

„ ართხელაჲე, თ. კოხია, ო. მალაჲე

# გაგოთვლის მეთოდებისა და დაკრობრაემების პრაქტიკული სახელმძღვანელო

საქართველოს სსრ სახალხო განათლების სამინისტრომ დაამტკიცა სახელმძღვანელოდ ტექნიკური უნივერსიტეტის სტუდენტებისათვის

გამომცემლობა „განათლება“

თბილისი — 1990

22. 97  
681. 14  
• 80

წიგნში განხილულია გამოთვლის ალგორითმის დაპროგრამების პროცესი და მეთოდები. ალგორითმულ ენებად აღებულია ფორტრანი, ბესიკი და პასკალი. იგი შედგენილია უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლების ამჟამად მოქმედ პროგრამის მიხედვით.

წიგნი განკუთვნილია საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტის იმ სპეციალობების სტუდენტებისათვის, რომელთაც ეკითხებათ დაპროგრამების კურსი.

## წინასიტყვაობა

წინამდებარე დამხმარე სახელმძღვანელო გათვალისწინებულია საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტის იმ სპეციალობების სტუდენტებისათვის, რომელთაც ეკითხებათ დაპროგრამების კურსი. ნაშრომში საკმაო მოცულობითაა წარმოდგენილი სავარჯიშო მაგალითები (რიცხვითი პასუხების გამოყენება შესაძლებელია საკონტროლო რიცხვებად).

წიგნში ყურადღება გამახვილებულია გამოთვლის ალგორითმის დაპროგრამების პროცესზე და გამოთვლების მეთოდებიც ამდენადაა წარმოდგენილი. მასალის გადმოცემისას შემოვიფარგლეთ გამოთვლითი მათემატიკის ზოგიერთი რიცხვითი მეთოდით, რამაც განაპირობა დაპროგრამების ენებად ფორტრანის, ბეისიკის და პასკალის არჩევა.

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, აქ მოყვანილი პროგრამების დანიშნულებაა ასწავლოს სტუდენტს პროგრამის შედგენა, რის გამოც არ ვცდილობდით პროგრამა ყოფილიყო უნივერსალური. ავტორთა აზრით, წიგნი შეიძლება გამოყენებულ იქნას პროგრამირების შესწავლის მხოლოდ მეორე ეტაპზე, ე. ი. როცა სტუდენტს ათვისებული აქვს მარტივი ალგორითმების ალგორითმულ ენაზე ჩაწერის ჩვევები. იმ მიზნით, რომ შემოწმდეს სტუდენტის მომზადების დონე, წიგნს ბოლოში დართული აქვს სავარჯიშო მაგალითები მარტივი ალგორითმების დასაპროგრამებლად. ვვარაუდობთ, რომ ამ მარტივი სავარჯიშოს შესრულების შემდეგ სტუდენტი შეძლებს წიგნში მოყვანილი მეთოდებით დაპროგრამებას.

მეთოდები არ არის დალაგებული დაპროგრამების სირთულის მიხედვით. მასწავლებელს შეუძლია თავისი შეხედულების მიხედვით გადააჯგუფოს მასალა.

წიგნს სისრულის პრეტენზია აქვს.

წიგნში მოყვანილი მაგალითები ახლადაა შედგენილი და გამოთვლილი; ამიტომ არ არის გამორიცხული, რომ ზოგიერთი მაგალითის პასუხში დაშვებული იყოს შეცდომა. ავტორები მადლობით მიიღებენ ყოველგვარ საქმიან შენიშვნას წიგნის შემდგომი გაუმჯობესების მიზნით.



**ალგორითმის ცნება, ალგორითმული ენის —  
„ფორტრანი“ — ელემენტები**

**§ 1. პირიანი სისტემის ელემენტარული გამოთვლილი  
მანქანები ( EC — ეგე)**

1949 წლიდან დღემდე შეიქმნა გამომთვლელი მანქანების რამდენიმე თაობა. ელექტრონული აპარატურა წარმოადგენს ელექტრონული ციფრული მანქანების საფუძველს, ამიტომ მანქანების თაობების ცვლა დაკავშირებულია ელექტრონიკის განვითარებასთან.

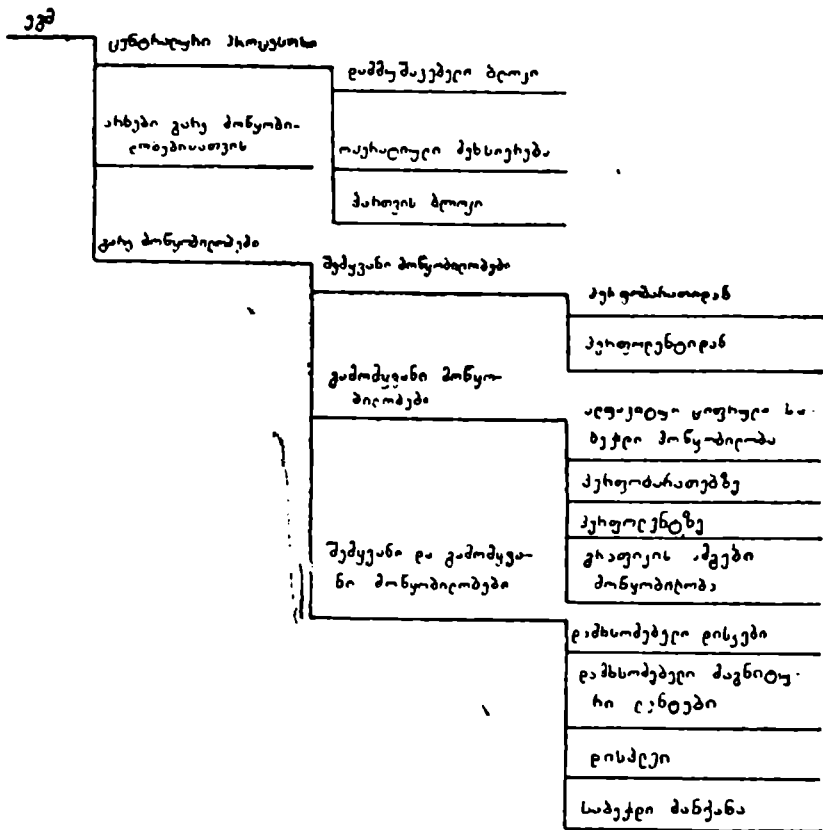
პირველი თაობის მანქანებში, რომლებიც 50-იან წლებში შეიქმნა საბჭოთა კავშირში, გამოყენებული იყო ელექტრონული მილაკები და ელექტრომაგნიტური რელეები, რის გამოც მანქანას ჰქონდა დიდი გაბარიტი, ოპერაციების სიჩქარე — რამდენიმე ათასი, ოპერატიული მეხსიერების მცირე ტევადობა და მუშაობის დაბალი საიმედოობა.

მეორე თაობის მანქანებში ტრანზისტორებმა მთლიანად შეცვალეს ელექტრონული მილაკები, რის შედეგად მნიშვნელოვნად გაიზარდა მუშაობის საიმედოობა, ოპერატიული მეხსიერების ტევადობა, შემცირდა ელექტროენერგიის ხარჯი და მანქანის გაბარიტი, რასაც მოჰყვა ოპერაციების შესრულების სიჩქარის გაზრდა ასეულ ათასამდე და მანქანების მნიშვნელოვნად გაიაფება.

მესამე თაობის მანქანებში გამოყენებულ იქნა ინტეგრალური სქემები და სიჩქარე გაიზარდა მილიონამდე. მეოთხე თაობის მანქანებში კი გამოყენებულია დიდი ინტეგრალური სქემები. მიკროელექტროტექნიკის განვითარებასთან ერთად კიდევ უფრო მცირდება მანქანების გაბარიტები, ელექტროენერგიის ხარჯი და ოპერაციების სიჩქარე რამდენიმე მილიონს აღწევს.

მესამე თაობის ეგმ-ების მოდელები შექმნილია და სერიულად გამოდის 1972 წლიდან საბჭოთა კავშირში, ბულგარეთში, უნგრეთში, გდრ-ში, პოლონეთში და ჩეხოსლოვაკიაში, რომლებიც ცნობილია ერთიანი სისტემის ელექტრონული გამომთვლელი მანქანების სახელწოდებით ( EC — ეგე).

თითოეული ეგმ-ის აგებულება შეესაბამება შემდეგ სქემას:



ამ ოჯახის სხვადასხვა მოდელისათვის დამახასიათებელია სხვადასხვა სწრაფქმედება და მუხსიერების ტევალობა, მაგრამ პროგრამულად ისინი თითქმის თავსებადი არიან.

ერთიანი სისტემის ელექტრონული გამომთვლელ მანქანების არქიტექტურა

1. მოწყობილობები. ერთიანი სისტემის ეგმ-ის ნებისმიერი მოდელი შედგება შემდეგი მოწყობილობებისაგან:  
პროცესორი (ცენტრალური პროცესორი) — მოწყობილო-

ბა, რომელიც განკუთვნილია ბრძანებების შესასრულებლად და მათი შესრულების თანმიმდევრობის დასადგენად.

ძირითადი მეხსიერება (ოპერატიული მეხსიერება) — მოწყობილობა, რომელშიც ინახება შესასრულებელი პროგრამა და საჭირო მონაცემები (საწყისი და შუალედური).

არხები — მოწყობილობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ მონაცემების გაცვლას ძირითად მეხსიერებასა და გარე მოწყობილობებს შორის პროცესორისაგან დამოუკიდებლად.

შეყვანა-გამოყვანის გარე მოწყობილობათა ერთობლიობა (მართვის მოწყობილობებთან ერთად), რომლებიც ახორციელებენ ინფორმაციის გაცვლას გარე მატარებლებსა და არხებს შორის.

EC ეგმ-ებს საფუძვლად უდევს „მოდულობის პრინციპი“, რომელიც საშუალებას იძლევა მომხმარებელთა რაოდენობის გაზრდასთან ერთად გაიზარდოს გამოთვლითი სისტემის სიმძლავრე პროცესორის შეცვლით, ძირითადი მეხსიერების ტევადობის გაზრდით და შემყვან-გამომყვანი მოწყობილობების დამატებით.

ჰ. პროცესორი. პროცესორი წარმოადგენს თითოეულ EC ეკპ-ის მოდელის ფუნქციონალურ ბირთვის. მასში თავმოყრილია არითმეტიკულ და ლოგიკურ მოქმედებათა შესრულების საშუალებები. გარდა ამისა, მეხსიერებისადმი მიმართვის, პროგრამის ბრძანებათა შესრულების, პროცედურების ინიციალიზაციის საშუალებები. პროცესორის უმთავრესი მოქმედებები სრულდება რეგისტრების გამოყენებით. სულ არსებობს 16 ზოგადი დანიშნულების რეგისტრი და 4 რეგისტრი მცოცავი მძიმით.

ზოგადი დანიშნულების რეგისტრს აქვს 32 თანრიგი და უმთავრესად გამოიყენება მთელი რიცხვების შესანახად.

რეგისტრი მცოცავი მძიმით შეიცავს 64 თანრიგს და გამოიყენება ნამდვილი ტიპის რიცხვების შესანახად.

8. ძირითადი მეხსიერება. ერთიანი სისტემის ეგმ-ის ძირითადი მეხსიერება წარმოადგენს ბიტების მიმდევრობას (შემოკლებით ინგლისური სიტყვიდან binary digit — ორობითი ციფრი). ბიტი არის ინფორმაციის უმცირესი ერთეული, რომელსაც შეუძლია მიიღოს ორიდან ერთ-ერთი მნიშვნელობა: პირველ მათგანს, ჩვეულებრივ, უწოდებენ „ნულს“, ხოლო მეორეს — „ერთს“.

ყოველი 8 ბიტი შეადგენს ბაიტს; ბაიტები დანომრილია ნულიდან უდიდეს მნიშვნელობამდე, რომელსაც ეწოდება მეხსიერების ტევადობა. ბაიტის ნომერს ეწოდება მისამართი. ძირითადი მეხსიერების ტევადობა (ბაიტების რაოდენობა) იზომება ერთეულით, რომელიც აღინიშნება კ (კილო) ასოთი, სადაც  $1\text{კ} = 1924$  ბაიტს ( $1024 = 2^{10}$ ),

თითოეულ მოდელს აქვს მეხსიერების გარკვეული ტევადობა. მაგალი-  
 თად, მოდელი E<sub>1</sub> — 1033 512 კ ბაიტი ტევადობისაა. ნებისმიერი მო-  
 დელის მეხსიერება არ შეიძლება აღემატებოდეს 16384 კ ბაიტს, ე. ი.  
 2<sup>14</sup> ბაიტს.

ჩვეულებრივ, ბრძანებები სრულდება ბაიტებზე ან მიმდევრობით  
 დაჯგუფებულ ბაიტებს შორის. ზოგიერთი ბრძანების საშუალებით შე-  
 საძლებელია მოქმედებები ჩატარდეს ცალკეულ ბიტებზე. ბაიტებთან  
 ერთად გამოიყენება მეხსიერების უფრო გამსხვილებული სტრუქტუ-  
 რული ერთეულები: ნახევარი სიტყვა, სიტყვა, ორმაგი სიტყვა და  
 ველი (იხ. ნახ. 1).

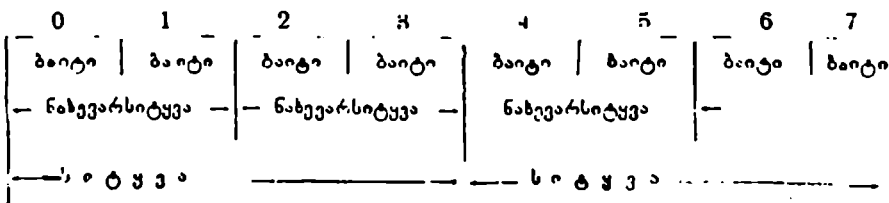
თითოეულ ასეთ სტრუქტურულ ერთეულს დაერთვის მისამართი.  
 თუ მეხსიერებას წარმოვადგენთ სქემატურად, მაშინ ის შეიძლება გან-  
 ვიხილოთ როგორც მონაკვეთების ერთობლიობა, თითოეულ მონაკ-  
 ვეთს შევუსაბამოთ ბაიტი. ყველაზე მარცხენა მონაკვეთის მისამართი  
 აღინიშნება 0, მისი მომდევნო 1 და ა. შ.

ნახევარსიტყვა ეწოდება ორი მომდევნო ბაიტის გაერთიანებას,  
 რომლის მისამართია ორის ჯერადი ნატურალური რიცხვი. ოთხი ბაი-  
 ტის ერთობლიობას ეწოდება სიტყვა, რომლის მისამართი არის 4-ის  
 ჯერადი. ორმაგი სიტყვა 8 ბაიტის გაერთიანებაა, რომლის მისამართი  
 8-ის ჯერადია. ველი ეწოდება  $n$  ბაიტის ერთობლიობას, სადაც  
 $1 \leq n \leq 256$ . აქ მისამართს აარ გააჩნია ჯერადობის შეზღუდვა.

4. შეყვანა-გამოყვანის გარე მოწყობილობები. შეყვანა-გამოყვა-  
 ნა ნიშნავს ინფორმაციის გაცვლას ძირითად მეხსიერებასა და გარე  
 მოწყობილობებს შორის. მოწყობილობებს, რომლებიც ამ ფუნქციას  
 ასრულებენ, ეწოდება შეყვანა-გამოყვანის, ან პერიფერიული მოწყო-  
 ბილობები. ამ მოწყობილობებს მიეკუთვნება: პერფო-ბარათების წამ-  
 კითხველი მოწყობილობა, საბეჭდი მოწყობილობა, მართვის საბეჭდი  
 მანქანა, დამმასხვოვრებელი მაგნიტური დისკზე, მაგნიტულ ლენტზე,  
 დისპლეი და სხვა.

ინფორმაციის გაცვლა გარე მატარებლებს შორის შესაძლებელია  
 ძირითადი მეხსიერების საშუალებით.

### მეხსიერების სტრუქტურა





ალფაბეტურ-ციფრული საბეჭდი მოწყობილობის (აცსმ) საშუალებით გამოთვლების შედეგად მიღებული პასუხები იბეჭდება ფართო ფორმატის ქაღალდზე.

ტექნიკურად ერთ სტრიქონზე დასაშვებია 128 სიმბოლო, პროგრამულად კი — 120.

დისპლეი წარმოადგენს ეკრანის საშუალებით ინფორმაციის შემყვან და გამომყვან მოწყობილობას.

## § 2. ალგორითმის ცნება და გამოთვლითი პროცესის დახასიათება

საინჟინრო-ეკონომიკური შინაარსის ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნის პროცესი პირობითად შეიძლება ორ ეტაპად გავყოთ: პირველზე ვეძებთ ამოცანის ამოხსნის გზას, იმ წესებისა და ოპერაციების ერთობლიობას, რომელთა განხორციელება ამოცანაში შემავალ საწყის სიდიდეებზე მიგვიყვანს საძიებელ პასუხამდე; მეორე ეტაპი კი წარმოადგენს არჩეულ ოპერაციათა ერთობლიობის პრაქტიკულ რეალიზაციას — სათანადო გათვლების ჩატარებას.

ოპერაციათა სასრულო რაოდენობას ან იმ წესების ერთობლიობას, რომელთა განხორციელება საწყის სიდიდეებზე მოგვცემს ამოცანის ამონახსნს. ეუწოდოთ ა ლ გ ო რ ი თ მ ი. უფრო ზუსტად, წესების გარკვეული მიმდევრობა წარმოადგენს ამოცანის ამოხსნის ალგორითმს, თუ მას ახასიათებს შემდეგი ძირითადი თვისებები:

1) ცალსახობა — ალგორითმის ყოველი წესის შესრულების შედეგი უნდა იყოს ერთადერთი.

2) სასრულობა — წესთა რაოდენობა უნდა იყოს სასრული როგორც მოცულობით, ისე იმ დროის თვალსაზრისით, რომელიც საჭიროა ამ ალგორითმის განხორციელებისათვის კონკრეტულ გამოთვლით მანქანაზე.

3) მასიურობა, ე. ი. ამ ალგორითმით უნდა შეიძლებოდეს მოცემული კლასის არა მარტო რომელიმე კონკრეტული ამოცანის ამოხსნა, არამედ ამ კლასში შემავალი ყოველი ამოცანის გადაწყვეტა.

ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის შემუშავების პროცესს ეუწოდოთ ა ლ გ ო რ ი თ მ ი ზ ა ც ი ის პ რ ო ც ე ს ი, ხოლო შერჩეული ალგორითმის ეგმ-სათვის არსებულ ენაზე გადაწერის პროცესს — პ რ ო გ რ ა მ ი რ ე ბ ა.

ალგორითმის ცნების შინაარსის უკეთ გარკვევისათვის განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითები.

მაგალითი 1. ამოვარჩიოთ  $a_1; a_2; a_3$  რიცხვებს შორის უდიდესი. კონკრეტული რიცხვების შემთხვევაში ადამიანისათვის საკმარისია ამ რიცხვების ყურადღებით გადათვალიერება, თუმცა აქაც იკულისხმება გარკვეული ოპერაციების ერთობლიობა, რომელიც შეიძლება გადმოვცეთ ელემენტების ერთმანეთთან შედარებით. აღვნიშნოთ საძიებელი მაქსიმალური ელემენტი  $c$ -თი.

შევადაროთ  $a_1$  და  $a_2$ . თუ  $a_1 < a_2$ , შივილოთ  $c = a_2$ , წინააღმდეგ შემთხვევაში  $c = a_1$  ახლა შევადაროთ  $c$  და  $a_3$ , თუ  $c \geq a_3$ , პასუხად ჩავთვალოთ  $c$ , წინააღმდეგ შემთხვევაში  $c = a_3$  და შევწყვიტოთ პროცესი.

მაგალითი 2. 1-ლ მაგალითში მოყვანილი ალგორითმი გავავრცელოთ  $n$  რიცხვის შემთხვევისათვის, ე. ი. ამოვარჩიოთ მაქსიმალური ელემენტი  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ორიცხვებს შორის.

ეს ალგორითმი შეიძლება გადმოვცეთ შემდეგი წესების საშუალებით:

1. ეტყვათ,  $k=1$  და  $i=2$ .

2. შევადაროთ  $a_k$  და  $a_i$  (საწყისი მონენტში  $a_1$  და  $a_2$ ) თუ  $a_k < a_i$ , მაშინ  $k=i$ .

3. გავზარდოთ  $i$ -ს მნიშვნელობა ერთი ეროეულით

4. შევადაროთ  $i$  და  $n$ . თუ  $i \leq n$ , გავიმეოროთ ალგორითმი მეორე ეტაპიდან, ხოლო თუ  $i > n$ , შევწყვიტოთ ძებნის პროცესი. პასუხი იქნება  $a_k$ .

გამომთვლელი მანქანების საშუალებით რაიმე ფიზიკური მოვლენის შესწავლისათვის საჭიროა წინასწარ შეიქმნას ამ ფიზიკური მოვლენის ამოსახსნელი მათემატიკური მოდელი. შეიძლება ამოხსნის ალგორითმი, ხოლო შემდეგ ეს ალგორითმი ჩაიწეროს მანქანისათვის გასაგებ ენაზე, ე. ი. შედგეს ალგორითმის შესაბამისი პროგრამა, რომელიც იწერება უშუალოდ მანქანურ ან რომელიმე შუალედურ ენაზე.

ცნობილია, რომ მანქანა გამოთვლებს აწარმოებს მხოლოდ მანქანურ ენაზე ჩაწერილი პროგრამის მიხედვით, ამიტომ შუალედურ ენაზე ჩაწერილი პროგრამა საჭიროა გადაყვანილ იქნეს მანქანურ ენაზე, თვით მანქანის მიერ სპეციალური პროგრამის საშუალებით, რომელსაც ტრანსლატორი ეწოდება, ხოლო გადაყვანის პროცესს — ტრანსლაცია.

გამოთვლითი პროცესი ძირითადად არის მიმდევრობითი, განშტოებადი, ციკლური და რეკურსიული სახის. ჩვენ განვიხილავთ მიმ-

დევრობით, ციკლურ და განშტოებად პროცესებს. გამოთვლებს, რომელიც ბუნებრივი მიმდევრობით სრულდება ეწოდება მიმდევრობითი გამოთვლითი პროცესი.

განშტოებადი ეწოდება ისეთ პროცესს, როცა გამოთვლების მიმდევრობა დამოკიდებულია ალგორითმში შემავალი პირობის შემოწმებაზე. ციკლური განმეორებადი პროცესებია, რომლებიც, როგორც შემდეგ დავინახავთ, თავისთავად გულისხმობენ განშტოებად პროცესებს. თავის მხრივ ციკლური პროცესი ორი სახისაა: არითმეტიკული და იტერაციული. არითმეტიკული ციკლური პროცესის დროს განმეორებათა რაოდენობა წინასწარ არის ცნობილი, რომელსაც ციკლის ეტალონი ეწოდება. იტერაციული ციკლური პროცესების დროს კი განმეორებათა რაოდენობა დამოკიდებულია წინასწარ დასახელებული პირობის შესრულებაზე.

განვიხილოთ თითოეული პროცესის შესაბამისი მაგალითი.

მაგალითი 3. ვთქვათ,

$$x = 1.7$$

$$y = 9,8x^2 + 11,2x - 0,25$$

$$z = \frac{2yx + 3,2}{x^2 + 127,2y}$$

განხილული მაგალითის მიხედვით მოცემული  $x$ -სათვის გამოითვლება  $y$  ფორმულის მიხედვით, ხოლო შემდეგ იმავე  $x$ -ისა და გამოთვლილი  $y$  სათვის  $z$  ის გამოსათვლელად გამოიყენება  $\frac{2yx + 3,2}{x^2 + 127,2y}$  გამოსახულება.

განხილული მაგალითი შეესაბამება მიმდევრობით პროცესს.

მაგალითი 4. ვთქვათ,

$$y = \begin{cases} x^2 + \sin^2 x, & \text{როცა } x < 1 \\ \frac{x + 3,7}{x^2 \sin x}, & \text{როცა } x \geq 1 \end{cases}$$

მოცემული მაგალითის მიხედვით ისეთი  $x$ -ებისათვის, როდესაც  $x < 1$  ბიკ ეროზე ნაკლებია,  $y$  გამოითვლება ფორმულით  $x^2 + \sin^2 x$ , ხოლო  $x$ -ის ისეთი მნიშვნელობისათვის, როდესაც იგი ტოლია ან მეტი

1-ზე, ფუნქციის გამოსათვლელად გამოიყენება  $\frac{x + 3,7}{x^2 \sin x}$  გამოსახულება.

მამასადამე, რადგან ფუნქციის გამოთვლა დამოკიდებულია არგუ-

შენტის მნიშვნელობებზე, ამიტომ ზემოთ ხსენებული განმარტების მიხედვით ადგილი აქვს განშტოებად გამოთვლით პროცესს.

მაგალითი 5. ეთქვათ, მოცემულია ათი რიცხვი:

$$a_1, a_2, \dots, a_{10}$$

ვიპოვოთ ამ რიცხვების საშუალო არითმეტიკული

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{10} a_i}{10}$$

ამ შემთხვევაში მრიცხველის გამოთვლა შეესაბამება არითმეტიკულ ციკლურ პროცესს, სადაც ციკლის ეტალონი უდრის 10-ს.

მაგალითი 6. განვიხილოთ კრებადი მწკრივი.

$$f(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

ვიპოვოთ ამ მწკრივის ჯამი  $x$ -ის მოცემული ნიშნელობისათვის. ამასთან შევინარჩუნოთ ყველა ის შესაყრები, რომელც დააკმაყოფილებს პირობას.

$$\frac{|x^n|}{n!} > \varepsilon$$

სადაც  $\varepsilon$  წინასწარ დაახვლებული მცირე დადებითი რიცხვია.

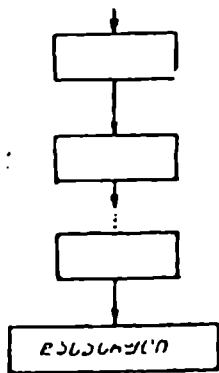
ამ შემთხვევაში წინასწარ არ არის ცნობილი შესაყრებთა რაოდენობა. ის დამოკიდებულია  $\varepsilon$  სიდიდეზე. ამდენად განხილული მაგალითი შეესაბამება იტერაციულ ციკლურ პროცესს.

### § 8. ალგორითმის ბლოკ-სქემა

ალგორითმის წესების სიტყვიერი გადმოცემა მოუხერხებელია, ამიტომ შემუშავებულია ალგორითმის აღწერის სხვადასხვა მეთოდი. ჩვენ აქ შევხებით ალგორითმის აღწერას ბლოკ-სქემების საშუალებით.

ბლოკ-სქემა წარმოადგენს ალგორითმის გრაფიკულ-გეომეტრიულ გადმოცემას, სადაც ალგორითმის ყოველი წესი წარმოდგენილია გეომეტრიული ფიგურებით — ბლოკებით. ბლოკები ერთმანეთთან დაკავშირებულია ისრებით. ისრის დასაწყისი და მიმართულება შესაბამისად გვიჩვენებს, თუ რომელი ბლოკიდან, რომელ ბლოკზე

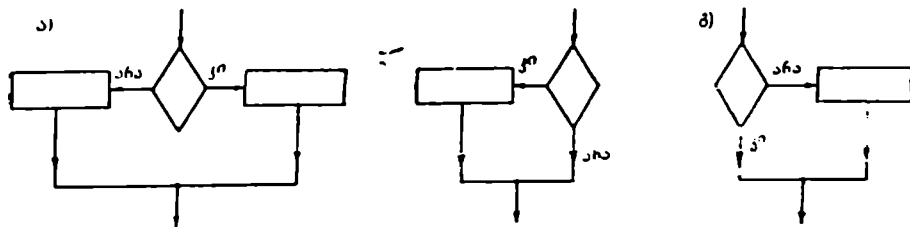
ხდება გადასვლა. თითოეული ამ ბლოკის შიგნით მოცემული იქნება ალგორითმის წესის აღწერა მათემატიკური სიმბოლოების ან სიტყვების საშუალებით.



სურ. 1\*

მიმდევრობითი გამოთვლითი პროცესის შესაბამის სტრუქტურას ეწოდება მიმდევრობითი, განშტოებადი პროცესისას — განშტოებადი სტრუქტურა, ციკლური პროცესისას — კი ციკლური.

1. მიმდევრობითი სტრუქტურა გამოსახულია სურ. 1\*-ზე.
2. განშტოებადი სტრუქტურის რამდენიმე ვარიანტის ფრაგმენტი (სურ. 2\*\*):

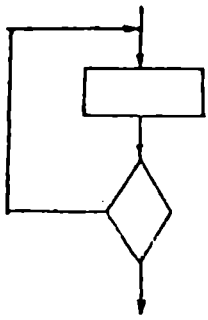


ნახ. 2\*

3. ციკლური სტრუქტურის მაგალითი სურ. 3\*-ზეა მოცემული. წინა პარაგრაფში განხილული მაგალითებისათვის შევადგინოთ ამოხსნის შესაბამისი ბლოკ-სქემები.

მე-4 მაგალითი შეესაბამება განშტოებად პროცესს და შესაბამის ბლოკ-სქემას აქვს 2-ე ნახაზზე მოცემული სახე.

ამ ბლოკ-სქემის მე-2 ბლოკის შესრულების შედეგი განსაზღვრავს მომდევნო ბლოკების მუშაობის თანმიმდევრობას: დადებითი პასუხის შემთხვევაში მართვა გადაეცემა მე-3 ბლოკს. ხოლო უარყოფითი პა-



სურ. 3\*

სუბის შემთხვევაში მე-4 ბლოკს. ამრიგად,  $x$ -ის სიდიდის მიხედვით ბლოკების მუშაობის თანმიმდევრობას აქვს სახე: 1, 2, 3, 5, 6 ან 1, 2, 4, 5, 6.

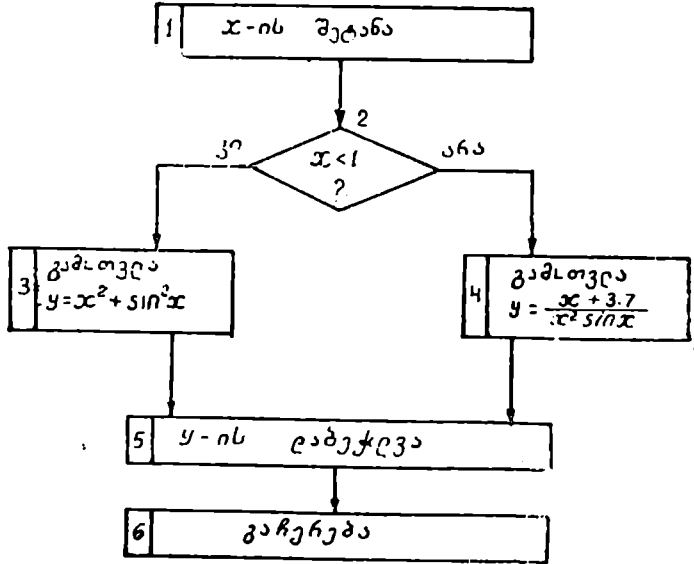
არითმეტიკული ციკლური პროცესის, ბლოკ-სქემების საილუსტრაციოდ განვიხილოთ წინა პარაგრაფის მე-5 პეგალითი. (ნახ. 3)

იშინათვის, რომ შევადგინოთ ამ მაგალითის ალგორითმის შესაბამისი ბლოკ სქემა, საჭიროა წინასწარ ალგორითმიდან გამოთვოთ განმეორებადი ნაწილი, რომელსაც მუშა ფორმულა ვუწოდოთ.

$$S = S + a_i$$

ამ ჩანაწერის ორივე მხარეში, როგორც ვხედავთ, მონაწილეობს ერთი და იგივე  $S$ . ცვლადს რომელსაც ფორმულის მარჯვენა მხარეში აქვს წინა ეტაპზე მიღებული მნიშვნელობა, ხოლო ფორმულის მარცხენა მხარეში — აღებულ ეტაპზე გამოთვლილი მნიშვნელობა. ამრიგად,  $S$ -ს მარჯვენა და მარცხენა მხარეში აქვს სხვადასხვა მნიშვნელობები.

ბლოკ-სქემის შესადგენად მოვამზადოთ ფორმულაში შემავალი

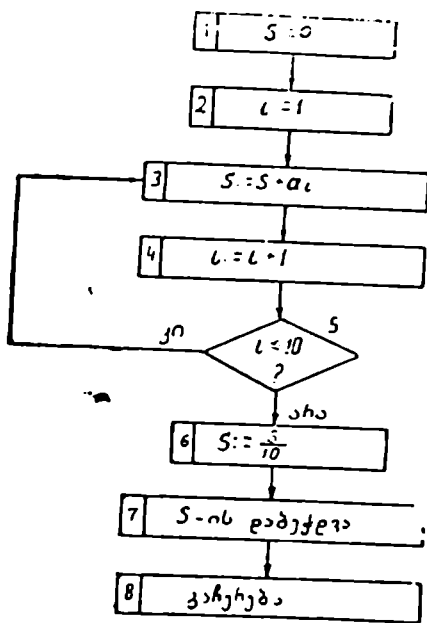


ნახ. 2

$S$  და  $i$  ცვლადები, მივიანიკოთ მათ საწყისი მნიშვნელობები  $S = 0$ ,  $i = 1$ , (ბლოკები 1, 2). ამ მნიშვნელობებისათვის მუშა ფორმულა მოგვცენს

$$S = 0 + a_1 \quad (\text{ბლოკი 3})$$

იმისათვის, რომ მიღებულ მნიშვნელობას დაემატოს მომდევნო შესაყრები, საჭიროა  $i$ -ს მნიშვნელობა გაეზიდინოთ ერთი ერთეულით  $i = i + 1$  (ბლოკი 4). თუ მიღებული  $i$ -ს მნიშვნელობა ნაკლებია ან ტოლია ათის (ბლოკი 5), მაშინ უნდა დაეუბრუნდეთ მუშა ფორმულას (გადავიდეთ მე-3 ბლოკზე), ხოლო თუ მეტია ათზე, მაშინ უნდა გადავიდეთ საბოლოო მნიშვნელობის გამოთვლაზე (ბლოკი 6).



ნახ. 3

ნე 6 მაგალითი შეესაბამება იტერაციულ ციკლურ პროცესს. შევადგინოთ იტერაციული ციკლის შესაბამისი ბლოკ-სქემა მწყობრის ჯამის გამოთვლისას ზოგჯერ მოსახერხებელია ეიბოვოთ რეკურენტული დამოკიდებულება წვერებს შოიის. ე. ი. მომღვენო წვერი გამოვსახოთ წიხა წვერის სანუალებით

$$U_n = U_{n-1} \cdot \frac{x}{n} \quad (1)$$

სადა:

$$U_0 = 1, \quad n = 1, 2, \dots ;$$

მაშასადამე, (1) მიხედვით  $n$ -ური წვერის გამოსათვლელად მუშა ფორმულას ექნება შემდეგი სახე:

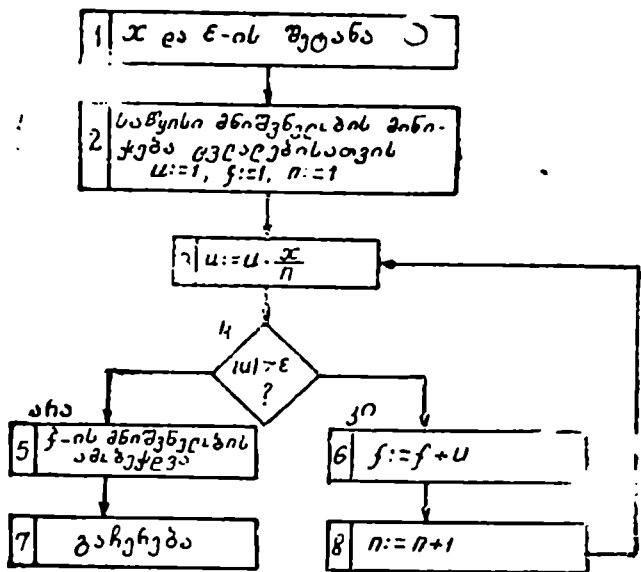
$$U_n = U \cdot \frac{x^n}{n}$$

გარდა ამისა, საჭიროა, ჯამის გამოსათვლელი მუშა ფორმულაც, რომელიც შემდეგნაირად გამოისახება:

$$f = f + U$$

ამის შემდეგ მოვამზადოთ მუშა ფორმულებში შემავალი ცვლადი და შევადგინოთ ალგორითმის შესაბამისი ბლოკ-სქემა (ნახ. 4).

3, 4, 6, 7 ბლოკების ერთობლიობა ქმნის იტერაციულ ციკლს,



ნახ 4

ამავე დროს ბლოკი 4 ადგენს მართვის განშტოებას მე-5 და მე-6 ბლოკებს შორის.

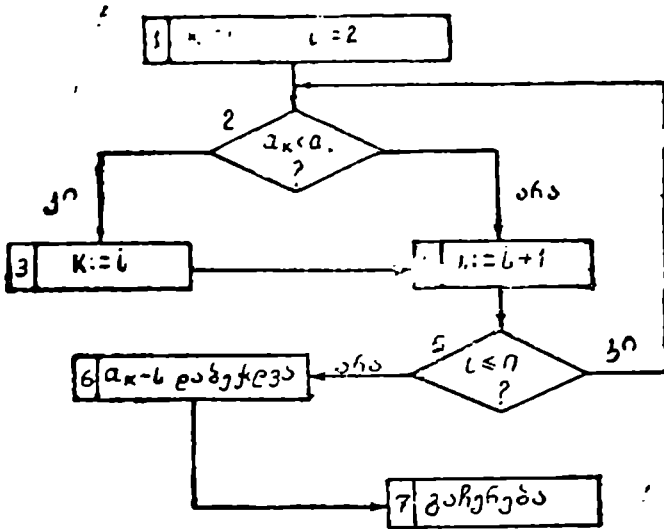
განვიხილოთ § 2-ში განხილული მე-2 მაგალითის შესაბამისი ბლოკ-სქემა (ნახ. 5). განმეორებად ბლოკთა ერთობლიობა შეადგენს ციკლს. უფრო რთული ალგორითმების დროს შეიძლება ციკლის შიგნით კიდევ შეგვხვდეს ციკლი და ა. შ.

აღნიშნულის ნათელსაყოფად განვიხილოთ მაგალითი 7.

მაგალითი 7. დავალაგოთ ზრდადობის მიხედვით  $a_1, a_2, \dots, a_n$  რიცხვები. ალგორითმი წარმოედგინოს ორი ძირითადი ეტაპისაგან. პირველ ეტაპზე ყოველ ორ მეზობელს შევუცვალოთ ადგილი მათი სიდიდის მიხედვით, ე. ი. თუ  $a_{k+1} > a_k$ , მაშინ  $a_{k+1}$  გადავსვათ  $a_k$ -ს ადგილზე და  $a_k$  კი  $a_{k+1}$ -ის ადგილზე (ნახ.6).

ცხადია, თუ ასეთ მოწესრიგებას გავიმეორებთ  $(n-1)$ -ჯერ საბოლოო მიზანი მიღწეული იქნება. ამისათვის დაგვეპირდება ორი მთელელი. პირველი მთელელი, რომელიც აწესრიგებს ყოველ ორ მეზობელს, აღვნიშნოთ  $i$ -ით, ხოლო მეორე მთელელი, რომელიც იმეორებს მოწესრიგების ამ პროცესს  $(n-1)$ -ჯერ  $k$ -ით. თუ ელემენტები თავიდან მოწესრიგებულია, მაშინ  $K$ -ს ციკლი არ შესრულდება და დამთავრებას უზრუნველყოფს  $i$  მთელელი.





ნახ. 5

ბლოკ-სქემაში ბლოკები 2, 3, 4, 5, 6 ქმნიან შიდა ციკლს ხოლო ბლოკები 1, 7, 8 — გარე ციკლს. გამოთვლით პროცესებში შეიძლება ადგილი ჰქონდეს როგორც განშტოებად, ასევე ციკლური პროცესების ერთდროულად გამოყენების შემთხვევებს. ამის საილუსტრაციოდ მაგალითები.

მაგალითი 8. ვთქვათ, მოცემულია ფუნქცია

$$y = \begin{cases} \frac{x}{1-x}, & \text{თუ } x < 1 \\ \frac{x+13,5}{x^2+2,1x+5} + |1-x|, & \text{თუ } 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

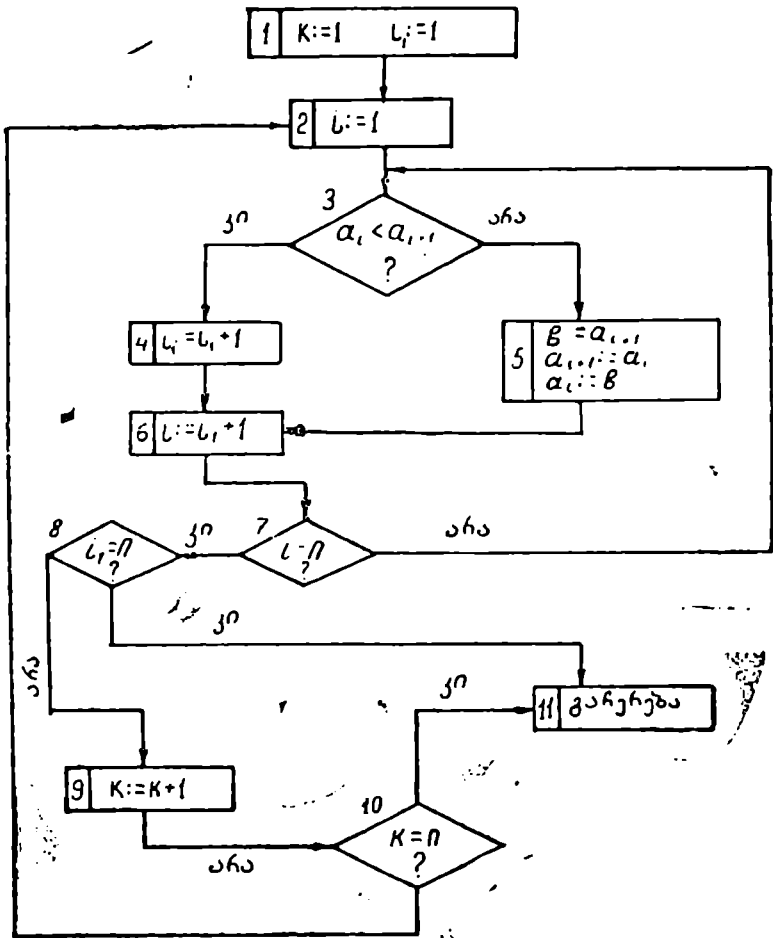
ვიპოვოთ ამ ფუნქციის მნიშვნელობები  $[0; 2]$  შუალედის  $x_i = x_0 + ih$  წერტილებში  $i = 0, 1, \dots, N-1, x_0 = 0, h = 0, 1$ , სადაც  $N = \left[ \frac{2-0}{0,1} \right] = 20$ ;

$y$ -ის გამოსათვლელი ფორმულა შეესაბამება განშტოებად პროცესს, ხოლო ფუნქციის  $N$  მნიშვნელობის გამოთვლა—ციკლურ პროცესს.  $N$  ციკლის ეტალონია.

ალგორითმის შესაბამისი ბლოკ-სქემა გამოსახულია მე-7 ნახაზზე.

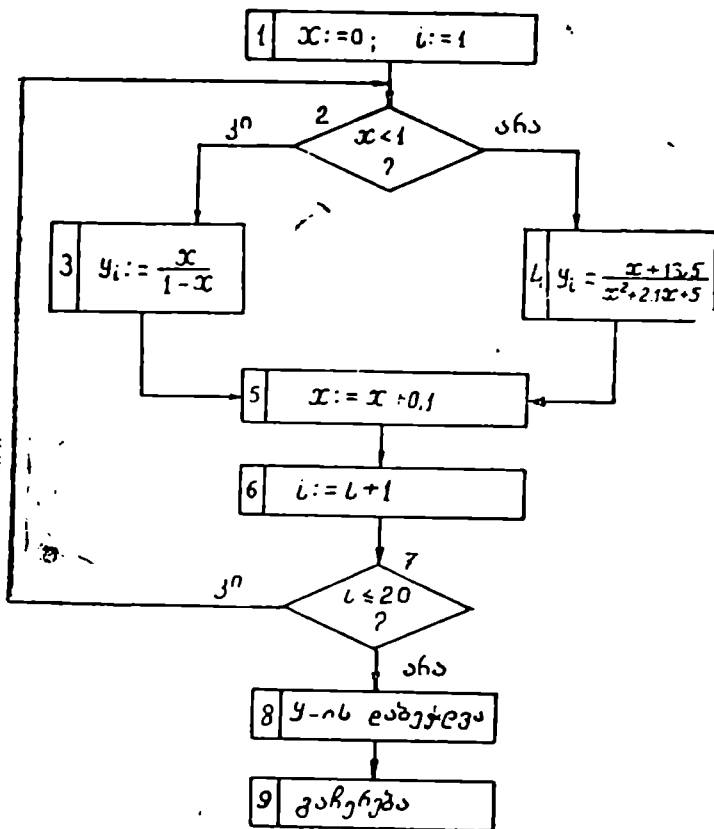
განვიხილოთ უფრო რთული მაგალითი.

მაგალითი 9. ვთქვათ, მოცემულია ფუნქცია



ნ.ბ. 6

$$y = \begin{cases} 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, & \text{როცა } 0 \leq x < 1 \\ \sum_{i=1}^{15} (a_i + x), & \text{როცა } 1 \leq x < 2; \\ x^2 + 1,3, & \text{როცა } 2 \leq x \leq 3; \end{cases}$$

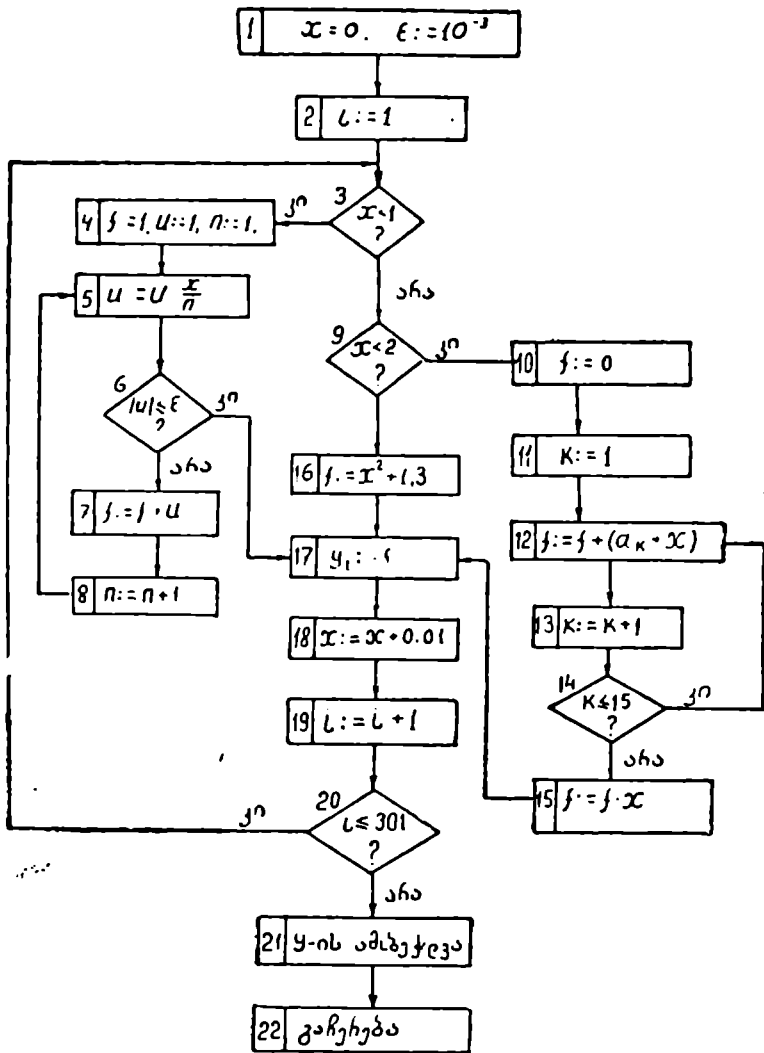


ნახ 7

ვიპოვოთ  $y$ -ის მნიშვნელობები  $[0; 3]$  სეგმენტის  $x$ -ის თანასწორად დაშორებული მნიშვნელობებისათვის  $x_i = x_0 + ih$ ,

$h = 0,01$ ;  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ . აქ  $N = 301$ ,  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

მოცემული ფუნქციის ბლოკ-სქემა (ნახ. 8) შეიცავს როგორც განშტოებად, ასევე არითმეტიკულ და იტერაციულ ციკლურ პროცესებს.



ნახ. 8

ს ა ვ ა რ ტ ი შ ი ო ე ბ ი

შევადგინოთ ქვემოთ მოყვანილი მაგალითებისათვის შესაბამისო ბლოკ-სქემები:

1. მოცემულია ბესელის ნულოვანი რიგის ფუნქცია

$$I_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2}$$

გამოთვალეთ მისი მნიშვნელობები შუალედში  $[0, 2]$ ,  $h=0,1$  ბიჯით და  $\varepsilon=10^{-5}$  სიზუსტით.

2. იპოვეთ ნამრავლი  $y=(1+x)(1+2x)\dots(1+nx)$  მოცემული  $n$ -ისა და  $x$ -ისათვის.

8. მოცემულია ფუნქცია

$$y = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{თუ } x \geq \frac{1}{2} \\ 1 - x^2, & \text{თუ } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$0 \leq x \leq 1$ ; გამოთვალეთ  $y(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობები მითითებულ შუალედში ბიჯით  $h=0,1$ ;

4. შეადგინეთ  $m=n!$  გამოთვლის ბლოკ-სქემა.

5. მოცემულია  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . გამოთვალეთ

$$f_i(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_1)(x_i-x_2)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$$

სადაც  $i=1, 2, 3, \dots, n$ ;  $n$ —რაიმე რიცხვია.

6. შეადგინეთ მე-5 ამოცანის შესაბამისი ბლოკ-სქემა, იმ შემთხვევისათვის, როცა  $x$  იცვლება  $h$  ბიჯით  $[a, b]$  სეგმენტზე.

7. გამოთვალეთ  $S_n=1^2+2^2+\dots+n^2$ , სადაც  $n=10, 20, 100$ .

8. მოცემულია განტოლება  $ax^2+bx+c=0$ , სადაც  $c \in R, a \in R, b \in R$ . თუ  $D \geq 0$ , იპოვეთ ფესვები და ამოხსენით მათი მნიშვნელობა, ხოლო თუ  $D < 0$ , მაშინ დაბეჭდეთ წინადადება „განტოლებას არ გააჩნია ნამდვილი ფესვები“.

9. ვთქვათ, მოცემულია ვექტორი  $\vec{a}=(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , სადაც  $a_i \in R, i=1, 2, \dots, n, n \in N$ . დავეშვათ,  $n=25$ ; იპოვეთ  $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$  და  $y(y_1, y_2, \dots, y_m)$  (სადაც  $k \leq n, m \leq n$ ) ვექტორები შემდეგი წესის მიხედვით:

$$x_i = \begin{cases} a_i, & \text{თუ } a_i \geq 0 \\ 1, & \text{თუ } a_i < 0 \end{cases} \quad y_i = \begin{cases} a_i, & \text{თუ } a_i < 0 \\ 1, & \text{თუ } a_i \geq 0 \end{cases}$$

10. ვთქვათ, მოცემულია მატრიცა  $A=(a_{ij}) (i, j=1, 2, \dots, n)$ ,  $a_{ij}$  წინასწარ ცნობილი რიცხვებია. იპოვეთ ვექტორი  $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , რომლის კომპონენტები გამოითვლება ფორმულით

$$b_i = \sum_{d=1}^n a_{id}, \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad n=25.$$

11. ვთქვათ  $a$  და  $b$  მოცემული რიცხვებია; განესაზღვროთ  $x$  და  $y$  შემდეგი ფორმულებით:

თუ  $a \geq b$ , მაშინ  $x=2a+b-1$ ,  $y=0$ , წინააღმდეგ შემთხვევაში  $y=7a+3, 2b+1$ ,  $x=0$ .

12. იპოვეთ  $y = \sqrt[3]{x}$ , ფუნქციის მნიშვნელობები, თუ  $-1 \leq x \leq 3$ , ბიჯი  $h=0,01$ ;  $y$ -ის მნიშვნელობების გამოთვლისას ისარგებლეთ საიტერაციო ფორმულით:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{3} \left( \frac{x}{y_n^2} - y_n \right), \quad \varepsilon = 10^{-6}, \quad n=0, 1, 3 \dots,$$

$$y_0 = \frac{x}{3}; \quad y\text{-ის მნიშვნელობის გამოთვლის პროცესი შეწყდეს}$$

მაშინ, როცა

$$|y_{n+1} - y_n| \leq \varepsilon.$$

13. მოცემულია ორი  $\overline{a(a_1, a_2, \dots, a_n)}$  ( $b_1, b_2, \dots, b_n$ ) ვექტორი, სადაც  $a_i, b_i$  და  $n$  წინასწარ ცნობილი რიცხვებია. შეამოწმეთ პირობა:

$$\sum_{i=1}^n |a_i| > \sum_{i=1}^n |b_i|, \quad \text{თუ პირობა სრულდება მაშინ დაიბეჭდოს}$$

$P=1$ , წინააღმდეგ შემთხვევაში,  $P=0$ .

14. მოძებნეთ  $y = \sqrt{x}$  ფუნქციის მნიშვნელობები, როცა

$$x \in [0, 3], \quad h=0,1$$

$y$ -ის გამოთვლისას ისარგებლეთ საიტერაციო ფორმულით

$$y_{n+1} = \frac{1}{2} \left( y_n + \frac{x}{y_n} \right), \quad n=0, 1, 2, \dots; \quad \varepsilon = 10^{-6};$$

$y_0$ -ის მნიშვნელობა შეარჩიეთ შემდეგი დამოკიდებულებიდან:

$$y_0 = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{როცა } x < 1; \\ 3x & \text{როცა } x \geq 1. \end{cases}$$

$y$ -ის მნიშვნელობის გამოთვლის პროცესი შეწყდეს მაშინ, როცა

$$|y_{n+1} - y_n| \leq \epsilon.$$

15. ვთქვათ, მოცემულია  $a_1, a_2, \dots$ , რიცხვები. დაეთვალათ ამ ელემენტებს შორის დადებითების, უარყოფითებისა და ნულების რაოდენობა.

16. ვთქვათ, მოცემულია  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , რიცხვები. ვიპოვოთ ცალკ-ცალკე დადებითი და უარყოფითი რიცხვების ჯამი და დაჯამებული მათი ნამრველი.

17. ვთქვათ, მოცემულია  $n$ -ელემენტიანი მასივი. თუ  $n$  ლუწია, მაშინ ვიპოვოთ მისი საშუალო არითმეტიკულა, ხოლო თუ  $n$  კენტია, მაშინ საშუალო გეომეტრიული.

18. ვთქვათ, მოცემულია  $a_1, a_2, \dots, a_n$  მასივი. მასივის ელემენტებში ბოლოებიდან თანაბრად დაშორებულ წევრებს შეეჯამებოთ და გავყოთ.

19. ვთქვათ, მოცემულია  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ელემენტიანი მასივი. მოცემული რიცხვებიდან, თუ პირველი ელემენტი უარყოფითია, მაშინ ვიპოვოთ მოცემული ელემენტების ჯამი, თუ დადებითია, მაშინ ნამრავლი და თუ უდრის ნულს, მაშინ პროცესი დავამთავროთ.

20. ვთქვათ, მოცემულია  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ელემენტებიანი მასივი. მოცემული რიცხვებიდან ვიპოვოთ ლუწ რიცხვთა ჯამი და კენტ რიცხვთა ნამრავლი.

#### § 4. ალგორითმული ენის „ფორტრანის“ ძირითადი სიმბოლოები და მათგანობები

ფორტრან-ენის ალფაბეტი. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ალგორითმის შესაბამისი პროგრამა იწერება უშუალოდ მანქანურ ან რომელიმე შუალედურ ენაზე. ერთ-ერთ ასეთ შუალედურ ენას წარმოადგენს ალგორითმული ენა ფორტრანი.

არსებობს ფორტრან-ენის რამდენიმე ვერსია. შედარებით გავრცელებულს წარმოადგენს ბაზისური ფორტრანი და ფორტრან — IV. ჩვენ შევეხებით ბაზისურ ფორტრანს და ფორტრან IV-ის ზოგიერთ შესაძლებლობებს. როგორც ყველა ენა, ფორტრანიც შედგება სიმბოლოებისა და ალფაბეტისაგან. ენის ალფაბეტს წარმოადგენს ლათინური ალფაბეტის ყველა ასო, აგრეთვე რუსული ასოები, რომლებიც მოხაზულობით განსხვავდებიან ლათინურისაგან, და არითმეტიკული მოქმედების ნიშნები: „+“ შეკრება, „—“ გამოკლება, „\*“ გამრავლება, „/“ გაყოფა, „\*\*“ ახარისხება. გარდა ამისა, ფორტრანში გა-

მოიყენება ბერძნული ასოების ლათინური ტრანსკრიპცია. ასე მაგალითად:

$\alpha$ —alpha

$\gamma$ —gamma

$\beta$ —beta და ა. შ.

ალფაბეტს მიეკუთვნება აგრეთვე პუნქტუაცია „.“ — წერტილი, „:“ — მძიმე, „=“ — ტოლობა, მრგვალი ფრჩხილები „(“ — გახსნილი, „)“ — დახურული ფრჩხილი, შუალედის — ინტერვალის აღმნიშვნელის სიმბოლო „ $\cdot$ “ ან „—“.

რიცხვები. ბაზისურ ფორტრანში გამოიყენება ორი სახის რიცხვი: მთელი (integer ტიპის) და ნამდვილი (real ტიპის).

ათობითი ციფრების ერთობლიობას, რომელიც ჩაწერილია ათობითი წერტილის გარეშე „+“ ან „—“ ნიშნით, ეწოდება მთელი ტიპის რიცხვი. მთელი რიცხვის მნიშვნელობა არ უნდა აღემატებოდეს დასაშვებ მაქსიმალურ სიდიდეს, რომელიც დამოკიდებულია მანქანის ტიპზე. ნამდვილი ტიპის რიცხვებს წარმოადგენენ ათწილადები და ათის ხარისხებად წარმოდგენილი რიცხვები.

მაგალითად, მთელი ტიპისაა + 18; —7; ნამდვილი ტიპისა — 12,5; 18.; 23.  $E2$  (ე. ი.  $23 \cdot 10^3 = 2300$ ), სადაც  $E$  ასოთი აღნიშნულია ხარისხის ფუძე

ცვლადები. ცვლადები ფორტრანში აღნიშნება ასოების ან ასოებისა და ციფრების ერთობლიობით. ცვლადების აღნიშვნელ სიმბოლოთა ერთობლიობას ეწოდება იდენტიფიკატორი. ცვლადი მთელი ტიპისაა, თუ იისი იდენტიფიკატორი  $I, J, K, L, M, N$ . სიმბოლოებიდან ერთ-ერთი მათგანია ან იწყება ამ ასოებით. დანარჩენი ასოებით აღნიშნული ცვლადები მიეკუთვნება ნამდვილ ტიპს.

მაგალითად:  $I, |B|$ —მთელი ტიპის ცვლადებია, ხოლო  $B1; C; A2$ —ნამდვილი ტიპის.

$4AC$  არ არის სწორი აღნიშვნა, რადგან იწყება ციფრით და არა ასოთი.

არითმეტიკული გამოსახულებები. რიცხვებისა და ცვლადების ერთობლიობას, რომლებიც ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან არითმეტიკული მოქმედების ნიშნებით და მრგვალი ფრჩხილებით, ეწოდება არითმეტიკული გამოსახულება.

მოვიყვანოთ არითმეტიკული გამოსახულების მაგალითები.

$$A+2; (x * * 2. + 1.) * (3.5 + 1.2 * x)$$



ფორტრანის არითმეტიკულ გამოსახულებაში მოქმედებები იმავე მიმდევრობით სრულდება, როგორც ჩვეულებრივ არითმეტიკულ და ალგებრულ გამოსახულებებში.

სტანდარტული ანუ სისტემური ფუნქციები. ზოგიერთი ფუნქციები, რომელთა მნიშვნელობის გამოთვლას შეესაბამება გარკვეული სახის ოპერატორების მიმდევრობა, შეიძლება წინასწარ იქნეს გაფორმებული სტანდარტული სახით და შენახული მანქანის მეხსიერებაში, ყოველი ასეთი ფუნქციის გამოყენებისას საჭირო არ არის გავიმეოროთ მისი გამოთვლის ალგორითმი; საკმარისია მივუთითოთ ფუნქციის დასახელება და მრგვალ ფრჩხილებში მოვათავსოთ მისი არგუმენტი. ტრიგონომეტრიული ფუნქციებისათვის უნდა გამოვიყენოთ არგუმენტის რადიანული ზომა. ასეთ ფუნქციებს ეწოდება სტანდარტული, ანუ სისტემური.

ფორტრანში გამოიყენება შემდეგი სახის სტანდარტული ფუნქციები:

SQRT(A)—კვადრატული ფესვი A რიცხვიდან;

SIN(A)—A არგუმენტის სინუსი;

COS(A)—A არგუმენტის კოსინუსი;

TAN(A)—A არგუმენტის ტანგენსი

ASIN(A)—A არგუმენტის არკსინუსი;

EXP(A)— $e^A$

ALOG(X)—X ნამდვილი რიცხვის ნატურალური ლოგარითმი

ALOG10(X)—X ნამდვილი რიცხვის ათობითი ლოგარითმი;

ABS(X)—X რიცხვის მოდული;

სადაც თითოეულ შემთხვევაში A წარმოადგენს არითმეტიკულ გამოსახულებას. A გამოსახედა რადიანებში.

მაგალითები:

$$1. \quad y = \sqrt[3]{(2.3 + \sqrt{a+3b})^2}$$

$$y = (2.3 + \text{SQRT}(A+3 * B)) * (2/3.)$$

$$2. \quad z = e^{-2(x+3\mu)^2};$$

$$z = \text{EXP}(-2) * (X+3 * \text{MIU}^2) * * 3$$

$$3. \quad B = |x| \sin(x+1) + 1 * (x^2 - 1)$$

1 თუ ცვლადის აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორის ტიპი არ შეესაბამება მის ვნიშვნელობას, საჭიროა ასეთი ცვლადის წინასწარი აღწერა. მაგ. REAL MIU

$$B = \text{ABS}(X) \cdot \text{SIN}(x+1) + \text{ALOG}(X \cdot \cdot 3-1) \cdot \cdot 2$$

ხავეარჯიშოები

ჩაწერეთ შემდეგი გამოსახულებები ფორტრანზე:

$$1. \sqrt{b + \sqrt{b^2 + 2a^2}}$$

$$2. \lg \frac{x^2+1}{x^2+2} \cdot \text{arcsin} \sqrt{1-a} ;$$

$$3. \sqrt[3]{1 + \sin^2 x + \lg^2 y} ;$$

$$4. |a+b| \cdot \frac{c+d}{\sin a} ;$$

$$5. e^{x^2 \sin x} ;$$

$$6. \sin(\ln(1 + e^{\cos^2 x})) ;$$

$$7. \arcsin^2 \frac{1}{1+a^2}$$

$$8. \text{sh} \sqrt{x^2+1} + \text{ch} \frac{1}{x^2+\sqrt{x}} \cdot \text{tg} x, \quad \text{სადაც}$$

$$\text{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

$$\text{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

$$9. 1 + \text{ctg}^2(\sqrt{x} + e^{2x}) ;$$

$$10. (\sin x)^{\cos x^2} + e^{-\sqrt{x} + \frac{1}{x}}$$

$$11. \frac{\sqrt{b^2 - 4ae} + \sin d}{\cos(\sqrt{c+2})}$$

$$12. e^{-\frac{1}{2}(x-\eta)^2} ;$$

$$13. \frac{1}{b^2} \left( \frac{r}{10} \right)^2 ;$$

14.  $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$
15.  $\sqrt[4]{x^3}$
16.  $\sin \frac{x}{y} - \sqrt{\frac{(\ln X + \cos x)^2}{2+x} + 1}$  ;
17.  $\operatorname{ctg} x - \operatorname{siu} \sqrt{x^2+1}$  ;
18.  $\frac{(x^2 + \sqrt{x^2+1})^{3/2} + 1}{\sqrt{(x+1)^{5/2} + \cos x}}$  ;
19.  $\sin(x\sqrt{x+1}) - 3 \lg(x+1)$  ;
20.  $\sqrt{\sin^2(x^2+1) + \cos^2(x^2+3,5)}$  ;
21.  $x + \frac{a}{x + \frac{a}{x+a}}$  ;
22.  $\frac{3,75ab+c}{p+q} \cdot \frac{m}{n}$  ;
23.  $\frac{\sin^2(xy+e^x)}{1 + 2,05 \frac{x}{y} + 0,01 e^x}$
24.  $0,1275 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot \sin \sqrt[4]{a} - \frac{3}{2} a \ln \frac{a}{5}$ .
25.  $((iy + 2 \operatorname{siu}(r+1) + \sqrt{r-1})^2 + 2 \ln(2+r)) ((r_1 + r_2) + \arcsin(u+v)) \cdot \frac{m}{n}$ .

ოპერატორი. ფორტრან-პროგრამა წარმოადგენს გარკვეული სახის წინადადებების მიმდევრობას, რომელიც შეესაბამება ამოცანის ამოხსნის ალგორითმს. თითოეულ წინადადებას ეწოდება ფორტრან-ენის ოპერატორი. ფორტრანის წინადადებების ჩასაწერად, გარდა ენის ალფაბეტისა გამოიყენება შემდეგი მომსახურე სიტყვები:

IF—თუ, DO—კეთება, STOP—გაჩერება, END—ბოლო, DIMENSION—განზომილება, FUNCTION—ფუნქცია (ჭეპროგრამა), WRITE—წერა, დაბეჭდვა, READ—კითხვა, FORMAT—ფორ-

რატი, GOTO—გადასვლა, RETURN—დაბრუნება, SUBROUTINE—განმეორებადო, CONTINUE—გაგრძელება (ცარიელი ოპერატორი).

თითოეულ ოპერატორს შეიძლება მივცეთ სპეციალური სახელი, რომელსაც ეწოდება ოპერატორის ქდე. ქდე წარმოადგენს ციფრების ერთობლიობას, ამასთან ციფრების რაოდენობა 5-ს არ უნდა აღემატებოდეს. ფორტრან-პროგრამაში ოპერატორები სრულდება ბუნებრივი მიმდევრობით, კერძოდ, ერთი ოპერატორის შემდეგ სრულდება მისი მომდევნო ოპერატორი და ა. შ. თუ გვინდა, რომ ეს მიმდევრობა დაირღვეს, საჭიროა მივმართოთ სპეციალურ ოპერატორს, რომელსაც გადასვლის ოპერატორი ეწოდება.

ფორტრან-ბლანკის აღწერა. ფორტრან-პროგრამა იწერება სპეციალურ ბლანკებზე, რომელიც შედგება 80 სვეტისაგან. თითოეულ სვეტს ეწოდება პოზიცია. 1—5 პოზიცია გამოყოფილია ქდისათვის, ხოლო 7—72 პოზიცია — ოპერატორისათვის. თუ რომელიმე ოპერატორი არ თავსდება ერთ სტრიქონზე (7—72 პოზიციებში), მაშინ საჭიროა ის გადავიტანოთ მომდევნო სტრიქონზე. ამისათვის მე-6 სვეტში უნდა დავსვათ გადატანის ნიშანი, რომლისთვისაც შეიძლება გამოვიყენოთ ენის ნებისმიერი სიმბოლო, შუალედისა და ნულის გარდა, დანარჩენი 73—80 პოზიცია გამოიყენება დამატებითი ინფორმაციისათვის, კერძოდ: სტრიქონების ან ოპერატორების დასანომრავად, შენიშვნის გასაკეთებლად და ა. შ. ერთი ოპერატორისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ არა უმეტეს 20 სტრიქონისა (იხ. თანდართული ნიმუში).

ფორტრან-პროგრამას კომენტარის სახით შეიძლება დაერთოს წინადადებები, რომლებიც განსხვავდებიან ოპერატორული წინადადებებისაგან. იმისათვის, რომ მანქანამ გაარჩიოს კომენტარი ოპერატორისაგან, საჭიროა კომენტარს პირველ პოზიციაში დაეწიოს „C“ სიმბოლო.

მინიჭების ოპერატორი. ფორტრან-ენის უმარტივეს ოპერატორს წარმოადგენს მინიჭების ოპერატორი. ის შედგება ორი ნაწილისაგან, რომლებიც ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან ტოლობის ნიშნით. ტოლობის მარცხენა მხარეს იწერება ცვლადი — იდენტიფიკატორი, ხოლო მარჯვენა მხარეს — არითმეტიკული გამოსახულება. მინიჭების ოპერატორი სრულდება შემდეგი წესის მიხედვით: გამოითვლება მარჯვენა მხარეში მდგომი არითმეტიკული გამოსახულების რიცხვითი მნიშვნელობა და მიენიჭება მარცხენა მხარის იდენტიფიკატორს.

EC ვთმ ფორტხანი		პროცედა		ფაქტორი №							
ოპერატორის ქვე	C	ოპერატორი									
1	5 6 7 10	03	70 72	73	75	80					
C1	101011	U	T	A	T	J	C	A	R	E	A
	4		X	1	1	1	1				
	210		Y	1	X	1	1	1	Z	1	1
		P	Z	1	1	1	1				
C1											
C1	101010	O	O	A	X	E	H	H	E		
			S	S	M	1	0	1			
			D	0							
			S	S	M	1	S	S	M	1	0
	137		S	T	O	P					
			E	N	D						

მინიკების ოპერატორის ზოგად ფორმულას შემდეგი სახე აქვს:  
 $V = E$ , სადაც  $F$  ცვლადია, ხოლო  $E$  არითმეტიკული გა-  
 მსახულგა.  
 განვიხილოთ მინიკების ოპერატორის მაგალითი  $x = y + z$ . ეს  
 მაგალითი მანქანისათვის წარმოადგენს ინსტრუქციას, რომლის მი-

ზედვით  $z$  ოდენტიფიკატორით აღნიშნულ რიცხვს უნდა დაემატოს  $y$  ოდენტიფიკატორით აღნიშნული რიცხვი და მიღებული შედეგი მიენიჭოს  $x$  ინდენტიფიკატორს.

განვიხილოთ მინიჭების ოპერატორის კიდევ ერთი მაგალითი:  $x = x + 1,3$ . როგორც აღგებრულ გამოსახულებას, მას არა აქვს აზრი, მაგრამ თუ მას განვიხილავთ როგორც ფორტრან ოპერატორს, მაშინ  $x$  ცვლადის მნიშვნელობას დაემატება 1,3 და მიღებული შედეგი იქნება  $x$ -ის ახალი მნიშვნელობა.

ზოგჯერ რაიმე გამოსახულების გამოსათვლელად საჭიროა რამოდენიმე თანმიმდევრული მინიჭების ოპერატორის გამოყენება.

მაგალითად, ვიპოვოთ  $y = \frac{\sqrt{b^2 + 3a} + \sin^2 c}{e + 2,1}$  ფუნქციის

მნიშვნელობა, თუ  $b = 0,15$ ;  $a = 1,165$ ;  $c = 1$ ;  $x = 17,2$ ;

შესაბამისი მინიჭების ოპერატორების მიმდევრობას ექნება ქვემოთ მოცემული სახე:

1	2 . . . 6	6	7 . . . 70 71	72	73 . . . 80
			$B = 0.15$ $A = 1.165$ $C = 1.0$ $X = 17.2$ $Y = (\text{SQRT}(B \cdot \cdot 2 + 3 \cdot A) +$ $\cdot \cdot \sin(c) \cdot \cdot 2) / (\text{EXP}(x) + 2.1)$		

შენი შვნა. იმისათვის, რომ ციფრი—0 (ნული) განვასხვავოთ 0 (n) ასოსაგან, ნულის აღსანიშნავად ვიხმაროთ ვალახაზული ნული 0.

PAUSE, STOP, END, CONTINUE ოპერატორები. როგორც აღვნიშნეთ, ფორტრან-პროგრამა წარმოადგენს ოპერატორების მიმდევრობას. ოპერატორები შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად: შემსრულებელი და არაშემსრულებელი (აღწერიითი). შემსრულებელი ოპერატორი ტრანსლატორის საშუალებით იცვლება ბრძანებებით, რისგანაც შედგება მანქანურ ენაზე ჩაწერილი პროგრამა, ხოლო აღწერიითი სახის ოპერატორი ტრანსლატორისათვის წარმოადგენს მხოლოდ გარკვეული სახის ინფორმაციას ამა თუ იმ სიდიდეების შესახებ.

ნებისმიერი ფორტრან-პროგრამა ბოლოვდება END ოპერატორით, რომელიც წარმოადგენს არაშემსრულებელ ოპერატორს. END

ოპერატორი ტრანსლატორს აწვდის ინფორმაციას მანქანურ ენაზე გადასაყვანი ოპერატორების დამთავრების შესახებ.

ფორტრან-პროგრამაში შეიძლება გამოვიყენოთ შემსრულებელი STOP ოპერატორი, რომელიც იწვევს მანქანის გაჩერებას, რითაც მთავრდება გამოთვლები, ხოლო იმ შემთხვევაში, როცა საჭიროა პროგრამის შესრულების დროებითი შეჩერება, გამოიყენება PAUSE ოპერატორი. ამ ოპერატორის გამოყენება აუცილებელია იმ შემთხვევაში, როცა საჭიროა მაგნიტური ლენტის გამოცვლა სხვ.

გარდა ამისა, ფორტრან-პროგრამაში გამოიყენება აგრეთვე ცარიელი CONTINUE ოპერატორი. ხშირად ეს ოპერატორი გამოიყენება ციკლის ოპერატორში.

გადასვლის ოპერატორი. ფორტრან-ენაში განიხილება ორი სახის გადასვლა: პირობითი და უპირობო. პირობითი ოპერატორის ზოგად ფორმულას აქვს სახე

$$IF (A) m_1, m_2, m_3$$

სადაც  $IF$  ნიშნავს „თუ“.  $A$  არის არითმეტიკული გამოსახულება, რომელიც უნდა მოვთავსოთ მრგვალ ფრჩხილებში, ხოლო  $m_1, m_2, m_3$  — კდეები.

პირობითი ოპერატორი სრულდება შემდეგი წესის მიხედვით: თუ  $A$  — მნიშვნელობა უდრის ნულს, მაშინ მართვა გადაეცემა ოპერატორს  $m_2$  კდით; თუ  $A$ -ს მნიშვნელობა დადებითია, მაშინ  $m_3$  კდით; ხოლო თუ  $A$ -ს მნიშვნელობა უარყოფითია, მაშინ შესრულდება ოპერატორი  $m_1$  კდით.

ფორტრან-ენაში არსებობს უპირობო გადასვლის ოპერატორის საში მოდიფიკაცია:

- 1) GOTO  $m$ ;
- 2) GOTO ( $m_1, m_2, \dots, m_n$ )  $K$
- 3) GOTO  $L, (m_1, m_2, \dots, m_n)$

პირველი სახის გადასვლის დროს მართვა გადაეცემა ოპერატორს  $m$  კდით. განვიხილოთ მაგალითი:

$$y = \begin{cases} x \sin^2 x + 2,5, & \text{როცა } x < 1; \\ \frac{1+x}{x^2+0,1}, & \text{როცა } x \geq 1. \end{cases}$$

ოპერატორების მიმდევრობას ექნება შემდეგი სახე:

1	2	...	5	6	7
					IF(x-1)1,1,2
	1				y=x * SIN(x) . . . 2 + 7,5
					GOTO 3
	2				y=(1+x)/(x . . . 3 + 0,1)
	3				STOP

მეორე გადასვლის დროს მართვის გადაცემა წარმოებს  $K$ -ს მნიშვნელობის მიხედვით. მაგალითად, თუ  $K=i$ -ს, მაშინ მართვა გადაეცემა ოპერატორს  $m_i$  კლით, სადაც  $i=1, 2, 3 \dots n$ . მესამე ფორმულის შემთხვევაში მართვის გადაცემა ხდება  $L$  კლის მნიშვნელობით. ე. ი. მართვა გადაეცემა  $m_i$  კლის მკონე ოპერატორს, თუ  $L$  უდრის  $m_i$ -ს. მაგალითად, ვთქვათ,  $L$  უდრის 3-ს და GOTO L, (2, 3, 1, 4), მაშინ მართვა გადაეცემა 1 ით დაქდევებულ ოპერატორს. თუ გადასვლის ოპერატორის დროს კდეს წარმოადგენს ცვლადი. მაშინ წინასწარ ASSIGN ოპერატორით ამ ცვლადს უნდა მიენიჭოს რიცხვითი მნიშვნელობა. ASSIGN—ნიშნავს მინიჭებას. მის ფორმულას აქვს სახე ASSIGN  $m$  TO L, სადაც  $m$  არის კდე, ხოლო  $L$ —ცვლადი, მაგალითად,

ASSIGN 2, TO L  
GOTO L, (7, 5, 2)

ამ ოპერატორების შესრულების შემდეგ მართვა გადაეცემა ოპერატორს კლით 2. თუ მოხდება რომ  $L$  გადააქარბებს აღწერილ სიას, მაშინ შესრულდება მომდევნო ოპერატორები.

#### § 5. ლოგიკური ცვლადები და გამოსახულებები

განსხვავებით ბაზისური ფორტრანისაგან, ფორტრან — 4 იძლევა ლოგიკური გამოსახულებების ანალიზის საშუალებას. ლოგიკური გამოსახულებების ჩასაწერად გამოყენებულია ლოგიკური ცვლადები და მუდმივები.

არსებობს ორი სახის ლოგიკური მუდმივი:

.TRUE.—კეშმარტი

.FALSE.—მცდარი

მათი ჩაწერისას აუცილებელია წერტილების დასმა მნიშვნელობის ორივე მხარეს. მნიშვნელობა. TRUE.-ს. შეესაბამება რიცხვი 1, FALSE.-ს კი—0.



ლოგიკური ეწოდება ისეთ ცვლადებს, რომლებიც იღებენ მხოლოდ ორი შესაძლო მნიშვნელობიდან ერთ-ერთს: .TRUE. ან .FALSE.

მსგავსად რიცხვითი ინფორმაციის სპეციკაციებისა ლოგიკური ცვლადებიც მოითხოვენ სპეციფიკირებას. თუ პროგრამა შეიცავს ოპერატორს: LOGICAL F11, GUC, მაშინ პროგრამაში F11 და GUC ცვლადები განიხილება როგორც ლოგიკური, ე. ი. ცვლადები წინასწარ უნდა იქნეს აღწერილი LOGICAL ოპერატორით.

ინფორმაციის გაცვლისას ლოგიკური ინფორმაციის შესაბამისი სპეციფიკაციაა L.W. ამ სპეციფიკაციაში ასო L მიუთითებს იმაზე, რომ ინფორმაცია არის ლოგიკურა, ხოლო W—ცი რიცხვითი, რომელიც მიუთითებს, რომ ერთი მნიშვნელობის დასაბეჭდად ან წასაკითხავად გამოყოფილია W რაოდენობის პოზიცია. წაკითხვისას თუ ერთი მნიშვნელობისათვის განკუთვნილი პოზიციებიდან პირველში წერია T ან F, მაშინ ამ პოზიციების შესაბამის ცვლადებს მიენიჭება მნიშვნელობები შესაბამისად .TRUE. ან .FALSE. დაბეჭდვისას თუ ცვლადების მნიშვნელობაა .TRUE. ან .FALSE. , მაშინ ბოლო პოზიციაში ჩაიწერება შესაბამისად T ან F მაგ. W=4, მაშინ მნიშვნელობები, .TRUE., .FALSE., TRUE. დაიბეჭდება ასეთნაირად:

\_ \_ \_ T \_ \_ \_ F \_ \_ \_ T

ლოგიკური ოპერაციები იყოფიან ორ კლასად:

1. კლასის ოპერაციებია: მიმართების ოპერაციები. მათი გამოყენების დროს ოპერანდებს წარმოადგენენ რიცხვითი სიდიდეები და ხდება მათი შედარება. ამ ოპერაციების ჩვენთვის ჩვეულო აღნიშვნებია:

$>, \geq, <, \leq, =, \neq$ .

ფორტრანში ესენი ჩაიწერება ასე:

- .GT.—რაც ნიშნავს greater then (მეტია ვიდრე)  $>$
- .GE.—greater then or equal to (მეტია ან ტოლი)  $\geq$
- .LT.—less then (ნაკლებია ვიდრე)  $<$
- .LE.—less then or equal to (ნაკლებია ან ტოლი)  $\leq$
- .EQ.—equal to (ტოლია)  $=$
- .NE.—not equal to (არ არის ტოლი)  $\neq$

წერტილების დასმა აქ აუცილებელია.

მაგალითად, ლოგიკური გამოსახულება A.LT.B მიიღებს მნიშვნელობას .TBUE. , როცა  $A=5$  და  $B=7$  და მნიშვნელობას .FALS. , როცა  $A=9$  და  $B=-3$ , საზოგადოდ ორივე ოპერანდი

უნდა იყოს ერთი და იმავე ტიპის, ე. ი. მთელი ან ნამდვილი ტიპის. ამ მოსაზრებიდან გამომდინარე დაუშვებელია ჩანაწერი:

ე. ი. 3 · EQ. I

რადგან 3. არის ნამდვილი, ხოლო I კი მთელი ოპერანდია, გასწორებულ ჩანაწერს ექნება სახე:

3·EQ. I

II კლასის ოპერაციები. როგორც ცნობილია, ბულის ალგებრაში გამოიყენება ლოგიკური ოპერაციები:

კონიუნქცია— $\wedge$

დიზიუნქცია— $\vee$

უარყოფა— $\neg$

ფორტან—4 იძლევა ამ ოპერაციების განხორციელების საშუალებას. მათი აღნიშვნებია:

.AND.—კონიუნქცია.

.OR.—დიზიუნქცია,

.NOT.—უარყოფა.

ამ ოპერაციების ოპერანდებია ლოგიკური ცვლადები, კონსტანტები ან გამოსახულებები.

ოპერაციები .AND. და .OR. მოითხოვენ ორ ოპერანდს, რომლებიც იწერებიან ოპერაციის ნიშნის სხვადასხვა მხარეს. .NOT. ოპერაცია მოითხოვს ერთ ოპერანდს, რომელსაც იწერება .NOT. ოპერაციის შემდეგ. დავუშვათ A და B ლოგიკური გამოსახულებებია: თუ A და B კეშმარტია (.TRUE.), მაშინ A·AND·B კეშმარტია (.TRUE.), ხოლო თუ ერთ-ერთი შეცდარია (.FALSE.), მაშინ აღნიშნული გამოსახულებაც შეცდარია.

A·OR·B იღებს .TRUE. მნიშვნელობას მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ერთ-ერთი ოპერანდი მაინც კეშმარტია. დანარჩენ შემთხვევაში გამოსახულების მნიშვნელობაა .FALSE.

.NOT·A იღებს მნიშვნელობას .TRUE., მაშინ როცა A მნიშვნელობაა .FALSE. და პირიქით

ლოგიკური ოპერაციების შედეგები განისაზღვრება შემდეგი ცხრილით.

ოპერანდები		ოპერაცია		
A	B	.NOT·A	A·AND·B	A·OR·B
T	T	F	T	T

T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	F

ამ ორი განხილული კლასის ოპერაციების გამოყენება შეიძლება ერთსა და იმავე გამოსახულებაში.

მაგალითად: .NOT. (A. EQ. B. AND. C. LE. D)

საზოგადოდ, გამოსახულების გამოთვლა ხდება ფრჩხილებით მოცემული მიმდევრობის მიხედვით, ხოლო თუ ფრჩხილები არაა გამოყენებული გამოსახულების ჩასაწერად, მაშინ გამოთვლა ემორჩილება შემდეგი იერარქიით მოცემულ მიმდევრობას:

1. ფუნქციის გამოთვლა. მაგ.  $\ln$ ,  $\cos$ ,  $\sin$
2. • •
3. \* , /
4. + , -
5. .GT. , .GE. , .LT. , .LE. , .EQ. , .NE.
6. .NOT.
7. .AND.
8. .OR.

ლოგიკური ოპერატორი. უმარტივესი ლოგიკური ოპერატორი არის მინიკების ოპერატორი. მისი ზოგადი სახეა:

ცვლადი = ლოგიკური გამოსახულება  
 მაგალითად:  $S \wedge N = 5 .EQ. 1 .AND. .NOT. 6 .GT. K$

როცა  $I=5$  და  $K=7$ , მაშინ ცვლადი  $S \wedge N$  განიხილება როგორც .TRUE. მნიშვნელობის მატარებელი; ხოლო როცა  $I=4$  და  $K=9$  მაშინ, .FALSE. მნიშვნელობის მატარებელი.

ფორტრან 4-ში გამოიყენება ლოგიკური პირობითი გადასვლის ოპერატორი, რომლის ზოგადი სახეა:

IF(b)S

სადაც b არის ლოგიკური გამოსახულება, ხოლო S კი რაიმე ოპერატორი, განსხვავებული ციკლისა და პირობითი ოპერატორებისაგან.

ეს ოპერატორი სრულდება შემდეგნაირად: ჯერ გამოითვლება გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ  $b = .TRUE.$  მაშინ სრულდება S ოპერატორი, შემდეგ კი es ოპერატორი, რომელიც უშუალოდ მოს-

ღვეს IF ოპერატორს, ხოლო თუ  $b = \text{FALSE.}$ , მაშინ S ოპერატორი გამოითრევა და სრულდება IF ოპერატორის მომდევნო ოპერატორი (მომდევნო სტრიქონი). ბევრ შემთხვევაში ლოგიკურ პირობით ოპერატორს შეუძლია იმავე ფუნქციების შესრულება, რაც არითმეტიკულს. მშგალითად, როდესაც საქმე გვაქვს ინდექსის შემოწმებასთან:

2	IF(1-6) 2,2,3 X(I)=(                    ) ..... ..... .....	3	IF(I. GT. 6) GOTO 3 X(I)=(                    ) ..... ..... .....
3	პროგრამის გაგრძელება	3	პროგრამის გაგრძელება

ამრიგად, ამ შგალითში არ ჩანს თუ რომელი ოპერატორი სარგებლობს უპირატესობით, მაგრამ არსებობენ ამოცანები, რომელთა ამოხსნისას უპირატესობა ენიჭება ლოგიკურ ოპერატორს. მაგ.:

$$y = \begin{cases} \frac{A}{x} + \frac{B}{Q} + \frac{C}{z}, & \text{როცა } X \neq \emptyset \wedge Q \neq \emptyset \wedge z \neq \emptyset \\ A+B+C, & \text{როცა } X = \emptyset \vee Q = \emptyset \vee z = \emptyset; \end{cases}$$

არითმეტიკული ოპერატორის გამოყენებით, პროგრამაში გვექნება ასეთი ნაწილი:

2	IF(x) 1,2,1 y=A+B+C GOTO 100
1	IF(Q) 3,2,3
3	IF(Z) 4,2,4
4	y=A/x+B/Q+C/Z
100	პროგრამის გაგრძელება

ლოგიკური ოპერატორის გამოყენებით, პროგრამის შესაბამის ნაწილს ექნება სახე:

IF(X.NE.0.AND.Q.NE.0. .AND.Z.NE.0.) GOTO1

Y=A+B+C

GOTO 2

1 =A/X+B/Q+C/Z

2 პროგრამის გაგრძელება

ამ მაგალითიდან ჩანს, რომ X, Q, Z-ის მსგავსი შესამოწმებელი ცვლადების რიცხვი რომ გავეწვარდა, ლოგიკური ოპერატორის უპირატესობა აშკარა გახდებოდა. მოცემულ შემთხვევაში უპირატე გამოხეატება იმით, რომ მეორე შემთხვევაში დაგვიკირდა ორი ოპერატორით ნაკლები, ვიდრე პირველ შემთხვევაში.

განვიხილოთ ლოგიკური გამოსახულების ფორტრანზე ჩაწერის მაგალითები:

მათემატიკური ჩანაწერი

$\operatorname{tg}x \leq \operatorname{tg}y$

$i^2 > (2^n + 1)$

$a \wedge b \vee c$

$i \leq 1 \vee k \leq 0$

$\sqrt{x^2 + y^2} = 18.0$

$\neg a \wedge \neg b$

$(a \vee b) \wedge (c \vee d)$

$a > b$

$(\cos x + \sin x) \leq P$

ფორტრანზე ჩანაწერი

TAN(x).LE.TAN(y)

I \* \*k.GT.(2 \* \*N+1)

A.AND.B.OR.c

1.LE.1.0R.k.LE.0

.NOT.(X \* \*2+y \* \*2.EQ.18.)

.NOT.LA.AND, .NOT.LB

(A.OR.B).AND.(c.OR.D)

A.GT.B

(cos(X)+sin(X)).LE.P

განვიხილოთ მაგალითები:

$$y = \begin{cases} 1,23, & \text{როცა } k=1, \\ -17,43, & \text{როცა } k=2 \end{cases}$$

ვთქვათ k-ს მნიშვნელობა შეგვუქვს პერფორმარათებიდან, დევუშვათ, k-ს აქვს 1 ტოლი მნიშვნელობა, შესრულდება კომპერატორი კლით 5

	GOTO (6,6), K
5	Y=1,2,3 GOTO 7
6	Y=-17,43
7	STOP

შეადგინოთ შემდეგი ალგორითმის შესაბამისი ფორტრან-პროგრამა:

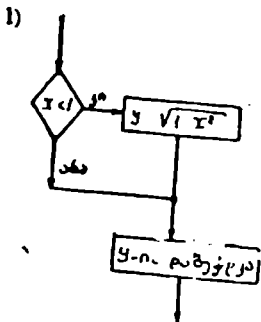
$$f = \begin{cases} 3(x^2+1)+x, & \text{როცა } x < 1, \\ x+1, & \text{როცა } 1 \leq x \leq 2, \\ x^2+1, & 2,3 \leq x \leq 3; \\ x \in [0;3], h=0,1 \end{cases}$$

```

X=0
2 F=3*(X*.02+1)+X
6 X=X+.01
  IF(X-1)2,3,3
3  IF(X-2)4,4,5
4  F=X-1
  GOTO 6
5  IF(X-3)7,7,8
7  F=X*.02+12,3
  GOTO 6
8  STOP
  END

```

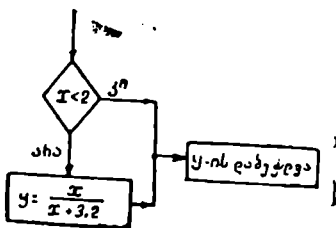
განვიხილოთ განშტოებადი სტრუქტურის ფრაგმენტები და შევცვალოთ ფორტრან-ოპერატორებით.



```

IF(X.LT.1)Y=SQRT(1-X * X)
WRITE(6,2)Y

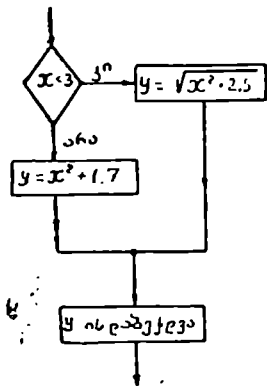
```



```

IF(X.LT.2)GOTO 3
v=x/(x+3,2)
3 WRITE(6,9)Y

```



```

IF(x LT.3)GOTO 4
y=x * x+1.7
GOTO 5
4 y=SQRT(x * * 2+2.5)
5 WRITE(6,7)Y

```

ნახ. 8<sup>o</sup>

შენიშვნა. 5-ით დაკლდეებული WRITE(6,7)F. ოპერატორი ახდენს y ცვლადის მნიშვნელობის დაბეჭვდაა 7 ით დაკლდეებულ ოპერატორში მითითებულ ფორმის მიხედვით. ამ ოპერატორების დანიშნულება და დაწვრილებითი აღწერა მოცემული იქნება მომდევნო პარაგრაფებში.<sup>1)</sup>

ციკლის ოპერატორი. ციკლის ოპერატორი შეესაბამება ციკლურ პროცესებს. ზოგად ოპერატორს აქვს სახე

$$DO \text{ m } I = A, B, C$$

სადაც A, B, C, მთელი რიცხვებია; I-ს ეწოდება ციკლის პარამეტრი, რომელიც თვის ციკლის განმეორებათა რაოდენობას, A არის პარამეტრის საწყისი მნიშვნელობა; B—საბოლოო მნიშვნელობა. C —I პარამეტრის ცვლილების ბიჯი; m—ციკლის მუშა მაწილის ბოლო ოპერატორის კდე; DO—შესრულება; ციკლის ოპერატორი სრულდება შემდეგი წესის მიხედვით: I=A-სათვის შესრულდება DO ს მომდევნო ყველა ოპერატორი m-ით დაკლდეებული ოპერატორის ჩათვლით, ციკლი ბრუნდება თავიდან: პარამეტრი მიიღებს I=I+C მნიშვნელობას. თუ I≤B, მაშინ განმეორდება იმავე ოპერატორების მიმდევრობა და ა. შ. . თუ I>B-ზე, მაშინ გამოითრევა DO-ს შემდეგ დაწვრილი ყველა ოპერატორი m-ით დაკლდეებული ოპერატორის ჩათვლით და მართვა გადაეცემა m-ის მომდევნო ოპერატორს.

<sup>1)</sup> წაკითხვისა და დაბეჭდვის ოპერატორები შეიცავს წაკითხვის ან ბეჭდვის მოწყობილობის არხის ნომერს, რომელიც DOS-ES სისტემაში არის შესაბამისად 1 და 3, ხოლო UC-სისტემაში კი—5 და 6.

შეადგინოთ  $n=m!=1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$  ალგორითმის შესაბამისი პროგრამა, როცა  $m=10$ .  $I=1$ ,  $I=I+1$ ,  $I \leq 10$  გამოსახულებების შესაბამისი ბლოკები იცვლება ციკლის ოპერატორით.

```

      N=1
      DO 1 I=1,10
1     N=N * I
      STOP
      END
  
```

მასივის ალწერა. ვთქვათ. მოცემულია ხუთი რიცხვი: 17; -1,05; 7,13; 117,115; 12,125. რიცხვების ეს ერთობლიობა აღვნიშნოთ X-ით და ვუწოდოთ მას მასივი. მასივში შემაჯალ ყოველ რიცხვს ეწოდება მასივის ელემენტი. ფორტრან-ენაში მასივის ალწერა ხდება DIMENSION ალწერითი ოპერატორით. მის ზოგად აღწერას აქვს შემდეგი სახე: DIMENSION X(m, n, k), Y(I, j).

X-ით და y-ით აღნიშნავენ მასივებს, ხოლო m, n, k, I, j, რიცხვებში გვიჩვენებენ განზომილებას.

ზემოთ მოყვანილ მაგალითში მასივის შესაძენ ელემენტია  $x(3) = +7.13$  და ა. შ. აღნიშნული მასივის ალწერას აქვს შემდეგი სახე: DIMENSION x(5).

პროგრამაში გამოყენებული ყოველი მარტივი ცვლადისათვის (უინდექსო ცვლადისათვის) ავტომატურად გამოიყოფა მანქანის მეხსიერებაში თითო უჯრედი, მაგრამ თუ პროგრამაში გვაქვს მასივი, მაშინ აუცილებელია წინასწარ ამ მასივის ალწერა, რომლის საშუალებით თითოეული ელემენტისათვის გამოიყოფა ადგილი მანქანის მეხსიერებაში. „DIMENSION“ ოპერატორი არის პროგრამის საწყისი ოპერატორი.

შენიშვნა. მასივის ინდექსი არ შეიძლება იყოს ნული. მასივების ალწერის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი. ვთქვათ, მოცემულია მატრიცები

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$$

A და B მატრიცები ქმნიან მასივებს, შესაბამისად ისინი აღვნიშნოთ A და B ასოებით. მასივების ალწერას აქვს შემდეგი სახე:

```

      DIMENSION A(15,20), B(2,3)
  
```

მასივები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა შდომით.

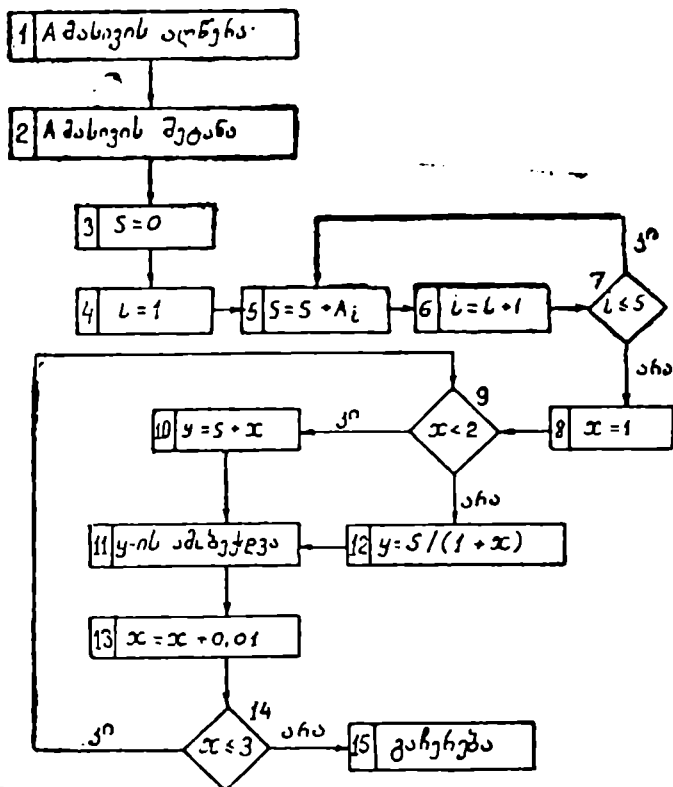


A მასივის მებუთე სტრიქონისა და მეექვსე სვეტის ელემენტო აღინიშნება A(5,6)-ით. ამ ელემენტს აქვს ორი ინდექსი. ამიტომ ის მიეკუთვნება ორგანზომილებიან მასივს, მაგალითად,

$$y = \begin{cases} \sum_{i=1}^5 A_i + x, & \text{თუ } x < 2. \\ \frac{\sum_{i=1}^5 A_i}{1+x}, & \text{თუ } 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

$x \in [1; 3], h = 0,01.$

გამოთვალეთ y-ის მნიშვნელობები [1; 3] სეგმენტზე  $h = 0,01$



ბიჯით. ბლოკ-სქემა და პროგრამა შეიძლება შევადგინოთ ორი ხერხით:

I. ყოველ ეტაპზე ამოვბეჭდოთ  $y$ -ის მნიშვნელობა;

II.  $y$ -ის მნიშვნელობები დავაგროვოთ მასივის სახით და შედეგები ამოვბეჭდოთ.

როგორც ვხედავთ  $\sum_{i=1}^5 A_i$  არ არის დამოკიდებული  $x$ -ზე, ამიტომ წინასწარ ვიპოვოთ აღნიშნული ჯამის, მნიშვნელობა და აღვნიშნოთ იგი  $S$ -ით.

ალგორითმის შესაბამის ბლოკ-სქემას ექნება შემდეგი სახე (1 ხერხით) (ნახ. 9).

შევადგინოთ ნახ. 9-ის შესაბამისი ფორტრან-პროგრამა

	DIMENSION A(5)
	S=0
	DO 4 I=1,5
4	S=S+A(I)
	X=1
8	1F(X-2) 5,6,6
5	Y=S+X
7	WRITE(6,1)Y
	X=X+0.01
	IF(X-3) 8,8,10
10	STOP
6	Y=S/(1+X)
	GOTO 7
	END

შენიშვნა. A-ს მნიშვნელობების შეტანა და დასაბეჭდად გამოყენებული FORMAT ოპერატორი პროგრამაში არ არის მითითებული.

შევადგინოთ მოცემული ალგორითმის შესაბამისი ბლოკ-სქემა (II ხერხი) (ნახ. 10).

ამ ბლოკ-სქემის შესაბამის ფორტრან-პროგრამას აქვს შემდეგი სახე:

	DIMENSION A(5), Y(201)
	S=0
	DO 2 I=1,5
2	S=S+A(I)
	X=1
	DO 3 J=1,201
	IF(X-2)4,5,5
4	Y(J)=S+X
	GOTO 3
5	Y(J)=S/(1+X)
3	X=X+0.01
	WRITE(6,1)Y
	STOP
	END

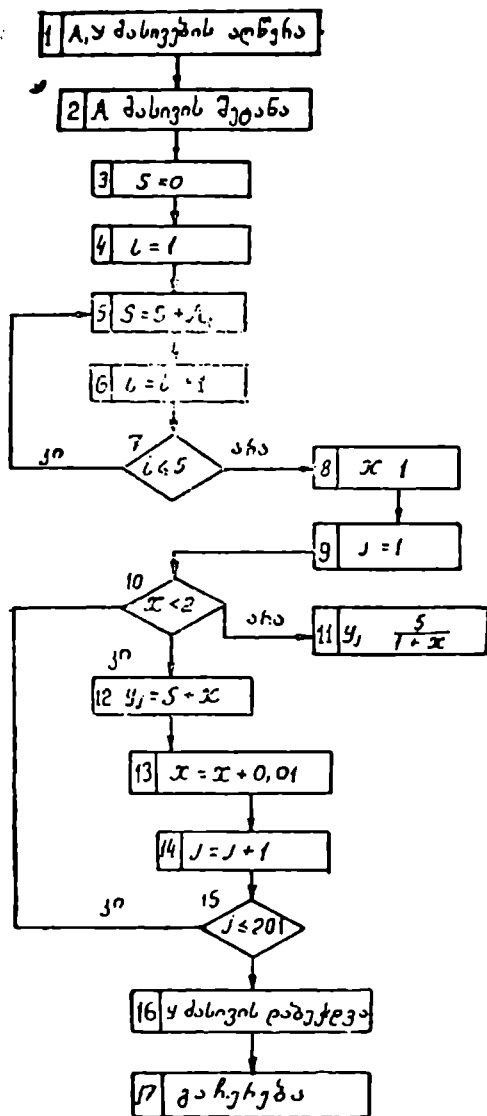
იგივე ალგორითმი ჩაწერეთ ლოგიკური პირობითი ოპერატორის გამოყენებით:

	DIMENSION A(5), Y(201)
	S=0
	DO 2 I =1,5
2	S=S+A(I)
	X=1
	DO 3 J=1,201
	IF(X.GE.2)GOTO 5
	Y(J)=S+X
	GOTO 3
5	Y(J)=S/(1+X)
3	X=X+0.01
	WRITE(6,1)Y
	STOP
	END

ინფორმაციის გაცვლის ოპერატორები. საწყისი მონაცემების შეყვანა ეგმ-ში და მისგან შედეგების გამოყვანა წარმოებს შეყვანა-გამოყვანის ოპერატორებით: READ(წაკითხვა) და WRITE(ჩაწერა, გადაწერა, დაბეჭდვა).

ამოცანის ამოხსნის

დროს საჭიროა ალგორითმის მიხედვით შედგენილი პროგრამა და საწყისი მონაცემები პერფორირებულ იქნეს სპეციალურ ბარათებზე. ბარათი შედგება 80 სვეტისა და 12 სტრიქონისაგან. ინფორმაციის გადატანა ბარათებზე ხდება სვეტებისა და სტრიქონების გადაკვეთებზე კროლების (პერფორაციის) გაკეთებით. ყოველ სიმბოლოს შეესაბამება ერთ სვეტში კრილების გარკვეული მამლევერობა და რაოდენობა. მაშასადამე, ერთ ბარათზე შეიძლება პერფორირებულ იქნეს 80 სიმბოლო. შედეგის გამოტანა ხდება ამობეჭვით ქალაქზე ან პერფორირებით ბარათებზე. ამობეჭვია, როგორც აღვნიშნეთ, წარმოებს ფართო ფორმატზე, რომლის ერთ სტრიქონზე თავსდება არა უმეტეს 128 სიმბოლოსი. ზოგიერთი მანქანისათვის სტრიქონი შეიცავს 121 სიმბოლოს ყოველი READ და WRI-



ნახ. 10

TE ოპერატორი კლდით დაკავშირებულია FORMAT ოპერატორთან, რომელიც განსაზღვრავს შესატანი ან გამოსატანი ინფორმაციის ფორმას, და სახეს, ხასიოთს. ინფორმაციის გაცვლის ოპერატორს ზოგიად აღ აქვს სახე:

READ (k,m) (ცვლადი, ცვლადი, . . . , ცვლადი)

m FORMAT (სპეციფიკაცია, სპეციფიკაცია, . . . , სპეციფიკაცია) და WRITE(k, m) (ცვლადი, ცვლადი, . . . , ცვლადი). m FORMAT (სპეციფიკაცია, სპეციფიკაცია, . . . , სპეციფიკაცია).

სადაც m არის FORMAT ოპერატორის ქდე, K-იმ წამკითხველი ან დაბეჭდვადი მოწყობილობის არსის ნომერი, რომლის საშუალებითაც ხდება მოკეჭული ინფორმაციის წაკითხვა ან დაბეჭდვა.

მაგალითად, READ ოპერატორის შემთხვევაში, თუ  $K=3$ , მაშინ წაკითხვა მოხდება პერფორმაციაზედან, ხოლო WRITE ოპერატორის შემთხვევაში, როცა  $K=6$ , მაშინ ამობეჭდვა წარმოებს ფართო ფორმატზე და თუ  $K=2$ , მაშინ შედეგის გამოტანა ხდება ისევე ბარათებზე. ზრგვალ ფრჩხილების შემდეგ ჩამოთვლილია იმ მასივების ან ცვლადების იდენტიფიკატორები, რომელთა შეტანა-გამოტანა ხდება მანქანაში. ჩამოთვლილი იდენტიფიკატორები—ცვლადები ერთმანეთისაგან გამოიყოფიან შიშით.

თითოეულ ცვლადს წაკითხვისას ან ამობეჭდვისას შეესაბამება თავისი სპეციფიკაცია, რომლებიც ერთმანეთისაგან გამოიყოფიან. შიშით, ჩასმება ზრგვალ ფრჩხილებში და იწყება სეტყვით FORMAT. სპეციფიკაცია გვიჩვენებს წაკითხვის ან დაბეჭდვის ფორმას. პროგრამაში ყოველი ასეთი ფორმატ-ოპერატორი არის დაქვევებული, კავშირი წაკითხვის ან დაბეჭდვის ოპერატორსა და ფორმატ-ოპერატორს შორის წარმოებს ქდის საშუალებით.

ფორტრან-ენაში გამოიყენება შემდეგი სახის სპეციფიკაციები:

FW.d, EW.d, IW, AW, WX,WH,

განვიხილოთ თითოეული სპეციფიკაცია ცალ-ცალკე. სპეციფიკაცია FW.d გამოიყენება ჩვეულებრივი ათობითი რიცხვების წასაკითხად და დასაბეჭდად. W გვიჩვენებს იმ პოზიციების რაოდენობას, რომელიც დათმობილი აქვს ერთ რიცხვს, რიცხვის ნიშანსა და ათობით წერტილს, ხოლო d—რიცხვის ათწილად ნაწილში პოზიციების რაოდენობას. თუ რომელიმე სვეტში პერფორირებულია — სიმბოლო „შუალედი“, მაშინ ის წაკითხება როგორც ციფრი ნული; მაგრამ თუ სვეტში პერფორირებულია დაუშვებელი სიმბოლო, მაშინ ამ პოზიციის წაკითხვისას ტრანსლატორი მიუთითებს შეცდომაზე და წყვეტს პროგრამის შესრულებას.

ვთქვათ, ხდება ისეთი ბარათის წაკითხვა, რომლის შვიდ პოზიციებში პერფორირებულია b458302, ხოლო დანარჩენი სვეტები თავისუფალია. ასეთი ინფორმაციის წასაკითხად უნდა მივუთითოთ F 7.2, რომელიც ბარათზე დაბეჭდილ ინფორმაციას შეესაბამებს რიცხვს+4589,02. ყველა სხვა სახის სპეციფიკაცია მოგვეცემს სხვა

რიცხვს და იქნება მცდარი, რომელზედაც მიუთითებს ტრანსლატორი. ამოხეველვისას კი იგივე რიცხვს დასკირდება არანაკლებ რვა პოზიციისა წერტილის ჩათვლით, ამიტომ უნდა გამოვიყენოთ სპეციფიკაცია F 8.2.

