

8-98.



ტფილისის უნივერსიტეტის  
ბულეტენი

№ 1.

II ნაკვეთი. სამათემატიკო-საზღვრული მეცნიერებების ფაკულტეტი.

BULLETIN

DE L'UNIVERSITÉ DE TIFLIS

№ 1.

II Fascicule. FACULTÉ DES SCIENCES.

ტფილისი  
სამკედრო სამინისტროს სტამბა  
1920



ტფილისის უნივერსიტეტის  
ბულეტენი

№ 1.

II ნაკვეთი. საბუნებისმეტყველო ფაკულტეტი.

BULLETIN

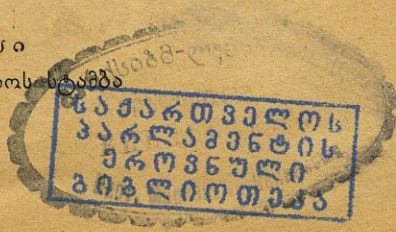
DE L'UNIVERSITÉ DE TIFLIS

№ 1.

II Fascicule. FACULTÉ DES SCIENCES.

Handwritten notes on the left margin: 11326, 11326, 11326

ტფილისი  
სამეცნიერო სამინისტროს ბიბლიოთეკა  
1920



შ ი ნ ა ა რ ს ი

გვერდები

1. პ. მელიქიშვილი, ჩვენი სასმელ-საჭმლის ქიმიური შემადგენლობა. . . . .	125
2. G. Nikoladzé, Sur une méthode nouvelle de la géometrie analytique. . . . .	140
3. A. Razmadzé, Deux propositions du calcul des variations	157
4. პ. მელიქიშვილი, ჩვენი ღვინის ქიმიური შემადგენლობა. . . . .	173
5. თ. ბებურიშვილისა და ნ. ციციშვილი, კახური ღვინოების ანალიზები . . . . .	184
6. ნ. ციციშვილი, ამონიაკის განსაზღვრა ყველში . . . . .	191

S O M M A I R E

Pages

1. P. Mélikichvili, Composition chimique des produits alimentaires de la Géorgie. . . . .	125
2. G. Nikoladzé, Sur une méthode nouvelle de la géometrie analytique. . . . .	140
3. A. Razmadzé, Deux propositions du calcul des variations	157
4. P. Mélikichvili, Composition chimique des vins géorgiens	173
5. M-me T. Bébourichvili et M-lle N. Tzitzichvili, Analyse des vins de Kakhétie. . . . .	184
6. M-lle N. Tzitzichvili, Dosage de l'ammoniaque dans le fromage. . . . .	191

## II. სამათემატიკო-საზუნეზისმეტყველო ფაკულტეტი.

1.

### ჩვენი სასამელ-საჯამლის ჭიმიური შემადგენლობა

#### ბ. მელიქიშვილისა.

ამ სათაურით მე აზრად მქონდა ცნობა მიმეწოდებინა ჩვენი საზოგადოებისათვის ყველა იმ უმთავრეს ნაწარმოებთა შესახებ, რომლებსაც ჩვენი მეურნოება იძლევა და რომლებიც შეადგენენ უმთავრეს მასალას ჩვენი სასმელ-საჭმლისას. განათლებულ ქვეყნებში დაწვრილებით არის შესწავლილი ქიმიური შემადგენლობა ყველა სამეურნეო ნაყოფებისა, რომლებიც უპირველეს როლს თამაშობენ მცხოვრებთა გამოკვების საქმეში. ამ მხრივ, სამწუხაროდ, ჩვენში თითქმის არაფერია გაკეთებული, ჩვენ არ ვიცით ჩვენი კულტურული ნაყოფების შემადგენლობა და მათი ხარისხი. ამ მოსაზრებით მე ჩემი თანამშრომლებითურთ (მ. ბეჟაია, ა. ცაგარელი, მ. მირიანაშვილი და მ. როზენბლათი) განვიზრახე შემსრულებინა ეს საქმე, რათა შეგვეცნო სამწუხარო დანაკლისი ჩვენი მეურნეობისა. თუმცა ეს შრომა ჯერ შორსაა დამთავრებულად ჩავთვალოთ (ჩემგან დამოუკიდებელი მიზეზების გამო იგი შეჩერებულ იქნა), მაგრამ მიუხედავად ამისა მე მაინც განვიზრახე გამომექვეყნებინა შედეგი ჩვენი გამოკვლევისა; ვინაიდან, ერთი რომ, არ არის ინტერესს მოკლებული და, მეორე, ეს იქნება საფუძველი მომავალი შრომისა ამ დარგში. გარდა ამისა, ამ მოკლე შრომით შესაძლებელია ზოგიერთი დასკვნაც გამოვიყვანოთ. ჩვენ გამოვიკვლიეთ შემდეგი სამეურნეო ნაწარმოები: ხორბალი სხვადასხვა გვარი, სიმინდი სხვადასხვა გვარი, იაპონიის სოია, ლობიო, არახისი, ჩაი, ღომი, ცხვრის ყველი და ზოგიერთი ღვინო. ყველა ეს ნაყოფები ჩვენ მოვავროვეთ ზოგი მიწათ მოქმედების სამინისტროს საშუალებით და ზოგიც კი კერძოდ. ვიდრე შეუდგებოდე ამ შედეგების გადმოცემას, მე საჭიროდ მიმაჩნია ორიოდ სიტყვა წაუმძღვარო მათ შემადგენლობას და მათ დანიშნულებას.

ხორბლის მარცვლის (თესლის) შემადგენელი ნაწილებია: ჩანასახი (ლივი), რომლის რაოდენობა 1,2—1,5<sup>0</sup>/<sub>100</sub>-ს აღემატება, კილი, რამოდენიმე წებოვანი ფენა მის ქვეშ და ფქვილიანი გული, რომელიც შეადგენს უმთავრეს ნაწილს თესლისას. ჩანასახი (ლივი) მდიდარია აზოტიანი ნივთიერებით და ზეთეულით. ზეთებს კი ის თვისება აქვს, რომ შეისუტოს ჰაერის ქანგმბადი და იქცეს ზეთულ მჟავად, რაიც ფქვილს მწარე გემოსა და უსიამოვნო სუნს აძლევს. უნდა ვთქვათ, რომ ვალცის წისქვილების ერთ უმთავრეს დანიშნულებას შეადგენს, თესლს ჩანასახი გამოაშოროს. როგორც ვიცით, თესლი შესდგება უმთავრესად სახამებლისა, აზოტიან ნივთიერებათა (მათ შორის უმთავრესად ცილებია), აგრეთვე წებოვანისა, უჯრედებისა (ცელულოზისა) და გარსისაგან<sup>1</sup>. წებოვანი თავის მხრივ არ არის მარტივი რამ, არამედ მის შემადგენლობაში თითქმის ოთხი სხვადასხვა გვარი ნივთიერება შედის, რომლებიც არ იხსნება წყალში: გლიადინი, გლუტენ-კაზეინი, მუცედინი და გლუტენ-ფობრინი. მათ შორის გლიადინი, გლუტენ-კაზეინი ცხობის დროს თამაშობს პურის ამომყვან როლს. ისეთი ხორბლის პური, რომელშიაც გლიადინი და გლუტენ-კაზეინი საკმარისად არ მოიპოვება, ცხობის დროს არ იწევა. გარდა წებოვანისა თესლში არის აზოტიანი ნივთიერება, რომელიც წყალში იხსნება. ყველა ეს ზემოყვანილი შემადგენელი ნაწილები თესლისა (წებოვანი, სახამებელი და ცელულოზი) ერთგვარად განაწილებული თესლში როდია. ზედა პირი, მაგალითად, შეიცავს უფრო მეტ წებოვანს, რომელიც იმყოფება ცელულოზთა ქსოვილების სქელ კანიან უჯრედში. ამ ნაწილებს თესლისას, როგორც გამოარკვია ჟერარმა, ადამიანის სტომაქი ვერ ინელებს. ქატოს უმთავრეს ნაწილს შეადგენს სწორედ ეს ნაწილი თესლისა (თუ რომ მხედველობაში არ ვიქონიებთ მკირეოდენ ფქვილს, რომელიც ქატოს თან გაჰყვება ხოლმე). ფქვილი, რომელსაც ქატო არ ურევია, კარგი მოსანელებელი მასალაა და მთლიანი თესლიდან, ე. ი. ქატოიანი ფქვილისაგან გამომკვებარი პურის ქამას ხანდახან პათოლოგიური მოვლენა მოსდევს ხოლმე. ჩვენს დროში, ნორმალურ პირობებში, ქატოიანი პურის ხმარებამ უკვე თავისი დრო მოჰამა და ჩვეულებრივ თეთრი პური იხმარება. ქატოს რაოდენობის მიღება წისქვილზე დამოკიდებულია თესლის სიდიდეზე: რამდენად უფრო პატარაა თესლი, მით უფრო დიდია საერთო ჯამი თესლის ზედაპირისა (მეტი ქატო გამოდის) და უკუქცევით. უნდა ითქვას, რომ ადამიანის სხეული გაცილებით უკეთ ინელებს და ითვისებს ცხოველების ცილებს, ვიდრე მცენარეებისას. მაგალითად, რძის ცილები შეთვისებულია თითქმის მთლად 100<sup>0</sup>/<sub>100</sub>, თეთრი პურის ცილები 80<sup>0</sup>/<sub>100</sub>, შავი პურისა კი 67<sup>0</sup>/<sub>100</sub>, რადგანაც ამ უკანასკნელში ქატოა გარეული.

<sup>1</sup>) Ritthausen, Eiweiskörper d. Getreidearten.

## ხორბალი.

ხორბლეულობის განაწილება შესაძლებელია ორ მთავარ ჯგუფად: ერთნი შეხედულებით რქიანია, მეორენი კი ფქვილიანი (იხ. ტაბულა გვ. 128).

კუბანკა და არნაუტკა<sup>1</sup> ერთი მეორის სინონიმაა. როგორც ჩანს, თავთუხიც მათ ჯიშს ეკუთვნის და ყველა ესენი განსხვავდება თესლის დიდი წონით. არნაუტკიდან გამომცხვარი პური ვერ იწვევს საკმარისად. ყველა ეს ზემო, ჩამოთვლილი ხორბლები მდიდარია აზოტიანი ნივთიერებით, რომლის შემადგენლობა დამოკიდებულია სხვა და სხვა ფაქტორებისაგან, მაგალითად: სასუქისა, მიწის შემადგენლობისა, კლიმატური მდგომარეობისა და აგრეთვე ამიდისაგან. ლიასკოვსკის გამოკვლევით<sup>2</sup> მშრალ ჰავაში სამხრეთ-აღმოსავლეთ რუსეთში ხორბალი მდიდარია ცილებიანი ნივთიერებით. ჩემმა გამოკვლევამ დაგვარწმუნა, რომ შემადგენლობა აზოტისა აგრეთვე დამოკიდებულია ამიდისაგან<sup>3</sup>. ხერსონის გუბერნიაში ერთი და იგივე ხორბალი გირკა<sup>4</sup>, სხვა და სხვა დროს, ამიდის მიხედვით, აზოტიანი ნივთიერების სხვა და სხვა რაოდენობას შეიცავდა: 1886 წელს, როდესაც ამიდი ნოტიო იყო, წვიმის რაოდენობა, ძირს დანალექი, მილიმეტრობით გამოიხატებოდა: 204 (ოთხი თვის განმავლობაში: მარტი, აპრილი, მაისი, ივნისი). 1885 წელს კი ამავე მაზრაში ოთხი თვის განმავლობაში ჩამოილექა მხოლოდ 57 მ.მ. ამ წელს გირკა შეიცავდა აზოტიან ნივთიერებას 20,6<sup>0</sup>/<sub>100</sub>, მაშინ როდესაც 1886 წელს იგი შეიცავდა 15,5<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. ჩემმა გამოკვლევამ (I. c.) დაამტკიცა, რომ არნაუტკის თესლის წონაზე ამიდს არ აქვს დიდი გავლენა და ამიტომ თესლი მშრალსა თუ ნესტიან წლებში მაინცა და მაინც არ განსხვავდება წონით ერთმანეთში, არც თუ აზოტიანი ნივთიერების რაოდენობა იცვლება დიდად.

სულ სხვა სურათს იძოვება, მაგალითად, გირკა, რომელზედაც როგორც უფრო რბილ ხორბალზე ამიდს დიდი გავლენა აქვს. თუმცა მე ჩვენებურ მეურნეობას საკმარისად არ ვიცნობ, მაგრამ მცირე რიცხოვანი ანალიზის მიხედვითაც შემძლიან ვაჭკვრიტო, რომ თავთუხის მოსავალზე ამიდს ძლიერ დიდი გავლენა არ ექნება და დოლის პურზე კი დიდი, როგორც მარცვლის წონაზე, აგრეთვე აზოტის ნივთიერებაზედაც.

ისი დრო პიერის გამოკვლევით<sup>5</sup> ხორბალი როდესაც ის ჯერ კიდევ რქიანია, იმდენ აზოტს შეიცავს, რამდენსაც იგივე თესლი შეიცავს, როცა ის დამწიფდება. როდესაც გვალვები იწყება, თესლი ერთბაშად მწიფდება და

1) არნაუტკა რ. ერისთვის ლექსიკონით დიკა არის.

2) Ann. d. Chemie u. Pharm., 135, pag. 3465.

3) Журналъ опытной агрономіи т. I, стр. 256.

4) რ. ერისთვის ლექსიკონით გირკა ხულუგაა.

5) Recherches expérimentales sur le développement du blé. Paris.

სრულიად მშრალი	სამსუდობო					სამსუდობო	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა					
სამსუდობო	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა
ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა	ფსალფა

**არნაუტკა** (ზამთრის ნათესი. მივიღეთ ქუთაისის საცდელი მინდვრის გამოიღან. სამტრედიის მოსავალი 1918 წლის, თესლი რქიანი).

**თავთუზი** (მივიღეთ სოფელ სკრიდან ქართლში, მორწყული ადგილებიდან. მოსავალი 1918 წლის, თესლი რქიანი).

**თეთრი კუბანკა** (მივიღეთ დედოფლის წყაროდან სიღ. მაზრაში. მოსავალი 1914 წლის, თესლი რქიანი).

**დღის ბუჩი** (მივიღეთ სოფელ სკრიდან, მორწყული ადგილებიდან. მოსავალი 1918 წლის, თესლი ფქვილიანი).

**სარი ბუღდა** (მივიღეთ სოფელ უსუფოდან სიღნაღის მაზრაში, მოსავალი 1914 წლის, თესლი ფქვილიანი).

ვაუზრდელი რჩება; ასეთ პირობებში აზოტის რაოდენობა უფრო მეტია ვიდრე მაშინ იქნებოდა, რომ ეს თესლი ნორმალურ პირობებში გაზრდილიყო ე. ი. ზომიერ ამიდში დამწიფებულიყო. ასეთ პირობებში ხორბლის ფოთლები და თაველი (თავთავი) არ ილახება. ისინი განაგრძობენ ასიმილაციას ნახშირმჟავისას, რის საშვალელებითაც მეტ სახამებელს წარმოაშობენ და ეს უკანასკნელი თავს იყრის თესლში და სცვლის შედარებით აზოტის რაოდენობას მასში. თუ ჩვენი ქვეყნის ხორბლებს სხვა ქვეყნებისას შევადარებთ, დაინახავთ შემდეგს: ჩვენებურ ხორბლებს აზოტიანი ნივთიერება აქვს 14<sup>0</sup>/<sub>100</sub>, გერმანიისას 11<sup>0</sup>/<sub>100</sub>, საფრანგეთისას 12,5<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. ამას გარდა, ანალიზი გვიჩვენებს, რომ თითქმის ყოველ გვარ ჩვენს ხორბალში (გარდა არნაუტკისა) ფოსფორის სიმჟავე შედარებით კლებულობს, თუ რომ ამ დროს აზოტი მატულობს, მათი შეფარდება შეგვიძლიან ასე გამოვხატოთ: 1 : 3.

**ს ი მ ი ნ დ ი .**

ვინაიდან დასავლეთ საქართველოში სიმინდი შეადგენს უმთავრეს მოსავალს, ჩვენ განვიზრახეთ შეგვესწავლა სხვა და სხვა ჯიში სიმინდისა და აგრეთვე მათი დამოკიდებულება ჰავასთან, ნიადაგთანა და ამიდთან. უნდა ვთქვათ, რომ დასავლეთ საქართველოში ზღვის ჰავაა, მაშინ როდესაც აღმოსავლეთ საქართველოში მხოლოდ ხმელეთის ჰავაა, კონტინენტალური. ამ გარემოებას, ცხადია, პირდაპირი გავლენა უნდა ჰქონდეს სიმინდის მოსავალზე და თვით სიმინდის თესლზე. სამწუხაროდ, ჩვენ ხელთ არ იყო ყველა საჭირო ნიმუშები ზემო ჩამოთვლილი მიზეზების გამოსაკვლევად და ამიტომ ჯერჯერობით შეგვიძლიან მხოლოდ რამოდენიმე ანალიზი მოვიყვანოთ. (იხ. ტაბ. 130 გვ.).

ამერიკელ მეცნიერის ატვატერის გამოკვლევით სიმინდს ისეთივე გავლენა აქვს ნიადაგზე, როგორც ლობიოს გვარ მცენარეებს, ე. ი. ის აზოტით ამდიდრებს ზენიადაგს. თუ რომ სიმინდის ნათეს მინდორზე ხორბალი დაითესა, მოსავალი ხორბლისა გაუმჯობესდება, რადგანაც ზენიადაგი გამდიდრებული იყო აზოტით. ნამდვილი მიზეზი ნიადაგზე სიმინდის ამგვარი გავლენისა ჯერჯერობით მეცნიერულად არ არის გამორკვეული. სიმინდი თითქმის ყველა იმ ნივთიერებისაგან შესდგება, რაც ხორბალშია, იმ განსხვავებით მხოლოდ, რომ სიმინდში ნაკლებია გლუტენი, გლუტენ-კაზეინი და ამ მიზეზის გამო სიმინდის პური (მჭადი) არ ამოდის როგორც ხორბლისა. გარდა ამისა, სიმინდში ნაკლებია ცილიანი ნივთიერება, მაგრამ სამაგიეროდ იგი მდიდარია ზეთეულით და თანაც მასში უფრო მეტია გლუტენ-ფიბრინი. ზომიერად ჯიში ამერიკული სიმინდისა იმდენად მდიდარია ზეთეულით, რომ მისგან ზეთსაც კი ხდიან, როელიც არ ჩამოუვარდება კარგ ქუნჯუთის ზეთსა. ჩვენებურ სიმინდს კი მაქსიმუმი გამოსავალი ზეთისა მხოლოდ 5<sup>0</sup>/<sub>100</sub> აქვს. ჩვენის აზრით ინტერესს არ იქნება მოკლებული შესწავლულ იყოს ის ჯიში ამერიკული სიმინდისა ჩვენში, რომელიც მეტ ზეთს იძლევა, რომ ამრიგად შესაძლებელი იქმნეს შევავსოთ დანაკლისი ჩვენი ქვეყნისა.





ს ი მ ი ნ დ ი	რესპიციენტი	სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	ს რ უ ლ ი ა მ მ შ რ ა ლ ი					სეცი
										სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	სეცი	
<b>ყვითელი</b> (იმერეთის ჰობრილი, კბილის მსგავსი; მივიღეთ ქუთაისის მოსავლი 1918 წ.)	0.560	12.6	1.6	1.00	—	5.05	2.28	1.46	1.67	1.83	11.4	—	5.77	2.6	—
<b>ყვითელი</b> (მგვრული ჰობრილი, კაჟიანი indurata. მივიღეთ სოფელ ნაჯახოვლიდან, სენაკის მაზ.)	0.233	11.92	1.20	7.50	0.46	4.28	—	1.01	1.14	1.36	8.5	0.52	4.85	—	—
<b>ყვითელი</b> (სენაკის მაზრა, სოფელ ნაჯახოვლიდან) Zea mais indurata X. Zea mais indurata.	0.347	11.45	1.63	10.18	0.47	5.03	—	0.985	1.11	1.84	11.5	0.53	5.67	—	—
<b>ყვითელი</b> (ჰობრილი, კბილის მსგავსი სიმინდი, ოჭურჭეთის მილანოვიდან, მოსავლი 1915 წ.; მივიღეთ სულქციონურ ბოტანიკ. ბაღის კაბინეტიდან).	0.389	11.90	1.28	8.0	0.58	—	—	1.13	1.39	1.45	9.06	0.65	—	—	—
<b>ყვითელი</b> (ჰობრილი, კაჟიანი indurata, სოფელ ბენარიდან ახალციხის მაზრა, მოსავლი 1915 წ.; მივიღეთ სულქციონურ ბოტანიკ. ბაღის კაბინეტიდან).	0.2347	11.8	1.75	10.94	0.58	—	—	1.36	1.54	1.87	11.68	0.65	—	—	—
<b>თეთრი</b> (ქუთაისის ჰობრილი, კბილის მსგავსი სიმინდი, ლანჩხუთის მოსავლი 1915 წ.; მივიღეთ სულქციონურ ბოტანიკ. ბაღის კაბინეტიდან).	0.420	11.9	1.77	11.06	0.68	—	—	1.37	1.55	2.0	12.5	0.77	—	—	—

სრულიად მშრალი	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	სადაც	N	სადაც	N	სადაც	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	სადაც	N	სადაც	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	სადაც	N	სადაც	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>
სიმიონისა (წითელი, მძალი ტანისა, იოყება სიმინდში, მოსავალი 1918 წ.; მივლეთ ქუთ. საცდელი მიზნ. გამოცხადან)	0.3344	13.45	3.18	3.31	20.68	1.11	—	—	—	—	23.87	1.27	—	—	—
ლენჩუშისა (ტანის ფერი, დაბალი, ცხინვლიდან, მოსავალი 1917 წ.)	0.286	10.61	3.72	3.97	24.6	—	—	—	—	—	27.75	—	—	—	—
ლენჩუშისა (ტანის ფერი, დაბალი, ცხინვლიდან, გორის მაზრა, მოსავალი 1917 წ.)	0.286	12.1	3.9	3.72	23.2	—	—	—	—	—	26.43	—	—	—	—

**ლობიო**, რომლის შემადგენლობაში დიდხალი აზოტისა და ნივთიერება შედის, შევიძლიან მცენარულ ხორცად მივიჩნიოთ, თუმცა აღამიანის ორგანიზმში მას ნაკლებად ითვისებს, როგორც მცენარულ ცილის-ლობიოს შემადგენელ ნაწილებში ცილი იმოღეწება, რომ 23% — 24% იღებებება.

სრულიად მშრალი	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	სადაც	N	სადაც	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	სადაც	N	სადაც	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	სადაც	N	სადაც	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>		
														სადაც	სადაც
იაპონური სოია	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
(ფერი ტანისა, მონაცრო, იმერეთში მოშენებული, მოსავალი 1918 წ.; მივლეთ ქუთ. საცდელი მიზნ. გამოცხადან)	0.20	10.63	4.30	5.79	36.18	—	—	—	—	—	40.53	—	—	—	—

**სოია** პირდაპირ საქმელად არ იხმარება. იაპონელები მისგან სანელელებს ამზადებენ. იგი მდიდარია ზეთით. ჩვენგან გამოცდელი სოია თავისი შემადგენლობით ახლოს სდგას იაპონურ სოიასთან.

თეთრი სორგო	საშუალო ფენი	მედიანა	საჩივი	N	ცილიანის ციფრები	P <sub>2</sub> 0 <sub>5</sub>	ზეთი	უჯრედები	სრულიად მშრალი			
									საჩივი	N	ცილიანის ციფრები	
(მოსავალი 1918 წ. მივიღეთ ქუთ. საცდელი მიწების გამოცხადან)	0.0344	12.92	1.51	1.77	10.93	0.92	—	—	1.73	2.03	12.68	1.05

სორგოს ხმარობენ საქმელებში ყოველ ნაირად; უმთავრესად კი არყის სახდელ ქარხნებში იხმარება.

არახისი	საშუალო ფენი	მედიანა	საჩივი	N	ცილიანის ციფრები	P <sub>2</sub> 0 <sub>5</sub>	ზეთი	საჩივი	სრულიად მშრალი			
									საჩივი	N	ცილიანის ციფრები	
(სამტრედიის მოსავალი 1918 წ.; მივიღეთ ქუთ. საცდელი მიწების გამოცხადან)	0.77	6.12	2.46	0.5	3.13	0.99	51.57	2.62	0.53	3.31	1.05	54.92

არახისი მეტად მდიდარია ზეთით და უმთავრესად ზეთის გამოსახდელად იხმარება; ჩვენგან გამოკლებული არახისი უფრო მდიდარია ზეთით, ვიდრე სხვა ქვეყნების არახისი. ვინაიდან ჩვენში ნაკლებია კულტურული მცენარეები ზეთილისა, შესაძლებელი იქნებოდა არახისი გამოგვეყენებინა ამ დარგში. თბილ ქვეყნებში მოხალული არახისი დიდ ხმარებაშია; ღარიბი ხალხი მას ხილად და საძღებ მასალად ხმარობს, რადგანაც მას ბევრი ზეთი აქვს.

