თბილისის უნივერსიტეტის შრომები
ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY
216

ISSN 0376—2637

ფიზიკა
ФИЗИКА
PHYSICS

10

თბილისი Тбилиси Tbilisi
1980

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
TBILISI UNIVERSITY PRESS

თბილისის უნივერსიტეტის შრომები
PROCEEDINGS OF TBILISI UNIVERSITY
ტ. 216 V.

ფიზიკა
PHYSICS

თბილისი 1980 Tbilisi

ТРУДЫ ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Т. 216

ФИЗИКА

Тбилиси 1980

Редактор издательства Л.Абуашвили

Подписано в печать 30.XII.80. УЭ 09501

Бумага 60x84. Усл.печ.л. 10,25. Уч.-изд.л. 7,36.

Тираж 300 Цена 80 к. Заказ 123

Издательство Тбилисского университета,
Тбилиси, 380028, пр.И.Чавчавадзе, 14.
Типография АН ГССР, Тбилиси, 380060,
ул.Кутузова, 19.

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა,
თბილისი, 380028, ი.ჭავჭავაძის პროსპექტი, 14.
საქ.სსრ მეცნ.აკად.სტამბა,
თბილისი, 380060, კუტუზოვის ქ., 19.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

ЯВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР СИЛЬНОТОЧНОЙ ПЛАЗМЫ - "СТРУКТУРЫ КВАРЦХАВА"

И.Ф.Кварцхава, Ю.С.Гваладзе, Г.Г.Зукакишвили
К.Н.Кервалидзе, Н.Н.Комаров, В.М.Фадеев

I. Введение

Существовавшие до 1959 г. представления о свойствах плазмы и физических процессах в ней не содержали понятия "пространственно-периодические структуры" /I-I2/. Это объясняется тем, что наблюдавшимися в ряде экспериментов пространственными неоднородностями пренебрегалось как имеющими флуктуационный, случайный характер или физическая природа трактовалась неправильно /I3/. Считалось, что можно избежать возникновения пространственных неоднородностей в плазме, если обеспечить достаточную однородность начальных и граничных условий в эксперименте.

При теоретическом исследовании сильно неоднородной плазмы обычно ограничивались рассмотрением одномерных моделей /I,2,9,10-I2/, которые, естественно, не могли содержать в себе двух- и трехмерных пространственно-периодических распределений плазменного тока, температуры и концентрации частиц.

В процессе развития термоядерных исследований наиболее полно пространственно-структурные особенности плазмы были изучены в сильноточных разрядах типа зет- и тета- пинч, в связи с чем на примере этих разрядов и рассмотрим как существовавшие прежде представления /1-13/, так и сущность новых, впервые разработанных авторами работ /14-19,27-31/, представлений о структуре сильноточной плазмы. Примерами сильноточной плазмы могут служить также электрические дуги, плазма солнечного ветра, хвоста магнитосферы, солнечной короны и др., т.е. плазма, для которой выполнено условие

$$\mathcal{J}^2 > 2c^2 \mathcal{N}(\theta_e + \theta_i). \qquad (1)$$

Здесь $\mathcal{J}$ и $\mathcal{N}$ - полный ток плазмоида и полное число частиц на единицу длины вдоль тока; θ_e и θ_i - электронная и ионная температуры в энергетических единицах; c - скорость света.

Общепринятое описание развития во времени импульсного сильноточного разряда, которое в большой степени основывалось на щелевых фоторазвертках типа приведенной на рис.1, содержало следующие основные пункты:

а) на начальной, динамической стадии разряда после пробоя происходит образование аксиально симметричной токовой оболочки;

б) под действием электродинамических сил цилиндрический слой плазмы, прилегающий к стенкам трубки, получает ускорение, направленное к оси;

в) в первой фазе разряда плазменный столб имеет цилиндрическую форму;

д) на последней стадии сжатия, когда ускоренная магнитным полем плазма достигает оси, большая часть энергии направленного движения превращается в тепло и резко повышается давление и температура плазмы;

е) после фазы быстрого сжатия наступает стадия медленного адиабатического дожатия, на фоне которого обычно наблюдаются радиальные инерционные колебания плазмы. На этой стадии начинают развиваться магнитогидродинамические неустойчивости типа $m = 0,1,2...$

Следует однако отметить, что представления, развитые на основе предположения об одномерной геометрии разряда и малости возмущений параметров плазмы, которые позволили исследовать в первом приближении вопросы динамики и устойчивости, не объясняли ряда явлений, как-то: возникновение в начальной стадии разряда неоднородностей в токовой оболочке и их влияние на ее динамику (ухудшение эффективности механизма "снежный плуг" и в результате облегчение повторных пробоев в зет-пинчах, выбросы плазменных языков в тета-пинчах, рис.2; повышенную устойчивость "комбинированного пинча" по отношению к критерию Крускала-Шафранова; отсутствие устойчивости в системе "Триакс" вопреки предсказаниям линейной МГД теории; сложный характер МГД течений в области солнечных вспышек. Этот перечень примеров, не укладываемый в рамки одномерных моделей, может быть продолжен. Для понимания названных явлений оказалось необходимым привлечение представлений о пространственно-периодических структурах, что и было сделано впервые в работах /15,27,28/.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПЛАЗМЫ

Явление самопроизвольной пространственно-периодической локализации тока и плотности плазмы было обнаружено и исследовано в экспериментах с линейными зет- и тета-пинчами /15-19/ на газах; воздух, криптон, ксенон, дейтерий, водород и др. в диапазоне начальных давлений 10^{-3} - 10 Тор. Разрядный ток варьировался в пределах $4.10^4 \div 1,5.10^6$ А, частота составляла $20.10^3 \div 200.10^3$ Гц, а приложенное напряжение - $20 \div 70$ кВ. Электрическая схема питания разряда традиционная. В качестве источника энергии использовалась малоиндуктивная конденсаторная батарея энергоемкостью до 300 кДж. Длина пинчей обычно составляла $30 \div 50$ см, диаметр же разрядных камер менялся от 5 до 50 см. Часть опытов проводилась с использованием предварительной ионизации и предварительного нагрева плазмы.

Экспериментально плазменные структуры были исследованы с помощью фотографий, полученных СФР-ом в режимах непрерывной развертки и лупы времени, зондовых измерений распределения магнитных полей и токов, а также спектрографических измерений химического состава, концентрации и температуры плазмы. Разряд обычно фотографировался в двух или трех проекциях одновременно с помощью спаренных СФР-ов. Типичные результаты экспериментов без предварительного нагрева приведены на рис.3. На фотографиях видно, что несмотря на отсутствие периодически граничных и начальных условий (цилиндрические камеры) уже в начальной стадии разряда, когда у стенок камеры формируется скин-слой, плазменная оболочка распадается на ряд светящихся каналов (Е-волокон), ориентированных параллельно электрическому полю. В зет-пинче они расположены периодично по азимуту (рис.3), а в тета-пинче -

вдоль оси плазменного цилиндра (рис.4). С помощью граничных условий можно задавать местоположение Е-волокон и в некотором диапазоне их начальное число. Например, в шестигранных камерах, как правило, возникает шесть волокон, расположенных в углах камеры (рис.5). Это обстоятельство было использовано для измерения распределения тока в плазменной оболочке зет-пинча. Один пояс Роговского устанавливался на углу и охватывал Е-волокно (рис.6), второй - на грани, между волокнами. Как видно из рис.7, в широком диапазоне начальных давлений рабочего газа ток через сечение датчика, охватывающего Е-волокно (I-кривая), существенно превышает ток через датчик, расположенный между волокнами (II-кривая). В тета-пинче распределение магнитных полей и токов было исследовано магнитными зондами. Измерялись одновременно в нескольких точках эксиальная и радиальная составляющие поля. На рис.8 приведены осциллограммы радиальной компоненты поля в четырех точках вдоль плазменной оболочки, также свидетельствующие о глубокой модуляции тока. Стрелками показано расположение Е-волокон относительно зондов, восстановленное по фотографиям разряда.

Из совместного анализа распределения магнитных полей, токов и фотографий разрядов следует, что характер свечения плазмы качественно соответствует распределению разрядного тока в плазменной оболочке. Это утверждение справедливо для условий описываемых опытов, т.е. для сравнительно холодной плазмы, состоящей из тяжелых ионов или же содержащей таковые в качестве примесей в водородной плазме. В чистой горячей водородной плазме токовым волокнам могут соот-

Ia

ветствовать участки плазмы, слабо излучающие в видимой области света. По светящимся каналам (Е-волокнам) протекает большая часть полного разрядного тока. Плотность же тока в Е-волокнах превышает на порядок плотности тока в разреженной плазме между волокнами. Амплитудное значение тока в каждом волокне достигает нескольких десятков кА, и, как показывают измерения концентрации и температуры (которые в описываемых опытах находились в диапазоне $5.10^{16} \div 10^{17}$ см$^{-3}$ и 3 ÷ 15 эВ), уравновешивает газокинетическое давление в нем. Иными словами, каждое Е-волокно есть элементарный зет-пинч, для которого выполнено условие Беннета.

Характерный размер Е-волокна сравним с толщиной токовой оболочки (с диссипативным скин-слоем), поэтому с уменьшением диаметра разрядных камер, при прочих равных условиях, число волокон уменьшается. В предельном случае, когда глубина скин-слоя оказывается сравнимой с радиусом разрядной камеры наблюдается однородный разряд (моноволокно).

Из сказанного следует, что структуры могут возникать в плазме, масштаб которой существенно превышает поперечный размер Е-волокна или если полный ток плазмы $\mathcal{J}$ существенно превышает ток, необходимый для существования одного Е-волокна (см.условие (I)). Оба эти условия являются эквивалентными.

В процессе эволюции разряда в плазме часто наблюдается и другая система волокон, ориентированная перпендикулярно электрическому полю (параллельно магнитному) и названная Н-волокнами (рис.4). Заметные токи вдоль Н-волокон отсутствуют. Н-волокна, как правило, возникают в том случае, когда уже имеется развитая структура с Е-волокнами. Поэтому, естественно предположить, что они возникают в результате МГД неустойчивостей локальных пинчей с модами m =0,I, приводящих к перезамыканию соседних Е-волокон. Вследствие диамагнитного эффекта в магнитном поле исходной системы Е-волокон в Н-волокнах могут наводиться азимутальные токи и вызывать локальный тета-пинч эффект.

На рис.9 показано влияние внешнего магнитного поля на образование систем Е и Н-волокон. Видно, что начальное квазипостоянное магнитное поле, параллельное электрическому полю разряда, всегда способствует значительному усилению дробления плазменной оболочки на Е-волокна. Начальное поле напряженностью 10^3 эрстед доводит их число до максимального значения, равного примерно ℓ/d, где ℓ - периметр слоя плазмы или длина пинча, d - диаметр волокна. Начальное магнитное поле, перпендикулярное электрическому полю разряда, усиливает дробление плазмы на Н-волокна.

В большинстве лабораторных экспериментов условие (I), необходимое для возникновения Н-волокон, реализуется в неравновесной (в механическом смысле) стадии разряда. Примером могут служить обычные зет и тета-пинчи, плазменные фокусы, плоские плазменные слои, создаваемые в "плоском" зет-пинче и в тета-пинче с обратным захваченным магнитным полем, плазма ускорителей и т.д. Один из немногих экспериментов, в котором плазменный слой должен находиться в равновесии при выполнении условия (I), является система "Триакс", о которой несколько подробнее будет сказано ниже. В связи с этим возникает важный вопрос о временах развития пространственно периодических структур. Как показывает опыт, при изменении начального состояния плазмы и граничных условий изменяются не только инкременты, но часто и типы неустойчивостей, приводящих к формированию структур.

Рассмотрим несколько примеров.

а) Как мы видели, в зет- и тета-пинчах без предварительного нагрева плазмы (рис.3-5) структуры возникают одновременно с формированием токовой оболочки. Более подробные исследования начальной фазы показывают, что уже на стадии пробоя в результате механизма Альвена убегающие электроны могут шнуроваться в отдельные пучки /21,22/. В дальнейшем неоднородности, созданные электронными пучками, обычно развиваются за счет ионизационной и перегревной /23/ неустойчивостей и на нелинейной стадии приводят к формированию Е-волокон. Поскольку при разряде в нейтральном газе инкременты возникновения Е-волокон высоки, то структура должна наблюдаться, как правило, во всех опытах, в которых характерный масштаб плазменной оболочки (диаметр разрядной камеры) существенно больше глубины скин-слоя.

б) В опытах с предварительно созданной плазмой время формирования Е-волокон зависит от начальной температуры (проводимости), определяется процессом диффузии магнитного поля в плазме и обычно оказывается больше, чем в случае без предварительного нагрева.

в)Влияние динамики плазмы на процесс образования Е-волокон удобно проследить на примере плоского зет-пинча, который создавался в камере с прямоугольным сечением /18/. Первая фаза сжатия приводит к образованию плазмоида, имеющего в сечении гантелеобразную форму (рис.10). Между двумя мощными E-волокнами, обязанный своим происхождением геометрии разрядной камеры, находится плоский плазменный слой. Из-за конечности размеров гантелеобразная конфигурация неравновесна, сжатие продолжается вдоль слоя. При маленьких скоростях сжатия (рис.10а) плоский плазменный слой успевает распасться на E-волокна, в то время как при больших скоростях (рис.10б) сохраняет свою однородность. Подобная волокнистая структура плазмы была обнаружена в нецилиндрическом зет-пинче авторами работ /56/. Аналогичная ситуация имеет место и в тета-пинче с обратным захваченным магнитным полем, который по конфигурации представляет собой свернутый в цилиндр плоский плазменный слой. Исследования, проведенные позднее на установках тета-пинч /24/ и "Триакс" /25/, показали, что плоский плазменный слой распадается на E-волокна в результате "диссипативной(tiering)" неустойчивости, время развития которой (в линейной стадии) существенно меньше (на порядок величины) диффузионных времен.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Теория наблюдаемых пространственно-периодических структур и смежные вопросы изложены в работах /27-31,26,32-34, 48/. В процесс теоретического обоснования существования пространственно-периодической структуры было выдвинуто предположение, что наблюдаемые структуры представляют собой совокупность (систему) квазиравновесных образований плазмы (плазмоидов), которые формируются и существуют в процессе возникновения и развития разряда подобно тому, как формируется и существует отдельный беннетовский пинч.

Как известно, теоретический расчет отдельного беннетовского пинча сводится к отысканию совместного решения кинетических (магнитогидродинамических) уравнений и уравнений Максвелла в предположении об аксиальной симметрии /I,26/.

Аналогично при теоретическом обосновании пространственно-периодических структур была поставлена и решена задача о существовании двумерных ($\frac{\partial}{\partial x} \neq 0$, $\frac{\partial}{\partial y} \neq 0$, $\frac{\partial}{\partial z} = 0$) решений кинетических уравнений (уравнений магнитной гидродинамики) совместно с уравнениями Максвелла, описывающими ряд стационарных состояний плазмы (или хотя бы одно), отличительной чертой которых является (как это наблюдается в эксперименте) пространственно-периодическое распределение таких величин, как плотность частиц, токов, магнитных полей /27,28/. В дальнейшем в работах /29,30/ был дан физический анализ частных решений, соответствующих цилиндрической и плоской геометрии. При этом делались предположения, являвшиеся несущественными для получения ответа на основной вопрос: существуют ли и являются физически оправданными решения, описывающие самосжатую плазму с пространственно-периодической структурой. К таким предположениям относятся: пренебрежение столкновениями, независимость от координат направленной и тепловой скоростей частиц.

Результаты этих исследований получили признание, применение /9,55/ и дальнейшее развитие в работах авторов /32/, а также в отечественных и зарубежных работах /35,36,54/.

Ниже приводятся основные результаты по доказательству существования решения, описывающего плазму с пространственно-периодической структурой, и доказательства и соображения о том, что представленная теория применима к объяснению экспериментальных результатов, полученных при исследовании зет- и тета-пинчей, по крайней мере в части объяснения природы наблюдаемой пространственно-периодической структуры и ее инденфикации как системы локальных беннетовских пинчей (Е-волокон).

Задача о существовании указанных решений заключалась в отыскании совместных стационарных решений кинетических уравнений (уравнений магнитной гидродинамики) и уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями.

Выражения для основных физических величин, таких как плотность частиц, ток, магнитное поле, удовлетворяющих этим уравнениям, имеют вид:

$$n_\kappa = n_\kappa^0 \exp \Psi(X,Y), \quad H_x = \frac{\theta_\kappa K}{q_\kappa \beta_\kappa'} \frac{\partial \Psi(X,Y)}{\partial Y},$$

$$j_\kappa = j_\kappa^0 \exp \Psi(X,Y), \quad H_y = \frac{\theta_\kappa K}{q_\kappa \beta_\kappa} \frac{\partial \Psi(X,Y)}{\partial X}, \tag{2}$$

где

$$\Psi(X,Y) = \ln 8 \frac{\dfrac{\partial f_1(\eta)}{\partial \eta} \cdot \dfrac{\partial f_2(\zeta)}{\partial \zeta}}{\left[1 + f_1(\eta) \cdot f_2(\zeta)\right]^2},$$

и являются общим решением уравнения

$$\Delta \Psi(X,Y) + \exp \Psi(X,Y) = 0.$$

Здесь $\eta = X + iY$, $\zeta = X - iY$, $f_1(\eta)$, $f_2(\zeta)$ – произвольные аналитические функции, $X = Kx$, $Y = Ky$.

Выбирая тот или другой вид функции f , получаем соответствующие решения, описывающие (при условии их корректности) различные состояния плазмы.

Существование пространственно-периодических структур было показано на примере двух конфигураций аксиальной (рис. II) и плоско-симметричной (рис. I2), для которых плотности числа частиц и значения магнитных полей имеют следующий вид.

Плоско-симметричный случай /30/:

$$n_\kappa = n^\circ_\kappa \frac{\mu^2}{1+a^2}\left(\cosh \mu X + \frac{a}{(1+a^2)^{1/2}}\cdot \cos \mu Y\right)^{-2},$$

$$H_x = \frac{2\theta_\kappa \mu K}{q_\kappa \beta_\kappa}\,\frac{a}{(1+a^2)^{1/2}}\,\frac{\sin \mu Y}{\cosh \mu X + \frac{a}{(1+a^2)^{1/2}}\cos \mu Y}, \tag{3}$$

$$H_y = \frac{2\theta_\kappa \mu K}{q_\kappa \beta_\kappa}\,\frac{\sinh \mu X}{\cosh \mu X + \frac{a}{(1+a^2)^{1/2}}\cos \mu Y}.$$

Аксиально симметричный случай /29/:

$$n_\kappa = n^\circ_\kappa \frac{8(n+1)^2 \sigma R^{2n}}{\{1+\sigma\left[B^2+2BR^{n+1}\cos(n+1)\varphi + R^{2(n+1)}\right]\}^2},$$

$$H_r = \frac{2\theta_\kappa K}{q_\kappa \beta_\kappa}\,\frac{2(n+1)\sigma B R^n \sin(n+1)\varphi}{1+\sigma\left[B^2+2BR^{n+1}\cos(n+1)\varphi + R^{2(n+1)}\right]}, \tag{4}$$

$$H_\varphi = \frac{2\theta_\kappa K}{q_\kappa \beta_\kappa}\,\frac{n+1}{R}\left[-\frac{n}{n+1} + \frac{2\cdot\sigma\{BR^{n+1}\cos(n+1)\varphi + R^{2(n+1)}}{1+\sigma\{B^2+2\cdot B\cdot R^{n+1}\cdot\cos(n+1)\varphi + R^{2(n+1)}\}}\right]$$

Здесь $R = K_r$; $n+1$ - число Е-волокон; a, μ, σ, B - произвольное постоянное.

Оказалось, что одномерные образования в виде одномерного слоя, столба или трубки являются частными и относительно узкими подклассами рассматриваемого множества двумерных структур.

В основе применения теории к экспериментально наблюдаемым явлениям лежит предположение о том, что волокна как структурные элементы развитого плазменного слоя являются квазиравновесными образованиями в его системе координат с собственным временем жизни, равным или большим времени жизни слоя. В самом деле, во-первых, наблюдаемое время формирования волокна $\tau_в$ значительно меньше времени формирования пинча в целом τ . Во-вторы , стабильность волокон в течение длительного времени указывает на то, что расширение волокна за счет диффузии плазмы компенсируется процессом ее самофокусировки. Это предположение подтверждается тем, что сформулированный в теории комплекс взаимосвязанных критериев дает численные значения характерных величин, совпадающие с экспериментально обнаруженными /I4,I9/, в частности, позволяет идентифицировать Е-волокна как локальные зет-пинчи.

Этими критериями являются:

I. Условие распада сильноточной плазмы на волокна (условие сильных токов)

$$\frac{J^2}{2c^2 \sum N_\kappa \theta_\kappa} > 1 . \qquad (5)$$

2. Число волокон при данном значении полного тока J , погонного числа частиц N_κ и температуры θ_κ

$$\frac{J^2}{2c^2 \sum N_\kappa \theta_\kappa} = n + 1 . \qquad (6)$$

3. Характерный размер волокна

$$\lambda_в = \frac{2\pi}{\kappa_в}, \quad \kappa_g^2 = \frac{\kappa^2}{2} = 2\pi \frac{q_\kappa \cdot \beta_\kappa}{\theta_\kappa} \sum q_\kappa \cdot \beta_\kappa \cdot n_\kappa^0 . \qquad (7)$$

Был проведен сравнительный энергетический анализ различных состояний. В отсутствии двумерной нестационарной нелинейной теории пространственно-периодических структур такой анализ представляет значительный интерес, несмотря на свою неполноту. Вопрос - какая из структур энергетически более выгодна - достаточно сложен уже на стадии постановки задачи, так как для корректного и полного ответа на него необходимо рассматривать контур, нелинейным элементом которого является трехмерная плазма с перестраивающейся структурой. На примере теории одномерного нестационарного пинч-эффекта /9-12,37-39/ видны большие вычислительные трудности, которые встают на этом пути. Некоторые полезные результаты, однако, были получены уже в рамках обсуждаемой здесь стационарной нелинейной теории /29-31/.

Чтобы сделать вывод об относительной устойчивости того или иного равновесного состояния, необходимо сравнить их полные энергии, включая энергию внешнего контура. В устойчивом равновесии будет находиться система с минимумом полной энергии, а при прочих равных условиях (одинаковые значения полного тока плазмоида $\mathcal{J}$ или полного числа частиц на единицу длины вдоль тока $\mathcal{N}_\kappa$, температуры θ_κ, относительных направленных скоростей компонент β_κ)- с максимумом магнитной энергии, приходящейся на погонный сантиметр слоя.

Расчет разности полных энергий $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_{одн} - \mathcal{E}_{вол}$ для случая (3) дает

$$\Delta\mathcal{E}_{пл} = -\frac{\theta_\kappa^2}{q_\kappa^2\beta_\kappa^2}\left(\frac{\sqrt{n_{max}}-\sqrt{n_{min}}}{\sqrt{n_{max}}+\sqrt{n_{min}}}\right)^2, \qquad (8)$$

а для случая (6)

$$\Delta \mathcal{E}_{цил} = -\frac{2\theta_\kappa}{q_\kappa^2 \beta_\kappa^2} \ln \left\{ \left[\frac{n+2}{2(n+1)}\right]^2 \left(\frac{r_{o\alpha}}{r_{o\beta}}\right)^{2n} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{n^m_{\kappa\beta}}{n^m_{\kappa\alpha}} \left(1 + \frac{n(n+2)\, n^m_{\kappa\beta} \cdot r^2_{o\beta}}{4(n+1) \cdot n^m_{\kappa\alpha} \cdot r^2_{o\alpha}}\right)^n \right\}. \qquad (9)$$

Здесь n_{max} и n_{min} -соответственно плотности частиц в центре волокна (вершина) и посредине между ними (седловина); $n+1$ - число волокон; $r_{o\beta}$ - радиус, на котором располагаются $n+1$ максимумов $n^m_{\kappa\beta}$ плотности плазмоида с пространственно-периодической структурой; $r_{o\alpha}$ - радиус максимума плотности $n^m_{\kappa\alpha}$ плазмоида с однородной структурой.

Из анализа выражений (8) и (9) видно, что волокнистая структура обладает большей магнитной энергией, чем соответствующая ей одномерная структура и, следовательно, с энергетической точки зрения является более выгодной.

Подводя итоги краткому изложению основных результатов теории подчеркнем, что только нелинейная двумерная стационарная теория (несмотря на ее очевидную неполноту) совместно с результатами зондовых измерений позволила провести уверенную индентификацию Е-волокон в разрядах зет- и тета-пинч как локальных пинчей, в то время как линейные и квазилинейные нестационарные теории лишь указывали не неустойчивость однородного слоя, оставляя открытым вопрос о конечном результате процессов /4I,4I/.

В работах /27-3I/ теория развивалась для бесстолкновительной плазмы с максвелловской функцией распределения. В рамках стационарной магнитной гидродинамики с проводимостью и внешним постоянным однородным электрическим полем получаются аналогичные решения с соответствующей заменой некоторых переменных.

Качественный теоретический анализ показывает, что при соответствующем обобщении и развитии теория может быть распространена и на систему Н-волокон.

4. ВЫВОДЫ

I. Квазистационарная сильноточная плазма не может быть однородной, а должна иметь пространственно-периодическую структуру, состоящую из Е-волокон. Каждое Е-волокно представляет собой элементарный зет-пинч, для которого выполнено условие равновесия Беннета:

$$\mathcal{J}_{e}^{2} = 2 \cdot c^{2} \cdot N_{e} \cdot (\theta_{e} + \theta_{i}), \tag{10}$$

где $\mathcal{J}_{e}$ и N_{e} - ток и погонное число частиц в волокне.

В плазме , для которой выполнено условие (I), равновесие должно поддерживаться внешними силами. Например, обратными токами, твердой стенкой, гравитационными силами и т.д. Если сторонние силы отсутствуют, сильноточная плазма не может находиться в равновесии. В этом случае возникновение пространственно-периодической структуры зависит от соотношения времен образования Е-волокон и установления равновесной конфигурации в целом. Когда инкременты неустойчивостей, приводящих к образованию Е-волокон, достаточно велики, возникает пространственно-периодическая структура, которая представляет собой некоторое промежуточное квазиравновесное состояние на пути эволюции системы, поскольку приводит к понижению ее потенциальной функции ($-L\mathcal{J}^{2}$ / $2c^{2}$ /20/), где L - индуктивность плазмы; с - скорость света.

2. Пространственный масштаб Е-волокон есть

$$\lambda_в = \frac{2\pi}{k_g}, \quad k_g^2 = \frac{k^2}{2} = 2\pi \frac{q_k \beta_k}{\theta_k} \sum q_k \cdot \beta_k \cdot n_k^o, \qquad (11)$$

здесь n_k^o, q_k, $\beta_k = \frac{v_k^o}{c}$ – плотность частиц k – ого сорта в максимуме соответствующего однородного слоя, их заряд и относительная скорость, соответственно.

Легко видеть, что в зависимости от соотношения параметров $\lambda_в$ может принимать значения от долей миллиметра в плазменных дугах и сантиметрах в пинчах до астрономических размеров в космических объектах (ионосфере, солнечной короне и т.д.) /32/.

3. Наряду с Е-волокнами в сильноточной плазме может существовать ортогональная ей система с Н-волокнами, направленная перпендикулярно электрическому и параллельно самостоятельному магнитному полю. Н-волокна, как правило, появляются в плазме, когда уже имеется система с развитыми Е-волокнами. Токи вдоль Н-волокон в эксперименте не обнаружены. Однако в результате диамагнитного эффекта в Н-волокнах могут наводиться азимутальные токи и в этом случае их можно уподобить элементарным тета-пинчам /48/.

4. На формирование структур в лабораторной плазме можно влиять начальными и граничными условиями, например, в граненых разрядных камерах удается фиксировать пространственное расположение Е-волокон и регулировать их число в некотором диапазоне. Начальное квазипостоянное магнитное поле, параллельное электрическому полю разряда, всегда способствует значительному усилению дробления плазменной оболочки на Е-волокна, в то время как магнитное поле, перпендикулярное электрическому полю разряда, усиливает дробле-

ние плазмы на E-волокна. Начальные характеристики плазмы (концентрация, температура), а также ее геометрическая конфигурация существенно влияют на вид и инкременты неустойчивостей, приводящих к формированию структур.

Явление локального пинчевания и опыт управления структурой плазмы сильноточных разрядов нашли практическое применение в исследовании комбинированного зет-тета-пинч разряда - рис.13. Исследования показали, что в комбинированном пинче благодаря наличию спиральной волокнистой структуры плазма более устойчива, чем в отдельных зет и тета-пинчах.

Тенденция сохранения стабильности плазмы в комбинированном пинче при увеличении тока разряда в отдельных пинчах указывает на перспективность дальнейшего исследования комбинированного пинча при более высоких уровнях вкладываемой энергии с целью получения относительно стабильной, плотной и высокотемпературной плазмы.

Поступила 25.VI.1980

Сухумский физико-технический институт

Литература

1. W.Bennet. Phys. Rev., 1934, v. 45, p. 890.
2. L.Tonks. Phys. Rev., 1939, v. 56, p.360.
3. M.Blakman. Proc. Phys. Soc., 1951, v. 64, p.1039.
4. Л.Спицер. Физика полностью ионизированного газа.М.,1956.
5. И.В.Курчатов."Атомная энергия", т.3,с.65 (1956).

6. Л.А.Арцимович и др., "Атомная энергия",т.3,с.76 (1958).
7. А.Л.Безбатченко и др.."Атомная энергия",т.5, с.26 (1958).
8. А.А.Веденов, Е.П.Велихов, Р.З.Сагдеев. "Ядерный синтез", 1961, I,с.8.
9. М.А.Леонтович, С.М.Осовец. "Атомная энергия" (1956), т.3, с.81.
10. М.Розенблют. Магнитная гидродинамика (материалы симпозиума) М.,Атомиздат, 1958.
11. С.И.Брагинский, А.Б.Мигдал. В сб.:Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т.2, Изд.АН СССР, 1958, с .20.
12. С.И.Брагинский, И.М. Гельфанд, Р.П.Федоренко. В сб.: Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т.4, М.,Изд.АН СССР, 1958, с.201.
13. В.С.Комельков. "Журн.эксп. и теор.физ.", т.35, вып.I (7), 016 (1958).
14. И.Ф.Кварцхава, К.Н.Кервалидзе, Ю.С.Гваладзе. "Журн.техн. физ.", 1960, т.30., выпуск 3, с.297.
I.F.Kvartskhava, K.N.Kervalidze, J.S.Gvaladze. In: Proc. of the Intern. Conf. on Ionization Phenomena in Gase, Uppsala 1959, North-Holand Publishing Company. Amsterdam, 1960, IV, A, 956.
15. И.Ф.Кварцхава, К.Н.Кервалидзе, Ю.С.Гваладзе. "Журн. эксп. и теор. физ.",1960, т.38, вып.3,с.1641.
16. И.Ф.Кварцхава, К.Н.Кервалидзе , Ю.С.Гваладзе. "Журн. техн. физ.", 1960, т.XXX, вып.II, с.1321.
Preprint. Translated at Project Matterhorn, Princeton University, from a preprint kindly supplied by I.F.Kvartskhava, 1960.
17. И.Ф.Кварцхава, К.Н.Кервалидзе, Ю.С.Гваладзе, Б.К.Капанадзе.

"Ядерный синтез", приложение, 1962, ч.2, 533.
Proc. of the Conf. on Plasma Phys. and Conf. Nucl. Fusion Res. Salzburg, Austria. 4-9 September, 1961.

18. И.Ф.Кварцхава, К.Н.Кервалидзе, Г.Г.Зукакишвили, Ю.С.Гваладзе."Ядерный синтез",1962, 3,285.
19. И.Ф.Кварцхава, К.Н.Кервалидзе, Ю.С.Гваладзе, Г.Г.Зукакишвили."Ядерный синтез", 1965, т.5, № 5, с.181.
20. И.Е.Тамм. Основы теории электричества, Гостехиздат, 1966.
21. H.Alfven. "Arkiv Fisik", 1961, v.14, p.375,20, p.389.
22. С.И.Брагинский, В.В.Вихрев. "Теплофизика высоких температур", 1976, т.14, № 2, с.254.
23. Б.Б. Кадомцев."Вопросы теории плазмы", т.2, 1963.
24. H.A.B.Bodin. "Nucl. Fusion", 1963, v.3, p.215.
25. O.A.Anderson, and W.B.Kunkel. "Phys. of Fluids", 1969, v.12, N 10, p.2099.
26. Н.Н.Комаров, В.М.Фадеев.ЖТФ, 1962, вып.2, 133.
27. Н.Н.Комаров, В.М.Фадеев. Тезисы докладов на Ш совещании по теоретической и прикладной магнитной гидродинамике, г.Рига, 2-7 июля 1962г.
28. Н.Н.Комаров."Ядерный синтез", 1963, т.3, № 3,с.174 .
29. Н.Н.Комаров, И.Ф.Кварцхава, В.М.Фадеев."Ядерный синтез" 1965, т.5, № 5, с.192.
30. В.М.Фадеев, И.Ф.Кварцхава, Н.Н.Комаров."Ядерный синтез", 1965, т.5, № 5, 202.
31. Н.Н.Комаров, И.Ф.Кварцхава, В.М.Фадеев.Тезисы докладов ежегодной зимней школы по космофизике, 21 марта -

5 апреля 1968 г. Апатиты, 1968, Изд.АН СССР, ПГИ КФ АН СССР, с.31.

