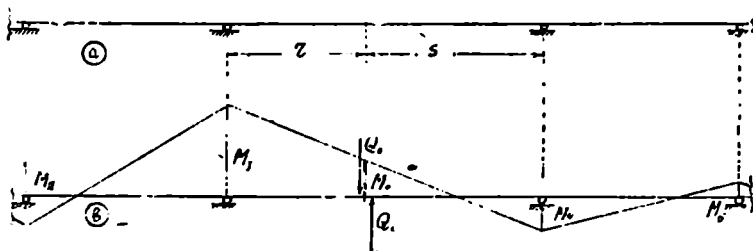


ნახ. 108.

ღერძთან შოგვეცემს საძიებელ K — ფოკალურ წერტილს. ამ წერტილის საშუალებით შევარჩევთ M_3 და M_4 საყრდენ მომენტებისთვის

სასურველ მონაკვეთებს და ავადებთ გარკვეულ მომენტთა ეპიურას (ნახ. 108).

4) გადამკრელ ძალისთვის (ნახ. 109). მლუნავ მომენტთა ეპიურას აქვს ნახ. 109 ბ ზე ნაჩვენები ზოგადი სახე. ეპიურ-



ნახ. 109.

რის ასაგებათ საკმარისია მოვნახოდ შეფარდება $M_3 : M_4$, რისთვისაც უნდა ვისარგებლოთ იმ პირობით, რომ C-კვეთში ორივე შტოს მობრუნების კუთხე ერთი და იგივეა, ე. ი. $\alpha_1 = -\alpha_2$. ეს პირობა მოგვცემს (ნახ. 106 რ):

$$\frac{M_2 l_2}{6EJ_2} + \frac{M_3 l_2}{3EJ_2} + \frac{M_3 + M_0}{2} \cdot \frac{r}{EJ_3} = -\frac{M_3 l_4}{6EJ_4} - \frac{M_4 l_4}{3EJ_4} - \frac{M_4 + M_0}{2} \cdot \frac{s}{EJ_3}$$

$6EJ_0$ ზე გამრავლების შემდეგ გვექნება:

$$M_2 l_2' + 2M_3 l_2' + 3M_3 r + 3M_0 r' = -M_3 l_4' - 2M_4 l_4' - 3s M_4' - 3M_0 s'$$

ან სხვანაირად:

$$M_2 r' \left[2 + \frac{l_2'}{r'} \left(2 + \frac{M_2}{M_2} \right) \right] + 3 M_3 r' + 3 M_0 r' = -M_4 s' \left[2 + \frac{l_4'}{s'} \left(2 + \frac{M_4}{M_4} \right) \right] - M_3 s' - 3 M_0 s'$$

ანუ

$$M_2 r' K_r + M_3 r' + 3 M_0 r' = -M_4 s' K_s - M_3 s' K - 3 M_0 s'$$

საიდანაც:

$$M_2 r' (K_r + 1) + M_4 s' (k_s + 1) = -3 M_0 (r' + s)$$

თუ შივილებთ მხედველობაში რომ:

$$r = \frac{J_0}{J_s} r, \quad s' = \frac{J_0}{J_s} s, \quad r' + s' = \frac{J_0}{J_s} l, \quad K_r + 1 = \frac{b}{a} + 1 = \\ = \frac{b+a}{a} = \frac{r}{a} \quad \text{და} \quad K'_s + 1 = \frac{s}{a'}$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$M_3 \frac{r^2}{a} + M_4 \frac{s^2}{a'} = -3 M_0 l_3 \quad (54)$$

მეორეს მხრივ, საყრდენ მომენტთა ტრაპეციიდან გვაქვს:

$$M_3 s + M_4 r = M_0 l_3 \quad (55)$$

ამ ორ (54) და (55) განტოლებიდან კი:

$$\frac{M_3}{M_4} = -\frac{r + \frac{s^2}{3a'}}{s + \frac{r^2}{3a}} \quad (56)$$

ამ შეფარდების ფოკალურ წერტილს შემდეგნაირად მოვნახავთ (ნახ. 110):

B —საყრდენიდან კოქის ღერძზე მარჯვნივ მოვზომავთ a' —საფოკუსო მანძილს და მიღებულ B_1 —წერტილიდან ვერტიკალურად მოვზომავთ $\frac{s}{3}$ —სიღიდეს. B_2 წერტილს უერთებთ B —საყრდენს და

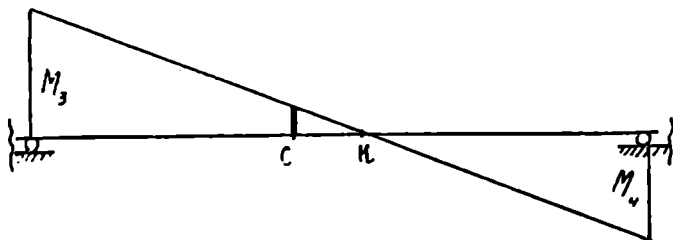
ამ შემაერთებელ ხაზს განვაგძობთ C -ს ვერტიკალამდე, რომელზედაც შივილებთ CC_1 —მონაკვეთს. ზილებული მონაკვეთი

$$CC_1 = \frac{s^2}{3a'}$$

თუ ან მონაკვეთს მოვზომავთ კოქის ღერძზე C —წერტილიდან მარჯვნივ, მაშინ მონაკვეთი AC_2 იქნება:

$$AC_2 = AC + CC_2 = r + \frac{s^2}{3a'}$$

ფოკალურ K —წერტილში. ამ წერტილის საშუალებით შევარჩევთ გარკვეულ ნაბაზისთვის M_3 და M_4 სასურველ მონაკვეთებს და ავაგებთ მომენტთა ეპიურას (ნახ. 111).



ნახ. 111.

