საქართველოს სსრ განათლების სამინისტრო

დ. პარკაძე

მეთოდური წერილები მათემატიკაში

პედაგოგიური ინსტიტუტის სტუდენტებისა და დამწყებ მასწავლებელთათვის

მეორე გამოცემა

სამეცნიერო-მეთოდური კაბინეტის გამომცემლობა
თბილისი 1954

რედაქტორი დოც. მ. კონიაშვილი

წინასიტყვაობა

წინამდებარე მეთოდურ წერილებში ჩვენს მიერ განხილულია ისეთი საკითხები, რომელთა დამუშავება და გაშუქება ცოტად თუ მეტად დაეხმარება პედაგოგიური ინსტიტუტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის სტუდენტებს პედაგოგიური პრაქტიკის ჩატარების დროს და შემდეგშიც — სკოლაში მუშაობის პროცესში. პირველ ხანებში მაინც, საკმაო სამსახურს გაუწევს მათ ყოველდღიურ მუშაობაში.

ეს საკითხებია: 1) გაკვეთილისათვის მზადება, გაკვეთილის ჩატარება (გაკვეთილის ორგანიზაცია, საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმება, გაკვეთილის გამოკითხვა, ახალი მასალის დამუშავება, საშინაო დავალების მიცემა); 2) წერითი სამუშაოები მათემატიკაში; აქ მოცემულია წერითი სამუშაოების სახეები მათემატიკაში, მათი მიზანი და დანიშნულება, მათი წარმოება, ორგანიზაცია, შინაარსი და მოცულობა, წერითი სამუშაოების ნორმები, გასწორება და შეფასება, შეცდომების დამუშავება; 3) მოსწავლეთა დამოუკიდებელი მუშაობა მათემატიკაში; ამ წერილში აღრიცხულია, თუ რა და რა სახის დამოუკიდებელი მუშაობა შეიძლება აწარმოონ მოსწავლეებმა მათემატიკაში სკოლაში, თუ სკოლის გარეთ; 4) გავლილი მასალის განმეორება მათემატიკაში; აქ მოცემულია განმეორების სახეები, მომენტები და დაკავშირება განმეორებისა როგორც ახალი მასალის დამუშავებასთან, ისე მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნასთან და სხვა სახის სამუშაოებთან; 5) მეხუთე წერილში გვაქვს დადებითი და უარყოფითი რიცხვების მეთოდური დამუშავება, რაც დახმარებას გაუწევს მასწავლებელს ამ საკითხის დამუშავებაში; დაბოლოს 6) განტოლებანი და ამოცანების ამოხსნა განტოლების შედგენით; ამ წერილში გაშუქებულია განტოლების

მნიშვნელობა და ადგილი საშუალო სკოლის მათემატიკის მთელ კურსში და შემდეგ ამოხსნილია რამდენიმე ამოცანა სხვადასხვა განტოლების შედგენით.

ყველა ზემოხსენებული წერილი სხვადასხვა დროს ჩვენს მიერ მოხსენების სახით წაკითხულ იქნა როგორც ქ. თბილისში მათემატიკის მასწავლებელთა შეკრებაზე, ისე ჩვენი რესპუბლიკის სხვადასხვა ქალაქში და დაბაში.

დ. ბარძაძე

როგორ მოვამზადოთ და ჩავატაროთ გაკვეთილები მათემატიკაში

შესავალი

საბჭოთა კავშირის კომუნისტური პარტია და ხელისუფლება უდიდეს ყურადღებას აქცევს მოსწავლეთა სწავლა-აღზრდის საკითხს. მრავალი ისტორიული მნიშვნელობის ღონისძიებანი არის დასახული საშუალო სკოლის მუშაობის შემდგომი აღმავლობისათვის.

ამ მიმართულებით ჩვენს სკოლაში საკმაოდ დიდი მუშაობა წარმოებს და თვალსაჩინო მიღწევებიც გვაქვს; მაგრამ არ შეიძლება ითქვას, რომ ყველა სკოლაში ერთნაირი ხარისხით და სიღრმით წარმოებდეს ეს მუშაობა, რის გამო შედეგებიც ზოგან ვერ გვაქვს სასურველი.

მოსწავლეთა ჩამორჩენილობის, მოუმზადებლობისა და სკოლის აკადემიური წარმატების სისუსტის უმთავრესი მიზეზი ისევ მასწავლებელში უნდა ვეძიოთ.

მასწავლებელი დედაბოძია სკოლისა, იგი მთავარი და ცენტრალური ფიგურაა სკოლაში და უმთავრესად მის მაღალხარისხოვან მუშაობაზეა დამოკიდებული მოსწავლეთა შორის როგორც შეგნებული დისციპლინის დამყარება, ისე მოსწავლეთა აკადემიური წარმატების ამაღლების საქმე.

მაშ, რით უნდა ავხსნათ, თუ არა მასწავლებლის როლის უდიდესი მნიშვნელობით, ის გარემოება, რომ ერთსა და იმავე სკოლაში, ერთი და იგივე კლასში ერთი მასწავლებლის გაკვეთილზე მოსწავლენი სულგანაბული სხედან, სმენად არიან გადაქცეულნი, ცდილობენ მასწავლებლის ნათქვამიდან არაფერი გამოეპაროთ, იშვიათი დისციპლინაა; იმავე კლასში მეორე მასწავლებლის გაკვეთილზე კი ისეთი ამბა-

ვთ, რომ ახლომახლო გამვლელი იფიქრებს, თითქოს ამ კლასში მასწავლებელი არ არის და არც მეცადინეობა მიმდინარეობს, ისეთი ჟივილხივილი, აურზაური და ხმაურობაა.

ან რით უნდა აიხსნას, თუ არა ისევ იმ მიზეზით, რომ კლასი ჩამორჩენილია საზოგადოდ, მაგრამ რომელიმე საგანში, მიუხედავად მასწავლებლის მიერ „მაგარი“ შეფასებისა, აკადემიური წარმატება გაცილებით უკეთესია, ვიდრე სხვა საგნებში.

ან კიდევ ასეთი მაგალითი ავიღოთ: კლასი ერთი მასწავლებლის ყოველგვარ საშინაო დავალებას ასრულებს, იქნება ეს წერითი სამუშაო, თუ მიცემული გაკვეთილის მომზადება; მეორე მასწავლებლის დავალებებს კი ისე უცქერის, როგორც არასავალდებულოს.

ერთ-ერთი საშუალო სკოლის უფროს კლასებში მოსწავლეთა შორის ანკეტა ჩავატარეთ იმის გამოსარკვევად, თუ რომელ კლასში მოსწავლეები რომელ საგანში უფრო გულმოდგინედ მუშაობენ სახლში, ე. ი. უფრო კეთილსინდისიერად ასრულებენ საშინაო წერით დავალებებს, ამზადებენ გაკვეთილებს და სხვ. გამოირკვა, რომ ზოგ კლასში მოსწავლეებმა მათემატიკა დაასახელეს, ზოგ კლასში ქართული ენა, ზოგში კი მათემატიკა და ქიმია. როგორც შემდეგში დადასტურდა, ამ საგნების მასწავლებლები იმ კლასებში, სადაც დასახელებული იყო ზემოხსენებული საგნები, მკაცრად და სისტემატურად თხოულობენ მოსწავლეებისაგან როგორც საშინაო წერითი სამუშაოს შესრულებას, ისე გაკვეთილის მომზადებას.

დაბოლოს, კიდევ ერთი გარემოება: რითი უნდა აიხსნას სკოლის ცხოვრებაში ისეთი მოვლენა, როცა ზოგ მასწავლებელს გაცილებით მეტი პატივისცემა და ავტორიტეტი აქვს დამსახურებული, ვინემ სხვებს.

ყველა ეს ფაქტი ადასტურებს, რომ მთავარი და გადამწყვეტი როლი მოსწავლეთა აკადემიური წარმატებისა და შეგნებული დისციპლინის დამყარების საქმეში ეკუთვნის მასწავლებელს.

ამ წერილში შევეხებით მასწავლებლის მუშაობას: როგორ უნდა წარმართოს მან თავისი მუშაობა, რომ ნორმალუ-

რი მუშაობით მას უდიდესი მიღწევები ჰქონდეს, რომ საგნის სწავლებაში არ იყოს ფორმალიზმი, მექანიკური და შეუგნებელი სწავლა, არამედ სასწავლო მასალას მოსწავლე მტკიცედ და საფუძვლიანად ითვისებდეს, რომ ცოდნის შეგნებულ ათვისებას ჰქონდეს ადგილი, რომ მოსწავლეები აქტიურად იყვნენ სასკოლო მუშაობაში ჩაბმულნი და წლის ბოლოს არ გვყავდეს ჩამორჩენილი მოსწავლეები.

I. როგორ უნდა ემზადებოდეს მასწავლებელი ახალი სასწავლო წლისათვის

ზოგ მასწავლებელს ბრძოლა აკადემიური წარმატებისათვის, ჩამორჩენილობის წინააღმდეგ ისე ესმის, რომ დამატებით გაკვეთილებს მისცემს და ზედმეტ საათებში ცალკე ამეცადინებს სუსტ მოსწავლეებს; ხშირად სკოლის დირექტორსაც სანიმუშოდ მოყავს ასეთი მასწავლებელი და ყოველ მოხერხებულ შემთხვევაში ასახელებს ამ მასწავლებელს და ამბობს, რომ მან ამდენი დამატებითი გაკვეთილი მისცა.

შეიძლება ამ გზით მასწავლებელმა მართლაც თითო-ოროლა მოსწავლე კიდეც გამოასწოროს, მაგრამ ეს ხომ არ არის რადიკალური ზომა.

თუ მასწავლებლის მუშაობის შედეგად კლასში არის რამდენიმე სუსტი მოსწავლე, მათი გამოსწორების შემდეგ ან ისინივე ჩამორჩებიან ხელახლად ან სხვები. ასეთ ბრძოლას არავითარი მნიშვნელობა არა აქვს. თავიდანვე მუშაობა ისე უნდა ავაწყოთ, რომ ნიადაგი არ ჰქონდეს მოსწავლეთა ჩამორჩენილობას. მოსწავლეთა ჩამორჩენილობის პირობები უნდა მოვსპოთ თვით გაკვეთილებზე.

ამისათვის კი *მასწავლებლის გაკვეთილი უნდა იყოს ღრმა შინაარსიანი, მეთოდურად გამართული, თვალსაჩინოებითა და კონკრეტული ფაქტებით მდიდარი.* ეს კი შემდეგ პირობებშია შესაძლებელი:

მასწავლებელი მომავალი სასწავლო წლის მუშაობისათვის უნდა ემზადებოდეს მიმდინარე წლის დასასრულიდანვე; სახელდობრ, როცა წლის ბოლოს გამოცდები წარმოებს,

მასწავლებელი ყურადღებით უნდა იყოს და აკვირდებოდეს მოსწავლეთა პასუხებს, რა სუსტი მხარეები ახასიათებს მათ პასუხებს, რა ხარვეზები აქვს კლასს საგნის შესწავლის საქმეში და სხვა.

ასევე გულდასმით უნდა გადასინჯოს მოსწავლეთა წერითი საგამოცდო ნამუშევრები და დაინიშნოს ყველა დამახასიათებელი შეცდომა — მომავალ სასწავლო წელს მათი გამოსწორების მიზნით. ასეთი მუშაობა უნდა ჩხატაროს იმ კლასებში, რომლებსაც იგი ასწავლიდა და რომლებიც მომავალშიც მის ხელში იქნება და აგრეთვე იმ კლასებშიც, სადაც იგი გამოცდებზე ასისტენტად იყო და რომლებიც მომავალ წელს მას გადაეცემა. ამგვარად, ახალ სასწავლო წელს მასწავლებელს კარგად ეცოდინება ყველა იმ კლასის მომზადება, რომლებსაც მას მისცემენ.

სასწავლო წლის ბოლოს დირექციამ აუცილებლად უნდა გაანაწილოს მასწავლებელთა შორის კლასები და საგნები, რომ თითოეულმა მასწავლებელმა არდადეგების პერიოდში იცოდეს სექტემბრიდან რომელ კლასებში მოუხდება მას მუშაობა. ეს იმ მოსაზრებითაა საჭირო, რომ მასწავლებელს საშუალება ჰქონდეს ზაფხულში მოიმარაგოს მეთოდური ლიტერატურა, გადახედოს პროგრამებს, გადაათვალიეროს სათანადო ლიტერატურა ზოგიერთი საკვანძო და რთული საკითხის დამუშავების ხერხების შესახებ მაინც და ამგვარად, სასწავლო წლის დასაწყისში სასწავლებელში მივიდეს ცოდნით და სასწავლო საგნის დამუშავების მეთოდებით აღჭურვილი.

წლის დასაწყისში მასწავლებელს შესწავლილი უნდა ჰქონდეს თავისი სპეციალობის საგნის პროგრამა. უნდა იცოდეს, სად რა ხასიათის ამოცანებია საჭირო, რომელი საკითხის დამუშავებას რა თვალსაჩინო და დიდაქტიკური ხელსაწყო დასჭირდება და სხვ.

შესწავლილი და გარჩეული უნდა ჰქონდეს არითმეტიკის, ალგებრის, გეომეტრიისა და ტრიგონომეტრიის სახელმძღვანელოები; რა ადგილები მიაჩნია მას მოსწავლეთათვის გაუგებრად და ბუნდოვანად, რომელი საპროგრამო საკითხი არ არის საკმაოდ დამუშავებული სახელმძღვანელოში. ასევე

შესწავლილი უნდა ჰქონდეს არითმეტიკის, ალგებრას, გეომეტრიისა და ტრიგონომეტრიის ამოცანათა კრებულები: როგორი თანმიმდევრობითაა დალაგებული მაგალითები და ამოცანები; რომელ ნაწილში რა სახის მაგალითებია უფრო უხვად ან ნაკლებად მოცემული, მათ შესავსებად რომელი დამხმარე ლიტერატურა გამოიყენოს და სხვ.

ცხადია, რომ ყველა ამ საკითხში განსაკუთრებით ახლად დამწყები მასწავლებელი ვერ გაერკვევა ნათლად და მკაფიოდ. ამისათვის არის სკოლებში მეთოდკომისიები, სადაც გაერთიანებულია ამ საგნისა და მონათესავე საგნის მასწავლებლები; ყველა სადავო და გაუგებარი საკითხი ამ კომისიებში უნდა განიხილებოდეს; და თუ ამ კომისიასაც არ ძალუძს რომელიმე მეცნიერული ან მეთოდური ხასიათის საკითხის გარკვევა, ან საპროგრამო და სახელმძღვანელოების საკითხებზე ამომწურავი პასუხის გაცემა, მაშინ ამისათვის არსებობს რაიონული პედკაბინეტები თავისი მეთოდისტებით; და ბოლოს, ცენტრშიაც გვაქვს მასწავლებელთა დახელოვნების ინსტიტუტი და პედაგოგიკის მეცნიერებათა ინსტიტუტი, რომლებიც აწარმოებენ სიტყვიერ და წერილობით კონსულტაციებს ზემოხსენებული ხასიათის ყოველი საკითხის შესახებ; დაბოლოს განათლების სამინისტროს ჰყავს ყველა საგანში მაღალკვალიფიციური მეთოდისტები.

ერთი სიტყვით, თუ კი მასწავლებელი დაინტერესებულია, რომ თავის მუშაობაში იგი დახელოვნდეს, მას ყოველგვარი საშუალება ეძლევა მიიღოს ამა თუ იმ საკითხის შესახებ ერთ-ერთ ზემოხსენებულ ადგილას ამომწურავი, სრული, სწორი და ზუსტი პასუხი.

სასწავლო წლის დასაწყისისათვის მათემატიკის მასწავლებელს მომარაგებული უნდა ჰქონდეს უპირველესად სახელმძღვანელოები და ამოცანათა კრებულები, რომლებითაც მან სკოლაში უნდა ისარგებლოს. შემდეგ მომარაგებულ უნდა ჰქონდეს სხვადასხვა მეთოდური ლიტერატურა ქართულ და რუსულ ენებზე; აგრეთვე დამხმარე ლიტერატურა — სხვადასხვა სახელმძღვანელო და ამოცანათა კრებული, რომლებიც სტაბილურად არ არის ცნობილი, მაგრამ მასწავლე-

ბელს ძალიან დაეხმარება. მის ყოველდღიურ მუშაობაში ყველა იმ ნაკლის შევსების საქმეში, რომელიც ახასიათებს არსებულ სტაბილურ სახელმძღვანელოებს.

მასწავლებელს გამოწერილი უნდა ჰქონდეს ჟურნალი „Математика в школе", რომელშიც საკმაოდ თავსდება წერილები ჩვენი სპეციალობის საგნის საკითხების გაშუქებისა და დამუშავების შესახებ.

ერთი სიტყვით, როგორც არც ერთ ხელოსანს არ შეუძლია მუშაობა თავისი იარაღის გარეშე, ისე ჩვენც, მასწავლებლებმა, თუ დამხმარე და მეთოდური ლიტერატურა არ მოვიმარჯვეთ, ჩვენს მუშაობას ძალიან ნაკლები სარგებლობა ექნება. როგორც კარგი ხელოსანი ფიქრობს და ცდილობს — სად შეიძინოს კარგი იარაღი და როგორ მოუაროს მას, ისე მასწავლებლის საწერი მაგიდა და კარადა მდიდარი უნდა იყოს მისი კვალიფიკაციის ამაღლების საქმეში გამოსადეგი ლიტერატურით.

მასწავლებლისათვის უპირველესად სავალდებულოა საგნის ღრმა ცოდნა, მისი სრული დაუფლება, რის შემდეგ მისთვის სწავლების მეთოდიკის ცოდნაც ადვილი გახდება.

II. როგორ უნდა ემზადებოდეს მასწავლებელი გაკვეთილისათვის

მასწავლებელი წინა დღით გადახედავს სასკოლო გაკვეთილების ცხრილს, თვალს გადაავლებს მის მიერ შედგენილ გეგმას, გამოარკვევს — რა საკითხები აქვს დასამუშავებელი იმ კლასებში, სადაც მეორე დღეს გაკვეთილები უნდა ჩაატაროს; შემდეგ გადაიკითხავს სახელმძღვანელოებში ამ საკითხების დამუშავებას და მეთოდურ ლიტერატურას; დაუკვირდება — რა მოცულობის მასალა შეუძლია ერთ გაკვეთილზე დაამუშაოს; თუ რომელიმე დებულების ან ფორმულის გამოყვანა მოელის, გავლილი მასალიდან რა უნდა გაახსენოს წინასწარ მოსწავლეებს; თუ თეორემა ექნება დასამტკიცებელი, რა თეორემები დასჭირდება ახალის დასამტკიცებლად; ყოველივე ეს უნდა ჩამოიწეროს. გარდა ამისა, უნდა გამო-

არკვიოს თვალსაჩინოებისა და კონკრეტულობისათვის რა დიდაქტიკური ხელსაწყოები დასჭირდება.

უნდა გამოირკვეს აგრეთვე, დამტკიცებულ დებულებათა განსამტკიცებლად რა სავარჯიშო მაგალითების ამოხსნა დასჭირდება კლასს მისივე ხელმძღვანელობით. დამოუკიდებელი მუშაობისათვის რომელი მაგალითები უნდა მისცეს კლასს; და ბოლოს, საშინაო წერითი დავალებისათვისაც წინასწარ უნდა შეარჩიოს სათანადო მაგალითები და ამოცანები; უნდა გაითვალისწინოს, თუ რა სიძნელეები შეხვდებათ მოსწავლეებს სახლში დავალების შესრულების პროცესში, რისთვისაც უნდა მოიფიქროს, თუ რა მეთოდური მითითების მიცემაა საჭირო.

მათემატიკის მასწავლებელმა ერთხელ და სამუდამოდ წესად უნდა შემოიღოს: **არასდროს კლასში არ აიღოს ამოსახსნელად ისეთი მაგალითი ან ამოცანა, რომელიც მას ამოხსნილი არა აქვს.**

ამგვარადვე გათვალისწინებული უნდა ჰქონდეს მასწავლებელს თეორემის დამტკიცების შემდეგ რომელი ამოცანა უნდა ამოხსნას მოსწავლეებთან კლასში და რომელი მისცეს სახლში შესასრულებლად.

თუ არითმეტიკის გაკვეთილზე ამოცანების ამოხსნაზე მოუხდება მუშაობა, უნდა წინასწარ ასწონ-დასწონოს, რომელი ხერხით იქნება უმჯობესი შერჩეული ამოცანის ამოხსნა — სინთეზით თუ ანალიზით; შესაძლებელია მასწავლებელს ამოცანის ამოხსნის სქემის დამზადებაც დასჭირდეს წინასწარ.

თეორემის დამტკიცების შესახებაც უნდა მოიფიქროს სინთეზური გზით აჯობებს დამტკიცება, თუ ანალიზურით. ამასთან ერთად თხრობის სახით გადავცემთ მასალას, თუ ევრისტიკულად.

ჩვენთვის, მათემატიკის მასწავლებლისათვის, წამყვან მეთოდად ევრისტიკული მეთოდი ითვლება, მაგრამ ხშირად ერთსა და იმავე გაკვეთილზე სხვადასხვა მეთოდს მივმართავთ. ამიტომ აქაც წინასწარ მოფიქრებაა საჭირო, თუ რომელ გაკვეთილზე, საკითხის დამუშავებაში, როდის რა მე—

თოდს მოიმარჯვებს მასწავლებელი, რომ მოსწავლეთათვის მთელი გაკვეთილი სახალისო და სიცოცხლით სავსე დარჩეს, რომ მუშაობის ტემპი და ინტერესი არ შენელდეს.

მასწავლებელი უნდა ზრუნავდეს არა მარტო გაკვეთილის შინაარსზე, არამედ მის ფორმაზედაც.

თავისთავად ცხადია, რომ თუ თითოეული მასწავლებელი ასეთი პასუხისმგებლობით მიუდგება გაკვეთილისათვის მზადებას, შეიძლება წინასწარ ითქვას, რომ შედეგად ჩვენ მივიღებთ მეტად შინაარსიან, მეთოდურად გამართულ და ცოცხალ გაკვეთილს, რაც დიდად შეუწყობს ხელს მოსწავლეთა აკადემიურ წარმატებას.

ცხადია, რომ ყველა ზემოხსენებულ საკითხზე მასწავლებელს მოუხდება სერიოზული მზადება, იქნება ის ახლად დამწყები, თუ გამოცდილი და დახელოვნებული; მაგრამ ისიც გასაგები უნდა იყოს, რომ დამწყებ მასწავლებელს ამ სამზადისზე გაცილებით მეტი დრო და ენერგია დასჭირდება, ვიდრე გამოცდილს.

ამიტომ უნდა ვეცადოთ ისეთი პირობები შევუქმნათ პირველ წლებში ახლად დამწყებ მასწავლებელს, რომ ყოველდღე 4—5 გაკვეთილისათვის მზადება არ უხდებოდეს. ამისათვის იქ, სადაც პარალელური კლასებიც მოიპოვება, მუშაობის შემსუბუქებისათვის და საქმისათვისაც უკეთესი იქნებოდა, რომ ძირითად და პარალელურ კლასებში ერთი და იგივე მასწავლებელს ჰქონდეს გაკვეთილები. კიდევ საქმისათვის სასარგებლო იქნებოდა, რომ ერთი და იგივე მასწავლებელს არ ავალებდნენ ფიზიკისა და მათემატიკის სწავლებას — ეს კიდევ ართულებს მასწავლებლის დახელოვნების საქმეს. და ბოლოს, დამწყებ მასწავლებელს პირველ წელს არასდროს არ უნდა ვაძლევდეთ მეთერთმეტე კლასებს, სადაც შეჯამებაა საშუალო სკოლაში მთელი შესწავლილი საპროგრამო მასალისა; ამ შემთხვევაში შეიძლება კარგად მომზადებულმა და ნიჭიერმა ახალგაზრდა მასწავლებელმაც ბევრჯერ წაიბორძიკოს და ზოგჯერ ძალიან უხერხულ მდგომარეობაშიც ჩავარდეს.

III. როგორი უნდა იყოს გაკვეთილის ორგანიზაცია

მასწავლებლის მიერ მიცემული გაკვეთილი რომ ყოველმხრივ მისაღები და ნაყოფიერი იყოს, ამისათვის მას უპირველესად თვით გაკვეთილის ორგანიზაცია სწორი უნდა ჰქონდეს.

45 წუთი ისე უნდა გამოვიყენოთ, რომ ყოველ წუთს წინასწარ ჰქონდეს მიცემული თავისი დანიშნულება.

მეტწილად მათემატიკის გაკვეთილების ორგანიზაცია დაახლოებით ასე შეიძლება წარმოვიდგინოთ:

1) საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმება } 10—12 წთ.
2) გაკვეთილის გამოკითხვა
3) ახალი მასალის დამუშავება 15 — 20 წთ.
4) დამუშავებული მასალის ათვისების აღრიცხვა } 10 — 15 წთ.
5) საილუსტრაციო მაგალითები ან ამოცანების ამოხსნა
6) დამოუკიდებელი სამუშაოს ჩატარება
7) საშინაო დავალების მიცემა — 3 წთ.

აქ ჩამოთვლილ 7 მუხლში შეიძლება პირველი ორიდან ერთ-ერთი იყოს. აგრეთვე შესაძლებელია ისეთი მასალა დამუშავდეს, რომ მეექვსე მუხლი არ დასჭირდეს. დროს განაწილებაც საორიენტაციოდ შეიძლება მივიღოთ იმ სახით, როგორც ჩვენ გვაქვს აქ აღნიშნული. ცხადია ყოველ კერძო შემთხვევაში მცირეოდენ გადახრებს ექნება ადგილი; მაგრამ კარგად უნდა გვახსოვდეს, რომ გაკვეთილის მთავარი ნაწილი ახალი მასალის დამუშავებაა და ამიტომ ამას უნდა ეთმობოდეს ყველაზე მეტი დრო.

მასწავლებელს წინასწარ მომარაგებული უნდა ჰქონდეს ყველა ის დიდაქტიკური ხელსაწყო, რომელიც მას დასჭირდება გაკვეთილზე ახალი მასალის დამუშავების პროცესში.

მოსწავლეები მომარაგებული უნდა იყვნენ რვეულებით, კალმისტარებით, ფანქრებით, მელნით, სახაზავით, ტრანსპორტირით, საშლელით, ფარგლით.

IV. როგორ უნდა ატარებდეს მასწავლებელი გაკვეთილს

1. საშინაო და წერითი სამუშაოს შემოწმება

მასწავლებელი გაკვეთილს იწყებს საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმებით. მრავალი წლების გამოცდილება მოწმობს, რომ ამ დავალებას კლასის მხოლოდ ნაწილი ასრულებს დამოუკიდებლად, დანარჩენი მოსწავლეები ამხანაგებისაგან იწერენ. მასწავლებლის მიზანი უნდა იყოს დავალების შემოწმება ისე აწარმოოს, რომ გამოავლინოს სამუშაო დამოუკიდებლად არის შესრულებული, თუ არა: უნდა ვეცადოთ, რომ გადაწერის შემთხვევები შევამციროთ და დამოუკიდებელი მუშაობა გავაძლიეროთ.

თუ გადავხედავთ მასწავლებელთა უმრავლესობის მუშაობას ამ მხრივ, ვფიქრობთ, რომ დასახულ მიზანს ვერ აღწევენ, და აი რატომ. ზოგი ჩვენგანი დავალების შემოწმებას იმით იწყებს, რომ ეკითხება კლასს, აბა ვისა აქვს ამოცანა ან მაგალითები ამოხსნილი; შემდეგ ვისაც თითო აწეული აქვს, მათგან ერთ-ერთს აკითხებს ერთი მაგალითის ამოხსნას და ა. შ. ამით ამოწურავს შემოწმებას.

ზოგი მასწავლებელი არკვევს ვინ არ შეასრულა, მაგრამ არ კითხულობს, რატომ არ შეასრულა; მოსწავლემ იქნებ იმუშავა, მაგრამ ვერ ამოხსნა სწორად და მიატოვა; მასწავლებელი აკითხებს ამოხსნილ მაგალითებს, უსწორებს შეცდომებს. ვინც სწორი ამოხსნა წაიკითხა, კარგ ნიშანს უწერს; ვისაც სამუშაო არ ჰქონდა შესრულებული, მას ცუდ ნიშანს უწერს და სხვ.

ზოგჯერ მასწავლებელს სრულიადაც ავიწყდება, რომ კლასს მიცემული ჰქონდა საშინაო წერითი სამუშაო, რის გამო გაკვეთილს იწყებს ან წინა გაკვეთილის გამოკითხვით, ან ახალი მასალის დამუშავებით. ასეთი პრაქტიკა ბევრ ჩვენგანს აქვს.

ამგვარი შემოწმებით ჩვენ ვერ გამოვავლენთ, თუ რამდენად დამოუკიდებლად ჰქონდა შესრულებული სამუშაო იმ მოსწავლეს, რომელსაც ეს სამუშაო წავაკითხეთ და კარგი ნიშანიც დავწერეთ; აგრეთვე — ვისაც ცუდი ნიშანი დავუ-

წერეთ, მასაც ვაფიქრებინეთ რომ, თუ მას კარგი ნიშანი სურს, ამისათვის საკმარისია ამხანაგისაგან გადაიწეროს სამუშაო.

ჩვენ ვფიქრობთ, რომ საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმება ასე უნდა ვაწარმოოთ:

უპირველეს ყოვლისა ისეთი პირობები უნდა შევუქმნათ მოსწავლეებს, რომ მათ შესძლონ საშინაო წერითი სამუშაოს შესრულება; ამისათვის კი საჭიროა ახალი მასალის სათანადო სიღრმით დამუშავება მთელი კლასის უშუალო მონაწილეობით, დამუშავებული მასალის ათვისების ხარისხის შემოწმება, სავარჯიშო მაგალითების ამოხსნა მასწავლებლის ხელმძღვანელობით, დამოუკიდებელი მუშაობის ჩატარება კლასში ამავე სახის სავარჯიშოებზე და ბოლოს მოსწავლეთა ასაკისა და განვითარების მიხედვით დავალების მიცემა. დავალება მასწავლებელმა წინასწარ დაკვირვებით უნდა შეარჩიოს და ამოხსნას. გათვალისწინებული უნდა იყოს ყოველგვარი სიძნელეები, რომლებიც კი შეიძლება შეხვდეს მოსწავლეს სამუშაოს შესრულების პროცესში. საჭირო შემთხვევაში მასწავლებელს მოუხდება ზოგიერთი მითითების მიცემა.

ცხადია, ასეთ პირობებში თუ ვაწარმოეთ დავალების მიცემა, არავითარ მოულოდნელობას ადგილი არ ექნება ამ დავალების შესრულების საქმეში.

შემოწმების დაწყებისას ჯერ ვარკვევთ ვინ არ შეასრულა დავალება და რატომ, ვინ ვერ შეასრულა და რატომ. აქ ვეკითხებით შეუსრულებლობის მიზეზს. თუ შემთხვევითი მოვლენაა, ან საპატიო მიზეზი აქვს შეუსრულებლობას — ეს ერთი საქმეა; მაგრამ, თუ კლასში ურევია ისეთი მოსწავლე, რომელიც თავისი დაუდევრობისა და სიზარმაცის გამო არ ასრულებს ასეთ დავალებებს, მაშინ სათანადო ზომებს ვიღებთ კლასის ხელმძღვანელთან ერთად: მშობლების დახმარებით, მოსწავლეთა კომკავშირის ორგანიზაციის ზეგავლენით ავამოძრავებთ ასეთ მოსწავლეს; ერთ-ერთ ზომად იმასაც ვხმარობთ, რომ მოსწავლეს ვტოვებთ გაკვეთილების შემდეგ, შევასრულებინებთ სამუშაოს და ამის შემდეგ ვუშვებთ სახლში.

სულ სხვაა ის შემთხვევა, როდესაც მოსწავლეს სახლში უმუშავია, მაგრამ ვერ დაუძლევია სამუშაო. ასეთ შემთხვევაში უნდა ვაწარმოვოთ კონსულტაცია, ხან პირადად მასწავლებელმა, ხან კი აკადემიურად ძლიერ მოსწავლეს ვთხოვთ ამხანაგისათვის დახმარების აღმოჩენას. თუ მოსწავლე ავადმყოფობის გამო ჩამორჩა, მშობლებს ვთხოვთ, რომ დროებით ვინმე მცოდნე პირი მოახმარონ.

საშინაო დავალების შესრულების დროს მოსწავლეს შეუძლია ისარგებლოს ამხანაგის დახმარებით, მაგრამ საკითხში უნდა გაერკვეს და არა მექანიკურად გადაიწეროს სხვისი ნამუშევარი.

სამუშაო რომ დამოუკიდებლად შეასრულონ მოსწავლეებმა და გადაწერის მოვლენებს ადგილი არ ექნეს, ამისათვის მასწავლებელმა არასდროს ცუდი ნიშანი არ უნდა დაუწეროს იმ მოსწავლეს, რომელმაც იმუშავა და ვერ დასძლია, ან შეცდომებით აქვს სამუშაო შესრულებული.

ახლა გადავიდეთ დავალების შესრულების ხარისხის შემოწმებაზე. ამ პროცესში უმთავრესად ჩვენ უნდა გვაინტერესებდეს, **თუ რამდენად დამოუკიდებლად და შეგნებულადაა ამოხსნილი** ესა თუ ის მაგალითი ან ამოცანა. ამისათვის მოსწავლეებს თავიდანვე მაგალითის ამოხსნა კი არ უნდა წავიკითხოთ, არამედ ვაძლევთ მათ გამოსარკვევ კითხვებს.

ვთქვათ, მაგალითები იყო ამოსახსნელი ალგებრაში განტოლებაზე. ვუსვამთ კითხვებს: რაზეა მაგალითი, რა გარდაქმნები აწარმოეთ, როგორ გაამარტივეთ, რა სახის განტოლება მიიღეთ, რა ფორმულა გამოიყენეთ უცნობის გასაგებად, როგორ შეამოწმეთ მიღებული ფესვები და სხვ.

ვთქვათ, ამოცანა ამოსახსნელია განტოლების შედგენით. ვუსვამთ კითხვებს: რამდენი სიდიდეა საძებნი, რომელი აღნიშნეთ x-ით; მაშინ მეორე სიდიდე x-ის საშუალებით როგორ აღინიშნება; განტოლებაში რომელი სიდიდეები გაუტოლეთ ერთმანეთს; ამისათვის რისა და რის განსაზღვრა დაგჭირდათ; როგორ გაუტოლეთ ბოლოს ეს სიდიდეები ერთმანეთს და სხვ.

სამუშაოს ამგვარი შემოწმებით ნათლად გამოირკვევა ესმის თუ არა მოსწავლეს ამოცანის ამოხსნა. ამ შემოწმებაში

ჩაბმული უნდა გვყავდეს მთელი კლასი; ზოგს მაგალითების ამოხსნას ვაკითხებთ, ზოგი შენიშნულ შეცდომებს ასწორებს. განსაკუთრებით ყურადღებას უნდა ვაქცევდეთ შედარებით სუსტ მოსწავლეებს.

თუ გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნას ვამოწმებთ, აქაც ვარკვევთ კითხვების საშუალებით: რა ნახაზი დასჭირდათ თავიდანვე, ამოხსნის პროცესში დამატებით რა აგება აწარმოეს, რა თეორემის გამოყენება მოუხდათ, რა ფორმულები იყო საჭირო და სხვ.

ერთი სიტყვით, ვცდილობთ შემოწმება ისე ვაწარმოვოთ, რომ ჩანდეს რამდენად შეგნებულად და დამოუკიდებლად არის შესრულებული სამუშაო. ამავე დროს შემოწმებაში მთელი კლასი აქტიურად უნდა იღებდეს მონაწილეობას და მოსწავლეთა დახმარებით წარმოებდეს ყოველი შენიშნული შეცდომის გასწორება.

შესაძლოა მოსწავლემ ამოცანა ამოხსნა ამხანაგის ან სხვა პირის დახმარებით; მაგრამ, თუ ეს მოსწავლე ჩვენ მიერ დასმულ კითხვებზე დამაკმაყოფილებელ პასუხს იძლევა, ჩანს მას ამ ამოცანის ამოხსნა ესმის და შემდეგში უკვე დამოუკიდებლადაც ამოხსნის ასეთსავე ამოცანას.

2. გაკვეთილის გამოკითხვა

საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმების შემდეგ მასწავლებელი გადადის გაკვეთილის გამოკითხვაზე: წესებისა და ფორმულების გამოყვანა, თეორემის დამტკიცება და სხვ.

მასწავლებელთა უმრავლესობა ინდივიდუალური გამოკითხვით იწყებს ამ საქმეს. ამით ჩვენ გავიგებთ მხოლოდ 2—3 მოსწავლის ცოდნას, რითაც შეუძლებელია რაიმე დასკვნის გამოტანა იმის შესახებ, თუ რამდენად შეისწავლა კლასმა მთლიანად წინა გაკვეთილზე დამუშავებული საკითხი. ხომ შეიძლება ისეთ სურათს ჰქონდეს ადგილი, რომ კლასში მხოლოდ 4—5 მოსწავლეს არ ჰქონდეს მომზადებული გაკვეთილი და სწორედ ამათგანი მოხვდა გამოკითხვაში. რა დასკვნას გამოიტანს მასწავლებელი ამ შემთხვევაში კლასის შესახებ და რას აპირებს მაშინ; განაგრძობს და ახალ მასა-

ლას დაამუშავებს, თუ ისევ იმ მასალაზე შეჩერდება. ან ასეთი სურათიც შეიძლება იყოს: კლასში მხოლოდ 5—6 მოსწავლეს აქვს გაკვეთილი დამზადებული და სწორედ ამათგან შეხვდა ის ორი-სამი მოსწავლე, რომლების გამოკითხვაც ჩაატარა მასწავლებელმა.

აი ყველა ამ მიზეზის გამო საჭიროა ჯერ საერთო სურათის გარკვევა და შემდეგ რამდენიმე მოსწავლის ცოდნის ინდივიდუალური აღრიცხვა.

ამიტომ, ვიდრე ინდივიდუალური გამოკითხვას დავიწყებდეთ, ჯერ მთელ კლასს უნდა დავუსვათ გაკვეთილიდან საკვანძო კითხვები, რომ გამოვარკვიოთ შეთვისებული აქვს თუ არა კლასს წინა გაკვეთილზე დამუშავებული საკითხები და მხოლოდ ამის შემდეგ გადავდივართ ინდივიდუალურ გამოკითხვაზე. ასეთი ფრონტალური შემოწმება განსაკუთრებით საჭიროა რთული და ძნელი საკითხების გამოკითხვის დროს.

ცხადია, თითოეული მოსწავლის გამოკითხვას ვაწარმოებთ არა ჟურნალში მოსწავლეთა სიის მიხედვით, რაც სამწუხაროდ ზოგიერთ მასწავლებელს სჩვევია, არამედ თითოეული მოსწავლის გამოძახება მოულოდნელი უნდა იყოს როგორც გამოძახებული მოსწავლისათვის, ისე მთელი კლასისათვის.

ამასთან ერთად ვცდილობთ, რომ ბევრი ხანი არ შევჩერდეთ თითოეულ მოსწავლეზე, განსაკუთრებით მაშინ, როცა შეგნებული პასუხები გვესმის მისგან.

გამოკითხვის პროცესში სასტიკად აკრძალული უნდა იქნას მოსწავლეების მიერ კარნახი.

კარნახის იმედით საშუალო და სუსტად მოპასუხე მოსწავლე თითონ არც კი ფიქრობს მასწავლებლის მიერ დასმულ კითხვაზე პასუხის გაცემაზე; იგი ელის, რომ ამხანაგები მიაწვდიან გამზადებულ პასუხს.

კარნახი ხელს უშლის ბევრ კარგ მოსწავლესაც: მასწავლებლის მიერ დასმულ კითხვაზე რომ დასაბუთებული და სწორი პასუხი გასცეს მოსწავლემ, ამისათვის საჭიროა მოფიქრება, ზოგი რამის გახსენება და მოსაზრება.

ცნობილია ისიც, რომ ზოგიერთი მოსწავლე დინჯად აზროვნებს, მაგრამ აზროვნებს სწორად და დაკვირვებით; კარნახი ასეთ კარგ მოსწავლესაც აჩქარებს და აბნევს: ცდილობს, რომ კარნახს დაასწროს და ამიტომ პასუხი ხშირად აღარ არის დამაკმაყოფილებელი არც მასწავლებლისათვის და არც თვით მოსწავლისათვის. ეს სენი ძალიან არის გავრცელებული ჩვენი სკოლების სინამდვილეში; ბევრი მასწავლებელი ამ საქმეს ზერელედ უცქერის და ამიტომ არ წარმოებს ყველა მასწავლებლის ერთიანი ბრძოლა ამის საწინააღმდეგოდ. მრავალი სკოლა ჩივის ამის შესახებ, მაგრამ გადამჭრელ ზომებს არავინ იღებს.

ინდივიდუალური გამოკითხვის დროს მასწავლებელი ხშირად საუბრობს მხოლოდ იმ მოსწავლესთან, რომელიც დაფასთან ჰყავს გამოყვანილი, ყურადღებას არ აქცევს კლასს, რის გამოც კლასში დისციპლინა ირღვევა, მოსწავლეები კერძოდ საუბრობენ და სხვ.

საქმე იმაშია, რომ ინდივიდუალური გამოკითხვის დროს მასწავლებელს მარტო ის მოსწავლე კი არ უნდა აინტერესებდეს, არამედ ამ მუშაობის პროცესში სათანადო კითხვების დასმით მთელი კლასის ყურადღებაც უნდა მივაქციოთ მთავარ მომენტებს, ზოგიერთ გაურკვეველ და ძნელად გასაგებ ადგილებს.

თამამად შეიძლება ითქვას, რომ მოხერხებული გამოკითხვის პროცესში მოსწავლეები უფრო ნათლად ერკვევიან წინა გაკვეთილზე დამუშავებულ საკითხებში; ხშირად წამოიჭრება სხვადასხვა ისეთი საკითხი, რომელსაც მასწავლებელი შეიძლება არც კი შეეხო მასალის დამუშავების დროს, ან თუ შეეხო — ზერელედ და გაკვრით.

ზეპირი პასუხი საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ მოსწავლის მიერ მასალის შესწავლაში სუსტი მხარეები და დროულად მოავხდინოთ მათი ლიკვიდაცია. თუ ეს სუსტი ადგილები კლასის უმრავლესობას ახასიათებს, მაშინ დამატებით კითხვებსა და საჭირო განმარტებებს ვაძლევთ. თუ ეს ნაკლი ინდივიდუალური ხასიათისაა, მაშინ მოსწავლეები უსწორებენ ამხანაგს.

ერთი სიტყვით, მოხერხებული გამოკითხვით შეიძლება მთელი კლასი ხელში გვეჭიროს, სათანადო ყურადღებით უსმენდეს კლასი ამხანაგის პასუხებს და არც ხელს უშლიდეს კარნახით.

მოსწავლეები უნდა შევაჩვიოთ არა მარტო **პ ა ს უ ხ ი ს მ ო ც ე მ ა ს** დასმულ კითხვაზე, არამედ **სხვისი პასუხის ყურადღებით მოსმენას და გაგებასაც.** ამისათვის გამოძახებული მოსწავლის შეცდომების გასწორებას და შევსებას თვით მოსწავლეებს უნდა ვავალებდეთ; ამავე დროს ზოგიერთი პასუხი ნაკლებ-ყურადღებიან მოსწავლეებს უნდა გავამეორებინოთ, რომ მუდამ საქმის კურსში ვიყოლიოთ ასეთები.

ზეპირი გამოკითხვა მოსწავლეს აჩვევს სწრაფ მოსაზრებას. მოსწავლეები ეჩვევიან თავისი აზრის გადმოცემას მწყობრად, გამართული ენით. ზეპირი გამოკითხვა ხელს უწყობს სწორი მეტყველების გამომუშავებას; ამიტომ მოსწავლეებს უნდა მოეთხოვოს მასწავლებლის კითხვაზე — სრული პასუხი, გადაბმული თხრობა თეორემის დამტკიცების დროს და აგრეთვე დაფაზე მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნისას.

მასწავლებლის მიერ დასმული კითხვები მრავალფეროვანი უნდა იყოს როგორც არსებითად, ისე ფორმითაც, რომ **მ ო ს წ ა ვ ლ ე შ ე ე ჩ ვ ი ო ს ე რ თ ი დ ა ი მ ა ვ ე ფ ა ქ ტ ი ს ა დ ა მ ო ვ ლ ე ნ ი ს ს ხ ვ ა დ ა ს ხ ვ ა მ ხ რ ი ვ გ ა ნ ხ ი ლ ვ ა ს,** რომ მისი აზროვნება განვითარდეს, რომ საკითხის **ახალი ფორმულირება არ ა ბ ნ ე ვ დ ე ს** მოსწავლეს. ამიტომ მასწავლებელი ღრმად უნდა უკვირდებოდეს მის მიერ დასმულ კითხვებს, ცდილობდეს საკითხისა და ფაქტის ყოველმხრივ შეფასებას და განხილვას.

დაფაზე მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნისას მასწავლებელი უნდა თხოულობდეს გარდაქმნებისა და მოქმედებათა სწორად და საკმაოდ ჩქარა წარმოებას, შესრულებული ამოხსნის შემოწმებას, როცა კი საჭირო იქნება.

უნდა ითქვას, რომ ხშირია ისეთი მოვლენა, როცა მათემატიკის მასწავლებელი ძალიან ნაკლებ ყურადღებას აქცევს გამოანგარიშებათა წარმოებას და კმაყოფილდება მხოლოდ

ზოგადი ამოხსნით. განსაკუთრებით ყურადღებას უნდა ვაქცევდეთ ზეპირი ანგარიშის ხერხების გამოყენებას და წილადებზე მოქმედებათა წარმოებას. ყოველივე ეს უნდა ხდებოდეს მოსწავლის მიერ სათანადო ახსნა-განმარტებით.

თეორემის დამტკიცების გამოკითხვისას მოსწავლეებისაგან უნდა მოვითხოვოთ თეორემის შინაარსის სწორად, მკაფიოდ და ზუსტად ფორმულირება; მოსწავლეს უნდა ეხერხებოდეს თეორემის ორ ნაწილად დაყოფა — მონაცემი და დასამტკიცებელი; თეორემის პირობის თანახმად სათანადო ნახაზის შესრულება დაფაზე, პირობისა და დასკვნის სწორად ჩაწერა მათემატიკური სიმბოლოებით; დამტკიცების ლოგიკური დასაბუთება საჭირო თეორემების მოყვანით; მტკიცება უნდა ჩამოიწეროს დაფაზე სქემატურად, თანმიმდევრობით და წესიერად გაფორმებული. მოსწავლემ მარტივი ნახაზი ხელით უნდა ააგოს, ხოლო რთული ნახაზის ასაგებად უნდა იცოდეს ხელსაწყოების გამოყენება (ფარგალი, ტრანსპორტირი, კუთხედი და სხვ.).

თეორემის გამოკითხვის საქმეში მასწავლებელი ერთ გარემოებას უნდა აქცევდეს ყურადღებას: შემჩნეულია, რომ ზოგი მოსწავლე, განსაკუთრებით დაბალ კლასებში (7—8 კლ.) ზეპირად სწავლობს თეორემის მთელ დამტკიცებას; იმასაც კი ზეპირად სწავლობს, თუ ნახაზზე სად რა ასო სწერია წიგნში, რომელი კუთხეებისა და გვერდების ტოლობაა მოცემული და სხვ. სკოლების გამოკვლევის დროს ვხვდებით ასეთ მოვლენას: მოსწავლე სწორად ამბობს თეორემას, სწორად აკეთებს ნახაზს, თეორემის მიხედვით სწერს რაც მოცემულია და რაც დასამტკიცებელია და მსჯელობასაც თითქოს წესიერად იწყებს; მაგრამ საკმარისია ნახაზი შეუცვალოთ (წიგნში აღნიშნული ტოლი კუთხეებისა ან ტოლი გვერდების მაგივრად სხვა კუთხეები და სხვა გვერდები მისცეთ), უკვე მოსწავლე იბნევა და ველარაფერს ახერხებს. ისეთი შემთხვევაც გვხვდება, როცა საკმარისია მოცემულ ნახაზზე მხოლოდ ასოები შევუცვალოთ, რომ მოსწავლე უძლური გახდეს თეორემის დამტკიცების დასაბუთებაში.

გეომეტრიის სწავლების საქმეში რომ შეუგნებელ, მექანიკურ დაზეპირებას ადგილი არ ექნეს, რომ ამ საგნის

შესწავლა სათანადო სიღრმით წარმოებდეს, ამისათვის ერთ-ერთ საშუალებად უნდა მივიჩნიოთ და წესადაც შემოვიღოთ შემდეგი: გაკვეთილის გამოკითხვის დროს დაფაზე გაკეთებულ ნახაზს ასოები შევუცვალოთ; მონაცემი ტოლი კუთხეები და ტოლი გვერდებიც შევცვალოთ, ხან თვით ნახაზსაც შევუცვალოთ მდებარეობა, მხოლოდ მონაცემების დაურღვევლად. ამით ნიადაგი ეცლება გეომეტრიის ზეპირად შესწავლას.

ცხადია, მარტო ეს საშუალება არ მოგვცემს შეგნებულ ცოდნას; ახალი თეორემის დამტკიცების დროს ფართედ უნდა გამოვიყენოთ ანალიზი, ხოლო გამოკითხვის პროცესში აქტიურად ჩავაბათ მუშაობაში ის მოსწავლეები, რომელთაც უძნელდებათ ლოგიკური მსჯელობა და თეორემის დამტკიცებაში გარკვევა. ამასთან ერთად მითითებას უნდა ვაძლევდეთ, თუ როგორ უნდა იმუშაონ წიგნზე.

ზეპირი გამოკითხვის დროს არ უნდა ვკმაყოფილდებოდეთ მხოლოდ მიმდინარე გაკვეთილის გამოკითხვით. ყოველთვის მეოთხედში *გავლილი მასალიდანაც ორი-სამი კითხვა უნდა მივცეთ გამოძახებულ მოსწავლეს.* ამას ის მიზანი აქვს, რომ *ხშირად გავახსენოთ მოსწავლეთ გავლილი მასალა, განვამტკიცოთ იგი მათ მეხსიერებაში, გამოვავლინოთ ცოდნის სიღრმე.* ამავე დროს ეს საჭიროა მოსწავლის ცოდნის შეფასების საქმისათვისაც: მოსწავლემ უნდა იცოდეს არა მარტო მიმდინარე გაკვეთილი, არამედ მეოთხედში დამუშავებული მთელი მასალაც. არავითარი აზრი არა აქვს მოსწავლის ცოდნის შეფასებას მხოლოდ ერთი გაკვეთილის მასალით. ხომ შესაძლებელია, რომ ესა თუ ის მოსწავლე ხშირად არ ამზადებდეს გაკვეთილს და მხოლოდ სადღეისო გაკვეთილი ჰქონდეს მომზადებული.

დასასრულ, მოსწავლის ცოდნა და მუშაობა რომ სწორად იქნას შეფასებული, მასწავლებელმა გაკვეთილის გამოკითხვის დროს მხედველობაში უნდა მიიღოს საშინაო წერითი სამუშაოს შესრულების ხარისხიც და ისე შეაფასოს მისი ცოდნა. ნიშანი უნდა დავწეროთ როგორც ჟურნალში, ისე

მოსწავლის დღიურში, რომ კლასის ხელმძღვანელმა და მშობლებმაც იცოდნენ ამ მოსწავლის წარმატების საქმე და საჭირო შემთხვევაში სათანადო ზომები მიიღონ.

3. ახალი მასალის დამუშავება

ა) ვიდრე ახალი მასალის დამუშავებას დაიწყებდეს მასწავლებელი, ჯერ უნდა გაახსენოს კლასს ყველა ის წესები, დებულებები, თეორემები, რომლებიც ახალი მასალის დამუშავების პროცესში დასჭირდებათ. თუ კლასი ძლიერია და მასწავლებელს იმედი აქვს, რომ საჭირო შემთხვევაში მოსწავლეები გამოიჩენენ გავლილი მასალის სათანადო ცოდნას, მაშინ შესაძლებელია ეს მომენტი არც კი იყოს საჭირო. ამ მომენტის საჭიროება დამოკიდებულია აგრეთვე დასამუშავებელი მასალის ხასიათზედაც.

რადგანაც გაკვეთილის მთავარი ნაწილი ახალი მასალის დამუშავებაა, ამიტომ **მასწავლებელმა აქ უნდა გამოიჩინოს მთელი თავისი ცოდნა, ერუდიცია, საკითხის მეთოდური დამუშავება, სწორი მეტყველება, ტემპერამენტი და ყოველივე ის, რაც დიდ მცოდნე ხელოვანად აქცევს მას მოსწავლეთა თვალში.**

ჩვენ ვფიქრობთ, **რაც უფრო მრავალფეროვანი იქნება ახალი მასალის მიწოდება და დამუშავება, მით უფრო მეტი შეგნებითა და სიღრმით იქნება საგნის სწავლების საქმე** და ამიტომ, აკადემიური წარმატების დონეც მაღალი იქნება. საჭიროა სხვადასხვა მეთოდის გამოყენება დასამუშავებელი საკითხის ხასიათის მიხედვით.

ჩვენ ვერ ვურჩევთ მასწავლებელს, რომ მან ესა თუ ის ხერხი გამოიყენოს ყოველთვის და ყველა კლასში. ეს გამოიწვევს ერთფეროვნებას და მოწყენას. ჩვენ კი უნდა ვცდილობდეთ, რომ მთელი გაკვეთილის მანძილზე მოსწავლეთა ყურადღება იმდენად გავამახვილოთ, **რომ ისინი არა მარტო აქტიური მსმენელები იყვნენ, არამედ აქტიური მონაწილენიც ყველა იმ დებულებათა დამტკიცებისა და დასკვნების გამოტანაში, რომლებიც კლასში მუშავდება მასწავლებლის მოხდენილი, ხწორი და გარკვეული მიზნისაკენ წამყვანი კითხვების საშუალებით.**

არც ერთი დასკვნა, არც ერთი ფორმულა ან თეორემა არ უნდა იქნას გამოყვანილი და დამტკიცებული მოსწავლეთა უშუალო მონაწილეობის გარეშე.

მათემატიკის ახალი მასალის დამუშავებაში თითოეული **მოსწავლე უნდა გავხადოთ აღმომჩენი.** ამისათვის მათემატიკურ დებულებათა დამტკიცების პროცესში დიდი ადგილი უნდა დაეთმოს ანალიზს. ფართოდ გამოყენებული უნდა იქნას კვლევითი მეთოდი, თვალსაჩინოება, საკითხის კონკრეტულად დამუშავება, ინდუქცია და დედუქცია. ისტორიული ცნობების მიწოდებას დიდი ხალისი შეაქვს მუშაობაში; ასევე ნახაზების, მოდელების და დიაგრამების კეთება სიცხოველეს იწვევს მუშაობაში. მოსწავლეთა გარემოდან და პრაქტიკული ხასიათის ამოცანების ამოხსნა ხომ განსაკუთრებული ხალისით მიმდინარეობს მთელი გაკვეთილის მანძილზე.

ყოველივე ეს თავთავის ადგილას ერთი მეორის შენაცვლებით ბადებს მუშაობის იმ ატმოსფეროს, რომელიც მოსწავლეს საშუალებას აძლევს შეგნებულად შეისწავლოს საგანი და ამავე დროს არც დაღლილობას გრძნობდეს.

სამწუხაროდ, ჩვენი სკოლების სინამდვილეში ბევრ სიმახინჯეს აქვს ამ მხრივ ადგილი. ერთ-ერთ სკოლაში მერვე კლასში დავესწარით გეომეტრიის გაკვეთილს; ახალგაზრდა მასწავლებელი უხსნიდა მართკუთხედის დიაგონალების თვისებას. გაკვეთილს ლექციის სახე მისცა და ისე ჩაატარა: თეორემა წარმოსთქვა, ნახაზი გააკეთა თითონ დაფაზე, არავის არ გაამეორებინა მის მიერ ნათქვამი თეორემა და არც გაარჩია რა არის თეორემის თანახმად მოცემული და რა არის დასამტკიცებელი; თეორემის დამტკიცება გადასცა იმ სახით, როგორც ეს სახელმძღვანელოშია. მოსწავლეებს რვეულებში არც ნახაზი გააკეთებინა და არც არაფერი ჩააწერინა; ამგვარად მოსწავლეები მხოლოდ პასიური მსმენელები იყვნენ. არავითარი საილუსტრაციო ამოცანა არ ამოახსნევინა მოსწავლეებს და ამით ამოიწურა ეს საკითხი.

ასეთ შემთხვევებს არა ერთხელ შევხვედრივართ ჩვენს სკოლებში; ვფიქრობთ, რომ გეომეტრიის ამგვარი სწავლება

არავითარ ნაყოფს არ მოიტანს და საგანსაც შევაჯავრებთ მოსწავლეებს.

ჩვენს მიერ აღნიშნულ შემთხვევაში მასწავლებელი ასე უნდა მოქცეულიყო: ჯერ მოსწავლეებისათვის უნდა გაემეორებინა მის მიერ თქმული თეორემა, შემდეგ კითხვებით გაერკვია — რა არის მოცემული, რა უნდა დავამტკიცოთ, როგორი ოთხკუთხედი უნდა დავხაზოთ, რას ეწოდება მართკუთხედი, რას ეწოდება დიაგონალი. ერთ მოსწავლეს დაფაზე დავახაზვინებდით მართკუთხედს, დანარჩენებს რვეულებში; ნახაზის გვერდზე ჩავაწერინებდით მათემატიკურ ენაზე მონაცემს და დასამტკიცებელს და შემდეგ ანალიზის გამოყენებით მოსწავლეებს თვითონ მივახვედრებდით იმას, რომ დიაგონალების ტოლობის დასამტკიცებლად საჭიროა იმ ორი მართკუთხა სამკუთხედის განხილვა, რომლებშიაც დიაგონალები ჰიპოტენუზებად არიან. ამ მართკუთხა სამკუთხედების ტოლობის აღმოჩენის შემდეგ სათანადო დასკვნას გააკეთებდნენ თვით მოსწავლეები. ამის შემდეგ მოსწავლეებს საილუსტრაციოდ ამოვახსნევინებდით ამოცანასაც.

მაშასადამე, ამ გზით მოსწავლეები აქტიური მონაწილენი იქნებოდნენ თეორემის დამტკიცების საქმეში; თვითონვე გაიკვლევდნენ გზებს და ამგვარად მიღებული შედეგი გაცილებით უკეთესი იქნებოდა, მოსწავლეებში დიდ კმაყოფილებას გამოიწვევდა, და მათ მეხსიერებაშიც მტკიცედ აღიბეჭდებოდა.

ძალიან ნაკლები ყურადღება ექცევა ამოცანების ამოხსნაში **პრაქტიკული ხასიათის ამოცანებს**, რის გამო მათემატიკის სწავლება გამოდის განყენებული, ცხოვრებას მოწყვეტილი, მშრალი და მოსაბეზრებელი.

რამდენი კარგი ამოცანა შეიძლება მივცეთ გაკვეთილზე — პროცენტებზე ჩვენი ყოველდღიური ცხოვრებიდან, სოფლის მეურნეობიდან და სოციალისტური აღმშენებლობის მდიდარი მასალიდან, რაც გააცხოველებს მუშაობას. ამგვარივე მასალაზე შეიძლება მრავალი ამოცანის შედგენა ალგებრაში — განტოლების შედგენაზე. ასევე პრაქტიკული ხასიათის ამოცანების შედგენა შეიძლება გეომეტრიაში და ტრიგონომეტრიაში (ფართობების, პირეულისა და მოცულო-

ბათა გამონაკლისობაზე); მათემატიკა შეიძლება დაუკავშიროთ ტექნიკას, გეოდეზიას, ფიზიკას, სამხედრო საქმეს და სხვ.

ახალი მასალის დამუშავებას მუდამ უნდა ვუკავშირებდეთ გავლილ მასალას და ამაზე უნდა ვაშენებდეთ ამ ახალი მასალის შეგნებულ შესწავლას.

ამ მხრივ მათემატიკა ფართე საშუალებას იძლევა, რომ ახალი მასალის დამუშავება გავშალოთ შესწავლილ მასალაზე, რაც ხელს უწყობს ერთი მხრივ წინათ შესწავლილის განმტკიცებას მოსწავლეთა მეხსიერებაში, მეორე მხრივ კი უადვილებს მათ ახალ დებულებათა ათვისებას.

ორიოდე სიტყვა მასწავლებლის **მეტყველებაზე.** ბევრი ჩვენგანი ყურადღებას არ აქცევს იმას, თუ რა ენით ელაპარაკება და უხსნის მოსწავლეთ ახალ გაკვეთილს; განსაკუთრებით ახლად დამწყები მასწავლებლები არ იღებენ მხედველობაში, თუ რა განვითარებისა და ასაკის ყმაწვილებთან აქვთ საქმე. ზოგი ასეთი მასწავლებელი ცდილობს ილაპარაკოს „მეცნიერული ენით“, როგორც უმაღლეს სასწავლებელში ესმოდა მას; ზოგი აჩქარებული ტემპით ლაპარაკობს, ნახევარ სიტყვას და ხან წინადადების ნაწილებსაც ყლაპავს; არ აქცევს ყურადღებას — მოსწავლეები მისდევენ და უსმენენ მას, თუ არა. ზოგი მრავალ გრამატიკულ და სტილისტურ შეცდომასაც უშვებს და კუთხურ გამოთქმებსაც არ იშორებს.

ასეთი ენით ჩვენ ვერც საგანს შევასწავლით მოსწავლეებს და ენასაც დავუმახინჯებთ. მოსწავლეებს უნდა ველაპარაკოთ სწორი, გამართული, მაგრამ ამავე დროს მათთვის გასაგები ენით ასაკისა და განვითარების მიხედვით; ახალ ცნებებსა და დებულებებს გარკვეულად და მკაფიოდ უნდა გადავცემდეთ; ყოველი ახალი ტერმინი დაფაზედაც უნდა დაიწეროს; ყოველი უცხო სიტყვა განმარტებული უნდა იქნას მშობლიური ენის საშუალებით.

ბ) ახალი მასალის ახსნის შემდეგ მასწავლებელი უნდა გადავიდეს **დამუშავებული საკითხის ათვისების ხარისხის შემოწმებაზე.** სათანადო კითხვების დასმით ის გებულობს, თუ რამდენად გაერკვა კლასი დამუშავებულ საკითხში და

შემდეგ 2—3 მოსწავლეს (ერთი მეორის შენაცვლებით) ამეორებინებს თხრობის სახით.

ამ პროცესში ირკვევა ბუნდოვანი და ძნელად გასაგები ადგილები; დამატებითი კითხვებითა და განმარტებების საშუალებით მოსწავლეთათვის საბოლოოდ უნდა ნათელვყოთ საკითხის ყოველი მხარე.

ამით მასწავლებელი აღრიცხავს თავის მუშაობას და ამავე დროს მას თვალწინ ექნება კლასის მდგომარეობა საერთოდ და კლასის საკმაოდ დიდი ნაწილის თითოეული მოსწავლის მიერ მასალის შეთვისების ხარისხი.

ახალი მასალის დამუშავების დროს მოსწავლეთა შეუმჩნევლად ხდება მათი განვითარების, მომზადების, მიხვედრილობის, ცოდნის მარაგისა და მისი გამოყენების უნარის გამოვლინება და აღრიცხვა აქ ნათლად ირკვევა, ვინ რას წარმოადგენს მათემატიკაში. ყოველი მცოდნე და მიხვედრილი მოსწავლე ახალი მასალის დამუშავებისა და ამოცანების ამოხსნის პროცესში მასწავლებლის მარჯვენა ხელია.

ცოცხლად წაყვანილ გაკვეთილზე ახალი მასალის დამუშავების საქმეში ბევრი ზარმაცი მოსწავლე ამოძრავდება და აქტიური მონაწილე ხდება ახალი დებულების დამუშავებაში.

როდესაც მასწავლებელი მორჩება ახალი მასალის დამუშავებას და გადავა დამუშავებული საკითხის ათვისების შემოწმებაზე, მთავარი ყურადღება გადადის საშუალო და სუსტ მოსწავლეებზე. საერთოდ მასწავლებლის ენერგია უმთავრესად შედარებით სუსტ მოსწავლეებზე უნდა იხარჯებოდეს, მაგრამ კლასი მას არ უნდა გრძნობდეს არც ერთ მომენტში — თითოეული მოსწავლე ყოველთვის აქტიურად უნდა იყოს ჩაბმული მუშაობაში.

გ) ახალი საკითხის დამუშავებას და მისი ათვისების ხარისხის შემოწმებას უნდა მისდევდეს **საილუსტრაციო მაგალითებისა ან ამოცანების ამოხსნა.** აქ მასწავლებელს წინასწარ შერჩეული უნდა ჰქონდეს სიძნელისა და სახეების მიხედვით სათანადო მასალა. მუშაობას ვიწყებთ დაფაზე და რვეულში. გამოგვყავს ჯერ კარგი მოსწავლე, რომელიც მასწავლებლის დასმულ კითხვებზე იძლევა სრულ პასუხს და

ახსნა-განმარტებით აწარმოებს ამოხსნას. შემდეგ გამოგვყავს საშუალო მოსწავლე და ა. შ.

დ) საილუსტრაციო მაგალითებისა ან ამოცანების ამოხსნას უნდა მოყვეს **დამოუკიდებელი მუშაობა.** ცხადია, ამ სამუშაოში, რომელიც 5 — 10 წუთს გასტანს, მასწავლებელმა უნდა მისცეს მოსწავლეთ იმავე ხასიათის სავარჯიშო მაგალითები, როგორიც დაფაზე იქნა ამოხსნილი. დამოუკიდებელი სამუშაოს ჩატარების დროს კარგად უნდა გვახსოვდეს, რომ მოსწავლეებს ისეთი სამუშაო უნდა მივცეთ, რომლის დაძლევას ისინი მოახერხებენ; დაუძლეველი სამუშაო მოსწავლეებს უკლავს ინტერესს სამუშაოსადმი.