32. В.М.Фадеев. В сб.:"Труды Всесоюзной зимней школы по космофизике", т.I Апатиты, Изд.АН СССР, ПГИ КФ АН СССР, 1969, с.218.
33. В.М.Фадеев, Н.Н.Комаров. В сб.: "Пятое Рижское совещание по магнитной гидродинамике.МГД-волны". Изд.ИФ АН Латв.ССР, 1966, с.73.
34. Материалы объединенного семинара по вычислительной физике, г.Сухуми, 1973 год.
35. Э.И. Могилевский. Препринт ИЗМИР АН СССР, №5а, Москва, 1976.
36. В.А.Андреев. Препринт физ.ин-та им. П.Н.Лебедева АН СССР, № 26, Москва, 1976.
37. В.Ф.Дьяченко, В.С.Имшенник. В сб.:"Вопросы теории плазмы", вып.5, М., Атомиздат, 1967, с.394.
38. А.Н.Тихонов и др. Докл.АН СССР, 1967, т.173, № 4.
39. А.А.Самарский и др. Докл. АН СССР, т.206, № 2, с.307 (1972).
40. H.P.Furth, I.Killeen, M.N.Rosenbluth. Phys. Fluids, 1963, v.6, p.459.
41. H.P.Furth. Nuclear Fusion, Supplement, Part.I, 1962, 169. "Phys. Fluids", 1963, v.6, p.48.
42. В.И.Роховский. Физические основы коммутации электрического тока в вакууме, М.,Наука, 1970.
43. В.Финкельбург и Г.Меккер. Электрические дуги и термическая плазма. М.,ИЛ, 1961.
44. С.И.Акасофу, С.Чепмен. Солнечно-земная физика. Часть I.

М.,Изд. "Мир",1974.

45. Г.Альвен, К.Фельдхаммар. Космическая электродинамика М.,Изд."Мир", 1967.

46. И.Ф.Кварцхава, Г.Г.Зукакишвили, Ю.С.Гваладзе, Ю.В.Матвеев, Н.А.Размадзе,З.Д.Чкуасели, В.К.Орешкин, И.Я.Бутов В сб.:"Ш международная конференция по исследу физики плазмы и УТР. Новосибирск, август 1968 г." Новосибирск, 1969, т.1, с.237.

47. И.Ф.Кварцхава, Г.Г.Зукакишвили, Ю.В.Матвеев, Ю.С.Гваладзе, Н.А.Размадзе, А.А.Бесшапошников, Э.К.Тихонов, Э.Д.Чкуасели, Э.Ю.Хаутиев, И.Я.Бутов. В кн.: "IУ международная конференция по исследованию физики плазмы и УТР, Висконсин, Медисон, США, июль 1971".

48. Н.Н.Комаров, В.М.Фадеев. ЖЭТФ, 1961,т.41, вып.2 (8), с.528.

49. Л.А.Арцимович. Управляемые термоядерные реакции, М.Физматгиз.,1961.

50. Д.Роуз, М.Кларк. Физика плазмы и управляемые термоядерные реакции, Госатомиздат, 1963.

51. Л.А.Арцимович. Физический энциклопедический словарь; Издательство "Советская энциклопедия",1965, т.4.

52. B.Lenert. Plasma Physics (I, "Nuclear Energy", Part C), 1967, v.9, p.301(1967).

53. W.H.Bostick, V.Nardi, and W.I.Prior. Plasma Physics, 1972, v.8, Part I, p.7.

54. V.Nardi. Phys. Rev. Lett, 1970, v.25, N II, p.718.

55. W.H.Bostick. The Pinch Effect Revisited. "Intern. Journ. Fus. Energy", 1977, v.I, N 1.

56. Н.В.Филиппов, Т.И.Филиппов и др. Тр. УП межд. конф. по ионизац. явлен. в газах.Белград, т.1, 1956.

ი.ქვარცხავა, ი.ღვალაძე, გ.ზუკაკიშვილი,
ნ.კერვალიძე, ნ.კობაროვი, ვ.ფადეევი

მაღალდენიან პლაზმაში სივრცულ-პერიოდული სტრუქტურის წარმოქმნის მოვლენა - "ქვარცხავას სტრუქტურა"

რეზიუმე

სტატიაში განიხილება პლაზმის სივრცულ-პერიოდული სტრუქტურის წარმოქმნა და განვითარება ზეტ-, თეტა - და კომბინირებულ ზეტ-თეტა პინჩებში კვაზისტაციონარული მაგნიტური ველის ზემოქმედებით და ველის გარეშე. დადგენილია, რომ ამ განმუხტვებში წარმოიქმნება პლაზმის ბოჭკოვანი სტრუქტურა, მიმართული ელექტრული ველის გასწვრივ /E- ბოჭკო/ და მაგნიტური ველის გასწვრივ /H- ბოჭკო/. მოცემულია მაღალდენიან პლაზმაში სტრუქტურის წარმოშობის პირობები. E- ბოჭკო, მიმართული ელექტრული ველის გასწვრივ, წარმოადგენს ელემენტარულ ზეტ-პინჩს, რომელშიაც მიედინება დენის ძირითადი ნაწილი და აკმაყოფილებს ბენეტის პირობას.

H- ბოჭკოს შეუძლია იარსებოს E- ბოჭკოს სისტემის პერპენდიკულარულად, მიმართულია ელექტრული ველის პერპენდიკულარულად და თვითშეთანხმებული მაგნიტური ველის გასწვრივ, წარმოიშობა პლაზმაში, როცა არსებობს E- ბოჭკოს განვითარებული სისტემა და შეიძლება მივანსგავსოთ ელემენტარულ თეტა-პინჩს.

სტრუქტურის ფორმირებაზე გავლენას ახდენს საწყისი და სასაზღვრო პირობები. თეორია ექსპერიმენტთან არის დამაკმაყოფილებელ თანხმობაში.

I. Kvartskhava, Y. Gvaladze, G. Zukakishvili, K. Kervalidze, N. Komarov, V. Fadeev

THE PHENOMENON OF THE FORMATION OF SPATIALLY-PERIODIC HIGH-CURRENT PLASMA STRUCTURES: "KVARTSKHAVA STRUCTURE"

Summary

Spatially periodic plasma structures, formed and developed in Z-, θ and combined $(Z - \theta)$ pinches, are considered against the quasi-stationary magnetic field and without it. It has been found that in these discharges plasma filamentary structures are formed along the electrical field (E-filaments) and along the magnetic field (H-filaments). The conditions for the emergence of high-current plasma structures are given.

E-filaments are elementary Z-pinches carrying the main part of the discharge current and satisfying Bennett selffocusing conditions. H-filaments appear in plasma when a system with developed E-filaments is already available. H-filaments can be considered as elementary θ-pinches.

Initial and boundary conditions affect the structure formation. The experiments are in satisfactory agreement with the theory.

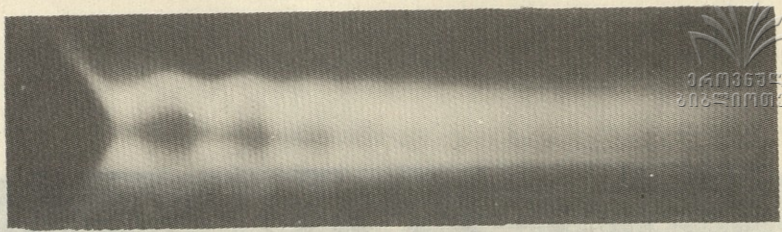


Рис.I

Инерционное колебание водородной плазменной трубки тета-пинча. Разрядная камера из фарфора диаметром 27 см.,длиной I00 см.; разрядная катушка-короткая, диаметром 39 см , длиной 40 см. Условия разряда: начальное давление - 50 Тор; период разряда - 40 мкс; емкость накопителя - I20 мкф; максимальные значения: напряжения - 30 кВ, разрядного тока - 560 кА, магнитного поля - 24 кЭ. Временная развертка: 7 мм - I мкс.

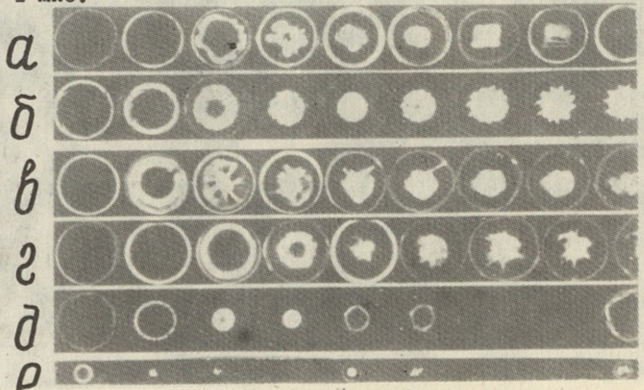


Рис. 2

СФР-грамма тета-пинча (режим "лупы времени", вид с торца разрядной камеры). Экспозиция кадра - 0,5 мкс, временной интервал между кадрами - 2мкс. Условия разряда даны в таблице.

Рис.	Газ	P тор	H кэрст	Диаметр (см)		Длина (см)	
				камеры	катушки	камеры	катушки
а	воздух	0,I	I2	39	27	55	I00
б	H_2	0,I	35	39	27	I5	I00
в	He	0,7	35	39	27	I5	I00
г	He	0,05	I8	39	27	55	I00
д	He	0,I	I0	39	27	55	I00
е	He	0,05	70	4,5	4	I5	I00

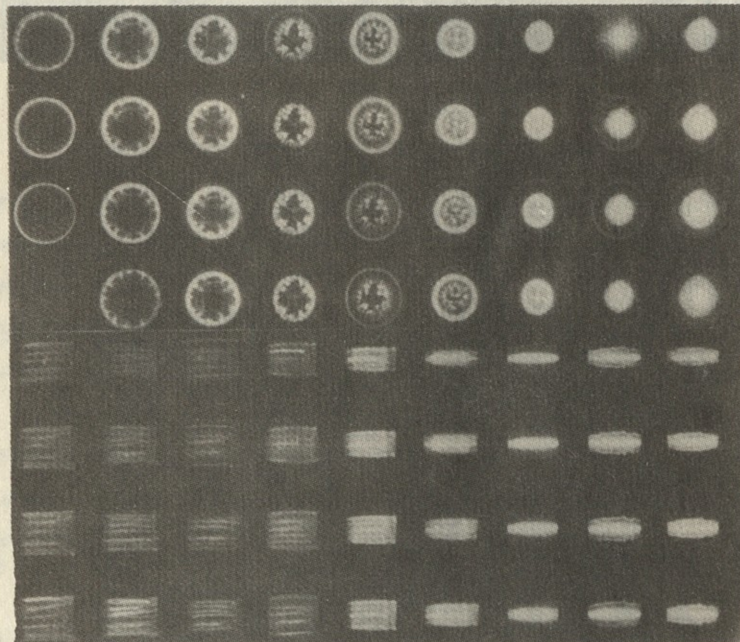


Рис. 3

Пространственно-периодическая структура плазмы зет-пинча в цилиндрической камере. Верхний снимок-вид с торца, нижний вид сбоку. Последовательность кадров на СФР-грамме снизу вверх и слева направо. Экспозиция кадра - 0,5 мкс. Условия разряда: газ - гелий, начальное давление - 0,I Тор ; период разряда - I3 мкс ; емкость накопителей - 7,5 мкФ ; максимальные значения: разрядного тока - 200 кА, напряжения - 70 кВ.

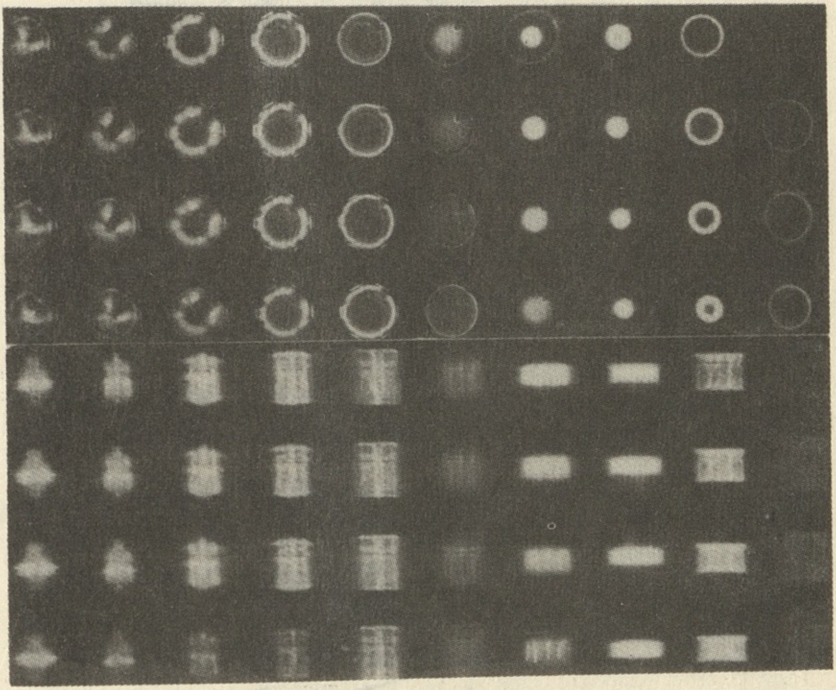


Рис. 4

Пространственно-периодическая структура плазмы тета-пинча. Верхний снимок - вид сбоку, нижний - вид с торца. Условия разряда: газ-гелий, давление - 0,I Тор; емкость накопителей - I5 мкФ; период разряда - I6,5 мкс; экспозиция кадра - 0,5 мкс; максимальное значение: разрядного тока - 380 кА, магнитного поля - I3 кГс, напряжения - 68 кВ.

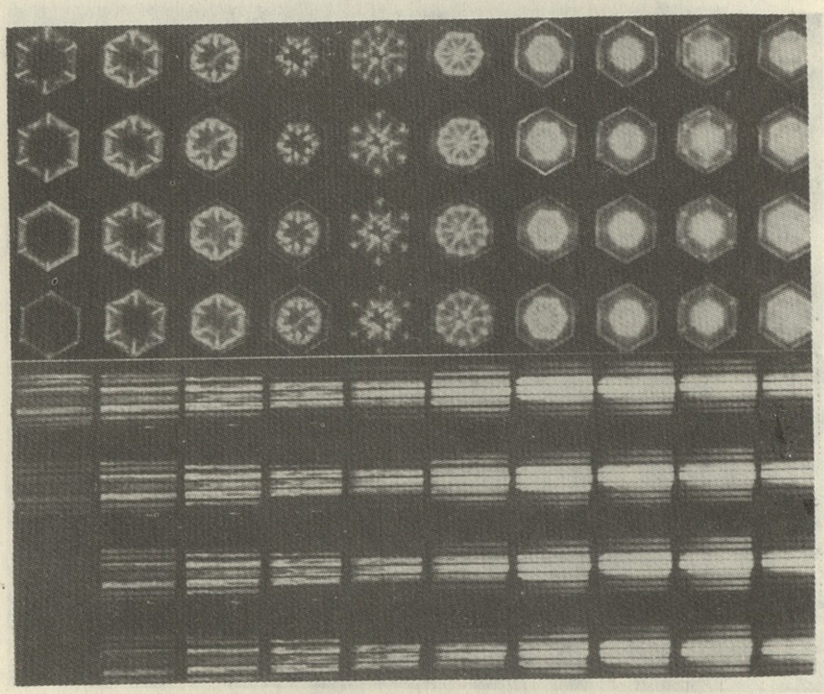


Рис. 5

Пространственно-периодическая структура плазмы зет-пинча в шестигранной камере. Верхний снимок - вид с торца, нижний-сбоку. Условия разряда: газ-гелий, начальное давление - 0,I Тор; период разряда - I4 мкс ; емкость накопителей - 7,5 мкф ; максимальные значения: разрядного тока - 200 кА, напряжения - 68 кВ.

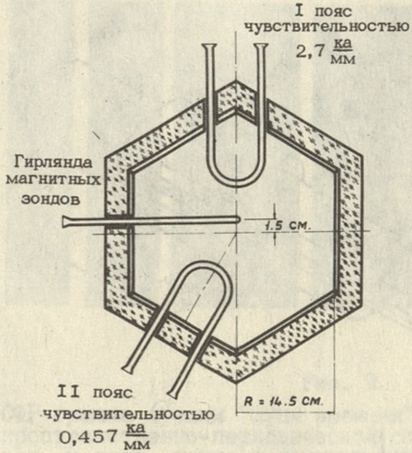


Рис. 6

Расположение поясов Роговского и гирлянды магнитных зондов в средней части разрядной камеры зет-пинча.

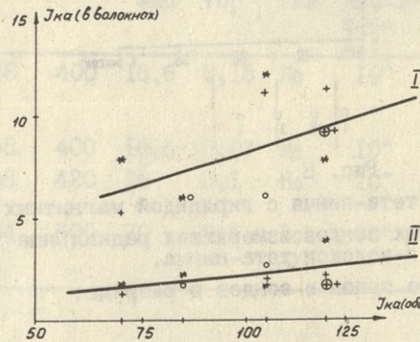


Рис. 7

Распределение тока в Е-волокнах в зет-пинче в зависимости от величины разрядного тока при давлениях: ⊕ - 0,I ; + - 0,05 ; о - 0,02 ; ✱ -0,0I Тор. Точки в окрестности I кривой соответствует значениям тока в Е-волокнах, измеренным I поясом, а в окрестности П кривой–измеренным П поясом.

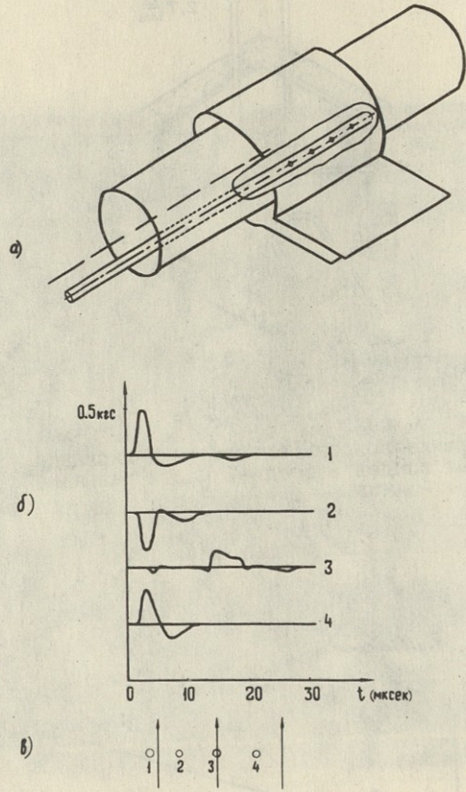


Рис. 8

а) Разрядная камера тета-пинча с гирляндой магнитных зондов.

б) Сигналы с магнитных зондов, измеряющих радиальные H_r – компоненты E-волокон тета-пинча.

в) Взаиморасположение токов и зондов в разряде.

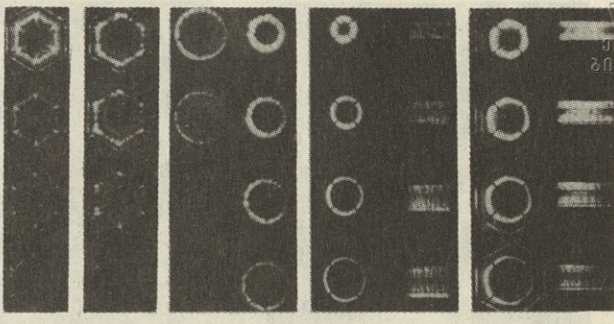


Рис. 9

СФР-грамма (режим "лупы времени"). Зависимость пространственно-периодической структуры плазмы зет- и тета- пинча в камерах цилиндрической и шестигранной конфигурации от аксиальной B_z и азимутальной B_φ составляющих магнитного поля. Условия экспериментов см. в таблице.

Рис.	C мкФ	кВ	I кА	T мкс	P Тор	газ	Скорость нараст. тока А/с	Разрядная камера: длина	Разрядная камера: ширина	Вид пинча
а	I5	68	400	I6,6	0,I5	He	I0"	50	ширина грани I6	зет
б	I5	68	400	I6,6	0,07	He	I0"	50	-"-	зет-
в	I5	68	420	I5	0,I	He	I0"	40	диаметр 30	зет-
г	30	64	600	20	0,I	Воздух	I0"	40	-"-	зет-

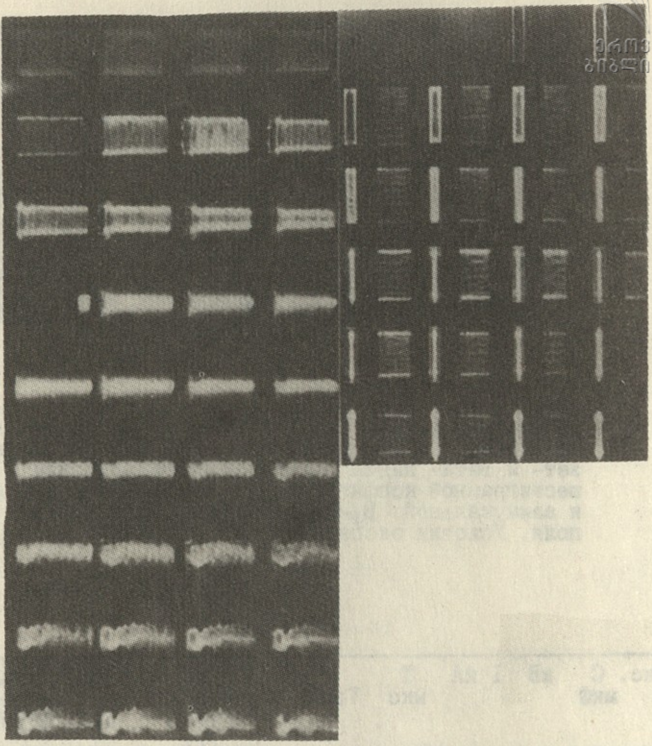


Рис.IO

Пространственно-периодическая структура плазмы в "плоском" зет пинче. а) Верхний ряд-снимки с широкой стороны камеры,нижний ряд-снимки со сто роны торца разрядной камеры через полые электроды (см. схему на рис.IO). б) Снимки зет-пинча с широкой стороны камеры, когда вдоль узких ее сторон по металлическим проводникам протекает стационарный ток. Условия разрядов: газ-гелий, начальное давление - 0,I Тор ; период разряда - 22, I3,8 мкс ; емкость накопителей - I5, 30 мкФ ; максимальные значения; разрядного тока - 200, 200 кА, напряжения - 30, 25 кВ, соответственно для а) и б). Стационарный ток I40 кА создает на внутренней стороне узкой стенки камеры поле 5,6 кЭ.

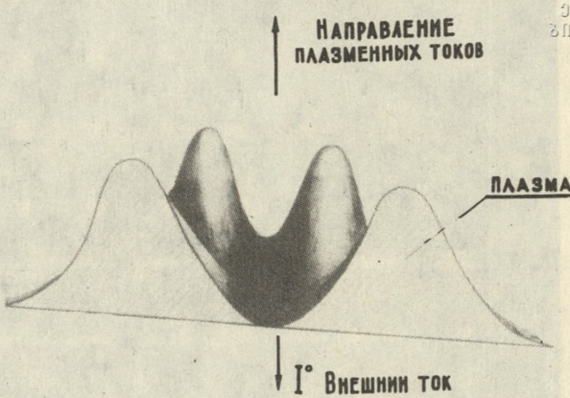


Рис.II

Рельеф плотности плазмы при наличии обратного внешнего тока.

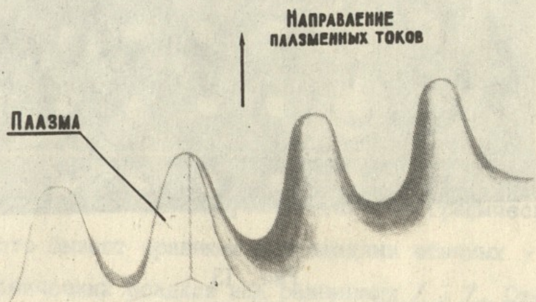


Рис. I2.

Рельеф плотной плазмы плоского слоя с пространственно-периодической структурой.

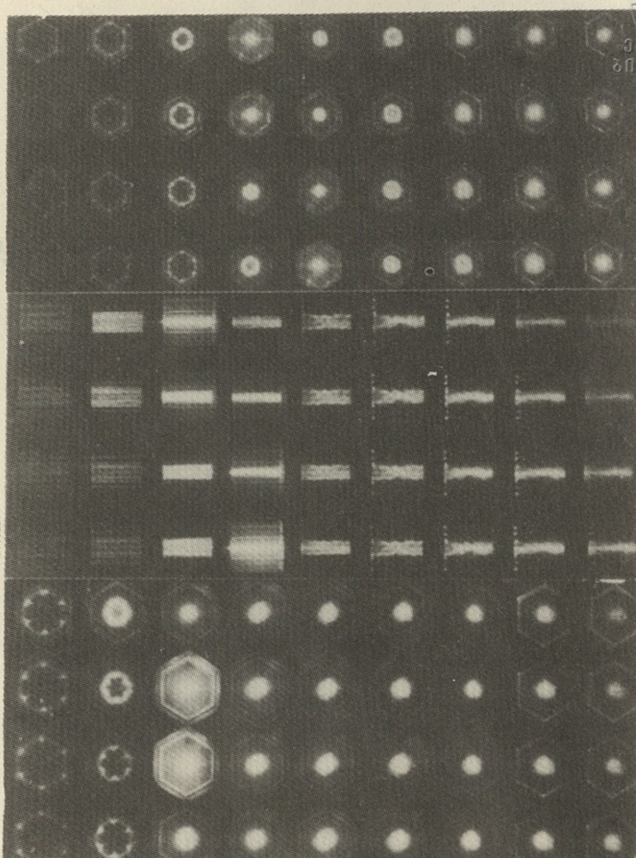


Рис. I3

Спиральная волокнистая структура плазмы в комбинированном пинче. Газ-гелий. а) Вид с торца и б) вид сбоку, одного и того же разряда. Начальное давление P_o=0,I Тор, период зет- и тета-пинча T_z = 22 мкс, T_θ= 30 мкс., амплитудное значение токов I_z = 230 кА, I_θ = 350 кА, смещение во времени между зет- и тета-пинчем Δt = 4 мкс,
в) вид с торца разряда большей мощности. Ро =0,05 Тор ;
T_z = 25,5 мкс ; T_θ = 27 мкс ; I_z = 420 кА ;
I_θ = 700 кА ; Δt = 4 мкс.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები
216, 1980

УПРОЩЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ НА РАЗНЫХ УРОВНЯХ АТМОСФЕРЫ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОРОГРАФИИ

З.В.Хведелидзе, Т.П. Давиташвили

Одна из основных особенностей атмосферных движений - широкий спектр их масштабов - относится и к вертикальным скоростям. Вообще говоря, этот спектр непрерывен, т.е. в границах спектра можно выделить возмущения любой длины волны, но методически удобнее разбить этот спектр на участки в соответствии с характером метеорологических процессов, в которых тот или иной масштаб вертикальных скоростей является определяющим.

Опыты показывают, что площади, занимаемые орографическ ми осадками, часто бывают сравнимы с площадями обычных фронтально-циклонических осадков над равнинами / I /. Отсюда следует, что динамическое влияние горных склонов может распространяться на большие пространства, а в процессах формирования обширных зон орографических осадков важная роль принадлежит крупномасштабному механизму. Это позволяет производить учет орографии в рамках квизигеострофической теории атмосферных движений.

Будем говорить только о крупномасштабных вертикальных скоростях, поскольку численные методы в настоящее время достаточно разработаны лишь для прогноза макромасштабных процессов.

Цель данной работы состоит в получении прогностического выражения для τ, которая является аналогом вертикальной скорости и вычисляет соответствующие функции влияния. Для этого воспользуемся полной системой уравнений гидротермодинамики с учетом рельефа. Эта система имеет вид /2,3/

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial x} + ag\frac{\partial H}{\partial \zeta_0} - \ell v = -\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \tau\frac{\partial u}{\partial p}\right) = -B_u\,, \tag{I}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial y} + bg\frac{\partial H}{\partial \zeta_0} + \ell u = -\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \tau\frac{\partial v}{\partial p}\right) = -B_v\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\eta}\frac{\partial \tau}{\partial \zeta_0} = 0 \tag{3}$$

$$\zeta_0^2 \eta g\frac{\partial^2 H}{\partial t\partial \zeta_0} + c^2\tau = -\zeta_0^2\eta\left(ug\frac{\partial^2 H}{\partial x\partial \zeta_0} + vg\frac{\partial^2 H}{\partial y\partial \zeta_0}\right) = -B_\tau\,. \tag{4}$$

Здесь

$$a = -\zeta_0\frac{\partial \ln \eta}{\partial x}\,; \quad b = -\zeta_0\frac{\partial \ln\eta}{\partial y}\,; \quad \zeta_0 = \frac{P}{P_z(x,y)}\,,$$

остальные обозначения общеизвестны /I/.

С помощью теоремы Гельмгольца, на основании которой имеем

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}\,; \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\,,$$

где ψ – функция тока, φ – потенциал скорости, перепишем систему (I) – (3) в виде

$$\frac{\partial \Delta\psi}{\partial t} + \ell\Delta\varphi + \frac{\partial}{\partial \zeta_0}\left(b\frac{\partial \Phi}{\partial x} - a\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = B_\Omega\,, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial t} + \Delta\Phi - \ell\Delta\psi + \frac{\partial}{\partial \zeta_0}\left(a\frac{\partial \Phi}{\partial x} + b\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = B_D\,, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \zeta_0} = -\Delta\varphi\,, \tag{7}$$

где значения B_Ω и $B_\mathcal{D}$ очевидны, $\beta = \dfrac{dl}{dy}$ – параметр Россби, а $\Phi = gH$.

Применяя оператор Карсона-Хевисайда по $t_1 = lt$, $\bar{f} = p\int_0^\infty f e^{-pt} dt$, получим:

$$p\Delta\bar{\psi} + \Delta\bar{\varphi} + \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial\zeta_0}\left(b\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} - a\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right) = \frac{1}{l}B_\Omega + p\Delta\psi_0 ; \tag{8}$$

$$p\Delta\bar{\varphi} + \frac{1}{l}\Delta\bar{\Phi} - \Delta\bar{\psi} + \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial\zeta_0}\left(a\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} + b\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right) = \frac{1}{l}B_\mathcal{D} + p\Delta\varphi_0 ; \tag{9}$$

$$p\zeta_0^2\eta\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial\zeta_0} + \frac{c^2}{l}\bar{\tau} = B_\tau + p\zeta_0^2\eta\frac{\partial\Phi_0}{\partial\zeta_0} ; \tag{10}$$

$$\frac{1}{\eta}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\zeta_0} = -\Delta\bar{\varphi} . \tag{11}$$

Из этих уравнений получается уравнение для $\bar{\tau}$ вида

$$\zeta_0^2\frac{\partial^2\bar{\tau}}{\partial\zeta_0^2} + \frac{c^2}{l^2}\frac{1}{p^2+1}\Delta\bar{\tau} + \frac{c^2}{l^2}\zeta_0^2\frac{1}{p^2+1}\frac{\partial}{\partial\zeta_0}\frac{1}{\zeta_0^2}\left(B\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial x} + c_1^2\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial y}\right) = F , \tag{12}$$

где

$$B = \frac{pa + b}{l} ; \quad c_1 = \frac{pb - a}{l} .$$

В выражение F входят комбинации правых частей системы (8) – (11).

Для решения этого уравнения необходимо задать два граничных условия для ζ_0, а именно:

1) $\zeta_0 \longrightarrow 0, \quad \bar{\tau} = 0 ;$ (13)

2) $\zeta_0 = 1; \quad \tau = \rho\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial t} + u\dfrac{\partial\Phi}{\partial x} + v\dfrac{\partial\Phi}{\partial y} + au\dfrac{\partial\Phi}{\partial\zeta_0} + bv\dfrac{\partial\Phi}{\partial\zeta_0}\right),$ (14)

т.е. условия обтекания твердой поверхности Земли.

Решение (12) при условиях (13)-(14) в аналитическом виде пока не удается, поэтому попробуем получить решение

3а

упрощенного уравнения.

Используем приближенное соотношение между τ и Φ, которое справедливо для любого уровня атмосферы (при условии геострофичности),

$$\tau = \rho_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \qquad (15)$$

где ρ_1 – плотность на данной поверхности.

