

Труды Тбилисского университета
168

თბილისის
უნივერსიტეტი

Контрольный экземпляр

ФИЗИКА КИБЕРНЕТИКА

Тбилиси 1976

INSTITUTE OF TECHNOLOGY
UNIVERSITY OF Tbilisi



საინჟინერო მეცნიერებების
ფიზიკის ცენტრი
კიბენეტიკა



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
TBILISI UNIVERSITY PRESS

ფიზიკა • კიბერნეტიკა
PHYSICS • CYBERNETICS

საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის
თბილისის უნივერსიტეტის
ფიზიკის ფაკულტეტი



ФИЗИКА ● КИБЕРНЕТИКА

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Т. Г. Гачечиладзе, З. С. Качлишвили, Д. К. Квавадзе (секретарь),
Т. И. Копалеишвили (редактор), Н. М. Полиевктов-Николадзе, Т. И. Са-
надзе, Л. Б. Чхаидзе.

სარედაქციო კოლეგია

თ. გაჩეჩილაძე, თ. კობალეიშვილი (რედაქტორი), ნ. პოლიევქტოვ-ნიკო-
ლაძე, თ. სანაძე, ზ. ქაჩლიშვილი, დ. ყვავაძე (მდივანი), ლ. ჩხაიძე.

EDITORIAL BOARD

L. Chkaidze, T. Gatchetchiladze, Z. Kachlishvili, T. Kopaleishvili
(editor), D. Kvavadze (secretary), T. Sanadze, N. Polievktov-Nikoladze.

ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХЧАСТИЧНОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ В МОДЕЛИ УНИТАРНОЙ СХЕМЫ

И. З. МАЧАБЕЛИ

Введение

В последнее время для исследования многих свойств легких ядер широко применяется метод разложения волновой функции ядра по полным ортонормированным системам функций [1—4]. Поэтому особо важное значение приобретает построение этих систем в явном виде. Ядро, как система нуклонов, обладает определенными свойствами симметрии и, следовательно, этими же свойствами должны обладать полные системы, выбранные в качестве базиса для разложения волновой функции. Удобнее всего строить полные системы функций с определенными свойствами симметрии методами теории групп. И, действительно, теория группы широко применяется для построения наиболее употребляемых базисов: *K*-гармоник [5—6] и модели унитарной схемы (МУС) [7—9].

МУС независимо была предложена Кречмаром [10] и Баргманом и Мошинским [7]. За основу МУС берется базис трансляционно-инвариантного осцилляторного гамильтониана. Из этого базиса строятся функции, преобразующиеся по неприводимым представлениям (НП) цепочки групп [10,11]:

$$\begin{array}{l}
 SU_4 \supset \overset{\times}{\times} \begin{array}{l} SU_2 \\ \times \\ SU_2 \end{array} \\
 U_{4A} = U_{4A} \supset \begin{array}{l} \times \\ \times \\ \times \end{array} \\
 G \supset \overset{\times}{\times} \begin{array}{l} U_A = S_A \\ \times \\ U_{A-1} = O_{A-1} = S_A \\ \times \\ U_{3(A-1)} = \times \\ \times \end{array} \\
 SU_3 \supset SO_3 = SO_2
 \end{array} \quad (1)$$

Базисные функции этой цепочки будут обладать необходимой перестановочной симметрией, определенными значениями орбитального спинового и изоспинового моментов, т. е. вполне могут быть применены как базис разложения волновой функции ядра. До сих пор нет общего метода построения базиса для произвольного *A*. Попытки в этом направлении для *A*=3 и 4 были предприняты в работах [7] и [12], но явного вида ни функций, ни генеалогических коэффициентов (ГК) получено не было.



Правда, использование этих методов позволило в работе [3] построить ГЕ и рассчитать энергию связи ядра с $A=3$, однако метод не дает явного вида самих трехчастичных функций, применим для конкретного ядра и создает определенные трудности при попытках его обобщения для других ядер. В работе [9] был предложен общий метод построения базиса физических цепочек групп. В данной работе, используя данный метод, построим орбитальные волновые функции трехчастичной системы, преобразующиеся по цепочке групп

$$U_6 \supset \begin{matrix} SU_3 \supset SO_3 \supset SO_2 \\ \times \\ U_2 \supset O_2 \supset S_3 \end{matrix}, \quad (2)$$

что позволит найти соответствующие ГЕ.

Цепочка (2) достаточна для однозначной характеристики трехчастичной волновой функции и не требует дополнения никакими новыми группами. Правда, в верхней цепочке, из-за перехода от математической цепочки $SU_3 \supset SU_2 \supset SU_1$ к физической $SU_3 \supset SO_3 \supset SO_2$, недостает одного квантового числа, но это квантовое число было найдено в работе [12] и физически оно связано с проекцией оператора квадрупольного момента на ось орбитального момента. Математически дополнительное квантовое число связано с числом возможных свертков неприводимого тензора группы SU_3 , приводящих к тензорам группы SO_3 [9, 13—15]. Общее число возможных свертков можно подсчитать исходя из формализма, развитого в работе [11].

Цепочка $SU_3 \supset SO_3 \supset SO_2$

Эта цепочка играет очень важную роль в ядерной физике. Правила для нахождения НП группы SO_3 , входящих в НП группы SU_3 , даны были еще Эллиотом [16]. Эти правила не имеют вида замкнутой формулы и не дают возможности в общем виде найти число повторений НП группы SO_3 в данном НП группы SU_3 . Общая формула для редукции $U_n \supset O_n$, полученная в работе [11], значительно упрощается в случае $n=3$ и позволяет избежать затруднений, связанных с применением правила Эллиотта. Покажем это. НП группы SU_3 в случае трех частиц описывается двухстрочной S -функцией $\{N-\omega, \omega\}$. $U_n \supset O_n$ редукция, согласно формуле

$$(11) \text{ работы [11], осуществляется с помощью оператора } \hat{K} = \sum_{r=0}^{\infty} D(\{2\} \times \{r\}),$$

где D —оператор Фолкеса [17], а \times —оператор внешнего плетизма [18]. Можно показать, что

$$\{2\} \times \{r\} = \sum_{p=0}^{\langle r/2 \rangle} \{2r-2p, 2p\} + \dots + O(\{\dots\}),$$

где $\langle r/2 \rangle = r - M_r$, $M_r = \frac{1}{2} [1 - (-1)^r]$, а $O(\{\dots\})$ содержит S -функции с тремя

и более строками, оператор Фолкеса от которых при действии на строчную $\{N-\omega, \omega\}$ S -функцию дает ноль. Поэтому

$$\hat{K} \{N-\omega, \omega\} = \sum_{r=0}^{(N/2)} \sum_{p=0}^{(r/2)} D(\{2r-2p, 2p\}) \{N-\omega, \omega\}. \quad (3)$$

Нетрудно вывести, что

$$D(\{ab\}) \{AB\} = \sum_{t=0}^{a-b} \{A-a+t, B-b-t\}. \quad (4)$$

Используя это равенство, получим из (3):

$$\hat{K} \{N-\omega, \omega\} = \sum_{r=0}^{(N/2)} \sum_{p=0}^{(r/2)} \sum_{t=0}^{2r-4p} \{N-\omega-2r+2p+t, \omega-2p-t\}.$$

Введя обозначение $q \equiv \omega - 2p - t$, получим

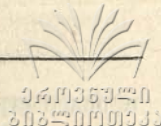
$$\hat{K} \{N-\omega, \omega\} = \sum_{q=0}^{\omega} \left[\sum_{r=\left\langle \frac{\omega-q+1}{2} \right\rangle}^{\left\langle \frac{k/2}{2} \right\rangle} \left[\left\langle \frac{\omega-q}{2} \right\rangle, \left\langle \frac{2r-\omega+q}{2} \right\rangle \right]_{\min} + 1 \right] \{N-2r-q, q\},$$

где $\left\langle \frac{\omega-q}{2} \right\rangle, \left\langle \frac{2r-\omega+q}{2} \right\rangle \right]_{\min}$ означает минимальное число из указанных в скобках. S -функции, получаемые в правой части, описывают НП группы вращения SO_3 [11], а число в квадратных скобках — кратность повторения соответствующих НП. Известно, что из всех этих S -функций не равны нулю только те, которые имеют вид $\{a\}$ или $\{b1\}$ [19]. Кроме этих функций, следует оставлять и такого типа функции $\{-1, a+1\}$ и $\{0, b+1\}$, которые, согласно общим свойствам S -функций [11, 18], соответственно равны $-\{a\}$ и $-\{b1\}$. Остальные S -функции тождественно равны нулю и поэтому имеем

$$\hat{K} \{N-\omega, \omega\} = \sum_{l=1}^{N-\omega} \left[\left[\left\langle \frac{\omega-M_{N-l}}{2} \right\rangle, \left\langle \frac{N-\omega-l}{2} \right\rangle \right]_{\min} + 1 \right] \{lM_{N-l}\} - \sum_{l=1}^{\omega-1} \left[\left[\left\langle \frac{\omega-l-1}{2} \right\rangle + 1 \right] \{lM_{N-l}\} + M_{N+1} M_{\omega+1} \{0\} \right].$$

Откуда, вычитая соответствующие члены, легко получить:

$$\hat{K} \{N-\omega, \omega\} = \sum_{l=0}^{N-\omega} \varphi(l) \{lM_{N-l}\}, \quad (5)$$



где

$$\varphi(l) = \begin{cases} \left[\left(\left\langle \frac{l+1}{2} \right\rangle + (-)^l M_{N+1} M_{\omega+1} \right), \right. \\ \left. \left(\left\langle \frac{N-2\omega+1}{2} \right\rangle + M_{N+1} M_{\omega-l-1} \right) \right]_{\min}, & \text{если } 1 \leq l \leq \omega-1, \\ \left[\left(\left\langle \frac{\omega}{2} \right\rangle - M_{\omega+1} M_{N-l} \right), \left\langle \frac{N-\omega-l}{2} \right\rangle \right]_{\min} + 1, & \text{если } \omega \leq l \leq N-\omega, \\ M_{N+1} M_{\omega-1}, & \text{если } l=0. \end{cases}$$

В формуле (5) l дает те значения орбитальных моментов, которые появляются в НП группы SU_3 $\{N-\omega, \omega\}$, а $\varphi(l)$ —кратность появления этих моментов. Таким образом, правило Эллиотта приняло вид замкнутой формулы.

Трехчастичная орбитальная волновая функция

В работе [9] была построена базисная функция НП цепочки групп $SU_3 \supset SO_3$. Старший вектор этой цепочки имеет вид:

$$|N(\rho\omega); L\tau L\rangle = (\Delta\Delta)^{\varphi/2} (xx)^{\frac{1}{2}(\rho-L-\varphi-\tau)} (\Delta^1 x^\tau (\Delta^{10})^{\omega-\varphi-\tau} \times \\ \times (x^1)^{L-\omega+\varphi} |0\rangle, \quad (6)$$

где

$$\varphi = \theta(\omega-L)[\omega-L+M_{\omega-L}],$$

а τ —дополнительное квантовое число, отличающее кратные L друг от друга; $|0\rangle$ обозначает вакуумное состояние, на которое действуют операторы рождения x^i . Через ρ обозначено число $N-\omega$. $\Delta^1 x^\tau \equiv \Delta^{1i} x^{-i}$ —скалярное произведение тензора Δ^{1i} с вектором x^i .

Если операторам x в функции (6) приписать нижний индекс 1, то мы получим старший вектор цепочки $U_2 \supset O_2$, поскольку вес этого вектора по нижнему индексу будет соответствовать максимальному возможному значению квантового числа группы O_2 — $(\rho-\omega)$. Вектор же с произвольным значением ν этого квантового числа будет иметь вид:

$$|N(\rho\omega) \begin{matrix} L\tau L \\ (\nu) \end{matrix} \rangle = C \sum_{i_1, i_2, i_3=0}^{\frac{\rho-\omega-\nu}{2}} \frac{\frac{\rho-\omega-\nu}{2}!}{i_1! i_2! i_3!} \times \\ \times (\Delta\Delta)^{\varphi/2} (x_1 x_1)^{\frac{\rho-L-\varphi-\tau-i_1}{2}} (x_{-1} x_{-1})^{i_1/2} (\Delta^1 x_1)^{\tau-i_2} \times \\ \times (\Delta^1 x_{-1}^i) (\Delta^{10})^{\omega-\varphi-\tau} (x_1^1)^{L-\omega+\varphi-i_3} (x_{-1}^1)^{i_3} |0\rangle,$$

где при суммировании соблюдается условие $i_1 + i_2 + i_3 = \frac{\rho - \omega - \nu}{2}$

пишем эту функцию так, чтобы она имела произвольный вес M относительно группы SO_2 . Для этого выделим отдельно тензоры и векторы, дающие вклад в вес L :

$$|N\{\rho\omega\}: \begin{matrix} L\tau L \\ (v) \end{matrix} \rangle = C \sum_{i_1, i_2, i_3} \sum_{a, a_1} \sum_{b, b_1} \sum_{c, c_1} \times \\ \times \frac{2^{\varphi/2} \frac{\rho - \omega - \nu}{2}! (\varphi/2)! (\tau - i_2)! (-)^{a_1 + b_1 + c_1}}{i_1! i_2! a! a_1! b! b_1! c! c_1!} \times \\ \times (x_1 x_1)^m (x_1 x_{-1})^n (x_{-1} x_{-1})^p (\Delta^{10})^\kappa (x_1^1)^{L-\Lambda} (x_{-1}^1)^{\Lambda-\kappa} |0\rangle,$$

где на суммирование наложены условия $a + a_1 = \varphi/2$, $b + b_1 = \tau - i_2$, $c + c_1 = i_2$ и введены обозначения: $\kappa \equiv \omega - \varphi - \tau$; $\Lambda \equiv \omega - \varphi + i_3 - c - e$;

$$m \equiv \frac{\rho - L - \tau - \varphi - i_1}{2} + a + b; \quad n \equiv b + c_1 + 2a_1; \quad p \equiv \frac{i_1}{2} + a + c.$$

Если так же, как в работе [9], мы найдем закон преобразования тензора $(\Delta^{10})^\kappa (x_1^1)^{L-\Lambda} (x_{-1}^1)^{\Lambda-\kappa}$ при ортогональных преобразованиях, то тем самым найдем векторы произвольного веса. Выкладки, достаточно простые, но довольно громоздкие, приведут нас к следующему виду функций с произвольной проекцией орбитального момента:

$$|3N\{\rho\omega\}: \begin{matrix} L\tau M \\ (v) \end{matrix} \rangle = \\ = C \sum_{i_1, i_2=0}^{\frac{\rho - \omega - \nu}{2}} \sum_{a=0}^{\varphi/2} \sum_{b=0}^{\tau - i_2} \sum_{c=0}^{i_2} \sum_{d=0}^{\frac{\rho - i - \varphi + \tau - i_1}{2} + a - i_2 - b} \sum_{\alpha=0}^{\kappa} \hat{J}(i_2 i_2 abcd \alpha)_{ort}^\tau \times \\ \times (x_1^1)^\rho (x_1^0)^r (x_1^{-1})^{\frac{N+\nu}{2} - \rho - r} (x_{-1}^1)^t (x_{-1}^0)^{N+M-2\rho-r-2t} \times \\ \times (x_{-1}^{-1})^{2\rho+r+t-M - \frac{N+\nu}{2}} |0\rangle, \quad (7)$$

где введено следующее обозначение:

$$\hat{J}(i_2 i_2 abcd \alpha)_{ort}^\tau =$$

$$\frac{2^{\varphi/2} (-)^{\omega - \varphi/2 + 1 - \delta_M^0} M! a! b! c! d! \frac{\rho - \omega - \nu}{2}! (\varphi/2)! (\tau - i_2)!}{i_1! \left(\frac{\rho - \omega - \nu}{2} - i_1 - i_2 \right)! a! (\varphi/2 - a)! b! (\tau - i_2 - b)! c! (i_2 - c)! d!}$$



$$\begin{aligned}
 & \times \frac{\left(\frac{\rho-L-\varphi+\tau-i_1}{2}+a-i_2-c\right)!(\varphi+i_2+b-c-2a)!\left(\frac{i_1}{2}+a+a\right)!}{\left(\frac{\rho-L-\varphi-\tau-i_1}{2}+a-i_2-b-d\right)!\alpha!(x-\alpha)!} \times \\
 & \quad \times \frac{\left\langle \frac{L-2x-M}{2} \right\rangle}{\sum_{s=\theta(-M)|M|-\theta(M)x}} \sum_{A=a}^{A_m} \sum_{B=B_m-s-\alpha}^{B_m+x-\alpha} \times \\
 & \quad \times \frac{(-1/2)^s}{(A-\alpha)!(B-x+\alpha)!(B_m-B+x-\alpha)!(A_m-A)!} \times \\
 & \quad \times \frac{1}{(B+s+\alpha-B_m)!(L-M-2s-x-\alpha-B)!} \\
 & \quad + \frac{\left\langle \frac{L-x-M}{2} \right\rangle}{\sum_{s=\theta(-M)|M|}} \sum_{A=\alpha}^{A_m} \sum_{B=B_m-s}^{B_m} \times \\
 & \quad \times \frac{(-1/2)^s}{(A-\alpha)!B!(B_m-B)!(A_m-A)!(L-M-2s-x-B)!(B+s-B_m)!} \quad (7') \\
 & \quad + \frac{\left\langle \frac{L-2x-M}{2} \right\rangle}{\sum_{s=\theta(-M)|M|-\theta(-M)x}} \sum_{A=0}^{A_m+x-\alpha} \sum_{B=B_m-s}^{B_m} \times \\
 & \quad \times \frac{(-1/2)^s}{A!(B-\alpha)!(B_m-B)!(A_m-A+x-\alpha)!} \times \\
 & \quad \times \left. \frac{1}{(L-M-2s-2x+\alpha-B)!(B+s-B_m)!} \right\} \\
 & \quad \times \sum_{\substack{\rho=A+d \\ r=B+\varrho-L-\varphi-i_1-2i_2+\tau+2a-2b}}^{A+d+b+i_2-c+\varphi-2a} \sum_{\substack{B+\varrho-L+\tau-i_1-i_2-b-c \\ N+M-L-\frac{i_1}{2}+s-\varphi+a-i_2-b-d-p-r-B}} \times \\
 & \quad \times \sum_{t=N-L-\varphi+M+s-i_1-i_2-c-b-d-p-r+B} \times \\
 & \quad \times \frac{1}{\left(N-L-\varphi+M+s-\frac{i_1}{2}-i_2+a-b-d-p-r-t+B\right)!} \times \\
 & \quad \times \frac{2^{-N+L+\varphi-M-s+i_1+i_2+c+b+d+p+t+r-B}}{(p-A-d)!(r-B-\rho+L+\varphi-\tau-i_1-2a+2i_2+2b)!} +
 \end{aligned}$$

$$\times \frac{1}{(p-L+\tau+i_1-i_2+d-b-c+A+B-p-r)!} \times$$

$$\times \frac{1}{(-N+L+\varphi-M-s+i_1+i_2+c+d+b+p+r+t-B)!},$$

где

$$A_m = s - M + \alpha; \quad B_m = L - \Lambda + \alpha - A; \quad \theta(a) = \begin{cases} 1, & a > 0, \\ 0, & a \leq 0. \end{cases}$$

На суммирование в этих формулах налагается условие, чтобы все величины, входящие под сумму, не становились отрицательными.

Волновая функция (7) не является еще базисной функцией цепочки (2), поскольку не имеет нужной перестановочной симметрии. Придать ей необходимую симметрию можно с помощью симметризаторов Юнга, переписанных предварительно в соответствующем цепочке (2) представлении [15]. Выкладки приводят к тому, что функция с перестановочной симметрией, задаваемой таблицей Юнга [18] $|\mu\rangle$, имеет вид:

$$|3N\{\rho\omega\}: \begin{matrix} L\tau M \\ (\nu) |\mu\rangle \end{matrix} \rangle = CT_\mu^\nu \sum_{i_1 i_2 abcda} J(i_1 i_2 abcda)_{prt}^\tau$$

$$\times \left[(x_1^1)^p (x_1^0)^r (x_1^{-1})^{\frac{N+\nu}{2}-p-r} (x_1^{-1})^t (x_1^0)^{N+M-2p-r-2t} (x_1^{-1})^{2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}} \right.$$

$$+ \beta_\mu (-)^{\nu} (x_1^1)^t (x_1^0)^{N+M-2p-r-2t} (x_1^{-1})^{2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}} \times$$

$$\left. \times (x_1^{-1})^p ((x_1^0)^r (x_1^{-1})^{\frac{N+\nu}{2}-p-r}) \right], \quad (8)$$

где

$$T_{\left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle}^\nu = T_{\left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle} = \frac{1}{6} [1 + e^{2\pi i \nu / 3} + e^{-2\pi i \nu / 3}];$$

$$T_{\left| \begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle}^\nu = T_{\left| \begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle} = \frac{1}{3} [1 - e^{2\pi i \nu / 3}].$$

а

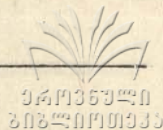
$$\beta_\mu = \begin{cases} 1, & \text{если } |\mu\rangle = \left| \begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle, & \text{или } \left| \begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle, \\ -1, & \text{если } |\mu\rangle = \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right\rangle, & \text{или } \left| \begin{smallmatrix} 1 & 3 \\ 2 \end{smallmatrix} \right\rangle, \end{cases}$$

Используя свойство коммутации генераторов x , нетрудно получить.

что

$$\left[\left(\begin{matrix} + \\ x_\alpha^i \end{matrix} \right)^l, (x_\beta^k)^l \right] = 2^l l! \delta_{\alpha-\beta}^{i-k}.$$

Используя последнее равенство, можно рассчитать скалярное произведение функций (8):



$$\left\langle \mathfrak{N} \{ \bar{\rho} \bar{\omega} \}; \frac{\bar{L} \bar{\tau} \bar{M}}{(\nu | \mu)} \left| \mathfrak{N} \{ \rho \omega \}; \frac{L \tau M}{(\nu | \mu)} \right. \right\rangle.$$

Расчет показывает, что эти функции ортогональны по всем квантовым числам за исключением τ . Понять причину этого легче всего на примере. Рассмотрим III группы SU_3 [84], которое редуцировано на III (4) группы SO_3 . Графически это представимо следующими таблицами Юнга [9]:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline | & | & | & | \\ \hline & b & -b & a & -a \\ \hline d & -d & c & -c \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline | & | & | & | \\ \hline & c & -c & b & a \\ \hline d & -d & -b & -a \\ \hline \end{array} \\ \text{I} & \text{II} \\ \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline | & | & | & | \\ \hline & d & c & b & a \\ \hline -d & -c & -b & -a \\ \hline \end{array} \\ \text{III} \end{array}$$

Поскольку число τ показывает, сколько пар свернутых индексов распределено в двух строчках, то в I случае $\tau=0$, во II— $\tau=2$ и, наконец, в III— $\tau=4$. Таблица III получена из {84} сверткой этого тензора тензором типа {8}. Действительно, индексы a , b , c и d находятся в одной строке и, следовательно, симметричны относительно перестановок, а одноименные индексы не могут быть антисимметричными. Аналогично рассуждая, мы приходим к выводу, что II таблица получена сверткой тензорами типа {8} и {62}, а первая таблица—тензорами {8}, {62} и {44}. Следовательно,

$$\psi_{\text{III}} = \psi_{\tau=4}; \quad \psi_{\text{II}} = \psi_{\tau=4} - c \psi_{\tau=2}; \quad \psi_{\text{I}} = \psi_{\tau=4} - c_1 \psi_{\tau=2} - c_2 \psi_{\tau=0}$$

и функции ψ_{I} , ψ_{II} и ψ_{III} уже будут ортогональными при соответствующем подборе коэффициентов c . В общем случае от квантовых чисел τ перейдем к новым k , показывающим число различных типов тензоров, использованных для свертки. Связь между этими двумя квантовыми числами имеет вид:

$$k = \frac{\tau_{\max} - \tau}{2} + 1; \quad \tau_{\max} = \{\omega - \rho, \rho - L - \varphi\}_{\min},$$

$$1 \leq k \leq \left\langle \frac{\tau_{\max}}{2} \right\rangle + 1.$$

Обозначив новые функции через $|k\rangle$, а старые через $|\tau_h\rangle$ и используя метод Грама-Шмита, можно получить¹

$$|k\rangle = \sum_{m=1}^k \xi_m^k |\tau_m\rangle,$$

¹ Формула эта получена М. Ш. Чачунашвили.

где

$$\xi_m^k = \delta_m^k - (1 - \delta_m^k) \left[\frac{(m | \tau_k)}{(m | \tau_m)} - \sum_{n=2}^{k-m} A_n(k, m) \right], \quad (10)$$

а

$$A_n(k, m) = (-)^n \sum_{j_1=m+n-1}^{k-1} \sum_{j_2=m+n-2}^{j_1-1} \dots \sum_{j_{n-1}=m+1}^{j_{n-2}-1} \times \\ \times \frac{(j_1 | \tau_k)(j_2 | \tau_{j_1}) \dots (m | \tau_{j_{n-1}})}{(j_1 | \tau_{j_1})(j_2 | \tau_{j_2}) \dots (m | \tau_m)}.$$

Следовательно, волновая функция, преобразующаяся по НП цепочки группы (2), имеет вид:

$$| \exists N \{ \rho \nu \}: \begin{matrix} LkM \\ (\nu) | \mu \end{matrix} \rangle = C T_\mu^\nu \sum_{m=1}^k \xi_m^k \sum_{i_1 i_2 abcda} \hat{J}(i_1 i_2 abcda)_{prt}^{\nu_{max}-2m+2} \\ \times \left[(x_1^+)^p (x_1^0)^r (x_1^-)^{\frac{N+\nu}{2}-p-r} (x_1^-)^t (x_1^0)^{N+M-2p-r-2t} (x_1^-)^{2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}} \right. \\ \left. + \beta_\mu (-)^v (x_1^+)^t (x_1^0)^{N+M-2p-r-2t} (x_1^-)^{2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}} \right] \\ \times (x_1^-)^p (x_1^0)^r (x_1^-)^{\frac{N+\nu}{2}-p-r} | 0 \rangle, \quad (11)$$

где коэффициент нормировки C имеет вид:

$$C = \{ 2^N | T_\mu^\nu |^2 \sum_{m=1}^k \sum_{\bar{m}=1}^k \frac{\xi_m^k \xi_{\bar{m}}^k}{\xi_m^k \xi_{\bar{m}}^k} \sum_{\frac{l_1 i_2 abcda}{i_1 i_2 a b c d a}} \times \\ \times \hat{J}(i_1 i_2 abcda)_{prt}^{\nu_{max}-2m+2} \hat{J}(\bar{i}_1 \bar{i}_2 abcda)_{\bar{p}\bar{r}\bar{t}}^{\nu_{max}-2\bar{m}+2} \\ \times \left[\delta_{\frac{N+\nu}{2}-p-r, \frac{2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}}{r}} + \delta_{\frac{0, 2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}, N+M-2p-r-2t, \frac{N}{2}-p-r}{\rho, r, t}} \right] p! r! t! \\ + \left(2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2} \right)! (N+M-2p-r-2t)! \left(\frac{N+\nu}{2}-p-r \right)! \}^{-1/2}$$

Таким образом, найдена волновая функция трехчастичной системы, преобразующаяся по НП цепочке группы (2). Эта функция позволит найти ГК для выделения одной или двух частиц. Для этого надо составить волновую функцию двух- и одночастичной систем. Аналогично тому, как



была построена трехчастичная волновая функция, можно построить и эту функцию. Эта функция имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & | 2n_2 \{n_2\}; \begin{matrix} l_2 m_2; \\ |l_2 \end{matrix}; 1h_1 \{n_1\}; \begin{matrix} l_1 m_1 \\ [1] \end{matrix} \rangle = \\
 & = c_2 c_1 \sum_{\lambda_2=0}^{\frac{n_2-l_2}{2}} \sum_{s_2=0}^{\langle \frac{l_2-m_2}{2} \rangle} \sum_{\gamma_2=0}^{m_2+s_2+\lambda_2} \sum_{\delta_2=0}^{n_2-m_2-2s_2-2\lambda_2} \sum_{\varepsilon_2=0}^{\lambda_2+s_2} \sum_{\lambda_1=0}^{\frac{n_1-l_1}{2}} \times \\
 & \times \sum_{s_1=0}^{\langle \frac{l_1-m_1}{2} \rangle} \sum_{\gamma_1=0}^{m_1+s_1+\lambda_1} \sum_{\delta_1=0}^{n_1-m_1-2s_1-2\lambda_1} \sum_{\varepsilon_1=0}^{s_1+\lambda_1} \times \\
 & \times M^{n_2 l_2 m_2, n_1 l_1 m_1} (\lambda_2 s_2 \gamma_2 \delta_2 \varepsilon_2, \lambda_1 s_1 \gamma_1 \delta_1 \varepsilon_1) (x_1^1)^{\gamma_2 + \gamma_1} (x_1^0)^{\delta_2 + \delta_1} (x_1^{-1})^{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \\
 & \times (x_{-1}^{-1})^{m_2 + m_1 + s_2 + s_1 + \lambda_2 + \lambda_1 - \gamma_2 - \gamma_1} \times \\
 & \times (x_1^{-1})^{n_2 + n_1 - m_2 - m_1 - 2s_2 - 2s_1 - 2\lambda_2 - 2\lambda_1 - \delta_2 - \delta_1} (x_{-1}^{-1})^{s_2 + s_1 + \lambda_2 + \lambda_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_1},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 & M^{n_2 l_2 m_2, n_1 l_1 m_1} (\lambda_2 s_2 \gamma_2 \delta_2 \varepsilon_2, \lambda_1 s_1 \gamma_1 \delta_1 \varepsilon_1) = (-1)^{n_1 - \gamma_1 - \delta_1 - \varepsilon_1} \times \\
 & \times \left\{ \prod_{i=1,2} \frac{(-1/2)^{s_i} 2^{\lambda_i} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{n_i} l_i! \frac{n_i - l_i}{2}! (m_i + s_i + \lambda_i)! (n_i - m_i - 2s_i - 2\lambda_i)!}{(m_i + s_i)! s_i! (l_i - m_i - 2s_i)! \lambda_i! \left(\frac{n_i - l_i}{2} - \lambda_i \right)! \gamma_i! \delta_i! \varepsilon_i! (m_i + s_i + \lambda_i - \gamma_i)!} \right. \\
 & \left. \times \frac{(s_i + \lambda_i)}{(n_i - m_i - 2\lambda_i - 2\lambda_i - \delta_i)! (s_i + \lambda_i - \varepsilon_i)!} \right\}.
 \end{aligned}$$

а c_1 c_2 — коэффициенты нормировки одно- и двухчастичных функций:

$$\begin{aligned}
 c_i & = \left[\sum_{\lambda_i=0}^{\frac{n_i-l_i}{2}} \sum_{s_i=0}^{\langle \frac{l_i-m_i}{2} \rangle} \sum_{\bar{s}_i=0}^{\langle \frac{l_i-m_i}{2} \rangle} \right] \times \\
 & \times \frac{(-1/2)^{s_i+s_i} \left[l_i! \left(\frac{n_i-l_i}{2} \right)! \right]^2 2^{2\lambda_i+s_i} \bar{s}_i! (m_i+s_i+\lambda_i)!}{(m_i+s_i)! (l_i-m_i-2s_i)! s_i! \lambda_i! \left(\frac{n_i-l_i}{2} - \lambda_i \right)! \bar{s}_i! (m_i+\bar{s}_i)!} \times \\
 & \times \left[\frac{(n_i-m_i-2s_i-2\lambda_i)! (s_i+\lambda_i)!}{(l_i-m_i-2\bar{s}_i)! (s_i-\bar{s}_i+\lambda_i)! \left(\frac{n_i-l_i}{2} - s_i+\bar{s}_i-\lambda_i \right)!} \right]^{-1/2}
 \end{aligned}$$

Имея функции (11) и (13), не представляет труда написать общие выражения для ГК. Действительно, ГК представляет собой скалярное произведение этих двух функций. Используя формулу (9), получим:

$$\begin{aligned}
 & \left\langle 3N\{\rho\omega\}: \frac{LkM}{(\nu) |\mu|} \left| \begin{matrix} 2n_2 \{n_2\} \\ \mu_2 \end{matrix} \right. \begin{matrix} l_2 m_2 \\ \mu_2 \end{matrix}; 1n_1 \{n_1\} \begin{matrix} l_1 m_1 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle = Cc_1 c_2 |T_\mu^\nu| \times \\
 & \quad \times \sum_{m=1}^k \xi_m^k 2^N \delta^{N_2} \frac{1}{N} \frac{-m_1 - m_2}{M} \times \\
 & \quad \times \sum_{i_1 i_2 abcda} \sum_{\lambda_2 s_2 \gamma_2 \delta_2 \epsilon_2} \sum_{\lambda_1 s_1 \gamma_1 \delta_1 \epsilon_1} \hat{J}(i_1 i_2 abcd \alpha) \tau_{prt}^{\max - 2m + 2} \times \\
 & \quad M^{n_2 l_2 m_2} n_1 l_1 m_1 (\lambda_2 s_2 \gamma_2 \delta_2 \epsilon_2, \lambda_1 s_1 \gamma_1 \delta_1 \epsilon_1) \delta^{p+t-s_1-s_2-\lambda_1} \times \\
 & \quad \times \left[\delta^{2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2}-\gamma_1, N+M-2p-2t-r-\delta_1, t-\epsilon_1} \times \right. \\
 & \quad \left. + \beta_\mu (-)^\nu \delta^{\frac{N+\gamma}{2}-p-r-\gamma_1, r-\delta_1, p-\epsilon_1} \right] r! p! t! \quad (15) \\
 & \quad \times \left(\frac{N+\nu}{2} - p - r \right)! (N+M-2p-2t-r)! \left(2p+r+t-M-\frac{N+\nu}{2} \right)!.
 \end{aligned}$$

Следовательно, используя методы построения базиса физических цепочек групп, предложенные в работе [9], можно построить в явном виде функцию трехчастичной системы, имеющую заранее заданную симметрию и соответствующие ГК. Можно надеяться, что обобщение метода для четырехчастичного случая, а также для построения К-гармоник для малонуклонных систем, не будет связано с непреодолимыми трудностями.