სრულიად მშრალი	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.62
	დგენი- -მეც -საა	12.3
	N	1.97
	საფარიც	1.27
დგენი- -მეც	—	—
საფარიც	—	—
ლომი	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.57
	დგენი- -მეც	11.25
	N	1.80
	საფარიც	1.16
	მეც	9.80
დგენი- -მეც	—	—
საფარიც	—	—
(ტყიბულას არე-მარედან, მთ- სავალი 1918 წ.)		

ლომი.

დასავლეთ საქართველოში ლომი ერთ უმთავრეს საკვებს შეადგენს. იგი მდიდარია წყალ ნახშირ მბადებით და თვისი შემადგენლობით, აზოტის მხრივ, ახლოს სდგას ხორბალთან. ლომი შეგვიძლიან ჩვეთვალლოთ ძალიან ნოყიერ მცენარეთ, ის ახლოს დგას პანიკუმ იტალიკუმთან.

ჩაი.

ჩაის მოშენება საქართველოში ჯერ კიდევ წარსული საუკუნის ორმოციან წლებში დაიწყო. კერძო ინიციატორების მთელმა ჯგუფმა ხელი მიჰყო სხვა და სხვა იშვიათი სამეურნეო მცენარეების გაშენებას და მათ შორის ჩაის ბუჩქისასაც. მეფის მოადგილემ კნიაზ ვორონცოვმა ბრძანება გამოცა, მოეხდინათ ცდა ჩაის ბუჩქის მოშენებისა სოხუმსა და გურიაში. თუმცა ეს ცდა აღმოჩნდა დადებითი მხარისა, მაგრამ არავინ იკისრა ფართე მასშტაბით დაეწყო ჩაის ბუჩქის გაშენების საქმე ჩვენში. პირველად სოლოვცოვმა მისცა ჩაის ბუჩქის მოშენებას სამრეწველო ხასიათი ჩაქვში. სოლოვცოვის წარმატებამ დაინტერესა სხვა ბევრი, მაგალითად პოპოვის ფირმა და საუფლისწულო გამგეობა, რომლებმაც ფართე მასშტაბით დაიწყო მოშენება ჩაის ბუჩქისა (*thea chinensis* L.). ბათუმის მიდამოებში ჩაის ბუჩქით ნაშენი ადგილი 3970 დესეტინამდის იქნება. ჩაის მოშენებას აქ ხელს უწყობს როგორც ჰავა, ისე ნიადაგი. ბათუმში საშუალო რიცხვით ძირს იღეკება 2500 მ.მ., ე. ი. თითქმის იმდენი, რამდენიც ასამაში (ინდოეთში). განაწილება ნალექისა თვეების მიხედვით ძლიერ არის შეფარდებული ჩაის ბუჩქის კულტურასთან: გაზაფხულ-ზაფხულში ნაკლებია, ზამთარში კი ბევრი. ზენიადაგი ლატერიტი ჩაქვის ნაშენისა პროფესორ ნაბოკინის გამოკვლევით წარმოადგენს პოდზოლს, რომელიც წარმოსდგა ანდეზიტის განიავებით. ამ ნიადაგს მოწითალო ყოლის ფერი აქვს, იმიტომ რომ



მდიდარია რკინის ჟანგითა და მანგანიუმის ჟანგით. ამ უკანასკნელის რაოდენობა აღემატება 2—4<sup>0</sup>/<sub>10</sub>-ს. ჩაის ბუჩქის მოშენება შეიძლება თესლით ან ნერგით. ნერგების გადარგვა ხდება ორი წლის შემდგომ, მანამდე კი სანერგეში ინახება. ჩაის ჰკრეფვენ მხოლოდ მაშინ, როდესაც ბუჩქი ოთხის ან ხუთის წლისაა. ჩვენში ჩაის კრეფა იმ წესით ხდება, რა წესითაც ჩინეთსა და ცვილონშია. პირველი გაკრეფა ჩაისა იწყება შუა აპრილში ან მაისის დამდეგს, მერმე ამას მიჰყვება ზაფხულის და შემოდგომის გაკრეფა. მოკრეფილი ჩაი უნდა დაჰქენეს მზებზე, 20 საათის განმავლობაში საგანგებო ტილოს თაროებზე ასეთმა ჩაიმ უნდა იდუღოს 7 საათს და მერე უცხად 110<sup>0</sup>-მდის გაათბობენ და ხელს შეუწყობენ, რომ საბოლოოდ დადუღდეს. დადუღებული ჩაის ფოთლები უნდა გამოშრეს მერმე დავიდს ონის ფეხებში. თუმცა დასავლეთ საქართველოს ჩაის ანალიზი უკვე გაკეთებულია რამოდენიმე მკვლევარის მიერ, მაგრამ ვინაიდან მათ ანალიზებში თანხმობა არ არის, ამიტომ ჩვენ ანალიზი ვუყავით ოთხ ნიმუშს სხვა და სხვა ხარისხის საუფლისწულო „ჩაქვის“ ჩაისას.

	სინამე	ორგანიული ნივთიერება	ლითონური ნივთიერება	ორგანიული ნივთიერება გაუხსნელი წყალში	ლითონური ნივთიერება გაუხსნელი წყალში	ეთერით გამოსადობი	თენი	Matières tannantes	N	ნატარი	Mn <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ნატარში	Mn <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ჩაიში
ჩაი 2 მ. 40 კ.	6.76	33.00	3.94	55.00	1.3	4.70	3.22	8.93	4.79	5.24	4.30	0.23
ჩაი 1 მ. 60 კ.	6.53	32.73	3.97	55.43	1.34	3.26	3.00	8.04	4.38	5.31	3.95	0.21
ჩაი 64 კაპ.	6.92	31.78	3.50	56.17	1.63	4.58	2.64	8.38	3.61	5.13	3.60	0.18
ჩაი 64 კაპ. (დაფშენილი)	7.01	33.15	3.48	54.76	1.60	2.42	2.56	8.25	3.92	5.08	3.95	0.20

თენისა და matières tannantes-თა ანალიზისთვის ჩვენ ვიხელმძღვანელებთ კატალიზის და ტომსონის მეთოდით<sup>1</sup>. საზოგადოდ მაღალი ხარისხის ჩაიში უფრო მეტია მანგანიუმი. მაღალი ხარისხის ჩაი კეთდება ნორჩ ახალმოყრილ ფოთლებიდან; მას მეტი მანგანიუმის ჟანგი და თენი აქვს და ძვირად ფასობს. ეს არის ჩვეულებრივი მოვლენა ძვირფასი ჩაისა. ჩვენის აზრით მანგანიუმის ჟანგი კატალიზატორის როლს თამაშობს და ამ ნაირად ადვილ-

<sup>1</sup>) Analyst 1910, t. 35, pag. 103—111; Ref. Zeitschrift f. Untersuch. d. Nahrungs- und Genussmittel. t. 22, pag. 531 (1911).

ლებს ასიმილიზაციის დროს სინტეტიკური პროცესის მოვლენას. ჩაის ნაცარში მანგანიუმს ვიკვლევდით გაბრიელ ბერტრანის მეთოდით<sup>1</sup>.

### ცხვრის ყველი.

მეცხვარეობა ჩვენში გავრცელებულია უმთავრესად მთიან ადგილებში, რუსეთში კი მის სამხრეთ ნაწილებში: ხერსონისა, თავრიდისა და ბესარაბიის გუბერნიებში. მეცხვარეობის დარგში მეყველეობას საკმაო მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს და ვიდრე ჩვენს ანალიზებს მოვიყვანდეთ, საჭიროდ მიმაჩნია ორიოდ სიტყვა ვსთქვა ყველების თვისებასა და ცხვრის ყველის მომზადებაზე რუსეთში. საზოგადოდ, თვისება ყოველ გვარი სურსათისა დამოკიდებულია მის ბუნებრივ შემაღვენლობასა, მომზადებასა და მოვლაზე. ყველი ამ მხრივ გამონაკლისს არ შეადგენს და მისი ცვლილება დამოკიდებულია როგორც მზადებაზე, ისე მოვლაზე. ცხვრის ყველი საზოგადოდ, გაცილებით უფრო მსუქანია, ვიდრე ძროხისა. მიზეზი ამისა ის არის, რომ ცხვრის რძე მეტ სიმსუქნეს შეიცავს, ვიდრე ძროხისა. რძეში გარდა წყლისა და ცმე-ლისა უმეტეს ნაწილად ცილებია, რომლებსაც კახეინს უწოდებენ. ახლად მომზადებულ ყველში არის კახეინი (პარა-კახეინი), ცმელი და მცირეოდენი რძის მჟავა, რომელიც წარმოსდგა რძის შაქრიდან. რძეში მოიპოვება სხვა და სხვა გვარი ბაქტერიები და როდესაც ყველი იკვეთება, მაშინ ბაქტერიები თან ჩაიღვეება და მონაწილეობას იღებენ კახეინის დაშლაში. კახეინი ისეთი ნივთიერებაა, რომელიც თავის თავად არ იხსნება წყალში. ზოგიერთი ყველი დამწიფების დროს შეიცავს ისეთ აზოტიან ნივთიერებას, რომელიც წყალში თითქმის 98—99% იხსნება. გარდა ამისა, ყველის ცილები ისეა დაშლილი, რომ შიგ არის ამინო მჟავები და ამონიაკის მარილები. მათში ნიშადური (ამონიაკი) ხანდისხან 2.2%-ს შეადგენს. ასეთ ხარისხის ყველებს უწოდებენ რბილ ყველებს, მაგალითად როქფორი, ბრი და კამამბერი (fromage de Roquefort, de Brie et de Camembert). რაც შეეხება მაგარ ყველებს, ისინი უფრო ნაკლებად იშლებიან. როგორც უკვე ვთქვით, მხსნარი ცილა კახეინი მაგარ ყველებში თითქმის უცვლელად რჩება და მხოლოდ მცირეოდენი ნაწილი ალბუმინად იქცევა ხოლმე. რბილი ყველების შენახვა მეტად ძნელია ვინაიდან ისინი ადვილად იშლებიან. ამიტომაცაა რომ მათი შენახვა შეიძლება მხოლოდ რამოდენიმე თვეს. მაგარი ყველების შენახვა კი პირდაპირ

<sup>1</sup> Gabriel Bertrand, „Recherche et dosage de petites quantités de manganèse, en particulier dans les substances organiques“ (Bull. Soc. Chim. d. France, 4 série, t. IX-X, № 8, pag. 361 (1911)).

დამოკიდებულია მათ მომზადებასა და მოვლაზე. შვეიცარიის ყველი შეიძლება შეიღ წლამდინ შეინახო, თუ შესაფერისი მოვლა აქვს. იტალიის ყველი პარმეზანი (fromage de Parmesan) უფრო დიდხანს ინახება: იყო მაგალითი რომ ოცი წელიწადი შეინახა ეს ყველი. რაც შეეხება ჩვენებურ ცხვრის ყველებს და ბესარაბიისას, ერთი რომ, მათი მომზადება უბრალოა და პრიმიტიული, მეორე ის რომ არავითარი მოვლა მათ არ აქვთ. მეყველეები ახალ ყველს ხან მშრალი მარილით ამარილებენ, ხან წაკაში ჩაუშვებენ, ხან კიდევ ორთავე საშუალებას მიჰმართავენ ხოლმე. ყველის ძალიან დამარილება, როგორც ეს არის ჩვენი მიღებული (წაკაში შენახვითა თუ მშრალად დამარილებით), ამ მიზნით არის გამოწვეული, რომ ცილოვან ნივთიერებათა დაშლა შეაჩეროს და ამით ყველის გაფუჭება თავიდან აცილებული იყოს. რასაკვირველია, ასეთი ტლანქი საშუალება ცოტაოდენად მიზანსაც კი აღწევს, მაგრამ, როგორც ანალიზი გვიჩვენებს, ცილოვანი ნივთიერება ძალიან მცირეოდნად იხსნება ხოლმე (და ცილოვანი ნივთიერება თუ გაუხსნელია, მაშინ ხომ ძნელია მისი შერგება). კარგი მოვლის წყალობით კი შეიძლება ყველის კარგად და გაუფუჭებლად დიდხანს შენახვა და ამავე დროს ცილების დახსნაც მოხდეს.

ჩვენებურ მოვლას ყველზე და მის ბაქტერიოლოგიურ ცხოვრებაზე განსაკუთრებული გავლენა აქვს, რადგანაც ბაქტერიები წყდება და ყველი აშნაირად ჰკარგავს თითქმის ყველა იმ თვისებას, რომელიც შესაძლებელია ჰქონებოდა. ჩვენი ყველების ანალიზები გვიჩვენებს, რომ მათში თითქმის არავითარი ცვლილება არ მომხდარა შემადგენლობის მხრივ.

**ბესარაბიის ყველის ბრინჯას მომზადება.** საზოგადოდ ყველს ბესარაბიაში ამზადებენ მაისის დამდვიდან ენკენისთვის დამლევამდინ; მოუხდელ რძეს, როდესაც ჯერ კიდევ თბილია ან და გამთბარია 25—30° C., უმატებენ ერთ ვედროზე 2 გირ. დვრიტას და ასეთ პირობებში რძე იკვეთება. დვრიტა კეთდება სულ პატარა კრავებიდან ან ძუძუ მწოვარა ხბოებიდან; მათ სტომაქს მიაქრიან pylorus'-ს, რომელიც ადვილად შრება ჰაერში; გაახმობენ და საჭიროების მიხედვით აქცევენ ფხვნილათ, რომელსაც ან წყლით ან რძის შრატით დაასველებენ და აშნაირ სითხეს შეურევენ რძეში, რომელიც გამთბარია 30° C. დაკვეთილი რძე, რომელმაც დაჰყო ნახევარი საათი, ხაჭოდ იქცევა. და გადაქვთ ტილოს პარკში, საიდანაც გამოწურავენ რძის შრატს; შემდგომ ამისა შედებენ სატყეველში (presse à fromage), სადაც ყველი დაჰყოფს 4—5 საათს; შემდგომ ამისა ყველს დასჭრიან, და დამარილებენ მშრალათ ან კიდევ მარილიან წყალში (წაკაში) ჩააწყობენ.

**თუშური ყველის გაკეთება**<sup>1</sup>. აიღებენ ახლად მოწველილ რძეს, ჯერ ისევ თბილს (თუ გაციებულია, შეათბობენ 26—28 გრადუსამდე) და ყველის დედას<sup>2</sup> უზმენ (ოთხ ჩარეკა რძეზე ერთ ჩაის ჭიქა დედას), მოურევენ კარგად და შემდეგ დახურავენ, თბილად შეახვევენ და დასდგმენ მზეზედ ან თბილ ადგილას. ერთი საათის შემდეგ ჰნახვენ, ჩაღებდა თუ არა: თითებს დაადებენ და თუ ხელს თეთრად არაფერი ასდევს, ჩაყველებული ყოფილა. კარგად აურევენ და დაჰყლეტენ ისე, რომ არსად კოლტი არ დარჩეს. შემდეგ დასდგმენ ისევ დახურულს, რომ ჩაილექოს. როცა კარგად ჩაილექება, ჯამით ან ლამბაქით მოჰხდიან რაც ზევიდან შრატით აქვს და ერთ ნაწილს დედას დაასხმენ (იმდენს, რამდენიც ყველის გასაკეთებლად დაიხარჯა) და დანარჩენს გადაღვრიან<sup>3</sup>. როცა შრატით ისე კარგად მოიხდება, რომ წვენი თითქმის აღარ დარჩება, ყველს პარკში ჩასდებენ, მოუჭერენ მაგრად, ფიცარზე დასდგმენ და მზეზედ გამოიტანენ. ზევიდან ზოგჯერ მძიმე რასმე დაადებენ და ზედ ჭინჭარსაც დააყრიან გასაფუებლად. რაც უფრო თბილი და მზიანი დღეა, ყველი უფრო გაფუებული გამოდის.

ქვემოთ მოყვანილი ანალიზებიდან (გვ. 138) მოჩანს, რომ ეს ყველები ეკუთვნის რბილი ყველების ჯგუფს და მდიდარია წყლით; გამონაკლისს შეადგენს თუშური ყველი, რომელშიც მხოლოდ 28.8% წყალი შედის. რაც შეეხება სხვა თვისებას, რომელიც ახასიათებს რბილ ყველებს, ეს ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ყველები ძლიერ შორს დგას ტიპური რბილი ყველებიდან, როგორც არის ბრი, კამაშბერი, როქფორი და სხვა, რომლებშიც ცილები თითქმის სრულიად დაშლილია, იმდენად არის დაშლილი, რომ შეიცავენ თავისუფალ ნიშადურს (ამონიაკს)<sup>4</sup>. ჩვენგან გამოკვლეული ცხერის ყველები ძლიერ ნაკლებად

1) ცნობა თუშური ყველის გაკეთების შესახებ მომავალა ქნმა ალ. ჯავახიშვილის ქალმა.

2) **ყველის დედა**. უნდა ავიღოთ გამხმარი დვრიტა ანუ შილდანი (პატარა ხბოსი, რომელიც ბალახზედ ჯერ არ გასულა, ან ბატკნისა), დაირეცხოს კარგად, დაიჭრას წვრილად, დაესხას პირველად ერთი-ორი ჩაის ჭიქა ნელ-თბილი (შინ ნადგომი) წყალი, ჩაიყაროს შიგ ერთი პეშვი ხორბალი, ერთი პეშვი ქერი, ერთი პეშვი შვინდის კერკი, ერთ-ნახევარი ჭიქა ცხარე ძმარი ღვინისა, კარგად აირიოს ეს სულ და ერთი-ორი დღით დაიდგას. მეორე-მესამე დღეს უკვე ხმარება შეიძლება, მხოლოდ ერთ ჭიქამდე წვენი უნდა გადაიწუროს და ხამი წყლის მაგივრად შრატით უნდა შეივსოს. შემდეგში კი რამდენიც დაიხარჯება ყველის გასაკეთებლად, იმდენი შრატით უნდა დაემატოს, ქილას უნდა მოეკრას და ცივ ადგილას შეინახოს უა ანაირად ერთი თვე შეიძლება რომ იხმაროს.

3) თუშები ჩვეულებრივ ძაღლებს აჭმევენ.

4) Orla Jensen, L'annuaire agricole de la Suisse. 1904.





შვედი	ს რ უ ლ ი ა დ მ შ რ ა ლ ი											
	სინამე	ცმელი	ცილიანი ნივთიერება		ნაცარი			ცმელი	ცილიანი ნივთიერება		ნაცარი	რძის მეცხე
			წყალში გაუხსნელი	წყალში გახსნილი	Na Cl	ფოსფორ მკა-ვის ქაღცეუ-მის მარილი	რძის მეცხე		წყალში გაუხსნე-ლი	წყალში გახსნილი		
აკერმანის მაზრა ბესარაბიის გუბ.	43.1	27.7	18.4	1.5	6.4	0.9	1.2	48.7	32.4	2.6	12.9	2.1
			19.9		7.3				35.0			
ბესარაბიის გუბ.	52.2	26.2	13.5	0.9	5.1	0.9	1.3	54.8	28.3	1.9	12.6	2.8
			14.4		6.0				30.2			
ოდესის მაზრა ხერ-სონის გუბ. I	49.7	27	13.4	0.9	5.6	1.2	1.8	53.7	26.6	1.9	13.5	3.6
			14.3		6.8				28.5			
ოდესის მაზრა ხერ-სონის გუბ. II	54.2	24.9	15.1		4.3		0.8	54.3	32.9		9.3	1.7
თუშური ყველი	28.8	33.8	26.6		9.5		1.1	46.8	37.4		13.3	1.5
კობის ყველი (ღუ-შეთის მაზრა)	47.8	24.4	19.1		5.9	0.9	1.5	46.6	36.7		13.4	2.7
					6.8							
ოხური (სოფელ დარგ-ქაძ, თერ-გის ოლქში).	44.2	26.7	20.6		6.0	0.8	1.7	47.9	36.9		12.3	3.1
					6.8							

არის გამოცვლილი: მხოლოდ შვიდი-რვა პროცენტია ცილებისა დაშლილი და უმეტესი ნაწილი დაუშლელია. რბილ ყველებს (Brie, Roquefort, Camembert), რომლებშიაც ცილოვანი ნივთიერება თითქმის დაშლილია, საზოგადოდ მნიშვნელობა აქვს საზრდოებისათვის იმდენი არა, როგორც გემოვნებისათვის, რადგანაც მაწივრობა და ნოყივრობა აკლიათ, მაგრამ სამაგიეროდ თავისი თვისების გამო ხელს უწყობენ, საკმლის მოსანელებელი წვენი რომ მრავლად გამოვიდეს და ამით, რასაკვირველია, აადვილებენ მონელების საქმეს. ამას გარდა მდბალი ორგანიზმები, რომლებიც ყველებს ამწიფებენ და ცილოვან ნივთიერებას შლიან, ქმნიან უორგანიზაციო ფერმენტებს, რომლებიც თავის მოქმედებით კუჭის წვენის ფერმენტებს მოგვაგონებენ. ამის გამო სადილის ქა-მის შემდეგ რომ ზოგან რბილი ყველის დაყოლება შემოღებული, ამას ის

მნიშვნელობა აქვს, რომ ხელი ეწყობა საქმლის ჩქარა შეთვისებას. რბილ ყველებს კარგი მოვლა უნდა, თორემ ცილოვან ნივთიერებათა დაშლამ შესაძლებელია ისეთი მიმართულება მიიღოს, რომ საწამლოვი შეიქმნეს. რბილ ყველებს უმთავრესად საფრანგეთში აკეთებენ და ერთ მათგანს (Brie) სახელი მოუხვეჭა ვენის კონგრესის დროს ცნობილმა ტალეირანმა.

მთისა და ბარის ყველი ბევრად განირჩევა საზოგადოდ ერთმანეთში. ბესარაბიის ბრინჯაში 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>—2-ჯერ უფრო მეტია ცმელი, ვიდრე ცილები. ჩვენებურ ყველებში შემდეგი შეფარდებაა: ცილის 1 წილზე 1.2 ან 1.3 წილი ცმელი მოდის. მამასადამე, ბარის ყველები უფრო მსუქანია, ვიდრე მთისა. ასეთი მოვლენა აიხსნება იმით, რომ საძოვარსა და ცხვრის ჯიშს პირდაპირი გავლენა აქვს ყველის თვისებაზე. მსგავს მაგალითს ჩვენ ვპოულობთ უნგრეთის მთის ყველისა და სერბული ბარის ბრინჯის შედარებაში: უნგრეთის ცხვრის ყველი შეიცავს ნაკლებ ცმელს 1:1, მაშინ როდესაც სერბული ყველი 1 : 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> ცმელს შეიცავს.

ჩვენ ამით არ გვინდა ის დასკვნა გამოვიყვანოთ, რომ ჩვენში შეუძლებელი იყოს მომზადება რიგიანი ხარისხის ყველისა, მაგრამ უნდა ითქვას, რომ ჩვენდა სამწუხაროთ, ეს დარგი მეურნეობისა ჯერ კიდევ პრიმიტიულია, რომლის გაუმჯობესებისათვისაც საჭიროა ცოდნა და გამოცდილება.

ამ მოკლე შრომით მე მინდოდა დამეხატა მკითხველისთვის საერთო სურათი ჩვენი სამეურნეო კულტურის ნაწარმოებისა და მგონი რომ ნაწილობით მაინც მიზანს მივალწიე. რაც შეეხება ჩვენს განზრახვას, რომ დეტალურად იქმნეს შესწავლილი ჩვენი მეურნეობის ყოველი დარგის ნაწარმოები, ამას გადავდებთ იმ დროსთვის, როდესაც სრული საშუალება გვექნება შესასრულოთ ეს ფრიად საგულისხმო მიზანი.

საქართველოს  
პარლამენტის  
ეროვნული  
ბიბლიოთეკა

მარტინოვი-ლენინის  
ბიბლიოთეკა

## 2.

# Sur une méthode nouvelle de la géométrie analytique.

Par M. G. Nikoladzé.

### PRÉFACE.

Il existe deux méthodes différentes en géométrie. L'une est analytique et étudie les propriétés des figures géométriques à l'aide de l'analyse mathématique, tandis que l'autre est synthétique et se sert dans le même but de considérations purement géométriques.