После применения оператора Карсона–Хевисайда получим

$$\bar{\tau} = \rho_1 \bar{\varphi}. \qquad (16)$$

Учитывая (16), с помощью уравнений (8) – (11) имеем

$$-\frac{P^2+1}{\eta}\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \zeta_0} + \frac{P}{l\rho_1}\Delta\bar{\tau} + \frac{B}{\rho_1}\frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial \zeta_0} + \frac{c_1}{\rho_1}\frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial y \partial \zeta_0} = F_1. \qquad (17)$$

Здесь

$$F_1 = \frac{1}{l}B_{\Omega} + P\Delta\psi_0 + \frac{P}{l}B_{D} + P^2\Delta\varphi_0.$$

Подставим

$$\bar{\tau} = \tau_1(\zeta_0)\,\ell^{-\frac{l}{2P}(Bx+c_1y)},$$

получим

$$\frac{d\bar{\tau}_1}{d\zeta_0} - \mathcal{A}^2\bar{\tau}_1 = F_2, \qquad (18)$$

где

$$\mathcal{A}^2 = \frac{l^2(B^2+c_1^2)}{4P^2\left[\frac{l^2}{2P}(B^2+c_1^2) + \frac{P^2+1}{P}\frac{l\rho_1}{\eta}\right]} = \frac{1}{P\left(2+\frac{4l\rho_1}{\eta(a^2+b^2)}\right)};$$

$$F_2 = \frac{\frac{l\rho_1}{P}F_1}{\frac{l^2}{2P}(B^2+c_1^2) + \frac{P^2+1}{P}\frac{l\rho_1}{\eta}}\,\ell^{\frac{l}{2P}(Bx+c_1y)} \qquad (19)$$

Решение уравнения (18) с учетом условия (13) можно представить в виде

$$\bar{\tau}_1 = \frac{F_2}{\lambda^2}\left(e^{\lambda^2 \xi_0} - 1\right). \qquad (20)$$

Возвращаясь к $\bar{\tau}$ и учитывая (19), получаем

$$\tau = \frac{D}{p^2+1}\left(e^{\lambda^2 \xi_0} - 1\right). \qquad (21)$$

Здесь

$$D = \frac{2\ell\rho_1 \eta}{(a^2+b^2)\eta + 2\ell\rho_1}$$

Нужно обратиться к следующим операторам:

$$e^{\frac{K}{p}}\,; \quad \frac{1}{p^2+1}\,; \quad \frac{p}{p^2+1}\,; \quad \frac{p^2}{p^2+1}\,.$$

Из таблицы /4/ находим

$$e^{\frac{K}{p}} \doteq J_0\left(2\sqrt{Kt}\right); \quad \frac{1}{p^2+1} \doteq 1 - \cos t\,;$$

$$\frac{p}{p^2+1} \doteq \sin t\,; \quad \frac{p^2}{p^2+1} \doteq \cos t.$$

Следовательно, воспользовавшись теоремой умножения, решение уравнения (18) можно записать в виде:

$$\tau = D\Big\{\frac{1}{\ell}B_\Omega\Big[\int_0^t J_0\left(2\sqrt{K(t-t_1)}\right)(1-\cos t_1)\,dt_1 - (1-\cos t)\Big] + \left(\Delta\varphi_0 + \frac{B\Omega}{\ell}\right)\Big[\int_0^t J_0\left(2\sqrt{K(t-t_1)}\right)\sin t_1\,dt_1 - \sin t\Big] + \Delta\varphi_0\Big[\int_0^t J_0\left(2\sqrt{K(t-t_1)}\right)\cos t_1\,dt_1 - \cos t\Big]\Big\} \qquad (22)$$

где $\quad K = \dfrac{\xi_0 \eta (a^2+b^2)}{2\eta(a^2+b^2) + 4\ell\rho_1}\,.$

Обозначим

$$G_1 = \int_0^t J_0\left(2\sqrt{k(t-t_1)}\right)(1-\cos t_1)\,dt_1 - (1-\cos t);$$

$$G_2 = \int_0^t J_0\left(2\sqrt{k(t-t_1)}\right)\sin t_1\,dt_1 - \sin t;$$

$$G_3 = \int_0^t J_0\left(2\sqrt{k(t-t_1)}\right)\cos t_1\,dt_1 - \cos t.$$

Для получения интересующего нас результата целесообразно представить G_i в виде ряда по степеням t.

Эти функции были запрограммированы на машине "БЭСМ-6" и вычислялись для значения t = 1,2,3... 24 ч. В расчете учитывались члены до t^4 включительно. Соответствующие графики G_i даны на рис. Оказалось, что влияние B_Ω (нелинейная часть уравнений движения) на τ ($G\sim\bullet$) сильно в начальной стадии. После t =3 ч. это влияние почти не сказывается. Такой же характер имеют и влияния $\left(\Delta\varphi_0+\frac{B\omega}{l}\right)G_2$ (см.график для $G_2\sim o$) и $\Delta\varphi_0$ (см.график для $G_3\sim\Delta$) на изменения значения τ. Интересно, что одинаковые картины получаются на разных изобарических поверхностях (1000, 850, 700, 500, 300 мб). Из анализа графиков можно заключить, что влияние горы сильно в начальный момент развития вертикальных движений и имеет одинаковый вид на всех уровнях. Эти результаты соответствуют тем выводам, которые были получены в работах /1,5 /.

Поступила 6.Ш.1980

Кафедра
геофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И.Ромов, Известия АН СССР. " Физика атмосферы и океана", т.УП, № II, 1971, стр.54-60.

2. З.В.Хведелидзе,"Метеорология и гидрология", № 5,1975, стр.72-79.

3. Т.П. Давиташвили, З.В.Хведелидзе."Метеорология и гидрология", № 3,1978 г., стр.36-42.

4. В.А.Диткин и П.И.Кузнецов."Справочник по операционному исчислению".Изд. технико-теоретический литер.1951г.

5. Б.А.Микашвидзе. Труды ЗакНИГМИ, вып.24 (30),1967, стр.67-82.

ზ.ხვედელიძე, თ.დავითაშვილი

ატმოსფეროს სხვადასხვა დონეზე ვერტიკალური სიჩქარის გამოთვლის გამარტივებული მეთოდი ოროგრაფიის გავლენის გათვალისწინებით

რეზიუმე

მოცემულია ვერტიკალური სიჩქარის მოკლევადიანი ლოკალური პროგნოზის ამოცანის დასმა ჰიდროთერმოდინამიკის განტოლებათა სრული სისტემის გამოყენებით. ოროგრაფიის გავლენა გათვალისწინებულია $\zeta_0 = \frac{P}{P_z(x,y)}$ სისტემის გამოყენებით. გამოითვალა შესაბამისი გავლენის ფუნქციები და აღმოჩნდა, რომ მთის გავლენა ჰაერის ვერტიკალურ მოძრაობაზე ძლიერია საწყის მომენტში და თითქმის ერთნაირია ყველა იზობარულ დონეზე.

Z.Khvedelidze, T.Davitashvili

A SIMPLIFIED METHOD OF CALCULATING VERTICAL VELOCITIES AT DIFFERENT ATMOSPHERIC LEVELS WITH ACCOUNT OF THE INFLUENCE OF OROGRAPHY

Summary

The problem of predicting short-term local vertical velocity is posed with the aid of a complete system of hydrodynamic equations. The influence of orography is taken account of through the $\zeta_0 = \frac{p}{p_*(x,y)}$ system.

Calculation of the functions of the corresponding influence has revealed that mountain influence on the vertical motion is stronger at the initial stage, being almost identical at all isobaric levels.

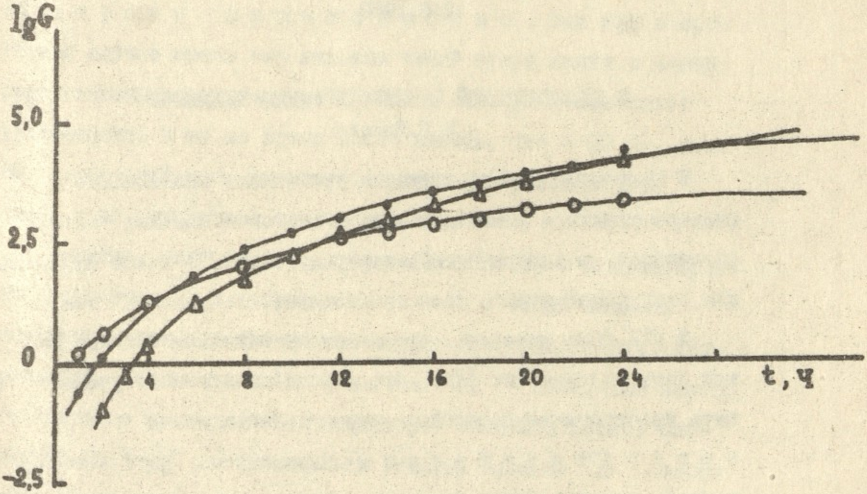


Рис.I

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

О КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ТАХИОНОВ

Ю.Г.Борода

В настоящей работе получены уравнения, описывающие электромагнитное взаимодействие тахионов и обычных частиц (брадионов) в классической электродинамике, а также выражения для электромагнитного поля произвольно движущегося тахиона.

В /I/ было показано, что в основу описания тахиона должен быть положен тот факт, что лоренц-инвариантно упорядочить пространственноподобную мировую линию можно лишь п р о с т р а н с т в е н н ы м параметром. Такое описание тахиона альтернативно описанию, основанному на реинтерпретационном принципе /2,3/.

В нашем подходе тахион в обычной (связанной с брадионами) системе отсчета /СО/ K математически представляет лишь особого рода лоренц-преобразование /I/ брадиона, покоящегося в СО K', движущейся относительно K со скоростью $|\vec{V}| > c$ (c – скорость света в вакууме, ниже $c \equiv 1$). Наиболее прост и удобен для применений предельный (при $|\vec{V}| \to \infty$) вид этих преобразований, записанных в псевдоэвклидовой форме

$$dt = dx'; \quad dy = i\,dy'; \quad dz = i\,dz'; \quad dx = dt'; \quad (i^2 = -1), \qquad \text{(I)}$$

где ось OX выбрана вдоль скорости $\vec{V}$.

Скорость $\vec{V}$ создает в трехмерном пространстве ф и з и -

чески выделенное направление, так что обычные СО $K_{\parallel}$, движущиеся параллельно $\vec{V}$, становятся физически неэквивалентными обычным СО $K_{\perp}$, имеющим компоненту скорости, перпендикулярную $\vec{V}$. Действительно, в СО $K_{\parallel}$ тахион в произвольном внешнем поле должен двигаться строго прямолинейно, так как в противном случае среди его мировых линий будут линии с 4-мерными самопересечениями, что противоречит релятивистской причинности. В то же время легко видеть, что в СО $K_{\perp}$ тахион, изменяющий свою скорость, описывает криволинейную (хоть и не замкнутую) траекторию.

Тахионы, получаемые преобразованиями (I) с коллинеарными скоростями $\vec{V}$, образуют класс. Таких классов - континуум, соответственно континууму пространственных направлений. Для каждого $\vec{n}$ - класса ($\vec{n}$ - единичный вектор трехмерного пространства) существует соответственное множество $СО(K_{\parallel})_{\vec{n}}$, относительно которых тахионы $\vec{n}$ -класса движутся всегда прямолинейно. На пересечении этих множеств будет одна (с точностью до пространственных поворотов осей) выделенная СО K_o, относительно которой прямолинейно движутся тахионы всех классов.* В определенном смысле СО K_o играет роль системы "абсолютного покоя".

Разумеется, сказанное выше ни в коей мере не затрагивает физической эквивалентности обычных СО для процессов с участием только брадионов.

---

* Ниже, говоря о тахионах $\vec{n}$ -класса, будем считать, что мы находимся в одной из $СО(K_{\parallel})_{\vec{n}}$; ось OX будем при этом располагать по $\vec{n}$.

Из (I) следует, что состояние системы тахионов x -класса определено на гиперплоскости $\{-\infty<t<+\infty, -\infty<y<+\infty, -\infty<z<+\infty; x=const\}$. Это – важнейший пункт в построении корректного описания тахионов. В классической механике его следствием будет то, что под траекторией тахиона следует понимать однозначную функцию $t=t(x)$; под скоростью – производную $u \equiv (dt/dx)$ $(|u|<1)$; энергия π_t и импульс π_x тахиона с массой m определятся при этом как $\pi_t = \gamma m u$, $\pi_x = \gamma m = (m^2+\pi_t^2)^{1/2}$; $\gamma \equiv (1-u^2)^{1/2}$, а уравнение движения должно будет определять производную $d\pi_t(x)/dx\, (d\pi_x/dx \equiv u \cdot d\pi_t/dx)$. Состояние тахионного поля будет задаваться совокупностью значений полевых функций и их производных на всей плоскости $x=const$ за все время от $t\to-\infty$ до $t\to+\infty$. Любая динамическая величина $I=I(x)$ будет выражаться при этом интегралом по $dt\,dy\,dz$ от x -компоненты соответствующей плотности тока $j_x(t,y,z,x)$:

$$I(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int_{-\infty}^{+\infty}dy\int_{-\infty}^{+\infty}dz\, j_x(t,y,z,x), \tag{2}$$

а сохранение величины I – описываться уравнением $dI(x)/dx=0$. Роль оператора эволюции будет играть при этом оператор полного x - и м п у л ь с а поля.

В силу прямолинейности движения импульс π^i и ток J^i тахионов x -класса представляют собой 2-векторы

$$\pi^i \equiv (\pi_x, \pi_t); \; J^i \equiv (J_x, J_t).$$

Легко видеть, что (I) преобразуют истинный 2-вектор (в K') в псевдо-2-вектор (в K). Если, как обычно, массу и заряд частицы считать истинными скалярами, то 2-векторы импульса и тока тахионов представляют собой псевдо - 2-векторы. Это приводит, <u>во-первых</u>, к тому, что тахионы в принципе не могут рождаться или поглощаться в реакциях между брадионами. Следовательно, источник (поглотитель) тахионов, состоящий из брадионов, принципиально невозможен. Это снимает "причинные парадоксы", выдвигавшиеся против тахионов (см., например, обзоры /4-6/). Как можно видеть, пардоксы эти возникали не из гипотезы существования тахионов, но из предположения, что тахионами можно сигнализировать. Из сказанного выше, в частности, следует, что тахионы имеет смысл искать лишь в космических лучах. Длина свободного пробега стабильного тахиона в брадионной материи должна быть бесконечной, нестабильный же тахион , как следует из (I), будет иметь длину свободного пробега, ограниченную снизу.

<u>Во-вторых</u>, брадионный и тахионный токи, имея противоположные четности, не могут аддитивно складываться. Следовательно, тахионные токи могут входить в правые части лишь уравнений Максвелла для $div\vec{\mathcal{H}}$ и $rot\vec{\mathcal{E}}$. Действительно, методом раскрытия ковариантных выражений в "тахионной метрике" /I/ уравнения Максвелла для полей $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$, создаваемых тахионными токами, могут быть получены /7/ в виде

$$div\vec{\mathcal{E}}=0;\ rot\vec{\mathcal{E}}+\frac{\partial\vec{\mathcal{H}}}{\partial t}=-4\pi\vec{j};\ div\vec{\mathcal{H}}=4\pi j_t;\ rot\vec{\mathcal{H}}-\frac{\partial\vec{\mathcal{E}}}{\partial t}=0. \quad (3)$$

Уравнения (3) столь же асимметричны, что и уравнения Максвелла для полей брадионов, но характер этой асимметрии -

противоположный. Отсюда следует, что асимметрия уравниний Максвелла для чисто брадионных (тахионных) источников является лишь выражением фундаментального факта, что материальная частица не может пересечь светового барьера. В этой связи искусственная симметризация брадионных уравнений Максвелла введением гипотезы брадионного магнитного монополя является, повидимому, излишней. Подчеркнем, однако, что свойства, предполагавшиеся для монополя, существенно отличиются от свойств заряженного тахиона, так что между ними отнюдь не следует ставить знака тождества.

Важное отличие (3) от уравнений Максвелла для брадионов состоит также и в том, что если в последних квадрат 4-вектора тока имел фиксированный знак (сумма времениподобных 4-векторов есть снова времениподобный вектор), что накладывало определенные ограничения на поля заряженных брадионов, то в (3) этого ограничения уже не будет, так как векторная сумма пространственноподобных векторов может дать как пространственноподобный так и времениподобный вектора.

Уравнения (3) вместе с выражением полей через псевдо-4-вектор-потенциал $B^i \equiv (\vec{B}, b)$

$$\vec{\mathcal{E}} = \operatorname{rot} \vec{B}; \quad \vec{\mathcal{H}} = \operatorname{grad} \vec{B} + \frac{\partial b}{\partial t} \qquad (4)$$

можно получить из (I), если преобразовывать поля так:

$$\mathcal{E}_x = H'_x; \quad \mathcal{E}_y = i E'_z; \quad \mathcal{E}_z = -i E'_y; \qquad (5)$$

$$\mathcal{H}_x = -E'_x; \quad \mathcal{H}_y = i H'_z; \quad \mathcal{H}_z = -i H'_y$$

(здесь и ниже поля брадионов обозначены строчными буквами $\vec{E}$, $\vec{H}$ в отличие от прописных $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$, обозначающих поля тахионов).

Преобразуя с помощью (5), (I) поля Льенара-Вихерта прямолинейно движущегося брадиона и учитывая в системе положительность квадрата радиуса-вектора введением единичной θ-функции, получим поля Льенара-Вихерта тахиона с зарядом q, движущегося вдоль оси OX по траектории $t_0 = t_0(x)$. В цилиндрических координатах ρ, φ, x отличные от нуля компоненты полей $\mathcal{H}_x$, $\mathcal{H}_\rho$, $\mathcal{E}_\varphi$ имеют вид

$$\mathcal{H}_x = -q\gamma^{-3}\theta(\gamma^2)\{(1-u_0^2)[(t-t_0)-\beta u_0]+\rho^2 u_0'\}; \qquad (6а)$$

$$\mathcal{E}_\varphi = -q\gamma^{-3}\theta(\gamma^2)\rho[(1-u_0^2)+u_0'(t-t_0)];$$
$$\mathcal{H}_\rho = +q\gamma^{-3}\rho(u_0+\beta u_0')\theta(\gamma^2); \qquad (6б)$$

$$\beta \equiv [(t-t_0)^2-\rho^2]^{1/2}; \quad \gamma \equiv [\beta - u_0(t-t_0)];$$
$$u_0' \equiv du_0/dx; \quad u_0 \equiv dt_0/dx. \qquad (6в)$$

Все функции от x берутся в (6) в точке $\xi(x) = x - \beta(\xi)$. В частном случае $u_0 = const(x)$ и $t_0 = 0$ при $x = 0$ из (6) получим

$$\mathcal{H}_x = -q\gamma_0^3(t-u_0x); \quad \mathcal{E}_\varphi = -q\gamma_0^3\rho; \quad \mathcal{H}_\rho = -u_0\mathcal{E}_\varphi = q\gamma_0^3 u_0\rho; \qquad (7а)$$

$$\gamma_0 \equiv (1-u_0^2)^{1/3}[(t-u_0x)^2-(1-u_0^2)\rho]^{-1/2} \times$$
$$\times\, \theta[(t-u_0x)^2-(1-u_0^2)\rho^2]. \qquad (7б)$$

Поле (7) заключено внутри области, ограниченной конической (относительно оси OX) поверхностью с углом раствора $\alpha_0 = arctg[u_0\cdot(1-u_0^2)^{-1/2}]$, симметричной относительно вершины, в которой находится тахион (см.рис.). Вся конфигурация поля движется при этом со сверхсветовой скоростью $V \equiv dX/dt = (1/u_0) > 1$, вправо при $u_0 > 0$, влево – при $u_0 < 0$. Вектор Пойнтинга $\vec{S}(S_x = u_0\mathcal{E}_\varphi^2;\ S_\rho = (t-u_0x)\mathcal{E}_\varphi^2;\ S_\varphi = 0)$, взятый в точках конической поверхности с углом раствора $\alpha<\alpha_0$ (показанной на рис. пунктиром), оказывается перпендикулярным этой поверхности, причем в переднем ($x>t/u_0$ для $u_0>0$) полуконусе он направлен к оси, а в заднем ($x<t/u_0$) - от оси, различаясь в точках, симметричных относительно вершины, лишь знаком. Это означает, что хотя поле, связанное с равномерно движущимся заряженным тахионом, существенно зависит от времени, такой тахион не излучает, но лишь п е р е и з л у ч а е т электромагнитную энергию-импульс. Это вносит определенную ясность в дискуссию о черенковском излучении тахионом в вакууме (см., напр., /8/).

Из (7) видно, что с заряженным тахионом жестко скоррелирована не только запаздывающая, но и о п е р е ж а ю щ а я волна - электромагнитный "предвестник" тахиона. Заряженный тахион так же невозможно представить без этого предвестника, как и электрон, создающий поле в одном полупространстве и не создающий его в другом. Эта особенность тахионов важна для правильной постановки начальных и граничных условий при рассмотрении действия тахиона на брадионную материю.

Принципиальное значение для тахионной электродинамики имеет поведение компонент тахионных полей $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ при инверсиях пространства и времени (ниже $P^{(\kappa)}$ обозначает четность при инверсии $\kappa^{й}$ координаты, $\kappa=t,y,z,x$). Четности $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$, которые можно найти из (5), (I), приведены в табл.I, где, для удобства сравнения, приводятся и четности компонент брадионного поля $\vec{E}$, $\vec{H}$. Из табл.I видно, что уравнения движения брадиона в поле тахиона не могут иметь вида $d\vec{P}/dt=e\vec{\mathcal{E}}+e[\vec{v}\times\vec{\mathcal{H}}]$, так как в силу противоположных y - и z -четностей у правой и левой частей этого уравнения, обе части должны тождественно обращаться в ноль. Тем не менее, сравнивая четности $dP^i/dt=\dot{P}^i$; $\vec{\mathcal{E}}$ и величин $v_\alpha \mathcal{E}_\beta$, $v_\alpha \mathcal{H}_\beta$ (табл.2), можно получить линейные по полям и скоростям уравнения движения (инвариантные относительно преобразований между СО $K_\parallel$) в следующем виде:

$$\frac{dP_x}{dt}=e(v_y\mathcal{H}_y+v_z\mathcal{H}_z);\ \frac{dP_y}{dt}=e\mathcal{E}_z-ev_x\mathcal{H}_y;$$
$$\frac{dP_z}{dt}=e\mathcal{E}_y-ev_x\mathcal{H}_z\,. \qquad (8)$$

Отметим, что уравнения (8) могут быть получены и из принципа наименьшего действия, если для брадиона в поле тахиона x -класса интеграл действия записать в виде

$$S=-e\int_{x_1}^{x_2}(B_x dt-b\,dx), \qquad (9)$$

где на псевдо-2-вектор-потенциал (4) наложено условие $\partial B_x/\partial x+\partial b/\partial t=0.$

Таблица I

	$\mathcal{E}_x$	E_x	$\mathcal{E}_y$	E_y	$\mathcal{E}_z$	E_z	$\mathcal{H}_x$	H_x	$\mathcal{H}_y$	H_y	$\mathcal{H}_z$	H_z
$P^{(t)}$	+	+	+	+	+	+	−	−	−	−	−	−
$P^{(x)}$	−	−	+	+	+	+	+	+	−	−	−	−
$P^{(y)}$	−	+	+	−	−	+	+	−	−	+	+	−
$P^{(z)}$	−	+	−	+	+	−	+	−	+	−	−	+

	$\dot{P}_t$	$\dot{P}_x$	$\dot{P}_y$	$\dot{P}_z$	$v_x \times \mathcal{E}_x$	$v_x \times \mathcal{E}_y$	$v_x \times \mathcal{E}_z$	$v_y \times \mathcal{E}_x$	$v_y \times \mathcal{E}_y$	$v_y \times \mathcal{E}_z$	$v_z \times \mathcal{E}_x$	$v_z \times \mathcal{E}_y$	$v_z \times \mathcal{E}_z$	$v_x \times \mathcal{H}_x$	$v_x \times \mathcal{H}_y$	$v_x \times \mathcal{H}_z$	$v_y \times \mathcal{H}_x$	$v_y \times \mathcal{H}_y$	$v_y \times \mathcal{H}_z$	$v_z \times \mathcal{H}_x$	$v_z \times \mathcal{H}_y$	$v_z \times \mathcal{H}_z$
$P^{(t)}$	+	+	+	−	−	−	−	+	+	+	−	−	−	+	+	+	−	−	−	+	+	+
$P^{(x)}$	−	+	+	+	+	−	−	−	+	+	−	+	+	+	−	−	−	+	+	+	−	−
$P^{(y)}$	+	−	+	+	−	+	−	+	−	+	+	−	+	−	+	−	−	+	−	+	−	+
$P^{(z)}$	+	+	−	+	−	−	+	+	+	−	−	−	+	+	+	−	+	+	−	−	−	+

Если попытаться найти уравнение движения тахиона в брадионном поле, то из соображений четности единственным уравнением, линейным по скорости тахиона и брадионному полю, будет уравнение $d\Pi_t/dx = euE_x$. Однако, как можно видеть, это уравнение не составляет лоренцинвариантной пары со своим необходимым следствием $d\Pi_x/dx = eu^2E_x$. Поэтому л и б о з а р я ж е н н ы е т а х и о н ы в о о б щ е н е р е а г и р у ю т н а п о л я б р а д и о н о в , л и б о у р а в н е н и я д в и ж е н и я т а х и о н о в в п о л е б р а д и о н о в д о л ж н ы б ы т ь н е л и н е й н ы м и . Наконец, выписывая следующие из (5) преобразования тензора энергии-импульса ($\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор напряжений, W – плотность энергии)

$$\left\|\begin{matrix} \sigma_{xx}, & \sigma_{x\rho}, & \sigma_{x\varphi}, & S_x, \\ \sigma_{\rho x}, & \sigma_{\rho\rho}, & \sigma_{\rho\varphi}, & S_\rho \\ \sigma_{\varphi x}, & \sigma_{\varphi\rho}, & \sigma_{\varphi\varphi}, & S_\varphi \\ S_x & S_\rho & S_\varphi & W \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} -W', & -iS'_\rho, & -iS'_\varphi, & -S'_x \\ -iS'_\rho, & \sigma'_{\rho\rho}, & \sigma'_{\rho\varphi}, & -i\sigma'_{x\rho} \\ -iS'_\varphi, & \sigma'_{\rho\varphi}, & \sigma'_{\varphi\varphi}, & -i\sigma'_{x\varphi} \\ -S'_x, & i\sigma'_{x\rho}, & i\sigma'_{x\varphi}, & -\sigma'_{xx} \end{matrix}\right\| \qquad (10)$$

и интегрируя один из четырех следующих из (10), (1) законов сохранения

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho S_\rho) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial S_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{\partial W}{\partial t} + j_x \mathcal{H}_x , \qquad \text{(II)}$$

получим уравнение движения тахиона в поле остальных тахионов (того же $\mathcal{X}$ -класса)

$$\frac{d\Pi_t}{dx} = -q\mathcal{H}_x ; \quad \frac{d\Pi_x}{dx} = -q u \mathcal{H}_x . \qquad \text{(I2)}$$

Автор приносит благодарность участникам семинара в Институте ядерной физики высоких энергий при ТГУ под руководством Т.И.Копалейшвили за обсуждение данной работы, Г.И.Никобадзе, Г.В.Скроцкому за внимание и поддержку, Е.М.Тодриной за большую помощь в работе, Н.М.Полиевктову-Николадзе, Д.А.Киржницу, М.Е.Перельману, И.И.Гуревичу за ценное обсуждение тахионной проблемы.

Поступила 20.III.1980

Институт неорганической
химии и электрохимии
АН ГССР

ЛИТЕРАТУРА

I. Ю.Г.Борода. Доклад на XXI научной конференции МФТИ 1975 г. В сб. "Труды МФТИ, сер.Общ.и молек.физ.", №I0, с.238 (I978).

2. O.M.P.Bilaniuk, V.K.Deshpande and E.C.G.Sudarshan. Amer. J.Phys., 30, 718 (1962).

3. G.Feinberg, Phys. Rev., 159, 1089 (1967).

4. Д.А.Киржниц, В.Н.Сазонов, Эйншт.сб.,I973,М.,Наука, I974, с.84.

5. В.С.Барашенков.УФН,I7,774 (I975).

4а

6. E.Recami, R.Mignani. Riv. Nuovo Cim., 4, 209 (1974).

7. Ю.Г.Борода. Доклад на XXII научной конференции МФТИ 1976 г.В сб."Труды МФТИ, сер.Общ. и молек.физ.", №II, с.I26 (I979).

8. Franc C.Jones. Phys, Rev., D6, 2727 (1972); R.Mignani, E.Recami. Lett. Nuovo Cim., 7, 388 (1973); 9, 362 (1974).

ი. ბოროდა

ტახიონების კლასიკური ელექტროდინამიკის შესახებ

რეზიუმე

ნაშრომში გრძელდება წინა ნაშრომებში /1.7/ ავტორის მიერ დაწყებული ტახიონების აღწერა, დამყარებული იმ ფაქტზე, რომ ტახიონის სივრცულ-მსგავსი სამყაროს წირი ლორენც-ინვარიანტულ სახით შეიძლება მოწესრიგდეს მხოლოდ სივრცობრივი პარამეტრით. ნაჩვენებია, რომ ტახიონების წყაროსა და მთანთქმელის აწყობა ბრადიონებისაგან პრინციპულად შეუძლებელია. ასევე ნაჩვენებია, რომ ყოველ ტახიონისთვის არსებობს ანათვლის სისტემების გამოყოფილი კლასი, რომელთა შესაბამისად ტახიონი ნებისმიერ გარეგან ველში მოძრაობს მკაცრად სწორხაზოვანად. მიღებულია ნებისმიერად მოძრავი ტახიონის ელექტრომაგნიტური ველის გამოსახულებები, რომლებიდანაც, კერძოდ, გამომდინარეობს, რომ დამუხტულ ტახიონთან შეკრულია არა მარტო მოგვიანე, არამედ წინმსწრები ელექტრომაგნიტური ტალღა. ასევე მიღებულია განტოლებები, რომლებიც აღწერენ კლასიკურ ელექტროდინამიკაში ტახიონის ქმედებას ბრადიონებზე და ტახიონების ურთიერთქმედებას.

Yu. Boroda

ON THE CLASSICAL ELECTRODYNAMICS OF TACHYONS

Summary

The paper deals with the description of the electrodynamics of tachyons, based on the conception suggested in the author's previous papers /1.7/. The basic idea of this conception is that the spacelike world line of tachyon can be parametrized Lorentz-invariantly only by the s p a c e coordinate and not by time. Such an approach is an alternative to Sudarshan's reinterpretation-principle (RIP) and is free of such consequences of the RIP as Lorentz-uninvariability of tachyon's vacuum state, the necessity of the Fermi-Dirac quantization of scalar field etc, developed by G.Feinberg in the tachyon field theory /3/. It is shown that the principle of relativity slakens in the case of tachyons, because the motion, parallel to the velocity of tachyon and transversal to it become p h y s i c a l l y unequivalent. It is shown that for each tachyon there exists a class of reference-frames in relation to which the tachyon will move strictly rectilinearly in the arbitrary field.

By means of infinite-velocity Lorentz-transformation /1/ it is shown that t a c h y o n c a n n o t b e g e n e r a t e d a n d a b s o r b e d i n t h e b r a d y o n m a t t e r, which removes all the paradoxes of causality, linked with tachyons and permits to search for tachyons o n l y i n t h e c o s m i c a l r a y s.

Expressions for the electromagnetic field of an arbitrarily moving charged tachyon are derived. It is shown that a charged tachyon is linked not only with a retarding but also with a d v a n c i n g electro-magnetic wave (both waves are axial-symmetrical relative to the line of tachyon motion). Incidentally, a uniformly moving tachyon does not radiate, but only r e r a d i a t e s the electromagnetic energy-impulse.

Through an analysis of the time-and-space parities of electro-magnetic fields Lorentz-invariant equations are obtained, describing action of the tachyon on the bradyons and allowing Lagrange formulation. It is shown that there cannot exist equations describing the action of bradyons on the tachyon, being Lorentz-invariant and at the same time linear in the field and tachyon velocity. An equation is also derived, describing the motion of tachyon in the external field of other tachyons moving parallel to it.

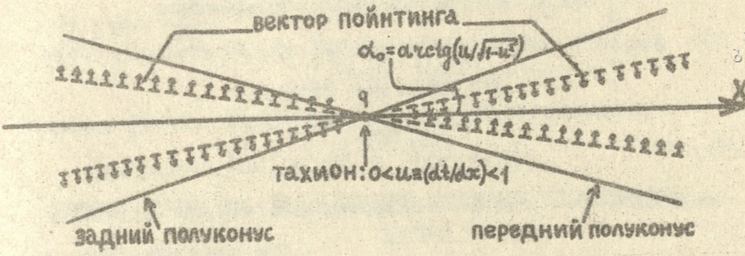


Рис.
Поле равномерно движущегося тахиона

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

ИЗУЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ДЛЯ МНОГОАТОМНЫХ СИСТЕМ

Н.С.Вашакмадзе - Васильева

Как известно, при исследовании биологически- активных молекул часто возникает необходимость изучения условий образования устойчивых соединений.

В данной работе рассматривается один из вопросов, связанных с этой темой, а именно - нахождение достаточных условий минимума энергетического функционала M -атомной системы, содержащей N электронов.

В нерелятивистском приближении модельный гамильтониан N -электронной системы в поле M неподвижных центров может быть представлены в следующем виде:

$$\hat{\mathcal{H}}(N)=-\sum_{i=1}^{N}\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i-\sum_{a,i}^{M,N}\frac{Z_a e^2}{r_{ai}}+\sum_{i>j}^{N}\frac{e^2}{r_{ij}}. \qquad (1)$$

Введем следующие обозначения:

$$\hat{f}_i(1)=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i-\sum_{a=1}^{M}\frac{Z_a e^2}{r_{ai}}; \quad \hat{g}_{ij}=\frac{e^2}{r_{ij}}. \qquad (2)$$

Тогда $\hat{\mathcal{H}}(N)$ можно записать в виде суммы двух частей:

$$\mathcal{H}(N)=\sum_{i=1}^{N}\hat{f}_i(1)+\sum_{i,j>i}^{N}\hat{g}_{ij}. \qquad (3)$$

Введем N -электронную пробную волновую функцию, удовлетворяющую принципу Паули в виде антисимметризованного произведения из N одноэлектронных молекулярных функций:

$$\Psi(N)=\frac{1}{\sqrt{N!}}\begin{vmatrix} u_1(1) & u_1(2)\dots u_1(N)\\ u_2(1) & u_2(2)\dots u_2(N)\\ \dots & \dots\dots\dots\\ u_N(1) & u_N(2)\dots u_N(N)\end{vmatrix} \qquad (4)$$

Волновые функции $u_i(1)$ будем считать действительными.

$$\mathcal{E}(N)=\min\int\psi^*(N)\hat{\mathcal{H}}(N)\psi(N)dv(N). \qquad (5^a)$$

Составим энергетический функционал для N -электронной модельной системы:

$$\mathcal{J}(N)=\int\psi^*(N)\hat{\mathcal{H}}(N)\psi(N)dv(N), \qquad (5)$$

где $\hat{\mathcal{H}}(N)$ определяется выражением (3), $\psi(N)$ имеет вид (4). Введем условие ортонормировки для пробных функций $u_i(1), u_j(1)$:

$$\int u_i^*(1)\,u_j(1)\,dv(1)=\delta_{ij}, \quad i,j=1\dots N, \qquad (6)$$

а также следующие обозначения:

$$[i/i]=\int u_i^*(1)\,\hat{f}(1)\,u_i(1)\,dv(1), \qquad (7)$$

$$[ii/jj]=\int u_j^*(2)\,u_j(2)\,\hat{g}_{12}\,u_i^*(1)\,u_i(1)\,dv(1)\,dv(2).$$

В этих обозначениях энергетический функционал системы принимает следующий вид:

$$\mathcal{J}(N)=\sum_{i=1}^{N}[i/i]+\sum_{i,j}^{N}\left\{[ii/jj]-[ij/ji]\right\}, \qquad (8)$$

зависящий от $u_i(1), u_j(1)$.

