ჯ. კიკელია

კარტომეტრია

სსსრ უმაღლესი და საშუალო სპეციალური განათლების სამინისტროს მიერ დამტკიცებულია სახელმძღვანელოდ უმაღლესი სასწავლებლების სტუდენტებისათვის

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
თბილისი 1985

26.1
528.9
კ 391

წიგნი წარმოადგენს კარტომეტრიის სახელმძღვანელოს; მასში განხილულია კარტომეტრიის განვითარების მოკლე ისტორია, რუკის შემეცნებითი შესაძლებლობა, კარტომეტრიის საგანი და ამოცანები, მასშტაბის ფუნქცია, რუკებზე გაზომვათა ცდომილებები. წიგნის მეორე ნაწილი მთლიანად ეძღვნება კარტომეტრიული ანალიზის მეთოდებსა და ხერხებს. ფართოდ არის განხილული რუკაზე ოდენობრივი მახასიათებლების ამოცანების ანალიზური და ტექნიკური საშუალებები. მოცემულია ასევე საგნებისა და მოვლენების სივრცით თავისებურებათა გამოვლენის კარტომეტრიულ-მათემატიკური ანალიზის გზები და სხვა.

განკუთვნილია გეოგრაფია-გეოლოგიის ფაკულტეტის სტუდენტებისა და შესაბამისი დარგის სპეციალისტებისათვის.

რედაქტორი საქ. სსრ მეცნ. აკ. წ./კორ. ალ. ასლანიკაშვილი

რეცენზენტები: კ. ლიფონავა
ვ. ქეიშვილი
ი. ქართველიშვილი

К $\frac{1902030000}{\text{М } 608(06)85}$

წინასიტყვაობა

კარტომეტრიის კურსი ეკითხებათ უნივერსიტეტის გეოგრაფიული განხრის კარტოგრაფიის სპეციალობის სტუდენტებს.

კურსის მნიშვნელობა განისაზღვრება იმ განსაკუთრებული როლით, რომელსაც კარტომეტრია ასრულებს ტერიტორიის ბუნებრივი და სოციალ-ეკონომიკური პირობების თავისებურებათა შესწავლაში. ამ როლის წარმატება დამოკიდებულია მომავალი სპეციალისტის კარტომეტრიული მეთოდებისა და ხერხების ცოდნის მარაგზე — გამოცდილებაზე.

წინამდებარე სახელმძღვანელოში, რომელიც ზოგადი კარტოგრაფიის კურსის გაგრძელებას წარმოადგენს, მოკლედაა გაშუქებული კარტომეტრიის განვითარების ისტორია, შემეცნების საგანი და ამოცანები, რუკა როგორც ინფორმაციის წყარო. ორ უკანასკნელ საკითხში ზოგად ასპექტში წარმოდგენილი კარტოგრაფიის თეორიული სიახლენი, გაზომვების შემეცნებადობა და სხვა. წინასწარი და აუცილებელი ცნობების ნაწილში ყურადღება გამახვილებულია მასშტაბის ზღვრული სიზუსტის საკითხებზე, მის ფუნქციაზე. გაზომვებში დაშვებულ შემთხვევით ცდომილებათა იგნორირების გზებსა და ხერხებს დათმობილი აქვს II თავი. შემდგომ თავებში ყურადღება გამახვილებულია იმ შედეგებზე, პრინციპებსა და მეთოდებზე, რომლებიც წარმატებით გამოიყენება გეომორფოლოგიაში, ჰიდროლოგიაში.

სახელმძღვანელო მარტო რუკაზე დედამიწის ზედაპირის კარტომეტრიული ანალიზით არ შემოიფარგლება. სასწავლო პროგრამის შესაბამისად, მასში მოცემულია აგრეთვე ზოგიერთი თემატური რუკის კარტომეტრიული დამუშავების გზებიც. მნიშვნელოვანი ადგილი აქვს დათმობილი რუკებზე კარტომეტრიულ-მათემატიკურ ანალიზს. ამ საკითხებში გათვალისწინებულია გეოგრაფიულ მეცნიერებათა ის მოთხოვნები, რომლებიც კარტომეტრიისადმია წაყენებული.

წინამდებარე სახელმძღვანელო, რომელიც არსებული ლიტერატურული წყაროების ბაზაზეა დაწერილი, მშობლიურ ენაზე პირველად შეიქმნა. რა

თქმა უნდა, იგი უნაკლო არ იქნება, მაგრამ, ვფიქრობთ, რომ ამ სახითაც გარკვეულ წვლილს შეიტანს არა მარტო მომავალი სპეციალისტის — გეოგრაფ-კარტოგრაფის მომზადების საქმეში, არამედ იმ სპეციალისტის სამეცნიერო-კვლევით მუშაობაშიც, რომელიც რუკაში მოცემული ინფორმაციის ამოცნობისა და გარდაქმნის მეთოდებით დაინტერესდება.

ავტორი გულწრფელ მადლობას მოახსენებს კარტოგრაფია-გეოდეზიის კათედრის ყველა წევრს გაწეული რჩევა-დარიგებისათვის და ყველა საქმიან შენიშვნას მადლობით მიიღებს.

1. კარტომეტრიის განვითარების ისტორიის მოკლე მიმოხილვა

ადამიანებს ოდითგანვე აინტერესებდათ გაეგოთ, რას წარმოადგენს გარე სამყარო, როგორია ბუნების შინაგანი საიდუმლოება. დროთა მსვლელობაში, წარმოების განვითარების კვალდაკვალ, იზრდებოდა ინტერესი გარე სამყაროს შესწავლისადმი, რაც შემდგომ ურიცხვ ფაქტობრივ მასალას აგროვებდა. ცხადია, ეს ფაქტობრივი მასალა ადამიანთა ცნობიერებაში ქაოსურ მდგომარეობაში იქნებოდა, რომ დაგროვების კვალდაკვალ მისი მოწესრიგება და ერთმანეთთან დაკავშირება მას არ მოეხერხებინა. ამისათვის იგი სხვადასხვა საშუალებებსა და ხერხებს მიმართავდა, მაგრამ არ არსებობდა სწორი წარმოდგენა იმაზე, რომ დედამიწისა და მასზე მიმდინარე პროცესების შესახებ დაგროვილი ფაქტობრივი მასალის ასახვა იყო შესაძლებელი.

ზოგადსაკაცობრიო პროგრესმა დასაბამი მისცა ამ ინფორმაციის გადმოცემის ისეთ ფორმას, რომელსაც რუკისმაგვარი გრაფიკული გამოსახულება წარმოადგენდა, მაგრამ მათი პირველადი სახე ჯერ არ წარმოადგენდა რუკას, ბუნებრივია, არც „გეოგრაფიის“ ცნება არსებობდა და კარტომეტრიაზე ლაპარაკი ხომ გამორიცხული იყო.

შემდგომ, როცა ერატოსთენემ, მოგვიანებით კი პტოლომემ, განავითარეს „გეოგრაფია“, რუკაში მკვეთრად გამოვლინდა მისი პრინციპულად მნიშვნელოვანი და უაღრესად სპეციფიკური თვისება. ამ უკანასკნელმა ადამიანს ბიძგი მისცა, მისთვის საინტერესო ადგილის დიდი განფენილობის პირობებში, შეექმნა ერთიანი ანასახი რუკის სახით. მხოლოდ ამის შემდეგ მიეცა კაცობრიობას ის უზოგადესი ცოდნა გარემოს შესახებ, რომელიც ესოდენ ესაჭიროებოდა მას სივრცითი მოღვაწეობისათვის.

შემეცნების ამ საფეხურზე ეყრება საფუძველი კარტომეტრიას, რომელსაც ჯერ წინ უსწრებდა რუკის ვიზუალური ანალიზი. ვიზუალური ანალიზი აუცილებელ ეტაპს წარმოადგენდა, ვინაიდან მის გარეშე მაშინ (და არც ახლა) ვერ შეიქმნებოდა წარმოდგენები მოვლენის შესახებ. ვი-

ზუალურ ანალიზთან ერთად იმ პირველ რუკებზე კარტომეტრიული სამუშაოებიც სრულდებოდა, იზომებოდა მანძილები დასახელებულ პუნქტებს შორის, როგორც ხმელეთზე, ისე ზღვაზე.

ძვ. წ. აღ-დან XVI საუკუნემდე, კარტომეტრიის ფუნქცია მხოლოდ ზემოთ აღნიშნულით შემოიფარგლებოდა. ეს ის პერიოდია, როცა რუკამ ვერც ხარისხობრივ და ვერც შინაარსობრივ კრიზისს თავი ვერ დააღწია.

XV საუკუნიდან ხმელთაშუა ზღვის ქალაქებში, კაპიტალისტური წარმოების პირველადი ჩანასახების გაჩენასთან ერთად, საზოგადოება თავისი პრაქტიკული და შემეცნებითი მოღვაწეობის დროს ღრმად იჭრებოდა სივრცით ურთიერთობათა სამყაროში და მეტ საშუალებებს ქმნიდა და აუმჯობესებდა კვლევის საგნების სივრცის ასახვას.

როგორც ქართველი მეცნიერი ალ. ასლანიკაშვილი აღნიშნავს (1968), ამ საშუალებათა ერთობლიობა ქმნიდა იმ განსაკუთრებულ ენას, რომლითაც კარტოგრაფიული სივრცე აისახებოდა. ამგვარად, ყველა ეპოქის ხალხი ქმნიდა და ავითარებდა რუკის ენას ისე, რომ თვითონ ამას ვერც გრძნობდა.

XVI საუკუნის ბოლოს განსაკუთრებული ადგილი ეკავა მას ცალკეულ სახელმწიფოთა ტერიტორიების ფართობის დადგენის საქმეში. რუკის გამოყენების როლი გაიზარდა და კარტომეტრიაც, როგორც დისციპლინა, გაფორმდა.

XVI საუკუნის შუა პერიოდიდან მნიშვნელოვანი სივრცეების აგეგმვის დაწყებამ განსაკუთრებული როლი შეასრულა რუკის ენის განვითარების საქმეში, დაიხვეწა სინამდვილის საგნების ასახვის გრაფიკული ხერხები. თუ ადრე რელიეფი რუკებზე პერსპექტიული ნახატებით აისახებოდა, უკვე XVI საუკუნის ბოლოს იგი შტრიხებმა შეცვალა. კარტოგრაფიული სახვითი საშუალების ამ მეთოდით შედგენილი რუკა ადამიანს შედარებით უკეთ წარმოდგენას უქმნიდა ადგილის ზედაპირის ხასიათის შესახებ, მაგრამ რელიეფის ქანობის ან დახრილობის განსაზღვრის ტექნიკური პირობები მაინც შეზღუდული იყო. ამ სახვითი საშუალებით, რელიეფის უკეთ ასახვის მიზნით, უფრო მოგვიანებით, საქსონელმა ოფიცერმა ლემანმა სპეციალური სკალაც კი დაამუშავა, მაგრამ რუკაზე რელიეფის კარტომეტრიული ანალიზის წარმოება კვლავ შეუძლებელი იყო.

XVI საუკუნის ბოლოს შედგენილ ზოგადგეოგრაფიულ რუკებზე წარმატებით სრულდებოდა კარტოგრაფიული სამუშაოები, რომელთა დანიშნულებას ძირითადად, ცალკეული ქვეყნების სიგრძე-სიგანისა და მდინარეთა სიგრძეების განსაზღვრა წარმოადგენდა.

რუკებზე ფართობის განსაზღვრის ისტორია ორ პერიოდად შეიძლება დაიყოს: 1. პლანიმეტრის გამოგონებამდე და 2. პლანიმეტრის გამოგონების შემდგომი პერიოდი.

გაზომვითი სამუშაოების მოცულობის ზრდასთან ერთად მკვეთრად შეიცვალა თვით საქმის ორგანიზაცია. ცალკეული შემსრულებლის ხელიდან გაზომვები გადავიდა იმ ორგანიზაციებში, რომლებიც უმთავრესად თავიანთი ქვეყნის ადმინისტრაციული ქვედანაყოფების გაზომვებს აწარმოებდნენ. უკვე XVII საუკუნის პირველ ნახევარში ქვეყნის სიდიდის ხაზობრივ ზომებში გამოსახვის სისწორე ეჭვის ქვეშ დადგა. ცალკეულ ქვეყნებში სახელმწიფოთა სიდიდის ხაზობრივ ზომებზე უარი თქვეს და დაიწყეს მათი ფართობების გაზომვა. 1656 წ. ლონდონში გამოჩნდა შრომა, რომელშიც ქვეყნის ზომები ფართობებში იყო მოცემული. რიჩიოლი (1661 წ.) მოითხოვდა, რომ ქვეყნის სიდიდე უმჯობესია გამოისახოს ფართობითო; ბოსი (1676 წ.) ამტკიცებდა, რომ ქვეყნის სიდიდე სწორედ მისი ხაზობრივი ზომებით განისაზღვრებაო. თვითონ რიჩიოლიმ ზოგიერთი ქვეყნის ფართობების გაზომვებისათვის გამოიყენა გეომეტრიული მეთოდი და იტალიის მაგალითზე იგი აღწერა კიდეც. იტალიის ფართობის გაზომვისას მან მისი ტერიტორია რუკაზე შეცვალა სამკუთხედითა და პარალელოგრამით და ამ ფიგურების ფართობები გაზომა მათი ხაზობრივი ზომებით. ეს გაზომვები დაედო საფუძვლად ფართობის გაზომვის გეომეტრიულ მეთოდს.

1687 წელს გამოქვეყნებულ ხაპელის შრომაში მოცემული იყო რეკომენდაცია იმის შესახებ, რომ ქვეყნის ფართობის გამოსახვა უმჯობესია კვადრატულ გრადუსებში ან კვადრატულ მინუტებში. დედამიწის მთელი ზედაპირი მან ასევე კვადრატულ გრადუსებში გამოსახა. ეს გააკეთა იმ მოსაზრებით, რომ, თუ ეკვატორი შეიცავს 360°-ს და აქედან $2R-360°:\pi$, მაშინ სფეროს ზედაპირი იქნება — $4\pi R^2$, რაც ტოლი იქნება 41 253 კვადრატული გრადუსისა.

ხაპელის გაზომვებით ხმელეთის ფართობი 10 600 კვადრატული გრადუსის ტოლია. იგი თვლიდა, რომ იმ დროისათვის უცნობ ხმელეთს ეკავა კიდევ ამდენივე სივრცე და ამიტომ მთლიანად დედამიწის ზედაპირის ნახევარს შეადგენდა. ეს შეხედულება გრძელდებოდა ჯ. კუკამდეც.

ამ დროისათვის რუკებზე ფართობებს გაზომვას უკვე იმდენად დიდი ყურადღება ექცეოდა, რომ ხშირად მას თეორიულ თხზულებებშიც განიხილავდნენ.

XVII საუკუნის ბოლოს ცნობილი გახდა აწონვის მეთოდი. მსგავსი

სამუშაო კარტომეტრიაში 1693 წ. პირველად გამოიყენა ხ. ჰალეიმ [1]. მან ინგლისის საგრაფოების ფართობის გაზომვის მიზნით ადამსის რუკაზე ამოჭრა კონტურები და ზუსტ სასწორზე აწონა, რომელიც 4-ჯერ მეტია იმავე რუკიდან ამოჭრილ ისეთ წრეზე, რომლის ფართობიც რუკის მასშტაბში 9665 000 აკრის ტოლია [2]. ამ გზით მან გაზომა მთელი ინგლისის ფართობი. გაზომვების დროს იყენებდა სფეროს იმ ზომებს, რომელიც პიკარის მიერ იყო განსაზღვრული.

1707 წელს ტაკეტმა ფართობის გაზომვის განსხვავებული ხერხი გამოიყენა. თავისი მეთოდის საილუსტრაციოდ მან აირჩია ესპანეთი და გლობუსზე ესპანეთის სახელმწიფოს ცენტრში დასვა წერტილი. ამ წერტილიდან შემოხაზა ესპანეთის ტოლდიდი წრე, წრის გარეთ დარჩენილი ადგილების კომპენსაცია უნდა მოეხდინა წრის შიგნით მოხვედრილ ცარიელ კონტურებს. გლობუსიდანვე განსაზღვრა ამ წრის რადიუსი, რომელიც 4°20′-ის ტოლი იყო. აქედან ესპანეთის ფართობი მან გამოთვალა ფორმულით:

$$\frac{\pi\,(4°20')}{41253}.$$

აღმოჩნდა, რომ იგი მთელი დედამიწის ზედაპირის $\frac{1}{699}$ ნაწილის ან 59 კვადრატული გრადუსის ტოლია. გამოირკვა, რომ შედეგები არ იყო დაკავშირებული დედამიწის ნამდვილ ზომებთან.

ამრიგად, XVIII საუკუნის დასაწყისისათვის რუკებზე ფართობების გაზომვის ორი ხერხი დამკვიდრდა: გეომეტრიული და აწონვისა. ორივე ხერხს ჰყავდა თავისი მიმდევრები.

XVIII საუკუნის ბოლოს გამოიგონეს პალეტი, რომელმაც რამდენადმე გაამარტივა ფართობის გაზომვის პროცესი.

კარტოგრაფიულ სამუშაოებში სიზუსტის დაცვის საჭიროებამ მოითხოვა, რომ რუკის პროექცია ეკვივალენტური ყოფილიყო; ამიტომაც XVIII საუკუნის ბოლოს დიდი რაოდენობის ახალი ეკვივალენტური პროექციები გაჩნდა. მაშინ, როცა XVIII საუკუნის პირველ ნახევრამდე რუკებს ადგენდნენ მხოლოდ ფსევდოკონუსურ პროექციებში.

---

[1] ინგლისელი ასტრონომი და გეოფიზიკოსი, 1720 წ. გრინვიჩის ობსერვატორიის დირექტორი.

[2] აკრი ფართობის ზომის ერთეულია ინგლისში.

როგორც ცნობილია, ეკვივალენტურ პროექციაში ფართობის საერთო მასშტაბი შენარჩუნებულია მაშინ, როცა ხაზოვანი მასშტაბი ცვალებადია, თუმცა იგი ხელს მაინც არ უშლიდა მრავალკუთხედის ელემენტების ხაზოვან გაზომვებს.

1790 წლისათვის რუკებზე ფართობების გაზომვის ახალი გზა გამოიძებნა. პეტერბურგის მეცნიერებათა აკადემიის პროფესორმა ვ. კრაფტმა რუსეთის იმპერიის ფართობი გაზომა სარტყლების მიხედვით. ნახევარგრადუსიანი სარტყლებისათვის მან ფართობების ცხრილი შეადგინა და ამ მეთოდს სპეციალური შრომაც მიუძღვნა. მის მიერ დამუშავებული ფორმულა დღესაც წარმატებით გამოიყენება. აქედან მიეცა დასაბამი რუკებზე ფართობების გაზომვის მეცნიერულ საფუძველს. ამას ხელი შეუწყო იმ გარემოებამაც, რომ მკვეთრად გაიზარდა რუკის სიზუსტე და სინამდვილის ასახვის ლოგიკური ხერხები, რამაც კარტომეტრიის მოღვაწეობის სფერო უფრო გააფართოვა და გააღრმავა.

1697 წელს როტერდამის მიწათმზომელმა პიერ ანსელინმა, მდინარე მაასის კალაპოტისა და ქალაქ როტერდამის ნავსადგურის გეგმაზე სინამდვილე სამგანზომილებიან მოცულობით ფორმაში წარმოადგინა. ეს საქმე მან წარმატებით განახორციელა იზობათების საშუალებით. მოგვიანებით ეს მეთოდი გამოიყენეს ნიდერლანდელმა ინჟინერმა კრუკიუსმა მდინარე მერვედეს რუკაზე (1773 წ.) და ფრანგმა ჰიდროგრაფმა ფილიპ ბუაშმა, ლა მანშის სრუტის რუკაზე.

1771 წელს აღნიშნული მეთოდი ფრანგმა მეცნიერმა დიუკარლამ გამოიყენა რელიეფის ასახვისათვის. უფრო მოგვიანებით დიუპენ ტრიელმა 1791 წელს საფრანგეთის რუკაზე ინტერპოლირების გზით რელიეფი გამოხაზა ჰორიზონტალებში. ამან მკვლევართა დიდი ყურადღება მიიპყრო. ახალი მეთოდის უპირატესობამ შტრიხების მეთოდთან შედარებით, საყოველთაო აღიარება პოვა და მნიშვნელოვნად გაზარდა რუკების მეცნიერული და პრაქტიკული ღირებულება.

თუ ადრე კარტოგრაფიული ნაწარმოები არასრულად გამოიყენებოდა, იზოხაზებმა კარტომეტრიას გზა გაუხსნა მისი სხვა მხარის უშუალო გამოყენებისათვის, კერძოდ, ეს სხვა არაფერია, თუ არა კარტოგრაფიული ინფორმაციის გარდაქმნა. კარტოგრაფიული ინფორმაციის კარტომეტრიულმა გარდაქმნამ განსაკუთრებული ადგილი დაიკავა გეომორფოლოგიურ გამოკვლევებში, რელიეფის მორფომეტრიული ანალიზის საქმეში, ჰიდრომეტრიაში და სხვაგან.

ჯერ კიდევ XIX საუკუნის დასაწყისში, სანამ გეომორფოლოგია ჩამო-

ყალიბდებოდა, ცენტრალური ევროპის ქვეყნებში უკვე ჩამოყალიბდა რელიეფის მორფომეტრია. ამ მიმართულებით დასავლეთ ევროპის მორფომეტრიული სკოლის ნამუშევართა მიმოხილვა შეიძლება ვნახოთ ა. პენკისა (1894 წ.) და ბოლიგას (1859 წ.) შრომებში. ასი წლის მანძილზე ამ სკოლის მუშაობის მიზანი იყო ამოეხსნა ორი ამოცანა. ამათგან ერთი, რომელიც ელემენტარულ გეომეტრიას მიეკუთვნებოდა, ითვალისწინებდა კოეფიციენტების განსაზღვრას, რომლებიც დაახასიათებდა რელიეფის ფორმების გადახრებს უბრალო გეომეტრიული ანალოგებიდან: წრე — კონუსისაგან და ცილინდრისა — სხვათაგან. მეორე ამოცანა მდგომარეობდა დახრილობის, ფერდობთა სიგრძისა და სიმაღლეთა საშუალო მნიშვნელობების გამოთვლაში; სიმაღლეთა ან ქანობთა განაწილება გრაფიკულ გამოსახულებაში ჰიფსომეტრიული ან კლინოგრაფიული მრუდების სახით.

კარტომეტრიაში ახალ მიღწევათა თვალსაზრისით, დასავლეთ ევროპული ძველი სკოლის მიღწევები მორფომეტრიაში შეიძლება მოგვეჩვენოს ფორმულებითა და კოეფიციენტებით გადატვირთული, მაგრამ თუ მათ ისტორიულ ასპექტში განვიხილავთ, აღმოჩნდება, რომ ამ საქმეს უშედეგოდ არ ჩაუვლია. იგი საფუძვლად დაედო რელიეფის გეომეტრიის ორ ძირითად მიმართულებას. კოეფიციენტებისა და ინდექსების გამოთვლა რუკებზე, რომელიც წესიერი გეომეტრიული ფიგურებიდან გადახრებზე მიგვანიშნებს, გადაიზარდა აპროქსიმაციაში, ე. ი. რელიეფის ფორმის, უფრო უბრალო ზედაპირების მქონე გეომეტრიული ფიგურებით შეცვლაში, რომლებიც ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა აღწერის შესაძლებელ პირობებს ქმნიდა ჯერ კიდევ XIX საუკუნის მეორე ნახევარში.

დასავლეთ ევროპაში გაჩნდა ექსპონენციური ფუნქციის მქონე მდინარეების განივი პროფილების აპროქსიმირების ცდები. რაც შეეხება საშუალო მაჩვენებლების გამოთვლისა და ჰიფსოგრაფიული და კლინოგრაფიული მრუდების აგებას, მის ანალიზს, მან ხელი შეუწყო სტატისტიკურ მიმართულებას კარტომეტრიაში. როგორც ვხედავთ, რუკის ინფორმაციის კარტომეტრიულმა გარდაქმნამ ჯერ კიდევ XIX საუკუნის მეორე ნახევრიდან ფართოდ გაუღო კარი მათემატიკას გეოგრაფიულ მეცნიერებაში.

XIX საუკუნის 70-იანი წლებისათვის ევროპის ქვეყნების უმეტესობას უკვე გააჩნდა ტოპოგრაფიული აგეგმვის საფუძველზე მიღებული ჰორიზონტალებიანი მსხვილმასშტაბიანი ზოგადგეოგრაფიული რუკები, რომლებზეც ფართობის გაზომვები უმთავრესად ახლად გამოგონებული ხელსაწყოთი — პლანიმეტრით სრულდებოდა. პლანიმეტრის საშუალებით რუსმა მეცნიერმა ი. სტრელბნიცკიმ გაზომა მაშინდელი იმპერიის ტერიტო-

რია და გარკვეული შესწორებები შეიტანა ადრე ჩატარებულ გაზომვებში.

უფრო მოგვიანებით კი, როცა დიდი რაოდენობის თემატური რუკები შეიქმნა, განსაკუთრებით ოქტომბრის რევოლუციის შემდეგ, მათი კარტომეტრიული დამუშავება შესაბამისი მეცნიერების ინტერესით წარიმართა.

ოქტომბრის რევოლუციის შემდეგ კარტომეტრიის განვითარების მნიშვნელოვან საფუძველს წარმოადგენდა ის, რომ რუკებმა განსაკუთრებული ადგილი დაიკავეს დედამიწის შემსწავლელ მეცნიერებათა გამოკვლევების მთელ ციკლში, კერძოდ, ფიზიკურ და ეკონომიკურ გეოგრაფიაში, გეომორფოლოგიაში, ჰიდროლოგიაში, გეოლოგიაში, გეოფიზიკაში და სხვ. ამ დარგთა თეორიული განვითარების თანამედროვე დონეზე რუკის ანალიზის ცოდნა კვლევის ერთ-ერთი ძირითადი მეთოდია. აღნიშნულის თვალსაჩინო მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ გეომორფოლოგია. მისი ერთი დარგი — რელიეფის მორფომეტრია — დაფუძნებულია იმ მორფომეტრიულ მახასიათებლებზე, რომელიც კარტომეტრიის გზით ამოიხსნება ტოპოგრაფიულ რუკებზე.

რუკის შემეცნებითი შესაძლებლობების გაფართოებაზე თვალნათლივ მიგვითითებს ცხრილი № 1.

სინამდვილის შემეცნების პროცესში კარტომეტრიის ფუნქცია დიდია და მისი გაფართოების საქმეში გარკვეული წვლილი შეიტანეს საბჭოთა მეცნიერებმა მ. ვოლკოვმა, მ. პროტოდიაკონოვმა, პ. სობოლევსკიმ, ა. დევდარიანმა, ვ. ფილოსოფოვმა და სხვ.

კარტომეტრიის გამოყენებამ საფუძველი შეუქმნა რელიეფის გეომეტრიას, რომელიც დაკავშირებულია მ. პროტოდიაკონოვისა და პ. სობოლევსკის სახელთან, მათემატიკურ ანალიზს, რომლის ფუძემდებელია ა. დევდარიანი, რელიეფის ტექტონიკური სტრუქტურის მორფომეტრიული მეთოდით ძიებას, რომელსაც საფუძველი ჩაუყარა ვ. ფილოსოფოვმა.

გეოგრაფიული ანალიზისა და სინთეზის შედეგების კარტოგრაფიული ფორმით ასახვის გაფართოებამ ეკონომიკურ კარტოგრაფიაში ფართო კარი გაუღო კარტომეტრიის პრინციპებსა და მეთოდებს, რამაც შემდგომ ხელი შეუწყო ეკონომიკურ გეოგრაფიაში მათემატიკური მეთოდების დანერგვას.

დღეისათვის, როცა უკვე აეროკოსმოსურმა მეთოდებმა ფართო გამოყენება პოვა ბუნებაში მიმდინარე პროცესებზე, ჩვენი სივრცითი ზემოქმედების ღონისძიებათა დასახვის საქმეში კარტომეტრია თავისი განვითარების შესაძლებლობის საინტერესო პერსპექტივას სახავს, რომელიც ინსტრუმენტალურ ქმედებაში უნდა გადაიზარდოს.

ცხრილი № 1

რუკის შემეცნებითი შესაძლებლობის გაფართოება

რუკის საშუალებით ამოხსნილი ზოგიერთი ამოცანა	ანტიკური პერიოდი	შუა საუკუნეები: ადრეული შუა საუკუნეები	შუა საუკუნეები: XIII — XVII სს.	ახალი პერიოდი: XIX საუკუნემდე	ახალი პერიოდი: XIX და XX სს. დასაწყისი	უახლესი პერიოდი
1. ადგილზე რუკით ორიენტირება	+	+	+	+	+	+
2. რუკის გამოყენება, როგორც ზემოქმედების საშუალება	—	+	+	+	+	+
3. რუკებზე მიმართულებათა და მანძილების გაზომვა	—	—	+	+	+	+
4. რუკა, როგორც სხვადასხვა სახის მონაცემების დატანის საფუძველი	—	—	+	+	+	+
5. რუკებზე ფართობის გაზომვა	—	—	+	+	+	+
6. რუკებზე ადგილის სიმაღლის ქანობის და რელიეფთან დაკავშირებული სხვა ამოცანების ამოხსნა	—	—	—	—	+	+
7. მეცნიერული განზოგადება და პროგნოზირება	—	—	—	—	—	+

შ ე ნ ი შ ვ ნ ა: მინუსი ნიშნავს, რომ ეს სამუშაო არ სრულდებოდა. პლუსით მინიშნებულია, რომ საკითხი რუკებზე ამოიხსნებოდა.

2. კარტომეტრიის შემეცნების საგანი და ამოცანები

კ ა რ ტ ო მ ე ტ რ ი ა (გერმ. karte—რუკა და ბერძნ. metrō—ვზომავ) კარტოგრაფიის დარგია. მისი შემეცნების საგანია რუკაზე ასახული საგნებისა და მოვლენების ურთიერთგანლაგების წესრიგის რიცხვით დამოკიდებულებათა გამოვლენა.

მას შემდეგ, რაც გამოიკვეთა კარტოგრაფიის კვლევის საგანი, მეცნიერებს საშუალება მიეცათ უფრო ღრმად ჩაწვდომოდნენ კარტოგრაფიული გამოსახულების არსებას და რუკის შემეცნებით შესაძლებლობებს. ამ გარემოებამ თავისთავად მოითხოვა კარტოგრაფიის შინაგანი სტრუქტურის ტრადიციული დაყოფის დახვეწა და ლოგიკური სქემის შექმნა, რაშიც განსაკუთრებული ღვაწლი მიუძღვის ალ. ასლანიკა-

შეილს. სქემაში, რომელსაც იგი „ა“ და „ბ“ ნაწილებად ყოფს (3. გვ. 281), გამოკვეთილია ზოგადკარტოგრაფიული და კერძოკარტოგრაფიული ნაწილი.

ზოგადკარტოგრაფიულ „ა“ ნაწილში გულისხმობს — თეორიულს და „ბ“ ნაწილში — კერძო კარტოგრაფიულში კი — თეორიულ-პრაქტიკულს. რიგით მე-4, პირველ ნაწილში გამოყოფილია რუკათგამოყენება, რასაც თავისი ლოგიკური საფუძველი აქვს. მასში შედის კარტომეტრია.

რუკებიდან კარტომეტრიის გზით ამოხსნილ ინფორმაციას არ შეუძლია მოგვცეს უფრო ღრმა პოტენციური მონაცემები სინამდვილის შესახებ, ვიდრე ეს კანონებით არის გათვალისწინებული, მაგრამ რუკიდან მიღებული ინფორმაცია, რომელიც თეორიაში გამოიყენება. რა თქმა უნდა, უნივერსალურია და მას ვერ შეცვლის ვერც ერთი სხვა ინფორმაცია. ეს უნივერსალობა იმდენად გასაგებია, რომ საბოლოო ჯამში წარმოებული რუკების შექმნის საშუალება გვეძლევა (მაგ., მორფომეტრიული რუკების ვრცელი თემატიკისა). მორფომეტრიული ინფორმაციით შესაძლებელი ხდება მათემატიკური დახასიათება მიეცეს ჩვენი პლანეტის რელიეფს (3. გვ. 276).

აღნიშნულის ლოგიკური სქემა შეიძლება წარმოვიდგინოთ ასე:

(თეორია, მონაცემები)⊢ დასკვნა, პროგნოზები.

ამ მოკლე მიმოხილვითაც ნათელი ხდება ის, რომ კარტომეტრია, როგორც კარტოგრაფიის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი დარგი, მოქცეულია სქემის „ა“ — თეორიულ, ანუ ზოგადკარტოგრაფიულ ნაწილში.

როგორც ირკვევა, კარტომეტრიის ძირითადი ამოცანაა გარდაქმნას კარტოგრაფიული ინფორმაცია, რისთვისაც მას სხვადასხვა ხერხები გააჩნია, რომელთა გამოყენება ითვალისწინებს გაზომვითი სამუშაოების ჩატარებას. მაგრამ ისმება კითხვა — გაზომვა შემეცნებადია თუ არა?

ბურჟუაზიულ სამყაროში თეორეტიკოსები გაზომვის შემეცნებადობას უარყოფენ. საბჭოთა მეცნიერები კი გაზომვას მიიჩნევენ შემეცნებად, თუ უარვყოფთ გაზომვის შემეცნებადობას, მაშინ ხელიდან გამოგვეცლება მთელი რიგი მეცნიერებისა, პირველ რიგში ფიზიკა (1). ზუსტი მეცნიერება გაზომვის გარეშე შეუძლებელია, ზომა კი ბუნების შემეცნების მთავარი საშუალებაა.

რუკებზე გაზომვა შემეცნებითი პროცესია, რომელიც მდგომარეობს კარტომეტრიული ექსპერიმენტის გზით მიღებული ობიექტის მახასიათებელი პარამეტრების შედარებაში მის გარკვეულ მნიშვნელობასთან.

კარტომეტრიული სამუშაოების წარმოების დროს მარტო გაზომვა კი არ არის შედარება, არამედ სიდიდეთა რაოდენობრივი მხარეების ყოველგვარი შედარებაც გაზომვაში შედის. გაზომვასთან გვაქვს საქმე არა მარტო მაშინ, როდესაც რუკაზე ფარგლით ვზომავთ მანძილს A და B წერტილებს შორის, არამედ მაშინაც, როდესაც ვამბობთ, რომ A წერტილი უფრო მაღლა მდებარეობს ზღვის დონიდან, ვიდრე B წერტილი. აქ ორივე შემთხვევაში გვაქვს შედარება, რომლის საშუალებითაც სიდიდეთა ოდენობრივი განსაზღვრულობა დგინდება.

მიუხედავად იმისა, რომ ობიექტის ზომა და გაზომვა, გარკვეული აზრით, სუბიექტურია, ისინი მაინც ობიექტური ვითარების რიცხვით დახასიათებას წარმოადგენენ. რუკებზე მოცემული საგნების ზომა სუბიექტურია, ეს იმას ნიშნავს, რომ ობიექტური სინამდვილე სუბიექტურ ფორმაში გვეძლევა.

რუკებზე გამოსახული ნებისმიერი საგნის ან მოვლენის განლაგების წესრიგს ახასიათებს მრავალმხრიობის უსასრულო რიცხვი. ამ მრავალმხრიობის მნიშვნელოვანი ნაწილი კარტომეტრიის გამოყენების სხვადასხვა გზებით ექვემდებარება გაზომვებს და შედარებებს, რომლებიც შეიძლება გამოისახოს რიცხვით, რითაც საბოლოოდ, მთელი ეს მოღვაწეობა კარტოგრაფიული ინფორმაციის გარდაქმნამდე მიდის.

3. რუკები, როგორც ინფორმაციის წყარო

რუკა, როგორც ქართველი მეცნიერი ალ. ასლანიკაშვილი აღნიშნავს (3. გვ. 243), არის ობიექტური რეალობის საგნებისა და მოვლენების კონკრეტული სივრცის გამოსახულება, შესრულებული სპეციფიკური ნიშნობრივი სისტემით (რუკის ენით).

რუკა წარმოგვიდგენს დედამიწის ზედაპირის ამა თუ იმ ნაწილის გამოსახულებას არა ფოტოგრაფიული ასლის სახით, სადაც ერთნაირად დაწვრილებით არის გამოსახული ყველა ობიექტი, მიუხედავად მათი მნიშვნელობისა და ტიპურობისა, არამედ — მეცნიერულად განზოგადებული სახით, რუკის მასშტაბისა და დანიშნულების შესაბამისად.

რუკის შინაარსის ასეთი დამუშავება იმით არის გამოწვეული, რომ ამა თუ იმ საგნის ან ობიექტის დიდ სივრცეზე განლაგების გამო მათი ერთიანი მიმოხილვა შეუძლებელია, რუკა მთლიანად ან ნაწილობრივ

ცვლის შესასწავლ ობიექტს საიდანაც უნდა იქნეს მიღებული მოვლენის მახასიათებელი ისეთი ფაქტიური ინფორმაციები, რომლებიც სტატისტიკურ აღრიცხვას არ ექვემდებარებიან და რუკებზე უშუალოდ არ არიან ასახული, რაც შემდეგ ლოგიკურად უნდა გადამუშავდეს.

რუკაში კვლევის მიზნისა და მასშტაბის შესაბამისად ყოველი ფორმა აბსტრაგირებულია, ე. ი. არაარსებითი ნიშნებისაგან განყენებულია, ფორმათა გრაფიკულ გამოსახულებაში დატოვებულია მხოლოდ არსებითი ნიშნები, რომელთაგან თითოეული აუცილებელია და ყველა ერთად კი — საკმარისი (3. გვ. 55).

გარეგან ფორმასთან ერთად რუკა ყოველი ფორმის გენეტიკურ შინაარსს გადმოგვცემს, რომელიც ორი საშუალებით არის ასახული — უშუალოდ ან შუალობით.

ერთ შემთხვევაში აქცენტი გარეგან ფორმაზეა გაკეთებული (რელიეფის გამოსახულება იზოჰიფსებით), მეორე შემთხვევაში აქცენტი შინაარსზე კეთდება და მისი ბუნების გადმოცემა საჭიროებისამებრ განზოგადებული ხარისხობრივი ან ოდენობრივი (ან ორივე) მაჩვენებლებითაა შესრულებული. გარეგანი ფორმა ამ შინაარსის ზედაპირულად გავრცობას გვიჩვენებს მხოლოდ (მცენარეული საფარის, მოსახლეობის სიმჭიდროვის და სხვა).

რუკაში ფორმა ყოველთვის ერთნაირი მიდგომით არ არის ასახული, ზოგი ობიექტის ფორმა მეტ-ნაკლებად აბსტრაგირებულია, ზოგისა ლოგიკურად განზოგადებული და რუკა მის სივრცეს გვიჩვენებს, გარეგანი ფორმა კი შინაარსის განზოგადებულ ცნებაშია ნაგულისხმევი. მაგალითად, რელიეფის ფორმები მასშტაბის შესაბამისად აბსტრაგირებული სახით გამოისახება, მსხვილმასშტაბიან რუკებზე—მეტი დეტალებით, წვრილმასშტაბიან რუკებზე — ნაკლები დეტალებით.

ეს ხასიათი ასახულია მოვლენათა ზედაპირის ამსახველი იზოჰიფსებით, რომლებიც მიღებულია თვით მოვლენის ზედაპირის გაკვეთით თანასწორი ინტერვალებით დაშორებული დონებრივი ზედაპირის (ელიფსოიდის ზედაპირის) პარალელური ზედაპირებით. ეს იზოხაზები ყველგან მოვლენის ზედაპირის ფორმას გვიჩვენებენ.

რელიეფის გამოსახულება იზოჰიფსებით, უპირველეს ყოვლისა, გვიჩვენებს ტერიტორიის ვერტიკალურ, ჰიფსომეტრიულ განვითარებას, ყოველი წერტილის სიმაღლეს ზღვის დონიდან. ამას გარდა, — ზედაპირის დაქანების კუთხეს ყოველი მიმართულებით, შეფარდებით სიმაღლეებს — ნებისმიერ წყვილ წერტილს შორის. ამ რიცხვით მონაცემებთან ერთად

იგივე გამოსახულება გვიჩვენებს რელიეფის ფორმებს: ქედებს, სერებს, ხეობებს, ღელეებს და ღრანტეებს, კალთებს, ტერასებს, ღრმულებს, მწვერვალებს და სხვა.

ამ შინაარსის რუკა სულ სხვა ცოდნას იძლევა, რაც არსებითად წარმოადგენს ნახტომს ცალკეული ფაქტებიდან ერთიანი ცოდნისაკენ, რომელიც თავისი სივრცით ფაქტიურ ცოდნაზე მეტია. რუკაში მოცემული ცოდნაც ინფორმაციაა, მაგრამ ინფორმაცია მთლიანისა და არა მისი ცალკეული ნაწილების შესახებ.

მაგალითად, შეიძლება დავუშვათ, რომ საკვლევი ტერიტორიისათვის წერტილის სიმაღლე ვიცით ზღვის დონიდან. ის ყოველთვის არასრული ცოდნა იქნება ამ ტერიტორიის მთელი ზედაპირის სიმაღლითი განვითარების შესახებ, ვინაიდან სრული ცოდნისათვის ყველა წერტილის სიმაღლეა საჭირო და არა ზოგიერთისა. მთელი ზედაპირი წერტილთა უსასრულო რაოდენობას შეიცავს, ყოველი მათგანის ზღვის დონიდან სიმაღლის ცოდნა ისევე შეუძლებელია, როგორც მათი მნიშვნელობის ჩამოწერა, მაგრამ რამდენადაც ასეთი ცოდნის არსებობა შეუძლებელია, იმდენად იგი აუცილებელია არა მარტო მეცნიერებისათვის, არამედ ადამიანის პრაქტიკული, სამეურნეო საქმიანობისათვის. რუკის სახით მოცემულ ცოდნას სწორედ ის უპირატესობა აქვს, რომ იგი ერთიანი უწყვეტი ცოდნაა, რომელიც შესაძლებლობას გვაძლევს მივიღოთ ინფორმაცია ყოველი წერტილისათვის.

რუკაზე ლოკალიზებული ფაქტიური ინფორმაციის — სიმაღლითი ნიშნულების მინიმალურად საჭირო რაოდენობის ბაზაზე, იზოხაზების საშუალებით იქმნება საკვლევი ტერიტორიის რელიეფის სიმაღლითი გავრცელების უწყვეტი გამოსახულება, რომელიც ნებისმიერ წერტილში ინფორმაციის მიღების შესაძლებლობას გვაძლევს (3. გვ. 74).

ანალოგიურ სურათს წარმოადგენს სპეციალურ თემატურ რუკაზე ასახული ატმოსფერული ნალექების რაოდენობის სივრცითი ცვალებადობა დროის გარკვეული მონაკვეთისათვის. ეს გამოსახულება გვიჩვენებს ამ მოვლენის რიცხვით ცვალებადობას იმ ზედაპირის ფორმის სახით, რომელსაც საკვლევი ტერიტორიის ყოველ წერტილში მოსული ნალექების სიმაღლე მოგვცემდა. ამ წარმოდგენითი ზედაპირისა და რელიეფის ზედაპირის ურთიერთშედარებას მთიან მხარეებში ნალექების სივრცითი გავრცელების კანონზომიერებათა დადგენისათვის გარკვეული მეცნიერული ინტერესი აქვს.

ბარული ტოპოგრაფიის კარტოგრაფიული გამოსახულება უფრო მე-

ტად ემსგავსება რელიეფის ჰიფსომეტრიულ გამოსახულებას, რაზედაც თვით სახელი მეტყველებს.

რუკებზე ხშირად მოვლენათა ოდენობრივი დახასიათება მრავალი ფორმით გადმოიცემა, რომელთა შორის საინტერესოა შეფარდებითი სტრუქტურის ოდენობრივი, თვისებრივი და სხვა მრავალი. მარტო შეფარდებით მაჩვენებლებში შეიძლება გამოიყოს სამი ჯგუფი:

პირველი, რომელიც გვიჩვენებს ტერიტორიული ნაწილების ხვედრით წილს მთელი ტერიტორიის საკვლევი მოვლენის მიმართ;

მეორე ასახავს ტერიტორიულ ნაწილებში საკვლევი მოვლენის ხვედრით წილს მასთან დაკავშირებულ მოვლენათა კომპლექსში;

მესამე გადმოგვცემს საკვლევი მოვლენის რიცხვითი მაჩვენებლების შეფარდებას მასთან დაკავშირებული სხვა მოვლენების რიცხვით მაჩვენებლებთან.

მრავლადაა რუკები, სადაც თვისებრივ მაჩვენებელთა სივრცითი ცვალებადობა რიცხვითაა ასახული. მათზე ასევე ცალ-ცალკეა ასახული რიცხვითი ცვალებადობანი ადგილიდან ადგილზე და შედეგის რიცხვითი ცვალებადობანი ადგილიდან ადგილზე. ეს შეიძლება აბსოლუტურ მაჩვენებლებშიც იყოს გამოსახული და შეფარდებითშიც.

რუკები ასევე დიდ ინფორმაციას შეიცავენ მოვლენის ოდენობრიობის სივრცითდროული ცვალებადობის შესახებ.

რუკა, როგორც დავინახეთ, უსაზღვრო ინფორმაციას შეიცავს, მაგრამ მისგან მოვლენების მახასიათებელი პარამეტრების მიღება დამოკიდებულია სპეციალისტის ცოდნის მარაგზე, მის წარმოდგენებსა და პრაქტიკულ გამოცდილებაზე, რუკის შემეცნებით კითხვაზე, რომელიც რუკის ენის საშუალებით ხორციელდება. ამით მკვლევარს ექმნება შესაძლებლობა დაამყაროს შემეცნებითი კავშირი მატერიალურ სამყაროს საგნებთან ან მოვლენებთან. ეს სპეციფიკა მოითხოვს ცოდნას იმის შესახებ, რომ ნიშნები სადმი დამოკიდებულება არსებითად განსხვავდება ასახული საგნისადმი დამოკიდებულებისაგან. ამასთან, არ უნდა დაგვავიწყდეს, რომ ჩვენ გვაინტერესებს არა მარტო პირობით ნიშნებს შორის დამოკიდებულება, არამედ სინამდვილის იმ საგნებს შორის არსებული დამოკიდებულება, რომელიც ამ ნიშნების საშუალებით არის ასახული.

თავი I

მასშტაბი

წინასწარი და აუცილებელი ცნობები

გეოგრაფიულ გამოკვლევებში, რუკათსარგებლობის ყოველ ეტაპზე, განსაკუთრებული ადგილი უკავია მასშტაბს. იგი განსაზღვრავს რუკაზე ობიექტის არა მარტო სიგრძის, ფართობის, მოცულობის და სხვა ზომებს, არამედ გამოსახულების დეტალურობის ხარისხს. კარტომეტრიული სამუშაოების შესრულებისას, სხვა მხარესთან ერთად, განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს სიზუსტე. ამიტომ მუშაობის პროცესში ჩვენთვის განსაკუთრებით საჭიროა ცოდნა იმის შესახებ, თუ სხვადასხვა სახის გამოსახულების მქონე მასშტაბით სარგებლობისას როგორ სიზუსტეს ვიცავთ. ამ თავში განხილული საკითხები, ძირითადად, მხოლოდ აღნიშნულ მიზანს ემსახურება.

1. რიცხვითი და ხაზოვანი მასშტაბების ზღვრული სიზუსტე

რიცხვითი მასშტაბის ზღვრულ სიზუსტეს შეადგენს ადგილის ხაზის ის მცირე სიგრძე, რომელიც მოცემულ მასშტაბში შემცირების შემდეგ ტოლია 0,1 მმ. მასშტაბის სიზუსტის ამგვარი ცნებიდან ის გამომდინარეობს, რომ ყოველ რიცხვით მასშტაბს აქვს თავისი სიზუსტე, ე. ი. ადგილის სიგრძე, შემცირებული ამა თუ იმ მასშტაბებში, იქცევა თითქმის წერტილად, მაშასადამე, რუკაზე არ გამოისახება.

აღნიშნულის ცოდნა საშუალებას მოგვცემს წინასწარ გავიგოთ, თუ ადგილის რომელი საგნები გამოისახება რუკაზე მსგავს ფიგურებად და, მათი ზომების სიმცირის გამო, რომელი იქცევა ხაზებად ან წერტილებად.

მაგალითად, თუ აგეგმვა შესრულებულია 1 : 50 000 მასშტაბში, მაშინ ამ რუკაზე ადგილის ხაზი, სიგრძით 5 მეტრზე ნაკლები, უკვე გამოსა-

ხული იქნება წერტილად. ასევე წერტილის სახით იქნება ყველა ის ფიგურა, რომლებსაც გვერდი 5 მეტრზე ნაკლები აქვთ. მდინარის სიგანე, 5 მეტრზე ნაკლები, გამოსახული იქნება ერთ ხაზად.

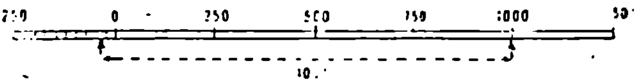
ც ხ რ ი ლ ი № 2

მასშტაბთა ზღვრული სიზუსტე

მასშტაბი	ზღვრული სიზუსტე
1 : 10 000	0,1 მმ . . . . 1 მეტრი
1 : 25 000	„ . . . . 2,5 „
1 : 50 000	„ . . . . 5 „
1 : 100 000	„ . . . . 10 „
1 : 200 000	„ . . . . 20 „

რიცხვითი მასშტაბის ზღვრული სიზუსტის ცოდნის არსებითი მნიშვნელობა იმაშია, რომ იგი იძლევა საშუალებას გავითვალისწინოთ, თუ რა ოდენობის ცდომილებაა აუცილებელი, როცა ადგილის ხაზის სიგრძის გამორკვევა ან ფართობის გაზომვაა საჭირო რუკის საშუალებით. მაგალითად, რუკის მასშტაბია 1 : 100 000 და ვიყენებთ განივ მასშტაბს, რომლის ზღვრული ხაზოვანი სიზუსტე ტოლია ± 0,2 მმ-ის, რასაც ადგილზე შეესაბამება 10 მეტრის სიგრძის ხაზი; ამ შემთხვევაში რუკაზე აღებული და მასშტაბზე მოზომილი ფარგლის ყოველი ცალკეული ლაჯი შეიცავს ცდომილებას ± 10 მეტრს.

ხ ა ზ ო ვ ა ნ ი მ ა ს შ ტ ა ბ ი ს ზ ღ ვ რ უ ლ ი ს ი ზ უ ს ტ ე. ამ მასშტაბზე (ნახ. 1) ხაზის სიგრძის მოზომვისას სანტიმეტრები და მილიმეტრები ზუსტად აიღება ფარგლით, ხოლო მილიმეტრის მეათედი ნაწილების შეფასება



1 : 25 000

1 სმ-ს რუკაზე შეესაბამება 250 მ ადგილზე

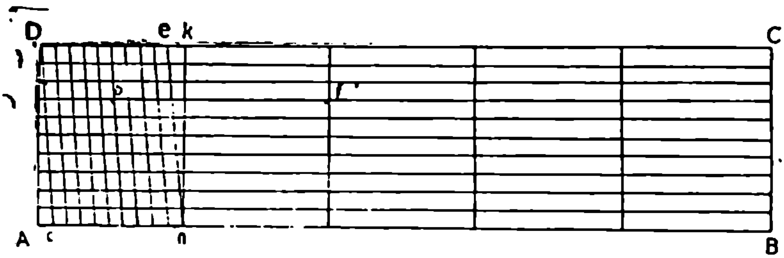
ნახ. 1.

ხდება თვალით. დადგენილია, რომ მილიმეტრის ნაწილების თვალით შეფასებას თან სდევს აუცილებელი ცდომილება, რომლის ოდენობა განისაზღვრება ± 0,2 მმ სიზუსტით. ეს ცდომილება არ არის დამოკიდებული ხაზის სიგრძეზე. ამასთან, შეუძლებელია გავერკვეთ, თუ რომელ შემთხვე-

ვაშია ფარგლით მოზომილი ხაზის სიგრძე გადიდებული 0,2 მმ-ით და რომელ შემთხვევაშია შემცირებული 0,2 მმ-ით. ეს სიდიდე (± 0,2 მმ) იწოდება უბრალო ხაზოვანი მასშტაბის სიზუსტის ზღვრად. რა თქმა უნდა, აქ იგულისხმება მასშტაბი, რომლის ფუძედ აღებულია 1 სანტიმეტრი.

2. განივი მასშტაბი და მისი გამოყენება

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ხაზოვან მასშტაბზე ფარგლით მოზომილი ხაზი შეიცავს აუცილებელ ცდომილებას +0,2 მმ.



ნახ. 2.

ხშირ შემთხვევაში მასშტაბზე ხაზის სიგრძის მოზომვა მოითხოვს მეტ სიზუსტეს; ამიტომ საჭიროა ისეთი ნახაზის შექმნა, რომელზედაც შესაძლებელი იქნება მილიმეტრის მეათედი ნაწილების ზუსტად აღება ფარგლით. ამგვარ ნახაზს წარმოადგენს განივი — ათწილადი მასშტაბი. განივი მასშტაბი უმთავრესად დამზადებულია ორსანტიმეტრიან ფუძეზე (ნახ. 2). მისი აგების წესი შემდეგში მდგომარეობს: გაავლებენ AB სწორ ხაზს, რომელზედაც გადაზომავენ ორი სანტიმეტრის ტოლ მონაკვეთებს (მასშტაბის ფუძეზე).

ნახ. 2 ა.

მიღებულ წერტილებში აღმართავენ AB ხაზის პერპენდიკულარებს; მარცხენა განაპირა AD პერპენდიკულარზე მოიზომება ათი თანაბარი მონაკვეთი და მიღებულ წერტილებში ატარებენ AB ხაზის პარალელურ ხაზებს, შემდეგ მარცხენა ორსანტიმეტრიან AO ფუძეს ჰყოფენ ათ ნაწილად (ე. ი. 20 მმ : 10 მმ = 2 მმ); c წერტილიდან გაატარებენ cD ხაზს. დასასრულ, AO ფუძეზე დატანილი მცირე მონაკვეთის წერტილებიდან ავლებენ cD ხაზის პარალელურ ხაზებს. ამით AO ხაზი დაიყოფა ორ-ორ მილიმეტრიან მონაკვეთებად.

ამგვარ ნახაზზე მილიმეტრის ორ-ორ მეათედ ნაწილებს ვპოულობთ eok სამკუთხედში მოქცეული პარალელური ჰორიზონტალური ხაზების მონაკვეთების სახით, სახელდობრ:

1-ლი მონაკვეთი $a_1b_1=0{,}2$ მმ.
2 " $a_2b_2=0{,}4$ მმ
3 " $a_3b_3=0{,}6$ მმ
.
5 " $a_5b_5=1{,}0$ მმ
.
.
.
9 " $a_9b_9=1{,}8$ მმ

აღნიშნულის დასამტკიცებლად განვიხილოთ მსგავსი სამკუთხედები: სამკუთხედი oek და მასთან საერთო o წვეროს მქონე პატარა სამკუთხედები a_1b_1o, a_2b_2o, ... a_9b_9o.

მოვიყვანოთ მაგალითები:

1. a_1b_1o და oek მსგავსი სამკუთხედებიდან ვწერთ:

$$\frac{a_1\,b_1}{ek}=\frac{b_1o}{ok}.$$

აქ $ek=2$ მმ, შეფარდება $\frac{b_1o}{ok}=\frac{1}{10}$; $a_1b_1=ek\,\frac{b_1o}{ok}$. მაშასადამე,

$$a_1b_1=2\ \text{მმ}\times\frac{1}{10}=0{,}2\ \text{მმ}.$$

2. მსგავსი სამკუთხედები a_5b_5o; აქედან

$$\frac{a_5b_5}{ek}=\frac{b_5o}{ok}=\frac{5}{10}.$$

მაშასადამე, $a_5b_5=2$ მმ $\times\,\frac{5}{10}=1$ მმ და ა. შ.

მართალია, განივ მასშტაბზე ჩვენ ვხედავთ მილიმეტრის მხოლოდ წყვილ მეათედებს (0,2, 0,4 ...; 1,2, 1,4, ... 1,8), მაგრამ მასზე მილიმეტრის 0,1, 0,3, 0,5, ... და 0,9 ნაწილების მოზომვაც შეიძლება საკმაო სიზუსტით.

იმ მიზნით, რომ განივ მასშტაბს ზემოხსენებული სიზუსტე შეუნარჩუნდეს, მას ხაზავენ მყარ ზედაპირზე.

აღნიშნული მასშტაბის საშუალებით შეიძლება შესრულდეს შემდეგი ხასიათის ამოცანა:

რუკაზე ფარგლით გაიზომა რაიმე მანძილი ორ პუნქტს შორის. საჭიროა გავარკვიოთ რამდენ სანტიმეტრს ან მის მეათედ და მეასედ ნაწილებს შეიცავს ამ შემთხვევაში ფარგლის ლაჯი? აღნიშნულის გამოსაცნობად ფარგლის მარჯვენა ფეხს ვაყენებთ ისეთ მთელ 2 სანტიმეტრზე (ნახ. 2), მაგალითად, რიცხვ ორთან, რომ ფარგლის მარცხენა ფეხი შეიძლება ზუსტად დაემთხვეს ფუძის ორმილიმეტრიან მთელ დანაყოფს, მაგალითად, 6-ს, მაშინ ხაზის სიგრძე იქნება 2 სმ (2 მმ$\times$6) — 3,2 სმ, ან იგი მოექცეს რომელიმე ორმილიმეტრიანი დანაყოფის შიგნით (მაგალითად, მე-5 დანაყოფის). მეორე შემთხვევაში, ე. ი. როცა ფარგლის მარცხენა ფეხი თავსდება ორმილიმეტრიანი დანაყოფის შიგნით, მოქმედებენ ასე: ფარგლის ორივე ფეხს თანდათან გადაადგილებენ მასშტაბის ფუძის ზემოთ, ამ უკანასკნელის პარალელურად ისე, რომ ფარგლის მარჯვენა ფეხი გაჰყვეს ფუძის პერპენდიკულარს. ფარგლის ამგვარი გადაადგილება გრძელდება იქამდე, სანამ მარცხენა ფეხი არ შეხვდება დახრილ ხაზს, ჰორიზონტალურ ხაზთან მისი გადაკვეთის წერტილში. მაგალითად, ფარგლის ორივე ფეხი მოთავსდა f და b წერტილებში, ფუძის შემდეგ მე-7 ჰორიზონტულ ხაზზე, მაშინ ფარგლის ლაჯი fb შეადგენს:

$$fb = 2 \text{ სმ} + (2 \text{ მმ} \times 4) + (0{,}2 \text{ მმ} \times 7) = 2{,}94 \text{ სმ}.$$

8. მასშტაბი წილად ფუძეზე

სსრ კავშირში მეტრული სისტემა შემოღებულია 1918 წ. ამ წლიდან ტოპოგრაფიული რუკებისათვის ჩვენს სახელმწიფოში მიღებულია მეტრული სისტემის მასშტაბები. 1918 წლამდე გამოიყენებოდა ზომის რუსული ერთეულები: დიუმი და საჟენი. ვინაიდან 1 საჟენში 84 დიუმია და ვერსში 500 საჟენი, ძველი რუკების რიცხვითი მასშტაბები შემდეგი იყო (ცხრილი № 3).

რუსეთში ადგილზე მანძილების გაზომვისას იყენებდნენ საჟენსა და ვერსს, ხოლო რუკაზე მანძილებს გამოსახავდნენ დიუმებში. რელიეფის კვეთის სიმაღლე საჟენებში იყო მინიშნებული.

ცხრილი № 3

რევოლუციამდელი რუსული რუკების მასშტაბები

რუკების დასახელება	რუკის რიცხვითი მასშტაბი	1 დიუმის შესაბამისი სიგრძე ადგილზე
ნახევარვერსიანი	1 : 21 000	0,5 ვერსი
ვერსიანი	1 : 42 000	1 „
ორვერსიანი	1 : 84 000	2 „
სამვერსიანი	1 : 126 000	3 „
ხუთვერსიანი	1 : 210 000	5 „
ათვერსიანი	1 : 420 000	10 „
ოცვერსიანი	1 : 840 000	20 „
ოცდახუთვერსიანი	1 : 105 000	25 „
ორმოცვერსიანი	1 : 168 000	40 „
სამოცვერსიანი . . .	1 : 252 000	60 „
ასვერსიანი	1 : 420 000	100 „

ამ სიგრძის ზომის შეფარდებანი შემდეგია:

1 ვერსში — 500 საჟენი
1 საჟენში — 3 არშინი
1 არშინში — 28 დიუმი
1 ვერსში — 42 000 დიუმი

ზომის მეტრულ სისტემაში გადაყვანისას იქნება:

1 ვერსი — 1,0668 კმ
1 საჟენი — 2,130 მ
1 დიუმი — 2,54 სმ

ჩამოთვლილი მასშტაბების ყოველ რუკაზე დახაზულია ხაზოვანი მასშტაბი, რომელთა ფუძის ერთეულად აღებულია 1 დიუმი. მაშასადამე, ამ რუკებზე მანძილების განსაზღვრისათვის თუ ვსარგებლობთ შესაბამისი ხაზოვანი მასშტაბით, რა თქმა უნდა, მანძილებს მივიღებთ საჟენებსა და ვერსებში.

