

Контрольный экземпляр

თბილისის უნივერსიტეტის
უ რ მ ე ბ ე ბ ი

Труды Тбилисского
университета

Proceedings
of Tbilisi University

A 9 (157)

ფიზიკა-მათემატიკისა და საზოგადოებრივი
მეცნიერებანი

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
MATHEMATICAL AND NATURAL SCIENCES

თბილისის უნივერსიტეტის

შ რ მ ე ბ ი

Труды
Тбилисского университета

Proceedings
of Tbilisi University

A 9 (157)

ფიზიკა-მათემატიკისა და საზღვარგარეთელი მეცნიერებანი
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
MATHEMATICAL AND NATURAL SCIENCES



თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА
TBILISI UNIVERSITY PRESS

1975

სარედაქციო კოლეგია

ო. გვერდშითელი, ნ. ვახანია, თ. კობალეიშვილი, ლ. მალნარაძე,
ლ. ნათაძე, ნ. სხირტლაძე, ჯ. შარიკაძე (მდივანი), ა. ხარაძე (მთავარი
რედაქტორი).

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Н. Н. Вахания, И. М. Гвердцители, Т. И. Копалеишвили,
Л. Г. Магнарадзе, Л. Р. Натадзе, Н. И. Схиртладзе, А. К. Хара-
дзе (главный редактор), Д. В. Шарикадзе (секретарь).

EDITORIAL BOARD

I. Gverdtsiteli, A. Kharadze (editor in chief), T. Kopalei-
shvili, L. Magnaradze, L. Natadze, J. Sharikadze (secretary),
N. Skhirtladze, N. Vakhania.

О ГРАНИЧНЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕМ ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ

Г. В. НИЖАРАДЗЕ

В статье приведены обобщения лемм И. И. Привалова и И. Марцинкевича. Доказывается теорема о граничном свойстве функции, полученной дифференцированием интеграла типа Коши, когда плотность дифференцируема в смысле Вейсса. Результаты этой работы, в том частном случае, когда плотность имеет обыкновенную производную, принадлежат А. Г. Джваршейшвили.

Рассматриваем замкнутые спрямляемые кривые $\Gamma: t=t(s)$, где $0 \leq s \leq 2\pi$ и s —дуговая абсцисса. Конечную область, ограниченную кривой Γ , обозначим через Γ^+ , а внешнюю—через Γ^- .

Скажем, что кривая Γ принадлежит классу K , если для любых двух точек t_1 и t_2 кривой Γ справедливо соотношение

$$\frac{|s(t_1, t_2)|}{|t_1 - t_2|} \leq K,$$

где $s(t_1, t_2)$ —наименьшая дуга кривой Γ с концами в точках t_1 и t_2 . Кривая Γ принадлежит классу A , если почти для всех $s \in (0, 2\pi)$ и почти для всех $\sigma \in (-\pi, \pi)$ справедливо неравенство

$$\left| \frac{1}{\sigma^2} \int_s^{s+\sigma} |t'(s+\sigma) - t'(u)| du \right| \leq h(\sigma),$$

где h —суммируемая на $(-\pi, \pi)$ функция.

Пусть f —комплекснозначная функция на кривой $\Gamma: t=t(s)$. Введём ещё следующие обозначения

$$u(t_0, \varepsilon) = \{t(s) \in \Gamma \mid s_0 - \varepsilon < s < s_0 + \varepsilon\}; \quad u^*(t_0, \varepsilon) = \{t(s) \in \Gamma \mid s_0 < s < s_0 + \varepsilon\}$$

и

$$\Gamma_\varepsilon = \Gamma \setminus u(t_0, \varepsilon),$$

где подразумевается, что $t_0 = t(s_0)$.

Определение. Скажем, что функция f C_1^* -дифференцируема в точке $t_0 \in \Gamma$, если в некоторой окрестности точки t_0 , почти везде справедливо представление

$$f(t) = f(t_0) + A(t - t_0) + \eta(t)(t - t_0),$$

где функция η удовлетворяет условию

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(t_0, \varepsilon)} |\eta(t)| |dt| = 0.$$

В таком случае будем писать

$$A = C_1^* Df(t_0).$$

Рассмотрим точки комплексной плоскости следующего вида:

$$z = t_0 \pm i\varepsilon e^{i(\varphi_0 + \psi_0)},$$

где φ_0 — угол между положительным направлением оси OX и касательной прямой к кривой Γ в точке t_0 , а $|\psi_0| \leq \lambda \frac{\pi}{2}$, где $0 < \lambda < 1$, и введём обозначение

$$F_1(f, \varepsilon, \psi_0, t_0) = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_{\Gamma} \frac{f(t)}{(t-z)^2} dt - \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{f(t) - f(t_0)}{(t-t_0)^2} dt \right\}.$$

Теорема 1. Если кривая $\Gamma \in K$, а функция f , суммируемая на Γ , C_1^* -дифференцируема в точке $t_0 \in \Gamma$, то

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_1(f, \varepsilon, \psi_0, t_0) = \pm \frac{1}{2} C_1^* Df(t_0),$$

где знак \pm берётся соответственно случаю $z \in \Gamma^+$ или $z \in \Gamma^-$.

Доказательство. Имеем

$$F_1(f, \varepsilon, \psi_0, t_0) = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_{u(t_0, \varepsilon)} \frac{f(t) - f(t_0)}{(t-z)^2} dt + \int_{\Gamma_\varepsilon} [f(t) - f(t_0)] \left[\frac{1}{(t-z)^2} - \frac{1}{(t-t_0)^2} \right] dt \right\} = I_1 + I_2.$$

Допустим, что $C_1^* Df(t_0) = 0$. Тогда

$$|I_1| = \left| \frac{1}{2\pi} \int_{u(t_0, \varepsilon)} \frac{\eta(t)(t-t_0)}{(t-z)^2} dt \right| \leq \frac{c}{\varepsilon} \int_{u(t_0, \varepsilon)} |\eta(t)| |dt|,$$

$$I_2 = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5,$$

где

$$i_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_{u^*(t_0, h) \setminus u^*(t_0, \varepsilon)} [f(t) - f(t_0)] \frac{z-t_0}{(t-z)^2(t-t_0)} dt,$$

$$i_2 = \frac{1}{2\pi i} \int_{u^*(t_0, h) \setminus u^*(t_0, \varepsilon)} [f(t) - f(t_0)] \frac{z-t_0}{(t-z)(t-t_0)^2} dt,$$

$$i_3 = \frac{1}{2\pi i} \int_{u^*(t_0, -h) \setminus u^*(t_0, -\varepsilon)} [f(t) - f(t_0)] \frac{z-t_0}{(t-z)^2(t-t_0)} dt,$$

$$i_4 = \frac{1}{2\pi i} \int_{u^*(t_0, -h) \setminus u^*(t_0, -\varepsilon)} [f(t) - f(t_0)] \frac{z-t_0}{(t-z)(t-t_0)^2} dt,$$

$$i_5 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_h} [f(t) - f(t_0)] \left\{ \frac{1}{(t-z)^2} - \frac{1}{(t-t_0)^2} \right\} dt.$$

Ясно, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} i_5 = 0.$$

Интегралы i_3 и i_4 оцениваются так же, как интегралы i_1 и i_2 . Поэтому ограничимся оценками лишь интегралов i_1 и i_2 . Используя соответствующие оценки из [1] (стр. 185), имеем

$$|i_1| \leq c\varepsilon \int_{\varepsilon}^h \frac{|\eta(t)|}{|t-z|^2} dt < c_1 \varepsilon \int_{\varepsilon}^h \frac{|\eta(t)|}{\sigma^2} d\sigma.$$

Введём обозначение

$$\psi(t) = \int_0^t |\eta(u)| du.$$

Тогда

$$\varepsilon \int_{\varepsilon}^h \frac{|\eta(t)|}{\sigma^2} d\sigma = \varepsilon \frac{\psi(h)}{h^2} - \frac{\psi(\varepsilon)}{\varepsilon} + 2 \frac{\int_{\varepsilon}^h \psi(u) u^{-1} du}{\varepsilon^{-1}},$$

и после применения правила Лопиталья к третьему слагаемому получим

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} i_1 = 0.$$

Аналогично можно показать, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} i_2 = 0.$$

Сейчас рассмотрим общий случай

$$C_1^* Df(t_0) \neq 0.$$

Введём функцию

$$g(t) = f(t) - t C_1^* Df(t_0).$$

Ясно, что

$$C_1^* Dg(t_0) = 0$$

$$F_1(g, \varepsilon, \psi_0, t_0) = F_1(f, \varepsilon, \psi_0, t_0) - C_1^* Df(t_0) F_1(t, \varepsilon, \psi_0, t_0)$$

$$F_1(t, \varepsilon, \psi_0, t_0) = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_{\Gamma} \frac{t dt}{(t-z)^2} - \int_{\Gamma_{\varepsilon}} \frac{t-t_0}{(t-t_0)^2} dt \right\}$$

и, так как функция t имеет производную, равную 1 во всякой точке $t \in \Gamma$, то по лемме 4 из [3] получаем

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_1(t, \varepsilon, \psi_0, t_0) = \pm \frac{1}{2},$$

что и требовалось доказать.



Теорема 2. Пусть $\Gamma \in A \cap K$ и суммируемая на Γ функция $f \in C_1^*$ -дифференцируема в каждой точке множества $E \subset \Gamma$, $|E| > 0$. Тогда существуют: а) совершенное множество $P \subset E$, $|P| > 0$, б) число $\delta > 0$, в) функции h и g такие, что

1. $f(t) = h(t) + g(t)$, когда $t \in \Gamma$;
2. $g(t) = f(t)$, когда $t \in P$;
3. $g(t) = f(\alpha_k) \frac{\beta_k - t}{\beta_k - \alpha_k} + f(\beta_k) \frac{t - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k}$, когда $t \in s(\alpha_k, \beta_k)$,

где $(s(\alpha_k, \beta_k))_{k \geq 1}$ — последовательность дуг, дополнительных к множеству P на Γ ;

4. Функция g удовлетворяет условию Липшица на Γ ,

$$5. \int_{s(\alpha_k, \beta_k)} |h(t)| |dt| < c |s(\alpha_k, \beta_k)|$$

для любого k , если $|s(\alpha_k, \beta_k)| < \delta$.

Доказательство. Пусть $t \in E$ и рассмотрим функцию

$$\omega_n(t) = \sup_{\varepsilon \in \left(0, \frac{1}{h}\right)} \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(t, \varepsilon)} |\eta(u)| |du|.$$

Ясно, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \omega_n(t) = 0.$$

Ввиду того, что функция $f \in C_1^*$ -дифференцируема на E , то функция $C_1^* Df$ измерима на E и по теореме Н. Н. Лузина (C -свойство) существует совершенное множество $P_1 \subset E$, $|P_1| > 0$, такое, что функция $C_1^* Df$ непрерывна на P_1 . В силу же теоремы Д. Ф. Егорова существует совершенное множество $P \subset P_1$, $|P| > 0$, такое, что $\omega_n(t) \rightarrow 0$ равномерно на множестве P .

Пусть x и y — любые точки из множества P и $K |x - y| < \frac{1}{N}$. Тогда

$$\frac{1}{|s(x, y)|} \int_{s(x, y)} |\eta(t)| |dt| < \varepsilon.$$

Так как $t \in s(\alpha_k, \beta_k)$, а $C_1^* Df$ ограничена на P , то

$$f(x) - f(y) = C_1^* Df(y)(t - y) + C_1^* Df(x)(t - x) + \eta(t)(t - y) - \eta(t)(t - x) \\ |f(x) - f(y)| \leq 2c |s(x, y)| + 2 |\eta(t)| |s(x, y)|.$$

Затем, после интегрирования, получаем

$$\int_{s(x, y)} |f(x) - f(y)| |dt| < 2c |s(x, y)|^2 + 2 |s(x, y)| \int_{s(x, y)} |\eta(t)| |dt|,$$

ИЛИ

$$|f(x) - f(y)| < 2c |s(x, y)| + 2 |s(x, y)| \frac{1}{|s(x, y)|} \int_{s(x, y)} |\eta(t)| |dt| < < 2cK |x - y| + 2K |x - y| \varepsilon < c_1 |x - y|.$$

Таким образом, если x и y принадлежат множеству P и $K|x - y| < \frac{1}{N}$,

то $|f(x) - f(y)| < c |x - y|$. Ясно, что если условие $K|x - y| < \frac{1}{N}$ не выполнено, но $x \in P$ и $y \in P$, то неравенство $|f(x) - f(y)| < c |x - y|$ будет всё же справедливо, только, быть может, с другой постоянной.

Пусть функция g определена следующим образом:

$$g(x) = f(x), \quad \text{когда } x \in P,$$

$$g(x) = f(\alpha_k) \frac{\beta_k - x}{\beta_k - \alpha_k} + f(\beta_k) \frac{x - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k}, \quad \text{когда } x \in s(\alpha_k, \beta_k).$$

Если $x \in P$ и $y \in P$, то $|g(x) - g(y)| \leq c |x - y|$.

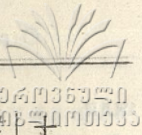
Пусть теперь $x \in CP$ и $y \in CP$. Тогда существуют такие индексы i и k , что $x \in s(\alpha_i, \beta_i)$ и $y \in s(\alpha_k, \beta_k)$. Имеем

$$\begin{aligned} |g(x) - g(y)| &= |[g(y) - g(\alpha_k)] + [g(\alpha_k) - g(\beta_i)] + [g(\beta_i) - g(x)]| \leq \\ &\leq \left| \frac{\beta_k - y}{\beta_k - \alpha_k} f(\alpha_k) + \frac{y - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k} f(\beta_k) - f(\alpha_k) \right| + |f(\alpha_k) - f(\beta_i)| + \\ &+ \left| f(\beta_i) - \frac{\beta_i - x}{\beta_i - \alpha_i} f(\alpha_i) - \frac{x - \alpha_i}{\beta_i - \alpha_i} f(\beta_i) \right| \leq \left| f(\beta_k) \frac{y - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k} - \right. \\ &\left. - f(\alpha_k) \frac{y - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k} \right| + |f(\alpha_k) - f(\beta_i)| + \left| f(\beta_i) \frac{\beta_i - x}{\beta_i - \alpha_i} - f(\alpha_i) \frac{\beta_i - x}{\beta_i - \alpha_i} \right| \leq \\ &\leq \left| \frac{y - \alpha_k}{\beta_k - \alpha_k} \right| c |\beta_k - \alpha_k| + c |\beta_i - \alpha_k| + \left| \frac{\beta_i - x}{\beta_i - \alpha_i} \right| c |\beta_i - \alpha_i| < \\ &< c |y - \alpha_k| + c |\beta_i - \alpha_k| + c |\beta_i - x| < 3c |s(x, y)| < 3cK |y - x| = \\ &= c_1 |y - x| \end{aligned}$$

Случай $x \in P$ и $y \in P$ рассматривается аналогично. Значит, функция g удовлетворяет условию Липшица на Γ .

Пусть для любого $x \in P$ $h(x) = f(x) - g(x)$ и $0 < \delta < \frac{1}{N}$, $0 < \varepsilon < \delta$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(x, \varepsilon)} |h(t)| |dt| &= \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(x, \varepsilon)} |f(t) - g(t)| |dt| = \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(x, \varepsilon)} |f(t) - f(x) + g(x) - g(t)| |dt| \leq \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(x, \varepsilon)} |f(t) - f(x)| |dt| + \end{aligned}$$



$$+ \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(x, \varepsilon)} |g(x) - g(t)| |dt| \leq \frac{1}{\varepsilon} \int_{u(x, \varepsilon)} |C_1^* Df(x)(t-x) + \eta(t)(t-x)| |dt| + c\varepsilon \leq c_1 \varepsilon,$$

т. е.

$$\int_{u(x, \varepsilon)} |h(t)| |dt| < c\varepsilon^2, \quad \text{когда } x \in P.$$

Если $|s(\alpha_k, \beta_k)| < \delta$, то

$$\int_{s(\alpha_k, \beta_k)} |h(t)| |dt| < c |s(\alpha_k, \beta_k)|^2$$

и теорема доказана.

Теорема 3. Пусть $\Gamma \in A \cap K$ и суммируемая на Γ функция f C_1^* -дифференцируема в каждой точке множества $E \subset \Gamma$; $|E| > 0$. Тогда почти везде на E существует сингулярный интеграл

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{f(t) - f(t_0)}{(t - t_0)^2} dt = \int_{\Gamma} \frac{f(t) - f(t_0)}{(t - t_0)^2} dt.$$

Доказательство. По предыдущей теореме существуют совершенное множество P , $|P| > 0$, функции g и h и число $\delta > 0$ такие, что выполнены все условия указанной теоремы. $(s(\alpha_k, \beta_k))_{k \geq 1}$, как и прежде, есть последовательность дуг, смежных к множеству P . Введём последовательность дуг $(s(\alpha_k^*, \beta_k^*))_{k \geq 1}$, где

$$\alpha_k^* = t(s_k - \lambda |s(\alpha_k, \beta_k)|), \quad \beta_k^* = t(s_k + \lambda |s(\alpha_k, \beta_k)|)$$

и $\alpha_k = t(s_k)$, $\beta_k = t(\sigma_k)$, а λ подобрано так, что

$$2\lambda \sum_k |s(\alpha_k, \beta_k)| < |P|.$$

Кроме этого,

$$G^* = \bigcup_k s(\alpha_k^*, \beta_k^*) \quad \text{и} \quad P^* = \Gamma \setminus G^*.$$

Пусть φ — характеристическая функция множества P^* . Имеем

$$\int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{g(t) - g(t_0)}{(t - t_0)^2} dt = - \frac{g(t) - g(t_0)}{t - t_0} \Big|_{t_0(s_0 - \varepsilon)}^{t_0(s_0 + \varepsilon)} + \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{g'(t)}{t - t_0} dt.$$

По теореме 2 из [3] заключаем, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{g'(t) dt}{t - t_0} = \int_{\Gamma} \frac{g'(t)}{t - t_0} dt.$$

Рассмотрим теперь интеграл

$$\int_{\Gamma} \varphi(t_0) |dt_0| \int_{\Gamma} \frac{|h(t)| |dt|}{|t - t_0|^2} = \int_{\Gamma} |h(t)| |dt| \int_{\Gamma} \frac{\varphi(t_0) |dt_0|}{|t - t_0|^2} =$$



$$= \sum_{|s(\alpha_k, \beta_k)| > \delta} \int_{s(\alpha_k, \beta_k)} |h(t)| |dt| \int_{\Gamma} \frac{|\varphi(t_0)| |dt_0|}{|t-t_0|^2} +$$

$$+ \sum_{|s(\alpha_k, \beta_k)| < \delta} \int_{s(\alpha_k, \beta_k)} |h(t)| |dt| \int_{\Gamma} \frac{|\varphi(t_0)| |dt_0|}{|t-t_0|^2}$$

В работе [3] показано, что

$$\int_{\Gamma} \frac{|\varphi(t_0)| |dt_0|}{|t-t_0|^2} < c \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\varphi[t(s_0)] ds_0}{|s-s_0|^2} + \int_0^{2\pi} \frac{\varphi[t(s_0)] ds_0}{[2\pi - |s-s_0|]^2} \right\}$$

Следовательно, если мы допустим, что $t_0 \in P^*$, $t \in s(\alpha_k, \beta_k)$, то по определению множества P^* имеем

$$\int_0^{2\pi} \frac{\varphi[t(s_0)] ds_0}{|s-s_0|^2} < \int_{\lambda|s(\alpha_k, \beta_k)|}^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma^2} < \frac{c}{|s(\alpha_k, \beta_k)|},$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\varphi[t(s_0)] ds_0}{[2\pi - |s-s_0|]^2} < \int_{\lambda|s(\alpha_k, \beta_k)|}^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma^2} < \frac{c}{|s(\alpha_k, \beta_k)|}.$$

Значит,

$$\int_{\Gamma} |\varphi(t_0)| |dt_0| \int_{\Gamma} \frac{|h(t)| |dt|}{|t-t_0|^2} < c \left\{ M + \sum_{|s(\alpha_k, \beta_k)| < \delta} \int_{s(\alpha_k, \beta_k)} |h(t)| |\delta_k|^{-1} |dt| \right\} <$$

$$< c \left\{ M + \sum_{|s(\alpha_k, \beta_k)| < \delta} |s(\alpha_k, \beta_k)| \right\} < +\infty.$$

Поэтому, почти для всех $t_0 \in P^*$ существует интеграл

$$\int_{\Gamma} \frac{|h(t)| |dt|}{|t-t_0|^2}$$

и теорема доказана.