Используя вариационный метод нахождения минимума $\mathcal{J}(N)$ при дополнительных соотношениях (6) (условный минимум), составим вспомогательную функцию, введенную Лагранжем /2/, /3/

$$\mathcal{F}(N)=\mathcal{J}(N)+\sum_{i,j>i}^{N}\lambda_{ij}\,\varphi_{ij}, \qquad (9)$$

где λ_{ij} - неопредлённые множители Лагранжа, φ_{ij} вспомогательные функции, определенные следующим выражением:

$$\varphi_{ij} = \delta_{ij} - \int u_i^*(1)\, u_j(1)\, dv(1); \tag{10}$$

разложим функцию $\mathcal{F}(N)$ в ряд Тейлора в окрестности точки минимума:

$$\mathcal{F}(N) = \mathcal{F}_0(N) + \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_i(1)}\right]_0 \delta u_i(1) + \frac{1}{2}\sum_{i,j}^{N}\left[\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial u_i(1)\,\partial u_j(1)}\right]_0 \delta u_i(1)\,\delta u_j(1) \tag{11}$$

Как известно, в точке минимума должны выполняться следующие условия:

$$\left[\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_i(1)}\right]_0 = 0, \tag{12а}$$

$$\sum_{i,j}^{N}\left[\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial u_i(1)\,\partial u_j(1)}\right]_0 \delta u_i(1)\,\delta u_j(1) > 0. \tag{12в}$$

Первое условие - необходимое ,но не достаточное. Оно приводит к известным уравнениям Хартри -Фока:

$$\hat{f}(1)\, u_i(1) + \sum_{j=1}^{N}\left\{\int u_j^*(2)\, \hat{g}_{12}\, dv_2\right\} u_i(1) - \tag{13}$$

$$- \sum_{j=1}^{N}\left\{\int u_j^*(2)\, u_i(2)\, \hat{g}_{12}\, dv_2\, u_j(1)\right\} = \varepsilon_i\, u_i(1).$$

Рассмотрим неравенство (12^{в}), которое выражает достаточное условие минимума $\mathcal{F}(N)$ при дополнительных соотношениях между δu_i , что является следствием условий (6) и (10).

Данная квадратичная форма должна быть преобразована с учетом связи между $\delta u_i(1)$, $\delta u_j(1)$ (1). Произведем варьирование дополнительных функций φ_{ij} , определенных выражением (10). Из самого определения φ_{ij} следует, что $\delta\varphi_{ij} = 0$, откуда мы получаем соотношение:

$$\delta u_N(1) = -\sum_{i=1}^{N-1} \delta u_i(1). \tag{14}$$

Для удобства записи введем следующие обозначения:

$$h_i = \delta u_i(1); \quad a_{ij} = \frac{\partial^2 \mathcal{G}(N)}{\partial u_i(1)\, \partial u_j(1)}.$$

Тогда можно показать, что выражение ($12^в$) с учетом условия (14) представляет собой сумму:

$$\mathcal{Y}(N) = \sum_{i,j}^{N} a^*_{ij} h_i h_j, \tag{15}$$

где $a^*_{ij} = a_{ij} - 2a_{iN} + a_{NN}$.

Достаточным условием устойчивости решения ($5^а$) при выполнении необходимого условия ($12^а$) является: $\mathcal{Y}(N) > 0$.

Из определения (11) видно, что (15) представляет собой квадратичную форму, а квадратичная форма является положительно-определенной, если все главные миноры матрицы, образованной из коэффициентов квадратичной формы, положительно-определены.

В нашем случае коэффициентами квадратичной формы являются a^*_{ij}. Для нахождения a^*_{ij} сначала вычислим a_{ij}. Составим вариации второго порядка функции $\mathcal{G}(N)$.

Произведя соответствующие операции, получим:

$$a_{ij} = \overline{V}_i \delta_{ij} + \sum_{k=1}^{N} \overline{g_{kk}}\, \delta_{ij} - \overline{g_{ij}}, \tag{17}$$

где введены следующие обозначения:

$$\overline{V}_i = -\int\Big(\sum_{a=1}^{N} \frac{z_a e^2}{r_{ai}} + \lambda_i\Big) dV(1); \quad \overline{g_{ij}} = \int u_i(1)\hat{g}_{12} u_j(2)\, dV_1 dV_2. \tag{18}$$

Составим элементы a^*_{ij}, пользуясь введенными обозначениями:

$$a^*_{ij} = \overline{V}_i \delta_{ij} + (\overline{V}_N - 2\overline{g_{iN}}) + \sum_{k+1}^{N-1} \overline{g_{kk}} - \overline{g_{ij}} \tag{19}$$

Построим матрицу из коэффициентов в блочном виде:

$$\left\|\begin{matrix} \overline{V}_i+\overline{V}_N-2\overline{g}_{iN}+\sum\limits_{k=1}^{N-1}\overline{g}_{kk}, & \overline{V}_N-2\overline{g}_{iN}+\sum\limits_{k=1}^{N-1}\overline{g}_{kk}-\overline{g}_{ij} \\ \overline{V}_N-2\overline{g}_{Nj}+\sum\limits_{k=1}^{N-1}\overline{g}_{kk}-\overline{g}_{ij}, & \overline{V}_j+\overline{V}_N-2\overline{V}_{Nj}+\sum\limits_{k=1}^{N-1}\overline{g}_{kk} \end{matrix}\right\| \qquad (20)$$

Решение является устойчивым, если детерминант данной матрицы, а также все его главные миноры положительно-определены.

В частном случае, когда можно пренебречь электрон-электронными взаимодействиями, матрица коэффициентов упрощается:

$$\left\|\begin{matrix} \overline{V}_i+\overline{V}_N, & \overline{V}_N \\ \overline{V}_N, & \overline{V}_j+\overline{V}_N \end{matrix}\right\|$$

Из условия $a^{*}_{ii}>0$ следует, что для устойчивой системы справедливо неравенство:

$$-\int\Big\{\sum_{a=1}^{M}\frac{z_a e^2}{r_{ai}}+\lambda_i\Big\}dv(1)>0 \qquad (\lambda_i=-\varepsilon_i), \qquad (21)$$

что согласуется с содержанием теоремы Иршоу.

На практике приходится исследовать решения уравнений Хартри-Фока в модификации Рутаана /1,4/. В этой схеме молекулярные одноэлектронные волновые функции представляются как Л К А О (линейные комбинации атомных орбит):

$$u_i(1)=\sum_{e=1}^{M} C_{ei}\,u^{o}_{e}(1),$$

где $u^{o}_{e}(1)$ - атомные одноэлектронные функции. В данной записи подразумевается, что вариационными переменными остаются $u_i(1)$, хотя вариации проводятся через C_{ei}:

$$\delta u_i(1)=\sum_{e=1}^{M}\delta C_{ei}\,u^{o}_{e}(1). \qquad (22)$$

Различные дополнительные условия, налагаемые на волновые функции, приводят к различным связям между вариациями коэффициентов δC_{ei}, δC_{pj}

Функция $\mathcal{G}(N)$ для N-электронной и M-атомной системы в обозначениях Рутаана может быть представлена в виде суммы:

$$\mathcal{F}(N)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{e,k}^{M} c_{ki}c_{ei}\{[k|e]+ + \sum_{j}^{N}\sum_{p,q}^{M}[ke|pq]-[kq|pe]]\}-\lambda_i S_{ke}, \qquad (23)$$

где
$$[e|k]=\int u_e^{o*}(1)\hat{f}(1)u_k^{o}(1)dv(1), \qquad (24)$$

$$[ke|pq]=\int u_k^{o*}(2)u_e^{o}(2)g_{12}u_p^{o}(1)u_q^{o}(1)dv_1 dv_2 .$$

Варьируя функцию $\mathcal{F}(N)$ по коэффициентам, мы получаем следующие выражения:

$$a^{*}_{kipj}=\{[k|p]-\lambda_i S_{kp}\}\delta_{ij}+\sum_{j}^{N-1}\sum_{e,q}^{M-1}c_{ei}c_{qj}\{[ke|pq]- -[kq|pe]]\}-\sum_{e,q}^{M-1}c_{ei}c_{qi}\{[ke|pq]-[kq|pe]\}\delta_{ij}. \qquad (25)$$

Связь между δc_{ki} получим из условия: $\sum_{i,j>i}^{N}\delta\varphi_{ij}=0$

$$\delta c_{Mi}=-\frac{\sum_{k}^{M-1}\sum_{e}^{M}c_{ei}S_{ke}\delta c_{ki}}{\sum_{e}^{M}c_{ei}S_{eM}}. \qquad (26)$$

В частном случае, когда:

$$S_{ke}=\delta_{ke},$$

$$\delta c_{M}=-\frac{\sum_{k=1}^{M-1}c_{ki}\delta c_{ki}}{c_{Mi}}. \qquad (27)$$

Таким образом, объединяя (25) и (26), получим:

$$\delta c_{Mi}=\sum_{k=1}^{M-1}b_{ki}\delta c_{ki}$$

$$b_{ki}=-\frac{\sum_{e=1}^{M}c_{ei}S_{ke}}{\sum c_{ei}S_{eM}} \; (28^{a}); \quad b_{ki}=-\frac{c_{ki}}{c_{Mi}} \text{ при } S_{ke}=\delta_{ke}. \qquad (28^{б})$$

Квадратичная форма теперь может быть записана в виде следующей суммы:

$$\mathcal{H}(N)=\sum_{e=1}^{M-1}\sum_{p=1}^{M-1}a^{*}_{eipj}\delta c_{ei}\delta c_{pj}, \qquad (29)$$

$$a^*_{eipj} = a_{eipj} + 2b_{ei}\, a_{kiHi} + a_{HiHi}\, b_{ei}\, b_{ki} \qquad (30)$$

Составим матрицу коэффициентов a^*_{eipj} в одноэлектронном приближении. При этом отпадает необходимость писать индексы i и j, так как в функционале они вводятся в электрон-электронных взаимодействиях.

$$a^*_{kp} = \{[k|p] - \lambda_i S_{kp}\} + \{[M|M] - \lambda_i\} b_k b_p + \\ + \{[p|M] - \lambda_i S_{pM}\} b_k + \{[M|k] - \lambda_i S_{Mk}\} \cdot b_p . \qquad (31)$$

Диагональные элементы матриц:

$$a^*_{\alpha\alpha} = [\alpha|\alpha] + 2b_\alpha [\alpha|M] + b_\alpha^2 [M|M] - \lambda_i (1 - 2b_\alpha S_{\alpha M} + b_\alpha^2). \qquad (32)$$

Рассмотрим в частном случае простую двухатомную систему. Так как в этой системе $M = 2$, то в формуле (31) остается только один член, равный a^*_{11}. Из формулы (32) имеем:

$$a^*_{\alpha\alpha} = a^*_{11} = [1|1] + 2b_1 [1|2] + b_1^2 [2|2] - \lambda_i (1 + 2b_1 S_{12} + b_1^2) \qquad (33)$$

или:

$$\mathcal{H}(1) = \{[1|1] - \lambda\} + 2b_1 \{[1|2] - S_{12}\} + b_1^2 \{[2|2] - \lambda\}. \qquad (34)$$

Допустим, что система является гомоядерной (X_2). Тогда

$$[1|1] = [2|2].$$

Рассмотрим решения, которые, как известно, получены в одноэлектронном приближении

$$\lambda^{I} = \alpha + \beta\ ; \quad c_1^{I} = c_2^{I} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ ; \quad \lambda^{II} = \alpha - \beta\ ; \quad c_1 = -c_2 = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

где

$$\alpha = [1|1] = [2|2]\ ; \quad \beta = [1|2]\ ; \quad S_{12} \approx 0\ ; \quad \beta < 0.$$

Подставляя первое решение в формулу (33), получаем:

$$\mathcal{Y}^{I}(1) = -4\beta\ ; \qquad \mathcal{Y}^{I}(1) > 0.$$

Соответственно подставим в формулу (33) второе решение:

$$y^{II}(1)=4\beta\ ; \quad y^{II}(1)<0.$$

Первому решению соответствует положительная квадратичная форма, что подтверждает устойчивость данного решения (в согласии с известными данными).

Мы можем исследовать различные решения в общем виде, составляя для них соответствующие $y(N)$ по формулам (29), (30), (31).

Данный метод определения устойчивости решений можно применять для изучения топологии многоатомных систем, В этом случае, вводя межатомные расстояния как вариационные параметры, можно проводить решение задачи на собственные функции и собственные значения вместе с определением равновесных расстояний между атомами.

Поступила 20.Ш.1980 г.

Кафедра экспериментальной физики

Литература

I. Д.Слэтер. Электронная структура молекул,"Мир",1967

2. Д.Р.Меркин. Введение в теорию устойчивости движения. "Наука",1970

3. В.Немыцкий, М.Слудская. Курс математического анализа. "Наука", 1945

4. А.Цюлике. Квантовая химия, "Мир", 1975

ნ.ვაშაყმაძე-ვასილიევა

მრავალატომიანი სისტემების ამოცანათა ამოხსნების მდგრადობის შესწავლა

რეზიუმე

ნაშრომში შეისწავლება მოლეკულურ სტრუქტურათა მდგრადობის საკითხი ვარიაციული მეთოდების გამოყენებით. დამატებითი პირობების გათვალისწინებით, მოძებნილია ამოხსნის მდგრადობის საკმარისი პირობები.

N. Vashakmadze-Vasilyeva

STUDY OF THE STABILITY OF SOLUTIONS OF PROBLEMS OF MULTIATOMIC SYSTEMS

Summary

Using variational methods, the problem of stability of molecular structures is studied in the paper. Sufficient conditions for the stability of solution are found, with account of additional conditions.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

М.И.Демуришвили

Параллелепипед из диэлектрика с диэлектрической постоянной ε_2, находится в среде с диэлектрической постоянной ε_1, во внешнем однородном электрическом поле E_0, направленном вдоль оси x. Потенциал этого поля $\varphi = xE_0$.

Требуется найти распределение потенциала на поверхности образца и в частности падения напряжения вдоль сторон $2a, 2b, 2c$.

Обозначим поверхность пластинки через S. Возникает следующая краевая задача: найти решение уравнения Лапласа $\Delta\varphi = 0$ с краевыми условиями на S в виде:

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial n}\varepsilon_1 = \frac{\partial \varphi_i}{\partial n}\varepsilon_2,$$

n – нормаль к S,

φ_e -внешний потенциал, φ_i - внутренний (то есть внутри и вне S).

Решение φ_0 будем искать в виде суммы:

$$\varphi_0 = xE_0 + \varphi.$$

Потенциал φ должен стремиться к 0 на бесконечности. Главная трудность, возникающая при решении этой задачи, заключается в бесконечности области. Для ее преодоления поступим следующим образом:

Запишем уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0. \qquad (1)$$

Произведем преобразование координат:

$$x=\frac{a\alpha}{1-\alpha}, \quad y=\frac{b\beta}{1-\beta}, \quad z=\frac{c\gamma}{1-\gamma},$$

$$\alpha=\frac{x}{x+a}, \quad \beta=\frac{y}{y+\beta}, \quad \gamma=\frac{z}{z+c}.$$

С учетом этих преобразований уравнение (1) перепишется в виде

$$\frac{1}{a^2}(1-\alpha)^2\frac{\partial}{\partial\alpha}(1-\alpha^2)^2\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}+\frac{1}{b^2}(1-\beta^2)\frac{\partial}{\partial\beta}(1-\beta)^2\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}+$$
$$+\frac{1}{c^2}(1-\gamma)^2\frac{\partial}{\partial\gamma}(1-\gamma)^2\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}=0. \qquad (2)$$

Цель этих преобразований состоит в формальном преобразовании бесконечной области в конечную.

Например: $\alpha=\frac{x}{x+a}$.

Когда $x\rightarrow\infty$, $\alpha\rightarrow 1$; $x=0$, $\alpha=0$,

т.е. бесконечная область преобразовалась в параллелепипед $1\times1\times1$ (т.е. в куб).

Преобразуем (2), проводя дифференцирование:

$$K_1^2(1-\alpha)^4\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}-K_1 2(1-\alpha)^3\frac{d\varphi}{d\alpha}+K_2^2(1-\beta)^4\frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2}-$$
$$-K_2^2 2(1-\beta)^3\frac{d\varphi}{\partial\beta}+(1-\gamma)^4\frac{\partial^2\varphi}{\partial\gamma^2}-2(1-\gamma)^3\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}=0. \qquad (3)$$

Здесь $K_1=\frac{c}{a}$; $K_2=\frac{c}{b}$.

Уравнение (3) - основное. Будем решать его методом сеток. Поскольку область симметрична относительно всех трех сторон координатной поверхности, достаточно рассмотреть с учетом симметрии только заштрихованный участок S.

Отметим, что $\mathcal{E}_2$ будет высокой ($\mathcal{E}_2$ = 100 и выше) и это обстоятельство необходимо учесть в программировании (алгоритм).

Потенциал φ будем искать в виде суммы:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 .$$

Здесь φ_1 - потенциал решения поставленной задачи, если $\mathcal{E}_2$ бесконечна. Для этого потенциала имеем следующие краевые условия:

$$\varphi_{1/S_2} = -E_0 a ; \qquad \varphi_{1/S_1} = -E_0 x ;$$

$$\varphi_{1/S_3} = -E_0 x .$$

Или, с учетом преобразования координат:

$$\varphi_{1/S_1} = -E_0 \frac{a\alpha}{1-\alpha} ; \qquad \varphi_{1/S_3} = -E_0 \frac{a\alpha}{1-\alpha} ;$$

$$\varphi_{1/S_3} = -E_0 a .$$

После того, как это решение будет найдено, оно будет использовано для определения φ_2. Для φ_2 получим следующие краевые условия:

$$\mathcal{E}_1 \left(E_0 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial n / S_1} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial n / S_1 .} \right) = \mathcal{E}_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n / S_1} . \qquad (4)$$

Итак, надо решить уравнение (3) (записанное для φ_2) с учетом краевых условий (4). Следует учесть также, что в плоскости $zoy - \varphi_2 = 0$; в плоскости $xoy - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z / z=0} = 0$;

5a

в плоскости $x_0 z - \frac{\partial \varphi_2}{\partial y / y=0} = 0$. Уравнение (3) будем решать методом сеток.

Используем метод верхней релаксации в сочетании с методом Федоренко. Метод верхней релаксации не загружает память ЦВМ дополнительными массивами. Это его главное преимущество по сравнению с другими методами.

Итерации рассчитывались по формулам:

$$u^{n+1} = \frac{1}{P_0}\Big(P_1 u^{n+1}_{i-1,j,k} + P_2 u^{n+1}_{i,j-1,k} + P_3 u^{n+1}_{i,j,k-1} + P_4 u^{n+1}_{i+1,j,k} + P_5 u^{n+1}_{i,j+1,k} + P_6 u^{n+1}_{i,j,k+1} - f_{i,j,k}\Big);$$

$$u^{n+1}_{i,j,k} = \omega_t u^{n+1}_{i,j,k} + (1-\omega_t) u^{n}_{i,j,k};$$

$$i = 1, 2, \ldots, e; \quad j = 1, 2, \ldots, m; \quad k = 1, 2, \ldots, n,$$

где ω_t -параметр релаксации,

$$\omega_{t+1} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{(\lambda_1^{(t)} + \omega_t - 1)^2}{\lambda_1^{(t)} \omega_t^2}}}, \quad t = 0, 1 \ldots ,$$

где $\lambda_1^{(t)}$ - максимальное по модулю собственное число процесса.

Метод Федоренко применяется для ускорения счета, т.е. времени решения системы линейных уравнений.

Сущность этого метода для решения уравнения Лапласа в прямоугольной области с краевыми условиями I-го рода, заключается в следующем. Пусть на квадратной сетке Ω_h с шагом h ($h = \frac{1}{2^k}$; к - целое число) требуется найти решение системы пятиточечных разностных уравнений Лапласа:

$$(\Delta_h U_h)i,j = f i,j, \quad i,j=1,2,\dots,N \qquad (N=\frac{1}{h}=2^K).$$

Решим сначала на более редкой сетке Ω_{2h} с шагом $2h$ аналогичную вспомогательную задачу:

$$(\Delta_{2h} U_{2h})2i,2j = f 2i,2j, \quad i,j=1,2,\dots N,$$

Затем решение U_{2h} проинтерполируем в узлы сетки Ωh по формулам:

$$U^0_{h,i,j} = \begin{cases} U_{2h,j,i} & i,j \text{ четные} \\ 1/2\,(U_{2h,i+1,j} + U_{2h,i-1,j}) & i \text{ нечетно, } j \text{ четно} \\ 1/2\,(U_{2h,i,j-1} + U_{2h,i,j+1}) & i \text{ четно, } j \text{ нечетно} \\ 1/4\,(U_{2h,i-1,j-1} + U_{2h,i-1,j+1} + U_{2h,i+1,j-1} + \\ \quad + U_{2h,i+1,j+1}) & i,j \text{ нечетны} \end{cases}$$

Принимая полученную функцию U^0_h за начальное приближение, проводим далее итерационное решение для исходной системы уравнений:

$$U^{n+1}_h = U^n_h + \tau(\Delta_h U^n_h - f) = T U^n_h - \tau f.$$

Собственные числа матрицы T итерационного процесса равны

$$\lambda_{p,q} = 1 - \frac{4\tau}{h^2}\left(\sin^2\frac{ph}{2} + \sin^2\frac{qh}{2}\right), \quad p,q=1,2,\dots N$$

поэтому итерации сходятся при $0<\tau<h^2/4$.

Если для нахождения U_{2h} использовать вспомогательную разностную задачу на сетке Ω_{4h} шагом $4h$, для нее, в свою очередь, сетку Ω_{8h} и т.д., то получение решения с точностью до ε на сетке Ω_h требует суммарного объема вычислений, пропорционального $\frac{|\ln\varepsilon|}{h^2}$,т.е. в расчете на один узел, не зависящего от шага сетки. Сеточные уравнения решаются сначала на редкой ,грубой сетке, а затем полученные решения интерполируются на более мелкую сетку.

Расчетом получено поле, созданное диэлектрическим параллелепипедом с высокой проницаемостью $\varepsilon_2 = 100$ (рис.1).

Рассчитывался потенциал на поверхности диэлектрического параллелепипеда в области S_1, S_2, S_3 (рис.2) и внутри области S_1' и S_2'.

Были вычислены напряженности вне и внутри диэлектрика.

Поступила 7.IУ.1980

НИИ электронно-ионной технологии

Литература

I. А.А. Самарский. Введение в теорию разностных схем. М.,"Наука",1971.

2. Е.Г.Дьяконов. Разностные методы решения краевых задач. Вып.I,М.,1971.

მ.რეზუჩიშვილი

დიელექტრიკულ პარალელეპიპედში ელექტრული ველის გათვლის ზოგიერთი საკითხი

რეზიუმე

შრომაში განხილულია ელექტრულ ველში მოთავსებული დიელექტრიკული პარალელეპიპედის ელექტრული ველის გათვლის მეთოდიკა. დეტალურადაა დამუშავებული პოტენციალისა და დაძაბულობის განაწილება დიელექტრიკულ პარალელეპიპედის შიგა და გარე ზედაპირზე.

M.Demurishvili

ON THE DISTRIBUTION OF ELECTROSTATIC FIELD IN A DIELECTRIC PARALLELEPIPED

Summary

The paper discusses a method for calculating the electric field of a dielectric parallelepiped placed in an electric field. The distribution of potential and tension in the inner and outer surface of the parallelepiped has been calculated in detail.

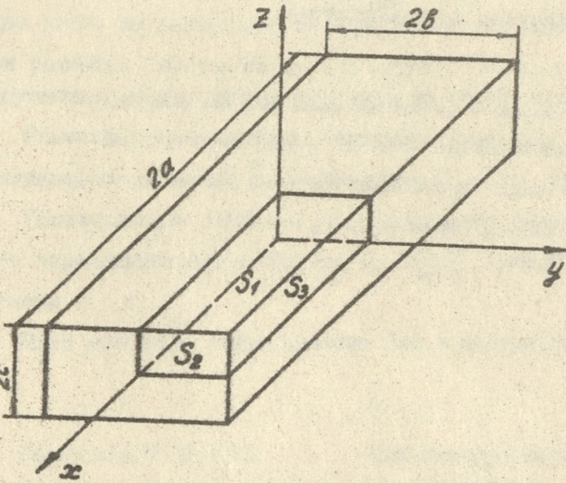


Рис.I Диэлектрический параллелепипед
в электрическом поле

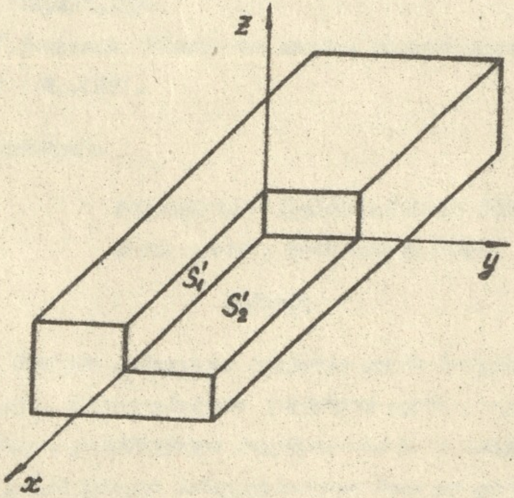


Рис.2 Распределение электрического поля внутри
диэлектрического параллелепипеда

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТОВ РАЗЛОЖЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ψ -ТЕОРИИ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ

Г.А.Гамцемлидзе, С.эль-Саббан, М.И.Мирзоева,
Д.Н.Цаава, Г.К.Шония

В модифицированной теории сверхтекучести Гинзбурга- Собянина /1/ фигурирует параметр M , определяющий характер фазового перехода в He^4 .В работе /2,3/ калориметрическим методом было установлено значение параметра $M = 1,7 \pm 0,2$. Целью данной работы является определение коэффициентов трехчленного разложения термодинамического потенциала по степеням параметра порядка $|\psi|^2$.

Трехчленное разложение термодинамического потенциала в случае однородного покоящегося гелия имеет вид

$$\Phi_{II} = \Phi_I + A|\psi|^2 + \frac{B}{2}|\psi|^4 + \frac{C}{3}|\psi|^6, \qquad (1)$$

где Φ_{II} - термодинамический потенциал $He\text{-}II$, Φ_I - термодинамический потенциал $He\text{-}I$ вблизи λ - точки, а коэффциенты A, B, C зависят от температуры следующим образом:

$$\begin{aligned} A &= -A_0 (T_\lambda - T)\,|T_\lambda - T|^{1/3}, \\ B &= B_0\,|T_\lambda - T|^{2/3} \qquad (2) \\ C &= C_0 \end{aligned}$$

На основе ранее имеющихся экспериментальных данных феноменологической теории в варианте Ю.Г.Мамаладзе /4/ коэффициенты разложения подобраны следующим образом:

$$A_0 = 1{,}11 \cdot 10^{-16} \text{ эрг} \cdot \text{град}^{-4/3}$$

$$B_0 = 3{,}54 \cdot 10^{-39} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{град}^{-2/3}$$

$$C_0 = 0.$$

На три независимых коэффициента A_0, B_0, C_0 можно наложить два ограничения, потребовав, чтобы они давали правильные экспериментальные значения скачка теплоемкости $\Delta C_p = 5{,}2 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ и правильную величину коэффициента при температурной зависимости ρ_{se}. Вводя безразмерную переменную

$$\varphi = \frac{\psi}{\psi_0}, \qquad \psi_0 = \sqrt{\frac{1{,}43\,\rho_\lambda}{m}} = \sqrt{\frac{\rho_0}{m}},$$

где m -масса атома гелия, $\rho_0 = 0{,}21$ г.см$^{-3}$град$^{-2/3}$, для разложения (I) получаем:

$$\Phi_{II} - \Phi_{I} = \frac{3\Delta C_p}{(3+M)T_\lambda}\Big(-t|t|^{1/3}|\varphi|^2 + \frac{(1-M)|t|^{2/3}}{2}|\varphi|^4 + \frac{M}{3}|\varphi|^6\Big), \qquad (3)$$

здесь $t = T_\lambda - T$, $M = \frac{C_0 \psi_0^4}{A_0}$ - безразмерный параметр.

Выражение (3) охватывает практически все варианты записи феноменологического разложения применительно к λ -переходу. В частности, варианту Мамаладзе отвечает $M=0$. В работе /5/ рассмотрен вариант $M=1$, а в /6/ M очень большое.

Если в этом разложении вернуться к переменной $\psi = \varphi\psi_0$, то оно примет вид

$$\Phi_{II}-\Phi_{I}=\frac{3\Delta C_p}{(3+M)T_\lambda}\left(-\frac{t|t|^{1/3}}{\psi_0^2}|\psi|^2+\right.$$

$$\left.+\frac{(1-M)|t|^{2/3}}{2\psi_0^4}|\psi|^4+\frac{M}{3\psi_0^6}|\psi|^6\right). \qquad (4)$$

Сравнение разложений (I) и (4) для коэффициентов A_0, B_0, C_0 дает следующее выражение:

$$A_0=\frac{3\Delta C_p}{(3+M)T_\lambda\psi_0^2},$$

$$B_0=\frac{3(1-M)\Delta C_p}{(3+M)T_\lambda\psi_0^4},$$

$$C_0=\frac{3M\Delta C_p}{(3+M)T_\lambda\psi_0^6}.$$

Подставляя в эти формулы $\Delta C_p = 0,76\cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\ \text{град}}$, $T_\lambda = 2,172^0$К, $\psi_0 = 1,78\cdot 10^{11}$ см$^{-3/2}$. град$^{-1/3}$, и $M = 1,7\pm 0,2$ получаем:

$A_0 = (7,1\pm 0,3)\cdot 10^{-17}$ эрг$\cdot$град$^{-4/3}$

$B_0 = -(1,6\pm 0,4)\cdot 10^{-39}$ эрг$\cdot$см^3.град$^{-2/3}$

$C_0 = (1,2\pm 0,1)\cdot 10^{-61}$ эрг$\cdot$см^6

Поступила I4.IУ.1980

Научно-исследовательская лаборатория физики низких температур

Литература

I. В.Л.Гинзбург, А.А.Собянин, УФН, I20,I53, I976.

2. Г.А.Гамцемлидзе, С.эль-Саббан, Д.Н.Цаава,Г.К.Шония. Сообщения АН ГССР, 95, № I, 69, I979.

3. С.эль-Саббан. Кандидатская диссертация, Тбилиси, I979.

4. Ю.Г. Мамаладзе,ЖЭТФ, 52, 729, I967.

5. В.А. Слюсарев, И.А. Стржемечный, ЖЭТФ, 58, 1757, 1970.

6. D.J.Amit. J.Phys. Chem. Sol., 31, 1099, 1970.

გ.გამცემლიძე, ს.ელ-საბანი, მ.მირზოევა, ჯ.ცაავა, გ.შონია

თერმოდინამიკური პოტენციალის გაშლის კოეფი-ციენტების შეფასება ზედენადობის ψ- თეორიაში

რეზიუმე

ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე თხევადი ჰელიუმი-სათვის დაზუსტებულია მოწესრიგების პარამეტრის მიხედვით თერ-მოდინამიკური პოტენციალის სამწევრიანი გაშლის კოეფიციენტების რიცხვითი მნიშვნელობანი.

G.Gamtsemlidze, S.el-Sabban, M.Mirzoeva, J.Tsaava, G.Shonia

EVALUATION OF THE THERMODYNAMIC POTENTIAL RESO-LUTION COEFFICIENTS IN THE SUPERFLUIDITY ψ - THEORY

Summary

The numerical values of the trinomial expansion coefficients of the thermodynamic potential have been specified according to the order parame[illegible] for liquid He^4 on the basis of experimental data.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

ელექტრობის ზოგადი კურსის აგებისთვის ძირითადი პრინციპების მეთოდის მიხედვით

თ.ხაზარაძე

1. შესავალი

1.1. ძირითადი პრინციპების მეთოდი.

ზოგადი ფიზიკის სწავლების ტრადიციული მეთოდი ერთმანეთისაგან თიშავს კურსის სხვადასხვა ნაწილს და ყურადღებას ამახვილებს მოვლენების კლასიფიკაციაზე, რის გამო შეუძლებელი ხდება ფიზიკის მთლიანობის დანახვა. ფიზიკის სწრაფი განვითარება აპირობებს სწავლების ტრადიციული მეთოდის ძირფესვიან გარდაქმნას. ამ რთული პრობლემის გადასაჭრელად დაწყებულია პედაგოგიური ძიება.