გავლენის ხაზისათვის თოკის მრავალგვერდის აგებისას, C —კვეთთან იგი უნდა შესწყდეს, ისე რომ მარჯვენა შტოს პირველი სხივო იყვეს პარალელური მარცხენა შტოს უკანასკნელის. ამას მოითხოვს დრეკადი ხაზის დახრის კუთხეების ტოლიბა.

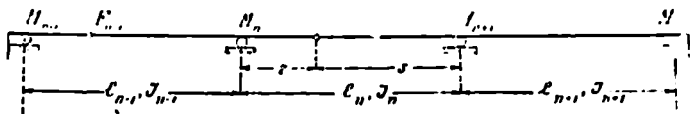
§ 18. უხრელი კოხის ანგარიში, როდესაც რომელიმე შუა მალში მოთავსებულია სახსარი

დაუშვათ რომ სახსარი მოთავსებულია n —მალში. ამ მალის მარცხნივ მდებარე მალეების მარცხენა ფოკუსებზე სახსარი არავითარ გავლენას არ ახდენს, და ისინი მოინახება ზემოთ აღწერილ წესით. მხოლოდ მარჯვნივ მდებარე მალეების მარცხენა ფოკუსების მდებარეობა კი დამოკიდებულია სახსარზე. მათ მოსანახათ საკმარისია გამოვარკიოთ $n + 1$ —მალის მარცხენა ფოკუსი, რადგანაც მისი საშუალებით დანარჩენ მარჯვნივ მდებარე მალეების ფოკუსებს ჩვეულებრივი წესით მოვნახავთ. ამ საკირო ფოკუსის მოსანახად გამოვიყუთ $n - 1$, n და $n + 1$ მალეები და ვისარგებლოთ იმ პირობით, რომ სახსარში ორივე (მარცხენა და მარჯვენა) შტოს ჩაზნექა უნდა იყვეს ერთი და იგივე. თუ ამ მალეების საყრდენ მომენტებს, როგორც ჩვეულებრივ, ვიგულისხმებთ დადებითს, მაშინ ეს პირობა მოგვცემს (ნახ. 112):

$$\left(\frac{M_{n-1} l_{n-1}}{6EJ_{n-1}} + \frac{M_n l_{n-1}}{3EJ_{n-1}} \right) r + \frac{M_n r^2}{3EJ_n} = \left(\frac{M_{n+2} l_{n+1}}{6EJ_{n+1}} + \frac{M_{n+1} l_{n+1}}{3EJ_{n+1}} \right) s + \frac{M_{n+1} s^2}{3EJ_n}.$$

ანუ $6EJ_0$ -ზე გადაამრავლებს და ზემოთ მიღებულ დაყვანილ მალების აღნიშვნის შექმნა:

$$(M_{n-1} l'_{n-1} + 2M_n l'_{n-1}) r + 2M_n r r' = (M_{n+1} l'_{n+1} + 2M_{n+1} l'_{n+1}) s + 2M_{n+1} s s'$$



ნახ. 112.

ამ განტოლების მარცხენა მხარეს გამოვიტანოთ ფრჩხილებს გარეთ. $M_n r r'$ და მარჯვენას კი $-M_{n+1} s s'$. გვექნება:

$$M_n r r' \left[2 + \frac{l'_{n-1}}{r'} \left(2 + \frac{M_{n-1}}{M_n} \right) \right] = M_{n+1} s s' \left[2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 + \frac{M_{n+1}}{M_{n+1}} \right) \right].$$

მაგრამ

$$\frac{M_{n-1}}{M_n} = -\frac{1}{K_{n-1}},$$

რის გამო:

$$M_n r r' \left[2 + \frac{l'_{n-1}}{r'} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right] = M_{n+1} s s' \left[2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 + \frac{M_{n+1}}{M_{n+1}} \right) \right]$$

თუ სახსრის ქვეშ წარმოვიდგენთ საყრდენს, მაშინ n -მალის მარჯვენა r -ნაწილისათვის, როგორც სრულუფლებიან მალისათვის, სი... დიდე:

$$2 + \frac{l'_{n-1}}{r'} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) = K_r,$$

ე. ი. მის მარცხენა საფოკუსო მანძილების შეუარდებას, რომელსაც ადვილათ გამოვთვლით და თვით ფოკუსსაც ადვილათ მოვინახავთ, მეტადრე გრაფიკული წესით. ამის გამო:

$$M_n r r' K_r = M_{n+1} s s' \left[2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 + \frac{M_{n+1}}{M_{n+1}} \right) \right]$$

გვეყვით ეს განტოლება $M_{n+1} s s' - ზე$. მაშინ:

$$\frac{M_n}{M_{n+1}} \frac{r r'}{s s'} K_r = 2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 + \frac{M_{n+2}}{M_{n+1}} \right).$$

მაგრამ

$$\frac{M_n}{M_{n+1}} = - \frac{r}{s},$$

ამიტომ

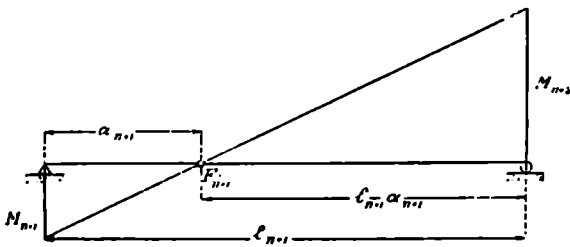
$$- \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r = 2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 + \frac{M_{n+2}}{M_{n+1}} \right);$$

აქედან კი:

$$\frac{M_{n+2}}{M_{n+1}} = - \left[2 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r \right) \right],$$

რაც გვიჩვენებს იმასვე, რასაც ჩვეულებრივი (უსახსრო) უპრელი კოქის დაუტვირთავი მალის საყრდენ მომენტების შეფარდება. მაგრამ მეორე მხრივ, ასეთი შედეგის მიხედვით აგებული მლუნავ მომენტთა ეპიურა მოგვეცემს (ნახ. 113):

$$\frac{M_{n+2}}{M_{n+1}} = \frac{l_{n+1} - a_{n+1}}{a_{n+1}},$$



, ნახ. 113.