თუ რუსულ რუკებზე საჭიროა გაზომილი მანძილების მეტრებში ან კილომეტრებში გადაყვანა, მაშინ სასურველია რუკაზე აიგოს რუსული ზომის ერთეულიდან მეტრულ სისტემაზე გადამყვანი ხაზოვანი მასშტაბი.

ამგვარი მასშტაბის აგების ზოგადი წესის გასაცნობად ავიღოთ, მაგალითად, რიცხვითი მასშტაბი 1 : 84 000, აქედან 1 დიუმს რუკაზე შეესაბამება ადგილის 1000 საჟენი, ანუ 2 ვერსი.

აქ მეტრული სისტემით 1 სანტიმეტრს შეესაბამება 840 მეტრი, ხოლო ერთ მილიმეტრს—84 მეტრი. მასშტაბის მოხმარების დროს ამგვარი რიცხვები სათვალავად უხერხულია, ამ უხერხულობას ჩვენ თავს დავაღწევთ, თუ მასშტაბის ფუძედ ავიღებთ არა მთელ სანტიმეტრს, არამედ სანტიმეტრზე მეტს ან ნაკლებს, ისეთს, რომლის შესაბამისი სიგრძე ადგილზე იქნება მეტრების ან კილომეტრების მრგვალი რიცხვით გამოსახული.

აღებული მაგალითისათვის საუკეთესო მრგვალი რიცხვი იქნება 1 000 მეტრი, ანუ 1 კმ, რასაც 840 მეტრის ნაცვლად ავიღებთ. მასშტაბის ფუძე ამ შემთხვევაში იქნება ერთ სანტიმეტრზე მეტი. ფუძის სიგრძე აღვნიშნოთ X-ით, რომლის გამოსაცნობად ვწერთ;

1 სმ-ს შეესაბამება 840 მ

X „ 1 000 მ

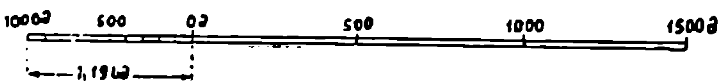
$$X:1=1000:840$$

აქედან

$$X=\frac{1\,000}{840}=1{,}19 \text{ სმ}$$

ამ ფუძეზე აიგება ხაზოვანი გადამყვანი მასშტაბი შესაბამისი წარწერებით (ნახ. 3).

ძველ რუსულ რუკაზე (1:84 000) მანძილების გაზომვის შედეგად შეიძლება უშუალოდ მივიღოთ შესაბამისი სიგრძე მეტრებში და კილომეტრებში *.



ნახ. 3.

წილად ფუძეზე მასშტაბის აგება მიზანშეწონილია არა მარტო აქ განხილულ შემთხვევაში, ე. ი. ზომის ერთი სისტემიდან მეორეზე გადასაყვანად, არამედ ყოველთვის, როცა ამას მანძილების გამოთვლის გამარტივება მოითხოვს.

მაგალითად, რუკაზე მოცემულია რიცხვითი მასშტაბი 1:7500 000, ე. ი. მეტრული და არა რუსული სისტემის მასშტაბი, ვინაიდან მისი მნი-

* ზომის სისტემების დეტალური ინფორმაციისათვის იხ. დანართი № 1.

შენელი არ იყოფა 84-ზე. აქ 1 სმ შეესაბამება 75 კმ, ხოლო 22 მმ-ს — 7,5 კმ. გამოსაყენებლად უფრო მოხერხებული იქნება, თუ ხაზოვანი მასშტაბის ფუძედ ავიღებთ არა ერთ სანტიმეტრს, არამედ 1,33 სმ, რასაც შეესაბამება ადგილის სიგრძე 100 კმ. მაშინ მასშტაბზე წაიწერება კილომეტრის თანმიმდევრობითი რიცხვები 0, 100, 200.

4. რუკის კერძო მასშტაბები და დამახინჯების განსაზღვრა

წვრილმასშტაბიან რუკებზე კარტომეტრიული სამუშაოების წარმოებისას აუცილებელია კერძო მასშტაბისა და დამახინჯებათა განსაზღვრის ცოდნა. ეს აუცილებლობა განპირობებულია იმით, რომ სფერული ზედაპირის სიბრტყეზე გაშლის შედეგად მასზე ერთი წერტილიდან სხვადასხვა მიმართულებით უამრავი მასშტაბი იქმნება. ამ სიმრავლიდან ერთს ეწოდება მთავარი მასშტაბი. ეს ის მასშტაბია, რომელიც რუკას მის დაუმახინჯებელ ადგილებში აქვს. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, რუკის მთავარი მასშტაბი იმ (წარმოდგენით) გლობუსის მასშტაბია, რომლის გონებით სიბრტყეზე გაშლის შედეგად მიღებულია რუკა. ყოველ რუკაზე ჩვეულებრივ მისი მთავარი მასშტაბია წარწერილი; სხვა, ანუ კ ე რ ძ ო მ ა ს შ ტ ა ბ ი ს წარწერა შეუძლებელია, ვინაიდან მათი რიცხვი უამრავია, რუკის მთავარი და კერძო მასშტაბების შედარების გასაადვილებლად ერთ ხერხს მივმართოთ:

წარმოვიდგინოთ, რომ რუკა დედამიწას კი არ გამოსახავს, არამედ გარკვეული მასშტაბის მქონე გლობუსს (ამ მასშტაბს ჩვენ „მთავარი" ვუწოდოთ), ე. ი. რუკა გლობუსის გამოსახულებაა სიბრტყეზე. ამიტომ იგი ზოგან გლობუსის ზომებს ინარჩუნებს, ზომები ზოგან გადიდებულია, ზოგან კი შემცირებული. ასეთ შემთხვევაში რუკის მასშტაბი (გლობუსის მიმართ) იქნებოდა ერთი, ვინაიდან ერთის შეფარდება ერთთან ერთის ტოლია. იმ ადგილებში, სადაც რუკაზე აღებულ სიგრძეს გლობუსზე ნაკლები სიგრძე შეესაბამება, რუკის მასშტაბი (გლობუსის მიმართ) ერთზე მეტი იქნებოდა. ხოლო იმ ადგილებში, სადაც რუკაზე აღებულ სიგრძეს გლობუსზე უფრო მეტი ზომის სიგრძე შეესაბამება, რუკის მასშტაბი (გლობუსის მიმართ) ერთზე ნაკლები იქნება. ამრიგად, რუკის მასშტაბი შეიძლება იყოს ერთი, ერთის ტოლი, ერთზე მეტი და ერთზე ნაკლები. რუკის ამ მასშტაბს კერძო მასშტაბი ეწოდება, ე. ი. კერძო მასშტაბი (η) წარმოადგენს უსასრულოდ მცირე (s) ხაზის შეფარდებას რუკაზე, შესაბამის მცირე (S) ხაზთან დედამიწის სფეროზე:

$$\eta = \frac{s}{S} \ .$$

მთავარი მასშტაბი კი ტოლია:

$$\mu = \frac{s}{S} \ ,$$

ე. ი. ეს არის შეფარდება ნებისმიერი ხაზის სიგრძისა გლობუსზე, შესაბამის ხაზის სიგრძესთან (S) დედამიწის სფეროზე

რუკის კერძო მასშტაბის მთავარ მასშტაბთან შეფარდების განსაზღვრის მიზნით, ეს ორი ტოლობა ერთმანეთზე უნდა გავყოთ; მივიღებთ: $\eta = \mu \frac{s}{S}$. აქ ყოველთვის უცნობია $\frac{s}{S}$. პრაქტიკულად ამის განსაზღვრა ხდება სამუშაო რუკის მერიდიანებისა და პარალელების ბადის მეშვეობით.

მ ა გ ა ლ ი თ ი: სამუშაო რუკის მასშტაბია 1 : 4000000, ე. ი. 1 სმ — 40 კმ. მასზე პარალელები და მერიდიანები გატარებულია 2°-იან ინტერვალებში. განედის 38°-იანი პარალელის გაყოლებით ფარგლით ვზომავთ მისი ორგრადუსიანი რკალის სიგრძეს (s); მივიღებთ: $s = 4,25$ სმ. იმავე 2°-იანი რკალის სიგრძეს (S) ვღებულობთ კარტოგრაფიული ცხრილიდან (იხ. დანართი 2); ამ სიგრძეს ვამცირებთ მოცემულ მთავარ მასშტაბში (1:4000000); მივიღებთ: $S = 4,04$ სმ.

თუ ჩავსვამთ ზემოთ მოყვანილ შეფარდებით გამოსახულებაში s-სა და S-ის მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$\eta = \mu \frac{s}{S} = \mu \frac{4,25}{4,04} = \mu \cdot 1,05.$$

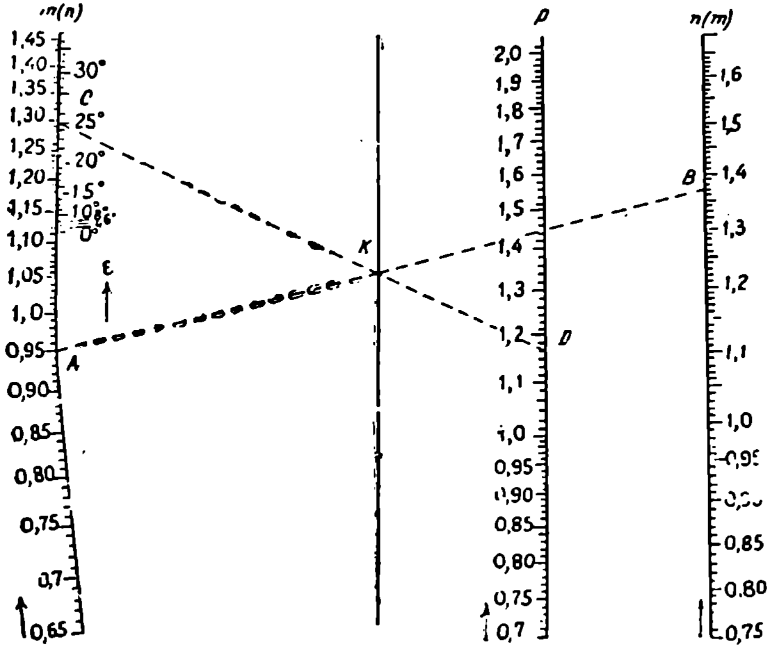
აქ მთავარი მასშტაბის ნიშნის ნაცვლად ჩავსვათ მოცემული რიცხვითი მასშტაბი, 1:4000000, მაშინ $\eta = \frac{1,05}{4000000} = \frac{1}{3809523}$, ანუ 1 სანტიმეტრში იგულისხმება 38,095 მ, მაშინ როცა მოცემულ მთავარ მასშტაბში 1 სმ — 40000 მ.

ახლა განვიხილოთ რუკებზე დ ა მ ა ხ ი ნ ჯ ე ბ ა თ ა განსაზღვრის საკითხი, რომელიც საფუძვლიან წარმოდგენას შეგვიქმნის კერძო მასშტაბებზე.

დავუშვათ მოხდა ისე, რომ სამუშაო რუკის პროექცია უცნობია და ხელთ არა გვაქვს ცხრილები და იზოკოლების ნახაზი, მაშინ დამახინჯებათა განსაზღვრა შეიძლება შესრულდეს ნომოგრამის საშუალებით. ამისათვის არსებითია მაჩვენებლები მერიდიანული მიმართულებით — m და პარალელების მიმართულებით — n და კუთხის ε სიდიდე.

თუ გვაინტერესებს ფართობის მასშტაბი და მოცემულია, რომ $m=0{,}95$, $n=1{,}37$, $\varepsilon=25°$, მაშინ ნომოგრამას შემდეგი თანმიმდევრობით გამოიყენებენ;

1. მარცხენა სკალაზე (ნახ. 4) მოძებნიან ისეთ A წერტილს, რომელიც 0,95 სიდიდეს შეესაბამება.



ნახ. 4. მასშტაბის განსაზღვრის ნომოგრამა.

2. მარჯვენა კიდურა სკალაზე მოძებნიან 1,37 სიდიდის შესაბამის B წერტილს.

3. A და B წერტილების სწორი ხაზით შეერთებულ მუნჯ სკალაზე მივიღებთ გადაკვეთის K წერტილს.

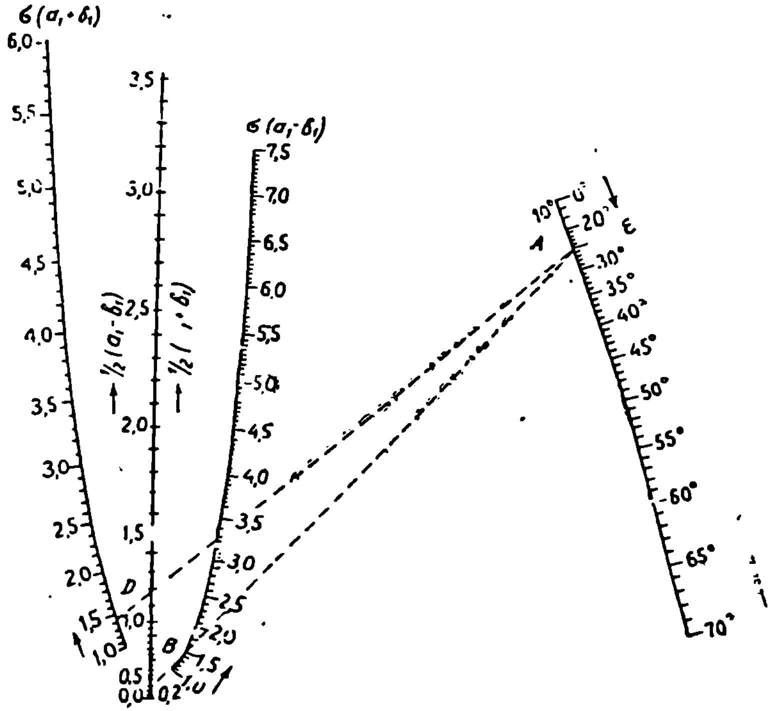
4. მარცხენა სკალაზე მოვძებნით მოცემული კუთხის სიდიდის შესაბამის C წერტილს.

5. C და K წერტილებში გავატაროთ სწორი ხაზი მანამ, სანამ იგი შიდა დანაყოფებიან სკალას არ გადაკვეთს. ამ სკალის გადაკვეთის D წერტილში აღებული ანათვალი გვაძლევს P ფართობის მასშტაბს ($P=1{,}18$).

a და *b* სიგრძეთა უდიდესი და უმცირესი მასშტაბის განსაზღვრისათვის გამოვიყენოთ მე-5 ნახაზზე მოცემული ნომოგრამა. მუშაობა სრულდება შემდეგი თანმიმდევრობით:

1. ვეძებთ დამხმარე არგუმენტებს $\sigma=\frac{m}{n}$ ან $\sigma=\frac{n}{m}$ (ეს ორი ფორმულა აუცილებელია იმ პირობის უზრუნველსაყოფად, რომ $\sigma\geqslant 1$).

ჩვენი მაგალითისათვის $\sigma=\frac{n}{m}=1,44$.



ნახ. 5. სიგრძის უდიდესი *a* და უმცირესი *b* მასშტაბის განსაზღვრის ნომოგრამა.

2. მარჯვენა სკალაზე ვეძებთ ისეთ A წერტილს, რომელიც შეესაბამება კუთხეს $\varepsilon=25^{\circ}$.

3. სკალაზე $\sigma(a_1-b_1)$ მოვძებნოთ B წერტილი, რომლის მნიშვნელობაც შეესაბამება $\sigma=1,44$;

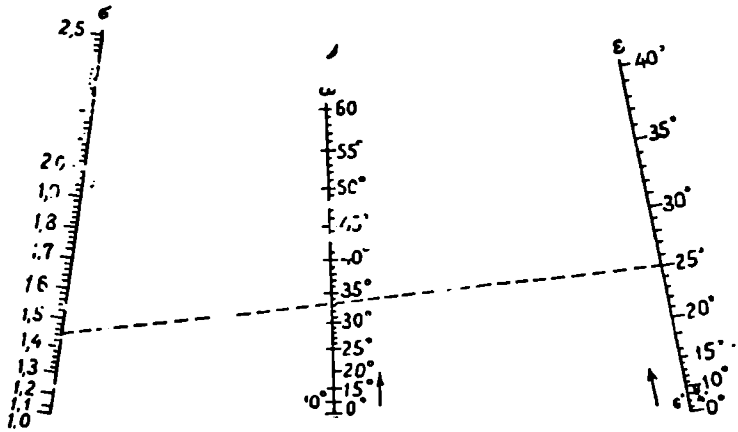
4. A და B სწორი ხაზით შეერთების შემდეგ C წერტილში მივიღებთ მნიშვნელობას $\frac{1}{2}(a_1 - b_1) = 0{,}35$.

5. $\sigma(a_1 + b_1)$ სკალაზე მოვძებნით ისეთ D წერტილს, რომლის მნიშვნელობაც შეესაბამება $\sigma = 1{,}44$.

6. A და D წერტილების სწორი ხაზით შეერთების შემდეგ E წერტილში მივიღებთ მნიშვნელობას $\frac{1}{2}(a_1 + b_1) = 1{,}19$.

7. გამოვთვალოთ a_1 და b_1 მნიშვნელობები: $a_1 = 1{,}54$; $b_1 = 0{,}84$; $a_1 = a_1 n$; $b = b_1 n$; ე. ი. $a = 1{,}54 \times 1{,}37 = 2{,}11$;

$$b = 0{,}84 \times 1{,}37 = 1{,}15.$$



ნახ. 6. კუთხეთა უდიდესი დამახინჯების განსაზღვრის ნომოგრამა.

აქ შეიძლება განისაზღვროს ასევე კუთხის უდიდესი დამახინჯებაც. ამისათვის გამოვიყენებთ მე-6 ნახაზზე მოცემულ ნომოგრამას. ჩვენს მაგალითში კუთხის უდიდესი დამახინჯება ტოლია 33°.

თავი II

რუკებზე გაზომვათა ცდომილებანი

ყოველი გაზომვის ამოცანაა არა მარტო გასაზომი სიდიდის პოვნა, არამედ გაზომვის შედეგად დაშვებული ცდომილების შეფასებაც, ამიტომ გაზომვათა ცდომილების შეფასებისათვის დამუშავებულია მრავალი მათემატიკური ხერხი, რომელთაც ცდომილებათა თეორიას უწოდებენ.

ცდომილებათა თეორია იხილავს მხოლოდ შემთხვევითი ხასიათის ცდომილებებს, და ამასთან გულისხმობს, რომ სისტემატური ცდომილების გამომწვევი ყველა მიზეზი დამკვირვებელს შესწავლილი და გათვალისწინებული აქვს. შემთხვევითი ცდომილებანი ემორჩილებიან იმ კანონებს, რომელიც გამოჰქავს ალბათობის თეორიას ე. წ. შემთხვევითი ხასიათის მიმართ.

1. სისტემატური (მუდმივი) და შემთხვევითი ცდომილებები

თუ რუკაზე რამდენიმეჯერ გულმოდგინედ გავზომავთ ხაზს, მაშინ აუცილებლად მივიღებთ ერთმანეთისაგან განსხვავებულ შედეგებს. ამის მიზეზია თვით საზომი იარაღები და, მეორე მხრივ, ადამიანის მხედველობა. შედეგებზე გარკვეულად მოქმედებს სპეციალისტის გამოცდილებაც.

მაგალითი 1. რუკაზე განივი მასშტაბის საშუალებით ფარგლით ხუთჯერ გაიზომა ხაზი. გაზომვის შედეგად მიღებულია:

6,48 სმ; 6,47 სმ; 6,45 სმ; 6,48 სმ; 6,49 სმ.

ამ შემთხვევაში გაზომვის განსხვავებული შედეგების მიღება გამოწვეულია იმით, რომ ქაღალდზე ხაზის განმეორებითი გაზომვის დროს შეუძლებელია ფარგლის წვეტანების ზუსტად დამთხვევა ხაზის ბოლო წერტილებთან; ასეთივე ნაკლს შეიცავს ხაზის რამდენიმეჯერ მოზომვა განივ ან ხაზოვან მასშტაბზე.

ამის გამოა, რომ ცალკეულ შედეგებს შორის მცირე, მაგრამ მაინც არის განსხვავებანი. ეს იმით აიხსნება, რომ შეუძლებელია გაზომვის დროს იარაღით მუშაობისას მაქსიმალური სიზუსტის დაცვა. ზედმიწევნით ყურადღებით შესრულებული გაზომვებიც კი არ იძლევიან ნამდვილ სიდიდეებს; მათ თან სდევს ორნაირი ცდომილება: მუდმივი, ანუ სისტემატური და შემთხვევითი ცდომილებები.

როგორც აღვნიშნეთ, გაზომვათა მუდმივი ცდომილებები ვლინდება საზომი ხელსაწყოს (სახაზავის, ფარგლის, კურვიმეტრის, პალეტის, პლანიმეტრისა და სხვ.) გარკვეული ნაკლისაგან. ზოგიერთ მათგანს აქვს განსაზღვრული ნიშანი და მუდამ შეიძლება გაზომვის შედეგში მათი შეტანა შესწორების სახით.

მაშასადამე, გაზომვის სიზუსტე დამოკიდებულია მხოლოდ შემთხვევით ცდომილებებზე, რომელთა გათვალისწინება შეუძლებელია, ისინი დამოკიდებულია ქაღალდის დეფორმაციაზეც და, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ადამიანისა და იარაღის ისეთ ნაკლოვანებებზე, რომელთა რიცხვითი განსაზღვრა და ამით გაზომვის შედეგების შესწორება შეუძლებელია. მაშასადამე, შემთხვევითი ცდომილება აუცილებელია ყოველ გაზომვაში.

2. შემთხვევით ცდომილებათა თვისებები

ცდომილებათა თეორია მიგვითითებს შემთხვევითი ცდომილებების შემდეგ თვისებებზე:

1. ტლანქი ცდომილებანი იშვიათია, ვიდრე მცირე;

2. მათ სიდიდეს აქვს გარკვეული ზღვარი, რომელსაც ისინი არ უნდა გასცილდნენ; ამიტომ, თუ ტოლზუსტ განაზომთა რიგში აღმოჩნდა ზღვარზე ციდი ცდომილება, მაშინ აქ ადგილი ექნება არა შემთხვევით ცდომილებას, არამედ ტლანქ აცდენას, გაუფრთხილებლობას, გამოუცდელობას. რაც შეეხება ცდომილების ზღვარს, ის დამოკიდებულია საზომი იარაღის ღირსებაზე, გაზომვის მეთოდსა და დამკვირვებლის ოსტატობაზე. ერთი და იმავე იარაღით და ერთი და იმავე პირობებში შესრულებულ გაზომვებს ტოლზუსტი ეწოდება;

3. ტოლზუსტ გაზომვათა რიგში შემთხვევითი ცდომილებები წარმოგვიდგება სხვადასხვა ნიშნით (პლუსი და მინუსი). ამასთან, რაც უფრო დიდია გაზომვათა რიცხვი, შემთხვევით ცდომილებათა საერთო ალგებრული ჯამი მით უფრო უახლოვდება ნულს.

ამის საფუძველზე ტოლზუსტ გაზომვათა რიგიდან საშუალო არითმეტიკული შეადგენს სიდიდის უალბათეს მნიშვნელობას, თუმცა იგი არაა საცსებით თავისუფალი ცდომილებისაგან. არითმეტიკული საშუალო უფრო უახლოვდება ნამდვილ სიდიდეს, ვიდრე ყოველი ცალკეული განაზომი. მაშასადამე, გაზომვებში საშუალო არითმეტიკულის პრინციპის გამოყენება აუმჯობესებს გაზომვათა შედეგებს, ამაღლებს მათ სიზუსტეს.

დავუშვათ, რომ რომელიმე ხაზი ან ფართობი ერთსა და იმავე პირობებში გაზომილია n-ჯერ და ამის შედეგად მიღებულია ცალკეული ტოლზუსტი განაზომები a_1, a_2, $a_3 \cdots a_n$, რომელთა არითმეტიკული საშუალო

$$a_0 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 \cdots a_n}{n} \tag{1}$$

მიიღება გაზომვების საბოლოო შედეგად, ე. ი. გაზომილი ხაზისა ან ფართობის უალბათეს მნიშვნელობად.

8. საშუალო კვადრატული ცდომილება

როგორც ცნობილია, შემთხვევითი ცდომილებები აუცილებელია ყოველ გაზომვაში; გაზომვების საბოლოო შედეგის (საშუალო არითმეტიკულის) განთავისუფლებაც ამ ცდომილებისაგან შეუძლებელია. ამასთან, აუცილებელია ვიცოდეთ, თუ როგორ შევაფასოთ გაზომვათა შედეგის სიზუსტე, რომ მივიღოთ სწორი შედეგი. სწორედ ამ კითხვებთან დაკავშირებით კარტოგრაფიაში მიღებულია საშუალო კვადრატული ცდომილების პრინციპი.

ცალკეულ განაზომთა შედეგის (a_1, a_2, $a_3 \cdots a_n$) და არითმეტიკული საშუალოს საშუალო კვადრატული ცდომილების გამოსათვლელად ჯერ გამოთვლიან სხვაობებს (უალბათეს ცდომილებებს) v_1, v_2, $v_3 \cdots v_n$ ცალკეული გაზომვის შედეგსა და არითმეტიკულ საშუალოს (a_0) შორის:

$$\begin{aligned} a_1 - a_0 &= v_1 \\ a_2 - a_0 &= v_2 \\ a_3 - a_0 &= v_3 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ a_n - a_0 &= v_n \end{aligned}$$

შემოწმება: $\frac{\Sigma a}{n} = a_0$; $\Sigma_v = 0$.

ცდომილებათა თეორიიდან ცნობილია, რომ სხვაობათა ჯამი, ანუ უალბათეს ცდომილებათა ჯამი (Σ_v) უდრის ნულს, მიუხედავად გაზომვათა რიცხვისა (n).

შემდეგ გამოთვლიან სხვაობათა კვადრატებსა და კვადრატების საერთო ჯამს (Σ_{v^2}).

$$v_1^2+v_2^2+v^2+\dots+v_n^2=\Sigma_{v^2},$$

ერთი გაზომვის საშუალო კვადრატული ცდომილებისათვის (m) მიღებულია ფორმულა:

$$m=\pm\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}}, \qquad (2)$$

სადაც n არის გაზომვათა რიცხვი.

არითმეტიკული საშუალოს (a_0) საშუალო კვადრატული ცდომილება (m_0) გამოითვლება ფორმულებით:

$$m_0=\pm\sqrt{\frac{\Sigma_{v^2}}{n(n-1)}}, \qquad (3)$$

ანუ

$$m_0=\pm\frac{m}{\sqrt{n}}, \qquad (4)$$

რაც მიღებულია 2 და 3 ფორმულების შედარების საფუძველზე მე-4 ფორმულიდან. ცხადია, რომ არითმეტიკულის საშუალოს (a_0) ცდომილება (m_0) კლებულობს გაზომვათა რიცხვის (n) კვადრატული ფესვის $\sqrt{n}$ პროპორციულად.

უფრო ხშირად, სიგრძის ან ფართობის გაზომვის ცდომილებას, ანუ სიზუსტეს გამოსახავენ აბსოლუტური ცდომილების შეფარდებით არითმეტიკულ საშუალოსთან (a_0). ამგვარ შეფარდებას ეწოდება გაზომვის ფარდობითი ცდომილება, ანუ ფარდობითი სიზუსტე.

4. გაზომილ სიდიდეთა ჯამის საშუალო ცდომილება

ვთქვათ, რომ გაიზომა ორი სიდიდე a_1 და a_2· თუ გაზომილი სიდიდის საშუალო კვადრატული ცდომილება უდრის m_1 და a_2 სიდიდის — m_2, მაშინ ამ სიდიდეთა ჯამის (a_1+a_2) საშუალო კვადრატული ცდომილება (M) გამოითვლება ფორმულით:

$$M=\pm\sqrt{m_1^2+m_2^2}, \qquad (5)$$

კერძო შემთხვევაში, როდესაც შეიძლება დავუშვათ, რომ საკრებთა ცდომილებები $m_1, m_2, m_3, \cdots m_n$ თანატოლია, მაშინ ფორმულა (5) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$M = m\sqrt{n}\,, \tag{6}$$

სადაც m არის საკრების (a) საშუალო კვადრატული ცდომილება და n არის საკრებთა რიცხვი. საკრებთა დიდი რიცხვისათვის (5) ფორმულას ეძლევა შემდეგი სახე:

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_n^2 \cdots} \tag{7}$$

მე-6 ფორმულას დიდი გამოყენება აქვს ხაზებისა და ფართობების გაზომვის სიზუსტის დასახასიათებლად.

5. გაზომვათა შედეგის (არითმეტიკული საშუალოს) წონა

საშუალო არითმეტიკულის წონა ეწოდება არითმეტიკულის საშუალოს ნამდვილ ზომას, ე. ი. გაზომვათა n რიცხვს. ამასთან, რაც უფრო მეტია გაზომვათა რიცხვი, მით უფრო მეტი ნდობის ღირსია არითმეტიკული საშუალო; ამიტომ შეიძლება ვთქვათ, რომ არითმეტიკული საშუალოს წონა (p) გაზომვათა რიცხვის (n) პირდაპირპროპორციულია, ე. ი. $p = n$.

წონის ცნებას დიდი მნიშვნელობა აქვს იმ შემთხვევაში, როდესაც ერთი და იგივე სიდიდე გაზომილია განსხვავებულ პირობებში სხვადასხვა იარაღით, სხვადასხვა დროს, სხვადასხვა დამკვირვებლის მიერ. ამის შესაბამისად, მიღებულია ერთი და იმავე სიდიდის გაზომვათა რამდენიმე რიგი და საჭიროა ე. წ. წონითი არითმეტიკული საშუალოსა და მისი საშუალო ცდომილების გამოყვანა.

ვთქვათ, რომელიმე სიდიდისათვის მოცემულია გაზომვათა რიგები და თითოეული რიგისათვის გამოყვანილია არითმეტიკული საშუალო (a).

a_1	გამოყვანილია	n_1	გაზომვებიდან,	წონით	$p_1 = n_1$,
a_2	"	n_2	"	"	$p_2 = n_2$,
a_3	"	n_3	"	"	$p_3 = n_3$,
a_m	"	n_m	"	"	$p_m = n_m$

საბოლოო შედეგის (a_0), ანუ წონითი საშუალოს გამოსათვლელად სარგებლობენ ფორმულით:

$$a_0 = \frac{a_1 \cdot n_1 + a_2 \cdot n_2 + a_3 \cdot n_3 + \cdots + a_m \cdot n_m}{n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_m}\,, \tag{8}$$

სადაც a_0-ის წონა $P=n_1+n_2+n_3+\ldots+n_m$. მაშასადამე, ულბათესი საბოლოო შედეგის (a_0), ანუ წონითი საშუალოს გამოსაყვანად ყველა საშუალო ($a_1, a_2, \ldots a_m$) უნდა გადავამრავლოთ მათ გაზომვათა რიცხვზე ($n_1, n_2, \ldots n_m$), ავიღოთ საერთო ჯამი და ეს უკანასკნელი გავყოთ ყველა გაზომვის რიცხვების საერთო ჯამზე ($n_1+n_2+\ldots n_m$).

მაგალითი 1. რუკაზე ხაზის სიგრძის ან მდინარის სიგრძის გაზომვით მიღებული იყო შემდეგი კერძო არითმეტიკული საშუალოები:

$$a_1=3{,}26 \text{ სმ} \qquad n_1=4$$
$$a_2=3{,}32 \text{ სმ} \qquad n_2=2$$
$$a_3=3{,}14 \text{ სმ} \qquad n_3=6$$

თანახმად მე-6 ფორმულისა, შედეგი, ანუ საერთო არითმეტიკული საშუალო (a_0) იქნება:

$$a_0=\frac{3{,}26\cdot 4+3{,}32\cdot 2+3{,}14\cdot 6}{4+2+6}=3{,}21 \text{ სმ.}$$

წონით $P=12$.

ცხადია, რომ საერთო არითმეტიკული საშუალო (a_0) გაზომვათა ყველა რიგიდან უფრო ზუსტია, ვიდრე თითოეული კერძო საშუალო ($a_1, a_2, \ldots a_m$), მიღებული ცალკეული რიგებიდან. ხშირად გაზომვათა ცალკე რიგების საშუალოები ($a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$) მოცემულია არა გაზომვათა რიცხვებით ($n_1, n_2, \ldots n_m$), არამედ მათი საშუალო ცდომილებებით ($m_1, m_2, \ldots m_n$).

ამგვარ შემთხვევებში წონითი არითმეტიკული საშუალოს (a_0) გამოსათვლელად ჯერ უნდა გავიგოთ ცალკე რიგების საშუალოების ($a_1, a_2, \ldots a_m$) წონები ($P_1, P_2, P_3, \ldots P_m$), რომელთა გამოსაყვანად ვისარგებლებთ მე-4 ფორმულით, სახელდობრ:

$$m_0=\frac{1}{\sqrt{n}}\cdot m.$$

ამ ფორმულის მიხედვით, არითმეტიკული საშუალოს საშუალო ცდომილება (m_0) უკუპროპორციულია გაზომვათა რიცხვის (n) კვადრატული ფესვისა. წონა კი (P), როგორც ვიცით, პირდაპირპროპორციულია გაზომვათა რიცხვისა. მაშასადამე, არითმეტიკული საშუალოს წონა $P=n$ უკუპროპორციულია მისი საშუალო ცდომილების (m) კვადრატისა, ე. ი.

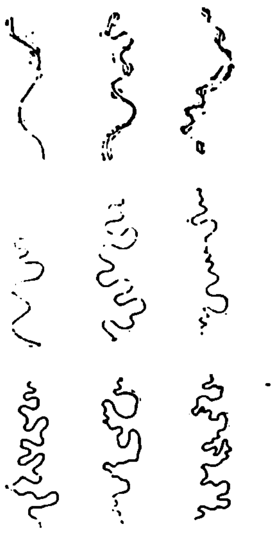
$$p=\frac{1}{m^2}. \tag{9}$$

თავი III

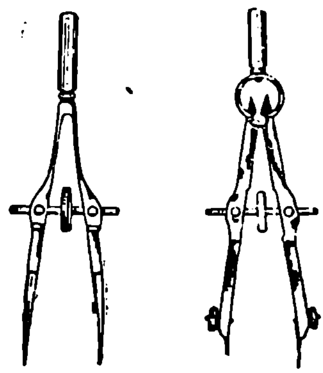
ხაზის სიგრძის გაზომვა რუკებზე

1. სიგრძის საზომი ხელსაწყოები და გაზომვის სიზუსტე

რუკებზე გეოგრაფიული ობიექტების სიგრძის გაზომვისას ხშირად საქმე გვაქვს როგორც სწორ, ისე დაკლაკნილ ხაზებთან (ნახ. 7). მათი გაზომვისათვის გამოიყენება სხვადასხვა სახის მზომები, კერძოდ, 12 სმ სიგრძის ან 8 სმ სიგრძის მზომები და ეგრეთ წოდებული ხრახნიანი მიკრომეტრიული მზომი (ნახ. 8). ყველა ეს მზომი გამოიყენება შედარებით მოკლე ხაზების სიგრძის ან მონაკვეთების ასაგებად. გრძელი ხაზების ან მონაკვეთების ასაგებად კი იყენებენ შტანგენ ფარგალს ან ჟენევის სახაზავს.



ნახ. 7.

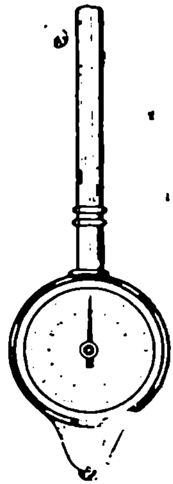


ნახ 8. მიკრომეტრიული მზომი.

საბოლოოდ, ხაზის სიგრძის მიახლოებითი გაზომვებისათვის ფართოდ გამოიყენება კურვიმეტრი (ნახ. 9).

დაკლაკნილი ხაზების გასაზომად კურვიმეტრს იშვიათად იყენებენ, ვინაიდან პრაქტიკულად შეუძლებელია თვალყური ვადევნოთ კურვიმეტრის დაკბილული ბორბლის კლაკნილობის ყოველ უბანი გავლას.

ქენევის სახაზავი გამოიყენება მხოლოდ სწორი ხაზის სიგრძის გასაზომად. ამ მიზნით, ქენევის სახაზავის დაცერებულ ნაპირს, რომელზეც დატანილია დანაყოფები 0,2 მმ-ის სიზუსტით, უთავსებენ გასაზომ ხაზს და მის ბოლოებზე ლუპის (გამადიდებლის) დახმარებით იღებენ ანათვალს. ხაზის სიგრძე აქ ტოლი უნდა იყოს ორი ანათვლის საშუალოს. როგორც ვხედავთ, ხაზის სიგრძის განსაზღვრა დამოკიდებულია ქენევის სახაზავზე ანათვლის აღების სიზუსტეზე. ეს სიზუსტე შეიძლება დაყვანილ იქნეს 0,05 მმ-დან 0,10 მმ-მდე. ზუსტი გაზომვებისას აუცილებელია სახაზავის ტემპერატურის გათვალისწინებაც.



ნახ. 9. კურვიმეტრი.

ქენევის სახაზავით ხაზის სიგრძის გაზომვის შეფარდებითი ცდომილება იცვლება ხაზის სიგრძის ცვლილებასთან ერთად. ეს ცდომილება მით დიდია, რაც უფრო მცირდება ხაზის სიგრძე.

რუკებზე გეოგრაფიული ობიექტების გავრცელების განსაზღვრისას ქენევის სახაზავის გამოყენება გამორიცხულია.

სწორი ხაზის სიგრძის გაზომვა წვეტანიანი მზომით და შემდეგ მისი ლაჯის ზომის განსაზღვრა განივ მასშტაბზე, მაინც იძლევა გარკვეულ ცდომილებებს, რომელიც თვით მზომისა და შემდეგ განივ მასშტაბზე დატანილი ხაზების ხასიათითაა განპირობებული. როგორც ვხედავთ, ასეთი მეთოდით ხაზის სიგრძის გაზომვის დროს მიღებულ ცდომილებაში, აღნიშნულთან ერთად, სხვა შეცდომებიც ერთიანდება.

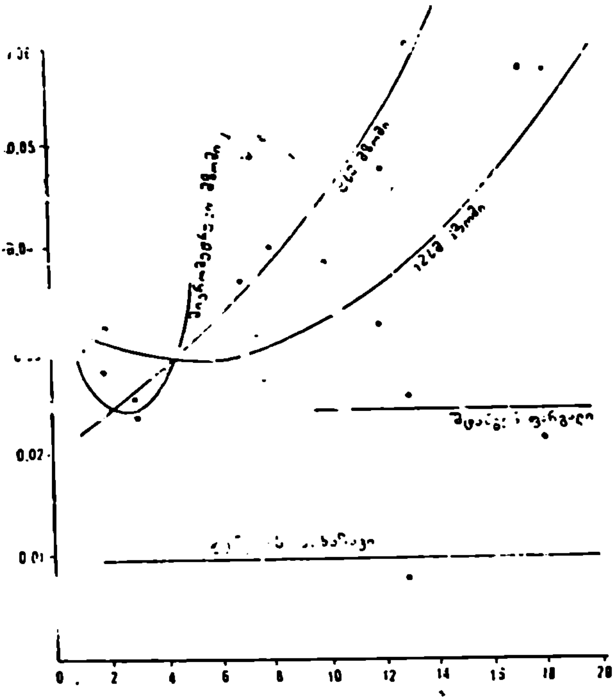
მივიჩნიოთ, რომ რუკაზე ხაზის ბოლოები ფიქსირებულია წმინდა წერტილებით, რომლებიც მზომის წვეტანით ფაქიზადაა ჩაჩხვლეტილი და მისი მინიმალური დიამეტრია 0,1 მმ, ე. ი. წერტილი დატანილია აღნიშნული სიზუსტით.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ამ წერტილების ასეთ მინიმალურ ზომას, რომლებიც ხაზის სიგრძეს შემოფარგლავენ, თავისთავად შედეგში შეაქვთ ცნობილი შეცდომა, რომელიც დაახლოებით ტოლია $0,1\sqrt{2}$ მმ-ისა.

მე-10 ნახაზზე მოყვანილია სხვადასხვა ხელსაწყოებით მიღებული შედეგების ამსახველი მრუდები, რომლებიც გამოსახავენ გასაზომი ხაზის სიგრ-

ჟესა და ერთი განაზომის საშუალო კვადრატულ ცდომილებებს შორის დამყარებულ კავშირს.

ამ გრაფიკიდან ჩანს, რომ ყოველი სახის მზომისათვის შეიძლება მოიძებნოს ისეთი სიგრძე, რომელიც უმცირესი ცდომილებითაა გაზომილი, აქ ყოველთვის საჭიროა პერპენდიკულარობის პირობის დაცვა, ე. ი. გაზომვების დროს მზომის წვეტანები რუკის ფურცლისადმი ყოველთვის პერპენდიკულარულ მდგომარეობაში უნდა იყოს.



ნახ. 10. სხვადასხვა სიგრძის ზომების გაზომვის სიზუსტე.

აღნიშნული ინსტრუმენტებით ხაზის სიგრძის გაზომვის სიზუსტის გამოკვლევის შედეგები მოყვანილია მე-4 ცხრილში.

დაკლაკნილი ხაზის სიგრძის გაზომვა უფრო მეტი სირთულით ხასიათდება, ვიდრე სწორი ხაზისა. დაკლაკნილი ხაზის საზომი ფარგლით გაზომვის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ მზომის წვეტანებს თანმიმდევრობით გადააადგილებენ დაკლაკნილი ხაზის გასწვრივ; ამ დროს მზომით შესრულებული მოქმედება შემდეგში ქმნის ქორდებს, რომლებიც კლაკნი-

ცხრილი № 4

რუკაზე სხვადასხვა ხელსაწყოებით ხაზის სიგრძის ერთჯერადი გაზომვის საშუალო კვადრატული ცდომილება სმ-ში

გაზომილი ხაზის სიგრძე სმ-ში	დიდი ფარგალი (12 სმ)	მცირე ფარგალი (8 სმ)	მიკრომეტრმზომი	შტანგენ ფარგალი	ქენევის სახაზავი	კურვიმეტრი
1	0,030	0,022	0,024		0,010	—
2	0,030	0,025	0,027		0,010	—
3	0,035	0,026	0,026		0,010	—
4	0,028	0,030	0,033		—	—
5	0,035	0.032	—	—	0,010	—
6	0,028	0,037	—	—	0,010	—
8	0,050	0,040	—	—	—	—
10	0,033	0,039	—	—	0,010	0,16
15	0,014	—	—	0,026	0,008	—
20	0,059	—	—	0,022	0,010	0,22
25	—	—	—	0,028	—	—
30	—	—	—	—	—	0,24
40	—	—	—	—	—	0,38
50	—	—	—	—	—	0,40

ლობის რკალებს სწორ ხაზად წარმოადგენს. ამის შედეგად მთელი დაკლაკნილი ხაზი იცვლება ტეხილ ხაზად, რომელიც ტოლი მონაკვეთებისაგან შედგება და ყოველ მონაკვეთს ექნება მზომის ლაჯის ტოლი სიგრძე. რაც უფრო დაკლაკნილია ხაზი, ტეხილი ხაზის სიგრძე მით უფრო განსხვავებული იქნება ნამდვილი სიგრძისაგან.

გაზომვის სიზუსტის გაზრდის მიზნით, აუცილებელია, რომ ტეხილი ხაზის სიგრძე რამდენადმე ზუსტად მივუახლოოთ დაკლაკნილი ხაზის სიგრძეს. ამას მივაღწევთ მაშინ, თუ საზომი ფარგლის ლაჯის ზომას შევამცირებთ მინიმუმამდე. ასეთი გაზომვების დროს საზომი ფარგალი გაზომვის პროცესში რუკას კი არ უნდა მოვაცილოთ, არამედ იგი თანმიმდევრობით უნდა ვაბრუნოთ ხან პირველი, ხან მეორე წვეტანის ირგვლივ.

ყოველი წვეტანა რუკაზე ტოვებს თავის კვალს. ამ დროს ყოველი კვალი წვეტანის ბრუნვის გამო რამდენადმე გაფართოებულია. საბოლოოდ, ამ მეთოდით მუშაობის პროცესში მიღებული შეცდომები მრავალრიცხოვანია.

მსგავსი გაზომვების სიზუსტის შემოწმება შესაძლებელია სწორი ხაზის სიგრძით ან ისეთი ხაზით, რომელიც გეომეტრიულად სწორი მრუდეებისაგან შედგება. აქ გასაგებია ის, რომ ასეთი ხაზების გაზომვის პირობები და მკვეთრად დაკლაკნილი ხაზის გაზომვის პირობები ერთმანეთისაგან

რამდენადმე განსხვავებულია. ამგვარ გაზომვათა სიზუსტის გამოკვლევა, მზომის ლაჯის მცირე ზომით, 1930 წელს ჩაატარა ი. შოკალსკიმ. ამ მიზნით მან რუკაზე გაზომა ორი მდინარის სიგრძე, ერთი, რომელიც ყველაზე დაკლაკნილია (მდ. ვილუი) და მეორე, რომელიც თითქმის სწორია (მდ. მონიერო). გაზომვები შეასრულა ორმა თანამშრომელმა 1:4200000 მასშტაბის რუკაზე.

მათი მონაცემების მიხედვით (ცხრ. 5), მზომის ლაჯის ათი სხვადასხვა ზომის გამოყენების საფუძველზე მიიღეს, რომ გაზომვის საშუალო კვადრატული ცდომილება მდ. ვილუისათვის ტოლია ±1,25%, ხოლო მდ. მონიეროსათვის ±0,66%. როგორც ვხედავთ, ეს შეცდომები პირდაპირ დამოკიდებულებაშია კლაკნილობის ხარისხთან და ასეთი შეცდომის საშუალოდ შეიძლება მიჩნეულ იქნეს ±1,0%.

ცხრილი № 5

მდ. ვილუისა და მდ. მონიეროს სიგრძის გაზომვის შედეგები (შოკალსკის მიხედვით)

მზომის ლაჯის ზომა დიუმებში	მდ. ვილუი (დიუმებში)			მდ. მონიერო (დიუმებში)		
	გაზომვები		გაზომვის შედეგების სხვაობა %-ში	გაზომვები		გაზომვის შედეგების სხვაობა %-ში
	A	B		A	B	
0,2500	16,08	16,09	0,06	9,50	9,41	0,95
0,2000	16,23	16,13	0,62	9,50	9,41	0,95
0,1500	16,82	16,77	0,30	9,51	9,46	0,84
0,1000	17,49	17,39	0,58	9,72	9,75	0,31
0,0750	17,71	17,71	0,34	9,78	9,81	0,31
0,0500	18,46	18,58	0,55	10,03	9,94	0,10
0,0400	18,68	18,90	1,17	10,03	9,93	1,00
0,0375	17,77	18,83	0,92	9,35	—	—
0,0300	19,29	19,50	1,08	10,11	10,16	0,69
0,0200	19,57	20,04	2,37	10,15	10,14	0,10

ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე, დაკლაკნილი ხაზის სიგრძის გაზომვისათვის წარმატებით შეიძლება გამოვიყენოთ მიკრომეტრიული მზომი.

შოკალსკის მიერ მიღებული დასკვნა, რომ, რაც უფრო შევამცირებთ მზომის ლაჯის სიგრძეს, მით უფრო გაიზრდება მდინარის სიგრძე, გამომდინარეობს მრავალჯერადი ექსპერიმენტიდან.

თუ მზომის ლაჯის სიგრძე მიისწრაფვის ნულისაკენ, მაშინ ასეთ მზომს შესწევს უნარი აღრიცხოს ყოველი უმნიშვნელო კლაკნილობა.

2. რედუცირებული სიგრძე

ხშირია შემთხვევა, როცა ერთი და იმავე ხაზის სიგრძის გაზომვები წარმოებს სხვადასხვა მასშტაბის რუკებზე. ასეთ დროს უნდა გვახსოვდეს, რომ რუკაზე განზოგადებული ყოველთვის კონკრეტულია და სხვადასხვა მასშტაბის რუკებზე კი განზოგადების სხვადასხვა საფეხურები ერთმანეთისაგან კონკრეტულობის ხარისხით განსხვავდებიან.

ეს რთული კონკრეტულობა უამრავი ობიექტისაგან შედგება (ცალკეული მდინარეები, გზები, დიდი და პატარა ტბები და სხვა), ყოველი ობიექტი კი უამრავი ნიშნით ხასიათდება. სხვადასხვა მასშტაბებში განზოგადების პროცესის შედეგად შერჩეულია და გამოყოფილია მთავარი, აუცილებელი დეტალები, რომლებიც რუკაზე უნდა დარჩეს, დანარჩენები კი უგულებელყოფილია, ამორიცხულია რუკიდან.

აღნიშნულის საფუძველზე უკვე მიიღება, რომ ერთსა და იმავე მდინარეს სხვადასხვა მასშტაბის რუკაზე განსხვავებული სიგრძე ექნება.

ასევე განსხვავებულ მაჩვენებლებს მივიღებთ ტბებისა და ზღვების სანაპირო ხაზის სიგრძის შესახებ.

საბოლოოდ უნდა აღინიშნოს, რომ მასშტაბის შემცირებასთან ერთად მდინარის ან ხაზის სიგრძე განზოგადების საფუძველზე მცირდება.

ახლა საინტერესოა განვიხილოთ საკითხი, თუ როგორი თანაფარდობაა სიგრძის შემცირების ხარისხისა და რუკის მასშტაბს შორის (ცხრ. 6). ამ მიზნით მზომის ლაჯის 0,2 სმ გაშლით გავზომოთ და გამოვიყვანოთ მდინარე მტკვრის რედუცირებული სიგრძე საქართველოს დღევანდელ საზღვრებში.

ცხრილი № 6

მდ. მტკვრის სიგრძე საქართველოს დღევანდელ საზღვრებში

№№	რუკის მასშტაბი	სიგრძე კმ-ში	% პირველი მასშტაბის რუკის მაჩვენებლისადმი
1	1 : 25000	389,6	100
2	1 : 50000	380,9	97,69
3	1 : 100000	376,3	96,41
4	1 : 200000	359,8	92,30
5	1 : 500000	307,2	78,71
6	1 : 600000	299.4	76,92
7	1 : 1000000	298,0	76,41
8*	1 : 680000	290,0	74,35
9	1 : 2500000	283.5	72,82

* რიგით მერვე მასშტაბი წარმოდგენილია დიუმებში.

თუ ზემოთ მოყვანილი პირველი მასშტაბის (1:25 000) რუკაზე გაზომილ მტკვრის სიგრძეს (რაც სინამდვილესთან ახლოა) მივიჩნევთ 100%-ად, მაშინ მასშტაბის შემცირებასთან ერთად, როგორც ეს ცხრილშია ნაჩვენები, შემცირდება მდინარის სიგრძეც. ასეთი შემცირება, რა თქმა უნდა, განზოგადების შედეგია.

აღნიშნულიდან გამომდინარე, მე-6 ცხრილში მოცემული გაზომვების შედეგები მე-11 ნახაზში შეიძლება გამოვსახოთ გრაფიკულადაც, რომელიც შემდეგ სახეს მიიღებს:

თუ ჩვენ შევარჩევთ ამ მრუდის განტოლებას, რომელიც სხვადასხვა რუკებზე ხაზის განზოგადების კანონზომიერებას გამოსახავს, მაშინ მრუდი შეიძლება შეიცვალოს განტოლებითაც. როცა მრუდის ასეთი განტოლება ცნობილია, უკვე იქმნება შესაძლებლობა, რომ გაზომვების შედეგების საფუძველზე შედგეს განტოლებათა სისტემა, რომლითაც დადგინდება ხაზის სიგრძის გადახრა გაწონასწორებული სიდიდიდან.

მრუდის განტოლება ასევე საშუალებას მოგვცემს გამოვთვალოთ რედუცირებული სიგრძე 1:1 მასშტაბში.

ამ პრინციპის საფუძველზე, შეიძლება დამუშავდეს მე-6 ცხრილში მოცემული ინფორმაცია.

გრაფიკზე მოცემულ წერტილებში გამავალ მრუდს პარაბოლას ფორმა აქვს. მისი განტოლება შეიძლება გამოისახოს ასეთი ფორმულით:

$$l_{\text{რედ}} = l + a\sqrt{A}, \tag{10}$$

სადაც $l_{\text{რედ}}$ ხაზის რედუცირებული სიგრძეა 1:1 მასშტაბში,

l რუკაზე გაზომილი სიგრძეა $1:N$ მასშტაბში.

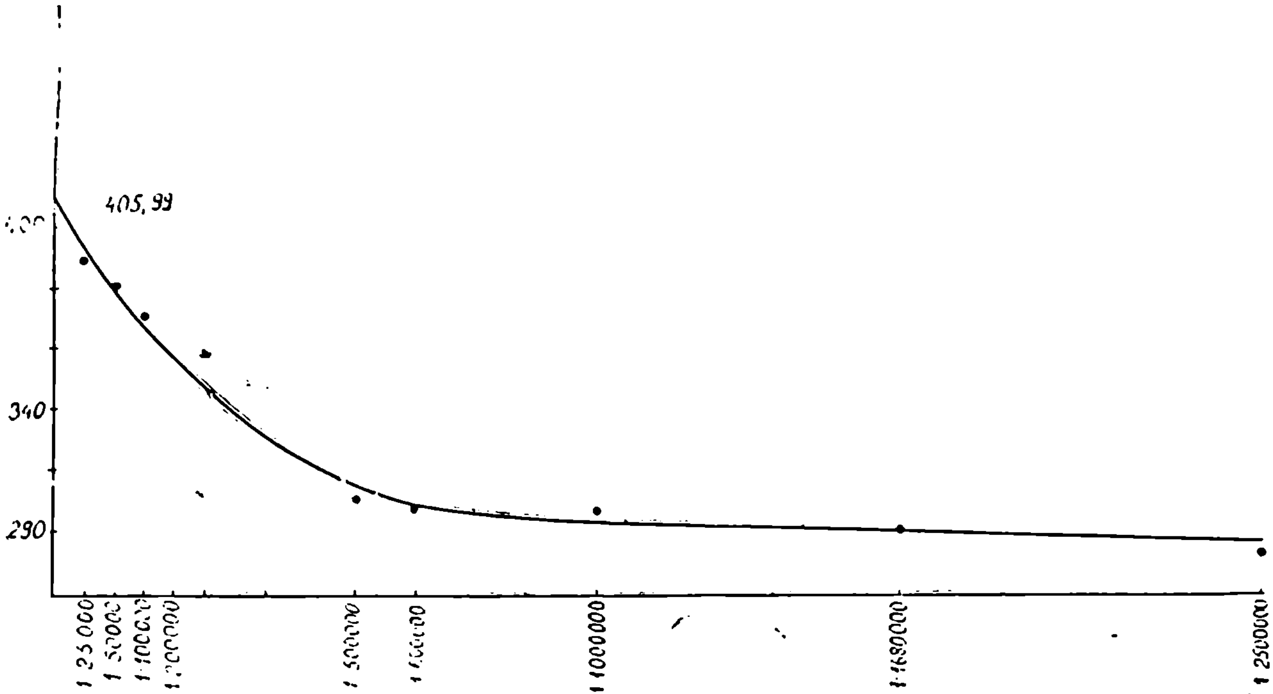
a მუდმივია მოცემულ გაზომვათა სერიაში (კოეფიციენტი), ხოლო A არის მასშტაბის მნიშვნელის რომელიმე ფუნქცია. ვინაიდან 1:1 მასშტაბისათვის მეორე წევრი გარდაქმნილი უნდა იყოს ნულად, ამიტომ A-ს ფუნქცია შეიძლება გამოვსახოთ ასე:

$$A = N - 1,$$

სადაც N არის რუკის მასშტაბის მნიშვნელი. რადგანაც N-ის სიდიდე პრაქტიკულად რამდენიმეჯერ მეტია ერთზე, ამიტომ განტოლება შეიძლება ასე წარმოვიდგინოთ:

$$l_{\text{რედ}} = l + a\sqrt{N}. \tag{11}$$

ამ განტოლებაში ორი უცნობია: a და $l_{\text{რედ}}$, რომელთა მოძებნა ან განსაზღვრა შეიძლება განტოლებათა სისტემის ამოხსნით, რომლებიც სხვა-



ნახ. 11. სხვადასხვა მასშტაბის რუკებზე გაზომილი მდინარე მტკვრის სიგრძის მრუდი.

დასხვა მასშტაბის რუკაზე ჩატარებული გაზომვების შედეგების საფუძველზეა შედგენილი.

აქ შეიძლება დავწეროთ განტოლების შემდეგი საწყისი სისტემა:

$$\left.\begin{array}{l} l_{\text{რედ}}=l_1+a\sqrt{N_1}, \\ l_{\text{რედ}}=l_2+a\sqrt{N_2}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ l_{\text{რედ}}=l_n+a\sqrt{N_n} \end{array}\right\}, \qquad (12)$$

სადაც $l_1, l_2, \dots l_n$, ვთქვათ, არის მდინარის სიგრძე გაზომილი $1:N_1$, $1:N_2, \dots 1:N_n$ მასშტაბის რუკებზე.

ამ განტოლების წევრების შეკრების შემდეგ $l_{\text{რედ}}$ შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით:

$$l_{\text{რედ}}=\frac{\Sigma l}{n}=\frac{a\Sigma(\sqrt{N})}{n}.$$

თუ მოძებნილ $l_{\text{რედ}}$ სიდიდეს ჩავსვამთ მე-12 განტოლებაში, მაშინ გვექნება:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\Sigma l}{n}+\dfrac{a\Sigma(\sqrt{N})}{n}=l_1+a\sqrt{N_1}, \\ \dfrac{\Sigma l}{n}+\dfrac{a\Sigma(\sqrt{N})}{n}=l_2+a\sqrt{N_2}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\Sigma l}{n}+\dfrac{a\Sigma(\overline{N})}{n}=l_n+a\sqrt{N_n} \end{array}\right\} \qquad (13)$$

ამ განტოლებაში ჩვენ გვაქვს მხოლოდ ერთი უცნობი — a, თუ აღვნიშნავთ:

$$\frac{\Sigma l}{n}=l_0,$$

$$\frac{a\Sigma(\sqrt{N})}{n}=\sigma a,$$

მაშინ მივიღებთ შემდეგი სახის განტოლებათა სისტემას:

$$\left.\begin{array}{l} l_0-l_1=a\sqrt{N_1}-\sigma a, \\ l_0-l_2=a\sqrt{N_2}-\sigma a, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ l_0-l_n=a\sqrt{N_n}-\sigma a \end{array}\right\} \qquad (14)$$

კვლავ ამ განტოლებების ცალკეული წევრების შეკრების საფუძველზე მივიღებთ:

$$v=(r)\,a, \tag{15}$$

სადაც v სიმბოლოთი აღნიშნულია სხვაობა (l_0-l_1), ხოლო r-ით კი $\sqrt{N}-\sigma$ სხვაობა.

უკანასკნელი მე-15 განტოლებიდან მიიღება a-ს მნიშვნელობა

$$a=\frac{v}{r},$$

აღნიშნულს გამოვიყენებთ l' — გაწონასწორებული მნიშვნელობისა და $l_{რედ}$ სიგრძის ფორმულისათვის:

$$l_{რედ}=l_0+\sigma a \tag{16}$$

და

$$l'=l_{რედ}-a\sqrt{N}. \tag{17}$$

გაზომილი სიგრძის გადახრას გაწონასწორებული მნიშვნელობიდან მოგვცემს (l') გაწონასწორებულ და (l) გაზომილ სიდიდეთა სხვაობა:

$$\delta=l'-l.$$

აღნიშნულის გამოყენებით გაწონასწორებული l' მნიშვნელობის საშუალო კვადრატული ცდომილება შეიძლება მოვძებნოთ ფორმულით:

$$m=\pm\sqrt{\frac{\sum\delta^2}{n}}.$$

ვოლკოვის ამ მეთოდის საფუძველზე მდ. მტკვრის რედუცირებული სიგრძის გამოთვლისას საჭიროა შევადგინოთ განტოლების საწყისი კონკრეტულ რიცხვებზე მხოლოდ იმ გაზომვებისათვის, რომლებსაც სანდო ინფორმაციად მივიჩნევთ. ასეთებია:

	l	$\sqrt{N}$
1:25 000	$l_{რედ}-389{,}5$	$+158\,a$
1:50 000	$l_{რედ}-380{,}9$	$+224\,a$
1:100 000	$l_{რედ}-376{,}3$	$+1000\,a$
1:2 00000	$l_{რედ}-359{,}8$	$+447\,a$
1:500 000	$l_{რედ}-307{,}2$	$+707\,a$
	1813,8	2536

როგორც ვხედავთ, საბოლოო შედეგში $\Sigma l = 1813{,}8$, ხოლო

$$\Sigma \sqrt{N} = 2536.$$

თუ ამ წევრებს გაზომვათა რაოდენობაზე გაყოფის შემდეგ შევაჯამებთ, მაშინ გვექნება:

$$l_{რედ} = \frac{1813{,}8}{5} + \frac{2536}{5}\,a = 362{,}7 + 507\,a$$

განტოლებაში $l_{რედ}$-ის მნიშვნელობის ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$362{,}7 - 389{,}6 = -158\,a + 507\,a$$

$$362{,}7 - 380{,}9 = -224\,a + 507\,a$$

$$362{,}7 - 376{,}3 = -1\,000\,a + 507\,a$$

$$362{,}7 - 359{,}8 = -447\,a + 507\,a$$

$$362{,}7 - 307{,}2 = -707\,a + 507\,a,$$

საიდანაც

$$26{,}9 - 345\,a$$

$$18{,}2 - 283\,a$$

$$13{,}6 - 493\,a$$

$$2{,}9 - 50\,a$$

$$\underline{55{,}5 - 200\,a}$$

$$\text{ჯამში } 117{,}1 - 1371\,a.$$

აქედან

$$\frac{117{,}1}{1371} = 0{,}0854$$

და

$$a = 507 \times 0{,}854 = 43{,}29 \text{ კმ.}$$

საბოლოოდ:

$$l_{რედ} = 362{,}7 + 507 = 362{,}7 + 43{,}2 = 405{,}99 \text{ კმ.}$$

როგორც გამოთვლებით ირკვევა, საქართველოს თანამედროვე საზღვრებში მდ. მტკვრის რედუცირებული სიგრძე 1:1 მასშტაბში ტოლია 405,99 კმ-ის და ეს მაჩვენებელი ცხრილში მოცემული ყველაზე მსხვილი მასშტაბის (1:25 000) რუკიდან მიღებულ სიგრძეზე მეტი ყოფილა:

$$405{,}99 - 389{,}6 = 16{,}39 \text{ კმ.}$$

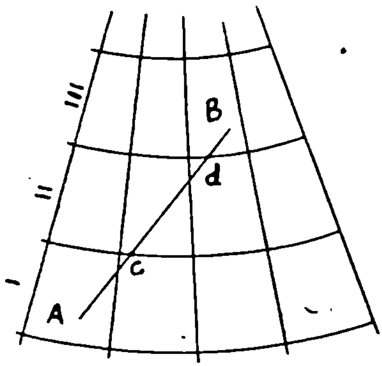
3. სწორი ხაზის სიგრძის გაზომვა

სწორი ხაზის სიგრძის გაზომვის სიზუსტესა და გზებზე ჩვენ საუბარი გვქონდა წინა პარაგრაფში. აქ განვიხილავთ მხოლოდ კერძო შემთხვევას. სწორი ხაზის სიგრძის გაზომვა ან განსაზღვრა მოსახერხებელია როგორც გრაფიკული გზით, ისე გამოთვლითაც.