ნამდვილი ტიპის რიცხვების ბარათზე პერფორაცია შეიძლება წერტილებით ან წერტილის გარეშე. თუ “+” ნიშანი და “.” გამოტოვებულია, მაშინ პერფო ბარათზე პოზიცია არ გამოიყოფა და ეს უნდა გავითვალისწინოთ წაკითხვის დროს W-ს შერჩევისას. თუ ათობითი წერტილი პერფორირებულია, მაშინ სპეციფიკაციაში d-ს ყურადღება არ ექცევა და უპირატესობა აქვს წერტილს.

მაგალითები

რიცხვი	სპეციფიკაცია	რიცხვის პერფორაცია ბარათზე
—378,53	F 8.2	—378 43
—378,53	F 8.2	— — — 37853
—378,53	F 8.2	—378.53 —
5126,05	F 9.3	— — 5126 — 5 —
5126,05	F 9.3	— — 5126 05 0
5126,05	F 9.3	— — 5126. 05

თუ მანქანის მეხსიერებიდან რიცხვის გამოყენა წარმოებს F.W.d სპეციფიკაციით, მაშინ რიცხვი დაიბეჭდება ჩვეულებრივი ათობითი სახით W პოზიციებში, სადაც d არის რიცხვის ათწილადი ნაწილი.

თუ ამოსაბეჭდი რიცხვის მთელი ნაწილი შეიცავს K რაოდენობის ციფრს, მაშინ W უნდა ავიღოთ არანაკლებ  $K+2+d$ -ს ტოლი, რადგან რიცხვის ნიშანს და ათობით წერტილს სკირდება ორი პოზიცია ე. ი.  $W \geq K+d+2$ .

მაგალითად, 81,75 რიცხვის ამოსაბეჭდად, სადაც  $K=2$ ; და  $d=2$ , უნდა გამოვიყენოთ F 6.2; სპეციფიკაცია; მაგრამ თუ ავიღებთ F 8.2 სპეციფიკაციას, მაშინ გამოყოფილ რვა პოზიციაში ზარჯვნიდან შეივსება ხუთი პოზიცია, დარჩენილ სამ პოზიციაში კი გვექნება სიცარიელე. ხოლო თუ გამოვიყენებთ F 7.3, სპეციფიკაციას, მაშინ იგივე რიცხვი შემდეგი სახით ამოიბეჭდება: — 81.750.

მოვიყენოთ F.W.d სპეციფიკაციის მაგალითი. როგორც სახით დაიბეჭდება რიცხვი 4,879 შემდეგი სპეციფიკაციების დროს:

სპეციფიკაცია	ამობეჭდვის ფორმა
F 6.3	4.879
F 7.3	— — 4.879
F 6.2	— — 4.87

F 8.4  
 F 10.4  
 F 5.3

— —4.8790  
 — — — —4.8790  
 . . . . .

შენიშნოთ, რომ F 5.3 სპეციფიკაცია ვერ უზრუნველყოფს მოცემული რიცხვისათვის საჭირო პოზიციების ჩაოდნობას, ე. ი. ხუთ პოზიციაში ვერ მოთავსდება მოცემული რიცხვი, იხეთ შემთხვევაში გამოყოფილ პოზიციები შეივსება • სიმბოლოთი.

რომ გამოვიყენოთ Fw.d სპეციფიკაცია წინასწარ დაახლოებით უნდა ვიცოდეთ მთელ ნაწილში ციფრების ჩაოდნობა.

სპეციფიკაცია Ew.d. გამოიყენება ნამდვილი რიცხვისათვის. ეს სპეციფიკაცია ხელსაყრელია იმ შემთხვევაში თუ რიცხვი წარმოდგენილია მაჩვენებლიან ფორმით. აქ ფუძე 10 შეცვლილია E სიმბოლოთი. X რიცხვის მაჩვენებლიან ფორმას აქვს შემდეგი სახე:  $X = \pm$  მთელი ნაწილი. ათწილადი ნაწილი  $E \pm$  ხარისხის მაჩვენებელი ანუ  $X = a_1 a_2 \dots a_n \cdot b_1 b_2 \dots b_m E \pm C_1 C_2$ .

w და d აქვს იგივე დანიშნულება, რაც Fw.d სპეციფიკაციის შემთხვევაში. მაგრამ w-ს შერჩევისას უნდა გავითვალისწინოთ დამატებითი პოზიციები E სიმბოლოსათვის, რიგისა და რიგის ნიშნისათვის. ნათქვამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი რიცხვები:

რიცხვი	სპეციფიკაცია	ბარათზე პერფორირებული რიცხვები
263.41	E 8 4	— 26341 E 2
263.41	E 8 4	— 26341 + 2
263.41	E 8 4	26 341 E - 2
263.41	E 9.0	26.341 E 1
263.41	E 8.0	2 6341 E + 2
50000	E 4.0	— 5 + 4
90000	E 4 0	— 9 E 4
127000	E 5.0	127 E 3
0.031.10 <sup>0</sup>	E 8.3	— — — 31 + 8
21	E 5.2	. 21 + 2

ერთი და იგივე რიცხვი სხეილისხეიანად არის პერფორირებული

ამ მაგალითებში E 8.4 სპეციფიკაცია გამოყენებულია ექსპლ-

ნენცილური ფორმით, მაგრამ სხვადასხვა სახით პერფორირებული ერთი და იგივე რიცხვის წასაკითხად. Ew.d სპეციფიკაციით მანქანიდან რიცხვის გამოყვანა არსებითად განსხვავდება Fw.d სპეციფიკაციისაგან. d ამ შემთხვევაშიც გვიჩვენებს ათწილად ნაწილში ციფრების რაოდენობას, ხოლო  $w=d+6$ . ეს გამოწვეულია იმით, რომ, გარდა ციფრებისა, უნდა გამოყვას პოზიცია აგრეთვე რიცხვის ნიშანს, ათობით წერტილს, და თვით რიგს, რომლისთვისაც საჭიროა 4 პოზიცია, მაშასადამე, სულ ექვსი პოზიცია. Ew.d სპეციფიკაციით ამოსაბეჭდად რიცხვს ზოგადად აქვს შემდეგი სახე:

$0 b_1 b_2 \dots b_n = E \pm C_1 C_2$  — დადებითი რიცხვის შემთხვევაში;

$0 b_1 b_2 \dots b_n = F \pm C_1 C_2$  — უარყოფითი რიცხვის შემთხვევაში.

ვთქვათ, გვინდა ამოვბეჭდოთ რიცხვი 175, 765; ამ რიცხვს აქვს 6 ციფრი, ე. ი.  $d=6$ . აღებული რიცხვი დადებითია, ამიტომ  $W=d+6=12$ , ხოლო სპეციფიკაციას კი ექნება შემდეგი სახე E12.6.

მაშასადამე, მოცემული ამოსაბეჭდა რიცხვი დაიკავებს 12 პოზიციას და დაიბეჭდება შემდეგი სახით +.175765 E+03. თუ იმავე რიცხვისათვის გამოვიყენებთ E 10.3 სპეციფიკაციას, მაშინ შედეგი შემდეგი სახით ამოიბეჭდება: — — .175 E+03.

მთელი რიცხვების წასაკითხად და ამოსაბეჭდად გამოიყენება სპეციფიკაცია Iw. თუ K არის ციფრების რაოდენობა, მაშინ  $W \gg K+1$ . ხოლო დადებითი რიცხვისათვის  $W \gg k$ . ასე, მაგალითად, რიცხვისათვის 172 საჭიროა I3 სპეციფიკაცია; ხოლო თუ ამ რიცხვის ამოსაბეჭდად გამოვიყენებთ I8 სპეციფიკაციას, მაშინ მიიღება — — — — — 172, ე. ი. წინა ხუთი პოზიცია თავისუფალია.

მაგალითისათვის I4 სპეციფიკაციით ამოვბეჭდოთ შემდეგი რიცხვები.

სპეციფიკაცია	რიცხვები	დაბეჭდვის ფორმა
I4	3	— — — 3
	-21	— -21
	165	— 165
	3271	3271
	92112	* * * * *

შეენიშნოთ, რომ Iw სპეციფიკაციის არასწორმა გამოყენებამ ხუთნიშნა რიცხვების ამოსაბეჭდად გამოიწვია მითითებული პოზიციის \* სიმბოლოთი შევსება.



დასაბეჭდად რიცხვების ერთმანეთისაგან გამოსაყოფად საქე-  
როა გამოვიყენოთ სპეციფიკაცია WX. მაგალითად ,5X. ამ სპეცი-  
ფიკაციის საშუალებით დაბეჭდვისას გამოიტოვება W რაოდენობის  
პოზიცია, ე. ი. 5 პოზიცია.

ვთქვათ, K=-162, A=-163. 4, B=725211,9.

ამ რიცხვების ამოსაბეჭდად გამოვიყენოთ ოპერატორები

WRITE (3, 12) K, A, B  
12 FORMAT (3X, I4, 5X, F6.1, X6, E13.7)

მათი შესრულების შემდეგ მივიღებთ

— — — — 162 — — — — — 163.4 — — — — — 0.7252119E+  
+06.

სადაც — აღნიშნავს შუალედს.

WX სპეციფიკაცია გამოიყენება აგრეთვე ბარათებიდან რიცხვ-  
ების წისკივთხად, რომლის დროსაც წარმოებს W-ს შესაბამისი სვე-  
ტების გამოტოვება. შედეგების ამობეჭდვისას, ხშირად საჭიროა პა-  
სუხებს დაეურთოთ ტექსტი. ტექსტური ინფორმაციისათვის გამო-  
იყენება WH სპეციფიკაცია, სადაც W არის დასაბეჭდ ტექსტში  
სიმბოლოების რაოდენობა.

WH სპეციფიკაციის შემთხვევაში დაიბეჭდება H-ის შემდეგ  
მოთავსებული W რაოდენობისაგან შემდგარი ტექსტი, ხოლო წა-  
კითხვისას W რაოდენობის სიმბოლო იცვლება ბარათიდან წაკით-  
ხული სიმბოლოებით.

ვთქვათ, ბარათის პირველ 11 პოზიციაში პერფორირებულია  
შემდეგი ტექსტი:

— ЗАДАЧА — — N1

განვიხილოთ შემდეგი ოპერატორების მიმდევრობა:

READ (5,20)  
20 FORMAT (11 — ФУНКЦИЯ — — —)  
WRITE (5,20)

READ ოპერატორი ბარათიდან წაკითხავს ტექსტს — ЗАДА-  
ЧА — — N1, რომელიც შეეკლეს ფორმატ ოპერატორში მოთავსე-  
ბულ ტექსტს — ФУНКЦИЯ — — —, ხოლო WRITE ოპერატორით  
ამობეჭდება წაკითხული ტექსტი — ЗАДАЧА — — N1.

ფორმატ ოპერატორში სპეციფიკაციები ერთმანეთისაგან გა-  
მოიყოფა მძიმით. WH სპეციფიკაციის დროს, თუ H-ის შემდეგ გა-  
4. ნ. ართვლაძე

მოყენებულა ერთი და იგივე სიმბოლო. შეგვიძლია სპეციალური ფორმით მივუთითოთ სიმბოლოს ჯერადობაზე.

ასე, მაგალითად, ვთქვათ, გვინდა სტრიქონში დავებუქლოთ 10 ღეფისი. ეს შესაძლებელია შემდეგი ოპერატორების საშუალებით:

WRITE (6,7)  
FORMAT (10H - - - - -)

ჯერადობის მითითებით კი ეს ოპერატორი გამარტივდება შემდეგნაირად:

WRITE (6,7)  
7 FORMAT (10(1H—))

ამ შემთხვევაში 10 არის ჯერადობის მაჩვენებელი. ჯერადობაზე მითითება შეგვიძლია ყველა განხილული სპეციფიკაციის ღროს. მაგალითად, 1FORMAT(F6.2, F6.2, I3, I3, I3) ეკვივალენტურია 1FORMAT(2 F6.2, 3I3) ოპერატორის. ან კიდევ 14FORMAT(F4.1, F4.1, E10.3, I4, E10.3, I4) ეკვივალენტურია აგრეთვე შემდეგი ოპერატორის 14 FORMAT(2F4.1, 2(E10.3, I4))

საქიროების შემთხვევაში შესაძლებელია შევწყვიტოთ აღებული სტრიქონის ბეჭდვა და გადავიღეთ ახალ სტრიქონზე. ამისათვის ფორმატ ოპერატორში შესაბამისი სპეციფიკაცია მძიმის ნაცვლად უნდა გამოვიყენოთ „/“ დახრილი ხაზით. მაგალითად,

WRITE(6,1) N, A, B  
1 FORMAT(1X, I4/1X, 2F8.3)

ამ ოპერატორების შესრულების შედეგად N-ის მნიშვნელობა დაიბეჭდება პირველ სტრიქონზე, ხოლო A და B-სი-მეორეზე.

წაკითხვისას დახრილი ხაზის სპეციფიკაცია გვიჩვენებს ბართის გამოტოვებას. ფორმატში დახრილი ხაზი შეიძლება გამოვიყენოთ რამოდენიმეჯერ.

ტექსტური ინფორმაციისათვის, გარდა WH სპეციფიკაციისა, გამოიყენება აგრეთვე სპეციფიკაციები აპოსტროფი ' ' და AW.

თუ წასაკითხი ან ამოსაბეჭდი ტექსტი შედგება დიდი რაოდენობის სიმბოლოებისაგან, ხელსაყრელია გამოვიყენოთ AW სპეციფიკაცია. ამისათვის გამოსაყვანი ტექსტის სიმბოლოები უნდა დაეყოს ოთხად, თითოეულ ოთხეულს შეუსაბამოთ თითო ცვლადი და გავაერთიანოთ ერთ მასივში, ვთქვათ, ბართზე პერფორირებულა ტექსტი

## ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ამ სიტყვის წასაკითხად საჭიროა ოთხელემენტისანი მასივი A(4). აქ ოპერაციების მიმდევრობა ასეთ სახეს მიიღებს:

DIMENSION A(4)  
 READ (5,3) A  
 3 FORMAT (A16)

ხოლო ამობეჭდვისას გვექნება:

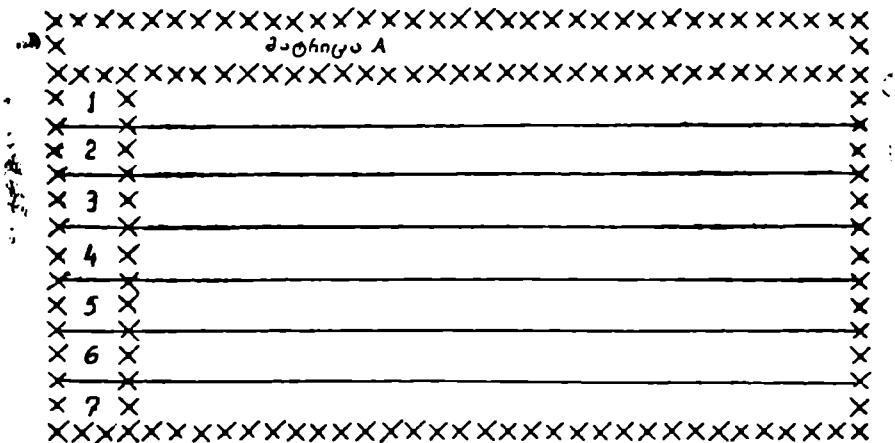
DIMENSION A(4)  
 WRITE (6,3) A  
 3 FORMAT (A16)

ოპერატორებით

WRITE (6,4) A  
 4 FORMAT (A3)

ამოიბეჭდება მოცემული სიტყვის ნაწილი ПРО. განვიხილოთ მატრიცის ცხრილის სახით ამობეჭდვის პროგრამა.

ვთქვათ, მოცემულია მატრიცა  $A = \{a_{ij}\}$ , სადაც  $i=1, \dots, 7$ ,  $j=1, 2, 3, 4, 5$ . A მასივის შეყვანისათვის გამოვიყენოთ F 5.2, სპეციფიკაცია, ხოლო მასივი ამოვბეჭდოთ ნორმალიზებული სახით, ე. ი. გამოვიყენოთ E 9.3, სპეციფიკაცია. მატრიცა ჩავსვათ ვარსკვლავებში, ხოლო სტრიქონების გასაყვებად გამოვიყენოთ დღესი (-) სიმბოლო. სიტყვა „МАТРИЦА“ დავბეჭდოთ მე-14 პოზიციიდან, ხოლო ორი პოზიციის შემდეგ „A“.



6.ბ. 11

DIMENSION A (7,5)  
 READ (5,1) A

```

1  FORMAT (F 5.2)
2  FORMAT (' . ', 10X, 'МАТРИЦА ---Δ', 28X, ' . ')
3  FORMAT (50(1H(-)))
4  FORMAT (' . ', 12) ' . ' 5E9.2, .)
5  FORMAT (50(1H) . )

WRITE (6,5)
WRITE (6,2)
WRITE (6,5)
DO 61=1,7
WRITE (6,4), (A(1, j), j=1.5)
6  WEITE (6,3(
STOP
END

```

### ს ა ვ ა რ ჯ ი შ ო ე ბ ე

1. მოცემულია ორი  $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$  და  $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$  ვექტორი. იპოვეთ ამ ვექტორების ჯამი. შეიღვინეთ ფორტრან-პროგრამა და ამობეჭდეთ მიღებული ვექტორის კომპონენტების მნიშვნელობები. მასივის შესაყვანად გამოიყენეთ სპეციფიკაცია F.W.d, ხოლო შედეგი ამობეჭდეთ სპეციფიკაციით E.W.d ვექტორების კომპონენტები შეარჩიეთ პირველი სპეციფიკაციის მიხედვით.

ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში შეარჩიეთ საჭირო სპეციფიკაციები საწყისი მონაცემების შესაყვანად, ხოლო შედეგები ამობეჭდეთ ნორმალიზებული სახით.

$$2. \quad I_n(n+1) = I_n n + 2 \left[ \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(Rn+1)^2} + \frac{1}{5(2n+1)^3} + \dots + \frac{1}{(2k+1)(2k+1)^{2k+1}} \right] + R,$$

სადაც

$$R < \frac{1}{(2k+3)(2k+1)^{2k+1} \cdot 2n(n+1)}$$

გამოთვალეთ  $I_n(n+1)$ -ის მნიშვნელობები

$$n=10; \quad n=15;$$

შეინახუნე ამ გაშლაში იმდენი წევრი, რომ  $R < \varepsilon$ , სადაც  $\varepsilon = 10^{-4}$ ;

3. გამოთვალეთ

$$f = (k, Y) = 1 - \frac{1}{2} k^2 \sin^2 Y - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} k^4 \sin^4 Y - \frac{1 \cdot 13}{2 \cdot 4 \cdot 6} k^6 \sin^6 Y$$

სადაც

$$k = \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \quad Y = \frac{\pi}{5}; \frac{\pi}{10}; \frac{\pi}{20}; \frac{\pi}{40};$$

4. გამოთვალეთ

$$f(x, P) = \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{n^P} \left( 1 - \frac{x \ln n}{n} \right)^n, \quad P = \frac{1}{2}, \quad x = \frac{2}{3};$$

$$P = \frac{1}{5}, \quad x = \frac{1}{2}; \quad P = \frac{1}{10}, \quad x = \frac{2}{5};$$

$$5. \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{n+2^n}}, \quad \text{სადაც } \varepsilon = 10^{-3}$$

$$6. \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^4 n}{n^3 + \sqrt{n}} \frac{\ln^3 n}{n}, \quad \text{სადაც } \varepsilon = 10^{-4}$$

$$7. \quad S = \sum_{n=1}^{15} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}},$$

$$8. \quad Q(x) = X \cdot \prod_{n=1}^{10} \left( 1 - \frac{x^n}{n^2} \right), \quad \text{სადაც } X \in [0; 1]; \text{ დოჯით } \\ h = 0, 1.$$

$$9. \quad Q_N(x, \alpha) = \sum_{n=1}^N \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin \alpha x}{n^2 + 2^{n-1}}; \quad \text{სადაც } N = 10; 15; 20, \\ \alpha = 1; 2. \\ x \in [0; 4], \text{ დოჯით } h = 0, 1.$$

$$10. \quad Q_n(x, c) = \prod_{n=1}^n \left( 1 - \frac{x}{c+n} \right) e^{\frac{x}{n}}; \quad c > 0; N = 4, 6, 8; \\ \varepsilon = 0, 1; \quad c = 0, 125; \quad x \in [0; 1]; \quad h = 0, 1.$$

$$11. Q_{NX} = \prod_{n=1}^N \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x}} \right) e^{\frac{x}{\sqrt{n}}} + \frac{x^2}{2n}; \quad x = 25, 175, \\ x = 27, N = [x];$$

$$12. y = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1+x^2}, & x < 0 \\ 0, & x = 0, \\ \frac{1+x^2 e^x}{1+e^{2x}}, & 0 < x < \infty, \end{cases}$$

სადაც  $x$  არის  $x^2 + 5x^3 + 13 + 21 = 0$  განტოლების ერთ-ერთი ნამდვილი ფესვი. ფესვი იპოვეთ იტერაციის მეთოდით, სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-2}$ .

პასუხთან ერთად ამოხევეთ  $x$ -ის მნიშვნელობა და მისი შესაბამისი ფორმულა.

$$13. y = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{1+4\sqrt{x^2+1}}}{\sin x + e^x}, & \text{როცა } -\infty < x \leq 0 \\ \sin[\cos^2(\ln x + 1)] & \text{როცა } 0 < x < \infty, \end{cases}$$

სადაც  $x$  არის  $x^3 - 5x^2 + 14x - 70 = 0$  განტოლების ერთ-ერთი ნამდვილი ფესვი. ამ განტოლების ფესვი იპოვეთ იტერაციის მეთოდით  $\varepsilon = 0,01$  სიზუსტით. პასუხთან ერთად ამოხევეთ  $x$ -ის მნიშვნელობა.

$$14. y = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x+x^3} + 1}{\sqrt{1+x^2}}, & \text{როცა } -2 \leq x \leq 0 \\ \sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3}, & \text{როცა } 0 < x < 2, \\ \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}, & \text{როცა } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

დაატაბულეთ მოცემული ფუნქცია  $h = 0,5$  ზიჯით.

$$15. y = \begin{cases} \ln(1+x^2) + e^{-x} \sin x, & \text{როცა } -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 e^{x^2} + \ln \sin x, & \text{როცა } 0 < x < 1 \end{cases}$$

ზიჯით  $h = 0,25$ .

$$16. \quad y = \begin{cases} \sqrt{1+x^2} + e^{\frac{x}{2}}, & \text{როცა } x \leq 0 \\ e^{x^2+1} + \ln x, & \text{როცა } 0 < x \leq 1, \\ \frac{\sin^3 x}{2^x}, & \text{როცა } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

ბიჯით  $h = h = 0,125$

$$17. \quad y = \begin{cases} chx + |x|, & \text{როცა } 2 \leq x \leq -1 \\ \cos^2 x + \sqrt{x}, & \text{როცა } -1 < x \leq 0 \\ \frac{x+1}{\sqrt[4]{x^2+1}} + \frac{1}{x}, & \text{როცა } 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

სადაც  $x$  არის  $x^3 + x^2 + 7x + 1 = 0$  განტოლების  $[-1; 2]$  სეგმენტში მოთავსებული ნამდვილი ფესვი.

ფესვი იპოვეთ ეტერაციის მეთოდით, სიზუსტით  $\epsilon = 10^{-2}$ . ამობეჭდეთ  $x$ ,  $y(x)$  და  $x$ -ის შესაბამისი ფორმულა.

18. ჩებიშევის პოლინომი მოცემულია რეკურენტული ფორმულით

$$T_{n+1}(x) = xT_n(x) - \frac{1}{4}T_{n-1}(x), \quad T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x$$

გამოთვალეთ  $T_6(x)$ ;  $T_8(x)$ ;  $x = 0,5$ ;  $0,7$ ;  $0,9$ ;  $0,11$  მნიშვნელობისათვის.

19. გამოთვალეთ  $L_4(x)$  და  $L_7(x)$ ,  $x = 0,1$ ;  $x = 1,1$ ;  $2,1$  მნიშვნელობისათვის, სადაც  $L_{n+1}(x)$  განისაზღვრება რეკურენტული დამოკიდებულებებიდან

$$(n+1)L_{n+1}(x) - (2n+1)xL_n(x) + nL_{n-1}(x) = 0 \\ L_0(x) = 1, \quad L_1(x) = x.$$

### § 6. კვანძობა

თუ ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი შეიცავს ისეთ ნაწილს, რომელიც ძირითად ალგორითმში შეორდება რამდენიმე ადგილის, მაშინ მას ეწოდება სტანდარტული ნაწილი.

პროგრამის შედგენისას ხელსაყრელია სტანდარტული ნაწილის ცალკე დაპროგრამება და მისი გამოყენება ძირითად ალგორითმში

საკიბოების მიხედვით. სტანდარტული ნაწილის შესაბამის პროგრამას ეწოდება ქვეპროგრამა. არსებობს ქვეპროგრამის სამი სახე: ოპერატორული ფუნქცია, ქვეპროგრამა-ფუნქცია FUNCTION და ქვეპროგრამა ოპერატორი SUBROUTINE. განვიხილოთ თითოეული ცალკე-ცალკე.

1) ოპერატორული ფუნქცია გამოიყენება იმ შემთხვევაში, როცა ალგორითმის სტანდარტულ ნაწილს შეესაბამება ერთი ოპერატორი  $F(a_1, a_2, \dots, a_n) = E$ , სადაც  $F$  წარმოადგენს ოპერატორული ფუნქციის დასახელებას;  $a_1, a_2, \dots, a_n$ —ფუნქციის არგუმენტებს, ხოლო  $E$ —არითმეტიკულ გამოსახულებას.

ოპერატორული ფუნქციის დასახელება წარმოადგენს იდენტიფიკატორს; რომელშიც სიმბოლოების რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს ექვსს, ამასთან პირველი სიმბოლო უსათუოდ ასო უნდა იყოს.

ფუნქციის არგუმენტი წარმოადგენს ფორმალურ პარამეტრს, რომლის მნიშვნელობა მანქანის მენსიერებაში განისაზღვრება ძირითადი პროგრამის მიერ ქვეპროგრამებზე შიშართვის დროს, ამიტომ მისთვის წინასწარ ადგილი არ გამოიყოფა. იგივე დასახელების ცვლადი შეიძლება გამოვიყენოთ ძირითად პროგრამაშიც ან სხვა ქვეპროგრამაშიც.

ოპერატორული ფუნქციისათვის დამახასიათებელია შემდეგი ძირითადი თვისებები:

1. ყველა ოპერატორული ფუნქცია უნდა მოვათავსოთ პირველი შემსრულებელი ოპერატორის წინ.

2. ოპერატორული ფუნქცია შეიძლება შეიცავდეს ნებისმიერ სტანდარტულ ფუნქციას, მის წინ განსაზღვრულ ოპერატორულ ფუნქციას ან ქვეპროგრამა—ფუნქციას.

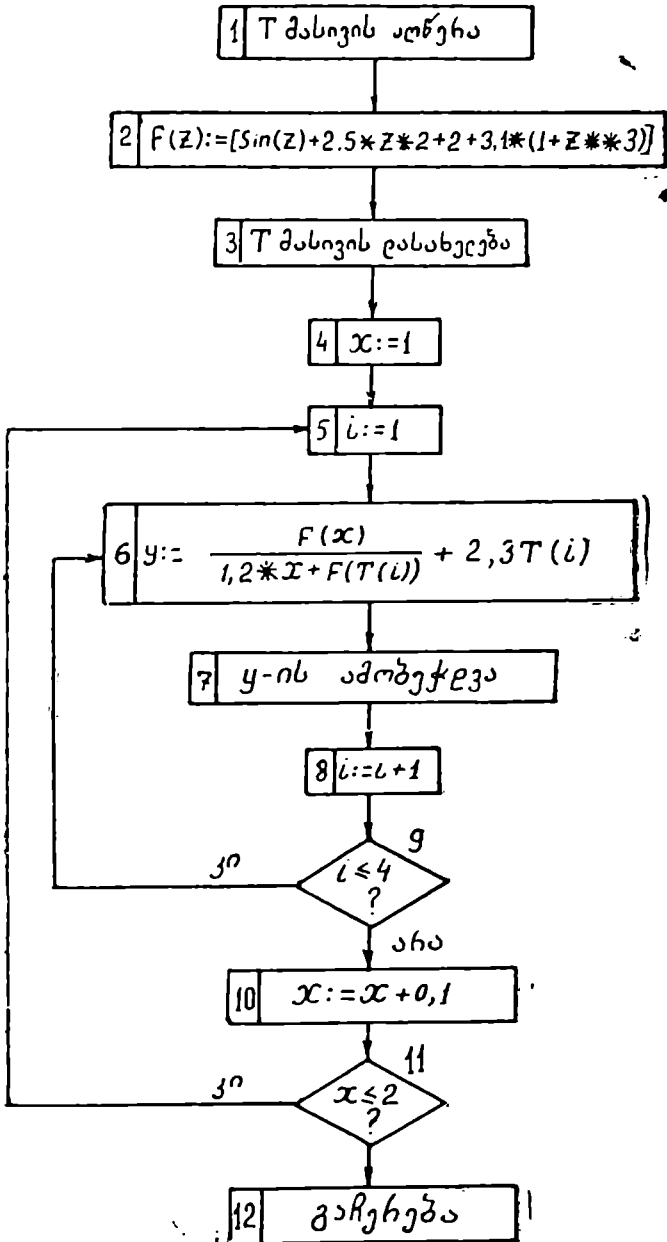
3. ოპერატორული ფუნქციის საშუალებით შეიძლება მხოლოდ ფუნქციის აღწერა და იგი არ შესრულდება მანამ, სანამ არ მოხდება მასზე მიმართვა.

4. ოპერატორული ფუნქცია სრულდება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა მას მივმართავთ. მიმართვისას უნდა მივუთითოთ ფუნქციის დასახელება, ხოლო ფორმალური პარამეტრი შევცვალოთ კონკრეტულად.

5. ოპერატორული ფუნქციის ფორმალური პარამეტრები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა მძიმით.

6. ოპერატორული ფუნქციის ფორმალური პარამეტრების რაოდენობა შეტი ან ტოლია ერთს.





Գծ. 12

7. ოპერატორული ფუნქცია შედგება მხოლოდ ერთი ოპერატორისაგან. საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ შემდეგი მაგალითი:

$$\text{ვთქვათ, } y = \frac{(\sin x + 2,5x^2 + 3,1)(1 + x^2)}{1,2x + (\sin t + 2,5t^2 + 3,1)(1 + t^2)} + 2,3t .$$

ვიპოვოთ  $y$  ფუნქციის მნიშვნელობა  $x$ -ისა და  $t$ -ს შემდეგი მნიშვნელობისათვის:  $x \in [1; 2]$ ,  $h=0,1$ , ხოლო  $t_1=0,13$ ;  $t_2=0,5$ ;  $t_3=1,6$ ;  $t_4=7,3$ ;

$y$ -ის გამოსათვლელი ფორმულა შეიცავს სტანდარტულ ნაწილს, რომელიც წარმოადგენს შემდეგ არითმეტიკულ გამოსახულებას:

$$(\sin Z + 2,5 Z^2 + 3,1)(1 + Z^2) .$$

მრიცხველში დგას ეს გამოსახულება, როცა  $z=x$ , ხოლო მნიშვნელში  $z=t$ .

ოპერატორულ ფუნქციას მიეცეთ სახელწოდება  $F$ , ხოლო არგუმენტ— $Z$ , ე. ო. გვექნება  $F(Z) = (\sin(Z) + 2.5 * Z * * 2 + 3.1) * (1 + Z * * 3)$ .

$y$ -ის მნიშვნელობის ამობეჭდვა შეიძლება ორი ხერხით: გამათვლელის ყოველ ეტაპზე  $y$ -ის ცალკეული მნიშვნელობის ან გამათვლელის ბოლოს მასივის სახით.

შევადგინოთ პირველი ხერხის შესაბამისი ბლოკ-სქემა (ნახ. 12) და ამ ბლოკ-სქემის შესაბამისი პროგრამა. ამისათვის საჭიროა წინასწარ შევარჩიოთ სპეციფიკაციები: წაკითხვის სპეციფიკაცია  $t$ -სათვის იყოს  $F 3,2$ , მაშინ მონაცემები პერფორმირებულ დადრანული უნდა იყოს ამ სპეციფიკაციის მიხედვით შემდეგი სახით: — 130501 60730. გარდა წაკითხვის სპეციფიკაციისა, უნდა დავასახელოთ პასუხის ამოსაბეჭდი სპეციფიკაცია. ვთქვათ,  $E 12,5$ ;

შესაბამის ფორტრან-პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

	DIMENSION T(4)
7	FORMAT (4 F 3 2)
	F(Z)=(sin(Z)+2.5 *Z * *2+3) *(1+Z * *3)
	READ (5,7) T
	x=1
1	DO 2 I=1,4
	Y=F(x)/(1.2 * X+F(T(I))+2.3 *T(I)
2	WRITE (6,4) y
4	FORMAT (1x, 'y=', E 12.5)

3	$x = x + 0.1$ $1F(x-2) 1, 1, 3$ STOP END
---	---

შევადგინოთ იმავე ამოცანის ამოხსნის ბლოკ-სქემა მეორე ხერხით. ამისათვის საჭიროა წინასწარ აღვწეროთ  $y$ -ის მნიშვნელობები მასივის სახით, როგორც მართკუთხა მატრიცა, განზომილებით (4 X 11) (ნახ. 13).

შევინარჩუნოთ წინა პროგრამაში გამოყენებული სპეციფიკაციები. მაშინ ფორტრან-პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

2	DIMENSION T(4), y(4, 11) $F(Z) = (\sin(Z) + 2.5 * Z * * 2 + 3.1) * (1 + Z * * 3)$ READ (5,2) T FORMAT (4 F 3.2)
4	$x = 1$ DO 3 I = 1, 4 DO 4 J = 1, 11
4	$Y(I, j) = F(x) / (1.2 * * + F(T(I)) + 2.3 * T(I))$
3	$X = X + 0.1$
8	WRITE (6,8)((Y(I, j), I = 1, 4), j = 1, 11)
	FORMAT (11(1x, 4E12.5))
	STOP
	END

ოპერატორულ ფუნქციას აქვს ერთი უარყოფითი მხარე, ის არ შეიძლება გამოვიყენოთ მაშინ, როცა სტანდარტული ნაწილის ალგორითმს შეესაბამება ერთზე მეტი ოპერატორი. ასეთ შემთხვევაში გამოიყენება ქვეპროგრამა—ფუნქცია ან ქვეპროგრამა—ოპერატორი.

2) ქვეპროგრამა—ფუნქცია წარმოადგენს ცალკე დამოუკიდებელ პროგრამას. მასზე მიმართვა წარმოებს ძირითად პროგრამაში ან სხვა ქვეპროგრამაში ოპერატორული ფუნქციის ანალოგიურად. ზოგადად ქვეპროგრამა-ფუნქციას აქვს შემდეგი სტრუქტურა:

FUNCTION დასახელება ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ )  
 ფორმალური პარამეტრების აღწერა

ალგორითმის შესაბამისი ოპერატორების მიმდევრობა  
**RETURN**  
**END**

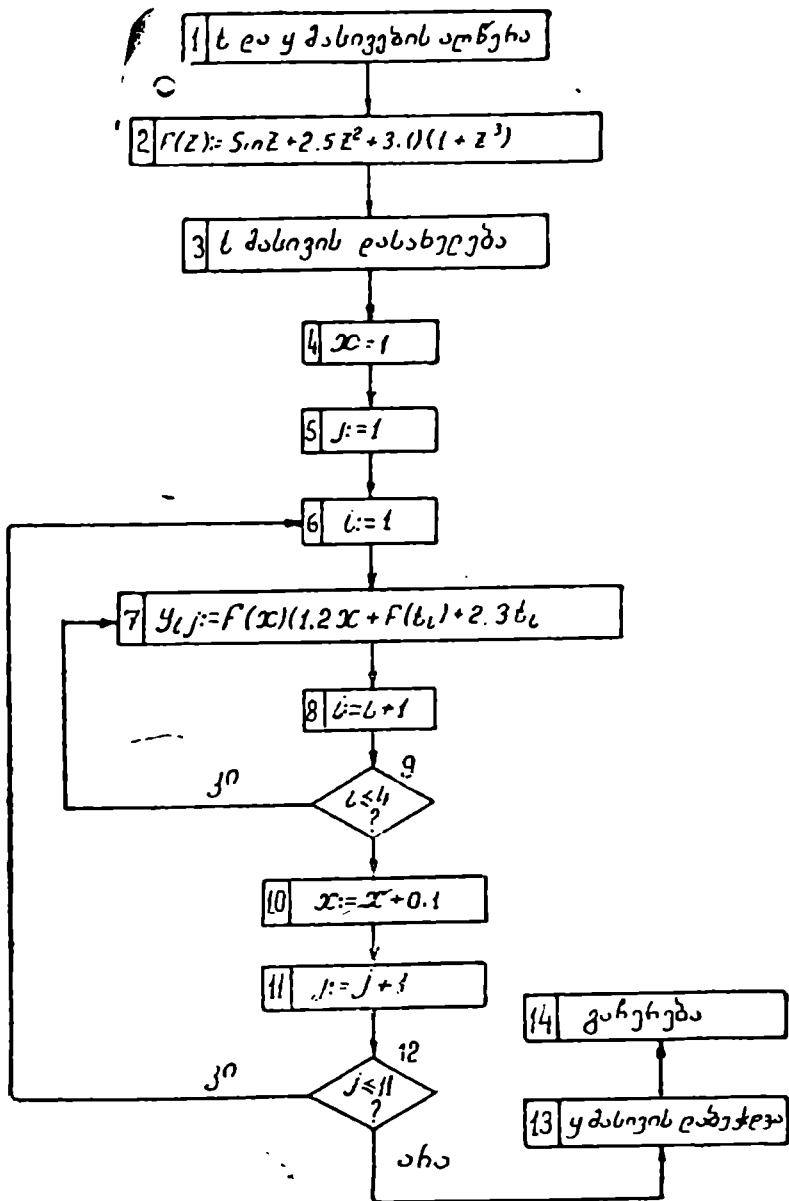
სადაც **FUNCTION** ნიშნავს ფუნქციას, ქვეპროგრამის დასახელებას ვარჩევთ ისე, როგორც ოპერატორული ფუნქციის შემთხვევაში, ხოლო  $A_1, A_2, \dots, A_n$  წარმოადგენენ ფორმალურ პარამეტრებს, თუ რომელიმე ფორმალური პარამეტრი ქმნის მასივს, მაშინ ის უნდა აღვწეროთ. ქვეპროგრამა-ფუნქცია მთავრდება სიტყვებით **RETURN** (დაბრუნება) და **END** (ბოლო). ქვეპროგრამა-ფუნქციის შედგენისას უნდა გავითვალისწინოთ, რომ შედეგი მიენიჭოს ფუნქციის დასახელების შესაბამის იდენტიფიკატორს, ამიტომ თუ შედეგი მთელია, მაშინ დასახელებაც უნდა შევარჩიოთ მთელი ტიპის.

ქვეპროგრამა-ფუნქციის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი სახის მაგალითები: ვთქვათ, მოცემულია ორი ვექტორი  $A(a_1, a_2, \dots, a_{10}), B(b_1, b_2, \dots, b_{10})$ . ამოვარჩიოთ ცალ-ცალკე  $A$  და  $B$  ვექტორის კომპონენტებს შორის მაქსიმალური და ვიპოვოთ

$$S = \frac{\max a_i \cdot \max b_i}{\max a_i + \max b_i}$$

გამოსახულების მნიშვნელობა. როგორც ვხედავთ, სტანდარტულ ნაწილს წარმოადგენს მაქსიმუმის ამორჩევის ალგორითმი, ამიტომ მისთვის ცალკე უნდა შევადგინოთ ქვეპროგრამა ფუნქცია და გამოვყენოთ ძირითად პროგრამაში.

1 ... 5	78 ... ძირითადი პროგრამა 72	73 ... 80
	DIMENSION A(20), B(35)	1
	READ (5,20) A, B	2
20	FORMAT (20 F 5.2, 35F 7.3)	3
	S1=AMAX (A, 20)	4
	S2=AMAX (B, 35)	5
	S=(S1+S2)/(S1 * S2)	6
	WRITE (6,50) S	7
50	FORMAT (2x, 'ЗНАЧЕНИЕ ---S, E 11.4	8
	STOP	9
	END	10



ნახ. 13

ქვეპროგრამა—ფუნქცია

```

FUNCTION AMAX (C, N)
DIMENSION C(N)
AMAX=C(1)
DO 1I=2,N
1F (C(I)—AMAX) 1, 1, 2
2 AMAX=C(I)
1 CONTINUE
RETURN
END
    
```

მე-4 და მე-5 ოპერატორებით ძირითადი პროგრამა მიმართავს ქვეპროგრამა ფუნქციას დასახელებით AMAX, შეიძლება მე-4 და მე-5 ოპერატორები არ გამოვიყენოთ, მაშინ მე-6 ოპერატორი მიიღებს სახეს

$$S = ( \cdot \text{MAX}(A, 20) + \text{AMAX}(B, 35) ) / ( \text{AMAX}(A, 20) \text{AMAX}(B, 35) ).$$

ქვეპროგრამაში გამოყენებული ცვლადები და ქდეები შეიძლება გამოვიყენოთ ძირითად პროგრამაშიც. ძირითად პროგრამაში ქვეპროგრამაზე მიმართვა წარმოადგენს არითმეტიკულ გამოსახულების ერთ-ერთ ოპერანდს-სამოქმედო სიდიდეს.

ქვეპროგრამა-ოპერატორი. თუ სტანდარტული ნაწილის ალგორითმს შეესაბამება რამდენიმე ოპერატორი, ხოლო პასუხს წარმოადგენს მასივი, მაშინ ხელსაყრელია გამოვიყენოთ ქვეპროგრამა-ოპერატორი. ქვეპროგრამა ფუნქციის შემთხვევაში გამოთვლილი მნიშვნელობა უნდა მივანიჭოთ ფუნქციის დასახელებას, ხოლო ქვეპროგრამა ოპერატორის დროს ფორმალურ პარამეტრს. ზოგადად ქვეპროგრამა ოპერატორის სტრუქტურას აქვს შემდეგი სახე:

```

SUBROUTINE დასახელება (A1, A2, ... An)
ფორმალური პარამეტრების აღწერა
ალგორითმის შესაბამისი ოპერატორების მიშლევრობა
RETURN
END
    
```

ქვეპროგრამაზე მიმართვა წარმოებს შემდეგი ოპერატორის საშუალებით: CALL დასახელება (B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, ... , B<sub>n</sub>), ე. ი. მიმართვისას ფორმალური პარამეტრები A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ... , A<sub>n</sub> იცვლება ფაქტიური B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, ... , B<sub>n</sub> პარამეტრებით.

ქვეპროგრამაში მიმართვა არ შეიძლება გამოვყენოთ არითმეტიკულ გამოსახულებაში როგორც ოპერანდი. მისი დასახელება ქვეპროგრამა ფუნქციისაგან განხვევებით დაკავშირებული არ არის შედეგთან, ამიტომ ქვეპროგრამა ოპერატორის დასახელება შეიძლება ავიღოთ ნებისმიერად.

მოვიყვანოთ ქვეპროგრამა ოპერატორის შესაბამისი მაგალითი.

$$y = 2,7x^7 + 1,3x^6 - 12x^5 + x - 0,14$$

გამოვითვალოთ მნიშვნელობები შემდეგი  $x$ -ებისათვის:

$$x \in [1; 2], \quad h_1 = 0,1; \quad x \in [5; 6], \quad h_2 = 0,01; \quad x \in [10; 12], \quad h_3 = 0,001;$$

როგორც ვხედავთ, თითოეულ სეგმენტში  $x$ -ის მნიშვნელობები გვაძლევს მასივებს, ხოლო  $y$  ის გამოთვლის ალგორითმი ერთი და იგივეა, ე. ი. სტანდარტულია.  $y$ -ის მიღება მასივის სახით გავაფორმოთ ქვეპროგრამა ოპერატორის საშუალებით

[1; 2] — სეგმენტზე წერტილთა რაოდენობა  $N1 = 11$ ;

[5; 6] — სეგმენტზე —  $N2 = 101$ ;

[10; 12] — სეგმენტზე —  $N3 = 2001$ .

$y$ -ის მნიშვნელობების მისაღებად ვისარგებლოთ პორწერის სქემით. ქვეპროგრამა შევადგინოთ  $n$ -ური ხარისხის პოლინომისათვის. პოლინომის კოეფიციენტები აღვნიშნოთ  $A$  მასივით, ე. ი.

$$Z = a_1 t^n + a_2 t^{n-1} + a_3 t^{n-2} + \dots + a_n t + a_{n+1} = (\dots(((a_1 t + a_2)t + a_3)t + a_4)t + \dots + a_n)t + a_{n+1}$$

მუშა ფორმულა ასე დაიწერება  $Z = Zt + a_i$ ,

ალგორითმის შესაბამის ბლოკ-სქემას შემდეგი სახე აქვს (იხ. ნახ.14).

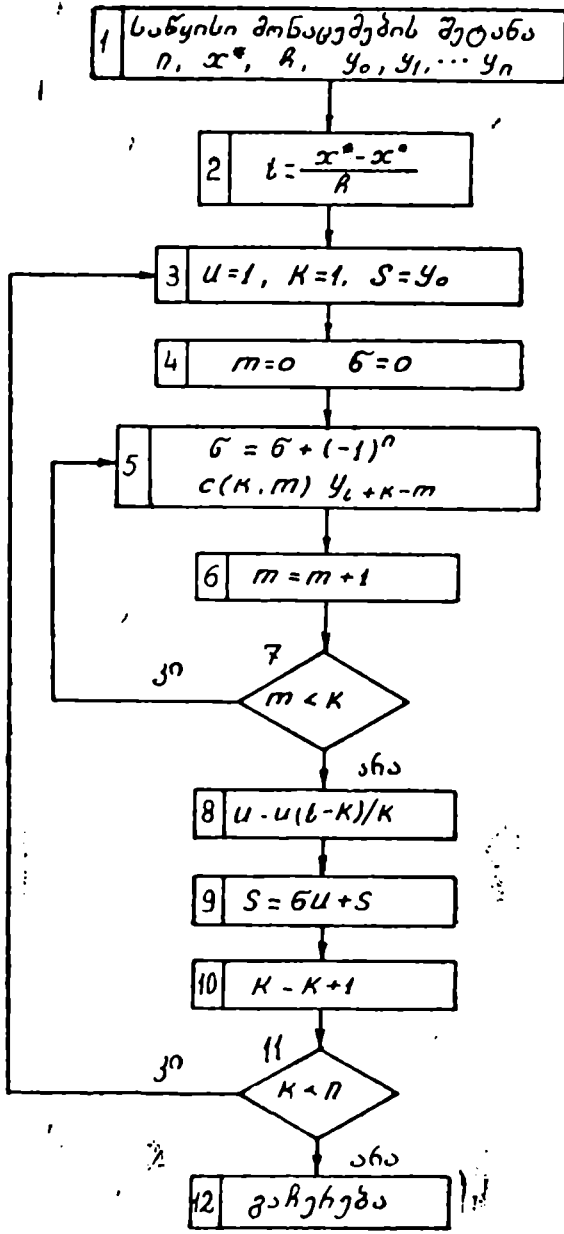
პოლინომის გამოთვლის ალგორითმი ბლოკ-სქემის შიხედვით

```

SUBROUTINE POLINOM (A, N, Z, M, B, H)
DIMENSION A(N), Z(M)
T=B
DO 1 J=2,M
Z(J)=A(1)
DO 2 I=1,N
2 Z(J)=Z(J) * T + A(I)
1 T=T+H
RETURN
END

```

სადაც  $A$  არის კოეფიციენტების მასივი;



სახ. 14



- Z არის პოლინომის არგუმენტი;
- T — პოლინომის მნიშვნელობათა მასივი მოცემულ შუალედში;
- N — პოლინომის რიგი ერთით გადიდებული;
- M — წერტილთა რაოდენობა მოცემულ შუალედში;
- B — შუალედის საწყისი მნიშვნელობა;
- H — არგუმენტის ცვლილების ბიჯი.

ქვეპროგრამა ოპერატორი, ზემოთ მოყვანილი მაგალითისათვის გამოიყენება ძირითად პროგრამაში, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

1	2	3	4	5	6	7	ძირითადი პროგრამა
							DIMENSION A1(8), Y1(11), Y2(101), Y3(2001)
							READ (5,2) A1
	2						FORMAT (8F 4.2)
							CALL POLINOM (A1, 8, Y1, 11, 1, 2.1)
							CALL POLINOM (A1, 8, Y2, 101, 5, 0.0)
							CALL POLINOM (A1, 8, Y3, 2001, 10, 0.001)
							WRITE (6,4) Y1, Y2, Y3
	4						FORMAT (1X, E 12.4, E 8.1, E 10.3)
							STOP
							END

ეს ძირითადი პროგრამა გამოიყენებს ქვეპროგრამა ოპერატორს და საბოლოოდ ამოიბეჭდება Y1-ის 11 მნიშვნელობა, Y2-ის 101 მნიშვნელობა, Y3-ის 2001 მნიშვნელობა.

### § 7. EQUIVALENCE, COMMON, EXTERNAL ოპერატორები

ეს სამი ძირითადი არაშემსრულებელი ოპერატორი პროგრამისტს ეხმარება ცვლადების დასახელებისა და ემ-ის მემორიების უჯრედებში მათი განაწილებისათვის.

ოპერატორი EQUIVALENCE საშუალებას გვაძლევს ორი ან მეტი ცვლადის მნიშვნელობა შევინახოთ ერთსა და იმავე მემორიების უჯრედში. ამ ოპერატორის გამოყენება ხელსაყრელია ორ შემთხვევაში:

1) თუ დასაპროგრამებელი აპოცანა დიდია, შეიძლება ის დაიყოს ცალკეულ ნაწილებად და თითოეული ნაწილისათვის შედგეს პროგრამა. ასეთ შემთხვევაში შეიძლება ერთი და იგივე არგუმენტი—პარამეტრი აღნიშნულ იქნეს სხვადასხვა ცვლადით. პროგრამის გაერთიანებისას არ არის აუცილებელი პროგრამის ხელახლა გადაწერა, საკმარისია გამოვიყენოთ ოპერატორი  $EQVIVALENCE(x, y, z)$  და ფრჩხილებში მძიმით გამოვყოთ ეს ცვლადები. ასე მაგალითად, ალგორითმი დამოკიდებულია  $X$  ცვლადზე. პროგრამის შედგენისას კი შემთხვევით იშავე დანიშნულების ცვლადისათვის შემოღებულ იქნა აღნიშვნები  $Y, Z$ . საბოლოო პროგრამაში მათ რომ ჰქონდეთ ერთი და იგივე მნიშვნელობა, ამისათვის უნდა გამოვიყენოთ ოპერატორი  $EQVIVALENCE(x, y, z)$  და ამით შეცდომა გასწორდება.

2) თუ პროგრამაში გვხვდება ისეთი ცვლადები, რომელთა გამოყენება საჭირო არ არის ერთდროულად, მაშინ მათთვის საკმარისია ვისარგებლოთ ერთი მეხსიერების უჯრდით, ასე, მაგალითად, ინფორმაციის შეყვანისას შემოვიღეთ  $I$  ცვლადი, რომელიც შემდეგ გამოთვლებში არ მონაწილეობს. პროგრამის შედგენისას ციკლის  $DO$  ოპერატორში შემოღებულ იქნა  $N$  ცვლადი, რომლის მნიშვნელობა ციკლის დამთავრების შემდეგ საჭირო არ არის, ამავე მიზნით ახალ ციკლში კიდევ შემოღებულ იქნა  $j$ , რომელიც წინა ციკლზე არ არის დამოკიდებული, შემდეგ კი ვთქვათ, დაბეჭდვისას შემოვიღეთ  $M$  ცვლადი.

ასეთ შემთხვევაში, რადგან ეს ცვლადები ერთდროულად არ არის საჭირო, მათთვის საკმარისია გამოიყოს მეხსიერების ერთი უჯრედი. ამას გააქეთებს ოპერატორი

$EQVIVALENCE (I, J, N, M)$

რომელიც ამყარებს ეკვივალენტობას ცვლადებს ან მასივებს ან მასივის ელემენტებს შორის. ასე, მაგალითად,

$DIMENSION C(20), D(20)$

$EQVIVALENCE (A, B), (C, D)$

ამ ოპერატორებით  $D$  და  $C$  ოცელემენტიანი მასივები, აგრეთვე  $A$  და  $B$  მარტივი ცვლადები შესაბამისად განდებიან ეკვივალენტური,  $EQVIVALENCE$  ოპერატორი განსაკუთრებით ხელსაყრელია გამოვიყენოთ მასივების შემთხვევაში. ამ ოპერატორის გამოყენების ფორმა მკვეთრად არის დამოკიდებული ეგმ-ზე გამოყენებული ფორტრანის ვარიანტზე.

განვიხილოთ ამ ოპერატორის გამოყენების კიდევ ერთი მაგალითი. ვთქვათ, პროგრამის დასაწყისში საჭიროა  $C$  მასივი, განზო-

მიღებით ( $100 \times 100$ ). შემდგომ გამოთვლებში კი მისი მნიშვნელობა არ არის საჭირო, მაგრამ საჭიროა ახალი A და B მასივები შესაბამისად ( $50 \times 50$ ) და (100) ელემენტით, მხსიერების უჯრედების ეკონომიას მოახდენენ ოპერატორები:

DIMENSION C(100, 100), A(50, 50), B(100)  
EQ VIVALENSE (C(1), A(1)), (C(2501), B(1)).

ამ ოპერატორებით A მასივის 2500 ელემენტი და C მასივის პირველ 2500 ელემენტს შორის დაშვარებულია ეკვივალენტობა. გარდა ამისა, 2501 ელემენტიდან 2600 ელემენტამდე დაშვარებულია შესაბამისობა B მასივთან.

COMMON ოპერატორი. ჩვენ ვიცით, რომ ქვეპროგრამაში გამოყენებული ცვლადები დამოუკიდებელია ძირითადი პროგრამის ცვლადების დასახელებისაგან. ძირითად პროგრამაში და ქვეპროგრამაში გამოყენებული ცვლადი საზოგადოდ არ არის აუცილებელი გამოსახედეს ერთსა და იმავე სიდიდეს: თუ ეს აუცილებელია, მაშინ ორივე პროგრამაში უნდა გამოვიყენოთ COMMON ოპერატორი.

ამ ოპერატორით შეიძლება დავამყაროთ შესაბამისობაც და ეკვივალენტობაც: ვთქვათ გვაქვს შემდეგი ოპერატორები:

ძირითადი პროგრამა COMMON x, y, I  
ქვეპროგრამა COMMON A, B, J

მაშინ X და A მნიშვნელობა ჩაიწერება ერთსა და იმავე უჯრედში, იგივე მდგომარეობაა Y, B და I, j ცვლადებს შორის. ამავე დროს წარმოებს არა მარტო უჯრედის ეკონომია, არამედ მყარდება შესაბამისობა ძირითადი და ქვეპროგრამის ცვლადებს შორის.

COMMON ოპერატორი ხელსაყრელია გამოვიყენოთ იმ შემთხვევაში თუ საჭიროა დავამყაროთ შესაბამისობა ძირითად და რამდენიმე ქვეპროგრამის ცვლადებს შორის. ასეთ შემთხვევაში ძირითად პროგრამაში და ყველა ქვეპროგრამაში უნდა გამოვიყენოთ COMMON ოპერატორი.

EXTERNAL ოპერატორი. თუ ქვეპროგრამის დასახელება წარმოადგენს სხვა ქვეპროგრამის ფორმალურ პარამეტრს, მაშინ ის უნდა აღწეროს EXTERNAL ოპერატორით, რომელიც წარმოადგენს აღწერით ოპერატორს. ამიტომ ის უნდა მოვათავსოთ პროგრამაში პირველი შემსრულებელი-ოპერატორის წინ. ოპერატორის ზოგად ფორმას აქვს შემდეგი სახე:

EXTERNAL (A, B, C)

სადაც A, B, C წარმოადგენენ იმ ქვეპროგრამის დასახელებებს.

რომლებიც სხვა ქვეპროგრამაში-გამოყენებულია ფორმალურ პარამეტრად. განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი:

ძირითადი პროგრამა

ქვეპროგრამა

```
SUBROUTINE SUB (K, Y, Z)
  IF(K) 4, 6, 6
  EXTERNAL MULT
  4 D=Y(K, Z * * 2)
```

```
CALL SUB (I, MULT, C)
6 RETURN
END
```

ამ მაგალითში MULT არის ფორმალური პარამეტრი SUB ქვეპროგრამაში Y-ის ნაცვლად. Y კი—ქვეპროგრამის დასახელება, ხოლო K და Z ცვლადები შეიცვლებიან I, C პარამეტრებით. თუ K უარყოფითია, მაშინ წარმოებს MULT ქვეპროგრამის გამოძახება, რომელიც ცალკე უნდა გექონდეს.

#### §8. DATA ოპერატორი. NAMELIST ოპერატორი

DATA ოპერატორი გამოიყენება მარტივი ცვლადებისა და მასივის ელემენტებისათვის საწყისი მნიშვნელობების მისანიჭებლად. მას აქვს შემდეგი სახე:

DATA  $a_1, a_2, \dots, a_n/r_1, r_2, \dots, r_k, b_1, b_2, \dots, b_m/k_1, k_2, \dots, k_l, \dots$

სადაც  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m$  ცვლადების ან მასივების ელემენტების იდენტიფიკატორებია;  $r_1, r_2, \dots, r_k, k_1, k_2, \dots, k_l$  შესაბამისი მნიშვნელობებია, ცვლადებსა და რიცხვით მნიშვნელობებს შორის უნდა იყოს დამყარებული ურთიერთცალსახა თანადობა. თუ რომელიმე მნიშვნელობა მეორდება, მაშინ უნდა გამოვიყენოთ მნიშვნელობების ჩაწერისას ჯერადობა.

მაგალითად მოცემულია ოპერატორი

DATA A, B/Ø.15, 3.2/, j, I, K/2\*3, .TRUE. |

სადაც K ცვლადი წინასწარ LOGICAL ოპერატორით უნდა იყოს აღწერილი. ამ ოპერატორით A-ს მიენიჭება მნიშვნელობა 0,15; B—მნიშვნელობა 3.2; j და I ცვლადების მნიშვნელობაა 3, K ცვლადის—მნიშვნელობა .TRUE.

განვიხილოთ მასივის მაგალითი.

DIMENSION A(10) \* B(5).

DATA A/10\* 0.0/, B/1.3, 0.1, -5.2, 1., 2.5/

აღნიშნული ოპერატორით A—მასივის ყველა ელემენტი მითვლება 0.0 მნიშვნელობას, ხოლო  $B_1=1.3$ ;  $B_2=0.1$ ;  $B_3=-5.2$ ;  $B_4=1.0$ ;  $B_5=2.5$ .

**შენიშვნა:** DATA ოპერატორის გამოყენებისას ცვლადის ტიპი და მნიშვნელობის ტიპი უნდა შეესაბამებოდეს ერთმანეთს.

ფორტრან-ენის დამატებით შესაძლებლობას წარმოადგენს NAMELIST ოპერატორი. რომლის საშუალებით შესაძლებელია FORMAT ოპერატორის შეცვლა NAMELIST ოპერატორით. მის ფორმულას აქვს შემდეგი სახე:

NAMELIST (X) სია (Z) სია

სადაც X და Z წარმოადგენს NAMELIST-ის სახელს, ხოლო სია მარტივი ცვლადის ან მასივის ელემენტების. ან მასივების იდენტიფიკატორებია. სიაში ელემენტები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა მძიმით.

NAMELIST ოპერატორის შემდეგ უნდა გამოვიყენოთ წაკითხვის ან ბეჭდვის ოპერატორები შემდეგი ფორმით:

READ (n, x)  
WRITE (n, x)

სადაც n შეყვან-გამომყვანი მოწყობილობის არხის ნომერია, ხოლო დახრილ ხაზებში მოთავსებული X წარმოადგენს NAMELIST ოპერატორის სახელს. შეყვანისას მონაცემები უნდა მომზადდეს სპეციალური ფორმით. ამ დროს აუცილებელი არ არის იმავე რიგით მოვამზადოთ ისინი, როგორც მითითებულია NAMELIST ოპერატორში.

განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი:

DIMENSION j(3)  
NAMELIST |NAME1| A, B, j  
READ (5, NAME1)

მონაცემების ბარათი უნდა მომზადდეს შემდეგნაირად:

—f NAME1 — j=2,2\*1, A=3,51, B=-1.3, f END

მაშასადამე  $j(1)=2$ ,  $j(2)=j(3)=1$ ;  $A=3.51$ ,  $B=-1.3$

ბარათის მომზადების წესი მდგომარეობს შემდეგში:

1. პირველ პოზიციაში უნდა დავეტოვოთ შუალედი —;
2. მეორე სიმბოლოს წარმოადგენს f;
3. f სიმბოლო უნდა უსწრებლეს ყოველგვარი ინტერვალის გარეშე NAMELIST-ის სახელს;
4. სახელის შემდეგ საჭიროა ინტერვალი;
5. თითოეული წევრი ერთმანეთისაგან გამოიყოფა მძიმით;
6. მუდმივები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა მძიმით;
7. • წინ მდგომი რიცხვი გვიჩვენებს ჯერადობას;
8. ინფორმაცია თავდება fEND რომელიც შეიძლება გამოიყოს წინა წევრისაგან მძიმით, მაგრამ ეს არის აუცილებელი.

WRITE (6, NAME1)

ბეჭდვის აღმნიშვნელი ოპერატორით მონაცემები დაიბეჭდება შემდეგნაირად:

I სტრიქონი — fNAME1

II სტრიქონი — A=3.51, B=1,3, J=2, 1, 1

III სტრიქონი — fEND

ამრიგად, ინფორმაციის გამოტანა სრულდება შემდეგნაირად: პირველ სტრიქონზე იბეჭდება — f <სახელი>, მომდევნო სტრიქონზე განაწილდება გამოსატანი ინფორმაცია იმ თანამიმდევრობით, რომელიც მითითებულია NAMELIST ოპერატორში, ბოლო სტრიქონებზე — fEND.

ინფორმაციის მომზადებისას ყოველი სახელი და ყოველი მნიშვნელობა მთლიანად უნდა მოვათავსოთ ერთ სტრიქონზე (გადატანა დაუშვებელია); დასაშვებია;—გამოვიყენოთ ბლანკზე სტრიქონის რაიმე ნაწილი (სტრიქონის ბოლომდე შევსება არ არის აუცილებელი); ცვლადის ან მასივის სახელწოდება შეიძლება მოვათავსოთ ერთ სტრიქონზე, ხოლო შესაბამისი მნიშვნელობები მომდევნო სტრიქონზე.

ინფორმაციის გაცვლის მაგალითები READ, WRITE და FORMAT ოპერატორების გამოყენებით.

1. ინფორმაციის ერთ სტრიქონზე განაწილება.

მაგალითი 1.  $Ax^2 + Bx + C$  განტოლების ამოხსნისას პროგრამაში ნაშდელი A, B, C კოეფიციენტების წაკითხვა განვიხილოთ Fw,d ფორმატით (სპეციფიკაციით).

ვთქვათ, კოეფიციენტები მოცემულია მძიმის შემდეგ 4 ხიშნის სიზუსტით და მნიშვნელობა არ აღემატება  $10^3$ . ამრიგად, მთელი ნაწილისათვის საჭიროა 3 პოზიცია, 4—წილადი ნაწილისთვის, 1 პოზიცია ათობითი წერტილისათვის და ნიშნისათვის, ე. ი, აუცილებელია F 9.4 ფორმატი. A, B, C რიცხვები მოვათავსოთ ერთ სტრიქონზე, გვექნება:

READ (5, 2) A, B, C

2 FORMAT (3 F 9.4)

თუ  $A=3,174$   $B=-17,2541$   $C=-1,1$  მაშინ ბლანკის ერთ სტრიქონზე ინფორმაცია მომზადდება შემდეგნაირად.

1 1 10 20  
| | | 3 | 0 | 1 | 7 | 4 | 0 | | 1 | 7 | 0 | 2 | 5 | 4 | 1 | | | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | | | | . . .

მაგალითი 2. P და T ნამდვილი ცვლადების და X მასივის ელემენტები შევიყენოთ F 7.2 სპეციფიკაციით.

თითოეული მნიშვნელობის წასაკითხად გამოიყენება F 7.2 სპეციფიკაცია. ექვსივე მნიშვნელობა მოკვთავსოთ ერთ სტრიქონზე

DIMENSION X(4)

READ(5,4) P, T, X

4 FORMAT(6 F 7.2)

მაგალითი 3. მოცემულია დადებითი ელემენტიანი M მასივი, რომლის თითოეული ელემენტი არაუმეტეს სამნიშნა რიცხვია. მათი ჩაოდენობა აღვნიშნოთ N-ით, ხოლო მასივის მნიშვნელობებისათვის გამოვიყენოთ I3 ფორმატი, ჩაოდენობისათვის კი I2. გვექნება:

DIMENSION M(26)

READ(5,1) N, (M(K), K=1,N)

თუ  $N \leq 26$ , მაშინ ამ ოპერატორით ინფორმაციის წაკითხვა შესრულდება სწორად, თუ  $N > 26$ , მაშინ წაკითხვა ა-ასწორად შესრულდება, ვინაიდან 27-ე ელემენტის წასაკითხად გამოიყენება I2 სპეციფიკაცია და არა I3.

II. ინფორმაციის განაწილება ბლანკის რაოდენივე სტრიქონზე.

მაგალითი 4. პროგრამაში A, B, C ნამდვილი ცვლადის მნიშვნელობები შეგვყავს F 13.4 ფორმატით L მასივი 17 ფორმატით. განვიხილოთ მონაცემების შემდეგი განაწილება: (თითოეული სტრიქონი შეიძლება ბოლომდე არ იყოს შევსებული).

1 სტრიქონზე მოკვთავსოთ A, B, C

2 სტრიქონზე  $L_1, L_2, \dots, L_{10}$

3 სტრიქონზე  $L_{11}, L_{12}, \dots, L_{20}$

4 სტრიქონზე  $L_{21}, L_{22}, \dots, L_{30}$

შესაბამისად გვექნება ფორმატები 3F13.4/10I7/10I7/10I7. შემოკლებული ჩაწერა 3F13.4/3(10I7) არ არის სწორი, რადგან 3(10I7) გვიჩვენებს 30 ელემენტის წაკითხვას ერთი ბარათიდან თუ განმეორებადი ფორმატი ჩამკეტს წარმოადგენს, მაშინ ის შეიძლება ჩავსვათ ფრჩხილებში, ე. ი. გვექნება 3F13.4/(10I7) ამრიგად გვექნება:

	DIMENSION L(30)
	READ (5,5) A, B, C, L
5	FORMAT (3F13.4/10I7/10I7/10I7)

ა5 5 FORMAT (3F13.4/(10I7))

მაგალითი 5. L მასივი შევითანოთ პროგრამაში I7 სპეციფიკაციით. ერთ სტრიქონზე მოვათავსოთ 10 რიცხვი, მაშინ ცხადია დაგვიკრძდება 3 სტრიქონი. ფორმატი ასეთ სახეს მიიღებს:

	DIMENSION L(30)
	READ (5,7) L
7	FORMAT (10I7)

მაგალითი 6. მოცემულია A, B, C, D ნამდვილი ცვლადები F 11.5 ფორმატით. L(30) მასივი I7 ფორმატით და Q(1200) მასივი F 12.4 ფორმატით. გამოვიყენოთ შემდეგი ოპერატორები:

READ (5,5) A, B, C, D, L, Q

5 FORMAT (4F 11.4/10I7/10I7/10I7/(6F 12.4))

ინფორმაცია მოვამზადოთ შემდეგნაირად:

1. სტრიქონზე A, B, C, D
2. სტრიქონზე  $L_1, L_2, \dots, L_{10}$
3. სტრიქონზე  $L_{11}, L_{12}, \dots, L_{20}$
4. სტრიქონზე  $L_{21}, L_{22}, \dots, L_{30}$
5. სტრიქონზე  $Q_1, Q_2, \dots, Q_6$
- $Q_7, Q_8, \dots, Q_{12}$
- 
- 
- 
- 

მასივი განლაგდება 200 სტრიქონზე, წაკითხვა შესრულდება თითოეული სტრიქონის მიხედვით. რადგან 200 ჯერ 6F 12.4 ფორმატის გაშვორება მოუხერხებელია, ამიტომ Q მასივი განვიხილოთ როგორც ჩამკეტი მასივი (ბოლო). ასეთ შემთხვევაში 6F 12.4 ფორმატი შეიძლება ჩავსვათ ფრჩხილებში.

მაგალითი 7. მოცემულია M(500) მასივი I6 ფორმატით და A(20, 20) მასივი F 12.4 ფორმატით. M მასივისათვის საჭიროა 39 სტრიქონი, ასევე A მასივისათვის 67 სტრიქონი. წაკითხვისას M მასივისათვის და-



გვეჩვენებს 39-ჯერ 13I6 ფორმატის ჩაწერა, ხოლო A მასივისათვის 6F 12.4 ფორმატის 67 ჯერ განმეორება. ასეთი ფორმატი—ოპერატორი პროგრამაში მოუხერხებელია, ამიტომ READ ოპერატორი გამოიყენოთ ორჯერ შესაბამისი ფორმატებით:

	DIMENSION M(50), A(20, 20)
	READ (5,2) M
2	FORMAT (13I6)
	READ (5, 3) A
3	FORMAT (6F 12.4)

აღნიშნული ოპერატორებისათვის M მასივი 13I6 ფორმატით განაწილდება 39 სტრიქონზე, ხოლო 40 სტრიქონიდან ვიწყებთ A მასივს 6F 12.4 ფორმატით. M და A მასივების ბოლო სტრიქონები მაქსიმალურად არ არის შევსებული, მაგრამ ეს ხელს არ უშლის ინფორმაციის სწორად შეყვანას.

მაგალითი 8. T მასივის 6 ელემენტის მნიშვნელობები დავბეჭდოთ ერთ სტრიქონზე F10.2 ფორმატით, სადაც 2 პოზიცია წილადია, 3 მთელი ნაწილისათვის, ნიშანს და ათობით წერტილს თითო-თითო პოზიცია, ე. ი. სულ 7 პოზიცია. დარჩენილი 3 პოზიცია გამოიყენება რაცხვებს შორის შუალედისათვის. ბეჭდვა დავიწყოთ 20 ინტერვალს გამოტოვებით. ამრიგად გვექნება

```
WRITE (6,2) T
2 FORMAT (20X, 6F 10.2)
```

მაგალითი 9. დავბეჭდოთ F 10.3 ფორმატით P(100) მასივის ელემენტები დასაწყისში გამოვტოვოთ 5 პოზიცია. ფართო ფორმატის ქალაღის ერთ სტრიქონზე თავსდება 120 სიმბოლო. მაქსიმალურად განაწილებული ინფორმაციისათვის გვექნება:

```
WRITE (6,10) P
10 FORMAT (5X, 11F 10.3)
```

ამრიგად, გარდა ბოლო სტრიქონისა, თითოეულ სტრიქონზე დაიბეჭდება მასივის 11 ელემენტი.

მაგალითი 10. დავბეჭდოთ P(100) მასივის მნიშვნელობები F 7.2 სპეციფიკაციით, ტექსტური ინფორმაციის გამოყენებით.

```
WRITE (6,5) (K, P(K), K=1,100)
5 FORMAT (51X, 'P(', I3, ') = ', F 7.2)
```

ქალაქის ეკონომიის მიზნით ერთ სტრიქონზე დაებეჭდოს P მასივის 6 ელემენტი. გვექნება:

```
WRITE (6,9) (K, P(K), K=1,100)
9 FORMAT(7X, 6(P(, I3, ) _ _ _', F 7.2, 4X)
```

მაგალითი 11. ყოველ სტრიქონზე დაებეჭდოს X(8) მასივის ელემენტის რიგითი ნომერი, მნიშვნელობა და A(8,8) მასივის 6 ელემენტარული ყოველ სტრიქონზე. გვექნება

```
WRITE (6,1) (K, X(K), (A(K, M), M=1,6), K=1,8)
1 FORMAT (21X, I1, 10X, F 7.2, 10X, 6F10.3)
```

### სავარჯიშოები

1) მოცემულია  $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$  და  $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$  ვექტორები. ვიპოვოთ  $S = \min a_i + \min b_i$ . მინიმუმის პოვნის ალგორითმი გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

2) მოცემულია ფუნქცია

$$y = \frac{3\sqrt{x+1,5} - 2x\sqrt{2x+2,3}}{x^2\sqrt{x+0,2} + \sqrt{x}}$$

იპოვეთ  $y$ -ის მნიშვნელობა, როცა  $x=0,31$ :  $\sqrt{x}$ -ის გამოთვლა გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით  $\epsilon=10^{-8}$ .

3) იპოვეთ

$$y = \frac{2,3x^7 + 5,2x^4 + 2,13x^3 + 0,1x - 0,15}{\sin x + 2,17x^5 + 0,161x^4 + x^2 + 121,4 + 0,122}$$

ფუნქციის მნიშვნელობები, როცა  $x \in [1; 2]$ ,  $h \in [0,1]$ ;  $n$  რიგის შრავილწევრის გამოთვლა პორნერის სქემით გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით

4) იპოვეთ

$$y = \frac{\sum_{i=1}^5 a_i + \sum_{i=10}^{15} a_i}{\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 + \sum_{i=4}^{12} a_i}$$

სიღაც  $a_i \in \mathbb{R}, (i=1, 2, \dots, 15)$

ჯამის გამოთვლის ალგორითმი გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

5) იპოვეთ

$$z = \frac{(1+x)(1+2x) \dots (1+20x)}{(1+y)(1+2y) \dots (1+15y)}$$

სიდაც  $y \in (1; 2)$ ;  $h=0,01$ ,  $x \in [0; 1]$ ,  $h=0,1$  ხოლო  $(1+t)(1+2t) \dots (1+nt)$  ნამრავლის გამოთვლა გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

6) გამოთვალეთ

$$S(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{2x} + e^{-2x}}$$

ფუნქციის მნიშვნელობები სეგმენტზე  $[2; 3]$ , ბიჯით  $h=0,1$ ,  $e^{-x}$ -ის გამოთვლა გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

7) გამოთვალეთ

$$y = \begin{cases} 2,5x^7 - 1,3x^6 + 0,12x^4 - 31,2x^2 + 7,01x^2 + 1,3 & \text{როცა } x < 2 \\ 0,13x^6 + x^4 - 1,11x^2 + 0,12x - 0,22 & \text{როცა } 2 \leq x \leq \sqrt{3} \end{cases}$$

ფუნქციის მნიშვნელობები სეგმენტზე  $[1; 3]$ , ბიჯით  $h=0,01$ . პოლინომის გამოთვლა ჰორნერის სქემით გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

$$M(x) = \begin{cases} \frac{x^3 \cdot 7!}{\sqrt{x+1} + 10!} & \text{როცა } x < 2 \\ (8! + x)x^2 & \text{როცა } 2 \leq h \leq 4,2 \end{cases}$$

ფუნქციის მნიშვნელობები სეგმენტზე  $[1; 4,2]$ , ბიჯით  $h=0,2$ . ფაქტორიალის გამოთვლა გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

9) გამოთვალეთ

$$S(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{k}$$

ფუნქციის მნიშვნელობები სეგმენტზე  $[0,1; 1]$ ,  $[1,01; 2,02]$ ; შესაბამისად ბიჯით  $h_1=0,01$ ;  $h_2=0,1$  და სიზუსტით  $\epsilon_1=10^{-5}$ ;  $\epsilon_2=10^{-6}$ .

$S(x)$  ის გამოთვლის ალგორითმი გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.

10) მოცემულია მატრიცა

$$A = \{a_{ij} \mid \begin{matrix} i=1, 2, \dots, m \\ j=1, 2, \dots, n \end{matrix}\}$$

გამოთვალეთ  $B$  და  $C$  ვექტორების კომპონენტები ფორმულებით:

$$b_j = \sum_{i=1}^n a_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$c_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, n$$

ჯამის ალგორითმი გააფორმეთ ქვეპროგრამის სახით.  
11) გამოთვალეთ

$$z(x, y) = \frac{\sqrt{x+1}(1+x^2) - 3 \sin y}{\sqrt{y+1}(1+y^2) + \cos \frac{x}{2}}$$

ფუნქციის მნიშვნელობები სეგმენტზე  $x \in [1; 2]$ ;  $y \in [1.5; 3]$ , ბიჯით  $h=0,1$ . პროგრამის შედეგენისას გამოიყენეთ ქვეპროგრამის მეთოდი.

12) იპოვეთ  $\ln 2$ -ის მიახლოებითი მნიშვნელობა  $\varepsilon = 10^{-6}$  სიზუსტით. ამისათვის ისარგებლეთ რიცხვითი მწყობრით

$$\ln 2 = 2 \left( \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 3^3} + \frac{1}{5 \cdot 3^5} + \dots + \frac{1}{(2P+1) \cdot 3^{2P+1}} + \dots \right)$$

რომლის ნაშთითი წევრი ფასდება უტოლობით

$$P_p < \frac{1}{(2P+1) \cdot 3^{2P-1}}$$

### §6. ფორტრან-პროგრამის დამუშავება DOC/EC და OC/EC სისტემებში

ოპერაციული სისტემა წარმოადგენს პროგრამათა კომპლექსს, რომელიც უზრუნველყოფს ეგმ-ის უწყვეტ მუშაობას, ეგმ ზე მომუშავე ოპერატორის მინიმალური ჩარევით,

EC-ში (ერთიან სისტემაში) გაერთიანებულია დიდი და მცირე მოდელის ეგმ-ები. დიდი მოდელისათვის გამოიყენება ოპერაციული სისტემა OC/EC, ხოლო მცირე მოდელისათვის ეფექტურია დისკური ოპერაციული სისტემა DOC/EC.

ტრანსლატორი ეწოდება პროგრამას, რომელიც რომელიმე პროგრამულ ენაზე ჩაწერილ პროგრამას გარდაქმნის მანქანურ ენაზე ან ობიექტური მოდულების ფორმატში.

ტრანსლატორს, რომელიც რომელიმე ალგორითმულ ენაზე ჩაწერილ პროგრამას გარდაქმნის, და დაიწყებს მის შესრულებას ეწოდება კომპილატორი.

ტრანსლატორს, რომელიც ცალკეულ ოპერატორებს გარდაქმნის და იქვე ასრულებს, ეწოდება ინტერპრეტორი.

ამრიგად, საწყის ტექსტ-პროგრამას, რომელიც შეგვყავს ეგზ-ში, ეწოდება საწყისი მოდული, ან მომხმარებლის პრობლემური პროგრამა.

კომპილაციის შედეგად მიღებულ ბრძანებათა ერთობლიობას ეწოდება ობიექტური მოდული.

ოპერატიულ მეხსიერებაში ჩასატვირთ და შესასრულებელ, ალგორითმის შესაბამის, მანქანურ ბრძანებათა ერთობლიობას ეწოდება ჩასატვირთი ან აბსოლუტური მოდული.

სისტემურ დამუშავებელ პროგრამას, რომელიც უზრუნველყოფს ობიექტური პროგრამის გარდაქმნას აბსოლუტურ მოდულად ეწოდება რედაქტორი.

ოპერაციულ სისტემაში გაერთიანებულია: მმართველი და დამუშავებელი პროგრამები.

მმართველ პროგრამებს მიეკუთვნება: პირველადი ჩატვირთვა, დავალებათა და მონაცემების მართვა, სუპერვიზორი (ამოცინათა მართვა).

დამუშავებელი პროგრამებია: სხვადასხვა პროგრამული ენების ტრანსლატორები, კავშირთა რედაქტორი, ჩატვირთავი. გაშართვის სისტემა, ტელედამუშავებისა და გრაფიკული საშუალებები.

EC ეგზ-ების ობიექტური მოდული არ არის მზად უშუალო შესრულებისათვის. ამისათვის საჭიროა, ის გარდაიქმნას ჩასატვირთ მოდულად პროგრამათა რედაქტორის საშუალებით.

შენიშვნა: 1. კომპილატორებს განმარტებაში აღსანიშნავია, რომ კომპილაცია საკმარისია მოვხდინოთ ერთხელ, ხოლო შესრულება მრავალჯერ და ეს ორი ბიჯი შეიძლება იყოს დაყოფილი დროში.

2. ვუჩვენოთ სხვაობა აბსოლუტურ და ჩასატვირთ მოდულებს შორის.

აბსოლუტური ვუწოდოთ მოდულს, რომელიც მიიღება რედაქტორებს შედეგად და გამიზნულია შესრულებინათვის ერთი კონკრეტული მისამართიდან, ხოლო ჩასატვირთი შეიძლება ჩატვირთული იქნეს მეხსიერების ნებისმიერი მისამართიდან, რის გამოც ამ უკანასკნელის ფორმატი ძალზე ახლოა ობიექტური მოდულების ფორმატთან. ამ უკანასკნელისათვის პროგრამის ჩატვირთვისას სხვადასხვა წერტილიდან ხდება იმ მნიშვნელობათა გადაამისამართება, რომლებიც იცვლებიან პროგრამის გადაადგილებისას მეხსიერებაში.

თუ ტერმინის სიზუსტეს არ დავიცავთ, ზოგადად პროგრამი-

რება—ეგმ-ისათვის პროგრამის შედგენაა, მაგრამ ეს განმარტება არ არის ზუსტი. ერთიანი სისტემის ეგმ-ისათვის, FORTRAN, II/1 ან სხვა რომელიმე ენაზე ჩაწერილი პროგრამის გარდა, საკიროა პროგრამისტმა შეადგინოს, დავალებათა მართვის ენაზე, მართვის ოპერატორები, რომელთაგან ზოგიერთი სტანდარტულია, ზოგი კი დამოკიდებულია პროგრამული ენის და ამოცანის სპეციფიკაზე.

მხოლოდ ასეთი ერთობლიობაა საკმარისი, რომ ეგმ-მა შეასრულოს სასრული რაოდენობის გამოთვლები, აღნიშნულ ერთობლიობას ეწოდება დავალება (პაკეტი).

ამრიგად, პროგრამირება წარმოადგენს დავალების მომზადებას ეგმ ისათვის.

ძახიერების საწყისი მისამართები მუდმივად დაკავებულია ოპერაციული სისტემის ერთ-ერთი კომპონენტით, რომელსაც სუპერვიზორი ეწოდება. მეხსიერების დანარჩენი ნაწილი გამოიყენება ერთი ან რამდენიმე პრობლემური პროგრამისათვის. სისტემის ფუნქციონერების დაწყებისას, მართვას ლებულობს სუპერვიზორი, რომელიც დროის გარკვეულ მომენტისათვის უზრუნველყოფს პრობლემური პროგრამის შესრულებას.

ამოცანა შეიძლება შედგებოდეს რამდენიმე ცალკეული ნაწილისაგან—პროგრამისაგან(მოდულისაგან), თითოეული მოღული ერთმანეთისაგან გამოყოფილია. მათი ტრანსლაცია წარმოებს ცალკე. ტრანსლაციის შედეგი ობიექტურ მოდულს წარმოადგენს. იმისათვის, რომ ამოცანა გამოთვლით მანქანაზე ამოგხსნათ, ვიყენებთ ოპერაციულ სისტემას, რომელიც შედგება გარკვეული სახის მმართველი ბარათებისაგან, რომელთაგან ზოგიერთი წარმოადგენს სტანდარტულს, ზოგიერთი კი დამოკიდებულია ამოცანაზე. ამ დავალებით ბარათებით წარმოებს მიმართვა ე. წ. ოპერაციული სისტემაზე, რომელიც ახდენს პროგრამის ტრანსლაციის და ამოცანის შემდგომი მსვლელობისადმი კონტროლს. EC ოპერაციული სისტემის მმართველი ოპერატორები იწყება ორი დახრილი ხაზით //, გარდა ოპერატორისა / \*და/ჯ. ოპერაციული სისტემის ოპერატორების ბარათებს და ამოცანის პროგრამა საწყის მონაცემებთან ერთად დავალაგოთ შემდეგი მიმდევრობით.

//—JOB <ამოცანის სახელწოდება>  
//—OPTION LINK  
//—ESEX FORTRAN

ძირითადი პროგრამის შესაბამისი ბარათები

| •  
|| —EXEC FORTRAN

## ქვეპროგრამის შესაბამისი ბარათები

```
| *  
|| — EXEC LNKEDT  
|| EXEC  
საწყისი მონაცემები  
| *  
/f
```

ამ ბარათების ერთობლიობას ეწოდება პაკეტი, სადაც | JOB <პროგრამის სახელი> არის პირველი მმართველი ოპერატორი, რომელსაც მანქანა მოჰყავს საწყის რეჟიმში და პროგრამას ანიჭებს მითითებულ სახელს. ის ამოცანის პაკეტში ყოველთვის არის პირველი ბარათი. დასახელებაც შეიძლება ავირჩიოთ ნებისმიერი იდენტიფიკატორი, მხოლოდ სიმბოლოების რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს რვას.

ოპერატორი || OPTION <რეჟიმი> აწესრიგებს პროგრამის მუშაობის რეჟიმს: თუ <რეჟიმი> არის.

LIST—მაშინ SYSLST-ზე დაიბეჭდება საწყისი ფორტრან-პროგრამა, დიაგნოსტიკური მითითებები<sup>1</sup> და მენსიერების განაწილების ცხრილი:

NOLIST უარყოფს LIST რეჟიმს

LINK—გვიჩვენებს რომ ფორტრან-ტრანსლატორით მიღებული ობიექტური მოდული უნდა ჩაიწეროს SYSLNK-ზე რედაქტირებისათვის. იმისათვის, რომ ჩატარდეს ტრანსლაცია და რედაქტირება, საჭიროა აღნიშნული რეჟიმი წინ უსწრებდეს EXEC FORTRAN ოპერატორს:

NOLINK—უარყოფს LINK რეჟიმს;

DECK—მაშინ ობიექტური მოდული გადართანება SYSPLH-ზე

WODEC—უარყოფს DECK რეჟიმს;

CATAL—რედაქტირების შემდეგ აწარმოებს აბსოლუტური მოდულის ბიბლიოთეკაში კატალიზაციას მითითებული სახელწოდებით PHASE ოპერატორთან ერთად. მხოლოდ ეს რეჟიმი უნდა უსწრებდეს || EXEC FORTRAN ოპერატორს. CATAL რეჟიმი ავტომატურად უზრუნველყოფს LINK რეჟიმს; ERRS—მაშინ SYSLST-ზე დაიბეჭდება ფორტრან-პროგრამა დაშვებული სინტაქსური შეცდომები, ხოლო არ ამოიბეჭდება მენსიერების განაწილება და საწყისი პროგრამის სწორი ოპერატორები, ამ ოპერატორით გამოყენებას მაშინ აქვს აზრი, როცა მიეთითება რეჟიმი NOLIST:

<sup>1</sup> ტრანსლატორის შეტყობინება ოპერატორში დაშვებული შეცდომის შესახებ აღნიშნება ფულადი ერთეულის ნიშნით, რომელიც ამ სახელმძღვანელოში შეცდომის სიმბოლოა.

## NOERRS—უარყოფს ERRS რეივს.

ოპერატორი ||—EXEC FORTRAN გამოიძახებს ბაზისურ ფორტრან-ტრანსლატორს. ოპერატორი | • გვიჩვენებს ფაილის მოდულის დაბოლოებას, ე. ო. ცალკეული პროგრამა ან საწყისი მონაცემები გრძელდებაგან გაბოლოებულია ამ ოპერატორით. ოპერატორი | EXEC LNKEDT იწყებს რედაქტირებას, ხოლო ოპერატორი | EXEC კი პროგრამის შესრულებას. ოპერატორი f გვიჩვენებს ამოცანის დასასრულს და ყოველთვის წარმოადგენს ბოლო ბარათს.

ოპერაციული სისტემა (OS). ეს ოპერაციული სისტემა არის პროგრამათა კომპლექსი, რომელიც შედგება სხვადასხვა დანიშნულების შქონე ოპერატორებისაგან. (OS) ოპერაციული სისტემა ემსახურება ყველას, ვისაც საკმე აქვს ეგზ-ის გამოყენებასთან: პროგრამისტებს, ოპერატორებს და მომსახურე პერსონალს. პროგრამისტი ახდენს ამოცანის დაყოფას ნაწილებად, ხოლო (OS) სისტემა კი პროგრამისტს საშუალებას აძლევს: მოახდინოს თითოეული ნაწილის კოდირება მანქანურ ენაზე, შემდგ კი გააერთიანოს ეს ნაწილები შესასრულებლად ხზა პროგრამის სახით. გამზადებული პროგრამა მოათავსოს სისტემურ ბიბლიოთეკაში სათანადო სახელით და მხოლოდ ამ სახელზე მითითებით შესძლოს მასზე მიმართვა; ჩაატაროს პროგრამის გამართვის ავტომატიზაცია; გამოიყენოს შეყვანილი—გამოყვანის სტანდარტული პროცედურები მონაცემების მუშაობის დროს; შეასრულოს პროგრამა უშუალოდ მისი ტრანსლიაციის შემდეგ.

EC—ტიპის მანქანებისათვის ოპერაციული სისტემა ჩაწერილია მაგნიტურ დისკებზე და მას ეწოდება დისკური ოპერაციული სისტემა |DOC/EC|. ოპერაციული სისტემა დიდ შესაძლებლობებს უქმნის მანქანაზე მომსახურე ოპერატორს გამოთვლითი პროცესის მართვისათვის; ამ შემთხვევაში ოპერატორის მოქმედება მინიმუმამდეა დაყვანილი.

სისტემა მომსახურე პერსონალს საშუალებას აძლევს განახორციელოს მუდმივი კონტროლი გამოთვლელი მანქანის მდგომარეობაზე.

ოპერაციული სისტემა შედგება პროგრამული კომპონენტებისაგან, რომლებიც ქმნიან ორ ჯგუფს: მმართველ და დამმუშავებელ პროგრამებს. მმართველი პროგრამის დანიშნულებაა მოახდინოს დავალებების, პროგრამების შესრულების თანმიმდევრობა და მონაცემების მართვა.

დამმუშავებელი პროგრამებია ტრანსლიატორები, გამართვის



საშუალებებმა, მომსახურე პროგრამები (ბიბლიოთეკარი, რედაქტორი და სხვ.) ინფორმაციის ერთი მატარებლიდან მეორეზე მონაცემების გადაწერის პროგრამები და ა. შ. დასამუშევრებელი პროგრამებს მიეკუთვნება პრობლემური პროგრამები, ე. ი. მომხმარებლის მიერ დაწერილი პროგრამები.

იმისათვის, რომ გამოთვლეღმა მანქანამ შეისრულოს რაიმე საშუაო, ოპერაციულმა სისტემამ უნდა მიიღოს (პროგრამისტიისაგან ან ოპერატორისაგან) დავალება. ყოველი დავალება დამოუკიდებელია სხვა დავალებისაგან და არ შეუძლია გავლენა მოახდინოს სხვა დავალების შესრულებაზე; ეს კი საშუალებას გვაძლევს შევასრულოთ ისინი პარალელურად.

დავალება აღიწერება მმართველი ოპერატორების საშუალებით, დავალება, როგორც წესი, შედგება რამდენიმე მმართველი ოპერატორისგან, რომლებიც განსახლებრავენ, მაგალითად: დავალების სახელს, დავალების დასაწყისს და ბოლოს, პროგრამის დასახელებას და ა. შ. რამოდენიმე დავალება შეიძლება დაჯგუფებული იყოს ერთ პაკეტად და იგი ქმნიდეს დავალებათა ნაკადს. თუ დავალება არ ქმნის პაკეტს, მაშინ მას ერთჯერადი დავალება ეწოდება.

პროგრამისტის გათვალისწინებით დავალება შეიძლება დაყოფილი იყოს ბიჯებად. თითოეული ბიჯი სრულდება თანმიმდევრობით და ყოველი მომდევნო ბიჯის შესრულება დამოკიდებულია წინა ბიჯის წარმატებით შესრულებაზე. მაგალითად, დავალება, რომელიც შეიცავს ტრანსლაციას, რედაქტირებას და პროგრამის შესრულებას შედგება სამი ბიჯისგან.

ოპერაციული სისტემის მმართველი პროგრამა, ორგანიზაციის უკეთებს დავალებათა მიღებას; მათ კონტროლს, დავალების გაშვებას და ავტომატურ გადასვლას შემდგომ დავალებაზე.

მმართველი პროგრამის ყველა ეს ფუნქცია გაერთიანებულია ერთი სახელით—დავალებათა მართვა. იმისათვის, რომ ამოცანა ამოხსნილ იქნეს, სისტემამ მისთვის უნდა გამოყოს საჭირო რესურსები: ძირითადი და გარე-მეხსიერება, შეყვანა-გამოყვანის მოწყობილობა, პროცესორის დრო ა. შ.

ამოცანა შეიძლება ამოხსნილ იქნეს ერთპროგრამულ და მულტიპროგრამულ რეჟიმში.

ერთპროგრამულ რეჟიმში გამოთვლელი მანქანა ხსნის მხოლოდ ერთ ამოცანას. ამასთან მანქანის ყველა რესურსი (ძირითადი მეხსიერება, შეყვანა-გამოყვანის მოწყობილობა) ამ ამოცანის განკარგულებაში იმყოფება.

მულტიპროგრამულ რეჟიმში გამომთვლელ მანქანას ერთდროულად შეუძლია ამოხსნას რამოდენიმე ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი ამოცანა. ამასთან ოპერაციულმა სისტემამ საჭიროა გაანაწილოს რესურსები სხვადასხვა პროგრამებს შორის.

EC ტიპის მანქანის ოპერაციული სისტემა უზრუნველყოფს ერთდროულად სამი პროგრამის შესრულებას. ოპერაციული სისტემა პროგრამისტს საშუალებას აძლევს ისარგებლოს სტანდარტული შეყვანა-გამოყვანის პროცედურებით. რომლებიც აადვილებენ მონაცემებთან მუშაობას.

იმისათვის, რომ დავამუშავოთ მონაცემები, საჭიროა განვახორციელოთ მათი შენახვა, მოძებნა, ინფორმაციის მატარებლიდან მეხსიერებაში გადაგზავნა და ძირითადი მეხსიერებიდან ინფორმაციის მატარებელზე გადაცემა.

დასამუშავებელი მონაცემები წარმოადგენენ ინფორმაციის ლოგიკურ ჩანაწერს. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში ჩანაწერის სტრუქტურა განისაზღვრება ამოცანის დაპროექტების დროს. ასევე განისაზღვრება ჩანაწერების ფორმატები, ჩანაწერების ორგანიზაცია ფიზიკურ ბლოკებში, ცალკეული ჩანაწერების შენახვის ხერხები და მოძებნა.

ყოველივე ამის ასრულებს პროგრამა „მონაცემების მართვა“, რომელიც შედის ოპერაციული სისტემის შემადგენლობაში.

ოპერაციული სისტემის პროგრამათა ერთიანობა, რომლებიც უზრუნველყოფენ მონაცემების მართვას, წარმოადგენს შეყვანა-გამოყვანის მართვის სისტემას. ჩანაწერების ერთობლიობას, რომლებიც გაერთიანებულია რაიმე საერთო ნიშან-თვისებით, უწოდებენ მონაცემების ფაილს.

მონაცემების ფაილი განლაგდება გარე მეხსიერების მოწყობილობაზე. გარე მეხსიერების სტანდარტულ ბლოკს, მაგალითად, მაგნიტურ ლენტს, მაგნიტური დისკის პაკეტს და ა. შ., უწოდებენ ტომს. ერთი ტომი შეიძლება შეიცავდეს რამოდენიმე ფაილს და ქმნის მრავალფაილიან ტომს. მონაცემების ფაილის მახასიათებლები, რომლებიც სისტემას საშუალებას აძლევენ გამოიციონ ეს ფაილი არის ფაილის სახელი, მისი საზღვრები, ფორმატი და ა. შ. ისინი მოთავსებულია სპეციალურ ბლოკებში, რომელთაც ფაილის ქდეები ეწოდება.

თანამედროვე გამომთვლელ მანქანებთან შეიძლება მიერთებული იყოს დიდი რაოდენობის შეყვანა-გამოყვანის მოწყობილობები.

სხვადასხვა მანქანაზე გარე მოწყობილობების რაოდენობა არის სხვადასხვა. ასევე შეიძლება განსხვავდებოდეს ერთმანეთისაგან ამ მოწყობილობების ფიზიკური მისამართები.

იმისათვის, რომ ოპერაციული სისტემის კომპონენტები და მომხმარებელი პროგრამები დამოუკიდებელი იყვნენ მოწყობილობების კონკრეტული ფიზიკური მისამართებისაგან. შემოღებულია ლოგიკური მოწყობილობის ცნება, რომლის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ დადგენილია სიმბოლურ სახელად სტანდარტული ნაკრები, რომელთაც პროგრამისტი იყენებს საწყის პროგრამაში, ყველა იმ შემთხვევაში, როდესაც საჭიროა გარე მოწყობილობაზე მიმართვა.

ამრიგად, პროგრამაში მითითებულია ლოგიკური მოწყობილობა და საჭირო არ არის მოწყობილობის კონკრეტული ფიზიკური მისამართები, რომლებიც დაენიშნებიან ლოგიკურ მოწყობილობებს უშუალოდ პროგრამის შესრულების წინ.

ლოგიკური მოწყობილობის აღსანიშნავად გამოიყენება სიმბოლური სახელი, რომელსაც აქვს SYSXXX-ის სახე, სადაც XXX შეიძლება მიიღოს განსაზღვრული ასოითი მნიშვნელობა 000-დან ლოგიკური მოწყობილობის მაქსიმალურ რიცხვამდე. ლოგიკური მოწყობილობის მაგალითებს წარმოადგენს შემდეგი მოწყობილობები:

SYSREZ—დამახსოვრების მოწყობილობა დისკებზე, სადაც მანქანის მუშაობის დროს მუდმივად ინახება ოპერაციული სისტემა (სისტემის რეზიდენტი).

SYSRDR—მოწყობილობა, რომელსაც გამოიყენებს მმართველი პროგრამა დეველბათა მმართველი ოპერაციების შესაყვანად.

SYSIPT—მოწყობილობა მონაცემების შესაყვანად (სისტემური შეყვანა).

SYSPCH—მოწყობილობა ინფორმაციის გამოსაყვანად პერფორმანსებზე (სისტემატური პერფორატორი)

SYSLIST—მოწყობილობა მონაცემების საბეჭდ მანქანაზე გამოსაყვანად.

SYSLOG—ოპერატორთან კავშირის მოწყობილობა. ჩვენს მიერ ჩამომთვლილი სისტემური ლოგიკური მოწყობილობები გვესპიროებიან მმართველი პროგრამის მიშობისათვის. გარდა ამისა, ორსებობს მოწყობილობები, რომლებიც გამოიყენებიან ოპერაციული სისტემის სხვა კომპონენტების მიერ.

პროგრამის მომზადებისა და შესრულების ეტაპებზე. პროგრამას, რომელიც გადატანილია ინფორმაციის რაიმე მატარებელზე, შავალითად, პერფორმანსებზე ეწოდება საწყისი მოდული.

საწყისი მოდული ოპერაციულ სისტემაში განიცდის დამუშავების შემდეგ ეტაპებს

ტრანსლაცია. ტრანსლაციის შედეგად საწყისი მოდული გარდაიქმნება ობიექტურ მოდულში, რომელიც წარმოადგენს შუა-

ლედურ პროგრამულ მოდულს და საერთოა ყველა ტრანსლაციისათვის. პროგრამირების საწყისი ენის სპეციფიკა ტრანსლაციის შემდეგ იკარგება, მაგრამ ობიექტური მოდული არ არის მანქანური პროგრამა, იგი არ არის განუთვნილი უშუალო შესრულებისათვის, რადგანაც შეიძლება შეიცავდეს სიმბოლურ მისამართებს და სხვა რაღაც ინფორმაციას, ობიექტურმა მოდულმა უნდა გაიაროს გარდაქმნის კიდევ ერთი ეტაპი.

რედაქტირების ეტაპი. ამ ეტაპზე მოდული ჯამეშავდება პროგრამა რედაქტორზე. ამ ეტაპის მიზანია შესრულებისათვის მზა პროგრამული ფაზების მიღება. გარდაქმნილ მოდულს ეწოდება აბსოლუტური მოდული, ანუ პროგრამული ფაზა. აბსოლუტურ მოდულში მითითებულია მეხსიერების ის მისამართები, სადაც უნდა მოხდეს ამ პროგრამული ფაზის განაწილება. მეხსიერებაში აბსოლუტური მოდულის განაწილების ფუნქციებს ასრულებს პროგრამა დამტვირთავი. ამის შემდეგ იწყება პროგრამის შესრულება.

იმისდა მიხედვით, თუ პროგრამები ოპერაციული სისტემაში დამუშავების რომელ ეტაპზე იმყოფება, შეიძლება შენახულ იქნეს შესაბამის ბიბლიოთეკაში. ოპერაციულ სისტემაში არსებობს სამი სახის ბიბლიოთეკა:

1. საწყისი მოდულების ბიბლიოთეკა—იგი შეიცავს პროგრამებს საწყის ენებზე.

2. ობიექტური მოდულების ბიბლიოთეკა—იგი შეიცავს ობიექტურ მოდულებს, რომლებიც წარმოადგენენ საწყისი მოდულების ტრანსლაციის შედეგებს.

3. აბსოლუტური მოდულების ბიბლიოთეკა. იგი შეიცავს შესასრულებლად გამზადებულ პროგრამულ ფაზებს.

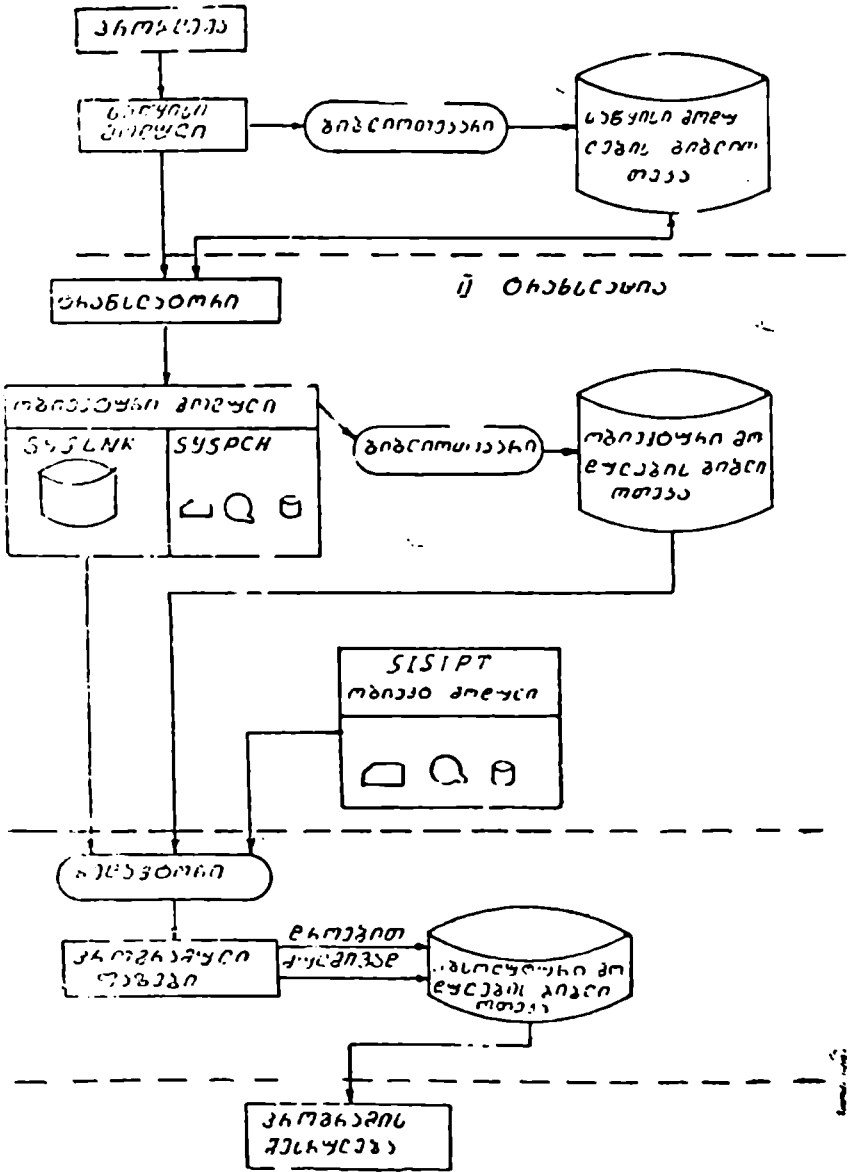
ამრიგად პროგრამის დამუშავების ეტაპები შეიძლება ვაჩვენოთ შემდეგი სქემის მიხედვით: (ნახ.15).

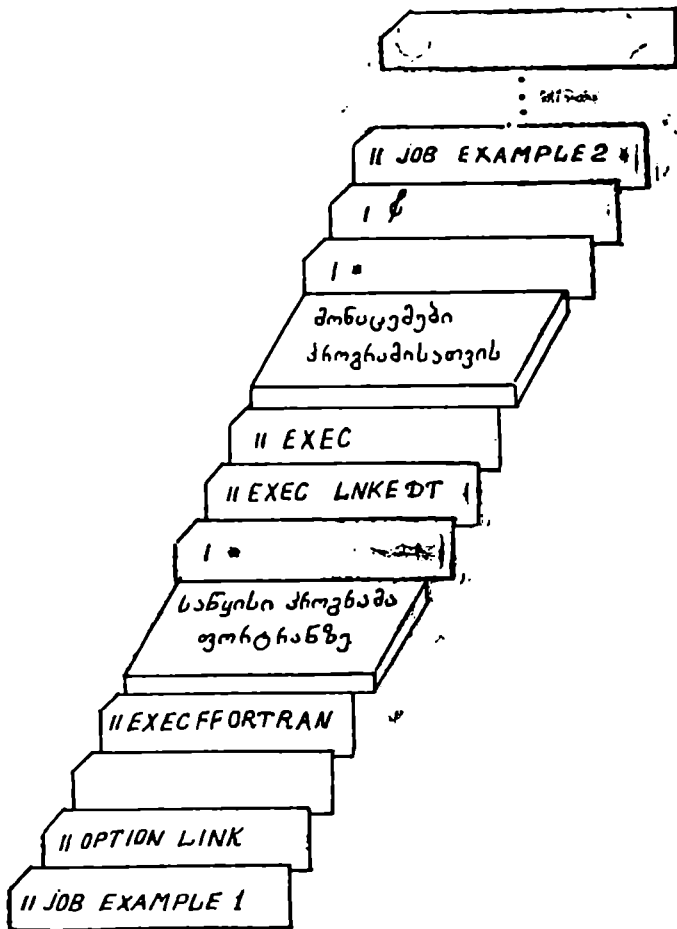
რედაქტირების ეტაპით მთავრდება პროგრამის მომზადების პროცესი. ამის შემდეგ ის მზადაა შესრულებისათვის. შემდეგი ეტაპია ამოცანის ამოხსნა.

იმისათვის, რომ პროგრამა შესრულდეს, საჭიროა მომზადებულ იქნეს დავალება (ნახ. 16).

როგორც ვიცი, დავალების შესრულება იყოფა ბიჯებად. პირველი ბიჯზე წარმოებს პროგრამის ტრანსლაცია. მზართველი ბარათის || EXEC FORTRAN-ის საშუალებით ხდება შესაბამისად ფორტრან-IV ტრანსლატორის გამოძახება. რადგან საწყისი პროგრამა ქმნის ფაილს, საჭიროა მის ბოლოს გექონდეს ფაილის დასასრულის აღმნიშვნელი ბარათი | \*.