რის გამო:

$$\frac{l_{n+1} - a_{n+1}}{a_{n+1}} = 2 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r \right),$$

საიდანაც:

$$a_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r \right)} \quad (57)$$

f_r წერტილზე და C —სახსარზე გაგვეყავს სწორი ხაზი B საყრდენის ვერტიკალამდე, სადაც მივიღებთ BB_1 მონაკვეთს, რომელიც $f_r f_r C$ და $BB_1 C$ —სამკუთხედების მსგავსობის გამო, უდრის:

$$BB_1 = \frac{ss'a}{rb},$$

აქუ, რადგანაც

$$\frac{b}{a} = K_r \text{ და } \frac{a}{b} = \frac{1}{K_r}, \quad BB_1 = \frac{ss'}{rK_r};$$

A —საყრდენის ვერტიკალზე მოვზომავთ AA_1 მონაკვეთს, რომელიც უდრის BB_1 -ს, ე. ი.

$$AA_1 = BB_1 = \frac{ss'}{rK_r};$$

A_1 —წერტილზე და C —სახსარზე გაგვეყავს სწორი ხაზი B —საყრდენის ვერტიკალამდე, სადაც მივიღებთ BB_2 —მონაკვეთს, რომელიც, $AA_1 C$ და $BB_2 C$ მსგავსი სამკუთხედებიდან იქნება:

$$BB_2 = \frac{AA_1}{r} \cdot s = \frac{s^2 s'}{r^2 K_r};$$

შემდეგ, C —სახსარის ვერტიკალზე ზემოთ მოვზომავთ CC_2 —მონაკვეთის სახით r —სიდიდეს (ან მის ნაწილს) იმავე მასშტაბით, რომელსაც s' -სათვის მივიღებთ; B_2 და C_2 —წერტილებს ვაერთებთ სწორი ხაზით, რომელსაც ვაგრძელებთ კოქის ღერძამდე, სადაც მივიღებთ K —წერტილს. რადგანაც ΔKCC_2 და ΔKBB_2 შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\frac{KC}{KB} = \frac{CC_2}{BB_2};$$

ანუ, რადგანაც

$$CC_2 = r \text{ და } BB_2 = \frac{s^2 s'}{r^2 K_r}, \quad \frac{KC}{KB} = \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r \quad (58)$$

შემდეგში, K —წერტილი შეასრულებ ჩვეულებრივი (უსახსრო) კოქის რომელიმე მალის მარცხენა ფოკუსისათვის საჭირო, წინ მდებარე მალის მარცხენა ფოკუსის როლს, და დანარჩენი გრაფიკული აგება იგივეა, რაც ჩვეულებრივი კოქის შემთხვევაში. სახელდობრ, s და l_{n+1} —მალებს, ცალ-ცალკე ვყოფთ სამ-

სამ თანასწორ ნაწილებად; მათ საერთო B -საყრდენთან მდებარე დაყოფის წერტილებიდან ვერტიკალურათ და სხვადასხვა მხარეს მოვზომავთ ნებისმიერი მასშტაბით: მარცხნივ $\frac{l'_{n+1}}{3}$, მარჯვნივ $\frac{s'}{3}$ (ან l'_{n+1} და s' -ის სხვა რაიმე ნაწილებს აგრეთვე იმ მოსახრებით, რომ გარკვეული ნახაზი მივიღოთ) DD_1 და EE_1 —მონაკვეთების სახით; K —წერტილს (ფიქტიურ მარცხენა ფოკუსს) და მარცხენა მონაკვეთის D_1 —წერტილს ვაერთებთ სწორი ხაზით, რომელსაც ვაგრძელებთ B —საყრდენის ვერტიკალამდე, სადაც მივიღებთ B_3 —წერტილს. ამ უკანასკნელზე და მარჯვენა მონაკვეთის E_1 —წერტილზე გავლებული B_3E_1 წორი ხაზი, კოქის ღერძს საძიებელ F_{n+1} მარცხენა ფოკუსში გადაჰყვით. დავამტკიცოთ რომ:

$$BF_{n+1} = a_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r \right)}$$

რადგანაც

$$\Delta EF_{n+1}E_1 \text{ ო } \Delta BF_{n+1}B_3,$$

ამიტომ:

$$\frac{EF_{n+1}}{BF_{n+1}} = \frac{EE_1}{BB_3},$$

ანუ, რადგანაც:

$$EF_{n+1} = BE - BF_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{3} - BF_{n+1} \text{ და } EE_1 = \frac{s'}{3}, \text{ გვქონება:}$$

$$\frac{\frac{l_{n+1}}{3} - BF_{n+1}}{BF_{n+1}} = \frac{\frac{s'}{3}}{BB_3}$$

აქედან:

$$\frac{l_{n+1} - 3BF_{n+1}}{BF_{n+1}} = \frac{s'}{BB_3}$$

ანუ

$$\frac{l_{n+1}}{BF_{n+1}} - 3 = \frac{s'}{BB_3},$$

საიდანაც:

$$BF_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{BB_3}}. \quad (59)$$

შემდეგ, ΔBB_3K თ ΔDD_1K , რის გამო:

$$\frac{BB_3}{DD_1} = \frac{KB}{KD},$$

ანუ, რადგანაც:

$$DD_1 = \frac{l_{n+1}}{3} \text{ და } KD = KB - BD = KB - \frac{s}{3},$$

$$\frac{BB_3}{\frac{l'_{n+1}}{3}} = \frac{KB}{KB - \frac{s}{3}} \text{ ანუ } \frac{BB_3}{l'_{n+1}} = \frac{KB}{3KB - s}$$