მასწავლებელი დაფაზე სწერს ან უკარნახებს მაგალითებს ან ამოცანას, აძლევს დროს და ავალებს მოსწავლეებს — ამოხსნან დამოუკიდებლად. ამით მასწავლებელს სურს გაიგოს და შეამოწმოს, რამდენად აითვისა კლასმა გაკვეთილზე დამუშავებული ესა თუ ის წესი ან დებულება, რამდენად საკმაო იყო ის საილუსტრაციო მაგალითები, რომლებიც დაფაზე იქნა ამოხსნილი; რამდენად გამოიყენებენ ყოველივე ამას მოსწავლეები მიცემული სამუშაოს შესრულების საქმეში.

დამოუკიდებელი სამუშაო აკავშირებს თეორიას პრაქტიკასთან. რადგანაც ამ სამუშაოში მასწავლებელი ცუდ ნიშანს არავის უწერს, ამიტომ მოსწავლეები მართლაც და მთლიანად დამოუკიდებლად ასრულებენ მას.

ამ სამუშაოს დიდი აღმზრდელობითი მნიშვნელობაც აქვს — იგი განამტკიცებს მოსწავლის ნებისყოფას და ყურადღებას, აძლევს რწმენას თავისი ძალისადმი.

ასეთ მუშაობაში ნათლად გამოვლინდება ძლიერი, საშუალო და სუსტი მოსწავლე. მასწავლებელი რამდენიმე წუთის შემდეგ გაუვლის მოსწავლეთა მერხებს და საჭიროებისამებრ ზოგ მოსწავლეს ბიძგს მისცემს სათანადო მითითებებით, ზოგს კი ახსნა-განმარტებას და სხვ.

განსაზღვრული დროის შემდეგ ამოწმებენ ამ სამუშაოს შესრულების ხარისხს რომელიმე მოსწავლის ნამუშევრის წაკითხვით. კითხვის პროცესში მოსწავლეები იძლევიან ახს-

ნა-განმარტებას ამოხსნის შესახებ, უსწორებენ ერთმანეთს და იღებენ საბოლოოდ სწორ პასუხს.

წახალისების მიზნით მასწავლებელი შეაქებს იმ მოსწავლეთ, რომელთაც სწრაფად და სწორად ამოხსნეს ან ორიგინალური ამოხსნა მოგვცეს; სათანადო ნიშანსაც დაუწერს ჟურნალში.

აქაც, ამ შემოწმებით, მასწავლებელი არკვევს, თუ დამუშავებული საკითხის რა მხარეები დარჩა მოსწავლეთათვის ბუნდოვანი და გაუგებარი, ამახვილებს მოსწავლეთა ყურადღებას საკითხის ამ ნაწილზე და ამით საკითხის მთლიანი დამუშავება ამოწურულად შეიძლება ჩაითვალოს.

შესაძლებელია, რომ ამ სახის დამოუკიდებელი მუშაობა ვერც კი მოესწროს იმავე გაკვეთილზე; მაშინ იგი მოეწყობა შემდეგ გაკვეთილზე; ან დამუშავებული საკითხის მიხედვით შეიძლება არც კი იყოს საჭირო ასეთი სამუშაოს ჩატარება.

დამოუკიდებელ სამუშაოდ მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნის გარდა ხშირად მოსწავლეებს უნდა ეძლეოდეთ როგორც კლასში, ისე სახლში, თეორიული ხასიათის საკითხების დამუშავებაც (იხ. საშინაო დავალებაში).

4. საშინაო დავალების მიცემა

საშინაო დავალება მოსწავლეებისათვის **სამგვარია:**

ა) კლასში დამუშავებული თეორიული მასალის შესწავლა სახელმძღვანელოში, ე. ი. გაკვეთილის მომზადება;

ბ) სავარჯიშო მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნა, ან დიაგრამებისა და გრაფიკების შედგენა — ამ სახის დავალება მოსწავლეებმა წერილობით უნდა შეასრულონ;

გ) ახალი თეორიული მასალის დამუშავება დამოუკიდებლად.

ამ საშინაო დავალების მიცემაში ერთი ფაქტი უნდა აღინიშნოს, რომელსაც ხშირად ვხვდებით სკოლების ცხოვრებაში. მასწავლებელმა იმუშავა მთელი გაკვეთილი, შესაძლებელია ძალიან ნაყოფიერადაც, მაგრამ მან არ გამოიანგარიშა დრო, რომელიც მის განკარგულებაში იყო და ზარმა

მოუსწრო ისე, რომ დავალება ჯერ არც კი მიუცია; მოსწავლეები ალაგებენ რვეულებსა და წიგნებს და მიდიან გარეთ. მასწავლებელი ამ მიმავალ მოსწავლეებს და უკვე ახმაურებულ კლასს მიაძახებს, რომ სახლში ესა და ეს მოამზადეთო და ესა და ეს საშინაო წერითი დავალებაც შეასრულეთო. ამგვარად დავალების მიცემა არმიცემას უდრის. მოსწავლეებმა კარგად ვერ გაიგეს, თუ რა დავალება მისცეს მათ და ვინც გაიგო, ის მეორე დღეს იტყვის — ზარი დარეკილი იყო, მე ისე გავედი კლასიდან, რომ თქვენი დავალება არ გამიგიაო. ამიტომ ფასი ეკარგება და უშედეგოდ რჩება მასწავლებლის ასეთი განკარგულება.

აუცილებლად საჭიროა ზარის დარეკამდე მოასწროს მასწავლებელმა დავალების მიცემა სახელმძღვანელოში სათანადო პარაგრაფის მითითებით, ამოცანათა კრებულში ამოცანების ნომრების დაწერა დაფაზე და იმ განყოფილების დასახელება, რომელშიც აღნიშნული ამოცანებია. სახელმძღვანელოში ზოგი გაუგებარი ადგილების წაკითხვა და ახსნა, ხოლო ამოცანებშიც ზოგი მითითების მიცემა, რომ მოსწავლეთათვის არაფერი დაუძლეველი არ დარჩეს.

მასწავლებელი სისტემატურად უნდა აძლევდეს მითითებას მოსწავლეებს იმის შესახებ, თუ როგორ იმუშაონ წიგნზე, როგორ გამოიყენონ კლასში წარმოებული ჩანაწერები და სხვა. ამის გარეშე მოსწავლეებმა შესაძლებელია უნაყოფოდ იმუშაონ სახლში; თუ გვინდა რომ გეომეტრიის სწავლა და გაკვეთილის მომზადება ამ საგანში შეგნებულად წარმოებდეს, მასწავლებელი ხშირად უნდა ასწავლიდეს წიგნზე მუშაობას. ერთი სიტყვით, მასწავლებელი ხშირად უნდა აძლევდეს მითითებებს მოსწავლეებს, თუ როგორ უნდა ამზადონ მათ სახლში გაკვეთილი.

მათემატიკის შეგნებული ცოდნა და მოსწავლეთა აქტიური მუშაობა რომ სათანადო სიმაღლეზე იდგეს, საშინაო დავალებად ზემოხსენებული ორი ხასიათის მასალის გარდა შეიძლება ეძლეოდეს მოსწავლეებს ზოგჯერ სრულიად ახალი თეორიული მასალის შესწავლაც. რასაკვირველია, შედარებით ადვილი საკითხებისა და მასთან ისეთების, რომლისდაგვარი კლასში იქნა დამუშავებული და შესწავლილი. ასე

თი დავალებით ჩვენ მოსწავლეს ვაჩვევთ სრულიად დამოუკიდებლად მუშაობას წიგნზე; ამგვარად შეძენილი ცოდნა ბევრად უფრო საფუძვლიანი და შეგნებული იქნება, ვიდრე კლასში მასწავლებლის მიერ დამუშავებული და მიწოდებული. ასეთი დავალებების მიცემა შეიძლება დავიწყოთ არასრულ საშუალო სკოლის მერვე კლასში და შემდეგ საშუალო სკოლის უფროს კლასებში თანდათან გავაძლიეროთ იმ ვარაუდით, რომ უმაღლეს სკოლაში მოსწავლეებს აღარ გაუჭირდეთ დამოუკიდებელი მუშაობა.

დავასახელოთ სანიმუშოდ ზოგიერთი საკითხი ალგებრა, გეომეტრია და ტრიგონომეტრიაში, რომელთა დამოუკიდებლად დამუშავება მოსწავლეებს შეუძლიათ, თუ კი მასწავლებელი სათანადო მითითებებს მისცემს.

ა) ა ლ გ ე ბ რ ა შ ი. ვთქვათ, კლასში დავამუშავეთ დაყვანილი და დაუყვანელი სახის კვადრატული განტოლების ფორმულები; მოსწავლეთ ვაძლევთ მესამე ფორმულის გამოყვანას დამოუკიდებლად (ამისათვის საკმარისია მცირე მითითების მიცემა, რომ შუა წევრის კოეფიციენტად b-ს მაგივრად $2\ k$ აიღონ); ან კიდევ — არითმეტიკული პროგრესიის წევრთა ჯამის პირველი ფორმულის გამოყვანის შემდეგ მოსწავლეებს დაევალოთ, რომ დამოუკიდებლად გამოიყვანონ წევრთა ჯამის ის ფორმულები, სადაც არ არის უკანასკნელი წევრი, ან პირველი წევრი, და სხვ.

ბ) გ ე ო მ ე ტ რ ი ა შ ი როცა კლასში დავამუშავებთ ჩახაზული კუთხის გაზომვის პირველ შემთხვევას (მერვე კლასი), სახლში შეიძლება მივცეთ შესასწავლად მეორე და მესამე შემთხვევა. მეცხრე კლასში დავამუშავეთ ტოლკუთხიანი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება; სახლში შეიძლება მივცეთ მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება. დავამტკიცეთ, რომ ერთი კათეტი საშუალო პროპორციულია ჰიპოტენუზასა და ამ კათეტის პროექციას შორის; მეორე კათეტის შესახებ თვითონ გაარკვიონ და დაამტკიცონ. სამკუთხედებში მახვილი და ბლაგვი კუთხის მოპირდაპირე გვერდების განსაზღვრის შემდეგ მოსწავლეებმა თვითონ უნდა დაამტკიცონ პარალელოგრამის დიაგონალების

კვადრატების ჯამის ტოლობა მისი ყველა გვერდების კვადრატების ჯამთან და ა. შ.

გ) ტრიგონომეტრიაში. დაყვანის ფორმულებზე საკმარისია ორი-სამი შემთხვევის დამტკიცება, მაგალ. $90^\circ+\alpha$, $180^\circ-\alpha$, $270^\circ-\alpha$; დანარჩენი შემთხვევები მოსწავლეებმა სახლში დამოუკიდებლად უნდა დაამტკიცონ.

კლასში თუ გამოვიყვანეთ 30°-იანი კუთხის ტრიგონომეტრიული ფუნქციები, სათანადო მითითების მიცემის შემდეგ მოსწავლეებმა თითონ უნდა განსაზღვრონ 45°-იანი და 60°-იანი კუთხეების ფუნქციები. ორი კუთხის სხვაობის ფორმულებში კლასში უნდა დავუმტკიცოთ $\sin(\alpha-\beta)$, სახლში კი ამის კვალობაზე მოსწავლეებმა უნდა გამოიყვანონ ორი კუთხის სხვაობის კოსინუსი და ტანგენსი.

ასევე ორკეცი კუთხის ფორმულები მოსწავლეთ თავისუფლად შეუძლიათ გამოიყვანონ, თუ კი კლასში გამოვიყვანეთ ორკეცი კუთხის სინუსი.

ერთი სიტყვით, მათემატიკის ყოველ დარგში მრავალი საკითხი შეიძლება მოსწავლეებს დავავალოთ დამოუკიდებლივ შესასწავლად, თუ კი წინასწარ სათანადო მეთოდურ მითითებას მივცემთ.

სკოლების მუშაობის პრაქტიკაში, სამწუხაროდ, ძალიან იშვიათად ვხვდებით ამ სახის დამოუკიდებელ მუშაობას როგორც კლასში, ისე საშინაო დავალებებში. ასეთი მუშაობა კი მეტად სასარგებლოა, რადგანაც იგი აჩვევს მოსწავლეს დამოუკიდებლად, შეგნებულად, სხვის დაუხმარებლად დინჯად აზროვნებას და მუშაობას. მოსწავლე ასეთ მუშაობაში იწვრთნება, მას უმტკიცდება ნებისყოფა და ეძლევა რწმენა თავისი ძალისადმი.

როდესაც სტუდენტობას ვეკითხებით — უმაღლეს სკოლაში რა სახის მუშაობა უფრო უძნელდებათ, პასუხად გვეუბნებიან, რომ დამოუკიდებლად მუშაობა სახელმძღვანელოზე. დამხმარე ლიტერატურაში გარკვევა და საერთოდ დამოუკიდებელი სამუშაოს შესრულება გვიძნელდებაო. ახალგაზრდობის ამ ნაკლში საშუალო სკოლის მასწავლებლებს დიდი დანაშაული მიგვიძღვის.

ჩვენ შევეხეთ მასწავლებლის ყოველდღიურ მუშაობას გაკვეთილზე და აღვნიშნეთ რა და რა მომენტებისაგან შედგება გაკვეთილი საერთოდ; ეს მომენტები თითქმის ყოველ გაკვეთილზე გვხვდება. მაგრამ, არის კიდევ სხვა მომენტებიც, რომლებსაც გაკვეთილებზე მხოლოდ პერიოდულად აქვს ადგილი. ასეთებია: საკონტროლო წერა, დამუშავებული თემის განმეორება, მეოთხედის ბოლოს შესწავლილი საკითხების განმეორება, წლის ბოლოს გავლილი საპროგრამო მასალის განმეორება და სხვ. ეს საკითხებიც ცალკე წერილებში გვაქვს განხილული.

წერითი სამუშაოები მათემატიკაში

შ ე ს ა ვ ა ლ ი

მათემატიკის სწავლების საქმეში უაღრესად დიდი მნიშვნელობა აქვს წერით სამუშაოებს, რომელთა გამოყენება და მნიშვნელობა ბევრ მასწავლებელს ერთნაირად არ ესმის და რომელთა შემოწმება, შეფასება და გასწორება ყველა სკოლაში ერთნაირად არ წარმოებს. სკოლებს ჯერ კიდევ არა აქვთ სახელმძღვანელო, რომელიც ამ საქმეში სათანადო დახმარებას გაუწევდა მათ. განათლების ორგანოები საჭიროების მიხედვით იძლევიან ამის შესახებ შესაფერ მითითებებს, მაგრამ ის მაინც არ არის საკმარისი ჯერ კიდევ გამოუცდელ, ახლადდამწყებ მასწავლებელთათვის. ამისათვის, ვფიქრობთ, ეს მეთოდური წერილი ერთგვარ დახმარებას გაუწევს მათემატიკის მასწავლებელს წერითი სამუშაოების მართებულად წარმართვისათვის.

მათემატიკაში წერითი სამუშაოების სახეები სამგვარია: **საკლასო, საშინაო** და **საკონტროლო.** თითოეულ მათგანს აქვს თავისი სპეციფიური მიზანი და დანიშნულება; თითოეული მათგანის თემატიკა, შემოწმება, გასწორება, შეფასება და რაოდენობა სხვადასხვაგვარია. განვიხილოთ თითოეული მათგანი ცალ-ცალკე.

1. საკლასო წერითი სამუშაო

ს ა კ ლ ა ს ო წერით სამუშაოს მოსწავლეები ასრულებენ მხოლოდ კლასში, ეგრეთ წოდებულ, საკლასო რვეულებში; ასეთი სახის წერითი სამუშაოს შინაარსი შემდეგია:

ა) მოსაწვლეები გაკვეთილზე რვეულში აწარმოებენ ყველა იმ მაგალითისა და ამოცანის ამოხსნას, რომელთა

ამოხსნასაც დაფაზე სწერს ერთ-ერთი მოსწავლე მასწავლებლის ხელმძღვანელობით და მთელი კლასის აქტიური მონაწილეობით.

ბ) ამავე რვეულებში მოსწავლეებს სქემატურად შეაქვთ ყველა ის თეორიული მასალა, რომელიც კლასში მუშავდება და დაფაზე იწერება: ფორმულების გამოყვანა, ნახაზების აგება, თეორემის დამტკიცების სქემატური ჩაწერა იმავე სახით, როგორც დაფაზე (ნახაზი, გვერდზე — მონაცემი, მის ქვეშ დასამტკიცებელი ნაწილი, გარჩეული ნაკვთებიდან სათანადო ელემენტების ტოლობის ჩაწერა და მათი აღნიშვნა ნახაზზედაც, სათანადო დასკვნების შემდეგ ტოლობის, ან პროპორციულობის, ან მსგავსობის და სხვ. სქემატურად ჩაწერა და, დასასრულს, საბოლოო დასკვნის ჩაწერა). ყოველივე ეს მასწავლებლის ხელმძღვანელობით ახსნა-განმარტებასთან ერთად სრულდება ერთსა და იმავე დროს დაფაზე და რვეულში. მასწავლებელი ყურადღებას უნდა აქცევდეს მოსწავლეების მიერ შესრულებული ნახაზების სიზუსტეს.

მასწავლებელთა ერთი ნაწილი ამ სამუშაოს შემდეგნაირად ასრულებს: ამტკიცებს თეორემას, თან დაფაზე იძლევა ნახაზს და სათანადო სქემატურ ჩანაწერს; თითონ სწერს ან მოსწავლეს აწერინებს. თეორემის დამტკიცების დასრულების შემდეგ, მოსწავლეებს წინადადებას აძლევს, გადაიწერონ დაფიდან ნახაზი და ჩანაწერი: ეს მასწავლებლები მუშაობის ასეთ მეთოდს იმით ასაბუთებენ, რომ როცა მოსწავლეები ახსნა-განმარტებასთან და თეორემის დამტკიცებასთან ერთად ასრულებენ სქემატურ ჩანაწერს და ნახაზს, მათი ყურადღება იფანტება, ისინი ვერ ასწრებენ ჩაწერასაც და ყურის გდებასაცო; ამიტომ, მათი აზრით, საჭიროა მოსწავლეებმა ჯერ მასწავლებელს დაუგდონ ყური, გაიგონ თეორემის დამტკიცება და შემდეგ გადაიწერონ დაფიდან. ეს აზრი სწორი არ არის და აი რატომ: მასწავლებელმა თეორემა თქვა; კლასმა იგი გაარჩია: რა არის მოცემული, რა არის დასამტკიცებელი, ე .ი. თეორემის შინაარსი გაყოფილი იქნა ორ ნაწილად: პირობად, ანუ იმ ნაწილად, რაც მოცემულია, და დასკვნად, ანუ იმ ნაწილად, რაც უნდა დამტკიცდეს; ახლა კლასი არკვევს, თუ რა ნაკვთის დახაზვა იქნება საჭირო;

მხოლოდ ამის შემდეგ სრულდება ნახაზი დაფაზე და რვეულებშიც; ამავე დროს გვერდზე იწერება თეორემაში მოცემული და დასამტკიცებელი ნაწილი. რაც კლასმა გაარჩია მასწავლებლის ხელმძღვანელობით, იმის ფიქსაცია მოხდა რვეულში; მაშ, მოსწავლემ მოისმინა, მერე დაფაზეც დაინახა და თითონაც შეასრულა რვეულში; ამგვარად, ერთდროულად **იღებს მონაწილეობას მოსწავლის სმენა, მხედველობა და მოტორული გრძნობა.** ცხადია, როცა გაირკვა ნახაზი, თეორემის მონაცემი და დასამტკიცებელი ნაწილი, ამის შემდეგ მასწავლებელი ახალს არას ამბობს და ამიტომ მოსწავლეები, რომ რვეულს მიუბრუნდებიან, მათ ყურადღება კი არ დაეფანტებათ, არამედ რაც მოისმინეს, მასვე ხედავენ კიდეც და თავიანთი ხელითაც ასრულებენ. ამის შემდეგ იწყება მასწავლებლის ხელმძღვანელობით თეორემის დამტკიცების ანალიზი, ე. ი. გარკვევა იმისა, თუ თეორემის კითხვის დასამტკიცებლად რა დამხმარე მონაკვეთები, კუთხეები, სამკუთხედები და სხვა ნაკვთები დაგვჭირდება. სანამ ანალიზი წარმოებს საწერი არა აქვთ რა. როცა ანალიზი დამთავრდება და დაიწყება სინთეზი — უფრო ადვილი ნაწილი თეორემის დამტკიცებისა, ამის შემდეგ იწყება დამხმარე ხაზების გავლება. და აი სწორედ ამ დროს ასრულებენ ამას მოსწავლეები რვეულებში; გაირკვა კუთხეების ტოლობა ან გვერდების ტოლობა — მაშინვე დაფაზე და რვეულში აღვნიშნოთ ეს, ჩავწეროთ კიდეც მათი ტოლობა და ასე შემდეგ. ცხადია, როცა დაფაზე და რვეულში იწერება რამე, ამ დროს პატარა პაუზები იქნება. მეორე გზით მუშაობა კი, ე. ი. ჩანაწერების დაფიდან გადაწერა დამტკიცების შემდეგ, მექანიკური იქნება და ყოვლად უსარგებლოდ დაიკარგება დრო. ამიტომ უკეთესი იქნება მოსწავლეებმა სრულიად არაფერი არ გადაწერონ დაფიდან. ჯერ კიდევ XVII საუკუნეში ამბობდა ამოს კომენსკი თავის „დიდ დიდაქტიკაში": „საჭიროა მუდამ ერთად გამოვიყენოთ სმენაც, მხედველობაც, ენაც და ხელიცო".

საკლასო რვეულებში არ უნდა იწერებოდეს თეორემები, მათი სიტყვიერი დამტკიცება, რაიმე წესები, ან ფორმულების სიტყვიერი გამოთქმა, რასაც, სამწუხაროდ, ბევრ სკო-

ლაში დღესაც ადგილი აქვს. ყველა ამისათვის არსებობს სტაბილური სახელმძღვანელოები, სადაც მოსწავლეებს საშუალება აქვთ გადაათვალიერონ სახლში და შეისწავლონ კლასში დამუშავებული მასალა.

ჩვენ სკოლებში მათემატიკის გაკვეთილებზე ზოგჯერ კონსპექტებს აწერინებენ, რაც უარყოფილი უნდა იქნას. მოსწავლე უნდა შეეჩვიოს მუშაობას წიგნზე, სადაც უფრო მეტი სიღრმითა და უკეთესი ქართული ენით შეისწავლის კლასში დამუშავებულ მასალას, ვიდრე მასწავლებლის მიერ მოკლედ ნაკარნახევ და შეცდომებით ჩაწერილ კონსპექტში.

გამონაკლისის სახით შეიძლება ჩაწერილ იქნას რვეულებში ისეთი წესი ან გამოთქმა, რომელიც გვინდა, რომ მოსწავლის მეხსიერებაში განსაკუთრებული ძალით აღიბეჭდოს,მაგალითად: გამრავლების ფორმულების სიტყვიერი გამოთქმა, დაყვანილი ან დაუყვანელი კვადრატული განტოლების ფორმულები და სხვა.

გამონაკლისის სახით შეიძლება შეწყნარებულ იქნას აგრეთვე ტრიგონომეტრიული ფორმულების სიტყვიერი გამოთქმის ჩაწერა საკლასო რვეულებში, რადგანაც ეს გამოთქმები სტაბილურ სახელმძღვანელოში (რიბკინის) სრულიად არ მოიპოვება; მაგრამ აქაც მასწავლებელმა ამ ფორმულების სიტყვიერი გამოთქმა უნდა აიღოს კ. სულაქველიძის, ან დევიძის და ხარაბაძის, ან შტეინბერგის ტრიგონომეტრიის სახელმძღვანელოდან.

გ) საკლასო სამუშაოში შევა აგრეთვე **დამოუკიდებელი წერითი მუშაობა**, რომელსაც მათემატიკის გაკვეთილზე მოკლე დროში — 5 — 10 წუთში ჩაატარებს მასწავლებელი კლასში. ამ სახით წერითი მუშაობა მასწავლებელმა უნდა მოაწყოს მის შემდეგ, როცა მოსწავლეები მისი ხელმძღვანელობით ამოხსნიან დაფაზე და რვეულებში რაიმე სავარჯიშო მაგალითებს, ან ამოცანას, და მასწავლებელს სურს გაიგოს, თუ რამდენად აითვისეს და დასძლიეს ეს მასალა მოსწავლეებმა; მასწავლებელი დაფაზე სწერს, ან კრებულში მიუთითებს მაგალითებისა და ამოცანის ნომრებს და ავალებს იქვე, კლასშივე ამოხსნან. შესაძლებლობის ფარგლებში აუცილებელია ყოველ გაკვეთილზე გამოვყოთ დრო მასწავლებლის

მეთვალყურეობით ხანმოკლე დამოუკიდებელი მუშაობისათვის. ეს მუშაობა ხელს უწყობს იმავე გაკვეთილზე შესწავლილი მასალის განმტკიცებას და დამოუკიდებელ მუშაობას აჩვევს მოსწავლეებს. კლასში დამოუკიდებელი მუშაობის ჩატარება მასწავლებელს მდიდარ მასალას აძლევს ყოველი მოსწავლის შესასწავლად; მუშაობის პროცესში მასწავლებელი კლასში დადის და საჭიროების მიხედვით აძლევს ზოგიერთ მოსწავლეს მხოლოდ მითითებას, ზოგს კი უფრო სერიოზულ დახმარებას უწევს.

როგორც ზემოხსენებულიდან ჩანს, საკლასო სამუშაო მათემატიკის ყოველ გაკვეთილზე სრულდება ახალი მასალის დამუშავების პროცესში, სავარჯიშო მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნის დროს და, დასასრულ, მოკლე დროის მანძილზე, დამოუკიდებელი სამუშაოს შესრულების დროს. ყოველი ასეთი სამუშაოს დასაწყისში მოსწავლე თავის რვეულში სწერს: „კლასში", თვეს და რიცხვს, სათაურს, თუ რაზეა ამოხსნილი მაგალითები და ამოცანა.

ამ სახის სამუშაოს მასწავლებელი ნიშნით არ შეაფასებს. გამონაკლისის სახით შეიძლება მასწავლებელმა ნიშანი დაუწეროს იმ მოსწავლეს, რომელმაც დამოუკიდებელი სამუშაო ყველაზე ადრე და სწორედ შეასრულა ან ორიგინალური ამოხსნა მოგვცა.

გაკვეთილის მსვლელობის დროს მასწავლებელი თვალყურს ადევნებს იმას, თუ როგორ ასრულებს ესა თუ ის მოსწავლე სამუშაოს, რამდენად სწორედ სწერს რვეულში მელნით (ფურცლებზე და ფანქრით წერა შეუწყნარებელია).

რაც შეეხება კლასში შესრულებული დამოუკიდებელი სამუშაოს გასწორებას, იგი კლასში მიცემული დროის დასრულების შემდეგ მოწმდება დაფაზე შესრულების საშუალებით (თუ უმრავლესობამ ვერ დასძლია), ან რამდენიმე მოსწავლის ნამუშევრის ხმამაღლა წაკითხვით.

II. საშინაო წერითი სამუშაო

ა) საშინაო წერითი სამუშაოს მიზანი

მათემატიკაში ჩვევების მისაღებად და თეორიული ცოდნის გასაღრმავებლად საკმარისი არ არის მხოლოდ კლას-

ში მუშაობა და ვარჯიშობა. თუ მუშაობის ნაწილი სახლში არ გადავიტანეთ, სათანადო სიღრმით ვერ შევასწავლით მოსწავლეებს მათემატიკას. მათემატიკის პროგრამის მოცულობა ისეთია, რომ წარმოუდგენელია მისი გავლა საშინაო წერითი დავალებების მიუცემლად. თეორიული მასალის გარდა, მასწავლებლის ხელმძღვანელობით კლასში მუშავდება სანიმუშო, ანუ ტიპიური მაგალითები და ამოცანები; ამ მასალის განმტკიცება, საკმაო ჩვევების მიღება სახლში უნდა ხდებოდეს წერით სამუშაოთა შესრულების გზით. ეს არის საშინაო წერითი სამუშაოს ერთ-ერთი მიზანი. ამ სახის სამუშაოს მეორე და მთავარი მიზანი კიდევ იმაში მდგომარეობს, რომ მას აქვს დიდი აღმზრდელობითი მნიშვნელობაც. მოსწავლე კლასშიაც ეჩვევა დამოუკიდებელ მუშაობას მასწავლებლის ხელმძღვანელობით, მაგრამ დამოუკიდებელი მუშაობის მთავარი ნაწილი სახლში სრულდება. მოსწავლეს დამოუკიდებელი მუშაობისა და აზროვნების უნარს პრაქტიკულ საქმიანობაში, თეორიული ცოდნის გამოყენების ჩვევებს არც ერთი სახის სამუშაო არ უვითარებს ისე ძლიერ როგორც საშინაო წერითი სამუშაო. ამავე დროს მოსწავლე უდიდეს მორალურ კმაყოფილებას და სიხარულს განიცდის, როდესაც იგი მიზანს აღწევს ამოცანის ამოხსნის შემდეგ სასურველი პასუხის მიღებით.

ამიტომ. ყოველ საჭირო შემთხვევაში, დამუშავებულ თითოეულ საკითხთან დაკავშირებით მასწავლებელი **სისტემატურად** უნდა აძლევდეს მოსწავლეებს საშინაო წერით სამუშაოს.

ბ) საშინაო წერითი სამუშაოს შინაარსი და მოცულობა

ამ სახის სამუშაო უნდა წარმოადგენდეს ერთგვარ სიძნელეს, რომლის დაძლევა საშუალო მოსწავლეს უნდა შეეძლოს, წინააღმდეგ შემთხვევაში შეიძლება მიცემულმა სამუშაომ სარგებლობის მაგივრად ზიანი მოიტანოს. მოსწავლე ტყუილ-უბრალოდ დახარჯავს დროს და ენერგიას იმის ცდაში, რომ გაუგებარი და დაუძლეველი დავალება დასძლიოს; თუ სათანადო შედეგს ვერ მიიღებს, დაჰკარგავს ინტერესს

საქმისადმი და რწმენას თავისი ძალისადმი. ამიტომ მასწავლებელმა გულდასმით უნდა შეარჩიოს წინასწარ ყველა დავალება, რომელიც მან უნდა მისცეს მოსწავლეებს.

რა შეიძლება მიეცეს მოსწავლეებს საშინაო წერით სამუშაოდ? ჩვეულებრივ და უმრავლეს შემთხვევაში მოსწავლეებს ეძლევათ საშინაო სამუშაოდ მაგალითები და ამოცანები; ეს მაგალითები და ამოცანები მასწავლებელს ამოხსნილი უნდა ჰქონდეს და დარწმუნებული უნდა იყოს, რომ მონაცემები მაგალითში და ამოცანაში სწორად არის. სამწუხაროდ, არსებულ სტაბილურ კრებულებში ზოგჯერ კორექტურული ხასიათის შეცდომებს ვხვდებით, რის გამო მაგალითის ან ამოცანის შეუმოწმებლად მიცემა შეუწყნარებელია; მასალა, ცხადია, შერჩეულ უნდა იქნას სიძნელის თვალსაზრისითაც. საშინაო დავალება უნდა შეიცავდეს დაახლოებით იმგვარივე ხასიათის მაგალითებსა და ამოცანებს, რა სახისაც სკოლაში იყო ამოხსნილი. თუ საშინაო სამუშაოდ მისაცემ მაგალითში ან ამოცანაში რაიმე ახალი მომენტია, მასწავლებელმა აუცილებლად უნდა მისცეს მოსწავლეებს სათანადო განმარტება და მითითება.

საშინაო წერით დავალებად შეიძლება მივცეთ გეომეტრიაში ამოცანები, როგორც გამოანგარიშებაზე, ისე აგებაზე.

როდესაც მოსწავლეს ვავალებთ, რომ კლასში გამოყვანილი რომელიმე განსაკუთრებული მნიშვნელობის წესი, ან ფორმულა წიგნის საშუალებით შეისწავლოს, შეიძლება დავავალოთ აგრეთვე, რომ ეს წესები ან ფორმულები საშინაო რვეულშიც გადაიწეროს, რათა უფრო საფუძვლიანად დაამახსოვრდეს.

არის შემთხვევები, რომ მოსწავლეებს ვავალებთ დამოუკიდებლად დაამუშაონ შინ ისეთი თეორიული მასალა, რომელიც კლასში დამუშავებული საკითხებიდან გამომდინარეობს; მაგ., გეომეტრიაში, თუ დავამტკიცეთ სამკუთხედში მახვილი და ბლაგვი კუთხის მოპირდაპირე გვერდების მეტრული თანაფარდობა, შეიძლება საშინაო დავალებად მივცეთ თეორემა პარალელოგრამის დიაგონალების კვადრატთა ჯამის შესახებ (საჭირო იქნება მცირე მითითება), ან, თუ

დამტკიცებულია კლასში ერთი კათეტის შესახებ საშუალო პროპორციულობა ჰიპოტენუზასა და ამ კათეტთან მდებარე ჰიპოტენუზის მონაკვეთს შორის, მეორე კათეტის შესახებ შეიძლება ანალოგიური დავალება მივცეთ მოსწავლეებს საშინაოდ; ან კიდევ თუ კლასში გამოვიყვანეთ ორი კუთხის სხვაობის სინუსი შინ თითონ მოსწავლეებს გამოვაყვანინოთ იმავე გზით ორი კუთხის სხვაობის კოსინუსი და ტანგენსი; აგრეთვე, თუ კლასში გამოვიყვანეთ ორმაგი კუთხის სინუსი, მოსწავლეებს შეუძლიათ შინ გამოიყვანონ ისეთივე კუთხის კოსინუსი და ტანგენსი.

ყველა ასეთი თეორიული ხასიათის საკითხების შინ დამუშავება მოსწავლეებმა წერილობით უნდა მოგვცენ საშინაო რვეულებში ისევე სქემატურად, კლასში შესრულებული ჩაწერის მსგავსად.

საშინაო წერით სამუშაოდ შეიძლება მივცეთ მოსწავლეებს ნახაზების შესრულება რომელიმე თეორემისათვის. გეომეტრიული სხეულების (მრავალწახნაგა მრგვალი სხეულების ან ბრუნვით მიღებული სხეულების) დახაზვა, დიაგრამების დახაზვა, გრაფიკები და სხვა.

მოცულობის მხრივ საშინაო წერითი სამუშაო დოზირებულ უნდა იქნას ასაკისა და კლასის მიხედვით; მხედველობაში უნდა იყოს მიღებული, რომ მოსწავლეს სხვა საგნებშიც ექნება დასამზადებელი გაკვეთილი ან წერითი სამუშაო. ჩვენი აზრით, კლასების მიხედვით, საორიენტაციოდ შეიძლება განვსაზღვროთ დრო, რომელსაც არ უნდა აღემატებოდეს მათემატიკაში საშინაო წერითი სამუშაოს შესრულებისათვის საჭირო დრო. დაწყებით სკოლაში 15—20 წუთი; მე-5 კლასიდან მე-8 კლასამდე ჩათვლით 20—30 წუთამდე; მე-9 კლასიდან მე-11 კლასამდე ჩათვლით 30—45 წუთამდე. მოსწავლის ასეთი საშუალო დატვირთვა რომ შევასრულოთ, და პროგრამაც ნორმალურად დავძლიოთ, მოსწავლის დატვირთვა შეძლების გვარად თანაბარი უნდა იყოს და ამავე დროს ყოველ ნაბიჯზე უნდა ვაჩვევდეთ მოსწავლეებს დამოუკიდებელ მუშაობას; ამისათვის საჭირო და სავალდებულოა, **რომ საშინაო წერითი სამუშაო სისტემატურად ეძლეოდეთ მოსწავლეებს.**

როგორ უნდა შეასრულოს მოსწავლემ საშინაო წერითი სამუშაო? თუ მოსწავლე სისტემატურად დადის სკოლაში, არა აქვს ჩამორჩენა მათემატიკის საპროგრამო საკითხებში, მაშინ უნდა ვიგულისხმოთ, რომ მოსწავლე თავისუფლად შესძლებს საშინაო წერითი დავალების შესრულებას დამოუკიდებლად, სხვის დაუხმარებლად. იმ შემთხვევაში, თუ მოსწავლეს სამუშაოს შესრულება უძნელდება (გაკვეთილების გაცდენის გამო, საჭირო თეორიული საკითხების უცოდინარობის გამო და სხვა), კარგი იქნება, თუ შინ მოეხმარება ვინმე მცოდნე პირი; მაგრამ ეს მოხმარება ისე არ უნდა გავიგოთ, რომ ამ დამხმარე პირმა შეასრულოს მთლიანად სამუშაო და მოსწავლე ისევ გაურკვეველი დარჩეს საკითხში; მოსწავლეს უნდა მიეცეს ჯერ ბიძგი, შემდეგ მეთოდური მითითება და თუ ესეც არ შველის, მაშინ სამუშაოს შესრულებამდე უნდა შეასწავლონ ის საკითხები, რომელზედაც არის დამყარებული სამუშაოს სწორი შესრულება. ასეთ დახმარებას, ცხადია, სათანადო ეფექტი ექნება და მოსწავლეს შემდეგში აღარ გაუჭირდება დავალების შესრულება. ნამუშევარი საშინაო რვეულში უნდა შესრულდეს სუფთად, მელნით, თვისა და რიცხვის აღნიშვნით და სამუშაოს დასათაურებით. ჩანაწერები რაციონალურად უნდა იყოს დალაგებული, ნაწერი წაშლილი არ უნდა იყოს, ყველა გამოანგარიშება და საერთოდ დამხმარე მოქმედებანი შეტანილი უნდა იყოს რვეულში.

საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმება და გასწორება. ამ სახის სამუშაოს წარმატებით შესრულება დამოკიდებულია: ა) კლასში მასწავლებლის მუშაობის ხარისხზე, ბ) იმაზე, თუ რამდენად კეთილსინდისიერად ემზადება მასწავლებელი საშინაო წერითი დავალების მისაცემად და გ) ამ სამუშაოების შემოწმების ხარისხზე.

პირველ ორ მომენტზე ჩვენ ზემოთ უკვე გვქონდა საუბარი; ახლა შევეხებით მესამე ფაქტორს — შემოწმებას. ყოველმა მასწავლებელმა **წესად უნდა შემოიღოს საშინაო წერითი სამუშაოების სისტემატური შემოწმება და კონტროლი.** ეს შემოწმება უნდა ეხებოდეს ჯერ შესრულების ფაქტს — ყოველმა მოსწავლემ შეასრულა სამუშაო თუ არა; მასწავლებელს შესწავლილი უნდა ჰყავდეს ყოველი მოს-

წავლე, რომელი ასრულებს სისტემატურად ამ სახის დავალებებს და რომელი არა. მასწავლებელი უნდა არკვევდეს იმ მიზეზებს, რომლებიც ხელს უშლის მოსწავლის მიერ დავალების შესრულებას და უნდა იღებდეს ღონისძიებებს ამ მიზეზების ასაცილებლად. უნდა აღინიშნოს, რომ მასწავლებელთა ნაწილს ხშირად ავიწყდება საშინაო წერითი დავალების მოთხოვნა და ამიტომ შეუმოწმებელი რჩება, ასრულებენ თუ არა მოსწავლეები დავალებულ სამუშაოს. მოსწავლესაც, ცხადია, არ გამოეპარება მასწავლებლის ასეთი დაუდევრობა და ამიტომ იგი სარგებლობს ამით: მაინც არ მოგვკითხავს და რისთვის ვიტეხო თავიო, — ასე მსჯელობს ამ შემთხვევაში მოსწავლე. ამიტომ გაკვეთილის დაწყებისას, როგორც ზეპირ საპასუხო გაკვეთილს მოვითხოვთ, გამოვკითხავთ და შევაფასებთ, ისევე საშინაო წერითი სამუშაოც უნდა მოვთხოვოთ. რა სახით შევამოწმოთ შესრულების ფაქტი? გაკვეთილის დასაწყისში მასწავლებელი ეკითხება მოსწავლეთ — ვინ არ შეასრულა წერითი სამუშაო; არკვევს მიზეზს და ჟურნალში და დღიურში უწერს ცუდ ნიშანს იმ მოსწავლეს, რომელსაც არასაპატიო მიზეზით არ შეუსრულებია დავალება. მოსწავლეს, რომელიც გაკვეთილის დაწყებამდე განუცხადებს მასწავლებელს, რომ დღეისათვის არ შეასრულა სამუშაო, მაგრამ შემდეგისათვის კი ამასაც და მორიგ სამუშაოსაც წარმოადგენს, ნიშანი არ ეწერება.

ამის შემდეგ მასწავლებელი შესრულების ხარისხის შემოწმებაზე გადადის. იღებს ერთ-ერთი მოსწავლის რვეულს და ადგილიდან ხან ერთ მოსწავლეს, ხან მეორეს აკითხებს მაგალითებისა ან ამოცანების ამოხსნას, თან კლასში ჩამოივლის, რომ შეამოწმოს — მართლა შესრულებული აქვთ თუ არა სამუშაო მოსწავლეებს. გზადაგზა შენიშნულ შეცდომებს ასწორებინებს კლასს თვით მოსწავლეთა დახმარებით. თუ აღმოჩნდა, რომ კლასის უმრავლესობას ან საგრძნობ ნაწილს ვერ დაუძლევია დავალება მთლიანად ან მისი რომელიმე ნაწილი, მაშინ მასწავლებელი მთელ კლასთან ერთად დაამუშავებს გაუგებარ საკითხებს.

საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმებით მასწავლებელი თავის საკუთარ მუშაობასაც ამოწმებს, თვით აღრიცხვასაც

აწევა. საშინაო სამუშაოს შესწავლის დროს მასწავლებელი ნათლად ხედავს თავის მეთოდური და დიდაქტიკური ხასიათის შეცდომებს, რომლებიც მან ჩაიდინა პროგრამის ამა თუ იმ საკითხის დამუშავების დროს; მასწავლებელი ნამუშევრებიდან ხედავს, თუ რა დაუმუშავებია სუსტად, რა დარჩა გაუგებარი მოსწავლეთათვის, რა ჩვევები აკლიათ მოსწავლეებს და სხვა; ამის გამორკვევის შემდეგ იგი უნდა ეცადოს შეავსოს ზემომოხსენებული ნაკლი. ამგვარად, საშინაო სამუშაოს შემოწმება ამავე დროს თვით მასწავლებლის ნამუშევრის, მისი გაკვეთილის ხარისხის შემოწმებაც არის.

კლასში საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმებისას შეიძლება მხოლოდ პასუხები ან მთელი ამოხსნა წავაკითხოთ; ეს დამოკიდებულია სამუშაოს ხასიათზე. თუ ამოცანის ამოხსნაა ან, მაგ., ტრიგონომეტრიაში იგივეობის დამტკიცება, აქ მთელი ამოხსნის პროცესი უნდა გავიგოთ და ამიტომ მთლიანად ვაკითხებთ. თუ, მაგალითად, მოცემულია, ვთქვათ, მთელ რიცხვებზე ან წილადებზე ოთხი მოქმედების შესრულება ან მსგავსი წევრების შეერთება და სხვა, აქ შეიძლება მხოლოდ პასუხებით დავკმაყოფილდეთ.

როცა მასწავლებელს ეჭვი ებადება მოსწავლის მიერ დავალების დამოუკიდებლად შესრულებაში, მაშინ იგი მოსწავლეს მოსთხოვს მაგალითის ამოხსნის პროცესის დაწვრილებით განმარტებას. მოსწავლის გამოყვანა დაფასთან იმ შემთხვევაში დაგვჭირდება, როცა რომელიმე ამოცანის ამოხსნამ რაიმე სირთულე გამოიწვია, ან უმრავლესობამ ვერ ამოხსნა, ან რომელიმე მოსწავლემ სხვა გზით ამოხსნა ამოცანა.

ჩვენ აქ შევეხეთ მასწავლებლის მიერ კლასში საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმებას. ცხადია, რომ მარტო ასეთი შემოწმებით ვერ დავკმაყოფილდებით. საჭიროა ამ სამუშაოს შემოწმება შინაც.

ჩვენი აზრით, მათემატიკის მასწავლებელი ვალდებული უნდა გავხადოთ შემდეგი სახით შეამოწმოს საშინაო წერითი სამუშაო; დაწყებით სკოლაში 2-3-ჯერ, არასრულ საშუალო სკოლაში და საშუალო სკოლის ზემო კლასებში

მეოთხედში ორჯერ მთელ კლასს ერთად ან ნაწილ-ნაწილ 10—15 მოსწავლეს რიგრიგობით ართმევს საშინაო რვეულებს; მიაქვს შინ და ათვალიერებს, რამდენად სისტემატურად ასრულებდა მოსწავლე დავალებებს, რამდენად სუფთად აქვს რვეული და ნაწერი, მელნით აქვს ნაწერი თუ არა? ალაგალაგ შენიშნულ შეცდომებსაც უსწორებს და სათანადო სიტყვიერი შენიშვნით (რვეულში ღირსებისა და ნაკლის აღნიშვნით) და ხელის მოწერით უბრუნებს მოსწავლეთ რვეულებს ნიშნის დაუწერლად, ე. ი. შეუფასებლად. განსაკუთრებული ყურადღებითა და გულდასმით უნდა გასინჯოს მასწავლებელმა სუსტი მოსწავლეების ნამუშევრები. მასწავლებელი თავის უბის წიგნაკში ინიშნავს ყოველი მოსწავლის ნამუშევრის ღირსება-ნაკლოვანებებს და მეოთხედის ბოლოს ამასაც მხედველობაში იღებს მოსწავლის წარმატების შეფასების დროს. რვეულებში შენიშნული დამახასიათებელი შეცდომების შესახებ მასწავლებელმა შესაფერი საუბარი უნდა ჩაატაროს კლასში.

საშინაო წერითი სამუშაოს შეფასება. ზოგიერთის აზრით მათემატიკის მასწავლებელმა გაკვეთილზე უნდა შეაფასოს ნიშნით ყველა იმ მოსწავლის საშინაო წერითი სამუშაო, რომელთაც წააკითხებს მიცემულ მაგალითებისა ან ამოცანების ამოხსნას. თუ რამდენად მოუხერხებელია ეს, ამას შემდეგი გვიჩვენებს: ვთქვათ, მოსწავლეებს საშინაო წერით სამუშაოდ მიცემული ჰქონდათ ამოცანის ამოხსნა; ოთხ მოსწავლეს ერთნაირი ღირსების ნამუშევარი აქვს, მაგრამ შეიძლება ასეთი სურათი იყოს; ერთმა ამოცანა თითონ დამოუკიდებლად ამოხსნა, მეორემ იგივე ამოცანა სხვისი დახმარებით ამოხსნა, მაგრამ იმდენად გაერკვა, რომ ამგვარი ამოცანას შემდეგში დამოუკიდებლადაც ამოხსნის; მესამეს სხვამ ამოუხსნა, ახლა ერკვევა მის ამოხსნაში, მაგრამ ასეთსავე ამოცანას მაინც ვერ ამოხსნის დამოუკიდებლად; მეოთხეს მექანიკურად გადაუწერია ამხანაგისაგან. მასწავლებელმა თითოეულ მათგანს წააკითხა: აბა შენ რა გაიგე პირველი კითხვით, შემდეგ მეორე კითხვით და ა. შ. ამრიგად ყველას ფრიადი ან კარგი უნდა დავუწეროთ. ცხადია, ეს გზა არ გა-

მოდგება. მაშ, როგორ მოვიქცეთ, რომ საშინაო წერითი დავალების შესრულება და შეუსრულებლობა სათანადოდ შეფასდეს, რომ ასეთი სახის მუშაობის შეფასების საკითხში დაუდევრობას არა ჰქონდეს ადგილი და ამით მის მოთხოვნას ფასი არ დაეკარგოს? ჩვენ ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ მოსწავლე, რომელმაც სიზარმაცის გამო არ შეასრულა საშინაო წერითი სამუშაო, ცუდი ნიშნით უნდა შეფასდეს; მოსწავლემ, რომელმაც სამუშაო ვერ დასძლია, თუმც, უმუშავნია, შეფასებული არ უნდა იყოს (სჯობს მოსწავლემ დამოუკიდებლად იმუშაოს, ვიდრე სხვისაგან იწეროს). საშინაო წერითი სამუშაოს ყოველგვარი შემოწმების დამოუკიდებლად, მასწავლებელს წესად უნდა ჰქონდეს შემოღებული, რომ **დაფასთან გამოძახებულ ყოველ მოსწავლეს მოთხოვოს საშინაო წერითი სამუშაოს რვეული.** ასეთი ზომა სტიმული იქნება მოსწავლეთაგან საშინაო წერითი სამუშაოს შესრულებისათვის; მოსწავლე რომ დაფაზე ხსნის მაგალითს ან ამოცანას, ან გაკვეთილს უპასუხებს, მასწავლებელი იმავე დროს მის რვეულს ათვალიერებს, საჭიროებისამებრ მოსწავლეს კითხვებსაც აძლევს რვეულში შესრულებული ნამუშევრებიდან და ყველა ამის შემდეგ უწერს მოსწავლეს ნიშანს (მხედველობაში იღებს მოსწავლის პასუხსაც და წერითი დავალების შესრულების ხარისხსაც).

III საკონტროლო წერითი სამუშაო

მათემატიკაში მიმდინარე და შემაჯამებელ აღრიცხვის მრავალი ფორმიდან ყველაზე მეტად მიღებულია საკონტროლო წერითი სამუშაოს ჩატარება.

ა) საკონტროლო წერის მიზანი

საკონტროლო წერის მიზანია გამოარკვიოს პერიოდულად ამა თუ იმ მთელი კლასის და თითოეული მოსწავლის ინდივიდუალური მომზადება, ცოდნა და ჩვევა გავლილი მასალის ფარგლებში (როცა რომელიმე თემა ან მისი განსაზღვრული ნაწილი დასრულდება), რამდენად ეხერხება მოსწავლეს დამოუკიდებლად მუშაობა მასწავლებლისა და მოს-

წავლეთა კოლექტივის დაუხმარებლად. საკონტროლო წერის შედეგი ნათლად გამოამჟღავნებს, თუ რამდენად საფუძვლიანად შეუთვისებიათ მოსწავლეებს გავლილი მასალა. საკონტროლო წერა დამოუკიდებელი მუშაობაა, რომელიც მოსწავლემ განსაზღვრულ დროში უნდა დასძლიოს და ისე უნდა შეასრულოს, რომ დაცული იყოს გარკვეული მოთხოვნილებანი (კარგი ხელით წერა, გამართული ენით ახსნა-განმარტება, ჩანაწერის რაციონალურად დალაგება, მათემატიკური ტერმინებისა და სიმბოლოების სწორი ხმარება, მათემატიკური ფორმულების გამოყენება, სათანადო გარდაქმნებისა, გამარტივებისა და შეკვეცის წარმოება, გამოანგარიშებათა სიზუსტე და სხვა).

საკონტროლო წერა მასწავლებლის მიერ ჩატარებული მუშაობის შეჯამებაა; იგი მასწავლებლის ნამუშევრის შემოწმებაც არის; მასწავლებელი ხშირად დარწმუნებულია, რომ ის თემა, რომელიც მან დაამუშავა კლასში მათემატიკის გაკვეთილებზე კლასს დაძლეული და შეთვისებული აქვს და ამიტომ შეიძლება ახალ საკითხებზე გადასვლა; მაგრამ საკონტროლო წერითი მუშაობის შედეგები ზოგჯერ მის მოლოდინს ვერ ამართლებს. მაშინ მასწავლებელი კიდევ უნდა შეჩერდეს ამ მასალაზე და განსაკუთრებული ყურადღება მიაქციოს იმ სუსტ მხარეებს, რომლებიც გამომჟღავნდა წერით ნამუშევრებში.

საკონტროლო წერით სამუშაოებს დიდი აღმზრდელობითი მნიშვნელობაც აქვს. ისინი ლოღიკურ მსჯელობას აჩვევენ მოსწავლეებს, მოსწავლისაგან მოითხოვენ მთელი მისი გულისყურისა და აზროვნების შეჩერებას ერთ საკითხზე. რომელიც მან სწორად უნდა ამოხსნას განსაზღვრულ დროში. ეს კი მოსწავლეებს უნვითარებს მტკიცე ნებისყოფას, სწრაფი ორიენტირების უნარს და სხვ.

ბ) საკონტროლო სამუშაოს თემები

აღნიშნული წერითი სამუშაოს თემებად შეიძლება იყოს:

ა) ფორმულების და წესების გამოყვანა, ფორმულების ან რომელიმე დებულების დამტკიცება. ეს ყველა თეორიუ-

ლი ხასიათის საკითხებია. მაშასადამე, ამით ჩვენ ვამოწმებთ მოსწავლეთა თეორიულ ცოდნას და მასთან ერთად იმასაც, თუ რამდენად ეხერხებათ მოსწავლეებს თავიანთი ცოდნის გადმოცემა წერილობით.

ბ) მაგალითები და ამოცანები. აქ მოსწავლემ უნდა გვაჩვენოს პრაქტიკულ საკითხებში თეორიული ცოდნის, წესების, ფორმულების და თეორემების გამოყენების უნარი.

საკონტროლო სამუშაო თემებში, ცხადია, უმთავრესად მეორე მუხლში მოხსენებული ხასიათის თემები უნდა სჭარბობდეს.

მასწავლებელი უნდა ეცადოს, რომ საკონტროლო წერითი სამუშაოს მასალა — მაგალითები და ამოცანები სტაბილურ ამოცანათა კრებულიდან არ შეარჩიოს, რადგანაც ამ შემთხვევაში შერჩეული მაგალითი და ამოცანა შესაძლებელია კლასში უკვე ამოხსნილი ჰქონდეთ მოსწავლეებს და არ ახსოვდეს მასწავლებელს. ან ისიც შეიძლება, რომ მოსწავლეს თვითონ ჰქონდეს სახლში ამოხსნილი. ამიტომ საკონტროლო წერისათვის მასწავლებელმა დამხმარე ლიტერატურა უნდა გამოიყენოს, ან თითონ უნდა შეადგინოს საჭირო ტიპის მაგალითები და ამოცანები.

მოსწავლეთა ცოდნის გამოსამჟღავნებლად და სწორი შეფასებისათვის მიზანშეწონილი იქნება ეწყობოდეს ისეთი შინაარსის საკონტროლო წერა, რომლებშიაც მხოლოდ ამოცანები იქნება ამოსახსნელი, ან მხოლოდ მაგალითები. ამ მასალის საშუალებით უფრო ადვილად და საფუძვლიანად შემოწმდება მოსწავლეთა ცოდნა პროგრამის ამა თუ იმ ნაწილში. ამასთან მოსწავლეთა ყურადღება დაქსაქსული არ იქნება სხვადასხვა სახისა და შინაარსის სამუშაოს შესრულებაზე. ეს კი საშუალებას მისცემს მოსწავლეს მეტი მთლიანობით გამოავლინოს თავისი ცოდნა. კომბინირებული ხასიათის სამუშაოები სასურველია მხოლოდ სასწავლო წლის ბოლოს.

გ) საკონტროლო წერითი სამუშაოს მოცულობა

საკონტროლო წერის ხანგრძლივობა შეიძლება იყოს ნახევარ გაკვეთილიდან მთელ გაკვეთილამდე — დაწყებით სკოლაში. ერთი გაკვეთილი — მე-5 კლასიდან მე-8 კლასა-

მდე ჩათვლით, ხოლო მე-9, მე-10 და მე-11 კლასებში, მასალის მიხედვით, შეიძლება როგორც ერთი გაკვეთილი, ისე ორი გადაბმული გაკვეთილიც.

მოცულობის მხრივ სამუშაო იმ ვარაუდით უნდა იყოს შედგენილი, რომ მოსწავლეთ საშუალება ჰქონდეთ მიცემულ დროში არა მარტო შეასრულონ, არამედ, გადაათვალიერონ და შეამოწმონ კიდევაც შესრულებული სამუშაო.

რადგანაც საკონტროლო წერა თითოეულ მეოთხედში არც ისე ხშირია, ამიტომ მასწავლებელი უნდა ეცადოს გავლილი მასალა ამოსწუროს იმ 4—5 საკონტროლო სამუშაოს თემატიკით, რომელსაც იგი მეოთხედის მანძილზე მოაწყობს.

დ) საკონტროლო წერის ორგანიზაცია

საკონტროლო წერის მიზანი რომ გამართლებული იქნას, ამისათვის ამ ხასიათის წერა კლასისათვის მოულოდნელი არ უნდა იყოს. კლასს ერთი კვირით ადრე უნდა გამოეცხადოს, თუ რა თემაზე და რა დღეს ექნებათ მუშაობა. ეს იმიტომ არის საჭირო, რომ მოსწავლეებმა გადაათვალიერონ გავლილი მასალა და ამოხსნილი მაგალითები, სისტემაში მოიყვანონ თავიანთი ცოდნა, გაიხსენონ საჭირო ფორმულები და კიდევ წაივარჯიშონ სახლში დანიშნული თემის სათანადო მაგალითებსა და ამოცანებზე. შემჩნეულია, რომ საკონტროლო წერისათვის მოსწავლეები განსაკუთრებული ხალისით ემზადებიან რამდენიმე დღეს. ეს დადებით მოვლენად უნდა ჩაითვალოს.

მუშაობის ჩატარების წინა დღეებში მასწავლებელმა მოსწავლეთა ყურადღება უნდა გაამახვილოს საკონტროლო წერაში მოსალოდნელ შეცდომებზე. დასასრულ, საკონტროლო წერამ რომ მიზანს მიაღწიოს და მუშაობა დამოუკიდებლად ჩატარდეს, ამისათვის მასწავლებელმა ყოველგვარი საშუალება უნდა გამოიყენოს, რათა თითოეულმა მოსწავლემ დამოუკიდებლად და დამშვიდებით იმუშაოს, კლასში ხმაურობა არ იყოს, მოსწავლეებმა ერთმანეთში ლაპარაკი არ დაიწყონ, არ გადაიწერონ ერთმანეთისაგან. ამისათვის კი შემდეგი საშუალებები არსებობს:

ა) ყოველი მაგალითი ან ამოცანა კლასს ორ ვარიანტად უნდა მიეცეს, რათა ერთ მერხზე მჯდომ ორ მოსწავლეს ერთი და იგივე მასალა არ ჰქონდეთ სამუშაოდ; ორივე ვარიანტი, ცხადია, ერთნაირი სიძნელისა და ხასიათის უნდა იყოს; კიდევ უკეთესი იქნება, თუ ოთხ ვარიანტად იქნება მიცემული;

ბ) თუ კლასისათვის რაიმე მითითების ან განმარტების მიცემაა საჭირო, ეს უნდა გააკეთოს მასწავლებელმა მუშაობის დაწყების წინ, ხოლო მუშაობის დაწყების შემდეგ არავითარ ახსნა-განმარტებას, ან მითითებას ადგილი არ უნდა ექნეს არც მთელი კლასის მიმართ და არც ცალკეული მოსწავლის;

გ) კატეგორიულად უნდა აეკრძალოს მოსწავლეებს „შავად“ წერა რაიმე ფურცელზე, გარდა რვეულისა, რომ შეეჩვიონ სუფთად წერას უშუალოდ რვეულში და ამავე დროს ამხანაგებისათვის ნაწერის გადაცემ-გადმოცემის საშუალება არ მიეცეთ. აქვე უნდა ვთქვათ, რომ ყოველგვარი გამოანგარიშება (დამხმარე მოქმედებანი) აუცილებლად რვეულში მარჯვენა მხარეს უნდა შესრულდეს (მოსწავლე ხაზს ჩამოუსვამს მარჯვნით ერთი მესამედი ადგილის გამოსაყოფად);

დ) ყოველ მოსწავლეს უნდა ჰქონდეს რვეული და კალმისტარი და ყოველ მერხზე უნდა იყოს სამელნე;

ე) სადაც შენობა და ეზო საშუალებას გვაძლევს, მოსწავლე, რომელიც მუშაობას გაათავებს, კლასიდან უნდა გაუშვათ და

ვ) მასწავლებელი მთელი მუშაობის მანძილზე განსაკუთრებული ყურადღებით უნდა იყოს და ერთის წუთს თვალს არ უნდა აშორებდეს კლასს.

თუ ყველა ეს პირობა დაცული იქნება, იმედი უნდა ვიქონიოთ, რომ სამუშაო დამოუკიდებლად იქნება შესრულებული კლასის დიდი უმრავლესობის მიერ მაინც.

ე) საკონტროლო წერის რაოდენობა

საკონტროლო წერის რაოდენობა მათემატიკაში შეიძლება ასე განვსაზღვროთ: დაწყებითი სკოლის 1-ლი, მე-2,

მე-3 და მე-4 კლასისათვის — მეოთხედში 6-ჯერ; მე-5 კლასისათვის — 5-6-ჯერ, მე-6 კლასიდან მე-11 კლასამდე ჩათვლით — მეოთხედში 4-5-ჯერ. ეს ნორმები, ვფიქრობთ, მისაღებია. საჭიროების მიხედვით. შეიძლება რომელიმე მეოთხედში მეტიც იყოს მოწყობილი.

ეს ნორმები შეფარდებულია საპროგრამო მასალისათვის საჭირო საათების რაოდენობასთან და მათი (ნორმები) შემუშავების დროს მხედველობაში იყო მიღებული აგრეთვე ის გარემოებაც, რომ ყოველ ჩატარებულ საკონტროლო წერას დაახლოებით კიდევ ნახევარი გაკვეთილი მაინც სჭირდება ნამუშევრებში შემჩნეული დამახასიათებელი შეცდომების დამუშავებისა და გასწორებისათვის. გარდა ამისა, საკონტროლო წერა ერთადერთი საშუალება არ არის მოსწავლეებში დამოუკიდებელი მუშაობის ჩვევების განმტკიცებისა; ამავე მიზანს ემსახურება ყოველი საშინაო და ზოგიერთი საკლასო სამუშაოც.

ვ) საკონტროლო სამუშაოს გასწორება

ჩვენი რესპუბლიკის ზოგიერთ სკოლაში საკონტროლო წერითი ნამუშევრებს დროულად არ ასწორებენ და მათი შედეგების შეუსწავლელად განაგრძობენ მასწავლებლები ახალი მასალის დამუშავებას.

რაღა ფასი და მნიშვნელობა აქვს ამ საკონტროლო წერით ნამუშევარს, რომლის შესახებ არც მასწავლებელმა და არც მოსწავლეებმა არ იციან, თუ რა ხარისხით შესრულდა იგი; დასძლია თუ არა კლასმა მიცემული სამუშაო, რა სუსტი მხარეები ახასიათებს შესრულებულ ნამუშევრებს, რა შეცდომებზე უნდა ესაუბროს მასწავლებელი შემდევ გაკვეთილზე მოსწავლეებს? რისთვისღა ჩაატარა მასწავლებელმა ეს სამუშაო? რაღა მიზანი და დანიშნულება აქვს ასეთს გაუსწორებლად დარჩენილ ნამუშევრებს?

ამ საქმეში სკოლის დირექცია, სასწავლო ნაწილი და საგნის მეთოდკომისიის თავმჯდომარე სასტიკ კონტროლს უნდა უწევდნენ ყველა მასწავლებელს, რომელთა საგნებისათვისაც საჭიროა სხვადასხვა სახის წერითი მუშაობა. ყო-

ველი მეოთხედის დასასრულს უნდა მოწმდებოდეს შესასრულებელი საკონტროლო სამუშაოს რაოდენობა, გასწორების ხარისხი, გასწორების დრო და შეფასების მართებულობა.

ნამუშევრის გასწორების ვადები ერთხელ და სამუდამოდ გარკვეული უნდა იქნას ყველა მასწავლებლისათვის და კატეგორიულად უნდა მოეთხოვებოდეს თითოეულ მასწავლებელს მისი აუცილებლად შესრულება.

მასწავლებელმა მათემატიკაში ყოველი წერითი საკონტროლო ნამუშევარი 1—2 დღეში უნდა გაასწოროს იმ ვარაუდით, რომ მორიგ გაკვეთილზე აუცილებლად მიიტანოს გასწორებული და შეფასებული ნამუშევრები.

ახლა თვით **ნამუშევრების გასწორების შესახებ.** წერითი ნამუშევრების გასწორების დროს მასწავლებელი გულდასმით ასწორებს ყველა შეცდომას, ენობრივი ხასიათის იქნება იგი, თუ მათემატიკური ხასიათისა; შეცდომით მიღებულ რიცხვებს და შედეგებს ქვეშ წითელი მელნით უსვამს ხაზს.

თუ, მაგალითად, ამოცანის ამოხსნაში რომელიმე კითხვა სწორად არ არის დასმული, ამ კითხვას ხაზს უსვამს. საჭირო არ არის, რომ მასწავლებელმა ზემოდან დასწეროს სწორი პასუხი ან, როგორც ზოგი მასწავლებელი სჩადის, თითონ სწეროს მაგალითის ან ამოცანის სწორი ამოხსნა.

ვთქვათ, ამოცანის ამოხსნას ვასწორებთ. თუ მოსწავლეს ამოხსნის გეგმა სწორი აქვს, ე. ი. კითხვები სწორად არის დასმული, მაგრამ რომელიმე კითხვის გადასაწყვეტად მოქმედების შესრულებაში შეცდომა არის, მაშინ ამ შედეგს ხაზს გაუსვამს და ბოლომდე გავყვებით, რომ გავიგოთ იმის კვალობაზე კიდევ ხომ არ დაუშვა ახალი შეცდომა რომელიმე მოქმედებაში. თუ აღარსად არის შეცდომა, მაშინ ტალღისებურ ხაზს გავუსვამთ საბოლოო პასუხს.

