

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ვაჟა სულაშვილი

მართვითხა ჭრილის მქონე სეისმომედეგი
თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების
დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის მათემატიკური
მოდელი და ალგორითმი

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

სადოქტორო პროგრამა - მშენებლობა

შიფრი - 0732

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თბილისი, 0171, საქართველო

„.....“, 2022წ

საავტორო უფლება © 2022 წელი, ვაჟა სულაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სამშენებლო ფაკულტეტი

ჩვენ, ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ვაჟა სულაშვილის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „მართკუთხა ჭრილის მქონე სეისმომედეგი თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის მათემატიკური მოდელი და ალგორითმი“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის “მშენებლობის“ საუნივერსიტეტო სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

თარიღი:

ხელმძღვანელები:

ტ.მ.დ. პროფესორი

ტ.მ.კ. პროფესორი

გელა ყიფიანი

დემურ ტაბატაძე

რეცენზენტები:

ტ.მ.დ. პროფესორი

ქუთაისის აკაკი წერეთლის სახელობის

სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი ნოდარ მარდალეიშვილი

თამაზ ბაციკაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2022 წელი

ვაჟა სულაშვილი

მართკუთხა ჭრილის მქონე სეისმომედეგი თხელკედლიანი სივრცითი
სისტემების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის მათემატიკური
მოდელი და ალგორითმი

სადოქტორო პროგრამა: მშენებლობა

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: -----, 2022 წელი

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ
ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის
შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების
უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც
მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების
გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია
ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო
უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა
(გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ
სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს
მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა
მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.



კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს
ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდაჭერით [PhDF-21-2432].

რეზიუმე

დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მყოფი წყვეტილ-პარამეტრებიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების პრობლემა საკმაოდ რთულია, აქტუალურია და მოითხოვს გაანგარიშების განსაკუთრებული მეთოდების შემუშავებას.

ჭრილების მქონე ფირფიტების დრეკად-პლასტიკურ მდგომარეობაზე გაანგარიშების აქტუალურობა, განპირობებულია გარსული ტიპის ნაგებობების დაპროექტებაში თანამედროვე კონსტრუქციული მასალების გამოყენებით, აგრეთვე საინჟინრო გაანგარიშებისათვის ეფექტური მეთოდების განვითარებითა და დანერგვით.

ნაშრომის კვლევის მიზანს წარმოადგენს ჭრილისმქონეანიზოტროპული სხეულის დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის გამოკვლევა. თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების ისეთი მეთოდის შექმნა, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის უტყუარ ასახვას გაანგარიშების მინიმალური ხარჯებით.

მართკუთხა ჭრილების მქონე ფირფიტებისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციის ახალი დაზუსტებული საანგარიშო მოდელის შექმნა, კონტურული კუმშვადი დატვირთვის სხვადასხვა სახის სხვადასხვა სასაზღვრო პირობებისა, აგრეთვე ხვრეტების სხვადასხვა სიდიდისა და განლაგების გათვალისწინებით. ჩატარდა ექსპერიმენტი მონოლითური რკინაბეტონის ბრტყელი ფილის მაგალითზე. ექსპერიმენტით მიღებული შედეგები შედარებული იქნა თეორიულად დადგენილ რეალურ მნიშვნელობებთან. გადმოცემული იქნა თეორიული კვლევების, გაანგარიშებებით და ექსპერიმენტით მიღებული შედეგების ანალიზი. დამუშავებული მეთოდების საფუძველზე გადმოცემული იქნა ალგორითმი და პროგრამათა პაკეტი.

საინჟინრო თვალსაზრისით კონსტრუქციის ზღვრული მდგომარეობა ხასიათდება მისი თავდაპირველი ზომების და ფორმის იმდენად მნიშვნელოვანი ცვლილებებით, რომ კონსტრუქციის შემდგომი ექსპლოატაცია შეუძლებელი ხდება. ცხადია, ზღვრული მდგომარეობის მიღწევამდე საგრძნობლად ადრე კონსტრუქციაში არსებობს ცალკეული დაქსაქსული პლასტიკური არეები, რომელთა გავლენა ჯერ კიდევ უმნიშვნელოა და კონსტრუქცია კვლავ შეგვიძლია ჩავთვალოთ ხისტად, მაგრამ დატვირთვის ზრდასთან ერთად იწყება პლასტიკური არეების გაფართოება და ბოლოს, როცა გარე ძალები მიაღწევენ გარკვეულ „ზღვრულ მნიშვნელობას“, რომელსაც კონსტრუქციის ზიდვის უნარს უწოდებენ, კონსტრუქცია „მიედინება მთლიანად“, რაც აღინიშნება დეფორმაციათა სიჩქარეების განუსაზღვრელი ზრდით.

მოახლოებული რღვევის პირობებში პლასტიკური დეფორმაცია საგრძნობლად აღემატება დრეკადს, რის გამოც ეს უკანასკნელი შეიძლება საერთოდ უგულვლევყოთ, ამგვარ განმარტების შედეგად ვიღებთ რეალური დეფორმადი ტანის იდეალურ პლასტიკურ ხისტ მოდელს. სწორედ ეს მოდელი გამოყენებულია ზიდვის უნარის განსაზღვრის დროს.

ნაგებობათა გაანგარიშება ჰუკის კანონის ფარგლებში უზრუნველყოფს ნაგებობის მოჭარბებულ სიმტკიცეს, რაც იწვევს მასალის გადახარჯვას. ამას-

თან დაკავშირებით, ბუნებრივია დავუშვათ ნაგებობის ცალკეულ ელემენტებში პლასტიკური დეფორმაციების წარმოქმნის შესაძლებლობა, რაც უზრუნველყოფს ნაგებობის ეკონომიურობას მასალის ხარჯის თვალსაზრისით. თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციები ფართოდ გამოიყენება მშენებლობაში. მათ ასევე გამოიყენება ჰპოვეს ჰიდროტექნიკურ, სამრეწველო, სასოფლო-სამეურნეო, სავაჭრო, კულტურულ-სპორტული ნაგებობების გადახურვის რაციონალური გადაწყვეტის საქმეში.

თხელკედლიან კონსტრუქციებს, რომლებსაც გააჩნიათ ჭრილები, ხვრეტები, წიბოები და სხვა სახის კონსტრუქციული ელემენტები, მათი გაანგარიშება დაკავშირებულია რთულ მათემატიკურ ამოცანასთან, ვინაიდან საჭიროებს არა მარტო კონსტრუქციული ელემენტების გათვალისწინებას, არამედ ისეთი საკითხების კომპლექსურ განხილვასაც, როგორებიც არიან: თანამედროვე მასალების რეალური თვისებები, არაწრფივი დრეკადობა, პლასტიკურობა თერმო და ელექტრომაგნიტური დრეკადობა, სიბლანტე, გასაანგარიშებელი კონსტრუქციის ურთიერთქმედება სითხესთან და გაზთან და სხვა მრავალი ფაქტორების გათვალისწინებასაც. განსაკუთრებით მნიშვნელოვნად არღვევენ რეგულარობას არმატურული ტიპის ღეროების სხვადასხვა ხისტი ჩართვები.

რეგულარობის დარღვევის ადგილებში (წიბოს ბოლო, დისკრეტული ბმები) ძაბვათა კონცენტრაციის ზონები არსებით გავლენას ახდენენ თხელკედლიანი კონსტრუქციების ზიდვის უნარზე და მდგრადობაზე. ამ დროს ცნობილი ტრადიციული ანალიზური და რიცხვითი მეთოდები წყვეტილპარამეტრებიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციების დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გამოსაკვლევად ნაკლებად ეფექტურია. ამიტომ საჭირო ხდება აღნიშნული კლასის ამოცანების ამოხსნის ახალი ეფექტური მეთოდების შემუშავება.

ჭრილების მქონე თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდი წრფივი და არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში, საშუალებას იძლევა ერთნაირი სიზუსტით განისაზღვროს ძაბვები და მომენტები, როგორც კონტინუალურ არეში, ისე ჭრილის კიდეებს და წვეროების მახლობლობაში. სხეულში ხვრეტების ირგვლივ და სასაზღვრო დრეკად-პლასტიკურ ზოლში დამაბულობის განაწილების და გადაადგილების ხასიათის ცოდნა სიმტკიცეზე გათვლების ერთ-ერთი აუცილებელი კომპონენტია.

მეცნიერული სიახლეა დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მართკუთხა ჭრილის მქონე თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდის შექმნა, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის დადგენას. მოცემული იქნა წყვეტილპარამეტრებიანი, ფირფიტებისა და გარსების გაანგარიშების გადმწყვეტი დიფერენციალური განტოლებების შედგენის ზოგადი მეთოდები კერძო შემთხვევებში. დაკონკრეტებული იქნა ცვლადი და წყვეტილი კოეფიციენტების მქონე დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის მეთოდები. შექმნილი იქნა მართკუთხა ჭრილის მქონე ფირფიტებისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციის დაზუსტებული საანგარიშო მოდელი.

Resume

The task of calculating discontinuous thin-walled structures in the elastoplastic regime is quite complex, relevant and requires the development of special calculation methods.

The relevance of calculating the elastic-plastic state of slabs with cuts is due to the design of shell-type buildings using modern building materials, as well as the development and implementation of effective methods of engineering calculations.

The purpose of the study is to study the elastic-plastic state of an anisotropic body with a wound. Creation of a technique for calculating thin-walled structures that provides an unambiguous reflection of the elastic-plastic state at any stage of loading with minimal estimated costs.

Creation of a new refined computational model of a thin-walled structure, consisting of plates with rectangular cutouts, taking into account various boundary conditions for various types of contour shrinkage, as well as various sizes and arrangements of holes. The experiment was carried out on the example of a monolithic reinforced concrete flat slab. The results obtained as a result of the experiment were compared with theoretically established real values. An analysis of the results of theoretical studies, calculations and experiments is presented.

Based on the processed methods, an algorithm and a software package are presented.

From an engineering point of view, the limit state of a structure is characterized by such a significant change in its original size and shape that further operation of the structure becomes impossible. It is clear that long before the threshold is reached, the structure already has some cracked plastic areas, the impact of which is still insignificant and the structure can still be considered rigid, but with increasing load, the plastic areas begin to expand and, finally, when external forces reach a certain ability to stretch, the structure is called "completely spreading", which is characterized by an indefinite increase in the strain rate.

Under conditions of imminent rupture, plastic deformation is much greater than elastic, so the latter can be completely neglected; as a result of this explanation, we obtain an ideal rigid-plastic model of a real deformable body. It is this model that is used to determine thrust.

The calculation of buildings according to Hooke's law provides for excessive rigidity of the building, leading to an overload of the material. In this regard, it is natural to assume the possibility of plastic deformations in individual elements of the building, which ensures the economy of the building in terms of the cost of materials. In construction, thin-walled spatial structures are widely used. They have found application in the rational solution of the roof of hydraulic, industrial, agricultural, commercial, cultural and sports facilities.

Thin-walled structures with cutouts, holes, slots and other structural elements are difficult to calculate, as they require not only consideration of structural elements, but also a comprehensive consideration of such issues as: Real properties of modern materials, electromagnetic elasticity, viscosity, interaction of the design structure with the liquid is taken into account and gas and many other factors.

This regularity is violated especially significantly by various rigid schemes of anchor-type rods.

The zones of stress concentration in the places of ruptures of irregularities (gill end, discrete bonds) significantly affect the ultimate strength and durability of thin-

walled structures. The currently known traditional analytical and numerical methods are less effective in studying the stress-strain state of discontinuous thin-walled structures. Therefore, it is necessary to develop new effective methods for solving problems of this class.

The method of calculating thin-walled spatial structures with notches under conditions of linear and non-linear deformation makes it possible to determine stresses and moments with the same accuracy both in a continuous zone and near the edges of the notch and near the vertices. Knowledge of the nature of the distribution and displacement of stresses around the holes in the body and in the boundary elastic tape is one of the mandatory components of strength calculations.

Scientific novelty: Creation of a method for calculating thin-walled structures of rectangular cross section under the conditions of an elastic-plastic state, which ensures the determination of the elastic-plastic state at any stage of loading. General methods for constructing solving differential equations for calculating the parameters of intervals, slabs and membranes in particular cases are given. Methods for solving differential equations with variable and discontinuous coefficients are refined. An accurate calculation model of a thin-walled structure composed of plates with a rectangular cut was created.

შინაარსი

რეზიუმე	4
ცხრილების ნუსხა	9
ნახაზების ნუსხა.....	10
შესავალი.....	13
თავი 1.თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის თანამედროვე პრობლემები	
1.1. გარსებისა და ფირფიტების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის მოკლე მიმოხილვა.....	16
1.2. თხელკედლიანი კონსტრუქციის თეორიის სტრუქტურული შემადგენლობა.....	22
1.3. კერძო სახეების ზედაპირის გარსები.....	31
1.4. პირველი თავის დასკვნები.....	44
თავი 2. კვლევა, შედეგები და მათი განსჯა	
2.1. ფენოვანი მოდელის გამოყენების შესაძლებლობა სისქის მიხედვით ერთგვაროვანი მთლიანი გარსების შესწავლის მიზნით.....	45
2.2. დრეკად-პლასტიკური ფილებისა და გარსების ზიდვის უნარის დადგენა.....	52
2.3. სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის გადაწყვეტის პრაქტიკული ხერხი. საკითხის დასმა.....	66
2.4. მართკუთხა ფილების გაანგარიშების პრაქტიკული მეთოდი საანგარიშო სქემის, სასაზღვრო პირობებისა და დატვირთვის კონკრეტული მოდელის გათვალისწინებით.....	69
2.5. წყვეტილპარამეტრებიანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის გაანგარიშების მაგალითები.....	75
2.6. ორი თანაბარი სიგრძის პარალელური ბზარის ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა.....	101
2.7. მეორე თავის დასკვნები.....	109
ძირითადი დასკვნები.....	110
გამოყენებული ლიტერატურა.....	112

ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1. მაქსიმალური გადახრა მრუდისგან.....	49
ცხრილი 2. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-1.....	65
ცხრილი 3. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-2.....	65
ცხრილი 4. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-3.....	65
ცხრილი 5. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-4.....	65
ცხრილი 6. გარსის ანგარიში გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით....	77
ცხრილი 7. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-1.....	77
ცხრილი 8. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-2.....	78
ცხრილი 9. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-3.....	82
ცხრილი 10. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-4.....	82
ცხრილი 11. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-5.....	83
ცხრილი 12. ოთხი ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-1.....	89
ცხრილი 13. ოთხი ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-2.....	89
ცხრილი 14. ოთხი ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-3.....	90
ცხრილი 15. ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი-1.....	104
ცხრილი 16. ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი-2.....	104

ნახაზების ნუსხა

ნახ. 1. მთლიანი ორთოტროპული გარსი.....	45
ნახ. 2. იზოტროპული გარსები.....	48
ნახ. 3. პირველი გვარის წყვეტას გარსის შუა ზედაპირზე.....	50
ნახ.4. პლასტიკური ხისტი მოდელი.....	52
ნახ.5. ხისტად ჩამაგრებული სფერული გარსი.....	56
ნახ.6. ანაკრები გარსის საანგარიშო სქემა.....	58
ნახ.7. ანაკრები გარსის ელემენტები.....	60
ნახ. 8. კინემატიკურად დასაშვები სიჩქარეთა ველი.....	62
ნახ. 9. ანაკრები კონსტრუქტორის ზიდვის უნარის გრაფიკი.....	66
ნახ. 10. სახსროვანი და ხისტი საყრდენები.....	69
ნახ. 11. მაქსიმალურ ჩაღუნვები.....	71
ნახ.12. ფირფიტის ცენტრში მოდებული შეყურსული ძალა.....	72
ნახ. 13. მაქსიმალური ჩაღუნვა.....	74
ნახ. 14. გადახურვის გარსის ზედაპირი.....	76
ნახ. 15. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-1.....	78
ნახ. 16. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-2.....	79
ნახ. 17. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-3.....	79
ნახ. 18. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-4.....	80
ნახ. 19. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-5.....	80
ნახ. 20. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-6.....	81

ნახ. 37. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-23.....	93
ნახ. 38. სახსრულად ჩამაგრებული ცილინდრული პანელი.....	94
ნახ. 39. ჩაღუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-1.....	94
ნახ. 40. ჩაღუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-2.....	94
ნახ. 41. ჩაღუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-3.....	95
ნახ. 42. ჩაღუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-4.....	96
ნახ. 43. ჩაღუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-5.....	96
ნახ. 44. ჩაღუნვების, მომენტების და დაძაბულობისა გარსი-6.....	97
ნახ. 45. დატვირთვა-ჩაღუნვის გრაფიკი.....	97
ნახ. 46. დამოკიდებულება წიბოს სიმაღლისა კვეთში.....	98
ნახ. 47. დატვირთვა-ჩაღუნვა კვეთებისთვის.....	99
ნახ. 48. დატვირთვა-მომენტი კვეთებისთვის.....	99
ნახ. 49. დამოკიდებულებები დატვირთვებისას კვეთში.....	100
ნახ. 50. გადამჭრელი ძალების მაქსიმალური მნიშვნელობა.....	100
ნახ. 51. ორი თანაბარი სიგრძის ბზარი.....	101

შესავალი

თემის აქტუალობა. თემის აქტუალობას განაპირობებს დრეკად-პლასტიკურ მდგომარეობის პირობებში მყოფი წყვეტილპარამეტრებიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების პრობლემა, რომელიც მოითხოვს გაანგარიშების განსაკუთრებული მეთოდების შემუშავებას.

კვლევის მიზნები და ამოცანები.

ნაშრომის კვლევის მიზანს წარმოადგენს

- ჭრილის მქონე ანიზოტროპული სხეულის დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის გამოკვლევა. თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების ისეთი მეთოდიკის შექმნა, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის უტყუარ ასახვას გაანგარიშების მინიმალური ხარჯებით;
- მართკუთხა ჭრილების მქონე ფირფიტებისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციის ახალი დაზუსტებული საანგარიშო მოდელის შექმნა, კონტურული კუმშვადი დატვირთვის სხვადასხვა სახის სხვადასხვა სასაზღვრო პირობებისა, აგრეთვე ხვრეტების სხვადასხვა სიდიდისა და განლაგების გათვალისწინებით.

მიზნის მისაღწევად საჭირო გახდა შემდეგი ლოგიკურად ურთიერთდაკავშირებული ამოცანების გადაჭრა:

- დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მართკუთხა ჭრილის მქონე თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების ისეთი მეთოდიკის დამუშავება, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის დადგენას და დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის უტყუარ ასახვას გაანგარიშების მინიმალური ხარჯებით;
- ჭრილების მქონე მართკუთხა ფილებისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციის დაზუსტებული საანგარიშო მოდელის შექმნა;

- ჭრილების მქონე გეგმაში მართკუთხა ფირფიტებისა და გარსების გაანგარიშების მეთოდის დამუშავება, კონტურული კუმშვადი დატვირთვის სხვადასხვა სახის, სხვადასხვა სასაზღვრო პირობების, აგრეთვე ჭრილების სხვადასხვა სიდიდისა და განლაგების გათვალისწინებით.

კვლევის საგანი და ობიექტი. კვლევის საგანია დრეკად-პლასტიკურ მდგრადობის პირობებში მყოფი წყვეტილპარამეტრებიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციები.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე.

შექმნილია დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მართკუთხა ჭრილის მქონე თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდიკა, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის დადგენას.

მოცემული იქნა წყვეტილპარამეტრებიანი, ფირფიტებისა და გარსების გაანგარიშების გადამწყვეტი დიფერენციალური განტოლებების შედგენის ზოგადი მეთოდები კერძო შემთხვევებში.

დაკონკრეტებული იქნა ცვლადი და წყვეტილი კოეფიციენტების მქონე დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის მეთოდები.

შექმნილი იქნა მართკუთხა ჭრილის მქონე ფირფიტებისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციის დაზუსტებული საანგარიშო მოდელი.

კვლევის მეთოდოლოგია.

სამუშაოში დასახული კვლევის მიზანი მიღწეულია დიფერენციალურ და ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის გამოყენებით. არაწრფივი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის გაწრფივებისათვის გამოყენებულია თანდათანობითი დატვირთვის ხერხი, ხოლო ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებზე მიყვანისათვის კანტოროვიჩ-ვლასოვის ვარიაციული მეთოდი და წრფეთა მეთოდი. დამუშავებულია მართკუთხა ჭრილის მქონე გარსების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის გაანგარიშების ახალი მეთოდი არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში. ეს მეთოდი საშუალებას იძლე-

ვა ერთიან მეთოდოლოგიურ საფუძველზე გამოკვლეული იქნას დისკრეტული და კონტინუალური სისტემები. ამასთან გაითვალისწინება არარეგულარობის სხვადასხვა სახეები გამჭოლი ჭრილით და მართკუთხა წიბოებით. ჩატარებული მრავალმხრივი თეორიული კვლევების, გაანგარიშებებისა და ექსპერიმენტით მიღებული შედეგების ანალიზის საფუძველზე შეგვიძლია გავაკეთოთ მოსალოდნელი დასკვნები და გაიცეს რეკომენდაციები.

კვლევის თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა.

დამუშავებული მეთოდის საფუძველზე შედგენილი პროგრამების პაკეტი განსხვავდება არსებული პროგრამული პაკეტებისაგან ეკონომიურობით და სწრაფი გარდაქმნის შესაძლებლობებით. შესრულებულმა გამოთვლებმა გამოავლინა ზოგიერთი ტიპის კონსტრუქციის მუშაობის თავისებურება, რომლის მხედველობაში მიღება აუცილებელია მათი სიმტკიცისა და სიხისტის უზრუნველსაყოფად. მიღებულია რაოდენობრივი შეფასებები დამრეცი გარსებისა და ფირფიტების საყრდენის ჯდენის გავლენისა მაქსიმალური მდუნავი მომენტის მნიშვნელობაზე და წრიულ ფირფიტაში სახსრების გავლენისა ჩალუნვების მნიშვნელობაზე. აგებული გრაფიკები საშუალებას იძლევიან შეირჩეს კონსტრუქციის სისქე წინასწარ მოცემული სიხისტის ან სიმტკიცის პირობის მიხედვით. ასევე ყოველი კონკრეტული ამოცანის მათემატიკური ალგორითმი და პროგრამა ადვილად შეიძლება გამოყენებულ იქნას საპროექტო-კვლევითი დაწესებულებების მიერ სივრცითი და ორგანოზომილებიანი ამოცანების გაანგარიშებისა და პროექტირებისას.

ნაშრომის შედეგების აპრობაცია: კვლევის შედეგად მიღებული შედეგები იქნა მოხსენებული სასწავლო პროცესში სამ კოლოკვიუმზე, მიღებული შედეგები გამოქვეყნდა 14 სამეცნიერო ჟურნალში, მათ შორის 11 კონფერენციაზე. 3 სამეცნიერო სტატია თანაავტორების გარეშე გამოქვეყნებული.

სადისერტაციო კვლევის სტრუქტურა. ნაშრომი წარმოდგენილია 126 ფურცელზე. მოიცავს შესავალს, ორ თავს, დასკვნას და გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხას. ლიტერატურის ნუსხა შედგება 174 დასახელებისგან. ნაშრომში წარმოდგენილია 16 ცხრილი, 51 ნახაზი.

თავი 1. ლიტერატურის მიმოხილვა

თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის თანამედროვე პრობლემები

პირველ თავში გადმოცემულია თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის თანამედროვე პრობლემების ლიტერატურული მიმოხილვა. ლიტერატურის მიმოხილვის ანალიზიდან გამომდინარე ჩამოვყალიბეთ ნაშრომის მიზნები და ამოცანები.

1.1. გარსებისა და ფირფიტების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის მოკლე მიმოხილვა

თანამედროვე სამშენებლო მეცნიერება იკვლევს მრავალ ობიექტს, რომელთა გაანგარიშებები, მათი სირთულიდან გამომდინარე, დაკავშირებულია სამშენებლო მექანიკის მრავალი ანალიზური და რიცხვითი მეთოდების გამოყენებასთან. აქედან გამომდინარე ის უყენებს დიდ მოთხოვნებს კონსტრუქციების გაანგარიშების და პროექტირების ახალი მეთოდების დანერგვას.

წარმოდგენილია მოსაზრებებიზოგადი გარსების თეორიაში, მდგრადობის განტოლების აგების გზები, ტიმოშენკოს გარსის ტიპის თხელკედლიანი სისტემის დინამიკა და ანიზოტროპული გარსების გაანგარიშების მეთოდები; ასევე საკითხები, როგორც კომპოზიციური მასალის გარსების ოპტიმალური პროექტირების მეთოდიკა, პრობლემა და ექსპერიმენტალური გამოკვლევების შედეგები.

თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშებების პრობლემებზე განსაკუთრებული წვლილი შეიტანეს უცხოელმა მეცნიერებმა: ს. ტიმოშენკო, ვ. ვლასოვმა, ა. ვოლმირმა, ა. ალექსანდროვმა, ა. გოლდენვეიზერმა, ა. გუზმა, ვ. ილინმა, ა. ფილინმა, ბ. მიხაილოვმა, ვ. კარპოვმა, ვ. ნოვოჟილოვმა, გ. სავინმა, ი. ობრაზცოვმა, ერიქსონმა, ჯერარდმა, რეისნერმა, ასევე ქართველმა მეცნიერებმა: ი. ვეკუამ, ო. ონიაშვილმა, ი. ლუდუშაურმა, ნ. ვალიშვილმა, რ. ცხვედაძემ, მ. მიქელაძემ, რ

ბანცურმა, ჯ. ბიჭიაშვილმა, ზ. გედენიძემ, თ. ბაციკაძემ, ტ. კვიციანმა, დ. გურგენიძემ, გ. ყიფიანმა, მ. კუბლაშვილმა, მ. ყალაბეგაშვილმა, მ. ყალაბეგიშვილმა, თ. ხმელიძემ, ნ. შავლაყაძემ, ნ. მარდალეიშვილმა, დ. გიორხელიძემ, ლ. ზამბახიძემ, ი.კაკუტაშვილმა, დ. ჯანყარაშვილმა, დ. ტაბატაძემ და სხვებმა.

წინამდებარე ნაშრომში მრავლად არის განხილული და გაანალიზებული როგორც უცხოელი, ასევე ქართველი ავტორების მოსაზრებები. თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშებების საკითხებთან დაკავშირებით შესწავლილმა წყაროებმა ხელი შეუწვევს ჩვენს მიერ გამოვლენილი პრობლემების შესწავლას და დასახული ამოცანების გადაწყვეტას.

1946 წელს ლ.ა.გალინმა [51]ზუსტად ამოხსნა ამოცანა ორ ღერძიანი გაჭიმვის სიბრტყისა მრგვალი ხვრეტით ბრტყელი დეფორმაციით. დ.დ. ივლევი[99], ჟ. ს.ერჟანოვი [95] მიახლოებით განსაზღვრეს გადაადგილება პლასტიკურ ზონაში ლ.ა. გალინის ამოცანაში. ზუსტი ფორმულები გადაადგილებისა პლასტიკურ ზონაში ამ ამოცანისათვის მიღებულია შრომაში [52] ლ.ა. გალინის მეთოდით. ა.ი.კუზნეცოვი[145] ასეთი ამოცანა ამოხსნა არაერთგვაროვანი ტანებისთვის, ხოლო ბ.დ. ანინმა[15] პლასტიკურობის ექსპონენციალური პირობებისას. პ. ა.ჟილინი და გ.კ. იბრაევი[97 – 98] განიხილავდნენ ამ ამოცანას, სადაც ძირითადი დამაბულობა არაერთგვაროვანია და წარმოადგენს პოლინომიალურ ფუნქციას კოორდინატებისას.

1970 წელს ი. ს.ჩერნიშენკომ[83] მიუთითა მეთოდზე, რომელიც იძლევა საშუალებას მოიძებნოს ამოხსნა ზოგიერთი კლასის დრეკად-პლასტიკურ ამოცანებისა უცნობი საზღვრებით. მათ მიიღესზუსტი ამონახსნი ამოცანისა ორღერძული გაჭიმვისა ფირფიტის ტრესკ-სან-ვენანის პლასტიკურობის პირობების გათვალისწინებით. ეს ამოცანა მიახლოებით ამოიხსნებოდა ბევრი ავტორისაგან[30, 34, 68, 82,90].

დ.დ.ივლევი, მ.ა.ილგამოვი[99,100] გამოიყენებენ დრეკად-პლასტიური ამოცანის ამოხსნისათვის მცირე პარამეტრების მეთოდს.

პ.ი.პერლინმა [160, 161] შემოგვთავაზა ნახევრად დაბრუნებული მეთოდი დრეკად-პლასტიკური ამოცანის ამოხსნისა ხვრეტების გასწვრივ დაძაბულობის. ვ. ა. შვეცოვმა [171] განიხილა ამოცანა უსასრულო რიგის მქონე წრიული ნახვრეტებისა.

განხილვა ორგანზომილებიანი დრეკად-პლასტიკური ამოცანების ძირითადი შედეგებისა, რომლებიც მიღებული იყო 1969 წლამდე გააკეთა გ.პ. ჩერეპანოვმა [103].

ავღნიშნავთ რამოდენიმე ნაშრომს: ა. ა. ბერეზოვსკი [35] დავ.ბ. ლიდსკი [16].

განიხილეს ორმაგ პერიოდული დრეკად-პლასტიკური ამოცანა. სხვადასხვა შემთხვევებისთვის პერიოდული და ორმაგ პერიოდული ამოცანები მიახლოებით ამოიხსნებოდა ნ.პ.აბოვსკის [4] შრომებში. მიახლოებითი ამოხსნები დრეკად-პლასტიკური ამოცანების სიბრტყეებისთვის, რომლებიც შესუსტებულია განუსაზღვრელი რაოდენობის ხვრეტებით, მიღებულია შრომებში [5 – 6].

ბ.დ.ანინმა [15] ერთი ხვრეტის დროს მიიღო და შეისწავლა განტოლება L კონტურის განსაზღვრისათვის, უშვებდა რა იდენტურ ზონაში არსებულ მდგომარეობისას, ნაშრომში მიღებულია ფუნქციონალური განტოლებები ფუნქციების გამოსახვისათვის სხვა ხერხებით. ბ.დ.ანინმა [15] დასვა ვარიაციული საკითხი დრეკად-პლასტიკური ამოცანებისათვის. ლ. ი. ბალაბუხის [18, 19] მიერ დამტკიცებული იქნა თეორემების არსებობა ზოგიერთი კლასის დრეკად-პლასტიკური ამოცანებისთვის. ამოხსნის თავისებურებები დრეკად-პლასტიკური ამოცანებისა შესწავლილი იქნა ვ. ა. დუბინას და ფ.მ. ელპატიევსკის [92, 94] მიერ.

ზოგიერთ დრეკად-პლასტიკურ ამოცანებს განიხილავდნენ შ. მ. აიტალიევი [9], ს. ა. ამბარცუმიანი [12], ნ. ი. ბეზუხოვი [20], ვ.ვ. ბელიაევი [31 – 33] და სხვები. პარამეტრების სფეროში კი, რომელთა დროსაც არსებობს დრეკად-პლასტიკური ამოცანის ამოხსნები, სწავლობდნენ ვ.ა.ბაჟენოვი, ვ. ნ. ბულგაკოვი [17, 40]. დრეკად-პლასტიკურ ამოცანებს

ედვინება ცალკეული თავები წიგნებში ა. ვ. ბურლაკოვის[42,43], ვ. ზ. ვლასოვის[46].

არსებობს შრომები, სადაც მასალა დრეკად-პლასტიკურ ზონაში წარმოადგენს ანიზოტროპულს[1], ან სულაც გათვალისწინებულია მასალის არაერთგვაროვნება დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის დროს[2,3].

საკითხის დასმის და ამოცანის ამოხსნის მეთოდების მხრივ ახლოს ითვლება ამოცანა ზოგიერთ შემთხვევაში ხვრეტების ოპტიმალურ ფორმის განსაზღვრისა დრეკად ტანში. დ. ვ. ვაინბერგის [44, 45], ლ.ა. გალინის[51 – 52] შრომებში დასმულია საკითხი თანაბარ სიმტკიცის ხვრეტებისთვის, რომელთა კონტურზე ნორმალური ტანგენციალური დაძაბულობა σ_t მუდმივია, მუდმივი დაძაბულობისას σ_n , τ_{nt} ან კონტურის ყველა წერტილზე ერთდროულად მიიღწევა დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობა. ი.ვ. ანდრიანოვის[14], ი. ი. ბურაკის[41] შრომებში ნაჩვენებია, რომ თანაბარი გარე ძალების ზემოქმედებისას მინიმუმ მაქსიმალური მნიშვნელობებისა მეორე ინვარიანტის ტენზორის დროს დაძაბულობა მიიღწევა თანაბარ კონტურებში.

პერიოდული ამოცანები თანაბარი ხვრეტებისათვის განიხილებოდა ვ. ბ. აკსუნტიანის[7], ვ. ვ. დიკოვიჩის[91], გ.მ. ივანოვის შრომებში.

ეს განხილვა არ აცხადებს რომ ის სრულია, ზოგიერთი ნაშრომები მოხსენიებული ზემოთ და მოყვანილია ბიბლიოგრაფიულ სიაში. ნაშრომში გადაწყვეტილია წრიული ხვრეტის გარშემო დაძაბულობის განაწილების სხვადასხვა დრეკად-პლასტიკური ამოცანა.

სამშენებლო მექანიკა ითვალისწინებს დეფორმად სხეულზე გარე ზემოქმედების შედეგად გამოწვეულ დრეკად დეფორმირებულ მდგომარეობას, როგორც სტატიკურ, ასევე დინამიკურ პირობებში. იგი მსოფლიოში ცნობილია ე.წ. კლასიკური დრეკადობის თეორიის სახელწოდებით, რომლის, როგორც დამოუკიდებელი მკაცრი მეცნიერების საწყის ეტაპად მიჩნეულია XIX საუკუნის პირველი ნახევარი, როცა თითქმის ერთდროულად გამოქვეყნდა ს. ნავიეს, ა. კოშის და ს. პუასონის შრომები, სადაც პირველად

ასახა კლასიკური დრეკადობის თეორიის ანალიზური მეთოდის არსი, ე.წ. “უსასრულოდ მცირე ელემენტი“-ს შესახებ და მის საფუძველზე სივრცითი ამოცანებისათვის ზოგადი სახით მიღებული იქნა ყველა ის კერძოწარმოებულობის დიფერენციალური განტოლება, რომელსაც დღემდე არ დაუკარგავს თავისი უდიდესი პრაქტიკული მნიშვნელობა და რომლის გამოყენებაზეც მოდის უწყვეტ ტანთა მექანიკის ზოგად მეცნიერებაში გამოქვეყნებული უდიდესი რაოდენობის მეცნიერული გამოკვლევის ლომის წილი.

დრეკადობის თეორიის სივრცითი ამოცანების ზუსტი გადაწყვეტა როგორც ცნობილია, ერთ-ერთ უმთავრეს პრობლემადაა მიჩნეული დეფორმადი სხეულების მექანიკაში [22-29]; ასეთი მდგომარეობა ძირითადად განპირობებულია აღნიშნულ ამოცანებში კლასიკური დრეკადობის თეორიის გამოყენებით, რასაც თან სდევს უდიდესი მათემატიკურისახის სირთულეები კერძო წარმოებულობის დიფერენციალური განტოლებების გამო.

ზუსტი ამოხსნების სიძნელეებმა გამოიწვია მიახლოებითი თეორიების განვითარება, რომლებიც ეყარებიან სამგანზომილებიანი ამოცანების დაყვანას ორგანზომილებიანზე, დაყვანის მეთოდები შეიძლება დაიყოს სამ ძირითად ჯგუფად: სისქის მიხედვით დაშლის [21]; ასიმპტოტური [36-37] და ჰიპოთეზების მეთოდები [47-50]; ამ პრობლემებს ეძღვნება შრომათა დიდი რაოდენობა, რომლებშიც შემოთავაზებულია დაყვანის მრავალგვარი გონებამახვილური მეთოდები და საშუალებები, ამ საკითხების მიმოხილვა და კლასიფიკაცია მოცემულია ე. ს.გრებენისა [63] და ა.ლ.გოლდენვეიზერის შრომებში [62].

სადიებელი ფუნქციის სპეციალური ფუნქციების მწკრივად დაშლის მეთოდი პირველად გამოყენებული იქნა ი. ნ. ვეკუას მიერ [49], შემდეგ დაყვანის მეთოდები გამოყენებული იქნა ს. ა. ამბარცუმიანის [12], ვ. ნ.კობელევის [131], ვ. ზ. ვლასოვის [46], ვ. ვ. დიხტას [93], ვ. ვ.კაბანოვის [104], ს. ნ. კანის [105] და სხვათა შრომებში. უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ ამ შესრულებულ ფუნდამენტალურ გამოკვლევებში მრავალ უცხოელ მეცნი-

ერთან ერთად მნიშვნელოვანი წვლილი აქვთ შეტანილი მსოფლიოში აღიარებულ ქართველ მეცნიერებსაც ნ. მუსხელიშვილი, ვ. კუპრაძეს, ი. ვეკუას, და მრავალ მათ მოწაფესა და მიმდევარს : ა. კალანდიას, ა. რუხაძეს, ა. გორგიძეს, რ. ბანცურს, ლ. ობოლაშვილს, ლ. მუხაძეს, დ. გორფეზიანს, თ. ვაშაყმაძეს, გ. ჯაიანს, ა. კაკუშაძეს, თ. ზონენაშვილს, გ. ყიფიანს, თ. ბაციკაძეს, გ. ხატიაშვილს, ნ. ბერიშვილს, დ. დანელიას, ზ. მამაღუას, გ. გაჩეჩილაძეს, კ. დუმბაძეს და სხვ.

ასე მაგალითად ღეროების გაჭიმვა-კუმშვაზე, ღუნვაზე და გრეხაზე გაანგარიშებისას, სენ-ვენანის პრინციპის გამოყენებით აღნიშნული ამოცანები დაიყვანება შესაბამის ორ განზომილებიან ამოცანებზე. ეს გზა ყოველმხრივ დასაბუთებულადაა მიჩნეული მსოფლიოს იმ ცნობილი მეცნიერების მიერაც, ვისაც თავისი ფუნდამენტალური გამოკვლევებით უდიდესი წვლილი აქვს შეტანილი კლასიკური დრეკადობის თანამედროვე სახით შექმნაში და მისი მრავალი მიმართულებით განვითარებაში. აი როგორც ასაბუთებს სენ - ვენანის პრინციპის გამოყენების აუცილებლობის სხვადასხვა ფორმის განივკვეთიანი ღეროების გრეხაზე სივრცითი ამოცანების განხილვისას აკადემიკოსი ნ. მუსხელიშვილი „თუ საკითხს დავსვამთ ჩვენი ღეროს წონასწორობის შესახებ ყველა პირობის სრულად დაკმაყოფილების მიზნით, მაშინ მივდივართ მათემატიკურ ამოცანამდე $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_x, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, u, v, w$ ყველა საძიებელი სიდიდისათვის, ისეთი მნიშვნელობების განსაზღვრის შესახებ, რომლებიც ღეროს მიერ დაკავებულ V არეში ზუსტად დააკმაყოფილებენ სივრცითი დრეკადობის თეორიის ყველა განტოლებას და ამის გარდა, ამოცანის ყველა სასაზღვრო პირობას.

საბედნიეროდ ირკვევა, რომ პრაქტიკული მიზნებისათვის უმეტეს შემთხვევაში არ არის საჭირო (და თანაც აზრი არ აქვს) ამოცანის დასმას ასეთი სირთულით.

მეორეს მხრივ სენ-ვენანის პრინციპის საფუძველზე - თუ ჩვენ საქმე გვაქვს ღეროსთან, რომლის სიგრძე საგრძნობლად აღემატება მისი განივი კვეთის ზომებს ჩვენ უნდა ვიზრუნოთ მხოლოდ იმაზე რომ ღეროს

ფუძეებზე მოქმედი მთავარი ვექტორი და მთავარი მომენტი ამოცანაში მოცემული სიდიდისანი იყვნენ. ღეროს ფუძეებზე მოქმედ ძაბვების ნამდვილ განაწილებას კი არა აქვს გავლენა ღეროს იმ განივკვეთებზე, რომლებიც არ არიან ღეროს ბოლოებთან ახლოს.

საკითხის ასეთი განმარტებიდან დგინდება, რომ ღეროების გრეხაზე დღემდე ჩატარებული ყველა გამოკვლევის მიზანს შეადგენდა ღეროს დამაბულ დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრა არა V არეში მთლიანად, არამედ ღეროს მხოლოდ იმ ფარგლებში, რომლებიც არ არიან ღეროს ბოლოებთან ახლოს. მაგრამ როგორც ცნობილია ღეროს გრეხაზე ამოცანის გადაწყვეტა პრაქტიკაში სრულდება სიმტკიცეზე გაანგარიშების მიზნით, რომლის დროსაც აუცილებელია ძაბვების განაწილების კანონის ცოდნა არა მარტო ცალკეულ ერთგვაროვან უბნებში არამედ ყველგან. ე.ი. იქაც, სადაც შეიძლება გვექონდეს რეალური სივრცითი დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა ძაბვებისა და დეფორმაციების კონცენტრაციით. ასეთ უბნებს კი წარმოადგენენ ღეროების ბოლოები, რომელთა გავლენა მნიშვნელოვანია საშუალო და მოკლე ღეროების გაანგარიშების დროს.

1.2. თხელკედლიანი კონსტრუქციის თეორიის სტრუქტურული შემადგენლობა

დრეკადი კონსტრუქციების შემადგენლობის მექანიკამ გამოხმაურება ჰპოვა ი. მალვენკოს წიგნში გარსების თეორიაში, რომელშიც დრეკადი გარსების თეორიის განტოლებათა მთელი აპარატი განხილულია მომენტური დამაბულობების მოქმედების გათვალისწინებით.

აქ მიზანშეწონილია შევხებით თხელკედლიანი კონსტრუქციების თეორიის აგების პირდაპირ გზას, რომლის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ასეთი თეორიის აგება წარმოებს უშუალოდ ორგანოზომილებიან უწყვეტ სივრცეში, სამგანზომილებიანი სივრციდან ყველანაირი გადასვლების გამოყენების გარეშე. მაგრამ ასეთი მიდგომის დროს ორგანოზომილებიანი სივრცის თითოეულ წერტილს უნდა გააჩნდეს თავისუფლების დიდი ხარისხი,

ვიდრე ჩვეულებრივი ზედაპირის წერტილს. ასე აღიქმევა ზედაპირის ცნება პ.ა. ჟილინის მიხედვით [97] ან უფრო ადრეულ ავტორებში – კოსერის ზედაპირები. ასეთი გზა საშუალებას გვაძლევს ავაგოთ ორგანოზომილებიანი კონტინუუმის თეორია, რომელიც არ ეწინააღმდეგება სამგანზომილებიან თეორიას მათემატიკურ და თერმოდინამიკურ ასპექტში. ამ დროს წარმოიშობა თავისი სირთულეები, რომელიც მდგომარეობს მოცემული ეფექტური თვისებების განსაზღვრაში. აქედან გამომდინარე ასე თუ ისე მაინც გვიწევს დავუკავშიროთ ორგანოზომილებიანი კონტინუუმი რეალურ სამ განზომილებიანს.

გარსების თეორია მასალების რეოლოგიურ თვისებებთან დაკავშირებით იყოფა დიდ ნაწილებად. უკანასკნელ წლებში ყურადღება ექცევა ფიზიკური არაწრფივობის პრობლემებს, პლასტიკურობის, ცოცვადობის, გამძლეობის და სიმტკიცის პრობლემებს.

გარსების თეორიის ამ შტოს გამორჩეულ თავისებურებებს წარმოადგენს, ის რომ საანგარიშო განტოლებები მიიღება მასალის რეოლოგიური მოდელის შესაბამისად. წონასწორობის განტოლებებისა და დეფორმაციის გათვალისწინებით, რომელთა სახე არ არის დამოკიდებული მოდელის მასალაზე. გეომეტრიულად წრფივი სახით ამოცანის დასმაში იგება ამოხსნად განტოლებათა სისტემა.

გარსების და ფირფიტების პლასტიკურობის თეორიის აგებისას გამოდიან პლასტიკურობის თეორიის განტოლებებიდან სამგანზომილებიან ამოცანებიდან, თუ არ არის გამოყენებული გარსების და ფირფიტების თეორიის გაანგარიშების აგების პირდაპირი გზა. გამოყენებას პოულობს როგორც დეფორმაციის თეორია, რომელსაც მივყავართ სასრულ დამოკიდებულებამდე, ასევე დენადობის თეორია.