Следует отметить, что вид ГК значительно упростится, если использовать свойства факторизации ГК [19] и выделить хорошо известные коэффициенты Клебша-Гордана для группы SU_3 и SO_3 [19].

(Поступило 20. XII. 74)

Кафедра ядерной
физики высоких энергий

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ш. Гогсадзе, Т. И. Копалейшвили, ЯФ, 8, 875, 1968; ЯФ. 12, 485. 1970; ЯФ, 19, 539, 1974.
2. A. D. Jackson, J. P. Elliott, Nucl. Phys., A125, 276, 1969.
3. Т. С. Мачарадзе, Т. Я. Михелашвили, ЯФ, 13, 931, 1971.
4. В. Ф. Демин, В. Д. Эфрос, Письма в ЖЭТФ, 16, 504, 1972.
5. Е. Л. Сурков, ЯФ, 5, 908, 1967.
6. М. С. Кильдюшов, Е. Л. Сурков, ЯФ, 14, 551, 1971.
7. V. Vargma, M. Moshinsky, Nucl. Phys., 18, 697, 1960; 177, 1961.
8. Ю. Ф. Смирнов, К. В. Шитикова, Изв. АН СССР, сер. физ. 27, 1442, 1963.
9. Т. Д. Бабуцидзе, И. З. Мачабели, Труды ТГУ, А10, 85, 1975.

10. M. Kretschmar, J. Phys., 157, 423, 1959; 158, 284, 1960.
11. И. З. Мацабели, ТМФ, 3, 106, 1970.
12. R. Kramer, M. Moshinsky, Nucl. Phys., 82, 241, 1966.
13. M. Moshinsky, Rev. mod. Phys., 31, 813, 1962.
14. M. Moshinsky, V. Siamala Devi, J. Math. Phys., 10, 455, 1969.
15. Т. Д. Бабуцидзе, Дипломная работа. Тбилиси, 1972.
16. J. P. Elliott, Proc. Roy. Soc., London, A245, 128, 562, 1958.
17. K. O. Foulkes, Phys. Tran. Roy. Soc., A246, 555, 1954.
18. D. E. Littlewood, The Theory of Group characters and Matrix Representations of Groups. Oxford. 1950.
19. В. В. Вангаас, Алгебраические методы в теории ядра, Вильнюс, 1971.

ი. მაჩაბელი

სამნაწილაკოვანი ორბიტალური ტალღური ფუნქციის აგება უნიტარული სქემის მოდელში

რეზიუმე

უნიტარული სქემის მოდელში [9] ნაშრომში მოყვანილი ზოგადი მეთოდის საფუძველზე აგებულია სამი ნაწილაკის ფუნქცია, რომელსაც დიდი მნიშვნელობა აქვს ბირთვული ფიზიკის მთელი რიგი ამოცანებისათვის. მიღებულია ამ ფუნქციის ცხადი სახე და მისი გამოყენებით აგებულია სამი ნაწილაკიდან ერთის გამოყოფის გენეალოგიური კოეფიციენტები.

I. MACHABELI

CONSTRUCTION OF A THREE-PARTICLE WAVE FUNCTION IN THE UNITARY SCHEME MODEL

Summary

In the Unitary Scheme Model a three-particle wave function is constructed using the general method presented in 191. This wave function is of considerable importance to a number of nuclear physics problems. This function is obtained in explicit form and fractional parentage coefficients are constructed.

СТРУКТУРА СВОБОДНЫХ РАДИКАЛОВ В ОБЛУЧЕННЫХ ПРИ 77°К МОНОКРИСТАЛЛАХ γ -АМИНОМАСЛЯНОЙ КИСЛОТЫ

Г. А. АЛМАНОВ

Введение

Эта работа является продолжением исследований структуры свободных радикалов, образующихся при низкотемпературном радиолизе γ -аминомасляной кислоты $\text{NH}_3^+(\text{CH}_2)_3\text{CO}_2^-$. В работе [1] было показано, что в облученных монокристаллах γ -аминомасляной кислоты при 77°К стабилизируются радикалы типа $\text{XCH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$. Однако оставался открытым вопрос—образовались ли радикалы типа $\text{XCH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$ за счет отрыва аминогруппы или карбоксильной группы аминокислот. Для выяснения этого вопроса нами были изучены дейтерозамещенные образцы γ -аминомасляной кислоты ($\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CO}_2^-$).

Экспериментальная часть

Монокристаллы дейтерозамещенных образцов γ -аминомасляной кислоты выращивались в насыщенном растворе обычной и тяжелой воды медленным испарением при комнатной температуре.

Изучение рентгенограмм для монокристаллов этой аминокислоты показало, что сингония кристалла моноклинная с параметрами элементарной ячейки: $a=8,84\text{Å}$; $b=10,16\text{Å}$; $c=7,04\text{Å}$; $\beta=120^\circ$.

Облучение и измерение проводилось при 77°К. Суммарная доза облучения составляла ~15 Мрад. Спектры ЭПР регистрировались на спектрометре ЭПР-3 в виде второй производной линии поглощения.

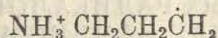
Величины констант СТВ исследуемых радикалов получены путем анализа спектров ЭПР для трех взаимно ортогональных ориентаций кристалла, в магнитном поле спектрометра, совпадающих с направлениями кристаллографических осей. Точность установки кристалла составляет $\pm 2^\circ$. Оценка погрешностей измерения показала, что относительная точность измерения констант СТВ составляет 4%.

γ -аминомасляная кислота

Предварительные исследования [1] свидетельствовали, что в облученных монокристаллах γ -аминомасляной кислоты при 77°К регистрируются спектры (рис. 1а) алкильного радикала.

Радиационный выход G_R полученных радикалов при 77°K составляет $\sim 1,61/100$ э. в.

Анализ исследуемых спектров на рис. 1а, приведенный там же, показал, что сверхтонкую структуру спектра можно объяснить, если считать, что неспаренный электрон в радикале имеет СТВ с двумя α - и двумя β -протонами, т. е. в данном случае алкильный радикал имеет либо структуру



либо

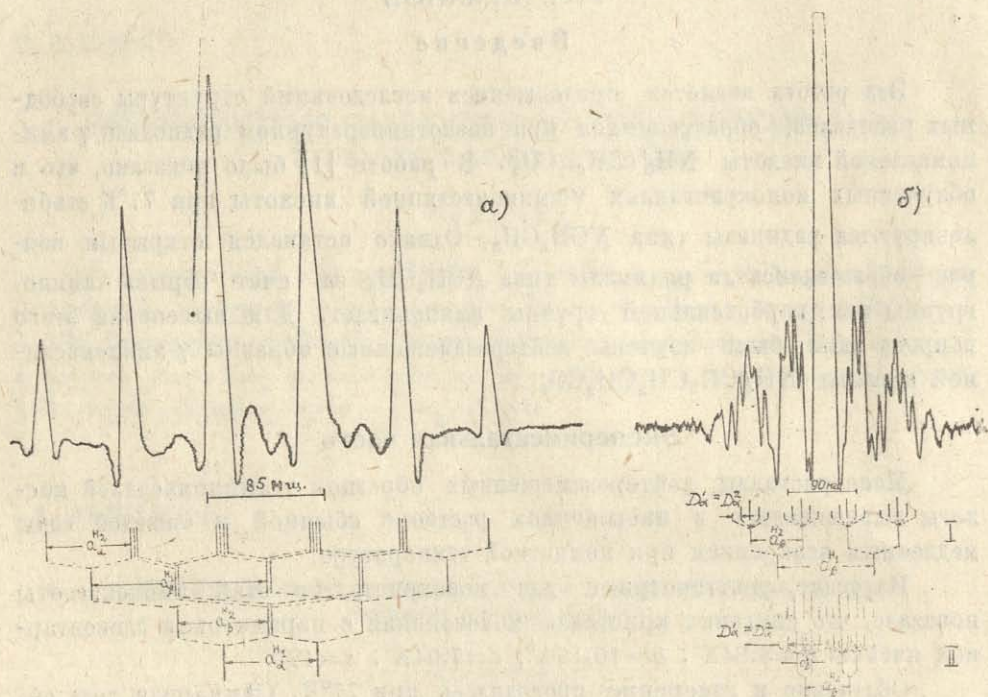
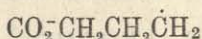


Рис. 1.

Спектры ЭПР (вторая производная) и их анализ для облученного монокристалла γ -аминоасляной кислоты (77°K) при ориентации $\vec{H}_0[1, 0, 0]$: а) спектр и его анализ для нормальной γ -аминоасляной кислоты; б) спектр и его анализ для дейтерозамещенной γ -аминоасляной кислоты:

I—анализ для алкильного радикала типа $\text{NH}_3^+ \text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$.

II—анализ для алкильного радикала типа $\text{NH}_3^+ \text{CH}_2\text{CHD}\dot{\text{C}}\text{H}_2$.

Однако выбор между этими структурами на основании полученных данных по спектрам ЭПР (см. табл. 1) сделать, к сожалению, невозможно, поскольку в обоих случаях СТВ в спектре обусловлено одним и тем же радикальным фрагментом $-\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$.

Таблица 1

Величины констант СТВ для радикалов
облученной γ -аминомасляной кислоты

Радикал (77°К) XCH_2CH_2				
Ориентация \bar{H}_0 (a^* , b , c)	$a_{\alpha}^{H_1}$	$a_{\alpha}^{H_2}$	$a_{\beta}^{H_2}$	$a_{\beta}^{H_1}$
Экспериментальные значения				
$\bar{H}_0[1, 0, 0]$	68	68	67	135
$\bar{H}_0[0, 1, 0]$	71	42	71	136
$\bar{H}_0[0, 0, 1]$	56	70	73	128
Изотропная часть СТВ	65	60	70	133

Для определения в данном случае структуры алкильных радикалов нами были использованы дейтерозамещенные образцы γ -аминомасляной кислоты $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CD}_2\text{CO}_2^-$.

В спектрах ЭПР монокристалла облученной γ -аминомасляной кислоты $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CD}_2\text{CO}_2^-$ в результате дейтерирования происходит существенное изменение картины СТС.

На рис. 1а, б приведены спектры ЭПР монокристаллов обычной и дейтерозамещенной γ -аминомасляной кислоты для ориентаций $\bar{H}_0[1, 0, 0]$.

Анализ наблюдаемых компонент СТС показывает, что эти компоненты обусловлены алкильными радикалами типа $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{D}_2$. При этом, экспериментальные константы СТВ, полученные для радикала дейтерозамещенной γ -аминомасляной кислоты (см. таб. 2), совпадают с соответствующими константами, рассчитанными из спектра нормальной γ -аминомасляной кислоты (см. табл. 1).

Таблица 2.

Радикал (77°К) $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{D}_2$						
Ориентация \bar{H}_0 (a^* , b , c)	$a_{\alpha}^{D_1}$		$a_{\alpha}^{D_2}$		$a_{\beta}^{H_2}$	$a_{\beta}^{H_1}$
	расч.	эксп.	расч.	эксп.	эксп.	эксп.
$\bar{H}_0[1, 0, 0]$	10,2	10,4	10,2	10,4	65	127
$\bar{H}_0[0, 1, 0]$	10,6	9,0	6,3	5,6	66	130
$\bar{H}_0[0, 0, 1]$	8,4	8,0	10,5	10,0	68	126
Изотропная часть СТВ	9,7	9,1	9,0	8,7	67	128

В центральной части спектра (см. рис. 1б) расположен дополнительно синглет с шириной $\Delta H \sim 40$ Мгц.

Появление этого синглета может показаться неожиданным, поскольку в спектрах нормальной γ -аминомасляной кислоты не регистрируется син-



глетный сигнал. Однако можно полагать, что в данном случае свляетный сигнал возникает вследствие реакции дейтерообмена и обусловлен радикалом типа $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CD}_2\dot{\text{C}}\text{D}_2$ [2].

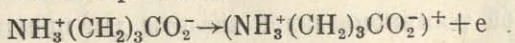
Рассчитанная протяженность спектра радикала $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CD}_2\dot{\text{C}}\text{D}_2$ равна ~ 45 Мгц, что соответствует ширине одиночной линии поглощения. Интенсивность центральных компонент, по-видимому, искажена наложением компонент СТВ радикалов типа $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CHD}\dot{\text{C}}\text{D}_2$, которые образуются в процессе дейтерообмена.

Таким образом, представленные результаты свидетельствуют об образовании в облученной при 77°K γ -аминомасляной кислоте радикалов типа $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$.

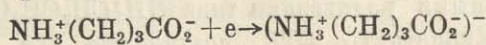
Для сравнения укажем, что и в дикарбоновых кислотах при 77°K регистрируются радикалы типа $\text{R}\dot{\text{C}}\text{H}_2$ с суммарным радиационным выходом $1,8 \cdot 1/100$ э. в. Различными авторами [3], [4] было показано, что в дикарбоновых кислотах радикалы $\text{R}\dot{\text{C}}\text{H}_2$ являются продуктами распада катион радикала.

Обсуждение результатов

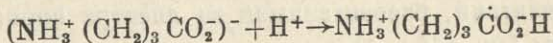
Первичный акт ионизирующего действия излучения [5] сопровождается появлением катион-радикалов:



Последующие реакции захвата электронов



и присоединения протонов

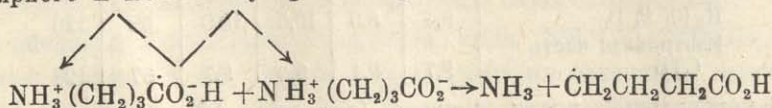


обуславливают возникновение анион-радикалов.

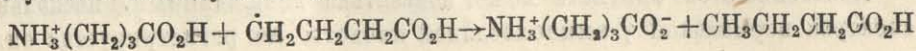
Распад катион-радикалов [6] $(\text{NH}_3^+(\text{CH}_2)_3\text{CO}_2^-)^+$ приводит к образованию в γ -аминомасляной кислоте двух продуктов радиолитического распада — углекислого газа и радикалов типа $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$, наблюдаемых при 77°K .

Следует отметить, что не исключаются полностью и другие реакции диссоциации катион-радикалов.

Распад анион-радикалов при 77°K может протекать либо по механизму [7]: $\text{NH}_3^+(\text{CH}_2)_3\dot{\text{C}}\text{O}_2\text{H}^- \rightarrow \text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3 + \dot{\text{C}}\text{O}_2^-$ либо за счет внутримолекулярного и межмолекулярного переноса электрона



Рекомбинация радикалов $\dot{\text{C}}\text{H}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CO}_2\text{H}$ может происходить в результате последующей реакции:



Выводы

Приведенные механизмы распада ион-радикалов позволяют качественно объяснить следующие полученные результаты:

1. Стабильные при 77°K радикалы типа $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$ являются продуктами распада катион-радикала.

2. При 77°K анион-радикалы γ -аминомасляной кислоты не стабильны и рекомбинация радикальных продуктов распада анион-радикалов происходит в результате вторичных реакций.

(Поступило 30, XII. 74)

Кафедра экспериментальной
 физики

Научная лаборатория физики
 низких температур

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Д. Цветков, Г. А. Алманов, ХВЭ, 5, 587 (1971)
2. Я. С. Лебедев, Г. А. Алманов, „Биофизика“, 12, 38 (1967).
3. Ю. Д. Цветков, Докторская диссертация (1971), НХКиГ СО АН СССР
4. Ю. Н. Молин, И. И. Чхеидзе, Н. Я. Бубен, В. В. Воеводский, ЖСХ, 2, 2931 (1961).
5. J. W. Sinclair, J. Chem. Phys., 55, 245 (1971)
6. Г. А. Алманов, Кандидатская диссертация (1973), ТГУ.
7. В. Ф. Юданов, Ю. Д. Цветков, ХВЭ, 5, 373 (1971).

ბ. ალმანოვი

თავისუფალი რადიკალების სტრუქტურა 77°K ტემპერატურაზე
 დასინჯვებულ γ -ამინოთერბომეჟას მონოკრისტალეზში

რ ე ზ ი უ მ ე

შესწავლილია თავისუფალი რადიკალების სტრუქტურა, რომლებიც წარმოიქმნება γ -ამინოთერბომეჟას მონოკრისტალების 77°K-ზე დასინჯვისას.

ნაჩვენებია, რომ γ -ამინოთერბომეჟას დამზერილი 77°K სტაბილური $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$ ტიპის რადიკალები წარმოადგენენ კათიონრადიკალის დაშლის პროდუქტებს.

G. ALMANOV

THE STRUCTURE OF FREE RADICALS IN SINGLECRYSTALS OF γ -AMINO BUTYRIC ACID IRRADIATED AT 77°K

Summary

The structure of free radicals which appear in singlecrystals of γ -amino butyric acid on irradiation at 77°K have been studied.

It is demonstrated that the observed radicals of the type $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{CH}_2\dot{\text{C}}\text{H}_2$ of γ -amino butyric acid, stable at 77°K, are the products of disintegration of the cation-radical.

ОБЩЕКОВАРИАНТНАЯ ТЕОРИЯ ДОПЛЕРОВСКОГО ЭФФЕКТА И АБЕРРАЦИИ

В. С. КИРИЯ, А. Б. КЕРЕСЕЛИДЗЕ,
Г. Т. ВЕПХВАДЗЕ, О. И. ЛЕЖАВА

§ 1. Введение. О формулировке общековариантной теории эффекта Доплера и аберрации

Известно, что единая теория эффекта Доплера и аберрации в специальной теории относительности (СТО) формулируется на основе лоренцевых формул преобразования пространственно-временных интервалов (П—ВИ) и скорости. Однако в общей теории относительности (ОТО) подобный подход к расчету эффекта Доплера и аберрации не был введен. Вместо формулировки единой теории доплеровского эффекта и аберрации эти явления описывались в ОТО раздельно. Например, теория частот М. А. Тоннела не связана с аберрацией, а Дж. Синг описывает аберрацию при наличии поля тяготения независимо от доплер-эффекта [1,2]. Причиной подобного положения в ОТО очевидно было отсутствие формул преобразования скорости и П—ВИ для неинерциальных систем отсчета (НСО), аналогичных преобразованиям Лоренца (ПЛ) для инерциальных систем отсчета (ИСО).

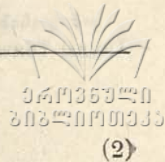
Вышеуказанный недостаток был устранен путем использования неголономных методов, разработанных Тбилисской группой физиков (руководитель группы проф. М. М. Мирианашвили) специально для применений этих методов в ОТО [3—9].

В работах одного из авторов данной статьи (Кирия [7, 8]) была сформулирована единая, общековариантная теория доплеровского эффекта и аберрации в НСО и при наличии гравитационного поля (G -поля) путем использования неинтегрируемых (неголономных) преобразований (НП) для П—ВИ общего вида [3, 5]

$$dx^{\circ z} = a_{\alpha}^{\lambda} dx^{\lambda}, \quad dx^{\lambda} = \tilde{a}_{\beta}^{\lambda} dx^{\beta}, \quad (1)$$

которые в работах [4, 6] были определены как обобщение ПЛ на зависимость от гравитационных потенциалов и на ускоренное движение системы отсчета (СО).

С помощью формул (1) и исходных определений частоты и направления распространения света



$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{\nu} &= \frac{dN}{dt}, & \nu_G &= \frac{dN}{dt} \\ \overset{\circ}{c}_{xi} &= c \cos \overset{\circ}{\alpha}_i, & c_{Gxi} &= \sqrt{-g_{ii}} c_G^i = c_G \cos \alpha_{Gi} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

могут быть получены общие формулы доплеровского эффекта и aberrации следующего вида;

$$\nu_G = \overset{\circ}{\nu} \left(a_0^0 + \sqrt{g_{00}} \sum_k \frac{a_k^0}{\sqrt{-g_{kk}}} \cos \alpha_{Gk} \right) = \frac{\overset{\circ}{\nu}}{\tilde{a}_0^0 + \tilde{a}_k^0 \cos \overset{\circ}{\alpha}_k} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_{Gi} &= \frac{\sqrt{-g_{ii}}}{\sqrt{g_{00}}} \frac{\tilde{a}_0^i + \tilde{a}_k^i \cos \overset{\circ}{\alpha}_k}{\tilde{a}_0^0 + \tilde{a}_k^0 \cos \overset{\circ}{\alpha}_k}, \\ \cos \overset{\circ}{\alpha}_i &= \frac{a_0^i + \sqrt{g_{00}} \frac{a_k^i}{\sqrt{-g_{kk}}} \cos \alpha_{Gk}}{a_0^0 + \sqrt{g_{00}} \sum_k \frac{a_k^0}{\sqrt{-g_{kk}}} \cos \alpha_{Gk}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При этом величины, входящие в формулы (2), (3) и (4), имеют следующий смысл. Определяются две СО: неподвижная локальная СО (x), в которой отсутствует поле тяготения (силовое G -поле локально устранено или, в общем случае, поле тяготения присутствует как внешнее силовое поле в неподвижной локально галилеевой СО), и ускоренная СО (x_G), движущаяся относительно (x) с произвольной скоростью $\vec{V} = \vec{V}(t)$; dN обозначает определенное (заданное) число колебаний источника света; $\overset{\circ}{dt}$ и dt — промежутки времен, в течение которых в СО (x) и (x_G) совершается dN колебаний; $\overset{\circ}{c}_{xi}$ и c_{Gxi} — физические компоненты скорости света, а $\overset{\circ}{\alpha}$ и α_G — углы между направлением скорости света и координатными линиями в СО (x) и (x_G), соответственно. Кроме того, формулы (2), (3) и (4) написаны для диагонализированной метрики.

Как известно, оптические явления в СТО описывают с помощью изотропного волнового вектора (χ). По аналогии с СТО это же можно сделать и в ОТО, для чего следует ввести понятие неголономного волнового вектора, преобразующегося при переходе (x) \rightleftharpoons (x_G) соответственно (1):

$$\overset{\circ}{\chi}^\alpha = a_\alpha^\lambda \chi_G^\lambda, \quad \chi_G^\lambda = \tilde{a}_\beta^\lambda \overset{\circ}{\chi}^\beta, \quad (5)$$

где ($\overset{\circ}{\chi}$) — волновой вектор в СО (x), а (χ_G) — в СО (x_G).

При наличии G -поля имеются различные возможности определения компонент волнового вектора, но из них к известным в физике частным случаям приводят только следующие выражения [8]:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{\alpha}^0 &= \frac{\overset{\circ}{\omega}}{c}, & \overset{\circ}{\alpha}^i &= \frac{\overset{\circ}{\omega}}{c} \cos \overset{\circ}{\alpha}_i \\ \overset{\circ}{\alpha}_{G^0} &= \frac{\omega_G}{c_G}, & \sqrt{-g_{ii}} \overset{\circ}{\alpha}_{G^i} &= \frac{\omega_G}{c_G} \cos \alpha_{Gi}, \end{aligned} \quad (6a)$$

где $c_G = \sqrt{g_{00}} c$ — скорость света в G -поле, $\overset{\circ}{\omega}$ и ω_G — круговые частоты в СО ($\overset{\circ}{x}$) и (x_G), $\overset{\circ}{\alpha}_i$ — угол между направлением вектора $\overset{\circ}{\alpha}$ и координатными линиями $\overset{\circ}{x}^i$ (они совпадают с углами между векторами $\overset{\circ}{c}$ и $\overset{\circ}{x}^k$), а φ_{Gi} — угол между $\overset{\circ}{\alpha}_{G^i}$ и x^i .

Целью настоящей работы является применение понятия неголономного волнового вектора к общему расчету волновых процессов при наличии G -поля и к получению поправок к некоторым эффектам СТО на зависимость от гравитационного потенциала и от ускоренного движения СО. При этом будет показано, что применение понятия неголономного волнового вектора приводит к некоторым результатам, которые не могут быть получены помимо применения этого вектора.

§ 2. Общий расчет эффекта Доплера и aberrации с помощью понятия неголономного волнового вектора

Следуя работам [8], частоту колебания и углы будем обозначать двумя индексами G и O , смотря по тому, где находится наблюдатель и источник. При этом первый индекс отнесем к наблюдателю, а второй — к источнику.

Если наблюдатель находится вне G -поля, а источник — в G -поле, то наблюдатель регистрирует частоту света в СО ($\overset{\circ}{x}$), излученную в (x_G). Поэтому в этом случае следует принять обозначения: $\overset{\circ}{\omega} = \omega_{OG}$, $\omega = \omega_{GG}$, $\overset{\circ}{\alpha}_i = \alpha_{0i}$, $\varphi_{Gi} = \varphi_{Gi}$. Тогда для (5), учитывая (6) и (6a), можно написать:

$$\frac{\omega_{OG}}{c} = \frac{\omega_{GG}}{c_G} \left(a_0^0 + \sum_k \frac{a_k^0}{\sqrt{-g_{kk}}} \cos \varphi_{Gk} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\omega_{OG}}{c} \cos \alpha_{0i} = \frac{\omega_{GG}}{c_G} \left(a_i^0 + \sum_k \frac{a_k^i}{\sqrt{-g_{kk}}} \cos \varphi_{Gk} \right). \quad (7a)$$

Необходимым требованием является совместимость формул (7) и (7a) с (3) и (4). Если наблюдатель находится в ($\overset{\circ}{x}$), а источник в (x_G), то в (3) и (4) следует принять обозначения: $\nu_G = \nu_{OG}$, $\overset{\circ}{\nu} = \nu_{00}$, $\overset{\circ}{\alpha}_i = \alpha_{0i}$, $\alpha_{Gk} = \alpha_{Gk}$. Положив $\omega_{OG} = 2\pi\nu_{OG}$ и $c_G = \sqrt{g_{00}} c$, мы найдем, что вышеупомянутые формулы совпадают при условиях

$$\omega_{GG} = \sqrt{g_{00}} \omega_0, \quad \cos \varphi_{Gk} = \sqrt{g_{00}} \cos \alpha_{Gk}. \quad (8)$$



Первое из уравнений (8) определяет уменьшение собственной частоты G -полем, а второе из (8) показывает, что фазовая скорость $\vec{\kappa}_G$ и волновой вектор $\vec{\kappa}'_G$ при наличии G -поля направлены различно.

Если наблюдатель находится в G -поле, а источник вне G -поля, то наблюдатель регистрирует частоту света в СО (x_G) излученную в ($\overset{\circ}{x}$). Поэтому теперь следует принять обозначения: $\omega = \omega_{G0}$, $\dot{\omega} = \omega_{00}$, $\overset{\circ}{\alpha}_k = \alpha_{0k}$, $\alpha_{Gi} = \varphi_{Gi}$. Тогда для (5), учитывая (6) и (6а), можно написать:

$$\frac{\omega_{G0}}{c} = \frac{\omega_{00}}{c} (\tilde{a}_0^0 + \tilde{a}_k^0 \cos \alpha_{0k}), \quad (9)$$

$$\frac{\omega_{G0}}{c} \cos \varphi_{Gi} = \sqrt{-g_{ii}} \frac{\omega_{00}}{c} (\tilde{a}_0^i + \tilde{a}_k^i \cos \alpha_{0k}) \quad (9a)$$

Как и прежде, потребуем совместности (9) и (9а) с (3) и (4). В том случае, когда наблюдатель находится в (x_G), а источник в ($\overset{\circ}{x}$), в (9) и (9а) следует принять обозначения: $\overset{\circ}{v} = v_{G0}$, $v_G = v_{GG}$, $\overset{\circ}{\alpha}_k = \alpha_{0k}$, $\alpha_{Gi} = \alpha_{Gi}$. Тогда вышеуказанные формулы совпадают опять при условиях (8) для ω_{GG} , ω_{00} , φ_{Gk} и α_{Gk} .

Рассмотрим теперь общий случай, когда наблюдатель и источник находятся в разных G -полях.

Зависимость между волновыми векторами определим на основании формул (5), исключением из них $\overset{\circ}{\kappa}^\alpha$:

$$a'^\alpha_\lambda \kappa'^\lambda_G = a''^\alpha_\lambda \kappa''^\lambda_G. \quad (10)$$

Умножая (10) на \tilde{a}'^μ_α и суммируя по α , получим

$$\kappa''^\mu = \tilde{a}'^\mu_\alpha a'^\alpha_\lambda \kappa'^\lambda_G = \tilde{a}'^\mu_\alpha a''^\alpha_0 \kappa'^0_G + \tilde{a}'^\mu_\alpha a'^\alpha_k \kappa'^k_G. \quad (10a)$$

Если мы воспользуемся определениями (6а) и подставим в (10а) выражения a'^α_λ и \tilde{a}'^μ_α , содержащие скорости СО (x'_G) и (x'_G) относительно основной системы ($\overset{\circ}{x}$), получим общие формулы эффекта Доплера и аберрации, когда наблюдатель, находящийся в СО (x'_G), движется относительно СО ($\overset{\circ}{x}$) со скоростью \vec{V}'_G , а источник, находящийся в СО (x'_G), движется относительно ($\overset{\circ}{x}$) со скоростью \vec{V}'_G .