Введём обозначение

$$s(f, t_0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma_{\varepsilon}} \frac{f(t)}{t-t_0} dt = \int_{\Gamma} \frac{f(t)}{t-t_0} dt.$$

Теорема 4. Пусть $\Gamma \in A \cap K$ и суммируемая на Γ функция $f \in C_1^*$ -дифференцируема в каждой точке $E \in \Gamma$, $|E| > 0$. Тогда почти везде на E сингулярный интеграл $s(f, t)$ имеет аппроксимативную производную и справедлива формула

$$\frac{d_{ap} s(f, t_0)}{dt} = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) - f(t_0)}{(t-t_0)^2} dt.$$

Доказательство. По теореме 2 существуют совершенное множество P , $|P| > 0$, функции g и h , положительное число δ такие, что



выполнены все условия теоремы 2. В работе [3] доказывается, что для функции, удовлетворяющей условию Липшица, справедливо соотношение

$$\frac{d_{\text{а.р.}} s(g, t_0)}{dt} = s(g', t_0).$$

Пусть теперь P^* —совершенное множество, указанное в предыдущей теореме. Тогда функция

$$\frac{h(t)}{|t-t_0|^2}$$

суммируема, когда $t \in \Gamma$, а $t_0 \in P^*$. В силу леммы 3 работы [3], существует совершенное множество $P_1 \subset P^*$, $|P_1| > 0$, такое, что семейство интегралов

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{h_1(t)}{|t-t_0|^2} |dt|$$

равностепенно абсолютно непрерывно на Γ .

Пусть $t_0 \in P_1$, t_0 —точка плотности этого множества и

$$(t_n)_{n \geq 1} \subset P_1 \quad \text{и} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = t_0.$$

Имеем

$$\begin{aligned} \frac{s(h, t_n) - s(h, t_0)}{t_n - t_0} &= \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{h(t) dt}{(t-t_n)(t-t_0)} = \\ &= \frac{1}{\pi i} \left\{ \left(\int_{t\left(s_0 - \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)}^{t\left(s_0 + \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)} + \int_{t\left(s_0 + \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)}^{t\left(s_0 - \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)} \right) \frac{h(t)}{(t-t_n)(t-t_0)} dt \right\} \end{aligned}$$

Очевидно,

$$\frac{|h(t)|}{|t_n - t| |t - t_0|} < 2 \left\{ \frac{|h(t)|}{|t - t_0|^2} + \frac{|h(t)|}{|t - t_n|^2} \right\}.$$

Если n достаточно велико, то

$$\int_{t\left(s_0 - \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)}^{t\left(s_0 + \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)} \frac{|h(t)| |dt|}{|t - t_n| |t - t_0|} < c\varepsilon,$$

и, следовательно,

$$\int_{t\left(s_0 + \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)}^{t\left(s_0 - \frac{\xi(\varepsilon)}{2}\right)} \left| \frac{h(t)}{(t-t_0)(t-t_n)} - \frac{h(t)}{(t-t_0)^2} \right| |dt| < \varepsilon$$

И

$$s'_{ap}(h, t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{h(t)}{(t-t_0)^2} dt$$

и теорема доказана.

Следствие. Пусть дан интеграл типа Коши

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t)}{t-z} dt.$$

Если плотность f является суммируемой на Γ функцией и C_1^* -дифференцируемой в каждой точке множества E , $|E| > 0$, то почти везде на E справедлива формула

$$F'^{\pm}(z) = \pm \frac{1}{2} C_1^* Df(t_0) + \frac{1}{2} s'_{ap}(f, t_0),$$

где через $F'^{\pm}(z)$ обозначены соответственно граничные значения функции изнутри и извне, а знаки $+$ и $-$ берутся соответственно случаям $z \in \Gamma^+$ и $z \in \Gamma^-$.

(Представлено 12. XII. 1972)

Кафедра
 теории функций и функционального
 анализа

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Привалов, Граничные свойства аналитических функций, М.-Л., 1950.
2. А. Зигмунд, Тригонометрические ряды, т. т. 1, 2., М., 1965.
3. А. Г. Джваршейшвили, Труды Тбилисского математического института т. XXXI (1966), 71-89.

ბ. ნიშარაძე

კოშის ტიპის ინტეგრალის გაწარმოებით მიღებული ფუნქციების სასაზღვრო თვისებების შესახებ

რეზიუმე

სტატიაში განზოგადებულია ი. პრივალოვისა და ი. მარცინკევიჩის ლემები. დამტკიცებულია თეორემა კოშის ტიპის ინტეგრალის გაწარმოებით მიღებული ფუნქციის სასაზღვრო თვისების შესახებ, როცა სიმკვრივეს გააჩნია წარმოებული ვაისის აზრით. ამ ნაშრომის შედეგები, იმ კერძო შემთხვევაში, როცა სიმკვრივეს აქვს ჩვეულებრივი წარმოებული, ა. ჯვარშიევილს ეკუთვნის.

ДВОЙСТВЕННОСТЬ ТРАНСПОРТНОЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ
 ЗАДАЧ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

М. ВАЛЬК (ИЕНА)

(In der jüngeren Zeit erscheinen immer häufiger Arbeiten über Probleme der mathematischen Optimierung in abstrakten Räumen besonders im Hinblick auf die Behandlung eines dualen Aufgabenpaares. Dabei sind von großer theoretischer Bedeutung das Auffinden von Dualitätssätzen, Minimaxsätzen und Sattelpunktsätzen. In dieser Arbeit wird, ausgehend von einer geeignet konstruierten Lagrangesehen Form $\psi(x, y^*)$ mit $x=(\xi_1, \dots, \xi_n)$ und ξ_1 Element eines Banachraumes sowie $y^*=(\eta_1^*, \dots, \eta_m^*)$ und η_1^* Element des zugehörigen dualen Raumes in natürlicher Weise ein duales Aufgabenpaar hergeleitet, das als Verallgemeinerung des klassischen Transport- und Potentialproblems über endliche gerichtete Graphen aufgefaßt werden kann. Als Resultat werden die Zusammenhänge zwischen Dualitätssatz, Sattelpunktsatz und Minimaxsatz sowie zwischen den Sattelpunktskordinaten des Funktionals ψ und den optimalen Programmen des dualen Aufgabenpaares angegeben).

1. Пусть X и Y — банаховы пространства и μ и ν — функционалы, определенные на $M \subseteq X$ и $N \subseteq Y$ соответственно со значениями в пространстве R действительных чисел. Если для всех пар $(x, y) \in M \times N$ справедливо неравенство

$$\mu(x) \leq \nu(y),$$

то

$$\sup_M \mu(x) \leq \inf_N \nu(y).$$

Имеет большое теоретическое значение нахождение необходимых и достаточных условий, при выполнении которых справедливо равенство

$$\sup_M \mu(x) = \inf_N \nu(y). \quad (1)$$

Вторая важная задача состоит в указании достаточных или необходимых и достаточных условий, при выполнении которых для вещественной функции ψ , определенной на $K \times L \subseteq X \times Y$, справедливо равенство

$$\max_K \min_L \psi(x, y) = \min_L \max_K \psi(x, y). \quad (2)$$

Наконец, представляет интерес нахождение условий существования у ψ седловой точки $(x^0, y^0) \in K \times L$, т. е. такой, что для всех $(x, y) \in K \times L$

$$\psi(x, y^0) \leq \psi(x^0, y^0) \leq \psi(x^0, y). \quad (3)$$

Предложения, соответствующие (1), (2), (3), называются теоремой двойственности, теоремой о минимаксе и теоремой о седловой точке. Как



известно, эти три предложения в случае линейной оптимизации в конечномерных пространствах эквивалентны, причем ϕ есть лагранжева форма. В случае нелинейных задач оптимизации в конечномерных пространствах В. Фогель в работах [1], [2] установил связь между этими тремя задачами. На основе теории В. Фенхеля [3], У. Дитер в [4] изложил предложения о двойственности выпуклой оптимизации в конечномерных пространствах и в [5] обобщил эти предложения на случай топологических векторных пространств.

В этой работе будут обобщены транспортная и потенциальная задачи о конечно направленных графах, рассмотренных в [6], на случай потоков и напряжений в банаховом пространстве; будут установлены соотношения между этими двумя задачами, с одной стороны, и теоремами двойственности и о седловой точке, с другой.

2. Пусть $G(E, F)$ —конечно направленный граф со множеством вершин E и множеством дуг F . Пусть множество E содержит m элементов и множество F — n элементов. Пусть, кроме того, B —рефлексивное банахово пространство и B^* —сопряженное к нему.

Элемент $x \in B^n$, где $x = \{\xi_1, \dots, \xi_n\}$, $\xi_i \in B$, называется потоком на $G(E, F)$, если для всех $e \in E$ справедливо равенство

$$\sum_{i \in \omega^+(e)} \xi_i = \sum_{i \in \omega^-(e)} \xi_i.$$

Дуги из F перенумерованы некоторым произвольным (но фиксированным) способом от 1 до n , множество $\omega^+(e)$ состоит из индексов дуг, выходящих из e , а $\omega^-(e)$ —из индексов дуг, входящих в e . Множество дуг, соответствующее множеству индексов $\omega(e) = \omega^+(e) \cup \omega^-(e)$, называется c_0 -циклом. Элемент $x^* \in (B^*)^n$, $x^* = \{\xi_1^*, \dots, \xi_n^*\}$, $\xi_i^* \in B^*$ называется напряжением на $G(E, F)$, если для всех элементарных циклов $\rho = \rho^+ \cup \rho^-$ графа $G(E, F)$ справедливо равенство

$$\sum_{i \in \rho^+} \xi_i^* = \sum_{i \in \rho^-} \xi_i^*.$$

При этом ρ^+ содержит индексы всех дуг, ориентация которых совпадает с направлением цикла, а ρ^- —индексы всех дуг, ориентированных против направления цикла.

Пусть $\Phi \subseteq B^n$ —совокупность потоков и $\Phi^* \subseteq (B^*)^n$ —совокупность напряжений на G . Ясно, что Φ и Φ^* —линейные подпространства. Исследование, аналогичное проведенному в [6], показывает, что для любых $x \in \Phi$ и $x^* \in \Phi^*$ справедливо равенство

$$\langle x^*, x \rangle = \sum_{i=1}^n \xi_i^*(\xi_i) = 0.$$

Обозначим через S матрицу индексов графа $G(E, F)$ и S^* —транспонированную к S матрицу. S есть $m \times n$ -матрица вида (S_i^j) , где

$$S_i^j = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in \omega^+(e_j), \quad i=1, 2, \dots, n \\ -1, & \text{если } i \in \omega^-(e_j) \quad j=1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{если } i \text{ не принадлежит } \omega(e_j) \end{cases}$$

Матрицу S мы естественным образом интерпретируем как отображение $(B^*)^m \rightarrow (B^*)^n$. Очевидно справедлива

Теорема 1. $x \in \Phi$ тогда и только тогда, когда $Sx = 0$. Согласно теореме, предложенной в [6], справедлива также

Теорема 2. $x^* \in \Phi^*$ тогда и только тогда, когда существует элемент $y^* \in (B^*)^m$, такой, что $S^*y^* + x^* = 0$.

Теорема 2 утверждает, что если x^* —напряжение, то каждую компоненту x^* можно представить в виде разности потенциалов. Поэтому y_i^* обозначает также потенциал, соответствующий x^* .

Матрицы S и S^* связаны следующим образом:

$$\langle y^*, Sx \rangle = \sum_{j=1}^m \eta_j^* ([Sx]_j) = \sum_{j=1}^m \eta_j^* \left(\sum_{k=1}^n s_k^j \xi_k \right) =$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m s_k^j \eta_j^* (\xi_k) = \sum_{k=1}^n \left(\sum_{j=1}^m s_k^j \eta_j^* \right) (\xi_k) = \sum_{k=1}^n [S^*y^*]_k (\xi_k) = \langle S^*y^*, x \rangle.$$

3. Пусть $C \subseteq B$ —выпуклое множество и f —определенный на C выпуклый функционал. Следуя работе У. Литера [4], введем новый функционал f^* с помощью равенства

$$f^*(\xi^*) = \sup_{\xi \in C} \{ \xi^*(\xi) - f(\xi) \}.$$

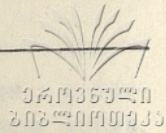
Функционал f^* определен на множестве $C^* = \{ \xi^* \in B^*, f^*(\xi^*) < \infty \}$. Если C^* непусто, то ясно, что функционал f^* будет выпуклым. Назовем функционал f^* сопряженным к f выпуклым функционалом. Далее, в [5] показано, что из замкнутости множества $[f, C] = \{ (\alpha, \xi) \in R \times B, \alpha \geq f(\xi) \}$, и рефлексивности пространства B следует, что функционалы f^{**} и f совпадают.

Пусть $C_i \subseteq B, i=1, 2, \dots, n$ —выпуклые множества и $f_i, i=1, 2, \dots, n$ —определенные на C_i выпуклые функционалы. Далее мы рассматриваем сопряженные к f_i выпуклые функционалы с выпуклыми областями определения $C_i^* \subseteq B^*$. Если $Q = C_1 \times C_2 \times \dots \times C_n$ и $Q^* = C_1^* \times C_2^* \times \dots \times C_n^*$, то под основной или транспортной задачей мы понимаем следующую задачу:

$$(P) \text{ Найти } \sup \{ -F(x); x \in M = Q \cap \Phi \},$$

где

$$F(x) = \sum_{i=1}^n f_i(\xi_i);$$



двойственная, или потенциальная задача, ставится так:

$$(D) \text{ Найти } \inf \{F^*(x^*); x^* \in N = Q^* \cap \Phi^*\},$$

где

$$F^*(x^*) = \sum_{i=1}^n f_i^*(\xi_i^*).$$

Ясно, что

$$\begin{aligned} & \sup\{\langle x^*, x \rangle - F(x); x \in Q\} = \\ & = \sum_{i=1}^n \sup\{\xi_i^*(\xi_i) - f_i(\xi_i); \xi_i \in C_i\} = \sum_{i=1}^n f_i^*(\xi_i^*) = F^*(x^*), \end{aligned}$$

причем функционал F^* определен на Q^* .

Рассмотрим на $K \times L = Q \times (B^*)^m$ функционал

$$\psi(x, y^*) = -(F(x) + \langle S^* y^*, x \rangle) = -(F(x) + \langle y^*, Sx \rangle).$$

Имеем

$$\mu(x) = \inf\{\psi(x, y^*); y^* \in (B^*)^m\} = -F(x) + \inf\{\langle -S^* y^*, x \rangle; y^* \in (B^*)^m\}.$$

Этот инфимум существует для всех $x \in \Phi$, так как по теореме 2 $S^* y^*$ есть напряжение и для $x \in \Phi$ справедливо равенство $\langle -S^* y^*, x \rangle = 0$, то есть $\mu(x) = -F(x)$ для всех $x \in M = Q \cap \Phi$. Далее мы получим

$$\begin{aligned} \nu(y^*) &= \sup\{\psi(x, y^*); x \in Q\} = \sup\{\langle -S^* y^*, x \rangle - F(x); x \in Q\} = \\ &= F(-S^* y^*) = F^*(x^*). \end{aligned}$$

Функционал ν определен для всех $y^* \in (B^*)^m$, где $-S^* y^* \in Q^*$, то есть функционал F^* определен для всех $x^* \in N = Q^* \cap \Phi^*$. Отсюда следует, что для всех $(x, x^*) \in M \times N = (Q \cap \Phi) \times (Q^* \cap \Phi^*)$

$$\mu(x) = -F(x) \leq F^*(x^*) = \nu(y^*).$$

Из этого неравенства естественным образом получаются задачи (P) и (D).

Теорема 3. Если функционал $\psi(x, y^*)$ на $Q \times (B^*)^m$ удовлетворяет теореме о седловой точке, то задачи (P) и (D) разрешимы и справедлива теорема двойственности:

$$\max\{-F(x), x \in Q \cap \Phi\} = \min\{F^*(x^*), x^* \in Q^* \cap \Phi^*\}. \quad (4)$$

Координаты седловой точки (x^0, y^{*0}) принадлежат множеству

$$(Q \cap \Phi) \times y^* \in (B^*)^m; -S^* y^* \in Q^*, \text{ а } x^0 \text{ и } x^{*0} = -S^* y^{*0}$$

представляют собой оптимальные программы.

Доказательство. Согласно предположению, для всех

$$(x, y^*) \in Q \times (B^*)^m$$

справедливо соотношение

$$\begin{aligned} -F(x) + \langle -S^* y^{*0}, x \rangle &\leq -F(x^0) + \langle -S^* y^{*0}, x^0 \rangle \leq -F(x^0) + \\ &+ \langle -S^* y^*, x^0 \rangle. \end{aligned}$$

Отсюда следует

$$\max \{-F(x) + \langle -S^*y^{*0}, x \rangle, x \in Q\} = -F(x^0) + \langle -S^*y^{*0}, x^0 \rangle = \nu(y^{*0}) = F^*(x^{*0}).$$

Вследствие этого $-S^*y^{*0} = x^{*0} \in Q^*$. Кроме того,

$$\min\{-F(x^0) + \langle -S^*y^*, x^0 \rangle; y^* \in B^*\} = \mu(x^0) = -F(x^0) + \langle -S^*y^{*0}, x^0 \rangle.$$

Но это возможно тогда, когда $x^0 \in \Phi$ и, следовательно,

$$F^*(x^{*0}) = \mu(x^0) = -F(x^0).$$

Так как для всех $(x, x^*) \in M \times N$ справедливо неравенство

$$-F(x) \leq F^*(x^*),$$

имеем

$$\begin{aligned} -F(x) &\leq F^*(x^{*0}) = -F(x^0) && \text{для всех } x \in Q \cap \Phi, \\ F^*(x^*) &\geq -F(x^0) = F^*(x^{*0}) && \text{для всех } x^* \in Q^* \cap \Phi^*. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \max\{-F(x); x \in Q \cap \Phi\} &= -F(x^0) = F^*(x^{*0}) = \\ &= \min\{F^*(x^*); x^* \in Q^* \cap \Phi^*\}, \end{aligned}$$

что и доказывает теорему.

Теорема двойственности вида (4) эквивалентна следующему мини-максному утверждению:

$$\max_{Q \cap \Phi} \inf_{(B^*)^m} \psi(x, y^*) = \min_{-S^*y^* \in Q^*} \sup_Q \psi(x, y^*).$$

Теорема 4. Если x^0 и $x^{*0} = -S^*y^{*0}$ — оптимальные программы задач (P) и (D) и справедлива теорема двойственности $\max\{-F(x), x \in Q \cap \Phi\} = -F(x^0) = F^*(x^{*0}) = \min\{F^*(x^*); x^* \in Q^* \cap \Phi^*\}$,

то для функционала $\psi(x, y^*)$ справедлива теорема о седловой точке и оптимальная программа есть координата седловой точки.

Доказательство. Согласно предположению,

$$\psi(x^0, y^{*0}) = -F(x^0) + \langle -S^*y^{*0}, x^0 \rangle = -F(x^0) = F^*(x^{*0}).$$

Так как x^0 представляет собой поток, $-S^*y^*$ для всех $y^* \in (B^*)^m$ — напряжение, а поток и напряжение всегда взаимно ортогональны, то для всех $y^* \in (B^*)^m$ справедливо равенство

$$\psi(x^0, y^*) - \psi(x^0, y^{*0}) = F(x^0) + \langle -S^*y^*, x^0 \rangle + F(x^0) = 0. \quad (5)$$

Кроме того,

$$F^*(x^{*0}) = \sup\{\langle -S^*y^*, x \rangle - F(x); x \in Q\} \geq \langle -S^*y^{*0}, x \rangle - F(x).$$

То есть для всех $x \in Q$

$$\begin{aligned} \psi(x^0, y^{*0}) - \psi(x, y^{*0}) &= -F(x^0) - (\langle -S^*y^{*0}, x \rangle - F(x)) = \\ &= F^*(x^{*0}) - (\langle -S^*y^{*0}, x \rangle - F(x)) \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$



Из (5) и (6) следует, что оптимальные программы x^0 и y^* представляют собой координаты седловой точки функционала $\phi(x, y^*)$ на $Q \times (B^*)^m$.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Vogel, Lineares Optimieren, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1967.
2. W. Vogel, Duale Optimierungsaufgaben und Sattelpunktsätze, Unternehmensforschung, 1969, S. 1—29.
3. W. Feuchel, Convex Cones, Sets and Functions, Lectures Notes, Department of Mathematics, Princeton University, 1953.
4. U. Dieter, Dualität bei konvexen Optimierungsaufgaben, Unternehmensforschung 9, 1965, S. 91—111.
5. U. Dieter, Optimierungsaufgaben in topologischen Vektorräumen: 1. Dualitätstheorie. 2. Wahrscheinlichkeitstheorie 5, 1966, S. 89—117.
6. C. Berge, Ghonila-Houri, Programme, Spiele, Transportnetze, Leipzig, B. G. Teubner, 1969

(Представлено 14. X. 1972)

Йенский университет
им. Ф. Шиллера, ГДР

მ. ვალკი (იენა)

ტრანსპორტისა და კომპენციალის ამოცანათა ორადულთა ბანახის სივრცეებში.