აქედან

$$BB_3 = l_{n+1} \cdot \frac{KB}{3KB - s}.$$

თუ ამას ჩავსვამთ (59) ფორმულაში, მაშინ:

$$\begin{aligned} BF_{n+1} &= \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \cdot \frac{3KB - s}{KB}} = \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \cdot \frac{2KB + KB - s}{KB}} \\ &= \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{KB - s}{KB} \right)}, \end{aligned}$$

მაგრამ $KB - s = KC$,

ამის გამო:

$$BF_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{KC}{KB} \right)};$$

ანუ, რადგანაც:

$$\frac{KC}{KB} = \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r, \quad BF_{n+1} = \frac{l_{n+1}}{3 + \frac{s'}{l'_{n+1}} \left(2 + \frac{r^2 r'}{s^2 s'} K_r \right)}.$$

ე. ი.

$$BF_{n+1} = a_{n+1} \text{ და } F_{n+1}$$

ნამდვილათ $n + 1$ -მალის მარცხენა ფოკუსი ყოფილა.

ნახმათ, მესამე K —წვეროდან მოპირდაპირე K_1K_2 —გვერდზე დაშვებულ პერპენდიკულიარმაკ აუცილებლათ D_1 —წერტილში უნდა გაიაროს. ანუ, შებრუნებით, D_1 —წერტილიდან K_1K_2 -ზე დაშვებული D_1B_3 პერპენდიკულიარი უსათუოთ K —წერტილში გაივლის. ამ რიგად მოენახავთ, B_3 —წერტილს და მის საშუალებით კი F_{n+1} —ფოკუსს.

რაც შეეხება მარჯვენა ფოკუსებს, მათთვის მსჯელობა სრულიად ანალოგიურია. სახელდობრ, სახსრიან მალის მარჯვნივ მდებარე მალეების მარჯვენა ფოკუსები მოინახება, როგორც ჩვეულებრივი უქრელი კოქისათვის, რადგანაც მათი მდებარეობა დამოკიდებულია კოქის მარჯვენა ბოლოს დამაგრების გვარზე. სახსრიან მალის მარცხნივ მდებარე მალეების მარჯვენა ფოკუსები კი, რასაკვირველია, დამოკიდებული იქნება სახსარზე, და მათ მოსანახად საკმარისია მოენახოთ სახსრიან მალთან მარცხნივ მეზობლათ მდებარე მალის მარჯვენა F'_{n-1} —ფოკუსი. ამ ფოკუსს მოენახავთ იმავე მოსაზრებით, რისაც F_{n+1} —ფოკუსი მოენახეთ. სახელდობრ, სახსარში კოქის ორივე შტოს წერტილების ჩაზნექა უნდა იყვეს ერთი და იგივე. აქედან ამ ფოკუსისათვის მივიღებთ:

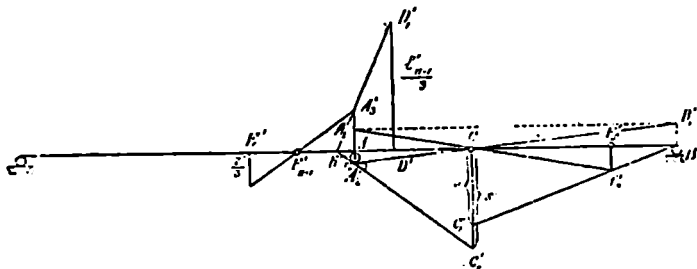
$$d'_{n-1} = \frac{l'_{n-1}}{3 + \frac{r'}{l'_{n-1}} \left(2 + \frac{s^2 s'}{r'^2 r'} K' \right)},$$

სადაც K' , არის s —ნაწილის, როგორც წარმოდგენით მთლიანი მალის (რომლის მარცხენა C —საყრდენი სახსროვანია), მარჯვენა F_s —ფოკუსის მანძილების შეფარდება ე. ი. $K' = \frac{b'}{a'}$. F_s ფოკუსს და K' , ს მოენახავთ (როგორც ანალიზურად ისე გრაფიკულად), ჩვეულებრივი კოქის მარჯვენა ფოკუსებისათვის, ზემოთ აღწერილ ფორმულებით და ხერხით. F_s —ფოკუსის საშუალებით F'_{n-1} —ფოკუსის გრაფიკული მონახვა ნაჩვენებია ნახ. 117-ზე. ფოკუსების მონახვის შემდეგ სახსრიან უქრელი კოქის ანგარიში, მანამდის ტვირთი მოთავსებულია სახსრიან მალის გარეშე, არაფრით არ განსხვავდება ჩვეულებრივი (უსახსრო) კოქის ანგარიშისაგან.

მაგალითად, ხუთ მალიან კოქისათვის, სადაც სახსარი C მოთავსებულია მეორე მალში და ტვირთი კი—მეოთხეში, მლუნავ მომენტთა ეპიურის დაახლოებებითი სახე ნაჩვენებია ნახ. 118-ზე.

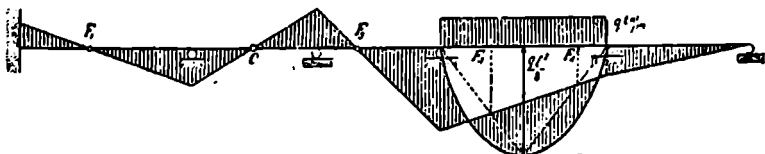
განვიხილოთ ის შემთხვევა, როდესაც დატვირთულია (ნებისმიერათ) სახსრიანი მალი. დაუშვათ, რომ სახსარი მოთავსებულია

11—მალში. გამოვყოთ თვით ეს, და მასთან მარცხნივ და ნარჯვნივ მეზობლად, მდებარე $n-1$ და $n+1$ მალეები და გამოვარკვიოთ



ნახ. 117.