დეფორმაციის თეორია იძლევა არასაიმედო შედეგებს რთული დატვირთვების შემთხვევაში და უფრო სრულყოფილ შედეგებს იძლევა დენადობის თეორია. განსაკუთრებულად ითვლება დენადობის (დატვირთვის ზედაპირი) ზედაპირის აგებულება. ეს და სხვა მთელი რიგი სპეციფიკური

საკითხებისა, რომლებიც დაკავშირებულია გარსის მასალის პლასტიურობის თვისებებთან განხილულია მთელ რიგ შრომებში, კერძოდ ბ. ა. სავჩუკის[168] და ი. რ. ლეპიკის ორ ნაშრომში “გლუვ დრეკად-პლასტიკურ ფირფიტებისა და გარსების თეორიის ზოგიერთი საკითხები”[132] და “დრეკად-პლასტიკური და ხისტ-პლასტიკურ ფირფიტებისა და გარსების წონასწორობა”. არადრეკადი გარსების პრობლემებთან დაკავშირებით სპეციალურად მიძღვნილი იყო საზაფხულო სკოლები ესტონეთში[142, 143]. ქვემოთ ნაჩვენებია სხვა განხილვებიც.

ყოფილ საბჭოთა კავშირში ერთ-ერთმა პირველმა დაიწყო მუშაობა პლასტიურობის თეორიაში ნ.მ. ბელიაევმა: მას აქვს მოცემული შედარებები სენ-ვენანის – მიზესის – გენკის და რეისის თეორიებისა და მათი განზოგადება. ეს გამოკვლევები მოცემულია სამ ნაშრომში, რომლებიც დაწერილია ნ.მ. ბელიაევის მიერ ა.კ. სინიკისთან ერთად [33-34].

ფიზიკურად არაწრფივი მასალისაგან წარმოქმნილ გარსებს ეძღვნება მიმოხილვა “ფიზიკურად არაწრფივი თხელკედლიანი გარსების მდგრადობა დიდი გადაადგილების დროს” რომლის ავტორებია ვ.ა. ბაჟენოვი, პ.პ. ლიზუნოვი და ვ.ი. გულიაევი [84], ასევე წიგნებივ. პ. ილინის [101] და ვ.გ. პეტროვის, ი.გ. ოვჩინიკოვის და ვ.ი. იაროსლავსკის [103]. ჩამონათვალში უნასკნელ წიგნში განიხილება წრიულ ცილინდრულ გარსების ფიზიკური და გეომეტრიული არაწრფივი თეორიები: მომენტური, ნახევრადუმომენტო და უმომენტო, რომლებშიც წარმოდგენილია განტოლებებით ნაზრდებში, რომელთა ამოხსნა ხორციელდება გაწრფივების პრინციპით ბიჯური მიმდევრობითი დატვირთვათა მეთოდით; ფირფიტებისათვის მიღებულია და ამოხსნილია წრფივი ცვლად კოეფიციენტებიანი განტოლებები მიახლოებითი მეთოდით.

გ.ს. შაპიროს “იდეალურად პლასტიკური ფირფიტებისა და გარსები”[172] სტატიაში განხილულია წრფივი და არაწრფივი ამოცანები, ოპტიმალური პროექტირების ამოცანები, ასევე რკინა ბეტონის ფირფიტებისა და

გარსების გაანგარიშებებში პლასტიურობის თეორიის გამოყენების შესაძლებლობები.

წრიული ფირფიტის დრეკად-პლასტიური და ხისტ-პლასტიური ღუნვა, ასევე წრიულ ფირფიტის ხისტ-პლასტიური დეფორმაციები დარტყმისას განიხილება სხვა სტატიებში გ.ს. შაპირო [173-174]. ფიზიკურად არაწრფივი მასალებისაგან (ანიზოტროპული, შედგენილ) გარსებს ეძღვნება მ.შ. მიქელაძის [150] წიგნი, რომელშიც განხილულია გარსები ხისტპლასტიური და დრეკად-პლასტიური მასალებისაგან, აგრეთვე თანაბარ სიმტკიცისანი ორთოტროპული ერთფენიანი და მრავალფენიანი გარსები.

ა. სავჩუკის [168] წიგნში გამოკვლეულია ის სიტუაციები, რომლებშიც გარსის მასალა არის ან წრფივად ბლანტად დრეკადი ან იმყოფება დამყარებულ ცოცვად მდგომარეობაში, ან დრეკად-პლასტიკურ მდგომარეობაში; განხილულია შრომები, რომლებშიც შეისწავლება გარსების ზღვრული მდგომარეობა და მზიდი შესაძლებლობები რკინაბეტონის გარსებისა (აქ არის შრომები დ. დრუკერის, გ. იზოპის, ა.ა. ილიუშინის, მ.შ. მიქელაძის, ი.ნ. რაბოტნოვის, ვ. ოლშაკის, ს.მ. ფაინბერგის, პ.ხოჯას, რ. შილდას და სხვ.).

ნაშრომში [122], ნაჩვენებია წრფივი თეორიის გამოყენება, როდესაც გარსი განიცდის დიდ ძვრებს და დიდ დეფორმაციებს, რომლებიც წარმოიშვებიან დრეკადობის ზღვრის მიღმა, იმ პირობებში როდესაც არ ვითვალისწინებთ ან ვითვალისწინებთ განივ ძვრებს. წონასწორობის განტოლებები მიღებულია შესაძლო გადაადგილებების პრინციპის საფუძველზე, სისქის რეგლამენტირებული შეცვლის ჰიპოთეზის გამოყენებით. კლასიკური მეთოდი გამოყენებულია ახალ გეომეტრიულ ფორმულირებასთან ერთად, რომელსაც მივყავართ ერთობლივი დეფორმაციის პირობების უბრალო აღწერასთან წრფივი განზოგადოებული დეფორმაციის ტერმინში, ისევე როგორც განზოგადოებული ფუნქციის პირობის ტერმინში. განხილულია მრავალ კავშირიანი გარსების შემთხვევა. გამოყენებულია ვარიაციული მიდგომა, როგორც ლაგრანჟის, ისე კასტილიანის ფორმით. პრაქტიკული გაანგარიშებისათვის აღებულია სასრულ ელემენტთა მეთოდი

(ს.ე.მ.) მრუდწირული სასრული ელემენტებით კომბინაციაში ბიჯურ პროცესებთან.

ავღნიშნოთ ა.ვ. ბურლაკოვის და კ.გ. იბრავისორი წიგნი [42 და102]. მათ აქვთ ოდნავ განსხვავებული დასახელებები, მაგრამ სხვადასხვა შინაარსი. პირველ მათგანში განხილულია ხანგრძლივი სიმტკიცის კრიტერიუმები და გარსების რღვევების ექსპერიმენტალური გამოკვლევები. მეორე წიგნში ერთგანზომილებიან ამოცანებთან ერთად არის ორგანზომილებიანი ამოცანებიც განხილული.

ა.ნ. პოდგორნის, ვ.ვ. ბორტოვის და ვ.დ. კოლომაკას წიგნში [108] გარდა იმისა, რომ აგებულია ამოხსნად განტოლებათა სისტემა, რომელიც ითვალისწინებს ცოცვადობას, განხილულია ღერძ სიმეტრიული და არაღერძსიმეტრიული დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.) და მოქნილი იზოტროპულ და ანიზოტროპული გარსების მდგრადობა მუდმივი და ცვლადი სისქით.

ავღნიშნოთ კიდევ ორი პუბლიკაცია გარსებზე, რომლებიც დამზადებულია ცოცვადი მასალისაგან. ესენია ი.ი. გოლდენბალატის და ნ.ა. ნიკოლაენკოს [61] და ზემოთ ნახსენები წიგნი ი.გ. ტერეგულოვის[170].

ორი შრომის მიმოხილვა, რომელშიც განხილულია სხვადასხვა რეოლოგიური თვისებების მქონე მასალის გარსები ეკუთვნის ე.ი. გრიგოლიუკს [74]. ე. ი. გრიგოლიუკი აღნიშნავს ამ კლასის ამოცანების ამოხსნის სირთულეს, წარმოშობილს გარსის სისქეზე არაწრფივი ნორმალური ძაბვების განაწილების, რომელიც წარმოადგენს წრფივი ნორმალური ელემენტის ჰიპოტეზის გამოყენების შედეგს.

მ.მ. გრიშინის და სხვების წიგნში[78] გამოკვლეულია სწორკუთხა ფირფიტების ღუნვადრეკადობის ზღვარს იქით. წიგნი[96] ეძღვნება მინაპლასტიკის განდამზადებულ ფირფიტებისა და გარსების ღუნვას.

ს. ი. კარინსკის და ჟ.კ. მასანოვის [109] წიგნში მასალის რეოლოგიური თვისებები გათვალისწინებულია მდგრადობის პრობლემებში; ავტორებმა წარმოადგინეს გამოკვლევები ზოგად გარსების თეორიაში, აღნიშნეს მდგრად-

დობის განტოლების აგების გზები და ტიმოშენკოს გარსის ტიპის თხელკედლიანი სისტემის დინამიკა და უჩვენეს ანიზოტროპული გარსების გაანგარიშების მეთოდები. ამავე წიგნში განხილულია ასევე საკითხები, როგორც კომპოზიციური მასალის გარსების ოპტიმალური პროექტირების პრობლემა, მეთოდისა და შედეგები ექსპერიმენტალური გამოკვლევების. ამოხსნილია მთელი რიგი ამოცანების (ცილინდრული გარსების ხანგრძლივი და ხანმოკლე დატვირთვების ქვეშ, დინამიკური მდგრადობა ცილინდრული გარსების მასალის სიბლანტის გათვალისწინებით); მოყვანილია დამაბულობის ეპიურები, გრაფიკები, სხვადასხვა სიდიდის იზოხაზები.

ისევე როგორც სხვადასხვა სისტემების თეორიაში, გარსების თეორიაში ერთ-ერთ მტკივნეულ მხარედ ითვლება მთლიანად კონსტრუქციის საიმედობის განსაზღვრის არასრული მეთოდი. გაანგარიშების კრიტერიუმები არ იძლევა საშუალებას განვსაზღვროთ დიდი მარაგი დასაშვები დამაბულობისას, რომლებიც გააჩნია კონსტრუქციას; ამასთანავე ასეთი არასრული შეფასების მისაღებად საჭიროა კოლოსალური ძალების ფასად მივიღოთ ფართო ინფორმაცია, თუმცა პრაქტიკულად რომლის მცირე ნაწილიც არის გამოყენებული. მთელ რიგ შემთხვევებში უფრო რაციონალურია (ეკონომიკის, სისწორის აზრით) შეფასება საიმედობის ზღვრულ მდგომარეობაში, ამ მასალის მუშაობისას პლასტიურობის არეში და მთლიანად კონსტრუქციის ქცევა. ასეთ გაანგარიშებებს აქვთ დიდი სპეციფიკა.

ძალიან ხშირ შემთხვევაში ამოცანის დასმა ასეთია, რომ ერთადერთ მისაღებად ითვლება დრეკადობის გაანგარიშებები. ამავე დროს მხედველობაში უნდა მივიღოთ ისიც რომ სასაზღვრო მდგომარეობაში გაანგარიშებები დიდ სირთულეებთან არის დაკავშირებული.

განსაკუთრებული წვლილი თხელკედლიანი კონსტრუქციების სასაზღვრო მდგომარეობაში გაანგარიშებების გაფართოებაში შეიტანეს მეცნიერებმა: ა.ა. გვოზდევმა, ა.მ. პროცენკომ, ა.რ. რჟანიცინმა, ა.მ. სვეჩკინმა, ნ.ვ. ახვლედიანმა, პ.მ. ვარვაკმა, მ.შ. ვარვაკმა, ა.ს. დეხტიარმა, ა.ო. რასკაზოვმა, ა.მ. დუბინსკიმ, მ.ი. ერხოვმა, გ.კ. ჰაიდუკოვმა, ლ. გალინმა, ზ. გედენიძემ, ი.

ლუღუშაურმა, ა. ხვოლესმა, ა. მოწონელიძემ, ნ. მოწონელიძემ, ნ. კოდუამ, მ. ყალაბეგიშვილმა, გ. ყიფიანმა, რ. ცხვედაძემ, ასევე უცხოელმა სპეციალისტებმა პ. ხოდჯ, დ. დრუკერი, ვ. პრაგერი და სხვები. ავღნიშნავთ ა.ა. გვოზდევის და ა.მ. პროცენკოს მიმოხილვას “გარსებისათვის სასაზღვრო წონასწორობის თეორიის დანართის პერსპექტივები” და მონოგრაფია ა.პ. რჟანიცინის[162]. დიდ ინფორმაციას შეიცავს წიგნი ვ. გ. აივაზიანის[8], სადაც მოცემულია გაანგარიშებების ზოგადი თეორია სასაზღვრო მდგომარეობაში, მითითებულია გარსებისათვის დენადობის პირობები, გამოკვლეულია სასაზღვრო მდგომარეობა წრიული ფირფიტებისათვის, ასევე ცილინდრული, კონუსური, სფერული და დამრეცი გარსების.

კონსტრუქციის სასაზღვრო მდგომარეობაში გაანგარიშებებს ეძღვნება ა.ო. რასკაზოვის [164] წიგნი, რომელიც დაწერა ა.ს. დეხტირესთან ერთად, წიგნში დიდი ყურადღება ეთმობა გეგმაში წრიულ ბრუნვით გარსებს და გეგმაში სწორკუთხა ჰიპარებს.

ტექნიკის მთელ რიგ სფეროებში მთავარ პრობლემებს თხელკედლიანი კონსტრუქციების დაპროექტებისთვის წარმოადგენს პრობლემა თერმოდრეკადობისა და თერმოპლასტიურობის შესახებ. იმ შრომებს შორის, რომლებიც მიემდვნა ამ პრობლემებს აღნიშვნის ღირსია შემდეგი მოხსენებები: “ფირფიტებისა და გარსების თერმოდრეკადობა” ა.დ. კოვალენკოს[133], “თერმოპლასტიურობის დინამიური ამოცანები ბრუნვითი გარსებისათვის” ვ.გ. ბაჟენოვა[17].

ვ. ი. გოლოვანის წიგნი[59] სპეციალურად ეძღვნება თერმულ დაძაბულობებს.

მ.დ. მიხაილოვის წიგნში[153] გამოკვლეულია ტემპერატურული ველის არასტაციონარობის გათვალისწინება, რომელსაც დიდი მნიშვნელობა აქვს თვითმფრინავმშენებლობის, რაკეტმშენებლობის, ტურბომშენებლობის და ტექნიკის სხვა დარგებში, სადაც გამოიყენება გარსული კონსტრუქციები, რომლებიც საჭიროებენ გაციებას. ასეთი კონსტრუქციების კედლები მზადდება ფორებიანი მასალისაგან და მათი გაციება ხორციელდება

თბომატარებლების ჩაბერვით. ამ დროს წარმოქმნილი პრობლემები წყდება არასტაციონარული ერთგანზომილებიანი პროცესებით.

თხელკედლიანი კონსტრუქციების თერმოდრეკადობის დარგში დიდ სპეციალისტად ითვლებოდა ა.დ. კოვალენკო. მის წიგნში [135] გამოკვლეულია წრიული ფირფიტის ზედაპირზე თერმოდრეკადობის დინამიური ამოცანები სითბური დარტყმის დროს საკითხის ორ ვარიანტში დასმისას დეფორმაციული და ტემპერატურული ველების კავშირების გათვალისწინებით და არ გათვალისწინებით. ამ წიგნშივე ამოხსნილია ამოცანა თბურ დამაბულობებზე წრიულ ფირფიტებში წრფივი და ცვლადი სისქით, ასევე ცილინდრულ, სფერულ და გუმბათოვან გარსებში.

ვ.მ. რასუდოვის, ვ.პ. კრასილოვის და ნ.დ. პანკრატოვას წიგნში [163], კერძოდ, განხილულია თერმოდგრადობა ფირფიტებისა და დამრეცი გარსების, წრფივი განაწილებისას სისქეზე ტემპერატურული შეზრდის პირობებში.

ნ. ა. ალუმიანს [10] სტატია სპეციალურად მიძღვნილია გარსების თეორიაში თერმული ეფექტების გათვლაზე.

შევჩერდეთ შემდეგ წიგნებზე: მ.ი. გრიგოლიუკი, ი.ს. პოდსტრიგაჩი და ი.ი. ბურაკი [70]; მ.ი. გრიგოლიუკი, ვ. მ. ტოლკაჩევი [71] და ბოლოს ი.ი. ბურაკი [41]. პირველ წიგნში განხილულია კვაზი სტატიური და დინამიური ამოცანები თერმოდრეკადობის (მასალა იზოტროპულია ან ანიზოტროპული) და თერმობლანტ დრეკადი ფირფიტებისათვის და ამავე დროს გათვალისწინებულია სითბოს გაცვლა და მასალების ფიზიკო-მექანიკური თვისებების დამოკიდებულება ტემპერატურაზე.

ლ. ა. გალინის წიგნში [52] განხილულია დამაკავშირებელი საკითხები ბრუნვითი გარსებისათვის და დამრეცი გარსებისათვის, გახურების რეჟიმის ოპტიმიზაციის ამოცანები და კონცენტრატორების მახლობლად დამაბულობის ველების განსაზღვრა. [57]-ში ძირითადი ყურადღება ექცევა დამაბულობების ოპტიმიზაციის მათემატიკურ მეთოდებს თხელ დამრეცი გარსებში დაბრუნვითი გარსებში, ფირფიტებზე გახურებისას ადგილობ-

რივი და ძალისმიერზე მოქმედებას, ასევე მასალების დახასიათებას რომლებიც დამოკიდებულია ტემპერატურაზე; გარდამავალი პროცესების ოპტიმიზაციის პრობლემებს თერმოდრეკადობის გარსებში ამოცანების სხვადასხვა სახით დასმისას ეძღვნება მ.ი. გრიგოლიუკის წიგნი[72]. მასში გაკეთებულია აქცენტი დინამიური ეფექტების დაწვევაზე და დამაბულობის დონეზე ინტენსიური დატვირთვის პირობებში და ტემპერატურული ველის ცვლილება.

ი. მ. გრიგორენკოს წიგნი[76] მოყვანილია საფუძვლები, რომლებიც განსაზღვრავენ ტემპერატურულ დამაბულობებს, განიხილება ტემპერატურული დამაბულობები ფირფიტებში (მემბრანული და ლუნვადი) კოჭებში და წრიულ ცილინდრებში, ნებისმიერი ფორმის გარსებში, წრიულცილინდრულ გარსებზე, ყალიბდება პირობები დეფორმაციების ერთობლიობისა გარსულ კონსტრუქციებში, განიხილება დანაკარგები მდგრადობისა თბური მოქმედებისას და სითბოგამტარობა კონსტრუქციებში. არის მსჯელობა პროექტირების სხვადასხვა პრობლემებისა – ოპტიმიზაცია, არადრეკადი დეფორმაციების აღრიცხვა, ციკლური თბური ზემოქმედება, დამოკიდებულება მასალების თვისებებისა ტემპერატურაზე და სხვა.

სხვა, შედარებით ახალი პრობლემა ფიზიკური ველების ურთიერთქმედებისას წარმოადგენს გარსების მაგნიტოდრეკადობა. გარსების თეორიის ამ ნაწილს ეძღვნება წიგნი ს.ა. ამზარცუმიანის, გ.ე. ბაგდასარიანის, მ.ბ. ბელუბეკიანის[12].

უცხოური ნაშრომებიდან, რომლებშიც განხილულია მაგნიტოდრეკადობა გარსების, აღსანიშნავია სტატია ა.ვ. ალექსანდროვის[11]. ამ ნაშრომში ავტორი ავრცობს თერმომექანიკური ეფექტების თეორიას, ელექტრომაგნიტურის ჩათვლით, კერძოდ კოსერის ზედაპირებისათვის. განიხილება სიმეტრიის სხვადასხვა ტიპები, დაკავშირებული ანიზოტროპულობასთან, კოსერის ფირფიტების წრფივი თეორია, კოსერის ზედაპირის ნაწილობრივ შეკუმშული თეორია, რომელიც შეესაბამება გარსების და მემბრანების თეორიას. განიხილება აგრეთვე თერმომექანიკური, ელექტრომაგნიტური

ეფექტები ფირფიტების, რომლებიც დამზადებულია არაგამტარი მასალი-
საგან, პიეზოელექტრული ეფექტები ფირფიტების, რომლებიც დამზადებუ-
ლია იმავე ბუნების კრისტალებისაგან. ამავე ნაშრომში წრიული ცილინდ-
რული უმომენტო გარსი, ასევე ხისტი გარსი განიხილება როგორც მეხამ-
რიდი. ამ შრომაში არის ოთხი დამატება, რომელიც ეძღვნება: ა). ელექტრო-
მაგნიტიზმის სამგანზომილებიანი თეორია მოძრავ დეფორმირებად სხეულ-
ში; ბ). აპარატს, რომელსაც აქვს ადგილი გარსების თეორიის აგებისას კლა-
სიკური მექანიკის სამგანზომილებიანი კონტინუუმის საფუძველზე; გ).
გელმგოლცის ფუნქციის თავისუფალი ენერჯის სამგანზომილებიან თეო-
რიაში, რომელიც ეხება მაგნიტურ პოლარიზებულ თერმოდრეკად გარსებზე
სხვადასხვა თავისებურებების გათვალისწინებით, რომლებიც დაკავშირე-
ბულია შეზღუდვებთან, რომლებიც გამოწვეულია სიმეტრიების გამო; დ).
ინფორმაცია სამგანზომილებიან თეორიაზე მაგნიტურ პოლარიზებულ
თერმოდრეკად მყარ სხეულებზე, რომლებიც გამოყენებულია ფირფიტების
თეორიაში.

1.3. კერძო სახეების ზედაპირის გარსები

განსაკუთრებულ ყურადღებას იქცევენ გარსები კერძო ფორმით
ცილინდრული, კონუსური, სფერული ტორისებური, ბრუნვითი
გარსები თავისუფალი ფორმის, დამრეცი გარსები, გადატანის გარსები,
ჰიპერბოლური პარაბოლოიდური (ჰიპარი) ფორმის გარსები და
სხვები. ბოლო წლებში განიხილება გარსების ისეთი ფორმები,
რომლებიც ითვალისწინებენ სხვადასხვა თავისებების შესწავლას
კონსტრუქციისას, მასალისას, შიდა ძალებზე ისეთი, როგორცაა
ფენოვობა, ანიზოტროპულობა, კუთხეების დაბოლოების
რაოდენობაზე, დინამიურ დატვირთვებზე, ტემპერატურის
ზემოქმედებაზე და ა.შ. ზოგიერთი ასეთი საკითხი ზემოთ უკვე იყო
აღნიშნული აქ მოყვანილი ფაქტორების ნიშნებით. მოვიყვანთ
ზოგიერთი წიგნების შესახებ მონაცემებს.

ბრუნვით გარსებს, რომლებსაც ბოლო არა აქვს დახშული წვეროში, ეძღვნება წიგნი დ.ვ. ვაინბერგის და ვ.ზ. ჟდანის[44]; ავტორები იყენებენ ფორმების მიახლოებით წარმოდგენებს ისეთ გარსებზე, რომლებსაც აქვთ მოკლე კონუსური და ცილინდრული გარსები დაკავშირებული-შეკრული ერთმანეთთან. დიფერენციალური განტოლებების ჩაწერის და ამოხსნის ყველა ეტაპზე გაანგარიშებისა და ბოლო პასუხების მიღებისას გამოიყენება მატრიცული ფორმალიზმი. ასეთი მიდგომის იდეა ახლოა სასრული ელემენტების მეთოდთან და საწყისი ფუნქციის მეთოდთან.

ი.მ. გრიგორენკოს წიგნში[77] განხილულია ფენოვანი გარსები (იზოტროპულია ან ანიზოტროპული), რომელიც იმყოფება არაერთგვაროვანი დატვირთვების მოქმედების ქვეშ და არასტაციონალურ ტემპერატურულ ველში. გაანგარიშების შედეგების საფუძველზე, რომლებიც მიღებულია სასრულ ელემენტთა მეთოდით (ს.ე.მ.) და წარმოდგენილია წიგნში გრაფიკული და ასევე ცხრილების სახით, გაკეთებულია დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის (დ.დ.მ.) ანალიზი, რომელიც დამოკიდებულია კონსტრუქციის ფორმის პარამეტრების მნიშვნელობაზე, მასალაზე და შიდა ძალების მოქმედებაზე.

ი.ი. ამიროს წიგნის [13] გამორჩეულ თავისებურებას წარმოადგენს ისიც, რომ მასში განიხილება საშუალო სისქის გარსები, რომელიც აღწერილია სამგანზომილებიანი განტოლებებით. ეს გვაძლევს საშუალებას გავანალიზოთ ცდომილება ორგანზომილებიანი განტოლებისა, უფრო მკაცრად შევაფასოთ სასაზღვრო ეფექტი, ამავე დროს დრეკადობის თვისებების განაწილება გარსის მთელ სისქეზე მიღებულია თავისუფლად.

ე.გ. გოლოსკოკოვის წიგნში[135] ბრუნვით გარსებთან, განივ-გოფირებულთან ერთად განხილულია გრძივად-გოფირებული სქელკედლიანი ცილინდრული გარსები მუდმივი და ცვლადი სისქით. გაანგარიშება რეალიზებულია ეგმ-ზე და განხორციელებულია შეშფოთების თეორიის გამოყენებით, რომელიც უზრუნველყოფს დიდ და საჭირო სიზუსტეს. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.) ნაპოვნია კონსტრუქციების და მა-

სალების ფუნქციებში. მთელი ინფორმაცია მოცემულია გრაფიკებით და ციფრული ცხრილებით.

ბრუნვითი გარსები ფიგურირებენ მთელ რიგ სხვა შრომებში და ასევე ამ შრომების სხვადასხვა განყოფილებებში[12, 25, 54, 57, 75, 88, 102, 138].

ბრუნვით გარსებთან ერთად, ბევრ მასალებში განხილულია აგრეთვე კერძო სახე, მაგალითად სფერული გარსები.

სფერულ გარსებს სპეციალურად ეძღვნება შრომები ა.ნ. გუზის და თანაავტორები[82-83], ა.ი. ლურიე[147], ა.დ. ლიზარევა და ნ.ბ. როსტანინა[148], ასევე წიგნები ე.ი. გრიგოლიუკი და ვ.ი. მამაია[68] და [69]. უკანასკნელ წიგნში მოცემულია განხილვა ექსპერიმენტული შრომებისა სფერული გარსების, რომლებიც შესრულებულია მდგრადობისა და სტატიკური დატვირთვის დროს არაწრფივი მოქმედებისა, ასევე რხევებისა და მუშაობის პირობებში, შეუძლიათ გამოიწვიოს დინამიური მდგრადობის დაკარგვა. აღწერილია დანადგარები, სტენდები და მეთოდური გამოკვლევები. გარდა შედეგებისა, რომლებიც მიღებულია მოდელებზე ექსპერიმენტებისაგან, მოცემულია ინფორმაცია სრულ გამოცდებზე, მოცემულია ნახევრად-ემპირიული ფორმულა კონსტრუქციის გაანგარიშებისა.

სფერული გარსები ითვლებიან სხვადასხვა ასპექტში შესწავლის ობიექტებად და განხილულია მთელ რიგ შრომებში. ასეთ შრომებს მიეკუთვნება[51, 52, 54, 82, 87, 103, 110].

ანალოგიურად ცილინდრული გარსებიც ექვემდებარებოდნენ შესწავლას და ბევრ სხვა შრომებში განიხილებოდნენ, მაგრამ სათაურად შრომებისა ამ ტიპის გარსების სახელები არ ფიგურირებდნენ. მაგალითებად შეიძლება გამოდგეს[11, 12, 15, 48, 51, 52, 54, 58, 59, 60-62, 82, 92, 102, 103, 110]. ამის გარდა არის შრომები, რომლებშიც ძირითადად განიხილება ცილინდრული გარსები; ეს არის შემდეგი წყაროები[20, 53, 72, 74, 76, 85, 104, 105, 136, 144] და სხვები, რომლებზეც ლაპარაკია ქვემოთ.

არასტანდარტული ფორმის ცილინდრული გარსები განხილულია წიგნში ი.მ. გრიგორენკო, ა. ტ. ვასილენკო, ნ.დ. პანკრატოვა[77]. მასში

განხილულია ფენოვანი ორთოტროპული გარსები მიმმართველით არა გარშემოწერილობის ფორმით, მათ შორის განივ-გოფირებული და განივად-წახნაგოვანი გარსები, ასევე გარსები მიმმართველით, რომელსაც წარმოადგენს გარშემოწერილობა, მაგრამ მის გასწვრივ ცვლადი სისქით გამოკვლეულია ელიფსის ექსცენტრისიტეტის ზემოქმედება დამაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე (დ.დ.მ.)-ზე. წარმოდგენილია პროგრამის გაანგარიშება ეგმ-ზე და მისი შედეგები-ცხრილების და გრაფიკული ფორმით.

ცილინდრული გარსები წარმოადგენს განხილვის ობიექტს ს.ნ. კანის და ი.ი. კაპლანის წიგნში [105], ასევე გ.ს. შაპიროს სტატიებში [173, 174]. [105]-ში მოცემულია დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.)-ის განსაზღვრის მიახლოებითი მეთოდი, მოცემულია ფორმულები, ცხრილები, გრაფიკები განუსაზღვრელი სიდიდეებისათვის, გამოიყენება პირობა კონტურის განივი კვეთის გაუჭიმვობის ზომა და ძვრადობის არარსებობა. ყველა საძებნი ფუნქცია ორი ცვლადის მიმართ იძებნება წარმოებული ფუნქციის წრფივი კომბინაციით ერთი ცვლადით.

ცილინდრული გარსების რიცხვითი გაანგარიშების აპარატის გამართვებას, ვ.ზ. ვლასოვის მიხედვით, ეძღვნებაა. დ. კოვალენკოს ნაშრომი [136].

კონუსური გარსების გაანგარიშების თეორია განხილულია უკვე ნახსენებ წიგნში ა.ნ. გუზის და სხვ. [82]-ში და ა.დ. კოვალენკოს ფუნდამენტალურ გამოკვლევებში [134]; ესენი დაკავშირებულია მანქანათმშენებლობის მოთხოვნებთან, კერძოდ ტურბომშენებლობასთან.

1961 წელს ა.დ. კოვალენკო გამოვიდა ფართო მოხსენებით “გარსების გაანგარიშების თეორიის განვითარება მანქანათმშენებლობის ამოცანების გადაწყვეტაში”. მის წიგნში [135] მოცემულია ზუსტი გაანგარიშება წრიული ფირფიტებისა და ბრუნვითი გარსებისა, მიღებული სპეციალური ფუნქციების გამოყენებით. შედეგი ადაპტირებულია ინჟინრული გაანგარიშებებისათვის. გრაფიკებში და მრავალრიცხოვან ცხრილებში მოცემულია

რიცხვითი მნიშვნელობები გამოყენებული სპეციალურ ფუნქციებში და გაანგარიშების შედეგები.

ა.დ. კოვალენკოს, ი.მ. გრიგორენკოსდან.ა. ლობკოვის წიგნში[136] აღწერილია ისეთივე გაანგარიშების მეთოდი, როგორც[133]-ში და მოცემულია კერძო გამოთვლების ცხრილები. ა.დ. კოვალენკოს, ი.მ. გრიგორენკოს და ლ.ა. ილინას წიგნში[135] განხილულია ზემოქმედება დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.)-ზე ღერძსიმეტრიული, ირიბსიმეტრიული და ციკლურად სიმეტრიული დატვირთვებისა და არათანაბარი გახურებისა. გაკეთებულია დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.)-ის ანალიზი სიხისტის, რომელიც დამოკიდებულია დატვირთვების სახეობაზე და გეომეტრიული პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებზე. ა.დ. კოვალენკო და სხვების წიგნში[133] გარდა კონუსური გარსებისა განხილულია დრეკადი სისტემები, რომლებიც შედგება რგოლებისაგან, წრიული ფირფიტებისაგან, ცილინდრული და კონუსური გარსებისაგან. მოცემულია ფორმულები და ცხრილები კერძო ამონახსნით გარსების გაანგარიშებისათვის, რომელსაც აქვს მუდმივი და წრფივი-ცვლადი სისქე, ასევე ფირფიტებისა წრფივად ცვლადი სისქით. გარდა ამ წიგნებისა, ა.დ. კოვალენკოს შრომების შედეგები გამოქვეყნებულია[134]-ში, სადაც მოცემულია ნარკვევი მისი ცხოვრების შესახებ.

კონუსური გარსები განხილულია გ.ს. შაპიროს სტატიაში[174] და მთელ რიგ შრომებში, რომლებიც განხილულია სხვა თავებში[14, 16, 17, 51, 54, 60-62, 82, 87, 103, 154].

ტორინდალური გარსები გამოკვლეულია ე. ი. გრიგოლიუკის წიგნში[64] და ვ.ნ. ბულგაკოვის[40]-ში. ამ უკანასკნელში ბრუნვითი გარსებისათვის სტატიკის ძირითადი განტოლებების მსგავსად, კერძოდ ტორინდალური გარსებისა მოცემულია აღწერა მეთოდებისა, რომელშიც მოცემულია განტოლების ამოხსნა.

იმ პუბლიკაციებიდან, სადაც შეისწავლება გარსები შუალედური ზედაპირებით ჰიპერბოლური პარაბოლოიდის(ჰიპარი) ფორმის, აღნიშვნის

ღირსია წიგნი ე.ი. გრიგოლიუკის[73], სადაც მოცემულია ჰიპარების თეორიის დაზუსტება მოჭიმვების დეფორმაციის გათვალისწინებით დაიყვანება უბრალო ფორმულებზე, გამოიკვლევა გარსის მზიდუნარიანობა მასალის დრეკადობის ზღვარზე მუშაობისა, რომელიც განისაზღვრება კინემატიკური მეთოდით დისკრეტულ მდგომარეობაში დაყენებით. თეორიის გამოყენების შედეგების შედარება ხდება ექსპერიმენტებით მიღებულ შედეგებთან, რომლებიც ჩატარებულია დრეკადობის არეში მასალის მუშაობისას, ისე მოდელის დაყვანით დაშლამდე. გაანგარიშების შედეგები მოცემულია გრაფიკების და ცხრილების სახით.

ი.ე. მილეიკოვსკის და ა.კ. კუპარას წიგნში[156] მოცემულია არქიტექტურულ-კონსტრუქციული გადაწყვეტა ჰიპარის ტიპის გარსებისა, მოცემულია უმომენტო და მომენტური თეორია დამრეცი ჰიპარების გაანგარიშებისას კვადრატულ მეტრზე.

ჰიპარებს ეძღვნება წიგნი ნ.პ. აბოვსკის და ი.ი. სამოლიანოვის[3-4].

გარსები, რომელთა შუალედური ზედაპირი წარმოადგენს გადატანით ზედაპირს, დადებითი, ნულოვანი და უარყოფითი გაუსის სიმრუდით განხილულია წიგნში ვ. ი. კოროლევის[141]. მასში დამრეცი გარსებისათვის გადაადგილება წრფივი მომენტების თეორიის წარმოდგენილია ერთი განტოლებით, ხოლო გარსებისათვის სწორკუთხა გეგმით ეს განტოლება შეიძლება ამოიხსნას ისე, როგორც ეს გაკეთებულია წრიულ ცილინდრულ გარსებზე. [110]-ში განხილულია გარსის ორთოტროპულობა, ამავე დროს გარსი შეიძლება შედგებოდეს ფენებისაგან და თითოეულ ფენაში ორთოტროპულობის მიმართულება ყველგან პარალელურია დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.)-ის მთავარი მიმართულებისა. არაერთგვაროვანი გარსების ქვეშ იგულისხმება გარსები ცვალებადი სისქით ან გამაგრებული წიბოებით. განხილულია კონსტრუქციის მოდელები, პრაქტიკაში გამოყენებულთან ახლოს მყოფი და ამოხსნა დაიყვანება რიცხვებამდე.

ნაშრომში[151] ასევე განხილულია ჰიპარები.

დამრეც გარსებს ეძღვნება ბევრი წიგნი. იმ გამოცემებს შორის, რომლის სათაურში შედის დასახელება “დამრეცი გარსები” და რომლებიც ზემოთ მოიხსენებოდნენ, იყო[21, 151]. გარდა ამისა, ავღნიშნავთ ნ.პ. აბოვსკის და ი.ი. გეტცის წიგნს[1, 2], ასევე წიგნები ნ.პ. აბოვსკის, ი.ი. სამოლიანოვას და დ.ა. პასკოს[4] და ნ.პ. აბოვსკის, ვ.ნ. ჩერნიშევას და ა.ს. პავლოვას[5].

ავღნიშნავთ კიდევ ხუთ ნაშრომს, რომლებიც ეძღვნება დამრეც გარსებს, ეს წიგნებია ი.ი. ვეკუა[48], ვ.ვ. დიკოვიჩი[91], პ.ა. კუზინი[144], მ.ი. ლეონოვი [146].

მონოგრაფიაში[141] გარდა საერთო შეფარდებებისა თავისუფალი ფორმის გარსებისათვის განხილულია კერძო შემთხვევა, რომელიც შეესაბამება დამრეც სფერულ და სწორკუთხა გეგმაში გლუვ გარსებს და მოცემულია გაანგარიშების ფორმულები, მოყვანილია მრავალი რიცხვითი მაგალითი, რომელთა შედეგებიც მოცემულია რიცხვით ცხრილებში და გრაფიკებში.

წიგნი[151]-ის განმასხვავებელ თვისებას წარმოადგენს ის, რომ მასში განხილულია დამრეცი გარსები, განხილულია როგორც ერთგვაროვანი, ისე ფენოვანი (მათ შორის ნაკლებად ხისტი შუალედური ფენებით) თავისუფლად განაწილებული დრეკადობის თვისებების მთელ სისქეზე დაღუნვაზე, სისქესთან თანაფარდობაში. აღნიშვნის ღირსია გაანგარიშების თეორიის აგება, რომელიც ითვალისწინებს განივ ძვრებს(ორი მიახლოება). ს. ლუკასევიჩი[149] მიერ, კერძოდ განხილულია გარსების გაანგარიშება სასაზღვრო წონასწორობის მეთოდით და პროექტირება დანაოჭებული და ტალღისებური გადახურვის მინიმალური თეორიული წონით, ასევე გადახურვები სიმაგრისა და ყველაზე დიდი მზიდუნარიანობისა.

დამრეც გარსებს ეძღვნებ აწიგნები ი.ი. ვეკუა[50], ბ.ი. კანტორა[106-107]. ბ.ი. კანტორამ გამოიკვლია მთელი რიგი საკითხებისა: ფიზიკური და გეომეტრიული არაწრფივი ამოცანები არაერთგვაროვანი დამრეცი ცვლადი სისქის კონუსური და სფერული თაღებისა და ფირფიტების თეორია,

რომლებიც იმყოფებიან დატვირთვის ქვეშ და ტემპერატურული ველის ცვლილების ქვეშ(დრეკადი მუდმივების ტემპერატურის დონესთან დამოკიდებულების გათვალისწინებით). შესწავლილია პლასტიურობის მდგრადობის კრიტერიუმები კუმშვადობის გათვალისწინებით და მასალის განმტკიცების გათვალისწინებით. გათვალისწინებულია არაერთგვაროვნება პლასტიურ თვისებებისა, რომლებიც გამოწვეულია თერმოდამუშავებით, ზედაპირული დაფარვით, გამოსხივება სწრაფი ნეიტრონების ნაკადით. განხილულია დინამიური ამოცანები. გაანგარიშებები ორიენტირებულია ეგმ-ების გამოყენებაზე. მოყვანილია გაანგარიშების ფორმულები, პროგრამის ბლოკ-სქემა, შედეგები წარმოდგენილია გრაფიკის სახით.

განვითარდა დამოუკიდებელი შტო საერთო თეორიის-რბილი გარსების თეორია. ეს აიხსნება მათი დეფორმაციის სპეციფიკური თავისებურებებით, ღუნვისა და კუმშვის წინააღმდეგობის უუნარობით. ასეთ გარსებს ეძღვნება ფართო ლიტერატურა, საიდანაც ავლნიშნავთ სტატიებს: “რბილი გარსების თეორია”[58], და “რბილი გარსების საერთო თეორიის საფუძვლები”[75]. “გაშლილი რბილი გარსების კავშირი ერთფუძიან მდგომარეობასთან[110]. “რბილი სფერული გარსების წონასწორობა ჰაერის ნაკადის ზემოქმედების დროს”[153] და სხვა.

ვ.ე. მაგულის წიგნში[151] ნაჩვენებია რბილი გარსების გამოყენების მაგალითები საზღვაო კონსტრუქციებში და დამუშავებულია მეთოდები მათი გაანგარიშებისა და პროექტირებისათვის. იმავე ავტორის წიგნში განხილულია რბილი გარსების ძირითადი ტიპების ექსპლუატაციის თავისებურებები (მათ შორის სპეციალური კითხვები) და მოცემულია ზოგადი ცნობები, მეთოდოლოგია და გაანგარიშების პრინციპები.

გემთმშენებლობის გარდა რბილი გარსები გამოყენებულია სახალხო მეურნეობის ბევრ სხვა სფეროში. ამ საკითხებს ეძღვნება შრომების კრებული[82] და [154], პასუხისმგებელ რედაქტორს წარმოადგენს ი.ი. ვოროვიჩი.

ყურადღებას იპყრობს ბადისებრი კონსტრუქციები, გაანგარიშებული აპარატის საფუძველზე, რომელიც აგებულია გარსების თეორიის მოდელზე. სამუშაოს ანალიზი, რომელიც ეძღვნება ასეთ კონსტრუქციებს(გარსებს), მოცემულია მიმოხილვაში “უმომენტო ბადისებრი გარსების გაანგარიშება”[65] ე.ი. გრიგოლიუკი, მასში განხილულია ტექნიკური ამოცანები, რომლის ამოხსნისათვის მართებულია გარსების სახით გაანგარიშების სქემის მიღება, თუმცა თვითონ კონსტრუქცია ბადისებრია, ე.წ. ბადისებრი გარსები, ან რეზინოკარდონული (პნევმატური სალტეები, ამორტიზატორები), ან ვანტური ბადის ტიპის, ქსოვილის გარსის, გარსები ორიენტირებული მინაპლასტიკისაგან. ბადისებრი გარსების თეორია დეტალურად განხილულია ე.ი. გრიგოლიუკის წიგნში[66]. თეორია აგებულია კონტინუალურ გაანგარიშების მოდელზე, რომელიც გამოყენებულია სტატიკის, მდგრადობის და დინამიკის ამოცანებში ფირფიტებისა და გარსებისათვის. განხილულია კონსტრუქციის ოპტიმიზაციის პრობლემები, კერძოდ ამოცანის არაწრფივად დასმაში.

თეორიის აგების გზების შესახებ საუბრისას, მხედველობაში გვაქვს არა მხოლოდ წრფივი, არამედ გეომეტრიული და ფიზიკური არაწრფივი სისტემები.

ზემოთ უკვე ნაჩვენები იყო გარსების თეორიის აგების ანალიტიკური და პირდაპირი გზები. პირველ მათგანს შეიძლება მივაკუთვნოთ ასიმპტოტური მეთოდები, რომლებიც უკვე ვახსენეთ ზემოთ, და ყველა გეომეტრიული და მექანიკური სიდიდეების დაშლა ამ ან მსგავს რიგებში: კოორდინატების ხარისხებად, გამოთვლები სისქის მიმართულებით ან რომელიმე სპეციალური ფუნქციების სისტემებად.

ასეთი მიდგომა უფლებას გვაძლევს მივიღოთ საშუალო სისქის გარსების თეორია სამგანზომილებიანი თეორიის განტოლებიდან გამომდინარე დაშლის გზით ან აპროქსიმაციის გზით.

გარდა ადრე ნახსენები ნაშრომისა, რომელშიც ნათქვამია ასიმპტოტური მეთოდების გამოყენებაზე, ავღნიშნავთ მ. ი. ლეონოვის ნაშრომს[146].