L'introduction d'une nouvelle notion, celle du *point impossible* nous a donné le moyen d'une certaine simplification dans la méthode analytique.

Le point impossible joue dans la géométrie un rôle analogue au rôle du nombre imaginaire dans l'analyse. C'est l'idée fondamentale qui nous a guidés dans toutes nos recherches.

Le but de ce travail est de montrer la nature de notre méthode et d'indiquer sur quelques exemples l'application de cette méthode à l'étude des figures géométriques.

### CHAPITRE I.

#### Théorie générale.

##### § 1. L'espace trans-cartésien.

1<sup>o</sup>. Imaginons deux espaces: l'un ( $U$ ) à  $n$  dimensions, le second ( $V$ ) à  $p$  dimensions, où  $p \geq n$ . Soient  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  les coordonnées cartésiennes d'un point quelconque du premier et  $(v_1, v_2, \dots, v_p)$  celles du point quelconque du second espace. Supposons entre deux systèmes de variables  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  et  $(v_1, v_2, \dots, v_p)$  les relations:

$$(1) \quad \begin{cases} v_1 = \varphi_1(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ v_2 = \varphi_2(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ \dots \\ v_p = \varphi_p(u_1, u_2, \dots, u_n), \end{cases}$$

telles que le système de valeurs  $(v)$  soit complètement déterminé. C'est-

à dire qu'à chaque point de l'espace  $(U)$ , d'après les équations (1), correspondent un ou plusieurs points de l'espace  $(V)$ .

Généralement la réciproque n'a pas lieu: en vertu de l'inégalité  $p \geq n$  il existe dans l'espace  $(V)$  des points, auxquels ne correspond aucun point de l'espace  $(U)$ .

Cette dernière circonstance joue un rôle prépondérant dans toute notre théorie.

Exemple. Soit:  $v_1 = u_1^2$ ;  $v_2 = u_2^2$ ;  $v_3 = u_1^2 + u_2^2$  (nous avons ici:  $n = 2$ ;  $p = 3$ ). Evidemment, il n'existe aucun point dans l'espace  $(U)$ , correspondant au point  $A(2, 2, 2)$  de l'espace  $(V)$ , puisque nous obtenons dans ce cas trois équations incompatibles:

$$u_1^2 = 2; \quad u_2^2 = 2; \quad u_1^2 + u_2^2 = 2.$$

Ces deux espaces jouant un rôle différent, ce que dans la suite sera encore plus clair, désignons chacun d'eux différemment. Appelons le premier,  $(U)$  espace—*l'espace cartésien* et le second  $(V)$ —*l'espace trans-cartésien*. Quant aux relations (1) entre les variables  $(v)$  et  $(u)$ , nous les nommons *la transformation trans-cartésienne des coordonnées*.

2°. Dans l'espace trans-cartésien nous distinguons donc deux espèces de points. Appelons *possible* chaque point de l'espace trans-cartésien auquel correspond, au moins, un point de l'espace cartésien; au contraire, nous appellerons un point *impossible* chaque point de l'espace trans-cartésien, auquel ne correspond aucun point de l'espace cartésien.

Il s'en suit qu'à chaque point de l'espace cartésien correspondent un ou plusieurs points possibles (réels ou imaginaires) dans l'espace trans-cartésien. Inversement, à chaque point possible de l'espace trans-cartésien correspondent un ou plusieurs points (réels ou imaginaires) dans l'espace cartésien. Mais aux points impossibles de l'espace trans-cartésien ne correspond aucun point de l'espace cartésien; ni réel, ni imaginaire.

3°. Ainsi, dans l'espace trans-cartésien on peut former deux régions: la région des points possibles et la région des points impossibles. La frontière entre eux est déterminée par les équations (1). Désignons la première de ces régions par  $P$  (possible), la seconde par  $I$  (impossible).

Il est facile de trouver la région  $P$ . Pour obtenir les relations entre les coordonnées  $(v)$ , déterminant la région  $P$ , on peut imaginer qu'on ait tiré  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  en fonctions de  $(v_1, v_2, \dots, v_p)$  des  $n$  équations



tions convenables du système (1) et porté ces expressions dans les autres  $p-n$  équations du même système. Donc, on aura:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} f_1(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ f_2(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ f_{p-n}(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0. \end{array} \right.$$

Le système (2) représente une figure à  $p - (p-n) = n$  dimensions dans l'espace trans-cartésien. Il est évident que, d'autre part, c'est la région cherchée  $P$  de tous les points possibles et seuls les points possibles de l'espace trans-cartésien. Appelons cette figure *l'espace des points possibles*.

Il résulte de ce qui précède que, par un changement trans-cartésien des coordonnées, tous les points de l'espace cartésien se transforment en points de l'espace trans-cartésien, remplissant complètement la région  $P$  et n'existant que dans cette région  $P$ .

## § 2. La figure trans-cartésienne.

4°. L'idée des points impossibles, indiquée dans le paragraphe précédent, comme nous le verrons plus loin, donne des résultats très féconds pour l'étude de plusieurs propriétés importantes des figures planes et spaciales.

Prenons dans l'espace à  $n$  dimensions une figure  $\mathfrak{B}$  à  $n-k$  dimensions, donnée par  $k$  équations suivantes:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_1(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0 \\ F_2(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ F_k(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0. \end{array} \right.$$

Nous pouvons toujours réunir arbitrairement les variables  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  de fonctions  $F$  en  $p$  groupes différents, ou  $p \geq n$ . Soient ces groupes:

$$(1') \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = \varphi_1(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ v_2 = \varphi_2(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ v_p = \varphi_p(u_1, u_2, \dots, u_n). \end{array} \right.$$



tions convenables du système (1) et porté ces expressions dans les autres  $p-n$  équations du même système. Donc, on aura:

$$(2) \quad \begin{cases} f_1(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ f_2(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ \dots \dots \dots \\ f_{p-n}(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0. \end{cases}$$

Le système (2) représente une figure à  $p - (p-n) = n$  dimensions dans l'espace trans-cartésien. Il est évident que, d'autre part, c'est la région cherchée  $P$  de tous les points possibles et seuls les points possibles de l'espace trans-cartésien. Appelons cette figure *l'espace des points possibles*.

Il résulte de ce qui précède que, par un changement trans-cartésien des coordonnées, tous les points de l'espace cartésien se transforment en points de l'espace trans-cartésien, remplissant complètement la région  $P$  et n'existant que dans cette région  $P$ .

## § 2. La figure trans-cartésienne.

4°. L'idée des points impossibles, indiquée dans le paragraphe précédent, comme nous le verrons plus loin, donne des résultats très féconds pour l'étude de plusieurs propriétés importantes des figures planes et spatiales.

Prenons dans l'espace à  $n$  dimensions une figure  $\mathfrak{B}$  à  $n-k$  dimensions, donnée par  $k$  équations suivantes:

$$(3) \quad \begin{cases} F_1(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0 \\ F_2(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0 \\ \dots \dots \dots \\ F_k(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0. \end{cases}$$

Nous pouvons toujours réunir arbitrairement les variables  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  de fonctions  $F$  en  $p$  groupes différents, ou  $p \geq n$ . Soient ces groupes:

$$(1') \quad \begin{cases} v_1 = \varphi_1(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ v_2 = \varphi_2(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ \dots \dots \dots \\ v_p = \varphi_p(u_1, u_2, \dots, u_n). \end{cases}$$

Le système des équations (3) s'exprime par les variables nouvelles ( $v$ ) de la manière suivante:

$$(4) \quad \begin{cases} \Phi_1(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ \Phi_2(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \Phi_k(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0. \end{cases}$$

Considérons l'espace donné à  $n$  dimensions, comme l'espace cartésien et prenons les équations (1'), comme formules de transformation trans-cartésienne des coordonnées. En considérant les variables ( $v$ ) comme indépendantes de variables ( $u$ ), l'espace à  $p$  dimensions ( $v$ ) nous représentera l'espace trans-cartésien, tandis que le système (4) détermine une figure  $W$  à  $p-k$  dimensions dans l'espace trans-cartésien. Figure  $W$  est la transformation trans-cartésienne de la figure donnée  $\mathfrak{B}$ .

De la même manière, que dans le paragraphe précédent, nous trouverons dans l'espace trans-cartésien la région  $P$  des points possibles, déterminée par les équations suivantes:

$$(2') \quad \begin{cases} f_1(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ f_2(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ f_{p-n}(v_1, v_2, \dots, v_p) = 0. \end{cases}$$

Les points possibles de la figure  $W$  se trouvent, évidemment, dans l'intersection de cette figure  $W$ , déterminée par les équations (4) avec la région  $P$ , déterminée par les équations (2').

Dans cette transformation trans-cartésienne chaque système de valeurs,  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  satisfaisant aux équations (3), se transforme en un (ou plusieurs) système de valeurs  $(v_1, v_2, \dots, v_p)$  satisfaisant aux équations (4); tandis que chaque système de valeurs ( $u$ ), ne satisfaisant pas aux équations (3), se transforme en un (ou plusieurs) système de valeurs ( $v$ ), ne satisfaisant non plus aux équations (4). La même chose a lieu dans chaque transformation réciproque, lorsque elle est possible d'après les équations (1').

Tout cela nous donne le droit d'énoncer la proposition fondamentale de notre théorie.

1). Dans chaque transformation trans-cartésienne des coordonnées,

chaque point, appartenant à une figure  $\mathfrak{B}$  de l'espace cartésien, se transforme en un (ou plusieurs) point de l'espace trans-cartésien, appartenant à la figure  $W$ , représentant la transformation trans-cartésienne de la figure  $\mathfrak{B}$ . Tandis que tous les points de l'espace cartésien, situés en dehors de la figure  $\mathfrak{B}$  se transforment en points de l'espace trans-cartésien, situés en dehors de la figure transformée  $W$ .

2). L'ensemble complet de tous les points de la figure  $\mathfrak{B}$  se transforme en un ensemble de points de l'espace trans-cartésien, remplissant complètement la partie possible de la figure transformée  $W$ .

5<sup>o</sup>. Soit le système (3) de  $k$  équations à  $n$  variables, déterminant uniformément une figure  $\mathfrak{B}$  dans l'espace cartésien. Si l'on choisit arbitrairement dans ce système des équations quelques paramètres et, si l'on donne à ces derniers successivement les différentes valeurs numériques, on détermine ainsi successivement et uniformément toute une série des figures nouvelles. Supposons que nous avons choisi  $r$  paramètres. Considérons ceux-ci comme des inconnues et cherchons leurs valeurs de telle sorte que la figure ainsi uniformément déterminée passe par  $p$  points donnés.

Pour résoudre cette question il est nécessaire de substituer successivement dans ces  $k$  équations du système (3) des valeurs des coordonnées du 1, 2, ...  $p$  points donnés. Nous obtenons ainsi un système de  $pk$  équations à  $r$  inconnues. Comme il est certain, les conditions nécessaires et suffisantes pour résoudre ce système dans le cas général, sont les suivantes:

1)  $r = pk$ .

2) que le système de ces équations soit linéaire par rapport à  $r$  paramètres variables qu'il contient.

3) que le déterminant  $\Delta$  des coefficients de ces  $r$  paramètres ne soit nul.

Lorsque  $k=1$ , alors  $r=p$  et le système (3) prend la forme suivante:

$$(6) A_1 \varphi_1(u_1, \dots, u_n) + A_2 \varphi_2(u_1, \dots, u_n) + \dots + A_p \varphi_p(u_1, \dots, u_p) + 1 = 0,$$

ou les  $A$  sont des paramètres choisis.

Prenons les formules ci-après de la transformation trans-cartésienne des coordonnées:



$$(1'') \quad \begin{cases} v_1 = \varphi_1(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ v_2 = \varphi_2(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ v_p = \varphi_p(u_1, u_2, \dots, u_n) \end{cases}$$

et effectuons cette transformation. Nous aurons:

$$(7) \quad A_1 v_1 + A_2 v_2 + A_3 v_3 + \dots + A_p v_p + 1 = 0.$$

En d'autres termes, la figure  $\mathfrak{B}$  de l'espace cartésien, déterminée par l'équation (6), se transforme en espace linéaire à  $p-1$  dimensions, situé dans l'espace trans-cartésien à  $p$  dimensions et déterminé par l'équation (7). Désignons le par  $E_{p-1}$ , comme c'est l'usage dans la géométrie à plusieurs dimensions.

## CHAPITRE 2.

### Quelques exemples d'application.

§ 1. L'intersection des trois courbes de l'ordre  $m$  sur le plan.

6°. Supposons que dans l'équation (6)  $n=2$ , et que les fonctions  $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_p$  soient des polynômes en  $u_1$  et en  $u_2$  d'un degré, au plus, égal à  $m$ . Alors, pour chaque système de valeurs des paramètres ( $A_1, A_2, \dots, A_p$ ) l'équation:

$$(8) \quad A_1 \varphi_1(u_1, u_2) + A_2 \varphi_2(u_1, u_2) + \dots + A_p \varphi_p(u_1, u_2) + 1 = 0$$

détermine sur le plan cartésien une courbe de l'ordre  $m$ .

D'autre part, l'équation transformée:

$$(7') \quad A_1 v_1 + A_2 v_2 + \dots + A_p v_p + 1 = 0$$

détermine un espace linéaire à  $p-1$  dimensions.

Donc, nous avons dans ce cas une correspondance suivante:

A chaque point de l'espace cartésien correspond un et un seul point de l'espace trans-cartésien; à chaque courbe de la famille (8) correspond un et un seul espace  $E_{p-1}$ . Réciproquement, à chaque  $E_{p-1}$  d'après la transformation trans-cartésienne; correspond une et une seule courbe de cette famille.

7°. Soient données sur le plan ( $U$ ) trois courbes de l'ordre  $m$  de la même famille:

$$(9) \quad \begin{cases} A_1 \varphi_1(u_1, u_2) + A_2 \varphi_2(u_1, u_2) + \dots + A_p \varphi_p(u_1, u_2) + 1 = 0 & (A) \\ B_1 \varphi_1(u_1, u_2) + B_2 \varphi_2(u_1, u_2) + \dots + B_p \varphi_p(u_1, u_2) + 1 = 0 & (B) \\ C_1 \varphi_1(u_1, u_2) + C_2 \varphi_2(u_1, u_2) + \dots + C_p \varphi_p(u_1, u_2) + 1 = 0. & (C) \end{cases}$$

En tenant compte de la transformation trans-cartésienne des coordonnées, on obtient trois équations linéaires:

$$(10) \quad \begin{cases} A_1 v_1 + A_2 v_2 + \dots + A_p v_p + 1 = 0 \\ B_1 v_1 + B_2 v_2 + \dots + B_p v_p + 1 = 0 \\ C_1 v_1 + C_2 v_2 + \dots + C_p v_p + 1 = 0, \end{cases}$$

déterminant trois espaces à  $p-1$  dimensions. Désignons ces espaces par  $E_{p-1}^{(A)}$ ,  $E_{p-1}^{(B)}$ ,  $E_{p-1}^{(C)}$  respectivement. Or, comme il est certain, un système de  $k$  équations linéaires ( $k=1, 2, \dots, p$ ) à  $p$  variables, détermine dans l'espace à  $p$  dimensions un espace linéaire à  $p-k$  dimensions. Donc, les équations (10) déterminent deux à deux, encore trois espaces à  $p-2$  dimensions. Désignons ces espaces par  $E_{p-2}^{(AB)}$ ,  $E_{p-2}^{(BC)}$ ,  $E_{p-2}^{(CA)}$ . Enfin, toutes les trois ensemble, les équations (10) déterminent un espace à  $p-3$  dimensions, que nous désignons par  $E_{p-3}^{(ABC)}$ .

Il est évident, qu'entre ces sept espaces linéaires  $E_{p-1}^{(A)}$ ,  $E_{p-1}^{(B)}$ ,  $E_{p-1}^{(C)}$ ,  $E_{p-2}^{(AB)}$ ,  $E_{p-2}^{(BC)}$ ,  $E_{p-2}^{(CA)}$ ,  $E_{p-3}^{(ABC)}$  existe la correspondance ci-après:

$E_{p-2}^{(AB)}$ , étant l'intersection de  $E_{p-1}^{(A)}$  avec  $E_{p-1}^{(B)}$  est placé complètement dans ces deux derniers espaces. Pareillement  $E_{p-2}^{(BC)}$  est situé dans  $E_{p-1}^{(B)}$  et  $E_{p-1}^{(C)}$ , tandis que  $E_{p-2}^{(CA)}$  se trouve dans  $E_{p-1}^{(C)}$  et  $E_{p-1}^{(A)}$ ;  $E_{p-3}^{(ABC)}$  est l'intersection des trois espaces  $E_{p-1}^{(A)}$ ,  $E_{p-1}^{(B)}$ ,  $E_{p-1}^{(C)}$ . Mais, d'autre part, il est situé dans chacun des espaces  $E_{p-2}^{(AB)}$ ,  $E_{p-2}^{(BC)}$ ,  $E_{p-2}^{(CA)}$ , puisqu'il est aussi leur intersection.

8°. Il est certain, que chaque  $E_\mu$  est bien déterminé par  $\mu+1$  de ses points arbitraires, qui n'appartiennent pas à un même  $E_{\mu-1}$ . Mais, toutes les  $E_\mu$  ayant un même  $E_{\mu-1}$  commun, forment un faisceau.

D'après cela,  $E_{p-2}^{(AB)}$ ,  $E_{p-2}^{(BC)}$ ,  $E_{p-2}^{(CA)}$ , ayant  $E_{p-3}^{(ABC)}$  commun, forment un faisceau.



9°. Soient données deux courbes dans un même plan: l'une de l'ordre  $m$  et l'autre de l'ordre  $l$ , ou  $l < m$ : supposons que la dernière est indécomposable. Généralement, elles se coupent en  $ml$  points, ou bien, la première courbe contient complètement la seconde, se décomposant dans ce dernier cas en cette courbe de l'ordre  $l$  et encore en une autre de l'ordre  $m-l$ .

10°. Pour les deux courbes quelconques de l'ordre  $m$  sur le plan cartésien nous avons donc, que d'une part les espaces  $E_{p-1}^{(A)}, E_{p-1}^{(B)}$ , correspondant à ces courbes ont un  $E_{p-2}^{(AB)}$  commun et que, d'autre part, ils se coupent en  $m^2$  de ses points.

Il en résulte, qu'à ces  $m^2$  points d'intersection du plan cartésien correspond dans l'espace trans-cartésien l'intersection de  $E_{p-2}^{(AB)}$  avec la région  $P$  des points possibles (n° 3), tandis qu'à chaque autre point du plan cartésien correspond un point en dehors de  $E_{p-2}^{(AB)}$ . Dès lors, en tenant compte du n° 8, nous obtenons immédiatement le résultat suivant:

*Par un point arbitraire  $M$  du plan cartésien et par tous les points d'intersection des deux courbes quelconques de l'ordre  $m$  sur le même plan on peut toujours mener une courbe de l'ordre  $m$ .*

11°. Soient données sur le plan trois courbes de l'ordre  $m$ :  $(A), (B)$  et  $(C)$  et  $((A), (B)), ((B), (C)), ((C), (A))$  leurs intersections deux à deux. Choisissons arbitrairement sur ce plan un point  $M$  et menons par ce point et par les intersections d'nières successivement trois courbes de l'ordre  $m$ , ce qui est possible d'après le n° précédent. Il est aisé de voir, que ces trois courbes dernières forment un faisceau.

En effet, aux trois intersections  $((A), (B)), ((B), (C)), ((C), (A))$  correspondent dans l'espace trans-cartésien respectivement trois espaces:  $E_{p-2}^{(AB)}, E_{p-2}^{(BC)}, E_{p-2}^{(CA)}$ , ayant  $E_{p-3}^{(ABC)}$  commun (n° 7). Aux trois courbes, passant par le point  $M$ , correspondent trois espaces à  $p-1$  dimensions:  $E_{p-1}^{(MAB)}, E_{p-1}^{(MBC)}, E_{p-1}^{(MCA)}$ . Ces derniers ont le même  $E_{p-3}^{(ABC)}$  commun et, en dehors de cet espace, encore un point quelconque  $G$  correspondant au point  $M$  de l'espace cartésien. Donc, les espaces  $E_{p-1}^{(MAB)}, E_{p-1}^{(MBC)}, E_{p-1}^{(MCA)}$  à  $p-1$  dimensions contiennent un même espace à  $p-2$  dimensions  $E_{p-2}^{(MABC)}$  et la proposition devient évidente.

§ 2. Un cas particulier de la distribution des points d'intersection de trois courbes de l'ordre  $m$ .

12<sup>o</sup>. Supposons maintenant, que  $ml$  (ou  $l < m$ ) de  $m$  points d'intersection des courbes  $(A)$  et  $(B)$  sont placés sur une courbe quelconque  $\Omega$  de l'ordre  $l$ . Je dis, que, dans ce cas, les autres  $m(m-l)$  points d'intersection se placent nécessairement sur une courbe de l'ordre  $m-l$ .

En effet, prenons sur cette courbe  $\Omega$  le point arbitraire  $M$  du n<sup>o</sup> précédent. La courbe  $(D)$  de l'ordre  $m$ , passant par le point  $M$  et par l'intersection  $((A), (B))$ , a au moins  $ml+1$  points communs avec la courbe  $\Omega$ . Donc, d'après le n<sup>o</sup> 9, la courbe  $(D)$  est composée de cette courbe  $\Omega$  de l'ordre  $l$ , passant par  $ml$  points donnés et de l'autre  $F$  de l'ordre  $m-l$ , passant par les autres  $m(m-l)$  points d'intersection. Q. E. D.

13<sup>o</sup>. Soient sur le plan trois courbes  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$  de l'ordre  $m$  passant par les mêmes  $ml$  points, placés sur une courbe  $\Omega$  de l'ordre  $l$ . Dès lors, il existe encore trois groupes de  $m(m-l)$  points d'intersection, placés, d'après le n<sup>o</sup> précédent, chacun sur une courbe de l'ordre  $m-l$ ; désignons les dernières par  $F$ ,  $\Delta$ ,  $E$ . Les trois courbes composées de l'ordre  $m$ :  $(\Omega, F)$ ,  $(\Omega, \Delta)$ ,  $(\Omega, E)$ , par suite du n<sup>o</sup> 11, forment un faisceau. Donc, les courbes  $F$ ,  $\Delta$ ,  $E$  de l'ordre  $m-l$  le forment aussi.

En résumé nous obtenons le théorème suivant:

*Soient sur le plan trois courbes de l'ordre  $m$ , se coupant en  $ml$  points, situés sur la même courbe de l'ordre  $l$  (ou  $l < m$ ). Alors, ces trois courbes données se coupent encore, deux à deux, en trois groupes de  $m(m-l)$  points, autres que les précédents; chacun de ces groupes de points se place nécessairement sur une courbe de l'ordre  $m-l$ . Les dernières, au nombre de trois, forment un faisceau.*

14<sup>o</sup>. Tandis que les théorèmes précédents ne font que la partie d'un théorème fondamental de la méthode exposée dans ce travail, ils ont tout de même une importance considérable.

Mettons, par exemple, dans le théorème du n<sup>o</sup> 13:  $m=3$ ;  $l=2$ ; Alors;  $ml=6$ ,  $m-l=1$ ;  $m(m-l)=3$ .

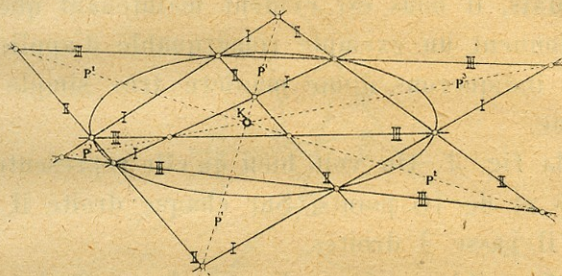
Nous avons donc:

*Soient sur le plan trois courbes de l'ordre trois se coupant en 6 points situés sur la même conique. Alors, ces trois courbes données se coupent encore, deux à deux, en trois ternes des points, autres que*

les précédents; chacun de ces ternes se place nécessairement sur une droite. Les dernières au nombre de trois concourent en un point.

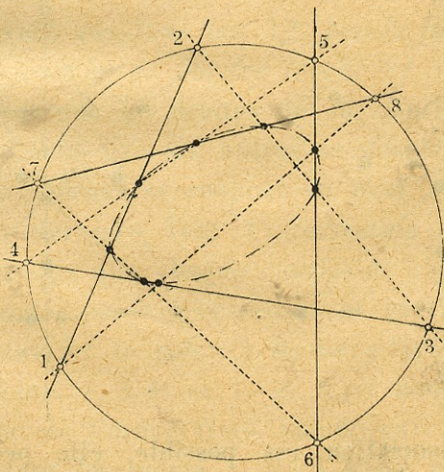
Dans le cas particulier, lorsque les trois courbes données de l'ordre 3 se décomposent en trois ternes des droites, nous obtenons trois droites de Pascal, concourantes en un point de Kirkman ou de Steiner du célèbre hexagramme de Pascal (Fig. 1).