მისი საყრდენი მომენტები (ნახ. 119) M_n და M_{n+1} . მლუნავ მომენტთა ეპიურა ამ სამი მალის ფარგლებში დაახლოევით ნახაზზე ნაჩვენები სახის იქნება.



ნახ. 118

საძიებელი საყრდენი მომენტების მოსანახად, აქაც ვისარგებლოთ სახსარში ორივე შტოს წერტილების ჩაზნექის ტოლობით. თუ ეპიურაზე ნაჩვენები საყრდენ მომენტების ნიშნებს მხედველობაში მივიღებთ და ქვევით ჩაზნექას დადებითს, მაშინ ეს პირობა მოგვცემს (ნახ. 119):

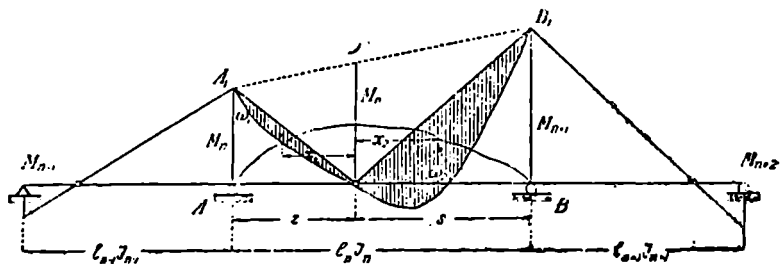
$$\left(-\frac{M_{n-1} l_{n-1}}{6EJ_{n-1}} + \frac{M_n l_{n-1}}{3EJ_{n-1}} \right) r + \frac{M_n r^2}{3EJ_r} - \frac{\omega_1 x_1}{EJ_r} =$$

$$= \left(-\frac{M_{n+1} l_{n+1}}{6EJ_{n+1}} + \frac{M_{n+1} l_{n+1}}{3EJ_{n+1}} \right) s + \frac{M_{n+1} s^2}{3EJ_s} - \frac{\omega_2 x_2}{EJ_s}$$

მიღებული განტოლება რომ $6EJ_0$ -ზე გავამრავლო გვექნება:

$$(-M_{n-1} l'_{n-1} + M_n l'_{n-1}) r + 2M_n r r' - 6 \frac{J_0}{J_r} \omega_1 x_1 =$$

$$= (-M_{n+1} l'_{n+1} + 2M_{n+1} l'_{n+1}) s + 2M_{n+1} s s' - 6 \frac{J_0}{J_s} \omega_2 x_2$$



ნახ. 119.

განტოლების ორივე მხარის პირველი ორი წევრიდან, ფრჩხილებს გარეთ გამოვიტანოთ შესაბამისად $M_n r r'$ და $M_{n+1} s s'$ მაშინ:

$$M_n r r' \left\{ 2 + \frac{l'_{n-1}}{r'} \left(2 - \frac{M_{n-1}}{M_n} \right) \right\} - 6 \frac{J_0}{J_r} \omega_1 x_1 =$$

$$= M_{n+1} s s' \left\{ 2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 - \frac{M_{n+2}}{M_{n+1}} \right) \right\} - 6 \frac{J_0}{J_s} \omega_2 x_2.$$

მაგრამ:

$$\frac{M_{n-1}}{M_n} = \frac{1}{K_{n-1}}$$

და

$$\frac{M_{n+2}}{M_{n+1}} = \frac{1}{K'_{n+1}},$$

ამიტომ:

$$2 + \frac{l'_{n-1}}{r'} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) = K_r$$

და

$$2 + \frac{l'_{n+1}}{s'} \left(2 - \frac{1}{K'_{n+1}} \right) = K'_s.$$

ამის გამო, ჩაზნექის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$M_n r r' K_r - 6 \frac{J_0}{J_r} \omega_1 x_1 = M_{n+1} s s' K'_s - 6 \frac{J_0}{J_s} \omega_2 x_2;$$

გარდა ამისა:

$$\omega_1 x_1 = -\frac{\omega_1 x_1}{r} \cdot r = A'_r \cdot r$$

და

$$\omega_2 x_2 = -\frac{\omega_2 x_2}{s} \cdot s = B'_s \cdot s,$$

მადაც A'_r და B'_s , r და s ნაწილების (როგორც სრულფლებიან მალე-ბის), სათანადოთ მარცხენა (ω_1 -ით გამოწვეული) და მარჯვენა (ω_2 -თი გამოწვეული) ფიქტიური რეაქციებია. ამიტომ:

$$M_n r' K_r - 6A'_r r' = M_{n+1} s s' K'_s - 6B'_s s';$$

მაგრამ ამავე ნაწილებისათვის, თუ მხედველობაში მივიღებთ რომ სახსართან მათი საყრდენები სახსროვანია (რის გამო სათანადო საყრდენი მომენტები ნულის ტოლია), ზემოთ მიღებულ, დატვირთულ მალის საყრდენ მომენტების განტოლება მოგვეცემს:

$$m_r r K_r = + 6A'$$

და

$$m_s s K'_s = + 6B'$$

ანუ პირველის r' და მეორესი s' -ზე გადამრავლების შემდეგ:

$$m_r r' K_r = + 6A' r'$$

და

$$m_s s s' K'_s = + 6B' s'.$$

ამ რიგათ ჩაზნექის განტოლება საბოლოოდ შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$M_n r' K_r - m_r r' K_r = M_{n+1} s s' K'_s - m_s s s' K'_s,$$