განვითარება ჰპოვეს მყარი დეფორმირებული სხეულის მექანიკის იმ ნაწილებმა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ გარსების ტექნიკური თეორია ან გადავწყვიტოთ პრობლემები, რომელიც არ ექვემდებარება ტექნიკური თეორიის ამოხსნის საშუალებებს. აქ მხედველობაში არის მიღებული საშუალო სისქის გარსების თეორია და სამგანზომილებიანი ამოცანა. დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი ამოცანის კავშირი გარსების თეორიასთან გამოკვლეულია აგრეთვე ბ.გ. გადურკინის და ვ.გ. ნოვოჟილოვის მიერ. ამ პრობლემას დაუბრუნდნენ მოგვიანებითაც. მაგალითად მ. მ. მალინინი მიმოხილვაში “სხვადასხვა მეთოდების გამოყენების ანალიზი დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი ამოცანების გამოკვლევა დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო ამოცანების დასმაში[152]. ამ პრობლემებზე მუშაობს ი.ი. ვოროვიჩი და მის იხელმძღვანელობით სამეცნიერო სკოლა. არსებით როლს მისმომართულებაში თამაშობს, როგორც უკვე ავღნიშნეთ ასიმპტოტური მეთოდები. მათი დახმარებით შეიძლება დავაკავშიროთ, ერთის მხრივ, სამგანზომილებიანი პრობლემები ორგანზომილებიანთან, ხოლო მეორეს მხრივ მივიღოთ მიახლოებითი შედეგები გამარტივებული ორგანზომილებიანი წარმოდგენის საფუძველზე.

მ. მ. გრიშინის წიგნში[53] ნაჩვენებია, რომ კარმანის არაწრფივი განტოლებები გეომეტრიული არაწრფივი ფირფიტების თეორიაში წარმოადგენს პირველ ასიმპტოტურ მიახლოებას სამგანზომილებიანი გეომეტრიული არაწრფივი ფილების ამოცანისათვის. შრომების რიცხვს, რომელშიც განხილულია ასიმპტოტური მეთოდების ზოგადი წარმოდგენა და კერძოდ მათი გამოყენების ასპექტი გარსებისა და ფირფიტების თეორიაში, მიეკუთვნება წიგნი გ.კ. იბრაევა[98]. ამ წიგნში, რომელიც წარმოადგენს სასწავლო საშუალებას, განხილულია გარსების სტატიკის ორგანზომილებიანი და ერთგანზომილებიანი ამოცანების ამოხსნის ასიმპტოტური მეთოდები, გეომეტრიული და ფიზიკური არაწრფივობის გათვალისწინებით. მოყვანილია გაანგარიშების ალგორითმი ეგმ-ზე რიგი ამოცანებისა(შედეგები წარმოდგენილია ცხრილებსა და გრაფიკებში). შედეგების ნაწილი შე-

დარებულია ექსპერიმენტალურ მონაცემებთან. მოცემულია მეთოდთა გარსებში სასაზღვრო ეფექტების ექსპერიმენტალური გამოკვლევების შესახებ.

ასიმპტოტური აპროქსიმაცია თხელი და სქელი დრეკადი გარსების სამგანზომილებიანი თეორიის და პრაქტიკული კლასიფიკაცია გარსების თეორიის პრობლემების შედის ა. ა. ნაზაროვის ფუნდამენტალურ წიგნში[157]. გარსების თეორიის ასიმპტოტური ამონახსნები განხილულია სტატიებში ა.ლ. გოლდენვეიზერი[62], ნ.ა. ალუმიანე[10].

ა. ნაიფეს შემოთავაზებული მეთოდები წარმოდგენილი აქვს ორ წიგნად [158] და [159].

წიგნში[158] მოცემულია თანამედროვე ასიმპტოტური მეთოდები ალგებრული, დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის, მათ შორის დიდი პარამეტრებით, ინტეგრლებით, კვადრატული და კუბური არაწრფივი სისტემებით.

გეომეტრიული არაწრფივი პრობლემების ამოხსნასთან დაკავშირებით მოქნილი კონსტრუქციებისათვის გამოიყენება პარამეტრების მიხედვით ამოხსნის გაგრძელების მეთოდი. ამ მეთოდების საინტერესო მიმოხილვა მოცემულია ე.ი. გრიგოლიუკის [67] ნაშრომში.

განვითარება ჰპოვეს გარსების თეორიის აგების არაკლასიკურმა მეთოდებმა. გამოცემების რიცხვს, რომელიც ამ პრობლემებს ეძღვნება, შეიძლება მივაკუთვნოთ უკვე ნახსენები წიგნი ი.ნ. ვეკუა[49] და წიგნი ვ.ი. გულიაევის, ვ.ა. ბაჟენოვის და პ.პ. ლიზუნოვის[84]. მათ შორის პირველში გამოიყენება საძიებელი ფუნქციის დაშლა პოლინომებად. ლეჟანდრას კოორდინატით, რომელიც იზომება გარსის სისქის გასწვრივ, განხილულია გარსების თეორიის სტატიკურად განსაზღვრული ამოცანები, განისაზღვრება გარსების დეფორმაციები, კინემატიკურ პირობებთან ერთად და ბოლოს, განხილულია საინტერესო საკითხი დრეკადი გარსების ნეიტრალური ზედაპირის შესახებ (მათი არსებობის პირობები და მათთან არსებული შერევის ველი).

გარსების გაანგარიშების არაკლასიკურ მეთოდთა რიცხვს ჩვეულებრივ მიეკუთვნება ისიც, რომელშიც წარმოებს გარსში განივი ძვრების აღრიცხვა და რომლის მიხედვითაც დაარსდა დასახელება “გარსების გაანგარიშების მეთოდები ს.პ. ტიმოშენკოს ტიპის გარსების მიხედვით”. ტიმოშენკოს ტიპის გარსებისათვის თეორიის აგება საშუალებას გვაძლევს თავიდან ავიცილოთ გადამწყვეტ განტოლებათა სისტემის მაღალი რიგი.

ფირფიტებისა და გარსების თეორიის ამოცანების ამოხსნისათვის მათემატიკური აპარატის გამოყენება ძირითადად ხორციელდებოდა ვარიაციული აღრიცხვის გზით. მიღებულია განტოლების კომპლექსური ფორმა (ე. მეისნერის, ვ.ვ. ნოვოჟილოვის, კ.ფ. ჩერნიხი, ჯ. სანდერსა და სხვ.), ინტეგრალური განტოლებების აპარატი (ნ.ა. კილჩევსკი და სხვ.), ინტეგრალური გარდაქმნები (ლ.ი. სლუპიანი და სხვ.), სპეციალური ფუნქციები (ა.დ. კოვალენკო და სხვ.), ალბათობის თეორიის და მათემატიკური სტატისტიკის აპარატი (ვ.ვ. ბოლოტინი), წრფივი და არაწრფივი პრობლემების ასიმპტოტური ამონახსნი (ა.ლ. გოლდენვეიზერი, ნ.ა. ალუმიანე და სხვ.), პარამეტრების მიხედვით ამონახსნების გაგრძელების მეთოდები (ე.ი. გრიგოლიუკი და ვ.ი. შალაშილინი და სხვ.).

ავლნიშნოთ კიდევ ოთხი ნაშრომი, რომლებშიც მათემატიკური მეთოდები დაყენებულია პირველ ადგილზე – ეს არის შვეცოვის[171], ვ.ვ. ბოლოტინის[38-39] შრომები. წიგნში[171] განხილულია რთული ფორმის ფირფიტების დინამიკური გაანგარიშების მეთოდები ფუნქციის გამოყენების შემთხვევაში (ფუნქციები, რომელთა ნიშანი სრულიად განისაზღვრება არგუმენტის მოცემული ნიშნით) და ამ მეთოდის გამოთვლითი ასპექტი. [38]-ში მოცემულია ფურიეს ინტეგრალური გარდაქმნების გამოყენება, როგორც კლასიკურ დასმაში, ასევე დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ფიზიკური და ფუნდამენტალური ამონახსნების განზოგადების ასპექტში, დრეკადობის თეორიის ბრტყელი ამოცანებისათვის და დამრეცი გარსების თეორია მამოძრავებელი ძალებისა და მომენტების მოქმედების დროს.

წიგნში[38] მეორე თავში მოცემულია ალბათობის თეორიის მეთოდების გამოყენება თხელი დრეკადი გარსების გაანგარიშებისათვის.

ანალოგიურად ვ.ვ. ბოლოტინის წიგნში[39] განხილულია გარსების გაანგარიშება სტატისტიკური მეთოდების ასპექტში.

ი.ნ. ვეკუამ აუდიტორიის მოსამზადებლად “გარსების მათემატიკური თეორიის” კურსის შესასწავლად გამოსცა წიგნი[47], მიძღვნილი ტენზორული ანალიზის საფუძვლებზე.

ანალოგიურად კ.ბ. აკსენტიანის, ვ.კ. გორდეევა-გავრიკოვას წიგნში[7] მოყვანილია ინფორმაცია ვექტორებზე, ტენზორებზე, მრუდხაზოვანი კოორდინატების თეორია, მატრიცული ფორმალიზმით მკითხველის მომზადების მიზნით გარსების თეორიის შესწავლისათვის (სტატისტიკური და დინამიკური ზემოქმედება ვარიაციულ-ენერგეტიკული მეთოდებით განტოლების აგების გამოყენების დროს).

მაღლა გარსების თეორიის სხვადასხვა მიმართულების განხილვისა და გამოყენებისათვის იყო განხილული მრავალრიცხოვანი შრომების კრებული. ავღნიშნავთ კიდევ რვა ნაშრომის კრებულს [83, 134]. [134]-ში მოცემულია ორი სტატიის თარგმანი: “გარსების თეორიის ზოგიერთი პრობლემები” ე. რეისნერის და “თხელი დრეკადი გარსების არამდგრადობა” ფანიუნ-ჩინა და ე.ე. სეკლერა. ე. რეისნერის სტატიაში წრფივ დონეზე გამოდის განტოლება ბრუნვითი გარსისათვის და მდებარეობს დამატებულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.), როგორც ჯამი უმომენტო დამატებულ-დეფორმირებული მდგომარეობა (დ.დ.მ.) და კუთხური ეფექტების.

[83]-ში მოყვანილია ექსპერიმენტულ-თეორიული გამოკვლევები, მიძღვნილი გარსებზე სამრეწველო, სამოქალაქო, სოფლის მეურნეობის მშენებლობაში, კერძოდ უწყვეტი გარსები, გარსები დიაფრაგმებით, დამრეცი გარსები, ჰიპარები, ელიფსური პარაბოლოიდური გარსები, არმოცემენტული გარსები ფოლადის დიაფრაგმებით, მარაგი; განიხილება გაანგარიშება სასაზღვრო მდგომარეობაზე და ეგმ-ების გამოყენებით.

კრებული[58] ეძღვნება ვ.ვ. ნოვოჟილოვს 60 წლის იუბილესთან დაკავშირებით. 55 სტატიიდან 17 მიეკუთვნება გარსების და ფირფიტების თეორიას. ამ კრებულში ზემოთ აღნიშნული სტატიების გარდა, მივუთითებთ კიდევ ორ სტატიაზე ა.ლ. გოლდენვეიზერის “თხელი დრეკადი გარსების საკუთარი რხევის ორთოგონალური ფორმების შესახებ” და “თხელი ბრუნვითი გარსების საკუთარი მნიშვნელობებით ერთი კლასის ამოცანების ამოხსნა” ე.ე. გრიგოლიუკა და ი.ვ. ლინოვცა. [58]-ში განხილულია ღეროს სტატიკა და დინამიკა, დრეკადი, დრეკადპლასტიკური და მყარპლასტიკური მასალის ფირფიტები და გარსები, სტატიკური და დინამიკური მდგრადობა. გამოყენებულია დიფერენციალური განტოლებების არათანმიმდევრული ინტეგრირების მეთოდები. სასრულ ელემენტთა მეთოდი (ს.ე.მ.), ვარიაციული მეთოდები, თეორიულ-ექსპერიმენტალური მეთოდები. მთელ რიგ სტატიებში ამოხსნა დაიყვანება ეგმ-ის რიცხვამდე.

1.4. პირველი თავის დასკვნები

ლიტერატურის მიმოხილვიდან შეიძლება შემდეგი დასკვნების გაკეთება:

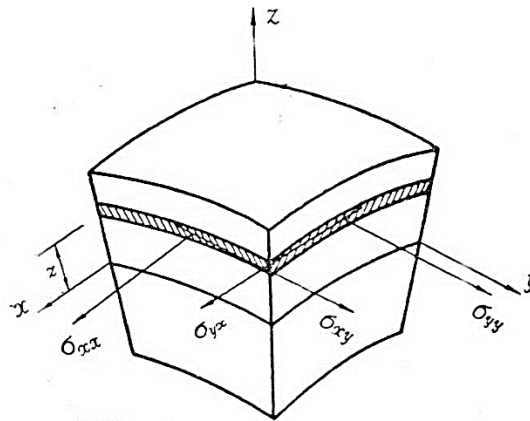
- მართკუთხა ჭრილის მქონე თხელკედლიანი კონსტრუქციების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში გაანგარიშების პრობლემა აქტუალურია და იმყოფება აქტიური დამუშავების სტადიაში.
- გაანგარიშების ტრადიციული ანალიზური და რიცხვითი მეთოდების გადატანა ამოცანათა განხილულ კლასზე ხვდება სიძნელეებს, რომლებიც დაკავშირებულია კონსტრუქციის გეომეტრიული რეგულარობის დარღვევებთან.
- არასაკმარისად არის გაშუქებული მართკუთხა ჭრილების მქონე კონსტრუქციების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობა.
- სამეცნიერო ლიტერატურაში პრაქტიკულად არ გვხვდება მართკუთხა ჭრილის მქონე გარსებისა და ფირფიტების გაანგარიშების მეთოდები, რომლებიც პრაქტიკული რეალიზაციის საშუალებას იძლევიან.

თავი 2. კვლევა, შედეგები და მათი განსჯა

2.1. ფენოვანი მოდელის გამოყენების შესაძლებლობა სისქის მიხედვით ერთგვაროვანი მთლიანი გარსების შესწავლის მიზნით

განვიხილოთ სისქის მიხედვით ერთგვაროვანი, მთლიანი ორთოტროპული გარსი, რომლის პლასტიკური მდგომარეობა წარმოდგენილია მიზესის განზოგადებული პირობით და მასთან ასოცირებული დინების კანონით.

ნათქვამის შესაბამისად გარსის შუა ზედაპირიდან რაიმე Z მანძილზე გვექნებამთლიანი ორთოტროპული გარსი (ნახ.1)



ნახ. 1. მთლიანი ორთოტროპული გარსი

დენადობის პირობას აქვს შემდეგი სახე:

$$f(\sigma_{xx}^3 \sigma_{yy}^3 \sigma_{xy}) = \frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{\sigma_{xx} \sigma_{yy}}{\sigma_{sx} \sigma_{sy}^2} + \frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{sy}^2} + \frac{\sigma_{xy}^2}{\tau_s^2} - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi + 2\chi &= \lambda \left(\frac{2\sigma_{xx}}{\sigma_{sy}^2} - \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{sx} \sigma_{sy}} \right) \\ \xi + 2\chi &= \lambda \left(\frac{2\sigma_{yy}}{\sigma_{sy}^2} - \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{sx} \sigma_{sy}} \right) \\ \omega + Z\chi &= 2\lambda \frac{\sigma_{xy}}{\tau_s^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

გარსის h სისქის მიხედვით მოქმედი თითოეული $(\sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{xy})$ ძაბვა შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც z -ის ლუწი და კენტი ფუნქციების ჯამი. გეომეტრიული თვალსაზრისით ამგვარი წარმოდგენა მოასწავებს ძაბვითი ეპიურების დაშლას შუა ზედაპირის მიმართ სიმეტრიულ და ირიბად სიმეტრიულ ეპიურებად.

ამრიგად,

$$\sigma_{xx} = t_1 + m_1, \sigma_{yy} = t_2 + m_2, \sigma_{xy} = t_{12} + m_{12},$$

სადაც z -ის მიხედვით ლუწი შესაკრებები ე.ი t_1, t_2, t_{12} შეიძლება იყოს განმარტებული როგორც მემბრანული ძაბვები. რაც შეეხება კენტ შესაკრებებს m_1, m_2 და m_{12} -ს, ისინი ღუნვის და გრეხის გამომწვევი ძაბვები არიან.

ამგვარი წარმოდგენის შედეგად დენადობის პირობა (1) დებულობს სახეს:

$$\frac{1}{\sigma_{sx}^2}(t_1^2 + m_1^2) - \frac{1}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}(t_1 t_2 + m_1 m_2) + \frac{1}{\sigma_{sy}^2}(t_2^2 + m_2^2) + \frac{1}{\tau_s^2}(t_{12}^2 + m_{12}^2) - 1 = -\frac{2}{\sigma_{sx}} t_1 m_1 + \frac{1}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}(t_1 m_2 + t_2 m_1) - \frac{2}{\sigma_{sy}^2} t_2 m_2 - \frac{2}{\tau_s^2} t_{12} m_{12} \quad (3)$$

(3) ტოლობის იგივურად დაკმაყოფილება მოითხოვს რომ მისი თითოეული ნაწილი (ლუწი და კენტი) ცალცალკე უდრიდეს ნულს.

$$\frac{1}{\sigma_{sx}^2}((t_1^2 + m_1^2) - \frac{1}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}(t_1 t_2 + m_1 m_2) + \frac{1}{\sigma_{sy}^2}(t_2^2 + m_2^2) + \frac{1}{\tau_s^2}(t_{12}^2 + m_{12}^2)) = 1 \quad (4)$$

$$\frac{t_1}{\sigma_{sx}} \left(2 \frac{m_1}{\sigma_{sx}} - \frac{m_2}{\sigma_{sy}} \right) + \frac{t_2}{\sigma_{sy}} \left(2 \frac{m_2}{\sigma_{sy}} - \frac{m_1}{\sigma_{sx}} \right) + \frac{2}{\tau_s^2} t_{12} m_{12} = 0 \quad (5)$$

დაწვრილებით განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც გარსის სისქის მიხედვით სრულდება სტატიკური ხასიათის პირობები:

$$a) t_1 = t_{12} = 0$$

ერთ-ერთი იმ ოთხთაგანი, რითაც დავახასიათეთ ფენოვანი გარსის უმარტივესი დამაბული მდგომარეობა. შესაბამისად (4) და (5) ფორმულების საფუძველზე გვექნება პლასტიკურობის პირობა:

$$\frac{3}{4} \frac{m_1^2}{\sigma_{sx}^2} + \frac{t_2^2}{\sigma_{sy}^2} + \frac{m_{12}^2}{\tau_s^2} = 1 \quad (6)$$

ამასთანავე (6) პირობის მიღების დროს თავიდანვე გამოვრიცხეთ $t_2=0$, რამდენადაც იგი არის წმინდა მომენტური დაძაბული მდგომარეობის მაუწყებელი და ამდენად კიდევ ტრიალური.

შესაბამისად მარტივდება (2) ფორმულებიც, რომლებიც კავშირს ამყარებენ დეფორმაციათა სიჩქარეებსა და ძაბვებს შორის.

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi} + Z\dot{\chi} &= \lambda \left(\frac{3}{2\sigma_{sx}^2} m_1 - \frac{1}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}} t_2 \right) \\ \dot{\xi} + Z\dot{\chi} &= \lambda \frac{2m_{12}}{\sigma_{sy}^2} \\ \omega + Z\dot{\chi} &= \lambda \frac{2m_{12}}{\tau_s^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ამათგან პირველი ორი დამოკიდებულების საფუძველზე გვექნება:

$$\left(\dot{\xi} + Z\dot{\chi} + \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{sx}} (\dot{\xi} + Z\dot{\chi}) \right) = \lambda \frac{3}{2\sigma_{sx}^2} m_1,$$

საიდანაც m_1 ძაბვის უწყვეტობის გამო (წერტილში $Z=0$) გამომდინარეობს $\left(\dot{\xi} + \frac{\sigma_{xy}}{2\sigma_{sx}} \dot{\xi} \right)$ -ის ტოლობა ნულთან და უცილობელი დასკვნა იმის შესახებ, რომ პლასტიკურობის კოეფიციენტი λ არის z -ის ლუწი ფუნქცია, ამიტომაც ორი უკანასკნელი დამოკიდებულება(7) გვაძლევს:

$$\dot{\chi}_y = \omega = 0$$

ამის შემდეგ (6) და (7) ფორმულების მიხედვით განისაზღვრება პლასტიკურობის კოეფიციენტიც:

$$\lambda = \frac{1}{2} \left[\sigma_{sy}^2 \varepsilon_y^2 + \left(\frac{4}{3} \sigma_{sx}^2 \dot{\chi} + \tau_s^2 \dot{\chi} \right) Z Z^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

როგორც λ კოეფიციენტის ცვლილების ხასიათი z -ის მიხედვით, ასევე პლასტიკურობის პირობის სტრუქტურაც, რომელიც არაა დამოკიდებული ძაბვების ნიშანზე(იხ. ფორმულები: (6) და (8)) მოწმობს იმაზე, რომ პლასტიური დინება სიმეტრიულად ხდება გარსის შუა ზედაპირის მიმართ.

ახლა (7) და (8) ფორმულების გათვალისწინებით გამოვთვალოთ ნორმალური და მხები ძაბვების ტოლქმედი სიდიდეები, ე.ი ძალვა და მომენტები: T_y, M_x, M_{xy} .

$$T_y = 2 \int_0^{h/2} t_2 dz = \frac{\sigma_{sy} h \mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{\mu},$$

$$M_x = 2 \int_0^{h/2} m_1 z dz = \frac{\sigma_{sx}^2 h^2 \dot{\chi}}{12 \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_0^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} - \frac{\mu^2}{1-\mu^2} \ln \frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{\mu} \right),$$

$$M_{xy} = 2 \int_0^{h/2} m_{12} z dz = \frac{\mu_s^2 h^2 \bar{x}}{16 \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} - \frac{\mu^2}{1-\mu^2} \ln \frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{\mu} \right),$$

სადაც $\mu = \lambda_0 / \lambda_1$ წარმოადგენს λ იმ მნიშვნელობათა შეფარდებას, რომელთაგანაც პირველი შუა ზედაპირს შეესაბამება, მეორე კი გარსის სისქის მიხედვით განაპირა ბოჭკოებს $\pm h / 2$ -ს. ე.ი.

$$\lambda_0 = \frac{\sigma_{xy} \bar{x}}{2},$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left[\sigma_{sy}^2 \bar{x} + \left(\frac{4}{3} \sigma_{sx}^2 \bar{x} + \tau_s^2 \bar{x} \right) \frac{h^2}{4} \right]^{1/2}.$$

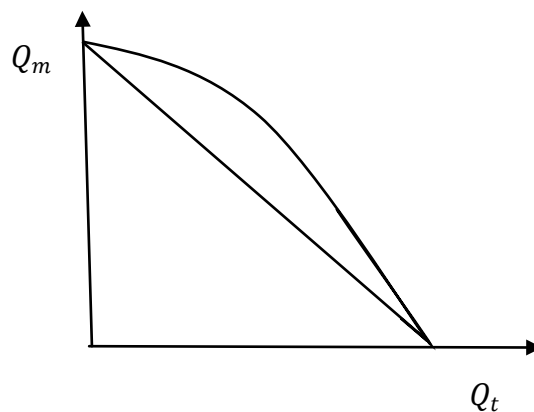
შემოვიღოთ კვადრატული ფორმები:

$$Q_l = \frac{T_y^2}{\sigma_{sy}^2 h^2}, \quad Q_m = \frac{12 M_x^2}{\sigma_{sx}^2 h^4} + \frac{16 M_{xy}^2}{\tau_s^2 h^4},$$

რომელთა შორისაც არსებობს (ადვილად შესამჩნევი) პარამეტრული სახის შემდეგი დამოკიდებულება:

$$\left. \begin{aligned} Q_l &= \frac{\mu^2}{1-\mu^2} \ln^2 \frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{\mu} \\ Q_m &= \left(\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} - \frac{\mu^2}{1-\mu^2} \ln \frac{1+\sqrt{1-\mu^2}}{\mu} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (9)$$

დამოკიდებულება(9) გარეგნულად ემთხვევა იმას, რაც მიღებული აქვს ა.ილუშინს იზოტროპული გარსებისათვის, ეს გარემოება მით უფრო საყურადღებოა, რომ ილუშინის ეს ფორმულები საფუძვლად უდევს როგორც განსხვავებული მსჯელობა, ასევე პლასტიკურობის განსხვავებული თეორიაც. კერძოდ, მცირე დრეკად პლასტიური დეფორმაციების თეორია.



ნახ.2. იზოტროპული გარსები

თურმე ნახ 2. მრუდი საკმაოდ კარგად შეიძლება იყოს აპროქსიმირებული წრფით:

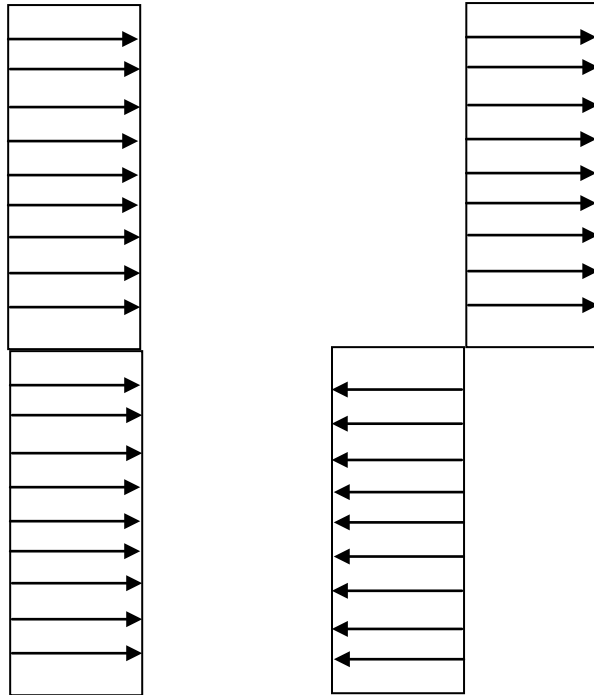
$$Q_1 + Q_m = 1, \tag{10}$$

რომლის მაქსიმალური გადახრა მრუდისგან დაახლოებით 9% შეადგენს ნახ2. აქვე შევნიშნავთ რომ (9) მრუდის ასაგებად გვაქვს მოცემული შემდეგი ცხრილი 1.:

μ_0	0.1	0.141	0.196	0.301	0.417	0.578	0.707	0.815	0.865	0.944	1
Q_t 0	0.09	0.141	0.214	0.342	0.522	0.660	0.782	0.875	0.908	0.960	1
Q_m 1	0.95	0.917	0.961	0.746	0.574	0.416	0.275	0.168	0.122	0.05	0

ცხრილი 1. მაქსიმალური გადახრა მრუდისგან

ფენოვანი მოდელის გამოყენების თვალსაზრისით ყურადღებას იპყრობს ის ფაქტი რომ მიახლოებითი დამოკიდებულება (10) შეიძლება მიღებული იყოს უშუალოდ (6) პირობიდან. ამისათვის საკმარისია ვიგულისხმოთ, რომ მემბრანული ძალვა t_2 უცვლელია სისქის მიხედვით. იმ დროს როდესაც ღუნვისა და გრეხის ძაბვები m_1 და m_{12} წარმოადგენენ უბან-უბან მუდმივ სიდიდეებს, რომლებიც განიცდიან პირველი გვარის წყვეტას გარსის შუა ზედაპირზე (ნახ. 3), სხვა სიტყვებით პრაქტიკული მიზნებისთვის საკმარისი სიზუსტით ჩვეულებრივი ერთგვაროვანი გარსი შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ როგორც კონსტრუქცია, რომელიც შედგენილია ორი ისეთი სრულიად ერთნაირი ფენისაგან, რომელთა დამაბული მდგომარეობა სათითაოდ არის განზოგადოებული ბრტყელი.



ნახ. 3. პირველი გვარის წყვეტა გარსის შუა ზედაპირზე

ნათქვამი ძალაში რჩება გარსის უმარტივესი დამაბული მდგომარეობის სხვა შემთხვევაშიც, მართებულია აგრეთვე (9) და (10) ფორმულებიც, ოღონდ ამჯერად Q_t და Q_m კვადრატული ფორმების სახით უნდა შესაბამისად ვიგულისხმოთ შემდეგი სიდიდეები:

$$Q_t = \frac{T_y^2}{\sigma_{sy}^2 h^2} + \frac{S^2}{\tau_s^2 h^2}, \quad Q_m = \frac{12M_x^2}{\sigma_{sx}^2 h^4},$$

$$Q_t = \frac{3}{4} \frac{T_x^2}{\sigma_{sx}^2 h^2} + \frac{S^2}{\tau_s^2 h^2}, \quad Q_m = \frac{16M_{xy}^2}{\sigma_{sy}^2 h^4},$$

$$Q_t = \frac{3}{4} \frac{T_x^2}{\sigma_{sx}^2 h^2}, \quad Q_m = \frac{16M_{xy}^2}{\sigma_{sy}^2 h^4} + \frac{16M_{xy}^2}{\tau_s^2 h^4}.$$

ამრიგად, „უმარტივესი დამაბული მდგომარეობის,, პირობებში, რომელიც ხასიათდება პლასტიკური დეფორმაციის გავრცელებით გარსისა და შუა ზედაპირის სიმეტრიულად, ფენოვანი და სისქის მიხედვით ერთგვაროვანი კონსტრუქციები მსგავსებას ამჟღავნებენ ერთმანეთთან როგორც რაოდენობრივი, ასევე თვისობრივი თვალსაზრისითაც.

პრინციპულად განსხვავებული სურათი გვაქვს ასიმეტრიული პლასტიკური დინების დროს. „სანდვიჩის“ ტიპის კონსტრუქციის მიხედვით თუ

ვიმსჯელებთ, შეიძლება ისე ამოიწუროს ფენოვანი გარსის ზიდვის უნარი, რომ მხოლოდ ერთი მუშა ფენა აღმოჩნდეს პლასტიურ მდგომარეობაში გადასული.

ცილინდრული აირსაცავის მარტივი მაგალითი ამ მხრივ უთუოდ ბევრის მოქმელია.

განვიხილოთ წრიული ცილინდრული ჭურჭელი ხისტი ძირებით, რომლის ზღვრული მდგომარეობა გამოწვეულია წნევით, ვიგულისხმობთ რომ ჭურჭლის მასალა უკუმშია ($\nu = \frac{1}{2}$) და იზოტროპული ($\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = \sigma_s$).

თუ ჩვენი მტკიცების საწინააღმდეგოდ დავუშვებთ რომ პლასტიკურ მდგომარეობაში გადადის ორივე მუშა ფენა, უფლება გვექნება დავწეროთ:

$$\left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s} \pm \frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right)^2 - \left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s} \pm \frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right)\left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s} \pm \frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right) + \left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s} \pm \frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right)^2 = 1$$

უკანასკნელი, როგორც ვიცით, ეკვივალენტურია შემდეგი ორი დამოკიდებულების:

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s}\right)^2 + \left(\frac{T_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right)^2 - \left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s}\right)\left(\frac{T_y}{2\delta\sigma_s}\right) - \left(\frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right)\left(\frac{M_y}{\sigma_s\delta\Delta}\right) + \left(\frac{T_y}{2\delta\sigma_s}\right) + \left(\frac{M_y}{\sigma_s\delta\Delta}\right)^2 &= 1 \\ \left(\frac{T_x}{2\delta\sigma_s}\right)\left[2\left(\frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right) - \left(\frac{M_y}{\sigma_s\delta\Delta}\right)\right] + \left(\frac{T_y}{2\delta\sigma_s}\right)\left[2\left(\frac{M_y}{\sigma_s\delta\Delta}\right) - \left(\frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right)\right] &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

მეორე მხრივ რგოლური მიმართულებით გარსის გაუმრუდებლობის ($\dot{X}=0$) და მისი მასალის უკუმშვადობის ($\nu = \frac{1}{2}$) გამო, დრეკადობის ფარგლებშიც გვაქვს დამოკიდებულება:

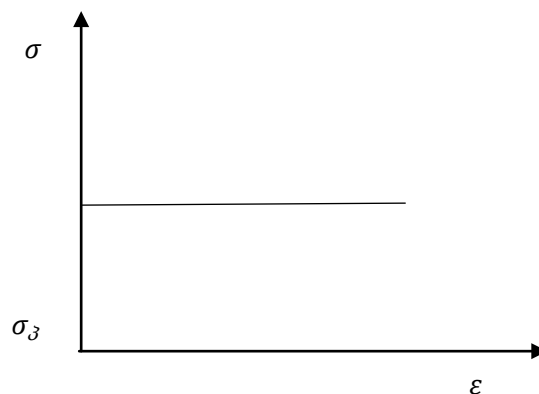
$$2\left(\frac{M_y}{\sigma_s\delta\Delta}\right) - \left(\frac{M_x}{\sigma_s\delta\Delta}\right) = 0,$$

რომელიც არც შემდგომში კარგავს ძალას. აქედან გამომდინარე რამდენადაც $T_x \neq 0$ იქმნება წინააღმდეგობრივი სიტუაცია, რაზედაც მოწმობს ფორმულა (11) და რაც იმის მაუწყებელია, რომ გარსის განაპირა ფენებიდან მხოლოდ ერთი გადადის პლასტიკურ მდგომარეობაში.[150]

2.2. დრეკად-პლასტიკური ფილებისა და გარსების ზიდვის უნარის დადგენა

საინჟინრო თვალსაზრისით კონსტრუქციის ზღვრული მდგომარეობა ხასიათდება მისი თავდაპირველი ზომების და ფორმის იმდენად მნიშვნელოვანი ცვლილებით, რომ კონსტრუქციის შემდგომი ექსპლოატაცია შეუძლებელი ხდება. ცხადია რომ ზღვრული მდგომარეობის მიღწევამდე საგრძნობლად ადრე კონსტრუქციაში უკვე არსებობს ცალკეული დაქსაქსული პლასტიური არეები, რომელთა გავლენა ჯერ კიდე უმნიშვნელოა და კონსტრუქცია კვლავაც შეგვიძლია ჩავთვალოთ ხისტად, მაგრამ დატვირთვის ზრდასთან ერთად იწყება პლასტიური არეების გაფართოება და ბოლოს როცა გარე ძალები მიაღწევენ გარკვეულ „ზღვრულ მნიშვნელობას“, რომელსაც კონსტრუქციის ზიდვის უნარს უწოდებენ, კონსტრუქცია „მიედინება მთლიანად“ რაც აღინიშნება დეფორმაციათა სიჩქარეების განუსაზღვრელი ზრდით.

მოახლოებული რღვევის პირობებში პლასტიკური დეფორმაცია საგრძნობლად აღემატება დრეკადს, რის გამოც ეს უკანასკნელი შეიძლება საერთოდ უგულვებელვყოთ. ამგვარი განმარტების შედეგად ვღებულობთ რეალური დეფორმადი ტანის იდეალურ პლასტიკურ ხისტ მოდელს (ნახ.4); სწორედ ეს მოდელია გამოყენებული ზიდვის უნარის განსაზღვრის დროს.



ნახ.4 პლასტიკური ხისტი მოდელი

ერთლერძული დაძაბული მდგომარეობის პლასტიკური დეფორმაციის წარმოქმნა განპირობებულია სათანადო ძაბვის მიერ მასალის დენადობის განსაზღვრული მნიშვნელობის მიღწევით ფილებსა და დამრეც გარსებში, სადაც ელემენტარული შრეების დაძაბული მდგომარეობა ბრტყელია პლასტიკური დეფორმაციების წარმოქმნა ხორციელდება σ_{xx} , σ_{yy} ნორმალური და მხები σ_{xy} ძაბვების საშუალებით.

პირობა, რომელსაც უნდა აკმაყოფილებდნენ ძაბვები დეფორმადი მყარი ტანის რაიმე წერტილში, იმისათვის, რომ მასში წარმოიქმნას პლასტიკური დეფორმაცია, ცნობილია პლასტიკურობის ანუ დენადობის პირობის სახელწოდებით. არსებობს დენადობის რამოდენიმე პირობა რთული დაძაბული მდგომარეობის შემთხვევისათვის. ერთერთი მათგანი, თანაც უნდა ითქვას ყველაზე მარტივი ცნობილია ჰუბერ-მიზესის პირობის სახელწოდებით, რომელსაც ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის პირობებში აქვს შემდეგი სახე:

$$f(\sigma_u) = f(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) = \frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_y^2} - \frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sigma_{xy}\sigma_{xy}} + \frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{xx}^2} + \frac{\sigma_{xy}^2}{\tau^2} \quad (12)$$

სადაც τ_x – მასალის დენადობის ზღვარია ძვრის დროს. σ_{xx}, σ_{yy} დენადობის ზღვართა მნიშვნელობები გაჭიმვისას, შესაბამისად X და y ღერძების მიმართულებით.

როცა $f(\sigma_\eta) < 0$, მასალა მიჩნეულია არადეფორმადად, ხოლო როცა $f(\sigma_\eta) = 0$ მასალა ამჟღავნებს დენადობის თვისებას.

მხოლოდ დენადობის პირობის საფუძველზე შეუძლებელია პლასტიკურ ხისტი ტანების მექანიკური მდგომარეობის მეტნაკლებად სრული დახასიათება. უნდა ვიცოდეთ აგრეთვე დინების თანმხლები კანონიც, ეს უკანასკნელი დენადობის $f(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})$ ფუნქციასთან ჩვეულებრივად გულისხმობს გაიგივებული პლასტიკური პოტენციალის არსებობას.

ამრიგად ნაგულისხმებია შემდეგი ტოლობების სამართლიანობა

$$x = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{xx}} ; \quad y = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{yy}} ; \quad \omega = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{xy}} \quad (13)$$

სადაც x , y და ω აღნიშნავენ სათანადო დეფორმაციათა სიჩქარეებს, λ -კი, რომელსაც პლასტიკურობის კოეფიციენტს უწოდებენ განისაზღვრება ფორმულით:

$$\lambda = \left[\frac{1}{3} (\sigma_{xx}^2 \dot{\epsilon}_x^2 + \sigma_{xx} \cdot \sigma_{xy} \cdot \dot{\epsilon}_x \cdot \dot{\epsilon}_y + \sigma_{xy}^2 \cdot \dot{\epsilon}_y^2) + \frac{\tau_1^2 \cdot \omega^2}{4} + \frac{h}{36} (\sigma_{xx}^2 \dot{x}_1^2 + \sigma_{xx} \cdot \sigma_{xy} \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \sigma_{xy}^2 \dot{x}_2^2) + \frac{\tau_x^2}{48} x^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

დამრეცი ორმაგი სიმრუდის გარსის შემთხვევაში შუა ზედაპირის დეფორმაციების სიჩქარეების განსაზღვრული პარამეტრები გამოითვლება ფორმულებით:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_x &= \frac{\partial \dot{U}}{\partial x} + \frac{\omega}{R_1}; & \dot{\epsilon}_y &= \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\omega}{R_2}; & \omega &= \frac{\partial \dot{U}}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \\ x_1 &= -\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial \dot{U}}{\partial x}; & x_2 &= \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial V}{\partial y}; \\ x &= \frac{1}{R} \frac{\partial \dot{U}}{\partial y} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial V}{\partial x} - 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (15)$$

საინჟინრო ნაგებობათა ზიდვის უნარის განსაზღვრა წარმოადგენს სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას. იგი საკმაოდ რთული და ხშირად პრაქტიკულად განუხორციელებელი ამოცანაა. ამიტომაცაა, რომ ამ მიმართულებით დამუშავებულია მრავალი გონებამახვილური მეთოდი, რომლებიც მისაღებ ფარგლებში საკმაოდ ამარტივებენ დასმული ამოცანის გადაწყვეტას. ერთ ერთი ასეთი მეთოდი დამუშავებულია მ.მიქელადის მიერ, რომელიც ეხება ნაგებობის ზიდვის უნარის ორმხრივ შეფასებას.[150] ამ მეთოდის მიხედვით თუ ავლნიშნავთ P_1 -ით ზღვრული დატვირთვის ინტენსივობის სტატიურად დასაშვებ მნიშვნელობას, ხოლო P_2 -ით ზღვრული დატვირთვის ინტენსივობის კინემატიკურად დასაშვებ მნიშვნელობას, მაშინ ზღვრული დატვირთვის ჭეშმარიტი მნიშვნელობა სტატიურად დასაშვები ინტენსივობის უდიდესი და კინეტიკურად დასაშვები უმცირესი მნიშვნელობის ტოლია. $P_{სტ} \leq P \leq P_კ$, გარსის ზიდვის უნარი ზევიდან ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$P < P_{n1} + \frac{2h}{\sqrt{3}} \left[\frac{\sigma_{sx}^2}{R_1^2} + \frac{\sigma_{Nx} \sigma_{Ny}}{R_1 R_2} + \frac{\sigma_{sy}^2}{R_2^2} \right]^{1/2} \quad (16)$$

სადაც

$$P_x = \frac{\frac{h^2}{\sqrt{3}} \int_F \left\{ \frac{1}{3} \left[\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right)^2 \sigma_{xy}^2 + \sigma_{Ny} \cdot \sigma_{xy} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \sigma_{xy}^2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)^2 \right] + \tau \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\}}{\int_F \omega dF} \quad (17)$$

არის ფირფიტის ზიდვის უნარი, რომლის ზომები ემთხვევა გარსით გადახურული ფართის გეომეტრიულ ზომებს.