თუ ამოცანის ამოხსნის გეგმა თავიდანვე არ შეეფერება მიცემულ ამოცანას, მაშინ აღარც დანარჩენ კითხვებს ვუყურებთ, აღარც მოქმედებათა შესრულების სისწორეს; მთელ ამოხსნას ხაზს გადაუსვამთ და სათანადო ნიშანსაც დავუწერთ.

ზოგჯერ ასეთ გასწორებას ვხვდებით: მაგალითად, შესასრულებელი იყო ოთხი მოქმედება მთელ რიცხვებზე. მოსწავლემ შეცდომა პირველ კითხვაში დაუშვა, გამოკლებაში ერთ-ერთი თანრიგი ვერ მიიღო სწორედ; მასწავლებელი ხაზს უსვამს პირველი კითხვის შედეგსაც და დანარჩენი კითხვების შედეგსაც. ასეთი გასწორება მართებული არ არის. მოსწავლემ მხოლოდ პირველი კითხვის შედეგში დაუშვა შეცდომა, მაგრამ იმის კვალობაზე დანარჩენი მოქმედებანი ყველგან სწორედ აქვს შესრულებული. მაშ, ხაზი უნდა გავუსვათ მხოლოდ პირველი კითხვის შედეგს, შემდეგ კი აღარსად არ გავუსვამთ ხაზს; მხოლოდ საბოლოო პასუხში გავავლებთ ტალღისებურ ხაზს, მოსწავლეს არ ეგონოს, რომ პასუხი მაინც სწორედ მაქვს მიღებულიო.

აი კიდევ მაგალითი: მასწავლებელმა გაასწორა განტოლების ამოხსნა; წილადებისაგან განთავისუფლების დროს მოსწავლემ ერთ-ერთი წევრის ნიშანში დაუშვა შეცდომა; მასწავლებელი დანარჩენ სამუშაოს იმ ადგილიდან წითელი მელნით უსვამს ხაზს. არც ეს არის სწორი: ხაზი მხოლოდ იმ წევრს უნდა გაუსვას, სადაც შეცდომაა დაშვებული ნიშანში. ამის შემდეგ უნდა გავყვეთ სხვა გარდაქმნებისა და ფორმულის გამოყენებას, ფესვების მიღებას და შემოწმებას.

ვთქვათ, მოცემული მაგალითის ან ამოცანის დაფიდან გადაწერის დროს მოსწავლეს რომელიმე მონაცემ რიცხვში შეცდომა აქვს დაშვებული; როგორ მოვიქცეთ ამ შემთხვევაში? ასეთ შეცდომას მცდარნაწერი ეწოდება. ნამუშევარი მოსწავლის მიერ აღებული რიცხვის კვალობაზე უნდა გავასწოროთ და, თუ ამოცანა ამის კვალობაზე სწორედ არის ამოხსნილი, შეიძლება კარგი ნიშანიც დავუწეროთ.

ძალზე უსუფთაოდ შესრულებული ნამუშევარი არ განიხილება და შეფასებულ უნდა იქნეს ცუდი ნიშნით.

საკონტროლო ნამუშევრის გასწორებისას მასწავლებელმა მართებულად უნდა ჩაუწეროს მოსწავლეს რვეულში ცუდად დაწერილი ციფრი, მათემატიკური სიმბოლო და ტერმინი. ნამუშევრის გასწორების დროს სასარგებლოა

აგრეთვე მოკლე სიტყვიერი შენიშვნების მიწერა ნამუშევრის ბოლოს ან სათანადო ადგილზე გვერდით; შენიშვნები უნდა შეეხებოდეს სამუშაოს შესრულების მეთოდს. შენიშვნები შეიძლება ასეთი სახის იყოს: „საიდან“, „რატომ“, „როგორ მიიღე“, „იკვეცება“, „სათანადო ფორმულა არ არის გამოყენებული“, „ციფრია გამოტოვებული“, „გარდაქმნა არ არის სწორედ წარმოებული“ და სხვა.

ყველა საკონტროლო ნამუშევარი მასწავლებლის მიერ მიღებული ხუთბალიანი ნიშნით უნდა შეფასდეს. დასასრულ მასწავლებელმა ხელი უნდა მოაწეროს და დაათარიღოს, როდის გაასწორა ეს ნამუშევარი.

ზ) საკონტროლო ნამუშევრების შეცდომების დამუშავება

ნამუშევრების გასწორების პროცესში მასწავლებელი თავისთვის ინიშნავს დამახასიათებელ შეცდომებს, ე. ი. ისეთ შეცდომებს, რომლებიც ხშირად ხვდება ნამუშევრებში, და კლასიფიკაციას უკეთებს ამ შეცდომებს. ყველა ის შენიშვნები და შეცდომები, რომელთაც ერთგვარი ღირებულება აქვს მთელი კლასისათვის, დამუშავებული უნდა იქნას კლასში საკონტროლო სამუშაოს შედეგების გარჩევის დროს. კლასში რვეულების მიტანის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს ნამუშევრებს ურიგებს და რამდენიმე წუთს აცლის, რომ მოსწავლეები თვითონ დაუკვირდნენ და მიხვდნენ თავიანთ შეცდომებს. შემდეგ მასწავლებელი კლასში ამუშავებს საერთო ხასიათის შეცდომებს. კერძო ხასიათის შეცდომებზე ინდივიდუალურად აძლევს განმარტებებს. იმ შემთხვევაში, თუ კლასის უმრავლესობამ ან საგრძნობმა ნაწილმა ვერ დასძლია მიცემული სამუშაო, მაშინ მასწავლებელი ამ მასალაზე შეჩერდება, ხელახლა მიუბრუნდება ამ საკითხის დამუშავებას, ნამუშევრებში შენიშნულ სუსტ მხარეებზე გაამახვილებს ყურადღებას და, საჭიროების მიხედვით, შეიძლება ხელმეორედაც ჩაატაროს სამუშაო იმავე თემაზე. ეს არის შეცდომების დამუშავება.

ჩვენის აზრით, დაწყებით და არასრულ საშუალო სკოლაში, სადაც მოსწავლეებს დამოუკიდებლად, მასწავლებ-

ლის დაუხმარებლად და მის მიერ ხელმძღვანელობის გაუ-წევლად, გაუჭირდებათ შეცდომების მართებული გზით გა-სწორება, ასეთ კლასებში შეცდომების დამუშავებასთან ერთად (და პარალელურად) უნდა შეიტანონ საკონტროლო რვეულებში შეცდომების გასწორება. რაც შეეხება საშუა-ლო სკოლის უფროს კლასებს (მე-9, მე-10 და მე-11 კლ.), აქ შეიძლება შეცდომების დამუშავების შემდეგ უმჯობესი იყოს რვეულებში შეცდომების გასწორების მაგივრად ანა-ლოგიური მაგალითები და ამოცანები ამოვხსნათ საკლასო რვეულებში. დაწყებითი და არა სრული საშუალო სკოლის კლასებში შეცდომების გასწორების დროს მოსწავლეებმა უნდა ამოხსნან მხოლოდ ის მაგალითი, რომელშიც შეცდომა ჰქონდათ დაშვებული. თუ რამდენიმე კითხვიანი მაგალითი იყო მთელ რიცხვებზე ან წილადებზე, მაშინ მოსწავლეები მხოლოდ იმ მოქმედებას შეასრულებენ, რომელშიც შეცდო-მა აქვთ დაშვებული. თუ მოსწავლეს ამოცანის ამოხსნის გეგმა არ უვარგოდა ან რომელიმე კითხვისათვის მოქმედება სწორედ არ ჰქონდა შერჩეული, მაშინ ეს ამოცანა ახლად უნდა ამოიხსნას. თუ ამოცანის რომელიმე კითხვაში მოქმე-დება სწორედ არ არის შესრულებული, მაშინ მოსწავლე მარტო იმ მოქმედებას შეასრულებს. განტოლების ამოხსნი-სას განტოლება მთლიანად უნდა ამოიხსნას და სხვა.

თ) საკონტროლო წერითი ნამუშევრების შეფასება

მათემატიკაში მოსწავლეთა ცოდნის აღრიცხვის ერთ-ერთი ფორმა დაწყებითსა და საშუალო სკოლაში საკონ-ტროლო წერითი სამუშაო არის. წერითი სამუშაოს შეფასე-ბა უნდა არკვევდეს და ახასიათებდეს, თუ რამდენად მტკი-ცედ და შეგნებულად აითვისა მოსწავლემ მასალა, რომლებ-საც იგი ახლა სწავლობს, რამდენად ახსოვს მას წინათ გავ-ლილი, რამდენად ეხერხება თეორიის გამოყენება ამოცანის ამოხსნაში, რამდენად სწორედ და რაციონალურად ასრუ-ლებს იგი ყველა საჭირო გარდაქმნას და გამოანგარიშებას, რამდენად ლოგიკურად მსჯელობს ამოცანების ამოხსნის

დროს და რამდენად მწყობრად და სწორედ აყალიბებს თავის აზრებს.

შეცდომების ხასიათი: მოსწავლეთა მიერ ნამუშევარში დაშვებული შეცდომები სხვადასხვაგვარია.

ზოგი შეცდომა იმას გვიჩვენებს, რომ მოსწავლემ არ იცის ან არ ესმის საპროგრამო მასალა, არ იცის წესების გამოყენება, ამა თუ იმ მოქმედებათა შესრულება და საპირო გარდაქმნების წარმოება.

ზოგი შეცდომა კი მოსწავლის არამტკიცე ცოდნის შედეგი ან ნაკლები ყურადღების ნაყოფია, ან კიდევ იმას გვიჩვენებს, რომ მოსწავლეს არა აქვს მიღებული საკმაო ჩვევები, რის გამო იგი ბორძიკობს და ხან სწორედ მუშაობს, ხან კი შეცდომებს უშვებს.

პირველი ხასიათის შეცდომები უხეშ შეცდომებად უნდა ჩაითვალოს, მეორე ხასიათისა კი — ნაკლებ უხეშ შეცდომებად.

ნამუშევრის შესრულებაში უხეშ შეცდომებად უნდა ჩაითვალოს:

ა) მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნისას გამოანგარიშებაში დაშვებული შეცდომები, რომლებიც მოსწავლის მიერ მოქმედებათა შესრულების უცოდინარობას ამჟღავნებს;

ბ) ამოცანის ამოხსნის გეგმაში დაშვებული შეცდომები;

გ) ამოცანის ამოხსნისას რომელიმე კითხვისათვის მოქმედებათა არასწორი შერჩევა;

დ) არასწორი კითხვის დასმა ამოცანის ამოხსნის დროს;

ე) მოქმედებათა გამოტოვება ამოცანის ამოხსნის სწორი გეგმის მსვლელობის დროს;

ვ) ფორმულების, წესების ან თეორემების არცოდნა;

ზ) ფორმულების, წესების ან თეორემების გამოყენების არცოდნა;

თ) ამოცანაში საძებნ და მონაცემ სიდიდეთა შორის დამოკიდებულებების გაურკვევლობა;

ი) ერთ-ერთი ფესვის დაკარგვა;

კ) ამოცანის პირობათა მიხედვით გეომეტრიული წარმოდგენის უქონლობა.

შენიშვნა: ერთი ტიპის (ერთგვარი) უხეში შეცდომები შეიძლება ერთ შეცდომად ჩაითვალოს.

ნაკლებ უხეშ შეცდომებად ჩაითვლება:

ა) არარაციონალურ გამოანგარიშებათა ხერხები;

ბ) შეცდომები სახელწოდებაში (კომპონენტების, მოქმედებათა შედეგებისა და სხვა);

გ) კითხვის არაზუსტი ფორმულირება*;

დ) არასწორი ჩანაწერები*;

ე) ფორმულებისა და წესების გამოყენებისას ცალკეულ შემთხვევაში დაშვებული შეცდომა, თუ იმავე ნამუშევარში ანალოგიურ შემთხვევაში შეცდომები არ არის დაშვებული;

ვ) ნახაზის უყურადღებოდ შესრულება და სხვა*;

თუ მცდარნაწერია დაშვებული მოცემული მაგალითისა და ამოცანის გადაწერაში, ვფიქრობთ, ეს გავლენას არ უნდა ახდენდეს ნამუშევრის შეფასებაში; ასევე ამოხსნაშიც, თუ მხოლოდ ერთხელ გვხვდება ასეთი რამ, ნიშანი არ უნდა იქნას დაკლებული, მაგრამ თუ მცდარნაწერი ორჯერ და მეტჯერ გვხვდება ნამუშევარში, მაშინ იგი შეფასების დროს მხედველობაში უნდა იყოს მიღებული. ნამუშევრის შეფასების დროს მხედველობაში უნდა იყოს მიღებული აგრეთვე მოსწავლის ინდივიდუალური მომენტებიც. მაგალითად, მოსწავლის დამოკიდებულება საერთოდ მუშაობისადმი, მისი წინსვლა, მუშაობის ტემპები და სხვა. ასეთი მიდგომა საჭიროა მოსწავლის წასახალისებლად და მუშაობის უნარის გასაძლიერებლად, მაგრამ მასწავლებელს დიდი სიფრთხილე ჰმართებს, რომ კლასმა ეს ისე არ ჩათვალოს, თითქოს მასწავლებელს სხვადასხვა მიდგომა ჰქონდეს მოსწავლეებისადმი და ზოგს უკლებდეს ნიშანს, ზოგს კი უმატებდეს პირადი გან-

* სადისკუსიო საკითხებია. რედ.

წყობილების მიხედვით; მასწავლებელი ყველას ერთნაირად თხოვს მტკიცე ცოდნას და ზუსტ შესრულებას.

გადაწერილი ნამუშევრის შეფასება. თუ მასწავლებელი გასწორების დროს ხედავს, რომ ერთ მოსწავლეს მეორესაგან გადაუწერია, მაშინ პირველს ცუდ ნიშანს უწერს და იქვე მიაწერს, რომ გადაწერილია ამა და ამ მოსწავლის ნამუშევრიდან. თუ ნამუშევარი მასწავლებლის საფუძვლიან ეჭვს იწვევს, რომ იგი დამოუკიდებლად შესრულებული არ არის, მაშინ თავს იკავებს შეფასებისაგან, მაგრამ კლასში რვეულების მიტანისას ნამუშევრის პატრონს დაფასთან იძახებს; აძლევს იმავე ანალოგიურ მაგალითებს და ამოცანას და არკვევს, სწორია მისი აზრი ამ მოსწავლის ნამუშევრის შესახებ, თუ არა? თუ ნამუშევრის გადაწერაში დარწმუნდება, მაშინ ცუდ ნიშანს უწერს, ხოლო, თუ მოსწავლემ სათანადო ცოდნა გამოიჩინა, ნამუშევარი შესაფერი ნიშნით შეფასდება.

ვუკლებთ თუ არა ნიშანს მართლწერისა და სტილისტური შეცდომებისათვის? რასაკვირველია, ყოველი საგნის მასწავლებელი უნდა იბრძოდეს დედაენის სიწმინდისა და სათანადო შესწავლისათვის; მათემატიკის მასწავლებელი ყოველ ზეპირ პასუხში და წერითი ნამუშევარში უნდა უსწორებდეს მოსწავლეებს ზეპირმეტყველებას, მართლწერას, პუნქტუაციას და სტილსაც. მაგრამ ისიც შესაძლებელია, რომ მოსწავლე ენას ვერ იყოს საკმაოდ დაუფლებული, მათემატიკა კი ძალიან კარგად ესმოდეს და იცოდეს კიდევაც; თუ მართლწერისა და სტილის გამო ნიშანს დავუკლებთ, მაშინ ასეთი მოსწავლე მათემატიკაში ვერასდროს ვერ მიიღებს უმაღლეს ნიშანს, მიუხედავად იმისა, რომ ეს მოსწავლე მათემატიკური ნიჭითა და მომზადებით შეიძლება ირჩეოდეს კიდევაც მთელ კლასში. ამ შემთხვევაში, ვფიქრობ, უსამართლო და მიზანშეუწონელიც იქნებოდა ნიშნის დაკლება. თუ ნამუშევარში მხოლოდ აქა-იქ არის ენობრივი ხასიათის შეცდომები, მაშინ ნიშანს ნუ დაუკლებთ; თუ ამ ხასიათის შეცდომების რაოდენობა საგრძნობლად დიდია, მაშინ ნამუშევრის შეფასებისას ნიშანი უნდა დააკლდეს.

რაც შეეხება მათემატიკური ტერმინების დამახინჯებას,

ეს ყოველთვის მხედველობაში უნდა იქნას მიღებული და ნიშანიც შეიძლება დაკლებულ იქნას.

ვუკლებთ თუ არა უსუფთაოდ შესრულებულ ნამუშევარში ნიშანს. აუცილებლად უნდა დავაკლოთ ნიშანი. მათემატიკა, როგორც ყოველი სხვა დისციპლინა, უნდა აძლევდეს წერის კულტურას, ჩანაწერების წესიერად და სუფთად წარმოების ჩვევებს, ნახაზების სწორად შესრულებას და სხვა. კატეგორიულად უნდა იყოს აკრძალული ბლაჯნა, წაშლა, რეზინით ამოშლა ან დანით ამოფხეკა და ფურცლებზე წერა; თუ მოსწავლეს შეცდომა მოუვა, ხაზი უნდა გადაუსვას იმ ადგილს სუფთად და ახლად უნდა შეუდგეს ამოხსნას ან გამოანგარიშებას. თუ ნამუშევარი განსაკუთრებით უსუფთაოა, მასწავლებელს შეუძლია არც კი გაასწოროს ასეთი ნამუშევარი და შეუფასებლად დაუბრუნოს მოსწავლეს.

მოსწავლეთა დამოუკიდებელი მუშაობა მათემატიკაში

საშუალო სკოლაში სასწავლო დისციპლინათა შორის მათემატიკა ერთ-ერთ „მძიმე“ საგნად ითვლება.

თუ ჩვენ, მათემატიკის მასწავლებლებმა, სათანადო სიმაღლეზე არ დავაყენეთ ამ საგნის სწავლების საქმე, უდავოდ იგი დარჩება მართლაც „მძიმე“ საგნად, განყენებულად და ცხოვრებისაგან მოწყვეტილად.

სწავლების სხვადასხვა ხერხები, თვალსაჩინოება, საკითხების გაშუქება ნათლად და გასაგები ენით, თეორიული ცოდნის გამოყენება მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნაში, პრაქტიკული ხასიათის ამოცანების მიწოდება (მხარეთმცოდნეობის, მშენებლობის, ტექნიკური და სამხედრო ხასიათისა), მონათესავე საგნებთან დაკავშირება (ფიზიკა, ქიმია, ასტრონომია) და სხვა ყველა ასეთი სახის მუშაობა აცხოველებს და საინტერესოდ ხდის მოსწავლეთათვის მათემატიკის სწავლების საქმეს.

მაგრამ ყველა ზემოხსენებული ხასიათის მუშაობაში მასწავლებელი უნდა იყოს მხოლოდ წამყვანი და ხელმძღვანელი, რომელიც სწორ გეზს აძლევს, ხოლო მოსწავლენი არა პასიური მსმენელები, არამედ აქტიური მომუშავე, რომელიც ჩვენ მიერ მიწოდებულ საკითხს შეგნებულად და დაკვირვებით უდგება, უფიქრდება და ბოლოს ჩვენი დახმარებით მიდის სათანადო დასკვნებამდე. მათემატიკის სწავლებაში ფართე ადგილი უნდა **დაეთმოს მოსწავლეთა დამოუკიდებელ მუშაობას.**

ეს, რასაკვირველია, არ უნდა გავიგოთ ისე, როგორც ზოგიერთს ძველი სკოლის პედაგოგს ესმოდა: გადაუშლიდა

წიგნს და ეტყოდა მოსწავლეებს — ისწავლეთ სახლში ესა და ეს თეორემა, ფორმულის გამოყვანა და სხვა.

ასეთი სწავლების გამო მოსწავლეები იძულებული იყვნენ დაეზეპირათ გაკვეთილი ყოველი გონებრივი მუშაობის გარეშე და თუთიყუშივით ეპასუხათ იგი.

არანაკლები ზიანი მოაქვს ისეთ სწავლებასაც, როცა ყველაფერს დაწვრილებით უხსნის მასწავლებელი, თვითონვე ამტკიცებს ყოველ თეორემას, გამოყავს ფორმულები და მოსწავლის მოვალეობა ამ შემთხვევაში მხოლოდ ის არის, რომ სახლში შეისწავლოს ის, რაც მასწავლებელმა კლასში დაუღეჭა. ასეთი სწავლების საილუსტრაციოდ მოვიყვანთ შემდეგ მაგალითს: ჩვენი რესპუბლიკის ერთ-ერთ სკოლაში გეომეტრიის გაკვეთილია. მასწავლებელი გაკვეთილის გამოკითხვის შემდეგ (რომბის ფართობი) გადავიდა ტრაპეციის ფართობის გამოსაანგარიშებელი ფორმულის გამოყვანაზე. წარმოსთქვა თეორემა, გააკეთა ნახაზი დაფაზე, ჩაწერა მონაცემი და დასამტკიცებელი და შეუდგა დამტკიცებას სწორედ იმ სახით, როგორც ეს მოცემულია სახელმძღვანელოში; ამასთან დაფაზე არავითარი სქემატური ჩაწერა არ უწარმოებია. თეორემის დამტკიცება მან ლექციის სახით გადასცა. მოსწავლეებს მისცა მხოლოდ ის, რაც სახელმძღვანელოშია — არც მეტი და არც ნაკლები. ამით ამოიწურა დამტკიცება. არავითარი საილუსტრაციო ამოცანა არ ამოახსნევინა მოსწავლეებს. მასწავლებლის მეტყველების დროს მოსწავლეები ისხდნენ პასიურად; საიდან რა გამოყავს მასწავლებელს, რა გამოყენება აქვს ამ თეორემას ცხოვრებაში და სხვა ასეთი მოსწავლეებს არ ესმოდათ. არც რვეულები ამოუღიათ, რომ ნახაზი მაინც გაეკეთებინათ, ან სქემატური ჩანაწერი ეწარმოებინათ. ცხადია, რომ გეომეტრიის ამგვარი სწავლება არავითარ სასარგებლო ნაყოფს არ მოუტანს და მოსწავლეებს საგანსაც შეაძულებს.

ზოგი ჩვენგანი ფიქრობს, ახალი მასალის დამუშავების პროცესში მხოლოდ მასწავლებელია გადამცემი და საკითხის დამმუშავებელი, მოსწავლე კი მხოლოდ მსმენელი. ყოველ გაკვეთილზე სხვადასხვა სახის მუშაობაში და თვით

ახალი საკითხის დამუშავების პროცესშიც მაქსიმალურად უნდა გამოვიყენოთ ყოველგვარი ხერხი, რომ მოსწავლე **გავხადოთ საკითხის დამუშავების აქტიური მონაწილე; სათანადო და მოხდენილი კითხვების დასმით მოსწავლეთა აზროვნება უნდა წარვმართოთ იმ გზით, რომ მათ თვითონ იკვლიონ, იაზრონ და მივიდნენ სასურველ დასკვნამდე.**

მათემატიკის სწავლების დროს მრავალი საშუალება გვაქვს, რომ მოსწავლეები ავამუშაოთ, აქტიური გავხადოთ, კვლევითი მუშაობის ჩანასახი შევიტანოთ მათ საქმიანობაში, დამოუკიდებლად ვამუშაოთ, შევაყვაროთ ჩვენი საგანი და ბოლოს მივაღწიოთ შეგნებულ და ღრმა ცოდნას.

ქვემოთ გავარჩევთ შეძლებისდაგვარად ყველა იმ გზასა და საშუალებას, რომლითაც შეიძლება დავნერგოთ მოსწავლეებში დამოუკიდებელი მუშაობის ჩვევა, რაც მათ მომავალში (უმაღლეს სასწავლებელში, ცხოვრებაში) გამოადგებათ.

1. დიაგრამებისა და პლაკატების დამზადება

მათემატიკის თეორიული საკითხების შესწავლის დროს გათვალსაჩინოების მიზნით ჩვენ ხშირად გვიხდება პლაკატებისა და დიაგრამების დამზადება.

მაგალითად, არითმეტიკაში — წილადების შესწავლის დროს მოსწავლეებმა უნდა დაამზადონ სხვადასხვა ნაწილებად დაყოფილი წრეხაზები (ნაწილების სიდიდეთა შედარებისათვის); პლაკატი ტოლმნიშვნელოვანი ან ტოლმრიცხველიანი წილადების სიდიდეთა შესადარებლად; პლაკატი წილადების შეკვეცაზე; ილუსტრაციები ნაწილის პოვნაზე მთელით და პირიქით და სხვა.

ალგებრაში $(a \pm b)^2$, $(a+b) \cdot (a-b)$ და სხვა მრავალი ფორმულის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია.

დიაგრამების შედგენა პროცენტების შესწავლის დროს, მაგალითად, მიმდინარე ხუთწლედის მიღწევების შესახებ (ინდუსტრიაში, სოფლის მეურნეობაში, განათლებისა და კულტურის დარგში) და სხვა მრავალი.

ასეთი სახის დამოუკიდებელი სამუშაო შეიძლება ვაწარმოოთ როგორც კლასში, ისე კლასგარეშეც — მათემატიკურ წრეში, ან საშინაო დავალების სახით.

2 ნახაზების შესრულება

ასეთია მაგალითად, პლაკატი, რომელზედაც გამოსახული იქნება სხვადასხვა სახის სამკუთხედი მათი გვერდებისა ან კუთხეების მიხედვით; ოთხკუთხედების სახეები, მრავალწახნაგა და მრგვალი სხეულები, სფერო და მისი ნაწილები და სხვა. ამ სახის მუშაობაც შეიძლება ვაწარმოოთ უმთავრესად სახლში.

3. მოდელები

მოდელები შეიძლება გავაკეთებინოთ მოსწავლეებს ხისგან, მავთულისგან, თიხისგან, მუყაოსგან და სხვა. მაგალითად, გეომეტრიული სხეულები და მათი კვეთა; სტერეომეტრიიდან ზოგიერთი თეორემის დამტკიცება (თეორემა ორი პერპენდიკულარის შესახებ, თეორემა სამი პერპენდიკულარის შესახებ და სხვა). ტრიგონომეტრიიდან: ტრიგონომეტრიული წრე, ფუნქციათა ცვლადობა და სხვა. ეს მუშაობა უნდა ვაწარმოოთ სახლში ან მათემატიკურ წრეში.

4. პრაქტიკული მუშაობა გეომეტრიასა და ტრიგონომეტრიაში

ტრანსპორტირისა და ეკერის დამზადება. კუთხის აგება და გაზომვა ადგილზე; პარალელური ხაზების აგება სახაზავითა და სამკუთხედით. პერპენდიკულარის, მართკუთხედისა და კვადრატის აგება ადგილზე ეკერის გამოყენებით; მიწის ნაკვეთის ფართობის გაზომვა ფიგურებად დაყოფით; სასკოლო ფართობისა და მიწის ნაკვეთის გეგმის შედგენა; შენობის სიმაღლის გაზომვა, მდინარის სიგანის გაზომვა, მანძილის გაზომვა მიუვალ წერტილამდე, მანძილის გაზომვა ორ მიუვალ წერტილს შორის; სახლის, ბეღლის, ცილინდრული ფორმის საგნისა და სხვათა მოცულობის გაზომვა, ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მიმართულების შემოწმება

შვეულითა და თარაზოთი; საოჯახო ნივთების ტევადობის გაზომვა (ყუთის, ვედროსი, კასრის), სფეროსებური ფორმის სხეულების პირეულისა და მოცულობის გამოანგარიშება დიდი წრის წრეხაზის სიგრძის დახმარებით. ყველა ეს მუშაობა მოითხოვს გეომეტრიისა და ტრიგონომეტრიის თეორიული საკითხების გამოყენებას პრაქტიკაში (სამკუთხედების ტოლობასა და მსგავსებას, მართკუთხა და ირიბკუთხა სამკუთხედების ამოხსნას; ფართობის, პირეულის, მოცულობათა ფორმულების ცოდნას და სხვა).

ზემოხსენებული პრაქტიკული მუშაობა რომ დამაკმაყოფილებელი იყოს, სახალისო და ინტერესის გამომწვევი, ამისათვის მასწავლებელმა კარგად უნდა გააცნოს მოსწავლეებს ყველა ის ხელსაწყო, რომელიც მათ დასჭირდებათ მუშაობისათვის (ეკერი, ასტროლაბი და სხვა), აუხსნას მათი აგების პრინციპები, მისცეს მათ გამოყენების საკმაო ჩვევა და მხოლოდ ამის შემდეგ შეიძლება მოსწავლეებმა დამოუკიდებლად შეასრულონ მათემატიკურ წრეში ან სახლში დასახელებული სახის სამუშაო.

5. დამოუკიდებელი მუშაობა კლასში მაგალითების ამოხსნაზე

როცა მასწავლებელი დაამუშავებს რომელიმე თეორიულ საკითხს, გამოიყვანს წესს ან ფორმულას, ამის შემდეგ დაფაზე და რვეულებში მოსწავლეები აწარმოებენ მაგალითების ამოხსნას ჯერ მასწავლებლის დახმარებით და შემდეგ დამოუკიდებლად. აქვე კლასში ხდება მოსწავლეების მიერ დამოუკიდებლად შესრულებული ნამუშევრის შემოწმება; ამ მიზნით ერთ-ერთ მოსწავლეს წავაკითხებთ მის მიერ წარმოებულ ამოხსნას, ან, შესაძლებელია, დაფაზედაც დავჭირდეს ამ ამოხსნის წარმოება, მივუთითებთ დაშვებულ შეცდომებზე და თვით მოსწავლეებს ვასწორებინებთ ამ შეცდომებს. ამ სახით დამოუკიდებელ მუშაობას, რომელიც კლასში ხდება სულ მცირე დროის მანძილზე, ის მიზანი აქვს, რომ გამოვავლინოთ, რამდენად გაერკვნენ მოსწავლენი დამუშავებულ თეორიულ საკითხში, რამდენად ეხერხე-

ბათ მისი გამოყენება მაგალითის ამოხსნაში და შეიძლება თუ არა ამის შემდეგ სახლშიაც მივცეთ საშინაო დავალების სახით ანალოგიური მაგალითების ამოხსნა.

6. დამოუკიდებელი საშინაო წერითი სამუშაო

მოსწავლეებს საშინაო დავალების სახით სისტემატურად უნდა ეძლეოდეთ მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნა. უნდა ითქვას, რომ მრავალი სახის დამოუკიდებელ სამუშაოთა შორის ყველაზე ნაყოფიერი და სასარგებლო ისევ სახლში მუშაობაა. აქ მოსწავლეს საკმაო დრო შეუძლია მოანდომოს ამ სამუშაოს; არავინ აჩქარებს, არავინ თავზე არ ადგას, რის გამო მუშაობს დამშვიდებულად და ნერვებ აუშლელად. მხოლოდ ამ სამუშაოსაც კარგი და მოფიქრებული ხელმძღვანელობა ესაჭიროება მასწავლებლისაგან. უპირველესად სახლში მისაცემი მაგალითები ან ამოცანები ანალოგიური უნდა იყოს კლასში ამოხსნილი მაგალითებისა და ამოცანებისა. ხშირად ხდება კლასში მარტივი მაგალითების ამოხსნა, სახლში კი ძნელ მაგალითებს აძლევენ მოსწავლეებს. გამოიყვანენ კრებულიდან პირველ ათ მაგალითს და შემდეგ ათ მაგალითს აძლევენ სახლში დამოუკიდებლად ამოსახსნელად. ეს ყოვლად დაუშვებელია. კრებულში მოთავსებული ერთი და იგივე სახის მაგალითებიდან კლასში უნდა იქნეს ამოხსნილი ის, რომლის პასუხი კრებულში არ არის მოცემული, ხოლო მეორე მაგალითი მიეცემა მოსწავლეს სახლში გამოსაყვანად. ეს მისაცემი მაგალითები და ამოცანები აუცილებლად თვით მასწავლებელს წინასწარ ამოხსნილი უნდა ჰქონდეს, რომ იცოდეს რა სიძნელეებს შეიცავს სამუშაო. მასალა შერჩეულ უნდა იქნეს სიძნელის მხრივაც იმ მოსაზრებით, რომ საშუალო მოსწავლეს შეეძლოს მისი დაძლევა. ზოგ შემთხვევაში სათანადო მეთოდური მითითებაც იქნება საჭირო. ამასთან ერთად ისიც უნდა გვახსოვდეს, რომ მოსწავლეს სხვა გაკვეთილებიც ექნება დასამზადებელი და ამიტომ ერთგვარი დოზირებაც არის საჭირო.

ამ სახის სამუშაო მოსწავლემ რომ კეთილსინდისიერად შეასრულოს, დამოუკიდებლად იმუშაოს და ამხანაგებისაგან

არ იწეროს, ამისათვის მასწავლებელი მკაცრად და მუდამ უნდა თხოულობდეს და ამოწმებდეს დავალების შესრულებას. შემოწმება იმ გზით უნდა წარვმართოთ, რომ გამოვავლინოთ სამუშაო დამოუკიდებლად არის შესრულებული თუ გადაწერილია.

საშინაო წერითი სამუშაოს შემოწმებისას სხვადასხვა შემთხვევასთან გვაქვს საქმე; არის შემთხვევა, როდესაც მოსწავლემ დავალება არ შეასრულა ავადმყოფობის გამო, ან თეორიული საკითხის დამუშავებას (წინა გაკვეთილზე), ვერ დაესწრო საპატიო მიზეზით. ასეთ შემთხვევაში მოსწავლეს ცუდ ნიშანს არ ვუწერთ, რომ იგი გადაწერის გზაზე არ დავაყენოთ. მეორე მოსწავლემ, ვთქვათ, იმუშავა სახლში, ნამუშევარიც წარმოადგინა, მაგრამ ვერ დასძლია, ან შეცდომით აქვს ამოხსნილი; აქაც მოსწავლეს ცუდ ნიშანს არ ვუწერთ, იმავე მოსაზრებით, როგორც პირველ შემთხვევაში. ამ მოსწავლემ იმუშავა რაც შეეძლო, მაგრამ თუ ვერ დასძლია, ამის მიზეზი ორი რამ შეიძლება იყოს: ან მის ცოდნაში არის ხარვეზები, რომლებმაც ხელი შეუშალა, ან შეიძლება ჩვენი ბრალიც იყოს: თეორიული მასალა და საილუსტრაციო მაგალითები ვერ დავამუშავეთ იმ სიღრმით, რომ საშუალო მოსწავლეს დაეძლია სახლში ანალოგიური მაგალითები ან ამოცანები. ცუდ ნიშანს ვუწერთ იმ მოსწავლეს, რომელიც წინა გაკვეთილზე იყო, მოისმინა თეორიული საკითხის დამუშავება და მონაწილეობა მიიღო შესაფერი მაგალითების ამოხსნაში, მაგრამ სიზარმაცისა და დაუდევრობის გამო სახლში აღარ იმუშავა და დავალება არ შეასრულა.

ვისაც სამუშაო ექნება შესრულებული, შეიძლება მათ შორისაც სხვადასხვაგვარი მდგომარეობა იყოს: ერთმა გადაიწერა ამხანაგისაგან ისე, რომ არც ესმის ამოხსნა; მეორეს სამუშაო სწორად აქვს შესრულებული, მაგრამ ამოხსნილი აქვს სხვათა დახმარებით და ამასთან ახლა საკითხში ერკვევა და მომავალში იმედია, რომ თვითონაც დამოუკიდებლად შესძლებს ამოხსნას; და ბოლოს, მესამემ სრულიად დამოუკიდებლად შეასრულა სამუშაო, რადგანაც კარგად ერკვევა

საკითხში და ჩვენ მიერ დასმულ კითხვებზე იძლევა ნათელ და ამომწურავ პასუხებს.

აი ამ სამი კატეგორიის მოსწავლეებში რომ კარგად გავერკვეთ, ამისათვის საჭიროა მასწავლებლის დიდი ოსტატობა და დახელოვნება. ხშირად საჭირო არც კია, რომ მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნა მთლიანად წავაკითხოთ მოსწავლეს. უკეთესია კითხვებით გავარკვიოთ: საიდან, როგორ და რის ძალით მიყავს მოსწავლეს ესა თუ ის ამოხსნა. რომელი წესი ან ფორმულა გამოიყენა მაგალითების ამოხსნაში. თუ არითმეტიკული ამოცანის ამოხსნაა შესამოწმებელი, რის ძალით შეადგინა ამოხსნის გეგმა, რატომ დასჭირდა ესა თუ ის მოქმედება რომელიმე კითხვაში, როგორ აწარმოვა მოქმედებანი მთელ რიცხვებზე ან წილადებზე და სხვა. ვთქვათ, ალგებრაში განტოლების შედგენაზეა ამოცანა. ერკვევა თუ არა მოსწავლე თუ რა დამოკიდებულება არსებობს მონაცემ და საძებნ სიდიდეთა შორის, რა სიდიდეები უნდა შევიდეს მისაღებ განტოლებაში, როგორ დაამყარა მათ შორის ტოლობა; როგორ აწარმოებს ფესვების ანალიზს, რატომ არის, მაგალითად, ერთი ფესვი ვარგისი, მეორე კი არა, და ბოლოს როგორ ჩაატარა ვარგისი ფესვების შემოწმება; თუ გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნას ვამოწმებთ, რა ნახაზი დაგვჭირდა ამოცანის პირობის მიხედვით, რა დამხმარე ხაზების გავლება მოგვიხდა ამოხსნის პროცესში და რატომ? საიდან განსაზღვრა უცნობი ელემენტები, რომელი ფორმულები გამოიყენა და სხვა.

ამგვარი შემოწმებით ნათლად გამოვავლენთ სრულიად დამოუკიდებლად მუშაობდა მოსწავლე ამოცანის ამოხსნისას, თუ არა; ეხმარებოდა ვინმე და თან უხსნიდა—საიდან და რის ძალით, თუ ამოხსნა მთლიანად გადაწერილია. ამისდა კვალობაზე ვაფასებთ კიდეც საშინაო წერითი დავალების შესრულებას.

დავალების შემოწმების დროს საჭირო იქნება მასწავლებელმა ჩაიაროს კლასში — მერხებს შორის და გადახედოს მოსწავლეთა ნამუშევრებს. არის აგრეთვე შემთხვევები, როცა დაფასთანაც გამოვიყვანთ მოსწავლეს ნამუშევრის შემოწმების მიზნით.

7. დამოუკიდებელი მუშაობა თეორიულ საკითხებზე

მათემატიკის სხვადასხვა დარგში არის მრავალი თეორიული საკითხი, რომელიც თავისუფლად შეუძლიათ მოსწავლეებს დამოუკიდებლად შეისწავლონ და ამ გზით მიღებული ცოდნა შეიძლება უფრო შეგნებულიც იყოს, ვიდრე მასწავლებლის მიერ ახსნილი. ამის საილუსტრაციოდ მოვიყვანთ შემდეგ საკითხებს:

ალგებრაში. როდესაც შევასწავლით ორი წევრის ჯამის კვადრატის ფორმულის გამოყვანას, მოსწავლეებს არ გაუჭირდებათ, ჩვენდა დაუხმარებლად გამოიყვანონ ორი წევრის სხვაობის კვადრატის ფორმულა ან ორი წევრის ჯამისა და სხვაობის ნამრავლისა. ასევე, დაუყვანელი სახის კვადრატული განტოლების ფორმულის გამოყვანის შემდეგ მოსწავლეებს შეიძლება მივცეთ [illegible] ფორმულის (k-ს) გამოყვანა, ოღონდ წინასწარ უთხრათ, რომ შუა კოეფიციენტი ლუწი რიცხვია. და n-ს მაგივრად აიღონ $2k$; არითმეტიკული პროგრესიის წევრთა ჯამის ფორმულის გამოყვანის შემდეგ მოსწავლეებს დავავალოთ წევრთა ჯამის მეორე და მესამე ფორმულის გამოყვანა; მას შემდეგ, რაც დავამტკიცებთ თეორემას ნამრავლის გალოგარითმების შესახებ, მოსწავლეები თავისუფლად დაამტკიცებენ თეორემას წილადის გალოგარითმების შესახებ და ა. შ.

გეომეტრიაში. როცა მასწავლებელი დაამუშავებს კლასში ჩახაზული კუთხის გაზომვას — პირველი შემთხვევა, საკმარისი იქნება, მოსწავლეებს მივცეთ მცირე მითითება, რომ თვითონვე გაერკვნენ მეორე და მესამე შემთხვევაში. ასევე მას შემდეგ, რაც მოსწავლეებს შევასწავლეთ რას უდრის სამკუთხედში მახვილი და ბლაგვი კუთხის მოპირდაპირე გვერდის კვადრატი, კარგად მომზადებული კლასი თავისუფლად მოახერხებს ჩვენდა დამოუკიდებლად პარალელოგრამის დიაგონალთა კვადრატების ჯამის განსაზღვრას (აქაც მცირე მითითება იქნება საჭირო). თუ კლასში დამტკიცებულია ერთი კათეტის შესახებ, რომ იგი საშუალო პროპორციულია ჰიპოტენუზასა და ამ კათეტთან მდებარე ჰიპოტენუზის მონაკვეთს შორის, მოსწავლეებმა უჩვენოდაც

უნდა შესძლონ ამავე თვისების დამტკიცება მეორე კათეტის შესახებ და სხვა.

ტრიგონომეტრიაში. დაყვანის ფორმულებზე, როცა გამოვიყვანთ, თუ რას უდრის $90^\circ + \alpha$. $180^\circ - \alpha$. დანარჩენი შემთხვევები შეიძლება თვით მოსწავლეებს დავავალოთ. ასევე, კლასში ჩვენ მიერ ორი კუთხის სხვაობის სინუსის ფორმულის გამოყვანის შემდეგ მოსწავლეებს შეუძლიათ დამოუკიდებლად გამოიყვანონ ამავე კუთხის კოსინუსი. აგრეთვე ორმაგი კუთხის სინუსის ფორმულის გამოყვანის შემდეგ მოსწავლეები თვითონ გამოიყვანენ ამავე კუთხის კოსინუსისა და ტანგენსის ფორმულებს.

კიდევ მრავალი სხვა თეორიული საკითხი შეიძლება დავასახელოთ, რომელთა დამოუკიდებლად დამუშავება შეიძლება მიეცეთ მოსწავლეებს. ცხადია, რომ ასეთი სახის დამოუკიდებელი მუშაობა შეიძლება ვაწარმოოთ უმეტესად საშუალო სკოლის ზემო კლასებში მოსწავლეთა მომზადებისა და ასაკის მიხედვით. ამასთან კლასი რაც უფრო ძლიერია აკადემიურად, მით უფრო შეიძლება გავაღრმავოთ და გავაფართოვოთ ამ სახის მუშაობა.

ამგვარი მუშაობით მოსწავლეებს ვაჩვევთ წიგნზე დამოუკიდებლად მუშაობას, რაც მომავალში (უმაღლეს სასწავლებელში) გაუადვილებს მათ სათანადო ლიტერატურით სარგებლობას.

თეორიულ საკითხებზე დამოუკიდებლად მუშაობის დროს მოსწავლე იღებს წიგნზე მუშაობის ჩვევებს. ცნობილია, რომ ეს საკითხი მტკივნეულია. ხშირად, უმაღლეს სასწავლებლის სტუდენტს არა აქვს უნარი წიგნში გაერკვეს უბრალო საკითხებშიც. ეს კი იმიტომ ხდება, რომ საშუალო სკოლაში არ ეჩვევა წიგნზე მუშაობას. სკოლა არ აძლევს სათანადო ჩვევებს. ამიტომ უნდა ვეცადოთ, მოსწავლემ ეფექტიურად გამოიყენოს სახელმძღვანელოები. საშუალო სკოლაში „კონსპექტების“ შედგენა დაუშვებელია.

ზემოაღნიშნული სახის დამოუკიდებელი მუშაობა შეიძლება ვაწარმოოთ როგორც კლასში, ისე საშინაო დავალე-

ბის სახითაც, მაგრამ მოსწავლეთაგან ამ გზით შესწავლილს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს და არასოდეს შეუმოწმებელი არ უნდა რჩებოდეს.

8. დამოუკიდებელი მუშაობა კლასში ამოცანების ამოხსნის დროს

მათემატიკის ყველა დარგში ძალიან ხშირად გვიხდება ამოცანების ამოხსნა კლასში. მეტად საყურადღებოა, თუ როგორ წარვმართავთ ამ მუშაობას, რომ სათანადო შედეგი მივიღოთ. დიდი მნიშვნელობა აქვს მასწავლებლის მიერ ამოცანის შინაარსის წაკითხვას, სადაც რას დავუსვამთ ლოგიკურ მახვილს, რომ მოსწავლეთა მეტი ყურადღება მივაქციოთ ამოცანის იმ ადგილს, რასაც განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს; ამის შემდეგ ამოცანის მოკლედ და მოხდენილად დაწერა დაფაზე. ამას უნდა მოყვეს შინაარსის ანალიზი, რის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა ვაცალოთ რამდენიმე წუთი; ასწონდასწონონ, მოიფიქრონ და შეისწავლონ ამოცანის ყველა პირობა; ამოცანის შინაარსის კარგი გაგება — ეს თითქმის ამოცანის ამოხსნაა. ამის შემდეგ ჩვენდა დაუხმარებლად შეადგინონ, მაგალითად, არითმეტიკაში ამოცანის ამოხსნის გეგმა, ალგებრაში განტოლება, გეომეტრიული ამოცანისათვის სათანადო ნახაზი და მხოლოდ ასეთი მუშაობის ჩატარების შემდეგ ჩავერიოთ საქმეში და წავიყვანოთ კლასი სწორი გზით.

სამწუხაროდ, ხშირია ისეთი მოვლენა, როდესაც არა მარტო ახალგაზრდა და გამოუცდელი მასწავლებელი, არამედ გამოცდილი მასწავლებელიც ჩქარობს, არ აქცევს ყურადღებას არც ამოცანის წაკითხვის მნიშვნელობას, არც მისი კონსპექტურად ჩაწერის ტექნიკას; ნაკლებად ფიქრობს ამოცანის შინაარსის ანალიზზე, არც აცდის მოსწავლეებს, რომ მცირე დრო მაინც მისცეს, დამოუკიდებლად მოიფიქრონ და ასე გადადის ამოცანის ამოხსნაზე, რომელსაც თავიდან ბოლომდე თვითონ აწარმოებს და სწერს დაფაზე ან უკარნახებს დაფასთან მდგომ მოსწავლეს. ასეთი მეთოდით მუშაობა შედეგს ვერ მოგვცემს. სჯობს ორი ამოცანის მა-

გივრად ერთი ამოცანა ამოვხსნათ, მაგრამ ყველა იმ მომენტის გათვალისწინებითა და დაცვით, რაც ზემოთ მოვიხსენიეთ. მოსწავლეთ მეტი გაქანების საშუალება მივცეთ; დაე; ნელი ტემპით წავიდეს მუშაობა, საბოლოოდ მაინც მოგებული დავრჩებით.

9. წერითი საკონტროლო სამუშაო

ამ სახის სამუშაოში მოსწავლეები მხოლოდ დამოუკიდებლად უნდა მუშაობდნენ. აქ უნდა გამოიჩინონ თეორიული ცოდნის სიღრმე, მისი გამოყენება საჭიროებისამებრ; მოფიქრება და მიხვედრილობა, უნარი სრულიად დამოუკიდებლად მუშაობისა, სათანადო გაფორმება, ახსნა-განმარტება და დასაბუთება; საჭირო ნახაზების შესრულება ამოცანის პირობების მიხედვით, მონაცემ და საძებნ სიდიდეთა შორის დამოკიდებულების გამორკვევა და სხვა.

ასეთმა მუშაობამ რომ სათანადო ნაყოფი გამოიღოს და კლასის უმრავლესობა არ ჩავარდეს, ამისათვის მასწავლებელმა უპირველესად უნდა ასწონ-დასწონოს, კარგად აქვს თუ არა დამუშავებული თემა, ან მისი ნაწილი, რის შესახებაც აპირებს საკონტროლო წერის ჩატარებას. ამოწურულია, თუ არა ყოველმხრივ მისი დამუშავება; საკმაო სავარჯიშოები აქვს ჩატარებული, თუ არა და სხვა.

მეორე პირობაც — რომ ეს სამუშაო მოულოდნელი არ იყოს მოსწავლეთათვის, რამდენიმე დღით ადრე მოსწავლეებს უნდა გამოეცხადოს, თუ როდის და რაზე აპირებს მასწავლებელი საკონტროლო წერის ჩატარებას. ამით ჩვენ საშუალებას მივცემთ მოსწავლეებს მოემზადონ, გადაათვალიერონ შესწავლილი თეორიული საკითხები, ფორმულები და თეორემები, გადახედონ კლასში და სახლში ამ თემის ირგვლივ ამოხსნილ მაგალითებსა თუ ამოცანებს; მხოლოდ ასეთი მომზადების შემდეგ მივაღწევთ სასურველ შედეგს.

სამუშაო ისეთი სიძნელისა უნდა იყოს, რომ მოსწავლემ შესძლოს მისი დაძლევა; ხოლო მისი მოცულობა ისე უნდა იყოს გაანგარიშებული, რომ კლასის დიდი უმრავლე-

სობა ჩაბმული იყოს ამ სამუშაოსათვის განკუთვნილ დროში და ამასთან მოსწავლეს შეეძლოს ნამუშევრის შემოწმება და გადათვალიერება.

საკონტროლო წერა რომ სრულიად დამოუკიდებლად შეასრულონ მოსწავლეებმა და გადაწერას ადგილი არ ექნეს, ამისათვის საჭიროა შემდეგი: კლასში იყოს იშვიათი სიწყნარე და სიჩუმე, არავითარ გადალაპარაკებას ადგილი არ ექნეს, ყოველ მერხზე უნდა იდგეს სამელნე, რომ უკან ჩაწება არ სჭირდებოდეს; მაგალითები თუ ამოცანები კლასს უნდა მიეცეს ორ ვარიანტად და კიდევ უკეთესი იქნება, თუ ოთხ ვარიანტად (რასაკვირველია ერთნაირი სიძნელის). თუ რაიმე განმარტებაა საჭირო მოსწავლეთათვის, ეს მასწავლებელმა უნდა გააკეთოს ამოცანის დაწერის შემდეგვე, რომ მუშაობის პროცესში არავითარ შეკითხვებს არ ჰქონდეს ადგილი. რომელი მოსწავლეც დაამთავრებს სამუშაოს, მან უნდა ჩააბაროს იგი მასწავლებელს და დაუყოვნებლივ გავიდეს კლასიდან (თუ ამისი საშუალება გვაქვს). მუშაობის დროს გადაწერაში შენიშნული მოსწავლე გაყვანილ უნდა იქნეს კლასიდან. არ არის დასაშვები „შავად" წერა ქაღალდის ნაგლეჯებზე. გადაწერილი ნამუშევარი შეფასებული უნდა იქნეს ნიშანი „2"-ით.

ყველა ამ პირობის მტკიცედ და სასტიკად დაცვით ჩვენ მივაღწევთ იმას, რომ მოსწავლეები მიეჩვევიან საკონტროლო წერის შესრულებას დამოუკიდებლად. და თუ აქა იქ კიდევ ზოგიერთი მოსწავლე მაინც მოახერხებს სხვისი ნამუშევრით სარგებლობას, ამის გამოსამჟღავნებელი საშუალებაც ბევრი მოგვეპოვება; საკმარისია, ასეთი საეჭვო ნამუშევრის პატრონი შემდეგ გაკვეთილზე ან დაფასთან გამოვიყვანოთ, ან მასწავლებლის მაგიდის წინ დავსვათ და მივცეთ საწერად ან იგივე მასალა, ან ანალოგიური, რითაც ნათლად გამოვლინდება ასეთი სუბიექტების პლაგიატი.

10. ამოცანების შედგენა მოსწავლეების მიერ

მაგალითებისა და ამოცანების შედგენას მასწავლებლები სხვადასხვა თვალით უცქერიან და ამიტომ ზოგი მათგანი

მეტად დიდ ადგილს უთმობს ამ საქმეს, ზოგი კი სრულებით წინააღმდეგია ასეთი სავარჯიშოებისა.

ვფიქრობთ, რომ ორივე შეხედულება უკიდურესობად უნდა ჩაითვალოს. არც გატაცებაა საჭირო ამ მუშაობით და არც მისი სრული უგულებელყოფაა მისაღები.

ამ სახის სამუშაო მოსწავლეებს უმთავრესად საშინაო დავალების სახით უნდა ეძლეოდეთ.

11. დამოუკიდებელი მუშაობა მათემატიკურ წრეში

ყოველ საშუალო სკოლაში უნდა არსებობდეს მოსწავლეთა მათემატიკური წრე. ამ წრეში თავს უნდა იყრიდნენ განსაკუთრებით ის მოსწავლეები, რომლებიც კარგად სწავლობენ მათემატიკას, უყვართ ეს საგანი და დაინტერესებული არიან თავისი ცოდნის გაღრმავებით. მათემატიკური წრის დანიშნულებაა — მოსწავლეთა ცოდნის გაღრმავება, დამოუკიდებელ მუშაობაში ჩაბმა, რომ განვითარდეს და გაიფურჩქნოს მათი ნიჭი. ასეთ წრეში ხანგამოშვებით მასწავლებელიც უნდა აკეთებდეს მოხსენებებს, მაგრამ უმთავრესად თვით მოსწავლეები უნდა ავამუშაოთ; მოსწავლეებს უნდა მივცეთ ესა თუ ის თემა (შეიძლება და სასურველიც არის, თუ თვითონ აირჩევენ), მოვუმარაგოთ საჭირო ლიტერატურა, ვასწავლოთ ამ ლიტერატურით სარგებლობა და გამოყენება. ამის შემდეგ მოსწავლემ უნდა მოამზადოს წერილობითი მოხსენება, რომელიც (მასწავლებლის მიერ გადათვალიერების შემდეგ) წაკითხულ იქნება მათემატიკურ წრეში. კარგი იქნება, თუ ორ-სამ მოსწავლეს დაევალება ამ მოხსენების წინასწარი გაცნობა, რომ კამათში საკმაოდ მომზადებული გამოვიდნენ ამ მოხსენების ირგვლივ. ამგვარი მუშაობაც დიდ სარგებლობას მოუტანს ჩვენს მოსწავლეებს: ლიტერატურით სარგებლობა, საკითხების გაშუქება და დასაბუთება წერილობით და შემდეგ კამათში მათი საჯარო დაცვა — გონებრივი ჰორიზონტის განვითარებაა.

მათემატიკურ წრეში მოხსენების გარდა უნდა ვაწარმოოთ ისეთი ამოცანების ამოხსნა, რომელთათვის საჭიროა რაიმე ეფექტიური ხერხების გამოყენება, მიხვედრილობა და გავლილი მასალის ღრმა ცოდნა.

წრის მუშაობაში საპატიო ადგილი უნდა დაიკაოს ტექნიკისა და ასტრონომიის თანამედროვე მიღწევებმა.

წრეში შეიძლება ვაწარმოოთ ძოდელების, ნახაზების, ტაბულებისა და სხვა სასწავლო ხელსაწყოების კეთება, რომლებიც დაგვჭირდება კლასში მათემატიკის გაკვეთილების ჩასატარებლად.

იგივე წრე პერიოდულად უნდა უშვებდეს ილუსტრირებულ კედლის გაზეთს; ამ გაზეთში მოთავსებული იქნება წერილები მათემატიკის ისტორიიდან, მსოფლიოსი და საბჭოეთის დიდი მათემატიკოსების ბიოგრაფიები, ან რომელიმე ცალკეული თეორიული საკითხი, წრის მუშაობის მიმოხილვა, ზოგიერთ ამოცანათა საინტერესო ამოხსნა, წერილები მათემატიკის ცხოვრებაში გამოყენების შესახებ, მათემატიკური გასართობები და სხვა

სასწავლო წლის დასასრულს სკოლაში უნდა ეწყობოდეს მათემატიკური გამოფენა მასწავლებელთა ხელმძღვანელობით და მათემატიკური წრის წევრების დახმარებით. ამ გამოფენაზე უნდა გამოვლინდეს მოსწავლეთა ცოდნა, მომზადება და შემოქმედება. გამოფენაზე უნდა იყოს წარმოდგენილი მათემატიკაში მოსწავლეთა წარმატების გამომსახველი დიაგრამები, საუკეთესო რვეულები, წრეში ჩატარებული მოხსენებები და გაკეთებული ხელსაწყოები, კედლის გაზეთის ნომრები და სხვა.

წრის ორგანიზაცია: სკოლაში უნდა იყოს ერთი მათემატიკური წრე, რომელსაც ხელმძღვანელობს მათემატიკის ერთ-ერთი მასწავლებელი. სასწავლო წლის დასაწყისში წრის საერთო კრებაზე არჩეულ უნდა იქნეს თავმჯდომარე და მდივანი (ნახევარ წლით, მოსწავლეთა შემადგენლობიდან). სასწავლო წლის დასაწყისშივე უნდა შემუშავდეს წრის წლიური კალენდარული სამუშაო გეგმა, ან, ყოველ შემთხვევაში ნახევარი წლის მაინც. ამ გეგმაში გათვალისწინებულ უნდა იქნეს ძირითადად დასამუშავებელი საკითხები. უნდა აღინიშნოს მათი შემსრულებელნი და შესრულების ვადაც. წრის სხდომები უნდა ეწყობოდეს თვეში 1—2-ჯერ.

მუშაობის აღრიცხვის მიზნით მდივნის მიერ უნდა იწერებოდეს ყოველი სხდომის ოქმი და მოკლე ანგარიში.

ამგვარად, თუ მათემატიკის მასწავლებელს სურს, რომ თავის მოსწავლეებს მისცეს შეგნებული ცოდნა და განვითარება, აღმოფხვრას ჩვენი საგნის სწავლებაში ფორმალიზმი — ზერელე და შეუგნებელი ცოდნა, მას მრავალი ზემოთმოხსენებული საშუალება აქვს ამისათვის. ოღონდ იყოს სურვილი, საქმისა და ახალგაზრდობისადმი სიყვარული და მუდამ თავის თავზე მუშაობა, რომ არასდროს არ მივდიოდეთ გაკვეთილზე მოუმზადებელი.

როგორც ზემოხსენებულიდან ჩანს, მათემატიკაში მრავალი სახის დამოუკიდებელი მუშაობა შეიძლება ვაწარმოოთ. ამ მუშაობაში ორი პირობის დაცვაა საჭირო: **1. არც ერთი სახის დამოუკიდებელი მუშაობა არ უნდა მივცეთ მოსწავლეებს ჩვენი ხელმძღვანელობის გარეშე. 2. მოსწავლეთაგან შესრულებული არც ერთი ნამუშევარი არ უნდა რჩებოდეს** ჩვენ მიერ შეუმოწმებელი. ამ ორი პირობის გარეშე ჩვენ მივიღებთ უარყოფით შედეგებს და სარგებლობის მაგივრად ზიანს მოუტანთ ჩვენს ახალგაზრდობას.

გავლილი მასალის განმეორება მათემატიკაში

შესავალი

შეიძლება ითქვას, რომ საშუალო სკოლის სასწავლო დისციპლინათა შორის გავლილი მასალის განმეორებისათვის არც ერთი არ იძლევა იმდენ შესაძლებლობას, რამდენსაც მათემატიკა. მათემატიკის განმეორება თითქმის ყოველ გაკვეთილზე, მთელი სასწავლო წლის მანძილზე ხდება და ამასთან სულ სხვადასხვა სახით.

მაგრამ განმეორების არც ერთი სახე არ უნდა იყოს მექანიკური ხასიათისა, არ უნდა წარმოადგენდეს მხოლოდ მოსწავლეთა მეხსიერებაში ცოდნის აღდგენის საშუალებას. ასეთი განმეორება დროს დაკარგვა იქნება და მომაბეზრებელიც. განმეორების მიზანი უნდა იყოს ცოდნის გაღრმავება და სისტემატიზაცია, ცალკეული საკითხების ურთიერთ დაკავშირება, მათ შორის დამოკიდებულების გამორკვევა, ამ გზით მიღებული ცოდნის განმტკიცება მეხსიერებაში და ბოლოს მისი გამოყენება როგორც ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნაში, ისევე ახალი მასალის დასამუშავებლად.

გავლილი მასალის განმეორების დროს მთელი კლასი აქტიურად უნდა იღებდეს მონაწილეობას მუშაობაში. თუ მათემატიკაში ახალი მასალის დამუშავების დროს უმთავრესად აკადემიურად ძლიერ მოსწავლეებს ვეყრდნობით, განმეორების დროს მთელი ჩვენი ყურადღება საშუალო და სუსტ მოსწავლეებზე გადადის, რომ ისინიც ჩავაბათ მუშაობაში და შევავსოთ მათ ცოდნაში შემჩნეული ხარვეზები.

მასალის განმეორების ეფექტიურობა იმაზეა დამოკიდებული, თუ რამდენად მიხვდება მოსწავლე რა ჰქონდა მას თავის დროზე სუსტად გაგებული, რა იყო მისთვის გაუგებარი, რად უძნელდებოდა რომელიმე ფორმულის ან თეორემის გამოყვანა და დამტკიცება, რა ხასიათის შეცდომებს უშვებდა იგი ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნის დროს და სხვ.

უნდა აღინიშნოს, რომ მეთოდურ ლიტერატურაში ძალიან ნაკლებად არის გაშუქებული მათემატიკის განმეორების მეთოდები; ამიტომ მასწავლებელთა ერთი ნაწილის მუშაობაში ხშირად დიდ სხვადასხვაობას ვხვდებით. ზოგი მათგანი სათანადოდ ვერ აფასებს განმეორების მნიშვნელობას, ზოგს შეუფერებლად მიყავს ეს საქმე, მესამენი გავლილი მასალის განმეორებას გამოყოფენ, როგორც სრულიად დამოუკიდებელს სხვა სახის სამუშაოებისაგან, ხოლო სხვანი განმეორებას ისეთ ადვილ და იოლ საქმედ სთვლიან, რომ სრულიად არ ემზადებიან მისთვის: წინასწარ არ განსაზღვრავენ და არ ჩაუფიქრდებიან, თუ როდის, რა მოცულობით და რა ხერხებით შეიძლება ამა თუ იმ გავლილი მასალის განმეორება.

ახალი მასალის დასამუშავებლად მასწავლებელს რომ სჭირდება სერიოზული მომზადება — უპირველესად თვით საკითხის მთლიანი შესწავლა, ამის შემდეგ მასალის დამუშავების მეთოდების მოფიქრება, დიდაქტიკური ხელსაწყოებისა და კლასში ამოსახსნელი მაგალითებისა და ამოცანების შერჩევა მოსწავლეთა მიერ მიღებული თეორიული ცოდნის შესაბამისად. ეს ყოველი ჩვენგანისათვის ნათელია. მაგრამ საკითხი იმის შესახებ, თუ როგორ ჩავატაროთ ამა თუ იმ შესწავლილი თემის გამეორება, ბევრ მასწავლებელთაგანს სრულიად ზედმეტად მიაჩნია. თითქოს ეს ადვილი საქმე იყოს და მასწავლებლისაგან არ მოითხოვდეს არავითარ წინასწარ მომზადებას. ნამდვილად კი გავლილი მასალის განმეორება ისეთივე სერიოზულ მოფიქრებას მოითხოვს, როგორც ახალი მასალის დამუშავება. მასწავლებელმა უნდა მოიფიქროს, როგორ მოეხმაროს მოსწავლეებს აგარკვიონ თემის ცალკეულ საკითხებს შორის ურთიერთო-

ზასა და კავშირის დამყარებაში, რას უნდა მიაქციონ ყურადღება განმეორების დროს, როგორ გამოიყენონ ფორმულები, წესები ან თეორემები, რომელ მაგალითებსა და ამოცანებს მიაქციონ ყურადღება და სხვა.

მასწავლებელმა უნდა იცოდეს, გაკვეთილზე თემის რომელ საკითხზე გაამახვილოს მოსწავლეთა ყურადღება, რა უძნელდებოდათ მოსწავლეებს ამ თემის შესწავლის დროს, რა ხასიათის შეცდომებს უშვებდნენ იმ ტიპიური ამოცანებისა და მაგალითების ახსნის დროს, რომელთა ამოხსნა დაკავშირებულია გასამეორებელ თემასთან და სხვა.

ქვემოთ მოვიყვანთ შეძლებისდაგვარად საშუალო სკოლაში გავლილი მასალის განმეორების ყველა სახეს და ვაარკვევთ, როდის და როგორ გავიმეოროთ ესა თუ ის შესწავლილი მასალა.

1. განმეორება წლის დასაწყისში

სასწავლო წლის დასაწყისში განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს იმას, თუ რა დაავიწყდათ მოსწავლეებს ზაფხულის განმავლობაში. გამოცდილება და დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ ზაფხულის პერიოდში მოსწავლეებს ავიწყდებათ შესწავლილი მასალის საგრძნობი ნაწილი. ამიტომ საჭიროა დავიწყებულის მეხსიერებაში აღდგენა, ჯერ ერთი, იმისათვის, რომ გამოვაცოცხლოთ და განვამტკიცოთ მეხსიერებაში ძველი მასალა, ხოლო, მეორე მხრივ, იმისათვის, რომ წინა სასწავლო წელში შეძენილი ცოდნის საფუძველზე დავამუშაოთ ახალი მასალა, რომლის ათვისება ძალიან ძნელი იქნება ძველის გაუმეორებლად. ამ სახის განმეორების დროს უმთავრესად იმ საკითხებს ვეხებით, რომლებიც განსაკუთრებით დაგვჭირდება მიმდინარე სასწავლო წელში. განმეორების დასრულებისას საჭირო იქნება საკონტროლო წერის ჩატარება.