Для расчета эффекта Доплера и аберрации по формулам (9), (9а) и (10) нам потребуются явные выражения коэффициентов НП a^α_λ и \tilde{a}^λ_β . В случае поступательного движения они имеют вид [4, 6, 8, 9]:

$$\left. \begin{aligned} a^0_\alpha &= \beta^{-1} \sqrt{g_{00}} \frac{V_{x\alpha}}{c}, & a^i_0 &= \beta^{-1} \sqrt{g_{00}} \frac{V_{xi}}{c}, \\ a^0_k &= \beta^{-1} \sqrt{-g_{hk}} \frac{V_{xk}}{c}, & a^i_k &= \sqrt{-g_{hk}} \left[\delta^i_k - (1 - \lambda \beta^{-1}) \frac{V_{xi} V_{xk}}{V^2} \right], \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\tilde{a}_0^0 = \beta^{-1} \sqrt{g^{00}} \frac{V_{x^0}}{c}; \quad \tilde{a}_0^i = -\beta^{-1} \sqrt{-g^{ii}} \frac{V_{xi}}{c},$$

$$\tilde{a}_k^0 = -\beta^{-1} \sqrt{g^{00}} \frac{V_{xk}}{c}, \quad \tilde{a}_k^i \sqrt{-g^{ii}} \left[\delta_k^i - (1 - \lambda \beta^{-1}) \frac{V_{xi} V_{xk}}{V^2} \right],$$

где величины V_{x^0} , V_{xi} , β , V и λ при определении скорости $\vec{V} = (V^1, V^2, V^3)$ СО (x_G) относительно (x) по наблюдению из (x_G) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} V_{x^0} &= \sqrt{g_{00}} c, & V_{xi} &= \sqrt{-g_{ii}} V_{xi}, & \beta &= \sqrt{g_{00} - \left(\frac{V_G}{c}\right)^2} \\ V &= V_G = \sqrt{\sum_k (V_{xi})^2}, & \lambda &= \sqrt{g_{00}} \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

Если же СО (x_G) совершает и вращательное движение, которое определяется координатными соотношениями

$$\overset{\circ}{t} = t, \quad \overset{\circ}{x}^i = x^i(t, x^k),$$

то коэффициенты НП a_λ^α и \tilde{a}_β^λ должны быть заменены выражениями [8]:

$$a_\lambda^\alpha \rightarrow \left(\frac{\partial x^\alpha}{\partial x^\beta} \right)_0 \tilde{a}_\lambda^0, \quad \tilde{a}_\beta^\lambda \rightarrow \tilde{a}_\beta^\lambda \left(\frac{\partial x^\lambda}{\partial x^\beta} \right)_0, \quad (12)$$

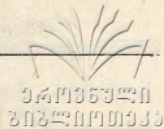
где индекс 0 при производных обозначает дифференцирование функций при $t = t_0 = \text{const}$. Кроме того, выражения (11) и (11a) имеют место при отсутствии G -поля в СО (x). Если же в этой системе присутствует G -поле, то тогда a_λ^α и \tilde{a}_β^λ должны быть заменены выражениями [8]:

$$a_\lambda^\alpha \rightarrow \sqrt{\pm g^{\alpha\alpha}} a_\lambda^\alpha, \quad \tilde{a}_\beta^\lambda \rightarrow \sqrt{\pm g_{\beta\beta}} \tilde{a}_\beta^\lambda. \quad (12a)$$

Ради простоты мы ограничимся случаем, когда наблюдатель, находящийся в (x'_G), неподвижен ($\vec{V}_G = 0$), а источник, находящийся в (x''_G), движется относительно (x'_G) со скоростью \vec{V}''_G . В этом случае, согласно (11), имеем $a'^\alpha_\lambda = \sqrt{\pm g'^{\alpha\lambda}} \delta'^\alpha_\lambda$ и, кроме того, пользуясь двухиндексными обозначениями частот, получим:

$$\left. \begin{aligned} \chi'_G{}^0 &= \frac{\omega_{G''G''}}{c'_G}, & \chi'_G{}^i &= \frac{\omega_{G''G''}}{c'_G} \frac{\cos \varphi'_{Gi}}{\sqrt{-g'_{ii}}}, \\ \chi''_G{}^0 &= \frac{\omega_{G''G''}}{c''_G}, & \chi''_G{}^i &= \frac{\omega_{G''G''}}{c''_G} \frac{\cos \varphi''_{Gi}}{\sqrt{g'_{ii}}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где φ'_{Gi} и φ''_{Gi} — углы между волновыми векторами $\vec{\chi}'_G$, $\vec{\chi}''_G$ и координатной линией x^i , соответственно. Подставляя (13) и вышеуказанные значения коэффициентов НП a'^α_λ в (10 а), мы получим:



$$\left. \begin{aligned} \omega_{G'G''} &= \frac{\sqrt{g'_{00}}}{\sqrt{g''_{00}}} \frac{\omega_{C'G''}}{\sqrt{g'_{00} \tilde{a}''^0_0 + \tilde{a}''^0_k \cos \varphi'_{Gk}}}, \\ \cos \varphi'_{Gi} &= \sqrt{-g''_{ii}} \frac{\sqrt{g'_{00} \tilde{a}''^i_0 + \tilde{a}''^i_k \cos \varphi'_{Gk}}}{\sqrt{g'_{00} \tilde{a}''^0_0 + \tilde{a}''^0_k \cos \varphi'_{Gk}}}. \end{aligned} \right\} (13a)$$

Введем угол между векторами \vec{x}_G , \vec{x}'_G и \vec{V}'_G , определяя их по формулам

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi'_G &= \frac{V'_{Gxi}}{V'_G} \cos \varphi'_{Gi} = \frac{(\vec{c}_G, \vec{V}'_G)}{c_G c} = \frac{\sqrt{-g'_{ii}}}{V'_G} \cos \alpha'_{Gi} = \frac{V'_{Gxi}}{V'_G} \cos \varphi'_{Gi} \\ \cos \varphi''_G &= \frac{(\vec{c}'_G, \vec{V}'_G)}{c'_G V'_G} = \frac{\sqrt{-g''_{ii}}}{V'_G} V''_{Gi} \cos \varphi''_{Gi} = \frac{V'_{Gxi}}{V'_G} \cos \alpha'_{Gi}. \end{aligned} \right\} (14)$$

Подставляя в (13a) и (14) значения $\tilde{a}''^{\lambda}_\alpha$ из (11) и (11a), получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{G'G''} &= \frac{\omega_{G'G''} \sqrt{g'_{00}} \sqrt{g'_{00} - \left(\frac{V'_G}{c}\right)^2}}{\sqrt{g''_{00}} \left(\sqrt{g'_{00} - \frac{V'_G}{c} \cos \varphi'_G} \right)}, \\ \cos \varphi'_G &= \sqrt{g'_{00}} \cdot \frac{\sqrt{g'_{00}} \cos \varphi'_G - \frac{V'_G}{c}}{\sqrt{g'_{00}} \left(\sqrt{g'_{00} - \frac{V'_G}{c} \cos \varphi'_G} \right)}. \end{aligned} \right\} (15)$$

Правые части (15) мы можем выразить с помощью величин, относящихся к системе наблюдателя (x'_G). Для этой цели используем соотношения

$$V'_G = \frac{\sqrt{g'_{00}}}{\sqrt{g_{00}}} V_G, \quad \omega_{G'G''} = \frac{\sqrt{g'_{00}}}{\sqrt{g_{00}}} \omega_{G'G''}$$

вытекающие из $V_G = \sqrt{g_{00}} \dot{V}$ и $\omega_{GG} = \sqrt{g_{00}} \omega_0^*$. Если, кроме того, вместо угла φ между векторами \vec{V}_G и \vec{x}_G внести угол α между \vec{V}_G и \vec{c}_G , соответственно формуле (8), то формулы (15) обратятся в выражения

* Равенство $\omega_{GG} = \sqrt{g_{00}} \omega_0$ совпадает с первой формулой (8), а равенство $V_G = \sqrt{g_{00}} \dot{V}$ может быть получено из закона сложения трехмерных скоростей [4] $\dot{v}^i = ca^i_\lambda v^\lambda / a^0_\mu v^\mu$ (причем $v^0 = c$). Подставив в эту формулу значения a^i_λ из (11) и положив $v^k = 0$, мы получим $\dot{v}^i = V_{x_i} \sqrt{g_{00}}$. Предположение $v^k = 0$ означает, что рассматриваемая точка неподвижна относительно движущейся СО (x_G). Следовательно, \dot{v}^i есть скорость СО (x_G) относительно неподвижной СО (x), при определении этой скорости по наблюдению из неподвижной СО (x). Но в локально галилеевой СО

$$\left. \begin{aligned} v_{G'G''} &= v_{G'G} \frac{\sqrt{g'_{00}} \sqrt{g'_{00} - \left(\frac{V'_G}{c}\right)^2}}{\sqrt{g'_{00} \left(\sqrt{g'_{00}} - \frac{V'_G}{c} \cdot \cos \alpha'_G \right)}}, \\ \cos \alpha''_G &= \frac{\sqrt{g'_{00}} \cos \alpha'_G - \frac{V''_G}{c}}{\sqrt{g'_{00} - \frac{V''_G}{c} \cos \alpha'_G}}, \end{aligned} \right\} \quad (15a)$$

которые были получены в работе [8] помимо применения неголономного волнового вектора. Это доказывает, что предложенная здесь теория доплеровского эффекта и абберации света является внутренне согласованной теорией этих эффектов. Она представляет неголономно и голономно ковариантное обобщение теории доплеровского эффекта и абберации СТО и построена по образцу последней.

Заметим также, что предположения (6а) (а также (2)) являются, единственными, согласующимися с СТО и ОТО. Всякие другие допущения, например, $\sqrt{g_{00}} \alpha_G^0 = \omega_G/c_G$, $\alpha_G^0 = \omega_G/c$, противоречат элементарным следствиям, вытекающим из СТО и ОТО.

Для расчета эффекта Доплера и абберации применялись соотношения учитывающие или влияние скорости системы, или влияние гравитационного поля. Полученные в настоящей работе формулы учитывают одновременно оба фактора.

Легко проверить, что известные формулы эффекта Доплера и абберации являются частными случаями полученных в настоящей работе формул.

(Поступило 20. II. 75)

Кафедра общей физики

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Тоннела, „Эйнштейновский сборник, 1967“, Москва, 1967.
2. Дж. Синг, *Общая теория относительности*, Москва, 1962.
3. М. М. Мирианшвили, В. С. Кирия, М. С. Гобеджишвили, Тезисы 2-ой советской гравитационной конференции, Тбилиси, 1965, стр. 14.
4. В. С. Кирия, там же, стр. 46.
5. М. М. Мирианшвили, В. С. Кирия, М. С. Гобеджишвили, А. Б. Кереселидзе, „Современные проблемы гравитации“, Тбилиси, 1967, стр. 135.
6. В. С. Кирия, там же, стр. 155.
7. В. С. Кирия, Тезисы докладов 5-ой международной конференции по гравитации и теории относительности, Тбилиси, 1968, стр. 24.

$\dot{v}_i = \dot{V}_{xi}$, где \dot{V}_{xi} — декартовая компонента скорости \vec{V} СО (x_G) относительно (\dot{x}).

Отсюда по формулам $\dot{V} = \sqrt{\sum_i \dot{V}_{xi}^2}$ и $V_G = \sqrt{\sum_i V_{xi}^2}$ получим вышеупомянутую формулу: $V_G = \sqrt{g_{00}} \dot{V}$.



8. В. С. Кирия, 1) Применение неголономных методов в общей теории относительности, сборник „Проблемы гравитации“, Тбилиси, 1975. 2) Неголономные методы в общей теории относительности (докторская диссертация), Тбилиси, 1975.
 9. В. С. Кирия, Труды ТГУ, т. 146, (А—4), Тбилиси, 1972.

ვ. ქირია, ა. კერესელიძე,
 გ. ვეფხვაძე, ო. ლეჟავა

დოპლერის ეფექტისა და აბერაციის ზოგადკოვარიანტული თეორია

რ ე ზ ი უ მ ე

ჩამოყალიბებულია დოპლერის ეფექტის და აბერაციის ერთიანი, ზოგადკოვარიანტული თეორია იმ შემთხვევაში, როცა გვაქვს ან არ გვაქვს გრავიტაციული ველი. ეს თეორია ემყარება ათვლის სისტემების გარდაქმნის ფორმულებს ზოგადი ფარდობითობის თეორიაში, რომლებიც აკმაყოფილებენ ლორენცის პირობას—მოთხოვნას, რომ გრავიტაციული ველის არარსებობის დროს გარდაქმნის ფორმულები გადადიოდნენ ლოკალურად სპეციალური თეორიის ლორენცის გარდაქმნის ფორმულებში. დოპლერის ეფექტის და აბერაციის ზოგადი გამოსანგარიშებელი ფორმულები მიღებულია ტალღური ვექტორების გარდაქმნის ფორმულების საფუძველზე; რომლებიც განსაზღვრული არიან მხებ სივრცეში და გამრუდებულ სივრცეში. ეს ვექტორები დაკავშირებული არიან ათვლის სისტემების გარდაქმნის ფორმულებით ზოგად ფარდობითობის თეორიაში, რომლებიც აკმაყოფილებენ ლორენცის პირობას.

V. KIRIA, A. KERESLIDZE,
 G. VEPKHVADZE, O. LEZHAVA

GENERAL COVARIANT THEORY OF DOPPLER EFFECT AND ABBERATION

Summary

General covariant and unified theory of the Doppler effect and abberation in accelerated systems is formulated in the presence and absence of the gravitational field. This theory is based on the formulae of transformations of systems of reference of the general relativity theory, satisfying Lorenz conditions—the requirement that in the absence of the gravitational field the transformation formulae are turned into local transformations of the special relativity theory. Formulae of transformation of the wave vector, determined in a tangent space connected with the wave vector in the curved space, were used as the basis for calculations of the Doppler effect and abberation. This relation is determined by means of non-holonomic transformations of the system of reference of the general relativity theory, obeying Lorenz conditions.

НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА В СПЕЦИАЛЬНОЙ И ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В. С. КИРИЯ

§ 1. Введение

Определение понятия неинерциальной системы отсчета (НСО) в общей теории относительности (ОТО) сопряжено с трудностями, которые связаны с принципом эквивалентности (ПЭ) и с принципом общей относительности (ПОО). Они до сих пор не позволили дать удовлетворительное определение понятия НСО в ОТО [1, 2].

Если бы не ПЭ и ПОО, то для введения понятия НСО в ОТО, по крайней мере при отсутствии гравитационного поля (G -поля), можно было бы воспользоваться преобразованиями Лоренца (ПЛ) для переменных скоростей

$$dx^\alpha = L_\lambda^\alpha dx^\lambda, \quad dx^\lambda = \tilde{L}_\alpha^\lambda dx^\alpha, \quad (1)$$

относительно которых метрика Минковского

$$\left. \begin{aligned} ds^2 &= e_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \\ e_{\alpha\beta} &= e_\alpha \delta_{\alpha\beta} (e_0 = 1, e_1 = e_2 = e_3 = -1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

инвариантна. Однако свойство $e_{\alpha\beta} = \text{inv}$ относительно ПЛ (1) очевидно значит, что в ускоренной системе отсчета (СО) истинное G -поле не возникает. Но это утверждение противоречит ПЭ, согласно которому поле ускорения и G -поле локально эквивалентны друг другу.

Таким образом, ПЭ на первый взгляд запрещает использование ПЛ (1) для определения ускоренной СО,—НСО (x_N). Однако это противоречие не является существенным, поскольку $e_{\alpha\beta} = \text{inv}$ означает, что ПЛ (1) для переменных скоростей не образуют кривизну пространства-времени (П-В), а это так и есть, ибо ускоренное движение, при отсутствии материи, не приводит к образованию истинного G -поля, искривляющего П-В. Правда, при переходе к системе координат (СК), связанной с НСО, метрика Минковского меняет форму, так что относительно произвольных преобразований СК $x^\alpha = x^\alpha(x'^\lambda) e_{\alpha\beta} \rightarrow g_{\alpha\beta} (\neq \text{inv})^*$. Однако это есть чисто координатный эффект, ничего общего не имеющий с гравитацией, ибо преобра-

* Греческие индексы принимают значения 0, 1, 2, 3, а латинские—1, 2, 3.



зование $x^\alpha = x^\alpha(x'^\lambda)$ не искривляет П—В. Для устранения координатных эффектов из гравитации, очевидно, нужно потребовать, чтобы преобразования СК не меняли метрику П—В. Поэтому противоречие между ПЛ и ПЭ имеет кажущийся характер, связанный с отождествлением фиктивного G -поля ускорения с истинным G -полем материальных источников. А так как в СО, движущейся ускоренно в плоском П—В, истинное G -поле не возникает, то ПЛ (1) можно взять за основу определения НСО, аналогично определению инерциальной СО (ИСО) в специальной теории относительности (СТО).

§ 2. Общее определение понятия неинерциальной СО в СТО и ОТО

Определение НСО в ОТО при наличии G -поля, аналогичное определению ИСО в СТО, можно ввести на основе неголономных преобразований (НП)

$$dx^{\overset{\circ}{\alpha}} = a_\lambda^\alpha dx^\lambda \quad dx^\lambda = \tilde{a}_\alpha^\lambda dx^{\overset{\circ}{\alpha}}, \quad (3)$$

подчиненных требованию, чтобы при отсутствии G -поля они переходили в ПЛ СТО (условия лоренцовости). Это значит, что при $g_{\lambda\mu} \rightarrow e_{\lambda\mu}$ $a_\lambda^\alpha \rightarrow L_\lambda^\alpha$. При этом коэффициенты НП a_λ^α определяются из уравнений вида:

$$g_{\lambda\mu} = a_\lambda^\alpha a_\mu^\beta e_{\alpha\beta}.$$

Учитывая эти соображения, понятие НСО в СТО и ОТО мы можем определить на основе следующих предположений:

- а) при отсутствии G -поля в ускоренной СО локально справедливы ПЛ;
- б) при наличии G -поля коэффициенты ПЛ L_λ^α должны быть заменены коэффициентами НП a_λ^α , при их подчинении условиям лоренцовости (УЛ);
- в) преобразование координат не должно касаться времени;
- г) движение фиксированной НСО (x_N) должно определяться по отношению к выделенной СО (x), связанной с основным базисом;
- д) во всех СО, независимо от характера их движения, должен соблюдаться закон $v < c$.

Прямым следствием этих предположений является инвариантность метрики П—В относительно перехода ИСО \rightleftharpoons НСО: при отсутствии G -поля $e_{\alpha\beta} = \text{inv}$, а при наличии G -поля $g_{\lambda\mu} = \text{inv}$. Требование $e_{\alpha\beta} = \text{inv}$ и $g_{\lambda\mu} = \text{inv}$ устраняет из всевозможных преобразований координатные эффекты и оставляет отношения, присущие G -полю и ускорению СО.

Соответственно требованию а) переход ИСО \rightleftharpoons НСО, при отсутствии G -поля, можно определить с помощью общих ПЛ

$$dx^{\overset{\circ}{\alpha}} = \Omega_\beta^\alpha L_\mu^\beta dx_N^\mu, \quad dx_N^\mu = \tilde{L}_\beta^\mu \tilde{\Omega}_\alpha^\beta dx^{\overset{\circ}{\alpha}}. \quad (4)$$

представляющих „произведение“ лоренцовых вращений и лоренцового поступательного движения $\overset{\circ}{dx} = \Omega_{\beta}^{\alpha} \overset{\circ}{dx}^{\beta}$ и $\overset{\circ}{dx}^{\lambda} \overset{\circ}{\beta} = L_{\mu}^{\beta} dx_N^{\mu}$, в которых $\overset{\circ}{dx}^{\alpha}$ — пространственно-временные интервалы (П-ВИ) в неподвижной СО ($\overset{\circ}{x}$), а dx_N^{μ} — в ускоренной СО (x_N).

Лоренцовость вышеуказанных преобразований значит:

$$e_{\alpha\beta} \overset{\circ}{\Omega}_{\lambda}^{\alpha} \overset{\circ}{\Omega}_{\mu}^{\beta} = e_{\lambda\mu}, \quad e_{\lambda\mu} \overset{\circ}{\Omega}_{\alpha}^{\lambda} \overset{\circ}{\Omega}_{\beta}^{\mu} = e_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

$$e_{\alpha\beta} \overset{\circ}{L}_{\lambda}^{\alpha} \overset{\circ}{L}_{\mu}^{\beta} = e_{\lambda\mu}, \quad e_{\lambda\mu} \overset{\circ}{L}_{\alpha}^{\lambda} \overset{\circ}{L}_{\beta}^{\mu} = e_{\alpha\beta}, \quad (5a)$$

из которых автоматически следует лоренцовость преобразований (4). В частности, равенствам (5) удовлетворяют

$$\overset{\circ}{\Omega}_0^0 = 1, \quad \overset{\circ}{\Omega}_i^0 = \overset{\circ}{\Omega}_0^i = 0, \quad \overset{\circ}{\Omega}_i^j \overset{\circ}{\Omega}_k^i = \delta_{jk},$$

которые представляют трехмерное вращение ортонормированной СК.

Согласно предположению б), наличие истинного G -поля учитывается заменой $\overset{\circ}{L}_{\lambda}^{\alpha} \rightarrow a_{\lambda}^{\alpha}$, $\overset{\circ}{L}_{\alpha}^{\lambda} \rightarrow \tilde{a}_{\alpha}^{\lambda}$, что по формулам (4) дает:

$$\overset{\circ}{dx}^{\alpha} = \Omega_{\beta}^{\alpha} a_{\lambda}^{\beta} dx_N^{\lambda}, \quad dx_N^{\lambda} = \tilde{a}_{\alpha}^{\lambda} \overset{\circ}{\Omega}_{\beta}^{\alpha} dx^{\beta}. \quad (6)$$

Требование б) может быть мотивировано тем фактом, что преобразование СК $\overset{\circ}{x} = \overset{\circ}{x}(x)$ к изменению П-ВИ непосредственного отношения не имеет. Переход от одной СО к другой описывается с помощью НП П-ВИ (3), а преобразования $\overset{\circ}{x} = \overset{\circ}{x}(x)$ определяют изменение с течением времени положения и ориентации в пространстве СО (x_N). Поэтому преобразования СК, отвечающие НП П-ВИ, должны иметь вид

$$\overset{\circ}{t} = t, \quad \overset{\circ}{x}^i = x^i(t, x^k). \quad (7)$$

Требованию г) мы можем удовлетворить представлением движения (x_N) относительно последовательности неподвижных СК (x_0), каждая из которых в рассматриваемый момент времени $t = t_0$ имеет ориентацию движущейся СО (x_N), что определяется подстановкой $t = t_0 = \text{const}$ в (7):

$$\overset{\circ}{t} = t_0 = \text{const}, \quad \overset{\circ}{x}^i = x^i(t_0, x^k). \quad (7a)$$

Базисом, с которым связывается основная СО ($\overset{\circ}{x}$), может быть ИСО, или как ее частный случай, неподвижная СО, связанная с далекими массами названной Г. Бонди „Системой покоя Вселенной“ [4].

Наконец, требование д) автоматически выполняется при отсутствии G -поля благодаря лоренцовой форме перехода ИСО \rightleftharpoons НСО, а при наличии G -поля — благодаря УЛ (условия лоренцовости), которым подчинены НП (3).

Для применения условий а)–д) к расчету НСО необходимо диагонализировать СК и риманову метрику П-В. Это нужно для того, чтобы формулам перехода ИСО \rightleftharpoons НСО придать лоренцовую форму, а метрике

П-В—форму Минковского (2). Только таким путем могут быть исключены координатные эффекты и соответствующие им геометрические эффекты преобразований СК и СО, что выражается инвариантностью метрического тензора (МТ) относительно этих преобразований.

Дифференцируя (7а), получим соотношения

$$\overset{\circ}{d}x^i = \left(\frac{\partial x^i}{\partial x^k} \right)_0 dx^k, \quad dx^k = \left(\frac{\partial x^k}{\partial x^i} \right)_0 \overset{\circ}{d}x^i. \quad (8)$$

Здесь нижний индекс 0 означает дифференцирование функций (7) при $t=t_0=\text{const}$. Далее необходимо ввести линейные элементы (б. м. отрезки) координатных линий x^i . Для этой цели образуем трехмерный линейный элемент

$$\left. \begin{aligned} d\overset{\circ}{l}^2 &= \delta_{ik} \overset{\circ}{d}x^i \overset{\circ}{d}x^k = -\overset{\circ}{g}_{rs} dx^r dx^s, \\ \overset{\circ}{g}_{rs} &= - \left(\frac{\partial x^i}{\partial x^r} \right)_0 \left(\frac{\partial x^i}{\partial x^s} \right)_0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Если $\overset{\circ}{g}_{rs}$ —диагональный МТ, то тогда $\sqrt{-\overset{\circ}{g}_{ss}} dx^s$ — линейный элемент координатных линий x^s . Если же $\overset{\circ}{g}_{rs} \neq \delta_{rs} \overset{\circ}{g}_{ss}$, то необходимо диагонализировать (9) с помощью преобразований $dx^i = B_{Di}^j dx^j$, или

$$dx^\lambda = B_{D\mu}^\lambda dx_D^\mu \quad (B_{D0}^0 = 1, B_{Di}^0 = B_{D0}^i = 0). \quad (10)$$

Тогда для трехмерного элемента будем иметь

$$d\overset{\circ}{l}^2 = \Lambda_{ii} dx_D^i dx_D^i, \quad \delta_{ik} \Lambda_{kk} = -\overset{\circ}{g}_{rs} B_{Di}^r B_{Dk}^s. \quad (11)$$

Величины Λ_{hk} носят название коэффициентов Ламе. Теперь ортогональными друг другу линейными элементами являются $\widehat{dx}^i = \sqrt{\Lambda_{ii}} dx_D^i$, которые образуют трехмерный б. м. репер (тетраду). С помощью элемента $d\overset{\circ}{l}$ образуем четырехмерный интервал $ds^2 = c^2 dt^2 - d\overset{\circ}{l}^2$. Согласно (9) и (11)

$$ds^2 = c^2 dt^2 + \overset{\circ}{g}_{rs} dx^r dx^s = c^2 dt^2 - \Lambda_{ii} dx_D^i dx_D^i. \quad (12)$$

Если к \widehat{dx}^i добавить $d\widehat{x}^0 = \Lambda_{00} dx^0 = c dt$, т. е. если положить

$$d\widehat{x}^\lambda = \sqrt{\Lambda_{\lambda\lambda}} dx_D^\lambda \quad (\Lambda_{00} = 1), \quad (13)$$

то для интервала (12) будем иметь $ds^2 = e_{\lambda\mu} d\widehat{x}^\lambda d\widehat{x}^\mu$.

НСО (x) мы определяем как СО, движущуюся относительно неподвижной СО (\widehat{x}) со скоростью движения СК (x_N). Переход (\widehat{x}) \Leftrightarrow (x_N) определяется с помощью НП

$$d\widehat{x}^\alpha = a_N^\alpha dx_N^\lambda, \quad dx_N^\lambda = \widetilde{a}_\alpha^\lambda d\widehat{x}^\alpha. \quad (14)$$

При этом, направления dx_N^i параллельны отрезкам \widehat{dx}^i в данный момент времени $t=t_0$. Используя (10) и (13), для (14) мы получим

$$dx^\lambda = B_{D\lambda}^{\lambda} \sqrt{\Lambda^{\alpha\alpha}} a_\beta^\alpha dx_N^\beta, \quad dx_N^\beta = \widetilde{a}_\beta^\beta \sqrt{\Lambda_{\gamma\gamma}} \widetilde{B}_{D\beta}^\beta dx^\mu. \quad (15)$$

Наконец, подставляя (15) в (8), окончательно получим общие формулы перехода ИРО \leftrightarrow НСО при наличии G -поля:

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{dx}^\alpha &= \left(\frac{\partial x^\alpha}{\partial x^\lambda} \right)_\circ B_{D\beta}^{\lambda} \sqrt{\Lambda^{\beta\beta}} a_\mu^\beta dx_N^\mu, \\ dx_N^\mu &= \sqrt{\Lambda_{\beta\beta}} \widetilde{a}_\beta^\mu \widetilde{B}_{D\beta}^\beta \left(\frac{\partial x^\nu}{\partial x^\alpha} \right)_\circ \overset{\circ}{dx}^\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В случае, когда метрика (9) диагональна и пространственная СК ортогональна (при $B_{Dk}^i = \delta_k^i$), для (16) имеем

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{dx}^\alpha &= \left(\frac{\partial x^\alpha}{\partial x^\lambda} \right)_\circ A_\mu^\lambda dx_N^\mu, \quad dx_N^\mu = \widetilde{A}_\lambda^\mu \left(\frac{\partial x^\lambda}{\partial x^\alpha} \right)_\circ \overset{\circ}{dx}^\alpha, \\ A_\mu^\lambda &= \sqrt{\Lambda^{\lambda\lambda}} a_\mu^\lambda, \quad \widetilde{A}_\lambda^\mu = \sqrt{\Lambda_{\lambda\lambda}} \widetilde{a}_\lambda^\mu. \end{aligned} \right\} \quad (16a)$$

Величины a_λ^α и $\widetilde{a}_\alpha^\lambda$, входящие в (16) и (16a), удовлетворяют условиям лоренцовости (УЛ) (см. § 2). В случае диагонализированной метрики $g_{\lambda\mu} = \delta_{\lambda\mu} g_{\mu\mu}$, $g^{\lambda\mu} = \delta^{\lambda\mu} / g_{\mu\mu}$ они, согласно работам автора (5, 6, 7, 9) имеют вид:

$$a_\lambda^\alpha = \sqrt{\pm g_{\lambda\lambda}} L_\lambda^\alpha, \quad \widetilde{a}_\alpha^\lambda = \sqrt{\pm g^{\lambda\lambda}} \widetilde{L}_\alpha^\lambda \quad (17)$$

$$L_0^0 = \beta^{-1} \frac{V_{x^0}}{c}, \quad L_i^0 = L_0^i = \beta^{-1} \frac{V_{x^i}}{c}, \quad L_k^i = \delta_k^i - (1 - \lambda\beta^{-1}) \frac{V_{x^i} V_{x^k}}{V^2} \quad (17a)$$

$$\widetilde{L}_0^0 = \beta^{-1} \frac{V_{x^0}}{c}, \quad \widetilde{L}_i^0 = \widetilde{L}_0^i = -\beta^{-1} \frac{V_{x^i}}{c}, \quad \widetilde{L}_k^i = \delta_k^i - (1 - \beta^{-1}) \frac{V_{x^i} V_{x^k}}{V^2}, \quad (17'a)$$

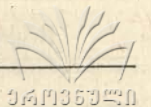
где величины V_{x^0} , V_{x^k} , V , β и λ имеют следующие значения:

а) при определении скорости движения (x_N) относительно $(\overset{\circ}{x})$ по наблюдению из СО $(\overset{\circ}{x})$:

$$V_{x^0} = c, \quad V_{x^i} = \overset{\circ}{V}_{x^i}, \quad V = \overset{\circ}{V} = \sqrt{\sum_i (\overset{\circ}{V}_{x^i})^2}, \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{\overset{\circ}{V}^2}{c^2}}, \quad \lambda = 1;$$

б) при определении скорости СО (x_N) относительно $(\overset{\circ}{x})$ по наблюдению из СО (x_N) :

$$\begin{aligned} V_{x^0} &= \sqrt{g_{00}} c, \quad V_{x^i} = \sqrt{-g_{ii}} v^i \left(v^i = \frac{dx^i}{dt} \right), \\ V &= V_G = \sqrt{\sum_i (V_{x^i})^2}, \quad \beta = \sqrt{g_{00} - \left(\frac{V_G}{c} \right)^2}, \quad \lambda = \sqrt{g_{00}}. \end{aligned}$$



В случае, когда G -поле присутствует СО $(\overset{\circ}{x})$, которую мы обозначим через (x_G) , но оно отсутствует в СО (x_N) , в формулах (17) и (17'), следует произвести замену $a_\lambda^\alpha \rightarrow \tilde{a}_\lambda^\alpha$, $\vec{V} \rightarrow -\vec{V}$, что дает:

$$a_\lambda^\alpha = \sqrt{\pm g^{\alpha\alpha}} L_\lambda^\alpha, \quad \tilde{a}_\lambda^\alpha = \sqrt{\pm g_{\alpha\alpha}} \tilde{L}_\lambda^\alpha. \quad (18)$$

При отсутствии G -поля в СО (x_N) (а также в $(\overset{\circ}{x})$) в формулах (16) и (16a) следует произвести замену $a_\lambda^\alpha \rightarrow L_\lambda^\alpha$, $\tilde{a}_\lambda^\alpha \rightarrow \tilde{L}_\lambda^\alpha$. Тогда формулы (16), а (16a) обратятся в обобщенные ПЛ СТО.

Общие формулы (16), а также (16a) удовлетворяют требованию $ds^2 = \text{inv}$. В самом деле, сравнивая (16) с (6), для $a=L$ им получим

$$\Omega_\beta^\alpha = \left(\frac{\partial x^\alpha}{\partial x^\lambda} \right)_\circ B_{D\beta}^\lambda \sqrt{\Lambda^{\beta\beta}}, \quad \tilde{\Omega}_\alpha^\beta = B_{D\mu}^\beta \sqrt{\Lambda^{\beta\beta}} \left(\frac{\partial x^\mu}{\partial x^\alpha} \right)_\circ. \quad (19)$$

В связи с тождествами $\tilde{B}_{D\beta}^\lambda B_{D\mu}^\beta = \delta_\mu^\lambda$ и $(\partial x^\alpha / \partial x^\beta)_\circ (\partial x^\beta / \partial x^\alpha)_\circ = \delta_\beta^\alpha$ коэффициенты (19) удовлетворяют условиям $\Omega_\lambda^\alpha \tilde{\Omega}_\alpha^\lambda = \delta_\beta^\beta$. Кроме того, Ω_β^α удовлетворяют условиям псевдоортогональности (5) и (5а). Действительно, составляя с помощью (19) выражение $e_{\alpha\beta} \Omega_\lambda^\alpha \Omega_\mu^\beta$ и используя (10) и вытекающие из (7) и (7а) соотношения

$$(\partial x^\circ / \partial x^\rho)_\circ = \delta_\rho^\circ, \quad (\partial x^i / \partial x^\circ)_\circ = 0, \quad (\partial x^\circ / \partial x^i)_\circ = 0,$$

мы получим

$$e_{\alpha\beta} \Omega_\rho^\alpha \Omega_\sigma^\beta = \delta_\rho^\circ \delta_\sigma^\circ - \left(\frac{\partial x^i}{\partial x^i} \right)_\circ \left(\frac{\partial x^i}{\partial x^k} \right)_\circ B_{D\rho}^i B_{D\sigma}^k \sqrt{\Lambda^{\rho\rho}} \sqrt{\Lambda^{\sigma\sigma}}. \quad (20)$$

В силу (9), (11) и $\Lambda^{\rho\rho} = 1/\Lambda_{\rho\rho}$, для правой части (20) мы имеем $e_{\rho\sigma}$. Это значит, что имеет место (5).

Коэффициенты общих преобразований (16) обозначим через

$$K_\lambda^\alpha = \Omega_\beta^\alpha a_\lambda^\beta, \quad \tilde{K}_\alpha^\lambda = \tilde{a}_\beta^\lambda \tilde{\Omega}_\alpha^\beta. \quad (21)$$

Относительно преобразований (21) метрика П—В неизменна:

$$\left. \begin{aligned} g'_{\lambda\mu} &= e_{\alpha\beta} K_\lambda^\alpha K_\mu^\beta = e_{\alpha\beta} a_\lambda^\alpha a_\mu^\beta = g_{\lambda\mu}, \\ ds^2 &= e_{\alpha\beta} K_\lambda^\alpha K_\mu^\beta dx^\lambda dx^\mu = e_{\alpha\beta} a_\lambda^\alpha a_\mu^\beta dx^\lambda dx^\mu. \end{aligned} \right\}$$

При этом, выражения $g_{\lambda\mu}$ и ds^2 являются инвариантами относительно преобразований*

* Здесь речь идет не об инвариантности $g_{\lambda\mu}$ относительно чисто координатных преобразований, а об инвариантности $g_{\lambda\mu}$ относительно преобразований СО по формулам (16), (16a) и (21), которые, наряду с преобразованиями СК типа (7), содержат процессы ортогонализации координат с помощью коэффициентов $B_D(dx = B_D dx_D)$ и линеаризации с помощью коэффициентов Ламе $\Lambda(dx = \Lambda dx_D)$. Наряду с требованием условий лоренцовости они обеспечивают $g_{\lambda\mu} = \text{inv}$.

$$dx'^{\alpha} = \Omega_{\beta}^{\alpha} dx^{\beta} = \Omega_{\beta}^{\alpha} a_{\mu}^{\beta} dx^{\mu},$$

которые определяют локально лоренцовую метрику

$$ds^2 = e_{\alpha\beta} dx'^{\alpha} dx'^{\beta} = e_{\alpha\beta} dx^{\alpha} dx^{\beta}.$$

§ 3. Расчет равноускоренной и вращающейся СО

Равноускоренным движением в СТО является гиперболическое движение, при котором движущаяся точка неподвижна относительно сопутствующей ИСО в данный момент времени, но имеет относительно нее постоянное ускорение g . Относительно основной (неподвижной) СО $(\overset{\circ}{x})$ гиперболически движущаяся точка, при начальных условиях $x(0) = x_0$, имеет скорость

$$V_x = V = \frac{c(gt+b)}{\sqrt{c^2 + (gt+b)^2}} \quad \left(b = \frac{\dot{x}_0}{\sqrt{1 - (x_0/c)^2}} \right). \quad (22)$$

По нашей концепции формулы перехода к равноускоренной СО (x_N) можно определить по формулам ПЛ при скорости (22) и в предположении $\overset{\circ}{t} = t$. Это дает

$$\left. \begin{aligned} cdt &= \sqrt{c^2 + (gt+b)^2} dt + \frac{1}{c} (gt+b) dx. \\ dx &= (gt+b) dt + \frac{1}{c} \sqrt{c^2 + (gt+b)^2} dx \\ dy &= dy, \quad dz = dz \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

скобка и (23) относятся ко всем трем строкам.