ზიდვის უნარი ქვემოდან განისაზღვრება ფორმულით:

$$P > \frac{2h}{\sqrt{3}} \left[\frac{\sigma_{3x}^2}{R_1^3} + \frac{\sigma_{nx} \sigma_{ny}}{R_1 R_2} + \frac{\sigma_{ny}^2}{R_2^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

დავიწყით შემთხვევით, როდესაც გარსს არ გააჩნია შუალედური სახსრები, ასეთი გარსის ზიდვის უნარი ზევიდან განისაზღვრება (16) ფორმულით. შემდგომში გამოთვლების გამარტივების მიზნით შემოვიღოთ უგანზომილება ξ და η სიდიდეები შემდეგი ტოლობების მიხედვით:

$$X = \xi l_2 \quad \text{და} \quad Y = \eta l_2 = \eta k l_1 \quad (l_2 = k l_1)$$

სადაც l_1 და l_2 წარმოადგენენ გეგმაში გარსის გვერდების სიგრძეებს (ნახ.5). დენადობის ზღვრების σ_{xy} და τ_x სიდიდეები გამოვსახოთ σ_{xy} -ით შემდეგი დამოკიდებულების მიხედვით:

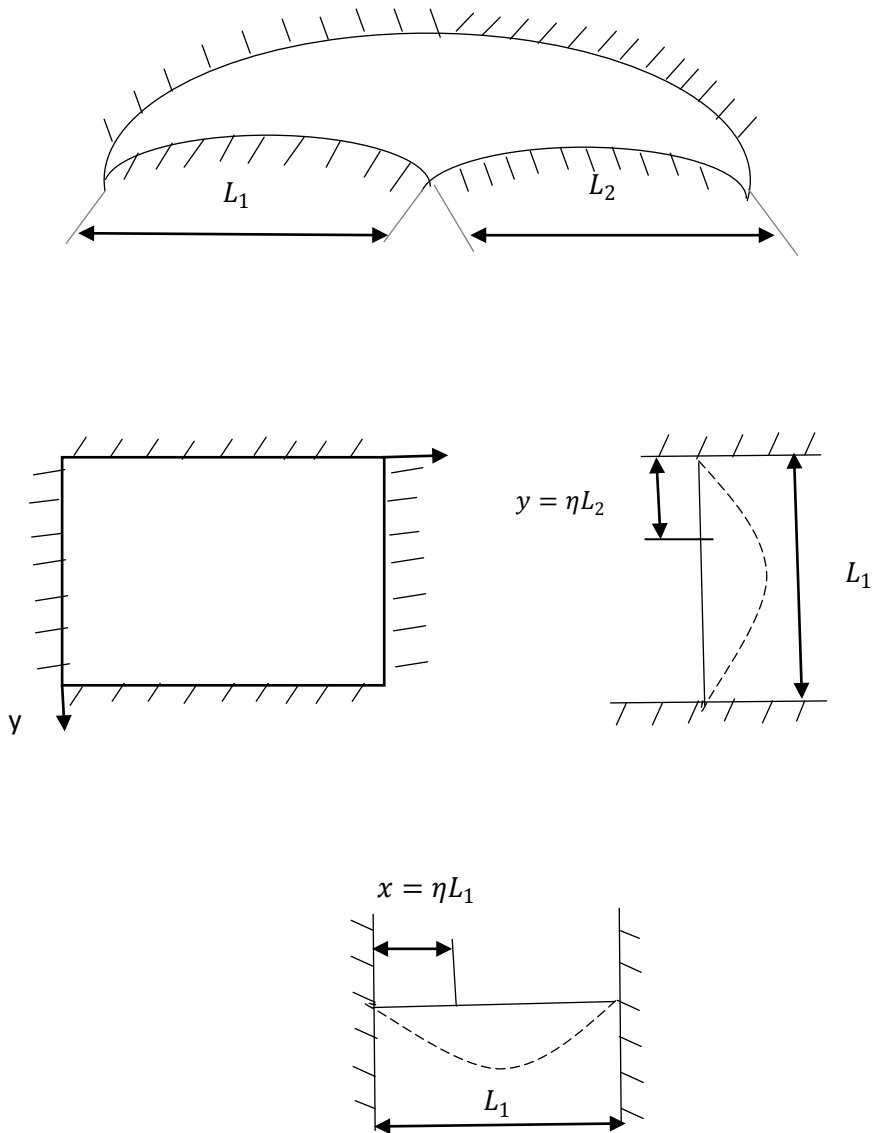
$$\sigma_{xy} = t \sigma_{xx}, \quad \tau_N = \sigma_{Nx} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

შესაბამისად (16) მიიღებს სახეს:

$$P < P_{Ny} + \frac{2h \sigma_{Nx}}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{R_1^2} + \frac{t}{R_1 R_2} \frac{t^2}{R_2^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

სადაც

$$P = \frac{\frac{h^2 \sigma_{sx}}{3 l_1^2} \int_0^l \int_0^l \left[\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{t}{K^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{t^2}{K} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right) + \frac{t^2}{K} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right)^2 \right] d\xi d\eta}{\int_0^l \int_0^l \omega d\xi d\eta} \quad (19)$$



ნახ.5. ხისტად ჩამაგრებული სფერული გარსი

ზოგადობის შეუზღუდავად შემდეგში გამოთვლების გამარტივების მიზნით დავუშვათ რომ $t=1$ და $K=1$. ასეთ შემთხვევაში მოცემული გარსი გადაიქცევა კონტურით ხისტად ჩამაგრებულ სფერულ გარსად, რომლის ანგარიშიც დაიყვანება შემდეგი სახის დიფერენციალურ განტოლების ინტეგრების საკითხზე.

$$\frac{dl^4 \omega}{d\xi^4} + \omega = \frac{ql^4}{Ey} \quad (20)$$

შემდეგი სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით (იხ. ნახ. 5)

როცა $\xi = 0$ და $\xi = 1$ $\omega(0) = \omega(1) = 0$

როცა $\xi = \frac{1}{2}$ $\omega(\frac{1}{2}) = 0$

ამ შემთხვევაში (20) განტოლების ამონახსნი „X“-ის მიმართულეებით იქნება:

$$\omega(\xi) = C(2\xi^3 - \xi^2 - \xi^4) \tag{21}$$

სადაც $C = -\frac{qe^4}{24E}$

ასეთივე გამოსახულება გვექნება „y“-ის მიმართულეებით:

$$\omega(\eta) = C(2\eta^3 - \eta^2 - \eta^4)$$

კინემატიკურად დასაშვები ჩაღუნვათა კინემატიკური ველი მიიღებს სახეს:

$$\omega = \omega(\xi) \cdot \omega(\eta) = C^2(2\xi^3 - \xi^2 - \xi^4)(2\eta^3 - \eta^2 - \eta^4) \tag{22}$$

განვსაზღვროთ $\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2}, \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2}$ და $\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi \partial \eta}$ სიდიდეები. გარკვეული გამოთვლების

ჩატარების შემდეგ ფილისათვის მიღებული (19) ტოლობა მოგვცემს:

$$P = \frac{\frac{h\sigma_{xL}}{3e^3} \int_0^{1/2} \int_0^{1/2} [\theta^2(\xi) \cdot \psi^2(\eta) + \theta(\xi) \cdot \psi(\eta) \cdot \psi(\xi) \cdot \theta(\xi) + \psi^2(\xi) \cdot \theta^2(\eta) + \lambda(\xi) \cdot \lambda(\eta)]^{1/2} d\xi d\eta}{\int_0^{1/2} \int_0^{1/2} \psi(\xi) \cdot \psi(\eta) d\xi d\eta} \tag{23}$$

სადაც შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\theta(\xi) = C(12\xi - 12\xi^2 - 2),$$

$$\Psi(\xi) = C(12\xi^3 - \xi^2 - \xi^4),$$

$$\Lambda(\xi) = C(4\xi^3 - 3\xi^2 - 2\xi^4),$$

$$\theta(\eta) = C(12\eta - 12\eta^2 - 2),$$

$$\Psi(\eta) = C(2\eta^2 - \eta^2 - \eta^4),$$

$$\Lambda(\eta) = C(4\eta^2 - 3\eta^2 - 2\eta^4).$$

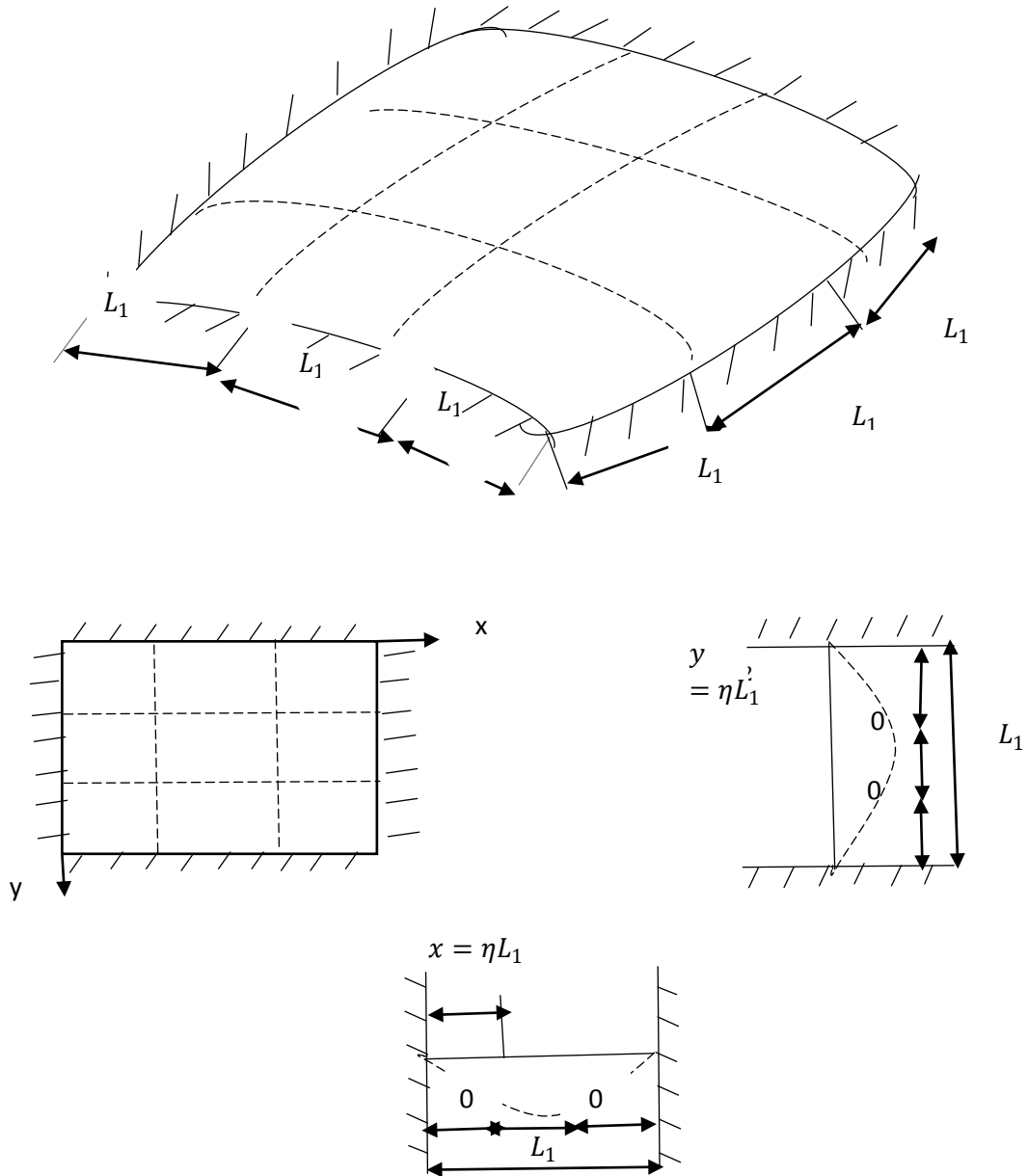
(23) გამოსახულების მნიშვნელში მდგომი ინტეგრალი გამოთვლილია სიმპსონის კუბატურული ფორმულის მიხედვით[12].

$\iint_F^1 f(x, y) = \frac{hK}{9} (\sigma_0 + 4\sigma_1 + 16\sigma_2)$, სადაც σ_0 ინტეგრალქვეშა გამოსახულების ჯამია F მართკუთხედის წყაროებში, σ_1 – $f(\xi, \eta)$ გამოსახულების მნიშვნელობა F მართკუთხედის გვერდების შუა წერტილებში, ხოლო σ_2 – კი $f(\xi, \eta)$ ფუნქციის მნიშვნელობა F მართკუთხედის ცენტრში.

გამოთვლების შედეგად ზიდვის უნარის ზედა ზღვარი ფილისათვის

$$\text{იქნება: } P_{\eta} = 54.347 \frac{h^2 \sigma_{xy}}{3e^2} \text{ კმ/სმ}^2$$

როცა გარსი განხორციელებულია შუალედური სახსრების გათვალისწინებით (ნახ. 6).



ნახ.6 ანაკრები გარსის საანგარიშო სქემა

ამ შემთხვევაში ჩალუნვის ფუნქციის $\omega(\xi, \eta)$ წარმოებულები განიცდის წყვეტას, რის გამოც კინემატიკურად დასაშვები ჩალუნვათა ველის მოსაძებნად

გამოვიყენოთ (10) განტოლების წყვეტილი ამოხსნის კონსტრუირების მეთოდი [13, 14]. რომელსაც მოცემულ ზოგად შემთხვევაში „X“-ის მიმართულეებით ექნება სახე:

$$EY\omega(\xi) = EY[\omega(0) + \xi\dot{\omega}(0) + \sum_{\omega} A_{\omega} + \sum_{p} B_p (\xi - \alpha_p)] + M_0 \frac{\xi^2}{2} + Q_0 \frac{\xi^3}{6} + \frac{1}{2} \sum_k m_k (\xi - a_k)^2 + \frac{1}{6} \sum_p P_p (\xi - \alpha_p)^3 + \frac{1}{6} \int_0^{\xi} (\xi - t)^3 q(t) dt \quad (24)$$

სადაც $A_m, B_p, m_k, P_p, \omega(\xi)$ ფუნქციისა და მისი წარმოებულების სიდიდეებია. ხოლო $\alpha_r, \alpha_k, \alpha_p$ კი სათანადოდ პირველი, მეორე და მესამე რიგის წარმოებულების წყვეტის წერტილები.

გრძივი მიმართულებით ერთი წყვეტის წერტილის არსებობით ცენტრში (ნახ.7) (24) მიიღებს სახეს:

$$EY\omega(\xi) = M_0 \frac{\xi^3}{6} + Q_0 \frac{\xi^3}{6} + EYB_1 \left(\xi - \frac{1}{2} \right) - q \frac{\xi^4}{24} \quad (25)$$

M_0, Q_0 და B_1 პარამეტრების განსაზღვრის მიზნით გამოვიყენოთ სასაზღვრო და შუეულეების პირობები

$$\text{როცა } \xi = \frac{1}{2}, \quad E L \omega\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\text{როცა } \xi = 1, \quad \omega(1) = 0; \quad \omega'(1) = 0$$

ამ პირობების გათვალისწინების შედეგად მივიღებთ:

$$\begin{cases} 0 + 8M_0 + 4Q_0 e = qe^2 \\ 12 B_1 e EY + 12e^2 M_0 + 4e^3 Q_0 = qe^4 \\ 6 B_1 EY + 6e M_0 + 3e^2 Q_0 = qe^3 \end{cases} \quad (26)$$

(26) სისტემის ამოხსნა უცნობი B_1, M_0 და Q_0 პარამეტრების მიმართ გვაძლევს:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= q \frac{l^2}{24EI} \\ M_0 &= -q \frac{l^2}{8} \\ Q &= q \frac{l}{2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

(25) ტოლობაში B_1, M_0 და Q_0 სიდიდეების გათვალისწინებით ჩაღუნვის ფუნქციისათვის მივიღებთ:

$$\text{როცა } \xi < \frac{1}{2} \quad \omega_1(\xi) = \frac{qL^4}{48EI} (-3\xi^2 + 4\xi^4 - 2\xi^4), \quad (28)$$

$$\text{როცა } \xi > \frac{1}{2} \quad \omega_2(\xi) = \frac{qL^4}{48EI} \left[2 \left(\xi - \frac{1}{2} \right) - 3\xi^2 + 4\xi^4 - 2\xi^4 \right], \quad (29)$$

ჩალუნვის ფუნქცია “Y”-ის მიმართულებით სახსრის არ არსებობის გამო იქნება:

$$\omega(\eta) = C(2\eta^2 - \eta^2 - \eta^4)$$

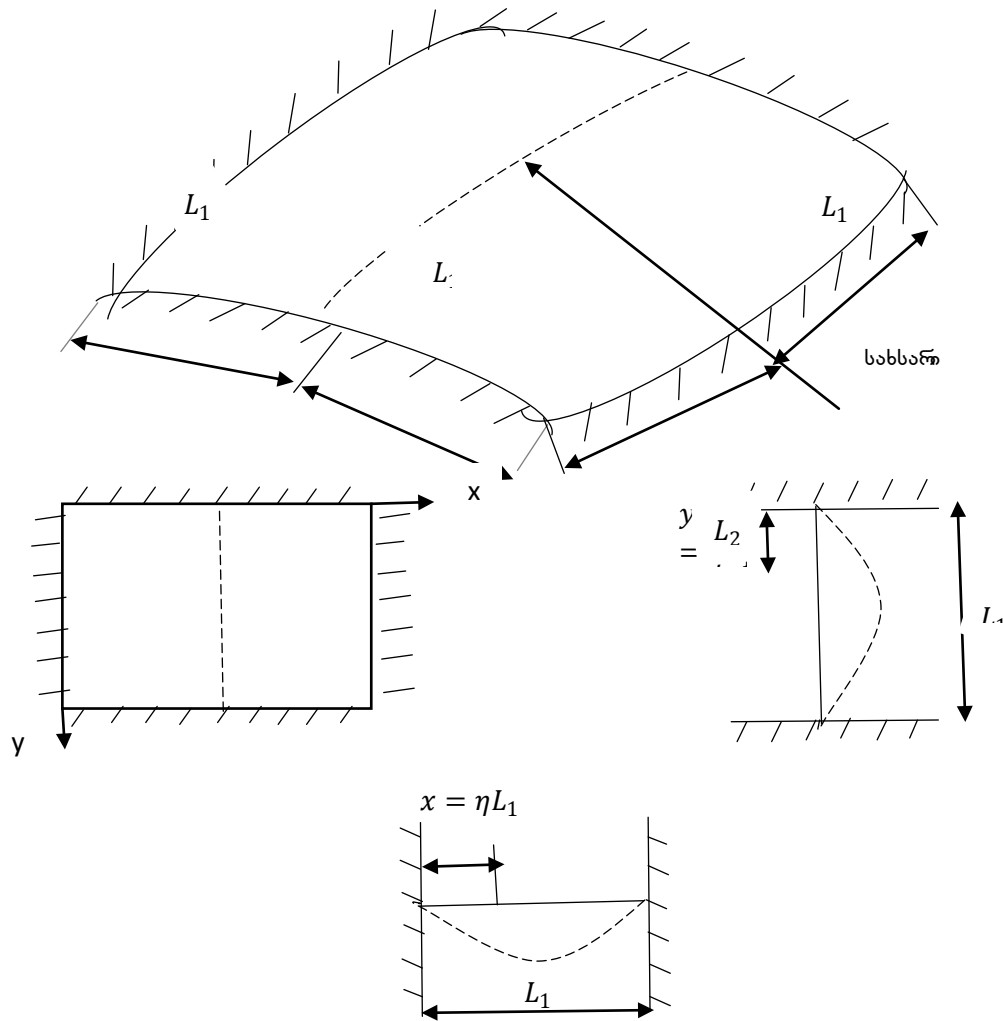
კინემატიკურად დასაშვები სიჩქარეთა ველი მოცემულ შემთხვევაში შესაბამისად მიიღებს სახეს: როცა $\xi < \frac{l}{2}$

$$\omega = \omega(\xi) \omega(\eta) = C_1 \cdot C_2 (-3\xi^3 + 4\xi^3 - 2\xi^4) \cdot (2\eta^3 - \eta^2 - \eta^4) \quad (30)$$

როცა $\xi > \frac{l}{2}$

$$\omega = \omega(\xi) \omega(\eta) = C_1 \cdot C_2 \left[\left(2 \left\langle \frac{l}{2} - \xi \right\rangle - 3\xi^2 + 4\xi^3 - 2\xi^4 \right) \right] (2\eta^3 - \eta^2 - \eta^4) \quad (31)$$

სადაც $C_1 = q \frac{l^4}{48EI}$ $C_2 = q \frac{l^4}{24EI}$



ნახ.7. ანაკრები გარსის ელემენტები

ზიდვის უნარი განისაზღვრება (23) ფორმულით, სადაც შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\theta(\xi) = C_1(-6 + 24\xi - 24\xi^2),$$

$$\Psi(\xi) = C_1(-3\xi^2 + 4\xi^3 - 3\xi^4),$$

$$\Lambda(\xi) = C_1(-6\xi + 12\xi^2 - 8\xi^3),$$

$$\theta(\varphi) = C_2(-2 + 12\varphi - 12\varphi^2),$$

$$\Psi(\varphi) = C_2(-\varphi^2 + 2\varphi^3 - \varphi^4),$$

$$\Lambda(\varphi) = C_2(-2\varphi + 6\varphi^2 - 4\varphi^3).$$

ფორმულა (23)-ში შემავალი ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი გამოთვლა გვაძლევს:

$$I = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \omega(\xi)\omega(\eta)d\xi d\eta + \int_{\frac{l}{2}}^l \int_{\frac{l}{2}}^l \omega(\xi)\omega(\eta)d\xi d\eta = 0.06625$$

საბოლოოდ

$$P_{nl} = 49,34 \frac{\sigma_{xx} h^3}{3e^2};$$

იმ შემთხვევაში როცა ანაკრები გარსის ელემენტები შეერთებულია, როგორც გრძივი, ასევე განივი თითო სახსრით (ნახ. 8) ასეთ შემთხვევაში მიღებული ფორმულების დახმარებით „X“-ის მიმართულებით ჩალუნვითი სიდიდეებისათვის გვექნება

$$\text{როცა } \xi < \frac{l}{2} \quad \omega_l(\xi) = C_l(-3\xi^2 + 4\xi^3 - 2\xi^4) \quad (32)$$

$$\text{როცა } \xi > \frac{l}{2} \quad \omega_l(\xi) = C_{-2} \left[2 \left(\xi - \frac{l}{2} \right) - 3\xi^2 + 4\xi^3 - 2\xi^4 \right] \quad (33)$$

იგივე სახის გამოსახულებები გვექნება „Y“-ის მიმართულებითაც.

კინემატიკურად დასაშვები სიჩქარეთა ველი განხილული შემთხვევისათვის იქნება

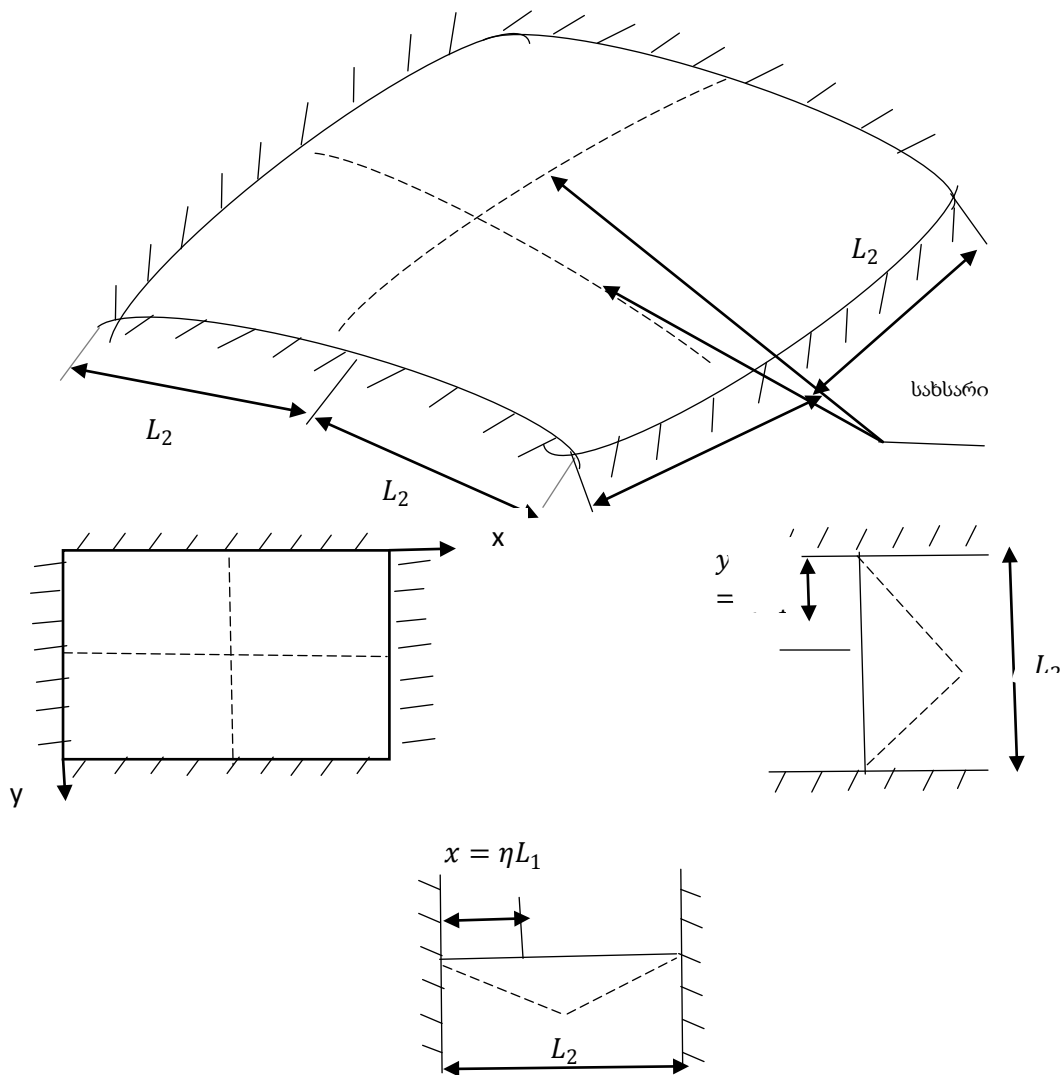
$$\text{როცა } \xi < \frac{l}{2} \text{ და } \eta < \frac{l}{2};$$

$$\omega = \omega(\xi)\omega(\eta) = C^2(-3\xi^2 + 4\xi^3 - 2\xi^4)(-3\varphi^2 + 4\varphi^3 - 2\varphi^4),$$

$$\text{როცა } \xi > \frac{l}{2} \text{ და } \eta > \frac{l}{2}$$

$$\omega = \omega(\xi)\omega(\eta) = C^2 \left[\left\{ 2 \left(\xi - \frac{l}{2} \right) - 3\xi^2 + 4\xi^3 - 2\xi^4 \right\} \right] \times \left[\left\{ 2 \left(\varphi - \frac{l}{2} \right) - 3\varphi^2 + 4\varphi^3 - 2\varphi^4 \right\} \right].$$

სადაც $C = \frac{1l^4}{48EI}$



ნახ. 8. კინემატიკურად დასაშვები სიჩქარეთა ველი

ზიდვის უნარი განისაზღვრება (23) ფორმულით, სადაც შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\theta(\xi) = C(-6 + 24\xi - 24\xi^2),$$

$$\Psi(\xi) = C(-3\xi^2 + 4\xi^3 - 2\xi^4)$$

$$\Lambda(\xi) = C(-6\xi + 12\xi^2 - 8\xi^3),$$

$$\theta(\varphi) = C(-6 + 24\varphi - 24\eta^2),$$

$$\Psi(\varphi) = C(-3\varphi^2 + 4\varphi^3 - 2\varphi^4)$$

$$\Lambda(\varphi) = C(-6\varphi + 12\varphi^2 - 8\varphi^3)$$

სათანადო გამოთვლების შემდეგ ვღებულობთ:

$$P = 40.10 \frac{\sigma_{xx} h^3}{3e^3}$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც გვაქვს სიმეტრიულად განლაგებული ორი გრძივი და ორი განივი სახსარი (ნახ.6) გამოსახულება (24) განსახილველ კერძო შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

$$EI\omega(\xi) = M_0 \frac{\xi^2}{2} + Q_0 \frac{\xi^1}{6} + EIB_1 \left(\xi - \frac{1}{3} \right) + EIB_2 \left(\xi - \frac{2}{3} \right) \frac{qe^4}{24} \quad (34)$$

სასაზღვრო პირობების მოცემული შემთხვევისათვის იქნებიან:

$$\text{როცა } \xi = \frac{1}{3}, \quad EI\dot{\omega}\left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\text{როცა } \xi = \frac{2}{3}, \quad EI\dot{\omega}\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \quad (35)$$

$$\text{როცა } \xi = l, \quad EI\omega(l) = 0, \quad EY\dot{\omega}(l) = 0$$

უცნობი პარამეტრების M_0, Q_0, B_1 და B_2 სიდიდეების დასადგენად თუ გამოვიყენებთ (25) პირობებს, მივიღებთ შემდეგ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას:

$$\left. \begin{aligned} 18M_0 + 6lQ_0 + 0 + 0 &= ql^2 \\ 18M_0 + 12lQ_0 + 0 + 0 &= ql^2 \\ 12l^2M_0 + 4l^3Q_0 + 12lEIB_1 + 8lEB_2 &= 2l^4 \\ 6lM_0 + 3l^2Q_0 + 6EIB_1 + 6EIB_2 &= ql^3 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

(36) სისტემის ამოხსნა მოგვცემს:

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= -q \frac{l^2}{9}, & Q_0 &= q \frac{l}{2} \\ B_1 &= q \frac{l^3}{72EI}, & B_2 &= q \frac{l^3}{72EI} \end{aligned} \right\}$$

ჩაღუნვის ფუნქციისათვის გვექნება

$$\text{როცა } 0 < \xi < \frac{l}{3}$$

$$\omega(\xi) = C \left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^1}{12} + \frac{\xi^4}{24} \right)$$

$$\text{როცა } \frac{1}{3} < \xi < \frac{2}{3}$$

$$\omega(\xi) = C \left[\left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^1}{12} - \frac{\xi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\xi - \frac{1}{3} \right) \right]$$

როცა $\frac{2}{3} < \xi < 1$

$$\omega = C \left[\left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^1}{12} - \frac{\xi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\xi - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{72} \left(\xi - \frac{2}{3} \right) \right]$$

სადაც $C = \frac{ql^4}{EI}$

ჩაღუნვის იგივე გამოსახულება გვექნება „y“ ის მიმართულებისა.

კინემატიკურად დასაშვები სიჩქარეთა ველი განსახილველი შემთხვევისათვის მიიღებს სახეს:

როცა $0 < \xi < \frac{1}{3}$

$$\omega = \omega(\xi) \cdot \omega(\varphi) = C^2 \left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^1}{12} - \frac{\xi^4}{24} \right) \left(-\frac{\varphi^2}{18} + \frac{\varphi^3}{12} - \frac{\varphi^4}{24} \right);$$

როცა $\frac{1}{3} < \xi < \frac{2}{3}$

$$\omega = \omega(\xi) \cdot \omega(\varphi) = C^2 \left[\left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^3}{12} - \frac{\xi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\xi - \frac{1}{3} \right) \right] \times \left[\left(-\frac{\varphi^2}{18} + \frac{\varphi^3}{12} - \frac{\varphi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\varphi - \frac{1}{3} \right) \right];$$

როცა $\frac{2}{3} < \xi < 1$

$$\omega = \omega(\xi) \cdot \omega(\varphi) = C^2 \left[\left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^3}{12} - \frac{\xi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\xi - \frac{1}{3} \right) \right] \times \left[\left(-\frac{\varphi^2}{18} + \frac{\varphi^3}{12} - \frac{\varphi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\varphi - \frac{1}{3} \right) \right];$$

ზიდვის უნარი განისაზღვრება კვლავ (23)-ის მიხედვით, სადაც შემოღებულია აღნიშვნები

$$\theta(\xi) = C \left(-\frac{1}{9} + \frac{\xi}{2} - \frac{\xi^2}{2} \right)$$

$$\Psi(\xi) = C \left[\left(-\frac{\xi^2}{18} + \frac{\xi^3}{12} - \frac{\xi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\xi - \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$\Lambda(\xi) = C \left(-\frac{\xi}{9} + \frac{\xi^2}{4} - \frac{\xi^3}{6} + \frac{1}{72} \right)$$

$$\theta(\varphi) = C \left(-\frac{1}{9} + \frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi^2}{2} \right)$$

$$\Psi(\varphi) = C \left[\left(-\frac{\varphi^2}{18} + \frac{\varphi^3}{12} - \frac{\varphi^4}{24} + \frac{1}{72} \right) \left(\varphi - \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$\Lambda(\varphi) = C \left(-\frac{\varphi}{9} + \frac{\varphi^2}{4} - \frac{\varphi^3}{6} + \frac{1}{72} \right).$$

ცხრილებში (2), (3), (4) და (5) მოცემულია (23) ფორმულის რიცხვით მნიშვნელობებში მდებარე ორჯერადი ინტეგრალის, რომელიც გამოთვლილია ისევ სიმპსონის ფორმულის მიხედვით:

$\eta \backslash \xi$	0	1/8	1/4
0	0	41,182	134,53
1/8	41,182	65,93	106,61
1/4	134,53	106,61	118,37

ცხრილი 2. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-1

$\eta \backslash \xi$	0	1/8	1/4
0	134,53	106,61	118,70
3/8	210,96	106,28	31,859
1/4	216,725	107,57	29,32

ცხრილი 3. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-2

$\eta \backslash \xi$	1/4	3/8	1/2
0	134,53	219,96	216,72
1/8	106,61	106,28	107,57
1/4	118,70	31,859	29,32

ცხრილი 4. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-3

$\eta \backslash \xi$	1/4	3/8	1/2
1/4	118,70	31,859	29,32
3/8	31,859	20,05	33,9
1/2	29,32	33,9	46,92

ცხრილი 5. ორჯერადი ინტეგრალის რიცხვითი მნიშვნელობები-4

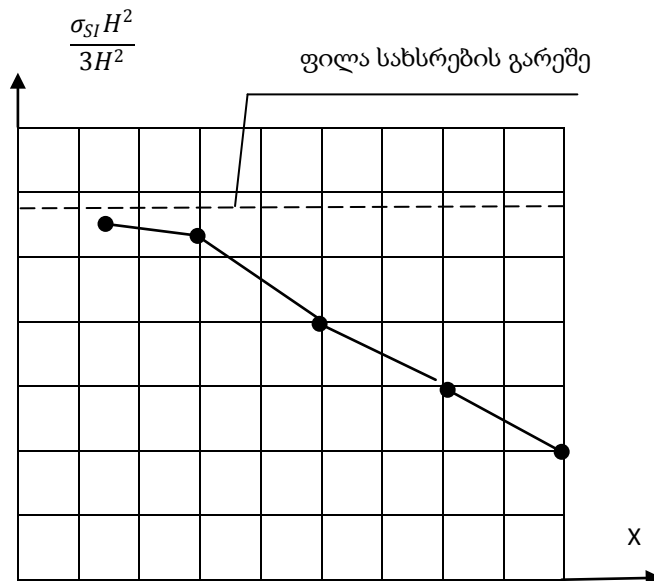
გამოთვლების შედეგად ვღებულობთ:

$$P = 36.03 \frac{h^3 \sigma_{xy}}{3e^2} \text{ კმ/სმ}^2$$

როგორც მიღებული შედეგები გვჩვენებს ანაკრები ფილის ზიდვის უნარი დამოკიდებულია ანაკრები ელემენტების რაოდენობაზე. გარსის ზიდვის უნარის მისაღებად ფილის ზიდვის უნარს უნდა დაემატოს გარსის სიმრუდის რადიუსებზე დამოკიდებული შემდეგი მუდმივი სიდიდე

$$\frac{2h\sigma_{xy}}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_1 R_2} + \frac{1}{R_2^2} \right]^{1/2};$$

ნახ.9 ნაჩვენებია ანაკრები ფილის ზიდვის უნარის გრაფიკი მოცემული საანგარიშო სქემების მიხედვით სადაც პუნქტირით ნაჩვენებია ლიტერატურაში ცნობილი მონოლითური ზღვრული დატვირთვის მნიშვნელობა.



ნახ. 9. ანაკრები კონსტრუქტორის ზიდვის უნარის გრაფიკი

2.3. სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის გადაწყვეტის პრაქტიკული ხერხი

რეალური კონსტრუქციები მათი ექსპლოატაციის პირობებში ავლენენ მრავალ თავისებურებებს, რომელთა სრულად გათვალისწინება შეუძლებელია. პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტისას კმაყოფილდებიან კონსტრუქ-

ციის მხოლოდ იმ თავისებურებების გათვალისწინებით, რომლებიც აკმაყოფილებენ ნაგებობის საიმედოობას. სწორედ ამ მიზნით ხდება რეალური ნაგებობის წარმოდგენა მისი საანგარიშო სქემით, რომელთა გამოყენებაც საშუალებას იძლევა ამოცანა გადაწყდეს პრაქტიკული მიზნებისათვის საჭირო სიზუსტით, ასეთი სქემების მიღების ერთ-ერთი გზაა უწყვეტი სხეულის დისკრეტიზაციის ანუ მისი შეცვლა სასრულო სიდიდის და რაოდენობის ელემენტებით, რომლებიც ერთმანეთთან გარკვეული წესით იქნებიან დაკავშირებული. ასეთი სისტემები საშუალებას იძლევიან გაანგარიშება მოვახდინოთ შედარებით მარტივი მათემატიკური აპარატის, წრფივი, ალგებრის ან ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების გამოყენებით.

საჭიროა მკვეთრად განვასხვავოთ საანგარიშო სქემის დისკრეტიზაციის ორი სახე:

- ა) დისკრეტიზაციას, რომელიც გულისხმობს ელემენტების კონტაქტს ცალკეულ წერტილებში და
- ბ) დისკრეტიზაცია, რომელიც გულისხმობს ელემენტების კონტაქტს მთელ საკონტაქტო ზედაპირზე. რა თქმა უნდა მათგან პირველი მიახლოებითია, ხოლო მეორე უფრო ზუსტი. ორივე შემთხვევაში საანგარიშო სქემა დაშლილია ქვესქემებად, რომელთაც ცალ-ცალკე განვიხილავთ და მათი შემდგომი გაერთიანებით მიიღება დასმული ამოცანის გადაწყვეტა.

საანგარიშო სქემის შედგენა გულისხმობს ნაგებობის გეომეტრიული აღნაგობის, მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების, სხვა სხეულებთან დაკავშირების (სასაზღვრო პირობების) და გარეგანი (საექსპლოატაციო) დატვირთვის მოქმედების იდეალიზაციას, ამგვარად, საანგარიშო სქემა შედგება ოთხი ძირითადი მოდელისაგან:

1. **გეომეტრიული მოდელი**, რომელიც აღწერს ნაგებობის გეომეტრიულ სახეს. კერძოდ, იგი უწყვეტი სხეულია, თუ დისკრედიტული უწყვეტი სისტემების გაანგარიშებისათვის გამოიყენება კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებები საკონტაქტო წერტილებში გაერთი-

ანებულ დისკრეტული სისტემებისათვის- ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები.

2. **ფიზიკურ მექანიკური მოდელი**, რომელშიც იგულისხმება სხეულის ფიზიკურ მექანიკურ პარამეტრებს შორის დამოკიდებულება, კერძოდ ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის წრფივი ან არაწრფივი დამოკიდებულება, დრეკადობის მოდულის ან სხვა პარამეტრების ცვლილება დატვირთვის ან დროის ცვლილებასთან დაკავშირებით ან სხვა.
3. **სასაზღვრო პირობების მოდელი**, რომელიც განსაზღვრავს ნაგებობის დამაგრების ან მისი სხვა სხეულებთან მიერთების საკითხებს. მიერთება შეიძლება განხორციელებული იყოს ან ხისტი ან სახსროვანი კავშირებით. თითოეული კავშირის სახე განსაზღვრავს რეაქტიული ძალების სახეს და რაოდენობას. ეს ძალები სხეულისათვის ისეთივე გარეგანი ფაქტორებია, როგორც საექსპლოატაციო დატვირთვები და ჩამაგრების ზედაპირებზე ან წერტილებში ზოგიერთი მათგანი ცნობილია, რაც საშუალებას იძლევა განისაზღვროს ის მუდმივები, რომლებიც ამოცანის გადაწყვეტისათვის საჭირო დიფერენციალური განტოლებების გაინტეგრალების შედეგად მიიღება.
4. **გარე დატვირთვის მოდელი**, რომელშიც იგულისხმება გარე დატვირთვის სახე-უნდა აღინიშნოს, საექსპლოატაციო დატვირთვა წარმოდგენილია მარტივი დატვირთვების (შეყურსული ძალებისა და განაწილებული დატვირთვების) სახით, ესე იგი რეალური გარეგანი ზემოქმედება სხეულზე აისახება მარტივი დატვირთვების კონკრეტული კომბინაციით.

გაანგარიშების პროცესში მიმართავენ საანგარიშო სქემის წარმოდგენას ქვესქემების სახით. გადასაწყვეტი ამოცანის მიხედვით ქვესქემებად წარმოდგენა (დაშლა) ხდება ოთხივე მოდელის მიხედვით.

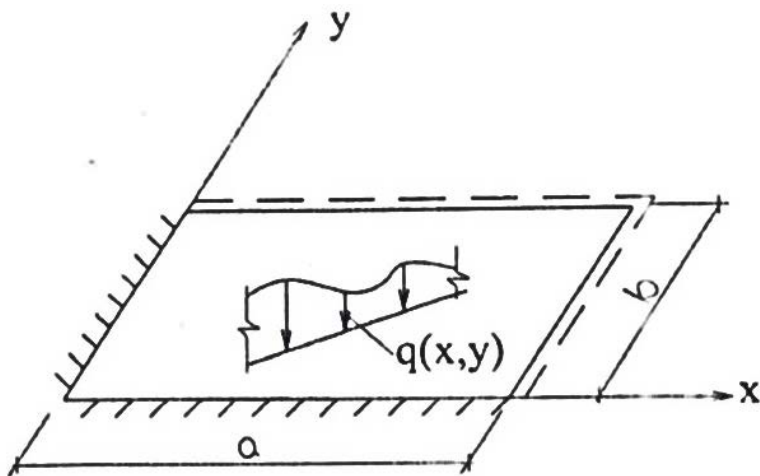
ფილების გაანგარიშების პრაქტიკაში ხშირია შემთხვევები, როდესაც გადასაწყვეტი კონკრეტული ამოცანა შედარებით მარტივია საანგარიშო სქემის ოთხივე მოდელის მიხედვით. ამ დროს შესაძლებელია საანგარიშო სქემის ქვესქემებად დაშლამ თვისობრივად გაამარტივოს ამოცანის გადაწყ-

ყველა მნიშვნელოვანია მართკუთხა ფილების გაანგარიშების საკითხი ერთ-ერთ სახის მარტივი დატვირთვის მოქმედების შემთხვევაში საანგარიშო სქემის ქვესქემებად დაშლის გზით.

2.4. მართკუთხა ფილების გაანგარიშების პრაქტიკული მეთოდი საანგარიშო სქემის, სასაზღვრო პირობებისა და დატვირთვის კონკრეტული მოდელის გათვალისწინებით

ამჟამად არსებული ფირფიტების გაანგარიშების მრავალი მეთოდი, რომელიც განპირობებულია სასაზღვრო პირობებისა და მოქმედი დატვირთვის მრავალსახეობით გამოირჩევა გაანგარიშების პროცესის საკმაოდ დიდი შრომატევადობით. ამიტომ განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება ისეთი ხერხების დამუშავებას, რომლებიც კონკრეტული ამოცანისათვის (კონკრეტული სასაზღვრო პირობებისა და დატვირთვის კონკრეტული სახისთვის) იქნება გამოიზნული და მოგვცემს სტანდარტულ დამოკიდებულებებს, რომლებიც მნიშვნელოვნად ამარტივებენ ამოცანის ამოხსნის პრაქტიკულ (გამოყენების) მხარეს.

განვიხილოთ მართკუთხა ფირფიტა, რომლის გვერდები ჩამაგრებულია სახსროვანი და ხისტი საყრდენების ნებისმიერი კომბინაციით და მასზე მოქმედებს ნებისმიერი სახის დატვირთვა (ნახ.10)



ნახ. 10. სახსროვანი და ხისტი საყრდენები

ასეთი ფირფიტის ჩალუნვამ

$$W = W(x,y) = W_{max} f(x) \varphi(y) \quad (37)$$

უნდა დააკმაყოფილოს ჩამაგრების შესაბამისი პირობები და გარდა ამისა ერთი დამატებითი პირობა: როდესაც $X = \eta$ და $Y = \eta$

$$W = W(x,y) = W_{max} \quad (38)$$

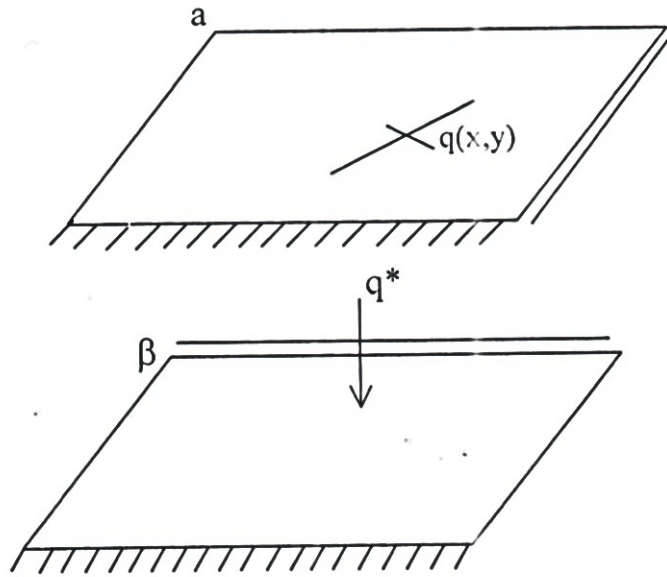
სადაც ξ და η ფირფიტის მაქსიმალური ჩალუნვის შესაბამისი ნორმალის კოორდინატებია.

განსახილველი ამოცანის გადასაწყვეტად ვიქცევით შემდეგნაირად:

მოცემულ საანგარიშო სქემას (ნახ.10) ჩამაგრების პირობების (სასაზღვრო პირობების) მოდელის მიხედვით ვშლით ორ ქვესქემად (ნახ.11), რომლებიც წარმოადგენენ პირობით კოჭებს. ამ კოჭების დეფორმაციების თავსებადობის პირობების საშუალებით მიიღწევა α და β ქვესქემების ექვივალენტურობა მოცემულ სქემასთან. ამ თავსებადობის პირობების საშუალებით განისაზღვრება ურთიერთქმედების q^* ძალოვანი ფაქტორი, რომლის მოდებითაც β ქვესქემაზე (პირობით კოჭზე) საშუალება გვეძლევა განვსაზღვროთ $W(x, y)$, ვინაიდან პირობითი კოჭების მაქსიმალური ჩალუნვების შესაბამის განივკვეთებში მობრუნების კუთხეები ნულის ტოლია (ასევეა ფირფიტის მაქსიმალური ჩალუნვის შესაბამის კვეთებში). დეფორმაციების თავსებადობის პირობა ამ კვეთებისათვის ჩაიწერება მხოლოდ ჩალუნვების მიხედვით:

$$\delta_{max}^{\alpha} q^* - \delta_{max}^{\alpha} q = \delta_{max}^{\beta} q^* \quad (39)$$

სადაც δ_{max}^{α} და δ_{max}^{β} წარმოადგენენ α და β ქვესქემების შესაბამის კოჭებში ერთეულოვანი ძალოვანი ფაქტორებისაგან გამოწვეულ მაქსიმალურ ჩალუნვებს.