სასწავლო წლის დასაწყისში განმეორებას კიდევ უფრო მეტი მნიშვნელობა ენიჭება იმ შემთხვევაში, თუ მასწავლებლის ხელში გადადის სხვა მასწავლებლის კლასი; მაგალითად, მასწავლებელმა ჩაიბარა მეხუთე კლასი, რომელსაც

წინა სასწავლო წელში დაწყებითი სკოლის მასწავლებელი ასწავლიდა. ასეთ შემთხვევაში ახალი მასწავლებელი რომ საფუძვლიანად გაეცნოს კლასის მომზადებას, კარგა ხანს უნდა იმუშაოს ამ კლასთან წინა წლის მასალაზე; მან უნდა გამოარკვიოს ცოდნა და ხარვეზები, შეჩერდეს ამ უკანასკნელზე და ბოლოს ჩაატაროს საკონტროლო წერა განმეორებული მასალის ათვისების შესამოწმებლად. თუ სურათი არადამაკმაყოფილებელი იქნება, მაშინ მასწავლებელმა უნდა აცნობოს ეს მდგომარეობა დირექციას და პედაგოგიურ საბჭოს, რათა დასახონ ღონისძიებანი ამ კლასის ჩამორჩენის ლიკვიდაციისათვის.

ამგვარი განმეორებისათვის სასწავლო წლის დასაწყისში რამდენიმე საათს გამოვყოფთ კლასის მომზადების მიხედვით.

2. განმეორება ახალი მასალის დამუშავების დასაწყისში

ახალი მასალის დამუშავების წინ მოსწავლეთა მეხსიერებაში აღვადგენთ და გავიმეორებთ ყველა იმ დებულებას, თეორემას, ფორმულას და სხვა მასალას, რაც ახალი მასალის დასამუშავებლად დაგვჭირდება. ცნობილია, რომ მათემატიკის ყოველი ახალი მასალა გავლილისა და შესწავლილის საფუძველზე მუშავდება. ამიტომ **ამგვარი განმეორება სავალდებულოდ უნდა ჩაითვალოს.** საჭიროების მიხედვით, შეიძლება აგრეთვე მოსწავლეებს წინასწარ მივცეთ საშინაო დავალებად გაიმეორონ ესა თუ ის მასალა, რომელიც გავლილია წინა მეოთხედში ან და წინა სასწავლო წელში. ამასთან მოსწავლეებს უნდა მიეუთითოთ ამ განმეორების მიზანზე, სახელდობრ, რომ მხოლოდ ძველის ცოდნის საფუძველზე შეიძლება ახალი მასალის ღრმა და შეგნებული შესწავლა. ამით მოსწავლეებში ვბადებთ განმეორების ინტერესს.

3. ახლად დამუშავებული მასალის განმეორება

ყოველ გაკვეთილზე, ახალი მასალის დამუშავების დამთავრების შემდეგ, მოსწავლეთა მეხსიერებაში რომ განვამტკიცოთ და ამასთან ერთად გამოვარკვიოთ ათვისების ხა-

რისხი, მოსწავლეებს გაკვეთილზევე ვამეორებინებთ მთელ იმ მასალას, რაც დავამუშავეთ.

ნათქვამის უკეთ დასახსომებლად ჯერ დამუშავების პროცესშიც პერიოდული კითხვებით ვეხმარებით მოსწავლეებს დასამუშავებელი მასალის განმტკიცებაში. ვთქვათ, ახლად დამუშავებული მასალა მოსწავლეებმა კარგად გაიგეს; ეს კიდევ იმას არ ნიშნავს, რომ იგი მტკიცედ და ღრმად არის ათვისებული. ათვისების სიმტკიცეს განმეორებით მივაღწევთ.

ამგვარი განმეორებაც ძალიან საჭიროა ჯერ ერთი იმიტომ, რომ დამუშავებული მასალა განვამტკიცოთ მოსწავლეთა მეხსიერებაში, მეორე მხრივ ასეთი განმეორებით ვარკვევთ იმას, თუ რამდენად გაიგეს, ჩასწვდნენ და აითვისეს მოსწავლეებმა ახლად ახსნილი და დამუშავებული საკითხი. არას გზით არ შეიძლება დავეყრდნოთ მასწავლებლის პირად შთაბეჭდილებას, ვითომდა კარგად და მკაფიოდ დამუშავდა საკითხი და ამიტომ მოსწავლეების მიერ გაგებულია. ეს შეფასება შეიძლება სუბიექტური გამოდგეს და რაც მასწავლებელს ნათლად და გასაგებად წარმოუდგენია, შესაძლებელია მოსწავლეების მიერ ვერ არის მთლაინად გაგებული; **ამიტომ ახლად დამუშავებული მასალის განმეორება ამავე გაკვეთილზე სავალდებულოდ უნდა მივიჩნიოთ.**

4. განმეორება მიმდინარე გაკვეთილის გამოკითხვის დროს

ყოველ გაკვეთილზე, მოსწავლეს რომ გამოვკითხავთ მიმდინარე გაკვეთილს, აუცილებლად ვაძლევთ კიდევ ორსამ კითხვას იმავე თემის გავლილი მასალიდან და მხოლოდ ამის შემდეგ ვაფასებთ მის ცოდნას. დაე, მოსწავლემ ერთხელ და სამუდამოდ იცოდეს, **რომ მასწავლებელი ნიშანს უწერს არა მხოლოდ მიმდინარე გაკვეთილის ცოდნაში, არამედ მთელი თემის საკითხების ცოდნაშიც.** ამით მოსწავლეს ვაიძულებთ მზად იყოს ყოველთვის, რომ ახალი მასალის შესწავლასთან ერთად სისტემატურად გადაავლოს ხოლმე თვალი გავლილ მასალასაც. უნდა აღინიშნოს, რომ როცა მოსწავლე მხოლოდ მიმდინარე გაკვეთილისათვის ამზადებს

ახალ მასალას, მაშინ იგი ღრმად არ უკვირდება და ისე საფუძვლიანად არც სწავლობს და არ იხსომებს მასალას, როგორც იმ შემთხვევაში, როცა იცის, რომ მასწავლებელს ყოველ დროს — შემდეგ გაკვეთილზედაც შეუძლია მოსთხოვოს ეს ცოდნა. ამ შემთხვევაში მოსწავლე უფრო მეტ ხანს ჩაუჯდება გაკვეთილის მომზადებას, უფრო საფუძვლიანად სწავლობს, ღრმად უკვირდება საკითხებს და დასწავლილიც მეტ ხანს რჩება მეხსიერებაში.

მათემატიკის მასწავლებელთა ნაწილი ხშირად საკმაო ყურადღებას არ აქცევს ამ სახის განმეორებას და ამიტომ მოსწავლეები გაკვეთილებს სახელდახელოდ, მხოლოდ იმისათვის ამზადებენ, რომ მეორე დღეს როგორმე უპასუხონ; ამის გამო იშვიათი არ არის ისეთი შემთხვევები, რომ მოსწავლეს რამდენიმე დღით ადრე დამუშავებული და შესწავლილი საკითხები აღარ ახსოვს; ამასთან ამ გარემოებას იმით ხსნის, რომ ეს მასალა მიმდინარე გაკვეთილისა არ არის და ამიტომ შეიძლება არ იცოდეს ან არ ახსოვდეს. ამრიგად, გამოდის, რომ გაკვეთილის ცოდნა საჭიროა მხოლოდ მოკლე ვადისათვის. ამ მოვლენის აღმოფხვრის ერთ-ერთ საშუალებად უნდა მივიღოთ **სისტემატური გამოკითხვა იმისა, რაც გავლილია წინათ და დაკავშირებულია მიმდინარე თემასთან.** დაბოლოს, ეს საშუალება ძალიან საჭიროა მოსწავლის ცოდნის საფუძვლიანი და სწორი შეფასებისათვისაც.

ნ. შესწავლილი თემის განმეორება

რომელიმე თემის დამუშავების შემდეგ ვჩერდებით და ვიმეორებთ ამ თემას; ვამყარებთ მის ცალკეულ საკითხთა შორის კავშირს, ვამოწმებთ, რამდენად ეხერხებათ მოსწავლეებს თეორიული ცოდნის გამოყენება ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნაში და მხოლოდ ამის შემდეგ გადავდივართ შემდეგი თემის შესწავლაზე. განმეორების პროცესში ვაშუქებთ სიძნელეებს, გაუგებარს და ბუნდოვანს, რომ მოსწავლეებმა სრული, ღრმა და შეგნებული ცოდნა მიიღონ. საჭიროების მიხედვით, ვატარებთ ამომწურავი ხასიათის საკონტროლო წერით სამუშაოსაც.

მათემატიკის ზოგ მასწავლებელს გავლილი თემის გან-მეორება გაზაფხულისათვის, ე. ი. უკანასკნელი მეოთხედი-სათვის გადააქვს, რაც დაუშვებლად უნდა ჩაითვალოს. ახა-ლი მასალის წესიერად და სწორედ დამუშავების პროცესში შესწავლილი თემების განმეორება პერიოდულად უნდა მი-მდინარეობდეს: დამუშავებული თემის განმეორება პირვე-ლად მისი დამთავრებისთანავე უნდა ხდებოდეს; შემდეგში კი საჭიროა მისი ზოგიერთი საკითხის განმეორება წლის განმავ-ლობაში, თუ აუცილებლობა მოითხოვს, და, ბოლოს, — სას-წავლო წლის დასასრულს.

6. განმეორება ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნის პროცესში

ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნის პროცესში ჩვენ გვიხდება შეძენილი თეორიული ცოდნის გამოყენება; ამი-ტომ ამგვარი მუშაობის დროს ვიმეორებთ და მოსწავლეთა მეხსიერებაში აღვადგენთ ყველა საჭირო თეორიულ სა-კითხს, თეორემებს, ფორმულებს და ა. შ.; მხოლოდ ამის შემდეგ შესძლებენ მოსწავლეები ამოცანებისა და მაგალი-თების სწორად და შეგნებულად ამოხსნას. ამასთან მოსწავ-ლისაგან, რომელიც დაფასთან მუშაობს და ამოცანას ხსნის, მოვითხოვთ სიტყვიერ ახსნა-განმარტებას, თუ რომელ დე-ბულებათა საფუძველზე ან რომელი ფორმულების ძალით იღებს ამა თუ იმ შედეგს და სხვა. საზოგადოდ, ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნა მშვენიერი მასალაა, რომლის სა-შუალებითაც მოსწავლეები თავისდაშეუმჩნევლად აღიდგე-ნენ მეხსიერებაში შესწავლილ მასალას, დაწყებული არით-მეტიკის ზეპირი ანგარიშიდან და დამთავრებული უკანა-სკნელი თავით, რაც შეისწავლეს ალგებრაში, გეომეტრიასა და ტრიგონომეტრიაში.

7. განმეორება საკონტროლო წერითი სამუშაოს დროს

მათემატიკაში საკონტროლო წერითი სამუშაოს ერთ-ერთ მიზნად ვისახავთ დამუშავებული და შესწავლილი რო-მელიმე თემის ან მისი ნაწილის განმეორებას, შეძენილი

თეორიული ცოდნის სისტემაში მოყვანას, და, ბოლოს, ამ ცოდნათა გამოყენებას ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნაში.

ამ მიზანს რომ მივაღწიოთ, საკონტროლო წერა მოსწავლეთათვის მოულოდნელი არ უნდა იყოს. სამუშაოს ჩატარებამდე რამდენიმე დღით ადრე მოსწავლეებს ვუცხადებთ სამუშაოს თემას, რომ სათანადოდ მოემზადონ, გაიმეორონ ყოველივე ის, რაც ამ თემას ეხება, გადაათვალიერონ შესაფერი მაგალითები და ამოცანები, რომლებიც ამოხსნილი იქნა კლასში და შინ და, ამგვარად, მომზადებულნი გამოცხადდნენ სამუშაოზე.

მათემატიკის წერითი საკონტროლო სამუშაოს მიზანია არა იმდენად კონტროლი, რამდენადაც დამოუკიდებელი ჩვევების გამომუშავება, ცოდნის განმტკიცება და მისი გამოყენება მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნაში.

8. განმეორება სასწავლო წლის ბოლოს

სასწავლო წლის დასასრულისათვის მეოთხე მეოთხედში, გაკვეთილების საკმაო რაოდენობას ვიტოვებთ, რომ მთელი წლის მანძილზე გავლილი მასალის ზოგიერთი ძირითადი საკითხი მაინც გავიმეოროთ მოსწავლეებთან. ამასთან, ეს განმეორება რომ მოსაწყენი არ იყოს და მოსწავლეებში ინტერესი გამოიწვიოს, მთავარ ყურადღებას ვაქცევთ ყველა ტიპის ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნას წლის განმავლობაში შეძენილი თეორიული ცოდნის გამოყენებით. ამ მუშაობაში მთავარ ყურადღებას ვაქცევთ საშუალო და ჩამორჩენილ მოსწავლეებს, გამოვავლენთ სუსტ მხარეებს, შევავსებთ მოსწავლეთა ცოდნაში შემჩნეულ ხარვეზებს, ვაწყობთ საკონტროლო წერას და, ბოლოს, ვამთავრებთ გავლილ მასალის განმეორებას საგამოცდო მოთხოვნილებებთან დაკავშირებით.

9. განმეორების ორგანიზაცია გამოსაშვებ კლასებში

განსაკუთრებული მნიშვნელობა ეძლევა განმეორებას გამოსაშვებ კლასებში — მეოთხე, მერვე და მეთერთმეტე

კლასში, სადაც მოსწავლეებს გამოცდებზე მოეთხოვებათ როგორც ამ კლასში გავლილი მასალის ცოდნა, ისე წინა კლასებში მიღებული ცოდნაც. გამოსაშვებ კლასებში გამოცდების შედეგები მთლიანად დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად მოხერხებულად და დროულად ჩავატარებთ აღნიშნულ კლასებში, ერთი მხრივ, ახალი მასალის დამუშავებას, ხოლო, მეორე მხრივ, წინა კლასებში გავლილი მასალის განმეორებას.

მოკლედ შევეხებით მეთერთმეტე კლასში განმეორების ორგანიზაციას.

პირველ ყოვლისა, წინა კლასებში გავლილ გასამეორებელ მასალას სამ კატეგორიად ვყოფთ:

ა. წინა კლასებში გავლილი მასალის ერთ ნაწილს, რომელიც მეთერთმეტე კლასის ახალი მასალის დამუშავებას უკავშირდება, ახალთან ერთად ვიმეორებთ;

ბ. მეორე ნაწილს, რომელიც არ უკავშირდება ახალ მასალას და ამავე დროს მოსწავლეთათვის ერთგვარ სიძნელეს წარმოადგენს დამოუკიდებლად განმეორებისათვის, კლასში ვიმეორებთ გაკვეთილებზე;

გ. მესამე ნაწილს, რომელიც არ უკავშირდება ახალს და შედარებით ადვილად შეუძლიათ მოსწავლეებს დამოუკიდებლად გაიმეორონ, საშინაო დავალების სახით ვაძლევთ გასამეორებლად.

ასეთი განმეორების დროს, ცხადია, ვცდილობთ, რომ სისტემატურობა არ დაირღვეს.

სასწავლო წლის დასაწყისშივე მეთერთმეტე კლასისათვის კალენდარულ გეგმას ვადგენთ იმ ვარაუდით, რომ ამ კლასის მთელი მასალის დამუშავება მესამე მეოთხედის ბოლოს დავამთავროთ და მეოთხე მეოთხედი მთლიანად გამოვიყენოთ განმეორებისა და ამოცანების ამოხსნისათვის.

რა საკითხები შეიძლება დავუკავშიროთ წინა წლებში გავლილი მასალიდან მეთერთმეტე კლასის ახალ მასალას?

ალგებრაში. კვადრატული განტოლების განმეორება შეიძლება წავუმძღვაროთ შეერთებათა თეორიის შესწავლას, რადგანაც შეერთებათა თეორიაზე მაგალითების ამოხს-

წის დროს საჭიროა კვადრატული განტოლების ყველა ფორმულის ცოდნა; კვადრატული განტოლების დისკრიმინანტი — ამავე განტოლების ფესვების გამოკვლევას; ლოგარითმები, მათზე მოქმედებანი და ლოგარითმული ცხრილების ხმარება — მართკუთხა და ირიბკუთხა სამკუთხედების ამოხსნას; მაჩვენებლიანი განტოლების ამოხსნა — ბინომის განამწკრივის წევრის გამოანგარიშებას და ა. შ.

გეომეტრიაში. სამკუთხედების მსგავსება უკავშირდება მართკუთხა და ირიბკუთხა სამკუთხედების ელემენტთა შორის დამოკიდებულებას; თეორემები მახვილი და ბლაგვი კუთხეების მოპირდაპირე გვერდის კვადრატის შესახებ — კოსინუსების თეორემას; ბრტყელი ნაკვთების ფართობები — მრავალწახნაგა სხეულების ზედაპირისა და მოცულობის გამოანგარიშებას; ჩახაზული კვადრატის, ჩახაზული წესიერი სამკუთხედისა და ექვსკუთხედის გვერდები — გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნას მრავალწახნაგებზე; ზღვართა თეორია — მრგვალი სხეულების ზედაპირებისა და მოცულობის შესწავლას და სხვა.

ტრიგონომეტრიაში. მეთერთმეტე კლასში გონიომეტრიის საფუძვლიანი ცოდნის გარეშე შეუძლებელია ტრიგონომეტრიულ განტოლებათა შესწავლა. ამიტომ ამ განტოლებათა შესწავლის წინ გამოვყოფთ რამდენიმე გაკვეთილს გონიომეტრიის გასამეორებლად. თეორიული მასალის განმეორებაში ჩავურთავთ სავარჯიშოებს ტრიგონომეტრიული ფორმულების გამოყენებაზე გამოსახულებათა გამარტივებაში და იგივობათა დამტკიცებაზე. ამგვარი განმეორების შემდეგ მოსწავლეები ადვილად სძლევენ ახალ მასალას — ტრიგონომეტრიულ განტოლებებს.

10. თემების განმეორების ნიმუშები

არითმეტიკა. გასამეორებელი თემა — ჩვეულებრივი წილადების შეკრება-გამოკლება — მე-5 კლასში.

ამ თემის განმეორების დროს ასეთი კითხვების საშუალებით ვარკვევთ მოსწავლეთა ცოდნას:

რა შემთხვევები გვაქვს ჩვეულებრივი წილადების შეკრებისა და გამოკლების დროს?

როგორი წილადების შეკრება და გამოკლება შეიძლება გარდაუქმნელად, როგორებისა არ შეიძლება?

როგორ შევკრიბოთ ტოლმნიშვნელიანი ჩვეულებრივი წილადები?

რა გარდაქმნები უნდა მოვახდინოთ სხვადასხვა მნიშვნელიანი წილადების შესაკრებად ან გამოსაკლებად?

რას ნიშნავს და რა აზრი აქვს წილადების გაერთმნიშვნელიანებას?

რა იცვლება და რა რჩება უცვლელად წილადების გაერთმნიშვნელიანების დროს?

რას ეწოდება რამდენიმე რიცხვის უმცირესი თანაჯერადი?

როგორ უნდა ვიპოვოთ რამდენიმე რიცხვის უმცირესი თანაჯერადი?

რას უდრის რამდენიმე ჩვეულებრივი წილადის საერთო მნიშვნელი, როდესაც ერთ-ერთის მნიშვნელი დანარჩენ მნიშვნელებზე იყოფა?

რას უდრის რამდენიმე წილადის საერთო მნიშვნელი, როცა მათი მნიშვნელები ურთიერთმარტივი რიცხვებია?

რას ეწოდება და როგორ უნდა ვიპოვოთ მნიშვნელის დამატებითი მამრავლი?

როგორია წილადების მთავარი თვისება?

როგორ შევკრიბოთ შერეული რიცხვები?

რატომ არ გამოვსახავთ არაწესიერი წილადებით შერეულ რიცხვებს შეკრებისა და გამოკლების დროს? ამით სხვა შედეგს მივიღებთ, თუ ვერც კი შევასრულებთ მაშინ მოქმედებას? დაასაბუთეთ პასუხი.

როგორ გამოვაკლოთ მთელ რიცხვს წესიერი წილადი შერეულ რიცხვს შერეული?

როგორ შევასრულოთ შერეული რიცხვების გამოკლება, როცა საკლების მრიცხველი ნაკლებია მაკლების მრიცხველზე?

ყველა ამ კითხვაში მოსწავლეებისაგან სრულ ამომწუ-

რავ პასუხებს მოვითხოვთ; ამასთან მოსწავლეებმა სათანადო მაგალითებზე უნდა გვიჩვენონ ყოველივე ის, რასაც ამბობენ. ამის შემდეგ ვაძლევთ მაგალითებს, რომლებიც ყველა სიძნელეს ამოსწურავენ ჩვეულებრივი წილადების შეკრება-გამოკლებაზე, და ვამახვილებთ მოსწავლეთა ყურადღებას სუსტ მხარეებზე. განმეორებას საკონტროლო წერითი სამუშაოს ჩატარებით ვამთავრებთ.

ალგებრა. გასამეორებელი თემა — პირველი ხარისხის ერთუცნობიანი განტოლება — მე-8 კლასში.

ამ თემის განმეორებისას ისევ კითხვების საშუალებით ვარკვევთ მოსწავლეთა ცოდნას:

რას ეწოდება ტოლობა?

დაასახელეთ ტოლობათა სახეები.

რას ეწოდება იგივობა, განტოლება?

დაასახელეთ იგივობის, განტოლების მაგალითები.

გვითხარით ტოლობათა ძირითადი თვისებები.

რას ნიშნავს განტოლების ამოხსნა?

რას ეწოდება განტოლების ფესვი?

როგორ გარდაქმნებს ეწოდება იგივური?

როგორ განტოლებებს ეწოდება ტოლძალოვანი?

რა იცვლება განტოლებათა გარდაქმნების დროს და რა რჩება უცვლელი?

ტოლობის რომელ ძირითად თვისებაზეა დამყარებული განტოლების რომელიმე წევრის გადატანა ერთი ნაწილიდან მეორეში?

როდის გვჭირდება განტოლების ორივე ნაწილის გამრავლება ან გაყოფა ერთსა და იმავე რიცხვზე?

ტოლობის რომელ თვისებაზე ვამყარებთ წილადებისაგან განტოლების განთავისუფლებას?

ტოლობის რომელი თვისებით ვსარგებლობთ, როდესაც განტოლების ორივე ნაწილს უცნობის კოეფიციენტზე ვყოფთ?

რა თანმიმდევრობით უნდა გარდავქმნათ განტოლება ამოსახსნელად?

შეიძლება თუ არა განტოლების ყველა წევრის გამრავლება ან გაყოფა ყოველგვარ რიცხვზე?

დაასახელეთ რომელ რიცხვზე არ შეიძლება გამრავლება ან გაყოფა და რატომ?

რომელი განტოლების მიხედვით უნდა შევამოწმოთ მიღებული ფესვები?

მოსწავლეებმა აქაც ზუსტი და სრული პასუხები, მკაფიო ფორმულირება და სწორი განსაზღვრებანი უნდა მოგვცენ და სათანადო მაგალითებიც მოიყვანონ.

ამ გამეორების დროს გამოვავლენთ თემის ათვისების ხარისხსა და სიღრმეს როგორც მთელი კლასის, ისე თითოეულ მოსწავლის მიერ. ვჩერდებით და ვამახვილებთ მოსწავლეთა ყურადღებას იმ საკითხებზე, რომლებიც ზოგიერთისათვის სავსებით ვერ არის გასაგები. ამ თემის გამეორება რომ მთლიანად დავამთავროთ, ვაწყობთ საკონტროლო წერით სამუშაოს ერთუცნობიან პირველი ხარისხის განტოლებაზე. საკონტროლო წერითი სამუშაოს მასალად უნდა ავიღოთ: ერთი მაგალითი რიცხვითი კოეფიციენტებით, მეორე — მრავალწევრა მნიშვნელებით და მესამე ასოითი კოეფიციენტებით.

გეომეტრია. გასამეორებელი თემა — მსგავსი ნაკვთები მე-9 კლ. განმეორების პროცესში შემდეგ საკითხებს ვარკვევთ:

როგორ ბრტყელ ნაკვთებს ეწოდება მსგავსი?

რომელი ელემენტებია ტოლი და რომელია პროპორციული მსგავს ნაკვთებში?

როგორ გადავიღოთ მიწის ნაკვეთის გეგმა?

ამ სამუშაოს შესრულების დროს მიწის ნაკვეთის რომელი ელემენტები შეიცვლება და რომელი დარჩება უცვლელად?

როგორ სამკუთხედებს ეწოდება მსგავსი?

მსგავს სამკუთხედებში რომელ გვერდებს ეწოდება მსგავსებული?

ერთი სამკუთხედის გვერდებია 10 სმ, 6 სმ და 7 სმ;

პირველის მსგავსი მეორე სამკუთხედის უდიდესი გვერდი 5 სმ უდრის; დაასახელეთ დანარჩენი გვერდების სიგრძე.

მსგავსები იქნებიან თუ არა ურთიერთპარალელურ ან პერპენდიკულარულ გვერდებიანი სამკუთხედები?

მსგავსები იქნებიან თუ არა კვადრატი და მართკუთხედი?

გვითხარით ლემა სამკუთხედების მსგავსების შესახებ.

როგორ სამკუთხედს მოჰკვეთს შუა ხაზი ამ ლემის ძალით?

სამკუთხედების მსგავსების რამდენი ნიშნეულობა ვისწავლეთ?

გვითხარით პირველი ნიშნეულობა და მისი შედეგი.

მეორე ნიშნეულობა და მისი შედეგი.

მესამე ნიშნეულობა.

რა გზით დავამტკიცეთ სამკუთხედების მსგავსების სამივე ნიშნეულობა და რა გამოვიყენეთ?

მართკუთხა სამკუთხედების რომელი ნიშნეულობის დამტკიცება დაგვჭირდა?

ვადარებთ ერთმანეთს სამკუთხედების ტოლობისა და მსგავსების ნიშნეულობებს, რაც უფრო ნათელჰყოფს ორივე სახის ნიშნეულობებს.

ორ სამკუთხედში თითო კუთხე ტოლია; ერთ სამკუთხედში მოცემული კუთხის შემადგენელი გვერდები 15 სმ და 12 სმ-ია; მეორე სამკუთხედის იმავე სიდიდის კუთხის ერთ-ერთი გვერდი 5 სმ-ს უდრის. რას უნდა უდრიდეს ამ სამკუთხედის იმ კუთხის მეორე გვერდი, რომ ეს სამკუთხედები მსგავსები იყოს?

შეიძლება თუ არა, რომელიმე ირიბკუთხა სამკუთხედი მართკუთხა სამკუთხედის მსგავსი იყოს?

რის პროპორციულია მსგავს სამკუთხედებში შესაბამი სიმაღლეები?

მსგავს სამკუთხედებში შესაბამი სიმაღლეების შეფარდება უდრის 3/4; პირველის ფუძე 15 სმ-ია. რას უდრის მეორე სამკუთხედის ფუძე?

როგორ ავაგოთ მოცემულის მსგავსი სამკუთხედი?

როგორ ავაგოთ მოცემული მრავალკუთხედის მსგავსი?

რას ეწოდება მსგავსების ცენტრი?

რას ეწოდება პროპორციულობის კოეფიციენტი?

როგორ შეეფარდება ერთმანეთს მსგავსი მრავალკუთხედების პერიმეტრები?

ხუთკუთხედის გვერდებია: 14 სმ, 18 სმ, 20 სმ, 21 სმ და 25 სმ. გამოიანგარიშეთ მსგავსი მრავალკუთხედის გვერდები, თუ მისი პერიმეტრი 63 სმ უდრის.

დაახლოებით ამგვარად ვატარებთ ამ თემის განმეორებას ზოგიერთი თეორემის დამტკიცებითა და რამდენიმე ამოცანის ამოხსნით.

ტრიგონომეტრია. გასამეორებელი მასალა — ერთი და იმავე კუთხის ტრიგონომეტრიულ ფუნქციათა შორის დამოკიდებულებანი (ძირითადი ფორმულები) — მე-10 კლასი.

ჯერ გავიმეორებთ ამ ფორმულების გამოყვანას, რომელი სამკუთხედებიდან გამოგვყავს თითოეული ფორმულა, განვამტკიცებთ მოსწავლეთა მეხსიერებაში ყველა ამ ფორმულის ზეპირად და მტკიცედ ცოდნას და მათ სიტყვიერ გამოთქმას. შემდეგ გამოვარკვევთ კითხვების საშუალებით:

რომელი ფუნქციებია წყვილ-წყვილად ერთიმეორის შექცეული სიდიდე?

რომელ ფუნქციათა ნამრავლი უდრის ერთს?

რას უდრის პირველი ფორმულიდან $\sin\alpha$, $\cos\alpha$?

გამოსახეთ $\operatorname{tg}\alpha$ $\sec\alpha$ ს საშუალებით.

რომელი ფუნქციების კვადრატების სხვაობა უდრის 1-ს?

განსაზღვრეთ ყველა ფუნქცია სინუსის საშუალებით.

განსაზღვრეთ ყველა ფუნქცია კოსინუსის საშუალებით.

განსაზღვრეთ ყველა ფუნქცია ტანგენსის საშუალებით და ა. შ.

$\sin\alpha = -\frac{3}{4}$; გამოიანგარიშეთ დანარჩენი ფუნქციები, თუ $180° < \alpha < 270°$.

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$. გამოიანგარიშეთ დანარჩენი ფუნქციები თუ $270° < \alpha < 360°$.

$tg\alpha = -\frac{8}{15}$. გამოიანგარიშეთ დანარჩენი ფუნქციები თუ $90° < \alpha < 180°$.

$sec\alpha = -1\frac{9}{20}$. გამოიანგარიშეთ დანარჩენი ფუნქციები, თუ $180° < \alpha < 270°$.

ამის შემდეგ ვაძლევთ მოსწავლეებს სავარჯიშოებს — ტრიგონომეტრიულ გამოსახულებათა გამარტივებაზე ძირითადი ფორმულების გამოყენებით და ბოლოს გადავდივართ იმავე ფორმულების საშუალებით ტრიგონომეტრიულ იგივობათა დამტკიცებაზე.

დასასრულ, ჩავატარებთ შემდეგი შინაარსის საკონტროლო წერას: ერთი მაგალითი — მოცემული რომელიმე ფუნქციით დანარჩენი ფუნქციების გამოანგარიშება; მეორე — ტრიგონომეტრიული გამოსახულების გამარტივება და მესამე — ტრიგონომეტრიულ იგივობათა დამტკიცება.

დასასრულს, უნდა ითქვას, რომ განმეორების მეთოდიკა ერთ-ერთ რთულ ამოცანას შეადგენს, რომელიც მასწავლებლებისაგან ცოცხალ და შემოქმედებითს აზროვნებას მოითხოვს. ჩვენ ვფიქრობთ, რომ მათემატიკაში განმეორების ყველა სახეების სწორად და შეგნებულად წარმოება მასწავლებლისაგან მოითხოვს გაცილებით უფრო მეტ გამოცდილებას და ცოდნას, ვიდრე მორიგი გაკვეთილისათვის მზადება ახალი მასალის დამუშავებისათვის.

ამიტომ მათემატიკის მასწავლებლისათვის უდაოდ უნდა მივიჩნიოთ, რომ იგი ისევე სერიოზულად უნდა ემზადებოდეს განმეორებისათვის, როგორც ახალი მასალის დამუშავებისათვის.

მასწავლებელმა გარკვეულად უნდა იცოდეს: უპირველესად რა გაიმეოროს კლასში და რა საშუალებით, მეორე — როცა კლასს აძლევს საშინაო დავალებად რომელიმე შესწავლილი მასალის განმეორებას, მან მითითებები უნდა მისცეს მოსწავლეებს — როგორ გაიმეორონ, რა ძირითადი ნაწილებისაგან შედგება გასამეორებელი მასალა, რა არის მთავარი და მეორეხარისხოვანი და ა. შ.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების მეთოდური დამუშავება

შ ე ს ა ვ ა ლ ი

საშუალო სკოლის ალგებრის კურსში ერთ-ერთ მტკივნეულ საკითხად ითვლება დადებითი და უარყოფითი რიცხვების დამუშავება*. ხშირია შემთხვევა, როცა საშუალო სკოლის უფროს კლასებში და ზოგჯერ საშუალო სკოლის კურსდამთავრებულთაც ვერ ეხერხებათ მოქმედებათა წარმოება ხსენებულ რიცხვებზე. ამის მიზეზი უნდა ვეძიოთ ამ საკითხის ზერელე დამუშავებაში და მოსწავლის მიერ საკითხის მექანიკურ შესწავლაში.

არ არის სადაო, თუ რა დიდი მნიშვნელობა აქვს ყოველი საკითხის მეთოდურ დამუშავებაში მოწინავე სკოლებისა და მაღალკვალიფიციური მასწავლებლების გამოცდილების შესწავლას და განზოგადებას.

ჩვენ ამ საქმეში მივმართეთ რესპუბლიკის რამდენიმე გამოცდილი მასწავლებლის მუშაობის შესწავლას და ამის საფუძველზე, აგრეთვე რუსულ ენაზე არსებული მეთოდური ლიტერატურისა და ჩვენი პირადი გამოცდილების გამოყენებით დავამუშავეთ აღნიშნული საკითხი.

---

* თანახმად იმ მოსაზრებისა, რომლებიც გამოთქმულია უკანასკნელ წლებში მათემატიკურ ლიტერატურაში დიდხანს ხმარებული ტერმინის „ფარდობითი რიცხვების" შესახებ, ჩვენ ამ ტერმინის ნაცვლად ვხმარობთ „დადებით და უარყოფით რიცხვებს".

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ცნება

ჩვენ მიერ აღებული თემის დამუშავებაში ერთ-ერთი მთავარი და საკვანძო საკითხი არის დადებითი და უარყოფითი რიცხვის ცნების გარკვევა და ამ რიცხვების შემოღების აუცილებლობა.

როგორც ცნობილია, ზოგი ობიექტის გამოკვლევისა და შესწავლის დროს მჟღავნდება ისეთი თვისებები და თანაფარდობანი, რომელთა დასახასიათებლად საკმარისი არ არის ვიცოდეთ მხოლოდ მთელი და წილადი რიცხვები. ამ თვისებათა შესწავლისათვის საჭირო ხდება რიცხვთა ახალი სისტემის შემოღება, არითმეტიკულ რიცხვთა სისტემის შევსება ახალი რიცხვებით, ე. წ. უარყოფითი რიცხვებით; ამგვარად იქმნება რიცხვთა ახალი სისტემა.

ამ რიცხვების დამუშავებას ჩვენ ვაწარმოებთ კონკრეტულად, რაც ამ საფეხურზე (მეექვსე კლასში), რასაკვირველია, აუცილებელია. ასეთ დამუშავებას შეაქვს თვალსაჩინოება, იწვევს მოსწავლეებში მეტ სიცხოველეს და ინტერესს და გასაგები ხდება ამ რიცხვებზე მოქმედებათა შინაგანი აზრი. ყველა ამას კი შეუძლია გადამჭრელი როლი ითამაშოს ამ ახალ რიცხვთა სისტემის შესწავლაში.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ცნების ახსნა-განმარტებისათვის კლასში ასეთი საუბარი უნდა ჩავატაროთ:

— რას ეწოდება სიდიდე?

— სიდიდე არის ყველაფერი, რის გაზომვაც შეიძლება.

— დაასახელეთ, რის გაზომვა შეიძლება?

— სხეულის წონის, მოცულობის, ფართობის, სიგრძის, სიგანის, დროს და სხვა.

— ჩვენ ვიცით, ყველა ამათ აქვთ საზომი ერთეულები. დამისახელეთ — რით გაიზომება ოთახის სიგრძე, ან სიგანე?

— სიგრძის საზომი ერთეულებით.

— გაზომვის შედეგად რას მივიღებთ?

— რიცხვს.

— რა და რა რიცხვები ვისწავლეთ წინა კლასებში?

— მთელი და წილადი რიცხვები.

— ახლა ჩვენ დავრწმუნდებით, რომ მხოლოდ ეს რიცხვები არა კმარა, საჭიროა კიდევ სხვაგვარი რიცხვების შესწავლა. ავიღოთ ასეთი ამოცანა:

„საკლასო ოთახი მართკუთხედის ფორმისაა. მისი სიგრძე 10 მეტრია, სიგანე 6 მ. გაიგეთ იატაკის ფართობი". ამოხსენით ეს ამოცანა.

მოსწავლეები პასუხობენ, რომ იატაკის ფართობი ეტოლება 60 კვ. მეტრს.

— ახლა ავიღოთ ასეთი ამოცანა:

„თერმომეტრი შუადღისას აჩვენებდა 12°-ს; რამდენიმე ხნის შემდეგ თერმომეტრში ვერცხლისწყლის დონე შეიცვალა 3 გრადუსით. რამდენ გრადუსს გვიჩვენებს მეორე თერმომეტრი?"

მოსწავლეები იძახიან: სითბომ დაიკლო, თუ იმატა, ან ვერცხლისწყალმა აიწია, თუ დაიწია?

— მაშ, უმაგისოთ ამოცანას ვერ ამოხსნით?

— ვერა, მასწავლებელო.

— დაფასთან გამოვიდეს გიორგი. გაავლე სწორი ხაზი, აიღე მასზე ნებისმიერი წერტილი. გადაზომე ამ წერტილიდან ამავე სწორ ხაზზე 5 დეციმეტრი.

— საით მხარეს გადავზომო, მარცხნივ, თუ მარჯვნივ?

— მაშ, თუ არ დაგისახელე, რომელი მიმართულებით გადაზომო, ისე ვერ გადაზომავ 5 დმ?

— ვერა.

— ავიღოთ კიდევ ასეთი ამოცანა:

„თბილისის სადგურიდან მატარებელმა გაიარა 40 კმ. სად არის ახლა მატარებელი"?

ვინ მიპასუხებს ამ კითხვაზე?

— მასწავლებელო, მატარებელი თბილისის სადგურიდან საით მხარეს წავიდა, რომ არ ვიცით?

— აბა, როგორც ხედავთ, თქვენ მხოლოდ პირველ კითხვაზე შესძელით პასუხის მოცემა. დანარჩენებზე სულ იმას მეკითხებით: რა მიმართულებით წავიდა, საით მხარეს მოვზომოთ, ვერცხლისწყალმა აიწია, თუ დაიწიაო?

მაშასადამე, ჩემ კითხვებზე სწორი პასუხის გასაცემად

არ კმარა მარტო რიცხვების ცოდნა, კიდევ საჭირო ყოფილა მიმართულების ცოდნაც.

მითხარით თითოეულ ჩემ ნათქვამ ამოცანას რა უნდა დაემატოს, რომ ამოხსნა შესძლოთ. მაგალითად, ამოცანას თერმომეტრზე რა უნდა დაემატოს?

— ვერცხლისწყალმა დაიწია ან აიწია.

— სწორ ხაზზე 5 დმ-ის მოზომვას?

— მოვზომოთ მარჯვნივ ან მარცხნივ.

— მატარებელმა თბილისის სადგურიდან გაიარა...

— ბათუმისაკენ, თუ ბაქოსაკენ.

— ამ ამოცანებს აუცილებლად ესაჭიროება იმ სახის დამატებები, როგორც თქვენა სთქვით.

— როგორც რიცხვების აღსანიშნავად არსებობს ციფრები, რომლითაც გამოვსახავთ არითმეტიკულ რიცხვებს — მთელს, თუ წილადებს; როგორც მოქმედებათა აღსანიშნავად გვაქვს შემოღებული მათემატიკური ნიშნები პლუსი, მინუსი, გამრავლებისა და გაყოფის ნიშნები, ისე აქაც შემოღებულია საერთაშორისოთ შემდეგი:

მანძილი მარჯვნივ, მანძილი ზევით — მიღებულია დადებით მანძილებად და აღნიშნავენ პლუს (+) ნიშნით, ხოლო მათ მოპირდაპირე სიდიდეებს—მანძილს მარცხნივ და მანძილს ქვევით უწოდებენ უარყოფით სიდიდეებს და აღნიშნავენ მინუს (—) ნიშნით. რადგანაც ნიშანი პლუსი და მინუსი მოქმედებათა აღმნიშვნელიც არის, ამიტომ ერთმანეთში რომ არ აურიოთ პლუსი ან მინუსი როდის რას ნიშნავს, მაგალ., დადებით 5-ს ასე ·წერენ: (+5), უარყოფითს კი(—7).

ამის შემდეგ მასწავლებლის დახმარებით კლასი არკვევს სხვადასხვა მოპირდაპირე სიდიდეებს და სწერენ როგორც დაფაზე, ისე რვეულებში.

მანძილი მარჯვნივ — მანძილი მარცხნივ;

მანძილი ზევით — მანძილი ქვევით;

ტემპერატურა 0°-ის ზევით — ტემპერატურა 0°-ის ქვევით;

ნაღდი — ვალი;

შემოსავალი — გასავალი;

მოგება—წაგება;

— მანძილს მარჯვნივ, მანძილს ზევით, ტემპერატურას 0°-ის ზევით, ნაღდს, შემოსავალს, მოგებას, თუ დადებით სიდიდეებად მივიღებთ, მაშინ უარყოფითი სიდიდეები რომლები იქნება?

— მანძილი მარცხნივ, მანძილი ქვევით, ტემპერატურა 0°-ის ქვევით, ვალი, გასავალი, წაგება—უარყოფითი სიდიდეები იქნება.

— ვთქვათ, ამჟამად დილის 9 საათია.

— რომელი საათი იქნება 3 საათის შემდეგ, ან რომელი საათი იქნებოდა 3 საათის წინათ?

— 3 საათის შემდეგ იქნება 12 საათი. სამი საათის წინათ კი 6 საათი იყო.

— როგორ მივიღეთ 12 საათი და როგორ მივიღეთ 6 საათი.

— აწმყო დროს მივათვალე 3 საათი, მივიღე 12 საათი. აწმყო დროიდან გამოვითვალე 3 საათი, მივიღე 6 საათი.

— აქ ჩვენ პირველად ვითვალეთ მომავალი დრო, მეორედ კი წინა, ე. ი. გასული დრო. აქაც ორ მოპირდაპირე მიმართულებასთან გვაქვს საქმე; ამიტომ, თუ მომავალ დროს დადებითად მივიღებთ, წარსული დრო როგორ სიდიდეთ უნდა მივიღოთ?

— წარსული დრო უნდა უარყოფითად მივიღოთ.

— ახლა ავიღოთ სწორი ხაზი, მასზე ნებისმიერი წერტილი 0. აბა, აქედან გადაზომეთ + 5 სმ. 0 წერტილიდან საით უნდა გადაზომოთ?

— მარჯვნივ (ერთი მოსწავლე დაფაზე ასრულებს, დანარჩენები რვეულებში).

— გადაზომეთ 0 წერტილიდან: —7 სმ, +3 სმ, —4 სმ. მოსწავლეები ასრულებენ და ასაბუთებენ, რატომ ზომავენ მარცხნივ ან მარჯვნივ.

— გადაზომეთ 0 წერტილიდან +6 მ, —5 მ. შეგიძლიათ ეს გადაზომოთ დაფაზე, ან რვეულში?

— არა, მასწავლებელო. არ გვეყოფა ადგილი.

— აბა, რა გამოვიყენოთ ამისათვის?

— შეიძლება მასშტაბი გამოვიყენოთ.

— ჩვენ დაფაზე მასშტაბად დეციმეტრს ავიღებთ, თქვენ კი სანტიმეტრი და შეასრულეთ გადაზომვა.

მოსწავლეები ასრულებენ დავალებას.

— ყმაწვილებო, +5 დმ საით უნდა გადაიზომოს?

— (+5 დმ) 0 წერტილიდან უნდა გადაიზომოს მარჯვნივ.

— (—3) სმ საით უნდა გადაიზომოს?

— (—3) სანტიმეტრი უნდა გადავზომოთ 0 წერტილიდან მარცხნივ.

— ამგვარად, ახლად შესწავლილი რიცხვები გამოსახავენ რიცხვით სიდიდეს და ამავე დროს მიმართულებასაც.

— გვაჩვენეთ თერმომეტრზე: $+7^\circ$, -4°, 0°, $+12^\circ$, -9°.

მასწავლებელს უჭირავს თერმომეტრი; გამოძახებული სხვადასხვა მოსწავლე აჩვენებს დასახელებულ რიცხვს. მასწავლებელი კითხვებით ამეორებინებს ახლად შესწავლილი რიცხვები რასა და რას გვაჩვენებს, საით გადაიზომება დადებითი ან უარყოფითი რიცხვი ჰორიზონტალურ ხაზზე ან ვერტიკალურ ხაზზე.

მასწავლებელი იღებს სწორ ხაზს (ჰორიზონტალურს), მასზე ნებისმიერ 0 წერტილს, სახაზავით აზომინებს მოსწავლეს ტოლ მონაკვეთებს მარჯვნივ და მარცხნივ, რის შემდეგ თითს ადებს დაყოფის სხვადასხვა წერტილს და კითხვებით ავარჯიშებს მოსწავლეებს.

— ეს წერტილი რა რიცხვს გამოსახავს? ეს წერტილი? და ა. შ.

— 0 წერტილის მარჯვნივ რა რიცხვია. მარცხნივ რა რიცხვია?

— 0 წერტილის მარჯვნივ დადებითი რიცხვებია, მარცხნივ კი უარყოფითი.

— ყოველი დადებითი და უარყოფითი რიცხვი ჩვენ შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ, როგორც ერთნაირ ნიშნიანი ერთეულისაგან შემდგარი რიცხვი, ან ერთნაირ ნიშნიანი ნაწილები; მაგ., +5 შეიცავს 5 დადებით ერთეულს, —5 კი 5 უარყოფით ერთეულს. ის რიცხვი, რომელიც გვიჩვენებს რამდენ ერთნაირ ერთეულს ან ნაწილს შეიცავს მოცემული დადები-

თი ან უარყოფითი რიცხვი, არის აბსოლუტური სიდიდე ამ ალგებრული რიცხვისა. მაგ., +5 და—5-ის აბსოლუტური სიდიდე არის 5 ერთეული, ხოლო $+3\frac{2}{5}$ და $-3\frac{2}{5}$-ის აბსოლუტური სიდიდე არის $3\frac{2}{5}$.

— დამისახელეთ აბსოლუტური სიდიდეები შემდეგი ალგებრული რიცხვებისა: $+5, -7, -12, +1\frac{3}{4}$.

მოსწავლეები სათითაოდ ასახელებენ.

დამიწერეთ რიცხვების საშუალებით თერმომეტრის ჩვენებანი: 6° სითბო, 11° ყინვა, 7° ყინვა, 25° სითბო.

— რაზე გამოვსახეთ დღეს ჩვენ დადებითი და უარყოფითი რიცხვები?

— სწორ ხაზზე.

—ამ სწორ ხაზზე ჯერ რა ავიღეთ და შემდეგ საით გადავზომეთ დადებითი რიცხვები და საით უარყოფითი რიცხვები?

— ჯერ ნებისმიერი წერტილი ავიღეთ და ამის შემდეგ დადებითი რიცხვები გადავზომეთ მის მარჯვნივ, უარყოფითი კი მის მარცხნივ.

— აი იმ წერტილს, საიდანაც დავიწყებთ გადაზომვას, ან გადათვლას დადებითი რიცხვებისას, ან უარყოფითი რიცხვებისას, ათვლის წერტილი ეწოდება (იწერება დაფაზე). ახლა იმ სწორ ხაზს, რომელზედაც გამოვსახავთ ყოველგვარ დადებით და უარყოფით რიცხვს, რიცხვითი ღერძი ეწოდება.

მოსწავლეებს ამეორებინებს ათვლის წერტილისა და რიცხვითი ღერძის განსაზღვრას.

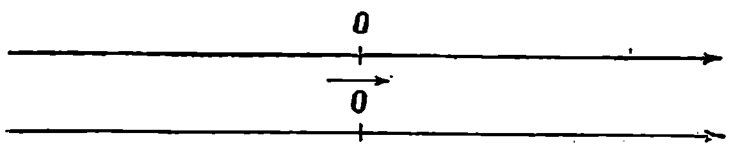
— რადგან პირობა დავდეთ, რომ ათვლის წერტილიდან მარჯვნივ დადებითი მიმართულებაა, ამის აღსანიშნავად სწორ ხაზს მარჯვენა მხარეს უკეთებენ ისარს. მაშინ ათვლის წერტილიდან მარცხნივ რა მიმართულება იქნება?

— უარყოფითი.

როცა ერთ მხარეს აღნიშნულია ისრით დადებითი მიმართულება, მაშინ მოპირდაპირე მხარეს უკვე იგულისხმება უარ-

ყოფითი მიმართულება და ამიტომ ისრით აღარ აღნიშნავენ. მიმართულების აღნიშვნა შეიძლება ათვლის წერტილის თავზედაც (იხ. ნახაზი 1).

მასწავლებელი დაფაზე გაავლებს ორ სწორს, იღებს ორივეზე ათვლის წერტილებს და აღნიშნავს დადებით მიმართულებას ორნაირად:



ნახ. 1.

— გადაზომეთ ტოლი მონაკვეთები ათვლის წერტილიდან მარჯვნივ და მარცხნივ. საიდან და რომელ მხარეს დაიწყებთ დადებითი რიცხვების ათვლას, ან უარყოფითი რიცხვების ათვლას?

— ათვლის წერტილიდან დავიწყებთ მარჯვენა მხარეს დადებითი რიცხვების ათვლას, მარცხნივ კი უარყოფითი რიცხვებისას.

— ათვლის წერტილზე რაღა რიცხვი გვაქვს?

— ნული.

— მაშ, რიცხვით ღერძზე ნული რას აღნიშნავს.

— ნული აღნიშნავს ათვლის წერტილს.

— გახსოვდეთ, რომ **დადებით და უარყოფით რიცხვებში ნული ათვლის წერტილს აღნიშნავს,** საიდანაც იწყება დადებითი და უარყოფითი რიცხვების წერტილებით აღნიშვნა.

ამეორებინებს მოსწავლეებს.

— აბა, ახლა ვინ მეტყვის არითმეტიკულ რიცხვებში ნული რას ნიშნავს.

— ნული იმას ნიშნავს, რომ სიდიდე არა გვაქვს.

ამის შემდეგ, ამგვარივე საუბრის სახით, მასწავლებელი განუმარტავს მოსწავლეებს, რომ **უარყოფითი რიცხვებით არ შეიძლება ყოველი სიდიდის გამოსახვა.** უარყოფითი რიცხვითი მნიშვნელობა შეიძლება ჰქონდეს არა ყოველ

სიდიდეს, არამედ მხოლოდ ისეთს, რომელიც დაკავშირებულია ორი **მოპირდაპირე მიმართულების მოძრაობის იდეასთან.** მაგ., ადამიანთა რაოდენობა, სხეულის მოცულობა, საგანთა რიცხვი არ შეიძლება უარყოფითი იყოს: მოსწავლეები ნათლად უნდა იყვნენ გარკვეული, რომ არსებობს სიდიდეების ორგვარი სახე: **არამიმართული** და **მიმართული.** ორგვარ სიდიდეთა არსებობის გამო მიღებულია რიცხვთა ორგვარი სისტემაც. უმიმართულო სიდიდეთა მათემატიკური გამოკვლევისათვის შემოღებულია **აბსოლუტური რიცხვების სისტემა;** მიმართული სიდიდეების გამოკვლევისათვის კი შემოღებულია **დადებითი და უარყოფითი რიცხვების** სისტემა.

ხაზგასმით განვმარტავთ **ნულის სხვადასხვა მნიშვნელობას** რიცხვების ერთ სისტემაში და მეორე სისტემაში.

აბსოლუტური რიცხვების სისტემაში **ნული ნიშნავს, რომ სიდიდე სრულებით არ არის; დადებითი და უარყოფითი რიცხვების სისტემაში კი ნული აღნიშნავს პირობით მიღებული ათვლის წერტილს.** მაგ., თერმომეტრის სკალაზე ნული იმას კი არ გამოსახავს, რომ სითბოებრივი მდგომარეობა არ არსებობს, არამედ აღნიშნავს ვერცხლისწყლის პირობით დონეს.

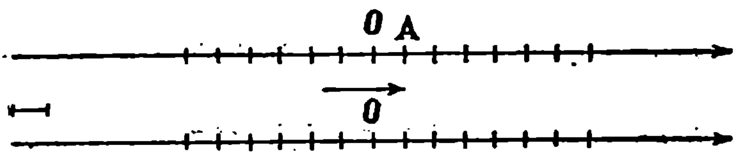
ჩვენი აზრით დადებითი და უარყოფითი რიცხვების განხილვა ბუნებრივად უნდა დავუკავშიროთ ე. წ. მიმართულ მონაკვეთებს სწორ ხაზზე; და მხოლოდ ამის შემდეგაა შესაძლო მიმართულების იდეის გადატანა ზოგიერთ სხვა სიდიდეებზე, როგორიცაა ტემპერატურა, დრო, შემოსავალ-გასავალი, ნაღდი და ვალი და სხვა.

ყველა ეს უნდა განმტკიცდეს სავარჯიშო მაგალითებზე, როგორც კლასში, ისე საშინაო დავალების სახით.

რიცხვითი ღერძი

რიცხვითი ღერძი ეწოდება იმ სწორ ხაზს, რომელზედაც ერთ-ერთი მიმართულება არჩეულია დადებითად. მიმართულება მარჯვნივ მიღებულია დადებითად, ხოლო მარცხნივ უარყოფითად.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების თვალსაჩინო გამოსახვა ხდება რიცხვით ღერძზე, რომელზედაც რაციონალური რიცხვები გამოისახება განსაზღვრული წერტილებით. ვიღებთ ამ ღერძზე ნებისმიერად არჩეულ წერტილს, რომელსაც ეწოდება ათვლის წერტილი და აღინიშნება O-ით. რომელიმე OA მონაკვეთი უნდა ჩავთვალოთ სიგრძის ერთეულად და ასეთი მონაკვეთები მოვზომოთ O წერტილიდან ორივე მხრივ. მიღებული წერტილები გამოსახავენ მთელ რიცხვებს: O გამოსახავს ნულს, A გამოსახავს +1-ს; მარჯვნივ მდებარე წერტილები გამოსახავენ +2, +3, +4-ს...; მარცხნივ მდებარე წერტილები კი —1, —2, —3, —4-ს... რიცხვით ღერძზე მარჯვენა ბოლოში უნდა იყოს ნაჩვენები მიმართულება, ან შუაზე ზევიდან უნდა იყოს ისრით აღნიშნული (იხ. ნახ. 2).



ნახ. 2.

მიღებული პირობების თანახმად, რაც უფრო მარჯვნივ არის წერტილი ღერძზე, მით უფრო დიდ რიცხვს გამოსახავს იგი. ამგვარად, წერტილის მდებარეობის განსაზღვროსათვის აუცილებელია შემდეგი პირობები:

ა) ათვლის წერტილის არჩევა ღერძზე;

ბ) სიგრძის ერთეულის არჩევა (მასშტაბი);

გ) დადებითი მიმართულების აღნიშვნა + ნიშნებით;

დ) მანძილი და მიმართულება ერთად აღინიშნება და-დადებითი ან უარყოფითი რიცხვით.

საჭიროა მოსწავლეებმა იქონიონ სახაზავები — სანტიმეტრებად და მილიმეტრებად დაყოფილი, რომლის საშუალებით ხაზსაც სწორად გაავლებენ, სიგრძის ერთეულსაც

ზუსტად შეარჩევენ და ტოლ მონაკვეთებსაც კარგად გადაზომავენ.

რიცხვითი ღერძის გაცნობასთან დაკავშირებით უნდა ვაწარმოოთ ასეთი სახის სავარჯიშოები:

ა) გადაზომეთ რიცხვით ღერძზე +4, +10, +7; —3, —8, —11.

ბ) აჩვენეთ რიცხვით ღერძზე შემდეგი რიცხვების შესაბამი მონაკვეთები: +7, —2 0, +5, —4...

გ) აჩვენეთ მანძილი +5-სა და —3-ს შორის; —4-სა და —9-ს შორის და ა. შ.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შედარება

ამ რიცხვების სიდიდეთა შედარება შეიძლება ორგვარად: აღებული რიცხვების სხვაობის ნიშნის განხილვით და აგრეთვე რიცხვით ღერძზე მდებარეობით. რომელი ხერხითაც უნდა ვაწარმოოთ ორი ამგვარი რიცხვის შედარება, საკითხი უნდა დამუშავდეს ასეთი თანმიმდევრობით:

ა) დადებითი რიცხვების შედარება ერთმანეთთან;

ბ) დადებითი რიცხვების შედარება ნულთან;

გ) დადებითი რიცხვის შედარება უარყოფითთან;

დ) უარყოფითი რიცხვის შედარება ნულთან და

ე) უარყოფითი რიცხვების შედარება ერთმანეთთან.

როცა მოსწავლეებს შევასწავლით ასეთი რიცხვების შედარებას, შემდეგ უნდა ჩავატაროთ შემდეგი სავარჯიშოები:

1. რომელია მეტი: 0, თუ —5; 0, თუ +8; —5, თუ +7; +3, თუ —4; —7, თუ —10; +6, თუ 9?

2. რომელია ნაკლები: +3, თუ 0; —4, თუ 0; —3, თუ —12?

3. რიცხვებში —4, +8, —7, 0, +9 დაასახელეთ უდიდესი.

4. რიცხვებში +13, —4, 0, 5, —1 დაასახელეთ უმცირესი.

5. დაალაგეთ $+5$, -2, 0, $+8$, -7 მათ სიდიდეთა მიხედვით უმცირესიდან დაწყებული.

6. -9, $+6$, $+5$ 0, -3 დაალაგეთ მათ სიდიდეთა მიხედვით უდიდესიდან დაწყებული.

მოქმედებანი ნულზე

ნულზე მოქმედებებს უმეტეს შემთხვევაში ნაკლები ყურადღება ექცევა. ამით აიხსნება ის სიძნელეები, რომლის წინაშე მოსწავლეები დგებიან, როცა მათ უხდებათ რომელიმე მოქმედების შესრულება ნულზე; განსაკუთრებით მოსწავლეებს უძნელდებათ მართებული პასუხის მიღება, როცა გამრავლებაში ან გაყოფაში ერთ-ერთი კომპონენტი ნულია.

მოსწავლეები ნათლად უნდა იყვნენ გარკვეული შემდეგში, რასაკვირველია, თავთავის ადგილზე და შესაფერი სავარჯიშოების შესრულებით:

$$1)\ a+0=a;\ 0+a=a.$$

ნულის მიმატებით რიცხვის სიდიდე არ იცვლება.

$$2)\ a-0=a;\ 0-a=-a.$$

ნულის გამოკლებით რიცხვის სიდიდე არ იცვლება.

$$3)\ 0 \cdot a=0;\ a \cdot 0=0.$$

თუ ერთ-ერთი თანამამრავლი ნულია, ნამრავლიც ნულის ტოლია.

$$4)\ 0:a=0;\ a:0;\ 0:0.$$

ნული გაყოფილი ყოველ სასრულო რიცხვზე (გარდა ნულისა) იძლევა ნულს.

$a:0$, ამ მოქმედების შესრულება შეუძლებელია, რადგან 0-ზე გამრავლებული რომელიმე რიცხვი არ მოგვცემს ნამრავლში a-ს (ვგულისხმობთ, რომ $a \neq 0$).

ნულზე გაყოფა მიუღებელი მოქმედებაა.

მოქმედებანი დადებით და უარყოფით რიცხვებზე

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შეკრება

ეს საკითხი დამუშავებული უნდა იქნეს არა თეორიული მტკიცებით, არამედ კონკრეტული ამოცანების შერჩევით მოძრაობაზე, კითხვების სათანადო დაყენებით და თვალსაჩინოდ — რიცხვით ღერძზე. საჭიროა ოთხი შემთხვევის განხილვა:

1) ორივე შესაკრები დადებითია;
2) ორივე შესაკრები უარყოფითია;
3) პირველი დადებითია, მეორე უარყოფითი;
4) პირველი უარყოფითია, მეორე დადებითი.

ჩვენ უკეთესად მიგვაჩნია პირველ რიგში განხილულ იქნას ის ორი შემთხვევა, როცა ორივე შესაკრები მოცემულია ერთნაირი ნიშნით, შემდეგ კი დანარჩენი ორი შემთხვევა; მოსაზრება შემდეგია: ა) რიცხვით ღერძზე ერთნაირ ნიშნიანი რიცხვების შეკრება გაცილებით უფრო ადვილია, ვიდრე სხვადასხვა ნიშნიანის; ბ) ამ რიცხვების შეკრების წესის გამოყვანისას შემთხვევები სწორედ ისე უნდა იყოს დალაგებული, როგორც ზემოთ გვაქვს მოცემული.

ეს დასაბუთება იმიტომ მოგვყავს, რომ ზოგ სახელმძღვანელოში ეს შემთხვევები მოცემულია სხვა თანმიმდევრობით (ორივე დადებითია; პირველი დადებითია, მეორე უარყოფითი; პირველი უარყოფითია, მეორე დადებითი და ორივე უარყოფითია).

ვიდრე კონკრეტულ რიცხვებზე მივცემდეთ მოსწავლეებს ამოცანას დადებით და უარყოფით რიცხვების შეკრებაზე, ამას უნდა წავუმძღვაროთ შემდეგი ზოგადი სახის ამოცანა, სადაც ამოცანის პასუხს იძლევა მხოლოდ შეკრება:

„O წერტილიდან სხეულმა პირველად a მეტრი გაიარა, მეორედ b მეტრი. რა მანძილითაა სხეული დაშორებული O წერტილიდან?"

ამ ამოცანაში რიცხვები მოცემულია ზოგადი სახით; მიუხედავად ამისა მოსწავლეებს არ გაუძნელდებათ პასუხის გაცემა კითხვაზე: რა მოქმედებით ამოიხსნება ეს ამოცანა?

მაშასადამე, თუ მთელ გავლილ მანძილს აღვნიშნავთ x-ით, ამდაგვარი ამოცანების ამოხსნის ფორმულა იქნება შემდეგი:

$$\underline{x = a + b.}$$

მასწავლებელმა უნდა გაამახვილოს მოსწავლეთა ყურადღება, რომ ყველა ასეთი ამოცანა შეკრებით ამოიხსნება, და მხოლოდ ამის შემდეგ უნდა გადავიდეთ იმ კერძო შემთხვევებზე, რომლებიც ქვევით მოგვყავს; ამასთან ერთად მოსწავლეებს აუცილებლივ უნდა განემარტოს ყოველი კერძო ამოცანის განხილვის დროს, თუ რას ეტოლება აღებულ ამოცანაში a და b ცალ-ცალკე.

ამოცანა 1. „0 წერტილიდან სხეულმა გაიარა ჯერ 5 მ მარჯვნივ და შემდეგ კიდევ 3 მ ისევ მარჯვნივ. რა მანძილითაა ახლა სხეული დაშორებული 0 წერტილიდან?"

მასწავლებელი ამეორებინებს ამოცანას, დაფაზე და რვეულებში გაავლებინებს რიცხვით ღერძს, მასზე ათვლის წერტილს.

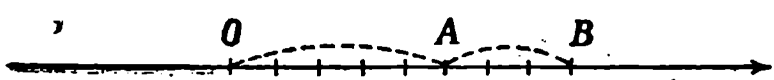
— პირველად რამდენი მეტრი გაიარა სხეულმა და რა მიმართულებით?

— პირველად გაიარა მარჯვნივ 5 მ.

— ეს 5 მ დადებითია, თუ უარყოფითი?

— დადებითია, რადგან სხეული მარჯვნივ მოძრაობს.

— რიცხვით ღერძზე ათვლის წერტილიდან მოსწავლეები გადაზომავენ მასშტაბით $+5$ (მიიღებენ OA მონაკვეთს (ნახ. 3).



ნახ. 3.

— მეორედ სხეულმა კიდევ რამდენი მეტრი გაიარა და რა მიმართულებით?

— მეორედ სხეულმა ისევ მარჯვნივ გაიარა 3 მ.

— საით მხარეს და რომელი წერტილიდან უნდა გადავზომოთ 3 მ?

— *A* წერტილიდან მარჯვნივ უნდა გადავზომოთ 3 მ.

მოსწავლეები გადაზომავენ იმავე მასშტაბით 3 მ; მიიღებენ ახალ წერტილს *B*-ს.

— რას გვეკითხებიან ამოცანაში?

— რა მანძილითაა ახლა სხეული დაშორებული 0 წერტილიდან და რა მიმართულებით?

— რა მოქმედებით უნდა გავიგოთ ესა?

— (+5)-ს უნდა მივუმატოთ +3.

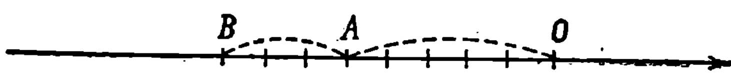
— შეხედეთ რიცხვით ღერძს, გადათვალეთ და გამოარკვიეთ: 0 წერტილიდან რამდენი მეტრითაა დაშორებული *B* წერტილი?

— *A* წერტილი დაშორებულია +8 მეტრით.

ჩაიწერება შედეგი: (+5)+(+3)=+8.

ამოცანა 2. „0 წერტილიდან სხეულმა გაიარა მარცხნივ; ჯერ 5 მ, მეორედაც ისევე მარცხნივ 3 მ. რა მანძილითაა ახლა სხეული დაშორებული 0 წერტილიდან?"

მოსწავლეები იღებენ ახლად რიცხვით ღერძს, მასზე ათვლის 0 წერტილს. მასწავლებელი გაამეორებინებს ამოცანას და გადააზომინებს 0 წერტილიდან მარცხნივ შესაბამ მონაკვეთებს (ნახ. 4).



ნახ. 4.

— რას გვეკითხებიან ამოცანაში?

— რა მანძილითაა ახლა სხეული დაშორებული 0 წერტილიდან.

— რა მოქმედებით უნდა გავიგოთ ეს?

— (—5)-ს უნდა მივუმატოთ (—3).