სადღეისოდ გამოიკვეთა ახალი მიდგომა, რომელსაც ეწოდა [1] ძირითადი პრინციპების მეთოდი: ზოგადი ფიზიკა დაფუძნებულია ფიზიკის უზოგადეს დებულებებზე და წარმოჩენილია ფიზიკის მთლიანობა, რაც მისი საფუძვლების ერთიანობაში ვლინდება და რაც სპეციალიზაციისა და განშტოებათა პირობებში სულ უფრო ძნელი დასანახი ხდება /ბუნებამ არ "იცის", რომ იგი დაყავით "მექანიკად", "ელექტრობად" და ა.შ. - ბუნება ერთიანია/; კურსი იწყება ფუნდამენტური პრინციპების განხილვით /ფიზიკა არ არის ფაქტების უსისტემო კრებული/ და მათი გამოყენებით ზოგადი ფიზიკის შესაბამისი საკითხების გადაწყვეტის პროცესში ხდება ფიზიკური წარმოდგენების ჩამოყალიბება-

განვითარება /დარღვეულია მასალის ტრადიციული განლაგება, რომელსაც ცვლის ლოგიკური წყობა/. ერთი სიტყვით, ზოგადი ფიზიკა გადმოცემულია თანამედროვე ფიზიკოსის თვალსაზრისით.

ძირითადი პრინციპების ნათელი შემოქმედებითია. დღესათვის გამოქვეყნებული რამდენიმე სახელმძღვანელო [2-4] , განსხვავებით ტრადიციულისაგან, ორიგინალურია და ერთმანეთს არა ჰგავს.

1.2. ფიზიკის სტრუქტურა.

საკითხი, თუ რომელ დებულებებს ჩავთვლით ძირითადად, უკავშირდება კონცეფციას ფიზიკის სტრუქტურის შესახებ. ფიზიკას აქვს მარტივი, ლოგიკურად მწყობრი სტრუქტურა, რომელიც მის მთლიანობას განაპირობებს.

ვიგნერის მიხედვით [5] პირველი საფეხურია მოვლენები, რომლებიც "ნედლეულს" წარმოადგენს მეორე საფეხურისათვის – ბუნების კანონებისათვის. კანონები აკავშირებს მოვლენებს, ცნობილი მოვლენით ვპოულობთ უცნობს. "იერარქიის" მესამე, უმაღლესი საფეხურია ინვარიანტობის /სიმეტრიის/ პრინციპები, რომლებიც აკავშირებს კანონებს ერთმანეთთან, ცნობილი კანონით ვპოულობთ უცნობს.

განსაკუთრებით საინტერესოა ინვარიანტობის პრინციპებისა და მუდმივობის კანონების ორგანული ურთიერთკავშირი.

2. ზოგადი ფიზიკის კურსის აგების სქემა

2.1. ძირითადი დებულებების არჩევა.

გამომდინარე ვიგნერის კონცეფციიდან, ზოგადი ფიზიკის კურსის აგებისათვის ძირითად დებულებებად, რომლებიც ექსპერიმენტული შედეგების განზოგადოებას წარმოადგენს, ავირჩიეთ: ფარდობითობის პრინციპი /მესამე საფეხური; ნათელია, ფარდობითობის პრინციპის ჩამოყალიბებისათვის საჭიროა დრო-სივრცის თვისებები და ინერციის პრინციპი/ და ენერგიის მუდმივობის კანონი, რომელსაც ელექტრობის კურსში უნდა დაემატოს მუხტის მუდმივობის კანონი

/მეორე საფეხური/. შემდეგ მოდის კურსის დედუქციური ნაწილი [8].

განვიხილოთ ეს სქემა ელექტრომაგნეტიზმის ზოგადი კურსის მაგალითზე. ახალი კურსის შექმნის იდეას ეხმიანება ფეინმანის აზრი თავისავე შესანიშნავი ლექციების შესახებ: "კურსის მეორე ნაწილით კი არცთუ ისე კმაყოფილი ვარ. ამ ნაწილის დასაწყისში ელექტრობისა და მაგნეტიზმის შესახებ საუბრისას მე ვერ შევძელი მომეძებნა განსაკუთრებული, საყოველთაოდ მიღებულისაგან განსხვავებული გადაცემის ხერხი" [3, გვ.13]. ტრადიციული სახელმძღვანელოების მთავარ ნაკლად უნდა ჩაითვალოს ის, რომ ისინი მეტნაკლებად მიჰყვებიან ფიზიკის ამ ნაწილის განვითარების ისტორიულ გზას და მაქსველის განტოლებებს მხოლოდ კურსის ბოლოში განიხილება /მსგავსი შესაბამობა გვექნებოდა ნიუტონის მოძრაობის განტოლებების შესწავლისას მექანიკის ბოლოში/, არ ჩანს ელექტრომაგნიტური ველის ერთიანობა და მაგნეტიზმის რელატივისტური ბუნება, ვაკუუმში /მარტივი შემთხვევა/ ელექტრომაგნიტური თეორიის ბოლომდე შესწავლის გარეშე დასაწყისშივე ხდება ველის განხილვა ნივთიერებაში /რთული შემთხვევა/.

ამრიგად, მომავალი სპეციალისტი ზოგადი კურსის ფარგლებში ვერ სწავლობს არსებითს - "დაინახოს" ელექტრომაგნეტიზმი ძირითადი განტოლებების საშუალებით, ზოგადი ფიზიკა კი მისი ფიზიკური მსოფლმხედველობისა და ცოდნის საფუძველია. მეცნიერების განვითარება გაძლიერებულ მოთხოვნებს უყენებს არა სტუდენტის მეხსიერებას, არამედ სწავლების მეთოდებს.

2.2. ელექტრობის ზოგადი კურსის აგებულება.

არ უნდა ვიფიქროთ, რომ ძირითადი პრინციპების მეთოდი მხოლოდ დედუქციურია. ზოგადი კურსი ვერ დაიწყება უშუალოდ ძირითადი დებულებების ფორმულირებით. დასაწყისში აუცილებელია ინდუქციური მიდგომა, საკმაო დროის დათმობა იმის საჩვენებლად, რომ ფუნდამენ-

ცური პრინციპები ექსპერიმენტული შედეგების განზოგადოებას წარმოადგენს.

მოკლედ ჩამოვთვალოთ ლოგიკური მიმდევრობა კურსის დასაწყისი ნაწილის ძირითადი /რელატივიზაციის გარეშე/ საკითხებისა: ათვლის სისტემა, დრო-სივრცის თვისებები, ინერციისა და ფარდობითობის პრინციპები, ლორენცის გარდაქმნა /კოორდინატებისა და დროისათვის, აგრეთვე ამ სიდიდეების კერძო წარმოებულებისათვის/, ელექტრომაგნიტური ველი და მისი გარდაქმნის ფორმულები [7], ველის ინვარიანტები; მუხტის მუდმივობის კანონი, მუხტისა და დენის სიმკვრივის გარდაქმნის ფორმულები [7], ენერგიის მუდმივობის კანონი თავისუფალი ველისათვის და მუხტიან სივრცეში.

წინამდებარე ნაშრომის შემდგომ ნაწილში ნაჩვენებია, რომ არჩეული ძირითადი დებულებებიდან ელემენტარული ვექტორული ანალიზის გამოყენებით მიიღება იმპულსისა და იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონები და მაქსველის განტოლებები, რომელთა საშუალებით უნდა მოხდეს ელექტრომაგნიტური მოვლენების შესწავლა დაწყებული ელექტროსტატიკიდან ელექტრომაგნიტურ ტალღებამდე ჯერ ვაკუუმში, შემდეგ - გარემოში. გარემოს განხილვისას საჭიროა მაქსველის განტოლებების გასაშუალოება /ლორენცის მიდგომა/. ნაწილებად და საკითხებად ზოგადი ფიზიკის დაყოფის შესახებ იხ. [8] კრებული.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ ენერგიის მუდმივობის კანონიდან მაქსველის განტოლებები გამოყვანილია პლანკის /აგრეთვე, მისი მიმდევრების/ სახელმძღვანელოში [9]*. მაგრამ საკითხის გადაწყვეტისათვის მარტო ენერგიის მუდმივობის კანონი საკმარისი არ არის, საჭიროა დამატებითი დაშვებანი, რომლებიც კერძო ხასიათისაა. ალბათ, ამის გამო წერდა პლანკი, რომ "ელექტრომაგნიტური ველის დიფერენციალური განტოლებების გამოყვანა წმინდა დედუქციური გზით შეუძლებელია" [9, გვ. 14] .

* ავტორი მადლობას უხდის დოც. ნ. პოლიევქტოვ-ნიკოლაძეს ამ საკითხზე მითითებისათვის.

3. იმპულსის მუდმივობის კანონი

3.1. თავისუფალი ველი

განვიხილოთ თავისუფალი ველი /მუხტის სიმკვრივე = 0/ ამიტომ არ დაგვჭირდება მუხტის მუდმივობის კანონი. ენერგიის მუდმივობის კანონს შემდეგი სახე აქვს:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+div\,\vec S=0, \qquad /3.1/$$

სადაც $u=\frac{1}{8\pi}(E^2+B^2)$ არის ველის ენერგიის სიმკვრივე, ხოლო $\vec S=\frac{c}{4\pi}[\vec E\vec B]$ კი - პოინტინგის ვექტორი /ენერგიის ნაკადის სიმკვრივე/.

მოვითხოვოთ /3.1./ გამოსახულების ინვარიანტობა ლორენცის გარდაქმნების მიმართ /კოორდინატებით და დროით კერძო წარმოებულებისა და ელექტრომაგნიტური ველისათვის/;

$$\frac{\partial}{\partial x}=\gamma\left(\frac{\partial}{\partial x'}-\frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial t'}\right),$$
$$\frac{\partial}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y'},$$
$$\frac{\partial}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z'},$$
$$\frac{\partial}{\partial t}=\gamma\left(\frac{\partial}{\partial t'}-v\frac{\partial}{\partial x'}\right)$$

და

$$E_x=E'_x, \qquad B_x=B'_x,$$
$$E_y=\gamma\left(E'_y+\frac{v}{c}B'_z\right), \qquad B_y=\gamma\left(B'_y-\frac{v}{c}E'_z\right),$$
$$E_z=\gamma\left(E'_z-\frac{v}{c}B'_y\right), \qquad B_z=\gamma\left(B'_z+\frac{v}{c}E'_y\right),$$

სადაც $\gamma\equiv 1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$.

მეთოდური თვალსაზრისით უმჯობესია თავდაპირველად გამოთვლების ჩატარება კერძო შემთხვევაში, მაგალითად, $\vec E(0,E_y,0)$ და $\vec B(0,0,B_z)$. გრძელი, მაგრამ მარტივი გარდაქმნით მიიღება:

$$\frac{\partial g_x}{\partial t}=-\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad /3.2/$$

სადაც $\vec g=\frac{1}{c^2}\vec S$ არის ველის იმპულსის სიმკვრივე. სასარგებლოა /3.2./ იმპულსის მუდმივობის კანონის შედარება ნიუტონის მეორე

კანონიდან.

თუ სამგანზომილებიან შემთხვევაში ჩავატარებთ გამოთვლებს, მივიღებთ იმპულსის მუდმივობის კანონის შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial \vec{g}}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi}\left\{[\vec{E}\,\mathrm{rot}\,\vec{E}] + [\vec{B}\,\mathrm{rot}\,\vec{B}]\right\} =$$

$$= -\nabla u + \frac{1}{4\pi}\left\{(\vec{E}\nabla)\vec{E} + (\vec{B}\nabla)\vec{B}\right\}. \qquad /3.3./$$

3.2. მუხტიანი სივრცე

ამ შემთხვევაში ენერგიის მუდმივობის კანონს შემდეგი სახე აქვს:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{S} = \vec{j}\vec{E} \qquad /3.4./$$

სადაც $\vec{j}$ დენის სიმკვრივეა. /3.4./ განტოლების მარჯვენა მხარის გარდაქმნისათვის საჭიროა მუხტის ρ სიმკვრივისა და დენის $\vec{j}$ სიმკვრივის გარდაქმნის ფორმულები. კურსის აგების განხილულ სქემაში ეს ფორმულები მიიღება მუხტის მუდმივობის კანონის ინვარიანტობიდან [7].

/3.4./ გამოსახულების ინვარიანტობა ლორენცის გარდაქმნათა მიმართ გვაძლევს იმპულსის მუდმივობის კანონს:

$$\frac{\partial \vec{g}}{\partial t} + \vec{f} = -\frac{1}{4\pi}\left\{[\vec{E}\,\mathrm{rot}\,\vec{E}] + [\vec{B}\,\mathrm{rot}\,\vec{B}] - \vec{E}\,\mathrm{div}\vec{E} - \vec{B}\,\mathrm{div}\vec{B}\right\}, \qquad /3.5./$$

სადაც $\vec{f} = \rho\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{j}\vec{B}]$ არის ლორენცის ძალის სიმკვრივე.

თუ სტუდენტთა მათემატიკური მომზადება იძლევა საშუალებას, /3.3./ და /3.5./ კანონების ჩაწერა სასურველია ტენზორული აღნიშვნებით /იმპულსის ნაკადის სიმკვრივე ტენზორული სიდიდეა, რადგან იმპულსის სიმკვრივე ვექტორია/.

4. იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონი

მათემატიკური სირთულის გამო შემოვისაზღვრით სტატიკური ველის შემთხვევით /ნარჩევი მაგალითებით ფიზიკური არსის ჩვენე-

ბა არსებითია ზოგადი ფიზიკის კურსში/. განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი [7] : დამუხტული გრძელი ცილინდრული კონდენსატორი მოთავსებულია ღერძის გასწვრივ მიმართულ მუდმივ მაგნიტურ ველში. რადგან პოინტინგის ვექტორი $\vec{S} \neq 0$ გვექნება ენერგიის ცირკულაცია კონდენსატორის შემონაფენებს შორის სიმეტრიის ღერძის გარშემო. ამიტომ ველის სრული იმპულსი $\vec{G} = \int \vec{g}\, dV = 0$. დავწეროთ ენერგიის მუდმივობის კანონი:

$$U = \int u\, dV = const. \qquad /4.1./$$

სივრცის იზოტროპულობის გამო ღერძის გარშემო კონდენსატორის ან კოორდინატთა სისტემის $d\vec{\varphi}$ კუთხეზე შემობრუნებისას ენერგია არ უნდა შეიცვალოს

$$\int \frac{\partial U}{\partial \vec{r}}\, d\vec{r} = 0. \qquad /4.2./$$

/4.2./ გამოსახულება შეჯამებულია სივრცის ყველა წერტილის $d\vec{r}$ -ის მიხედვით. გავაერთიანოთ /4.1./ და /4.2./ ტოლობები:

$$\iint \frac{\partial u}{\partial \vec{r}}\, d\vec{r}\, dV = 0. \qquad /4.3./$$

გამოვიყენოთ /3.3./ განტოლება. $(\vec{B}\nabla)\vec{B} = 0$, რადგან $\vec{B} = const$, ხოლო $(\vec{E}\nabla)\vec{E}$ პარალელურია $\vec{r}$ რადიუს-ვექტორისა, რადგან ელექტრული ველი რადიალურია. გავითვალისწინოთ, რომ $d\vec{r} = [d\vec{\varphi}\,\vec{r}]$ და მივიღებთ:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{r}}\, d\vec{r} = -d\vec{\varphi}\left[\vec{r} \cdot \frac{\partial \vec{g}}{\partial t}\right]. \qquad /4.4./$$

/4.4./ გამოსახულება შევიტანოთ /4.3./ ფორმულაში:

$$\int d\vec{\varphi}\, \frac{\partial}{\partial t} \int [\vec{r}\,\vec{g}]\, dV = 0.$$

/$\vec{r}$ არის სივრცის წერტილის რადიუს-ვექტორი და დროზე არ არის დამოკიდებული/. რადგან $d\vec{\varphi}$ ნებისმიერია, ამიტომ

6ა

$$\frac{\partial}{\partial t}\int[\vec{r}\,\vec{g}]\,dV=0.$$

ამგვარად,

$$\vec{L}=\int[\vec{r}\,\vec{g}]\,dV=const.$$

$\vec{L}$ არის სწორედ ველის იმპულსის მომენტი. მაშასადამე, ენერგიის ცირკულაციას მოგვცა ველის იმპულსის მომენტი. ენერგიის ცირკულაციის გაზომვა შეუძლებელია, მაგრამ შეიძლება $\vec{L}$ იმპულსის მომენტის აღმოჩენა. ვთქვათ, კონდენსატორს შეუძლია ღერძის გარშემო ბრუნვა და მოვახდინეთ გაზის იონიზაცია კონდენსატორში. იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონის თანახმად $\vec{L}$ -ის ტოლ მექანიკურ იმპულსის მომენტს მიიღებს კონდენსატორი, რაშიც შეიძლება უშუალო გამოთვლით დავრწმუნდეთ [10].

5. მაქსველის განტოლებები

5.1. თავისუფალი ველი.

მაქსველის განტოლებები გამოვიყვანოთ ენერგიისა /3.1./ და იმპულსის /3.3./ მუდმივობის კანონებიდან ველის ინვარიანტების $E^2-B^2=inv$ და $\vec{E}\,\vec{B}=inv$ გათვალისწინებით. ველის ინვარიანტები საშუალებას იძლევა ნებისმიერ შემთხვევაში შევარჩიოთ მოხერხებული ათვლის სისტემა, რომელთა მიმართ განტოლებები მარტივ სახეს იღებს და ადვილად იხსნება.

/3.3./ ფორმულის გამოყვანისას მიიღება პირობა:

$$\vec{E}\,div\,\vec{E}+\vec{B}\,div\,\vec{B}=0. \qquad /5.1./$$

/5.1./ ტოლობა იძლევა თავისუფალი ველისათვის მაქსველის განტოლებების პირველ წყვილს

$$div\,\vec{E}=0,$$
$$div\,\vec{B}=0.$$

მეორე წყვილის მისაღებად /3.1./ განტოლებაში შევიტანოთ

u და $\vec{S}$ სიდიდეების მნიშვნელობა:

$$\frac{1}{2c}\frac{\partial}{\partial t}\left(E^2+B^2\right)+div\left[\vec{E}\vec{B}\right]=0.$$

გავაწარმოოთ და დავაჯგუფოთ:

$$\vec{E}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-rot\,\vec{B}\right)+\vec{B}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}+rot\,\vec{E}\right)=0. \qquad /5.2./$$

/5.2./ ტოლობა ზემოთქმულის გათვალისწინებით იძლევა, რომ მრგვალ ფრჩხილებში მდგომი წევრები ნულის ტოლია, საიდანაც გამომდინარეობს მაქსველის განტოლებების მეორე წყვილი თავისუფალი ველისათვის:

$$rot\,\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},$$

$$rot\,\vec{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

5.2. მუხტიანი სივრცე

/3.5./ განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ

$$\vec{E}\,div\vec{E}+\vec{B}\,div\vec{B}-4\pi\rho\vec{E}=0. \qquad /5.3./$$

/5.3./ ტოლობა ველის ინვარიანტების გათვალისწინებით გვაძლევს მაქსველის განტოლებათა პირველ წყვილს

$$div\,\vec{E}=4\pi\rho,$$

$$div\,\vec{B}=0.$$

მეორე წყვილის მისაღებად /3.4./ გამოსახულებაში ჩავსვათ u და $\vec{S}$ სიდიდეების მნიშვნელობა. შემდგომი გზა ანალოგიურია თავისუფალი ველის შემთხვევისა და აქ აღარ გავიმეორებთ.

6. დასკვნა

ცხადია, სტატიის საშუალებით შეიძლება მხოლოდ გზის ჩვენება ახალი კურსის ჩამოყალიბებისათვის და პედაგოგიურ-მეთოდური მხარე გაუშუქებელი რჩება. მიზანშეწონილობა და შესაძლებლობა ასეთი კურსის შექმნისა პრაქტიკამ უნდა გადაწყვიტოს. ავტორი 1976 წლიდან თსუ ფიზიკის ფაკულტეტზე სტანდარტულ და ფაკულტატიურ ჯგუფებთან კითხულობს საცდელ კურსს და თვლის, რომ შედეგი დადებითია.

გავრცელებულია მცდარი ტენდენცია, რომ ლოგიკურად მწყობრი ზოგადი ფიზიკის კურსი გააიგივონ თეორიული ფიზიკის კურსთან. ეს ორი კურსი ფიზიკის შესწავლის ორი სხვადასხვა და აუცილებელი საფეხურია, ერთი მეორეზე არ დაიყვანება, განსხვავებულია მათი სწავლების მეთოდები. ამიტომაც წინამდებარე ნაშრომში წინ არის წამოწეული ფიზიკური მოსაზრებები და არა მკაცრი მათემატიკური დამტკიცებანი.

ავტორი თავს მოვალედ თვლის აღნიშნოს ის კეთილისმყოფელი გავლენა, რომელიც მის თვალსაზრისზე იქონია პროფ. მათე მირიანაშვილმა.

ზოგადი ფიზიკის კათედრა

ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა

1. Дж.Орир.Популярная физика,М.,"Мир",1964,с.9.
2. მირიანაშვილი მ. ზოგადი ფიზიკის კურსი - თსუ გამომცემლობა, 1964, ნაწ.1.
3. Р.Фейнман,Р.Лейтон,М.Сэндс.Фейнмановские лекции по физике, М.,"Мир",1965-67, вып.I-9.
4. Ч.Киттель и др. Берклеевский курс физики,М.,"Наука", 1971-74, тт.I-У.
5. Е.Вигнер. Этюды о симметрии,М.,"Мир",1971.

6. თ.ხაზარაძე, საქართველოს სსრ უმაღლესი სასწავლებლების ფიზიკოსთა IX რესპუბლიკური სამეცნიერო და სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია, მოხსენებათა თეზისები - თბ., 1976, გვ.29.
7. თ.ხაზარაძე, X რესპუბლიკური სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია, მოხსენებათა თეზისები, თბ., 1978, გვ. 34,23.
8. თ.ხაზარაძე, ამოცანები ზოგად ფიზიკაში, თსუ გამომცემლობა, 1976, ნაწ.1-5.
9. М.Планк. Введение в теоретическую физику, ОНТИ, 1934, часть Ш, Электричество и Магнетизм.
10. И.Е.Тамм. Основы теории электричества, М.,Гостехиздат, 1956, с.502.

Т.М. Хазарадзе

О ПОСТРОЕНИИ ОБЩЕГО КУРСА ЭЛЕКТРИЧЕСТВА ПО МЕТОДУ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ

Резюме

Рассмотрено преимущество нового подхода для построения курса общей физики.

За основные принципы, которые являются обобщением экспериментальных данных, принимаются: принцип относительности и законы сохранения энергии и заряда.

Показано, что из этих основных принципов вытекают законы сохранения импульса и момента импульса и уравнения Максвелла, с помощью которых нужно изучить электромагнитные явления от электростатики до электромагнитных волн сначала в вакууме, затем - в среде.

T.Khazaradze

ON THE CONSTRUCTION OF A GENERAL COURSE OF ELECTRICITY BY THE METHOD OF BASIC PRINCIPLES

Summary

The advantage of a new approach to the construction of a general course of physics is discussed.

The relativity principle and the laws of energy and charge conservation are taken as the basic principles representing a generalization of the experimental data. It is shown that out of these principles follow the laws of conservation of momentum and angular momentum, as well as Maxwell equations by means of which the electromagnetic phenomena, starting whith electrosta - tics to electromagnetic waves , should be studied - first in vacuum and then in medium.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო

უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

О ВЛИЯНИИ НЕСТАБИЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ НА КИНЕТИКУ ГЕНЕРАЦИИ ЛАЗЕРА

М.И.Джибладзе, Л.Е.Лазарев, Э.Ш. Теплицкий

I. Введение

Как известно /I-4/, нестабильность излучения твердотельных лазеров не всегда может быть объяснена их технической неустойчивостью и требует для своего объяснения введения также представления об изменениях оптических свойств активной среды в процессе генерации. По существу, возможность такого подхода была предложена ранее в работе /5/, в которой нестабильность лазерного излучения связывалась с нестабильностью положения оси генерируемого луча (названного "движением нити"), причиной чего являются возникновение и изменение градиента показателя преломления в активной среде, а также различные нарушения структуры зеркал, приводящие к некоторой их эффективной непараллельности. Представление о движении нитей основывалось на обнаруженном в ряде работ (напр., /6/) факте, что лазерные кристаллы, находящиеся в плоскопараллельном резонаторе, генерируют в различных областях кристалла вдоль отдельных тонких "нитей", диаметры которых лежат в интервале 0,I - 0,8 мм. В работах / 7,5/

сообщалось, что эти генерирующие "нити" смещаются вдоль зеркал со скоростью, достигающей 10^4 см/сек для рубинового лазера с плоскими зеркалами (и еще большей - для полупроводниковых лазеров).

Такое движение "нитей", согласно /5/, может привести к медленной модуляции добротности резонатора за счет запасенной энергии в генерируемой моде. Хотя смещение центра пятна генерации (и его поперечных размеров) является небольшим (порядка 0,1мм), однако оно может привести к самомодуляции добротности, поскольку в активной среде распределение инверсной населенности является неоднородным:

$$n(r) = n_1 \left(1 - r^2/r_0^2\right),$$

где r - расстояние от оси кристалла, а r_0 - расстояние от оси кристалла, на котором инверсная населенность обращается в нуль, что, как показано в /8/, приводит к неустойчивости режима генерации даже при наличии небольшой неоднородности в распределении коэффициента усиления в плоскости, перпедикулярной оси кристалла. Хотя механизм движения "нитей" является частным случаем механизмов, рассмотренных в /4/, однако, как мы покажем в настоящей статье, он является достаточно наглядной и простой моделью основных процессов, происходящих в активной среде, которые могут быть описаны как своеобразная модуляция лазерного излучения (автомодуляция), проявляющаяся в его нестабильности.

О возникновении "движущихся нитей" можно судить как по наблюдению случайного смещения точек выхода излучения из торцов активной среды, так и по возможности наблюдать генерацию при наклонах зеркал на угол значительно больший, чем это допустимо для лазеров с однородной активной средой (например, газовых). Возможность рассматривать эти два процесса совместно связана с общностью механизмов, вызывающих в них самомодуляцию добротности (неравномерности распределения $n(r)$) /9/. Случай с наклоном зеркал представляет, в то же время, модель, в которой эффект смещения нити генерации значительно усилен и его детальное изучение позволяет получить определенную информацию о процессах, связанных с самопроизвольным смещением луча.

2. Нестабильность положения центра тяжести светового пучка в твердотельном лазере в процессе генерации.

Причиной блуждания лучей, как уже отмечалось, является нестабильность оптических пространственно-временных характеристик активной среды в процессе генерации. Будем эту нестабильность характеризовать отклонением показателя преломления среды от ее среднего значения

$$n(\vec{r},t) = n_0 + \mu(\vec{r},t).$$

Как хорошо известно /10-12/, случайные изменения показателя преломления приводят к эффекту диффузии лучей, при которой случайным образом меняются длина пути луча, углы выхода луча из поперечной к направлению луча плоскости и смещения луча в этой плоскости. Также случайным образом деформируется форма поперечного сечения луча. В экспериментах с твердотельными лазерами в основном фиксируются две последние характеристики.

Как следует из /10,11/, в предположении гауссовского характера $\mu(\vec{r},t)$ смещение центра тяжести оптического пучка

$\vec{\rho}_c(z)$, распространяющегося вдоль оси z , зависит от градиента показателя преломления в плоскости, перпендикулярной z ,

$$\vec{\rho}_c(z)=\frac{1}{2\rho_0}\int_0^L(z-\varsigma)d\varsigma\iint_{-\infty}^{\infty}d^2R\,I(\varsigma,R)\vec{\nabla}_R\mu(\varsigma,R),$$

где $I(R)$ -интенсивность поля также описывается гауссовским распределением и характеризуется моментом

$$\langle\rho_{ci}(z)\rho_{ck}(z)\rangle=\frac{2}{3}\mathcal{D}\cdot\delta_{ik}\cdot L^3,$$

где $\mathcal{D}$ - коэффициент диффузии луча

$$\mathcal{D}=\pi^2\int_0^{\infty}d\varkappa\cdot\varkappa^3\cdot\Phi(\vec{\varkappa}),$$

а $\Phi(\vec{\varkappa})$ -трехмерная спектральная плотность корреляционной функции $\mu(\vec{r},t)$. Для дальнейшего удобно нестабильность среды характеризовать не величиной $\vec{\rho}_c(z)$, а скоростью смещения луча, которую мы определим как $\vec{v}=\vec{\rho}_c/\Delta t$, где Δt - время между соседними кадрами при фиксации положения луча.

Нами было экспериментально изучено распределение средней скорости "движения нитей" на рубиновом лазере при параллельных зеркалах. Для этой цели исследовалось распределение поля в ближней зоне при генерации рубинового лазера с помощью СФР-2.

Эксперименты проводились при комнатной температуре в импульсном режиме генерации. Кристалл рубина длиной 120 мм помещался в двухламповый осветитель и накачивался лампами ИФП-2000. Резонатором служили плоские диэлектрические зеркала. Длина резонатора составляла 40 см. Для селекции типов колебаний резонатора по угловым индексам в резонатор помещалась диафрагма диаметром 2мм. Импульс генерации наблюдался с помощью ФЭУ-22 на осциллографе С1-29. Распределение поля генерации в ближней зоне исследовалось с помощью скоростного фоторегистратора СФР-2 в режиме "покадровой развертки".

Генерируемый рубиновым лазером луч, проходя систему линз, попадал на вращающееся зеркало СФР-2 и разворачивался в горизонтальном направлении на фотопленку, скорость перемещения которой определялась соотношением $V=2\omega r$, где ω -угловая скорость вращения зеркала, r - радиус развертки луча, равный 229 мм. Угловая скорость вращения зеркала достигла 60000 об/мин.,чему соответствует частота съемок. $2\cdot10^6$ кадров в секунду.

На рис.1 представлена типичная картина распределения ближнего поля генерации рубинового лазера в одном пичке во время развития и затухания генерируемого импульса при превышении мощности накачки над пороговой на 20%. Последовательность кадров соответствует развитию пичка во времени (кадры следуют друг за другом сверху вниз, а столбцы - слева направо). Время Δt между соседними кадрами соответствует $0,5\cdot10^{-6}$ сек. На рис.2 представлено распределение поля в ближней зоне на зеркалах, нанесенных на одну координатную сетку. При исследовании распределения поля излучения было обнаружено, что максимумы распределения интенсивности поля на зеркалах перемещаются во время генерации по случайным направлениям и величинам, т.е. движение центра тяжести интенсивности носит броуновский характер, что соответствует сделанному в начале параграфа предположению о случайном изменении показателя преломления активной среды при генерации.

Обработка полученных результатов позволила построить распределение средней скорости движения "нитей" во время генерации одного пичка, приводимое на рис.3. Полученный порядок средней скорости движения моды по зеркалу порядка 10^4 см/сек, что согласуется с данными работы /7/.

Таким образом, проведенные нами эксперименты показали, что в режиме свободной генерации за время генерации отдельного пичка имеет место "движение нитей", носящее гауссов характер, с соответствующим распределением средней скорости движения.

3. Моделирование процесса автомодуляции добротности

Полученный выше результат может быть рассмотрен с несколько иной точки зрения. Представим, что в какой-нибудь области кристалла возникла генерация с гауссовым распределением интенсивности поля $I(R,z)$. Если допустить, что кристалл до начала генерации равномерно возбужден светом накачки, то ясно, что в тех областях кристалла, в которых находятся максимумы поля генерации, сброс инверсии населенности уровней произойдет сильнее, чем в периферийной части поля (или в той части, где поле имеет минимумы). При деформации (или смещении) распределения поля генерации максимумы интенсивности поля переходят в те области, которые были слабее обеднены генерируемым полем. Это эквивалентно некоторому увеличению запасенной энергии для данной моды. Так как добротность резонатора для определенной моды определяется отношением запасной энергии к потерянной мощности ($Q = \omega E / \rho$), то такое смещение поля соответствует некоторому увеличению добротности резонатора для данной моды вида

$$Q(t) = Q_0 + \alpha Q'(t). \tag{I}$$

Безусловно, дальнейшие деформации поля могут приводить и к уменьшению добротности моды за счет увеличения потерь (на краях зеркал или диафрагмы, из-за оптически более неоднородных участков и т.д.), но ясно, что в начальный момент времени смещение распределения поля должно привести к некоторому увеличению добротности резонатора для данной моды, а при дальнейшем развитии генерации во времени – к его уменьшению за счет роста потерь (главным образом дифракционных – на краях диафрагмы).

Соотношение (1) позволяет поставить вопрос о моделировании процесса нестабильности лазера в экспериментах с наклоном зеркал, при которых эффект смещения нитей значительно усилен и представлен в чистом виде (что, конечно, не исключает блуждания нитей относительно сформированного направления).

В приведенных ранее работах /13,14/ смещение точки выхода луча из торцов активной среды рассматривалось в рамках геометрической оптики и речь шла о вычислении дополнительных потерь, связанных с увеличением числа отражений, дифракционных потерь, а также с ограниченностью объема насыщенной части активного образца. Такой подход, однако, не охватывает всех возможных реализаций данного механизма нестабильности. В частности, учет собственного блуждания луча, не связанного с наклоном зеркал, в рамках геометрического описания оказывается весьма сложным и требует специальных предположений о характере такого блуждания. Таким образом, описание экспериментов с наклоном зеркал с учетом указанных процессов требует использования волновой оптики, поскольку вся информация о свойствах активной области и их изменений в процессе генерации содержится в векторе поляризации среды $\vec{P}(\vec{r}, t)$. При этом достаточно выделить основное свойство рассматриваемого процесса - смещение точки выхода луча из торца активной среды - и приписать лучу некоторую скорость в направлении, перпендикулярном излучению. Удобно, однако, рассматривать не смещение луча, а смещение активной среды по отношению к лучу со скоростью $\vec{v}$ (зависящей от угла наклона зеркал φ) в плоскости, перпендикулярной оптической оси. В отличие от случая блуждания "нитей", рассмотренного в § 1, направление скорости $\vec{v}$ при наличии наклона зеркал не носит столь явного случайного характера.