წვრილმასშტაბიან რუკებზე მასშტაბის სიზუსტის დაცვის პირობებში ზუსტი შედეგები მიიღება მხოლოდ იმ მიმართულებით გაზომვისას, რომელიც ინარჩუნებს რუკის მთავარ მასშტაბს, მაგალითად: პტოლემეს კონუსურ პროექციაში — ყველა მერიდიანისა და მხების პარალელის მიმართულებით; ბონისა და სამსონის პროექციებში — შუა მერიდიანის, ეკვატორისა და ყველა პარალელის მიმართულებით; კვადრატულ ცილინდრულ პროექციაში — ეკვატორისა და ყველა მერიდიანის მიმართულებით; მართკუთხა ცილინდრულ პროექციაში — ყველა მერიდიანისა და ორი კვეთის პარალელის მიმართულებით.

ზოგად შემთხვევებში, როდესაც მოცემული წერტილები სხვადასხვა მერიდიანებზე და სხვადასხვა პარალელებზე მდებარეობენ, მაშინ უნდა განისაზღვროს მოცემულ უბანზე არსებული კერძო მასშტაბები. ხაზის გაზომვის უფრო ზუსტი შედეგი მიიღება, თუ ავიღებთ ტოლკუთხა პროექციაში შედგენილ რუკას, რადგანაც ამ შემთხვევაში კერძო მასშტაბი არ არის დამოკიდებული ხაზის მიმართულებაზე.

უნდა გვახსოვდეს, რომ რუკის სიზუსტესა და გაზომვის სიზუსტეს შორის დიდი გადახრები ყოვლად დაუშვებელია.



ნახ. 12.

ავიღოთ ლამბერტ-გაუსის ტოლკუთხა კონუსური პროექციის ბადე (ნახ. 12), სადაც მერიდიანები და პარალელები გატარებულია 5° ინტერვალით. მასშტაბი 1:5 000 000. ბადე შეიცავს სამ 5°-იან საგანედო ზონას (I, II და III) და რუკის ამ მონაკვეთში გასაზომია ხაზის სიგრძე, რომელიც სამივე ზონაში მდებარეობს. ამ ხაზის სიგრძის გაზომვაში მაღალი სიზუსტის მიღწევის მიზნით, რუკაზე გაზომილია სამივე ზონის თითო-

ტრაპეციის ოთხივე გვერდი (მერიდიანებისა და პარალელების 5° მონაკვეთი); შემდეგ მათი ზომები კარტოგრაფიული ცხრილიდან (დანართი 2) ამოწერილია მეტრებში. მიღებული ზომები შემცირებულია რუკის მთავარ მასშტაბში (1 სმ — 50 კმ) და გამოსახულია მთელ სანტიმეტრებში, სანტიმეტრის მეათედ და მეასედ ნაწილებში.

სამი ზონის სამი ტრაპეციის გვერდების სიგრძეების ცხრილით მიღებული შედეგების შესაბამისი გვერდების სიგრძესთან შედარებით, განსაზღვრულია თითოეული ტრაპეციის ოთხი, ერთმანეთისაგან მცირედ განსხვავებული, კერძო მასშტაბი. მათგან საშუალო არითმეტიკული შეადგენს ტრაპეციის მასშტაბს, სახელდობრ, ტრაპეციების მასშტაბები (ნახ. 12) I ზონის — 1,002, II ზონის — 1,003, III ზონის — 1,006.

გასაზომი AB ხაზი დევს სამ ზონაში — I, II და III; ამიტომ ვწერთ

$$AB = A_c + cd + dB;$$

რუკაზე გაზომვით მიღებულია: $A_c = 11,16$ სმ, $cd = 13,20$ სმ და $dB = 3,45$ სმ; AB ხაზის სამი მონაკვეთი (A_c, cd, dB) უნდა შესწორდეს; ამისათვის თითოეულ მათგანს ვყოფთ ზონების შესაბამის კერძო მასშტაბზე, სახელდობრ:

$$AB = \frac{11,16}{1,002} + \frac{13.20}{1,003} \mp \frac{3,45}{1,006} = 27,62 \text{ სმ.}$$

რუკის მთავარი მასშტაბის (1 : 5 000 000) შესაბამისად, მივიღებთ:

$$AB = 1381 \text{ კმ.}$$

განხილული მაგალითიდან და მე-12 ნახაზიდან ჩანს, რომ რუკის მოცემულ ნაწილზე (3 ზონა, 12 ტრაპეცია) ხაზების სიგრძის განსაზღვრისათვის საკმარისია ვიცოდეთ ყოველი ზონის თითო ტრაპეციის კერძო მასშტაბი.

მაგრამ, მანძილების განსაზღვრისას, ქაღალდის დეფორმაციის გავლენის მოსპობისა და გაზომვის შედეგებში უფრო მეტი სიზუსტის მიღწევის მიზნით, უკეთესია ჩატარდეს ყოველი ტრაპეციის კერძო მასშტაბის განსაზღვრა.

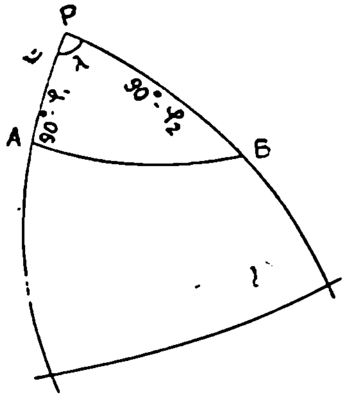
4. დიდი მანძილების გაზომვა გამოთვლის წესით

თუ ორ პუნქტს შორის დიდი მანძილია და მათ შორის უნდა განისაზღვროს უმოკლესი, ისინი ერთ რუკაზე იმ შემთხვევაში მოთავსდებიან, თუ რუკა შედგენილია ძალზე წვრილ მასშტაბში. ცნობილია, რომ ასეთი

რუკები მეტწილად შედგენილია ისეთ პროექციებში, რომლებიც შეიცავენ ძლიერ განსხვავებული დამახინჯების მასშტაბებს, მცირე ტერიტორიის ფარგლებშიც კი.

დიდი მანძილების განსაზღვრას განიხილავს უმაღლესი გეოდეზია, ამ ამოცანის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ორ წერტილს შორის უმოკლესი მანძილი (სფეროიდზე გეოდეზიურ ხაზად წოდებული) მიიღება გამოთვლით ამ ორი წერტილის მოცემული გეოგრაფიული კოორდინატების საფუძველზე.

თუ დედამიწას სფეროდ ჩავთვლით, მაშინ ორ წერტილს შორის უმოკლესი მანძილი, რომელიც სფეროზე წარმოადგენს დიდი წრის რკალს, გამოითვლება უფრო ადვილად, მაგრამ შედარებით ნაკლები სიზუსტით, სფერული ტრიგონომეტრიის ქვემოთ მოყვანილი ფორმულით.



ნახ. 13. დიდი მანძილების განსაზღვრა გამოთვლის წესით.

მაგალითად, საჭიროა განისაზღვროს უმოკლესი მანძილი — დიდი წრის რკალის სიგრძე — ლენინგრადსა და ვლადივოსტოკს შორის (ნახ. 13). მოცემულია განედები და გრძედები (გრინვიჩიდან):

1. ლენინგრადის $\varphi_1 = 59^\circ\,56'\,30''$

$L_1 = +30^\circ\,18'\,23''$

2. ვლადივოსტოკის $\varphi_2 = 43^\circ\,06'\,53''$

$L = +131^\circ\,53'\,46''$

აქედან:

$$\lambda = L_2 - L_1 = 101^\circ\,35'\,23''$$

$$90^\circ - \varphi_1 = 30^\circ\,03'\,30''$$

$$90^\circ - \varphi_2 = 46^\circ\,53'\,07''$$

დიდი წრის AB რკალის სიგრძე განისაზღვრება APB სფერული სამკუთხედის ფორმულით:

$$\cos AB = \cos(90^\circ - \varphi_1)\cdot\cos(90^\circ - \varphi_2) + \sin(90^\circ - \varphi_1)\cdot\sin(90^\circ - \varphi_2)\cdot\cos\lambda \tag{18}$$

ამ ფორმულის მარჯვენა ნაწილის ორივე საკრები აღვნიშნოთ M და N ნიშნებით,

$$\cos AB = M + N$$

$\cos(90° - \varphi_1)$	9,93727
$\cos(90° - \varphi_2)$	9,83471
$\lg M$	9,77199
M	0,59155

$\lg \sin(90° - \varphi_1)$	9,69973
$\lg \sin(90° - \varphi_2)$	9,86331
$\lg \cos \lambda$	9,30298
$\lg N$	8,86603
N	0,07345

$\cos AB = (M + N)$	0,51811
$\lg \cos AB$	9,71441
AB	58° 47′ 43″

აღნიშნულის შემდეგ დედამიწის სფეროს ცნობილი რადიუსი (6371116 მ.) AB გამოითვლება კილომეტრებში:

$$AB = \frac{2\pi R \cdot 58° \, 47' \, 43''}{360°};$$

$$360° = 1296000'', \quad 58° \, 47' \, 43'' = 211\,663'', \quad \pi = 3{,}14159$$

$\lg 2$	0,30103
$\lg R$	6,80422
$\lg \pi$	0,49715
$\lg 211663$	5,32564
დამ. $\lg 1296000$	3,88739
$\lg AB$	6,81538
AB	6537,00 კმ.

ამავე ამოცანის გადაწყვეტა ელიფსოიდზე ზუსტი და შედარებით რთული გეოდეზიური ფორმულით იძლევა AB მანძილის სიგრძეს 6567,2 კმ. იგივე მანძილი AB, წვრილმასშტაბიან (1 : 10 000000) რუკაზე გაზომვით, ტოლია 6469,4 კმ.

ამრიგად, დიდი მანძილების გამოთვლა განხილული მარტივი ხერხით, საერთოდ, დაკმაყოფილებულია, მით უმეტეს იმ შემთხვევაში, თუ ხაზების ბოლო წერტილების გეოგრაფიული კოორდინატები განსაზღვრულია რუკის საშუალებით.

5. მდინარისა და სხვა დაკლაკნილი ხაზების სიგრძის გაზომვის კერძო შემთხვევები

დაკლაკნილი მდინარეების გაზომვისას, როგორც ადრე იყო აღნიშნული, დადგენილია, რომ საზომი ფარგლის ლაჯის სიგრძის შემცირებასთან ერთად იზრდება მდინარის სიგრძე.

დამოკიდებულება l_0 მდინარის სიგრძეს, l გაზომილ სიგრძესა და მზომის ლაჯის სიგრძეს შორის შეიძლება გამოვსახოთ განტოლებით. რამდენადაც მზომის ლაჯის d სიგრძის შემცირება იწვევს ისეთ ეფექტს, როგორსაც რუკის მასშტაბის გადიდება, ამიტომ ამ განტოლებას უნდა ჰქონდეს იგივე სახე, როგორიც აქვს რედუცირებული სიგრძის გამოთვლის განტოლებას. იგი შეიძლება იყოს ასეთი:

$$l_0 = l + \beta\sqrt{d},$$

სადაც β არის კოეფიციენტი.

თუ ჩვენ გამოვიყენებთ მე-7 ცხრილის მაჩვენებლებს, სადაც ერთსა და იმავე მასშტაბის რუკაზე მდ. იორის სიგრძე გაზომილია მზომის ლაჯის სხვადასხვა სიგრძით, მაშინ შეიძლება შევადგინოთ განტოლება:

$$l_0 = l_1 + \beta\sqrt{d_1}$$

$$l_0 = l_2 + \beta\sqrt{d_2}$$

$$l_0 = l_3 + \beta\sqrt{d_3}$$

$$\cdots\cdots$$

$$l_0 = l_n + \beta\sqrt{d_n}$$

ცხრილი № 7

მდ. იორის სიგრძე საქართველოს საზღვრებში

რუკის მასშტაბი	მზომი ლაჯის სიგრძე	გაზომილი სიგრძე სმ-ში	გაზომილი სიგრძე კმ-ში	გადახრა %-ში
1 : 1 000 000	1 მმ	23,2	232	100
	2 მმ	22,2	222	95.6
	5 მმ	20,96	209,6	90,3
	8 მმ	20,50	209,0	90,0
	10 მმ	20,24	202,4	87.2

განტოლების ამ სისტემით შეიძლება ამოიხსნას, ე. ი. მოიძებნოს l_0 და β, გაზომილიდან გაწონასწორებული მნიშვნელობების $(l_1', l_2', l_3', \cdots l_n)$

საშუალო კვადრატულ ცდომილებათა მინიმალური გადახრა, მსგავსად იმისა, როგორც ეს შესრულებული იყო რედუცირებული სიგრძის გამოთვლისას. ამ განტოლებებში მე-7 ცხრილის ინფორმაციის ჩასმით მივიღებთ:

$$l_0=232+\beta\sqrt{1}=232+1\beta$$

$$l_0=222+\beta\sqrt{2}=222+1\beta$$

$$l_0=209,6+\beta\sqrt{5}=209,6+2,22\beta$$

$$l_0=205+\beta\sqrt{8}=205+2,82\beta$$

$$l_0-202,4+\beta\sqrt{10}=202,4+3,15\beta$$

ამ განტოლებებში სიგრძის განაზომები მოცემულია კილომეტრებში, ხოლო საზომი ფარგლის ლაჯის სიგრძე კი მილიმეტრებში.

თუ დავაჯამებთ განტოლების წევრებს, მივიღებთ:

$$5l_0=1070=10,19\beta,$$

აქედან

$$l_0=\frac{1070}{5}+\frac{10,19}{5}=214+2,04\beta,$$

თუ l_0-ის მნიშვნელობას ყოველ განტოლებაში ჩავსვამთ და დავაჯამებთ თავისუფალი წევრების აბსოლუტურ სიდიდეებსა და კოეფიციენტებს, მივიღებთ:

$$l_0=232-214=-1+2,04\beta$$

$$l_0=222-214=-1+2,04\beta$$

$$l_0=209,6-214=-2,22+2,04\beta$$

$$l_0=205-214=-2,82+2,04\beta$$

$$l_0=202,4-214=-3,15+2,04\beta,$$

საიდანაც

$$
\begin{array}{rl}
 & 18.0-1,04\beta \\
 & 8,0-1.04\beta \\
 & 5,0-0,18\beta \\
 & 9,0-0,78\beta \\
 & \underline{12,0-1,11\beta} \\
\text{ჯამში} & 52,0-4,15\beta
\end{array}
$$

$$\frac{52.0}{4.15} = 12$$

და

$$\beta = 12 \times 2,04 = 24,58.$$

ამ მნიშვნელობით გამოვთვალოთ l_0

$$l_0 = 214 + 2,04 = 214 + 24,58 = 238,58 \text{ კმ}$$

გაზომილიდან გაწონასწორებული მაჩვენებლის გადახრის საშუალო კვადრატული ცდომილება ტოლია:

$$m = \pm 2,4 \text{ კმ-ის},$$

რაც l_0-ის მაჩვენებლის 1%-ს შეადგენს. შოკალსკის მეთოდით მიღებული ეს სიზუსტე (მზომის ერთი და იმავე ლაჯის სიგრძით გაზომვისას) სავსებით აკმაყოფილებს მოთხოვნებს, ვინაიდან იგი დაკლაკნილი ხაზების გაზომვის ტექნიკური ცდომილების სიზუსტეს არ აღემატება. ზემოთ აღნიშნულის გამო განტოლება:

$$l_0 = l + \beta\sqrt{d},$$

სავსებით აკმაყოფილებს პირობას.

ვინაიდან ფორმულაში ჩვენთვის უცნობია მხოლოდ ორი წევრი, ამიტომ l_0 გამოსათვლელად პრაქტიკულად საკმარისია ერთი და იმავე მასშტაბის რუკაზე ორი სხვადასხვა ზომის ლაჯით ორჯერადი გაზომვა. ამ შემთხვევაში უკვე აღარ არის საჭირო ლაპარაკი განტოლებათა სისტემაზე. აქ უბრალო სახის განტოლება საშუალებას მოგვცემს l_0-ის გამოსათვლელად გამოვიყენოთ შემდეგი მარტივი ხერხი.

დავუშვათ, რომ l_1 და l_2 არის ერთი და იმავე დაკლაკნილი ხაზის ან მდინარის ორი სიგრძე, რომელიც მიღებულია მზომის d_1 და d_2 სიგრძის ლაჯით. შევადგინოთ ორი განტოლება:

$$l_0 = l_1 + \beta\sqrt{d_1},$$

$$l_0 = l_2 + \beta\sqrt{d_2}.$$

ამ განტოლებების ამოხსნით მივიღებთ:

$$l_0 = l_1 + (l_1 - l_2)\cdot k_1, \qquad (19)$$

სადაც

$$K = \frac{\sqrt{d_1}}{\sqrt{d_2} - \sqrt{d_1}}.$$

l_1 გაზომილია მზომის d_1 მცირე სიგრძის ლაჯით, ამიტომ სხვაობა $l_1 - l_2$ და K კოეფიციენტი დადებითია.

რუკაზე დაკლაკნილი ხაზის სიგრძის გაზომვის ამ წესის სიტყვიერი ფორმულირება ასეთია: მოცემულ რუკაზე მზომის მცირე ლაჯის სიგრძით მიღებული დაკლაკნილი ხაზის სიგრძე უდრის ამ სიგრძეს მიმატებული შესწორება, რომელიც ტოლია K კოეფიციენტის ნამრავლი ორი განზომილების სიგრძეთა სხვაობაზე.

K კოეფიციენტი დამოკიდებულია მხოლოდ მზომის ლაჯის სიგრძეზე და იგი შეიძლება გამოვთვალოთ წინასწარ.

გამოვიყენოთ ეს ხერხი მდ. იორის მაგალითზე. მოყვანილი მე-7 ცხრილიდან ამოვირჩიოთ ორი განზომილება, რომლებიც მიღებულია მზომის ლაჯის სხვადასხვა სიგრძით — 1 მმ და 2 მმ. ამ ორმა გაზომვამ მოგვცა:

$$l_1 = 232 \text{ კმ}, \quad l_2 = 222 \text{ კმ}.$$

გამოთვლილი კოეფიციენტი ადრე მივიღეთ 1,04. აქედან დაკლაკნილი ხაზის სიგრძე ტოლია:

$$l_0 = 222 + (232 - 222) \times 1{,}04 = 242{,}3 \text{ კმ}.$$

ეს განტოლებით მიღებულ მაჩვენებელთან ახლოა.

ვოლკოვმა მსგავსი სამუშაოს შესასრულებლად სპეციალური ცხრილები შეადგინა K კოეფიციენტისათვის (ცხრ. 8). ცხრილები უნიფიცირებულია და მუშაობის პროცესში მასში შეიძლება მოვძებნოთ კლაკნილობის კოეფიციენტის ყველა სიდიდე.

ახლა ავიღოთ სხვა კერძო შემთხვევა, როცა გაზომვები შესრულებულია სხვადასხვა მასშტაბის რუკაზე, ამისათვის გამოვიყენოთ მე-8 ცხრილი. აღნიშნულიდან გამომდინარე, შეიძლება შევადგინოთ ორი განტოლება:

$$l_{\text{რედ}} = l_1 + a\sqrt{N_1}$$

$$l_{\text{რედ}} = l_2 + a\sqrt{N_2},$$

სადაც l_1 და l_2 არის მზომის ერთი და იმავე სიგრძის ლაჯით გაზომილი სიგრძე $1:N_1$ და $1:N_2$ მასშტაბის რუკებზე. ამ განტოლების ამოხსნა იძლევა:

$$l_{\text{რედ}} = l_1 + t\,(l_1 - l_2), \qquad (20)$$

სადაც

$$t = \frac{\sqrt{N_1}}{\sqrt{N_2} - \sqrt{N_1}}.$$

ცხრილი № 8

ორი სხვადასხვა მასშტაბის რუკაზე გაზომვის შედეგად მიღებული კოეფიციენტის მნიშვნელობა

	1 : 20 000	1 : 21 000	1 : 25 000	1 : 42 000	1 : 50 000	1 : 663 360	1 : 75 000	1 : 84 000	1 : 100 000	1 : 126 000	1 : 126 720	1 : 200 000	1 : 210 000	1 : 253 440	1 : 300 000	1 : 420 000	1 : 500 000	1 : 663 600	1 : 750 000	1 : 1 000 000
1 : 10 000	2,41	2,23	1.72	0.95	0,81	0,66	0,58	0,53	0,46	0,39	0,29	0,29	0,28	0,25	0,22	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11
1 : 20 000		4,05	8,47	2,23	1,72	1,28	1,07	0,95	0,81	0,66	0,66	0,46	0,45	0,39	0,35	0,28	0,25	0,22	0,20	0,16
1 : 21 000			10,94	2,41	1,84	1,36	1,12	1,00	0,85	0,69	0,69	0,48	0,46	0,10	0,36	0,29	0,21	0,22	0,20	0,17
1 : 25 000				3.38	2,41	1,69	1,37	1,20	1,00	0,80	0,80	0,55	0,53	0,46	0,41	0,32	0,29	0,25	0,22	0,19
1 : 42 000					10,98	4,38	2,97	2,41	1,84	1,37	1,36	0,85	0,81	0,69	0,60	0,46	0,11	0,35	0,31	0,26
1 : 50 000						7,25	4,45	3,34	2,41	1,70	1,60	1,00	0,95	0,80	0,69	0,53	0,46	0,39	0,32	0,29
1 : 63 360							11,36	6,60	3,90	2,44	2,41	1,29	1,22	1,00	0,85	0,64	0,55	0,46	0,41	0,34
1 : 75 000								17,15	6,46	3,88	3,31	1,58	1,48	1,19	1,00	0,73	0,68	0,52	0,46	0,38
1 : 84 000									10,98	4,45	4,38	1,84	1,72	1,36	1,12	0,81	0,70	0,57	0,50	0,41
1 : 100 000										8,16	7,95	2,41	2,23	1,69	1,37	0,95	0,81	0,66	0,58	0,46
1 : 126 000												3,85	3,44	2,39	1,84	1,21	0,01	0,80	0,70	0,55
1 : 126 720												3,90	3,48	2,41	1,86	1,22	1,01	0,81	0,70	0,55
1 : 200 000														7,96	4,45	2,23	1,72	1,28	1,07	0,81
1 : 210 000															5,12	2,41	1,84	1,36	1,12	0,85
1 : 253 440																3,48	2,47	1,72	1,39	1,01
1 : 300 000																5,46	3,44	2,21	1,72	1.21
1 : 420 000																		4,38	2,97	1,84
1 : 500 000																		7,96	4,45	2,41
1 : 633 600																				3.91
1 : 750 000																				7,46

l_1 და N_1 მიღებულია უფრო მსხვილმასშტაბიანი რუკიდან. t კოეფიციენტის მნიშვნელობა უმეტესი რუკებისათვის, რომლებიც პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება. მოცემულია მე-8 ცხრილში

მე-8 ცხრილიდან ამოვწეროთ მაჩვენებლები:

1:25 000 მასშტაბის რუკა. მზომის ლაჯის სიგრძე 2 მმ,

$$l_1=389{,}6 \text{ კმ.}$$

1:200 000 მასშტაბის რუკა. მზომის ლაჯის სიგრძე 2 მმ,

$$l_2=359.8 \text{ კმ,}$$

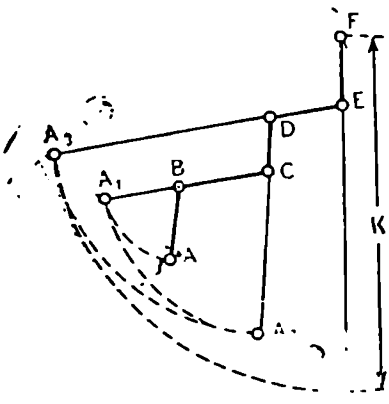
$$t=0{,}55.$$

$$l_{\text{რედ}}=389{,}6+(389{,}6-359{,}8)\times 0{,}55=405{,}99 \text{ კმ.}$$

ანალოგიური მაჩვენებელი მივიღეთ მე-2 პარაგრაფში, სადაც მდ. მტკვრის რედუცირებული სიგრძე იყო გამოთვლილი.

6. ტეხილი ხაზების სიგრძის გაზომვა რუკაზე

გარდა სწორი და დაკლაკნილი ხაზების სიგრძეთა გაზომვისა, რუკებზე წარმატებით იზომება აგრეთვე ტეხილი ხაზის სიგრძეც იმ შემთხვევაში, თუ ტოპოგრაფიულ რუკაზე არ ვმუშაობთ, მხედველობიდან არ უნდა გამოგვრჩეს ტეხილი ხაზის ყოველ მიმართულებაზე არსებული რუკის კერძო მასშტაბი.



ნახ. 14. ტეხილი ხაზის გაზომვა.

ტეხილი ხაზის სიგრძის გასაზომად შეიძლება გამოვიყენოთ კვეთების ხერხი. ეს უკანასკნელი გულისხმობს შემდეგს: დავუშვათ, რომ გასაზომია ტეხილი $ABCDEF$ ხაზის სიგრძე (ნახ. 14). ამისათვის მზომის წვეტანებს დავაყენებთ B და A წერტილებში. მზომის მარცხენა წვეტანას A წერტილიდან გადავაადგილებთ CB ხაზის გაგრძელების A_1 წერტილში. მზომის წვეტანის B წერტილში შეჩერებით და შემდგომ მზომის ლაჯის გაშლით მარჯვენა წვეტანას B წერტილიდან გადავაადგილებთ C წერტილში, ხოლო შემდეგ მარცხენა წვეტანას A_1 წერტილიდან გადავაადგილებთ DC ხაზის გაგრძელების A_2 წერტილში და ა. შ. მოქმედება სრულდება მანამდე, სანამდის მზომის ლაჯის სიგრძეში არ შევა $ABCDEF$ ტეხილი ხაზის მთლიანი სიგრძე K.

თავი IV

ფართობის გაზომვა რუკებზე

1. ფართობის გაზომვა გეომეტრიული მეთოდით

რუკებზე ან აეროფოტოსურათებზე ფართობის განსაზღვრა წარმოებს გეომეტრიული და მექანიკური ხერხებით. აღნიშნულ ხერხებს საფუძვლად უდევს ფართობებს შორის გეომეტრიული დამოკიდებულება.

ფართობის განსაზღვრის გეომეტრიული ხერხის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ რუკაზე მოცემული რომელიმე ფართობი იყოფა ელემენტარულ გეომეტრიულ ფიგურებად (კვადრატი, ოთხკუთხედი, სამკუთხედი, ტრაპეცია და მრავალკუთხედი).

ამ ხერხის გამოყენება მიზანშეწონილია მაშინ, როდესაც გასაზომ ფართობს მეტ-ნაკლებად აქვს წესიერი, სწორი, გეომეტრიული ფორმა. ასეთი ტერიტორიების ფორმა ძირითადად განსაზღვრა ადამიანის მოღვაწეობამ, მაგალითად, სასოფლო-სამეურნეო სავარგულები, დასახლებული პუნქტების ტერიტორიები და სხვ. ასეთ ნაკვეთებს უმეტეს შემთხვევაში აქვთ მრავალკუთხედის ფორმა და გაზომვის პრაქტიკული მოხერხებულობის თვალსაზრისით მიზანშეწონილია იგი დაიყოს შედარებით უბრალო გეომეტრიულ ფიგურებად, მაგალითად, სამკუთხედად. ნათელია, რომ ასეთ შემთხვევაში მრავალკუთხედის ფართობი ტოლი იქნება იმ ფართობთა ჯამისა, რომელიც იქმნება უბრალო გეომეტრიული ფიგურებით.

დავუშვათ, რომ გეომეტრიული ფიგურის გვერდებია a, b და c, h მათი სიმაღლეა და S კი ფართობი, ამოვწეროთ უბრალო გეომეტრიული ფიგურების ფართობის განსაზღვრის ფორმულა.

კვადრატისა და სწორკუთხედის:

$$S=a^2, \quad S=ab. \tag{21}$$

სამკუთხედის ფართობის:

$$S=\frac{1}{2}b\cdot h. \tag{22}$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \tag{23}$$

სადაც p არის სამკუთხედის ნახევარპერიმეტრი, ტრაპეციის ფართობი

$$S=\frac{a+b}{2}\cdot h \quad \text{ან} \quad S=d\cdot h, \tag{24}$$

სადაც d არის ტრაპეციის შუა ხაზი.

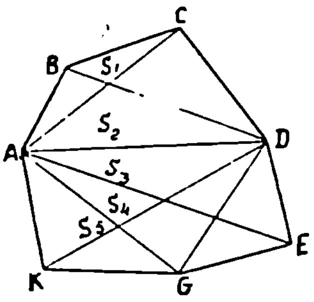
პარალელოგრამის ფართობი ტოლია:

$$S=ah. \tag{25}$$

წრის სექტორის ფართობი:

$$S=\frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}. \tag{26}$$

მრავალკუთხედის ფართობის გამოთვლა შედარებით შრომატევადია, ამიტომ მიზანშეწონილია, რომ მრავალკუთხედი დავყოთ უბრალო გეომეტრიულ ფიგურებად (ნახ. 15) და მისი ფართობი გამოვთვალოთ ცალკეული ფიგურების ფართობთა ჯამით: $S=S_1+S_2+S_3+\dots+S_n$ მრავალკუთხედის ფართობის გაზომვის სისწორე მოწმდება სამკუთხედის ფართობთა განმეორებითი გაზომვით, მხოლოდ სხვა კომბინაციაში. ასე, მაგალითად, თუ პირველ განსაზღვრებაში გამოყენებული იყო სამკუთხედები, რომლებიც მიღებულ იქნა A წვეროდან გატარებული დიაგონალებით, მაშინ საკონტროლო გაზომვებისას საჭიროა, რომ მრავალკუთხედი დაიყოს სხვა ჯგუფის სამკუთხედებით, ე. ი. წვეროდან გატარებული დიაგონალის საშუალებით. ორ განაზომთა შორის სხვაობა არ უნდა აღემატებოდეს მრავალკუთხედის ნამდვილი ფართობის 2%-ს.



ნახ. 15. მრავალკუთხედის ფართობის დაყოფა სამკუთხედებად.

გეომეტრიული მეთოდის გამოყენების დროს არაზუსტი ფართობის მიღების ერთ-ერთი მთავარი მიზეზია ხაზების სიგრძის გაზომვებში დაშვებული შეცდომები. თუ ფიგურა მცირეა, გეომეტრიული ხერხით პატარა ფართობების გაზომვა სასურველ შედეგს ვერ მოგვცემს, რადგანაც მათ ექნებათ მოკლე გვერდები.

სხვადასხვა მასშტაბის რუკებზე ერთი და იგივე ხაზი გამოისახება სხვადასხვა სიგრძის მონაკვეთებად, მაგალითად, 1:50 000 მასშტაბის რუკაზე ბუნებაში არსებულ 1 000 მეტრის სიგრძის ხაზი შეადგენს 20 მმ მონაკვეთს, ხოლო 1:5 000 მასშტაბის რუკაზე — 200 მმ. ნორმალური განივი მასშტაბის სიზუსტეს თუ ჩავთვლით 0,2-ის ტოლად, მაშინ ზემოთ აღნიშნულ ორი მასშტაბის რუკებზე გაზომვებში დაშვებული შეფარდებითი ცდომილება ტოლი იქნება $\frac{0{,}2\ \text{მმ}}{20\ \text{მმ}}=\frac{1}{100}$ (1:50 000 მასშტაბის რუკისათვის).

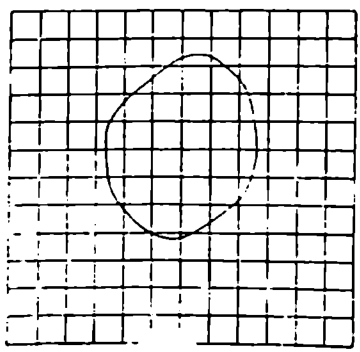
$$\frac{0{,}2\ \text{მმ}}{200\ \text{მმ}}=\frac{1}{1000}\ \text{(1:5000 მასშტაბის რუკისათვის).}$$

ამიტომ მონაკვეთების ფართობების შედარებით ზუსტი განსაზღვრისათვის ეს სამუშაო უკეთესი იქნება შესრულდეს მსხვილმასშტაბიან რუკებზე.

2. რუკაზე ფართობის გაზომვა პალეტით

ისეთი ფართობების გაზომვას (წყალშემკრები აუზების, ჭაობების, სათიბების, წყალსაცავებისა და სხვ.), რომლებსაც ნებისმიერი კონფიგურაცია აქვთ, ჩვეულებრივად აწარმოებენ (ინსტრუმენტული) მექანიკური ხერხით. ეს ხერხი, ისევე როგორც გეომეტრიული, დაფუძნებულია ფართობთა ფიგურების გეომეტრიულ დამოკიდებულებაზე.

ფართობის ინსტრუმენტული გაზომვის ყველაზე უფრო გავრცელებულ ხერხს წარმოადგენს პალეტი და პოლარული პლანიმეტრი.



ნახ. 16. ბადიანი პალეტი.

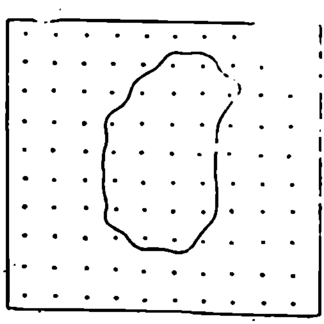
პალეტი წარმოადგენს გამჭვირვალე ფირფიტას (ორგანული შუშა ან ცელულოიდი და სხვ.), რომელზეც დატანილია კვადრატების ბადე (ნახ. 16) ან სხვა გეომეტრიული ფიგურები. იმისათვის, რომ მონაკვეთის ფართობი გაზომონ, პალეტს აფარებენ რუკაზე გასაზომ მონაკვეთს (ნახ. 16), შემდეგ დათვლიან მთელ კვადრატებს და მის იმ ნაწილებს, რომლებიც კონტურის შიგნით

მოხვდება. კვადრატების ნაწილებს თვალით აფასებენ, რაც, რა თქმა უნდა, აქვეითებს გაზომვების სიზუსტეს. შეცდომების თავიდან აცილების მიზნით, წინასწარ განსაზღვრავენ პალეტის საფასურს. პალეტის დანაყოფის საფასური აღვნიშნოთ C-თი, რუკის მასშტაბის მნიშვნელი, რომელზედაც ხდება მონაკვეთის ფართობის გაზომვა M-ით, ხოლო პალეტის უჯრედის გვერდი a-თი, მაშინ:

$$\left.\begin{aligned} c\ \text{მ}^2 &= \frac{a^2\ \text{მმ} \cdot M^2}{10^6} \\ c\ \text{ჰა} &= \frac{a^2\ \text{მმ} \cdot M^2}{10^{10}} \\ c\ \text{კმ}^2 &= \frac{a^2\ \text{მმ} \cdot M^2}{10^{12}} \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

პალეტის საფასურის განსაზღვრა შეიძლება აგრეთვე ასე: ვთქვათ, პალეტის უჯრედის a გვერდი ტოლია 2 მმ, ხოლო რუკის მასშტაბი, რომელზედაც წარმოებს გაზომვები, ტოლია 1:50 000. ამ მასშტაბის რუკაზე 2 მმ მონაკვეთი შეესაბამება ბუნებაში არსებულ 100 მეტრის მონაკვეთს, ამრიგად, ცალკეული უჯრედის ფართობი ტოლი იქნება:

$$c = 100\ \text{მ} \times 100\ \text{მ} = 1\ \text{ჰა}.$$



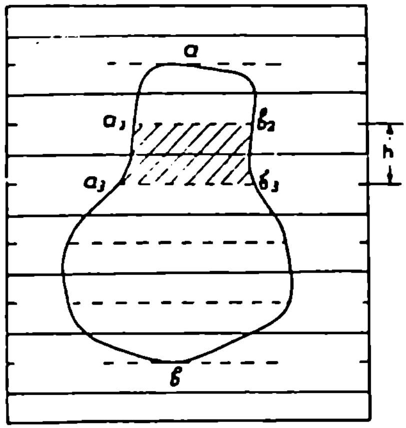
ნახ. 17. წერტილებიანი პალეტი

ბადისებური პალეტის გარდა პრაქტიკაში იყენებენ აგრეთვე ეგრეთ წოდებულ წერტილებიან პალეტს (ნახ. 17). წერტილებიანი პალეტის დასამზადებლად ჯერ აკეთებენ ბადეს, სადაც გამოთვლიან ცალკეული უჯრედის დანაყოფის საფასურს. უჯრედის ცენტრში დასვამენ წერტილს, ხოლო ხაზებს, რომლებიც ბადეს ქმნიდნენ, წაშლიან. თითოეული წერტილის წონა ტოლი იქნება პალეტის დანაყოფის საფასურის. წერტილებიანი პალეტის უპირატესობა უჯრიან პალეტთან ის არის, რომ არ არის საჭირო უჯრედის ცალკეული მონაკვეთის დაანგარიშება. საკმარისია მხოლოდ დავთვალოთ იმ წერტილთა რაოდენობა, რომლებიც კონტურს შიგნით თავსდებიან. ამგვარი წერტილებიანი პალეტით გაზომილი ფართობი ტოლი იქნება

$$S=n\cdot c,\qquad (28)$$

სადაც n წერტილთა რაოდენობაა, ხოლო c — წერტილის წონა.

როდესაც რუკაზე 5 სმ² მეტი ფართობები გვაქვს, შედარებით დიდ სიზუსტეს გვაძლევს პარალელური ხაზებისაგან შედგენილი პალეტი. ხაზები აქ ერთმანეთის პარალელურია და მათ შორის თანატოლი მანძილია (ნახ. 18). თუ ასეთ პალეტს გასაზომ ფართობზე დავადებთ ისე, რომ კონტურის კიდურა წერტილები a და b მოთავსდეს პალეტის ხაზებს შორის, მაშინ მონაკვეთი (კონტური) რამდენიმე ტრაპეციად დაიყოფა, რომელთაც ექნებათ ერთნაირი სიმაღლე — h. პალეტის პარალელური ხაზების მონაკვეთები კონტურის შიგნით წარმოგვიდგება როგორც ტრაპეციის შუა ხაზები. ყოველი ტრაპეციის ფართობი ტოლია შუა-ხაზის სიდიდე გამრავლებული h სიმაღლეზე. ვინაიდან ყველა ტრაპეციის სიმაღლე ერთნაირია, ამიტომ მთელი კონტურის ფართობი, რომელიც ტრაპეციების ფართობთა ჯამს გამოხატავს, ტოლი იქნება: $S=h\cdot d$, სადაც $d=d_1+d_2+d_3+d_4+\cdots+d_n$ არის ტრაპეციების შუა ხაზების ჯამი.



ნახ. 18. პარალელებიანი პალეტი.

ამრიგად, რუკაზე რომ განისაზღვროს მონაკვეთის ფართობი, საჭიროა პალეტი დავადოთ კონტურს, გავზომოთ კონტურში მოთავსებული პარალელური ხაზების სიგრძეები და დავაჯამოთ, შემდეგ კი გავამრავლოთ მუდმივ რიცხვზე h-ზე.

პალეტით გაზომილი ფართობის საშუალო კვადრატული ცდომილების განსაზღვრა შეიძლება ემპირიული ფორმულით:

$$m_s=0{,}03\,\frac{M}{10000}\sqrt{S},\qquad (29)$$

სადაც M არის რუკის მასშტაბის მნიშვნელი, ხოლო S — კონტურის ფართობი.

დასასრულ, უნდა აღვნიშნოთ, რომ პალეტით ფართობის გაზომვა ხელსაყრელი და მიზანშეწონილია მაშინ, თუ რუკაზე 4 — 5 სმ² ფარ-

თობზე მეტი ზომის კონტურები გვაქვს. ქვემოთ მოყვანილია ვოლკოვის მიერ დამუშავებული ცხრილი, რომელიც ასახავს პალეტით ფართობების გაზომვის საშუალო კვადრატულ ცდომილებას.

ცხრილი № 9

პალეტით ფართობების გაზომვის საშუალო კვადრატული ცდომილებანი (ნ. ვოლკოვის მიხედვით)

კონტურის ფართობი მმ²-შა	საშ. კვადრატული ცდომილებანი %-ში ორი განზომილებიდან	კონტურის ფართობი მმ²-ში	საშუალო კვადრატული ცდომილება %-ში ორი განზომილებიდან
5	14.5	1 000	0,55
10	8,5	1 500	0,40
20	5,0	2 000	0 33
50	1,7	2 500	0,28
100	1,1	3 000	0,23
200	0,85	3 500	0,20
300	0,75	4 000	0,16
500	0,65	—	

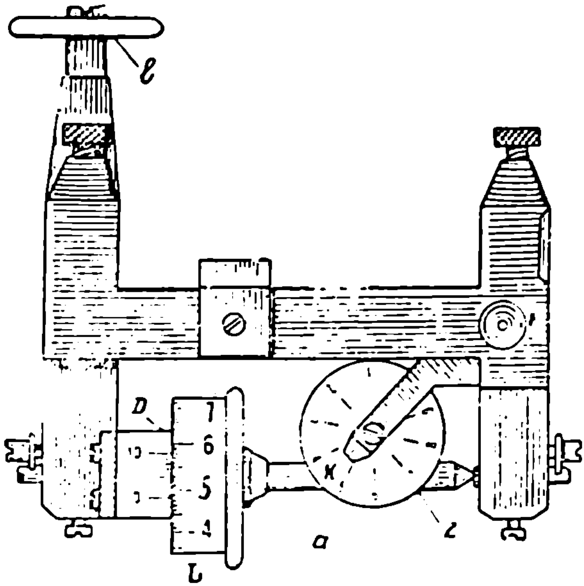
ეს ცდომილებები შეადგენენ საშუალოს 1 — 4 მმ² უჯრედებიანი პალეტებისათვის.

თუ პალეტით გაზომვები სრულდება წვრილმასშტაბიან რუკაზე, მაშინ პალეტის დანაყოფის საფასურის განსაზღვრა უნდა ჩატარდეს ამა თუ იმ გასაზომ უბანში, რუკის მთავარი მასშტაბის დამახინჯების გათვალისწინებით. ამისათვის ყველაზე უფრო მოხერხებულია შემდეგი საშუალება. პალეტს ათავსებენ კარტოგრაფიული ბადის ტრაპეციაზე ისე, რომ პალეტის ერთ-ერთი გამსხვილებული ხაზი დაემთხვეს გასაზომი უბნის შუა პარალელს; მაშინ მსხვილ ხაზზე გადათვლიან პალეტის დანაყოფთა (n) რიცხვს, რომელსაც შეიცავს პარალელის მონაკვეთის სიგრძე ტრაპეციაში. პარალელის ამავე მონაკვეთის სიგრძეს (m) პოულობენ კარტოგრაფიულ ცხრილში და $\frac{m}{n}$ დანაყოფის კვადრატი იქნება პალეტის დანაყოფის საფასური.

3. ფართობების გაზომვა რუკებზე პლანიმეტრით

1. ანათვლების აღების წესი ამთვლელ მექანიზმზე. თუ პლანიმეტრის ამთვლელი მექანიზმის L დოლი (ნახ. 19) ქაღალდზე გაგორდა, მაშინ Z ციფერბლატიც იტრიალებს. უსასრულო a ხრახნი

ისეა აგებული, რომ Z ციფერბლატის თავის ღერძის გარშემო ერთხელ შემოპრუნებისას ამთვლელი L დოლი თავის ღერძის გარშემო შემობრუნდება ათჯერ. მაშასადამე, ციფერბლატის ერთი დანაყოფი შეესაბამება L დოლის ერთ სრულ შემობრუნებას. L დოლი დაყოფილია 100 ნაწილად და D ვერნიერზე ვიღებთ L დოლის მეათასედ ნაწილს. აღნიშნულ მექანიზმზე ანათვლის აღების შემდეგი წესია:



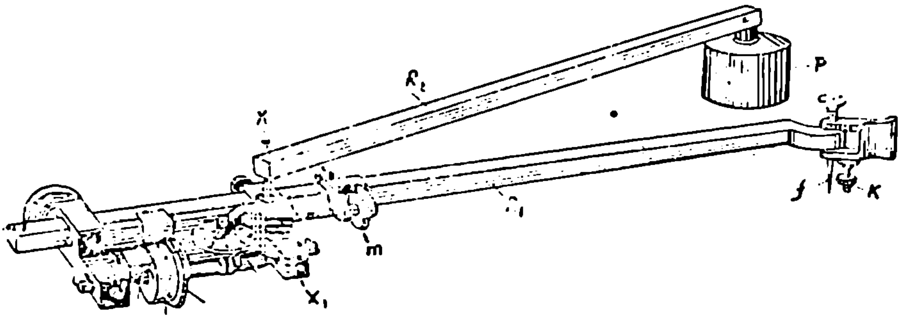
ნახ. 19.

პირველ ციფრს ავიღებთ Z ციფერბლატის ნულიდან K ინდექსამდე. ჩვენს შემთხვევაში (ნახ. 19) K ინდექსი (მაჩვენებელი) მოთავსებულია ციფერბლატის მე-4 და მე-5 წარწერებს შორის, ე. ი. ანათვალი 4-ზე მეტია და 5-ზე ნაკლები. ავიღებთ 4-ს.

მეორე და მესამე ციფრებს ვიღებთ L დოლზე — მისი ნულიდან D ვერნიერის ნულამდე. ჩვენს შემთხვევაში იგი ტოლია 48-ის. უკანასკნელ მე-4 ციფრს ავიღებთ D ვერნიერზე (აქ შეთავსებულია ვერნიერის მე-2 შტრიხი). ამგვარად, ჩვენს შემთხვევაში ანათვალი იქნება 4482.

2 პლანიმეტრის c საფასურის განსაზღვრა. რუკებზე პლანიმეტრით ფართობის გაზომვას წინ უნდა უსწრებდეს c საფასურის განსაზღვრა. საფასური დამოკიდებულია შემოსავლელი ბერკეტის სიგრძეზე.

დავუშვათ, რომ მიკრომეტრიული m ხრახნით R_1 ბერკეტის (ნახ. 20) გვერდით მოთავსებული ვერნიერის ნული შევუთავსოთ R_1 ბერკეტის 210 დანაყოფს, ე. ი. ბერკეტის სიგრძე (f წვეტანიდან XX_1 ღერძამდე) შეესაბამება ბერკეტის 210 დანაყოფს. ვთქვათ, ამ სიგრძისათვის მოცემულ მასშტაბში საჭიროა განისაზღვროს პლანიმეტრის c საფასური.



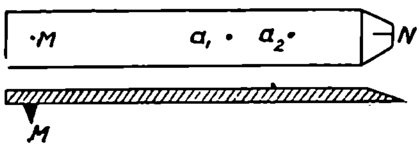
ნახ. 20.

ამისათვის ქაღალდზე შემოვხაზავთ რომელიმე გეომეტრიულ ფიგურას, მაგალითად, წრეხაზს, რომლის ფართობი ტოლია 100 კვადრატული სანტიმეტრის. ასეთი წრის რადიუსი r შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგი ტოლობით:

$$\pi r^2 = 100 \text{ სმ.}$$

აქედან

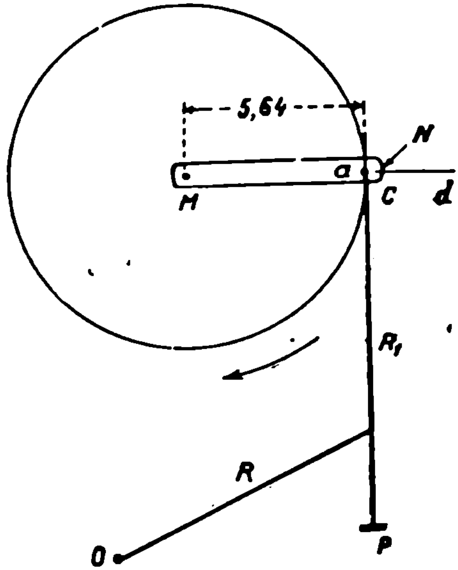
$$r = \sqrt{\frac{100}{3,14}} = 5,64 \text{ სმ.}$$



ნახ. 21.

სხვადასხვა ფართობის მქონე წრეხაზის შემოსახაზავად იყენებენ საკონტროლო სახაზავს (ნახ. 21), რომელიც პლანიმეტრს თან ერთვის და მისი სიგრძე ყოველთვის წინასწარ არის განსაზღვრული. ასეთ სახაზავს აქვს M წვეტანა, რომლითაც იგი მაგრდება ქაღალდზე. M წვეტანადან სხვადასხვა მანძილზე სახაზავის ზედაპირზე ამოტვიფრულია ოდნავ შესამჩნევი a_1 და a_2 წერტილი. ერთ-ერთში მუშაობის დროს თავსდება პლანიმეტრის შემოსავლელი ბერკეტის f წვეტანა. თუ a_2 წერტილში მოვათავსებთ წვეტანას, მაშინ Ma_2 სიგრძე ტოლი იქნება 5,64 სმ და ა. შ. სახაზავის ბოლოზე დაცერებულ კიდეზე დატანილია N შტრიხი.

c საფასურის განსაზღვრისათვის ასე მოვიქცევით: M წვეტანით ქაღალდზე დავამაგრებთ საკონტროლო სახაზავს და პლანიმეტრის შემოსასვლელი R_1 ბერკეტის f წვეტანას მოვათავსებთ a_1 ხვრელში (ნახ. 22) სახაზავის N შტრიხს დააყენებენ ფანქრით დანიშნულ dc ხაზზე (ნახ. 22) და პლანიმეტრის ამთვლელ მექანიზმზე აიღებენ ანათვალს (მაგალითად, 2684). შემდეგ შემოსასვლელი R_1 ბერკეტის f წვეტანას და მასთან საკონტროლო სახაზავს შემოვაბრუნებთ M წვეტანის ირგვლივ. როდესაც N შტრიხი ისევ შეუთავსდება დანიშნულ dc ხაზს, ხელახლა ავიღებთ ანათვალს (მაგალითად, 3646).



ნახ. 22.

მეორე და პირველი ანათვლების სხვაობა გამოსახავს შემდეგ მნიშვნელობას $n = n_2 - n_1 = 3646 - 2684 = 962$. წრის ფართობი ტოლი იქნება:

$$S = cn,$$

ანუ

$$S = \pi r^2.$$

თუ ამ მნიშვნელობებს ერთმანეთს გავუტოლებთ, მივიღებთ:

$$cn = \pi r^2,$$

აქედან საფასური

$$c = \frac{\pi r^2}{n}.$$

ჩვენს შემთხვევაში აღნიშნული წრის ფართობი (ნახ. 22) ტოლია 100 სმ², ანათვალთა n სხვაობა კი 962-ის. მაშასადამე,

$$c = \frac{\pi r^2}{n} = \frac{100}{962} = 0{,}1039 \text{ სმ}^2.$$

აღნიშნული საფასური შეიძლება გამოვიყენოთ მხოლოდ იმ სიგრძისათვის, რომელიც ჰქონდა ბერკეტს — 210.

ახლა ვთქვათ, რომ საჭიროა პლანიმეტრის საფასურის განსაზღვრა 1:5000 მასშტაბისათვის. ეს მასშტაბი იმას ნიშნავს, რომ ყოველი კვადრატული სანტიმეტრი გეგმაზე შეესაბამება 2500 კვადრატულ მეტრს ადგილზე ($50 \times 50 = 2500$ მ²).

მაშასადამე, c საფასური მოცემულ მასშტაბში ტოლი იქნება:

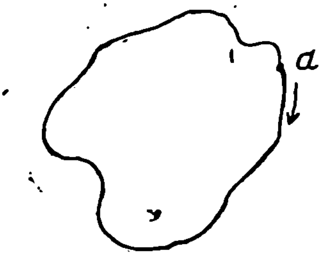
$$0{,}1039 \cdot 2500 = 259{,}75 \text{ მ}^2 \quad \text{ანუ} \quad 0{,}0259 \text{ ჰა.}$$

ამრიგად, c საფასური დამოკიდებულია ბერკეტის სიგრძესა და რუკის მასშტაბზე.

როცა უკვე განსაზღვრულია c, შეიძლება ფართობის გაზომვა.

თუ c საფასური მივიღეთ უხერხული რიცხვი, მაგალითისათვის მივუთითოთ ზემოთ მიღებული მაჩვენებელი (0,0259 ჰა), მაშინ სასურველია, რომ საფასურს წინასწარ მივცეთ დამამრგვალებელი წილადის სახე, ე. ი. 0,025 ჰა.

3. **ფართობის გაზომვის წესი.** თუ საჭიროა მოცემულ მასშტაბში რაიმე მოხაზულობის ფართობის განსაზღვრა, მაშინ პლანიმეტრის პოლუსს დავამაგრებთ ფართობის გარეთ ისეთ წერტილში, რომ შემოსავლელი ბერკეტის მთელ მოხაზულობაზე შემოტარების დროს, როგორც ადრე აღვნიშნავდით, ბერკეტებს შორის კუთხე არ იყოს ან ძლიერ მახვილი ან ძლიერ ბლაგვი.



ნახ. 23.

ფართობის მოხაზულობაზე შევარჩევთ ისეთ საწყის a წერტილს (ნახ. 23), სადაც უნდა დადგეს f წვეტანა. f წვეტანის საწყის a წერტილში დაყენების შემდეგ ამთვლელ მექანიზმზე ავიღებთ n_1 ანათვალს, რომელიც უნდა შედგებოდეს ოთხი ციფრისაგან. ვთქვათ, ეს n_1 ანათვალი მივიღეთ 8542, ამის შემდეგ პლანიმეტრის წვეტანას შემოვატარებთ მთელ მოხაზულობაზე საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით და მოვიყვანთ საწყის n_2 წერტილზე. ხელახლა ავიღებთ n_2 ანათვალს.

წვეტანის შემოტარებისას ყურადღება უნდა მივაქციოთ ციფერბლატის (ნახ. 19) ნულს. თუ ამ ნულმა ერთხელ გაუარა ციფერბლატის ინდექსს, მაშინ ამთვლელ მექანიზმზე აღებულ ანათვალს წინ უნდა მივუწეროთ ციფრი „1“, ამ შემთხვევაში გვექნება ხუთი ციფრისაგან შემდგა-

რი ანათვალი. ვთქვათ, ეს ანათვალი მივიღეთ 12385, ე. ი. $n_2=12385$. ჩვენს შემთხვევაში ანათვალთა სხვაობა

$$n=n_2-n_1=12385-8542=3843.$$

საბოლოოდ, პლანიმეტრით გაზომილი ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$$S=c\,(n_2-n_1). \qquad (30)$$

დავუშვათ, რომ პლანიმეტრის c საფასური, განსაზღვრული მოცემულ მასშტაბში, ტოლია 0,02 ჰექტარის. მაშინ საძიებელი ფართობი ტოლი იქნება:

$$S=0{,}02\,(12385-8542)=76{,}86 \text{ ჰა}.$$

თუ გასაზომია დიდი ფართობი, მაშინ უკეთესია, რომ იგი დაიყოს ნაწილებად და ყოველი ნაწილის განსაზღვრისას პოლუსი კონტურს გარეთ იდგეს.

4. ფართობის გაზომვის ავტომატური ხერხი

შრომატევადი კარტომეტრიული სამუშაოების ავტომატიზაციის პრობლემა, კერძოდ კი რუკაზე ფართობების გაზომვა და შეკრება, მნიშვნელოვნადაა დაკავშირებული პრინციპულად ახალი, ტექნიკური და მეთოდური გზების ძიებასთან.

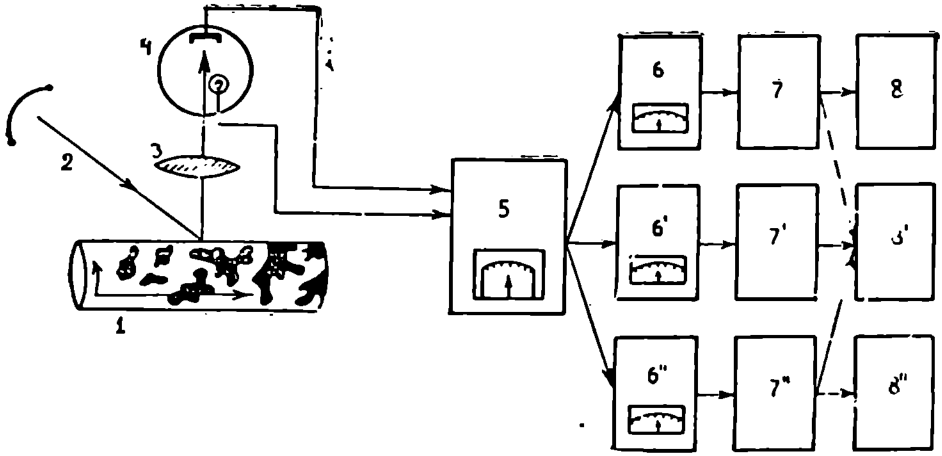
დღეს რუკებზე ფართობების გაზომვის ზემოთ აღწერილი ხერხების გარდა, წარმატებით გამოიყენება ელექტრონული პლანიმეტრი. ამ ხელსაწყოთი შეიძლება გაიზომოს თემატურ რუკებზე ფერებში მოცემული სხვადასხვა კონტურების ფართობები. ასევე წარმატებით შეიძლება მისი გამოყენება ისეთი ხასიათის რუკების შედგენისათვის, როგორიცაა რელიეფის ჰორიზონტალური დანაწევრება, ტყიანობა და სხვა.

ელექტროპლანიმეტრის მოწყობილობის ბლოკსქემა მოცემულია 24-ე ნახაზზე. მისი გამოყენება მეტად ეკონომიურია. მაგალითად, 480×690 ზომის რუკის ფურცლის დამუშავებას სპეციალისტი 22 წუთს ანდომებს, მაშინ, როცა კარტომეტრიის ტრადიციული მეთოდების გამოყენებისას იგივე სამუშაოსათვის იგი ათჯერ უფრო მეტ დროს ხარჯავს.

დროის ეკონომიასთან ერთად არსებითია ის, რომ ამ ხელსაწყოთი ფართობის გაზომვისას შეიძლება მაღალი სიზუსტის მიღება.

საშუალო კვადრატული ცდომილების შეფარდებითი მაჩვენებელი 40 განაზომიდან არ აღემატება 0,074%-ს. თუ ავიღებთ კვადრატს ზომით: 50×50 მმ, 10×10, 5×5, 1×1 მმ და წრეს დიამეტრით 50 მმ, 10, 5

და 1 მმ და ელექტროპლანიმეტრით გავზომავთ მათ ფართობებს, მაშინ რეალური ფართობიდან გადახრის შეფარდებითი საშუალო კვადრატული ცდომილება გაზომილ ფართობებში შესაბამისად გვექნება: 3,3, 1,5, 0,21%.



ნახ 24. ელექტრონული პლანიმეტრის ზოგადი სქემა.
1 — პლანშეტის სამაგრის მოწყობილობა; 2 — მანათებელი; 3 — მიკროობიექტივი; 4 — ფოტომამრავლებელი; 5 — მუდმივი დენის გამაძლიერებელი ძაბვის ინდიკატორით; 6, 6′, 6′′ — ძაბვის სელექტორი ინდიკატორით; 7, 7′, 7′′ — სიგნალების გენერატორი; 8, 8′, 8′′ — იმპულსების აღმრიცხველი.