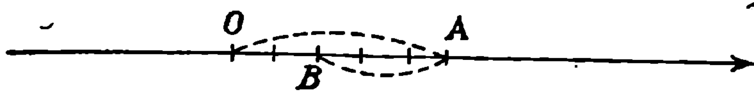
— შეხედეთ რიცხვით ღერძს. გადათვალეთ 0 წერტილიდან რამდენი მეტრითაა დაშორებული *B* წერტილი?

— B წერტილი დაშორებულია (—8) მეტრით.

ჩაიწერება: (—5)+(—3) =—8.

ამოცანა 3. „O წერტილიდან სხეულმა ჯერ გაიარა 5 მ მარჯვნივ, შემდეგ 3 მ მარცხნივ. რა მანძილითაა ახლა სხეული დაშორებული O წერტილიდან?“

რიცხვით ღერძზე ათვლის წერტილიდან მოსწავლეები გადაზომავენ მარჯვნივ 5 მეტრს (ნახ. 5).



ნახ. 5.

— მეორედ სხეული რომელი წერტილიდან უნდა ამოძრავდეს და რა მიმართულებით?

— A წერტილიდან უნდა იმოძრაოს მარცხნივ და გაიაროს 3 მ.

მოსწავლეები გადაზომავენ A წერტილიდან მარცხნივ 3 მ და მიიღებენ B წერტილს.

— დააკვირდით რიცხვით ღერძს და გვიპასუხეთ: თუ რომელ მხარეზეა O წერტილიდან სხეული და რა მანძილითაა მისგან დაშორებული?

— სხეული O წერტილიდან მარჯვნივ არის და დაშორებულია 2 მეტრით.

— მაშ, რას ეტოლება +5 და —3-ის ჯამი?

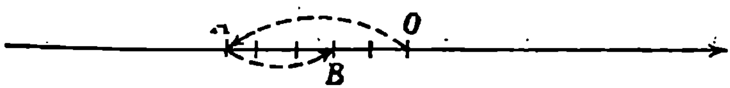
— ჯამი ეტოლება +2-ს.

ჩაიწერება: (+5)+(—3)=+2.

ამოცანა 4. „O წერტილიდან სხეულმა ჯერ გაიარა 5 მ მარცხნივ, შემდეგ 3 მ მარჯვნივ. რა მანძილითაა ახლა სხეული დაშორებული O წერტილიდან?“

მოსწავლეები რიცხვით ღერძზე გადაზომავენ O წერტილიდან მარცხნივ 5 მეტრს, შემდეგ მიღებული A წერტილიდან გადაზომავენ მარჯვნივ 3 მეტრს, რის შემდეგ ღერძზე მიიღებენ B წერტილს, რომელიც O-დან მარცხნივ არის და დაშორებულია 2 მეტრით (ნახ. 6).

— დააკვირდით რიცხვით ღერძს და გვიპასუხეთ: რომელ მხარეზეა 0 წერტილიდან სხეული და რა მანძილითაა მისგან დაშორებული?



ნახ. 6.

— სხეული 0 წერტილიდან მარცხნივ არის და დაშორებულია 2 მეტრით.

— მაშ, რას ეტოლება (—5) და (+3)-ის ჯამი.

— ეს ჯამი ეტოლება — 2.

ჩაიწერება: (—5)+(+3)=—2.

— ამგვარად, დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შეკრების დროს საქმე გვაქვს ოთხ შემთხვევასთან. დაუკვირდით პირველ და მეორე შემთხვევას: შესაკრებ რიცხვებს როგორი ნიშნები აქვს?

— პირველ ორ შემთხვევაში ერთნაირი ნიშნები აქვს შესაკრებ რიცხვებს.

დახედეთ, რა ნიშანი აქვს დადებითი რიცხვების ჯამს, რა ნიშანი აქვს უარყოფითი რიცხვების ჯამს?

— დადებითი რიცხვების ჯამი დადებითი ნიშნითაა, უარყოფითი რიცხვების ჯამი უარყოფითი ნიშნით.

— დაუკვირდით, პირველ ორ შემთხვევაში ჯამის აბსოლუტური სიდიდე როგორ უნდა მივიღოთ შესაკრებთა აბსოლუტური სიდიდეებიდან?

— ჯამის აბსოლუტური სიდიდის მისაღებად შესაკრებთა აბსოლუტური სიდიდეები უნდა შევკრიბოთ.

მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეები ადგენენ შემდეგ წესს: **ერთნაირ ნიშნიანი რიცხვები რომ შევკრიბოთ, ამისათვის უნდა შევკრიბოთ მათი აბსოლუტური სიდიდეები და მიღებულ ჯამს მივუწეროთ შესაკრებთა ნიშანი.**

— ახლა დაუკვირდეთ მესამე და მეოთხე შემთხვევას: როგორი ნიშნები აქვთ შესაკრებთ?

— შესაკრებ რიცხვებს სხვადასხვა ნიშანი აქვთ.

— რომელი შესაკრების ნიშანი აქვს ჯამს ან ერთ შემთხვევაში, ან მეორეში?

— ორივე შემთხვევაში ჯამს აქვს აბსოლუტურად უდიდესი შესაკრების ნიშანი.

— ამ შემთხვევაში როგორ მიიღება ჯამის აბსოლუტური სიდიდე შესაკრებთა აბსოლუტური სიდიდეებიდან?

— აბსოლუტურად უდიდეს შესაკრებს უნდა გამოვაკლოთ აბსოლუტურად უმცირესი.

აქაც მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეები ადგენენ შემდეგ წესს:

ორი სხვადასხვა ნიშნიანი რიცხვი რომ შევკრიბოთ, ამისათვის აბსოლუტურად უდიდეს შესაკრებს უნდა გამოვაკლოთ აბსოლუტურად უმცირესი და მიღებულ რიცხვს მიუწეროთ აბსოლუტურად უდიდესი შესაკრების ნიშანი.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შეკრების შესწავლის დროს მოსწავლეთა ყურადღებას ვაქცევთ იმ შემთხვევასაც, როცა შესაკრებად აღებულია **მოპირდაპირე რიცხვები**, რომ ასეთი რიცხვების შეკრების დროს ჯამში მუდამ ნულს ვიღებთ:

$$(+5)+(-5)=0; \quad (-7)+(+7)=0.$$

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შეკრებას თან უნდა ახლდეს სათანადო სავარჯიშოების დამუშავება ისეთი მაგალითების ჩართვითაც, სადაც შესაკრებთა რიცხვი აღემატება ორს.

მოსწავლეებს უნდა მოვაგონოთ შესაკრებთა გადანაცვლების კანონი, როცა საქმე გვაქვს არითმეტიკულ რიცხვებთან და ამის შემდეგ კონკრეტულ მაგალითებზე ვუჩვენოთ, რომ ეს კანონი ძალაში რჩება იმ შემთხვევაშიც, როცა კომპონენტები დადებითი და უარყოფითი რიცხვებია; მაგალითისათვის ავიღოთ ასეთი შეკრება:

$$(-5)+(+9);$$

სათანადო მოქმედების შესრულების შემდეგ მოსწავლეები მიიღებენ

$$(-5)+(+9)=+4.$$

შესაკრებთა ადგილების შეცვლის შემდეგ გვექნება:

$$(+9)+(-5).$$

აშკარაა, რომ ეს ჯამიც იქნება +4; მაშასადამე, უფლება გვაქვს დავწეროთ:

$$(-5)+(+9)=(+9)+(-5).$$

საჭიროა გავახსენოთ მოსწავლეებს აგრეთვე ჯუფთებადობის კანონი და სათანადო მაგალითებზე ვაჩვენოთ, რომ ეს კანონი დადებით და უარყოფით რიცხვებზედაც ვრცელდება. ავიღოთ ასეთი მაგალითი:

$$(+240)+(-315)+(-725)+$$
$$+(+642)+(-1200)=(+882)+(-2240)=-1358.$$

იგივე რიცხვები რომ თანმიმდევრობით შევკრიბოთ, პასუხი არ შეიცვლება.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოკლება

ასეთი რიცხვების გამოკლება შეიძლება დავამუშაოთ ორგვარად: როგორც შეკრების შექცეული მოქმედება და დამოუკიდებლადაც.

მასწავლებელი გაახსენებს მოსწავლეებს, თუ რამდენი და რა და რა შემთხვევა გვქონდა დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შეკრების დროს, რის შემდეგ მოსწავლეები ადვილად მიხვდებიან, რომ აქაც ოთხ შემთხვევასთან გვექნება საქმე.

რადგანაც დადებითი რიცხვის გამოკლება იწვევს საკლების შემცირებას, ეს მოვლენა კი მოსწავლეთათვის სრულიად გასაგებია, ამიტომ გამოკლება უნდა ვაწარმოოთ შემდეგი თანმიმდევრობით;

ა) დადებით რიცხვს გამოაკლდეს დადებითი;

ბ) უარყოფითს გამოაკლდეს დადებითი;

გ) დადებითს გამოაკლდეს უარყოფითი;

დ) უარყოფითს გამოაკლდეს უარყოფითი.

უარყოფითი რიცხვის გამოკლება იწვევს საკლების გადიდებას, ეს კი მოსწავლეთათვის უჩვეულო მოვლენაა და ამიტომ უარყოფითი რიცხვი მაკლებად ავიღეთ უკანასკნელ ორ შემთხვევაში.

I. დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოკლება როგორც შეკრების შექცეული მოქმედება

ახალი მასალის დამუშავება მასწავლებელმა ასე უნდა დაიწყოს:

დასწერს დაფაზე მაგალითს (+8)—(+5) და მიმართავს კლასს შემდეგი კითხვებით:

— რა მოქმედებასთან გვაქვს საქმე ამ მაგალითში?

— აქ არის გამოკლება.

— რა ეწოდება გამოკლებაში მოცემულ რიცხვებს?

— საკლები (სამცირი) და მაკლები (მამცირი).*

— რომელია აქ საკლები, რომელია მაკლები?

— (+8) არის საკლები, (+5) მაკლები.

— რა ეწოდება გამოკლების შედეგს?

— სხვაობა ან ნაშთი.

— საპოვნელი სხვაობა აღვნიშნოთ x-ით.

$$(+8)-(+5)=x.$$

— მოიგონეთ, თუ რა დამოკიდებულება არსებობს გამოკლებაში მოცემულ რიცხვებსა და სხვაობას შორის, მაგ. რას უდრის საკლები, რას უდრის მაკლები?

* საშუალო სკოლაში ყველგან იხმარება ტერმინი „საკლები" და „მაკლები"; ხოლო საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მიერ 1944 წელს გამოცემულ „მათემატიკურ ტერმინოლოგიაში" საკლების ნაცვლად არის „სამცირი", მაკლების ნაცვლად კი „მამცირი".

— საკლები უდრის მაკლებს პლუს სხვაობა.

— მაკლები უდრის საკლებს მინუს სხვაობა.

— მაშ, თუ საკლები უდრის მაკლებს პლუს სხვაობა, მაშინ რას უდრის უკანასკნელი ტოლობიდან +8?

— $(+8)=(+5)+x$.

— მეორე მხრივ რამდენი უნდა დაემატოს +5, რომ +8 მივიღოთ?

—(+5)-ს უნდა დაემატოს +3, რომ +8 მივიღოთ.

— მაშასადამე, რამდენი დარჩება, +8-ს რომ +5 გამოვაკლოთ?

—$(+8)-(+5)=+3$.

— რა უნდა დავუმატოთ +8-ს, რომ იგივე +3 მივიღოთ?

— (+8)-ს უნდა დავუმატოთ (—5).

— ამგვარად შეიძლება დავწეროთ:

$$\underline{(+8)-(+5)=(+8)+(-5)=+3} \quad \ldots \quad (1)$$

— ახლა ავიღოთ ასეთი მაგალითი:

$$(-8)-(+5)=x$$

ამ ტოლობიდან რას უდრის (—8)?

— $(-8)=(+5)+x$.

— რამდენი უნდა დაემატოს +5, რომ —8 მივიღოთ?

— (+5)-ს უნდა დაემატოს —13.

— მაშ, შეიძლება დავწეროთ:

$$\underline{(-8)-(+5)=(-8)+(-5)=-13} \quad \ldots \quad (2)$$

— ავიღოთ კიდევ ასეთი მაგალითი:

$$(+8)-(-3)=x.$$

— ამ ტოლობიდან რას უდრის +8?

$-(+8)=(-3)+x.$

— რამდენი უნდა დაემატოს (—3)-ს, რომ +8 მივიღოთ?

— (—3)-ს უნდა დაემატოს +11.

— მაშ, დავწეროთ ასე:

$$\underline{(+8)-(-3)=(+8)+(+3)=+11} \quad .\ .\ .\ . \qquad (3)$$

— ავიღოთ კიდევ მაგალითი:

$$(-8)-(-3)=x.$$

— ამ ტოლობიდან რას უდრის —8?

$$-(-8)=(-3)+x.$$

— რამდენი უნდა დავუმატოთ (—3)-ს, რომ —8 მივიღოთ?

— (—3)-ს უნდა დავუმატოთ —5.

— მაშ, შეიძლება დავწეროთ:

$$\underline{(-8)-(-3)=(-8)+(+3)=-5} \quad . \qquad (4)$$

— დაუკვირდით ოთხივე შემთხვევას: რა მოქმედებით შევცვალეთ ოთხივე შემთხვევაში გამოკლება?

— ოთხივე შემთხვევაში გამოკლება შევცვალეთ შეკრებით.

— აღებულ მაგალითებში რომელ კომპონენტს დარჩა ნიშანი უცვლელი. და რომელს შეეცვალა?

— საკლების ნიშანი უცვლელი დარჩა, მაკლებს კი ნიშანი შეეცვალა.

მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეები ადგენენ წესს. **დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოკლების დროს საკლებს უნდა დაემატოს მაკლები შებრუნებული ნიშნით.**

ამას მოყვება სავარჯიშოები და სამუშაო დავალების მიცემა.

II. ახლა დავამუშაოთ დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოკლება დამოუკიდებლად

ამისათვის მასწავლებელი კლასის წინაშე სვამს შემდეგ კითხვებს:

— დამისახელეთ გამოკლების კომპონენტები და შედეგი.

— საკლები, მაკლები და სხვაობა.

როგორ უნდა შევამოწმოთ მიღებული სხვაობა?

— შეკრებით. მაკლებისა და სხვაობის ჯამმა უნდა მოგვცეს საკლები.

— ახლა მოისმინეთ ამოცანა. ჩავიწეროთ კიდეც როგორც დაფაზე, ისე რვეულში.

ამოცანა: „რიცხვით ღერძზე მოძრაობს სხეული. პირველად მან ათვლის წერტილიდან გაიარა b მ და გაჩერდა; ამის შემდეგ სხეულმა კიდევ გაიარა რამდენიმე მეტრი და გაჩერდა. აღმოჩნდა, რომ ის ათვლის წერტილიდან დაშორებული იყო a მ-ით.

რა მანძილი გაიარა სხეულმა პირველი გაჩერების შემდეგ?"

ამეორებინებს ამოცანას მოსწავლეებს, რის შემდეგ სვამს კითხვას:

პირველად სხეულმა რა მანძილი გაიარა, მეორედ რა მანძილი გაიარა და ორივეჯერ რა გაიარა?

ამას მოსდევს პასუხები:

— პირველად b მ გაიარა, მეორედ რა მანძილი გაიარა არ ვიცით, ხოლო ორივეჯერ სულ გაიარა a მ.

— აბა, როგორ გავიგოთ მეორედ გავლილი მანძილი?

— ორივეჯერ გავლილ მანძილს, ე. ი. a მ-ს უნდა გამოვაკლოთ პირველად გავლილი მანძილი, ე. ი. b მ.

— აღვნიშნოთ მეორედ გავლილი მანძილი x-ით დავწეროთ ამ ამოცანის ამოხსნის ფორმულა. იწერება დაფაზე და რვეულებში:

$$\underline{x = a - b.}$$

— მაშასადამე, ყველა ამგვარი ამოცანა რა მოქმედებით უნდა ამოვხსნათ?

— გამოკლებით.

— რადგანაც ჩვენ ახლა დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოკლებაზე ვმუშაობთ, ამიტომ მივცეთ a და b-ს სხვადასხვა მნიშვნელობა და ვიპოვოთ მეორედ გავლილი მანძილი x. ვთქვათ, $a = +8$, $b = +5$.

ჩასვით ფორმულაში a და b-ს მნიშვნელობები, შემდეგ გაავლეთ რიცხვითი ღერძი, აიღეთ მასშტაბი.

ერთი მოსწავლე დაფაზე, დანარჩენები რვეულებში ასრულებენ დავალებას.

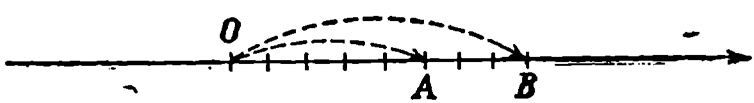
$$x = (+8) - (+5).$$

— პირველად სხეულს ათვლის 0 წერტილიდან საით მხარეს გაუვლია 5 მ?

— მარჯვნივ.

— მაშ, გადაზომეთ მარჯვნივ 5 მ. პირველი გაჩერების შემდეგ რომ იმოძრავა სხეულმა, მეორე გაჩერების შემდეგ იგი სად გაჩერდა ათვლის წერტილიდან, თუ $a = +8$?

— მეორე გაჩერების შემდეგ ათვლის წერტილიდან მარჯვნივ ყოფილა 8 მეტრის მანძილით დაშორებული, ე. ი. B წერტილში (იხ. ნახ. 7).



ნახ. 7.

— გადაზომეთ ათვლის წერტილიდან +8 მ, დაუკვირდით რიცხვით ღერძს და მითხარით: რა მანძილი გაუვლია სხეულს მეორედ და რა მიმართულებით? ნახაზზედაც მაჩვენეთ.

— მეორედ სხეულს გაუვლია +3 მ. მოსწავლე აჩვენებს რიცხვით ღერძზე მანძილს A-დან B-მდე.

— მაშ, ამოცანის კითხვას რა პასუხი გავცეთ, ე. ი. x რას უდრის?

— მეორედ სხეულს გაუვლია მარჯვნივ 3 მ.

იწერება:

$$(+8)-(+5)=+3 \ldots\ldots \quad (1)$$

— როგორ შეამოწმებთ, მიღებული სხვაობა სწორეა თუ არა?

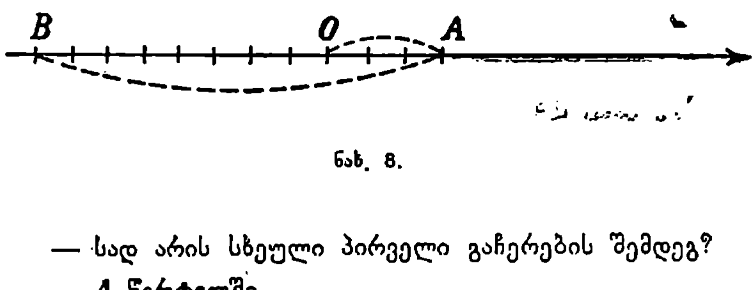
— მაკლებს უნდა მივუმატოთ სხვაობა და უნდა მივიღოთ საკლები.

მოსწავლეები ამოწმებენ და ამბობენ, რომ სხვობა სწორად არის ნაპოვნი.

— ახლა ვთქვათ, $a=-8$, $b=+3$.

იწერება დაფაზე: $(-8)-(+3)$.

აიღეთ რიცხვითი ღერძი, გადაზომეთ ჯერ პირველად გავლილი მანძილი $+3$ მ (ნახ. 8).



ნახ. 8.

— სად არის სხეული პირველი გაჩერების შემდეგ?

— A წერტილში.

— მეორე გაჩერების შემდეგ სად იყო სხეული?

— 0 წერტილიდან მარცხნივ 8 მეტრის დაშორებით.

— გადათვალეთ 0 წერტილიდან მარცხნივ 8 მ. ახლა დაითვალეთ: A წერტილიდან რამდენი მეტრი უნდა გაევლო მეორედ სხეულს და რა მიმართულებით, რომ იგი B წერტილში მისულიყო?

— A წერტილიდან მარცხნივ უნდა გაევლო 11 მ.

— მაშ, რა პასუხს გავცემთ ამოცანის კითხვას?

— მეორედ სხეულს გაუვლია 11 მ მარცხნივ.
მოსწავლეები სწერენ:

$$(-8)-(+3)=-11 \qquad (2)$$

— შეამოწმეთ. მოსწავლეები სწერენ:

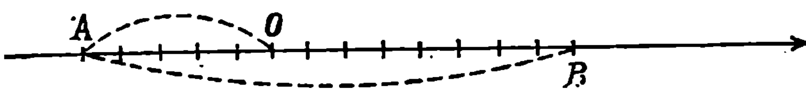
$$(+3)+(-11)=-8.$$

— ახლა ვთქვათ, $a=+8$, $b=-5$.

მოსწავლეები სწერენ $(+8)-(-5)$; ავლებენ რიცხვით ღერძს.

— პირველად საით და რა მანძილი გაიარა სხეულმა? გადაზომეთ რიცხვით ღერძზე და მაჩვენეთ.

მოსწავლეები O წერტილიდან მარცხნივ გადაზომავენ 5 მეტრს (ნახ. 9).



ნახ. 9.

— მეორედ მოძრაობის შემდეგ სხეული რა მანძილზე და რომელ მხარეს იყო O წერტილიდან დაშორებული?

— მეორედ მოძრაობის შემდეგ სხეული O წერტილიდან მარჯვნივ იყო 8 მეტრით დაშორებული.

— მაჩვენეთ სად არის სხეული ორივე მოძრაობის შემდეგ?

მოსწავლეები რიცხვით ღერძზე აჩვენებენ +8 მეტრს.

— ახლა დაითვალეთ, რამდენი მეტრი უნდა გაევლო სხეულს მეორედ და რა მიმართულებით, რომ A წერტილიდან B წერტილში მისულიყო?

— მეორედ სხეულს უნდა გაევლო 13 მეტრი მარჯვნივ. დაწერეთ პასუხი და შეამოწმეთ.

იწერება:

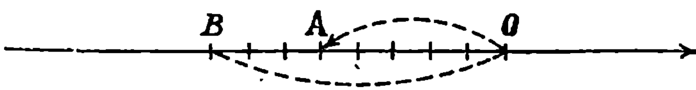
$$(+8)-(-5)=+13 \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (3)$$

შემოწმება: $(-5)+(+13)=+8$.

— ახლა ავიღოთ უკანასკნელი შემთხვევა:

$$a=-8,\ b=-5.$$

აიღეთ რიცხვითი ღერძი და ათვლის წერტილიდან გადაზომეთ სხეულის მიერ პირველად გავლილი მანძილი —5 მ (ნახ. 10).



ნახ. 10.

— მეორედ გავლის შემდეგ სხეული სად აღმოჩნდა ათვლის წერტილიდან?

— იგი აღმოჩნდა ათვლის წერტილიდან მარცხნივ 8 მეტრის მანძილზე.

— მაჩვენეთ რიცხვით ღერძზე, სად არის სხეული მეორე მოძრაობის შემდეგ? დათვალეთ ახლა და მითხარით მეორედ რა მიმართულებით უმოძრავია და რამდენი გაუვლია?

— მეორედ სხეულს მარცხნივ უვლია და 3 მეტრი გაუვლია.

— დაწერეთ პასუხი და შეამოწმეთ.

იწერება:

$$(-8)-(-5)=-3 \qquad (4)$$

შემოწმება: $(-5)+(-3)=-8$.

ყმაწვილებო, განვიხილეთ გამოკლების ყველა ოთხი შემთხვევა რიცხვით ღერძზე. მიღებული პასუხებიც შევამოწმეთ შეკრებით და სისწორეში დავრწმუნდით. ახლა მითხარით გამოკლება რომელი მოქმედების შექცეული მოქმედებაა?

— შეკრების შექცეული მოქმედებაა.

— აბა დაუკვირდით პირველ შემთხვევას. ხომ არ შეი-

ძლება ამ გამოკლების შეცვლა შეკრებით? მაგალითად, $+8$-ს რა უნდა დავუმატოთ, რომ იგივე რიცხვი მივიღოთ, ე. ი. $+3$ მივიღოთ?

— $(+8)$-ს უნდა (-5) დავუმატოთ და $+3$-ს მივიღებთ.

— ახლა მეორე შემთხვევას დაუკვირდით: რა უნდა დავუმატოთ (-8)-ს, რომ -11 მივიღოთ?

— (-8)-ს უნდა დავუმატოთ -3, რომ -11 მივიღოთ.

ასე აკეთებენ მესამე და მეოთხე შემთხვევაშიც და შემდეგ მასწავლებლის ხელმძღვანელობით ადგენენ სათანადო წესს.

პირველ ხანებში ჩანაწერი უნდა იძლეოდეს მთელ სურათს, ე. ი. რომ გამოკლებას ვცვლით შეკრებით და ისე ვპოულობთ სათანადო სხვაობას.

$$(+8)-(+5)=(+8)+(-5)=+3$$

$$(-8)-(+5)=(-8)+(-5)=-13.$$

$$(+8)-(-3)=(+8)+(+3)=+11$$

$$(-8)-(-3)=(-8)+(+3)=-5$$

როცა მოსწავლეები მიიღებენ საკმაო ჩვევებს, მაშინ ამ ჩანაწერის შუა ნაწილი ზედმეტი იქნება.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ჯამისა და სხვაობის თვისებები

ასეთი რიცხვების შეკრება და გამოკლების უფრო საფუძვლიანი და ღრმა შესწავლისათვის ამ რიცხვების ჯამისა და სხვაობის თვისებათა გაცნობას დიდი მნიშვნელობა აქვს. ამიტომ შეკრება-გამოკლების დამუშავებას თან უნდა ახლდეს შემდეგი საკითხების გარკვევა:

1) როცა დადებითი რიცხვების შეკრება გვაქვს, მაშინ ჯამი მეტია ყოველ შესაკრებზე; მაგ.,

$$(+5)+(+4)+(+8)=+17.$$

2) როცა უარყოფითი რიცხვების შეკრება გვაქვს, მაშინ ჯამი ნაკლებია ყოველ შესაკრებზე; მაგ.,

$$(-7)+(-3)+(-5)=-15.$$

3) თუ ორი შესაკრები სხვადასხვა ნიშნითაა, მაშინ ჯამი დადებით შესაკრებზე ნაკლებია, უარყოფითზე კი მეტი; მაგ.,

$$(+12)+(-8)=+4$$

ან $(-16)+(+7)=-9.$

4) თუ მაკლები დადებითი რიცხვია, მაშინ საკლები კლებულობს; მაგ.,

$$(+15)-(+9)=+6$$

ან $(-12)-(+7)=-19.$

5) თუ მაკლები უარყოფითია, მაშინ საკლები მატულობს; მაგ.,

$$(+10)-(-7)=+17$$

ან $(-3)-(-8)=+5.$

ჯამისა და სხვაობის ზემოაღნიშნული თვისებებიდან გამომდინარეობს შემდეგი:

ა) რიცხვის გადიდება შეიძლება შეკრებითაც (თუ მას დაემატება დადებითი რიცხვი) და გამოკლებითაც (თუ მას გამოაკლდება უარყოფითი რიცხვი);

ბ) რიცხვის შემცირება შეიძლება გამოკლებითაც (თუ მას გამოაკლდება დადებითი რიცხვი) და შეკრებითაც (თუ მას დაემატება უარყოფითი რიცხვი).

ყურადღება უნდა მიექცეს აგრეთვე იმ გარემოებას, რომ დადებითი და უარყოფითი რიცხვები საშუალებას იძლევა სხვაობა დავწეროთ ჯამის სახით და ჯამი სხვაობის სახით; მაგ.,

$$(+7)-(-3)=(+7)+(+3)$$

$$(-8)+(+6)=(-8)-(-6).$$

ამ რიცხვებზე ოთხი მოქმედებიდან ყველაზე ძნელ მოქმედებად დამუშავების თვალსაზრისით გამრავლება ითვლება.

ჩვეულებრივ, სკოლებში ამ საკითხის დამუშავებისათვის იყენებენ რიცხვით ღერძს, თერმომეტრს და მატარებლის მოძრაობას. დამუშავების სამივე ხერხში სამრავლად გვექნება სხეულის სიჩქარე, მამრავლად კი დრო, რომელიც აღებული მომენტის შემდეგ დადებითად ითვლება, ხოლო აღებულ მომენტამდე კი უარყოფითად. მართალია, მასწავლებელი დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ცნების მიცემის დროს არკვევს, რომ მომავალი დრო დადებითად ითვლება, წარსული კი უარყოფითად, მაგრამ აქაც საჭირო იქნება მოსწავლეთა ყურადღების გამახვილება ამავე საკითხზე.

გამრავლების შესასწავლად მასწავლებელი აძლევს შემდეგ ამოცანას:

„სხეული წუთში გადის v მ; რა მანძილით და რა მიმართულებით იქნება დაშორებული სხეული t წუთში 0 ათვლის წერტილიდან?"

მასწავლებელი ამოცანას ამეორებინებს მოსწავლეებს და სვამს კითხვას:

— რომელი მოქმედებით უნდა ამოიხსნას ეს ამოცანა?

— გამრავლებით.

— რა უნდა გამრავლდეს რაზე, რომ მივიღოთ გავლილი მანძილი?

— სიჩქარე უნდა გამრავლდეს დროზე.

აღვნიშნოთ გავლილი მანძილი x-ით და დამიწერეთ ამ ამოცანის ამოხსნის ფორმულა.

იწერება დაფაზე: $\underline{x = v \cdot t}$.

— ვთქვათ, $v = +5$ და $t = +3$; აბა, მაშინ ეს ამოცანა როგორ ჩამოყალიბდება?

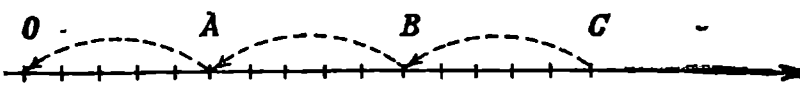
— სხეული წუთში გადის მარჯვნივ 5 მ; რა მანძილით და რომელ მხარეს იქნება დაშორებული იგი ათვლის 0 წერტილიდან 3 წუთის შემდეგ?

— ჩასვით ამოხსნის ფორმულაში სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.

იწერება დაფაზე: $x = (+5).(+3)$.

— აიღეთ რიცხვითი ღერძი, გადაზომეთ რომელიმე მასშტაბით ათვლის წერტილიდან სხეულის სიჩქარე. მიჩვენეთ სად იქნება სხეული ერთი წუთის შემდეგ, ორი წუთის შემდეგ და ბოლოს სამი წუთის შემდეგ?

— რიცხვით ღერძზე ათვლის წერტილიდან მოსწავლე გადაზომავს მარჯვნივ 5 მ, შემდეგ კიდევ 5 მ და კიდევ 5 მ. (ნახ. 11).



ნახ. 11.

— ათვლის წერტილიდან რომელ მხარეს და რა მანძილით არის დაშორებული სხეული?

ითვლის და ამბობს: სხეული 0 წერტილიდან მარჯვნივ დაშორებულია +15 მ-ით.

— მაშასადამე, რას უდრის $(+5).(+3)$?

იწერება:

$$(+5).(+3) = +15 \qquad (1)$$

— ვთქვათ, $v = -5$, $t = +3$.

გაიმეორეთ ამოცანა ამ მონაცემების მიხედვით.

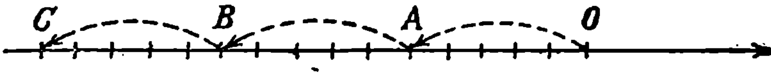
— სხეული წუთში გადის მარცხნივ 5 მ; რა მანძილით და რომელ მხარეს იქნება დაშორებული იგი ათვლის 0 წერტილიდან 3 წუთის შემდეგ?

— ჩასვით ამოხსნის ფორმულაში სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობანი.

იწერება დაფაზე: $x = (-5).(+3)$.

— აიღეთ რიცხვითი ღერძი, გადაზომეთ —5 მ ათვლის წერტილიდან. მიჩვენეთ სად იქნება სხეული 1 წუთის შემდეგ, 2 წუთისა და 3 წუთის შემდეგ?

რიცხვით ღერძზე ათვლის წერტილიდან გადაზომავენ მარცხნივ 5 მ, კიდევ 5 მ და ისევ 5 მ. (ნახ. 12).



ნახ. 12.

— ათვლის წერტილიდან, რომელ მხარეს და რა მანძილით არის დაშორებული სხეული?

ითვლის და ამბობს:

— სხეული 0 წერტილიდან მარცხნივ არის და დაშორებულია 15 მ-ით.

იწერება დაფაზე:

$$(-5).(+3)=-15 \qquad (2)$$

— ვთქვათ, $v=+5$, $t=-3$.

ამ შემთხვევაში ამოცანა მიიღებს შემდეგ სახეს: სხეული მოძრაობს მარცხნიდან მარჯვნივ და ყოველ წუთში გადის 5 მ. სად იყო იგი 3 წუთის წინათ, თუ ახლა 0 წერტილშია?

— ჩასვით ამოხსნის ფორმულაში მოცემული რიცხვები.

იწერება: $x=(+5).(-3)$.

გაავლეთ რიცხვითი ღერძი და აიღეთ ათვლის წერტილი.

— სად არის ამჟამად სხეული?

— ათვლის წერტილში.

— წუთში რა მანძილს გადიოდა?

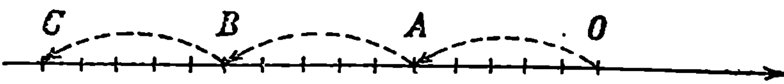
— წუთში სხეული გადიოდა (+5)მ.

— მაშ, რომელი მხრიდან მოსულა სხეული ათვლის წერტილში?

— მარცხნიდან.

აჩვენეთ, სად იყო სხეული ერთი წუთის წინ, ორი წუთის წინ, სამი წუთის წინ (ნახ. 13).

მოსწავლე აჩვენებს რიცხვით ღერძზე და ამბობს, რომ



ნახ. 13.

სხეული 3 წუთის წინ ათვლის წერტილიდან დაშორებული იყო 15 მ-ით მარცხნივ (ნახ. 13).

— მაშ, რას უდრის $(+5).(-3)$?

სწერს და ამბობს:

$$(+5).(-3)=-15 \qquad (3)$$

— ვთქვათ, $v=-5$. $t=-3$

აბა, ეს ამოცანა რა სახეს მიიღებს?

— სხეული მოძრაობს მარჯვნიდან მარცხნივ და ყოველ წუთში გადის 5 მ; სად იყო იგი 3 წუთის წინათ, თუ ახლა ის 0 წერტილშია?

— ჩასვით ამოხსნის ფორმულაში მონაცემები.

იწერება: $x=(-5).(-3)$.

მოსწავლეები გაავლებენ რიცხვით ღერძს და იღებენ ათვლის წერტილს.

— სად არის ამჟამად სხეული?

— ათვლის წერტილში.

— წუთში რა მანძილს გადიოდა?

— წუთში სხეული (-5) მ გადიოდა.

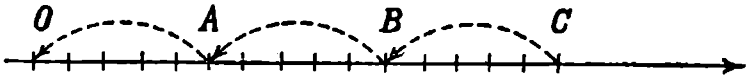
— მაშ, რომელი მხრიდან მოსულა სხეული ათვლის წერტილში?

— მარჯვნიდან.

— გვიჩვენეთ რიცხვით ღერძზე, სად იქნებოდა სხეული ერთი წუთის წინ, ორი წუთის წინ, სამი წუთის წინ.

მოსწავლე აჩვენებს ათვლის წერტილიდან მარჯვნივ 15

მ-ს და ამბობს, რომ სხეული 3 წუთის წინათ ათვლის წერტილიდან დაშორებული იყო 15 მეტრით მარჯვნივ (ნახ. 14).



ნახ. 14.

— მაშ, რას უდრის (—5).(—3)?

სწერს და ამბობს:

$$(-5).(-3)=+15 \qquad (4)$$

— დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამრავლების რამდენი შემთხვევა განვიხილეთ?

— 4 შემთხვევა.

— როგორც შეკრებასა და გამოკლებაში 4 შემთხვევა იყო, ცხადია, აქაც იგივე ოთხივე შემთხვევა იქნება. ახლა გამოვიტანოთ დასკვნა. ამისათვის დაუკვირდით პირველსა და მეოთხე შემთხვევას. ამ ორ შემთხვევაში სამრავლსა და მამრავლს ერთნაირი ნიშნები აქვთ, თუ სხვადასხვა?

— თითოეულ ამ შემთხვევაში სამრავლსა და მამრავლს ერთნაირი ნიშნები აქვთ: პირველ შემთხვევაში ორივე დადებითია, მეორეში კი ორივე უარყოფითია,

— რა ნიშანი აქვს ნამრავლს ამ შემთხვევაში?

— დადებითი.

მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეები ადგენენ წესს: **თუ ორივე თანამამრავლს ერთნაირი ნიშნები აქვთ, ნამრავლს დადებითი ნიშანი ექნება.**

— ახლა დაუკვირდით მეორე და მესამე შემთხვევას. როგორი ნიშნები არის სამრავლი და მამრავლი: ერთნაირი, თუ სხვადასხვა ნიშნით?

— სხვადასხვა ნიშნით.

— რა ნიშნიანი მივიღეთ ნამრავლში?

— უარყოფითი.

აქაც მოსწავლეები იღებენ სათანადო წესს: **თუ სამრავლსა და მამრავლს სხვადასხვა ნიშანი აქვთ, ნამრავლში მივიღებთ უარყოფით ნიშანს.** ამის შემდეგ ორივე შემთხვევისათვის იღებენ გამრავლების წესს: **ორი რიცხვის გამრავლების დროს უნდა გადავამრავლოთ მათი აბსოლუტური სიდიდეები და მიღებულ ნამრავლს დავუწეროთ დადებითი ნიშანი, თუ ორივე თანამამრავლი ერთნაირი ნიშნითაა, ხოლო უარყოფითი, თუ თანამამრავლებს სხვადასხვა ნიშანი აქვთ.**

ამის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა მივცეთ მაგალითი რამდენიმე დადებითი და უარყოფითი რიცხვის გამრავლებაზე.

$$(+4).(-1).(-2)=+8$$

$$(-4).(-1).(-3)=-12$$

$$(-3).(+2).(+5)=-30$$

$$(+2).(-7).(-1).(+4)=+56.$$

საჭიროა მოსწავლემ თანმიმდევრობით ზეპირად გამოარკვიოს პირველი და მეორე თანამამრავლის ნამრავლის ნიშანი, შემდეგ ამ ნამრავლისა და მესამე თანამამრავლის ახალი ნამრავლის ნიშანი და ა. შ.; დაბოლოს, მიცემულ მაგალითს უნდა დაუწეროს მიღებული ნიშანი და თანამამრავლთა აბსოლუტური სიდიდეების ნამრავლი. როცა ორ სამ მაგალითს ამოხსნიან ასე, შემდეგ დაკვირვება უნდა მოახდინონ, გამოიმუშაონ რამდენიმე თანამამრავლის ნიშანთა წესი და პასუხი დაიწერონ მოცემულ მაგალითს.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამრავლებას შეიძლება მივაყოლოთ მათი ახარისხება, თუმცაღა შეიძლება ეს დაუკავშიროთ ერთწევრების გამრავლებას. დასაშვებია ორივე გზითაც.

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გაყოფა

ამ მოქმედების დამუშავება, ისე როგორც გამოკლების, შეიძლება ორგვარად: დამოუკიდებლად (რიცხვით ღერძზე, ან თერმომეტრზე) და როგორც გამრავლების შებრუნებული

მოქმედება. ჩვენის აზრით სრულიად ზედმეტია გაყოფის დამუშავება სკოლებში დამოუკიდებლად. ამიტომ ჩვენ აქ მოვიყვანთ მხოლოდ გაყოფის დამუშავებას, როგორც გამრავლების შებრუნებულ მოქმედებას.

მასწავლებელი ამეორებინებს გაყოფის კომპონენტებისა და შედეგის სახელწოდებათ და მათ შორის დამოკიდებულებას, რის შემდეგ მოაგონებს, რომ გაყოფა არის გამრავლების შექცეული მოქმედება. ყველა ამის შემდეგ ბძლევს მაგალითს

$$(+12):(+4)$$

და ატარებს ასეთ საუბარს:

— მოიგონეთ რას ეტოლება გასაყოფი?

— გასაყოფი ეტოლება გამყოფისა და განაყოფის ნამრავლს, ე. ი.

$$(+12)=(+4).x.$$

— რაზე უნდა გამრავლდეს +4, რომ მივიღოთ +12?

— (+4) უნდა გავამრავლოთ +3-ზე, მივიღებთ +12-ს. ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$(+12):(+4)=+3 \qquad (1)$$

ავიღოთ ახლა ასეთი მაგალითი:

$$(-12):(+4)=x.$$

— დაწერეთ ამ ტოლობიდან, რას ეტოლება გასაყოფი? მოსწავლეები სწერენ: $(-12)=(+4)\cdot x$.

— რაზე უნდა გამრავლდეს (+4), რომ —12 მივიღოთ?

— (+4) უნდა გამრავლდეს —3-ზე, მივიღებთ —12-ს.

— ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$(-12):(+4)=-3 \qquad (2)$$

— კიდევ ავიღოთ ასეთი მაგალითი:

$$(+12):(-4)\cdot x.$$

აქაც დაწერეთ ამ ტოლობიდან, რას ეტოლება გასაყოფი?

იწერება: $(+12)=(-4).x.$

— რაზე უნდა გავამრავლოთ (—4), რომ +12 მივიღოთ?

— (—4) უნდა გავამრავლოთ —3-ზე, რომ მივიღოთ +12.

— მაშასადამე, გვექნება:

$$(+12):(-4)=-3 \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

— კიდევ რა შემთხვევა დაგვრჩა?

— დაგვრჩა კიდევ უარყოფითი რიცხვის გაყოფა უარყოფითზე.

— ავიღოთ ასეთი მაგალითი:

$$(-12):(-4)=x$$

დაწერეთ აქედან, რას უდრის —12.

იწერება: $(-12)=(-4).x$.

— რაზე უნდა გამრავლდეს +4, რომ —12 მივიღოთ?

— უნდა გამრავლდეს —3-ზე.

— მაშ, უფლება გვაქვს დავწეროთ:

$$(-12):(-4)=+3 \quad . \qquad (4)$$

— ახლა დავადგინოთ სათანადო წესი. ამისათვის დაუკვირდით პირველ და მეოთხე შემთხვევას. ამ ორ შემთხვევაში გასაყოფს და გამყოფს ერთნაირი ნიშნები აქვთ, თუ სხვადასხვა?

— გასაყოფს და გამყოფს ერთნაირი ნიშნები აქვთ.

— რა ნიშანი აქვს განაყოფს ამ ორ შემთხვევაში?

— დადებითი.

— მასწავლებლის დახმარებით მოსწავლეები ადგენენ წესს: **თუ გასაყოფს და გამყოფს ერთნაირი ნიშნები აქვთ, განაყოფში ვღებულობთ დადებით ნიშანს.**

— ახლა დაუკვირდით მეორე და მესამე შემთხვევას. როგორი ნიშნებით არის გასაყოფი და გამყოფი?

— სხვადასხვა ნიშნით.

— განაყოფში რა ნიშანი მივიღეთ?

— უარყოფითი.

მოსწავლეები მასწავლებლის ხელმძღვანელობით იღებენ შემდეგ წესს:

თუ გასაყოფსა და გამყოფს სხვადასხვა ნიშანი აქვთ, განაყოფში ვღებულობთ უარყოფით ნიშანს.

ამის შემდეგ საბოლოოდ ადგენენ შემდეგ წესს: **დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გაყოფის დროს უნდა გავყოთ გასაყოფის აბსოლუტური სიდიდე გამყოფის აბსოლუტურ სიდიდეზე და განაყოფი ავიღოთ პლუსით, თუ მოცემულ რიცხვებს ერთნაირი ნიშანი აქვთ, თუ სხვადასხვა, მაშინ მინუსით.**

ცხადია, რომ პირველ ხანებში, როცა ვამუშავებთ ამ რიცხვებზე ამა თუ იმ მოქმედების წესს, უნდა ავიღოთ მთელი რიცხვები, რომ მოსწავლეთა მთელი ყურადღება წესის დადგენას მივაპყროთ, მაგრამ ამის შემდეგ უნდა ვავარჯიშოთ ისეთი მაგალითების ამოხსნაზედაც, სადაც ყოველგვარი წილადები შედიოდეს. აქ საუკეთესო საშუალება გვეძლევა გავიმეოროთ და განვამტკიცოთ არითმეტიკაში შეძენილი ცოდნა წილადების შესახებ.

აგრეთვე დადებით და უარყოფით რიცხვებზე მოქმედებათა წარმოების ცოდნა უნდა გამოვიყენოთ ალგებრულ გამოსახულებათა რიცხვითი მნიშვნელობის გამოანგარიშებაში. საკმაოდ უნდა ვავარჯიშოთ მოსწავლეები ამდაგვარ მუშაობაზე, რომ სათანადო ჩვევები მიიღონ და განამტკიცონ შეძენილი ცოდნა.

დაბოლოს სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნაზე მოსწავლემ უნდა იგრძნოს უარყოფითი რიცხვების საჭიროება ისევე, როგორც დადებითი რიცხვებისა; ამიტომ აუცილებლად უნდა ამოხსნილ იქნას საკმაო რაოდენობით ამოცანები ამ რიცხვების გამოყენებით. სამწუხაროდ, სტაბილურ კრებულში სრულებით არ მოიპოვება ხსენებულ რიცხვებზე ამოცანები; ამიტომ მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს დამხმარე ლიტერატურა ასეთი ამოცანების მისაცემად და ზოგჯერ თვითონაც შეადგინოს. კარგია ამ მხრივ «Алгебра» — пособие для средних школ I ч. — Александрова и Колмогорова.

მასალის განაწილება საათების მიხედვით

ოფიციალური პროგრამით დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შესწავლას დათმობილი აქვს 30 საათი, რაც ჩვენის აზრით სავსებით საკმარისია.

საორიენტაციოდ ვიძლევით მასალის განაწილებას გაკვეთილების მიხედვით.

1.	დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ცნება	2 საათი
2.	რიცხვითი ღერძი და ნული	1
3.	დადებითი და უარყოფითი რიცხვების შედარება. ნულზე მოქმედება	2
4.	შეკრება	2
5.	გამოკლება	3
6.	საკონტროლო წერა გავლილ მასალაზე	1
7.	ალგებრული ჯამისა და სხვაობის თვისებები	1
8.	გამრავლება	2
9.	ახარისხება	1
10.	გაყოფა	2
11.	საკონტროლო წერა .	1
12.	ალგებრული გამოსახულების რიცხ. სიდიდის გამოანგარიშება დადებითი და უარყოფითი რიცხვებით .	4
13.	ამოცანების ამოხსნა დადებითი და უარყოფითი რიცხვებით	6
14.	საკონტროლო წერა . . .	1
15.	თემის შეჯამება და ისტორიული ცნობების მიწოდება	1 „
	სულ	30

დადებითი და უარყოფითი რიცხვების წარმოშობისა და განვითარების ისტორიიდან

მეჩვიდმეტე საუკუნის დასაწყისამდე მათემატიკოსებს საქმე ჰქონდათ მხოლოდ დადებით რიცხვებთან. მაშინდელი მათემატიკოსებისათვის უარყოფითი რიცხვები არ იყო ცნო-

ბილი. უარყოფითი შედეგი მათ მიაჩნდათ „უაზრობად", „სისულელედ", „სიყალბედ", „მცდარად"; თუმცა ამ რიცხვებზე ისინი აწარმოებდნენ სხვადასხვა მოქმედებას, მაგრამ ეს რიცხვები მათ დადებით რიცხვებად მიაჩნდათ. მათ ვერ წარმოედგინათ, რომ უარყოფითი რიცხვები მოპირდაპირეა დადებითი რიცხვებისა.

ასე, მაგალითად, გერმანელი მათემატიკოსი ვიდმანი, რომელმაც 1489 წელს გამოსცა არითმეტიკის წიგნი, სადაც ის პირველად ხმარობს ნიშნებს + და — (მანამდის არც ერთ სახელმძღვანელოში არ უხმარიათ ეს ნიშნები), ისე სწერს ამ ნიშნებზე, ვითომც ისინი ყველასათვის ცნობილი იყოს.

ამნაირ ნიშნებს (+ და—) მაშინ ხმარობდნენ საბაჟოებში: როდესაც ყუთში, რომელშიაც უნდა ყოფილიყო, ვთქვათ, 1 ცენტნერი, აღმოჩნდებოდა 5 კგ-ით მეტი, მაშინ ყუთს ადებდნენ ნიშანს +5 კგ; თუ აღმოჩნდებოდა, რომ ყუთს აკლდა, ვთქვათ, 5 კგ, ყუთზე ადებდნენ ნიშანს — 5 კგ. ვიდმანი ამ რიცხვებზე აწარმოებს მოქმედებებს და სრულებითაც არა გრძნობს, რომ +5 კგ და —5 კგ ერთი მეორის მოპირდაპირე რიცხვებია; ნიშნებს + და — დღეს ხმარობენ, როგორც შეკრებისა და გამოკლების ნიშანს, მაგრამ ეს ნიშნები დღეს იხმარება აგრეთვე იმ აზრითაც, როგორც მას ვიდმანი ხმარობდა, ე. ი. ნაკლებობისა და მოჭარბების აზრით რომელიმე ნორმალური მდგომარეობის მიმართ და აგრეთვე მიმართულების აღსანიშნავადაც.

უარყოფით რიცხვებს უყურებდნენ როგორც დამოუკიდებელ რიცხვებს; ამიტომ მათ არავითარი აზრი არ ჰქონდათ. მხოლოდ მეჩვიდმეტე საუკუნიდან ამ რიცხვებს შეხედეს, როგორც მოპირდაპირე რიცხვებს. უარყოფითი რიცხვი იმიტომ არსებობს, რომ მასთან შეფარდებით არსებობს მისი მოპირდაპირე დადებითი რიცხვი. არსებობს ქონება, მასთან შეფარდებით არსებობს ვალიც. თუ ქონება დადებითი სიდიდეა, ვალი უარყოფითი სიდიდეა. მაგრამ შეგვიძლია ვალი ჩავთვალოთ დადებით სიდიდედ, მაშინ ქონება უარყოფითი სიდიდე იქნება.

ფრანგმა მათემატიკოსმა რენე დეკარტმა 1637 წელს

გამოსცა თავისი გეომეტრია, რომელშიაც მან დადებითი და უარყოფითი რიცხვებით ისარგებლა მოპირდაპირე სიდიდეების გამოსახვისათვის. მაგრამ არც ამით ამოიწურება საკითხი. დეკარტმა უარყოფითი რიცხვები მოათავსა რიცხვითი ღერძის ათვლის წერტილის მარცხნივ; საჭირო იყო გაგვეგო, თუ რა დამოკიდებულებაში არიან უარყოფითი და დადებითი რიცხვები. უფრო ადრე გერმანელმა მათემატიკოსმა შტიფელმა უარყოფითი რიცხვები ჩათვალა ნულზე მცირედ, მაგრამ ეს აზრი „სისულელედ" ჩასთვალეს. მოწინააღმდეგენი ასე მსჯელობენ: ავიღოთ პროპორცია: 1:(—1)=—1:1, პირველი შეფარდების წინა წევრი დიდია თავის მიმდევნოზე, მეორის წინა წევრი კი ნაკლებია თავის მიმდევნოზე, მაშასადამე, ეს პროპორცია არ არის სწორი, და არც შეიძლება, რომ უარყოფითი რიცხვი მცირე იყოს 0-ზე. ამ პროპორციაზე თავს იტეხდნენ ისეთი დიდი მათემატიკოსები, როგორიც იყო ნიუტონი, ლაიბნიცი, კარნო და სხვები.

მთელი მეთვრამეტე საუკუნე და მეცხრამეტე საუკუნის ნახევარზე მეტი იმას მოუნდა, რომ ამ „უაზრო" რიცხვებისათვის მიეცათ აზრი. მხოლოდ მეცხრამეტე საუკუნის მეორე ნახევრიდან უარყოფით რიცხვებს სკოლის ალგებრულ სახელმძღვანელოებში მისცეს სწორი ახსნა. დღეს არავითარ უაზრობას არ წარმოადგენს ის აზრი, რომ უარყოფითი რიცხვები ნაკლებია ნულზე.

ცნობები ამოღებულია წიგნებიდან:

1. Ф. Кеджори, — История элементарной математики.

2. В. Мрочек и Ф. Филиппович, — Педагогика математики.

საჭიროდ მიგვაჩნია ჩვენ სკოლებში მასწავლებლებმა მიაწოდონ ეს მოკლე ცნობები მაინც მეექვსე კლასის მოსწავლეებს, მით უმეტეს, რომ მათთვის ასეთი ცნობები მეტად საინტერესოა და საკითხისადმი მეტ ინტერესს იწვევს.

განტოლებანი და ამოცანების ამოხსნა განტოლების შედგენით

საშუალო სკოლის ალგებრის კურსში მთავარი და ძირითადი ადგილი განტოლებებს უკავია. განტოლების ამოხსნის ცოდნა გვჭირდება არა მარტო ალგებრაში, არამედ გეომეტრიული და ტრიგონომეტრიული ამოცანების ამოხსნაშიც. განტოლების ცოდნის გარეშე შეუძლებელია აგრეთვე ფიზიკის, ქიმიის და ასტრონომიის შესწავლა. ამიტომ ალგებრის კურსში ცენტრალური ადგილი უნდა ეკავოს მას და იგი უნდა შედიოდეს ალგებრის მთელ კურსში.

განვიხილოთ რა დამახასიათებელ შეცდომებს ვხვდებით მოსწავლეთა ნამუშევრებში განტოლების ამოხსნის პროცესში, რითია გამოწვეული ეს შეცდომები და რა საშუალებით შეიძლება ამ სიძნელეების დაძლევა. ასევე შევისწავლოთ — რა უძნელდებათ მოსწავლეებს განტოლების შედგენით ამოცანების ამოხსნისას, რომ მასზედაც გავამახვილოთ მასწავლებლისა და მოსწავლეთა ყურადღება.

I. ტიპიური შეცდომები განტოლების ამოხსნაში

აქ ჩვენ ორგვარ შეცდომებთან გვაქვს საქმე: ერთნი დაკავშირებულია იგივურ გარდაქმნებთან, როგორც, მაგალითად, მსგავსი წევრების შეერთება, ფრჩხილების გახსნის დროს ნიშნების წესის გამოყენება, მაგ., $5+2x-(8-7x)=$ $=5+2x-8-7x$,

ან მრავალწევრთა გამრავლებისას

$$9-(2x-3)(x+4)=9-2x-3x+8x-12;$$

წილადებზე მოქმედებათა შესრულება, მაგალითად,

$$\frac{x}{3}=\frac{x+4}{2}=\frac{2x-3x+12}{6};$$

ყველა ეს შეცდომა გამოწვეულია წინა კლასებში შესწავლილი საკითხების — იგივური გარდაქმნების ზერელე ცოდნით. ამის ლიკვიდაციისათვის, განტოლებათა ამოხსნისას უნდა მოვითხოვდეთ გარკვეულად და მკაფიოდ გვაძლიონ მოსწავლეებმა ახსნა-განმარტება — საიდან, რა წესის ძალით იღებენ ამა თუ იმ შედეგს; პირველ ხანებში მაინც, სანამ მოსწავლეთა მეხსიერებაში აღვადგენთ და განვამტკიცებთ ყველა საჭირო იგივურ გარდაქმნების ცოდნას, დაფასთან გაყვანილი მოსწავლე მუშაობასთან ერთად იძლეოდეს სათანადო წესს მსგავსი წევრების შეერთებაზე, ფარდობით რიცხვებზე მოქმედებათა შესრულების წესს, ფრჩხილების გახსნის შესახებ და სხვა.

ამგვარად, თითოეული განტოლების ამოხსნა მშვენიერ მასალას იძლევა იგივური გარდაქმნების ცოდნის განმტკიცებისათვის.

მეორე სახის შეცდომები და დეფექტები განტოლების ამოხსნისას უშუალოდ დაკავშირებულია განტოლების თეორიასთან — განტოლების თვისებანი, მათი შედეგები, იგივურ გარდაქმნებთან დაკავშირებით განტოლებათა ტოლძალოვნობის შენარჩუნება და სხვა. ამ სახის შეცდომები და დეფექტები შემდეგია:

ა) შეცდომები ნიშნებში წევრთა გადატან-გადმოტანის დროს;

ბ) შეცდომები განტოლების მთელ სახეზე დაყვანის დროს — ავიწყდებათ განტოლების მთელი წევრის გადიდება, მაგ.,

$$\frac{x}{2}=\frac{x}{3}+1; \text{ სწერენ } 3x=2x+1.$$

ან განტოლების ერთ ნაწილს 5-ზე ამრავლებენ, მეორეს კი 4-ზე, იმისდა მიხედვით, თუ რა მნიშვნელებია წილადებში, მაგ., $\frac{2x+4}{5}=\frac{3x-8}{4}$; აქედან იღებენ $2x+4=3x-8$;

გ) ავიწყდებათ ტოლი და ერთნიშნიანი წევრების მოსპობა განტოლების ორივე ნაწილში;

დ) თავის დროზე არ აწარმოებენ განტოლების შეკვეცას; მაგ.,

$$\frac{600}{x+5}=\frac{300\,(x+5)}{x}+50;$$

$$\frac{2700\,(x+10)}{x}-1200=\frac{2000\,x}{x+10};$$

პირველი განტოლება რომ 50-ზე შევკვეცოთ, მეორე კი 100-ზე, ორივე განტოლება ძალიან გამარტივდება და პატარა რიცხვებთან გვექნება საქმე. მოსწავლეები ამ მიღებულ განტოლებებში შეკვეცას აწარმოებენ ყველა ოპერაციების ჩატარების შემდეგ და ზოგჯერ მასწავლებელიც არ აქცევს ყურადღებას.

ე) განტოლებაში წილადების მოსპობის მიზნით ჯერ ყველა წევრს აწილადებენ, დაჰყავთ საერთო მნიშვნელზე და შემდეგ ანთავისუფლებენ წილადების მნიშვნელებისაგან; მაგ;

$$4x+6y-10=\frac{5}{8}x+\frac{15}{8}+\frac{3}{4}y-3;$$

$$\frac{32x}{8}+\frac{48}{8}y-\frac{80}{8}=\frac{5}{8}x+\frac{15}{8}+\frac{6}{8}y-\frac{24}{8};$$

$$32x+48y-80=5x+15+6y-24.$$

აქ მოყვანილ ჩანაწერიდან შუა სტრიქონი სრულიად ზედმეტია; განსაკუთრებით საშუალო სკოლის უფროსს კლასებში. იგი დასაშვებია მერვე კლასში, როდესაც მასწავლებელი პირველად ამუშავებს წილადიან განტოლებებს.

ვ) უარყოფით ერთზე ამრავლებენ განტოლების ორივე ნაწილს, როდესაც უცნობის კოეფიციენტი უარყოფითია; მაგ.,

$$-3x=15;\ (-1);\ 3x=-15;\ x=-5.$$

ზედმეტია აქ — 1-ზე გამრავლება; აქ საჭიროა განტოლების ორივე ნაწილის გაყოფა უცნობის კოეფიციენტზე (—3)-ზე, რის შემდეგ უკვე მივიღებთ ფესვს.

ზ) ვერ იყენებენ თავის დროზე სათანადო ფორმულებს ამა თუ იმ სახის კვადრატული განტოლების ამოხსნის დროს; მოსწავლეთა ერთი ნაწილი ყოველი დაყვანილი სახის კვადრატული განტოლების ამოხსნისას იყენებს პირველ ფორმულას (p-ს ფორმულას); ავიწყდებათ, ან არ ჰქონიათ სათანადო მითითება მასწავლებლის მიერ იმის შესახებ, რომ, თუ დაყვანილ კვადრატულ განტოლებაში შუა წევრის კოეფიციენტი კენტი რიცხვია, მაშინ ბევრად ადვილია უცნობის გამოანგარიშება დაუყვანელი სახის კვადრატული განტოლების ფორმულით (b ს ფორმულით).

იშვიათად იყენებენ მოსწავლეები კვადრატული განტოლების მესამე ფორმულას, ეგრეთ წოდებულ k-ს ფორმულას. მაგალითად,

$$5x^2+18x-99=0;$$

ისეთი დაუყვანელი კვადრატული განტოლების ამოხსნა, რომელშიაც კოეფიციენტი ლუწი რიცხვია, გაცილებით ადვილია მესამე ფორმულით, ვიდრე მეორეთი. ამოვხსნათ ეს მაგალითი ორივე ფორმულით, რომ ცხადად დავინახოთ განსხვავება და მესამე ფორმულის უპირატესობა.

$$5x^2+18x-99=0; \qquad 5x^2+18x-99=0$$

$$x=\frac{-18\pm\sqrt{324+1980}}{10} \qquad x=\frac{-9\pm\sqrt{81+495}}{5}$$

$$x=\frac{-18\pm\sqrt{2304}}{10} \qquad x=\frac{-9\pm\sqrt{756}}{5}$$

$$x=\frac{-18\pm48}{10} \qquad x=\frac{-9\pm24}{5}$$

$$x_1=3;\ x_2=-\frac{33}{5} \qquad x_1=3;\ x_2=-\frac{33}{5}$$

ჩანს ზოგ სკოლაში არ ასწავლიან ამ მესამე ფორმულას, პროგრამაში კი გარკვეულად არის მოხსენებული სრული კვადრ. განტოლების მესამე ფორმულა.

თ) მოსწავლეთა ერთი ნაწილი განტოლების ამოხსნის შედეგად მიღებულ ფესვს ამოწმებს არა მოცემულ განტოლებაში, არამედ გამარტივებულში და ნორმალურ სახეზე დაყვანილ განტოლებაში, რომელიც შეიძლება არც კი იყოს ტოლძალოვანი მოცემული განტოლებისა (გარდაქმნების დროს მასში რაიმე შეცდომების დაშვების გამო) და ამიტომ შემოწმება ვერ მოგვცემს ნამდვილ სურათს.

ყველა ზემოხსენებული მეორე სახის შეცდომა და დეფექტი გამოწვეულია განტოლებათა თეორიის არასაფუძვლიანი ცოდნით. ასეთი ხასიათის შეცდომების თავიდან ასაცილებლად, საფუძვლიანად და ღრმად უნდა დამუშადვეს თავის დროზე საჭირო საკითხები და განტოლებათა ამოხსნაზე მოსწავლეებს უნდა მიეცეთ საკმაო ჩვევები როგორც კლასში, ისე სახლში, სისტემატურად საშინაო დავალების მიცემის სახით; ამავე დროს ყოველი განტოლების ამოხსნისას უნდა მოვითხოვდეთ დაწვრილებით ახსნა-განმარტებას საიდან, რის ძალით, განტოლების რომელი თვისების, ან შედეგის ძალით ვწერთ და ა. შ.

II. განტოლებათა პროპედევტიკული კურსი

განტოლებათა პროპედევტიკული კურსი შემოღებული უნდა იქნას მეექვსე და მეშვიდე კლასებში. ამას მოითხოვს განათლების სამინისტროს უკანასკნელი პროგრამაც (1949 წლისა). ამ კლასებში სავალდებულოდ უნდა იყოს განტოლებათა ამოხსნა და განტოლებათა შედგენა ყველა იმ თემის შესწავლის დროს, რომელიც ამ კლასებში დამუშავდება და მხოლოდ ამის შემდეგ მერვე კლასში უნდა ვიწყებდეთ განტოლებათა სისტემატური კურსის შესწავლას. ამ კლასებში უნდა გავაცნოთ მოსწავლეებს განტოლებანი ალგებრის კურსის დაწყებიდანვე.

1) კომპონენტების თვისებათა გამოყენების საფუძველზე მოსწავლეთ უნდა მიეცეთ შემდეგი სახის განტოლებანი:

$x + a = b$; (შეკრებაზე)

$x - a = b$; (გამოკლებაზე)

$a - x = b$; " "

$ax = b$; (გამრავლებაზე)

$\frac{x}{a} = b$; (გ ყოფაზე)

$\frac{a}{x} = b$ "

2) ამ სახის განტოლებებს უნდა მოყვეს განტოლებანი ფარდობით რიცხვებზე; მაგ.

$x + (-8) = -5$; $\qquad x - (-6) = 12$;

$6x = -30$; $\qquad x : (-4) = 5$.

ჩვევების მიღების შემდეგ კომპონენტებად ჩვეულებრივი წილადები და ათწილადებიც უნდა ავიღოთ.

3) ერთწევრებზე და მრავალწევრებზე მოქმედებათა წარმოებაზე:

$5x + 2x = 28$ (მსგავსი წევრების შეერთებაზე);

$$\left.\begin{aligned}(3x + 5) + (2x - 7) &= 183;\\ (4x + 3) - (x + 1) &= 17;\end{aligned}\right\}\ \text{შეკრება—გამოკლებაზე;}$$

$$\left.\begin{aligned}(5 + x) \,.\, 4 &= 32;\\ (2x + 3) \,.\, (x - 5) &= 115;\end{aligned}\right\}\ \text{გამრავლებაზე;}$$

$$\left.\begin{aligned}(x + 5)^2 - x^2 &= 45;\\ (x - 3)^2 - x^2 &= 29;\\ (x + 4)(x - 4) &= 9\end{aligned}\right\}\ \text{გამრავლების ფორმულებზე;}$$

$$\left.\begin{aligned}12x^3 : 4x^2 &= 27;\\ 6x^4 : (-3x^3) &= 2;\\ (18x^4 - 12x^3) : 6x^3 &= 4.\end{aligned}\right\}\ \text{გაყოფაზე;}$$

განტოლებათა პროპედევტიკული კურსი ბუნებრივად უკავშირდება ალგებრის ძირითად კურსს; იგი ეხმარება მასალის შეგნებულ და საფუძვლიან ათვისებას და საინტერესოდ ხდის იგივური გარდაქმნების ოპერაციებს. ამიტომ ზე-

მოხსენებულ განტოლებებს უნდა მისდევდეს ამოცანები, რომელთა ამოხსნა მოგვცემს მოცემული ტიპის განტოლებას. ასეთი ამოცანები გააცხოველებენ და მეტ ინტერესს გამოიწვევს მოსწავლეებში ალგებრის სწავლებაში.