რეზიუმე

მიღებულია სასრულად ორიენტირებული გრაფების შესახებ ტრანსპორტისა და კომპენციალის ამოცანათა ვანზოგადობა ნაკადებისა და დაძაბულობებისათვის ბანახის სივრცეებში. მიღებულია აგრეთვე თანაფარდობა ერთი მხრივ ამ ორ ამოცანასა და, მეორეს მხრივ, ორადულობისა და უნაგირა წერტილის შესახებ, თეორემებს შორის.

О ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНОЙ
ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

Б. Л. ШЕХТЕР

В настоящей заметке рассматривается краевая задача

$$u'' = f(t, u, u'), \quad (1)$$

$$u(a) = u(b) = 0, \quad (2)$$

где $-\infty < a < b < +\infty$, а функция $f(t, x, y)$ разрывна по x и y и не суммируема по t на (a, b) , имея сингулярности при $t=a$ и $t=b$.

Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями изучалась Е. Е. Викторским [1], А. Ф. Филипповым [11], К. П. Персидским [9], В. М. Матросовым [8] и другими авторами. В случае, когда $f(t, x, y)$ разрывна лишь по x и линейна по y , задача (1), (2) рассматривалась Р. К. Рагимхановым [10]. Краевая задача с условием на бесконечности для уравнения вида [1] с разрывной правой частью исследовалась А. И. Колосовым [7].

Доказываемые ниже утверждения обобщают некоторые результаты, полученные И. Т. Кигурадзе [3, 4] в случае, когда $f(t, x, y)$ непрерывна по x и y .

1. Формулировка теорем существования. Всюду в дальнейшем предполагается, что $f(t, x, y)$ определена почти всюду в области

$$D_{ab} = \{(t, x, y) : a < t < b, -\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty\},$$

измерима и для любого положительного ρ

$$\text{vrai max} \{ |f(t, x, y)| : |x| < \rho, |y| < \rho \} \in L(a+, b-),$$

где $L(a+, b-)$ —класс функций, суммируемых на любом $[t_1, t_2] \subset (a, b)$. (Фактически это означает, что для любого $[t_1, t_2] \subset (a, b)$ в области $D_{t_1 t_2}$ функция $f(t, x, y)$ удовлетворяет условию В. А. Ф. Филиппова [11]).

Введем следующие обозначения:

$$M_f(t, x, y; \delta) = \text{vrai max} \{ f(t, v, w) : |x-v| < \delta, |y-w| < \delta \},$$

$$m_f(t, x, y; \delta) = \text{vrai min} \{ f(t, v, w) : |x-v| < \delta, |y-w| < \delta \},$$

$$M_f(t, x, y) = \lim_{\delta \rightarrow 0} M_f(t, x, y; \delta),$$

$$m_f(t, x, y) = \lim_{\delta \rightarrow 0} m_f(t, x, y; \delta);$$



$C(a, b)$, $\tilde{C}(a, b)$, $\tilde{C}^1(a, b)$ —множества функций, соответственно непрерывных, абсолютно непрерывных и абсолютно непрерывных вместе со своими производными первого порядка на $[a, b]$; $C(a+, b-)$, $\tilde{C}(a+, b-)$, $\tilde{C}^1(a+, b-)$ —множества функций, принадлежащих, соответственно, $C(t_1, t_2)$, $\tilde{C}(t_1, t_2)$, $\tilde{C}^1(t_1, t_2)$ для любого $[t_1, t_2] \subset (a, b)$.

Определение 1¹. Функция $u(t)$ называется решением уравнения (1) на (a, b) , если $u(t) \in \tilde{C}^1(a+, b-)$ и почти всюду на (a, b)

$$m_f(t, u(t), u'(t)) \leq u''(t) \leq M_f(t, u(t), u'(t)). \quad (3)$$

Если, кроме того, $u(t) \in \mathcal{L}(a, b)$ и выполняется условие (2), то $u(t)$ называется решением задачи (1), (2).

Определение 2. Функция $\sigma(t)$ называется верхней (нижней) функцией уравнения (1) на $[a, b]$, если

$$\sigma(t) \in C(a, b) \cap \tilde{C}^1(a+, b-)$$

и почти всюду на (a, b)

$$M_f(t, \sigma(t), \sigma'(t)) \geq \sigma''(t) \quad [m_f(t, \sigma(t), \sigma'(t)) \leq \sigma''(t)].$$

Если, кроме того, $\sigma(a) \geq 0$, $\sigma(b) \geq 0$ ($\sigma(a) \leq 0$, $\sigma(b) \leq 0$), то $\sigma(t)$ называется верхней (нижней) функцией задачи (1), (2).

Мы докажем следующие теоремы существования:

Теорема 1. Пусть $\sigma_1(t)$ —нижняя, а $\sigma_2(t)$ —верхняя функции задачи (1), (2) и $\sigma_1(t) \leq \sigma_2(t)$ при $a \leq t \leq b$. Далее, для некоторого $\varepsilon > 0$ на множестве $a < t < b$, $\sigma_1(t) - \varepsilon < x < \sigma_2(t) + \varepsilon$, $-\infty < y < +\infty$ выполняется неравенство²

$$f(t, x, y) \operatorname{sign} x \geq -\omega(|y|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |y|)^{\frac{1}{q_j}}, \quad (4)$$

где $h_j(t) \in L^{p_j}(a, b)$, $\frac{1}{p_j} + \frac{1}{q_j} = 1$, $p_j \geq 1$, $\omega(s)$ —положительная непрерывная функция на $[0, +\infty)$ и

$$\int_0^{+\infty} \frac{ds}{\omega(s)} = +\infty.$$

Тогда задача (1), (2) разрешима.

Теорема 2. Пусть $\sigma_1(t)$ и $\sigma_2(t)$ —нижняя и верхняя функции задачи (1), (2) и $\sigma_1(t) \leq \sigma_2(t)$ при $a \leq t \leq b$. Далее, найдутся такие числа c_1, c_2, α, β , $a \leq \alpha < \beta \leq b$, и $\varepsilon > 0$, что на множестве $a < t < \beta$, $\sigma_1(t) - \varepsilon < x < \sigma_2(t) + \varepsilon$, $-\infty < y < +\infty$ соблюдается

¹ См. [11].

² Все неравенства предполагаются выполненными почти всюду в указанных областях.

неравенство

$$f(t, x, y+c_1) \operatorname{sign} y \geq -\omega(|y|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1+|y|)^{\frac{1}{q_j}}, \quad (5_1)$$

а на множестве $\alpha < t < b$, $\sigma_1(t) - \varepsilon < x < \sigma_2(t) + \varepsilon$, $-\infty < y < +\infty$ — неравенство

$$f(t, x, y+c_2) \operatorname{sign} y \leq \omega(|y|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1+|y|)^{\frac{1}{q_j}}, \quad (5_2)$$

где $h_j(t)$, $\omega(s)$, q_j такие же, как в предыдущей теореме. Тогда задача (1), (2) разрешима.

2. Некоторые вспомогательные предложения. Ниже нам понадобятся следующие леммы¹.

Лемма 1. Пусть $h_j(t)$, q_j , $j=1, \dots, m$, $\omega(s)$ удовлетворяют условиям теоремы 1. Тогда для любого $c_0 > 0$ найдется $\rho_0 > 0$ такое, что, каковы бы ни были $t_1 \in [a, b)$, $t_2 \in (t_1, b]$ и функция $u(t) \in \tilde{C}^1(t_1, t_2)$, удовлетворяющая неравенствам

$$\begin{aligned} |u(t)| &\leq c_0 && \text{при } t_1 \leq t \leq t_2, \\ u(t_1) u'(t_1) &\geq 0, && u(t_2) u'(t_2) \leq 0, \end{aligned}$$

$$u''(t) \operatorname{sign} u(t) \geq -\omega(|u'(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1+|u'(t)|)^{\frac{1}{q_j}} \text{ при } t_1 \leq t \leq t_2,$$

будет выполнено неравенство

$$|u'(t)| \leq \rho_0 \text{ при } t_1 \leq t \leq t_2.$$

Лемма 2. Пусть $h_j(t)$, q_j , $j=1, \dots, m$, $\omega(s)$ удовлетворяют условиям теоремы 1. Тогда для любого $c_0 > 0$ найдется $\rho_0 > 0$ такое, что, каковы бы ни были $t_1 \in [a, b)$, $t_2 \in (t_1, b]$ и функция $u(t) \in \tilde{C}^1(t_1, t_2)$, удовлетворяющая следующим условиям

$$\begin{aligned} |u(t)| &\leq c_0 && \text{при } t_1 \leq t \leq t_2, \\ |u'(t_1)| &\leq c_0 && (|u'(t_2)| \leq c_0), \end{aligned}$$

$$u''(t) \operatorname{sign} u'(t) \leq \omega(|u'(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1+|u'(t)|)^{\frac{1}{q_j}} \text{ при } t_1 \leq t \leq t_2$$

$$\left[u''(t) \operatorname{sign} u'(t) \geq -\omega(|u'(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1+|u'(t)|)^{\frac{1}{q_j}} \right],$$

будет выполнено неравенство

$$|u'(t)| \leq \rho_0 \text{ при } t_1 \leq t \leq t_2.$$

¹ Леммы 1 и 2 принадлежат И. Т. Кигуралзе [2], а леммы 3 и 4 — А. Ф. Филиппову [11].



Лемма 3. Пусть $u(t) \in C^1(a+, b-)$. Тогда для того, чтобы была решением уравнения (1) на (a, b) необходимо и достаточно, чтобы при любых $t_1 \in (a, b)$ и $t_2 \in (t_1, b)$ соблюдалось неравенство

$$\int_{t_1}^{t_2} m_f(t, u(t), u'(t)) dt \leq u'(t_2) - u'(t_1) \leq \int_{t_1}^{t_2} M_f(t, u(t), u'(t)) dt.$$

Лемма 4. Пусть

$$f_k(t, x, y) = \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} f(t, v, w) dw, \quad k=1, 2, \dots,$$

и при любом натуральном k функция $u_k(t)$ является решением уравнения

$$u'' = f_k(t, u, u') \quad (6)$$

в промежутке (a, b) . Далее, последовательности $\{u_k(t)\}_{k=1}^\infty$ и $\{u'_k(t)\}_{k=1}^\infty$ равномерно ограничены на любом сегменте, содержащемся в (a, b) . Тогда из последовательности $\{u_k(t)\}_{k=1}^\infty$ можно выбрать подпоследовательность, $\{u_{k_i}(t)\}_{i=1}^\infty$, равномерно сходящуюся вместе с $\{u'_{k_i}(t)\}_{i=1}^\infty$ на каждом сегменте, содержащемся в (a, b) , такую, что $u(t) = \lim_{i \rightarrow \infty} u_{k_i}(t)$ будет решением уравнения (1) на (a, b) .

Лемма 5. Пусть $f(t, x, y)$ в области D_{ab} удовлетворяет неравенству

$$|f(t, x, y)| \leq f^*(t, x),$$

где функция $f^*(t, x)$ измерима в области $a < t < b$, $-\infty < x < +\infty$ и

$$\text{vrai max} \{ |f^*(t, x)| : |x| < \rho \} \in L(a, b) \text{ при любом } \rho > 0.$$

Пусть далее $\sigma_1(t)$ и $\sigma_2(t)$ — нижняя и верхняя функции уравнения (1) на $[a, b]$ и $\sigma_1(t) \leq \sigma_2(t)$ при $a \leq t \leq b$. Тогда для любых $u_1 \in [\sigma_1(a), \sigma_2(a)]$ и $u_2 \in [\sigma_1(b), \sigma_2(b)]$ уравнение (1) имеет решение $u(t)$ такое, что

$$u(a) = u_1, \quad u(b) = u_2, \quad (7)$$

$$\sigma_1(t) \leq u(t) \leq \sigma_2(t) \text{ при } a \leq t \leq b. \quad (8)$$

Доказательство. Положим

$$\tilde{f}(t, x, y) = \begin{cases} M_f(t, \sigma_2(t), \sigma'_2(t)) & \text{при } x > \sigma_2(t), \\ f(t, x, y) & \text{при } \sigma_1(t) \leq x \leq \sigma_2(t), \\ m_f(t, \sigma_1(t), \sigma'_1(t)) & \text{при } x < \sigma_1(t). \end{cases}$$

Так как $f(t, x, y)$, $M_f(t, \sigma_2(t), \sigma'_2(t))$, $m_f(t, \sigma_1(t), \sigma'_1(t))$ измеримы, а $\sigma_1(t)$ и $\sigma_2(t)$ непрерывны, $\tilde{f}(t, x, y)$ измерима в D_{ab} .

Введем функции

$$f_k(t, x, y) = \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} \tilde{f}(t, v, w) dw, \quad k=1, 2, \dots$$

16.03.57 440
212-101033

Эти функции удовлетворяют локальным условиям Каратеодори в области D_{ab} . Далее,

$$\begin{aligned} f_k \left(t, \sigma_2(t) + \frac{1}{k}, \sigma_2'(t) \right) &= \frac{k^2}{4} \int_{\sigma_2(t)}^{\sigma_2(t) + \frac{2}{k}} dv \int_{\sigma_2'(t) - \frac{1}{k}}^{\sigma_2'(t) + \frac{1}{k}} \tilde{f}(t, v, w) dw = \\ &= \frac{k^2}{4} \int_{\sigma_2(t)}^{\sigma_2(t) + \frac{2}{k}} dv \int_{\sigma_2'(t) - \frac{1}{k}}^{\sigma_2'(t) + \frac{1}{k}} M_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) dw = M_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) \geq \sigma_2''(t) \end{aligned}$$

при $a < t < b$. Аналогично можно показать, что

$$f_k \left(t, \sigma_1(t) - \frac{1}{k}, \sigma_1'(t) \right) \leq \sigma_1''(t).$$

Значит, $\sigma_2(t) + \frac{1}{k}$ — верхняя, а $\sigma_1(t) - \frac{1}{k}$ — нижняя функции уравнения (6) на $[a, b]$.

Кроме того,

$$\begin{aligned} |f_k(t, x, y)| &\leq \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} |\tilde{f}(t, v, w)| dw \leq \\ &\leq \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} |M_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t))| dw + \\ &+ \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} |f(t, v, w)| dw + \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} |m_f(t, \sigma_1(t), \sigma_1'(t))| dw \leq \\ &\leq |M_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t))| + |m_f(t, \sigma_1(t), \sigma_1'(t))| + \frac{k}{2} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} f^*(t, v) dv = f_k^*(t, x). \end{aligned}$$

$f_k^*(t, x)$ принадлежит классу Каратеодори в полосе $a \leq t \leq b, -\infty < x < +\infty$. Поэтому (см., например, [3]) задача (6), (7) имеет решение $u_k(t)$, удовлетворяющее неравенству

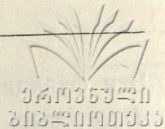
$$\sigma_1(t) - \frac{1}{k} \leq u_k(t) \leq \sigma_2(t) + \frac{1}{k} \quad \text{при } a \leq t \leq b. \quad (9)$$

Положим

$$r = \max \{ |\sigma_1(t)| + |\sigma_2(t)| + 1 : a \leq t \leq b \}$$

и

$$f^*(t) = \text{vrai max} \{ |f^*(t, x)| : |x| \leq r + 1 \}.$$



Ввиду (9), найдутся такие точки $t_k \in [a, b]$, что

$$|u'_k(t_k)| \leq \frac{2r}{b-a}.$$

Нетрудно проверить, что при $a \leq t \leq b$

$$|u'_k(t)| \leq |u'_k(t_k)| + 3 \left| \int_{t_k}^t f^*(\tau) d\tau \right| \leq \frac{2r}{b-a} + 3 \int_a^b f^*(\tau) d\tau.$$

По лемме 4 найдется равномерно сходящаяся подпоследовательность последовательности $\{u_k(t)\}_{k=1}^\infty$, предел которой $u(t)$ является решением уравнения

$$u'' = \tilde{f}(t, u, u')$$

на $[a, b]$ и удовлетворяет условию (7). С другой стороны, согласно (9), $u(t)$ удовлетворяет условию (8).

Докажем, что $u(t)$ — решение уравнения (1).

Если $\sigma_1(t) < u(t) < \sigma_2(t)$, то

$$M_{\tilde{f}}(t, u(t), u'(t)) = M_f(t, u(t), u'(t)),$$

$$m_{\tilde{f}}(t, u(t), u'(t)) = m_f(t, u(t), u'(t))$$

и, следовательно, выполняется (3).

Пусть $u(t) = \sigma_2(t)$ на некотором множестве T . Тогда $u'(t) = \sigma_2'(t)$ на T , кроме, быть может, при $t = a$ и $t = b$. Значит, почти всюду на T

$$m_{\tilde{f}}(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) \leq u''(t) \leq M_{\tilde{f}}(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)).$$

Но

$$M_{\tilde{f}}(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) = M_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)),$$

а

$$m_{\tilde{f}}(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) \geq m_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)).$$

Значит, почти при всех t из T справедливо (3).

Аналогично рассматривается случай, когда $u(t) = \sigma_1(t)$. Итак, $u(t)$ — решение уравнения (1). Лемма доказана.

3. Доказательство теорем существования.

Доказательство теоремы 1. Выберем последовательности $\{t_{1k}\}_{k=1}^\infty$ и $\{t_{2k}\}_{k=1}^\infty$ так, чтобы $t_{1k} \rightarrow a$, $t_{2k} \rightarrow b$ при $k \rightarrow \infty$, $a < t_{1k} < t_{2k} < b$ и для любого l ($l=1, 2$) выполнялось одно из следующих условий:

$$1. \sigma_1(t_{lk}) \leq 0 \leq \sigma_2(t_{lk}), \quad k=1, 2, \dots,$$

$$2. \sigma_1(t_{lk}) > 0, \quad (-1)^{l-1} \sigma_1'(t_{lk}) > 0, \quad k=1, 2, \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_1(t_{lk}) = 0, \quad (10)$$

$$3. \sigma_2(t_{lk}) < 0, \quad (-1)^{l-1} \sigma_2'(t_{lk}) < 0, \quad k=1, 2, \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_2(t_{lk}) = 0.$$

Положим

$$u_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{в случае 1,} \\ \sigma_1(t_{ik}) & \text{в случае 2,} \\ \sigma_2(t_{ik}) & \text{в случае 3} \end{cases}$$

и

$$\tilde{f}(t, x, y) = \begin{cases} f(t, x, y) & \text{при } |y| \leq \rho(t), \\ 0 & \text{при } |y| > \rho(t), \end{cases} \quad (11)$$

где $\rho(t) = \rho_0 + |\sigma_1'(t)| + |\sigma_2'(t)| + 1$, а ρ_0 выбрано по лемме 1 для $c_0 = \max\{|\sigma_1(t)| + |\sigma_2(t)| : a \leq t \leq b\}$.