Этот подход позволяет описывать излучение в резонаторе с непараллельными зеркалами как генерацию в движущейся среде (при этом зеркала резонатора остаются неподвижными), в которой, как известно, уравнения Максвелла остаются без изменения, меняются лишь материальные уравнения

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + \frac{\varepsilon - 1}{c} [\vec{v}, H], \quad \vec{B} = \vec{H} + \frac{\varepsilon - 1}{c} [E, \vec{v}], \tag{2}$$
$$\vec{j} = \gamma_0 (\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{H}]),$$

где γ_0 описывает объемные потери.

Считая, что движется лишь активная среда (по отношению к лучу), а зеркала остаются неподвижными, можно использовать для выделения мод собственные функции резонатора $\vec{E}_n$ и $\vec{H}_n$ и разложения

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\sum_m e_m(t)\vec{E}_m(\vec{r}),$$
$$\vec{H}(\vec{r},t)=\sum_m h_m(t)\vec{H}_m(\vec{r}), \qquad (3)$$

причем условия на границе (зеркалах) совпадают с условиями для покоящихся сред, так как $(\vec{v},\vec{n})$

$$[\vec{n},\vec{E}]=z\vec{H},$$

где $\vec{n}$ - нормаль к вертикальному положению зеркала, z - поверхностный импеданс зеркал. С учетом соотношений (2) и приближения $v/c \ll 1$ следуя обычному выводу уравнений электромагнитного поля в активной среде /15/, мы приходим в рассматриваемом случае к уравнению

$$\ddot{e}_m+\frac{\omega_{cm}}{Q_{bm}}\cdot\dot{e}_m+\omega_{cm}^2\cdot e_m=-\int_V\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}\cdot\vec{E}_m dV+i\omega_{cm}\cdot\frac{\vec{v}}{c}\int_V\left[\frac{\partial\vec{P}}{\partial t}\cdot\vec{H}_m\right]dV, \qquad (4)$$

где $\vec{P}$ -вектор поляризации среды. Таким образом, в правой части уравнения появляется новый член, зависящий от скорости смещения луча.

Используя разложение

$$e_m(t)=\frac{1}{2}\left[\mathcal{E}_m(t)e^{-i\omega_m t}+\mathcal{E}_m^*(t)e^{i\omega_m t}\right],$$
$$\vec{P}(t)=\frac{1}{2}\left[\vec{\mathcal{P}}e^{-i\omega_m t}+\vec{\mathcal{P}}^*e^{i\omega_m t}\right]$$

и предположение о медленности изменения амплитуды поля и поляризации, из уравнения (4) получаем

$$\frac{d\mathcal{E}_m}{dt}+\left[\frac{1}{2T_{cm}}+i(\omega_{cm}-\omega)\right]\mathcal{E}_m=\frac{i}{2}\omega\int_V\vec{\mathcal{P}}\vec{E}_m dV+\frac{i\omega}{2}\cdot\frac{\vec{v}}{c}\int\left[\vec{\mathcal{P}},\vec{H}_m\right]dV. \qquad (5)$$

Ограничимся одномодовым режимом и перейдем к скоростным уравнениям, введя величины

$$\frac{\mathcal{E}_m^2}{2\hbar\omega} = M, \quad B = \frac{S}{V}\bar{B}, \quad S = \frac{1}{4\pi}\int |\vec{E}|^2 dV \approx \frac{|\vec{E}|^2}{4\pi}\cdot V,$$

$$N = N_\Sigma \mathcal{D}, \quad \mathcal{D} = \sigma_{22} - \sigma_{11}, \quad \frac{\omega T_2}{\hbar}|\vec{\mu}|^2 = \frac{\bar{B}}{4\pi}, \tag{6}$$

где M -число фотонов, N_Σ - число активных атомов, N - заселенность, σ_{ik} - элементы матрицы плотности, $\bar{B}$ -коэффициент Эйнштейна для индуцированного излучения, $\vec{\mu}$ -дипольный момент атома, а V -объем активной среды. В этих обозначениях уравнение примет вид

$$\frac{dM}{dt} + \frac{M}{T_c} = M\cdot B\cdot\left(N - q\frac{v}{c}N\right) + \frac{B}{2}(N + N_\Sigma), \tag{7}$$

где два слагаемых в первой скобке соответствуют двум членам правой части уравнения (5) и, кроме того, справа добавлен член, описывающий спонтанное излучение, и использовано обозначение $q = \frac{1}{\varkappa}(\vec{\eta}\cdot\vec{n})$, $\vec{\eta} = \mu/|\vec{\mu}|$. Вообще говоря, этот параметр зависит от плотности поля в среде, поскольку определяется степенью выстроенности дипольных моментов по проходящей волне. Член, пропорциональный v/c, связан со смещением луча и, согласно приведенным выше соображениям, характеризует модуляцию добротности.

Полученное уравнение позволяет записать систему уравнений для генерации лазера рассматриваемого типа как лазера с модулированной добротностью

$$\frac{dM}{dt} - M\left[BN - \frac{f(t)}{T_c}\right] = \frac{B}{2}(N + N_\Sigma), \tag{8}$$

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N - N_0}{T_1} - BNM,$$

где

$$f(t)=1+q\frac{v}{c}\cdot T_c N(t)B. \tag{9}$$

Величина v/c связана с углом наклона φ зеркала относительно вертикальной плоскости длиной активного кристалла, расстоянием от его торца до зеркала и коэффициента преломления активной среды.

Таким образом, модуляция добротности определяется динамикой насыщения и излучения, а также углом смещения луча в виде аналогичном (I)

$$f(t)=1+\alpha\varphi BT_c N(t), \tag{10}$$

где α -объединенный числовой параметр.

Для дальнейшего удобно ввести безразмерные величины

$$\tau=\frac{t}{T_1}, \quad G=\frac{T_1}{T_c}, \quad \mathcal{E}=\frac{1}{2}BT_1, \quad m=BT_1M, \quad n=BT_cN,$$

и тогда система (8) примет вид

$$\begin{aligned}
&\dot m - G(n-f(\tau))m=\mathcal{E}G(n+n_\Sigma),\\
&\dot n=-mn-(n-n_\Sigma),\\
&f(\tau)=1+\alpha\cdot\varphi\cdot n(\tau).
\end{aligned} \tag{11}$$

Зависимость $f(\tau)$ от времени определяется вторым уравнением в (11):

$$n(\tau)=\begin{cases} n_0, & \tau\le\tau_3\\ n_0 e^{-m_0\tau}, & \tau>\tau_3, \end{cases}$$

где τ_3 -значение безразмерного времени задержки генерации, а m_0 - стационарное значение числа излученных фотонов.

Рассмотрим надпороговую область генерации и пренебрежем членом спонтанного излучения в (11). Нетрудно видеть, что имеет место соотношение (штрихи относятся к модулированным значениям)

$$m_2' - m_1' = G\{(n_1' - n_2')(1-\alpha\varphi) - \ln(n_1/n_2)\},$$

которое от обычного /15/ отличается членом, пропорциональным φ.

Из условия стационарности $\dot{m}_0 = 0$ и $m_0' \approx m_0$ получаем из (11) для пороговых значений заселенности соотношение

$$n_0' = n_0 / x(n_0), \qquad (12)$$

где n_0 – заселенность при $\varphi = 0$, а

$$x(n) = 1 - \varphi\alpha \frac{n + n_\Sigma}{1 + n_\Sigma}. \qquad (13)$$

Таким образом, уровень заселенности растет с ростом φ.

Для ширины импульса генерации при обычных предположениях $n_1 = n_0$, $m_1 \ll m_2 = m$ получаем

$$\Delta T(\varphi) = \frac{6}{5} \frac{T_c \ln(n_н'/n_к')}{(n_0' - 1)(1-\alpha\varphi) - \ln n_0'}, \qquad (14)$$

где $n_н$ и $n_к$ – начальная и конечная заселенность, соответственно. Принимая, что соотношение между $n_н'$ и $n_к'$ такое же, как и в случае без модуляции и пользуясь (12), получаем

$$\frac{\Delta T(\varphi)}{\Delta T(0)} = x(n_0) \cdot \left[1 + \frac{x(n_0)\ln x(n_0) + (1 - x(n_0))(1 + \ln n_0)}{n_0 - 1 + \ln n_0}\right]^{-1}, \qquad (15)$$

а для числа излученных фотонов на пороге генерации (т.е. амплитуды пичка) имеем, используя (11), соотношение

$$\frac{m(\varphi)}{m(0)} = \frac{x(0)}{x(n_н) \cdot x(n_к)}, \qquad (16)$$

т.е. имеем возрастание амплитуд и временное сужение пичков.

Соотношения, приведенные выше, получены при фиксированной мощности накачки. Как видно из (12), (15) и (16), зависимость от мощности накачки $P(t)$ входит только лишь через пороговые населенности n_0. Рассматривая пороговые условия при различных значениях мощности накачки, нетрудно получить соотношение

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} \Big/ \left[1 + \frac{n_1}{n_\Sigma}\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)\right] \tag{17}$$

которое позволяет связать $\Delta T(\varphi)$, $n(\varphi)$ и $m(\varphi)$ при различных мощностях накачки.

Полученные выводы сопоставлялись с результатами специально-проведенных экспериментов. Эксперимент проводился на цилиндрическом неодимовом стекле (ЛГС 250-5) диаметром 8мм и длиной 130 мм, $\varkappa$ =1,54. Стержень был помещен в эллиптический двухламповый отражатель и накачивался лампами ИФП-2000. Резонатором служили два плоских диэлектрических зеркала с коэффициентом отражения 81%. Внутри резонатора находилась вертикальная щель шириной 1мм, расположенная перед ближним к ФЭУ зеркалом. Импульс генерации наблюдался с помощью фотоумножителя ФЭУ-22 на осциллографах С8-7А и С8-11. Стержень охлаждался дистиллированной водой и протекающим раствором $K_2Cr_2O_7$ при комнатной температуре, с помощью которого отсекалась ультрафиолетовая часть спектра излучения накачки до 400 нм.

В эксперименте менялась степень разъюстировки резонатора посредством наклона наиболее удаленного от ФЭУ зеркала. Зеркало отклонялось до φ =12 таким образом, что геометрическое смещение луча генерации происходило вдоль щели. Измерялась зависимость ширины ΔT и амплитуды A первых пичков от наклона зеркала φ при разных значениях превышения энергии накачки над пороговой E/E_0. Экспериментальные результаты представлены на рис.4 и 5 (сплошные линии - соответствуют соотношениям (15 и (16)). Как видно из рисунков, при наклоне зеркал наблюдается сужение ширины первых пичков и возрастание амплитуды при разных превышениях энергии накачки над пороговой. Превышение энергии накачки для линий - 1 на рис. 4 и 5 равно 1,03, а для линий 2 - 1,3. Качественная картина не меняется, а количественное различие описывается соотношением (17). Из приведенных графиков следует достаточно хорошее согласие экспериментальных данных с теоретическими расчетами.

Полученные экспериментальные результаты качественно согласуются и с данными работ /16-18/, однако в последних $\Delta T(\varphi)$ не изучалось и не были рассмотрены возможные механизмы процесса.

Таким образом, наши результаты показывают, что эффект движения "нитей" может быть рассмотрен как некоторый вид модуляции лазерного излучения (в естественных условиях приводящее к самомодуляции) и может объяснить некоторые особенности динамики генерации твердотельных лазеров без предположений об их технической неустойчивости.

Поступила 23.V.1980.

Кафедра квантовой радиофизики

Литература

1. В.В.Анциферов, В.С.Пивцов, В.Д.Угомаев, К.Г.Фолин, Квантовая электроника, № 3 (15),57 (1973).
2. В.В.Анциферов, А.В.Гайнер, К.П.Комаров, К.Г.Фолин, Квантовая электроника, № 3, 591 (1975).

3. В.В.Анциферов, А.В.Гайнер, К.П.Комаров, В.С.Пивцов, К.Г.Фолин, ЖПС,24, № 1,18 (1976).

4. А.В.Гайнер, К.П.Комаров, К.Г.Фолин, препринт №8-77, Новосибирск.

5. М.И.Джибладзе, Л.Э.Лазарев, А.И.Мествиришвили, Т.Я.Челидзе, З.Г.Эсиашвили, Сообщения АН Груз.ССР, 71,581 (1973).

6. H.K.V.Lotsch, Phys.Lett. ,A26, № 7, 323 (1968).

7. Т.В.Бутхузи, М.И.Джибладзе. Сообщения АН Груз.ССР, 66, 569 (1972).

8. В.С.Идиатулин, А.В.Успенский, Квантовая электроника, 3 (15), 1973, 51 (1973).

9. М.М.Макагон, Ю.Н.Пономарев. Оптика и спектроскопия, 34, 762 (1973).

10. А.С.Гуревич, А.И.Кон, В.Л.Миронов, С.С.Хмелевцов, Лазерное излучение в турбулентной атмосфере, "Наука",М. (1976)

11. В.И.Кляцкин, Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметарми, "Наука", М. (1975).

12. Л.А.Чернов, Волны в случайно-неоднородных средах,"Наука", М. (1975).

13. В.Л.Брауде, В.В.Заика, В.И.Кравченко, М.С.Соскин, ЖПС, 3, 225 (1965).

14. В.В.Заика, В.И.Кравченко, М.С. Соскин, УФЖ, 13, 816 (1968)

15. Я.И.Ханин, Динамика квантовых генераторов (В.М.Файн, Я.И.Ханин, Квантовая радиофизика,т.2),"Сов.радио", М. (1975).

16. L.Freund. Appl. Phys. Lett., 12, 388 (1968).

17. R.C.Greenhow, A.J.Schmidt. Appl. Phys. Lett., 12,390(1968).

18. R.J.Collins, L.O.Braun, D.R.Dean. ~~Appl.~~ Phys. Lett., 12, 392 (1968).

მ.ჯიბლაძე, ლ.ლაზარევი, ე.ტეპლიცკი

ველის განაწილების არამდგრადობის გავლენა ლაზერის გენერაციის კინეტიკაზე

რეზიუმე

ექსპერიმენტალურად და თეორიულად შესწავლილია მყარი ტანის ლაზერის გამოსხივების ველის განაწილების არამდგრადობა და მისი გავლენა გენერაციის კინეტიკაზე. ნაჩვენებია, რომ ველის განაწილების დეფორმაციის ეფექტი იწვევს რეზონატორის ვარგისიანობის მოდულაციას.

M.Jibladze, L.Lazarev, E.Teplitski

THE EFFECT OF THE FIELD DISTRIBUTION INSTABILITY UPON THE LASER GENERATION KINETICS

Summary

The instability of electromagnetic field distribution in solid-state laser and its effect upon the generation kinetics is investigated experimentally and theoretically. It is demonstrated that the generation field displacement in active medium causes the effect of Q-modulation in free generation mode.

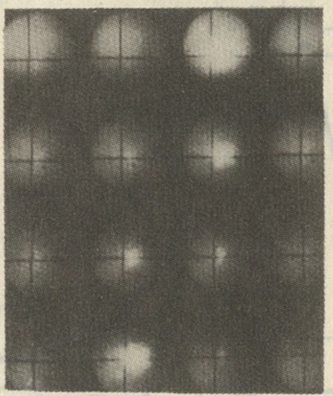


Рис.I

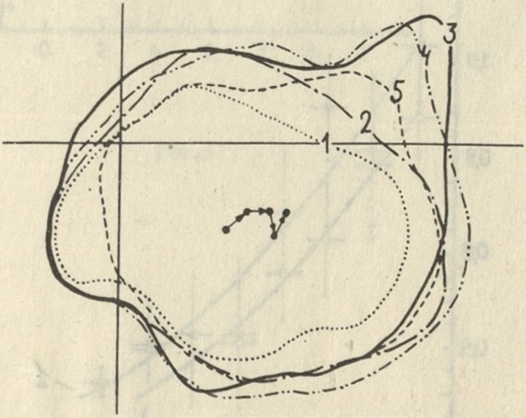


Рис.2

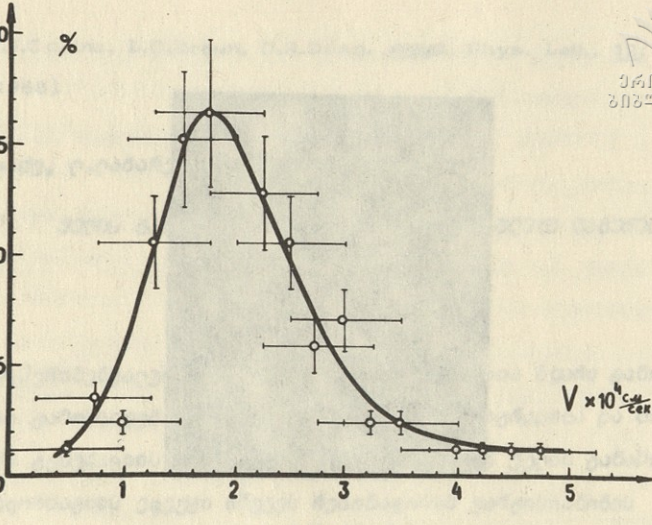

%
20
15
10
5
0
1
2
3
4
5
V ×10⁴ см/сек

Рис. 3

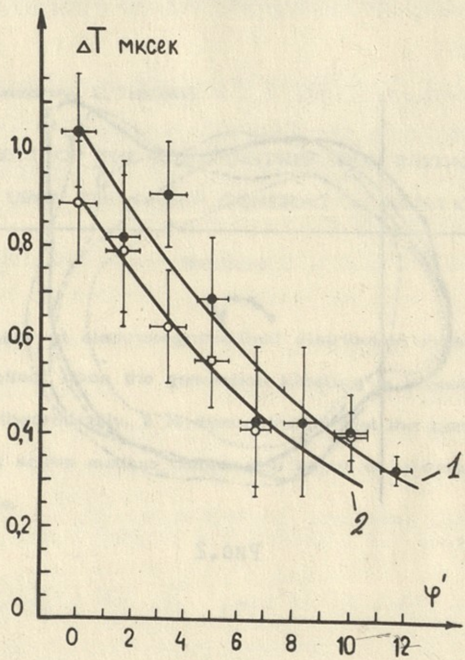

ΔT мксек
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
φ'
0
2
4
6
8
10
12
1
2

Рис. 4

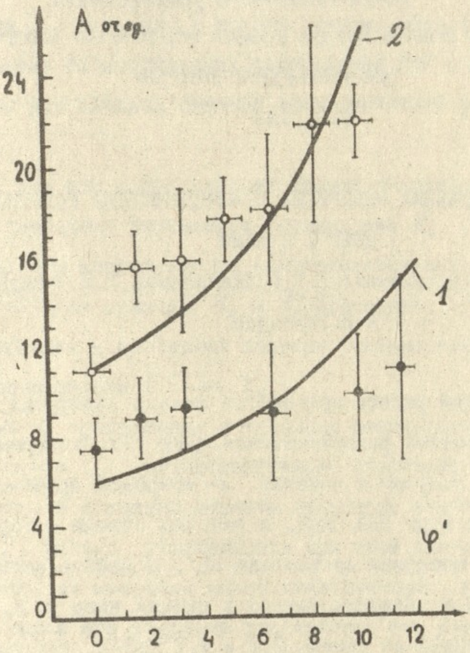


Рис.5

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო

უნივერსიტეტის შრომები

216,1980

АНАЛИЗ СЕЧЕНИЙ НЕУПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР С ЯДРАМИ

Н.С.Григалашвили, Т.Р.Джалагания, Н.К.Куциди, Ю.В.Тевзадзе

В настоящей работе приводится анализ неупругих сечений взаимодействия релятивистских ядер /I/. Экспериментальный материал получен с помощью 2-метровой пропановой пузырьковой камеры ЛВЭ ОИЯИ, в рабочем объеме которой были помещены три пластины из тантала /2/. В работе использованы результаты экспозиции камеры в пучках ядер p, d, He, C при P_o - импульс на нуклон 2,2 и 4,2 КэВ/с. Некоторые данные по сечениям взаимодействия вышеперечисленных релятивистских ядер с ядрами С и Та опубликованы ранее /I/. Для анализа использованы также данные из других работ /3/.

Анализ полученных таким образом величин неупругого сечения взаимодействия релятивистских ядер проводился по формулам:

$$\sigma(A_i, A_t) = \pi R_o^2 (A_i^{1/3} + A_t^{1/3} - b)^2, \qquad (1)$$

$$\sigma(A_i, A_t) = \pi R_o^2 \left[A_i^{1/3} + A_t^{1/3} - \beta(A_i^{1/3} + A_t^{-1/3})\right], \qquad (2)$$

где R_o является константой пропорциональности в выражении для радиуса ядер $R = R_o A^{1/3}$, A_i и A_t - массовые числа ядер пучка и мишени, соответственно. Величина $b(\beta)$ выражает степень перекрытия ядерных поверхностей при их взаимодействии. Формула (1) получена в модели твердых сфер с перекрытием из простых геометрических соображений /4/ и широко используется для анализа сечений взаимодействий различных ядер /1,5/.

Отметим, что при аппроксимации данных по обеим формулам в качестве свободных параметров брались как R_0 , так и $b(\beta)$. Результаты аппроксимации экспериментальных данных по формулам (1-2) для величин R_0 и $b(\beta)$ приведены в таблицах I и II. В таблицах в последней колонке указаны величины уровней достоверности (C.L.).

Как видно из приведенных в таблицах результатов аппроксимации, выражение (1) удовлетворительно описывает экспериментальные данные в довольно широком диапазоне значений A_i и особенно A_t . Однако получающееся при этом значение параметра R_0 зависит от массовых чисел сталкивающихся ядер, хотя физический смысл его введения заключается как раз в его универсальности. Существенно меняется также параметр b . Таким образом, выделяется не совсем полная адекватность соотношения (1) с реальной физической картиной взаимодействия. Это может быть обусловлено тем, что формула (1) не учитывает изменения формы распределения ядерной материи при переходе от легких к тяжелым ядрам, т.е. не учитывает кривизну поверхности ядер в параметре перекрытия. Действительно, как известно, плотность нуклонов в легких ядрах имеет вид гауссовского распределения с довольно широко размытым краем. С другой стороны, плотность ядерной материи в тяжелых ядрах описывается распределением Ферми. Следовательно, в тяжелых ядрах доля нуклонов, находящихся около поверхности, гораздо меньше, чем в легких. Поэтому в величине параметра перекрытия доминирующую роль будет играть более легкое ядро. Именно это и учитывается в явном виде в формуле (2), приведенной в работе /6/, где

$$b=\beta\left(A_i^{-1/3}+A_t^{-1/3}\right). \tag{3}$$

Тот факт, что в варианте модели /6/ во взаимодействиях выделяется роль поверхностных нуклонов, согласуется, например, с подходом модели Глаубера, с одной стороны /7/, а также с формой распределения плотности ядерной материи в модели мягких сфер /8/.

Результаты совместной аппроксимации зависимости $\sigma=f(A_i,A_t)$ для легкой (C) и тяжелой (Ta) мишеней при P_0 =2,2 и 4,2 Гэв/с на нуклон представлены на рис. 1 и 2.

Зависимость на рис.1 соответствует аппроксимации величин сечений при импульсах налетающих ядер P_0 = 2,2 Гэв/с на нуклон, а на рис. 2 - P_0 =4,2 ГэВ/с на нуклон. Сплошной линией нанесены зависимости расчетных сечений неупругих взаимодействий от $A_i^{1/3}+A_t^{1/3}$ в результате аппроксимации по формуле (I), штрихованной линией - по формуле (2).

Обе формулы удовлетворительно описывают экспериментальные данные.

По формуле (I):

R_0 = (1,49±0,88) fm, b =1,24±0,16, P_0 =2,2 КэВ/с,

R_0 = (1,49±0,06) fm, b =1,33±0,14, P_0 =4,2 ГэВ/с,

а по формуле (2):

$R_0 = (1,32 \pm 0,05)\, fm$, $\beta = 0,75 \pm 0,11$, $P_0 = 2,2$ ГэВ/с

$R_0 = (1,33 \pm 0,04)\, fm$, $\beta = 0,85 \pm 0,10$, $P_0 = 4,2$ ГэВ/с

Зависимость сечения от A_i и A_t согласно (1) и (2) изучалась при фиксированных мишенях C и Ta в отдельности для тех же налетающих ядер.

Из приведенного анализа следует, что :

1) значение параметра R_0, полученное по выражению (1), всегда больше, чем то же значение, полученное из (2). Причем, значения R_0, полученные по формуле (2), существенно стабильнее, чем в случае формулы (1) (см. рис.3а) ;

2) аналогичное заключение можно сделать,по-видимому, и относительно стабильности параметра β (см. рис.3б) ;

3) отметим, что для тяжелой мишени, при исключении из налетающих ядер дейтрона, параметр перекрытия $b(\beta)$ становится практически неопределенным, т.е. теряет физический смысл и применима модель твердых сфер без перекрытия (см табл.1, реакции л - м). Проведенная нами аппроксимация данных для этих реакций при фиксированном значении $b(\beta)=0$ также приводит к хорошему согласию ($C.L.=1$), однако значение R_0 по обеим формулам при этом несколько уменьшается ($R_0 = 1,21 \pm 0,02)\, fm$. Факт иного поведения для случая дейтона объяснится тем, что распределение ядерной материи не соответствует ни гауссовскому, ни фермиевскому;

4) в случае объединения данных на разных парах мишеней (табл.2) имеют место, в общем, те же тенденции. В случае

Таблица I

Величины параметров R_o и $b(\beta)$, полученные в результате аппроксимации сечении неупругих взаимодействий по формулам (1) и (2) на разных мишенях

Взаимодействующие ядра	Формула	R_o [fm]	$b(\beta)$	C.L.
а (p, d, He, C) P	(1)	1,47 ∓ 0,09	1,28 ∓ 0,07	0,12
	(2)	1,13 ∓ 0,06	0,56 ∓ 0,04	0,22
б (d, He, C) P	(1)	1,28 ∓ 0,13	1,11 ∓ 0,14	0,43
	(2)	1,07 ∓ 0,08	0,50 ∓ 0,08	0,32
в (d, He, C) d	(1)	1,57 ∓ 0,04	1,21 ∓ 0,06	I
	(2)	1,32 ∓ 0,03	0,62 ∓ 0,03	0,27
г (d, He, C) He	(1)	1,56 ∓ 0,04	1,27 ∓ 0,09	I
	(2)	1,29 + 0,03	0,67 ∓ 0,06	0,14
д (p, d, He, C) C*	(1)	1,65 ∓ 0,22	1,47 ∓ 0,29	I
	(2)	1,28 ∓ 0,09	0,68 ∓ 0,17	I
е (d, He, C) C*	(1)	1,54 ∓ 0,27	1,28 ∓ 0,46	I
	(2)	1,25 ∓ 0,12	0,62 ∓ 0,28	I
ж (p, d, He, C) C**	(1)	1,62 ∓ 0,25	1,50 ∓ 0,25	0,47
	(2)	1,22 ∓ 0,10	0,70 ∓ 0,20	0,45
з (d, He, C) C**	(1)	1,45 ∓ 0,34	1,21 ∓ 0,64	0,30
	(2)	1,20 ∓ 0,15	0,55 ∓ 0,36	0,25
и (d, He, C, O) C	(1)	1,85 ∓ 0,16	1,76 ∓ 0,23	0,27
	(2)	1,41 ∓ 0,07	1,00 ∓ 0,17	0,13
к (He, C, O) C	(1)	1,08 ∓ 0,23	2,10 ∓ 0,27	I
	(2)	1,55 ∓ 0,11	1,38 ∓ 0,24	I
л (He, C, O) Cu	(1)	1,32 ∓ 0,30	0,61 ∓ 1,30	I
	(2)	1,22 ∓ 0,09	0,24 ∓ 0,67	I
м (He, C, O) Pb	(1)	1,55 ∓ 0,47	2,23 ∓ 2,59	I
	(2)	1,28 ∓ 0,16	1,03 ∓ 1,59	I
н (P, d, He, C) Ta*	(1)	2,66 ∓ 0,44	3,93 ∓ 0,48	0,37
	(2)	1,40 ∓ 0,14	1,23 ∓ 0,64	0,29

Таблица 1
(продолжение)

Взаимодействующие ядра	Формула	R_0 [fm]	$b(\beta)$	C.L.
о $(d, He, C)Ta$*	(1)	2,62 ∓ 0,66	3,96 ∓ 0,96	0,27
	(2)	1,51 ∓ 0,19	1,89 ∓ 0,86	0,18
п $(p, d, He, C)Ta$**	(1)	2,50 ∓ 0,48	3,71 ∓ 0,70	1
	(2)	1,48 ∓ 0,11	1,59 ∓ 0,51	1
р $(d, He, C)Ta$**	(1)	2,52 ∓ 0,58	3,79 ∓ 0,84	1
	(2)	1,51 ∓ 0,19	1,88 ∓ 0,70	1

* Данные с 2 м ПШК при P_0 =2,2 Гэв/с

** Те же данные при P_0 =4,2 Гэв/с

Таблица 2

Величины параметров R_0 и $b(\beta)$, полученные при аппроксимации сечении неупругих взаимодействий по формулам (1) и (2) для разных пар мишеней

Взаимодействующие ядра	Формула	R_0 [fm]	$b(\beta)$	C.L.
а $(p, d, He, C)(C, Ta)$*	(1)	1,48 ∓ 0,08	1,24 ∓ 0,16	0,61
	(2)	1,32 ∓ 0,05	0,75 ∓ 0,11	0,80
б $(d, He, C)(C, Ta)$*	(1)	1,46 ∓ 0,09	1,15 ∓ 0,21	0,51
	(2)	1,33 ∓ 0,06	0,77 ∓ 0,15	0,56
в $(He, C)(C, Ta)$*	(1)	1,56 ∓ 0,14	1,37 ∓ 0,32	0,35
	(2)	1,41 ∓ 0,09	1,09 ∓ 0,27	0,50
г $(p, d, He, C)(C, Ta)$**	(1)	1,49 ∓ 0,06	1,33 ∓ 0,14	0,14
	(2)	1,33 ∓ 0,04	0,85 ∓ 0,10	0,58
д $(d, He, C)(C, Ta)$**	(1)	1,49 ∓ 0,07	1,29 ∓ 0,18	0,38
	(2)	1,35 ∓ 0,05	0,91 ∓ 0,14	0,36

Таблица 2
(продолжение)

Взаимодействующие ядра	Формула	R_0 [fm]	$\ell(\rho)$	C.L.
е (He, C)(C, Ta)**	(1)	1,58 ∓ 0,09	1,49 ∓ 0,21	0,43
	(2)	1,42 ∓ 0,06	1,16 ∓ 0,18	1
ж (C, O)(C, Cu)	(1)	1,27 ∓ 0,11	0,39 ∓ 0,43	0,37
	(2)	1,24 ∓ 0,06	0,31 ∓ 0,34	0,39
з (He, C)(Cu, Ta)*	(1)	1,36 ∓ 0,21	0,78 ∓ 0,89	0,13
	(2)	1,26 ∓ 0,11	0,52 ∓ 0,66	0,13
и (He, C)(Cu, Ta)**	(1)	1,52 ∓ 0,19	1,36 ∓ 0,62	0,29
	(2)	1,32 ∓ 0,10	0,79 ∓ 0,55	0,16
к (He, C, O)(Cu, Pb)	(1)	1,21 ∓ 0,08	0,12 ∓ 0,50	0,86
	(1)	1,21 ∓ 0,06	0,14 ∓ 0,41	0,88
л (C, O)(Cu, Pb)	(1)	1,31 ∓ 0,11	0,34 ∓ 0,64	1
	(2)	1,21 ∓ 0,07	0,18 ∓ 0,62	0,58

* Данные с 2 -м ППК при P_0 =2,2 Гэв/с

** Те же данные при P_0 =4,2 Гэв/с

когда обе мишени тяжелые и среди налетающих ядер отсутствует дейтон, параметр перекрытия также теряет физический смысл (см. табл.2, реакции ж,з,к,л).

В заключение можно сказать, что в исследованном нами достаточно широком интервале массовых чисел взаимодействующих ядер для описания сечения взаимодействия хорошо работает простая геометрическая картина. Учет кривизны поверхности ядер в параметре перекрытия приводит к физически более последовательной картине.

Поступила 17.VI.1980

Кафедра теоретической физики

Литература

I. E.O.Abdrahmanov et al. JINR E1-11517, Dubna, 1978.

2. Е.О. Абдрахманов и др. ЯФ, 1978, 27, с.1020.

3. J.A.Jaros. Preprint LBL-3849, Berkeley, 1975;

М.Х.Аникина и др. ОИЯИ, PI-I0592, Дубна, 1977;

В.Г.Аблеев и др. ОИЯИ, PI-I0565, Дубна, 1977;

P.J.Lindstrom, et al. Proc. 14th Int.Conf. on Cosmic Rays, Munich, 1975, p.2315.

4. H.L.Bradt, B.Peters. Phys.Rev., 1950, 77, p.54.

5. T.F.Cleghorn et al. Canad. J.Phys., 1968, 46, p.572.

6. H.H.Hecman et al. Phys.Rev., 1978, C 17, p.1735.

7. A.S.Goldhaber, H.H.Hecman. Ann.Rev.Nucl.Part. Sci., 1978, p.161

8. P.J.Kard. Phys.Rev., 1975, C 11, p.1203.

ნ.გრიგალაშვილი, თ.ჯალაღანია, ნ.კუციდი,

ი.თევზაძე

რელატივისტური ბირთვების ბირთვებთან ურთიერთ-ქმედების კვეთების ანალიზი

რეზიუმე

რელატივისტური ბირთვების ბირთვებთან არადრეკადი ურთიერთქმედების კვეთების ანალიზი ჩატარებულია ურთიერთგადამფარავი მყარი სფეროების მოდელის საფუძველზე. ნაჩვენებია, რომ გადაფარვის პარამეტრში ბირთვის ზედაპირის სიმრუდის გათვალისწინება ფიზიკურად უფრო ნათელ სურათს იძლევა.