Fig. 1.



Admettons  $m=4$ ;  $l=2$ ; et supposons les courbes de l'ordre 4 décomposées en quaternes des droites. Nous obtenons donc, une propriété intéressante d'un octogone inscrit dans une conique: chaque côté de cet octogone coupe les deux adjacents au côté opposé. Ces 8 points que nous obtenons ainsi se trouvent sur une même conique (Fig. 2).

Fig. 2.



Soient  $m=4$ ,  $l=3$ ; alors,  $ml=12$ ,  $m(m-l)=4$ ,  $m-l=1$ .

Donc, il s'en suit:

Soient sur le plan trois courbes de l'ordre 4 se coupant en 12

points situés sur la même courbe de l'ordre 3. Alors, ces trois courbes données se coupent encore, deux à deux, en trois quaternes des points, autres que les précédents; chacun de ces quaternes se place nécessairement sur une droite. Les dernières, au nombre de trois, concourent en un point.

15°. M. Richmond a rattaché l'étude de l'hexagramme de Pascal aux considérations les plus élémentaires de la Géométrie à 4 dimensions \*). Il a considéré pour cela une figure formée par six points dans l'espace à 4 dimensions. Mais, il nous est évident maintenant que les travaux de cet auteur nous donnent un exemple remarquable d'application de notre méthode. Ici nous indiquerons d'une manière très simple une propriété de cet hexagramme.

Revenons à la fig. 1. On voit bien qu'elle représente une configuration de 12 droites et de 16 points. Sur chaque droite il y a 4 points; par chaque point il passe 3 droites.

Deux cas sont possibles, suivant l'ordre dans lequel on joint six points de la conique par trois ternes des droites: 1) On peut associer les 13 points de la configuration, quatre à quatre, de façon qu'en chaque quaterne concourent toutes les 12 droites, trois par trois. 2) Cela est impossible.

Fig. 3.

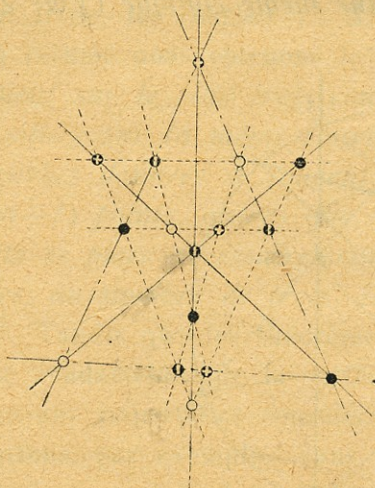
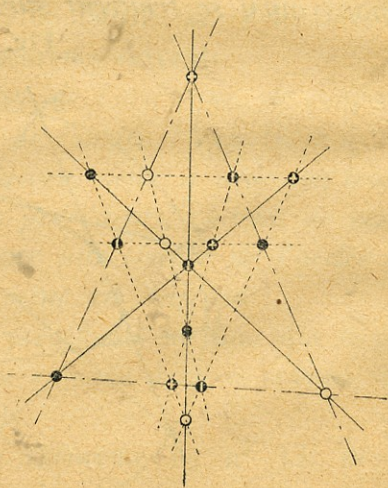


Fig. 4.

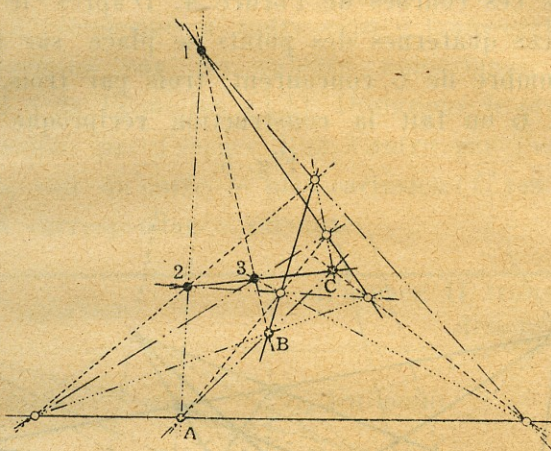


Lorsque cette association est possible, elle peut se faire de deux manières différentes. On voit cela d'après les figures 3 et 4.

\*) Quart. Journ. of pure and applied. Math., t. 31, 1900, p. 125—160. Mathematische Annalen, t. 53, 1900, p. 161—176.

16<sup>o</sup>. Envisageons maintenant le 1) cas. Considérons, suivant le principe de dualité, la configuration réciproque de la fig. 4. La fig. 5.

Fig. 5.



nous donne la configuration de 12 points et de 16 droites. Par chaque point passent 4 droites; sur chaque droite se placent 3 points. De plus, 16 droites sont associées en quaternes, passant chacun par tous les 12 points de la configuration. Sur la fig. 5 chaque quaterne des droites a son tracé spécial.

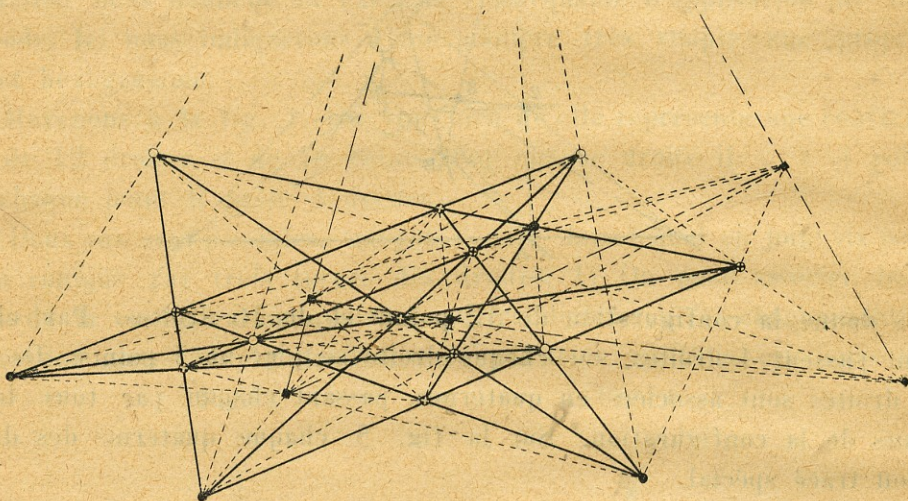
Il est aisé de voir que *tous les 12 points de cette configuration sont sur une même courbe de l'ordre trois.*

En effet, on voit que 10 droites de la configuration passent par les points 2, 3, C; tandis que six autres se décomposent en deux ternes des droites. Ces deux ternes se coupent en neuf points restés de la configuration. Donc, les derniers font l'intersection des deux courbes de l'ordre trois. Il s'en suit que chaque courbe de l'ordre trois, passant par huit de ces neuf points, passe nécessairement par le neuvième. Supposons que ce neuvième point est le point 3 de notre figure. Appliquons le même raisonnement aux points 1, 3, B et 1, 2, A et nous obtiendrons immédiatement qu'une courbe de l'ordre trois, menée par neuf points de notre configuration, exceptant les points 1, 2, 3 passe nécessairement par ces derniers. Mais, il est certain que par neuf points arbitraires du plan on peut toujours mener une courbe de l'ordre trois et la proposition est ainsi démontrée.

17°. Donc, nous avons dans ce cas 4 quaternes des droites (ou 4 courbes de l'ordre 4), passant par les mêmes 12 points, situés sur une courbe de l'ordre 3. Dès lors, il existe encore  $\frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$  quaternes des points d'intersection de ces courbes de l'ordre 4. D'après le théorème du n° 14, chacun de ces quaternes des points se place sur une droite et les dernières, au nombre de 6 concourent, trois par trois, en 4 points.

Sur la fig. 6 on fait la construction réciproque à celle ci dessus.

Fig. 6.



16 points associés en 4 quaternes (sur la fig. 6 chaque quaterne a son signe spécial de forme ronde), correspondent à quatre quaternes de droites de la configuration précédente. Six points carrés (dont le sixième n'est pas montré sur la fig. 6) situés, trois par trois, sur quatre droites, correspondent aux six droites précédentes.

En revenant aux fig. 3 et 4, on voit qu'il existe encore six autres points analogues pour la même configuration.

#### § 4. Le principe de dualité dans l'espace trans-cartésien.

18°. Considérons sur le plan cartésien l'équation générale du second ordre:

$$(11) \quad A_1 u_1^2 + A_2 u_1 u_2 + A_3 u_2^2 + A_4 u_1 + A_5 u_2 + 1 = 0.$$

En transformant cette équation, comme au n° 5, nous obtenons l'équation:

$$(12) \quad A_1 v_1 + A_2 v_2 + A_3 v_3 + A_4 v_4 + A_5 v_5 + 1 = 0,$$



déterminant un espace linéaire à 4 dimensions  $E_4$  dans l'espace trans-cartésien à 5 dimensions. Chaque point de ce dernier est déterminé par les valeurs numériques des variables  $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ .

En tenant compte de l'équation (12), envisageons, suivant le principe de dualité, l'espace réciproque à notre espace trans-cartésien, dont chaque point est déterminé par les valeurs numériques des coefficients  $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)$  de l'équation (12). Désignons le premier de ces deux espaces trans-cartésiens par l'espace I et l'autre par l'espace II.

Il est aisé de voir qu'entre le plan cartésien ( $U$ ) et l'espace II trans-cartésien existe la correspondance suivante:

Le plan cartésien.	L'espace II trans-cartésien à 5 dimensions.
Une conique arbitraire.	Un point.
Quaterne des points d'intersection des deux coniques arbitraires, ou bien, une infinité linéaire du premier degré des coniques passant par ce quaterne des points.	Une droite.
Une infinité linéaire du second degré des coniques (par exemple, toutes les coniques passant par les mêmes trois points donnés).	Un plan.
etc.	etc.
Deux quaternes de coniques situées sur une même conique.	Deux droites concourant en un point correspondant à cette conique.
etc.	etc.

Désignons par  $\Delta$  le discriminant de l'équation du second degré:

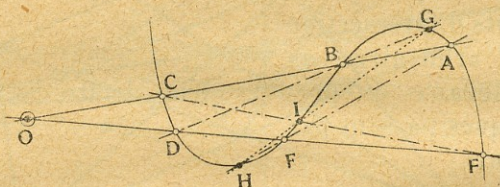
$$\Delta = A_2^2 + A_1 A_3^2 + A_3 A_4^2 - A_2 A_4 A_5 - 4A_1 A_3.$$

Il est certain que, lorsque  $\Delta = 0$ , l'équation (11) représente un couple de droites. D'autre part, dans l'espace II trans-cartésien l'équation  $\Delta = 0$

détermine un espace à quatre dimensions  $\Sigma$  ayant la courbure du troisième degré. Appelons cet espace *l'espace discriminant*. Donc, tous les points de l'espace II correspondant aux coniques décomposées en couples de droites, se placent dans l'espace courbe  $\Sigma$ . Il est évident que chaque plan, mené dans l'espace II trans-cartésien, coupe l'espace discriminant  $\Sigma$  en une courbe de l'ordre 3. Nommons celle-ci *la courbe discriminante*.

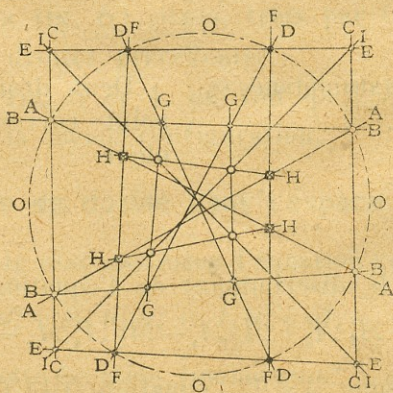
19<sup>o</sup> Menons par un point  $O$  de notre espace II trans-cartésien à 5 dimensions deux droites arbitraires  $OA$  et  $OD$ , déterminant un plan. Envisageons ce plan trans-cartésien (Fig. 7). Deux droites  $OA$  et  $OD$  coupent la courbe discriminante de l'ordre 3 en six points:  $A, B, C, D, E, F$ . Considérons le couple des droites  $AOD$  comme une conique et menons par 6 points  $A, B, C, D, E, F$  un terné des droites  $AF, BD, CE$ . Consi-

Fig. 7.



L'image trans-cartésienne.

Fig. 8.



L'image cartésienne

dérons ce terne comme une autre courbe de l'ordre trois, passant par les mêmes six points de la conique  $AOD$ . Donc, d'après le théorème du n°14, les trois autres points  $G, H, I$  de rencontre de ce terne avec la courbe discriminante sont alignés nécessairement. Il est facile de compter que par 6 points  $A, B, C, D, E, F$  on peut mener 6 différents ternes de droites, analogues au terne  $AF, BD, CE$ . Nous n'en prenons qu'un seul. Dès lors, sur la fig. 7 nous avons obtenu 9 points  $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ , situés sur la courbe discriminante et alignés, en même temps, trois par trois, sur deux ternes de droites:  $AF, BD, CE$  et  $AB, FD, GH$ . Appelons cette figure *l'image trans-cartésienne* et cherchons l'image correspondante sur le plan cartésien.

Mais, nous avons vu qu'à chaque point trans-cartésien, placé en dehors de la courbe discriminante, correspond sur le plan cartésien une conique indécomposable, tandis qu'à chaque point de la courbe discriminante correspond un couple de droites.

La construction est faite sur la fig. 8. La conique arbitraire  $O$  de cette figure correspond au point  $O$  de la fig. 7. Deux quaternes des points  $ABC$  et  $DEF$  correspondent aux droites  $OA$  et  $OF$  de l'image trans-cartésienne etc. La construction est claire à cause de la même désignation des éléments correspondant sur les deux images. Puisque les points  $GHI$  de l'image trans-cartésienne sont alignés, les trois couples de droites:  $II, HH, GG$  de l'image cartésienne concourent nécessairement en un quaterne des points  $GHI$ . Dès lors, l'image cartésienne représente une configuration de 24 points et de 18 droites. Par chaque point passent 3 droites; sur chaque droite se placent 4 points.

20° On peut pousser plus loin le raisonnement précédent et l'appliquer à l'étude des autres propriétés compliquées des configurations planes.

Par exemple, il est facile de choisir 9 points sur le plan, placés trois par trois sur trois ternes de droites. On obtient cela immédiatement, en appliquant le théorème de Pascal à une conique décomposée en couple de droites. D'autre part, il est possible, d'après le n°16, de choisir sur une courbe de l'ordre trois 12 points placés, trois par trois, sur quatre quaternes de droites. Revenons à notre plan trans-cartésien et supposons que sur la courbe discriminante de ce plan sont placés les 9 points précédents. Immédiatement nous obtenons une figure correspondante sur le plan cartésien, représentant une configuration de  $9 \times 2 = 18$  droites et

de  $9 \times 4 = 36$  points. Par chaque point passent trois droites; sur chaque droite se placent 6 points. Donc, la possibilité de cette construction est complètement démontrée. En construisant sur la courbe discriminante 12 points placés, trois par trois, sur 4 quaternes de droites, on obtient sur le plan cartésien une configuration encore plus compliquée: un réseau de  $12 \times 2 = 24$  droites et de  $16 \times 4 = 64$  points. Par chaque point passent 3 droites et sur chaque droite se placent 8 points.

Didi-Djikaïchi.

Le 30 Août, 1919.

---

## DEUX PROPOSITIONS DU CALCUL DES VARIATIONS

Par M. A. Razmadzé.

### I.

#### SUR UN THÉORÈME FONDAMENTAL DU CALCUL DES VARIATIONS.

Le but de cette note est de démontrer d'une façon directe un théorème fondamental du calcul des variations. Nous donnerons d'abord un théorème d'un caractère général nécessaire pour la question considérée.

THÉORÈME.—*Soient  $A(x)$ ,  $B(x)$  deux fonctions continues déterminées dans un intervalle  $(x_1, x_2)$ . Si l'intégrale*

$$I = \int_{x_1}^{x_2} [A(x)y(x) + B(x)y'(x)] dx$$

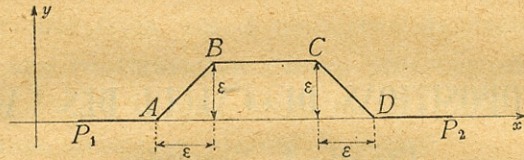
*est nulle pour la forme possible de la fonction  $y(x)$ , admettant une dérivée bornée dans l'intervalle  $(x_1, x_2)$  et s'annulant pour  $x = x_1$  et  $x = x_2$ , il existe une dérivée continue de la fonction  $B(x)$  dans tout l'intervalle  $(x_1, x_2)$  et*

$$\frac{d}{dx} B(x) = A(x).$$

Considérons la fonction  $y(x)$ , définie de la manière suivante:

Soient  $x, \xi$  deux valeurs de  $x$  dans l'intervalle  $(x_1, x_2)$  assez voisines l'une de l'autre et  $\varepsilon$  une quantité positive arbitraire  $< \frac{\xi - x}{2}$ . La courbe représentée par l'équation  $y = y(x)$  passe par les points  $P_1(x_1, y_1)$ ,

$A(x, 0)$ ,  $B(x + \varepsilon, \varepsilon)$ ,  $C(\xi - \varepsilon, \varepsilon)$ ,  $D(\xi, 0)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ . Entre ces points la fonction  $y(x)$  est linéaire comme l'indique la figure.



Comme la fonction  $y(x)$  vérifie les conditions du théorème, l'intégrale  $I$  prise le long de la courbe  $P_1ABCDP_2$  doit être identiquement nulle ou

$$\int_x^{x+\varepsilon} [A(z)(z-x) + B(z)] dz + \varepsilon \int_{x+\varepsilon}^{\xi-\varepsilon} A(z) dz + \int_{\xi-\varepsilon}^{\xi} [A(z)(\xi-z) - B(z)] dz = 0,$$

ou bien

$$(1) \left\{ \begin{aligned} & \int_x^{x+\varepsilon} B(z) dz - \int_{\xi-\varepsilon}^{\xi} B(z) dz + \varepsilon \int_{x+\varepsilon}^{\xi-\varepsilon} A(z) dz \\ & = - \int_x^{x+\varepsilon} A(z)(z-x) dz - \int_{\xi-\varepsilon}^{\xi} A(z)(\xi-z) dz. \end{aligned} \right.$$

Soit  $M$  le maximum de  $|A(x)|$  dans l'intervalle  $(x_1, x_2)$ . De l'équation précédente on déduit:

$$\left| \int_x^{x+\varepsilon} B(z) dz - \int_{\xi-\varepsilon}^{\xi} B(z) dz + \varepsilon \int_{x+\varepsilon}^{\xi-\varepsilon} A(z) dz \right| < M\varepsilon^2.$$

En divisant les deux membres de l'égalité (1) par  $\varepsilon$  et en passant ensuite à la limite pour  $\varepsilon = 0$  on a

$$B(x) - B(\xi) + \int_x^{\xi} A(z) dz = 0,$$

ou bien, en divisant par  $\xi - x$  on trouve

$$(2) \quad \frac{B(\xi) - B(x)}{\xi - x} = \frac{1}{\xi - x} \int_x^{\xi} A(z) dz$$

Cette équation doit être vérifiée pour chaque paire de nombres  $x$ ,  $\xi$  compris entre  $x_1$  et  $x_2$ .

Supposons maintenant la quantité  $x$  constante et faisons tendre  $\xi$  vers  $x$ , alors le membre droit de l'équation (2) tend uniformément vers la limite  $A(x)$ . Par conséquent il existe une limite pour le membre gauche, c'est à dire qu'on a:

$$(3) \quad \frac{d}{dx} B(x) = A(x).$$

L'existence de la dérivée continue de la fonction  $B(x)$  dans tout l'intervalle  $(x_1, x_2)$  est ainsi démontrée.

La condition (3) est non seulement nécessaire, elle est encore suffisante pour que  $I=0$  pour chaque fonction  $y(x)$  de la forme indiquée dans notre théorème.

### THÉORÈME FONDAMENTAL DU CALCUL DES VARIATIONS.

*Si la fonction  $\varphi(x)$  de la classe  $C$  donne un extremum relatif de l'intégrale définie.*

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx$$

*elle vérifie l'équation différentielle*

$$f_y - \frac{d}{dx} f_{y'} = 0.$$

De la forme de la première variation de l'intégrale précédente on déduit:

$$\int_{x_1}^{x_2} [f_y \eta(x) + f_{y'} \eta'(x)] dx = 0$$

pour chaque fonction  $\eta(x)$ , admettant une dérivée bornée et s'annulant pour  $x=x_1$  et  $x=x_2$ .

D'après le théorème précédent on a

$$f_y - \frac{d}{dx} f_{y'} = 0$$

et le théorème fondamental du calcul des variations est ainsi démontré.

En tenant compte du même théorème on déduit que la dérivée de la fonction  $f_{y'}(x, y(x), y'(x))$  existe et qu'elle est continue dans tout l'intervalle  $(x_1, x_2)$ .

## II.

### WEIERSTRASS-ის E ფუნქციის დაწლა კოუსიანი წარსილის მახლოვლებად.

#### I შესავალი.

1. განვიხილოთ ვარიაციათა აღრიცხვის ძირითადი პრობლემა, რომელიც შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

ვიპოვოთ

$$I_{P_1}^{P_2} = \int_{t_1}^{t_2} F(x, y, x', y') dt$$

ინტეგრალის შედარებითი ექსტრემუმი იმ მისაღებ მრუდთა ფუნქციონალურს არეში, რომელნიც ორს აღებულს  $P_1(x_1, y_1)$  და  $P_2(x_2, y_2)$  წერტილს აერთებენ.

ოთხი ცვალეზადის  $F(x, y, x', y')$  ფუნქცია თავის წარმოებულეებითურთ მესამე რიგამდე განუწყვეტელია, როდესაც  $(x, y)$  იმყოფება  $x, y$  სიბრტყის  $R$  არეში და  $(x', y')$ -ის ყოველი დაბოლოვებული მნიშვნელობისათვის, რომლისათვისაც  $x'^2 + y'^2 \neq 0$ . იგივე  $F$  ფუნქცია აკმაყოფილებს ერთგვარობის პირობას ორი უკანასკნელი ცვალეზადის შესახებ:

$$F = x' F_{x'} + y' F_{y'}$$

საზოგადოდ ეს პრობლემა იძლევა ორნაირი სახის ექსტრემალს: ან ეს არის ექსტრემალი განუწყვეტელი შემხებით ან და ქუთხისებრი ექსტრემალი.

როგორც პირველი სახის, ეგრეთვე მეორე სახის ექსტრემლის ყოველი ხაზოვნური  $(x, y, \frac{y'}{x'})$  ელემენტი აკმაყოფილებს Euler-ის დიფერენციალურს შეთანასწორებას:

$$F_{x y'} - F_{y x'} + F_1(x' y'' - y' x'') = 0;$$



მაგრამ, მიუხედავად ამისა, მათ შორის ერთი არსებითი განსხვავებაა: იმ დროს როცა დასაბამი  $P_1$  წერტილის თავისუფალი ამორჩევა პირველი გვარის ექსტრემალზე არავითარს გავლენას არ იქონიებს ინტეგრალის ექსტრემუმზე, ამავე დროს კუთხისებრი ექსტრემალი  $I$  ინტეგრალს მხოლოდ მაშინ ანიჭებს ექსტრემუმს, როცა დასაბამი  $P_1$  წერტილი *Carathéodory*-ს  $E_0$  წერტილის მარჯვნივ იმყოფება.

თუ  $t$  პარამეტრის მნიშვნელობას  $E_0$  წერტილისათვის  $e_0$ -თ აღვნიშნავთ, ხოლო დასაბამ  $P_1$  წერტილისათვის  $t_1$ -თ, მაშინ სულ ახლა ნათქვამის გამო კუთხისებრ ექსტრემლისათვის აუცილებელია, რომ

$$t_1 > e_0 .$$

ახლა ბუნებრივია კითხვა: რა მიზეზების გამო ხდება კუთხისებრ ექსტრემალზე დასაბამ წერტილის თავისუფალი ამორჩევის შეზღუდვა?

ვინაიდან ჩვეულებრივი (განუწყვეტელ-შემგებ ხაზიან) ექსტრემლისათვის ასეთს შეზღუდვას ალავი არ აქვს, ამიტომ თავისთავად ცხადია, რომ პასუხი წამოყენებულ კითხვაზე იმ განსაკუთრებულს პირობებში უნდა ვეძებოთ, რომელნიც კუთხისებრ ექსტრემლის განსაკუთრებულ სახიდან გამომდინარეობენ.