1. სტრუქტურა





ნახ. 16. დავალებითი პაკეტის განლაგების მაგალითი.

მეორე ბიჯზე აღვლილი აქვს რედაქტირებას. პროგრამა რედაქტორის გამოძახება ხდება მმართველი ბარათით `|| EXEC LNKEDT`. ხოლო რედაქტირების დაწყება ხდება ბარათით `|| EXEC`.

მესამე ბიჯზე ხდება რედაქტირებული პროგრამის შესრულება. დავალების ბოლო ბარათია პროგრამის დასასრულის აღმნიშვნელი ბარათი.

ამრიგად, ოპერაციული სისტემის მუშაობა შეიძლება დავით ბიჯებად, საფეხურებად. თუ ოპერაციული სისტემა ითვალისწინებს ტრანსლაციას, რედაქტირებასა და პროგრამის შესრულებას, მაშინ ის შედ-

გება სამი ბიჯისაგან. განვიხილოთ უმარტივესი შემთხვევა, როცა გვაქვს მხოლოდ ტრანსლაცია. როგორც ვიცით, ასეთ შემთხვევაში ფონტრან-ენის ოპერატორები გადაიწერება მანქანური ენის ბრძანების სახით. თუ საჭიროა ობიექტური მოდულის პერფორაცია, მაშინ მმართველი OPTION ოპერატორში უნდა მივუთითოთ DECK რეჟიმი, მაგალითად,

```

|| JOB <ამოცანის დასახელება>
||—EXEC FORTRAN
{
  საწყისი
  მოდული
} *
|f

```

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა საჭიროა ტრანსლაცია და რედაქტირება. ამ შემთხვევაში დავალება შედგება ორი ბიჯისაგან. შესრულდება თუ არა ტრანსლაცია, მაშინვე იწყება ობიექტური მოდულის რედაქტირება, ამას შემდეგ რედაქტირებული. მოდული თავსდება აბსოლუტური მოდულის ბიბლიოთეკაში შემდეგი დამუშავებისათვის. შესაბამის მაგალითს აქვს სახე:

```

||—JOB PRIME
||—OPTION CATAL
  PHASE FIRST
||—EXEC FORTRAN
{
  საწყისი
  მოდული
} *
||—EXEC LNKEDT
|f

```

სადაც PRIME არის ამოცანის დასახელება. FIRST საწყისი მოდულის სახელწოდება აბსოლუტური მოდულის ბიბლიოთეკაში. განვიხილოთ მაგალითი, როცა საჭიროა ტრანსლაცია. რედაქტირება და შესრულება. ოპერატორების მიმდევრობას აქვს შემდეგი სახე:

```

|| JOB <ამოცანის დასახელება>
|| OPTION LINK
|| EXEC FORTRAN
{
  საწყისი მოდული
} *
|| EXEC LNKEDT

```

```

|| EXEC
  {
  | საწყისი
  | მონაცემები
  | •
  | f
  }

```

შენიშვნა: კატალოგიზირებული მოდული FIRST შეგვიძლია გამოვიძახოთ შემდეგნაირად:

```

||_JOB_EXAMPLE
||_EXEC_FIRST
{ მონაცემები
| •
| f

```

OC/EC<sup>1</sup>-ში გამოყენებულია სამი რეჟიმი: ერთპროგრამული რეჟიმი PCP (Primary Control Program), ძირითადი შეხსიერებით არანაკლებ 64K, მულტიპროგრამული რეჟიმი, როცა ამოცანათა რიცხვი დაფიქსირებულია MFT (Multiprogramming Fixed Task) ძირითადი შეხსიერებით 128K ბაიტამდე; მულტიპროგრამული რეჟიმი, როცა ამოცანათა რიცხვი ცვლადია MVT (Multiprogramming Variable Task), ძირითადი შეხსიერება 256K ბაიტამდე. OC/EC-ში გამოთვლითი სისტემის რესურსების ეფექტური გამოყენების შესაძლებლობას იძლევა მულტიპროგრამული რეჟიმი. OC/EC-ში გამოიყენება 9 მმართველი ბარათი დავალებისათვის. ოპერაციულ სისტემის მმართველ ბარათებს OC/EC სისტემაში უმთავრესად აქვს შემდეგი სახე:

|| m k p c

სადაც m—ან სიცარიელეა, ან ოპერატორის სახელია (კდე);

K—ოპერატორის კოდია;

P—ან სიცარიელეა, ან ოპერატორის პარამეტრების სია;

C—ან სიცარიელეა, ან ოპერატორის კომენტარი.

ორი დახრილი ხაზი უნდა მოვითავსოთ პირველ—ორ პოზიციაში. ოპერატორის სახელის ჩაწერა იწყება შესამე პოზიციიდან. ის შედგება ლათინური ასოებისაგან, ციფრებისაგან და #, \$, % სიმბოლოებისაგან—რომელთა რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს რვას. სახელის პირველი სიმბოლო არ შეიძლება იყოს ციფრი. ოპერატორის მარჯვენე და მარცხნივ უნდა იყოს ერთი ან რამდენიმე ინტერ-

<sup>1</sup> შენიშვნა—დავალბა განხილული იქნება EC-1033 ეგმ-ისათვის.



ვალი. ოპერატორის პარამეტრების სიის დაბოლოების აღმნიშვნელი ინტერვალი. ინტერვალი არ შეიძლება გამოვიყენოთ პარამეტრების სიის შიგნით. პარამეტრების სია შეიძლება გავაგრძელოთ არა უმეტეს 71-ე პოზიციამდე. თუ ოპერატორი არ თავსდება ერთ სტრიქონზე, მაშინ ის შეიძლება გადმოვიტანოთ ახალ სტრიქონზე. გადატანისას უნდა დავიცვათ შემდეგი წესი!

პარამეტრის სიის გადატანისას ბოლო სიმბოლო უნდა იყოს შიშველი (პარამეტრები და ქვეპარამეტრები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა შიშველებით):

კომენტარი შეიძლება მოვათავსოთ შიშვიდან ერთი ინტერვალის გამოტოვებით.

გაგრძელებას აქვს შემდეგი სახე:

|| P C

სადაც P—წარმოდგენს სიაში პარამეტრების გაგრძელებას, რომელიც იწყება 4-დან 16 შდე პოზიციებში, ხოლო მთავრდება 71 პოზიციით.

C—კომენტარია, რომელიც არ არის აუცილებელი. ორი დახრილი ხაზი ყოველთვის მოთავსებულია პირველ ორ პოზიციიაში. თვალსაჩინოებისათვის, ერთი ოპერატორი, რომელიც შეიცავს რამდენიმე პარამეტრს, შეიძლება გავინაწილოთ რამდენიმე სტრიქონზე, ან პერფორაბათზე, ზემოთ აღნიშნული წესით. ოპერატორი JOB წარმოდგება ინგლისური სიტყვისაგან და ნიშნავს დავალებას, ოპერატორი EXEC—ინგლისური სიტყვის EXECUTE შემოკლებითაა მიღებული და ნიშნავს შესრულებას; ოპერატორი DD პირველი ასოებითაა სიტყვების data definition—გვიჩვენებს მონაცემების განსაზღვრას; ეს სამი ოპერატორი პრაქტიკულად გამოიყენება ნებისმიერი დავალების შემთხვევაში, დანარჩენი ოპერატორები წარმოდგენენ დამხმარე ოპერატორებს; მათგან შედარებით ხშირად გამოიყენება მოდულის დასასრულის და პაკეტი ნაკადის დასასრულის აღმნიშვნელი მმართველი ოპერატორი.

OC/E ; მმართველი ბარათები:

ოპერატორის სახელწოდება	ოპერატორის ფორმატი
დავალების ოპერატორი	სახელი JOB (ოპერანდი) [კომენტარი]
შესრულების ოპერატორი	[სახელი] EXEC ოპერანდი [კომენტარი]
მონაცემების აღწერის ოპერატორი	[სახელი] DD ოპერანდი [კომენტარი]

მოდულს დასასრულს აღმნიშვნელი  
ოპერატორი  
ცარიელი ოპერატორი  
კომენტარის ოპერატორი  
პროცედურის ოპერატორი

| \* [კომენტარი]  
||  
|| \* კომენტარი  
|| [სახელი] PROC ოპერანდი  
[კომენტარი] (კატალიზირებულ  
პროცედურა)  
| | [სახელი] PROC [ოპერანდი]  
[კომენტარი] (პროცედურა შესავალ  
ნაკიდში)  
|| [სახელი] REND [კომენტარი]  
| | ოპერანდის ბრძანება [კომენტარი]

პროცედურის დასასრულს  
ბრძანების ოპერატორი

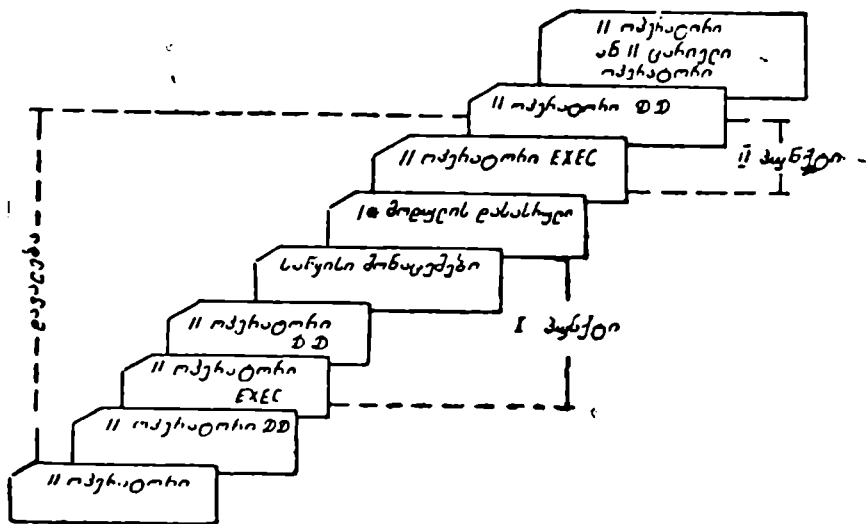
**შენიშვნა:** კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული ინფორმაცია არ არის აუცილებელი, ის შეიძლება გამოტოვებულ იქნას ბრძანების ოპერატორი გამოიყენება საბეჭდი მანქანიდან სისტემის გამმართველი ბრძანების შესაყვანად. პრაქტიკულად პროგრამისტი ამ ოპერატორს არ იყენებს.

კომენტარის ოპერატორით დავალებას დართული აქვს ახსნა-განმარტებითი წინადადება, რომელიც შეიძლება დაბეჭდილ იქნას ფართო ფორმატის ქალაღზე. დავალების შესრულებაზე ეს ოპერატორი გავლენას არ ახდენს. ნიშანი || \* ოპერატორი უნდა მოვათავსოთ პერფორმირების პირველ სამ პოზიციაში, მეოთხე პოზიციიდან იწყება კომენტარი 4—80-ში. კომენტარს ყოველთვის დათმობილი აქვს ერთი პერფორმირების პოზიცია. პროცედურის ოპერატორი და პროცედურის დასასრულის აღმნიშვნელი ოპერატორი გამოიყენება პროცედურის დასასრულით და. პროცედურას, რომელიც დამახსოვრებელია პროცედურათა ბიბლიოთეკაში, ეწოდება კატალოგიზირებული.

JOB ყოველთვის საწყისი ოპერატორია დავალებისათვის. დავალება შედგება ერთი ან რამდენიმე პუნქტისაგან. ყოველი პუნქტი იწყება ოპერატორით EXEC. ეს ოპერატორი ყოველთვის უჩვენებს შესასრულებელ პროგრამას. EXEC ოპერატორის შემდეგ ვწერთ DD ოპერატორს, რომელიც გვაძლევს დახასიათებას შონა ემების შესახებ. დავალება ეს იგივე პაკეტია. ახალი დავალება იწყება ისევე JOB ოპერატორით. დავალებათა ნაკადი მთავრდება ცარიელი ოპერატორით. ცარიელ მმართველ ოპერატორს სხვა დანიშნულება არ გააჩნია. საწყისი მონაცემებს ყოველთვის უსწრებს DD ოპერატორი. საწყისი მონაცემების და საწყისი მოდულის დასასრული ყოველთვის აღინიშნება | \* სიმბოლოებით. ამ ოპერატორსაც სხვა დანიშნულება  
90

არ გააჩნია. ყოველი პუნქტი შეიცავს მხოლოდ ერთ EXEC ოპერატორს. DD ოპერატორი გარკვეულ შემთხვევაში შეიძლება მოთვისებული იყოს JOB ოპერატორის შემდეგ.

დავალების სტრუქტურას რომელიც შედგება ორი პუნქტისაგან, აქვს შემდეგი სახე:



განვიხილოთ ძირითადი პარამეტრები, რომელიც საჭიროა ტრანსლაციის, რედაქტირებისა და შესრულების დროს.

OC/EC ოპერაციული სისტემა საკმაოდ რთულია, მას გააჩნია დიდი შესაძლებლობები. ამ სახელმძღვანელოში შევეხებით ზოგიერთი მმართველი ოპერატორების, პარამეტრების და ქვეპარამეტრების კერძო, გამარტივებულ შემთხვევებს.

OC/EC ოპერაციული სისტემა მოითხოვს უფრო ღრმა შესწავლას, სპეციალური ლიტერატურის გამოყენებით.

დავხვასით ძირითადი მმართველი ბარათები, რომლებიც გამოიყენებიან ამ რეჟიმის დროს.

|| სახელი JOB [ოპერანდი] [კომენტარი], სადაც სახელი ყოველი დავალებისათვის, რომლებიც ერთდროულად იწყობა სისტემაში უნდა იყოს განსხვავებული. ეს ოპერატორი ორი დახრილი ხაზით იწყება პირველი პოზიციიდან, სახელი მესამე პოზიციიდან, რომლის შემდეგ საჭიროა ენტერვალის გაკეთება, შემდეგ იწერება JOB, ხოლო ოპერანდის ველში შეიძლება ჩაეწეროს ორი პოზიციური და თერთმეტი სისტემური პარამეტრი. პირველი პოზიციური

პარამეტრი წარმოადგენს სააღრიცხვო ინფორმაციას, ხოლო მეორე-პროგრამისტის სახელია. პროგრამისტის სახელი შეიძლება იყოს თვით პროგრამისტის გვარი, ან ამოცანის კოდი. თუ პროგრამისტის სახელი შეიცავს რუსულ ანბანს, მაშინ ის უნდა მოფათავსოთ აპოსტროფში, როგორც სიმბოლოთა რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს 20-ს. სააღრიცხვო ინფორმაცია თვითონ ორი ქვეპარამეტრისაგან შედგება; ისინი ჩაწერისას ერთმანეთისაგან მძიმით გამოიყოფიან. ქვეპარამეტრები ჩაისმება ფრჩხილებში ან აპოსტროფში. საზოგადოდ ყველა ამ პარამეტრის გამოყენება ოპერატორის ჩაწერისას არ არის აუცილებელი. სააღრიცხვო ინფორმაციაში დასაშვებია 142 სიმბოლო, მძიმის ჩათვლით.

მაგალითი 1. JOB ოპერატორის ჩაწერა, როცა გათვალისწინებულია სააღრიცხვო ინფორმაცია და პროგრამისტის სახელი.

|| MARI—JOB—(51,08). 'КРИСТЕВА'

სადაც MARI დავალების სახელწოდებაა, (51,08) სააღრიცხვო ინფორმაციაა, 'КРИСТЕВА' პროგრამისტის გვარი. ოღნიშნული პარამეტრები შერჩეულია პროგრამისტის მიერ.

მაგალითი 2. პროგრამისტის სახელის ჩაწერა სააღრიცხვო ინფორმაციის გარეშე.

|| VAL—JOB. 'КРИСТЕВА'—B, C,

მძიმის დასმა პროგრამისტის სახელის წინ აუცილებელია, ვინაიდან გამოტოვებულია პირველი პარამეტრი. პოზიციური პარამეტრები აუცილებელია იმ შემთხვევაში, როცა ოპერაციულ სისტემაში ჩარეულია სააღრიცხვო ინფორმაციის დამუშავების პროგრამა.

თუ მმართველი ოპერატორი გრძელდება მეორე სტრიქონზე, მაშინ ახალ სტრიქონს პირველ ორ პოზიციაში უნდა დავუროთ ორი დახრილი ხაზი, ხოლო გაგრძელება იწყება 4-16 პოზიციებიდან. ქვეპარამეტრების გადატანა ახალ სტრიქონზე შესაძლებელია იმ შემთხვევაში, როცა ისინი მოთავსებული არიან ფრჩხილებში, ხოლო თუ აპოსტროფშია მოთავსებული, მაშინ მისი გადატანა დაუშვებელია გადატანისას გაწყვეტილ სტრიქონს 72 პოზიციაში შეიძლება დავუროთ გადატანის ნებისმიერი ნიშანი, გარდა პრობელისა, მაგრამ ეს არ არის აუცილებელი.

მმართველი ოპერატორების ჩაწერისას ჯერ იწერება პოზიციური პარამეტრები, ხოლო შემდეგ კი სისტემური პარამეტრები, თუ რომელიმე პოზიციური პარამეტრი ჩატოვებულია, მაშინ მის ნაცვლად იწერება მძიმე. ჩატოვების შემთხვევაში გამოიყენება მისი სტანდარტული მნიშვნელობა. კომენტარების ველში შეიძლება მოვა-

თავსათ ნებისმიერი ტექსტი, რომელიც წარმოადგენს მხოლოდ ახსნა—განმარტებას პროგრამისათვის და ის განთავლებში არ ღებულობს მონაწილეობას.

სისტემური პარამეტრებიდან განვიხილოთ მხოლოდ ზოგიერთი. პარამეტრი MSGLEVEL—(message level—შეტყობინების დონე) განსაზღვრავს სისტემური შეტყობინების გამოტანის დონეს. პარამეტრის ფორმატი შემდეგია:

MSGLEVEL=(ოპერატორი, შეტყობინება)

ქვეპარამეტრს—ოპერატორი ღებულობს შემდეგ სამ მნიშვნელობას: 0, 1, 2. თუ—ოპერატორი T-ის ნაცვლად ჩავწერთ 0-ს, მაშინ იბეჭდება მხოლოდ LOB ოპერატორი; როცა ვვაქვს მნიშვნელობა—2 მაშინ იბეჭდება დავალბის ყველა ოპერატორი, გარდა ამისა ის ოპერატორები, რომლებიც მონაწილეობენ სიმბოლური პარამეტრების შეცვლისას. ქვეპარამეტრს-შეტყობინება—აქვს ორის მნიშვნელობა: 0 და 1. მნიშვნელობა 0 ნიშნავს, რომ არ არის საჭირო მონაცემებისათვის მოწყობილობათა განაწილების დაბეჭდვა, ხოლო 1—პირიქით. საზოგადოდ, სისტემაში სტანდარტულად მიღებულია MSGLEVEL=(0,1), ამიტომ, თუ ეს პარამეტრი ჩატოვებულია, მაშინ იბეჭდება მხოლოდ JOB და ყოველგვარი განაწილება. MSGLEVEL=(2, 1) და MSGLEVEL=2 ერთმანეთის ეკვივალენტურია, ასევე MSGLEVEL=(0, 0) და MSGLEVEL=(, 0).

პარამეტრი—TIME—მულტიპროგრამულ რეჟიმში იღვენს ცენტრალური პროცესორის მიერ მოცემული დავალბის შესასრულებლად საჭირო დროს. ეს უზრუნველყოფს თავიდან ავიცილოთ მანქანური დროის უქმად დახარჯვა ჩაციკლის შემთხვევაში.

თუ ამოცანა გადაიქარბებს მისთვის განკუთვნილ დროს, მაშინ ის ავტომატურად მოიხსნება. პარამეტრის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე:

TIME=(წუთები, წამები)

წუთები არ უნდა იღებატებოდეს 1440, ხოლო წამები კი—60. სისტემაში სტანდარტულად გათვალისწინებული 30 წუთი.

TIME=30

ჩანაწერი TIME=(1, 30) ნიშნავს, რომ დავალბისათვის გამოყოფილია 1 წუთი და 30 წმ. პარამეტრი REGION გვიჩვენებს ძირითადი მეხსიერების იმ არეს, რომელიც საჭიროა მოცემული დავალბის ყველა პუნქტისათვის. ეს პარამეტრი გამოიყენება მხოლოდ MVT (ცვლადი რაოდენობის ამოცანების მულტიპროგრამული) რეჟიმის

დროს. დანარჩენ შემთხვევაში პარამეტრი REGION იგნორირებულია. უმარტივეს შემთხვევაში პარამეტრის ფორმატს აქვს სახე:

REGION=სიდიდე K

სიდიდე K—განსაზღვრავს შეხსიერების ცილობაიტის რაოდენობას, მაგალითად

REGION=50K

შენიშვნა: ერთ სტრიქონზე შეიძლება ჩაიწეროს სიმბოლოები 71 პოზიტამდე. 72—შეიძლება გამოყენებულ იქნას გადატანის ნიშნისათვის. პარამეტრი COND (condition—პირობა) გვიჩვენებს დავალების შესრულებისას პროცესის შეწყვეტის პირობას. აღნიშნული პარამეტრის ფორმატს აქვს სახე:

COND=(კოდი, ოპერატორი), . . . , (კოდი, ოპერატორი)

თუ ოპერატორში გამოყენებულია ერთი ქვეპარამეტრი, მაშინ გარეთა ფრჩხილები არ არის საჭირო. დასაშვებია 8 ქვეოპერატორი. „კოდი“—არის მთელი რიცხვი 0-დან 4095, „ოპერატორი“—ერთ-ერთი შედარების ნიშანია: GT—მეტია, GE—მეტი ან ტოლი, EQ—ტოლი, LT—ნაკლები, LE—ნაკლები ან ტოლია, NE—არ არის ტოლი. ქვეპარამეტრი (კოდი, ოპერატორი) შეესაბამება დამოკიდებულებას „კოდი, ოპერატორი, დაბრუნების კოდი“, თუ ეს დამოკიდებულება, თუნდაც ერთი ქვეპარამეტრისათვის სამართლიანია, მაშინ დავალების შესრულების პროცესი წყდება. თუ JOB ოპერატორი ჩაწერილია COND პარამეტრის გარეშე, მაშინ ასეთი ანალიზი არ სრულდება.

მაგალითი 3. JOB ოპერატორის ჩაწერა პარამეტრის გარეშე:

|| PROBLEM2—JOB

მაგალითი 4. JOB ოპერატორის ჩაწერა პარამეტრების საშუალებით.

|| PROBLEM3—JOB—MGLEVEL=1, TIME=10,  
COND=(8, LE), REGION=58K

EXEC ოპერატორი გვიჩვენებს პროგრამის ან პროცედურის შესრულებას. EXEC ოპერატორის ჩაწერისას გამოიყენება ოთხი პოზიციური პარამეტრი:

- 1) PGM—პროგრამის სახელი
- 2) PGM—მიმართვა
- 3) PROC—პროცედურის სახელი
- 4) პროცედურის სახელი

პირველი პოზიციური პარამეტრი გვიჩვენებს, რომ სრულდება პროგრამა, რომელიც ჩაწერილია მუდმივ (სისტემურ ან პირად) ბიბლიოთეკაში. თუ პროგრამა მოთავსებულია ზოგად სისტემურ ბიბლიოთეკაში, მაშინ არავითარი დამატებითი მითითება არაა საჭირო. მეორე ფორმა გამოიყენება პროგრამის შესასრულებლად, რომელიც ჩაწერილია, ახლად შექმნილ დროებით ბიბლიოთეკაში. ხშირად დროებით ბიბლიოთეკაში ინახება შესასრულებლად გარდაქმნილი ჩასატვირთი მოდული. შესამე და შეოთხე ფორმები ერთმანეთის ექვივალენტურებია. სიტყვა PROC არ არის აუცილებელი EXEC ოპერატორის ჩაწერისას.

მაგალითი 1. პროგრამის გამოძახება:

|| LKED—EXEC—PGM=IEWL

მაგალითი 2. ფორტრან-პროცედურის გამოძახება:

|| STEP1—EXEC—PROC—FORTGC

მაგალითი 3.

|| STEP2—EXEC—FORTGC

ბოლო ორი მაგალითი ერთმანეთის ექვივალენტურია.

შენიშვნა: სისტემურ ბიბლიოთეკაში მუდმივად ინახება:

ტრანსლატორი, რედაქტორი და სხვა მმართველი პროგრამები. საერთო დანიშნულების მონაცემების ერთობლიობას ეწოდება მონაცემების კრებული (მკ), რომელიც ინახება გარე მეხსიერებაზე.

ოპერატორი DD წარმოადგენს ერთ ერთ მნიშვნელოვან მმართველ ოპერატორს, მისი საშუალებით დახასიათებულია ყველა სახის მონაცემები (მკ). გვაქვს სამი ჯგუფი მონაცემებისა: პირველი, რომელიც იმყოფება შესავალ ნაკადში (საწყისი მოდული), მეორე—გამოსავალ ნაკადში (პასუხები) და მესამე—გარე მეხსიერებაზე, (მაგნიტურ ლენტზე, მაგნიტურ დისკზე შენახული ინფორმაცია). პარამეტრები, რომლებიც ახასიათებენ ამ ჯგუფის მონაცემებს, სხვადასხვაა. ამ ოპერატორის ჩაწერისას გამოიყენება ერთი პოზიციური და 12 სისტემური პარამეტრი. პოზიციური პარამეტრებია:

\*, DATA, DUMMY

ოპერატორი || m DD \*

სადაც m—სიცარიელა, ან ოპერატორის სახელი, რომელიც გვიჩვენებს, თუ როგორაა სპეციფირებული შესაყვანი ან გამოსაყვანი ინფორმაციისათვის საჭირო მონაცემების ერთობლიობა.

1) SYSPRINT—სპეციფიცირებს ეგმიდან გამოსატანი მონა-

ცემების კრებულს რომელიც საჭიროა დაბეჭდვის დროს პროგრამის ტექსტისათვის, კომპილატორის შეტყობინებისათვის და კომენტარებისათვის.

2) SYSOUTn—სპეციფიცირებს მუშა მონაცემების კრებულს, რომელიც მოთავსებულია გარე მეხსიერებაში. (n=1, 2, ..., N)

3) SYSIN—შესატანი მონაცემების სპეციფიკაციების ერთობლიობას, რომლისგანაც შესდგება ტრანსლიაციისათვის საჭირო პროგრამის ტექსტი. პროგრამა შეიძლება იყოს განლაგებული პერფორბარათებზე, მაგნიტურ დისკზე ან მაგნიტურ ლენტზე.

შენიშვნა: სპეციფიცირებს, ნიშნავს შეუსაბამოს მონაცემების ფორმა შესაბამის მოწყობილობას. მაგალითად, დაბეჭდვისას, მანქანური ფორმა—დაბეჭდვის ფორმას, შეყვანისას—მანქანურ ფორმას.

პრაქტიკაში გამოიყენება ამ ოპერატორების სტანდარტული სახე. თუ დავალება შეიცავს ტრანსლიაციისათვის საჭირო ტექსტ-პროგრამას, მაშინ DD ოპერატორს აქვს სახე:

```
|| SYSIN DD *      ან      || SYSIN DD DATA
```

ამ ოპერატორს მოსდევს პროგრამის ტექსტი. პროგრამის ტექსტე მთავრდება ოპერატორით | \*; დროის განაწილების ერთპროგრამულ რეჟიმში დავალების ყოველ პუნქტში დასაშვებია მხოლოდ ერთ-ერთი ამ ოპერატორთაგანი. მულტიპროგრამული რეჟიმის დროს ასეთ შეზღუდვას არ აქვს ადგილი.

პოზიციური პარამეტრი DUMMY მიუთითებს სისტემას, რომ მონაცემების ერთობლიობა ფიქტიურია. მაგალითად,

```
|| SYSPRINT DD DUMMY  
<პროგრამის ტექსტი>
```

```
||
```

დავალების შესრულებისას კომპილატორის არც ერთი შეტყობინება არ დაიბეჭდება.

განვიხილოთ ერთ-ერთი სისტემური SYSOUT პარამეტრის დანიშნულება: SYSOUT=a, სადაც a ციფრი ან ასოა. გამოიყენება გამოსატანი ინფორმაციის დასახისიათებლად. გვხვდება შემთვევები

```
SYSOUT=A  
SYSOUT=B  
SYSOUT=P
```

სადაც A გვიჩვენებს, რომ ინფორმაციის გამოტანა ხდება ალფაბეტურ-ციფრულ საბეჭდ მოწყობილობაზე, B—პერფორბარათზე, P—დისკლეზე.



პარამეტრი SPACE—გამოიყენება მაგნიტურ დისკზე, მონაცემებისათვის საჭირო მეხსიერების რაოდენობის დასადგენად. თუ ამ პარამეტრის ქვეპარამეტრის მნიშვნელობა მოცემულია იდენტიფიკატორით CYL, მაშინ მეხსიერება იზომება ცილინდრებში, ხოლო თუ TRK-თი, მაშინ მეხსიერება იზომება მაგნიტური დისკების ბილიკებით. თუ ქვეპარამეტრის მნიშვნელობა მოცემულია  $n$  მთელი დადებითი რიცხვით, მაშინ მეხსიერება გადათვლილია ბლოკების მიხედვით, სადაც თითოეულ ბლოკში  $n$  რაოდენობის ბაიტია.

დისკური ტომი შედგება რაჰდენიმე დისკისაგან, თითოეული დისკი ორივე მხარეს დაფარულია ფერომაგნიტური ნივთიერებით (კიდურა დისკებზე დამმახსოვრებლად გამოიყენება ნხოლოდ შიდა ზედაპირები). ყველა დისკს გააჩნია ერთი საერთო ლერძი.

მაგალითად, EC-5050 ტიპის დამმახსოვრებელი შედგება 6 დისკისაგან, 10 დამმახსოვრებელი ზედაპირით. თითოეულ დამმახსოვრებელ ზედაპირზე მოცემულია 203 კონცენტრიული ბილიკი (ნომრები 0-დან 202-მდე). ჩაწერა დისკზე ან წაკითხვა დისკიდან სრულდება დისკის ბრუნვის დროს. ბილიკები განლაგებულია ვერტიკალურად ერთმანეთის ქვეშ. ბილიკების ასეთი განლაგება ქმნის ცილინდრს. ამრიგად, ტომი შეიცავს 203 ცილინდრს ათ-ათი ბილიკით. დროის ყოველ მონაკვეთში შესაძლებელია ჩაწერა ან წაკითხვა ცილინდრის მხოლოდ ერთ ბილიკზე, ერთი ბილიკიდან მეორეზე გადასვლა შესაძლებელია მხოლოდ სქემური გზით, რომელსაც უზრუნველყოფს მართვის მოწყობილობა—დისკების პირველი ბილიკი გაერთიანებულია პირველ ცილინდრში და ა. შ.

განვიხილოთ დავალება, რომელიც შედგება საწყისი მოდულისა და რიცხვითი მონაცემებისაგან

```
|| STUD—JOB—(51, 08), 'KPICTAII, MSGLEVEL=(1,1), &
MSGCLASS=P
```

```
|| —EXEC—FORTGCLG
```

```
|| FORT. SYSPRINT—DD—SYSOUT—P
```

```
|| FORT. SYSIN—DD— *
```

პროგრამული მოდული

/ \*

```
|| LKED. SYSPRINT—DD—SYSOUT=P
```

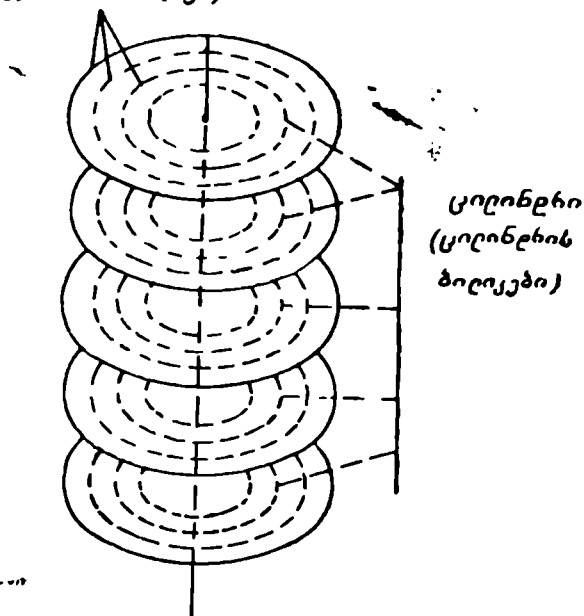
```
|| GO. FT06F001—DD—SYSOUT—P
```

```
- || GO. SYSIN—DD— *
```

საწყისი მონაცემები

| >

||



მაგნიტუხ ღისკზე დამახსოვრებელი მონუობილობა

ნახ. 11\*

საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებული შედგება ცნობარისა (სათაურებისა) და განყოფილებებისაგან. განყოფილება წარმოადგენს თანმიმდევრობითი მონაცემების კრებულს. მონაცემების განყოფილების დამახსოვრება და ამორჩევა წარმოებს თანმიმდევრობით. განყოფილების სახელის სიგრძე არ უნდა აღემატებოდეს რვა სიმბოლოს და სახელის დამახსოვრება ხდება ცნობარში.

ოპერაციული სისტემით, საბიბლიოთეკო მონაცემებთან კავშირის დამყარების შემდეგ, მომხმარებელს შეუძლია იმუშაოს ამ კრებულის ნებისმიერ განყოფილებასთან. მონაცემების კრებულში შეიძლება დამატებულ იქნას ან გაუქმდეს ცნობარის რომელიმე განყოფილება.

საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებული განლაგებულია ერთ ტომში, ანუ მაგნიტურ ღისკზე. ტომის სახელს არჩევს პროგრამისტი, რომელიც ინიციალურ ღისკს გარკვეული წესით, რომელსაც ამ სახელმძღვანელოში არ შევხვებით.

როგორც ზემოთქმულიდან ჩანს, საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებული აერთიანებს მიმდევრობით აღებულ მონაცემთა სიმრავლეს,

რომელთაგან თითოეულს ეწოდება საბიბლიოთეკო მონაცემთა კრებული განყოფილება. საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებულს და თითოეულ განყოფილებას აქვს თავისი სახელი. საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებულები კი ქმნის ტომს. საბიბლიოთეკო მონაცემთა კრებულისათვის შეხსიერების რაოდენობის მითითება ხდება DI ოპერატორის SPACE პარამეტრის საშუალებით. მაგალითად პარამეტრი  $SPACE=(TRK, (50, 12, 10))$  ნიშნავს, რომ საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებულის განყოფილებებისათვის მოთხოვნილია 50 ბილიკი, აუცილებლობის შემთხვევაში სისტემა დამატებით გამოყოფს 12 ბილიკს, ცნობარის შეხსიერებისათვის გამოიყენება 10 ბილიკი, თითოეული 256 ბაიტით. მაგალითად:

$$SPACE=(1000, (100, 20, 10))$$

1000 გვჩვენებს განყოფილების საშუალო სიგრძეს ბაიტებში, ხოლო 100 – ბიბლიოთეკაში განყოფილების რაოდენობა. სულ  $1000 \times 100 = 100000$  ბაიტს, დამატებისათვის 20 ბილიკი თითოეული 1000 ბაიტით, ცნობარისათვის—10 ბილიკი 256 ბაიტით.

### 1. ტერმინალების აღწერა

ტერმინალი წარმოადგენს მოწყობილობას, რომლის საშუალებით აღამიანი ეგმ-თან უშუალოდ კავშირს აწყობს დიალოგური ფორმით. ტერმინალი შედგება ეკრანიანი დისპლეისაგან, ბუფერული შეხსიერებისაგან (ბუფერისაგან) და კლავიატურიანი მართვის პულტისაგან. დისპლეი მიღებულია ინგლისური სიტყვიდან display—ჩვენება, აღქმა, მოწყობილობა ელექტრონულსხივურ ეკრანზე ინფორმაციის ვიზუალური გამოსახვისათვის. ბუფერული დამახსოვრებელი მოწყობილობა—გაშოიყენება ინფორმაციის შუალედური შენახვისათვის, როცა ინფორმაციის გაცვლა წარმოებს სხვადასხვა მოწყობილობებს შორის.

დიალოგის ორგანიზაციისათვის გათვალისწინებულია პროგრამათა სისტემა, რომელიც შედის ეგმ-ის მათემატიკური უზრუნველყოფის შემადგენლობაში. თვით დიალოგი მიმდინარეობს შეტყობანებათა გაცვლის გზით მომხმარებელსა და ეგმ შორის, რომელიც ახლოს არის სამეტყველო ენასთან. დიალოგისას, შეტყობინების გზით, მომხმარებელი მიუთითებს სისტემას, თუ რა მოქმედება უნდა შეასრულოს ეგმ-მა მორიგ ეტაპზე, სასტემა უზრუნველყოფს მომხმარებლის მიათების შესრულებას და მზადაა მიიღოს ახალი მითითება, რომელიც ეკრანზე გამოისახება შეკითხვის სახით.

საქირო მითითება მომხმარებელს შეყავს მართვის პულტის კლავიატურის მეშვეობით, რომელიც შესაბამისად დაიწერება ეკრანზე.

როგორც წესი, შეტყობინების ტექსტი, რომელიც შეყავს მომხმარებელს, წინასწარ ფორმირდება ბუფერზე, ბუფერს გააჩნია პოზიციითა დაფიქსირებული რაოდენობა (ჩვეულებრივად  $K \times 80$  პოზიცია, სადაც  $K$  — ტერმინალის პარამეტრია), რომელთაგან თითოეულში ინახება დასაშვები სიზბოლოების კოდი. სისტემის შეტყობინებაც ასევე გადაეცემა ბუფერს.

ტერმინალის აპარატურა უზრუნველყოფს ბუფერში მოცემული ინფორმაციის ასახვას ელექტრონულ-სხივური მილიაკის ეკრანზე. რომელიც შედის დისპლეის შემადგენლობაში. ეკრანი შეიცავს იმდენ პოზიციას, რამდენსაც ბუფერი და შედგება  $K$  სტრიქონისაგან: თითოეული სტრიქონი შეიცავს 80 პოზიციას. თითოეულ პოზიციას შეუქლია გამოანათოს ნებისმიერი დასაშვები სიზბოლო. ეკრანისა და ბუფერის პოზიციებს შორის დამყარებულია ცალსახა დამოკიდებულება. ეკრანზე გამოანათებს ის სიზბოლო, რომლის კოდი დაფიქსირებულია ბუფერში.

ჩართული დისპლეის ეკრანზე მუდმივად გამოახათებს სპეციალური სიზბოლო (—, ∇ და სხვა, რომლის არჩევა დამოკიდებულია დისპლეის ტიპზე), რომელსაც ეწოდება კურსორი. სიზბოლოს აკრეფის შემდეგ კურსორი ავტომატურად გადაინაცვლებს მომდევნო პოზიციანზე.

ჩვეულებრივად, ბუფერში (ეკრანზე) სიზბოლოს შეყვანისას ამ პოზიციის ადრინდელი შინაარსი იკარგება და მის ადგილს იკავებს ახალი სიზბოლო, ამრიგად, კლავიატურიდან შესაძლებელია არა მარტო ახალი ტექსტის ფორმირება, არამედ შეიძლება ძველ ტექსტშიც შევიტანოთ ცვლილებები (შესწორება). დისპლეის კორპუსზეა სახელურები, რომლითაც შესაძლებელია ფოკუსისა და განათებულობის რეგულირება, აქვეა აგრეთვე კვების წყაროსთან ჩამართველი და გამომართველი.

კლავიატურაზე კლავიშები ორგვარია: სიზბოლური და მმართველი (ფუნქციონალური). სიზბოლური კლავიშები გამოიყენება ტექსტის შესაყვანად. ნებისმიერ კლავიშზე დაქერისას გაცოსახულები მიიღება ეკრანზე. თითოეულ კლავიშზე გამოსახულია ორი ან ერთი სიზბოლო, რომელიც მოთავსებულია კლავიშის ზედა და ქვედა ნაწილში. ზედა ნაწილში სიზბოლოების ერთობლიობა ქმნის ზედა რეგისტრს, ხოლო ქვედა — ქვედა რეგისტრს.

მმართველი ანუ ფუნქციონალური კლავიშები ასრულებენ გარკვეული სახის მმართველ ფუნქციებს. შავალითად, საქირო რეგისტ-

რის სიმბოლოთა დაფიქსირება ხდება კლავიშით ФBP; კურსორის მდებარეობის მაჩვენებელი კლავიშებია: —, ←, ↑, ↓ მათი საშუალებით სრულდება კურსორის გადაადგილება მარჯვნივ, მარცხნივ, ზემოთ, ქვემოთ. დანარჩენი მმართველი კლავიშები სწვადასბვა დისპლეიზე აღინიშნება სხვადასხვანაირად.

შენიშვნა: კლავიშები, რომლებიც აღწერილი არ გვექნება ინსტრუქციაში, სტუდენტმა არ უნდა გამოიყენოს ტერმინალების კლასში მომუშავე პერსონალთა შეთანხმების გარეშე.

განვიხილოთ ტერმინალი EC—7927 დისპლეის ბაზაზე. ამ დისპლეის ეკრანი შეიცავს  $K=24$  სტრიქონს, თითოეული სტრიქონი 80 პოზიციას. კურსორი აღინიშნება—სიმბოლოთი. ეკრანის ქვემოთ განლაგებულია ინდიკატორები:

—დისპლეის ავარიული მდგომარეობა

—დისპლეის კვების ქსელში ძიბვა

—დისპლეის ჩართული მდგომარეობა

—„Система доступна“ მდგომარეობა

—„Ввод запрещен“ მდგომარეობა, რომლის დროსაც კლავიატურა დაბლოკირებულია და ინფორმაციის შეყვანა შეუძლებელია, ამ დროს უნდა დაეპიროთ კლავიშს СБРПС. სისტემა PRIMUS-ში ამ ტიპის დისპლეიზე მუშაობისას შეტყობინება უნდა დაფიქსირდეს იმ პოზიციიდან, რომელზედაც მიუთითებს კურსორი.

მმართველი კლავიში (СТРН. ЭБР) გამოიყენება ეკრანის გასასუფთავებლად.

რეგისტრების გადართვა სრულდება კლავიშებით: (ФBP, BP, HP);

—ФBP კლავიშზე დაკერით იცვლება რეგისტრის მდგომარეობა საწინააღმდეგოთი.

—BP სანამ ამ კლავიშზე გვაქვს დაკერილი, რეგისტრი იმყოფება ზედა მდგომარეობაში, ხოლო HP—ქვედა რეგისტრის. →, ←, ↑, ↓ ამ კლავიშებზე დაკერით კურსორი ერთტაქტიან გადაადგილების ასრულება შესაბამისი მიმართულებით. ხანგრძლივი დაკერით სრულდება მრავალტაქტიანი გადაადგილება. თუ საკიროა ახალ სტრიქონზე გადასვლა უნდა დაეპიროთ კლავიშს „\_“.

გამოტოვებული სიმბოლო შეიძლება ჩავსვათ ПФ12 კლავიშის საშუალებით, კურსორი უნდა დაეყენოთ გამოტოვებული სიმბოლოს მარჯვნივ, აღნიშნულ კლავიშზე დაკერის შემდეგ გადაადგილდება კურსორი მარჯვნივ მოცემული სიმბოლოები, რის შემდეგ უნდა ავკრიფოთ გამოტოვებული სიმბოლო. ტექსტის შუაში ზედმეტი სიმბოლოს ამოშლა შესაძლებელია ПФ11 კლავიშით. კურსორი უნდა

მოვათავსოთ ამოსაშლელი სიმბოლოს ქვეშ და დავაპიროთ კლავიშს ПФ11.

სტრაქონის დაძვრა ზარცხნევ შესაძლებელია კლავიშით ПФ10. კურსორი უნდა მოვათავსოთ პირველი სიმბოლოს ქვეშ და დავაპიროთ კლავიშს ПФ10.

ВВОД კლავიშზე დაპერით კლავიატურის დაბლოკირება ხდება და ეკრანზე მოცემული ინფორმაცია გაიზავნება ეგშ-ზე, იმ პოზიციიდან, რა პოზიციიდანაც სისტემის მიხედვითი იწყება ტექსტი იმ პოზიციამდე, სადაც იდგა კურსორი შეყვანის მომენტში. განსაკუთრებული რეჟიმებისა და მდგომარეობის უარყოფა შესაძლებელია კლავიშით СБРОС. ეს მოქმედება არ შესრულდება იმ შემთხვევაში, როცა ინფორმაციის გაცემა სრულდება ბუფერსა და ეგშ-ს შორის.

შენიშვნა: ВВОД ЗАПРЕЩЕИ მდგომარეობის დროს არ არის მიზანშეწონილი (რეკომინდებული) დავაპიროთ СБРОС კლავიშს. ამ სიტუაციაში თუ კლავიატურის დაბლოკირება 30 წმ-ს აღემატება, მაშინ ეს გამღწვეულია აპარატურის ან სისტემის ნორმალური მუშაობის დარღვევით. ასეთ შემთხვევაში უნდა მივმართოთ ტერმინალთა კლასში მორიგე პირს. „ВВОД ЗАПРЕЩЕИ“ შეიძლება იმ შემთხვევაშიც აღმოჩნდეს, როცა კურსორი დგას სისტემისათვის დაუშვებელ პოზიციაში და ასეთ შემთხვევაში კი საჭიროა დავაპიროთ СБРОС კლავიშს, რითაც ის მიიღებს საჭირო მდგომარეობას.

## 2. სისტემა „PRIMUS“-ის დანიშნულებისა და სარგებლობის წინის მოკლე აღწერა.

სისტემა „PRIMUS“ გამოიყენება აღფავიტურ-ციფრული დისპლეებით დაკომპლექტებული ერთიანი სისტემის ეგშ-ის კოლექტიური გამოყენების, დიალოგური სისტემის ორგანიზაციისათვის.

სისტემა „PRIMUS“ წარმოადგენს სტანდარტულ ფუნქციონალურ პროგრამათა კომპლექსს, რომლის საშუალებითაც სრულდება: პროგრამისა და მონაცემების შეყვანა დიალოგურ რეჟიმში, დისპლეებიდან სრულდება პროგრამათა ტექსტების სინტაქსური ანალიზი და კორექტირება, აგრეთვე დავალებათა გაფორმება და მათი შესრულება პაეტური დამუშავების რეჟიმში. გარდა სტანდარტული ფუნქციონალური პროგრამებისა სისტემა „PRIMUS“ შეიცავს ისეთ ფუნქციონალურ პროგრამებს, რომელთა საშუალებით ყოველ მომხმარებელს გამოეყოფა შეუალღური ინფორმაციისათვის მუშა მონაცემების კრებული (P. H. Д), მისთან ერთად მომხმარებელს შეუძ-

ლოა კვებარი დაამყაროს საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებულთან, რომელიც მოთავსებულია პირდაპირი დაშვების დამმხსოვრებელ მოწყობილობებზე.

სისტემასთან კონტაქტის დასამყარებლად, საჭიროა დავაპიროთ ფუნქციონალურ კლავიშს BB (ВВОД). ეკრანზე ვჯებულობთ შეტყობინებას

Работает монитор PRIMUS Версия 2. 3  
Сообщите Ваше имя

ამის პასუხად კლავიატურაზე უნდა აკრიფოთ სახელი, რომელიც საჭიროა დისპლეისთან აღებულ მომენტში მუშაობის დროს. ვთქვათ, TAL და დავაპიროთ BB-ს ვლებულობთ შეტყობინებას

P. H. Л. Заполнен другим пользователем-содержимое стирается посылайте команду

სისტემის ერთ-ერთ ბრძანებას წარმოადგენს HELP, რომლის შესრულების შედეგად ეკრანზე ვლებულობთ სისტემით სარგებლობის ინსტრუქციას. BB-ზე დაკერით შეიძლება ეკრანის გადაფურცვლასაპირო ინსტრუქციის მიღების შემდეგ უნდა გამოვიდეთ ამ რეჟიმიდან, ამისათვის ეკრანის ბოლოში მოთავსებული წინადადებებიდან ამოვარჩევთ ერთ-ერთს:

Нажмите клавишу BB(продолжить) или введите имя интересующей Вас команды или символ E(закончить).

ჩვენ შეგვიძლია ინსტრუქციაში ჩამოთვლილი ბრძანებებიდან აკრიფოთ კლავიატურაზე რომელიმე და ვნახოთ მისი მახასიათებლები.

შენიშვნა: კლავიატურაზე რამდენიმე ბრძანების აკრეფისას, მის შესასრულებლად ყოველთვის უნდა დავაპიროთ BB-ს

E სიმბოლოს შეყვანის შემდეგ ვლებულობთ შეტყობინებას:

Посылайте команду

პირადი საბიბლიოთეკო მონაცემების კრებულის შესაქმნელად საჭიროა ვისარგებლოდ ბრძანებით DSET, რომლის ფორმატს აქვს სახე: DSET— მონაცემების კრებულის სახელი BB, სადაც სიმბოლო „—“ აღნიშნავს ინტერვალს.

ფუნქციონალური პროგრამა, რომელიც უზრუნველყოფს ამ

ბრძანებას, შედის მომხმარებელთან დიალოგურ დამოკიდებულებაში, რითაც განისაზღვრება ტომის სახელი და მონაცემების შემდეგ მახასიათებლები:

- მონაცემების ორგანიზაცია DSORG = ...
- ჩანაწერების ფორმატი RECFM = ...
- ჩანაწერების ზომა LRECL = ...
- ბლოკების ზომა BLKSIZE = ...
- გამოყოფილი მიღამო SPACE = ...

მათითებული სიტყვები სისტემის საშუალებით იბეჭდება ეკრანზე, ხოლო აქ აღნიშნული წერტილების ნაცვლად მომხმარებელში უნდა გასცეს შესაბამისი პასუხები, შინაარსის შესაბამისად. მომხმარებელს დიალოგის პროცესში შეუძლია უარყოს ბრძანება DSET, E სიმბოლოს შეყვანის შემდეგ. ყოველი წინადადების შეყვანა სრულდება BB კლავიშზე დაჭერით. მაგალითად:

```
DSET—STUD 860 BB
      DSORG=PO BB
      RECFM=FB BB
      LRECL=80 BB
      BLKSIZE=3200 BB
      SPACE=(TRK,(10, 10, 10)) BB
```

BB—ნიშნავს, უნდა დაეჭიროთ კლავიშს BBOD.

სადაც STUD860 არის ბიბლიოთეკის სახელი; DSORG გვიჩვენებს მონაცემების ორგანიზაციას. PO—საბიბლიოთეკოა. ოპერანდი RECFM გვიჩვენებს ჩანაწერის ფორმატს, F—ფაქსირებული სიგრძით. ოპერანდი BLKSIZE—ბლოკის ზომის მაჩვენებელია ბაიტებში —3200 ბაიტი. LRECL გვიჩვენებს მონაცემების კრებულში ჩანაწერის მაქსიმალურ სიგრძეს, განხილულ მაგალითში უდრის 80-ს. SPACE—საბიბლიოთეკო მონაცემთა კრებულისათვის გამოყოფილი მეხსიერებაა, TRK—ბილიკებით იზომება მაგნიტურ დისკზე. პირველი 10 გვიჩვენებს გამოყოფილია 10 ბილიკი, მეორე 10 გვიჩვენებს, რომ სისტემა საჭიროების შემთხვევაში დამატებით გამოყოფს 10 ბილიკს. მესამე 10 გვიჩვენებს, რომ ცნობარისათვის გამოიყოფა 10 ბლოკი, თითოეული 256 ბაიტის რაოდენობით.

იერარქიულად მონაცემების განაწილება შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სქემის სახით (ნახ.17).

ამრიგად, სისტემა „PRIMUS“-ის საშუალებით ხორციელდება დიალოგი მანქანასა და მომხმარებელს შორის. მომხმარებელს მონაცემების კრებული შეიძლება შენახული ჰქონდეს ეგმ-ის გარე მეხსი-



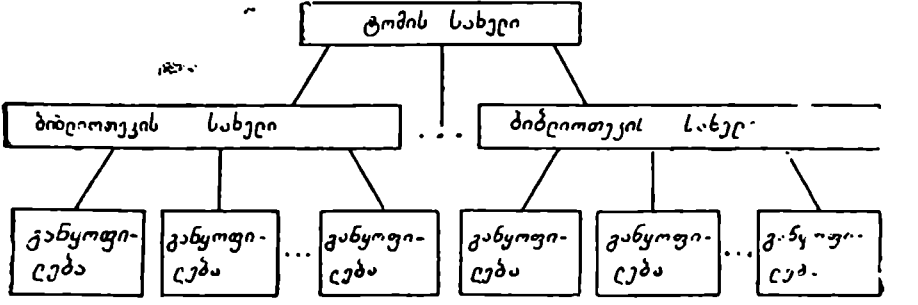
ერებაში. მონაცემების ამ ერთობლიობას ვუწოდოთ პირადი მონაცემების კრებული. მის მახასიათებლებს წარმოადგენს განყოფილების სახელწოდება, ბიბლიოთეკის სახელწოდება, სადაც ეს განყოფილებაა მოთავსებული და ტომის დასახელება, რომელზედაც ეს ბიბლიოთეკაა მოთავსებული.

მუშაობის დაწყებისას შეიძლება შევამოწმოთ არის თუ არა გამოყენებულ იქნა მანეტური დისკი, რომელზედაც ვაპირებთ მუშაობას ამისათვის გამოვიყენოთ ბრძანება DASD. ამ ბრძანებისა და BB-ზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე მიიღება საჭირო დისკის სახელი.

დიდი რაოდენობით ინფორმაციის შეყვანა დისპლეიდან გაუმართლებელია. ასეთ შემთხვევაში საწყისი ინფორმაცია პერფორმირებულიდან უნდა გაიგზავნოს მანეტურ დისკზე. პირადი მონაცემების კრებულის ფორმირება შესაძლებელია პაკეტური დამუშავების რეჟიმის დროს, რომელიც არ შედის სისტემა „PRIMUS“-ის ფუნქციებში.

მცირე ინფორმაცია მუშა მონაცემების კრებულში შეგვყავს უშუალოდ დისპლეის ეკრანიდან INPT ბრძანების საშუალებით INPT—BB, რის პასუხად ეკრანზე ვღებულობთ შეტყობინებას საწყისი ტექსტის შეყვანის შესახებ, ამ შეტყობინების დათმობილი აქვს ეკრანის პირველი სტრიქონი, ხოლო შემდეგ სტრიქონზე კი მოცემულია დამზარე ინფორმაცია პოზიციების მდებარეობის შესახებ, კურსორი ავტომატურად გადმოდის ახალ სტრიქონზე და ვიწყებთ საწყისი ინფორმაციის აკრეფას საჭირო პოზიციიდან. თუ სტრიქონები ბოლომდე არ არის შევსებული, კურსორის ახალ სტრიქონზე გადასაყვანად უნდა დავაჭიროთ სიმბოლოს „\_“.

შენიშვნა: INPT ბრძანების ყოველი ახალი გამოყენების მუშა მონაცემების კრებულში ირსებული უწინდელი ინფორმაცია



იკარგება, ხოლო BB კლავიშზე დაკერის შემდეგ ინფორმაცია დის-  
პლეიდან იგზავნება მუშა მონაცემების კრებულში. მაგალითად,  
ვთქვათ, მოცემულია ფუნქცია:

$$y = x^3 + \sqrt{|1-x^2|}$$

ვიხოვოთ  $y$ -ის მნიშვნელობები, როცა  $x \in [1; 4]$  სეგმენტს, ხო-  
ლო  $x$ -ი იცვლება ბიჯით  $h=0,1$ . შევადგინოთ მოცემული ამოცანის  
დავალება, ამოვხსნათ PRIMUS სისტემის გამოყენებით.  
დავალებას აქვს შემდეგი სახე:

```

|| MARI-JOB-(61,12), 'КРИСТЕВА', MSGLEVEL=(1,1),
MSGCLACC=P
||-EXEC-FORTGCLG
|| FORT. SYSPRINT-DD-SVSOUT=P
|| FORT. SYSIN-DD *
- - - - - DIMENSION Y(31)

```

1 5;617 72173 . . 80

	X=1	
	DO 100 K=1,31	
	Y(K)=X * *3+SQRT(ABS(1-X * *2))	
100	X=X+0.1	
	WRITE (6,2)Y	
2	FORMAT (1X, 5E 15.5)	
	STOP	
	END	

```

| *
|| GO. FT06F001-DD-SYSOUT=P
|| GO. SYSPRINT-DD-SYSOUT=P
||

```

შენიშვნა: მმართველი ოპერატორები უნდა შევიყვანოთ  
პირველი პოზიციიდან, ხოლო პროგრამის ოპერატორები მეშვიდე  
პოზიციიდან, ქვე უნდა მოვათავსოთ პირველიდან ხუთ პოზიციაში.

დავალების აკრფის შემდეგ, ერთხელ კიდევ შევამოწმოთ ეკ-  
რანზე მოცემული ინფორმაცია, სანამ BB-ს დავაკერდეთ ეკრანიდან  
შეგვიძლია კორექტირება შევასრულოთ. თუ დავალება სწორადაა  
აკრფილი, ვაქერთ BB-ს, რის შედეგად ეკრანზე ვღებულობთ შეტ-  
ყობინებას

Посылайте команду

რომელიც გვიჩვენებს, რომ INPT ბრძანება შესრულდა. ინფორმაცია გაიგზავნა მუშა მონაცემების კრებულში. ტექსტი, რომელიც გაიგზავნეთ მუშა ნაწილში, შეიძლება გამოვიძახოთ ისევ ეკრანზე LIST ბრძანებით. ბრძანების ფორმატს აქვს სახე: LIST—[a] [, b] სადაც a და b გვიჩვენებს დიაპაზონს. თუ a და b არ არის მითითებული, მაშინ გამოვიძახებთ მთლიანად ჩანაწერს.

მუშა მიდამოში მოთავსებული ჩანაწერის დასანომრავად გამოიყენება ბრძანება NUMB. რიგითი ნომრები ჩაიწერება 73—80 პოზიციებში.

მუშა მიდამოში მოთავსებული ტექსტი შეიძლება დაიბეჭდოს ალფაბეტიურ-ციფრულ საბეჭდო მოწყობილობაზე ბრძანებით PRINT. ამ ბრძანების შესრულებისას თავდაპირველად იბეჭდება მომხმარებლის სახელი, რომელსაც ვუთითებთ სისტემაში შესვლის წინ, შემდეგ ტექსტი და რიგითი ნომერი ყოველი სტრიქონის დასაწყისში.

მუშა მიდამოში მოთავსებული მონაცემების ბიბლიოთეკაში შესანახად საჭიროა გამოვიყენოთ SAVE ბრძანება, რომლის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე: SAVE—, ბიბლიოთეკის დასახელება (განყოფილების დასახელება), ამის შემდეგ სისტემა მოითხოვს ტომის დასახელებას. ავტომატურად ტომის დასახელება და დაეპირით თითო BB-ს. თუ იგივე განყოფილებას მივუთითებთ, რაც ადრე გექონდა, მაშინ ამ განყოფილებაში მოცემული ინფორმაცია შეიცვლება მუშა მიდამოში მოთავსებული ინფორმაციით და ეკრანზე მავილებით წარწერას

### Посылайте команду

ერთიანი სისტემის ეგმ-ის ოპერაციული სისტემისათვის დაეძღვება სისტემა „PRIMUS“-ის საშუალებით უნდა მომზადდეს ისეთი ფორმატით, როგორცაა ის მზადდება პერფორბრათებზე. აქედან გამომდინარე ყოველი სტრიქონი ეკრანზე შეესაბამება ერთ პერფორბრათს, სიმბოლოების ერთობლიობას, რომელიც მოცემულია ეკრანის ერთ სტრიქონზე (პერფორბრათზე) დაწყებული პირველი პოზიციიდან 80 პოზიციამდე. ეწოდება ჩანაწერი, ხოლო ჩანაწერების ერთობლიობას კი ტექსტი. თუ ჩანაწერი ეკრანის სტრიქონზე ბოლომდე არ არის შევსებული, მაშინ ახალ სტრიქონზე გადასვლა სრულდება  $\lfloor$  კლავიშზე დაჭერით.

დავალების ტექსტი თავიდანვე შეგვიძლია სრულყოფილი სახით, ან ნაწილ-ნაწილ, ხოლო შემდეგ სისტემის შესაძლებლობების გამოყენებით შევავსოთ სრული დავალების სახით.

მთელ სეანსზე მუშაობის დროს სისტემა „PRIMUS“-ში თითოეული მომხმარებლისათვის გამოიყოფა მკესიერების გარკვეული მიდამო, რომელსაც ეწოდება მუშა არე. ეს არე ემსახურება იმ

ტექსტის დამახსოვრებას, რომელსაც მთელი სეანსის განმავლობაში იყენებს მომხმარებელი. მუშა არე გაანგარიშებულია ისეთი ტექსტის შესანახად, რომლის ჩანაწერების რაოდენობა არ აღემატება 400-ს.

ტერმინალიდან ეგზ-ში ტექსტის შეტანისას სისტემა მუშა არეში ავზავნის ჩანაწერებს იმ მიმდევრობით, რა მიმდევრობითაც შედის ეკრანიდან. ამავე დროს თითოეული ჩანაწერი ინომრება შესაბამისად. შემდეგში მუშა არეში მოთავსებულ ჩანაწერს შეიძლება შეემართოს თავისი რიგითი ნომრის მიხედვით.

იმისათვის, რომ შესაძლებელი იყოს შეტანილ ტექსტზე მუშაობა, მომდევნო სეანსებზე საჭიროა ტექსტი, მუშა არიდან გადაივზავნოს მაგნიტურ დისკოზე, პირადი მონაცემების კრებულისათვის განკუთვნილ განყოფილებაში, შესაბამისი სისტემური ბრძანებით.

იმისათვის, რომ ვნახოთ ამა თუ ბიბლიოთეკაში რა და რა განყოფილებებია მოთავსებული, ამისათვის უნდა გამოვიყენოთ ბრძანების კოდი CONT. მის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე:

CONT— ბიბლიოთეკის დასახელება

კლავიშზე დაკერის შემდეგ ეკრანზე ვლებულობთ შეტყობინებას: Укажите имя тома, на котором расположен Ваш набор данных მომხმარებელმა უნდა მიუთითოს ტომის დასახელება და დააკიროს თითი BB-ს. დისპლეის ეკრანზე გამოჩნდება ბიბლიოთეკაში განლაგებული გახყოფილებების სათაურები. ყოველ ბიბლიოთეკაში შეიძლება მოთავსდეს 50 განყოფილება. თუ გვინდა გავაგრძელოთ სათაურების ნახვა, უნდა დავაკიროთ თითი BB ს, ხოლო თუ გვინდა დავამთავროთ ეს პროცესი, უნდა გამოვიყენოთ შიდა ბრძანება „E“. ე. ი. ავკრიფოთ E სიმბოლო და დავაკიროთ BB-ს.

„PRIMUS“-ის საშუალებით შეგვიძლია დავაფიქსიროთ ტომის დასახელება, რომ სისტემამ არ მოგვთხოვოს მისი სახელი. ამისათვის გამოვიყენება DVOL, რომლის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე:

DVOL— ტომის სახელი

იმისათვის, რომ დავამთავროთ სისტემასთან მუშაობა, საჭიროა დავუცადოთ ბოლო ბრძანების შესრულებას და როდესაც ეკრანზე გამოჩნდება წარწერა „посылайте команду“, ავკრიფოთ ბრძანება END და დავაკიროთ თითი BB ს, რის შედეგად ეკრანზე გამოჩნდება წარწერა:

სახელი сеанс работы окончен!

იმისათვის, რომ ვნახოთ, თუ რა ინფორმაცია ინახება განყოფილებაში, საჭიროა გამოვიყენოთ LOOK ბრძანება, რომელსაც

აქვს შემდეგი სახე: LOOK— ბიბლიოთეკის დასახელება (განყოფილების დასახელება) ეკრანზე გამოჩნდება:

укажите имя тома, на котором расположен ваш набор данных  
პასუხად უნდა აეკრიფოთ ტომის დასახელება და დავაქიროთ თითო BB-ს. ეკრანზე პასუხად გამოჩნდება ჩანაწერები; ეკრანის გადაფურცვლა შეიძლება BB კლავიშზე თითის დაქერით. იმისათვის, რომ შევწყვიტოთ განყოფილების შინაარსის ნახვა, საჭიროა გამოიყენოთ ბრძანება E და დავაქიროთ თითი BB ს.

ეკრანზე მოვიღებთ შეტყობინებას:

Посылайте команду

სისტემა „PRIMUS“ ის საშუალებით შეიძლება ვნახოთ ბიბლიოთეკის განყოფილების შინაარსი, ამისათვის გამოიყენება ბრძანება COPY, რომლის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე:

COPY— ბიბლიოთეკის დასახელება (განყოფილების დასახელება) ეკრანზე გამოჩნდება

Укажите имя тома, на котором расположен Ваш набор данных.  
უნდა აეკრიფოთ ტომის დასახელება და დავაქიროთ თითი BB-ს, პასუხად ეკრანზე გამოჩნდება Посылайте команду.

კორექტირებისათვის ბიბლიოთეკიდან COPY ბრძანებით მუშა მიღამოში გამოვიძახოთ განყოფილებაში ჩაწერილი ინფორმაცია, ხოლო შემდეგ გამოვიძახოთ ეკრანზე CORR ბრძანებით და შევასრულოთ შესწორება სისტემატრად. თუ საჭიროა, შეეცვალოთ ესა. თუ ის ჩანაწერი, ამისათვის გამოიყენება ბრძანება, ჩანაწერის ამოსაგდებად D ბრძანება, ხოლო ჩასამატებლად I ბრძანება და შესასწორებლად R ბრძანება.

ვთქვათ, გვინდა შევასწოროთ რაშდენიშე სტრიქონსაგან შემდგარი ფრაგმენტი R ბრძანების გამოყენებით. ამისათვის კურსორი უნდა დავაყენოთ შესასწორებელი სიმბოლოს ქვეშ და შევიტანოთ სათანადო შესწორება. შესწორებები შეიძლება შევიტანოთ ნებისმიერი თანამიმდევრობით, მაგრამ შესწორებების შეტანის დამთავრების შემდეგ კურსორი უნდა დავაყენოთ ფრაგმენტის უკანასკნელი სტრიქონის ბოლოში, დავაქიროთ თითი BB სიმბოლოს. თუ შესწორებები შეგვქონდა სტრიქონთა ბუნებრივი თანამიმდევრობის დაკვირვებით, ცხადია, კურსორი თავისთავად დაიკავებდა საჭირო მდებარეობას.

BB-ზე თითის დაქერის შემდეგ სისტემა კვლავ მოითხოვს გამოვყენოთ შემდეგი ფრაგმენტი ან დავამთავროთ მუშაობა. თუ საჭიროა სხვა ფრაგმენტში ინფორმაციის შეცვლა, ვიღებთ G სიმბოლოს, ვაქერთ თითს BB-ს და ვიქცევით ზემოთ აღნიშნულის ანალო-

გიურად. თუ კორექტირების გაგრძელება არ არის საჭირო, მაშინ უნდა აეკრიფოთ E სიმბოლო და დაეაქიროთ თითო BB-ს.

თუ საჭიროა რომელიმე ჩანაწერის ამოღება, გამოიყენება D ბრძანება, რომლის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე:  $\text{D—}n\text{[},$  რომელიც გვიჩვენებს, რომ ეკრანზე გამოძახებული ფრაგმენტიდან ჩანაწერების რაოდენობაა n. თუ n არ შედის ამ ბრძანებაში, მაშინ ის ჩაითვლება ერთის ტოლად. ამ ბრძანების შემდეგ ვაქეროთ BB-ს, ამოვღებულ ფრაგმენტის დამახსოვრება ხდება გარკვეული რესურსებით და ის შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ჩამატების ბრძანების დროს.

თუ გამოყვანილ ფრაგმენტში საჭიროა ახალი ჩანაწერის ჩამატება, მაშინ უნდა გამოვიყენოთ I ბრძანება, რომლის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე:  $I—A$  და ვაქეროთ თითო BB-ს, სადაც A გვიჩვენებს იმ ჩანაწერის რიგით ნომერს, რომლის შემდეგ უნდა შევასრულოთ ჩანაწერების ჩასმა. ამ დროს ეკრანზე გამოჩნდება ინფორმაცია

1 2 3 4 ... 80

მონხმარებელმა უნდა აკრიფოს ერთი ან რამდენიმე ჩანაწერი, რომელიც უნდა ჩაისვას A-ს შემდეგ, ბოლოს დააქიროს თითო BB-ს.

მის შემდეგ, რაც განეხორციელებთ კორექტირების ყველა ბრძანებას, საჭიროა ვისარგებლოთ შიგა ბრძანებით E;

შენიშვნა: R, I, D ბრძანების დროს კორექტირება ხდება ეკრანზე, თუ იგი ცვლილებების შეტანა რომ შესრულდეს პირადი მონაცემების ერთობლიობაში, მუშა ველში, საჭიროა აეკრიფოთ E ბრძანება, ამით მთავრდება CORR ბრძანება. რის შემდეგ ეკრანზე გამოჩნდება წარწერა;

Посылайте команду

როცა დავალბა ჩაწერება მისთვის განკუთვნილი ბიბლიოთეკის განყოფილებაში (SAVE ბრძანებით), ეს დავალბა შეიძლება გადაეცეს ოპერაციულ სისტემას პაკეტურ რეჟიმში შესასრულებლად ამ მიზნით გამოიყენება EXEC ბრძანება, რომლის ფორმატს აქვს შემდეგი სახე: EXEC— ბიბლიოთეკის სახელი (განყოფილების დასახელება) დაეაქიროთ BB-ს. ეკრანზე გამოჩნდება წარწერა:

на каком томе расположен Ваш набор данных

ამის შემდეგ საჭიროა ჩაწეროთ ტომის დასახელება და დაეაქიროთ თითო BB-ს. ეკრანზე გამოჩნდება წარწერა:

Задание поставлено в очередь на выполнение  
посылайте команду

D—A ბრძანების აკრეფისა და BB-ზე თითის დაქერის შემდეგ მივი-

ლები ინფორმაციას იმ დავალებებზე, რომლებიც მოცემულ მომენტში სრულდება სისტემაში—ცხრილის სახით აქვე ნაჩვენები იქნება შესრულების ბიჯი (ტრანსლაცია, რედაქტირება, ანგარიში).

დავალების შესრულებასთან დაკავშირებული ინფორმაცია შეიძლება მივიღოთ SOUT ბრძანების საშუალებით. ბრძანებას აქვს სახე: SOUT— დავალების სახელი

და დავაქიროთ BB-ს.

თუ აღნიშნული დავალება შესრულებული არ არის ან მას არ გააჩნია მონაცემები P(დისპლეების) კლასში, მაშინ ეკრანზე გამოჩნდება გამათბობილებელი შეტყობინება და ამ ბრძანების შესრულება შეწყდება.

იმისათვის, რომ ვნახოთ კონკრეტული ინფორმაცია, აუცილებელია გამოვიყენოთ შემდეგი:

1. სისტემური შეტყობინების სანახავად ბრძანება:

L—

და დავაქიროთ BB-ს.

2. გამოსასვლელი მონაცემების სანახავად ბრძანება:

L—N

სადაც  $N=1$  განსაზღვრავს კომპილაციას,  $N=2$  რედაქტირებას  $N=3$  შედეგებს. SOUT ბრძანების დამთავრება შეიძლება E ბრძანების შესრულებით.

ნებისმიერი ბრძანების შესრულება შეიძლება შეწყვიტოთ ბრძანებით KILL და დავაქიროთ BB-ს, რის შედეგად ეკრანზე მიიღება შეტყობინება

ABEND, КОД ЗАВЕРШЕНИЯ-222

ამ შეტყობინების შემდეგ, რომ გავაგრძელოთ სისტემასთან მუშაობა უნდა დავაქიროთ BB-ს და დაველოდოთ შეტყობინებას *Посылайте команду* რის შემდეგ შეიძლება ვისარგებლოთ საკირო ბრძანებით. სისტემიდან გამოსვლა შეიძლება ბრძანებით END.

ხეხტემა „PRIMUS“-ის ბრძანება:

I. მუშაობა მუშა ველთან.

INPT— ტექსტის შეყვანა დისპლეიდან;

LIST— ტექსტის ნახვა ეკრანზე;

CORR— ტექსტის კორექტირება;

NUMB— ჩანაწერების დანომრვა;

PRINT— ტექსტის ბეჭდვა ალფავეიტურ-ციფრულ საბეჭდო მოწყობილობაზე.

## II. მუშაობა ბიბლიოთეკასთან

DVOL—ტომის ფიქსაცია;

COPY—ბიბლიოთეკიდან გაგზავნა მუშა ველში;

SAVF—მუშა ფელიდან ბიბლიოთეკაში გაგზავნა;

LOOK—ბიბლიოთეკიდან როშელიმე განყოფილების ნახვა ეკრანზე;

CONT—ბიბლიოთეკის განყოფილებების დასახელებების ნახვა ეკრანზე

## III. მუშაობა დავალებასთან

EXEC—დავალების გადაცემა პაკეტში დასამუშავებლად;

D—A—შესრულებაში მყოფ დავალებათა ნახვა;

SOUT—დავალების შედეგების ნახვა.

## IV. ნებისმიერია ბრძანების დაუყოვნებლივ შეწყვეტა

KILL

## V. ხსტემიდან გამოხვლა

END

DOS და OS სისტემაში EC ებმ-ეზის ფორბრან-ბრანსლატორის  
დიაგნოსტიკური შეტყობინებანი

ტრანსლატორი ასრულებს საწყისი პროგრამის სინტაქსურ ანალიზს, თუ პროგრამის როშელიმე ოპერატორში აღმოჩნდა შეცდომა, ამის შესახებ შეტყობინება იბეჭდება და კონტროლი გრძელდება მთელი პროგრამის ბოლომდე. ტრანსლაციისას ამოზექდილი შეტყობინებანი ორი ხაზისაა: შეტყობინებანი პროგრამის ოპერატორებში დაშვებული შეცდომის შესახებ და შეტყობინებანი, რომლებიც ამოიბეჭდება ტრანსლაციის დამთავრებისას. პირველი ხაზის შეტყობინება იქვე ოპერატორთან მიეითება. შეცდომის მიმთითებელს წარმოადგენს ფულადი ერთეულის ნიშანი    . ოგი იბეჭდება ოპერატორის მკდარი პოზიციის ქვეშ, შეტყობინების ფორმატს აქვს სახე:

IEYXXI შეტყობინება

მაგალითად,

WRITE (6, 7)

IEY004I    ||SINTAX

უნდა იყოს

WRITE (6, 7)Y

განვიხილოთ შეტყობინებათა ცხრილი ტრანსლაციისა და შეს.



რულების დროს. ტრანსლიაციის დროს მითითებული შეცდომები არის 0, 4, 8 და 16 დონის.

0 და 4 დონის შეცდომები გამაფრთხილებელია, ხოლო 8 და 16 დონისა სერიოზულს წაშლისადაც ნიშნავს, რომლის დროსაც როგორც წესი, წყდება ტრანსლიაცია.

პროგრამის შესრულებისას შეფერხების გამოწვევი მიზეზებია ძირითადად:

1. რიგის გადავსება;
2. რიგის დაკარგვა;
3. ნულზე გაყოფა.

თუ არითმეტიკული ოპტაციის შესრულების შედეგი აღემატება 6<sup>55</sup>, მაშინ ადგილი აქვს რიგის გადავსებას, თუ შედეგის შიდა ნაკლებია 16<sup>-55</sup>, მაშინ რიგის დაკარგვას აქვს ადგილი.

#### 4. ტრანსლიაციისას შეტყობინებათა ჩამოთვლა

ტრანსლიაციისას შეცდომების შესახებ OC—EC სისტემაში შეტყობინებას იძლევა ტრანსლატორი, რომელსაც ზოგადად აქვს შემდეგი სახე: IEYnnnI, კოდი.

კოდი გვიჩვენებს დაშვებული შეცდომის დონეს სირთულის მიხედვით. კოდი ლებულობს რიცხვით მნიშვნელობებს: 0, 4, 8, 16 რომლებიც აღნიშნავენ:

- 0—საწყისი მოდულის არაკორექტორული გაფორმება;
- 4—მოსალოდნელი შეცდომა დამუშავების მომდევნო ეტაპზე;
- 8—შეცდომა, რომლის დროსაც მომდევნო ეტაპზე დამუშავება შეუძლებელია;

16—უბეშო შეცდომა, რომლის დროსაც წყდება დამუშავებელი პროგრამის მუშაობა.

- IEY 001I 8. დაუშვებელი ტიპები; მუდმივების, ცვლადის ან გამოსახულების. ცვლადის ტიპის არასწორი გამოყენება ან განსაზღვრა.
- IEY 002I 0. გადასვლის ოპერატორის მომდევნო ოპერატორში გამოტოვებულია კოდი.
- IEY 003I 0. სახელი შეიცავს 6 სიმბოლოზე მეტს. ყურადღებაში მიიღება მხოლოდ პირველი 6 სიმბოლო.
- IEY 004I 0, ოპერატორში გამოტოვებულია ან ჩანულია მძიმე.

- IEY 005I 8. ოპერატორის ქდის არასწორი გამოყენება.
- IEY 006I 8. ქდის განმეორებითი ხმარება.
- IEY 007I 8. ერთი და იგივე სახელთა გამოყენებულნი პროგრამული ერთეულის სხვადასხვა ობიექტების აღსანიშნავად.
- IEY 008I 8. სახელის არასწორი გამოყენების გამო შეუძლებელია მესხიერების განაწილება.
- IEY 009I 8. ოპერატორების არასწორი თანმიმდევრობით დალაგება.
- IEY 010I 8. არასწორი ზომა (სიგრძე) ველის, მესხიერების, რიცხვის ან ქდის.
- IEY 011I 8. მასივის ელემენტის გამოყენება, რომელიც არ არის აღწერილი.
- IEY 012I 8. მასივის ელემენტის მითითებისას გამოყენებულ ინდექსთა რაოდენობა არ შეესაბამება მასივის განზომილებას.
- IEY 013I 8. ოპერატორი არ შეესაბამება ფორტრანის სინტაქსს.
- IEY 014I 8. ტიპის ცხადი აღწერის ოპერატორში ან DATA ოპერატორში ცვლადისათვის მისანიჭებელი მუდმივის ტიპი განსხვავდება ცვლადის ტიპისაგან.
- IEY 015I 8. საწყისი მოდული არ შეიცავს END ოპერატორს. ოპერატორი ჩაისმის.
- IEY 016I 8. ოპერატორის არასწორი გამოყენება.
- IEY 017I 0. STOP და RETURN ოპერატორთა არასწორი გამოყენება ქვეპროგრამასა და ძირითად პროგრამაში.
- IEY 018I 4. ბიბლიოთეკურ ქვეპროგრამაზე მიმართვისას არგუმენტთა რაოდენობის მცდარად მითითება.
- IEY 019I 4. ქვეპროგრამა ფუნქციაში ფუნქციის სახელს ან რომელიმე ფორმალურ პარამეტრს არ ენიჭება მნიშვნელობა ქვეპროგრამაში შესვლისას.
- IEY 020I 4. COMMON და EQUIVALENCE ოპერატორების არასწორი გამოყენების გამო ცვლადებისათვის მესხიერების განაწილება ვერ ხერხდება.

- IEY 0211 8. ოპერატორი, რომელზედაც 0 ოპერატორი მიუთითებს არ არის დაკლდეებული. ასეთი კლდეები ამოიბეჭდება შეტყობინებისას.
- IEY 0221 8. ოპერატორი, რომელზედაც სხვა ოპერატორი მიუთითებს არ არის დაკლდეებული. ასეთი კლდეები ამოიბეჭდება.
- IEY 0231 4. EQVIVALENCE ოპერატორში მითითებული ცვლადებისათვის შეხსიერების განაწილება ვერ ხერხდება ელემენტებს შორის წინააღმდეგობის გამო ან გათანაბრების წესის დარღვევის გამო. ასეთი ცვლადები ამოიბეჭდება.
- IEY 0241 4. EQVIVALENCE ოპერატორში გამოყენებული მასივის ელემენტი არ ეკუთვნის აღწერილ მასივს.
- IEY 0251 4. ცვლად განზომილებიანი მასივის არასწორი განსაზღვრა, შეტყობინების შემდეგ იბეჭდება არასწორად განსაზღვრულ მასივთა განზომილებანი და სახელები.
- IEY 0261 4. მონაცემების ბლოკში გამოყენებულია ცვლადები, რომლებიც არ არის მითითებული COMMON ოპერატორში. შეტყობინების შემდეგ იბეჭდება ასეთ ცვლადთა სია.
- IEY 0271 8. ოპერატორი შეიცავს 19 სტრიქონზე მეტ გაგრძელებას.
- IEY 0291 0. შეცდომა დაშვებულია პერფორაციისას. ასეთი პერფორაცია იგნორირებულია.
- IEY 0321 0. \* ოპერატორი უსწრებს ფორტრანის საწყისი მოდულის ოპერატორებს. მიმდინარეობს ცარიელი მოდულის დამუშავება.
- IEY 0331 0. ორ მომდევნო ოპერატორს შორის მოთავსებულია 30-ზე მეტი კომენტარი. ზეღმეტი კომენტარის იგნორირება ხდება.
- IEY 0341 9 ან 16 მონაცემთა შეტანა—გამოტანისას წარმოიშვა შეცდომა.
- IEY 0351 შეცდომა DD ოპერატორის არასწორი ჩაწერის გამო.
- IEY 0361 0 არაშესრულებადი ოპერატორი გარდა FORMAT ოპერატორისა დაკლდეებულია. ასეთ შემთხვევაში ხდება კლდის იგნორირება.
- IEY 0371 4. მასივის განზომილება განსაზღვრულია ორჯერ

IEY 0381 4. მუდმივის განზომილება, რომელიც მიითთებულია ტიპის ცხადი აღწერის ოპერატორში Dან ΔTA ოპერატორში მუდმივის მნიშვნელობა აღემატება შესაბამისი ცვლადის ან მასივის ელემენტის სიდიდეს.

IEY 0391 0 RETURN ოპერატორი გამოტოვებულია და ის ჩაისმის.

**პროგრამის შესრულებისას დაშვებულ შეცდომათა შეტყობინების ჩამოთვლა:**

ფორტრანზე ჩაწერილი მომხმარებლის პროგრამის შესრულებისას დაშვებული შეცდომის შესახებ შეტყობინებას ზოგადად აქვს შემდეგი სახე:

IHC nnnl. შეტყობინების ტექსტი.  
ესენია:

IHC 207l. პროგრამული წყვეტა რიგის გადავსების გამო, შედეგი— მაქსიმალური დასაშვები რიცხვი.

IHC 208l. პროგრამული წყვეტა რიგის გაქრობის გამო, შედეგი—ნული.

IHC 209l. პროგრამული წყვეტა გაყოფის შემოწმებისა. გაყოფა არ მემდინარეობს.

IHC 210l. პროგრამული წყვეტა, იბეჭდება პროგრამის მდგომარეობა, რომლის მერვე სიმბოლო გვიჩვენებს შეწყვეტის მიზეზს.

IHC 211l. FORMAT ოპერატორის სარგებლობისას აღმომოჩინილია დაუშვებელი სიმბოლო.

IHC 212l. ფორმატიზირებული ჩანაწერის შეტანის ან გა. მოტანის ცდა, რომელიც აღემატება განსაზღვრული ლოგიკური ან ფიზიკური მოწყობილობისათვის მაქსიმალურად დასაშვებ სიგრძეს. შეტყობინების შემდეგ იბეჭდება მონაცემების ერთობლიობის მითითებითი ნომერი XXX.

IHC 213l. უფორმატო შეტანის სია აღემატება ლოგიკურ-ჩანაწერის სიგრძეს. დაიბეჭდება მონაცემების ერთობლიობის მიმთითებელი ნომერი და მოხდება დანარჩენების იგნორირება.

IHC 214l. უფორმატო შეტანისას ან გამოტანისას მითითებული ჩანაწერის F ტიპი.

IHC 215l. ფორმატიზირებული ჩანაწერის შეყვანისას კოდე-

ბით I, E, F და D აღმოჩენილია დაუშვებელი სიმბოლო. სიმბოლო XXX დახეკვლება და შეიცვლება ნულით.

IHC 217I.

შეტანისას შეხვდა მონაცემების ერთობლიობის დასასრული, ხოლო სიის მიხედვით ელემენტების შეყვანა არ არის დამთავრებული. იბეჭდება ასეთი მონაცემების ერთობლიობის ნომერი XXX და შეტანა იწყება მომდევნო ფაილის.

IHC 219I

ჩასატვირთი მოდული შეიცავს მიმართვას არ არსებული მონაცემების ერთობლიობაზე. შეტანა—გამოტანის იგნორირება.

IHC 230I

YYY კვებროგრამის შესრულებისას აღმოჩენილია ოპერატორში შინაგანი ნორმით XXX. შესრულება წყდება.

IHC 232I.

ჩანაწერის ნომერი არ ეთანადება მონაცემების ერთობლიობაში ჩანაწერების რაოდენობას. შეტანა-გამოტანა იგნორირებულია.

IHC 236I

ოპერატორი READ მიმართავს მონაცემების ერთობლიობას, რომელი არ არის შექმნილი. შეტანა-გამოტანა იგნორირებულია.

IHC 241I

მთელი რიცხვის ახარისხება მთელი ხარისხში, თუ ფუძე უდრის ნულს, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი უარყოფითია ან ნულოვანი, შედეგი—ნული.

IHC 242I.

იხ. IHC 241I. ფუძე არის რეალური რიცხვი (ნამდვილი რიცხვი).

IHC 243I.

იხ. IHC 241I, როცა ფუძე არის ორმაგი სიზუსტით.

IHC 244I.

რეალური რიცხვის ახარისხება რეალურ ხარისხში. რეალურ ხარისხში, თუ ფუძე უდრის ნულს, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი უარყოფითია ან ნულოვანი, შედეგი—ნული.

IHC 245I.

ორმაგი სიზუსტის მოცემული რიცხვის ახარისხება ორმაგი სიზუსტით ხარისხში, თუ ფუძე უდრის ნულს, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი უარყოფითია ან ნულოვანი. შედეგი—ნული.

IHC 246I.

კომპლექსური რიცხვის ახარისხება, რომლის ფუძის სიგრძე არის 8 ბაიტი, მთელ ხარისხში თუ ფუძე უდრის ნულს, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი

- ნებელი უარყოფითია ან ნულოვანი. შედეგი — ნული.
- IHC 247I. იხ. IHC 246I, როცა ფუძე კომპლექსური რიცხვითა სიგრძით 16 ბაიტი.
- IHC 251I. უარყოფითი ნამდვილი რიცხვიდან კვადრატული ფესვის ამოღება. მოდულიდან ამოიღება ფესვი.
- IHC 252I. მაჩვენებლიანი ფუნქციის გამოთვლა, როცა არგუმენტი შეტია 174. 974.  
შედეგი—მაქსიმალურად დასაშვები რიცხვი.
- IHC 253I. ნამდვილი რიცხვის ლოგარითმების გამოთვლა, როცა არგუმენტი ნულია ან უარყოფითი. ეს შეტყობინება მიუთითებს აგრეთვე უარყოფითი ფუძის რეალურ ხარისხში აყვანის ცდაზეც. თუ ნამდვილი რიცხვი უდრის ნულს, შედეგი—მაქსიმალურად დასაშვები რიცხვია, თუ არ უდრის ნულს, შედეგი—მოდულის ლოგარითმია.
- IHC 254I. ნამდვილი რიცხვის სინუსის (კოსინუსის) გამოთვლა, როდესაც არგუმენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღემატება ან ტოლია  $\pi \cdot 2^{18}$ . შედეგი  $\sqrt{2} / 2$ .
- IHC 255I. ნულის ტოლი ორი ნამდვილი რიცხვის შეფარდების არკტანგენსის მნიშვნელობის გამოთვლა. შედეგი—ნული.
- IHC 256I. ჰიპერბოლური სინუსის ან კოსინუსის გამოთვლა, როცა არგუმენტი ნამდვილი რიცხვია, რომლის აბსოლუტური მნიშვნელობა მეტი ან ტოლია 174. 673. შედეგი—მაქსიმალურად დასაშვები რიცხვი.
- IHC 257I. ნამდვილი რიცხვის არკსინუსის (არკოსინუსის) გამოთვლა, როდესაც არგუმენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა მეტი ან ტოლია 1-ის. შედეგი—ნული.
- IHC 258I. ნამდვილი არგუმენტის ტანგენსის და კოტანგენსის გამოთვლა, როდესაც აბსოლუტური მნიშვნელობა მეტი ან ტოლია  $\pi \cdot 2^{18}$ . შედეგი—1.
- IHC 259I. განსაკუთრებული წერტილის მახლობლობაში მოცემული ნამდვილი რიცხვის ტანგენსის გა-

- მოსვლა. შედეგი—მაქსიმალურად დასაშვები რიცხვი.
- IHC 2611. იხ. IHC 2511, უარყოფითი რიცხვისათვის ორმაგი სისუსტიე.
- IHC 2621. იხ. IHC 2521, ორმაგი სიზუსტის რიცხვისათვის.
- IHC 2631. იხ. IHC 2531, ორმაგი სიზუსტის რიცხვისათვის.
- IHC 2641. იხ. IHC 2541, ორმაგი სიზუსტის რიცხვისათვის, რომლის მოდული  $\geq \pi \cdot 2^{10}$ .
- IHC 2651. იხ. IHC 2551, ორმაგი სიზუსტის რიცხვისათვის.
- IHC 2661. იხ. IHC 2561, ორმაგი სიზუსტით რიცხვისათვის.
- IHC 2671. იხ. IHC 2571. ორმაგი სიზუსტით რიცხვისათვის.
- IHC 2681. იხ. IHC 2581, ორმაგი სიზუსტით რიცხვისათვის, რომლის მოდული  $\geq \pi \cdot 2^{10}$ .
- IHC 2691. იხ. IHC 259, ორმაგი სიზუსტით რიცხვისათვის.
- IHC 2711. კომპლექსური რიცხვის ექსპონენტის გამოთვლა, როდესაც არგუმენტის სიგრძე შეადგენს 8 ბაიტს და რომელიც აღემატება 174. 673. შედეგი—მაქსიმალურად დასაშვები რიცხვის ნამრაველი ( $\cos Z + i \sin Z$ ), სადაც  $i$ —არგუმენტის წარმოსახვითი ნაწილია.
- IHC 2721. კომპლექსური რიცხვის ექსპონენტის გამოთვლა. როდესაც რიცხვს ნამდვილი ნაწილის სიგრძე შეადგენს 8 ბაიტს და აღემატება  $\pi \cdot 2^{18}$ . შედეგი—ნული ნამდვილ და წარმოსახვით ნაწილებში.
- IHC 2731. კომპლექსური რიცხვის ლოგარითმის გამოთვლა, როდესაც რიცხვის სიგრძე შეადგენს 8 ბაიტს, ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილი უდრის ნულს. შედეგი—ნამდვილ ნაწილში მაქსიმალურად დასაშვები რიცხვი, წარმოსახვით ნაწილში—ნული.
- IHC 2741. კომპლექსური სინუსის (კოსინუსის) გამოთვლა, როდესაც ნამდვილი ნაწილის სიგრძე 8 ბაიტს შეადგენს, რომლის მოდული მეტი ან ტოლია  $\pi \cdot 2^{18}$ . შედეგი—ნამდვილი და წარმოსახვითი ნაწილი ნულია.
- IHC 2751. კომპლექსური რიცხვის სინუსის (კოსინუსი) გა-

მოთვლა, როდესაც წარმოსახვითი ნაწილის სიგრძე 8 ბაიტს შეადგენს, ხოლო მოღულო მეტია 174. 673-ზე.

IHC 900I.

შეცდომათა რაოდენობა XXX ნომრით აღემატება დასაშვებ მნიშვნელობას. შესრულება წყდება.

5. შესრულებადი პროგრამის შეტყობინებანი

შეტყობინების კოდი	შეცდომის მიზეზი
1	2
ILF210I	<p>შეცდომის გამო საწყისი ოპერატორი არ იქნა ტრანსლირებული.</p> <p>შეტყობინების ფორმატია:            SOURCE ERROR AI ISN 000 nnn EXECUTLON FAILED AT SUBROUTINE-XXX            სადაც nnn—შეცდომის პირველ ოპერატორის რიგითი ნომერია:            XXX—მედარი ოპერატორის შემცველი პროგრამის სახელი.</p>
ILF211I	<p>FORMAT ოპერატორით კიბხვის 01 ბეჭდვის დროს აღმოჩენილია დაუშვებელი კოდი.</p>
ILF212I	<p>1. ისეთი ფორმატიზირებული ჩანაწერის შეტანას ან გამოტანის ცდა, რომლის სიდიდე აღემატება განსაზღვრული ლოგიკური ან ფიზიკური მოწყობისათვის მაქსიმალურად დასაშვებ სიგრძეს.</p> <p>2. ფორმატიზირებული ჩანაწერიდან იმაზე მეტი ჩანაწერების წაკითხვის ცდა, ვიდრე ის შეიცავს.</p>
ILF219I	<p>მაგნიტური ლენტადან. დისკიდან ან ბარათების შეხატან მონაცემებიდან წაკითხულია ფაილის ბოლო.</p>
ILF223I	<p>ფორმატიზირებული ჩანაწერის შეტანისას აღმოჩენილია არასწორი სიშბოლო.</p>
ILF225I	<p>მოხდა პროგრამული არითმეტიკული წყვეტა. ამ შეტყობინებას თან ახლავს ძველი PSW-ს ბეჭდვა და ნაბეჭდს აქვს სახე.            program interrupt old PSW xxxxxxxxxxxxxxxxxxx</p>



1	2												
	<p>i—მნიშვნელობა მიუთითებს წყვეტის მიზეზს;            9—ფიქსირებულ მძიმეანი გაყოფა;            B—ათობითი გაყოფა;            C—რივის გადავსება;            D—რივის გაქრობა;            F—მოდრამეშიანი გაყოფა;</p> <p>შეტყობინების ბეჭდვის შემდეგ შეწყვეტილი პროგრამის შესრულება გრძელდება იმ წერილიდან, რომელშიც მოხდა წყვეტა.</p>												
ILF2261	<p>მოხდა არაირითმეტიკული პროგრამული წყვეტა. იმ შეტყობინებას თან ახლავს ძველი PSW-ს ბეჭდვა და ნაბეჭდბ აქვს სახე:</p> <pre>program interrupt lod PSW xxxxxxxixxxxxxx</pre> <p>i-ს მნიშვნელობა წყვეტის მიზეზი;</p> <table border="0"> <tr><td>1</td><td>ოპერაცია;</td></tr> <tr><td>2</td><td>პროფილეგირებული ოპერაცია;</td></tr> <tr><td>3</td><td>ბრძანება „შესრულდეს“;</td></tr> <tr><td>4</td><td>დაცვა;</td></tr> <tr><td>5</td><td>ადრესაცია;</td></tr> <tr><td>7</td><td>მონაცემები.</td></tr> </table> <p>შეტყობინების ბეჭდვის შემდეგ პროგრამის შესრულება წყდება, თუ მოხდა წყვეტა i=6-სათვის, მაშინ შეტყობინებას აქვს სახე:</p> <pre>program interrupt old PSW xxxxxxxixxxxxxx</pre> <p>იგი მიუთითებს, რომ სწარმოებს ხაჭირო საზღვარზე გახწორება. ეს შეტყობინება იბეჭდება არა უშუალოდ ითისა. ამის შემდეგ იგი აღარ იბეჭდება, თუნდაც საზღვარზე გახწორება მიინც გრძელდებოდეს.</p>	1	ოპერაცია;	2	პროფილეგირებული ოპერაცია;	3	ბრძანება „შესრულდეს“;	4	დაცვა;	5	ადრესაცია;	7	მონაცემები.
1	ოპერაცია;												
2	პროფილეგირებული ოპერაცია;												
3	ბრძანება „შესრულდეს“;												
4	დაცვა;												
5	ადრესაცია;												
7	მონაცემები.												
ILF2391	<p>მონაცემთა შეტანა-გამოტანისას წარმოიშეი შეცდომა, რომლის გახწორება ვერ ხერხდება.</p>												
ILF2411	<p>შთელი რიცხვის ახარისხება შთელ ხარისხში, თუ ფუძე უდრის ნულს, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი უარყოფითია ან ნულოვანი.</p>												
ILF2421	<p>რეალური რიცხვის ახარისხება მთელ ხარისხში, თუ ფუძე უდრის ნულს, ხოლო ხარისხის მაჩვენებელი უარყოფითია ან ნულოვანი.</p>												

ILF244I	რეალური რიცხვის აბარისხება რეალურ ხარისხში თუ ფუძე უდრის ნულს, ბოლო ხარისხის მიჩვენებელი უარ- ყოფითია ან ნულოვანი.
ILF251I	უარყოფითი რიცხვიდან კვადრატული ფესვების აშოღება-
ILF252I	მიჩვენებლიანი ფუნქციის გამოთვლა, როცა არგუმენ- ტი მეტია 174.673-ზე
ILF253I	ლოგარითმების გამოთვლა, როცა არგუმენტი ნულია ან უარყოფითი. ეს შეტყობინება მიუთითებს აგრეთვე უარ- ყოფითი ფუძის რეალურ ხარისხში იყვანის ცდაზეც.
ILF254I	სინუსის ან კოსინუსის გამოთვლა, როდესაც არგუ- მენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღემატება ან ტოლია 21 <sup>π</sup> -ს
ILF255I	ორი რიცხვის არკტანგენსის გამოთვლა, თუ ორივე რიცხვი ნულის ტოლია.
ILF256I	ჰიპერბოლური სინუსის ან კოსინუსის გამოთვლა, რო- დესაც არგუმენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღემატება 174.673-ს.
ILF257I	არკსინუსის ან არკოსინუსის გამოთვლა, როდესაც არგუმენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღემატება ერთს.
ILF259I	ტანგენსის ან კოტანგენსის გამოთვლა, როდესაც არ- გუმენტის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღემატება 21 <sup>π</sup> -ს
ILF259I	ტანგენსის ან კოტანგენსის გამოთვლა, როდესაც არ- გუმენტის მნიშვნელობა ძალიან ახლოსაა განსაკუთრებულ წერტილებთან ერთ-ერთთან: $\frac{\pi}{2}$ — ტანგენსისათვის; $\pi$ — კოტანგენსისათვის (აქ $\pi$ კენტი რიცხვია).

§ 10. ალგორითმული ენა „ბაისიკის“ ელემენტები

პროგრამირების სწავლების პრაქტიკაში, ბოლო წლებში, ფარ-  
თო გავრცელება ჰპოვა პროგრამირების ენამ „ბეისიკმა“, რომლის  
შოკლე აღწერას ქვემოთ განვიხილავთ. ენის თავისებურება დამოკი-

დებულებულია ეგმ-ების ტიპზე. აქ განიხილება აღნიშნული ენის ძირითადი ბირთვი, რომელიც არაა დამოკიდებული ეგმ-ის ტიპზე.

ბეისიკ-ენა შემუშავდა 1965 წელს, აშტამად არსებობს ამ ენის უამრავი სახეცვლილება, რომელიც არსებითად არ განსხვავდება ძირითადი ბირთვისაგან.

ჩვენს ქვეყანაში ამ ენამ დიდი პოპულარობა მოიპოვა პიკეტური რეჟიმის რეალიზაციის საქმეში. ის ფართოდ გამოიყენება მანქანასა და აღამიანს შორის დიალოგური რეჟიმის დროს. გარდა ამისა, მის პოპულარიზაციას ხელი შეუწყო აგრეთვე იმ გარემოებაში, რომ ის ახლოსაა საკმაოდ საყოველთაოდ გავრცელებულ ფორტრან ენასთან.

ბეისიკ-ენის სიმბოლოებს მიეკუთვნება:

1) 25 ლათინური ასოები A-დან Z-მდე;

2) 10 ათობითი ციფრი 0-დან 9-მდე;

3) 4 სასენი ნიშანი .(წერტილი); ,(მძიმე); ;(წერტილ-მძიმე); '(აპოსტროფი).

4) 5 არითმეტიკული მოქმედების ნიშანი + (პლუსი), - (მინუსი), \*(გამოავლება), /(გაყოფის ნიშანი), †(ახარისხება).

5) 6 შედარების ნიშანი =(ტოლია), ≠(არ არის ტოლი), >(მეტაა), ≥(მეტი ან ტოლი), <(ნაკლები), ≤(ნაკლები ან ტოლი).

6) ( ) მრგვალი ფრჩხილები;

7) — ინტერვალი;

8) კარეტის დაბრუნება.

ბეისიკის რუსულ ვარიანტს დამატებული აქვს რუსული ალფაბეტის ასოები. უპირველეს ყოვლისა განვიხილოთ როგორი სახით წარმოიდგინება მუდმივები, ცვლადები, ფუნქციები და გამოსახულებები.

**მუდმივები.** მუდმივები ორგვარია: რიცხვითი და ტექსტური, რიცხვითი მუდმივები თავის მხრივ ორგვარია: ნამდვილი და მთელი. ნამდვილი რიცხვის ჩაწერისას მთელი ნაწილი წილადი ნაწილისაგან გამოიყოფა წერტილით. ბეისიკ ენაში გამოიყენება აგრეთვე რიცხვის ჩაწერის ექსპონენციალური ფორმა, ბეისიკში დასაშვებია ნამდვილი რიცხვები დიაპაზონში  $10^{-38}$  და  $10^{+38}$ . ნამდვილი რიცხვების ჩაწერის მაგალითები-

ჩვეულებრივ ფორმით  
—0,85035·10<sup>-3</sup>

8,75

7

ბეისიკ ენაზე  
— .85035E—03

8.75

7

მთელი რიცხვები ათობითი ციფრების ერთობლიობაა პლუსი ან მინუსი ნიშნით ლიაპაზონში —32768 და +32767-მდე. მაგალითები:

ჩვეულებრივი ფორმით	ბესიკ ენაზე
—15	—15
125	125
10 <sup>2</sup>	1000

ტექსტური მუდმივები წარმოადგენს ასოებისა, ან ასოებისა და ციფრების ერთობლიობას, ტექსტური მუდმივები პროგრამაში ჩაიწერება აპტსტროფებში. მაგალითად 'ТАБЛИЦА'.

ცვლადები- ცვლადები აღინიშნება ლათინური ალფაბეტის ასოებით. გამოიყენება ბექტური ასოები A-დან Z-მდე. დასაშვებია ცვლადების ჩასაწერად ორი სიმბოლო, რომელშიც პირველი ასოა, ხოლო მეორე ციფრი. ერთ პროგრამაში შეიძლება გამოყენებულ იქნეს 286 სხვადასხვა ცვლადი. ცვლადთა აღნიშვნის მაგალითები: X, Y, A, B, C, X1, X2, A1, B2, C3 და ა. შ. როგორც მუდმივები ასევე ცვლადებიც შემდეგნაირია: ნამდვილი, მთელი და ტექსტური.

მთელი ტიპის ცვლადები ბოლოვდება %-ის სიმბოლოთი, ხოლო ტექსტური ცვლადები — ○ სიმბოლოთი. ტექსტური ტიპის ცვლადს შეუძლია მიიღოს სიმბოლოთა 255-მდე რაოდენობა.

A5—ნამდვილი ტიპის ცვლადი;

A5%—მთელი ტიპის ცვლადი;

A5○—ტექსტური ტიპის ცვლადი.

ფუნქციები. ენაში ფუნქცია შეიძლება განსაზღვროს პროგრამისტმა. გარდა პროგრამისტის მიერ განსაზღვრული ფუნქციისა, არსებობს რამდენიმე სტანდარტული ფუნქცია, რომელთათვის განკუთვნილია სპეციალური სახელწოდებები შედგენილი სამი ასოსაგან. გავრცელებული ფუნქციებისათვის თითოეულ ეგმ-ზე შენახულია პროგრამა, რომლის საშუალებით გამოითვლება აღნიშნული ფუნქცია. მით ეწოდებათ სტანდარტული ფუნქციები. დავასახელოთ რამდენიმე სტანდარტული ფუნქცია.

მათემატიკური აღნიშვნა

sin x

cos x

tg x

arctg x

ln x

|x|

ბესიკზე ჩაწერა

SIN(x)

COS(x)

TAN(x)

ATN(x)

LOG(x)

ABS(x)

$\sqrt{x}$	SQR(x)
$e^x$	EXP(x)
$\text{SIGN } x = \begin{cases} 1, & \text{თუ } x > 0 \\ 0, & \text{თუ } x = 0 \\ -1, & \text{თუ } x < 0 \end{cases}$	SGN(x)

### არითმეტიკული ბაზოეახულეზა

არითმეტიკული გამოსახულება ჩაიწერება სტრიქონის მიხედვით, ყოველგვარი ზედა და ქვედა ინდექსების გარეშე. გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლა იწარმოება მარცხნიდან მარჯვნივ, საერთოდ მიღებული მოქმედებების საფეხურების მიხედვით. მოქმედებების რიგი წესრიგდება მრგვალი ფრჩხილების დახმარებით.

მუდმივები, ცვლადები, ფუნქციები წარმოადგენენ არითმეტიკული გამოსახულების კერძო შემთხვევებს, განვიხილოთ არითმეტიკული გამოსახულების ჩაწერის მაგალითები:

მათემატიკური ჩაწერა

$$\frac{A+B}{2}$$

$$|x-y|$$

$$ax^2+bx+c$$

ბეისიკზე ჩაწერა

$$(A+B)/2$$

$$\text{ABS}(X-Y)$$

$$A * X^2 + B * X + C$$

ოპერატორები ბეისიკ-პროგრამა შედგება ოპერატორებისაგან ანუ წინადადებისაგან. თითოეული ოპერატორი გვიჩვენებს ამა თუ იმ მოქმედებას, ბეისიკ-ენის უმარტივეს ოპერატორს წარმოადგენს მინიკების ოპერატორი, რომლის ზოგად ფორმულას აქვს შემდეგი სახე  $LET A = E$ , სადაც LET (ვთქვათ) ოპერატორის სახელწოდებაა, A ცვლადია, E—არითმეტიკული გამოსახულება. მინიკების ოპერატორის მაგალითები:

$LET X = 0$  ამ ოპერატორით X ცვლადს მიენიჭება მნიშვნელობა ნული.  $LET T = T + 1$  T ცვლადის მნიშვნელობა იზრდება ერთი ერთეულით.  $LET D = B^2 - 4 * A * C$  D ცვლადს ენიჭება  $b^2 - 4ac$  ს ტოლი მნიშვნელობა. მონაცემების ბლოკი—ოპერატორი DATA (მონაცემები); საწყისი მონაცემები (რიცხვითი ინფორმაცია) შეიძლება მოცემულ იქნეს პროგრამაში DATA ოპერატორით. მონაცემების ბლოკში შეიძლება გაერთიანებულ იქნას ერთი ან რამდენიმე DATA ოპერატორი.

DATA 200

DATA 5, -2, -7.3, 12.5

რიცხვით ინფორმაცია უნდა მოვათავსოთ უშუალოდ DATA სიტყვის შემდეგ. თუ რამდენიმე რიცხვი მოსდევს DATA ოპერატორს, მაშინ რიცხვებს შორის დაისციხის მძიმე, პროგრამის შესრულებისას DATA ოპერატორით მოცემული რიცხვების წაკითხვა სრულდება READ(კითხვა) ოპერატორის საშუალებით.

READ ოპერატორი. მონაცემების წაკითხვის ოპერატორი იწყება სიტყვით READ(კითხვა). მას მოსდევს ერთი ან რამდენიმე ცვლადი. ცვლადები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა მძიმით. READ ოპერატორი შესაბამისობაში იმყოფება DATA ოპერატორთან, პროგრამაში მათი ჩაწერის რიგის მიხედვით. მაგალითი:

```
DATA 3,7,8
DATA 11, -15, 13 2, 0,19
READ A
READ B, X1, X2
```

ამ ოპერატორებით A, B, X1, X2 ცვლადებს მიენიჭებათ შესაბამისად მნიშვნელობები 3,7; 8; 11, -15. რის შემდეგ მონაცემების ბლოკში კიდევ მნიშვნელობები. დარჩენილი ორი რიცხვი 13,2 და 0,19 შეიძლება გამოყენებულ იქნეს სხვა ცვლადებისათვის. არსებობს აგრეთვე მონაცემების ბლოკის საწყის მდგომარეობაში აღდგენის საშუალება. როგორც განხილულიდან ჩანს, DATA ოპერატორით მოცემულია რიცხვითი ან ტექსტური მონაცემები, ხოლო მოთხოვნას მონაცემებზე იძლევა READ ოპერატორი. ზოგიერთ შემთხვევაში DATA და READ ოპერატორებში მონაცემების და ცვლადების რაოდენობა არ შეესაბამება ერთმანეთს, თუ ცვლადების რაოდენობა აღემატება მონაცემების რაოდენობას, მაშინ დიალოგის რეჟიმში პროგრამის შესრულება წყდება და ეგზი ი იძლევა შეტყობინებას შეცდომის შესახებ.