ცხრილი № 10

წვრილკონტურიანი ფართობების სხვადასხვა მეთოდით გაზომვის საშუალო კვადრატული და შეფარდებითი ცდომილება

გაზომილი ფართობი მმ²-ში	გაზომვის მეთოდები და საშუალებები							
	გრაფიკული		პალეტით		პოლარული პლანიმეტრი		ელექტროპლანიმეტრი	
	აბსოლუტ. შეცდომა	შეფარდ. შეცდომა	აბსოლ. შეცდ.	შეფარ. შეცდ.	აბსოლ. შეცდომა	შეფარდ. შეცდომა	აბსოლუ. შეცდომა	შეფარდ. შეცდომა
1	—	—	—	—	—	—	0,10	10
10	0,3	3	0,9	9	6,9	69	0,53	5,3
20	0,4	2	1,3	6,5	7,0	35	0,66	3.3
50	0,6	1,2	2,1	4,2	7,2	14,4	0,9	1,8
100	0,8	0,8	3,0	3	7.5	7,5	19,5	1.5
500	1,8	0,36	4,5	0,9	8,7	1,8	2,3	0,46
2500	—	—	—	—	—	—	6,1	0,24

თუ სწორ გეომეტრიულ ფიგურას ვზომავთ, მაშინ პოლარულ პლანიმეტრთან შედარებით ელექტროპლანიმეტრით გაზომვის სიზუსტე იზრდება 8 — 10-ჯერ; იგი 2-ჯერ აღემატება პალეტით გაზომვის სიზუსტეს და უახლოვდება ფართობის გაზომვის გრაფიკულ ხერხს.

ექსპერიმენტულმა შემოწმებამ უჩვენა, რომ ხელსაწყო მუშაობაში მეტად მარტივი და უბრალოა.

5. ფართობებისა და ხაზის სიგრძის გაზომვა სხვადასხვა პროექციებში

რუკებზე ზუსტი გაზომვების ჩატარება მხოლოდ მაშინ არის შესაძლებელი, თუ მისი მასშტაბი 1:1 000 000-ზე წვრილი არ არის. მაგრამ ვინაიდან ხშირად შეიძლება მუშაობის პროცესში გამოვიყენოთ წვრილმასშტაბიანი რუკებიც, ამიტომ აუცილებლობა მოითხოვს გავეცნოთ, თუ სხვადასხვა პროექციებში ფართობებისა და ხაზის სიგრძის გაზომვისას როგორ პირობებში მოგვიხდება მუშაობა. მაგალითისათვის განვიხილოთ ზოგიერთ პროექციაში შედგენილ რუკებზე არსებული ვითარება:

1. გაუს-კრიუგერის ცილინდრული პროექცია.

ამ პროექციაში ხდება ტოპოგრაფიული აგეგმვები და დგება რუკები 1:500 000 და უფრო მსხვილი მასშტაბის. კარტოგრაფიული ბადის წერტილების კოორდინატები გამოითვლება ექვსგრადუსიან ზონებში ისე, რომ კიდურა ბადის წერტილების დაშორება ზონის ღერძული მერიდიანიდან განედში არ აღემატება 3°-ს.

ფართობის მასშტაბი პროექციაში ღერძული მერიდიანიდან დაშორებასთან ერთად იზრდება და იგი შეიძლება გამოითვალოს ფორმულით:

$$p = m^2 = \left[1 + \frac{\lambda''^2}{2\rho''^2}\cos^2\varphi\,(1+\eta^2) + \cdots\right]^2. \qquad (31)$$

გამოვთვალოთ მასშტაბების მნიშვნელობები და სხვაობები იმ წერტილთათვის, რომლებიც სსრკ ყველაზე სამხრეთით მდებარე პარალელზეა მოთავსებული, სადაც ზონის სიგანე ყველაზე დიდია და ფართობების მასშტაბები ყველაზე მეტ მნიშვნელობებს აღწევენ.

მე-11 ცხრილში მოტანილია ეს მნიშვნელობები და მათი სხვაობებიც.

განვიხილოთ სხვადასხვა მასშტაბის რუკის ფურცლების საზღვრებში ჩატარებული გაზომვების შედეგებზე ფართობის მასშტაბის ცვლილების ზეგავლენა.

ცხრილი № 11

ფართობების მასშტაბების ცვლილება ღერძული მერიდიანიდან სხვადასხვა მანძილზე დაშორებისას

ღერძული მერიდიანიდან დაშორება	ფართობის მასშტაბი	ფართობთა მასშტაბის სხვაობა მერიდიანებზე ყოველ 3°-ზე	ყოველ 1°-ზე	ნახევარზონის კიდურა მერიდიანზე	ხაზის მასშტაბი
0°0′	1,00000	0,00004	0,00020		1,00000
0°30′	1,00004	0,00016			1,00002
1°00′	1,00020	0,00026			1,00010
1°30′	1,00046	0,00032	0,00058	0,00180	1,00023
2°00′	1,00078	0,00048			1,00039
2°30′	1,00126	0,00054	0,00102		1,00063
3°00′	1,00180				1,00090

1:500 000 მასშტაბის რუკა. ამ მასშტაბის რუკის ფურცლის ზომები საბჭოთა კავშირში დადგენილია, რომ გრძედზე უნდა იყოს 3° და განედზე 2°. ყოველი ფურცელი, მისი ჩარჩოს გრძედისაგან დამოკიდებულებით, მდებარეობს ღერძული მერიდიანის მარჯვნივ ან მარცხნივ, ამიტომ ფურცლის კიდურა ჩარჩოს როლს ერთი მხრივ ასრულებს ღერძული მერიდიანი, ხოლო მეორე მხრივ, ღერძული მერიდიანის გრძედზე 3°-ზე დაშორებული მერიდიანი. მე-11 ცხრილიდან (მე-5 სვეტი) ჩანს, რომ ფართობთა მასშტაბის სხვაობა ამ მერიდიანებზე (სსრკ სამხრეთ განედებში) ტოლია 0,0018, ანუ 0,18%-ის. აქედან გამომდინარე, მთელი ფურცლისათვის დანაყოფის ერთიანი საშუალოს გამოყენება არ შეიძლება, რადგანაც ფართობის გაზომვაში დაშვებულმა შეცდომამ შეიძლება მიაღწიოს 1:500, თუნდაც ქაღალდის დეფორმაცია რომ არ გავითვალისწინოთ. აქ ყოველი ფურცლის შიგნით მერიდიანებს ჩვეულებრივად ატარებენ ყოველ 30′-ში და პარალელს — ყოველ 20′-ში, რომლებიც შიდა ტრაპეციებს წარმოქმნიან. თუ ღერძულ მერიდიანთან მდებარე ერთ-ერთი ტრაპეციის მიხედვით განისაზღვრა პლანიმეტრის დანაყოფის საშუალო და ეს მაჩვენებელი სხვა ტრაპეციებში მუშაობისას გამოიყენეთ, მაშინ მათი ფართობები სხვადასხვა ხარისხებში გამოვა გადიდებული და კიდურა, ნახევარგრადუსიან ტრაპეციებში დამახინჯება მიაღწევს ±0,18%-ს, ე. ი. უფრო მეტ სიდიდეს, ვიდრე გაზომვის ტექნიკური შეცდომაა. იმ მიზნით, რომ უკეთეს შედეგებს მივაღწიოთ, საჭიროა პლანიმეტრის დანაყოფის საშუალო განისაზღვროს გრძედზე განლაგებულ ერთ-ერთ შუა ტრაპეციაზე.

პრაქტიკულად უკეთესი იქნება, თუ საშუალო განისაზღვრება ყოველ

ტრაპეციაზე. ამ შემთხვევაში ფართობების მასშტაბების ცვლილება და ქაღალდის დეფორმაცია ვერ შეიტანენ ისეთ შეცდომას, რომ იგი აღემატებოდეს გაზომვის ტექნიკურ ცდომილებას.

უფრო მსხვილი მასშტაბის ტოპოგრაფიულ რუკებზე ფართობის გაზომვის პროცესში დაშვებული ცდომილება თეორიულად იმდენად მცირეა, რომ ხშირად მას გეოგრაფიული ხასიათის კვლევის დროს ყურადღებას არ აქცევენ. თუმცა მათზე დამახინჯება თეორიულად მაინც არის.

აღნიშნულ პროექციაში შედგენილ რუკებზე, როგორც მე-11 ცხრილიდან ირკვევა, ხაზის სიგრძის გაზომვისას იმდენად მცირე შეცდომა მიიღება, რომ მას ყურადღება შეიძლება არ მიექცეს, რა თქმა უნდა, თუ რუკის ფურცლის ფარგლებში არ გვაქვს ქაღალდის დეფორმაცია. თუმცა, როგორც აღვნიშნეთ, პრაქტიკული საქმიანობის დროს ქაღალდის დეფორმაციას იშვიათად აქცევენ ყურადღებას.

2. საერთაშორისო რუკის პროექცია.

ეს პროექცია, რომელშიც ჩვენთან და საზღვარგარეთ 1:1 000 000 მასშტაბში დგება რუკები, წარმოადგენს სახეშეცვლილ პოლიკონუსურ პროექციას. რუკის ფურცლის ზომები დადგენილია და იგი ტოლია განედით 4°-ისა, გრძედით 6°-ის. მასზე მერიდიანები და პარალელები მთავარ მიმართულებას არ წარმოადგენენ, ამიტომ ფართობის მასშტაბი შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით

$$p = mn \sin i, \tag{32}$$

სადაც i არის კუთხე მერიდიანსა და პარალელს შორის. ამ კუთხის სიდიდე მეტად ახლოა 90°-თან, ამიტომ გამოთვლებისათვის საკმარისია ვისარგებლოთ ფორმულით:

$$p = mn. \tag{33}$$

სხვადასხვა განედებზე აღებული ყველაზე მცირე დამახინჯების მაჩვენებლები 1:1 000 000 მასშტაბის რუკის სამი ფურცლის საზღვრებში მოცემულია მე-12 ცხრილში.

როგორც ვხედავთ, ერთი ფურცლის ფარგლებში არსებული დამახინჯება, განსაკუთრებით სამხრეთულის, მნიშვნელოვანია: რაც უფრო ჩრდილოეთითაა ფურცელი, მის ფარგლებში დამახინჯება მით უფრო მცირეა. მთელს ფურცლებზე პლანიმეტრის ერთი საფასურით სარგებლობისას ფართობებში დაშვებულმა შეცდომამ შეიძლება მიაღწიოს სიდიდეს $\pm$ 1:1016, 1:1800, 1:2520 შესაბამისად სამხრეთულისა, შუა და ჩრდილოეთური ფურცლისათვის.

ცხრილი № 12

ფართობების დამახინჯება 1 : 1 000 000 მასშტაბის საერთაშორისო რუკის ფურცლის ფარგლებში

ტრაპეცია	ფართობები მცირე დამახინჯებით —	ფართობები მცირე დამახინჯებით +	ფართობთა მასშტაბის სხვაობა %-ში
$\varphi_s=4°$, $\varphi_n=8°$	0,121	0,076	0,197
$\varphi_s=52°$, $\varphi_n=56°$	0,082	0,029	0,111
$\varphi_s=68°$, $\varphi_n=72°$	0,068	0,011	0,079

თუ გავითვალისწინებთ, რომ გაზომვების დროს გავლენას ახდენს ქაღალდის დეფორმაცია, ფართობები საჭიროა გაიზომოს ფურცლის ცალკეულ ნაწილებზე.

ვინაიდან ამ პროექციაში შედგენილ მილიონიან რუკაზე ერთი ფურცლის საზღვრებში მასშტაბის ცვლილება მეტად მცირეა და მასშტაბებს შორის სხვაობა პარალელებისა და მერიდიანების გასწვრივ არ აღემატება 0,13 — 0,14%, ამიტომ იგი სავსებით აკმაყოფილებს ხაზის სიგრძის გაზომვის მოთხოვნებს და დამახინჯებათა განსაზღვრა არ არის აუცილებელი.

3. პირდაპირი კონუსური, ტოლშორისული პროექციები.

ამ ტიპის პროექციების გამოყენების სფერო ისევე ფართოა, როგორც ტოლკუთხასი.

აღნიშნულ პროექციებში მასშტაბი ყველა მერიდიანის გასწვრივ მუდმივია და ჩვეულებრივად იგი რუკის მთავარი მასშტაბის ტოლია. ერთი რომელიმე ნებისმიერი პარალელის გასწვრივ მასშტაბი ერთნაირია, მაგრამ სხვადასხვა პარალელზე განსხვავებულია. მინიმალურია კერძო მასშტაბი რუკის შუა პარალელზე. ისინი (მხებ-კონუსურ პროექციაში) შეიძლება მთავარი მასშტაბის ტოლი ან მასზე ნაკლები იყოს მკვეთ კონუსურ პროექციაში.

მათემატიკური კარტოგრაფიიდან ცნობილია, რომ ამ შემთხვევაში პარალელების გასწვრივ მასშტაბის განსაზღვრა შეიძლება შესრულდეს ფორმულით:

$$n=\frac{\alpha\rho}{r}. \qquad (34)$$

ფართობის მასშტაბი კი ფორმულით

$$p=mn=\frac{\alpha\rho}{r},$$

ან

$$p = mn = \frac{\alpha\rho}{r}\,\mathrm{const}. \qquad (35)$$

ამ პროექციაში ფართობის მასშტაბის ცვლილება ისე ინტენსიურად არ ხდება, როგორც ტოლკუთხა კონუსურ პროექციაში. უკანასკნელში იგი ტოლია ხაზოვანი მასშტაბის კვადრატისა, ხოლო ტოლშორისულში კი მხოლოდ პარალელის გასწვრივ არსებული მასშტაბისა.

ამ მიმართულებით ჩატარებული მუშაობისას დავრწმუნდებით, რომ ფართობის გაზომვის მაღალი სიზუსტის (1:1000) მიღწევისათვის არ შეიძლება ფართობი გაიზომოს ხუთგრადუსიანი ტრაპეციების მიხედვით; ორგრადუსიანი ტრაპეციებით შეიძლება ვისარგებლოთ მხოლოდ იმ ორ სარტყელში, რომლებიც მინიმალური დამახინჯების მქონე პარალელის მომიჯნავე არიან.

როგორც ფორმულიდან ირკვევა, აღნიშნულ პროექციებში მასშტაბი მხოლოდ განედის ფუნქციას წარმოადგენს და ამიტომ მათთვის, ისევე როგორც ტოლკუთხა პროექციისათვის, ადვილად შეიძლება ავაგოთ შემასწორებელ კოეფიციენტთა ნომოგრამები. მათი გამოყენება საშუალებას მოგვცემს ფართოდ გამოვიყენოთ ეს პროექციები ფართობების გასაზომად.

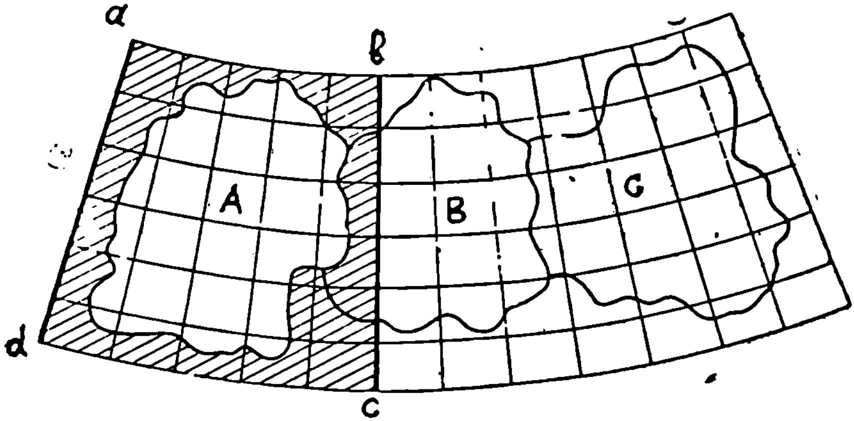
ხაზის სიგრძის გაზომვისას უნდა გვახსოვდეს, რომ სწორ ხაზებს, რომელთა მიმართულება მერიდიანისა და პარალელის მიმართულებას ემთხვევა, შენარჩუნებული ექნებათ ტოლობა. თუ ამ ხაზების მიმართულება არ ემთხვევა მერიდიანებისა და პარალელების მიმართულებას, მაშინ მათ ექნებათ ცვალებადი კერძო მასშტაბი. *ასეთი ხაზების ცალკეულ წერტილებში მასშტაბები ტოლშორისულია პარალელისა და მერიდიანის მასშტაბების სიდიდეებს შორის და იგი დამოკიდებულია მოცემულ წერტილში ხაზის აზიმუტზე.*

თუ ხაზი დაკლაკნილია, მაშინ მისი სიგრძის გაზომვა აღნიშნულ პროექციაზე სირთულესთან არის დაკავშირებული. დაკლაკნილი ხაზის ცალკეულ უბნებს, რომელთაც B მიმართულების სხვადასხვა აზიმუტები აქვთ, ასევე ახასიათებთ სხვადასხვა მასშტაბი, დაკლაკნილი ხაზის ორ მეზობელ წერტილში მასშტაბთა სხვაობა შეიძლება ავიდეს ექსტრემული მასშტაბების სხვაობის სიდიდემდე.

6. დიდი ფართობების გაზომვა რუკაზე

1./ *ფართობის გაზომვა სავიჩის მეთოდით.* რუკის მასშტაბისა და ტერიტორიის სიდიდიდან გამომდინარე (მთელი სახელ-

მწიფოს ან მისი ცალკეული ადმინისტრაციული ერთეულების) გასაზომად ფართობს ყოფენ უბნებად: მაგალითად, (ნახ. 25) გასაზომი ფართობი დაყოფილია სამ უბნად: A_1, B_1, C; თითოეული უბნის ფართობი პლანიმეტრით იზომება ცალ-ცალკე; ტერიტორიის საერთო ფართობს მივიღებთ ამ სამი უბნის ფართობთა დაჯამებით.



ნახ. 25. ფართობის გამოთვლა.

საერთო ფართობის განსაზღვრის ეს ხერხი უფრო მარტივი და ზუსტია, როცა სამივე უბანი A_1, B_1, C — ერთ რუკაზეა, ყოველი უბნისათვის რუკის კარტოგრაფიული ბადის საფუძველზე უნდა განისაზღვროს პლანიმეტრის დანაყოფის საფასური, მაგალითად, მოცემული უბნისათვის საფასურის განსაზღვრა შეიძლება კარტოგრაფიული ბადის რამდენიმე პატარა უჯრედისაგან შემდგარი დიდი ტრაპეციის ($abcd$) საფუძველზე, რომელსაც A უბნისათვის ეწოდება დამხმარე ტრაპეცია.

ამ ტრაპეციის ანალიზური ფართობი მიიღება კარტოგრაფიული ცხრილებით (დანართი 2), ხოლო რუკაზე მისი ფართობი მიიღება პლანიმეტრის შემოტარების გზით ამასთან, მთავარი პირობა, რომელიც უნდა იყოს დაცული, მდგომარეობს იმაში, რომ $abcd$ ფართობში და A უბნის ფართობში პლანიმეტრის დანაყოფის საშუალო საფასური უნდა იყოს თანატოლი; ამ თანატოლობის მიღწევა უფრო შესაძლებელია იმ რუკაზე, რომლის მასშტაბიც ნახტომებით არ ხასიათდება.

25-ე ნახაზზე ცხადია, რომ დამხმარე $abcd$ ტრაპეციაში პლანიმეტრის დანაყოფის საშუალო საფასური შეესაბამება პარალელს, რომელიც

ამ უბნის ფართობს ყოფს ორ თანაბარ ნაწილად, მაგრამ ეს პარალელი არ ემთხვევა პირველ პარალელს. გადის ოდნავ მის ჩრდილოეთით.

თავის პირველადი სახით ფართობის გაზომვის ამ ხერხს ლიტერატურაში მიეცა აკადემიკოს სავიჩის სახელი. სავიჩის ხერხით უბნის ფართობი S გამოითვლება ფორმულით:

$$S = \frac{c \cdot a}{b}, \tag{36}$$

სადაც c პლანიმეტრის დანაყოფთა რიცხვია საძიებელ A უბანში, a დამხმარე $abcd$ ტრაპეციის ანალიზური ფართობია. მიღებული კარტოგრაფიული ცხრილებით, b—ამავე დამხმარე ტრაპეციაში პლანიმეტრის დანაყოფთა რიცხვი, $\frac{c}{b}$ — პლანიმეტრის დანაყოფის საფასური. S ფართობის განსაზღვრის ცდომილება დამოკიდებულია პლანიმეტრის დანაყოფთა რიცხვების ცდომილებაზე a და b სიდიდეებში, ე. ი. დამოკიდებულია გასაზომი A უბნისა და დამხმარე $abcd$ ტრაპეციის ფართობის პლანიმეტრით გაზომვის ცდომილებებზე. პლანიმეტრით დამხმარე $abcd$ ტრაპეციის ოთხჯერ შემოტრიალებისას საშუალო ცდომილება ნ. ვოლკოვის გამოთვლით გამოისახება ფორმულით:

$$m_b = \pm \left(0{,}38 + 0{,}044 \sqrt{b}\right), \tag{37}$$

b არის დამხმარე $abcd$ ტრაპეციაში პლანიმეტრის დანაყოფთა რიცხვი; აქ საშუალო ცდომილება გამოსახულია ზომის იმავე ერთეულში, რითაც პლანიმეტრის დანაყოფის საფასური.

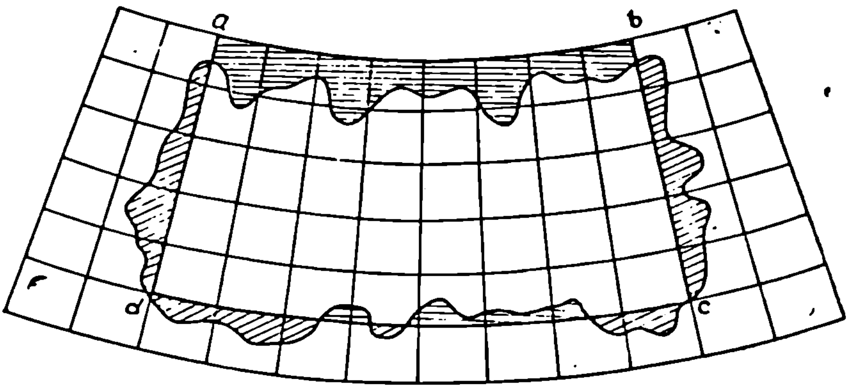
შემოწმების მიზნით, სავიჩის ხერხით განსაზღვრულ A უბნის ფართობს ემატება $abcd$ ტრაპეციის გვერდებამდე (25-ე ნახაზზე დაშტრიხულია) მდებარე კარტოგრაფიული ბადის უჯრედებისა და მათი ნაწილების ფართობთა ჯამი; საერთო ჯამი უნდა უდრიდეს $abcd$ ტრაპეციის უკვე ცნობილ ფართობს, მიღებულს კარტოგრაფიული ცხრილით.

კარტოგრაფიული ბადის უჯრედების ნაწილების ფართობების გასაზომად შეიძლება გამოყენებულ იქნეს პლანიმეტრი ან პალეტი. 1874 წელს, რუსეთის ფართობის გაზომვისას, სავიჩის ხერხი გამოიყენა ი. სტრელბიცკიმ. დიდი ფართობის გაზომვის განხილულ ხერხს უდიდესი გამოყენება ჰქონდა მე-19 საუკუნის მეორე ნახევარში. იგი ამჟამადაც წარმატებით გამოიყენება.

გაზომვის მეორე ხერხის არსი მდგომარეობს შემდეგში: რუკაზე მოცემული დიდი ტერიტორიის (ნახ. 26) შესაბამისად გამოიყოფა დამხმარე

სფერული ტრაპეცია *abcd*; ამ ტრაპეციის ფართობი ანალიზურად გამოითვლება, როგორც დედამიწის სფეროიდის ზედაპირის ნაწილი ან ამისათვის იყენებენ კარტოგრაფიულ ცხრილებს.

პლანიმეტრით იზომება ტერიტორიის ის ნაწილები, რომელნიც დამხმარე *abcd* ტრაპეციის გარეთ გამოდის ამ ნაწილებს ეწოდება „ნამატები“, ხოლო იმ ნაწილებს, რომელნიც მოთავსებულია *abcd* ტრაპეციის შიგნით — „დანაკლისები“; ესენიც პლანიმეტრით იზომება. დამხმარე სფერული ტრაპეცია აიგება ისე, რომ ნამატების ფართობების ჯამი დაახლოებით უდრიდეს დანაკლისების ფართობების ჯამს.



ნახ. 26.

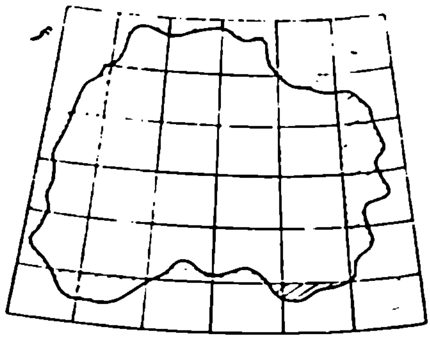
გასაზომი ტერიტორიის საერთო ფართობი S შეიძლება მივიღოთ ფორმულით: S სფერული ტრაპეციის (*abcd*) ანალიზურ ფართობს პლუს ნამატების ფართობები და მინუს დანაკლისების ფართობები.

ზემოთ (ნახ. 26) მოტანილია დამხმარე *abcd* ტრაპეციის მიერ შექმნილი ნამატებისა და დანაკლისების სქემა.

გასაზომი ფართობის რაც უფრო ნაკლები ნაწილი იზომება პლანიმეტრით, მით უფრო მაღალია გაზომვათა სიზუსტე; ამიტომ ცდილობენ გასაზომი ტერიტორიის კონტურს დაუახლოონ დამხმარე ფიგურის მოხაზულობა (არა ტრაპეცია, არამედ რთული ფიგურა). ამ მიზნით დამხმარე ფიგურას ადგენენ მერიდიანებისა და პარალელების მონაკვეთებისაგან. ქვემოთ მოცემულია დამხმარე ფიგურის მიერ შექმნილი ნამატებისა და დანაკლისების ნახაზი 27.

ამ შემთხვევაში დამხმარე ფიგურის ანალიზური ფართობი მიიღება ცალკეული ზონების ფართობების ჯამით.

ნამატებისა და დანაკლისების ფართობები იზომება პლანიმეტრით ან პალეტით, რაც შეეხება პლანიმეტრის დანაყოფის საფასურის განსაზღვრას, იგი დამოკიდებულია პროექციის დამახინჯების ხასიათზე; როცა პროექციის დამახინჯება დამოკიდებულია მხოლოდ განედზე, მაშინ დანაყოფის საფასური მიიღება თითოეული განედური ზონის ერთი ტრაპეციის გაზომვით. თუ პროექციის დამახინჯება დამოკიდებულია განედზე და გრძედზე, მაშინ პლანიმეტრის დანაყოფის საფასური გამოითვლება ყოველი ტრაპეციისათვის ცალკე. მოცემული ტერიტორიის (ნახ. 27) ფართობი მიიღება იმავე ფორმულით.



ნახ. 27.

დამხმარე ფიგურის მოახლოება გასაზომი ქვეყნის კონტურთან შეიძლება აგრეთვე რუკაზე მოცემული მერიდიანებისა და პარალელების ბადის გახშირებით. მაგრამ გასათვალისწინებელია, რომ დამატებითი მერიდიანებისა და პარალელების აგებას, თავის მხრივ, შეუძლია გაზომვაში დიდი შეცდომის შეტანა.

ფართობების გაზომვა სარტყლების მეთოდით. წვრილმასშტაბიან რუკებზე ფართობების განსაზღვრის უზუსტეს მეთოდს წარმოადგენს სარტყლების, ანუ განედური ზონების მეთოდი. ამ მეთოდით ფართობის გაზომვისას გასაზომ ტერიტორიას რუკაზე პარალელების ხაზებით ყოფენ უფრო ვიწრო ზონებად, თითოეული ზონის ფართობი შეიცავს კარტოგრაფიული ბადის მთელ ტრაპეციებს და ტრაპეციების ნაწილებს.

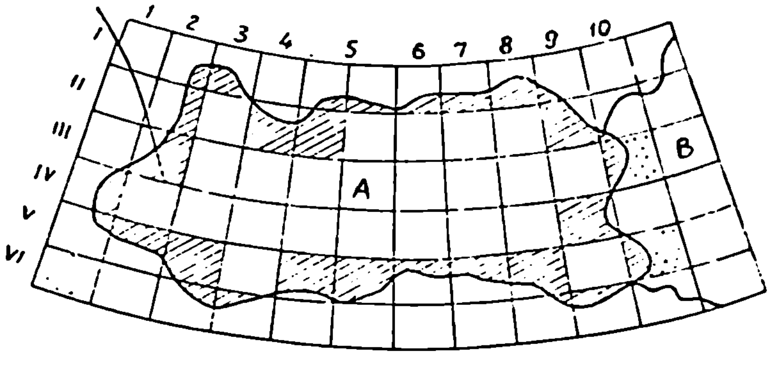
მთელი ტერიტორიის ფართობს შეადგენს ზონებში განსაზღვრული ფართობების ჯამი. განედური ზონების, ანუ სარტყლების მეთოდი გამოიყენება როგორც პატარა, ისე ძალიან დიდი ტერიტორიების გაზომვებში. პირველ შემთხვევაში მთელი ტერიტორია გამოისახება მეტი ან ნაკლები მსხვილი მასშტაბის რუკის ერთ ფურცელზე. მეორე შემთხვევაში ობიექტის ფართობის გაზომვა სხვადასხვა რუკებზე ნაწილ-ნაწილ უნდა შესრულდეს.

განედური ზონების მეთოდს აქვს შემდეგი უპირატესობანი: პირველი,

გაზომვის ტექნიკურ ცდომილებებს შეიცავენ მხოლოდ ის ფართობები, რომელნიც მიღებულია უშუალო გაზომვით. ეს იქნება სააღრიცხვო ტრაპეციების განაპირა ნაწილები, მაგრამ მთლიანად კი ანალიზური მეთოდით მიღებული ტრაპეციების ფართობთა ჯამი ამგვარ შეცდომებს არ შეიცავენ.

მეორე უპირატესობა ის არის, რომ შეიძლება ისეთი ზომის ტრაპეციების შერჩევა, სადაც ფართობის გაზომვისას ქაღალდის დეფორმაციითა და მასშტაბის ცვლილებებით გამოწვეული ცდომილება უმნიშვნელო იქნება.

მესამე უპირატესობა: მოხერხებულია მოცემული უბნის მთელ დამხმარე ტრაპეციაზე პლანიმეტრის შემოტრიალებით დანაყოფის საფასურის განსაზღვრა.



ნახ. 28.

მეოთხე უპირატესობა: დიდი ტერიტორიის ფართობის გაზომვისას შესაძლებელია რამდენიმე რუკის გამოყენება. სხვადასხვა მასშტაბიანებისაც კი; ეს საშუალებას იძლევა ტერიტორიის ზოგიერთი ნაწილისათვის გამოვიყენოთ თანამედროვე მსხვილმასშტაბიანი რუკები, ხოლო კარტოგრაფიულად ნაკლებად შესასწავლი ნაწილებისათვის—წვრილმასშტაბიანი რუკები. აქ მოცემულია განედური ზონების მეთოდით გაზომვის სქემა (ნახ. 28).

განედური ზონების მეთოდში თითოეულ სააღრიცხვო ტრაპეციაში ყველა გაზომვა პლანიმეტრით უნდა ჩატარდეს. მაგალითად, როცა ადმინისტრაციული ტერიტორია იზომება ცალკე რუკებზე, *B* ტერიტორიის ნაწილები (ტრაპეციები: III — 10, IV — 9, V — 10) უნდა გაიზომოს *A* რუკაზე და *A* ტერიტორიის ნაწილებთან ერთად უნდა შედგეს მთელი ტრაპეციები.

ზონის მთელი ადმინისტრაციული ერთეულის ფართობების გამოთვლის სისწორე შეიძლება შემოწმდეს ამ ფართობის შედარებით ზონაში შემავალი ადმინისტრაციული ერთეულის ყველა ფართობის ჯამთან. გამოანგარიშების შემოწმების ეს მოხერხებული საშუალება შეადგენს ზონების მეთოდის გამოყენების ერთ-ერთ უპირატესობას. რა თქმა უნდა, ამგვარი შემოწმება ადასტურებს მხოლოდ განაპირა ტრაპეციების ნაწილების ფართობების გაზომვის სისწორეს.

ფართობის გაზომვის ხერხის დამუშავებისას გასათვალისწინებელია ის მოთხოვნილება, რომ გაზომვის ტექნიკური სიზუსტე შეთანხმებული იყოს კარტოგრაფიულ სიზუსტესთან, ე. ი. იმ სიზუსტესთან, რომელსაც შეიცავს რუკა

რუკათა მასშტაბებით, საზომი ხელსაწყოებით, საჭირო სიზუსტით, სამუშაოს დეტალებითა და მისი დანიშნულებით გამოწვეული ფართობების გაზომვის ყოველ არსებულ ხერხში შეიძლება სათანადო ცვლილებების შეტანა.

რუკის შერჩევისას საჭიროა ორი პირობის დაცვა; მოცემული რაიონის რუკა თავისი შინაარსით უნდა იყოს თანამედროვე და ჰქონდეს მსხვილი მასშტაბი. ამასთან, დიდი მნიშვნელობა აქვს რუკის სააღრიცხვო ტრაპეციების ზომების შერჩევას, რადგანაც მთელი სამუშაოს ამგვარი ტრაპეციების ზომა უნდა იყოს თანაბარი; ზომა უნდა აკმაყოფილებდეს როგორც მსხვილმასშტაბიან, ისე წვრილმასშტაბიან რუკებსაც გასაზომი ტერიტორიის ყველა ნაწილში.

სააღრიცხვო ტრაპეციების ზომა უნდა იყოს 10×10 სმ-ზე დიდი. ასეთი ზომის ტრაპეციებში შეიძლება ქაღალდის ადგილობრივი დეფორმაციების გავლენის უგულებელყოფა, პროექციის მასშტაბის ცვლილებების აღრიცხვა და ავიცილოთ დამატებითი მერიდიანებისა და პარალელების გავლენა რუკაზე.

მრავალწახნაგა პროექციებში შედგენილ სხვადასხვა მასშტაბის რუკებზე 10×10 სმ ზომებს შეესაბამება სხვადასხვა კუთხოვანი ზომების ტრაპეციები. სსრ კავშირის მრავალწახნაგა პროექციებში შედგენილ რუკათა მასშტაბების შესაბამისად ეს კუთხური ზომები მოცემულია მე-13 ცხრილში.

მრავალწახნაგა პროექციებში შედგენილი ყველა რუკისათვის 1 : 1 000 000 მასშტაბისა და უფრო მსხვილი მასშტაბებიანებისათვისაც ქაღალდის დეფორმაციას გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს ზონის სიგანისა და სააღრი-

ცხრილი № 13

სსვადასხვა მასშტაბის რუკებზე 10×10 სმ ფართობის ტრაპეციების ზომები

(ნ. ვოლკოვის მიხედვით)

რუკის მასშტაბი	ტრაპეციების ზომები	
	განედით	გრძედით
1 : 100 000	5′	7′5
1 : 200 000	10′	15′
1 : 500 000	30′	45′
1 : 1 000 000	1°00′	1°30′
1 : 1 500 000	1°30′	2°25′
1 : 2 500 000	2°30′	[illegible]°20′

ცხვო ტრაპეციების არჩევაში. წვრილმასშტაბებიანებისათვის (1 : 1 500 000 და მეტი) უფრო დიდ როლს ასრულებს პროექციის თვისება.

ფართობების გასაზომად შერჩეულ რუკებს შორის გვხვდება ხშირბადიანი რუკებიც. ბადის სიხშირის შესაბამისად აიღება სააღრიცხვო ტრაპეციების ზომები. ამ შემთხვევაში ფართობების გაზომვა წარმოებს უფრო მსხვილმასშტაბიანი რუკების მეშვეობით, სააღრიცხვო ტრაპეციების ნაწილ-ნაწილად. შემდეგ ხდება განაზომთა შეკრება სრულ ტრაპეციებად. უნდა აღინიშნოს, რომ, როცა სააღრიცხვო ტრაპეციების ხაზოვანი ზომები მცირეა, ფართობის გაზომვისას შეიძლება ერთი ზონის ორი და კიდევ მეტი სააღრიცხვო ტრაპეციის გაერთიანება რუკაზე, რომლის მასშტაბი დამოკიდებულია მხოლოდ განედზე. ეს სავსებით შესაძლებელია. ამის გამო ხშირად ზედმეტია დამატებითი მერიდიანების გატარება რუკაზე; საკმარისია მხოლოდ დამატებითი პარალელების გაკეთება.

მაგალითად, თუ ფართობების გასაზომად აღებულია 1 : 1 000 000 მასშტაბის რუკის ფურცლები, მაშინ მიზანშეწონილია სააღრიცხვო ტრაპეციების ზომები იყოს მერიდიანის 20′ და პარალელის 30′; რადგანაც ფართობების გასაზომად შეიძლება ყველგან ორი სააღრიცხვო ტრაპეციის გაერთიანება და რუკაზე მათი საერთო საგანი ეკვატორთანაც კი მხოლოდ ოდნავ აღემატება 11 სმ. ჩრდილოეთ განედზე შეიძლება ერთი ზონის 4 — 8 სააღრიცხვო ტრაპეციის გაერთიანება ერთ გაზომვაში.

იგივე შეიძლება ითქვას 1 : 1 000 000 რუკის მასშტაბზე — უფრო წვრილმასშტაბიანი რუკების შესახებ.

როცა ფართობი იზომება განედური ზონების მეთოდით, საჭიროა ყოველი გაზომვა საალრიცხვო ტრაპეციის ფარგლებში წარმოებდეს სრულად და ერთდროულად, ამის შედეგად შეიძლება მეზობელ საალრიცხვო ტრაპეციასთან სხვადასხვა შეუსაბამობის თავიდან აცილება.

ცნობილია, რომ რუკის ქალალდის აუცილებელი დეფორმაციის გამო, მერიდიანებისა და პარალელების თანატოლი მონაკვეთები რუკაზე თეორიულად ერთმანეთისაგან მნიშვნელოვანი სიდიდით (1 მმ და უფრო მეტი) განსხვავდებიან. ამ შემთხვევაში რუკაზე დამატებითი მერიდიანებისა და პარალელების ზუსტად აგება შეუძლებელია, რადგან არ არსებობს მათი აგების სხვა წესი, გარდა რუკაზე მონაკვეთების დაყოფისა ნაწილების საჭირო რიცხვზე.

ნ. ვოლკოვის მიხედვით რუკაზე დამატებით აგებული პარალელის წერტილების მდებარეობის საშუალო კვადრატული ცდომილება უდრის +0,13 მმ. მხოლოდ ამის გამო საალრიცხვო ტრაპეციის ფართობში შეიძლება ცდომილებამ მიაღწიოს მნიშვნელოვან სიდიდეს, რაც, პირველ რიგში, დამოკიდებულია რუკის მასშტაბზე.

მერიდიანის 20′ და პარალელის 30′ ზომის საალრიცხვო ტრაპეციებისათვის ეს ცდომილებები მოტანილია მე-14 ცხრილში. ცხრილი გაანგარიშებულია ტრაპეციების საშუალო ზომების მიხედვით (1200 კმ²).

ცხრილი № 14

კარტოგრაფიული ბადის არაზუსტი აგების შედეგად გამოწვეული ცდომილება ფართობის განსაზღვრისას
(ნ. ვოლკოვის მიხედვით)

რუკის მასშტაბი	შეფარდებითი ცდომილება ტრაპეციის ფართობში	ცდომილება ტრაპეციაში კმ²
1 : 100 000	1 : 1400	0,21
1 : 200 000	1 : 1400	0,85
1 : 500 000	1 : 570	2,1
1 : 1 000 000	1 : 280	4,3
1 : 1 500 000	1 : 190	6,3

განაპირა საალრიცხვო ტრაპეციებში გასაზომი უბნების მდებარეობაზე დამოკიდებულებით უბნების ფართობთა ეს ცდომილებები სხვადასხვაა; თუ აგებული პარალელის მონაკვეთი შეადგენს გასაზომი უბნის ერთ-ერთ

საზღვარს, მაშინ ამ უბნების ფართობი შეიძლება დამახინჯდეს მე-14 ცხრილში მოცემული ცდომილებების მთელი სიდიდით; ამ დამახინჯებამ შეიძლება ბევრად გადააჭარბოს პლანიმეტრით ფართობების გაზომვის ტექნიკურ ცდომილებას $\left(\frac{1}{1\,000}\right)$; ამიტომ ერთი და იმავე საალრიცხვო ტრაპეციისათვის მეტად სასურველია დამატებითი პარალელისა და მერიდიანის ერთდროულად აგება.

თავი V

მორფომეტრიის ზოგადი მახასიათებლები

1. ტერიტორიის საშუალო სიმაღლის განსაზღვრა

ტერიტორიის საშუალო სიმაღლის განსაზღვრას გეოგრაფიაში არსებითი მნიშვნელობა აქვს ზოგიერთ კანონზომიერებათა დადგენისა და დახასიათებისათვის.

რუკაზე ადგილის საშუალო სიმაღლის განსაზღვრის მიზნით, ტერიტორიას დაყოფენ ტოლი სიდიდის კვადრატებად ან მართკუთხედებად. თითოეულ მათგანში თვალით განისაზღვრება მაღალი ადგილები ან, პირიქით — დაბალი ადგილები. მათი ურთიერთშეფარდებით ცალკეულ კვადრატში დაადგენენ ნიშნულების რიცხვს და საზღვრავენ მათ სიმაღლეებს ჰორიზონტალების საშუალებით.

მთელი ტერიტორიის საშუალო სიმაღლე გამოითვლება როგორც ყველა კვადრატისა და მისი ნაწილების სიმაღლეების საშუალო არითმეტიკული. ამისათვის გამოვიყენებთ ფორმულას:

$$H_{\text{საშ.}}=\frac{\sum\limits_{1}^{n} H}{n}=\frac{H_1+H_2+\cdots+H_n}{n}, \qquad (38)$$

სადაც $H_{\text{საშ.}}$ მთელი ტერიტორიის საშუალო სიმაღლეა, H_1, H_2, $H_3, \ldots H_n$ — ცალკეული კვადრატის სიმაღლე, n კი კვადრატების რიცხვია (როგორც მთლიანი, ისე არასრული).

აღნიშნულის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ მაგალითი: განვსაზღვროთ მოცემული ტერიტორიის საშუალო სიმაღლე, რომელიც ძირითადად განლაგებულია 4 მთლიან და 2 არასრულ კვადრატში. ჰორიზონტალები რუკაზე გავლებულია 10 მეტრის კვეთით, ანუ $h=10$ მ.

I მთლიან კვადრატში ვაკე ადგილები დაახლოებით ორჯერ ჭარბობს მაღალ ადგილს, ამიტომ ერთ წერტილს ვიღებთ მაღალ ადგილზე და ორს— ვაკეზე. გამოვითვალოთ საშუალო სიმაღლე I კვადრატში:

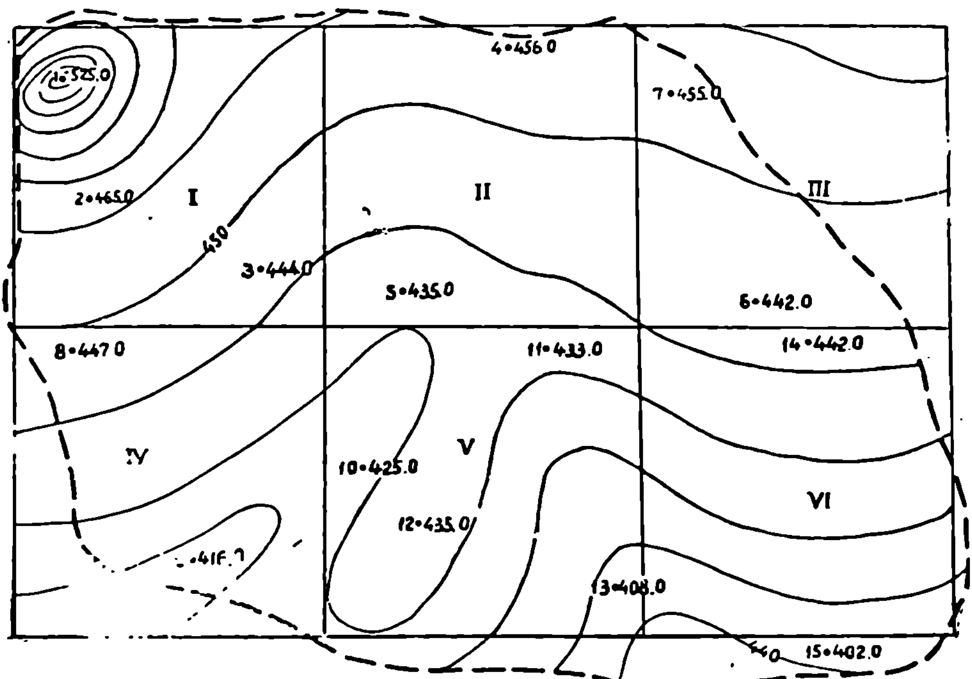
$$H_1 = \frac{525 + 465 + 444}{3} = 478,0 \text{ მ.}$$

II მთლიან კვადრატში თანაბარი ქანობი გვაქვს, ამიტომ აქ საკმარისია ორი წერტილი შედარებით მაღალ და დაბალ ადგილებში.

$$H_2 = \frac{456 + 435}{2} = 445,5 \text{ მ.}$$

III არასრულ კვადრატში თანაბარი ქანობია, ამიტომ აქაც საკმარისია ორი წერტილის აღება შედარებით მაღალ და დაბალ ადგილებში.

$$H_3 = \frac{455 + 442}{2} = 448,5 \text{ მ.}$$



ნახ. 29.

IV არასრულ კვადრატშიც თანაბარი ქანობი ჭარბობს, ამიტომ

$$H_4 = \frac{447 + 416}{2} = 431,5 \text{ მ.}$$

V სრულ კვადრატში რელიეფს შედარებით რთული ფორმა აქვს და· ამიტომ:

$$H_5=\frac{425+433+408+433}{4}=429{,}5 \text{ მ.}$$

VI სრულ კვადრატში საკმარისია ორი წერტილის აღება.

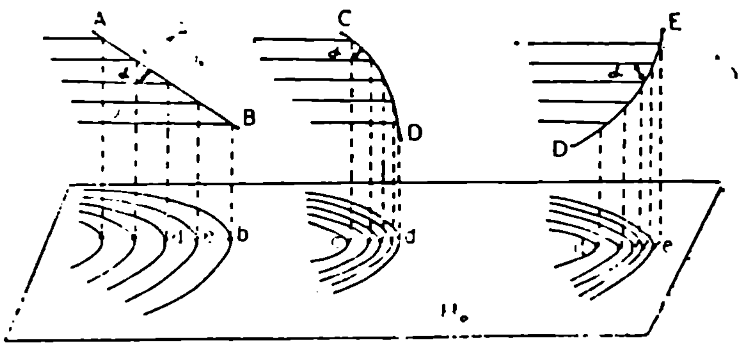
$$H_6=\frac{442+402}{2}=422{,}0 \text{ მ.}$$

ამრიგად, მთელი ტერიტორიის საშუალო სიმაღლე იქნება:

$$H_{\text{საშ.}}=\frac{\overset{n}{\underset{1}{\Sigma}}}{n}=400{,}0+\frac{78{,}0+45{,}5+48{,}5+31{,}5+29{,}5+22{,}0}{6}=442{,}5$$

2. დახრის კუთხისა და ქანობის განსაზღვრა ჰორიზონტალების საშუალებით

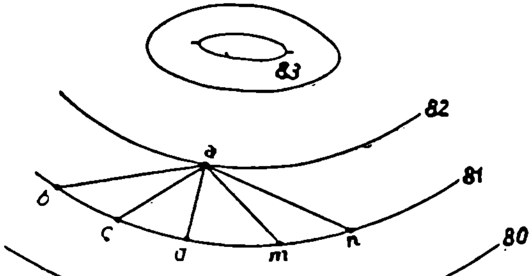
თუ დედამიწის ზედაპირს წარმოვიდგენთ ვერტიკალური სიბრტყით გაკვეთილს, მივიღებთ ჭრილს, ანუ პროფილის ხაზს, რომელსაც ექნება სწორი AB (ნახ. 30) ან ამოზნექილი CD, ან კიდევ ჩაზნექილი DE ხაზის სახე. დავუშვათ, რომ აღნიშნული ფერდობები გაკვეთილია ერთი-



ნახ. 30.

მეორისაგან ტოლი მანძილებით დაშორებული ჰორიზონტალური სიბრტყეებით. ამ შემთხვევაში, როგორც ნახაზიდან ჩანს, თუ ფერდობი წარმოადგენს AB სწორ ხაზს, მაშინ იზოჰიფსებს შორის მანძილები (ჰორი-

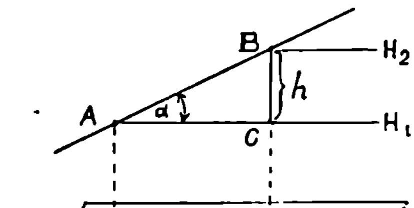
ზონტალურ H_0 სიბრტყეზე) ურთიერთტოლია, ე. ი. $ac=cd=de=eb$. თუ ფერდობის ხაზი ამოზნექილია (CD) ან ჩაზნექილი (DE), მაშინ იზოჰიფსებს შორის მანძილები სხვადასხვაა და, როგორც იმავე ნახაზიდან ჩანს, რაც უფრო დახრილია ფერდობი, ე. ი. რაც უფრო დიდია დახრის კუთხე α, მით უფრო ნაკლებია იზოჰიფსებს შორის მანძილი ჰორიზონტალურ H_0 სიბრტყეზე. იზოჰიფსებს შორის აღნიშნულ მანძილებს ქვედებულები ეწოდება. ამრიგად, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ქვედებული წარმოდგენას იძლევა ფერდობის დახრილობაზე, რაც ნაკლებია ქვედებული, მით უფრო მეტია დახრილობა და, პირიქით.



ნახ. 31.

თუ იზოჰიფსის რომელიმე a წერტილიდან გავატარებთ ისეთ ad ქვედებულს (ნახ. 31), რომელიც მართობია (დაახლოებით) ორი მოსაზღვრე იზოჰიფსისა (მაგალითად, 81 და 82-ისა), მაშინ ადგილის დახრილობა ამ ad ქვედებულის მიმართულებით უფრო მეტი იქნება, ვიდრე სხვა ac, ab, am ქვედებულის მიმართულებით, ვინაიდან ad ქვედებული დანარჩენ ქვედებულებზე მოკლეა. ამ უმოკლეს ad ქვედებულს ვარდნილობის ხაზი ეწოდება.

ახლა განვიხილოთ, თუ როგორ განისაზღვრება ფერდობის დახრის კუთხე. ვთქვათ, რომ ფერდობი AB, რომლის დახრის კუთხე უდრის α-ს (ნახ. 32), გაკვეთილია თარაზული H_1 და



ნახ. 32.

H_2 სიბრტყეებით. აღნიშნული სიბრტყეები ფერდობის ზედაპირზე მოგვცემს მრუდებს, რომელთა პროექციები თარაზულ H_0 სიბრტყეზე წარმოადგენს ჰორიზონტალებს. კვეთის სიმაღლე აღვნიშნოთ h ასოთი. მართ-

კუთხა ABC სამკუთხედიდან ჩანს, რომ AC კათეტი ან მისი ტოლი ქვედებული

$$ab = AC = h \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha. \tag{39}$$

აქედან

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{ab}{h}. \tag{40}$$

ამ ფორმულის საშუალებით შეგვიძლია განვსაზღვროთ დახრის α კუთხე რუკაზე აღებული ქვედებულისა და კვეთის სიმაღლის მიხედვით.

მუშაობის გაადვილების მიზნით შეიძლება შევადგინოთ ქვედებულების ცხრილი. დავუშვათ, რომ კვეთის სიმაღლე $h = 1$ მ; მაშინ (39) ფორმულა მიიღებს ასეთ სახეს:

$$ab = \mathrm{ctg}\,\alpha.$$

ამ ფორმულაში შემავალ α კუთხეს ვაძლევთ სხვადასხვა მნიშვნელობას, მაგალითად, 1-დან 45°-მდე (იხ. დანართი 3). ამ კუთხეების კოტანგენსები, ცხადია, წარმოადგენენ ab ქვედებულებს. ამ გზით არის შედგენილი ქვემოთ მოყვანილი ცხრილი 15.

ცხრილი № 15

ქვედებულის ცხრილი

დახრის კუთხეები	1°	2°	3°	4°	5°	10°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
ქვედებულები	57,3	28,6	19,1	14,3	11,4	5,7	2,7	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0

რელიეფის დახრილობის განსაზღვრის ამ მეთოდის გამოყენებით მუშავდება ტოპოგრაფიული რუკები და შედეგს გამოსახავენ იმგვარად, როგორც ეს ქვემოთ მოტანილ 33-ე ნახაზზეა.

იმავე ტოპოგრაფიულ რუკებზე, ჰორიზონტალების საშუალებით, დახრის კუთხის ნაცვლად შეიძლება განისაზღვროს ხაზის ქანობი i, რომელიც წარმოადგენს h სიმაღლეთა სხვაობის შეფარდებას ხაზის გეგმილთან (ქვედებულთან). ჩვენს შემთხვევაში AB ხაზის (ნახ. 32) ქანობი

$$i = \frac{h}{AC}.$$

ეს ფარდობა წარმოადგენს α დახრის კუთხის ტანგენსს. მაშასადამე, ხაზის ქანობი i გამოისახება როგორც დახრის კუთხის ტანგენსი:

 ნახ. 33. რელიეფის დახრილობის რუკის ნიმუში.

$$i = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{AC} = \frac{h}{ab}.$$

აქედან AC კათეტი, ანუ მისი ტოლი ab ქვედებული უდრის:

$$AC = ab = \frac{h}{i} = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha}. \qquad (41)$$

i ქანობი შეიძლება გამოისახოს ათწილადის სახით, მაგალითად, 0,01; 0,02; 0,03; 0,04 და ა. შ.

(41) ფორმულის საშუალებით შეგვიძლია განვსაზღვროთ ქანობი გეგმიდან აღებული ქვედებულისა და კვეთ-სიმაღლის მიხედვით. მუშაობის გასაადვილებლად შეიძლება შედგეს ცხრილი (ცხრილი 16).

(41) ფორმულაში შემავალი h კვეთის სიმაღლე გავუტოლოთ 1 მეტრს, მაშინ ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$ab = \frac{1}{i} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

ამ ფორმულაში შემავალ ტანგენსს, ანუ i ქანობს აძლევენ სხვადასხვა მნიშვნელობას, მაგალითად, 0,001-დან 0,01-მდე და გამოთვლიან მათ შესაბამის ab ქვედებულებს. მაგალითად, თუ ქანობი $i = 0{,}002$, მაშინ ქვედებული ab იქნება:

$$ab = \frac{1}{0{,}002} = 500 \text{ მ.}$$

(ქვედებული გამოისახება მეტრებით, ვინაიდან კვეთის სიმაღლე h ავიღეთ 1 მეტრი). ამ გზითაა შედგენილი ქვემოთ მოყვანილი ცხრილი:

ცხრილი № 16

ქანობის ცხრილი

ქანობები	0,001	0,002	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,01
ქვედებულები	1000	500	250	200	167	143	125	111	100

3. ტერიტორიის საშუალო დახრილობის განსაზღვრა

ტოპოგრაფიულ რუკაზე მოცემული ტერიტორიის საშუალო დახრილობა შეიძლება განისაზღვროს ფორმულით:

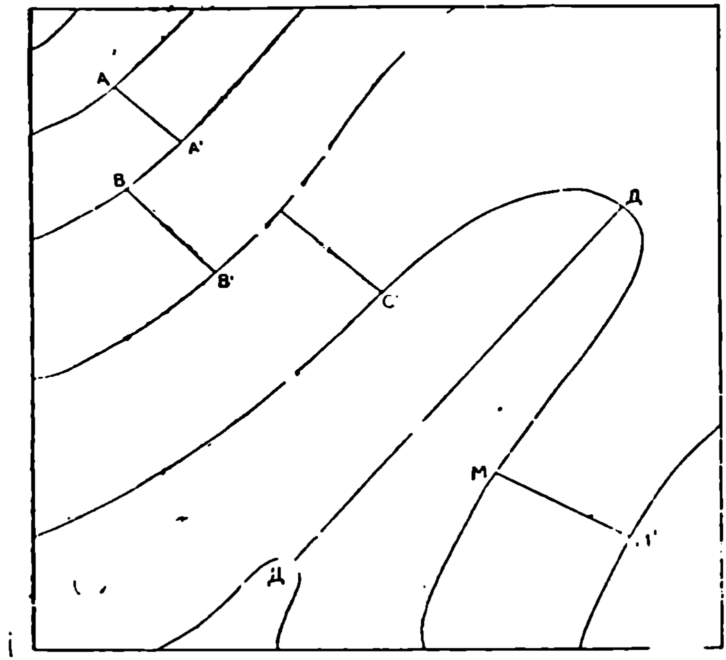
$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{საშ.}} = \frac{h \cdot 1}{S}, \tag{42}$$

სადაც h რელიეფის კვეთის სიმაღლეა რუკაზე მეტრობით,

1 ყველა ჰორიზონტალის სიგრძეა მოცემული ტერიტორიის ფარგლებში მეტრობით რუკის მასშტაბში.

S ტერიტორიის ჰორიზონტალური პროექციის ფართობია კვადრატული მეტრობით.

ჰორიზონტალების სიგრძეს ზომავენ მზომით, ტერიტორიის ფართობს კი პალეტით ან პლანიმეტრით.



ნახ. 34.

ახლა ვნახოთ, როგორ ხდება ტერიტორიის საშუალო დახრილობის განსაზღვრა: 1:10 000 მასშტაბიან რუკაზე მოცემულია ერთი კმ² ფართობი. განვსაზღვროთ ამ ტერიტორიის საშუალო დახრილობა, თუ რელიეფის კვეთა $h = 5$ მეტრს.

მზომის 5 მმ ლაჯით გავზომეთ ყველა ჰორიზონტალის სიგრძე და მივიღეთ 92 დანაყოფი.

$$92 \times 5 \text{ მმ} = 460 \text{ მმ}.$$

1:10 000 მასშტაბში

$$1 \cdot 460 \text{ მმ} \times 10\,000 = 4\,600 \text{ მეტრს}.$$

1:10 000 მასშტაბში მოცემულ ტერიტორიას უკავია 1 $კმ^2$ ფართობი. შევიტანოთ შედეგები (42) ფორმულაში:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{საშ.}} = \frac{5 \text{ მ} \times 4\,600 \text{ მ}}{1000 \text{ მ} \times 1\,000 \text{ მ}} = \frac{23\,000 \text{ მ}^2}{1\,000\,000 \text{ მ}^2} = 0{,}0230.$$

ტრიგონომეტრიულ ცხრილებში ვპოულობთ (დანართი 3)

$$\alpha_{\text{საშ.}} = 1^\circ\, 21'.$$

იმავე მაგალითის გადაწყვეტა შეიძლება ქვედებულების გამოყენებითაც.

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h}{AA_1} = \frac{5 \text{ მ.}}{140 \text{ მ.}} = 0{,}0357 \quad \alpha_1 = 2^\circ\, 02'$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{h}{BB_1} = \frac{5 \text{ მ.}}{180 \text{ მ.}} = 0{,}0278 \quad \alpha_2 = 1^\circ\, 36'$$

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{h}{CC_1} = \frac{5 \text{ მ.}}{210 \text{ მ.}} = 0{,}0238 \quad \alpha_3 = 1^\circ\, 22'$$

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \frac{h}{DD_1} = \frac{5 \text{ მ.}}{740 \text{ მ.}} = 0{,}0069 \quad \alpha_4 = 0^\circ\, 24'$$

$$\operatorname{tg} \alpha_5 = \frac{h}{MM_1} = \frac{5 \text{ მ.}}{220 \text{ მ.}} = 0{,}0227 \quad \alpha_5 = 1^\circ\, 17'$$

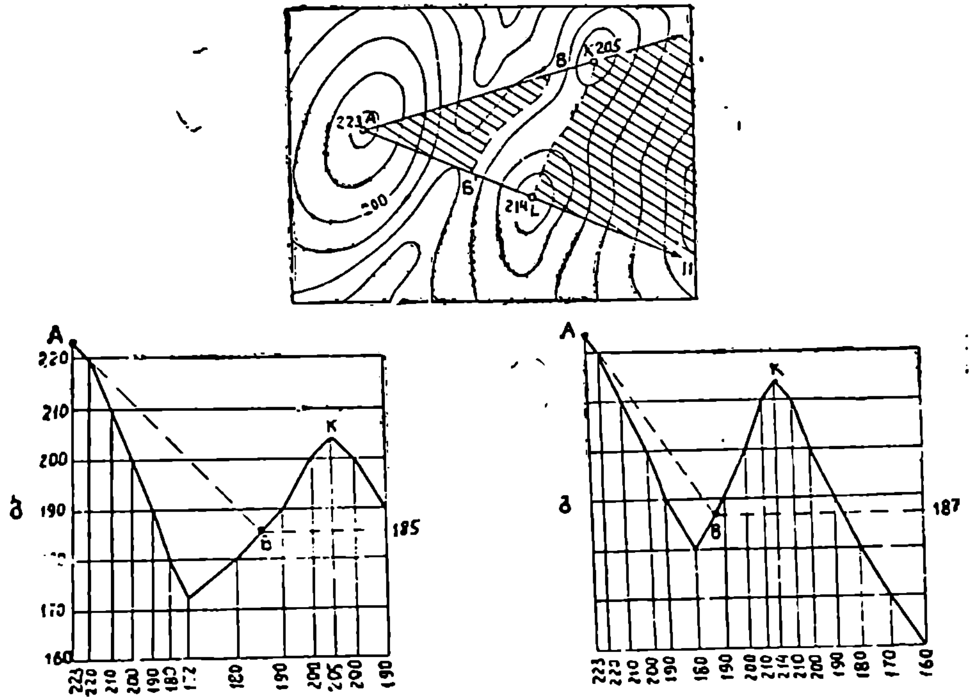
$$\alpha_{\text{საშ.}} = \frac{\sum_{1}^{n} \alpha}{n} = \frac{2^\circ\, 02' + 1^\circ\, 36' + 1^\circ\, 22' + 0^\circ\, 24' + 1^\circ\, 17'}{5} = 1^\circ\, 22'$$

დახრილობის საშუალო კუთხეები გამოიყენება ტერიტორიის ფიზიკური ზედაპირის გამოთვლისათვის.