საქმე გარკვეული რომ იქნეს, ვთქვათ მეორე გვარის ექსტრემალს მხოლოდ ერთი კუთხიანი  $K_0(x_0, y_0)$  წერტილი აქვს; ამ წერტილზე  $x', y'$  წარმოებულთაგან ერთი მათგანი მაინც განიცდის წყვეტას. ვთქვათ  $x'_0, y'_0$  და  $\bar{x}'_0, \bar{y}'_0$  არის ამ წარმოებულთა მნიშვნელობანი  $K_0$  წერტილზე მარცხნივ და მარჯვნივ შესაბამისად. მაშინ კუთხიან წერტილის ორი ელემენტი:  $(x_0, y_0, \frac{y'_0}{x'_0})$  და  $(x_0, y_0, \frac{\bar{y}'_0}{\bar{x}'_0})$  Euler-ის შეთანასწორების გარდა *Erdmann-Weierstrass*-ის

ორს პირობასაც აკმაყოფილებს:

$$(1) \quad \begin{aligned} F_{x'}(x_0, y_0, x'_0, y'_0) &= F_{x'}(x_0, y_0, \bar{x}'_0, \bar{y}'_0) \\ F_{y'}(x_0, y_0, x'_0, y'_0) &= F_{y'}(x_0, y_0, \bar{x}'_0, \bar{y}'_0) . \end{aligned}$$

ეს ორი პირობა კუთხისებრი ექსტრემალს განსაკუთრებული სახის უშუალო შედეგია, და სწორედ ამიტომ ეს არის მიზეზი იმ არსებითი განსხვავებისა, რომელიც ორგვარ ექსტრემალს შორის არსებობს.

ამ შრომის მიზანი არის გამოიკვლიოს, თუ რა სახით შეუძლია ამ ორ უკანასკნელ შეთანასწორებას შეზღუდოს დასაბამი წერტილის თავისუფალი ამორჩევა კუთხისებრ ექსტრემალზე

2. შემდეგში ორი ექსტრემუმიდან (*minimum* და *maximum*) საუბარი გვექნება მხოლოდ პირველს მათგანზე (მინიმუმზე).

ამას გარდა ვგულისხმობთ, რომ *Legendre*-ისა და *Jacobi*-ს ჩვეულებრივი მინიმუმის პირობები  $P_1 K_0$  და  $K_0 P_2$  ოდრიკლებსათვის:

$$(2) \quad \begin{aligned} F_1 > 0 \quad \text{და} \quad \bar{F}_1 > 0 \\ t_1 > t'_0 \quad t_2 < t'_0 \end{aligned}$$

შესრულებული არიან მჭიდროდ\*);  $t_0$  და  $t'_0$  არიან  $t$  პარამეტრის მნიშვნელობანი  $K'_0$  და  $\bar{K}'_0$  ფოკუსებისათვის, რომელნიც  $K_0$  წერტილთან შეუღლებული არიან  $P_1 K_0$  და  $K_0 P_2$  ექსტრემლებზე შესაბამისად.  $F_1$  ფუნქციას აქვს შემდეგი მნიშვნელობა:

$$(3) \quad F_1 = \frac{F_{x'x'}}{y'^2} = -\frac{F_{x'y'}}{x'y'} = \frac{F_{y'y'}}{x'^2}$$

## II. E ფუნქციის დაშლა.

3. ვთქვათ ჩვენი პრობლემისათვის კუთხისებრი ექსტრემალი, რომელიც ორს ადებულს  $P_1(x_1, y_1)$  და  $P_2(x_2, y_2)$  წერტილს აერთებს არის  $\mu_0 (P_1 K_0 P_2)$ , (ნაკ. 1).

ვთქვათ  $\mu_0$  ექსტრემლის მარცხენა შტოსი შეთანასწორება არის

$$x = x(t), y = y(t) \quad t_1 \leq t \leq t_0,$$

ხოლო

$$x = \bar{x}(\tau), y = \bar{y}(\tau) \quad \tau_0 \leq \tau \leq \tau_2$$

იმავე ექსტრემლის მარჯვენა შტოსი შეთანასწორებაა.

განვავარძოთ ახლა  $K_0 P_2$  ხაზი  $K_0$  წერტილის მარცხნივ და გავიყვანოთ  $P_1$  წერტილიდან ექსტრემლების კონა, რომელიც  $P_1 K_0$  ხაზს შეიცავს. ვინაიდან  $P_1 K_0$  და  $K_0 P_2$  ერთმანეთს ისე გადაკვეთენ, რომ შეადგენენ კუთხეს, რომელიც არ არის ნული და  $\pi$ , ამიტომ გაყვანილი კონის ყოველი ხაზი  $L P_2$  ექსტრემალს ერთს და მხოლოდ ერთს წერტილზე გადაკვეთს.

ვთქვათ

$$(a) \quad x = \varphi(t, a) \quad y = \psi(t, a)$$

\*) შემდეგში, თუ F თავის წარმოებულთა ერთ ადნიშნულია ხაზით, მაშინ მისი არგუმენტები მიეკუთვნებიან  $\mu_0$  ექსტრემლის მარჯვენა შტოს, წინააღმდეგ შემთხვევაში ისინი მიეკუთვნებიან მარცხენა შტოს.

ამ კონის შეთანასწორებაა და  $a = a_0$  არის  $a$  პარამეტრის მნიშვნელობა  $P_1 K_0$  ექსტრემლისათვის.

მთელს  $LP_2$  ხაზზე გვექნება:

$$\varphi(t, a) = x(\tau), \quad \psi(t, a) = y(\tau)$$

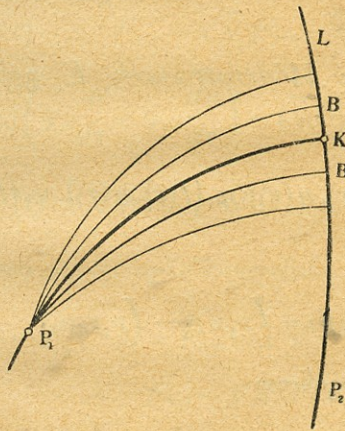
ეს ორი შეთანასწორება შესრულებულია  $t, a, \tau$ -ს მნიშვნელობათა შემდეგ სისტემისათვის:

$$t = t_0, a = a_0, \tau = \tau_0.$$

ვინაიდან  $K_0$  წერტილი  $P_1$  წერტილთან შეუღლებული არ არის, ე. ი.

$$\Delta(t, a) = \varphi_t \psi_a - \psi_t \varphi_a$$

არ ისობა  $t = t_0, a = a_0$  მნიშვნელობათათვის, ამიტომ ეს ორი შეთანასწორება შეგვიძლია  $t$  და  $a$ -ს შესახებ გადაწყვიტოთ.



ნაკ. 1.

აღვნიშნოთ ეს გადაწყვეტილებანი:

$$t = t(\tau) \quad a = a(\tau);$$

ამ ფუნქციათა წარმოებულთათვის გვექნება:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{x' \psi_a - y' \varphi_a}{\Delta} \quad \frac{da}{d\tau} = \frac{y' \varphi_t - x' \psi_t}{\Delta}$$

$LP_2$  ხაზზე  $\tau$  პარამეტრი იზრდება მარცხნიდან მარჯვნივ დამკვირვებელი-

სათვის, რომელიც  $P_1 K_0$  შტოს რომელსამე წერტილზე იმყოფება და  $LP_2$  ხაზს წინ უყურებს.

კუთხისებრ  $\epsilon_0$  ექსტრემალზე ავიღოთ  $K_0$  წერტილის საკმაოდ მახლობლობაში მის მარცხნივ და მარჯვნივ  $B$  და  $B'$  წერტილები შესაბამისად. ვთქვათ  $\tau$  პარამეტრის მნიშვნელობა პირველისათვის არის  $\tau_0 - \epsilon$ , ხოლო უკანასკნელისათვის  $\tau_0 + \epsilon'$ , სადაც  $\epsilon$  და  $\epsilon'$  არიან დადებითნი.

განვიხილოთ ახლა კუთხისებრი მრუდები  $P_1 B P_2$  და  $P_1 B' P_2$ , რომელნიც შედგენილი არიან ჩვენი კონის  $P_1 B$  და  $P_1 B'$  ხაზებისაგან ერთი მხრით, ხოლო  $LP_2$  ექსტრემალის  $B K_0$  და  $K_0 B'$  ნაწილებისაგან მეორე მხრივ.

მე-2 უთანასწორობათა ძალით ( $a$ ) კონა არეს (*Feld*) შეადგენს და ამიტომ მისთვის ალავი აქვს *Weierstrass*-ის თეორემას, ე. ი.

$$(4) \quad \Delta I_{(B)} = I_{P_1 B P_2} - I_{P_1 K_0 P_2} = \int_{\tau_0 - \epsilon}^{\tau_0} \mathcal{G}(\tau) d\tau,$$

სადაც  $\mathcal{G}(\tau)$  შემოკლებულად *Weierstrass*-ის  $E$  ფუნქციას შემდეგ მნიშვნელობას აღნიშნავს:

$$\mathcal{G}(\tau) = E\left(\varphi(t(\tau), a(\tau)), \psi(t(\tau), a(\tau)); \varphi_1(t(\tau), a(\tau)), \psi_1(t(\tau), a(\tau)); x'(\tau), \bar{y}'(\tau)\right).$$

რაც შეეხება სხვაობას:

$$\Delta I_{(B')} = I_{P_1 B' P_2} - I_{P_1 K_0 P_2},$$

იგი ასე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ

$$\Delta I_{(B')} = -(I_{P_1 K_0} + I_{K_0 B'} - I_{P_1 B})$$

საიდანაც იმავე თეორემის ძალით გვექნება:

$$(5) \quad \Delta I_{(B')} = - \int_{\tau_0}^{\tau_0 + \epsilon'} \mathcal{G}(\tau) d\tau.$$

მაგრამ *minimum*-ისათვის აუცილებელია, რომ

$$\Delta I_{(B)} < 0 \quad \Delta I_{(B')} < 0.$$

ამიტომ, მივიღებთ რა მხედველობაში (4) და (5) ფორმულებს, შეგვიძლია შემდეგი დებულება გამოვთქვათ:

კუთხისებრ ეო ექსტრემალმა  $I$  ინტეგრალს *minimum*-ი რომ მიაწიჭოს, ამისათვის აუცილებელია, რომ  $\mathcal{L}(\tau)$  ფუნქცია დადებითი იყოს სანამ  $\tau$ -ს მნიშვნელობა  $\tau = \tau_0$  წერტილზე გადავიდოდეს, ხოლო უარყოფითი მას შემდგომ, როცა  $\tau$  ამ უკანასკნელს წერტილს გადაშორდება.

უკვე ამ დებულებიდან ჩანს, რომ  $\tau = \tau_0$  წერტილზე  $E$  ფუნქცია ისპობა, რაიცა *Weierstrass-Erdmann*-ის (1) პირობათაგანაც უშუალოდ ნათელია.

რომ გავიგოთ, თუ რა პირობებში იქნება  $\mathcal{L}(\tau)$  ფუნქცია დადებითი  $\tau_0$  წერტილის მარცხნივ, ხოლო უარყოფითი ამ წერტილის მარჯვნივ, ამისათვის დავშალოთ ეს ფუნქცია  $\tau = \tau_0$  წერტილის მეზობლობაში.

ვიპოვოთ  $\frac{dE}{d\tau}$

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= F_x \bar{x}'(\tau) + F_y \bar{y}'(\tau) - \bar{x}'^2 F_{xx} - \bar{x}' \bar{y}' F_{xy} - \bar{x}' \bar{y}' F_{yx} - \bar{y}'^2 F_{yy} \\ &- (\bar{x}' F_{xxy} + \bar{y}' F_{yyx}) \left( \varphi_{II} \frac{dt}{d\tau} + \varphi_{Ia} \frac{da}{d\tau} \right) - (\bar{x}' F_{xyy} + \bar{y}' F_{yyx}) \left( \psi_{II} \frac{dt}{d\tau} + \psi_{Ia} \frac{da}{d\tau} \right) \\ &+ \bar{F}_x \bar{x}''(\tau) + \bar{F}_y \bar{y}''(\tau) - \bar{x}''(\tau) F_x - \bar{y}''(\tau) F_y. \end{aligned}$$

მივიღოთ ახლა *Weierstrass*-ის აღნიშნულებანი:

$$\begin{aligned} L &= F_{xx} - y' y'' F_1, \quad M = F_{xy} + x' y'' F_1 = F_{yx} + y' x'' F_1, \\ N &= F_{yy} - x' x'' F_1, \end{aligned}$$

მაშინ უკანასკნელი შეთანასწორება მე-3 ფორმულების ძალით ასე გადმოიწერება

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= (\bar{L} \bar{x}'^2 + 2 \bar{M} \bar{x}' \bar{y}' + \bar{N} \bar{y}'^2) - \bar{x}'^2 F_{xx} - \bar{x}' \bar{y}' F_{xy} - \bar{x}' \bar{y}' F_{yx} - \bar{y}'^2 F_{yy} \\ &+ (\bar{y}' \varphi_I - \bar{x}' \psi_I) F_1 \left[ (\psi_I \varphi_{II} - \varphi_I \psi_{II}) \frac{dt}{d\tau} + (\psi_I \varphi_{Ia} - \varphi_I \psi_{Ia}) \frac{da}{d\tau} \right] \\ &+ \bar{x}'' [\bar{F}_x - F_x] + \bar{y}'' [\bar{F}_y - F_y]. \end{aligned}$$

როდესაც  $\frac{dt}{d\tau}$  და  $\frac{da}{d\tau}$  წარმოებულებს შესაბამი მნიშვნელობით შევცვლით, მა-

შინ ის სიდიდე, რომელიც ამ უკანასკნელი თანასწორობის სწორ ფრჩხილებში იძყოფება, შემდეგნაირად გადმოიწერება

$$(\psi_1 \varphi_{11} - \varphi_1 \psi_{11}) \frac{dt}{d\tau} + (\psi_1 \varphi_{1a} - \varphi_1 \psi_{1a}) \frac{da}{d\tau} = -(\bar{y}' \varphi_1 - \bar{x}' \psi_1) \frac{\Delta_t}{\Delta} + \varphi_{11} \bar{y}' - \psi_{11} \bar{x}',$$

და ამიტომ

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= \bar{L} \bar{x}'^2 + 2 \bar{M} \bar{x}' \bar{y}' + \bar{N} \bar{y}'^2 - L \bar{x}'^2 - 2 M \bar{x}' \bar{y}' - N \bar{y}'^2 - (\bar{y}' \varphi_1 - \bar{x}' \psi_1)^2 F_1 \frac{\Delta_t}{\Delta} \\ &+ \bar{x}'' (F_{x'} - F_{x'}) + \bar{y}'' (F_{y'} - F_{y'}). \end{aligned}$$

აღვნიშნოთ ახლა

$$\mathfrak{L} = \bar{L} - L, \quad \mathfrak{M} = \bar{M} - M, \quad \mathfrak{N} = \bar{N} - N.$$

ვთქვათ  $\Theta(t, t_1)$  არის *Jacobi*-ის დიფერენციალური შეთანასწორების ის ინტეგრალი, რომელიც  $t = t_1$  მნიშვნელობისათვის ისპობა. მაშინ

$$\Delta(t, a_0) = C \Theta(t, t_1), \quad \Delta_t(t, a_0) = C \Theta_t(t, t_1),$$

ამიტომ  $\frac{dE}{d\tau}$  წარმოებულის უკანასკნელი გამოხატულება ესე გადმოიწერება:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\tau} &= \mathfrak{L} \bar{x}'^2 + 2 \mathfrak{M} \bar{x}' \bar{y}' + \mathfrak{N} \bar{y}'^2 - (\bar{y}' \varphi_1 - \bar{x}' \psi_1)^2 F_1 \frac{\theta_t(t, t_1)}{\theta(t, t_1)} \\ &+ \bar{x}'' (F_{x'} - F_{x'}) + \bar{y}'' (F_{y'} - F_{y'}). \end{aligned}$$

ჩავსვათ უკანასკნელი შეთანასწორებაში  $t = t_0$  და აღვნიშნოთ  $\mathfrak{L}$ ,  $\mathfrak{M}$  და  $\mathfrak{N}$  სიდიდეთა მნიშვნელობანი ამ წერტილზე  $\mathfrak{L}_0$ ,  $\mathfrak{M}_0$  და  $\mathfrak{N}_0$  შესაბამისად, მაშინ *Weierstrass-Erdmann*-ის პირობათა ძალით გვექნება

$$\left( \frac{dE}{d\tau} \right)_{\tau=\tau_0} = \mathfrak{L}_0 \bar{x}'_0{}^2 + 2 \mathfrak{M}_0 \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \mathfrak{N}_0 \bar{y}'_0{}^2 - (\bar{y}'_0 \varphi_0 - \bar{x}'_0 \psi_0)^2 F_1 \frac{\theta_t(t_0, t_1)}{\theta(t_0, t_1)},$$

საიდანაც მივიღებთ *E* ფუნქციის დაშლას

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\tau) &= (\tau - \tau_0) \left( (\mathfrak{L}_0 \bar{x}'_0{}^2 + 2 \mathfrak{M}_0 \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \mathfrak{N}_0 \bar{y}'_0{}^2) - (\bar{y}'_0 \varphi_0 - \bar{x}'_0 \psi_0)^2 F_1 \frac{\theta_t(t_0, t_1)}{\theta(t_0, t_1)} \right) \\ &+ \frac{(\tau - \tau_0)^2}{2} K, \end{aligned}$$

$K$  ერთი დაბოლოვებული რიცხვზე ნაკლებია.

ამ დაშლაში საინტერესოა ის არის, რომ  $\mathcal{G}(\tau)$  აღმოჩნდა ფუნქცია არა მარტო  $\tau$  ცვალებადის, არამედ  $t_1$  პარამეტრისაც, ე. ი.  $\mathcal{G}$  ფუნქციის მნიშვნელობა დამოკიდებულია არა მარტო ექსტრემალთა ( $a$ ) კონის ბოლო წერტილების მდებარეობიდან, არამედ  $\eta_0$  ექსტრემლის დასაბამ  $P_1$  წერტილის მდებარეობიდანაც, რომლიდანაც ( $a$ ) კონის ყველა ექსტრემალი გამოდის. ეს გარემოება მეტად დამახასიათებელია Weierstrass-ის  $E$  ფუნქციის აგებულებისათვის ამ შემთხვევაში.

რა გვარის უნდა იყოს აღნიშნული დამოკიდებულება  $\mathcal{G}(\tau)$  ფუნქციისა და  $P_1$  წერტილის შორის, რომ minimum-ის ზემოაღნიშნული პირობა შესრულდეს?

თავისთავად ცხადია  $\mathcal{G}(\tau)$  დადებითი რომ შეიქნეს  $\tau$  ცვალებადის ყოველი მნიშვნელობისათვის, რომელიც  $<$  ვიდრე  $\tau_0$  და უაუყოფითი  $\tau$ -ს იმ მნიშვნელობისათვის, რომელიც  $>$  ვიდრე  $\tau_0$  საკმარისია ამისათვის, რომ  $t_1$  აკმაყოფილებდეს უთანასწორობას:

$$(6) \quad \xi_0 \bar{x}'_0{}^2 + 2 \mathfrak{M}_0 \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \mathfrak{M}_0 \bar{y}'_0{}^2 - (\bar{y}'_0 \bar{x}'_0 - \bar{x}'_0 \bar{y}'_0)^2 F_1 \frac{\theta_l(t_0, t_1)}{\theta(t_0, t_1)} < 0.$$

განვიხილოთ ახლა ფუნქცია

$$\Psi(t) = \xi_0 \bar{x}'_0{}^2 + 2 \mathfrak{M}_0 \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \mathfrak{M}_0 \bar{y}'_0{}^2 - (\bar{y}'_0 \bar{x}'_0 - \bar{x}'_0 \bar{y}'_0)^2 F_1 \frac{\theta_l(t_0, t)}{\theta(t_0, t)}$$

ვინაიდან შეფარდება

$$\frac{\theta_l(t_0, t)}{\theta(t_0, t)}$$

მოზარდია  $t$  ცვალებადის შესახებ, ამიტომ  $\Psi(t)$  ფუნქცია კლებულობს, როდესაც  $t$  იზრდება.

ვთქვათ  $h_0$  არის  $t$  ცვალებადის ის მნიშვნელობა, რომლისათვისაც

$$(7) \quad \Psi(h_0) = 0,$$

მაშინ მე-6 უთანასწორობა შესრულდება ყოველთვის, როცა  $t_1 > h_0$ . ამნაირად პასუხი წამოყენებულ კითხვაზე შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

კუთხისებრ  $\eta_0$  ექსტრემალმა  $I$  ინტეგრალს minimum-ი რომ მიანიჭოს, ამისათვის აუცილებელია და საკმარისია, რომ

$$t_1 > h_0.$$

ამით გამოორკვეულია ის მიზეზი, რის გამოც ხდება დასაბამი წერტილის თავისუფალ ამორჩევის შეზღუდვა კუთხისებრ ექსტრემალზე.

4. გადავდივართ ახლა  $H_0$  ფოკუსის გეომეტრიული მნიშვნელობის განხილვაზე.

$LP_2$  ხაზის წერტილებიდან, რომელნიც  $K_0$  წერტილის საკმაო მახლობლობაში იმყოფებიან, გავიყვანოთ ექსტრემლები ისეთი მიმართულებით, რომ  $E$  ფუნქცია ყველა ამ ექსტრემლისათვის  $LP_2$  ხაზის წერტილებზე ნული იყოს იგივეობურად. თავისთავად ცხადია, რომ ვინაიდან კუთხისებრ  $\psi_0$  ექსტრემლისათვის  $E$  ფუნქცია ნულია  $K_0$  წერტილზე, ამიტომ  $P_1 K_0$  ხაზი ერთი ასეთი ექსტრემალთაგანია.

დავამტკიცოთ ჯერ, რომ ექსტრემლების ასეთი გაყვანა ყოველთვის არის შესაძლო.

ვთქვათ  $\vartheta$  გასაყვანი ექსტრემლის შემგებ ხაზის კუთხეა  $(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau))$  წერტილზე და ქერძოდ  $\vartheta = \vartheta_0$  არის  $\vartheta$ -ს მნიშვნელობა  $P_1 K_0$  ექსტრემლისთვის. ამ ექსტრემლების აგებულებიდან აშკარად ჩანს, რომ  $\vartheta$  აკმაყოფილებს შეთანასწორებას

$$(3) \quad F(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau), \bar{x}'(\tau), \bar{y}'(\tau)) - \bar{x}'(\tau) F_{x'}(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau), \cos\vartheta, \sin\vartheta) - \bar{y}'(\tau) F_{y'}(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau), \cos\vartheta, \sin\vartheta) = 0,$$

რომელიც კერძოდ შესრულებულია  $\tau = \tau_0$ ,  $\vartheta = \vartheta_0$  მნიშვნელობათათვის, ე. ი.  $K_0$  წერტილზე.

ეს შეთანასწორება შეგვიძლია გადავწყვიტოთ ამ უკანასკნელი მნიშვნელობათა საკმაო მახლობლობაში  $\vartheta$  ცვალებადის შესახებ.

მართლაც, ამ შეთანასწორების მარცხენა წევრის წარმოებულნი  $\vartheta$ -ს შესახებ არის

$$-\bar{x}'(\tau)(-F_{x'x'} \sin\vartheta + F_{x'y'} \cos\vartheta) - \bar{y}'(\tau)(-F_{y'x'} \sin\vartheta + F_{y'y'} \cos\vartheta),$$

რომელიც, როდესაც (3) ფორმულებს მივიღებთ მხედველობაში ასე გადმოიწერება:

$$(\bar{x}'(\tau) \sin\vartheta - \bar{y}'(\tau) \cos\vartheta) F_1;$$

მაგრამ ეს უკანასკნელი სიდიდე ნული არ არის  $K_0$  წერტილზე და ამიტომ თანახმად ძირითადი თეორემისა არაცხადი ფუნქციის შესახებ, მე-8 შეთანა-



სწორება მართლაც შეიძლება გადაწყდეს  $K_0$  წერტილის საკმაო მახლობლობაში  $\vartheta$ -ს შესახებ. აღნიშნოთ ეს გადაწყვეტილება

$$\vartheta = \vartheta(\tau);$$

მაშასადამე მოსაძებნი ექსტრემლები უნდა გავიყვანოთ  $\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau)$  წერტილებიდან  $\vartheta(\tau)$  მიმართულებით, რაიცა ყოველთვის არის შესაძლო.