ანუ

$$(M_n - m_r) r' K_r = (M_{n+1} - m_s) s s' K'_s.$$

საიდანაც:

$$\frac{M_n - m_r}{M_{n+1} - m_s} = \frac{s s' K'_s}{r' K_r} \quad (60)$$

ესაა პირველი განტოლება, საყრდენ მომენტების ანალიზური ამოხ-სნისათვის. მეორე საჭირო განტოლებას მოვნახავთ იმ მოსაზრებით, რომ საყრდენ მომენტთა ეპიურის (ტრაპეცია AA_1B_1B) ორდინატო სახსარში, აუცილებლათ ძირითად ეპიურის ორდინატს უნდა უდ-

რიდეს, ე. ი. M_0 -ს. თუ გავატარებთ ტრაპეციის ერთ-ერთ დიაგონალს, მაგალითად A_1B -ს (119 ნახაზზე ნაჩვენები არ არის), მაშინ ეს დებულება შემდეგნაირათ გამოისახება:

$$\frac{M_n}{l} \cdot s + \frac{M_{n+1}}{l} \cdot r = M_0,$$

ანუ

$$M_n s + M_{n+1} r = M_0 l;$$

მაგრამ რადგანაც

$$l = r + s,$$

ამიტომ:

$$M_n s + M_{n+1} r = M_0 r + M_0 s.$$

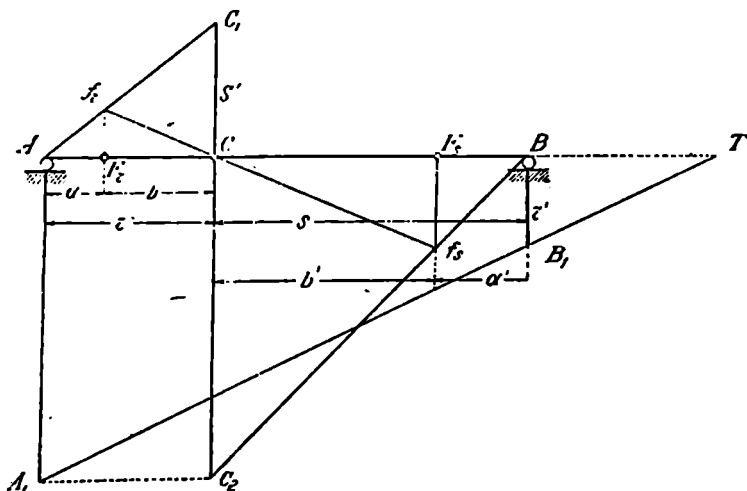
აქედან:

$$(M_n - M_0) s + (M_{n+1} - M_0) r = 0,$$

ანუ საბოლოოდ:

$$\frac{M_n - M_0}{M_{n+1} - M_0} = -\frac{r}{s} \quad (61)$$

თუ ვისარგებლებთ პირველი (60) განტოლებით, საყრდენ მოშენებებს ადვილათ მოვნახავთ შემდეგი გრაფიკული წესით (ნახ. 120): სახსრის ვერტიკალზედ მოეზომავთ s' (ან მის ნაწილს) მონაკვეთს



ნახ. 120.

CC_1 -ის სახით. C_1 —წერტილს უერთებთ A —საყრდენს. ამ AC_1 ხაზით მარცხენა F_r —ფოკუსის ვერტიკალზედ მოღებული მონაკვეთი:

$$f_r F_r = \frac{s'}{r} \cdot a.$$

f_r —წერტილს უერთებთ C —სახსარს სწორი ხაზით, რომელსაც ვაგრძელებთ მარჯვენა F_s —ფოკუსის ვერტიკალამდე, რომლის მონაკვეთი:

$$F_s f_s = \frac{F_r f_r}{b} \cdot b'$$

ანუ, რადგანაც:

$$F_r f_r = \frac{s'a}{r}, \quad F_s f_s = \frac{s'ab'}{rb};$$

შემდეგ f_s უერთებთ B —საყრდენს და ამ ხაზის გაგრძელება l სახსრის ვერტიკალამდე, უკანასკნელზე მოგვეცემს CC_2 —მონაკვეთს, რომელიც უდრის:

$$CC_2 = \frac{F_s f_s}{a'} \cdot s$$

ანუ, $F_s f_s$ -ის მნიშვნელობის ჩასმით:

$$CC_2 = \frac{ss'ab'}{rba'}$$

ამ უკანასკნელ მონაკვეთს მოვზომავთ A —საყრდენის ვერტიკალზე, სახელდობრ:

$$AA_1 = CC_2 = \frac{ss'ab'}{rba'};$$

B —საყრდენის ვერტიკალზე კი— r' (ან მის ისეთივე ნაწილს, რაც მიღებული იქნება დასაწყისში s' -სათვის), ე. ი.

$$BB_1 = r'.$$

A_1 და B_1 —წერტილების შემაერთებელ ხაზის, კოქის ღერძამდე ვაგრძელებთ (T —წერტილი), მივიღებთ ორ მსგავს სამკუთხედს, სახელდობრ:

$$\Delta AA_1 T \text{ ო } \Delta BB_1 T$$

ამ სამკუთხედებიდან კი:

$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{AT}{BT},$$

თუ ჩავსვამთ AA_1 და BB_1 -ის მნიშვნელობებს გვექნება:

$$\frac{ss'ab'}{rr'ba'} = \frac{AT}{BT};$$

ანუ საბოლოოდ, თუ მხედველობაში მივიღებთ რომ:

$$\frac{b}{a} = K_r \text{ და } \frac{b'}{a'} = K'_r, \quad \frac{ss'K'_r}{rr'K_r} = \frac{AT}{BT}$$

ასეთი შედეგის გამო (60) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{M_n - m_r}{M_{n+1} - m_s} = \frac{AT}{BT},$$