ნახ. 11. მაქსიმალური ჩაღუნვები

(39) განტოლების ამოხსნით მიიღება:

$$q^* = -\frac{q}{1 + \frac{\delta_{max}^\beta}{\delta_{max}^\alpha}} \quad (40)$$

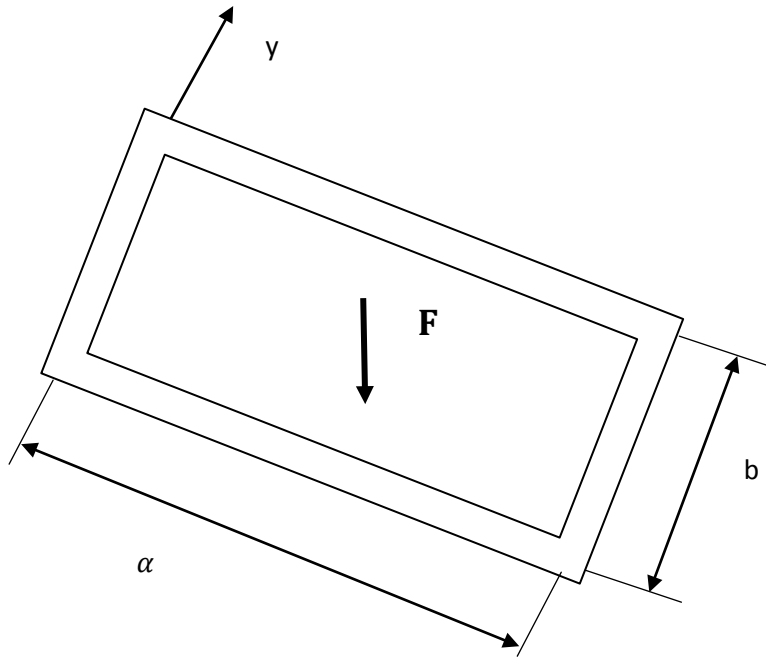
ამგვარად, $W_{max} = \delta_{max}^\beta q^*$ რაც შეეხება $f(x)$ და $\varphi(y)$ ფუნქციებს, ისინი წარმოადგენენ α და β ქვესქემების შესაბამისი კოჭების ჩაღუნვებს (ფიზიკური პარამეტრების გარეშე) ამ სიდიდეების (37) განტოლებაში შეტანით (38) პირობის დაკმაყოფილება მიიღება

$$W = W(x,y) = W_{max} \frac{f(X) \varphi(Y)}{f(\eta) \varphi(\eta)} \quad (41)$$

შემდგომი გაანგარიშებანი (მლუნავი და მგრეხავი მომენტების განივი ძალების და ა.შ განსაზღვრა) წარმოებს კლასიკური დრეკადობის თეორიის ცნობილი ფორმულებით.

შემოთავაზებული მეთოდის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი კონკრეტული ამოცანები:

ამოცანა 1. ოთხივე გვერდით სახსროვნად ჩამაგრებული ფირფიტის ცენტრში მოდებული შეყურსული ძალა $F = \text{const}$ (ნახ.12)



ნახ.12. ფირფიტის ცენტრში მოდებული შეყურსული ძალა

ორ საყრდენზე სახსროვნად დაყრდნობილი კოჭებისათვის, რომლის ძალის შუაში მოქმედებს შეყურსული ძალა, ჩაღუნვის ფუნქციას აქვს სახე:

$$\Delta^\alpha(x) = F/12EI^\alpha \left(x^3 + \frac{\alpha^2}{4} x \right) \left[0 \leq x \leq \frac{\alpha}{2} \right] \quad (42)$$

მაქსიმალური ჩაღუნვა, რომელიც შუაშია, იქნება:

$$\Delta_{max}^\alpha = \frac{F\alpha^2}{48EI^2} = 0.028 \frac{F\alpha^3}{EI^\alpha} \quad (43)$$

(43)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\delta_{max}^\alpha = 0.0208 \frac{\alpha^3}{EI^\alpha}, \quad \delta_{max}^\beta = 0.0208 \frac{b^3}{EI^\alpha}, \quad (44)$$

ცნობილია, რომ ფირფიტის ცილინდრული სიხისტე

$$D = E \frac{h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (45)$$

სადაც h ფირფიტის სისქეა, ხოლო

$$EI^\alpha = E \frac{bh^3}{12} \text{ და } EI^\beta = E \frac{\alpha h^3}{12} \quad (46)$$

ამიტომ

$$\frac{EI^\alpha}{D} = (1-\nu^2)b \text{ და } EI^\beta = (1-\nu^2)\alpha \quad (47)$$

$$\text{საიდანაც მიიღება } EI^\alpha = (1-\nu^2)bD \text{ და } EI^\beta = (1-\nu^2)\alpha D \quad (48)$$

(44)-ში (47)-ის შეტანით მივიღებთ:

$$\delta_{max}^{\alpha} = 0.0208 \frac{\alpha^3}{(1-\nu^2) bD},$$

$$\delta_{max}^{\beta} = 0.0208 \frac{b^3}{(1-\nu^2) \alpha D} \quad (49)$$

(49)-ის გათვალისწინებით (40) მიიღებს სახეს:

$$F^* = \frac{F}{I + \frac{b^4}{\alpha^4}} \quad (50)$$

ამგვარად, მაქსიმალური ჩალუნვა β ქვესქემის შესაბამის კოჭში, რომელიც მოცემული ფირფიტის (ნახ.12) მაქსიმალური ჩალუნვის ექვივალენტურია და იქნება:

$$\Delta_{max}^{\beta} = W_{max} = \frac{0.0208 F b^3}{\left(I + \frac{b^4}{\alpha^4}\right)(1-\nu^2) \alpha D} \quad (51)$$

(42) -ის მიხედვით

$$f(x) = x^3 + \frac{\alpha^2}{4} x \quad \varphi(y) = \frac{b^2}{4} y \quad (52)$$

ვინაიდან მაქსიმალური ჩალუნვა ფირფიტის ცენტრში, ამიტომ $\xi = \frac{\alpha}{2}$ და $\eta = \frac{b}{2}$, ე.ი

$$f(\xi) = \frac{\alpha^3}{4} \quad \text{და} \quad \varphi(\eta) = \frac{b^3}{4} \quad (53)$$

(51), (52) და (53) შეტანით (37)-ში:

$$W = W(x, y) = \frac{0.0208 F b^3}{\left(I + \frac{b^4}{\alpha^4}\right)(1-\nu^2) \alpha D} \frac{I 6}{\alpha^3 b^3} \cdot \left(x^3 + \frac{\alpha^2}{4} x\right) \left(y^2 + \frac{b^2}{4} y\right) \quad (54)$$

როდესაც $\alpha = b$ და $\nu = 0.3$ (52)-დან მივიღებთ:

$$W_{max} = \frac{0.0208 F}{2} \frac{\alpha^2}{0.9 I D} = 0.0114 \frac{F \alpha^2}{D}$$

[14] -ის მიხედვით

$$W_{max} = 0.0116 \frac{F \alpha^2}{D}$$

როგორც ვხედავთ შედეგები პრაქტიკულად ემთხვევა ერთმანეთს.

ამოცანა 2. ფირფიტის ოთხივე გვერდი ხისტადაა ჩამაგრებული და მასზე მიღებულია თანაბრად განაწილებული დატირთვა $q = \text{const}$.

ამ შემთხვევაში გვექნება

$$\Delta^\alpha(x) = \frac{qb}{24EI^\alpha}(x^4 - 2\alpha x^2 + \alpha^2 x^2) \quad (55)$$

მაქსიმალური ჩაღუნვა, რომელიც მალის შუაში იქნება:

$$\Delta_{max}^\alpha = \frac{qb\alpha^4}{384EI^\alpha} = 0.0026 \frac{qb\alpha^4}{EI^\alpha} \quad (56)$$

(55)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\delta_{max}^\alpha = 0.0026 \frac{\alpha^4}{(1-\nu^2)bD}$$

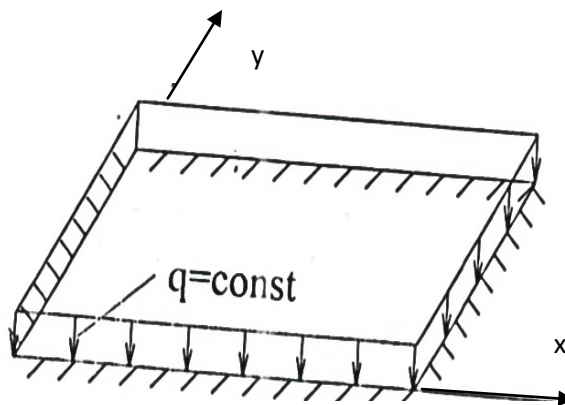
$$\delta_{max}^\beta = 0.0026 \frac{b^4}{(1-\nu^2)\alpha D} \quad (57)$$

(57)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$q^* = \frac{q}{I + \frac{b^2}{\alpha^2}} \quad (58)$$

ამგვარად, მაქსიმალური ჩაღუნვა β ქვესქემის შესაბამის კოჭში, რომელიც მოცემული ფირფიტის ნახ.13 მაქსიმალური ჩაღუნვის ექვივალენტური იქნება:

$$\Delta_{max}^{\alpha\beta} = W_{max} = \frac{0.0026qb^3}{\left(I + \frac{b^4}{\alpha^4}\right)(1-\nu^2)D} \quad (59)$$



ნახ. 13. მაქსიმალური ჩაღუნვა

(54)-ის მიხედვით

$$f(x) = x^2 - 2\alpha x^2 + \alpha^2 x^2$$

$$\varphi(y) = y^4 - 2by^3 + b^2y^2 \quad (60)$$

ამ შემთხვევაში მაქსიმალური ჩაღუნვა ფირფიტის ცენტრია, ამიტომ $\xi = \frac{\alpha}{2}$
და $\eta = \frac{h}{2}$, ესე იგი

$$f(\xi) = \frac{\alpha^4}{16} \text{ და } \varphi(\eta) = \frac{b^4}{16} \quad (61)$$

(59), (60) და (61) შეტანით (37)-ში:

$$W = W(x, y) = \frac{0,0026 F b^4}{\left(1 + \frac{b^4}{\alpha^4}\right)(1 - \nu^2) \cdot D} \frac{256}{\alpha^4 b^4} \cdot (x^4 - 2\alpha x^3 + \alpha^2 x^2)(y^4 - 2b y^3 + b^2 y^2)$$

როდესაც $\alpha = b$ და $\nu = 0.3$ (60)-დან მივიღებთ:

$$W_{max} = \frac{0.0026 q \alpha^2}{2.091 D} = 0.0014 \frac{q \alpha^4}{D}$$

ბუზნოვ-გალიორკინის მეთოდით გაანგარიშებული ასეთი ფირფიტის $W_{max} = 0.0013 \frac{q \alpha^4}{D}$ ე. ი. ამ შემთხვევაშიც შედეგები პრაქტიკულად ემთხვევა ერთმანეთს.

ჩატარებული იყო გვერდების ჩამაგრების ყველა შესაძლო შემთხვევისათვის გამოთვლები. შედეგები მოყვანილი ლიტერატურიდან, ცნობილი შედეგები შედარებულია მიღებულ შედეგებთან.

2.5. წყვეტილპარამეტრებიანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის გაანგარიშების მაგალითები

მეთოდის ეფექტურობის ილუსტრაციისთვის განხილულია საწყისი განტოლებების ამოხსნები. ალგორითმების ამოხსნისთვის განხორციელებული იყო გარსის გამოთვლა, რომელიც შედგენილი იყო 16 ბრტყელი ელემენტისაგან, რომლებიც ქმნიან ზედაპირს ამობურცული მრავალკუთხედის. განსახილველი გადახურვის გარსის ზედაპირს აქვს სამ-სამი ტეხვა OX და OY ღერძების მიმართულებით. (იხ. ნახ.14)

გარსს აქვს შემდეგი ზომები:

$$a = 6 \text{ მ}; b = 9 \text{ მ}; h = 0.03 \text{ მ}; h = 0.02 \text{ მ}; \theta = 0.38 \rho$$

გარსის მასალის დრეკადობის მოდული $E = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ კგ/სმ}^2$

პუასონის კოეფიციენტი $\mu = 0,13$

შედგენილი პროგრამის რეალიზაციის შედეგად განსაზღვრულია კომპონენტები დაძაბულ დეფორმირებული მდგომარეობის. ეპიურებზე გამოსახულია გრაფიკები ნორმალური გადაადგილებისა W , F^1 ძალის ფუნქციისა, ჩამლუნავი მომენტების M_1, M_2 , მგრეხავი მომენტის H , ტანგენციალური ძალების T_1, T_2 , მხები ძალების S .

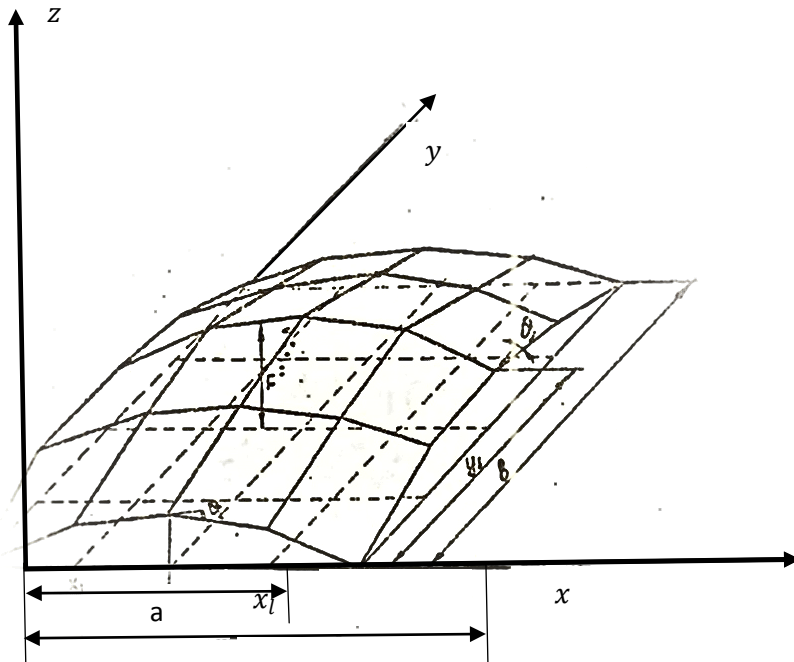
გამოთვლებში გამოყენებულია სამ-სამი წევრი თითოეული ამ კომპონენტისა დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობიდან, გამოყენება შემდეგი წევრების მათი რიგებიდან იძლევა უმნიშვნელო განსხვავებებს 5-3% ჯამურ მნიშვნელობებისას.

შემდგომ განვიხილოთ გარსის გადახურვის მაგალითი, რომელიც შედგენილია 4 ბრტყელი ელემენტისაგან. გარსს აქვს შემდეგი ზომები:

$$a=6 \text{ მ}; b=9 \text{ მ}; h=0.03 \text{ მ}; h=0.02 \text{ მ}; \theta = 0.38 \rho$$

$$\text{გარსის მასალის დრეკადობის მოდული } E= 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ კგ/სმ}^2$$

$$\text{პუასონის კოეფიციენტი } \mu = 0,13$$



ნახ. 14. გადახურვის გარსის ზედაპირი კომპონენტების განაწილების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გრაფიკი

ცხრილი 6-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 16 ბრტყელი ელემენტისაგან გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=3$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=300$; $\frac{a}{h}=200$; $y = \frac{b}{2}$

$\frac{x}{a}$	W	$F \cdot 10^{-6}$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.874	4.252	-13.568	-323.847	0	-132.137	-6.626	0
0.2	0.824	7.460	-34.269	-293.723	0	9.452	10.544	0
0.3	0.716	9.610	-52.849	-242.312	0	19.524	10.796	0
0.4	0.735	10.868	-64.207	-242.823	0	-17.965	6.547	0
0.5	0.668	11.266	-68.517	-214.952	0	27.015	11.475	0

ცხრილი 6. გარსის ანგარიში გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით

ცხრილი 7-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 16 ბრტყელი ელემენტისაგან გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=3$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=300$; $\frac{a}{h}=200$; $y = \frac{b}{3}$

$\frac{x}{a}$	W	$F \cdot 10^{-6}$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	85.136	0	0	9.669
0.1	0.907	3.956	-40.816	-318.960	75.425	-141.515	-25.965	8.597
0.2	0.843	6.890	-71.680	-276.423	57.652	8.791	-6.577	-0.978
0.3	0.726	8.823	-93.300	-219.154	40.366	18.807	-4.932	0.884
0.4	0.746	9.948	-106.447	-218.645	20.224	-21.392	-10.517	-0.331
0.5	0.674	10.301	-110.552	-189.115	0	26.673	-3.709	0

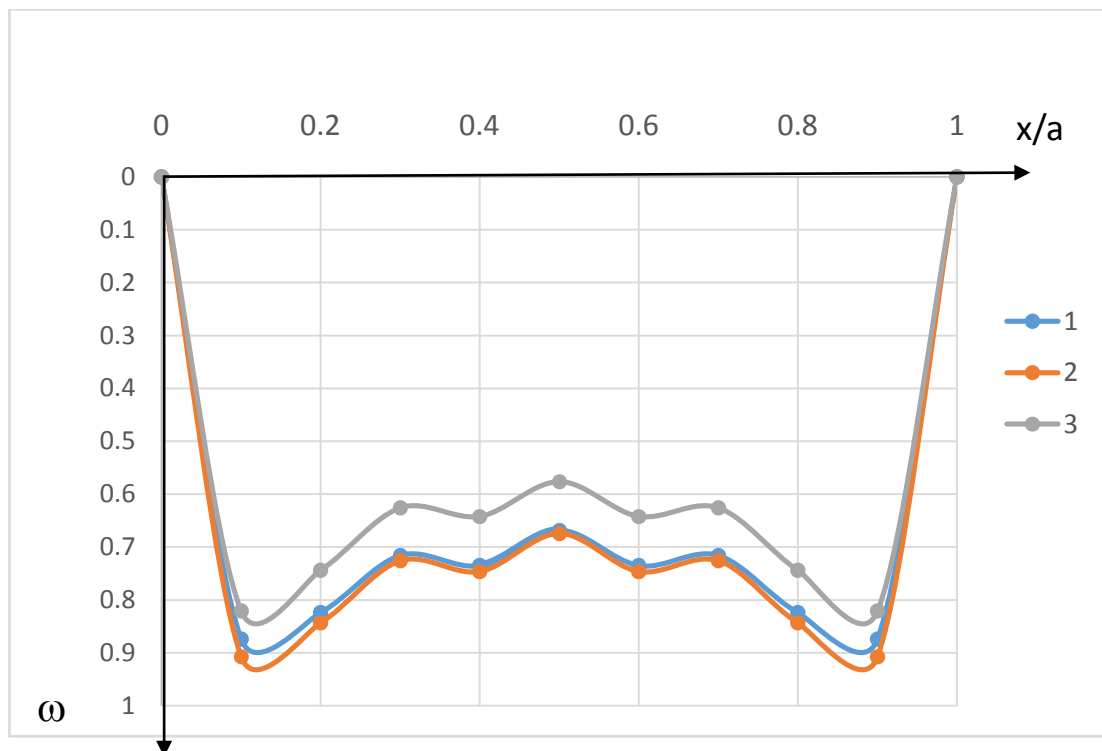
ცხრილი 7. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-1

ცხრილი 8-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 16 ბრტყელი ელემენტისაგან გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=3$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=300$; $\frac{a}{h}=200$; $y = \frac{b}{4}$

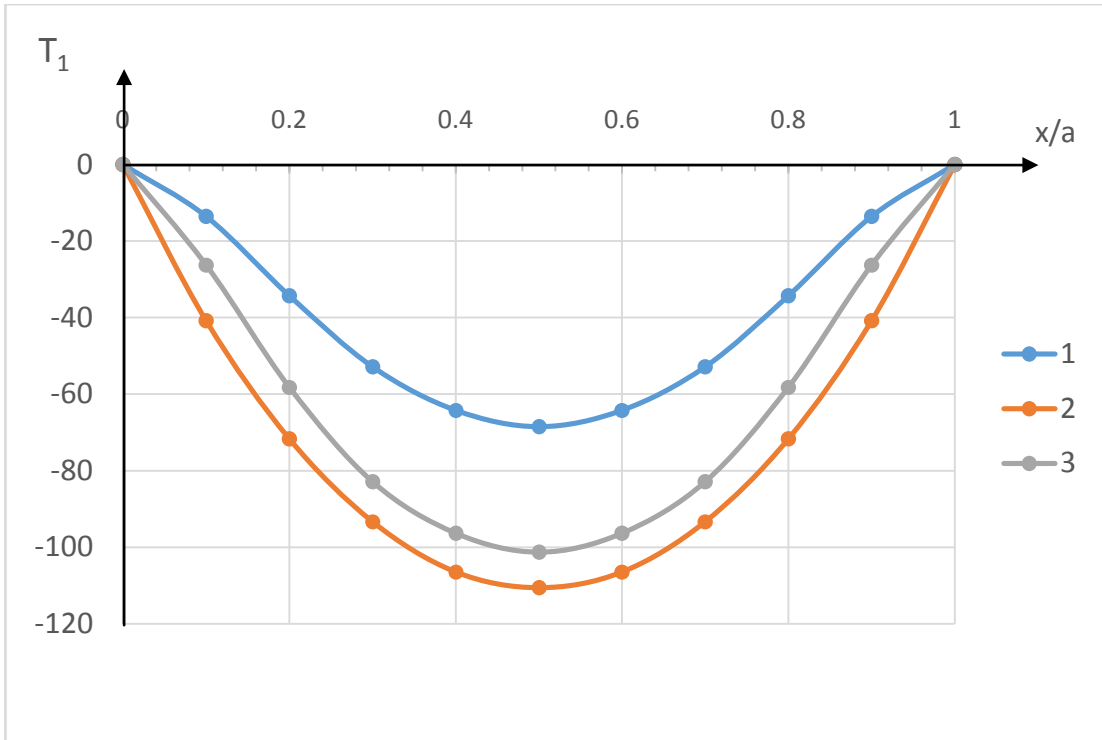
$\frac{x}{a}$	W	$F \cdot 10^{-6}$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	122.181	0	0	1.960
0.1	0.821	3.495	-26.232	-296.073	144.450	-127.906	-2.160	2.034
0.2	0.744	6.044	-58.182	-248.584	92.645	11.655	14.429	1.144
0.3	0.626	7.693	-82.917	-188.541	62.802	20.746	14.743	-0.079
0.4	0.642	8.644	-96.353	-185.750	31.456	16.825	11.178	-0.057
0.5	0.576	8.938	-101.297	-157.497	0	27.182	15.710	0

ცხრილი 8. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-2

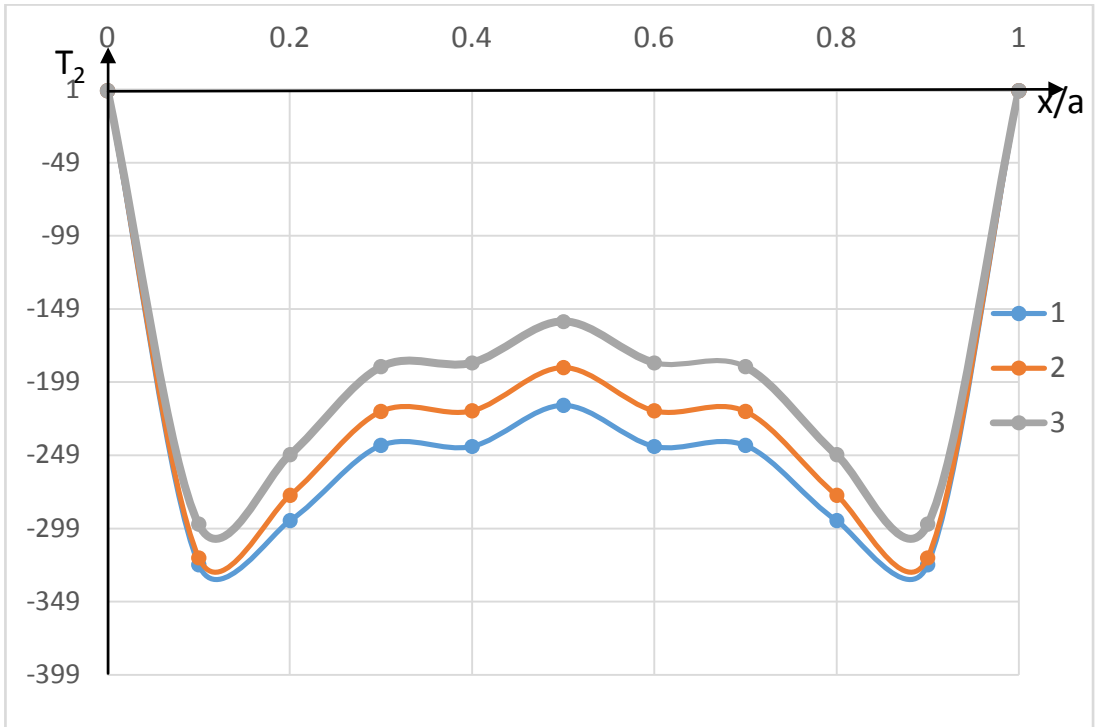
დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილების გრაფიკი სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის მოცემულია ნახაზ 15-21-ზე.



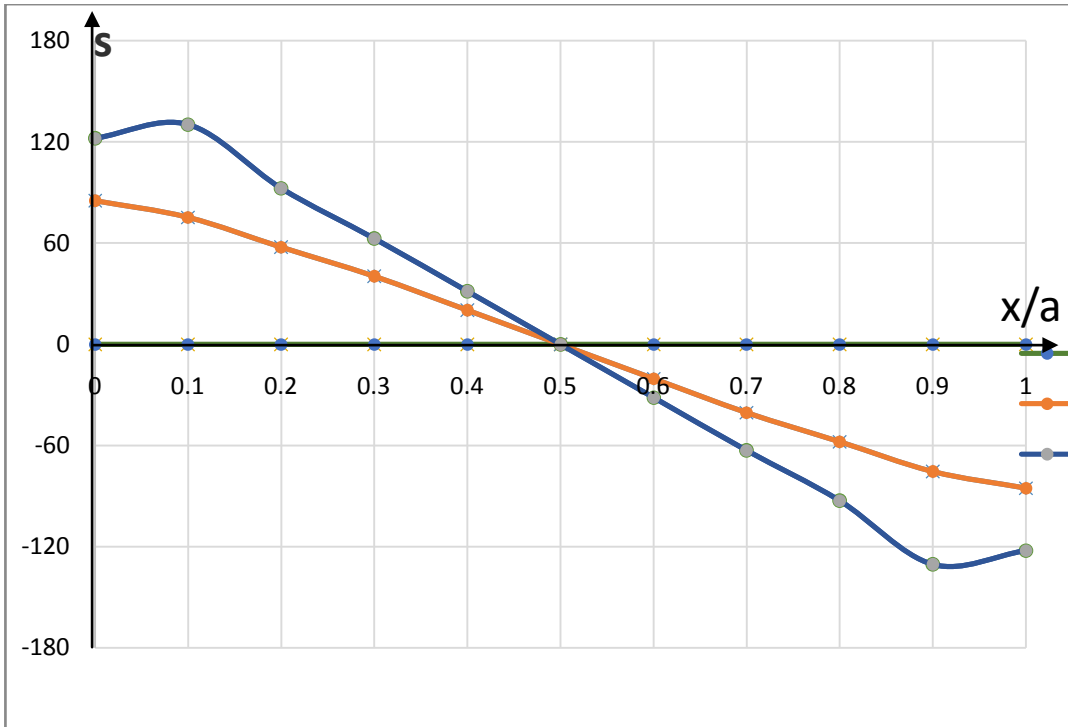
ნახ. 15. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-1



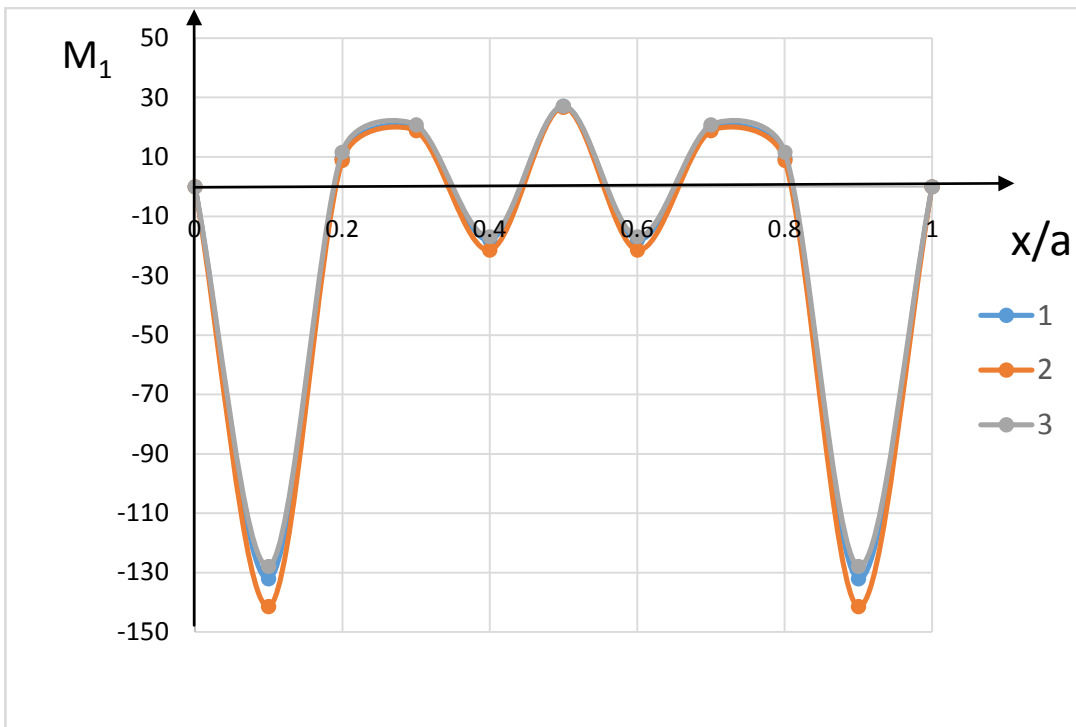
ნახ. 16. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-2



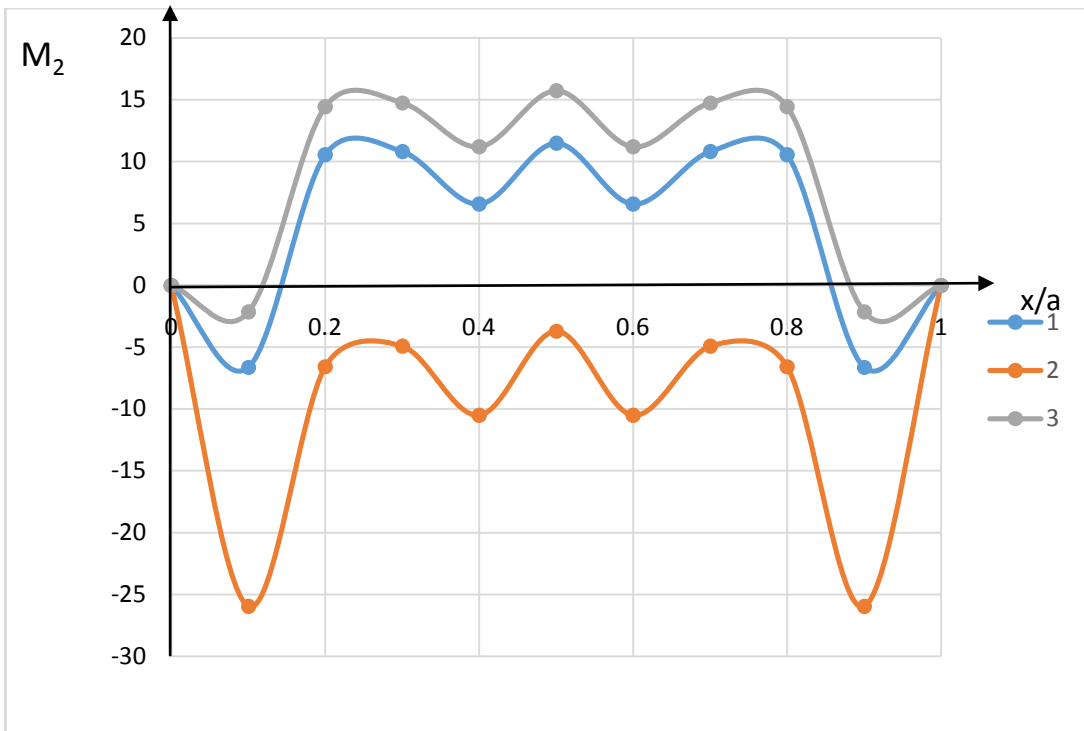
ნახ. 17. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-3



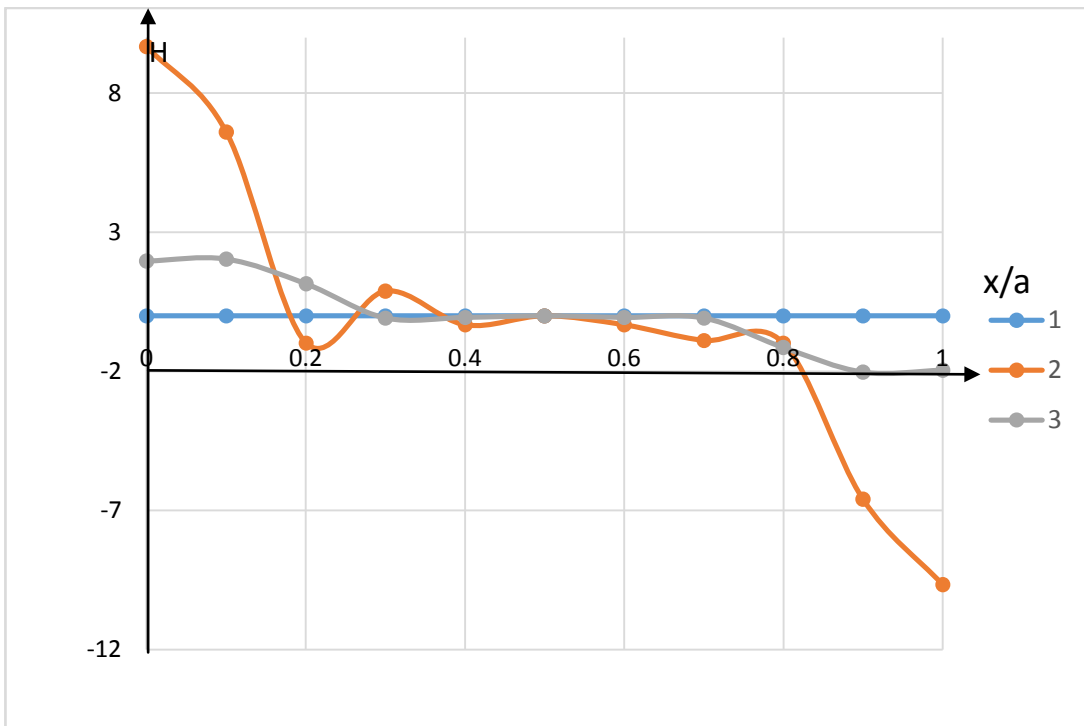
ნახ. 18. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-4



ნახ. 19. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-5



ნახ. 20. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-6



ნახ. 21. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-7

ცხრილი 9-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 16 ბრტყელი ელემენტისაგან შემდგები ფიზიკური არაწრფივობის გათვალისწინებით: $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=2$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=450$; $\frac{a}{h} = 300$; $y = \frac{b}{2}$

$\frac{x}{a}$	W	$\varepsilon_1 \cdot 10^4$	$\varepsilon_2 \cdot 10^4$	ω	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.480	2.717	-5.654	0	-5.266	-161.452	0	-10.375	-4.774	0
0.2	0.772	1.720	-4.240	0	-15.453	-129.400	0	2.600	1.815	0
0.3	0.988	1.098	-3.466	0	-24.218	-110.720	0	1.571	1.256	0
0.4	1.126	1.044	-3.622	0	-29.352	-117.045	0	-2.021	-0.456	0
0.5	1.156	0.555	-2.779	0	-31.557	-95.644	0	3.452	2.165	0

ცხრილი 9. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-3

ცხრილი 10-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 16 ბრტყელი ელემენტისაგან შემდგები ფიზიკური არაწრფივობის გათვალისწინებით: $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=2$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=450$; $\frac{a}{h} = 300$; $y = \frac{b}{3}$

$\frac{x}{a}$	W	$\varepsilon_1 \cdot 10^4$	$\varepsilon_2 \cdot 10^4$	$\omega \cdot 10^4$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	4.483	0	0	40.670	0	0	0.494
0.1	0.540	2.160	-5.384	3.771	-19.722	-160.265	35.190	-	-	0.130
								12.55	6.790	
0.2	0.860	0.900	-3.589	2.812	-33.783	-120.808	26.482	2.237	0.684	-
										0.086
0.3	0.976	0.207	-2.724	2.070	-43.769	-99.786	19.016	1.090	0.124	0.075
0.4	1.084	0.121	-2.880	0.992	-49.984	-106.060	9.342	-	-	-
								2.886	1.908	0.033
0.5	1.096	-0.383	-1.964	0	-51.780	-83.250	0	3.138	1.168	0....

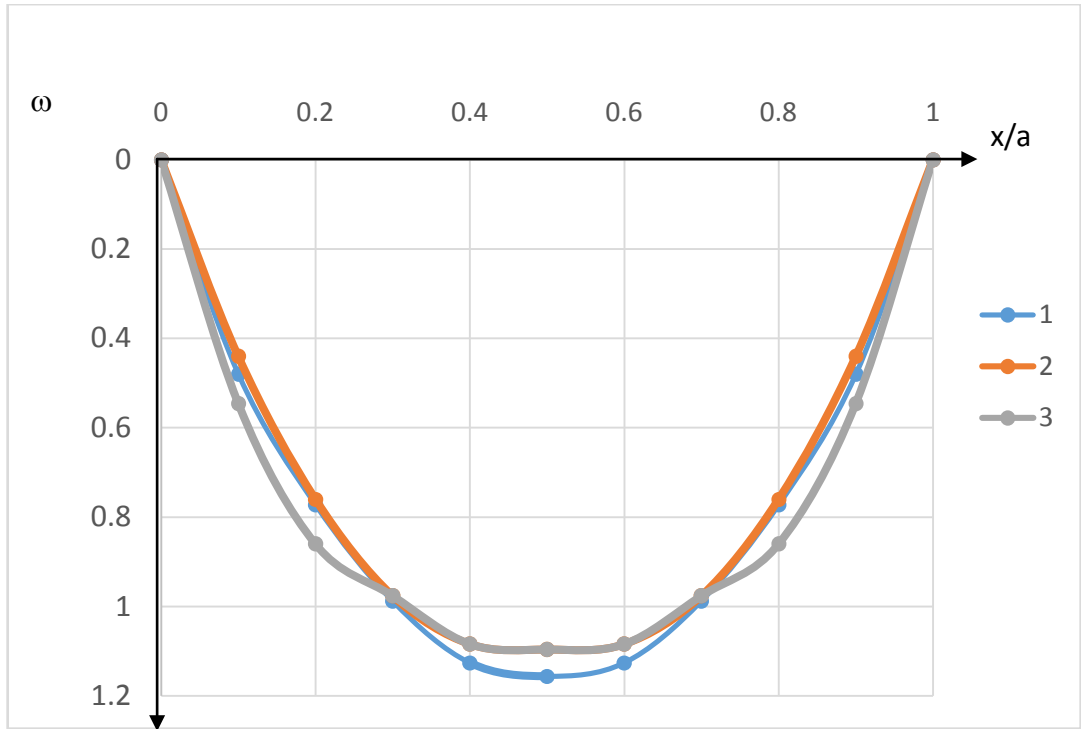
ცხრილი 10. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-4

ცხრილი 11-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 16 ბრტყელი ელემენტისაგან შემდგევი ფიზიკური არაწრფივობის გათვალისწინებით: $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=2$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=450$; $\frac{a}{h} = 300$; $y = \frac{b}{4}$

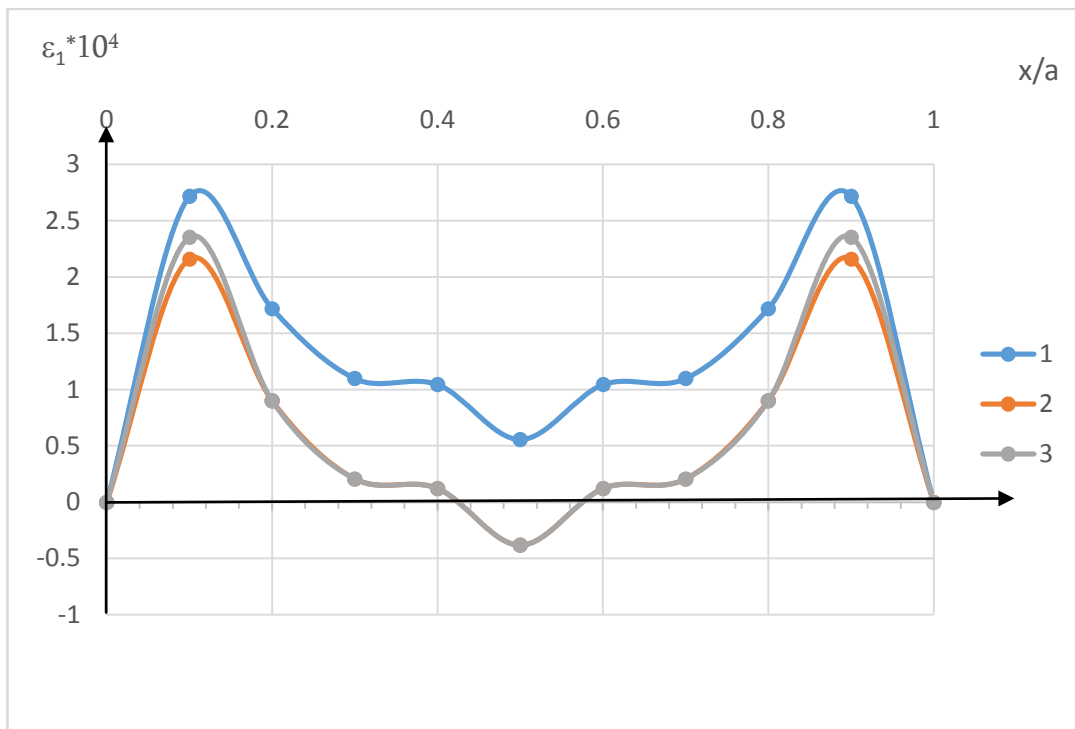
$\frac{x}{a}$	W	$\varepsilon_1 \cdot 10^4$	$\varepsilon_2 \cdot 10^4$	$\omega \cdot 10^4$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	5.964	0	0	56.89	0	0	0.094
0.1	0.546	2.353	-5.158	5.750	-10.61	-148.211	53.32	-10.46	-4.864	0.090
0.2	0.860	0.900	-3.297	4.710	-26.15	-108.330	43.13	2.802	2.098	0.043
0.3	0.976	0.207	-2.341	3.095	-37.74	-85.733	29.19	1.747	1.544	-0.007
0.4	1.084	0.121	-2.446	1.602	-43.73	-90.370	14.67	-1.787	-0.095	0..
0.5	1.096	-0.38	-1.559	0	-46.31	-68.924	0	8.536	2.425	0

ცხრილი 11. ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-5

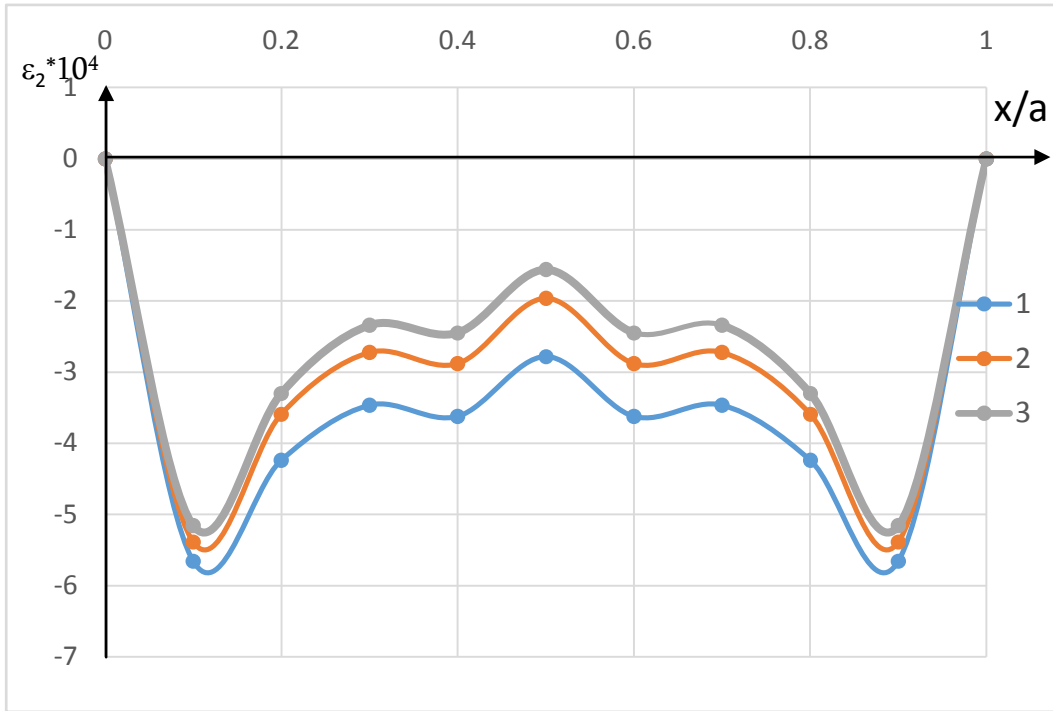
დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილების გრაფიკი სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის მოცემულია ნახაზ 22-31-ზე.