მოგვყავს საილუსტრაციოდ ამოცანები:

ამოცანა 1. ორ მოსწავლეს ერთად 24 რვეული აქვს; აქედან პირველ მოსწავლეს 4 რვეულით მეტი აქვს, ვიდრე მეორეს. რამდენი რვეული აქვს თითოეულს?

ამ ამოცანის პირობებიდან შედგება განტოლება:

$$x+(x-4)=24; \text{ (შეკრებაზე).}$$

ამოცანა 2. მგზავრმა, როცა 72 კმ მანძილი გაიარა, აღმოჩნდა, რომ კიდევ დარჩენია გასავლელი 16 კმ. რა მანძილი ჰქონია სულ გასავლელი?

მივიღებთ განტოლებას:

$$x-72=16; \text{ (გამოკლებაზე).}$$

ამოცანა 3. ოთახის სიგრძე a მეტრია. სიგანე b მეტრი და სიმაღლე c მეტრი. 1 კვ. მეტრის გალესვა 6 მანეთი ღირს. რა დაჯდება ოთხივე კედლის შელესვა?

შედგება განტოლება:

$$6\ ac\,.\,2+6\,bc\,.\,2=x; \text{ (გამრავლებაზე).}$$

ამოცანა 4. ერთი მართკუთხედის ფუძე არის a მეტრი, სიმაღლე კი b მეტრი: მეორე მართკუთხედის სიმაღლე 2-ჯერ მეტია, ვიდრე პირველის. გაიგეთ მეორე მართკუთხედის ფუძე, თუ მისი ფართობი 6-ჯერ მეტია პირველის ფართობზე.

აქედან შევადგენთ განტოლებას:

$$2bx:ab=6; \text{ (გაყოფაზე).}$$

მოსწავლეებს უნდა ვაჩვენოთ ალგებრის უპირატესობა არითმეტიკასთან ისეთ ამოცანებზე, რომელთა ამოხსნა არითმეტიკულად გაცილებით ძნელია, ან სრულიადაც შეუძლებელია, ვიდრე განტოლების შედგენით. ავიღოთ მაგალითისათვის და ამოვხსნათ არითმეტიკულად და განტოლების შედგენითაც.

ამოცანა. სამმა მოსწავლემ წიგნები შეიძინა, სულ 150 მანეთისა. მეორემ 2-ჯერ მეტი, ხოლო მესამემ 3-ჯერ მეტი თანხისა, ვიდრე პირველმა. რამდენი მანეთი დაუხარჯავს თითოეულ მათგანს?

არითმეტიკული წესით ამ ამოცანის ამოხსნას ასე ვაწარმოებთ: ვთქვათ, დახარჯული თანხის ერთი ნაწილი პირველი მოსწავლისაა, ორი ნაწილი მეორისა და სამი ნაწილი მესამესი. ვპოულობთ ამის შემდეგ ნაწილთა რიცხვს, რაზედაც ვყოფთ დახარჯულ თანხას და ა. შ.

ასეთი ამოხსნის ხელოვნურობა აშკარაა, მაშინ როდესაც უმარტივესად და იოლად ამოიხსნება იგი განტოლების შედგენით. თუ პირველი მოსწავლის დახარჯულ თანხას აღვნიშნავთ x-ით, მივიღებთ განტოლებას:

$$x+2x+3x=150.$$

თვალსაჩინოება განტოლების შედგენისათვის

სადაც კი თვალსაჩინოება გაუადვილებს საკითხის ნათლად და კონკრეტულად წარმოდგენას, ჩვენ ყოველთვის მივმართავთ მას. ასევე უნდა გამოვიყენოთ ეს თვალსაჩინოება ამოცანების ამოხსნაში განტოლების შედგენით. ყველა ამოცანაში, სადაც კი მოძრაობაზეა საუბარი, კარგია ხაზის გავლება; მასზე აღნიშვნა მოძრაობის საწყისი წერტილებისა, რომელი სხეული სად დგას, რა მიმართულებით მოძრაობს — ვაჩვენოთ ისრით; რა მანძილი უნდა გაიაროს — დავაწეროთ ის რიცხვი აღნიშნულ მანძილს და სხვა.

როცა ამოცანაში საუბარია ორ ჭურჭელზე (ან აუზებზე) და ერთიდან გადავიღებთ სითხის რაიმე რაოდენობას მეორეში, აქ მოსწავლეებს ხშირად მოსდით შეცდომა: ერთ სიდიდეს კი აკლებენ ამოღებულ სითხეს, მაგრამ მეორეს რომ დაუმატონ აღნიშნული სითხის რაოდენობა, ეს კი ავიწყდებათ. აქ თუ მოვიხმართ თვალსაჩინოებას და ვაჩვენებთ ამ ორ მოქმედებას დაფაზე დახატულს ორ ჭურჭელზე, მაშინ მოსწავლეები ნათლად დაინახავენ, რომ ერთში სითხის დონემ დაიწია (ე. ი. სითხის რაოდენობამ იკლო), მეორეში

კი აიწევს და ისიც გარკვეულად გამოჩნდება, თუ რა დონეზეა ახლა ორივე ჭურჭელში სითხე ე. ი. სითხის რაოდენობა ორივეში ტოლია, თუ რომელშია მეტი, ან ნაკლები.

III. წინასწარი მუშაობა განტოლების შედგენით ამოცანების ამოხსნამდე

ცნობილია ყველასათვის, თუ რამდენად უძნელდებათ მოსწავლეებს ამოცანის ამოხსნა განტოლების შედგენით.

ზოგი მასწავლებელი წინასწარი მუშაობის ჩატარების გარეშე იწყებს მერვე კლასში განტოლებათა სისტემატურ კურსს და ასევე მოუმზადებლად გადადის ამოცანების ამოხსნაზე განტოლების შედგენით. ცხადია, რომ ასეთ პირობებში მოსწავლეებს მრავალი სიძნელეები შეხვდებათ განტოლებათა ამოხსნაში და მით უმეტეს ამოცანების ამოხსნაში განტოლების შედგენით. ხშირად არის, რომ მასწავლებელი უნუგეშო მდგომარეობაში ვარდება, განსაკუთრებით განტოლების შედგენით ამოცანების ამოხსნის საქმეში.

მოსწავლეებს რომ გაუადვილოთ ეს მძიმე საქმე, ამისათვის ჯერ თვით განტოლებათა ამოხსნა, როგორც ზემოთ ვთქვით, უნდა დაუკავშიროთ ალგებრის VI და VII კლასის მასალას. ახლა მოსწავლეები რომ შეგნებულად და მომზადებულად შეხვდნენ ამოცანების ამოხსნას განტოლების შედგენით, ამისათვის საჭიროა:

1. კარგად გავახსენოთ კომპონენტებსა და შედეგებს შორის დამოკიდებულება შეკრება, გამოკლება, გამრავლება და გაყოფაში.

2. ვავარჯიშოთ ერთ-ერთი უცნობი კომპონენტის პოვნაზე მეორე კომპონენტითა და შედეგით. აქ საჭირო იქნება ჩატარდეს შემდეგი სახის სავარჯიშოები:

ა) ერთ-ერთი შესაკრებითა და ჯამით მეორე შესაკრების პოვნა ან გამოსახვა.

$$x + 4 = 6;\ x = 6 - 4 = 2$$
$$a + x = b;\ x = b - a.$$

ბ) მაკლებითა და სხვაობით საკლების პოვნა ან გამოსახვა.

$$x - 5 = 7; \quad x = 5 + 7 = 12$$

$$x - a = b; \quad x = a + b.$$

გ) საკლებითა და სხვაობით მაკლების პოვნა და გამოსახვა.

$$12 - x = 5; \quad x = 12 - 5 = 7.$$

$$a - x = b; \quad x = a - b.$$

დ) ერთ-ერთი თანამამრავლითა და ნამრავლით მეორე თანამამრავლის პოვნა და გამოსახვა.

$$x \,.\, 5 = 20; \quad x = 20 : 5 = 4$$

$$a \,.\, x = b; \quad x = b : a.$$

ე) გამყოფითა და განაყოფით გასაყოფის პოვნა და გამოსახვა.

$$x : 5 = 6; \quad x = 5 \,.\, 6 = 30$$

$$x : a = b; \quad x = ab.$$

ვ) გასაყოფითა და განაყოფით გამყოფის პოვნა და გამოსახვა.

$$18 : x = 6; \quad x = 18 : 6 = 3$$

$$a : x = b; \quad x = a : b.$$

აქაც კონკრეტულ და მოსწავლეთათვის საინტერესო საკითხებზე უნდა დამუშავდეს ყველა ზემოხსენებული მაგალითები.

3. ასევე უნდა ვავარჯიშოთ მოსწავლეები მოქმედებათა შედეგების ცვლადობაზე კომპონენტების ცვლადობასთან დაკავშირებით.

4. მკაფიოდ გარკვეულ უნდა იქნეს ცნება „ამდენით“ მეტი ან ნაკლები და „ამდენჯერ“ მეტი ან ნაკლები.

რა და რა მოქმედებით შეიძლება პირველ შემთხვევაში სიდიდეთა გატოლება და რა მოქმედებით მეორე შემთხვევაში? ამისათვის უნდა ჩატარდეს შემდეგი სახის სავარჯიშოები:

ა) $10 > 7$-ზე 3-ით. რა და რა სახით შეიძლება ტოლო-ბის დამყარება?

$$(10 = 7 + 3,\ 10 - 3 = 7 \text{ და } 10 - 7 = 3).$$

$a > b$-ზე c-თი; დაამყარეთ ტოლობა სხვადასხვა სახით.

$$(a = b + c,\ a - c = b \text{ და } a - b = c)$$

ბ) $12 > 3$-ზე 4-ჯერ; დაამყარეთ ტოლობა სხვადასხვა სახით.

$(12 = 3 \cdot 4;\ 12 : 4 = 3$ და $12 : 3 = 4)$. $a > b$-ზე c-ჯერ;

$$(a = bc,\ a : c = b \text{ და } a : b = c).$$

ამას უნდა მოყვეს სავარჯიშოები კონკრეტულ მაგალი-თებზე.

5. ამოცანის პირობების მიხედვით განტოლების შედ-გენის დროს მოსწავლეებს უძნელდებათ უმთავრესად მო-ცემულ და საძებნ სიდიდეთა შორის დამოკიდებულებათა გარკვევა. ამის გამო მათ უძნელდებათ მშობლიურ ენაზე გა-მოთქმულ მოცემულ და საძებნ სიდიდეთა შორის დამოკი-დებულებათა საფუძველზე ალგებრულ გამოსახულებათა შედგენა და შემდეგ მათგან ფორმულების მიღება. ამისა-თვის ხანგრძლივი ვარჯიში და მუშაობაა საჭირო.

ჯერ კიდევ არითმეტიკულ ამოცანებში ცხად რიცხვებ-თან ერთად ხანგამოშვებით უნდა რომელიმე მოცემული სი-დიდე ასოითი რიცხვით მივცეთ, შემდეგ ორი, სამი და ბო-ლოს შეიძლება ისეთი ამოცანაც მივცეთ, სადაც მოცემული სიდიდეები მთლიანად ასოითი რიცხვები იქნება.

საერთოდ, უნდა ითქვას, რომ არითმეტიკისა და ალგებ-რის დაკავშირების მიზნით და ალგებრაზე გადასვლის შესა-მსუბუქებლად სასურველი და მიზანშეწონილია, რომ არით-მეტიკაში მუშაობის დროს ასოითი რიცხვები თანდათან იქნეს შემოღებული. შემდეგ კი ალგებრის სწავლების და-წყებისთანავე მოსწავლეები უნდა იღებდნენ ჩვევებს ალ-გებრულ გამოსახულებათა შედგენაზე.

მაგ. ერთი მუშა განსაზღვრულ სამუშაოს a საათში ასრუ-ლებს, მეორე კი b საათში.

ა) სამუშაოს რა ნაწილს შეასრულებს პირველი 1 საათ-ში? 4 საათში?

ბ) რა ნაწილს შეასრულებენ ორივენი 1 საათში? 3 საათში?

გ) რამდენ საათში დაასრულებენ ორივენი მთელ სამუშაოს?

მაგ., ეტლის წინა თვლის წრეხაზის სიგრძე a მეტრია, უკანასი b მეტრი. გასავლელი მანძილი არის c მეტრი.

ა) რამდენ ბრუნს გააკეთებს წინა თვალი მთელი მანძილის გავლაზე? უკანა თვალი?

ბ) რამდენი ბრუნით მეტს გააკეთებს წინა თვალი უკანაზე? **(იგულისხმება, რომ $a < b$).**

ასეთი სახის სავარჯიშოებზე მოსწავლეები უნდა მიეჩვიონ მოცემულ და საძებნ სიდიდეთა შორის დამოკიდებულების გამოსახვას ალგებრულ ენაზე.

კარგი მაგალითებია ალგებრულ გამოსახულებათა და ფორმულების შედგენაზე შაპოშნიკოვისა და ვალცოვის ამოცანათა კრებულში (ნაწილი I, § 1 და § 2); მხოლოდ განყენებულ რიცხვებთან ერთად (როგორც ეს კრებულშია მოცემული), მასწავლებელმა კონკრეტულ მაგალითებზედაც უნდა მისცეს ჩვევები.

მაგ., ერთ საწყობში a კბ. შეშაა; მეორეში 3 ჯერ მეტი: რამდენი შეშაა თითოეულ საწყობში ცალ-ცალკე და ერთად?

ერთ სკოლაში a მოსწავლეა; მეორეში 2-ჯერ ნაკლები, მესამეში კი 4-ჯერ მეტი პირველზე. რამდენი მოსწავლეა თითოეულ სკოლაში ცალ-ცალკე და ერთად? და სხვა ამგვარი.

ალგებრულ გამოსახულებათა და ფორმულების შედგენისას უნდა ვეცადოთ სიდიდეთა შორის რაიმე დამოკიდებულების არსებობას სხვადასხვა ფორმულირება მივცეთ, რომ ამით მოსწავლეები შევაჩვიოთ ერთი და იმავე მოვლენის სხვადასხვაგვარად გამოსახვას.

მაგ. თუ მოცემულია ამოცანაში, რომ ორი რიცხვის სხვაობა $=5$. მოსწავლემ უნდა იცოდეს, რომ პირველი რიცხვი მეტია მეორეზე 5-ით, ხოლო მეორე ნაკლებია პირველზე 5-ით.

ან კიდევ: თუ მოცემულია, რომ პირველი რიცხვის ჯერადი შეფარდება მეორესთან $= \frac{3}{5}$, ეს იმას ნიშნავს, რომ პირველი რიცხვი შეადგენს მეორე რიცხვის $\frac{3}{5}$ ნაწილს, ხოლო მეორე რიცხვი შეადგენს $\frac{5}{3}$-ს პირველისას; იგივე რიცხვების შეფარდება მოსწავლეს უნდა ასედაც ესმოდეს: პირველი რიცხვი შედგება 3 ნაწილისაგან, მეორე კი იმგვარივე 5 ნაწილისაგან.

6. ამოცანების ამოხსნის დაწყებამდე კიდევ საჭირო იქნება სიდიდეთა შორის პროპორციულობის გახსენება და შემდეგი სამუშაოს ჩატარება:

ა) მგზავრმა a საათში b კმ მანძილი გაიარა. რის განსაზღვრა შეიძლება და როგორ?

სიჩქარე $x = \frac{b}{a}$.

მაშ, სიჩქარე არის გავლილი მანძილისა და დროის განაყოფი. გამოთქვან მოსწავლეებმა ეს ფორმულა.

მონაცემებიდან კიდევ რის გაგება შეიძლება?

ერთი კილომეტრის გავლას რა დროს ანდომებს მგზავრი?

ამისათვის დრო $x = \frac{a}{b}$.

ბ) მოცემულია დრო (a) და სიჩქარე (b). რის განსაზღვრა შეიძლება და როგორ?

გავიგებთ გავლილ მანძილს:

$x = b \cdot a$; გამოვთქვათ სიტყვიერად.

გ) მოცემულია სიჩქარე (a) და გავლილი მანძილი (b). რას გავიგებთ და როგორ?

დრო $x = \frac{b}{a}$.

დ) a მუშამ b სამუშაო შეასრულა. რის გაგება შეიძლება და როგორ? გავიგებთ ერთი მუშა სამუშაოს რა ნაწილს შეასრულებს, ან რა სამუშაოს შეასრულებს.

ერთი მუშა შეასრულებს $\frac{b}{a}$.

ე) a მუშამ სულ b მანეთი აიღო შესრულებულ სამუშაოში. რის განსაზღვრა შეიძლება და როგორ?

თითო მუშის ხელფასი $x = \frac{b}{a}$.

ვ) a მანეთი აიღეს მუშებმა, ამასთან თითო მუშის დღიური ხელფასი არის b მანეთი. რას განვსაზღვრავთ აქედან?

მუშების რაოდენობა $x = \frac{a}{b}$.

ზ) ამოცანაში მოცემულია ნაყიდი საქონლის რაოდენობა a კგ და დახარჯული თანხა b მან. რას გავიგებთ?

თითო კილოგრამის ფასი $x = \frac{b}{a}$.

თ) მოცემულია დახარჯული თანხა a მან. და თითო კილოგრამის ფასი b მან. აქედან შეიძლება გავიგოთ ნაყიდი საქონლის რაოდენობა

$$x = \frac{a}{b}.$$

ყველა ზემოხსენებული წინასწარი მუშაობა ამოცანების ამოხსნისათვის განტოლებათა შედგენით სისტემატურად უნდა ვაწარმოოთ VI და VII კლასებში; ხოლო VIII კლასში განტოლების შედგენით სისტემატური კურსის დაწყების წინ აღვადგენთ მოსწავლეთა მეხსიერებაში წინა კლასებში ამ დარგში მიღებულ ცოდნასა და ჩვევებს. და მხოლოდ ასეთი მუშაობის ჩატარების შემდეგ შეიძლება ვიქონიოთ იმედი, რომ მოსწავლეებს არც ისე გაუძნელდებათ მართლაც და ძნელად დასაძლევი საქმე — ამოცანების ამოხსნა განტოლების შედგენით.

IV. ამოცანის ამოხსნის მთავარი მომენტები

ამოცანების ამოხსნა განტოლების შედგენით, როგორც ვთქვით, არც ისე ადვილი საქმეა მოსწავლეთათვის და ამი-

ტომ ზოგი მოსწავლე ძნელად სძლევს ამას. ძნელია მოსწავლეთათვის უცნობის შერჩევა, სიტყვიერი გამოთქმიდან მათემატიკურ ენაზე გადატანა (ალგებრულ გამოსახულებათა და ფორმულების შედგენა); რომელ სიდიდეთა გატოლება დაგვჭირდება განტოლების შესადგენად და სხვა. ამისათვის ხანგრძლივი ვარჯიში და ჩვევების მიღებაა საჭირო.

განტოლების შედგენით ამოცანის ამოხსნაში ოთხი მთავარი მომენტია:

1. განტოლების შედგენის დასაბუთება;
2. მიღებული განტოლების ამოხსნა;
3. ფესვების შერჩევა და
4. ფესვების შემოწმება.

გავარჩიოთ და შევისწავლოთ თითოეული ეს მუხლი დაშეძლებისდაგვარად ვაჩვენოთ ზოგიერთი გზა და საშუალება მათ დასაძლევად.

განტოლების შედგენის დასაბუთებაში შედის:

ა) ამოცანაში შემავალ უცნობ სიდიდეთა შერჩევა, თუ რომელი მათგანი მივიღოთ მთავარ უცნობად, რომ იგი ალვნიშნოთ x-ით;

ბ) ამ უცნობისა და მოცემული სიდიდეების საშუალებით ამოცანის პირობების გამოსახვა ალგებრული გამოსახულებებით;

გ) დაბოლოს მიღებულ გამოსახულებათა შორის ტოლობის დამყარება.

უმრავლეს შემთხვევაში უცნობად ითვლება ის სიდიდე, რომელსაც ამოცანაში გვეკითხებიან. როცა ამოცანაში რამდენიმე უცნობი შედის, მაშინ უკეთესია x-ით ალვნიშნოთ ის უცნობი სიდიდე, რომლის დამოკიდებულება დანარჩენ უცნობებთან უფრო ნათლად ჩანს. მაგალითისათვის ავიღოთ შემდეგი ამოცანა:

14 მეტრიანი თოკი გასჭრეს სამ ნაწილად ისე, რომ მეორე ნაწილი 2 მ-ით მოკლეა პირველზე. ხოლო მესამე 1 მ-ით მოკლეა მეორეზე. გაიგეთ თოკის თითოეული ნაწილის სიგრძე.

ამ ამოცანის ადვილად ამოხსნისათვის საჭიროა x-ით აღვნიშნოთ პირველი რიცხვი (ე. ი. თოკის პირველი ნაწილის სიგრძის გამომსახველი რიცხვი), რადგანაც დანარჩენი ორი რიცხვის გამოსახვა ამავე უცნობის საშუალებით იოლი საქმეა.

თუ ამოცანაში შედის რამდენიმე უცნობი, რომელთა შორის ჯერადი დამოკიდებულება არსებობს, მაშინ სჯობს უმცირესი მათგანი აღვნიშნოთ x-ით; ამით თავიდან ავიცილებთ წილადიან განტოლებას; მაგ., ამოცანაში ნათქვამია: პირველი რიცხვი 3-ჯერ მეტია მეორეზე... აქ უკეთესი იქნება x-ით აღვნიშნოთ მეორე რიცხვი; მაშინ პირველი რიცხვი იქნება $3x$.

ზოგჯერ უფრო ხელსაყრელია x-ით აღვნიშნოთ არა საძებნი სიდიდე (რომელსაც ამოცანა გვეკითხება), არამედ სხვა სიდიდე, რომლისგანაც რამდენადმე დამოკიდებულია ამოცანის საძებნი სიდიდე. ავიღოთ მაგალითისათვის ასეთი ამოცანა:

კვადრატის ფართობი ისეთი მართკუთხედის ფართობის ტოლია, რომლის ერთი გვერდი 5 მეტრით მეტია კვადრატის გვერდზე, მეორე გვერდი კი 4 მ-ით ნაკლებია კვადრატის გვერდზე. გაიგეთ კვადრატის ფართობი.

აქ x-ით რომ საძებნი სიდიდე, ე. ი. კვადრატის ფართობი, აღვნიშნოთ, მაშინ ირაციონალურ განტოლებას მივიღებთ:

$$x = (\sqrt{x}+5) \cdot (\sqrt{x}-4)$$

ასეთი განტოლების ამოხსნა კი სიძნელეს იწვევს და ამ დროისათვის (VIII კლასში) მოსწავლეებს არც ექნებათ შესწავლილი ასეთი განტოლების ამოხსნა; ამიტომ ამ შემთხვევაში უკეთესი იქნება უცნობად მივიღოთ კვადრატის გვერდი და იგი აღვნიშნოთ x-ით. მაშინ შემდეგ განტოლებას შევადგენთ:

$$x^2 = (x+5)\,(x-4)$$

ეს კი გამარტივების შემდეგ პირველი ხარისხის განტოლებას მოგვცემს.

თუ ამოცანაში ორი ან სამი უცნობი სიდიდეა და მათ შორის ნათლად არ ჩანს ისეთი დამოკიდებულება, რომ ერთი და იმავე უცნობის საშუალებით გამოვსახოთ ეს სიდიდეები, მაშინ მათ აღვნიშნავთ x, y და z-ით, რის შემდეგ უნდა შევადგინოთ განტოლებათა სისტემა.

მოსწავლეთ უნდა განემარტოს, რომ ამოცანის ამოხსნა ყოველთვის შესაძლებელია იმისდა მიუხედავად, თუ რომელ სიდიდეს აღვნიშნავთ x-ით; მხოლოდ ერთ შემთხვევაში შეიძლება ამოცანის ამოხსნა გართულდეს, მეორეში კი გამარტივდეს და გაადვილდეს.

საერთოდ, პრინციპიალურად მიღებულ უნდა იქნას, რომ ამოცანის ამოხსნის დროს განტოლების შედგენით უცნობ სიდიდედ ის უნდა მივიღოთ, რომელსაც ამოცანა გვეკითხება. თუ კი ამ პრინციპის განხორციელება დიდ სიძნელეს წარმოადგენს, მხოლოდ მაშინ დასაშვებია სხვა რომელიმე დამხმარე სიდიდის მიღება საძებნ სიდიდედ.

ამოცანის ამოხსნის მეორე მომენტად ჩვენ ზემოთ მოვიხსენიეთ მიღებული განტოლების ამოხსნა, რაც არ იწვევს ისეთ დიდ სიძნელეებს, როგორც განტოლების შედგენა. ამ საკითხის შესახებ ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ (I ტიპიური შეცდომები განტოლების ამოხსნაში), თუ რა ხასიათის შეცდომებს უშვებენ მოსწავლეები და რა სიძნელეები ხვდებათ.

მიღებული განტოლების ამოხსნაში უნდა დავიცვათ შემდეგი თანმიმდევრობა:

ა) უპირველესად, თუ განტოლება იკვეცება, შევასრულოთ იგი;

ბ) გავანთავისუფლოთ წილადებისაგან;

გ) გავხსნათ ფრჩხილები;*

დ) ტოლი და ერთნაირნიშნიანი წევრები მოვსპოთ ორივე ნაწილში;

---

* ზოგ შემთხვევაში ბ) და გ) მუხლი უკეთესი იქნება გადავაადგილოთ, მაგ., $5x - 6\left(\frac{x}{2} + \frac{2x}{9}\right) = 4$; აქ ჯერ ფრჩხილები უნდა გაიხსნას და შემდეგ განთავისუფლდეს წილადებისაგან.

ე) თუ პირველი ხარისხის განტოლება მივიღეთ, უცნობი წევრები დავალაგოთ ერთ ნაწილში, ცნობილი წევრები კი მეორე ნაწილში; მსგავსი წევრები შევაერთოთ და ბოლოს ორივე ნაწილი გავყოთ უცნობის კოეფიციენტზე.

ვ) თუ კვადრატული განტოლება მივიღეთ, მაშინ ყველა წევრი გადავიტანოთ ერთ ნაწილში და გავუტოლოთ ნულს, შევაერთოთ მსგავსი წევრები და გამოვიყენოთ აუცილებლად სათანადო ფორმულა.

ფესვების შერჩევა

ფესვების შერჩევაში ვგულისხმობთ იმის გარჩევას, თუ რომელი ფესვი უპასუხებს ამოცანის კითხვას და რომელი არა? და თუ არ უპასუხებს — რატომ?

გავარჩიოთ ამოცანებზე სხვადასხვა შემთხვევა:

ა) ამოცანის პირობის მიხედვით შედგენილი და შემდეგ ამოხსნილი განტოლების ფესვები, ვთქვათ, **დადებითი** და **მთელი რიცხვებია**. ასეთი ფესვები უმეტეს შემთხვევაში გამოსადეგია ამოცანის პასუხის გასაცემად; მაგრამ არის განსაკუთრებული შემთხვევები, როდესაც მთელი და დადებითი ფესვი უვარგისია.

მაგალითად, ამოცანაში მოცემულია, რომ გასავლელი მანძილი არის 30 კმ; მიღებული ფესვი კი მეტია ამ რიცხვზე. ცხადია, ასეთი ფესვი არ გამოდგება. ან კიდევ ასეთ ამოცანაში:

14 კალატოზმა რამდენიმე დღეში სახლი ააშენა, დღეში 8 საათს მუშაობდნენ. რამდენი საათი უნდა იმუშაოს დღეში 4 კალატოზმა, რომ ასეთივე სახლი იმდენივე დღეში ააშენოს?

ამ ამოცანის პირობების მიხედვით შედგება განტოლება:

$$\frac{x}{8}=\frac{14}{4},$$

საიდანაც $x=28$ საათს.

ცხადია, ეს ფესვი არ გამოდგება, რადგან დღეღამეში სულაც არ არის 28 საათი. ამიტომ ეს ამოცანა ამოუხსნადია.

ბ) ვთქვათ, მიღებული ფესვი შერეული რიცხვია ან წილადი. ასეთი ფესვი ივარგებს, თუ არა, ეს დამოკიდებულია საძებნი სიდიდის გვარობაზე. თუ ეს სიდიდე შეიძლება გამოსახულ იქნას წილადიანი რიცხვით, ცხადია, ფესვი შეიძლება მისაღები იყოს, თუ სხვა მხრივ უაზრობას არ წარმოადგენს, და უნდა შემოწმდეს; მაგრამ, თუ საძებნი სიდიდე შეუძლებელია გამოსახულ იქნას წილადით, როგორც მაგალითად, მუშათა რაოდენობა, მოსწავლეთა რიცხვი, პროგრესიის წევრთა რიცხვი და სხვა ასეთი, მაშინ ასეთი ფესვი უვარგისად უნდა ჩაითვალოს და შემოწმებაც ზედმეტია.

ავიღოთ ასეთი ამოცანა: სამ ბინაზე 14 სული მცხოვრებია. მეორე ბინაზე 2-ით ნაკლები მცხოვრებია, ვიდრე პირველში, ხოლო მესამეში 1 კაცით ნაკლები, ვიდრე მეორეში. გაიგეთ, რამდენი სული ცხოვრობს თითო ბინაზე.

ეს ამოცანა იძლევა შემდეგ განტოლებას:

$$x+(x-2)+(x-2-1)=14,^{*}$$

სადაც $x=\frac{19}{3}$ ან $x=6\,\frac{1}{3}$, რაც შეუძლებელია, რადგანაც ამ ამოცანას აკმაყოფილებს მხოლოდ ნატურალური რიცხვები.

გ) თუ ამოცანას **ნულოვანი ამონახსენი** აქვს, ასეთი ფესვი შეიძლება ვარგისი იყოს ამოცანის პასუხისათვის და შეიძლება არც გამოდგეს.

ავიღოთ მაგალითისათვის ასეთი ამოცანა:

სამ ბავშვს ერთად 28 მანეთი აქვს. მეორეს 7 მანეთით მეტი აქვს პირველზე, ხოლო მესამეს 3-ჯერ მეტი მეორეზე. რამდენი მანეთი აქვს თითოეულ ბავშვს?

ამოხსნა. თუ პირველ ბავშვს x მან. აქვს, მაშინ მეორეს $(x+7)$ მან. ექნება, მესამეს კი $(x+7)\cdot 3$ მან.; სამივეს ერთად ექნება $x+(x+7)+(x+7)\cdot 3$, რაც ტოლია 28. მივიღებთ განტოლებას:

$$x+(x+7)+(x+7)\cdot 3=28;$$

---

* სადაც x მცხოვრებთა რიცხვია პირველ ბინაზე. რედ.

ამ განტოლების ამოხსნის შემდეგ მივიღებთ, რომ $x=0$.

მიღებული ფესვი სავსებით მისაღებია და ამოცანის კითხვაზე ასეთი პასუხი გაიცემა:

პირველ ბავშვს აქვს	0 მან.	
მეორეს	„ 7 მან.	
მესამეს	„ 7 მან.	3=21 მან.

ახლა ასეთი ამოცანა ამოვხსნათ: მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზა მეტია ერთ კათეტზე 1 სანტიმეტრით, ხოლო ჰიპოტენუზისა და ამავე კათეტის ჯამი 5-ჯერ მეტია მეორე კათეტზე. გაიგეთ ამ სამკუთხედის გვერდები.

ამოხსნა. თუ ერთი კათეტის სიგრძეს x-ით აღვნიშნავთ, მეორეს კი y სმ-ით, მაშინ შეიძლება შევადგინოთ განტოლებათა შემდეგი სისტემა:

$$\begin{cases} (x+1)^2 = x^2 + y^2; \\ (x+1) + x = 5y. \end{cases}$$

განტოლებათა ამ სისტემის ამოხსნა გვაძლევს ორ ამონახსენს:

$$1)\ x_1 = -\frac{1}{2} \quad y_1 = 0.$$

$$2)\ x_2 = 12 \qquad y_2 = 5.$$

მივიღეთ, რომ პირველი ფესვების მიხედვით ერთ-ერთი კათეტი $=0$, რაც შეუძლებელია. ამიტომ ამ ამოცანისათვის ნულოვანი ამონახსენი არ გამოდგება.

მაშასადამე, ნულოვან ამონახსენმა ამოცანის კითხვას შეიძლება უპასუხოს და შეიძლება არ უპასუხოს.

დ) უარყოფითი ფესვი შეიძლება გამოდგეს მხოლოდ მაშინ, როდესაც საძებნი სიდიდე შეიძლება განხილულ იქნას, როგორც მიმართული სიდიდე. გავარჩიოთ ამოცანაზე:

მამა 42 წლისაა, შვილი კი 15 წლისა. რამდენი წლის შემდეგ იქნება მამა შვილზე უფროსი 4-ჯერ?

ეს ამოცანა გვაძლევს განტოლებას:

$$42 + x = 4(15 + x).$$

საიდანაც $x = -6$.

ეს ფესვი უპასუხებს ამოცანას: მამა იყო შვილზე 4-ჯერ უფროსი 6 წლის წინათ.

უარყოფითი ფესვის გარჩევას ჩვენ კიდევ შევეხებით ამ წერილის ბოლოს რამდენიმე ამოცანის ამოხსნაში.

ე) **უსასრულო ამონახსენი,** ესე იგი როცა ამოცანას ამონახსენი არა აქვს.

ავიღოთ ასეთი ამოცანა:

რა რიცხვი უნდა მივუმატოთ $\frac{3}{4}$ წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელს, რომ იგი 1-ს გაუტოლდეს?

საძებნი რიცხვი რომ x-ით აღვნიშნოთ, ასეთ განტოლებას მივიღებთ:

$$\frac{3+x}{4+x} = 1,$$

საიდანაც $0 \cdot x = 2$, რაც შეუძლებელია.

მაშასადამე, ამოცანა შეუძლებელია, რადგანაც ნულზე გაყოფა დაუშვებელია.

ვ) **განუსაზღვრელი ამონახსენი***. ავიღოთ ასეთი ამოცანა: წილადის მნიშვნელი 5-ია. მრიცხველს რომ 0,2 დავუმატოთ, მნიშვნელს კი მრიცხველის შებრუნებული სიდიდე, მაშინ წილადის სიდიდე არ შეიცვლება. იპოვეთ ეს წილადი.

ამოხსნა. თუ წილადის მრიცხველს x-ით აღვნიშნავთ, მაშინ საძებნი წილადი იქნება $\frac{x}{5}$ და მივიღებთ შემდეგ განტოლებას:

$$\frac{x+0,2}{5+\frac{1}{x}} = \frac{x}{5}; \text{ აქედან მივიღებთ: } 5x+1 = 5x+1;$$

ამ განტოლებიდან მივიღებთ $0 \cdot x = 0$.

* უმჯობესია სათაური: „უსასრულო მრავალი ამონახსენი". რედ.

საიდანაც $x = \frac{0}{0}$; უცნობი განუზღვრელი აღმოჩნდა. ეს იმას ნიშნავს, რომ x-ისათვის შეიძლება ავიღოთ ყოველგვარი რიცხვითი მნიშვნელობა; და მართლაც, განტოლება $5x+1=5x+1$ კმაყოფილდება x-ის ყოველი რიცხვითი მნიშვნელობით*.

მეორე ამოცანა: მამა 35 წლისაა. შვილი 10 წლისა. რამდენი წლის შემდეგ იქნება მამა უფროსი შვილზე 25 წლით?

აქაც შედგება განტოლება:

$$35+x=10+x+25;$$

საიდანაც $x = \frac{0}{0}$,

ე. ი. ამ განტოლებას ყოველგვარი რიცხვი დააკმაყოფილებს, ამოცანას კი არა. მაგალითად, — 10 და ამაზე ნაკლები რიცხვები ამოცანის პასუხად არ გამოდგება.

ფესვების შერჩევა ჩვენ ამ წერილის ბოლოს მოთავსებული ამოცანების ამოხსნაშიც გვაქვს მოცემული.

შემოწმება

ორიოდე სიტყვა იმ ფესვების შემოწმებაზე, რომელთა გარჩევის შემდეგ დავრწმუნდით, რომ შეიძლება გამოდგეს ამოცანის პასუხად. არც პირველად შედგენილ განტოლებაში, არც ნორმალურ სახეზე დაყვანილ (გამარტივებულ) განტოლებაში არ უნდა შევამოწმოთ ვარგისი ფესვები (როგორც ზოგიერთი მასწავლებელი აკეთებს); არც ახალი ამოცანის შედგენა და მისი არითმეტიკული ამოხსნაა საჭირო. შესამოწმებელმა ფესვმა უნდა დააკმაყოფილოს ამოცანის ყველა პირობა. ამისათვის უცნობი სიდიდე ახლა იქნება გარკვეული რიცხვი; თუ რა დამოკიდებულებაა ამოცანაში მონაცემ და საძებნ სიდიდეთა შორის, ამას მათემატიკურ ენაზე ჩამოყალიბებული გამოსახულებებით შევამოწმებთ.

---

* მნიშვნელობა $x=0$ არ ივარგებს, რადგან წილადი $\frac{1}{x}$ უაზრო ხდება. რედ

ვარგისი ფესვების შემოწმება არ იწვევს რაიმე სიძნელეს იმ გზით, როგორც ჩვენ აქ ვახსენეთ. წერილის ბოლოს მოთავსებული ამოცანების რამდენიმე ამოხსნის ბოლოს მოცემული გვაქვს 3 — 4 შემოწმებაც.

V. ამოცანის ამოხსნა განტოლების შედგენის სხვადასხვა ხერხით

მოსწავლეები უნდა შევაჩვიოთ ამოცანის პირობების მიხედვით განტოლების შედგენას სხვადასხვა გზით. ეს უფართოებს მოსწავლეებს გონების არეს და აჩვევს იმის გაგებას, რომ სიდიდეთა შორის ერთი და იგივე თანაფარდობა შეიძლება სხვადასხვა ფორმით გამოისახოს. განტოლების შედგენის საშუალებით ერთი და იმავე ამოცანის სხვადასხვა სახით ამოხსნაში მოსწავლეები იმის შემდეგ უნდა ვავარჯიშოთ, როცა მათ უკვე გამოუმუშავდებათ მარტივი ამოცანების ამოხსნის საკმაო ჩვევები. აქ მოვიყვანთ საილუსტრაციოდ განტოლების შედგენის რამდენიმე ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა გზას. შეიძლება დაისვას კითხვა. რომელ ხერხს ან რომელ განტოლებას მიეცეს უპირატესობა. ამაზე შეიძლება ვუპასუხოთ, რომ უპირატესობა იმ გზას უნდა მიეცეს, რომელიც უფრო უადვილდება მოსწავლეს. მაგრამ ერთიც უნდა ითქვას, რომ თუ ამოცანა ამოიხსნება ერთუცნობიანი განტოლებითაც და სისტემითაც, მაშინ, ვფიქრობთ, უპირატესობა უნდა მიეცეს ერთ-უცნობიანი განტოლების შედგენას, რადგანაც მას მეტი მიხვედრილობა და მოსაზრებულება სჭირდება, ვიდრე სისტემის შედგენას. ჩანს, მოსწავლე ვერ მიხვედრილა, რომ ერთუცნობიანი განტოლება შეედგინა, ან თავის იმედი რომ არ ჰქონდა, სრულიადაც გვერდი აუარა პირველ გზას.

ამოცანა 1. A სადგურიდან გასული მატარებელი B სადგურში მიდის საათში 20 კმ-ის სიჩქარით. 8 საათის შემდეგ B-დან გამოვიდა A-სკენ მეორე მატარებელი საათში 30 კმ-ის სიჩქარით. AB მანძილი უდრის 350 კმ-ს. A სადგურიდან რა მანძილზე შეხვდებიან ერთმანეთს მატარებლები?

I ამოხსნა. ვთქვათ, მატარებლები ერთმანეთს შეხვდე-

ბიან A სადგურიდან x კმ-ის მანძილზე. მაშინ A-დან გამოსული მატარებელი შეხვედრამდე გაივლის x კმ-ს B-დან გამოსული კი $(350-x)$ კმ-ს.

A-დან გამოსული მატარებელი შეხვედრამდე ივლიდა $\frac{x}{20}$ საათს, ხოლო B-დან გამოსული ივლიდა $\frac{350-x}{30}$ საათს.

რადგანაც A-დან გასულმა მატარებელმა 8 საათით მეტ ხანს იარა, ვიდრე B-დან გასულმა, ამიტომ შედგება განტოლება:

$$\frac{x}{20}-\frac{350-x}{30}=8 \text{ ან}$$

$$\frac{x}{20}=\frac{350-x}{30}+8 \text{ ან}$$

$$\frac{x}{20}-3=\frac{350-x}{30},$$

საიდანაც $x=236$ (კმ).

II ამოხსნა. თუ საძებნ სიდიდედ მივიღებთ დროს, რომელიც პირველმა მატარებელმა მოანდომა მეორე მატარებელთან შეხვედრამდე გასავლელ მანძილს, მაშინ გვექნება:

I მატარებლის დრო x-ს.

II „ „ $(x-8)$-ს.

I-ის გავლილი მანძილი 20 კმ, მეორესი კი $30(x-8)$ კმ.

აქედან შედგება განტოლება:

$$20x+30(x-8)=350,$$

რომლის ფესვი არის $11\frac{4}{5}$ ს.

ცხადია, უკანასკნელი განტოლების შედგენა უფრო ადვილია და მიღებული განტოლების ამოხსნაც არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს.

ამოცანა 2. ორი რიცხვის სხვაობა უდრის 8-ს, ჯერადი შეფარდება კი არის $\frac{3}{2}$. გავიგოთ ეს რიცხვები.

I ამოხსნა. ვთქვათ, მეორე რიცხვი არის x;

მაშინ პირველი რიცხვი იქნება $\frac{3}{2}x$;

ამოცანის პირობის თანახმად შედგება განტოლება:

$$\frac{3}{2}x - x = 8,$$

საიდანაც $x = 16$.*

II. ამოხსნა. ვთქვათ, მეორე რიცხვი არის x;
მაშინ პირველი რიცხვი იქნება $x + 8$;
ამოცანის პირობის ძალით შედგება განტოლება:

$$\frac{x+8}{x} = \frac{3}{2},$$ რომლის ფესვი ისევ 16-ია.

III. ამოხსნა. ვთქვათ, პირველი რიცხვი არის x;
მაშინ მეორე რიცხვი იქნება $x - 8$.
ამის მიხედვით შედგება განტოლება:

$$\frac{x}{x-8} = \frac{3}{2},$$ საიდანაც $x = 24$.

IV. ამოხსნა. ვთქვათ, პირველი რიცხვი არის x;
მაშინ მეორე რიცხვი იქნება $\frac{2}{3}x$;
მივიღებთ განტოლებას:

$$x - \frac{2}{3}x = 8,$$ საიდანაც $x = 24$.

აქ მესამე და მეოთხე განტოლების შედგენა უფრო ადვილია, ვიდრე პირველისა და მეორესი.**

ამოცანა 8. A ქალაქიდან ერთდროულად გამოსული ორი მგზავრი B ქალაქში მიდის. პირველი საათში 0,5 კმ-ით მეტს გადის მეორეზე და ამიტომ 1 საათით მალე გადის მთელ მანძილს, რომელიც 28 კმ-ს უდრის. რამდენ კილომეტრს გადის საათში თითოეული მათგანი?

I ამოხსნა. თუ უცნობად პირველი მატარებლის სიჩქარეს მივიღებთ, მაშინ მისი სიჩქარე იქნება $x \frac{კმ}{ს}$, მეორე მგზავრის სიჩქარე კი $\left(x - \frac{1}{2}\right)\frac{კმ}{ს}$; განტოლების შესადგენად ალ-

---

* პირველი რიცხვი უდრის 24. რედ.

** ეს არაა დასაბუთებული. რედ.

გებრული გამოსახულებით უნდა გამოვსახოთ თითოეულის მიერ დახარჯული მთელი დრო და ეს ორი სიდიდე გაუტოლოთ ერთმანეთს.*

პირველი მგზავრი მთელ მანძილს გაივლის $\frac{28}{x}$ საათში, მეორე კი $\frac{28}{x-\frac{1}{2}}$ საათში.

ამოცანის პირობის თანახმად $\frac{28}{x-\frac{1}{2}}$ ს. $>\frac{28}{x}$ ს-ზე 1 საათით, საიდანაც შედგება განტოლება:

$$\frac{28}{x-\frac{1}{2}}-\ \ =1 \text{ ან}$$

$$\frac{28}{x-\frac{1}{2}}=\frac{28}{x}+1 \text{ ან}$$

$$\frac{28}{x-\frac{1}{2}}-1=\frac{28}{x}.$$

II ამოხსნა. თუ უცნობად მივიღებთ დროს, რომელიც პირველმა მგზავრმა მოანდომა მთელი მანძილის გავლას, მაშინ გვექნება: პირველის — x ს., მეორესი კი $(x+1)$ ს.

განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{28}{x}-\frac{28}{x+1}=\frac{1}{2}.$$

III ამოხსნა. განტოლების შესადგენად შეიძლება საფუძვლად მივიღოთ შემდეგი თანაფარდობა:

პირველის გავლილი მანძილი=მის სიჩქარეს, გამრავლებულს დახარჯულ დროზე.

---

* უნდა ითქვას: და ამ ორი სიდიდის შემწეობით შევადგინოთ განტოლება. რედ.

ვთქვათ, მეორეს სიჩქარე არის $x \frac{კმ}{ს}$, მაშინ პირველის სიჩქარე იქნება $\left(x+\frac{1}{2}\right)\frac{კმ}{ს}$;

მეორე მგზავრი AB მანძილს გაივლის $\frac{28}{x}$ საათში, პირველი კი — $\left(\frac{28}{x}-1\right)$ საათში.

აქედან შედგება განტოლება:

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)\ \left(\frac{28}{x}-1\right)=28 \text{ და ა. შ.}$$

კიდევ რამდენიმე განტოლების შედგენა მოხერხდება.

იგივე ამოცანა ამოვხსნათ სისტემით.

IV ამოხსნა. ვთქვათ, პირველი მგზავრის სიჩქარე არის $x \frac{კმ}{ს}$, მეორესი კი $y \frac{კმ}{ს}$.

ამოცანის ერთი პირობის ძალით შედგება პირველი განტოლება:

$$x-y=\frac{1}{2}. \qquad (1)$$

პირველი მთელ მანძილს გაივლის $\frac{28}{x}$ საათში, მეორე კი $\frac{28}{y}$ ს-ში;

ამოცანის მეორე პირობის ძალით შედგება განტოლება:

$$\frac{28}{y}-\frac{28}{x}=1 \qquad (2)$$

მივიღეთ* განტოლებათა სისტემა, რომელიც იძლევა შემდეგ ფესვებს:

$$x_1=4 \text{ და } y_1=3\frac{1}{2}$$

$$x_2=-3\frac{1}{2} \text{ და } y_2=-4.$$

* მეორე ხარისხის. რედ.

ფესვების შერჩევა. მივიღეთ ფესვების ორი წყვილი. ფესვების მეორე წყვილი ($x_2 = -3\frac{1}{2}$ და $y_2 = -4$) ამ ამოცანისათვის არ გამოდგება, რადგანაც აქ სიჩქარე არ განიხილება, როგორც მიმართული სიდიდე.

V ამოხსნა. ვთქვათ, პირველმა მგზავრმა მთელი მანძილი x საათში გაიარა, მეორემ კი y საათში; მაშინ მივიღებთ

$$y - x = 1 \quad \ldots \quad \ldots (1)$$

პირველი მგზავრის სიჩქარე იქნება $\frac{28}{x}\frac{კმ}{ს}$, მეორესი კი $\frac{28}{y}\frac{კმ}{ს}$; აქედანაც შედგება მეორე განტოლება:

$$\frac{28}{x} - \frac{28}{y} = \frac{1}{2} \quad \ldots \ldots (2)$$

აქაც მივიღეთ კვადრატულ განტოლებათა სისტემა, რომლის ფესვებია:

$$x_1 = 7 \text{ და } y_1 = 8$$
$$x_2 = -8 \text{ და } y_2 = -7$$

ფესვების შერჩევა. ფესვების მეორე წყვილი ($x_2 = -8$ და $y_2 = -7$) არ გამოდგება ამოცანის პასუხად, რადგანაც აქ გვეკითხებიან იმ დროის მონაკვეთს, რომელიც მოანდომა თითოეულმა მგზავრმა მთელი მანძილის გავლას; ხოლო როდის მოხდა ეს, წინათ, თუ ახლა, — ეს ამოცანის კითხვაში არ შედის.

აქ მოცემულ ხუთ ამოხსნაში რთულია მხოლოდ მესამე ამოხსნა, დანარჩენი ოთხი თითქმის ერთგვარი სიძნელისაა.

ამოცანა 4. A და B ქალაქიდან ერთმანეთის შესახვედრად ერთდროულად ორი მგზავრი გამოვიდა. შეხვედრისას აღმოჩნდა, რომ პირველ მგზავრს 12 კმ-ით მეტი გაუვლია, ვიდრე მეორეს. გამოირკვა აგრეთვე, რომ პირველი მგზავრი შეხვედრის დროიდან 4 საათის შემდეგ მივიდა B ქალაქში, ხოლო მეორე A ქალაქში 9 საათის შემდეგ. რამ-

დენი კილომეტრი გაუვლია თითოეულ მათგანს შეხვედრამდე?

I ამოხსნა — კვადრ. განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, პირველმა მგზავრმა შეხვედრამდე x კმ გაიარა; მაშინ მეორე $(x-12)$ კმ-ს გაივლიდა.

პირველ მგზავრს შეხვედრის შემდეგ გასავლელი დარჩებოდა $(x-12)$ კმ, რომელიც მან 4 საათში გაიარა; ამიტომ მისი სიჩქარე იქნება $\frac{x-12}{4}\frac{კმ}{ს}$, მეორე მგზავრს შეხვედრის შემდეგ გასავლელი დარჩა x კმ, რომელიც მან 9 საათში გაიარა; ამიტომ მისი სიჩქარე იქნება $\frac{x}{9}\frac{კმ}{ს}$; რადგან ორივე მგზავრი ერთდროულად გამოვიდა, ამიტომ მათ შეხვედრამდე ერთი და იგივე დრო მოანდომეს. გავიგოთ რამდენი საათი იარა შეხვედრამდე პირველმა და მეორემ და დავწეროთ მათი ტოლობა.

ვიცით შეხვედრამდე თითოეულმა მგზავრმა რა მანძილი გაიარა და აგრეთვე მათი სიჩქარეც.

პირველი მგზავრი შეხვედრამდე ივლიდა $\left(x:\frac{x-12}{4}\right)$ საათს $=\frac{4x}{x-12}$ საათს, მეორე კი $(x-12):\frac{x}{9}$ საათს. $=\frac{(x-12)\cdot 9}{x}$ საათს.

აქედან შედგება განტოლება:

$$\frac{4x}{x-12}=\frac{(x-12)\cdot 9}{x}$$

ამ განტოლების ფესვებია:

$$x_1=36 \text{ და } x_2=7\frac{1}{5}$$

ფესვების შერჩევა. ორივე ფესვი დადებითი მივიღეთ. მაგრამ მეორე ფესვი არ გამოდგება, რადგანაც $7\frac{1}{5}$ კმ ნაკლებია 12 კმ-ზე; ამ მეორე ფესვის კვალობაზე მეორე მგზავრს შეხვედრამდე $\left(7\frac{1}{5}-12\right)$ კმ $=-4\frac{4}{5}$ კმ გაუვლია, რაც

იმას ნიშნავს, რომ მ ორი მგზავრი A ქალაქისაკენ კი არ წასულა, არამედ საწინააღმდეგო მიმართულებით უმგზავრია; ეს კი ამოცანის პირობას არ ეთანხმება. საერთოდ, ამ ამოცანაში ჩვენ გვაინტერესებს მანძილის გარკვეული მონაკვეთი, რომელიც თითოეულმა მგზავრმა გაიარა შეხვედრამდე; ამიტომ აქ არცერთი ფესვი არ გამოდგება, რომელიც 12 კილომეტრზე მეტი არ იქნება (ვგულისხმობთ პირველის მიერ გავლილ მანძილს შეხვედრამდე).

შემოწმება. გავიგეთ, რომ პირველმა მგზავრმა შეხვედრამდე 36 კმ გაიარა, მეორემ კი (36—12) კმ=24 კმ. პირველ მგზავრს შეხვედრის შემდეგ გასავლელი დარჩა 24 კმ, რომელიც მან 4 საათში გაიარა; ამიტომ მისი სიჩქარე იქნება $\frac{24}{4} = 6\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$; მეორეს გასავლელი დარჩა 36 კმ, რომელიც მან 9 საათში გაიარა; ამიტომ მისი სიჩქარე იქნება $\frac{36}{9}\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}} = 4\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$; პირველი შეხვედრამდე ივლიდა 36:6=6 საათს, მეორე კი $\frac{24}{4} = 6$ საათს. ამგვარად ორივემ, რომლებიც ერთდროულად დაიწყეს მოძრაობა, შეხვედრამდე ერთი და იგივე დრო დახარჯეს.

II ამოხსნა — სისტემის შედგენით.

ვთქვათ, პირველმა მგზავრმა შეხვედრამდე გაიარა x კმ, მეორემ კი y კმ;

აქედან მივიღებთ განტოლებას:

$$x - y = 12\ . \qquad \qquad . \ . \ . \ . \ (1)$$

პირველს შეხვედრის შემდეგ გასავლელი დარჩა y კმ, რომელიც მან 4 საათში გაიარა; ამიტომ მისი სიჩქარე იქნება $\frac{y}{4}\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$;

მეორეს შეხვედრის შემდეგ გასავლელი დარჩა x კმ, რომელიც მან 9 საათში გაიარა; მაშასადამე, მისი სიჩქარე იქნება $\frac{x}{9}\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$;

პირველი მგზავრი შეხვედრამდე ივლიდა $x : \frac{y}{4} = \frac{4x}{y}$ საათს:

მეორე კი $y : \frac{x}{9} = \frac{9y}{x}$ საათს;

რადგანაც ეს ორი მგზავრი ერთდროულად გამოვიდნენ, ამიტომ მათ მიერ შეხვედრამდე დახარჯული დრო ტოლია, აქედან შედგება მეორე განტოლება:

$$\frac{4x}{y} = \frac{9y}{x} . \qquad (2)$$

მივიღეთ განტოლებათა სისტემა, რომლის ამონახსნებია:

$$1)\ x_1 = 36, \quad y_1 = 24$$

$$2)\ x_2 = 7\frac{1}{5}, \quad y_2 = -4\frac{4}{5} .$$

ფესვების შერჩევა და შემოწმება, ცხადია, იგივე იქნება, რაც I ამოხსნაში.

ამოხსნა 5. ორ გადამწერს მიეცა 60 ფურცელი ხელნაწერი გადასაწერად. თუ პირველი $2\frac{1}{2}$ საათით უფრო გვიან დაიწყებს მუშაობას, ვიდრე მეორე, მაშინ თითოეული მათგანი ნახევარს გადაწერს; ხოლო, თუ ერთდროულად დაიწყებენ მუშაობას, მაშინ 5 საათის შემდეგ გადაუწერავი დარჩებათ 33 ფურცელი. რა ხანში გადაწერს თითოეული მათგანი მთელ ხელნაწერს?

I ამოხსნა — სისტემის შედგენით.

ვთქვათ, მარტო პირველი გადამწერი მთელ ხელნაწერს გადასწერს x საათში, მარტო მეორე კი y საათში.

პირველი ნახევარ სამუშაოს გადაწერას მოანდომებს $\frac{x}{2}$ საათს, მეორე კი $\frac{y}{2}$ საათს. აქედან შედგება განტოლება:

$$\frac{y}{2} - \frac{x}{2} = 2\frac{1}{2} \qquad (1)$$

სისტემის მეორე განტოლების შესადგენად გამოვიყენოთ ამოცანის პირობა, რომ ერთდროული მუშაობისას მათ 5 საათის მუშაობის შემდეგ გადაუწერავი დარჩებათ 33 ფურცელი, ე. ი. 5 საათის მუშაობის შემდეგ გადაწერილი ექნებათ 60—33=27 ფურცელი. პირველი მათგანი საათში გადაწერს $\frac{60}{x}$ ფურცელს, მეორე კი $\frac{60}{y}$ ფ.; ორივენი 5 საათში გადაწერენ $\left(\frac{60}{x}+\frac{60}{y}\right) \cdot 5$ ფ., რაც შეადგენს 27 ფურცელს; ამიტომ მეორე განტოლება იქნება:

$$\left(\frac{60}{x}+\frac{60}{y}\right) \cdot 5 = 27 . \qquad (2)$$

ამ სისტემის ამონახსენებია:

$$1)\ x_1 = 20, \quad y_1 = 25,$$
$$2)\ x_2 = -1\frac{10}{31}, \quad y_2 = 3\frac{21}{31}.$$

ფესვების შერჩევა. ფესვების მეორე ამონახსენში $\left(x_2 = -1\frac{10}{31}\right.$ და $\left.y_2 = 3\frac{21}{31}\right)$ ერთ-ერთი მათგანი უარყოფითია; ასეთი ფესვი კი ამ ამოცანის პასუხად არ გამოდგება, რადგან მოცემულ ამოცანაში საძებნი სიდიდე (დრო) არ შეიძლება განხილულ იქნას ორი მოპირდაპირე აზრით. საერთოდ, ამ ამოცანისათვის მხოლოდ 5 საათზე მეტი რიცხვი გამოდგება, რადგან ორივე გადამწერი ერთდროული მუშაობითაც კი 5 საათშიაც ვერ ასრულებენ მთელ სამუშაოს.

შემოწმება. გავიგეთ, რომ მარტო პირველი გადამწერი მთელ სამუშაოს 20 დღეში შეასრულებს, მეორე კი 25 დღეში.

პირველი გადამწერი ნახევარ სამუშაოს გადაწერას მოანდომებს $\frac{20}{2} = 10$ საათს, მეორე კი $\frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ საათს. როგორც ვხედავთ, ნახევარ სამუშაოზე პირველს $2\frac{1}{2}$ საათით

ნაკლები დასჭირდა, ვიდრე მეორეს, რაც ეთანხმება ამოცანის პირობის ერთ ნაწილს.

საათში პირველი გადაწერს $\frac{60}{20}$ ფ. $= 3$ ფ, ხოლო მეორე $\frac{60}{25}$ ფ. $= 2\frac{2}{5}$ ფურცელს. ორივენი 5 საათში გადაწერენ $\left(3+2\frac{2}{5}\right)$ ფ $\cdot 5 = 5\frac{2}{5}\cdot 5 = \frac{27\cdot 5}{5} = 27$ ფურცელს, რაც ეთანხმება ამოცანის პირობის მეორე ნაწილსაც.

II ამოხსნა. დავტოვოთ იგივე აღნიშვნები და ასე ვიმსჯელოთ: თუ ნახევარ სამუშაოზე პირველ გადამწერს $2\frac{1}{2}$ საათით ნაკლები სჭირდება, ვიდრე მეორეს, მაშინ მთელ სამუშაოზე 5 საათით ნაკლები მოუნდება; აქედან სისტემის პირველი განტოლება იქნება:

$$y - x = 5 . \qquad (1)$$

მეორე განტოლება უცვლელად დარჩება:

$$\frac{60}{x} + \frac{60}{y} = 27 \qquad (2)$$

III ამოხსნა — კვადრატული განტოლების შედგენით. ვთქვათ, მარტო პირველი გადამწერი მთელ სამუშაოს x საათში შეასრულებს; თუ პირველს ნახევარ სამუშაოზე $2\frac{1}{2}$ საათით ნაკლები ეხარჯება, ვიდრე მეორეს, მაშინ მეორეს მთელ სამუშაოზე 5 საათით მეტი მოუნდება, ვიდრე პირველს; ამიტომ მარტო მეორე მთელ სამუშაოს შეასრულებს $(x+5)$ საათში;

პირველი მათგანი 1 საათში გადაწერს $\frac{60}{x}$ ფ., ხოლო მეორე $\frac{60}{x+5}$ ფურცელს; ორივენი კი 5 საათში გადაწერენ $\left(\frac{60}{x}+\frac{60}{x+5}\right)\cdot 5$ ფურცელს, რაც უნდა უდრიდეს $60 - 33 = 27$ ფურცელს.

აქედან შედგება განტოლება:

$$\left(\frac{60}{x}+\frac{60}{x+5}\right)\cdot 5=27$$

$$x_1=20 \text{ და } x_2=-1\frac{10}{31}.\text{*}$$

ამოცანა 6. A და B ადგილიდან ერთმანეთის შესახვედრად ორი მგზავრი გამოვიდა. შეხვედრისას გამოირკვა, რომ პირველს 12 კმ-ით ნაკლები გაუვლია, ვიდრე მეორეს. გზა რომ განაგრძეს იმავე სიჩქარით, პირველი მგზავრი B-ში მივიდა შეხვედრის მომენტიდან 8 საათის შემდეგ, ხოლო მეორე A-ში მივიდა 9 საათის შემდეგ. გავიგოთ თითოეულის სიჩქარე, თუ ცნობილია, რომ A-დან მგზავრი 6 საათით გვიან გავიდა, ვიდრე B-დან.

I ამოხსნა — კვადრატული განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, პირველმა მგზავრმა შეხვედრამდე x კმ გაიარა; მაშინ მეორე გაივლიდა $(x+12)$ კმ-ს;

პირველი მგზავრი 8 საათში გაივლიდა $(x+12)$ კმ-ს; ამიტომ მისი საჩქარე იქნება $\frac{x+12}{8}\,\frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$;

მეორემ 9 საათში გაიარა x კმ; მისი საჩქარე იქნება $\frac{x}{9}\,\frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$; პირველმა შეხვედრამდე იარა $x:\frac{x+12}{8}=\frac{8x}{x+12}$ საათი, მეორემ კი $(x+12):\frac{x}{9}=\frac{9(x+12)}{x}$ საათი.

ამოცანის პირობის თანახმად $\frac{8x}{x+12}$ ს. $<$ $\frac{9(x+12)}{x}$ საათზე 6 საათით;

აქედან შედგება განტოლება:

$$\frac{9(x+12)}{x}-\frac{8x}{x+12}=6.$$

ამ განტოლების ფესვებია: $x_1=36$ და $x_2=-7\frac{1}{5}$.

ამოცანის პასუხისათვის მეორე ფესვი არ გამოდგება, რადგან მოცემულ ამოცანაში მოძრაობის მიმართულებას მნიშვნელობა არა აქვს.

---

* ფესვი x_2 არ გამოდგება. რედ.

II ამოხსნა — ისევ კვადრატული განტოლებით.

ვთქვათ, პირველმა შეხვედრამდე გაიარა x კმ.

მაშინ მეორე გაივლიდა $(x+12)$ კმ-ს.

მთელი მანძილი იქნება $x+x+12=(2x+12)$ კმ.

პირველმა მგზავრმა 8 საათში გაიარა $(x+12)$ კმ; მაშასადამე მისი საჩქარე იქნება $\frac{x+12}{8}\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$;

მეორემ 9 საათში გაიარა x კმ; მისი სიჩქარე იქნება $\frac{x}{9}\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს}}$; პირველი მთელ მანძილს გაივლის $(2x+12):\frac{x+12}{8}=$
$=\frac{(2x+12)\cdot 8}{x+12}$ საათში;

მეორე კი $(2x+12):\frac{x}{9}=\frac{(2x+12)\cdot 9}{x}$ საათში.

პირველმა 6 საათით გვიან დაიწყო სვლა და ერთი საათით ადრე გაიარა მთელი მანძილი, ვიდრე მეორემ; ამიტომ

$$\frac{8(2x+12)}{x+12}\text{ს.}<\frac{9(2x+12)}{x}\text{ ს-ზე 7 საათით;}$$

აქედან შედგება განტოლება:

$$\frac{8(2x+12)}{x+12}+7=\frac{9(2x+12)}{x}$$

ამ განტოლების ფესვები იგივეა, რაც პირველ ამოხსნაში.

III ამოხსნა — სისტემის შედგენით.

ვთქვათ, პირველმა მგზავრმა შეხვედრამდე გაიარა x კმ., მეორემ კი y კმ.

აქედან მივიღებთ ერთ განტოლებას:

$$y-x=12 \qquad \ldots\ldots (1)$$

პირველს შეხვედრის შემდეგ გასავლელი დარჩა y კმ, რომელიც მან 8 საათში გაიარა; აქედან მისი სიჩქარე იქნება $\frac{y}{8}\ \frac{\text{კმ}}{\text{ს.}}$;

მეორეს გასავლელი დარჩა x კმ., რომელიც მან 9 საათში გაიარა;

მაშასადამე, მისი სიჩქარე იქნება $\frac{x}{9}\frac{კმ}{ს}$.

პირველმა შეხვედრამდე იარა x: $\frac{y}{8}=\frac{8x}{y}$ საათი,

მეორემ კი y: $\frac{x}{9}=\frac{9y}{x}$ საათი.

აქედან შედგება მეორე განტოლება:

$$\frac{9y}{x}-\frac{8x}{y}=6 \quad . . . . \quad . . . . . . (2)$$

ცხადია, ფესვები იგივე მიიღება, რაც კვადრატულ განტოლებაში (წინა ამოხსნაში).

IV ამოხსნა. იმავე აღნიშვნებით, როგორც III ამოხსნაში, შეიძლება შევადგინოთ სისტემა, სადაც მეორე განტოლება სხვაგვარად შედგება, თუ ტოლობას დავამყარებთ პირველი და მეორე მგზავრის მიერ მთელი მანძილის გავლაზე დახარჯულ საათებს შორის.