და საყრდენი მომენტები შემდეგი წესით შოინახება: არ ვაქცევთ რა ყურადღებას C —სახსარს, მთლიან $r + s$ —მალისათვის, როგორც თავისუფალი მდებარე კოქისათვის ვაგებთ მლუნავ მომენტთა ანუ ძირითად ეპიურას, რომელზედაც ვერტიკალურათ ვაგეგმილებთ C —სახსარს (ნახ. 121). უკანასკნელის C_0 გეგმილს უერთებთ A და B —საყრდენებს; მიღებულ AC_0B —სამკუთხედის გარეშე დარჩენილი ძირითად ეპიურის ნაწილი წარმოგვიდგენს მალის r და s —ნაწილების, როგორც აგრეთვე თავისუფლათ მდებარე კოქების, შესაბამ მომენტთა ეპიურებს. ამ ეპიურების და F_r და F_s —ფოკუსების საშუალებით, ზემოთ აღწერილ წესით, მოვინახავთ m_r და m_s საყრდენ მომენტებს. ამათ ბოლოების შემაერთებელ ხაზის გაგრძელებაზე, ვერტიკალურათ დავაგეგმილებთ T —წერტილს. T_0 —გეგმილიდან სახსრის C_0 —გეგმილზე ვავლებთ სწორ ხაზს, რომელიც A და B —საყრდენების ვერტიკალებზედ მოგვიკვეთავს საძიებელ M_n და M_{n+1} საყრდენ მომენტებს.

მერთლაც, (ნახ. 121) დაუშვათ რომ:

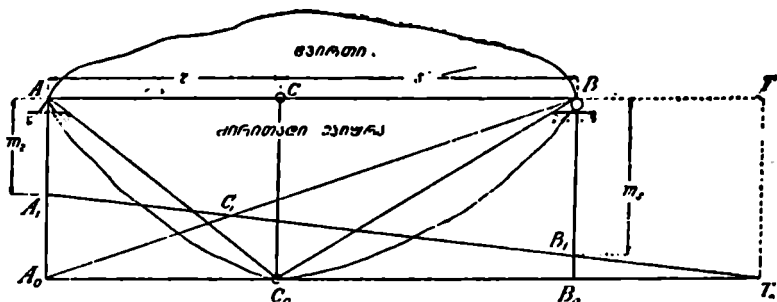
$$AA_1 = m_r \text{ და } BB_1 = m_s,$$

მაშინ $A_0T_0A_1$ და $B_0T_0B_1$ მსგავს სამკუთხედებიდან შეგვიძლია დავსწეროთ:

$$\frac{A_0A_1}{B_0B_1} = \frac{AT}{BT}.$$

მაგრამ მეორე მხრივ, გარდაქმნილი პირველი განტოლება გვაძლევს:

$$\frac{M_n - m_r}{M_{n+1} - m_s} = \frac{AT}{BT};$$



ნახ. 121.

ამის გამო:

$$\frac{A_0A_1}{B_0B_1} = \frac{M_n - m_r}{M_{n+1} - m_s} \quad \dots (61)$$

ნახაზიდან კი:

$$A_0A_1 = A_0A - AA_1 \text{ და } B_0B_1 = B_0B - BB_1$$

ანუ რადგანაც

$$AA_1 = m_r \text{ და } BB_1 = m_s,$$

ამიტომ:

$$A_0A_1 = A_0A - m_r$$

და

$$B_0B_1 = B_0B - m_s,$$

რის გამო (61) განტოლება მოგვცემს:

$$\frac{A_0A - m_r}{B_0B - m_s} = \frac{M_n - m_r}{M_{n+1} - m_s}.$$

შემდეგ, თუ AA_0B_0B ტრაპეციაში გავავლებთ ერთ-ერთ დიაგონალს, მაგალითად, A_0B -ს, მაშინ მონაკვეთი CC_0 , რომელიც უდრის M_0 -ს, შეგვიძლია გამოვსახოთ AA_0 და BB_0 - მონაკვეთების საშუალებით:

$$CC_0 = CC_1 + C_1C_0;$$

შეგრამ:

$$CC_1 = \frac{AA_0}{AB} \cdot BC$$

და

$$C_1C_0 = \frac{BB_0}{AB} \cdot AC;$$

რის გამო:

$$CC_0 = \frac{AA_0 \cdot BC + BB_0 \cdot AC}{AB},$$

ანუ, თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ:

$$CC_0 = M_0, BC = s, AC = r$$

და

$$AB = r + s,$$

შაშინ:

$$M_0 = \frac{AA_0 \cdot s + BB_0 r}{r + s},$$

ანუ

$$M_0(r + s) = AA_0 \cdot s + BB_0 \cdot r$$

ანუ

$$(AA_0 - M_0)s + (BB_0 - M_0)r = 0,$$

საიდანაც

$$\frac{AA_0 - M_0}{BB_0 - M_0} = -\frac{r}{s}.$$

შეგრამ (61) განტოლება გვაძლევს:

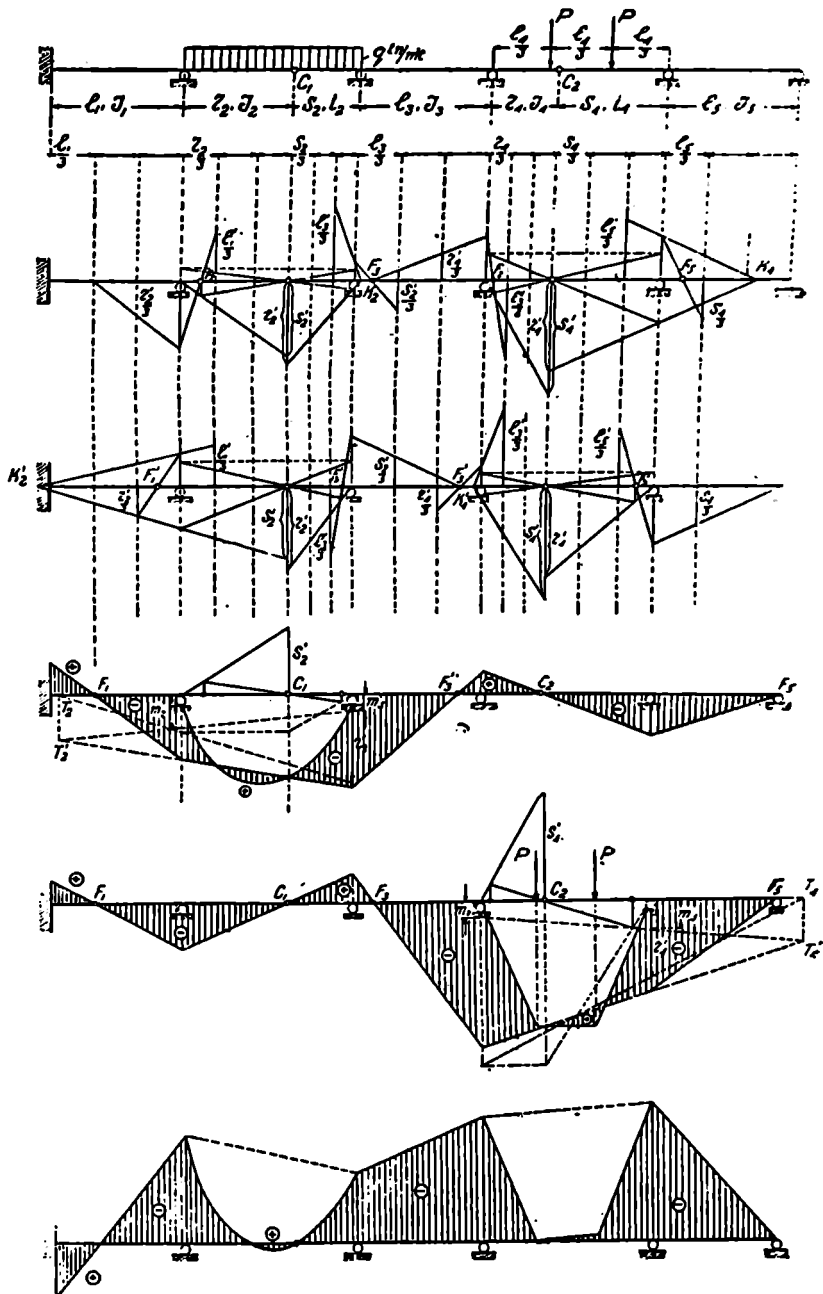
$$\frac{M_n - M_0}{M_{n+1} - M_0} = -\frac{r}{s};$$

ამის გამო:

$$\frac{AA_0 - M_0}{BB_0 - M_0} = \frac{M_n - M_0}{M_{n+1} - M_0};$$

როგორც ვხედავთ, AA_0 და BB_0 -- მონაკვეთები აკმაყოფილებენ საყრდენ მომენტების ორივე სხვადასხვა სახის განტოლებას, რაც შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როდესაც:

$$AA_0 = M_n \text{ და } BB_0 = M_{n+1}.$$



დასასრულს ნახ. 122-ზე მოყვანილია ხუთ მალიანი და ორ სახსრიანი უქრელი კოკის ანგარიში. რომ ნახაზი არ დაიჩრდილოს, ჯერ მონახულია მარცხენა ფოკუსები, შემდეგ მარჯვენა. ფოკუსების საშუალებით აგებულია მლუნავ მომენტთა კერძო ეპიურები და ზოლოს შეჯამებული სრული ეპიურა. გადამქრელ ძალთა ეპიურა არაა აგებული, რადგანაც იგი აიგება სრული მლუნავ მომენტთა ეპიურის საშუალებით იმნაირადვე, როგორც ჩყეულებრივი (უსახსრო) კოკის შემთხვევაში (იხ. ნახ. 90).

შ ი ნ ა ა რ ს ი

წინასიტყვაობა	I
შესავალი	1

თ ა ვ ი I

უბრალო და გერბერის კოქების ანგარიში

წ	1. ზოგადი ცნებანი	5
წ	2. უბრალო კოქების გავლენის ხაზები ძალის უშუალო გაცემისას	8
წ	3. ერთი ბოლოთი ხისტად დამაგრებული კოქი	22
წ	4. დახრილ რეაქციებიანი კოქი	25
წ	5. გერბერის კოქი	29
წ	6. ტეხილღერძიანი კოქის გავლენის ხაზები	39
წ	7. გავლენის ხაზების აგება ძალის კვანძოვანი გადაცემის დროს	48
წ	8. დეფორმაციის გავლენის ხაზები	53
წ	9. კოქზე მოძრაობს წყვილძალი $M=1$	60
წ	10. კოქზე მოძრაობს ზოლი $Q=1$	62
წ	11. გავლენის ხაზების აგება კინემატიკური წესით	69
წ	12. მოძრავი დატვირთვათა სისტემის ანუ მატარებლის საშიში მდებარეობა	77
წ	13. ფაქტორის სიდიდის გამოთვლა	100

თ ა ვ ი II

უქრელი კოქი

წ	14. საყრდენ მომენტების მოძებნა ფოკუსების მეთოდით	107
წ	15. მღუნავ მომენტთა და გადამქრ ძალთა ეპიზორების აგება მთელი უქრელი კოქის ფარგლებში	139
წ	16. უქრელი კოქის გავლენის ხაზების მოძებნა ანალიზურად	142
წ	17. უქრელი კოქის გავლენის ხაზების გრაფიკული აგება	155
წ	18. უქრელი კოქის ანგარიში, როდესაც რომელიმე შუა მალში მოთავსებულია სახსარი	172