4. არახილვადობის ველის განსაზღვრა რუკებზე

არახილვადობის ველი ეწოდება ადგილის იმ ნაწილს, რომელიც მოცემული წერტილიდან არ იხილება. არახილვადობის ველი რუკაზე დააქვთ მზერის მოცემული სექტორის ფარგლებში გავლებული $A - I$ და $A - II$ საპროფილო ხაზები ქმნიან $A - I - II$ მზერის სექტორს (ნახ. 35).

მზერის ამ სექტორში არახილვადობის ველის განსაზღვრისათვის $A—I$ და $A—II$ საპროფილო ხაზებისათვის აგებენ პროფილებს. „ბ“ პროფილზე (ნახ. 35) ხილვადობის საზღვარს ვღებულობთ B წერტილში, რომლის სიმაღლე პროფილის მიხედვით უდრის 185 მეტრს. დავიტანოთ ეს წერტილი „ა“ ნახაზზე. „გ“ პროფილზე ხილვადობის საზღვარს ვღე-



ნახ. 35.

ბულობთ B წერტილში, რომლის სიმაღლე პროფილის მიხედვით 187 მეტრს უდრის. დავიტანოთ ეს წერტილიც „ა“ ნახაზზე. მიღებული B და B' წერტილები შევაერთოთ მდოვრი წყვეტილი ხაზით. წყვეტილი KL ხაზი წყალგამყოფია.

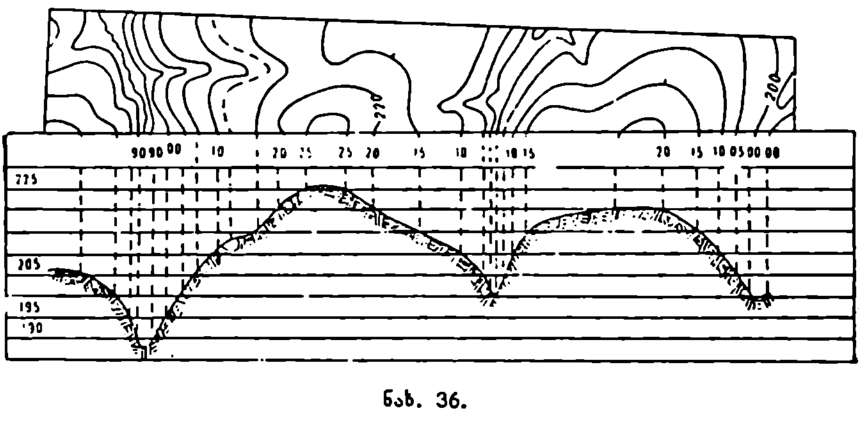
როგორც ნახაზიდან ჩანს, მზერის სექტორის ფარგლებში დაშტრიხული B_1BA და $K — I — II — L$ ნაწილები არახილვადობის ველს წარმოადგენენ. წერტილიდან ხილვადია ამ სექტორში მხოლოდ $BKLB^1$ ფართობი.

5. პროფილის აგება

ამა თუ იმ ადგილის დახასიათებისას გარკვეულ როლს ასრულებს პროფილი. პროფილს ხშირად იყენებენ რელიეფის დახასიათების, მდინარეული ტერასების ჰიფსომეტრიული განლაგების ან ხეობათა ხასიათის გამოკვლევის დროს და სხვა.

პროფილის აგების დაწყებამდე რუკაზე წინასწარ დანიშნავენ რომელიმე, ვთქვათ, AB მიმართულებას. შემდეგ სუფთა ფურცელზე ან მილიმეტრიან ქაღალდზე გამოსახავენ x და y ღერძებს. x ღერძზე უნდა დალაგდეს სიმაღლის მაჩვენებლები, ხოლო y ღერძზე კი ქვედებულებს შორის მანძილები.

პროფილის აგებამდე საჭიროა შეირჩეს ვერტიკალური მასშტაბი. ჰორიზონტალური მასშტაბი იქნება ის მასშტაბი, რომელიც რუკას აქვს. ამისათვის ასე მოიქცევიან: თუ რუკის მასშტაბია 1:10 000, მაშინ ვერტიკალური მასშტაბი უნდა იყოს 10 000:10=1000, ე. ი. მოცემულ მასშტაბში x ღერძზე სანტიმეტრში გვექნება 10 მეტრი, ხოლო y ღერძზე კი 100 მეტრი; 1:2000000 მასშტაბის დროს ვერტიკალური მასშტაბი იქნება 1:20 000 სმ, ანუ x ღერძზე ყოველ სანტიმეტრში იგულისხმება ბუნებაში არსებული 200 მეტრი ზღვის დონიდან, ხოლო ჰორიზონტალური y ღერძზე კი 2 000 მეტრი ადგილზე (ნახ. 36).



ნახ. 36.

სამუშაოს ტექნიკური შესრულების თანმიმდევრობა შემდეგნაირია: საპროფილო AB ხაზს მიადებენ მილიმეტრიან ან სუფთა ქაღალდის კიდეს და მასზე აღნიშნავენ ამ ხაზის საწყის A და B წერტილებს. AB სწორი ჰორიზონტალებს გადაკვეთს. ყოველი გადაკვეთის წერტილს ექნე-

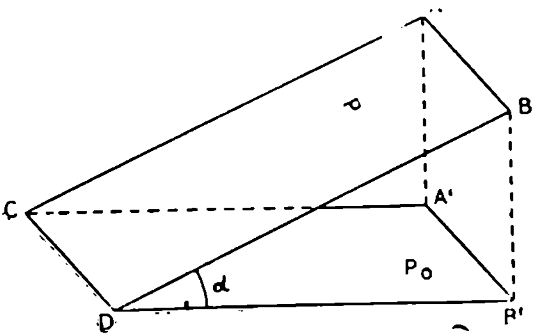
ბა თავისი აბსოლუტური სიმაღლითი მნიშვნელობები. AB სწორზე მიღებულ ფურცელზე დავნიშნავთ კვეთის ყოველ წერტილს და მათ მივუწერთ თავიანთ მნიშვნელობებს (ნახ. 36). შემდეგ ეს ფურცელი უნდა შეუთავსდეს y ღერძს და ყოველი წერტილი თავისი სიმაღლითი მნიშვნელობებით დაგეგმილდეს x ღერძის მიმართ.

კვლევის ინტერესის შესაბამისად, პროფილი შეიძლება იყოს სრული და არასრული, უფრო სწორად, ნაკლებად განზოგადებული და მეტად განზოგადებული.

პროფილს პირობითი ეწოდება მაშინ, როცა ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მასშტაბი ერთნაირი არ არის, მაგალითად: ჰორიზონტალური მასშტაბია 1:10 000, ხოლო ვერტიკალური კი 1:2 500.

ნ. ფიზიკური (ტოპოგრაფიული) ზედაპირის ფართობის გაზომვა რუკაზე

რუკებზე ფართობის გაზომვიდან ფიზიკური ზედაპირის ფართობის გაზომვაზე გადასვლა შეიძლება განხორციელდეს ზედაპირის ჰორიზონტალური პროექციის ფართობში შესწორების შეტანით. ეს შესწორებაა დახრის კუთხე, რომელსაც ქმნის დახრილი ზედაპირი ჰორიზონტალურ სიბრტყესთან ან სფეროიდის ზედაპირთან.



ნახ. 37. ფიზიკური ზედაპირის გამოთვლისათვის.

დავუშვათ, რომ $A'B'CD$ წარმოადგენს $ABCD$ ელემენტარული ზედაპირის ჰორიზონტალურ პროექციას და α კი არის მისი დახრა ჰორიზონტალური სიბრტყისადმი (ნახ. 37). თუ გავზომავთ ჰორიზონტალური პროექციის ფართობს, მაშინ შეგვიძლია $ABCD$ ზედაპირის ნამდვილი ფართობი გამოვთვალოთ ფორმულით:

$$S' = S \sec \alpha. \tag{43}$$

თუ მოცემული ზედაპირის სიმაღლეს ოკეანის დონიდან შევიტანთ შესწორების სახით, მაშინ საბოლოოდ ფორმულას შემდეგი სახე ექნება:

$$S_0 = S\left(1+\frac{2H}{R}\right)\sec\alpha. \tag{44}$$

მრავალრიცხოვანი მრუდე ზედაპირების ურთიერთშეთანაწყობა, რომელიც დედამიწის ფიზიკური ზედაპირის გარკვეული ნაწილის ელემენტებს წარმოადგენენ და ერთმანეთის მიმართ სხვადასხვა კუთხით არიან დაქანებული, მთლიანობაში ქმნიან ტოპოგრაფიულ ზედაპირს. მთელი ამ ფიზიკური ზედაპირის ფართობი შეიძლება განვიხილოთ ტოპოგრაფიული ზედაპირის ფართობთა ჯამით:

$$S_0 = S_1\left(1+\frac{2H_1}{R}\right)\sec\alpha_1 + S_2\left(1+\frac{2H_2}{R}\right)\sec\alpha_2 + \cdots$$

$$\cdots + S_n\left(1+\frac{2H_n}{R}\right)\sec\alpha_n. \tag{45}$$

ამ ფორმულის გამარტივებისას მივიღებთ:

$$S_0 = \left(1+\frac{2H}{R}\right)(S_1\sec\alpha_1 + S_2\sec\alpha_2 + \cdots$$

$$+ S_n\sec\alpha_n) \cong S\sec A_0\left(1+\frac{2H}{R}\right).$$

ამრიგად, ფიზიკური ზედაპირის ფართობი შეიძლება მივიღოთ მისი პროექციის გამრავლებით საშუალო დახრის კუთხის სეკანსსა და ზღვის დონიდან მისი საშუალო სიმაღლის კოეფიციენტზე.

ვინაიდან დახრის კუთხეების სეკანსების საშუალო ტოლი არ არის დახრის საშუალო კუთხის სეკანსისა და ერთის მეორით შეცვლამ შეიძლება შეცდომა გამოიწვიოს, ამიტომ საჭიროა, რომ შესასწავლი ზედაპირი, საშუალო დახრის კუთხის შესაბამისად, დაიყოს ნაწილებად. ეს ნაწილები შეიძლება იყოს ასეთი:

ტერიტორია დახრის კუთხით 0°-დან 10°-მდე
" 10°-დან 25°-მდე
" 25°-დან 45°-მდე

დახრის კუთხეების სეკანსების საშუალო აღვნიშნოთ $\sec A'$, ხოლო $\sec A$-თი კი საშუალო დახრის კუთხის სეკანსი. მათ შორის სხვაობა $(\sec A' - \sec A)$ ყოველთვის დადებითია, ხოლო აღნიშნულ ჯგუფებში ამ სხვაობათა სიდიდეები პროცენტებში $\sec A$ სიდიდიდან გამოდის ტოლი.

ინტერვალები	0° — 10°	10° — 25	25° — 45°
ზედა საზღვარი	0,129	0.310	0,724
ქვედა საზღვარი	0,123	0.249	0.344
საშუალო	0,126	0.284	0.534
საშუალოდან გადახრა . . .	0,003	0.035	0.190

ამრიგად, იმისათვის, რომ საშუალო დახრის კუთხის სეკანსიდან გადავიდეთ ცალკეული ჯგუფების დახრის კუთხეების სეკანსების საშუალოზე, საჭიროა პირველი გავამრავლოთ 1.00126, 1.00284 და 1.00534. ამ კოეფიციენტების შესწორებით მიღებული შეცდომები პირველი ჯგუფისათვის არ აღემატება 0,003%, მეორისათვის—0,035% და მესამისათვის 0,190%-ს. აღნიშნულის გასათვალისწინებლად, რუკაზე მოცემულ ტერიტორიას დაყოფენ სამ ფართობად S_1, S_2 და S_3, რომელთაც შესაბამისად ექნებათ საშუალო დახრილობა 0° — 10°, 10° — 25° და 25°-დან 45°-მდე.

თითოეული ნაწილისათვის ცალ-ცალკე, ჰორიზონტალების სიგრძისა და S_1, S_2, S_3 ფართობის გაზომვის გზით ეძებენ საშუალო დახრის კუთხის ტანგენსებს A_1, A_2 და A_3. შემდეგ საშუალო დახრილობის სეკანსებს გაამრავლებენ კოეფიციენტებზე 1,0013, 1,0028 და 1,0053, რომ შესაძლებელი იქნეს კუთხეთა სეკანსების საშუალოზე გადასვლა.

$$\sec A_1' = 1.0013 \sec A_1,$$

$$\sec A_2' = 1.0028 \sec A_2,$$

$$\sec A_3' = 1.0053 \sec A_3,$$

ამის შემდეგ საძიებელი ფიზიკური ზედაპირის ფართობს ეძებენ ფორმულით:

$$S_0 = S_1 \sec A_2' + S_2 \sec A_2' + S_3 \sec A_3'; \qquad (46)$$

პრაქტიკულად, იშვიათია ისეთი ფართობები, რომელთა დახრის კუთხე 45°-ია. ამიტომ მოყვანილ ფორმულაში ასეთი ფართობები არც არის გათვალისწინებული, თუმცა მათთვის შეცდომა 0,8%-ს არ აღემატება.

(46) ფორმულას რომ მივცეთ (44)-ის სახე, იგი ასე უნდა გადავწეროთ:

$$\sec A_0 = 1,0013 \frac{S_1}{S} \sec A_1 + 1.0028 \frac{S_2}{S} \sec A_2 + 1,0053 \frac{S_3}{S} \sec A_3,$$

სადაც

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

და

$$S_2 = S\left(1 + \frac{2H}{R}\right)\sec A_0.$$

ფიზიკური ზედაპირის ნაზრდი მის ჰორიზონტალურ პროექციასთან შეიძლება გამოვითვალოთ ფორმულით.

$$\Delta S = S_0 - S = S_0 (1 - \cos A) = 2\, S_0 \sin^2 \frac{A}{2} =$$

$$= S\left(\frac{1 - \cos A}{\cos A}\right) = S \operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg} A. \tag{47}$$

თუ ფართობის ნაზრდი გამოითვლება ადგილის საშუალო დახრილობის დახმარებით, მაშინ

$$\Delta S = \frac{SB^2}{2}.$$

ეს სიდიდეები, ფიზიკური ზედაპირის ფართობის გამოთვლებისათვის მოცემულია მე-17 ცხრილში.

ცხრილი № 17

ფიზიკური ზედაპირის ფართობის ნაზრდი სხვადასხვა დახრის კუთხეების ან ქანობისათვის

ნაზრდი ‰-ში	ქანობი ‰-ში	A დახრილობის საშ. კუთხე	ნაზრდი ‰-ში	ქანობი	დახრილობა ალო A
1	45	2°34′	40	286	15°57′
2	64	3°37′	50	320	17°45′
3	78	4°26′	100	458	24°37′
4	90	5°07′	200	663	33°8′
5	100	5°44′	300	831	39°45′
10	142	8°04′	400	960	44°25′
20	201	11°22′	500	1118	45°11′
30	247	13°52′			

ზემოთ ნაჩვენები იყო, თუ როგორ გავლენას ახდენს რუკის მასშტაბი და გაზომვის ხერხი ჰორიზონტალების სიგრძის განსაზღვრაზე და რამდენად განსხვავებულია ისინი რედუცირებული სიგრძისაგან.

მე-18 ცხრილში მოტანილია სხვადასხვა სიგრძის ჰორიზონტალებით განსაზღვრული ადგილის საშუალო დახრის კუთხე და ის შესწორებები,

ცხრილი № 18

ჰორიზონტალური პროექციიდან ფიზიკურ ზედაპირზე გადასასვლელი შესწორებები

რუკის მასშტაბი	ჰორიზონტალების გაზომვის ხერხი	ჰორიზონტალების სიგრძე კმ-ში	დახრილობის საშუალო A	ფიზიკურ ზედაპირზე გადასასვლელი შესწორებები ‰-ში
1 : 100000	მზომის ლაჯი			
	2 მმ	1101,6	0°59',7	0,15
	4 მმ	1014,8	0°55',0	0,13
	$l_{ზღვ.}$	1311,0	1°11',0	0,21
1 : 200000	მზომის ლაჯი			
	2 მმ	1042,9	0°56',5	0,14
	4 მმ	945,6	0°51',2	0,11
	$l_{ზღვ.}$	1278,0	1°09',2	0,20
1 : 500000	მზომის ლაჯი			
	2 მმ	972,6	0°47',3	0,10
	4 მმ	785,0	0°42',4	0,08
	$l_{ზღვ.}$	1114,0	1°00',2	0,15
	$l_{რელ.}$	1506,0	1°21',6	0,28

რომლებიც საჭიროა ფიზიკური ზედაპირის ფართობის განსაზღვრაზე გადასვლისათვის.

მაგრამ ჰორიზონტალების რედუცირებული სიგრძის განსაზღვრა მაინც არ არის თავისუფალი შეცდომებისაგან.

წინა მაგალითებში ეს შეცდომა 1‰-ის ტოლი გამოვიდა, ამიტომ ჩვეულებრივ გამოთვლებში საჭიროა გამოვიყენოთ ფორმულა:

$$S' = S \cdot \sec A,$$

A-ს გამოთვლით ფორმულით:

$$\operatorname{tg} A = \frac{h \Sigma l}{S}. \qquad (48)$$

აღნიშნული ხასიათის სამუშაო უფრო უზოგადესი სახით შეიძლება შესრულდეს შემდეგი გზით: ვთქვათ, რომ 1:10 000 მასშტაბის რუკაზე ტერიტორიის ჰორიზონტალური პროექციის

ფართობი არის 242 სმ, ხოლო ეს ფართობი ჰორიზონტალური სიბრტყისადმი დახრილია $\alpha = 23°$ ით. საჭიროა განისაზღვროს მისი ფიზიკური ზედაპირის ფართობი. ამ მიზნით ვიყენებთ ფორმულას:

$$S' = S \cdot \sec \alpha$$

აქედან

$$S = \frac{S'}{\sec \alpha}.$$

ტრიგონომეტრიული ცხრილების გამოყენების შედეგად მივიღებთ

$$S' = \frac{242 \text{ სმ}^2}{0{,}9063} = 267 \text{ სმ}^2.$$

სხვაობა შეადგენს $267 - 242 = 25$ სმ², ე. ი. მოცემულ მასშტაბში ფიზიკური ზედაპირის ფართობი მისი პროექციის ფართობს აღემატება 25 000მ², ანუ 0,25 ჰექტარით.

მიუხედავად იმისა, რომ ფიზიკური ზედაპირის ფართობის გამოთვლის საკითხი ისეთი მთიანი მხარისათვის, როგორიცაა საქართველო, არსებით ინტერესს იწვევს. დღეს ამ ინფორმაციის პრაქტიკული გამოყენება სასოფლო-სამეურნეო დაგეგმვაში არ ხდება. თუმცა ეჭვს არ იწვევს ის ფაქტი, რომ გეოგრაფიულ მეცნიერებაში მსგავსი გამოთვლები მეტად საჭიროა.

7. მოცულობის გამოთვლა რუკებზე

გეოგრაფიულ გამოკვლევებში ხშირად წამოიჭრება აუცილებლობა იზოხაზებით გამოყოფილი საფეხურების მიხედვით გეოლოგიურ, ჰიდროლოგიურ კლიმატურ და სხვა თემატურ რუკებზე მოცულობის განსაზღვრის საკითხი. ასეთი გამოთვლები განსაკუთრებით საჭიროა ბუნებაში არსებულ ნივთიერებათა ბალანსის შესწავლისას. მაგალითისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ დამეწყრული ან დანალექი მასალის, ან კიდევ ნალექისა და თოვლის საფარში არსებული წყლის მარაგის მოცულობის, ტბის ან ოკეანური ღრმულებისა და ყინვარების მოცულობის გამოთვლა და ა. შ.

თუ რუკაზე მოვლენა გამოსახულია ჰორიზონტალებით ან სხვა შინაარსის იზოხაზებით, მაშინ ამ საშუალებებით გამოსახული მოვლენის მოცულობა (v) შეიძლება წარმოვიდგინოთ ცალკეული საფეხურების (v_i) მოცულობის ჯამით, რომელიც კვეთის სიბრტყეებს შორისაა მოქცეული. ყოველი i ფენის მოცულობა, რომელსაც სიმაღლედ აქვს h_i, ქვედა ფენის

ფართობად — s_i, ხოლო ზედა ფენის ფართობად კი s_{i+1}, შეიძლება გამოვთვალოთ ნ. ვოლკოვის მიერ შემოთავაზებული ფორმულით:

$$v_i = \frac{s_i + s_{i+1}}{2} \cdot h_i. \tag{49}$$

მთის მწვერვალის მოცულობა შეიძლება გამოვითვალოთ როგორც Δh სიმაღლის მქონე კონუსის მოცულობა:

$$v_n = \frac{1}{3} s_n \cdot \Delta h. \tag{50}$$

მაშინ ობიექტის მთლიანი მოცულობა ტოლი იქნება:

$$V = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{s_1 + s_2}{2} \cdot h_1 + \frac{s_2 + s_3}{2} + \dots$$

$$\dots + \frac{s_{n-1} + s_n}{2} h_{n-1} + \frac{1}{3} s_n \cdot \Delta h, \tag{51}$$

თუ იზოხაზებს შორის კვეთა ერთნაირია, მაშინ:

$$V = \frac{h}{2}(s_1 + 2s_2 + 2s_3 + \dots + 2s_{n-1} + s_n) + \frac{1}{3} s_n \cdot \Delta h. \tag{52}$$

რუკებზე მოცულობის გაზომვის სხვა მეთოდი მოითხოვს კუმულაციური მრუდის წინასწარ აგებას. მისი არსი შეიძლება გავიგოთ თემატური რუკის საფუძველზე თოვლის საფარში არსებული წყლის მარაგის განსაზღვრით (ნახ. 38).

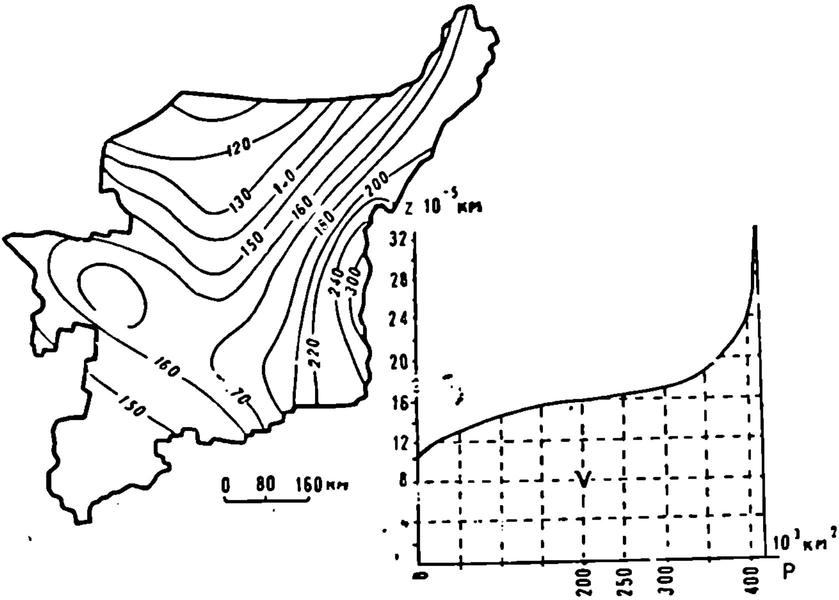
ამ მიზნით რუკაზე ზომავენ მეზობელ იზოხაზებს შორის მოქცეული ყოველი სიმაღლითი საფეხურის ფართობს (ცხრ. 19).

ამის შემდეგ ააგებენ გრაფიკს, სადაც ორდინატთა ღერძზე დაალაგებენ სიმაღლითი საფეხურების ინტერვალებს, ხოლო აბსცისათა ღერძზე — ინტერვალის შესაბამის ფართობთა სიდიდეებს. გრაფიკზე მიღებული წერტილების მდოვრე ხაზით შეერთებით ღებულობენ კუმულატს ან სიმაღლეთა განაწილების ინტეგრალურ მრუდს. კუმულატის კარგად ცნობილ მაგალითს წარმოადგენს ჰიდროგრაფიული მრუდი. მრუდით შემოფარგლული ფართობი გრაფიკზე შეიძლება უშუალოდ გაიზომოს და გამოისახოს მასშტაბში.

მოცულობის გამოთვლის ეს ორივე ხერხი მოითხოვს რუკაზე ფართობის გაზომვას. მეტად დანაწევრებული ხასიათისა და იზოხაზებს შორის

მცირე ქვედებულის შემთხვევაში ამ ხერხის გამოყენება დაკავშირებულია საკმაოდ რთულ კარტომეტრულ სამუშაოებთან.

რუკებზე მოცულობის გაზომვის ერთ-ერთ, ყველაზე უფრო მარტივ ტექნიკურ საშუალებას წარმოადგენს მოცულობითი პალეტი. ამ გზით მოცულობის განსაზღვრისას ფარდობითი ცდომილება მსხვილმასშტაბიან რუკებზე შეადგენს 1 — 3%-ს, ხოლო საშუალო და წვრილმასშტაბიან რუკებზე — 2 — 5%-ს. ცდომილება, ძირითადად, მაინც დამოკიდებულია ფართობის სიდიდესა და რუკებზე არსებული ფართობის დამახინჯების ხარისხზე. ასეთმა სიზუსტემ მრავალი გეოგრაფიული მოთხოვნა შეიძლება დააკმაყოფილოს.



ნახ. 38. თოვლის საფარში წყლის მარაგის რუკა მმ/წელიწადში და მარაგის კუმულატიური მრუდი კომის ასსრ ტერიტორიაზე.

39 ე ნახაზზე იზოხაზებში მოცემულია გარკვეული ტერიტორია და მისი ზედაპირის ბლოკდიაგრამა. ბლოკდიაგრამის მოცულობა (V) შეიძლება წარმოვიდგინოთ n რიცხვის ირიბად გაკვეთილი პრიზმებით, რომლებსაც ფუძედ აქვთ ფუძის s ფართობი. ბლოკდიაგრამაზე ნაჩვენებია, რომ პრიზმის ფუძის როლს ასრულებს კვადრატი, მაგრამ ზოგად შემთხვევაში პრიზმის ფუძედ შეიძლება იყოს ნებისმიერი სწორკუთხედი, მაგა-

ცხრილი № 19

თოვლის საფარში არსებული წყლის მარაგის მოცულობის გამოთვლა რუკაზე
(კომის ასსრ-ის ატლასის მიხედვით)

თოვლის საფარში არსებული წყლის მარაგი მმ/წელიწ.	საფეხურთა ფართობი კმ²-ში	ფართობთა მნიშვნელობები ათას კმ²-ში
110-მდე	5300	5,30
110—120	23012	28,31
120—130	27,502	55,81
130—140	23,076	78,89
140—150	63,773	145,56
150—160	62.119	207,78
160—170	76,339	284,12
170—180	45.867	330,00
180—200	29,282	362,28
200—220	19,[illegible]8	381,35
220—240	20,749	402,10
240—300	10.148	412 25
300-ზე მეტი	3 759	416,10

შენიშვნა: გრაფიკზე 1 კვადრატი შეესაბამება $4 \cdot 10^{-5}$ კმ $\times 5 \times 10^{3}$ კმ² — 2 კმ³, კუმულატით შემოფარგლული ფართობი — 33,36 სმ². მოცულობა$=33,36 \times 2$ კმ³$=$
$=66,72$ კმ³.

ლითად, ექვსკუთხედი. ყოველი პრიზმის h_i სიმაღლე რუკაზე განისაზღვრება კვადრატის ცენტრში მოთავსებულ იზოხაზებს შორის მარტივი ინტერპოლირებით.

მთელი ბლოკდიაგრამის მოცულობა გამოითვლება ფორმულით:

$$V = s \cdot h_1 + s \cdot h_2 + \cdots + s \cdot h_n = s \sum_{i=1}^{n} \cdot h_i, \qquad (53)$$

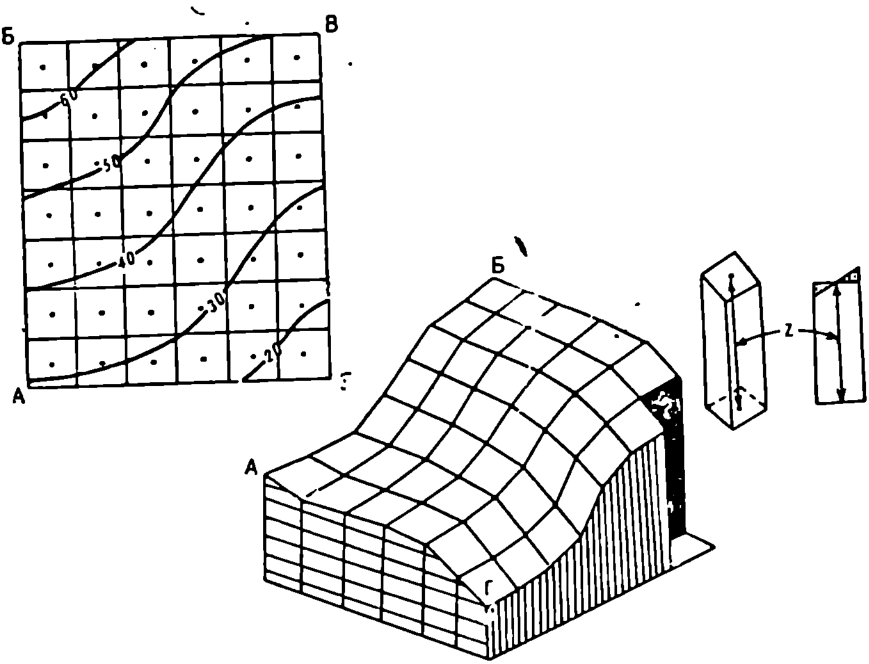
სადაც s ყოველი პრიზმის ფუძეა (კმ²-ში).

h_i მოვლენის აპლიკატა, რომელიც რუკაზე გამოსახული ფუძის ცენტრშია ათვლილი.

n წერტილთა რიცხვია, რომლებშიც განსაზღვრულია h_i-ს მნიშვნელობა.

53-ე ფორმულიდან ნათელია, რომ მოცულობის გამოთვლის მოცემული ხერხი ფართობის წინასწარ გაზომვას არ მოითხოვს. საკმარისია რუკაზე თანაბრად განლაგებულ წერტილებზე მოვათავსოთ პალეტი. ყოველ წერტილში განვსაზღვროთ h_i, შევაჯამოთ ისინი და გავამრავლოთ პალე-

ტის ფუძეზე. s ფუძე გამოსახული უნდა იყოს კმ²-ში, ხოლო Σh_i —კილომეტრებში. მოცულობის გამოთვლის ამ ხერხს შეიძლება ეწოდოს მოცულობითი პალეტის ან სობოლევის ხერხი[1].



ნახ. 39. იზოხაზებიანი რუკის ფრაგმენტი და იმავე უბნის ბლოკდიაგრამა.

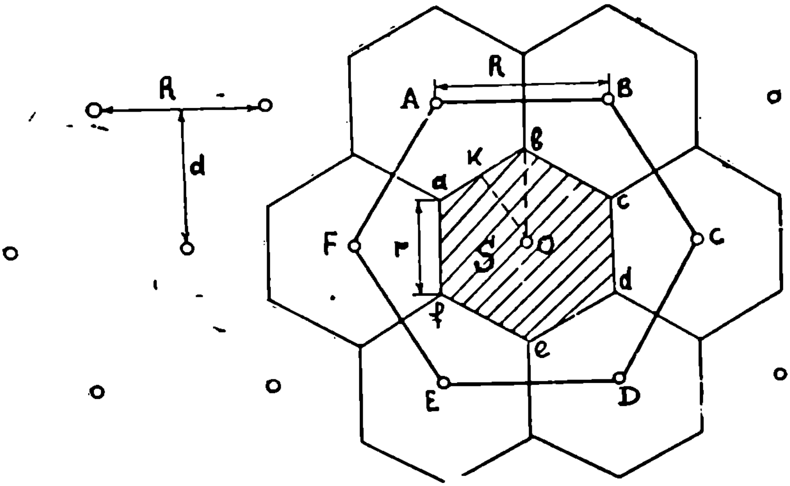
გამოთვლის საზუსტე იცვლება, თუ პალეტის ფუძედ კვადრატის ნაცვლად ავიღებთ ექვსკუთხედს, რომელიც ტერიტორიის კონტურს კარგად მიესადაგება. ექვსკუთხედიანი პალეტა (ნახ. 40) აიგება მილიმეტრიან ქაღალდზე, იმ ვარაუდით, რომ ყოველ პწკარზე წერტილებს შორის მანძილი ტოლი იყოს R-ის, ხოლო პწკარებს შორის მანძილი:

$$d=\frac{R}{2}\sqrt{3},$$

[1] სობოლევმა ეს ხერხი 1932 წელს გამოიყენა მადნეულის მოცულობის განსაზღვრისათვის.

როცა $R=0,2$ სმ, მაშინ $d=0,17$ სმ
0,40 — 0,35
0,50 — 0,43
1,00 — 0,87

როცა $R=1,20$ სმ, მაშინ $d=1,00$ სმ.
1,50 — 1,30
2,00 — 1,73
2.50 — 2,16
3,00 — 2,60



ნახ. 40. მოცულობითი პალეტის სქემა.

ძნელი არ არის შევნიშნოთ, რომ პალეტის ყველა წერტილი $ABCDEF$ ექვსკუთხედის სათავეს წარმოადგენს. ამავე დროს ყოველი წერტილი მეორე მცირე ექვსკუთხედის ცენტრის როლს ასრულებს (მაგალითად, $abcdef$-ის), რომელიც ასევე მოცულობითი პალეტის s ფუძეს წარმოადგენს, $abcdef$ ექვსკუთხედის ფუძის s ფართობი ტოლია:

$$s=\frac{3}{2}r^2\sqrt{3}, \qquad (54)$$

სადაც r ექვსკუთხედის გვერდებია.

იმისათვის, რომ r გამოვსახოთ R-ით, განვიხილოთ Okb მართკუთხა სამკუთხედი, რომელშიც:

$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 = r^2 - \left(\frac{r^2}{2}\right)^2,$$

საიდანაც

$$r^2 = \frac{R^2}{3}. \qquad (55)$$

თუ ჩავსვამთ 55-ე და 54-ე ფორმულებში, მივიღებთ:

$$s = \frac{R^2}{2}\sqrt{3} = 0,866R^2.$$

ამ გამოსახულების მე-5 ფორმულაში ჩასმით მოცულობის გამოთვლის ფორმულის საბოლოო სახე იქნება:

$$V = 0,866R^2 \sum_{i=1}^{n} h_i \qquad (56)$$

R-ის მნიშვნელობა რუკის მასშტაბში გამოსახული უნდა იყოს კილომეტრებში.

ახლა გავაანალიზოთ მოცულობის გამოთვლის ფორმულა. ამისათვის მარჯვენა ნაწილი გავამრავლოთ და გავყოთ n-ზე.

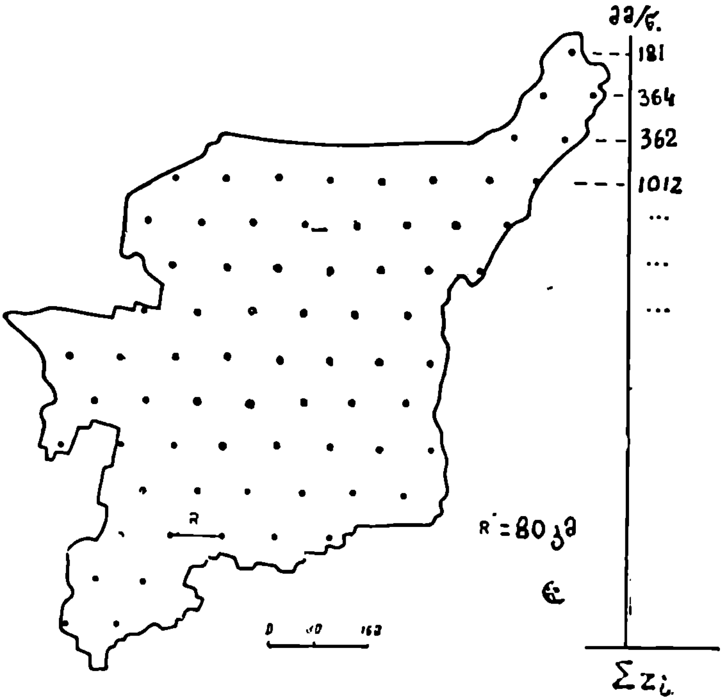
$$V = s\sum_{i=1}^{n} h_i = s \cdot n\,\frac{\sum_{i=1}^{n} h_i}{n} = s_0 \cdot h_{საშ.} \qquad (57)$$

უბრალო გარდაქმნა გვიჩვენებს, რომ რუკაზე გამოსახული მოვლენის მოცულობა წარმოადგენს s_0 მოვლენით დაკავებული ფართობის ნამრავლს მისივე საშუალო სიმაღლეზე (h_i). მოცულობის გამოთვლის სიზუსტე დამოკიდებულია საშუალო სიმაღლის განსაზღვრის სიზუსტეზე და წერტილებიანი პალეტით ფართობის გაზომვის ცდომილებაზე

ცნობილია, რომ მოცემული ტერიტორიის ფართობი მით ზუსტად იზომება, რაც უფრო მეტია პალეტზე წერტილთა რიცხვი. წერტილთა რიცხვის გაზრდით იზრდება ადგილის საშუალო სიმაღლის განსაზღვრის სიზუსტეც.

მოცულობის დაანგარიშებისას რომ მივიღოთ 3 — 5% შეფარდებითი ცდომილება, ამიტომ საჭიროა რუკაზე წერტილები ისე დავალაგოთ, რომ მათი რაოდენობა 30 — 35-ზე ნაკლები არ გამოვიდეს, ამასთან, უნდა გა-

ვითვალისწინოთ ისიც, რომ მათ შორის მანძილი არ აღემატებოდეს 0,8 — 1,0 სმ თუ საჭიროება უფრო ზუსტ შედეგებს მოითხოვს, მაშინ მოცულობას გამოითვლიან ორჯერ, იმ განსხვავებით, რომ წერტილებზე პალეტს გადააადგილებენ მათ შორის არსებული R მანძილის ნახევრით.



ნახ. 41. რუკაზე პალეტით მოცულობის განსაზღვრის სქემა.

მოცულობის მიახლოებითი შეფასებისათვის R-ის მაჩვენებლით შეიძლება ვისარგებლოთ 2,0 — 2,5 სმ საზღვრებში, მაგრამ რუკაზე წერტილთა რაოდენობა 30-ზე ნაკლები მაინც არ უნდა იყოს.

თავი VI

კერძო მორფომეტრია

1. რელიეფის მორფომეტრია

ვინაიდან დედამიწის ზედაპირის რელიეფის ფორმების მორფომეტრიულ მაჩვენებელთა მთელი სიმრავლე ცალკეული ობიექტების ერთმანეთთან მთლიანად უშუალოდ შედარების საშუალებას არ იძლევა, ამიტომ წამოიჭრა აზრი, რომ ტოპოგრაფიული ფორმის მთელი სირთულე შეძლებისდაგვარად გამოსახულიყო „რელიეფის დანაწევრების“ ერთი ზოგადი რიცხვითი მაჩვენებლით. ეს მაჩვენებელი ლიტერატურაში სხვადასხვა დასახელებით გვხვდება და მორფომეტრიაში დამკვიდრებულია პრიმიტიული ფორმით. იგი წარმოდგენილია ფიზიკური ზედაპირის სიდიდის შეფარდებით მისი ჰორიზონტალური პროექციისადმი, ე. ი.

$$S' = S$$

სადაც S', როგორც ცნობილია, ტოლია $S \sec A$ და A არის ადგილის საშუალო დახრილობის კუთხე, რის შედეგადაც დანაწევრების მაჩვენებელს წარმოადგენს ადგილის საშუალო დახრის კუთხის სეკანსი.

მსგავსი მაჩვენებელი შემოგვთავაზა მ. გრიშენკომ (1939), რომელსაც მან რელიეფის დანაწევრების ხარისხი უწოდა. იგი წარმოდგენილი იყო შემდეგი სახით:

$$E = \frac{S' - S}{S}.$$

თუ გავითვალისწინებთ ადგილის საშუალო სიმაღლეს ზღვის დონიდან — H_0, მაშინ შეიძლება მივიღოთ ასეთი ფორმულა:

$$E = \frac{S \sec A}{S}\left(1 + \frac{2H_0}{R}\right) = \sec A\left(\frac{1+2H_0}{R}\right),$$

რაც საქმეს არ აუმჯობესებს.

რელიეფის დანაწევრების ხარისხის გამოსახვისათვის დახრის კუთხის (sec A) პრინციპი საფუძვლად დაედო რუკებზე რელიეფის ქანობისა და დანაწევრებული ხასიათის გამოსახვას. ქანობი შეიძლება გამოისახოს როგორც ქვედებულით, ისე დახრის კუთხით. რელიეფის დახრის კუთხის განსაზღვრა, როგორც ადრე აღვნიშნეთ, რუკაზე ხორციელდება ჰორიზონტალებს შორის მანძილით, ანუ ქვედებულით.

მარტო აღნიშნული მაჩვენებლები საკმარისი არ არის დანაწევრების დახასიათებისათვის

სხვადასხვა ხასიათის დანაწევრების მაჩვენებლები გამოყვანილი იყო სხვადასხვა ავტორების მიერ. მათ შორის ყველაზე უფრო საინტერესოა ა. ბორზოვის (1938) მიერ შემოთავაზებული ადგილის ჰორიზონტალური დანაწევრების მაჩვენებელი, რომელსაც „რელიეფის რიტმს“ უწოდებენ (ნახ. 42). რელიეფის რიტმში ბორზოვი გულისხმობს რომელიმე მიმართულებით აწეულ-დაწეული ადგილის ერთგვაროვან წერტილებს შორის საშუალო მანძილს.

რაც უფრო დანაწევრებულია რელიეფი, მით მეტია მაღალი და დაბალი ადგილები. ამიტომ საშუალო მანძილი მეზობელ ჩაღრმავებასა ან ამოწეულ ადგილებს შორის უფრო მცირდება. რელიეფის რიტმი ერთ-ერთ მნიშვნელოვან მორფომეტრიულ მაჩვენებელს წარმოადგენს, რომელიც ჰორიზონტალური დანაწევრების დახასიათებისათვის ყველაზე მოხერხებულია.

ადგილის ვერტიკალური დანაწევრების დახასიათებისათვის მაჩვენებელთა მრავალი სახე გამოიყენებოდა: მთის შეფარდებითი სიმაღლე სიღრმითი დანაწევრების საშუალო და აბსოლუტური სიმაღლე, ხეობის საშუალო სიღრმე და სხვა მრავალი.

პენკმა (1894) აღნიშნული მახასიათებლებისაგან განსხვავებით მოგვცა მაჩვენებელი „სიმაღლეთა სხვაობის საშუალო“. ამ მაჩვენებლის გამოსათვლელად იგი მოცემულ ტერიტორიას ყოფდა კვადრატებად და ყოველი მათგანისათვის ეძებდა სიმაღლეთა სხვაობის მაქსიმუმს. ამ სხვაობებიდან მან მიიღო საშუალო არითმეტიკული

$$h_{\text{საშ.}} = \frac{(H_1 - H_1') + (H_2 - H_2') + \ldots + (H_n - H_n')}{n},$$

სადაც $H_1, H_2, \ldots H_n$ არის შერჩეულ კვადრატში არსებული ყველაზე დიდი სიმაღლეები, ხოლო $H_1', H_2', \ldots H_n'$ ყველაზე დაბალი ადგილებია კვადრატში.

მთელი სიმაღლეების საშუალო შეიძლება მიჩნეულ იქნეს საშუალო სიმაღლედ

$$H_0=\frac{(H_1+H'_1)+(H_2+H'_2)+\dots+(H_n+H'_n)}{2n},$$

მაშინ შეიძლება დაიწეროს

$$H_0+\frac{h_{საშ.}}{2}=\frac{H_1+H_2+\dots+H_n}{n}.$$

და

$$H_0-\frac{h_{საშ.}}{2}=\frac{H'_1+H'_2+\dots+H'_n}{n},$$

სადაც $H_0+\frac{h_{საშ.}}{2}$ გვაძლევს ადგილის საშუალო სიმაღლეს, ხოლო $H_0-\frac{h_{საშ.}}{2}$ — მთის გუმბათის საშუალო სიმაღლეს.

გრიშენკომ (1939) კვადრატების მეთოდის გამოყენებით გაზომა ტოპოგრაფიული (ფიზიკური) ზედაპირის ფართობი. მისი მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში: რუკაზე დაყოფილი ყოველი კვადრატისათვის ან ტრაპეციისათვის გამოითვლიან დახრის კუთხეს ორ წერტილს შორის, რომელთაც აქვთ ექსტრემული სიმაღლეები. ფორმულის მიხედვით:

$$\frac{h}{a}=\operatorname{tg}\alpha,$$

სადაც h არის ამ ორი წერტილის სიმაღლეთა სხვაობა, d — მათ შორის მანძილი. შემდეგ ყოველ კვადრატში ფორმულით გამოითვლება ფიზიკური ზედაპირის ფართობი

$$S'=\frac{S}{\cos\alpha},$$

სადაც S კვადრატის ფართობია. ადგილის საერთო ფიზიკური ზედაპირის ფართობი განისაზღვრება ყოველ კვადრატში განსაზღვრული სიმაღლეების ჯამით. გრიშენკოს მიერ ადგილის ეს საერთო ფართობი გამოიყენება რელიეფის დასერილობის ხარისხის მაჩვენებლის გამოსასახავად·

გრიშენკო ამ მეთოდით დახრის კუთხეების გამოთვლას უწოდებს „მაქსიმალურს“, თუმცა, ფაქტიურად ისინი ასეთს არ წარმოადგენენ.

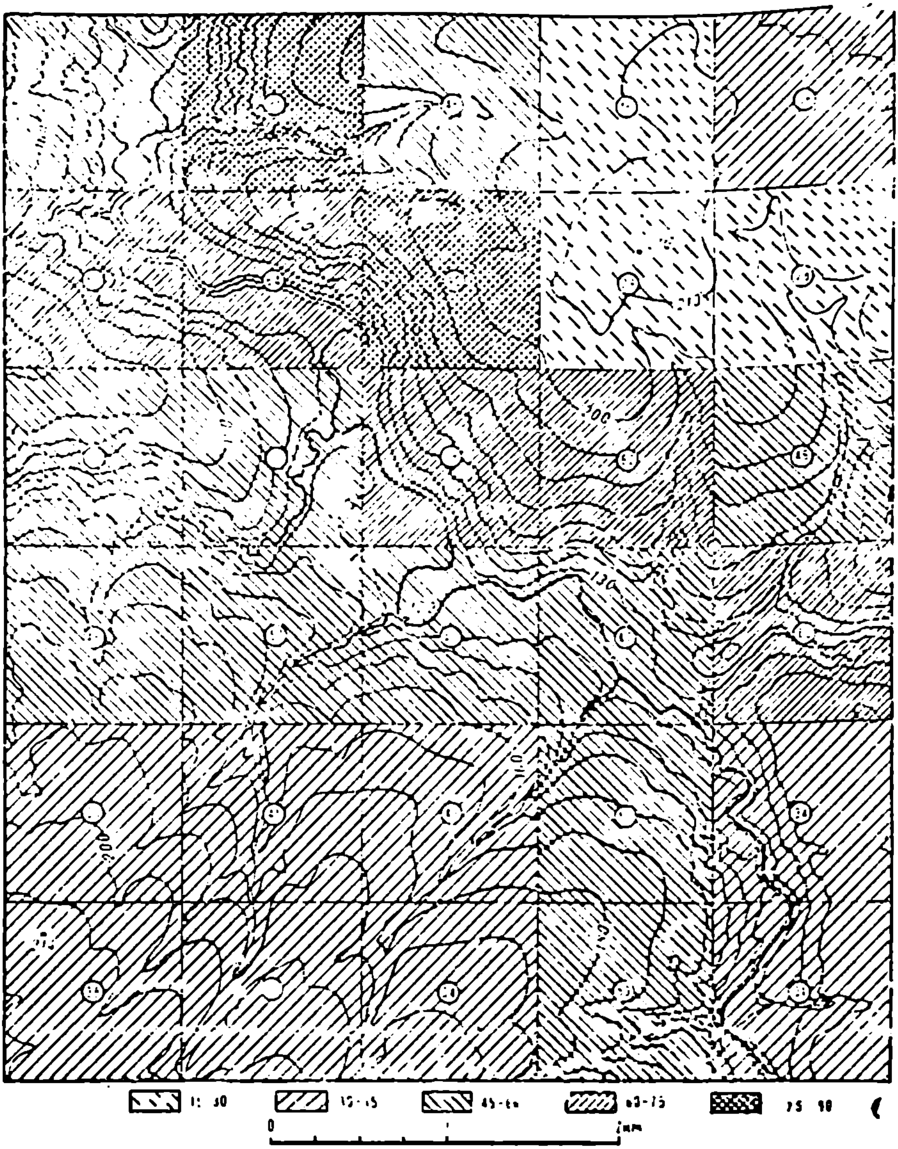
სხვაობა ამ კუთხეებსა და საშუალო დახრის კუთხეებს შორის, როგორც ერთი, ისე მეორე მიმართულებით, შეიძლება მნიშვნელოვანიც იყოს. დახ-

რის კუთხის „მაქსიმალურის“ მიახლოება საშუალო დახრის კუთხესთან შეიძლება კვადრატების ზომების შემცირებით, მაგრამ ეს ამ მეთოდის შრომატევადობას ზრდის. გრიშენკოს მეთოდმა შეიძლება დიდი გამოყენება პოვოს ტბის მორფომეტრიაში.

კვადრატების მიხედვით სიმაღლეთა სხვაობის მიღების მეთოდი გამოყენებული იყო ე. წ. „რელიეფის ენერგიის“ რუკების შესადგენად (ნახ. 42), რომელსაც არც თეორიული და არც პრაქტიკული მნიშვნელობა არ ჰქონია. სავსებით ნათელია, რომ საქმე „რელიეფის ენერგიაში“, ე. ი. მოცემულ კვადრატში, სიმაღლეთა ამპლიტუდის განსაზღვრაში კი არ არის, არამედ რელიეფის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური დანაწევრების ერთდროულ შეთანაწყობაშია. დღეისათვის ეს ვითარება გვაიძულებს რელიეფის დანაწევრების დახასიათებისათვის ვისარგებლოთ რამდენიმე მაჩვენებლით.

ამ მიმართულებით საინტერესოა პროტოდიაკონოვის (1925) ცდა ადგილის ტოპოგრაფიული პირობების რიცხვითი მახასიათებლების განსაზღვრისათვის. ამ მეთოდის არსი შემდეგში მდგომარეობს: მსხვილმასშტაბიან რუკაზე მოცემულ უბნებში ირჩევენ ნებისმიერ წყვილ წერტილებს, რომლებიც ერთმანეთისაგან l მანძილით არიან დაშორებულნი. ყოველი წყვილისათვის განისაზღვრება სიმაღლეთა სხვაობა და გამოთვლიან სიმაღლეთა სხვაობების საშუალოს. შემდეგ l მანძილს ორჯერ ადიდებენ და რუკაზე კვლავ ირჩევენ წყვილ წერტილებს, რომელთა მიმართ აღნიშნულის ანალოგიურად მოიქცევიან. ამის შემდეგ l მანძილს გაასამკეცებენ, კვლავ შეარჩევენ წერტილებს და ა. შ. ყოველი მანძილისათვის (l, $2l$, $3l$ ...) მიღებული განაპირა წერტილის სიმაღლეთა სხვაობების საშუალო მნიშვნელობა დააქვთ გრაფიკზე. აბსცისათა ღერძზე გადაზომავენ l, $2l$, $3l$ მანძილებს, ხოლო ორდინატთა ღერძზე მათ შესაბამის სიმაღლეთა სხვაობის საშუალოს. ირკვევა, რომ წერტილები გრაფიკზე რაღაც მრუდის ახლოს ლაგდება, რომელიც მოცემული ადგილის ზედაპირის დასერილობისათვისაა დამახასიათებელი. ამ მრუდს პროტოდიაკონოვმა „დასერილობის მრუდი“ უწოდა. რაც უფრო დასერილია ადგილი, მით გრაფიკზე მრუდი მკვეთრად იწევს მაღლა. პროტოდიაკონოვი შეეცადა ამ მრუდისათვის მოეძებნა განტოლება. ამისათვის მან დაიცვა შემდეგი პირობა. დავუშვათ, რომ lm სიგრძის ხაზის ბოლოებში ამაღლება წარმოადგენს ამ სიგრძის ფუნქციას:

$$h = f(l)$$



ნახ. 42. რელიეფის ენერგიის რუკის ფრაგმენტი.

ფუნქციის სახე ნაკლებად არსებითია, თუ დაცულია მხოლოდ შემდეგი მოთხოვნები: 1. $f(l)$-ის ფუნქცია l-ის დროს ყოველთვის ნელა იზრდება, ე. ი. მისი პირველი წარმოებული l მიხედვით ყოველთვის ნულზე მეტია, ხოლო მეორე ყოველთვის ნულზე ნაკლებია.

2. იმ შემთხვევაში, თუ l ნულის ტოლია, მაშინ h-იც ნულს უტოლდება.

3. კოორდინატის დასაწყისში l ღერძისადმი მხების დახრილობის ტანგენსი არასდროს არ უდრის ნულს და არც უსასრულობას, მას მხოლოდ რაღაც საბოლოო სიდიდე აქვს.

ამ პირობებს აკმაყოფილებს განტოლება

$$h=Kl_n\left(1+\frac{l}{m}\right), \tag{58}$$

სადაც h ადგილის წერტილების სიმაღლეთა სხვაობის საშუალოა, რომელიც l მანძილზე მდებარეობს.

l_n ნატურალური ლოგარითმების სიმბოლოა,

K და m პარამეტრებია.

თუ იმავე ფორმულას ათობით ლოგარითმებში გამოვსახავთ, მაშინ მივიღებთ:

$$h=2.303K\lg\left(1+\frac{l}{m}\right). \tag{59}$$

პროტოდიაკონოვის აზრით, K და m პარამეტრები წარმოადგენენ ადგილის ტოპოგრაფიული პირობების რიცხვით მახასიათებლებს. რადგანაც l ნულისაკენ მიისწრაფვის, მრუდი ორდინატთა ღერძს კოორდინატთა სათავეში გადაკვეთს კუთხით:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{dh}{dl}=\frac{K}{m}. \tag{60}$$

მაშინ, აღნიშნა რა $K:m=J$, პროტოდიაკონოვი J-ს უწოდებს ადგილის ქანობის საწყისის საშუალოს და მას მიიჩნევს მესამე ტოპოგრაფიულ მახასიათებლად.

K, m და J-ის სიდიდეთა განსაზღვრისათვის იგი გვთავაზობს გრაფიკზე გაიზომოს l ღერძითა და დახრილობის მრუდით შემოფარგლული ფართობი. მრუდით მიღებული ფართობით დამხმარე ცხრილებში იძებნება m სიდიდე, შემდეგ ზემოთ მოყვანილი ფორმულით განისაზღვრება K და J-ს სიდიდეები. სხვადასხვა ხასიათის ადგილების ტოპოგრაფიული რუკის რამდენიმე პლანშეტის დამუშავებით მან მიიღო შემდეგი მაჩვენებლები:

მეტად ვაკე ადგილი . . .	$m=4{,}66$ კმ	$K=3{,}27$ მ.	$J=0{,}70‰$
საშუალო ხასიათის ვაკე . .	$m=1{,}29$ „	$K=6{,}53$ „	$J=5{,}09‰$
ბორცვიანი	$m=0{,}587$ „	$K=10{,}32$ „	$J=17{,}55$ „
ნაკლებად მთაგორიანი ადგილი	$m=3{,}25$ „	$K=89{,}9$ „	$J=27{,}7$ „
მთეაი (კავკასიონის ქედი) . .	$m=0{,}99$ „	$K=322$ „	$J=325$ „

როგორია m. K და J მაჩვენებლების არსი?

ერთი გრაფიკისათვის დასერილობის მრუდის აგებისას, რომელიც განსაზღვრული „რელიეფის რიტმს“ შეიცავს, სიდიდე h მზარდი იქნება მანამ, სანამ l სიდიდე არ მიაღწევს „რიტმის“ ნახევარს, ხოლო შემდეგ მრუდი დაიწყებს დაწევას და l, რომელიც რიტმს უდრის, აღმოჩნდება ნულის ტოლი. სიმაღლეთა სხვაობის h-ის შემდგომი გადიდება კვლავ დაიწყებს ზრდას, მაგრამ l-ის დროს, რომელიც ორმაგი „რელიეფის რიტმის“ ტოლია, კვლავ აღმოჩნდება ნულის ტოლი. დანაწევრების მრუდი, აგებული ამ სახის პროფილისათვის, მოგვაგონებს ციკლოიდის სისტემას. ვინაიდან l-ის მონაკვეთები მცირეა სიდიდით, ვიდრე „რიტმის“ ნახევარი, თავიანთი ბოლოებით შეიძლება მთლიანად მდებარეობდეს ერთ ფერდობზე ან კიდევ მოპირდაპირე ორ ფერდობზე. ასეთი მონაკვეთების ბოლოების ნაზარდთა საშუალოს მის სიგრძეზე გაყოფა არ წარმოადგენს ადგილის საშუალო დახრილობას. იგი მასზე ნაკლებია. აღნიშნულის მსგავსად, ტალღურ ზედაპირზე შუა წერტილის სიმაღლე ვერტიკალური დანაწევრებას სიღრმის პროფილს არ ედრება. თუ ავიღებთ იმავე ადგილის პროფილს სხვა აზიმუტით, მაშინ რელიეფის რიტმი სხვაგვარი იქნება, თუმცა დასერილობის მრუდი იგივე დარჩება.

ადგილზე სხვადასხვა მიმართულებით ნებისმიერად აღებული მონაკვეთების, ან კიდევ არაერთგვაროვანი რელიეფის რიტმის ამსახველი ორი ან მეტი პროფილისათვის დანაწევრების მრუდის აგებისას უკვე ასეთი კანონზომიერება აღარ გვექნება და მრუდმა შეიძლება მიიღოს სხვა ფორმა, ცხადია, რომ იგი თავის საწყისში უნდა ემორჩილებოდეს პირობას, რომელიც პროტოდიაკონოვმა წამოაყენა, ე. ი. კოორდინატთა საწყისში მხების დახრილობის ტანგენსს უნდა ჰქონდეს საბოლოო სიდიდე. მაგრამ რამდენადაც მოცემული ადგილისათვის l-ის ნებისმიერი მნიშვნელობა, რომელიც სიდიდით რელიეფის რიტმზე მეტია, არ შეიძლება აღემატებოდეს ცნობილ ზღვარს, ამიტომ მრუდი ვერ გაიზრდება უსასრულოდ და რაღაც განსაზღვრული მანძილისათვის l-ს ექნება მაქსიმუმი. ეს მაქსიმუმი შეიძლება მიჩნეულ იქნეს ვერტიკალური დანაწევრების საშუალო სიდიდედ, ხოლო მანძილი l, რომელიც ამ მაქსიმუმს შეესაბამება, ცხადია,

ტოლი უნდა იყოს ჰორიზონტალური დანაწევრების საშუალოსი, ე. ი. რელიეფის რიტმის ნახევრისა.

ამ პირობებს პროტოდიაკონოვის განტოლება არ აკმაყოფილებს. მაჩვენებელი m, რომელსაც იგი „ქვედებულის მახასიათებელს“ უწოდებს, სინამდვილეში რელიეფის ჰორიზონტალურ დანაწევრებას არ ასახავს, ხოლო K მაჩვენებელი — „სიმაღლის მახასიათებელი“ — არ ასახავს ვერტიკალურ დანაწევრებას. ეს მაჩვენებლები შესძლებენ მხოლოდ იმ მრუდის დახასიათებას, რომელიც პროტოდიაკონოვის განტოლებითაა მიღებული. საკითხი კი იმის შესახებ, თუ ეს მრუდი რამდენად ეთანადება გრაფიკების მრუდებს, ღია რჩება. ამ მხრივ გამოთვლები მას არ ჩაუტარებია.