Легко видеть, что функция $\tilde{f}(t, x, y)$ удовлетворяет условиям леммы 5 в области $D_{t_{1k}t_{2k}}$, $k = 1, 2, \dots$

$$M_{\tilde{f}}(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) = M_f(t, \sigma_2(t), \sigma_2'(t)) \geq \sigma_2''(t).$$

$$m_{\tilde{f}}(t, \sigma_1(t), \sigma_1'(t)) = m_f(t, \sigma_1(t), \sigma_1'(t)) \leq \sigma_1''(t).$$

Значит, $\sigma_1(t)$ и $\sigma_2(t)$ — нижняя и верхняя функции уравнения

$$u'' = \tilde{f}(t, u, u') \quad (12)$$

на $[a, b]$. Тогда по лемме 5 уравнение (12) на $[t_{1k}, t_{2k}]$ имеет решение $u_k(t)$ такое, что

$$u_k(t_{1k}) = u_{1k}, \quad u_k(t_{2k}) = u_{2k}, \quad \sigma_1(t) \leq u_k(t) \leq \sigma_2(t) \quad \text{при } t_{1k} \leq t \leq t_{2k}. \quad (13)$$

Ввиду (10), легко заключить, что

$$u_k(t_{1k}) u_k'(t_{1k}) \geq 0, \quad u_k(t_{2k}) u_k'(t_{2k}) \leq 0.$$

Пусть $u_k(t) > 0$. Тогда, так как правая часть (4) непрерывна по y и не содержит x ,

$$u_k''(t) \geq m_{\tilde{f}}(t, u_k(t), u_k'(t)) \geq -\omega(|u_k'(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |u_k'(t)|)^{\frac{1}{q_j}}.$$

Если же $u_k(t) < 0$, то

$$u_k''(t) \leq M_{\tilde{f}}(t, u_k(t), u_k'(t)) \leq \omega(|u_k'(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |u_k'(t)|)^{\frac{1}{q_j}}.$$

Следовательно,

$$u_k''(t) \operatorname{sign} u_k(t) \geq -\omega(|u_k'(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |u_k'(t)|)^{\frac{1}{q_j}} \quad \text{при } t_{1k} \leq t \leq t_{2k}.$$

По лемме 1

$$|u_k'(t)| \leq \rho_0, \quad t_{1k} \leq t \leq t_{2k}, \quad (14)$$

а значит, $u_k(t)$ — решение уравнения (1) при $t_{1k} \leq t \leq t_{2k}$.

Пусть $f^*(t) = \operatorname{vrai} \max\{|f(t, x, y)| : |x| \leq c_0 + 1, |y| \leq \rho_0 + 1\}$. Тогда $f^*(t) \in L(a+, b-)$. По лемме 3, каковы бы ни были s и t , $t_{1k} \leq s < t \leq t_{2k}$, будем иметь



$$\int_s^t m_f(\tau, u_k(\tau), u'_k(\tau)) d\tau \leq u'_k(t) - u'_k(s) \leq \int_s^t M_f(\tau, u_k(\tau), u'_k(\tau)) d\tau. \quad (15)$$

Отсюда

$$|u'_k(t) - u'_k(s)| \leq \int_s^t f^*(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Воспользовавшись неравенствами (13), (14), (16) и леммой Арцела-Асколи, нетрудно показать, что из последовательности $\{u_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ можно выделить подпоследовательность $\{u_{k_i}(t)\}_{i=1}^{\infty}$, равномерно сходящуюся вместе с $u'_{k_i}(t)_{i=1}^{\infty}$ на любом сегменте, содержащемся в (a, b) .

Положим

$$u(t) = \lim_{i \rightarrow \infty} u_{k_i}(t), \quad a < t < b.$$

Пусть $[s, t] \subset (a, b)$. Ввиду (15), для любого $\delta > 0$ найдется такое натуральное число i_0 , что при $i \geq i_0$ будем иметь

$$\int_s^t m_f(\tau, u(\tau), u'(\tau); \delta) d\tau \leq u'_{k_i}(t) - u'_{k_i}(s) \leq \int_s^t M_f(\tau, u(\tau), u'(\tau); \delta) d\tau.$$

Переходя к пределу, сначала когда $i \rightarrow \infty$, а затем когда $\delta \rightarrow 0$, получим

$$\int_s^t m_f(\tau, u(\tau), u'(\tau)) d\tau \leq u'(t) - u'(s) \leq \int_s^t M_f(\tau, u(\tau), u'(\tau)) d\tau.$$

По лемме 3 $u(t)$ — решение уравнения (1) на (a, b) .

Кроме того, при $t_{1k} \leq t \leq t_{2k}$

$$|u_k(t) - u_{1k}| \leq \rho_0(t - t_{1k}), \quad |u_k(t) - u_{2k}| \leq \rho_0(t_{2k} - t).$$

Отсюда

$$|u(t)| \leq \rho_0(t - a), \quad |u(t)| \leq \rho_0(b - t) \quad \text{при } a < t < b.$$

Следовательно, $u(t)$ является решением задачи (1), (2). Теорема доказана.

Доказательство теоремы 2. Не нарушая общности, будем считать, что $a < \alpha < \beta < b$. Выберем последовательности $\{t_{1k}\}_{k=1}^{\infty}$ и $\{t_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$ так, чтобы

$$a < t_{1k} < \alpha, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} t_{1k} = a, \quad \beta < t_{2k} < b, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} t_{2k} = b.$$

Пусть числа u_{lk} , $l=1, 2$, $k=1, 2, \dots$, такие, что

$$\sigma_1(t_{1k}) \leq u_{lk} \leq \sigma_2(t_{1k}), \quad \lim_{k \rightarrow \infty} u_{lk} = 0, \quad l=1, 2.$$

Введем обозначения

$$\sigma_0 = 2 \max \{ |\sigma_1(t)| + |\sigma_2(t)| : a \leq t \leq b \},$$

$$c_0 = (|c_1| + |c_2|)(1+b-a) + \left(1 + \frac{1}{\beta - \alpha}\right) \sigma_0,$$

и пусть ρ_0 выбрано для c_0 по лемме 2.

Положим

$$\rho(t) = \rho_0 + |c_1| + |c_2| + |\sigma'_1(t)| + |\sigma'_2(t)| + 1.$$

Как и при доказательстве теоремы 1 убеждаемся, что определенная равенством (11) функция $\tilde{f}(t, x, y)$ удовлетворяет условиям леммы 5 в области $D_{t_{1k}t_{2k}}$, $k=1, 2, \dots$, а $\sigma_1(t)$ и $\sigma_2(t)$ — нижняя и верхняя функции уравнения (12).

Из леммы 5 следует, что для любого k уравнение (12) имеет решение $u_k(t)$, удовлетворяющее условиям (13).

Легко видеть, что при любом k существует t_{0k} , $\alpha \leq t_{0k} \leq \beta$, такое, что

$$|u'_k(t_{0k})| \leq \frac{\sigma_0}{\beta - \alpha}.$$

Рассмотрим $v_{lk}(t) = u_k(t) - c_l(t-a)$, $l=1, 2$. Тогда

$$|v_{lk}(t)| \leq c_0,$$

$$|v'_{lk}(t_{0k})| \leq |u'_k(t_{0k})| + |c_l| \leq c_0, \quad (l=1, 2, \quad k=1, 2, \dots)$$

$$v'_{lk}(t) = u'_k(t), \quad t_{1k} \leq t \leq t_{2k}.$$

Пусть $t_{1k} \leq t \leq t_{0k}$. Из (5₁) при $v'_{lk}(t) > 0$ получаем

$$\begin{aligned} v'_{lk}(t) &\geq m_{\tilde{f}}(t, u_k(t), u'_k(t)) = m_{\tilde{f}}(t, u_k(t), v'_{lk}(t) + c_l) \geq \\ &\geq -\omega(|v'_{lk}(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |v'_{lk}(t)|)^{\frac{1}{q_j}}. \end{aligned}$$

Если $v'_{lk}(t) < 0$, то

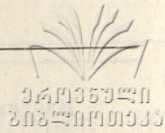
$$\begin{aligned} v'_{lk}(t) &\leq M_{\tilde{f}}(t, u_k(t), u'_k(t)) = M_{\tilde{f}}(t, u_k(t), v'_{lk}(t) + c_l) \leq \\ &\leq \omega(|v'_{lk}(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |v'_{lk}(t)|)^{\frac{1}{q_j}}. \end{aligned}$$

Значит, при $t_{1k} \leq t \leq t_{0k}$

$$v'_{lk}(t) \operatorname{sign} v'_{lk}(t) \geq -\omega(|v'_{lk}(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |v'_{lk}(t)|)^{\frac{1}{q_j}}.$$

Аналогично из (5₂)

$$v'_{2k}(t) \operatorname{sign} v'_{2k}(t) \leq \omega(|v'_{2k}(t)|) \sum_{j=1}^m h_j(t) (1 + |v'_{2k}(t)|)^{\frac{1}{q_j}} \quad \text{при } t_{0k} \leq t \leq t_{2k}.$$



Тогда из леммы 2 получаем

$$\begin{aligned} |v'_{1k}(t)| &\leq \rho_0, & t_{1k} \leq t \leq t_{0k}, \\ |v'_{2k}(t)| &\leq \rho_0, & t_{0k} \leq t \leq t_{2k}. \end{aligned}$$

Ввиду того, что $u'_k(t) = v'_{lk}(t) + c_l$, $l=1, 2$,

$$|u'_k(t)| \leq \rho_1 \quad \text{при} \quad t_{1k} \leq t \leq t_{2k},$$

где $\rho_1 = \rho_0 + |c_1| + |c_2|$. Отсюда $u_k(t)$ — решение уравнения (1) на $[t_{1k}, t_{2k}]$.

Далее, как и при доказательстве теоремы 1, выделяем подпоследовательность последовательности $\{u_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ такую, что ее предел $u(t)$ является решением (1), а затем, воспользовавшись неравенствами

$$|u_k(t) - u_{1k}| \leq \rho_1(t - t_{1k}), \quad |u_k(t) - u_{2k}| \leq \rho_1(t_{2k} - t) \quad \text{при} \quad t_{1k} \leq t \leq t_{2k},$$

убеждаемся, что $u(t)$ удовлетворяет (2). Теорема доказана.

4. Теоремы единственности. Следуя [6], введем

Определение 3. Скажем, что пара функций $\{h_1(t), h_2(t)\}$ принадлежит множеству $P_0(a, b)$,

$$\{h_1(t), h_2(t)\} \in P_0(a, b),$$

если $(t-a)(b-t)h_1(t) \in L(a, b)$, $h_2(t) \geq 0$, $h_2(t) \in L(a, b)$ и, какова бы ни была функция $g(t)$, $g(t) \in L(a, b)$, такая, что $|g(t)| \leq h_2(t)$, решение задачи Коши

$$\begin{aligned} v'' &= h_1(t)v + g(t)v', \\ v(a) &= 0, \quad v'(a) = 1 \end{aligned}$$

не имеет нулей в $(a, b]$.

Теорема 3. Пусть $f(t, x, y)$ в области D_{ab} удовлетворяет неравенству

$$[f(t, x_2, y_2) - f(t, x_1, y_1)] \operatorname{sign}(x_2 - x_1) \geq h_1(t) |x_2 - x_1| - h_2(t) |y_2 - y_1|, \quad (17)$$

где $\{h_1(t), h_2(t)\} \in P_0(a, b)$. Тогда задача (1), (2) не может иметь более одного решения.

Доказательство. Допустим, что задача (1), (2) имеет два различных решения $u_1(t)$ и $u_2(t)$. Положим

$$\zeta(t) = u_2(t) - u_1(t). \quad (18)$$

Тогда можно найти a^* и b^* , $a \leq a^* < b^* \leq b$, такие, что

$$\zeta(a^*) = \zeta(b^*) = 0 \quad \text{и} \quad \zeta(t) \neq 0 \quad \text{при} \quad a^* < t < b^*. \quad (19)$$

Не нарушая общности, можно предположить, что

$$\zeta(t) > 0 \quad \text{при} \quad a^* < t < b^*. \quad (20)$$

Пусть $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$ произвольны. Тогда почти при всех $t \in (a^*, b^*)$ найдутся x_j^* , y_j^* , $j=1, 2$, такие, что

$$|x_j^* - u_j(t)| < \delta, \quad |y_j^* - u'_j(t)| < \delta, \quad j=1, 2,$$

$$u_2''(t) - u_1''(t) \geq m_f(t, u_2(t), u_2'(t); \delta) - M_f(t, u_1(t), u_1'(t); \delta) \geq f(t, x_2^*, y_2^*) - f(t, x_1^*, y_1^*) - 2\varepsilon,$$

причем множество таких x_j^* и y_j^* имеет положительную меру, поэтому их можно выбрать так, чтобы выполнялось (17). Тогда почти при всех $t \in (a^*, b^*)$, если δ настолько мало, что $x_2^* > x_1^*$, получим

$$u_2''(t) - u_1''(t) \geq h_1(t)(x_2^* - x_1^*) - h_2(t) |y_2^* - y_1^*| - 2\varepsilon.$$

Устремляя ε и δ к нулю, имеем

$$\zeta''(t) \geq h_1(t)\zeta(t) - h_2(t)\zeta'(t) \operatorname{sign} \zeta'(t)$$

или

$$\zeta''(t) = h_1(t)\zeta(t) + g(t)\zeta'(t) + k(t),$$

где

$$g(t) = -h_2(t) \operatorname{sign} \zeta'(t), \quad k(t) \in L(a^+, b^*) \text{ и } k(t) \geq 0,$$

а это, как показано в [4], противоречит неравенству (20). Теорема доказана.

Эффективные условия того, что $\{h_1(t), h_2(t)\} \in P_0(a, b)$, указаны в [5].

Теорема 4. Пусть в области D_{ab} функция $f(t, x, y)$ не убывает по x и удовлетворяет неравенству

$$[f(t, x_2, y_2) - f(t, x_1, y_1)] \operatorname{sign}(y_2 - y_1) \leq h_1(t) |x_2 - x_1| + h_2(t) |y_2 - y_1|, \quad (21)$$

где $h_1(t), h_2(t) \in L(a+, b-)$. Тогда задача (1), (2) не может иметь более одного решения.

Можно показать, что справедлива следующая

Лемма 6¹. Пусть $f(t, x, y)$ удовлетворяет неравенству (21), где $h_1(t), h_2(t) \in L(a+, b-)$. Тогда каковы бы ни были действительные u_0, u_1 и $t_0 \in (a, b)$, уравнение (1) имеет при $t \geq t_0$ лишь одно решение, удовлетворяющее условиям

$$u(t_0) = u_0, \quad u'(t_0) = u_1.$$

Доказательство теоремы 4. Предположим, что задача (1), (2) имеет два различных решения $u_1(t)$ и $u_2(t)$. Тогда найдутся a^* и b^* , $a \leq a^* < b^* \leq b$, такие, что для функции $\zeta(t)$, определенной равенством (18), будут выполнены соотношения (19). Не нарушая общности, можно считать выполненным (20). Поэтому существуют точка t_0 , $a^* < t_0 < b^*$, и число ε , $0 < \varepsilon < b^* - t_0$, такие, что

$$\zeta'(t_0) = 0 \text{ и } \zeta'(t) < 0 \text{ при } t_0 < t \leq t_0 + \varepsilon. \quad (22)$$

Пусть

$$f_k(t, x, y) = \frac{k^2}{4} \int_{x - \frac{1}{k}}^{x + \frac{1}{k}} dv \int_{y - \frac{1}{k}}^{y + \frac{1}{k}} f(t, v, w) dw, \quad k = 1, 2, \dots$$

¹ Ср. [11], теорема 10.



и пусть $u_{1k}(t)$ и $u_{2k}(t)$ — решения уравнения (6), удовлетворяющие условиям

$$u_{jk}(t_0) = u_j(t_0), \quad u'_{jk}(t_0) = u'_j(t_0), \quad j=1, 2; \quad k=1, 2, \dots$$

Из лемм 4 и 6 и теоремы 11 из [11] следует, что существуют последовательности $\{u_{jk_i}(t)\}_{i=1}^{\infty}$, которые равномерно сходятся вместе с $\{u'_{jk_i}(t)\}_{i=1}^{\infty}$ на $[t_0, t_0 + \varepsilon]$ и $\lim_{i \rightarrow \infty} u_{jk_i}(t) = u_j(t)$, $j=1, 2$.

Введем обозначения

$$\varphi_{ji}(t, y) = f_{k_i}(t, u_{jk_i}(t), y), \quad j=1, 2; \quad i=1, 2, \dots$$

Функции $\varphi_{ji}(t, y)$ удовлетворяют локальным условиям Каратеодори при $t_0 \leq t \leq t_0 + \varepsilon$, $-\infty < y < +\infty$. При достаточно больших i

$$\varphi_{1i}(t, y) \leq \varphi_{2i}(t, y).$$

Далее,

$$\begin{aligned} & [\varphi_{ji}(t, y_2) - \varphi_{ji}(t, y_1)] \operatorname{sign}(y_2 - y_1) = \\ & = \frac{k_i^2}{4} \int_{u_{jk_i}(t) - \frac{1}{k_i}}^{u_{jk_i}(t) + \frac{1}{k_i}} dv \int_{y_2 - \frac{1}{k_i}}^{y_2 + \frac{1}{k_i}} [f(t, v, w) - f(t, v, w + y_1 - y_2)] \operatorname{sign}(y_2 - y_1) dw \leq \\ & \leq h_2(t) |y_2 - y_1|, \end{aligned}$$

поэтому задача

$$\begin{aligned} y' &= \varphi_{ji}(t, y), \\ y(t_0) &= u'_j(t_0) \end{aligned}$$

имеет единственное решение, каково бы ни было натуральное i ($j=1, 2$). Очевидно, что это решение есть $u'_{jk_i}(t)$. Тогда по теореме сравнения (см., например, [11], теорема 7)

$$u'_{2k_i}(t) \geq u'_{1k_i}(t), \quad \text{когда} \quad t_0 \leq t \leq t_0 + \varepsilon$$

и при достаточно большом i . Отсюда

$$u'_2(t) \geq u'_1(t), \quad t_0 \leq t \leq t_0 + \varepsilon,$$

что противоречит (22). Теорема доказана.

(Представлено 26. XII. 1972)

Кафедра
дифференциальных и интегральных
уравнений

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Е. Викторский, Матем. сб., 34 (76), № 2, 1954, стр. 213—248.
2. И. Т. Кигурадзе, Дифференциальные уравнения, 3, № 7, 1967, стр. 1043—1052.
3. И. Т. Кигурадзе, Дифференциальные уравнения, 4, № 10, 1968, стр. 1753—1773.
4. И. Т. Кигурадзе, Дифференциальные уравнения, 5, № 11, 1969, стр. 2004—2016.
5. И. Т. Кигурадзе, Матем. заметки, 6, № 5, 1969, стр. 633—639.



6. I. T. Kiguragze, Journ. of Math. Anal. and Appl., 30, № 3, 1970, стр. 475—489.
7. А. И. Колосов, Дифференциальные уравнения, 8, № 4, 1972, стр. 590—597.
8. В. М. Матросов, Дифференциальные уравнения, 3, № 3, 1967, стр. 395—409.
9. К. П. Персидский, Изв. АН Каз. ССР. Сер. физ.-матем. н., вып. 3, Матем. и мех., вып. 18, 1965, стр. 17—24.
10. Р. К. Рагимханов, Дифференциальные уравнения, 4, № 5, 1968, стр. 850—857.
11. А. Ф. Филиппов, Матем. сб., 51 (93), № 1, 1960, стр. 99—128.

ბ. შეხბობი

მეორე რიგის წყვეტილ მარჯვენამხარიათა ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის ორწერტილოვანი სასაზღვრო ამოცანის შესახებ

რეზიუმე

დადგენილია

$$u'' = f(t, u, u'),$$

$$u(a) = u(b) = 0$$

სასაზღვრო ამოცანის არსებობისა და ერთადერთობისათვის საკმარისი პირობები იმ შემთხვევაში, როცა ფუნქცია $f(t, x, y)$ წყვეტილია x -სა და y -ის მიმართ.

АБСТРАКТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПОЛУКОЛЬЦА БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ НА КОНЕЧНОМ МНОЖЕСТВЕ

И. А. КЛИПКЕР

Рассмотрим множество всех бинарных отношений B_Ω на конечном множестве Ω из $n(n \geq 1)$ различных элементов. К. А. Зарецкий [3] дал абстрактную характеристику B_Ω как полугруппы относительно умножения бинарных отношений. В этой работе множество B_Ω будет рассмотрено как алгебраическая система с двумя операциями.

Определим понятие полукольца (А. А. Зыков [4]).

Множество M с заданными в нем операциями сложения и умножения называется полукольцом, если

- 1) M образует относительно сложения полугруппу с нулем „0“,
- 2) M является группоидом относительно умножения,
- 3) $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0 \quad \forall x \in M$.