N.Grigalashvili, T.Jalagania, N.Kutsidi, I.Tevzadze

ANALYSIS OF INELASTIC CROSS SECTIONS OF THE INTERACTIONS OF RELATIVISTIC NUCLEI WITH NUCLEI

Summary

An analysis of inelastic cross sections of relativistic nuclei with nuclei interactions has been carried out according to the solid spheres model with overlap. It is shown that taking into account the curvature of the surface in the overlap parameter leads to a better agreement of the data.

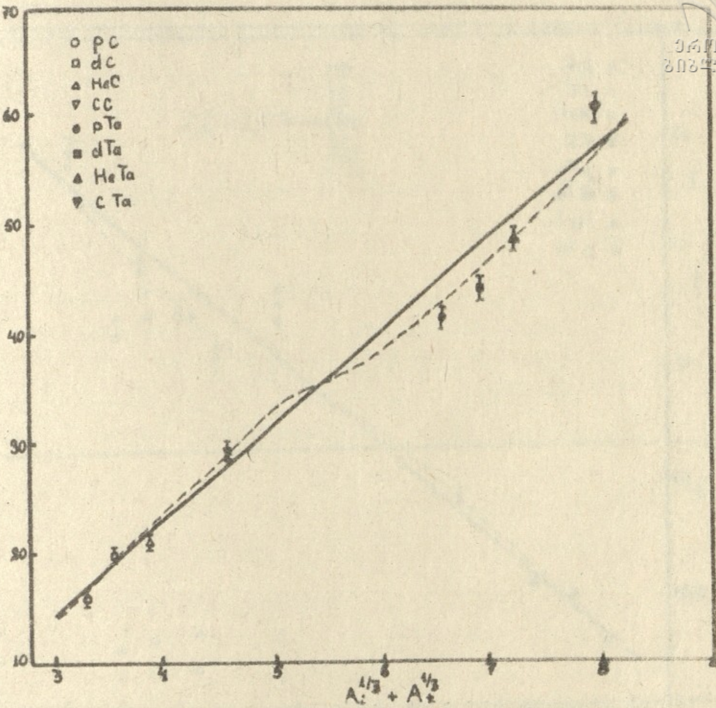


Рис. I

Сечения неупругого взаимодействия при P_0=2,2 ГэВ/с на нуклон в зависимости от атомного веса ядра-снаряда A_i и ядра мишени A_t. Экспериментальные точки получены на 2 м ППК. Сплошная линия - зависимость расчетных неупругих сечений в русультате аппроксимации по формуле (I)(R_o= I,48±0,08) fm, b =I,24±0,I6) ;
штрихованная линия - по формуле (2)(R_o= I,32±0,05) fm, β =0,75±II)

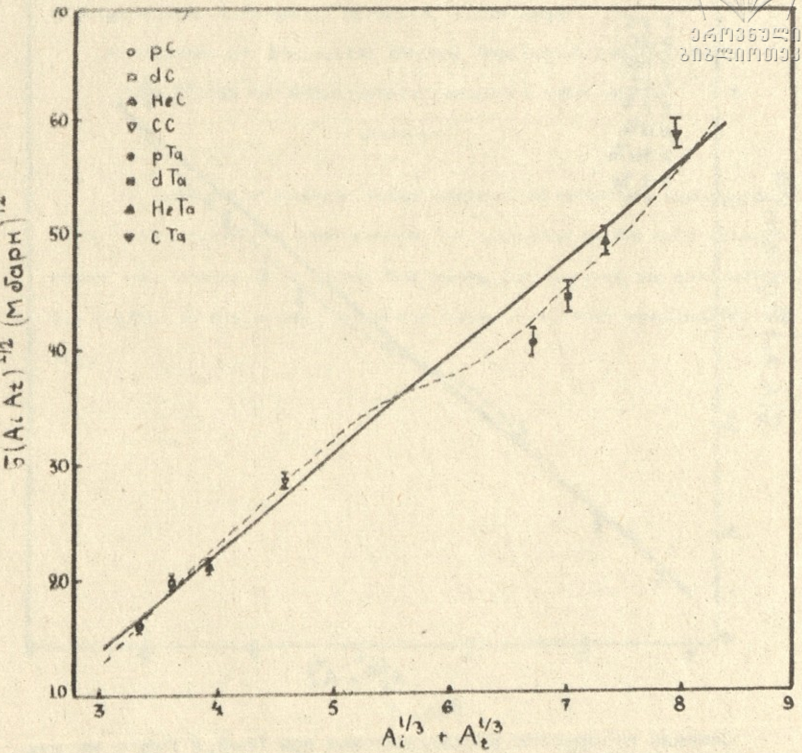


Рис. 2

Сечение неупругих взаимодействий при Ро=4,2 ГэВ/с на нуклон в зависимости от атомного веса ядра-снаряда A_i и ядра-мишени A_t. Экспериментальные точки получены на 2м ППК. Сплошная линия – зависимость расчетных неупругих сечений в результате аппроксимации по формуле (I) (R_o=(I,49±0,06) fm, b =I,32±0,I4) ;
штрихованная линия – по формуле (2) (R_o=(I,33±0,04) fm, β =0,85 ±0,I0)

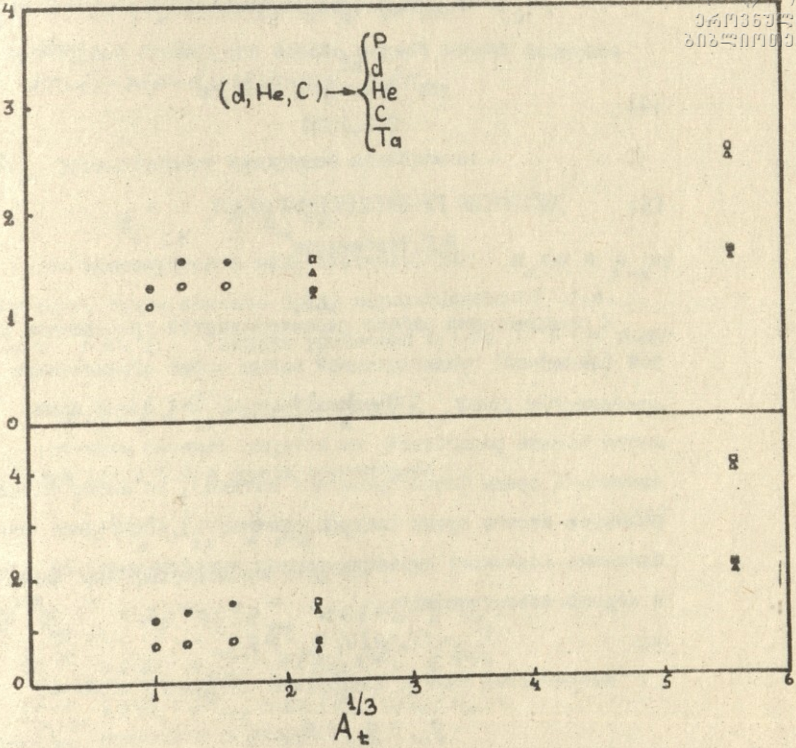


Рис. 3

Значения параметров R_0 и $b(\beta)$, полученные при аппроксимации экспериментальных величин сечений неупругих взаимодействий по формулам (I) и (2) в зависимости от массового числа мишени A_t. □, ■-точки, полученные с использованием данных с ППК при Ро=2,2 ГэВ/с. △, ▲ - Ро=4,2 ГэВ/с.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

216,1980

ДИСПЕРСИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

В.Г.Таргамадзе

В предлагаемой работе рассматривается прохождение слабой (линейной) гравитационной волны через ограниченную статическую среду. Предполагается, что длина волны много меньше расстояний, на которых заметно меняется плотность среды (геометрическая оптика), но много больше размеров атомов среды (макроскопичность). Последнее приближение позволяет выразить тензор энергии-импульса среды в хорошо известном виде

$$T_{ik} = (\varepsilon + p) u_i u_k - p g_{ik} .$$

Метрический тензор представим следующим образом ;

$$g'_{ik} = g_{ik} + h_{ik} ,$$

где g_{ik} – метрика в отсутствии гравитационных волн, а h_{ik} малые поправки, вызванные гравитационной волной. Это позволяет записать уравнения поля линейными по h_{ik} (см.например, /I/)

$$h_{ik;l}^{\ \ ;l} = 2h_n^{\ l} R^n_{\ ikl} + \varkappa (h_i^{\ n} T_{nk} + h_k^{\ n} T_{ni} - 2\delta T_{ik} + g_{ik}\delta T), \qquad (1)$$

где δT_{ik} и δT – возмущения тензора энергии-импульса, вызванные волной

$$\delta T_{ik} = (\delta\varepsilon + \delta p) u_i u_k + (\varepsilon + p)(u_i \delta u_k + u_k \delta u_i) + g_{ik}\delta p - h_{ik} p,$$

$$\delta T = \delta\varepsilon - 3\delta p - hp + 2(\varepsilon + p) g^{ik} u_i \delta u_k, \tag{2}$$

а h_{ik} удовлетворяет следующей калибровке:

$$h_{i\ ;k}^{\ k} - \frac{1}{2} h_{,i} = 0. \tag{3}$$

Пусть невозмущенное поле статично. Тогда $u_\alpha = 0$ и $g_{0\alpha} = 0$. Кроме того, будем считать среду нерелятивистской, т.е. положим $p << \varepsilon$. Свернув уравнения (1) по i и k получим

$$\varkappa\delta\varepsilon = \frac{1}{2} h^{;e}_{\ ;e} + \varkappa\varepsilon h^0_0 - \frac{1}{2}\varkappa\varepsilon h. \tag{4}$$

Подставив (4) в (1) и введя обозначение

$$\psi_{ik} = h_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} h, \tag{5}$$

простыми преобразованиями получим

$$\begin{aligned} g^{\alpha\beta}\psi_{\alpha\beta\ ;e}^{\ \ \ ;e} &= -2g^{00}\psi_n^{\ e} R^n_{\ 00e} - \varkappa\varepsilon(\psi^0_0 - \frac{1}{2}\psi), \\ \psi_{\alpha\beta\ ;e}^{\ \ \ ;e} &= 2\psi_n^{\ e} R^n_{\ \alpha\beta e} - \varkappa\varepsilon g_{\alpha\beta}(\psi^0_0 - \frac{1}{2}\psi), \\ \psi_{0\alpha\ ;e}^{\ \ \ ;e} &= 2\psi_n^{\ e} R^n_{\ 0\alpha e} + \varkappa\varepsilon(\psi_{0\alpha} - 2u_0\delta u_\alpha), \end{aligned} \tag{6}$$

причем ψ_{ik} подчиняются условиям

$$\psi_{i\ ;k}^{\ k} = 0. \tag{7}$$

Считая фоновое поле слабым, выбираем метрику в виде

$$g_{00} = 1 - 2\varphi, \quad g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}(1 - 2\varphi),$$

где φ - решение уравнения Пуассона

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2}\varkappa\varepsilon, \tag{8}$$

а $\eta_{\alpha\beta}$ - тензор Минковского.

В этом случае второе уравнение из (6) примет вид:

$$\eta^{em}\psi_{\alpha\beta,e,m}-2\varphi\psi_{\alpha\beta,0,0}+\eta^{\gamma\rho}\Big(2\varphi\psi_{\alpha\beta,\gamma,\rho}+4\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\gamma}}\psi_{\alpha\beta,\rho}-2\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\gamma}}\psi_{\rho\beta,\alpha}-$$
$$-2\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\gamma}}\psi_{\rho\alpha,\beta}+4\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\alpha}}\psi_{\gamma\beta,\rho}+4\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\beta}}\psi_{\gamma\alpha,\rho}\Big)-\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\alpha}}\psi_{,\beta}- \tag{9}$$
$$-\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\beta}}\psi_{,\alpha}-\varkappa\varepsilon\psi_{\alpha\beta}=2\psi_{n}^{\;e}R^{n}_{\;\alpha\beta e}-\varkappa\varepsilon\eta_{\alpha\beta}(1-2\varphi)(\psi_0^{\circ}-\frac{1}{2}\psi).$$

Будем искать решение уравнения (9) в виде

$$\psi_{\alpha\beta}=A_{\alpha\beta}+\varkappa B_{\alpha\beta}.$$

Пренебрегая членами $\sim\varkappa^2$ и приравнивания одинаковые степени $\varkappa$, получим

$$A_{\alpha\beta}{}^{,e}{}_{,e}=0,$$
$$\varkappa B_{\alpha\beta}{}^{,e}{}_{,e}=2\varphi A_{\alpha\beta,0,0}-\eta^{\gamma\rho}\Big(2\varphi A_{\alpha\beta,\gamma,\rho}+4\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\gamma}}A_{\alpha\beta,\rho}-2\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\gamma}}A_{\rho\beta,\alpha}-$$
$$-2\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\gamma}}A_{\rho\alpha,\beta}+4\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\alpha}}A_{\gamma\beta,\rho}+4\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\beta}}A_{\gamma\alpha,\rho}\Big)+\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\alpha}}A_{,\beta}+\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\beta}}A_{,\alpha}+$$
$$+2A_{n}^{\;e}R^{n}_{\;\alpha\beta e}-\varkappa\varepsilon\eta_{\alpha\beta}(1-2\varphi)(A_0^{\circ}-\frac{1}{2}A)+\varkappa\varepsilon A_{\alpha\beta}. \tag{10}$$

Как известно /1/, условия (7) еще не определяют однозначно системы отсчета. Воспользовавшись оставшимся произволом, легко показать, что A_{ik} (но не B_{ik}) можно подчинить дополнительным условиям

$$A_{0k}=A_i^{\;i}=0,\quad K^{\alpha}A_{\alpha\beta}=0. \tag{11}$$

Из (10) и (11) следует, что $A_{\alpha\beta}$ можно считать плоской, поперечной гравитационной волной, а K^{α}– волновым вектором.

Направив ось x^1 вдоль волнового вектора, представим $A_{\alpha\beta}$ в виде

$$A_{\alpha\beta}=a_{\alpha\beta}e^{i(\omega t+kx^1)}$$

Подстановка последнего во второе из уравнений (10) даст

$$\varkappa B_{\alpha\beta}{}^{,e}{}_{,e}=\Big\{-4\varphi\omega^2a_{\alpha\beta}+i\omega\Big[4\frac{\partial\varphi}{\partial x^1}a_{\alpha\beta}-2(\delta_{\alpha 1}a_{\rho\beta}+\delta_{\beta 1}a_{\rho\alpha})\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\rho}}\Big]+$$
$$+2a_{\gamma}^{\;\rho}R^{\gamma}_{\;\alpha\rho\rho}+\varkappa\varepsilon A_{\alpha\beta}\Big\}e^{i(\omega t+kx^1)}. \tag{12}$$

Решая уравнение (12), получим

$$\varkappa B_{\alpha\beta}=\Big\{\Big(-2\varphi+\frac{1}{4}\varkappa\epsilon x^{1\,2}\Big)a_{\alpha\beta}+(\delta_{\alpha 1}a_{\rho\beta}+\delta_{\beta 1}a_{\rho\alpha})\int\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\rho}}dx^{1}+$$

$$+i\Big[\Big(-2\omega\int\varphi dx^{1}+\frac{1}{4\omega}\varkappa\epsilon x^{1}\Big)a_{\alpha\beta}+\frac{1}{\omega}a^{\rho}_{\gamma}\int R^{\gamma}_{\alpha\beta\rho}dx^{1}\Big]\Big\}e^{i(\omega t+\kappa x^{1})}, \quad (13)$$

и, следовательно, для поперечных и продольных компонент $\psi_{\alpha\beta}$ имеем

$$\psi_{\alpha\beta}=a_{\alpha\beta}\Big\{\Big(1-2\varphi+\frac{\varkappa}{4}\epsilon x^{1\,2}\Big)+i\Big(-2\omega\int\varphi dx^{1}+\frac{\varkappa}{4\omega}\epsilon x^{1}-\frac{1}{\omega}\int R_{3223}dx\Big)\Big\}e^{i(\omega t+\kappa x^{1})},$$

$$\alpha,\beta=2,3. \quad (14)$$

$$\psi_{11}=-\frac{i}{\omega}\Big[a_{22}\int(R_{2112}-R_{3113})dx^{1}-2a_{23}\int R_{2113}dx^{1}\Big]e^{i(\omega t+\kappa x^{1})},$$

$$\psi_{1\alpha}=\Big\{-a_{\rho\alpha}\int\frac{\partial\varphi}{\partial x^{\rho}}dx^{1}-\frac{i}{\omega}a^{\rho}_{\gamma}\int R^{\gamma}_{1\alpha\rho}dx^{1}\Big\}e^{i(\omega t+\kappa x^{1})}$$

Фазу поперечных компонент в данном приближении можно представить в виде

$$\vartheta=\omega t+\kappa x^{1}-2\omega\int\varphi dx^{1}+\frac{1}{4\omega}\epsilon x^{1}-\frac{1}{\omega}\int R_{3223}dx^{1}. \quad (15)$$

Поскольку скорость, измеренная локальным наблюдателем есть

$$v=\sqrt{\frac{g_{11}}{g_{00}}}\frac{dx^{1}}{dt},$$

то для фазовой скорости поперечных компонент получим

$$v=1-\frac{1}{4\omega^{2}}\epsilon+\frac{1}{\omega^{2}}R_{2332}\equiv 1+\frac{1}{4\omega^{2}}\epsilon-\frac{\partial^{2}\varphi}{\partial x^{1\,2}}.$$

Продольные и продольно-поперечные компоненты, как и ψ_{00} и ψ_{01} (которые можно вычислить из (7) распространяются с фундаментальной скоростью.

Поступила 24.УI.1980

Кафедра общей физики

Литература

I. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, "Наука",1973.

ვ.თარგამაძე

გრავიტაციული ტალღების დისპერსია

რეზიუმე

განხილულია სუსტი /წრფივი/ გრავიტაციული ტალღის გავრცელება შემოსაზღვრულ სტატიკურ გარემოში. იმ დაშვებით, რომ ტალღის სიგრძე ბევრად ნაკლებია იმ მანძილთან შედარებით, რომელზედაც შესამჩნევად იცვლება გარემოს სიმკვრივე /გეომეტრიული ოპტიკა/, მაგრამ ბევრად აღემატება გარემოს ატომების ზომებს /მაკროსკოპიულობა/, გამოთვლილია ტალღის ფაზური სიჩქარე და დისპერსიის კანონი გარემოში.

V.Targamadze

THE DISPERSION OF GRAVITATIONAL WAVES

Summary

The paper considers the propagation of a weak (linear) gravitational wave through finite-sized static medium.

The velocity of the wave and the dispersion law are calculated in the approximation that the wave length is much less than the distance at which the medium density is significantly modified (geometric optics), but is much more than the atom sizes of the medium (macroscopicity).

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета
თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები
216,1980

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОМЕНОВ В РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ МАГНЕТИКАХ МЕТОДОМ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ НЕЙТРОНОВ

Н.Г.Баазов, Е.А.Бирюкова, А.Г.Манджавидзе

По деполяризации прошедшего пучка тепловых поляризованных нейтронов (λ =I.08 Å) исследована доменная структура в редкоземельных металлах (тербий, диспрозий) и соединениях (ортоферриты, ферриты-гранаты, интерметаллиды) и рассчитан средний размер доменов в глубине массивных образцов. Прослежено влияние температуры, магнитного поля и деформации растяжения на величину доменов. Определены условия возникновения однодоменного состояния в некоторых ферритах-гранатах. Обнаружен резонансный переворот нейтронных спинов, возникающий при перестройке доменной структуры в ряде соединений. По экспериментальным данным и на основе соответствующей модели определена величина внутреннего эффективного ведущего магнитного поля.

§ I. Введение

Согласно гипотезе Вейсса /I/, ферромагнетик в отсутствие внешнего магнитного поля разбивается на малые области - домены, каждый из которых самопроизвольно намагничен, но векторы намагниченности ориентированы так, что результирующий макроскопический магнитный момент равен нулю. Во внешнем поле векторы намагниченности ориентируются вдоль поля, и возникает результирующий момент в образце. Ландау и Лифшиц /2/ дали окончательное теоретическое обоснование и предложили конкретную модель доменной структуры.

Вышесказанное относится к ферро- и ферримагнетикам, но, как следует из экспериментов /3/, доменная структура возможна и в антиферромагнетиках. В работе /4/ исследовались антиферромагнитные домены в редкоземельных (РЗ) металлах и сплавах.

Для визуального наблюдения доменов существует ряд методов: порошковых фигур Акулова-Биттера /5/, эффектов Керра и Фарадея /6/, двойного лучепреломления, рентгеновской дифрактометрии, электронных пучков, дифракции света, пермалоевских и холловых датчиков, ферромагнитного резонанса и др. Эти методы имеют те или иные недостатки, ограничивающие область их применения.

Единственный метод, известный в настоящее время и позволяющий получать информацию о доменной структуре и ее динамике внутри массивного образца, - это нейтронный, включающий нейтронографию, например, /7/, и прохождение поляризованных нейтронов. В последнем случае меняется первоначальная поляризация пучка $\vec{P}_0$, т.е. имеет место либо поворот вектора поляризации $\vec{P}$ прошедшего пучка, либо деполяризация, связанная с хаотическим разбросом фаз $\vec{P}$ при прохождении магнитных неоднородностей, размер которых много меньше поперечного размера пучка нейтронов.

Исследования доменов с помощью поляризованных нейтронов велись и ранее /8,9/. Во многих работах Драбкина, например, в /I0/, изучалась доменная структура магнетиков. В настоящей работе эксперименты проводились на установке, описанной в работах /II,I2/.

§ 2. Теоретические аспекты

Деполяризация нейтронов на доменах впервые была рассмотрена в работе /I3/. В ней выведена простая формула для относительного изменения поляризации нейтронного пучка, прошедшего через магнитные домены толщиной δ_i :

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{1}{3}\gamma_n^2 \sum_i B_i^2 \delta_i^2\right). \tag{2.1}$$

Здесь B_i - магнитная индукция в i-м домене, γ_n-гидромагнитное отношение для нейтрона. Сумма берется по всем доменам на пути нейтронов, двигающихся с постоянной скоростью v . Формула (2.1) верна при условии:

$$\frac{1}{2}\gamma_n B_i \delta_n / v \ll 1. \tag{2.2}$$

В общем случае, когда поле B_i каждого домена является суммой полей $\vec{B}_0$ и $\vec{B}_{ni}$, из которых $\vec{B}_0$ является постоянным на протяжении всей толщины образца, $\vec{B}_{ni}$ - постоянно внутри i-го домена, причем $|\vec{B}_{ni}| \ll |\vec{B}_0|$ с учетом (2.2), а также того, что $\vec{B}_{ni} \perp$ $\perp \vec{B}_0$, получаем, что

$$D_M = \frac{P}{P_0} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_n}{v}\right)^2 \left\langle B_{ni}^2 \delta_i^2 \right\rangle_{av} \left(\frac{d}{\delta}\right)\right]. \tag{2.3}$$

Здесь D_M - т.н. фактор деполяризации, d - толщина образца, $\vec{\delta}$ - средний размер доменов. Знак $\langle \dots \rangle_{av}$ означает усреднение по всем нейтронным направлениям.

С учетом ряда допущений, путем несложных преобразований /I4/ получается удобная для практических расчетов доменной структуры формула:

$$D_M \cong \exp\left[\frac{1}{15}\left(\frac{\gamma_n}{v}\right)^2 (4\pi\chi)^2 H^2 \bar{\delta} d\right]. \qquad (2.4)$$

Здесь H - внешнее магнитное поле, χ - магнитная восприимчивость. Таким образом, в эксперименте измеряется фактор деполяризации и по формуле (2.4) рассчитывается или оценивается средний размер доменов в глубине массивных образцов.

Малеевым и Рубаном /15/ было показано, что в ряде случаев следует учитывать зависимость деполяризации нейтронов от взаимной ориентации векторов $\vec{P}_0$ и $\vec{v}$, чего не было сделано в работе /13/.

Существует иной подход к проблеме, если учесть явление резонансной деполяризации /10/. Этому эффекту посвящены также работы /16,17/. Он возникает благодаря интерферренции малых последовательных поворотов $\vec{P}$ в блоховских стенках, обусловленной его прецессией вокруг поля $\vec{B}_i$ в доменах. В работе /17/ на кривой деполяризации вблизи T_c наблюдался ряд последовательных минимумов. Резонансный интервал полей составил 100-170 Э. Аналогичные эффекты отмечены в данной работе вблизи температур T_n спиновой переориентации /18/ и T_a нового магнитного фазового перехода /19,20/, обнаруженного в ряде РЗ ферритов-гранатов.

§ 3. Домены в редкоземельных магнетиках

В работе /21/ методом коллоидов в монокристалле тербия при температуре 210 К наблюдалась доменная структура, возникавшая после намагничивания в поле 150 Э, с размером доменов порядка 2мкм на поверхности образца. В данной работе по деполяризации нейтронов рассчитывался средний размер доменов в глубине массивных поли- и монокристаллических образцов, как и в работах /14,22/. На рис.1 приведены результаты для тербия, на рис. 2 - для диспрозия. Сводные данные систематизированы в табл.1. Соответствующие эксперименты описаны в работах /12,23/.

По деполяризации нейтронов оценен размер доменов в интерметаллиде $TbCo_{5.1}$. Полевая зависимость при комнатной температуре приведена на рис. 3 (литературных данных по доменам в этих соединениях нами не обнаружено).

Доменной структуре в РЗ ортоферритах вблизи T_n посвящены многие работы, в том числе /24,25/. По данным работы /24/, ширина доменов в эрбиевом ортоферрите между T_{n1} и T_{n2} составляет 60 мкм. Некоторые наши данные по эрбиевому и тулиевому ортоферритам приведены в табл.2. Расчеты проводились по результатам работы /26/.

Доменная структура ферритов, в частности РЗ ферритов-гранатов, исследовалась в ряде работ, например, в /27/. В работе /28/ был применен рентгенографический метод. По данным работы /29/ в тербиевом гранате с ростом поля до 50 Э наблюдалось увеличение размера доменов с 0.05 до 0.2 мм. Наши оценки даны в таблице 3.

Таблица I

Средний размер доменов в редкоземельных металлах: ($\delta \times 10^{4}$), см

	Охлаждение. Магнитное поле, Э				
	10	400	500	600	700
Тербий отожженный поликристалл, 214 К	20.0	25.0	26.0	26.5	26.5
Тербий деформированный	1.0	15.0	20.0	21.0	21.5
Диспрозий отожженный, 81.2 К	1.2	5.0	6.0	6.5	6.7
	Температура, К				
Охлаждение	200	210	215	216	217
Тербий отожженный поликристалл, 20 Э	21.5	21.0	20.0	19.8	19.7
Тербий деформированный, поликристалл 20 Э	21.5	15.0	8.5	6.5	5.0
Тербий отожженный монокристалл, 18 Э	46.0	44.5	42.0	40.0	-
Тербий неотожженный монокристалл, 18 Э	34.5	31.5	30.0	29.5	-
	Температура, К				
Поле 20 Э	72	75	80	83	
Диспрозий отожженный поликристалл, нагрев	3.8	3.7	3.6	3.5	
То же, охлаждение	3.8	3.7	2.9	1.8	

Таблица 2

Средний размер доменов в редкоземельных соединениях: ($\bar{\delta}$ x 10^4), см.

	Температура, К				
	80	85	90	95	100
Эрбиевый ортоферрит, 3 Э	20	15	10	20	30
100 Э	45	40	35	60	80
Тулиевый ортоферрит, 3 Э	40	30	20	40	65
100 Э	80	60	45	80	100
Интерметаллид тербий-кобальт 293 К	Поле, Э				
	3	500	1000	1500	2100
	2	6	10	14	18

Таблица 3

Средний размер доменов в ферритах-гранатах: ($\bar{\delta}$ x 10^4), см

$Tb_x Y_{3-x} Fe_5 O_{12}$	T = 293 К Поле, Э			
Значение x	3	40	120	300
0.26	9	70	90	130
0.5	6.5	70	80	105
1.65	4	65	70	100
2.12	2	55	65	85
3.0	1	40	65	75

Имеется немало работ, в которых исследовано влияние того или иного типа деформации на магнитные свойства, в частности - на доменную структуру. Следует отметить работу /7/, в которой методом малоуглового рассеяния нейтронов было установлено, что размер доменов в ферромагнетике мал в деформированном образце, растет в поликристаллах, еще больше в монокристаллах и достигает максимума в отожженных монокристаллических образцах.

В данной работе приведены некоторые результаты изменения величины доменов в поликристаллическом тербии, подвергнутом деформации растяжения с помощью универсальной испытательной машины типа "Instrong - 1115" - вблизи температуры T_1 перехода из ферро- в антиферромагнитное состояние. На рис.4. дана температурная зависимость среднего размера доменов для одного из образцов, растянутого усилием 12 кг/мм^2. На рис.5. дана соответствующая полевая зависимость ниже T_1. Длительный термический отжиг практически полностью восстанавливал магнитные свойства деформированных образцов. Часть результатов дана в таблице I. Там же приводятся данные для монокристаллов и недеформированных поликристаллов диспрозия.

§ 4. Динамика доменной структуры

С помощью поляризованных нейтронов легко индентифицируется однодоменное состояние в образце. В случае РЗ ферритов-гранатов переход спиновой переориентации в T_n можно четко наблюдать методом деполяризации нейтронов в состоянии, близком к однодоменному. Т.к. спиновая переориентация состоит в спонтанном развороте вектора намагниченности к другому кристаллографическому направлению, а в отсутствие внешнего поля легкие оси в различных доменах направлены вдоль разных направлений (например, вдоль 8 направлений типа [III], переориентацию в "чистом" виде наблюдать трудно - из-за почти полной деполяризации прошедших через такой образец нейтронов. С увеличением поля происходит рост доменов, и при каком-то значении (порядка 75% от насыщения, которое в РЗ ферритах-гранатах составляет 400-600 Э в зависимости от состава) возникает состояние, близкое к однодоменному. Такие исследования можно проводить только на поляризованном пучке нейтронов. Некоторые данные приведены в /I8/.

В работах /I9,20/ описан новый фазовый переход, обнаруженный методом деполяризации нейтронов при некоторой температуре T_a вблизи экстремума первой константы кристаллографической магнитной анизотропии, где происходит, по-видимому, интенсивная перестройка доменной структуры. При этом наблюдаются и резонансные явления в некотором интервале магнитных полей (60-80 Э). Из рис. 6 видно, что в определенных условиях резкое изменение поляризации нейтронов на противоположное характерно для процессов вблизи T_a. Этот эффект связан с резонансным переворотом нейтронных спинов при прохождении пучка сквозь создаваемое доменами периодическое магнитное поле /30/. Условия для такого прохождения могут возникать в некотором интервале температур и полей. Если, следуя /3I/, принять для среднего размера доменов величину 5.10^{-3}см, а также учесть тот факт, что для направления [III] в поле I20 Э образец становится как бы однодоменным

/I8/, можно считать, что средний размер доменов в поле 70 Э не меньше, чем 5.10^{-2}см. (Это, кстати, подтверждается и нашими оценками по формуле (2.4)). Применив, согласно /30/, для оценки эффективного ведущего поля H_0 внутри образца формулу, используемую для расчетов резонансных систем,

$$H_0 = \frac{\pi v}{\gamma_n \delta} \qquad (4.I)$$

(v =3.3 x 10^5 см/с, γ_n =1.84 x 10^4рад/с·Гс) , получаем величину порядка 10^3 Э, которая находится в согласии с теоретическими оценками /32/.

Заключение

В результате проведенных исследований был измерен средний размер доменов в глубине массивных образцов ряда РЗ металлов и соединений. Выяснено, что эта величина больше, чем полученная с помощью других методик для поверхностей подобных образцов.

Средний размер доменов заметно менялся при растяжении образца. Наибольшие изменения имели место при охлаждении образцов в слабом внешнем поле, т.е. большие механические напряжения, возникающие в образце ,препятствуют магнитному упорядочению и движению доменных границ. С ростом поля средний размер доменов в деформированном образце меняется более резко, а величина его уменьшается.

Эксперименты по выявлению однодоменного состояния магнетиков представляют собой важный для материаловедения результат, а резонанс при перестройке доменной структуры может быть использован в технике нейтронных экспериментов как инструмент для переворота нейтронных спинов.

Авторы благодарны Л.Л.Буишвили, Р.З.Левитину и Г.А. Харадзе за обсуждение полученных результатов и полезные замечания.

Поступила 25.YI.1980 Институт физики АН ГССР

Литература

I. P.Weiss. J.Phys. et radium, 6, 661, 1907.

2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Phys. Zs. UdSSR, 8, 153, 1935.

3. М.М.Фарзтдинов. УФН, 84, 6II, I954.

4. S.V.Palmer. J.Phys. F: Met. Phys., 5, 2370, 1975.

5. F.Bitter. Phys. Rev., 38, 1905, 1931; Н.С.Акулов, М.В.Дегтяр. Ann. Phys., 15, 750, 1932.

6. H.J.Williams, F.G.Foster, E.A.Wood. Phys. Rev., 82, 119, 1951; C.A.Fowler, E.M.Fryer. Phys. Rev., 104, 552, 1956.

7. С.Ш.Шильштейн, В.А. Соменков, М.Каланов, Н.О.Елютин. ФТТ, I8,3231, 1976.