მსგავსი გამოთვლებისათვის არსებითია, რომ შერჩეული განტოლება შეიცავდეს რეალურ პარამეტრებს. ამიტომ პროტოდიაკონოვის მტკიცება იმის შესახებ, რომ „ფუნქციის სახე $h=f(l)$, ნაკლებად არსებითია, თუ დაცულია (აუცილებელი) პირობები“, სწორი არ უნდა იყოს. პროტოდიაკონოვის უკანასკნელი მაჩვენებელი „ქანობის საწყისის საშუალო — J“, არ წარმოადგენს ადგილის ქანობის საშუალოს, მაგრამ მასთან რაღაც ფუნქციონალური დამოკიდებულებით მაინც არის დაკავშირებული რომლის ამოხსნა არ არის მარტივი. მიუხედავად ამისა, J სიდიდე თავისთავად საკმაოდ თვალსაჩინოა. ამიტომ მისი გამოყენება შეიძლება სხვადასხვა ხასიათის ადგილის ზედაპირის შედარებისას.

ჩებოტარევმა (1926) გამოიყენა პროტოდიაკონოვის გაზომვები. ისინი გადაამუშავა სხვა მეთოდით და სიმაღლეთა h სხვაობითა და l მანძილის კავშირით მიიღო განსხვავებული ფორმულები, რომლებსაც შემდეგი სახე აქვთ:

$$Q_{H_s}=\sqrt{L}, \tag{61}$$

$$Q_{H_s}=Q\sqrt{L}+\lambda L. \tag{62}$$

სადაც L სიგრძის ხაზი შედგება ისეთი S უბნებისაგან (მონაკვეთებისაგან), რომლებსაც ერთნაირი l სიგრძე აქვთ. Q არის აღმატება, Q_{Hs} — აღმატებათა აბსოლუტური მნიშვნელობის საშუალო.

მაგრამ ჩებოტარევი გამოთქვამს მოსაზრებას, რომ რელიეფის მაკრო ფორმებმა, თითქოსდა, როგორც ადგილის საერთო დახრილობამ, შეიძლება დაამახინჯოს დასერილობის ამსახველი მრუდის ფორმა. ასეთ შემთხვევაში, ცხადია, უნდა ვიმოქმედოთ მიახლოებითი მეთოდით, ე. ი. პირველად L სიგრძის ნახევრისათვის, ფორმულით $Q_{Hs}=Q\sqrt{L}$, მოიძებნოს

კოეფიციენტი მთელ მრუდზე და შემდეგ გამოვთვალოთ სიდიდეები $Q\sqrt{L}$ და ისინი დაკვირვებათა შედეგებს გამოვაკლოთ ფორმულის სიზუსტის დარღვევის მეორე საშიშროება მოსალოდნელია დასამუშავებელი რაიონის სხვადასხვა ნაწილებში არსებული ზედაპირის არაერთგვაროვნებით· ყოველივე ეს ძალზე ართულებს ამ ხერხით სარგებლობას და ალბათ მისი გამოყენების მაგალითი მორფომეტრიული მიზნებისათვის ამიტომ არ არის ცნობილი.

რელიეფის კომპლექსური დახასიათების მეორე სისტემა შემოგვთავაზა პ. ოოლოვმა (1930). კომპლექსურ შეფასებაში შემავალი მაჩვენებლებიდან ერთ ერთი მის მიერ წოდებულია „ჰორიზონტალებით გაჯერებული რელიეფი“-ს სახელწოდებით, რომელიც განისაზღვრება შეფარდებით:

$$K_H=\frac{L}{S}\,, \tag{63}$$

სადაც L არის ყველა ჰორიზონტალის სიგრძის ჯამი. S — ადგილის ფართობი. თუ ამ ფორმულას შევადარებთ საშუალო დახრის კუთხის გამოთვლის ფორმულას, დავინახავთ, რომ K_H კოეფიციენტი აღმოჩნდება ტოლი $\operatorname{tg} A:h$; ხოლო კერძო $L:S$ სხვა არაფერს წარმოადგენს, თუ არა როგორც ქვედებულის საშუალო სიდიდის შებრუნებული სიდიდე, ე. ი. ჰორიზონტალებს შორის საშუალო მანძილი. გასაგებია, რომ ისეთი მაჩვენებლები, როგორიცაა საშუალო ქვედებული და საშუალო დახრის კუთხე, არსებითად ტოლმნიშვნელოვანია.

ოოლოვი მეორე მახასიათებლის სახით გვთავაზობს „რელიეფის დანაკვთულობას“, რაშიც იგი გულისხმობს, რომ

$$K_H=K_1\,K_2$$

სადაც K_1 არის ჰორიზონტალების სიგრძისა და მათ ბოლო წერტილებში გამავალი სწორი ხაზის სიგრძის განაყოფის კერძო, ხოლო K_2 — ჰორიზონტალების მკვეთრი გაღუნვის რიცხვი ეს მაჩვენებელი მეტად პირობითია: ოოლოვი თვლის, რომ ჰორიზონტალი დაკლაკნილია, თუ იგი 150°-ზე ნაკლებ კუთხეს ქმნის. სწორედ გაღუნვის ასეთ რიცხვს ოოლოვი მიიჩნევს კოეფიციენტად. რაც შეეხება K_1 სიდიდეს, იგი წოდებულია ჰორიზონტალის კლაკნილებად.

ეს მორფომეტრიული მაჩვენებელი მან შემოგვთავაზა ასევე მდინარის ველის დახასიათებისათვის. რაც უფრო დიდია ამ შეფარდებათა სიდიდე, ფერდობები მით უფრო დანაწევრებულია. ცხადია, ამ შეფარდებათა სი-

დიდე დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელი ჰორიზონტალისათვისაა იგი გამიზნული, ამიტომ ამ ხერხში საჭიროა გამოითვალოს ეს შეფარდება სხვადასხვა კვეთისათვის და მათი ერთობლიობით ვიმსჯელოთ ადგილის დანაწევრებაზე. დედამიწის ზედაპირის რელიეფის სხვადასხვა ფორმების შეთანაწყობის ამოხსნა „ჰორიზონტალების განვითარებით“ შეუძლებელია, ჯერ ერთი იმიტომ, რომ შეკრულმა ჰორიზონტალებმა მსგავსი შეფარდება არ შეიძლება მოგვცეს, მეორე ის, რომ დიდ ფართობზე ჰორიზონტალების ბოლოების განლაგება შეიძლება სავსებით შემთხვევითი იყოს, კერძოდ, შეიძლება იგი ტოპოგრაფიული რუკის ჩარჩოს ემთხვეოდეს.

საბოლოოდ K_H კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია რუკის მასშტაბზე, მიიღება ამ ხელოვნურ მონაკვეთზე ჰორიზონტალების თვითნებური შერჩევის საფუძველზე და ა. შ. რელიეფის დანაწევრების მესამე მაჩვენებლად ორლოვი მიიჩნევს „დახრილობის მორიგეობას“, რომელშიც ადგილის საშუალო დახრილობას გულისხმობს. მისი გამოთვლისათვის რეკომენდაციას უწევს ადგილის გასწვრივი და გარდიგარდმო მიმართულებით აგებულ პროფილთა საშუალო დახრილობის განსაზღვრას და ამ პროფილების სიგრძეთა საშუალო მიჩნეული იქნეს როგორც მათი წონა. ვინაიდან ეს მაჩვენებელი და K_H მაჩვენებელი იდენტურია, ორლოვი შემდგომში მათ არ იყენებს და რელიეფის საერთო დახასიათებისათვის გვთავაზობს კოეფიციენტების შეკრებას:

$$K = K_H + K_H.$$

რაც უფრო დანაკვთულია ადგილი, მით K-ს სიდიდე იზრდება, ეს მაჩვენებელი მეტად განყენებულია და იქმნება ისეთი სიდიდეებიდან, რომელთა შეკრებაც საერთოდ არ შეიძლება; ასე, მაგალითად, K_H არის ფართობის ერთეულზე ჰორიზონტალთა სიგრძე კილომეტრებში, ე. ი. რეალური სიდიდეა, თუმცა იგი დამოკიდებულია რუკის მასშტაბზე კვეთის სიმაღლეზე, განზოგადებაზე და ა. შ. მაშინ, როცა მაჩვენებელი K_U ტოლია დაკლაკნილობის კოეფიციენტი გამრავლებული ჰორიზონტალთა გაღუნვის რიცხვზე. როგორც ვხედავთ, ეს მეტად განყენებული რიცხვია.

რუკების გამოკვლევისათვის ორლოვმა ხუთი კატეგორია გამოიყენა:

კატეგორია	I	II	III	IV	V
$K_H + K_U$	0-დან 10-მდე	15—30	40—70	80—140	250—350

საეჭვოა, რომ ამ კატეგორიებმა პრაქტიკული გამოყენება პოვოს. ნათელია, რომ ორლოვის მიერ რელიეფის დანაწევრების კომპლექსური დახასიათების ცდა წარმატებით არ ხასიათდება. ვინაიდან რელიეფის ტიპების მორფომეტრიული დახასიათების სხვა ცდების მაგალითები არ იყო, ამიტომ 1950 წლამდე სარგებლობდნენ არა ერთი, არამედ რამდენიმე მაჩვენებლით.

ასე, მაგალითად, ადგილის დანაწევრების დახასიათებისათვის განსხვავებული მაჩვენებლების გამოყენებისას ნ. ვახტინმა (1930, 1931) შემოგვთავაზა: სიმაღლეთა სიხშირე, საშუალო სიმაღლე, ქანობის ქვედებულის საშუალო და დახრის კუთხის საშუალო

ვახტინს სიმაღლეთა სიხშირეში ესმის ჰორიზონტალების სიგრძის ნამრავლი მათ სიმაღლეზე — $H_1 l_1, H_2 l_2, \dots H_n l_n$. ეს ნამრავლები დამოკიდებულია, როგორც ჰორიზონტალების აბსოლუტურ სიმაღლეზე ზღვის დონიდან, ისე მათ სიგრძეზე და სწორედ ამიტომ მაჩვენებელთა ეს ერთობლიობა ნაკლებად თვალსაჩინოა.

ამ ნამრავლებს ვახტინი იყენებს ადგილის საშუალო სიმაღლის გამოყვანისათვის

$$H_0 = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots + H_n l_n}{l_1 + l_2 + \dots + l_n} = \frac{\Sigma Hl}{\Sigma l}. \tag{64}$$

ამ ფორმულამ შეიძლება მხოლოდ თანაბარი ქანობის მქონე ადგილის საშუალო სიმაღლე მოგვცეს. ვახტინის მიერ დაშვებული შეცდომა იმაში მდგომარეობს, რომ იგი ორი ჰორიზონტალით შემოსაზღვრული ფართობის ზოლს აიგივებს ამ ჰორიზონტალების საშუალო სიგრძესთან.

ვახტინის მიერ შემოთავაზებული ქვედებულის საშუალო და საშუალო დახრის კუთხე, ფაქტიურად მსგავსი მაჩვენებლებია იმდენად, რამდენადაც საშუალო დახრის კუთხე განისაზღვრება 48-ე ფორმულით:

$$\operatorname{tg} A = \frac{h \cdot \Sigma l}{S},$$

ხოლო ქანობის საშუალო ქვედებული კი ფორმულით:

$$d = \frac{S}{\Sigma l},$$

რის შედეგადაც საშუალო დახრის კუთხე და საშუალო ქვედებული ერთმანეთთან დაკავშირებულია შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$d = h \cdot \operatorname{ctg} A.$$

ამიტომ ასეთი ერთგვაროვანი მაჩვენებლების შემოტანა მიზანშეწონილი არ არის.

ამრიგად, ვახტინი იყენებს მხოლოდ ორ მორფომეტრიულ მაჩვენებელს, რომელიც ზემოთ აღნიშნულიდან უკვე ცნობილია, ორი სხვა მაჩვენებელი (სიმაღლეთა სიხშირე და საშუალო სიმაღლე) მის მიერ არასწორად გამოითვლება და ამიტომ გამოყენებას აზრი არა აქვს.

მსგავსი ხასიათისაა აგრეთვე მ. სიროტკინის (1937) მიერ შესრულებული სამუშაო, რომელიც რელიეფის სირთულის დასახასიათებლად იყენებს ფიზიკური ზედაპირის ფართობის შეფარდებას მის პროექციასთან. აქ ყურადღებას იმსახურებს მხოლოდ მის მიერ გაკვრით აღნიშნული მაჩვენებელი „შესწორება ხაზის დახრილობის გამო“, ე. ი. ადგილის ხაზის სიგრძისა და მის ჰორიზონტალურ პროექციას შორის არსებული სხვაობა.

ამ შესწორების სიგრძის შეფარდებას ჰორიზონტალური პროექციის სიგრძესთან სიროტკინი პროფილის დასერილობის კოეფიციენტს უწოდებს $\delta \cdot L$. ეს შეფარდება ტოლია.

$$\delta L = \sum_{1}^{n} \frac{h^2}{2l_0}. \tag{65}$$

სადაც l_0 არის L სიგრძის მონაკვეთების ჰორიზონტალური პროექცია, h ამ მონაკვეთების ბოლოების ამაღლებებია.

ეს მაჩვენებელი გამოიყენა ე. მანოხინამ (1939). მისი კოეფიციენტები (რომელთა რაოდენობა მცირეა) დაფუძნებულია შემდეგ მოსაზრებებზე:

1. რაც უფრო გრძელია პროფილის მრუდი მისი ფუძისადმი, მით უფრო მკვეთრად გამოისახება რელიეფი და

2. რაც უფრო მცირეა ასეთი პროფილის ფართობი, რელიეფი მით უფრო დანაწევრებულია (დასერილია).

აქედან მანოხინა იძლევა ფორმულებს: რელიეფურობის კოეფიციენტის

$$K_p = \frac{\sum_{1}^{m} (L-l)\,F}{n}, \tag{66}$$

დანაწევრების (დასერილობის) კოეფიციენტი

$$K_n = \frac{\sum_{1}^{m} (L-l)}{nF}, \tag{67}$$

რელიეფურობის — დანაწევრების (დასერილობის) კოეფიციენტი

$$K_{np}=\frac{\sum_{1}^{m}(L-l)}{n}, \tag{68}$$

სადაც L_1, $L_2 \dots L_m$ არის ადგილზე, პროფილის გასწვრივ, არსებული დახრილი მონაკვეთების სიგრძეები. l_1, l_2, $\dots l_m$ კი არის ამ მონაკვეთების პროექციის სიგრძეები, რომლებიც ჯამში შეადგენენ n პროფილის სიგრძეს, ხოლო F არის პროფილის ფართობი.

რამდენადაც პროფილის ფართობის გაყოფა მისი ფუძის სიგრძეზე განაყოფში არ იძლევა ხაზის საშუალო სიმაღლეს, ე. ი.

$$F : n = H_0,$$

ამიტომ 66-ე ფორმულა გარდაიქმნება

$$K_p=\sum_{1}^{m}(L-l)\cdot H_0, \tag{69}$$

ე. ი. პროფილის მრუდისა და მისი ფუძის სიგრძეთა სხვაობის ნამრავლი პროფილის ხაზის საშუალო სიმაღლეზე. ამ ნამრავლს აქლია გეომეტრიული აზრი, იმ გაგებით, რომ ერთი და იმავე პროფილმა სხვადასხვა სიმაღლეზე ზღვის დონიდან შეიძლება მოგვცეს განსხვავებული მნიშვნელობები.

67-ე ფორმულა, კვლავ იმავე ჩასმით გარდაიქმნება:

$$K_n=\frac{\sum_{1}^{m}(L-l)}{n^2 H_0}, \tag{70}$$

ე. ი. ისეთ გამოსახულებად, რომელსაც აზრი არა აქვს.

მანოხინას მხოლოდ ცესამე ფორმულას აქვს სრულიად გარკვეული აზრი — პროფილისა და მისი ფუძის სიგრძეთა სხვაობის შეფარდება ფუძის სიგრძესთან. ეს იგივე კოეფიციენტია, რომელიც მ. სიროტკინმა შემოგვთავაზა.

ხაზის დახრილობისათვის შემასწორებელი სიდიდის გამოთვლის გასაადვილებლად (ე. ი. $L-l$ სიდიდის) მანოხინამ გამოთვალა ცხრილები ჰორიზონტალებს შორის სხვადასხვა კვეთებისათვის (5, 10, 20, 40 და 100 მ) -

თუ მანოხინას ფორმულაში სხვაობას $L_l - l_l$ გამოვსახავთ სანტიმეტრებში, ხოლო n-ს კილომეტრებში, მაშინ ერთ კმ პროფილზე კოეფიციენტი K_{np} მიიღება სანტიმეტრებში. ეს K_{np} კოეფიციენტს პროფილის სიგრძისაგან დამოკიდებულს ხდის და მას შეფარდებითი სიდიდის ხასიათს აძლევს.

თავისი ფორმულების გამოყენებისას მანოხინა თვლის, რომ რუკაზე მოცემული ტერიტორია უნდა დაიყოს მსგავს ელემენტარულ ფართობებად კვადრატების სახით. ყოველი კვადრატის საზღვრებში საჭიროა აიგოს ოთხი პროფილი და ყოველი პროფილისათვის განისაზღვროს K_{np} კოეფიციენტი; მათი საშუალო მოგვცემს K_{np}-ს მთელი ფართობისათვის. რაც მცირეა ელემენტარული ფართობები, პროფილებს შორის მანძილი მით უფრო მცირე იქნება და ადგილიც უფრო დეტალურად და ზუსტად დახასიათდება. მსხვილმასშტაბიანი რუკებისათვის იგი თვლის, რომ ელემენტარული ფართობების შერჩევისას თითოეულის ფართობი 25 კმ^2-ის ტოლი უნდა იყოს, მაგრამ ასეთი ზომების შერჩევის დროსაც კი, როცა რელიეფი დანაწევრებულია, შეუძლებელია ადგილის მრავალი თავისებურების გათვალისწინება, რაც მანოხინას მიერ შესრულებული მაგალითებიდანაც კარგად ჩანს. სწორედ ეს არის მეთოდის ერთ-ერთი მთავარი ნაკლი.

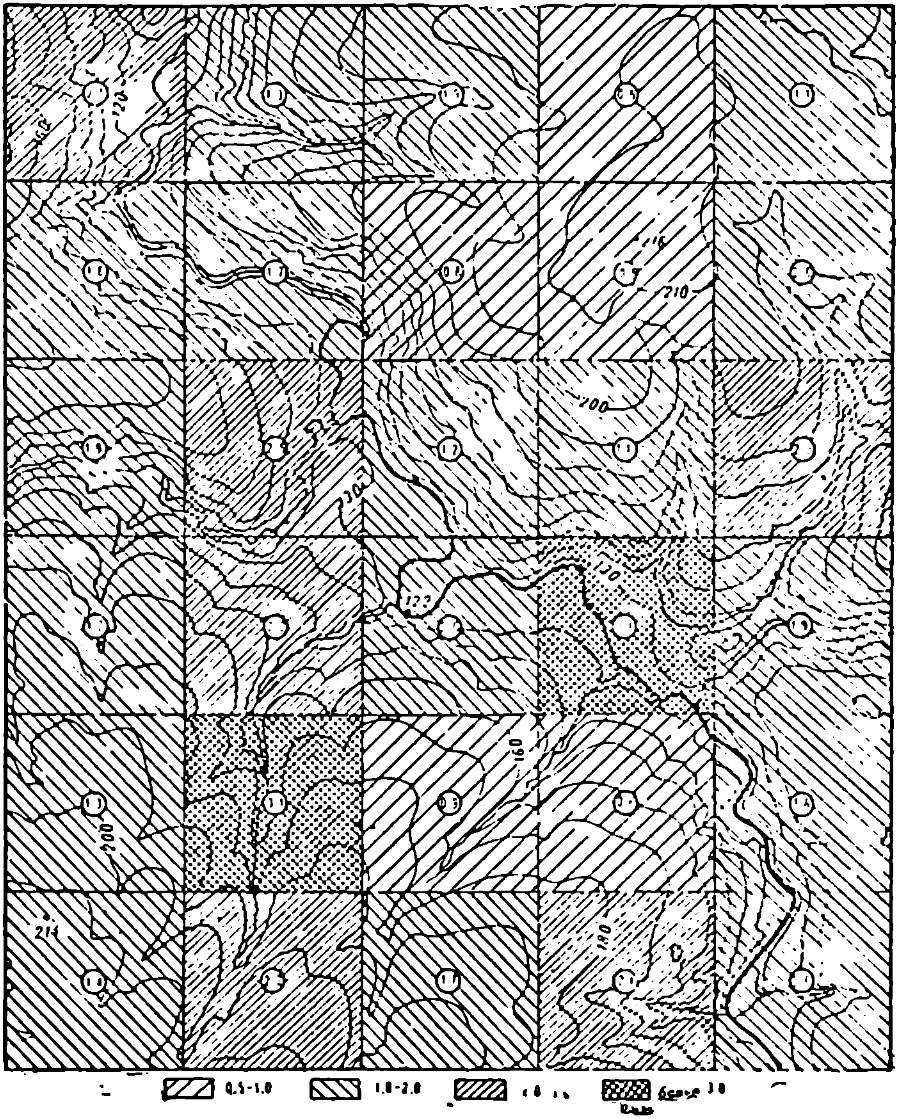
თვალსაჩინოებისათვის მანოხინა გვთავაზობს განსაკუთრებული სახის რუკის შედგენას, რომელზეც იზოხაზებით წარმოდგენილი იქნება დანაწევრებული რელიეფი (ნახ. 43). ასეთი რუკა მან შეადგინა ყირიმის ნახევარკუნძულის სამხრეთისათვის. ჩვეულებრივი ჰიფსომეტრიული რუკა უფრო კარგ წარმოდგენას გვაძლევს ამ ადგილის რელიეფურობის ხარისხის შესახებ, ვიდრე ეს რუკა.

ანალოგიური კოეფიციენტი ადგილის პროფილის ხაზის განვითარების დახასიათებისათვის გამოიყვანა პენკმა (1894).

$$\frac{L}{L_{min}} = \frac{d_1 \sec\alpha_1 + d_2 \sec\alpha_2 + \dots + d_m \sec\alpha_m}{d_1 + d_2 + \dots + d_m}, \qquad (71)$$

სადაც L_{min}-ად ხაზის ყველაზე მცირე სიგრძეა აღებული სფეროიდის ზედაპირზე, რომელიც ხაზის საშუალო სიმაღლის ტოლია. თუ უგულებელვყოფთ ზღვის დონიდან სიმაღლის შესწორებას, მაშინ ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$K = L : D. \qquad (72)$$



ნახ 43 რელიეფის დანაწევრების რუკის ფრაგმენტი.

იმავე აღნიშვნებით მარონინას კოეფიციენტს უკანასკნელ ფორმულაში ექნება შემდეგი სახე:

$$K = \frac{L - D}{D} = \frac{L}{D} - 1.$$

როგორც ვხედავთ, იგი პენკის ფორმულიდან მხოლოდ ერთიანით განსხვავდება.

ძირითად კოეფიციენტთან ერთად მარონინა გვთავაზობს საშუალო დახრილობის ქანობის გამოყენებას, მაგრამ, როგორც ჩვენ ვნახეთ, ეს წინადადებაც ახალი არ არის.

ასეთი მაჩვენებლების უფრო დასაბუთებული სისტემა დაამუშავა სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის გეოგრაფიის ინსტიტუტმა, გ. რიხტერის ხელმძღვანელობით. ეს მაჩვენებლები შემდეგია:

1. სიმაღლეთა შეფარდებითი ამპლიტუდები;
2. დანაწევრების ინტენსივობა ან დახრის კუთხეები;
3. უმეტეს დახრილობათა მიმართულებანი;
4. ჰორიზონტალების სიგრძეები;
5. პროფილები;
6. ყველაზე მაღალი ადგილების (მწვერვალების) რაოდენობა.

ამ მაჩვენებელთა გამოსათვლელად შეიძლება გამოვიყენოთ 1 : 50000 მასშტაბის რუკა. გამოთვლების უმრავლესობა უნდა ჩატარდეს ისეთი მონაკვეთების მიხედვით, რომელთა ფართობი ადგილზე 2×2 კმ-ს შეადგენს. ისინი ორგვარად შეიძლება დამუშავდეს.

მოცემული ადგილის ან ტოპოგრაფიული პლანშეტისათვის საშუალო მნიშვნელობის მიღება მაჩვენებლის გამოთვლით და ყოველი კვადრატის სხვადასხვა ინტენსივობის დაფერადებით ან შრაფირებული კარტოგრამის შედგენით.

შეფარდებით ამპლიტუდად მიიჩნევენ საანგარიშო ფართობზე ყველაზე მაღალ და დაბალ სიმაღლეებს შორის არსებულ სხვაობას. ეს ამპლიტუდა დანაწევრების სიღრმის დამახასიათებელი სიდიდეა. ასეთი გამოთვლების შედეგები შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს სხვადასხვა ინტენსივობით დაფერადებული კარტოგრამის სახით ან ყოველი კვადრატის შრაფირებით, ან იზოამპლიტუდურ რუკაზე ყოველი სიმაღლეთა სხვაობების კვადრატის ცენტრისათვის მიკუთვნებით ან იზოხაზების მიმდევრობითი გატარებით. ან ეგრეთ წოდებული გასაშუალოებული იზოამპლიტუდის რუკის სახით, რომელთათვისაც ოთხი მეზობელი კვადრატის ამპლიტუდებიდან გამოიყვანენ საშუალოს და ამგვარი საშუალოს მიხედვით გაატარებენ იზოხაზებს; ან

კიდევ, მთელი პლანშეტისათვის შეიძლება გამოთვლების გზით მივიღოთ ამპლიტუდათა საშუალო სიდიდეები.

დანაწევრების ინტენსივობაში გულისხმობენ კვადრატის ფარგლებში ორი ყველაზე მაღალი წერტილის სიმაღლეთა სხვაობის შეფარდებას ამ წერტილებს შორის არსებულ მანძილთან ეს შეფარდება, როგორც ადრე იყო აღნიშნული, გვაძლევს დახრის კუთხის ტანგენსს ან ქანობს:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{d}.$$

ამგვარი გამოთვლილი დახრის კუთხე არ წარმოადგენს საშუალოს, იგი შემთხვევითია, მაგრამ სიმაღლის ამპლიტუდასთან ერთად მან შეიძლება გამოარკვიოს მოცემული ადგილის რელიეფის ზოგიერთი თავისებურებანი. რომლის დახასიათებისას ასევე საჭიროა მივუთითოთ ამ კუთხის საშუალო მნიშვნელობასა და მოცემული ადგილის საზღვრებში მის ექსტრემალურ მნიშვნელობაზე

ადგილის d მონაკვეთების მიმართულებები (აზიმუტები), რომლებიც გაზომილი იყო მომდევნო მაჩვენებლების მისაღებად, შეიძლება გამოვიყენოთ ყველაზე ჭარბი დახრის კუთხეთა მიმართულების გამოსარკვევად. ამ მაჩვენებლის მისაღებად საკვლევი ადგილისათვის ან მთელი პლანშეტისათვის, საჭიროა აიგოს მიმართულებათა რუმბების გრაფიკული გამოსახულება, სადაც ყოველი მიმართულების რუმბისათვის გადაზომილი იქნება მისი დახრის კუთხეთა რაოდენობა. გარდა ამისა, დახრილობის, ე. ი. ქანობის მიხედვით საშუალო ქანობის გამოთვლის გზით ყოველი რუმბისათვის ასევე შეიძლება აიგოს ასეთი გრაფიკული გამოსახულება.

ფართობის ერთეულზე ჰორიზონტალის სიგრძის გაჭიმულობა წარმოადგენს რელიეფის ინტენსიური დანაწევრების მაჩვენებელს, ე. ი. რაც უფრო დიდია ადგილის დანაწევრების სიღრმე და სიხშირე ფართობის ერთეულზე ჰორიზონტალის სიგრძე მით მეტი იქნება. ამ მაჩვენებლის მიხედვით ასევე შეიძლება ავაგოთ კარტოგრამა. იგი სხვა არაფერს გვიჩვენებს, თუ არა ქვედებულის საშუალოს შებრუნებულ სიდიდეს (ჰორიზონტალებს შორის მანძილს გეგმაზე), ე. ი. საკმარისია გავამრავლოთ ერთმანეთზე მიღებული კერძო სიდიდეები $L:S$ კვეთის h სიმაღლეზე, რომ მან დაახასიათოს ადგილის საშუალო დახრის კუთხე.

პროფილების დახმარებით შეიძლება გამოვითვალოთ: რელიეფის ტალღობრივი რიცხვი, ტალღის საშუალო სიგანე (ბორზოვის მიხედვით „რელიეფის რიტმი“) და ტალღის სიმაღლე, ე. ი. ყველაზე უფრო დაბლე-

ბალი ადგილის მიმართ ტალღის სიმაღლე, ანუ ამაღლება. ამ მიზნით პლანშეტზე გატარებული ყველა პროფილიდან აიღებენ აღნიშნულ ინფორმაციათა საშუალოს, ეს საშუალოები (განსაკუთრებით ტალღის საშ. სიგანის) ბევრად არის დამოკიდებული პროფილის მიმართულების შერჩევაზე. პროფილზე რელიეფის ტალღის საშუალო სიგანე და სიმაღლე შეიძლება გამოისახოს გრაფიკულად. იგი დაგვეხმარება შედარებით უფრო ერთგვაროვანი რელიეფისათვის მთავარი დამრეცი მიმართულების გამოყოფაში.

დაბოლოს, მეექვსე მაჩვენებელია ფართობის ერთეულზე მწვერვალთა, ანუ ყველაზე მაღალ წერტილთა რიცხვი. ეს მაჩვენებელი უბრალო გამოანგარიშებით მიიღება, კერძოდ კი საჭიროა ფართობში დავითვალოთ მაღლობთა რიცხვი, თუნდაც ერთი შეკრული ჰორიზონტალით შემოფარგლული კი.

როგორც ვნახეთ, ზემოთ ჩამოთვლილი ყოველი მაჩვენებელი მოვლენის მხოლოდ ცალკეულ მხარეებს გამოკვეთავს და ისინი რელიეფის დანაწევრების ხასიათს მთლიანობაში ვერ ასახავენ. მეორე მხრივ, რელიეფის ტიპების დახასიათებისათვის ეს ექვსი მაჩვენებელი მაინც ბევრია, იმდენად, რამდენადაც ისინი მთლიანობაში შეიძლება შეგვხვდეს მრავალ კომბინაციაში. უნდა ვეცადოთ, რომ ამ ექვსიდან შეიძლება ავირჩიოთ ძირითადი, უფრო ღრმაშინაარსიანი მაჩვენებლები ალბათ, ამიტომ, საბჭოთა კავშირის მეცნიერებათა აკადემიის გეოგრაფიის ინსტიტუტმა 1941 წ. სსრკ გეომორფოლოგიური რუკის შედგენისას, იმ ექვსი მაჩვენებლებიდან აირჩია მხოლოდ სამი, რომლებსაც შესწევთ უნარი დაახასიათონ ადგილის ჰორიზონტალური დანაწევრება, მისი ვერტიკალური დანაწევრების ხარისხი და საშუალო დახრილობა. ამ მაჩვენებლებს წარმოადგენს: „რელიეფის რიტმი", „დანაწევრების სიღრმე" და ფერდობთა დახრილობა. ვინაიდან ყველა ეს მაჩვენებელი გამოთვლილი უნდა ყოფილიყო პროფილების დახმარებით, ამიტომ ისინი არ წარმოადგენენ საშუალოს, მაგრამ მეორე მხრივ, როგორც მათ ჩენცოვმა უწოდა, ისინი არც „უმეტესობას" წარმოადგენენ, რამდენადაც პროფილების მიმართულება არ არის დაკავშირებული დახრის კუთხის მიმართულებებთან. ამ მაჩვენებელთა სუსტი მხარე ის არის, რომ ისინი წარმოადგენენ ნებისმიერს.

„რელიეფის რიტმის" გამოსათვლელად ვ. ჩენცოვმა ერთი პროფილისათვის (ნახ 44) შემოგვთავაზა ფორმულა:

$$a=\frac{d}{m+1} \tag{73}$$

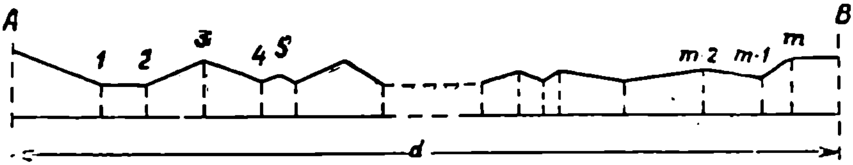
და რიგი პროფილების საშუალოსათვის

$$a=\frac{\sum_{1}^{n} d}{n+\sum m},$$

სადაც d პროფილის სიგრძეა, m პროფილის გაღუნვის წერტილების რიცხვია, როცა 1-ად მიჩნეულია ყოველი მონაკვეთი ხეობის ძირიდან წყალგამყოფის თხემის შუა ხაზამდე, n პროფილთა რიცხვია. ერთი პროფილით „დანაწევრების სიღრმის“ გამოსათვლელად საჭიროა გამოვიყენოთ ფორმულა:

$$h_{საშ.}=\frac{h_1+h_2+\ldots+h_m+1}{m+1}=\frac{\sum_{1}^{m+1} h}{m+1},$$

სადაც m არის პროფილის გაღუნვის წერტილთა რიცხვი, $h_1, h_2, \ldots h_{m+1}$— პროფილის გაღუნვის წერტილების სიმაღლეთა სხვაობა.



ნახ. 44.

რიგი პროფილების საშუალებით საკვლევი უბნისათვის „დანაწევრების სიღრმის“ გამოსათვლელად ფორმულას ექნება შემდეგი სახე:

$$\beta=\frac{\sum_{1}^{n} h_{საშ.}}{n}, \quad (74)$$

სადაც n არის პროფილთა რიცხვი.

პროფილის გაღუნვის წერტილთა h სიმაღლეთა სხვაობის განსაზღვრის ნაცვლად შეიძლება ვიანგარიშოთ პროფილის ხაზით გაკვეთილი ჰორიზონტალების რიცხვი, ან კიდევ უფრო მარტივად, ვიანგარიშოთ ქვედებულების რაოდენობა ჰორიზონტალებს შორის და პროფილის ბოლოებში კი ქვედებულის მონაკვეთები შევაფასოთ მთელის ნაწილებში. მაშინ ფორმულა M რიგის პროფილებისათვის β-ს გამოსათვლელად გამოისახება ასე:

$$\beta=\left[\frac{K+A+B}{M+1}-1\right]\cdot\Delta h, \tag{75}$$

სადაც K არის პროფილის ხაზში მოქცეული სრულ ქვედებულთა რიცხვი, A და B კი — პროფილის ბოლოებში დარჩენილი ქვედებულის ნაწილის სიგრძე, Δh — კვეთის სიმაღლე.

ორი წინა მაჩვენებლიდან მესამე მაჩვენებელი გამოითვლება ფორმულით:

$$\operatorname{tg}\gamma=\frac{\beta}{\alpha}, \tag{76}$$

რაც იძლევა საშუალო დახრის კუთხეს გაზომილი პროფილების გასწვრივ.

ამ მაჩვენებელთა გამოთვლის ხერხის ნაკლი იმაში მდგომარეობს, რომ ისინი მნიშვნელოვნად არიან დაკავშირებული რუკაზე დანიშნული პროფილის ხაზის მიმართულებაზე. იმისათვის, რომ მათ უფრო სწორად ასახონ საშუალო მაჩვენებლები, ამ პროფილებმა რუკაზე ურთიერთმკვეთი ხაზების სისტემა უნდა შექმნან, რომელთა შორის ერთი უნდა ემთხვეოდეს მთის ფერდობის მიმართულებას, ხოლო მეორე მისი პერპენდიკულარი უნდა იყოს. სხვადასხვა უბნებში მიღებული შემთხვევითი სიდიდეები სხვადასხვა ხარისხით იქნება განსხვავებული საშუალო მაჩვენებლებისაგან. ეს არის საერთო ნაკლი ყველა იმ მორფომეტრიული მაჩვენებლისა, რომლებიც რუკიდან მიღებული პროფილების საშუალებით გამოითვლება.

მსგავსი სამი მაჩვენებელი ს. სობოლევმა (1940, 1949) თავის შრომებში გამოიყენა რელიეფის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური დანაწევრების დასახასიათებლად. მიიჩნევდა, რომ „თავისი არსით ეროზიული პროცესი (გეოლოგიური და გეომორფოლოგიური თვალსაზრისით) წარმოადგენს დედამიწის ზედაპირის ფორმების განვითარების პროცესს“. იგი რელიეფის რიცხვითი დახასიათებისათვის სამ მორფომეტრიულ მაჩვენებელს მიიჩნევს; ხრამ-ხეობათა ქსელის სიხშირეს, ადგილობრივი ეროზიის ბაზისის სიღრმეს და ზედაპირის საშუალო დახრილობას. პირველმა მაჩვენებელმა უნდა დაახასიათოს რელიეფის ჰორიზონტალური დანაწევრება. თუ მისი გამოთვლებისას გავითვალისწინებთ აგრეთვე მდინარეული ქსელის ხეობებისა და ხევების სიგრძეს და ა. შ. მაშინ იგი ბორზოვის რელიეფის რიტმის ანალოგიური მაჩვენებელი იქნება. მეორე მაჩვენებელი დაახასიათებს რელიეფის ვერტიკალურ დანაწევრებას. მესამე მაჩვენებელი — ზედაპირის

საშუალო დახრილობა — წარმოადგენს დამატებითს და იგი მიიღება პირველი ორის საფუძველზე. ყოველი სამი მაჩვენებლისათვის სობოლევმა შეადგინა სპეციალური რუკები

სობოლევმა ხრამ-ხეობათა სიხშირის მაჩვენებლად მიიჩნია მათი სიგრძე ყოველ 1 $კმ^2$ ფართობზე. როგორც ცნობილია, ჩვეულებრივ ეს მაჩვენებელი (იხ. მომდევნო საკითხში) გამოიყენება მდინარეთა ქსელის სიხშირის დასახასიათებლად. იგი ორნაირად გამოისახება: 1. მდინარეთა სიგრძის L შეფარდება S ფართობთან ან 2. S ფართობის შეფარდება მასზე არსებულ მდინარეთა სიგრძესთან ($S:L$). ამ შემთხვევაში იგი იძლევა მდინარეთა შორის საშუალო მანძილსაც. სობოლევი ხრამ-ხეობათა რუკისათვის იყენებს პირველს, ხოლო შემდეგი გამოთვლებისათვის კი მეორეს.

რელიეფის ვერტიკალური დანაწევრების მაჩვენებლად სობოლევი თვლის ადგილობრივი ეროზიის ბაზისის სიღრმეს. მისი გამოთვლისათვის იგი გვთავაზობს წყალგამყოფთა ამაღლება განისაზღვროს მდინარის წყლის საშუალო დონიდან. მარტო ეს მაჩვენებელი რელიეფის ვერტიკალური დანაწევრების დასახასიათებლად საკმარისი არ იქნება, თუ მას არ დავაკავშირებთ იმ წერტილებს შორის მანძილთან, რომელთა სიმაღლეთა სხვაობაც განისაზღვრება. ამიტომ სობოლევმა შემოიტანა მესამე მორფომეტრიული მაჩვენებელი — ზედაპირის საშუალო დახრილობა. ამ მაჩვენებლის გამოსათვლელად იგი იყენებს ქანობის განსაზღვრის ცნობილ ფორმულას:

$$i=\frac{h}{l},$$

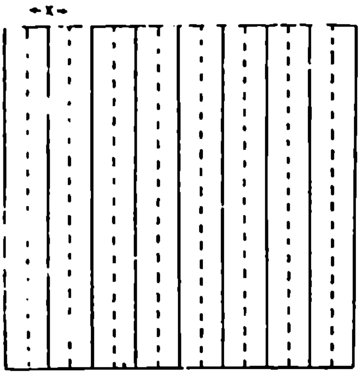
სადაც h არის ამაღლება, l — მანძილი ორ წერტილს შორის. ამაღლებად სობოლევი მიიჩნევს ადგილობრივი ეროზიის ბაზისის სიღრმეს, l მანძილად კი ხრამებსა და ხევებს შორის საშუალო მანძილის ნახევარს, ე. ი. $S:2L$. ამ მაჩვენებლის ჩასმის შემდეგ სობოლევმა საშუალო ქანობის (%-ში) გამოთვლისათვის მიიღო ფორმულა

$$i=\frac{hL2}{S}\cdot 100 \qquad (77)$$

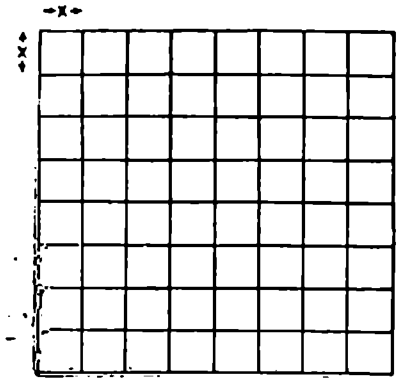
ასეთია სობოლევის სამი მაჩვენებელი, რომლებიც კარგად ახასიათებენ რელიეფის ჰორიზონტალურ და ვერტიკალურ დანაწევრებას, თუმცა მათი გამოთვლის მეთოდი არ არის სწორი.

სობოლევმა პირველ მაჩვენებლად, როგორც ზემოთ იყო ნათქვამი, მიიჩნია ხეობათა ქსელის სიგრძე ფართობის ერთეულზე, ე. ი. თავისთა-

ვად ეს მაჩვენებელი სხვადასხვა ადგილის ხეობათა სიხშირის შედარებისათვის საკმაოდ თვალსაჩინოა, მაგრამ იგი სრულად მაინც ვერ ასახავს ჰორიზონტალური დანაწევრების თავისებურებას. როგორც შემდეგში იქნება აღნიშნული (ნახ. 45), ხეობათა (მდინარის) ქსელის სიხშირე $X = S : L$ განსაზღვრავს ხეობათა შორის საშუალო მანძილს, რომლებიც სწორი



ნახ. 45. მდინარეთა ქსელის განაწილება ფართობზე, როცა სიხშირის გამოთვლა ხდება ფორმულით $P : L$.



ნახ. 46. მდინარეთა ქსელის განაწილება ფართობზე, როცა სიხშირეს ითვლიან ფორმულით

$$\frac{P}{\frac{1}{3}L - \sqrt{P}}.$$

ხაზის სახით, L საერთო სიგრძით, S ფართობის მქონე კვადრატის ფარგლებში, თანაბრადაა განაწილებული. სინამდვილეში მდინარეთა და ხეობათა ქსელი განტოტვილ სისტემას წარმოადგენენ და ადგილზე სხვადასხვა ზომის უბნებს ქმნიან. ამ შემთხვევაში უფრო რეალურ მაჩვენებელს წარმოადგენს კვადრატის გვერდები

$$x^3 = \frac{4S^2}{L^2},$$

რომელიც S ფართობის მქონე კვადრატებად იყოფა. ეს მცირე კვადრატები იქმნება მის ზედაპირზე სწორ ხაზად წარმოდგენილი მდინარის მონაკვეთებით (ნახ. 46)

ვოლკოვი (1950) თვლის, რომ რელიეფის ჰორიზონტალური და ვერტიკალური დანაწევრების დახასიათებისათვის ზემოთ აღნიშნული მეთოდები მისაღებია.

რაც შეეხება სობოლევისა და ჩენცოვის სამ მორფომეტრიულ მახასიათებელს — ეროზიული დანაწევრების სიხშირეს, ვერტიკალური დანაწევრების სიღრმეს და ზედაპირის საშუალო დახრილობას, ისინი საკმარისად თვალსაჩინოა და შეიძლება რეკომენდებულ იქნეს მორფომეტრიული სამუშაოების წარმოებისას.

აღნიშნული მეთოდების დახვეწამ შემდგომში ბიძგი მისცა სტრუქტურული მორფომეტრიის განვითარებას აქ საქმეში გარკვეული წვლილი შეიტანა ვ. ფილოსოფოვმა (1960,1975). იგი აღნიშნავს, რომ მორფომეტრიული რუკების გეოლოგიური ინტერპრეტაციის საფუძველზე შეიძლება გამოვლინდეს კავშირი გეომორფოლოგიურ და ნეოტექტონიკურ პროცესებს შორის, ზედაპირის ფორმასა და ტექტონიკურ სტრუქტურებს შორის, რელიეფის სიმაღლესა, დედამიწის ქერქის სიმძლავრესა და მოძრაობას შორის და სხვ.

2. მდინარეთა აუზების მორფომეტრია

მდინარეთა აუზების ძირითად მორფომეტრიულ მაჩვენებლებს წარმოადგენენ:

1. წყალშემკრები აუზის ფართობი,
2. აუზის სიმეტრიულობა,
3. სიგრძე,
4. სიგანე,
5. წყალშემკრები აუზის მოხაზულობის დანაწევრება.
6. აუზის ფარგლებში არსებული მაქსიმალური და მინიმალური სიმაღლე,
7. საშუალო სიმაღლე.
8. საშუალო დახრილობა.

იმ ფართობს, საიდანაც მდინარის სისტემა იკრებს წყალს, ეწოდება მდინარის აუზი. მდინარეთა აუზები ერთიმეორისაგან გამოყოფილია წყალგამყოფებით, რომლებიც უმეტეს შემთხვევაში წარმოადგენენ არა ხაზს, არამედ მთლიან ზოლს.

ტოპოგრაფიულ რუკებზე წყალგამყოფის ხაზის გატარება აუცილებელია, თუ კარტომეტრიული სამუშაოების წარმოებას ვაპირებთ. ამ მიზნით, ჰორიზონტალებიან რუკაზე ისე უნდა გავატაროთ ხაზი, რომ იგი შეკრული ჰორიზონტალებისადმი ყოველთვის პერპენდიკულარული იყოს და მის შუაში გადიოდეს. ბრტყელ-ვაკე ადგილებში ჰორიზონტალების

დახმარებით წყალშემკრები აუზის აღნიშვნა რამდენადმე რთულია და იგი ხშირად შეიძლება მიახლოებითიც იყოს. ამის მიზეზი ისაა, რომ აქ რელიეფი და მისი ძირითადი ფორმები — უნაგირა და ა. შ. მეტად სუსტად იკითხება.

მდინარეთა აუზების გამოყოფის დროს ყურადღება უნდა მიექცეს უწყლო აუზებსაც. ასეთი მშრალი აუზები, თუმცა ისინი ჰორიზონტალებით გამოსახულია, შემსრულებელს მხედველობიდან ეპარება და მას ხშირად იმ მდინარეთა აუზებს მიაკუთვნებენ, რომლებშიც ისინი მდებარეობენ მაშინ, როცა მშრალი აუზიდან ზედაპირული ჩამონადენის სახით წყალი ამ მდინარეში არ ხვდება

ზემოთ აღნიშნულის მიზანს ის წარმოადგენს, რომ მდინარის აუზის გამოყოფამდე მეტად ყურადღებით უნდა შევისწავლოთ რუკაზე მოცემული სინამდვილე.

მდინარის აუზის ფართობის გაზომვა შეიძლება შესრულდეს ადრე აღნიშნული ერთ-ერთი მეთოდის გამოყენებით. აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ხშირ შემთხვევაში მდინარეთა აუზების საზღვრებს საკმარისი სიზუსტით ვერ გამოყოფენ და ამიტომ გაზომვის ზუსტი მეთოდი — (ზონების მიხედვით სააღრიცხვო ტრაპეციების ფართობების გაზომვა უნდა გამოვიყენოთ იშვიათ შემთხვევაში. ჩვეულებრივ, საკმარის სიზუსტეს იძლევა ფართობის გაზომვის ტრადიციული მეთოდი, სადაც ქაღალდის დეფორმაციის გათვალისწინება არ ხდება. გაზომვის ხერხების შერჩევა დამოკიდებულია მრავალ ფაქტორზე: რუკის მასშტაბზე, ამ რუკაზე მდინარის აუზის გამოყოფის სიზუსტეზე, აუზის რაოდენობასა და სიდიდეზე, სამუშაოს დანიშნულებაზე და სხვ

საინჟინრო ჰიდროლოგიაში ხშირად იყენებენ ე. წ. აუზის ფართობის ზრდის გრაფიკს. ამ შემთხვევაში უნდა გაიზომოს მთავარი მდინარის მარცხენა და მარჯვენა შენაკადების აუზების ფართობები მათ შესართავებამდე. ასეთი გაზომვები უკეთესია ვაწარმოოთ ზოგადიდან კერძოსაკენ, ე. ი. თუ ყოველი შემდინარის აუზის ფართობი გაზომილი იყო ცალცალკე. მაშინ მათი საერთო ფართობი უნდა იკვრებოდეს მთავარი მდინარის მარჯვენა და მარცხენა ნაწილის ფართობებთან. ასეთ შემთხვევაში საჭიროა გამოვიყენოთ სააღრიცხვო ტრაპეციები. რადგანაც აქ აღარ იქნება საჭირო ფართობების შეკვრა.

მდინარის აუზის ასიმეტრიულობის კოეფიციენტი შეიძლება გამოვითვალოთ ფორმულით:

$$a = 2\,\frac{S_л - S_п}{S_л + S_п}\,, \tag{7ბ}$$

სადაც $S_п$ — მარჯვენა და $S_л$ აუზის მარცხენა ნაპირის ფართობებია.

მდინარის აუზის მოხაზულობის დახასიათებისათვის გამოიყენება შემდეგი მაჩვენებლები — სიგრძე, აუზის საშუალო სიგანე, როგორც მთლიანად, ისე მისი მარჯვენა და მარცხენა ნაწილებისა ცალ-ცალკე, წყალგამყოფი ხაზის მოხაზულობის დანაწევრება.

აუზის სიგრძედ. ჩვეულებრივად, მიიჩნევენ მისი ღერძული ხაზის სიგრძეს (მედიანას), რომელიც, როგორც წესი, მდინარის მიმართულებას არ ემთხვევა და შეიძლება მიღებულ იქნეს აუზის საშუალო სიგანის განსაზღვრის მიზნით გატარებული კვეთების შუაში გავლებული მდოვრე ხაზის სიგრძით (მედიანით). ამ მოქმედებაში არსებითია ის ფაქტი, რომ ღერძულმა ხაზმა შეიძლება შესართავი დააკავშიროს მისგან ყველაზე შორს მდებარე წერტილთან, მაგრამ იგი არ დაემთხვეს მთავარი მდინარის სათავეს. მიუხედავად ამ მაჩვენებლის პირობითობისა, იგი მაინც არ შეიძლება შეიცვალოს მოცემული მდინარის სიგრძით ან კიდევ სწორი მანძილით სათავესა და შესართავს შორის, რასაც ზოგჯერ აკეთებენ. აუზის ღერძული ხაზის სიგრძე და პირდაპირი მანძილი თავისი სიდიდით ყოველთვის მოკლეა მდინარის სიგრძეზე.

მდინარის აუზის საშუალო სიგანე განისაზღვრება მისი ფართობისა და აუზის ღერძის სიგრძის შეფარდებით, ე. ი.

$$B = \frac{S}{L}\,,$$

სადაც S — ფართობია, ხოლო L აუზის ღერძის სიგრძეა.

ასევე პირობითია ის მაჩვენებელი, რომელიც აუზში მდინარის მდებარეობას ახასიათებს. მის მისაღებად გამოიყენება შემდეგი სახის შეფარდება

$$B_п = \frac{S_п}{L} \quad \text{და} \quad B_л = \frac{S_л}{L}\,,$$

სადაც $S_п$ და $S_л$ — აუზის მარჯვენა და მარცხენა ნაწილის ფართობებია.

აუზის მარცხენა და მარჯვენა ნაწილების საშუალო სიგანის განსაზღვრისათვის საჭიროა აუზის ყოველი ნაწილისათვის გატარდეს საკუთარი ღერძული ხაზი. ამ შემთხვევაში უკანასკნელი გამოსახულებები მიიღებენ სახეს:

$$B_п = \frac{S_п}{L_п} \quad და \quad B_л = \frac{S_л}{L_л} \; .$$

სადაც $L_п$ და $L_л$ არის აუზის მარჯვენა და მარცხენა ნაწილების ღერძული ხაზების სიგრძეები.

მდ. აუზის წყალგამყოფი ხაზის მოხაზულობას ჩვეულებრივ გამოთვლიან ფორმულით:

$$K = \frac{L}{2\sqrt{\pi S}} \; ,$$

სადაც L წყალგამყოფი ხაზის სიგრძეა, ამ ფორმულის ნაკლზე ჩვენ ზემოთ გვქონდა ლაპარაკი.

მდინარის აუზის რელიეფს ახასიათებს სამი მაჩვენებელი: აუზის საშუალო სიმაღლე, ყველაზე დაბალი და მაღალი წერტილების სიმაღლეთა სხვაობა და აუზის საშუალო დახრილობა.

აუზის საშუალო სიმაღლის გამოთვლა, თუ ჰორიზონტალებიანი რუკა გვაქვს, შეიძლება ზემოთ მოტანილი ერთ-ერთი ფორმულით:

$$H_0 = \frac{S_1\left(\frac{H_1+H_2}{2}\right) + S_2\left(\frac{H_2+H_3}{2}\right) + \dots + S_n\left(\frac{H_2+H_{n+1}}{2}\right)}{S_1+S_2+\dots+S_n} \; ,$$

სადაც S_1, S_2, $\dots S_n$ არის ფართობი ჰორიზონტალებს შორის, რომელთა სიმაღლეა H_1 და H_2, H_2 და H_3, $\dots H_n$ და H_{n+1} ბუნებრივია, რომ ასეთი გამოთვლებისათვის რუკაზე აუცილებელია გაიზომოს ჰორიზონტალებს შორის მოქცეული ფართობები.

ამ მახასიათებლების დამატებით კიდევ გამოიყენება აუზის ყველაზე მაღალი წერტილის შეფარდებითი სიმაღლე შესართავის სიმაღლისადმი, ე. ი.

$$h_m = H_B - H_y .$$

მდინარის აუზის საშუალო დახრილობა გამოითვლება 48-ე ფორმულით:

$$\operatorname{tg} A = \frac{h : \Sigma l}{S} \; ,$$

სადაც h კვეთის სიმაღლეა კმ-ში, Σl — ჰორიზონტალების სიგრძე კმ-ში, ხოლო S — აუზის ფართობი კმ^2-ში,

8. მდინარეთა ქსელის სიხშირის განსაზღვრა

კარტოგრაფიული განზოგადება თავისებურ ზეგავლენას ახდენს მდინარეთა ქსელის ნამდვილი სიხშირის განსაზღვრაზე. რაც უფრო წვრილია რუკის მასშტაბი, მით უფრო განზოგადებულია მდინარეთა ქსელი.

თუ მდინარეთა ქსელის სიხშირის მაჩვენებლად მივიჩნევთ მდინარეთა გაჭიმულობას ფართობის ერთეულზე, ან კიდევ 1 კმ მდინარის სიგრძეზე ფართობის ნაწილს, მაშინ ეს საკითხი შეიძლება დავამუშაოთ მათემატიკურად. ასეთი გადაწყვეტილება შეიძლება მივიღოთ, მაგრამ საჭიროა ვიცოდეთ, თუ რა იგულისხმება მდინარეთა ქსელის სიხშირეში.

დავუშვათ, რომ S ფართობის მქონე ტერიტორიაზე არსებული მდინარეთა ქსელის საერთო სიგრძეა L. წარმოვიდგინოთ, რომ ამ ტერიტორიას კვადრატის ფორმა აქვს და მისი ფართობია S. თუ ამ კვადრატში თანაბარ მანძილებზე გავატარებთ ვერტიკალურ ხაზებს და მათ შორის კიდევ შუა ხაზებს (ნახ. 47) ისე, რომ მათი საერთო სიგრძე ტოლი იყოს მდინარეთა ქსელის L სიგრძის, მაშინ აღმოჩნდება, რომ ამ კვადრატში მდინარეთა ქსელი მთელ ფართობზე თანაბრადაა განლაგებული. ამ შემთხვევაში მდინარეთა ქსელის სიხშირის მაჩვენებელი იქნება კვადრატის ვერტიკალური სვეტების სიგანე. იგი ადვილად შეიძლება განისაზღვროს შემდეგი მოსაზრებიდან გამომდინარე: დავუშვათ, რომ S კვადრატი ჩვენს შემთხვევაში იყოფა n რაოდენობის ვერტიკალურ სვეტებად; ვინაიდან კვადრატის გვერდები ტოლია $\sqrt{S}$-ისა, ე. ი. სვეტების სიგრძისა, ამიტომ მდინარეთა ქსელის საერთო სიგრძე $L=n\sqrt{S}$. აქედან ადვილად შეიძლება განისაზღვროს ვერტიკალური სვეტების რიცხვი

$$n=\frac{L}{\sqrt{S}},$$

და მათი სიგანეც

$$x=\frac{\sqrt{S}}{n}=\frac{\sqrt{S}\cdot\sqrt{S}}{L}=\frac{S}{L}=K_1$$

სადაც K არის მდინარეთა ქსელის სიხშირის მაჩვენებელი.

როგორც ვხედავთ, მდინარეთა ქსელის სიხშირის მაჩვენებლად აქ გამოიყენება სვეტებს შორის მანძილი, რაც სვეტებში გატარებული შუა ხაზებს შორის არსებული მანძილის ტოლია, შუა ხაზების საერთო სიგრძე კი მდინარეთა საერთო სიგრძის ტოლია.

აღნიშნულის მსგავსად. საკვლევი უბანი შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს L სიგრძისა და x სიგანის მქონე სწორკუთხედად. ამ სწორკუთხედში, როგორც ირკვევა, მდინარეთა ქსელის სიხშირე იგივე იქნება, რაც საკვლევ უბანში. ეს მაჩვენებელი ცალკეული მდინარეებისათვის შეიძლება გამოითვალოს ინდივიდუალურად. მაგრამ ეს ხერხი მეტად შრომატევადია და მოითხოვს ცალკეული მდინარის სიგრძისა და აუზის გაზომვას.

ამიტომ, უმეტეს შემთხვევაში, ცალკეული მდინარის აუზში არსებული მდინარეთა სიხშირის გამოთვლის ნაცვლად, ითვლიან სიხშირეს მთელი საკვლევი უბნისათვის.

აღნიშნულის გარდა, საკითხი შეიძლება სხვაგვარადაც გადაწყდეს. თუ შესასწავლი ტერიტორიის S ფართობს მივცემთ კვადრატის სახეს და მასში მდინარეთა ქსელს თანაბრად გავანაწილებთ, მაშინ ასეთი კვადრატის ფართობი შეიძლება წარმოვიდგინოთ მცირე კვადრატებად დაყოფილად, რომელთა საერთო რიცხვი ტოლი იქნება n^2-ის, ხოლო ამ მცირე კვადრატების გვერდების საერთო სიგრძე ტოლი უნდა იყოს მდინარეთა L სიგრძისა. ასეთი მცირე კვადრატის ზომამ უნდა დაახასიათოს მდინარეთა ქსელის სიხშირე. ეს წარმატებით შეიძლება შესრულდეს მსხვილმასშტაბიან რუკებზე მოცემული კილომეტრული ბადის გამოყენებით.

დავუშვათ, რომ მცირე კვადრატის გვერდები x-ის ტოლია, მაშინ დიდი კვადრატის ფართობი შეიძლება გამოვსახოთ მცირე კვადრატების რიცხვითა და მათი გვერდების ზომით:

$$S=(n\cdot x)^2, \tag{79}$$

საიდანაც

$$nx=\sqrt{S} \quad \text{და} \quad x=\frac{\sqrt{S}}{n}.$$

მეორე მხრივ, ყველა მცირე კვადრატის გვერდების სიგრძემ უნდა მოგვცეს მდინარეთა ქსელის L სიგრძე, ე. ი.

$$L=2\,(n+1)\cdot n\,\frac{\sqrt{S}}{n}=2\,(n+1)\sqrt{S}.$$

აქედან

$$n=\frac{L}{2\sqrt{S}}-1,$$

n-ის ეს მნიშვნელობა ჩავსვათ x-ის ფორმულაში, მივიღებთ:

$$x=\frac{S}{{}^1/_2\,L-\sqrt{S}}.$$

x-ის სიდიდე, ე. ი. მცირე კვადრატების გვერდების სიგანე ან მისი x^2 ფართობი, შეიძლება გამოვიყენოთ მდინარეთა ქსელის სიხშირის მაჩვენებლად (ნახ. 46).

ასეთი სახით ეს ხერხი იშვიათად გამოიყენება. მისი უარყოფითი მხარე ის არის, რომ სუსტად განვითარებული მდინარეთა ქსელის მქონე რაიონებისათვის იგი დადებით შედეგს ვერ გვაძლევს.