ვთქვათ

$$(\lambda) \quad x = p(t, \lambda) \quad y = q(t, \lambda)$$

ამ ექსტრემლების სიმრავლის შეთანასწორებაა და  $t = t(\tau), \lambda = \lambda(\tau)$  არის  $\tau$  და  $\lambda$  პარამეტრების მნიშვნელობანი  $LP_2$  ექსტრემალზე. დავამტკიცოთ ახლა შემდეგი თეორემა:

**თეორემა.** —  $H_0(h_0)$  წერტილი არის  $(\lambda)$  სიმრავლის ფოკუსი  $P_1 K_1$  ექსტრემალზე.

მე-8 იგივეობა გადმოვწეროთ შემდეგნაირად

$$F(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau), \bar{x}'(\tau), \bar{y}'(\tau)) - \bar{x}'(\tau) F_{x'}(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau), p_t(t, \lambda), q_t(t, \lambda)) - \bar{y}'(\tau) F_{y'}(\bar{x}(\tau), \bar{y}(\tau), p_t(t, \lambda), q_t(t, \lambda)) = 0,$$

სადაც  $t$  და  $\lambda$  არიან  $\tau$ -ს ზემოთაღნიშნული ფუნქციები.

ვაწარმოთ ეს ეგივეობა  $\tau$ -ს შესახებ; მაშინ სრულებით იმავე მსჯელობით, როგორც  $n^0$  3, მივიღებთ

$$\begin{aligned} & \mathfrak{L} \bar{x}'^2 + 2 \mathfrak{M} \bar{x}' \bar{y}' + \mathfrak{N} \bar{y}'^2 - (\bar{y}' p_t - \bar{x}' q_t)^2 F_1 \frac{\Delta_t(t(\tau), \lambda(\tau))}{\Delta(t(\tau), \lambda(\tau))} \\ & + \bar{x}'' (F_{x''} - F_{x'}) + \bar{y}'' (F_{y''} - F_{y'}) = 0 \end{aligned}$$

ჩავსვათ ამ იგივეობაში  $\tau = \tau_0$ , მაშინ იგი მიიღებს სახეს:

$$\mathfrak{L}_0 \bar{x}'_0{}^2 + 2 \mathfrak{M}_0 \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \mathfrak{N}_0 \bar{y}'_0{}^2 - (\bar{y}'_0 p'_0 - \bar{x}'_0 q'_0)^2 F_1 \frac{\Delta_t(t_0, \lambda_0)}{\Delta(t_0, \lambda_0)} = 0.$$

შევადარებთ რა ამ თანასწორობას წინეთ მიღებულს მე-7 თანასწორობასთან, ვკვებება

$$\frac{\Delta_t(t_0, \lambda_0)}{\Delta(t_0, \lambda_0)} = \frac{\theta_t(t_0, h_0)}{\theta(t_0, h_0)}.$$

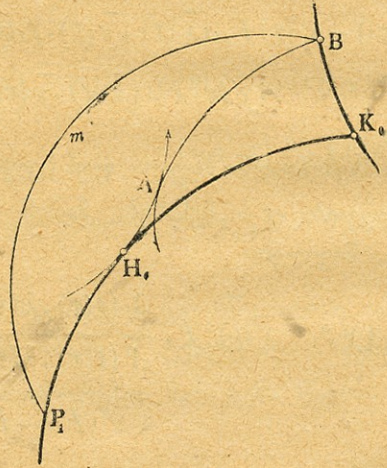
მაგრამ

$$\frac{\theta_l(t_0, t)}{\theta(t_0, t)}$$

ფუნქცია დაწყებული  $t_0$  მნიშვნელობიდან  $t_0$  მნიშვნელობამდე მოზარდია  $t$  ცვლადის შესახებ, ამიტომ ამ უკანასკნელი თანასწორებიდან სრულებით ნათელია ის, რომ  $H_0(h_0)$  წერტილი მართლაც არის  $(\lambda)$  სიმრავლის ფოკუსი და ჩვენი თეორემაც დამტკიცებულია.

$E$  ფუნქციის დაშლა, რომელიც მივიღეთ  $n^{\circ} 3$ , გვიხსნის წმინდა ანალიტიკური მოსაზრებით იმ მიზეზს, რის გამოც ხდება დასაბამი  $P_1$  წერტილის თავისუფალ ამორჩევის შეზღუდვა კუთხისებრ ექსტრემალზე. მაგრამ მას შემდგომ, რაც რომ ვიცით  $H_0$  წერტილის გეომეტრიული მნიშვნელობა, შეგვიძლია ხსენებული მიზეზი გეომეტრიული მოსაზრებითაც აღმოვაჩინოთ.

მართლაც, ვთქვათ  $P_1$  წერტილი იყოფება  $H_0$  წერტილის მარჯვნივ. ვაიყვანოთ ამ წერტილიდან ისეთი  $P_1 m B$  ექსტრემალი, რომელმაც  $LP_2$  ხაზი  $B$  წერტილზე გადაჰკვეთოს (ნაკ. 2).



(ნაკ. 2).

ავილოთ ახლა  $(\lambda)$  სიმრავლის ექსტრემალი, რომელიც გამოდის  $B$  წერტილიდან. ვთქვათ ეს უკანასკნელი ექსტრემალი  $(\lambda)$  სიმრავლის მომხვევს  $A$  წერტილზე შეეხება. მაშინ  $(\lambda)$  სიმრავლის განსაკუთრებულ აგებულების გამო:

$$I_{P_1 H_0} + I_{H_0 A} + I_{AB} + I_{BK_0} - I_{P_1 H_0 K_0} = 0.$$

მაგრამ

$$I_{P_1 m B} < I_{P_1 H_0} + I_{H_0 A} + I_{AB},$$

ამიტომ უკანსკნელი თანასწორობის ძალით გვექნება

$$I_{P_1 m B} + I_{BP_2} < I_0,$$

როცა ამტკიცებს, რომ კუთხისებრი ე, ექსტრემალი  $I$  ინტეგრალს *minimum*-ს ვერ მიანიჭებს, თუ რომ  $P_1$  წერტილი  $H_0$  ფოკუსის მარჯვნივ იმყოფება.

5. დავგრჩა ახლა მხოლოდ ჩვენ მიერ მიღებულის  $H_0 (h_0)$  წერტილისა და Carathéodory-ს  $E_0(e_0)$  წერტილის შორის დამოკიდებულების მოძებნა.

უკვე ცნობილია \*) , რომ  $E_0(e_0)$  წერტილი არას იმ კუთხისებრ ექსტრემალთა სიმრავლის ფოკუსი  $P_1 K_0$  ხაზზე, რომელთა წვეროების მრუდი (Knickpunktskurve) შეეხება  $K_0 P_2$  ხაზს  $K_0$  წერტილზე.

მაგრამ საზოგადოდ წვეროების მრუდის კოორდინატები აკმაყოფილებენ შეთანასწორებას

$$E(x, y; x', y'; \bar{x}, \bar{y}) = 0,$$

სადაც  $x', y'$  და  $\bar{x}, \bar{y}'$  არიან გამოანგარიშებული  $x$ -ისა და  $y$ -ის შესახებ Erdmann-Weirstrass-ის პირობების საშუალებით; ამიტომ თუ  $T$  აღნიშნავს წვეროების მრუდის შემხების  $t_x$ -ს, მაშინ უკანსკნელი თანასწორობის ძალით გვექნება

$$(9) \bar{x}' \frac{\partial (\bar{F}_{x'} - F_{x'})}{\partial x} + \bar{y}' \frac{\partial (\bar{F}_{y'} - F_{y'})}{\partial x} + \left[ \bar{x}' \frac{\partial (\bar{F}_{x'} - F_{x'})}{\partial y} + \bar{y}' \frac{\partial (\bar{F}_{y'} - F_{y'})}{\partial y} \right] T = 0.$$

ახლა მეტად ადვილად შეგვიძლია დავამტკიცოთ შემდეგი ფორმულები:

$$(10) \begin{cases} y' \frac{\partial x'}{\partial x} - x' \frac{\partial y'}{\partial x} = \frac{y' \Delta_x - y'' \Delta}{\Delta}, & y' \frac{\partial x'}{\partial y} - x' \frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{x'' \Delta - x' \Delta_x}{\Delta}, \\ \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \end{cases}$$

სადაც  $\Delta$ -ს იგივე აზრი აქვს, როგორც  $n^0$  3.

ამ ფორმულების საშუალებით დავამტკიცებთ შემდეგ თანასწორობას:

$$\frac{\partial (\bar{F}_{y'} - F_{y'})}{\partial x} = \frac{\partial (\bar{F}_{x'} - F_{x'})}{\partial y}$$

\*) Bolza. Vorlesungen über Variationsrechnung, S. 375, 376.

ამ თანასწორობისა და *Weierstrass-Edmann*-ის პირობათა ძალით გვექნება იგივეობა

$$\frac{\partial(\bar{F}_x - F_x)}{\partial x} \frac{\partial(\bar{F}_y - F_y)}{\partial y} - \left[ \frac{\partial(\bar{F}_x - F_x)}{\partial y} \right]^2 = 0,$$

რომელიც კერძოდ  $x = x_0, y = y_0$  მნიშვნელობათათვის მოგვცემს დამოკიდებულებას  $\theta_1$  ექსტრემლის ფოკუსებს შორის.

ვთქვათ ახლა აგებულია კუთხისებრ ექსტრემალთა ის სიმრავლე, რომლის ფოკუსი  $P_1 K_0$  ხაზზე არის  $E_0$ . ასეთი სიმრავლისათვის მე-9 თანასწორობა  $K_0(x_0, y_0)$  წერტილზე მიიღებს სახეს:

$$\bar{x}'_0{}^2 \left[ \frac{\partial(\bar{F}_x - F_x)}{\partial x} \right]_0 + 2\bar{x}'_0 \bar{y}'_0 \left[ \frac{\partial(\bar{F}_y - F_y)}{\partial x} \right]_0 + \bar{y}'_0{}^2 \left[ \frac{\partial(\bar{F}_y - F_y)}{\partial y} \right]_0 = 0,$$

რომელიც მე-10 ფორმულების ძალით ასე გადმოიწერება:

$$\left( \varrho_0 - y_0'^2 F_1 \frac{\theta_1}{\theta} \right) \bar{x}'_0{}^2 + 2 \left( \mathfrak{M}_0 + x_0' y_0' F_1 \frac{\theta_1}{\theta} \right) \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \left( \mathfrak{N}_0 - x_0'^2 F_1 \frac{\theta_1}{\theta} \right) \bar{y}'_0{}^2 = 0,$$

სადაც  $\frac{\theta_1}{\theta}$  მოკლედ აღნიშნავს შეფარდებას:

$$\frac{\theta_1(t_0; e_0)}{\theta(t_0; e_0)}.$$

მაგრამ უკანასკნელი თანასწორობა გამარტივებული არის

$$\varrho_0 \bar{x}'_0{}^2 + 2 \mathfrak{M}_0 \bar{x}'_0 \bar{y}'_0 + \mathfrak{N}_0 \bar{y}'_0{}^2 - (y_0' x_0' - x_0' y_0')^2 F_1 \frac{\theta_1(t_0; e_0)}{\theta(t_0; e_0)} = 0.$$

შევედარებთ რა ამას მე-7 თანასწორობასთან გვექნება

$$e_0 = h_0$$

და ეს ამტკიცებს, რომ ჩვენ მიერ მიღებული  $H_0$  ფოკუსი არის იგივე *Carathéodory*-ს  $E_0$  წერტილი, რომელსაც ოღონდ, როგორც აღნიშნული იყო, აქამდის სულ სხვა აზრი ჰქონდა.

ტფილისი,

იანვარი 1919 წ.

4.

ჩვენი ღვინის ჰიმიური შემადგენლობა

ბ. მელიქიშვილისა.

მევენახეობა და მეღვინეობა შეადგენდა და ეხლაც შეადგენს საქართველოს მეურნეობის ერთს უმთავრეს დარგთაგანს. დაახლოვებით გამოანგარიშებით ვენახებით გაშენებული ადგილი უდრის 60.000 დესეტინას, მაგრამ რასაკვირველია ამათი არ განისაზღვრება ვენახებისთვის გამოსადეგი ადგილის რაოდენობა. საქართველოში კიდევ მრავლად მოაპოვება თავისუფალი, სავენახედ გამოსადეგი, მიწა. ამისთვის საჭიროა, რომ ყურძნის პროდუქტს (ღვინოს) გასავალი ჰქონდეს არა მხოლოდ მის წარმოების ადგილზე, არამედ საზღვარ გარეთაც. აქამდის კახური ღვინის ექსპორტი ძალიან განსაზღვრული იყო; იგი მხოლოდ რუსეთში გაჰქონდათ და ისიც მხოლოდ მცირე რაოდენობით. ჩვენს ქვეყანაში მომზადებულ ღვინოებს დიდი მოთხოვნილება რომ ჰქონდეს და საზღვარ გარეთ მათზე მოთხოვნილება გაიზარდოს, ამისათვის საჭიროა ძირითადად შეიცვალოს ის მეთოდი, რომლითაც სარგებლობენ ჩვენში როგორც ღვინის მომზადებისა, აგრეთვე მისი მოვლისა და შენახვის დროს. საქართველოში შემუშავებულია ძალიან თავისებური და მაღალ ხარისხიანი ყურძნის ჯიშები: რქაწითელი, მწვანე და საფერავი, რომლებმაც გავრცელება ჰპოვეს შორს, თავის საზღვრების გარეშეც; ამასთანავე შემუშავებულია ვენახ-ადგილებისა, ნიადაგისა და ჰავის პირობათა მიხედვით კულტურის ფორმები, წესი ვახის შეყვლისა (აღმოსავლეთ-იმერეთი და კახეთი). მეღვინეობა კი დღესაც პირვანდელ საფეხურზე დგას და ვერავითარ გაუმჯობესობის შეტანას ღვინის მოვლა-პატრონობის წესში ჩვენ ვერ ვხედავთ: ღვინის მოვლის წესი დღესაც იმ მდგომარეობაშია, როგორშიაც იგი ძველის ძველად იყო. ყოველ შემთხვევაში ძველი ადგილების გათხრის დროს აღმოჩენილი ქვევრების ნატეხები გვიჩვენებენ, რომ ძველად ღვინოები ისევე ინახებოდა, როგორც დღეს, ე. ი. მიწაში ჩაფლულ ქვევრებში. ღვინის დამზადების წესის ამ გვარი დაქვეითება ჩვენი ღვინოების განსაკუთრე-

ბული თვისებებით კი არ აიხსნება, არამედ, შესაძლოა, მელენების კონსერვატიზმით.

ჩვენი ვაზის ჯიშებიდან შეიძლება ძალიან მაღალი ღირსების ღვინო მივიღოთ. ამას გვიჩვენებს სახელმწიფო მამულების (ყოფილი საუფლოსწულო) მეურნეობა, რომელიც, როგორც შემადგენლობით, ისე გემოთი ევროპიულ მსგავს მაღალ ხარისხიან ღვინოებს ამზადებს. სამწუხაროდ საქართველოს მელენებთა შორის საუფლოსწულო მამულების მიმბაძველი შედარებით ცოტა აღმოჩნდა: ამ უწყების მაგალითის მიუხედავად ღვინოს ჩვენში დღესაც ძველებურად ამზადებენ. ჩვენმა ლაბორატორიამ მიზნად დაისახა შეისწავლოს ჩვენი ღვინოების შემადგენლობა, დაახასიათოს ეს ნაწარმოები ანალიზების შედეგების მიხედვით და უჩვენოს ის საშუალებანი, რომლებსაც, ჩვენის აზრით, შეუძლია გააუმჯობესოს ღვინის ღირსება.

ამ გამოკვლევაში მონაწილეობა მიიღეს: ქ. თ. ბებურიშვილისამ, მ. ბეჟაიამ, მ. შალამბერიძემ და ქ. ნ. ციციშვილმა.

ქვევით მოყვანილია ანალიზის შედეგები, რომლებიც განმარტავენ ჩვენი ღვინოების ბუნებას (იხ. ცხრილი ცალკე ფურცელზე).

დავიწყოთ ღვინოების დახასიათება ალკოჰოლის შეცულობის რაოდენობიდან. ჩვენი ღვინოების უმეტესობა უფრო ხშირად შეიცავს მოცულობის 13%<sub>0</sub>, ანუ წონის 10%<sub>0</sub> ალკოჰოლს. სუფრის ღვინოსთვის ეს ალკოჰოლის რაოდენობა ითვლება დიდად. ამ მხრივ საუფლოსწულო მამულების ღვინოები უფრო ღარიბია ალკოჰოლით, — ისინი შეიცავენ დაახლოებით მოცულობის 11%<sub>0</sub> ალკოჰოლის დიდი რაოდენობა რამდენადმე უზრუნველყოფს ღვინოს ავადმყოფობისაგან — დაძმარებისაგან, ბრკის მოკიდებისაგან. როდესაც ღვინო ალკოჰოლის მცირე ოდენობას შეიცავს, კარგს მოვლას შეუძლიან ააცილოს მას იმ მიკრობების გავლენა, რომლებიც ხდებიან ღვინის ავადმყოფობის მიზეზად. ამის მაგალითს ჩვენ ვხედავთ საუფლოსწულო მამულების სარდაფებში, სადაც ღვინოები ალკოჰოლის მოცულობის 11%<sub>0</sub> მიუხედავად კარგი მოვლისა და მზრუნველობის გამო საღად არის შენახული.

ალკოჰოლი წარმოსდგება ღვინოში შაქრის დუღილის შედეგად. როგორც **პასტერი** გვიჩვენებს, 100 წონაწილ შაქრიდან ჩნდება 48 წონაწილი ალკოჰოლი. დუღილს იწვევენ დამდუღებელი სოკოები *Saccharomyces*-ები, რომლებიც თავის საკვებად ხმარობენ 5%<sub>0</sub>-მდე შაქარს. დანარჩენი რაოდენობა შაქრისა იხარჯება დუღილის დროს ალკოჰოლის გაჩენაზე. დუღილის გამომწვევი *Saccharomyces*-ები

განიჩვეიან ერთმანეთისაგან გარეგანი შეხედულობით და შაქრის სხვა და სხვა დადუღების ძალის უნარით. ზოგიერთ მათგანს შეუძლიან შაქრის ხსნილში წონის 14<sup>0</sup>/<sub>10</sub> ალკოჰოლი გააჩინოს; სხვები კი აჩერებენ თავიანთ მოქმედებას უფრო დაბალ ოდენობის ალკოჰოლიან გარემოში: მაგ. *Saccharomyces apiculatus* სწყვეტს დუღილს ალკოჰოლის წონის 4<sup>0</sup>/<sub>10</sub>-იან გარემოში.

საერთოდ უნდა შევნიშნოთ, რომ კახური ღვინის დედას შეუძლიან ალკოჰოლის დიდი რაოდენობის ატანა, მოცულობით 14<sup>0</sup>/<sub>10</sub>-მდე, და ამასთანავე მათი მოქმედება ალკოჰოლის დიდი რაოდენობის მიუხედავად არ ფერხდება და შაქარი თითქმის ბოლომდე იშლება, რასაც მოყვანილ ანალიზებში ვხედავთ. ამ უმად ბევრს დიდი მელვინეობის ქვეყნებში არსებობს მელვინეობის სადგურები, რომლების მიზანსაც შეადგენს დუღილის პირობების, ავადმყოფობის მაზეზების შესწავლა და მათი თავიდან აცილება.

თუ საქართველოს მელვინეობას მომავალი ელის და იგი იმდენად გაფართოვდება, რომ ცხლანდელი მელვინეობის მიდამოებს გასცილდება, ამ შემთხვევაში საჭიროება მოითხოვს შესწავლილ იქმნას მძლავრი დუღილის დედის ბუნება, რომელიც მონაწილეობას იღებს კახური ღვინის წარმოშობაში. უნდა შევნიშნოთ, რომ ყოველ მელვინეობის მიდამოს ეთვისება განსაკუთრებული ღვინის დედა, და იმ ქვეყნებში, სადაც მელვინეობა არ არსებულა, იქ სრულებით არ არსებულა ღვინის დედაც, რის გამოც იქაური ტკბილი არ დუღდებოდა. ეს გავლენა აკვირვებდა ევროპიელ ახალშენელებს, სანამ ისინი არ მიხვდნენ, რომ ამის მიზეზი არის ღვინის უღედაობა; და როდესაც ამ ტკბილს მისცეს რჩეული ღვინის დედა, დუღილმა ნორმალურად იწარმოვა. დუღილის დროს ალკოჰოლის გარდა ჩნდება გლიცერინი და ქარვის მჟავა, რომლებიც, როგორც ქვეით იქნება ჩაჩვენები, წარმოადგენენ ღვინის დედის ფიზიოლოგიური მოქმედების შედეგს და არა შაქრის დაშლის პროდუქტს, როგორც არის ალკოჰოლი და CO<sub>2</sub>.

დუღილი წარმოადგენს ეკზო-თერმიულ პროცესს, რომლის დროსაც თავისუფლდება სითბო. ამიტომ დუღილში მყოფი ტკბილის ტემპერატურა გარეშე ატმოსფერისაზედ ყოველთვის უფრო მაღალია. ამ შემთხვევაში სადუღებელი ჭურჭლის სიდიდეს აქვს რაოდენიმე გავლენა: დიდ ჭურჭელში ტემპერატურა უფრო მაღლა იწევს, ვიდრე პატარაში. Müntz-ის<sup>1</sup> მოწმობით ალჟირში ტკბილის დუღილის დროს

<sup>1</sup>) Müntz, Les vignes, გვრ. 500.

ტემპერატურა აღის 40<sup>0</sup>-მდე, და თუ 43<sup>0</sup>-ს მიახწევს, დუღილი სრულიად ჩერდება, რაც ხანდახან კიდევაც მოხდება ხოლმე. დუღილი წარმოებს განსაზღვრულ ტემპერატურისა და ტკბილში შაქრის კონცენტრაციის საზღვრებში. კონცენტრაციის სიდიდის მიხედვით იცვლება აგრეთვე ოსმოტიური წნევა (დაწოლა), რის გამოც ღვინის დედის ტენიანობა კლებულობს და ღვინის დედის მოქმედება დროებით წყდება. ამის შესახებ გერმანეთის მეცნიერს **გორტმანს** (Die wissenschaftlichen Grundlagen der Weinbereitung S. 108) მოჰყავს ძალიან საინტერესო მაგალითი: ერთი ტკბილი შეიცავდა 46,5<sup>0</sup>/<sub>100</sub> შაქარს. ხელშემწყობ პირობათა მიუხედავად დუღილი სწარმოებდა ისე ნელა, რომ სამი წლის განმავლობაში გაჩნდა სულ 7,4<sup>0</sup>/<sub>100</sub> ალკოჰოლი. ხუთ-ნახევარი წლის შემდეგ ალკოჰოლის რაოდენობა თითქმის არ შეცვლილა, თუმცა ტკბილი შეიცავდა დედას, რომელსაც ხელშემწყობ პირობებში დუღილის გამოწვევა შეეძლო. ალკოჰოლის გარდა დუღილის დროს, როგორცუკვე ზევით იყო მოხსენებული, ჩნდება გლიცერინი და ქარვის მჟავა. **პასტერს**, რომელმაც ღვინოში პირველად აღმოაჩინა გლიცერინი, ეგონა გლიცერინი წარმოადგენს ალკოჰოლისა და CO<sub>2</sub>-სავეთ შაქრის დაშლის პროდუქტს, — დუღილის უსაშუალო პროდუქტს. მან დაადგინა აგრეთვე ცნობილი ნორმა გლიცერინისათვის: 100 წონა-წილ ღვინოზედ 10 წონა-წილი გლიცერინისა, თუმცა **პასტერიც** და აგრეთვე სხვა მკვლევარნიც ხედავდნენ, რომ ეს ნორმა ყოველთვის არ არის ნამდვილი და იცვლება ფართო საზღვრებში, სახელდობრ.: 100 წონა-წილ ალკოჰოლზე 7<sup>0</sup>/<sub>100</sub>—14<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. ჩვენ მიერ მიყვანილ ღვინის ანალიზებში ეს შეფარდება იცვლება 5,6<sup>0</sup>/<sub>100</sub>-დან—10<sup>0</sup>/<sub>100</sub>-დე, თუმც კახურ ღვინოების ანალიზებში, როგორც ეს ცხრილებიდან ჩანს, გლიცერინის რაოდენობა, ზოგიერთ შემთხვევაში ნაჩვენებ საზღვრებზე ნაკლებია. მიუხედავად ამისა, აღნიშნული ღვინოების ბუნებრიობა ეჭვს გარეშეა. ამისთანა გადაცილება ნორმაზე ღვინოში ალკოჰოლის ჩამატების ნიშნად ითვლებოდა; ეხლა კი, როდესაც გამოირკვა, რომ გლიცერინი და ქარვის მჟავა დუღილის პროდუქტს, ამ სიტყვის ვიწრო მნიშვნელობით, კი არ წარმოადგენს, არამედ იგია შედეგი ღვინის დედის ცხოველი მოქმედების ანუ ფიზიოლოგიური პროცესისა, ამისთანა დასკვნა ყოველთვის არ მართლდება. ასეთი შეხედულება გლიცერინის წარმოშობის შესახებ, პირველად შეარყია **მიულერ-ტურგაუმ**, რომელმაც უჩვენა მიზეზობითი კავშირი გლიცერინის რაოდენობისა და ღვინის დედის ცხოველმყოფელობის შორის. Saccharomyces-ის იმ მოქმედების ხანაში, როდესაც





ბსინი მრავლდებიან, გლიცერინი შედარებით უფრო მეტი ჩნდება; — მეგრამ, მაინც თუ ავიღეთ ერთის მხრივ ალკოჰოლის რაოდენობა ღვინოში, ხოლო მეორეს მხრივ გლიცერინისა, რაოდენიმე დაახლოვებით მაინც შეიძლება დავასკვნათ, ჩარეული იყო ღვინოში ალკოჰოლი თუ არა. „მელანნი“ ს ღვინოში 1912 წ., რომელშიაც ალკოჰოლის მოცულობითი რაოდენობა 15% შეადგენდა და წონითი შეფარდება ამ უკანასკნელისა გლიცერინთან 100: 6,7 გამოიხატებოდა, რაოდენიმე სიმართლით შეიძლება ითქვას, რომ ეს ღვინო ალკოჰოლ ჩამატებული იყო.