Полукольцо называется коммутативным, соответственно ассоциативным или дистрибутивным, если операция умножения коммутативна, соответственно ассоциативна или связана со сложением дистрибутивными законами (правым и левым).

В дальнейшем полукольцо будем понимать как ассоциативное дистрибутивное полукольцо.

Во множестве B_Ω известны две операции: объединение и умножение бинарных отношений. Нетрудно проверить, что относительно этих операций B_Ω образует полукольцо, в котором сложением является объединение, а умножением — умножение бинарных отношений.

Для получения абстрактной характеристики полукольца B_Ω мы рассмотрим ряд определений и докажем некоторые теоремы теории полуколец.

Подполукольцом S' полукольца S называется такое подмножество $S' \subseteq S$, которое образует полукольцо относительно тех же операций сложения и умножения.

Левым идеалом N называется непустое $N \subseteq S$, являющееся подполугруппой аддитивной полугруппы S , и такое, что $SN \subseteq N$.

Аналогично определяется правый идеал. Двусторонним идеалом (или идеалом) называется непустое подмножество полукольца, являющееся правым и левым идеалом одновременно.

Образование $f: S \rightarrow \bar{S}$ одного полукольца в другое называется гомоморфизмом, если



$$f(a+b) = f(a) + f(b), \quad f(ab) = f(a)f(b) \quad \forall a, b \in S.$$

Гомоморфизм называется изоморфизмом, если является взаимнооднозначным отображением.

Элемент $e \in S$ называется идемпотентом полукольца, если $e^2 = e$. Идемпотенты e_1 и e_2 называются ортогональными, если $e_1 e_2 = e_2 e_1 = 0$. Множество идемпотентов $\{e_i \mid i=1, \dots, n\}$ называется ортогональным, если элементы попарно ортогональны.

Данные ниже определения сумм подполуколец некоторого полукольца принадлежат О. Штейнфельду [5].

Пусть S_1, S_2, \dots, S_n — подполукольца полукольца S .

Если $\forall \sigma \in S$ представим в виде

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_n, \quad \text{где } \sigma_i \in S_i, i=1, \dots, n.$$

то S называется суммой S_1, \dots, S_n и записывается

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_n.$$

S называется сильной прямой суммой S_1, \dots, S_n , если

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_n$$

и σ_i однозначно определяется через σ . Это записывается так:

$$S = S_1 \dot{+} S_2 \dot{+} \dots \dot{+} S_n.$$

Теорема 1. Пусть S — полукольцо с единицей 1. Если в S имеется ортогональная система идемпотентов $\{e_i \mid i=1, \dots, n\}$ и $\sum_i e_i = 1$, то существует разложение S в сильную прямую сумму левых, правых идеалов и полуколец вида $e_i S e_j$.

Доказательство. Множество $Se_i = \{ae_i \mid a \in S\}$ является левым идеалом в S . Действительно, имеем

$$a_1 e_i + a_2 e_i = (a_1 + a_2) e_i \in Se_i \quad \text{и} \quad S(Se_i) = (SS)e_i = Se_i.$$

Аналогично можно показать, что $e_i S$ — правый идеал.

Множество $e_i S e_j = \{e_i a e_j \mid a \in S\}$ — подполукольцо S , так как

$$e_i a_1 e_j + e_i a_2 e_j = e_i (a_1 + a_2) e_j \in e_i S e_j$$

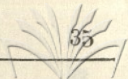
и

$$(e_i a_1 e_j)(e_i a_2 e_j) = \begin{cases} 0 \in e_i S e_j & i \neq j \\ e_i (a_1 e_i a_2) e_j \in e_i S e_i & i = j. \end{cases}$$

Из условия $\sum_i e_i = 1$ получаем, что

$$a = a \sum_i e_i = \sum_i a e_i, \quad a = \left(\sum_i e_i \right) a = \sum_i e_i a,$$

$$a = \left(\sum_i e_i \right) a \sum_j e_j = \sum_{i,j} e_i a e_j.$$



Таким образом, мы имеем разложение S в суммы:

$$S = Se_1 + \dots + Se_n, \quad S = e_1S + \dots + e_nS, \quad S = e_1Se_1 + e_1Se_2 + \dots + e_nSe_n.$$

Покажем теперь, что полученное представление произвольного элемента $a \in S$ в виде суммы элементов из Se_1, \dots, Se_n единственно. Действительно, пусть $a = \sum_i a_i$, $a_i \in Se_i$. Так как $a_i \in Se_i$, то a_i имеет вид $b_i e_i$,

где $b_i \in S$. Отсюда

$$ae_k = \sum_i b_i e_i e_k = b_k e_k^2 = b_k e_k = a_k,$$

то есть слагаемое a_k разложения a определено единственным образом и равно ae_k . Следовательно,

$$S = Se_1 + \dots + Se_n.$$

Аналогично

$$S = e_1S + \dots + e_nS.$$

Если же

$$a = \sum_{i,j} a_{ij}, \quad a_{ij} \in e_i Se_j,$$

то

$$a_{ij} = e_i b_{ij} e_j, \quad b_{ij} \in S.$$

Тогда

$$a = \sum_{i,j} e_i b_{ij} e_j,$$

откуда получаем вид слагаемых a_{km} разложения элемента a :

$$e_k a e_m = \sum_{i,j} e_k e_i b_{ij} e_j e_m = e_k^2 b_{km} e_m^2 = e_k b_{km} e_m = a_{km}.$$

Поэтому имеем

$$S = e_1 Se_1 + e_1 Se_2 + \dots + e_n Se_n.$$

Справедлива обратная

Теорема 2 Пусть S — полукольцо с единицей 1 и $S = J_1 + \dots + J_n$, где J_j , $j=1, \dots, n$ правые идеалы. Тогда существует такая система ортогональных идемпотентов

$$\{e_j \mid j=1, \dots, n\}, \quad \text{что } J_j = e_j S, \quad j=1, \dots, n$$

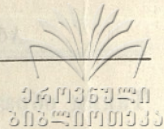
(аналогичная теорема справедлива для левых идеалов).

Доказательство. Каждый элемент $a \in S$ может быть записан единственным образом в виде

$$a = \sum_i a_j, \quad a_j \in J_j.$$

В частности,

$$1 = \sum_j e_j, \quad e_j \in J_j.$$



Но тогда

$$a = \sum_j e_j a, \quad e_j a \in J_j.$$

Разложение единственно, поэтому

$$a_j = e_j a \quad (1)$$

Так как

$$e_k = 0 + \dots + e_k + \dots + 0,$$

то из (1)

$$e_k^2 = e_k \quad \text{и} \quad e_k e_j = 0, \quad j \neq k.$$

Итак, $\{e_j \mid j=1, \dots, n\}$ — ортогональные идемпотенты и, как видно из (1),

$$J_j = e_j S.$$

Введем следующее определение.

Пусть S — полукольцо с единицей 1. Конечное подмножество $\{e_{ij} \mid i, j=1, \dots, n\}$ полукольца S называется системой матричных единиц в S , если

$$\sum_i e_{ii} = 1 \quad \text{и} \quad e_{ij} e_{kl} = \delta_{jk} e_{il},$$

где δ_{jk} — дельта Кронекера.

Во множестве квадратных матриц n -го порядка с элементами из полукольца S можно определить сложение и умножение матриц аналогично соответствующим операциям в матричных кольцах. Нетрудно проверить, что полученная алгебраическая система с двумя операциями является полукольцом. Это полукольцо называется матричным полукольцом S_n над полукольцом S . Если S обладает единицей, то и S_n обладает единицей.

Пусть M — подмножество полукольца S . Центризатором множества M в S назовем $c_s(M) = \{s \mid s \in S, sm = ms \quad \forall m \in M\}$. Очевидно, что и $c_s(M)$ — подполукольцо в S и если S имеет единицу 1, то $1 \in c_s(M)$.

Следующая теорема дает характеристику матричных полуколец.

Теорема 3. Полукольцо S с единицей тогда и только тогда изоморфно матричному полукольцу R_n над полукольцом R с единицей, когда в S существует такая система матричных единиц $\{e_{ij} \mid i, j=1, \dots, n\}$, что $R \cong c_s(\{e_{ij}\})$.

Доказательство. Необходимость. Пусть $S \cong R_n$. Покажем, что в S существует такая система матричных единиц, что ее центризатор изоморфен R . Так как система матричных единиц и центризатор множества в полукольце инвариантны относительно изоморфизма полуколец, то достаточно рассмотреть непосредственно R_n .

В R_n система матричных единиц определяется так: E_{ij} — матрица с единицей на месте (i, j) и нулями на остальных местах. Нетрудно убедиться, что $\{E_{ij} \mid i, j=1, \dots, n\}$ — система матричных единиц.

Найдем центризатор системы матричных единиц в R_n . Пусть $A \in R_n$. В произведении AE_{ii} i -тый столбец равен i -тому столбцу мат-

рицы A , а остальные элементы равны нулю. В произведении $E_{ij}A$ строка равна i -той строке матрицы A , а остальные элементы равны нулю. Отсюда получаем, что централизатору принадлежат только диагональные матрицы.

Пусть теперь A —такая матрица. В произведении AE_{ij} ($i \neq j$) на месте (i, j) стоит элемент a_{ij} матрицы A , а остальные элементы равны нулю. В произведении $E_{ij}A$ на месте (i, j) стоит элемент a_{jj} матрицы A , а остальные элементы равны нулю. Таким образом, централизатору принадлежат только диагональные матрицы, у которых элементы главной диагонали равны. Теперь уже очевидно построение изоморфизма

$$C_{R_n}(\{E_{ij}\}) \cong R.$$

Элементу $a \in R$ соответствует матрица, все элементы главной диагонали которой равны a .

Достаточность. Пусть $\{e_{ij} \mid i, j=1, \dots, n\}$ —система матричных единиц S и $C_s(\{e_{ij}\}) \cong R$.

Для каждого $a \in S$ положим

$$r_{ij} = \sum_k e_{ki} a e_{jk}.$$

Покажем, что $r_{ij} \in R$. Действительно,

$$r_{ij} e_{pq} = \sum_k e_{ki} a e_{jk} e_{pq} = e_{pi} a e_{jq}. \quad (2)$$

С другой стороны,

$$e_{pq} r_{ij} = \sum_k e_{pq} e_{ki} a e_{jk} = e_{pi} a e_{jq}.$$

Следовательно, можно определить отображение $f: S \rightarrow R_n$ так:

$$a \rightarrow \| r_{ij} \|_n.$$

Из (2) следует, что $r_{ij} e_{ij} = e_{ii} a e_{jj}$.

Отсюда получаем

$$\sum_{i,j} r_{ij} e_{ij} = \sum_{i,j} e_{ii} a e_{jj} = a. \quad (3)$$

Последнее равенство следует из теоремы 1, так как $\{e_{ii} \mid i=1, \dots, n\}$ —ортогональная система идемпотентов и $\sum_i e_{ii} = 1$. Из (3) получаем, что

различным элементам из S соответствуют различные матрицы из R_n . Таким образом f —взаимнооднозначное отображение S в R_n . Покажем, что f есть отображение S на R_n .

Пусть $\| r_{ij} \|_n \in R_n$. Рассмотрим элемент $a = \sum_{i,j} r_{ij} e_{ij}$. Определим соответствующую ему матрицу

$$e_{kp} a e_{qh} = e_{kp} \left(\sum_{i,j} r_{ij} e_{ij} \right) e_{qh} = \sum_{i,j} r_{ij} e_{kp} e_{ij} e_{qh} = \sum_i r_{iq} e_{kp} e_{ih} =$$



$$= \sum_j r_{iq} \delta_{pi} e_{kk} = r_{pq} e_{kk} = \sum_k e_{kp} a_{qk} = \sum_k r_{pq} e_{kk} = r_{pq}.$$

Получаем, что $f(a) = \| r_{ij} \|_n$.

Таким образом, f — взаимнооднозначное соответствие. Осталось показать, что f — изоморфизм полуколец.

Пусть $f(a_1) = \| r_{ij}^1 \|_n$, $f(a_2) = \| r_{ij}^2 \|_n$. Тогда сумме $a_1 + a_2$ соответствует матрица с элементами

$$r_{ij} = \sum_k e_{ki} (a_1 + a_2) e_{jk} = \sum_k e_{ki} a_1 e_{jk} + \sum_k e_{ki} a_2 e_{jk} = r_{ij}^1 + r_{ij}^2.$$

Таким образом, $f(a_1 + a_2) = f(a_1) + f(a_2)$.

Произведению $a_1 a_2$ соответствует матрица с элементами

$$r_{ij} = \sum_k e_{ki} (a_1 a_2) e_{jk}.$$

Покажем, что $r_{ij} = \sum_l r_{il}^1 r_{lj}^2$.

Действительно,

$$\begin{aligned} \sum_l r_{il}^1 r_{lj}^2 &= \sum_l \left(\sum_k e_{ki} a_1 e_{lk} \right) \left(\sum_m e_{ml} a_2 e_{jm} \right) = \sum_{k,l,m} e_{ki} a_1 e_{lk} e_{ml} a_2 e_{jm} = \\ &= \sum_{l,k} e_{ki} a_1 e_{ll} a_2 e_{jk} = \sum_k e_{ki} a_1 \left(\sum_l e_{ll} \right) a_2 e_{jk} = \sum_k e_{ki} (a_1 a_2) e_{jk} = r_{ij}. \end{aligned}$$

То есть, $f(a_1 a_2) = f(a_1) f(a_2)$.

Итак, теорема доказана.

Используя эту теорему, можно получить абстрактные характеристики некоторых известных полуколец.

Булева алгебра $B = \{0, 1\}$ является полукольцом с единицей. Нетрудно проверить, что указанное Г. Биркгофом [2] взаимнооднозначное соответствие между B_Ω и матричным полукольцом B_n над полукольцом B является изоморфизмом полуколец. Другим полукольцом, изоморфным B_n , является множество Γ_n всех графов Бержа [4] с n вершинами относительно операций сложения и умножения графов. Этот изоморфизм следует из результатов К. Бержа [1]. Для B_Ω и Γ_n имеем:

Полукольцо S с единицей тогда и только тогда изоморфно B_Ω или Γ_n , когда в S существует такая система матричных единиц $\{e_{ij} \mid i, j = 1, \dots, n\}$, что $C_s(\{e_{ij}\}) \cong B$.

Другим полукольцом, представляющим интерес, является полукольцо M_n мультиграфов с n вершинами. Под мультиграфом мы понимаем такой граф, в котором две вершины могут быть соединены более чем одной дугой. Нетрудно показать, что M_n изоморфно матричному полукольцу над полукольцом целых неотрицательных чисел. Поэтому имеем:

Полукольцо S с единицей тогда и только тогда изо-

морфно M_n , когда в S существует такая система матричных единиц $\{e_{ij} \mid i, j=1, \dots, n\}$, что $C_s(\{e_{ij}\}) \cong Z^+$, где $Z^+ = \{0, 1, \dots, n, \dots\}$

Для уточнения вида полуколец, изоморфных матричным полукольцам, найдем условия существования системы матричных единиц в полукольце с единицей.

Для этого введем предварительно ряд определений.

Пусть S —полукольцо. Множество M называется правым полумодулем, если

1) M —коммутативная полугруппа (операция записывается аддитивно) с нулем,

2) определено отображение (однозначное) $M \times S \rightarrow M$ $(a, x) \rightarrow ax$ такое, что

$$(a+b)x = ax + bx, \quad a(x+y) = ax + ay, \\ a(xy) = (ax)y, \quad 0 \cdot x = 0 \quad \forall a, b \in M, \quad \forall x, y \in S.$$

Если в S есть единица 1 и $a \cdot 1 = a \quad \forall a \in M$, то M называется унитарным S -полумодулем.

Аналогично определяется левый S -полумодуль.

Пусть M и M' S -полумодули. Однозначное отображение $f = M \rightarrow M'$ называется гомоморфизмом, если

$$f(a+b) = f(a) + f(b) \quad \forall a, b \in M, \\ f(ax) = f(a)x \quad \forall a \in M, \quad \forall x \in S.$$

Гомоморфизм называется изоморфизмом, если является взаимнооднозначным соответствием.

Если e —идемпотент полукольца S , то eS —правый S -полумодуль. Выведем критерий изоморфизма полумодулей такого вида.

Теорема 4. Пусть S —полукольцо и e_1, e_2 —его идемпотенты. Правые S -полумодули e_1S и e_2S изоморфны тогда и только тогда, когда в S существуют элементы e_{12} и e_{21} , что

$$e_1 e_{12} e_2 = e_{12}, \quad e_2 e_{21} e_1 = e_{21}, \quad (4)$$

$$e_{12} e_{21} = e_1, \quad e_{21} e_{12} = e_2. \quad (5)$$

Необходимость. Пусть f —изоморфизм e_1S и e_2S . Положим

$$f(e_1) = e_{21}, \quad f^{-1}(e_2) = e_{12}.$$

Докажем второе из равенств (4), первое доказывается заменой f на f^{-1} .

$$e_{21} = f(e_1) = f(e_1^2) = f(e_1) e_1 = e_{21} e_1.$$

Так как $e_{21} \in e_2S$, то $e_{21} = e_2 a$, где $a \in S$. Отсюда

$$e_{21} = e_2 a = e_2^2 a = e_2 (e_2 a) = e_2.$$

Окончательно

$$e_{21} = e_{21} e_1 = e_2 e_{21} e_1.$$

Докажем теперь одно из равенств (5)

$$e_1 = f^{-1} f(e_1) = f^{-1}(e_{21}) = f^{-1}(e_2 e_{21}) = f^{-1}(e_2) e_{21} = e_{12} e_{21}.$$

Аналогично доказывается второе.

Достаточность. Пусть e_{12} и e_{21} удовлетворяют соотношениям (4) и (5).

Построим $f_1: e_1 S \rightarrow e_2 S$ и $f_2: e_2 S \rightarrow e_1 S$ так:

$$f_1(e_1 a) = e_{21} a, \quad f_2(e_2 a) = e_{12} a.$$

Нетрудно проверить, что f_1 и f_2 гомоморфизмы S -полумодулей. Для них справедливо

$$f_2 f_1(e_1 a) = f_2(e_{21} a) = f_2(e_2 e_{21} a) = e_{12} e_{21} a = e_1 a,$$

$$f_1 f_2(e_2 a) = f_1(e_{12} a) = f_1(e_1 e_{12} a) = e_{21} e_{12} a = e_2 a.$$

То есть $f_1 = f_2^{-1}$ и $e_1 S \cong e_2 S$.

Аналогично можно доказать, что в тех же условиях изоморфны и левые S -полумодули Se_1 и Se_2 .

Теорема 5. Полукольцо S с единицей тогда и только тогда обладает системой матричных единиц $\{e_{ij}/i, j=1, \dots, n\}$, когда существует разложение S в сильную прямую сумму правых идеалов

$$S = e_{11}S + e_{22}S + \dots + e_{nn}S,$$

изоморфных как правые S -полумодули.

Необходимость. Разложение S в сильную прямую сумму следует из теоремы 1, так как $\{e_{ii} | i=1, \dots, n\}$ — ортогональная система идемпотентов и $\sum_i e_{ii} = 1$.

Изоморфизм S -полумодулей $e_{ii}S$ и $e_{jj}S$ следует из теоремы 4, так как

$$e_{ii} e_{ij} e_{jj} = e_{ij}, \quad e_{jj} e_{ji} e_{ii} = e_{ji},$$

$$e_{ij} e_{ji} = e_{ii}, \quad e_{ji} e_{ij} = e_{jj}.$$

Достаточность. Если

$$S = J_1 + \dots + J_n,$$

то по теореме 2 существует такая ортогональная система идемпотентов $\{e_{ii} | i=1, \dots, n\}$, что $J_i = e_{ii}S$ и $\sum_i e_{ii} = 1$. Так как $J_i \cong J_j$, $j=1, \dots, n$, то

существуют такие e_{ij} и e_{ji} , что

$$e_{11} e_{1j} e_{jj} = e_{1j}, \quad e_{jj} e_{j1} e_{11} = e_{j1},$$

$$e_{1j} e_{j1} = e_{11}, \quad e_{j1} e_{1j} = e_{jj}.$$

Положим при $i \neq j$ $e_{ij} = e_{i1} e_{1j}$. Тогда $\{e_{ij} | i, j=1, \dots, n\}$ — система матричных единиц. Действительно, если $k \neq j$, то

$$e_{ij} e_{kl} = e_{i1} e_{1j} e_{k1} e_{1l} = e_{i1} (e_{11} e_{1j} e_{jj}) (e_{kk} e_{k1} e_{11}) e_{1l} = 0.$$

Если $k=j$, то

$$e_{ij} e_{jl} = e_{i1} e_{1j} e_{j1} e_{1l} = e_{i1} e_{11} e_{1l} = e_{i1} e_{1l} = e_{il}.$$

Аналогичная теорема получается при замене правых S -полумодулей левыми S -полумодулями.