მაგალითი: DATA-5, 'ABC', -2.3, 13  
READ A%, C, B, M%, Q, N

ბეისიკი მნიშვნელობებს მიანიჭებს შემდეგი თანამიმდევრობით:

```
A = -5
C = ABCDE
B = -2.3
M = 13
```

მნიშვნელობების მოთხოვნა Q, N ცვლადებისათვის გრძელდება.

თუ პროგრამაში მხოლოდ ერთი DATA ოპერატორია გამოყენებული, მაშინ მუშაობა წყდება შეცდომის გამო.

ოპერატორი RESTORE საშუალებას იძლევა DATA ოპერატორს მიემართოს განმეორებით თავიდან საწყისი მნიშვნელობიდან.

ბეისიკ ენაზე ჩაწერილი პროგრამის ყოველი სტრიქონი დანომრავლია, ნუმერაცია დასაშვებია ჩავატაროთ ბუნებრივი თანმიმდევრობით 1, 2, 3 . . . .

მაგრამ ნუმერაცია შეიძლება ვაწარმოოთ გარკვეული ინტერვალით მაგალითად 5, 10, 15, 20, . . . . ან 10, 20, 30, . . . .

ასეთი ნუმერაცია საშუალებას იძლევა დამატებით, პროგრამის შესწორებისას, საკიროების შემთხვევაში ჩაეუმართო ოპერატორები მოცემული ნუმერაციის შეცვლის გარეშე. განვიხილოთ RESTORE ოპერატორის გამოყენების მაგალითი:

```
10 DATA 3.4, 7.3, 11.5, 0.2, 5.6
20 READ X
30 PRINT X
40 READ Y, Z
50 PRINT Y, Z
60 RESTORE
70 READ A, B, C, D, E
80 PRINT A, B, C, D, E
90 END
```

ოპერატორების შესრულების შედეგად გვექნება:

```
X=3.4
Y=7.2
Z=11.5
A=3.4
B=7.2
C=11.5
D=0.2
E=5.6
```

ზოგჯერ საკიროა ორ ან მეტ სხვადასხვა ცვლადს მიენიჭოს ერთი და იგივე მნიშვნელობა, ასეთ შემთხვევაში რამდენიმე მინიკების ოპერატორის ნაცვლად შეიძლება გამოვიყენოთ ერთი შედეგნილი მინიკების ოპერატორი.

მაშასადამე, მინიკების ოპერატორის ზოგად ფორმულას აქვს შემდეგი სახე:

HC LFT  $V_1 = V_2 = \dots = V_n = c$

სადაც

HC—სტრიქონის ნომერია,

V<sub>2</sub> — ცვლადის სახელწოდებაა,

⊗ — არითმეტიკული გამოსახულება.

მაგალითი:

20 LET A=2

30 LET B=4

.

.

100 LET X=A\*B=(A+B)↑2

100-ით სახელდებული ოპერატორის შესრულების შედეგად X, A და B ცვლადებს შენიჭებათ რიცხვითი მნიშვნელობა 36.

ქდის შაკისმალური სიდიდე დამოკიდებულია დიალოგურ სისტემებზე. ბეისიკ-პროგრამის ყოველი ოპერატორი დაქდევებულია ოპერატორის ქდეს წარმოადგენს მთელი რიცხვი. ეს იცვლება დიაპაზონში 1-დან 9999-მდე.

სხვა ალგორითმულ ენებთან შედარებით ბეისიკ-ენაზე ყოველი ოპერატორის დაქდევებას ის უპირატესობა აქვს, რომ მომხმარებელს აქვს შესაძლებლობა შეცვალოს ნებასმიერი სტრიქონის შინაარსი. ამისათვის საკმარისია თავიდან ჩაიწეროს ოპერატორი, რომელშიც დაშვებულ იქნა შეცდომა.

პროგრამის ბოლო ოპერატორს წარმოადგენს ოპერატორი END. ბეისიკ პროგრამის გამართვისათვის ან შესრულებისათვის უცილებელია გამოყენებულ იქნას მმართველი ბრძანებები. სიმარტივისათვის შემოვიფარგლოთ ოპერატორებით NEW(ახალი) და RUN(გაშვება).

აღნიშნული ოპერატორები პროგრამაში გამოიყენება ნუმერაციის გარეშე. NEW ოპერატორით იწყება პროგრამა. RUN ოპერატორი ეგმისათვის წარმოადგენს ბეისიკ-პროგრამის ტრანსლაციის დასაწყისს. თუ პროგრამა შეცდომას არ შეიცავს, მაშინ ტრანსლაციის შემდეგ იწყება პროგრამის შესრულება. მაგალითი:

NEW

10 LET X=1

20 LET Y=EXP(X)

30 PRINT X, Y

40 END

RUN

1

0.27183 E 1

КОНЕЦ ЗАДАЧИ



განხილული პროგრამის მიხედვით დაიბეჭდება X-ის მნიშვნელობა 1, ხოლო Y-ის მნიშვნელობა 0. 27283 E01.

თუ პროგრამაში დაშვებულია შეცდომა, მაშინ მისი შესრულება მიჰდინარეობს შემდეგნაირად:

```
NEW
5 LET X=0.5
10 LET Y=SIN(X)
20 PRINT X, Y
30 END
RUR
ПРОВЕРЬТЕ ИМЯ ФУНКЦИИ
10 LET Y=SIN
10 LET Y=SIN(X)
RUN
0.5                0.47942
КОНЕЦ ЗАДАЧИ
```

განხილულ მაგალითში მე-10 ოპერატორში დაშვებული იყო შეცდომა SIN ფუნქციის სახელწოდების ჩაწერისას, რის შესახებ შეტყობინებას იძლევა სისტემა, მე-10 ოპერატორი შესწორებულ იქნა. რის შემდეგ RUN ოპერატორმა უზრუნველყო პროგრამის შესრულება. პროგრამას შეიძლება დავუერთოთ კომენტარები, რომლისთვისაც გამოიყენება ოპერატორი REM (remark—შენიშვნა) მაგალითი:

```
NEU
10 LET X=0.25
20 LET U=(EXP(x)-EXP(-x))/2
30 REM ЭТА ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЯЕТ SH(x)
40 PRINT X, U
50 END
RUN
0,25                0,25261
КОНЕЦ ЗАДАЧИ
```

პულტიდან პროგრამის შეყვანისას, ყოველი სტრიქონის აკრეფის შემდეგ და ახალ სტრიქონზე გადასვლისას უნდა დავაპირროთ კლავიშს „ВОЗВРАТ КОРЕТКИ“.

განხილულ მაგალითებში რიცხვითი ინფორმაცია შეგვაქვს მინიკების ოპერატორის ან წაკითხვის ოპერატორის საშუალებით. რიცხვითი ინფორმაციის შეცვლისას საჭიროა პროგრამაში აღნიშნული ოპერატორების შეცვლა. პროგრამა შესაძლებელია შევიდგინო. ნ. ა. ბრთელაძე

ნოთ უფრო ზოგადი სახით, თუკი გამოიყენებთ INPUT(შეყვანა) ოპერატორს (უპირობო გადასვლის ოპერატორი). უპირობო გადასვლის ოპერატორის ზოგადი ფორმულაა:

### HC GOTO M

სადაც

HC—სტრიქონის ნომერია;

GOTO—(გადადი)—რეზერვირებული სიტყვაა;

M—ოპერატორის ქდეა რომელსაც უნდა გადაეცეს მართვა.

საზოგადოდ პროგრამა სრულდება ბუნებრივი თანმიმდევრობით. ეს მიმდევრობა ირღვევა, თუ პროგრამაში გამოიყენება გადასვლის ოპერატორი.

პირობითი ოპერატორი, პირობითი ოპერატორის ზოგადი ფორმულა ასეთია:

### IF A ⊕ B THEN T

სადაც

IF—(თუ);

THEN—(მაშინ);

A და B არითმეტიკული გამოსახულებაა;

⊕—აღნიშნულია რომელიმე შედარების ნიშანი:  $>$ ,  $<$ ,  $>=$ ,  $<=$ ,  $=$ ,  $\neq$ ;

T—ოპერატორის ქდეა, რომელსაც გადაეცემა მართვა იმ შემთხვევაში, როცა შედარების შედეგი კეშმართია, ე. ი. თუ პირობა სრულდება.

მაგალითი. 15 IF A > 0 THEN 50

15 ნომრის სტრიქონის შემდეგ თუ  $A > 0$ , მაშინ მართვა გადაეცემა სტრიქონს, რომლის ნომერია 50, წინააღმდეგ შემთხვევაში სრულდება სტრიქონი 15-ის მომდევნო სტრიქონი.

შევადგინოთ კვადრატული განტოლების ამოხსნის ბეისიკ პროგრამა, რომელშიც გათვალისწინებული იქნება დისკრიმინანტის გამოკვლევა;

### NEW

```
10 INPUT A, B, C
20 PRINT 'A=', A, 'B=', B, 'C=', C
30 LET D=B↑2-4 *A *C
40 IF D >= 0 THEN 70
50 PRINT 'D < 0'
60 GOTO 100
70 PRINT 'КОРНИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ'
80 PRINT 'X1 =', (-B + SQR(D))/2/A
```

90 PRINT 'X2=', (-B-SQR(D))/2/A  
 100 END  
 RUN

როგორც უკვე აღნიშნეთ RUN ოპერატორის შემდეგ იწყება პროგრამის შესრულება.

ეგმ იძლევა შეტყობინებას: 10 INPUT A, B, C; რის პასუხად უნდა დავასახელოთ მნიშვნელობები. აღნიშნული მნიშვნელობების შეყვანის შემდეგ იბეჭდება ტექსტი A= და A ცვლადის დასახელებული მნიშვნელობა, შემდეგ B და C ცვლადებისათვის შესრულება იგივე. თუ დისკრიმინანტი  $D \geq 0$ , მაშინ დაიბეჭდება ტექსტი КОРНИ действительные, შემდეგ კი X1 და X2 მნიშვნელობები დაიბეჭდება, ხოლო თუ  $D < 0$ , მაშინ დაიბეჭდება ტექსტი 'D<0' და მართვა გადაეცემა 100-ით დაქდევებულ ოპერატორს.

ციკლის ოპერატორი. განმეორებადი პროცესების დროს გამოიყენება ციკლის ოპერატორი. ციკლის ოპერატორის ზოგადი ფორმულა შემდეგი სახისაა:

```
HC FOR X=A TO B STEP C
:
:
:
HC NEXT X
```

სიდაც HC—სტრიქონის ნომერია;

FOR—(თვის) ოპერატორის საწყისი სიტყვაა;

TO—(მდე);

STEP—ბიჯი

NEXT—შემდეგა;

X—ციკლის პარამეტრია;

A—საწყისი მნიშვნელობა;

B—საბოლოო;

C—x პარამეტრის ცვლილების ბიჯი.

NEXT წარმოადგენს ციკლის ტანის ბოლო ოპერატორს. X პარამეტრის ყოველი მნიშვნელობისათვის სრულდება FOR-ისა და NEXT შორის მოთავსებული ოპერატორები.

შვედგინოთ პროგრამა ციკლის ოპერატორის გამოყენებით შემდეგი ამოცანისათვის.

$Y = \sqrt{X+2,5}$ , იპოვეთ Y-ის მნიშვნელობები, როცა  $X \in [0,2]$ ,  
 თუ  $h=0,1$

```

40 FOR X=0 TO 2 STEP 0.1
50 PRINT 'X=', X, 'Y=', SQR(X+2.5)
60 NEXT X

```

იმ შემთხვევაში, როცა ციკლის პარამეტრის ცვლილების ბიჯი უდრის ერთს, მაშინ ზოგად ციკლის ოპერატორს ექნება შემდეგი სახე:

```
HC FOR X=A TO B
```

```

.
.
.

```

```
HC NEXT X
```

მახივი. ბეისიკ-ენაში მარტივი ცვლადების გარდა გამოყენებულა აგრეთვე ინდექსიანი ცვლადებიც. ინდექსიანი ცვლადების ერთობლიობას ეწოდება მასივი. გამოიყენება ორი სახის მასივი; ერთგანზომილებიანი მასივი—ვექტორი და ორგანზომილებიანი მასივი—მატრიცი. თუ პროგრამაში გამოყენებულია მასივი. მაშინ საჭიროა მისი აღწერა DIM ოპერატორის საშუალებით, ამასთან ინდექსაცა იწყება ნულით.

ვთქვათ, მოცემულია A მატრიცი 3 სვეტით და 3 სტრიქონით, აგრეთვე B ვექტორი 3 ელემენტოანი, მაშინ შეიძლება ვისარგებლოთ აღწერით: DIM A(2,2), B(2).

მიზანშეწონილია მასივის ელემენტზე სრულდება ინდექსების მიხედვით, მაგალითად A(I, J) ნიშნავს A მატრიცის i-ური სტრიქონის და j-ური სვეტის გადაკვეთაზე მდგომ ელემენტს. ინდექსი შეიძლება წარმოადგენდეს არითმეტიკულ გამოსახულებას.

მასივის აღწერით ეგმ-ის მეხსიერებაში გამოიყოფა მიმდევრობითი ადგილი მასივის ელემენტისათვის.

ოპერატორი STOP გეიჩვენებს გამოთვლების დასასრულს, END კი პროგრამის დასასრულს. ბეისიკ-ენაში გამოიყენება მატრიცული ოპერატორები. მატრიცული ოპერატორები აღინიშნება რეზერვირებული სიტყვით MAT(матрица). განვიხილოთ მატრიცული ოპერატორების მაგალითები:

```
MAT A=B
```

B მატრიცის მნიშვნელობების მინიკება A მატრიცს;

```
MAT C=A+B
```

A და B მატრიცების შეკრება;

```
MAT C=A-B
```

A, B მატრიცების გამოკლება;

MAT C=A \*B      მატრიცების გამრავლება;

ქვეპროგრამა. გამოთვლებისას, თუ რაიმე არითმეტიკული გამოსახულება ხშირად გვხვდება, ასეთ შემთხვევაში მიზანშეწონილია ის გაეაფორმოს ოპერატორული ფუნქციის სახით. ასეთი ფუნქციის განსაზღვრა სრულდება DEF(განსაზღვრებადი ფუნქცია) ოპერატორის სახით. ფუნქციის განსაზღვრის ოპერატორი იწყება რეზერვირებული სიტყვით DEF, რომელსაც მოსდევს 3 ანოსაგან შემდგარი ფუნქციის სახელწოდება, ამასთან პირველი ორი ასო დაფიქსირებულია და აღინიშნება FN-ით, ხოლო მესამე ასო აღებულია 26 ლათინური ასოდან რომელიმეა. განვიხილოთ მაგალითი:

ვთქვათ, ალგებრული განტოლების დისკრიმინანტისათვის შემოღებულია ფუნქცია:

$$1) \text{DEF FND}(A, B, C) = \text{SQR}(B^2 - 4 * A * C)$$

სადაც DEF—ოპერატორის სახელია;

FND—ფუნქციის სახელწოდებაა;

A, B, C—პარამეტრებია;

SQR(B<sup>2</sup>-4 \*A \*C)—არითმეტიკული გამოსახულებაა-  
ოპერატორული ფუნქცია განხილულია პარამეტრების გამოყენებით.

პარამეტრის გარეშე განვიხილოთ იგივე ფუნქცია:

$$\text{DEF FND} = \text{SQR}(B^2 - 4 * A * C)$$

მიმართვა ამ სახელწოდების მიხედვით უზრუნველყოფს პროგრამაში მის შესრულებას:

$$1. (-B + \text{FND}(1, -7, 12)) / (2 * A) \quad \text{ან}$$

$$2. (-B + \text{FND}) / 2 / A$$

თუ პროგრამაში ხშირად შეორდება ჯგუფი ოპერატორებისა, მაშინ შეიძლება მათი გაფორმება ქვეპროგრამის სახით, მომხმარებლის მიერ შედგენილი ქვეპროგრამა წარმოადგენს ძირითადი პროგრამის ნაწილს. ქვეპროგრამა უნდა მთავრდებოდეს ოპერატორით RETURN(გამოსვლა ქვეპროგრამიდან). მიმართვა ქვეპროგრამაზე სრულდება ოპერატორით GOSUB(შესვლა).

ვთქვათ, სტრიქონში ნომრით 10, მითითებულია მიმართვა ქვეპროგრამაზე 10 GOSUB 50, რის შემდეგ მართვა გადაეცემა სტრიქონს, რომლის ნომერია 50. ჯგუფი ოპერატორების შესრულების შემდეგ, RETURN ოპერატორი დააბრუნებს სტრიქონზე, რომლის ნომერია 11.

ბეისიკ-ენა მოხერხებულია ეგმ-სა და ელამიანს შორის დიალოგისათვის. დაწვრილებითი ინფორმაცია ენის შესახებ მოცემულია

## § 11. ალგორითმული ენა „პასკალი“

ალგორითმული ენა „პასკალი“ შექმნა მსოფლიოში ცნობილმა შვეიცარიელმა მეცნიერმა ნიკლაუს ვირტმა, რომლის სრულყოფილ სახე-სტანდარტი დამტკიცებულ იქნა 1979 წელს. მან, ამ ენას „პასკალი“ უწოდა ცნობილი ფრანგი მათემატიკოსისა და ფილოსოფოსის ბლეზ პასკალის (1623—1641) პატივსაცემად, რომელმაც 1641 წელს შექმნა მსოფლიოში პირველი გამოთვლითი მანქანა.

### პასკალ-ენის ანბანი

პასკალ-ენის ანბანში შედის:

1) ლათინური ანბანი:

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S  
T, U, V, W, X, Y, Z;

2) არაბული ციფრები:

0 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

პროგრამაში ასო O რომ გავაჩიოთ ციფრი ნულისაგან, საჭიროა ნული გადავხაზოთ (0);

3) რუსული ანბანი (სამამულო მიკრო-ეგმ-ებისათვის):

A, B, B, Г, Д, E, Ж, З, И, Й, К, Л, М, Н, О, П, Р, С,  
T, У, Ф, X, Ц, Ч, Ш, Щ, Ъ, Ы, Ь, Э, Ю, Я;

თანამედროვე პერსონალური მანქანები (IBM, PC AT, IBM PC XT, ИСКРА 1030.11. ...) იძლევიან ქართული ანბანის გამოყენების საშუალებასაც.

4) სპეციალური სიმბოლოები:

ა) +პლუსი, —მინუსი, \*გამრავლება, /გაყოფა.

ბ) ლოგიკური ოპერაციები:

= —ტოლობის ნიშანი

> —მეტობა,

< —ნაკლებობა,

<> —ტოლი არ არის,

< = —ნაკლებია ან მეტია,

> = —მეტია ან ტოლია.

გ) სასვენი ნიშნები, გამოყოფები და ა. შ.

. —წერტილი,

, —შიმიე,

; —წერტილ-შიმიე,

' —აპოსტროფი,

( —გახსნილი მრგვალი ფრჩხილი,

) —დახურული მრგვალი ფრჩხილი,

| —გახსნილი კვადრატული ფრჩხილი,

] —დახურული კვადრატული ფრჩხილი,

— —თავისუფალი აღგოლი.

პასკალ-ენის ლექსიკონში შედის შემდეგი მომსახურე სიტყვები:

AND —და

OR —ან,

NOT —არა,

DIV —მთელად გაყოფა,

MOD —მთელად გაყოფის ნაშთი,

ARRAY —მასივი,

DO —შეისრულე,

DOWNTO —მდე,

BEGIN —დასაწყისა,

ELSE —თუ არა,

END —დასასრული,

VAR(VARIABLE) —ცვლადი,

OF —დან,

IF —თუ.

FOR —თვის,

PROCEDURE —პროცედურა,

REPEAT —გაიმეორე.

PROGRAM —პროგრამა,

WHILE —სანამ,

UNTIL —ვიდრე,

TO —მდე,

THEN —მაშინ.

ცვლადის ან პროგრამის სახელი შედგება ასოებისაგან, ან ასოებისა და ციფრებისაგან რომელიც იწყება ასოთი, ხოლო სიმბოლოთა

რაოდენობა არ უნდა აღემატებოდეს 8-ს. სახელი არ შეიძლება იყოს მომსახურე სიტყვა.

სწორად შერჩეული სახელებია:

X 10, PRIMER, MAX

არასწორი სახელებია

7 X, PRIM, A+B

ჩაღვან პირველი იწყება ციფრით, მეორე მთავრდება წერტილით, ხოლო მესამეში ზედის შეკრების ოპერაცია.

### პასკალ-პროგრამის შემადგენელი ნაწილები

პასკალ-პროგრამის ნაწილებია: სათაური, აღწერის განყოფილება და ოპერატორების განყოფილება:

PROGAM— სახელი(INPUT, OUTPUT)

აღწერის განყოფილება

BEGIN

ოპერატორის განყოფილება

END.

სათაური ზედის მომსახურე სიტყვა RPOGAM(პროგრამა): პროგრამის სახელი, რომელიც მომხმარებლის-პროგრამისტას მიერაა შერჩეული, ხოლო მრგვალ ფრჩხილებშია მოთავსებული სტანდარტული პროცედურების სახელები INPUT და OUTPUT, რომლებიც გვიჩვენებს, რომ პროგრამაში გამოყენებული მონაცემების შეტანა (INPUT) და გამოტანა(OUTPUT), თუ პროგრამაში არაა ჭათვალისწინებული რომელიმე პროცედურა, მაშინ შესაბამისი სიტყვა შეიძლება გამოვტოვოთ. პროგრამაში სათაური მთავრდება სიმბოლოთი „:“.

აღწერის განყოფილება შეიცავს პროგრამაში შემავალი ყველა ცვლადის და მისი მახასიათებლების აღწერას. ეს განყოფილება თავის მხრივ შეიცავს ჭდეების, მუდმივების, ტიპების, ცვლადების, პროცედურებისა და ფუნქციების განყოფილებებს.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ჩამოთვლილი ყველა ეს განყოფილება არ არის აუცილებელი ყველა პროგრამისათვის. თითოეული განყოფილების შემდეგ დაისმის „:“.

ოპერატორების განყოფილება. მოთავსებულია ოპერატორულ ფრჩხილებს BEGIN(დასაწყისი) და END(დასასრული)



შორის. END-ის შემდეგ დაისწის ". ". ოპერატორების განყოფილებაში მოთავსებულია შესრულებადი ოპერატორები. ყოველი ოპერატორი გამოხატავს მოქმედებას, რომელიც აუცილებლად უნდა შესრულდეს. თითოეული შესრულებადი ოპერატორი მთავრდება სიმბოლოთი "; ". შეენიშნოს, რომ END ოპერატორის წინ მდგომი ოპერატორის ბოლოს არავითარი სასვენი ნიშანი არ დაისმის.

ამრიგად, პასკალ-პროგრამის ზოგად სტრუქტურას აქვს შემდეგი სახე:

PROGRAM— სახელი(INPUT, OUTPUT);

LABEL— ჰედების განყოფილება

CONST— კონსტანტების განყოფილება;

TYPE— ტიპების განყოფილება;

VAR— ცვლადების განყოფილება;

PROCEDURE, FUNCTION,

BEGIN— პროცედურის და ფუნქციის განყოფილება;

ოპერატორი 1;

ოპერატორი 2;

. . . .

ოპერატორი n-1;

ოპერატორი n

END.

პასკალ-პროგრამის ტექსტში ნებისმიერ ადგილას შეიძლება ჩაიწეროს კომენტარი, რომელიც ფორმირდება შემდეგნაირად:

( \* კომენტარი \* )

სხვა, მრავალი ენისაგან განსხვავებით პასკალ-პროგრამის ჩაწერა არ არის დაკავშირებული სტრიქონის პოზიციებთან, მაგრამ ამავე დროს მიზანშეწონილია პროგრამა ჩაიწეროს ადვილად წასაკითხი ფორმით. ზემოთ აღნიშნულის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი მარტივი მაგალითი: გამოთვალეთ R-რადიუსიანი წრეწირის სიგოპე ფორმულით  $C=2R\pi$ , სადაც  $R=1,5$ ;  $\pi=3,14$ .

( \* Вычисление длины окружности \* )

PROGRAM DLINA(OUTPUT);

CONST PI=3.14;

VAR

  ; R: REAL; ( \* Радиус окружности

  ; C: RAEL; ( \* Длина окружности \* )

BEGIN

  ; R := 1.5;

  ; C := 2 \* PI \* R;

WRITE(C=, C:8:3)

END.

პროგრამის დასაწყისში და მის შიგნით გამოყენებულია კომენტარები. პროგრამა იწყება კომენტარით *Вычисление длины окружности*, რომელიც გვიჩვენებს პროგრამის შინაარსს, კომენტარს მოსდევს სათაური PROGRAM პროგრამის სახელი DLINA და სტანდარტული სახელი OUTPUT, რომელიც მიგვანიშნებს, რომ პროგრამის ტექსტში გამოყენებულია ინფორმაციის გამოტანის WRITE ოპერატორი. შემდეგი სტრიქონი წარმოადგენს კონსტანტის აღწერის განყოფილებას.  $\pi$  ბერძნული ასო არ შედის პასკალ-ენის ანბანში, ამიტომ ის შეცვლილია მისი ტრანსკრიპციით PI, გარდა ამისა ათწილადი რიცხვის ჩასაწერად შიშის ნაცვლად გამოიყენება წერტილი, ამრიგად,  $PI=3.14$ ; ცვლადის აღწერის განყოფილებაში VAR სიტყვის შემდეგ აღწერილია R და C ცვლადები, როგორც ნამდვილი ტიპის, გარდა ამისა აქვე კომენტარის სახით მითითებულია მათი ფიზიკური არსი. ოპერატორების განყოფილებაში გამოყენებულია ორი მინიკების ოპერატორი, სადაც სიმბოლო " := " წარმოადგენს მინიკების ნიშანს.

გამოთვლის შედეგი იმყოფება ეგმ-ის მეხსიერებაში. გამოტანის WRITE ოპერატორით დაიბეჭდება ტექსტი C= და მის გასწვრივ იმავე სტრიქონზე C ცვლადის რიცხვითი მნიშვნელობა. 8:3 ფორმატით სადაც 8-პოზიციების რაოდენობაა, რომელიც განკუთვნილია მთლიანად რიცხვისათვის, ხოლო 3-წერტილის შემდეგ ციფრთა რაოდენობაა.

ამრიგად პროგრამის შესრულების შემდეგ პასუხი მიიღება შემდეგნაირად:

C= — — — 9.420

VAR ით აღწერილ ცვლადებს შეუძლია მნიშვნელობების ცვლილება, ხოლო CONST-ით აღწერილი მუდმივი უცვლელი რჩება პროგრამის შესრულების პროცესში. მუდმივი და ცვლადი ერთად აღებული წარმოადგენს მონაცემს.

#### ხაზარჯიშო კითხვები:

1. რა სიმბოლოები გამოიყენება პასკალ-ენის ანბანში?
2. რას ეწოდება სამომხმარებლო სიტყვა?
3. სად გამოიყენება სახელი და როგორ ჩაიწერება?
4. რა მიეკუთვნება მონაცემებს?
5. რა ნაწილებისაგან შედგება პასკალ-პროგრამა?

6. როგორ ფორმდება პროგრამის სთაური?
7. რას ემსახურება ცვლადების აღწერა?
8. როგორ ფორმირდება კომენტარი?

### მონაცემების აღწერა

მონაცემები პასკალ-ენაში ძირითადად არსებობს შემდეგი ტიპის: INTEGER(მთელი), REAL(ნაძლეილი), CHAR (CHARACTER-სიმბოლური), BOOLEAN(ბულის-ლოგიკური). ყველა ტიპის მონაცემი ორგვარია: მარტივი(რიცხვითი, ტექსტობრივი, ლოგიკური) და შედგენილი(მასივები). ინდექსიანი ცვლადების ერთობლიობას ეწოდება მასივი.

მონაცემთა აღწერაში ცვლადის სახელს თან ერთვის მითითება მის შესახებ, თუ რომელ ტიპს შეეკუთვნება იგი. მაგალითად:

```
VAR
  X : REAL;
  M : INTEGER;
  SIM : CHAR;
  K : BOOLEAN;
```

ამ აღწერაში X-ს შეუძლია მიიღოს ნაძლეილი მნიშვნელობა. M-ის მხოლოდ მთელი მნიშვნელობა, SIM—არის სიმბოლური ტიპის, მისი მნიშვნელობა შეიძლება იყოს ანბანის ნებისმიერი სიმბოლო. K—ბულის ტიპისაა, ის შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი ან მცდარი.

თუ სხვადასხვა ცვლადისათვის მეროდება ერთი და იგივე ტიპი, მაშინ შეიძლება მათი გაერთიანება ერთ ტიპად. მაგალითად:

```
VAR
  X1 : REAL;
  E1 : REAL;
  Z1 : REAL;
```

ეს აღწერები ეკვივალენტურია შემდეგი აღწერის:

```
VAR
  X1, E1, Z1 : REAL;
```

პასკალ-ენაში მასივის აღწერის ზოგად ოპერატორს აქვს შემდეგი სახე:

**X : ARRAY[1 .. N] OF ტიპი:**

მაგალითად:

VAR

```
X: ARRAY[1.. 50] OF REAL;  
Y: ARRAY [1.. 10] OF INTEGER;  
SIMVAL: ARRAY[1.. 20] OF CHAR;  
L: ARRAY [1.. 5] OF BOOLEAN;
```

აღნიშნულ აღწერაში X მასივი ნამდვილი ტიპისაა და შედგება 50 ელემენტისაგან. Y არის 10-ელემენტის მთელი ტიპის მასივი, ხოლო SIMVAL—კი 20-ელემენტის სიმბოლური ტიპის მასივია, E—5-ელემენტის ლოგიკური ტიპის მასივია.

მთელი ტიპის რიცხვები ჩაიწერება ნიშნით ან უნიშნოდ, და შედგება მხოლოდ ციფრებისაგან. მაგალითად 17, —29, —100 და ა. შ.

ნამდვილი ტიპის რიცხვები ჩაიწერება ნიშნით ან უნიშნოდ, და შეიცავს ციფრებს და ათობით წერტილს, თუ რიცხვი წარმოდგენილია 10-ის ხარისხის გამოყენებით, მაშინ 10-ის ნაცვლად იწერება E. სიმბოლო, ხოლო ხარისხის მიჩვენებელი ჩაიწერება ამ სიმბოლოს მარჯვნივ. მაგალითად:

რიცხვი	პასკალის ენაზე
2,9	2.9
—7,8	—7.8
8·10 <sup>9</sup>	8 E 2
5,9·10 <sup>-1</sup>	5.9 E — 1
2,3·10 <sup>3</sup>	2 3 E 2

ნამდვილი რიცხვი პასკალის ენაზე არ შეიძლება იწყებოდეს ან მთავრდებოდეს სიმბოლოთი „.“ით.

ბულის ტიპის რიცხვი ორგვარია:

TRUE (კეშმარტი) და FALSE (მცდარი).

სიმბოლური ტიპის მონაცემი პროგრამაში წარმოადგენს სიმბოლოს ან სიმბოლოთა ერთობლიობას, რომელიც მოთავსებულია აპოსტროფში. 'C' ან 'ПРОГРАМИРОВАНИЕ' და ა. შ.

### სავარჯიშო კითხვები:

1. რაში მდგომარეობს განსხვავება მთელი და ნამდვილი ტიპის მონაცემებს შორის?

2. რა მნიშვნელობების მიღება შეუძლიათ ლოგიკური ტიპის მონაცემებს?

3. რომელი შედეგების ნიშნებს იცნობთ?
4. რა გვესმის სიმბოლური მონაცემების ქვეშ?
5. როგორ აღიწერება მულტიპლი-კონსტანტი, რომელიც აღნიშნულია სახელით?
6. როგორ აღიწერება ცვლადები პროგრამაში?

### სტანდარტული ფუნქციები

ელემენტარული ფუნქციები: სინუსი, კოსინუსი, აბსოლუტური მნიშვნელობა, კვადრატულა ფესვი და ა. შ. ხშირად გამოიყენება სხვადასხვა სახის გამოთვლებში და ამოცანებში, პასკალ ენაში მათ ეწოდებათ სტანდარტული ფუნქციები. მიმართვისას სახელწოდების მარჯვნივ მრგვალ ფრჩხილებში ჩაისმის არგუმენტი. განვიხილოთ ზოგიერთი სტანდარტული ფუნქციები:

#### მათემატიკური აღნიშვნა

ABS(X) —	x
SQR(X) —	$x^2$
SQRT(X) —	$\sqrt{x}$
EXP(X) —	$e^x$
LN(X) —	$\ln x$
LOG(X) —	$\lg x$
SIN(X) —	$\sin x$
COS(X) —	$\cos x$
ARCTAN(X)	$\arctg x$

შენიშვნა: X—ტრიგონომეტრიული ფუნქციის არგუმენტის რადიანული ზომაა.

#### გამოსახულება

პასკალ-ენაში გამოსახულება ორგვარი: არითმეტიკული და ლოგიკური. კონსტანტებს, ცვლადებს, სტანდარტულ ფუნქციებს დაკავშირებულს ერთმანეთთან ოპერაციების ნიშნებით და მრგვალ ფრჩხილებით ეწოდება არითმეტიკული გამოსახულების მაგალითი:

$$(SQR(A)+B) * C - 7.9 * SQRT(X)$$

ართმეტიკული გამოსახულების კერძო შემთხვევას წარმოადგენს კონსტანტა, ცვლადი ან ფუნქცია.

პასკალ-პროგრამაში გამოსახულების ჩაწერისას უნდა დაეცვათ შემდეგი წესები:

1. არ არსებობს გამოსახულების წილადით წარმოდგენა, მაგალითად

$$\frac{a+b}{c \cdot x}$$

უნდა ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$(A+B)/(C * X)$$

2. გამოიყენება მხოლოდ მრგვალი ფრჩხილები:

$$(C+D *(X+1.5)) *2.9$$

3. არ შეიძლება ზედიზედ ორი ოპერაციის ნიშნის გამოყენება. არასწორია შემდეგი ჩაწერა  $2 * B / 5$ , ის უნდა ჩაიწეროს ასე:

$$2 * (/5).$$

4. ოპერაციები სრულდება მარცხნიდან მარჯვნივ შემდეგი რიგის მიხედვით. ყველაზე მაღალი საფეხურის მოქმედებაა სტანდარტული ფუნქციის გამოთვლა, შემდეგ გამრავლება და გაყოფა, ასევე  $DIN$  და  $MOD$ , ხოლო ყველაზე დაბალი პრიორიტეტის ოპერაციები შეკრება და გამოკლება.

მაგალითად:

$$A + SIN(X) * X *(12 - DIV - 5) ,$$

ჯერ გამოითვლება  $SIN(X)$  მოცემული  $X$ -სათვის, მიღებული შედეგი გამრავლდება  $X$ -ზე შემდეგ შესრულდება მთელი გაყოფა, რომლის შედეგად მიიღება 2, შემდეგ ეტაპზე  $SIN(X) * X * 2$ , ბოლოს მიღებულ შედეგს დაემატება  $A$ -ს მოცემული მნიშვნელობა.

ლოგიკურ მონაცემებს, დაკავშირებულს ერთმანეთთან ლოგიკური ოპერაციის ნიშნით, შედარების ნიშნებით და მრგვალი ფრჩხილებით ეწოდება ლოგიკური გამოსახულება.

ლოგიკური გამოსახულების მნიშვნელობა არის კეშმარიტი ან მცდარი. პასკალ-ენაში გამოიყენება შემდეგი ლოგიკური ოპერაციის ნიშნები:

AND—და (გამრავლება);

OR —ან (შეკრება);

NOT—არა (უარყოფა).

შენიშვნა: TRUE(კეშმარიტი)=1, FALSE(მცდარი)=0

ლოგიკური მოქმედებების ცხრილი

AND			OR			NOT	
X	Y	X AND Y	X	Y	X OR Y	X	NOT X
0	0	0	0	0	0		
0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1		

განვსაზღვროთ შემდეგი ლოგიკური გამოსახულების მნიშვნელობა:

$$(X > 4) \text{ AND } (Y = M + 2) \text{ OR } \text{NOT}(D = 5) ,$$

სადაც  $x=3$ ,  $y=4$ ,  $M=2$ ,  $D=3$ .

ოპერაციითა შესრულების თანმიმდევრობა ასეთია:

1)  $x > 4$  მისი შედეგი არის FALSE, რადგან  $3 < 4$ .

2)  $y = M + 2$ , ჯერ გამოითვლება  $M + 2$  გამოსახულება, შემდეგ შედეგი შედარდება  $y$ -ს, ამ ოპერაციის შედეგი არის TRUE რადგან  $4 = 4$ .

3)  $\text{NOT}(D = 5)$  ოპერაციის შედეგი არის TRUE, რადგან  $\text{NOT}(\text{FALSE})$  არის TRUE.

4) სრულდება AND შემდეგ ოპერაციებს შორის (FALSE—AER—TRUE), მისი შედეგი არის FALSE.

5) შემდეგი ოპერაცია OR, რომლის მნიშვნელობა არის TRUE.

შენიშვნა: პასკალ-ენაში არ არსებობს ახარისხების ოპერაცია. საჭიროების შემთხვევაში შეიძლება გამოვიყენოთ სტანდარტული ფუნქცია. მაგალითად  $a^x$  იცვლება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\text{EXP}(X * \text{LN}(A))$$

ლოგიკური ოპერაციები პრიორიტეტის მიხედვით ისე დალაგდება: NOT, AND, OR.

ხეარჯიშო კითხვები

1. რას ეწოდება სტანდარტული ფუნქცია?
2. მოიყვანეთ სტანდარტული ფუნქციის მაგალითები.
3. მიუთითეთ არითმეტიკულ გამოსახულებაში ოპერაციითა რიგი.
4. როგორ იწერება არითმეტიკული გამოსახულება?

5. რითი განსხვავდება არითმეტიკული გამოსახულება ლოგიკურისაგან?

6. რა თანმიმდევრობით სრულდება ლოგიკურ გამოსახულებაში ოპერაციები?

### ბასკალ-შენის ოპერატორები

მინიკების ოპერატორი—ენის უმარტივესი ოპერატორი.

მინიკების ოპერატორს ზოგადად აქვს შემდეგი სახე:

$$V; = A;$$

სადაც  $V$  არის ცვლადის სახელწოდება, „:“—მინიკების ნიშანი,  $A$ —გამოსახულება.

მოცემული ოპერატორი გამოთვლის „:“ მინიკების ნიშნის მარჯვნივ მოთავსებული  $A$  გამოსახულების მნიშვნელობას და მიღებულ შედეგს მინიკებს მარცხნივ მოთავსებულ  $V$  ცვლადს მაგალითად,

$$\left| \begin{array}{l} P : = 2.15; \\ X : = 1.3; \\ X : = X + 1.9 \\ Y : = X - 1.1; \\ Q : = P + Y; \end{array} \right.$$

პირველი ოპერატორით  $P$ -ს მიენიკება 2,15, მეორე ოპერატორით  $X$ -ს მიენიკება 1,3. მესამე ოპერატორით  $X$ -ის მიმდინარე მნიშვნელობას დაემატება 1,9, მიღებული შედეგით შეიცვლება  $X$ -ის მიმდინარე მნიშვნელობა, ე. ი.  $X = 3,2$ . მეოთხე სტრიქონით  $Y = 3,2 - 1,1 = 2,1$ , მეხუთე სტრიქონით  $2,15 + 2,1 = 4,25$ , მიღებული შედეგი მიენიკება  $Q = 1$ . ე. ი. პასუხია  $Q = 4,25$ .

მინიკების ოპერატორი გამოიყენება, ავრეთვე ლოგიკური და სიმბოლური მონაცემების დროსაც. მაგალითად, თუ  $A, B, C$  აღწერილია როგორც ლოგიკური ცვლადები, მაშინ შესაძლებელია შემდეგი მინიკების ოპერატორი:

$$A : = B \text{ AND } C ;$$

ხოლო სიმბოლური ცვლადის შემთხვევაში გვექნება  $S : = 'D'$ ; მინი-  
144



კების ოპერატორის გამოყენებისას აუცილებელია მარცხენა მხარეში ცვლადი და მარჯვენა მხარეში გამოსახულება იყოს ერთი და იგივე ტიპის. მაგალითად,

```
VAR
  | S : CHA;R
```

მაშინ ოპერატორი S: =2.1 არ არის სწორად ჩაწერილი, ვინაიდან S აღწერილია, როგორც სიმბოლური, ხოლო მინიკების ოპერატორით მას ენიჭება რეალური რიცხვი. ამ ოპერატორის ტრანსლაციისას დაფიქსირდება შეცდომა, რის გამოც პროგრამა არ შესრულდება. აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ თუ გამოსახულება მთელი ტიპისაა, ხოლო მარცხენა მხარე ნამდვილი ტიპის, მაშინ გამოსახულების მნიშვნელობა გარდაიქმნება ნამდვილ ტიპად და ისე მიენიჭება მარცხენა ცვლადს.

შედგენილი ოპერატორი. რამდენიმე ოპერატორს, რომლებიც მოთავსებულია ოპერატორულ ფრაზილებში, ეწოდება შედგენილი. შედგენილ ოპერატორს ზოგადად აქვს შემდეგი სახე:

```
BEGIN
  | ოპერატორი 1;
  | ოპერატორი 2;
  | - - - -
  | ოპერატორი n - 1;
  | ოპერატორი n;
END
```

ინფორმაციის შეტანა-გამოტანის ოპერატორები. ცვლადებისათვის მნიშვნელობების მინიჭება სრულდება ორი გზით:

1. მინიკების ოპერატორით,
2. შეტანის ოპერატორით.

ცვლადებისათვის მინიკების ოპერატორის გამოყენებისას პროგრამა სრულდება ამ ცვლადების მხოლოდ მითითებულ მნიშვნელობებისათვის. თუ პროგრამაში გამოყენებულია შეტანის ოპერატორი, მაშინ ის ძალაშია შეტანის ოპერატორით მითითებული ცვლადების სხვა მნიშვნელობებისთვისაც.

პასკალ-ენაში განვიხილავთ შეტანის READ და READLN ოპერატორებს, რომელთა ზოგად ფორმულებს აქვს შემდეგი სახე:

```
READ (შესატანი მონაცემების სია);
READLN (შესატანი მონაცემების სია);
```

სადაც ფრჩხილებში მოთავსებულია შესატანი ცვლადების სახელები, რომლებიც ერთმანეთისაგან გამოიყოფა შიშვით.

მაგალითი. ვთქვათ  $A=7$ ,  $B=4$ ,  $C=9$ , 1. შეტანის READ (A, B, C) ოპერატორისათვის რიცხვითი მნიშვნელობები მომზადდება შემდეგნაირად. 7—4—9.1, ე. ი. რიცხვები ერთმანეთისაგან გამოიყოფა ინტერვალით. შეტანის ამ ოპერატორით ცვლადების მნიშვნელობები გარე მეხსიერებიდან წაიკითხება, გარდაიქმნება შესაბამის ტიპად, გადაიგზავნება ოპერატიულ მეხსიერებაში და შეინიჭება მითითებულ ცვლადებს იმავე თანმიმდევრობით. READLN ოპერატორი იმით განსხვავდება READ ოპერატორისაგან, რომ ყოველი READLN ოპერატორის გამოყენებისას მნიშვნელობების შეტანა იწყება ახალი სტრიქონიდან.

ეგმ-ის მეხსიერებიდან მონაცემების გამოტანა სრულდება WRITE ან WRITELN ოპერატორებით. რომელთა ზოგად ფორმულებს აქვთ შემდეგი სახე:

WRITE (გამოსატანი მონაცემების სია);

WRITELN (გამოსატანი მონაცემების სია);

გამოტანა შეიძლება როგორც ტექსტის, ასევე რიცხვითი მნიშვნელობების. გამოსატანი ტექსტი უნდა ჩაესვით აპოსტროფში. მაგალითად,

WRITE ('ЗНАЧЕНИЕ—B=', B, 3>2);

ამ ოპერატორის შესრულების შედეგად აპოსტროფში მოთავსებული ტექსტი ЗНАЧЕНИЕ—B= დიბეჭდება უცვლელად, შემდეგ B-ს მნიშვნელობა სტანდარტული სახით, ხოლო შემდეგ ლოგიკური გამოსახულების მნიშვნელობა TRUE(კეშმარტი). WRITELN ოპერატორის შესრულების შემდეგ, მომდევნო გამოტანა ხდება ახალი სტრიქონიდან.

განვიხილოთ ორი პროგრამა:

```
1. |PROGRAM PRIMER1(OUTPUT);
   |BEGIN
   || WRITE ('ЗНАЧЕНИЕ—X');
   || WRITE (' * — *');
   || WRITE ('ЗНАЧЕНИЕ—Y')
   |END
```

```
2. PROGRAM PRIMER2(OUTPUT);
   BEGIN
```

```

|| WRITELIV ('ЗНАЧЕНИЕ—X');
|| WRITELIN (' * — * ');
|| WRITELIN ('ЗНАЧЕНИЕ—D')

```

END

PRIMER1 პროგრამის შესრულების შედეგად გამოიტანება:

ЗНАЧЕНИЕ — X \* — \* ЗНАЧЕНИЕ —

PRIMER2 პროგრამის შესრულების შედეგად გამოიტანება;

```

|| ЗНАЧЕНИЕ — X
|| * — *
|| ЗНАЧЕНИЕ — D

```

მთელი და ნამდვილი რიცხვების გამოტანისას შესაძლებელია WRITE ოპერატორში მივითითოთ გამოტანის არასტანდარტული ფორმატი. მის ზოგად ფორმულებს აქვთ შემდეგი სახე:

WRITE (X : n);

WRITE (c : n : m)

სადაც, X წინასწარ აღიწერება, როგორც მთელი ტიპის, C—ნამდვილი ტიპის, n და m როგორც კონსტანტები.

ოპერატორში შესაძლებელია n-ისა და m-ის ნაცვლად ჩაიწეროს მთელი რიცხვები, სადაც N გვიჩვენებს რიცხვისათვის საჭირო პოზიციების რაოდენობას, ხოლო m—მძიმის შემდეგ ციფრთა რაოდენობას. მაგალითად: თუ A=2,3, მაშინ WRITE('A—', A : 5 : 1) ოპერატორით შედეგი გამოიტანება ასე: A=— 2.3

სავაჭრის კითხვები:

1. აღწერეთ მინიჭების ოპერატორის დანიშნულება.
2. რას უდრის C-ს მნიშვნელობა შემდეგი ოპერატორების შესრულების შედეგად:

```

| C: = 1,5;
| X: = 2—C;
| C: = C+3 * X;

```

3. აღწერეთ შეტანის ოპერატორის დანიშნულება.
4. აღწერეთ გამოტანის ოპერატორის დანიშნულება.
5. რას ეწოდება შედგენილი ოპერატორი?
6. რას ნიშნავს პასკალ-ენაში შემდეგი წინადადებები:

ა) (\* ВЫВОД РЕЗУЛЬТАТОВ \*)

ბ) WRITE('ВЫВОД РЕЗУЛЬТАТОВ')?

მართვის გადაცემის ოპერატორები. არსებობს მართვის გადაცემის ორი სახის ოპერატორი) პირობითი და უპირობო. პირობითი ოპერატორი თავის მხრევე ორგვარია: სრული და არასრული.

სრული პირობითი ოპერატორის ზოგადი სახეა:

IF B THEN S1 ELSE S2;

სადაც B—ლოგიკური გამოსახულება, S<sub>1</sub> და S<sub>2</sub> ოპერატორებია სრული პირობითი ოპერატორი სრულდება შემდეგი წესის მიხედვით:

თუ ლოგიკური გამოსახულების მნიშვნელობა ქვეშარიტია, მაშინ შესრულდება S<sub>1</sub> ოპერატორი, თუ არა და S<sub>2</sub>. მაგალითისათვის განვიხილოთ შემდეგი პროგრამა:

```
PROGRAM PIROBA(INPUT, OUTPUT);
  VAR
    x, y: REAL;
  BEGIN
    READ(X);
    IF(X>1) AND(X<=2) THEN Y :=
      -SQRT(2-X)
    ELSE Y := -X;
    WRITE('Y=', U: 10: 3)
  END,
```

არასრული პირობითი ოპერატორის ზოგადი სახეა:

IF B THEN S;

არასრული პირობითი ოპერატორი სრულდება შემდეგი წესის მიხედვით: თუ B—ლოგიკური გამოსახულება ქვეშარიტია, მაშინ შესრულდება S ოპერატორი, ხოლო თუ მცდარია—მოძღვევრო ოპერატორი.

მაგალითად: A და B რიცხვებს შორის უდიდესი მინიკოთ C-ს.

PROGRAM UDIDESI(INPUT, OUTPUT)

```
  VAR
    A, B, C: REAL;
  BEGIN
```

```

| READ(A, B);
| C := A;
| IF C < B THEN C := -B;
| WRITE('C = ', C)
| END

```

უპირობო გადასვლის ოპერატორის ზოგადი სახეა-  
**GOTO m**; სადაც **m** არის კდე(ოპერატორის სახელი). ამ ოპერატორით  
 მართვა გადაეცემა **m**-ით სახელდებულ ოპერატორს. კდე არის  
 დადებითი რიცხვი, იცვლება დიაპაზონში 1—9999, კდე იწერება სა-  
 ბელდებელი ოპერატორის წინ და გამოიყოფა მისგან ორი წერ-  
 ტილით.

მაგალითად,

```

| GOTO 15;
| C := -X + 2;
| . . . .
15: | A := A + 3;
| . . . .
| . . . .

```

კდე პროგრამაში უნდა იყოს აღწერილი **LABLE** ოპერატორით.

მაგალითად **LABLE**— 15, 10; აქ ორი კდეა აღწერილი 15 და 10.

ციკლის ოპერატორი. პასკალ-ენაში ციკლური პროცესი  
 შესაძლებელია უზრუნველყოთ შემდეგი ოთხი სახის ციკლის ოპე-  
 რატორით.

- 1) **FOR k := A TO B DO S;**
- 2) **FOR i := C DOWNTO D DO S;**
- 3) **WHILE P DO S;**
- 4) **REPEAT**

```

| S1;
| S2;
| S3;
| . . .
| Sn

```

**UNTIL P;**

სადაც **FOR**, **TO**, **DC**, **DOWNTO**, **WHILE**, **REPEAT**, **UNTIL** პას-  
 კალ-ენის მომსახურე სიტყვებია. **k** და **i** ცვლადებს ეწოდებათ ციკ-  
 ლის პარამეტრი, **A** და **C**—პარამეტრის საწყისი მნიშვნელობებია,  
**B** და **D** პარამეტრის საბოლოო მნიშვნელობებია. **S**—წარმოადგენს

ციკლის ტანს. თუ ციკლის ტანი შეიცავს რამდენიმე ოპერატორს. მაშინ გამოიყენება შედგენილი ოპერატორი. P—წარმოადგენს ლოგიკურ პირობას ან ლოგიკურ გამოსახულებას.

S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, ... S<sub>n</sub>—ოპერატორები მიეკუთვნება ციკლის ტანს. დავახასიათოთ თითოეული ციკლის ოპერატორის შესრულების წესი: 1) K=A-სათვის, თუ A<B-ზე შესრულდება S-ოპერატორი, პარამეტრი შეიცვლება ბიჯით ერთი. ე. ი. K=K+1, თუ K<B, მაშინ შესრულდება ისევ S ოპერატორი, როცა K>B-ზე, მაშინ მართვა გადაეცემა ციკლის მომდევნო ოპერატორს. მეორე ოპერატორი ანალოგიურია პირველის, მხოლოდ პირველში ციკლის პარამეტრი იზრდება 1-ით, ხოლო მეორეში კი i=1-1 ე. ი. მცირდება ერთი ერთეულით. რომ შესრულდეს ციკლის მეორე ოპერატორი, საკმარისია C>D-ზე. თუ C<D-ზე, მაშინ აღნიშნული ოპერატორი არ შესრულდება.

ციკლის მესამე ოპერატორი სრულდება შემდეგ წესის მიხედვით: სანამ P ლოგიკური გამოსახულება ჭეშმარიტია, შესრულდება S ოპერატორი. ციკლის მეოთხე ოპერატორი სრულდება შემდეგნაირად: განმეორდება S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, ... S<sub>n</sub> ოპერატორები სანამ P ლოგიკური გამოსახულება მცდარი იქნება; გამოვთვალოთ  $y=2,1x^3+\sqrt{|x-2|}$  ფუნქციის მნიშვნელობები, როცა x იცვლება [2; 3] სეგმენტში, h=0,1 ბიჯით. შევადგინოთ პასკალ-პროგრამები სხვადასხვა ოპერატორის გამოყენებით.

```
PROGRAM PR1(OUTPUT);
  VAR X, Y, H: REAL;
  BEGIN
    X := 2;
    H := 0.1;
    WHILE X <= 3 DO
      BEGIN Y := 2.1 * SQR(X) * X + SQRT(ABS(X-2));
        WRITELN('X = ', X:3:1, ' Y = ', Y:8:3);
        X := X + H
      END
    END.
```

შევადგინოთ პასკალ-პროგრამა REPEAT—UNTIL ოპერატორის გამოყენებით.

```
PROGRAM PRG2(INPUT, OUTPUT);
  VAR
```

```

    A, B, X, Y, H: REAL;
  | BEGIN
    | READ (A, B, H);
    | X := A;
    | REPEAT
      | Y := SQR(X) * X + SQR(ABS(X-2));
      | WRITELN('X =', X:5:2, 'Y =', Y:8:2);
      | X = X + H
    UNTIL X > B
  END.

```

შესატანი მონაცემებია:

2.0—3.0—0.1

3) შევადგინოთ პროგრამა FOR ოპერატორის გამოყენებით.

```

PROGRAM PRG3(INPUT, OUTPUT);
  | VAR
    X, A, H, Y: REAL;
  | K, N: INTEGER;
  BEGIN
    | READ (A, H, N);
    | X := A;
    | FOR K := 1 TO N DO
      BEGIN
        | y := SQR(X) * X + QSRT(ABS(X-2))
        | WRITELN('X =', X:5:3, 'Y =', Y);
        | X := X + H
      END
    END.

```

სადაც  $N = \left\lfloor \frac{B-A}{H} \right\rfloor + 1$ .

ქვეპროგრამები. დაპროგრამების პრაქტიკაში ხშირად გვხვდება ისეთი შემთხვევები, როდესაც პროგრამის შედგენისას სიჭიროა ერთი და იგივე გამოთვლების ჩატარება სხვადასხვა მონაცემებისათვის. პროგრამაში განმეორებადი გამოთვლების თავიდან ასაცილებლად, საჭიროა მისი გამოყოფა და გაფორმება გარკვეული სახით. პროგრამის ისეთ ავტონომიურ ნაწილს, რომელზედაც შესაძლებელია მიმართვა საერთო პროგრამის სხვადასხვი ნაწილიდან, ეწოდება ქვეპროგრამა.

პასკალ-ენაში გამოიყენება ქვეპროგრამის ორი სახე: პროცედურა (PROCEDURE) და ფუნქცია (FUNCTION). პროგრამაში შეიძლება მონაწილეობდეს რამდენიმე პროცედურა და ფუნქცია. მის ზოგად სტრუქტურას აქვს §2-ში მოცემული სახე. პროცედურები და ფუნქციები მოთავსებულია პროგრამის აღწერით ნაწილში, ცვლადების აღწერის შემდეგ.

ა) პროცედურა. ნებისმიერი პროცედურა ფორმდება პროგრამის ანალოგიურად, ე. ი. შეიცავს სათაურს, აღწერით ნაწილს და ოპერატორების განყოფილებას, პროგრამისაგან განსხვავებით პროცედურის ბოლოს წერტილის ნაცვლად დაისმის წერტილ-მძიმე.

PROCEDURE სახელი(ფორმალური პარამეტრები);

აღწერითი განყოფილება

BEGIN

ოპერატორთა განყოფილება

END;

მიმართვა პროცედურაზე სრულდება ძირითად პროგრამაში სახელწოდებისა და ფაქტობრივი პარამეტრების მიხედვით. მიმართვის შემდეგ პროცედურის აღწერა გადაიქცევა შესრულებად პროგრამად. საზოგადო პროცედურის ფორმალური პარამეტრები შედგება საწყისი მონაცემების, საშუალო ცვლადების სახელებისა და მათი აღწერებისაგან. ამ შემთხვევაში პროცედურის სათაურ-ოპერატორი შეიძლება ჩავწეროთ ასე:

PROCEDURE სახელი(ცვლადები:ტიპი; VAR ცვლადები:ტიპი); მაგალითად PROCEDURE SUM(A, B INTEGER, VAR C: REAL); სადაც SUM—პროცედურის სახელია, A, B—საწყისი მონაცემების შესაბამისი ცვლადები, C—საშუალო ცვლადია. ამრიგად საშუალო ცვლადებისათვის გამოიყენება სიტყვა VAR.

პასკალ-პროგრამაში დასაშვებია შემთხვევა, როცა პროცედურის სათაურში არა გვაქვს ფორმალური პარამეტრები. ამ შემთხვევაში პროცედურის სათაურს აქვს შემდეგი სახე:

PROCEDURE სახელი

პროცედურის ცვლადების აღწერის განყოფილებაში გაქორებით ფორმალური პარამეტრების აღწერა საჭირო აღარ არის, საჭიროა მხოლოდ პროცედურაში გამოყენებული საშუალო ცვლადების აღწერა.

ბ) ფუნქცია. ქვეპროგრამა ფუნქცია ფორმდება პროცედურის ანალოგიურად, მისგან განსხვავებით ალგორითმის შედეგი ენიჭება ფუნქციის სახელს.



ფუნქცია ფორმდება შემდეგი სახით:

```
FUNCTION სახელი(ფორმალური პარამეტრება): ტიპი
    აღწერითი განყოფილება
    BEGIN
        ოპერატორთა განყოფილება
    END;
```

ქვეპროგრამა ფუნქციის გამოძახება, როგორც ოპერანდისა სრულდება ძირითად პროგრამაში სახელისა და ფაქტიური პარამეტრების მიხედვით.

ძირითად პროგრამაში აღწერილი ცვლადების მოქმედების არეს წარმოადგენს, როგორც ძირითადი პროგრამა, ასევე ნებისმიერი ქვეპროგრამა. ისეთ ცვლადებს ეწოდებათ გლობალური. ხოლო ცვლადები, რომლებიც აღწერილია ქვეპროგრამებში მათი მოქმედების არეა შესაბამისი ქვეპროგრამა. ასეთ ცვლადებს ეწოდებათ ლოკალური.

განვიხილოთ ქვეპროგრამების მაგალითები: ორ A და B რიცხვს შორის უდიდესის პოვნის ალგორითმი გაეფორმოს პროცედურისა და ფუნქციის სახით:

( \*процедура больше из двух \*)

```
1) PROCEDURE UDIDESI(A, B: REAL; VAR C: REAL);
    BEGIN
        IF A>B THEN C := A ELSE C := B
    END; ( *конец процедуры *)
```

სადაც UDIDESI წარმოადგენს პროცედურის სახელს, A, B—საწყისი მონაცემების სახელებია, C—საშედეგო ცვლადის სახელია.

( \*функция больше из двух \*)

```
2) FUNCTION UDID(A, B: REAL); REAL;
    | VAR
    |   C: REAL;
    | BEGIN
    |   IF A>B THEN C := A ELSE C := B
    |   UDID := C
    | END.
```

სადაც UDID ქვეპროგრამა ფუნქციის სახელია, რომელსაც პროგრამის ბოლოს ენიჭება შედეგი, A და B საწყისი ცვლადებია, ხოლო C შუალედური ცვლადია.

მაგალითი: შევადგინოთ 10 რიცხვს შორის უდიდესის პოვნის პროგრამა პროცედურა UDIDESI-ის გამოყენებით.

```

PROGRAM MAX10(INPUT, OUTPUT);
  | VAR K, MAX: REAL;
  | P: ARRAY [1...10] OF REAL;
  | PROCEDURE UDIDESI(A,B: REAL; VAR C: REAL);
  | | BEGIN
  | | IF(A>B) THEN C: A ELSE C: -B
  | | END
  | BEGIN
  | | FOR E:=1 TO 10 DO READ(P[K]);
  | | MAX:=P[1];
  | | FOR K:=2 TO 10 DO
  | | | UDIDESI(MAX, P[K], MAX);
  | | | WRITE('MAXIMUM=', MAX:8:2)
  | END
END

```

პროგრამა მუშაობს შემდეგნაირად: თავიდან ხდება P მა-სივის 10 მნიშვნელობის შეტანა READ ოპერატორით ციკლურად. შემდეგ MAX ცვლადს ენიჭება P<sub>1</sub>-ის მნიშვნელობა, მომდევნო FOR ციკლის ოპერატორით სრულდება მიმართვა პროცედურაზე UDIDESI, რომლის მიხედვით MAX შედარდება P<sub>2</sub>, მათ შორის უდიდესი მიენიჭება MAX ცვლადს, ციკლი მეორდება 2-დან 10-ის ჩათვლით. ციკლის დაშთაფრების შემდეგ უდიდესი მნიშვნელობა დაფიქსირდება ცვლადში MAX, ხოლო WRITE ოპერატორით დაიბეჭდება ტექსტი MAXIMUM= და შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობა 8 პოზიციაში, მძიმის შემდეგ 2 ციფრით.

მაგალითი: შევადგინოთ  $F = m! - K!$  ფაქტორიალების სხვაობის გამოთვლის პროგრამა, სადაც m და K წინასწარ მოცემული ნატურალური რიცხვებია: შევნიშნოთ, რომ  $n!$  წარმოადგენს ნატურალური რიცხვების ნამრავლს  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ .

ფაქტორიალი გავაფორმოთ ქვეპროგრამა ფუნქციის სახით.

```

PROGRAM RAZNFACT(INPUT, OUTTUT);
  | (*рнзность факториалов*)
  | CONST SHIRINA=10;
  | VAR F, M, K: INTEGER;
  | FUNCTION FAT(N: INTEGER): INTEGER;

```

```

VAR
  P, I: INTEGER
BEGIN
  P := -1
  FOR I := 1 THEN N DO
    P := P * I;
    FACT := P
  END;
BEGIN
  READ(M, K);
  F := FACT(M) - FACT(K);
  WRITE('разность F = ', F:SHIRINA)

```

END.

პროგრამა მუშაობს შემდეგნაირად: თავიდან READ ოპერატორის რულებმა  $m$  და  $K$ -ს მნიშვნელობების შეტანა.  $FACT(M)$  და  $FACT(K)$  წარმოადგენს ქვეპროგრამა ფუნქციებზე მიმართვას, გამოითვლება სხვაობა და შედეგი მიენიჭება  $F$  ცვლადს. შემდეგ დაიბეჭდება ტექსტი  $разность F =$  და შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობა 10 პოზიციაში.

ძირითადი სტანდარტული ფუნქციებისა და ზომიერთ ოპერაციათა ცხრილი

1 ფუნქცია	2 ღანიშნულება	3 არგუმენტის ტიპი	4 ფუნქციის ტიპი
ABS(x)	x-ის აბსოლუტური მნიშვნელობის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL INTEGER
SQR(x)	x-ის კვადრატის გამოთვლა ( $x \geq x$ )	REAL INTEGER	REAL INTEGER
SIN(x)	x-ის სინუსის	REAL INTEGER	REAL REAL
COS(x)	x-ის კოსინუსის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL
ARCTAN(x)	x-ის არქტანგენტის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL
EXP(x)	$e^x$ -ის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL

1	2	3	4
EXP10(x)	10 <sup>x</sup> -ის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL
LN(x)	ln x-ის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL
LOG(x)	lg x-ის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL
A—DIV—B	A და B განაყოფის მთელი ნაწილი	INTEGER	INTEGER
A—MOD—B	A და B განაყოფის ნაშთები	INTEGER	INTEGER
TRUNC(x)	x-ის მთელი ნაწილის პოვნა	REAL INTEGER	INTEGER INTEGER
ROUND(x)	x-ის დამრგვალება უახლოეს მთელამდე	REAL INTEGER	INTEGER INTEGER
ODD(x)	TRUE—თუ X კენტია FALSE—თუ X ლუწია	INTEGER	BOOLEAN
ORD(X)	1 სიაში X-ის რიგითი ნომრის დადგენა (თელი იწყება 0-დან)	BOOLEAN	INTEGER
	2. ORD(x) = x	INTEGER	INTEGER
	3. პასკალ-ენის სიმბოლოს ნომრის განსაზღვრა ათვლის თობით სისტემაში	CHAR	INTEGER
CHR(x)	რიგითი ნომრის მხედვით პასკალ-ენის სიმბოლოს განსაზღვრა	INTEGER	CHAR
SQRT(x)	$\sqrt{x}$ -ის გამოთვლა	REAL INTEGER	REAL REAL
SUCC(x)	ელემენტების სიაში X-ის მომდევნო ელემენტის პოვნა	INTEGER BOOLEAN CHAR	INTEGER BOOLEAN CHAR
PRED(x)	ელემენტების სიაში X, ის წინ მდგომი ელემენტის პოვნა	ჩამოთვლის დაქვემდებარებული	ჩამოთვლას დაქვემდებარებული

EOF(F)	TRUE, თუ F ფაილი იმყოფება „ფაილის და- სისრული“ FALSE, თუ არ არის ფაილის დასასრული	ფაილი	BOOLEAN
EOLN(F)	TRUE, თუ F ფაილი იმყოფება „სტრიქონის დასასრულის მდგომე- რეობაში.“ FALSE, თუ არ არის სტრიქონის დასასრული	ფაილი	BOOLEAN

**ფუნქციათა მიახლოება**

**§ 1. ინტერპოლირების უპირტივისი ამოცანა**

ვთქვათ, სხვადასხვა  $x_0, x_1, \dots, x_n$  წერტილებში მოცემულია  $y = f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობები  $y_0, y_1, \dots, y_n$ . ინტერპოლირების უპირტივისი ამოცანა შემდეგში მდგომარეობს: შევადგინოთ გამოთვლებისათვის ისეთი მარტივი  $\varphi(x)$  ფუნქცია, რომელიც მოცემულ წერტილებში შიილებს მოცემულ მნიშვნელობებს. კერძოდ, თუ  $\varphi(x)$  ფუნქცია პოლინომია, ინტერპოლირების პარაბოლურს უწოდებენ, ხოლო თვით  $\varphi(x)$  ფუნქციას საინტერპოლაციო პოლინომს.

$x_0, x_1, \dots, x_n$  წერტილებს საინტერპოლაციო კვანძები ეწოდება. საინტერპოლაციო პოლინომით ფართოდ სარგებლობენ  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობების გამოსათვლელად  $x$ -ის იმ მნიშვნელობათათვის, რომლებიც  $[x_0, x_n]$  შუალედის როგორც შიგნით, ისე გარეთ მდებარეობენ. პირველ შემთხვევაში საქმე გვექნება ინტერპოლირებასთან, ხოლო მეორე შემთხვევაში — ექსტრაპოლირებასთან, აღვნიშნოთ

$$R(x) = f(x) - \varphi(x).$$

ცხადია,

$$R(x_0) = R(x_1) = \dots = R(x_n) = 0.$$

ხოლო დანარჩენ წერტილში  $R(x)$  ფუნქცია ახასიათებს  $\varphi(x)$ -ის  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობისაგან გადახრას.  $R(x)$  ფუნქციის ნაშთითი წევრი ეწოდება.

**§ 2. სასრული სხვაობების უმთაველი საინტერპოლაციო ფორმულა**

ვთქვათ, საინტერპოლაციო კვანძები  $x_i = x_0 + ih, i = 0, 1, \dots, n$ , თანასწორადაა ერთმანეთისაგან დაშორებული და  $f(x_i) = y_i$ . სხვაობას  $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_i - \Delta^{k-1} y_{i-1}$  ეწოდება  $k$ -ური რიგის სასრული სხვაობა,  $k = 1, 2, \dots, n$ . ფუნქციის სხვაობათა ცხრილს ასე ჩასწერენ:

$x$	$y$	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$	...
$x_0$	$y_0$						
$x_1$	$y_1$	$\Delta y_0$					
$x_2$	$y_2$	$\Delta y_1$	$\Delta^2 y_0$				
$x_3$	$y_3$	$\Delta y_2$	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_0$			
$x_4$	$y_4$	$\Delta y_3$	$\Delta^2 y_2$	$\Delta^3 y_1$	$\Delta^4 y_0$		
$x_5$	$y_5$	$\Delta y_4$	$\Delta^2 y_3$	$\Delta^3 y_2$	$\Delta^4 y_1$	$\Delta^5 y_0$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$x_{n-1}$	$y_{n-1}$						
$x_n$	$y_n$	$\Delta y_{n-1}$	$\Delta^2 y_{n-1}$	$\Delta^3 y_{n-1}$	$\Delta^4 y_{n-1}$	$\Delta^5 y_{n-1}$	

თვით სხვაობის განმარტებიდან გამომდინარეობს, რომ ყოველ სვეტში მოთავსებულ რიცხვთა ჯამი უნდა უდრიდეს წინა სვეტის ბოლო და პირველი რიცხვების სხვაობას. სხვაობათა ეს თვისება შეიძლება გამოყენებულ იქნეს სხვაობათა ცხრილის კონტროლისათვის. ფორმულებს

$$f(x_0 + th) = y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)(t-2) \dots (t-(n-1))}{n!} \Delta^n y_0 + R_I(x); \quad (1)$$

$$t = \frac{x - x_0}{h}, \quad R_I(x) = \frac{t(t-1)(t-2) \dots (t-n)}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi);$$

$$f(x_0 + th) = y_n + t \Delta y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t+1)(t+2)}{3!} \Delta^3 y_{-1} + \dots + \frac{t(t+1)(t+2) \dots (t+(n-1))}{n!} \Delta^n y_{-1} + R_{II}(x), \quad (2)$$

$$t = \frac{x - x_n}{h}, \quad R_{II}(x) = \frac{t(t+1)(t+2) \dots (t+n)}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi),$$

სადაც  $\xi$  წერტილი იკუთვნის  $x$ ,  $x_0 \dots x_n$  წერტილების შემცველ  $[a, b]$  შუალედს. ეწოდება ნიუტონის პირველი და მეორე საინტერპოლაციო ფორმულები თანაბრად დაშორებული კვანძებისათვის.

პირველ ფორმულას იყენებენ ინტერპოლირებისათვის ცხრილის დასაწყისში, ხოლო მეორეს — ცხრილის ბოლოში.

ნიუტონის პირველ ფორმულაში საწყის  $x_0$  წერტილად სასურველია მივიჩნიოთ საინტერპოლაციო  $x$  წერტილის უახლოესი წინა

კვანძია, ხოლო მეორე ფორმულაში  $x_n$ -ის როლი უნდა შეესრულოს  $x$ -ის მომდევნო კვანძმა.

თუ  $f(x)$  ფუნქცია ანალიზურად არის მოცემული და

$$M_{n+1} = \max_{x \in [a, b]} |f^{(n+1)}(x)|.$$

გვქნება

$$|R_I(x)| \leq \frac{|t(t-1)(t-2)\dots(t-n)|}{(n+1)!} M_{n+1},$$

$$|R_{II}(x)| \leq \frac{|t(t+1)(t+2)\dots(t+n)|}{(n+1)!} M_{n+1}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $f(x)$  ფუნქცია ცხრილის სახითაა მოცემული, ნაშთითი წევრების ზემოთ მოყვანილი შეფასებით სარგებლობა შეუძლებელია.

თუ ვიგულისხმებთ, რომ  $h$  საკმაოდ მცირე სიდიდეა და  $f^{(n+1)}(x)$  ფუნქცია მცირედ იცვლება, განსახილავ შუალედში შეგვიძლია დავწეროთ შემდეგ მიახლოებითი ტოლობები:

$$R_I(x) \approx \frac{t(t-1)(t-2)\dots(t-n)}{(n+1)!} \Delta^{n+1} y_0,$$

$$R_{II}(x) \approx \frac{t(t+1)(t+2)\dots(t+n)}{(n+1)!} \Delta^{n+1} y_{-n}.$$

სასრული სხვაობების შემცველ სხვა საინტერპოლაციო ფორმულათა შორის მოვიყვანოთ გაუსის პირველი და მეორე ფორმულა, სტირლინგის და ბესელის ფორმულები.

გაუსის პირველ საინტერპოლაციო ფორმულას აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} f(x_0 + th) = & y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t^2-1)}{3!} \Delta^3 y_{-1} + \\ & + \dots + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots[t^2-(n-1)^2]}{(2n-1)!} \Delta_{-(n-1)}^{2n-1} + \\ & + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots[t^2-(n-1)^2](t-n)}{(2n)!} \Delta^{2n} y_{-n}, \quad t = \frac{x-x_0}{h}. \end{aligned}$$

ამ ფორმულაში საინტერპოლაციო კვანძებს წარმოადგენს წერტილები

$$x_0, x_0+h, x_0-h, \dots, x_0+nh, x_0-nh.$$

თუ საინტერპოლაციო კვანძებს ავირჩევთ შემდეგი მიმდევრობით



$x_0, x_0-h, x_0+h, \dots, x_0-nh, x_0+nh$ , შვილებთ გაუსის მეორე საინტერპოლაციო ფორმულას:

$$f(x_0+th) = y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t^2-1^2)}{3!} \Delta^3 y_{-1} +$$

$$+ \frac{t(t^2-1^2)(t+2)}{4!} \Delta^4 y_{-1} + \dots + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots[t^2-(n-1)^2]}{(2n-1)!} \times$$

$$\times \Delta^{2n-1} y_{-n} + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots[t^2-(n-1)^2](t+n)}{(2n)!} \Delta^{2n} y_{-n},$$

$$t = \frac{x-x_0}{h}.$$

ორივე ფორმულის ნაშთით წევრს აქვს ერთი და იგივე სახე:

$$R(x) = \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots(t^2-n^2)}{(2n+1)!} h^{2n+1} f^{(2n+1)}(\xi).$$

გაუსის პირველი და მეორე საინტერპოლაციო ფორმულებს საშუალო არითმეტიკული გვაძლევს სტირლინგის ფორმულას

$$f(x_0+th) = y_0 + t \frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} + \frac{t^2}{2} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t^2-1^2)}{3!} \times$$

$$\times \frac{\Delta^3 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2} + \frac{t^2(t^2-1^2)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)}{5!} \times$$

$$\times \frac{\Delta^5 y_{-2} + \Delta^5 y_{-3}}{2} + \dots + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots[t^2-(n+1)^2]}{(2n-1)!} \times$$

$$\times \frac{\Delta^{2n-1} y_{-n} + \Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{2} + \frac{t^2(t^2-1)(t^2-2^2)\dots[t^2-(n-1)^2]}{(2n)!} \times$$

$$\times \Delta^{2n} y_{-n}, \quad t = \frac{x-x_0}{h}.$$

ამ ფორმულის ნაშთითი წევრისათვის

$$R(x) = t(t^2-1^2)(t^2-2^2)\dots(t^2-n^2) \frac{f^{(2n+1)}(\xi)}{(2n+1)!} h^{2n+1}.$$

ფორმულას

$$f(x_0+th) = \frac{y_0+y_1}{2} + \frac{t-\frac{1}{2}}{1} \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2} \cdot \frac{\Delta^2 y_{-1} + \Delta^2 y_0}{2} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{t(t-1)\left(t-\frac{1}{2}\right)}{3!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t^2-1^2)(t-2)}{4!} \cdot \frac{\Delta^4 y_{-2} + \Delta^4 y_{-1}}{2} + \dots + \\
& + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2) \dots [t^2-(n-2)^2] \left[t-(n-1)\right] \left(t-\frac{1}{2}\right)}{(2n-1)!} \times \\
& \times \Delta^{2n-1} y_{-(n-1)} + \frac{t(t^2-1^2)(t^2-2^2) \dots [t^2-(n-1)](t-n)}{(2n)!} \times \\
& \times \frac{\Delta^{2n} y_{-n} + \Delta^{2n} y_{-(n-1)}}{2} + \\
& + \frac{t\left(t-\frac{1}{2}\right)(t^2-1^2)(t^2-2^2) \dots [t^2-(n-1)^2](t-n)}{(2n+1)!} \Delta^{2n+1} y_{-n} \quad R(x),
\end{aligned}$$

სადაც

$$R(x) = \frac{h^{2n+2} f^{(2n+1)}(\xi)}{(2n+2)!} t(t^2-1^2)(t^2-2^2) \dots (t^2-n)(t-n-1),$$

ბესელის საინტერპოლაციო ფორმულა ეწოდება. იგი განსაკუთრებით მონერბებულია ინტერპოლირებისათვის კვანძებს შორის შუაწერტილში. ამ შემთხვევაში  $t = \frac{1}{2}$  და, მაშასადამე, ყველა კენტი რიგის სხვაობის შემცველი შესაკრებები ნულის ტოლი იქნება.

ჩოდესაც  $f(x)$  ფუნქციის ანალიზური სახე უცნობია, ნაშთით წევრისათვის შეგვიძლია ვისარგებლოთ შემდეგი შიახლოებითი ტოლობით [4]:

$$R(x) \approx t(t-n-1)(t^2-1^2)(t^2-2^2) \dots (t^2-n^2) \frac{\Delta^{2n+2} y_{-1} + \Delta^{2n+2} y_{-n}}{(2n+2)!}.$$

იგულისხმება, რომ  $f(x)$  ფუნქცია მცირედ იცვლება განსახილავ შუალედში.

### § 3. ლაგრანჟის საინტერპოლაციო პოლინომი, ეიბანის სჰემა

ლაგრანჟის საინტერპოლაციო პოლინომს შემდეგი სახე აქვს:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{(x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \dots (x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1) \dots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \dots (x_i-x_n)} \cdot y_i,$$

ბოლო ნაშთითი წევრისათვის გვაქვს

$$R(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi),$$

სადაც  $\xi$  წერტილი ეკუთვნის კვანძების შემცველ უმცირეს შუალედს. ამ უკანასკნელი ტოლობიდან შეგვიძლია დავწეროთ

$$|R(x)| \leq \frac{|(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)|}{(n+1)!} M_{n+1}.$$

აქ

$$M_{n+1} = \max_{x_0 \leq x \leq x_n} |f^{(n+1)}(x)|.$$

ამგვარად:

$$f(x) = L_n(x) + R(x).$$

თუ ნაშთითი წევრს უკუვავადებთ, მივიღებთ მიახლოებით ტოლობას

$$f(x) \approx L_n(x).$$

განვიხილოთ ახლა ლაგრანჟის პოლინომის შედგენის ვიტკენის სქემა.  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  იყოს საინტერპოლაციო კვანძები, ხოლო  $y_0, y_1, \dots, y_n$  —  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობები ამ კვანძებში.

თუ ვისარგებლებთ  $x_0$  და  $x_1$  კვანძებით, შეგვიძლია დავწეროთ

$$L_{01}(x) = \frac{x-x_1}{x_0-x_1} y_0 + \frac{x-x_0}{x_1-x_0} y_1 = \frac{\begin{vmatrix} y_0 & x_0-x \\ y_1 & x_1-x \end{vmatrix}}{x_1-x_0},$$

$$L_{01}(x_0) = y_0, \quad L_{01}(x_1) = y_1.$$

ანალოგიურად,

$$L_{02}(x) = \frac{\begin{vmatrix} y_0 & x_0-x \\ y_2 & x_2-x \end{vmatrix}}{x_2-x_0}, \quad L_{12}(x) = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & x_1-x \\ y_2 & x_2-x \end{vmatrix}}{x_2-x_1},$$

$$L_{02}(x_0) = y_0, \quad L_{02}(x_2) = y_2, \quad L_{12}(x_1) = y_1, \quad L_{12}(x_2) = y_2.$$

ახლა განვიხილოთ

$$L_{012}(x) = \frac{\begin{vmatrix} L_{01}(x) & x_0-x \\ L_{12}(x) & x_2-x \end{vmatrix}}{x_2-x}.$$

ადვილად შევამოწმებთ, რომ  $L_{012}(x_0) = y_0$ ,  $L_{012}(x_1) = y_1$ ,  $L_{012}(x_2) = y_2$ . მაშასადამე,  $L_{012}(x)$  მართლაც წარმოადგენს ლაგრანჟის საინ-

ტერაპოლიციო პოლინომს, რომელიც მოცემულ  $x_0, x_1, x_2$  წერტილებში  
 ლებულობს მოცემულ მნიშვნელობებს და ა. შ.

$$L_{0,1,2,\dots,n}(x) = \frac{\begin{vmatrix} L_{0,1,\dots,(n-1)}(x) & x_0 - x \\ L_{1,2,\dots,n}(x) & x_n - x \end{vmatrix}}{x_n - x_0} .$$

ეს უკანასკნელი ლარგენჯის საინტერპოლაციო პოლინომია, დაწერილი  
 მოცემული  $x_0, x_1, \dots, x_n$  კვანძების მიხედვით.

ეიტკენის სქემის გამოყენება ძალზე მოხერხებულია იმ შემთხვე-  
 ვაში, როდესაც ჩვენ გვსურს  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა  
 ლარგენჯის საინტერპოლაციო ფორმულით  $x$ -ის რაიმე კერძო მნიშვნე-  
 ლობისათვის.

**§ 4. ინტერპოლირების დაპროგრამება ნიუტონის პირველი  
 ფორმულის მიხედვით**

უკუვადლოთ (1) ფორმულაში ნაშთითი წევრი, მივიღებთ მიახ-  
 ლოებით ტოლობას. შევადგინოთ პროგრამა, რომელიც  $x$  წერტილზე  
 $x_i < x < x_{i+1}$  ( $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ ) მოგვცემს  $f(x)$ -ის მიახლოებით  
 მნიშვნელობას. (1) ფორმულაში შემავალი სასრული სხვაობები გა-  
 მოთვალათ ფორმულით

$$\Delta^k y_i = \sum_{m=0}^k (-1)^m c_k^m y_{i+k-m}$$

სადაც

$$C_k^m = \frac{k(k-1)\dots(k-m+1)}{m!}, \quad t = \frac{x-x_0}{h},$$

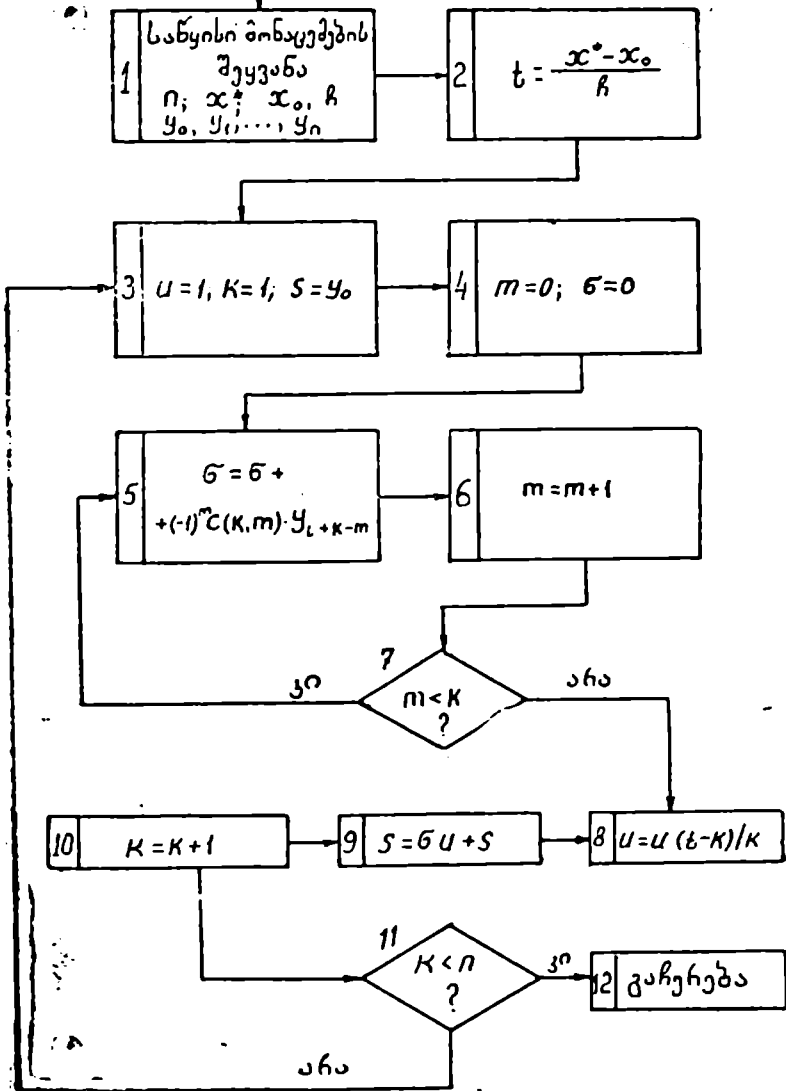
$n$  არის საინტერპოლაციო პოლინომის რიგი.  $k$  რიგის სასრული  
 სხვაობების  $C_k^m$ ,  $m!$  და  $k(k-1)\dots(k-m+1)$  ნამრავლის გამოსათვლელ-  
 ლად შევადგინოთ ქვეპროგრამები.

ინტერპოლირების ბლოკ-სქემა ნიუტონის პირველი ფორმულის  
 მიხედვით მოცემულია მე-17 ნახაზზე.

**ს ა ვ ა რ ჯ ი შ ო ე ბ ი**

მოცემულია ფუნქციის დისკრეტული მნიშვნელობები თანაბრად  
 დაცილებულ  $n+1$  წერტილში (იხ. ცხრილები 168, 169, 170, 171  
 გვერდებზე, ცხრილის ნომერი მითითებულია. სვეტის დასაწყისში).

բանաճյուղ



ԲՈՒ. 17.

1. შეადგინეთ ქვეპროგრამა — ოპერატორი მოცემულ წერტილებში ფუნქციების პირველი რიგის სხვაობების გამოსათვლელად. შედეგების მიღება გაითვალისწინეთ  $n$ — განზომილებიან მასივის სახით. მიღებული პროგრამით შეადგინეთ სხვაობათა ცხრილები ფუნქციებისათვის, რომლებიც მოცემულია № 1, 2, 3 ცხრილებით, ჩაატარეთ მიღებული შედეგების კონტროლი § 2-ში მოცემული წესის მიხედვით.

2. შეადგინეთ ქვეპროგრამა ოპერატორი, რომელიც გამოთვლის თანაბრად დაცილებული  $n+1$  წერტილში მოცემული ფუნქციის  $i$  ური რიგის სასრულო სხვაობებს ( $i \leq n$ ). შედეგების მიღება გაითვალისწინეთ  $n-i+1$  — განზომილებიანი მასივის სახით. მიღებული პროგრამით შეადგინეთ სასრულ სხვაობათა ცხრილი, როცა  $i=3$ ,  $n=11$ , სადაც ფუნქცია მოცემულია: მე-4, მე-5, მე-6, მე-7 ცხრილებით.

3. შეადგინეთ ქვეპროგრამა ოპერატორი, რომელიც გამოთვლის ცხრილით მოცემული ფუნქციის ყველა შესაძლო რიგის სასრულ სხვაობებს თანაბრად დაცილებული  $n+1$  წერტილში მოცემული ფუნქციისათვის. სასრული სხვაობების მიღება გაითვალისწინეთ ერთიანი მასივის სახით. ამ მასივის პირველი  $n$  ელემენტი უნდა უდრიდეს პირველი რიგის სასრულ სხვაობებს, მომდევნო ( $n-1$ ) ელემენტი — მეორე რიგის სასრულ სხვაობებს და ა. შ., ხოლო მასივის უკანასკნელი ელემენტი უნდა შეესაბამებოდეს  $n$ -ური რიგის სხვაობას.

მიღებული პროგრამით ამოხსენით კონკრეტული ამოცანა მე-8 ცხრილისათვის.

4. შეადგინეთ ქვეპროგრამა — ოპერატორი, რომელიც გამოთვლის დასახელებულ  $x$  მნიშვნელობიდან დაღმავალ სხვაობებს. გაითვალისწინეთ შედეგის მიღება მასივის სახით.

ქვეპროგრამის პირველ ინსტრუქციას მიეცით სახე

SUBROUTINE დალმ. სხვაობები ( $x, y, N, x1, DELTA, M$ ),

სადაც  $x, y$  ცხრილით მოცემული მასივებია,  $N$  — მათი განზომილება,  $x1$  წერტილი, სადაც სათავეს ღებებს დაღმავალი სხვაობები,  $DELTA$  პასუხების მასივია,  $M$  — ამ მასივის განზომილება. ისარგებლეთ მე-9 ცხრილის მონაცემებით და მიღებული ქვეპროგრამით, ამოხსენით კონკრეტული ამოცანა, როცა: ა)  $x1=0,18$ , ბ)  $x1=0,21$ , გ)  $x1=0,24$ .

5. შეადგინეთ ქვეპროგრამა მე-4 დავალების ანალოგიურად  $x$ -ის დასახელებული მნიშვნელობიდან გამოსული აღმავალ სხვაობათა ცხრილის მისაღებად.

6. შეადგინეთ პროგრამა ნიუტონის პირველი საინტერპოლაციო ფორმულის მიხედვით.

მიღებული პროგრამით გამოთვალეთ მე-9 ცხრილით მოცემული ფუნქციის მნიშვნელობები წერტილებში  $x=0,183$ ;  $x=0,191$ ;  $x=0,208$ .

7. მე-6 დავალებაში ინტერპოლირება ჩაატარეთ ნიუტონის მეორე ფორმულით. სხვაობების გამოთვლის პროგრამა შეცვალეთ მე-5 დავალების ქვეპროგრამით.

გამოთვლები ჩაატარეთ მე-10, მე-11 ცხრილებით მოცემული ფუნქციებისათვის წერტილებში  $x=0,271$ ;  $x=0,279$ ;  $x=0,261$ ;  $x=0,255$ .

8. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს ინტერპოლირებას ნიუტონის პირველი და მეორე საინტერპოლაციო ფორმულებით, იმისა და მიხედვით საინტერპოლაციო წერტილები ეკუთვნის მოცემულ შუალედის პირველ ნახევარს თუ მეორეს. გაითვალისწინეთ სხვაობების გამოთვლის სტანდარტული ქვეპროგრამების გამოყენება.

გამოთვლები ჩაატარეთ მე-11, მე-12, მე-13 ცხრილებით მოცემული ფუნქციისათვის წერტილებში:

$$x=0,275; x=0,187; x=0,191.$$

9. გამოთვალეთ გაუსის I საინტერპოლაციო ფორმულით მე-17 ცხრილით მოცემული ფუნქციის მნიშვნელობები წერტილებში:

$$x=0,235; x=0,241; x=0,245.$$

10. გამოთვალეთ გაუსის II საინტერპოლაციო ფორმულით მე-18, მე-19, მე-20 ცხრილებით მოცემული ფუნქციების მნიშვნელობები შესაბამისად წერტილებში:

$$x=0,251; x=0,254; x=0,255.$$

11. გამოთვალეთ ბესელის საინტერპოლაციო ფორმულით 21-ე, 22-ე, 23-ე, 24-ე ცხრილებით მოცემული ფუნქციების მნიშვნელობები წერტილებში:

$$x=0,235; x=0,265; x=0,255.$$

12. შეადგინეთ ინტერპოლირების პროგრამა სტირლინგის ფორმულის მიხედვით, ჩაატარეთ ინტერპოლირება 25-ე, 26-ე, 27-ე ცხრილებით მოცემული ფუნქციებისათვის წერტილებში:

$$x=1,255; x=1,241; x=1,261; x=1,266.$$

$N$	1	2	3	4	5	6	7	8
$x$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$
0,10	0,09983	0,99500	0,10330	0,90484	1,10517	0,10017	0,09967	-2,3028
0,15	0,14944	0,985770	0,15114	0,86071	1,16133	0,15057	0,24889	-1,89712
0,20	0,19867	0,98007	0,20271	0,81873	1,22140	0,20136	0,19740	-1,60944
0,25	0,24740	0,96591	0,25534	0,77880	1,28403	0,25288	0,24997	-1,38629
0,30	0,29552	0,95534	0,30934	0,74082	1,34986	0,30469	0,23246	-1,20397
0,35	0,34290	0,93937	0,36503	0,70169	1,41907	0,35757	0,33667	-1,04982
0,40	0,38940	0,92106	0,42279	0,67032	1,49182	0,41152	0,38051	-0,91629
0,45	0,43497	0,90045	0,48306	0,63763	1,56831	0,46679	0,42285	-0,79831
0,50	0,47943	0,87758	0,54630	0,60653	1,64870	0,52360	0,49365	-0,69315
0,55	0,52269	0,85252	0,61311	0,57695	1,73830	0,58236	0,50284	-0,59784
0,60	0,56464	0,82534	0,68114	0,5481	1,8220	0,64350	0,54042	-0,51082



$N$	9	10	11	12	13	14	15	16
$x$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$	$y(x)$
0,18	0,17903	0,68384	0,16197	0,83527	1,19722	0,18099	0,17809	-1,71450
0,19	0,18886	0,98200	0,15232	0,82696	1,209250	0,19116	0,18776	-1,9,073
0,20	0,19867	0,98007	0,2271	0,81873	1,22140	0,20136	0,19740	-1,60844
0,21	0,20846	9,97803	0,21314	0,81058	1,23368	0,21157	0,20699	-1,56065
0,23	0,22798	0,97367	0,2344	0,79453	1,25810	0,23208	0,22607	-1,46968
0,2	0,21623	0,9590	0,2362	0,80252	1,24608	0,22181	0,21655	-1,51413
0,24	0,23770	0,97131	0,21476	0,78663	1,27125	0,24236	0,23554	-1,4712
0,25	0,24740	0,96811	0,25534	0,77880	1,2403	0,25268	0,24497	-1,08629
0,26	0,28708	0,96639	0,6602	0,77105	1,29693	0,26302	0,25437	-1,54707
0,27	0,26673	0,96377	0,27676	0,76338	1,30996	0,27339	0,26371	-1,30933
0,28	0,27636	0,96106	0,28755	0,75578	1,31313	0,28379	0,27301	-1,27297

N		17	18	19	20	21	22	23	24		
x	y(x)	y(x)	x	y(x)	x	y(x)	x	y(x)	y(x)		
0,20	0,2013	1,0201	0,50	0,5211	1,1276	0,61	0,9185	1,1919	0,72	0,7838	1,2705
0,21	0,2115	1,0221	0,51	0,5324	1,1329	0,62	0,605	1,1984	0,73	0,7966	1,2725
0,22	0,2218	1,0243	0,52	0,5437	1,1383	0,63	0,6725	1,2051	0,74	0,8094	1,2865
0,23	0,2320	1,0266	0,53	0,5552	1,1438	0,64	0,6846	1,2119	0,75	0,8223	1,2947
0,24	0,2423	1,0289	0,54	0,5666	1,1494	0,65	0,6967	1,2188	0,76	0,8353	1,3030
0,25	0,2526	1,0314	0,55	0,5782	1,1551	0,66	0,7090	1,2253	0,77	0,8484	1,3114
0,26	0,2629	1,0340	0,56	0,5897	1,1609	0,67	0,7213	1,2330	0,78	0,8615	1,3199
0,27	0,2733	1,0367	0,57	0,6014	1,1669	0,68	0,7335	1,2402	0,75	0,8749	1,3286
0,28	0,2837	1,0395	0,58	0,6131	1,1720	0,69	0,7461	1,2476	0,80	0,8881	1,3374
0,29	0,2941	1,0423	0,59	0,6249	1,1792	0,70	0,7586	1,2552	0,81	0,9015	1,3464
0,30	0,3045	1,0453	0,60	0,6367	1,1855	0,71	0,7712	1,2629	0,82	0,9150	1,3555

N	25-82									
	25	26	27	28	29	30	31	32		
$\alpha$	$y(x)$	$y(x)$	$x$	$y(x)$	$x$	$y(x)$	$x$	$y(x)$	$x$	$y(x)$
1,20	1 5095	1 8107	1,40	1,9043	1,60	2,3756	1,71	2,5775	1,71	2,6740
1,21	1,5276	1 8258	1,41	1,9259	1,61	2 4015	1,72	2,6013	1,72	2,7027
1,22	1,5460	1 8412	1,42	1,9477	1,62	2,4276	1,73	2,6255	1,73	2,7317
1,23	1,5645	1,8568	1,43	1,9697	1,63	2,4540	1,74	2,6499	1,74	2,7609
1,24	1,5831	1 8724	1 44	1,9919	1,64	2,4806	1,75	2,6746	1,75	2 7904
1,25	1,6019	1,8884	1,45	2 0143	1,65	2,5075	1,76	2,6995	1,76	7,8202
1,26	1 6209	1,905	1,6	2,0369	1,66	2 5316	1,77	2,7217	1,77	2,8 03
1,27	1,6400	1,9208	1,7	2,0597	1,67	2,5519	1,78	2,7502	1,78	2,8806
1,28	1,6593	1,9373	1,48	2,0827	1 68	2,5896	1,79	2,7760	1,79	2 9112
1,29	1,6788	1,9540	1,49	2,1059	1,69	2,6175	1,88	2,8020	1,88	2,9422
1,30	1,6984	1,9709	1 50	2,1293	1 70	2,6556	1,81	2,8253	1,81	2 9734

§ 5. ლაგრანჟის სანიხარაოლაციო ფორმულის დაპროგრამების  
მაგალითი

ვთქვათ, მოცემულია ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი

$x$	0,1	0,15	0,23	0,3	0,31	0,38
$y$	0,0998	0,1494	0,228	0,2955	0,3051	0,9287

ვიპოვოთ ამავე ფუნქციის მნიშვნელობები 0,24; 0,29; 0,33 წერტილებზე. არგუმენტის მნიშვნელობათა ახალი მასივი აღვნიშნოთ  $T$ -თი, ხოლო ფუნქციის შესაბამისი მნიშვნელობების მასივი  $Z$ -ით ალგორითმის შესაბამის ბლოკ-სქემას შემდეგი სახე ექნება (ნახ. 18).

ფორტრან-პროგრამა კი შემდეგნაირად დაიწერება:

DIMENSION X(6), Y(6), T(3), Z(3),

სადაც  $C, X, Y, T$  წარმოადგენს მოცემულ მასივებს,  $Z$  — საძიებელი მასივია.

READ(1,1) X, Y, T

1. FORMAT(6F3.2/6F5.4/3F3.2)

$X, Y, T$  მასივების დაბეჭდვა იწყება ახალი ბარათებიდან. ყოველ  $X$ -ს დათმობილი აქვს სამი პოზიცია, აქედან, ორი თოწილად ნაწილს. ყოველ  $Y$ -ს დათმობილი აქვს ხუთი პოზიცია, რომელთაგან ოთხი ათწილადი ნაწილია, ხოლო  $T$ -ს სამ მნიშვნელობას დათმობილი აქვს ცხრა პოზიცია

DO 2 J=1,3

Z(J)=0

DO 3 I=1,6

S=1

DO 4 K=1,6

IF(I-K)5, 4, 5

5 S=S\*(T(J)-X(K))/(X(I)-X(K))

4 CONTINUE

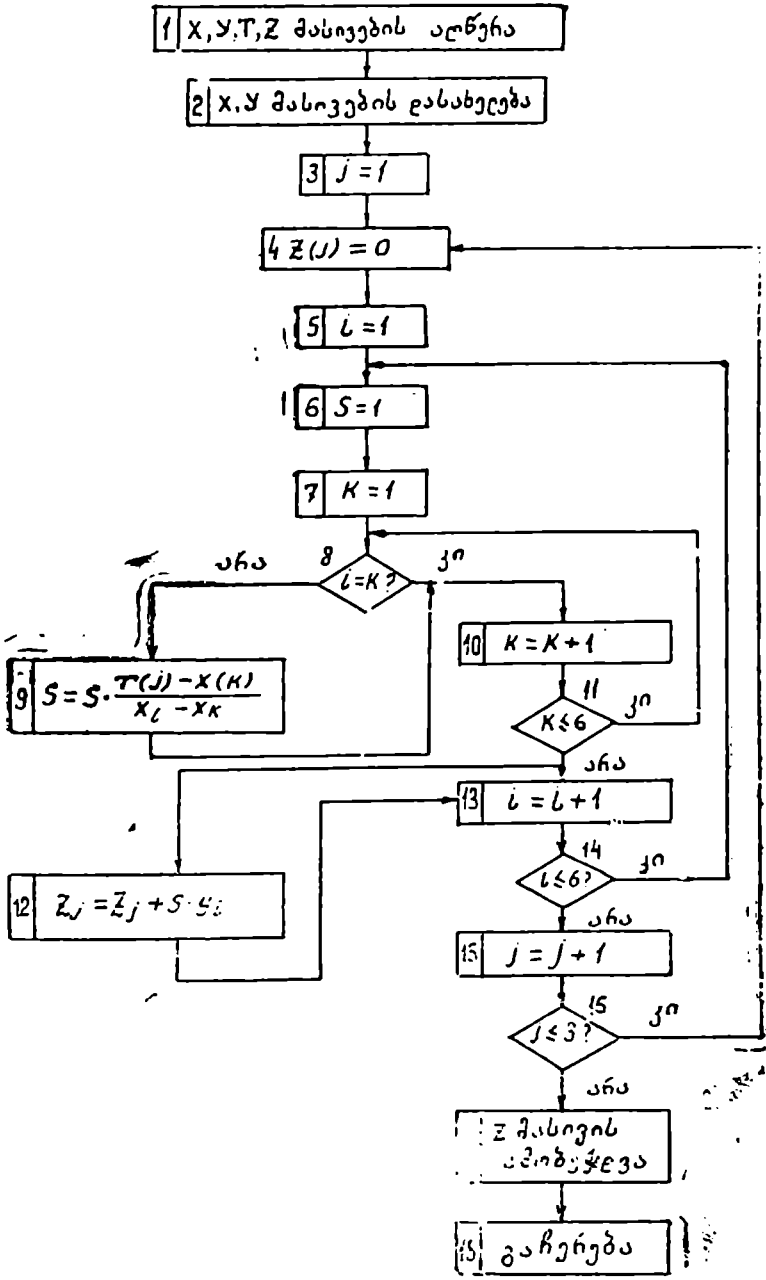
3 Z(J)=Z(T)+S\*Y(I)

2 CONTINUE

WRITE(3,6) Z

6 FORMAT(1X,F10.5)

STOP



ნახ. 18.

END

000150230300031038 X მასივი

009980145402280029550305109287 Y მასივი

024029033

T მასივი

მახუბი

$Z_1 = 0,24314$

$Z_2 = 0,28918$

$Z_3 = 0,34985$

### ხ ა ვ ა რ ჭ ი შ ო ე ბ ი

1. შეადგინეთ ქვეპროგრამა ფუნქცია, რომელიც მოახდენს ინტერპოლირებას დაგრანეის ფორმულის მიხედვით. ქვეპროგრამის ფორმალურ პარამეტრებად აიღეთ  $x$ ,  $n$ , სადაც  $x$  საინტერპოლაციო კვანძია,  $n$  ინტერპოლირების რიგი. ქვეპროგრამას მასივების სახით მიაწოდეთ არგუმენტებისა და ფუნქციის სათანადო მნიშვნელობების მიმდევრობები.

2. პირველ დავალებაში გამოთვლა ჩაატარეთ ეიტკენის სქემით.

3. ქვემოთ მოყვანილი ცხრილებისათვის (ცხრილები 33, 34, 35), მოახდინეთ ინტერპოლირება დაგრანეის ფორმულით და ეიტკენის სქემით. ცხრილში მითითებული ერთი და იგივე  $x^*$  მნიშვნელობებისათვის შეადარეთ ინტერპოლირების ეს ორი გზა მანქანურ ღრის ეკონომიურობის თვალსაზრისით.

4. შეასრულეთ დავალებები ქვემოთ მოყვანილი ცხრილებისათვის, სადაც მოცემულია  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობები არგუმენტის არათანხვორად დაშორებული მნიშვნელობებისათვის. ინტერპოლირება ჩაატარეთ ცხრილში მითითებული  $x^*$  წერტილებში (ისარგებლეთ 175, 176, 177 გვერდებზე მოცემული ცხრილებით).

### § 6. უზარუნავალი ინტერპოლირება

ვთქვათ,  $y = f(x)$  ფუნქცია მოცემულია ცხრილის საშუალებით

$$\frac{|x| |x_0| |x_1| \dots |x_n|}{|y| |y_0| |y_1| \dots |y_n|}$$

$x$ -ის იმ მნიშვნელობის პოვნას, რომელზედაც ფუნქცია მოცემულ მნიშვნელობას ღებულობს შებრუნებული ინტერპოლირება ეწოდება.