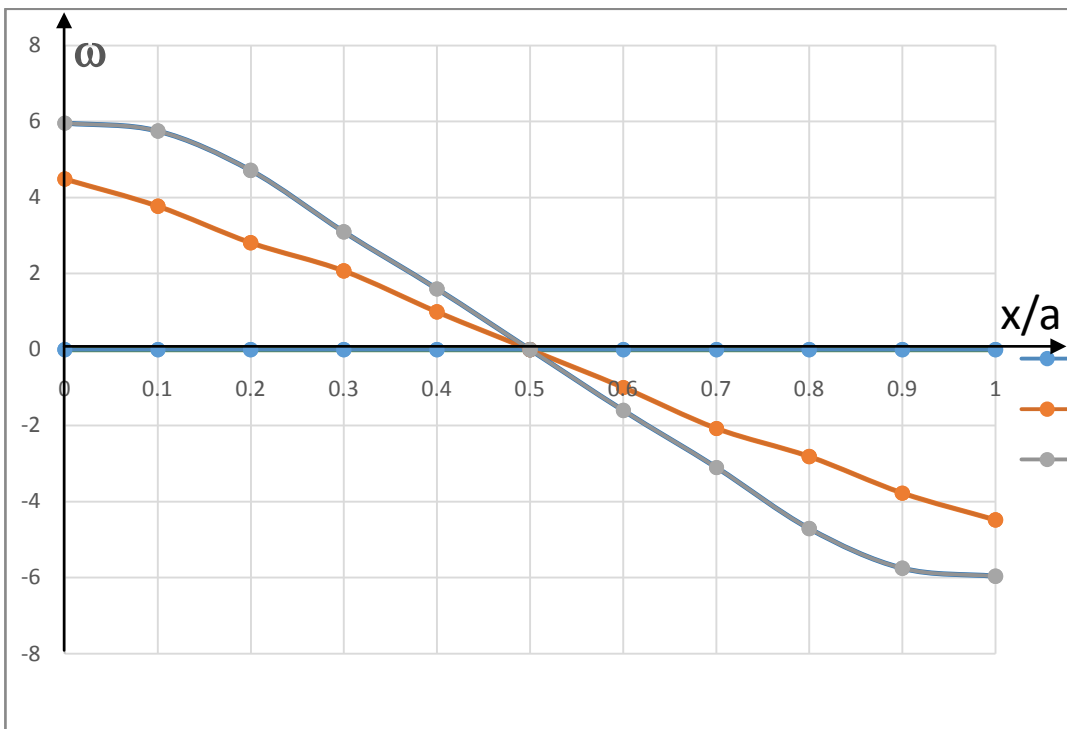
ნახ. 22. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-8



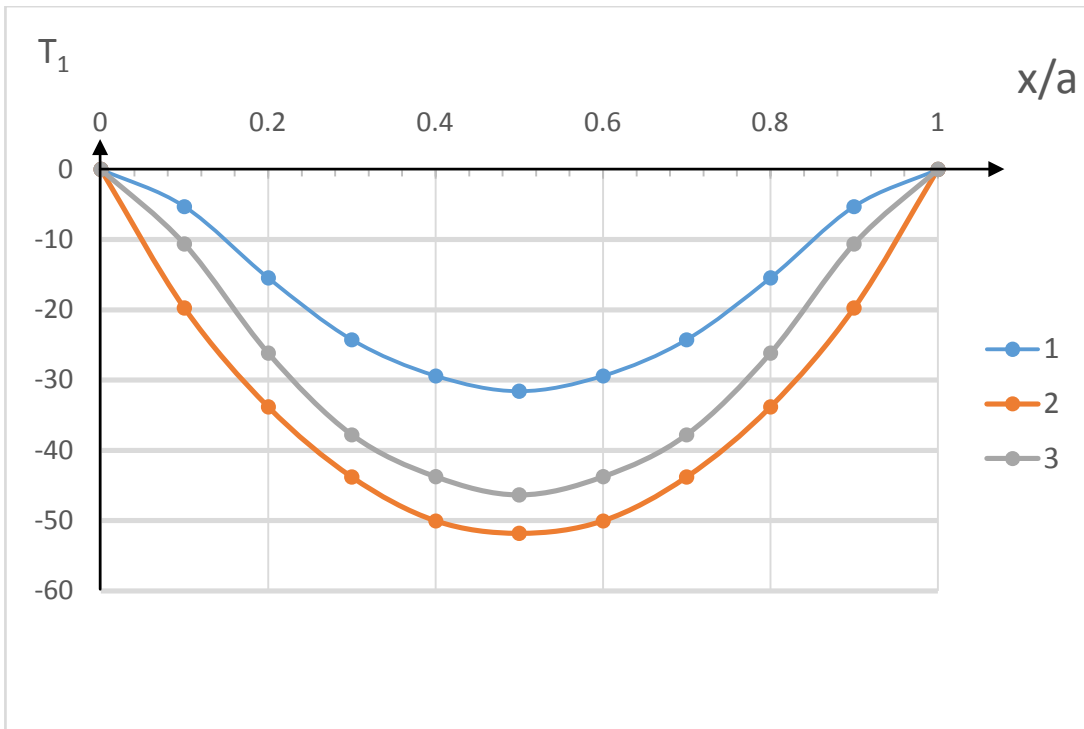
ნახ. 23. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-9



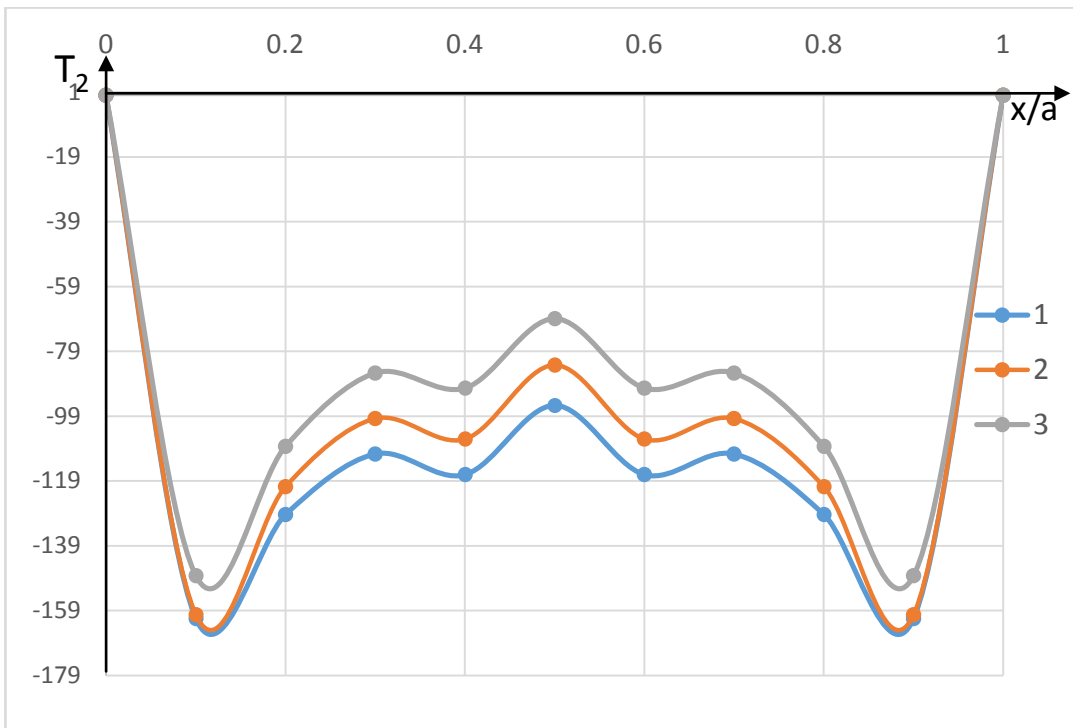
ნახ. 24. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-10



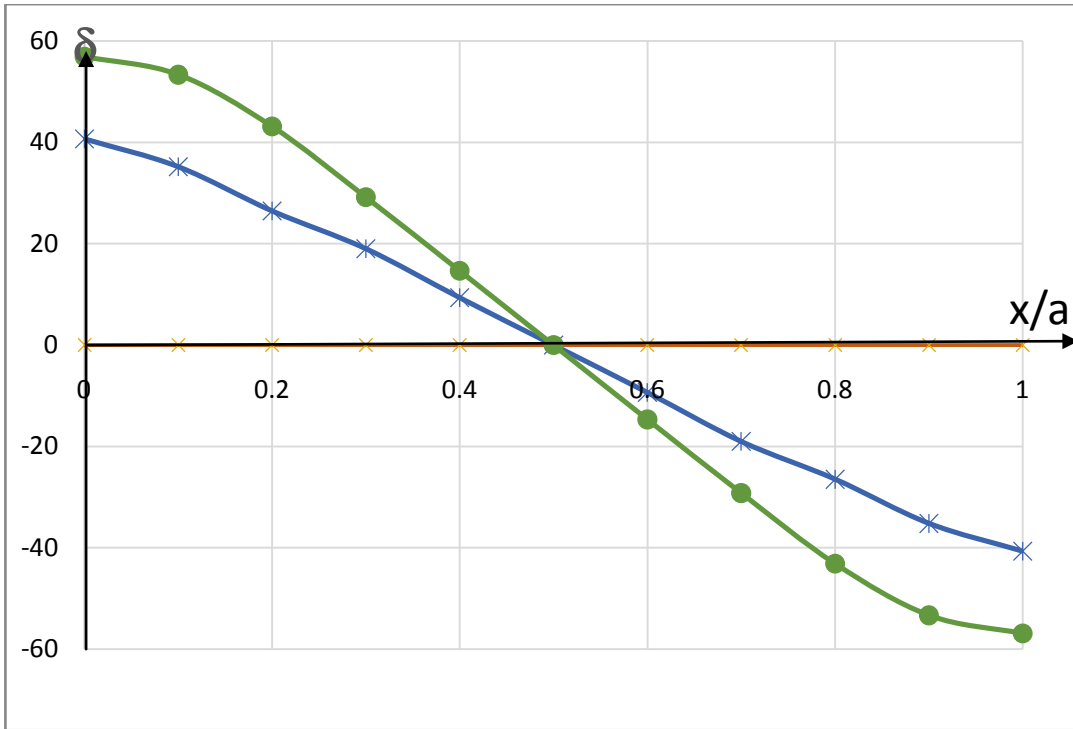
ნახ. 25. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-11



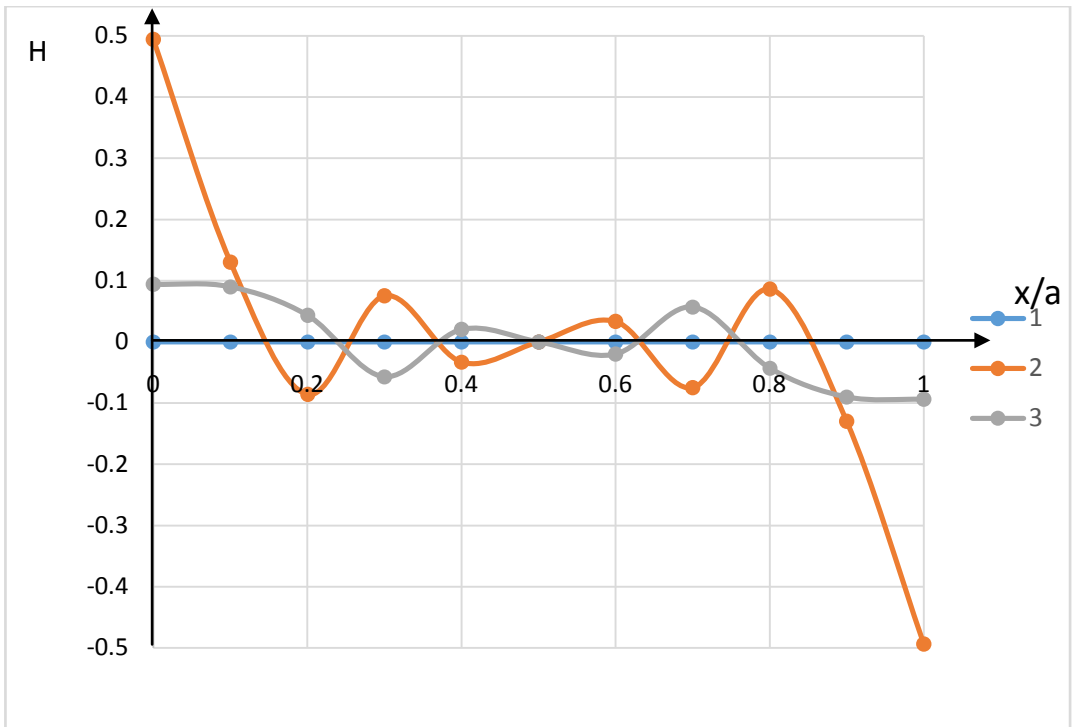
ნახ. 26. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-12



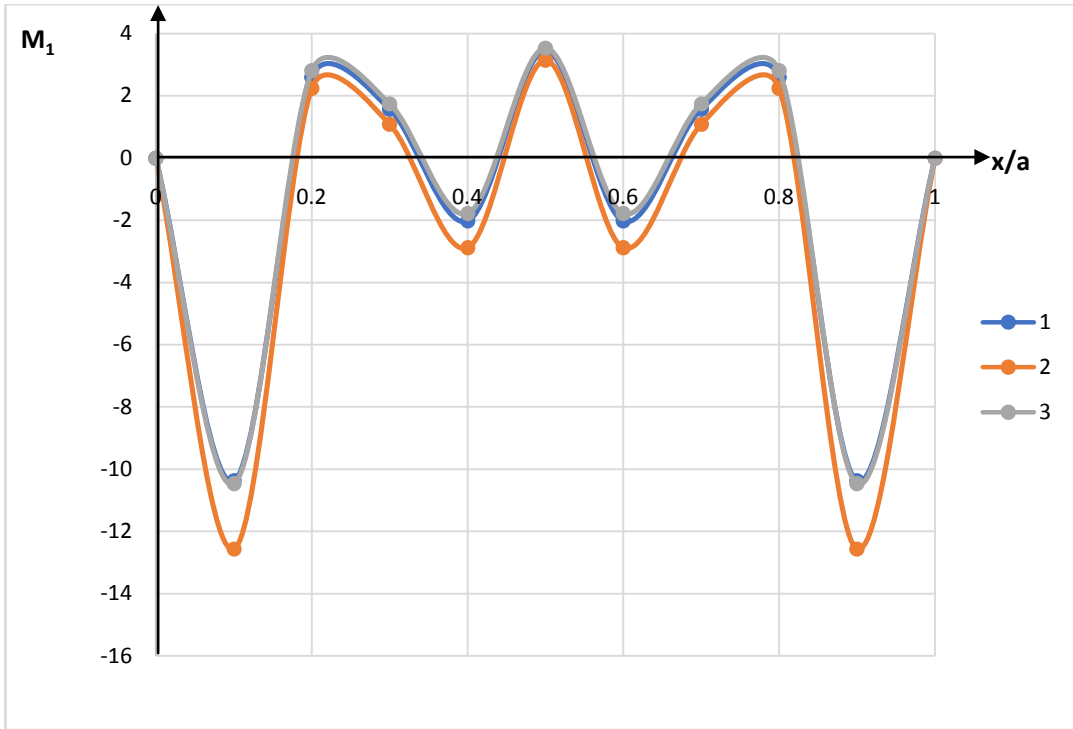
ნახ. 27. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-13



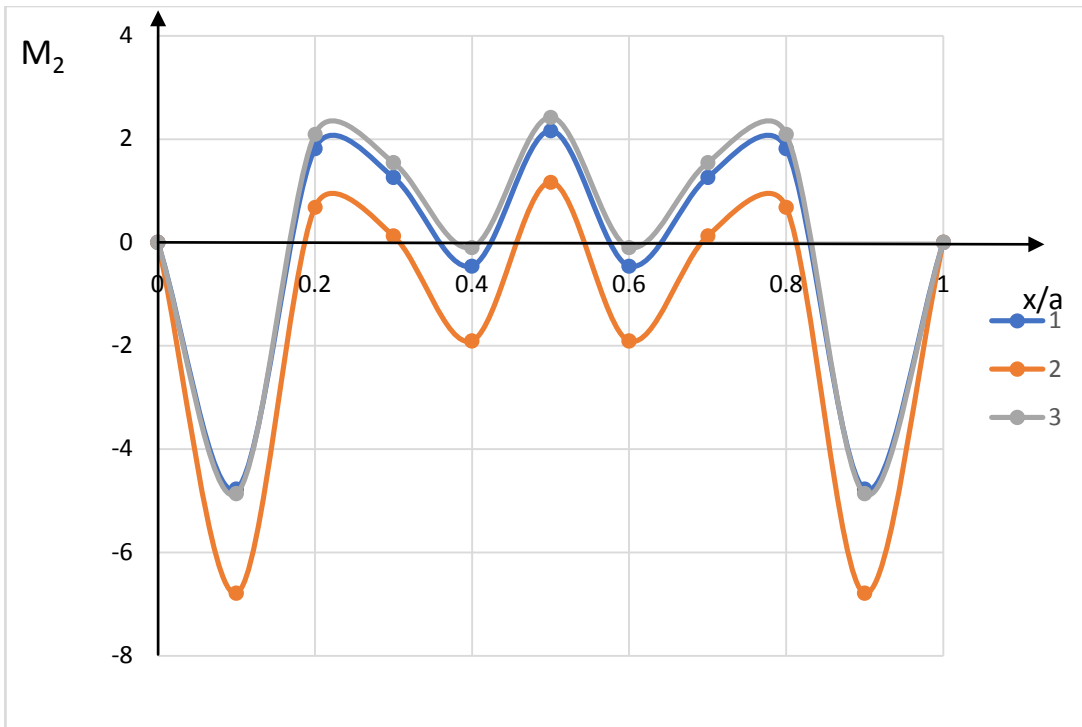
ნახ. 28. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-14



ნახ. 29. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-15



ნახ. 30. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-16



ნახ. 31. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-17

ცხრილი 12-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 4 ბრტყელი ელემენტისაგან გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით: $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=3$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=300$; $\frac{a}{h}=200$; $Y = \frac{b}{2}$

$\frac{x}{\alpha}$	W	$F \cdot 10^{-6}$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	3.055	8.143	-33.524	-547.738	0	-360.082	-21.150	0
0.2	3.500	13.807	-63.965	-580.313	0	-69.440	18.727	0
0.3	3.120	17.040	-85.910	-453.087	0	+46.068	31.568	0
0.4	2.980	18.600	-97.247	-384.653	0	-9.593	24.542	0
0.5	2.847	19.033	-100.887	-343.255	0	48.077	30.692	0

ცხრილი 12. ოთხი ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-1

ცხრილი 13-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 4 ბრტყელი ელემენტისაგან გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით: $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=3$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=300$; $\frac{a}{h}=200$; $Y = \frac{b}{3}$

$\frac{x}{\alpha}$	W	$F \cdot 10^{-6}$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	167.711	0	0	25.564
0.1	3.102	7.612	-73.932	-534.651	143.543	-877.807	-67.922	13.575
0.2	3.513	12.968	-127.594	-554.528	105.571	-74.350	-32.800	1.491
0.3	3.102	16.067	-161.141	-424.420	68.266	42.819	-17.740	1.670
0.4	2.956	17.603	-178.806	-359.190	32.735	-17.048	-25.887	-0.327
0.5	2.816	18.045	-184.004	-318.724	0	44.352	-17.117	∞

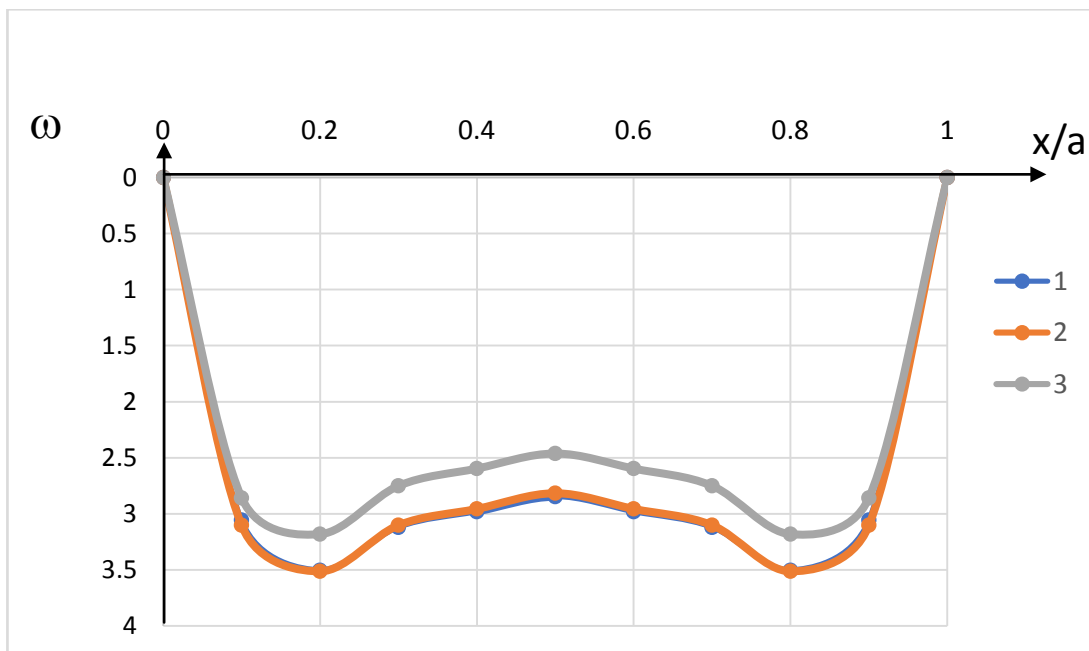
ცხრილი 13. ოთხი ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-2

ცხრილი 14-ზე მოცემულია გარსის ანგარიში, რომელიც შედგება 4 ბრტყელი ელემენტისაგან გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით: $a=600$ სმ; $b=900$ სმ; $h=3$ სმ; $f=120$ სმ; $\frac{b}{h}=300$; $\frac{a}{h}=200$; $y = \frac{b}{4}$

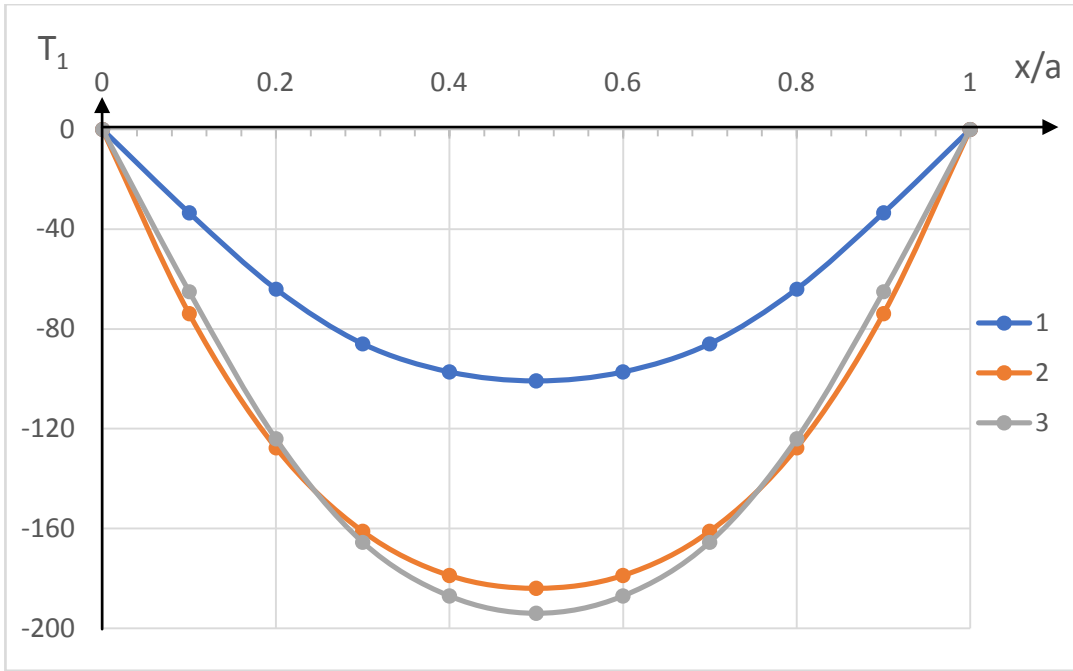
$\frac{x}{a}$	W	$F \cdot 10^{-6}$	T_1	T_2	δ	M_1	M_2	H
0	0	0	0	0	251.927	0	0	6.740
0.1	2.858	6.783	-65.012	-490.435	224.476	-348.692	-9.508	6.614
0.2	3.182	11.597	124.077	507.636	172.998	59.792	32.905	4.021
0.3	2.751	14.427	-165.416	-378.600	112.336	52.117	47.323	0.483
0.4	2.596	15.857	-187.030	-317.285	54.198	-5.652	42.007	-0.176
0.5	2.462	16.278	-194.006	-280.161	0	50.110	47.886	0

ცხრილი 14. ოთხი ბრტყელი ელემენტისაგან შედგენილი გარსის ანგარიში-3

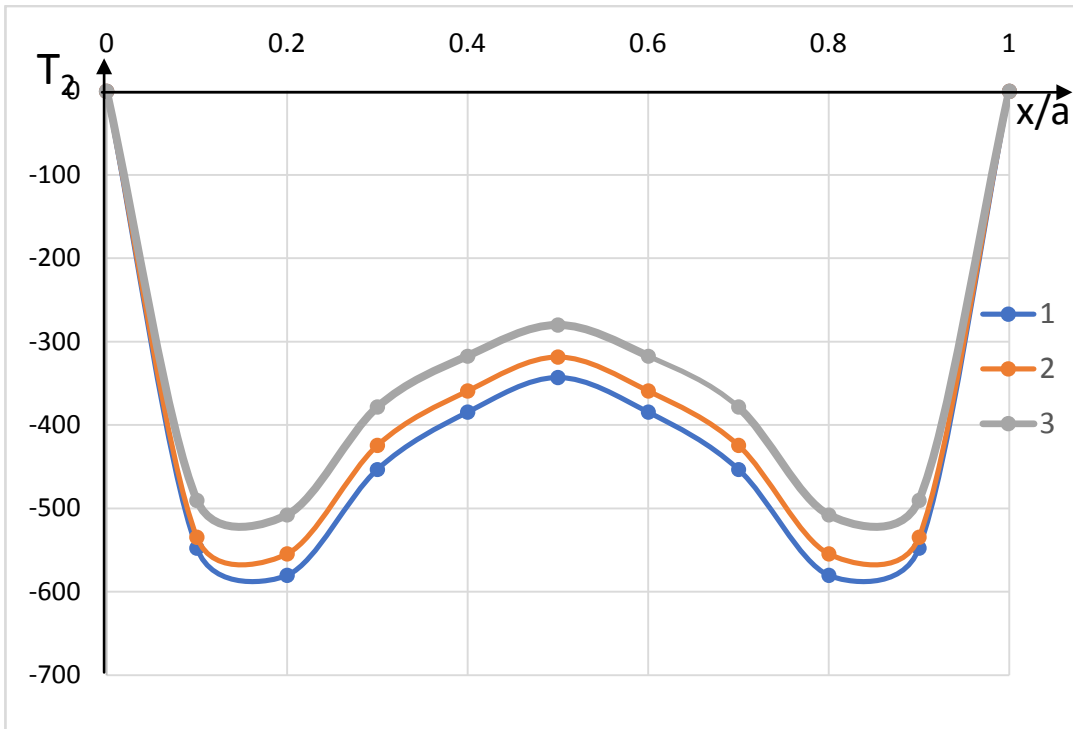
დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილების გრაფიკი სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის მოცემულია ნახაზ 32-37-ზე.



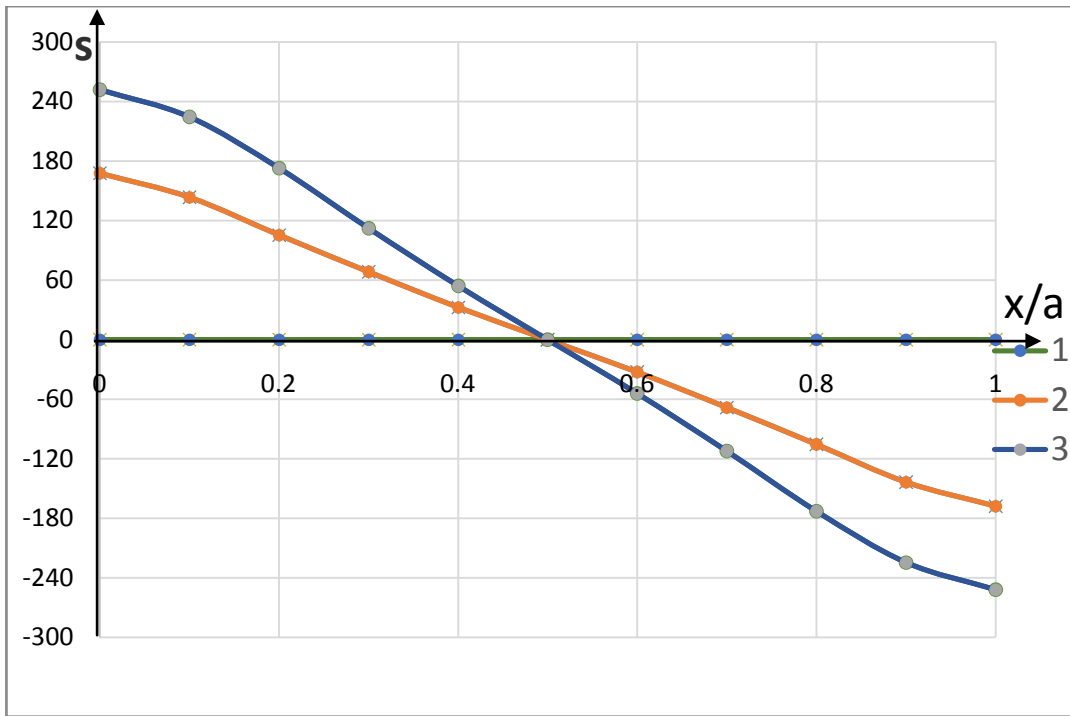
ნახ. 32. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-18



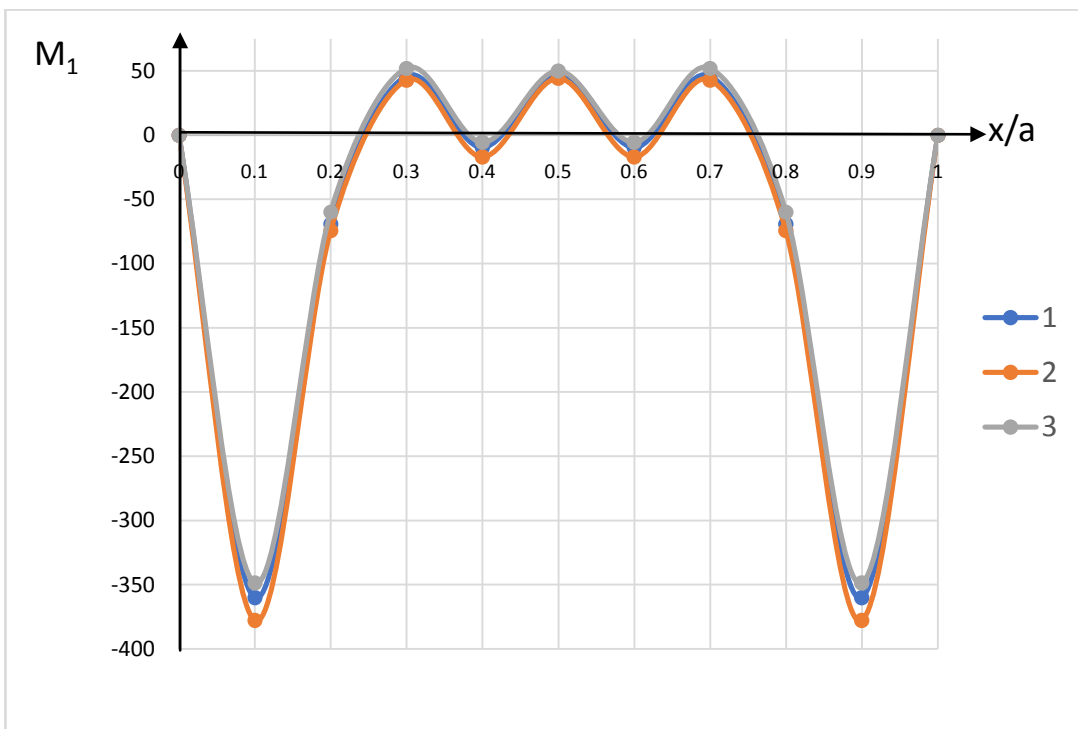
ნახ. 33. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-19



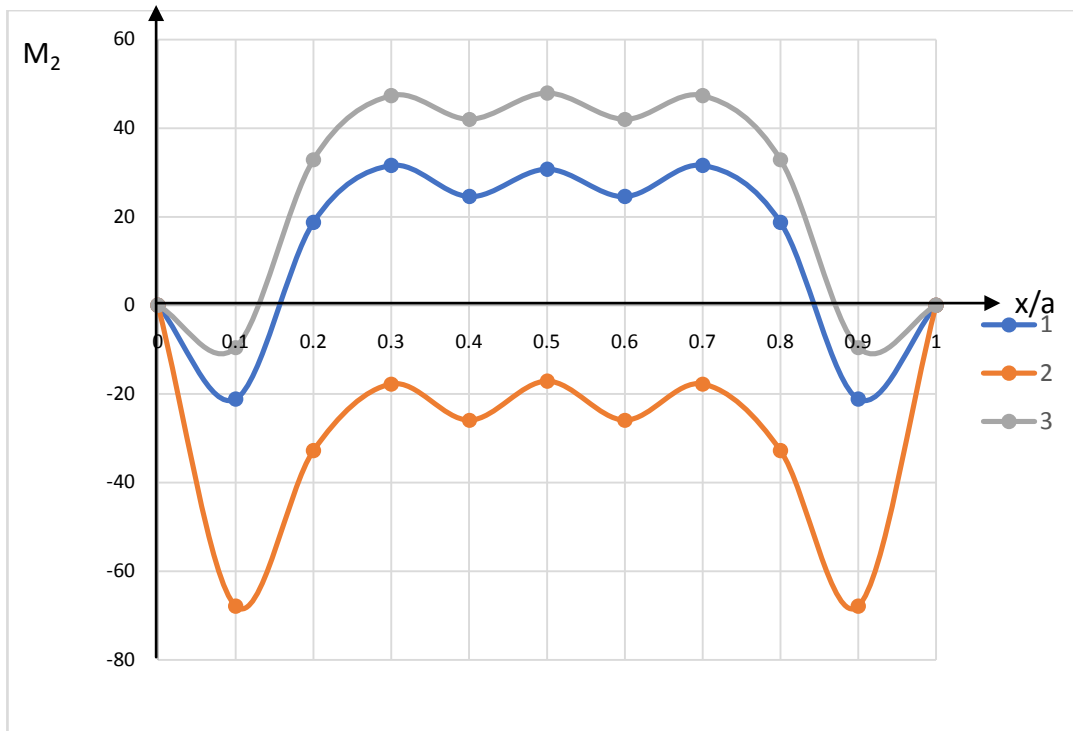
ნახ. 34. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-20



ნახ. 35. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-21

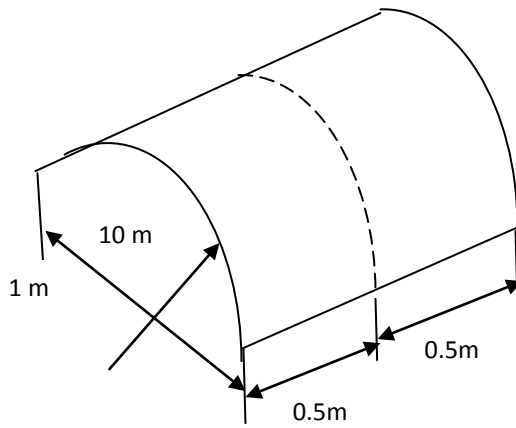


ნახ. 36. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-22

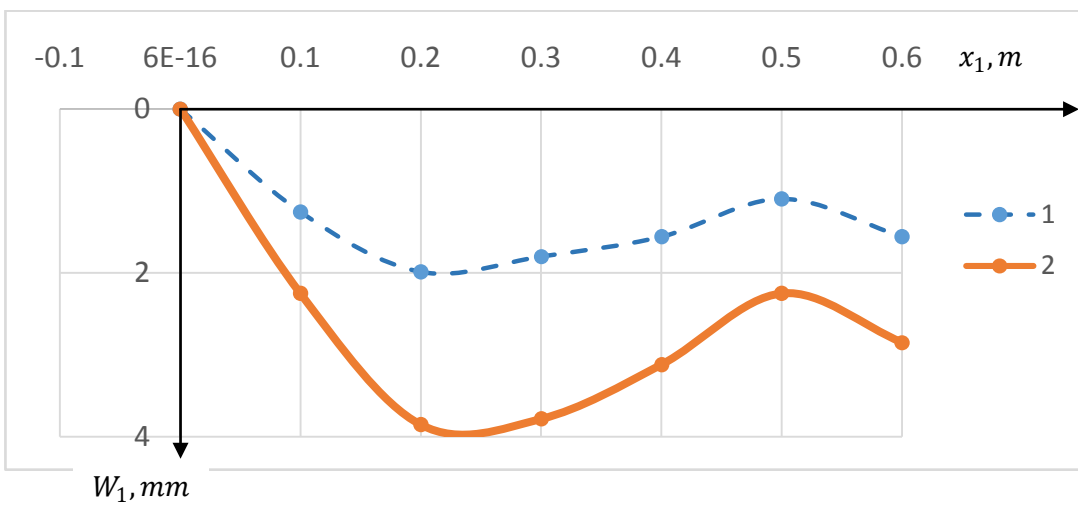


ნახ. 37. დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კომპონენტების განაწილება-23

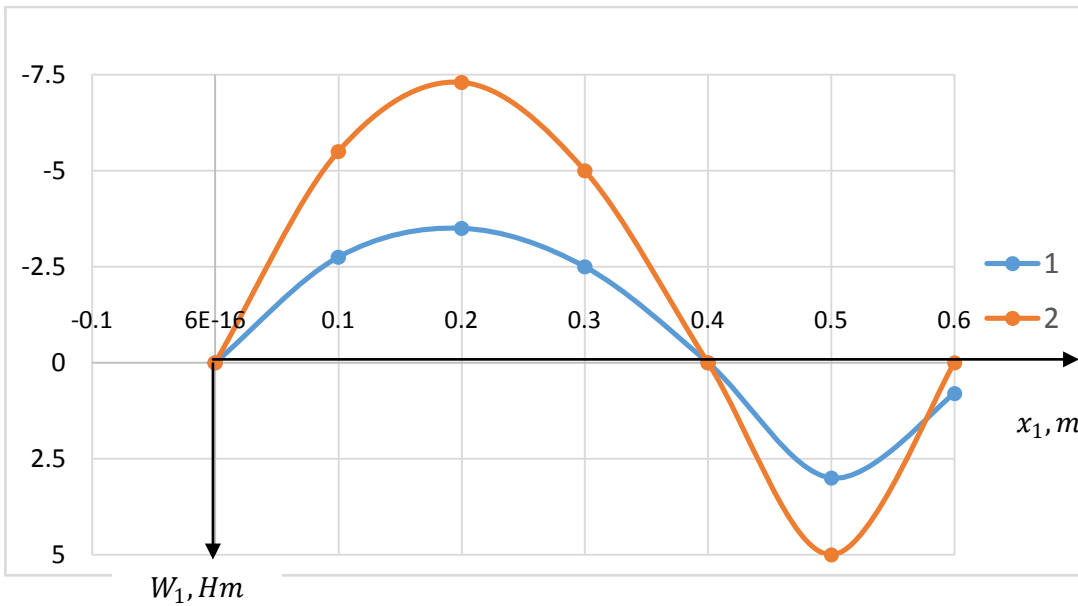
ნახაზ 38-ზე წარმოდგენილია კვადრატულ გეგმაში სახსრულად ჩამაგრებული ცილინდრული პანელი გეგმაში $a \times b = 1 \times 1$ მ, სიძრუდის რადიუსით $R_1 = 10$ მ, სისქე $h = 0.002$ მ, გარსი დამაგრებულია წიბოთი $b_1 \times h_1 = 0.5 \times 2.0$ სმ კვეთის გაყოლებით $T_2 = 0.5$ მ. დატვირთვა არის თანაბრად განაწილებული $-0,5 \text{ კგ/მ}^2$. ნახაზ 39-41-ზე წარმოდგენილია გრაფიკები ჩალუნვების, მომენტების და დამაბულობის გარსის გარე (+) და შიგა (-) ზედაპირებზე წრფივად (დაშტრიხული ხაზი) და გეომეტრიული არა წრფივი თეორიის (მთლიანი ხაზი). მაქსიმალური ცდომილება ჩალუნვებისათვის შეადგენს 58% კვეთში $x_1 = 0.5 \text{ მ}$, $x_2 = 0.5 \text{ მ}$, მომენტებისათვის სხვაობა შეადგენს 43% კვეთში $x_1 = 0.5 \text{ მ}$, $x_2 = 0.2 \text{ მ}$. განსაკუთრებულად დიდი ცდომილება შეიმჩნევა კვეთში $x_1 = 0.5 \text{ მ}$, $x_2 = 0.2 \text{ მ}$, გარე ზედაპირზე 50%, ხოლო შიდა ზედაპირზე -39 %.