(Представлено 5. VI. 1972)

Отдел инженерно-физических
задач Института прикладной
математики ТГУ

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Берж, Теория графов и ее применения, ИЛ, Москва, 1962,
2. Г. Биркгоф, Теория структур, ИЛ, Москва, 1952.
3. К. А. Зарецкий, Уч. зап. ЛГУИИ, 1958, т. 183, стр. 251—263.
4. А. А. Зыков, Теория конечных графов, 1, „Наука“, Новосибирск, 1969.
5. O. Steinfeld, Acta Math. Acad. Sci. Hung., X (1959), № 1—2, s. 149.

О. კლიკაძე

სასრულ სიმრავლეზე ბინარული მიმართებების
ნახევარგოლის აბსტრაქტული დახასიათება

რ ე ზ ი უ მ ე

სასრულ სიმრავლეზე ყველა ბინარული მიმართებების სიმრავლე \mathcal{K} -ის მიმართებისა და გამრავლების ოპერაციების მიმართ ნახევარგოლს B_G . მატრიცული ნახევარგოლების მიღებული აღწერიდან, რომელიც ანალოგიურია მატრიცული რგოლების აღწერისა, გამოვეყავს B_G ნახევარგოლის აბსტრაქტული დახასიათება. ნახევარგოლი ერთეულით იზომორფულია \mathcal{K} ნახევარგოლისა, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც \mathcal{K} ნახევარგოლში არსებობს მატრიცულ ერთეულთა ისეთი სისტემა, რომ ამ სისტემის ცენტრალიზატორი \mathcal{K} -ში შედგება ორი ელემენტისაგან: ნულისა და ერთისაგან.

О ЛОКАЛЬНЫХ ТЕОРЕМАХ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Д. И. ЦЕИТЛИН

В настоящей работе доказывается справедливость локальной теоремы для некоторых классов структур, из которой вытекает локальная теорема для соответствующих классов групп, луп, колец и т. д. Отсюда, в свою очередь, следует локальная теорема для гамильтоновых и простых групп, луп, колец и т. д., а также метагамильтоновых групп и радикально простых групп.

§ 1. Локальные теоремы для алгебр типа гамильтоновых

1. Пусть S —некоторый класс структур (например, класс всех групп, класс всех топологических групп и т. д.). Структуры из этого класса будем называть S -множествами, а их подструктуры— S -подмножествами. Будем предполагать, что непустое пересечение любого множества S -подмножеств является S -подмножеством.

Пусть θ —некоторое бинарное отношение между S -подмножествами и соответствующими S -множествами, удовлетворяющее следующим условиям:

$$G\theta G \quad (01)$$

$$A\theta B, B\theta G \Rightarrow A\theta G \quad (02)$$

$$A_i\theta G, B = \cap A_i, B \neq \emptyset \Rightarrow B\theta G \quad (03)$$

$$A\theta G, B\theta G, A \subset B \Rightarrow A\theta B \quad (04)$$

Если $A\theta G$, то A будем называть θ -подмножеством в G . Если A_1, A_2, \dots —подмножества S -множества G , то через $\langle A_1, A_2, \dots \rangle$ обозначается минимальное θ -подмножество в G , содержащее все A_i (вместо $\langle \{a_1\}, \{a_2\}, \dots \rangle$ пишем $\langle a_1, a_2, \dots \rangle$). Если $A = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$, n -целое, то A называется конечнопорожденным (к. п.) θ -подмножеством в G .

Пусть ρ —бинарное отношение между S -подмножествами и соответствующими S -множествами, причем $\rho \leq \theta$ и выполнены следующие условия:

$$A\rho G, A \subset B \subset G, B \text{—к. п.} \Rightarrow A\rho B \quad (\rho 1)$$

$$\forall g_1, \dots, g_n \in G \quad A\rho \langle A, g_1, \dots, g_n \rangle, A \subset G, A \text{—к. п.} \Rightarrow A\rho G \quad (\rho 2)$$

$$\forall i \in I \quad A_i\rho G, \cap A_i \neq \emptyset, A = \langle A_i \mid i \in I \rangle \Rightarrow A\rho G \quad (\rho 3)$$



Если Σ —произвольный класс S -множеств, то через $H\rho\Sigma$ обозначается класс всех S -множеств G , удовлетворяющих условию:

$$A\theta G, A \in \Sigma \Rightarrow A\rho G. \quad (1)$$

Скажем, что S -множество G обладает локальной системой L S -подмножеств G_i , если $G = \cup G_i$ и для каждых двух G_i, G_j из L имеется G_k из L , содержащее G_i и G_j ; класс X S -множеств удовлетворяет локальной теореме, если, как только произвольное S -множество G обладает локальной системой, каждый член которой принадлежит X , то и само G принадлежит X .

Теорема 1. Если Σ удовлетворяет локальной теореме и замкнут по конечнопорожденным ρ -подмножествам, то и класс $H\rho\Sigma$ удовлетворяет локальной теореме.

Доказательство. Пусть G имеет локальную систему $L = \{G_\alpha, \alpha \in I\}$, $G_\alpha \in H\rho\Sigma$. Из (р1) следует, что каждое конечнопорожденное θ -подмножество в G принадлежит $H\rho\Sigma$. Покажем, что каждое конечнопорожденное θ -подмножество F в G , такое, что F не принадлежит Σ , будет ρ -подмножеством в G . Пусть $F = \langle f_1, \dots, f_k \rangle$, а g_1, \dots, g_m —произвольные элементы в G . Тогда $\langle F, g_1, \dots, g_m \rangle = \langle f_1, \dots, f_k, g_1, \dots, g_m \rangle$ принадлежит $H\rho\Sigma$ и так как F не принадлежит Σ , то по (1) $F\rho \langle F, g_1, \dots, g_m \rangle$. Отсюда по (р2) $F\rho G$.

Пусть теперь $K \theta G$, K не принадлежит Σ . Так как Σ удовлетворяет локальной теореме, то в K найдется конечнопорожденное θ -подмножество M , не принадлежащее Σ . По доказанному $M\rho G$. Пусть k —произвольный элемент в K , $M_k = \langle M, k \rangle$. По (р1) $M\rho M_k$. Ввиду того, что Σ замкнут по конечнопорожденным ρ -подмножествам, M_k не принадлежит Σ . Значит $M_k\rho G$. Легко видеть, что $K = \langle M_k, k \in K \rangle$. Отсюда по (р3) $K\rho G$ и $G \in H\rho\Sigma$, ч. т. д.

Если S —класс всех групп, θ -подмножества—подгруппы, ρ -подмножества—нормальные делители, то из теоремы 1 получаем (см. [1]):

Предложение 1. Если класс групп Σ удовлетворяет локальной теореме и замкнут по конечнопорожденным инвариантным подгруппам, то и класс всех групп, в которых все неинвариантные подгруппы лежат в Σ , удовлетворяет локальной теореме¹.

Как следствие предложения 1 получается справедливость локальной теоремы для классов гамильтоновых, метагамильтоновых групп и групп, в которых все неинвариантные подгруппы локально нильпотентны (см. также [2, 3]).

Пусть S —класс всех лул, θ -подмножества—подлуны, ρ -подмножества—нормальные подлуны [5]. Свойства (θ1)—(θ4) легко проверяются, (р3) доказано в [5], а (р1) и (р2) вытекают из следующей леммы [5]: подлуна H луны G тогда и только тогда нормальна в G , когда выполнено следующее условие: если x, y —произвольные фиксированные элементы в G , то как только в равенстве

¹ Определение такого класса групп приводится в [4].

$h_1x \cdot h_2y = h_3 \cdot xy$ два из трех элементов h_1, h_2, h_3 принадлежат H , то и третий принадлежит H .

Поэтому из теоремы 1 получаем соответствующую специализацию для луп. Отсюда, в свою очередь, получаем справедливость локальной теоремы для гамильтоновых луп (определение гамильтоновой лупы—в [6]).

Пусть S —класс всех квазигрупп, θ -подмножества—подквазигруппы, ρ -подмножества—нормальные подквазигруппы [7]. Свойства (01)—(04) легко проверяются, а свойства ($\rho 1$)—($\rho 2$) следуют из леммы о нормальных подквазигруппах, аналогичной вышеприведенной лемме (см. [8]).

Докажем ($\rho 3$). Сначала покажем, что если A и B нормальные подквазигруппы в G , $C = \langle A, B \rangle$, $B \cap A \neq \emptyset$, то C нормальна в G . Пусть $d \in A \cap B$, тогда $A = K(d, \alpha_1)$, $B = K(d, \alpha_2)$, где α_i —нормальная конгруэнция, $K(d, \alpha_i)$ —класс элемента d относительно конгруэнции α_i . По формуле из [7] $C = K(d, \alpha_3)$, где конгруэнция α_3 также нормальна. Значит, C —нормальная подквазигруппа в G . Итак, подквазигруппа, порожденная конечным числом нормальных подквазигрупп с непустым пересечением, нормальна.

Далее поступаем аналогично [5]. Пусть A_i —нормальные подквазигруппы в G , $A = \langle A_i, i \in I \rangle$, $\bigcap A_i \neq \emptyset$. Надо показать, что A нормальна в G . Прежде всего отметим, что подквазигруппа H квазигруппы G тогда и только тогда нормальна в G , когда H отображается в себя всеми внутренними подстановками квазигруппы G относительно элемента $h \in H$ (см. [8]). Пусть T —множество элементов из G , принадлежащих какому-нибудь $\langle A_{i_1}, \dots, A_{i_k} \rangle$. Ясно, что $A_i \subseteq T \subseteq A, \forall i \in I$.

Пусть J_t —группа внутренних подстановок G относительно элемента $t \in T$. Покажем, что

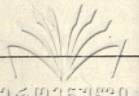
$$TJ_t \subseteq T. \quad (2)$$

Если $t_1 \in T$, то $t \in \langle A_{i_1}, \dots, A_{i_k} \rangle$, $t_1 \in \langle A_{j_1}, \dots, A_{j_l} \rangle$. Пусть $A^* = \langle A_{i_1}, \dots, A_{i_k}, A_{j_1}, \dots, A_{j_l} \rangle$. Тогда $t_1 J_t \in A^* J_t \subseteq A^* \subseteq T$, так как по доказанному A^* нормальна в G .

Нетрудно проверить, что T является подквазигруппой в G , следовательно $T = A$, и, ввиду (2), A нормальна в G , и ($\rho 3$) доказано.

Значит, из теоремы 1 получается соответствующая специализация на случай квазигрупп. Из нее следует справедливость локальной теоремы для N -квазигрупп (определение N -квазигруппы—в [9]).

Далее, если S —класс всех полугрупп, θ -подмножества—подполугруппы, ρ -подмножества—идеалы (левые, правые или двусторонние), то из теоремы 1 получаем специализацию для случая полугрупп, из которой следует справедливость локальной теоремы для $l(p-)$, $pl(-)$ -полугрупп и гамильтоновых полугрупп (определения в [10, 12]; первое из отмеченных следствий получается также из результатов [10, 11]). Аналогичную специализацию получаем для случая колец. Из нее следует справедливость локальной теоремы для гамильтоновых колец (определение в [13]). Наконец, отметим, что соответствующие специализации теоремы 1 получаются для Ω -групп, топологических групп и топологических колец.



Следующий пример показывает, что локальная теорема для класса $H_\rho \Sigma$ справедлива не всегда, даже если Σ удовлетворяет условиям теоремы 1. Пусть ρ_1 (ρ_2)—достижимость (субинвариантность) подгруппы в группе, а Σ —пустой класс. Тогда в качестве $H_\rho \Sigma$ получаем классы N_θ -группы и N -группы, для которых, как известно, локальная теорема не справедлива.

§ 2. Локальные теоремы для алгебр типа простых

Предположим, что каждое S -множество G обладает выделенным элементом 1_G , причем если $A\theta G$, то $1_A = 1_G$. $E_G = \{1_G\}$; от θ и ρ требуется в этом § лишь выполнение условия (01) § 1 и следующего условия:

$$A\rho G, B\theta G, C = A \cap B \Rightarrow C\rho B, C\theta A, C\theta G \quad (\rho\theta)$$

Если Σ —класс S -множеств, то $P_\rho \Sigma$ —класс всех таких S -множеств G , в которых все ρ -подмножества, отличные от E_G и G , принадлежат Σ .

Теорема 2. Если Σ удовлетворяет локальной теореме, то и $P_\rho \Sigma$ удовлетворяет локальной теореме.

Доказательство. Пусть $L = \{G_\alpha, \alpha \in I\}$ —локальная система для G ; $G_\alpha \in P_\rho \Sigma$.

Пусть $A\rho G$, $A \neq G$, $A \neq E_G$. Обозначим $A_\alpha = A \cap G_\alpha$. Тогда по $(\rho\theta)$ $A_\alpha\rho G_\alpha$, $A_\alpha\theta A$.

Пусть N —система, состоящая из всех тех A_α , которые удовлетворяют условиям: $A_\alpha \neq E$, $A_\alpha \neq G_\alpha$. Тогда каждое A_α из N лежит в Σ .

Покажем, что N является локальной системой для A . Пусть a —произвольный элемент из A , $1_G \neq b$ —элемент из A (такой элемент существует, т. к. $A \neq E_G$). Пусть G_α —такой член локальной системы L , который содержит a и b . Тогда $a, b \in A_\alpha$, $A_\alpha \neq E$. Если $A_\alpha \neq G_\alpha$, то $A_\alpha \in N$. Пусть $A_\alpha = G_\alpha$, т. е. $G_\alpha \subseteq A$. Так как $A \neq G$, то в L найдется такое G_{β_0} , которое не содержится в A . Пусть G_γ —такой член из L , который содержит G_α и G_{β_0} . Тогда $a \in A_\gamma$, $A_\gamma \neq E$, так как $A_\alpha \neq E$ и $A_\gamma \neq G_\gamma$, так как G_γ не содержится в A . Значит $A_\gamma \in N$.

Пусть теперь $A_\alpha, A_\beta \in N$. Найдется такое G_γ из L , которое содержит G_α и G_β . Тогда $A_\alpha, A_\beta \subseteq A_\gamma \neq E$, так как $A_\alpha \neq E$. Если $A_\gamma \neq G_\gamma$, то $A_\gamma \in N$.

Пусть $A_\gamma = G_\gamma$. Тогда найдется G_δ из L , содержащее G_γ и G_{β_0} . Ясно, что $A_\delta \neq E$, $A_\delta \neq G_\delta$ и $A_\alpha, A_\beta \subseteq A_\delta$. Значит, $A_\delta \in N$ и N —локальная система для A , каждый член которой принадлежит Σ . Так как для Σ справедлива локальная теорема, то $A \in \Sigma$. Тогда $G \in P_\rho \Sigma$, ч. т. д.

Пусть S —класс всех групп, θ -подмножества—подгруппы, ρ -подмножества—нормальные делители. Тогда из теоремы 2 получаем:

Предложение 2. Если класс групп Σ удовлетворяет локальной теореме, то и класс групп, в которых все инвариантные подгруппы, отличные от единичной и самой группы, принадлежат Σ , удовлетворяет локальной теореме.

Из предложения 2 следует справедливость локальной теоремы для класса простых групп (см. также [14, стр. 343]).

Пусть S —класс всех групп, θ -подмножества—инвариантные подгруппы, ρ -подмножества—радикалы относительно некоторого наследственного по инвариантным подгруппам радикального класса (определение радикального класса—в [15], [16]).

Скажем, что класс групп Σ инвариантно удовлетворяет локальной теореме, если из того, что произвольная группа G обладает локальной системой из инвариантных Σ -подгрупп следует, что $G \in \Sigma$.

Из теоремы 2 следует

Предложение 3. Если класс групп Σ инвариантно удовлетворяет локальной теореме, то и класс групп, в которых все радикалы относительно наследственных по инвариантным подгруппам радикальных классов, отличные от единичной подгруппы и самой группы, принадлежат Σ , инвариантно удовлетворяет локальной теореме.

Как следствие предложения 3 получаем, что класс радикально простых групп относительно наследственных по инвариантным подгруппам радикальных классов инвариантно удовлетворяет локальной теореме (определение радикально простых групп—в [17]).

Теорема 2 допускает специализации на случай луп, квазигрупп и т. д. (см. § 1), из которых, в частности, следует локальная теорема для простых луп, квазигрупп и т. д.

§ 3. Локальные теоремы для некоторых классов обобщенно нильпотентных (ограниченной степени) групп

Пусть θ —некоторое свойство подгруппы A группы G , причем выполнено условие:

$$A\theta G, B \subset G \Rightarrow (A \cap B)\theta B \quad (3)$$

Через D_θ^n обозначим класс групп, в которых каждая θ -подгруппа достижима в число шагов $\leq n$ (n —натуральное).

Теорема 4. Класс D_θ^n удовлетворяет локальной теореме.

Доказательство. Пусть G имеет локальную систему подгрупп, принадлежащих D_θ^n , A — θ -подгруппа в G . Нужно показать, что A достижима в G в число шагов $\leq n$. Достаточно показать, что n -ое нормальное замыкание $A^{(n)}$ для A в G содержится в A . Так как $A^{(n)}$ порождается всеми $h_n = h_{n-1}^{-1} a h_{n-1} = a^{h_{n-1}}$, где $h_{n-1} \in A^{(n-1)}$, $a \in A$, то достаточно показать, что $h_n \in A$. Но $A^{(n-1)}$ порождается всеми $a_1^{h_{n-2}}$, $h_{n-2} \in A^{(n-2)}$, $a_1 \in A$, значит

$$h_{n-1} = \prod_i a_i^{h_{i,n-2}}, \quad h_{i,n-2} = \prod_j a_j^{h_{j,i,n-3}}, \dots, h_{i,1} = \prod_m a_m^{g_m}.$$

Теперь выберем такое $G\alpha$ из локальной системы, которое содержит все a_p и все g_m . Обозначим $A\alpha = A \cap G\alpha$. По (3) $A\alpha\theta G\alpha$. Значит $A\alpha$ достижима в $G\alpha$ в число шагов $\leq n$. Следовательно, ряд нормальных за-

мыканий для A_α в G_α на n -ом шагу достигает A_α , т. е. $A_\alpha^{(n)} = A_\alpha$. Но $h_{1,1} \in A_\alpha^{(1)}, \dots, h_{i,n-2} \in A_\alpha^{(n-2)}, h_{n-1} \in A_\alpha^{(n-1)}, h_n \in A_\alpha^{(n)}$. Поэтому $h_n \in A_\alpha$. Ч. т. д.

Если θ -свойство быть (циклической) подгруппой, то из теоремы 4 получаем справедливость локальной теоремы для класса $N_0^n (B^n)$ групп, в которых каждая (циклическая) подгруппа достижима в число шагов $\leq n$ (легко видеть, что B^1 совпадает с классом гамильтоновых групп).

Замечание. Известно, что для классов N_0 и B — бэровских групп локальная теорема не имеет места. Поэтому для каждого натурального n

$$N_0^n \neq N_0, \quad B^n \neq B, \quad (4)$$

т. е. существует группа $F_n (H_n)$, в которой все (циклические) подгруппы достижимы, но хотя бы одна из них недостижима в число шагов $\leq n$.

Пусть $H = \prod_{n=1}^{\infty} H_n$, тогда H — бэровская группа, в которой для каждого

натурального n имеется циклическая подгруппа, недостижимая в число шагов $\leq n$. Следовательно,

$$B_1 = \bigcup_{n=1}^{\infty} B^n \neq B. \quad (5)$$

Так как каждая абелева группа принадлежит классу B^n при любом n , а B — минимальный радикальный класс над классом абелевых групп, то из (4) и (5) следует, что классы

$$B_1, \quad B^n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

не являются радикальными. И, наконец, отсюда получаем ($J_0 \Sigma$ обозначает класс всех групп, порожденных двумя своими инвариантными подгруппами из Σ):

Следствие. Класс B^n не замкнут относительно оператора J_0 ни при каком натуральном n .