ყველა აღებულ ღვინოებში საერთო სიმჟავე იცვლება 0,55—0,75%-ის საზღვრებში. ღვინის მჟავიანობა წარმოადგენს მის ერთ დამახასიათებელ თვისებათაგანს: ნამეტანი დიდი ანუ მცირე რაოდენობა მისი ღვინოს ჰხდის ჩვეულებრივ გემოსთვის შეუფერებლად და ხმარებისათვის უვარგისად. ღვინოში მჟავას არსებობა ჰხდის მას მტკიცედ და იფარავს ავადმყოფობისაგან. ზოგიერთი ღვინოები შეიცავენ მჟავის მცირე ოდენობას — დაახლოვებით 0,5%. ამისთანა ღვინოები დიღხანს არ ინახება. მათი მჟავიანობა თანდათან კლებულობს და ამასთან ერთად კლებულობს ავადმყოფობასთან ბრძოლის უნარი. Müntz-ის აზრით თვით ღვინის დუღილის მსვლელობა და შემდეგი განვითარება დაკავშირებულია ღვინის ქვის მჟავის რაოდენობასთან. ორი ნიმუში ღვინისა, — ერთი 1893 წლისა, რომელიც შეიცავდა 5,35% ღვინის ქვის მჟავას, და მეორე 1894 წლისა 9,64%-იან მჟავით, — მკაცრად ერჩეოდნენ ერთი მეორეს. მეორეში დუღილი და შემდეგი განვითარება წარმოებდა წესიერად, მაშინ როდესაც პირველი ღვინო დადგა ნაკლები თვისებიანი. ამ განსხვავებას Müntz-ი აწერს ღვინის ქვის მჟავას. ღვინის ქვის მჟავის მომატება, თუ იგი აკლია, ასწრაფებს დუღილის მსვლელობას და ღვინის შემდეგ განვითარებას.

მქროლადი მჟავები ღვინოში ჩნდებიან დუღილის დროს ბაქტერიების Bacteria-aceti-ს მიერ. ეს ბაქტერიები მოიპოვება ყურძნის მარცვლებზე, საიდანაც ღვინის დედასთან ერთად გადადიან ტკბილში. რადგანაც ზემოთ დასახელებული ბაქტერიაები აერობნი არიან, ამიტომ ისინი ვითარდებიან ჭაქაზე იმ ადგილზე, სადაც ღვინოს ჰაერი ხვდება. მქროლად მჟავებში გარდა ძმრის მჟავისა გვხვდება აგრეთვე სხვა მჟავებიც (ერბოს მჟავა), რომლის გამომწვევ მიზეზადაც უნდა დავსახოთ ავადმყოფობის გამომწვევი, ეგრეთწოდებული Mycoderma vini, და აგრეთვე სხვა ბაქტერიები. წრეულს, საწამლებელ საშუალებათა

უქონლობისა და ცუდი ამინდის გამო, ტუბილში მოჰყვა დამპალი მარცლები, რომლებსაც თან ჩაჰყვა ავადმყოფობის გამჩენი ბაქტერიები, მაგ. *Mycoderma vini*, და მათი წყალობით აიხსნება ერბოს მჟავას სუნი, რომელიც წრევენდელ ღვინოებს ახასიათებდა. სხვა და სხვა ქვეყნებში მქროლად მჟავების ნორმა სხვა და სხვა რაოდენობით არის განსაზღვრული—გერმანეთში, მაგალითად, თეთრი ღვინოებისთვის დასაშვებია  $0,12 - 0,16\%$ -მდე. თუ აღნიშნულ მჟავათა რაოდენობა ძალიან სცილდება ამ ნორმებს, ასეთი ღვინო ავადმყოფად ითვლება. ძმრის მჟავას გაჩენას ყოველთვის თანა სდევს უსიამოვნო სუნის ნივთიერების გაჩენა. ღვინის ქვის მჟავის გარდა არამქროლად მჟავებს უნდა ვაკუთნოთ ვაშლის მჟავა, რომელიც რძის ბაქტერიების წყალობით ხშირად გადიქტევა ხოლმე რძის მჟავის გაჩენის მასალად.

ყველა გასინჯულ ღვინოებს დაუდუღებელი შაქარი ჰქონდა მცირე რაოდენობით. თუმცა ღვინოს შაქრის ეს რაოდენობა გეჰოთ არ ემჩნევა, მაგრამ ამისთანა ღვინო უდგრომელი ხდება, უდროოდ შეიძლება დაიწყოს დუღილი, და ამიტომ მეღვინემ შაქრის საკვებით დადუღებას რომ ხელი შეუწყოს, თვალყური უნდა ადევნოს ღვინის დედის თავის დროზე გამოცოცხლებას; ამ შემთხვევაში კახეთის საუფლისწულო მამულების ღვინოები წარმოადგენენ გამონაკლას: მათში ან სრულად არ არის შაქარი, ან და ძალიან ცოტა.

ჩვეულებრივად დაშხადებული კახური ღვინოები შეიცავენ ძალიან ბევრს გუნდილოვან (ტანინიან) ნივთიერებას: წითელ ღვინოებში საშუალოდ  $0,3 - 0,45\%$ -მდე. დასავლეთ ევროპიულ ღვინოებისთვის ეს რიცხვები მიუღებლად ითვლება. გუნდილოს (ტანინის) დიდი ოდენობა აიხსნება ღვინის დამზადების თავისებური წესით. ჩვენ ღვინოებს, როგორც წითელს, აგრეთვე თეთრს, ნამეტან დიდ ხანსა სტოკებენ ქაჭახე და კლერტებზე, რომლებიც ძალიან მდიდარაა გუნდალოვან (ტანინიანი) ნივთიერებით. თუ სასურველად მიგვაჩნია, რომ ჩვენი ღვინო წარმოების საზღვრებს გასცილდეს, მაშინ აუცილებელია ღვინის დამზადების იმ წესზე გადასვლა, რომელსაც მისდევენ დასავლეთ ევროპის მეღვინეები. ამის მაგალითი გვაქვს ჩვენ საუფლისწულო მამულებში, რომლების წითელი ღვინოებიც  $0,5\%$ , ხოლო თეთრი კი  $0,03 - 0,04\%$ -ზე მეტს გუნდილოს (ტანინს) არ შეიცავენ. ამ მხრივ, და აგრეთვე სხვა შემთხვევებშიც, საუფლისწულო მამულების ღვინოები თავისი თვისებებით ევროპიულ ღვინოებს უახლოვდება. ზოგიერთ მეღვინეების, მაგ. „მელანანი“-ს წითელი ღვინოები  $0,5\%$ -ზე მეტს გუნდილოს (ტა-



ნინს) არ შეიცავენ, ხოლო მათს ევროპიულად მომზადებულს თეთრს ღვინოებში  $0,16\%$ -ზე მეტი არ მოიპოვება. თუმცა ღვინოს ხანგრძლივი დატოვება ჭაჭახე და კლერტზე, მათ მიერ ტანინის დიდი რაოდენობის გამოღება, ალკოჰოლოთან ერთად ღვინოს დაავადებისაგან უზრუნველყოფს, მაგრამ სამაგიეროდ მას ძალიან მწკლარტესა და ევროპიული გემოვნებისათვის მიუღებლად ახდის. ჩვენი აზრით შესაძლებელია თანდათანობითი გადასვლა ევროპიულ წესზე ღვინოს დაყენების დროს: წითელი ღვინო უნდა დარჩეს ჭაჭახე, რომლიდანაც წინათვე უმეტესი ნაწილი კლერტებისა არის ამოღებული, და შემდეგ გატარდეს წნეხში (პრესში); ხოლო რაც შეეხება თეთრ ღვინოებს, — ამათვის შეიძლება ვისარგებლოთ იმ მეთოდით, რომელსაც ხმარობენ ზოგიერთ დასავლეთ ევროპის ქვეყნებში. ე. ი. სანამ ტკბილი დაამთავრებდეს უკლერტო ჭაჭახე დუღილს, მას გააცლიან ხოლმე ამ ჭაჭას. ასეთი ახალი ღვინო შეიცავს ისეთ საკმაოდ ტანინის რაოდენობას, რომელიც საჭიროა ღვინის შემდეგ განვითარებისა და დამწიფებისთვის.

თუმცა ზევით აღვნიშნეთ, რომ გუნდილო (ტანინი) იფარავს ღვინოს ავადმყოფობისაგან, მაგრამ ისიც უნდა ითქვას, რომ ხშირად იგივე გუნდილო (ტანინი) არის მიზეზი ღვინის ავადმყოფობისა. დასავლეთში არსებობს ისეთი აზრი, რომ სიმწარეს ვხვდებით ხოლმე მხოლოდ წითელ ღვინოში. პირველად **პასტერის** მიერ იყო ნაჩვენები ამ ავადმყოფობის მიზეზის კავშირი განსაკუთრებულ ბაქტერიებთან (Pasteur, Etudes sur le vin 62 p. Paris 1875). შემდეგ გამოკვლევებმა აღმოაჩინეს, რომ ღვინის სიმწარეს აჩენენ სხვა და სხვა გვარის ბაქტერიები და აგრეთვე დამდუღებელი და ობის სოკოები. სიმწარე წარმოდგება გუნდილოვანი ნივთიერებისაგან. ხარისხი სიმწარისა პირდაპირ დამოკიდებულია გუნდილოვანი ნივთიერების რაოდენობაზე. ამის დასამტკიცებელი არის ის გარემოება, რომ დასავლეთ ქვეყნებში მწარე გემო აქვს მხოლოდ წითელ ღვინოებს, რადგან სწორედ ისინი შეიცავენ ბევრს (თეთრ ღვინოებთან შედარებით) გუნდილოვან ნივთიერებას. ეს ავადმყოფობა ამავე ქვეყნებში სრულიად არ არის ცნობილი თეთრ ღვინოებისთვის. ჩვენ ქვეყანაში კი, საცა თეთრი ღვინოებიც საკმაოდ შეიცავენ გუნდილოვან ნივთიერებას, სიმწარე მათშიაც არის ხშირი მოვლენა. განსაკუთრებით ამა წლის თეთრ ღვინოებში ვხვდებით ამ სიმწარეს. ეს აიხსნება იმით, რომ, როგორც უკვე იყო მოხსენებული, თეთრი ღვინოები შეიცავენ ბევრს გუნდილოვან ნივთიერებას, და გარდა ამისა, რად-

გან საწამლი მასალა არ იყო საკმაოდ ნახშიარი, ტკბილს ჩაჰყვა სიმწარის გამომწვევი დაობებული ყურძნის მარცვალი.

კახური ღვინოების ანალიზები გვიჩვენებენ, რომ მათ არ აქვთ ის თვისებები, რომლებიც სავალდებულოა კულტურული ქვეყნების ღვინობისათვის. ამის მიზეზი ღვინის მასალაში კი არ უნდა ვეძებოთ, არამედ მასალის მოხმარების უცოდინარობაში. თუ მეღვინე გამოიჩინს შესაფერ კოდნას, უნარს და საშუალებაც ექნება, შესაძლებელია მემარნეობის მეურნეობის გაუმჯობესობა. საღვინე ყურძნის ჯიშები, როგორებიც არის „რქა წითელი“, „საფერავი“ და „მწვანე“, საუცხოვო ღვინოებს მოგვცემდნენ, მათგან მიღებული პროდუქტის მოვლა რომ ესაბამებოდეს და მიზანშეწონილი იყოს მეცნიერულ და ტექნიკის მოთხოვნილებასთან, — რის დამატკიცებელ საბუთსაც ვხედავთ ჩვენ საუფლისწულო მამულების ღვინოებში. თელიანის ვენახების წითელი ღვინის „საფერავს“ (1917 წლის მოსავალი) ისეთი მაღალი ღირსება აქვს, როგორიც გვხდება მხოლოდ საფრანგეთის ზოგიერთ საუკეთესო ღვინოებში. ჩემის აზრით, თელიანის ვენახებიდგანვე მიღებული საფრანგეთის საუკეთესო ჯიშის „კაბერნე“-ს ღვინო თავის თვისებებით აღდილს უთმობს „საფერავი“-სას. ჩვენი მეღვინეობის გასაუმჯობესებლად საჭიროა თავი დავანებოთ იმ ძველ წესს, რომელსაც ჩვენი მეღვინეები ასი და იქნება ათასი წლობითაც მისდევენ, და განვახლოთ მეურნეობის ეს დარგი მეცნიერების საფუძველზე, როგორც ეს უკვე განხორციელებულია ყველა ევროპიულ ქვეყნებში. — მეღვინეობის მეცნიერება შეიქმნა მას შემდეგ, რაც საფრანგეთის გამოჩენილმა მეცნიერმა **პასტერმა** დაამტკიცა, რომ ტკბილის დუღილს იწვევს სოკოები *Saccharomyces*, რომ ეს სოკოები ხშირად განიჩევიან ერთმანეთისაგან და ყოველთვის ერთსა და იმავე პროდუქტს არ იძლევიან, რომ ღვინის ავადმყოფობა დამოკიდებულია სხვა და სხვა ბაქტერიების მოქმედებაზე და სხვა. პასტერის გარდა გამოყენებითი მეცნიერების ასპარეზზე შემდეგში მომუშავე სხვა მეცნიერებმა შეძლება მისცეს თანამედროვე მეღვინეს ღვინის დუღილის მსვლელობის დონეზე წაყვანისა, ამ დუღილის გამოწვევის განსაკუთრებულ შერჩეულ ჯიშების დედების შემწეობით, რომლებსაც ამრავლებენ წმინდა კულტურით, ზომების მიღებისა, როგორც ავადმყოფობის თავიდან ასაცილებლად, აგრეთვე მათი გაჩენის დროს მათ მოსასპობად და ამ გვარად მედგარ, მტკიცე პროდუქტის შექმნისა.

თუ ჩვენ მეღვინეებს ჰსურთ მიჰბაძონ თავიანთ ევროპიელი ძმების მაგალითს, მათ უნდა თავიანთ მოძმეთა მსგავსად დააწესონ მეღვინეო-



ზის სადგური, სადაც ქიმიური სასწორით და მიკროსკოპის საშუალებით გადიჭრება მეცნიერული ხასიათის პრაქტიკული საკითხები: საუკეთესო ადგილობრივისა ან შემოტანილი ღვინის დედის წმინდა კულტურისა, ღვინის გადაღების დროისა, ვინიციობა ავადმყოფობა გაჩნდა, მისი გამოკვლევისა და სხვა. ამ სადგურს უნდა ჰქონდეს საკუთარი ვენახი, სადაც განიხილავენ ადგილობრივ და ევროპიულ ყურძნის ჯიშების კულტურისა, მისი მოსავლიანობისა და გამძლეობის საკითხს იმ მხრივ, თუ რამდენად ინარჩუნებს ესა თუ ის ვაზი და ყურძენი თავის იმ თვისებებს, რომლებიც მათ სამშობლო ადგილზე ახასიათებს. ამისთანა სადგურზე გარდა ნათქვამისა, იკვლევენ გაშენებული ვაზის ჯიშებს, მათგან მიღებული ღვინოებსა შემადგენლობას და სხვა. ამ მხრივ უკვე აჩის ნაბიჯი გადადგმული პატარა მასშტაბით „მელაანის“ მიერ, ხოლო დიდისა „საუფლისწულო მამულების“ უწყების მხრივ. ჩვენ უკვე გვაქვს ზოგიერთი ცნობები, რომლის მიხედვით განსაზღვრული აზრის შედგენაც შეგვიძლია. როგორც საუფლისწულო მამულებისა და ფირმა „მელაანი“-ს ღვინოებიდან სჩანს, კახეთის რისლინგი ჰკარგავს თავის მაღალ თვისებებს და სრულიად უბუკეტო ღვინოებს იძლევა. თუმცა რისლინგის შესახებ უნდა ითქვას, რომ ის არც სხვა მეღვინეობის მხარეში ინახავს თავის დამახასიათებელ ბუკეტს. მართალია ყირიმში რისლინგიდან ბუკეტთან ღვინოს იღებენ, მაგრამ მას ეს ბუკეტი მაინც რეინისას არ უღავს. აგრეთვე ბორდოული ჯიშის ყურძენი „კაბერნე“ კახეთში თუმცა მშვენიერ ღვინოს იძლევა, მაგრამ ძალიან განსხვავდება ნამდვილის ბორდოს ღვინოსაგან. საინტერესოა აგრეთვე მოტკბო ღვინოების დამზადების ცდა. ჩვენ მიერ განხილულ „მელაან“-ს ორი ამისთანა ღვინო მოეპოება: ერთ მათგანში („რისლინგი“ 1917 წ.) შაქრის რაოდენობა იყო  $2,08\%$ , მეორეში („რქაწითელი“ 1917 წლის)— $2,85\%$ . ამ ღვინოებში დუღილი შეჩერებული იყო  $SO_2$ -ის შემწვობით. ღვინოს მოტკბო გემო ჰქონდა, ცოტათი შუშხუნა სასმელს წარმოადგენდა. ბოთლებში შენახული ეს ღვინო სრულიად გამჟვირვალე იყო და არავითარი უბუნებრივო ცვლილება არ განეცადა.

ღვინის ნაცრის ანალიზის დროს ჩვენ ყურადღება მივაქციეთ გოგირდისა და ფოსფორის მქავის შეცულობის რაოდენობას. ყოველი ღვინო შეიცავს ამა თუ იმ მქაევს, რომელთა შორის გოგირდისა და ფოსფორის მქავეც მოიპოვება.

მაგრამ ზოგჯერ განზრახაც შეჰყავთ ხოლმე ღვინოში ესა თუ ის მქავე. მაგალითად, ღვინოს რომ გამძლეობა მიეცეს, იმ შემთხვევაში როცა

ტკბილში მჟავა ცოტაა, ჩაუმატებენ ხოლმე ღვინისქვის მჟავას. გარდა ამისა საფრანგეთში ხმარობენ „platrage“-ს და „phosphortage“-ს, რომლის შედეგადაც ღვინოს გოგირდისა და ფოსფორის მჟავა ემატება. ამიტომ ყოველ ღვინის მკვლევარისთვის საინტერესოა იცოდეს ღვინოში ამ მჟავათა ნორმალური ოდენობა, რომ შესძლოს დასკვნის გამოყვანა, ძალად არის ღვინოში შეყვანილი ესა თუ ის მჟავა თუ არა.

ღუღილის მოთავეების შემდეგ ღვინოში ჩნდება ბუკეტი, რომელიც ტკბილში არსებულ ნივთიერებათა ნაწილიდან ვითარდება. ამას გარდა ბევრი ღვინოები შეიცავენ ისეთს სურნელოვან ნივთიერებას, რომელნიც ღვინოს განსაკუთრებულს გემოს აძლევენ. სხვა და სხვა აზრი არსებობს იმის შესახებ, თითქოს ბუკეტი მადუღებელი დედის წყალობით ჩნდებოდეს. ბევრს აზრია, რომ ღუღილის დედის მიერ წარმოშობილი ბუკეტი მალე ჰქრება. ამის მიუხედავად ამ აზრის დამცველნი აღიარებენ, რომ ზოგიერთი წითელი ღვინოების დედა, როგორც მაგალითად ბორდოს ღვინოებისა, განსაკუთრებულ ხასიათს აძლევს ღვინის ბუკეტს. საერთოდ ბუკეტის გამჩენ ნივთიერებათა ბუნება ჯერ კიდევ არ არის გამოკვლეული. მათი რაოდენობა ღვინოში ნამეტანი მცირეა. ამის მიუხედავად ღვინის ღირსების დაფასებისთვის მათ საყურადღებო მნიშვნელობა ეძლევა. ერთის თქმა კი შეგვიძლია, რომ ქიმიური ბუნება ამ ნივთიერებათა ნამეტანი რთულია. თითქმის ყველა ღვინოში ეპოქლოზით ჩვენ ვანილის კვალს, რომლის აღმოჩენაც ადვილია მის განსაკუთრებულ სურნელების გამო. განხილულ ღვინოებიდან ვანილი ყველაზე მეტად ემჩნეოდა საუფლისწულო მამულის რქა-წითელიდან დამზადებულ ღვინოს.

ღვინის ანალიზებს რომ შევუდგეით ჩვენ, მხედველობაში გვქონდა სხვა და სხვა მეღვინეობის მიღამოების ღვინოების შემადგენლობის შესწავლა, შემჩნევა თუ რა გავლენა აქვს ღვინის თვისებაზე ნიადაგს, ჰავას, ამინდს და ვაზის სხვა და სხვა ჯიშს. უმეტესი ნაწილი განხილულ ღვინოებისა ეკუთვნის 1919 წლის მოსავალს, თუმცა გვხვდება აგრეთვე უფრო დიდი ხნის ღვინოებიც, ასე მაგალითად ღვინო 1889 წლისა (30 წლის). ამ კახურად დამზადებულ ღვინოს დაუკარგავს ჩვეულებრივი ღვინის თვისება, ფერი შესცვლია და დამსგავსებია პორტვინისას. აქედან გამომდინარეობს, რომ კახური ღვინოები ჩვეულებრივი წესით დამზადებულნი 30 წლამდე და მეტად არ შეინახებიან. მაგრამ აქედან არც ისა სჩანს, თითქოს კახური ჯიშის ვაზისაგან ვერ დამზადდება ისეთი ღვინო, რომელიც 30 წელიწადი და მეტიც შეინახება. ამისათვის საჭიროა საფრანგეთის სისტემა მივიღოთ და ღვინოს რაც შეიძლება მეტი ღვი-

ნის ქვის მჟავა შეეუნარჩუნოთ. ის ღვინოები, რომლებშიაც საერთო სიმჟავე 0,5<sup>0</sup>/<sub>10</sub>-ს უდრის, ცხადია, ვერ შეინახება დიდხანს, რადგან დროს განმავლობაში ღვინიდან გამოყოფის ღვინის ქვა და აგრეთვე ორფუძიანი ვაშლის მჟავა გადადის ერთფუძიან რძის მჟავად, რის გამოც საერთო სიმჟავე ღვინოში კლებულობს, ღვინო ნაკლებად გამძლე ხდება და ჰკარგავს ავადმყოფობასთან ბრძოლის უნარს. კახური ღვინოები ვერ შეინახება ასე დიდხანს, ხოლო 6 და 7 წლამდე კი კახური ღვინოები ადვილად ინახება, — ამ შემთხვევაში მეტადრე კარგად შენახულა საუფლისწულო მამულის ღვინო „საუერავი 1912 წლისა“.

ჩვენ შეძლება გვქონდა მიგველო უმეტეს წილად სიღნაღის მაზრის ღვინოები, თელავისა ნაკლებად. რაც შეეხება ქართლის ღვინოებს, ანალიზისთვის მათი მიღების საშუალება ჩვენ არა გვქონდა. დასავლეთ საქართველოდან გვქონდა მხოლოდ მეგრული ღვინის ერთი ნიმუში.

ესარგებლობ შემთხვევით მადლობა გამოვუცხადო „კახეთი“-ს საზოგადოებას, „კავშირთ-კავშირი“-სას, ფირმა „მელან“-ს, და აგრეთვე საუფლისწულო მამულის უწყებას, რომლებმაც ღვინის ნიმუშები მოგვაწოდეს <sup>1</sup>.