თუ საკვლევი ტერიტორიის საზღვრად წყალგამყოფის ხაზს მივიჩნევთ, მაშინ ხერხს სახე უნდა შევუცვალოთ. აქ არსებითი მაინც ის არის, რომ მდინარეთა ქსელი ფართობზე რამდენადმე თანაბრად უნდა იყოს განაწილებული და კვადრატიც საკვლევი ტერიტორიის თითქმის ტოლფართა უნდა იყოს. დავუშვათ, რომ ამ შემთხვევაში მცირე კვადრატების საერთო ფართობი, რომლებითაც დაყოფილია მთელი ფართობი, ტოლია n-ის, ხოლო მცირე კვადრატის გვერდების სიგრძეა x. მაშინ საერთო ფართობი შეიძლება გამოვსახოთ მცირე კვადრატების საერთო რიცხვითა და ზომით:

$$S=(nx)^2,$$

საიდანაც

$$n=\frac{\sqrt{S}}{x} \quad \text{და} \quad x=\frac{\sqrt{S}}{n}.$$

მეორე მხრივ, მდინარეთა ქსელის საერთო სიგრძე L ტოლია:

$$L=2(n-1)nx=2(n-1)\sqrt{S},$$

საიდანაც

$$n=\frac{L}{2\sqrt{S}}+1,$$

ხოლო

$$x=\frac{\sqrt{S}}{n}=\frac{S}{{}^1/_2 L+\sqrt{S}}.$$

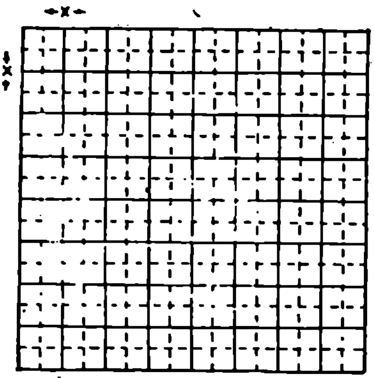
ამ ხერხის უარყოფითი მხარე იგივეა, რაც წინა ხერხის.

საბოლოოდ, მდინარეთა ქსელის სიგრძე შეიძლება გავუტოლოთ კვადრატების ცენტრებში გამავალი ჰორიზონტალური და ვერტიკალური ხაზების საერთო სიგრძეს (ნახ. 47).

დავუშვათ, რომ ამ კვადრატების რიცხვია n^2, ხოლო მათი გვერდების ზომაა x; საერთო ფართობია S. ამ შემთხვევაში, ზემოთ აღნიშნულის ანალოგიურად, გვექნება:

$$S=(nx)^2$$

მაგრამ ჰორიზონტალური და ვერტიკალური ხაზების საერთო სიგრძე, რომლებიც კვადრატების ცენტრში არიან გავლებულნი (ნახ. 47) წყვეტილი ხაზებით, განსხვავებული იქნება, ვიდრე ეს ზემოთ მოყვანილ შემთხვევაში გვქონდა, კერძოდ კი,



ნახ. 47. მდინარეთა ქსელის განაწილება ფართობზე, როცა სიხშირე გამოითვლება ფორმულით $2P : L$.

$$L = 2n^2x.$$

აქედან

$$x = \frac{\sqrt{S}}{n} \quad \text{და} \quad \frac{S}{L} = \frac{x}{2}$$

და შემდეგ:

$$x = \frac{2S}{L} \quad \text{და} \quad n = \frac{L}{\sqrt{S}}.$$

ამ ხერხში მდინარეთა ქსელის სიხშირის მაჩვენებლად გვევლინება როგორც მცირე კვადრატების გვერდები, ისე მისი ფართობიც.

ასეთია მდინარეთა ქსელის სიხშირის განსაზღვრა, რომელიც მათემატიკის საფუძველზეა აგებული. პრაქტიკაში ცნობილია ისეთი ხერხიც, რომელსაც საფუძვლად სხვა პრინციპები უდევს. ფართოდ გამოიყენება ფორმულა

$$L : S = K',$$

ე. ი. აქ გამოიყენება $K = S : L$-ის შებრუნებული მაჩვენებელი.

საბოლოოდ, მდინარეთა ქსელის სიხშირის რუკის მიღების მიზნით, ყოველი მცირე კვადრატის ცენტრში იწერება შესაბამისი ინფორმაცია. ყოველი კვადრატის ცენტრში არსებულ ინფორმაციათა ინტერპოლირების საფუძველზე (მსგავსად რელიეფის ჰორიზონტალებით გამოხაზვისა) გავატარებთ მრუდე ხაზებს (იზოხაზებს) (ნახ. 43).

4. განსახლების ქსელის მორფომეტრია

მოვლენის სივრცით, განლაგების შესწავლისას მნიშვნელოვან ადგილს იკავებს (სამრეწველო პუნქტების, დასახლებული პუნქტების, მომსახურების ცენტრებისა და სხვათა) ქსელის ფორმებისა და მათი ტერიტორიულ თავისებურებათა შესწავლა, ქსელის წყობა, მისი სახე და სიმჭიდროვე

მრავალი გეოგრაფიული ფაქტორის შემოქმედების შედეგებს ასახავენ. თავის მხრივ, განსახლების ქსელს თავისებურება არსებით გავლენას ახდენს სამეურნეო მოღვაწეობის პირობებზე, საყოფაცხოვრებო მომსახურებისა და მოსახლეობის კულტურული მომსახურების პირობებზე. დასახლებულ პუნქტთა ქსელის კონფიგურაციის ანალიზი დიდი მნიშვნელობას იძენს ქალაქმშენისა და სოფლმშენის საპროექტო გადაწყვეტილებებში.

მოსახლეობის გეოგრაფიაში განსახლების გარეგანი ფორმების დახასიათებისათვის გამოიყენება ორი ძირითადი ნიშანი: დასახლებულ პუნქტთა ქსელის თანაბრობა და მისი სიმჭიდროვე, რაც დასახლების დისპერსიის ან კონცენტრაციის ხარისხს ასახავს. განსახლების ამ ნიშნების განსაზღვრისათვის გეოგრაფები იყენებენ (უფრო ხშირად) ზოგადგეოგრაფიულ რუკებს, ვიდრე აეროფოტოსურათებს ასეთ პირობებში შეფასებას უმეტესად აქვს ხარისხობრივი, ანუ თვისობრივი ხასიათი, ხოლო გარეგანი ფორმის რიცხვობრივ მაჩვენებლებს იშვიათად იყენებენ.

იმისათვის, რომ განსახლების გარეგან ფორმაზე, სრულყოფილი ობიექტური მსჯელობა შევძლოთ, მარტო განსახლების ქსელის „ხარისხობრივი" შეფასება არ არის საკმარისი. განსახლების ქსელის დახასიათება საჭიროებს ასევე რიცხვითი მახასიათებლების მოშველიებას.

გეოგრაფიულ ლიტერატურაში სულ უფრო და უფრო მეტი ყურადღება ექცევა წერტილთა ქსელის კარტომეტრიულ-მათემატიკურ ანალიზს (დეტალურად იხილეთ შემდგომ თავში). ეს შეეხება ასევე განსახლების ქსელს. გამოჩნდა თეორიული შრომები ქსელთა ტერიტორიული გამოკვლევის თაობაზე, რომელიც შეიცავდა ასევე კრისტალერის (13, 34) „იდეალურ" ქსელთან შედარების პრინციპებს. განსახლების ზოგიერთი მახასიათებელი (ქსელის თანაბრობა), როგორც ი. მედვედკოვმა (23) გადმოგვცა, ადვილად ემორჩილება სტატისტიკური ანალიზის მეთოდებს და შეიძლება გამოისახოს ენტროპიის მაჩვენებლის გზით. საინტერესო შედეგებს იძლევა „უახლოესის შემოთარგვლის" საზღვრებში მოქცეული განსახლების ქსელის (თავი VII) ანალიზი (ნახ. 21.). ეს მეთოდები მეტად პერსპექტიულია და მოითხოვს შემდგომ განვითარებას.

განსახლების ქსელის შეფასების რიცხვითი მეთოდების გამოყენებასთან დაკავშირებით გვინდა მივუთითოთ კარტომეტრიული მეთოდის შესაძლებლობებზე. კარტომეტრიის მეთოდი ფართოდ გამოიყენება ადგილის რელიეფის შესწავლისას, სოციალურ-ეკონომიკურ მოვლენათა შესწავლისას კი იგი სუსტად გამოიყენება. ხშირად ეკონომისტ-გეოგრაფები ქსელის

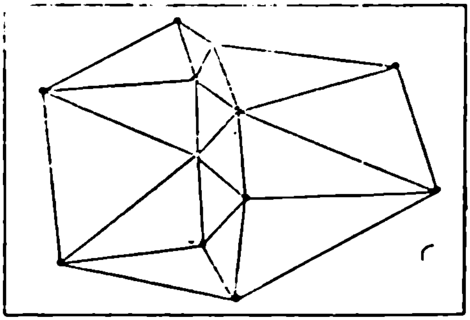
ფორმალურ გეომეტრიულ ანალიზს, რომელიც კარტომეტრიული გაზომვების საფუძველზე ხორციელდება, ეჭვის თვალით უყურებენ· თუმცა ეს ფორმალობა, თუ გეოგრაფიას კარტომეტრიით არ შევცვლით, სრულიადაც არ უშლის ხელს განსახლების ღრმა გეოგრაფიულ შეფასებას. განსახლების კარტომეტრიული ანალიზის გამოყენებას ამუხრუჭებს ასევე დეტალური თემატური რუკების (ხალხმრავლობის, დასახლებათა ტიპების და სხვა) უქონლობაც.

განსახლების კარტომეტრიული ანალიზისათვის იყენებენ ისეთ ზოგადგეოგრაფიულსა ან თემატურ რუკებს, რომლებიც კვლევის ინტერესს ამომწურავად პასუხობენ. ამ მიზნებისათვის განსაკუთრებით მოსახერხებელია ეგრეთ წოდებული „სამისამართო“ რუკები, რომლებზეც თავიანთი სახელწოდებებით ან ნომრებით აღნიშნულია ყველა დასახლებული პუნქტი. თუ შეგვექმნა შემთხვევა ხალხმრავლობის რუკის გამოყენებისა, მაშინ სირთულე იქნება ცალკეული პუნქტების ზუსტი ლოკალიზაციის განსაზღვრაში, რადგანაც ამ ტიპის რუკებზე ნიშანთა ზომისა და დატვირთულობის გამო სიზუსტე ირღვევა.

განსახლების კარტომეტრიული ანალიზი რუკებზე სრულდება უშუალოდ დასახლებული პუნქტების მიხედვით. ამით იგი ძირფესვიანად განსხვავდება იმ უცხო რეგულარული (მართკუთხა ან გეოგრაფიული კოორდინატების, პირობით ჰექსაგონალური, კვადრატული ან რომბული) ბადეებისაგან (ოპერატორებისაგან), რომლებიც მოსახერხებელია მხოლოდ სტატისტიკური ანალიზისათვის, სოფელთა სიხშირისა და მათ შორის საშუალო მანძილების გამოთვლების ავტომატიზებისა და ინფორმაციის დამუშავების პროცესების გაადვილებისათვის. ამასთან, უნდა აღინიშნოს, რომ ასეთი ბადეები განსახლების რეალურ ქსელთან ორგანულად არ არიან დაკავშირებული, ხოლო რუკაზე მოცემული განსახლების ქსელის კარტომეტრიული ანალიზი ამ საქმეს ობიექტურ სინამდვილესთან აახლოვებს და მათზე ამოხსნილი რიცხვითი მახასიათებლებიც რეალობა იქნება.

გაზომვების დაწყებამდე საჭიროა, რუკაზე შესრულდეს წინასწარი მოსამზადებელი სამუშაოები. ეს სამუშაოები ითვალისწინებს დასახლებული პუნქტების დაკავშირებას შემაერთებელი ხაზებით. ხაზებით (წრფეებით) ერთმანეთს უკავშირდებიან მხოლოდ მეზობელი პუნქტები. ეს დაკავშირება ისე უნდა სრულდეს, რომ ხაზებმა ერთმანეთი არ გადაკვეთოს. მაკავშირებელი ხაზები რუკაზე ქმნიან სამკუთხედების ქსელს, რომელთა წვეროებზეც (წერტილებში) მდებარეობენ დასახლებული პუნქტები (ნახ. 48). ეს არის ის ქსელი, რომელიც წარმოადგენს გაზომვათა საფუძველს.

დასახლებულ პუნქტთა კარტომეტრიული ანალიზის საწყისად შეიძლება გამოვიყენოთ ქსელის ორი უბანი: 1. ელემენტარული სამკუთხედი და 2. დასახლებული პუნქტის უშუალოდ შემოსაზღვრული უბანი. ელემენტარული სამკუთხედი იქმნება სამი პუნქტით და მოიცავს დასახლებულ პუნქტებს შორის არსებულ კონკრეტულ სივრცეს უშუალოდ შემოსაზღვრული უბანი (დავარქვათ „უახლოესი მეზობელი“-საგან განსხვავებით, რომელსაც სხვა არსი აქვს), განისაზღვრება, როგორც დასახლებული პუნქტების ერთი წვეროს ირგვლივ მდებარე ელემენტარული სამკუთხედების ერთობლიობა. ცალკეული პუნქტების უშუალოდ შემოსაზღვრული უბნები ერთმანეთით იფარებიან, მაგრამ მათ საფუძველში დევს ელემენტარული სამკუთხედების იგივე ქსელი.



ნახ. 48.

ზემოთ აღნიშნული უბნების შეფასების საწყისებს შორის განსხვავება ის არის, რომ პირველ შემთხვევაში უშუალოდ ხასიათდება პუნქტებს შორის მოთავსებული კონკრეტული სივრცე, ხოლო მეორე შემთხვევაში კი პუნქტის ირგვლივ მოქცეული კონკრეტული სივრცე.

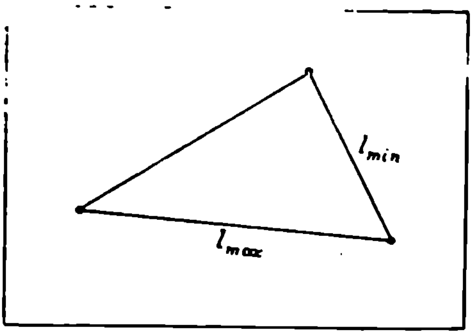
განსახლების კარტომეტრიული ანალიზი შევასრულოთ ელემენტარული სამკუთხედების პარამეტრებით. როგორც ჩანს, დასახლებულ პუნქტთა ქსელის თანაბრობა გამოისახება სამკუთხედის გვერდების თანაბრობით: თანაბარი განსახლების შემთხვევაში ქსელის პუნქტები ქმნიან ერთნაირი კუთხის მქონე ტოლგვერდა სამკუთხედს. რაც უფრო გაიზრდება სამკუთხედის გვერდების ზომებს შორის სხვაობა, განსახლება მით უფრო არათანაბარი იქნება (ნახ. 48).

მაშასადამე, სამკუთხედის გვერდების შეფარდების შედეგი შეიძლება მივიჩნიოთ განსახლების თანაბრობის მაჩვენებლად. გამარტივებისათვის შეიძლება ერთმანეთს შევადაროთ ყველაზე დიდი და ყველაზე პატარა გვერდები. სამკუთხედის ფარგლებში იგი მოგვცემს გვერდების ტოლობიდან მაქსიმალურად შესაძლებელ გადახრას, მაშინ განსახლების თანაბრობის მაჩვენებელი N_T გამოისახება ფორმულით:

$$N_T = l_{min} l_{max}; \qquad (80)$$

სადაც l_{min} უმცირესია, l_{max} — უდიდესი გვერდია (ნახ. 49).

თუ თანაბარი განსახლება გვაქვს, მაშინ სამკუთხედის გვერდები ტოლი იქნება და შესაბამისად $N_T = 1$. რაც უფრო დიდია სხვაობა სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებში, მაჩვენებელი N_T უფრო მიუახლოვდება ნულს (ნულის ტოლი იგი შეიძლება გახდეს, როცა სამკუთხედის ერთი წერტილი იმყოფება უსასრულოდ შორს).



ნახ. 49.

განსახლების თანაბრობა შეიძლება გამოვსახოთ კუთხეების გამოყენებითაც, მაგრამ იგი პრაქტიკულად რთულია, ვინაიდან რუკებზე გვერდები (ხაზის სიგრძეები) უფრო ზუსტად იზომება, ვიდრე კუთხეები.

განსახლების მეორე მახასიათებელია მისი სიმჭიდროვე. იგი განისაზღვრება ელემენტარული სამკუთხედის ფართობით. რაც უფრო დიდი იქნება სამკუთხედის ფართობი, სოფელთა ქსელის სიმჭიდროვე მით უფრო მცირე იქნება, ელემენტარული სამკუთხედის ფართობი შეიძლება განვსაზღვროთ სამკუთხედის გვერდებით. ამისათვის უნდა გამოვიყენოთ ჰერონის ფორმულა:

$$S_T = \sqrt{p(p-l_1)(p-l_2)(p-l_3)},$$

სადაც p სამკუთხედის პერიმეტრია, l_1, l_2, l_3 მისი გვერდებია. ქსელის სიმჭიდროვის D_T მაჩვენებელი უკუპროპორციულია სამკუთხედის ფართობისა

$$D_T = \frac{1}{S_T}.$$

ხშირ შემთხვევაში გვაინტერესებს არა მარტო ქსელის სიმჭიდროვე, არამედ საკვლევ ტერიტორიაზე არსებულ სიმჭიდროვეთა სხვაობები. ასეთ პირობებში სიმჭიდროვის საშუალო მაჩვენებელთან შედარებით შიდასხვაობის მაჩვენებელი შეიძლება გამოითვალოს:

$$D'_T = \frac{1}{2}\sum_{1}^{n} D_T.$$

ეს იგივეა, რაც ელემენტარული სამკუთხედის საშუალო ფართობი

$$S'_T = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} S_T.$$

შეფარდებით მახასიათებლებზე გადასვლა ამარტივებს მნიშვნელობებს და მათ გამოყენებას უფრო მოსახერხებელს ხდის. როცა ქსელის სიმჭიდროვე ტოლია მისი საშუალო მნიშვნელობისა, მაშინ D_r/D'_r ერთის ტოლი იქნება. სხვა შემთხვევაში იგი ერთზე მეტი ან ნაკლები იქნება.

დასახლებულ პუნქტთა ქსელის სიხშირე ასევე შეიძლება დახასიათდეს პუნქტებს შორის მანძილებით. ელემენტარული სამკუთხედებისათვის შეიძლება გამოითვალოს პუნქტებს შორის საშუალო მანძილები, როგორც სამკუთხედის გვერდებიდან მიღებული საშუალო არითმეტიკული:

$$l_{\text{საშ.}} = \frac{1}{3}\Sigma l. \qquad (81)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ სამკუთხედის გვერდების გაზომვას საფუძვლად უდევს ქსელის თანაბრობის განსაზღვრა, მაშინ ამ მაჩვენებლის გამოყენება მოითხოვს შედარებით მარტივ გამოთვლებს.

ამრიგად, განსახლების ქსელისათვის შერჩეული ელემენტარული სამკუთხედების გვერდების გაზომვა სავსებით აკმაყოფილებს განსახლების ქსელის გარეგანი ფორმების ძირითადი ნიშნების ობიექტური დახასიათების პირობას.

ახლა განსახლების ქსელის ანალიზი შევასრულოთ იმ ტერიტორიული ერთეულების გამოყენებით, რომლებიც მიიღებიან დასახლებული პუნქტიდან უშუალოდ შემოფარგვლის გზით. აქ ძირითადი კარტომეტრიული მაჩვენებლები იგივე იქნება, რაც ელემენტარული სამკუთხედებისათვის. თუ იმ პრინციპს გამოვიყენებთ, რაც ელემენტარული სამკუთხედების შემთხვევაში გვქონდა, მაშინ უშუალოდ შემოფარგლული ერთეულის განსახლების თანაბრობის მაჩვენებელი შეიძლება გამოვთვალოთ ცენტრიდან — დასახლებული პუნქტიდან მეზობელ წერტილებამდე უდიდესი და უმცირესი მანძილების შეფარდებით:

$$v_0 = \frac{l_{min}}{l_{max}} \qquad (82)$$

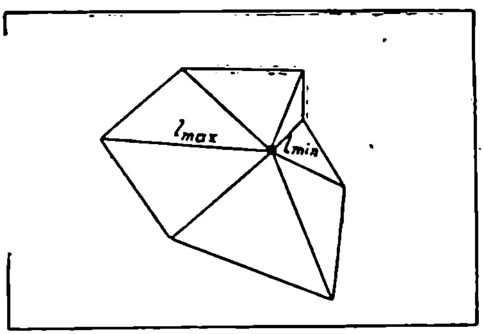
უშუალოდ შემოფარგლული ერთეულის ქსელის სიმჭიდროვე გამოითვლება ელემენტარული სამკუთხედების ერთეულების სიმჭიდროვის საშუალებით:

$$D_0 = \frac{\Sigma Dr}{n}. \qquad (83)$$

შესაბამისად გამოითვლება ქსელის სიხშირის ხაზობრივი მაჩვენებელი, როგორც ერთეულის ცენტრიდან მეზობელ დასახლებულ პუნქტამდე განსაზღვრული მანძილების საშუალო:

$$l_{\text{საშ.}} = \frac{\Sigma l}{n}, \qquad (84)$$

განსახლების ქსელის პარამეტრი უშუალოდ შემოფარგლულ ტერიტორიულ ერთეულში ახასიათებს ცალკეული პუნქტის ტერიტორიის ქსელს. ამ შემთხვევაში უშუალოდ შემოფარგლული ტერიტორიული ერთეული, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ელემენტარული სამკუთხედებისაგან განსხვავებით დაიფარება რიცხვითი მაჩვენებლებით.

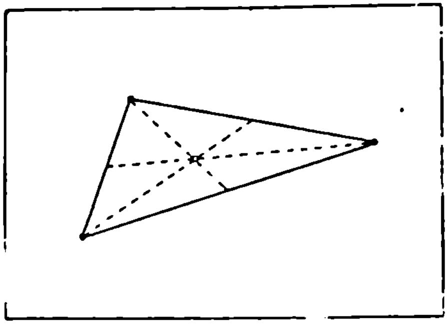


ნახ. 50.

განსახლების ქსელის კვლევის ეს გზა საშუალებას მოგვცემს ქსელის თანაფარდობისა და სიმჭიდროვის პარამეტრების გამოყვანის გზით დავადგინოთ როგორც განსახლების გარეგანი ფორმის ტიპები, ასევე ამ ფორმებს შორის არსებული სხვაობის პარამეტრები, რაც არსებითია განსახლების ქსელის ტიპოლოგიისათვის. საჭიროების შემთხვევაში, ტერიტორიის დარაიონების ჩატარებისას ეს დახასიათება შემდგომში შეიძლება განზოგადდეს.

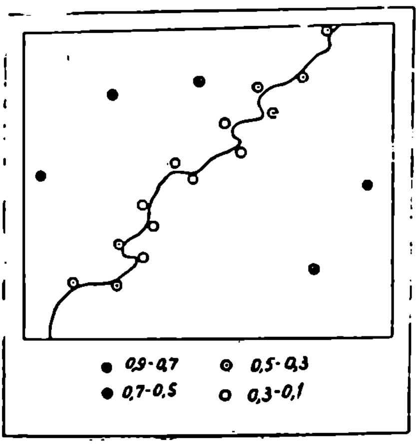
ახლა განვიხილოთ როგორც ელემენტარული სამკუთხედებით, ისე უშუალოდ შემოფარგლული ტერიტორიული ერთეულების კვლევის შედეგების კარტოგრაფირების თავისებურება. რამდენადაც ელემენტარული სამკუთხედები ქსელის პუნქტებს შორის არსებულ სივრცეს ახასიათებს, ამ შემთხვევაში ქსელის თანაბრობისა და სიმჭიდროვის ასახვისათვის შეიძლება გამოვიყვანოთ როგორც კარტოგრამა, ისე იზოხაზები. კარტოგრამა აიგება მიღებულ მაჩვენებელთა საფეხურებრივი სკალის საფუძველზე,

ხოლო იზოხაზების ხერხის გამოყენებისას მაჩვენებლები იწერება სამკუთხედების „სიმძიმის ცენტრებში", ე. ი. მედიანების გადაკვეთის წერტილში (ნახ. 51). შემდგომ სამკუთხედების სიმძიმის ცენტრებს შორის სრულდება ინტერპოლირება, რომელიც საბოლოოდ მოგვცემს მოვლენის უწყვეტ განფენილობას. მოვლენის აბსოლუტური მაჩვენებლით დახასიათებისათვის (მაგალითად, დასახლებულ პუნქტებს შორის საშუალო მანძილები ან სამკუთხედების ფორმები) შეიძლება გამოვიყენოთ ხაზოვანი ან ფართობლივი კარტოდიაგრამა.



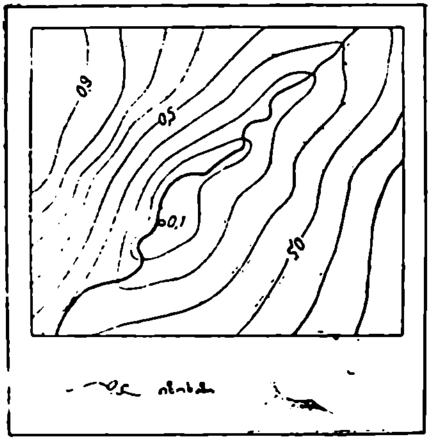
ნახ. 51.

რამდენადმე განსხვავებულად ხდება უშუალოდ შემოფარგლული ტერიტორიული ერთეულის განსახლების სახის კარტოგრაფირება. ელემენტარული სამკუთხედებისაგან განსხვავებით, აქ მაჩვენებლები უნდა ჩავწეროთ უშუალოდ შემოფარგლული ტერიტორიული ერთეულის ცენტრში, ე. ი. დასახლებული პუნქტის ლოკალიზაციის ადგილას. ამიტომ მათი ასახვისათვის უფრო ლოგიკური იქნება, თუ გამოვიყენებთ წერტილში ლოკალიზებული ნიშნების მოსახერხებელ ვარიანტს. ცალკეულ პუნქტებში მაჩვენებელთა მნიშვნელობები შეიძლება გადმოცემული იქნეს ნიშნის მოხატულობით ან ფერით. ნიშნების მეთოდით ასახული უშუალოდ შემოფარგლული ტერიტორიული ერთეულების განსახლების გარეგანი ფორმის რუკა ნათლად ასახავს ლოკალურ ხასიათებს (ნახ. 52). ასე, მაგალითად, ქსელის თანაბრობა შეიძლება ერთნაირი იყოს როგორც სუსტად დასახლებულ ადგილებში, ისე მჭიდროდ დასახლებული პუნქტების შიგნითაც. იგი იცვლება განსახლე-



ნახ. 52

ბის ერთი ფორმიდან მეორეზე გადასვლისას. როცა განსახლებას ბაბთისებურობა ახასიათებს, მაშინ ქსელი სუსტი თანაბრობით ხასიათდება. გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ მოვლენის ასეთი „ადგილობრივი“ დახასიათება რუკაზე მეტად დეტალურ სურათს იძლევა და შეიძლება ხელი შეგვიშალოს განსახლების ზოგად კანონზომიერებათა აღთქმაში, მაგრამ ასახული მოვლენის შემდგომი გარდაქმნა-განზოგადება კვლევის პროცესში მისი წარმატებით გამოყენების სრული გარანტიაა. რა თქმა უნდა, განსახლების კარტომეტრიული ანალიზის საფუძველზე შექმნილი რუკები გეოგრაფიულ სურათს მკვეთრად სქემატურს ხდის, ვიდრე, მაგალითად, ხალხმრავლობის ან კიდევ დასახლებულ პუნქტთა ტიპების რუკები. მაგრამ ისინი, როგორც დამხმარე საშუალება, შეიძლება სასარგებლო იყოს განსახლების ცალკეული ტიპების გავრცელების საზღვრების დადგენისათვის. განსაკუთრებით კი იმ შემთხვევებში, როცა ვიზუალური შეფასება სარწმუნო გადაწყვეტილებას ვერ იძლევა. ისინი შეიძლება დაგეგმარებითი სამუშაოებისათვის გამოდგეს, როგორც განსახლების ტერიტორიული ანალიზის კიდევ ერთი დამატებითი რუკა (ნახ. 53)



ნახ. 53.

რა თქმა უნდა, ქსელის კარტომეტრიულმა მაჩვენებელმა არ შეიძლება შეცვალოს განსახლების გეოგრაფიული ანალიზის სხვა ფორმები, მაგრამ მათი განსაზღვრულობა და შეპირისპირება სხვადასხვა გეოგრაფიული რაიონების მონაცემებთან სინამდვილის სუბიექტური აღქმის თავიდან აცილების გარანტიაა.

თავი VII

რუკაზე დისკრეტული განლაგების მქონე მოვლენის კარტომეტრიულ-მათემატიკური ანალიზი

1. ზოგადი არსი

რუკაზე დისკრეტული განლაგების მქონე მრავალი მოვლენა, რომლებიც გეოგრაფიისა და მისი მონათესავე მეცნიერებათა მიერ შეისწავლება, შეიძლება მოდელირებული იქნეს წერტილთა სისტემით. მსგავსი აბსტრაჰირება ხშირად გამოიყენება ისეთ მოვლენათა შესწავლისას, როგორიცაა მცენარეულობათა ერთობლიობა, დასახლებულ პუნქტთა კომპლექსი, ტბების ჯგუფები, კუნძულები, პლანეტარული სისტემები და ა. შ. მსგავს მოვლენათა მოდელირება წერტილთა სიმრავლით მოვლენის სივრცითი განლაგების კანონზომიერებათა განსაზღვრის საშუალებას იძლევა, რაც თავის მხრივ ხელს უწყობს მოვლენათა შორის არსებულ უფრო ღრმა რიცხვითი კავშირების გამოვლენას. ჩვენის აზრით, სხვა ტრადიციულ მეთოდებთან ერთად, გეოგრაფიაში კვლევის მძლავრ საშუალებად შეიძლება გამოდგეს უახლოესი მეზობლობის მეთოდი.

რთულ მოვლენათა ცალკეულ გამოვლინებებსა და სხვა მოვლენებთან მათი კავშირების დახასიათებისას მანძილების გამოყენების იდეა სრულებითაც არ არის ახალი. ასე, მაგალითად, ჯერ კიდევ 1947 წ. ს. ვ. ვიქტოროვმა გამოაქვეყნა შრომა (15), რომელშიც აეროფოტოსურათებზე ჩატარებული გაზომვების საფუძველზე, მცენარეთა ცალკეულ გამოსახულებებს შორის, განსაზღვრა ტაკირების ზედაპირის ხასიათი და მთელი რიგი ჰიდროლოგიური პროგნოზები გააკეთა. ხოლო უახლოესი მეზობლობის მეთოდის მათემატიკური დასაბუთება მოგვცა პ. კლარკმა და ფ. ევანსმა (36).

ეს მეთოდი, რომელიც შემდგომ ვითარდებოდა ეკოლოგიაში (36, 40), ფართოდ გამოიყენეს საზღვარგარეთელმა ეკონომისტ-გეოგრაფებმა (37, 39) დასახლებული პუნქტების სისტემების შესწავლაში. საბჭოთა მეცნიერები-

დან ამ მეთოდის დანერგვაში მნიშვნელოვანი შრომა გასწია ი. ვ. მედვედკოვმა (22, 23). დასანანია, რომ მიუხედავად მისი შრომებისა, უახლოესი მეზობლობის მეთოდმა, საბჭოთა გეოგრაფებში ფართო გამოყენება ვერ ჰპოვა. ზოგიერთ შრომაში (12, 21), სადაც კი გამოყენებულია უახლოესი მეზობლობის მეთოდი, ვერ არის გამოყენებული მკაცრი მათემატიკური მიდგომა და დაშვებულია რიგი შეცდომები. ამასთან, ჩვენი შეხედულებებით, ეჭვგარეშეა, რომ ეს მეთოდი უახლოესი მეზობლობისა და მისი შემდგომი განვითარება, საშუალებას მოგვცემს წერტილთა სისტემის მათემატიკური აღწერისა (რაც წერტილთა სისტემაში ცენტრალიზაციის ტენდენციის რიცხვობრივი შეფასების პირობაა) და ისეთი მრავალი პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისა, როგორიცაა ტყის სიხშირის განსაზღვრა, დასახლებული პუნქტების სიხშირის განსაზღვრა და სხვ. მრავალი.

წერტილთა სისტემით მოდელირებული მოვლენის შესწავლა გეოგრაფიაში, უფრო ხშირად, ხორციელდება გეოგრაფიული რუკებით ან აეროფოტოსურათებით. ამიტომ შემდგომში მოცემული შინაარსის მიმდინარეობა დაკავშირებულია წერტილთა სისტემებთან, რომლებიც სიბრტყეზეა განლაგებული, თუმცა ძირითადი დებულების გამოყენება შეიძლება გავრცელდეს სამგანზომილებიან სიბრტყეზე განლაგებულ წერტილთა სისტემაზეც.

2. წერტილთა რეგულარული სისტემები

სანამ გადავიდოდეთ მაჩვენებლებზე, რომელიც ახასიათებს ნებისმიერ წერტილთა სისტემას, განვიხილოთ რეგულარულ წერტილთა სისტემები, რომელთა წერტილები განლაგებულია წესიერი მრავალკუთხედის წვეროებზე და მთლიანად ფარავს მოცემულ სიბრტყეს. მსგავსი სისტემები შეიძლება განისაზღვროს შეფარდებით:

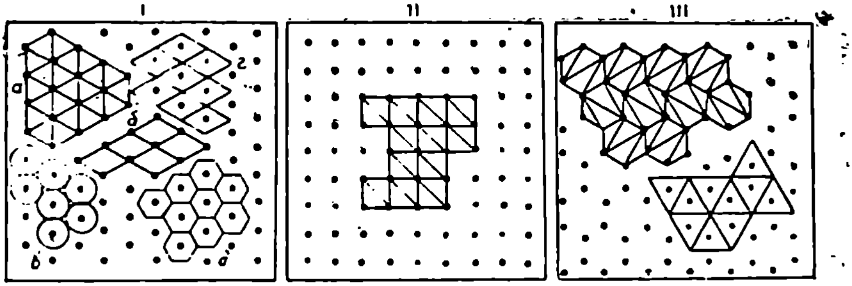
$$n=\frac{2}{K-2}; \quad k=\frac{2n}{n-2}. \qquad (85)$$

აქ n მრავალკუთხედის წვეროთა რიცხვია, k — მეზობელ წერტილთა რიცხვი, სადაც ამ წერტილებამდე მანძილები ტოლია.

როგორც ჩანს, პირველი განტოლება მთელ რიცხვთა სამი ამოხსნის საშუალებას იძლევა: I. $n=3$ და $k=6$; II. $n=4$ და $k=4$; III. $n=6$ და $k=3$. ამრიგად, რეგულარულ წერტილთა სისტემები ჩვენს პრაქტიკაში შეიძლება შედგებოდეს მხოლოდ წერტილებისაგან, რომლებიც განლაგე-

ბულნი იქნებიან წესიერი სამკუთხედის, კვადრატების ან წესიერი ექვსკუთხედის წვეროებზე.

54-ე ნახაზზე მოცემული პირველი სისტემა, რომლის წერტილებიც ემთხვევა მომიჯნავე წესიერი სამკუთხედის წვეროებს (ნახ. 54, а). შეიძლება განისაზღვროს ასევე სისტემაც, რომლის წერტილებიც განლაგებულია მცირე დიაგონალის მქონე ტოლგვერდებიან მომიჯნავე რომბების ცენტრში (54, г); ასევე სისტემად მიიჩნევა წერტილები, როცა ისინი განლაგებული არიან რომბის წვეროებზე (54, б); ურთიერთმხებ წრეების ცენტრში (54, в) და ის შემთხვევაც სისტემაა, როცა წერტილები განლაგებულნი არიან წესიერი ექვსკუთხედების ცენტრებში (ნახ. 54, д).



ახ. 54.

სწორად მოიქცა მ. კ. ბოჩაროვი (12), რომ მან б და г სისტემები გააიგივა და წერტილთა სისტემის მიერ დაკავშირებულ ფართობსა, სისტემაში არსებული წერტილების რიცხვსა და წერტილებს შორის უმოკლეს მანძილებს შორის დამოკიდებულების სწორი ფორმულა მოგვცა. მაგრამ *а* და *б* სისტემებისათვის, ზემოთ აღნიშნული დამოკიდებულებისათვის, იგი იძლევა განსხვავებულსა და ამავე დროს არასწორ ფორმულებს. ეს შეცდომა მის მიერ განმეორებულია შემდგომშიც (12). მეორე და მესამე რეგულარული სისტემა ასევე შეიძლება სხვაგვარად განისაზღვროს, რაც ნათლად ჩანს II და III სქემიდან (ნახ. 54).

სისტემაში ერთ წერტილზე მოსული ფართობი აღვნიშნოთ q-თი, მაშინ მანძილი უახლოეს მეზობლამდე, განხილულ I, II, III რეგულარულ სისტემაში შეიძლება განისაზღვროს ფორმულებით:

$$d_{\mathrm{I}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}}\sqrt{q}\approx 1{,}075\sqrt{q};\quad d_{\mathrm{II}}=\sqrt{q};$$

$$d_{\mathrm{III}}=\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}\sqrt{q}\approx 0{,}877\sqrt{q}. \tag{86}$$

წერტილთა ერთნაირი სიმკვიდროვის შემთხვევაში $\frac{1}{q}$, უახლოესი მანძილები დაკავშირებული იქნებიან დამოკიდებულებით:

$$d_{\mathrm{II}}=\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}d_{\mathrm{I}}\approx 0{,}931\, d_{\mathrm{I}};\quad d_{\mathrm{III}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}d_{\mathrm{I}}\approx 0{,}816\, d_{\mathrm{I}}. \tag{87}$$

როგორც განხილული რეგულარული სისტემიდან ჩანს, მაქსიმალური მანძილი უახლოეს მეზობლამდე ექნება პირველ სისტემას. ძნელი არ არის ვაჩვენოთ, რომ ყოველნაირ, ნებისმიერ წერტილთა სისტემაში მანძილის მოსალოდნელი მათემატიკური სიდიდე უახლოეს მეზობლამდე d_{I} სიდიდეზე მცირე იქნება. ამ აზრით I სისტემას შეიძლება დაერქვას იდეალური და ნ. ვ იზმაილოვას (21) მიერ გამოყენებულ ფორმულას ჩვენს აღნიშვნებში ექნება შემდეგი სახე:

$$d_n=\sqrt{\frac{2q}{\sqrt{3}}}.$$

d_n სიდიდის შეფარდება d_{I}-თან ტოლი იქნება $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, რაც შეუძლებელია იზმაილოვას ფორმულის მიხედვით წერტილთა სისტემის არსებობა სიბრტყეზე.

გარკვეულ ინტერესს წარმოადგენს განხილულ რეგულარულ წერტილთა სისტემებში ექვს უახლოეს მეზობელს შორის საშუალო მანძილის განსაზღვრა; ცხადია, რომ პირველ სისტემაში ეს სიდიდე ტოლი იქნება d_I, მეორეში:

$$\frac{2+\sqrt{2}}{3}d_{\mathrm{II}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\frac{+1}{\sqrt{3}}d_{\mathrm{I}}\approx 1{,}059\, d_{\mathrm{I}},$$

ხოლო მესამეში:

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2}d_{\mathrm{III}}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}d_{\mathrm{I}}\approx 1{,}115\, d_{\mathrm{I}}.$$

წერტილთა სისტემის ანალიზის დროს შეიძლება გამოვიყენოთ შემდეგი ხერხი. წერტილები ერთმანეთს უკავშირდებიან ხაზებით, რომლე-

ბიც ერთმანეთს არ კვეთენ და მიიღება სამკუთხედების ქსელი წერტილების შეერთებისას უპირატესობა ეძლევა უმოკლეს მონაკვეთებს. ცხადია, რომ ამ პირობის დროს სამკუთხედების სისტემა ერთი მნიშვნელობით განისაზღვრება. როგორც ჩანს, მოდა და წერტილების რაოდენობის მათემატიკური მოსალოდნელობა, რომლებთანაც სისტემის ნებისმიერი წერტილი იქნება დაკავშირებული, ტოლი იქნება ექვსის. ყოველი წერტილი აუცილებლად იქნება შეერთებული თავის ორ მეზობელ წერტილთან. მესამე მეზობელ წერტილთან აუცილებელი დაკავშირება უკვე აღარ მოხდება. მართლაც, ორ მეზობელ წერტილსა და მესამე მეზობელი წერტილისაკენ არსებულ მიმართულებებს შორის მოქცეული კუთხის შემთხვევაში, 60° — 180°-მდე, შეიძლება აღმოჩნდეს, რომ მანძილი პირველ მეზობლამდე ნაკლები იქნება, ვიდრე საწყის წერტილსა და მესამე უახლოეს მეზობელს შორის. ამ შემთხვევაში, სამკუთხედების ქსელის აგების პირობის თანახმად, წერტილი ვერ იქნება შეერთებული თავის მესამე უახლოეს მეზობელთან. მსგავსი შეზღუდვა განეკუთვნება ასევე მეოთხეს, მეხუთესა და მეექვსე მეზობელს. ამრიგად, ზოგადი შემთხვევისას სამკუთხედების სისტემაში, რომელიც სიბრტყეს მთლიანად ფარავს, ექვს უახლოეს მეზობლებამდე მდებარე გვერდების საშუალო სიგრძე მეტი იქნება საშუალოზე. მ. კ. ბოჩაროვი (12, 21) თვლის, რომ ზემოთ აღნიშნული მეთოდით მიღებულ წერტილთა ნებისმიერი სისტემისათვის სამკუთხედების გვერდების სიგრძეთა საშუალო მნიშვნელობა (წერტილთა ერთნაირი სიმჭიდროვისას), ტოლია I რეგულარულ სისტემაში უახლოეს მეზობლამდე არსებული მანძილისა, ე. ი. d_{I} სიდიდის.

ამ მტკიცებაში არსებული შეცდომის დემონსტრირება შეიძლება მეორე და მესამე რეგულარული სისტემის მაგალითზე. ამ სისტემისათვის სამკუთხედების ქსელი ნაჩვენებია 54-ე ნახაზზე (II, III), ხოლო ამ სამკუთხედების გვერდების საშუალო მნიშვნელობა შესაბამისად ტოლი იქნება:

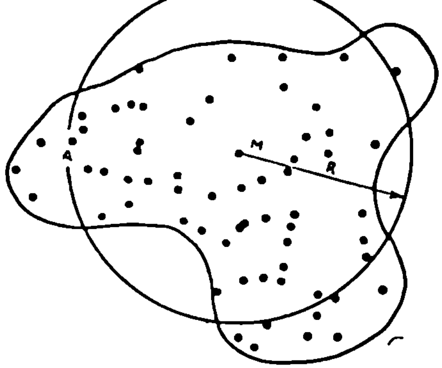
$$\text{მეორე სისტემისათვის} — \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt[4]{3}}\, d_{\mathrm{I}} \approx 1{,}059\, d_{\mathrm{I}},$$

$$\text{მესამე სისტემისათვის} — \frac{5+2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}}\, d_{\mathrm{I}} \approx 1{,}152\, d_{\mathrm{I}},$$

რაც ბოჩაროვის მტკიცებას უარყოფს

3. შემთხვევითი განლაგების მქონე წერტილთა სისტემა

წერტილთა შემთხვევითი განლაგების სისტემა საინტერესოა არა მარტო იმიტომ, რომ მისი საშუალებით წარმატებით შეიძლება მოდელირება სინამდვილის საგნებისა და მოვლენებისა, არამედ იმიტომაც, რომ წერტილთა რთულ სისტემაში იგი წარმოადგენს დეცენტრალიზაციისა და კონცენტრაციის ტენდენციების დადგენის პირველ საშუალებას. ამ სისტემაში პირველ მეზობლამდე მანძილსა და წერტილთა სიმჭიდროვეს შორის დამოკიდებულება პირველად მიიღო პ. ხერტცმა (42). აქაც და შემდგომშიაც წერტილთა სისტემაში პირველ მეზობლამდე მანძილში ვიგულისხმებთ ამ მანძილის მათემატიკურ მოსალოდნელობას.



ნახ. 55.

პ. ხერტცის დასკვნიდან საყურადღებო დასკვნები გამოიტანა პ. კლარკმა და ფ. ევანსმა (36), რომელიც შემდგომ ი. ვ. მედვედკოვმა გაამარტივა (22). მიუხედავად ამისა, მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ აქ მოგვეტანა ამ დამოკიდებულების კიდევ ერთი ვარიანტი, რომელიც ზემოთ აღნიშნულისაგან რამდენადმე განსხვავდება.

განვიხილოთ A უბანი, რომელსაც აქვს ნებისმიერი ფორმა, S ფართობი და შეიცავს შემთხვევით განლაგებულ წერტილთა (პუასონის განლაგება) N რაოდენობას (ნახ. 55). ავირჩიოთ M წერტილი, იგი მივიჩნიოთ წრის ცენტრად და A უბნის ტოლდიდი ფართობი ავაგოთ R რადიუსით. თუ წარმოვიდგენთ, რომ წრის გარეთ მდებარე წერტილები განლაგებული არიან წრეში, მაშინ ნათელი იქნება, რომ წერტილთა სიმჭიდროვე წრეში ტოლი იქნება საწყისი სიმჭიდროვის:

$$\frac{1}{q} = \frac{N}{S}.$$

წარმოვიდგინოთ უსაზღვროდ დიდი რაოდენობის წრეები M ცენტრითა და r_i რადიუსით, რომელიც მოქცეულია ნულიდან R საზღვრებში. როცა

ერთი წრიდან გადავდივართ მეორეში (მეზობელში), მივიღებთ ნაზრდებს რადიუსებში და ეს ნაზრდი აღვნიშნოთ d_r-ით. ამ პროცესში წარმოქმნილი რგოლების ფართობები განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$dS_k = \pi(2r_k - dr)\,dr:$$

აქ k რგოლის ნომერია, რომელიც M წერტილიდან აითვლება, ხოლო r_k — რგოლის გარეთ დარჩენილი რადიუსი. რა თქმა უნდა, $r_k = Kd_r$. ანალოგიურად მივიღებთ:

$$dS_{k+1} = \pi(2_{rk} + dr)\,dr.$$

P_1 ალბათობა იმისა, რომ M წერტილთან პირველივე უახლოესი მეზობელი ხვდება პირველსავე რგოლში, პროპორციულია ამ რგოლის ფართობისა, წერტილთა რაოდენობისა და უკუპროპორციულია S ფართობისა

$$P_1 = \frac{dS_1}{S}(N-1).$$

P_2 ალბათობა იმისა, რომ უახლოესი მეზობელი აღმოჩნდება მეორე რგოლში, პირდაპირპროპორციული იქნება რგოლის ფართობისა, წერტილთა რაოდენობისა (ერთის გარდა) და იმ ალბათობისა, რომ უახლოესი მეზობელი ვერ მოხვდა პირველ რგოლში და უკუპროპორციული იქნება იმ ტერიტორიისა, რომელშიც პირველი რგოლის ფართობში არ შედის:

$$P_2 = \frac{dS_2}{S - dS_1}(N-1)(1-P_1).$$

თუ k ნომრის მქონე ფართობის ანალიზს მოვახდენთ ანალოგიური გზით, მაშინ მივიღებთ:

$$P_k = \frac{dS_k}{S - \sum_1^{k-1} dSi}(N-1)\left[1 - \sum_1^{k-1} P_i\right],$$

ხოლო $k+1$ ნომრის რგოლისათვის გვექნება:

$$P_{k+1} = \frac{dS_{k+1}}{S - \sum_1^{k} dS_i}(N-1)\left[1 - \sum_1^{k} Pi\right].$$

თუ უკანასკნელ გამოსახულებას გამოვაკლებთ მომდევნოს და გავამარტივებთ, მივიღებთ:

$$P_{k+1} - P_k \equiv dP = -P_k\left[2\pi(N-2)\frac{r_k\,dr}{S-\pi r_k^2} - \frac{dr}{r_k}\right].$$

ალბათობის დიფერენციალიდან, პირველ უახლოეს მეზობლამდე $d\varphi(r)$ მანძილის განაწილების ფუნქციის dP დიფერენციალზე გადასვლისას მივიღებთ:

$$d\varphi(r) = \varphi(r)\left[2\pi(N-2)\frac{r\,dr}{S-\pi r k^2} - \frac{dr}{r}\right],$$

ხოლო ინტეგრირებისა და გამარტივების შემდეგ

$$\varphi(r) = C_r\,(S-\pi r^2)^{N-2}.$$

მუდმივი C ინტეგრირების განსაზღვრისათვის გამოვიყენებთ შეფარდებას:

$$\int_0^R \varphi(r)\,d_r = 1,$$

აქედან

$$C = 2\pi\,\frac{N-1}{S^{N-1}}.$$

წერტილების შემთხვევითი განლაგების დროს პირველ უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილების დიფერენციალური ფუნქციისათვის საბოლოოდ გვექნება:

$$\varphi(r) = \frac{2\pi(N-1)\,r}{S}\left(1-\frac{\pi r^2}{S}\right)^{N-2}. \qquad (88)$$

88-ე ფორმულის კონტროლისათვის ვიყენებთ იმ შეფარდებას, როცა $N=2$, ამ შემთხვევაში იგი გადადის შემდეგ გამოსახულებაში:

$$\varphi(r) = \frac{2}{R^2}\,r,$$

რომლის სისწორე ადვილად მოწმდება. ამ შემთხვევაში წრეში ცენტრალური წერტილის გარდა ერთი წერტილის არსებობისას განაწილების დიფერენციალური ფუნქცია გამოიხატება სწორი ხაზით.

$F(r)$ განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებიდან:

$$F(r)=\int_0^r \varphi(r)\,dr,$$

თუ მასში 88-ე ფორმულიდან ჩავსვამთ $\varphi(r)$ მნიშვნელობას, მაშინ გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$F(r)=1-\left(1-\frac{\pi r^2}{S}\right)^{N-1}. \tag{89}$$

მიღებული განაწილება მოდასთან ერთად r_{mod} წარმოადგენს ერთმოდალურს.

$$r_{mod}=\sqrt{\frac{S}{\pi}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2N-3}}\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{q}. \tag{90}$$

და აქვს დადებითი ასიმეტრია.

რამდენადმე გარდავქმნათ ფორმულა 89:

$$F(r)=1-\left[\left(1-\frac{\pi r^2}{S}\right)^{-\frac{S}{\pi r^2}}\right]^{-\frac{\pi r^2}{S}N\left(1-\frac{1}{N}\right)}.$$

N მაღალი მაჩვენებლის დროს, $F(r)$ ფუნქცია პრაქტიკულად ერთისტოლი ხდება, როცა r სააღრიცხვო ტერიტორიული ერთეულის ხაზობრივ ზომებთან შედარებით მცირე მნიშვნელობა აქვს. ამიტომ ამ შემთხვევისათვის $\frac{\pi r^2}{S}$ სიდიდე ასევე მცირე იქნება და გამოსახულება, რომელიც წინა ფორმულაში კვადრატულ ფრჩხილებშია მოქცეული, შეიძლება შეიცვალოს e სიდიდით (ნატურალური ლოგარითმის ფუძე) მსგავს შეცვლას მივყავართ შეფარდებითი შეცდომისაკენ, რომელიც დაახლოებით ტოლია $\frac{\pi r^2}{2S}$. თუ უგულებელვყოფთ მრგვალ ფრჩხილებში მოქცეულ ხარისხში მყოფ მეორე წევრს და შევიტანთ $q\equiv\frac{S}{N}$, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$F(r)=1-e^{-\frac{\pi r^2}{q}}. \tag{9 }$$

ამ სახით, განაწილების ინტეგრალური კანონი მოცემული აქვთ პ. კლარკს, ფ. ევანსსა და ი. მედვედკოვს (22).

ძნელი არ არის 92-ე ფორმულის მიხედვით მივიღოთ გამოსახულება, რომელიც პირველ უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილების დიფერენციალური კანონისათვის გამოდგება.

$$\varphi(r)=\frac{2\pi}{q}re^{-\frac{\pi}{q}r^2}. \tag{92}$$

როგორც ეტყობა, 92-ე გამოსახულება წარმოადგენს ვაიბულის განაწილების კერძო შემთხვევას

$$\varphi(x)=2ax^{m-1}e^{-ax^m},$$

როცა $m=2$.

92-ე ფორმულა ასევე შეიძლება უშუალოდ მივიღოთ 88-დან. განაწილების დახასიათებისათვის განვსაზღვროთ საწყისი v_k მომენტი, ცხადია, რომ

$$v_k\equiv MO(r^k)=\int_0^R r^k\varphi(r)\,dr.$$

აქედან:

$$v_k=\frac{2\pi}{q}\int_0^R r^{k+1}e^{-\frac{\pi}{q}r^2}dr,$$

თუ ჩავსვამთ $t\equiv\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}}r$, მივიღებთ:

$$v_k=2\left(\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{\pi}}\right)^k\int_0^{\sqrt{N}}t^{k+1}e^{-t^2}dt. \tag{93}$$

ძნელი არ არის ვუჩვენოთ, რომ 93-ე ფორმულაში ინტეგრალის ზედა ზღვარი, სიზუსტის დარღვევის გარეშე, შეიძლება შევცვალოთ ∞ სიდიდით. მაშინ პირველი ოთხი საწყისი მომენტისათვის შესაბამისად მივიღებთ:

$$v_1\equiv MO(r)=\frac{\sqrt{q}}{2};\quad v_2=\frac{q}{\pi},$$

$$v_3=\frac{3}{4\pi}q\sqrt{q};\quad v_4=2\frac{q^2}{\pi^2}. \tag{94}$$

ყურადღება უნდა მივაქციოთ იმას, რომ (პირველ საწყის მომენტში) მათემატიკური მოსალოდნელობა ორჯერ მცირეა, ვიდრე მეორე რეგულარული სისტემის შესაბამისი მნიშვნელობა.

განაწილების μ_k ცენტრალური მომენტებისათვის გამოსახულებას მივცეთ $D(r)$ დისპერსია და $\sigma(r)$ სტანდარტი:

$$\mu_2 = D(r) \equiv v_2 - v_1^2 = \frac{4-\pi}{4\pi} q;$$

$$\mu_3 \equiv v_3 - 3v_1 v_2 + 2v_1^3 = \frac{\pi - 3}{4\pi} q \sqrt{q};$$

$$\mu_4 = v_4 - 4v_3 v_1 + 6v_2 v_1^2 - 3v_1^4 = \frac{32 - 3\pi^2}{16\pi^2} q^2: \tag{95}$$

$$\sigma(r) \equiv \sqrt{\mu_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4-\pi}{\pi} q} = \sqrt{\frac{4-\pi}{\pi}} MO(r).$$

აქედან E ექსცესისათვის და ასიმეტრიის Sk მაჩვენებლისათვის გვექნება შემდეგი მნიშვნელობა:

$$E \equiv \frac{\mu^4}{\mu_2^2} - 3 \approx +0{,}245;$$

$$S_k \equiv \frac{\mu_3}{\sigma^3} = +0{,}079.$$

განტოლების დიფერენცირებითა და ნამრავლის ნულისადმი გატოლებით შეიძლება განისაზღვროს განხილული განაწილების მოდა:

$$r_{mod} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{q} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} MO(r) \approx 0{,}798\, MO(r). \tag{96}$$

ეს გამოსახულება ემთხვევა 90-ე ფორმულას.

91-ე ფორმულის მარცხენა ნაწილში თუ ჩავსვამთ $\frac{1}{2}$, განაწილების r_{med} მედიანისათვის მივიღებთ მნიშვნელობას:

$$r_{med} = \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \sqrt{q} \approx 0{,}939\, MO(r). \tag{97}$$

განაწილების ფუნქციის ნორმირებისათვის 91-ე და 92-ე ფორმულებში ჩავსვათ $t \equiv \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{q}} r$, რომლითაც 93-ე ფორმულის გამოყვანისას ვისარგებლეთ. სიდიდე t ტოლი უნდა იყოს r სიდიდის q ტოლდიდი ფართობის r_0 წრის

რადიუსის სიდიდესთან შეფარდებისა, რომელიც სისტემიდან ერთ წერ-ტილზე მოდის, ე. ი. $t=\frac{r}{r_0}$. მაშინ წერტილთა შემთხვევითი r_0 განლა-გებისას უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილების ინტეგრალური და დიფერენციალური კანონის ფუნქციისათვის მივიღებთ გამოსახულებას:

$$F(t)=1-e^{-t^2}, \tag{98}$$

$$\varphi(t)=2te^{-t^2}. \tag{99}$$

ასეთი ნორმირებული განაწილების ძირითად მაჩვენებლებს ექნება შემ-დეგი მნიშვნელობა:

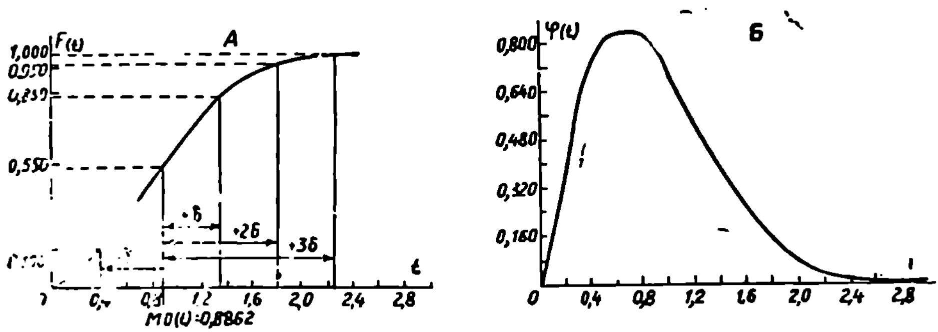
$$MO(t)=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\approx 0{,}8862;$$

$$\sigma(t)=\frac{\sqrt{4-\pi}}{2}\approx 0{,}4633;$$

$$t_{med}=\frac{1}{\sqrt{2}}\approx 0{,}7071; \quad E\approx +0{,}245$$

$$t_{med}=\sqrt{\ln 2}\approx 0{,}8326; \quad S_k\approx +0{,}954.$$

98-ე და 99-ე ფორმულების მიხედვით გამოთვლილია მე-20 ცხრილი და 56-ე ნახაზზე მოცემული გრაფიკი.



ნახ. 56. *A* ინტეგრალური და *B* დიფერენციალური მრუდები.

განხილული განაწილების ნორმალურ განაწილებასთან შედარებისათვის შეიძლება გამოდგეს ექსცესის სიდიდე და ასიმეტრიის მაჩვენებელი. ასევე ინტერესს იმსახურებს t მნიშვნელობის მიღების ალბათობის სიდიდის გან-

ცხრილი № 20

პირველ უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილების დიფერენციალური და ინტეგრალური ფუნქცია

t	$\varphi(t)$	$F(t)$	t	$\varphi(t)$	$F(t)$
1	2	3	1	2	3
0,0	0,000	0,000	1,6	0,247	0,923
0,1	0,198	0,010	1,7	0,189	0,944
0,2	0,384	0,039	1,8	0,141	0,961
0,3	0,548	0,086	1,9	0,103	0,973
0,4	0,682	0,148	2,0	0,073	0,982
0,5	0,779	0,221	2,1	0,052	0,988
0,6	0,837	0,302	2,2	0,035	0,992
0,7	0,857	0,387	2,3	0,023	0,995
0,8	0,844	0,472	2,4	0,014	0,997
0,9	0,801	0,555	2,5	0,009	0,998
1,0	0,736	0,632	2,6	0,006	0,999
1,1	0,656	0,702	2,7	0,004	1,000
1,2	0,568	0,763	2,8	0,002	1,000
1,3	0,479	0,816	2,9	0,001	1,000
1,4	0,349	0,859	3,0	0,001	1,000
1,5	0,316	0,895			

საზღვრა, რომელიც მათემატიკური მოსალოდნელობით გადაიხრება ერთი (σ), ორი (2σ) და სამი (3σ) სტანდარტით, და ამ სიდიდეთა ნორმალური განაწილების შესაბამის მნიშვნელობებთან შედარება. მსგავსი შედარება მოცემულია 21-ე ცხრილში.

ამოვხსნათ პატარა მაგალითი განაწილების ინტეგრალური ფუნქციის მნიშვნელობის გამოყენებაზე.

მაგალითი: ტყის 4 ჰექტარის მქონე ფართობზე განლაგებულია 2500 ხე. მივიჩნიოთ, რომ ამ ხეებს ფართობზე განლაგების შემთხვევითი ხასიათი აქვს, განვსაზღვროთ ხეების პროცენტული შედგენილობა, რომლებიც მასივში მდებარე სხვა ხეებისაგან დაშორებულია არა უმცირეს 5 მეტრისა. ეს არის წერტილოვან სისტემაში შემთხვევით განლაგებული წერტილებიდან უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილების მრუდები.