(Представлено 20. V. 1972)

Кафедра
алгебры и геометрии

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. И. Цейтлин, в сб. „XVII науч. конф. асп. и молодых науч. раб.“, Тезисы докл., Тбилиси, 1972, 6—7.
2. Г. М. Ромалис, Н. Ф. Сесекин, Мат. записки, 5, тетр. 3 (1966), 101—106.
3. Г. М. Ромалис, Н. Ф. Сесекин, в сб. „X Всесоюз. алгебр. колл. Резюме сообщ. и докл.“, т. 2, Новосибирск, 1969, 36.
4. М. М. Гольденберг, Н. Ф. Сесекин, ДАН СССР, 193, № 2 (1970), 263—265.
5. R. H. Gruck, Trans. AMS, 60, № 2 (1946), 245—354.
6. D. A. Norton, Proc. AMS, 3, № 1 (1952), 56—65.
7. F. Kükemeister, Amer. J. Math., 70, № 1 (1948), 99—106.
8. В. Д. Белоусов, Основы теории квазигрупп и луп, М., 1967.
9. И. А. Флоря, в сб. „XI Всесоюз. алгебр. колл., Резюме сообщ. и докл.“, Кишинев, 1971, 308—309.

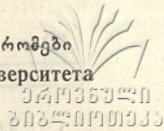
10. Э. Г. Шутов, Мат. сб., 57 (99), № 2 (1962), 179—186.
11. Л. Н. Шеврин, Успехи матем. наук, 13, № 3, (1958), 252—253.
12. D. W. Miller, Portug. math., 21, № 3—4 (1962), 171—187.
13. В. И. Андриянов, Мат. записки, 5, тетр. 3 (1966), 15—30.
14. М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков, Основы теории групп, ч. 2, Новосибирск, 1939.
15. Ш. С. Кемхадзе, в сб. „III Республ. научн.-метод. конф. математиков вузов ГССР. Плач работы и тез. докл.“, Тбилиси, 1964, 58—59.
16. Б. И. Плоткин и Ш. С. Кемхадзе, Сибир. матем. журнал, 6, № 5 (1965), 1197—1201.
17. А. С. Хахугаишвили, в сб. „XI Всесоюзн. алгебр. колл., Резюме сообщ. и докл.“, Кишинев, 1971, 96—97.

დ. ცვიბლიანი

ზოგიერთი ალგებრული სისტემებისათვის ლოკალური თეორემების შესახებ

რეზიუმე

სტრუქტურათა ზოგიერთი კლასისათვის დამტკიცებულია ლოკალური თეორემა, საიდანაც როგორც შედეგი ეს თეორემა მიიღება ჯგუფთა, რგოლთა და სხვა ალგებრულ სისტემათა სათანადო კლასებისათვის. აქედან გამომდინარეობს ლოკალური თეორემა ჰამილტონისა და მარტივი ჯგუფებისათვის, რგოლებისათვის და სხვ., მეტაჰამილტონისა და რადიკალ-მარტივი ჯგუფებისათვის.



**НЕСТАЦИОНАРНОЕ МГД-ОБТЕКАНИЕ ПОРИСТОЙ ПЛАСТИНЫ С
УЧЕТОМ ИНДУЦИРОВАННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ С
ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕЙ**

Д. В. ШАРИКАДЗЕ

Рассмотрим нестационарное обтекание плоской пористой пластинки вязкой проводящей жидкостью с учётом индуцированного магнитного поля и учтём как теплопередачу, так и изменение скорости пористости со временем. Пусть перпендикулярно к пластинке действует внешнее однородное магнитное поле. В этом случае, предполагая, что продольная скорость течения и температура не зависят от x , система уравнений, определяющая скорость, температуру и индуцированное магнитное поле в приближении пограничного слоя, будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{B_0}{\rho \mu_0} \frac{\partial b_x}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial b_x}{\partial t} + v \frac{\partial b_x}{\partial y} = \nu_m \frac{\partial^2 b_x}{\partial y^2} + B_0 \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{\mu_0^2 \sigma \rho c_p} \left(\frac{\partial b_x}{\partial y} \right)^2, \quad (3)$$

$$j_z = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial b_x}{\partial y} = \sigma [E_x + (B_0 u - b_x v)], \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{b_x}{\mu_0} \frac{\partial b_x}{\partial y}, \quad (5)$$

где $b_x = b_x(y, t)$ — индукция наведённого поля, $B_0 = \text{const}$ — индукция внешнего магнитного поля. Так как считаем, что скорость пористости — переменная функция времени, представим её в виде

$$v(t) = v_0 [1 + \varepsilon \beta(t)]. \quad (6)$$

Решение этой задачи в случае постоянной пористости пластинки и со скоростью свободного потока в виде

$$u_\infty(t) = u_0 (1 + \varepsilon \exp i\omega t) \quad (7)$$

было найдено в работе Suryaprakasarao [1], а затем обобщено на случай, когда скорость набегающего потока является произвольной функцией времени $u_\infty(t)$, в работе Мегехеда [2].



Дифференцируя уравнение (5) по x , получим, что $\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y}$

$\frac{\partial p}{\partial x}$ не зависит от y . Так как скорость течения не зависит от x , то из

уравнения (1) получим, что $\frac{\partial p}{\partial x}$ должна быть только функцией от времени.

Из теории пограничного слоя известно, что во внешнем потоке индуцированное магнитное поле отсутствует, а скорость течения в пограничном слое переходит в скорость внешнего потока $u_\infty(t)$. Тогда для внешнего потока будем иметь уравнение

$$\frac{du_\infty}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} u_\infty,$$

из которого и определится перепад давления

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_\infty}{dt} + \frac{\sigma B_0^2}{\rho} u_\infty = -A(t). \quad (8)$$

Таким образом, учитывая (6) и (8), основной задачей будет нахождение решения уравнений

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + v_0 \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial t} = A(t) - \varepsilon \beta(t) \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{B_0}{\rho \mu_0} \frac{\partial b_x}{\partial y}, \quad (9)$$

$$\nu_m \frac{\partial^2 b_x}{\partial y^2} + v_0 \frac{\partial b_x}{\partial y} - \frac{\partial b_x}{\partial t} = -\varepsilon \beta(t) \frac{\partial b_x}{\partial y} - B_0 \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (10)$$

удовлетворяющего начально-граничным условиям

$$u(y, 0) = u_\infty(0), \quad u(0, t) = 0, \quad u(\infty, t) = u_\infty(t), \quad (11)$$

$$b_x(y, 0) = 0, \quad b_x(0, t) = 0, \quad b_x(\infty, t) = 0. \quad (12)$$

После того, как будут найдены скорость и индуцированное магнитное поле, температура определится из уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_0 \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \varepsilon \beta(t) \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\nu}{c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{\mu_0^2 \sigma \rho c_p} \left(\frac{\partial b_x}{\partial y} \right)^2. \quad (13)$$

Для простоты рассмотрим случай, когда обычный и магнитный коэффициенты вязкости равны между собой, т. е. $\nu = \nu_m$. Вводя новые неизвестные функции

$$V_1(y, t) = u(y, t) + \frac{b_x(y, t)}{\sqrt{\rho \mu_0}}, \quad V_2(y, t) = u(y, t) - \frac{b_x(y, t)}{\sqrt{\rho \mu_0}}, \quad (14)$$

из (11) и (12) для функций $V_1(y, t)$ и $V_2(y, t)$ получим уравнения

$$\nu \frac{\partial^2 V_{1,2}}{\partial y^2} + (v_0 \pm v_0) \frac{\partial V_{1,2}}{\partial y} - \frac{\partial V_{1,2}}{\partial t} = A(t) - \varepsilon \beta(t) \frac{\partial V_{1,2}}{\partial y}$$

с предельными условиями

$$V_{1,2}(0, t) = 0, \quad V_{1,2}(\infty, t) = u_{\infty}(t), \quad V_{1,2}(y, 0) = u_{\infty}(0), \quad (16)$$

где $v_{\alpha} = \frac{B_0}{\sqrt{\rho \mu_0}}$ — скорость Альфена.

Решение уравнений (15) с предельными условиями (16) будем искать в виде

$$V_{1,2} = u_{\infty}(t) - \Phi_{1,2}(y, t) - W_{1,2}(y, t), \quad (17)$$

где $\Phi_{1,2}(y, t)$ — решение уравнения (15) без правой части, удовлетворяющее условиям

$$\Phi_{1,2}(0, t) = u_{\infty}(t), \quad \Phi_{1,2}(\infty, t) = 0, \quad \Phi_{1,2}(y, 0) = 0.$$

Легко показать, что $\Phi_{1,2}(y, t)$ имеет вид

$$\Phi_{1,2}(y, t) = \int_0^t \frac{y u_{\infty}(\tau)}{2 \sqrt{\pi \nu (t-\tau)^3}} \exp \left\{ -\frac{[y + (v_0 \pm v_{\alpha})(t-\tau)]^2}{4\nu(t-\tau)} \right\} d\tau \quad (18)$$

Функция $W_{1,2}(y, t)$ является решением уравнения

$$\nu \frac{\partial^2 W_{1,2}}{\partial y^2} + (v_0 \pm v_{\alpha}) \frac{\partial W_{1,2}}{\partial y} - \frac{\partial W_{1,2}}{\partial t} = m^2 u_{\infty}(t) - \varepsilon \beta(t) \frac{\partial V_{1,2}}{\partial y}$$

с нулевыми предельными условиями. Её можно представить в виде

$$W_{1,2}(y, t) = \int_0^t d\tau \int_0^{\infty} \left[m^2 u_{\infty}(\tau) - \varepsilon \beta(\tau) \frac{\partial V_{1,2}}{\partial \eta} \right] G_{1,2}(y, \eta, t-\tau) d\eta,$$

где $m^2 = \frac{\sigma B_0^2}{\rho}$, а $G_{1,2}(y, \eta, t)$ — функция Грина, имеющая вид

$$G_{1,2}(y, \eta, t) = \frac{1}{2 \sqrt{\pi \nu t}} \exp \left[\frac{\eta - y}{2\nu} (v_0 \pm v_{\alpha}) - \frac{(v_0 \pm v_{\alpha})^2}{4\nu} t \right] \times \\ \times \left[\exp \left(-\frac{(\eta - y)^2}{4\nu t} \right) - \exp \left(-\frac{(\eta + y)^2}{4\nu t} \right) \right]. \quad (19)$$

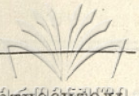
Таким образом, окончательно будем иметь

$$V_{1,2}(y, t) = E(y, t) - \varepsilon \int_0^t d\tau \int_0^{\infty} \beta(\tau) \frac{\partial V_{1,2}}{\partial \eta} G_{1,2}(y, \eta, t-\tau) d\eta, \quad (20)$$

$$E(y, t) = u_{\infty}(t) - \Phi_{1,2}(y, t) - \int_0^t d\tau \int_0^{\infty} m^2 u_{\infty}(\tau) C_{1,2} d\eta.$$

Из уравнения (20) видно, что оно интегро-дифференциальное для $V_{1,2}$. Дифференцируя (20) по y один раз под знаком интеграла, получим

$$\frac{\partial V_{1,2}}{\partial y} = \frac{\partial E}{\partial y} - \varepsilon \int_0^t \beta(\tau) \int_0^{\infty} \frac{\partial V_{1,2}}{\partial \eta} \frac{\partial G_{1,2}}{\partial y} d\eta, \quad (21)$$



а последнее—линейное интегральное уравнение второго порядка относительно

но $\frac{\partial V_{1,2}}{\partial y}$.

Будем искать решение (21) в виде ряда по степеням

$$\frac{\partial V_{1,2}}{\partial y} = \sum_{k=0}^{\infty} \epsilon^k V_k^{1,2}(y, t). \quad (22)$$

Для определения коэффициентов $V_k^{1,2}$ будем иметь рекуррентные формулы

$$V_0^{1,2} = \frac{\partial E}{\partial y},$$

$$V_{k+1}^{1,2} = - \int_0^t \beta(\tau) d\tau \int_0^{\infty} V_k^{1,2} \frac{\partial G_{1,2}}{\partial y} d\eta. \quad (23)$$

Сходимость ряда (22) легко показать, если учесть, что

$$\int_0^{\infty} \left| \frac{\partial G_{1,2}}{\partial y} \right| d\eta < A$$

и потребовать, чтобы

$$\left| \frac{\partial E}{\partial y} \right| < M, \quad |\beta(t)| < M_0.$$

Тогда из (23) будем иметь

$$|V_1^{1,2}| < M M_0 A t, \quad |V_2^{1,2}| < M M_0^2 A^2 \frac{t^2}{2},$$

$$|V_k^{1,2}| < M M_0^k A^k \frac{t^k}{k!}$$

и отношение двух последовательных членов мажоранты ряда (22) будет

$$\left| \frac{V_{k+1}}{V_k} \right| = \frac{M_0 M t}{k+1}.$$

А это стремится к нулю при $k \rightarrow \infty$ и $0 \leq t < \infty$. Таким образом, ряд (22) сходится абсолютно и равномерно в области

$$0 < y < \infty, \quad 0 < t < \infty.$$

Из (20) можем получить решение задачи в разных приближениях. Если в скорости проницаемости слагаемое, содержащее $\beta(t)$, мало, то, допуская, что $\beta(t) = 0$, получим

$$V_{1,2}(y, t) = E(y, t).$$

Это будет решение, полученное Мегахедом. Если допустить, что скорость проницаемости настолько мала по сравнению с $u(t)$, что можно пренебречь величинами порядка M_0 , т. е. допустить, что $v_0 = 0$, будем иметь

$$V_{1,2}(y, t) = u_\infty(t) - \int_0^t \frac{y u_\infty(\tau)}{2 \sqrt{\pi \nu(t-\tau)^3}} \exp\left(-\frac{[y \mp v_0(t-\tau)]^2}{4\nu(t-\tau)}\right) d\tau - \int_0^t d\tau \int_0^\infty m^2 u_\infty(\tau) G_{1,2}^* d\eta,$$

где

$$G_{1,2}^*(y, \eta, t) = \frac{\exp\left(\pm \frac{(\eta-y)}{2\nu} v_\alpha - \frac{v_\alpha^2}{4\nu} t\right)}{2 \sqrt{\pi \nu t}} \times \left[\exp\left(-\frac{(\eta-y)^2}{4\nu t}\right) - \exp\left(-\frac{(\eta+y)^2}{4\nu t}\right) \right],$$

а если пренебречь магнитным полем, т. е. допустить $m^2=0$, будем иметь

$$V_{1,2}(y, t) = u_\infty(t) - \int_0^t \frac{y u_\infty(\tau)}{2 \sqrt{\pi \nu(t-\tau)^3}} \exp\left[-\frac{y^2}{4\nu(t-\tau)}\right] d\tau,$$

что совпадает с результатом обычной гидродинамики.

Определяя таким образом $V_1(y, t)$ и $V_2(y, t)$, легко определить скорость течения $u(y, t)$ и индуцированное магнитное поле

$$u(y, t) = \frac{V_1(y, t) + V_2(y, t)}{2}, \quad b_x(y, t) = \frac{\sqrt{\rho \mu_0}}{2} [V_1(y, t) + V_2(y, t)].$$

Полученное решение для скорости и индуцированного магнитного поля можно использовать и для расчёта изменения по времени электрического поля, плотности электрического тока и градиента давления, определяющихся формулами

$$j_z = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial b_x}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{b_x}{\mu_0} \frac{\partial b_x}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial t},$$

$$E_z = \frac{j_z}{\sigma} - (B_0 u + b_x V).$$

Также легко определить силу трения на поверхности пластины по формуле

$$\tau = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}.$$

Для определения температурного поля нужно решить неоднородное уравнение притока тепла

$$\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + v_0 \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \theta}{\partial t} = K(y, t) - \varepsilon \beta(t) \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad (24)$$

где

$$K(y, t) = - \left[\frac{\nu}{c_p T_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{\mu_0^2 \sigma c_p T_\infty} \left(\frac{\partial b_x}{\partial y} \right)^2 \right],$$

а $\theta = \frac{T(y, t) - T_\infty}{T_\infty}$, T_∞ — постоянная температура на бесконечности.

1. Когда температура пластины является заданной функцией времени $\theta_w(t)$, решение (24), удовлетворяющее граничным условиям

$$\theta_1(0, t) = \theta_w(t), \quad \theta_1(\infty, t) = 0, \quad \theta_1(y, 0) = 0, \quad (25)$$

представляется в виде

$$\begin{aligned} \theta_1(y, t) = & \theta_0(y, t) + \int_0^t d\tau \int_0^\infty K(\eta, t) G_1(y, \eta, t-\tau) d\eta - \\ & - \varepsilon \int_0^t d\tau \int_0^\infty \beta(\tau) G_1(y, \eta, t-\tau) d\eta. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $\theta_0(y, t)$ и $G_1(y, \eta, t)$ определяются как выше.

2. Если на пластине отсутствует теплоотдача, то

$$\left. \frac{\partial \theta_2}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \theta_2(\infty, t) = 0, \quad \theta_2(y, 0) = 0. \quad (27)$$

Решение уравнения (24) с предельными условиями (27) можно представить в виде

$$\theta_2(y, t) = \int_0^t d\tau \int_0^\infty K(\eta, \tau) G_2(y, \eta, t-\tau) d\eta - \varepsilon \int_0^t d\tau \int_0^\infty \beta(\tau) G_2(y, \eta, t-\tau) d\eta,$$

где функция Грина $G_2(y, \eta, t)$ имеет вид

$$G_2(y, \eta, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha t}} \left\{ \exp\left(-\frac{[(\eta-y)+v_0 t]^2}{4\alpha t}\right) + \exp\left(-\frac{[(\eta+y)+v_0 t]^2}{4\alpha t}\right) \right\}.$$

Полученное общее решение поставленной задачи даёт возможность получить известные результаты Suryaprakasarao, Мегахед и других.

(Представлено 25. I. 1973)

Кафедра
механики сплошных сред

ЛИТЕРАТУРА

1. U. Suryaprakasarao, ZAMM, 43, 3, 1963.
2. А. А. Мегахед, Магнитная гидродинамика, 1, 1974.

ჯ. შარბიძე

ფორმული ფორმის მახასიათებელი ფორმული
არასტაციონარული გარდენა ინდუცირებული
მაგნიტური ველისა და სითბოგადაცემის გათვალისწინებით

რეზიუმე

შესწავლილია ფორმული ფორმის მახასიათებელი ფორმული არასტაციონარული გარდენა ბლანტი გამტარი სითხით ინდუცირებული მაგნიტური ველისა და სითბოგადაცემის გათვალისწინებით, როდესაც გაყონვის სიჩქარე წარმოადგენს სახით $V(t) = v_0 [1 + \varepsilon \beta(t)]$.

ОРБИТАЛЬНЫЕ ГЕНЕАЛОГИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ В МОДЕЛИ УНИТАРНОЙ СХЕМЫ

С. Б. ДОМА, И. З. МАЧАБЕЛИ

Введение

Модель унитарной схемы (МУС) [1, 2, 3], или, как её еще называют, трансляционно-инвариантная осцилляторная модель основана на определенном образом выбранной цепочке подгрупп группы симметрии нулевого гамильтониана ядра, в которой важную роль играют унитарные группы. По сравнению с оболочечной моделью, рассматривающей ядро как систему невзаимодействующих частиц, МУС допускает физически более приемлемую интерпретацию ядра как системы, состоящей из невзаимодействующих квазичастиц.

В МУС осцилляторный гамильтониан A нуклонов в безразмерных переменных имеет вид [4]

$$H = \sum_{i=1}^{A-1} \sum_{k=1}^3 \xi_i^{\pm k} \xi_i^k, \quad (1)$$

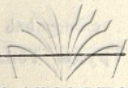
$$\begin{aligned} \text{где } \bar{\xi} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{x} - i\vec{p}) \quad \text{и} \quad \bar{\xi}^{\pm} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{x} + i\vec{p}) \end{aligned} \quad (2)$$

— бозевские операторы рождения и уничтожения осцилляторных квантов квазичастиц с импульсами \vec{p} и координатами \vec{x} .

Как известно, в обычной модели оболочек проблема построения волновых функций и вычисления матричных элементов операторов решается при помощи техники генеалогических коэффициентов (ГК) [5]. Аналогичный формализм можно развить и в МУС [4].