Это и есть формулы перехода к равноускоренной СО. При $g=0$ (23) обращаются в обычные ПЛ для $V = \dot{x}_0 = \text{const}$.

Заметим, что (23) находятся в согласии с известными преобразованиями Мёллера для равноускоренной СО.

Рассмотрим равномерно вращающуюся СО при отсутствии G -поля. В качестве неподвижной СК возьмем декартовую СК $(\overset{\circ}{x}, \overset{\circ}{y}, \overset{\circ}{z})$, а в качестве вращающейся СК декартовую СК (x, y, z) . Положим, что оси $\overset{\circ}{z}$ и z , а также плоскости $0 \overset{\circ}{x} \overset{\circ}{y}$ и $0xy$ совпадают и вращение происходит вокруг неподвижной оси $\overset{\circ}{z}$ с угловой скоростью ω (см. рис. 1). Если мы введем полярные координаты

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{t} = t, \quad \overset{\circ}{x} &= \rho \cos(\omega t + \varphi); \quad \overset{\circ}{y} = \rho \sin(\omega t + \varphi) \quad \overset{\circ}{z} = z; \\ \rho &= \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{y}{x}, \quad z = z, \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

то по формулам (16a) и (24) при отсутствии G -поля (при $g_{\lambda\mu} = e_{\lambda\mu}$) мы получим

$$\left. \begin{aligned}
 dy^{\circ} &= \beta^{-1} \omega \rho \cos \theta dt_N + \left(\frac{x}{\rho} \sin \theta - \beta^{-1} \frac{y}{\rho} \cos \theta \right) dx_N + \\
 &+ \left(\frac{y}{\rho} \sin \theta + \beta^{-1} \frac{x}{\rho} \cos \theta \right) dy_N, \quad dz^{\circ} = dz_N;
 \end{aligned} \right\} (26)$$

$$\left. \begin{aligned}
 dt_N &= \beta^{-1} \left[dt + \frac{\rho \omega}{c^2} (\sin \theta dx^{\circ} - \cos \theta dy^{\circ}) \right], \\
 dx_N &= \beta^{-1} y \omega dt + \left(\frac{x}{\rho} \cos \theta + \beta^{-1} \frac{y}{\rho} \sin \theta \right) dx^{\circ} + \\
 &+ \left(\frac{x}{\rho} \sin \theta - \beta^{-1} \frac{y}{\rho} \cos \theta \right) dy^{\circ} \\
 dy_N &= -\beta^{-1} x \omega dt + \left(\frac{y}{\rho} \cos \theta - \beta^{-1} \frac{x}{\rho} \sin \theta \right) dx^{\circ} + \\
 &+ \left(\frac{y}{\rho} \sin \theta + \beta^{-1} \frac{x}{\rho} \cos \theta \right) dy^{\circ}, \quad dz_N = dz^{\circ}.
 \end{aligned} \right\} (26')$$

Для перехода $(x) \rightleftharpoons (x_N)$ в цилиндрических координатах имеем:

$$\left. \begin{aligned}
 dt^{\circ} &= \beta^{-1} \left(dt_N + \frac{\rho^2 \omega}{c^2} d\varphi_N \right), \quad d\rho^{\circ} = d\rho_N, \\
 d\varphi^{\circ} &= \beta^{-1} (\omega dt_N + d\varphi_N), \quad dz^{\circ} = dz_N,
 \end{aligned} \right\} (27)$$

$$\left. \begin{aligned}
 dt_N &= \beta^{-1} \left(dt^{\circ} - \frac{\rho^2 \omega}{c^2} d\varphi^{\circ} \right), \quad d\rho_N = d\rho^{\circ}, \\
 d\varphi_N &= \beta^{-1} (d\varphi^{\circ} - \omega dt^{\circ}), \quad dz_N = dz^{\circ}.
 \end{aligned} \right\} (27')$$

Заметим, что относительно преобразований (25), (25'), (26), (26'), (27) и (27') метрика П—В инвариантна:

$$ds^2 = e_{\alpha\beta} dx^{\alpha} dx^{\beta} = c^2 dt_N^2 - \rho_N^2 d\varphi_N^2 - dz_N^2 = e_{\lambda\mu} dx_N^{\lambda} dx_N^{\mu}.$$

Кроме того, для больших $\rho_N = \rho$, при котором кривизной координатных линий можно пренебречь, все вышеуказанные формулы переходят в обычные ПЛ. Например, положив в (27) $\rho\omega = V = V_y$, $d\rho^{\circ} = dx$, $\rho d\varphi^{\circ} = dy$, (27) приводится к частным ПЛ

$$dt^{\circ} = \beta^{-1} \left(dt_N + \frac{V}{c^2} dy_N \right), \quad dx^{\circ} = dx_N, \quad dy^{\circ} = \beta^{-1} (V dt_N + dy_N), \quad dz^{\circ} = dz_N$$

Этим свойством не обладают часто применяемые преобразования

$$\dot{t} = t_N \sqrt{1 - \rho^2 \omega^2 / c^2}, \quad \dot{\rho} = \rho_N, \quad \dot{\varphi} = \varphi_N + \omega t_N, \quad \dot{z} = z_N.$$

В качестве примера на расчет НСО при наличии G -поля мы определим формулы перехода ИСО \rightleftharpoons НСО в присутствии центрально-симметрич-

ного G -поля, Используя формулы (16а), (17), (17а) и (17'а) в цилиндрических координатах $\overset{\circ}{x} = \rho \cos \theta$, $\overset{\circ}{y} = \rho \sin \theta$, $\overset{\circ}{z} = z$, мы получим

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{cdt}_G &= \beta^{-1} \left(c dt_N + \sqrt{g^{\circ 00}} \frac{\rho^2 \omega}{c} d\varphi_N \right), \\ \overset{\circ}{d\rho}_G &= \left(\sqrt{-g^{11}} \frac{\rho^2}{r^2} + \frac{z^2}{r^2} \right) d\rho_N + \left(\sqrt{-g^{11}} - 1 \right) \frac{\rho z}{r^2} dz_N, \\ \overset{\circ}{d\varphi}_G &= \beta^{-1} (\omega dt_N + \sqrt{g_{00}} d\varphi_N), \\ \overset{\circ}{dz}_G &= \left(\sqrt{-g^{11}} - 1 \right) \frac{\rho z}{r^2} d\rho_N + \left(\sqrt{-g^{11}} \frac{z^2}{r^2} + \frac{\rho^2}{r^2} \right) dz_N. \end{aligned} \right\} (28)$$

При отсутствии G -поля НП (28) обращаются в (27) для перехода $(x) \rightarrow (x)$.

Вышеуказанное локальное или точечное определение СО аналогично определению инерциальной СО в СТО. Эта аналогия состоит в следующем: а) рассматривается движение локальной СО относительно одной, выделенной СО с заданной скоростью (которое может быть вызвано точечным двигателем или полем); б) формулы преобразований СО удовлетворяют условиям лоренцовости. Другие методы основаны на полевом или глобальном подходе к определению СО. Этот подход, в отличие от локального, требует определения законов движения СО (например, нужно знать конгруэнцию мировых линий), что может быть установлено интегрированием уравнений движения и поля. В связи с этим локальные формулы преобразования содержат информацию о кинематических и физических свойствах СО в явном виде, тогда как полевой метод не приводит непосредственно к явным формулам для расчета СО.

В следующей работе будет рассмотрен вопрос о кинематике и динамике СО в ОТО.

(Поступило 10. IV. 75)

Кафедра общей физики

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Фок, Теория пространства, времени и поля тяготения, Москва, 1955.
2. В. И. Родичев, Геометрические свойства систем отсчета, „Эйнштейновский сборник, 1971“, Москва, 1972.
3. В. И. Родичев, К тетрадной формулировке общей теории относительности, сборник „Современные проблемы гравитации“, Тбилиси, 1967.
4. Н. Bondi, Repts., Progr. Phys., 22, 120, 1959.
5. В. С. Кирия, Обобщение преобразований Лоренца при наличии гравитационного поля, Тезисы докладов конференции ГР-11, СССР, Тбилиси, 1965.
6. В. С. Кирия, Преобразование бесконечно малых пространственно-временных интервалов при наличии гравитационного поля, сборник „Современные проблемы гравитации“, Тбилиси, 1967.
7. В. С. Кирия, О законе предельных скоростей в общей теории относительности, Труды ТГУ, т. 145, А-4, Тбилиси, 1972.

8. M. M. Мирианашвили, В. С. Кирья, А. В. Кереселидзе, Основы негелономно ковариантной формулировки общей теории относительности, Известия ВУЗ'ов, Физика, № 12, 1975.
9. В. С. Кирья, К вопросу о принципе постоянства скорости света в общей теории относительности, Известия ВУЗ'ов, Физика, № 4, 1975.

3. ჰირია

არანერციული ათვის სისტემები სპეციალურ და ზოგად ფარდობითობის თეორიაში

რ ე ზ ი უ მ ე

მიღებულია აჩქარებულად მოძრავი ათვის სისტემების გარდაქმნის ფორმულები იმ შემთხვევაში, როცა გვაქვს გრავიტაციული ველი ან როცა გრავიტაციული ველი გამორიცხულია. ერთი ათვის სისტემიდან მეორე სისტემაზე გადასვლის ფორმულები აღწერენ გამოყოფილ, ლოკალური ათვის სისტემას, მოძრავს ძირითადი სისტემის მიმართ მოცემული ცვალებადი სიჩქარით, რომელიც გამოწვეულია ძრავათი ან ძალთა ველით, კერძოდ—მიზიდულობის ველით. ათვის სისტემების გარდაქმნის ფორმულები აკმაყოფილებენ ლორენცულობის პირობას—მოთხოვნას, რომ ისინი, როცა გრავიტაციული ველი არ გვაქვს, გადადიოდნენ სპეციალური ფარდობითობის თეორიის ლორენცის გარდაქმნის ფორმულებში ლოკალურად. ამის ძალით ზოგადი ფარდობითობის თეორიის ათვის სისტემების გარდაქმნების მიმართ დრო-სივრცის მეტრიკა ინვარიანტულია — $g_{\lambda\mu} = \text{inv.}$ ურომაში მიღებული გარდაქმნის ფორმულები წარმოადგენენ ლორენცის გარდაქმნის ფორმულების განზოგადებას გრავიტაციული ველის $g_{\lambda\mu}$ პოტენციალების და ნებისმიერი (ცვალებადი) სიჩქარის გათვალისწინებით.

V. KIRIA

NON-INERTIAL SYSTEMS OF REFERENCE IN THE SPECIAL AND GENERAL RELATIVITY THEORY

Summary

General formulae of transformation of systems of reference moving with acceleration are obtained in the presence or absence of the gravitational field. Formulae of transition from one system of reference into another describe (the motion of) a selected local system of reference moving with a given variable velocity with respect to the main system, the motion being caused by a point force engine or by an arbitrary force field, in particular, by the gravitational field. The formulae of transformations of systems of reference satisfy the Lorenz condition-requirement that in the absence of the gravitational field these formulae should locally turn into Lorenz transformation in the special relativity theory. Hence the metric of time and space is invariant with respect to transformations of the systems of reference of the general relativity theory $g_{\lambda\mu} = \text{inv.}$ The general formulae of transition obtained here are generalizations of the formulae of Lorenz transformation with account of the gravitational field potential and of arbitrary (variable) velocity.

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ РЕЛАКСАЦИИ ЗАСЕЛЕННОСТИ ЦЕНТРОВ ЭМИССИИ ЭКЗОЭЛЕКТРОНОВ В ОБЛУЧЕННЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Г. М. ДОЛИДЗЕ, Ю. А. КОЛБАНОВСКИЙ,
Л. С. ПОЛАК, В. С. САКВАРЕЛИДZE

Из общих физических соображений очевидно, что такие процессы, как экзоэлектронная эмиссия (ЭЭЭ) и термолюминесценция (ТЛ), не могут быть единственными каналами релаксации облученных твердых тел. Между тем, все методы экспериментального изучения этих процессов и все методы расчета их кинетических параметров энергии активации E и предэкспоненциального множителя S (вероятности), начиная с Рендалла и Уилкинса [1], всеми авторами [2—4] строились без учета этого обстоятельства.

Возникает ряд вопросов. Во первых, какими экспериментальными методами можно доказать наличие нескольких каналов релаксации, если наблюдается, как правило, только один (ЭЭЭ, ТЛ). Во-вторых, можно ли, наблюдая только за одним каналом релаксации (ЭЭЭ, ТЛ), получить информацию и в других (другом) каналах. Наконец, в-третьих, если картина релаксации оказывается фактически более сложной, чем это до сих пор принималось, то насколько правомерны методы расчета [2—4].

Рассмотрение всей совокупности этих вопросов выходит за рамки одного сообщения. Целью данной работы было дать один из возможных способов доказательства неодноканальной релаксации облученных твердых тел и методы расчета параметров двух каналов при наблюдении за одним из них.

Экспериментальная часть

Исследовалась экзоэлектронная эмиссия с образца MgO марки „для спектрального анализа ЧДА“. Удельная поверхность образца была $\sim 15 \text{ м}^2 \cdot \text{г}^{-1}$, а примеси всех посторонних катионов не превышали $10^{-4}\%$. Образец представлял собой таблетку диаметром 26 мм и толщиной 1,5 мм, спрессованную под давлением 10^3 кг/см^2 и выдержанную под этим давлением 10 мин.

Измерение и регистрацию интенсивности эмиссии проводили при помощи вторичного электронного умножителя в металлической вакуумной камере, при давлении 10^{-8} торр. Облучение образца проводилось рентгеновскими лучами непосредственно в вакуумной камере. Во всех описы-

ваемых ниже экспериментах доза облучения составляла $1,4 \times 10^4$ р при мощности дозы $15,3$ р/сек.

Перед облучением образец подвергали термовакuumной обработке при 500°C , а до этого прокаливали на воздухе при 800°C .

Изменению температуры поверхности было уделено особое внимание. Для этих измерений была собрана специальная следящая система [5—8].

Случайная ошибка при измерении интенсивности эмиссии за счет погрешности в измерительном тракте и системе регистрации составляла 6% . Случайная ошибка при измерения абсолютного значения дозы облучения была около 15% . Относительная ошибка в дозе облучения не превышала 6% , основная ошибка в абсолютном значении связана с дозиметрическими измерениями. Однако выбранная нами доза ($1,4 \times 10^4$ р) находится в той области дозной кривой, где интенсивность и интеграл

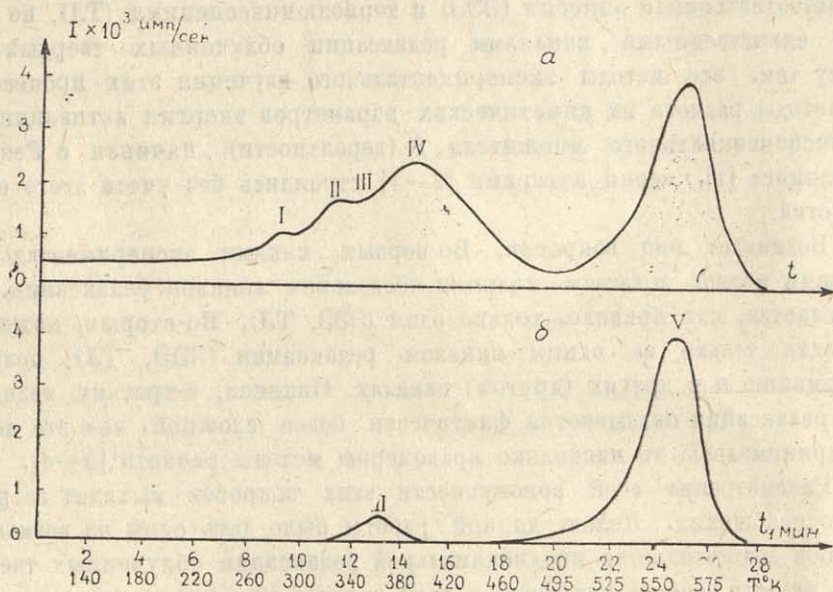


Рис. 1. Спектры ТСЭЭЭ с MgO о зависимости от температуры облучения: а) 130°K ; б) 293°K

эмиссии от дозы практически не зависит [5]. Ошибка в измерении абсолютного значения температуры не превышала $\pm 5^\circ$.

Подробности методики и описание установок можно найти в наших предшествующих публикациях [6, 7, 8].

Обычно спектр ЭЭЭ с поверхности MgO, облученной при 130°K (рис. 1, кривая а), состоит из группы перекрывающихся пиков (I—IV) и расположенного в области температур 480 — 590°K пика V. Если облучение проводить при более высоких температурах ($T \geq 293^\circ\text{K}$), то спектр имеет более простой вид (рис. 1, кривая б) и пик V полностью разрешен.

Вне зависимости от температуры, при которой производилась облу-

чение в этом и последующих опытах, образец перед нагреванием охлаждали до 130°K . Это было необходимо для сохранения во всех случаях одинаковой скорости нагревания образца, которую удается выдерживать постоянной только при начале нагревания от какой-то одной температуры.

С целью исследования релаксации, не сопровождающейся эмиссией, мы выбрали диапазон температур 293°K — 363°K . В этом диапазоне температур эмиссия электронов, относящихся к V пику, практически не происходит. Вероятность эмиссии, вычисленной методом [8], по высоко температурной части пика V, $P_{\text{Э}} = 2,7 \cdot 10^{15} \exp\left[-\frac{23200}{T}\right]$ сек $^{-1}$. В пределах использованного интервала температур максимальное значение $P_{\text{Э}}$ (363°K) $= 8 \times 10^{-14}$ сек $^{-1}$. В то же время при температуре 500°K , когда начинается заметная эмиссия, $P_{\text{Э}}$ (500°K) $= 1,3 \times 10^{-5}$ сек $^{-1}$. Сопоставление этих величин дает уверенность в том, что во время пребывания образца при температуре 293 — 363°K релаксацией заселенности локальных уровней по эмиссионному каналу можно пренебречь.

При исследовании термической релаксации проводили две серии опытов. В одной из них после облучения образец выдерживали около 35 минут при постоянной температуре (той же, что и при облучении), а затем охлаждению, как указано выше. Во второй контрольной серии опытов такой выдержки не было и образец после облучения сразу охлаждали. Результаты этих двух серий опытов представлены на рис. 2.

Для анализа этих результатов необходимо, во-первых, проследить за всей предысторией образцов—от окончания облучения до начала эмиссии при температуре пика V, а, во-вторых, сделать определенные допущения о кинетике термической релаксации.

Итак, после выключения источника при температуре облучения T_1 образец находился при этой температуре около 35 мин (первая серия опытов), затем, попадая в изотермический режим, в котором сначала охлаждался до 130°K , а затем нагревался до 600°K . Образцы второй контрольной проходили почти такую же процедуру, отличающуюся лишь отсутствием 35-минутной выдержки.

Если предположить, что термический отжиг является неосложненным мономолекулярным процессом, то можно записать, что

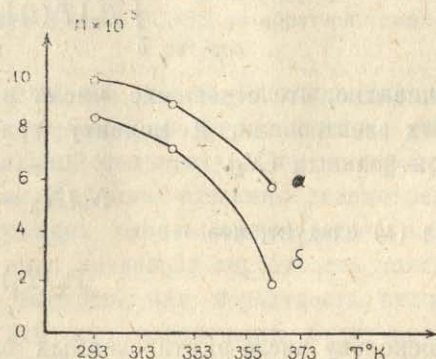


Рис. 2. Отжиг центров, ответственных за V пик ТСЭЭЭ, в зависимости от температуры облучения, время выдержки перед охлаждением: а) $t=0$; б) $t=35$ мин



$$N = N_0 \exp \left\{ - \int_0^t P_0 [T(t)] dt \right\}, \quad (1)$$

где N_0 —число заселенных электронами эмиссионно-способных центров в момент времени $t=0$, т. е. в момент прекращения облучения; N —их число в моменту времени t , которое является полным временем отжига, начиная с момента выключения источника облучения; P_0 —вероятность отжига.

Показатель степени в уравнении (1) может быть представлен в виде

$$\int_0^t P_0 [T(t)] dt = P_0(T_1) \cdot t_1 + \int_{t_1}^t P_0 [T(t)] dt, \quad (2)$$

где первый член в правой части ур. (2) представляет собой произведение вероятности отжига при температуре T_1 на время выдержки t_1 при этой температуре. Второе слагаемое в правой части (2) охватывает время $t-t_1$ всех неизотермических процедур охлаждения и нагревания и является типичным показателем степени для мономолекулярных неизотермических процессов.

В контрольном опыте, где нет выдержки при постоянной температуре, первое слагаемое в (2) обращается в нуль и

$$\int_0^t P_0 [T(t)] dt = \int_{t_1}^t P_0 [T(t)] dt. \quad (3)$$

Очевидно, что отношение числа эмиссионно-способных центров, заселенных электронами, к моменту времени t для опыта с выдержкой (N_1) к контрольным (N_2)

$$N_1/N_2 = e^{-P(T_1) \cdot t_1}. \quad (4)$$

Из (4) следует, что

$$P_0(T_1) = \frac{1}{t_1} \ln \frac{N_2}{N_1} \quad (5)$$

Поскольку число эмитированных электронов в пределах какого-либо пика всегда пропорционально N , то, обозначив интеграл интенсивности эмиссии исследуемого пика через n_1 и n_2 , соответственно, получил

$$P_0 = \frac{1}{t_1} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (6)$$

Прежде чем приступить к процедуре обработки конкретных экспериментов по уравнению (6), сделаем следующие замечания. В рамках изложенных допущений уравнение (6) выведено без дополнительных приближений. Действительно, ввиду идентичности процедур, значение интеграла (3) в двух сопоставляемых опытах должно быть одним и тем же. Однако тождественности условий добиться нельзя, да и случайная ошибка эксперимента может изменить значение этого интеграла. Поэтому важно, чтобы

всегда $P_0(T_1) \cdot t_1$ было много больше, чем возможная разность двух интегралов (3).

Оценки показывают, что в нашем случае

$$P_0(T_1) \cdot t_1 > \int_{t_1}^t P_0 [T(t)] dt \quad (7)$$

И, следовательно,

$$P_0(T_1)t_1 \gg \Delta,$$

где Δ —разность двух интегралов (3) для сопоставления опытов. На рис. 3 приведены данные о температурной зависимости вероятности отжига. Энергия активация отжига E_0 равна 0,32 эв, а предэкспоненциальный множитель S_0 равен 15 сек^{-1} . Напомним, что энергия активации V пика ТСЭЭЭ $E_{\text{Э}}$ равна 2,0 эв, а предэкспоненциальный множитель $S_{\text{Э}}$ равен $2,7 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}$. Поскольку энергия активации и предэкспоненциальные множители вероятностей обоих процессов теперь известны, их нетрудно сопоставить.

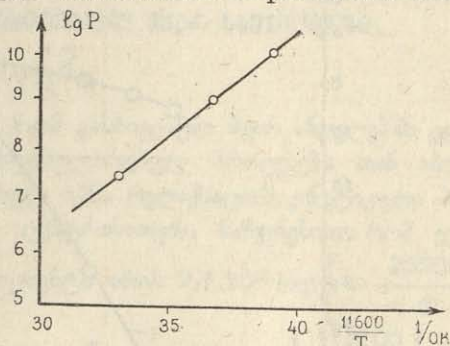


Рис. 3. Зависимость логарифма вероятности отжига V пика ТСЭЭЭ от обратной температуры.

Соответствующие данные приведены на рис. 4. Очевидно, что при таких колоссальных различиях в вероятностях, процессом отжига в ходе нагревания образца от некоторой начальной температуры до температуры исследуемого пика пренебречь нельзя. Другими словами, рассмотрение процессов ТСЭЭЭ V пика (MgO) в рамках одноканальной задачи представляется необоснованным. Вместе с тем, поскольку вероятность эмиссии с температурой растет существенно быстрее, чем вероятность отжига, неизбежно наступит момент, когда эти две вероятности будут равны. Если обозначить температуру, при которой это произойдет, через T_0 , то

$$T_0 = \frac{E_{\text{Э}} - E_0}{k \ln S_{\text{Э}} / S_0} \quad (8)$$

На рис. 4 видно, что эта температура лежит в начале температурного интервала V пика. Очевидно, что повышение температуры выше T_0 приведет к тому, что начиная с некоторого момента будет выполняться неравенство $P_{\text{Э}} \gg P_0$ и процессом отжига уже можно будет пренебречь и рассматривать эмиссию в рамках одноканальной релаксации (для V пика ТСЭЭЭ MgO неравенство $P_{\text{Э}} \gg P_0$ устанавливается при $T = T_0 + 25^\circ$, когда $P_{\text{Э}}/P_0 = 10$). Таким образом, при нагревании облученного твердого тела происходит: сначала только отжиг заселенных излучением центров эмиссии,

затем отжиг паряду с эмиссией, затем только ЭЭЭ. Очевидно, что, при $T > T_0$ обычная обработка данных по ЭЭЭ будет правомерной.

Подобного рода кинетический эксперимент по термическому отжигу центров ЭЭЭ ранее не проводился, хотя из изложенного выше следует, что в таких опытах можно получить ценную информацию об общей кар-

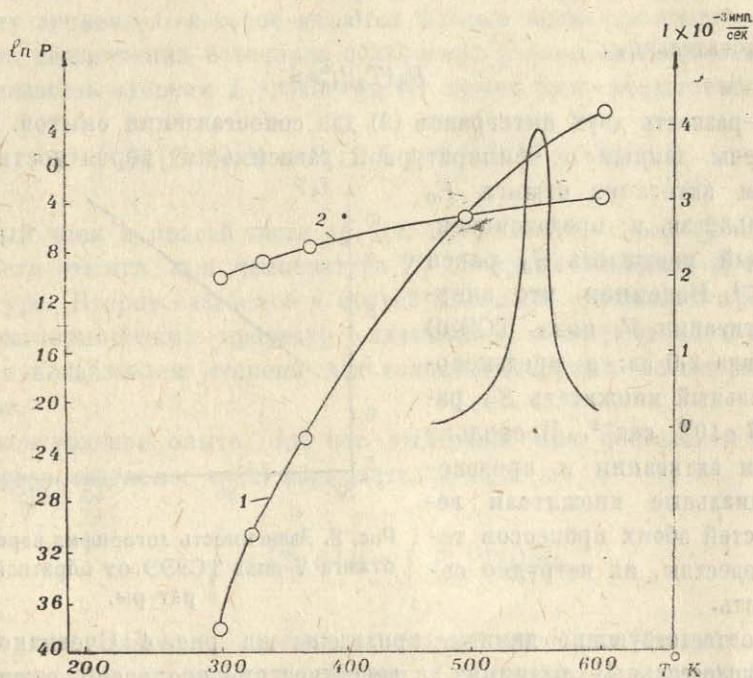


Рис. 4. Зависимость логарифма вероятностей ЭЭЭ (1) и релаксации (2) от температуры, и исследуемый пик ТСЭЭЭ в этом температурном интервале.

тине релаксации облученных твердых тел и составить представление о пределах рассмотрения задачи об ЭЭЭ, ТЛ и т. п. в рамках „одноканальных“ подходов.

(Поступило 10. V. 75)

Кафедра общей
физики

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Wilkins, J. Rendal, Proc. Roy Soc., A184 366 (1945).
2. M. Balariu, Acta Phys. Austr., 17 127 (1963).
3. R. Setdl, Ghech. J. Phys., B18 11773 (1968).
4. Д. И. Баазов, Д. В. Глебов, Ю. А. Колбановский, Л. С. Полак, Химия высоких энергий, 7, 129. (1973).
5. Г. М. Долидзе, Ю. А. Колбановский, Л. С. Полак. Химия высоких энергий, 8 291 (1974).
6. В. С. Сакварелидзе, Сборник работ молодых ученых ИНХС АН СССР, „Наука“. Москва, 1973, стр. 170.

7. Г. М. Долидзе, Ю. А. Колбановский, Л. С. Полак, Химия высоких энергий, 8 532 (1974),
9. З. М. Бураханова, Д. В. Глебов, Г. М. Долидзе, Ю. А. Колбановский, Л. С. Полак, В. С. Сакварелидзе, Экспериментальные и теоретические исследования неравновесных физико-химических процессов, „Наука“. Москва, 327 (1974),

ბ. დოლიძე, ი. კოლბანოვსკი,
ლ. პოლაკი, ვ. საკვარელიძე

ეგზოელექტრონული ემისიის შევსებული ცენტრების რელაქსაციის
კინეტიკის შესწავლა გასხვივებულ მყარ სხეულებში

რეზიუმე

ექსპერიმენტალურად ნაჩვენებია, რომ გასხვივებულ მყარ სხეულებში ეგზოელექტრონული ემისიის ტიპის თერმოსტიმულირებულ პროცესებს თან ახლავს აქტივირებული რელაქსაცია. განსაზღვრულ იქნა რელაქსაციის კინეტიკური პარამეტრები MgO -ს ერთ-ერთი ემისიური ცენტრისათვის. ნაჩვენებია, რომ ეგზოელექტრონული ემისიის სიჩქარის კოეფიციენტი არის $2,7 \cdot 10^{15} \exp \left[-\frac{23200}{T} \right]$

წმ^{-1} , ხოლო რელაქსაციის სიჩქარის კოეფიციენტი კი $15 \cdot \exp \left[-\frac{3700}{T} \right]$ წმ^{-1} ,

ნაჩვენებია, რომ ყოველთვის არ შეიძლება ეგზოელექტრონული ემისიისა და სხვა ამგვარი მოვლენების განხილვა, როგორც ერთარხიანი ამოცანისა. განსაზღვრულია გარდამავალი ტემპერატურის ცნება, რომლის დროსაც ეგზოელექტრონული ემისიის სიჩქარის კოეფიციენტი ტოლია რელაქსაციის სიჩქარის კოეფიციენტისა.

G DOLIDZE, I. KOLBANOVSKI,
L. POLAK, V. SAKVARELIDZE

THE INVESTIGATION OF RELAXATION KINETICS OF THE FILLED
CENTRES OF EXOELECTRONIC EMISSION IN IRRADIATED SOLIDS

Summary

It is shown experimentally that in irradiated solids thermostimulated processes of the exoelectronic emission type are attended by activated relaxation. Kinetic parameters of relaxation are determined for one of the emission centres of MgO . The emission rate coefficient from these centres is shown to be equal to $2.7 \cdot 10^{15} \exp \left[-\frac{23200}{T} \right] \text{sec}^{-1}$, and the relaxation rate coefficient $15 \exp \left[-\frac{3700}{T} \right] \text{sec}^{-1}$. It is also indicated that such processes as exoelectronic emission and thermoluminescence cannot invariably be treated as single-channel problem. The temperature is determined at which the exoelectronic emission rate coefficient is equal to the relaxation rate coefficient.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ СЛОЯ ЖИДКОСТИ, УВЛЕКАЮЩЕЙСЯ ВЯЗКИМИ СИЛАМИ В He-II

Г. А. ГАМЦЕМЛИДЗЕ, В. Г. ТАРТЫНСКИХ, Д. Н. ЦААВА

Точное значение толщины слоя нормальной компоненты, увлекающейся колеблющимся твердым телом, является одним из основных параметров при определении плотности сверхтекучей компоненты жидкого гелия-II методом колеблющегося диска [1]. До настоящего времени для расчета характеристических параметров гелия-II допускалось, что толщина слоя жидкости, колеблющегося вместе с твердым телом как целое,

равна $\frac{\lambda}{2}$, где λ —глубина проникновения вязкой волны

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho\omega}}, \quad (1)$$

где η —коэффициент вязкости, ρ —плотность жидкой среды, ω —угловая частота колеблющегося тела.

Целью данной работы является проверить экспериментально справедливость приведенного выше допущения.

1. Методика измерения заключается в следующем:

Рассматриваются колебания диска, погруженного в жидкий He-II с определенными геометрическими размерами; теоретически выводится момент инерции прилегающего к диску слоя жидкости с неизвестной толщиной d_x . С другой стороны, экспериментально устанавливается величина момента инерции через значения периодов колебания диска в жидкости и в паре соответственно. Из полученных двух уравнений находится искомое значение d_x , которое сравнивается с глубиной проникновения λ , определенной по формуле (1), используя данные η_n и ρ_n из работ [2, 3] при данной температуре.

Прибор, используемый для этой цели, представляет собой обычный крутильный маятник, состоящий из упругой нити и диска. Диск, момент инерции которого $I_0 = 1,1$ г. см², изготовлен из винипласта с размерами $R = 10$ мм и $h = 5$ мм. Подвесом служит проволока из фосфористой бронзы $\Phi = 20$ мк и длиной $l = 70$ мм. Вся система с помощью спрямленной стеклянной палочки сочленяется с подъемным механизмом, обеспечивающим перемещение колеблющейся системы вдоль оси колебания. Период колебания определялся с помощью электронного частотомера ЧЗ—30 с точностью до $5 \cdot 10^{-3}$ сек.