ამოხსნა: $q=16$ მ^2 და $r=5$ მ, $t=2{,}13$. როგორც ვხედავთ

$$P\,(r \geqslant 5 \text{ მ}) = 1 - F\,(2{,}13) = 1 - 0{,}989 = 0{,}011 = 1{,}1\%.$$

92-ე ფორმულის ანალოგიურად, რომელიც წერტილთა შემთხვევითი განლაგებისას გამოხატავს პირველ მეზობელ წერტილამდე არსებული მან-

ცხრილი № 21

შესწავლილი განაწილების შედარება ნორმალურ განაწილებასთან

ალბათობები	წერტილოვან სისტემაში შემთხვევით განლაგებული წერტილებიდან უახლეს მეზობლამდე მანძილის განაწილება	ნორმალური განაწილება
$P[(l-MO(l))] > \sigma(l)$	0.674	0,683
$P[(l-MO(l))] < 2\delta(l)$	0,963	0,954
$P[(l-MO(l))] < 3\delta(l)$	0,994	0,997

ძილის სიმჭიდროვეს, n რაოდენობას მეზობელ წერტილებამდე არსებული მანძილების სიმჭიდროვის განაწილებას მივცეთ ფორმულა, რომელიც პირველად მოიყვანა გ. ტომსონმა (43). ჩვენს აღნიშვნებში მას ექნება შემდეგი სახე:

$$\varphi(r_n) = \frac{2}{(n-1)!}\left(\frac{\pi}{q}\right)^n r_n^{2n-1}\, e^{-\frac{\pi}{q} r^{2n}}. \tag{100}$$

როცა $n=1$ მივიღებთ:

$$\varphi(r_1) = \frac{2\pi}{q}\, re^{-\frac{\pi}{q} r_1^2},$$

ე. ი. 92-ე ფორმულის იდენტურს $n=2$ შემთხვევაში მეორე უახლოესი მეზობლისათვის შესაბამისად მივიღებთ:

$$\varphi(r_2) = 2\left(\frac{\pi}{q}\right)^2 r_2^3\, e^{-\frac{\pi}{q} r_2^2} \quad \text{და ა. შ.}$$

ძნელი არ არის დავადგინოთ ის მსგავსება, რომელიც არსებობს მე-100 ფორმულით გამოთვლილ განაწილებასა და „χ"-ხი კვადრატის" მეთოდით გამოთვლილ განაწილებას შორის. მართლაც, თუ ჩავსვამთ:

$$\frac{2\pi}{q} r_n^2 = \chi = \chi^2$$

და შესაბამისად ამისა:

$$\frac{4\pi}{q} r_n\, dr_n = d_\chi,$$

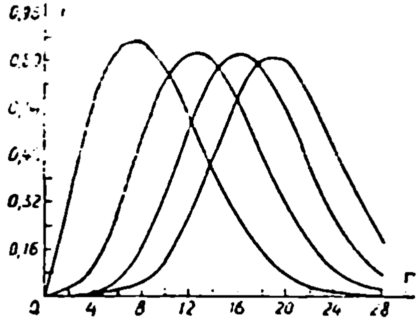
გამარტივების შემდეგ მივალთ ფორმულამდე:

$$\varphi(\chi) = \frac{1}{2^n(n-1)}\, \chi^{n-1}\, e^{-\frac{\chi}{2}}.$$

აქ ჩავსვათ $n=\frac{k}{2}$, მივიღებთ მოვლენის განაწილების „χ^2" ცნობილ ფორმულას:

$$\varphi(\chi)=\frac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}\chi^{\frac{k}{2}-1}e^{-\frac{\chi}{2}}.$$

იმისათვის, რომ ეს ფორმულა მე-100 ფორმულის შესაბამისი იყოს, აუცილებელია, რომ k სიდიდემ მიიღოს ისეთი მნიშვნელობები, რომლებიც ტოლი იქნება 3, 5, 7, 9 და ა. შ.



ნახ. 57.

პირველ ოთხ უახლოეს მეზობლამდე მანძილების განაწილების სიმჰიდროვის გრაფიკი მოცემულია 57-ე ნახაზზე. განაწილების პირველი და მეორე საწყისი მომენტები განისაზღვრება ფორმულებით:

$$\nu_1(r_n)=\frac{(2n)!\,n}{(2_n n!)^2}\sqrt{q}\equiv MO(r_n). \qquad (101)$$

და

$$\nu_1(r_n)=\frac{n}{\pi}q. \qquad (102)$$

ხოლო დისპერსია:

$$D(r_n)=\nu_2(r_n)-\nu_1^2(r_n). \qquad (103)$$

22-ე ცხრილში მოყვანილია მაჩვენებლები ორი საწყისი მომენტის და დისპერსიისა პირველი ექვსი უახლოესი მეზობლებისათვის.

ცხრილი № 22

საწყისი მომენტისა და დისპერსიის სიდიდე

n	$\nu_1(r_n)$	$\nu_2(r_n)$	$D(r_n)$	n	$\nu_1(r_n)$	$\nu_2(r_n)$	$D(r_n)$
1	0,5000 $\sqrt{q}$	0,3183 q	0,0683 q	4	1,0938 $\sqrt{q}$	1,2732 q	0,0770 q
2	0,7500	0,6366	0,0741	5	1,2305	1,5916	0,0775
3	0,9375	0,9549	0,0760	6	1,3535	1,9099	0,9778

გამოვიყენებთ რა სტირლინგის ფორმულას:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\, n^n e^{-n}\left(1+\frac{1}{12n}+\frac{1}{288n^2}\right),$$

გავამარტივოთ (100)

$$\nu_1(r_n)=\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}}\sqrt{q}\left(1-\frac{1}{8n}+\frac{1}{128n^2}\right). \qquad (104)$$

როცა n-ის მნიშვნელობები დიდია, მაშინ შეიძლება მივიჩნიოთ, რომ;

$$\nu_1(r_n)\approx\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}}\sqrt{q}.$$

შევნიშნავთ, რომ წერტილთა რეგულარული სისტემისათვის 104-ე ფორმულა წარმატებით შეიძლება გამოვიყენოთ მიახლოებითი გამოთვლების საქმეში.

104-ე ფორმულის გამოყენებით დისპერსიისათვის მივიღებთ მიახლოებით ფორმულას:

$$D(r_n)\approx\frac{q}{4\pi}\left(1-\frac{1}{8n}\right). \qquad (105)$$

როგორც ჩანს, n სხვაობის ზრდა პირველ საწყის მომენტსა და მომდევნო მნიშვნელობებს შორის მცირდება, როგორც 105-ე ფორმულიდან ჩანს, დისპერსია, რომელიც $\frac{q}{4\pi}$-ის ტოლია, იღვწის რა ზღვარისაკენ, იცვლება ძალზე მცირედ; n-ის ზრდისას განაწილების მრუდეებს შორის სხვაობა თანაბრდება. ამრიგად, პირველ უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილება წარმოადგენს კარგ მაჩვენებელს ნებისმიერ სისტემაში, წერტილთა სიახლოვით შემთხვევით სისტემაში განაწილების შეფასებისათვის.

4. პირველი უახლოესი მეზობლობის მეთოდი

შესასწავლ წერტილთა სისტემის დახასიათებისას, პირველ უახლოეს მეზობლამდე მანძილების განაწილების პარამეტრები, უმჯობესია შედარდეს განხილულ წერტილთა შემთხვევითი განლაგების მქონე სისტემის ანალოგიურ პარამეტრებთან. პ. კლარკი და ფ. ევანსი (42), შესასწავლ სისტემაში წერტილთა შემთხვევითი განლაგებისას წერტილების განაწილების სა-

წყისი მომენტისათვის გვთავაზობს საშუალო მანძილის შეფარდებას $\bar{r}_1$ პირველ უახლოეს მეზობლამდე, ე. ი. შეფარდებას

$$R=\frac{\bar{r}_1}{\tau_1} \tag{106}$$

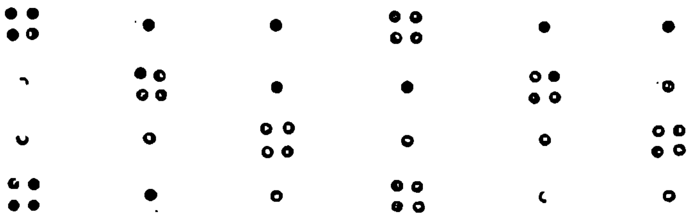
ბუნებრივია, რომ წერტილთა ნებისმიერ აზრისეულ სისტემაში R სიდიდეს ექნება ისეთი მნიშვნელობები, რომლებიც მოქცეულია

$$2{,}149\approx\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}}\geqslant R\geqslant 0$$

შორის. R მაქსიმალურ მნიშვნელობას იძენს I რეგულარულ სისტემაში, მეორე რეგულარული სისტემისათვის $R=2{,}000$, მესამისათვის $R=\frac{4\sqrt[4]{3}}{3}\approx 1{,}755$, როცა $R<1$, მაშინ ნათელია, რომ სისტემაში გვაქვს წერტილთა კონცენტრაციის ტენდენცია, ე. ი. ბირთვის ფორმირების ტენდენცია. როცა $R>1$, მაშინ, პირიქით, დეცენტრალიზაციის ტენდენციაა, მაგალითად, თუ სასოფლო განსახლების, ან კიდევ მოსახლეობის მომსახურების ობიექტების განლაგება თავისი ხასიათით ახლოა შემთხვევით განლაგებასთან და ამ შემთხვევაში R სიდიდე ახლო იქნება ერთთან, მაშინ ამ განლაგებაში R სიდიდე ერთზე მეტი იქნება. R მაჩვენებლის ღირსება მრავალ ავტორს აქვს აღნიშნული და მისი გამოყენების მიზანშეწონილობა ეჭვს არ იწვევს. თუმცა, ისეთი სისტემისათვის, სადაც ერთნაირადაა წარმოდგენილი კონცენტრაციისა და ბირთვებს შორის დეცენტრალიზაციის ტენდენცია, ამ მაჩვენებლის გამოყენება სასარგებლო შედეგს არ მოგვცემს. ასე, მაგალითად, 58-ე ნახაზზე ნაჩვენებ წერტილთა სისტემისათვის, რომლებშიც კვანძებში არსებულ წერტილებს შორის მანძილის შეფარდება ცალკე მყოფ წერტილებს შორის არსებულ მანძილებთან ტოლია $\frac{3}{\sqrt{2}}-2$, R ის მაჩვენებლის მნიშვნელობა ერთის ტოლი იქნება, თუმცა ნათელია, რომ განხილული სისტემა წერტილების განაწილების ხასიათის მიხედვით ძალზე შორს დგას შემთხვევითისაგან.

ჩვენი შეხედულებით, R-ის მაჩვენებელი მოსახერხებელია მხოლოდ ცენტრალიზაციის ტენდენციის დახასიათებისათვის. ამ შემთხვევაში მისი

სიდიდე მოქცეული იქნება ერთის ფარგლებში, როცა ტენდენცია ცენტრალიზაციისაკენ არ შეინიშნება, ხოლო ნულის ფარგლებში იქნება მაშინ, როცა სისტემაში არსებული ცალკეული წერტილები არ შეესატყვისებიან ბირთვში კონცენტრირებულს. ამ კუთხით, მიზანშეწონილად მიგვაჩნია



ნახ. 58.

გამოვიყენოთ არა R-ის მაჩვენებელი, არამედ $\nu_{ц} \equiv 1 - R$ სიდიდე, რომელიც კონცენტრაციის ხარისხს უფრო ლოგიკურად ასახავს, ამრიგად, კონცენტრაციის ხარისხს დავახასიათებთ $\nu_{ц}$-თი.

$$\nu_{ц} = 1 \frac{\bar{r}_1}{\tau_1} = 1 - R, \quad 0 \leqslant \nu_{ц} \leqslant 1. \tag{107}$$

ახლა განვიხილოთ R-ისა და $\nu_{ц}$-ს გეომეტრიული არსი. წარმოვიდგინოთ, რომ წერტილთა შემთხვევითი განლაგების სისტემაში დაიწყო კონცენტრაციის, ანუ წერტილთა ბირთვის წარმოშობის პროცესი. დასკვნების გაადვილების მიზნით მივიჩნიოთ, რომ ბირთვის წერტილებს შორის მანძილები ძალზე მცირეა, ვიდრე საკუთრივ ბირთვებსა და იმ წერტილებს შორის არსებული მანძილები, რომლებიც ბირთვებში არ არიან მოქცეულნი, ამიტომ ჩვენ ბირთვის არეში მოქცეულ წერტილებს შორის მანძილებს მივიჩნევთ ნულის ტოლად.

აღვნიშნოთ, რომ N წარმოადგენს სისტემის წერტილების საერთო რიცხვს, n — ბირთვში მოქცეულ წერტილთა რაოდენობას, u — ბირთვის რაოდენობას, ხოლო e — ბირთვებში მოქცეულ წერტილთა საშუალო რაოდენობას, t ცალკე არსებულ წერტილთა რიცხვია, S არის შექმნილ ბირთვში წერტილთა რაოდენობის შეფარდება, სისტემის წერტილთა საერთო რაოდენობასთან. მაშინ გვექნება:

$$N = n + t; \; n = e \cdot u; \; S = \frac{n}{N}.$$

თუ მსგავსი ქსელის ელემენტებად მივიჩნევთ როგორც თვით ბირთვს, ასევე მისგან ცალკე არსებულ წერტილებს, მაშინ ნათელია, რომ ქსელის ელემენტების რიცხვი ტოლი იქნება ჯამის $t+u$. მივიჩნევთ რა, რომ კვანძებისა და ცალკეული წერტილების განლაგება კვლავ შემთხვევითად დარჩა, მაშინ R-ის სიდიდე პროპორციული იქნება კვადრატული ფესვისა იმ რიცხვიდან, რომელიც მიიღება წერტილთა საერთო რაოდენობისა (N) და ქსელის ელემენტების ($t+u$) შეფარდებით, ასევე, ცალკეული წერტილების t რიცხვისა და წერტილთა საერთო რაოდენობის (N) ფარდობისა.

ამრიგად, მსგავსი ქსელისათვის გვექნება:

$$R=\frac{t}{\sqrt{N}\sqrt{t+u}}\,; \quad \nu_{п}=1-\frac{t}{\sqrt{N}\sqrt{t+u}} \tag{108}$$

ან:

$$R=\frac{1-S}{\sqrt{1-S\left(1-\frac{1}{e}\right)}} \tag{109}$$

როცა S მცირე მაჩვენებლით ხასიათდება და e მნიშვნელოვანი სიდიდეა, მაშინ შეიძლება გამოვიყენოთ მიახლოებითი ფორმულა

$$R\approx\sqrt{1-S}.$$

დეცენტრალიზაციის ამსახველ მაჩვენებლად შეიძლება მივიჩნიოთ $\nu_{д}$ მაჩვენებელი, რომელიც განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\nu_{д}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(R-1). \tag{110}$$

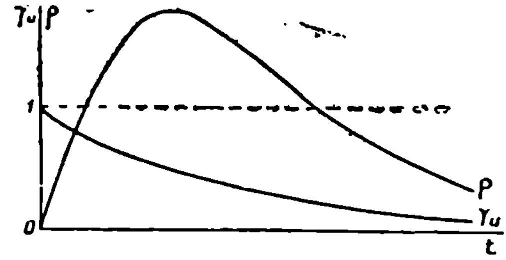
ნათელია, რომ $\nu_{д}$ სიდიდე ასევე იცვლება ნულიდან ერთამდე. ერთის ტოლ მნიშვნელობას იგი მიიღებს I რეგულარულ სისტემაში.

გამოვიყენებთ რა 109-ე ფორმულის გამოყვანის პრინციპს, მივიღებთ განხილული განაწილების ρ დისპერსიის შეფარდებას წერტილთა შემთხვევით განაწილების დისპერსიასთან, ელემენტარულ განმარტებათა მოყვანის გარეშეც შეიძლება მივიღოთ საბოლოო გამოსახულება:

$$\rho=\frac{t}{t+u}\cdot\frac{4N-\pi t}{N(4-\pi)}. \tag{111}$$

როცა ქსელში თავისუფალი წერტილები არაა და გვაქვს მხოლოდ შემთხვევით განაწილებული ბირთვები, მაშინ ρ სიდიდე ტოლია ნულის.

თავისუფალი წერტილების რაოდენობის ზრდასთან ერთად ρ გაიზრდება და მიაღწევს თავის მაქსიმუმს. შემდეგ უკვე წერტილთა შემთხვევით განაწილების სისტემაში, თავისუფალი წერტილების ზრდასთან ერთად ρ მცირდება და უტოლდება ერთს. როდესაც საქმე გვაქვს დეცენტრალიზაციასთან, მაშინ სიდიდე ρ ხელახლა მიიღებს მნიშვნელობას, რომელიც ნულსა და ერთს შორის მდებარეობს და რეგულარულ სისტემაში იგი ნულის ტოლი ხდება. როცა ერთდროულად გვაქვს ბირთვისა და დეცენტრალიზაციის ტენდენცია (ნახ. 59), მაშინ ρ სიდიდე უფრო რთულ ხასიათს ღებულობს. 59-ე ნახაზზე სქემატურად არის გამოსახული ν_u და ρ სიდიდეთა ცვლილების ტენდენცია როგორც t-ს ფუნქცია, როცა N და u მდგრადი მაჩვენებლით ხასიათდება.



ნახ. 59.

ფაქტია, რომ დეცენტრალიზაციის დროს ასიმეტრიის კოეფიციენტი გაიზრდება აბსოლუტური სიდიდით და დარჩება დადებითად. ექსცესი კი თავისი სიდიდით იქნება უარყოფითი და ისევე, როგორც ასიმეტრიის მაჩვენებელი, ასახავს ცენტრალიზაციის ხარისხს. როგორც ჩანს, წერტილთა ნებისმიერი გამოკვლევისას შეიძლება რეკომენდებული იქნეს ν და ρ მაჩვენებლების ერთდროული გამოყენება. ასევე შესაძლებელია გამოვიყენოთ ექსცესის სიდიდე და ასიმეტრიის მაჩვენებელიც.

თუ მიღებული მაჩვენებლები ასაბუთებს, რომ წერტილთა განაწილების სარწმუნო მტკიცება ახლოა წერტილთა შემთხვევით განაწილებასთან ან წინასწარ ნაგულისხმევ მსგავს სიახლოვესთან, მაშინ ვისარგებლებთ ფორმულით

$$MO(r) = \frac{\sqrt{q}}{2},$$

მივიღებთ უბრალო შეფარდებას

$$N = \frac{S}{4\bar{r}^2}. \tag{112}$$

ეს საშუალებას მოგვცემს შევასრულოთ S ფართობზე განლაგებულ წერტილთა რაოდენობის შემთხვევით განაწილების გამოკვლევა, პირველ უახლოეს მეზობლამდე ემპირიულად მიღებული $\bar{r}$ საშუალო მანძილის

გამოყენებით. რაც უფრო ზუსტად იქნება განსაზღვრული $\overline{r}$, მით უფრო ზუსტად განისაზღვრება წერტილთა საერთო რაოდენობა N.

112-ე ფორმულამ პრაქტიკაში შეიძლება ფართო გამოყენება პოვოს განსახლებისა და მოსახლეობის კულტურულ-საყოფაცხოვრებო მომსახურების დაწესებულებათა ქსელის შესწავლისას.

ნ. უახლოესი მეზობლობის მეთოდი

წერტილთა ნებისმიერი სისტემის შესწავლისას პირველ უახლოეს მეზობლამდე მანძილის განაწილების მაჩვენებლის გამოყენებასთან ერთად შეიძლება განვიხილოთ პირველი საწყისი მომენტების კომპლექსი n რაოდენობის უახლოეს მეზობლამდე და შევასრულოთ შეფასება შემთხვევითი განაწილების შესაბამის პირველ საწყის მომენტთან. ეს მოგვცემს არა მარტო ცენტრალიზაციის ტენდენციის რიცხვობრივი შეფასების, არამედ ბირთვებში წერტილთა მეტ-ნაკლები რაოდენობის გამოვლენის საშუალებასაც, ე. ი. e სიდიდეს.

კვლევის პროცესი შემდეგნაირად გვაქვს წარმოდგენილი: განსახილველი წერტილთა სისტემისათვის, n რაოდენობა უახლოეს მეზობლამდე, ემპირიულად განისაზღვრება პირველი საწყისი მომენტები: $t_1(r_1)$; $t_1(r_2), \ldots t_1(r_n)$, შემდეგ მიიღება შეფარდება:

$$R_1 = \frac{t_1(r_1)}{\tau_1(r_1)}; \quad R_2 = \frac{t_1(r_2)}{\tau_1(r_2)}, \ \ldots R_n = \frac{t_1(r_n)}{\tau_1(r_n)}. \tag{113}$$

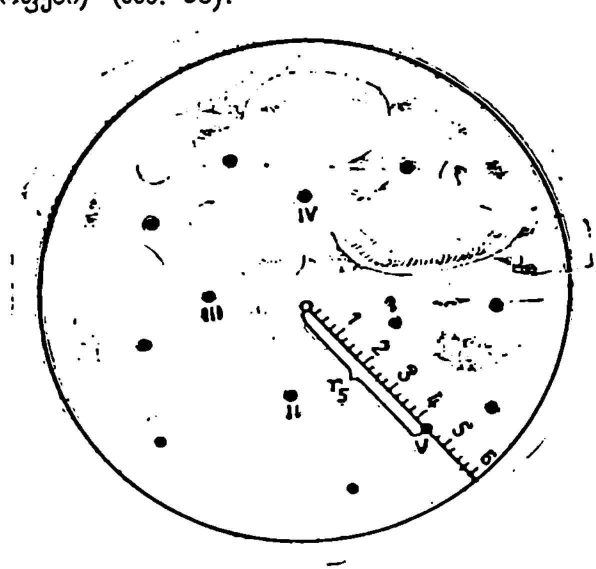
როცა $R_i < 1$ ფაქტია, რომ სისტემაში ადგილი აქვს ბირთვის ჩამოყალიბების ტენდენციას, არა უმცირეს i რაოდენობის წერტილით. წინააღმდეგ შემთხვევაში ასეთი რიგის კონცენტრაცია სისტემაში არ იქნება. ფაქტია, რომ 53-ე ნახაზზე გამოსახული წერტილთა სისტემისათვის შეფარდება R_1, R_2, R_3 და R_4 ერთზე ნაკლები იქნება.

წერტილთა სისტემაში n რიცხვის უახლოეს მეზობლამდე მაქსიმალურად შესაძლებელი მანძილის მათემატიკური მოსალოდნელობის განსაზღვრისათვის მოვიყვანოთ ფორმულა:

$$MO(r)_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\sqrt{n} \cdot \sqrt{q}. \tag{114}$$

მეთოდის შემდგომი დამუშავების გარეშეც ნათელია, რომ უახლოეს მეზობლამდე მანძილების გაზომვა რუკებზე არ წარმოადგენს სირთულეს,

თუ ჩვენ ხელთ გვაქვს წინასწარ დამზადებული გამჭვირვალე წრიული ოპერატორი (პალეტი), რომლის მონიშნულ რადიუსზეც წარმოდგენილია სკალა (დანაყოფები) (ნახ. 60).



ნახ. 60.

6. კარტოგრაფიული გამოსახულების შემცირება და გადიდება

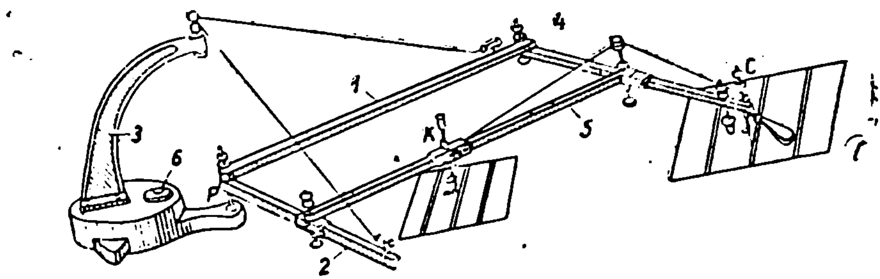
კარტოგრაფიული გამოსახულების შემცირების ან გადიდების მიზნით გამოიყენება გრაფიკული, ფოტომექანიკური, ოპტიკური, მექანიკური ხერხი და პროპორციული ფარგალი. ქვემოთ განვიხილავთ მხოლოდ უკანასკნელ ორს.

1. მექანიკური ხერხებიდან უფრო ხშირად პანტოგრაფირებას მიმართავენ.

პანტოგრაფი შედგება ოთხი შტანგისაგან, რომლებიც ერთმანეთთან შეერთებული არიან სახსრებით და ქმნიან მოძრავ პარალელოგრამს. P წერტილს ხელსაწყოს პოლუსი ეწოდება და პანტოგრაფის ბრუნვის წერტილს წარმოადგენს. C წერტილში იმყოფება შემოსავლები წვეტანა. K წერტილში დამაგრებულია ფანქარი, რომელიც იმეორებს C წვეტანის მოძრაობას შემცირებულად. ფანქრიდან შემოსავლებ წვეტანამდე გაბმულია ძაფი, რომლითაც ფანქარს მაღლა სწევენ საჭირო შემთხვევაში. 2,

4 და 5 შტანგებზე დატანილია მილიმეტრული დანაყოფები და მათზე დამაგრებულია მცოცავი ქუროები. პანტოგრაფის დაყენების დროს სამივე ქუროს ერთსა და იმავე მნიშვნელობაზე ამაგრებენ.

პანტოგრაფის შემოწმების მთავარი პირობა ისაა, რომ მისი დაყენების შემდეგ წერტილები ერთ სწორ ხაზზე უნდა მდებარეობდნენ (ნახ. 61).



ნახ. 61. პანტოგრაფი.

როდესაც პანტოგრაფს დააყენებენ და შეამოწმებენ, შემოსავლებთ წვეტის ქვეშ დადებენ კარტოგრაფიულ მასალას. K ფანქრის ქვეშ კო— რუკის ორიგინალის ფუძეს და მოახდენენ მათ ორიენტირებას, ანუ ერთმანეთის მიმართ სწორ განლაგებას.

თუ შემოსავლებ C წვეტანას დავამთხვევთ კარტოგრაფიული გამოსახულების რომელიმე კონტურს და დინჯად, ბიძგების გარეშე თანდათან გავაყოლებთ წვეტანას ამ კანტურს, ფანქარი ორიგინალზე შემოხაზავს იმავე ფორმის გამოსახულებას საჭირო შემცირებით.

პანტოგრაფის დაყენებისათვის სარგებლობენ ფორმულით:

$$\frac{M}{m}=\frac{y}{d}, \tag{115}$$

სადაც

$$y=\frac{M}{m}\cdot d \tag{116}$$

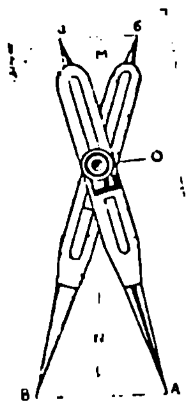
M კარტოგრაფიული მასალის რიცხვითი მასშტაბის მნიშვნელია;
m — შესადგენი რუკის რიცხვითი მასშტაბის მნიშვნელი;
y — პანტოგრაფის დაყენების საძიებელი მნიშვნელობა;
d — პანტოგრაფის სიგრძე.

მაგალითი: გამოვთვალოთ პანტოგრაფის დაყენების სიდიდე, თუ პანტოგრაფის სიდიდე $d=600$ მმ, კარტოგრაფიული მასალის მასშტაბი $\frac{1}{M}=\frac{1}{50\,000}$, რუკის შედგენის ორიგინალის მასშტაბი კი $\frac{1}{200\,000}$.

$$y=\frac{50\,000}{200\,000}\cdot 600\ \text{მმ}=\frac{1}{4}\cdot 600\ \text{მმ}=150\ \text{მმ}.$$

პანტოგრაფით გამოსახულების დატანის სიზუსტე მერყეობს $\pm 0,2$ მმ-დან $\pm 0,3$ მმ-მდე.

ყოველთვის უნდა გვახსოვდეს, რომ პანტოგრაფის გამოყენება მაშინ შეიძლება, თუ კარტოგრაფიულ მასალას და შესადგენ რუკას ერთი და იგივე პროექცია აქვთ.



ნახ. 62.

2. პროპორციული ფარგალი. შესადგენ რუკაზე დამატებითი კარტოგრაფიული მასალებიდან ზოგიერთი საჭირო მონაცემის დასატანად გამოიყენება პროპორციული ფარგალი (ნახ. 62).

პროპორციული ფარგალი შედგება aA და $бB$ ორი ლაჭისაგან, რომლებიც დაკავშირებული არიან ერთმანეთთან მოძრავი O-სახსრიანი ღილაკით. ფარგლის ერთ ფეხზე დატანილია დანაყოფები. $aOб$ და BOA სამკუთხედების მსგავსებიდან შეგვიძლია დავწეროთ, რომ

$$\frac{aO}{OA}=\frac{бO}{OR} \quad \text{ან} \quad \frac{aб}{AB}=\frac{MO}{ON}. \tag{117}$$

თუ მოძრავი ღილაკის ინდექსს შევუთავსებთ 2-ს და დავამაგრებთ, მაშინ როგორც არ უნდა გავშალოთ და დავკეცოთ ფარგალი, $aб$ ლაჭი სულ მუდამ ორჯერ ნაკლები იქნება AB ლაჭთან შედარებით.

შემცირების შემთხვევაში ფარგლის AB გაშლით იღებენ საჭირო მონაკვეთს კარტოგრაფიული მასალიდან. მას რუკის ორიგინალზე $aб$ მონაკვეთი შეესაბამება.

დანართი № 1

ზომის სისტემები სხვადასხვა ქვეყნებში

ზომის მეტრული სისტემა პირველად გამოიყენეს საფრანგეთში, XVIII საუკუნის დასასრულს. საბჭოთა კავშირში მეტრული სისტემა შემოიღეს 1918 წელს, ხოლო 1927 წლის პირველი იანვრიდან მთლიანად აიკრძალა ზომის სხვა სისტემის ერთეულის გამოყენება.

1. ზომის მეტრული ერთეულები

ა) ხაზის ზომის

მილიმეტრი (მმ) = 1000 მიკრონს = 0,001 მეტრს
სანტიმეტრი (სმ) = 10 მილიმეტრს = 0,01 „
დეციმეტრი (დმ) = 10 სანტიმეტრს = 0,1 „
მეტრი (მ) = 100 სანტიმეტრს = 10 დეციმეტრს
კილომეტრი (კმ) = 10 ჰექტომეტრს = 1000 მეტრს

ბ) ფართობის ზომის

კვადრატული მილიმეტრი (კვ. მმ ან მმ²) = 0,000 001 მ²
კვადრატული სანტიმეტრი (სმ²) = 100 მმ² = 0,0001 მ²
კვადრატული დეციმეტრი (დმ²) = 100 სმ² = 0.01 მ²
კვადრატული მეტრი (მ²) = 100 დმ²
არ (ა) = 1000 მ²
ჰექტარი (ჰა) = 100 არს = 10 000 მ²
კვადრატული კილომეტრი (კმ²) = 100 ჰექტარს = 1,000,000 მ²

2. ზომის ინგლისური სისტემა

ზომის ინგლისური სისტემა ყველაზე უფრო ძველია.

ინგლისური ზომის სისტემის ერთეულები

ა) ხაზის ზომის

ხაზი (Line) მცირე = 2,12 მმ, დიდი — 2,5 მმ
დიუმი (Inch) = 12 ხაზს მცირეს ან 10 დიდ ხაზს = 2,539 სმ
ნეილი (Nail) = 5,71 სმ
ჰენდი (Hand) = 4 დიუმს = 10,16 სმ
ლინკ (Link) = 20,12 სმ
სპენი (Span) = 4 ნეილს = 22,86 სმ
ფუტი (Foot) = 3 ხენდს = 30,48 სმ
პეის (Pace) = 2,5 ფუტს = 76,19 სმ
იარდი (Yard) = 3 ფუტს = 91,44 სმ = 16 ნეილს
ფატომი (Fathom) = 2 იარდს = 1,83 მ = 8 სპენს
როდი (Rod) = 5,5 იარდს = 5,03 მ
პოლი, რომელიც სატყეო მეურნეობაში გამოიყენება (Woudland pole) = 3 ფატომს = 5,49 მ
პოლი — პლანტაციისათვის (Plantation pole) = 7 იარდს = 6,401 მმ
ჩეინი (Chain) = 4 როდს = 20,12 მ
ფარლონგი (Furlong) = 10 ჩეინს = 1000 ლინკს = 201,17 მ
მილი (Mile) = 8 ფარლონგი = 1,609 კმ
ლიგა (League) = 3 მილს = 4,828 კმ

ბ) ფართობის ზომის

კვადრატული ხაზი (Square line) მცირე = 4,48 მმ², დიდი = 6,45 მმ²
კვადრატული დიუმი (Square inch) = 144 მცირე ხაზის კვ = 100 დიდი ხაზის კვ = 6,45 სმ²
კვადრატული ფუტი (Square foot) = 144 კვ. დიუმს = 929,03 სმ²
კვადრატული იარდი (Square yard) = 9 კვ ფუტს = 8361,26 სმ²
კვადრატული ფატომი (Square fathom) = 4 კვ იარდს = 3,34 მ²
კვადრატული როდი (Square rod) = 25,29 მ²
კვადრატული ჩეინი (Square chain) = 16 კვ როდს = 4,047 აკრს
აკრი (Acre) = 10 კვ ჩეინს = 40,47 აკრის
მიწის იარდი (Yard of Land) = 30 აკრს = 12,14 ჰა
ხაიდა (Hide) = 100 აკრს = 40,47 ჰა
კვადრატული მილი (Square mile) = 640 აკრს = 258,99 ჰა

3. ამერიკის შეერთებულ შტატებში ინგლისურ სისტემაში შეტანილი ცვლილებები

ა) ხაზის ზომის

დიუმი (Inch) = 2,54 სმ
ფუტი (Foot) = 12 დიუმს = 30,48 სმ
იარდი (Yard) = 3 ფუტს = 91 44 სმ
როდ, პერჩი, პოლი (Rod, perch, pole) = 5,4 იარდს = 5,03 მ
ჩეინი (Chain) = 4 როდს = 20,12 მ
ჩეინი საინჟინრო = 100 ფუტს = 30,48 მ
ფარლონგი (Furlong) = 10 ჩეინს = 201,11 მ
მილი (Mile, statutory) = 8 ფარლონგს = 1,609 კმ
საზღვაო მილი (Mile nautical) = 1,853 კმ

ბ) ფართობის ზომის

კვადრატული დიუმი (Square inch) = 6,45 სმ^2
კვადრატული ფუტი (Square foot) = 144 კვ დიუმს = 929,03 სმ^2
კვადრატული იარდი (Square yard) = 9 კვ ფუტს = 8361 სმ^2
კვადრატული როდი (Square rod) = 40 კვ როდს = 10,12 ა
აკრი (Acre) = 40,47 მ^2
სექცია (Section) = 259 ჰა

გეოგრაფიული მილი (გერმანული) = ეკვატორის $\frac{1}{15^\circ}$, რაც ტოლია 7,420 კმ.

საზღვაო მილი გამოიყენება ზღვაზე მანძილების გასაზომად. სსრკ-ში და რიგ ქვეყნებში იგი განისაზღვრება როგორც განედის 1′-იანი რკალის სიგრძე და ტოლია 1,852 კმ-ის.

4. ხაზისა და ფართობის ზომის ძველი რუსული ერთეულების შეფარდება მეტრულ სისტემასთან

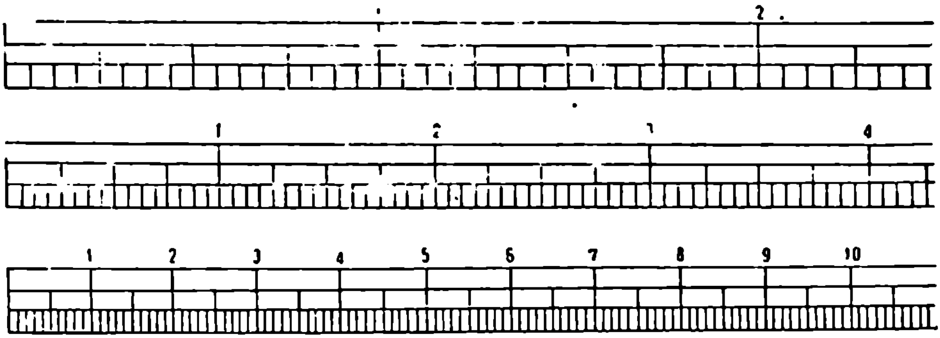
ა) ხაზის ზომის

საჟენი = 3 არშინს = 7 ფუტს = 2,1336 მეტრს
ვერსი = 500 საჟენს = 1,06680 კმ

არშინი = 16 გოჯს = 28 დიუმს = 71,12 სმ
გოჯი = 17,5 ხაზს = 4,44 სმ
ფუტი = 12 დიუმს = 6,85 გოჯს = 30.4 სმ
დიუმი = 10 ხაზს = 2,54 სმ
ხაზი = 10 წერტილს = 0,25 სმ
წერტილი = 0,0008 ფუტს = 0,025 სმ

ბ) ფართობის ზომის

კვადრატული საჟენი = 9 კვ არშინს = 49 კვ ფუტს = 4,552 მ² =
= 2,045 არამს
კვადრატული ვერსი = 250 000 კვ საჟენს = 1,138 კმ²
დესეტინა = 2400 კვ. საჟენს = 113,8 ჰა
კვადრატული არშინი = 256 კვ გოჯს = 784 კვ დიუმს = 0,505 მ²
კვადრატული გოჯი = 3,062 კვ დიუმს = 19,7580 სმ²
კვადრატული ფუტი = 144 კვ დიუმს = 47,02 კვ გოჯს = 0,093 მ²
კვადრატული დიუმი = 100 ხაზის კვ = 0,0069 კვ ფუტს = 6,451 სმ²



ნახ. 63. გოჯი, დიუმი, სანტიმეტრი.

ხაზის ზომის ზოგიერთი უძველესი ერთეული

ფუტი (ბაბილონურ-სპარსული) = 0,3308 მ.
ფუტი (ფინიკიურ-ეგვიპტური) = 0,3543 მ.
ფუტი (ბერძნული) = 0,296 მ.
იდაყვი = 0,444 მ.
ორგია = 1,776 მ (კოლხური შესატყვისი = 1,78)[1].

[1] მისი შესაბამისი კოლხური ორგიის ზომის განსაზღვრა ეკუთვნის ავტორს.

სტადიონი (ატიკური) = 177,6 მ., ოლიმპიური = 192,27 მ.
სხენი (ეგვიპტური) = 5,5 კმ = 30 სტადიონს.
ფარსანგი (სპარსული) = 6,24 კმ.

დანართი № 2

ხაზის სიგრძის ზომის გადაყვანის ცხრილი[1]

საჟენი	არშინი	გოჯი	ფუტი	დიუმი	მეტრი
1	3,0000	48,000	7,0000	84,0000	2.1336
0,3333	1	16,000	2,3333	28,000	0,7112
0,0208	0,0625	1	0,1458	1,7500	0,0444
0.1499	0,4286	6,8571	1	12,0000	0,3048
0.0119	0,0357	0,5714	0,0883	1	0,0254
0.4687	1,4061	22,4076	3,2809	39,3708	1

დანართი № 3

φ	S	მერიდიანის 1°-იანი რკალის სიგრძე მეტრებში	პარალელის 1°-იანი რკალის სიგრძე მეტრებში	$\lg r - \lg N \cos \varphi$	$\lg N \operatorname{ctg} \varphi$
1	2	3	4	5	6
0°	0	110 576	111 321	6.804 701	—
1	110 576		111 305	6.804 636	8.562 780
2	221 153	110 577	111 254	6.804 438	8 266 619
3	331 732	110 579	111 070	6.804 110	8.085 309
4	442 312	110 580	111 052	6.803 649	7.960 065
5	552 895	110 583	110 901	6.803 057	7.862 761
6	663 482	110 587	110 716	6.802 331	7.783 097
7	774 072	110 590	110 497	6.802 474	7.715 579
8	884 668	110 596	110 245	6.800 482	7.656 927
9	995 263	110 600	109 960	6.799 557	7.605 024
10	1 105 875	110 607	109 641	6.798 097	7.558 426
11	1 216 488	100 613	109 289	6.795 701	7.516 102
12	1 327 108	110 620	108 904	6.795 163	7.477 290
13	1 437 737	110 629	108 487	6.793 499	7.441 411
14	1 548 373	110 636	108 036	6.791 690	7.403 065
15	1 658 019	110 646	107 552	6.789 742	7.376 796

[1] მეტრები არშინებში რომ გადავიყვანოთ, ამისათვის არშინების სვეტში უნდა მოვძებნოთ რიცხვი, რომელიც მეტრების სვეტში არსებული ერთის გასწვრივ ზის. მაშინ გვექნება 1 მეტრი = 1,4061 არშინს, ხოლო 1 არშინი = 0,7112 მეტრს.

1	2	3	4	5	6
16	1 769 675	110 656	107 036	6.787 653	7.347 305
17	1 880 341	110 666	106 488	6.785 422	7.319 487
18	1 991 017	110 676	105 907	6,783 016	7 293 034
19	2 101 706	110 689	105 294	6.780 525	7.267 884
20	2 212 406	110 700	104 649	6,777 857	7.243 805
21	2 323 118	110 712	103 972	6.775 040	7 220 701
22	2 433 844	110 726	103 264	6.772 071	7.198 496
23	2 544 583	110 739	102 524	6.768 949	7 177 071
24	2 655 336	110 753	101 752	6.765 672	7.156 359
25	2 766 103	110 767	100 952	6,762 237	7.136 238
26	2 876 886	110 783	100 119	6 758 641	7,116 799
27	2 987 683	110 793	99 257	6.754 882	7.097 835
28	3 098 497	110 814	98 364	6.750 957	7.079 347
29	3 209 326	110 829	97 441	6.746 862	7 063 291
30	3 320 172	110 846	96 488	6,742 695	7,043 626
31	3 431 035	110 863	95 506	6.738 153	7.026 313
32	3 541 915	110 880	94 495	6.733 530	7.009 321
33	3 652 813	110 898	93 455	6.728 724	6.992 615
34	3 763 728	110 915	92 386	6.723 730	6,976 669
35	3 874 662	110 931	91 290	6.718 544	6.959 953
36	3 985 613	110 951	90 165	6.713 162	6.913 943
37	4 095 584	110 971	89 013	6.707 577	6.928 115
38	4 207 573	110 939	87 831	6,701 755	6.912 443
39	4 318 580	111 007	86 628	6 695 780	6 896 909
40	4 429 627	111 027	85 395	6.689 557	6.881 489
41	4 540 614	111 047	84 137	6.683 108	6.866 165
42	4 651 719	111 065	82 852	6.676 426	6.850 916
43	4 762 804	111 085	81 542	6.669 506	6.835 722
44	4 873 903	111 101	80 203	6 662 338	6.820 567
45	4 935 032	111 124	73 848	6.654 914	6.805 429
46	5 095 276	111 141	77 465	9.647 226	6.790 292
47	5 207 339	111 163	76 057	6.639 283	6 775 136
48	5 318 521	111 182	74 627	6.631 016	6.759 943
49	5 429 723	111 202	73 173	6.622 474	6 744 694
50	5 540 944	111 221	71 697	6.613 623	6.730 369
51	5 652 185	111 241	70 199	6.604 453	6.713 950
52	5 763 445	111 260	68 679	6.594 948	6.698 416
53	5 874 723	111 278	67 138	6.585 093	6.682 745
54	5 986 021	111 298	65 577	6.574 873	6.666 916
55	6 097 337	111 316	63 995	6,564 270	6.550 906

1	2	3	4	5	6
56	6 208 672	111 335	62 394	6.553 264	6.634 690
57	6 320 025	111 353	60 773	6.541 335	6.618 243
58	6 431 395	111 370	59 134	6.529 959	6.601 538
59	6 542 783	111 388	57 476	6.517 611	6.584 546
60	6 654 189	111 406	55 801	6.504 764	6.567 233
61	6 765 612	111 423	54 108	6.491 387	6.549 568
62	6 877 051	111 439	52 399	6.477 447	6.531 512
63	6 988 506	111 455	50 674	6 462 905	6 513 024
64	7 099 978	111 472	48 933	6.447 721	6.494 060
65	7 211 465	111 487	47 176	6.431 847	6.474 571
66	7 322 957	111 502	45 405	6.415 231	6.454 501
67	7 434 483	111 516	43 621	6.397 814	6,433 758
68	7 546 014	111 531	41 822	6.379 530	6,412 364
69	7 657 558	111 544	40 011	6.360 301	6,390 149
70	7 769 116	111 558	38 187	6.340 040	6.367 054
71	7 880 686	111 570	36 352	6.318 646	6.342 976
72	7 992 268	111 582	34 505	6.296 002	6.317 796
73	8 103 862	111 594	32 647	6.271 970	6.291 374
74	8 215 467	111 605	30 780	6.246 587	6.263 545
75	8 327 082	111 615	28 902	6.219 058	6 234 114
76	8 438 707	111 625	27 016	6.189 749	6.202 845
77	8 550 341	111 634	25 122	6.158 174	6.169 450
78	8 661 948	111 643	23 219	6.123 975	6.133 571
79	8 773 635	111 651	21 310	6.086 705	6,094 759
80	8 885 293	111 658	19 394	6.045 786	6.052 434
81	8 996 958	111 665	17 472	6.000 456	6.005 836
82	9 108 629	111 671	15 544	5 949 687	5 953 934
83	9 220 306	111 677	13 612	5.892 032	5.895 282
84	9 331 987	111 681	11 675	5.825 378	5.827 764
85	9 443 673	111 686	9 736	5.746 444	5.748 100
86	9 555 362	111 689	7 791	5.649 737	5.650 796
87	9 667 053	111 691	5 846	5.524 956	5.525 551
88	9 778 747	111 694	3 898	5.348 977	5.349 242
89	9 890 442	111 695	1 949	5.048 014	5.048 031
90	10 002 137	111 695	0		—

ნატურალურ ტრიგონომეტრიულ სიდიდეთა ცხრილი

0	'	sin	d.	csc	d.	tg	d.	ctg	d.	sec	cos	'	0
	0	0.000	9	∞		0.000	9	∞		1.000	1.000	0	90
	30	0.009	8	114.59		0.009	8	114.59		1.000	1.000	30	
1	0	0.017	9	57.299		0.017	9	57.290		1.000	1.000	0	89
	30	0.026	9	38.202		0.026	9	38.188		1.000	1.000	30	
2	0	0.035	9	28.654		0.035	9	28.636		1.001	0.999	0	88
	30	0.044		22.926		0.044		22.904		1.001	0.999	30	
			8				8						
3	0	0.052	9	19.107		0.052	9	19.081		1.001	0.999	0	87
	30	0.061	9	16.580		0.061	9	16.350		1.002	0.998	30	
4	0	0.070	8	14.336		0.070	9	14.501		1.002	0.998	0	86
	30	0.078	9	12.745		0.079	8	12.7 6		1.003	0.997	30	
5	0	0.087	9	11.474		0.087	9	11.430		1.004	0.996	0	85
	30	0.096		10.435		0.096		10.385		1.005	0.995	30	
			9		806		9		871				
6	0	0.105	8	9.567	778	0.105	9	9.514	737	1.0 6	0.995	0	84
	30	0.113	9	8.834	628	0.114	9	8.777	633	1.0 6	0.994	30	
	0	0.122	9	8.206	545	0.123	9	8.144	548	1.008	0.993	0	83
	30	0.131	8	7.661	476	0.132	9	7.596	451	1.009	0.991	30	
8	0	0.139	9	7.185	420	0.141	8	7.115	424	1.010	0.990	0	82
	30	0.148		6.765		0.149		6.691		1.011	0.989	30	
			8		375		9		377				
	0	0.156	9	6.392	333	0.158	9	6.314	338	1.012	0.988	0	81
	30	0.165	9	6.059	300	0.167	9	5.976	305	1.014	0.986	30	
	0	0.174	8	5.759	272	0.176	9	5.671	275	1.015	0.985	0	80
	39	0.182	9	5.487	246	0.185	9	5.396	251	1.017	0.983	30	
1	0	0.191	8	5.241	225	0.191	9	5.145	230	1.019	0.982	0	79
	30	0.199		5.016		0.203		4.915		1.020	0.980	30	
			9		206		10		210				
12	0	0.208	8	4.810	190	0.213	9	4.705	194	1.022	0.978	0	78
	30	0.216	9	4.620	175	0.222	9	4.511	180	1.024	0.976	30	
13	0	0.225	8	4.445	161	0.231	9	4.331	166	1.026	0.974	0	77
	30	0.233	9	4.284	150	0.240	9	4.165	154	1.028	0.972	30	
14	0	0.242	8	4.134	140	0.249	10	4.011	144	1.031	0.970	0	76
	30	0.250		3.991		0.259		3.867		1.033	0.968	30	
			9		130		9		135				
5	0	0.259		3.864		0,268		3.732		1.0 5	0.966	0	75
0	'	cos	d.	sec	d.	ctg	d.	tg	d.	sec	sin	'	0

0	'	s	d.	cs	d.	tg	d	ctg	d.	sec	d.	cos	d.	'	0
15	0	0.259	8	3.864	122	0.268	9	3.732	126	1.035	3	0.966	2	0	75
	30	0.267	7	3.742	114	0.277	10	3.606	119	1.038	2	0.964	3	30	
16	0	0.276	8	3.628	107	0.287	9	3.487	111	1.040	3	0.961	2	0	74
	30	0.284	8	3.521	101	0.296	10	3.376	105	1.043	3	0.959	3	30	
17	0	0.292	9	3.420	94	0.306	9	3.271	99	1.046	3	0.956	2	0	73
	30	0.301		3.326		0.315		3.172		1.049		0.954		30	
			8		90		10		94		2		3		
18	0	0.309	8	3.236	84	0.325	10	3.078	89	1.051	3	0.951	3	0	72
	30	0.317	9	3.152	80	0.335	9	2.989	85	1.054	4	0.948	2	30	
19	0	0.326	8	3.072	76	0.344	10	2.904	80	1.058	3	0.946	3	0	71
	30	0.334	8	2.996	72	0.354	10	2.824	77	1.061	3	0.943	3	30	
20	0	0.342	8	2.924	69	0.364	10	2.747	72	1.06	4	0.940	3	0	70
	30	0.350		2.855		0.374		2.675		1.068		0.937		30	
			7		65		10		70		3		3		
21	0	0.358	9	2.790	61	0.384	10	2.605	66	1.071	4	0.934	4	0	69
	30	0.367	8	2.729	60	0.394	10	2.539	64	1.075	4	0.930	3	30	
22	0	0.375	8	2.669	56	0.404	10	2.475	61	1.079	3	0.927	3	0	68
	30	0.383	8	2.613	54	0.414	10	2.414	58	1.082	4	0.924	3	30	
23	0	0.391	8	2.559	51	0.424	11	2.356	56	1.086	4	0.921	4	0	67
	30	0.399		2.508		0.435		2.300		1.090		0.917		30	
			8		49		10		54		5		3		
24	0	0.407	8	2.459	48	0.445	11	2.246	52	1.095	4	0.914	4	0	66
	30	0.415	8	2.411	45	0.456	10	2.194	49	1.099	4	0.910	4	30	
25	0	0.423	8	2.366	43	0.466	11	2.145	48	1.103	5	0.906	3	0	65
	30	0.431	7	2.323	42	0.477	11	2.097	47	1.108	5	0.903	4	30	
26	0	0.438	8	2.281	40	0.488	11	2.050	44	1.113	4	0.899	4	0	64
	30	0.446		2.241		0.499		2.006		1.117		0.895		30	
			8		38		11		43		5		4		
27	0	0.454	8	2.206	37	0.510	11	1.963	42	1.122	5	0.891	4	0	63
	30	0.462	7	2.166	36	0.521	11	1.921	40	1.127	6	0.887	4	30	
28	0	0.469	8	2.130	34	0.532	11	1.881	39	1.133	5	0.883	4	0	62
	30	0.477	8	2.096	33	0.543	11	1.842	38	1.138	5	0.879	4	30	
29	0	0.485	7	2.063	32	0.554	11	1.804	37	1.143	6	0.875	5	0	61
	30	0.492		2.031		0.566		1.767		1.149		0.870		30	
			8		31		11		35		6		4		
30	0	0.500		2.000		0.577		1.732		1.155		0.866		0	60
0	'	cos	d.	sec	d.	ctg	d.	tg	d.	csc	d.	sin	d.	'	0

0	'	sin	d.	csc	d.	tg	d.	ctg	d.	sec	d.	cos	d.	'	0
30	0	0.500	8	2.000	30	0.577	12	1.732	34	1.155	6	0.866	4	0	60
	30	0.508	7	1.970	28	0.589	12	1.698	34	1.161	6	0.862	5	30	
31	0	0.515	7	1.942	28	0.601	12	1.664	32	1.167	6	0.957	4	0	59
	30	0.522	8	1.914	27	0.613	12	1.632	32	1.173	6	0.853	5	30	
32	0	9.530	7	1.887	26	0.625	12	1.600	30	1.179	7	0.848	5	0	58
	30	0.537		1.861		0.637		1.570		1.186		0.843		30	
		—	8	—	25	—	12	—	30	—	6	—	4		
33	0	0.545	7	1.836	24	0.649	13	1.540	29	1.192	7	0.839	5	0	57
	30	0.552	7	1.812	24	0.662	13	1.511	28	1.199	7	0.834	5	30	
34	0	0.559	7	1.788	22	0.675	12	1.483	28	1.206	7	0.829	5	0	56
	30	0.566	8	1.766	23	0.687	13	1.455	27	1.213	8	0.824	5	30	
35	0	0.574	7	1.743	21	0.700	13	1.428	26	1.221	7	0.819	5	0	55
	30	0.581		1.722		0.713		1.402		1.228		0.814		30	
		—	7	—	21	—	14	—	26	—	8	—	5		
36	0	0.588	7	1.701	20	0.727	13	1.376	25	1.236	8	0.809	5	0	54
	30	0.595	7	1.681	19	0.740	14	1.351	24	1.244	8	0.804	5	30	
37	0	0.602	7	1.662	19	0.754	13	1.327	24	1.252	8	0.799	6	0	53
	30	0.609	7	1.643	19	0.767	14	1.303	23	1.260	9	0.793	5	30	
38	0	0.616	7	1.624	18	0.781	14	1.280	23	1.269	9	0.788	5	0	52
	30	0.623		1.606		0.795		1,257		1.278		0.783		30	
		—	6	—	17	—	15	—	22	—	9	—	6		
39	0	0.629	7	1.589	17	0.810	14	1.235	22	1.287	9	0.777	5	0	51
	30	0.536	7	1.572	16	0.824	15	1.213	21	1.296	9	0.772	6	30	
40	0	0.643	6	1.556	16	0.839	15	1.192	21	1.305	10	0.766	6	0	50
	30	0.649	7	1.540	16	0.854	15	1.171	21	1.315	10	0.760	5	30	
41	0	0.656	7	1.524	15	0.869	16	1.150	20	1,325	10	0.755	6	0	49
	30	0.663		1.509		0.885		1.130		1.335		0.749		30	
		—	6	—	15	—	15	—	19	—	11	—	6		
42	0	0.669	7	1.494	14	0.900	16	1.111	20	1.346	10	0.743	6	0	48
	30	0.676	6	1.480	14	0.916	17	1.091	19	1.356	11	0.737	6	30	
43	0	6.682	6	1.466	13	0.933	16	1.072	18	1.367	12	0.731	6	0	47
	30	0.688	7	1.453	13	0.949	17	1.054	18	1.379	11	0.725	6	30	
44	0	0.695	6	1.440	13	0.966	17	1.036	18	1.390	12	0.719	6	0	46
	30	0.701		1.427		0.983		1.018		1.402		0.713		30	
		—	6	—	13	—	17	—	19	—	12	—	6		
45	0	0.707		1.414		1.000		1.000		1.414		0.707		0	45
0	'	cos	d.	sec	d.	ctg	d.	tg	d.	csc	d.	sin	d.	'	0

ლიტერატურა

1. ავალიანი ს., ბუნების მეცნიერების ფილოსოფია, „განათლება", თბ.,1974.
2. ასლანიკაშვილი ალ., გეომორფოლოგიური ბლოკდიაგრამები. თსუ გამომცემლობა, თბ., 1955.
3. თევზაძე ნ., საინჟინრო გეოდეზია, ტ. IX, „განათლება", თბ., 1980.
4. თევზაძე ნ., საინჟინრო გეოდეზია, ტ. III, „განათლება". თბ., 1983.
5. კოკილაშვილი თ., ქობიაშვილი დ., ხმელეთის ჰიდროლოგიის პრაქტიკუმი, თსუ გამომცემლობა, თბ., 1974.
6. სამადბეგოვი ალ., კარტოგრაფიის საფუძვლები, თსუ გამომცემლობა, თბ. 1977.
7. ხუნჯუა გ., პრაქტიკული გეოდეზია და კარტომეტრიის საკითხები, თსუ გამომცემლობა, თბ., 1973.
8. ცხაკაია ს., კარტოგრაფია, თსუ გამომცემლობა, თბ., 1962.
9. Берлянт А. М., Картографический метод исследования природных явлений, Изд. МГУ, М., 1971.
10. Берлянт А. М., Картографический метод исследования, Изд. МГУ, М., 1978.
11. Борзов А. А., Геоморфология Калининской области, Учеб. зап МГУ, вып. 23, 1938.
12. Бочаров М. К., Методы математической статистики в географии, „Мысль", М., 1971.
13. Бунге В., Теоретическая география, „Прогресс", М., 1967.
14. Вахтин В., К вопросу об определении математических характеристик рельефа местности, Геодезист, № 2—3, 1930.
15. Викторов С. В., Изучение распределения и дисперсии растений по аэроснимку. Бюл. МОИН отд. биологии, М., 1947, т. II, вып. 4.
16. Волков Н. М., Принципы и методы картометрии, Изд. АН СССР, М.—Л., 1950.
17. Грейг—Смит П. Количественная экология растений, „Мир", . , 1967.
18. Грищенко М. И., Методика использования карт энергии рельефа для вычисления коэффициентов изрезанности суши, Изв. Гос. геогр. общ., т. 71, вып., 3, 1939.

19. Джусь С. Н., Некоторые вопросы картографического изображения рельефа, Геодезиздат, М., 1958.
20. втеев О. А., Картометрический анализ сети расселения. Новое в тематике, содержании и методах составления экономических карт, под ред. И. М. Маергойза, М., 1970.
21. Измаилова Н. В Оценка и картографирование явлений, локализованных в точках, с помощью показателей, характеризующих ближайшее окружение точек, „Материалы II Междуведомственного совещания по географии населения", вып., 3, М., 1968.
22. Медведков Ю. В. Экономогеографическая изученность районов капиталистического мира, М., ВИНИТИ, 1966, вып. 3
23. Медведков Ю. В., Регулярная компонента в сетях расселения. изображенных на карте, Изв. АН СССР, сер. географическая, М., 1966 № 4.
24. Протодьяконов М. М., Числовые характеристики топографических условий местности, исчисление эксплуатационных расходов и приложение их к экономике железных дорог, Транспечать, 1925.
25. Рельеф Земли и математика, сборник статьей, под ред. А. С. Девдариани, „Мысль", М., 1967.
26. Салищев К. А. О точности количественных определений по специальным картам, Изд. МГУ, М., 1963.
27. Салищев К. А., Берлянт А. М., Применение картографического метода в научных исследованиях и на практике. 5-я всесоюзная конференция по тематической картографии, Тбилиси, 1973.
28 Салищев К. А., Картоведение, Изд. МГУ, 1976.
29. Сироткин М. П., Математическая характеристика сложности рельефа земной поверхности, Геодезист, М., 1937, № 6.
30. Спиридонов А. И., Геоморфологическое картографирование, Географгиз, М., 1952
31. Спиридонов А. И., О картах энергии рельефа, Изд. ВГО т. 67, вып. 5, 1935.
32. Справочник картографа, Геодезиздат, М., 1963.
33. Ступина Н. М., Количественная характеристика рельефа бассейнов Ангары и верхней Лены, в сб. „Вопросы применения картографических методов при картографических исследованиях", М, 1960.
34. Хаггет П., Пространственный анализ в экономической географии, „Прогресс", М., 1968.
35. Ченцов В. Н., Морфометрические показатели на геоморфологической карте мелкого масштаба, Тр. Ин—та географии АН СССР, вып. 39, 1948.
36. Clark P. T., Evans F. C. Distance to nearest neighbour as a measure of spatial relationships in population. Ecology, Brooklin, 1945, v. 35.
37. Dancey M. F. A. Notes in the derivation of nearest neighbour distances — t. Region Sci. vol 2, № 2.

38. Frolov I. S. Maling D. P. The accuracy of area measurement point counting techniques. The cartogr. t. Br. Cart. Soc., June 1969.
39. Getis A. Temporal land use pattern analysis with the use of nearest neighbour and quadrat methods. Ann. Assoc. Amer. Geog. 1964, vol. 54 № 3.
40. Goodall D. W. Quantitative aspects of plant distribution. Biol. Rev, 1952. vol. 27, № 2.
41. Thompson N. R. Distribution of distance to n—h neighbour in a population of random distributed individuals. Ecology, Brooklyn, 1956, vol. 37. № 2.
42. Ratajsk L. Metodika kartografii spoleczno — gospodarczej Warszawa, 1973.

შინაარსი

Джансуг Иосифович Кекелиа

КАРТОМЕТРИЯ

(на грузинском языке)

Издательство Тбилисского университета

Тбилиси 1985

გამომცემლობის რედაქტორი ა. სტურუა
მხატვრული რედაქტორი ი. ჩიქვინიძე
ტექრედაქტორი ა. ომაძე
კორექტორი ც. კვანტალიანი

სბ 965

გადაეცა წარმოებას 8.10.84. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 28.10.85

უე 04702. საბეჭდი ქაღალდი № $60\times84^1/_{16}$. პირობითი ნაბეჭდი

თაბახი 11,5 სააღრ.-საგამომც. თაბახი 9,36

ტირაჟი 1000 შეკვეთის № 1409.

ფასი 70 კაპ.

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა,
თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 14.
Издательство Тбилисского университета,
Тбилиси, 380028, пр И. Чавчавадзе, 14.

თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა,
თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.
Типография Тбилисского университета,
Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 1.