ვთქვათ,  $y = f(x)$  ფუნქცია მონოტონურია იმ  $[a, b]$  შუალედში, რომელიც საინტერპოლაციო კვანძებს შეიცავს, მაშინ შებრუნებული

$x$	$y(x)$	$y'(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$y'(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$y'(x)$	$x^*$
10°	0,1736	0,9848	11°	0,10	0,9950	0,098		55'	0,7071	0,7071	
17°	0,2974	0,9563	18°	0,15	0,9883	0,191		45' 37"	0,7133	0,7039	45' 31"
20°	0,3420	0,9397		0,23	0,9737	0,2280	0,25	50' 16"	0,7801	0,6257	
23°	0,4229	0,9063		0,30	0,9553	0,2955		57' 12"	0,806	0,5417	
31°	0,5150	0,8572	34°	0,31	0,9523	0,3061	0,29	60' 25"	0,8695	0,4937	60' 26"
40°	0,6128	0,7650		0,38	0,9391	0,3287	0,33	63' 5"	0,8917	0,4527	
	1	2		3	4			5	6		

$x$	$y(x)$	$y'(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$y'(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$y'(x)$	$x^*$
0,45	0,4350	0,9004	0,46	0,51	0,8709	0,557	0,61	0,92	0,7965	0,6068	0,8
0,47	0,4729	0,8916		0,65	0,7961	0,662		1,25	0,3153	0,3153	0,99
0,50	0,4794	0,8776		0,72	0,7518	0,6594		1,38	0,9819	0,196	1,39
0,55	0,5227	0,8523	0,57	0,74	0,7385	0,6743	0,75	1,40	0,9854	0,1700	1,55
0,63	0,5891	0,8080		0,81	0,6815	0,7243		1,53	0,9692	0,0403	
0,69	0,6365	0,7712		0,85	0,6603	0,7513		1,55	0,9993	0,0208	
0,76	0,6869	0,7230		0,90	0,616	0,7881		1,57	1,0000	0,0008	
0,80	0,7174	0,6987	0,78	0,96	0,5735	0,8192	0,25	1,60	0,0006	0,292	

ინტერპოლირების ამოცანა შეგვიძლია ამოვხსნათ ლაგრანჟის სან-ტერპოლაციო პოლინომის დახმარებით, თუ  $y$  ცვლადს განვიხილავთ როგორც არგუმენტს, ხოლო  $x$  ს როგორც  $y$ -ის ფუნქციას,  $x = \varphi(y)$ , გვაქვება

$$x = \sum_{i=0}^n \frac{(y-y_0)(y-y_1)\cdots(y-y_{i-1})(y-y_{i+1})\cdots(y-y_n)}{(y_i-y_0)(y_i-y_1)\cdots(y_i-y_{i-1})(y_i-y_{i+1})\cdots(y_i-y_n)} \cdot x_i + R,$$

სადაც

$$R = \frac{(y-y_0)(y-y_1)\cdots(y-y_n)}{(n+1)!} \varphi^{(n+1)}(\xi).$$

ცხრილი 34

$x$	$y(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$x^*$
0.750	0.47237	0.752 0.769 0.777	0.854	2.3490	0.856 0.875 0.910	0.980	1.4910	0.983 1.022
0.759	0.46813		0.870	2.3869		0.990	1.5237	
0.775	0.46070		0.879	2.4085		1.020	1.6281	
0.800	0.44933		0.900	2.4596		1.080	1.8712	
0.850	0.42741		0.909	2.4818		1.095	1.9407	
0.865	0.42106		0.955	2.5987		1.200	2.5722	
						1.215	2.6910	
$x$	$y(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$x^*$	$x$	$y(x)$	$x^*$
1.350	1.7991	1.355 1.405	1.460	2.2691	1.466 1.476 1.516	1.600	0.94681	1.801 1.851
1.400	1.9043		1.475	2.2999		1.815	0.94834	
1.410	7.9259		1.515	2.3846		1.850	0.95175	
1.445	2.0031		1.545	2.4506		1.860	0.95268	
1.460	2.0369	1.465	1.635	2.6622		1.905	0.95666	1.900
1.495	2.1175		1.660	2.7247		1.950	0.96032	
			1.715	2.8682				



$x$	$x^*$	$y_1(x)$	$y_2(x)$	$y_3(x)$	$y_4(x)$	$y_5(x)$
0,681		0,58314	0,80803	0,72911	0,53259	1,8776
	0,637					
0,641		0,59720	0,80210	0,74454	0,5279	1,8965
	0,649					
0,651		0,60519	0,79580	0,7600	0,5205	1,9155
	0,658					
0,660		0,61312	0,78939	0,77610	0,51685	1,9348
	0,665					
0,670		0,62099	0,78382	0,77225	0,51171	1,9542
	0,675					
0,681		0,62879	0,77757	0,80866	0,50662	1,9739
	0,683					
0,691		0,63654	0,77125	0,82534	0,50158	1,9937
	0,692					
0,701		0,64422	0,76484	0,84221	0,49659	2,0138
	0,705					
0,710		0,65183	0,75836	0,85953	0,49164	2,0340
	0,715					
0,721		0,65933	0,75181	0,87707	0,49575	2,0544
	0,724					
0,731		0,66687	0,74517	0,89422	0,48191	2,0751

$x$	$x^*$	$y_1(x)$	$y_2(x)$	$y_3(x)$	$y_4(x)$	$y_5(x)$
0,300		0,9636	0,2675	1,6984	0,98545	0,16997
1,301		0,9638	0,2665	1,7004	0,98865	0,16010
	1,302					
1,303		0,9643	1,2646	1,9760	0,99010	0,14033
	1,305					
1,306		0,8651	0,2617	1,9811	0,99389	0,11057
1,307		0,9654	0,2607	1,9828	0,99482	0,10063
	1,308					
1,309		0,9659	0,2588	1,9863	0,99674	0,08071
	1,311					
1,310		0,9661	0,2578	1,9880	0,99745	0,07074
		0,6969	0,2559	1,9914	0,99871	0,05077

§ 7. განტოლების ფუნქციის მოძებნა შეპრუნებული ინტერპოლირების საშუალებით

შებრუნებული ინტერპოლირების საშუალებით ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ

$$f(x) = 0$$

განტოლების ფესვი. ვთქვათ, განტოლების ფესვი მოთავსებულია  $[a, b]$  შუალედში და  $f(x) \in C^{n+1}[a; b]$ . დავატაბულოთ  $f(x)$  ფუნქციის  $[a, b]$  შუალედში მუდმივი ან ცვალებადი ბიჯით. იმ უბანზე, სადაც  $f(x)$  ფუნქცია ნიშანს შეიცვლის, დავსვათ ინტერპოლირების შებრუნებული ამოცანა, ვ. ი. ვიპოვოთ  $x$ -ის მნიშვნელობა, რომელზედაც  $y=0$ .

### ს ა ვ ა რ ჯ ი შ ო ე ბ ი

შებრუნებული ინტერპოლირების საშუალებით იპოვეთ ჩოცემულ შუალედში მოთავსებული განტოლების ნამდვილი ფესვი:

1.  $3 \sin x + 0,5 \ln(1+x) + x - 1 = 0, x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,2259.$
2.  $\ln(1 + \cos x - 3 \cdot 2^{-x} + e^x x) = 0, x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,2510.$
3.  $e^{x/3} + x^4 - 6 = 0, x \in [1; 2];$   
პას:  $x = 1,4467.$
4.  $0,125x^4 - 7,351x^3 - 2,001x^2 + 0,0125 = 0, x \in [-1; 0];$   
პას:  $x = -0,0992.$
5.  $x^3 - 3,5x^2 - 0,34x + 3,72 = 0, x \in [3; 4];$   
პას:  $x = 3,2529.$
6.  $\operatorname{tg} x + 2,71x^3 \sqrt{x} - \sqrt{2} = 0, x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,8141.$
7.  $\cos x - e^{x^2} - x + 1 = 0; x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,53291.$
8.  $(x + \sin x)^3 + e^x - 2 = 0; x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,3739.$
9.  $e^{x^2} + \ln(1+x) - 2,003 = 0; x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,6398.$
10.  $chx + \frac{1}{x+4} - 2 = 0, x \in [1; 2];$   
პას:  $x = 1,0398.$
11.  $x - \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sin\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot x\right) = 0, x \in [-1; 0];$   
პას:  $x = -0,3214.$
12.  $x^5 + 13,12x^4 - 15,66x^3 - 18,72 = 0, x \in [1; 2];$   
პას:  $x = 1,2803.$
13.  $3 \sin^2 \frac{x}{2} + 0,179 \sqrt{x+1} - 1, (6) = 0, x \in [0; 1];$   
პას:  $x = 0,000015.$

თუ  $f(x)$  ფუნქცია მოცემულია ცხრილის საშუალებით, წარმოგ-  
ბულის მოძებნა ჩვეულებრივი წესის მიხედვით შეუძლებელია, ფორ-  
მულებს, რომელთა საშუალებით ცხრილის სახით მო-  
ცემული ფუნქციის წარმოებულნი გამოითვლება, რე-  
ცხვითი გაწარმოების ფორმულები ეწოდება.

ვთქვათ, მოცემულია  $f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი  
არგუმენტის არათანაბრად დაშორებული მნიშვნელობებისათვის. არ-  
გუმენტის მოცემული მნიშვნელობები განვიხილოთ როგორც საინტერ-  
პოლაციო კვანძები და დაეწეროთ ლაგრანჟის ან ნიუტონის საინ-  
ტერპოლაციო ფორმულები. ამ ფორმულების გაწარმოებით მივიღებთ  
ფორმულებს, რომელთა საშუალებით შეგვიძლია  $f(x)$  ფუნქციის წარ-  
მოებულნი გამოვთვალოთ მიახლოებით, როგორც კვანძებს შორის ნე-  
ბისმიერ წერტილში, ისე თვით კვანძებში.

თუ საინტერპოლაციო კვანძები დაშორებულია თანასწორად,  
შეგვიძლია მივმართოთ სასრული სხვაობების შემცველ საინტერპო-  
ლაციო ფორმულებს. მაგალითისათვის განვიხილოთ ნიუტონის  
პირველი საინტერპოლაციო ფორმულა

$$y(x) = y(x_0 + th) = y(x_0) + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 +$$

$$+ \frac{t(t-1)(t-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!} \Delta^4 y_0 + \dots,$$

სადაც  $t = \frac{x - x_0}{h}$ .

გავაწარმოოთ ეს ტოლობა  $x$ -ით; გავითვალისწინოთ, რომ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{h} \frac{dy}{dt}$$

მივიღებთ

$$y'(x) = \frac{1}{h} \left[ \Delta y_0 + \frac{2t-1}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{3t^2-6t+2}{3!} \Delta^3 y_0 + \right.$$

$$\left. + \frac{4t^3-18t^2+22t-6}{4!} \Delta^4 y_0 + \dots \right].$$

სავარჯიშო

1. იპოვეთ ქვემოთ მოყვანილ ცხრილებში მოცემული ფუნქციის  
წარმოებულის მნიშვნელობები კვანძით წერტილებში, შესაბამისი  
საინტერპოლაციო ფორმულის ბრჩევით (ცხრილები 36, 37).

$y$	$y_1(x)$	$y_2(x)$	$y_3(x)$	$y_4(x)$	$y_5(x)$
0.455	0,43946	0,89826	0,48924	0,63445	1,762
0.457	0,44126	0,89738	0,49172	0,63318	1,5798
0.460	0,4395	0,89605	0,945	0,63128	1,5841
0.464	0,44753	0,89427	0,50044	0,62871	1,5904
0.469	0,45199	0,89202	0,50671	0,62563	9,5984
0.472	0,45467	0,89066	0,51048	0,62375	1,6032
0.475	0,45734	0,88929	0,51427	0,62189	1,9080
0.477	0,45912	0,88838	0,51680	0,62064	1,6128
0.481	0,46267	0,88653	0,52188	0,61816	1,6177

$x$	$y_1(x)$	$y_2(x)$	$y_3(x)$	$y_4(x)$
0,250	0,7780	0,25371	0,24592	-1,34230
0,255	0,77490	0,25785	0,24968	-1,36649
0,260	0,7711	0,26302	0,5.37	-1,34707
0,265	0,7672	0,26820	0,25904	-1,32802
0,270	0,7633	0,27339	0,26371	-1,30933
0,275	0,75957	0,27859	0,26837	-1,29098
0,280	0,75578	0,28379	0,27301	-1,27297
0,285	0,75201	0,28901	0,27764	-1,25527
0,290	0,74826	0,29423	0,28226	-1,23787
0,295	0,7.453	0,29946	0,28686	-1,22078

§ 8. ტრიგონომეტრიული ინტეგრირება

ფუნქციას

$$\varphi(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

ტრიგონომეტრიული პოლინომი ეწოდება. იგი წარმოადგენს პერიოდულ ფუნქციას  $2\pi$  პერიოდით.

ვთქვათ,  $0 \leq x_0 < x_1 < \dots < x_{2n} < 2\pi$  წერტილებში ჩვენთვის ცნობილია  $y=f(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობები  $y_0, y_1, \dots, y_{2n}$ . ისეთი ტრიგონომეტრიული პოლინომის აგება, რომელიც მოცემულ წერ-

ტილებში მოცემულ მნიშვნელობებს მიიღებს, დაიყვანება  $a_0$ ,  $a_k$  და  $b_k$ , ( $k=1, 2, \dots, n$ ) კოეფიციენტების მიმართ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა შემდეგი სისტემის ამოხსნაზე:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx_i + b_k \sin kx_i) = y_i; \quad (i=0, 1, 2, \dots, 2n).$$

შტკიცდება, რომ ამ სისტემის დეტერმინანტი განსხვავებულია ნულისაგან, ამიტომ  $a_0$ ,  $a_k$  და  $b_k$  ( $k=0, 1, 2, \dots, 2n$ ) კოეფიციენტებისათვის ჩვენ მივიღებთ ერთადერთ მნიშვნელობებს და, მაშასადამე, მაინტერპოლირებელი ტრიგონომეტრიული პოლინომიც ერთადერთი იქნება, რომელსაც შემდეგი სახე ექვს:

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{2n} \times$$

$$\times \frac{\sin \frac{x-x_0}{2} \dots \sin \frac{x-x_{k-1}}{2} \sin \frac{x-x_{k+1}}{2} \dots \sin \frac{x-x_{2n}}{2}}{\sin \frac{x_k-x_0}{2} \dots \sin \frac{x_k-x_{k-1}}{2} \sin \frac{x_k-x_{k+1}}{2} \dots \sin \frac{x_k-x_{2n}}{2}} y_k.$$

ცხადია, ტრიგონომეტრიული პოლინომით ინტერპოლირება უმჯობესია მაშინ, როდესაც საინტერპოლაციო  $f(x)$  ფუნქცია პერიოდულია  $2\pi$  პერიოდით.

### § 10. ფუნქციათა ვიანჯლოვა უპირობო კვადრატთა მეთოდი

ვთქვათ,  $x_0, x_1, \dots, x_n$  წერტილებში მოცემულია  $y=f(x)$  ფუნქციის  $y_0, y_1, \dots, y_n$  მნიშვნელობები. ვიპოვოთ ისეთი  $m$ ,  $m < n$ , ხარისხის პოლინომი  $\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ , რომ  $\varphi(x_i) = f(x_i)$  სხვაობათა კვადრატების ჯამი იყოს უმცირესი, ე. ი.

$$\Phi(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=0}^n [a_0 + a_1x_i + \dots + a_mx_i^m - f(x_i)]^2 \quad (1)$$

გამოსახულება დებულობდეს უმცირეს მნიშვნელობას. გამოვიყენოთ  $n+1$  ცვლადის ფუნქციის ექსტრემუმის არსებობის აუცილებელი პირობა

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_i} = 0, \quad (i=0, 1, 2, \dots, m),$$

$$\sum_{i=0}^n \varphi(x_i) x_i^k = \sum_{i=0}^n f(x_i) x_i^k \quad (k=0, 1, 2, \dots, m).$$

ამ სისტემას ნორმალური სისტემა ეწოდება. გადავწეროთ იგი შემდეგნაირად:

$$a_0 \sum_{i=0}^n x_i^k + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^{k+1} + \dots + a_m \sum_{i=0}^n x_i^{k+m} = \sum_{i=0}^n f(x_i) x_i^k,$$

$$(k=0, 1, 2, \dots, m).$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$\sum_{i=0}^n x_i^k = C_k, \quad \sum_{i=0}^n f(x_i) x_i^k = d_k,$$

მაშინ უკანასკნელი სისტემა ასე გადაიწერება:

$$\begin{cases} C_0 a_0 + C_1 a_1 + \dots + C_m a_m = d_0, \\ C_1 a_0 + C_2 a_1 + \dots + C_{m-1} a_m = d_1, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ C_m a_0 + C_{m+1} a_1 + \dots + C_{2m} a_m = d_m \end{cases}$$

$a_0, a_1, \dots, a_m$  კოეფიციენტების მძებარო. მივიღეთ წრფივ ალგებრულ არაერთგვაროვან განტოლებათა სისტემა. მტკიცდება, რომ ამ სისტემის დეტერმინანტი განსხვავებულია ნულისაგან და  $a_0, a_1, \dots, a_m$  უცნობისათვის მიღებული ერთადერთი მნიშვნელობები (1) გამოსახულებას ანიჭებენ მინიმუმს:

$C_k$  და  $d_k$  კოეფიციენტების გამოსათვლელად შეგვიძლია ვისარგებლოთ ქვემოთ მოცემული ცხრილით.

$x^2$	$x^1$	$x^0$	$x^3$	...	$x^{2m-1}$	$x^{2m}$	$y$	$xy$	...	$x^{m-1}y$	$x^m y$
1	$x_0$	$x_0^2$	$x_0^3$	...	$x_0^{2m-1}$	$x_0^{2m}$	$y_0$	$x_0 y_0$	...	$x_0^{m-1} y_0$	$x_0^m y_0$
1	$x_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	...	$x_1^{2m-1}$	$x_1^{2m}$	$y_1$	$x_1 y_1$	...	$x_1^{m-1} y_1$	$x_1^m y_1$
1	$x_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	...	$x_2^{2m-1}$	$x_2^{2m}$	$y_2$	$x_2 y_2$	...	$x_2^{m-1} y_2$	$x_2^m y_2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1	$x_{n-1}$	$x_{n-1}^2$	$x_{n-1}^3$	...	$x_{n-1}^{2m-1}$	$x_{n-1}^{2m}$	$y_{n-1}$	$x_{n-1} y_{n-1}$	...	$x_{n-1}^{m-1} y_{n-1}$	$x_{n-1}^m y_{n-1}$
1	$x_n$	$x_n^2$	$x_n^3$	...	$x_n^{2m-1}$	$x_n^{2m}$	$y_n$	$x_n y_n$	...	$x_n^{m-1} y_n$	$x_n^m y_n$

$$C_0 \quad C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad \dots \quad C_{2m-1} \quad C_{2m} \quad d_0 \quad d_1 \quad \dots \quad d_{m-1} \quad d_m$$

$$\Delta m, n = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n [f(x_i) - \varphi(x_i)]^2}{n+1}}$$

უწოდებენ საშუალო კვადრატულ ცდომილებას.

§ 11. ფუნქციის აპროქსიმაციის ლაგრანჟის მეთოდი  
კვადრატთა მეთოდით

უმცირეს კვადრატთა მეთოდის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი.

ცხრილით მოცემულია ფუნქცია

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_n$
$y(x)$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$\dots$	$y_n$

სადაც  $n = i0$ , ხოლო  $x_i, y_i$  წინასწარ ცნობილი რიცხვებია.

მოვხდებით ამ ფუნქციის აპროქსიმაცია შერეული რიგის პოლინომით

$$y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3$$

$C_1, C_2, C_3$  კოეფიციენტების განსაზღვრავად საჭიროა ვიპოვოთ შემდეგი გამოსახულების მინიმუმი:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - C_1 x_i^2 - C_2 x_i - C_3)^2$$

შემოთ განხილული ალგორითმის მიხედვით. ამისათვის მიღებული გამოსახულება გაეწარმოთ  $C_1, C_2, C_3$ -ით და მიღებული წარმოებულ გაუტოლოთ ნულს. მივიღებთ შემდეგ სისტემას:

$$nC_3 + \left(\sum_{i=1}^n x_i\right) C_2 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) C_1 = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) C_2 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) C_3 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3\right) C_1 = \sum_{i=1}^n (y_i x_i)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) C_3 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3\right) C_2 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^4\right) C_1 = \sum_{i=1}^n (x_i^3 y_i)$$

სადაც  $\pi$  მოცემულ წერტილთა რაოდენობაა.

იმისათვის, რომ ამოვხსნათ სისტემა, საჭიროა გამოვთვალოთ  $C_i$  კოეფიციენტთან მდგომი ჯამები. გავაფორმოთ მათი გამოთვლის ალგორითმი ქვეპროგრამის სახით და ვუწოდოთ მას SUMMA, ხოლო მიღებული სისტემა ამოვხსნათ გაუსის მეთოდით და ისიც გავაფორმოთ ქვეპროგრამის სახით: ვუწოდოთ მას GAUSS, პასუხები კი მივიღოთ C მასივში. პოლინომის რიგი აღენიშნოთ ID-თი.

შესაბამის ფორტრან-პროგრამას აქვს შემდეგი სახე (იგი შედგება ძირითადი პროგრამისა და ქვეპროგრამებისაგან):

ძირითადი პროგრამა:<sup>1</sup>

ფუნქციის აპროქსიმაცია უმცირეს კვადრატთა მეთოდით:

DIMENSION X (10), Y (10), C (3);

X, Y მასივები წინასწარ ცნობილია, C საძიებელი კოეფიციენტების მასივია ID=2. N=10.

N არის მოცემულ წერტილთა რაოდენობა: ID — პოლინომის რიგი READ (1,1) (X (I), Y (I), I=1, N),

IFORMAT (2F 10.4/).

ერთ ბარათზე X და Y-ის მნიშვნელობა და დათმობილია 20 პოზიცია, პირველი 10 პოზიცია შეესაბამება X-ს, ხოლო მეორე ათი კი Y-ს

სულ გვექნება 10 ბარათი:

ID1=ID+1

CALL SUMMA (ID, ID1, N, X, Y, C)

მიმართვა ქვეპროგრამაზე SUMMA

WRITE (3,2) C

2 FORMAT (2X, E 14,6)

STOP

END

ქვეპროგრამა SUMMA

SUBROUTINE SUMMA (ID, ID1, N, X, Y, C)

DIMENSION P (20), X (N), Y (N), S (3.3), R (3), C (3)

<sup>1</sup> კომენტარი პროგრამას მიეთითება რუსული ან ლათინური ანბანით შედგენილი ტექსტის სახით.



```

ID 2-ID * 2
P(I)=0
DO 1 J=1, N
P(I)=P(I) X(J) * * 1
DO 2 I=1, ID 1
DO 2 I=1, ID 1
K=I+J-2
IF(K) 3, 3, 6
DO 1 I=1, ID 2

```

1... | 5 | 6 | 7

```

6 | SUM (I, J)=P(R)
  | GOTO 2
3 | SUM (I, J)=N
2 | CONTINUE
  | R(I)=0
  | DO 4 J=1, N
4 | R(1)=R(1)+Y(J)
  | DO 5 I=2, ID 1
  | R(I)=0
  | DO 5 J=1, N
5 | R(I)=R(I)+Y(I) * * (J) * * (I-1)
  | CALL GAUSS (ID, ID1, R, C, SUM)
  | RETURN
  | END

```

C

ქვეპროგრამა GAUSS

```

SUBROUTINE GAUSS (ID, ID1, R, C, SUM)
DIMENSION R(ID1), C(ID1), SUM(ID1, ID1)
DO 10 K=1, ID
KP=K+1
L=K
DO 11 I=KP, ID1
IF (ABS(SUM(I, K))-ABS(SUM(L, K))) 11, 11, 17
1 7 | L=L+1
1 1 | CONTINUE
  | IF (L-K) 12, 12, 19
1 9 | DO 13 J=K, ID1
  | DP=SUM(K, J)

```

```

1 3 SUM(K, J)=SUM(L, J)
    SUM(L, J)=DP
    DP=(R(K)
    R(K)=R(L)
    R(L)=DP
1 2 DO 10 I=KP, ID1
    F=SUM(I, K)/SUM(K, K)
    SUM(I, K)=0
    DO 14 T=KP, ID 1
1 4 SUM(I, J)=SUM(I, J)-F * SUM(K, J)
1 0 R(I)=R(I)-F * R(K)
    C(ID1)=R(ID1)/SUM(ID1, ID 1)
    I=ID
1 6 IP=I+1
    TB=0
    DO 15 J=IP, ID1
1 5 TB=TB+SUM(I, J) * C(J)
    C(I)=(R(I)-TB)/SUM(J, I)
    I=I-1
    IF(T) 18, 18, 16
1 8 RETURN
    END

```

ს ა ვ ა რ ჯ ი შ ო ე ბ ი

1. უმცირეს კვადრატთა მეთოდით წარმოდგინეთ ცხრილებით მოცემული ფუნქციები პირველი რიგის პოლინომებით და გამოთვა-  
ლეთ საშუალო კვადრატული ცდომილებები:

1)	x	1,38	1,45	1,50	1,57	1,63	1,69	1,78	1,82
	y	-0,4985	-0,4115	-0,2375	-0,0852	-0,0452	0,1757	0,3715	0,5020
2)	x	1,94	2,01	2,11	2,36	2,64	2,94	3,27	3,81
	y	8,693	8,9345	9,27951	0,142	11,108	12,143	13,2815	15,1445

3)	$x$	1,33	1,79	1,90	2,01	2,35	2,91	3,62	4,02
	$y$	7,22	7,91	8,07	8,23	8,79	9,58	10,63	11,23

4)	$x$	2,96	3,75	3,72	4,10	4,63	4,92	5,23	5,41
	$y$	3,78	4,12	5,14	5,82	6,72	7,29	7,84	8,16

5)	$x$	0,12	0,28	0,35	0,63	0,72	0,84	0,95	1,17
	$y$	-1,47	-1,19	-0,91	-0,25	-0,03	0,25	0,51	1,032

2. უმცირეს კვადრატთა მეთოდის საშუალებით წარმოადგინეთ ცხრილებით მოცემული ფუნქციები მეორე რიგის პოლინომებით დაგამოთვალეთ საშუალო კვადრატული ცდომილებები:

1)	$x$	0,32	0,55	0,67	0,73	0,80	0,92	1,15	1,27	1,34
	$y$	0,5872	2,1075	3,0287	3,5187	4,12	5,2192	7,5678	8,9187	9,7468

2)	$x$	9,15	0,27	0,41	0,56	0,72	0,83	0,95	1,12
	$y$	0,2125	-0,2555	-0,6196	-0,792	-0,728	-0,5355	-0,1675	0,552

3)	$x$	1,21	1,39	1,45	1,67	1,79	1,90	2,05	2,21
	$y$	4,208	5,0430	5,3256	6,3772	6,961	7,5025	8,2506	9,0610

4)	$x$	0,41	0,80	0,96	1,20	1,31	1,42	1,57	1,73
	$y$	0,722	4,9066	6,4864	9,7600	11,4144	12,91656	15,7096	18,6216

	$x$	1.14	2.20	3.71	4.32	5.46	5.12	6.81
5)	$y$	-0,8176	14.64	-57,6146	-82,7344	-144,6496	-182,0864	-231,4866

3. წარმოადგინეთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდით ცხრილებით მოცემული ფუნქციები მესამე რიგის პოლინომების საშუალებით და გამოთვალეთ კვადრატული ცდომილება:

$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
0.25	2.0234	0.69	4.6351	1.47	3.2598
0.36	2.3616	0.75	4.7187	1.53	3.9672
0.55	2.7396	0.81	4.7963	1.60	4.8671
0.68	3.0220	1.90	4.8980	1.72	6.6120
0.86	3.2457	1.15	5.1567	1.89	9.5549
0.98	3.4702	1.27	5.3084	2.02	12.2133
1.42	4.3293	1.64	5.4186	2.17	15.7604
1.57	4.7952	1.46	5.6776	2.30	19.2900
1.62	4.9797	1.56	5.9112	2.55	27.3295
		1.79	6.7761	2.80	37.2226

$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
1.38	12.9729	2.54	32.5455	0.68	3.9799
1.41	13.8914	2.72	39.2429	0.82	4.1794
1.54	18.4720	2.93	48.2211	0.94	4.8738
1.63	22.2563	3.22	62.8725	1.17	6.6734
1.72	26.5841	3.96	113.952	1.25	7.4664
1.84	33.2627	4.38	123.0293	1.37	8.3396
1.96	41.0583	4.84	205.5211	1.42	9.4813
2.00	46.1559	5.12	242.8907	1.65	13.0153
2.17	57.6430	5.47	295.8351	1.70	13.9199
2.25	65.0337	0.73	339.9217	1.91	18.3081

4. წარმოადგინეთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდით ქვემოთ ცხრილებით მოცემული ფუნქცია მეოთხე რიგის პოლინომების საშუალებით და გამოთვალეთ საშუალო კვადრატული ცდომილება:

$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
0.78	-2.4447	1.69	22.7406	1.25	6.7415	0.42	-0.1219	2.35	13.4339
0.82	-2.5438	1.85	33.8766	1.83	26.8404	0.51	0.2128	2.70	25.4364
0.94	-2.7397	2.04	51.7370	1.96	34.7343	0.63	0.8019	2.91	35.4364
1.02	-2.7686	2.19	70.0767	2.01	38.2045	0.79	1.9764	3.15	49.4517
1.18	-2.5451	2.30	86.2751	2.37	71.7045	0.95	3.8208	3.27	57.4492
1.33	-1.8010	2.47	116.5206	2.64	108.8901	1.17	8.0051	3.42	69.7770
1.42	-1.0.90	2.66	158.8800	2.99	177.0383	1.33	12.7300	3.63	89.2943
1.60	1.0609	2.71	213.4120	3.58	359.6146	1.62	26.4417	3.85	113.7144
1.72	3.1451	3.00	261.76	3.92	514.8510	1.75	35.3473	3.97	123.9952
1.87	6.6908	3.18	332.8840	4.02	568.883	1.92	50.3909	4.12	149.979

5. ვთქვათ, ფუნქციის მნიშვნელობაა ცხრილი მოცემულია მუდმივი ბიჯით. შემოვიღოთ შემდეგი განმარტება: სხვაობათა ცხრილს  $n-k$  რიგამდე ჩათვლით ვუწოდოთ წესიერი, თუ  $|\Delta^{k+1} y| < 2^k$ , ხოლო  $k$ -რი რიგის სხვაობები — პრაქტიკულად მუდმივი. ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში დაადგინეთ პრაქტიკულად მუდმივი სხვაობის რიგი და ააგეთ უმცირეს კვადრატთა მეთოდით იმავე ხარისხის მიაპროქსიმებული მრავალწევრი:

$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
0	0	0	1	0.41	0.42158	3.71	0.26954
0.05	0.04998	0.05	0.99875	0.42	0.4326	3.72	0.26862
0.10	0.09983	0.10	0.99500	0.43	0.4337	3.73	0.26310
0.15	0.149440	0.15	0.98877	0.44	0.45434	3.74	0.26738
0.20	0.19867	0.20	0.9807	0.45	0.46534	3.75	0.26667
0.25	0.24740	0.25	0.96991	0.46	0.47640	3.76	0.26596
0.30	0.29552	0.30	0.95534	0.47	0.48750	3.77	0.26525
0.35	0.34290	0.35	0.93937	0.48	0.4985	3.78	0.26455
0.40	0.38942	0.40	0.92106	0.49	0.5098	3.79	0.26385
0.45	0.43437	0.45	0.9005	0.50	0.52110	3.80	0.26315
0.50	0.47943	0.5	0.87758	0.51	0.53240		

§ 12. უმცირეს კვადრატთა მეთოდი უშუალოდ უამთხვავაში

ვთქვათ,  $f(x)$  ფუნქცია მოცემულია  $[a, b]$  შუალედში. საჭიროა ავაგოთ ისეთი

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$$

პოლინომი, რომელიც ინტეგრალს

$$\int_a^b [\varphi(x) - f(x)]^2 dx \tag{1}$$

მინიკებს მინიმალურ მნიშვნელობას. ექსტრემუმის არსებობის აუცილებელი პირობის თანახმად გვექნება:

$$\sum_{i=0}^m a_i \int_a^b x^i dx = \int_a^b f(x) dx,$$

$$\sum_{i=0}^m a_i \int_a^b x^{i+1} dx = \int_a^b x f(x) dx,$$

.....

$$\sum_{i=0}^m a_i \int_a^b x^{i+m} dx = \int_a^b x^m f(x) dx.$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$S_k = \int_a^b x^k dx,$$

შაშინ უკანასკნელი სისტემა ასე გადაიწერება:

$$a_0 S_0 + a_1 S_1 + \dots + a_m S_m = \int_a^b f(x) dx,$$

$$a_0 S_1 + a_1 S_2 + \dots + a_m S_{m+1} = \int_a^b x f(x) dx,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_0 S_m + a_1 S_{m+1} + \dots + a_m S_{m+1} = \int_a^b x^m f(x) dx.$$

მტკიცდება, რომ ამ სისტემას ერთადერთი ამონახსნი ექვს, რომელიც (1) ინტეგრალს მიანიჭებს მინიმალურ მნიშვნელობას. გამოსახულებას

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{b-a} \int_a^b [f(x) - \varphi(x)]^2 dx}$$

ეწოდება  $\varphi(x)$  ფუნქციის საშუალო კვადრატული გადახრა  $f(x)$  — განსაზღვრული  $[a, b]$  შუალედში.

ხ ა ვ ა რ ჯ ი შ ო ე ბ ი

უშვირეს კვადრატთა მეთოდის საშუალებით წარმოადგინეთ ფუნქციები:

1.  $f(x) = \sin x$  მეორე ხარისხის პოლინომით  $[0; \pi]$  შუალედში.
2.  $f(x) = \cos x$  მეორე ხარისხის პოლინომით  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$  შუალედში.
3.  $f(x) = \operatorname{tg} x$  მესამე ხარისხის პოლინომით  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  შუალედში.
4.  $f(x) = \ln x$  მეორე ხარისხის პოლინომით  $[1; 2]$  შუალედში.
5.  $f(x) = \operatorname{ch} x$  მეორე ხარისხის პოლინომით  $[0; 1]$  შუალედში.
6.  $f(x) = \operatorname{sh} x$  მესამე ხარისხის პოლინომით  $[0; 1]$  შუალედში.
7.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  პირველი ხარისხის პოლინომით  $[1; 2]$  შუალედში.

8.  $f(x) = \sqrt{x}$  მესამე ხარისხის პოლინომით  $[0; 6]$  შუალედში.

9.  $f(x) = 2^x$  მეორე ხარისხის პოლინომით  $[1; 2]$  შუალედში.

10.  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$  მეორე ხარისხის პოლინომით  $[-1; 1]$  შუალედში.

ახლა განვიხილოთ ზოგადი შემთხვევა ვთქვათ,  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$  უწყვეტი ფუნქციებია  $[a, b]$  შუალედში. შევადგინოთ ჯამი

$$\varphi(x) = a_1 \varphi_1(x) + a_2 \varphi_2(x) + \dots + a_n \varphi_n(x),$$

სადაც  $a_1, a_2, \dots, a_n$  მუდმივებია,  $\varphi(x)$  ფუნქციას ეწოდება განზოგადოებული პოლინომი  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$  ფუნქციების მიმართ.

შევარჩიოთ  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) კოეფიციენტები ისეთნაირად, რომ

$$\int_a^b [\varphi(x) - f(x)]^2 dx$$

ინტეგრალი ლებულობდეს მინიმალურ მნიშვნელობას. საძიებელი კოეფიციენტების მიმართ მივიღებთ შემდეგ სისტემას:

$$\begin{aligned} a_1 \int_a^b \varphi_1(x) \varphi_1(x) dx + a_2 \int_a^b \varphi_1(x) \varphi_2(x) dx + \dots + a_n \int_a^b \varphi_1(x) \varphi_n(x) dx = \\ = \int_a^b \varphi_1(x) f(x) dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 \int_a^b \varphi_2(x) \varphi_1(x) dx + a_2 \int_a^b \varphi_2(x) \varphi_2(x) dx + \dots + a_n \int_a^b \varphi_2(x) \varphi_n(x) dx = \\ = \int_a^b \varphi_2(x) f(x) dx \end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned} a_1 \int_a^b \varphi_n(x) \varphi_1(x) dx + a_2 \int_a^b \varphi_n(x) \varphi_2(x) dx + \dots + a_n \int_a^b \varphi_n(x) \varphi_n(x) dx = \\ = \int_a^b \varphi_n(x) f(x) dx \end{aligned}$$

ამ სისტემის ერთადერთი ამონახსნიც ავაგებთ საძიებელ  $\varphi(x)$  ფუნქციის.

წარმოადგინეთ მოცემული ფუნქციები უმცირეს კვადრატთა მეთოდით?

1.  $f(x) = x^2$ ;  $\varphi(x) = a_0 + a_1 \sin x + a_2 \sin 2x$  ფუნქციის საშუალებით  $[0, 1]$  შუალედში.

2.  $f(x) = 3 \frac{x^2}{2}$ ;  $\varphi(x) = a_2 + a_1 \cos x$  ფუნქციით  $[0; \pi]$  შუალედში.

3.  $f(x) = |x|$ ;  $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \sin x$  ფუნქციით  $[-\pi; \pi]$  შუალედში.

4.  $f(x) = 1 - \frac{x^2}{\pi^2}$ ;  $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x$  ფუნქციით  $[0; \pi]$  შუალედში.

5.  $f(x) = \cos x$ ;  $\varphi(x) = a_1 \varphi_1(x) + a_2 \varphi_2(x) + a_3 \varphi_3(x)$  ფუნქციით  $[0; \pi]$  შუალედში. სადაც  $\varphi_1 = 1$ ;  $\varphi_2 = x$ ;  $\varphi_3 = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ .

6.  $f(x) = e^x$ . იმავე განზოგადებული პოლინომის საშუალებით  $[0; 1]$  შუალედში, როგორც მე-5 მაგალითის შემთხვევაში.

7. წარმოადგინეთ  $f(x) = x$  ფუნქცია  $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x$  განზოგადებული პოლინომის საშუალებით  $[0; \pi]$  შუალედში.

8.  $f(x) = x^2$ ;  $\varphi(x) = a_0 + a_1 e^x + a_2 e^{2x}$  შუალედში.

9.  $f(x) = \sqrt{x}$ ;  $\varphi(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \sin 2x$ ,  $[0; \pi]$  შუალედში.

10.  $f(x) = 1 - \frac{x^2}{\pi}$ ;  $\varphi(x) = a_1 \varphi_1(x) + a_2 \varphi_2(x) + a_3 \varphi_3(x)$ ,  $[0; 1]$  შუალედში, სადაც  $\varphi_1(x) = 1$ ;  $\varphi_2(x) = x$ ;  $\varphi_3(x) = 2x^2 - 1$ .



წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა

§ 1. გაუსის მეთოდი

ვთქვათ, ამოხსნელია წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

$$AX = B,$$

სადა  $A$  არის უცნობთა კოეფიციენტებისაგან შედგენილი კვადრატული მატრიცა;

$B$  — სისტემის თავისუფალი წევრებისაგან შედგენილი სვეტ-ვექტორი, ხოლო

$X$  — საძიებელი სვეტ ვექტორი:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a_{1n+1} \\ a_{2n+1} \\ \vdots \\ a_{nn+1} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

სიმარტივისათვის განვიხილოთ ოთხუცნობიანი ოთხი განტოლებისაგან შედგენილი სისტემა,

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= a_{15}; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= a_{25}; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= a_{35}; \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= a_{45}. \end{aligned} \tag{1}$$

ვთქვათ,  $a_{11} \neq 0$ .  $a_{ii}^{(k)}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ;  $k=0, 1, 2, 3$ ) — ვუწოდოთ

წამყვანი ელემენტი, აქ  $a_{11}^{(0)} = a_{11}$ . გავყოთ (1) სისტემის პირველი განტოლება  $a_{11}$ -ზე და შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\frac{a_{1j}}{a_{11}} = b_{1j}; \quad j=2, 3, 4, 5;$$

გვექნება

$$x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = b_{15}. \tag{2}$$

გავამრავლოთ ეს განტოლება ჯერ  $a_{21}$ -ზე, შემდეგ  $a_{31}$ -ზე, და ბოლოს  $a_{41}$ -ზე; მიღებული განტოლებები გამოვაკლოთ შესაბამისად (1) სისტემის მეორე, მესამე და მეოთხე განტოლებებს, მივიღებთ

$$\begin{aligned} a_{23}^{(1)}x_3 + a_{23}^{(1)}x_3 + a_{24}^{(1)}x_4 &= a_{25}^{(1)}; \\ a_{32}^{(1)}x_2 + a_{33}^{(1)}x_3 + a_{34}^{(1)}x_4 &= a_{35}^{(1)}; \\ a_{42}^{(1)}x_2 + a_{43}^{(1)}x_3 + a_{44}^{(1)}x_4 &= a_{45}^{(1)}. \end{aligned} \quad (3)$$

სადაც

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}b_{1j} \quad i, j > 1;$$

როგორც ვხედავთ, (3) სისტემა უკვე შედგება სამი განტოლები-საგან სამი უცნობით. ვიგულისხმობთ, რომ  $a_{22}^{(1)} \neq 0$  და (3) სისტემის პირველი განტოლება გავყოთ  $a_{22}^{(1)}$ -ზე, მივიღებთ:

$$x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 = b_{25}; \quad (4)$$

სადაც

$$b_{2j} = \frac{a_{2j}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}, \quad j > 2.$$

ახლა გავამრავლოთ (4) განტოლება ჯერ  $a_{32}^{(1)}$ -ზე, შემდეგ  $a_{42}^{(1)}$ -ზე და მიღებული განტოლებები გამოვაკლოთ (3) სისტემის მეორე და მესამე განტოლებებს; გვექნება:

$$\begin{aligned} a_{33}^{(2)}x_3 + a_{34}^{(2)}x_4 &= a_{35}^{(2)}; \\ a_{43}^{(2)}x_3 + a_{44}^{(2)}x_4 &= a_{45}^{(2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

სადაც

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2}^{(1)}b_{2j} \quad i, j > 2.$$

ახლა (5) სისტემის პირველი განტოლება გავყოთ  $a_{33}^{(2)}$ -ზე, მივიღებთ:

$$x_3 + b_{34}x_4 = b_{35}. \quad (6)$$

გავამრავლოთ ეს უქანასკნელი განტოლება  $a_{43}^{(2)}$ -ზე და გამოვაკლოთ (5) სისტემის მეორე განტოლებას, მივიღებთ

$$a_{44}^{(3)}x_4 = a_{45}^{(3)};$$

თუ  $a_{44}^{(3)} \neq 0$  და ამ უქანასკნელ განტოლებას გავყოთ  $a_{44}^{(3)}$ -ზე, ვიპოვით  $x_4$  უცნობს.  $x_4$ -ის ნაპოვნი მნიშვნელობა შევიტანოთ (6) განტო-

ლებში, საიდანაც განესაზღვრავთ  $x_1$ -ს.  $x_2$  და  $x_1$ -ის საშუალებით (4) განტოლებიდან გამოვთვლით  $x_2$ -ს, ხოლო (2) განტოლებიდან  $x_1$ -ს.

როგორც ვხედავთ, ჩვენ ვაწარმოეთ უცნობთა თანდათანობითი გამორიცხვა, ხოლო შემდეგ მათი განსაზღვრა. უცნობთა გამორიცხვის პროცესს პირდაპირი სვლა ეწოდება. ხოლო უცნობთა განსაზღვრის პროცესს — უკუსვლა. შევნიშნოთ, რომ გაუსის მეთოდი განსაკუთრებით ხელსაყრელია ისეთი რამდენიმე სისტემის ამოსახსნელად, რომელთაც აქვთ საერთო  $A$  მატრიცა და განსხვავებული მარჯვენა მხარეები. ამ შემთხვევაში მხოლოდ თავისუფალი წევრებისაგან შედგენილ სვეტებზე გვიხდება დამატებით ერთი და იგივე მოქმედებების ჩატარება.

გაუსის მეთოდით (1) სისტემის ამოხსნის პარალელურად შეიძლება ვაწარმოოთ გამოთვლების კონტროლიც.

ამისათვის შემოვიღოთ აღნიშვნა  $x_i = \bar{x}_i - 1$ ;  $i=1, 2, 3, 4$ . (1) სისტემა მიიღებს სახეს.

$$\begin{aligned} a_{11}\bar{x}_1 + a_{12}\bar{x}_2 + a_{13}\bar{x}_3 + a_{14}\bar{x}_4 &= A_1; \\ a_{21}\bar{x}_1 + a_{22}\bar{x}_2 + a_{23}\bar{x}_3 + a_{24}\bar{x}_4 &= A_2; \\ a_{31}\bar{x}_1 + a_{32}\bar{x}_2 + a_{33}\bar{x}_3 + a_{34}\bar{x}_4 &= A_3; \\ a_{41}\bar{x}_1 + a_{42}\bar{x}_2 + a_{43}\bar{x}_3 + a_{44}\bar{x}_4 &= A_4. \end{aligned} \quad (1')$$

სადაც

$$A_j = \sum_{i=1}^5 a_{ji}, \quad j=1, 2, 3, 4;$$

(1) და (1') სისტემები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან მხოლოდ მარჯვენა მხარეებით.

ამ სისტემების ერთდროული ამოხსნა საშუალებას გვაძლევს კონტროლი გაეუწიოთ გამოთვლების სისწორეს ყველა ეტაპზე.

(1) და (1') სისტემების ერთდროული ამოხსნის სქემა მოცემულია 1-ლ ცხრილში.

ამ ცხრილის პირველი განყოფილების ოთხი სტრიქონი შეესებულება (1) და (1') სისტემების უცნობთა კოეფიციენტებითა და შესაბამისი თავისუფალი წევრებით.

ცხადია, (1') სისტემის თავისუფალ წევრებზე ჩატარებულ უნდა იქნეს იგივე გარდაქმნები, რასაც ჩავატარებთ (1) სისტემის თავისუფალ წევრებზე. მეორე განყოფილებაში შეტანილია (1) და (1') სისტემიდან  $x_1$ -ის გამორიცხვის შედეგად მიღებული სისტემის კოეფიციენტები და თავისუფალი წევრები. ანალოგიურადაა შედგენილი მესა-

შე და მეოთხე განყოფილებები: მეოთხე განყოფილების მეორე სტრიქონის შეესებით დამთავრებულია პირდაპირი სვლა და იწყება უკუსვლა.

პირდაპირი სვლის კონტროლისათვის ყოველი სტრიქონის ელემენტთა ჯგუფი, გარდა უკანასკნელი ელემენტისა, უნდა ემთხვეოდეს გარკვეული სიზუსტით უკანასკნელ ელემენტს. თუ რომელიმე ეტაპზე დაირღვა ეს თანამთხვევა, ცხადია, გამოთვლები უნდა გავიმეოროთ წინა ეტაპიდან.

უკუსვლის კონტროლისათვის ვადარებთ ერთმანეთს  $x_i$  და  $\bar{x}_i$ ,  $i=1, 2, 3, 4$  შესაბამისად.

ცხრილი 1

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	(1) სისტემის თავისუფალი წევრები	(1') სისტემის თავისუფალი წევრები
I	$a_{11}$ $a_{21}$ $a_{31}$ $a_{41}$ 1	$a_{12}$ $a_{22}$ $a_{32}$ $a_{42}$ $b_{12}$	$a_{13}$ $a_{23}$ $a_{33}$ $a_{43}$ $b_{13}$	$a_{14}$ $a_{24}$ $a_{34}$ $a_{44}$ $b_{14}$	$a_{15}$ $a_{25}$ $a_{35}$ $a_{45}$ $b_{15}$	$A_1$ $A_2$ $A_3$ $A_4$ $A_5$
II		$a_{22}^{(1)}$ $a_{32}^{(1)}$ $a_{42}^{(1)}$ 1	$a_{23}^{(1)}$ $a_{43}^{(1)}$ $a_{43}^{(1)}$ $b_{23}$	$a_{24}^{(1)}$ $a_{34}^{(1)}$ $a_{44}^{(1)}$ $b_{24}$	$a_{25}^{(1)}$ $a_{35}^{(1)}$ $a_{45}^{(1)}$ $b_{25}$	$A_2^{(2)}$ $A_3^{(2)}$ $A_4^{(2)}$ $A_5^{(2)}$
III			$a_{33}^{(2)}$ $a_{43}^{(2)}$ 1	$a_{34}^{(2)}$ $a_{44}^{(2)}$ $b_{34}$	$a_{35}^{(2)}$ $a_{45}^{(2)}$ $b_{45}$	$A_3^{(3)}$ $A_4^{(3)}$ $A_5^{(3)}$
IV	1	1	1	$a_{44}^{(3)}$ 1	$v_{43}^{(3)}$ $x_4$ $x_3$ $x_2$ $x_1$	$A_4^{(4)}$ — $x_4$ — $x_3$ — $x_2$ — $x_1$

გაუსის ზემოთ აღწერილ მეთოდს ერთადერთი გაყოფის სქემა ეწოდება. გარდა ამ მეთოდისა არსებობს კიდევ გაუსის მეთოდის სხვა სქემაც, რომელიც ცნობილია მთავარი ელემენტების მეთოდის სახელწოდებით. ამ მეთოდით სარგებლობისას წამყვან ელემენტად ირჩევენ  $A$  მატრიცის აბსოლუტური სიდიდით უდიდეს ელემენტს. ვუწოდოთ მას მთავარი ელემენტი, შესაბამისი უცნობის გამორიცხვის შემდეგ, მთავარი ელემენტი აირჩევა მიღებული სისტემის მატრიცის ელემენტებს შორის და ა. შ. მთავარი ელემენტების მეთოდი საშუალებას გვაძლევს შევამციროთ დამრგვალებით გამოწვეული ცდომილება.

როგორც ზემოთ დავინახეთ, ერთადერთი გაყოფისა და მთავარი ელემენტის მეთოდები ორი პროცესისაგან შედგება, რაც მოუხერხებელია დაპროგრამების თვალსაზრისით. დაპროგრამებისათვის უფრო მიზანშეწონილია გაუსის გამოთვლითი პროცესის სხვა ვარიანტი, რომელიც ცნობილია ჟორდანის სქემის სახელწოდებით. ამ სქემით უცნობთა საძიებელი მნიშვნელობები გამოითვლება პირდაპირი სვლითვე.

## § 2. ჟორდანის სქემა

განვიხილოთ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{aligned} a_{11}^{(0)} x_1 + a_{12}^{(0)} x_2 + \dots + a_{1n}^{(0)} x_n &= a_{1n+1}^{(0)}; \\ a_{21}^{(0)} x_1 + a_{22}^{(0)} x_2 + \dots + a_{2n}^{(0)} x_n &= a_{2n+1}^{(0)}; \\ \dots &\dots \\ a_{n1}^{(0)} x_1 + a_{n2}^{(0)} x_2 + \dots + a_{nn}^{(0)} x_n &= a_{nn+1}^{(0)}. \end{aligned} \quad (7)$$

ვივლით, რომ  $a_{11}^{(0)} \neq 0$  გავყოთ (7) სისტემის პირველი განტოლება  $a_{11}^{(0)}$ -ზე:

$$x_1 + \frac{a_{12}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} x_2 + \frac{a_{13}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} x_3 + \dots + \frac{a_{1n}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} x_n = \frac{a_{1n+1}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} \quad (8)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$\frac{a_{1j}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} = a_{1j}^{(1)}, \quad j=2, 3, \dots, n, n+1;$$

გაეამრავლოთ (8) განტოლება  $a_{21}^{(0)}, a_{31}^{(0)}, \dots, a_{n1}^{(0)}$  რიცხვებზე და გამოვაკლოთ (7) სისტემის განტოლებებს შესაბამისად, გვექნება

$$\begin{aligned}
 x_1 + a_{22}^{(1)} x_2 + a_{23}^{(1)} x_3 + \dots + a_{2n}^{(1)} x_n &= a_{2n+1}^{(1)}; \\
 a_{32}^{(1)} x_2 + a_{33}^{(1)} x_3 + \dots + a_{3n}^{(1)} x_n &= a_{3n+1}^{(1)}; \\
 a_{42}^{(1)} x_2 + a_{43}^{(1)} x_3 + \dots + a_{4n}^{(1)} x_n &= a_{4n+1}^{(1)}; \\
 &\dots \\
 a_{n2}^{(1)} x_2 + a_{n3}^{(1)} x_3 + \dots + a_{nn}^{(1)} x_n &= a_{nn+1}^{(1)}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

სიღაც

$$\begin{aligned}
 a_{ij}^{(1)} &= a_{ij}^{(1)} - \frac{a_{ij}^{(0)}}{a_{i1}^{(0)}} a_{i1}^{(0)} & i=2, 3, \dots, n, \\
 & & j=2, 3, \dots, n, n+1;
 \end{aligned}$$

ვიგულისხმობთ, რომ  $a_{22}^{(1)} \neq 0$  და (9) სისტემის მეორე განტოლებათა გავყოთ  $a_{22}^{(1)}$ -ზე:

$$x_2 + a_{23}^{(2)} x_3 + a_{24}^{(2)} x_4 + \dots + a_{2n}^{(2)} x_n = a_{2n+1}^{(2)}.$$

გაეამრავლოთ ეს ტოლობა  $a_{32}^{(1)}, a_{42}^{(1)}, \dots, a_{n2}^{(1)}$  რიცხვებზე და გამოვაკლოთ შესაბამისად (9) სისტემის განტოლებებს, გვექნება:

$$\begin{aligned}
 x_1 + a_{13}^{(2)} x_3 + \dots + a_{1n}^{(2)} x_n &= a_{1n+1}^{(2)}; \\
 x_2 + a_{23}^{(2)} x_3 + a_{24}^{(2)} x_4 + \dots + a_{2n}^{(2)} x_n &= a_{2n+1}^{(2)}; \\
 a_{33}^{(2)} x_3 + a_{34}^{(2)} x_4 + \dots + a_{3n}^{(2)} x_n &= a_{3n+1}^{(2)}; \\
 &\dots \\
 a_{n3}^{(2)} x_3 + a_{n4}^{(2)} x_4 + \dots + a_{nn}^{(2)} x_n &= a_{nn+1}^{(2)}.
 \end{aligned}$$

თუ ანალოგიურ პროცესს გავიმეორებთ მიღებული სისტემისათვის და ა. შ.,  $k$ -ურ ეტაპზე გვექნება:

$$\begin{aligned}
 x_1 + a_{1k+1}^{(k)} x_{k+1} + \dots + a_{1n}^{(k)} x_n &= a_{1n+1}^{(k)}; \\
 x_2 + a_{2k+1}^{(k)} x_{k+1} + \dots + a_{2n}^{(k)} x_n &= a_{2n+1}^{(k)}; \\
 &\dots \\
 x_k + a_{kk+1}^{(k)} x_{k+1} + \dots + a_{kn}^{(k)} x_n &= a_{kn+1}^{(k)}; \\
 a_{n,k+1}^{(k)} x_{k+1} + \dots + a_{nn}^{(k)} x_n &= a_{nn+1}^{(k)}.
 \end{aligned}$$

$$a_{kj}^{(k)} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \tag{10}$$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} a_{ik}^{(k-1)}$$

$j = k+1, \dots, n+1, i = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n, k = 1, 2, \dots, n$ .  
როცა  $k = n$ , ვღებულობთ:

$$x_1 = a_{1n+1}^{(n)} ;$$

$$x_2 = a_{2n+1}^{(n)} ;$$

$$\dots$$

$$x_n = a_{nn+1}^{(n)} ;$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$  მნიშვნელობები წარმოადგენენ საძიებელ ამონახსნს.

§ 3. წრფივ ალგებრულ განმარტებათა სისტემის ამოხსნის  
დაპროგრამება ჟორდანის სქემით

წინა პარაგრაფში მოყვანილი ჟორდანის სქემის ჩაწერა რომელიმე ალგორითმულ ენაზე შეიძლება განხორციელდეს მრავალი გზით. აქ მოგეყავს ამ სქემის დაპროგრამების ერთ-ერთი ვარიანტი ფორტრანის ენაზე, როცა  $n = 15$ .

ეგმ-ში შევიტანოთ სისტემის გაფართოებული მატრიცა. ყოველი ახალი გარდაქმნის შედეგად მიღებული მატრიცა ჩაეწეროს წინას აღგილზე. უკანასკნელი  $n$ -ური გარდაქმნის შედეგად თავისუფალი ელემენტების აღგილზე მიიღება უცნობების საძიებელი მნიშვნელობები.

$k - 1$  გარდაქმნის შედეგად მიღებული სისტემა შეიფარეს  $x_k, x_{k+1}, \dots, x_n$  უცნობებს. გვინდა მოვახდინოთ  $k$ -ური გარდაქმნა, ვიგულისხმობთ, რომ პროგრამაში გამოყენებული იდენტიფიკატორები აღწერილია. გამოვიყენოთ გაფართოებული მატრიცის  $i$ -ური სტრიქონისა და  $j$ -ური სვერის გადაკვეთაზე მდგომი ელემენტის აღმნიშვნელად იდენტიფიკატორი  $A(I, J)$ . სამუშაო ფორმულებს წარმოადგენენ (10) ფორმულები.

$A(k, 16) = A(k, 16) / A(k, k)$  სადაც  $A(k, 16)$  აღნიშნავს მე-16 სვეტის  $k$ -ური სტრიქონის შესაბამის თავისუფალ ელემენტს,

$$DO \ 1 \ J = k - 1, 15$$

1  $A(k, J) = A(k, J) / A(k, k)$  ამით გაფართოებული მატრიცის  $k$ -ური სტრიქონის ყველა ელემენტი გაყავით წაშყვან ელემენტზე, ეიწყებთ მატრიცის გარდაქმნას (10) ფორმულების მიხედვით:

```
DO 2 I=1,15
IF(I.EQ.k)GOTO 2
A(I,16)=A(I,16)-A(I,k)*A(k,16)
2 CONTINUE
```

ამით მივიღეთ  $i$ -ური სტრიქონის გარდაქმნილი თავისუფალი ელემენტი

```
DO 3 J=k+1,15
3 A(I,J)=A(I,J)-A(I,k)*A(k,J)
```

გარდაქმნილია  $i$ -ური სტრიქონის ყველა ელემენტი, ახლა საკმარისა ზემოთ მოყვანილი პროგრამის ფრაგმენტის შესრულება  $k=1, 2, \dots, n$  მნიშვნელობებისათვის და საბოლოოდ გვექნება:

```
DIMENSION A(15,16)
READ(5,3)((A(I,J),I=1,15),J=1,16)
3 FORMAT(15F5.2)
DO 4 k=1,15
A(k,16)=A(k,16)/A(k,k)
DO 2 J=k+1,15
2 A(k,J)=A(k,J)/A(k,k)
DO 4 I=1,15
IF(I.EQ.k)GOTO 4
DO 5 J=k+1,15
5 A(I,J)=A(I,J)*A(k,J)
4 CONTINUE
DO 7 I=1,15
C=A(I,16)
7 WRITE(6,10)C
10 FORMAT(1X,E12.5)
STOP
END
```

შენიშვნა: იგულისხმება რომ  $A$ , მატრიცის ელემენტები პერფორირებულია ბარათებზე სვეტების მიხედვით. ერთ პერფორირებაზე პერფორირებულია 15 რიცხვი F5.2 სპეციფიკაციის მიხედვით. წაკითხვა სრულდება 16 პერფორირებათიდან, ბარათების პერფორაცია იწყება პირველი პოზიციიდან.



მიღებული პროგრამა შეიძლება გაეფორმოს ქვეპროგრამის სახით, რომლის დასათაურებია აღნიშნულ JORDAN (A, X, N), სადაც A გაფართოებული მატრიცის ელემენტების აღნიშნული იდენტიფიკატორია, X — უცნობი ვექტორის იდენტიფიკატორი, ხოლო N — სისტემის რიგი, ქვეპროგრამას აქვს შემდეგი სახე:

```

SUBROUTINE JORDAN(A, X, N)
  DIMENSION A(N, L), X(N)
  DO 3 K=1, N
    A(K, N+1)=A(K, K+1)/A(K, K)
  2 A(K, J)=A(K, J)/A(K, K)
  DO 3 I=1, N
    IF(I.EQ.K) GOTO 3
    A(I, N+1)=A(I, N+1)-A(I, K)*A(K, N+1)
  DO 4 J=K+1, N
  4 A(I, J)=A(I, J)-A(I, K)*A(K, J)
  3 CONTINUE
  DO 7 I=1, N
  7 X(I)=A(I, N+1)
  RETURN
END

```

თუ აღწერილი პროცედურით გვინდა მოვახდინოთ კონკრეტული სისტემის ამოხსნა, მაგალითად სისტემისა

$$\sum_{j=1}^9 C_{ij} x_j = P_i$$

$$i=1, 2, \dots, 9.$$

ოპერატორს, რომელიც მოახდენს მიმართვას პროცედურაზე, ექნება სახე

JORDAN (C, D, 9);

ცხადია, C და D მასივები აღწერილი უნდა იქნეს ძირითად პროგრამაში, სადაც C — სისტემის გაფართოებული მატრიცია, d — უცნობი სვეტ-ვექტორი, ამავე ბლოკში შეიძლება გათვალისწინებულ იქნეს სისტემის ამოხსნის შედეგად მიღებული შედეგების გადაამუშავებაც.

ქვემოთ მოცემული სავარჯიშო მაგალითებისათვის შეასრულეთ ერთ-ერთი დავალება.

1. ამოხსენით აღგებრულ განტოლებათა სისტემა ჟორდანის სქემის მიხედვით. პროგრამაში გაითვალისწინეთ პირობის  $a_{ii}^{(j)} \neq 0$  შემოწ-

მება, სადაც  $k=1, 2, \dots, n$  ხოლო  $j$  გვიჩვენებს გარდაქმნის ეტაპის ნომერს. თუ ეს პირობა არაა შესრულებული, მოახდინეთ სტრუქტონების ან სვეტების სათანადო გადაადგილება. მიღებული ქასუბი დაბეჭდეთ ათობით სისტემაში.

2. შეასრულეთ დავალება 1. პროგრამის შედგენის დროს დამატებით გაითვალისწინეთ საწყისი გითართობული მატრიცის მანქანის მეხსიერებაში შენახვა დუბლირების გზით.

3. პირველ დავალებაში ეორდანის სქემის რეალიზაციის პროგრამა გააფორმეთ, როგორც პროცედურა,  $a$  და  $n$  ფორმალური პარამეტრებით, სადაც  $a$  გაფართობული მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია, ხოლო  $n$  მატრიცის რიგი.

4. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც განახორციელებს რამოდენიმე სისტემის ამოხსნას ეორდანის სქემით. სისტემის ამოხსნის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა  $a, n$ , ფორმალური პარამეტრებით, სადაც  $a$  გაფართობული მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია,  $n$  — სისტემის რიგი.

5. შეადგინეთ პროგრამა, რომლის საშუალებითაც მოხდება ეორდანის სქემით რამოდენიმე სისტემის ერთდროული ამოხსნა ერთი და იგივე  $A$  მატრიცით და განსხვავებული მარჯვენა მხარეებით. პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა  $a, b, n, k$  ფორმალური პარამეტრებით, სადაც  $a$  სისტემის მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია,  $b$  — თავისუფალს წევრებისაგან შემდგარი მატრიცის ელემენტების იდენტიფიკატორი,  $n$  — სისტემის რიგი, ხოლო  $k$  — მარჯვენა მხარეების რაოდენობა. მიღებულ პროგრამით ამოხსენით ქვემოთ მოყვანილი სისტემებიდან  $i$ -ური სისტემა ( $i=1, 2, \dots, 20$ ); მარჯვენა მხარეებად აიღეთ შესაბამისად  $i+1, i+2, \dots, i+j$  სისტემების მარჯვენა მხარეები ( $j < 20$ );

6. შეასრულეთ დავალება 5 გაუსის მეთოდით.

7. აღწერეთ გაუსის ალგორითმის რეალიზაციის პროცედურა  $a, n$  ფორმალური პარამეტრებით, სვეტში მთავარი ელემენტის ამორჩევით.

8. შეადგინეთ პროგრამა მეშვიდე დავალებაში მოცემული პირობების შიხედვით. ამასთან პროგრამამ გაითვალისწინოს რამოდენიმე სისტემის ამოხსნა.

9. აღწერეთ სისტემის ამოხსნის პროცედურა,  $a, n$  ფორმალური პარამეტრებით გაუსის ალგორითმის რეალიზაციის სტრუქტონში მთავარი ელემენტის ამორჩევით.

10. აღწერეთ სისტემის ამოხსნის პროცედურა,  $a, n$  ფორმალური პარამეტრებით, რომელიც მოახდენს გაუსის ალგორითმის რეალიზაციას, მთავარი ელემენტის ამორჩევით მთელ მატრიცაში.

11. ამოხსენით ერთდროულად რამოდენიმე სისტემა შეათე დავლებაში მოცემული პირობის მიხედვით.

12. აღწერეთ სისტემის ამოხსნის პროცედურა  $a, b, n, k$  ფორმალური პარამეტრებით, რომელიც მოახდენს გაუსის მეთოდით რამოდენიმე საერთო  $A$  მატრიცის მქონე სისტემების ამოხსნას, სადაც  $aA$  მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია,  $b$  — თავისუფალი წევრებისაგან შედგენილი მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორი,  $n$  — სისტემის რიგი, ხოლო  $k$  — სისტემების რაოდენობა.

13. ამოხსენით გაუსის მეთოდით ერთ-ერთი სისტემა. პროგრამაში გაითვალისწინეთ გამოთვლების კონტროლი.

სავარჯიშო მაგალითები

№	A					B	პასუხი
1	5.4992	- 6 2832	2 5440	-11.270	0 5120	- 21 1983	1 2344
	3.1472	- 7.1345	1 5651	4 8527	8 1252	17.4043	0 1457
	13 7521	9.7231	- 6 4 69	6 2728	2 4554	31.1313	2 1539
	0.3156	- 2.17 1	3 9872	7 450 1	4 0021	43.8563	3,0170
	10 2517	3,1451	1 0271	0.9005	- 0,2056	17.3848	3,1791
2	12,1211	3 5617	0.3572	- 0,5231	1 0 53	- 5,8345	0,3215
	0,1251	- 21,5367	4.2-51	1.1314	- 0 3217	31,8521	- 2 1514
	0 4273	1.1324	- 18 5721	2.4509	2.1093	88 373.1	- 4.1521
	1 2 45	- 2 1 14	- 7 1253	25 3127	- 2 14 7	11.4851	3 2511
	2,6951	1,3272	- 3,4021	- 4 1713	19.6725	20,3945	1.1091
3	5 0000	0.1257	- 2 0451	1 1 51	- 0 0159	- 7 5441	0 3909
	0 4216	7.3129	- 1.5 88	0 2781	- 1. 537	- 88 9211	- 11,6256
	1,3497	2.5913	9.1815	- 0.7761	0,2773	7 9675	4 2801
	4 2971	5 1917	- 1.1 44	- 15.1502	2,3161	- 78 26.5	0 5941
	1.2937	5 6964	- 1 6297	- 2.3958	20 0 17	- 123 58 1	- 2 4723
4	11,4244	5.2237	- 1 9 52	0 4169	- 6.2351	90.9712	- 0 2117
	0,5237	- 10,2314	2,4561	- 1,5 17	- 1 0203	- 24 4312	3 4125
	1.2413	5,9221	11.5002	- 2.7391	- 0,14 19	44.6263	2 1517
	2,5012	- 3 9610	2 8 02	- 8 1352	- 4 017	16.18 6	- 1 5 72
	1,9 7	0 2517	3,1479	- 4 2933	- 12,0057	48 7024	- 2,9 13
5	13 5 92	2,1714	- 1 52 3	3 14 3	- 5,8871	79 6402	3,7986
	2219	- 17 2372	4 5319	- 2,0766	1, 714	15 57 4	- 1 4748
	4 9261	2 9 7	- 15 8025	- 1 41 2	- 3,5128	- 5 2636	1 3855
	2, 945	3,7736	0.358	- 9.4826	0, 282	- 53 8741	5 9921
	4 1953	- 5,9660	3,5858	- 1 4933	- 10,2572	46,4354	- 2,5018
6	4.5 23	- 0.1591	- 0 0017	2 1937	- 1,0251	- 0,620	- 1 9954
	2 9327	6,9801	- 3 6424	- 1.1255	0.1279	42,6558	9.6420
	4,3790	- 12.1021	25 0 9	- 1,2311	2,0357	- 1,4706	5.1280
	3.12 4	2,4919	1.021	- 14.513	2. 880	15,8482	0.0531
	0 2375	1.5533	- 1.2446	- 5 8877	- 8,5781	25,1934	- 2,1421

№	A					B	პასუხი
7	7.7623	-0.4971	1.0023	-0.1021	1.1891	-12.2150	-0.6769
	1.5213	17.5380	-3.2121	5.062	1.2573	120.9205	5.5707
	2.5346	0.2116	9.2544	-10.5	3.5781	-29.0227	-2.1141
	8.5464	2.13	-1.655	-8.2573	-2.0159	-15.2327	3.7908
	1.9606	2.523	-5.7606	4.1317	-15.257	62.2397	-1.475
8	4.410	-0.259	1.0134	2.0003	-1.2503	34.655	4.6721
	1.232	6.9872	-1.2305	0.469	1.8120	-40.4833	-5.9120
	4.5857	-1.3726	-14.4093	0.2931	-5.3635	2.6276	2.6389
	1.1397	-2.6469	-4.7012	13.2641	2.695	6.3.86	.7501
	1.8112	4.9102	-6.035	-2.5105	22.3597	-57.6727	-1.9016
9	14.3565	5.627	-2.4671	-1.2635	1.9922	11.2531	2.510
	5.4612	26.3296	-2.6317	6.6441	-4.7819	-178.7776	-8.077
	1.4210	4.3454	-33.642	-17.24	3.2632	-85.4599	-1.5960
	2.6035	-12.393	-6.9397	32.1525	-2.9324	318.9663	6.2991
	4.2688	-2.5006	8.6607	-1.6893	20.8644	59.4434	2.511
10	3.9440	8.7460	-6.1489	1.5217	-4.0523	87.3082	6.1295
	15.708	6.121	-3.4486	2.5411	1.3091	159.627	8.7423
	1.5142	3.7621	-2.5220	-1.2881	-6.462	16.5282	1.5807
	12.536	1.6125	-1.5314	6.4892	-1.5807	111.5178	4.1623
	3.9327	7.257	2.7942	-3.2532	9.7209	102.6294	2.4552
11	1.6452	4.6913	8.2431	-7.9273	6.0972	-40.6705	2.8900
	4.4514	-1.6480	-4.925	-8.4523	11.8165	-62.5388	4.9130
	6.0606	-4.2276	-7.8074	-6.1162	-8.6658	-66.1834	-1.4608
	16.9135	2.814	-9.780	5.8823	-0.3840	11.6159	6.0975
	2.7883	-9.817	-1.7889	8.0441	0.7227	-6.7936	0.2319
12	8.6114	19.5445	-4.0827	1.1276	-7.2250	63.7574	7.3102
	1.92	-5.3759	8.7123	3.6816	29.1571	17.6645	1.4662
	5.9541	11.671	1.0231	-6.1087	-8.4721	6.5227	4.4821
	3.6031	-9.2388	-36.7777	11.8371	-7.4996	35.8962	11.659
	9.2388	3.618	-9.5544	-23.2717	-8.210	-371.7780	3.1473
13	46.4721	-11.6550	5.7729	-7.3329	8.5551	-220.074	-4.7528
	6.2722	-15.4722	-3.1164	-4.4023	3.3092	-101.8843	1.169
	8.9931	21.6891	-85.7773	-1.1941	23.3139	-607.0863	7.0922
	17.0721	-9.3322	10.5396	72.5329	13.7120	1062.3192	13.6822
	15.2211	27.1165	-12.2351	2.4551	-63.2921	-631.9203	8.5474
14	25.7566	4.8799	9.6271	-10.1359	-4.7521	10.4728	9.5335
	6.0123	-3.9130	4.6824	-6.2810	2.7477	25.910	-5.7061
	4.6812	11.6618	47.9482	-6.983	-4.8502	-6117.9199	2.890
	10.6667	-8.2371	-9.3791	29.3914	1.2039	498.0121	-14.3965
	29.1065	10.449	-1.3102	-8.920	87.0011	660.718	15.2269
15	44.1029	-5.7661	2.6490	-14.3965	15.2269	-134.9141	-2.6315
	46.5966	-87.6123	25.9126	31.0021	11.6932	1663.1642	-15.6049
	26.4340	17.7049	-84.0951	19.2705	-17.2632	-728.8491	6.4414
	5.8993	-14.3565	-22.6992	-66.5601	16.0032	-37.8798	5.8884
	11.2642	6.0493	-26.315	-24.6792	-70.9921	261.4916	-2.6395

№	A					B	პა-ტა
16	10 575	4.4321	-2 1651	-3 45.9	1 1100	-9 7374	3 511
	8 2.13	-24.1382	9.5138	-2 0312	0 5372	420 952	-15 7661
	2 9037	8.3232	-35 8434	17 6891	9 3381	-87 8861	4.10 4
	13.4831	13 1924	-23 8881	39 2342	-11 9125	1 66 6466	9 9281
	34 5023	-2,1271	10,9257	13,6371	-70 3315	1231,1099	-12 8784
17	25.5031	-7 8402	11.0212	-9,0472	-7 2351	78 5960	1 2379.
	13 4548	30.8 9	-9 4121	-0,12 9	1 0056	185 4547	7 8014.
	6 4415	17 6 53	37,6971	-1.349	-0 9349	412 0628	6 9 67
	3 1946	11.2294	3 4455	40.9188	-162 2	174.4915	-0 1492
	12 1990	-1.8092	-5 0312	10.4982	-42 0501	109 5581	-3 9936.
18	12 0204	-1.2892	4 5362	-2.0059	-3 6950	-90 2592	-7 9810.
	7 7951	47.3640	-13.1898	-1.7901	-2 0241	-606 2631	-5.1003
	18.864	4 7260	-65 8896	-5 7851	1 9876	-1026 6240	12,5031
	6 8401	1,8 17	-17,8532	78.1202	5 1112	37,3,3909	8 4730
	18 2702	7 3874	-8 8830	-4 0420	-4.6779	-798 0661	10 9953
19	8 7752	2 2626	-1.0514	-3 0019	1.257	-4 7092	1.1292
	2 3 61	-11 3 60	3.5907	-1 2959	1 1392	4,4743	-6 3303
	3 9471	2 8782	12 6174	-2.43.4	-2 2 56	-74,11-1	-3 7813
	6.35 4	-3 7813	21,1524	-87 6 15	-8.7951	-700,8516	7 2299
	11. 093	6.2549	8.7861	3.4112	53.9543	77 4683	-2 0938
20	20.008	-7,8924	1 8288	-1.3214	1 0285	59 6691	-0 7576
	8 5824	46.2 9	-97 7 34	.4641	-7,3934	-234,0058	-2.1734
	17,4329	-6 5 63	51,6408	-7.4005	17,285	619 5382	10 5502
	9 4526	-7,4992	-4.3 70	34 1008	10,2901	293,4693	-7.0809
	1 0240	-5 8292	-7,0473	-6 40.2	-43,4708	217,2679	-1.9709
21	31.1030	9.1831	-1.5878	-4 6914	3,9623	-363,8320	13,051
	5 9928	15.9000	-3.2843	-2 4849	-1 9595	4,6095	-5,8823
	15,8982	24 9452	66,9148	-4.5447	3,9192	-337,4977	-5,031
	6 2851	-2.4850	4 3978	-36.1539	1.5929	-130,9675	3 4991
	9.5762	-5.8529	-5.9171	-33,9281	-5.9737	91,4878	-4.6994
22	28,7302	4.1312	-9.3249	5.8270	2 3470	-162 0875	-5,8853
	.1134	59.2718	-4 9012	-2.3105	8 0019	-3,2.2199	-3,8129
	10 5899	9.1138	60.0932	-5 8997	-30 2271	201 7599	9.3279
	17 4123	-19,2051	-5.8978	59 3471	-9.217	869,4626	16,7301
	4,8956	21,5928	34,1905	8 9962	-88 7844	-166 9569	5,2273
23	39.9231	-5.8997	3 4673	-4.9042	-9.2671	313 6460	6.5533
	8,9492	-29 9207	4 5885	-6.0000	-3.844	-28 8.64	3.6893
	9.5324	15.9091	-38,9971	-11.0023	7.1153	839,6039	-16,7972
	7,7562	-21,6243	-8.0151	-53,7835	-13.2324	820,4039	-11,2201
	16,9399	-35,8423	7,7506	-21,4849	77 7842	-548.4084	-8,2452
24	26,4208	1.9121	-14.0031	-4,1135	2.6316	-638,0542	-16.2349
	10,6441	-61,4226	15.9669	-21,0025	11,2206	189,7026	-24 0152
	6,0498	28,3159	-54,9778	2.6428	-4.8332	-14,0.1079	10 5692
	9,8061	6,529	24,2959	48,7249	-3.6047	-337,7144	-3.9921
	15,4908	-26,3643	5,8884	-12,5766	-68,6186	-1186,2867	24,4738

N	A					B	პასუხი
25	47.2732	16 2215	-3.9056	-0 5557	10 2537	-0,5905	-2 3561
	3917	-3 2517	15 0014	16 5789	-5 1935	-20 5809	4,1977
	14 727	5 1 57	26 1391	-4,9228	3,19 8	-362 9100	-10 2672
	12.9817	-15 2213	-3 777	-42 9817	11 2531	-801 0 4	17 3025
	13 4 51	-7,2935	-3 4463	29 527	7,2931	484.3502	1,1927
26	14 9237	42 0513	-27.2951	39 1927	-1.5962	2 0 81'9	-3 4522
	7.19 0	-52 0017	16 9918	4 5929	2 1314	-14 9118	1.5672
	62 15 7	32 2245	-19 1351	4 2934	-0 5991	-285.3358	8 7 01
	13 251	4 2275	-27 7291	-8,7993	2 9014	-373.2209	10 9151
	0 5027	-12, 003	-26 8544	-17,2200	-9 5972	-494 3308	2.0927
27	27.39 7	9 20 6	-11,567	26 9127	-15 6914	-143 0879	7 3215
	16.9236	32 1732	-12.8314	9,9333	-17 8324	-20 3593	-9 5917
	41.5016	-23 5 02	-15 7918	-57 7012	19 3745	100 2771	-4 2419
	15 92 4	29 1532	13 9242	-11 9219	7 3129	-126 0312	-6 3428
	69.0234	-50.3314	-17.9233	22 7198	-32 9517	661.9517	2.3181
28	62.1791	35 2119	-17 9299	10 5354	-26 32 9	1154 2624	1 4191
	37.2905	-46.19 3	-19 2917	-51.1927	-36 3792	-1152 8159	24,0052
	42 7129	-31 2951	-18,9953	-4.0901	37 92 3	-940 6293	-4.3801
	29,1749	9.8723	-5,4672	-12 813	-9 0517	2,6,7648	5 7482
	9,1962	6 6326	5 7523	-1,3952	-19 7239	230 2431	-3,1024
29	10 5617	-13,7370	2,4062	38,22 1	-8 4523	562 5050	8 5578
	44 5291	6 7562	-51,1061	-4 5294	-30 46 7	-196,6311	4,9713
	6 6 94	59 9587	69,3581	-7,651	5,7059	691 1987	5 9953
	2 3091	7,226	-11 7843	3 0114	-17,2903	-100,4785	15,507
	25 5197	-2,8334	-8,3552	71,6258	-24,1268	547,7482	7,6888
30	20.6931	-2 0794	1,1280	0 2544	-5,9229	187,1539	9,4813
	1 6094	12 2513	0,3017	1 9322	0,2128	8,5738	1,4142
	1,1792	-0 5299	9 2996	-0,8484	-0 6469	-21,1976	-2,9674
	0,7124	1 8034	-2 51 1	9,6695	1,0 01	58 7377	4,2593
	4,7484	-1,3721	-12,7799	22,8362	49 4134	210,2997	0,6482
31	21,4264	43 4451	14,6445	10 6947	8,2843	524 6646	2,5626
	34,13-6	-6,1265	-66 7082	-9 0352	3,1324	-1988 5332	9 9418
	9,5215	19,1603	-8,3511	4 9918	-4,6821	121,6118	24,9677
	24,327	30,2601	19,9418	-7,9418	5 3351	683,4037	12,9367
	7,7422	-40,2577	-9,9421	6,9418	25,6251	-815,6127	10,7977
32	13,2119	9 9052	-31,3515	-25,8713	-8,6762	-176,6193	9,9919
	58,2866	-35 9920	-20 2122	-52,5273	33,4035	-272 3546	12,7981
	12 99 0	11,6167	71,2 24	-69 0728	-13,4895	395 3948	8,0899
	6,1 66	-5,5927	28,871	41,9991	-21,6130	419 7835	6,1166
	18,6682	9,4532	12,5125	-31,1320	-6,8714	199,6622	2 7148
33	4,6372	3,4377	-7,5363	15,7082	-20,5874	-440,5345	13 2910
	15,4754	-17,9999	-14, 013	-8,4365	-5,9109	-2 0139	10,4032
	17,2924	-4,9437	9,5119	-7,2566	13,1191	555,085	6,8071
	12,7414	-7,3270	-29 2440	-16,2756	8 6674	92 5087	1,6542
	9,2098	-10,4023	-23,3895	-27,7993	-19 9763	-6 6 8:88	24,1450

№	A					B	შესაბამისი
34	28.1564	12 1997	-18 3138	6.9246	-15.4195	-122 2593	5 2/50
	10.9836	30 4777	-14.6613	-22.1392	9.9256	-155.9023	-7,63 5
	11 0301	-16 1214	-10 893	43.405	-2 9403	361,0817	1,3119
	22 4946	-1,9523	-9,9994	-18.5184	-7,1219	-115,6455	5 1473
	15,6419	31,7921	35 9738	-0 8887	-11,1903	-265,4294	12 2079
35	76.2837	-4 0118	9 7038	1 3255	-40,2139	231,8149	14,2679
	16.2756	99 2517	23 2799	-9.2625	-1.4996	1298,0854	-9 5963
	2.7761	-30,9644	-78 3788	-8 5639	-4 2023	261 3297	1,2368
	5 4739	9,6139	2 2799	-47 4221	7.2793	747,7601	-12 5950
	2,3402	-17,9888	-2 1394	9.4137	59 6713	1424,4674	22 2134
36	5 5853	7 2426	-16,0031	-18 9284	1 0123	-493,6150	1 2654
	34 5705	-20 3675	6 1047	28,9308	21 1524	329,1327	-3 2041
	6 2497	15,9702	-9 2764	-51,1234	8,3572	-1067,4374	10 1908
	14 2914	-3,8372	-4 0108	-9 7039	-17,1937	81,3117	15 8455
	39,0611	7,6179	-9 5630	32 1775	12 7991	254,5261	-14 2825
37	27 4540	19 6262	-8,9103	-6 9962	5,0612	-62,8569	11 4357
	49 7569	-7,5851	-2 4158	-16 1043	24,7201	-11 3218	3 2632
	5 4113	-7,1601	-12,1739	-21, 403	-23,6243	-399,8669	17 5814
	9,5910	-34,0123	18,7242	31,5175	-16,6432	-591,5648	15 1778
	14,2811	8 2038	-49,8552	-10 8610	-3,7771	80,0712	7,7642
38	14,2413	7,2129	-13 3887	23,4072	-21 5817	715,1438	-7,6159
	32,5555	-9,1738	31 5307	-8 8623	12,9168	134,9961	3 1403
	18 3259	-43 8472	9,2908	15 5576	-11,9 98	126 2755	-22,8744
	37,4624	16,5306	3 8924	-10,7319	-14, 475	1119 8262	9,4190
	6 8965	-52 6767	-12 33 4	-5 8993	-7,1598	-194,57.9	6,5841
39	44 9568	31 3954	-60,7176	22,4958	-17 7725	-1520,3982	31 5232
	18,3255	-27 9743	-32,2457	-33,1082	-23 3062	-3156,6894	-18,3572
	71,2472	38,4840	15 2779	-71,9678	-26 1895	-4914,01 4	-13,9492
	49,9812	30,1089	-113,5560	-46 2916	17,0289	-2670,6575	19,3255
	101,3131	-73 8464	-52 3581	-16,5629	13,7513	88,7493	12 5761
40	10,5652	-1,3735	2,1130	-7,3155		-57,0847	4,6502
	0,4893	48,9837	-1,1675	4,8984		-224 9472	-3 7777
	0,6806	-0 5899	45,3764	-9,0153		296 6236	0 0582
	0,2313	0 3169	-0,1504	11 5636		103 0029	25 6719
41	14,1122	-2,8224	8,1672	-2,8224		-201,9466	-76,7819
	0,8762	25,0349	-5,0070	-0,4256		-17,4746	-5 2769
	0,4233	-4,7034	15,67-2	-0,9250		-354,5178	-0,1589
	0 5988	14,6575	-0,1158	-29,3152		-1556 0114	7,8929
42	19,5823	-3,3290	-3,9164	0,1077		-9 8733	4,9816
	0 3432	11,0722	-0,7751	-0,3322		6,7751	-0 6037
	0,1869	-0,1203	9,3105	-0,1303		-171,1457	0 8005
	0,1987	0,7947	-1,3245	-13,2451		134,6182	12,8793

განვიხილოთ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2; \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned}$$

ვთქვათ,  $a_{ii} \neq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  გადავწეროთ ჩვენი სისტემა შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} x_1 &= \beta_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1n}x_n; \\ x_2 &= \beta_2 + \alpha_{21}x_1 + \alpha_{23}x_3 + \dots + \alpha_{2n}x_n; \\ &\dots \\ x_n &= \beta_n + \alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \dots + \alpha_{n,n-1}x_{n-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

სადაც

$$\beta_i = \frac{b_i}{a_{ii}}, \quad \alpha_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

ან ვექტორული ფორმით

$$X = \beta + aX,$$

აქ  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ ,  $\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}$ , ხოლო  $a = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & 0 & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix}$ .

მივიჩნიოთ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  უცნობთა ნულოვან მიახლოებად ნებისმიერი რიცხვები, თუნდაც  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ , ე. ო.  $x_1^{(0)} = \beta_1, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} = \beta_n$  უცნობთა ეს მნიშვნელობები შევიტანოთ (11) სისტემის მარჯვენა მხარეში. მივღებთ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  უცნობთათვის ახალ მნიშვნელობებს, რომლებიც სათანადოდ  $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ -ით აღვნიშნოთ

$$\begin{aligned} x_1^{(1)} &= \beta_1 + \alpha_{12}x_2^{(0)} + \dots + \alpha_{1n}x_n^{(0)}; \\ x_2^{(1)} &= \beta_2 + \alpha_{21}x_1^{(0)} + \alpha_{23}x_3^{(0)} + \dots + \alpha_{2n}x_n^{(0)}; \\ &\dots \\ x_n^{(1)} &= \beta_n + \alpha_{n1}x_1^{(0)} + \alpha_{n2}x_2^{(0)} + \dots + \alpha_{n,n-1}x_{n-1}^{(0)}; \end{aligned}$$

ვექტორული ფორმით ეს ტოლობები შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$x^{(1)} = \beta + ax^{(0)},$$



სადაც

$$x^{(0)} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix}.$$

ანალოგიურად

$$x^{(1)} = \beta + \alpha x^{(0)},$$

და საზოგადოდ

$$x^{(k)} = \beta + \alpha x^{(k-1)}.$$

ჩაეწერათ ეს ვექტორული ტოლობა გაშლილი სახით, გვექნება

$$x_i^{(k)} = \beta_i;$$

$$x_i^{(k)} = \beta_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(k-1)}, \quad a_{ii} = 0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad k=1, 2, \dots \quad (12)$$

$x^{(k)}$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$  ვექტორების (12) ფორმულით მოძებნის წესს მიმდევრობითი მიახლოების ანუ იტერაციის მეთოდი ეწოდება.

შემოვიღოთ შემდეგი განმარტებები;

ვუწოდოთ  $A=[a_{ij}]$  მატრიცის ნორმა, ნამდვილ  $\|A\|$  რიცხვს, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

ა)  $\|A\| \geq 0$ , ამისთან  $\|A\|=0$  მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა  $A=0$ ;

ბ)  $\|\alpha A\| = |\alpha| \|A\|$ ; სადაც  $\alpha$  რიცხვია, კერძოდ, თუ  $\alpha = -1$ , გვექნება  $\| -A \| = \| A \|$ ;

გ)  $\|A+B\| \leq \|A\| + \|B\|$ ;

დ)  $\|A \cdot B\| \leq \|A\| \cdot \|B\|$ ;

იგულისხმება, რომ  $A$  და  $B$  მატრიცებზე შეიძლება აღნიშნული მოქმედებების ჩატარება. ნორმას ვუწოდოთ კანონიკური, თუ დამატებით შესრულებულია პირობები;

ე)  $|a_{ij}| \leq \|A\|$ .

ვ)  $\|A\| = \| |A| \|$ , სადაც  $|A| = [|a_{ij}|]$  შეიძლება შემოწმება, რომ რიცხვები

1)  $\|A\|_m = \max_i \sum_j |a_{ij}|$ , ( $m$  ნორმა);

2)  $\|A\|_l = \max_j \sum_i |a_{ij}|$ , ( $l$  ნორმა).



ბოლო საწყისი შესწორებები გამოითვლება ფორმულებით

$$\begin{aligned}\delta_1^{(1)} &= \alpha_{12} x_2^{(0)} + \alpha_{13} x_3^{(0)} + \dots + \alpha_{1n} x_n^{(0)} \\ \delta_2^{(1)} &= \alpha_{21} x_1^{(0)} + \alpha_{23} x_3^{(0)} + \dots + \alpha_{2n} x_n^{(0)} \\ &\vdots \\ \delta_n^{(1)} &= \alpha_{n1} x_1^{(0)} + \alpha_{n2} x_2^{(0)} + \dots + \alpha_{n, n-1} x_{n-1}^{(0)}.\end{aligned}$$

გამოთვლები გავაგრძელოთ მანამ, სანამ

$$\max(|\delta_1^{(k)}|, |\delta_2^{(k)}|, \dots, |\delta_n^{(k)}|) < \epsilon,$$

სადაც  $\epsilon$  მოცემული რიცხვაა, მაშინ საძიებელი ამონახსნის მახლობლი მნიშვნელობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$x_i = x_i^{(1)} + \sum_{j=1}^k \delta_i^{(j)}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

§ 5. წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის იტერაციის მეთოდით ამოხსნის პროგრამა

განტოლებათა სისტემის ამოხსნა იტერაციის მეთოდით გავა-  
ფორმოთ ქვეპროგრამის სახით:

```
SUBROUTINE ITER (A, B, X, N, EPS)
DIMENSION A (N, N), B(N), X(N)
DO 1 I=1, N
  B(I)=B(I) / A(I, I)
1 X(I)=B(I)
  DO 2 I=1, N
    DO 2 J=1, N
      2 A(I, J)=A(I, J) / A(I, I)
6 DO 3 I=1, N
  S=0
  DO 4 J=1, N
    IF (J.EQ.I) GOTO 4
    S=S+A(I, J) * X(J)
4 CONTINUE
3 A(I, I)=B(I)+S
  K=0
  DO 5 I=1, N
    Q=X(I)
```

```

X(I) = A(I, I)
A(I, I) = Q
IF(ABS(A(I, I) - X(I)) .GT. EPS) K = 1
5 CONTINUE
IF(K .EQ. 1) GOTO 6
RETURN
END

```

### დავალება

1. შეადგინეთ პროგრამა იტერაციის მეთოდით სისტემის ამოხსნისა (12) ფორმულების მიხედვით. მიღებული პროგრამით ამოხსენით ქვემოთ მოყვანილი სისტემებიდან ერთ-ერთი.

2. აღწერეთ იტერაციის მეთოდით სისტემის ამოხსნის პროცედურა,  $a$ ,  $\pi$ ,  $x_0$  ფორმალური პარამეტრებით, სადაც  $a$  სისტემის მატრიცის ელემენტების იდენტიფიკატორია,  $\pi$  — სისტემის რიგი,  $x_0$  საწყისი მიახლოება.

3. შეაუგინეთ პროგრამა, რომელიც ამოხსნის მეორე დავალებაში შედგენილი პროცედურით ქვემოთ მოყვანილ სისტემებიდან  $m$  სისტემას.

4. შეადგინეთ იტერაციის მეთოდით სისტემის ამოხსნის პროგრამა, რომელიც გაითვალისწინებს სისტემის ამოხსნას იტერაციის მეთოდით (14) ფორმულების საშუალებით.

5. მეოთხე დავალება გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით  $\delta$ ,  $\alpha$ ,  $x$ ,  $\pi$ , სადაც  $\alpha$  საიტერაციო სახეზე შეყვანილი სისტემის მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია,  $\delta$  — ბოლო  $\delta$  — (14) ფორმულებით მიღებული ვექტორის ელემენტების აღმნიშვნელი,  $\pi$  — საწყისი მიახლოება,  $\pi$  — სისტემის რიგი.

6. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც შოკეშულ სისტემას დაიყვანს საიტერაციო სახეზე, შეამოწმეთ კრებადობის პირობები, თუ პროცესი კრებადია ჩაატარეთ იტერაციის პროცესი მანამ, სანამ ორ მომდევნო მიახლოებას შორის სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე არ გახდება  $10^{-4}$ -ზე ნაკლები. უარყოფითი პასუხის შემთხვევაში მანქანამ დაბეჭდოს *false* და ნორმების მნიშვნელობები.

7. შექმნეთ დავალებაში ნორმის შემოწმების პროცესი გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით  $\alpha$ ,  $\pi$ ,  $norm$ , სადაც  $\alpha$  საიტერაციო სახეზე დაყვანილი სისტემის მატრიცია,  $\pi$  — სისტემის რიგი,  $norm$  — საძიებელი ნორმა.

8. ამოხსენით სისტემა იტერაციის მეთოდით. იტერაციის პროცესი გააგრძელეთ მანამ, სანამ ორ მომდევნო მიახლოებას შორის სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე არ გახდება ნაკლები მოცემულ  $\varepsilon$ -ზე. დაბეჭდეთ პასუხი და იტერაციის რიცხვი, რომელზედაც შესრულდა ეს მოთხოვნა.

9. ამოხსენით სისტემა იტერაციის მეთოდით. იტერაციის პროცესი გაგრძელდეს მანამ, სანამ მოცემული  $\varepsilon = 10^{-2}$ -სათვის არ დაკმაყოფილდება (13) პირობა. ამასთან პროგრამის შედგენის დროს მატრიცის ნორმის გამოთვლის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალურა პარამეტრებით ( $\alpha, \nu, \beta, \text{norm}$ ), სადაც  $\alpha, \nu$  და  $\text{norm}$  სიდიდეები შეშვიდე ამოცანაშია განმარტებული, ხოლო  $\beta$  აღნიშნავს თავისუფალი სვეტის ნორმას.

დაბეჭდეთ სისტემის ამონახსენი, ნორმა  $\|A\|$  და  $k$ , სადაც  $k$  არის იტერაციის რიცხვი, რომელზედაც მიღწეული იქნება საჭირო სიზუსტე.

სავარჯიშო მაგალითები

N	A					B	პასუხი
1	15,9139	-9,7080	2,3870	2,5465	-3,6600	-17,0714	0,1244
	30,3418	51,4272	-7,1998	10,7996	16,4565	125,8137	1,0300
	3,4953	2,4468	43,6933	11,7976	7,8646	72,8875	0,5013
	17,7610	-9,2660	-22,3944	77,2292	13,1279	176,8574	2,0031
	5,1562	4,4197	-11,0496	8,4713	36,8320	130,8518	3,1012
2	13,1672	-9,2169	3,8184	-1,9751	0,1317	0,3956	0,25
	6,8397	21,3742	2,6718	5,7710	5,3435	39,2099	1,13
	0,9418	0,6648	-55,4015	0,8864	1,8283	-186,3620	2,50
	4,6918	-0,3050	3,1669	-23,4587	3,0495	-14,4485	1,83
	6,0845	0,6638	-11,6159	11,6718	55,3140	-7,4979	0,13
3	36,9159	18,8272	9,2290	6,2757	9,9662	111,0982	1,30
	19,6630	56,1797	15,1686	14,6068	8,9888	184,5583	2,51
	9,3372	9,8372	-84,8837	0,6791	-0,7640	-8,5459	0,51
	9,7588	10,7032	11,6654	-62,9603	8,1848	53,3743	0,021
	-6,3584	4,7688	-0,6358	9,5376	31,7917	-81,5500	1,105
4	94,2380	28,2714	14,1357	21,6747	23,5600	-19,5085	0,50
	13,2340	25,4495	6,6186	7,3805	7,6350	-15,7154	0,12
	0,5524	4,0664	37,1490	4,4579	5,9438	-62,3866	-1,35
	4,8827	4,8827	5,6965	40,5892	5,2896	-10,7258	0,15
	2,7533	21,1089	15,6023	20,1912	91,7780	-225,2140	-2,30
5	25,7792	10,8116	2,5779	3,8669	3,3513	14,4284	-0,123
	10,4795	20,9590	2,9342	2,7247	3,1439	34,6241	1,601
	1,8138	2,1436	16,4885	9,8934	3,9074	32,1853	2,50
	5,4204	7,5886	12,6467	36,1364	7,5886	-3,0432	-1,30
	7,2258	5,0025	92,2283	0,7226	55,5831	47,9238	0,21

№	A				B		მასუბი
6	13,6820	37,5778	16,2100	11,0523	0,7368	-455,9332	-5,31
	10,4349	25,4507	3,0541	3,5631	2,7996	-132,4382	-5,20
	10,2853	13,4501	79,1183	9,4942	-12,6589	206,1653	3,45
	19,3152	13,5206	-16,0960	64,3842	26,9774	-255,2791	0,124
	1,5882	5,5588	20,6469	-25,4115	-79,4113	-31651,4690	-2,345
7	78,1345	23,4405	13,2828	19,5337	14,0643	-20,3697	0,012
	6,7007	37,2256	7,8174	6,3284	7,4452	-38,0644	-1,456
	14,2017	21,7759	94,6777	16,1488	21,7759	23,1877	0,00
	8,1604	9,4882	5,7123	40,8022	3,6722	-85,5605	-2,31
	24,0342	16,0230	28,0399	24,0342	80,1138	251,5088	4,12
8	13,4952	10,8889	6,5340	2,1113		-1,1697	-2,50
	2,0243	27,0223	1,5912	1,1612		27,1395	1,00
	1,4845	3,2427	15,9122	1,0557		53,4218	3,40
	1,3495	3,5129	7,9561	10,5567		25,0775	-0,20
9	72,6893	2,7775	3,3740	7,4332		10,8834	-0,51
	29,0757	21,3656	13,4959	12,3887		74,6661	2,03
	7,2689	0,3632	33,7398	5,6988		-67,1016	-3,10
	36,3446	0,6409	4,5886	61,9436		408,3402	7,15
10	72,9276	-15,9357	6,6508	16 2836		-48,2445	-1,271
	6,3447	53,1190	8,5817	-2,0354		-1,5994	0,051
	9,4806	4,7807	21,4542	-1,2213		6,7526	1,000
	8,7513	-4,2495	6,4363	40,7060		96,6177	2,361
11	64,9093	-5,1538	-7,0854	48,2715		-472,7673	0,31
	3,2455	25,7692	0,5337	-14,4238		28,6368	-1,20
	0,8338	-0,4381	33,7398	28,8476		79,6199	5,50
	13,6310	-1,5977	-1,0122	72,1191		-266,2649	-3,70
12	82,7940	-1,5420	6,9901	2,8568		-190,2893	-2,354
	-24,8382	36,7153	34,9507	-11,4273		106,4257	0,539
	16,5588	1,1015	69,9014	2,2855		17,0243	0,795
	41,3970	-0,7343	-9,0872	57,1366		-107,5233	-0,043
13	86,1961	-4,2105	-46,6307	6,4282		736,1292	9,456
	0,8650	-42,1052	-1,6321	10,7136		-20,1680	-0,647
	7,7846	2,1053	77,7179	-4,2854		180,0638	1,211
	0,8650	0,8421	-2,3315	21,4272		-102,5035	-5,019
14	-34,6180	2,2293	0,5909	3,5179		1101,0541	-31,574
	1,3847	57,1619	13,4298	16,3104		254,4698	5,647
	-0,3462	11,4324	26,8596	-0,9594		82,4890	0,213
	5,1907	2,2865	13,4298	31,9812		-190,8130	-1,333

№	A				B	Հանցի
15	66,2956	- 25,1785	7,9094	14,8872	-270,4810	- 0,005
	0,8618	41,9642	-0,3559	29,7743	184,9615	5,555
	5,3036	2,5179	39,5469	-29,7743	-452,5896	-13,173
	8,6296	0,8393	1,1864	74,4358	-143,0012	-1,774
16	70,5871	8,6754	15,0363	17,8939	-1430,9512	-21,325
	-10,5881	-28,9179	4,8868	-5,3682	206,8271	-0,958
	6,9881	11,5672	37,5908	47,1205	€2,1557	-2,328
	4,9411	8,6754	-2,2554	59,6462	283,6849	6,574
17	-44,5611	25,2511	15,4036	-10,9913	183,2743	-3,245
	5,7929	63,1278	4,0049	-5,4957	29,5516	0,631
	4,0205	-32,8265	77,0181	10,9914	14,8819	0,772
	1,3368	4,5452	4,0441	27,4784	-25,0831	-0,987
18	81,8416	-1,8398	4,0142	-31,3480	-67,0442	0,815
	8,1842	61,3209	3,2844	6,2696	-2,6028	-0,568
	40,9208	-4,2928	36,4931	-7,1317	-7,0443	-0,342
	32,7366	18,3978	-10,9479	78,3701	353,5178	4,256
19	77,6299	5,3968	-3,7218	9,5676	2553,1457	32,684
	9,7037	41,5142	6,0465	1,9135	55,4001	-6,669
	-23,2990	16,6057	63,0812	7,6541	-777,8612	0,795
	4,1144	2,0342	1,1985	19,1352	231,5160	5,730
20	29,2262	-3,8736	0,0678	-0,9941	95,4053	2,922
	5,8452	12,9120	2,7137	20,3792	-99,0430	-1,291
	0,8768	-5,1648	6,7842	0,4971	11,3632	0,678
	0,2923	5,1648	-0,1357	49,7053	-252,9683	-4,970
21	4,3518	-6,0154	5,1209	0,4111	-285,2320	0,4356
	0,1349	20,0512	-0,8427	-0,7195	206,9046	7,8546
	0,2916	-10,0256	64,8209	0,2227	-8039,5780	-45,6270
	1,7407	4,0102	26,5766	-17,1312	-920,7544	-15,1535
22	25,8732	2,0475	28,0540	-7,9917	140,0178	4,765
	0,4398	6,8249	-35,0675	0,6961	15,0643	0,564
	0,4916	-0,1365	70,1351	1,0828	41,6394	0,453
	1,3195	0,4095	7,0135	-25,7798	0,2496	4,563
23	38,6414	23,1662	32,4941	3,5001	-1301,1540	2,6750
	0,5796	57,9156	-1,3473	0,3500	-3900,7900	-67,4530
	1,5843	-17,3747	79,2540	-0,9100	1191,0973	0,3420
	6,1826	-17,3797	13,4732	17,5006	1428,1187	13,4280

№	A				B	პასუხი
24	26,0144	-10,8511	-6,0373	29,4385	79,0307	5 4607
	0,9625	54,2554	-0,3321	1,0770	305,7858	5,5340
	2,3413	27,1277	-15,0932	-2,6560	217,1635	-3,4520
	0,2601	16,2716	0,1811	-71,8012	148,9590	-0,8090
25	47,2183	-1,0749	12,5185	-1,6115	22,9738	0,6547
	4,7218	21,4972	-16,6918	17,9051	261,9098	8,5430
	1,4638	0,6235	41,7282	0,4655	-136,9680	-3,4440
	1,8887	0,7094	-12,5185	35,8102	85,7768	0,9876
26	16,1420	-0,4539	12,3344	0,8558	87,4156	4,6580
	3,2284	34,9111	-37,0033	17,1152	-292,1487	-8,5640
	6,4568	0,3492	61,6722	2,5673	67,3158	0,6167
	6,4568	1,3268	-12,3344	85,5759	84,3382	0,8558
27	46,5021	6,9214	-13,8643	-12,8949	-1597,5250	-34,6542
	2,6506	69,2145	3,8358	4,2983	-46,6480	0,6921
	0,5580	-0,6921	46,2143	4,2983	-42,0963	-0,4621
	1,5811	3,1147	-1,8948	21,4915	-56,3781	-0,2149
28	10,5652	6,3679	-9,0753	-8,0945	64,1286	0,1057
	0,1057	48,9837	1,3613	1,1564	235,1116	4,8984
	0,1585	0,6368	45,3764	-2,3127	-205,4401	-4,5376
	0,2113	1,4695	0,5899	11,5636	17,9155	1,1564
29	14,1122	5,0070	9,4069	-5,8630	2,4545	-0,1411
	0,4939	25,0359	-3,1356	0,4984	5,5591	0,2503
	0,3810	7,5105	15,6782	-1,7296	4,7898	0,1567
	0,4375	12,5174	-0,9406	29,3152	-5,6683	-0,2931
30	19,5822	-1,8823	-1,8620	0,7285	-1,3637	0,1968
	0,5679	-11,0721	6,5173	3,9735	-2,1422	0,1107
	0,3916	-1,5501	9,3105	0,1854	-8,6711	-0,9310
	0,2373	0,1643	0,9310	-13,2450	-18,3421	1,3245

§ 6. კვადრატულ ფაქტორი

განვიხილოთ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

$$Ax = B, \quad (15)$$

სადაც  $A$  სიმეტრიული მატრიცაა  $a_{ij} = a_{ji}$ , მაშინ მისი წარმოდგენა შეიძლება ორი მატრიცის ნამრავლის სახით.

$$A = L'L, \quad (16)$$



სადაც  $L$  — ზედა სამკუთხოვანი მატრიცაა, ხოლო  $L'$  წარმოადგენს  $L$  მატრიცის ტრანსპონირებულ ქვედა სამკუთხოვან მატრიცას.

$$L = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad L' = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

თუ  $L'$  და  $L$  მატრიცებს ერთმანეთზე გავაწრავლებთ და  $A$  მატრიცის შესაბამის ელემენტებს გავუტოლებთ, მივიღებთ  $a_{ij}$  ელემენტების გამოსათვლელ ფორმულებს.

$$a_{11} = \sqrt{a_{11}}, \quad a_{ij} = \frac{a_{1j}}{a_{1i}} \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad a_{ii} = \sqrt{a_{ii}} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ki}^2, \quad i > 1,$$

$$a_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ki} a_{kj}}{a_{ii}}, \quad \text{თუ } j > i,$$

$$a_{ij} = 0, \quad \text{თუ } i > j. \quad (17)$$

ახლა სისტემა (15) შეგვიძლია ჩავწეროთ ასე:

$$L' L x = B.$$

ამ სისტემის ამოხსნა დაიყვანება ორ

$$L' y = B \quad (18)$$

და

$$L x = y \quad (19)$$

სისტემების ამოხსნაზე. ჩავწეროთ სისტემა (18) გაშლილი სახით

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

აბ

$$a_{11} y_1 = b_1;$$

$$a_{12} y_1 + a_{22} y_2 = b_2;$$

$$a_{13} y_1 + a_{23} y_2 + a_{33} y_3 = b_3;$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$a_{1n} y_1 + a_{2n} y_2 + \cdots + a_{nn} y_n = b_n.$$

$$y = \frac{b_1}{a_{11}}, \quad y_i = \frac{b_2 - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ki} y_k}{a_{ii}} \quad j > 1. \quad (20)$$

ვიციტ რა  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , შეგვიძლია ვიპოვოთ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ამისათვის ჩავწეროთ სისტემა (19) გაშლილი სახით

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= y_1, \\ a_{21} x_1 + \dots + a_{2n} x_n &= y_2, \\ \dots & \dots \dots \dots \\ a_{nn} x_n &= y_n. \end{aligned}$$

საიღიანაც

$$x_n = \frac{y_n}{a_{nn}}, \quad x_i = \frac{y_i - \sum_{k=i+1}^n a_{ik} x_k}{a_{ii}} \quad i = n-1, n-2, \dots, 1 \quad (21)$$

თუ (17) ფორმულებში  $a_{ii}$  გამოთვლისას ფესვქვეშა გამოსახულება უარყოფითი გახდება, ეს არ გამოიწვევს გამოთვლების არსებით გართულებას.

§ 7. კვადრატულ ფესვთა მეთოდით ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის პროგრამა

შევადგინოთ კვადრატული ფესვთა მეთოდით ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის პროგრამა ფორტრან ენაზე. ვთქვათ სისტემის რიგი  $n=10$ :

```
DIMENSION ALPHA (10,10), A(10,10), B (10), X (10), Y (.0)
READ (5,1) (( A (I,J), I=1,10), J=1,10)
1 FORMAT (10 F 7.3)
READ (5,2) (B (I), I=1,10)
2 FORMAT (10 F 6.2)
ALPHA (1,1)=SQRT (A (1,1))
DO 4 J=2,10
4 ALPHA (1,J)=A (1,J) / ALPHA (1,1)
DO 5 I=2,10
S=0
L=I-1
DO 6 K=1,L
```

6  $S = S + \text{ALPHA}(K, I) * * 2$   
 $\text{ALPHA}(I, J) = \text{SQRT}(A(I, I)) - S$

C იგულისხმება ფესქვეშა გამოსახულება დადებითია  
 $J1 = I + 1$   
 DO 7 J = J1, 10  
 $S = 0$   
 DO 8 K = 1, L  
 8  $S = S + \text{ALPHA}(K, I) * \text{ALPHA}(K, J)$   
 7  $\text{ALPHA}(I, J) = (A(I, J) - S) / \text{ALPHA}(I, I)$   
 5 CONTINUE

დამთავრდა გამოთვლები (17) ფორმულების მიხედვით, იწყება გამოთვლები (20) ფორმულების მიხედვით:

$Y(1) = B(1) / \text{ALPHA}(1, 1)$   
 DO 9 I = 2, 10  
 $L = I - 1$   
 $S = 0$   
 DO 11 K = 1, L

11  $S = S + \text{ALPHA}(K, I) * Y(K)$   
 9  $Y(I) = (B(I) - S) / \text{ALPHA}(I, I)$

C დამთავრდა გამოთვლები (20) ფორმულების მიხედვით, იწყება გამოთვლები (21) ფორმულების მიხედვით:

$X(N) = Y(N) / \text{ALPHA}(N, N)$   
 $L = N - 1$   
 $I = L$

17  $S = 0$   
 $J = I + 1$   
 DO 15 K = J, 10

15  $S = S + \text{ALPHA}(I, K) * X(K)$   
 $X(I) = (Y(I) - S) / \text{ALPHA}(I, I)$   
 $I = I - 1$

IF (I . LE. 1) GOTO 17  
 WRITE (6, 20) (X(I), I = 1, 10)  
 20 FORMAT (1X, 10E 12. 4)  
 STOP  
 END

შენიშვნა: ფორტრან-პროგრამებში დასაშვებია ჩვეურობითი კომენტარები. მხოლოდ კომენტარს ფორტრან-ბლანკის პირველ პოზიციაში უნდა დაეწეროს C სიმბოლო. პასუხები დაბეჭდება ნორმალისებულ ფორმით ერთ სტრიქონზე.