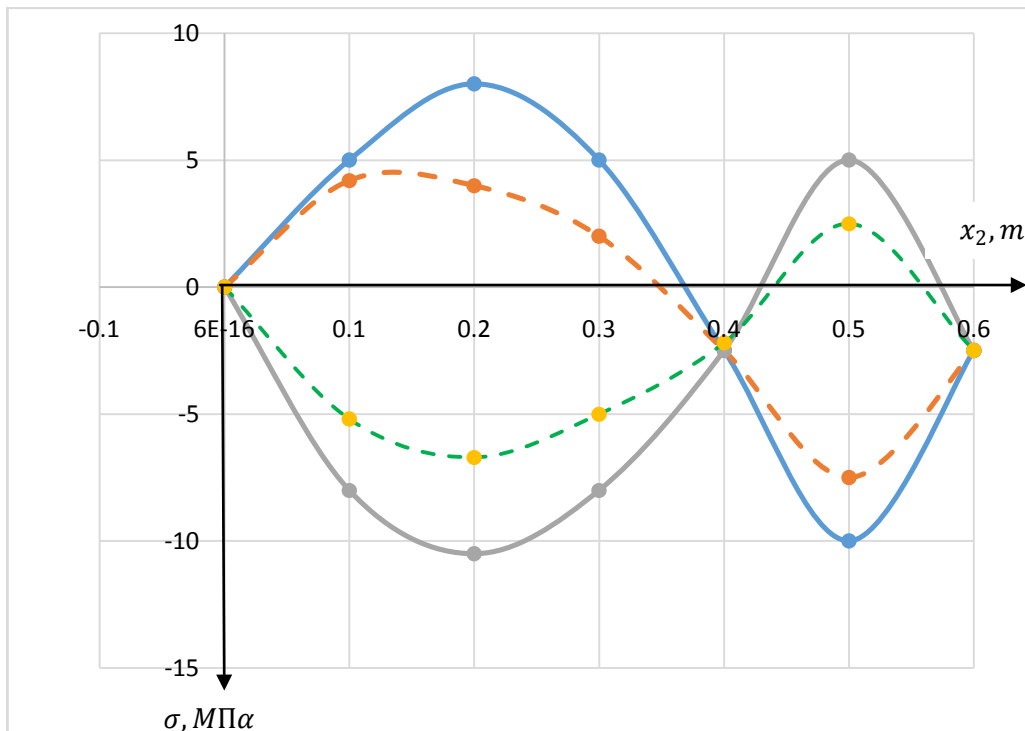
ნახ. 38. სახსრულად ჩამაგრებული ცილინდრული პანელი



ნახ. 39. ჩალუნვების, მომენტების და დამაბულობის გარსი-1

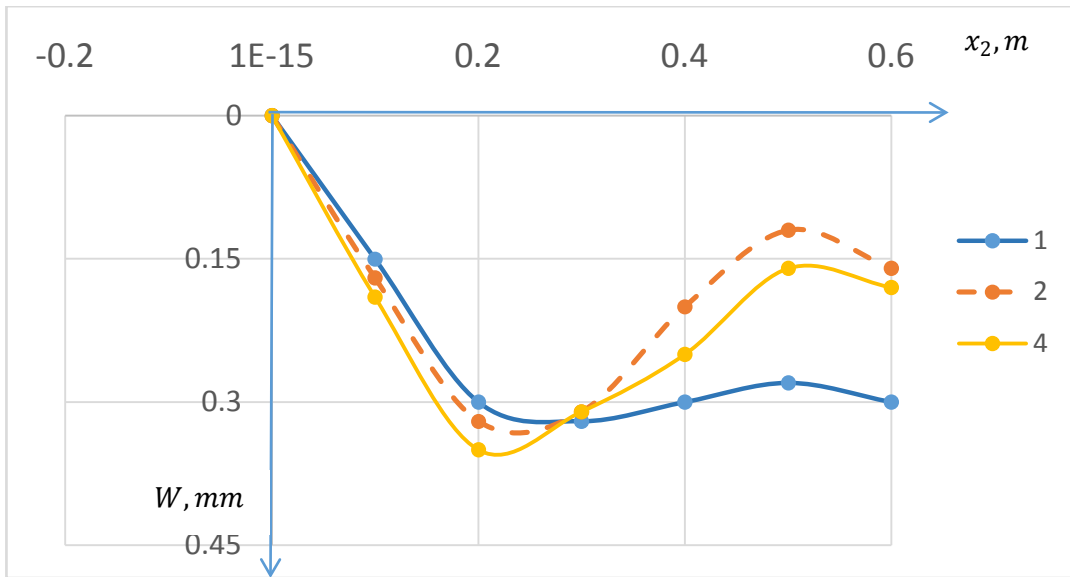


ნახ. 40. ჩალუნვების, მომენტების და დამაბულობის გარსი-2

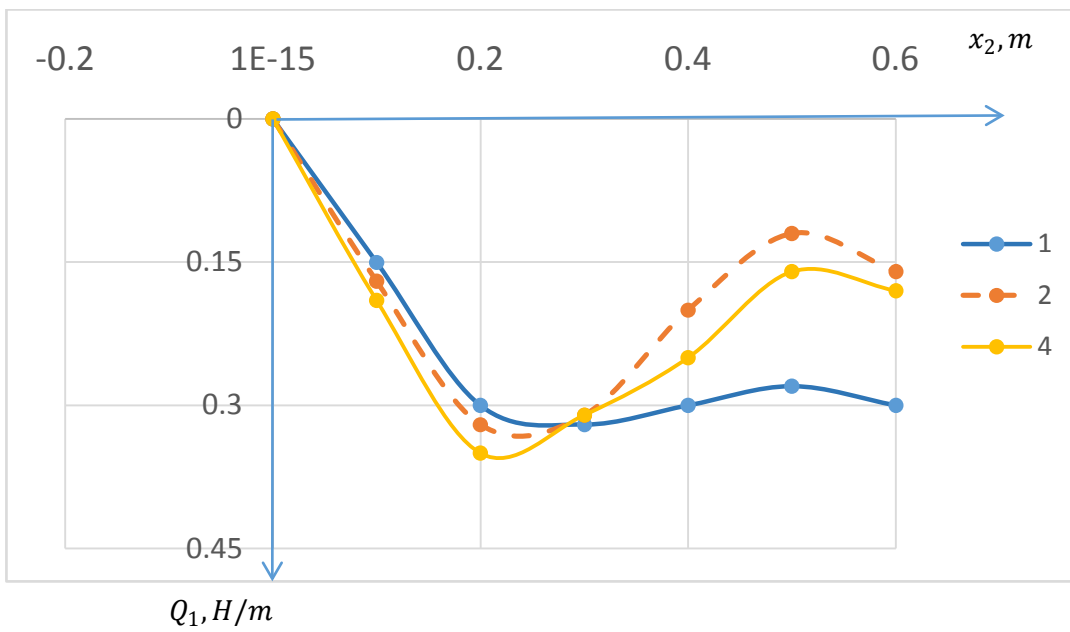


ნახ. 41. ჩალუნვების, მომენტების და დამაბულობის გარსი-3

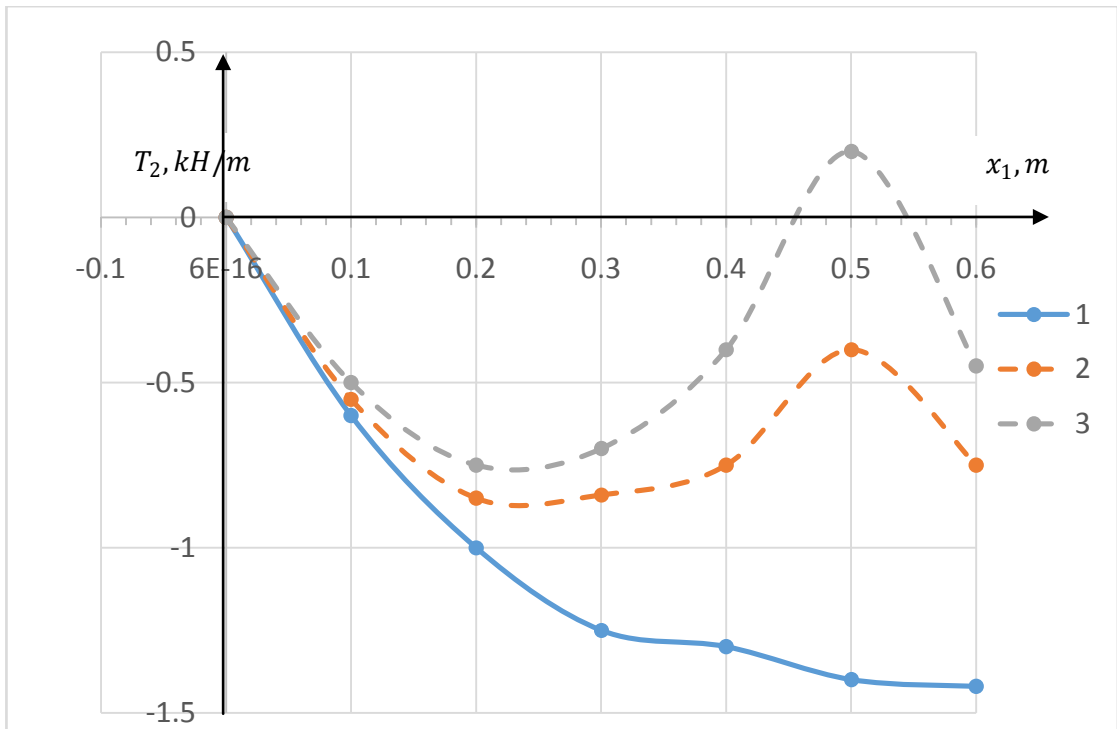
ნახაზ 42-44-ზე მოცემულია გრაფიკები ჩალუნვის, მომენტებისა და დამაბულობის კვეთში $x_1 = 0.5$ მ; 1- დამრეც გარსზე, 2-გარსი, რომელსაც აქვს წიბო 0.5×2.0 სმ; 3- გარსი, რომელსაც აქვს წიბო 0.5×4.0 სმ. W -ს გრაფიკი წარმოადგენს მთავარ დამოკიდებულებას M_1 , მომენტების გრაფიკს და ტანგენციალური ძაღვების T_1 გრაფიკს შორის. ეს დამახასიათებელი თვისებებია წიბოს მახლობლად და მიიღება S წყვეტილი ფუნქციების აპროქსიმაციის შემთხვევაში, ფუნქციის Ψ ტიპისას, რადგანაც $R_e \Psi$ მთავარი ფუნქციაა, რაც შეესაბამება გარსის ჩალუნვებს. ფუნქციების $R_e \Psi''$ და $I_e \Psi''$ გრაფიკს გააჩნიათ ჩალუნვები, რომლებიც შეესაბამება მომენტებსა და ტანგენციალურ ძაღვებს, ხოლო გრაფიკს $R_e \Psi'''$ -ს გააჩნია ჩალუნვა, რაც ახასიათებს გადამჭრელ ძაღვებს.



ნახ. 42. ჩალუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-4

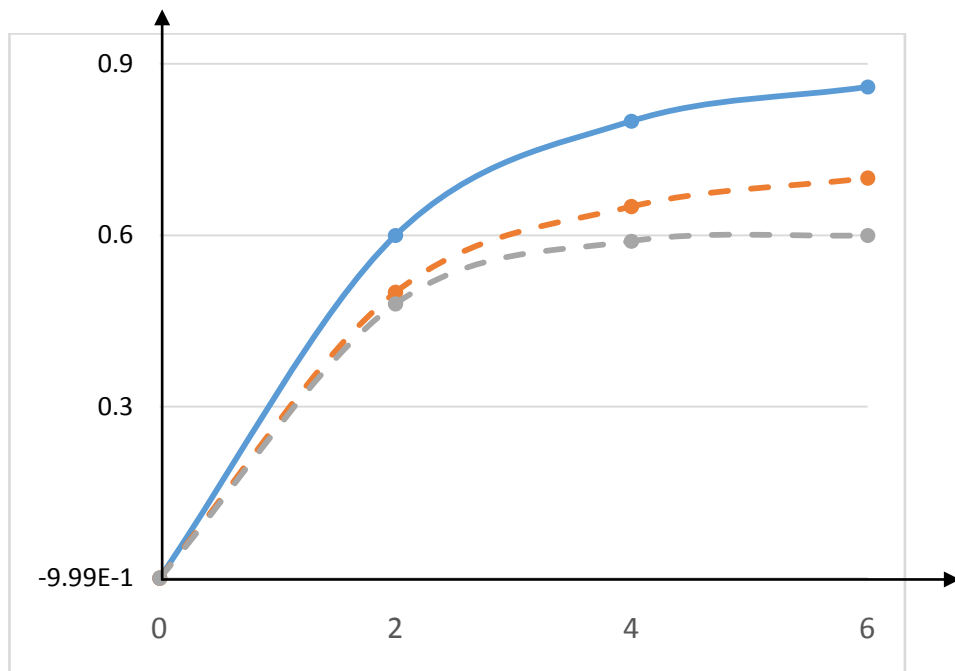


ნახ. 43. ჩალუნვების, მომენტების და დაძაბულობის გარსი-5



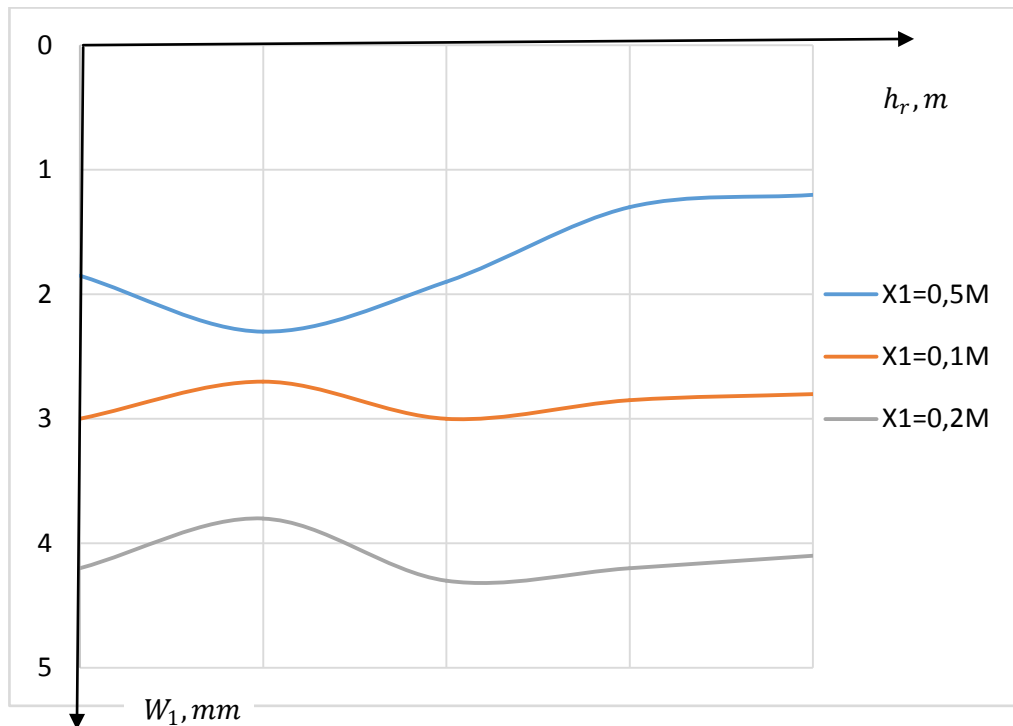
ნახ. 44. ჩალუნვების, მომენტების და დამაბულობისა გარსი-6

წიბოს სიხისტის მახასიათებლების გაზრდით იზრდება თვით გარსის სიხისტეც, რაც კარგად ჩანს დატვირთვა-ჩალუნვის გრაფიკებში (ნახ.45).



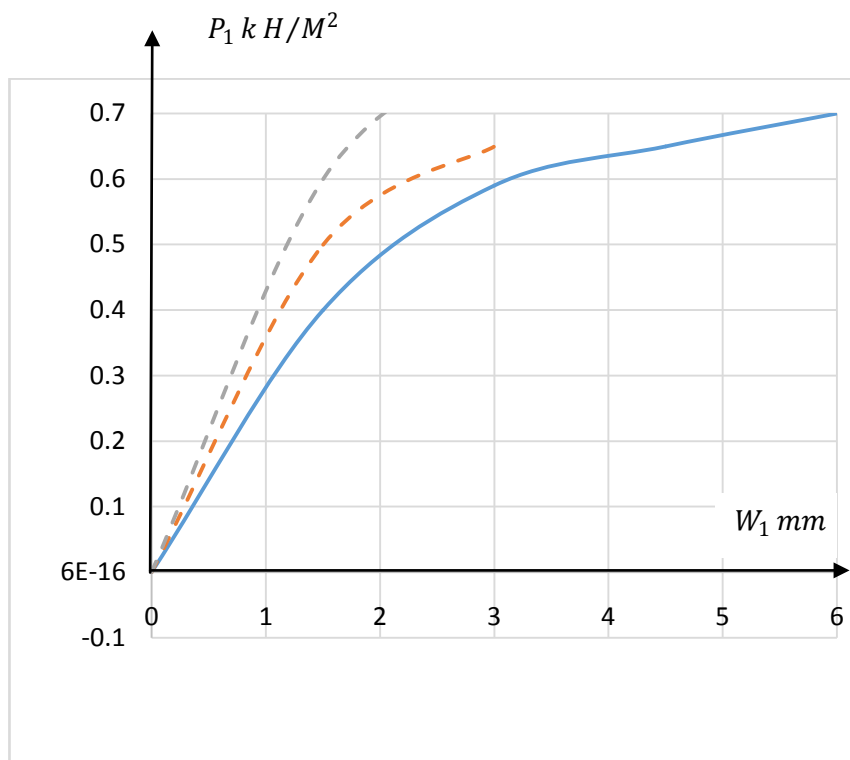
ნახ. 45. დატვირთვა-ჩალუნვის გრაფიკი

კონსტრუქციის შესასწავლად წიბოს გეომეტრიული მახასიათებლების გავლენაზე ჩატარებული იქნა სერია გაანგარიშებებისა წიბოს სხვადასხვა სიმაღლის. დამოკიდებულება წიბოს სიმაღლისა კვეთში $x_1=0.5\text{მ}$ ნაჩვენებია ნახაზ46-ზე.

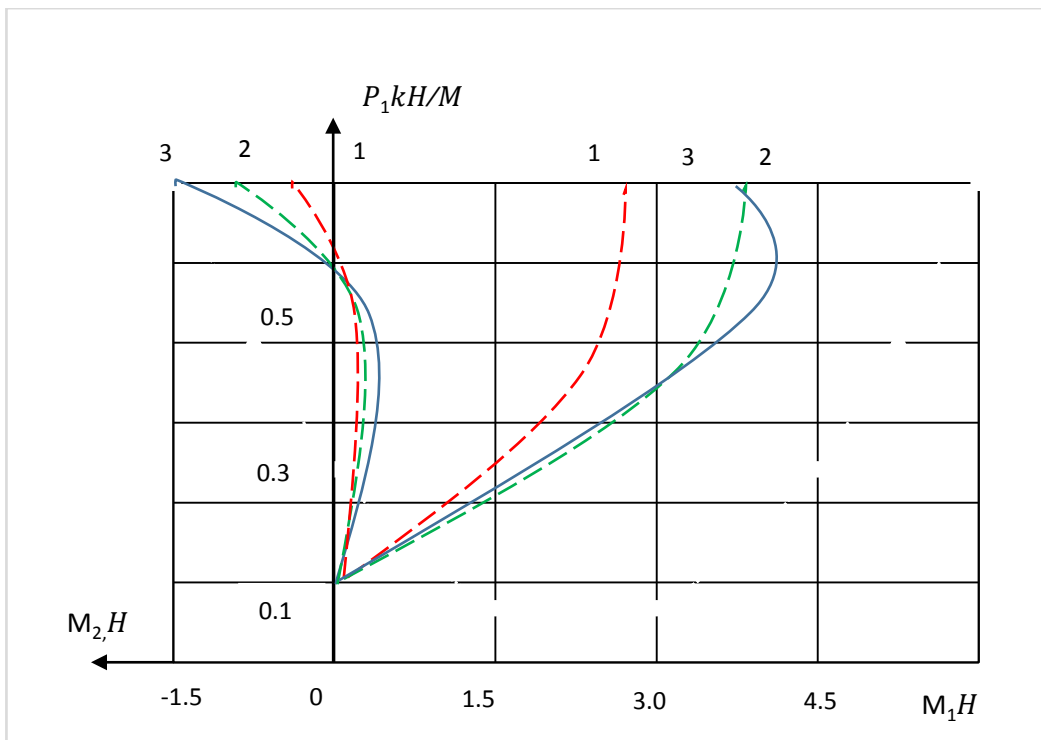


ნახ. 46. დამოკიდებულება წიბოს სიმაღლისა კვეთში

ნახაზებზე 47 და 48 მოცემულია გრაფიკები დატვირთვა-ჩალუნვა და დატვირთვა-მომენტი შემდეგი კვეთებისთვის 1. $x_1 = 0.1 \text{ მ}$; $x_2 = 0.5 \text{ მ}$; 2. $x_1 = 0.2 \text{ მ}$; $x_2 = 0.5 \text{ მ}$; 3. $x_1 = 0.5 \text{ მ}$; $x_2 = 0.5 \text{ მ}$; ყველაზე მაღალ მნიშვნელობებს მომენტები და ჩალუნვები აღწევენ გარსის ცენტრში ($x_1 = 0.5 \text{ მ}$; $x_2 = 0.5 \text{ მ}$), პანელის კიდეებთან მიახლოებისას ჩალუნვები და მომენტები მცირდება.

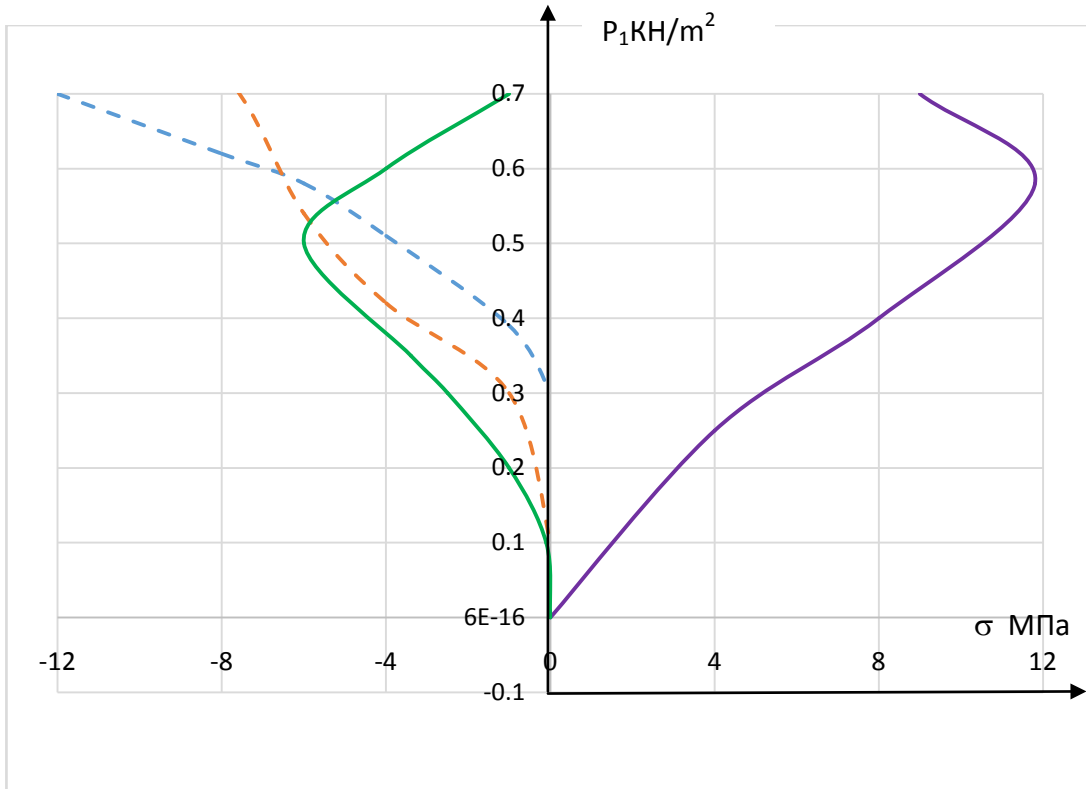


ნახ. 47. დატვირთვა-ჩალუნვაკვეთებისთვის

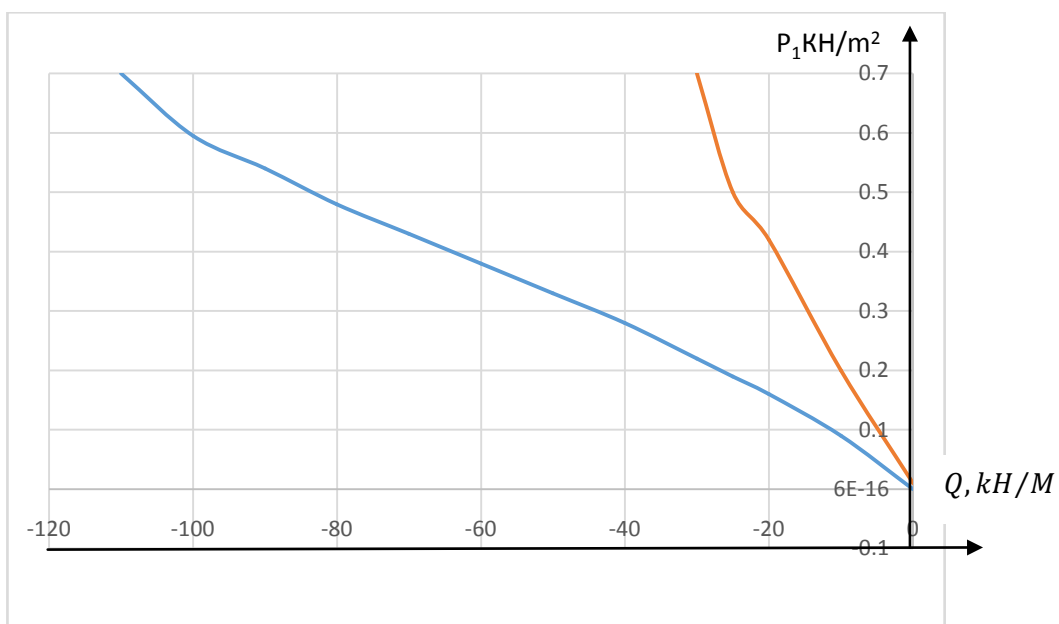


ნახ. 48. დატვირთვა-მომენტი კვეთებისთვის

ნახაზ 49-ზე ნაჩვენებია დამოკიდებულებები მომართული დატვირთვებისას კვეთში $x_1 = 0.5$ მ; $x_2 = 0.5$ მ; ხოლო ნახაზ 50-ზე კი ნაჩვენებია სადაც ეს გადამჭრელი ძალები აღწევენ მაქსიმალურ მნიშვნელობას.



ნახ. 49. დამოკიდებულებები დატვირთვებისას კვეთში

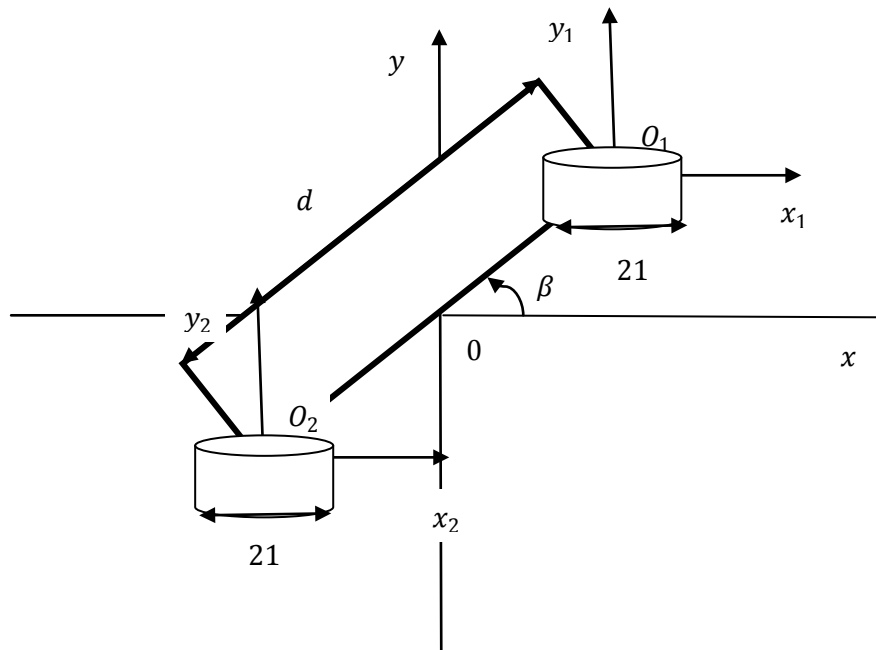


ნახ. 50. გადამჭრელი ძალების მაქსიმალური მნიშვნელობა

ნახაზების 47-50 გაანალიზებისას ვღებულობთ, რომ დატვირთვებისას $0,5 \text{ კგ/მ}^2$ მდგრადობის კომპონენტები იცვლიან თავიანთ თვისებებს; მომენტები და მიმართულებები იცვლებიან, იწყებენ შემცირებას, ხოლო h ჩალუნვისას იწყებს სწრაფ ზრდას. ეს კი გვაფიქრებინებს, რომ დატვირთვისას $0,5 \text{ კგ/მ}^2$ გარსი იწყებს თავისი მდგრადობის დაკარგვას.

2.6. ორი თანაბარი სიგრძის პარალელური ბზარის ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა

ვთქვათ უსასრულო ფირფიტაზე მოცემულია ორი თანაბარი სიგრძის ბზარი, ამასთან მათი განლაგება და მათზე დატვირთვა აკმაყოფილებენ სიმეტრიის პირობას (ნახაზი 51). მაშინ, როგორც ცნობილია ეს ამოცანა მიიყვანება შემდეგი სახის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე.



ნახ. 51. ორი თანაბარი სიგრძის ბზარი

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{\varphi_0(t)}{t-t_0} dt + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} k(t_0, t) \varphi_0(t) dt = f(t_0), \quad (62)$$

$$\text{სადაც } k(t_0, t) = \frac{t+t_0+d\cos\beta}{(t+t_0+d\cos\beta)^2 + d^2 \sin^2\beta}, \quad (63)$$

სადაც β -არის კუთხე ბზარის სიბრტყესა და წრფეს შორის, რომელიც გადის ბზარის ცენტრებს შორის. (62) განტოლებიდან მუდმივი დატვირთვის დროს ადვილად მიიღება ცნობილი ინტეგრალური განტოლება უძრავი ან $2l(d \cos \beta = 2l)$ გადანაცვლებული პარალელური ბზარების შემთხვევაში [154].

(62) განტოლება არის პირველი გვარის სინგულარული ინტეგრალური განტოლება, ამ განტოლების ამოხსნა ჩვენ შეგვიძლია IV-V მიყვანილი ალგორითმებით.

ვეძებთ ამონახსნი შემდეგი სახით

$$\varphi_0(t) = \sqrt{\frac{t+l}{l-t}} \varphi(t),$$

სადაც $\varphi(t)$ ჰელდერის კლასის ფუნქციაა. სიმარტივისათვის ვიგულისხმობთ $L=1$.

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{t+1}{1-t}} \varphi(t) d(t) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{t+1}{1-t}} k(t_0, t) \varphi(t) d(t) = f(t_0), \quad (64)$$

(64) განტოლება მოვიყვანოთ მის ექვივალენტურ განტოლებაზე

$$\varphi_0(t) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \left[\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \frac{k(t_1, t)}{t_1 - t_0} dt_1 \right] \varphi_0(t) d(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \frac{f(t) dt}{t - t_0}, \quad (65)$$

ამ განტოლებაში $\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \frac{k(t_1, t)}{t_1 - t_0} dt_1$ გული შევცვალოთ ჩვენს მიერ აგებული კვადრატული ფორმულით

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \frac{k(t_1, t)}{t_1 - t_0} dt_1 \approx L_n \left[\left(S_n^{(-1/2:1/2)} k \right) t_0, t \right], t_0 \in ab,$$

სადაც

$$L_n \left[\left(S_n^{(-1/2:1/2)} k \right) t_0, t \right] = L_{nj} \left[\left(S_n^{(-1/2:1/2)} k \right) t_0, t \right], t_0 \in \tau_j \tau_{j+1} \quad (j=\overline{1, n})$$

ხოლო

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \frac{f(t) dt}{t - t_0} \approx L_n \left[\left(S_n^{(-1/2:1/2)} f \right) t_0, \right],$$

მივიღებთ შემდეგ წრფივ განტოლებათა სისტემას

$$\varphi_n(t_{vj}) + \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^m q_{ie} A_n(t_{ie} t_{vj}) \varphi_n(t_{ie}) \approx f_0(t_{vj}) \quad (66)$$

სადაც

$$A_n(t_{ie}, t_{vj}) =$$

$$\left[1 + \sum_{\sigma \neq v}^n \sum_{k=1}^m \frac{p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{\sigma k} - t_{vj}} + \sum_{k \neq j}^m \frac{p_{vk}^{*(1/2, -1/2)}}{t_{vk} - t_{vj}} - p_{vj}^{*(1/2-1/2)} \sum_{k \neq j}^m d_{vk}(t_{vj}) \right] k(t_{vj}, t_{ie}) -$$

$$\sum_{\sigma \neq v}^n \sum_{k=1}^m \frac{p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{\sigma k} - t_{vj}} k(t_{\sigma k}, t_{ie}) - \sum_{k \neq j}^m \frac{p_{vk}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{vk} - t_{vj}} k(t_{vk}, t_{ie}) + p_{vj}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})} \sum_{k \neq j}^m d_{vk}(t_{vj}) k(t_{vk}, t_{ie}),$$

ხოლო $\varphi_n(t_{vj})$ -სამეზნი სიდიდეებია.

$$f_0(t_{vj}) = \left[1 + \sum_{\sigma \neq v}^n \sum_{k=1}^m \frac{p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{vj} - t_{\sigma k}} + \sum_{k \neq j}^m \frac{p_{vk}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{vj} - t_{vk}} - p_{vj}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})} \sum_{k \neq j}^m d_{vk}(t_{vj}) \right] f(t_{vj}) -$$

$$\sum_{\sigma \neq v}^n \sum_{k=1}^m \frac{p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{vj} - t_{\sigma k}} f(t_{\sigma k}) - \sum_{k \neq j}^m \frac{p_{vk}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}}{t_{vj} - t_{vk}} f(t_{vk}) + p_{vj}^{*(1/2-1/2)} \sum_{k \neq j}^m d_{vk}(t_{vj}) f(t_{vj})$$

($V=1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$;)

$$p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})} = \frac{1}{\pi i} \int_{\tau_0}^{\tau_0+1} \sqrt{\frac{t-b}{t-a}} \prod_{j=1, j \neq k}^m \frac{t-t_{\sigma j}}{\sigma_k - \sigma_j} dt \quad q_{it}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})} = \frac{1}{\pi i} \int_{\tau_i}^{\tau_i+1} \sqrt{\frac{t-a}{t-b}} \prod_{j=1, j \neq e}^m \frac{t-t_{ij}}{t_{ie} - t_{ij}} dt$$

$$p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})} = \begin{cases} p_{\sigma k}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}, & k = \overline{2, m-1}; \\ p_{\sigma 1}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})} + p_{\sigma-1m}^{*(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})}, & k = 1; \quad \sigma = \overline{1, n}, \end{cases}$$

$$d_{vk} = \frac{\prod_{j=0=1}^m (t_{vj} - t_{vj_0})}{\prod_{j=1, j_0 \neq k}^m (t_{vj} - t_{vj_0})}$$

როგორც ვაჩვენეთ (66) სისტემას აქვს ერთადერთი ამონახსნი, როცა (64) აქვს ერთადერთი ამონახსნა, ამასთან მიახლოების სიზუსტე არის საკმაოდ მაღალი რიგის, ქვემოთ მოყვანილია ამ სისტემის ამონახსნა რამდენიმე კონკრეტულ შემთხვევაში. პროგრამა შედგენილია Matematika 4.1 სიმბოლურ ენაზე. როგორც მოყვანილი ცხრილებიდან ჩანს $n=10$ -სათვის მიიღწევა 10^{-3} სიზუსტის რიგი.

$$K(t_0, t) = 1, \quad f=2; \quad n=10.$$

ცხრილ 15-ში ნაჩვენებია ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი
 $\varphi(t) = 1$

φ_{00}	0,98437	φ_{21}	0,9955	φ_{42}	0,99942	φ_{63}	0,99695
φ_{01}	0,98641	φ_{22}	0,99734	φ_{43}	0,99891	φ_{70}	0,99695
φ_{02}	0,98811	φ_{23}	0,99769	φ_{50}	0,99891	φ_{71}	0,99856
φ_{03}	0,98955	φ_{30}	0,99769	φ_{51}	0,99077	φ_{72}	0,99879
φ_{10}	0,98955	φ_{31}	0,99802	φ_{52}	0,99184	φ_{73}	0,99899
φ_{11}	0,99356	φ_{32}	0,99830	φ_{53}	0,99277	φ_{80}	0,99899
φ_{12}	0,99431	φ_{33}	0,99919	φ_{60}	0,99277	φ_{81}	0,99963
φ_{13}	0,99496	φ_{40}	0,99919	φ_{61}	0,99606	φ_{82}	0,99860
φ_{20}	0,99496	φ_{41}	0,99931	φ_{62}	0,99653	φ_{83}	1,10160

ცხრილი 15. ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი-1

$$K(t_0, t) = (t+t_0 + 4 \cos \pi/3) / (t + t_0 + 4 \cos \pi/3)^2 + 16 \sin^2(\frac{\pi}{3}), f = 2, n = 10$$

ცხრილ 16-ში ნაჩვენებია ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი
 $\varphi(t) = 2$

φ_{00}	2,03931	φ_{21}	1,95791	φ_{42}	1,86391	φ_{63}	1,93347
φ_{01}	2,03931	φ_{22}	1,92563	φ_{43}	1,85699	φ_{70}	1,93347
φ_{02}	2,0469	φ_{23}	1,91797	φ_{50}	1,85699	φ_{71}	1,89614
φ_{03}	2,01678	φ_{30}	1,91797	φ_{51}	2,00858	φ_{72}	1,88928
φ_{10}	2,01678	φ_{31}	1,91049	φ_{52}	0,00021	φ_{73}	1,88826
φ_{11}	1,98325	φ_{32}	1,90321	φ_{53}	1,99175	φ_{80}	1,88826
φ_{12}	1,97474	φ_{33}	1,87622	φ_{60}	1,99175	φ_{81}	1,85258
φ_{13}	1,96663	φ_{40}	1,87622	φ_{61}	1,94963	φ_{82}	1,84524
φ_{20}	1,96663	φ_{41}	1,86991	φ_{62}	1,94148	φ_{83}	1,87185

ცხრილი 16. ინტეგრალური განტოლების ზუსტი ამონახსნი-2

$n = 3$

$$u[x, y] := (y^2 + 6y + 4xy + 2x - x^2 + 4) / (x + y + 2)^3$$

$$u1[x, y] := (x + y + 4 \cos[\pi/3]) / ((x + y + 4 \cos[\pi/3])^2 + 16(\sin[\pi/3])^2)$$

$$s1[y, j, n, m] := \sum_{k=1}^{y-1} (\sum_{k=1}^{m-1} pp[\sigma, k]) / (\lambda_{vj} - \lambda_{\sigma, k}) + \sum_{\sigma=y+1}^n (\sum_{k=1}^{m-1} pp[\sigma, k]) / (\lambda_{vj} - \lambda_{\sigma, k});$$

$$s2[y, j, m] := \sum_{k=1}^{j-1} pp[y, k] / (\lambda_{yj} - \lambda_{y, k}) + \sum_{k=j+1}^{m-1} pp[y, k] / (\lambda_{yj} - \lambda_{\sigma k});$$

$$s3[y, j, m] := pp[y, j] (\sum_{k=1}^{j-1} dd[y, j, k, m] + \sum_{k=j+1}^m dd[y, j, k, m]);$$

$$s4[y, j] := pp[y, j] u1[\lambda_{yj} \lambda_{yj}];$$

$$s5 \underline{[y, j, m]} := \sum_{k=1}^{j-1} pp[y, k] / (\lambda_{y,j} - \lambda_{y,k}) - pp[y, k] u1[\lambda_{y,j}, \lambda_{y,k}] \varphi[\lambda_{y,k}]$$

$$+ \sum_{k=j+1}^{m-1} pp[y, k] / (\lambda_{y,j} - \lambda_{y,k}) - \sum_{k=j+1}^{m-1} pp[y, k] / (\lambda_{y,j} - \lambda_{y,k});$$

s6

$$\underline{[y, j, m]} := \sum_{k=1}^{j-1} pp[y, j] dd[y, j, k, m] \varphi[\lambda_{y,k}] + \sum_{k=j+1}^m pp[y, j] dd[y, j, k, m] \varphi[\lambda_{y,k}]$$

$$s7 \underline{[y, j, n, m]} = \sum_{\sigma=1}^{y-1} \sum_{k=1}^{m-1} (pp[\sigma, k] / (\lambda_{y,j} - \lambda_{\sigma,k}) - pp[\sigma, k] u1[\lambda_{y,j}, \lambda_{\sigma,k}]) \varphi[\lambda_{\sigma,k}] +$$

$$\sum_{\sigma=1+y}^n \sum_{k=1}^{m-1} (pp[\sigma, k] / (\lambda_{y,j} - \lambda_{\sigma,k}) - pp[\sigma, k] u1[\lambda_{y,j}, \lambda_{\sigma,k}]) \varphi[\lambda_{\sigma,k}];$$

$$D_0[\tau_{\sigma} = -1 + 2(\sigma - 1)/n \quad (\sigma, 1, n)]$$

m=4

$$D_0 x_{k=k-1} \quad m-1, k, 1, m$$

Table $x_k, k, 1, m$

h=2/n

$$D_0[\lambda_{\sigma,k} = \tau_{\sigma} + hx_k, (\sigma, 1, n), (k, 1, m)]$$

Table $[N\{\lambda_{\sigma,k}\}, \{\sigma, 1, n\}, \{k, 1, m\}]$

$$\omega \underline{[t, y, m]} := \text{Prochict} [t - \lambda_{y,k} (k, 1, m)]$$

$$\tau_{n+1} = 1$$

$$D_0 \{p(\underline{\sigma}, \underline{k}) := (1/\pi D\{\omega[t, \sigma, m], t\}) t \rightarrow \lambda_{y,k}\}$$

$$\text{Integrate}[\omega(t, \sigma, m) / (\sqrt{(1+t)(1-t)}(t-\lambda_{\sigma,k})), (t, \tau_{\sigma}, t_{\sigma+1})],$$

$$(\sigma, 1, n), (k, 1, m)$$

$$pp[1.1] = N[p(1.1)]$$

$$pp[n. m.] = N[p(n. m.)]$$

$$D_0 pp[\sigma. m - 1] = pp[(\sigma, 0), (\sigma, 1, n - 1)]$$

$$D_0 pp[\sigma. k] = pp[(\sigma, k), (\sigma, 1, n), (k, 1, m - 1)]$$

$$D_0 pp[\sigma. 1] = p[(\sigma - 1, mj) + p[\sigma, 1](\sigma, 2, n - 1)]$$

$$D_0 pp[\sigma. 1] = pp[(\sigma - 1, mj) + pp[\sigma, 1](\sigma, 2, n)]$$

$$D_0 pp[n. k] = N[p[(n, k)], (k, 1, m)]$$

$$dd \underline{[y, j, k, m]} := \{Delete[\prod_{i=1}^m (\lambda_{y,j} - h_{y1}), \{(j), (k)\}]/. h \rightarrow$$

$$\lambda\} / \{Delete[\prod_{i=1}^m (\lambda_{y,k} - h_{y1}), \{(j), (k)\}]/. h \rightarrow \lambda\}$$

$$D_0 \left\{ \text{Print} \left[N \left[(1 + s1(v, j, n, m) + s2(v, j, m) - s3[v, j, m] + s4[v, j] \varphi[\lambda, y] - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. s5[v, j, m] + s6[v, j, m] - s7[\underline{y}, v, j, m] \right] \right] \right\} = 2j, (y, 1, n-1) (j, 1, m-1)$$

$$D_0 \left[\text{Print} \left[N \left[(1 + s1(n, j, n, m) + s2(n, j, m) - s3(n, j, m) + s4(n, j)) \right] \right] \varphi(\lambda_{n,j}) - \right. \\ \left. s5[v, j, m] - s6[v, j, m] - s7[v, j, n, m] = 2(j, 1, m) \right]$$

Nsolve[

- 2.89358450209 72986	$\varphi[-1]$	+4,555561900646285 6	$\varphi[-$ 0.7777777777777 778]	- 1,3547741118 938679
	$\varphi[-$ 0.555555555555556]+	0,4810,310,86777262 9	$\varphi[-$ 0.3333333333333 333]	+0,113816053 77112733
	$\varphi[-$ 0.111111111111111]+	0,6159121660736209 5	$\varphi[0.11111111111$ 11111]	+0,013734413 288995662
	0.777777777777778==2]			
- 1,51349277000 10348	$\varphi[-1]$	+0,449274961179193 85	$\varphi[-$ 0,7777777777777 778]	+1,839803672 7282132
	$\varphi[-0,555555555555556]$	0,0377728807640743 7	$\varphi[-$ 0,3333333333333 333]	0,1509852879 876374
	$\varphi[-0,111111111111111]$	0,0765210483436924 9	$\varphi[0,11111111111$ 11111]	0,0163479691 94835908
	$\varphi[0,333333333333333]$	0,0402792373251470 44	$\varphi[0,55555555555$ 55556]	+0,015548155 94290189
	$\varphi[0,777777777777778]$ ==2			
- 0,45876391213 421934	$\varphi[-1]$	-1823362155569745	$\varphi[-$ 0,7777777777777 778]	+2,372745987 3671526
	$\varphi[-0,555555555555556]$	0,5328747022562497	$\varphi[-$ 0,3333333333333 333]	+0,224328772 61819006
	$\varphi[-0,111111111111111]$	0,1010004095801007 7	$\varphi[0,11111111111$ 11111]	+0,020215080 337064716
	$\varphi[0,333333333333333]$			
- 0,34396142337 648793	$\varphi[-1]$	- 0,6695340458404401	$\varphi[-$ 0,7777777777777 778-]	- 0,4595310794 570364
	$\varphi[-$ 0.333333333333333]	1,1472479242470601	$\varphi[-$ 0,3333333333333 333]	+1,560870983 321445
	$\varphi[-0,111111111111111]$	0,4095737459331361	$\varphi[0,11111111111$ 11111]	+1508183152 540201
	$\varphi[0,333333333333333]$	0,5888227226493971 5	$\varphi[0,55555555555$ 55556]	+0,021188258 031171005
	$\varphi[0,777777777777778]$ ==2			
- 0,25315028290 855673	$\varphi[-1]$	- 0,4384884864212425	$\varphi[-$ 0,7777777777777 778]	- 0,2258913853 277375
	$\varphi[-0,555555555555556]$	0,5118127731116784	$\varphi[-$ 0,3333333333333 333]	+1,693550793 5753946
	$\varphi[-0,111111111111111]$	0,7298032789177569	$\varphi[0,11111111111$ 11111]	- 0,0333698928 42433135
	$\varphi[0,333333333333333]$	0,0772379222213824 4	$\varphi[0,55555555555$ 5556]	+0,026051401 442842546
	$\varphi[-$ 0,777777777777778]=2			

- 0,19802298774 45873	$\varphi[-1]$	- 0,3220086854046968	$\varphi[-$ 0,7777777777777777 778]	- 0,1476113055 7695357
	$\varphi[0,5555555555555556]$	0,5118127731116784	$\varphi[-$ 0,3333333333333333 33]	+1,693550793 5759946
	$\varphi[-0,1111111111111111]$	0,7298032789177569	$\varphi[-$ 0,1111111111111111 111]	- 0,0333698928 42433135
	$\varphi[0,3333333333333333,]$	0,0772379222213824 4	$\varphi[0,5555555555555556]$	0,0260514014 42842546
	$\varphi[0,7777777777777778]$			
- 0,19802298774 45873	$\varphi[-1]$	- 0,3220086854046968	$\varphi[-$ 0,7777777777777777 778]	- 0,1476113055 7695357
	$\varphi[-0,5555555555555556]$	0,1316730774704037 2	$\varphi[-$ 0,3333333333333333 333]	- 0,7163874495 079421
	$\varphi[-0,1111111111111111]$	2,2647647875294186	$\varphi[0,1111111111111111]$	+0,173333598 50259406
	$\varphi[0,3333333333333333]$	+0,113783551100283 1	$\varphi[0,5555555555555556]$	+0,034114432 35539252
	$\varphi[-0,7777777777777778]$]=2			
- 0,16088209252 20833	$\varphi[-1]$	- 0,2515620120839555 7	$\varphi[-$ 0,7777777777777777 778]	- 0,1082522863 5996498
	$\varphi[-0,5555555555555556]$	- 0,1173318918071697 4	$\varphi[-$ 0,3333333333333333 333]	- 0,2094110471 999756
	$\varphi[-0,1111111111111111]$	0,2830667482091958 6	$\varphi[0,1111111111111111]$	+1,794208234 385839
	$\varphi[0,3333333333333333]$	+0,449854422431152 03	$\varphi[0,5555555555555556]$	- 0,0631376904 7420775
	$\varphi[-0,7777777777777778]$	- 0,0251853607498673 46	$\varphi[1,]=2$	
- 0,13412549638 90,5655	$\varphi[-1,]$	- 0,2042784361148270 2	$\varphi[-$ 0,7777777777777777 778]	- 0,0845164199 8767781
	$\varphi[-0,5555555555555556]$	- 0,0859827764890693 5	$\varphi[-$ 0,3333333333333333 333]	- 0,1365364983 4354672
	$\varphi[-0,1111111111111111]$	- 0,1385203116208621	$\varphi[0,1111111111111111]$	- 0,1468723428 6460132
	$\varphi[0,3333333333333333]$	+1,730214638146178	$\varphi[0,5555555555555556]$	+0,317036430 6622039
	$\varphi[0,7777777777777778]$	- 0,0,64417724542640 54	$\varphi[1,]=2$	
- 0,11393682612 40167	$\varphi[-1,]$	- 0,1703351759055418 5	$\varphi[-$ 0,7777777777777777 7778]	- 0,0686297898 2852402
	$\varphi[-0,5555555555555556]$	0,0671179995805709 6	$\varphi[-$ 0,3333333333333333 333]	- 0,1000265525 4235075
	$\varphi[-0,1111111111111111]$	0,09028177840,7141 41	$\varphi[0,1111111111111111]$	- 0,0201339503 00441805

	ფ[0,3333333333333333]	- 0,3103727301999086 3	ფ[0,5555555555555556]	+1,992239736 1789226
	ფ[0,7777777777777778]	+0,032115863095174 4	ფ[1,]==2	
- 0,09818307851 555212	ფ[-1,]	- 0,1448037238247743 6	ფ[- 0,7777777777777777 778]	- 0,0572545972 8415101
	ფ[-0,555555555555556]	0,0545175941594945 3	ფ[- 0,3333333333333333 333]	- 0,0780907125 0433385
	ფ[- 0,1111111111111111]	0,0661414188952453	ფ[0,1111111111111111 111111]	- 0,0309838939 03656447
	ფ[0,3333333333333333]	0,0713947693370822 5	ფ[0,5555555555555556]	- 0,1608708165 0111421
	ფ[0,7777777777777778]	+1,849051115053507 2]	ფ[1,]==2	
ფ[0,1111111111 111111]	ფ[0,3333333333333333]	ფ[0,5555555555555556]	ფ[0,7777777777777778]	ფ[1.]