V ამოხსნა. მივიღოთ მთავარ უცნობად მგზავრების სიჩქარე, რასაც ამოცანა გვეკითხება, და შევადგინოთ სისტემა.

პირველის სიჩქარე $x\,\frac{კმ}{ს}$, მეორესი კი $y\,\frac{კმ}{ს}$;

პირველი შეხვედრის შემდეგ $8x$ კმ-ს გაივლიდა, მეორე კი $9y$ კმ.

პირველს შეხვედრამდე გაუვლია $9y$ კმ, მეორეს კი $8y$ კმ;

ამოცანის პირობის ძალით შედგება განტოლება:

$$8x-9y=12 \quad . . (1)$$

პირველმა შეხვედრამდე იარა $\frac{9y}{x}$ საათი, მეორემ კი $\frac{8x}{y}$ საათი;

ამოცანის პირობის ძალით შედგება მეორე განტოლება:

$$\frac{8x}{y}-\frac{9y}{x}=6 \,. \quad . (2)$$

აძგვარად მივიღეთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} 8x-9y=12, \\ \dfrac{8x}{y}-\dfrac{9y}{x}=6 \end{cases}$$

ამ სისტემის ამონახსენებია.

$$1)\ x_1=6,\quad y_1=4;$$

$$2)\ x_2=\frac{3}{5},\ y_2=-\frac{4}{5}$$

მეორე ამონახსენი $\left(x_2=\frac{3}{5}, y_2=-\frac{4}{5}\right)$ ამოცანის პასუხად არ გამოდგება, რადგან ერთ-ერთი მათგანი უარყოფითია (მოცემულ ამოცანაში საძებნი სიდიდე — მგზავრების სიჩქარე არ განიხილება ორი მოპირდაპირე აზრით).

ამოცანა 7. ორმა ბრიგადამ 4 დღეში იმუშავა ერთად, რის შემდეგ პირველმა კიდევ 8 დღე იმუშავა და მთელი სამუშაოც დამთავრდა. მარტო პირველი ბრიგადა მთელ სამუშაოს 6 დღით მეტ დროს ანდომებს, ვიდრე მარტო მეორე.

რამდენ დღეში შეასრულებს თითოეული მათგანი მთელ სამუშაოს?

I ამოხსნა — კვადრატული განტოლების შედგენით.

ვთქვათ, მარტო პირველი ბრიგადა მთელ სამუშაოს ასრულებს x დღეში;

მაშინ მარტო მეორე ბრიგადა იმავე სამუშაოს შეასრულებს $(x-6)$ დღეში.

პირველმა ბრიგადამ სამუშაოზე სულ $(4+8)=12$ დღე იმუშავა, მეორემ კი 4 დღე და მაშინ სამუშაოც დასრულდა.

პირველი ერთ დღეში შეასრულებს სამუშაოს $\frac{1}{x}$ ნაწილს, ხოლო 12 დღეში იგივე ბრიგადა შეასრულებს სამუშაოს $\frac{12}{x}$ ნაწილს.

მეორე 1 დღეში შეასრულებს $\frac{1}{x-6}$ ნაწილს, 4 დღეში კი $\frac{4}{x-6}$ ნაწილს.

მაშასადამე, სამუშაოს $\frac{12}{x}$ ნაწილის და $\frac{4}{x-6}$ ნაწილის ჯამი შეადგენს მთელ სამუშაოს; აქედან შედგება განტოლება:

$$\frac{12}{x}+\frac{4}{x-6}=1,$$

რომლის ფესვებია:

$$x_1=18 \text{ და } x_2=4$$

ფესვების შერჩევა. მეორე ფესვი არ გამოდგება, რადგან ამოცანის თანახმად, პირველმა ბრიგადამ 12 დღე რომ იმუშაოს, მაინც კიდევ ვერ დასრულდება სამუშაო, თუ მეორემაც 4 დღე არ იმუშავა. ამ ამოცანისათვის გამოდგება მხოლოდ 12-ზე მეტი რიცხვები.

II ამოხსნა — სისტემის შედგენით.

ვთქვათ, მარტო პირველი ბრიგადა მთელ სამუშაოს შეასრულებს x დღეში, მეორე ბრიგადა კი y დღეში.

მაშინ ამოცანის პირობის თანახმად მივიღებთ განტოლებას:

$$x-y=6 \quad (1)$$

პირველი ბრიგადა 1 დღეში შეასრულებს სამუშაოს $\frac{1}{x}$ ნაწილს, 12 დღეში კი $\frac{12}{x}$ ნაწილს.

მეორე ბრიგადა 1 დღეში შეასრულებს $\frac{1}{y}$ ნაწილს, 4 დღეში კი $\frac{4}{y}$ ნაწილს;

აქედან შედგება განტოლება:

$$\frac{12}{x}+\frac{4}{y}=1 \ . \qquad \ldots (2)$$

ამ სისტემის ფესვებიც, ცხადია, იგივეა, რაც კვადრატული განტოლებისა:

$$x_1 = 18, \quad y_1 = 12,$$
$$x_2 = 4, \quad y_2 = -2.$$

აქაც იმავე საბუთით, როგორც კვადრატულ განტოლებაში (წინა ამოხსნაში), ფესვების მეორე წყვილი* არ გამოდგება.

ამოვხსნათ ამოცანა არითმეტიკულ პროგრესიაზე, სადაც აგრეთვე დაგვჭირდება განტოლების შედგენა.

ამოცანა 8. A და B ადგილიდან, რომელთა შორის მანძილი 14 მ-ია, ორი სხეული მოძრაობს ერთი და იმავე მიმართულებით. პირველი სხეული წუთში 7 მეტრს გადის; მეორე სხეული 2 წუთით გვიან დაიძრა; მან პირველ წუთში 8 მეტრი გაიარა, ხოლო ყოველ შემდეგ წუთში 0,5 მეტრით ნაკლებს გადიოდა, ვიდრე წინა წუთში. რამდენი წუთის შემდეგ დაეწევა პირველი (A-დან გასული) მეორეს?

I ამოხსნა. ვთქვათ, პირველმა სხეულმა x წუთი უნდა იმოძრაოს, რომ მეორეს დაეწიოს;

მაშინ მეორემ უნდა იმოძრაოს $(x-2)$ წუთი.

პირველი თანაბრად მოძრაობს, წუთში 7 მეტრის სიჩქარით: ამიტომ x წუთში $7x$ მეტრს გაივლის.

მეორის მოძრაობა თანაბარდაზმულია; ამიტომ მის მიერ $(x-2)$ წუთში გავლილი მანძილი გამოიანგარიშება არითმეტიკული პროგრესიის წევრთა ჯამის ფორმულით:

$$S=\frac{[2a_1+d(n-1)]n}{2};$$

ამ პროგრესიაში მოცემულია:

$$a_1=8, \ d=-0{,}5 \ \text{და} \ n=x-2$$

---

* უნდა ითქვას: მეორე ამონახსენი არ გამოდგება რედ.

მაშასადამე მივიღებთ:

$$S = \frac{[16-0,5(x-3)]\,(x-2)}{2}$$

პირველი სხეული რომ მეორეს დაეწიოს, ამისათვის მან 14 მეტრით მეტი მანძილი უნდა გაიაროს, ვიდრე მეორემ.

აქედან შევადგენთ განტოლებას:

$$7x - \frac{[16-0,5(x-3)](x-2)}{2} = 14$$

ამ განტოლების ფესვებია:

$$x_1 = 7 \text{ და } x_2 = 2.$$

ფესვების შერჩევა. მივიღეთ, რომ პირველმა სხეულმა უნდა იმოძრაოს 7 წუთი, ან 2 წუთი, რომ დაეწიოს მეორეს. მაშინ მეორემ უნდა იმოძრაოს 7—2=5 წუთი, ან 2—2=0 წუთი.

ამგვარად გამოდის, რომ დაწევა ორჯერ მოხდება.

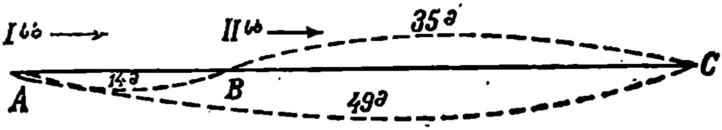
მართლაც, როცა პირველი სხეული 2 წუთში გაივლის 7 მ. 2=14 მეტრს, ამით იგი უკვე დაეწევა მეორეს (რადგანაც მათ შორის 14 მეტრი იყო და მეორე ჯერ არც დაძრულა). შემდეგ ორივენი დაიწყებენ მოძრაობას, მეორე გაუსწრებს პირველს. მაგრამ, რადგან იგი თანაბარდაზმულად მოძრაობს, პირველი კი თანაბრად, 7 წუთის შემდეგ ხელმეორედ მოხდება დაწევა (ისევ პირველი დაეწევა) და ამის შემდეგ სულ პირველი სხეული ივლის წინ, მეორე კი თანდათან ჩამორჩება.

შემოწმება. პირველი 7 წუთში გაივლის 7 მ.7=49 მეტრს, მეორე კი 5 წუთში გაივლის $\frac{(16-0,5\cdot4)\cdot5}{2} = \frac{14\cdot5}{2} = 35$ მეტრს; 49 მ $>$ 35 მეტრზე 14 მეტრით და ამიტომ მოხდება დაწევა.

შევამოწმოთ მეორე ფესვი. პირველი 2 წუთში გაივლის 7 მ.2=14 მეტრს და ამით კიდევაც დაეწევა მეორეს,

რადგანაც მეორე სხეული 14 მეტრით იყო წინ და მხოლოდ ორი წუთის შემდეგ დაიძრა.

მოძრაობის გრაფიკი ასეთი იქნება:



ნახ. 15.

ამგვარად, ამ ამოცანისათვის ნულოვანი ამონახსენიც გამოდგა.

II ამოხსნა. თუ მეორე სხეულის მოძრაობის დროს x წუთით აღვნიშნავთ, მაშინ პირველის მოძრაობის დრო იქნება $(x+2)$ წუთი.

პირველი სხეული $(x+2)$ წუთში გაივლის $7(x+2)$ მეტრს, მეორე კი x წუთში გაივლის $\frac{[16-0,5(x-1)]x}{2}$ მეტრს;

აქედან მივიღებთ განტოლებას:

$$7(x+2)-\frac{[16-0,5(x-1)]x}{2}=14$$

საიდანაც $x_1=0$ და $x_2=5$, ე. ი. მეორე იმოძრავებს 0 წუთს, ხოლო პირველი 2 წუთს და მოხდება დაწევა; ან მეორე იმოძრავებს 5 წუთს, პირველი კი 7 წუთს და მაშინაც მეორედ მოხდება დაწევა.

ამოვხსნათ ერთი ამოცანა კვადრატული განტოლების შედგენაზე ასოითი მონაცემებით.

ამოცანა 9. ორი თვითმფრინავი ერთდროულად მიფრინავს A ადგილიდან B ადგილში; მანძილი $AB=S$ კმ. პირველი თვითმფრინავის სიჩქარე საათში m კმ-ით ნაკლებია მეორეზე და ამიტომ იგი B ადგილში n საათით გვიან მიფრინდა. გაიგეთ პირველის სიჩქარე და დრო, რომელიც მან მოანდომა AB მანძილის გავლას.

I ამოხსნა. თუ პირველის სიჩქარეს აღვნიშნავთ $x \frac{\text{კმ}}{\text{ს.}}$, მაშინ მეორეს სიჩქარე იქნება $(x+m) \frac{\text{კმ}}{\text{ს.}}$.

პირველი თვითმფრინავი მთელი მანძილის გავლას მოანდომებს $\frac{S}{x}$ საათს, მეორე კი $\frac{S}{x+m}$ საათს.

განტოლება შედგება:

$$\frac{S}{x} - \frac{S}{x+m} = n$$

ამ განტოლების ფესვებია:

$$x_1 = \frac{-mn + \sqrt{m^2n^2 + 4mns}}{2n}$$

$$\text{და } x_2 = \frac{-mn - \sqrt{m^2n^2 + 4mns}}{2n}$$

ასოით მონაცემებიანი ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლემ უნდა მოგვცეს დასაბუთებული პასუხი შემდეგ კითხვებზე:

1) ამოცანაში მოცემული ასოითი რიცხვების რა მნიშვნელობათა დროს და მათ შორის რა დამოკიდებულებანი უნდა არსებობდეს, რომ ამოცანას ჰქონდეს აზრი;

2) რა მნიშვნელობანი შეიძლება მიიღოს ჩვენ მიერ შერჩეულმა უცნობმა, რომ იგი გამოდგეს ამოცანის პასუხად.

3) მიღებულ ფესვთა შორის რომელმა შეიძლება დააკმაყოფილოს ამოცანის პირობები, რომ იგი გამოდგეს ამოცანის პასუხად.

ამისდა მიხედვით გავაკეთოთ ფესვების შერჩევა: ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ $m > 0$, $n > 0$ და $S > 0$. ჩვენი ამოცანის კითხვას უპასუხებს მხოლოდ დადებითი ფესვი; ამიტომ x მეტი უნდა იყოს ნულზე. მიღებული ფესვები ორივე ნამდვილი რიცხვებია, რადგან დისკრიმინანტი $m^2n^2 + 4mns > 0$.

პირველი ფესვი ამავე დროს დადებითია, რადგან აბსოლუტური სიდიდე $\sqrt{m^2n^2+4mns}$-სა მეტია mn-ის აბსოლუტურ სიდიდეზე და ამავე დროს მნიშვნელიც $2n>0$.

მეორე ფესვი არ უპასუხებს ამოცანის პირობას, რადგან მრიცხველის ორივე შესაკრები უარყოფითია, რის გამო მრიცხველი მთლიანად უარყოფითია, მნიშვნელი კი დადებითი; ამიტომ წილადი საბოლოოდ უარყოფითი გამოდის.

II ამოხსნა. თუ x-ით აღვნიშნავთ დროს, რომელიც პირველმა მოანდომა AB მანძილის გავლას, მაშინ მეორეს საათები იქნება $(x-n)$; პირველის სიჩქარე საათში იქნება $\frac{s}{x}$ კმ, მეორესი კი $\frac{s}{x-n}$ კმ.

მივიღებთ განტოლებას:

$$\frac{s}{x-n}-\frac{s}{x}=m;$$

ამ განტოლების ფესვებია:

$$x_1=\frac{mn+\sqrt{m^2n^2+4mns}}{2m} \quad \text{და} \quad x_2=\frac{mn-\sqrt{m^2n^2+4mns}}{2m}$$

მიღებული ფესვები ორივე ნამდვილი რიცხვია, რადგან დისკრიმინანტი $m^2n^2+4mns>0$.

პირველი ფესვი დადებითია (მრიცხველის ორივე შესაკრები დადებითია და მნიშვნელიც დადებითია) და ამიტომ ამოცანის პასუხად შეიძლება გამოდგეს (შემოწმებას ვანდობთ მკითხველს).

მეორე ფესვი უარყოფითია, რადგან $mn<\sqrt{m^2n^2+4mns}$, მნიშვნელი კი დადებითია. ვინაიდან ამ ამოცანაში უცნობი სიდიდე (დრო) არ შეიძლება განხილულ იქნას ორი მოპირდაპირე აზრით, ამიტომ ეს მეორე ფესვი ამოცანის პასუხად არ გამოდგება.

გეომეტრიის სწავლების გაუმჯობესებისათვის

საშუალო სკოლებში მათემატიკის სწავლების საქმის შესწავლა გვაჩვენებს, რომ ჩვენს რესპუბლიკაში ეს საქმე ჯანსაღ ნიადაგზე დგას. მასწავლებელთა კადრების მომზადება და დახელოვნება დღითი დღე უმჯობესდება; გაკვეთილის ორგანიზაცია სწორია; თვით გაკვეთილი შინაარსიანია და სწორი გზით წარმართული; გამოყენებულია სწავლების აქტიური მეთოდები, თვალსაჩინოება, თეორიული ცოდნის გამოყენება ამოცანებისა და მაგალითების ამოხსნაში და სხვა მრავალი.

მათემატიკის დარგებში (არითმეტიკა, ალგებრა, გეომეტრია და ტრიგონომეტრია) უნდა ითქვას, რომ ყველაზე უფრო რთული, ძნელად გასაგები და არც ისე ადვილად გადასაცემი არის გეომეტრია; ამიტომაც არის, რომ ამ დარგში ვხედავთ უფრო მეტ ნაკლს, როგორც სწავლების საქმეში, ისე მისი საფუძვლიანი და შეგნებული შეთვისების ხარისხში.

თუ ერთის მხრივ მრავლად მოგვეპოვება საკმაოდ დახელოვნებული მასწავლებელი, რომელსაც ჯეროვნად მიჰყავს ამ საგნის სწავლება, მეორეს მხრივ გვყავს მათემატიკის მასწავლებელთა შორის ისეთი ნაწილიც, რომლის მუშაობას მრავალი ნაკლი ახასიათებს.

ამ წერილში ჩვენ გვინდა აღვნიშნოთ ჩვენს მიერ შენიშნული ყველა დეფექტი და სუსტი მხარეები ზოგიერთი მასწავლებლის მუშაობაში, კერძოდ გეომეტრიის სწავლების საქმეში და ამავე დროს შეძლების და გვარად მივცეთ მეთო-

დური ხასიათის მითითებანი ამ უარყოფითი მხარეების აღმოფხვრისათვის.

გეომეტრიის სწავლების საქმეში შემდეგი დეფექტები გვაქვს შენიშნული:

1. მასწავლებელი ახალ მასალას არ უკავშირებს ძველ მასალას.

2. არ იძლევა ახალი მასალის დამუშავებისა და შესწავლის მიზანდასახულებას.

3. არ ახსენებს მოსწავლეებს ახალი მასალის დამუშავების წინ იმ დებულებებს, ან თეორემებს, რომლებიც დასჭირდებათ ახალის შესწავლაში.

4. მასწავლებელი ამბობს თეორემას და იწყებს დამტკიცებას ისე, რომ თეორემის ნაწილების გარჩევა რჩება უყურადღებოდ.

5. თეორემის დამტკიცებას იწყებს სინთეზით და არა ანალიზით იქ, სადაც ეს შეიძლება. არ ასაბუთებს, თუ რატომ აგო ესა თუ ის საფუძველი, რატომ გაავლო დამხმარე ხაზები და სხვ. თეორემის დამტკიცებას გადასცემენ სიტყვასიტყვით ისე, როგორც სახელმძღვანელოშია.

6. დამტკიცების გადაცემა მასწავლებლის მიერ ხდება ლექციის სახით და არა ევრისტიკულად; ამის გამო მოსწავლეები სხედან პასიურად და ისმენენ მხოლოდ იმას, რასაც მასწავლებელი ლაპარაკობს.

7. მასწავლებელი დაფაზე ნახაზს თვითონ აკეთებს, მონაცემსა და დასამტკიცებელსაც თვითონვე სწერს.

8. სქემატურ ჩანაწერს აწარმოებს დაფაზე, ხოლო მოსწავლეებს ან სრულებით არაფერს აწერინებს რვეულში, ან დამტკიცების დამთავრების შემდეგ ავალებს დაფიდან გადაწერას.

9. არ იყენებს თვალსაჩინოებას, რომლის საშუალებით მოსწავლეებს ნათელი წარმოდგენა ექლევათ, განსაკუთრებით სტერეომეტრიაში.

10. დამტკიცებულ თეორემას არ იყენებს, რომ მოსწავლეებს აჩვენოს, თუ რა პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს მას ამოცანების ამოხსნაში.

11. ნაკლებად და ძალიან იშვიათად აძლევენ საშინაო დავალებად გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნას. ამგვარად, გეომეტრიის სწავლება გამოიხატება მხოლოდ თეორემების სწავლებაში.

12. ზოგ სკოლაში მოსწავლეთა მათემატიკის საკლასო და საშინაო რვეულებში ვერსად ვერ ვხვდებით გეომეტრიის მასალის რაიმე ჩანაწერს, ან ამოცანების ამოხსნის წარმოებას.

13. მოსწავლეთა საკონტროლო რვეულებში, თემებში არ არის გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნა.

14. თეორემის დამტკიცების გამოკითხვის დროს მოსწავლე დაფაზე არ აკეთებს სქემატურ ჩანაწერს.

15. გამოკითხვის დროს მოსწავლეს მიერ დაშვებულ შეცდომას თვითონ მასწავლებელი უსწორებს იმის მაგივრად, რომ მოსწავლეებს გაასწორებინოს.

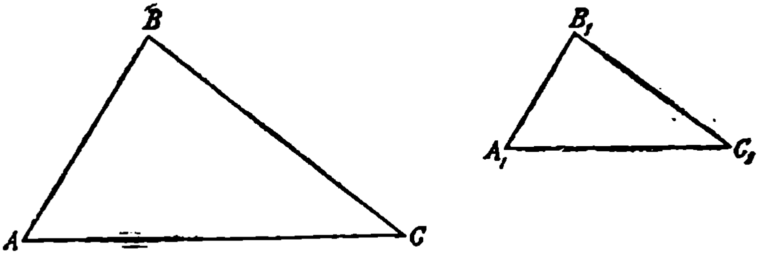
გეომეტრიის სწავლებაში ყველა ზემოხსენებული დეფექტების შედეგად ჩვენ ვხვდებით მეტად ზერელე, შეუგნებელ და დაზეპირებულ პასუხებს. ამის საილუსტრაციოდ მოვიყვანთ ორიოდე მაგალითს.

ერთ-ერთი საშუალო სკოლის IX კლასში მასწავლებელი აწარმოებს გაკვეთილის გამოკითხვას. სამკუთხედების მსგავსობის მეორე ნიშანზე. დაფასთან გამოსულმა მოსწავლემ გააკეთა სათანადო ნახაზი, ჩაწერა გვერდზე რაც მოცემულია და რაც უნდა დამტკიცდეს, ნახაზზე სწორედ ისე დააწერა ასოები, როგორც წიგნშია; ასევე მონაცემებში იმ გვერდების პროპორციულობა და იმ კუთხეების ტოლობა ჩაწერა, რომლებიც სახელმძღვანელოშია მოცემული.

ჩვენ ვთხოვეთ მოსწავლეს, რომ მას აეღო პროპორცია $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$ და ამის კვალობაზე სათანადო კუთხეების ტოლობაც ჩაეწერა და დაემტკიცებინა თეორემა. მოსწავლეს ჯერ კუთხეების შერჩევა გაუძნელდა და დამტკიცება ხომ ვერას გზით ვერ მოახერხა. მთელი კლასი დაიბნა — ვერავინ ვერ იკისრა დამტკიცება. მაშინ იძულებული ვიყავით ისევ

ის გვერდები და კუთხეები მიგვეცა და ასე დაგვემტკიცებინა (ნახ. 16).

აი კიდევ მეორე მაგალითი: ერთ-ერთ სკოლაში დაფასთან გამოსულმა მოსწავლემ წარმოსთქვა თეორემა — პარა-

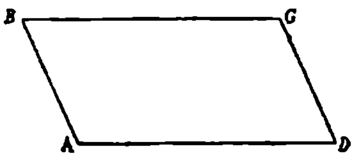


ნახ. 16.

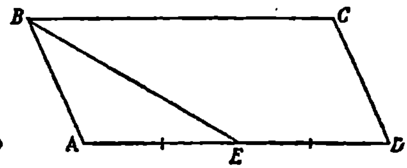
ლელოგრამში ერთ გვერდთან მდებარე კუთხეების ჯამი $= 2d$ (ნახ. 17). გააკეთა სათანადო ნახაზი, ჩაწერა გვერდზე მონაცემი და დასამტკიცებელი და შეუდგა დამტკიცებას. დამტკიცება გადმოგვცა ზუსტად ისე, როგორც წიგნშია. მასწავლებელი დაკმაყოფილდა მოსწავლის პასუხით და ალბათ „5"-ს თუ არა „4"-ს მაინც დაუწერდა, მაგრამ ამ დროს ჩავერიეთ და ვკითხეთ მოსწავლეს: „დასამტკიცებელში გიწერიათ, რომ $\angle A + \angle B = 2d$; რა არის d?" მოსწავლე ცოტა შეფიქრიანდა და გვიპასუხა: d ეს წერტილია. „რომელი წერტილია?" მოსწავლემ ნახაზზე გვიჩვენა D წერტილი. „როგორ, განა ორი კუთხის ჯამი შეიძლება წერტილს უდრიდეს?". მოსწავლე დიპლომატიურად გაჩუმდა. მაშინ მე განვაგრძე: „თქვენ ხომ d მცირე გიწერიათ, ნახაზზე კი D დიდია". მცირე მოფიქრების შემდეგ მოსწავლემ სთქვა, რომ ცოტა შესცდა, რომ საჭირო იყო დაეწერა: $\angle A + \angle B = 2D$. მოსწავლე, რომ დამეხსნა, წინადადება მივეცი მართი კუთხე დაეხაზა დაფაზე, ვიფიქრე ამით მოსწავლე მოიგონებს, რა არის d. მან დაახლოებით 25°-30° კუთხე დახაზა. „იქნებ მართი კუთხე რამდენიმედ მეტი იყოს თქვენ მიერ დახაზულ კუთხეზე?" ოდნავი მოფიქრების შემდეგ მოსწავლემ დახაზა 40°-45°-იანი კუთხე. „იქნებ კიდევ დიდია მაგაზე? ამის შემდეგ მოსწავლე გაჯიუტდა და აღარ მოისურვა კუთხის მეტად გადიდება და მტკიცედ განაცხადა, რომ მეტი არ შეი-

ძლება იყოს. ეს მაგალითიც იშვიათი მჭერმეტყველურია გეომეტრიის დაზეპირებით სწავლისა.

ერთ-ერთ საშუალო სკოლაში საჭირო იყო ისეთი პარალელოგრამის დახაზვა (VIII კლასში), რომელშიაც *B* წვერტილიდან დაშვებული პერპენდიკულარი შუაზე გაყოფდა *AD* ფუძეს. მოსწავლეებმა ასეთი ნახაზი გააკეთეს (იხ. ნახ. 18). როცა ჩვენ შევეკითხეთ როგორ გაზომავდნენ სახლის ან ოთახის სიმაღლეს, დახრილად გაავლებდით სიმაღ-



ნახ. 17.



ნახ. 18.

ლეს თუ როგორ? მოსწავლეებმა გვიპასუხეს, რომ შვეულად გავავლებდით სიმაღლეს და არა დახრილად. მაშ, პარალელოგრამში რატომ გაგყავთ დახრილად? პასუხი მივიღეთ, რომ ის სახლია და ეს კი პარალელოგრამი. აქედან ცხადია, თუ რამდენად განყენებულად ისწავლება ზოგ სკოლაში გეომეტრია.

ჩვენ ზემოთ მოვიხსენიეთ, რომ ზოგ შემთხვევაში გეომეტრიის სწავლება მხოლოდ თეორემების სწავლაში გამოიხატება და ნაკლებ ყურადღებას აქცევენ ამოცანების ამოხსნას. მაგრამ აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ გვხვდება (იშვიათად) მეორე უკიდურესობაც, როდესაც მასწავლებელი (ამოცანების ამოხსნაში დახელოვნებული) კლასში აწარმოებს მეტად რთული ამოცანების ამოხსნას მაშინ, როდესაც კლასი ვერ სწვდება ამ ამოცანების ამოხსნის გეგმას და არც სათანადო თეორიული მომზადება აქვს. ერთ-ერთი სკოლის XI კლასში მასწავლებელმა მისცა დაფაზე ამოსახსნელად ამოცანა წაკვეთილი პირამიდის მოცულობის გამოანგარიშებაზე; ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო იყო რამდენიმე ელემენტის პოვნა. ამოხსნის პროცესში განტოლებათა სისტემაც

მიიღეს და სხვა. მთელი კლასი პასიურად იჯდა და შესცქეროდა მასწავლებელს და იმ მოსწავლეს, რომელიც დაფაზე სწერდა მასწავლებლის კარნახით. არც ერთი მოსწავლე რვეულში არაფერს არ იწერდა. გაკვეთილის დასასრულს მასწავლებლის ნებართვით გამოვკითხეთ მოსწავლეებს მრავალწახნაგა სხეულების პირეულისა და მოცულობათა გამოსაანგარიშებელი ფორმულები, ე. ი. ის ფორმულები, რომლების საშუალებითაც ისინი ამოცანების ამოხსნას აწარმოებდნენ ამ გაკვეთილზე. აღმოჩნდა, რომ კლასში არც ერთმა არ იცოდა ხსენებული ფორმულები.

აი ყველა ის ნაკლი, რომელიც შემჩნეულია ჩვენ მიერ ზოგიერთი მასწავლებლის მუშაობაში გეომეტრიის გაკვეთილებზე.

ახლა შევეხოთ თითოეულ მათგანს — თუ როგორ უნდა ვაწარმოოთ გეომეტრიის სწავლების საქმე, რომ მოსწავლეებმა მიიღონ შეგნებული და საფუძვლიანი ცოდნა ამ საგანში და შეეძლოთ მისი გამოყენება ამოცანებისა და პრაქტიკული ხასიათის საკითხების გადაწყვეტაში.

უპირველესად, ახალი მასალის დამუშავება რამდენადაც კი შესაძლებელია უნდა დავუკავშიროთ შესწავლილ საკითხებს, თუ კი ასეთი რამ არსებობს ახალსა და ძველს შორის. ამის შემდეგ უნდა მივცეთ მიზანდასახულება ჩვენს მიერ დასამუშავებელ საკითხს — რისთვის ვასწავლით მას, რაში გამოგვადგება იგი, ან რა გამოყენება აქვს მას პრაქტიკული საკითხების გადაწყვეტაში. მაგალითად, როცა სამკუთხედებზე ვმუშაობთ, ვამბობთ, რომ ტექნიკაში მათ უპირატესობა ეძლევათ სხვა ნაკვთებთან შედარებით; აგრეთვე სამკუთხედებს ვსწავლობთ იმისათვის, რომ გეომეტრიის მთელი შემდეგი კურსი დამუშავებულია სამკუთხედების ტოლობაზე და მათ სხვადასხვა თვისებათა გამოყენების საფუძველზე; ასევე ითქმის მართკუთხედებზე, წრეხაზზე და წრეზე, ფართობებისა და მოცულობათა გამოანგარიშებაზე და სხვა.

ზოგ თეორემას, სადაც ვასწავლით ნაკვთების ამა თუ იმ თვისებებს, რაიმე პრაქტიკული მნიშვნელობა არა აქვს

უშუალოდ, მაგრამ ვსწავლობთ იმისათვის, რომ შემდეგი საკითხები დამუშავებულია მათი გამოყენებით.

მიზანდასახულების მიცემის შემდეგ ვიძლევით თეორემას, ვამეორებინებთ ამ თეორემას მოსწავლეს და შემდეგ ვარჩევთ: რა ნაწილებისაგან შედგება იგი, რა არის პირობაში მოცემული და რა უნდა დამტკიცდეს. ეს გარჩევა აუცილებელია, რომ მოსწავლე ნათლად გაერკვეს — რა და რა მონაცემებით შეუძლია დაამტკიცოს. როგორც ყოველი ამოცანის შინაარსს სჭირდება ანალიზი — თუ რა დამოკიდებულება არსებობს მონაცემ და საძებნ სიდიდეთა შორის, ასევე თეორემასაც უნდა გარჩევა. არის თეორემა, სადაც პირობა რამდენიმე ნაწილისაგან შედგება, დასამტკიცებელი კი ერთი ნაწილისაგან; მაგ., თუ ერთი სამკუთხედის ორი გვერდი და მათ შორის მდებარე კუთხე შესაბამად ეტოლება მეორე სამკუთხედის ასეთივე ელემენტებს, ასეთი სამკუთხედები ტოლია. ამ თეორემაში პირობა სამი მონაცემისაგან შედგება, დასამტკიცებელი კი ერთისაგან. არის პირიქითაც: პირობა ერთი ნაწილისაგან შედგება, დასამტკიცებელი კი რამდენიმესაგან; მაგ., თუ ორი სწორი ხაზი პარალელურია, მაშინ: 1. შიდა ჯვარედინად მდებარე კუთხეები ტოლია; 2. გარე ჯვარედინად მდებარე კუთხეები ტოლია; 3. შესაბამი კუთხეები ტოლია; 4. შიდა ცალმხრივი კუთხეების ჯამი უდრის $2d$; 5. გარე ცალმხრივი კუთხეების ჯამი უდრის $2d$.

ხშირად გვხვდება თეორემა, ასე ვთქვათ, შენიღბული სახით — მთელი თეორემა მოცემულია ერთ წინადადებაში და მოსწავლე ვერ ერკვევა სად არის აქ პირობა და რა არის დასამტკიცებელი; მაგ., თეორემა: სამკუთხედის შიდა კუთხის ბისექტრისი მოპირდაპირე გვერდს ჰყოფს ისეთ ნაწილებად, რომლებიც ამ კუთხის შემადგენელი გვერდების პროპორციულია.

როგორც ვხედავთ, თეორემები თავისი ნაწილების ან რედაქციის მიხედვით სხვადასხვა გვარია და ჩვენი ვალია მოვეხმაროთ მოსწავლეებს, გავარჩიოთ იგი, რომ გაერკვეს პირობაში და დასამტკიცებელში.

ამის შემდეგ ისმის საკითხი: რა ნახაზის აგებაა საჭირო

ჩვენს მიერ დასამტკიცებელი თეორემის პირობების მიხედვით. მაშასადამე, ესეც უნდა გაირკვეს.

ამ სამუშაოს ჩატარების შემდეგ ერთი მოსწავლე დაფაზე აკეთებს ნახაზს, ხოლო დანარჩენები თავის საკლასო რვეულებში. ამასთან ნახაზის გვერდზე იწერება მონაცემი და დასამტკიცებელი და სათანადო ელემენტების (კუთხეების, გვერდებისა და სხვა) ტოლობა თვით ნახაზზედაც აუცილებლად უნდა აღინიშნოს.

ზოგი მასწავლებელი გვეკითხება — საჭიროა, რომ უსათუოდ ჩავწეროთ ნახაზის გვერდზე მონაცემი და დასამტკიცებელი თუ არა? სახელმძღვანელოში ხომ არ არისო. კისელიოვის გეომეტრიის სახელმძღვანელოს გამოცემაში ეს ჩანაწერები იყო, ახალში კი აღარ არის, იქნებ აღარც ჩვენ უნდა ვაწარმოოთ ასეთი ჩანაწერებიო. ამ კითხვაზე ამხანაგებს ასეთი პასუხი უნდა გავცეთ: რასაკვირველია, თეორემის დამტკიცება ასეთი ჩანაწერების გარეშეც მოხერხდება, მაგრამ ეს ჩანაწერი მოსწავლეთ ნათლად აჩვენებს მონაცემებს და დასამტკიცებელს, რის გამო უფრო ადვილად ერკვევიან დამტკიცებაში. ჩვენ ვიტყვით კიდევ ამასთან დაკავშირებით, რომ არა თუ თეორემის დამტკიცებისას არის ასეთი ჩანაწერის საჭიროება, არამედ ყოველი გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნის დროსაც; მაგ. ამოცანაა: წესიერი ოთხკუთხა პირამიდის ფუძის დიაგონალი $= l$, გვერდი a წიბო $= b$, გაიგეთ გვერდითი პირეული.

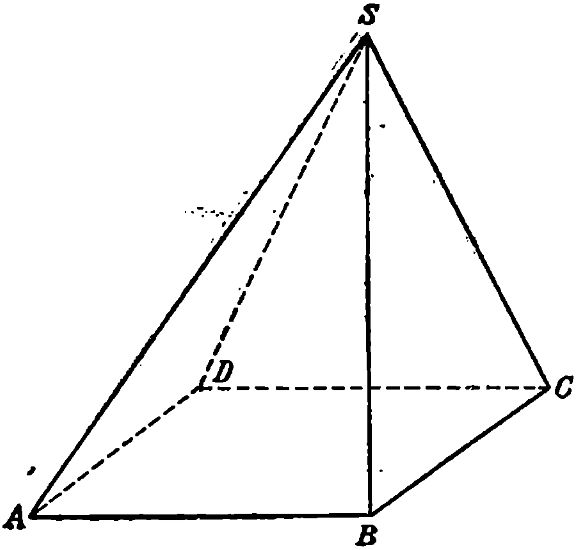
ძალიან კარგი იქნება ნახაზის გვერდზე მოთავსდეს მინაწერი, რომელიც თვალწინ უშლის მოსწავლეს, თუ რა ელემენტების საშუალებით უნდა ამოიხსნას ამოცანა. სახელმძღვანელოს ახალ გამოცემებში (გლაგოლევის რედაქციით) თუ აღარ არის ნახაზის გვერდზე ასეთი მინაწერი, ეს იმით უნდა აიხსნას, რომ თითონ მოსწავლემ მოისაზროს რა არის თეორემაში მოცემული და რა უნდა დამტკიცდეს.

ჩვენ ვიცით, რომ ყოველი თეორემის დამტკიცებას ვასაბუთებთ უკვე შესწავლილი დებულებებით. მაშასადამე, დაგვჭირდება გავახსენოთ ის განსაზღვრები, აქსიომები და თეორემები, რომლების საფუძველზეც ვამყარებთ ახალი

თეორემის დამტკიცებას. მაგ., გვინდა დავამტკიცოთ რომბის დიაგონალების თვისება, — რომ ერთმანეთის პერპენდიკულარულია. ამის დამტკიცება, რომ არ შეფერხდეს, საჭიროა

მოც. *SABCD* წეს. ოთხ. პირამიდი

გავიგოთ *S* გვ.



ნახ. 19.

მოსწავლეებს წინასწარ გავახსენოთ: მართი კუთხის ცნება, მოსაზღვრე კუთხეების ცნება, მართი კუთხის გვერდების თვისება, მოსაზღვრე კუთხეების საერთო გვერდს რა ეწოდება და სამკუთხედების ტოლობის ნიშანი. ზოგი მასწავლებელი იმ აზრისაა, რომ არ არის საჭირო ამ საკითხების წინასწარი გახსენება; დამტკიცების პროცესში, სადაც რა შეგვხვდება, მაშინ გავახსენოთო. არ არის ეს შეხედულება მთლიანად სწორი: ხშირად ისეთი დებულების გახსენება გვიხდება, რომელიც კლასის საგრძნობ ნაწილს არ ახსოვს; მაშინ ეს დებულება საფუძვლიანად უნდა გაახსენოთ, რაზედაც საკმაო დრო დაიხარჯება და ამის შემდეგ მოუბრუნდეთ ისევ ახალ მასალას — აქ უკვე იკარგება მსჯელობის ლოგი-

კური მთლიანობა; ეს კი ხელს შეუშლის საქმეს. ამასთან უნდა აღვნიშნოთ, რომ რაც უფრო კლასი სუსტი მომზადებისაა, მით უფრო მეტი დრო წავა ასეთ გახსენებაზე.

როცა საჭირო დებულებათა გახსენებას დავამთავრებთ, უნდა გადავიდეთ თეორემის დამტკიცებაზე შეძლებისდაგვარად ანალიზური ხერხით: გავარკვიოთ ურთიერთ დამოკიდებულება თეორემის პირობასა და დასამტკიცებელს შორის, რა დამხმარე ხაზების გავლება მოგვიხდება, რა სამკუთხედების აგება, რომელი მონაკვეთებისა და კუთხეების ტოლობის გამორკვევაა საჭირო, ან რომელი სამკუთხედების მსგავსობის გამოვლინებაა საჭირო და სხვა. ამგვარი ანალიზით მიგვყავს კლასი სასურველ დასკვნამდე. ამას თან სდევს სქემატიური ჩანაწერების წარმოება ერთდროულად დაფაზე და მოსწავლეთა რვეულებში. აგრეთვე გამოირკვა, მაგალითად, რომელიმე კუთხეების ან გვერდების ტოლობა, მაშინვე ეს ნახაზზედაც უნდა აღინიშნოს, რათა მოსწავლემ გარკვეულად, თავისი თვალითაც დაინახოს მათი ტოლობა. ცხადია, რომ ამ ახსნა-განმარტებას მასწავლებელი გადასცემს არა ლექციურად, არამედ ამუშავებს ევრისტიკულად, რაზედაც ჩვენ ქვევით გვექნება საუბარი.

თეორემის დამტკიცების დამთავრების შემდეგ მასწავლებელი იმეორებს ამ დამტკიცებას უკვე თხრობის სახით და ამეორებინებს აგრეთვე ერთ-ორ მოსწავლეს.

თეორემის დამუშავება რომ დასრულებულად ჩაითვალოს, ამისათვის უნდა დავამუშაოთ აგრეთვე მისი შედეგებიც, თუ კი მას ახლავს ასეთი და ბოლოს ამოვხსნათ კლასში საილუსტრაციო ამოცანა, საიდანაც მოსწავლეები ნათლად დაინახავენ დამტკიცებული თეორემის უაღრესად საჭიროებას. მხოლოდ ყველა ამის შემდეგ ჩაითვლება თეორემის დამუშავება დასრულებულად.

საშინაო დავალებად მოსწავლეთ უნდა მიეცეს არა მარტო დამტკიცებული თეორემის შესწავლა, არამედ აუცილებლად ამოცანის ამოხსნაც. თუ ჩვენ სისტემატურად არ ვამუშავეთ მოსწავლეები და არ შევაჩვიეთ მეშვიდე კლასიდანვე გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნას, მაშინ თვით ამ

საგნის სწავლებას მიზანი და ფასი ეკარგება და ასეთი სწავლით მეთერთმეტე კლასში მოყვანილი მოსწავლეები ვერას გზით ვერ შესძლებენ სიმწიფის ატესტატზე საგამოცდო ამოცანების ამოხსნას გეომეტრიასა და ტრიგონომეტრიაში.

ყოველი თემის დამთავრების შემდეგ უნდა შევჩერდეთ, რამდენიმე გაკვეთილზე გავიმეოროთ და შევაჯამოთ შესწავლილი საკითხები და თან ვიმუშაოთ ამოცანების ამოხსნაზე ამ თემის ირგვლივ. უნდა ჩატარდეს აგრეთვე საკონტროლო წერითი მუშაობა გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნაზე, შესწავლილი თემის გამოყენებით და მხოლოდ ამის შემდეგ უნდა ჩასთვალოს მასწავლებელმა თემის დამუშავება ამოწურულად და დასრულებულად.

არც ის უყურადღებობა და უგულებელყოფა დასაშვებია, როგორც ზემოთ მოვიხსენიეთ, როდესაც თეორიულ საკითხებს — თეორემების დამტკიცებას და ფორმულების შესწავლას ნაკლები ყურადღება ექცევა და მასწავლებელი უმთავრესად ამოცანების ამოხსნას აწარმოებს გაკვეთილებზე. ასეთ მუშაობას ხომ ნაყოფიც ნაკლები ექნება, ვინაიდან უთეორიოდ საქმე არ გაკეთდება.

ორიოდე სიტყვა გეომეტრიის სწავლების საქმეში თვალსაჩინოების გამოყენების შესახებ. ზოგიერთი მასწავლებელი ნაკლებ ყურადღებას აქცევს ან სრულიად უყურადღებოდ სტოვებს ამ საკითხს გეომეტრიის სწავლებაში. პედაგოგიკის გამოჩენილი წარმომადგენლები ამ საკითხს დიდ მნიშვნელობას ანიჭებენ და სადაოდაც არავის მიაჩნია მისი დიდი სარგებლობა; ამიტომ იგი ჩვენს მიერ ფართედ უნდა იქნას გამოყენებული გეომეტრიის სწავლებაში და განსაკუთრებით სტერეომეტრიაში: ცნობილია, რომ ბავშვი კონკრეტულად აზროვნებს, მისთვის განყენებული აზროვნება და აბსტრაქცია მიუწვდომელია. ამიტომ გეომეტრიის სწავლებასაც კონკრეტულობა უნდა ედოს საფუძვლად. ხშირად მოსწავლეს არ ძალუძს სივრცობრივი ფორმების წარმოდგენა. თვალსაჩინოება იწვევს ინტერესს და ყურადღების გამახვილებას მათემატიკის გაკვეთილებზე. ასწავლით, მაგ., სამკუთხედების სახეებს, აჩვენეთ იგი მოდელებზე; ოთხკუთხე-

დების სახეებს ამუშავებთ — აჩვენეთ ესენიც მოდელებზე. აჩვენეთ მოდელებზე, რომ სამკუთხედის სახის შეცვლა შეუძლებელია, თუ მისი გვერდების სიგრძეს არ შევცვლით, ხოლო ოთხკუთხედის სახის შეცვლა შეიძლება უამისოდაც. თვალსაჩინოება განსაკუთრებით უნდა გავშალოთ სტერეომეტრიის შესწავლის დროს, რომ მოსწავლეებს გავუადვილოთ სივრცობრივი წარმოდგენა. სამი წლის მანძილზე (VII, VIII და IX კლასებში) მოსწავლეს საქმე აქვს მხოლოდ სიბრტყის ნაკვთებთან (კუთხეები, სამკუთხედები, ოთხკუთხედები, მრავალკუთხედები, წრეხაზი), მისი ყურადღება მიმართულია მხოლოდ სიბრტყეებზე; ამის შემდეგ სიბრტყიდან სივრცეში გადასვლა ერთბაშად მეტად ძნელი საქმეა. პლანიმეტრიაში ნახაზი მთლიანად გამოხატავს სინამდვილეს, სტერეომეტრიაში კი სამი განზომილება წარმოდგენილია ნახაზზე, რომელიც მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში, რის გამო ხშირად მართი კუთხე ნახაზზე მოცემულია მახვილი ან ბლაგვ კუთხედ და პირიქით; პერპენდიკულარი — დახრილად, აცდენილი ხაზები ნახაზზე კვეთენ ერთმანეთს და ა. შ. ასეთ შემთხვევაში აუცილებლად უნდა მივმართოთ თვალსაჩინოებას, რომელიც ნათელ სივრცობრივ წარმოდგენას აძლევს მოსწავლეებს. ფართოდ უნდა გამოვიყენოთ მოდელები ზოგიერთი თეორემის დამტკიცებისათვის (თეორემა ორი პერპენდიკულარის შესახებ, თეორემა სამი პერპენდიკულარის შესახებ და ა. შ.) და აგრეთვე გეომეტრიული სხეულების მოდელები; მაგ., მოსწავლე ვერ ერკვევა ნახაზზე მართკუთხა და მართპარალელეპიპედში, რადგანაც ნახაზს ორივე შემთხვევაში ერთნაირს ვაკეთებთ და სხვა მრავალი. ამიტომ დაუშვებლად უნდა მივიჩნიოთ თვალსაჩინოების გამოუყენებლობა გეომეტრიის სწავლებაში.

გამართლება იმით, რომ სკოლას არ მოეპოვება ასეთი მოდელები და საერთოდ თვალსაჩინოების ხელსაწყოები, არ არის მართებული, რადგანაც ჯერ ერთი — განათლების სამინისტროს თვალსაჩინოების მაღაზიებში მუდამ მოიპოვება ესენი და მეტად ხელმისაწვდომ ფასებშიც და, ესეც რომ არ იყოს, ყველა ამ მოდელის დამზადება ძალიან კარგად

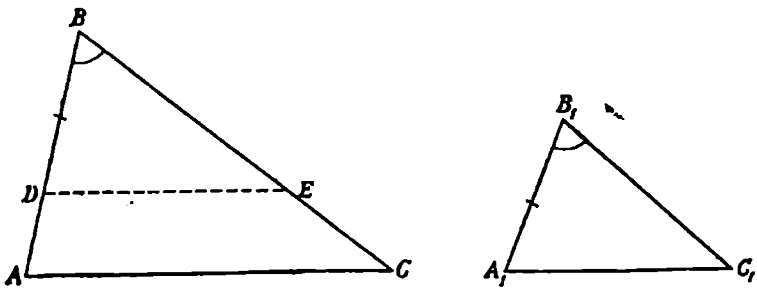
შეუძლიათ თვით მოსწავლეებს, თუ კი ხელმძღვანელობას გაუწევს მასწავლებელი. მათი დამზადება უნდა წარმოებდეს მოსწავლეთა მათემატიკურ წრეში, ან საშინაო დავალების სახით მიეცეთ განსაკუთრებით იმ მოსწავლეებს, რომელთაც ეხერხებათ ასეთი მუშაობა.

როგორ ვაწარმოოთ სქემატური ჩანაწერები რვეულებში? სქემატური ჩანაწერის წარმოების შესახებ ზოგი მასწავლებელი იმ აზრისაა, რომ თეორემის მტკიცებასთან ერთად ჩანაწერების წარმოება მოსწავლეთა ყურადღების გაორებას იწვევს და ამიტომ სჯობს ეს ჩანაწერი გადაიტანონ მოსწავლეებმა დაფიდან რვეულებში მის შემდეგ, როცა თეორემის დამტკიცება დასრულდება. ამის საპასუხოდ უნდა ვთქვათ, რომ დამტკიცების შემდეგ სქემატური ჩანაწერის გადატანა რვეულებში მექანიკური იქნება და უსარგებლოც. მაშინ სჯობს სრულებითაც არ შეასრულონ ეს სამუშაო და ტყუილად არ დაკარგონ ამაზე დრო. არავითარი ყურადღების გაორება არ ხდება მაშინ, როდესაც ერთდროულად სრულდება მუშაობა დაფაზე და რვეულებში. ცხადია, თეორემის მტკიცება უნდა ხდებოდეს სათანადო პაუზებით, რომ დაფაზე და რვეულებში კეთდებოდეს სათანადო ნახაზი და ჩანაწერები. მაგ., გაარჩიეს თეორემა და გაარკვიეს რა ნახაზია საჭირო ამ თეორემის დამტკიცებისათვის, აქვე ერთდროულად დაფაზე და რვეულებში სრულდება ნახაზი; გაირკვა — რა გვაქვს მოცემული და რა უნდა დამტკიცდეს, ჩაიწეროს ესეც დაფაზე და რვეულებში; რა დამხმარე ხაზების გავლებაა საჭირო, ესეც გაკეთდეს; შეარჩიეს სამკუთხედები, საიდანაც გამოირკვა, მაგ. ორ-ორი გვერდისა და მათ შორის მდებარე კუთხის ტოლობა, ესეც ერთდროულად ჯერ ნახაზზე აღინიშნოს და შემდეგ ჩანაწერებიც შესრულდეს და ა. შ. ამგვარად, გონება, სმენა, მხედველობა და მოტორული გრძნობა ერთდროულად იღებს მონაწილეობას, ეს კი ერთი მეორეს ეხმარება და მოსწავლის გონებაში მეტი სიღრმით აღიბეჭდება დამუშავებული საკითხი. ჩვენ ვთხოულობთ, მაშასადამე ერთდროულად შესრულდეს ნახაზები და სქემატური ჩანაწერები დაფაზე და რვეულებში. არავინ იფიქროს,

რომ აქ იგულისხმება კონსპექტის წერა, რაც დაუშვებელია. არც თეორემის ტექსტი და არც მისი დამტკიცების ჩაწერა სიტყვიერად რვეულებში არ არის საჭირო, ეს ყველაფერი სახელმძღვანელოშია და ყოველი მოსწავლე იმით უნდა სარგებლობდეს საკითხის საბოლოოდ შესწავლისათვის. სანიმუშოდ ავიღოთ სამკუთხედების მსგავსობის მეორე ნიშანი და მივცეთ სქემატური ჩანაწერი.

$$\text{მოც. } \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}; \text{ და } \angle B = \angle B_1$$

$$\text{უ. დ. } \Delta\, ABC \backsim \Delta\, A_1B_1C_1$$



ნახ. 20.

აგების ძალით $BD = A_1B_1$ და $DE \parallel AC$. ლემის ძალით $\Delta\, ABC \backsim \Delta\, BDE$, ამიტომ: $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{BE}$ ან $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{BE}$; $\frac{BC}{BE} = \frac{BC}{B_1C_1}$; აქედან $BE = B_1C_1$; მაშინ

$$\Delta\, BDE \backsim \Delta\, A_1B_1C_1 \text{ და } \Delta\, ABC \backsim \Delta\, A_1B_1C_1.$$

ეს არის მთლად ამ თეორემის დამტკიცების სქემატიური ჩანაწერი; როცა პროპორციიდან გამოირკვევა, რომ $BE = B_1C_1$, ესეც ნახაზად უნდა აღინიშნოს.

გაკვეთილის გამოკითხვის დროს უნდა ვეცადოთ, რომ მოსწავლეთაგან მივიღოთ შეგნებული პასუხი. ამისათვის უნდა მოვითხოვდეთ თეორემის შინაარსის გარჩევას; მთელი კლასი რომ ჩავაბათ გამოკითხვის პროცესში, ამისათვის დაფასთან გამოძახებული მოსწავლის მიერ დაშვებულ შეც-

დომებს მასწავლებელი კი არ უნდა უსწორებდეს, არამედ მოსწავლეებს უნდა მივმართოთ სწორი პასუხის მისაღებად და, თუ ისინიც ვერ მოახერხებენ შეცდომის გასწორებას, მაშინ ჩაერიოს მასწავლებელი და გაუსწოროს. და ბოლოს, რომ გამოვავლინოთ, რამდენად საფუძვლიანად ესმის მოსწავლეს თეორემის დამტკიცება, ამისათვის ერთ-ერთ საშუალებად შეიძლება მივიჩნიოთ ის, რომ ნახაზზე შევუცვალოთ ასოები, ხშირად შეიძლება მონაცემი კუთხეები და გვერდებიც კი შევუცვალოთ. ცხადია, რომ თუ მართლაც მოსწავლეს თეორემის დამტკიცება მექანიკურად, ზეპირად აქვს დასწავლილი, აიბნევა და ვეღარ გაერკვევა საქმეში. ხოლო, თუ მას კარგად ესმის საიდან რა გამომდინარეობს, იგი მაინც დაამტკიცებს თეორემას მართებულად. ამასთან თეორემის მტკიცების დროს მოსწავლემ პარალელურად უნდა აწარმოოს დაფაზე სქემატური ჩანაწერი და ნახაზზედაც აღნიშნოს თავის დროზე კუთხეებისა და გვერდების ტოლობა.

ეხლა ისმის საკითხი: მასწავლებელმა თეორემის დამტკიცება გადასცეს ლექციურად, ე. ი. თხრობის სახით, თუ ევრისტიკულად დაამუშაოს? ახლად დამწყებ მასწავლებლებს ხშირად საშუალო სკოლაში გადააქვთ უმაღლეს სკოლაში მიღებული სწავლების მეთოდები; კერძოდ, ჩვენ ვიცით, რომ უმაღლეს სკოლაში ძირითად მეთოდად არის ლექციური მეთოდი. აი ეს მეთოდი გადააქვს ჩვენს ახალგაზრდა ამხანაგებს საშუალო სკოლაში. მაგრამ მათ ავიწყდებათ, რომ უმაღლეს სკოლაში საქმე გვაქვს გონებრივად მომწიფებულ ახალგაზრდობასთან, რომელსაც თავისუფლად შეუძლია საათობით ისმინოს ლექციები, არ მოიქანცოს და კრიტიკული თვალითაც შეაფასოს ყოველი ლექტორის ლექცია. სულ სხვა მდგომარეობა გვაქვს საშუალო სკოლის V-XI კლასებში. აქ გამოდგება მხოლოდ ისეთი მეთოდი, რომელიც გამოიწვევს მთელი კლასის მუშაობას, აქტიურ მონაწილეობას. ასეთი მეთოდი კი ევრისტიკული მეთოდია. აქ ახალგაზრდა არა მარტო უსმენს და უმზერს, არამედ უშუალო მონაწილეობას იღებს საკითხების დამუშავებაში და გარკვევაში, დასაბუთებაში და დასკვნების გამოტანაში.

მასწავლებელს მოფიქრებული კითხვებით მიყავს მოსწავლეები და აძლევს ისეთ გეზს, რომ მოსწავლეები მივიდნენ სათანადო დასკვნებამდე. ეს ყველაფერი მოსწავლეებში იწვევს აქტივობას, ინტერესს, ყურადღებას და ამ გზით შეძენილი ცოდნა გაცილებით მეტი სიღრმისა იქნება, ვიდრე ლექციური მეთოდით მიღებული. ამიტომ ამ მეთოდს კიდევ აქტიურ მეთოდს უწოდებენ. მართლაც, ამ მეთოდის მუშაობის დროს მოსწავლეს არ შეუძლია პასიურად იყოს; აქ მთელი კლასი აქტიურ მონაწილეობას იღებს და რაც უფრო კარგად არის მომზადებული კლასი, მით უფრო მთელი კლასი აქტიურია და საკითხის დამუშავებაც ადვილად მიდის. ყოველი მოსწავლე ისმენს კითხვას და ამზადებს პასუხს, ყოველ მომენტში მოსწავლე გამოძახების მოლოდინშია. მოსწავლე მთელი თავისი არსებით ჩაბმულია მუშაობაში. მას უვითარდება თვითმოქმედება, დაკვირვების უნარი, მოფიქრება, იღებს გაანალიზებისა და დასკვნების გამოტანის ჩვევებს. ერთი კი უნდა ითქვას, რომ საკითხის ევრისტიკულად დამუშავებას გაცილებით მეტი დრო უნდა, ვიდრე ლექციურად დამუშავების დროს; სამაგიეროდ ამ გზით შეძენილი ცოდნა უფრო შეგნებული და საფუძვლიანია და ამ ცოდნის ხარისხიც მაღალია. და ბოლოს ევრისტიკულად დამუშავების შემდეგ მასწავლებელმა უნდა გაიმეოროს მთლიანი დამტკიცება თხრობის სახით და ასევე გაამეორებინოს ერთ-ორ მოსწავლეს.

რასაკვირველია არ შეიძლება საშუალო სკოლის ყველა საფეხურზე და ყველა საკითხის ევრისტიკული მეთოდით დამუშავება უნივერსალურად გამოვაცხადოთ. ეს არის წამყვანი მეთოდი. მაგრამ, ხშირად ჩვენ მივმართავთ თხრობით მეთოდსაც. მაგალითად, შესავალ ნაწილებში ისტორიული მომენტების გადაცემისას და სხვა, ხოლო X-XI კლასებში თანდათან უნდა გადავიდეთ ლექციურ მეთოდზედაც, რომ მოსწავლეები შეეჩვიონ მოსმენას და მოსმენილის გაგებას, რომ მომავალში უმაღლეს სასწავლებელში ერთბაშად ლექციურ მეთოდზე გადასვლა არ გაუძნელდეთ.

ევრისტიკული მეთოდის მომარჯვება მასწავლებლისაგან

მოითხოვს დიდ დახელოვნებას, კითხვების კარგ მოფიქრებას და მათ ფორმულირებას სწორი, გამართული და გასაგები ენით. კითხვები ამავე დროს უნდა იყოს ისეთი დაზუსტებული, რომ მათზე მხოლოდ იმ პასუხის გაცემა შეიძლებოდეს, რაც ჩვენ საქმეს სწორი გზით წაიყვანს. ყველა ეს ძნელი საქმეა დამწყები მასწავლებლისათვის; ამიტომ ხშირად მოგვმართავენ ეს ამხანაგები და აღნიშნავენ, რომ მეთოდურ ლიტერატურაში ვერსად ხვდებიან საკითხების დამუშავებას ევრისტიკული მეთოდით,* რაც ცოტათი მაინც დაეხმარება, მათ პედაგოგიურ პროცესში. ამ მხრივ ეს ამხანაგები მართალნი არიან. ქართულ ენაზე მეთოდურ ლიტერატურაში მოგვეპოვება თეორემების ევრისტიკულად დამტკიცების ნიმუშები მხოლოდ ი. შტეინბერგის მეთოდურ წერილში, „გეომეტრიის თეორემების დამტკიცების მეთოდების შესახებ“ და ა. ხარაბაძის წიგნში „მათემატიკის მეთოდიკის ზოგადი კურსი“.

---

* და არც ავტორი იძლევა ასეთი მეთოდით დამუშავებულ ნიმუშებს. რედ.

კიდევ ზოგიერთი რჩევები მოსწავლეთა ცოდნის ხარისხის ამაღლებისათვის

ძალიან ძნელია გადმოცემა იმისა, თუ როგორ აღწევს მასწავლებელი ამა თუ იმ შედეგს, როგორ იმსახურებს მოსწავლეთა თვალში ავტორიტეტს, როგორ აყვარებს იგი თავის საგანს და სხვა. ეს ცოცხალი საქმეა, არ შეიძლება ყველა ამის სიტყვიერად გადმოცემა. ამას უნდა კაცი გაეცნოს უშუალოდ — მასწავლებლის ხანგრძლივ მუშაობას, და მხოლოდ მაშინ დაინახავს მისი მუშაობის ავკარგიანობას. და რადგანაც ეს მოუხერხებელია, ამიტომ შევეცდებით მკრთალად მაინც გადმოგცეთ ჩემი რამდენიმე ათეული წლების მანძილზე მიღებული გამოცდილება ამ დარგში.

მოსწავლეთა ჩამორჩენილობის გამომწვევი მიზეზი მრავალია და ნურავინ იტყვის იმას, რომ ჩამორჩენილობის მიზეზი მხოლოდ მასწავლებელია. ეს არის მასწავლებლის მუშაობა, ოჯახური პირობები; წრე, რომელშიაც იგი ტრიალებს, ეკონომიური მდგომარეობა, კლასის მრავალრიცხოვანობა, წინა წლების ჩამორჩენილობა, გაკვეთილების გამოტოვება, მასწავლებლის სიზარმაცე და დაუდევრობა. მაგრამ **მოსწავლეთა წარმატება თუ წარუმატებლობა კი აიხსნება უმთავრესად მასწავლებლის მუშაობით.**

მაშასადამე, მე ვამბობ, რომ მოსწავლეთა ჩამორჩენილობის მიზეზი მრავალია, მაგრამ ამ მიზეზებით გამოწვეული მოსწავლეთა ჩამორჩენილობის მთავარი , ლიკვიდატორი კი მასწავლებელია და მისი მუშაობა.

I. მე პირადად ვასწავლი საშუალო სკოლის ზემო კლასებში. სასწავლო წლის ბოლოს წინასწარ ვარკვევ დირექ-

ციასთან, რომელი ახალი კლასი მომეცემა მომავალ სასწავლო წელს; აუცილებლად ვესწრები დასახელებული კლასის გამოცდებს ალგებრა და გეომეტრიაში. აქ მე ვცდილობ საგნის მასწავლებელთან ერთად, რომ არც ერთი სათანადოდ მოუმზადებელი მოსწავლე არ იქნეს შეფასებული დამაკმაყოფილებელი ნიშნით; აქტიურ მონაწილეობას ვიღებ გამოკითხვაში კითხვების დასმით როგორც ბილეთიდან, ისე მის გარეშე: წერით გამოცდაზედაც ვცდილობ, რომ სამუშაო შესრულდეს დამოუკიდებლად და ადგილი არ ექნეს გადაწერას. ზეპირი და წერითი გამოცდების შეფასებაშიც აქტიური მონაწილე ვარ; როცა რომელიმე მასწავლებლის შეფასებაში სხვადასხვა ნიშანი გვაქვს მე და საგნის მასწავლებელს, მე ჩემსას ვუმტკიცებ, მომყავს საბუთები, შეფასების ნორმები და სხვა.

ზემოხსენებული ზომებით მე ვცდილობ, რომ შემდეგ წელს ამ კლასიდან ნაკლებად მომხვდეს შეუფერებელი, მოუმზადებელი და უიმედო მოსწავლე; ამასთან კლასში გამოცდებზე დასწრებისას დაწვრილებით ვინიშნავ ჩემთვის რა მხრივ იჩენს კლასი სისუსტეს, რომ მომავალ სასწავლო წელს იმ ნაკლს მივაქციო განსაკუთრებული ყურადღება.

ხშირად მე-5 კლასის მასწავლებლები ჩივიან, რომ დაწყებითი სკოლის მასწავლებლები არითმეტიკაში ნაკლებად მომზადებულ მოსწავლეებს გვაძლევენო; ამიტომ ამ ჩივილს ადგილი რომ არ ჰქონდეს, მოითხოვეთ დირექციისაგან, რომ მეოთხე კლასის არითმეტიკის გამოცდებზე დანიშნული იქნეთ ასისტენტად და შემდეგ მოიქეცით ისე, როგორც მე ვიქცევი მე-8 კლასების გამოცდებზე; ნუ გაუშვებთ მოუმზადებელ და უცოდინარ მოსწავლეთ; გამოამჟღავნეთ ზეპირ და წერით გამოცდებზე სუსტ მოსწავლეთა უცოდინარობა და შეაფასეთ სათანადო ნიშნით. მაშინ დაწყებითი სკოლის მასწავლებლებიც იძულებული იქნებიან მეტი სიფხიზლით და ენერგიით იმუშაონ, რათა უკეთესი მომზადების მოსწავლეები მოგვცენ. უკიდურეს შემთხვევაში ზემო კლასებში უფრო მეტად გაძნელდება სუსტი მოსწავლეების გამოსწორება.

II. ზაფხულის პერიოდში ვეცნობი პროგრამებში შეტა-

ნილ ცვლილებებს, მის განმარტებით ბარათს, სახელმძღვანელოების ახალ გამოცემებს; თუ რაიმე ახალი გამოვიდა მეთოდურ ლიტერატურაში ქართულ და რუსულ ენებზე ვსწავლობ და ვამუშავებ წლის განმავლობაში ჟურნალ „Математика в школе"-ში მოთავსებულ მეთოდურ წერილებსა და სხ. რსფსრ-ის განათლების მინისტრი ი. კაიროვი 1950 წლის აგვისტოს მოწინავე მასწავლებელთა თათბირზე ამბობს, რომ ცენტრალური ამოცანა იყო და არის „ბრძოლა მოსწავლეთა მაღალხარისხოვანი და საფუძვლიანი ცოდნისათვის; ეს არის ძირითადი პირობა წარუმატებლობისა და ორწლიანობის შემცირებისათვის".

ამისათვის კი მრავალი რამ არის საჭირო. დავიწყოთ ვაკვეთილის დასაწყისიდან და გავყვეთ ბოლომდის.