დავალემა

1. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს  $L$  მატრიცის ელემენტების გამოთვლას (17) ფორმულების მიხედვით.

$L$  მატრიცის აგების პროცესი გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით  $a, x$ ; დაბეჭდეთ მიღებული  $L$  სამკუთხოვანი მატრიცა.

2. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოცემულ სისტემას ამოხსნის ორი გზით:  $A$  მატრიცის სიმეტრიულობის გაუთვალისწინებლად რომელიმე ცნობილი მეთოდით და კვადრატულ ფესვთა მეთოდით. დაბეჭდეთ ამ ორი გზით მიღებული შედეგები და შათი სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე.

3. შეადგინეთ სისტემის ამოხსნის პროგრამა კვადრატულ ფესვთა მეთოდით. სისტემის მატრიცის აღწერის დროს გაითვალისწინეთ რომ  $A$  სიმეტრიული მატრიცაა.

4. მესამე დავალემა გააფორმეთ, როგორც პროცედურა.

5. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც ამოხსნის ქვემოთ მოყვანილი სისტემებიდან ერთდროულად რამდენიმეს; (იხ. ცხრილი გვ. 220), სისტემის ამოხსნის პროგრამა კვადრატულ ფესვთა მეთოდით გააფორმეთ როგორც პროცედურა.

ცხრილი

№	A						B	პასუხი
1	4,7585						133,5023	4,3053
	-9,3244	1,1413					-138,0075	-9,8997
	-1,3192	6,0267	3,1911				-68,7483	-7,5-53
	-7,4438	-6,6881	1,2060	3,2544			77,6070	-1,7232
	3,6819	-1,2944	8,8056	4,1086	0 3978		-31,9417	2,5839
	2,1526	9,0369	-1,8727	-8,9834	-2,2635	1,9015	-66,6499	-5,4068
2	7,1250						20,2197	3,0912
	5,9829	1,7639					23,5229	1,1463
	-0,1963	6,1937	3,4966				-9,1104	-2,0833
	2,8973	-6,6315	-0,1254	1,9213			-17 8617	-6,9871
	-1,2033	-1,6683	2,2069	0,6336	4,3978		-23,5138	-3,4966
	3,5564	9,9449	6,1224	-7,9310	-3,2635	1,9015	57,5120	1,1613
3	4,3422						24,2545	3,9275
	-0,2186	4,8892					-12,3392	4,6685
	8,2769	-5,5941	3,0870				54,7601	1,4679
	-1,9304	1,8214	-9,9713	4,4367			-16,2364	-3,9184
	-1,7538	2,6370	3,9540	-1,5230	6,6877		33*9093	-5,6380
	-1,1537	-3,8470	4,5164	-2,2582	-4,4273	-3,5181	-16 0699	2,9914

№	A	B	პანელი
4	3,9274	38,7095	2,3143
	4,5628 —1,8155	-29,8833	-9,8765
	1,4679 3,1657 -2,3740	-16,1135	-3,1325
	-3,9184 -9,2388 4,9214 7,3729	125,9014	7,6803
	-5,6380 -4,0561 5,9056 0,4132 1,5392	-3,3683	-5,6319
	2,9914 1,7212 -2,5001 -1,1027 5,2200 -3,4952	-33,5208	0,8740
5	-1,0023	-44,6566	3,0513
	5,7732 -3,4582	91,9647	-5,9080
	-0,1502 9,4000 1,3297	-59,1809	1,7168
	2,1924 -4,1362 0,7337 2,3118	27,1119	-7,9076
	2,6169 1,7131 -2,2170 5,2914 -1,4365	-48,8480	0,5729
	-7,3961 -2,9216 -1,1409 -4,9288 -0,1700 2,0366	28,7548	-1,4059
6	1,1392	-19,9510	1,0023
	-2,3249 3,1594	-6,3466	5,7732
	4,5172 1,1729 -2,4932	58,7242	-0,1502
	-9,3317 -0,2036 -9,4651 1,2526	25,8201	3,1624
	5,4439 -7,3617 1,2519 3,9183 -0,5293	-35,5672	2,6159
	-1,1572 0,2937 -7,4163 -2,9181 1,2757 -2,5952	14,6709	-7,3961
7	7,0907	-3,2010	2,1562
	6,4503 -1,6021	-55,2823	2,1005
	8,1237 -5,4463 7,0193	-13,5874	1,8604
	-0,9449 6,3962 -1,4827 3,2389	-19,3940	-8,7345
	-2,0261 -3,8001 3,1951 -1,6582 2,3107	22,5494	2,8944
	6,1529 3,0951 6,3296 -1,6113 -2,1367 -5,8319	90,9633	-3,1392
8	2,1552	-47,5310	-8,1373
	-7,6492 -7,7415	132,0104	-8,2718
	-3,7546 -2,4976 -2,8945	-9,3884	5,1927
	-5,7935 -5,8319 -3,1392 -9,7603	49,7286	1,8969
	3,5191 2,1562 -7,6492 -3,7546 -6,7935	-57,4371	-5,4910
	4,4391 9,2718 -8,2718 -0,2797 -4,5189 5,6801	-158,1773	-3,2468
9	14,3612	177,8364	11,3109
	9,5321 -10,8979	160,3261	-2,5903
	-0,7345 -13,5627 11,0958	-3,1434	0,1697
	-1,5971 1,1927 5,1817 -4,2540	19,6215	-3,4691
	5,2117 2,4690 -1,9061 2,8381 -10,2739	-37,9092	7,6110
	3,1722 -1,3225 -0,2145 -5,3125 3,1928 -4,1732	91,8101	-1,4389

№	A							B	პსუბი
10	3,0912							5,3010	4,3421
	1,1454	0,5954						-36,0240	-0,2185
	-2,0833	-8,0911	0,1595					10,9090	8,2759
	-5,9871	5,6093	-1,0124	8,5986				-40,5652	-1,9304
	-3,4956	2,1194	5,7517	-7,2117	0,8799			38,1780	-1,7533
	1,1613	-5,9287	-3,4970	-0,1136	1,5863	2,1537		-40,6723	-7,1536
11	1,3710							39,6847	4,7584
	-9,3669	2,1514						-66,3869	-9,3244
	2,0046	4,1752	-3,0063					-55,5371	-1,3192
	5,1905	-1,3742	0,9837	-2,0003				54,9682	-7,4438
	-1,8303	-7,1570	-4,6395	6,1128	-0,4931			0,6915	3,6819
	-3,2150	9,2309	-2,6502	-4,0151	-7,4959	1,4709		-0,9242	2,1526
12	5,3945							-16,2349	1,1392
	-3,2105	10,9314						17,7075	-2,3249
	1,1716	-3,7953	4,5509					47,8367	4,6172
	-0,4292	-6,2329	-1,7004	5,7329				-34,0478	-9,3317
	-7,2240	1,2934	-0,2533	2,1671	1,9181			-21,8388	5,4439
	0,1593	1,1075	-2,2746	-1,1979	-0,1892	-1,2375		-1,0876	-1,1578
13	1,3706							38,1858	5,3945
	-2,6167	7,7345						-59,0762	-3,2106
	0,7304	-9,3945	1,1529					29,6199	1,1716
	5,9055	4,1046	-6,2932	2,0066				66,4819	-0,4292
	-3,1723	2,1580	1,2517	-7,5239	4,5900			-53,6850	-7,2240
	-1,2117	0,9881	-3,1933	-4,2920	7,4117	-1,2231		-54,9553	0,1693
14	2,1972							-31,6702	7,0908
	-3,9072	0,9346						-73,1753	5,4503
	1,6537	9,4004	5,9324					26,8268	-8,1236
	4,1202	1,8592	-4,5315	1,2466				73,0199	-0,9449
	-3,0320	7,1589	-3,3336	-4,3963	2,4084			84,9331	-2,0261
	-1,8975	5,6843	-1,2457	-2,0689	5,5095	-3,7313		7,5219	6,1529
15	2,3143							87,3621	2,1972
	-0,9876	2,1695						-22,9629	-3,9072
	-3,1324	-4,0257	3,3496					36,2409	1,5538
	7,5803	-2,9012	0,3953	-1,2842				4,9117	4,1202
	-5,6319	3,9705	-5,0495	5,6889	-5,3417			0,7128	-3,0320
	0,0834	-9,4496	-2,7302	-0,5462	-3,8519	4,5639		10,2727	-1,8975

№	A						B	პასუხი
16	3,0513						52,0999	5,4649
	-5,9081	2,1374					-40,7463	-2,5172
	1,3163	1,4529	8,1907				-9,1262	0,1539
	-7,9076	3,5919	-2,1517	4,6192			-31,9056	-1,2200
	0,5729	6,0633	3,7389	-2,8905	1,6333		9,6018	7,2937
	-1,4059	7,8029	9,6324	-10,3127	-0,6975	-1,3946	-11,9545	-4,5963
17	5,4649						34,9460	4,0520
	-2,5173	3,5130					24,2936	1,2297
	0,1539	2,1003	4,1579				-0,1484	-3,4689
	-1,2200	-4,0611	-1,1492	4,5321			-30,8029	-6,0003
	7,2937	1,1503	2,6504	-0,2732	2,2792		24,0905	0,1529
	-4,5063	-7,4495	-2,1451	-1,3702	-0,1901	1,5941	-14,9454	-1,7392
18	4,0520						36,3984	3,5290
	1,2297	3,5109					-33,0788	-2,3562
	-3,4589	2,1053	-6,2784				-28,2336	1,1372
	-6,0003	7,2039	1,5296	2,1718			-42,3283	-4,3976
	0,1529	-4,5007	3,1681	3,2912			20,1291	0,0309
	-1,7392	-4,9125	-1,8420	-2,4603	-2,7613	1,1923	1,2125	-1,4592
19	3,5290						40,2280	5,0916
	-2,3562	1,5362					22,7034	0,1632
	1,1372	-3,7590	2,4590				45,9038	1,1698
	-4,3916	0,6752	-6,0717	2,5976			-27,6727	-8,4935
	0,0309	-5,9144	0,6903	1,3176	-3,2392		-4,1933	-2,0732
	-1,4592	-7,0632	-4,3918	-3,2937	1,0452	-2,9465	7,7897	-4,1059
20	5,0915						8,0444	1,3711
	0,1532	7,7933					37,3665	-0,9370
	1,1698	-0,3005	2,1275				-2,9696	2,0046
	-3,4935	5,5907	-4,6311	2,4905			-6,3444	5,1905
	-2,0732	-9,1355	2,4220	1,1527	3,1000		24,1627	-1,8303
	-4,1059	1,2474	-7,8632	-0,6972	-4,1289	2,8917	-27,9189	3,2150
21	4,3050						-53,9023	7,1250
	-9,8997	3,6900					-44,7589	5,9329
	-7,5834	1,4522	-4,6830				-27,6766	-0,1063
	1,7231	-3,1252	7,5843	-6,3645			-29,7248	2,8973
	2,5839	-8,4573	-4,8950	5,1165	-1,5737		-32,5301	-1,2033
	-5,4068	0,8940	-3,1867	0,2525	-5,4013	1,8194	-17,9967	3,6594

№	A	B	პანელი
22	8,1373	95,5580	-5,3135
	-5,6934 -0,2797	101,4648	-1,0676
	-1,1165 -4,5189 -5,4910	-113,8.83	3,6361
	0,5832 5,6801 -3,2468 0,3640	73 3406	-2,1978
	-2,4590 -3,1374 -5,6934 -1,1165 0,5832	= 16,1013	-8,9299
	9,7363 3,1430 -1,0676 -4,2525 -6,9739 -7,7325	-33,9516	6,0638
23	11,3109	75,7082	11,3003
	-2,6903 3,1523	4,8705	3,7920
	0,1699 -10,4302 5,1024	-26,3360	-1,5128
	-3,4691 0,5972 1,1025 -3,0681	-53,6789	4,0290
	7,5109 2,9031 -4,9807 3,1015 2,9180	105,2111	4,1952
	-1,5329 -5,1273 2,0032 -1,9382 -0,1290 1,8777	-52,9907	-3,1562
24	11,3002	44,2527	1,3706
	3,7920 -10,3149	51,7897	-2,9167
	-1,5128 4,2936 -5,1393	-36,0867	0,7304
	4,0290 -2,1902 -4,2351 2,8026	15,5430	6,9055
	-4,1952 -5,9672 1,3202 -1,0326 7,3961	-24,1142	-3,1723
	-3,1562 1,1938 -9,4563 0,1920 2,1325 1,1945	38,9823	-1,2116



მატრიცის შებრუნება და დებარმინანტის გამოთვლა

§ 1. მატრიცის შებრუნება გაუსის მეთოდით

ვთქვათ, მოცემულია არაგანსაკუთრებული მატრიცა

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

$A$  მატრიცის შებრუნებული ეწოდება ისეთ  $A^{-1}$  მატრიცას, რომლისთვის ადგილი აქვს ტოლობას

$$A^{-1}A = AA^{-1} = E, \tag{1}$$

სადაც  $E$   $n$  განზომილების ერთეულოვანი მატრიცაა. ვთქვათ,

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

მაშინ (1) ტოლობა ჩაიწერება ასე:

$$\sum_{k=1}^n a_{kj} a_{ik} = \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \tag{2}$$

სადაც  $\delta_{ij}$  კრონეკერის სიმბოლოა

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{როცა } i=j \\ 0, & \text{როცა } i \neq j. \end{cases}$$

მივიღებთ  $a_{kj}$ ,  $j, k=1, 2, \dots, n$  რიცხვების მიმართ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას, რომლის ამოხსნა მოგვცემს  $A^{-1}$  მატრიცის ელემენტებს.

გამოთვლების კონტროლისათვის მიზანშეწონილია  $A$  და  $A^{-1}$  მატრიცების გამრავლება. (2) სისტემა ექვივალენტურია  $n$  ალგებრულ განტოლებათა სისტემისა, რომელთა სისტემის მატრიცა ერთი და იგივეა, ხოლო მარჯვენა მხარეებს წარმოადგენენ შესაბამისად ერთეულოვანი მატრიცის სვეტები.

§ 2. დეტერმინანტის გამოთვლა

ვთქვათ, გამოსათვლელია დეტერმინანტი

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

დავუშვათ,  $a_{11} \neq 0$ ; გადავწეროთ ეს დეტერმინანტი შემდეგნაირად:

$$\Delta_n = a_{11} \begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

სადაც  $a_{1j} = \frac{a_{1j}}{a_{11}}$ ,  $j = 2, 3, \dots, n$ .

გავამრავლოთ პირველი სვეტის ელემენტები  $a_{21}, a_{31}, \dots, a_{n1}$  რიცხვებზე და გამოვკლოთ შესაბამისად მეორე, მესამე და ა. შ. ბოლო სტრიქონის ელემენტებს. მივიღებთ:

$$\Delta_n = a_{11} \begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ 0 & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} & \cdots & a_{3n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & a_{n3}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & \cdots & a_{2n}^{(1)} \\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} & \cdots & a_{3n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2}^{(1)} & a_{n3}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix} = a_{11} \Delta_{n-1}$$

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1} a_{1j} \quad i, j = 2, 3, \dots, n.$$

ვთქვათ,  $a_{22}^{(1)} \neq 0$ .  $\Delta_{n-1}$  დეტერმინანტზე იგივე გავიმეოროთ. გვიქნება  $\Delta_{n-1} = a_{22}^{(1)} \Delta_{n-2}$  თუ საზოგადოდ  $a_{ii}^{(i-1)} \neq 0$   $i = 1, 2, \dots, n-1$ , მივიღებთ  $\Delta = a_{11} a_{22}^{(1)} a_{33}^{(2)} \cdots a_{nn}^{(n-1)}$ . თუ რომელიმე  $\Delta_{n-1}$  დეტერმინანტის მარცხენა კუთხეში მდგომი ელემენტი ნულის ტოლი გახდა, საჭიროა

$\Delta_{n-1}$  დეტერმინანტში გადავადგილოთ სვეტები ან სტრიქონები და ამავე დროს გავითვალისწინოთ  $\Delta_{n-1}$  დეტერმინანტის ნიშნის შეცვლა. თუ ასეთი გადაადგილება შეუძლებელია, ცხადია,  $\Delta_n = 0$ .

### დავალემა

$A_k$  ( $k$  მატრიცის ნომერია,  $k=1, 2, \dots$ ) მატრიცათა ელემენტები განისაზღვრება (3) ან (4) ფორმულით:

$$a_{ij}^{(k)} = (-1)^{|J_i+J_j+k|} \sqrt{\frac{k^2+J_i^2}{J_j k (J_i+J_j)}} \sin \frac{J_i J_j}{k}, \quad (3)$$

$$a_{ij}^{(k)} = (-1)^{|J_i+J_j+k|} \sqrt{\frac{k^2+J_i^2}{J_j k (J_i+J_j)}} \cos \frac{J_i J_j}{k}, \quad (4)$$

სადაც  $[a]$  აღნიშნავს  $a$  რიცხვის შთელ ნაწილს, ხოლო  $J_i = k+i$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, n$ ;  $J_j = \frac{J_i+1}{k} + j$ ,  $j=0, 1, \dots, n$  სიმარტივისათვის ქვემოთ მოყვანილ დავალებებში  $n=6$ .

1. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს  $A_k^{(n)}$ ,  $k=1, 2$  მატრიცის ფორმირებას (3) ფორმულების მიხედვით. იპოვეთ მიღებული მატრიცების შებრუნებული გაუსის მეთოდით. მატრიცის შებრუნების პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, \text{osp}$ ), სადაც  $a$  შესაბრუნებელი მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია.  $n$  მატრიცის რიგი,  $\text{osp}$  — შებრუნებულ მატრიცის ელემენტების აღმნიშვნელი იდენტიფიკატორია. ამობეჭდეთ  $A_1^{-1}$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტები და  $A_2^{-1}$  მატრიცის პირველი და უკანასკნელი სტრიქონები.

პასუხი:  $D(0.3298, 5.4057, 3.9971, -6.8349, -5.5090, -0.1397)$ ;  
 $T_1(-0.7813, -1.4928, 6.8374, 5.6993, 8.2512, 8.2583)$ ;  
 $T_6(0.0804, 0.2504, -0.4353, -0.2437, 1.0944, 1.0289)$ .

2. შეასრულეთ პირველი დავალება, ისე, რომ არ გამოიყენოთ პროცედურის ოპერატორი, ე. ი. მატრიცების შებრუნების პროგრამა ჩართეთ ციკლში. ამობეჭდეთ  $A_1^{-1}$ -ის პირველი სტრიქონისა და  $A_1^{-1}$ -ის მეექვსე სტრიქონის შესაბამისი ელემენტების შეკრებით მიღებული ვექტორი

პასუხი:  $(0.4102, 5.0905, -0.8879, 4.0561, 2.7411, 0.7894)$ .

3. შეადგინეთ  $A_k$  ( $k=3, 4, 5$ ) მატრიცების (3) ფორმულის მიხედვით აგების პროგრამა; შეაბრუნეთ მიღებული მატრიცები გაუსის

მეთოდით. პროგრამამ გაითვალისწინოს  $A_4$  მატრიცების მანქანის მეხსიერებაში შენახვა შებრუნების შემდეგაც. ამობეჭდეთ  $A_3$  მატრიცისა და  $A_5^{-1}$  მატრიცების შესაბამისი დიაგონალური ელემენტების ჯამები.

აკრეთვე  $A_1^{-1}$  და  $A_2$  მატრიცების პირველი სტრიქონების შესაბამისი ელემენტების გამოკლებით მიღებული ვექტორი.

პასუხი: (17 0815, 24.0534, -75.3921, 17.8360, -16.6705, 0,0342);  
(0.1902, -2.0027, -2.1669, -2.0330, 0.8575, 1.0257).

4. შეასრულეთ მესამე დავალება ისე, რომ გაითვალისწინოთ მატრიცის შებრუნების შესაძლებლობის შემოწმება. მესამე დავალებაში მოთხოვნილ სიდიდეებთან ერთად დაბეჭდეთ თითოეული მატრიცის დეტერმინანტი.

პასუხი:  $|A_2| = 0,1546 \cdot 10^{-2}$ ,  $|A_4| = 0,1080$ ,  $|A_5| = -0,2795 \cdot 10^{-2}$ .

5. შეადგინეთ პროგრამა  $A_k$  ( $k=6, 7, 8$ ) მატრიცების ფორმირებისა (3) ფორმულების საშუალებით. პროგრამაში აღწერეთ გაუსის მეთოდით მატრიცის შებრუნების პროცედურა, ფორმალური პარამეტრებით  $a, n$ . ამობეჭდეთ  $A_6^{-1}$ -ის პირველი სტრიქონი,  $A_7^{-1}$ -ის პირველი სვეტი და  $A_8^{-1}$ -ის დიაგონალური ელემენტები.

პასუხი: (3.0844, 2.4803, -0.2023, -3.0417, -4.4893, 3.5541);  
(-1.4943, 1.0012, -2.0908, 1.0162, -6.7977, -0.1006);  
(0.1719, 0.5113, -9.0900, 3.2053, 0 5374, -19.0490).

6. შეასრულეთ მეხუთე დავალება  $k=9; 10$  მნიშვნელობები სათვის. ამობეჭდეთ  $A_9$  მატრიცის უკანასკნელი სტრიქონი,  $A_9^{-1}$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტები და  $A_{10}^{-1}$  მატრიცის პირველი სვეტი.

პასუხი: (0.6142, 0,6299, -0,4991, -0.5367, 0.4507, 0.4849);  
(-1.0552, 0.2416, 1.4601, 2.1871, --0.0 45, 7.1486);  
(-0.8941, -0.1630, -1.3824, -0.1371, -0.2355, -0.0402).

7. (3) ფორმულის მიხედვით შეადგინეთ მატრიცა, თუ  $k=11$ . აპოვეთ შებრუნებული მატრიცა და დაბეჭდეთ მისი მეორე სვეტი.

პასუხი: (0,1484 · 10<sup>3</sup>, -0,1117 · 10<sup>3</sup>, 0,2245 · 10<sup>3</sup>, -0,2206 · 10<sup>3</sup>,  
0,1973 · 10<sup>3</sup>, -0,2349 · 10<sup>3</sup>).

8. აავით მატრიცები (3) ფორმულის მიხედვით  $k=12, 13, 14$  მნიშვნელობებისათვის, ამასთან მატრიცის აგების პროცესი გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n$ ). აპოვეთ მიღებული მატრიცების შებრუნებული მატრიცა გაუსის მეთოდით. დაბეჭდეთ  $A_{12}^{-1}$  მატრიცის მესამე სვეტისა,  $A_{13}^{-1}$  მეხუთე სვეტისა და  $A_{14}^{-1}$ -ის პირველი სტრიქონის შესაბამისი ელემენტების ნამრავლთა ჯამი

პასუხი: 87.1116,

9. ააგეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=15$ . შეადგინეთ მიღებული მატრიცის უბრუნების პროცედურა გაუსის მეთოდით. დაბეჭდეთ უბრუნებული მატრიცის მეხუთე სტრიქონი.

პასუხი:  $(-0.4385, -1.8886, -0.0785, 1.1419, -0.5916, -0.3032)$ .

10. შეასრულეთ მეცხრე დავალება, თუ  $k=16$ .! დაბეჭდეთ უბრუნებული მატრიცის მეორე სვეტი.

პასუხი:  $(-0.4048 \cdot 10^3, -0.7322 \cdot 10^4, -0.9223 \cdot 10^5, 0.4777 \cdot 10^6, -0.9195 \cdot 10^7, 0.9496 \cdot 10^8)$ .

11. ააგეთ მატრიცები (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=17, 18, 19$ . მატრიცების ფორმირების პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა  $(a, n)$  ფორმალური პარამეტრებით. გამოთვალეთ მიღებული მატრიცების უბრუნებული მატრიცები გაუსის მეთოდით. დაბეჭდეთ  $A_{17}^{-1}$  მატრიცის მეხუთე სტრიქონისა და  $A_{19}^{-1}$  მატრიცის მეორე სვეტის შესაბამისი ელემენტების ნამრავლთა ჯამი და  $A_{19}^{-1}$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტები.

პასუხი: 1) 79.6957;

2)  $(-0.4210, -3.0747, -1.5878 \cdot 10^3, 1.7980 \cdot 10^4, -3.0575, -0.2552 \cdot 10^5)$ .

12. შეასრულეთ მეთერთმეტე დავალება  $k=20, 21, 22$  მნიშვნელობებისათვის. მეთერთმეტე დავალებისაგან განსხვავებით, დაბეჭდეთ ყველა უბრუნებული მატრიცის დიაგონალური ელემენტების ჯამი.

პასუხი:  $-304,9880$ .

13. შეასრულეთ პირველი დავალება ნაცვლად (3)-ისა, (4) ფორმულებით.

პასუხი:  $(-1.9652, 5.7835, -3,1510, 6.5186, -0.9292, -0.1458)$ ;

$(0,1150, 0.1453, -0,0150, -0,0289, 1.0056, -0.9997)$ -  
 $(0.0380, 0.1495, -0.4279, -1,3429, 1.3146, -0,1628)$ -

14. შეასრულეთ მეორე დავალება. გამოთვლები ჩაატარეთ (4) ფორმულებით.

პასუხი:  $(-1.9272, -0.0824, -0.9323, -1.9013, 3.2026, -0.0168)$ .

15. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს  $A_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) მატრიცების ფორმირებას (4) ფორმულის მიხედვით.  $A_k$  მატრიცის იგების პროცესი გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $k, n, a$ ), სადაც  $k$  მატრიცის ნომერია, შეადგინეთ

მიღებული მატრიცების შებრუნების პროგრამა. დაბეჭდეთ  $A_1^{-1}$  მატრიცის პირველი სვეტი;  $A_2^{-1}$  მატრიცის მეორე სტრიქონი;  $A_3^{-1}$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტები.

პასუხი:  $(-1.9652, -3.7709, -2.6401, 3.1444, 5.9473, 2.1497)$ ;  
 $(-0.8520, -0.7522, -0.0667, -0.1463, 0.4918, -0.3230)$ ;  
 $(0.1381, 0.4205, -0.6719, -1.0661, -3.0498, 1.4556)$ .

16. შეადგინეთ პროგრამა  $A_k$  ( $k=4,5$ ) მატრიცების ფორმირებისა (4) ფორმულების მიხედვით. მატრიცის ელემენტების გამოთვლის პროცესი გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $k, n, a$ ). იპოვეთ მიღებული მატრიცების შებრუნებული. დაბეჭდეთ  $A_k$  და  $A_k^{-1}$  მატრიცების პირველი სტრიქონების შესაბამისი ელემენტების ჯამები.  $A_5^{-1}$  მატრიცის მესამე სვეტი.

პასუხი:  $(-0.6410, -1.3397, 0.6521, 0.3249, -0.6580, 0.7190)$ ;  
 $(-0.2471, -0.3128, -1.7150, -0.2356, -1.7593, -0.1988)$ .

17. შეასრულეთ მეთექვსმეტე დავალება, თუ  $k=6,7$

პასუხი:  $(-0.9141, -0.3865, 2.1368, 0.8500, 1.2844, -0.1560)$ ;  
 $(1.1601, 0.2214, 2.1029, -0.1293, 0.8285, -0.3445)$ .

18. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც განახორციელებს:

1)  $A_k$  ( $k=8,9$ ) მატრიცების ფორმირებას (4) ფორმულის მიხედვით.

2) მიღებული მატრიცის შებრუნებას.

დაბეჭდეთ: ა) ვექტორი, რომლის ელემენტებს წარმოადგენს  $A_9^{-1}$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტების კვადრატები. ბ) ვექტორი, რომლის ელემენტებია  $A_9^{-1}$  მატრიცის მესამე სტრიქონის ელემენტების აბსოლუტური სიდიდეებიდან კვადრატული ფესვის არითმეტიკული მნიშვნელობები.

პასუხი: ა)  $(0,1257 \cdot 10^{-3}, 0,1194 \cdot 10^{-3}, 0,2706 \cdot 10^1, 0,1583 \cdot 10^0, 0,3038 \cdot 10^1, 0,5741 \cdot 10^1)$ ;  
 ბ)  $(7.4739, 8.9877, 6.0638, 5.6929, 10.1484, 9.5404)$ .

19. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს;

1)  $A_k$  ( $k=10, 11$ ) მატრიცის ფორმირებას (4) ფორმულის მიხედვით. მატრიცის ფორმირების პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ( $k, n, a$ ) ფორმალური პარამეტრებით;

2) იპოვეთ მიღებული მატრიცების შებრუნებულები;

3) დაბეჭდეთ: ა)  $A_{10}^{-1}$  მატრიცის შესამე სვეტი;

ბ)  $A_{11}^{-1}$  მატრიცის შესამე სტრიქონი.

პასუხი: ა)  $(-4.8230, 0.1117, -0.05873, 0.3319, 0.6407,$   
 $-2.7321)$ ;

ბ)  $(1.5381, 3.2897, 2.0456, 0.4176, 0.3251, 0.1449)$ .

20. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს:

1)  $A_k$  ( $k=12, 13$ ) მატრიცების ფორმირებას (4) ფორმულას მიხედვით.

2) შეადგინეთ მატრიცის შებრუნების პროცედურა გაუსის მეთოდით, რომლის ფორმალური პარამეტრებია ( $a, n, \alpha$ ).

3) დაბეჭდეთ: ა)  $A_{12}^{-1}$  მატრიცის დიაგონალური ელემენტები;

ბ)  $A_{13}^{-1}$  მატრიცის უკანასკნელი სვეტი.

პასუხი: ა)  $(2.2832, -7.2982, -0.1616, 0.7231, -1.1798,$   
 $-2.4276)$ .

ბ)  $(-0.07094, 1.7948, 1.3829, -0.05909, -0.9957,$   
 $-0.3139)$ .

21. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს:

1)  $A_k$  ( $k=14, 15, 16$ ) მატრიცების ფორმირებას (4) ფორმულის მიხედვით. მატრიცის ფორმირების პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ( $k, n, a$ ) ფორმალური პარამეტრებით;

2) შეაბრუნეთ მიღებული მატრიცები გაუსის მეთოდით;

3) დაბეჭდეთ: ა) ვექტორი, რომლის ელემენტები წარმოადგენს  $A_{14}^{-1}$  მატრიცის მეოთხე სვეტის ელემენტებს. ბ)  $A_{15}^{-1}$  და  $A_{16}^{-1}$  მატრიცების პირველი სტრიქონების შესაბამისი ელემენტების ჯამს.

პასუხი: ა)  $(-7.8066, 4.5400, -2.4132, 0.3042, -8.8448,$   
 $-9.1788)$

ბ)  $(-2.3043, -170.8555, -227.7060, -103.9056,$   
 $2.9565, 7.6758)$ .

22. შეადგინეთ პროგრამა; რომელიც მოახდენს (3) ფორმულით მოცემული მატრიცის ფორმირებას  $k=5$  მნიშვნელობისათვის. აპოვეთ მიღებული მატრიცის შებრუნებული და აჩვენეთ, რომ აგებული მატრიცისა და მისი შებრუნებული მატრიცის ნამრაველი ერთეულოვანი მატრიცაა.

23. მოახდინეთ 22-ე დავალებაში მატრიცის ფორმირება (4) ფორმულით.

24. შეადგინეთ პროგრამა,  $A_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) მატრიცის ფორმი-

რებისა (3) ფორმულის მიხედვით. ამოხვეწეთ მიღებული მატრიცების დეტერმინანტები.

პასუხი: 0.1729, 0.0708, 0.1646 · 10<sup>-3</sup>.

25. პირველ დავალებაში მატრიცის ფორმირების პროგრამა აღწერეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, k$ ).

26. აღწერეთ ოცდამეოთხე დავალებაში დეტერმინანტის გამოთვლის პროგრამა, როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, def$ ), სადაც  $def$  დეტერმინანტის სიდიდის აღმნიშვნელი ფორმალური პარამეტრია.

27. მოახდინეთ (3) ფორმულის მიხედვით  $A_k$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ) მატრიცების ფორმირება. გამოთვალეთ შესაბამისი დეტერმინანტები და იპოვეთ მათი ჯამი.

პასუხი: 0.3553.

28. ოცდამეშვიდე დავალებაში დეტერმინანტის გამოთვლის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, def$ ).

29. შეასრულეთ ოცდამეშვიდე დავალება  $k=5, 6, 7$  მნიშვნელობებისათვის.

პასუხი: 0.6263.

30. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=5, 6, 7, n=6$ . დაბეჭდეთ მიღებული მატრიცების დეტერმინანტები.

პასუხი:  $-0.00279, 0.07241, 0.5567$ .

31. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მოახდენს  $A_k$  ( $k=8, 9, 10$ ) მატრიცების ფორმირებას (3) ფორმულის მიხედვით, გამოთვალეთ შესაბამისი დეტერმინანტები. დეტერმინანტის გამოთვლის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, def$ ). დაბეჭდეთ: 1)  $A_8$  მატრიცის მარჯვენა ზემო კუთხეში ძღვოში მდებარე რიგის მატრიცა.

2)  $A_9, A_9, A_{10}$  მატრიცების დეტერმინანტები.

პასუხი: 1)  $\begin{pmatrix} 0.5633, & -0.2952 \\ -0.4090, & 0.4751 \end{pmatrix}$ .

2)  $-0.01397$ .

$0.03767$ .

$0.03275$ .

32. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=-11$ . დაადგინეთ მიღებული მატრიცის შეპარუნების შესაძლებლობა. დეტერმინანტი ჩათვალეთ ნულად, თუ მისი აბსოლუტური მნიშვნელობა ნაკლებია  $10^{-3}$ -ზე.

პასუხი: შესაძლებელია.



33. შეასრულეთ 32-ე დავალება  $k=12$  მნიშვნელობისათვის.

პასუხი: შესაძლებელია.

34. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=13$  და დაადგინეთ მიღებული მატრიცის შებრუნების შესაძლებლობა. დეტერმინანტის სიდიდე ჩათვალეთ ნულად, თუ მისი აბსოლუტური სიდიდე ნაკლებია  $10^{-5}$ -ზე. დაბეჭდეთ დეტერმინანტის მნიშვნელობა.

პასუხი:  $0,6291 \cdot 10^{-4}$ .

35. გამოთვალეთ დეტერმინანტები (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=14, 15, 16$ . დეტერმინანტების გამოთვლის პროგრამა გააფორმეთ, როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, del$ ). დაბეჭდეთ თითოეული დეტერმინანტის მნიშვნელობა.

პასუხი:  $-0,1832 \cdot 10^{-5}$ ,  $-0,1814 \cdot 10^{-4}$ ,  $-0,6037 \cdot 10^{-5}$ .

36. შეადგინეთ მატრიცები (3) ფორმულის მიხედვით  $k=14, 15, 16, 17$  მნიშვნელობებისათვის და დაადგინეთ მიღებული მატრიცების შებრუნების შესაძლებლობა; დეტერმინანტის სიდიდე ჩათვალეთ ნულის ტოლად, თუ მისი მნიშვნელობის აბსოლუტური სიდიდე ნაკლებია  $10^{-6}$ -ზე.

პასუხი: 1) არაა შესაძლებელი; 2) შესაძლებელია; 3) არაა შესაძლებელი; 4) არაა შესაძლებელი.

37. გამოთვალეთ დეტერმინანტები (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k=18, 19, 20, 21, 22$ . დაბეჭდეთ მიღებულ დეტერმინანტებს შორის მაქსიმალური და მინიმალური შესაბამის  $k$ -სთან ერთად.

პასუხი:  $0,1444 \cdot 10^{-5}$ ,  $k=22$ ;  $-0,5178 \cdot 10^{-5}$ ,  $k=18$ .

38. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით  $k=23$  მნიშვნელობისათვის. დაბეჭდეთ  $A_{23}$  მატრიცის  $a_{12}$ ,  $a_{53}$ ,  $a_{66}$  ელემენტები. იპოვეთ მიღებული მატრიცის დეტერმინანტი.

პასუხი:  $a_{12}=0,7581$ ,  $a_{53}=0,5874$ ,  $a_{66}=-0,5179$ .  $del A_{23} = -0,1668 \cdot 10^{-5}$ .

39. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, თუ  $k=24$  და დაბეჭდეთ მარჯვენა ქვედა კუთხეში მდგომი მესამე რიგის მატრიცა. იპოვეთ  $A_{24}$  მატრიცის დეტერმინანტი.

პასუხი: 
$$\begin{pmatrix} 0,6044 & -0,4333 & -0,4515 \\ -0,5936 & 0,3293 & 0,4939 \\ 0,5729 & 0,2170 & -0,5152 \end{pmatrix}$$
$$del A_{24} = 0,1747 \cdot 10^{-5}$$

40. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, თუ  $k=25$

და დაბეჭდეთ მიღებული მატრიცის მარცხენა ზედა კუთხეში მდგომი მესამე რიგის მატრიცა. იპოვეთ მატრიცის დეტერმინანტი და დაბეჭდეთ მისი მნიშვნელობა.

$$\text{პასუხი: } \begin{pmatrix} -0,9394 & 0,7590 & -0,3219 \\ 0,9303 & -0,7280 & -0,2686 \\ -0,9199 & 0,6929 & 0,4086 \end{pmatrix}$$

$$\det A_{26} = 0,1482 \cdot 10^{-5}.$$

41. შეადგინეთ მატრიცა (3) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k = 26, 27, 28$ . დაბეჭდეთ თითოეული მატრიცის დეტერმინანტები: აგრეთვე მესამე სტრიქონის და მე-ითხე სვეტის გადაკვეთაზე მდგომი ელემენტები.

$$\text{პასუხი: } \det A_{16} = 0,2936 \cdot 10^{-6}, \det A_{17} = 0,1913 \cdot 10^{-6},$$

$$\det A_{18} = 0,1628 \cdot 10^{-6},$$

$$-0,6048, -0,6043, -0,6038.$$

42.  $42+i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 8$ ). შეასრულეთ  $42+i$  ( $i=0, 1, \dots, 8$ ) დავალებები, გამოთვლები ჩაატარეთ (4) ფორმულის მიხედვით.

$$\text{პასუხი: } 1) 0,8428 \cdot 10^{-1}, 2) -0,3348, 3) -0,4786.$$

$$43. 0,0629.$$

$$44. -0,7237.$$

$$45. -0,6013, -0,1904, 0,0679.$$

$$46. \begin{pmatrix} -0,4277 & 0,5443 \\ 0,5570 & -0,4871 \end{pmatrix}, 0,09579, 0,5583 \cdot 10^{-2}, 0,1275 \cdot 10^{-1}.$$

$$47. \text{შესაძლებელია;}$$

$$48. \text{შესაძლებელია;}$$

$$49. \text{შესაძლებელია, } 0,9586.$$

$$50. 0,6997 \cdot 10^{-2}, 0,1513 \cdot 10^{-2}, 0,8647 \cdot 10^{-5}.$$

51. შეადგინეთ მატრიცა (4) ფორმულის მიხედვით, როცა  $k = 15, 16, 17$ . მატრიცის ფორმირების პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა. გამოიკვლიეთ მიღებული მატრიცების შებრუნების შესაძლებლობა. დეტერმინანტი ჩათვალეთ ნულად, თუ მისი მნიშვნელობა ნაკლებია  $10^{-6}$ -ზე. დადებითი პასუხის შემთხვევაში დაბეჭდეთ ამ მატრიცის  $k$  ინდექსი და დეტერმინანტი მნიშვნელობა.

$$\text{პასუხი: } K=15, \det A_{15} = 0,1513 \cdot 10^{-2}.$$

განვიხილოთ არაგანსაკუთრებული მატრიცა

$$A_n = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

აღვნიშნოთ

$$A_1 = (a_{11}), \quad A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{11} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdots$$

განვიხილოთ მატრიცა  $A_3$  როგორც  $A_2$  მატრიცის მოპარუიებით მიღებული მატრიცა

$$A_3 = \left( \begin{array}{c|c} A_2 & \begin{matrix} a_{13} \\ a_{23} \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} a_{31} & a_{32} \end{matrix} & a_{33} \end{array} \right),$$

ასევე

$$A_4 = \left( \begin{array}{c|c} \begin{matrix} A_3 \\ \hline a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{matrix} & \begin{matrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix} & a_{44} \end{array} \right),$$

და საზოგადოდ

$$A_n = \begin{pmatrix} A_{n-1} & U_n \\ V_n & a_{nn} \end{pmatrix},$$

სადაც

$$A_{n-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n-1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,n-1} \end{pmatrix},$$

$$U_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n-1,n} \end{pmatrix}, \quad V_n = (a_{n1} \ a_{n2} \ \cdots \ a_{n,n-1})$$

$A_n^{-1}$  მატრიცა ვეძებთ აგრეთვე მოპარუიებული მატრიცის სახით

$$A_n^{-1} = \begin{pmatrix} p_{n-1} & r_n \\ q_n & \frac{1}{a_n} \end{pmatrix},$$

სადაც  $p_{n-1}$   $n-1$  რიგის მატრიცაა,  $q_n$  — ვექტორ-სტრიქონი, ხოლო  $r_n$  — ვექტორ-სვეტი.

შებრუნებული მატრიცის განმარტების თანახმად:

$$A_n A_n^{-1} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

სადაც  $E$  არის  $n-1$  რიგის ერთეულოვანი მატრიცა, მარჯვენა ზედა კუთხეში მდგომი  $0$  აღნიშნავს  $n-1$  რიგის ნულოვან სვეტ-ვექტორს, ხოლო მარცხენა ქვედა კუთხეში მდგომი  $0$  კი  $n-1$  რიგის ნულოვან სტრიქონ-ვექტორს.

ზოგიერთი გარდაქმნების შემდეგ ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{-A_{n-1}^{-1} U_n}{a_n}, \quad a_n = a_{nn} - V_n A_{n-1}^{-1} U_n, \\ q_n &= \frac{-V_n A_{n-1}^{-1}}{a_n}, \quad p_{n-1} = A_{n-1}^{-1} + \frac{A_{n-1}^{-1} U_n V_n A_{n-1}^{-1}}{a_n} \end{aligned} \quad (5)$$

შეშასაღამე,  $A_n$  მატრიცის შებრუნებული მატრიცა იქნება

$$A_n^{-1} = \begin{pmatrix} A_{n-1} + \frac{A_{n-1}^{-1} U_n V_n A_{n-1}^{-1}}{a_n} & -\frac{A_{n-1}^{-1} U_n}{a_n} \\ \frac{-V_n A_{n-1}^{-1}}{a_n} & \frac{1}{a_n} \end{pmatrix}.$$

როგორც ვხედავთ, იმისათვის, რომ ვიპოვოთ  $A_n^{-1}$  მატრიცა, ჩვენ უნდა ვიცოდეთ  $A_{n-1}^{-1}$ . ამ უკანასკნელი მატრიცის შესადგენად კი  $A_{n-2}^{-1}$  და ა. შ. თუ  $\Delta = \det A_2 \neq 0$ , გვექნება

$$A_2^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{a_{22}}{\Delta} & -\frac{a_{12}}{\Delta} \\ -\frac{a_{21}}{\Delta} & \frac{a_{11}}{\Delta} \end{pmatrix}.$$

ახლა

$$A_3^{-1} = \begin{pmatrix} p_3 & r_3 \\ q_3 & \frac{1}{a_3} \end{pmatrix}.$$

(5) ფორმულებში დავუშვათ  $n=3$ . მივიღებთ  $P_3, r_3, q_3$  და  $\frac{1}{a_3}$  მნიშვნელობებს. გვექნება:

$$P_3 = A_3^{-1} + \frac{A_3^{-1} U_3 V_3 A_3^{-1}}{a_3}, \quad r_3 = -\frac{A_3^{-1} U_3}{a_3}, \quad q_3 = -\frac{V_3 A_3^{-1}}{a_3},$$

$$a_3 = a_{33} - V_3 A_3^{-1} U_3, \quad U_3 = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{pmatrix}, \quad V_3 = (a_{31}, a_{32}).$$

ვით რა  $A_3^{-1}$ , ვიპოვიოთ  $A_3^{-1}$  და ა. შ.

#### § 4. მატრიცის უპირატესობის პროგრამა მოარშიების მეთოდით

პროგრამა შედგენილია ფორტრან ენაზე და მას ტექსტუროვ თან ახლავს ახსნა-განმარტებები კომენტარების სახით.

C მატრიცის შებრუნების პროგრამა მოარშიების მეთოდით, რომელიც გაფორმებულია ქვეპროგრამის სახით:

```
SUBROUTINE INVMAT (A, U, V)
  DIMENSION A (N, N), U (M), V (M)
```

C სადაც  $M=N-1$

```
A (1, 1)=1 / A (1, 1)
```

C მივიღეთ პირველი რიგის მატრიცის შებრუნებული, რომლის

C მოარშიებითაც მიიღება მომდევნო ეტაპი:

```
DO 1 I=2, N
```

C ეს არის ძირითადი ციკლი, რომელიც ახდენს მომდევნო  $n$ -ური

C ეტაპის მოარშიების:

```
L=I-1
```

```
DO 2 K=1, L
```

```
U (K)=0
```

```
V (K)=0
```

C  $U (K)$  სვეტ-მატრიცაა,  $V (K)$  — სტრიქონ-მატრიცა, რომლებიც

C ახდენენ წინა ეტაპზე მიღებულ შებრუნებულ მატრიცის მოარ-

C შიებას. (5) ფორმულებში  $r_n, q_n$  აღნიშვნების მაგივრად ვიყენებთ

C  $U (K), V (K)$  ინდეტიფიკატორებს:

```
DO 3 J=1, L
```

```
U (K)=U (K)-A (K, J) * A (J, 1)
```

```
3 V (K)=V (K)-A (J, K) * A (I, J)
```

```
2 CONTINUE.
```

C შემდეგ ეტაპზე ვახდენთ მთარშიებული მატრიცის უკანასკნელი  
C დიაგონალური ელემენტის პოვნას.

$$C = 0$$

$$DO 5 J = 1, L$$

$$5 C = C + V(J) * A(J, I)$$

$$A(I, I) = 1 / (A(I, I) - C)$$

C ამ ეტაპზე (5) ფორმულების მიხედვით ხდება  $i$ -ური ეტაპის შგ-  
C ბრუნებული მატრიცის საბოლოო უორშიობა:

$$DO 11 K = 1, L$$

$$DO 11 J = 1, L$$

$$11 A(K, J) = A(K, J) + U(K) * V(J) * A(I, I)$$

$$DO 12 K = 1, L$$

$$A(K, I) = U(K) * A(I, I)$$

$$12 A(I, K) = V(K) * A(I, I)$$

1 CONTINUE

C მთარშიების პროცესის დასასრული, შებრუნებული მატრიცა მი-  
C იღება ისევ  $A$  მატრიცაში:

RETURN

END.

### დავალება

შეადგინეთ მატრიცის შებრუნების პროგრამა მთარშიების მეთოდით და გააფორმეთ იგი როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $A, n$ , ОБРАТНАЯ) მიღებული პროგრამით მოახდინეთ ქვემოთ მოყვანილი მატრიცებიდან  $i$ -ური მატრიცის შებრუნება. (იხ. ცხრილი გვ. 239) პროგრამის შედგენის დროს გაითვალისწინეთ:

1)  $i=1$  მაგალითში შებრუნებული მატრიცის დიაგონალური ელემენტების ამობეჭდვა;

2)  $i$ -ური მატრიცის ( $i=2, 3, 4, 5, 6$ ) შებრუნებული მატრიცის  $i$ -ური სტრიქონის ამობეჭდვა;

3)  $i$ -ური მატრიცის ( $i=7, 8, 9, 10, 11, 12$ ) შებრუნებული მატრიცის ( $i=6$ )-ე სვეტის ამობეჭდვა;

4)  $12+i$  — ნომრიან მატრიცებში ( $i=1, 2, \dots, 12$ ) შეასრულეთ პირველი, მეორე და მესამე დავალება;

5)  $24+i$  ( $i=1, 2, \dots, 12$ ) — ნომრიან მატრიცებში შეასრულეთ პირველი, მეორე და მესამე დავალება;

6) შეადგინეთ მატრიცის შებრუნების პროგრამა მთარშიების მეთოდით. შეაბრუნეთ ოცდამეჩვიდმეტე მატრიცა. დაბეჭდეთ შებრუნებული მატრიცის დიაგონალური ელემენტები;

7) შეიღვინეთ მატრიცის უებრუნების პროგრამა მოაზრებებს მეთოდით. მიღებული პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით ( $a, n, \text{ONPAHAY}$ ) მიღებული პროგრამით შეაბრუნეთ  $38+i$  — ნომრიანი მატრიცები ( $i=0, 1, 2$ ). დაბეჭდეთ  $38+i$  — ნომრიანი მატრიცის  $i$  რი სტრიქონი.

ცხრილი

№	A						პასუხი
1	49,6203	-1,2346	1,2037	4,2293	9,1542	-0,1524	0,2039 · 10 <sup>-1</sup>
	5,1988	112,3299	8,3219	6,2181	7,2287	17,8759	0,9285 · 10 <sup>-2</sup>
	-6,4622	9,8019	50,1897	-28,9766	17,4023	5,3750	0,1917 · 10 <sup>-1</sup>
	11,7132	4,8318	-9,6660	66,2804	-10,6256	14,9136	0,2000 · 10 <sup>-1</sup>
	3,4597	-15,8202	27,3145	32,1420	-54,1889	13,9683	-0,1757 · 10 <sup>-1</sup>
1,9161	6,3083	4,9608	7,5691	17,3092	121,2973	0,8440 · 10 <sup>-2</sup>	
2	80,1392	-1,5279	9,8448	13,2515	6,7742	6,5827	-0,1649 · 10 <sup>-2</sup>
	13,3830	53,4640	7,2174	-9,6317	4,2688	-2,6669	0,1565 · 10 <sup>-1</sup>
	10,3665	-19,7354	39,6069	13,6462	7,4162	3,8799	-0,3512 · 10 <sup>-2</sup>
	-9,0670	17,1615	4,8281	46,3447	-4,9351	7,9544	0,4716 · 10 <sup>-2</sup>
	15,3695	-8,8772	-17,9785	-22,4097	56,5536	2,6896	-0,1814 · 10 <sup>-2</sup>
3,4239	15,0274	29,1603	2,4120	-8,4804	43,2581	0,6229 · 10 <sup>-2</sup>	
3	121,4899	6,4513	18,7946	-5,5405	12,7213	37,5741	-0,1368 · 10 <sup>-2</sup>
	-34,9688	53,6371	-3,4448	6,4288	-15,0002	14,1647	0,9226 · 10 <sup>-2</sup>
	10,4914	-28,0525	47,1651	10,3724	13,7696	27,6030	0,1753 · 10 <sup>-1</sup>
	-14,6597	35,2117	60,1245	-93,7175	2,7976	8,9060	0,4494 · 10 <sup>-2</sup>
	2,6702	-17,7792	-6,1423	8,4229	43,4448	7,4916	-0,3397 · 10 <sup>-2</sup>
-6,3304	9,0037	3,5087	-9,8604	5,3649	30,6960	-0,1846 · 10 <sup>-1</sup>	
4	33,4288	0,7047	7,1178	1,5208	6,6957	13,1874	-0,7618 · 10 <sup>-2</sup>
	14,1623	31,5130	-2,1079	9,5038	3,4926	-2,5071	0,3723 · 10 <sup>-2</sup>
	-1,7179	12,5837	49,7497	-2,2244	1,1791	6,9542	0,1759 · 10 <sup>-2</sup>
	6,1820	-6,1003	0,9744	25,3522	-10,9779	7,7379	0,3713 · 10 <sup>-1</sup>
	0,5129	7,9506	-5,1050	5,0637	42,5253	-1,6657	0,9756 · 10 <sup>-2</sup>
-1,7749	5,2053	2,7652	11,1780	-5,6319	40,6706	-0,4276 · 10 <sup>-2</sup>	
5	57,2998	-33,2570	2,3158	5,1929	0,2733	8,8414	0,2620 · 10 <sup>-2</sup>
	32,1918	45,5063	1,5711	7,1003	0,7074	2,2491	-0,1096 · 10 <sup>-1</sup>
	-0,3248	-1,2530	-27,9606	9,5959	2,2041	4,7958	0,3641 · 10 <sup>-2</sup>
	9,7484	12,2688	5,9226	-34,1577	19,2703	0,8490	0,1045 · 10 <sup>-1</sup>
	3,7514	19,0626	2,4715	15,4112	83,2598	3,5614	0,2344 · 10 <sup>-1</sup>
11,5050	18,6114	-5,6534	1,1726	63,6875	48,2832	0,1213 · 10 <sup>-2</sup>	
6	2,7639	9,6771	-2,6381	6,3862	12,3826	-6,2703	-0,8101 · 10 <sup>-2</sup>
	4,8962	-6,6441	8,6829	7,2766	-4,7765	0,8402	0,1543 · 10 <sup>-2</sup>
	-5,4008	11,7970	-4,4413	2,6493	1,4243	2,2026	0,1586 · 10 <sup>-2</sup>
	2,1176	4,5774	18,2045	-4,9316	30,4653	4,3913	-0,4508 · 10 <sup>-2</sup>
	7,6068	3,5794	-2,0745	1,9433	3,6936	40,2635	0,2380 · 10 <sup>-1</sup>
36,1421	3,0494	-7,0767	2,8098	-7,2122	1,1275	-0,4383 · 10 <sup>-2</sup>	

№	A						პასუხი	
7	-13,1260	0,3806	10 <sup>6</sup>	-4,2072	1,5381	3,6660	-4,8889	0,1817 · 10 <sup>-6</sup>
	9,5630	-1,1149	41,0434	-17,1169	-5,1288	9,4868	0,2627 · 10 <sup>-5</sup>	
	10,4987	6,2023	-12,6582	71,6333	10,4868	-4,4772	-0,1213 · 10 <sup>-6</sup>	
	-2,3856	0,7164	1,9048	-0,5784	31,9890	6,1678	-0,2558 · 10 <sup>-6</sup>	
	9,2061	-2,8171	3,3079	4,9199	0,3066	47,8916	-0,7161 · 10 <sup>-7</sup>	
	47,5364	-3,3445	-1,1747	-9,8300	1,6508	-2,9880	0,1500 · 10 <sup>-6</sup>	
8	-1,8678	30,6440	2,1961	10,6998	-6,9533	1,5262	-0,8845 · 10 <sup>-6</sup>	
	9,1021	-2,7603	41,2546	-2,1978	4,1983	13,6968	0,2228 · 10 <sup>-7</sup>	
	1,2039	5,4400	11,9834	33,5135	8,6964	6,2742	0,2602 · 10 <sup>-1</sup>	
	14,8205	-0,1155	8,6224	6,7923	-49,1031	4,0622	-0,9027 · 10 <sup>-8</sup>	
	-8,9167	60,6389	-9,6279	4,9370	1,2438	-38,5836	0,2700 · 10 <sup>-8</sup>	
	31,6856	-2,9611	0,1682	7,1237	7,3892	-6,9165	-0,7139 · 10 <sup>-8</sup>	
9	-7,3153	46,3772	-1,5751	-3,0952	1,9046	8,8971	-0,4371 · 10 <sup>-8</sup>	
	14,6793	7,1524	78,6281	2,7017	-11,9327	-1,9072	0,5849 · 10 <sup>-8</sup>	
	1,9421	-3,4960	-13,1575	90,8751	2,2878	5,4833	-0,3014 · 10 <sup>-3</sup>	
	12,6405	2,7272	23,1214	-0,9865	79,2578	3,0460	0,1096 · 10 <sup>-1</sup>	
	3,6743	-1,9994	1,4835	2,2604	5,3557	-77,2176	0,2526 · 10 <sup>-3</sup>	
	42,4362	8,7365	-13,2879	0,9048	1,5818	-3,0433	0,2975 · 10 <sup>-3</sup>	
10	5,0474	77,5306	3,3433	9,0490	-3,3462	0,3205	-0,2011 · 10 <sup>-8</sup>	
	8,7549	-3,2036	54,3181	4,8143	7,3158	-4,2917	0,7974 · 10 <sup>-8</sup>	
	-7,4798	5,1286	2,2134	-51,4342	-0,9985	8,3855	-0,1812 · 10 <sup>-8</sup>	
	9,5190	-6,6872	8,7252	-6,4819	75,9725	4,2043	0,2244 · 10 <sup>-6</sup>	
	14,7212	-9,1578	3,0426	0,4259	2,8498	-99,5513	0,1369 · 10 <sup>-8</sup>	
	71,8718	-5,9037	4,3042	2,7159	11,4972	15,1461	-0,3391 · 10 <sup>-6</sup>	
11	2,5077	50,3793	-9,7672	7,8153	19,2983	-3,0422	-0,1337 · 10 <sup>-3</sup>	
	-13,8183	11,3050	-40,8725	5,2537	1,1790	2,2643	0,7185 · 10 <sup>-3</sup>	
	22,2407	17,8630	3,2138	-55,4115	2,7810	3,2730	0,1351 · 10 <sup>-8</sup>	
	8,7558	-3,2589	-4,1926	2,3239	-73,2917	5,3477	0,4665 · 10 <sup>-8</sup>	
	0,6197	-7,2563	7,4143	-8,7631	4,2563	88,6671	0,5667 · 10 <sup>-3</sup>	
	-48,8618	9,1692	-3,9687	4,5415	14,1848	-6,8182	0,1125 · 10 <sup>-1</sup>	
12	7,6278	-54,2749	9,2506	-9,4050	20,7527	9,9477	0,4931 · 10 <sup>-1</sup>	
	-6,4532	8,3039	35,4544	-2,3239	7,1446	4,5343	0,7997 · 10 <sup>-8</sup>	
	5,1553	5,9244	-2,1351	46,7999	8,6741	-5,6200	0,9853 · 10 <sup>-3</sup>	
	3,2606	-16,2886	1,9668	7,1454	-33,9995	-0,7644	-0,8932 · 10 <sup>-3</sup>	
	17,1496	9,0239	9,1300	-3,1633	9,6841	41,8209	-0,9789 · 10 <sup>-3</sup>	
	35,1542	-19,9758	3,7613	12,4900	-4,1659	20,6034	-0,2455 · 10 <sup>-1</sup>	



№	A						მსგებო
13	6,4859	41,9949	0,8486	-1,7752	20,4427	3,0640	-0,7345·10 <sup>-3</sup>
	11,6859	-10,8872	54,9670	2,8351	3,3615	-0,4894	-0,3516·10 <sup>-2</sup>
	-1,1045	4,2941	-1,5699	33,6154	6,1037	1,7369	-0,2063·10 <sup>-2</sup>
	12,9998	-9,2375	4,0658	-19,3037	-73,3742	10,9182	0,1316·10 <sup>-2</sup>
	14,3358	5,5205	-21,9943	-18,1496	0,3273	42,1926	0,3223·10 <sup>-2</sup>
	52,4067	7,9931	-23,3163	0,4282	9,6339	0,3961	-0,7462·10 <sup>-2</sup>
14	4,9341	-48,2494	10,7702	6,5318	-8,6610	-1,2997	0,2387·10 <sup>-1</sup>
	9,2219	14,4061	-45,3021	3,6859	4,2892	12,3584	-0,5570·10 <sup>-2</sup>
	1,5072	17,8842	2,1571	-57,3501	23,9050	4,3951	-0,2716·10 <sup>-2</sup>
	-8,4755	1,7184	0,8252	9,6614	34,1339	1,8813	-0,2549·10 <sup>-2</sup>
	3,9392	0,5501	-1,1329	0,0406	-3,9656	-32,4561	-0,8021·10 <sup>-2</sup>
	66,1084	-8,3710	3,7715	-1,6185	2,5330	9,1767	0,2596·10 <sup>-2</sup>
15	1,2604	41,3530	0,8650	-8,2993	3,0060	-6,4999	0,1300·10 <sup>-2</sup>
	-3,3966	2,6078	-48,1644	0,9075	1,3032	4,7695	-0,2134·10 <sup>-1</sup>
	4,9930	-3,3551	6,7656	39,2991	-14,3261	1,2582	0,4645·10 <sup>-3</sup>
	10,7514	8,7073	-7,6439	8,7561	71,2596	-5,3494	0,1000·10 <sup>-2</sup>
	9,7086	4,6006	1,9262	0,6755	5,7519	-37,4396	-0,3634·10 <sup>-2</sup>
	44,2162	-10,6449	15,1910	0,6386	16,6910	21,5054	-0,1153·10 <sup>-2</sup>
16	18,6321	75,7442	-2,5572	5,4956	9,3487	2,1196	0,5864·10 <sup>-3</sup>
	3,5641	21,1009	51,4041	-15,8240	-5,4032	-9,1669	-0,6759·10 <sup>-2</sup>
	-7,1025	1,6380	6,3175	79,7662	8,3566	5,7663	0,1291·10 <sup>-1</sup>
	3,2774	12,4920	23,8176	-0,9573	49,8521	11,4948	-0,2306·10 <sup>-2</sup>
	21,9773	1,1748	-4,6384	19,8783	15,4977	72,8962	-0,4061·10 <sup>-4</sup>
	-72,3192	18,1804	-12,7581	35,4324	1,2087	31,1931	-0,1267·10 <sup>-2</sup>
17	10,2284	-45,3127	19,4772	1,7697	5,8503	-27,2342	0,2170·10 <sup>-1</sup>
	-15,2016	0,4876	39,6352	10,2488	-13,1850	1,7094	0,2181·10 <sup>-2</sup>
	27,3457	-5,2032	1,6859	83,8116	7,1135	0,5027	0,1222·10 <sup>-2</sup>
	17,7530	31,6512	5,3242	0,3493	49,6513	-1,1456	0,1531·10 <sup>-2</sup>
	41,2481	7,2965	-10,2235	16,8144	33,0829	62,8549	0,1315·10 <sup>-1</sup>
	50,4422	-19,8489	22,2976	18,9633	14,7117	10,8286	-0,2065·10 <sup>-1</sup>
18	5,1497	45,3052	5,4098	-23,1268	32,9081	17,2635	-0,1350·10 <sup>-1</sup>
	-26,6566	8,7680	70,8748	-11,5668	16,6115	33,2986	-0,1931·10 <sup>-2</sup>
	12,4215	12,5834	-1,4330	67,4265	-5,1493	-0,1099	0,3336·10 <sup>-2</sup>
	20,9640	-6,4088	-14,7936	0,3602	71,3708	-14,0525	0,5211·10 <sup>-2</sup>
	0,7069	18,1033	9,4879	3,6334	3,8040	41,5393	0,3254·10 <sup>-1</sup>
	82,5256	-16,3811	1,8547	29,2693	1,1857	-10,1935	-0,1884·10 <sup>-2</sup>

№	A						პასუხი
19	-0,1510	83,1278	17,1587	32,2954	-0,3596	-3,1379	0,1344 · 10 <sup>-2</sup>
	5,6931	-12,8250	70,1998	2,2531	5,2818	14,8716	0,1184 · 10 <sup>-1</sup>
	9,3912	-6,1418	5,1611	-63,8986	1,2251	9,8234	0,2365 · 10 <sup>-2</sup>
	18,3164	33,1610	-21,2900	7,2907	80,3627	0,4959	-0,7973 · 10 <sup>-3</sup>
	1,3530	-5,9042	13,2549	0,6944	-3,8697	79,2362	-0,4493 · 10 <sup>-2</sup>
	76,2841	-8,3136	1,1340	-14,3144	5,2108	20,8067	0,2513 · 10 <sup>-2</sup>
20	-18,1033	82,9930	3,6735	32,8961	43,1034	4,3681	0,6627 · 10 <sup>-2</sup>
	5,3923	14,5980	78,4167	-23,5790	34,3348	9,2315	-0,1017 · 10 <sup>-1</sup>
	15,9859	12,3231	-16,2311	40,6192	1,3252	0,3932	0,2330 · 10 <sup>-1</sup>
	8,2418	17,8928	26,5635	11,1529	-55,2640	1,8649	-0,3687 · 10 <sup>-2</sup>
	0,3146	-7,1262	2,1092	4,9458	8,4455	33,9851	0,1464 · 10 <sup>-2</sup>
	55,7379	15,7417	-2,6047	8,8020	5,1047	-4,3896	0,2913 · 10 <sup>-2</sup>
21	1,9893	-40,1527	21,8827	12,0643	13,0820	11,8737	0,6872 · 10 <sup>-2</sup>
	-16,1049	-3,5583	82,9632	1,1152	6,2395	5,4972	0,4743 · 10 <sup>-2</sup>
	9,9352	17,6305	23,5602	44,4534	29,4449	8,9344	0,2117 · 10 <sup>-2</sup>
	13,8410	33,1098	-9,4972	7,2828	60,3615	10,8912	0,2362 · 10 <sup>-1</sup>
	1,1028	42,1163	-2,1254	4,8662	4,0523	49,2696	-0,6678 · 10 <sup>-2</sup>
	41,5556	1,0782	20,4230	-7,1440	5,8551	21,3615	-0,5900 · 10 <sup>-2</sup>
22	18,9063	-41,3074	18,2680	-6,2941	8,2681	14,1252	-0,1639 · 10 <sup>-2</sup>
	-7,9596	25,8220	-77,8138	0,8996	1,9277	32,6813	0,5032 · 10 <sup>-2</sup>
	16,2084	-12,7262	1,8749	92,9412	6,2170	9,6799	0,1872 · 10 <sup>-2</sup>
	4,5745	7,1268	-9,3210	-5,5574	40,1008	23,3780	-0,1867 · 10 <sup>-2</sup>
	36,1079	1,1642	40,1252	6,8651	3,4706	89,3061	0,2510 · 10 <sup>-1</sup>
	80,2609	11,4813	-13,9737	9,2694	4,3138	-8,3811	-0,1131 · 10 <sup>-2</sup>
23	-14,5687	75,3549	9,7174	6,2530	1,5472	12,5440	0,2805 · 10 <sup>-2</sup>
	33,9062	-2,3163	-44,8615	17,7263	-3,6553	21,4633	-0,4350 · 10 <sup>-2</sup>
	10,1162	8,1253	5,8211	-81,4814	19,3612	8,9560	0,1291 · 10 <sup>-1</sup>
	0,6424	-5,2562	14,2550	15,9763	81,9337	11,4750	0,1636 · 10 <sup>-2</sup>
	6,6776	33,9699	29,8097	2,7492	-7,3667	3,6183	-0,5573 · 10 <sup>-2</sup>
	82,5581	11,8712	-17,6616	41,4527	8,2348	1,3486	0,1933 · 10 <sup>-1</sup>
24	4,4395	40,7324	-13,6081	7,4515	-1,6819	-25,2704	0,2700 · 10 <sup>-1</sup>
	-27,5089	-40,7127	33,4512	11,5883	0,1469	1,5533	-0,1076 · 10 <sup>-1</sup>
	10,3916	2,1440	7,7147	43,5719	2,1666	5,6119	0,1194 · 10 <sup>-1</sup>
	2,4470	-9,4789	1,4445	4,2623	44,4930	12,5186	-0,5454 · 10 <sup>-2</sup>
	-16,3466	6,1440	27,8356	3,2718	0,5961	-41,1853	0,2207 · 10 <sup>-2</sup>
	47,6878	-1,6662	5,0452	40,6717	25,6479	17,3001	-0,2079 · 10 <sup>-1</sup>

№	A						ბ. ბ. ბ. ბ. ბ.
25	10,0496	-46,1653	8,5131	0,9523	-3,9474	-4,1541	0,1391 · 10 <sup>-1</sup>
	15,9147	32,5208	-33,7532	-1,3549	11,1072	2,7426	-0,2745 · 10 <sup>-2</sup>
	-17,8100	2,1981	10,3568	29,3687	1,5961	22,6172	0,5440 · 10 <sup>-2</sup>
	2,5260	39,4888	-0,8431	3,1680	-86,6190	7,6942	0,3015 · 10 <sup>-2</sup>
	4,6133	11,5394	5,1513	2,4396	0,9038	-39,6682	0,7725 · 10 <sup>-3</sup>
	49,1639	12,5530	7,0680	-13,7570	19,8814	4,0583	0,2274 · 10 <sup>-1</sup>
26	4,1025	36,4198	1,0777	-12,9279	8,3261	9,1856	0,2274 · 10 <sup>-1</sup>
	6,4804	-8,2750	39,7703	22,7117	30,6732	-5,1273	0,2561 · 10 <sup>-2</sup>
	10,9754	1,3429	5,2 42	-27,9721	9,8765	0,7533	-0,1132 · 10 <sup>-2</sup>
	18,2621	-14,2334	-1,3038	5,6097	88,4681	2,7330	-0,3921 · 10 <sup>-2</sup>
	-35,6416	-10,6602	4,0706	1,5594	-17,9508	31,9674	-0,1096 · 10 <sup>-1</sup>
	51,5656	-6,3671	5,3694	7,4620	1,5838	-29,4536	-0,5918 · 10 <sup>-2</sup>
27	15,1045	67,3570	4,7694	-8,3488	18,9675	7,3345	-0,047 · 10 <sup>-1</sup>
	29,3489	10,6704	46,0933	12,9813	9,8644	32,2971	0,2501 · 10 <sup>-1</sup>
	4,8135	0,4399	1,1973	29,6291	15,3038	17,7452	-0,9926 · 10 <sup>-2</sup>
	1,9946	26,5716	9,5190	2,1616	36,7482	3,6976	0,1656 · 10 <sup>-1</sup>
	3,5947	1,3506	10,4474	7,0753	11,4118	40,4568	-0,1134 · 10 <sup>-1</sup>
	55,6989	-19,4501	13,9444	7,8678	40,1534	16,7517	-0,9344 · 10 <sup>-2</sup>
28	8,9403	43,4652	3,2993	9,4297	7,8911	14,9346	0,3124 · 10 <sup>-2</sup>
	4,0751	-21,4188	-55,4025	5,3877	9,0509	8,9878	0,7595 · 10 <sup>-2</sup>
	31,4646	0,6707	23,9334	75,8446	26,1115	10,4673	0,1323 · 10 <sup>-1</sup>
	5,5706	0,6333	2,0070	7,7667	6,4884	12,1109	-0,2086 · 10 <sup>-2</sup>
	10,4662	7,5592	4,7684	1,5964	-6,6949	-41,0423	0,3213 · 10 <sup>-2</sup>
	54,6917	12,5724	-9,3903	7,1106	31,2720	10,9236	-0,8812 · 10 <sup>-2</sup>
29	23,1264	40,7534	-1,5355	11,8875	5,2842	-13,8881	0,2296 · 10 <sup>-2</sup>
	-15,3344	1,6402	88,2530	21,4065	2,6556	8,5397	0,1432 · 10 <sup>-2</sup>
	0,3789	10,4632	-3,3795	42,5902	16,3067	1 9222	0,3234 · 10 <sup>-2</sup>
	1,6766	-2,3983	2,1661	0,4992	83,2585	5,1698	0,1148 · 10 <sup>-2</sup>
	9,7291	12,9117	1,7387	-3,9279	8,1506	50,9894	-0,1765 · 10 <sup>-2</sup>
	4,5446	9,1018	12,4132	18,4086	1,2886	1,3538	-0,1098 · 10 <sup>-1</sup>
30	28,4911	-35,7754	1,2719	4,2229	2,5892	0,8991	-0,3006 · 10 <sup>-2</sup>
	0,1026	24,9637	-4,1954	0,4806	17,9284	-6,1083	0,3269 · 10 <sup>-2</sup>
	3,1769	-5,3144	41,7933	15,2621	2,4808	11,2996	-0,1061 · 10 <sup>-2</sup>
	4,8080	-12,2660	0,2542	69,9530	25,6994	5,4783	-0,1839 · 10 <sup>-2</sup>
	27,6803	-32,2549	12,9838	2,5102	50,4415	1,1995	0,8892 · 10 <sup>-2</sup>
	3,3984	-9,4195	4,4622	13,2946	1,0968	87,7880	0,1168 · 10 <sup>-1</sup>

№	A						პასუხი
31	81,0347	15,9140	3 0260	21,3860	33,6884	8,6291	0,1274·10 <sup>-1</sup>
	-5,5607	29,0736	15,2998	38,2061	36,8.40	44,9618	-0.3076·10 <sup>-1</sup>
	42,1159	-15,6997	40,2391	-5,1168	1,9554	22,9446	-0,4749·10 <sup>-1</sup>
	11,9419	0,3295	5,3038	81,7739	9,4277	25,5408	-0,1.05·10 <sup>-1</sup>
	4,8541	-3.7662	11.8252	-7.5013	38,8044	-9,4937	0.1633·10 <sup>-1</sup>
	1,2373	-31,7700	-7,1829	1,2350	18,4503	-48,2004	0,3365·10 <sup>-1</sup>
32	55,8198	-12,1808	9,4662	0,1931	-10,1412	-15,1768	0.1538
	2,0461	27,1842	20.2392	13,9075	21,1277	6,7843	-0.2890
	3,8496	13,8065	-44,3616	11,1642	31,4999	18.5989	0,7503·0 <sup>-1</sup>
	1.7673	33,3591	-2,7006	50,0602	3 5869	-5.2104	0,1748
	9,8700	5,6526	-29.1806	17,9219	5.49.0	1,6641	0,2045
	7,5695	-9,1431	-1,2994	6,3785	2,1944	75,0809	-0,5048·10 <sup>-1</sup>
33	51,9162	10,4959	21,5586	-17,4176	1,6924	5,4523	-0,4815·10 <sup>-2</sup>
	7,5784	61,7884	-15,5508	6,1338	2,7468	-9,8757	0,3512·10 <sup>-1</sup>
	-4,1776	13,7609	78,9424	-0,1867	14,2836	2,9667	0,1174·10 <sup>-1</sup>
	18,5558	7,1338	-9,2003	6,2160	6,2573	-1,3350	0,2834·10 <sup>-1</sup>
	6,8087	-12,8009	5,1712	-3,2916	57,3007	6 6357	0,2741·10 <sup>-1</sup>
	10,4209	7,4954	-8,6778	7,8464	5,1355	61,9049	0,1630·10 <sup>-1</sup>
34	80,4292	-14,1148	6,6780	6,6608	17,9745	0,8953	0,5068·10 <sup>-5</sup>
	5,9523	40,3673	9,9862	-9,9864	1,5511	11,4883	0,5185·10 <sup>-1</sup>
	10,7536	5,5211	52,5114	16,7430	0,5562	-25,2924	-0 7352·10 <sup>-5</sup>
	0,1975·10 <sup>6</sup>	2,9241	5,8472	-39,8453	7,1012	3,9729	0,9759·10 <sup>-6</sup>
	31,8474	7,9627	-17,7932	41,8057	46,5425	-31,1108	-0,1568·10 <sup>-4</sup>
	0,4181	6,0896	-8,4643	19,5031	-23,3458	41,8749	-0,1149·10 <sup>-4</sup>
35	35,8525	17,5269	-25,4235	1.5974	13.2985	7,7608	-0,3878·10 <sup>-1</sup>
	7,1016	41,2397	2,9732	-22,0069	9,1569	4,1019	0,2814·10 <sup>-2</sup>
	-4,0367	2,4612	48,2537	3,9861	-5,6794	0,7397	0,5201·10 <sup>-1</sup>
	10,4932	15,0749	25,1022	-34,4114	29,9282	14,1646	0,7024·10 <sup>-1</sup>
	21,0838	7,6808	-3,5935	7,1403	88,2189	8,6330	0.1321·10 <sup>-1</sup>
	-10,5912	8,2468	0,9970	35,1682	15,7620	50,9825	-0,1062·10 <sup>-1</sup>
36	47,4749	-9,0710	20,8452	11,1886	4,4817	-1,9251	0,2371·10 <sup>-1</sup>
	8,2172	67,9172	3,6844	0,4912	-15,0114	10,7866	-0,3151·10 <sup>-1</sup>
	9,3188	3,6779	32,9163	-6,2731	9,2539	0,1459	0,2313·10 <sup>-1</sup>
	-15,5308	0,2522	14,0091	43,8714	2,7878	1,4025	-0,5419·10 <sup>-1</sup>
	11,3096	19,1249	9,1645	7,5306	67,1523	4,8294	-0,4750·10 <sup>-1</sup>
	5,5300	-6,1045	5,1184	3,1694	2,4835	51,7849	0,1894·10 <sup>-1</sup>

№	A						პასუხი
37	29,1058	11,8277	2,1326	-4,8288	28,9416	3,5930	0,3812 · 10 <sup>-1</sup>
	8,1230	-88,7723	0,6249	11,5383	-10,1436	6,9382	-0,1019 · 10 <sup>-1</sup>
	48,5192	22,1349	84,6251	0,8120	-20,2334	-1,3428	-0,1360 · 10 <sup>-1</sup>
	25,4612	15,4914	10,9366	63,4765	5,0444	19,4695	0,1448 · 10 <sup>-1</sup>
	7,6343	2,2175	-3,2009	8,7862	43,2517	23,9130	0,2811 · 10 <sup>-1</sup>
	2,2351	19,8713	-4,0576	0,9352	7,2282	51,4312	0,1935 · 10 <sup>-1</sup>
38	59,3313	4,1672	14,5908	25,9114	-2,1562	10,7826	0,1279 · 10 <sup>-2</sup>
	-6,9712	42,2725	5,9114	7,9772	14,2005	8,2555	0,1779 · 10 <sup>-1</sup>
	-4,8137	-82,2453	31,3991	-6,6264	0,2750	13,5378	-0,7133 · 10 <sup>-2</sup>
	3,6685	10,3017	38,0052	-41,3711	4,9440	4,1391	0,4534 · 10 <sup>-2</sup>
	18,4028	8,4460	9,0248	13,9576	86,8896	18,2930	-0,3426 · 10 <sup>-2</sup>
	12,5417	-9,2026	7,4960	25,1098	43,7131	-36,6739	0,5496 · 10 <sup>-3</sup>
39	82,6601	-14,6171	10,1004	24,2326	12,3562	6,2701	-0,5054 · 10 <sup>-2</sup>
	5,9380	-62,8669	3,4157	9,9972	-1,6305	17,4351	-0,5527 · 10 <sup>-2</sup>
	7,6498	0,1471	29,7139	-20,9013	2,4463	9,3375	0,4182 · 10 <sup>-1</sup>
	1,3882	-11,6668	0,0818	57,9127	23,1756	5,1532	0,7850 · 10 <sup>-2</sup>
	37,1556	29,5057	24,3897	-52,9045	28,0843	13,7494	-0,8448 · 10 <sup>-2</sup>
	-21,9757	9,8324	5,0584	1,5861	14,4573	80,4001	-0,2647 · 10 <sup>-2</sup>
40	47,6072	12,5412	7,6822	-10,1250	1,8218	4,5496	-0,7514 · 10 <sup>-2</sup>
	5,8218	29,1186	-22,6350	33,9482	42,1794	15,8672	-0,1921 · 10 <sup>-2</sup>
	3,0617	-6,6533	33,1758	20,7842	0,4372	2,9843	0,7986 · 10 <sup>-2</sup>
	26,7249	8,7339	-9,1438	49,3296	14,9054	6,2550	0,1534 · 10 <sup>-1</sup>
	20,9788	1,3777	18,9021	-8,9187	62,7610	5,4755	-0,3531 · 10 <sup>-2</sup>
	1,1373	-18,3626	3,7685	4,7858	-9,2431	51,6369	-0,1223 · 10 <sup>-2</sup>

განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ნამდვილი  
შესვების მოძიება

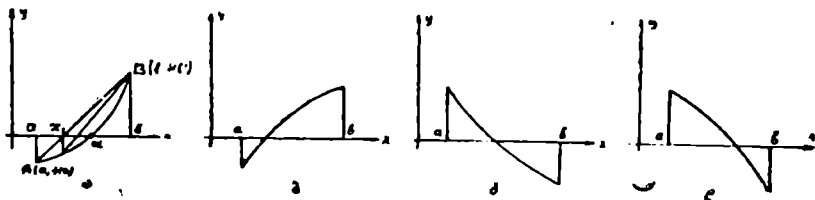
§ 1. განტოლების ნამდვილი შესვის მოძიება ძორღათა მეთოდით

განვიხილოთ ალგებრული ან ტრანსცენდენტული განტოლები:

$$f(x) = 0. \quad (1)$$

ვთქვათ, ვიპოვეთ ორი ისეთი  $a$  და  $b$  რიცხვი, რომ  $f(a)f(b) < 0$ .  
დაეუწვათ, რომ  $f(x)$ ,  $f'(x)$  და  $f''(x)$  ფუნქციები  $[a, b]$  სიგმენტზე  
უწყვეტია და  $f'(x)$  და  $f''(x)$  ინარჩუნებენ მუღმივ ნაშანს.

ამ პირობებში  $y = f(x)$  ფუნქციის გრაფიკს ექნება 19-ე ნახაზზე  
წარმოდგენილი ერთ-ერთი სახე. განვიხილოთ, მაგალითად, (ა) შემ-  
თხვევა:



ნახ. 19.

შევაერთოთ  $A$  და  $B$  წერტილები  $AB$  ქორღით, რომლის განტოლებაა

$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}. \quad (2)$$

და იყოს (1) განტოლების ფესვი. ამ ფესვის მიახლოებით მნიშვნელო-  
ბად შეგვიძლია მივიღოთ  $AB$  ქორღის  $Ox$  ღერძთან გადაკვეთის წერ-

ტილის აბსცისა. აღნიშნოთ იგი  $x_1$ -ით. იმისათვის რომ მოვიძებნოთ  $x_1$ , საჭიროა (2) განტოლებაში ჩავსვათ  $y=0$ , მივიღებთ:

$$x_1 = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}.$$

$A(x_1, f(x_1))$  და  $B(b, f(b))$  წერტილებზე გავავლოთ  $AB$  ქორდა და ამ ქორდის  $Ox$  ღერძთან გადაკვეთის წერტილის  $x_1$  აბსცისა მივიჩნიოთ  $\alpha$ -ს ახალ მიახლოებით მნიშვნელობად, სადაც:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(b-x_1)}{f(b)-f(x_1)}.$$

თუ ამ პროცესს განვაგრძობთ, მივიღებთ:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(b-x_n)}{f(b)-f(x_n)} \quad (n=0, 1, 2, \dots, x_0=a). \quad (3)$$

შტეციდება, რომ:

1) (3) ფორმულით მიღებული  $\{x_n\}$  მიმდევრობა მონოტონურია და ყველა  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) მდებარეობს  $\alpha$ -ს იმ მხარეს, სადაც  $f(x)$  და  $f''(x)$  სიდიდეებს სხვარასხვა ნიშანი აქვთ.

2)  $\{x_n\}$  მიმდევრობის ზღვარი (1) განტოლების ფესვია. განტოლების ფესვის მიახლოებითი მნიშვნელობის პოვნის ამ მეთოდს ქორდათა მეთოდი ეწოდება.

**§ 2. განტოლების ნამდვილი ფესვის მოძიება ნიუტონის (ახანათა) მეთოდით**

გავეცნოთ ნიუტონის ანუ მხებთა მეთოდს. განვიხილოთ იგივე (ა) შემთხვევა (ნახ. 20). ვთქვათ  $f(x)$  აკმაყოფილებს წინა პარაგრაფის პირობებს.

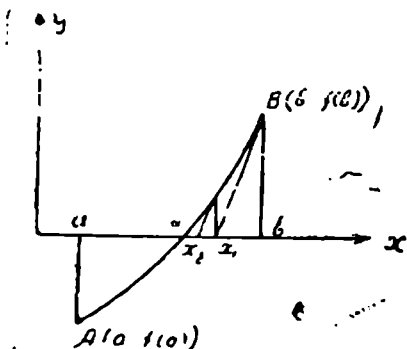
$B$  წერტილზე გამავალი მხების განტოლებაა

$$y - f(b) = f'(b)(x - b). \quad (4)$$

(1) განტოლების  $\alpha$  ფესვის მიახლოებით მნიშვნელობად მივიჩნიოთ მხების  $Ox$  ღერძთან გადაკვეთის წერტილის აბსცისა. აღნიშნოთ იგი  $x_1$ -ით.

$x_1$ -ის საპოვნელად ჩავსვათ (4) განტოლებაში  $y=0$ , მივიღებთ

$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}.$$



ნახ. 20.

$B_1(x_1, f(x_1))$  წერტილზე გავავლოთ მხები და მისი  $Ox$  ღერძთან გადაკვეთის წერტილის  $x_2$  აბსცისა მივიჩნიოთ განტოლების ფესვის ახალ მიახლოებით მნიშვნელობად, სადაც

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}.$$

თუ ამ პროცესს განვაგრძობთ, გვექნება:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (5)$$

მხები რომ  $A$  წერტილზე გავკველო,  $Ox$  ღერძთან მისი გადაკვეთის წერტილის აბსცისი ფესვს დაშორდებოდა.

მტკიცდება, რომ თუ მხებთა შერთოს  $[a, b]$  სეგმენტის იმ ბოლოდან გამოვიყენებთ, სადაც  $ff'' > 0$ , მაშინ:

1) (5) ფორმულით მიღებული  $\{x_n\}$  მიმდევრობა მონოტონურია და ყველა  $x_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots$ ) მდებარეობს  $a$ -ს იმ მხარეს, სადაც  $f(x)$  და  $f''(x)$  სიდიდეებს ერთნაირი ნიშანი აქვთ.

2)  $\{x_n\}$  მიმდევრობის ზღვარი განტოლების ფესვია.

### § 8. განტოლების ნაამჟღილი ფესვის მოძიება კომპიუტერული მეთოდით

განტოლების ფესვის მოსაძებნად შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ორივე მეთოდი ერთდროულად.

$a_0$  იყოს  $[a, b]$  სეგმენტის ის ბოლო წერტილი, სადაც  $ff'' > 0$ , ხოლო  $b_0$   $[a, b]$  სეგმენტის მეორე ბოლო წერტილი, სადაც  $ff'' < 0$ . ჩავსვათ (3) და (5) ფორმულებში  $n=0$ , მივიღებთ:

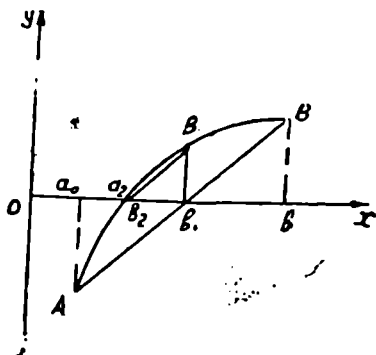
$$b_1 = b_0 - \frac{f(b_0)(a_0 - b_0)}{f(a_0) - f(b_0)}, \quad a_1 = a_0 - \frac{f(a_0)}{f'(a_0)}.$$

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე  $a_1$  და  $b_1$  წერტილები  $a$  წერტილის სხვადასხვა მხარეს მდებარეობენ. ამჟამად დროს განტოლების ფესვი მოთავსებულია  $[a_1, b_1]$  სეგმენტზე (ნახ. 21), ამასთან:

$$|b_1 - a_1| < |b - a|.$$

ჩავსვათ ახლა (3) ფორმულაში  $n=1$ ,  $b=a_1$ , გვექნება:

$$b_2 = b_1 - \frac{f(b_1)(a_1 - b_1)}{f(a_1) - f(b_1)}.$$



ნახ. 21.



$$a_2 = a_1 - \frac{f(a_1)}{f'(a_1)},$$

ამასთან

$$|b_2 - a_2| < |b_1 - a_1| < |b - a|,$$

და საერთოდ

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}, \quad (6)$$

$$b_{n+1} = b_n - \frac{f(b_n)(a_n - b_n)}{f(a_n) - f(b_n)}, \quad (7)$$

სადაც

$$|b_{n+1} - a_{n+1}| < |b_n - a_n| < \dots < |b - a|.$$

ამრიგად,

$$a_n < \alpha < b_n.$$

(6) და (7) ფორმულები უმჯობესია ასე გადავწეროთ:

$$a_{n+1} = a_n + \Delta a_n,$$

$$b_{n+1} = b_n + \Delta b_n,$$

სადაც

$$\Delta a_n = - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)},$$

$$\Delta b_n = - \frac{f(b_n)(a_n - b_n)}{f(a_n) - f(b_n)}.$$

ცხადია, თუ  $f(x) = 0$  განტოლების ფესვის მოძებნა გვინდა  $\varepsilon$  სიზუსტით, გამოთვლები უნდა განვაგრძოთ მანამ, სანამ არ შესრულდება პირობა:

$$|b_n - a_n| < \varepsilon.$$

#### § 4. განტოლების ფესვის მოძებნის ფორმულა-პროგრამა კომპიუტერული მეთოდით

აღნიშნოთ ხაწყისი სეგმენტი, რომელშიაც მოთავსებულია  $f(x) = 0$  განტოლების ერთადერთი ფესვი,  $[a_0, b_0]$ -ით, ხოლო ყოველ ეტაპზე კომპიუტერული მეთოდით ნაპოვნი სეგმენტი —  $[a, b]$ -თა.

ვთქვათ, აღწერილი გვაქვს სამი პროცედურა. რომელთა დასათაურებებია  $F(ARG)$ ,  $F1(ARG)$ ,  $F2(ARG)$ . თითოეული შესაბამის-

სად გამოთვლის  $f(x)$  და მისი პირველი და მეორე რიგის წარმოებულების მნიშვნელობებს:

```
FUNCTION F(ARG)
F=...
RETURN
END
FUNCTION F1(ARG)
F1=...
RETURN
END
FUNCTION F2(ARG)
F2=...
RETURN
END
```

C წერტილების ნაცვლად უნდა ჩაიწეროს შესაბამისად: ფუნქცია,  
C მისი I წარმოებული და II წარმოებული.

კომპინირებული მეთოდით განტოლების ნამდვილი ფესვის პოვნის ძირითად პროგრამას აქვს შემდეგი სახე:

```
READ(5,1) A0, B0, EPS
1 FORMAT (3F8.4)
A=A0
B=B0
11 DELTA=B-A
IF (DELTA.LT.EPS) GOTO 100
```

C 100 კლზე გადასვლა შიდაწვევებს სიზუსტის მიღწევას:

```
FA=F(A)
FB=F(B)
E1=F1(A)
S=FA-F2(A)
IF(S.GT.0) GOTO 2
```

C მხებთა მეთოდს ვიწყებთ  $b$  ბოლოდან:

```
E1=F1(B)
A=A-(DELTA-F2(A))/(FB-FA)
B=B-FB/E1
GOTO 11
2 A=A-FB/E1
B=B-(DELTA-F2(A))/(FB-FA)
```

C მხებთა მეთოდს ვიწყებთ  $x$  ბოლოდან:

```
GOTO 1
100 X=(A+B)/2
WRITE (6,17) X
17 FORMAT (1X,F10.5)
STOP
END
```

დავალემა

იპოვეთ  $f(x) = 0$  განტოლების ერთ-ერთი ნამდვილი ფესვი მოთავსებული  $(a, b)$  შუალედში მითითებული  $\varepsilon$  სიზუსტით კომბინირებული მეთოდით.

ხაზარჯიშო მაგალითები

№	$f(x)$	$a$	$\varepsilon$	$b$	პასუხი
1	$e^{2x} - 6x + 1$	$10^{-4}$	0	1	0,3558
2	$\ln x + e^x - 4$	$10^{-4}$	1	2	1,3153
3	$e^{x/3} + x^4 - 6$	$10^{-4}$	1	2	1,4467
4	$3 \sin x + 0,5 \ln(1+x) + x - 1$	$10^{-4}$	0	1	0,2259
5	$10 \ln(1+x) + \sin x - \sqrt{\pi}$	$10^{-4}$	0	1	0,1735
6	$x^3 + \sin x - e^{-x}$	$10^{-3}$	0,5	1	0,552
7	$\ln(1 + \sin x) - e^x + 4x$	$0^{-4}$	0	1	0,2681
8	$\ln(1 + e^x) + \cos x + 2x$	$10^{-8}$	0	1	0,119
9	$x e^x - (x+1) \cos x + 5x$	$10^{-4}$	0	1	0,1880
10	$\sin^3 x - \cos x + 2,35x^2 + \sqrt{7} x$	$10^{-3}$	0	1	0,126
11	$3x + \sqrt{\pi} x^3 - 2,345 \cos x$	$10^{-4}$	0	1	0,3768
12	$\ln(1 + \cos x) - 3 \left(\frac{1}{2}\right)^x + e^x x$	$10^{-4}$	0	1	0,2510
13	$\sin^3 \frac{x}{2} + 0, (3) 2^{x^3} - \frac{1}{\sqrt{\pi}}$	$10^{-8}$	0	1	0,730
14	$3 \sin^3 \frac{x}{2} + 4,179x \sqrt{1+x} - 1, (6)$	$10^{-6}$	0	1	0,000015
15	$5,425 \operatorname{tg}^3 x - 0,163 e^{-x} + \sqrt{7,15} x^3$	$10^{-4}$	0	1	0,0523
16	$x^3 + \sqrt{2} x^3 - \sqrt{0,72} x - 10 \sqrt{\pi}$	$10^{-3}$	1	2	1,73266
17	$0,1 x^3 - e \sqrt{x} + x \ln x - 3 \sin^3 x$	$10^{-5}$	0	1,4	1,13900
18	$e^{x/3} + x^4 - 6$	$10^{-4}$	1	2	1,4467
19	$2^x + \frac{1}{x} - x^3$	$10^{-3}$	2	3	2,35095

№	$f(x)$	$a$	$b$	$c$	პანტელონა
20	$2,345 \sin^2 \frac{x}{2} + 0,33 e^{\sqrt{7}x} - \cos^2 x$	$10^{-6}$	1	1	0,000015
21	$0,125x^4 - 7,351x^3 - 2,001x^2 + 0,0125$	$10^{-6}$	-1	0	-0,0962
22	$3,2576x^5 - 2,701x^4 - 0,5673x + 1005$	$10^{-5}$	-4	-3	-3,13106
23	$1,206x^6 - 2,125x^5 - 3,5678x - 5,134$	$10^{-4}$	2	4	3,1374
24	$x^2 - 4x^3 - 1$	$10^{-5}$	4	5	4,06065
25	$x^2 - 5, 1x^1 - 6x - 10$	$10^{-4}$	2	3	2,5557
26	$x^3 - 1,3x^2 - 7x + 91$	$10^{-4}$	-5	-4	-4,5759
27	$x^3 + 3,1125x^2 + 2,0003x + 6,1598$	$10^{-3}$	-3	-2	-3,1067
28	$x^3 + 0,7x^2 - 0,9x - 13,8$	$10^{-5}$	2	3	2,30000
29	$x^5 + 13,12x^4 - 15,6x - 18,72$	$10^{-4}$	1	2	1,2803
30	$x^3 + 3,0912x^2 + 0,9978x^2 + 5,0956x + 6,3012$	$10^{-4}$	-4	-3	-3,0921
31	$x^3 - 3,5x^2 - 0,34x + 3,72$	$10^{-4}$	3	4	3,2529
32	$x^3 - 2,9978x^2 + 1,4524x - 3,2345$	$10^{-4}$	3	4	2,8832
33	$0,34x^4 + C, 11x^3 - 0,45x^2 - 0,52x - 0,46$	$10^{-4}$	1	2	1,4142
34	$x^1 - 6,4x^2 + 0,4x^2 - 6,4x + 9,48$	$10^{-4}$	2	3	2,2990
35	$\operatorname{tg} x + 2,71x^2 \sqrt{x} - \sqrt{2}$	$10^{-4}$	0	1	0,8141
36	$x \operatorname{tg} x + \pi x^3 - 0,3$	$10^{-4}$	0	1	0,2684
37	$\cos x - e^{x^2} - x + 1$	$10^{-5}$	0	1	0,53291
38	$(x + \sin x)^2 + e^x - 2$	$10^{-5}$	0	1	0,37396
39	$\ln(1+x^2) + e^x - 4,253$	$10^{-5}$	1	2	1,20947
40	$x^3 + 4,1005x^2 + 3,0124x + 12,3056$	$10^{-4}$	-5	-4	-4,0981
41	$1,2536x^3 + 0,6939x^2 - 0,8799x - 13,6489$	$10^{-4}$	2	3	2,1435
42	$1,2145x^5 + 19,1204x^4 - 15,5991x - 18,72$	$10^{-4}$	-11	-9	-10,8122
43	$x^4 - 1,668x^3 - 0,8577x^2 - 3,336x - 7,5154$	$10^{-4}$	-2	-1	-1,0510
44	$x^3 + 2,605x^2 - 7,975x - 9,680$	$10^{-5}$	2	3	2,39500
45	$0,9786x^5 - 19,9465x^2 - 0,2097x + 0,6369$	$10^{-4}$	0	1	0,1735
46	$0,9687x^3 - 26,9916x^2 - 10,1435x + 19,1698$	$10^{-4}$	0	1	0,6821
47	$1,0143x^4 - 2,9781x^3 + 4,0032x - 0,9978$	$10^{-4}$	0	1	0,3250
48	$1,0025x^3 - 4,9897x^2 + 6,0132x - 0,9991$	$10^{-4}$	0	1	0,1971
49	$0,9657x^4 - 2,0021x^3 + 4,9967x - 0,9897$	$10^{-4}$	0	1	0,2164
50	$e^{x^2} + \ln(1+x) - 2,0003$	$10^{-4}$	0	1	0,6398
51	$3 \ln(1+x) - \sqrt{1+x} + 1,3001x$	$10^{-4}$	0	1	0,2884
52	$x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x - 0,5 \ln(1+x^2) - 1$	$10^{-4}$	1	2	1,6151
53	$\ln(1+x) + \sqrt{1+x^2} - 1,5$	$10^{-4}$	0	1	0,4788
54	$0,17(x+1)^2 - 0,3 \cos x + x e^{x\sqrt{2}}$	$10^{-6}$	0	1	0,077476
55	$(1+x)^2 \ln^2(1+x) + x \sin^2 x - \sqrt{2}$	$10^{-4}$	0	1	0,7744
56	$(1+x)^{7/3} \ln(1+x) + x e^x - 0,1755 \operatorname{sac} x$	$10^{-6}$	0	1	0,499999
57	$x \ln x - e^x + 15,32$	$10^{-6}$	2	3	2,914381
58	$x \sqrt{x} - 0,679 \cos x - 1,549$	$10^{-6}$	1	2	1,403233

№	$f(x)$	გ ა გ რ ძ ე ლ ე ბ ა			
		$a$	$\alpha$	$b$	პასუხი
59	$\operatorname{tg} x + e^{x/2} - 1.5$	$10^{-4}$	0	1	0,31711
60	$\operatorname{ch} x + \frac{1}{x \cdot 4} - 2$	$10^{-4}$	1	2	1,198
61	$x - \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \sin\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}} x\right)$	$10^{-4}$	-1	0	-0,3214
62	$3e^{-x} - \ln(1+x) - 1$	$10^{-4}$	0	1	0,680

§ 5. განტოლების ნამდვილი ფუნქციის მოძიება ნიკარასიის ანუ მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით

განვიხილოთ ალგებრული ან ტრანსცენდენტული განტოლება

$$f(x) = 0 \quad (10)$$

ეს განტოლება სხვადასხვა გზით შეიძლება შემდეგნაირად გადავწეროთ:

$$x = \varphi(x), \quad (11)$$

მაგალითად, განტოლება

$$5x^3 + 2x - \operatorname{tg} x - 1 = 0$$

შეიძლება გადავწეროთ თუნდაც ასე:

$$x = 1/5 \sqrt[3]{1 + \operatorname{tg} x - 2x},$$

$$x = \frac{1 + \operatorname{tg} x - 5x^3}{2},$$

ამ განტოლების ამგვარად ჩაწერის დროს  $\varphi(x)$  ფუნქციით აღნიშნული გვაქვს მარჯვენა მხარეში მდგომი გამოსახულება.

ავიღოთ  $x$ -ის ზღვარი  $x_0$  მნიშვნელობა. ჩავსვათ (11) განტოლების მარჯვენა მხარეში  $x$ -ის ნაცვლად  $x_0$ ,  $\varphi(x_0)$  მივიღოთ  $x$ -ის ახალ მნიშვნელობად და აღვნიშნოთ იგი  $x_1$ -ით. ახლა  $x$ -ის ნაცვლად ისევ (11) განტოლების მარჯვენა მხარეში შევიტანოთ  $x_1$ ,  $\varphi(x_1)$  მივიღოთ ფუნქციის ახალ მნიშვნელობად, აღვნიშნოთ იგი  $x_2$ -ით და ა. შ. გვექნება:

$$x_n = \varphi(x_{n-1}) \quad (12)$$

თუ  $x_n$  მიმდევრობა კრებადია, მაშინ მისი ზღვარი (10) განტოლების ფუნქცი იქნება. პართლაც, ვთქვათ,  $\{x_n\}$  მიმდევრობა კრებადია და მისი ზღვარი იქნება  $\alpha$ . (11) ტოლობაში გადავიდეთ ზღვარზე, გვექნება

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x_{n-1}).$$

თუ  $\varphi(x)$  ფუნქცია უწყვეტია, უკანასკნელი ტოლობიდან გვექნება:

$$\alpha = \varphi(\alpha),$$

რაც იმას ნიშნავს, რომ  $\alpha$  (11) განტოლების ან, რაც იგივეა, (12) განტოლების ფესვია.

ჩამოვყალიბოთ ახლა თეორემა, რომელიც  $\{x_n\}$  მიმდევრობის კრებადობის პირობებს გვაძლევს.

ვთქვათ,  $\varphi(x)$  ფუნქცია განსაზღვრულია და წარმოებალია  $[a, b]$  სეგმენტზე, რომელიც შეიცავს  $x = \varphi(x)$  განტოლების ფესვს. ვთქვათ,  $\{x_n\}$  მიმდევრობა განსაზღვრულია (12) ტოლობით ეკუთვნის  $[a, b]$  სეგმენტს. თუ არსებობს ისეთი რიცხვი  $q$ , რომ

$$|\varphi'(x)| \leq q < 1$$

როცა  $a < x < b$ , მაშინ იტერაციის პროცესი

$$x_n = \varphi(x_{n-1}) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

კრებალია, მიუხედავად აღბუღი საწყისი მნიშვნელობისა  $x_0 \in [a, b]$  და ზღვარი  $\{x_n\}$  მიმდევრობისა

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \alpha$$

განტოლების ერთადერთი ფესვი იქნება  $[a, b]$  მონაკვეთზე.

ცდომილების შეფასებისათვის ცნობილია შემდეგი უტოლობა:

$$|x_n - \alpha| \leq \frac{|x_n - x_{n-1}|}{1-q} q \quad (13)$$

(13) უტოლობიდან ჩანს, რომ თუ გვინდა მოცემული განტოლების საძიებელი ფესვის მიახლოებითი მნიშვნელობის ცდომილება არ აღემატებოდეს მოცემულ  $\varepsilon$  რიცხვს, მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდი უნდა გავაგრძელოთ მანამ, სანამ ადგილი არ ექნება შემდეგ უტოლობას:

$$\frac{|x_n - x_{n-1}|}{1-q} \cdot q \leq \varepsilon$$

ან რაც იგივეა

$$|x_n - x_{n-1}| \leq \frac{\varepsilon(1-q)}{q}.$$

როცა  $q \leq \frac{1}{2}$

$$|x_n - \alpha| \leq |x_n - x_{n-1}| \leq \varepsilon; \quad (14)$$

ე. ი. ამ შემთხვევაში ფესვის მიახლოებითი მნიშვნელობის ცდომილება შეიძლება შევავსოთ ორი მომდევნო მიახლოებითი მნიშვნელობათა სხვაობის საშუალებით.

## დავლება

იპოვეთ  $f(x)=0$  განტოლების ერთი ფესვი იტერაციის მეთოდით. პროცესი გააგრძელეთ მანამ, სანამ ორ მომდევნო მიახლოებას შორის სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე არ გახდება ნაკლები დასახელებულ  $\varepsilon=10^{-3}$ .

1. შეადგინეთ პროგრამა იტერაციის მეთოდით  $[a, b]$  შუალედში მოთავსებული ფესვისა  $\varepsilon$  სიზუსტით.

2. პირველ დავლებაში იტერაციის მეთოდით განტოლების ნამდვილი ფესვის პოვნის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა, ფორმალური პარამეტრებით  $(a, b, \varepsilon, x, f)$ , სადაც  $a, b$  მსგეშენტის საზღვრების იდენტიფიკატორებია, რომელშიდაც მოთავსებულია განტოლების ფესვი,  $\varepsilon$  — საჭირო სიზუსტე.  $x$  — პასუხი. ხოლო  $f$  განტოლების მარცხენა მხარის გამომთვლელი პროცედურა—ფუნქცია. მიღებული პროგრამით ამოხსენით ქვემოთ მოყვანილი განტოლებიდან რომელიმე.

3. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც  $N \varepsilon = k$  განტოლებას იტერაციის მეთოდით ამოხსნის  $\varepsilon$  სიზუსტით (14).