2. Для определения увлекающегося слоя жидкости допустим, что при колебании диска его торцевыми и боковыми поверхностями увлекается жидкий гелий толщиной d_x (см. рис. 1). Тогда полный момент инерции диска с увлекающейся жидкостью равен:

$$I = I_0 + 2I_1 + I_2, \quad (2)$$

где I_0 —момент инерции диска, (не учитывается искажение распределения скоростей вблизи кромки диска). $2I_1$ —момент инерции слоя жидкости, увлекающегося торцевыми поверхностями диска, а I_2 —боковой поверх-

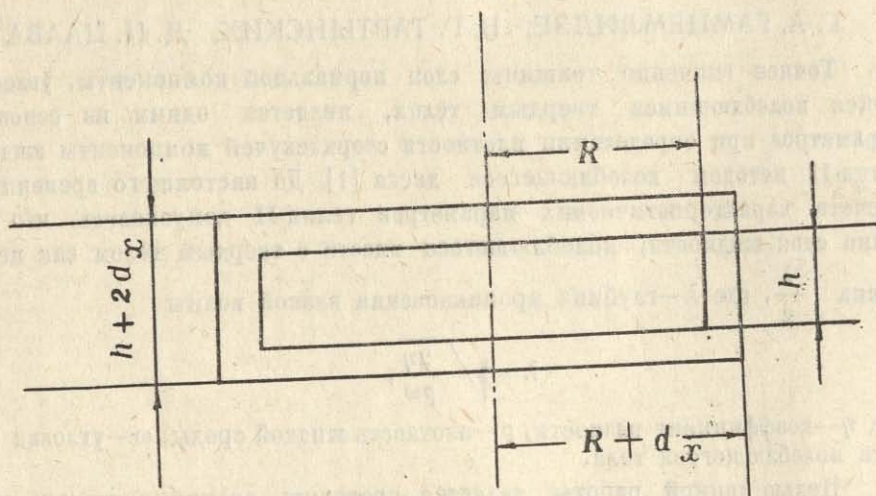


Рис. 1. Схематическое изображение колеблющегося диска с увлекающейся жидкостью. R —радиус диска. h —высота диска, d_x —толщина слоя увлекающейся жидкости.

ностью, т. е. момент инерции кольцевой жидкости с внутренним и внешним радиусами R и $R + d_x$ соответственно. Учитывая это обстоятельство, (2) даст:

$$I = \frac{MR^2}{2} + m_1 R^2 + \frac{m_2}{2} [R^2 + (R + d_x)^2],$$

откуда получаем:

$$I = \frac{MR^2}{2} + (m_1 + m_2)R^2 + m_2 d_x \left(R + \frac{d_x}{2} \right).$$

Выражая массы через объем и плотность увлекающейся жидкости, можем написать:

$$I = I_0 + \pi R^2 \rho_n d_x \left(1 + \frac{2h}{R} \right) \quad (3)$$

где h —высота диска. При выводе формулы (3) из-за малости ($d_x \ll R$) пренебрегаем членами порядка $\left(\frac{d_x}{2}\right)^2$ и выше.

С другой стороны, как известно, момент инерции колеблющейся системы (диска) I связан с периодом колебания θ и упругой константой нити f следующим выражением:

$$\theta = 2\pi \sqrt{\frac{I}{f}}$$

Если диск колеблется в жидкости, то:

$$I = I_0 + I_{ж} = \frac{\theta^2}{4\pi^2} \cdot f,$$

где I_0 и $I_{ж}$ — моменты инерции диска и прилегающей к нему жидкости соответственно.

Для исключения величины f и температурного изменения момента инерции системы был проведен подобный эксперимент с тем же диском, однако в парах гелия, т. е. диск был помещен над уровнем жидкого гелия на высоте порядка 10 мм в том же температурном интервале

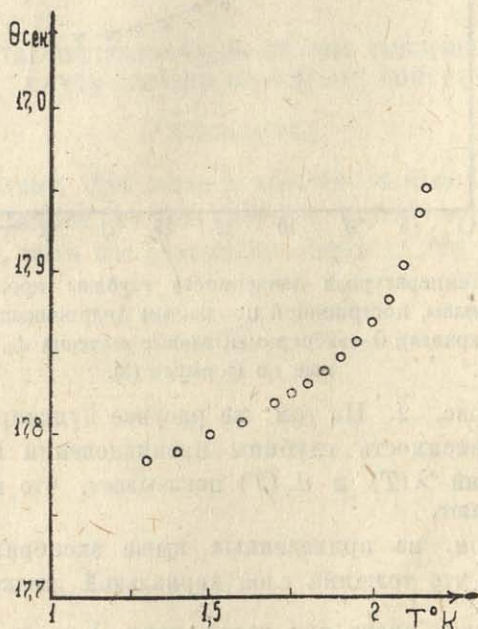


Рис. 2. Температурная зависимость периода колебаний диска в жидком гелии

($1,28 - T_{\lambda}$)°К. Температура при этом измерялась угольным термометром. Исключение f дает:

$$\frac{I - I_0}{I_0} = \frac{\theta^2 - \theta_n^2}{\theta_n^2}. \quad (4)$$

Подставив значение $I - I_0$ из выражения (3) в (4), получаем для искомой величины d_x следующую формулу:



$$d_x = \frac{I_0}{\pi R^4 \rho_n A} \left[\left(\frac{\theta}{\theta_n} \right)^2 - 1 \right] \quad (5)$$

где A —величина, зависящая от размеров колеблющегося диска:

$$A = 1 + \frac{2h}{R}.$$

В наших экспериментах $A=2$.

3. На рис. 3 дается температурная зависимость $d_x(T)$, построенная по экспериментальным значениям θ , взятым из зависимости $\theta(T)$, иллю-

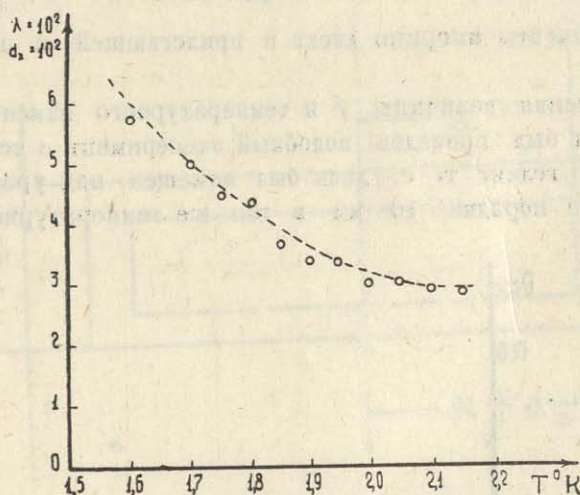


Рис. 3. Температурная зависимость глубины проникновения вязкой волны, построенной по данным Андроникашвили (пунктирная кривая); O —экспериментальные значения d_x , вычисленные по формуле (5).

стрированной на рис. 2. На том же рисунке пунктирной кривой дается температурная зависимость глубины проникновения вязкой волны $\lambda(T)$. Сравнение значений $\lambda(T)$ и $d_x(T)$ показывает, что в пределах погрешности они совпадают.

Таким образом, из приведенных выше экспериментальных данных можно заключить, что толщина слоя нормальной жидкости, принимающая участие в колебаниях диска как целое, равна λ , а не $\frac{\lambda}{2}$, как это предполагалось ранее.

(Поступило 18. XII. 74)

Кафедра
экспериментальной физики

ЛИТЕРАТУРА

1. J. G. Dash, R. D. Taylor, Phys. Rev., 105, 7, 1957.
2. Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ, 18, 424, 1948.
3. Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ, 18, 429, 1948.

გ. გამცემლიძე, ვ. ტარტინსკიხ,
ჯ. ცაავა

**ბლანტი ძალების მიერ წარტაცებული სითხის ფენის სისქის
განსაზღვრა He-11-ში**

რეზიუმე

ბლანტი ძალების მიერ წარტაცებული სითხის ფენის სისქის განსაზღვრი-
სათვის გამოყენებულია გრებიოი ქანქარა. თეორიულად გამოთვლილია უცნობი
 d_x სისქის მქონე სითხის ფენის ინერციის მომენტი. რხევის პერიოდების მი-
ხედვით ექსპერიმენტალურად დადგენილია ინერციის მომენტები სითხეში და
ორთქლში შესაბამისად. მტკიცდება, რომ სითხის ფენის სისქე ტოლია ბლანტი
ძალების შეღწევის სიღრმისა.

G. GAMTSEMLIDZE, V. TARTINSKICH
D. TSAAVA

**EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE THICKNESS OF LIQUID
LAYER CARRIED BY VISCOUS FORCES**

Summary

It is demonstrated that when is vibrated a disc in the thickness of
the liquid layer carried by the viscous forces coincides, within the
experimental error, with the penetration depth of the viscous wave.

ДИСКРЕТНОЕ НАСЫЩЕНИЕ СПЕКТРА ЭПР U^{3+} В МОНОКРИСТАЛЛАХ BaF_2

[П. И. БЕКАУРИ], Б. Г. БЕРУЛАВА,
Р. И. МИРИАНАШВИЛИ, Т. И. САНАДЗЕ

В настоящей работе методом дискретного насыщения (ДН) изучается сверхтонкое взаимодействие (СТВ) примесных ионов U^{3+} с окружающими ядрами фтора в монокристаллах BaF_2 . Вместе с работами [1] и [2] это позволяет проследить за изменением СТВ в гомологическом ряду флюоритов.

Исследования проводились на супергетеродинном радиоспектроскопе с длиной волны 3,2 см при температурах жидкого геля. Методика эксперимента аналогична описанной в работе [3]. Изучались монокристаллы BaF_2 с концентрацией парамагнитной примеси 0,05%.

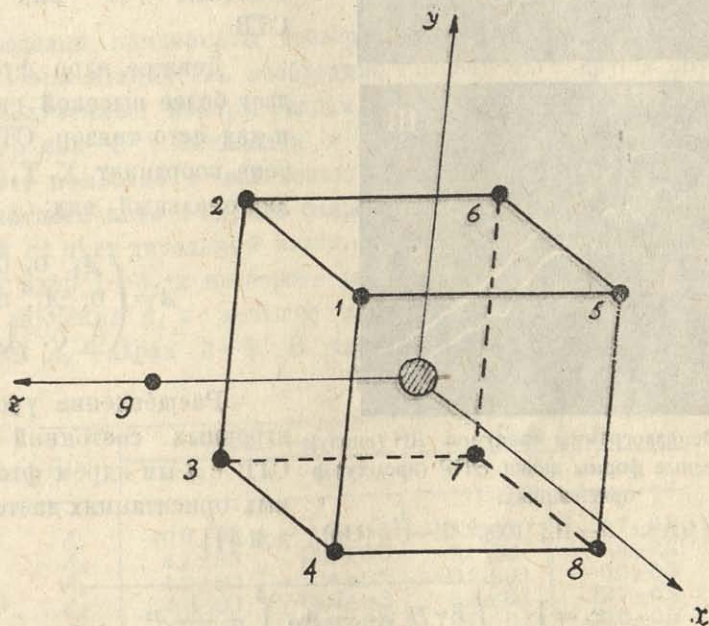


Рис. 1. Модель ближайшего окружения U^{3+} в монокристалле BaF_2

Спектр электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) обнаруживает аксиальную симметрию относительно оси четвертого порядка. Компенса-

ция избыточного заряда осуществляется ионом фтора в центре соседнего куба вдоль направления [001] (рис. 1).

Окружающие магнитный ион U^{3+} восемь ядер фтора находятся в кристаллическом поле, обладающем лишь симметрией плоскости отражения и их тензоры СТВ не будут симметричными. Можно показать [4], что тензор СТВ ядра 1 в системе кубических осей X, Y, Z (рис. 1) имеет вид

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_5 \\ A_2 & A_1 & A_5 \\ A_4 & A_4 & A_3 \end{pmatrix}$$

Для ядер 2, 3, 4 тензоры СТВ получаются изменением знаков некоторых недиагональных компонент. Из-за наличия девятого иона фтора ядра 5—8 не эквивалентны ядрам 1—4 и имеют отличные от них тензоры СТВ.

Девятое ядро фтора обладает более высокой симметрией и для него тензор СТВ в системе координат X, Y, Z имеет диагональный вид:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{pmatrix}$$

Расщепление уровней электронных состояний ϵ_{\pm}^i из-за СТВ с i -ым ядром фтора в главных ориентациях дается формулой [1]

$$\epsilon_{\pm} = \sqrt{\left(\hbar\gamma H \mp \frac{1}{2} A_{11} \right)^2 + \frac{1}{4} A_{\perp}^2},$$

где $\hbar\gamma H$ — зеемановская энергия свободного ядра фтора, A_{11} и A_{\perp} — параметры СТВ, величина которых выражается через компоненты тензора

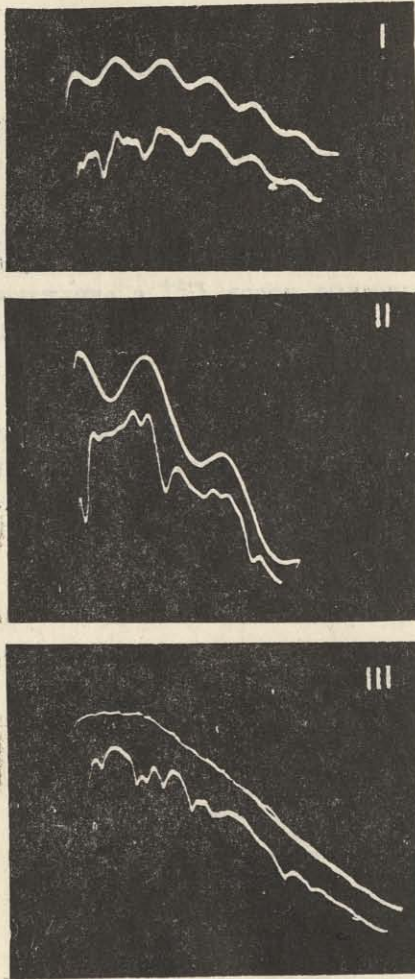


Рис. 2. Осциллограммы спектров ДН (внизу) и равновесные формы линии ЭПР (вверху) в ориентациях:

I— $\vec{H} \parallel [001]$, II— $\vec{H} \parallel [100]$, III— $\vec{H} \parallel [110]$.

A и зависит от ориентации магнитного поля относительно кристаллических осей.

Исследования проводились в трех главных ориентациях магнитного поля $\vec{H} \parallel [001]$, $\vec{H} \parallel [100]$, $\vec{H} \parallel [110]$ (ориентации I, II, III соответственно) (рис. 2). Эти ориентации являются также главными направлениями тензора СТВ девятого ядра фтора с ионом U^{3+} , поэтому $A_{\perp} = 0$, и в этих ориентациях девятое ядро фтора в ДН не участвует [1].

Из ориентаций I и II находим два набора компонент A_1, A_2, A_4 для двух групп эквивалентных ядер. Знаки компонент определяются аналогично работе [1].

В ориентации I разрешилась неэквивалентность ядер фтора 1—4, 5—8. Это создало дополнительные трудности из-за отличия от нуля компонент A_3 и необходимости определения их знаков. В этой ориентации непосредственно устранить неопределенность в знаках компонент не удастся, т. к. невозможно установить знак A_3 . В работе [5] методом тройного электронно-ядерно-ядерного резонанса для иона P_u^{3+} в решетке CaF_2 были получены отрицательные значения для A_3 . Поскольку электронные конфигурации U^{3+} и P_u^{3+} $5f^3$ и $5f^5$ соответственно, мы выбрали знак A_3 отрицательным из соображений, аналогичных приведенным в работе [6].

Определив компоненты тензоров A_1, A_2, A_4 из ориентаций I, II и A_3, A_5 из ориентации III, необходимо связать их с друг с другом и приписать полученные наборы ядрам 1—4 и 5—8. Как было показано в работе [2], ион U^{3+} смещается в сторону девятого иона фтора вдоль оси Z . Это приводит к изменению дипольного вклада во взаимодействие парамагнитного иона с ядрами ближайшего окружения. A_1 и A_3 получают отличный от нуля дипольный вклад, положительный в A_1 и отрицательный в A_3 для ядер 1—4, и наоборот—для ядер 5—8. Это позволяет приписать большее значение A_1 и меньшее значение A_3 ядрам 1—4, а меньшее A_1 с большим A_3 —ядрам 5—8. В таблице приводятся полученные результаты:

A_{ik}	Ядра 1—4		Ядра 5—8	
	Э	Мгц	Э	Мгц
A_1	$-0,6 \pm 0,1$	$-1,7 \pm 0,3$	$-1,9 \pm 0,1$	$-5,7 \pm 0,3$
A_2	$4,7 \pm 0,1$	$13,8 \pm 0,3$	$3,0 \pm 0,1$	$8,8 \pm 0,3$
A_3	$-1,6 \pm 0,1$	$-7,4 \pm 0,5$	$-0,1 \pm 0,1$	$-0,5 \pm 0,5$
A_4	$4,4 \pm 0,1$	$13,1 \pm 0,3$	$3,6 \pm 0,1$	$10,7 \pm 0,3$
A_5	$4,6 \pm 0,1$	$21,6 \pm 0,5$	$4,2 \pm 0,1$	$19,6 \pm 0,5$

Как было указано выше, девятое ядро не принимает участия в ДН, но оно дает вклад в спектр СТС линии ЭПР. Определив значения ϵ , можно построить ожидаемый спектр по формуле (14) работы [7], которая для ориентации I и II принимает вид:


 ქართული
 მეცნიერების
 აკადემია

$$[p(x^s + x^{-r}) + q(x^r + x^{-s})]^4 [p'(x^{s'} + x^{-s'}) + q'(x^{r'} + x^{-r'})]^4 (x^{\frac{\delta}{2}} + x^{-\frac{\delta}{2}}).$$

Здесь:

$$s = \frac{1}{2}(\varepsilon_+ - \varepsilon_-), \quad r = \frac{1}{2}(\varepsilon_+ + \varepsilon_-), \quad s' = \frac{1}{2}(\varepsilon'_+ - \varepsilon'_-)$$

$$r' = \frac{1}{2}(\varepsilon'_+ + \varepsilon'_-), \quad \delta = \varepsilon_+ + \varepsilon_-$$

q, q' и p, p' —относительные вероятности электронного перехода с переориентацией ядерного спина и без нее, δ —расщепление спектра СТС, обусловленное девятым ядром. Подставив значения ε и подобрав δ , мы добились совпадения построенного спектра с наблюдаемым в ориентациях I, II, что дало $A_1 = -5,9 \pm 0,5$ э, $A_3 = 8,0 \pm 0,5$ э.

Сравнивая результаты, полученные для СТВ U^{3+} в CaF_2, SrF_2, BaF_2 [1, 2] и BaF_2 , можно заметить, что СТВ убывает с ростом параметра решетки. При этом растет величина неэквивалентности ядер групп 1—4 и 5—8, что указывает на локальные искажения решетки, обусловленные магнитной примесью. Параметры тензора для ядер 1—4 убывают медленнее, чем для ядер 5—8. Вместе с большими значениями компонент тензора для ядер 1—4 это является прямым доказательством смещения иона U^{3+n} по направлению к девятому иону фтора и роста этого смещения в ряду CaF_2, SrF_2, BaF_2 .

(Поступило 11. VII. 75)

Кафедра радиофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Т. И. Санадзе, О. Г. Хаханашвили, Г. Р. Хуцишвили, ЖЭТФ 59, 368, 1970.
2. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Р. И. Мирианашвили, Т. И. Санадзе, Сообщения АН ГССР 72, 309, 1973.
3. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Т. И. Санадзе, О. Г. Хаханашвили, ЖЭТФ, 52, 448, 1967.
4. J. M. Baker, E. R. Davies, J. P. Hurrell, Proc. Roy. Soc., A308, 403, 1968.
5. W. Kolbe, N. Edelstein, Phys. Rev., B4, 2869, 1971.
6. J. M. Baker, W. B. J. Blake, Phys. Lett., 31A, 61, 1970.
7. A. M. Clogston, J. P. Gordon, V. Jaccarino, M. Peter, L. R. Walker, Phys. Rev., 117, 1222, 1960.

ფ. ბეჟაური, ბ. ბერულავა,

რ. მირიანაშვილი, თ. სანაძე

BaF_2 -ის მონოკრისტალურში U^{3+} -ის ეპრ-ის სპექტრის დისკრეტული გაჯერება

რ ე ზ ი უ მ ე

დისკრეტული გაჯერების მეთოდის გამოყენებით შესწავლილია ზენახი ურთიერთქმედება მაგნიტური ცენტრისა გარემომცველ ფტორის ბირთვებთან.

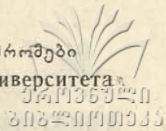
BaF_2 -ის მონოკრისტალებში U^{3+} -ის მინარევით. მიღებულია ზენაზი ურთიერთქმედების ტენზორების გამოსახულებები რვა უახლოესი ბირთვისათვის, რაც საშუალებას გვაძლევს წარმოვადგინოთ ვიქონიოთ მინარევის იონით გამოწვეულ მესერის დამახინჯებაზე.

P. BEKAURI, B. BERULAVA,
R. MIRIANASHVILI, T. SANADZE

DISCRETE SATURATION OF THE EPR SPECTRUM OF U^{3+} IN BaF_2
SINGLE CRYSTALS

Summary

Hyperfine interaction of magnetic centres with nearest neighbour nuclei of F^- has been studied in BaF_2 single crystals with U^{3+} impurities by the discrete saturation method. The hyperfine interaction tensors for eight nearest neighbour nuclei have been obtained, yielding some information about small-lattice distortions caused by impurity ions.



О ПРИНЦИПАХ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Н. М. ПОЛИЕВКТОВ-НИКОЛАДЗЕ

В предлагаемой работе объяснены феноменологические принципы макроскопического движения, однозначно следующие из опыта. Как ни странно, но природа этого процесса, т. е. природа инерциальности и неинерциальности, до сих пор не раскрыта и понимается глубоко ошибочно. Неполно формулируется принцип инерции, недоопределена инерциальная система, неправильно поняты природа сил инерции, парадокс часов и принцип эквивалентности, нет критериев истинного времени и т. д., не говоря уже об оценках взглядов Ньютона. Вызвано это парадоксальной неполнотой анализа теоретических и опытных данных, обсуждение которой, однако, завело бы нас слишком далеко, ввиду чего мы ограничимся чисто физическими вопросами.

1. Постулат относительности

Механическим движением (именуемым ниже просто движением) называют простейшее движение, т. е. перемещение в пространстве и времени, полностью отвлеченное от внешней среды и от свойств движущихся тел. Но при этом никогда не учитывается, что отвлекаться в данном случае можно лишь от специфики тел, не требуемой природой материи. Мы увидим, что все ошибки в понимании движения связаны с игнорированием того, что тела состоят из реальных элементарных частиц, а не из точек, лишенных самодействия.

Во всех толкованиях движения предполагается, что оно исчерпывается перемещением одного тела относительно другого (постулат относительности). Согласно этой гипотезе, движение совершенно уединенного тела бессмысленно, движение тела относительно Вселенной тождественно ее движению относительно тела и т. д. В таком случае движение должно определяться только кинематическими величинами, т. е. величинами, вообще не связанными с физическими свойствами тела. Отсчитывать их от точки пространства или поля невозможно: ее невозможно пометить. Поэтому не только ньютоновское движение относительно абсолютного пространства (физически вообще бессмысленное), но и движение относительно поля некинематично, т. е. в пределах постулата относительности никакое излучение механическим процессом не является и не может.



привлекаться к обоснованию механики. В современную физику этот ввел Эйнштейн.

Но не привлекая излучения невозможно сформулировать принцип инерции и определить инерциальную систему. Действительно, принцип этот вводит инерциальные, т. е. совершенно свободные тела, относительно которых любое инерциальное тело может двигаться лишь равномерно и прямолинейно. Это, однако, будет физическим (т. е. однозначно идентифицируемым на опыте) только при наличии независимого критерия свободного движения. Таким критерием принято считать бесконечную удаленность тела, явно недостаточную, ибо и в бесконечности тело может направляться внутренними двигателями и не быть свободным. Необходимо, очевидно, и возможность доказать на опыте, что часы показывают именно инерциальное время, в шкале которого свободное движение в инерциальной системе равномерно. В пределах постулата относительности это приводит к замкнутому кругу: в отсутствии некинематических признаков критерием свободы движения может быть только его равномерность по инерциальным часам, а критерием их инерциальности—равномерность свободного движения. Эйнштейн всегда считал этот круг доказательством нефизичности строгой инерциальности, какой она и считается до сих пор, хотя в действительности она вполне физична.

Действительно, формами и однозначными признаками механического движения могут, по его определению, быть любые механические явления, если (что мы и примем) называть механическим все, определяемое только самой природой материи, а не спецификой ее конкретных форм. Следовательно, и излучение волн любых элементарных полей, т. е. электромагнитных, гравитационных и иных полей, прямо создаваемых элементарными частицами, необходимо считать (вопреки постулату относительности) одной из этих форм и признаков, ибо излучают все элементарные частицы. Опыт показывает, что излучение (понимаемое ниже лишь как элементарное) возникает только при неинерциальном движении элементарных частиц. Это, очевидно, справедливо и для макроскопических тел, если только исключить из рассмотрения (что мы и примем) излучение, вызванное микроскопической неинерциальностью их элементарных частиц и ограничиться их усредненным излучением с частотами движения тела как целого. В реальных условиях эти частоты достаточны лишь для рождения фотонов и гравитонов, т. е. однозначными радиационными признаками обычной макроскопической неинерциальности являются только электромагнитные и гравитационные волны. Но если их нет, то тело может испытывать только статические силы и будет инерциальным лишь в их отсутствии. Мы получили полное определение инерциальной системы: система отсчета инерциальна, если неподвижно связанное с ней тело не действует на нее и на связь, и не излучает электромагнитных или гравитационных волн. Инерциально при этом и данное тело. Критерий локален, ибо отсутствие излучения можно установить и по неизменности

массы этого тела. Итак, существует вполне физический критерий инерциальности, не связанный с внешними телами и с гипотезами о ходе часов. Без этих гипотез устанавливается (по отсутствию излучения) и инерциальность внешних тел и, следовательно, инерциальность часов: в инерциальной системе часы инерциальны, если неизлучающее тело движется, по их показаниям, равномерно¹. Таким образом, принцип инерции сводится к двум вполне физическим утверждениям: 1) совершенно свободное тело не излучает и 2) существуют часы, согласно которым взаимное движение неизлучающих тел всегда неускоренно. Постулат относительности, как мы видим, неверен: излучение позволяет судить о движении даже вполне уединенного тела и даже строгая инерциальность вполне физична.

2. Динамические состояния

Итак, движение нельзя рассматривать вне его связи с излучением, которая, однако, до сих пор игнорируется всеми учебниками физики и толкованиями специальной и общей теории относительности. Связь эта не только раскрывает истинное содержание принципа инерции и природу инерциальности, но и выявляет существование двух форм механического движения. Одна из них есть кинематическое смещение, полностью отвечающее постулату относительности. Второй же формой, всегда игнорируемой, являются особые состояния самого движущегося тела, именуемые ниже динамическими. Они определяются характером его излучения, а поэтому и внутренними состояниями его элементарных частиц. Действительно, неизлучающий, т. е. инерциальный протон, например, не тождественен излучающему, т. е. неинерциальному. Следовательно, ускорение относительно инерциальной системы (именуемо ниже инерциальным) меняет и внутреннее состояние тела, затрагивая и его элементарные частицы, чем и доказано существование движения, проявляющегося в виде состояний. Одной из определяющих характеристик динамических состояний является, очевидно, инерциальное ускорение.

Учет динамических состояний полностью меняет феноменологическое толкование неинерциальности, грубо искажаемое постулатом относительности. Постулат этот требует принципа Маха, утверждающего, что силы инерции, десинхронизация часов и все остальные механические проявления неинерциальности вызваны внешним гравитационным полем, т. е. полем Вселенной (ближние массы в данном случае заведомо несущественны). Действительно, без внешних полей кинематическое движение механических явлений вызвать не может (ибо состояние тела не зависит от выбора точки отсчета движения), а единственное поле, могущее (в преде-

¹ Если движение наблюдать по доплеровскому сдвигу частот (частное сообщение Т. И. Санадзе), то в настоящее время можно гарантировать инерциальность часов с точностью не ниже 10^{-12} .



лах принципа эквивалентности) имитировать неинерциальность, есть инерциальное. Оно влияет и на динамические состояния. Но они связаны с внутренним состоянием элементарных частиц и могут не зависеть от внешних полей. Следовательно, существует и абсолютное движение, под которым мы будем понимать механический процесс, безотносительный к любым внешним телам и их полям и совершающийся в самом движущемся теле и в его элементарных частицах, включая и все увлекаемые ими поля. В литературе его не учитывают, а абсолютным до сих пор называют движение относительно абсолютной системы отсчета, физически отличающейся от всех остальных. Но она исключена теорией относительности, абсолютного же движения в нашем смысле, вызывающего динамические состояния, теория относительности даже требует (см. § 3), опровергая этим традиционное понимание движения.

Начнем с парадокса часов. Условия его хорошо известны. Часы A и B синхронизованы, инерциальны и неподвижны. Часы B остаются неподвижными, а часы A совершают замкнутое (т. е. неинерциальное) движение, после чего снова сверяются с часами B . По теории относительности при этом, как известно, должно быть

$$t_A = (1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}} t_B < t_B, \quad (1)$$

где $t_{A,B}$ — времена движения по часам A и B , черта — усреднение по времени B , v — скорость движения часов A относительно часов B , c — предельная скорость (скорость света). Парадокс заключается в асимметрии $t_A < t_B$. Ее всегда объясняют согласно Эйнштейну, т. е. тяготением, действовавшим (по принципу эквивалентности) на часы A . Но в (1) нет констант тяготения. А так как результат (1) подтвержден прямыми измерениями Хеффеле и Киттинга, то принцип Маха и постулат относительности исключены. Тем более, что асимметрия связана с излучением: неинерциальные часы излучают, причем их ход замедляется именно на участках излучения. Итак, асимметрию часов вызывает различие их динамических состояний, т. е. абсолютное движение в часах A . Из (1) следует, что у инерциальных тел его нет, что оно вызвано инерциальным ускорением и что при $c = \infty$ его не было бы, т. е. что абсолютное движение есть релятивистский эффект. Согласно (1), оно включает и нерадиационные процессы, ибо оно $\lesssim c^{-2}$, а излучение $\lesssim c^{-3}$.

Перейдем к силам инерции. Как и парадокс часов, они возникают лишь при неинерциальном движении. В нерелятивистском случае

$$\vec{j} = -m\vec{a}. \quad (2)$$

где \vec{j} есть сила инерции, с которой инертная масса m действует на связь, сообщаящую ей инерциальное ускорение \vec{a} . Силы инерции до сих пор объясняются согласно Маху: инерциальное ускорение считается обычным кинематическим ускорением относительно Вселенной, а масса — продуктом

ее тяготения. Но, во-первых, никакие внешние тела не вынуждают отсчитывать от себя ускорение в (2): тела эти были бы инерциальными, а ускорение в (2) совершенно не зависит, согласно преобразованиям Галилея, от выбора инерциального начала своего отсчета (для эффекта силы (2) в системе покоя данной массы это верно и при любой степени релятивизма). Итак, инерциальное ускорение в действительности некинематично, а инертность тел вызвана абсолютным движением в их элементарных частицах. Тем более, что одновременно с силами инерции (и только тогда) возникает и элементарное излучение, а оно заведомо не связано с тяготением Вселенной. Во-вторых.

$$m = c^{-2}E, \quad (3)$$

где E есть собственная энергия инертной массы m . Следовательно, масса присуща всем телам не из-за тяготения Вселенной, а потому, что $c < \infty$, ввиду чего и сила инерции есть релятивистский эффект. А так как, согласно (3), она $\sim c^{-2}$, как и парадокс часов, то и она вызвана нерадиационным абсолютным движением в элементарных частицах. Это вполне соответствует ее недиссипативности, требуемой (2), и, наконец, тому, что свыше 99% инертной массы обычного макроскопического тела приходится на массу покоя его элементарных частиц, плотность собственной энергии которых на десятки порядков выше плотности энергии гравитационного поля Вселенной. Таким образом, инертность является врожденным внутренним свойством тел. Этим полностью снимается и так называемый парадокс Маха, предложенный Эйнштейном для подтверждения принципа Маха. Условия его таковы. В пустом пространстве находятся два невзаимодействующих шара, каждый из которых вращается относительно другого с постоянной угловой скоростью вокруг линии их центров; и несмотря на идентичность вещества и полную относительную и пространственно-временную симметрию шаров, центробежную силу испытывает (в чем и заключается парадокс) только один из них. Справедливо полагая, что движение относительно абсолютного пространства в рассмотрение вообще не входит, ибо причина явления должна быть наблюдаемой и независимо, Эйнштейн, однако, всегда заключал, что асимметрия вызвана внешней причиной. В таком случае ее вызывают дальние массы Вселенной, чем, однако, парадокс не снимается, ибо возникновение внешних сил в однородном и изотропном пространстве исключено простейшими свойствами полей и теоремой Нётер. Следовательно, предложенный Эйнштейном парадокс в действительности опровергает принцип Маха и доказывает, что силы инерции вызваны абсолютным движением внутри тела. Оно отвечает и условию Эйнштейна, ибо вполне наблюдаемо и по гравитационному излучению. Можно показать, что принцип Маха исключается и всеми остальными данными.