პასუხები: განტოლების ზუსტი ამონახსნია $\varphi=2$

(($\varphi (-1)$
→2,072703623294271 $\varphi[-$
0,7777777777777778,] →2,0
42820160597794 $\varphi[-$
0,5555555555555556,] →2,0
15901565878093

$\varphi[-$
0,3333333333333333] →1,9 $\varphi [-$
0,1111111111111111]→1,97 φ
91858682672824 05664423056635 [0,1111111111111111]→1,95
18658797006114

φ
[0,3333333333333333] →1,9 φ
[0,5555555555555556] →1,9 φ
35572318634983 214485885807817 [0,7777777777777778] →1,9
093331872542973

φ
[1.] →1,8986032280045846)

2.7. მეორე თავის დასკვნები

განხილული თავის მიხედვით შეგვიძლია გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები: დამუშავებული და გამოკვლეულია ამოხსნის მთელი რიგი გამარტივებული ვარიანტი, კერძოდ, მართკუთხა ჭრილის მქონე სეისმომედეგი თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების მეთოდოლოგია, რასაც მივყავართ გამოთვლების არსებით გამარტივებაზე სიზუსტის მნიშვნელოვანი დანაკარგის გარეშე.

ძირითადი დასკვნები

ჩატარებული მრავალმხრივი თეორიული კვლევების გაანგარიშებით მიღებული შედეგების ანალიზის საფუძველზე შეგვიძლია გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მყოფი წყვეტილპარამეტრებიანი სეისმომედეგი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების პრობლემა საკმაოდ რთულია, აქტუალურია და მოითხოვს გაანგარიშების განსაკუთრებული მეთოდების შემუშავებას.

დამუშავებული დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მართკუთხა ჭრილის მქონე სეისმომედეგი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდის უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის დადგენას.

დამუშავებულია დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის პირობებში მართკუთხა ჭრილის მქონე სეისმომედეგი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების ისეთი მეთოდის, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობის უტყუარ ასახვას გაანგარიშების მინიმალური ხარჯებით;

შექმნილია ჭრილების მქონე მართკუთხა ფილებისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციის დაზუსტებული საანგარიშო მოდელი;

დამუშავებულია ჭრილების მქონე გეგმაში მართკუთხა ფირფიტებისა და გარსების გაანგარიშების მეთოდის. კონტურული კუმშვადი დატვირთვის სხვადასხვა სახის, სხვადასხვა სასაზღვრო პირობების, აგრეთვე ჭრილების სხვადასხვა სიდიდისა და განლაგების გათვალისწინებით;

დამუშავებული და გამოკვლეულია ამოხსნების გამარტივებული ვარიანტი, კერძოდ, ექვივალენტური ღუნვითი სიხისტის მქონე ფირფიტაზე დაყვანის მეთოდის, რასაც მივყავართ გამოთვლების არსებით გამარტივებაზე სიზუსტის მნიშვნელოვანი დანაკარგის გარეშე.

თეორიული კვლევების, გაანგარიშებით მიღებული შედეგების ანალიზის საფუძველზე შესაძლებელია საპროექტო ორგანიზაციებისათვის გაიცეს რეკომენდაციები.

ცვლადი დრეკადობის მოდულის მქონე მასალისაგან შედგენილი თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის დამუშავებული ალგორითმი და პროგრამები საკმაოდ სწრაფად რეალიზდებიან კომპიუტერზე.

შემოთავაზებული მეთოდის საფუძველზე შეიძლება შემუშავებული იქნას პრაქტიკული რეკომენდაციები მშენებლობაში ფართოდ გამოყენებული წყვეტილპარამეტრებიანი სეისმომედეგი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშებისა და დაპროექტების საქმეში.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Абовский Н. П., Гетц И.И. Пологие оболочки подкрепленные ребрами произвольной ориентации//Красноярск. 1978. 115 с. Библиогр.: 7 назв.;
2. Абовский Н. П., Гетц И.И. Расчет пологих оболочек с наклонными ребрами//Красноярск. 1971. 110 с. Библиогр.: 8 назв.;
3. Абовский Н. П., Самольянов И.И. Пологие оболочки типа гиперболических параболоидов//Красноярск. 1968. 58 с. Библиогр.: 4 назв.;
4. Абовский Н. П., Самольянов И.И., Пасько Д.А. Расчет пологих оболочек в матричной форме методом сеток//Красноярск. 1965. 41 с. Библиогр.: 18 назв.;
5. Абовский Н. П., Чернышев В.Н., Павлов А.С. Гибкие ребристые пологие оболочки//Красноярск. 1975. 127 с. Библиогр.: 34 назв.;
6. Абовский Н.П. Ребристые оболочки. Красноярск. 1976. 64 с.;
7. Аксунтян К. Б., Гордеев-Гавриков В.К. Энергетический метод расчета оболочек усложненной формы//Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 1976. 319 с. Библиогр.: 2 назв.;
8. Айвазян В.Г. Обоснование формы маломоментных прочных плотин//Гидротехническое строительство. 1965. №10. с.48-49;
9. Айталиев Ш. М., Масанов Ж. К. Ескалиев М. Е. О неупругой зоне вокруг горизонтальной выработки в анизотропном массиве//В кн Материалы Всесоюзной конференции по механике горных пород Фрунзе 1979, с. 157-164;
10. Алумяэ Н.А. Асимптотическое интегрирование уравнений статической устойчивости конических оболочек вращения//ПММ. 1957. Т. 21.вып. 1.С.83-88. Библиогр.: 6 назв.;
11. Александров А,В, Методы расчета стержневых систем пластин и оболочек с использованием ЭВМ, -М.: Стройиздат . 1976;
12. АмбарцумянС.А., БагдасарянГ.Е., БелубекянМ.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин//М.: Наука, 1977. 272 с. Библиогр.: 52 назв.;
13. Амиро И.Я. Заруцкий В.А., Паламарчук В.Г. Динамика ребристых оболочек. Киев: Наук. думка. 1983. 204 с. Библиогр.: 199 назв.;
14. Андрианов И.В. Лесничая В.А. Маневич Л.И. Метод усреднения в статике и динамике ребристых оболочек. М.: Наука, 1985. 221 с. Библиогр.: 137 назв.;

15. Аннин Б Д Двумерные Упруго-пластические задачи// Новосибирск 1968 с. 132;
16. Асланян А Г. Лидский В.Б. Распределение собственных частот тонких упругих оболочек. М.: Наука, 1974. 156 с. Библиогр.: 70 назв.;
17. Баженов В.А. Изгиб цилиндрических оболочек в упругой среде. Львов: Вища. шк., 1975. 167 с. Библиогр.: 98 назв.;
18. Балабух Л.И. Изгиб и кручение конических оболочек// Тр. ЦАГИ. 1946. №577. 64 с. Библиогр.: 14 назв.;
19. Балабух Л.И. Расчет на прочность конических кессонов// Тр. ЦАГИ. 1947. №640. 55 с.;
20. Безухов Н.И. Лужин О.В, Приложение методом теории упругости и пластичности к решению инженерных задач. -М.: Изд-во Высшая школа. 1974;
21. Буаллаг Бубакар. Применение метода последовательных нагружений к пологих оболочек из плоских элементов в условиях геометрически нелинейной деформации // ВНИИТПИ, # 106-69.-23.04.90;
22. ზაციკაძე თ., თაბატაძე დ., ცხვედაძე რ. დრეკად ფუძეზე მდებარე ფილის ანგარიში ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში// თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების პრობლემებისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები. თბილისი, 4-5 ივლისი, 2001. გვ. 91-95. (9);
23. ზაციკაძე თ., ყიფიანი გ., საბუნებისმეტყველო მეცნიერების მოკლე ისტორია//ინტელექტი #1 (7) თბილისი, 2000. გვ. 108-110;
24. ბედიაშვილი მ., ყიფიანი გ., სულაშვილი ვ., კატასტროფული მიწისძვრების დამარცხება მსოფლიოს ტექნიკური უნივერსიტეტების, სამეცნიერო ექსპერიმენტალური კვლევების ერთობლივი ძალისხმევით. საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „უმაღლესი განათლების ინტერნაციონალიზაცია, სტრატეგიები და გამოწვევები“, ოქტომბერი, თბილისი, 2017. გვ. 85-94;
25. Bediashvili Malkhaz, Chokhanelidze Guga, Kipiani Gela, Sulashvili Vazha. Protective Measures from Transversal Wave at Excavation of pit Bore in Adjacent of Tower Buildings. II International Conference Seismic-2018. Problems of Earthquake Resistance in Cultural Heritage Monuments Protection and Civil Engineering. Tbilisi, Georgia, 29.06.2018-2.07.2018. p. 44;

26. ბედიაშვილი მ., ყიფიანი გ., სულაშვილი ვ., სამშენებლო დარგის მეცნიერების განვითარების პროცესები საქართველოში. საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია - უწყვეტ გარემოთა მექანიკის მონათესავე პრობლემები. ქ. ქუთაისი, 12-13.10.2018. გვ. 346-351;
27. ბედიაშვილი მ., ყიფიანი გ., სულაშვილი ვ., თხელკედლიანი კონსტრუქციების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობა. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის X საერთაშორისო კონფერენცია. ქ.ბათუმი, 2019წ. თეზისების კრებული. გვ. 62;
28. ბედიაშვილი მ., ყიფიანი გ., სულაშვილი ვ., კატასტროფული მიწისძვრების დამარცხება მსოფლიოს ტექნიკური უნივერსიტეტების, სამეცნიერო ექსპერიმენტალური კვლევების ერთობლივი ძალისხმევით. პირველი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „უმაღლესი განათლების ინტერნაციონალიზაცია, სტრატეგიები და გამოწვევები“, ოქტომბერი, თბილისი, 2017. გვ. 85-93;
29. ბედიაშვილი მ., ყიფიანი გ., სულაშვილი ვ., საქართველოში მაღლივი მშენებლობის შესახებ. VIII საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია „წყალთა მეურნეობის, გარემოს დაცვის, არქიტექტურისა და მშენებლობის თანამედროვე პრობლემები“. შრომების კრებული, ISSN 1512-2344. 1-5 ნომბერი, 2018. გვ. 13-19;
30. Белоусов Н.И. Римский-Корсаков А.В. Колебание и излучение звука круговыми цилиндрическими оболочками: Обзор. Л., 1980. 89с. Библиогр.: 151 назв.;
31. Беляев Н.М. Теории пластических деформаций//Изв. АН СССРю ОТН. 1937.№1. С.49-70;
32. Беляев Н.М., Синицкий А.К. Напряжения и деформаций в толстостенных цилиндрах при упруго- пластическом состоянии// Изв. АН СССР. ОТН. 1938.№2. С.3-54;
33. Беляев Н.М., Синицкий А.К. Напряжения и деформаций в толстостенных цилиндрах при упруго- пластическом состоянии материала с учетом упрочнения// Изв. АН СССР. ОТН. 1938.№4. С.21-49;
34. Беляев Н.М., Синицкий А.К. Напряжения и деформаций в толстостенных цилиндрах с предварительным напряжением (с учетом упруго-пластического состояния и упрочнения материала)// Изв. АН СССР. ОТН. 1938.№6. С.45-58;

35. Березовский А.А. Жарий Ю.И. Нелинейные краевые задачи теории гибких пластин и пологих оболочек: Тр. семинара по математической физике. Киев: 1970. Вып.4. 416 с. Библиогр.: 147 назв.;
36. Беридзе Т, Паилодзе Н, Цурцумия Р. Алгоритм расчета Трубчатого элемента на действие сосредоточенной силы//Тез. докладов Республиканская открытая научная конференция “Строительство и двадцать первый век “ Тбилиси, 2005.-с.35;
37. თ. ბერიძე, ნ. ფაილოძე, დ. ჩიქოვანი. გარსული დანაოჭებული პანელების გაანგარიშების ამოცანის ალგორითმიზაცია/საქართველოს საავტომობილო-საგზაო ინსტიტუტის იუბილისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო-ტექნიკური კონფერენციის შრომები #2 თბილისი, 2005 წ. – გვ. 170-177;
38. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Стройиздат. 1982. 351 с. Библиогр.: 119 назв.;
39. Болотин В.В. Статические методы в строительной механике. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Стройиздат. 1965. 279 с. Библиогр.: 211 назв.;
40. Булгаков В.Н. Статика тороидальных оболочек. Киев: Изд-во АН УССР, 1962. 100 с. Библиогр.: 34 назв.;
41. Бурак Я.И. Оптимизация переходных процессов в термоупругих оболочках. . Киев: Наук. думка. 1984. 152 с. Библиогр.: 117 назв.;
42. Бурлаков А.В., Львов Г.И., Морачковский О.К. Длительная прочность оболочек. Харьков: Вища шк., 1981. 102 с. Библиогр.: 77 назв.;
43. Бурлаков А.В., Львов Г.И., Морачковский О.К. Ползучесть тонких оболочек. Харьков: Вища шк., 1977. 123 с. Библиогр.: 120 назв.;
44. Ваинберг Д.В., Ждан В.З. Матричные алгоритмы в теории оболочек вращения. Киев: Изд-во при Киев. ун-те, 1967. 164 с. Библиогр.: 108 назв.;
45. Ваинберг Д.В., Ройтфарб И.З., Расчет пластин и оболочек с разрывными параметрами// Расчет пространственных конструкций. , -М.: Стройиздат. 1965, Вып.10.-С.39-80;
46. Власов В.З.Избранные труды, -Т.1 // общая теория оболочек –М: Изд-во АН СССР, 1962, -528 с.;
47. Векуа И.Н. Некоторые общие методы построения теорий оболочек. М.: Наука. 1982. 286 с. Библиогр.: 15 назв.;
48. Векуа И.Н. Об одном варианте теории тонких оболочек. Новосибирск. 1964. 68 с.;

49. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа. Новосибирск, 1964. 138 с. Библиогр.: 2 назв.;
50. Векуа И.Н. Теория тонких пологих оболочек переменной толщины. Тбилиси: Месниереба. 1965. 103 с. Библиогр.: 20 назв.;
51. Галин Л. А. Плоская упруго-пластическая задача. – Прикладная математика и механика, 1946, т. 12, вып. 3, с. 367-378;
52. Галин Л. А. Упруго-пластические задачи//М.: Наука, 1984, с. 232;
53. Гришин М.М. Развитие теории и конструкций гидротехнических сооружений в СССР. Плотины и водосбросы//МИСИ им. В.В.Куйбышева. 1969. №61. Вып.1.с.3-12;
54. Геденидзе З.Ш. Напряженно-деформированное состояние оболочечных гидротехнических конструкций и сооружений//Изд. «Технический университет». Тбилиси. 2001. с. 202;
55. Геденидзе З.Ш. Исследование напряженно-деформированного состояния перекрытия многоарочной плотины с постоянной толщиной на гидростатическое давление//Труды ГПИ им.В.И.Ленина. Проектирование и строительство гидротехнических сооружений. 1982. №10(255). с.18-26;
56. Геденидзе З.Ш. Исследование напряженно-деформированного состояния перекрытия многоарочной плотины с применением моментной теории оболочек// Труды ГПИ им.В.И.Ленина. Проектирование и строительство гидротехнических сооружений. 1984. №8(278). с.25-31;
57. Геденидзе З.Ш. Определение напряжений и деформаций в цилиндрических перекрытиях подземных плотин гидротехнических сооружений большого сечения// Труды ГПИ им.В.И.Ленина. Проектирование и строительство гидротехнических сооружений. 1987. №7(313). с.14-19;
58. Гидротехнические сооружения. Справочник проектировщика. М.:Стройиздат. 1983. 544 с.;
59. Голован В. И. Обобщение расчетных исследований напряженного состояния конструкции типа фюзеляжа с некомпенсированными вырезами//Труды ЦАГИ, М, 1975, вып. 1657;
60. Голоскоков Е.Г., Бешенков С.Н. Упругоакустические задачи трехслойных конструкций. Харьков: Вища шк., 1980. 117 с. Библиогр.: 51 назв.;
61. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А. Ползучесть и несущая способность оболочек. М.: Госстройиздат, 1960. 60 с. Библиогр.: 13 назв. (Науч. сообщение/Акад. стр-ва и архит. ЦНИИСК № 13);

62. Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости//ПММ. 1963. Т. 27. вып. 4. С. 593-608;
63. Гребень Е.С. Основные уравнения теории ребристых полых оболочек и пластинок // Расчет пространственные конструкций. М.: Госстройиздат. 1965. С. 217-232;
64. Григолюк Э.И. Теоретическое и экспериментальное исследование устойчивости тонких оболочек за пределом упругости//Итоги науки Сер. Механика. Упругость и пластичность. Т. 1. М. 1966. С. 7-80. Библиогр.: 101 назв.;
65. Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. Л. Судостроение. 1974. 208 с. Библиогр.: 253 назв.;
66. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек. //Итоги науки. Сер. Механика. Механика твердых деформируемых тел, ВИНТИ, 1969, 348 с. Библиогр.: 1626 назв.;
67. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. М.: Наука. 1978. 359 с. Библиогр.: 409 назв.;
68. Григолюк Э.И., Мамай В.И. Механика деформирования сферических оболочек. М.: Изд-во МГУ, 1983. 114 с. Библиогр.: 250 назв.;
69. Григолюк Э.И., Мамай В.И. Нелинейное поведение тонкостенной сферической оболочки при ее тонкостенных конструкций/Под ред. Э.И. Григолюка М.: Изд-во МГУ, 1980. С. 54-78. Библиогр.: 17 назв.;
70. Григолюк Э.И., Подстригач Я.С., Бурак Я.И. Оптимизация нагрева оболочек и пластин. Киев: Наук. думка. 1979. 364 с. Библиогр.: 122 назв.;
71. Григолюк Э.И., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М.: Машиностроение. 1980, 416 с.;
72. Григолюк Э.И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластины и оболочек. М.: Наука. 1970. 556 с. Библиогр.: 502 назв.;
73. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Критические нагрузки трехслойных цилиндрических и конических оболочек. Новосибирск: Зап. Сиб. кн. изд-во. 1966. 223с.;
74. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение. 1973, 170 с. Библиогр.: 30 назв.;
75. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Изд-во МГУ, 1973. 215 с. Библиогр.: 340 назв. (Науч. тр. Ин-та механики № 27);

76. Григоренко Я.М. Изотропные и анизотропные слоистые оболочки вращения переменной жесткости. Киев: Наук. думка. 1973. 228 с. Библиогр.: 218 назв.;
77. Григоренко Я.М., Васмленко А.Т., Панкратова Н.Д. Расчет некруговых цилиндрических оболочек. Киев: Наук. думка. 1977. 104 с. Библиогр.: 18 назв.;
78. Гришин М.М. Развитие теории и конструкций гидротехнических сооружений в СССР. Плотины и водосбросы//МИСИ им. В.В.Куйбышева. 1969. №61. Вып.1.с.3-12;
79. Гудушаури И.И. Теория упругости в обыкновенных дифференциальных уравнениях. Тбилиси:Мецниереба. 1990. 447с.;
80. Гудушаури И.И. О расчете арочных плотин-оболочек методом наложения фиктивных ортотропных систем//Сообщения АН ГССР. 1965. Т.37. Вып.2.с.379-386;
81. Гудушаури И.И., Цхведадзе Р.М. Точное решение пространственных задач о кручении цилиндрических стержней с поперечными сечениями различной формы//Труды межд. симп. по проблемам проектирования, строительства и эксплуатации гидротехнических сооружений. Тбилиси. 1-2 ноября 2000. с. 10-14. (9);
82. Гузь А.Н., Луговой П.З., Шульга Н.А. Конические оболочки ослабление отверстиями. Киев: Наук. думка. 1976. 162 с. Библиогр.: 50 назв.;
83. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Шнеренко К.И. Сферические днища ослабленные отверстиями. Киев: Наук. думка. 1970. 328 с. Библиогр.: 291 назв.;
84. Гулляев В.И.,Баженов В.А., Лизунов П.П. Неклассическая теория оболочек и ее приложение к решению инженерных задач. Львов: Вища. шк., 1978. 190 с. Библиогр.: 102 назв.;
85. Gurgenzidze D., Kipiani G. Bending of geometrically nonlinear shall with cut, reinforced by rib//Proceedings of the 10th international conference on contemporary problems of architecture and construction, beijing, china, september 22-24, 2018. Beijing University of China. Chief Editors Chengzhi Qi, George C, Sih, Chao Ma, Wuhan, China, pp. 430-443;
86. Gurgenzidze D., Badzgaradze G., Kipiani G. Analysis on stability of Having Holes Thin-walled spatial structures // Problems of Mechanics. N 1(78), Tbilisi, 2020. pp. 25-33;
87. Gurgenzidze David, Kipiani Gela, Maghradze Tinatin, Badzgaradze Gocha. Arched, domed and thin-walled spatial structures in civil and hydraulic

facilities // Book of abstracts. XI Annual International Meeting of the Georgian Mechanical Union. 27.08.2020- 29.08.2020. Batumi. 2020. p.p. 94-96;

88. Gurgenidze David, Kipiani Gela, Badzgaradze Gocha. Analysis On Stability of Having Holes and Guts Thin-Walled Spatial Structures // XXXIV International Enlarged sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics (VIAM) of Ivane Javakhishvili. Tbilisi State University (TSU)/Books of Abstracts. Tbilisi, 2020. p. 71;
89. Gurgenidze D.R. Kipiani G.O., Badzgaradze G.O., Suramelashvili E.R. ON ANALYSIS OF THIN-WALLED SPATIAL SYSTEMS OF COMPLEX STRUCTURE WITH DISCONTINUOUS PARAMETERS BY METHOD OF LARGE BLOCKS. // Collection of scientific papers of the St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, 2020 p. p. 232-237;
90. Даревский В.М. Устойчивость цилиндрической оболочки при осевой динамической нагрузке//МТТ. 1973.№2. С. 162-172. Библиогр.: 9 назв.;
91. Дикович В.В. Пологие прямоугольные в плане оболочки вращения. Л.: Госстройиздат. 1960. 143 с. Библиогр.: 19 назв.;
92. Дубиня В.А., Соколова В.Т. Расчет цилиндрических оболочек на действие приложенных к шпангауту сосредоточенных поперечных сил. М.: ЦАГИ. 1972. Вып. 1428. 51 с. Библиогр.: 8 назв.;
93. Дыхта В.В. Нестационарное рассеяние акустических воли незамкнутыми оболочками. Киев: Наук. думка. 1982. 190 с. Библиогр.: 73 назв.;
94. Елпатиевский А.Н., Васильев В.В. Прочность цилиндрических оболочек из армированных материалов. М.: Машиностроение. 1972, 168 с. Библиогр.: 135 назв.;
95. Ержанов Ж С Айталиев Ш. М., Масанов Ж. К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве//Алма-Ата 1975, с. 160;
96. Жгенти В.С., Хволес А.Р., Цхадая Ф.Г. Некоторые вопросы геометрии срединной поверхности арочной плотины//Сообщения АН ГССР. 1964. Т.XXXII. №2.с.289-292;
97. Жилин П.А. Основные уравнения неклассической теории упругих оболочек/Динамика и прочность машин: Тр. ЛПИ. 1983. №386. С. 29-46. 453.с.48-54;
98. Ибраев Г.К. Асимптотические методы в нелинейных задачах теории тонких оболочек. Пермь. 1975. 195 с. Библиогр.: 46 назв.;
99. Ивлев Д.Д. Об определении перемещений в задаче Л А Галика// Прикладная математика и механика, 1957, т. 21, вып. 5, с. 716-718;

100. Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек содержащих жидкость и газ. М.: Наука. 1969. 182 с. Библиогр.: 172 назв.;
101. Ильин В.П., Карпов В.В. Устойчивость ребристых оболочек при больших перемещениях. Л.: Стройиздат, 1986. 166 с.;
102. Ибраев Г.К. Асимптотические методы в нелинейных задачах теории тонких оболочек. Пермь. 1975. 195 с. Библиогр.: 46 назв.;
103. Петров В.В., Овчиников И.Г., Ярославский В.И. Расчет пластин и оболочек из нелинейно упругого материала// Под. ред. В.В. Петрова. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1976. 133 с. Библиогр.: 33 назв.;
104. Кабанов В.В. Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек. М.: Машиностроение. 1982, 253 с. Библиогр.: 100 назв.;
105. Кан С.Н., Каплан Ю.И. Расчет цилиндрических оболочек покрытый зданий. Киев: Вища шк., 1973. 243 с. Библиогр.: 18 назв.;
106. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. Киев: Наук. думка. 1971. 136 с. Библиогр.: 137 назв.;
107. Кантор Б.Я., Катаржнев С.И. Вариационно-сегментный метод в нелинейной теории оболочек. Киев: Наук. думка. 1982. 135 с. Библиогр.: 187 с.;
108. Подгорный А.Н., Бортовой В.В., Коломак В.Д. Ползучесть и устойчивость гибких пологих оболочек вращения. Киев: Наук. думка. 1982. 103 с. Библиогр.: 94 назв.;
109. Каринский С. Ю., Масанов Ж. К. Определение зон предельного состояния около круговой выработки в анизотропном массиве// Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат 1975, №3, с. 42-48;
110. Карпов В.В., Михайлов Б.К. Исследование влияния жесткости ребер на устойчивость пологих оболочек с учетом нелинейности деформаций// Числ. Методы в задачах мат. Физики: Сб. Статей.- Л., 1983. –С.135-192;
111. Кипиани Г.О. Устойчивость прямоугольной анизотропной пластины с прямоугольным разрезом// статические и динамические расчеты конструкций с учетом нелинейных свойств материалов.:Л.:ЛИСИ, 1991.-с. 38-42;
112. Кипиани Г.О. Изгиб пластин с разрезом с учетом физической нелинейности//Совершенствование и расчет строительных конструкций из дерева и пластмасс. СПб. 1995. с. 112-115;
113. Kipiani G., Buksianidze A., Kipiani D., Todua N., Stability of Thin-walled spatial Systems with Discontinuous Parameters //International conference

„Advanced construction” 13-14 November, 2008. Kaunas, Lithuania. 2008-c.36-40;

114. Kipiani G., Kipiani D., Buksianidze A., Kachkachishvili N. Definition of critical loading on compressed plate with cuts by transition from static problem to stability problem//Tendencie rozwoju Budownictwa mieskiego I Przemystowego. Wydawnictwo Politechniki Czestochowskiej. Czestochowa. 2008.-p.p. 146-151;
115. Kipiani G. Design procedure on stability of three-layered plate with cuts and holes//Georgian International journal of Science and Technology, Vol. 1, № 4. New York 2008. pp. 327-342;
116. Kipiani G., Tskhvedadze R., Tabatadze D. Calculation of shells and plates constructed from composite materials//Conference, Exposition on Experimental, Applied Mechanics; Experimental Mechanics of High Performance Systems. June 7-10, Indianapolis, IN USA. 2010, pp. 28-29. <http://www.sem.org>;
117. Kipiani Gela, Gegenava Giorgi, Rajczyk Marlena, Kakhidze Revaz. Stability of three-layered plates with rectangular cuts. Calculation of new anti-snow avalanche construction //Proceedings of the 4th International Conference on Contemporary Problems in Architecture and Construction Sustainable Building Industry for the Future, vol. 1, edited by Jaroslaw Rajczyk, Arnold Pabian. September 24-27, 2012, Czestochowa, Poland. 2012, pp. 41-47;
118. Kipiani G.O. Review of works on the calculation of thin-walled spatial systems with discontinuous parameters (1980-2013)//Актуальные проблемы архитектуры и строительства, материалы V международной конференции. 25-28 июня 2013 года/ Под общей редакцией Е.Б. Смирнова, СПГАСУ. –в. 2, ч. 1. –СПБ, 2013, с. 262-267;
119. Kipiani Gela. Definition of critical loading on three-layered plate with cuts by transition from static problem to stability problem//Contemporary Problems in Architecture and Construction. Selected, peer reviewed papers the 6th International Conference on Contemporary Problems of Architecture and Construction, June 24-27, 2014, Ostrava, Czech Republic. Edited by Darja Kubeckova. Trans Tech. publications LTD, Switzerland, 2014, pp. 143-150;
120. Kipiani G, Okropiridze G, Sulashvili V. Analysis of Plates, that are reinforced by thin curvilinear variable cross-section rods. International Scientific Journal “Air Transport”, #1(12), 2017. p. 13-19;
121. Kipiani G, Okropiridze G, Sulashvili V. Shells of revolution and near to them. Collection of Abstracts of 9th international conference contemporary problems of Architecture and construction. Batumi, Georgia, september 13-18, 2017. p. 100;

122. Kipiani Gela, Rajczyk Marlena, Lausova Lenka. Influence of Rectangular holes on stability of three-layer plates // Applied Mechanics and Materials Vol 711 (2015) p.p. 397-401. Trans Tech Publications, Switzerland. Doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.771.397;
123. Kipiani Gela. Deformability and stability of rectangular sandwich panels with cuts under in-plane loading // Architecture and Engineering. Volume 1. Issue 1 March, 2016. SPSU AGE. p.p. 26-30 (aej.spbgasu.ru/index.php/AE/issue/view/3);
124. Kipiani Gela, Botchorishvili Nika. Analysis Of lamellar structures with application of Generalized Functions // 14th International Conference Modelling in Mechanics. VSB – Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering. Proceeding of the extended Civil Engineering. Proceeding of the extended abstracts. 26-27.5.2016. Ostrava, Czech Republic. pp. 27-28;
125. Kipiani Gela, Aptsiauri Gegi, Zambakhidze Leri, Churchelauri Zviad, Paresishvili Akaki, Okropiridze Goga. Stability of thin-walled spatial systems with discontinuous parameters // Contemporary problems of architecture and construction. Proceedings of 8th International Conference Contemporary Problems of Architecture and Construction. Yerevan – Armenia, October 26-28, 2016. pp. 171-173;
126. Kipiani Gela. The new System of modeling // Abstract Book International conference on Differential and Difference Equations & Applications. Military Academy, 5-9 June, 2017. Lisbon. Portugal. 2017. P.68;
127. Kipiani G. Stability of Rectangular sandwich ribbed plate with discrete filler. 17-th International Conference “Modeling in Mechanics” 23-24 May 2019. Proceedings of extended abstracts. VSB-Technical University of Ostrava, Faculty of Civil Engineering. Czech Republic. 2019. p.11;
128. Kipiani Gela. Analysing of sandwich orthotropic plates on hoganalboardings // Proceedings of 9-th International Conference contemporary problems of architecture and construction. Batumi-Georgia. September 13-18, 2017. Edited by Gela Kipiani. Publishing House “UNIVERSAL” Tbilisi. 2017. pp/ 429-432;
129. Kipiani G., Todua M., Paresishvili A., Chachkhiani N., Sulashvili V. Seismic Impact and Antiseismic Measures of Buildings. 15th International Conference Modelling in Mechanics 2017. January 19-20, 2017. p. 17-19;
130. Kipiani G., Abesadze B., Okropiridze G., Sulashvili V. Analysis of lamellar structures with ribs due finite elements method. 16th International Conference, Structural Reliability & Modelling in Mechanics, 24th and 25th May 2018. Ostrava, Poruba. Czech Republic. <http://www.degruyter.com/view/j/tvsb> . pp.3-5;

- 131.Кобелев В.Н., Коварский Л.И., Тимофеев С.И. Расчет трехслойных конструкций/Под общ.ред. В.Н. Кобелева. М.: Машиностроение. 1984, 303 с. Библиогр.: 23 назв.;
- 132.Материалы летней школы по проблеме «Физические и геометрически нелинейные задачи теории пластин и оболочек». Тарту-Кяэрику, 22-31 июл., 1966. Тарту, 1969. Ч. 1. Обзорные доклады. 269 с.: Ч.2. Краткие сообщения. 158 с.;
- 133.Коваленко А.Д. пластины и оболочки в роторах турбомашин. Киев: Изд-во АН УССР, 1955. 304 с. Библиогр.: 70 назв.;
- 134.Коваленко А.Д. Термоупругость пластин и оболочек. Киев: Изд-во АН УССР, 1971. 108 с. Библиогр.: 15 назв.;
- 135.Коваленко А.Д., Григоренко Я.М., Ильин Л.А. Теория тонких конических оболочек и ее приложение в машиностроении. Киев: Изд-во АН УССР, 1963. 287 с. Библиогр.: 47 назв.;
- 136.Коваленко А.Д., Григоренко Я.М., Любкова Н.А. Расчет конических оболочек линейно переменной толщины. Киев: Изд-во АН УССР, 1961. 328 с. Библиогр.: 7 назв.;
- 137.Кодуа Н.Д. Математическая модель стока реки для гидроэнергетических расчетов//Сообщ. АН Груз. ССР, 1975. т. 80, №2, с. 417-420;
- 138.Кодуа Н.Д. Совместный анализ гидрологических рядов и байесовский подход к оценке параметров//Труды ГПИ. №10 (255), 1982,с. 94-100;
- 139.Кодуа Н.Д. Построение стохастической модели для стоковых величин и оценка ее статистических параметров// Труды ГПИ. №10 (255), 1982;
- 140.Кодуа Н.Д. Энерго-экономические расчеты на основе моделирования речного стока стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ)//Изд. «Технический университет». Тбилиси. 2004;
- 141.Королев В.И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки на армированных пластмасс. М.: Машиностроение. 1965, 272 с. Библиогр.: 26 назв.;
- 142.Королев В.И. Упруго- пластические деформации оболочек. М.: Машиностроение. 1971, 303 с. Библиогр.: 46 назв.;
- 143.Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. Киев: Наук. думка. 1984. 219 с. Библиогр.: 122 назв.;
- 144.Кузин П.А., Шапиро Г.С. О влиянии свободного края на динамический изгиб жестко –пластической цилиндрической оболочки // Изв. АН СССР. ОТН. 1965.№3. С.84-94. Библиогр.: 6 назв.;

145. Кузнецов А И Плоская деформация неоднородных пластических тел// Вестник ЛГУ Сер.мат мех и астроном 1958, №13, с. 112-131;
146. Леонов М.Я., Панасюк В. В. Развитие найдревнейших трещин в твердом теле// Прикл механика, 1969, 5, вып 4, с. 391-401;
147. Лурье А.И. Равновесие упруго симметрично нагруженной сферической оболочки//ПММ. 1943.Т. 7. вып. 6, С. 393-404. Библиогр.: 6 назв.;
148. Лизарев А.Д., Ростанина Н.Б. Колебания металлополимерных и однородных сферических оболочек. Минск: Наука и техника, 1984. 192 с. Библиогр.: 187 назв.;
149. Лукасевич С. Локальные нагрузки в пластинах и оболочках. оболочек /Пер. с англ. поиск. Б.Н. Ушакова; Предисл. В.Л. Бидермана. М.: Мир. 1982. 542 с. Библиогр.: 449 назв.;
150. მიქელაძე მ. იდეალურად დრეკად-პლასტიკური და პლასტიკურ ხისტი სისტემების სტატიკა. გამომცემლობა „მეცნიერება“, 1980. გვ. 183;
151. Магула В.Э. Судовые эластичные конструкций. Л.: Судостроение. 1978. 263 с. Библиогр.: 176 назв.;
152. Малинин М. М., Рафаилов А. Г. Оценка напряженного состояния подкрепленных цилиндрических оболочек с вырезом при изгибе//сб: Пространственные конструкции в Красноярском крае. Красноярск, КПИ, 1981;
153. Михайлов Б.К., Кипиани Г.О. Деформированность и устойчивость пространственных пластинчатых систем с разрывными параметрами. Стройиздат СПб, С.-Петербург, 1996. 442 с.;
154. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости//М.: Наука, 1949, с. 635;
155. Mardaleishvili N., Sesikashvili O., Zverev S., Gamkrelidze E., Tsagareishvili S. Modelling of moisture loss from legumes in case of infrared radiation. Journal of Food and Nutrition Research (ISSN 1336-8672) Vol. 60, 2021, No. 3, pp. 255–262;
156. Милейковский И.Е., Купар А.К., Гипары. Расчет и проектирование пологих оболочек покрытий в форме гиперболических параболоидов. М.: Строй-издат. 1978. 223 с. Библиогр.: 97 назв.;
157. Назаров А.А. Основы теории и методы расчета пологих оболочек. Л.: Стройиздат. 1966. 303 с. Библиогр.: 28 назв.;
158. Найфэ А Введение в методы возмущении/Пер. с англ. И.Е. Зино и Э.А. Троппа: Под ред. Р.Г. Баранцева. М.;Мир. 1984. Библиогр.: 67 назв.;

159. Найфэ А. Методы возмущений /Пер. с англ. А.А. Меликяна, А.А. Миронова. Под ред. Ф.Л. Черноусько. М.; Мир. 1976. 455 с. Библиогр.: 67 назв.;
160. Перлин П. И. Приближенный метод решения упруго-пластической задачи // Инженерный журнал 1960, вып. 28, с. 145-150;
161. Перлин П. И. Упруго-пластическое распределение напряжений вокруг отверстия // Труды МФТИ 1960, №5, с.30-40;
162. Ржаницын А.Р. Пологие оболочки и волнистые настилы // Научн. сообщ. Акад. стр. и арх. СССР: ЦНИИСК. 1960. Вып. 14. 128 с. Библиогр.: 11 назв.;
163. Рассудов В.М., Красилов В.П., Панкратов Н.Д. Некоторые задачи термоупругости пластинок и тонких оболочек. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1973. 155 с. Библиогр.: 37 назв.;
164. Рассказов А.О., Дехтярь А.С. Предельное равновесие оболочек. Киев: Вища шк., 1978. 151 с. Библиогр.: 54 назв.;
165. სულაშვილი ვაჟა, ხვრეტების მქონე ანიზოტროპული ფირფიტოვანი კონსტრუქციების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობა. II საერთაშორისო სიმპოზიუმი სეისმომედეგობა და საინჟინრო სეისმოლოგია. ქ. თბილისი, 2019წ. გვ. 97-98;
166. Sulashvili V. Interaction of two elongated circular circuits with rectangular cuts on an infinite plate. International Scientific Journal "Problems of Mechanics", Tbilisi, #3(76)/2019, ISSN 1512-0740. p. 51-55;
167. სულაშვილი ვაჟა, ნებისმიერი მოხაზულობის ხვრეტების მქონე ფირფიტების დრეკად-პლასტიკური ამოცანის გადაწყვეტის საკითხი. სამეცნიერო-ტექნიკური ჟურნალი „მშენებლობა“, №1(57), 2021. ISSN 1512-3936. გვ. 98-101;
168. Савчук А. О пластическом анализе оболочек // Механика деформируемого твердого тела: Направления развития. М., 1983. С. 274-309;
169. Tabatadze D., Kipiani G., Sulashvili V., Pailodze N. Model of Elastic-Plastic State of Seismic Thin-Walled Spatial Systems with Rectangular Section. Eurasiaweb International Conference, Bordeaux, France ISBN: 978-93-90150-32-8. 2021. pp. 9-17;
170. Терегулев И.Г. Изгиб и устойчивость пластин и оболочек при ползучести М.: Наука, 1969. 206 с. Библиогр.: 128 назв.;

171. Швецов В. А. Растяжение изотропной пластинки с бесконечным числом квадратных отверстий, подкрепленных жесткими кольцами//Сб. "Некоторые задачи теории упругости о концентрации напряжений, равновесии и колебаниях упругих тел". Саратов 1964, с. 54-60;
172. Шапиро Г.С. О равновесии конуса и конической оболочки//ПММ. 1944. Т. 8. вып. 4, С. 332-336. Библиогр.: 4 назв.;
173. Шапиро Г.С. О сжатии бесконечного полого кругового цилиндра давлением, приложенным на участке боковой поверхности//ПММ. 1943. Т.7, вып. 5 С. 379-382. Библиогр.: 4 назв.;
174. Шапиро Г.С. О единственности решения одной задачи изгиба круглой жестко-идеально-пластической пластинки// Изв. АН СССР. ОТН. 1959.№3. С.138, 139. Библиогр.: 5 назв.