III. **როგორ ვაწარმოებთ წერითი საშინაო დავალების** შემოწმებას. აქ ჩვენი მიზანია, გავარკვიოთ საერთოდ კლასმა დასძლია თუ არა დავალება; შემდეგ რამდენად დამოუკიდებლად არის შესრულებული სამუშაო და რა მიზეზით ვერ შეასრულა დავალება ზოგიერთმა. ცხადია, უმთავრეს ყურადღებას ვაქცევთ მოსუსტო და ზარმაც მოსწავლეთ. კლასი უნდა დარწმუნდეს, რომ არც ერთი მოსწავლე არ დაგვრჩება შეუმოწმებელი: ზოგს ერთ მაგალითს წავაკითხებთ, ზოგს მეორეს და ა. შ. ზოგ მოსწავლეს შენიშნულ შეცდომას გავასწორებინებთ. ამ დროს ერთი მოსწავლის რვეული გვეჭირავს და ასე ვამოწმებთ სხვის ნამუშევრებსაც და თან კლასში ჩამოვივლით, რომ დავრწმუნდეთ და თვალით დავინახოთ, ვის აქვს შესრულებული დავალება და ვის არა. თუ გინდათ, რომ მიაღწიოთ იმას, რომ დავალება არ გადაიწერონ ამხანაგებისაგან, არასდროს ცუდი ნიშანი არ დაუწეროთ იმ მოსწავლეს, რომელსაც უმუშავია და ვერ მიუღია სწორი შედეგი. თუ ასე არ მოიქცევით, მაშინ იმ მოსწავლეს დააყენებთ ისეთ გზაზე, რომ იგი გადაიწერს სხვისგან და წარმოგიდგენთ შესრულებულ სამუშაოს. ცუდი ნიშანი დავუწეროთ იმ მოსწავლეს, რომელსაც სრულიად არ უმუშავნია და არაფერი გაუკეთებია, რომ შეესრულებინა ჩვენი დავალება. ვინ იმუშავა და ვერ დასძლია—აქ რამდენიმე მი-

ზეზია: შეიძლება მას ხელი შეუშალა თეორიული საკითხების უცოდინარობამ, ან საკმაო რაოდენობით ვერ ვივარჯიშეთ წინა გაკვეთილზე საილუსტრაციო მაგალითების ამოხსნაზე. ასეთი მოსწავლე გამოგვყავს დაფასთან და ამგვარივე მაგალითს ამოვახსნევინებთ ახსნა-განმარტების მიცემით; შესაძლებელია კარგად ვერ შევარჩიეთ მაგალითები, ან მოსწავლემ არ იცის სახლში მუშაობის ხერხები და სხვა.

იმის გამოსარკვევად თუ რამდენად დამოუკიდებლად შეასრულეს მოსწავლეებმა საშინაო წერითი დავალება, ჩვენ მოსწავლეს თავიდანვე მაგალითის ან ამოცანის ამოხსნას კი არ ვაკითხებთ, არამედ ვაძლევთ გამოსარკვევ კითხვებს:

ვთქვათ მაგალითები იყო ამოსახსნელი ალგებრაში განტოლებაზე. ვუსვამთ კითხვებს: რაზეა მაგალითი, რა გარდაქმნები აწარმოეთ, როგორ გაამარტივეთ, რა სახის განტოლება მიიღეთ, რა ფორმულა გამოიყენეთ უცნობის გასაგებად, გვითხარი ის ფორმულა, როგორ შეამოწმე მიღებული ფესვები.

ვთქვათ ამოცანა ამოსახსნელია განტოლების შედგენით. ვაძლევთ კითხვებს: რამდენი სიდიდეა საძებნი, რომელი აღნიშნეთ x-ით? მაშინ მეორე სიდიდე x-ის საშუალებით როგორ გამოისახება; განტოლებაში რომელი სიდიდეები გაუტოლეთ ერთმანეთს; ამისათვის რისა და რის განსაზღვრა დაგჭირდათ და ამოცანის რომელი პირობებით ისარგებლებთ? როგორ გაუტოლოთ ბოლოს ეს სიდიდეები ერთმანეთს?

თუ გეომეტრიული ამოცანის ამოხსნას ვამოწმებთ, აქაც კითხვების საშუალებით ვარკვევთ: რა ნახაზი დასჭირდათ თავიდანვე, ამოხსნის პროცესში დამატებით რა აგება აწარმოეს, რა თეორემების გამოყენება მოუხდათ, რა ფორმულები მოიხმარეს და სხვა.

სამუშაოს ამგვარი შემოწმებით ნათლად გამოირკვა, ესმის თუ არა მოსწავლეს ამოცანის ამოხსნა. ამ შემოწმებაში ჩაბმული გვყავს მთელი კლასი. ხოლო განსაკუთრებულ ყურადღებას ვაქცევთ შედარებით სუსტ მოსწავლეებს,

საქართველოს სსრ განათლების სამინისტრო

დ. პარკაძე

მეთოდური წერილები
მათემატიკაში

პედაგოგიური ინსტიტუტის სტუდენტებისა და
დამწყებ მასწავლებელთათვის

მეორე გამოცემა

სამეცნიერო-მეთოდური კაბინეტის გამომცემლობა
თბილისი 1954

IV. გაკვეთილის გამოკითხვა მიგვყავს იმ სახით, რომ მთელი კლასი იყოს აქაც ჩაბმული მუშაობაში. დიდხანს არ ვჩერდებით კარგი მოსწავლის გამოკითხვაზე, გადავდივართ მეორე და მესამეზე. რამე შეეშლება გამოძახებულ მოსწავლეს, აბა ვინ გაუსწორებს, მივმართავთ კლასს და ხელის აწევით გამოჩნდება ვინ უგდებს ყურს და ვისა აქვს მომზადებული გაკვეთილი; ან უცბად შევაწყვეტინებთ მოპასუხე მოსწავლეს და გადავძახებთ იმ მოსწავლეს, რომელიც რითიმეა გართული და მაშასადამე, ნაკლებად უგდებდა ყურს: აბა შენ განაგრძე, რაზედაც გავჩერდით და ა. შ. ამ გამოკითხვის დროს განსაკუთრებულ ყურადღებას ვაქცევთ იმ მოსწავლეთ, რომლებიც მოისუსტებენ, ან ნაკლებ ყურადღებიანი არიან. თუ რომელიმე ასეთ მოსწავლეს არ მოუწევს ინდივიდუალური გამოკითხვა, ყოველ შემთხვევაში ისე არ დავტოვებთ, რომ ან ფრონტალურ გამოკითხვაში არ მოხვდეს, ან საშინაო დავალების შემოწმებაში, ან გაკვეთილის გამოკითხვის პროცესში არ შევანჯღრიოთ, ან ახალი მასალის დამუშავების დროს ერთი კითხვა მაინც არ მივცეთ, ან დამუშავებული საკითხის განმეორებაში არ მივაღებინოთ მონაწილეობა. ამით მოსწავლეებს ვაჩვევთ აგრეთვე არა მარტო პასუხის მოცემას დასმულ კითხვაზე, არამედ სხვისი პასუხის ყურადღებით მოსმენას, გაგებას, შეცდომის შემჩნევას და გადასწორებას. ამგვარად ძალაუნებურად, დღეს-ხვალ მივაჩვევთ მოსწავლეთ სისტემატურ მუშაობას, თუ ჩვენც არ შევასუსტებთ და შევანელებთ ასეთ მაგარ მოთხოვნას და ყურადღებას.

ერთი სიტყვით ყოველმა მოსწავლემ იცის, რომ არას დროს ჩვენი ყურადღების გარეშე არ გვყავს იგი, რომ მუდამ გამოვავლენთ მის ცოდნას და არ ცოდნას, ყურადღებას და უყურადღებობას, გვისმენს და მონაწილეობას იღებს ჩვენს ყოველგვარ მუშაობაში თუ არა.

ზეპირი გამოკითხვის დროს არ ვკმაყოფილდებით მხოლოდ მიმდინარე გაკვეთილის გამოკითხვით; ყოველთვის მეოთხედში გავლილი მასალიდანაც გამოძახებულ მოსწავლეს ვაძლევთ ორ-სამ კითხვას, ამას ვაკეთებთ იმ მიზნით,

რომ ხშირად გავახსენოთ მოსწავლეს გავლილი მასალა, განვამტკიცოთ იგი მათ მეხსიერებაში და გამოვავლინოთ ცოდნის სიღრმე; ამას კიდევ დიდი მნიშვნელობა აქვს მოსწავლის ცოდნის საფუძვლიანი შეფასებისათვის.

უნდა ითქვას, რომ ბევრი დრო იკარგება მოსწავლეთა გამოკითხვაზე მეტადრე მრავალრიცხოვან კლასში. მეოთხედში ერთხელ გამოკითხო, კლასი მიიძინებს. მე გვიან მომიწევს გამოკითხვაო, ასე ფიქრობს ყოველი მოსწავლე და ამიტომ ხელს მიუშვებს მუშაობას. განსაკუთრებით ბევრი დრო იკარგება, როცა კლასი მრავალრიცხოვანია, მე-9 კლასში, სადაც გაცილებით მეტი კონტროლი და შეწუხებაა საჭირო, ვიდრე მეთერთმეტე კლასებში, სადაც მოსწავლეებს უფრო აქვთ მუშაობის ჩვევები, მრავალრიცხოვანი მყავს—36 მოსწავლეა. ამიტომ აქ სხვადასხვა ხერხს ვიყენებთ, რომ მეოთხედში რამდენჯერმე აღვრიცხო მოსწავლეთა ცოდნა. ერთი დაფასთან გამომყავს საპასუხოდ, მეორეს კი ჩემს მაგიდასთან ვსვამ და რაიმე სამუშაოს ვაძლევ (მაგალითების ამოხსნა, ფორმულების გამოყვანა და სხვა). მეოთხედში ერთხელ მოსწავლეებს ვავალებ გაკვეთილის მანძილზე ორი რომელიმე შესწავლილი თეორემის დამტკიცებას წერილობით და, რომ სახელმძღვანელოდან არ გადაიწერონ, მე თვითონ ვაძლევ დაფაზე ცოტად განსხვავებულ ნახაზსა და სხვა ასოებით აღნიშვნებს. ცხადია, რომ ასეთი სამუშაოს ჩატარება შეიძლება, მხოლოდ მეცხრე და ზემო კლასებში, სადაც მოსწავლეს არ გაუძნელდება თავისი მსჯელობის გადმოცემა წერილობით. ამ ნამუშევრებს ვასწორებ სახლში და ვაფასებ სათანადო ნიშნით, რომელიც ზეპირი პასუხის ნიშნებში შემაქვს. თუ რომელიმე მოსწავლის ნამუშევარი ჩემს ეჭვებს იწვევს, ეს მოსწავლე შემდეგ გაკვეთილზე გამომყავს დაფასთან და ვამოწმებ მის ცოდნას საბოლოოდ.

. გაკვეთილების განკუთვნილი დროის რაციონალურად გამოყენების მიზნით ძალიან საჭიროა ყოველ სკოლას ჰქონდეს კლასებში (როგორც აქვს პირველ და 23-ე საშ. სკოლას) ლინოლეუმის მოზრდილი და გრძელი დაფები — კედელზე ჩარჩოში ჩასმული. ეს საშუალებას იძლევა ერთი და იგივე

დროს ორი-სამი მოსწავლის გამოძახებას და გამოკითხვას, რითაც ძალიან შევიმოკლებთ დროს მოსწავლეთა გამოკითხვაზე.

V. ახალი მასალის დამუშავება. მაღალი აკადემიური წარმატების მოსაპოვებლად მასწავლებლის მუშაობაში მთავარი და მნიშვნელოვანია ახალი მასალის დამუშავების ხარისხი. ამიტომ ყოველი გაკვეთილისათვის წინა საღამოს გულდასმით ვემზადები: გადავათვალიერებ დასამუშავებელი საკითხის შესახებ სტაბილურ სახელმძღვანელოს და მეთოდურ ლიტერატურას; რომელი თეორემები ან ფორმულები უნდა გავახსენო მოსწავლეთ ახალის დასამუშავებლად; ვარკვევ — მოვახერხებ თუ არა საკითხის დამუშავებას ანალიზურად, რა ნაწილი უნდა გადავცე თხრობით, ხოლო რა ნაწილი ევრისტიკულად; წინასწარ მოვიმარაგებ საჭირო დიდაქტიკურ მასალას; შევარჩევ ამოცანათა კრებულში მაგალითებს, რომელთაც ამოვხსნით დაფაზე, აგრეთვე დამოუკიდებელი მუშაობისათვის და ბოლოს საშინაო დავალებისათვისაც სათანადო მაგალითებს.

ერთი სიტყვით, ყოველ ღონეს ვხმარობ, რომ გაკვეთილი იყოს ღრმადშინაარსიანი, ცოცხალი, მრავალფეროვანი, მიმზიდველი, კონკრეტიული და მოსწავლეთათვის გასაგები და მისაწვდომი. აქ უნდა გამოვიჩინო ჩემი ტემპერამენტი და უნარი, ცოდნა და გამოცდილება; მაგრამ არა ისე, რომ მე აქ დავიწყო ორატორობა ან ტკბილი საუბარი და ბოლოს სათანადო დასკვნაც მე გავაკეთო. პირიქით, არც ერთს მათგანს ადგილი არ ექნება. ვაძლევ გაკვეთილის მიზანდასახულებას, ვუკავშირებ ახალ საკითხს შესწავლილ მასალას, ვიწყებ ანალიზის გამოყენებით და მიმყავს საკითხის დამუშავება ევრისტიკულად.

აქ მთელი კლასი იღებს აქტიურ მონაწილეობას. ამგვარად **ჩემი მოსწავლეები ახალი საკითხის დამუშავების პროცესში არა მარტო მსმენელები არიან, არამედ აქტიური მონაწილენიც საკითხის გაშუქებაში და გარკვევაში, დებულების დამტკიცებაში და საბოლოო დასკვნის გამოტანაში.**

გადაწყვეტილი მაქვს არას დროს დასკვნა მე არ გამოვიტანო, როცა მოსწავლეებს გაუძნელდებათ, დამხმარე კითხვებით წარმართავ მათი აზროვნების მსვლელობას სათანადო გზით. მიღებული დასკვნის ფორმულირებაც ჯერ თვით მოსწავლეებს ვავალებ, ხოლო საბოლოო რედაქციას ვაძლევთ ჩვენ.

დამუშავებული დებულების განმეორების შემდეგ გადავდივართ დაფაზე — საილუსტრაციო მაგალითების ამოხსნაზე, რის შემდეგ დამოუკიდებელ სამუშაოსაც ვატარებ; ამ დროს დავტრიალებ უმთავრესად საშუალო და სუსტ მოსწავლეებს, ვაძლევ მითითებას, განმარტებას და სხვა.

მათემატიკის სწავლება, რომ სახალისოდ და ცოცხლად მიმდინარეობდეს, ამისათვის გაკვეთილი უნდა იყოს მრავალფეროვანი; ახალი მასალის დამუშავებაში ვიყენებ თხრობით გადაცემასაც — უმთავრესად შესავალ ნაწილებში, მაგრამ წამყვანი კი ჩემთვის ევრისტიკული გადაცემაა. უნდა ითქვას, რომ ახლი საკითხების ამ გზით დამუშავება მეტად რთული და ძნელი საქმეა მასწავლებლისათვის. აქ საჭიროა, მასწავლებლის დიდი დახელოვნება, რომ მის მიერ დასმული კითხვები იყოს ნათელი და კონკრეტიული და ამავე დროს იმგვარი, რომ მასზე გაცემულ სწორ პასუხს მივყავდეთ სასურველ შედეგამდე. ძნელია კიდევ ამ გზით საკითხის დამუშავება იმ მხრივ, რომ კლასი ამ დროს მეტად აქტიურია (და რაც უფრო კლასი მომზადებულია, მით უფროა ეს ამბავი) და ამიტომ ბევრ მასწავლებელს უძნელდება მოსწვლეთა შეკავება, რის გამო ხდება ხმაური და ირღვევა დისციპლინა. ამის გამო იყო, რომ ერთმა გამოცდილმა და მათემატიკის მცოდნე მასწავლებელმა მითხრა, რომ „თავი დამანებე შენი ევრისტიკით; მოსწავლეთ ველარ ვიკავებ, კლასში ხმაური იწყება, ვიღლები და არა გამოდის რაო; მირჩევნია მე თვითონ გადავცე თავიდან ბოლომდის, მომისმინონ და თუ რამეს ვერ გაიგებენ, შემეკითხონ და ხელმეორედ აუხსნიო“.

შეიძლება ისე კარგად გასაგებად და მოსწავლეთათვის მისაწვდომად დაამუშაოთ საკითხი თქვენ კლასში თხრობითი გადაცემით, რომ საკითხის არც ერთი კუნჭული არ დარჩეს

გაუგებარი მოსწავლეთათვის; შემდეგ გაკვეთილზედაც შეიძლება ხუთზედაც გიპასუხონ ეს გაკვეთილი, მაგრამ მაინც ეს მეორე გზა გაცილებით ნაკლებ სასარგებლოა მოსწავლეთათვის, რადგან აქ მოსწავლეები პასიური მსმენელები იქნებიან; ევრისტიკული დამუშავების დროს კი ყოველი მოსწავლე მონაწილე იყო, აზროვნებდა, იკვლევდა და თვითონვე მიდიოდა სასურველ დასკვნამდე; მოსწავლეებში ეს დიდ ხალისს იწვევს; ამ გზით მიღებული ცოდნა ღრმად აღიბეჭდება მათ გონებაში და მეხსიერებაში და თანდათან უყვარდებათ ჩვენი საგანი საკითხის ევრისტიკულად გადაცემის დროს ხშირად, წაზარმაცო, ნაკლებ ყურადღებიანი, ან სუსტი მოსწავლე ისეთ კარგ და მოსწრებულ პასუხს მოგცემს შენ კითხვაზე, რომ გასაკვირს დარჩები და შენც გახარებული მიაძახებ წასახალისებლად — ყოჩაღ ბიჭო აი აგრე უნდა, შენ ვიზე ნაკლები ხარ? ხოლო იგივე მოსწავლეს ლექციური მეთოდით დამუშავების დროს სთვლემს, ეძინება ან სხვა რაიმით ერთობა. ახალი მასალის დამუშავების დროს მოსწავლეებში უნდა გავაღვივოთ ცნობისმოყვარეობა; უნდა კითხულობდეს — საიდან მივიღეთ, რატომ ასე უდგებით საკითხის გადაწყვეტას და არა ისე; უნდა ვასწავლოთ ძიება, კითხვების დასმა თამამად; ძიება და პასუხის გაცემაც და დამოუკიდებლად გადაწყვეტაც.

ევრისტიკული გზით ახალი საკითხების დამუშავება — ეს ამავე დროს არის მოსწავლეთა აქტივობის დანერგვის ერთ-ერთი საშუალებაც. ერთი სიტყვით, სწავლების მეთოდი ისეთი უნდა იყოს, რომ იგი მოსწავლისაგან თხოულობდეს მოფიქრებას და დაკვირვებას და არა ისეთი, სადაც მოსწავლეს უხდებოდეს მასწვლებლის მიერ კლასში ყოველმხრივ დეტალურად დამუშავებულისა და დაღეჭილის დასწავლა სახლში.

VI. საკითხი საკონტროლო წერის დანიშნულებისა და წარმოების შესახებ მე დაწვრილებით მაქვს განხილული წერილში „წერითი სამუშაოები მათემატიკაში“, მხოლოდ მე აქ შევეხები და აღვნიშნავ პროფილაქტიკურ ზომებს, რომლითაც ვცდილობ, რომ მოსწავლეებმა სამუშაოში ნაკლები შე-

ცდომები დაუშვან. გამოცდილებითა და პრაქტიკით ვიცით დაახლოებით რა ხასიათის შეცდომები მოსდით მოსწავლეებს ამა თუ იმ სახის მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნის დროს. ამიტომ საკონტროლო წერის ჩატარების წინა გაკვეთილებზე ვავარჯიშებ მოსწავლეებს სათანადო მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნაზე და ვამახვილებ მოსწავლეთა ყურადღებას მოსალოდნელი შეცდომებისაკენ. ამ დროს დაფასთან გამომყავს უმთავრესად შედარებით სუსტი მოსწავლეები; ხაზგასმით და მოსწავლეთა ყურადღების მისაქცევად გამოვყოფ მუშაობის იმ ადგილებს, რაც ძნელია, ბუნდოვანი, რომ შეიძლება მოსწავლეებმა აურიონ ერთი წესი მეორეში და სხვა. ამ ხერხით მოსწავლეთა დიდი უმრავლესობა და ხშირად მთელი კლასიც ეუფლება დასაძლევ საკითხებს და ამის შედეგად საკონტროლო წერის შედეგიც უკეთესი მიიღება.

საკონტროლო ნამუშევრების ანალიზი დიდ მასალას იძლევა ჩამორჩენილთა გამოსასწორებლად. ამიტომ, ყოველ შემდეგ გაკვეთილზე რვეულების დარიგებისას ვაცდი მოსწავლეებს, დაუკვირდნენ შეცდომებს, რომ თვითონვე მიხვდნენ რა ხასიათის შეცდომა აქვთ დაშვებული; და ბოლოს დამახასიათებელ შეცდომებს დავამუშავებთ დაფასთან გამოყვანით იმ მოსწავლეებისა, რომელთაც აქვთ ასეთი შეცდომები; თუ საჭირო იქნება ამგვარივე ახალ მაგალითებსაც ამოვხსნით. ხშირად სანიმუშო ნამუშევრებსაც წავაკითხებთ მოსწავლეებს მთელი კლასის წინაშე.

VII. შეგნებული დისციპლინა. სკოლის ცხოვრებაში, თითოეული სასწავლო დისციპლინის გაკვეთილზე და განსაკუთრებით მათემატიკის გაკვეთილებზე საჭიროა შეგნებული დისციპლინა. უდისციპლინობის დროს ყველაზე ამრევი, უყურადღებო, ზარმაცი და ჩამორჩენილი მოსწავლეა ზარალში; რაც ნაკლები დისციპლინა აქვს მათემატიკის მასწავლებელს, მით უფრო მეტი ჩამორჩენილი და ნაკლებ მცოდნე მოსწავლეები ეყოლება მას. კარგი ნიჭიერი, ბეჯითი და მცოდნე მოსწავლე არ არღვევს დისციპლინას, თუმცა და ასეთმა მოსწავლეებმა ერთხელაც რომ მოჰკრან

ყური მასწავლებლის ახსნას, მაშინაც გაიგებენ საკითხის არსს. მაგრამ რას გაიგებს და შეითვისებს მოსწავლე, რომელიც მასწავლებელს არც ყურს უგდებს და, პირიქით, სხვასაც ხელს უშლის თავისი უდისციპლინობით. ვერ წარმომიდგენია მოსწავლე, რომელიც სულგანაბული არ მისმენდეს ახალი მასალის დამუშავების დროს, რომ მან ამის გარეშე რამე გაიგოს. ამიტომ უპირველესად მაგარი და მტკიცე დისციპლინაა საჭირო, რომ თანდათან ლიკვიდაცია ვუყოთ მოსწავლეთა ჩამორჩენილობას. ხოლო შეგნებული დისციპლინის დამყარების მიზნით თავიდანვე, ე. ი. გაკვეთილის დაწყებიდანვე ვცდილობ დავამყარო საქმიანი და მუშაობის ინტერესის აღმძვრელი ატმოსფერო. ჯერ კლასს ჩავაბამ საშინაო დავალების შემოწმებაში: ერთი კითხულობს დავალებას, მეორე და მესამე უსწორებს მას და ა. შ.; შემდეგ გამოკითხვაშიც: მოპასუხე მოსწავლეს უსწორებენ შეცდომებს, რასაკვირველია, მასწავლებლის დასახელებით; ან მასწავლებელი უცბად შეაჩერებს მოპასუხე მოსწავლეს და დაავალებს უყურადღებო მოსწავლეს — „აბა გაიმეორე. რა თქვა ბოლოს ამ მოსწავლემ“ ან „აბა განაგრძე შემდეგი“ და სხვა. ახალი მასალის დამუშავებაში ხომ, როგორც ზემოთ ვთქვით, მთელი კლასი გვყავს ჩაბმული მუშაობაში; დამუშავებულ მასალას ვამეორებინებთ ერთ-ერთ მოსწავლეს; შემდეგ მთელ კლასს ჩავაბამთ ისევ ჯერ საილუსტრაციო მაგალითების ამოხსნაში, ხოლო შემდეგ დამოუკიდებელ მუშაობაში, და ამგვარად, თუ ყოველი მოსწავლე ჩაბმული გვეყოლება მუშაობაში, მაშინ იგი ყველაფერს გაიგებს, რაც დამუშავდა, დაინტერესდება და აღარ ჩამორჩება.

ჩვენ დისციპლინა არ გვესმის ისე, რომ იგი სიმშვიდისა და სიწყნარის დისციპლინა იყოს; რად მინდა მოსწავლე, რომელიც წყნარად ზის, არც არას მიშლის, მაგრამ არც არას აკეთებს, ზის გაშტერებული. გაკვეთილზე ჩვენ გვინდა ნამდვილი ყურადღების დისციპლინა, მუშაობისა და საქმიანობის გამომწვევი დისციპლინა. როცა მოსწავლე ყურს უგდებს, ეს აზროვნების მუშაობის საფუძველია და თუ მოსწავლეს მივაჩვევთ კლასში ყურადღებით ყოფნას და ყურადღებით

მოსმენას, მაშინ მისი აზროვნებაც ამუშავდება; ამიტომ ჩვენი მიზანია ყოველ გაკვეთილზე მოსწავლის მოსმენის უნარის გამომუშავება. მოსწავლის ყურადღება კი იბადება საქმიანობის ინტერესით. რასაკვირველია, საინტერესო გაკვეთილი მოსწავლეთა ყურადღებას აფხიზლებს და ისინი დაკვირვებული ხდებიან. მაგრამ სამწუხაროდ, მათემატიკის გაკვეთილებზე ყველა საკითხი არ არის საინტერესო და მიმზიდველი, მაგ., რადიკალებზე სამ თვეზე მეტი მუშაობა და სხვა ასეთი ნაკლებად აინტერესებს მოსწავლეებს, რადგანაც მეტად მშრალი, განყენებული და აბსტრაქტულ თემად ეჩვენებათ. აქ ჩვენ უნდა დავარწმუნოთ მოსწავლენი, რომ ბევრჯერ არასასიამოვნო და არასაინტერესო საკითხების დამუშავებაც დაგვჭირდება, რომ შემდეგში გამოვიყენოთ მიღებული ცოდნა. მაშასადამე, საჭიროა ნებისყოფა, ხასიათის სიმტკიცე, რომ გადალახო ყოველგვარი სიძნელე და ბოლოს მიაღწიო შენს საწადელს.

როცა მოსწავლეს შევაჩვევთ ყურადღებით მოსმენას, — ამით გამოვიმუშავებთ მოსწავლეებში მოსმენის უნარს; მაშინ მოსწავლე გადადის შემდეგ საფეხურზე — უკვე უფიქრდება მოსმენილს და თავისებურ ანალიზს უკეთებს მოსმენილს, და მხოლოდ ასეთი სწავლებით შეიძლება აღვზარდოთ იდეური, მტკიცე და დამოუკიდებლად მომუშავე ადამიანი.

VIII. როგორ იმუშაოს მოსწავლემ სახლში. ჩვენდა სამწუხაროდ ზოგიერთი მასწავლებელი არ უკვირდება და ფიქრადაც არ მოსდის, რომ ერთხელ მაინც იკითხოს, როგორ მუშაობენ მისი მოსწავლეები სახლში, როგორ ამზადებენ გაკვეთილებს, ან როგორ ასრულებენ საშინაო წერით დავალებებს; როგორ სარგებლობს სახელმძღვანელოთი, საკლასო რვეულებში წარმოებული ჩანაწერებითა და სხვა.

ეს საქმე არც ისე იოლია, რომ მოსწავლე თავისით გაერკვეს ამ საკითხებში, მით უმეტეს, რომ სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინის სწავლას და დავალების შესრულებას თავისებური სპეციფიკა ახასიათებს. ამიტომ ჩვენი ვალია, რომ მოსწავლეს ამ საქმეშიც დავეხმაროთ, გავუადვილოთ სახლში მუშაობა, რომ დრო რაციონალურად გამოიყენოს.

ამ საკითხზე საუბარი შორს წაგვიყვანს, მაგრამ ზოგიერთ რამეზე მაინც ვიტყვით: მოსწავლეებს ვეუბნებით: დაუკვირდით რა არის მთავარი და რა არის მეორეხარისხოვანი იმ გაკვეთილში, რომელიც უნდა შეისწავლოთ, ან იმ დავალებაში, რომელიც უნდა შეასრულოთ სახლში. რა კავშირი აქვს ახალ საკითხს ძველ და შესწავლილ მასალასთან; რა და რა გამოვიყენეთ შესწავლილიდან, რომ ამ ახალ საკითხში გავრკვეულიყავით; უამისოდ ახალი საკითხის დედააზრს და დანიშნულებას ვერ მიუხვდებით, რის გამო ვერ მიაქცევთ მთავარ ყურადღებას იმას, რაზედაც საჭიროა გონების გამახვილება. ან რა პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს ამა თუ იმ სავარჯიშოებს, რომელთაც ჩვენ ვაძლევთ მოსწავლეს სახლში საშინაო დავალების სახით.

როდესაც მოსწავლეები გაერკვევიან დავალების დანიშნულებასა და მიზანში, მაშინ ისინი მეტი ხალისითა და მონდომებით ასრულებენ ჩვენს დავალებას; ან როდესაც ვაძლევთ გასამეორებლად მათემატიკის რომელიმე საკითხს, წინასწარ ვეუბნებით, რომ ეს ჩვენ დაგვჭირდება შემდეგ გაკვეთილებზე ახალი მასალის დასამუშავებლად და ილოდეთ, რომ უამისოდ ვერაფერს გავაკეთებთ, მაშინ ასეთ გამეორებასაც აზრი ეძლევა და მოსწავლეები სიამოვნებით იმეორებენ მოცემულ საკითხებს.

მოსწავლეს გაკვეთილის დამზადებაში უმთავრესად ერთმანეთში ერევა ორი რამ: ჯერ უნდა გაერკვეს საკითხში, გაიგოს საკითხის დამუშავების გზა, როგორ მივედით საბოლოო დასკვნამდე და მხოლოდ ამის შემდეგ შეუდგეს მის შესწავლას ისე, რომ გამოკითხვის დროს მწყობრად გადმოგვცეს შესწავლილი. მოსწავლე ამ ორ მომენტს ურევს ერთმანეთში; ის თავიდანვე შეუდგება, მაგალითად, თეორემის დამტკიცების შესწავლას. ასეთი შესწავლა ნაკლებ ნაყოფიერია და ფორმალური. მოსწავლემ ხშირად ისიც არ იცის თუ რა უნდა ისწავლოს ზეპირად იმავე რედაქციით, როგორც სახელმძღვანელოშია და რა უნდა გადმოგვცეს თავისი სიტყვით. შემხვედრია არა ერთი მოსწავლე, რომელიც, მაგალითად, თეორემის დამტკიცებაში ზეპირად სწავლობს ნახაზზე რა ასო

სწერია; ასევე ზეპირად სწავლობს თეორემის დამტკიცებასაც; იმასაც ზეპირად იხსომებს, თუ რომელი კუთხეების ტოლობაა მოცემული, გვერდების ტოლობა, ან გვერდების პროპორციულობა და სხვა. ამის საილუსტრაციოდ მოვიყვანთ შემდეგს: რესპუბლიკის ერთ-ერთი სკოლის გამოკვლევისას მოვხვდი IX კლასში გეომეტრიის გაკვეთილზე. გამოძახებულმა მოსწავლემ გააკეთა ნახაზი და შეუდგა თეორემის დამტკიცებას — სამკუთხედების მსგავსობის მეორე ნიშანი. მასწავლებელთან შეთანხმებით მარცხენა კუთხეების ტოლობის მაგივრად მე მივეცი წვეროსთან მდებარე კუთხეების ტოლობა და ვთხოვე მოსწავლეს — ახლა შენ აიღე მსგავსებული გვერდები და დამიმტკიცე ეგ თეორემა. ამ კუთხის გადანაცვლებამ ისე არია გამოძახებული მოსწავლე და შემდეგ მთელი კლასიც, რომ ვერც ერთმა მოსწავლემ ვეღარ დაამტკიცა ეს თეორემა.

აი შეუგნებელი სწავლის ნიმუში! როცა საშინაო დავალებად ვაძლევთ მაგალითებსა თუ ამოცანებს, აქაც, თუ რაიმე საძნელო საქმე იქნება, ბუნდოვანი ან ძნელად გასარკვევი, მოსწავლეებს ვაძლევთ საჭირო მეთოდურ მითითებას, რაც მათ გაუადვილებს სახლში მუშაობას. ამასთან მოსწავლეთ ვეუბნებით: დავალების შესრულების წინ შეისწავლეთ ჯერ თეორიული მასალა, გადაათვალიერეთ ამ საკითხის შესახებ საკლასო რვეულებში გაკეთებული ჩანაწერები, გაიხსენეთ ჩვენი ახსნა-განმარტება, დაუკვირდით იმ მაგალითების ამოხსნას, რომლებიც კლასში ამოვხსენით.

ყველა ამ საშუალებათა გარდა ჩვენ ხშირად ვურჩევთ მოსწავლეებს, რომ ბეჯითმა და ზარმაცმა მოსწავლემ ერთად იმუშაონ სახლში. რასაკვირველია, ეს უნდა ხდებოდეს ნებაყოფლობით; ამისათვის მივმართავთ კლასს: „აბა ვინ იმუშავებს სახლში ამ მოსწავლესთან დროებით, ერთ ან ორ კვირას, ვინ დაეხმარება ამხანაგს, რომ საკითხში გაერკვეს". მივმართავთ მათ ამხანაგურ გრძნობებს და ხშირად თავისი სურვილით მოსწავლეები კისრულობენ დაეხმარონ ამხანაგს.

IX. ინდივიდუალური მიდგომა ჩვენ ისე არ გვესმის, რომ ცუდი ნიშნის მაგივრად კარგი ნიშანი დავუწეროთ რო-

მელიმე მოსწავლეს; ერთ მოსწავლეს შეღავათი მივცეთ, მეორეს კი არა. პირიქით — სისტემატური, მტკიცე და მაგარი მოთხოვნა ყველას მიმართ, შეფასებაც ყველას ერთი საზომით, რომელიც მოცემულია სამინისტროს მიერ. ინდივიდუალური მიდგომა ჩვენის გაგებით შემდეგია: ვთქვათ, მოსწავლე ზარმაცობდა, მაგრამ იგი თანდათან ამუშავდა და გამოსწორების გზაზე დადგა; აი აქ რამდენ კარგ პასუხსაც მივიღებ მისგან, შევაქებ კლასის წინაშე და ნიშანსაც დამაკმაყოფილებელს დავუწერ; ვთქვათ, მეოთხედის ბოლომდე მაინც მთლიანად ვერ მოასწრო ყველა ხარვეზის გამოსწორება; მაინც რაკი აღმავლობის გზაზე დაადგა, მე მას ვუწერ დამაკმაყოფილებელ ნიშანს და ვაცხადებ კლასის წინაშე, რომ: „შენ ჯერ კიდევ მთლიანად არა გაქვს დამსახურებული ეს ნიშანი, მაგრამ რაკი მუშაობა დაიწყე, საგნისადმი ინტერესს იჩენ და ცდილობ, ამიტომ ვაფასებ შენს მუყაითობას და იმედი მაქვს, რომ შენ ამას გაამართლებ". ეს მას ამხნევებს, ძალას მატებს და რომ ჩემთან პირი არ შეირცხვინოს, მეტი ხალისითა და მონდომებით მუშაობს მომავალ მეოთხედში; იშვიათად არ გამართლებულა ასეთი ჩემი მიდგომა და შეფასება.

ვთქვათ მოსწავლე სხვა სკოლიდან არის გადმოსული, მას არა აქვს საკმაო მომზადება, მაგრამ იჩენს სიბეჯითეს და არც უნიჭოა. აქაც წახალისების მიზნით, რომ იმედი არ დაეკარგოს, ვაძლევ ინდივიდუალურ დავალებებს — უფრო ადვილ მაგალითებსა და ამოცანებს და ასე თანდათან ეს მოსწავლე იმართება წელში.

ინდივიდუალურ მიდგომას აქვს ადგილი აგრეთვე საშინაო წერითი დავალების შემოწმებისას; აქ ცხადია, რომ ზარმაცი და მოსუსტო, დაუდევარი და უნებისყოფო მოსწავლეების ნამუშევრების გადათვალიერებას და შემოწმებას მეტი დაკვირვებით და სიმახვილით ვაწარმოებ, საფუძვლიანად და ხშირად ვაწარმოებ შემოწმებას.

ძალიან კარგ შედეგს იძლევა ჩამორჩენილ მოსწავლეთა დავალებათა რვეულების ხშირი შემოწმება სახლში წაღებით.

ფრონტალური გამოკითხვის დროსაც მეტი ყურადღება ექცევა ამგვარივე მოსწავლეებს.

არა ერთხელ შემიქია კლასის წინაშე ის მოსწავლე, რომელიც სუსტობდა, ორიანებს იღებდა, მაგრამ სისტემატური მუშაობით მან სძლია საგანი, რის შედეგად შემდეგში მტკიცე სამიანებსა და ოთხიანებსაც იღებდა.

ინდივიდუალურ მიდგომას ფართედ ვიყენებ მოწინავე მოსწავლეების მიმართაც. არა ერთხელ მიქია XI კლასის მოსწავლე №, რომელმაც სამიანებით დაიწყო სწავლა IX კლასში, ხოლო შემდეგ ეს სკოლა დაამთავრა ოთხიანით და ხუთიანით. როდესაც ძალიან კარგი პასუხები მივიღე მოსწავლესაგან და აგრეთვე საკონტროლო წერაც სამჯერვე კარგად შეასრულა, კლასში გამოვაცხადე, რომ თქვენ კლასს პ მოწაფის სახით შეემატა მეტად შეგნებული, წესიერი და მუყაითი მოსწავლე. სარაიონო საკონტროლო ნამუშევრების გასწორების შემდეგ მეთერთმეტე კლასებში წავიკითხე მოწაფე პ-ს ნამუშევარი, როგორც სანიმუშო. მან მიცემული ამოცანა ორ გზით ამოხსნა მშვენიერი სიტყვიერი დასაბუთებით და ბოლოს იმასაც დასძენდა, თუ რა შემთხვევაში, რომელ ხერხს უნდა მიეცეს უპირატესობა; მოსწავლეებს გადავეცი ჩემი განცდებიც, რომ როცა პ-ს ნამუშევარი გავასწორე, თავი დავანებე მუშაობას და ნახევარი საათის განმავლობაში განვაგრძობდი მიღებული შთაბეჭდილებით სიამოვნებას.

ერთი სიტყვით, რაც კარგია და საქები, მას უყურადღებოდ არ ვტოვებ, ხოლო რაც ცუდია — მასაც ღირსეულს მიუძღვნი.

X. მასწავლებლის ავტორიტეტი და მისი მნიშვნელობა წარმატების საქმეში. მასწავლებელი ცენტრალური ფიგურაა სკოლაში და უმთავრესად მის მაღალხარისხოვან მუშაობაზეა დამოკიდებული მოსწავლეთა შორის როგორც შეგნებული დისციპლინის დამყარება, ასევე მოსწავლეთა აკადემიური წარმატების ამაღლების საქმე.

რითი უნდა ავხსნათ ის გარემოება, რომ ერთ მასწავლებელს მეტი ავტორიტეტი და პატივისცემა აქვს, ვიდრე მეო-

რეს? ერთის სიტყვას მეტი ფასი აქვს, ვიდრე მეორისას; ერთის რაიმე დავალება მოსწავლეების მიერ განუხრელად სრულდება, მეორესი კი ნაკლებად.

მასწავლებლის ავტორიტეტს ჰქმნის მის მიერ თავისი საგნის ღრმა ცოდნა, მისი ფართე განათლება, პოლიტიკურ-იდეური მომზადება, სამართლიანობა და მიუდგომლობა.

როცა შენ მცოდნე ხარ, მაშინ შენ მოსწავლეებშიც იბადება ცოდნის შეძენის სურვილი; როცა მასწავლებელი სისტემატური მომუშავეა, პუნქტუალურია თავის საქმიანობაში, მაშინ მის ხელში გაზრდილ ახალგაზრდობაშიც გადადის ეს თვისება; ჯერ შენ უნდა იყო დისციპლინირებული და შემდეგ შენი მოსწავლეებიც აიღებენ შენგან მაგალითს; შენში უნდა ხედავდნენ მოსწავლეები დიდი ნებისყოფის ადამიანს და მხოლოდ ამის შემდეგ შესძლებ გააღვივო ეს ძვირფასი ხასიათი შენს მოსწავლეებში. შენში უნდა გრძნობდნენ სპეტაკ, ფაქიზ და გულისხმიერ ადამიანს, რომ ამით წასაბაძი მაგალითი იყო შენი მოსწავლეებისათვის. მშობელი ერისათვის თავდადებული პატრიოტის აღზრდას მაშინ შესძლებ, როცა შენშიაც ღვივის სამშობლოს სიყვარული.

ჩემი ხანგრძლივი პედაგოგიური მუშაობის მანძილზე ვცდილობდი ცოდნითა და ადამიანობით ოდნავ მაინც მივწდომოდი მასწავლებლის იდეალს, რომ ამით დამემსახურებინა მოსწავლეთა თვალში ავტორიტეტი და პატივისცემა და ამავე დროს შემეყვარებინა მათემატიკა იმდენად, რომ მომავალში მათ ეს ცოდნა გამოსდგომოდათ სპეციალობის არჩევისას. მაგრამ არასდროს ავტორიტეტისა და პატივისცემის დამსახურებას არ ვეძებდი იაფფასიანი პოპულარობით, ალერსითა და მიფერებით, ან დაუმსახურებლად კარგი ნიშნების დაწერით. პირიქით — სასტიკი ვიყავი დისციპლინისა და ცოდნის მოთხოვნაში. მკითხველს ვარწმუნებ, რომ ასეთი მასწავლებელი არა სძულთ მოსწავლეებს; ოღონდ სამართლიანი იყავი, ნუ გვექნება მოსწავლეთა გამორჩევა და იყავი ცოდნის მიმცემი.

მე, როგორც მასწავლებელსა და აღმზრდელს, მუდამ გარკვეულ დისტანციაზე მეკავა თავი მოსწავლეებისაგან;

უამისოდ ავტორიტეტი, პატივისცემა და მოსწავლის მორიდება მასწავლებელთან შეიბღალება; არ ვარგა ზომაზედ მეტად დაახლოვება მოსწავლესთან; ყველამ თავისი ადგილი უნდა იცოდეს. თავის დროზე საჭიროა მოსწავლეების მოფერებაც, დაყვავებაც, გახუმრებაც და მით უმეტეს საუბარი და ბაასიც. მაგრამ ზომაზე და თავის ადგილზე.

ყოველი მასწავლებელი და მათ შორის მათემატიკისაც, მასწავლებელია თავისი საგნისა და ამავე დროს აღმზრდელიც არის ამ სიტყვის მნიშვნელობის ფართე გაგებით. ყოველი ჩვენგანი მოვალეა აღზარდოს ჩვენი ეპოქის ღირსეული ადამიანი და ამავე დროს შეაყვაროს თავისი საგანი იმდენად, რომ მან შემდეგში — უმაღლეს სასწავლებელში გამოიყენოს ამ საგნის ცოდნა.

არაერთ ჩემს მოსწავლეს შევაყვარე მათემატიკა, გამოვავლინე მათში სათანადო ნიჭი და დავაყენე გზაზე. მაგალ. მოწ. ვ-ა, რომელსაც ათი წლის განმავლობაში სრულებით არ აინტერესებდა მათემატიკა, სულ სხვა დარგზე აპირებდა ის სწავლის გაგრძელებას და მხოლოდ მეთერთმეტე კლასში ჩემთან იმდენად დაინტერესდა მათემატიკით, რომ ბოლოს ყველა ამხანაგებს აჯობა და უმაღლესი სასწავლებლის არჩევანიც შესცვალა და ფიზიკა-ტექნიკის ფაკულტეტზე შევიდა. ასევე მოწ. ნ-ლი ფიქრობდა მამის კვალზე (ისტორიულზე) წასვლას, მაგრამ მე-10 და მე-11 კლასში ისე დაინტერესდა მათემატიკით, რომ ისიც ფიზიკა-ტექნიკურ ფაკლუტეტზე შევიდა. ასე მოუვიდა მრავალ სხვა მოსწავლესაც, რომლებმაც წინა წლების გამოშვებისას ჩემს ხელში გაიარეს. 1951-1952 ს/წლის გამოსაშვები კლასების 50 მოსწავლიდან 36 მოსწავლე აპირებდა შესვლას ფიზიკა-მათემატიკის, ფიზიკისა და პოლიტექნიკური ინსტიტუტის სხვადასხვა ფაკულტეტზე.

მოსწავლეთათვის მათემატიკის შეყვარების მიზნით არაერთხელ ვატარებ საუბარს და ყოველ მოხდენილ შემთხვევაში ვაწვეთებ მათემატიკის მნიშვნელობას ჩვენს ეპოქაში. ზოგიერთ მოსწავლეს ისეთი შეხედულება აქვს მათემატიკაზე, რომ იგი ძნელი დასაძლევია, მეტად მშრალია და ცხოვრებისაგან მოწყვეტილი, ამიტომ ამ შეხედულებას ძალიან

მავნე გავლენა აქვს მოსწავლეებზე; იგი უკარგავს მოსწავლეს იმედს, რომ ის ვერასოდეს ვერ შესძლებს ამ საგნის დაძლევას; ყველა ამისათვის ახალ კლასში, პირველივე გაკვეთილზე ვატარებ დაახლოებით შემდეგ საუბარს:

მოსწავლეთა ერთი ნაწილის აზრით, მათემატიკა „მძიმე" საგანია; ძნელად დასაძლევი, განყენებული და მშრალი, ცხოვრებას დაშორებული; ამასთან ვითომც ყველასათვის ვერ არის მისაწვდომი, ე. ი. მისი დაძლევისა და შესწავლისათვის თითქოს განსაკუთრებული ნიჭი იყოს საჭირო. რასაკვირველია, მოსწავლე, რომელიც ასე ფიქრობს მათემატიკურ დისციპლინებზე, გულს აიყრის ამ საგანზე, არ იმუშავებს მასზე, ბოლოს ჩამორჩება და საგანიც შეჯავრდება. მაგრამ ჩვენდა საბედნიეროდ, ზოგიერთი მოსწავლის ასეთი შეხედულება ძირფესვიანად ყალბია, სრულიად არ შეეფერება სინამდვილეს და აი რატომ: უპირველესად საბჭოთა სკოლაში არც ერთი ისეთი სასწავლო საგანი არა გვაქვს, რომ საშუალო ნიჭის პატრონს არ შეეძლოს მისი დაძლევა; კერძოდ, მათემატიკა არავითარ განსაკუთრებულ ნიჭს არ მოითხოვს იმისათვის, რომ მოსწავლემ აითვისოს იგი. საჭიროა მხოლოდ სისტემატური და მუდმივი შრომა, შრომა და შრომა.

მათემატიკის მთავარი სიძნელე ის არის, რომ, თუ გუშინდელი მასალა არ იცი, დღეს ახალს ვერ გაიგებ. ერთი მეორის მიმდევნო საკითხები მჭიდროდ არის დაკავშირებული ერთმანეთთან. ვერ გაიგებ გამოკლებას, თუ არ იცი შეკრება; ასევე ვერ გაიგებ გაყოფას, თუ არ იცი გამრავლება. მართალია, სხვა საგნების საკითხებშიც არსებობს კავშირი; მაგრამ არც ისე მძაფრი, როგორც მათემატიკაში. მაგალითად, ერთ დროს კაცობრიობამ არც კი იცოდა, რომ ამერიკა არსებობდა, მაგრამ ეს ხელს არ უშლიდა ქვეყნის სხვა ნაწილების შესწავლას; ასევე შეიძლება რომელიმე მწერლის ამა თუ იმ ნაწარმოებს არ იცნობდეთ, მაგრამ მისი სხვა ნაწარმოებთა ცოდნით სათანადო წარმოდგენა იქონიოთ ამ მწერლის შემოქმედებაზე.

რომელიმე კლასში მათემატიკის სიძნელე, მოსწავლის

ჩამორჩენა და სისუსტე აიხსნება არა ამ მოსწავლის უნიჭობით ან საგნის სიძნელით, არამედ იმით, რომ მას არა აქვს სათანადო მომზადება. ჩვეულებრივ ეს იმით არის გამოწვეული, რომ მოსწავლე სხვადასხვა მიზეზით აცდენდა გაკვეთილებს, დროგამოშვებით ზარმაცობდა, არ ასრულებდა საშინაო დავალებებს და სხვა.

ზოგ მოსწავლეს ამოცანების ამოხსნა უძნელდება. ამ საქმის დაძლევაც მუშაობაზე და ჩვევებზეა დამოკიდებული. მართალია, ზოგს უფრო ეხერხება ამოცანების ამოხსნა, მაგრამ ეს მარტო ნიჭით როდი აიხსნება; აქ დიდი მნიშვნელობა აქვს, ერთი მხრივ, სისტემატურ ვარჯიშს, ხოლო მეორე მხრივ, ყველა იმ თეორიული საკითხის ღრმა ცოდნას, რომლებიც ამოცანების ამოსახსნელად გვჭირდება.

რაც შეეხება მათემატიკის ვითომდა განყენებულობას, სიმშრალეს და ცხოვრებიდან დაშორებას, ერთხელ და სამუდამოდ ყველამ უნდა იცოდეს, რომ მათემატიკის არც ერთ დარგში არ ვასწავლით რაიმე ისეთ საკითხს, რომელიც თვით ცხოვრების პირობებით არ იყოს ნაკარნახევი და უაღრესი გამოყენება არა ჰქონდეს. რომელ თქვენთაგანს არ გამოუყენებია, მაგალითად, ყოველდღიურ ცხოვრებაში არითმეტიკის ცოდნა — ოთხი მოქმედება მთელ რიცხვებზე და წილადებზე, პროცენტები და სხვა. გეომეტრია იმიტომ განვითარდა ყველაზე ადრე ეგვიპტეში, რომ ყოველ წლივ საჭირო იყო მიწის ნაკვეთების მიზომვა მოსახლეობისათვის, რადგან შემდეგ წელიწადში ამ საზღვრებს ნილოსი წალეკავდა ხოლმე.

ყოველგვარი მშენებლობა, რაც კი შეუსრულებია ადამიანს და შეასრულებს მომავალში — გემების, ხიდების, რკინიგზების, ფაბრიკა-ქარხნების, მანქანების, სახლებისა და სასახლეების, ელექტროსადგურების მშენებლობა — ყოველივე ეს დამყარებულია ალგებრის, გეომეტრიის, ტრიგონომეტრიისა და უმაღლესი მათემატიკის ცოდნაზე; ასევე მჭიდროდ არის დაკავშირებული მათემატიკის ცოდნასთან ავიაციის, ზღვაოსნობის, არტილერიის საკითხები; ასტრონომიის, ფიზიკისა და ქიმიის შესწავლა და სხვა მრავალი.

და ბოლოს, ყველა ზემოჩამოთვლილის გარდა, მათემა-

ტიკა უაღრესად უვითარებს მოზარდს ლოგიკური მსჯელობის უნარს, გონებრივ ჰორიზონტს, აჩვევს სისტემატურ მუშაობას და მუყაითობას; აძლევს ხასიათის სიმტკიცეს და ნებისყოფას, რომ გადალახოს ყოველგვარი დაბრკოლება და სიძნელე, რათა მიაღწიოს სასურველ მიზანს. ამასთან დანარჩენ სასწავლო დისციპლინებთან ერთად საბოლოოდ გვაძლევს ყოველმხრივ მომზადებულ ახალგაზრდობას. საბჭოთა სკოლამ უნდა მისცეს ჩვენ სამშობლოს არა ცალმხრივად განვითარებული ახალგაზრდობა, არამედ ყოველმხრივი, ზოგადი განათლებით აღჭურვილი, მტკიცე ნებისყოფის მქონე და სამშობლოსათვის თავდადებული ახალგაზრდობა, რომელიც შემდეგში — უმაღლეს სასწავლებელში თავისუფლად დაეწაფება თავისი მისწრაფების მიხედვით არჩეულ სპეციალობას.

ამგვარი საუბრებით მოსწავლეებს ვუნერგავ რწმენას, რომ ყოველ მათგანს ძალიან კარგად შეუძლია მათემატიკის დაძლევა და ათვისება და ამავე დროს ხედავენ მათემატიკის უდიდეს მნიშვნელობასაც.

ალბათ, ყოველ ჩვენთაგანს მოსვლია თავისი მოწაფეობის პერიოდში, რომ რომელიმე სასწავლო დისციპლინა შეყვარებია მაშინ, როცა ამ საგნის მასწავლებელი უყვარს და სწამს მისი ავტორიტეტი; და პირიქითაც — საგანი შეჯავრებია მასწავლებლის ათვალისწუნების გამო.

ამგვარად, მასწავლებლის ავტორიტეტსა და პირად მაგალითს გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს მოსწავლეთა აღმზრდელობითი და აკადემიური წარმატების საკითხში. ყველა ეს მოსწავლეებში ბადებს მასწავლებლისადმი პატივისცემას, ხოლო საგნისადმი სიყვარულს და მუშაობის ხალისს.

მოსწავლეთა ცოდნის აღრიცხვა და შეფასება

მათემატიკის მასწავლებლებს მრავალი საშუალება გვაქვს, რომ მუდამ კონტროლის ქვეშ ვიყოლიოთ ყოველი მოსწავლე. ხშირად გვაქვს შესაძლებლობა გამოვავლინოთ მოსწავლე მუშაობს და სწავლობს სახლშიაც, თუ არა? აგრეთვე — კლასში აქტიურია, მონაწილეობას იღებს ყოველგვარ მუშაობაში, თუ არა? ეს ხდება საშინაო წერითი დავალების შემოწმებაში, გაკვეთილის გამოკითხვაში, ახალი მასალის დამუშავების პროცესში, დაფასთან მაგალითებისა და ამოცანების ამოხსნაში, დამოუკიდებელ მუშაობაში, საკონტროლო წერაში და განმეორებაში.

ერთი სიტყვით, 3—4 თვეში, ახალი კლასიც რომ იყოს, უკვე ვიცი ვინ რას წარმოადგენს; ვინ არის აქტიური და ბეჯითი, ვინ უფრო მომზადებულია და მოსაზრებული, ვინ არის სისტემატიური მომუშავე, ვინ წაიზარმაცებს, ვინ ნაკლები მომზადებისაა და მძიმე და სხვ. გაცნობის შემდეგ ვამახვილებ ჩემს ყურადღებას ზარმაც, დაუდევარ, ნაკლებმომზადებულ და უყურადღებო მოსწავლეების მიმართ.

მოსწავლის ფსიქოლოგია ისეთია, რომ მათი უმრავლესობა სწავლობს იმისათვის, რომ რაც შეიძლება მრავალჯერ მიიღოს კარგი ნიშანი; ეს მათ ახარებს; ხოლო ვინც არ მუშაობს, ის ცდილობს იშვიათად იქნეს გამოძახებული და იშვიათად იქნეს შეფასებული ორიანით, რომ ბოლოს ფონს გავიდეს— გამოძახებული არა ვარ, ან სულ ერთხელ გამომიძახა. როცა გაკვეთილი არ მქონდა მომზადებული და ისე დამიწერა უსამართლოდ მეოთხედის ნიშანიო. დავრწმუნდი, რომ არ

კმარა ის, რომ გავიცანი მოსწავლე, ვიცი მისი ცოდნის ავლა-დიდება. საჭიროა მისი ცოდნის ხშირი ფიქსაცია ჟურნალში და ჩემს უბის წიგნაკში. მაგალითად, თუ დავალება საფუძვლიანად შევუმოწმე, დავრწმუნდი, რომ თეორიული მასალაც იცის და მისი გამოყენებაც ეხერხება — დავუწერ ნიშანს; ინდივიდუალურ გამოკითხვაში ხომ ყველანი ვუწერთ ნიშანს; ფრონტალურ გამოკითხვაში, თუ შევნიშნე, რომ ამა თუ იმ მოსწავლეს გაკვეთილი არ მოუმზადებია — დავუწერ ნიშანს; საშინაო დავალება არ შეუსრულებია — დავუწერ ნიშანს; ახლად დამუშავებული საკითხი კარგად გაიმეორა — დავუწერ ნიშანს; დაფასთან გამოძახებულ მოსწავლეს სავარჯიშო მაგალითებისა და ამოცანის ამოხსნაში უნდა დავუწეროთ ნიშანი იმისდა მიხედვით, თუ რამდენად დამოუკიდებლად მუშაობდა მოსწავლე, რამდენად დასჭირდა მასწავლებლის მითითება და დახმარება; დამოუკიდებლად მუშაობის დროს შევაფასოთ წახალისების მიზნით ის მოსწავლე, რომელიც ნაკლებ დროში მოგვცემს სწორ ამოხსნას; და ბოლოს ყოველ მეოთხედში ხომ 5 — 6 საკონტროლო წერასაც ვატარებთ, რომლის შეფასების ნიშნები შეგვაქვს ჟურნალში და ჩვენს უბის წიგნაკში.

ამგვარად, რაც მეტჯერ იქნება მოსწავლე შეფასებული, კარგ და ბეჯით მოსწავლეს მუშაობის მით უფრო მეტი სტიმული ექნება, ხოლო ზარმაცს—მეტი გასაქანი არ ექნება რომ არ იმუშაოს.

მოსწავლეთა ცოდნის შეფასებაში დიდი სიფრთხილე გვმართებს მასწავლებლებს. შეფასება უნდა იყოს მიუდგომელი. მიდგომით დასმული ნიშანი ძალიან სცემს მოსწავლეთა თვალში მასწავლებლის ავტორიტეტს და მოსწავლის ფსიქიკაზე ცუდ გავლენას ახდენს. მოსწავლემ ასეთი შეფასებისათვის შეიძლება შეიძულოს კიდეც მასწავლებელი და შემდეგ ის საგანიც, რომელსაც იგი ასწავლის.

შეფასების ნიშნები საჭიროა კლასის ხელმძღვანელისათვის, რომ ამით იგი მუდამ კურსში იყოს თავისი კლასის თითოეული მოსწავლის საქმიანობაში და წარმატებაში, რომ საჭიროებისამებრ მშობლებსაც აცნობოს რომელიმე მოსწავ-

ლის წარუმატებლობა და ჩამორჩენა სათანადო ზომების მისაღებად.

მოსწავლეთა ცოდნის სისტემატურ აღრიცხვას და შეფასებას დიდი აღმზრდელობითი მნიშვნელობაც აქვს მოსწავლეთათვის: იგი უნერგავს მოსწავლეებს პასუხისმგებლობას, აჩვევს სისტემატურ და მუყაით მუშაობას, უვითარებს ნებისყოფას და აძლევს ხასიათის სიმტკიცეს.

მოსწავლეთა ცოდნის შეფასების საქმეში, ცხადია, რომ ერთგვარ ინდივიდუალურ მიდგომასაც აქვს ადგილი. მაგრამ ეს ინდივიდუალური მიდგომა ჩვენ ისე არ გვესმის, რომ ცუდი ნიშნის მაგივრად, კარგი ნიშანი დავუწეროთ რომელიმე მოსწავლეს; ერთ მოსწავლეს შეღავათი მივცეთ, მეორეს კი არა, პირიქით — სისტემატური, მტკიცე და მაგარი მოთხოვნა ყველას მიმართ, შეფასებაც ყველას ერთი საზომით, რომელიც მოცემულია სამინისტროს მიერ. ინდივიდუალური მიდგომა ჩვენის გაგებით შემდეგია: ვთქვათ, მოსწავლე ზარმაცობდა მაგრამ იგი თანდათან ამუშავდა, გამოსწორების გზაზე დადგა; აი აქ რამდენ კარგ პასუხსაც მივიღებ მისგან, შევაქებ კლასის წინაშე და ნიშანსაც დამაკმაყოფილებელს დავწერ; ვთქვათ, მეოთხედის ბოლომდე ამ მოსწავლემ მაინც მთლიანად ვერც კი მოასწრო ყველა ხარვეზების გამოსწორება; მაინც, რაკი აღმავლობის გზაზე დადგა, მე მას ვუწერ დამაკმაყოფილებელ ნიშანს და ვუცხადებ კლასის წინაშე: შენ ჯერ კიდევ მთლიანად არა გაქვს დამსახურებული ეს ნიშანი, მაგრამ რაკი მუშაობა დაიწყე, საგნისადმი ინტერესს იჩენ და ცდილობ, ამიტომ ვაფასებ შენ მუყაითობას და იმედი მაქვს, რომ შენ ამას გაამართლებ. ეს მას ამხნევებს, ძალას მატებს და, რომ ჩემთან არ შეირცხვინოს პირი, მეტი ხალისითა და მონდომებით მუშაობს მომავალ მეოთხედში; იშვიათ შემთხვევაში არ გამართლებულა ასეთი ჩემი მიდგომა და შეფასება.

ვთქვათ, მოსწავლემ ავადმყოფობის გამო გამოტოვა ერთი ან ორი კვირა. მას ვეუბნები, რომ შენ ჯერ არ გამოგიძახებ, დაგაცდი, მოემზადე და როცა შესძლებ, მაშინ მიპასუხე გავლილი მასალა.

მოსწავლე სხვა სკოლიდან არის გადმოსული, მას არა აქვს საკმაო მომზადება, მაგრამ იჩენს სიბეჯითეს და არც უნიჭოა. აქაც წახალისების მიზნით, რომ იმედი არ დაეკარგოს, ვაძლევ ინდივიდუალურ დავალებებს, — უფრო ადვილ მაგალითებსა და ამოცანებს და ასე თანდათან ეს მოსწავლე იმართება წელში.

ინდივიდუალურ მიდგომას ადგილი აქვს აგრეთვე საშინაო წერითი დავალების შემოწმებისას. აქ ცხადია, რომ ზარმაცი და მოსუსტო, დაუდევარი და უნებისყოფო მოსწავლეების ნამუშევრების გადათვალიერებას და შემოწმებას მეტი დაკვირვებითა და სიმახვილით ვაწარმოებ, საფუძვლიანად და ხშირადაც ვახდენ შემოწმებას.

ძალიან კარგ შედეგს იძლევა ჩამორჩენილ მოსწავლეთა დავალებათა რვეულების ხშირი შემოწმება სახლში წაღებით.

ფრონტალური გამოკითხვის დროსაც მეტი ყურადღება ექცევა ამგვარათვე მოსწავლეებს.

არა ერთხელ შეგვიქია კლასის წინაშე ის მოსწავლე, რომელიც სუსტობდა, ორიანებს იღებდა, მაგრამ სისტემატური მუშაობით მან სძლია საგანი, რის შედეგად შემდეგში მტკიცე სამიანებსა და ოთხიანებსაც იღებდა.

ლიტერატურა

რომლითაც ვსარგებლობდით ამ წერილების დამუშავების დროს

1. А. Киселев, Алгебра I и II ч.
2. С. С. Бронштейн, Методика Алгебры.
3. И. И. Чистяков, Методика Алгебры.
4. К. Ф. Лебединцев, Руководство Алгебры I и II ч.
5. И. Маракуев, Элементарная Алгебра.
6. Бертран, Алгебра.
7. Дж. В. А. Юнг, Как преподавать математику.
8. А. Малинин, и К. Буренин, Руководство Алгебры.
9. В. Г. Фридман, Методика преподавания отрицательных и положительных чисел.
10. М. Симон, Дидактика и методика математики.
11. А. И. Барсуков, Уравнения первой степени в средней школе.
12. Мрочек и Филиппович, Педагогика математики.
13. А. Гольденберг, Как решать уравнения 1-й степени с одним неизвестным.
14. В. Шидловский, К вопросу о решении уравнений.
15. Д. Агапов, Пособие к решению алгебраических задач на составление уравнений.
16. В. С. Софронов, Понятие об уравнении и эволюция методов решения уравнений.
17. Н. Нестеров, Составление уравнений по условиям задачи.
18. А. Д. Дмитриев, Приемы решения и составления уравнений 1-й степени.
19. Александров и Колмогоров, Алгебра. Пособие для средних школ, I ч.

20. Я. Березанская, О составлении уравнений из условий задач.
21. А. Лебедев, Решение задач на составление уравнений 1-й степени с одним неизвестным.
22. Г. А. Тарасов, Решение задач с помощью уравнений.
23. Ф. Кэджори, История Элементарной математики.
24. Г. Вилейтнер, Хрестоматия по истории математики.
25. ა. ხარაბაძე, მათემატიკის მეთოდიკის ზოგადი კურსი.
26. ა. ხარაბაძე, მათემატიკის მეთოდიკის კერძო კურსი.
27. მათემატიკა საშუალო სკოლაში I და II კრებული.
28. Журнал «Математика в школе», 1936 г., 1937 г., 1938 г., 1939 г., 1940 г., 1941 г., 1946 г., 1947 г., 1948 г. и 1949 г.

შინაარსი

გადაეცა წარმოებას 1954 წ. 26/III. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 1954 წ. 13/V. ქაღალდის ზომა 84×110. წიგნის ანაწყობის ზომა 5,5×9,5. ტირაჟი 2000. გამომცემლობის შეკვ. № 25. სტამბის შეკვ. № 903 უე 04214.

* * *

საგამ.-საალ. ფორმათა რაოდ. 9,2.
სასტამბო ფორმათა რაოდენობა 11,28

* * *

სტამბა, „ზარია ვოსტოკა"
რუსთაველის პროსპ., 42.