Итак, движение является не только относительным, но и абсолютным. Любое инерциальное ускорение (и только оно) вызывает в телах и



их элементарных частицах абсолютное движение и переводит их в возбужденные динамические состояния, которыми и являются все состояния неинерциальности. В отсутствии инерциального ускорения абсолютного движения нет (ни радиационного, ни нерадиационного), чем и вызвана полнейшая неощутимость инерциального движения, утверждаемая специальным принципом относительности.

Здесь необходимо отметить еще одну принципиальную ошибку Эйнштейна, а именно—его интерпретацию принципа эквивалентности, на которой до сих пор строят теорию относительности. Согласно Эйнштейну, инерциальность локально тождественна невесомости в поле тяготения. Но невесомости в нем нет вообще. Из-за равенства инертной и гравитационной масс, любое тело движется в нем с инерциальным ускорением, а тогда оно излучает и не может не ощущать реакции излучения: в отличие от силы инерции она определяется производными ускорения, требуемыми тензором кривизны и исключаящими компенсацию радиационной реакции силами тяготения. А так как излучение проявляется и в убыли массы пробного тела, то возможен опыт, всегда отрицавшийся Эйнштейном, локально отличающий невесомость от инерциальности. Поэтому отпадают и все выводы из эйнштейновских мысленных опытов с лифтом, которыми до сих пор аргументируют постулат относительности.

Таким образом, и инерциальность есть динамическое состояние, выделенное, однако среди всех остальных своим абсолютным и неизменным внутренним покоем. Находящиеся в таком состоянии тела ничем механическим (см. § 1) друг от друга не отличаются, не ощущают своего движения и могут двигаться друг относительно друга лишь неускоренно (см. § 3). Иначе говоря, механизм инерциальности позволяет дедуктивно вывести специальный принцип относительности и принцип инерции (см. § 3). Рассматривая же нарушения инерциальности, можно прийти к остальным законам движения (см. § 3) и, например, к принципу общей ковариантности, т. е. действительно можно указать фундаментальные явления, из которых следуют все основные принципы механики и ряд положений теории относительности, до сих пор считающихся первичными опытными фактами. Явления эти объясняют даже возникновение времени и ряд его основных свойств. Легко, например, видеть, что в инерциальных телах, ввиду их неизменного внутреннего покоя, время может быть лишь обратимой симметрией. Необратимой же направляющей процессов, т. е. физическим (точнее—энтропийным) временем оно становится лишь в неинерциальных телах, ввиду возбужденности их динамических состояний и необратимости их абсолютного движения, одной из форм которого оно и является в парадоксе часов. Таким образом, опыт подтверждает идею Ньютона: основой всего являются врожденная инертность материи и связанное с ней абсолютное движение. Рассмотрим их механизм.

3. Абсолютное движение

Все обсуждавшиеся явления вызваны всего тремя механическими (см. § 1) причинами: 1) существованием элементарных частиц и полей, 2) принципом связи, вынуждающим поля элементарной частицы следовать за ней, и 3) основным принципом теории относительности, принципом предельной скорости, ограничивающим скорости передач любых физических действий конечным верхним пределом, одинаковым для всех них.

Рассмотрим, в некантовом приближении, одну из элементарных частиц макроскопического тела, т. е. частицу с ненулевой массой покоя. Она всегда окружена оболочкой своих полей, т. е. есть „частица+поле“. По принципу связи, она всегда увлекает за собой всю свою оболочку. Если оболочка всегда следует за частицей безынерционно, то она, очевидно, всегда покоится относительно нее, а тогда в „частице+поле“ нет внутреннего движения и она может двигаться лишь кинематически. Но, из-за невозможности мгновенной сигнализации, исключенной принципом предельной скорости, каждый сообщенный частице толчок „встряхивает“ всю ее оболочку, увлекая все более и более далекие слои. Поэтому она безынерционна лишь при свободном движении частицы. В таком случае внутреннее состояние „частицы+поля“ (оно, очевидно, и есть ее динамическое состояние) все время остается состоянием покоя, а тогда нет самодействия, т. е. частица не испытывает никакой реакции своих полей, в которых при этом нет, очевидно, и волн излучения. Итак, свободная элементарная частица не излучает и не испытывает самодействия, т. е. мы дедуктивно пришли к критериям, обсуждавшимся в § 1, и вывели принцип инерции, включая и динамическую характеристику инерциальности. Все это абсолютно (т. е. безотносительно ко всему внешнему), ибо излучение и самодействие вызваны взаимодействием частицы со своими полями, а не внешними объектами. Абсолютны, следовательно, и все возбужденные динамические состояния частицы, возбуждаемые неизбежной неравномерностью ее несвободного движения. В них слои оболочки движутся друг относительно друга, увлекаемые центром частицы и испытывая непрерывную „встряску“, которая очевидно, и есть абсолютное движение элементарной частицы. Оно действительно оказывается ее внутренним состоянием, вызывающим самодействие и излучение. Сообщив „частице+полю“ толчок и предоставив после этого ее самой себе, легко убедиться, что после высвечивания внутренних возбуждений она придет в инерциальное состояние и будет двигаться относительно любой иной неизлучающей частицы равномерно. Итак, мы получили и вторую часть принципа инерции (см. § 1), увидели, что он предполагает и достаточную гладкость пространства и объяснили некинематичность инерциального ускорения. Движущиеся в инерциальной системе объекты будут, очевидно, приобретать его при любом внешнем воздействии, что и является вторым основным законом движения. Заметим, что главной причиной динамичес-



ких состояний является принцип предельной скорости, который, следовательно, и вынуждает включать в рассмотрение макроскопического движения реальное поведение элементарных частиц и рассматривать их не как точки, а как „частицы+поля“. Этим же объясняется и наблюдаемый релятивизм абсолютного движения.

Теперь можно полностью определить нековантовое абсолютное движение элементарной частицы, т. е. ее движение относительно ее полей. Условием ее движения относительно своего поля является, очевидно, его зависимость от ее собственного времени в системе ее покоя. А так как (по принципам общей ковариантности и эквивалентности) в уравнениях любых полей входит, кроме них и их источников, только метрический тензор g_{ik} , определяющий квадрат бесконечно малого пространственно-временного интервала

$$ds^2 = -g_{ik} dx^i dx^k, \quad (4)$$

то только этот тензор и вызывает зависимость полей от времени в системе покоя их источника. Итак, нековантовое абсолютное движение элементарной частицы полностью определяется сопутствующей ей метрикой и полностью определяет ее. Это прямое (но всегда игнорируемое) следствие теории относительности раскрывает всю природу тензора g_{ik} . Он, очевидно, описывает поле сигналов, которыми тело „управляет“ своими элементарными полями. В общем случае

$$g_{ik} = s_{ik} + f_{ik}, \quad (5)$$

где s_{ik} — сигнальное поле в отсутствии тяготения, а f_{ik} — вклад тяготения, определяемый (при заданных s_{ik}) тензором кривизны пространства-времени. Легко видеть, что если предположить, что инерциальное тело покоится относительно всех своих полей одновременно, то исходя из свойств его сигнального поля мы приходим к специальному принципу относительности, а если предположить и то, что тело не может двигаться относительно одних своих полей, оставаясь неподвижным относительно других, то мы получим и принцип общей ковариантности (за исключением тензорного ранга сигнального поля). Этим показано, что принцип общей ковариантности, привлеченный нами к выводу (5), в данном случае не является вполне первичным. Результат (5), очевидно, полностью объясняет все влияние абсолютного движения на время, указанное в § 2.

В макроскопических телах результат (5) определяет абсолютное движение не полностью. В данном случае тензор g_{ik} определяет только движение тела относительно его усредненных полей, т. е. его макроскопическое излучение. Макроскопическое самодействие же от него может вообще не зависеть. Действительно, самодействие, по принципу причинности, является запаздывающим, радиационная же реакция, как известно, по запаздыванию нечетна. Поэтому неинерциальное тело всегда испытывает и нерадиационную реакцию своих элементарных полей, четную по запаздыванию и, очевидно, включающую и все те поля, которые не излу-

чаются при данных макроскопических частотах. В отсутствии взаимодействия самодействия нет (см. выше). Поэтому нерелятивистская сила нерадикационного самодействия, будучи четной, есть эффект $\sim c^{-2}$ и можно показать, что она выражается формулами (2) и (3). Итак, макроскопическая сила инерции есть нерадикационная реакция всех элементарных полей данного тела на его инерциальное ускорение, в полном согласии с результатами § 2. А так как макроскопическая масса, согласно (3), обычно равна сумме масс элементарных частиц, то от усредненных и внешних полей макроскопическая сила инерции в обычных условиях не зависит, и в обычном теле (массу которого определяют нуклоны) определяется, очевидно, нерадикационной реакцией сильнодействующих мезонных полей нуклонов, хотя полей этих практически нет уже на атомных расстояниях. Такова истинная природа макроскопической инертности. В остальном макроскопические тела ведут себя в процессе движения как гигантские неквантовые модели элементарных частиц.

Мы видим, что обычное макроскопическое механическое движение есть не только простейший, но и глубочайший физический процесс, прямо выявляющий внутреннюю природу элементарных частиц. Три причины, указанные в начале этого раздела, действительно оказываются физическим фундаментом неквантовой механики и всей неквантовой теории относительности, что показывают и те соображения, которых мы не касались. Подробное изложение предполагается опубликовать в „Успехах физических наук“ или в „Журнале экспериментальной и теоретической физики“.

(Поступило 29. V. 75)

Кафедра общей
физики

ბ. კოლიევეტოვ-ნიკოლაძე

მექანიკური მოძრაობის პრინციპების შესახებ

რ ე ზ ი უ მ ე

მოცემულია არაქვანტური მექანიკის სრული დაფუძნება. დამტკიცებულია, რომ მექანიკური მოძრაობა სინამდვილეში არა მხოლოდ ფარდობითია, არამედ აბსოლუტურიც და რომ ყველა მისი პრინციპი და თვისება მთლიანად აიხსნება მხოლოდ სამი გარემოებით: 1) ელემენტარული ნაწილაკების და ველების არსებობით, 2) მათ შორის ბმის აუცილებლობით და 3) ზღვრული სიჩქარის პრინციპით, რომელსაც ემყარება სპეციალური და ზოგადი ფარდობითობის თეორია.

N. POLIEVKTOV-NIKOLADZE

ON THE PRINCIPLES OF MECHANICAL MOTION

Summary

A complete substantiation of non-quantum mechanics is given. It is shown that mechanical motion is in fact not only relative but absolute as well, and that all its properties and principles are fully explained by only three reasons: 1) existence of elementary particles and fields, 2) inevitability of their coupling and 3) principle of limiting velocity, forming the basis of the special and general theory of relativity.

СЛОЖНОСТЬ КОНЕЧНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ГРУПП

Т. Н. МГВДЕЛАДЗЕ

В работе рассматривается новый параметр — сложность конечной точечной группы. Он имеет вид энтропии конечной вероятностной схемы.

Вероятно, этот параметр найдет свое применение в общих задачах классификации энергетических термов — энергетических уровней многоатомных молекул.

1. Относительная сложность графов. Идея введения энтропийной меры для графов впервые встречается у Ращевского [1].

Мовшовиц [2], [3] изучил поведение этой меры как для конечных, так и для бесконечных ориентированных и неориентированных графов. Мы рассматриваем только конечные графы.

Пусть, X — граф с множеством вершин $V(X)$, а $|V(X)| = n$ — число вершин $V(X)$. Вершины пронумерованы цифрами $1, 2, \dots, n$.

Пусть $G(X)$ — группа автоморфизмов X (4). Множество

$$\{i\alpha \mid \alpha \in G(X)\},$$

где через $i\alpha$ обозначен образ вершины i при автоморфизме α , называется орбитой $G(X)$. Очевидно, необходимое условие для того, чтобы две вершины попали в одну орбиту, заключается в том, чтобы эти вершины имели одинаковую локальную степень. Легко проверить, что это недостаточное условие.

Пусть, A_1, \dots, A_h — орбиты $G(X)$. Тогда

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad (i \neq j); \quad \bigcup_{i=1}^h A_i = V(X),$$

т. е. орбиты образуют разбиение $V(X)$.

1.1. Определение. Пусть A_i ($1 \leq i \leq h$) — орбиты $G(X)$. Построим конечную вероятностную схему

$$P_x = \begin{pmatrix} A_1, \dots, A_h \\ P_1, \dots, P_h \end{pmatrix},$$

где

$$P_i = \frac{|A_i|}{n}, \quad 1 \leq i \leq h;$$

тогда количество структурной информации $I_g(X)$ графа X определяется энтропией P_x :

$$I_g(X) = - \sum_{i=1}^h P_i \log_2 P_i.$$

Из многих свойств функции I_g отметим следующее:

1. 2. Теорема Для любых графов X и Y

$$I_g(X \times Y) \leq I_g(X) + I_g(Y)$$

с равенством, если X и Y —взаимно простые графы (относительно декартового произведения).

2. Сложность конечной группы. Каждой конечной группе соответствует её граф—диаграмма Кэли [5]. На этой диаграмме вершина соответствует элементу группы, а ориентированное ребро—умножению на образующие группы и их обратные. Если

$$S = \{a, b, c, \dots\}$$

множество элементов группы и все элементы могут быть выражены в виде произведений элементов S (и их обратных), то элементы S называются образующими группы.

2.1 Определение. Назовем сложностью конечной группы количество структурной информации, соответствующей диаграммы Кэли.

Подразумевая, что этот параметр найдет свое применение в задачах классификации энергетических термов, мы ограничимся рассмотрением тех конечных точечных групп, которые связаны с этой проблемой [6].

3. Диаграммы Кэли конечных точечных групп¹.

1. Группа C_n .

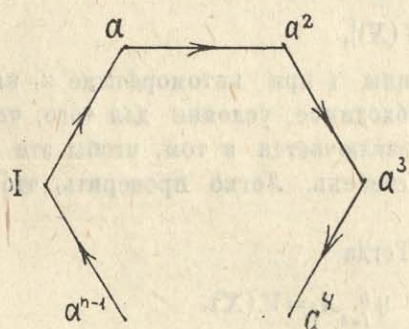


Рис. 1.

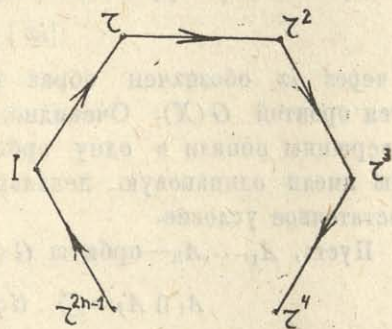


Рис. 2.

¹Через a обозначен поворот на угол $\frac{2\pi}{n}$, образующий группы.

2. Группа S_{2n} .

Очевидно, что элемент

$$r = a_1 \cdot \sigma_h,$$

где a_1 —поворот на угол $\frac{\pi}{2}$, σ_h —отражение, является образующим

группы.

¹ Обозначения для групп взяты из [6].

3. Группа C_{nh} .

Эта группа имеет два образующих—поворот на угол $\frac{2\pi}{n}$ и $f = a \cdot \sigma_h$.

Пунктирной линией обозначено умножение на f .

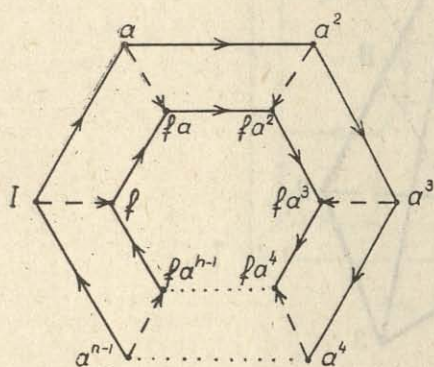


Рис. 3.

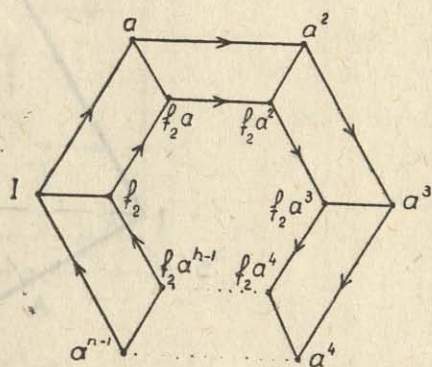


Рис. 4.

4. Группа C_{nv} .

Пусть, f_1 —отражение в какой-нибудь вертикальной плоскости. Тогда $f_1^2 = I, a^k \cdot f_1 = f_1 \cdot a^{n-k}, 1 \leq k \leq n$,

Здесь и ниже через непрерывное неориентированное ребро обозначен пунктирный цикл

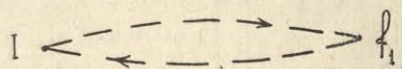


Рис. 5.

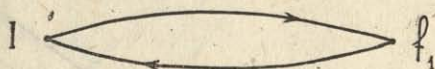


Рис. 6.

что, очевидно, не совпадает с непрерывным циклом.

5. Группа D_n .

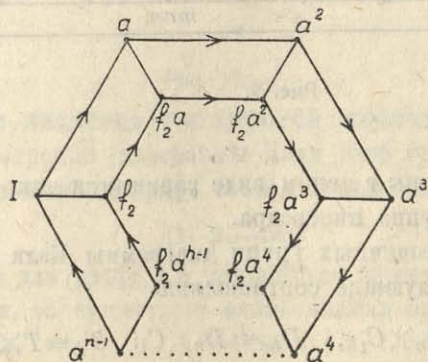


Рис. 7.

Пусть f_2 —поворот на угол π вокруг горизонтальной оси. Тогда $f_2^2 = I, f_2 \cdot a^k = a^k \cdot f_2, 1 \leq k \leq n$.

6. Группа Т-группа тетраэдра.

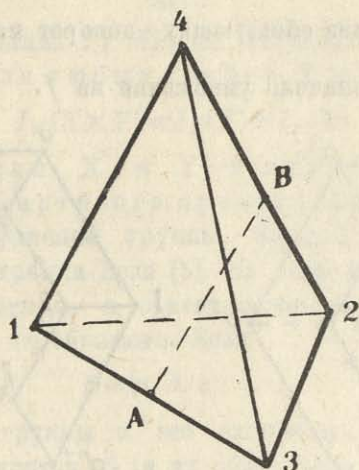


Рис. 8.

Пусть m —поворот на угол $\frac{2\pi}{3}$ вокруг вершины 4 тетраэдра, а n —поворот на угол π вокруг медианы AB , т. е. в явном виде $m=(123)$, $n=(13)$ (24).

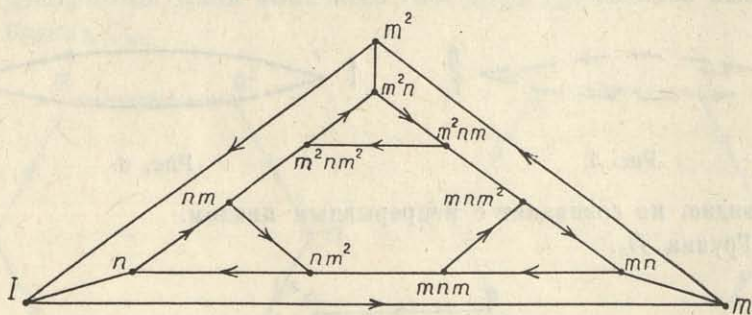


Рис. 9.

7. Группа T_d .

Образующие группы в явном виде запишутся так: $p=(12)$, $q=(1234)$

8. Группа У—группа икосаэдра.

Для остальных точечных групп диаграммы Кэли можно не строить, т. к. имеют место следующие соотношения:

$$D_{nh} \cong D_n \times C_{1h}, \quad D_{nd} \cong D_n \times C_i; \quad T_h \cong T \times C_i,$$

$$O \cong S'_4, \quad O_h \cong O \times C_i; \quad Y_h \cong Y \times C_i;$$

где $C_i = S_2$, а S'_4 —симметрическая группа четвертого порядка.

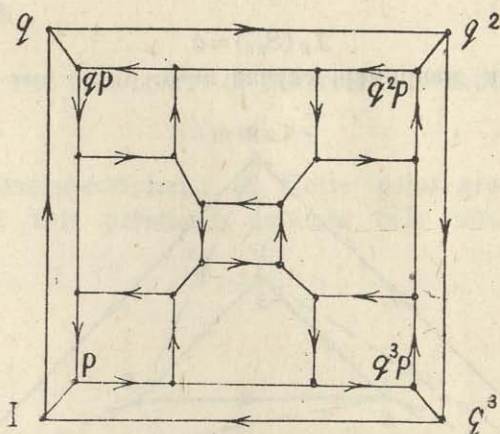


Рис. 10.

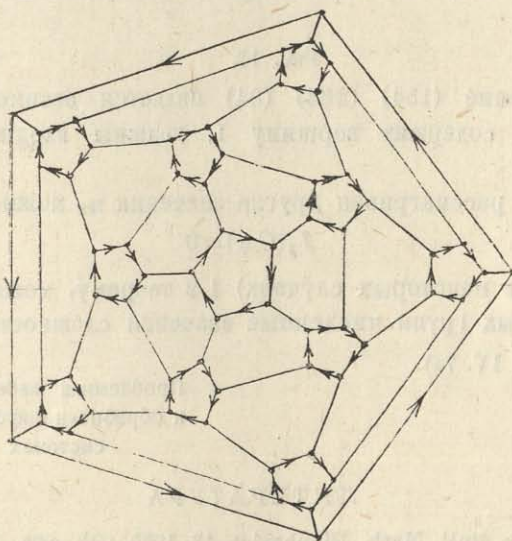


Рис. 11.

4. Численные значения сложностей конечных точечных групп.

1. C_n . Рассмотрение диаграммы Кэли этой группы показывает, что группа автоморфизмов этого графа состоит лишь из одной орбиты

$$\{1, 2, \dots, n\}$$

(Вообще, если для графа с n вершинами перестановка $(123\dots n)$ является автоморфизмом, то существует единственная орбита $\{1, 2, \dots, n\}$).

Таким образом,

$$I_g(C_n) = 0.$$

2. S_{2n} . Здесь аналогичная ситуация — существует единственная орбита

$$\{1, 2, \dots, 2n\},$$

т. е.

$$I_g(S_{2n}) = 0$$

3. Рассмотрим, например, случай $n=3$.

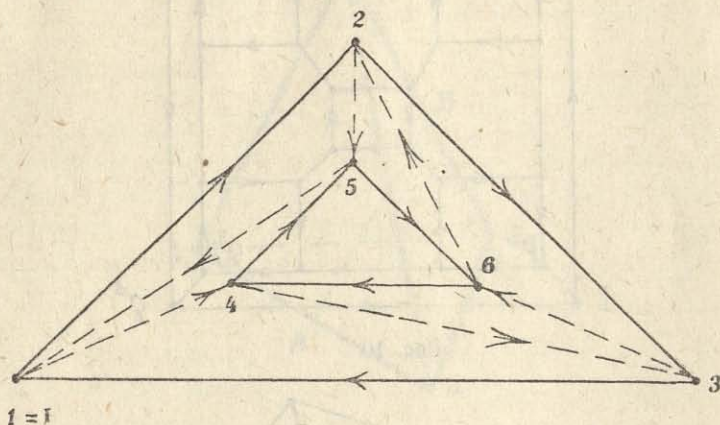


Рис. 12.

Преобразование (154) (264) (34) является автоморфизмом, т. е. в орбиту, которая содержит вершину 1, должны входить все остальные вершины.

Аналогично рассматривая другие значения n , можно убедиться, что

$$I_g(C_{nh}) = 0$$

Применяя (в некоторых случаях) 1.2 теорему, можно убедиться, что для всех остальных групп численные значения сложностей равны нулю.

(Поступило 3. IV. 74)

Проблемная лаборатория передачи
и обработки информации в больших
системах управления

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Rashevsky, Bull. Math. Biophysics, 17, 1955, 229—235.
2. A. Mowshowitz, Bull. Math. Biophysics, 30, 1968, 175—204.
3. A. Mowshowitz, Bull. Math. Biophysics, 30, 1968, 225—240.
4. Ф. Харари, Теория графов, 1973.
5. И. Гроссман, В. Магнус, Группы и их графы, 1971.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, 1948.

ბ. გლვდელაძე

სასრულო წერტილოვანი ჯგუფების სირთულე

რ ე ზ ი ე

ნაშრომში განხილულია ახალი პარამეტრი—სასრულო ჯგუფების სირთულე. მოყვანილია მისი რიცხვითი მნიშვნელობები სასრულო წერტილოვანი ჯგუფებისათვის. ნაჩვენებია, რომ ეს პარამეტრი იღებს მხოლოდ ნულოვან მნიშვნელობებს ასეთი ჯგუფებისათვის.



T. MGVDELADZE

THE COMPLEXITY OF FINITE POINT GROUPS

Summary

A new parameter-complexity of finite point groups is considered. It's shown that this parameter assumes only zero values for these groups.

ЗАМЕЧАНИЕ О ВРЕМЕНИ УСТАНОВЛЕНИЯ ФИНАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СТАЦИОНАРНО ПЕРЕКЛЮЧАЕМОЙ СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

Н. Ш. ЗААЛИШВИЛИ

В этой заметке исследуется спектр (набор собственных значений) марковских цепей, описывающих поведение некоторых асимптотически оптимальных автоматов с емкостью памяти n в стационарно переключаемой случайной среде [1]. Точнее говоря, исследуется вопрос о том, когда эти марковские цепи имеют последовательность собственных значений (из тех, что не равны 1), стремящуюся по модулю к 1 при бесконечном росте емкости памяти n ($n \rightarrow \infty$), и оценивается скорость сходимости¹. Во всех случаях для простоты предполагается, что автоматы могут совершать два различных действия и переключаемая случайная среда $K = K(C_1, C_2, \Delta)$ составлена из двух стационарных случайных сред

$$C_1 = C_1(p_1^{(1)}, p_2^{(1)}), \quad C_2 = C_2(p_1^{(2)}, p_2^{(2)}),$$

стационарное переключение которых осуществляется несимметрической цепью Маркова с двумя состояниями и с матрицей Δ вероятностей переходов

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1 - \delta_1 & \delta_1 \\ \delta_2 & 1 - \delta_2 \end{pmatrix},$$

где параметр $\delta_i \leq \frac{1}{2}$ ($i=1, 2$) представляет собой среднюю частоту переключения состояний переключаемой случайной среды K .

В [2] изучены асимптотические свойства спектра собственных значений марковских цепей, порожденных функционированием асимптотически оптимальных автоматов $L_{2n,2}$ и $D_{2n,2}$ в стационарной случайной среде, в результате чего удалось получить упрощенное (асимптотическое по числу n состояний в действиях, стремящееся к ∞) описание поведения автоматов в стационарной случайной среде марковской цепью с двумя состояниями (по одному состоянию на действие), справедливое при временах t все еще меньших „времени релаксации“ (времени установления финального распределения),

¹ Как известно, собственные значения марковской цепи (вообще говоря комплексные) никогда не превышают по модулю 1.



Рассмотрим поведение автоматов $L_{2n,2}$ и $D_{2n,2}$ в стационарно переключаемой случайной среде $K=K(C_1, C_2, \Delta)$, заданной формулами (1) и (2), в предположении, что функционирование каждого из них в стационарной случайной среде $C_\alpha=C_\alpha(p_1^{(\alpha)}, p_2^{(\alpha)})$, $(\alpha=1, 2)$ моделируется укрупненной марковской цепью с двумя состояниями (по одному состоянию на действие). Соответствующая матрица $G_\alpha = \|g_{ij}^{(\alpha)}\|$ ($i, j=1, 2$) вероятностей переходов имеет следующий вид:

$$G_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \mu_1^{(\alpha)} (\omega_1^{(\alpha)})^n & \mu_1^{(\alpha)} (\omega_1^{(\alpha)})^n \\ \mu_2^{(\alpha)} (\omega_2^{(\alpha)})^n & 1 - \mu_2^{(\alpha)} (\omega_2^{(\alpha)})^n \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь величины $\mu_i^{(\alpha)} \omega_i^{(\alpha)}$ определены формулами, приведенными в [2]:

$$\mu_1^{(\alpha)} = \begin{cases} \frac{(q_2^{(\alpha)} - p_2^{(\alpha)})(q_1^{(\alpha)} - p_1^{(\alpha)})^2}{1 - p_1^{(\alpha)} p_2^{(\alpha)}}, & \text{для } L_{2n,2} \\ 1 \\ 1 + \frac{p_1^{(\alpha)}}{q_1^{(\alpha)}} + \frac{p_2^{(\alpha)}}{q_2^{(\alpha)}}, & \text{где } D_{2n,2} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_2^{(\alpha)} = \begin{cases} \frac{(q_1^{(\alpha)} - p_1^{(\alpha)})(q_2^{(\alpha)} - p_2^{(\alpha)})}{1 - p_1^{(\alpha)} - p_2^{(\alpha)}} & \text{для } L_{2n,2} \\ 1 \\ 1 + \frac{p_1^{(\alpha)}}{q_1^{(\alpha)}} + \frac{p_2^{(\alpha)}}{q_2^{(\alpha)}} & \text{для } D_{2n,2} \end{cases} \quad (5)$$

$$\omega_i^{(\alpha)} = \begin{cases} \frac{p_i^{(\alpha)}}{q_i^{(\alpha)}}, & \text{для } L_{2n,2} \\ p_i^{(\alpha)}, & \text{для } D_{2n,2} \end{cases} \quad (6)$$

где $q_i^{(\alpha)} = 1 - p_i^{(\alpha)}$ ($i=1, 2$).

Следует заметить что используемая упрощенная модель поведения [2] для автомата $L_{2n,2}$ справедлива для таких стационарных случайных сред $C_\alpha=C_\alpha(p_1^{(\alpha)}, p_2^{(\alpha)})$, в которых вероятности штрафов в каждом действии строго меньше $1/2$, т. е. $p_i^{(\alpha)} < 1/2$ ($i=1, 2; \alpha=1, 2$),

В этих предположениях обозначим через $\psi_i^{(\alpha)}$ ($\alpha=1, 2; i=1, 2$) такое состояние автономной системы „автомат—переключаемая случайная среда“, при котором автомат совершает i -ое действие, а переключаемая случайная среда $K=K(C_1, C_2, \Delta)$ находится в состоянии C_α . В этом случае можно показать, что поведение этой системы описывается конечной цепью Маркова. Вероятности переходов состояний системы описываются при этом клеточной матрицей

$$\pi_{ij} = \begin{pmatrix} g_{ii}^{(1)}(1-\delta_1) & g_{ij}^{(1)}\delta_1 \\ g_{ij}^{(2)}\delta_2 & g_{ij}^{(2)}(1-\delta_2) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $g_{ij}^{(\alpha)}$ [$\alpha=1, 2$)]—элементы матрицы G_α .

Набор собственных значений интересующей нас марковской цепи с

матрицей $\Pi = \|\pi_{ij}\|$ ($i, j=1, 2$) переходных вероятностей (7) легко находит из характеристического уравнения

$$\Pi(\lambda) = |\Pi - \lambda E|, \quad (8)$$

где E —единичная матрица.

Введя новую переменную

$$z = 1 - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} - \lambda, \quad (9)$$

уравнение (8) после несложных преобразований можно привести к виду

$$\Pi(z) = \left(z + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) \left(z - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) \Pi_1(z), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_1(z) = z^2 + \left(1 - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) [F_1(n) + F_2(n)]z + (1 - \delta_1 - \delta_2)F_1(n)F_2(n) - \\ - \left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right)^2 [1 - F_1(n) - F_2(n)], \end{aligned} \quad (11)$$

здесь $F_\alpha(n) = \mu_1^{(\alpha)} (\omega_1^{(\alpha)})^n + \mu_2^{(\alpha)} (\omega_2^{(\alpha)})^n$ ($\alpha=1, 2$).

Теперь с учетом (9) мы видим, что имеется однократный корень, соответствующий собственному вектору финальных вероятностей. Из (10) легко убедиться, что кроме собственного значения $\lambda_1=1$ существует единственное собственное значение $\lambda_2=\lambda_n$, стремящееся к 1 при бесконечном увеличении емкости памяти n . Оценка для этого собственного значения при достаточно большом n имеет вид

$$\lambda_n = 1 - \varepsilon_n,$$

где

$$\varepsilon_n = \frac{[\mu_1^{(2)} (\omega_1^{(2)})^n + \mu_2^{(2)} (\omega_2^{(2)})^n] \delta_1 + [\mu_1^{(1)} (\omega_1^{(1)})^n + \mu_2^{(1)} (\omega_2^{(1)})^n] \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}.$$

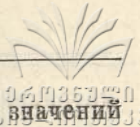
Аналогичным образом из (10) с учетом (9) можно удостовериться в том, что модули остальных собственных значений $\lambda=\lambda_3$ и $\lambda=\lambda_4$ при любом n строго меньше 1:

$$\begin{aligned} \lambda_3 = 1 - \delta_1 - \delta_2 \\ \lambda_4 = (1 - \delta_1 - \delta_2)(1 - \eta_n), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\eta_n = \frac{[\mu_1^{(1)} (\omega_1^{(1)})^n + \mu_2^{(1)} (\omega_2^{(1)})^n] \delta_1 + [\mu_1^{(2)} (\omega_1^{(2)})^n + \mu_2^{(2)} (\omega_2^{(2)})^n] \delta_2}{\delta_1 + \delta_2}.$$

Итак, мы выяснили вопрос о существовании и единственности собственных значений $|\lambda_n| \rightarrow 1$ при $n \rightarrow \infty$ и оценили скорость сходимости. Существование собственного значения $|\lambda_n| \rightarrow 1$ при $n \rightarrow \infty$ указывает на то, что время установления финального распределения в стационарно переключаемой случайной среде неограниченно растет с ростом емкости памяти n автоматов.