8. M.Schlenker, C.G.Shull. J.Appl. Phys., 44, 4181, 1973.

9. M.Th.Rekveldt. Z.Phys., 259, 391, 1973.

IO. Г.М.Драбкин, В.А.Трунов, А.Ф.Щебетов. Письма в ЖЭТФ,IO, 527, I969.

II. Н.Г.Баазов, Дж.С.Цакадзе. В сб."Тр.Юбил. сессии Ин-та физики АН ГССР", Тб., I968, с.II9.

I2. Н.Г.Баазов, Я.М.Бараш, С.И. Шило. В сб."Радиац.физика тв. тела и радиац.материаловедение", I, Тб.,I974,с.I70.

I3. O.Halpern, T.Holstein. Phys. Rev., 59, 960, 1941.

14. Ю.М. Колесников, А.А.Нерсесян, Г.А.Харадзе. Сообщ. АН ГССР , 71, 77, 1973.

15. С.В.Малеев, В.А.Рубан. ЖЭТФ, 62, 415,1972 ; ФТТ, 18, 2283, 1976.

16. С.В. Малеев, В.А.Рубан, В.А. Трунов. Письма в ЖЭТФ, 10, 541, 1969.

17. В.А.Трунов, Р.П.Дмитриев, В.А.Ульянов. ФТТ,15, 1353, 1973.

18. Н.Г.Баазов, Е.А. Бирюкова, Р.З. Левитин, А.С.Маркосян, С.И.Шило. ФТТ, 19, 1834, 1977.

19. Н.Г.Баазов, Е.А.Бирюкова, А.Г.Манджавидзе, А.С. Маркосян, Н.И. Надирадзе, Л.С.Топчян, С.И.Шило. ФТТ, 20, 1581, 1978.

20. Н.Г.Баазов, Ф.Х.Акопов, В.В.Гогава, А.Г.Манджавидзе, В.М.Федоров. ФТТ, 22, 273, 1980.

21. W.D.Corner, T.S.Al-Bassam. J.Phys. C: Solid St. Phys., 4, 47, 1971.

22. E.Löffler, H.Rauch. J.Phys. and Chem. Sol., 30, 2175, 1969;
H.Rauch, E.Seidl, A.Zeilinger. Z.ang. Phys., 32, 109, 1971;
H.Rauch, A.Zeilinger. Atomkernenergie, 19, 167, 1972.

23. Н.Г. Баазов, А.Г.Манджавидзе. ФТТ,15,1933, 1973 ;
Н.Г.Баазов, Я.М.Бараш, Л.М.Колесникова, С.И.Шило. Сообщ. АН ГССР, 71, 333, 1973.

24. А.И.Беляева, М.М.Котлярский, Ю.М.Стельмахов. ФТТ, 18, 2229, 1976.

25. А.К. Звездин, С.Г.Каленов. ФТТ, 14, 2835, 1972 ; В.Г. Барьяхтар, Б.Н.Разсукованный, Е.П.Стефановский. ФММ, 36, 455, 1973.

26. Н.Г.Баазов, Е.А.Бирюкова, Ю.М.Колесников, М.М.Лукина, С.И.Шило. ФТТ, 18, 1391, 1976.

27. В.Г.Барьяхтар, Д.А. Яблонский. ФТТ, 16, 3511, 1974; И.Г.Агаева, Ф.В.Лисовский, В.И.Шаповалов. ФТТ, 17, 8, 1975; В.Г. Барьяхтар, Ю.И. Горобец.. ФТТ, 18, 2376, 1976.

28. A.Mathiot, J.F.Petroff. J.Appl. Phys., 47, 1639, 1976.

29. J.Linares Galvez, M.Schlenker. Physica, 86B, 1327, 1977.

30. Г.М.Драбкин, В.А.Трунов, В.В.Рунов. ЖЭТФ, 54, 362, 1968.

31. В.А.Бородин, В.Д. Дорошеев, В.А.Клочан, Н.М. Ковтун, Р.З.Левитин, А.С.Маркосян. ЖЭТФ, 70, 1363, 1976.

32. С.Крупичка. Физика ферритов и родственных им магнитных окислов. тт.I,II, . М., 1976.

ნ.ბააზოვი, ე.ბირიუკოვა, ა.მანჯავიძე

იშვიათ მიწათა მაგნეტიკებში დომენების შესწავლა ნეიტრონების დეპოლარიზაციის მეთოდით

რეზიუმე

იშვიათ მიწათა ნეტალებში /ტერბიუმი, დისპროზიუმი/ და შენაერთებში /ორთოფერიტები, ფერიტ-ბროწეულები, ინტერმეტალიდები/ შესწავლილია დომენური სტრუქტურა განვლილი პოლარიზებული ნეიტრონების ნაკადის დეპოლარიზაციის მეთოდით და გათვლილია დომენების საშუალო ზომა მასიური ნიმუშების სიღრმეში. განსაზღვრულია ზოგიერთ ფერიტ-ბროწეულებში ერთდომენიანი მდგომარეობის წარმოშობის პირობები. დამზერილია ნეიტრონების სპინების რეზონან-

სული გადაბრუნება მაგნიტურ შენაერთებში დომენური სტრუქტურის გარდაქმნის დროს.

N.Baazov, E.Biryukova, A.Manjavidze

STUDY OF DOMAINS IN RARE - EARTH MAGNETICS BY MEANS OF POLARIZED NEUTRONS

Summary

Domain structure in rare-earth metals (Tb,Dy) and in compounds (orthoferrites, iron garnets, intermetallids) was investigated and the mean domain sizes inside the bulk specimens calculated from the depolarization of the transmitted polarized thermal neutron beam. The conditions in which monodomain state arises in some iron garnets are determined. Neutron spin resonance overturn was observed in some compounds when the domain structure rearranges.

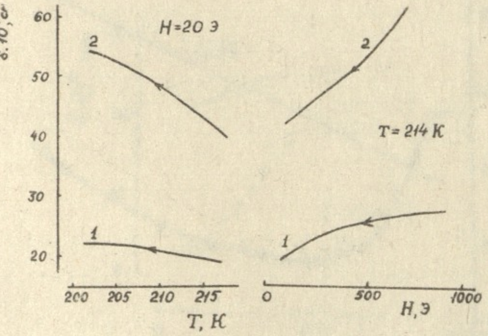


Рис. I

Температурная и полевая зависимости среднего размера доменов в тербии: I – поликристалл, 2 – монокристалл.

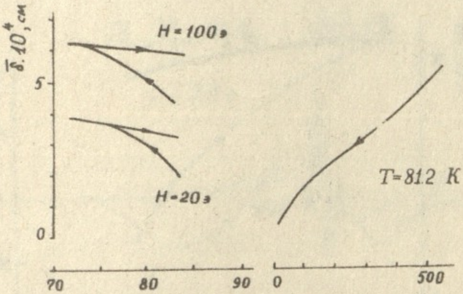


Рис.2

Температурная и полевая зависимость среднего размера доменов в поликристаллическом диспрозии.

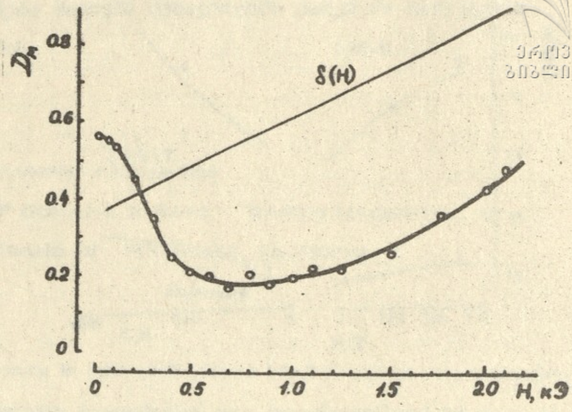


Рис. 3

Полевая зависимость фактора деполяризации нейтронов в поликристаллическом интерметаллиде $TbCo_{5.1}$. при комнатной температуре. Показана также оценка относительного изменения среднего размера доменов во внешнем поле.

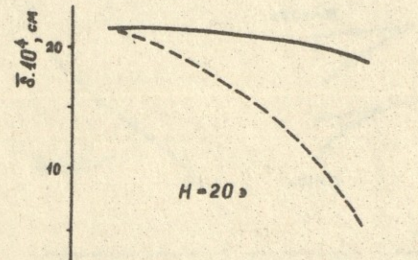


Рис. 4

Температурная зависимость среднего размера доменов в поликристаллическом тербии: сплошная линия - недеформированный отожженный образец, пунктирная - деформированный.

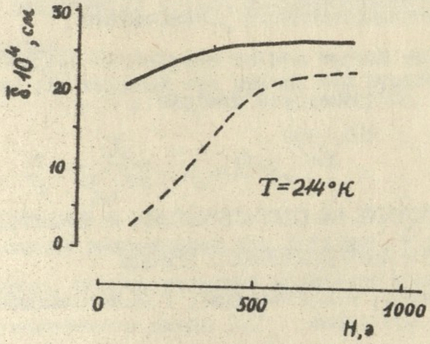


Рис. 5

Полевая зависимость среднего размера доменов в поликристаллическом тербии: сплошная линия – недеформированный отожженный образец, пунктирная – деформированный.

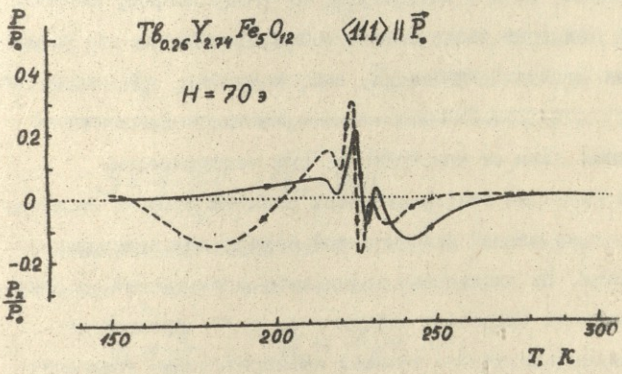


Рис. 6

Температурная зависимость отношения степени поляризации прошедшего и падающего нейтронных пучков для одного из составов ферритов-гранатов в поле 70 э при цикле нагрев-охлаждение в окрестности T_a . Виден резонанс на доменной структуре.

Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени
государственного университета

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო
უნივერსიტეტის შრომები

216, 1980

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИИ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТРИОДА

Ш.Л.Бебиашвили, М.Ш.Кобахидзе, Г.З.Магалашвили

Одним из существенных факторов, влияющих на работу электронных ламп, является их конструкция (т.е. геометрия и форма электродов). Эта задача для цилиндрической конструкции с учетом начальных скоростей электронов достаточно сложна. Хотя в литературе по этому вопросу имеются довольно солидные исследования/1 2,3,4,5,6/, но для решения таких практических задач, как, например, зависимость статических и динамических параметров цилиндрических электронных ламп от конструкции, они малопригодны.

Целью настощей статьи является попытка решения вышеуказанной весьма важной практической задачи для цилиндрического триода. Не накладывая каких-либо ограничений на величины начальных скоростей электронов, в /7/ произведено приближенное(достаточно точное) интегрирование уравнения Пуассона в цилиндрическом диодном промежутке. При этом предполагалось, что промежуток имеет осевую симметрию, а междуэлектродные расстояния (а также радиусы кривизны электродов) пренебрежимо малы по сравнению с длиной лампы. Затем в /8/ была сделана попытка применения полученных в /7/ результатов к двум диодным промежуткам цилиндрического триода.

В работе /8/ анодный ток триода был представлен в такой форме:

$$J_a = \frac{J_э}{U_{эs}^{3/2}} \left(U_c + D U_a \right)^{3/2}, \tag{1}$$

где $J_э$ - полный эмиссионный ток с катода, $U_{эs}$ - эффективный потенциал, соответствующий начальной точке режима насыщения эквивалентного диода ($U_{эs}$ находится из специального трансцендентного уравнения, приводимого в /8/), U_c - потенциал сетки, U_a - потенциал анода, D - проницаемость сетки, которая может быть записана в такой форме /9/:

$$D = \frac{\ln \frac{r_c}{N\rho}}{N \ln = \frac{r_a}{r_c}} \tag{2}$$

Здесь N, ρ - соответственно полное число и радиус проволоки сетки, r_a -радиус анода, r_c -радиус сетки.

Согласно (1) крутизна анодно-сеточной характеристики:

$$S = \frac{3}{2} \frac{J_э}{U_э^{3/2}} \sqrt{U_c + D U_a} \tag{3}$$

Статистический коэффициент усиления μ и внутреннее сопротивление R_i можно найти из формул:

$$\mu = \frac{1}{D}, \quad R_i = \frac{\mu}{S}. \tag{4}$$

Так как обычно

$$U_c = -\frac{D U_a}{2},$$

то эффективный потенциал триода

$$U_э = U_c + DU_a = \frac{DU_a}{2} \qquad (5)$$

Если нагрузка в анодной цепи лампы активна (R_a), то крутизна и коэффициент усиления в динамическом режиме соответственно таковы:

$$S_d = \frac{S}{1+a}, \quad \mu_d = \frac{\mu_a}{1+a}, \text{ где } a = \frac{R_a}{R_i}. \qquad (6)$$

Если же нагрузка в анодной цепи комплексна ($Z_a = R_a + jx_a$), то S_d и S_μ тоже комплексны. Их активные и реактивные части выражаются так:

$$R_e S_d = \frac{S(1+a)}{(1+a)^2 + c^2}, \quad J_m S_d = \frac{Sc}{(1+a)^2 + c^2}, \qquad (7)$$

$$R_e \mu_d = \mu \frac{a(1+a) + c^2}{(1+a)^2 + c^2}, \quad J_m \mu_d = \mu \frac{c}{(1+a)^2 + c^2}, \qquad (8)$$

в которых $C = \frac{x_a}{R_i}$. В этом случае входная проводимость лампы также комплексна и, согласно выражению (43.18) из /9/, ее активная и реактивная составляющие имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} R_e Y_{вх} &= g = -\frac{\mu \omega c C_{ac}}{(1+a)^2 + c^2}, \\ J_m Y_{вх} &= b = \omega \left\{ C_{кс} + C_{ac}\left[1 + \mu \frac{a(1+a) + c^2}{(1+a)^2 + c^2}\right]\right\}, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

где ω - частота переменной составляющей сеточного потенциала, а $C_{кс}$, C_{ac} - соответственно емкости между катодом и сеткой и между анодом и сеткой (междуэлектродные емкости):

$$C_{кс} = K \frac{\rho N}{\ln \delta_{01}}, \quad C_{ac} = K \frac{\rho N}{\ln \delta_{02}}. \qquad (10)$$

Здесь K - коэффициент, зависящий от выбранной системы единиц, а $\delta_{01} = \frac{r_c}{r_к}$, $\delta_{02} = \frac{r_a}{r_c}$ - параметры конструкции триода ($r_к$ - радиус катода). Согласно выражениям (9) и (10) получаем

$$\left.\begin{aligned} g_{np} &= -\frac{g}{k\rho N\omega} = \frac{\mu c}{\ln \delta_{02}[(1+a)^2+c^2]}, \\ b_{np} &= \frac{b}{k\rho N\omega} = \frac{1}{\ln \delta_{01}} + \frac{1}{\ln \delta_{02}}\left[1+\mu\frac{a(1+a)+c^2}{(1+a)^2+c^2}\right] \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Формулы (7), (8) и (11) позволяют получить асимпто-тические выражения соответствующих величин для высоких частот (практически до дециметрового диапазона, т.е. пока скажется инерционность электронов). При этом целесообразно рассмотреть два случая:

1) реактивная часть нагрузки имеет индуктивный характер ($x_a = \omega L_a$), 2) реактивная часть нагрузки имеет емкостный характер ($x_a = -\frac{1}{\omega C_a}$).

Рассмотрим сначала первый случай: $x_a = \omega L_a$. Очевидно, что при этом $c \gg a$ и

$$R_e S_d \approx \frac{S(1+a)}{c^2}, \qquad I_m S_d \approx -\frac{S}{c},$$

$$R_e \mu_d \approx \mu, \qquad I_m \mu_d \approx \frac{\mu}{c},$$

$$-\frac{g}{k\rho N\omega} \approx \frac{\mu}{c \ln \delta_{02}}, \quad \frac{b}{k\rho N\omega} \approx \frac{1}{\ln \delta_{01}} + \frac{1+\mu}{\ln \delta_{02}}$$

или, принимая во внимание, что $c = \frac{x_a}{R_i} = \frac{\omega L_a}{R_i}$, будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} &x_a^2 R_e S_d \approx \mu R_i (1+a), \qquad x_a I_m S_d \approx -\mu, \\ &R_e \mu_d \approx \mu, \qquad\qquad\qquad x_a I_m \mu_d \approx \mu R_i, \\ &-\frac{g L_a}{k\rho N} \approx \frac{\mu R_i}{\ln \delta_{02}}, \quad \frac{b}{k\rho N\omega} \approx \frac{1}{\ln \delta_{01}} + \frac{1+\mu}{\ln \delta_{02}}. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Теперь перейдем ко второму случаю: $x_a = -\frac{1}{\omega C_a}$. Для высоких частот $c \ll a$. Поэтому

$$R_e S_d \approx \frac{S}{1+a}, \quad \mathcal{J}_m S_d \approx -\frac{Sc}{(1+a)^2},$$

$$R_e \mu_d \approx \frac{\mu a}{1+a}, \quad \mathcal{J}_m \mu_d \approx \frac{\mu c}{(1+a)^2},$$

$$-\frac{g}{K\rho N\omega} \approx \frac{\mu c}{(1+a)^2 \ln \delta_{02}}, \quad \frac{b}{K\rho N\omega} \approx \frac{1}{\ln \delta_{01}} + \frac{1}{\ln \delta_{02}}\left(1+\frac{\mu a}{1+a}\right).$$

Так как в данном случае

$$C = \frac{x_a}{R_i} = -\frac{1}{\omega C_a R_i},$$

то получаем

$$R_e S_d \approx \frac{S}{1+a}, \quad \omega C_a \mathcal{J}_m S_d \approx \frac{S}{R_i (1+a)^2},$$

$$R_e \mu_d \approx \frac{\mu a}{1+a}, \quad -\omega C_a \mathcal{J}_m \mu_d \approx \frac{S}{(1+a)^2}, \qquad (13)$$

$$\frac{g C_a}{K\rho N} \approx \frac{S}{(1+a)^2 \ln \delta_{02}}, \quad \frac{b}{K\rho N\omega} \approx \frac{1}{\ln \delta_{01}} + \frac{1}{\ln \delta_{02}}\left(1+\frac{\mu a}{1+a}\right).$$

На таких высоких частотах очень важным является величина

$$\mu_{dk} = \frac{S}{\omega C_{\kappa c}}$$

или, согласно (10)

$$\omega K \rho \mu_{dk} = S \cdot \ln \delta_{01}. \qquad (14)$$

Фактически μ_{dk} имеет смысл коэффициента усиления одного каскада.

Для расчета статистических и динамических параметров цилиндрического триода по формулам (2)-(8), (11)-(14) мы придавали параметрам конструкции δ_{01} и δ_{02} значения от 2 до 9. Для выбранной модели исходные данные были фиксированы следующим образом:

r_κ =0,5 мм, ρ =0,01 мм, N =95, U_a =300 в, $\mathcal{J}_э$ =0,6 а, a =4 C =4 (для невысоких частот).

Что касается величины $U_{эs}$, как уже указывалось выше, она находится из трансцендентного уравнения, приводимого в/8/. Эта величина является функцией параметра конструкции

δ_{01} и представлена на рис.2.

Результаты расчетов статистических и динамических параметров триода показаны на рис. 1,2,3,4. Следует отметить, что на них построены не все величины (так как некоторые повторяются или отличаются от построенных лишь масштабом). Из этих зависимостей вытекают следующие закономерности:

I. Влияние параметра δ_{01} на все величины при больших значениях становится относительно незначительным. При малых значениях δ_{01} указанное влияние резче выражено.

2. Параметр δ_{01} незначительно влияет на R_i, а параметр δ_{02} – на S. Зависимости R_i от δ_{02}, S от δ_{01} и μ от обоих (т.е. δ_{01} и δ_{02}) весьма чувствительны.

3. Величина $U_{эs}$ от δ_{01} зависит почти линейно. δ_{02} не влияет совсем на b_{np} и g_{np}. $I_m \mu_d$ почти не зависит от δ_{02} и мало зависит от δ_{01}.

4. Отсутствует зависимость параметра $\frac{b}{k\rho N\omega}$ в обоих случаях от δ_{02}. Другая составляющая входной проводимости – $\frac{g_{ka}}{k\rho N}$ незначительно зависит от δ_{02}. Довольно ощутимо влияние δ_{01} и δ_{02} на $\frac{gC_a}{k\rho N}$ и $\omega C_a I_m S_d$. Зависимость величины $\omega k\rho N\mu_{dk}$ от δ_{01} выражена резче, чем от δ_{02}.

Таким образом, влияние конструкции почти на все параметры цилиндрического триода весьма значительно. Это обстоятельство позволяет в принципе моделировать лампы с требуемыми параметрами для их практических применений (так как указанное влияние исследовано не только качественно, но и количественно).

Поступила 27.VI.1980 Кафедра радиотехники

Литература

1. С.В. Беллюстин, ДАН СССР, 16,307 (1937).
2. С.В. Беллюстин, ЖЭТФ; 9,840 (1939) ; 13,230 (1943).
3. J.Crank, L.R.Hartree, J.Ingham, R.W. Sloane, Proc. Phys. Soc., 51, 952 (1939).
4. E.L.E.Wheatcroft. Journ. IEE, 86, 473 (1940); 87, (1940)
5. Wan der Ziel, Appl. Sci. Res., B1, 105 (1948).
6. L.Page, N.I.Adams. Tr., Phys. Rev., 76, 381 (1949).
7. М.Ш.Кобахидзе, Г.З. Магалашвили, А.Г.Робиташвили. Труды Грузинского политехнического института им. В.И.Ленина, № 8 (172), 1974.
8. М.Ш.Кобахидзе, Г.З. Магалашвили, С.С.Иаганашвили, А.Г. Робиташвили, Труды Грузинского политехнического института им. В.И.Ленина, № 7 (189), 1976.
9. В.Г. Гапонов, Электроника, часть 2, Гос.изд-во физ.мат. лит-ры, М.,1960.

ლ.ბებიაშვილი, მ.კობახიძე,
გ.მაღალაშვილი

კონსტრუქციის გავლენა ცილინდრული ტრიოდის სტატიკურ და დინამიკურ პარამეტრებზე

რეზიუმე

ცილინდრული დიოდური შუალედისათვის პუასონის განტოლების მიახლოებით ამოხსნის საფუძველზე /ელექტრონთა საწყისი სიჩქა-

რეების გათვალისწინებით/ ნაპოვნია ცილინდრული ტრიოდის ანოდური დენის მოხერხებული ანალიზური გამოსახულება. მიღებულია ამ მილაკის ძირითადი სტატიკური და დინამიკური პარამეტრების გამოსახულებანი სიხშირეთა დეციმეტრულ დიაპაზონამდე. დადგენილია მილაკის კონსტრუქციის გავლენის ხასიათი აღნიშნულ პარამეტრებზე.

Sh. Bebiashvili, M. Kobakhidze, G. Magalashvili

THE INFLUENCE OF DESIGN ON THE STATIC AND DYNAMIC PARAMETERS OF A CYLINDRICAL TRIODE

Summary

A conventient analytical expression of the anodic current of a cylindrical triode has been found on the basis of an approximate solution of the Poisson equation for the cylindrical diode interval. The expressions of the main static and dynamic parameters of this valve up to a decimeter frequency band were obtained.

The nature of the influence of the valve design on the cited parameters was ascertained.

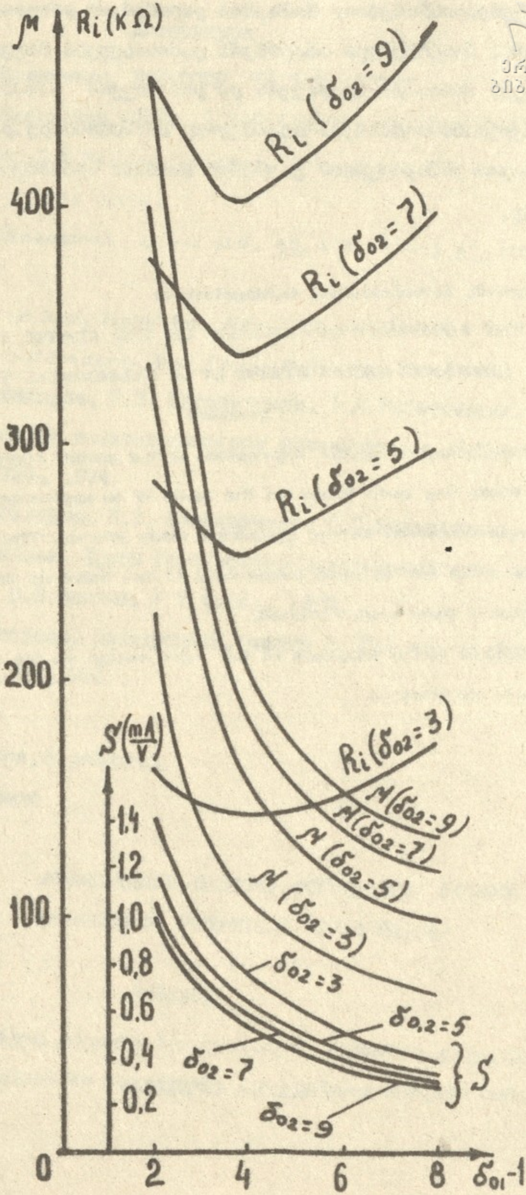

μ
Ri(KΩ)
400
300
200
100
0
Ri(δo2=9)
Ri(δo2=7)
Ri(δo2=5)
Ri(δo2=3)
S(mA/V)
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
μ(δo2=9)
μ(δo2=7)
μ(δo2=5)
μ(δo2=3)
δo2=3
δo,2=5
δo2=7
δo2=9
S
2
4
6
8
δo1-1

Рис. I

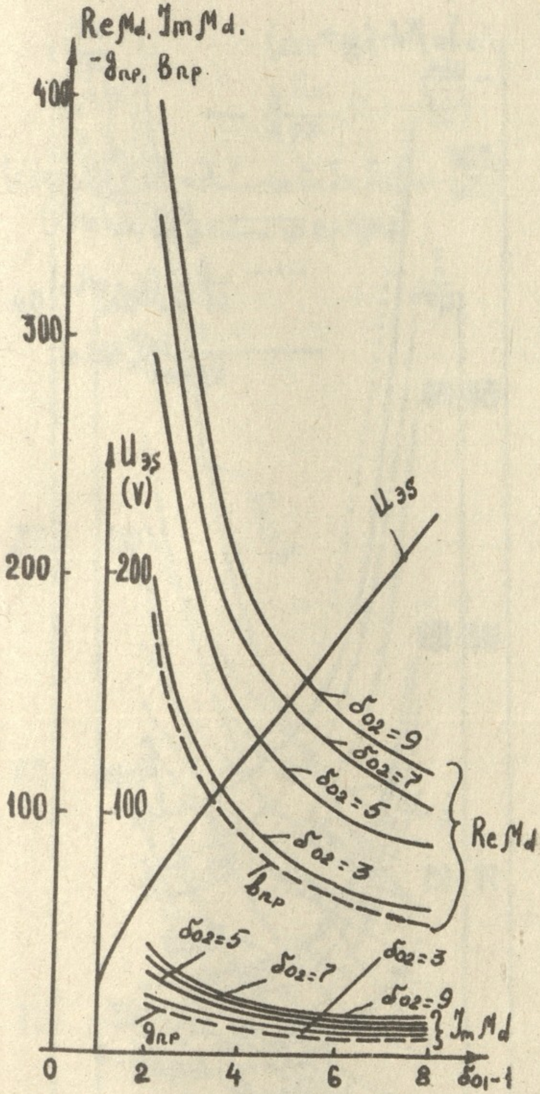
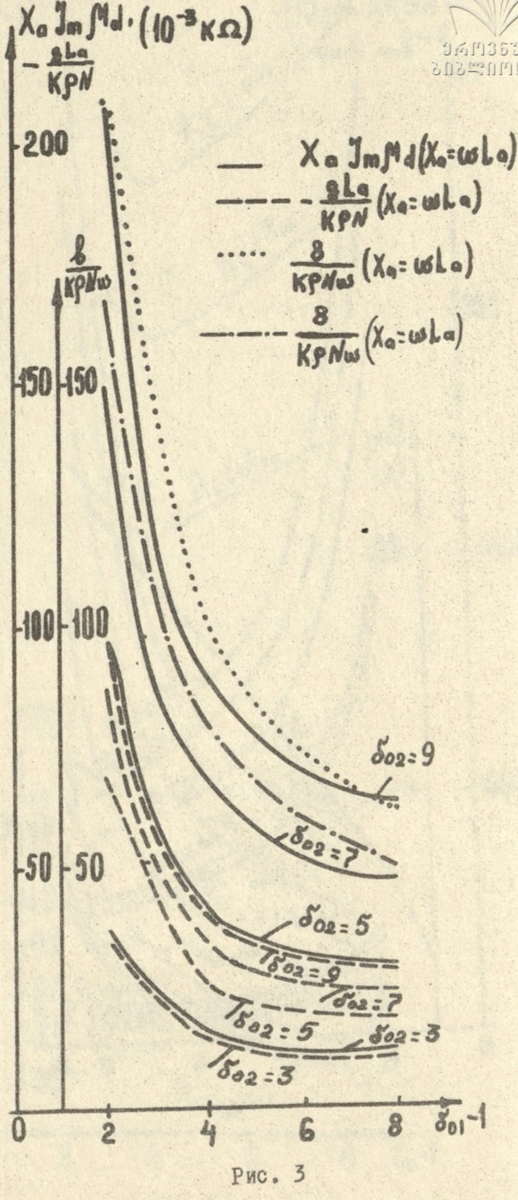
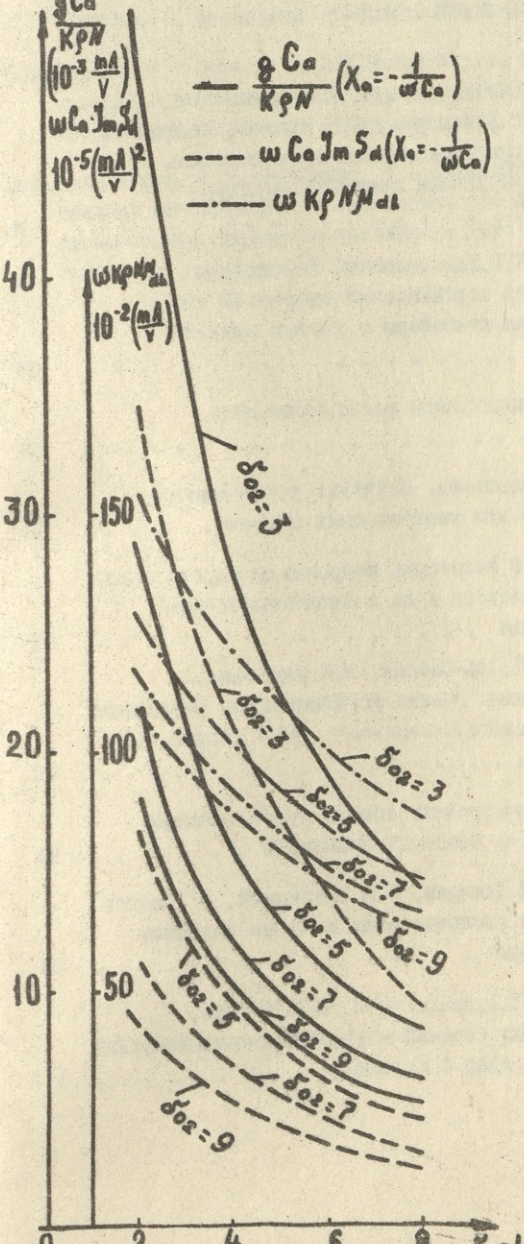

ReMd, ImMd,
-$g_{пр}$, $B_{пр}$
400
300
200
100
0
$U_{эб}$
(V)
200
100
$U_{эб}$
$\delta_{02}=9$
$\delta_{02}=7$
$\delta_{02}=5$
$\delta_{02}=3$
$B_{пр}$
ReMd
$\delta_{02}=5$
$\delta_{02}=7$
$\delta_{02}=3$
$\delta_{02}=9$
ImMd
$g_{пр}$
2
4
6
8
$\delta_{01}-1$

Рис. 2



Xa Im Md · (10⁻³ KΩ)
− gLa / KρN
8 / KρNω
200
150
100
50
0
2
4
6
8
δ01−1
Xa Im Md (Xa=ωLa)
gLa / KρN (Xa=ωLa)
8 / KρNω (Xa=ωLa)
8 / KρNω (Xa=ωLa)
δ02=9
δ02=7
δ02=5
δ02=9
δ02=7
δ02=5
δ02=3
δ02=3

Рис. 3



$\frac{g C_a}{K \rho N}$ $\left(10^{-3} \frac{mA}{V}\right)$
$\omega C_a \cdot J_m S_d$ $10^{-5}\left(\frac{mA}{V}\right)^2$
$\omega K \rho N M_{dL}$ $10^{-2}\left(\frac{mA}{V}\right)$
$\frac{g C_a}{K \rho N}\left(X_a = -\frac{1}{\omega C_a}\right)$
$\omega C_a J_m S_d \left(X_a = -\frac{1}{\omega C_a}\right)$
$\omega K \rho N M_{dL}$
$\delta_{02}=3$
$\delta_{02}=5$
$\delta_{02}=7$
$\delta_{02}=9$
$\delta_{01}-1$

Рис. 4

С О Д Е Р Ж А Н И Е

შინაარსი

CONTENTS