### ხეარჯიშო მაგალითები

№	f(x)	a	b	პასუხი
1	$2x - \cos x - 1$	0	1	0,8352
2	$\arctg x - 5x + 1$	0	1	0,2488
3	$\cos x - x^2 + 1$	1	2	1,1264
4	$x^3 + 24x - 30$	1	2	1,1812
5	$1 - 0,025x^4 + 0,04x^5$	1	2	1,5159
6	$e^x - \arctg(1+x) - 2$	0	1	0,3591
7	$x - 0,75 \cos \frac{\pi x}{4}$	0	1	0,6531
8	$\lg x - e^{-x}$	0	1	0,5315
9	$\frac{2}{\sqrt{x+1}} - e^x$	0	1	0,4927
10	$\sqrt{5x+2} - e^{2x}$	0	1	0,3203
11	$\sqrt{x-1} - 0,5 \sin 2x$	1	2	1,1427
12	$5x - \operatorname{sh} x - 9$	1	2	1,1248
13	$\frac{1}{1-x^2} + 2x - 3$	1	2	1,3172
14	$x^4 + x^2 + 7x + 1$	-2	1	-1,6784
15	$\sin\left(\frac{\pi x}{2} + 1\right) - e^{2x} + 1$	0	1	0,1320

№	$f(x)$	a	b	პასუხი
16	$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} - \sqrt{1-x}$	0	1	0,9237
17	$x^3 + 2 - e^x$	1	2	1,3200
18	$\sin \frac{\pi x}{4} - \sqrt{1-x}$	0	1	0,7 60
19	$\frac{3}{\sqrt{2x+3}} - e^x$	0	1	0,4246
20	$x - 1 + 0,25 \ln(1+x^3)$	0	1	0,8612
21	$\pi \operatorname{siu} \sqrt{1+x^2} - 10x$	0	1	0,2703
22	$\sin^2 \sqrt{1+x} - (1+2x)$	-1	0	-0,1947
23	$e^x - \cos \frac{\pi x}{8} - 1$	0	1	0,6755
24	$e^x + \cos x - 7x - 1$	0	1	0,1668
25	$x - 0,25 \cos(0,4+x)$	0	1	0,2055
26	$x^4 - 1,5x^3 + 6x - 1$	0	1	0,1677
27	$2 - e^x - \ln x$	1	2	1,5572
28	$e^x + \ln(x+2) - 10x$	0	1	0,2012
29	$2\sqrt{x} - \cos \frac{\pi x}{2}$	0	1	0,2210
30	$e^{3x} - (2 + \sqrt{x+1})^3$	0	1	0,4666
31	$\frac{2}{x} - e^x + 1$	1	2	1,0600

§ 6. ორუდონიანი განტოლებათა სისტემის ამოხსნა

1. ნიუტონის მეთოდი. განვიხილოთ ორი ტრანსცენდენტული ან ალგებრული განტოლება ორი უცნობით:

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= 0; \\ F_2(x, y) &= 0. \end{aligned} \tag{15}$$

ვთქვათ,  $x_0$  და  $y_0$  (15) სისტემის ამოხსნის მიახლოებითი მნიშვნელობაა, რომელიც ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ თუნდაც გრაფიკულად, ხოლო  $\eta_1$  და  $\eta_2$  ის შესწორებებია, რომელიც უნდა დაეუმატოთ  $x_0$  და  $y_0$ -ს იმისათვის რომ მივიღოთ (15) სასტემის ფუნქციის ზუსტი მნიშვნელობა  $x = x_0 + \eta_1$ ,  $y = y_0 + \eta_2$ . შევიტანოთ  $x$  და  $y$ -ის ეს მნიშვნელობები (16) სისტემაში, გვექნება

$$\begin{aligned} F_1(x_0 + \eta_1, y_0 + \eta_2) &= 0; \\ F_2(x_0 + \eta_1, y_0 + \eta_2) &= 0. \end{aligned}$$



თუ გამოვიყენებთ ტერორის ფორმულას, რომელშიაც შევიტყობებით  $\eta_1$  და  $\eta_2$  სიდიდეების პირველი ხარისხის შემცველ წევრებზე, გვექნება

$$\begin{aligned} F_1(x_0, y_0) + \eta_1 F'_{1x}(x_0, y_0) + \eta_2 F'_{1y}(x_0, y_0) &= 0, \\ F_2(x_0, y_0) + \eta_1 F'_{2x}(x_0, y_0) + \eta_2 F'_{2y}(x_0, y_0) &= 0. \end{aligned}$$

$\eta_1$  და  $\eta_2$  სიდიდეების მიმართ მივიღეთ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა, თუ:

$$W(x_0, y_0) = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1(x_0, y_0)}{\partial x} & \frac{\partial F_1(x_0, y_0)}{\partial y} \\ \frac{\partial F_2(x_0, y_0)}{\partial x} & \frac{\partial F_2(x_0, y_0)}{\partial y} \end{vmatrix} \neq 0.$$

უკანასკნელი სისტემიდან ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ  $\eta_1$  და  $\eta_2$  სიდიდეების მიახლოებითი მნიშვნელობები, რომლებიც სათანადოდ  $\eta_1^{(1)}$  და  $\eta_2^{(1)}$ -ით აღვნიშნოთ, გვექნება

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= x_0 + \eta_1^{(1)}; \\ y^{(1)} &= y_0 + \eta_2^{(1)}. \end{aligned}$$

ამ პროცესის გაგრძელებით მივიღებთ

$$\begin{aligned} x^{(p+1)} &= x^{(p)} + \eta_1^{(p)}; \\ y^{(p+1)} &= y^{(p)} + \eta_2^{(p)}. \end{aligned}$$

2. იტერაციის მეთოდი. განვიხილოთ კვლავ ორი განტოლება ორი უცნობით:

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= 0, \\ F_2(x, y) &= 0. \end{aligned}$$

გადავწეროთ ეს სისტემა შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned} x &= f_1(x, y), \\ y &= f_2(x, y). \end{aligned} \tag{16}$$

ვთქვათ,  $x^{(0)}$  და  $y^{(0)}$   $x, y$ -ის მიახლოებითი მნიშვნელობებია. შევიტყობნოთ (16) სისტემის მარჯვენა მხარეში  $x$ -ის ნაცვლად  $x^{(0)}$  და  $y$ -ის ნაცვლად  $y^{(0)}$ .  $x$ -ის და  $y$ -ის მიღებული მნიშვნელობები აღვნიშნოთ სათანადოდ  $x^{(1)}$  და  $y^{(1)}$ -ით:

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= f_1(x^{(0)}, y^{(0)}), \\ y^{(1)} &= f_2(x^{(0)}, y^{(0)}). \end{aligned}$$

ახლა (16) სისტემის მარჯვენა მხარეში  $x$ -ისა და  $y$ -ის ნაცვლად შევიტანოთ  $x^{(1)}$  და  $y^{(1)}$ , გვიქნება:

$$x^{(2)} = f_1(x^{(1)}, y^{(1)});$$

$$y^{(2)} = f_2(x^{(1)}, y^{(1)}).$$

თუ ამ პროცესს გავაგრძელებთ, მივიღებთ:

$$x^{(p+1)} = f_1(x^{(p)}, y^{(p)});$$

$$y^{(p+1)} = f_2(x^{(p)}, y^{(p)}).$$

შტაცილება, რომ თუ სისტემის  $(x, y)$  ამონახსნის მიდამოში ადგილი აქვს უტოლობებს:

$$\left| \frac{\partial f_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f_2}{\partial x} \right| \leq q < 1;$$

$$\left| \frac{\partial f_1}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial f_2}{\partial y} \right| \leq q < 1,$$

იტერაციის პროცესი კრებადია, რაც იმას ნიშნავს, რომ

$$\lim_{p \rightarrow \infty} x^{(p)} = x, \quad \lim_{p \rightarrow \infty} y^{(p)} = y.$$

#### § 7. არაწრფივ განხილვებთან სისტემის ნიუტონის მეთოდით ამონახსნის პროგრამა

მეთოდის დაპროგრამების პროცესი განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითისათვის. ვთქვათ, ვეძებთ

$$f(x, y) = x + 3 \lg x - y^2 = 0$$

$$\varphi(x, y) = 2x^2 - xy - 5x + 1 = 0$$

განტოლებათა სისტემის ამონახსნს, მოთავსებულს პირველ მეოთხედში. ფესვების საწყისი მიახლოება მოვძებნოთ გრაფიკულად:

$$x_0 = 3, \quad y_0 = 2.$$

პროგრამის შესაღებნად დაგვიკირდება აგრეთვე  $f(x, y)$  და  $\varphi(x, y)$  ფუნქციების წარმოებულები:

$$f'_x = 1 + \frac{3}{x}, \quad f'_y = -2y$$

$$\varphi'_x = 4x - y - 5, \quad \varphi'_y = -x,$$

პროგრამის ერთ-ერთ ვარიანტს ფორტრან-ენაზე შემდეგი სახე აქვს:

$$x = 3.$$

$$y = 2.$$

```

2 A=x+3 * ALOG(x)-y * * 2
  B=2 * x * * 2-x * y-5 * x+1
  C=1+3/x
  D=-2 * y
  C1=4 * x-y-5
  D1=-x
  P=C * D1-C1 * D
  H=(A * D1-D * B)/P
  R=(C * B-A * C1)/P
  C=ABS(H)
  D=ABS(R)
  IF(C.GT.0.001)GOTO 15
  IF(D.LT.0.001)GOTO 18
15 X=X-H
  Y=Y-R
  GOTO 2
18 WRITE(6,100)X,Y
100 FORMAT(1X,'X=',F10.3,5X,'Y=',F11.3)
  STOP
  END

```

საძიებელი ფესვების მიახლოებითი მნიშვნელობებია:

$$x=3.487; \quad y=2.262$$

### ხვარჯიშო მაგალითები

შეადგინეთ ფორტრან პროგრამა ნიუტონის მეთოდით ქვემოთ მოყვანილი სისტემების პირველ მეოთხედში მოთავსებული ფესვის მოსაძებნად. ფესვის საწყისი მნიშვნელობა იპოვეთ გრაფიკულად.

განტოლებათა სისტემებში შემაჯავალი პარამეტრების მნიშვნელობანი შესაბამისი ცხრილებითაა მოცემული (გვ. 260—261).

ფესვის პოვნის პროცესი გააგრძელეთ მანამ, სანამ ორ მომდევნო მიახლოებას შორის სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე არ გახდება ნაკლები დასახელებულ  $\varepsilon$ -ზე.

$$1. \quad y - ax^2 - bx - C = 0$$

$$bx^2 + 9y^2 - 36x = 0$$

$$\varepsilon = 0,001.$$

	1	2	2	4	5	6	7	8	9
<i>a</i>	2,31	1,83	2,79	1,53	2,05	2,73	1,27	1,342	1,593
<i>b</i>	1,45	1,37	1,21	2,89	2,49	1,24	2,42	1,421	2,542
<i>c</i>	-0,72	-1,63	0,57	-1,29	-0,32	-1,15	-2,45	0,191	0,237
<i>x</i>	0,738	1,058	0,683	0,715	0,474	0,816	1,100	0,569	0,255
<i>y</i>	1,609	1,867	0,156	1,587	1,322	1,679	1,899	1,436	0,986

2) იპოვეთ მეოთხე მეოთხედში მოთავსებული ფესვი

$$4x^3 - 8x - 9y^3 - 18y - 6 = 0$$

$$\varepsilon = 0,001.$$

$$y - k \cdot 2^{m^x} = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>k</i>	1,721	1,593	1,342	2,420	1,24	2,05	1,53	2,79
<i>m</i>	2,731	2,542	1,421	1,370	2,73	2,49	2,89	1,21
<i>a</i>	-0,974	-0,985	-1,185	-0,969	-1,592	-1,057	-0,926	-1,622
<i>y</i>	0,272	0,281	0,418	0,269	0,695	0,330	0,240	0,716

3) იპოვეთ პირველ მეოთხედში მოთავსებული ფესვი.

$$(x-a)^3 - y^3 - b^3 = 0$$

$$\varepsilon = 0,001.$$

$$y^3 - (x-a)^3 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>a</i>	1,83	2,31	1,53	2,79	2,73	2,05	1,37	1,342	1,593	1,721
<i>b</i>	1,37	1,45	2,89	1,21	1,24	2,49	2,42	1,421	2,542	2,731
<i>x</i>	2,805	2,330	3,274	1,267	3,629	3,607	2,393	2,346	3,175	3,392
<i>y</i>	0,962	1,030	2,304	0,828	0,853	1,943	1,880	1,006	1,989	2,160

$$4) \quad x(y-b) - a \sin(bx) = 0 \quad \varepsilon = 0,001.$$

$$x^2 + (y-b)^2 - 3ax(y-a) = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	0,72	1,33	1,69	2,15	2,44	1,220	1,231	1,946	2,761
b	1 13	1,292	3 66	3,87	4,63	0,342	1,531	1,736	2,326
x	1,382	2,833	0,000	2,657	0,541	1,104	0,000	0,920	1,234
y	1,651	3,349	3,661	3,258	7 304	1,735	1,532	3,850	2,924

$$5) \quad x^2y - 4a^2(2a-y) = 0 \quad \varepsilon = 0,001.$$

$$y^3 - bx^3 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7
a	2,531	2,761	1,23	2,15	1,23	1,33	1,946
b	2,141	2,326	0,84	3,87	1,53	2,92	1,736
x	2,064	2,147	1,546	1,552	1,333	1,189	1,807
y	4,340	4,797	1,764	3,804	1,904	2,217	3,202

## ინტეგრალუბის მიახლოებითი გამოთვლა

§ 1. განსაზღვრული ინტეგრალის მიახლოებითი გამოთვლა  
ტრაპეციების ფორმულით

ტრაპეციების ფორმულას აქვს სახე:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{n} \left( \frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right) + R,$$

სადაც

$$R = - \frac{(b-a)^3}{12n^2} f''(\xi), \quad a < \xi < b.$$

აქ ინტეგრალის  $[a, b]$  სეგმენტი დაყოფილია  $n$  თანასწორ ნაწილად,  $y_0, y_1, \dots, y_n$  არის ინტეგრალქვეშა ფუნქციის მნიშვნელობები დაყოფის წერტილებზე.

როცა  $f''(x) > 0$ , ტრაპეციების ფორმულა მოგვცემს ინტეგრალის მნიშვნელობას ნაკლებობით, ხოლო თუ  $f''(x) < 0$  — მეტობით.

აღნიშნოთ  $M_2$ -ით  $f''(x)$  ფუნქციის აბსოლუტური მნიშვნელობის მაქსიმუმი  $[a, b]$  შუალედში, მაშინ:

$$|R| \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2} M_2.$$

ცხადია, ტრაპეციების ფორმულის ნაშთითი წევრის აბსოლუტური მნიშვნელობა არ აღემატება წინასწარ აღებულ დადებით  $\varepsilon$ -ს, თუ:

$$\frac{(b-a)^3}{12n^2} M_2 \leq \varepsilon,$$

გ. ო.

$$n > \sqrt{\frac{(b-a)^3 M_2}{12\varepsilon}}. \quad (1)$$

ამ უკინასკნელი უტოლობიდან ჩვენ შეგვიძლია განვსაზღვროთ ინტეგრების შუალედის დანაყოფთა  $n$  რიცხვი ისე, რომ  $|R| \ll \varepsilon$ . როგორც ვხედავთ, ცდომილების შეფასებისათვის საჭიროა  $f(x)$  ფუნქციის მერვე რიგის წარმოებულის ცოდნა, მაგრამ ზოგჯერ  $f(x)$  ფუნქცია არ არის მოცემული ანალიზური სახით ან  $f''(x)$ -ის გამოთვლა საკმაოდ რთულია. ასეთ შემთხვევაში ტრაპეციების ფორმულის ცდომილება შეიძლება გამოსახულ იქნეს ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილის საშუალებით.

### ღაჯალება

1. ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში დაადგინეთ, რამდენ ნაწილად უნდა დაიყოს ინტეგრების შუალედი, რომ ინტეგრალის მნიშვნელობა მივიღოთ 0,005 სიზუსტით. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მიღებული  $n$ -ის მიხედვით გამოთვლის ქვემოთ მოყვანილ ერთ-ერთ ინტეგრალს.

$$1. \int_0^1 5(x+1) \ln(x+1) dx;$$

$$2. \int_0^1 \frac{1}{3} e^{x^2} dx;$$

$$3. \int_0^1 x e^x dx;$$

$$4. \int_0^1 \frac{dx}{2(1+x)^2};$$

$$5. \int_0^1 \left[ \frac{2}{(1+x)^2} - 3x^2 - 5 \right] dx;$$

$$6. \int_0^1 \left[ \frac{1}{6(x+1)^2} + 2x^2 - 6x \right] dx;$$

$$7. \int_{2,2}^3 \frac{(x-3)^2}{x-1} dx;$$

$$8. \int_{\pi/2}^{\pi/4} (\sin x + 2x^2 - 3) dx;$$

$$9. \int_2^{3,5} \frac{6x^2 - 18x + 13}{6(x-1)^2} dx;$$

$$10. \int_0^{\pi/4} (\sin 2x + 3x^2 + 11) dx;$$

$$11. \int_0^1 [(x+1) \ln(x+1) + x^2 + 3x] dx;$$

$$12. \int_2^3 [(x-1) \ln(x-1) + 2x^2 - 7] dx;$$

$$13. \int_0^{\pi/2} (\sin x + x^2 + x - 1) dx;$$

$$14. \int_0^{\pi/2} (2 \cos x + x^2 - x + 1) dx;$$

$$15. \int_0^0 \left[ \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \right] dx; \quad 16. \int_2^8 5(x-1) \ln(x-1) dx;$$

$$17. \int_0^{\pi/4} 2 \sin 2x dx;$$

$$18. \int_0^1 \left( \frac{1}{3(x+1)^3} + x^3 + 1 \right) dx;$$

$$19. \int_0^{\pi/4} (\cos x + x^2 + x - 1) dx;$$

$$20. \int_0^{\pi/4} (\cos 2x + 2x^2 - x) dx;$$

$$21. \int_1^2 x \ln x dx;$$

$$22. \int_0^1 \frac{dx}{4(1+x)^4}.$$

2. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც ზემოთ მოყვანილ რომელიმე ინტეგრალს გამოთვლის ტრაპეციების ფორმულით.

$n$ -ს მივცეთ რაიმე მნიშვნელობა, ინტეგრალის შესაბამისი მნიშვნელობა აღვნიშნოთ  $I_n$ -ით. ამის შემდეგ გამოვთვალოთ  $I_{2n}$ .

ეს პროცესი გავაგრძელოთ მანამ აღვიღო არ ექნება უტოლობას:

$$|I_n - I_{2n}| < \epsilon.$$

3. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მეორე დავალებაში ახსნილი წესით გამოთვლის ერთდროულად რამდენიმე ინტეგრალს.

4. მეორე დავალებით შედგენილი პროგრამა გააფორმეთ, როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრები  $a, b, eps, f$ , სადაც  $a, b$  ინტეგრალის საზღვრებია,  $eps$  — წინასწარ მოცემული დადებითი რიცხვი,  $f$  — ინტეგრალქვეშა ფუნქციის გამოთვლის პროცედურა — ფუნქციის დასათაურება.

## § 2. სიმპსონის ფორმულა

სიმპსონის ფორმულას აქვს სახე:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6n} [y_0 + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2}) + y_{2n}] + R,$$

სადაც

$$R = -\frac{(b-a)^5}{2880 n^4} f^{(4)}(\xi), \quad a < \xi < b.$$



ეს ფორმულა გადაწეროთ შემდეგნაირად:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} \sum_{i=1}^n k_i y_i + R,$$

სადაც  $k_i$  წარმოადგენს  $y_i$ -ს კოეფიციენტებს.

აქ ინტეგრების  $[a, b]$  სეგმენტი დაყოფილია  $2n$  თანასწორ ნაწილად.  $y_0, y_1, \dots, y_{2n}$  არის ინტეგრალქვეშა ფუნქციის მნიშვნელობები დაყოფის წერტილებზე. ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილის ბიჯი  $h = \frac{b-a}{2n}$ . თუ  $f(x)$  ფუნქციის  $[a, b]$  სეგმენტზე აქვს შემოსაზღვრული მეოთხე რიგის წარმოებული, მაშინ

$$|R| \leq \frac{(b-a)^5}{2880n^4} M_4,$$

სადაც

$$M_4 = \max_{x \in [a, b]} |f^{(4)}(x)|.$$

აქედან ჩანს, რომ სიმპსონის ფორმულით მიღებული ინტეგრალის მნიშვნელობის ცდომილება წინასწარ აღებულ  $\varepsilon > 0$  რიცხვზე მეტი არ იქნება, თუ

$$n \geq \sqrt[4]{\frac{(b-a)^5 M_4}{2880 \varepsilon}}. \quad (1)$$

ამ უტოლობიდან ჩვენ შეგვიძლია განვსაზღვროთ  $[a, b]$  სეგმენტის დანაყოფთა რიცხვი, როცა ადვილია ფუნქციის მეოთხე რიგის წარმოებულის აბსოლუტური მნიშვნელობის ზედა საზღვრის დადგენა იმ შემთხვევაში, როცა აღნიშნული წარმოებულის აბსოლუტური მნიშვნელობის ზედა საზღვრის დადგენა ძნელდება. მიმართავენ ცდომილების შეფასებას ორი გამოთვლილი შედეგის საშუალებით.

ერთქვეათ,  $[a, b]$  სეგმენტი დავყავით  $2n$  თანასწორ ნაწილად,  $I_{2n}$  იყოს  $\int_a^b f(x) dx$  ინტეგრალის მიახლოებითი მნიშვნელობა, გამოთვლილი სიმპსონის ფორმულით და  $R_{2n}$  შესაბამისი ნაშთითი წევრი. მაშინ

$$\int_a^b f(x) dx = I_{2n} + R_{2n}$$

გავაორკვეცოთ დაყოფათა რიცხვი. ვთქვათ,  $I_{2n}$  და  $I_{4n}$  არის სათანადოდ  
 $\int_a^b f(x) dx$  ინტეგრალის შიახლოებით მნიშვნელობა და ნაშთითი წევრი

$$\int_a^b f(x) dx - I_{4n} = R_{4n} \quad (2)$$

თუ ვიგულისხმებთ, რომ  $f^{(iv)}(x)$  მცირედ იცვლება  $[a, b]$  სეგმენტზე, მაშინ

$$R_{4n} = \frac{I_{4n} - I_{2n}}{15}.$$

როგორც ვხედავთ, (2) ფორმულის ცდომილების აბსოლუტური სიდიდე არ აღემატება წინასწარ აღებულ  $\varepsilon > 0$  რიცხვს, თუ

$$\left| \frac{I_{4n} - I_{2n}}{15} \right| < \varepsilon. \quad (3)$$

პრაქტიკულად ეს მოხერხებულია შემდეგი წესით ვისარგებლოთ:  $I_{4n}$  რიცხვის სანდო ციფრთა რაოდენობა ერთით მეტია, ვიდრე  $I_{2n}$  და  $I_{4n}$  რიცხვებში ერთნაირ ციფრთა რაოდენობა.

§ 8. განსაზღვრული ინტეგრალის ტრაპეციების ფორმულით  
 გამოთვლის პროგრამა ფორტრან-ენაზე

ვთქვათ, გვინდა გამოვთვალოთ განსაზღვრული ინტეგრალი  
 $I = \int_0^1 \left[ x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \right] dx$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 0,005$ . (1) ფორმულის

თანახმად მივიღებთ  $n \geq 4,3$ . ჩავთვალოთ  $n = 5$ . პროგრამის ფორტრან-ენაზე ექნება შემდეგი სახე:

C ინტეგრალექვეშა ფუნქცია გავაფორმოთ ოპერატორული ფუნქციის სახით

$$F(Z) = Z * \operatorname{ATAN}(Z) - \operatorname{ALOG}(1 + Z * * 2) / 2$$

$$A = 0.$$

$$B = 1.$$

$$N = 5$$

$$S = 0.$$

$$H = (B - A) / N$$

```

X = A
I = 1
4 X = X + H
S = S + F(X)
I = I + 1
IF(I .LT. N) GOTO 4
C = (F(A) + F(B)) / 2
S = (S + C) * H
WRITE(6,2) S
2 FORMAT(1X, 'ЗНАЧЕНИЕ ИНТЕГРАЛА =', F11.5)
STOP
END

```

ინტეგრალის მიახლოებითი მნიშვნელობა  $I = 0,1573$ .

#### § 4. სივსონის ფორმულით განსაზღვრული ინტეგრალის გამოთვლის პროგრამა

ვიგულისხმობთ, რომ ინტეგრალქვეშა ფუნქცია გაფორმებულია ქვეპროგრამა ფუნქციის სახით, რომელიც არგუმენტის დასახელებული მნიშვნელობისათვის ახდენს ინტეგრალქვეშა ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლას. ქვეპროგრამის დასახელება იყოს  $F(X)$ .

```

READ(5,1) A, B, N
1 FORMAT(F4.1, F5.2, I3)
S = 0
X = A
H = (B - A) / (N * 2)
DO 2 I = 1, N
S = S + F(X) + 4 * F(X + H) + F(X + 2 * H)
2 X = X + 2 * H
S = S * H / 3
WRITE(6, 3) S
3 FORMAT(1X, 'I = ', F10.5)
STOP
END
FUNCTION F(ARG)
F = ...
RETURN
END

```

განვიხილოთ სიმპსონის ფორმულით გამოთვლის მეორე ვარიანტი; ვიგულისხმობთ საწყისი მონაცემები შეყვანილია ეგმ-ის მეხსიერებაში, პროგრამის ფრაგმენტს აქვს შემდეგი სახე:

```

. . . .
. . . .
H = (B - A) / N
J = 2 * N - 1
X = A
K = 4
S = F(A) + F(B)
DO 1 I = 1, J
  X = X + H / 2
  S = S + K * F(X)
1 K = 6 - K
  S = S * H / 6
. . . .
. . . .

```

### დავალება

1) შეადგინეთ სიმპსონის ფორმულით ინტეგრალის გამოთვლის ბლოკ სქემა. მიღებული ბლოკ-სქემის მიხედვით შეადგინეთ პროგრამა ბეისიკის ენაზე.

2) სიმპსონის მეთოდით ინტეგრალის გამოთვლის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა დაყოფათა  $n$  რაოდენობისათვის. მიღებული პროგრამით გამოთვალეთ ქვემოთ მოყვანილი ინტეგრალებიდან რამდენიმე.

3) შეადგინეთ პროგრამა სიმპსონის ფორმულით ინტეგრალის გამოსათვლელად წინასწარ დასახელებული  $n$  სიზუსტით ფორმულა (3) მიხედვით.

მიღებული პროგრამით გამოთვალეთ ქვემოთ მოყვანილი ინტეგრალებიდან ერთ-ერთი.

4) შეადგინეთ პროცედურა პროგრამა სიმპსონის მეთოდით ინტეგრალის გამოსათვლელად, წინასწარ დასახელებული  $n$  სიზუსტით ფორმულა (3) მიხედვით.

მიღებული პროგრამით გამოთვალეთ ქვემოთ მოყვანილი ინტეგრალებიდან რამდენიმე.

სავარჯიშო მაგალითები განსაზღვრული ინტეგრალის სიმბოლოს  
ფორმულით გამოთვლაზე

№	f(x)	a	b	e'	პასუხი
1	$\frac{x^3 \sqrt{1+x^2}}{1+x^4}$	0	1	10 <sup>-6</sup>	0,10682
2	$x^2(1+x^4)^{2/3}$	0	2	10 <sup>-6</sup>	2,06593
3	$\frac{2x}{(x^3+x+1)^4}$	0	2	10 <sup>-5</sup>	0 30337
4	$\frac{x^3+1}{\sqrt{x^4+2}}$	3	4	10 <sup>-6</sup>	16.33269
5	$\frac{3x^3}{\sqrt[4]{x^2+3}}$	0	2,3	10 <sup>-6</sup>	561,48959
6	$\frac{3x^2+x+4}{x^3+3,26}$	1	2,6	10 <sup>-6</sup>	2,57422
7	$\frac{2 \cos^2 x - 3 \sin^4 x}{1 + \sin^2 x}$	0	$\frac{\pi}{2}$	10 <sup>-5</sup>	0,15635
8	$\frac{x^3 + \sqrt{3x}}{\sqrt{4 + \ln^2(x^2 + 1)}}$	4,2	6,4	10 <sup>-5</sup>	17,23571
9	$\frac{x^4 e^x}{\sqrt{5+2x}}$	3	5	10 <sup>-5</sup>	46892,986
10	$\frac{\sqrt[4]{x^2+1}}{x^4 + \ln(x^2+5)}$	-3	-1	10 <sup>-5</sup>	0,25649
11	$\frac{3+2x^3}{[x^3 + \ln(x^2+1)]^2}$	-3,2	-1,6	10 <sup>-6</sup>	0,15729
12	$\frac{e \sqrt{x^3+1} + 1}{\sqrt{x^2-1}}$	-4	-2	10 <sup>-5</sup>	18,95356
13	$\frac{e^{x^2+x+1} \sqrt{x}}{(y^2+1)^2}$	1	2,2	10 <sup>-5</sup>	37,87645
14	$\frac{(x^3-2x^2+1)^3}{\sqrt{x^2+1}}$	0	1,6	10 <sup>-5</sup>	0,42902
15	$\frac{\sqrt{1+\sin^2 x}}{[\cos^2 x + \ln(2+x)]^2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	10 <sup>-5</sup>	0,90525

1 ე -ის ქვეშ ვგულისხმობთ რიცხვს, რომელსაც იმ უნდა აღემატებოდეს ინტეგრალის ორ მომდევნო მიახლოებათა სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე.

№	$f(x)$	$a$	$b$	$\alpha$	პასუხი
16	$\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x^3 \sin x}$	2	4,12	$10^{-6}$	0,23195
17	$\frac{x(4+\ln x)^3}{(1+x^2)^3}$	1	3,2	$10^{-5}$	2,05367
18	$\frac{(4+3^2x)^2}{(x^6+1)^2}$	-1	1,4	$10^{-5}$	1114,1945
19	$\frac{0,(3) \cdot 3x^2+1}{(1+x^2) \ln(x^2+3)}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$10^{-6}$	1,27372
20	$\frac{e \sqrt{x+1,2}}{x \cdot 10^{x^2}}$	1	3	$10^{-5}$	0,15774
21	$\frac{\sqrt{1+x^4}}{(x^2+x+1)^2}$	3	5,12	$10^{-5}$	0,00403
22	$\frac{\cos \sqrt{x}}{x+3,625 \cdot \sin x}$	1	$\frac{\pi}{3}$	$10^{-6}$	0,00507
23	$\frac{e^{x^2}+1}{(x^2+1)^2}$	1	2,2	$10^{-6}$	0,18495
24	$\frac{\ln(1+2x^2)}{x+\sqrt{1+x^2}}$	1	3,4	$10^{-5}$	0,50175
25	$\frac{\sqrt{\ln x+2}}{\ln(3,423+x^2)}$	1	2,6	$10^{-5}$	1,35799
26	$\frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}}{x \cdot e \sqrt{x+1}}$	1,2	4,4	$10^{-5}$	-2,35634
27	$\frac{x \cdot e \sqrt{x+1}}{\ln(1+x)}$	1	3,4	$10^{-6}$	27,55562
28	$\frac{x}{(3x^2-5x+2)^2}$	1,5	2,6	$10^{-5}$	0,10639
29	$\frac{\ln(x^2+1)}{\sqrt{e^x+x^2}}$	0	0,8	$10^{-5}$	0,05999
30	$\frac{0,3 \cdot e^{\sin x}}{\sqrt{1+\cos x}}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$10^{-5}$	0,25474
31	$\frac{\sin^2 0,5x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$10^{-5}$	0,00159

№	$f(x)$	a	b	e	პიკეტი
32	$\frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\sqrt{1+e^{2x}}}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$10^{-5}$	0,53354
33	$\frac{x^2 + e \sqrt{x}}{(1+x^2) \sqrt{1+x^2}}$	0,3	1,3	$10^{-4}$	1,49902
34	$\frac{\sqrt{x^4+x+1}}{x^2+0,3 \sqrt{x}}$	1	3,4	$10^{-6}$	0,35575
35	$\frac{e^{-x^2}}{x + \sqrt{x^2+1}}$	0	1	$10^{-5}$	0,51587
36	$\frac{\sqrt{x^2+3}}{(e^x+x^2)^2}$	-2,12	1	$10^{-4}$	0,59193
37	$\frac{e^{(x^2+x-1)^2}}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$10^{-7}$	0,04497
38	$\frac{\sqrt{\sin^2 3,7x}}{\cos^2 2x + \sqrt{x}}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$10^{-5}$	0,55597
39	$\frac{e^{x^2} \sin^2 x}{\sqrt{x^2+9}}$	2	3,8	$10^{-4}$	10267,494
40	$\frac{(\sin x + \cos x)^2}{(x^2+1)^2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$10^{-4}$	1,76244
41	$\frac{\ln \left( x + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)}{\sqrt{x + \sqrt{x}}}$	1	3,8	$10^{-5}$	1,75841
42	$\frac{x e^{4-2,5 \cos x}}{e^x \sin x}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$10^{-4}$	22,8377
43	$(\sin x)^{\cos^2 x} \sqrt{4x^2 + \ln x}$	1	e	$10^{-5}$	0,30224
44	$\frac{\operatorname{arctg} x}{(1+x^2)^2}$	3	3,8	$10^{-4}$	0,0067
45	$\frac{x}{3,125x^2 - 5,015x + 2,123}$	1,5	2,6	$10^{-4}$	0,5106

№	$f(x)$	$a$	$b$	$\epsilon$	შესუბო
46	$\frac{e^{-2\sqrt{x+4}} - 0,8794}{e^{x^2+1}}$	-2	-1,6	$10^{-4}$	-0,0133
47	$\frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{x^2+1}}$	0	0,6	$10^{-5}$	0,03646
48	$\frac{\sqrt{\arcsin x \cdot 15}}{e^{x^2} + \sqrt{x}}$	2,3	3,1	$10^{-4}$	0,0248
49	$x^2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$	0	1,4	$10^{-4}$	0,4632
50	$\frac{\arcsin \sqrt{x}}{(x^2+x+1)^2}$	0	0,8	$10^{-4}$	0,9445
51	$\frac{\lg(1+\sqrt{2,3+x^2})}{(1+x^2)e^{-x}}$	-1,2	1,2	$10^{-4}$	0,5832
52	$\frac{\operatorname{ch} 2x}{1+\sqrt{x^2}e^x}$	1	1,9	$10^{-4}$	0,0423
53	$\frac{\sqrt{x} \cdot \arcsin x^2}{13,425+e^x}$	0	0,9	$10^{-4}$	0,0205
54	$\lg\left(2,3 + \frac{3}{e^{x^2}+1}\right)$	-2,2	1	$10^{-0}$	1,437927
55	$\frac{x e^{4-2,5 \cos x}}{e^{x \sin x}}$	0	$\frac{\pi}{2}$	$10^{-3}$	3,812
56	$\frac{(x+\sin x)^2}{1+\frac{1}{2} \operatorname{tg} x}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$10^{-4}$	3,4131
57	$\frac{e^{3x^2} - \arcsin \operatorname{tg} x}{x \sin x + 0,3}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$10^{-5}$	0,54792
58	$\arcsin \operatorname{tg}\left(e^{2x} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)$	1	8,4	$10^{-4}$	3,7697
59	$\frac{x \sqrt{1+x^2} \cdot \sin 3x}{\sqrt{x+2}}$	2,3	3,2	$10^{-3}$	0,1901



$D = [a, b; c, d]$  მართკუთხედზე გავრცელებული ორჯერადი ინტეგრალის გამოსათვლელად შეიძლება გამოვიყენოთ ერთ-ერთი ქვემოთ მოყვანილი ფორმულა:

$$\int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy = -\frac{kh}{3} [f(M_1) + f(M_2) + f(M_3) + f(M_4) + 2f(M_0)] + R, \quad (4)$$

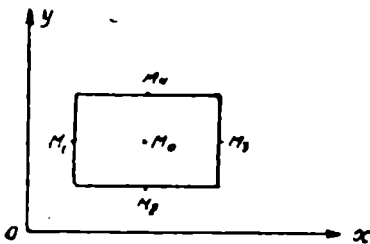
$$\int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy = -\frac{kh}{3} [f(N_1) + f(N_2) + f(N_3) + f(N_4) + 8f(N_0)] + R, \quad (5)$$

სადაც

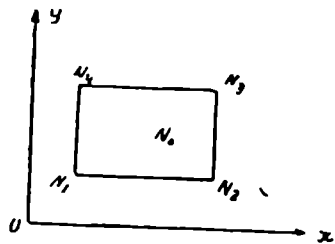
$$h = \frac{b-a}{2}, \quad k = \frac{d-c}{2}, \quad f(M_1), f(M_2), f(M_3), f(M_4), f(M_0) \text{ და}$$

$$f(N_1), f(N_2), f(N_3), f(N_4), f(N_0).$$

ინტეგრალქვეშა ფუნქციის მნიშვნელობებია შესაბამისად მართკუთხედის გვერდების შუა წერტილებსა და ცენტრში (ნახ. 22) და მართკუთხედის წვეროებსა და ცენტრში (ნახ. 23).



ნახ. 22.



ნახ. 23.

იმისათვის, რომ ინტეგრალის მნიშვნელობა უფრო ზუსტად იყოს გამოთვლილი,  $D$  არეს დაფარავენ მართკუთხედოვანი ბაიით, რომელიც შედგება კოორდინატთა ღერძების პარალელური წრფეებით.

$$x = a, \quad x = x_1, \dots, x = x_n = b, \quad a < x_1 < x_2 < \dots < x_n,$$

$$y = c, \quad y = y_1, \quad y = y_2, \dots, y = y_m = d, \quad c < y_1 < y_2 < \dots < y_m,$$

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \iint_{\Delta_{ij}} f(x, y) dx dy,$$

სადაც  $\Delta_{ij}$  წარმოადგენს მართკუთხედს  $[x_{i-1}, x_i; y_{j-1}, y_j]$ ;  $\iint_{\Delta_{ij}} f(x, y) dx dy$

ინტეგრალის გამოსათვლელად კი შეიძლება გამოვიყენოთ (4) ან (5) ფორმულა, მხოლოდ ამ შემთხვევაში

$$h = \frac{b-a}{2n}, \quad k = \frac{d-c}{2m}.$$

§ 8. ორჯერადი ინტეგრალის მიახლოებითი გამოთვლის დაპროგრამება

ორჯერადი ინტეგრალის გამოთვლისას, მე 5 პარაგრაფში მოყვანილი მეთოდით,  $h$  და  $k$  ბიჯების საწყისი მნიშვნელობებად შეიძლება შევიღოთ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეების ნახევარი. შემდეგ ეტაპებზე გვიანახევრით თავდაპირველად აღებული ბიჯები. ეს პროცესი გავიმეოროთ მანამ, სანამ ინტეგრალის ორ მომდევნო მნიშვნელობათა შორის სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე ნაკლები არ გახდება წინასწარ დასახელებულ დადებით  $\varepsilon$  რიცხვზე.

იმისათვის, რომ განვასხვაოთ საწყისი ეტაპი მომდევნო ეტაპისაგან (ე. ი. როცა ჯერ არა გვაქვს ორი მომდევნო მიახლოება გამოთვლილი), შეიძლება შემოღებულ იქნეს ბულის ცვლადი  $B$ , რომელიც საწყის ეტაპზე მიიღებს ვთქვათ, TRUE, ხოლო შემდეგ ეტაპზე FALSE მნიშვნელობებს. ოპერატორს, რომელიც განასხვავებს საწყის ეტაპს მომდევნოსაგან, შეიძლება მივცეთ სახე;

IF (B) GOTO 1

IF (ABS (C0 - C1) . LT. EPS) GOTO 2

პირველად  $B$ -ს აქვს მნიშვნელობა TRUE, ამიტომ შესრულდება გადასვლა 1-ით დაკლებულ ოპერატორზე,  $B$  შეიცვლის მნიშვნელობას და შესრულდება მომდევნო ოპერატორები. 1-ით მონიშნულია შემდეგი ოპერატორი:

1 B = FALSE

H = H / 2

AK = ΔK / 2

C1 = C 0

GOTO 5

სადაც კლდ 2 აღნიშნავს ოპერატორს, რომელიც ამოვრებს პროცესს ზოლო კლდ 5 იმ ოპერატორს, საიდანაც დაიწყება პროგრამის გამეორება ახალი ბიჯებისათვის. აქ განხილულია სრული პროგრამის ფრაგმენტი.

### დავალბა

1. შეადგინეთ პროგრამა-პროცედურა, რომელიც ქვემოთ მოყვანილი ინტეგრალებიდან ერთ-ერთს გამოთვლის (4) ფორმულის მიხედვით.

პროცედურის ფორმალურ პარამეტრებად მიუთ (a, b, c, d, eps, f), სადაც f აღნიშნავს ინტეგრალქვეშა ფუნქციის გამომთვლელ პროცედურას.

2- პირველ დავალბაში გამოთვლები (4) ფორმულის მაგივრად ჩაატარეთ (5) ფორმულით.

3. შეადგინეთ პროგრამა-პროცედურა (4) ფორმულის მიხედვით, რომელიც ინტეგრალს გამოთვლის წინასწარ შერჩეული h და l ბიჯებით. პროცედურა აღწერეთ ფორმალური პარამეტრებით (a, b, c, d, h, l, f), ამასთან გაითვალისწინეთ, რომ მუშაობის შემდეგ აღნიშნულმა პარამეტრებმა შეინარჩუნონ საწყისი მნიშვნელობები.

4. შესაბამე დავალბაში გამოთვლები ჩაატარეთ (5) ფორმულით.

5. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც გამოთვლის რამოდენიმე ინტეგრალს (4) ფორმულით. ორჯერადი ინტეგრალის გამოთვლის პროგრამა გააფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრები (a, b, c, d, eps, f).

გამოთვალეთ ორჯერადი ინტეგრალი:

$$I = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy.$$

ინტეგრალქვეშა ფუნქცია და საზღვრები ქვემოთ არის მოცემული.

№	$f(x, y)$	a	b	c	d	e	პასუხი
1	$\frac{\sqrt{ \sin(5x^2 + by^2) }}{1 + \sqrt{xy}}$	0	1	0	1	$10^{-4}$	0,8592
2	$-\frac{ax e^{\frac{y}{cx^2 + by^2}}}{\sqrt{b^2 + y^2}}$	0,5	1	0,1	1	$10^{-4}$	0,7758

№	$f(x, y)$	a	b	c	d	e	Значение
3	$\frac{e^{-(\sin dx + ay^3)}}{(b^3 + x^3 + y^3)^{3/2}}$	0	1	0,5	1	$10^{-4}$	0,1383
4	$\frac{\cos^3(ax^3 + dy^3 - 1)}{(2 + 8x^3 + dy^3)^3}$	0	1	1	1,6	$10^{-5}$	0,00136
5	$\frac{\sqrt{c^2 + d^2 y^3}}{\ln(2 + x^3 + y^3)}$	1	2	1	2	$10^{-4}$	0,0036
6	$2ax \ln \sqrt{2 + e^{xy}}$	1	2	1	2	$10^{-4}$	7,1696
7	$\frac{\arctg \frac{bx}{1+y^3}}{\sqrt{a^2 + e^x}}$	0	1,5	0	1,1	$10^{-4}$	1,698
8	$\frac{\cos^3 bx - \sin cx}{\sqrt{a^2 + x^4 y^3}}$	4,5	4,5	1	2	$10^{-4}$	-0,00037
9	$2^x \frac{\operatorname{tg} \frac{cy}{d^3 + x^3}}{e^{2x} + a^3}$	1	2	0	1	$10^{-4}$	0 00 00
10	$\frac{1}{a^3 + b^3} \frac{\sin^3 x + \cos(\ln x)}{(8 + 2x^3 + 0,875y^3)^3}$	1,5	2	2	3	$10^{-5}$	0,0000316
11	$\frac{e^{\sin(x^3 - y^3)}}{\sqrt{\frac{ax}{e^{\frac{ax}{2}} + d^2 x^3}}}$	1,3	2,4	0,5	1	$10^{-4}$	0,3406
12	$\frac{\ln(x^3 + y^3 + c^3)}{e^{xy} + \frac{a}{x^3} + a^3}$	1	2	1	2	$10^{-6}$	0 000089
13	$\frac{\sqrt{c^3 + x^3 y^3}}{\ln(2 + x^3 y^3)}$	3,5	4,6	1	1,6	$10^{-5}$	0,45202
14	$\frac{2^{ax} \ln(\sqrt{2} + e^{xy})}{c^3 a + dy^3}$	1	2	3	4	$10^{-5}$	0,24876
15	$\frac{e^x \sqrt{y} \sin \sqrt{xy}}{1 + \sin \frac{x}{3}}$	2	2,5	1	2,1	$10^{-5}$	5,57261
16	$\frac{\sqrt{2} \left( 2c^a \sin x + \sqrt{\frac{x}{a^3 x^3 + a^2 y^3}} \right)}{\sqrt{x}}$	1	2,5	2,5	3,5	$10^{-5}$	9,97552

№	$f(x)$	a	b	c	d	e	პ.ს.უ.ბ.ი
17	$\frac{e \sqrt{x^3} ax^2 + b \ln x}{(0,536x^3 + y + d^2)^2}$	2,5	3,5	2	1	$10^{-5}$	0,66006
18	$2 \cos \sqrt{d^2 + x^2} \frac{\cos \frac{x}{x^2 + y^2 + d^2}}{\ln(y^2 + \sqrt{1 + x^2})}$	1,3	2,5	2	3	$10^{-5}$	0,17608
19	$\frac{e^{-ax^3} + \sin \frac{x}{by^4}}{\ln(5,321 + x^2 y^2)}$	1,5	2	2	3,5	$10^{-5}$	0,02738
20	$\frac{\cos \frac{x^2}{a^2 + y^2} + \sin \frac{y^4}{x^2 + b^2}}{\sqrt{c^2 + a^2 x^2 y^2}}$	3,5	4,5	2	2,6	$10^{-5}$	0,00810
21	$\left(\frac{1}{6}\right) \sqrt{\frac{1}{a^2 + x^2 y^2}} \times$ $\times \sqrt{\frac{\sin^2 \frac{c}{x^2} + \ln(d^2 + y^2)}{ax^2 y + b^2}}$	1,5	2	2	3,5	$10^{-5}$	0,00625
22	$\frac{e^{\frac{\sin cx}{y}} \sqrt{\sin^2 \frac{y}{x^2 + d^2} + \frac{1}{7}}}{\ln(1 + 3x^2 y)}$	2	3	1	2	$10^{-5}$	0,14132
23	$\frac{\sin \frac{ay}{\sqrt{a^2 + x^2}}}{\left(c + \frac{1}{3} x^2 + \sqrt{2} y^2\right)^2}$	3,5	4,7	2	3	$10^{-5}$	0,00452
24	$\ln \left( \sqrt{2} + \frac{b^2 \cos \frac{cx}{x^2 + y^2 + d}}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}} \right)$	2,5	3,5	1	2	$10^{-5}$	1,57402
25	$xy \frac{\cos(\ln x)}{\ln(a^2 x^3 + b^2 y^4 + 1)}$	1	2	0,2	2	$10^{-5}$	0,59315
26	$ayr \frac{\sqrt{2} r \cos d^{x+y}}{\ln\left(1 + \frac{a^2 x^2}{c^2 y^2}\right)}$	0,5	1	0,1	1	$10^{-5}$	-0,01493
27	$\frac{1}{3} \cos \sqrt{\left  \frac{\sin x^2}{\cos(b^2 + y^2)} \right }$	0,3	1	0,5	1	$10^{-4}$	0,1877

№	$f(x)$	a	b	c	d	e	პასუხი
28	$e^{-x^2} \frac{\cos(2ax\sqrt{2 + \ln^2(1+x^2)})}{x + \sqrt{2+y^2}}$	0,5	3	1	2	$10^{-3}$	0,067
29	$e^{-xy} \frac{\ln(ax+cy)}{\cos\sqrt{a^2 + \ln^2(1+xy)}}$	2	2,5	1	2	$10^{-5}$	0,00027
30	$2 \frac{\sqrt{x^2+y^2} \cos\left(\frac{y}{x} + a\right)}{\ln(a^2 + \sqrt{1+x^2+y^2})}$	0,5	1,5	0,3	1,1	$10^{-3}$	0,294
31	$\frac{\sqrt{a^2 + (xy^2 + x^2y)^2} e^{x-2y^2} - \ln 3}{\ln(y^2 + e^{x^2})}$	3,5	4,5	1	2	$10^{-4}$	-5,2110

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ინტეგრება

§ 1. პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა ეილერის მეთოდით

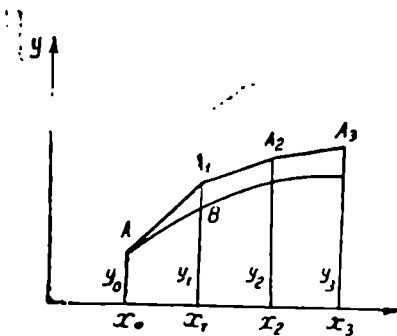
ვთქვათ, საძიებელია  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნი  $y(x)$ , რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ საწყის პირობას: როცა  $x = x_0$ ,  $y(x_0) = y_0$ . ვივლით, რომ  $f(x, y)$  ფუნქცია უწყვეტია  $R[|x - x_0| < a, |y - y_0| < b]$  მართკუთხედში და  $y$  ცვლადის მიმართ აკმაყოფილებს ლიფშციის პირობას

$$|f(x, y) - f(x, \bar{y})| \leq N |y - \bar{y}|. \quad (1)$$

საკიროა  $[x_0, X]$  სეგმენტზე შევადგინოთ  $y(x)$  ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი. დავყოთ  $[x_0, X]$  სეგმენტი  $n$  თანატოლ ნაწილად წერტილებით

$$x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = X;$$

$$x_{i+1} - x_i = h \quad (i = 0, 1, \dots, n-1).$$



ნახ. 24.

შევცვალოთ  $[x_0, x_1]$  სეგმენტზე ინტეგრალური წირის  $AB$  რკალი  $A$  წერტილზე გავლებული მხედის  $AA_1$  მონაკვეთით (ნახ. 24). მხედის

$$y - y_0 = (x - x_0) f(x_0, y_0)$$

განტოლებაში  $x$ -ის ნაცვლად თუ ჩავსვამთ  $x_1 = x_0 + h$ , მივიღებთ  $y(x)$  ფუნქციის მიახლოებით მნიშვნელობას

$$y_1 = y_0 + hf(x_0, y_0).$$

$[x_1, x_2]$  სეგმენტზე ინტეგრალური წირი შეეცვალოთ წრფით, რომელიც გადის  $A_1(x_1, y_1)$  წერტილზე და რომლის კუთხური კოეფიციენტიც  $f(x_1, y_1)$ . ამ წრფის განტოლებაა:

$$y - y_1 = (x - x_1) f(x_1, y_1).$$

თუ ამ განტოლებაში  $x$ -ის ნაცვლად ჩაეწერთ  $x_2 = x_1 + h$ , მივიღებთ  $y(x)$  ფუნქციის მიახლოებით მნიშვნელობას:

$$y_2 = y_1 + h f(x_1, y_1).$$

საერთოდ  $y(x)$  ფუნქციის მიახლოებითი მნიშვნელობა  $x_{i+1}$  წერტილზე იქნება

$$y_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i) \quad (i=0, 1, 2, \dots, n-1).$$

ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილის აგების ამ მეთოდს ეილერის მეთოდი ეწოდება.

თუ  $f(x, y)$  ფუნქცია აკმაყოფილებს (1) უტოლობას და ამავე დროს  $\left| \frac{df}{dx} \right| = \left| \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \right| \leq M$  ძლებულ მართკუთხედში, მაშინ მეთოდის ცდომილება შეიძლება შეფასებულ იქნეს უტოლობით

$$|y(x_i) - y_i| \leq \frac{hM}{2N} [(1 + hN)^i - 1]; \quad (2)$$

სადაც  $y(x_i)$  აღნიშნავს საძიებელი ამონახსნის ზუსტ მნიშვნელობას  $x_i = x_0 + ih$  წერტილზე, ხოლო  $y_i$  მიახლოებითი მნიშვნელობაა ამავე წერტილზე.

ეილერის მეთოდი, გამოთვლების ჩატარების თვალსაზრისით მარტივია, მაგრამ როგორც (2) უტოლობიდან ჩანს მისი ნაშთითი წევრი  $h$ -ის შიშართ პირველი რივისაა, ამის გამო კარგი სიზუსტის მისაღწევად საჭიროა მცირე  $h$ -ის შერჩევა, რაც თავის მხრივ იწვევს გამოთვლებისათვის საჭირო დროის მნიშვნელოვან გაზრდას.

## § 2. ეილერ-კოუსის გაუმჯობესებული მეთოდი

ცდომილების დაკროვების შემცირების მიზნით იყენებენ  $y_1, y_2, \dots, y_n$  მნიშვნელობათა გადათვლის შემდეგ წესს.  $x_1$  წერტილზე, ეილერის მეთოდით პოულობენ  $y_1$  მნიშვნელობას. ამავე წერტილზე  $y(x)$  ფუნქციის უკეთეს მიახლოებით მნიშვნელობად ლებულობენ გამოსახულებას:

$$y_1^{(1)} = y_0 + \frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1)}{2} h.$$



...  $y_1^{(1)}$  მნიშვნელობა შეიძლება კიდევ უფრო ღიახუსტოთ შემდეგი გამოსახულებით:

$$y_1^{(1)} = y_0 + \frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1^{(1)})}{2} h$$

და საერთოდ

$$y_i^{(1)} = y_0 + \frac{f(x_0, y_0) + f(x_i, y_i^{(1)})}{2} h.$$

ანალოგიურად მიიღება  $x_1, x_2, \dots, x_n$  წერტილებზე  $y(x)$  ფუნქციის დაზუსტებული მნიშვნელობები.

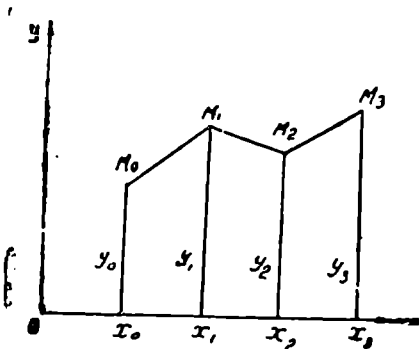
$y_1$ -ის ყოველი დაზუსტებული მნიშვნელობების მისაღებად გადათვლის ეს პროცესი მაშინ უნდა შეეწყვიტოს, როცა ორ მომდევნო მიხსლოებაში მძიმის შემდეგ ერთმანეთს დაემთხვევა ათწილად ნიშანთა საკირო ჩაოდენობა.

თუ  $y$ -ს მნიშვნელობაში სამი-ოთხი გადათვლის შემდეგ ერთმანეთს არ დაემთხვა ათწილად ნიშანთა საკირო ჩაოდენობა, უნდა შევაპვიროთ ცხრილის  $h$  ბიჯი.

ამგვარად მიიღება მოცემული დიფერენციალური განტოლების იმ ამონახსნის მნიშვნელობათა ცხრილი, რომელიც მოცემულ საწყის პირობას აკმაყოფილებს.

ამ მეთოდს ეილერ-კოშის გაუმჯობესებული მეთოდი ეწოდება.  $[x_0, x]$  სეგმენტის დაყოფის  $x_0, x_1, \dots, x_n = X$  წერტილებზე ავავოთ  $y_0, y_1, \dots, y_n$  ორდინატები და მიღებული  $M_0(x_0, y_0),$

$M_1(x_1, y_1), \dots, M_n(x_n, y_n)$  წერტილები შევავროთ ტეხილით (ნახ. 25). ამ ტეხილს ეილერის ტეხილი ეწოდება. იგი მიხსლოებით იძლევა დიფერენციალური განტოლების იმ ინტეგრალურ წირს, რომელიც მოცემულ წერტილებზე გადის.



ნახ. 25.

$$\begin{aligned} \text{თუ } |f(x, y)| &\leq M_1, \quad \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \leq \\ &\leq M_2, \quad \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \leq M_3, \quad \left| \frac{d^2 f}{dx^2} \right| \leq M_4, \end{aligned}$$

მაშინ მეთოდის ცდომილების შეფასებისათვის გვაქვს შემდეგი უტოლობა:

$$|y_n - \vartheta(x_n)| \leq \frac{h^2}{12} \left[ \frac{M_2}{L} + 3(M_2 + M_1 M_2) \right] \left[ \left( \frac{1 + \frac{1}{2} hL}{1 - \frac{1}{2} hL} \right)^n - 1 \right].$$

სადაც  $L$  ლიფშიცის მუდმივაა.

როგორც ვხედავთ, ამ მეთოდის ნაშთით წვერი მეორე რივისაა  $h$ -ის მიმართ.

### § 2. რუნგე-კუტას მეთოდი

პირველ პარაგრაფში დასმული კოშის ამოცანის ამოხსნის რიცხვითი მნიშვნელობები წერტილებში  $x_i = x_0 + ih$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , შეიძლება გამოთვლილ იქნეს, რუნგე-კუტას შემდეგი ფორმულის მიხედვით:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i.$$

სადაც  $\Delta y_i = \frac{1}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$ . ამ ფორმულის ნაშთითი წვერი-

მეოთხე რივისაა  $h$ -ის მიმართ.

აქ

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3) \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

ხოლო

$$h = \frac{x - x_0}{n}.$$

რუნგე-კუტას მეთოდის ცდომილების შეფასები დიდ სიძნელეებთან არის დაკავშირებული, ამიტომ პრაქტიკული გამოთვლების დროს ყოველ  $x_i$  წერტილზე  $y_i$  მნიშვნელობას ითვლიან  $h$  და  $h/2$  ბიჯით. თუ მიღებული მნიშვნელობები თანხედებიან ერთმანეთს ციფრთა სასურველი რაოდენობით, მაშინ  $h/2$  ბიჯი სწორადაა შერჩეული აღებულ ეტაპზე.

ასევე შეიძლება ბიჯი, ლიფგრენციალური განტოლების სხვა მეთოდით ამოხსნის დროსაც.

§ 4. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის ამოხსნა  
 რუნგე-კუტას მეთოდით

სიმარტივისათვის განვიხილოთ სამი განტოლებისაგან შემდგარე ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემა

$$\begin{aligned} y_1' &= f_1(x, y_1, y_2, y_3); \\ y_2' &= f_2(x, y_1, y_2, y_3); \\ y_3' &= f_3(x, y_1, y_2, y_3). \end{aligned} \quad (4)$$

საწყისი პირობებით  $y_1(x_0) = y_{1,0}$ ,  $y_2(x_0) = y_{2,0}$ ,  $y_3(x_0) = y_{3,0}$ .

აღვნიშნოთ  $y_i(x_k) = y_{i,k}$ ,  $x_k = x_0 + kh$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ,  $i = 1, 2, 3$ .  
 საძიებელი ამონახსნი შეიძლება წარმოვადგინოთ იქნეს რუნგე-კუტას  
 შემდეგი ფორმულებით:

$$\begin{aligned} y_{1,k} &= y_{1,k-1} + \Delta y_{1,k-1}; \\ y_{2,k} &= y_{2,k-1} + \Delta y_{2,k-1}; \\ y_{3,k} &= y_{3,k-1} + \Delta y_{3,k-1}. \end{aligned}$$

სადაც

$$\begin{aligned} \Delta y_{1,k-1} &= \frac{1}{6} (l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4); \\ \Delta y_{2,k-1} &= \frac{1}{6} (p_1 + 2p_2 + 2p_3 + p_4); \\ \Delta y_{3,k-1} &= \frac{1}{6} (q_1 + 2q_2 + 2q_3 + q_4); \end{aligned}$$

აქ

$$\begin{aligned} l_1 &= hf_1(x_{k-1}, y_{1,k-1}); \\ l_2 &= hf_1(x_{k-1} + h/2, y_{1,k-1} + l_1/2); \\ l_3 &= hf_1(x_{k-1} + h/2, y_{1,k-1} + l_2/2); \\ l_4 &= hf_1(x_{k-1} + h, y_{1,k-1} + l_3); \\ p_1 &= hf_2(x_{k-1}, y_{1,k-1}); \\ p_2 &= hf_2(x_{k-1} + h/2, y_{1,k-1} + p_1/2); \\ p_3 &= hf_2(x_{k-1} + h/2, y_{1,k-1} + p_2/2); \\ p_4 &= hf_2(x_{k-1} + h, y_{1,k-1} + p_3); \\ q_1 &= hf_3(x_{k-1}, y_{1,k-1}); \\ q_2 &= hf_3(x_{k-1} + h/2, y_{1,k-1} + q_1/2); \\ q_3 &= hf_3(x_{k-1} + h/2, y_{1,k-1} + q_2/2); \\ q_4 &= hf_3(x_{k-1} + h, y_{1,k-1} + q_3). \end{aligned}$$

ანალოგიური ფორმულები არსებობს  $n$ -ური რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის ამოხსნისათვის რუნგე-კუტას მეთოდით.

რუნგე-კუტას მეთოდით აგრეთვე შეიძლება ამოხსნათ კოშის ამოცანა  $n$  ური რიგის დიფერენციალური განტოლებებისათვის მისი სისტემაზე დაყვანით, თუ იგი ამოხსნადია უმაღლესი რიგის წარმოებულის მიმართ.

ვთქვათ, გვაქვს კოშის ამოცანა:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}), \quad y^{(k)}(x_0) = y_0^{(k)}, \quad (k = 0, 1, \dots, n-1).$$

შემოვიღოთ ახალი ფუნქციები:

$$y' = y_1, \quad y'' = y_2, \quad \dots, \quad y^{(n-1)} = y_{n-1},$$

მაშინ ჩვენი ამოცანა დაიყვანება

$$\frac{dy}{dx} = y_1,$$

$$\frac{dy_1}{dx} = y_2,$$

⋮

$$\frac{dy_{n-2}}{dx} = y_{n-1},$$

$$\frac{dy_{n-1}}{dx} = f(x, y, y_1, y_2, \dots, y_{n-1}),$$

სისტემის ამოხსნაზე, შემდეგი საწყისი პირობებით

$$y_1(x_0) = y_0', \quad y_2(x_0) = y_0'', \quad \dots, \quad y_{n-1}(x_0) = y_0^{(n-1)}.$$

#### § 6. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნის დაპროგრამება რუნგე-კუტას მეთოდით

დიფერენციალური განტოლების ამოხსნის ზემოთ მოყვანილი რიცხვითი ალგორითმების დაპროგრამება ფორტრან ენაზე მარტივია და ერთმანეთს გავს.

განვიხილოთ რუნგე-კუტას მეთოდით დაპროგრამება ერთი ბიჯისათვის, ე. ი.  $(x_i, y_i)$  წერტილიდან მომდევნო  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  წერტილზე გადასვლისათვის.

ვიგულისხმობთ, რომ აღწერილი გვაქვს  $f(x, y)$  ფუნქციის გამოთვლელი პროცედურა — ფუნქცია, რომლის ფორმალურ პარამეტრებსაც წარმოადგენენ  $x, y$  იდენტიფიკატორები. პროგრამა გავა-

ფორმით, როგორც ქვეპროგრამა ოპერატორი ფორმალური პარამეტრებით  $x, y, h, f$ , სადაც  $h$  ინტეგრების ბიჯია. ძირითადი პროგრამის ციკლში შეიძლება მიმართვა ქვეპროგრამაზე, ჩითაც ნოვაბდენტ ადებული დიფერენციალური განტოლების მხტეგრებას ზთესსსინტეგრო შუალედში:

```
SUBROUTINE RUNGE (X, Y, H, F)
REAL K1, K2, K3, K4
Y1 = Y
K1 = H * F(X, Y1)
Y1 = Y + K1/2
K2 = H * F(X + H/2, Y1)
Y1 = Y + K2/2
K3 = H * F(X + H/2, Y1)
Y1 = Y + K3
K4 = H * F(X + H, Y1)
Y = Y + (K1 + K2 + K3 + K4) / 6
RETURN
END
```

### ღავალები

1. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც ამოხსნის ქვემოთ მოყვანილ-პირველი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის ცოშის სათხანდო ამოცანას რუნგე-კუტას მეთოდით.

2. რუნგე-კუტას მეთოდით დიფერენციალური განტოლების ინტეგრების პროგრამი გათფორმეთ როგორც პროცედურა ფორმალური პარამეტრებით  $(x, y, h, f, eps)$ , სადაც  $eps$  მოცემული სიზუსტია.  $h$  ინტეგრების ბიჯი,  $x, y$  საწყისი მნიშვნელობები. შეადგინეთ პროგრამა, რომელიც მიღებული პროცედურით ამოხსნის ჩამოღენიშე დიფერენციალურ განტოლებას.

3. შეასრულეთ პირველი ღავალება; რუნგე-კუტას მეთოდი შეცვალეთ ეილერის მეთოდით.

4. შეასრულეთ პირველი ღავალება, რუნგე-კუტას მეთოდი შეცვალეთ ეილერ-კოშის მეთოდით და შეადარეთ ამ ორი მეთოდით მიღებული შედეგები.

5. შეასრულეთ მეორე ღავალება; რუნგე-კუტას მეთოდი შეცვალეთ ეილერ-კოშის გაუმჯობესებული მეთოდით.

ხაერჯიშო მავალითებო

№	დიფერენციალური განტოლება	ინტეგრების შუალელი	ხაერჯის პირობებო	სიზუსტე	პახუბი: ამონახსნის მნიშვნელობა წერტილებზე
1	2	3	4	5	6
1	$y' = \frac{xy}{3 + \cos^2 x}$	[0; 1,5]	$x=0$ $y=1$	$10^{-4}$	$y(0.25)=1,00790$ $y(0.5)=1,032735$ $y(\cdot)=1,149478$ $y(1.25)=1,255612$ $y(1.5)=1,405889$
2	$y' = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{4,563 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{y}}$	[1; 2]	$x=1$ $y=3$	$10^{-5}$	$y(1.25)=3,390.4$ $y(1.5)=3,83433$ $y(1.75)=4.33876$ $y(2)=4,91069$
3	$y' = \frac{0, (3) e^{x^2} = y}{2 \sin^2 x + y^2 x^4}$	[-1; -0,9]	$x=-1$ $y=-4.652$	$10^{-5}$	$y'(-0.9)=-4.55948$
4	$y' = \frac{0, (3) e^{x^2} = y}{2 \sin^2 x + y^2 x^4}$	[1; 2]	$x=1$ $y=0.5$	$10^{-4}$	$y(1.25)=0.8281$ $y(1.5)=1,1274$ $y(1.75)=1.4038$ $y(2)=1.6679$
5	$y' = \frac{(\operatorname{tg} x^2) y^3}{4 + (\ln^2 x) y}$	[1; 2,66]	$x=1$ $y=0.5$	$10^{-5}$	$y(1.25)=0,51021$ $y(2,5625)=0,82798$ $y(2.66)=1.03512$
6	$y' = \frac{\sin xy}{\sqrt{x^3+y^3}}$	[2; 3]	$x=2$ $y=3.058$	$10^{-4}$	$y(2.25)=3,30286$ $y(2.5)=3.53471$ $y(2.75)=3,74642$ $y(3)=3,93234$
7	$y' = \frac{\sqrt{xy}}{y^3 + \ln^3 x}$	[1,23; 2,56]	$x=1,23$ $y=2,34$	$10^{-5}$	$y(1,98)=2,60671$ $y(1,73)=2,87318$ $y(1,98)=3,138.5$ $y(2,23)=3,40355$ $y(2,56)=3,75144$
8	$y' = \frac{(x+2y)^3}{\sqrt[4]{x+y^3}}$	[2,125; 3,17]	$x=2,125$ $y=1,152$	$10^{-5}$	$y(2,1875)=1,63523$ $y(2,25)=2.10538$ $y(2,3125)=255755$ $y(2,625)=4,6188$ $y(3,17)=7.83070$

1	2	3	4	5	6
9	$y' = e^y \sqrt{x} \sin(x^2 + y)$	[0; 1]	$x = 0$ $y = 3$	$10^{-7}$	$y(0.006756) =$ $= 3.009851$ $y(0.0195312) =$ $= 3.009774$ $y(0.00878906) =$ $= 3.0090162$
10	$y' = e^{-y} \sqrt{x} \sin(x^2 + y)$	[0; 1]	$x = 0$ $y = 3$	$10^{-5}$	$y(0.015625) =$ $= 3.01512$ $y(0.03125) =$ $= 3.02992$ $y(0.28125) =$ $= 3.30555$ $y(0.765625) =$ $= 5.87155$ $y(1) = 5.90691$
11	$y' = \sin^3(x + \cos^3 y)^3$	$[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$	$x = \frac{\pi}{3}$ $y = 2$	$10^{-6}$	$y(1.10969753) =$ $= 2.04295$ $y(1.17220) =$ $= 2.05752$ $y(1.35970) =$ $= 2.04892$ $y(1.48470) =$ $= 1.97217$ $y(1.57080) =$ $= 1.89133$
12	$y' = \frac{(x^2 + xy + y^2)^3}{\cos x + x^2 + y^2}$	[0; 0.166]	$y(0) = \sqrt{3}$	$10^{-5}$	$y(0.03125) =$ $= 1.89494$ $y(0.0625) = 2.13772$ $y(0.14453125) =$ $= 4.72251$ $y(0.16455076) =$ $= 21.53611$ $y(0.16554786) =$ $= 95.54480$ $y(0.16560173) =$ $= 215.87120$
13	$y' = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x} + 2\sqrt{y}}}{(x^2 + y)^2}$	$[\sqrt{\pi}; \sqrt{2\pi}]$	$y(\sqrt{\pi}) = 2$	$10^{-5}$	$y(2.02245339) =$ $= 2.04298$ $y(2.27245339) =$ $= 2.07659$ $y(2.50662818) =$ $= 2.10172$

1	2	3	4	5	6
14	$y' = \left( \frac{3x^2 + 0.4xy + y^3}{2x^2 - 0.7xy + 3y^3} \right)^2$	[1.12, 2, 15]	$x = 1.12$ $y = 4.55$	$10^{-5}$	$y(1.37) = 4.55240$ $y(1.62) = 4.55575$ $y(1.87) = 4.55864$ $y(2.12) = 4.56268$ $y(2.15) = 4.56322$
15	$y' = \frac{\ln^2 x + \sqrt{y^2 + 1}}{x^3(y^3 + 1)}$	[2, 4]	$y(2) = -3$	$10^{-5}$	$y(2.5) = -2.99791$ $y(3) = -2.99666$ $y(4) = -2.99527$
16	$y' = \frac{\sin y + 2 \cos^2 x}{\sqrt{0.4 + \cos^2 y \sin^2 x}}$	[0; $\pi$ ]	$y(0) = 1$	$10^{-5}$	$y(1) = 3.46735$ $y(1.6) = 3.50556$ $y(2.8) = 4.01080$ $y(\pi) = 4.55792$
17	$y' = \frac{3 \sin x + y}{\sqrt{\cos^2 2x + y^2}}$	[1; 3]	$y(1) = 0.5$	$10^{-4}$	$y(1.3) = 1.43217$ $y(1.8) = 2.49471$ $y(2) = 2.857372$ $y(2.8) = 4.035644$ $y(3) = 4.276436$
18	$y' = \left( \frac{1}{2} \right)^{x^3} \cos \frac{x}{1+y^2}$	[0; 2]	$y(0) = \sqrt{3}$	$10^{-6}$	$y(0.5) = 2.221510$ $y(1) = 2.588922$ $y(2) = 2.744293$
19	$y' = \frac{\sin^2 x + \ln(1+y^2)}{1+e^x}$	[1; 3]	$y(1) = 1$	$10^{-5}$	$y(1.71) = 1.25159$ $y(3) = 1.44620$
20	$y' = \frac{(3x^2 - 4y^3 + 1)^2}{x^4 y^2 + 2e^x \cos^2 y}$	[0; 0.33]	$y(0) = 0.5$	$10^{-5}$	$y(0.018) =$ $= -0.48714$ $y(0.089) =$ $= -0.44212$ $y(0.21) = -0.37618$ $y(0.33) = -0.31319$
21	$y' = \frac{e^{x^2} y + \sqrt{2} y^4}{(1+xy^2)^3}$	[1; 2]	$y(1) = 0.3157$	$10^{-5}$	$y(1.4) = 0.75162$ $y(1.6) = 0.92964$ $y(1.8) = 1.12586$ $y(2) = 1.43970$
22	$y' = \sin y - \ln \left( \frac{x}{y^3 + 1} + \sqrt{2} \right)$	[2; 3]	$y(2) = 0.2$	$10^{-5}$	$y(2.2) = -0.03211$ $y(2.40) = -0.32448$ $y(2.8) = -1.03206$ $y(3) = -1.40856$



1	2	3	4	5	6
23	$y' = \frac{\sqrt{2x^2+y^2} + \sqrt{2}}{\sqrt{\cos \frac{x}{y+1}}}$	[1; 1.5]	$y(1) = \sqrt[3]{5}$	$10^{-6}$	$y(1.1) = 1.948320$ $y(1.23) = 2.335801$ $y(1.38) = 2.937388$ $y(1.49) = 3.536337$
24	$y' = \frac{\sqrt{3x^2+y^2}}{y^4 + \sin^2 2x}$	[2; 3]	$y(2) = 0.3$	$10^{-6}$	$y(2.1) = 0.714809$ $y(2.27) = 1.222365$ $y(2.42) = 1.523439$ $y(3) = 2.295221$
25	$y' = \frac{\sin(x+y) + \sqrt{x+2y^3}}{(x^3+3y^2)^3}$	[3; 5]	$y(3) = 2$	$10^{-6}$	$y(5) = 2.0003$
26	$y' = \frac{\sin x \cos y - y}{e^{2x} + \sqrt{3} y^2}$	[0; 2]	$y(0) = 0.20$	$10^{-5}$	$y(0.125) = 0.23527$ $y(0.875) = 0.27249$ $y(1.75) = 0.31324$ $y(2) = 0.31713$
27	$y' = y\sqrt{2x} - \frac{\sqrt{4 - \sin xy}}{\sqrt{2+x^2}}$	[1; 3]	$y(1) = \frac{1}{7}$	$10^{-6}$	$y(1.75) = -0.1319$ $y(2.25) = -0.1554$ $y(2.5) = -0.1426$ $y(3) = -0.1070$
28	$y' = \frac{x+y}{\sqrt{2x^2+y^2}} - xe^{xy}$	[0; 1.5]	$y(0) = \sqrt{2}$	$10^{-6}$	$y(0.5) = 1.7469$ $y(0.875) = 1.4022$ $y(1.25) = 0.6652$ $y(1.5) = 0.2585$
29	$y' = \frac{3x^2 + e^{x^2} + 3y^3}{\sqrt{x^4 y^3 + 2}}$	[0.5; 1.5]	$y(0.5) = -1.73205$	$10^{-6}$	$y(0.75) = -1.4543$ $y(1.125) = -0.8731$ $y(1.343) = 0.2222$ $y(1.408) = 0.8742$
30	$y' = \frac{\sqrt[3]{\sin^2 \frac{x}{y^2+2}}}{x \cos y}$	[-1; 1]	$y(-1) = 2$	$10^{-6}$	$y(-0.5) = 2.1879$ $y(0) = 2.2643$ $y(0.5) = 2.1885$ $y(1) = 2.00.6$
31	$y' = \frac{3 \ln x y^3}{\sqrt{x^2 + \sqrt{2} y^3}}$	[0.5; 1.5]	$y(0.5) = -1.5432$	$10^{-5}$	$y(0.75) = -1.44920$ $y(1) = -1.31866$ $y(1.5) = -0.96272$
32	$y' = \frac{x^y (x+y^3)}{\ln(x^2+2)}$	[2; 4]	$y(2) = -2$	$10^{-6}$	$y(2.5) = -2.0000$ $y(3) = -2.0000$ $y(4) = -2.0000$

გ ა ზ რ ძ ე ლ ე ბ ა					
1	2	3	4	5	6
33	$y'' = \frac{2x \ln(x^2 y^2 + 1)^2}{\sin^2 x + \sqrt{3}}$	$[-5; -2.25]$	$y(-5) = -0.6$	$10^{-3}$	$y(-3.75) = -0.46010$ $y(-3) = -0.18761$ $y(-2.25) = 0.18925$
34	$y' = \frac{\operatorname{tg} x \cos y \sqrt{3^{xy} + 1}}{2 + x^2}$	$[-1; 2]$	$y(-1) = 0.3$	$10^{-4}$	$y(-0.75) = 0.2581$ $y(0) = 0.2269$ $y(2) = 0.2444$

### დავალებები

მაღალი რიგის დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნა რუნგე-კუტას მეთოდით

1. ქვემოთ მოყვანილი მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები დაიყვანეთ პირველი რიგის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაში და ამოხსენით რუნგე-კუტას მეთოდით.

2. შეადგინეთ პროცედურა ორსუცნობიანი ორი დიფერენციალური განტოლებისაგან შემდგარი სისტემის ამოხსნისა რუნგე-კუტას მეთოდით.

3. შეადგინეთ პროცედურა სამსუცნობიანი სამი დიფერენციალური განტოლებისაგან შემდგარი სისტემის ამოხსნისა რუნგე-კუტას მეთოდით.

1)  $2y'' - xy' + (x^2 - 6)(y' - y) = 0;$

$y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0,$

შუალედში  $[0; 1]$  სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

პასუხი:  $y(0.5) = 0.8243;$

$y(1) = 2.7183.$

2)  $(1-x^2)(2-x^2-6x)y''' + (7x^2-4)y'' + xy' - 4^4y = 0;$

$y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -2^4, y'''(0) = 0,$

შუალედში  $[0; 0.5]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(0.25) = 0.53125;$

$y(0.5) = -0.5000.$

3)  $(9-x^2)^2 y'' + 4x(9-x^2)y' + [2(9-x^2) + (y-x^2)^2 - 9x^2]y = 0$

$y(0) = 0, y'(0) = 9$

შუალედში  $[0; 1]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(0.5) = 4.19475;$

$y(1) = 6.73376.$

4)  $y''(1+x^2) + y'^2 + 1 = 0;$

$y(0) = 0, y'(0) = 1;$

შუალედში  $[0; 1]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(0,5) = 0,310930;$

$y(1) = 0,386294.$

5)  $xy'' - y' \ln \frac{y'}{x};$

$y(1) = 0, y'(1) = 1$

შუალედში  $[1; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(1,25) = 0,247698;$

$y(1,5) = 0,483673;$

$y(1,75) = 0,700992;$

$y(2) = 0,896362.$

6)  $4y' + y''^2 = 4xy'';$

$y(0) = 0, y'(0) = -1;$

შუალედში  $[0; 1]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

პასუხი:  $y(0,25) = -0,1875;$

$y(0,5) = -0,2500;$

$y(0,75) = -0,1875;$

$y(1) = 0,0000.$

7)  $2y'^2 = (y-1)y'';$

$y(0) = 2, y'(0) = 1;$

შუალედში  $[0; 0,75]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

პასუხი:  $y(0,25) = 2,3333;$

$y(0,5) = 3,0000;$

$y(0,75) = 5,0000.$

8)  $y'^2 + 2yy' = 0;$

$y(1) = 1,$

$y'(1) = 1;$

შუალედში  $[1; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

პასუხი:  $y(1) = 0,11111;$

$y(1,5) = 0,34027;$

$y(2) = 0,69444.$

9)  $x^2 y'' = (y - xy')^2;$

$y(1) = 1,$

$y'(1) = 2;$

შუალედში  $[1; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(1,5) = 2,10819;$

$y(2) = 3,38629.$

10)  $x^2 y y' = (y - xy')^2$ ;  
 $y(1) = 1$ ,  
 $y'(1) = 0$ ;  
 შეაღებო [1; 2], სიზუსტით  $\epsilon = 10^{-3}$ .  
 პასუხი:  $y(1,5) = 1,500$ ;  
 $y(2) = 2,000$ .

11)  $y'' = y \cos^2 x - y' \operatorname{tg} x$ ;  
 $y(0) = 1$ ,  
 $y'(0) = 1$ ,  
 შეაღებო [0; 2], სიზუსტით  $\epsilon = 10^{-5}$ .  
 პასუხი:  $y(0,5) = 1,61516$ ;  
 $y(1) = 2,31978$ ;  
 $y(1,5) = 2,71148$ ;  
 $y(2) = 2,48257$ .

12)  $y'' = \frac{-y'}{x}$ ;  
 $y(1) = 0$ ,  
 $y'(1) = 2$ ;  
 შეაღებო [1,3], სიზუსტით  $\epsilon = 10^{-6}$ .  
 პასუხი:  $y(1,5) = 0,810930$ ;  
 $y(2) = 1,386294$ ;  
 $y(2,5) = 1,832581$ ;  
 $y(3) = 2,197220$ .

13)  $y'' = 2 \cos^2 x - 2y$ ;  
 $y(0) = 0$ ,  
 $y'(0) = 0$ ;  
 შეაღებო [0; 1], სიზუსტით  $\epsilon = 10^{-6}$ .  
 პასუხი:  $y(0,5) = 0,229848$ ;  
 $y(1) = 0,70807$ ;  
 $y(1,5) = 0,99499$ ;  
 $y(2) = 0,82682$ .

14)  $y'' = 2 \sin x + 4x \cos x - y$ ;  
 $y(0) = 0$ ,  
 $y'(0) = 0$ ;  
 შეაღებო [0; 2], სიზუსტით  $\epsilon = 10^{-6}$ .  
 პასუხი:  $y(1) = 0,841471$ ;  
 $y(1,5) = 2,244363$ ;  
 $y(2) = 3,637189$ .

$$15) \quad y'' = \frac{20y}{(x+1)^3}; \quad y(0)=0, \quad y'(0)=5;$$

შეაღებში  $[0; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon=10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(0,5)=7,5937;$

$y(1)=32,0000;$

$y(1,5)=97,6552;$

$y(2)=243,0000.$

$$16) \quad y'' = y' + \frac{2}{\cos^3 x} y + \frac{e^x}{\cos^3 x};$$

$y(0)=0,$

$y'(0)=1;$

შეაღებში  $[0; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon=10^{-5}$

პასუხი:  $y(0,5)=1,30958;$

$y(1)=2,61444;$

$y(1,5)=2,88981;$

$y(2)=7,32464.$

$$17) \quad y'' = \frac{y-2xy}{(1+x^2)^2};$$

$y(0)=1;$

$y'(0)=1;$

შეაღებში  $[0; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon=10^{-4}$ .

პასუხი:  $y(0,5)=1,58986;$

$y(1)=2,19328;$

$y(1,5)=2,67191;$

$y(2)=3,02571.$

$$18) \quad y'' = y' + \frac{2y}{x^2+1} + 2x e^x;$$

$y(0)=0;$

$y'(0)=1;$

შეაღებში  $[0; 2]$ , სიზუსტით  $\varepsilon=10^{-5}$ .

პასუხი:  $y(0,5)=1,86824;$

$y(1)=7,3890;$

$y(1,5)=180,97415;$

$y(2)=22026,46582.$

1. მოცემული ნამდვილკომპონენტებიანი  $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$  ვექტორის საშუალებით შეადგინეთ ვექტორი  $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , სადაც

$$b_i = \frac{a_i}{a_{\max}}, \quad a_{\max} = \max(|a_i|), \quad i=1, 2, \dots, n.$$

2. მოცემულია  $n$  ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე:

$$a_1, a_2, \dots, a_n.$$

დალაგეთ ეს სიმრავლე:

ა) ზრდადობის მიხედვით; ბ) კლებადობის მიხედვით.

3. გამოთვალეთ ნამრავლი

$$a = \prod_{i=1}^n (-1)^i x_i.$$

სადაც  $x_1, x_2, \dots, x_n$  მოცემული რიცხვებია.

4. მოცემულია ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე  $\{x_k\}_{k=1, 2, \dots, n}$  გამოთვალეთ ამ სიმრავლეში შემავალ დადებით რიცხვთა:

ა) ჯამი; ბ) ნამრავლი.

5. მოცემულია მთელ რიცხვთა სიმრავლე

$$\{n_k\}_{k=1, 2, \dots, n}$$

გამოთვალეთ ამ სიმრავლეში შემავალი:

ა) ლუწ რიცხვთა ჯამი, ბ) კენტ რიცხვთა ნამრავლი.

6. გამოთვალეთ ჯამი  $S = \sum_{n=0}^{12} S_n$  სადაც

$$S_n = (12! - n!) \sin n, \quad n=0, 1, \dots, 12$$

პროგრამის შედგენის დროს ფაქტორიალის გამოთვლის პროგრამა აღწერეთ როგორც პროცედურა.

7. გამოთვალეთ ჯამი

$$S = \sum_{i=1}^m \frac{x_i \sin x_i}{1 + x_i^2},$$

სადაც  $x_i, i=1, 2, \dots, m$  მოცემული რიცხვებია.

$$y_i = S_i \sum_{k=0}^8 a_k x_i^k,$$

სადაც  $a_k = \frac{k!}{i!}$ ,  $x_i = \frac{\sin i}{i}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$   $S_i = \sum_{k=1}^i k$ .

9. გამოთვალეთ

$$S_j = (3x_j^3 - 7) \sum_{k=1}^n x_k \prod_{i=1}^n (2Q_i + 3)^k, \quad j=1, 2, \dots, n,$$

სადაც  $x_i, Q_i, i=1, 2, \dots, n$  მოცემული რიცხვებია.

10. დაატაბულეთ ფუნქცია

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1}, & \text{როცა } x \geq 1, \\ 0, & \text{როცა } x = 0, \\ \sqrt{1 - x^2}, & \text{როცა } x < 1, \end{cases}$$

შუალედში  $0 \leq x \leq 2$ , ბიჯით  $h=0,1$ .

11. გამოთვალეთ  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ფუნქციის მნიშვნელობები წერტილებზე  $0,5721, -3,1012, 0,0034, -5,0012, 2,0917$ ,  $a, b, c$  კოეფიციენტების შემდეგი მნიშვნელობებისათვის.

$a$	$b$	$c$
-1.3451	0 1275	4.2011
3 5018	-1 5981	0 9801
0.0051	2 3518	-1.0000

12. დაატაბულეთ

$$y(x) = c(x) \sum_{i=0}^5 a_i x^i$$

ფუნქცია შუალედში  $0,001 \leq x \leq 0,1$  ბიჯით  $h=0,01$ , სადაც

$$c(x) = \begin{cases} q_1 & \text{როცა } 0,001 \leq x < 0,035, \\ q_2 & \text{როცა } 0,035 \leq x \leq 0,1, \end{cases}$$

$q_1, q_2$  მოცემული რიცხვებია.

$$13. \text{ შეადგინეთ } f(x) = \frac{\sum_{k=1}^m a_k (r_k + x)}{\sqrt{x^2 + 1}} \text{ ფუნქციის მნიშვნელობა-}$$

თა ცხრილი  $x = x_1, x_2, \dots, x_n$  მნიშვნელობებისათვის.  $a_k, r_k (k = 1, 2, \dots, m)$  მოცემული რიცხვებია.

14. დაატაბულეთ  $f(x, y) = \sqrt{|ax + by + c|}$  ორ ცვლადის ფუნქცია,  $x = x_1, x_2, \dots, x_n; y = y_1, y_2, y_3$  მნიშვნელობებისათვის.

15. შეადგინეთ ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი

$$F(m_i, n_j) = \frac{3m_i^3 + 2n_j^3}{(m_j + n_j + 1)^3} \sum_{k=0}^P c_k m_j^k \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, 15 \\ j=1, 2, \dots, 17 \end{matrix}$$

სადაც  $m_i, n_j, c_k$  მოცემული რიცხვებია.

16. გამოთვალეთ  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  ფუნქციის მნიშვნელობები შუალედში  $0 \leq x \leq 3$ , ბიჯით  $h = 0, 1$ , სადაც  $a, b, c$  კოეფიციენტების მნიშვნელობები განისაზღვრებიან შემდეგი პირობებით:

$$\text{როცა } 0 \leq x < 1, \text{ მაშინ } a = a_1, b = b_1, c = c_1.$$

$$\text{როცა } 1 \leq x < 2, \text{ მაშინ } a = a_2, b = b_2, c = c_2,$$

$$\text{როცა } 2 \leq x \leq 3, \text{ მაშინ } a = a_3, b = b_3, c = c_3.$$

$a_i, b_i, c_i, i = 1, 2, 3$  მოცემული რიცხვებია.

17. შეადგინეთ პორნერის სქემით

$$p(x) = 2,34x^{10} - 3,01x^9 + 0,27x^8 - 1,15x^7 + 3,05x^6 - 1,92x^5$$

პოლინომის მნიშვნელობათა ცხრილი სეგმენტში  $[0, 1]$  ბიჯით  $h = 0, 01$ .

18. შეადგინეთ პორნერის სქემით

$$P(x) = a_0 \sin^3 x + a_1 \sin^2 x + \dots + a_4 \sin x + a_5$$

ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი შუალედში  $0 < x < \pi/2$  ბიჯით  $h = \pi/20$ .

19. მოცემულია დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდე  $x$ , რომელიც ხასიათდება განაწილების შემდეგი ცხრილით:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$P_i$	$P_1$	$P_2$	...	$P_n$

სადაც  $P_i = P(x = x_i)$ ; გამოთვალეთ  $x$  შემთხვევითი სიდიდის; ე) მათემატიკური მოლოდინი, ბ) დისპერსია, გ) საშუალო კვადრატული



გადახრა, შედგენილი პროგრამის სისწორე შეამოწმეთ შემდეგი რიცხვითი მაგალითისათვის:

$x_i$	0	1	2	3
$P_i$	0,216	0,432	0,288	0,064

პასუხი:  $m_x = 1,2$ ;  $D_x = 0,72$ ;  $\sigma_x = 0,848$ .

20. გამოთვალეთ  $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ვექტორის კომპონენტები, თუ

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \sum_{k=1}^n a_{jk}, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

სადაც  $a_{ij}$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

მატრიცის ელემენტებია.

21. გამოთვალეთ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \quad \text{და} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{pmatrix}$$

მატრიცების ნამრავლი.

პროგრამის შედგენის დროს გაითვალისწინეთ  $A$  მატრიცის დიაგონალური სახე.

22. გამოთვალეთ მრეკმული

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \quad \text{და} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ 0 & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \end{pmatrix}$$

მატრიცების ნამრავლი.

პროგრამის შედგენის დროს გაითვალისწინეთ  $B$  მატრიცის თავისებურება.

23. შეადგინეთ  $\arctg x$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , მნიშვნელობათა ცხრილი, ბიჯით  $h=0,1$ .

გამოთვლები აწარმოეთ ფორმულით

$$\arctg x = \frac{x}{y},$$

$$y = 1 + \frac{(1-x)^2}{3 + \frac{(2x)^2}{5 + (3x)^2}} \dots \dots \frac{(10x)^2}{23 + (11x)^2}$$

24. შეადგინეთ  $\operatorname{tg} x$ ,  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ , მნიშვნელობათა ცხრილი ბიჯით  $h = \pi/40$  გამოთვლები აწარმოეთ ფორმულით

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{3 - \frac{x^2}{5 - \frac{x^2}{\dots \dots \frac{x^2}{17 - \frac{x^2}{19}}}}}}$$

25. შეადგინეთ  $e^{-x}$  ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი შუალედში  $[0, 1]$ , ბიჯით  $h = 0,1$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 2^{-30}$ .

გამოთვლებისათვის გამოიყენეთ  $e^{-x}$  წარმოდგენა მწკრივის სახით

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \dots + (-1)^{i-1} \frac{x^{i-1}}{(i-1)!} + \dots$$

26. შეადგინეთ  $y = \sin x$  ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი შუალედში  $0 \leq x \leq \pi$  ბიჯით  $h = \pi/10$ , სიზუსტით  $\varepsilon = 2^{-30}$ .

გამოთვლებისათვის ისარგებლეთ  $\sin x$ -ის წარმოდგენით მწკრივის სახით:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{i-1} \frac{x^{2i-1}}{(2i-1)!} + \dots$$

27. შეადგინეთ  $y = \sqrt{x}$ ,  $0 \leq x < 1$  მნიშვნელობათა ცხრილი ბიჯით  $h = 0,1$ . ფესვის გამოსათვლელად ისარგებლეთ ნიუტონის ფორმულით

$$y_i(x_k) = \frac{1}{2} \left( y_{i-1} + \frac{x_k}{y_{i-1}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, j$$

$$y_0 = \frac{x_k}{2}, \quad k = 1, 2, \dots, 10.$$

28. შეადგინეთ  $y = x^2 + \sqrt{1 + \sqrt{1-x}}$  ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი არგუმენტის მნიშვნელობებისათვის: 0,50; 0,31; 2,34; -1,45; 1,20; -1,98; 2,39. ფესვის მნიშვნელობები გამოთვალეთ ოცდამეშვიდე დავალებაში მოყვანილი ნიუტონის ფორმულით. გ.

მოთვლები ჩაატარეთ მანამ, სანამ ორ მომდევნო შიახლოებას შორის სხვაობის აბსოლუტური სიდიდე არ ვახდება ნაკლები მოცემულ  $\varepsilon$  რიცხვზე.

29. შეიღვინეთ  $y = \operatorname{tg} x$  ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი შუალედში  $0 \leq x < \pi/2$  ბიჯით  $h = \pi/20$ .

გამოთვლები აწარმოეთ ფორმულებით:

$$\operatorname{tg} x_i = \operatorname{tg}(x_{i-1} + h) = \frac{\operatorname{tg} x_{i-1} + \operatorname{tg} h}{1 - \operatorname{tg} x_{i-1} \operatorname{tg} h}, \text{ როცა } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}.$$

$$\operatorname{tg} x_i = \frac{1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x_i\right)}, \text{ როცა } \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \quad i=1, 2, \dots$$

სადაც

$$\operatorname{tg}(x_0) = \operatorname{tg}(0) = 0,$$

$$\operatorname{tg} h \approx h$$

30. იპოვეთ

$$S = \frac{1}{1^3} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n^3} + \dots$$

მწკრივის ჯამი, სიზუსტით  $\varepsilon = 10^{-5}$  და გამოთვალეთ სიდიდე

$$a = \frac{3S + \sqrt{|S|}}{\ln(S^2 + 1) + 1}.$$

31. დაატახლეთ ნულოვანი რიგის ბესელის ფუნქცია

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2},$$

შუალედში  $0 < x < 2$ ,  $\varepsilon = 10^{-5}$  სიზუსტით, ბიჯით  $h = 0,1$ .

32. გამოთვალეთ  $F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} T_k$  ფუნქციის მნიშვნელობები შუალედში  $1 \leq x < 2$  ბიჯით  $h = 0,1$ , სადაც

$$T_{k+1} = -T_k \cdot \frac{1}{(k+1)^2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2, \quad T_0 = 1. \quad k=0, 1, 2, \dots$$

33. ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში იპოვეთ  $y = f_1(x)$  და  $y = -f_2(x)$  წირთა გადაკვეთის  $M_1$  წერტილი. გამოთვალეთ  $M_2$  წერტილის

კოორდინატები მითითებული ფორმულებით. გამოარკვიეთ  $M_1 M_2$  მონაკვეთის შუაწერტილი ძვეს რომელიმე მოცემულ წიბზე თუ არა.

- 1)  $f_1(x) = \sqrt{3} \operatorname{ctg} x$ ;  
 $f_2(x) = 4.52x + 2.7$ ;  $M_1 \left( \int_0^1 e^{x^2} dx, \frac{\sin x + x^2}{1 + \sqrt{x}} \Big|_{x=1} \right)$ .
- 2)  $f_1(x) = \sin(0.5x + 1, 15)$ ;  
 $f_2(x) = \sqrt{3} \operatorname{ctg} x$ ;  $M_2 \left( \int_0^{0,6} \frac{\sin x}{x} dx, \frac{\sqrt{x^2 + 1} + e^x}{x^2 + 2} \Big|_{x=1} \right)$ .
- 3)  $f_1(x) = \ln x$ ;  
 $f_2(x) = 2 - 0,5x$ ;  $M_1 \left( \int_{-0,5}^{0,5} \sin x^2 dx, \frac{x^2 + \sqrt{x} + 1}{\operatorname{arctg} x + 1} \Big|_{x=0} \right)$ .
- 4)  $f_1(x) = 1 - \sqrt{x^2}$ ;  
 $f_2(x) = x^2$ ;  $M_2 \left( \int_0^1 \cos x^2 dx, \frac{\sin x + \cos x}{1 + \operatorname{tg} x} \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} \right)$ .
- 5)  $f_1(x) = x^2 \operatorname{arctg}(0,3x + 1)$ ;  
 $f_2(x) = 1,53$ ;  $M_1 \left( \int_0^{0,6} \frac{e^x dx}{\operatorname{sh}^2 x}, \frac{\sqrt{x^2 + 3} + x^2}{1 + x^4} \Big|_{x=-1} \right)$ .
- 6)  $f_1(x) = 2 \sin x + 1$ ;  
 $f_2(x) = \ln x$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,6} \frac{x dx}{3 + x^4}, \frac{3 \cos x - 2}{\sqrt{1 + x^2}} \Big|_{x=0} \right)$ .
- 7)  $f_1(x) = 2 - x^2$ ;  
 $f_2(x) = \ln(2x + 1)$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,6} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{(1 + x)^2}, \frac{e^{2x} - 1}{e^{3x} + \sin x} \Big|_{x=0} \right)$ .
- 8)  $f_1(x) = \operatorname{sh} x$ ;  
 $f_2(x) = 0,123x + 0,62$ ;  $M_1 \left( \int_2^{2,6} \frac{x e^x dx}{(1 + x)^2}, \frac{\sin^2 x + 1}{\sqrt{\cos x + 2}} \Big|_{x=2} \right)$ .
- 9)  $f_1(x) = e^{-\sqrt{x}}$ ;  
 $f_2(x) = \ln(x + 1)$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,6} \frac{dx}{(x^2 + x + 3)^2}, \frac{\ln(4 + x^2) + x}{3 \cos x + 1} \Big|_{x=0} \right)$ .
- 10)  $f_1(x) = x^2 + 1$ ;  
 $f_2(x) = -\ln(x + 1)$ ;  $M_2 \left( \int_2^{2,8} x^2 \cos \frac{1}{x} dx, \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 1} + 5x}{x^2 + 2} \Big|_{x=0} \right)$ .
- 11)  $f_1(x) = \cos x$ ;  
 $f_2(x) = x^2 - 0,25$ ;  $M_2 \left( \int_{-1}^0 x^2 \sqrt{x^4 + 1} dx, \frac{x^4 + x - \sqrt{3}}{x^2 + 1} \Big|_{x=1} \right)$ .

- 12)  $f_1(x) = (0,5)^x$ ;  
 $f_2(x) = (x-0,2)^2$ ;  $M_2 \left( \int_{-1}^{-0,6} \frac{x + \sin x}{1 + \cos^2 x} dx, \frac{\cos \sqrt{x^2+1} + \ln x}{1+x^2} \Big|_{x=1} \right)$ .
- 13)  $f_1(x) = \ln x$ ;  
 $f_2(x) = 2 \cos x$ ;  $M_2 \left( \int_{-0,6}^{1,2} \frac{dx}{\operatorname{tg}^2 x + \sqrt{3}}, \frac{4 \sin^2 x + 1}{x^2 + x - 3} \Big|_{x=2} \right)$ .
- 14)  $f_1(x) = e^{2x}$ ;  
 $f_2(x) = 5 \cos x$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,8} \frac{x dx}{(x^2 + 3x + 1)^2}, \frac{x \cos x \ln^2 x}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x}} \Big|_{x=1,5} \right)$ .
- 15)  $f_1(x) = \operatorname{tg} x$ ;  
 $f_2(x) = 0,75x + 7$ ;  $M_2 \left( \int_0^{0,8} x \operatorname{arctg}^2 x dx, \frac{x^2 \sqrt{\sin^2 x}}{2,31 \sin 5x} \Big|_{x=1,62} \right)$ .
- 16)  $f_1(x) = e^{2x}$ ;  
 $f_2(x) = -\operatorname{tg} x$ ;  $M_2 \left( \int_0^{0,6} \frac{dx}{\sqrt{x+1}(x+2)}, \frac{\sqrt{\sin^2 x + 5 \cos x}}{x^2 + 1} \Big|_{x=0} \right)$ .
- 17)  $f_1(x) = \sqrt{x+1}$ ;  
 $f_2(x) = 1,23x - 2,51$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,6} \frac{\sin 2x}{\cos^2 x + 1} dx, \frac{9,15x^2 \sin x}{\sqrt{1 + \ln x}} \Big|_{x=4,03} \right)$ .
- 18)  $f_1(x) = (x+1)^2$ ;  
 $f_2(x) = x^2$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,8} \frac{x \cos \sqrt{x}}{x^2 + 1} dx, \frac{x^3 \sin^2 x}{3 + \operatorname{tg} \sqrt{x}} \Big|_{x=2,21} \right)$ .
- 19)  $f_1(x) = \sqrt{2(x-1)}$ ;  
 $f_2(x) = e^{-0,5x}$ ;  $M_2 \left( \int_1^{1,8} \frac{dx}{1 + \sqrt{\operatorname{tg}^2 x}}, \frac{2,41 \cos 3x}{\ln x \cdot \operatorname{tg} x} \Big|_{x=0,15} \right)$ .
- 20)  $f_1(x) = \frac{3}{1+x^2}$ ;  
 $f_2(x) = x^2$ ;  $M_2 \left( \int_{-0,5}^1 \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x}}{1+x^2} dx, \frac{\ln(4+x^2)}{1 + \sin^2 x} \Big|_{x=0,4} \right)$ .
- 21)  $f_1(x) = 5^x$ ;  
 $f_2(x) = \frac{2,8}{x}$ ;  $M_2 \left( \int_3^{3,6} \sin x \operatorname{ch} x dx, \frac{\sqrt{7,2 \sin 2x}}{\operatorname{ctg}^2 x} \Big|_{x=4,5} \right)$ .
- 22)  $f_1(x) = \sin(x+1)$ ;  
 $f_2(x) = 2x$ ;  $M_2 \left( \int_2^{2,8} \frac{e^x + 2}{\ln x} dx, \frac{\sin \sqrt{0,31x}}{x + \operatorname{ctg}^2 x} \Big|_{x=2,12} \right)$ .
- 23)  $f_1(x) = \cos x$ ;  
 $f_2(x) = \frac{1,7}{x^2}$ ;  $M_2 \left( \int_2^{2,6} \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^3 + 1}}, \frac{\sqrt{x^2 \operatorname{tg} 2x}}{6,3 \sin x} \Big|_{x=5,2} \right)$ .

34. ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში სისტემის ფესვები  $f(x)$  ფუნქციის საინტერპოლაციო კვანძებია, ხოლო ფუნქციის მნიშვნელობანი კვანძებში ცხრილით მოცემული ფუნქციის მეორე რიგის სხვაობებია.

გამოსახეთ  $f(x)$  ფუნქცია საინტერპოლაციო პოლინომით და გამოთვალეთ  $f(x^*)$  და  $f'(x^*)$ , სადაც  $x^*, x_1, x_2, x_3, x_4$  წერტილების შემკველი შუალედის წერტილია.

$$\begin{aligned} 1) & 0,8623x_1 - 1,3218x_2 + 2,1365x_3 - 1,1103x_4 = 1,1830; \\ & 1,2689x_1 - 0,8423x_2 - 2,3018x_3 + 1,1183x_4 = 9,8166; \\ & 0,1516x_1 + 1,1308x_2 - 0,8338x_3 - 1,5414x_4 = 1,9881; \\ & 1,9401x_1 - 2,6052x_2 + 0,4518x_3 - 1,1304x_4 = 8,8554. \end{aligned}$$

$x$	1,62	1,63	1,64	1,65	1,66	1,67
$y$	2,8937	3,1533	3,9712	4,1591	4,2131	4,5921

$$\begin{aligned} 2) & 0,3409x_1 + 1,2256x_2 - 3,1279x_3 + 5,9910x_4 = 3,5186; \\ & 3,5116x_1 + 0,1723x_2 + 2,9721x_3 - 0,4256x_4 = 2,2970; \\ & 1,1562x_1 - 3,9871x_2 - 0,3561x_3 - 0,6542x_4 = 1,0229; \\ & 7,9561x_1 + 3,1215x_2 - 6,5921x_3 - 0,9532x_4 = -4,6466. \end{aligned}$$

$x$	2,13	2,14	2,15	2,16	2,17	2,18
$y$	5,12	5,37	6,01	7,55	7,93	8,19

$$\begin{aligned} 3) & 1,1299x_1 - 4,1780x_2 - 3,6218x_3 - 1,2713x_4 = 0,7477; \\ & 0,3448x_1 + 0,9933x_2 - 1,2803x_3 - 0,4415x_4 = 0,0936; \\ & 4,3318x_1 - 1,6924x_2 - 0,7415x_3 - 2,9749x_4 = 2,5246; \\ & 1,1283x_1 - 0,6018x_2 + 1,9989x_3 + 0,5413x_4 = 5,5230. \end{aligned}$$

$x$	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20
$y$	3,5423	3,6914	3,7236	4,0151	4,9372	5,1231

$$\begin{aligned}
 4) \quad & 1,6266x_1 - 0,1834x_2 + 2,1534x_3 - 0,1314x_4 = 2,9588; \\
 & 2,7158x_1 + 1,0231x_2 - 0,3371x_3 - 1,1934x_4 = 1,2392; \\
 & 3,0024x_1 - 1,1227x_2 - 0,9347x_3 - 0,8415x_4 = 0,4900; \\
 & 1,8321x_1 + 2,4079x_2 + 0,9725x_3 - 1,3314x_4 = 2,6148.
 \end{aligned}$$

$x$	3,14	3,15	3,16	3,17	3,18	3,19
$y$	4,4802	4,9314	5,6353	5,9196	6,1717	6,5492

$$\begin{aligned}
 5) \quad & 2,3514x_1 - 3,6300x_2 - 7,2351x_3 - 2,7235x_4 = -12,6214; \\
 & 1,5317x_1 - 6,3372x_2 + 6,7451x_3 + 5,3542x_4 = -19,7282; \\
 & 3,4221x_1 + 8,3314x_2 + 3,4223x_3 + 8,3432x_4 = 27,1800; \\
 & 5,4374x_1 - 6,2671x_2 - 2,2333x_3 + 3,4956x_4 = -6,3416.
 \end{aligned}$$

$x$	2,35	2,36	2,37	2,38	2,39	2,40
$y$	1,3527	2,4213	2,9312	3,5791	4,0012	5,1234

$$\begin{aligned}
 6) \quad & 0,9596x_1 - 2,8703x_2 + 4,6593x_3 - 3,4059x_4 = 8,0604; \\
 & 0,9832x_1 + 1,4356x_2 + 1,2731x_3 - 3,4952x_4 = 4,2330; \\
 & 1,2739x_1 - 0,2652x_2 - 1,3729x_3 - 9,5702x_4 = 4,6917; \\
 & 2,6153x_1 + 7,3521x_2 + 4,1251x_3 - 7,5692x_4 = 11,2611.
 \end{aligned}$$

$x$	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75
$y$	1,3927	2,0054	2,7153	3,6912	4,1713	4,6227

$$\begin{aligned}
 7) \quad & 0,7050x_1 - 1,0472x_2 - 3,1513x_3 - 1,3417x_4 = 2,5744; \\
 & 1,1133x_1 + 0,8396x_2 + 0,5413x_3 + 1,9145x_4 = 4,3032; \\
 & 0,6184x_1 - 1,1793x_2 - 3,5484x_3 - 1,0233x_4 = 3,1869; \\
 & 1,2651x_1 + 0,4985x_2 + 1,1166x_3 - 0,8418x_4 = 1,1987.
 \end{aligned}$$

$x$	3,11	3,12	3,13	3,14	3,15	3,16
$y$	2,1060	2,7984	3,3928	4,3059	5,3403	6,4904

$$\begin{aligned}
 8) \quad & 3,2211x_1 + 1,5063x_2 + 7,6549x_3 - 5,4387x_4 = -1,5008; \\
 & 2,3817x_1 + 5,8431x_2 + 4,3218x_3 + 4,0785x_4 = 8,0327; \\
 & 1,4591x_1 + 6,6852x_2 - 4,8532x_3 - 3,4221x_4 = -13,5582; \\
 & 0,3451x_1 - 2,3456x_2 - 1,1727x_3 - 1,2258x_4 = -1,2953.
 \end{aligned}$$

$x$	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16
$y$	0,9469	1,9489	2,9499	4,9546	5,8570	6,1235

$$\begin{aligned}
 9) \quad & 1,1861x_1 - 0,3821x_2 + 4,2117x_3 - 0,6413x_4 = 25,3737; \\
 & 1,1599x_1 + 0,9244x_2 - 1,4134x_3 - 4,1196x_4 = -7,6614; \\
 & 2,0044x_1 - 1,2813x_2 - 0,7734x_3 + 1,1306x_4 = 6,0563; \\
 & 1,3148x_1 + 4,0018x_2 + 0,3644x_3 - 1,1533x_4 = -9,8990.
 \end{aligned}$$

$x$	1,64	1,69	1,74	1,79	1,84	1,89
$y$	13,5389	14,0195	14,9291	15,8160	16,3529	20,9039

$$\begin{aligned}
 10) \quad & 4,0044x_1 - 1,2831x_2 - 0,7832x_3 - 0,4966x_4 = -1,2178; \\
 & 1,1381x_1 + 2,1544x_2 + 2,1533x_3 + 1,0018x_4 = 3,3222; \\
 & 0,9844x_1 - 1,1341x_2 + 0,7328x_3 - 1,1522x_4 = -2,6630; \\
 & 0,6848x_1 + 1,7894x_2 - 0,9793x_3 - 1,5831x_4 = 0,6851.
 \end{aligned}$$

$x$	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56
$y$	8,8193	9,1456	6,4257	4,8464	10,3092	11,3725

$$\begin{aligned}
 11) \quad & 4,4500x_1 - 8,8121x_2 + 6,6783x_3 - 2,1095x_4 = -70,1035; \\
 & 1,6454x_1 + 4,7906x_2 - 0,2235x_3 + 4,9722x_4 = 49,4215; \\
 & 4,4803x_1 - 8,9234x_2 - 2,2518x_3 - 4,5032x_4 = -41,0725; \\
 & 3,1591x_1 - 0,8264x_2 - 2,4901x_3 + 3,6068x_4 = 37,9798.
 \end{aligned}$$

$x$	0,51	0,76	1,01	1,26	1,51	1,76
$y$	8,5389	3,9231	14,6128	10,3529	7,3529	5,2871



$$\begin{aligned}
 12) \quad & 6,1213x_1 + 3,5162x_2 - 1,1229x_3 - 10,5364x_4 = 13,4796; \\
 & 2,3561x_1 - 0,0053x_2 + 4,2534x_3 + 9,1289x_4 = -4,9503; \\
 & 1,6472x_1 + 9,4601x_2 - 8,4320x_3 - 7,4651x_4 = -1,6404; \\
 & 5,6401x_1 + 2,3405x_2 + 3,4254x_3 - 8,2198x_4 = 16,7116.
 \end{aligned}$$

$x$	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3
$y$	10,3700	11,7144	9,7680	16,7436	5,1627	10,0042

$$\begin{aligned}
 13) \quad & 0,3185x_1 - 2,8423x_2 + 2,1721x_3 - 1,8918x_4 = 11,0997; \\
 & 2,8377x_1 + 1,7564x_2 - 0,7037x_3 - 0,3321x_4 = -6,1171; \\
 & 0,2776x_1 - 0,1302x_2 - 0,9009x_3 + 3,6802x_4 = 1,5374; \\
 & 1,8017x_1 + 2,1534x_2 + 0,2314x_3 - 0,7406x_4 = -3,9941.
 \end{aligned}$$

$x$	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$y$	7,3891	2,1661	9,0502	10,4853	11,6822	4,5162

35. შეადგინეთ რუნგე-კუტას მეთოდით ქვემოთ მოყვანილი დიფერენციალურ განტოლებათა კოშის ამოცანის ამონახსნის მნიშვნელობათა ცხრილი მოცემულ შედეგში მითითებული ბიჯით.