Заметим в заключение, что знание набора собственных значений интересующих нас цепей позволяет, как и в [2, 3], получить упрощенное (асимптотически точное при $n \rightarrow \infty$) описание поведения автоматов $L_{2n,2}$ и $D_{2n,2}$ в стационарно переключаемой случайной среде $K = K(C_1, C_2, \Delta)$, заданной формулами (1) и (2), марковской цепью с двумя состояниями (по одному состоянию на действие).

(Поступило 4. IV. 74)

Проблемная лаборатория передачи
и обработки информации в
больших системах
управления

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Л. Цетлин, Исследование по теории автоматов и моделированию биологических систем, „Наука“, М., 1969.
2. Г. Н. Церцвадзе, Автоматика и телемеханика, № 8, 1968.
3. Г. Н. Церцвадзе, Автоматика и телемеханика, № 9, 1971.

ბ. ზაალიშვილი

შენიშვნა სტაციონარულ გადართვად შემთხვევით გარემოში ფინალური განაწილების დროის დამუარების შესახებ

რ ე ზ ი უ მ ე

შენიშვნაში შესწავლილია ისეთი მარკოვის ჯაჭვის საკუთარი მნიშვნელობების სპექტრის ასიმპტოტური თვისებები, რომლებიც აღწერენ ზოგიერთი ასიმპტოტურად ოპტიმალური ავტომატების ქცევას სტაციონარულ გადართვად შემთხვევით გარემოში.

N. ZAALISHVILI

NOTE ON THE TIME OF ESTABLISHMENT OF THE FINAL DISTRIBUTION IN STATIONARILY SWITCHING RANDOM MEDIA

Summary

The spectrum of Markov chains describing the behaviour of some asymptotical optimal automata with capacity of memory in stationarily switching random media is studied.

КОДЫ С НЕРАВНОЙ ЗАЩИТОЙ СИМВОЛОВ

Р. П. МЕГРЕЛИШВИЛИ, Т. Г. НИКОЛАЙШВИЛИ

В настоящей работе предлагаются линейные коды с неравной защитой символов, обладающие ортогональной системой проверок. Эти коды могут быть получены из кодов, построенных с помощью неполных уравновешенных блок-схем [1] и характеризуются высокой эффективностью [2].

Как известно, для значений $v^2 = m^2 + m + 1$, где m — степень простого числа, существует (v, k_1, λ) -конфигурация, где $k = m + 1$. Если $\lambda = 1$, то с помощью (v, k, λ) -конфигурации возможно построить линейный (n, k) -код с параметрами: $n = 2v$, $k = v$, $d = m + 1$ [1].

Запишем (v, k_1, λ) -конфигурацию в виде следующих блоков¹:

$$\begin{aligned}
 B_1 &: 1, \quad 2, \dots, m+1; \\
 B_2 &: 1, \quad m+2, \dots, 2m+1; \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 B_{m+1} &: 1, \quad m^2+2, \dots, v; \\
 B_{m+2} &: 2, \quad m+2, \dots, m^2+2; \\
 B_{m+3} &: 2, \quad m+3, \dots, m^2+3; \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 B_{2m+1} &: 2, \quad 2m+1, \dots, v; \\
 B_{2m+2} &: 3, \\
 B_{2m+3} &: 3, \quad \left(\begin{array}{c} A_1 \\ \vdots \end{array} \right) \\
 &\vdots \quad \vdots \\
 B_{3m+1} &: 3, \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 B_{m^2+2} &: m+1, \quad \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \\
 B_{m^2+3} &: m+1, \quad \left(\begin{array}{c} A_{m-1} \\ \vdots \end{array} \right), \\
 &\vdots \\
 B_v &: m+1,
 \end{aligned}$$

¹ Такую же запись блоков, но несколько в ином порядке, можно найти, например, в книге Д. Дюге „Теоретическая и прикладная статистика“, М., 1972.



Здесь A_1, \dots, A_{m-1} — ортогональное множество латинских квадратов, в котором каждый квадрат основан на множестве элементов $\{m+2, m+3, \dots, v\}$.

Если P — матрица инцидентности (v, k_1, λ) -конфигурации (1), тогда указанный выше линейный (n, k) -код является нулевым пространством матрицы

$$H = (PJ_v), \quad (2)$$

где J_v — единичная матрица размера $(v \times v)$.

Ввиду того, что $\lambda=1$, код обладает ортогональной системой проверок.

Из рассмотренного кода можно получить код с неравной защитой символов. Этого можно достичь, если в матрице (2) вычеркнуть строки, соответствующие l ($1 \leq l < m$) последним латинским квадратам, и столбцы, номера которых заключены от $m-l+2$ до $m+1$ включительно. Следовательно, получаются коды с параметрами: $n=2v-l(m+1)$, $k=v-l$, для которых первые $n_1=m-l+1$ символов защищены от $t_1 = \left[\frac{d_1-1}{2} \right]$ ошибок, а остальные $n_2=n-n_1$ — от $t_2 = \left[\frac{d_2-1}{2} \right]$ ошибок, где $d_1=k_1+1$, $d_2=k_1-l+1$, $[x]$ — наибольшая целая часть x .

В таблице 1 приведены параметры некоторых полученных кодов. Нетрудно видеть, что система проверок для таких кодов остается ортогональной.

Таблица 1

n	k	n_1	d_1	d_2	m	l
18	11	2	5	3	3	2
50	29	4	7	5	5	2
38	27	2	7	3	5	4
98	55	6	9	7	7	2
82	53	4	9	5	7	4
66	51	2	9	3	7	6

Рассмотрим пример. Пусть $v=13$, $k_1=4$, $\lambda=1$. Тогда блок-схему составляют следующие тринадцать блоков:

$$\begin{array}{lll}
 B_1: 1, 2, 3, 4; & B_6: 2, 6, 9, 12; & B_{10}: 3, 7, 8, 12; \\
 B_2: 1, 5, 6, 7; & B_7: 2, 7, 10, 13; & B_{11}: 4, 5, 10, 12; \\
 B_3: 1, 8, 9, 10; & B_8: 3, 5, 9, 13; & B_{12}: 4, 6, 8, 13; \\
 B_4: 1, 11, 12, 13; & B_9: 3, 6, 10, 11; & B_{13}: 5, 7, 9, 11. \\
 B_5: 2, 5, 8, 11; & &
 \end{array}$$

Последние образуют линейный $(26, 13)$ -код, проверочная матрица которого имеет вид:

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad J_{13} \quad (3)$$

Из этого кода по изложенному выше методу, т. е. вычеркнув в матрице (3) третий, четвертый столбцы и последние шесть строк, можно получить (18, 11)-код с неравной защитой символов (здесь $l=2$), первые $n_1=2$ символов которого защищены от $t_1=2$ ошибок, а остальные символы защищены только от одной ошибки.

Этот код является нулевым пространством матрицы

$$H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad J_7$$

Рассмотренный в примере код можно сравнить с (18, 9)-кодом [2], для которого на трех позициях могут исправляться две ошибки, в то время как на остальных позициях исправляется только одна ошибка.

(Поступило 1. IV. 74)

Проблемная лаборатория
 передачи и обработки
 информации в больших
 системах управления

ЛИТЕРАТУРА

1. R. L. Townsend, E. J. Weldon, Self-orthogonal quasi-cyclic codes, IEEE Trans. Inf. Theory, IT-13, 2, 1967.
2. D. Mandelbaum, Unequal-error-protection codes derived from difference sets, IEEE Trans. inf. Theory, IT-18, 5, 1972.

რ. მეგრელიშვილი, თ. ნიკოლაიშვილი

სიმბოლოების არათანაბარი დაცვის კოდები

რეზიუმე

განხილულია ორთოგონალური შემოწმების მქონე სიმბოლოების არათანაბარი დაცვის წრფივი კოდები, რომლებიც მიიღება გაწონასწორებული ბლოკ-სქემების საშუალებით.

R. MEGRELISHVILI, T. NIKOLAISHVILI

UNEQUAL ERROR PROTECTION CODES

Summary

Linear unequal error protection (n, k) -codes constructed by means of (v, k_1, λ) -configurations whose parameters are: $n=2v$, $k=v$, $d=k_1+1$.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ДЕРЕВА ИСХОДОВ ДЛЯ ВПОЛНЕ РАЗДЕЛИМОЙ СЕТИ

И. И. ШУШТАКАШВИЛИ

В работе дан алгоритм построения дерева исходов для вполне разделимого альтернативного сетевого проекта.

Приведем основные свойства и определения, необходимые в дальнейшем. Альтернативная сеть представляет собой конечный связный ориентированный граф Γ , причем относительно множества вершин V_Γ и множества дуг U_Γ задана определенная дополнительная информация: каждой дуге $u_{kl} \in U_\Gamma$ графа Γ , отражающей действительную работу, приписан вектор W_{kl} величин, показывающих время выполнения работы t_{kl} , требуемые финансовые затраты Z_{kl} и другие оценки ресурсов I и II рода. Компоненты этого вектора могут быть представлены детерминированными оценками, либо случайными величинами с заданной функцией распределения.

Альтернативные сети отражают структуру такого проекта, для которого входящие варианты являются взаимоисключающими (альтернативными). Операции объединения и разветвления альтернативных путей реализации проекта отражаются событиями типов $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$, $\tilde{\gamma}$ [1, 2], причем особенно важны ветвящиеся по выходу события $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\gamma}$. Множества этих событий обозначаются через \tilde{A} и $\tilde{\Gamma}$, соответственно. К множеству \tilde{A} будем относить также все конечные вершины сети.

Для каждой α -вершины задано несколько направлений (будем считать, что они пронумерованы последовательными натуральными числами). Направление соответствует реализации одного из возможных вариантов события. Каждой дуге, выходящей из α -вершины, соответствует некоторое направление q , причем несколько дуг, выходящих из одной вершины, могут иметь одно направление.

Для единообразия представления информации будем приписывать направления также дугам, выходящим из неальтернативных вершин, полагая их равными 0.

В качестве аппарата при исследовании альтернативных сетевых моделей применяется анализ укрупненной модели—дерева исходов. Для одноцелевых альтернативных сетевых моделей дерево исходов D строится из графа исходной альтернативной модели следующим образом.

В качестве множества вершин V_D графа D принимается множество,



состоящее из начальной вершины, конечных вершин, а также вершин, являющихся узлами ветвления альтернативных путей графа Γ . Начальная вершина α_0 графа D называется корнем дерева исходов, а конечные — висячими вершинами.

Множество дуг U_D графа D получается в результате эквивалентного преобразования множества подграфов Γ_{ij} , выделяемых из сети Γ по следующим признакам:

а) начальной вершиной подграфа Γ_{ij} может служить любая вершина α_i , за исключением конечных;

б) $V_{\Gamma_{ij}} \subset T(\alpha_i)$, где T есть транзитивное замыкание отображения α_i ;

в) конечной вершиной подграфа Γ_{ij} может быть только α -вершина графа Γ ;

г) все пути вида $(\alpha_i, \dots, \alpha_j)$, связывающие в Γ_{ij} начальную вершину α_i , с конечной вершиной α_j подграфа Γ_{ij} не содержат других α -вершин графа.

Каждая дуга U_{ij} дерева исходов D получается в результате сведения фрагмента Γ_{ij} сети Γ к одной дуге с началом α_i и концом α_j . При этом дуге u_{ij} ставятся в соответствие вероятность реализации p_{ij} , время выполнения t_{ij} и другие параметры, эквивалентные соответствующим значениям параметров фрагмента Γ_{ij} .

Если различные фрагменты Γ_{ij} модели не пересекаются между собой, альтернативная сеть называется вполне разделимой; в противном случае она называется не вполне разделимой.

Общая характеристика алгоритма

Подробный алгоритм построения дерева исходов представлен на блок-схеме (рис.) Рассмотрим его работу укрупненно и выясним назначение отдельных блоков. Входной информацией для работы алгоритма является граф, описывающий исходную альтернативную сетевую модель.

Таблица 1

α_i	q_i	α_j	P_{ij}	W_{ij}
------------	-------	------------	----------	----------

Граф задается в виде массива, состоящего из записей одинаковой структуры. Каждая запись описывает одну дугу графа (v_i, v_j) и содержит номер начальной вершины v_i , направление q_i из начальной вершины, номер конечной вершины v_j , вероятность p_{ij} реализации дуги, вектор W_{ij} характеристик дуги. Тип начальной вершины определяется значением q ; если $q_i > 0$, вершина является альтернативной, если $q_i = 0$ — не является. Предполагается, что информация подготовлена на машинном носителе и проверена.

Выходной информацией является массив D , описывающий дуги дерева исходов и их характеристики. Массив состоит из записей, имеющих структуру, изображенную на таблице 1, где α_i и α_j —номера начальной и конечной вершин дуги, q_i —направление, p_{ij} —вероятность дуги, W_{ij} —вектор характеристик дуги.

В алгоритме построения дерева исходов можно выделить следующие основные этапы:

- 1) подготовка исходной сети к расчету,
- 2) выбор множества α -вершин,
- 3) подготовительные операции для организации цикла по подграфам Γ_{ij} ,
- 4) построение очередного подграфа Γ_{ij} ,
- 5) построение дерева исходов,
- 6) анализ на конец цикла по подграфам Γ_{ij} ,

На этих этапах реализуются следующие группы операций.

Подготовка исходной сети к расчету (блоки 1—3).

Исходный граф Γ представляется в виде массива G , каждая запись которого описывает одну дугу графа. В процессе работы с этим массивом приходится многократно производить поиск дуг, исходящих из заданных вершин. Этот поиск рациональнее всего можно организовать, когда массив рассортирован по номерам вершин. Такая сортировка производится в блоке 2.

Далее во всех записях массива G формируются значения служебного признака ω (блок 3). Этот признак в процессе работы алгоритма позволяет определить, использовалась ли ранее данная дуга графа, т. е. выяснить наличие циклов в графе.

Выбор множества α -вершин (блоки 4—8).

Прежде всего определяются конечные вершины исходного графа Γ . С этой целью формируются рабочие массивы H и K , содержащие коды, соответственно, начальных и конечных вершин дуг. Массивы H и K сортируются и сравниваются, в результате чего определяется множество $K \setminus H$, состоящее из конечных вершин графа. Вместе с α -вершинами, служащими началами дуг, это множество образует множество \tilde{A} всех α -вершин.

Подготовительные операции для организации цикла по подграфам Γ_{ij} (блок 9—10).

Для построения дерева исходов последовательно формируются все возможные подграфы Γ_{ij} , которые затем заменяются на эквивалентные дуги дерева исходов.

Каждый граф Γ_{ij} строится из некоторой пары (α_i, q_i) , где α_i —код α -вершины, q_i —направление выхода из α_i . Для организации цикла по всем Γ_{ij} производится перебор всех пар (α_i, q_i) . Перед началом цикла формируются первоначальные значения рабочих массивов и переменных. При

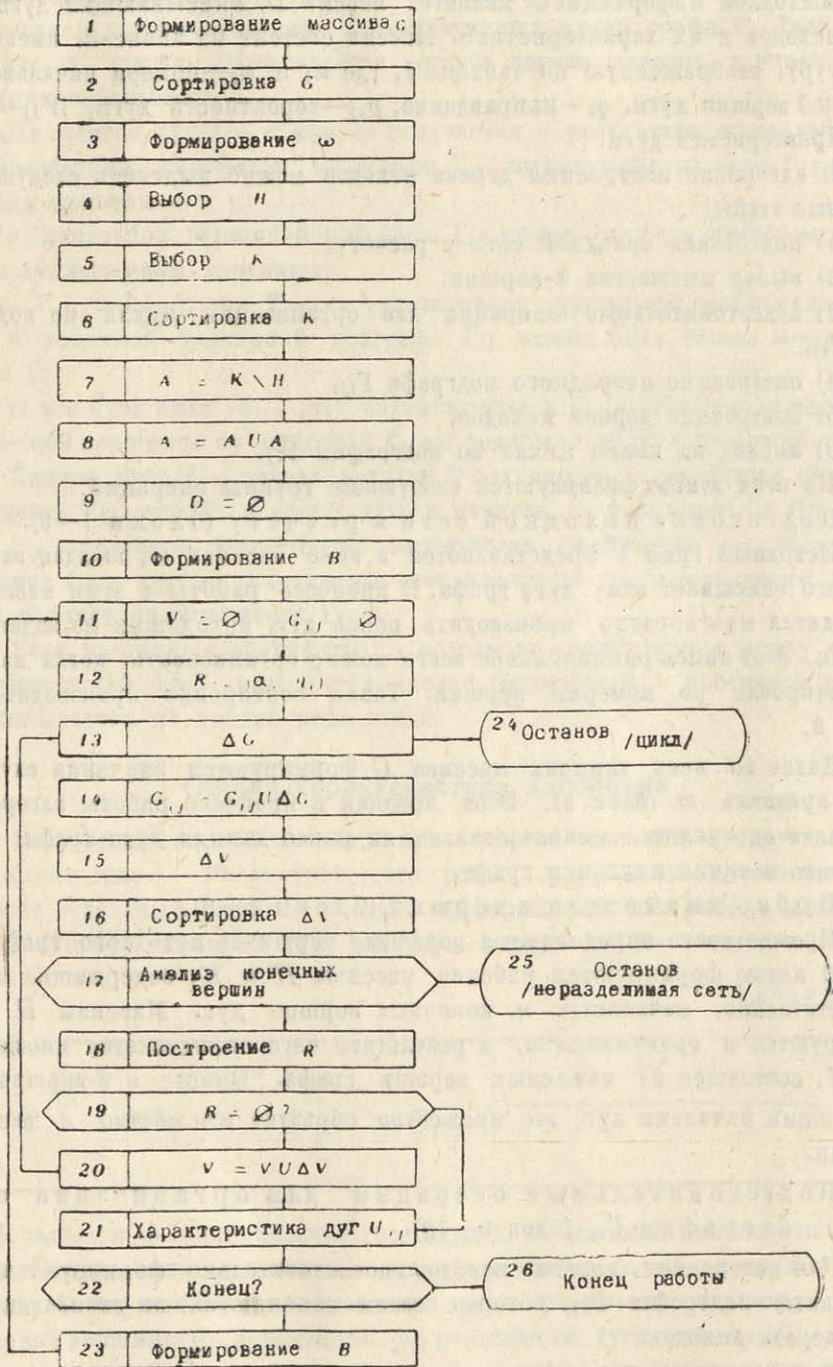


Рис.

этом очищается массив D , служащий для хранения информации о дереве исходов и формируется первоначальное значение пары (α_i, q_i) .

Построение очередного подграфа Γ_{ij} (блоки 11—20).

Для очередной пары (α_i, q_i) строится подграф Γ_{ij} с начальной вершиной α_i в направлении q_i . При этом формируется массив G_{ij} , содержащий описания дуг подграфа Γ_{ij} . В процессе построения Γ_{ij} анализируются его конечные вершины. Если окажется, что Γ_{ij} содержит более одной конечной вершины (т. е. сеть не вполне разделимая), происходит аварийный останов с печатью информации о графе Γ_{ij} (блок 25).

Построение дуги дерева исходов D (блок 21).

По каждому графу Γ_{ij} строится эквивалентная дуга u_{ij} дерева исходов D . Алгоритм построения эквивалентной дуги зависит от того, какие характеристики W_{hl} заданы для графа Γ . Если, например, характеристики дуг исходной модели представляют собой время выполнения работ, то соответствующие характеристики эквивалентных дуг вычисляются как критические пути в соответствующих подграфах по известному алгоритму Форда-Фулкерсона.

Анализ на конец цикла (блоки 22—23).

Проверяется, все ли возможные подграфы Γ_{ij} проанализированы. Если да, выход из алгоритма, если нет—организуется следующая итерация.

(Поступило 14. II. 75)

Кафедра теоретической
механики

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. И. Голенко, Статистические модели в управлении производством, М., 1973.
2. Д. И. Голенко, Статистические методы сетевого планирования и управления, М., 1970.
3. В. Г. Воропаев, Некоторые вопросы моделирования долгосрочных программ капитальных вложений. Диссертация на соискание ученой степени кандидата экономических наук, МЭСИ, М., 1971.

©. შუშტაკაშვილი

შედგება ხის აგების ალგორითმი სავსებით განცალკევადი
ქსელისათვის

რეზიუმე

სტატიაში განიხილება შედგება ხის აგების ალგორითმი სავსებით განცალკევადი ალტერნატიული ქსელური მოდელისათვის, რომლის შემადგენლობაში შედის როგორც შემაერთებელი, ისე განშტოებადი გზები.


 0470367440
 802200100330

I. SHUSHTAKASHVILI

AN ALGORITHM OF THE RESULTS TREE CONSTRUCTION FOR FULLY DIVISIBLE STOCHASTIC NETWORK

Summary

The algorithm of the results tree construction for fully divisible alternative network models including connective as well as branching paths is presented.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕВЫХ ГРАФОВ

И. И. ШУШТАКАШВИЛИ

Многие сложные системы, имеющие детерминированную структуру, описываются средствами сетевого планирования. Наглядность, простота и эффективность сетевого планирования и управления обеспечили широкое распространение этих методов в практике реализации сложных проектов, при планировании и управлении сложными разработками. Вместе с тем, при эксплуатации систем сетевого планирования и управления были определены границы области их применения. Практика показала, что указанные методы могут применяться далеко не ко всем проектам с одинаковой эффективностью.

На проекты, к которым применим аппарат сетевого планирования и управления, должно быть наложено в первую очередь естественное ограничение: они должны адекватно отображаться сетевым графиком. Это условие является весьма существенным ограничением, потому что далеко не всякий достаточно сложный проект обладает таким свойством. Существуют проекты, которые невозможно отобразить с необходимой степенью точности сетевым графом детерминированной структуры.

Эти проекты разработки достаточно сложных комплексов характеризуются большой степенью неопределенности в технических способах достижения конечной цели, в самом содержании конечной цели: наличием ситуаций, для которых неременным фактом является принятие решений, подчас альтернативных, существованием выбора из множества исходов. С ростом объема производства и сложности создаваемых объектов уровень этой неопределенности существенно возрастает. Все эти особенности процесса разработки сложных комплексов могут быть отображены обобщенной сетевой моделью. Под обобщенными сетевыми моделями понимают такие, которые отражают проекты более сложной логической природы, чем в детерминированных сетевых планах типа ПЕРТ, характеризующих полностью определенный по структуре процесс.

Расширение логических возможностей обобщенных сетевых моделей достигается, во-первых, за счёт введения в сетевой граф вершин, реализующих на своих входах и выходах не только логическое отношение „И“ но и более сложные отношения: „исключающее ИЛИ“, „неисключающее ИЛИ“, отношение двух видов и т. д., во-вторых, за счёт введения в

941935940
941935933

сеть конфигураций специального вида: а) зависимость между конъюнктивными путями, б) слияние конъюнктивных путей. При этом зависимость конъюнктивных путей имеет место, когда выбор операции, подлежащий выполнению, зависит от исхода решающего события, находящегося на конъюнктивном с ним пути.

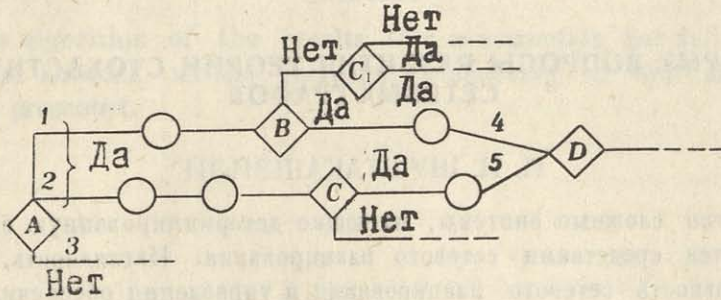


Рис. 1.

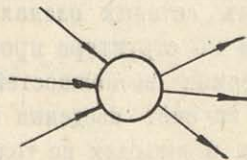
На рис. 1 пути 1 и 2 конъюнктивны, каждый из них приводит к решающему событию, соответственно к В и С. Предположим, что ответ В отрицателен и будущие операции зависят от ответа С. Чтобы представить это в сети, нужно повторить решающее событие С, введя дополнительное событие С₁. Слияние конъюнктивных путей имеет место, когда два или несколько конъюнктивных путей сходятся в некоторой вершине после того, как каждый из них пройдет через решающее событие. На рис. 1 пути 4 и 5 сходятся и для того, чтобы вершина Д была достигнута, необходимо, чтобы ответы В и С были утвердительными.

Нами были подвернуты сравнительному логическому анализу различные типы альтернативных стохастических событий. Некоторые из них были разработаны в классических работах Эйснера [1], Эльмаграби [2] и ряде работ отечественных ученых [3—5]. При анализе этих событий мы сначала абстрагируемся от сети в целом, т. е. рассматриваем лишь логическую природу событий с точки зрения вероятностных категорий и логических операций. В дальнейшем мы рассмотрим некоторые типы вершин, связанные с конечной целью функционирования системы, описываемой данной стохастической сетью

Типы событий	Логическое отношение на входе	Графическое обозначение	Логические возможности на выходе события
--------------	-------------------------------	-------------------------	--

1.

„И“—для свершения события необходимо выполнение всех входящих в него работ



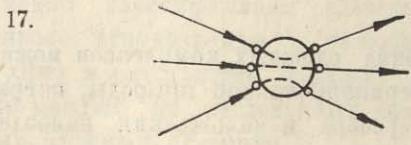
„И“—после свершения события могут начаться все вместе, а также любая из выходящих работ

Типы событий	Логическое отношение на входе	Графическое обозначение	Логические возможности на выходе события
2.	„И“		<p>Исключающее ИЛИ—в результате свершения события может начаться только одна из совокупности выходящих работ</p>
3.	<p>„Исключающее ИЛИ“—для свершения события необходимо и достаточно условие выполнения одной из входящих работ</p>		„И“
4.	„Исключающее ИЛИ“		Исключающее ИЛИ“
5.	<p>„Соединительное ИЛИ“—для свершения события необходимо выполнение хотя бы одной работы (возможно нескольких одновременно)</p>		„И“
6.	„Соединительное ИЛИ“		Исключающее ИЛИ“
7.	„Соединительное ИЛИ“		„Соединительное ИЛИ“



Типы событий	Логическое отношение на входе	Графическое обозначение	Логические возможности на выходе события
8.	„И“		„Соединительное ИЛИ“
9.	„Исключающее ИЛИ“		„Соединительное ИЛИ“
10.	2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“—для свершения события необходимо выполнение либо только одной из несвязанных отношением „И“ работ, либо всех связанных отношением „И“ работ		„И“
11.	2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“		„Исключающее ИЛИ“
12.	2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“		„Соединительное ИЛИ“
13.	2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“		2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“—в результате свершения события может начаться либо только одна из несвязанных отношением „И“ работ, либо все связанные отношением „И“ работы

Типы событий	Логическое отношение на входе	Графическое обозначение	Логические возможности на выходе события
14.	„И“		2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“
15.	„Исключающее ИЛИ“		2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“
16.	„Соединительное ИЛИ“		2 отношения: „И“ и „исключающее ИЛИ“



Событие „Временной различитель“. Эти виды события имеют число выходов, равное числу входов, и каждой входящей в событие работе ставится в соответствие одна и только одна выходящая работа. Поставленные в соответствие входящие и выходящие работы имеют одинаковые номера.

Если событие „временной различитель“ свершилось в результате окончания входящей работы с номером ξ , то может начаться только выходящая работа с тем же номером ξ .

Наряду с альтернативными событиями, стохастическая модель может содержать проблематические операции, которые возникают в ситуациях, носящих поисковый или испытательный характер, и приводят в случае отрицательного исхода к повторным циклам. Проблематические операции возникают, например, при стыковке функциональных подсистем в сложных системах, когда недостатки схемы информационных потоков и документооборота приводят к необходимости существенных изменений видов и форм носителей информации, при построении производственной программы, когда последняя не проходит по данным расчётам производственных мощностей и требуются поиски новых вариантов наилучшего использования производственного оборудования при экспериментальной реализации экономико-математических методов и алгоритмов; при испытании комплексов технических средств и т. д. При этом в сети образуются контуры и петли.



являющиеся, наряду с альтернативными событиями, логическими элементами рассматриваемой модели. Наиболее распространенным примером стохастической модели с проблематичными операциями является разработка проекта с системой поэтапного контроля и возвратом на доработку, если при контроле выявилась необходимость переделки того или иного этапа. Система поэтапного контроля широко применяется при разработке технических изделий, когда контролю подвергаются отдельные блоки и узлы.

Доработка этапов, не прошедших контроль, требует такого же уровня планирования и управления, как и первоначальное выполнение проекта. Проблема анализа проектов, реализуемых с поэтапным контролем и возможными возвратами на переделку этапов, не прошедших контроль, решается с помощью стохастической сетевой модели с контурами. При

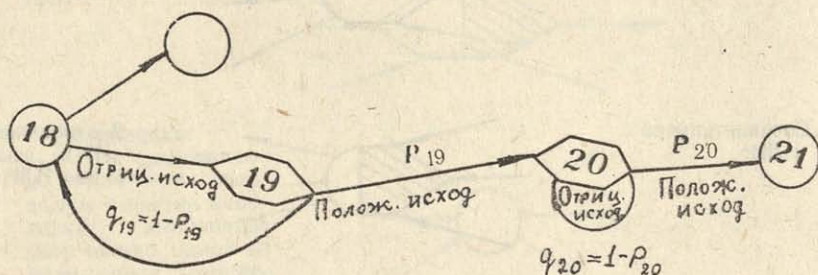


Рис. 2.

исследовании некоторых проектов создания сложных комплексов можно встретиться с наличием вариантов детерминированной природы, оперирование которыми заключается в их переборе и нахождении наиболее предпочтительного (эффективного) варианта. Кроме того, могут встретиться и варианты вероятностной природы. Так, например, при рассмотрении строительной программы возникают ситуации следующих видов:

а) выбор отрасли производства из числа взаимозаменяемых отраслей для удовлетворения одной и той же потребности общества;

б) выбор уровня специализации и кооперирования на вводимых в строй объектах комплекса;

в) выбор вида техники, устанавливаемой на строящихся объектах, и т. д. Большинство подобных вариантов рассматриваются как детерминированные, так как они, обычно, ориентируются на достигнутый в настоящее время уровень технического развития, либо на такие будущие события, по которым приняты директивные решения и осуществимость которых не вызывает сомнений. Вероятностные варианты не имеют указанной определенности и осуществимость их может быть выявлена лишь в процессе реализации строительной программы. Наличие вероятностных вариантов связано с:

а) влиянием на программу будущих событий научно-технического прогресса, имеющих вероятностную природу;

б) неопределенностью будущих результатов (например, геологоразведочных и поисковых работ, планируемых в связи с данной программой);

в) будущими работами по строительству и эксплуатации опытных производств, носящими испытательный характер. В связи с наличием в проектах вариантов детерминированной и вероятностной природы возможны [5]:

а) однородные детерминированные альтернативные модели (группа сетевых моделей А), которые предусматривают отражение только детерминированных вариантов осуществления проектов;

б) неоднородные детерминированно-стохастические модели (группа В), которые допускают возможность отражения и анализа как детерминированных, так и вероятностных вариантов;

в) однородные стохастические модели (группа В), которые отражают варианты, имеющие вероятностную природу реализации.

Таким образом, мы имеем практически два различных подхода к анализу и классификации событий стохастической сетевой модели. Первый подход носит локальный логико-вероятностный характер и практически не имеет ничего общего с альтернативными сетями, имеющими детерминированную природу. Второй подход связан скорее с классификацией альтернативных сетей, и, соответственно, альтернативных вершин. Именно классификация альтернативных вершин породила достаточно широко используемые в настоящее время понятия однородных, неоднородных и смешанных моделей. Вместе с тем не представляет сомнения, что каждый из исследуемых нами подходов адекватен некоторым реальным сложным системам.

На наш взгляд, выход из создавшегося положения состоит в дальнейшем развитии теории стохастического сетевого планирования. Необходимо расширить и обобщить имеющийся опыт классификации стохастических сетей, в частности, разработать новые типы вершин, отличающиеся большей гибкостью и большей адекватностью реальной действительности. Именно это направление исследования является основополагающим для нашей работы.

Обобщая существующий опыт стохастического сетевого планирования, можно отметить следующие основные типы стохастических сетей:

1) альтернативная сеть с развешивательными путями, моделирующая одноцелевые проекты без соединительных событий;

2) альтернативная сеть с соединительными путями (включая соединительные события);

3) альтернативная сеть с пересекающимися фрагментами, допускающая возможность принадлежности некоторого комплекса работ двум или более локальным вариантам;

4) неоднородная альтернативная сеть, моделирующая детерминирован-



но-стохастические сетевые проекты и представляющая собой наиболее универсальную модель альтернативного сетевого планирования.

На наш взгляд, подобная классификация нуждается в дополнении и расширении.