## შ ე ც თ ო მ ე ბ ი ს გ ა ს წ ო რ ე ბ ა .

უნივერსიტეტის მთავრის № 1-ში მე-131 გვერდზე იაპონურ სოიას ანალიზის ცხრილში გამოტოვებულია ზეთის რაოდენობა, რომელიც უდრის 20<sup>0</sup>/<sub>10</sub> ს.

ამავე ნორმის მე-136 გვერდზე ქვემოდან მე-10 სტრიქონში სწერია: 2 გირ., — უნდა იყოს 2 გრამი.

<sup>1</sup>) იხილეთ „ღვინოების ანალიზების ცხრილი“ ცალკე ფურცელზე.

## კახური ღვინოების ანალიზები

თ. ბებურიშვილისა და ნ. ყიყიშვილისა

(ორგანიული ქიმიის ლაბორატორია).

მიზანი ჩვენი კახური ღვინოების განხილვისა იყო გამოკვლევა უმთავრეს ღვინის შემადგენელ ნაწილებისა სხვა ქვეყნის ღვინოებთან შესადარებლად. შემადგენელი ნაწილი ყოველი სამეურნეო ნაყოფისა, რომელიც იცვლება შენახვისა და დამუშავების დროს, არის დამოკიდებული სხვა და სხვა ფაქტორებზე: მუდმივსა და ცვალებადზე. ღვინის შემადგენლობაზე აქვს გავლენა: ნიადაგს, ჰავას და ჯიშს ვაზისას, — ეს ეკუთვნის მუდმივ ფაქტორს. ამინდი, მიწის გაპოხიერება, ვაზის დაყენება და მეტადრე, ღვინის მოვლა დამწიფებისა და მისი შენახვის დროს ქვევრებსა და სარდაფებში, — ეკუთვნის ცვალებად ფაქტორს.

რადგან ჩვენ მიერ განხილული ნიმუშები ღვინოებისა ეკუთვნოდა უკანასკნელი წლის მოსავალს, ამიტომ შესაძლო იყო შეგვეჩინა გავლენა ღვინის მოსავალზე ცვალებადი ფაქტორისა. კახური ღვინოების დასახასიათებლად და მუდმივი ფაქტორის გავლენის შესასწავლად, ჩვენ გვაქვს მხედველობაში განვიხილოთ აგრეთვე წინა წლის ღვინის მოსავალიც.

ამასთანავე გვაქვს იმედი, ამ გვარი ანალიზებით გამოვარკვიოთ ღვინის ხასიათის ცვლილება, რომელიც მოვლაზეა დამოკიდებული ღვინის დამწიფების დროს. ჩვენი ყურადღება ანალიზის დროს მიქცეული იყო იმ უმთავრეს ღვინის შემადგენელ ნაწილებზე, რომლის განსაზღვრაც შესაძლებელი იყო სამეცნიერო მუშაობისთვის ახლანდელ მოუწყობელ პირობებში.

\*) იხილეთ კახური ღვინოების ანალიზების ცხრილი შემდეგ გვერდებზედ.



ქვემოთ მოყვანილი ანალიზის ცხრილიდან ჩანს შემდეგი:

ხვედრი წონა ჩვენი კახური ღვინოებისა უახლოვდება იმ რიცხვებს, რომელიც ამ 40—50 წლის წინათ იყო მიღებული კახური ღვინოების ანალიზის დროს მეღვინე სალომონის მიერ (Annal. d. Oenologie, B. III.) და უდრის საშუალოდ წითელი ღვინოებისთვის 0,9953-ს, ხოლო თეთრისთვის — 0,9938-ს.

საფრანგეთის წითელი ღვინოების (ბორდო) საშუალო ხვედრი წონა უდრის 0,9982.

რაც შეეხება ალკოჰოლს, მისი რაოდენობა სხვა და სხვა ღვინოებში შემდეგნაირად განისაზღვრება:

უნგრეთის წითელ ღვინოებში	საშუალოდ	11,3 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	მოც.
„ თეთრში	„	10,5 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	„
გერმანიის (ბადენის) თეთრში	„	11 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	„
საფრანგეთის წითელში	maximum	11,5 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	„
„ თეთრში	საშუალოდ	10,2 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	„
ძველ კახურ თეთრში (კენივის ცნობით)	„	12,5 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	„
წითელში	„	11,9 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	„

ალკოჰოლი ღვინოებში წარმოსდგება ყურძნის ტკბილის შაქრის (ღვეულოზა და გლუკოზა) დაშლის დროს. პასტერის გამოკვლევებიდან ჩანს, რომ ყოველი 100 წონაწილი შაქრისა დუღილის დროს იძლევა 49 წონაწილს ალკოჰოლს და 46 წონაწილს ნახშირის მჟავას (CO<sub>2</sub>), გარდა ამისა, გლიცერინს და ქარვის მჟავას. მაშასადამე რაც უფრო მეტი შაქარი იქნება ყურძნის წვეწვში, მით უქეტესი ალკოჰოლის რაოდენობაც წარმოსდგება; მაგრამ, ამას აქვს საზღვარი, რადგან დამდუღებელი სოკოები სწყვეტენ თავის მოქმედებას მდიდარ ალკოჰოლიან გარემოში, რომლის რაოდენობამაც შესაძლოა მიაღწიოს maximum = 18<sup>0</sup>/<sub>100</sub> მოც (Wortman, Die wissenschaftlichen Grundlagen der Weinbereitung, 126 S. 1905.)

თუ გარემო მჟავა და მდიდარი გუნდილოს (ტანინი) ნივთიერებით, მაშინ დუღილი შეჩერდება უფრო მცირე ალკოჰოლის რაოდენობაში (13<sup>0</sup>/<sub>100</sub> მოც.), თუმცა, დუღილი ზოგჯერ დამოკიდებულია დამდუღებელი სოკოების ბუნებისაგან, Saccharomyces-ებისაგან. ზოგიერთი დამდუღებელი არ სწყვეტს მოქმედებას 13—14<sup>0</sup>/<sub>100</sub> ალკოჰოლის ოდენობიან გარემოში, სხვა კი ათავეებს მოქმედებას უფრო მცირე ალკოჰოლის რაოდენობაზე — Saccharomyces apiculatus.

კ ა ხ უ რ ი ლ ვ ი ნ ო ე ბ ი ს

წ ი თ ე ლ ი

ლენის ნი- მუშების №№	ვენახის ადგილ-მდებარეობა	ფირმა	მისაღობის წელიწადი	ხვედრი წონა	ალკოჰოლის რაოდენობა	
					მოცუ- ლობა- თი 0/0	წონი- თი 0/0
1	სოფ. ვაჩნაძიანი, თელავის მაზრა	„კახეთი“	1918	0,9960	12,65	10,03
5	„ კარდანახი, სიღნაღის „	„	1919	0,9956	13,10	10,40
7	„ ველისციხე „ „	„	1919	0,9976	13,60	10,80
8	„ მუკუზანი „ „	„	1919	0,9952	13,40	10,60
9	„ ჩუმლაყი „ „	„	1919	0,9968	13,12	10,40
9 <sup>1</sup>	„ მუკუზანი „ „	„	1919	0,9966	13,30	10,50

თ ე თ რ ი

2	სოფ. კარდანახი, სიღნაღის მაზრა .	„	1918	0,9938	13,40	10,60
3	„ კონდოლი, თელავის „ .	„	1919	0,9939	12,35	9,81
4	„ ბაკურციხე, სიღნაღის „ .	„	1919	0,9943	15,35	12,19
6	„ ველისციხე „ „ .	„	1919	0,9924	13,50	10,70
10	„ კარდანახი „ „ .	„	1919	0,9965	13,60	10,81

ს ნ ა მ ი ზ ე ბ ი ს ც ხ რ ი მ ი.

მ ვ ი ნ მ ე ბ ი.

საერთო სიმწევე	მჭროლადი სიმწევე	ღვინის ქვის სიმწევე	გლიცერინი	ექსტრაქტი	ზაქარი	გუნდილა (ტანინი)	ნაცარი	ნაცრის სი- ტუბი	ალკოჰოლის გლიცერინთან შეფარდება
0,74	0,16	0,20	0,94	2,96	0,14	0,49	0,26	0,34	9,37
0,54	0,17	0,11	0,77	4,02	0,49	0,60	0,25	0,46	7,38
0,50	0,11	0,06	0,70	3,81	0,64	0,71	0,32	0,61	6,51
0,50	0,12	0,13	0,68	3,25	0,43	0,56	0,34	0,49	6,39
0,62	0,12	0,18	0,61	3,30	0,53	0,46	0,27	0,38	5,84
0,39	0,11	0,14	0,72	3,27	0,27	0,73	0,29	0,44	6,85

მ ვ ი ნ მ ე ბ ი.

0,52	0,09	0,25	0,85	2,00	0,19	0,32	0,21	0,35	8,04
0,79	0,04	0,40	0,75	—	არაფ.	0,32	—	—	7,60
0,53	0,05	0,06	0,93	3,17	0,63	0,37	0,22	0,46	7,59
0,54	0,12	0,09	—	—	—	0,48	—	—	—
0,53	0,17	0,14	0,88	2,86	0,24	0,37	0,26	0,44	8,17

ამა წლის ღვინის მოსავლის ანალიზმა გვიჩვენა, რომ მოცულობითი რაოდენობა ალკოჰოლისა საშუალოდ უდრის  $13\%$  მოც. Minimum არის თეთრ ღვინოებში  $= 12,3\%$  მოც. და maximum  $= 15,3\%$ . ალკოჰოლის ასეთ დიდ რაოდენობას ღვინოში თითქოს უნდა მთლად აეცილებინა ღვინის ავადმყოფობის დაწყების მიზეზები, რომელნიც აჩენენ მასში არანორმალურ პროდუქტებს, მაგრამ, თეთრი ღვინის ზოგიერთ ანალიზებმა გვიჩვენა მათში ამინების ფუძეების არსებობა, რასაც ვერ ვნახავთ ჩვეულებრივ საღ ღვინოში. ეს შეიძლება წარმოსდგებოდეს შემდეგისაგან: ყურძნის ვენახის ზედაგი შეიცავს ღვინის დამდუღებლებს, რომლებიც ჰაერის მოძრაობის წყალობით ერთის მხრით, და მწერების (მაგ. ფუტკარი) საშუალებით მეორეს მხრით, დამწიფების დროს გადადის მარცვლებზე და აქედან ყურძნის დაწურვის დროს ჩაჰყვებიან მაქარში (მკვახე მარცვლები არ შეიცავენ დამდუღებელ სოკოებს). მასასადამე, დამწიფებული მარცვლის კანზე უკვეა მზად ის სათავე, რომელიც იწვევს შაქრის დუღილს და შესაფერი ტემპერატურის პირობებში აძლიერებს თავის მოქმედებას, ე. ი. შაქრის დაშლას ალკოჰოლად და ნახშირმჟავად. დამდუღებელ სოკოებთან ერთად, რომლებიც იწვევენ წესიერი დუღილის მსვლელობას, ტკბილში ნიადაგიდან ხვდება ბევრი სხვა და სხვა ორგანიზმებიც: ობის სოკოები და ბაქტერიები, რომელნიც დუღილის ნორმალურ პროდუქტებთან ერთად იძლევიან არანორმალურ ნაწარმებსაც. თუ რომელიმე მიზეზს გამო შეჩერდა დუღილი, ეს მომენტი არის ძალიან საშიში ღვინისათვის; ამ დროს მრავლდება სხვა და სხვა ბაქტერიები, რომელნიც აჩენენ ღვინისთვის არა ნორმალურ ნივთიერებას. უფრო ხშირად დუღილს შეჩერებას ვხვდებით სამხრეთ ქვეყნებში, საცა ჯერ კიდევ სიცხე დგას რაველის დროს. ღვინის დუღილს თან ჰყვება სითბოს გაჩენა, რის გამოც ტემპერატურა ტკბილისა იწვევს თანდათან მაღლა. თუ ტემპერატურამ აიწია  $40-50^{\circ}$ -დინ, და ამასთანავე ტკბილი მდიდარია მკვებით, ალკოჰოლის გაჩენა შეჩერდება ან სრულიად შეწყდება. ამ დროს სხვა და სხვა ბაქტერიები იწვევენ ორგანიზმული ნივთიერების დაშლას: შაქარს და სხვა; შედეგად ამისა, თუ დროზე არ მიეშველა შესაფერი ზომები ტკბილის გასაცივებლად, საღი ღვინის მაგივრად მივიღებთ არანორმალურ პროდუქტებს.

ჩვენ მიერ განხილული ზოგიერთი ღვინოები შეიცავენ არანორმალურ პროდუქტებს. ამათი გაჩენა ღვინოში შეიძლება მიეწეროს იმას, რომ 1919 წელი იყო ნესტიანი, რამაც ხელი შეუწყოს სოკოს ავადყოფ-



ფობის გავრცელებას მაშინ, როდესაც წამლის საშუალება საკმაოდ არ იყო ნახმარი, ამიტომ ყურძნის მოკრეფის და დაწურვის დროს ტკბილ-ში ჩაჰყვა დამბალი მარცვალი, რომელმაც მისცა უკვე დამზადებული კულტურა სხვა და სხვა ავადმყოფობის გასაფრცვლებლად, მაგალითად ობის სოკოები და სხვა. ობის კუთვნი გემო ღვინოში, ამინის ფუძეებისა და ძმრის ეთერის სუნი აიხსნება ზემო მიყვანილი მიზღვებით. დასავლეთის მეღვინეებმა ამ ბოლო ხანებში შემოიღეს დამღუღებელი სოკოების წმინდა კულტურის ხმარება, როგორც იქცეოდა **ჰანსენი** ლუდის მიღების დროს. წმინდა კულტურის ხმარებამ მისცა საშუალება მეღვინეებს აეცილებინათ და მოეშორებინათ ტკბილის დუდილისათვის უცხო სხვა და სხვა ორგანიზმები, და ზოგიერთი მათგან დამღუღებელი სოკოები, მაგალ. *Saccharomyces-apiculatus*.

**გლიცერინი** უკეთებს ტანს ღვინოს, აძლევს მსუქან შეხედულობას და სასიამოვნო გემოს. გლიცერინი წარმოადგენს *Saccharomyces*-ის ფიზიოლოგიური მოქმედების პროდუქტს. პირველად პასტერმა მი-აქცია ყურადღება განსაზღვრულ შეფარდებას, რომელიც არსებობს დუდილის დროს წარმომდგარ ალკოჰოლის წონისა და გლიცერინის რაოდენობას შორის, ე. ი. 100 წონაწილ ალკოჰოლზე მოდის დაახლოვებით 10 წონაწილი გლიცერინი, თუმცა ამასთანავე დაუმატა ისიც, რომ ეს ნორმა ზოგჯერ ირღვევაო. Müller-Thurgau-ს ცნობებით დუდილის დროს სწარმოებს ორი პროცენი: დაშლა შაქრისა ალკოჰოლად და ნახშირ მჟავად, და ფიზიოლოგიური მოქმედების პროცენი დამღუღებელი სოკოებისა. გლიცერინი არის წარმომადგენელი პროდუქტი უკანასკნელი პროცენისა, ამიტომ აქ არ არის იმისთანა მკაცრი შეფარდება გლიცერინისა ალკოჰოლთან (მიუხედავად პასტერის ცნობებისა), როგორც არსებობს ნახშირ მჟავისა, ალკოჰოლისა და შაქრის რაოდენობათა შორის.

ჩვენს ღვინოებში შეფარდება ალკოჰოლისა გლიცერინთან უმეტეს შემთხვევაში უდრის 6—7,5-ს, არის maximum-იც—9, 7.

**საერთო სიმჟავეს** ღვინოში წარმოადგენენ: ღვინისქვისა, ქარვისა, ვაშლისა, რძისა და მქროლადი მჟავები, წარმომდგარები დუდილის დროს.

მქროლადი მჟავები წარმოდგებიან დუდილის დროს, აერობი ბაქტერიების საშუალებით და ჰაერის თავისუფალი მიდგომით. რადგან ყოველი ტკბილი, დახურულ ქვევრშიაც რომ იყოს იგი შენახული,

ჰხედება ჰაერს, ამიტომ მოსალოდნელია ყოველ ღვინოში მქროლადი მჟავების არსებობა.

იმ შემთხვევაში, როცა ღვინოს კარგი მოვლა აქვს, რაოდენობა მქროლადი მჟავებისა არ უნდა გადადიოდეს საზღვარს, რომელიც თეთრი ღვინისთვის უდრის  $= 0,12$ .

რადგან წითელი ღვინის დუღილი სწარმოებს უმეტესად ჰაერის თავისუფალი მიდგომით, ამიტომ რაოდენობა მქროლადი მჟავებისა თეთრ ღვინოებთან შედარებით ცოტა მეტია —  $0,16$ —მდინ.

ზოგიერთ ჩვენ მიერ გამოკვლეულ ღვინოებში ეს საზღვარი მიხწყულია, ზოგში კი გადაცილებულიცაა. ეს მაჩვენებელია იმისა, რომ თავის დროზე არ იყო მიღებული ზომები ძმარ-მჟავა დუღილის შესაწყვეტად ან და ჰაერს ჰქონდა დიდი მიდგომა ჰაქასთან.

**შაქარი.** თუმცა აღნიშნულ ღვინოებში დუღილის დროს შედარებით ბევრი ალკოჰოლი წარმომდგარა, მიუხედავად ამისა, უმთავრეს დუღილს ისე ჩაუვლია, რომ უმეტესი ნაწილი შაქრისა დადუღებულა. ღვინოებში № 2 და № 1-ში ძითქმის აღარ დარჩენილა შაქარი, რადგან  $0,2\%$  უკვე შაქრად აღარ ჩაითვლება.

**ექსტრაქტი.** კახური ღვინოები მდიდარია ექსტრაქტით, რომლის საშუალო რიცხვიც უდრის  $= 3\%$ -ს, არის maximum-იც  $= 4\%$ ; მაშინ როდესაც საფრანგეთისა და სხვა ევროპიული წითელი ღვინოები, მდიდარი ექსტრაქტით, საშუალოდ შეიცავენ  $2,5\%$ -ს.

**ტანინი** (გუნდილო). ჩვენი ღვინოები მდიდარია ტანინით. ტიროლის წითელი ღვინოები საშუალოდ შეიცავენ  $0,17\%$ , ავსტრიისა maximum  $0,11\%$ , დალმაციისა  $0,22\%$ , ყირიმისა  $0,5\%$ . ჩვენ კახურ ღვინოებში კი ტანინის (გუნდილოს) რაოდენობა აღის  $0,7\%$ —ინ.

ასეთი ტანინის რაოდენობის სიდიდით აიხსნება სიმწარე ზოგიერთი ღვინოებისა, რადგან ექვს გარეშეა ის, რომ სიმწარე წარმოსდგება ტანინისაგან.

გვაქვს იმედი, რომ მომავალში გვექნება საშუალება შევისწავლოთ სავსებით შედგენილობა როგორც კახეთისა, აგრეთვე სხვა მეღვინეობის მხარეების ღვინოებისაც.

ამონიაკის განსაზღვრა ყველში

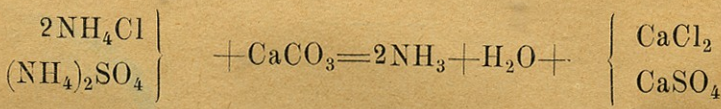
ნ. ყიციშვილისა

(ორგანიული ქიმიის ლაბორატორია).

საქართველოს მთის ყველების გამოკვლევის დროს ჩვენ შემთხვევა მოგვეცა ყურადღება მიგვექცია იმისთვის, რომ დამწვარი მაგნეზიის საშუალებით ამონიაკის განსაზღვრა არაა დამაკმაყოფილებელი მეთოდი. ჩვენ შევამჩნიეთ, რომ ერთისა და იმავე ყველის ერთსა და იმავე წყლის ხსნილში გათბობის ხანგრძლიობისა და დამწვარი მაგნეზიის რაოდენობის მიხედვით ერთმანეთისაგან განსხვავებულს შედეგებს ვიღებთ. ეს განსხვავება ჩვენ მივაწერეთ მაგნეზიის ჟანგის სიტუტის თვისებას, რომელსაც ცილების დანაშაღ ზოგიერთ აზოტიან პროდუქტებზე შეუძლიან იმოქმედოს და ამონიაკი წარმოშობოს. ამიტომ ამონიაკის გამოსაძევებლად უფრო სახერხოდ მიგვაჩნია ამფიგენურ თვისებიან ნივთიერებათა ამორჩევა—რკინისა ან ალუმინის ჟანგის ჰიდრატებისა. თუმცა ამონიუმის მარილებთან ამ ჰიდრატების დამოკიდებულება უკვე ცნობილია, მაგრამ ამის მიუხედავად ჩვენ მაინც საჭიროდ ჩავთვალეთ ამ რეაქციის მსვლელობის შესწავლა.

აღმოჩნდა, რომ ამონიუმის მარილებიდან ეს ორივე ჰიდრატი მეტად ნელა აძევენ ამონიაკს, ისე რომ მისი სავსებით გაძევებისათვის საჭიროა ხანგრძლივი გათბობა და განმეორებითი გამოხდა. რადგანაც ჩვენ დარწმუნებული არ ვიყავით, რომ ხანგრძლივი გათბობა ყველში არსებული აზოტური ნივთიერების დაშლას არ გამოიწვევს, ამიტომ ამ მეთოდზე უარი ვსთქვით და კალცი კარბონატით ამონიუმის მარილებიდან ამონიაკის გამოყოფის წესზე გავჩერდით.

ამონიუმის მარილებზე კარბონატების მოქმედება შესწავლილი იყო Canton Coguella-ს<sup>1</sup> მიერ, რომელმაც გვიჩვენა, რომ რეაქცია შემდეგი შეტოლების მიხედვით სწარმოებს:



<sup>1</sup>) C.-Bl. 1904, I. 1129.

ვიდრე ამ რეაქციით ყველში ამონიაკის განსაზღვრისათვის ვისარგებლებდით, მის მსვლელობის გასაცნობად ჩვენ გავიმეორეთ ეს რეაქცია.

აღმოჩნდა, რომ ამონიუმის მარილებიდან ამონიაკის გაძევება კარბონატის შემწეობით უფრო მძლავრად სწარმოებს, ვიდრე რკინისა და ალუმინის ჟანგების ჰიდრატების შემწეობით, და მხოლოდ ერთი გამოხდა საესებით საკმარისი არის ამონიაკის სრულიად გაძევებისათვის. ახალ დალექილი კარბონატით უფრო სწრაფად სწარმოებს რეაქცია. ყველებში ამონიაკის განსაზღვრელად ჩვენ იენსენის<sup>1</sup> მეთოდით ვსარგებლობდით, ე. ი. ყველებთან თბილი წყლით ხსნილს ვამზადებდით და ამ ხსნილებიდან ცხიმის გაწურვის შემდეგ ამონიაკს ვაძევებდით კალციკარბონატით, — გამოხდა გრძელდებოდა, რასაკვირველია, ამონიაკის სრულ გაძევებამდე. ამონიაკის განსაზღვრის მეთოდით ჩვენ ყოველთვის ერთნაირს ან ძალიან მსგავს რიცხვებს ვიღებდით.

იმ მოსაზრების შესამოწმებლად, რომ მაგნეზიის ჟანგით ამონიაკის გაძევების დროს შესაძლოა ყველის ზოგიერთი აზოტიანი ნივთიერება იშლებოდეს და იქიდან ამონიაკი ჩნდებოდეს, ჩვენ, კარბონატით უზვესავსებით ამონიაკის გაძევების შემდეგ, მაგნეზიის ჟანგით ხელმეორედ გამოვხადეთ იგივე ხსნილი და კვლავ მივიღეთ ამონიაკი, რომლის რაოდენობაც 20%-ს შეადგენდა. აქედან ცხადია, რომ მაგნეზიის ჟანგის მოქმედებით მიღებული ამონიაკი მხოლოდ ამონიუმის მარილების დაშლის შედეგი კი არ არის, არამედ ყველის ზოგიერთი აზოტიანი ნივთიერებებისაც.

ამ ცდების შედეგების მიხედვით გადაწყვიტეთ ყველებში ამონიაკის განსაზღვრისათვის მაგნეზიის ჟანგის ხმარების ნაცვლად კალცი კარბონატი ვუჩიოთ. ჩვენა გვეონია, რომ ეს მეთოდი გამოსაყენებია, ყველის გარდა, ყველა იმ შემთხვევებისათვისაც, როცა კი საზოგადოდ ცილოვან ნივთიერებათა დაშლის დროს ამონიაკი ჩნდება.

<sup>1</sup>) D-r König, Die Untersuchung landwirtschaftlicher Stoffe, 1911. 4. Aufl. S. 611.





F13

1920

L