ცხრილით მოცემული დამოკიდებულებებისთვის აპოვეთ ემპირიული ფორმულა მესამე რიგის პოლინომის სახით და გამოთვალეთ საშუალო კვადრატული ცდომილება.

$$1) \quad y' = \frac{1}{2} x + e^{-x}; \quad x_0 = 1; \quad y_0 = 2; \quad [1,2]; \quad h = 0,05;$$

$$2) \quad y' = \frac{1}{x+y} + x; \quad x_0 = 1; \quad y_0 = 3; \quad [1,2]; \quad h = 0,05;$$

$$3) \quad y' = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2}; \quad x_0 = 1; \quad y_0 = 2; \quad [1,2]; \quad h = 0,1;$$

$$4) \quad y' = \frac{\sin(x+y)}{\sqrt{x^2 + 1}}; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0; \quad [0,1]; \quad h = 0,1;$$

$$5) \quad y' = \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + y^2 + 1}; \quad x_0 = -1; \quad y_0 = 0; \quad [-1,0]; \quad h = 0,1;$$

$$6) \quad y' = \frac{x^2 - \sin y}{\sin\left(y + \frac{\pi}{6}\right)}; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0; \quad [0,1]; \quad h = 0,1;$$

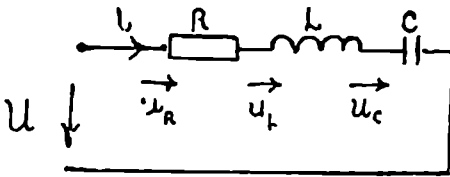
- 7)  $y' = \frac{\cos \sqrt{xy}}{\sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 8)  $y' = \frac{3x^3 + y + 2}{5y^3 + x + 1}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = -1$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 9)  $y' = \frac{y-1}{x^2+1} - y^3$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 1$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 10)  $y' = (x-y)^2 + 2$ ;  $x_0 = 1$ ;  $y_0 = 1$ ;  $[1, 2]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 11)  $y' = y + \sqrt{x+y^3}$ ;  $x_0 = 1$ ;  $y_0 = 0$ ;  $[1, 2]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 12)  $y' = e^{\frac{x-y}{2}} + 2x^2$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 2$ ;  $[0, 4]$ ;  $0, 5$ ;
- 13)  $y' = \frac{xy^2}{2+3x^2} + 2\sqrt{x}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 1$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 14)  $y' = \frac{3xy}{\sqrt{1+x^2}}$ ;  $x_0 = -1$ ;  $y_0 = -2$ ;  $[-1, 0]$ ;  $h = 0, 25$ ;
- 15)  $y' = xy + 2\sqrt{1+y^2}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 16)  $y' = \sqrt{xy} + \frac{2}{y^2}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 3$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 17)  $y' = \frac{\sin xy}{x+y^2}$ ;  $x = 0$ ;  $y_0 = 1$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 18)  $y' = \frac{\sin(x-y)}{1+2y^2}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $[0, 2]$ ;  $h = 0, 25$ ;
- 19)  $y' = y\sqrt{y} - \frac{3}{1+x^2}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 3$ ;  $[0, 1, 2]$ ;  $h = 0, 12$ ;
- 20)  $y' = \ln(1+y) - \frac{1}{x^2+2}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 1$ ;  $[0, 1, 3]$ ;  $h = 0, 13$ ;
- 21)  $y' = \sin y + e^{\frac{x+y}{2}}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;
- 22)  $y' = 2ye^x + y^2$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = -1$ ;  $[0, 1, 1]$ ;  $h = 0, 11$ ;
- 23)  $y' = \frac{x^2+y^2}{2e^{xy}+1}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $[0, 1]$ ;  $h = 0, 1$ ;

$$24) y' = \frac{x^3 e^{\frac{1}{x}}}{1 + \ln y}; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 2; \quad [1; 2,44]; \quad h = 0,144;$$

$$25) y' = xy^3 + \frac{\sqrt{y}}{x^2}; \quad x_0 = 1; \quad y_0 = -1; \quad [1; 1,5]; \quad h = 0,05.$$

§ 20. მიმდევრობით შეერთებული  $R, L, C$  პარამეტრებიანი წრედის გაანგარიშება

წრედში მიმდევრობით არის შეერთებული რეზისტორი, ინდუქტიურობის კოქა და კონდენსატორი, რომელთა პარამეტრებია, შესაბამისად  $R$  ელექტრული წინაღობა — ომი,  $L$  ინდუქტიურობა — ჰენრი და  $C$  ტევადობა — ფარადი. წრედის შესვლამდე მოქმედი  $U$  სინუსოიდური ძაბვა წრედში იწვევს  $i$  სინუსოიდურ დენს.



სახ. 12\*

$U_R, U_L$  და  $U_C$  ძაბვებია (ძაბვის ვარდნები) შესაბამის ელემენტებზე.  $U$  — ძაბვის მოქმედი მნიშვნელობა, ვოლტი.  $I$  — ძაბვის ცვლილების სიხშირე, ჰერცი, ან უფრო

ხშირად მოცემულია  $\omega = 2\pi f$  — ძაბვის ცვლილების კუთხური სიხშირე, წმ<sup>-1</sup>,  $R, L$  და  $C$  პარამეტრებია. საჭიროა გავიანგარიშოთ:

- ა)  $I$  — დენის მოქმედი მნიშვნელობა (მოქმედი დენი), ამპერი;
- ბ)  $\varphi$  — ფაზათა ძვრის კუთხე ძაბვასა და დენს შორის, რადიანი;
- გ)  $U_R, U_L, U_C$  — წრედის ელემენტებზე მოქმედი ძაბვები;

დ)  $I$  დენის მნიშვნელობა  $\omega$  კუთხური სიხშირის ცვლილების დროს.

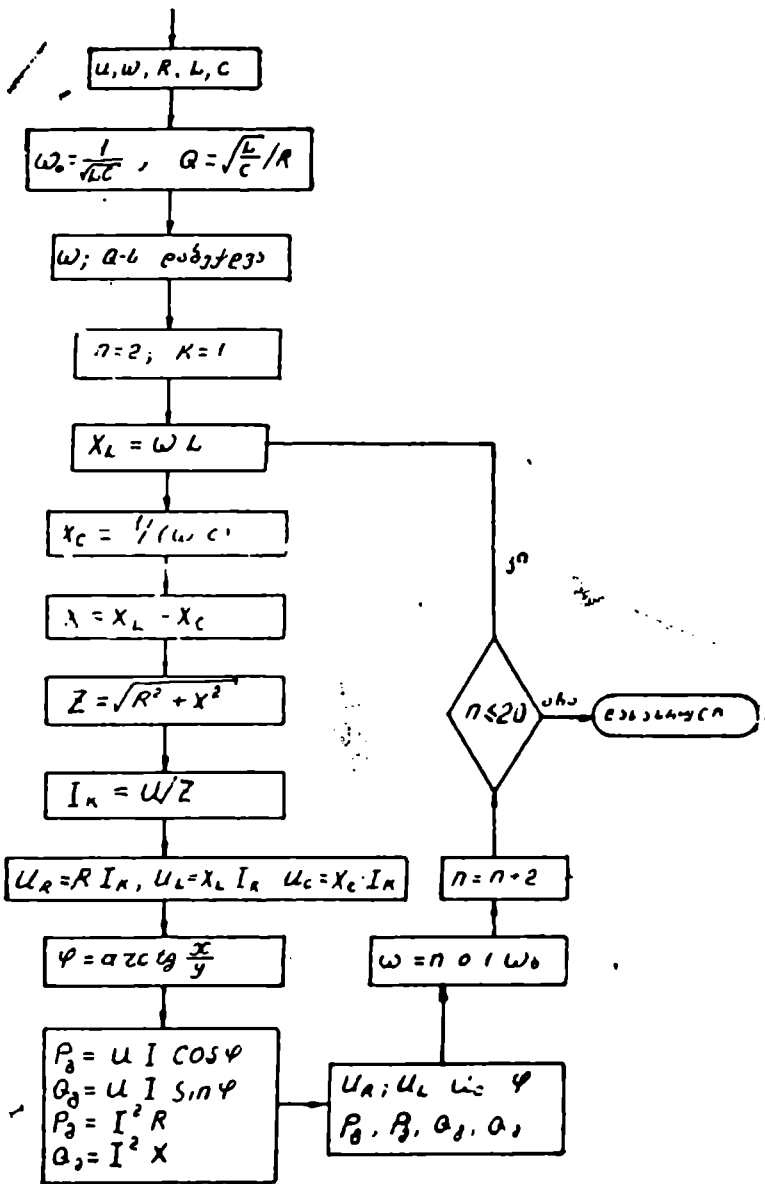
წრედში მოქმედი დენი გამოითვლება ომის კანონით, ამოცანის მათემატიკური ფორმულირებაა

$$I = \frac{U}{Z}$$

სადაც

$$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{R^2 + x^2}$$

წარმოადგენს წრედის სრულ წინაღობას,  $X_L = \omega L$  არის კოქის ინდუქტური წინაღობა, ომი.  $X_C = 1/\omega c$  — კონდენსატორის ტევადობითი წინაღობა, ომი;  $X = X_L - X_C$  — წრედის რეაქტიული წინაღობა,



5.6. 26.

ომი;  $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$ , რადიანი;

წრედის ელემენტებზე ძაბვები ტოლი იქნება

$$U_R = RI; \quad U_L = X_L \cdot I, \quad U_C = X_C \cdot I$$

წრედის გაანგარიშების სისწორე მოწმდება სიმძლავრის ბალანსის (ტოლობის) შედგენით

$$P_s = P_a; \quad Q_s = Q_a,$$

სადაც,

$$P_s = U \cdot I \cdot \cos \varphi; \quad Q_s = U \cdot I \cdot \sin \varphi.$$

გენერატორის (ენერჯიის წყაროს) მიერ წრედში გადაცემული, ხოლო

$$P_a = I^2 \cdot R; \quad P_s = P \cdot X$$

წრედში მოხმარებული აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრეებია. წრედის რეზონანსული თვისებების გამოსაკვლევად, ვაპოვოთ რეზონანსული სიხშირე

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}},$$

ვარჯისობა

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$$

და დენის მნიშვნელობები სხვადასხვა სიხშირის დროს, მაგალითად, 0,2 $\omega_0$ ; 0,4 $\omega_0$ ; 0,6 $\omega_0$ ; 0,8 $\omega_0$ ;  $\omega_0$ ; 1,2 $\omega_0$ ; 1,4 $\omega_0$ ; 1,6 $\omega_0$ ; 1,8 $\omega_0$ ; 2 $\omega_0$ .

ალგორითმის ბლოკ-სქემის მიხედვით (ნახ. 26) შეადგინეთ შესაბამისი პროგრამა.

#### გაანგარიშების ალგორითმი

1). შევიტანოთ მანქანის მეხსიერებაში საწყისი მონაცემები:

$$U, \omega, R, L, C;$$

2). გამოვთვალოთ წინააღობები:

$$X_L = \omega L; \quad X_C = 1/\omega C; \quad X = X_L - X_C; \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2};$$

3). გამოვთვალოთ დენი:

$$I = U/Z;$$

4). ვაპოვოთ ძაბვები:

$$U_R = RI; \quad U_L = X_L \cdot I; \quad U_C = X_C \cdot I;$$

5). ვიპოვოთ ფაზათა ძვრის კუთხე:

$$\varphi = \arctg \frac{x}{R};$$

6). გაეიანგარიშოთ აქტიური და რეაქტიული სიმძლავრეები:

$$P_a = UI \cos \varphi; Q_a = UI \sin \varphi; P_s = I^2 R; Q_s = I^2 X;$$

7). ამოვებედლოთ  $I, U_R, U_L, U_C, \varphi, P_a, Q_a, P_s, Q_s$  სიდიდეები;

8). გამოვთვალოთ რეზონანსული სიხშირე და ვარგისობა და ამოვებედლოთ

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$$

9). ვიპოვოთ დენის მნიშვნელობები  $\omega$  სიხშირის ცვლილებებისას:

$$\omega = 0,2 \omega_0; \dots 2,0 \omega_0.$$

10). ამოვებედლოთ  $\omega$  და  $I$  — ცხრილის სახით. ალგორითმი გადმოცემულია თანდართული ბლოკ სქემით (ნახ. 26).

37. ქვემოთ მოყვანილ ბლოკ-სქემებში (ნახ. 27—51) გადმოცემულია წარკვეული ალგორითმი. შეადგინეთ შესაბამისი პროგრამა. ნიმუშად აქ მოყვანილია ნახ. 35-ზე მოცემული ბლოკ-სქემის აღწერა და ფორტრინ-პროგრამა.

1 ... 5	6	7	...	72	73 ... 80
		INTEGER X, Y			1
		X=1			2
		Y=3			3
3		IF (X .EQ. 1) GOTO 1			4
5		X=X+Y			5
		Y=Y+1			6
1		X=X+1			7
		IF (Y .EQ. 3) GOTO 2			8
6		X=X+1			9
		IF (X .EQ. 7) GOTO 3			10
		X=X+Y			11
		WRITE (6, 4) X			12
4		FORMAT (5X, ' X=', 14)			13
		STOP			14
2		IF (X .EQ. 2) GOTO 5			15
		GOTO 6			16
		END			17

ნიმუში: X=18.

### პროგრამის აღწერა

პირელი სტრიქონით  $X$  და  $Y$  ცვლადები გახდა მთელი ტიპის. ზეორე და მესამე სტრიქონებით შესაბამისად  $X$  და  $Y$  ცვლადებს მიენიჭება მნიშვნელობები 1 და 3.

მეოთხე სტრიქონი პირობითი ოპერატორია, რომლის მიხედვით, როცა  $X$  უდრის 1-ს, მართვა გადაეცემა 1-ით დაქდევებულ ოპერატორს, წინააღმდეგ შემთხვევაში მესრულდება მეხუთე სტრიქონი.

მეხუთე, მეექვსე და მეშვიდე ოპერატორები მინიკების ოპერატორებია, რომელთა საშუალებით  $X$ ,  $Y$  და  $X$  მიენიჭებათ მარჯვენა მხარეში მოთავსებულ ფორმულებით გამოთვლილი მნიშვნელობები.

მერვე პირობითი ოპერატორით, როცა  $X=3$  მართვა გადაეცემა 2-ით დაქდევებულ ოპერატორს, წინააღმდეგ შემთხვევაში შესრულდება შიესხე სტრიქონი.

მეათე სტრიქონით, თუ  $X=7$  შესრულდება მეოთხე სტრიქონი, თუ არა მეთერთმეტე სტრიქონი.

მეთორმეტე სტრიქონით დაიბეკება  $X$ -ის საბოლოოდ მიღებული მნიშვნელობა 4-ით დაქდევებული ფორმატის მიხედვით.

მე-13 სტრიქონი ფორმატ-ოპერატორია. მის მიხედვით ბეკდვისას ჯერ სრულდება 5 პოზიციის გამოტოვება, შემდეგ დაიბეკება ტექსტი  $X=$ , ხოლო 14 სპეციფიკაციით მითითებული ტექსტის გასწვრივ დაიბეკდება  $X$ -ის მნიშვნელობა.

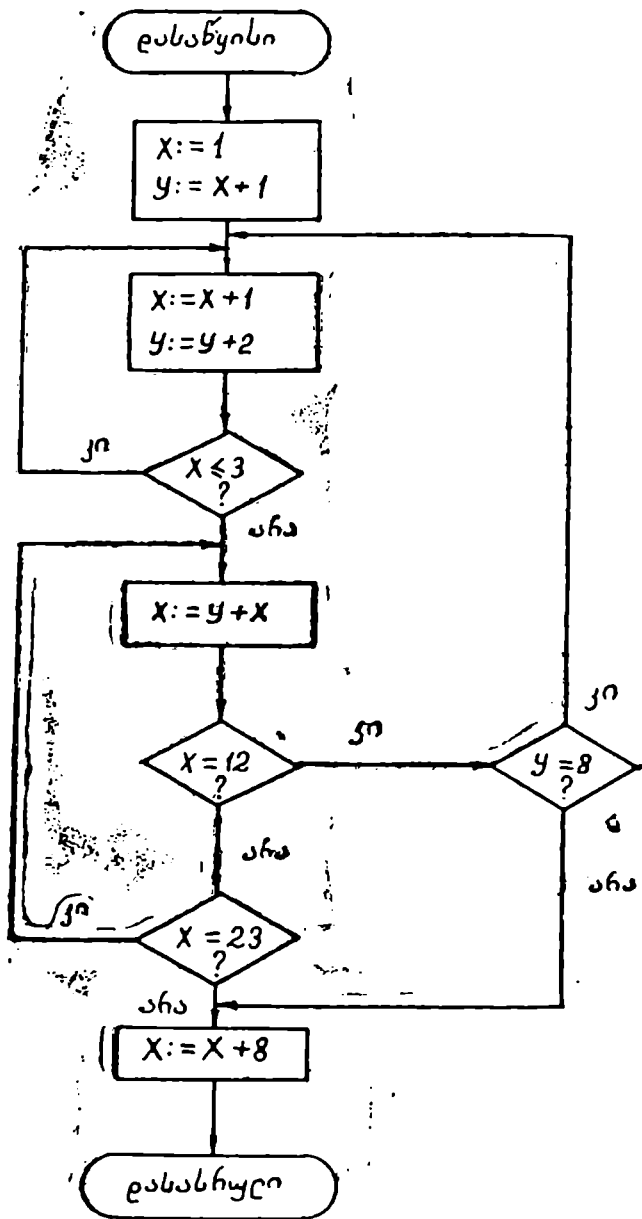
მეთოთხმეტე სტრიქონი გვიჩვენებს გამოთვლების დასასრულს.

მე-15 სტრიქონით, თუ  $X=2$ , მაშინ სრულდება 5-ით დაქდევებული ოპერატორი, წინააღმდეგ შემთხვევაში მე-16 სტრიქონი, რომლის მიხედვით შესრულდება უპირობო გადასვლა 6-ით დაქდევებულ ოპერატორზე.

მე-17 სტრიქონი პროგრამის დასასრულია.

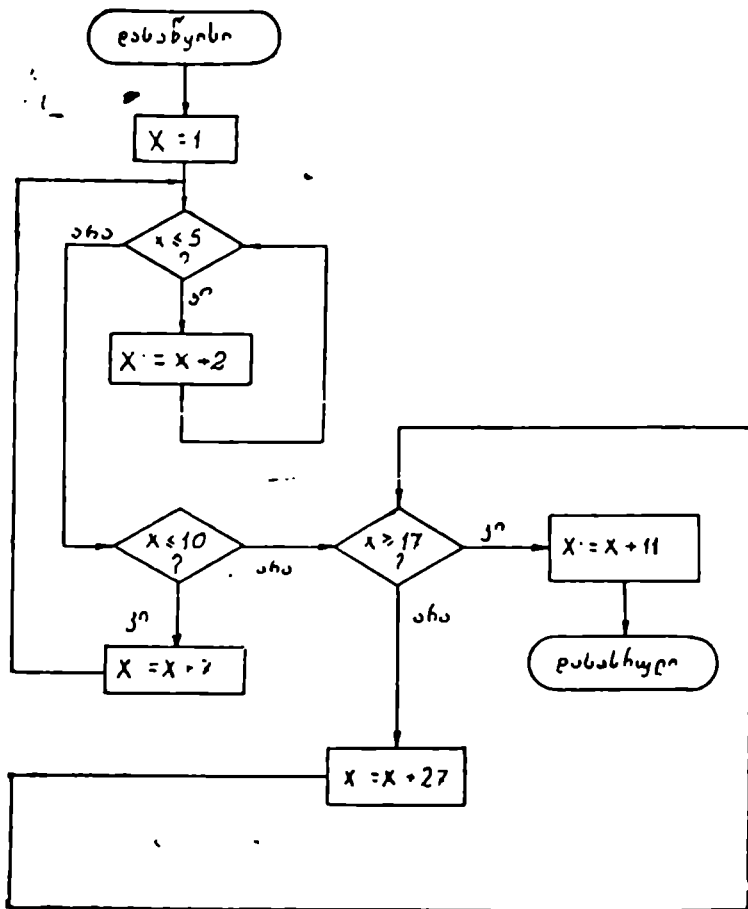
პროგრამის სისწორე შეამოწმეთ  $X$  და  $Y$  ცვლადების მოცემული მნიშვნელობებისათვის. პასუხები მოცემულია ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში, სადაც  $N$ -ით აღნიშნულია ბლოკ-სქემის ნომერი.

N	X	Y	N	X	Y
1	41	10	14	9	1
2	52	10	15	8	10
3	26	2	16	20	19
4	13	8	17	19	16
5	7	7	18	42	9
6	16	6	19	11	13
7	17	11	20	44	1
8	3	3	21	20	8
9	18	5	22	33	4
10	13	2	23	0	4
11	14	5	24	11	6
12	7	1	25	13	7
13	6	8	26	7	14

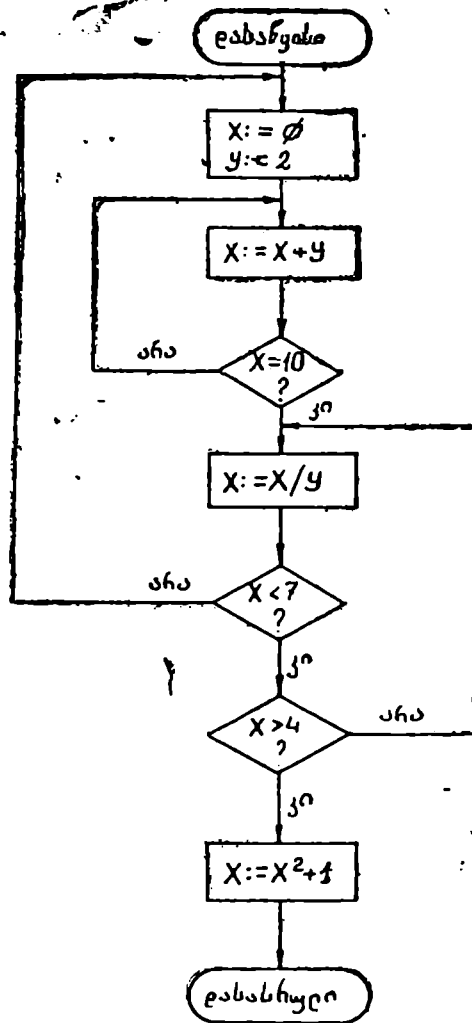


ნახ. 27.

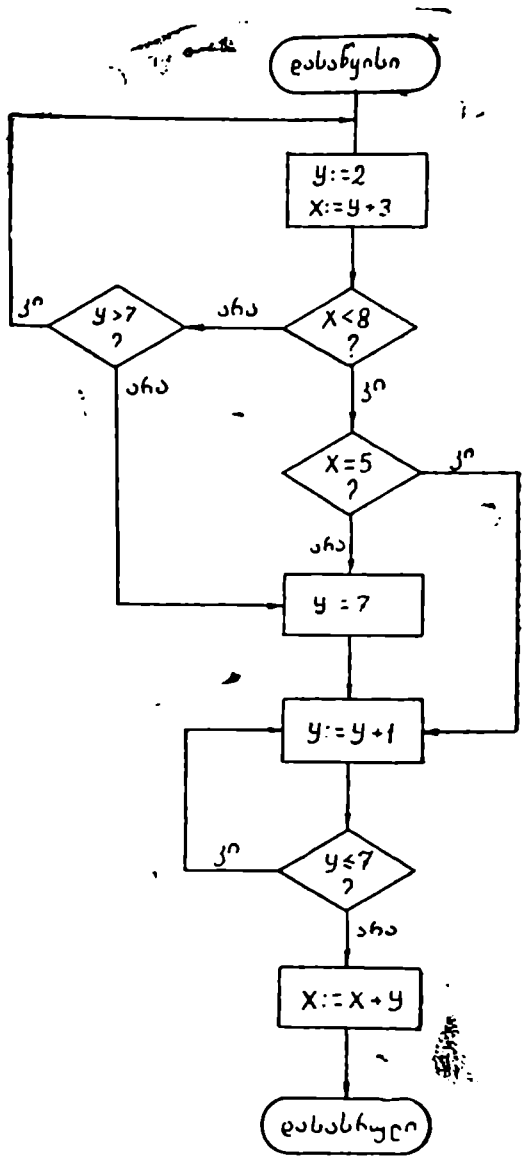




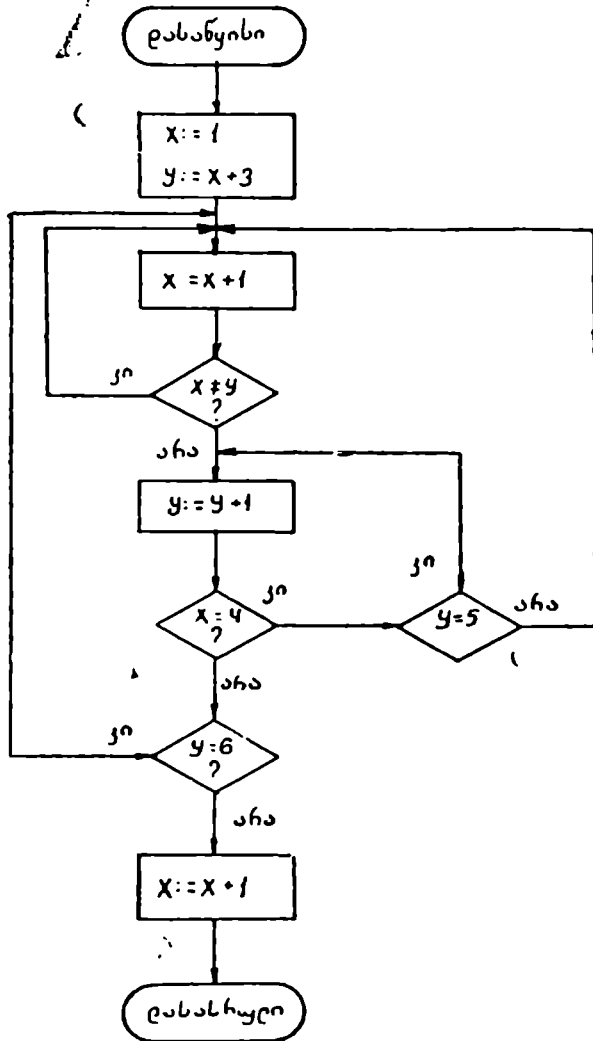
ԸՆԴ. 28.



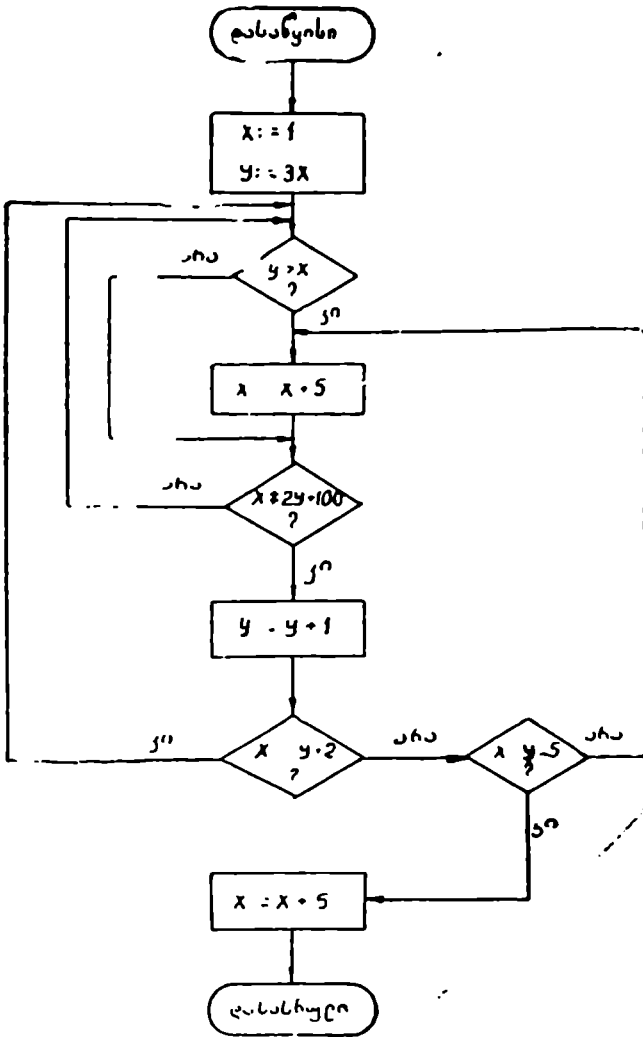
Եզ. 29.



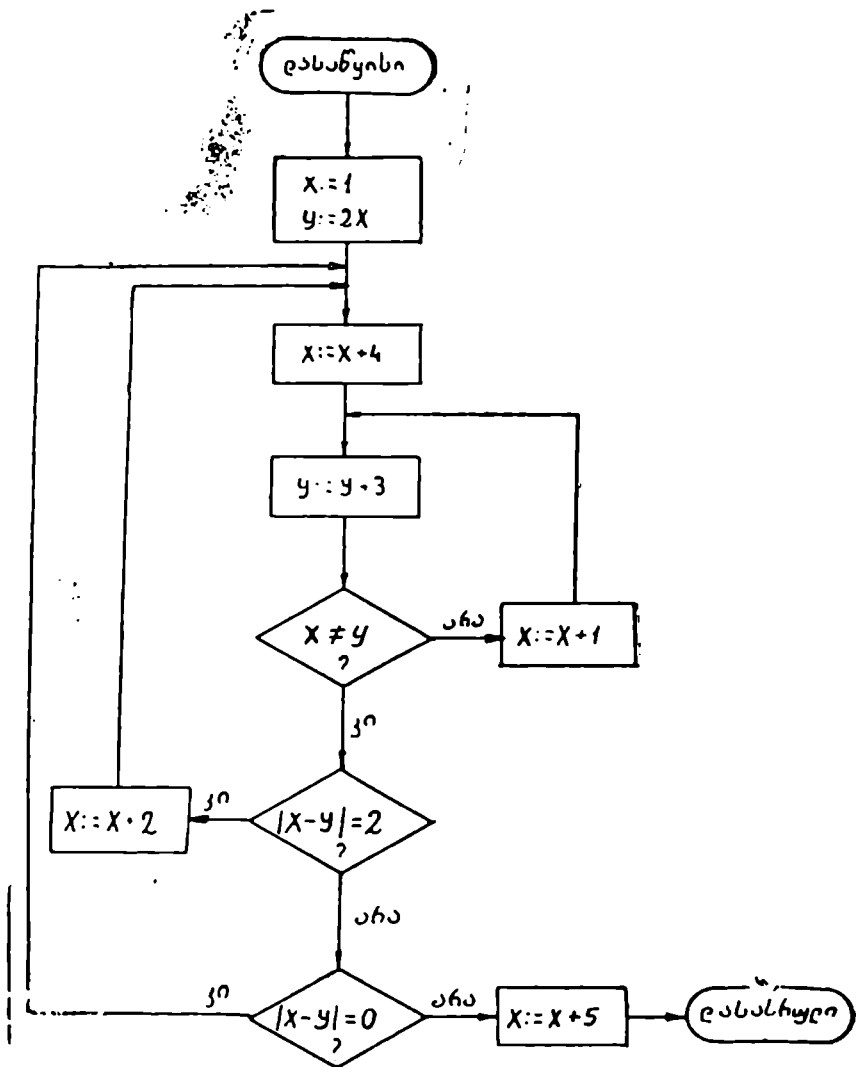
Ճ. 30.



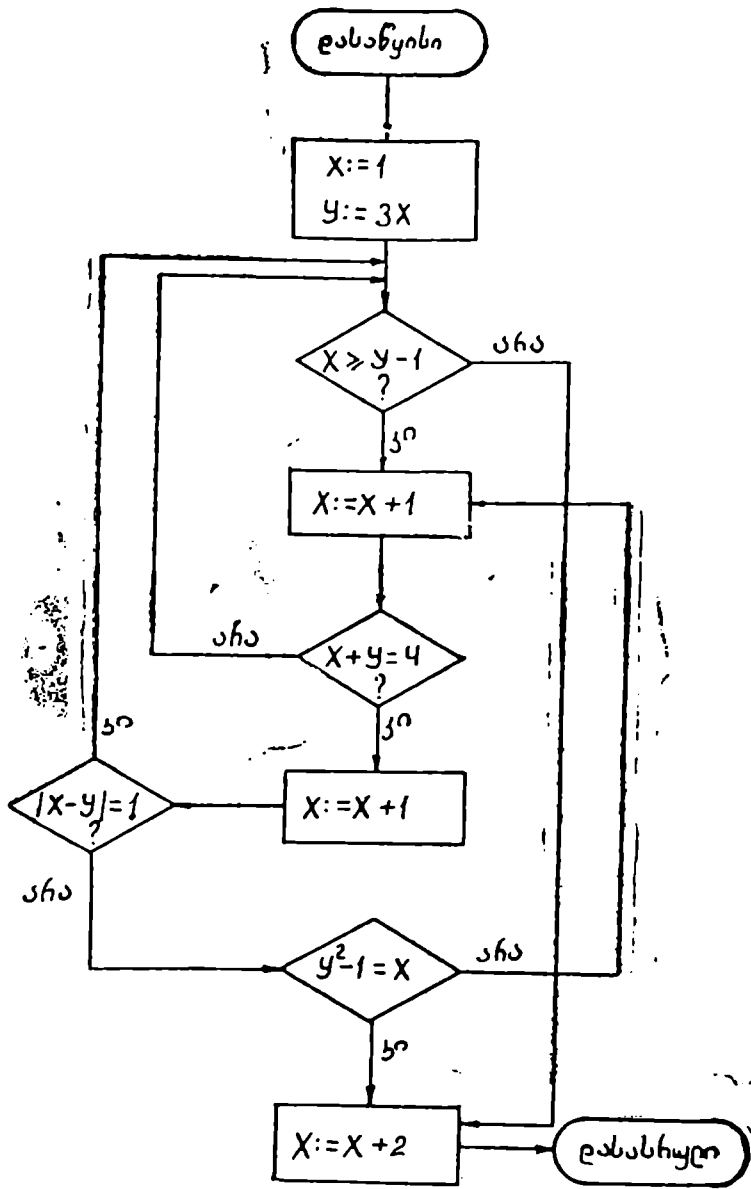
Ճ.ձ. 31.



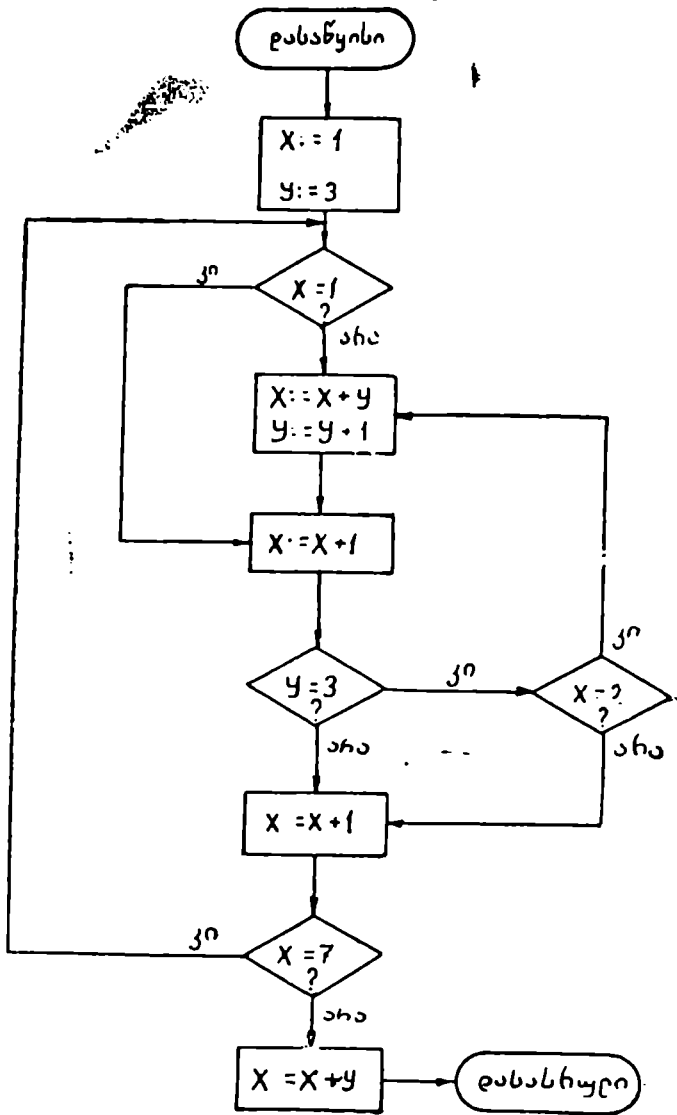
Բժ. 32.



ՆՈՒ. 33.

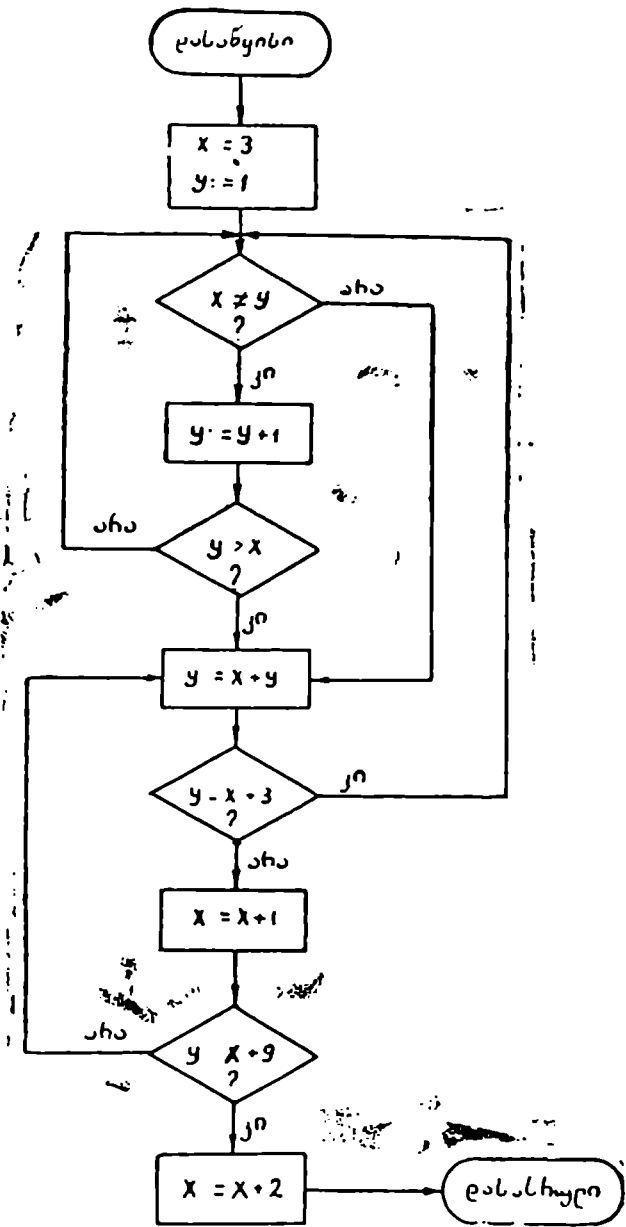


ՃԺ. 34.

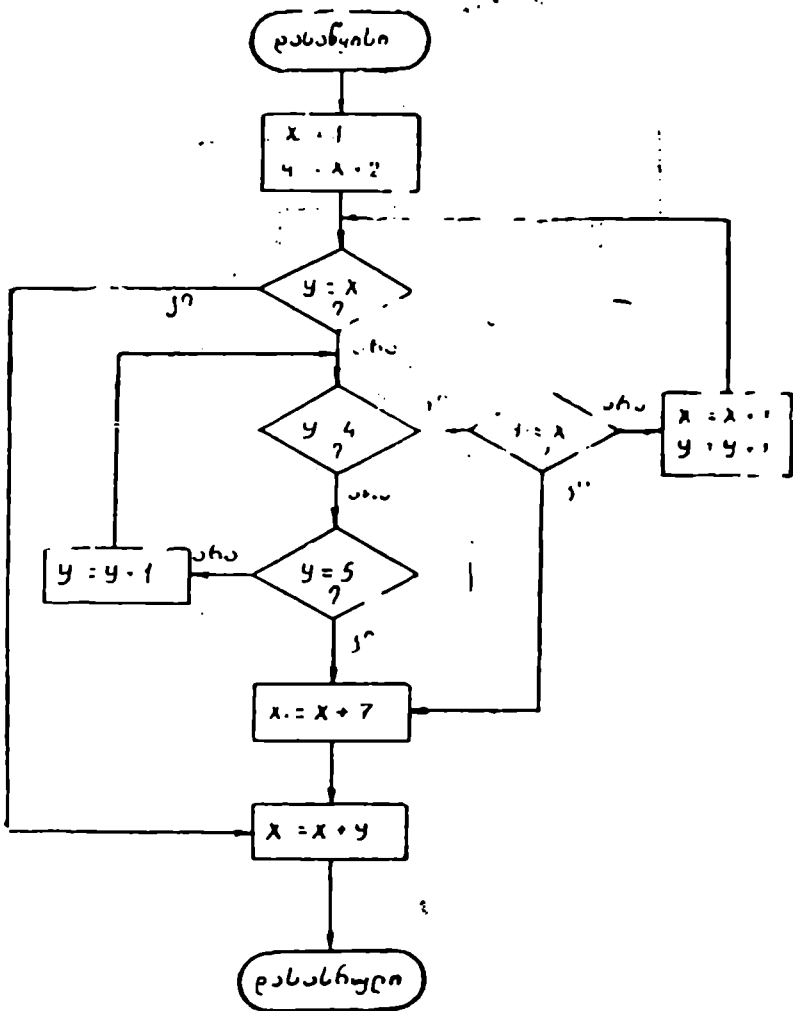


Ձև. 35.

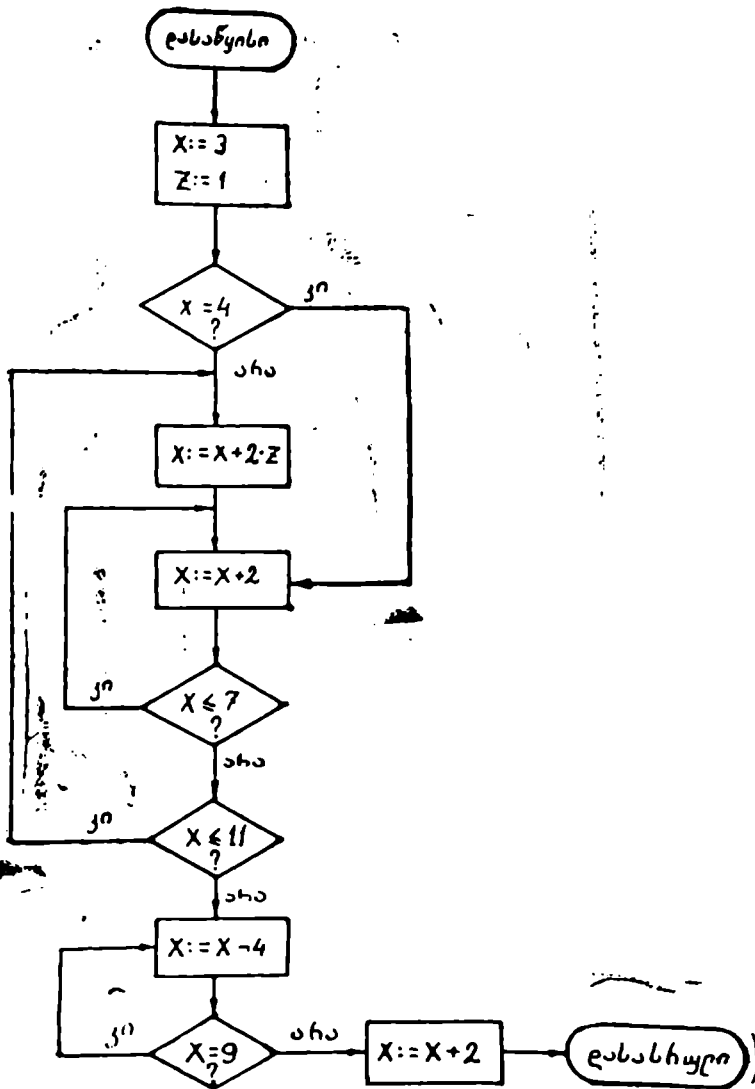




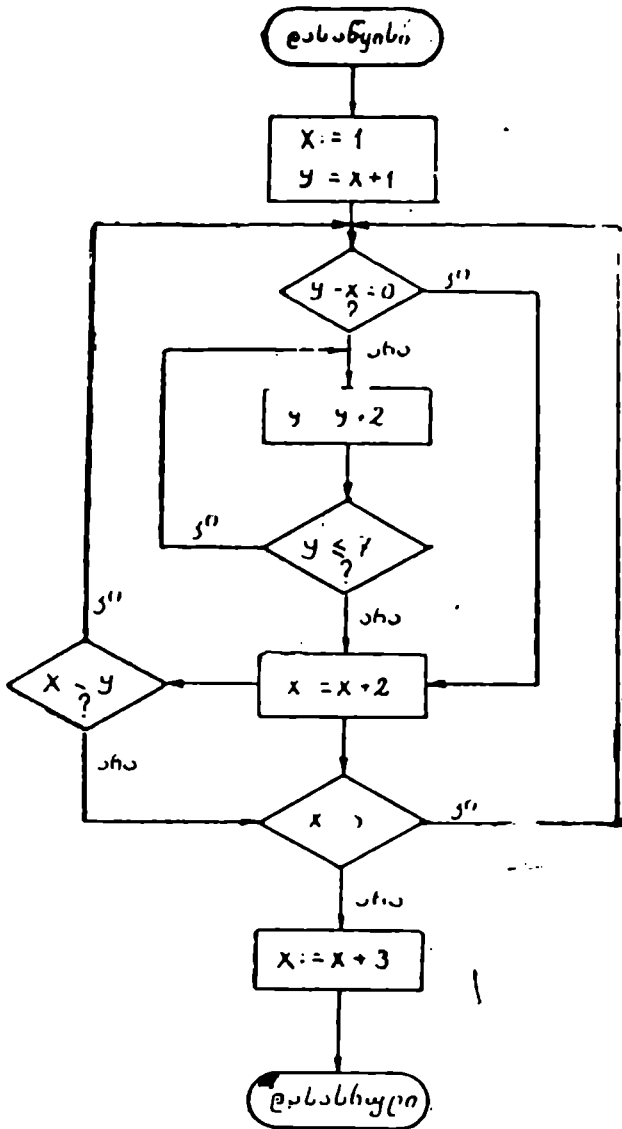
Ֆ.Ն. 36.



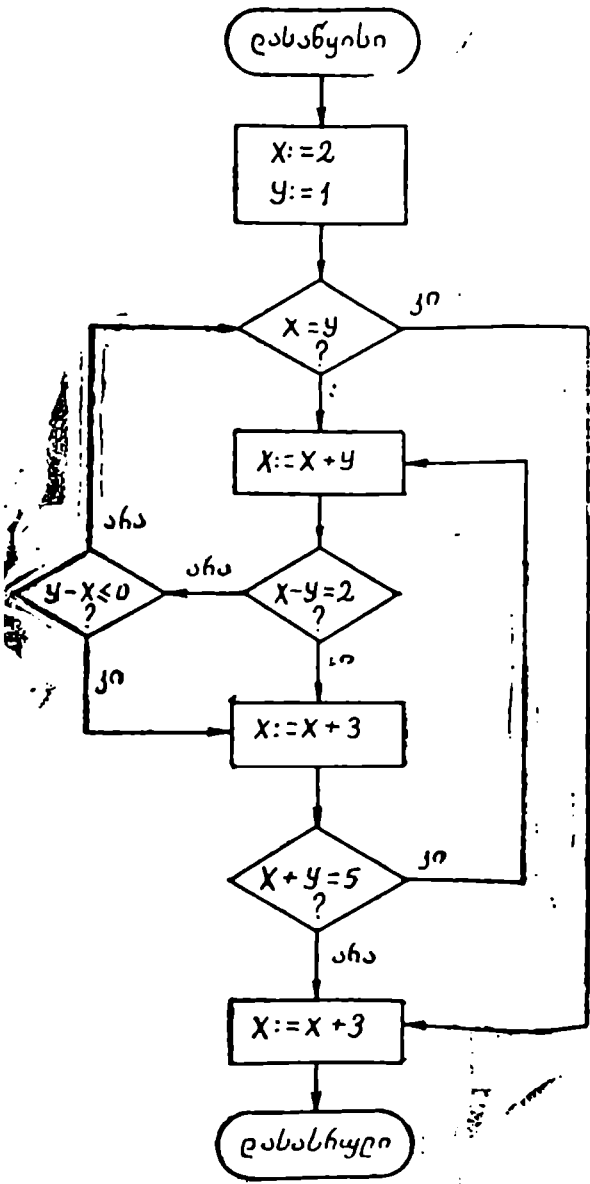
Յօժ. 37.



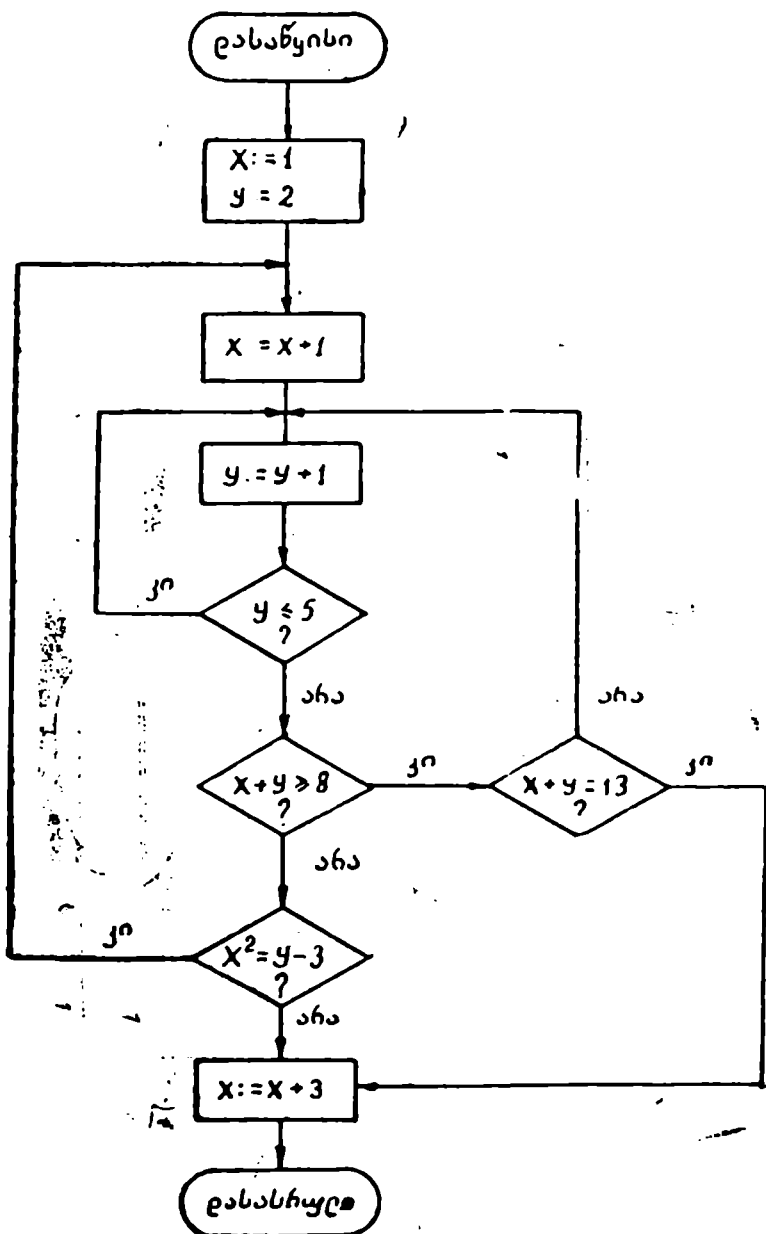
ԲՈՒ. 38.



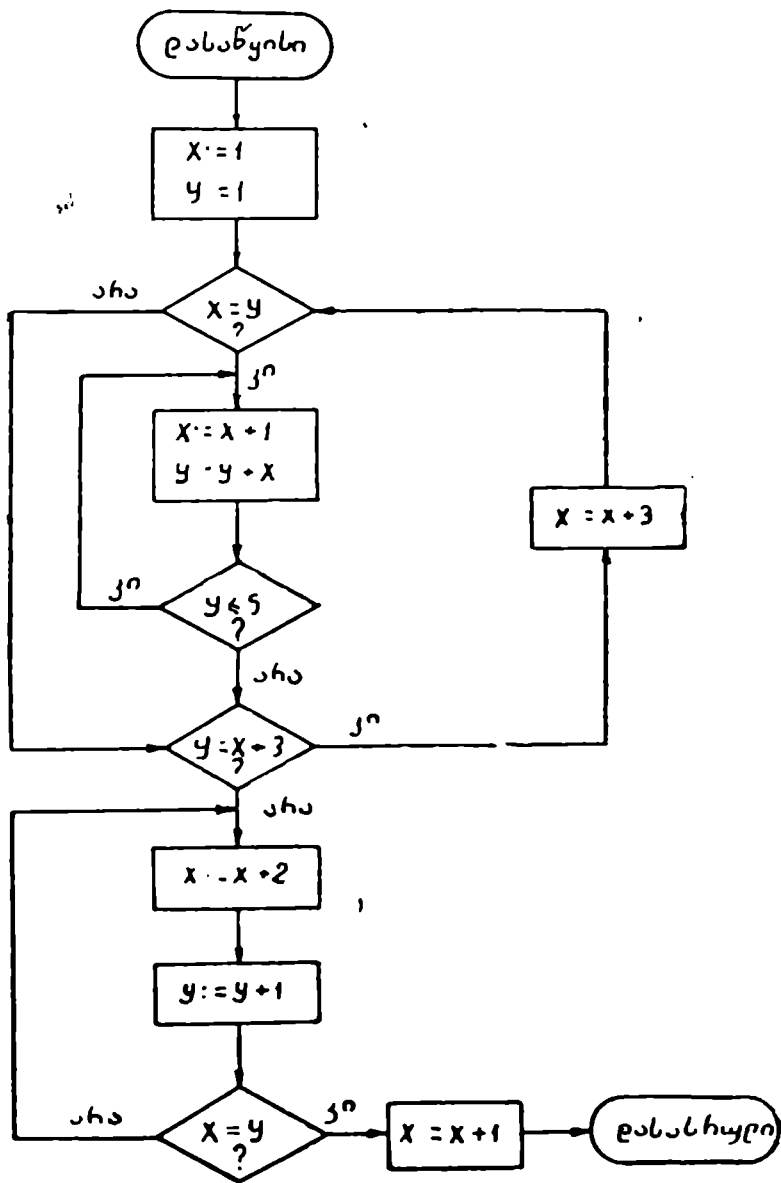
Ե՛՛՛, 39.



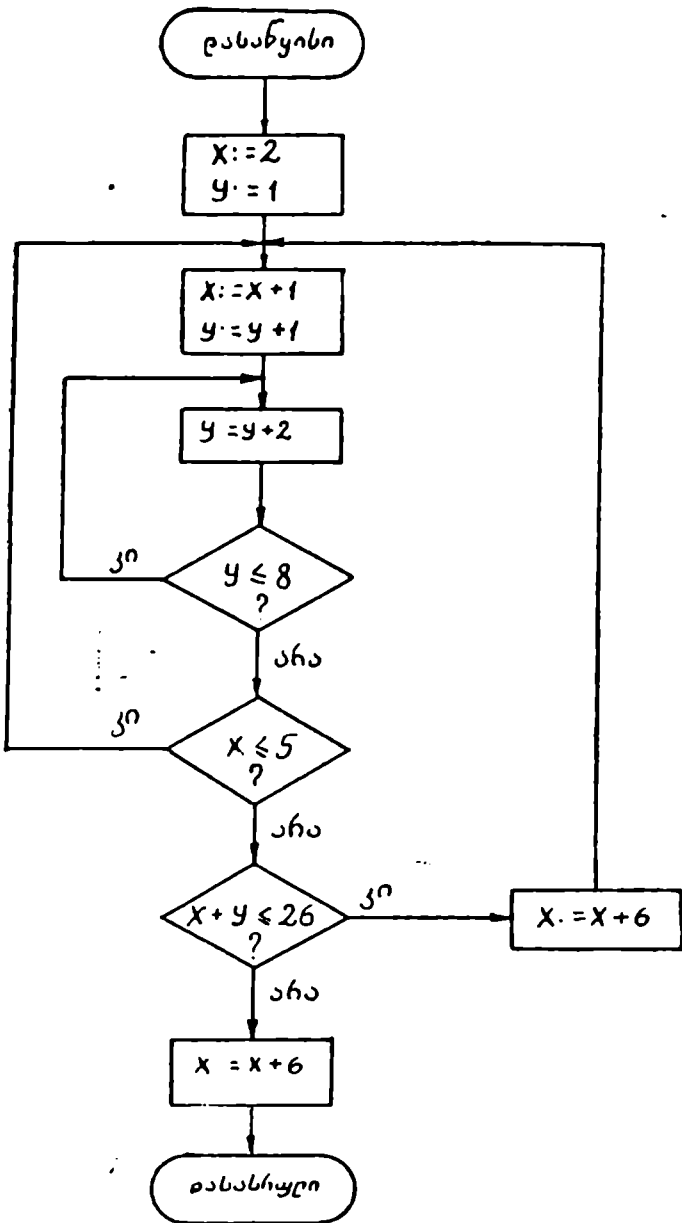
Ետ. 40.



Ճ.Ն. 41.

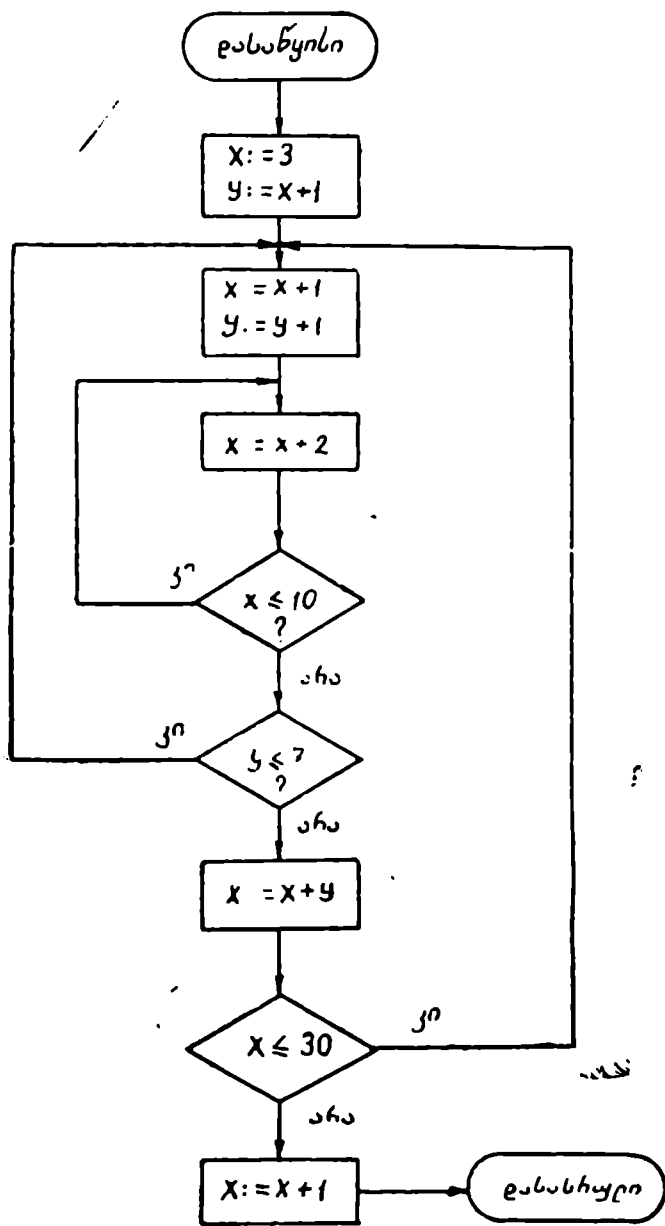


Գծ. 42.

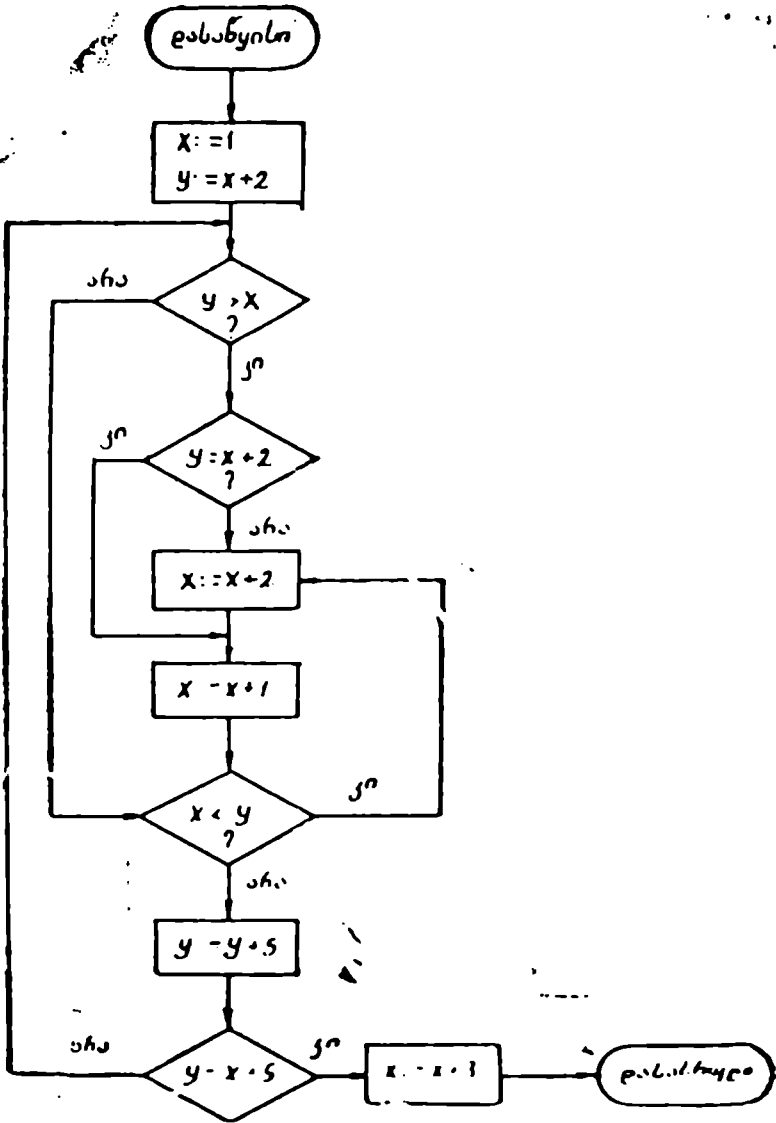


ԳՆ. 43.

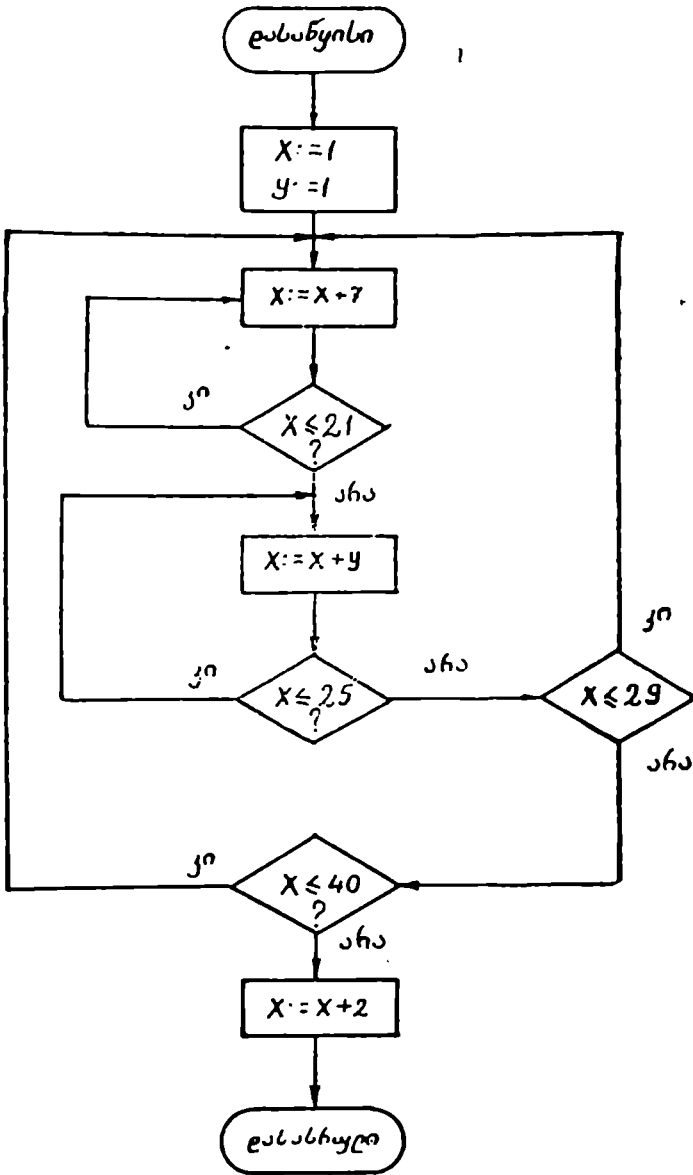




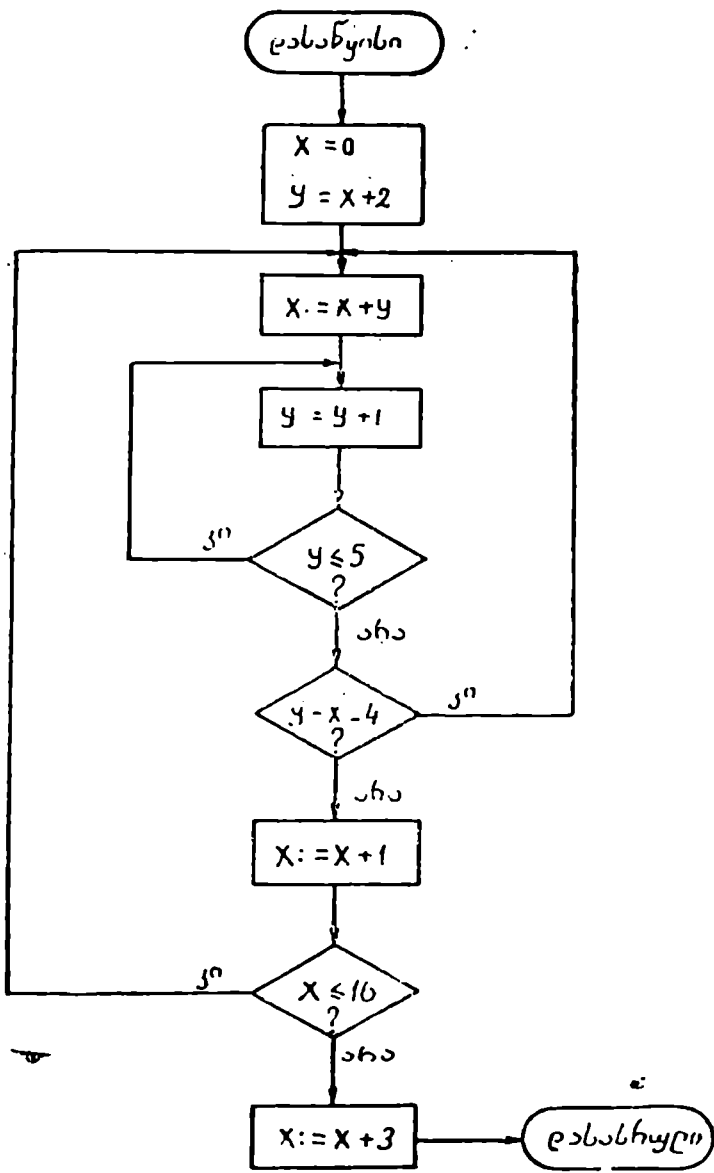
Ճ.Ճ. 44.



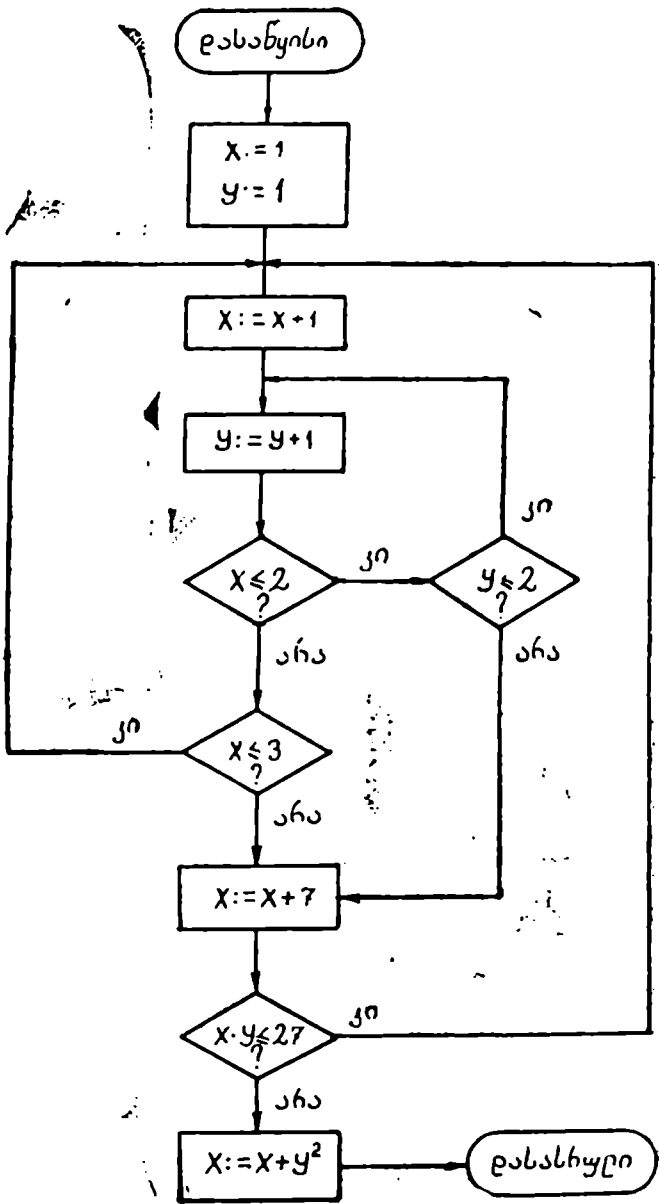
Бод. 45.



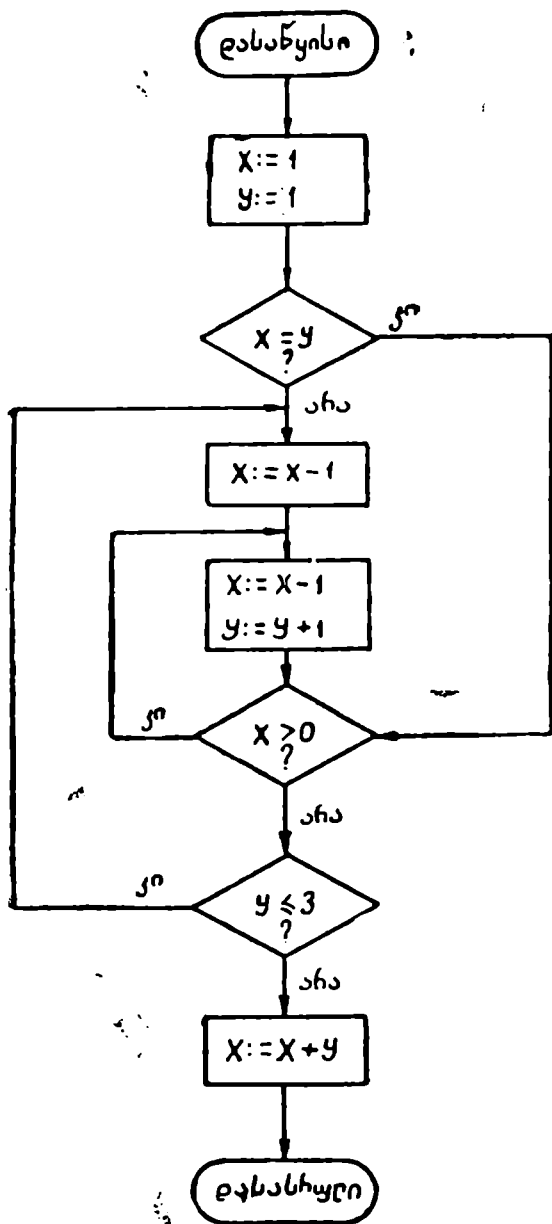
Նձ. 46.



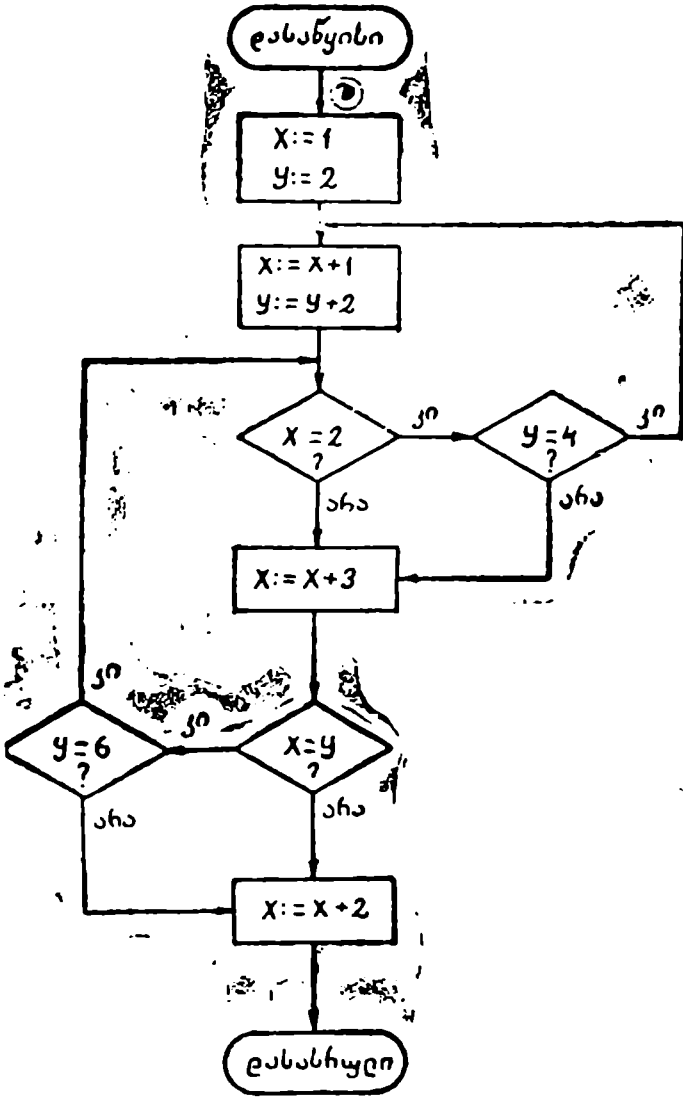
Թ. 47.



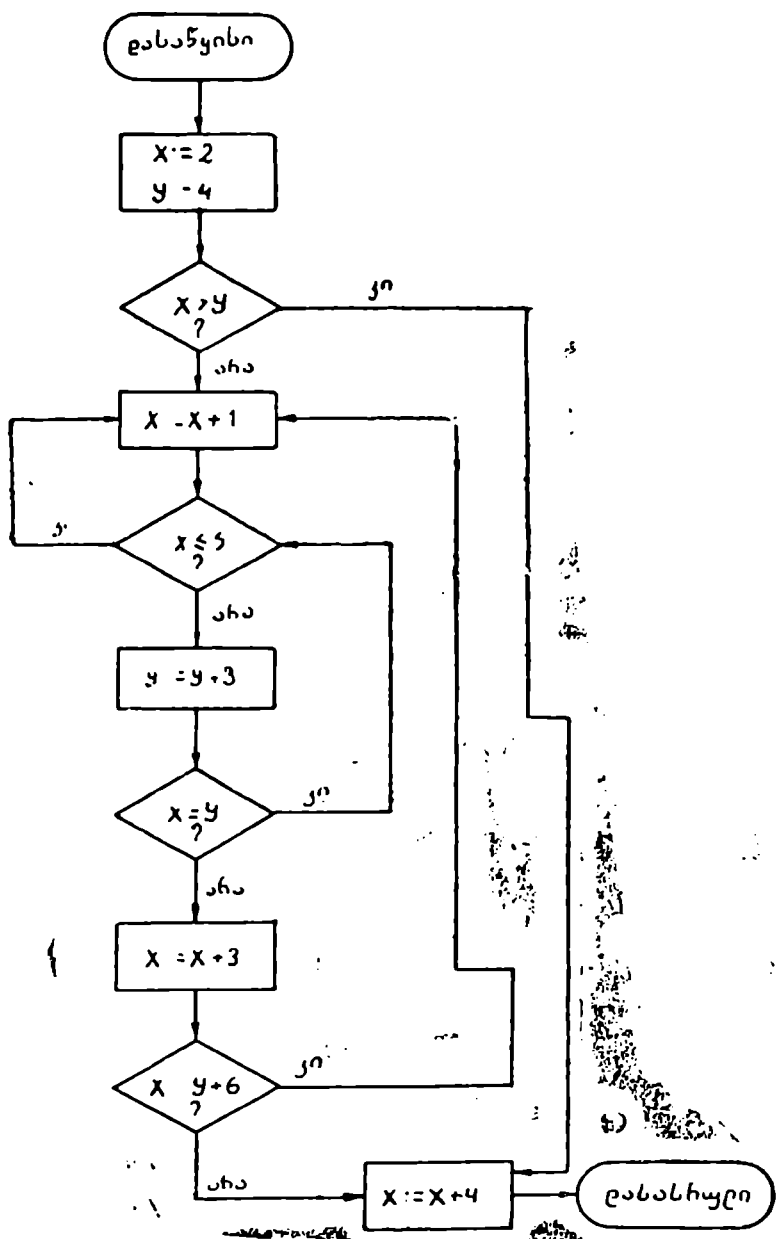
Ֆո՛. 48.



Ն. 49.



Ֆո. 50.



ՃԵԿ, 51.



1. სიმბოლური ფუნქციები ბეისიკ ენაში.

ზოგჯერ საჭიროა სიმბოლოების რიცხვითი სახით წარმოდგენა და პერიოდი. ბეისიკში ამისათვის გამოიყენება შემდეგი ფუნქციები: ASC, BIN<sup>(1)</sup>, CHR<sup>○</sup>, HEX<sup>○</sup>, INKEY<sup>○</sup>, LEN, OCT<sup>○</sup>, STR<sup>○</sup>, STRING<sup>○</sup>, VAL, SPACE<sup>○</sup>, SPC, TAB.

ASC ფუნქცია.  $y = ASC(X)$  ოპერატორით X სიმბოლური სტრიქონის პირველი სიმბოლოს კოდი მიენიჭება y-ს. თუ X თავისუფალია, მაშინ მიიღება შეტყობინება შეცდომის შესახებ: НЕВЕРЕН ВЫЗОВ ФУНКЦИИ. მაგალითად: PRINT ASC("S"); ASC("Ф") პასუხი: 83 230.

მაგალითად:

```
10 X = "TEST"
20 PRINT ASC (X)
RUN
84
```

მართლაც T კოდი КОИ-8 ცხრილიდან უდრის 84.

BIN ფუნქცია.

$y = BIN(n)$  ამ ოპერატორით არგუმენტის ათობითი მნიშვნელობა გადაიყვანება ორობითში და y-ს მიენიჭება როგორც სიმბოლური სტრიქონი, სადაც n იცვლება დიაპაზონში — 32768 და 32767-მდე. თუ  $n < 0$ , მაშინ სიმართლიანია ტოლობა:  $BIN(-n) = BIN(65535 - n)$ ; n არგუმენტი არ შეიძლება იყოს სიმბოლური ან ნამდვილი რიცხვი, წინააღმდეგ შემთხვევაში მიიღება შეტყობინება ОШИБОЧНЫЙ ТИП თუ არგუმენტი გასულია ცვლილების დიაპაზონიდან, მაშინ გვექნება ასეთი შეტყობინება ПЕРЕПОЛНЕНИЕ.

მაგალითად:

```
10 PRINT BIN (- 255)
20 PRINT BIN (9999)
RUN
1111111100000001
10011100001111
```

მართლაც,  $(255)_{10} = (FF)_{16} = (1111111)_2$ . უარყოფითი რიცხვის ორობითი დამატებით კოდი გამოითვლება შემდეგნაირად (ორობითი რიცხვის ჩასაწერად გამოიყენება ორი ბაიტი)

```
0000000011111111 პირდაპირი კოდი დადებითი რიცხვის ინვერსია
1111111100000000
+ 1
```

$(- 255)_{10} = (11111111C0000001)_2$ , დამატებითი კოდი.

1) <sup>○</sup> სიმბოლოს ვიყენებთ სიმბოლური ცვლადის აღსანიშნავად.

CHR ფუნქცია.  $\gamma \circ = \text{CHR} \circ (n)$ , სადაც  $n$  იცვლება დიაპაზონში 0-დან 255-მდე. ამ ფუნქციით  $n$  რიცხვი გარდაიქმნება შესაბამის სიმბოლოს სახით და მიენიჭება  $\gamma$  სიმბოლურ ცვლადს. თუ  $n > 255$ , მაშინ ეკრანზე გამოანთებს შეტყობინება **НЕВЕРЕН ВЫЗОВ ФУНКЦИИ** მაგალითად:

```
10 PRINT CHR(65); CHR(32); CHR(70)
RUN
A_F
```

იხილეთ კოდების KOII-8 ცხრილი.

HEX ფუნქცია.  $\gamma \circ = \text{HEX} \circ (n)$ , სადაც  $n$  ათობითი მთელი რიცხვია, თუ  $n > 65535$ , მაშინ მიიღება შეტყობინება **НЕДОПУСТИМОЕ**. თუ  $n$  ნამდვილი რიცხვია, მაშინ მისი დამრგვალება ხდება მთელამდე. HEX ფუნქციით ათობითი რიცხვი გადადის თექვსშეტობითში.

მაგალითად:

```
10 INPUT X
20 A = HEX(X)
30 PRINT "ათობითი"; X; "თექვსშეტობითში არის"; A
RUN
```

? კლავიატურიდან აკრიბოთ 21, მაშინ დაიბეჭდება ეკრანზე: ათობითი 21 თექვსშეტობითში არის 15.

ხელმეორედ შევასრულოთ RUN

? აკრიბოთ 15, მაშინ ათობითი 15 თექვსშეტობითში არის F.

INKEY $\circ$  ცვლადი. საშუალებას იძლევა კლავიატურიდან ვიმოქმედოთ პროგრამის შესრულებაზე.

$A \circ = \text{INKEY} \circ$  ამ ოპერატორით სიმბოლურ A ცვლადს მიენიჭება კლავიატურიდან აღებული სიმბოლო, თუ კლავიატურა არაა გამოყენებული, მაშინ ცარიელი სიმბოლო. INKEY $\circ$  ცვლადი დისპლეის ეკრანზე არ იძლევა კითხვის ნიშანს (?). ცვლადი INKEY $\circ$  არ ელოდება კლავიშზე დაჭერას. კლავიშზე დაჭერისას სიმბოლო ენიჭება INKEY $\circ$  ცვლადს, რომელიც ეკრანზე არ გამოანთებს.

მაგალითად:

```
10 PRINT "პროგრამიდან გამოსასვლელად დააჭირეთ ნებისმიერ კლავიშს".
```

```
20 A = INKEY: IFA = " " THEN 20 ELSE STOP
```

ე. ი. თუ დაეჭირეთ რომელიმე კლავიშს, მაშინ მისი შესაბამისი სიმბოლო მიენიჭება A ცვლადს. შემდეგ პირობითი ოპერატორით სიმბოლო არ უდრის სიცარიელეს, ამიტომ მართვა გადაეცემა STOP ოპერატორს და გამოთვლები დასრულდება.

თუ კლავიშზე არ დაეჭერთ, მაშინ სიცარიელე = სიცარიელეს და მართვა დაუბრუნდება 20 სტრუქტურის თავიდან.

LEN ფუნქცია.

$y = \text{LEN}(X\bigcirc)$  ამ ოპერატორით  $y$ -ს შენიშება  $X\bigcirc$  ცვლადში სიმბოლოთა რაოდენობა.

მაგალითად:

```
X\bigcirc = "ბეისიკ-პროგრამა" : PRINT LEN(X\bigcirc)
```

15

ე. ი. სიმბოლოთა რაოდენობა უდრის 15.

OCT\bigcirc ფუნქცია. ამ ფუნქციით ათობითი რიცხვი გადადის ოქტობითში.

მაგალითად:

```
PRINT OCT\bigcirc(48)
```

პასუხი: 60

STR\bigcirc ფუნქცია.  $y\bigcirc = \text{STR}\bigcirc(X)$  ეს ფუნქცია  $X$  რიცხვში ციფრებს განიხილავს როგორც სიმბოლოებს და შენიშებს  $y\bigcirc$  ცვლადს.

მაგალითად:

```
10 A = 37
```

```
20 print STR\bigcirc(A); STR\bigcirc(40) + STR\bigcirc(15)
```

```
RUN
```

```
37_4015
```

STRING\bigcirc ფუნქცია.

$y\bigcirc = \text{STRING}\bigcirc(n, m)$  ან

$y\bigcirc = \text{STRING}\bigcirc(n, X\bigcirc)$ , სადაც  $n$  და  $m$  — რიცხვებია დიაპაზონში 0-დან 255-მდე.  $m$  — სიმბოლოს კოდია ცხრილიდან აღებული ხოლო  $X\bigcirc$  სიმბოლოთა ცვლადის პირველი სიმბოლო,  $n$  — განმეორებათა რაოდენობა.

მაგალითად:

```
10 X\bigcirc = STRING\bigcirc(10, 45)
```

```
20 PRINT X\bigcirc; " _ _ _ OTYET _ _ _ "; X\bigcirc
```

```
RUN
```

```
_ _ _ _ _ OTYET _ _ _ _ _
```

```
10 X\bigcirc = "ABCD"
```

```
20 y\bigcirc = STRING\bigcirc(10, X\bigcirc)
```

```
30 PRINT y\bigcirc
```

```
RUN
```

```
AAAAAAAAAAAA
```

VAL ფუნქცია.  $y = \text{VAL}(X\bigcirc)$ ,  $X$  არის რიცხვი, რომლის ციფრები წარმოდგენილია სიმბოლოების სახით,  $y$ -ს შენიშებს, როგორც რიცხვს.

მაგალითად:

```
PRINT VAL("40") + VAL("15")
```



90 T○—"Я мальчик"

100 PRINT T○

110 END

2) განისაზღვროს მოცემული  $N$  რიცხვი კენტია თუ ლუწი. ამისათვის ვისარგებლოთ შემდეგი განმარტებით: თუ  $[N/2] = N/2$ , მაშინ  $N$  ლუწია, წინააღმდეგ შემთხვევაში კენტი.

პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

10 REM Определение чётности

20 S○—"НЕ ЧЕТ"

30 IF (N/2)=INT(N/2) THEN S○—"ЧЕТ"

40 PRINT S○

50 END

3) მოცემულ  $N$  რიცხვის ციფრთა ჯამის გამოთვლა. მოცემული რიცხვიდან გამოვყოთ შემალგენელი ციფრები, გამოყოფას ვიწყებთ უმცირესი თანრიგიდან. უკიდურესი მარჯვენა ციფრის გამოსაყოფად გამოვივალოთ  $N - [N/10] \cdot 10$ , შემდეგი ციფრისთვის განვიხილოთ  $N = [N/10]$  რიცხვი. მიღებული რიცხვისთვის გამოვიყენოთ ზემოთ აღწერილი პროცედურა, როგორც კი ახალი  $N$  გაუტოლდება ნულს, პროცესს დავამთავრებთ.

მოცემულ  $N$  რიცხვში ციფრთა ჯამის გამოთვლის ბეისიკ-პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

10 REM определение суммы цифр числа

20 INPUT N

30 N=ABS(N)

40 S=0: I=0

50 IF N=0 GOTO 100

60 S=S+N-(INT(N/10)) \* 10

70 I=I+1

80 N=INT(N/10)

90 GOTO 50

100 PRINT 'В исходном числе всего: I: 'цифр'

110 PRINT 'сумма цифр' S= '; S

120 END

შენიშვნა: 40 სტრიქონში ოპერატორები ერთმანეთისაგან გამოყოფილია (:) ორი წერტილით.

4) ფუნქციის გრაფიკის აგება TAB ფუნქციის გამოყენებით, რომლის მიხედვით გარკვეულ პოზიციაში დაიბეჭდება არჩეული სიმბოლო, ეტყვათ " \* ".

ავაროთ  $y = x^2$  ფუნქციის გრაფიკი, როცა  $X \in [-6; 6]$  სეგმენტს,  $h = 1$  ბიჯით. აბსცისათა ღერძი გავვლოთ "!" სიმბოლოს გამოყენებით.

ნების, ხოლო ორდინატთა ღერძი " — " სიმბოლოს მიხედვით.

ბეისიკ პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

```
10 REM построение графика  $y=x * * 2$  функции
```

```
20 X = -6
```

```
30 IF X <> 0 GOTO 100
```

```
40 PRINT ' * ';
```

```
50 FOR I = 1 TO 40
```

```
60 PRINT ' — ';
```

```
70 NEXT I
```

```
80 PRINT
```

```
90 GOTO 110
```

```
100 PRINT '!'; TAB(X * X); ' * '
```

```
110 X = X + 1
```

```
120 IF X <= 6 GOTO 30
```

```
130 END
```

შენაშენა: INPUT ან PRINT ოპერატორებში ტექსტი ჩაისვება ( ) ან ( " ) სიმბოლოებში. ეს დაშოკიდებულია ეგმ-ზე. ნახ. 36-ის შესაბამის ბეისიკ პროგრამას ექნება შემდეგი სახე:

```
10 REM ბლოკ-სტემის მიხედვით პროგრამის შედგენა
```

```
20 INPUT ' შემოიტანეთ x და y', x, y
```

```
30 IF x = y THEN GOTO 60
```

```
40 y = y + 1
```

```
50 IF y <= x THEN GOTO 30
```

```
60 y = x + y
```

```
70 IF y = x + 3 THEN GOTO 30
```

```
80 x = x + 1
```

```
90 IF y <> (x + 9) THEN GOTO 60
```

```
100 x = x + 2
```

```
110 PRINT 'x = ', x, 'y = ', y
```

```
120 END
```

```
RUN
```

```
? 3, 1
```

```
x = 7 y = 14
```

### 3. გრაფიკული საშუალებები ბეისიკ-ენაში

ბეისიკ ენას გააჩნია ფართო გრაფიკული შესაძლებლობები, რომელთა გამოყენებით ხდება სხვადასხვა ფიგურების აგება. გამოსახულება მიიღება გრაფიკულ ეკრანზე  $256 \times 512$  საზღვრებით.

გრაფიკის ძირითადი ოპერატორებია: PSET, LINE, PAINT,

CIRCLE. დამხმარე ოპერატორებია COLOR და SCREEN. ოპერატორების გამოყენებისას უნდა მიუთითოთ რიცხვები — წერტილის კოორდინატები. ეს კოორდინატები იცვლება გრაფიკული ეკრანის საზღვრებში (მაგალითად, პორიზონტალური 0-დან 511, ვერტიკალური — 0-დან 255-მდე. შათი საზღვრები დამოკიდებულია ეგმ-ის ტიპზე). დისპლეის ეკრანზე შეიძლება გამონათდეს, როგორც ალფავეიტურ-ციფრული ინფორმაცია, ასევე გრაფიკული გამოსახულება. თითოეულ სახეს შეესაბამება მუშაობის გარკვეული რეჟიმი, პირველი მიეუთვნება პროგრამულ რეჟიმს, ხოლო მეორე — გრაფიკულს. ერთი და იმავე ეკრანზე შეიძლება მივიღოთ ორივე სახის ინფორმაცია. ტესტური ინფორმაციის წაშლა შესაძლებელია CLS ოპერატორით. ხოლო ცალკე გრაფიკული გამოსახულების წაშლა სრულდება ოპერატორით PCLS. გრაფიკული გამოსახულების გასაფერადებლად ძირითადად გამოყენებულია შემდეგი ფერები: 0 — შავი, 1 — ლურჯი, 2 — მწვანე, 3 — ცისფერი, 4 — წითელი, 5 — იისფერი, 6 — ყვითელი, 7 — თეთრი, ეკრანზე ფერების მიღება სრულდება COLOR ოპერატორით. მას აქვს შემდეგი სახე: COLOR [C<sub>1</sub>], [C<sub>2</sub>], სადაც C<sub>1</sub> ჩარჩოს ფერი, C<sub>2</sub> — ეკრანის ფერი. თუ C<sub>1</sub> და C<sub>2</sub> არ არის მითითებული, მაშინ ეკრანის ფერი არ შეიცვლება, ხოლო თუ C<sub>2</sub> ჩატოვებულია, მაშინ ეკრანი ავტომატურად ჩარჩოს ფერად გაფერადდება.

პროგრამული რეჟიმიდან გრაფიკულ რეჟიმზე გადასვლა და პირიქით, სრულდება SCREEN ოპერატორით. SCREEN 0 — შესაბამება პროგრამულ რეჟიმს, ხოლო SCREEN 1 — გრაფიკულს.

ეკრანზე წერტილის დასმისათვის გამოიყენება PSET ოპერატორი (point — წერტილი, set — დასმა). მას აქვს შემდეგი სახე: PSET [STEP] (x, y), C<sub>1</sub>, სადაც x, y წერტილის კოორდინატებია, C<sub>1</sub> — ფერი. თუ მითითებულია STEP, მაშინ აღრე აღებული წერტილიდან x, y ბიჯით დაისმება ეკრანზე წერტილი.

ეკრანზე მონაკვეთების ვასივლებად, ან ჩარჩოს დასახზად გამოიყენება ბრძანება LINE, რომელსაც ზოგადად შემდეგი სახე აქვს: LINE (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) — [STEP] (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>), [C<sub>1</sub>], [B [F]], სადაც x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub> ხაზის საწყისი წერტილის კოორდინატებია, x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub> კი საბოლოო, C<sub>1</sub> გვიჩვენებს ხაზის ფერს, როდესაც ფორმულაში მოცემულია STEP, მაშინ სრულდება ხაზის გავლება ბიჯით. თუ მოცემულია B, მაშინ დაიხაზება მართკუთხედი, რომლისთვისაც x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub> და x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub> დიაგონალური წვეროების კოორდინატებია. თუ მითითებულია F, მაშინ მართკუთხედი გაფერადდება მითითებული ფერით, წინააღმდეგ შემთხვევაში დაიხაზება მართკუთხა ჩარჩო შიგნით გაფერადების გარეშე.

ეკრანზე წრეწირის, რკალის ან ელიფსის დახაზვა შესაძლებელია CIRCLE ოპერატორით. მას შემდეგი სახე აქვს: CIRCLE (x, y), R<sub>1</sub>, [C<sub>2</sub>], [φ], [α<sub>1</sub>, α<sub>2</sub>], [k]. სადაც x, y წრეწირის ცენტრის კოორდინატებია,

$R_1$  წრეწირის რადიუსი,  $c_2$  — ფერი,  $\varphi$  — არის კუთხე რადიანებში, რომელიც მიუთითებს, თუ რა სიდიდის რკალი უნდა გაივლოს წრეწირის პორიზონტალური დიამეტრის ერთ-ერთი ბოლოდან. თუ  $\varphi$  არ არის მითითებული, მაშინ დაიბაზება მთლიანი წრეწირი.  $a_1$  და  $a_2$  კუთხეებია რადიანებში, რომელთა შორის გაივლება რკალი. თუ  $k > 1$ , მაშინ მიიღება ელიფსი "გაწელილი" პორიზონტალურად, თუ  $0 < k < 1$ , მაშინ მიიღება ელიფსი "გაწელილი" ვერტიკალურად. ეკრანზე რაიმე შეკრული კონტურის შიდა არის გაფერადება სრულდება PAINT ოპერატორით, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე: PAINT (x, y) [,  $c_1$ ], [,  $c_2$ ], სადაც x, y არის გასაფერადებელი მიდამოს წერტილის კოორდინატები,  $c_1$  — გასაფერადებელი მიდამოს ფერია,  $c_2$  — კონტურის ფერი. ამ ოპერატორისათვის მთავარია ჩარჩოს არ ჰქონდეს ნაპრალი, საიდანაც შეიძლება ფერი "გაიპაროს".

შენიშვნა: განხილული ოპერატორებით სარგებლობისას, კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული პარამეტრების გამოტოვება დასაშვებია.

მაგალითები:

- 1) 10 REM სხვადასხვა ფერის მართკუთხედები  
 20 PCLS: CLS  
 30 FOR I=0 TO 7  
 40 LINE (0, I \* 30) — STEP (512, 30), I, BF  
 50 NEXT I  
 60 END
- 2) 10 REM წრეწირები  
 20 PCLS: CLS: PSET (100, 192)  
 30 FOR I=1 TO 12  
 40 CIRCLE STEP (20, 0), 50, 5  
 50 NEXT I  
 60 END
- 3) 10 REM სამიზნე  
 20 CLS: PCLS  
 30 FOR I=0 TO 7  
 40 CIRCLE (256, 170), (8 — I) \* 10, I  
 50 PAINT STEP (0, 0), I  
 60 NEXT I  
 70 END



## ლიტერატურა

1. Математический практикум под редакцией Т. Н. Положего. Москва, 1960.
2. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики, Москва, 1963.
3. Ш. Е. Микеладзе. Численные методы математического анализа, Москва, 1953.
4. А. К. Фадеев и В. Н. Фадеева. Вычислительные методы линейной алгебры. Москва, 1960.
5. Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. Численные методы анализа. Москва, 1963.
6. Н. К. Артмеладзе. О формулах механических кубатур, Труды Тбилисского математического института, т. VII, 1939 г.
7. Н. К. Артмеладзе, Л. Н. Беридзе, Н. Г. Тархнишвили. Лабораторные работы по математическому практикуму, ГПИ, 1979.
8. Ю. А. Первин. Основы фортрана, М., 1972. Фортран, под ред. Е. Л. Ющенко, Киев, 1976.
9. Дж. Скарборо. Численные методы математического анализа, М.-Л., 1934.
10. Р. С. Гутер, П. Т. Резниковский. Программирование и вычислительная математика, выпуск 2, Москва, 1971.
11. А. М. Бухтияров, Ю. П. Маликова, Г. Д. Фролов. Практикум по программированию на фортране (ос ЕС ЭВМ), Москва, 1983.
12. Б. Менер, К. Бодуен. Методы программирования, I, II том, Москва, 1982.
13. У. Девис. Операционные системы, Москва, 1982.
14. Ж. П. Ламуатье. Упражнения по программированию на фортране IV. Москва, 1978.
15. გ. შ. მაშარდაშვილი. ციფრული მანქანების არითმეტიკული საფუძვლები. „განათლება“, 1982.
16. მ. შ. გოთოშია. ალგორითმიზაციის საფუძვლები და პროგრამირება. სპი, 1983.
17. ვ. ზ. შარაშვიძე. პროგრამირება ფორტრანზე, თბილისი 1981.
18. Г. А. Дробушевич. Программирование на фортране изд. БГУ им. В. И. Ленина. Минск, 1976 г.
19. Ю. А. Кетков. Программирование на БЭЭСИМКЕ, Москва. «статистиკა» 1978 г.
20. ნ. ართმელაძე, თ. კობია, ო. მელაძე. პრაქტიკული სახელმძღვანელო გამოთვლების მეთოდებსა და პროგრამირებაში I—II ნაწ. სპი, 1974, 1980.
21. В. Ф. Шаньгин, Л. М. Поддубная, Ю. С. Голубев-Новожилов. Программирование на языке «Паскаль», Москва, «Высшая школа», 1982 г.
22. ვ. მერაბიშვილი, გ. ხოსროშვილი. ელექტროტექნიკის თეორიული საფუძვლები. „განათლება“, 1989.

ს ა რ ჩ ი ვ ი

წინასიტყვაობა	5
I ტ ა ვ ი. ალგორითმის ცნება, ალგორითმული ენის — „ფორტრანი“ ელემენტები	5
§ 1. ერთიანი სისტემის ელექტრონული გამოთვლელი მანქანები (E( — ეგვ)	5
§ 2. ალგორითმის ცნება და გამოთვლითი პროცესების დასასიათება	9
§ 3. ალგორითმის ბლოკ-სქემა.	12
§ 4. ალგორითმული ენა ფორტრანის ძირითადი სიმბოლოები და ოპერატორები	23
§ 5. ლოგიკური ცვლადები და გამოსახულებები	32
§ 6. ქვეპროგრამები	55
§ 7. EQUIVALENCE, COMMON, EXTERNAL ოპერატორი	65
§ 8. DATA ოპერატორი. NAMELIST ოპერატორი	68
§ 9. ფორტრან-პროგრამის დამუშავება DDC/EC და ODC/EC სის- ტემებში	76
1. ტერმინალების აღწერა	99
2. სისტემა „PRIMUS“-ის დანიშნულება და სარგებლობის წე- სის მოკლე აღწერა	102
3. DDC და ODC სისტემაში ერთიანი სისტემის ეგვ-ების ფორ- ტრანსლატორის დიაგნოსტიკური შეტყობინებანი	112
4. ტრანსლიაციისას შეტყობინებათა ჩამოთვლა	113
5. შესრულებადი პროგრამის შეტყობინებანი	120
§ 10. ალგორითმული ენა „ბეისიკის“ ელემენტები	122
§ 11. ალგორითმული ენა „პასკალი“	134
II ტ ა ვ ი. ფუნქციათა მიახლოება	158
§ 1. ინტერპოლირების უმარტივესი ამოცანა	158
§ 2. სასრული სხვაობების შემკველი საინტერპოლაციო ფორმულები	158
§ 3. ლაგრანჟის საინტერპოლაციო პოლინომი, ეიტენის სქემა	162
§ 4. ინტერპოლირების დაპროგრამება ნიუტონის პირველი ფორმუ- ლის მიხედვით	164
§ 5. ლაგრანჟის საინტერპოლაციო ფორმულით დაპროგრამების მაგალითი	172
§ 6. შებრუნებული ინტერპოლირება	174
§ 7. განტოლების ფესვის მოძებნა შებრუნებული ინტერპოლირების საშუალებით	177
§ 8. რიცხვითი გაწარმოება	179
§ 9. ტრიგონომეტრიული ინტერპოლირება	180
§ 10. ფუნქციათა მიახლოება უმეტირეს კვადრატთა მეთოდით	181
§ 11. ფუნქციის აპროქსიმაციის დაპროგრამება უმეტირეს კვადრატთა მეთოდით	183
§ 12. უმეტირეს კვადრატთა მეთოდი შუალედის შემთხვევაში	189
III ტ ა ვ ი. წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა	193
§ 1. გაუსის მეთოდი	193
§ 2. ჟორდანის სქემა	197
§ 3. წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის დაპრო- გრამება ჟორდანის სქემით	199

§ 4.	იტერაციის მეთოდი	208
§ 5.	წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის პროგრამა იტერაციის მეთოდით	211
§ 6.	კვადრატულ ფესვთა მეთოდი	216
§ 7.	კვადრატულ ფესვთა მეთოდით ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის პროგრამა	218
IV	თ ა ვ ნ. მატრიცის შებრუნება და დეტერმინანტის გამოთვლა	225
§ 1.	მატრიცის შებრუნება გაუსის მეთოდით	225
§ 2.	დეტერმინანტის გამოთვლა	226
§ 3.	მატრიცის შებრუნება შოარშიების მეთოდით	235
§ 4.	მატრიცის შებრუნების პროგრამა შოარშიების მეთოდით	237
V	თ ა ვ ნ. განტოლებისა და განტოლებათა სისტემის ნამდვილი ფესვების მოძებნა	246
§ 1.	განტოლების ნამდვილი ფესვის მოძებნა ჟორდანის მეთოდით	246
§ 2.	განტოლების ნამდვილი ფესვის მოძებნა ნიუტონის (მზებთა) მეთოდით	247
§ 3.	განტოლების ნამდვილი ფესვის მოძებნა კომპინირებული მეთოდით	248
§ 4.	განტოლების ამოხსნის ფორტან-პროგრამა კომპინირებული მეთოდით	249
§ 5.	განტოლების ნამდვილი ფესვის მოძებნა იტერაციის ანუ მიმდევრობითი მიაღწევის მეთოდით	253
§ 6.	ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის ამოხსნა	256
§ 7.	სრულყოფილ განტოლებათა სისტემის ნიუტონის მეთოდით ამოხსნის პროგრამა	258
VI	თ ა ვ ნ. ინტეგრალის მიახლოებითი გამოთვლა	262
§ 1.	განსაზღვრული ინტეგრალის მიახლოებითი გამოთვლა ტრაპეციის ფორმულით	262
§ 2.	სიმპსონის ფორმულა	264
§ 3.	განსაზღვრული ინტეგრალის ტრაპეციების ფორმულით გამოთვლის პროგრამა ფორტან-ენაჟე	266
§ 4.	სიმპსონის ფორმულით განსაზღვრული ინტეგრალის გამოთვლის პროგრამა	267
§ 5.	ორჭრადი ინტეგრალის მიახლოებითი გამოთვლა	273
§ 6.	ორჭრადი ინტეგრალის მიახლოებითი გამოთვლის დაპროგრამება	274
VII	თ ა ვ ნ. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ინტეგრება	279
§ 1.	პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა ეილერის მეთოდით	279
§ 2.	ეილერ-კოშის გაუმჯობესებული მეთოდი	280
§ 3.	რუნგე-კუტას მეთოდი	282
§ 4.	ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა რუნგე-კუტას მეთოდით	283
§ 5.	ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნის დაპროგრამება რუნგე-კუტას მეთოდით	284
საუარჩიშოები		294
დამატება		337
ლიტერატურა		345

Артмеладзе Нино Константиновна  
Кохия Талико Васильевна  
Меладзе Отар Багратович

**ПРАКТИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО МЕТОДАМ  
ВЫЧИСЛЕНИЙ И ПРОГРАМИРОВАНИЮ**

(На грузинском языке)

რედაქტორი რ. დანელია  
სამხატვრო რედაქტორი გ. ზაკალაშვილი  
ტექნიკური რედაქტორი ე. მუზაშვილი  
უფროსი კორექტორი ლ. გაგნიძე  
კორექტორი დ. ყვავაძე  
გამომშვები ლ. გაბარაშვილი

სბ. № 3485, Учебное издание

გადაეცა ასაწყობად 12. 10. 89 წ., ხელმოწერილია დასაბეჭდად 27. 11. 90 წ.,  
საბეჭდი ქალაქი № 2, ქალაქის ზომა 60×90<sup>1/16</sup>, გარნიტურა ვენა, ბეჭდვა  
მაღალი, ნაბეჭდი თაბახი 21,75, საღებავგატარება 21,88, სააღრიცხვო-  
საგამომცემლო თაბახი 17,01.

შეკვ. № 805

ტირაჟი 5 000

ფასი 3 მან.

გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი, გ. ჩუბინაშვილის ქ. № 50  
Издательство «Ганатლება», Тбилиси, ул. Чубинашвили № 50  
ს. ქართველის რესპუბლიკის ტექნიკური უნივერსიტეტის სტამბა,  
თბილისი, მ. კოსტავას ქ. № 77

Типография тех. Университета, Республика Грузия  
Тбилиси, ул. М. Костава, № 77