На основе анализа достаточно большого числа стохастических сетевых проектов в СССР и за рубежом мы пришли к выводу, что наиболее универсальной и адекватной стохастической сетевой моделью является сеть, в состав которой входят следующие события: на выходе эти события, помимо операции „И“ в неисключающем смысле, могут реализовать однородные вероятностные исключаящие, либо альтернативные детерминированные, либо неоднородные смешанные типы ветвлений. На входе же эти события должны реализовать как операцию „И“ в неисключающем смысле, так и соединительное „ИЛИ“. Иными словами, подобные вершины являются соединительно-разъединительными, отличаясь существенно большей сложностью по сравнению с ранее рассмотренными. Таким образом, основная задача исследования состоит в:

а) формализации стохастической сетевой модели, состоящей из вышеуказанных событий (разумеется, в состав сети могут входить события, отличающиеся более простой природой, являющиеся частными случаями рассмотренных выше событий; такими событиями, например, могут быть, события $\bar{\alpha}$ и α , либо события детерминированной сетевой модели типа ПЕРТ);

б) разработке математического аппарата анализа и расчета параметров дерева исходов для стохастической сетевой модели, а также разработке методологических основ принятия решений в точках ветвления. Реализация этих задач связана с существенными трудностями, заключающимися, главным образом, в необходимости расчленения сети на отдельные локальные варианты;

в) необходимо практически апробировать построенную стохастическую сеть более сложной природы на реальном сложном объекте. На наш взгляд, подобным объектом должен служить процесс конструирования одного из уникальных объектов новой техники, отличающегося сложными логическими связями и наличием высокого уровня неопределенности, а также последовательным принятием решений в многоальтернативных точках ветвления.

(Поступило 11. III 74)

Кафедра теоретической
механики

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Eisner, „Operation Research“, 1,10, 1962.
2. С. Е. Элмаграби, в кн.: Р. В. Миллер, ПЕРТ—система управления. М., 1965.
3. Г. С. Поспелов, В. А. Баршполец, Техническая кибернетика, 6, 1966.
4. Н. Е. Архангельский, В. Г. Воропаев, Д. И. Голенко, С. Е. Лившиц, Труды ЛИЭИ им. Тольятти, выл. 88, 1971.
5. Д. И. Голенко, Статистические модели в управлении производством. М., 1973.

ი. შუსტაკაშვილი

**სტოქასტიკური ქსელური გრაფების თეორიის განვითარების
ზოგიერთი საკითხი**

რ ე ზ ი უ მ ე

სტატიაში განხილულია რთული სისტემის განვითარების პროცესის ადეკვატური მოდელის აგების საკითხები, როცა განუზღვრელობის დონე მაღალია. განიხილება ქსელური მოდელის ახალი ტიპის წვეროები, სადაც რეალიზებულა რთული ალტერნატიული ხასიათის ლოგიკური ოპერაციები, როგორც შესვლისას, ასევე გამოსვლისას.

I. SHUSHTAKASHVILI

**SOME PROBLEMS OF THE DEVELOPMENT OF THE STOCHASTIC
NETWORK GRAPHS THEORY**

S u m m a r y

The problems of the adequate model construction for development process of complex system with a high level of uncertainty are considered.

The network model tops of new types, realizing the complicated logical operations at the input as well as at the output are investigated.

პარალელური სისტემის სივალდობის მოდელიზი, რომელთა
ზადასვლის ალგორითმი დამოკიდებულია სისტემის
მდგომარეობაზე

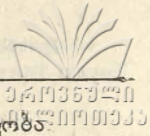
შ. ბაგიაშვილი, ო. ნამიჩიშვილი, ჯ. ხომასტრიძე

შრომში განხილულია მუდმივად და პარალელურად დარეზერვებული არა-აღდგენადი სისტემა. ვუშვებთ, რომ ელემენტთა რაოდენობა ტოლია n -ის და თითოეული ელემენტის მტყუნების ინტენსივობა λ ერთნაირია. ხშირ შემთხვევაში, თუ ყველა ელემენტი იკვებება ერთი და იმავე კვების წყაროდან, რომლის სიმძლავრეც არ რეგულირდება, რომელიმე ელემენტის მწყობრიდან გამოსვლა იწვევს დატვირთვის სხვა ელემენტებზე გადანაწილებას, კერძოდ გაზრდას, რის გამოც იზრდება ყოველი ელემენტის მტყუნების ინტენსივობა. ე. ი. ელემენტის მტყუნების ინტენსივობა აღმოჩნდება დამოკიდებული დატვირთვის სიდიდეზე, ანდა i დაზიანებულ ელემენტთა რაოდენობაზე. ეს დამოკიდებულება შეიძლება იყოს სხვადასხვა სახის. წრფივი დამოკიდებულება შესწავლილია [1] და ნაწილობრივ კვადრატულიც [2]. შრომაში შესწავლილია კვადრატული $1/2$ და $3/2$ ხარისხის და ექსპონენციალური დამოკიდებულებები, რომლებსაც შეიძლება უფრო ხშირად ჰქონდეს ადგილი პრაქტიკაში.

1. კვადრატული დამოკიდებულება

სისტემის მდგომარეობა i დაზიანებულ ელემენტთა რაოდენობით განისაზღვრება. აღნიშნოთ O სისტემის მდგომარეობა, როდესაც დაზიანებულ ელემენტთა რაოდენობა $i=0$, ე. ი. ყველა n ელემენტი დაუზიანებელია. მაშინ n შესაბამება სისტემის ისეთ მდგომარეობას, როდესაც დაზიანებულ ელემენტთა რაოდენობა $i=n$, ე. ი. ყველა ელემენტი დაზიანებულია. ე. ი. ვიყენებთ ისეთ მოდელს, როდესაც სისტემა თანმიმდევრობით გაივლის მდგომარეობებს $0, 1, 2, \dots, n-1, n$. ასეთი გადასვლები წარმოადგენს მარკოვის პროცესს და მისთვის შეიძლება შედგენილ იქნეს შესაბამისი სტოხასტიკური მატრიცა. რადგანაც ჩვენ შემთხვევაში ვუშვებთ, რომ დამოკიდებულება ინტენსივობასა და დაზიანებულ ელემენტთა რიცხვს შორის გამოისახება კვადრატული კანონით, გვექნება:

$$\lambda_i = (n-i) \left(\frac{n}{n-i} \right)^2 \lambda = \frac{n^2}{n-i} \lambda,$$



სადაც λ_i არის i -ური მდგომარეობიდან $(i+1)$ -ში გადასვლის ინტენსივობა

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & n \\ 1-n\lambda & n\lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1-\frac{n^2}{n-1}\lambda & \frac{n^2}{n-1}\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1-\frac{n^2}{n-2}\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

აღნიშნული მატრიციდან შევგვიძლია შევადგინოთ შემდეგ დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= -n\lambda P_0 \\ P'_1(t) &= n\lambda P_0 - \frac{n^2}{n-1} \lambda P_1 \\ P'_2(t) &= \frac{n^2}{n-1} \lambda P_1 - \frac{n^2}{n-2} P_2 \\ &\dots \\ P'_n(t) &= n^2 \lambda P_{n-1} \end{aligned}$$

სადაც $P_0(t), P_1(t) \dots P_n(t)$ სისტემის $0, 1, 2, \dots, n$ მდგომარეობაში ყოფნის შესაბამისი ალბათობებია.

თუ გამოვიყენებთ ლაპლასის გარდაქმნას, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} P_0(s) &= \frac{1}{s+n\lambda} \\ P_1(s) &= \frac{n\lambda}{(s+n\lambda) \left(s + \frac{n^2}{n-1} \lambda \right)} \\ P_2(s) &= \frac{n\lambda \frac{n^2}{n-1} \lambda}{(s+n\lambda) \left(s + \frac{n^2}{n-1} \lambda \right) \left(s + \frac{n^2}{n-2} \lambda \right)} \\ &\dots \\ P_n(s) &= \frac{n\lambda^n}{(n-1)! s \prod_{i=0}^{n-1} \left(s + \frac{n^2}{n-i} \lambda \right)} \end{aligned}$$

ლაპლასის უკუგარდაქმნის გამოყენებით მივიღებთ:

$$P_n(t) = 1 + \frac{n\lambda^n}{(n-1)!} \sum_{k=0}^n \frac{1}{s_k N'(s_k)} e^{s_k t}$$

სადაც s_k არის $\prod_{i=0}^{n-1} \left(s + \frac{n}{n-i} \lambda \right) = 0$ განტოლების ფესვი, ხოლო

$$N'(s_k) = \frac{d}{dt} \prod_{i=0}^{n-1} \left(s + \frac{n}{n-i} \lambda \right) \Big|_{s=s_k}$$

ამის შემდეგ საიმედოობის ფუნქციისათვის მიიღება შემდეგი გამოსახულება

$$R(t) = 1 - P_n(t) = \frac{n\lambda^n}{(n-1)!} \sum_{k=1}^n \frac{1}{s_k N'(s_k)} e^{s_k t}$$

პირველ მტყუნებამდე საშუალო დროის სიდიდეს ვეძებთ შემდეგი ფორმულით

$$m_{0n} = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

ჩვენი შემთხვევისათვის ვღებულობთ, რომ

$$m_{0n} = \frac{n+1}{2n\lambda}$$

მტყუნებამდე დროის განაწილების დისპერსია

$$\sigma_{0k}^2 = \int_0^{\infty} t R(t) dt$$

და

$$\sigma_{0n}^2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{\sigma n^3 \lambda^2}$$

2* 1/2 ხარისხის დამოკიდებულება.

ანალაგურად ვბთულობთ საიმედოობის ძირითადი კოეფიციენტების გამოსახულებებს

$$\lambda_i = [n(n-i)]^{1/2} \lambda$$

დამოკიდებულებისათვის

$$R(t) = 1 - \sqrt{n-1} n \lambda^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{N'(s_k)} e^{s_k t}$$

სადაც

$$N(s_k) = \prod_{i=1}^n (s + \sqrt{in} \lambda)$$

$$m_{0n} = \frac{1}{\sqrt{n\lambda}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{i!}} \quad \sigma_{0n} = \frac{1}{n\lambda} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!}$$

5. 3/2 ხარისხის დამოკიდებულება.

$$\lambda_i = n \sqrt{\frac{n}{n-i}} \lambda$$

$$R(t) = \frac{n}{\sqrt{(n-1)!}} \lambda^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{s_k N'(s_k)} e^{s_k t}$$

სადაც

$$N(s_k) = \prod_{i=0}^{n-1} \left[s + \frac{n^{3/2}}{\sqrt{n-i}} \cdot \lambda \right]_{s=s_k}$$

$$m_{0n} = \frac{(n-1)!}{n\lambda} \quad \sigma_{0n}^2 = \frac{n+1}{2n^2\lambda^2}$$

4. ექსპონენციალური დამოკიდებულება

$$\lambda_i = (n-i)e^{i/k} \lambda$$

$$R(t) = n! \lambda^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{s_k N'(s_k)} e^{s_k t}$$

სადაც

$$N(s_k) = \prod_{i=0}^{n-1} \frac{e^{i/k}}{s + (n-i)e^{i/k} \lambda}$$

$$m_{0n} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{(n-i)e^{i/n} \lambda} \quad \sigma_{0n}^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{(n-i)^2 \cdot e^{i/n} \cdot \lambda^2}$$

(მიღებულია 19. IV 75)

რადიოტექნიკის კათედრა

ლიტერატურა

1. Дж. Сандлер, Техника надежности систем. „Наука“, М., 1966
2. Е. В. Картузов и А. Л. Райкин, О надежности феррит-диодных логических элементов“, Сб. статей „Магнитные цифровые элементы“, „Наука“, М., 1965.

Ш. Л. БЕБИАШВИЛИ, О. М. НАМИЧЕЙШВИЛИ, К. Н. ХОМАСУРИДЗЕ

МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ НЕОБСЛУЖИВАЕМЫХ СИСТЕМ С ВЕРОЯТНОСТЯМИ ПЕРЕХОДОВ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ

Резюме

При параллельном соединении резервного оборудования системы, выход из строя элементов вызывает перераспределение нагрузки (нагрузка

увеличивается) и интенсивность отказов оставшихся элементов возрастает.

В работе получены выражения основных коэффициентов надежности при различной зависимости интенсивности отказов работающих элементов от числа отказавших элементов.

SH. BEBIASHVILI, O. NAMICHEISHVILI, K. KHOMASURIDZE

MODELS OF RELIABILITY OF NON-SERVICED SYSTEMS WITH
PROBABILITIES OF TRANSITIONS DEPENDING ON THE
STATE OF THE SYSTEM

Summary

In parallel combination of a reserved system equipment, a breakdown of the elements causes redistribution of load (the load increases) and the intensity of failures of the remaining elements increases.

Expressions of the main coefficients of reliability are obtained under differing intensity dependence of failures of the working elements on the number of failed elements.

НЕКОТОРЫЕ НЕМАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Ш. Л. БЕБИАШВИЛИ, О. М. НАМИЧЕЙШВИЛИ,
К. Н. ХОМАСУРИДZE

Основной характеристикой марковских процессов является постоянство во времени вероятностей переходов (для однородных по времени марковских процессов), что предполагает экспоненциальный характер распределения времени безотказной работы $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, где λ — постоянная величина. Поэтому говорят, что оборудование имеет в этом случае постоянную интенсивность отказов $h(t) = \lambda$. Для формулирования марковского процесса не нужно интересоваться тем, как текущее состояние системы в момент времени t однозначно определяет ее стохастическое поведение в будущем. Это свойство является следствием предположения о постоянстве во времени интенсивности отказов. Теперь, если предположить более общий вид распределения времени появления отказа $F(t)$, то можно определить немарковский процесс. Часто оказывается возможным описать случайный процесс немарковского типа, сведя его к марковскому процессу [1]. Для полного определения немарковского процесса нужна большая информация, чем это требуется для марковского процесса.

Существует много случаев, когда распределение времени до отказа оборудования имеет неэкспоненциальный вид, но процесс переходов системы можно описать в марковском смысле, увеличивая число состояний [2], каждое из которых описывается постоянной интенсивностью перехода. Рассмотрим, например, нерезервированную систему с распределением времени до отказа $F(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t}$. Допустим, что оборудование системы проходит через две экспоненциальные фазы длительностью $1/\lambda$ каждая. Такое допущение имеет смысл, так как

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad \text{и} \quad \int_0^{\infty} \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Далее определяем три состояния: 0 — система работает в первой фазе, 1 — система работает во второй фазе, 2 — система выходит из строя.

Теперь можно распространить это положение на резервированные системы.



1. Параллельное соединение резервного оборудования системы

В этой схеме (рис. 1) все n одинаковых образцов оборудования работают одновременно, и каждый образец имеет одинаковую интенсивность отказов. Для исправной работы системы должен быть исправен хотя бы один из n образцов оборудования.

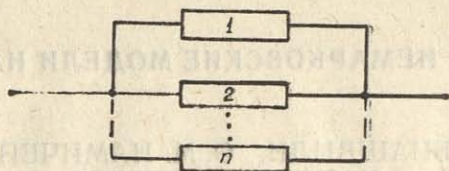


Рис. 1.

Матрица переходов в этом случае имеет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & 2n \\ 1-n\lambda & n\lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1-n\lambda & n\lambda & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1-(n-1)\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2n & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

на основании которого получаем систему дифференциальных уравнений

$$p'_0(t) = -n\lambda p_0$$

$$p'_1(t) = n\lambda p_0 - n\lambda p_1$$

$$p'_2(t) = n\lambda p_1 - (n-1)\lambda p_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$p'_{2n}(t) = \lambda p_{2n-1}$$

где $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, (2n-2), (2n-1), 2n$ соответствуют таким состояниям, когда число отказавших элементов соответственно равно $0, 1, 2, \dots, n, p_0(t), p_1(t), p_{2n}(t)$ — вероятности пребывания системы в состояниях $0, 1, \dots, 2n$ в момент времени t .

Далее, применяя преобразование Лапласа, получаем

$$p_0(s) = \frac{1}{s+n\lambda} \quad p_2(s) = \frac{(n\lambda)^2}{(s+n\lambda)^2[s+(n-1)\lambda]}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$p_1(s) = \frac{n\lambda}{(s+n\lambda)^2} \quad p_{2n}(s) = \frac{1}{s} \prod_{i=1}^n \left[\frac{i\lambda}{s+i\lambda} \right]^2$$

Отсюда получаем выражение для функции надежности

$$R(s) = p_0(s) + p_1(s) + \dots + p_{2n-1}(s) = 1 - p_{2n}(s)$$

$$R(s) = 1 - \frac{1}{s} \prod_{i=1}^n \left[\frac{i\lambda}{s + i\lambda} \right]^2$$

Далее, применяя обратное преобразование Лапласа, можем найти оригинал функции надежности $R(t)$ —для конкретных случаев.

2. Включение резервного оборудования системы замещением

Подобным образом можно рассмотреть случай, когда резервное оборудование подключается к основному замещением (рис. 2). Число элементов равно n . Как и ранее, допустим, что работающее оборудование имеет распределение $F(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t}$. Предполагая, что резервное (запасное) оборудование не выходит из строя, пока его не включат в работу (т. е. оно работает в холодном режиме), и подключается в работу, когда происходит отказ основного, приходим к следующей системе дифференциальных уравнений

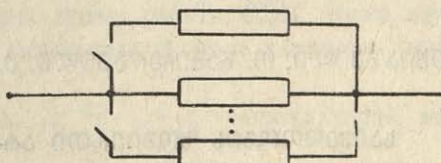


Рис. 2.

$$\begin{aligned} p_0(t) &= \lambda p_0 \\ p_1'(t) &= \lambda(p_0 - p_1) \\ p_2^1(t) &= \lambda(p_1 - p_2) \\ &\dots \\ p_{2n}^*(t) &= \lambda p_{2n-1} \end{aligned}$$

Решение этой задачи получается в виде

$$R(t) = e^{-t\lambda} \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!}$$

Если система работает в теплом режиме, тогда запасные элементы отказывают с интенсивностью $\nu\lambda$, где $0 < \nu < 1$. В этом случае изображение функции надежности приобретает следующий вид:

$$R(s) = 1 - \frac{1}{s} \prod_{i=0}^{n-1} \left[\frac{\lambda + i\nu\lambda}{s + \lambda + i\nu\lambda} \right]^2$$

При работе запасных элементов в горячем режиме $\nu = 1$, основное и резервное оборудования имеют одинаковую интенсивность отказов λ , независимо от того, используется резерв или нет.



Тогда для функции надежности получаем следующее выражение:

$$R_i(s) = 1 - \frac{1}{s} \prod_{i=1}^n \left[\frac{i\lambda}{s+i\lambda} \right]^2$$

(Поступило 21. IV. 75)

Кафедра радиотехники

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. L. Takacs, Stochastic Processes, Methuen & Co., Ltd, London and John Wiley & Sons, Inc, New, York, 1960.
2. Дж. Сандлер, Техника надежности систем, Изд. „Наука“, 1966.

შ. ბებიაშვილი, ო. ნამიჩეიშვილი, ქ. ხომასურიძე

საიმედოობის წობიერითი არამარკოვისეზური მოდელი

რ ე ზ ი უ მ ე

განხილულია ისეთი დარეზერვებული სისტემა, რომლის ყოველი ელემენტის უმტყუნო მუშაობის დროის განაწილების კანონი, მართალია, ისეთი სახისაა, რომ იგი შეესაბამება არამარკოვის პროცესს, მაგრამ მისი დაყვანა შეიძლება მარკოვის პროცესზე.

მიღებულია სისტემის მზადყოფნის კოეფიციენტის გამოსახულებები მუდმივი და შენაცვლებადი დარეზერვებისათვის.

SH. BEBIASHVILI, O. NAMICHEISHVILI, K. KHOMASURIDZE

SOME NON-MARKOVIAN MODELS OF RELIABILITY

Summary

A reserved system is discussed whose distribution law during the smooth work of each element corresponds to a non-markovian process, however, may be reduced to a markov process.

Expressions of the readiness coefficient of the system for the constant and alternate reserving are obtained.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВЕСОВ В ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДАХ

ФАМ ХОНГ ТХАЙ

При исследовании спектра весов в циклических кодах, исправляющих ошибки, актуальной задачей является определение минимального веса кода. В подобных случаях часто необходимо проводить громоздкое вычисление, чрезмерно загружающее время работы ЭВМ. Ниже предлагается метод, который может в значительной мере упростить процесс поиска.

Предположим, что $g(x) = a_r x^r + a_{r-1} x^{r-1} + \dots + a_0$ — порождающий (n, k) -член циклического кода.

Построим подкод L_i , состоящий из таких слов, которые являются кратными многочлена $x^i g(x)$, т. е. кодовое слово $\{f(x)\}$ принадлежит L_i тогда и только тогда, когда $f(x) = a(x) x^i g(x)$, где $a(x) = a_{h-i-1} x^{h-i-1} + \dots + a_{h-i-2} x^{h-i-2} + \dots + a$.

Пусть $\{f_d(x)\}$ — кодовое слово минимального веса (n, k) -кода и пусть l — число последовательных нулевых символов в $\{f_d(x)\}$ (считаем, что единицы в $\{f_d(x)\}$ случайно распределяются по n позициям), тогда

$$l = \begin{cases} \left[\frac{n}{d} \right], & \text{если } d \mid n, \left[\frac{n}{d} \right] \text{ — целое число, не превосходящее } \frac{n}{d} \\ \frac{n}{d} - 1, & \text{если } d \nmid n \end{cases} \quad (1)$$

Ниже доказывается следующая

Теорема. В порождённом многочленом $x^i g(x)$ подкоде L_i всегда существует кодовое слово минимального веса $\{f_d(x)\}$, где $i=0, 1, \dots, l$.

Доказательство. Рассмотрим вначале случай, когда $i=l$.

В общем случае $f_d(x) = f_{n-1} x^{n-1} + f_{n-2} x^{n-2} + \dots + f_0$. Так как код циклический, не ограничивая общности, можно написать, что

$$f_d(x) = f_{n-1} x^{n-1} + f_{n-2} x^{n-2} + \dots + f_l x^l,$$

т. е.

$$f_0 = f_i = \dots = f_{l-1} \equiv 0.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} f_d(x) &= x^l (f_{n-1} x^{n-l-1} + f_{n-2} x^{n-l-2} + \dots + f_l) \\ &= x^l f_1(x), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$f_1(x) = f_{n-1}x^{n-l-1} + f_{n-2}x^{n-l-2} + \dots + f_l$$

Заметим, что в равенстве (2) $g(x) \mid f_d(x)$, следовательно, $g(x) \mid x^l f_1(x)$, но $(x^l, g(x)) = 1$, поэтому $g(x) \mid f_1(x)$ или $f_1(x) = a(x)g(x)$. Таким образом, $f_d(x) = a(x)x^l g(x)$, значит, $f_d \in L_l$.

Очевидно, что для всех $i < l$, $L_l \in L_i$, следовательно, $f_d(x) \in L_i$. Теорема доказана.

Из теоремы следует, что если $a \geq d$, a — верхняя граница минимального веса, то $i_a \leq l$, где i_a вычисляется из (1), и поэтому в порождённом многочленом $x^{i_a}g(x)$ подкоде L_{i_a} всегда существует $\{f_d(x)\}$.

Рассмотрим теперь подкод L_{i_a} . Векторы $\{x^{i_a}g(x)\}, \{x^{i_a+1}g(x)\}, \dots, \{x^{k-i_a-1}g(x)\}$ образуют порождающую матрицу подкода L_{i_a} :

$$G_{i_a} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & a_r & a_{r-1} & \dots & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & a_r & a_{r-1} & \dots & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_r & a_{r-1} & \dots & a_0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

Не влияя на весовую структуру, можно устранить i_a последних нулевых столбцов: получим матрицу G'_{i_a} размерности $(k-i_a \times n-i_a)$. Матрица G'_{i_a} является порождающей матрицей укороченного псевдоциклического $(h-i_a, k-i_a)$ -кода.

Таким образом, доказанная теорема позволяет из заданного циклического (n, k) -кода получить псевдоциклический $(n-i_a, k-i_a)$ -код, при этом оба этих кода обладают одним и тем же минимальным весом.

Рассмотренный метод может быть использован при определении минимального веса кода. Количество сравнений уменьшается в 2^{i_a} раза, а длина кода — на i_a позиций.

Нижеприведенная таблица служит примером уменьшения количества сравнений и длины кода нескольких кодов.

№	n	k	a	2^{i_a}	$n-i_a$	$k-i_a$
1	51	35	5	2^{10}	41	25
2	51	27	5	2^{10}	41	27
3	69	36	7	2^9	60	27
4	63	46	8	2^6	57	39
5	41	21	10	2^4	37	27
6	55	35	5	2^{10}	45	35

Три первых кода взяты из [1], два следующих — из [2], а шестой код — из [3].

(Поступило 11. VII. 75)

Проблемная лаборатория передачи
и обработки информации в больших
системах управления

ЛИТЕРАТУРА

1. C. R. P. Hartmann, and K. K. Tzeng, A bound for cyclic codes of composite length, IEEE Trans. Inform. Theory, IT-18, № 2, pp. 307, 1972.
2. H. J. Helgert and R. D. Stinff, Minimum-distance Bounds for Binary Linear codes, IEEE Trans. Inform. Theory, IT-19, № 3, p.p. 344-356, 1973.
3. R. P. Carlos, C. R. P. Hartmann, Kenneth K. Tzeng, Robert T. Chien, Some Results on the Minimum Distance Structure of Cyclic Codes IEEE. Trans. Inform, Theory, IT-18, № 3, pp. 402-409, 1972.

ფამ ხონგ ტხანი

ციკლურ კოდებში მინიმალური წონის განსაზღვრის შესახებ

რ ე ზ ი უ მ ე

განიხილება შეცდომების გამოსასწორებელ ციკლურ (n, k) -კოდებში d მინიმალური წონის განსაზღვრის საკითხი. კოდური სიტყვებიდან გამოიყოფა 2^{k-ia} ვექტორის შემცველი სიმრავლე, რომელიც იძლევა i_a -ს განსაზღვრული მნიშვნელობებისათვის d -ს გამოთვლის არსებითად გამარტივეის შესაძლებლობას.

PHAM HONG THAI

ON THE DETERMINATION OF THE MINIMAL WEIGHT IN CYCLIC CODES

Summary

The problem of determination of the minimal weight d in cyclic (n, k) -codes is studied. The set of 2^{k-ia} vectors is isolated from the code words, which permits considerably simplified calculation of d for certain values of i_a .

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

1. И. З. Мачабели, Построение трехчастичной орбитальной волновой функции в модели унитарной схемы	5
2. Г. А. Алманов, Структура свободных радикалов в облученных при 77°К монокристаллах ν -аминомасляной кислоты	17
3. В. С. Кирия, А. Б. Кереселидзе, Г. Т. Вепхвадзе, О. И. Лежава, Общековариантная теория доплеровского эффекта и аберрации	23
4. В. С. Кирия, Неинерциальные системы отсчета в специальной и общей теории относительности	31
5. Г. М. Долидзе, Ю. А. Колбановский, Л. С. Полак, В. С. Сакварелидзе, Исследование кинетики релаксации заселенности центров эмиссии экзоэлектронов в облученных твердых телах	43
6. Г. А. Гамцелидзе, В. Г. Тартынских, Д. Н. Цаава, Экспериментальное определение толщины слоя жидкости, увлекающейся вязкими силами в He-II	51
7. <u>П. И. Бекаури</u> , Б. Г. Берулава, Р. И. Мирианашвили, Т. И. Санадзе, Дискретное насыщение спектра ЭПР U^3 в монокристаллах BaF_2	57
8. Н. М. Полиевктов-Николадзе, О принципах механического движения	63

КИБЕРНЕТИКА

9. Т. Н. Мгвделадзе, Сложность конечных точечных групп	73
10. Н. Ш. Заалишвили, Замечание о времени установления финального распределения в стационарно переключаемой случайной среде	81
11. Р. П. Мегрелишвили, Т. Г. Николайшвили, Коды с неравной защитой символов	85
12. И. И. Шуштакашвили, Алгоритм построения дерева исходов для вполне разделимой сети	89
13. И. И. Шуштакашвили, Некоторые вопросы развития теории стохастических сетевых графов	95
14. Ш. Л. Бебиашвили, О. М. Намичейшвили, К. Н. Хомасуридзе, Модели надежности необслуживаемых систем с вероятностями переходов, зависящими от состояния системы	108
15. Ш. Л. Бебиашвили, О. М. Намичейшвили, К. Н. Хомасуридзе, Некоторые немарковские модели надежности	111
16. Фам Хонг Тхай, Об определении весов в циклических кодах	115

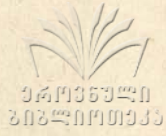
შინაარსი

ფიზიკა

1. ი. მაჩაბელი, სამაწილაკოვანი ორბიტალური ტალღური ფუნქციის აგება უნიტარული სქემის მოდელში	16
2. გ. ალმანოვი, თავისუფალი რადიკლების სტრუქტურა 77°K ტემპერატურაზე დასხივებულ γ -ამინოფრებომეაქს მონოკრისტალებში	21
3. ვ. ქირია, ა. კერესელიძე, გ. ვეფხვაძე, ო. ლეუავე, დობლერის ეფექტისა და აბერაციის ზოგადოვარიანტული თეორია.	30
4. ვ. ქირია, არაინერციული ათვის სისტემები სპეციალურ და ზოგად ფარდობითობის თეორიაში	41
5. გ. დოლიძე, ი. კობახიანი, ლ. პოლაკი, ვ. საყვარელიძე, ეგზო-ელექტრონული ემისიის შევსებული ცენტრების რელაქსაციის კინეტიკის შესწავლა გასხივებულ მყარ სხეულებში	49
6. გ. გამცემლიძე, ვ. ტარტინსკიხ, ჯ. ცაავა, ბლანტი ძალების მიერ წარტაცებული სითხის ფენის სისქის განსაზღვრა He-II-ში	55
7. ფ. ბექაური , ბ. ბერულავა, რ. მირიანაშვილი, თ. სანაძე, BaF_2 -ის მონოკრისტალებში U^{3+} -ის ებრ-ის სპექტრის დისკრეტული გაჯერება	60
8. ნ. პოლიევკიტოვი-ნიკოლაძე, მექანიკური მოძრაობის პრინციპების შესახებ	71

კიბერნეტიკა

9. ტ. მღვდელიძე, სასრულო წერტილოვანი ჯგუფების სირთულე	78
10. ნ. ზაალიშვილი, შენიშვნა სტაციონარულ გადართვად შემთხვევით გარემოში ფინალური განაწილების დროის დამყარების შესახებ	84
11. რ. მეგრელიშვილი, თ. ნიკოლაიშვილი, სიმბოლოების არათანაბარი დაცვის კოდები	88
12. ი. შუშტაკაშვილი, შედეგთა ხის აგების ალგორითმი სავსებით განცალკეული ქსელისათვის	93
13. ი. შუშტაკაშვილი, სტოქასტიკური ქსელური გრაფების თეორიის განვითარების ზოგიერთი საკითხი	103
14. შ. ბეზიაშვილი, ო. ნამიჩეიშვილი, ქ. ხომასურიძე, არააღდგენადი სისტემის საიმედოობის მოდელები, რომელთა გადასვლის ალბათობები დამოკიდებულია სისტემის მდგომარეობაზე	105
15. შ. ბეზიაშვილი, ო. ნამიჩეიშვილი, ქ. ხომასურიძე, საიმედოობის ზოგიერთი არამარკოვისებური მოდელი	114
16. ფამ ხონგ ტხაი, ციკლურ კოდებში მინიმალური წონის განსაზღვრის შესახებ	117



CONTENTS
PHYSICS

1. I. Machabeli, Construction of a three-particle wave function in the unitary scheme model	16
2. G. Almanov, The structure of free radicals in singlecrystals of γ -amino butyric acid at 77°K	21
3. V. Kiria, A. Kereselidze, G. Verkhvadze, O. Lezhava, General covariant theory of Doppler effect and aberration	30
4. V. Kiria, Non-inertial systems of reference in the special and general relativity theory	41
5. G. Dolidze, I. Kolbanovski, L. Polak, V. Sakvarelidze, The investigation of relaxation kinetics of the filled centres of exoelectronic emission in irradiated solids	49
6. G. Gamtsemlidze, V. Tartinskich, D. Tsava, Experimental determination of the thickness of liquid layer carried by viscous forces	55
7. <u>P. Bekauri</u> , B. Berulava, R. Mirianashvili, T. Sanadze, Discrete saturation of the EPR spectrum of U^{3+} in BaF_2 single crystals	61
8. N. Polieyktov-Nicoladze, On the principles of mechanical motion	72

CYBERNETICS

9. T. Mgvd eladze, The complexity of finite point groups	79
10. N. Zaalishvili, Note on the time of establishment of the final distribution in stationarily switching random media	
11. R. Megrelishvili, T. Nikolaishvili, Unequal error protection codes	88
12. I. Shushtakashvili, An algorithm of the results tree construction for fully divisible stochastic network	94
13. I. Shushtakashvili, Some problems of the development of the stochastic network graphs theory	108
14. Sh. Bebiashvili, O. Namicheichvili, K. Khomasuridze, Models of reliability of non-serviced systems with probabilities of transitions depending on the state of the system	109
15. Sh. Bebiashvili, O. Namicheishvili, K. Khomasuridze, Some non-markovian models of reliability	114
16. Pham Hang Thai, On the determination of the minimal weight in cyclic codes	117

Редактор издательства Л. И. Абуашвили, техредактор И. В. Хуцишвили, корректоры Е. С. Сулханишвили, Ц. Э. Кванталиани.

Сдано в производство 17.XII.75; подписано в печать 19.III.76; формат бумаги $70 \times 108/16$; печатных л. 10,5; учетно-изд. л. 7,1; заказ 2003; ц. 81 к., УЭ 06537; тираж 300.

Издательство Тбилисского университета, Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 14; თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის, პრ., 14

Типография Тбилисского университета, Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 1. თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა, თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.

86-1976

76-337
УДК 62-337
8023010133

Цена 81 коп.