Из (1) видно, что H инвариантен относительно преобразований унитарной группы $U_{3(A-1)}$. Для классификации состояний в МУС используется следующая цепочка групп [4,6]:

$$\begin{aligned} SU_3 &\supset O_3^+ \supset O_2^+ \\ U_{3(A-1)} &\supset X \\ U_{A-1} &\supset O_{A-1} \supset S_A \end{aligned} \quad (3)$$



Волновая функция, преобразующая по неприводимому представлению (НП) цепочки группы (3), является орбитальной частью волновой функции A -нуклонов:

$$|A\Gamma\rangle \equiv |AN\{\rho\} : \omega L M_{(\nu)\alpha}[f]\rangle, \quad (4)$$

где использованы те же обозначения, что и в работе [6].

Волновая функция (4) допускает генеалогическое разложение. В общем виде это разложение имеет вид:

$$|A\Gamma\rangle = \sum_{\Gamma'\Gamma''\Gamma^0} \langle A\Gamma | A'\Gamma', \Gamma^0; A''\Gamma'' | A'\Gamma'\Gamma^0 | A''\Gamma'' \rangle, \quad (5)$$

где Γ' и Γ'' — набор орбитальных квантовых чисел подсистем из A' и A'' нуклонов, соответственно; $A = A' + A''$; Γ^0 — набор трех квантовых чисел, соответствующих трем степеням свободы относительного вектора движения ЦМ обеих подсистем, а $\langle A\Gamma | A'\Gamma', \Gamma^0; A''\Gamma'' \rangle$ — ГК выделения A'' нуклонов из ядра.

В микроскопическом подходе, основанном на разложении волновой функции ядра по тому или иному базису, ГК играют важную роль. С их помощью значительно облегчается расчет матричных элементов одно- и двухчастичных операторов [4, 5, 7, 8, 9]. Но, к сожалению, на сегодня не существует метода расчета ГК в МУС для произвольных A и N и, в основном, в расчетах ограничиваются минимальными N для $A > 3$, либо трехчастичной системой. Основная трудность расчета ГК в МУС в том, что для них получаются рекуррентные формулы по A и N и, например, для расчета ГК с $A=6$, приходится рассчитывать все коэффициенты с $A < 6$ [4]. В книге В.В. Ванагаса [4] вводятся коэффициенты A , связанные с ГК выделения двух частиц. Для A можно получить уравнения, которые не зацепляют предыдущих коэффициентов и, поэтому удобны для расчетов. В данной работе получены эти уравнения и на их основе на ЭВМ БЭСМ-6 Института прикладной математики ТГУ рассчитаны двухчастичные ГК для $A=4, 6$ с $N \leq 6$.

Уравнения для коэффициентов A

Из трансформационных свойств функции (5) следует, что орбитальные ГК приобретают следующий вид:

$$\delta(N' + N'', N) \sum_{\beta} C_{\mu' L' M'}^{\{e'\} \{e''\} \beta} C_{\mu L M} \times \\ \times \langle AN\{\rho\} : (\nu)[f] | A'N'\{\rho'\} : (\nu')[f']; A''N''\{\rho''\} : (\nu'')[f''] \rangle; \quad (6)$$

здесь первый множитель — коэффициент Клебша-Гордана группы SU_3 [10], а β — индекс повторения, появляющийся при приведении прямого произведения SU_3 -представлений $\{\rho'\}$ и $\{\rho''\}$.

Отщепление одной квазичастицы с координатой \vec{x}_{A-1} ($A''=I$) означает такое разложение функции:

$$|AN\{\rho\}:(\nu)[f]([f'])\rangle = \sum_{\rho'v'N'} \langle AN\{\rho\}:(\nu)[f] | A - 1 N'\{\rho'\}:(\nu')[f']; n_{A-1} \rangle \times \\ |A - 1 N'\{\rho'\}:(\nu')[f']; n_{A-1}(N)\rangle, \quad (7)$$

где приведены очевидные обозначения. Если отщепить две квазичастицы с координатами \vec{x}_{A-2} и x_{A-1} , тогда

$$|AN\{\rho\}:(\nu)[f]([f']|f'')\rangle = \sum_{N''\rho''v''} A_{\rho''\rho'v''\nu''}^{(\rho f'')} \times \\ \times |A - 2 N''\{\rho''\}:(\nu'')[f'']; ((\rho''n_{A-2})\rho'n_{A-1})\rangle. \quad (8)$$

Двукратное применение формулы (7) и сравнение полученного результата с (8) дает выражение для коэффициента A

$$A_{\rho''\rho'v''\nu''}^{(\rho f'')} = \sum_{\nu'} \langle AN\{\rho\}:(\nu)[f] | A - 1 N'\{\rho'\}:(\nu')[f']; n_{A-1} \rangle \times \\ \times \langle A - 1 N'\{\rho'\}:(\nu')[f'] | A - 2 N''\{\rho''\}:(\nu'')[f'']; n_{A-2} \rangle. \quad (9)$$

На базе функций (8) можно вычислить матричный элемент оператора перестановки A -ой и $(A-I)$ -ой частиц $P_{A, A-1}$, тогда получим

$$\sum_{\rho_1'} \langle \rho\rho'\rho'' | P_{A, A-1} | \rho\rho_1\rho'' \rangle \delta_{\nu_1''}^{\nu''} A_{\rho''\rho'v''\nu''}^{(\rho f'')} = \\ = \sum_{f'} D_{f'f''}^f \delta_{f_1''}^{f'} (P_{A, A-1}) A_{\rho''\rho'v_1''\nu''}^{(\rho f'')}. \quad (10)$$

Общее выражение для матричного элемента $\langle \rho\rho'\rho'' | P_{A, A-1} | \rho\rho_1\rho'' \rangle$ было найдено С. И. Алишаускасом [11]. Удобная формула для нахождения матрицы $D^f(P_{A, A-1})$ дана В. В. Ванагасом [4]. Легко видеть, что условия ортонормировки коэффициентов A имеют вид:

$$\sum_{\nu f f'} A_{\rho_1' \rho_1'' \nu_1'' \nu f f'}^{(\rho f')} A_{\nu f f', \rho' \rho'' \nu''} = \delta_{\rho_1' \rho_1'' \nu_1''}, \quad (11')$$

$$\sum_{\rho' \rho'' \nu''} A_{\nu f f', \rho' \rho'' \nu''}^{(\rho f'')} A_{\rho' \rho'' \nu'', \nu f f'}^{(\rho f'')} = \delta_{\nu f f' \nu f f'}. \quad (11'')$$

Уравнения (10) вместе с условиями ортонормировки (11) позволяют находить коэффициенты A . Следует, однако, отметить, что вычисление матричного элемента одночастичного оператора на базе волновой функции с двумя отщепленными частицами не дает достаточного количества уравнений для A ,

поэтому мы ограничивались $N \leq 6$ и использовали метод случайной классификации [4]. Кроме этого, необходимо иметь в виду, что полная нумерация столбцов матрицы A требует классифицировать состояния, содержащие нефизические схемы Юнга, запрещенные принципом Паули, которые не отражаются на рассчитываемые физические величины.

Двухчастичные ГК

Коэффициенты A не являются настоящими ГК, в том смысле, что отцепленная с их помощью волновая функция двух квазичастиц не обладает определенной перестановочной симметрией. Для получения действительного двухчастичного ГК, необходимо от функции отцепить сначала квазичастицу с осцилляторным квантом n_a и координатой

$$\vec{x}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_{A-1} - \vec{r}_A),$$

а затем вторую квазичастицу с квантом n_s и координатой

$$\vec{x}_s = \sqrt{\frac{A-2}{2A}} \left(\frac{2}{A-2} \right) \sum_{t=1}^{A-2} \vec{r}_t - (\vec{r}_{A-1} + \vec{r}_A).$$

Если в выражении (8) пересвязать волновую функцию таким образом, чтобы получить координаты \vec{x}_a и \vec{x}_s , то тогда полученное выражение будет двухчастичным ГК и связь между этими двумя коэффициентами дается формулой (4):

$$\begin{aligned} & \langle AN\{\rho\} : (\nu)[f] | A^{A-2} N''\{\rho''\} : (\nu'') [f''], ((f'_{12})) \rangle = \\ & = \sum_{f' \rho'_{12} \beta_1} A_{\rho'_{12} \rho''_{12} \nu''_{12} \nu''_{12} f' f''} (f' f'') D^{\frac{1}{2}(\rho_1 - \rho_2)} \begin{pmatrix} (a') \\ \frac{1}{2}(n_s - n_a), \frac{1}{2}(n_{A-2} - n_{A-1}) \end{pmatrix} \times \\ & \times \langle (\rho''(n_{A-2} n_{A-1}) \rho_{12}) \beta_1 \rho | ((\rho'' n_{A-2}) \rho' n_{A-1}) \rho \rangle \times \\ & \langle ((\rho'' n_s) \rho' n_a) | (\rho''(n_s n_a) \rho_{12}) \beta_1 \rho \rangle; \end{aligned} \quad (12)$$

здесь четность n_a определяет перестановочную симметрию f'_{12} функции отцепленных квазичастиц; $\{\rho_{12}\} = \{\rho_1, \rho_2\}$ — неприводимое представление группы SU_3 для отцепленных квазичастиц; β_1 — индекс повторения НП $\{\rho\}$ во внешнем произведении НП $\{\rho''\}$ и $\{\rho_{12}\}$. Матрицы пересвязывания SU_3 -представлений даны в работах [11, 12]. Матрица пересвязывания НП группы перестановок — $U^{(f' f'')}$ и матрица вращения D приведены в [4].

Функция, оставшаяся после выделения двух квазичастиц с помощью ГК (12), не зависит от координат \vec{r}_{A-1} и \vec{r}_A и, следовательно, это разложение удобно для вычисления матричных элементов произвольных двухчастичных центральных операторов

$$V(\vec{r}_{A-1} - \vec{r}_A) \equiv V(\sqrt{2} \vec{\rho}_a)$$

С помощью уравнения (8) были рассчитаны двухчастичные ГК для $A=6$ с $N \leq 4$ и для $A=4$ с $N \leq 6$. Ниже, в качестве примера, приводятся таблицы ГК для случая $A=6$ и $N=4$.

(Представлено 15. VI. 1973)

Проблемная лаборатория ядерной физики высоких энергий

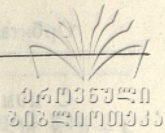
ТАБЛИЦЫ:

$$\rho = \{4\}, f'' = [4], f_n = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(2)[42]	$\alpha_1(4)[42]$	$\alpha_2(4)[42]$
{4}{4}(0)	0.300	-0.033	-0.099
{4}{4}(4)	0.270	-0.300	-0.353
{4}{3}(3)	0.632	-0.400	0.353
{4}{2}(0)	0.200	0.300	0.353
{2}{2}(0)	0.200	-0.300	0.353
{4}{0}(0)	0.286	0.300	-0.353
{2}{0}(0)	0.518	0.400	-0.353
{0}{0}(0)	0.090	0.565	0.494

$$\rho = \{4\}, f'' = [31], f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(2)[42]	$\alpha_1(4)[42]$	$\alpha_2(4)[42]$	(4)[41 ²]	(4)[321]
{3}{3}(1)	0.912	0.000	0.000	-0.406	-0.057
{3}{3}(3)	-0.184	0.893	0	-0.406	-0.057
{3}{2}(2)	0.011	0.013	0.669	0.127	-0.732
{3}{1}(1)	0.353	0.433	-0.217	0.799	-0.048
{1}{1}(1)	-0.098	-0.122	-0.711	-0.126	-0.675



$$\rho = \{4\}, f'' = [31], f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(2) [42]	$\alpha_1(4)$ [42]	$\alpha_2(4)$ [42]	(4) [41 ²]	(4) [321]
{4} {4} (2)	0	0	0	0	0
{4} {4} (4)	0	0	0	0	0
{4} {3} (1)	0.132	-0.492	0.433	0.407	0.325
{4} {3} (3)	-0.132	0.492	-0.541	0.407	0.325
{4} {2} (2)	0.301	0.492	0.433	0.549	-0.394
{2} {2} (2)	0.189	0.508	0.433	-0.549	0.394
{4} {1} (1)	0.679	-0.092	-0.224	0.117	0.499
{2} {1} (1)	0.615	-0.084	-0.306	-0.229	-0.479

$$\rho = \{4\}, f'' = [4], f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(4) [41 ²]
{3} {3} (3)	-0.519
{3} {2} (0)	-0.593
{3} {0} (0)	-0.151
{1} {0} (0)	-0.597

$$\rho = \{4\}, f'' = [2^2], f_{12} [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(4) [321]
{3} {2} (2)	1

$$\rho = \{4\}, f'' = [2^2], f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(2) [42]	$\alpha_1(4)$ [42]	$\alpha_2(4)$ [42]	(4) [321]
{4} {4} (2)	0.500	0.400	0.300	0.707
{4} {4} (4)	0.500	0.456	0.213	-0.705
{4} {2} (2)	0.500	-0.793	0.349	-0.050
{2} {2} (2)	0.500	-0.063	-0.862	0.043

202200010033

$$\rho = \{4\}; f'' = [21^2], f_{12} = [2]$$

$$\rho = \{31\}, f'' = [4], f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	$(4)[41^2]$	$(4)[321]$
$\{4\}\{4\}(4)$	0	1
$\{4\}\{3\}(3)$	1	0

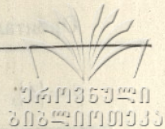
$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	$(2)[42]$	$(31)[42]$
$\{31\}\{3\}(3)$	0.640	0.000
$\{31\}\{2\}(0)$	0.510	0.655
$\{2\}\{2\}(0)$	-0.040	-0.445
$\{2\}\{0\}(0)$	0.574	-0.612

$$\rho = \{31\}, f'' = [4], f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \alpha \nu f$	$(11)[41^2]$	$\alpha_1(31)[41^2]$	$\alpha_2(31)[41^2]$
$\{3\}\{3\}(3)$	0.550	0.255	-0.195
$\{3\}\{2\}(0)$	0.232	0.445	0.850
$\{21\}\{2\}(0)$	0.523	-0.807	0.264
$\{3\}\{0\}(0)$	-0.550	-0.264	0.264
$\{1\}\{0\}(0)$	-0.261	-0.144	0.317

$$\rho = \{31\} \quad f'' = [31] \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \alpha \nu f$	$(2)[42]$	$(1^2)[41^2]$	$(31)[42]$	$\alpha_1(31)[41^2]$	$\alpha_2(31)[41^2]$	$(31)[3^2]$	$\alpha_1(31)[321]$	$\alpha_2(31)[321]$
$\{31\}\{31\}(2)$	0.346	0.000	0.436	0.386	0.358	0.382	0	0
$\{31\}\{31\}(3)^*$	0.421	0	-0.347	0.386	0.358	-0.382	0	0
$\{31\}\{3\}(1)$	0.727	0	-0.060	-0.386	-0.358	0.382	0	0
$\{31\}\{3\}(3)$	0.366	0	-0.047	0.290	-0.352	-0.477	0	0
$\{31\}\{21\}(1)$	0.035	0	0.089	0.179	0.362	0.286	0	0
$\{31\}\{2\}(2)$	0.160	0	-0.243	-0.606	0.598	-0.183	0	0
$\{2\}\{2\}(2)$	0.117	0	0.785	-0.246	0.055	-0.469	0	0
$\{31\}\{1\}(1)$	0	0.683	0	0	0	0	0.633	0.0365
$\{2\}\{1\}(1)$	0	0.708	0	0	0	0	-0.452	-0.543
$\{1^2\}\{1\}(1)$	0	0.179	0	0	0	0	-0.628	0.756



$$\rho = \{31\} \quad f'' = [31] \quad f_{12} = [1^2]$$

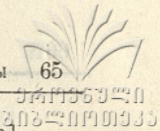
$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(2)[42]	(11)[41^2]	(31)[42]	$\alpha_1(31)$ [41^2]	$\alpha_2(31)$ [41^2]	$\alpha_1(31)$ [321]	$\alpha_2(31)$ [321]	(31)[31^3]
{3} {3} (1)	0.054	0	0.013	0.298	0.666	0	0	0.681
{3} {3} (3)	0.024	0	0.100	0.298	0.606	0	0	-0.730
{3} {2} (2)	-0.430	0	-0.848	0.298	-0.026	0	0	-0.081
{21} {2} (2)	-0.664	0	0.515	0.487	-0.238	0	0	0.049
{21} {21} (1)	0.609	0	-0.045	0.704	-0.363	0	0	0
{3} {1} (1)	0	-0.749	0	0	0	-0.137	-0.648	0
{21} {1} (1)	0	-0.569	0	0	0	-0.368	0.736	0
{1} {1} (1)	0	-0.339	0	0	0	0.920	0.197	0

$$\rho = \{31\} \quad f'' = (2^2) \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(2)[42]	$\alpha_1(31)$ [321]	$\alpha_2(31)$ [321]	(31)[42]
{31} {31} (2)	0.364	-0.722	0.000	0.588
{31} {21} (2)*	0.576	0	0.735	-0.357
{31} {2} (2)	0.663	0.075	-0.674	-0.317
{2} {2} (2)	0.310	0.688	0.073	0.653

$$\rho = \{31\} \quad f'' = [2^2] \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \alpha \nu f$	(31)[3^2]	$\alpha_1(31)$ [321]	$\alpha_2(31)$ [321]
{3} {2} (2)	0.112	0.990	-0.086
{21} {2} {2}	-0.767	0.144	0.626
{21} {21} (2)*	0.632	0	0.775



$$\rho = \{4\} \quad f'' = [21^2] \quad f_{12} = [1^2]$$

$$\rho = \{31\} \quad f'' = [1^4] \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(4)[321]
{3} {3} (3)	-1

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(31)[31^3]
{31} {31} (3)*	1

$$\rho = \{31\} \quad f'' = [21^2] \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$\begin{pmatrix} 1^2 \\ 41^2 \end{pmatrix}$	$\alpha_1(31)[41^2]$	$\alpha_2(31)[41^2]$	$\alpha_1(31)[321]$	$\alpha_2(31)[321]$	(31)[31^3]
{31}{31}(1)*	0.173	0.167	0.327	0.318	0.857	0
{31}{31}(3*)	0.300	0.206	0.656	0.424	-0.508	0
{31}{3}(3)	0.632	-0.127	-0.287	0.046	-0.011	0.707
{31}{21}(2)*	0.632	-0.127	-0.287	0.046	-0.011	-0.707
{31}{1^2}(1)*	0.200	-0.480	0.546	-0.651	0.085	0
{1^2}{1^2}(1)*	0.203	0.817	0	-0.540	0	0

$$\rho = \{21^2\}, \quad f'' = [4], \quad f_{12} = [1^2]$$

$$\rho = \{21^2\}, \quad f'' = [2^2], \quad f_{12} = (2)$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(21)*[41^2]
{21} {2} (0)	-1

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(21)*[321]
{21^2} {21} (2)*	1

$$\rho = \{31\} \quad f'' = [21^2] \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$\alpha_1(31)[321]$	$\alpha_2(31)[321]$	(31) [31^3]
{3} {3} (3)	0.710	-0.507	0.489
{21} {21} (2)*	-0.398	0.284	0.872
{21} {1^2} (1)*	0.581	0.814	0

$$\rho = \{2^2\} \quad f'' = [2^2] \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	(2^2) [3^2]	(2^2) [321]
{21} {21} {2}*	0.632	0.775
{21} {2} (2)	0.775	-0.632

$$\rho = \{2^2\} \quad f' = [21^2] \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$(2^2) [321]$	$(2^2) [2^3]$
$\{21\} \{21\} (2)^*$	0	1
$\{21\} \{1^2\} (1)^*$	1	0

$$\rho = \{21^2\} \quad f'' = [31] \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$(21)^* [321]$	$(1^2) [41^2]$	$(21)^* [31^3]$
$\{21\} \{21\} (1)$	-0.980	0.197	0
$\{21\} \{2\} (2)$	0	0	1
$\{21\} \{1\} (1)$	0.197	0.980	0

$$\rho = \{21^2\} \quad f'' = [21^2] \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$(21)^* [321]$	$(1^2) [41^2]$
$\{21^2\} \{21^2\} (1)^*$	-0.190	0.535
$\{21^2\} \{21\} (2)^*$	0.709	0.647
$\{21^2\} \{1^2\} (1)^*$	-0.660	0.543
$\{1^2\} \{1^2\} (1)^*$	0.160	0.007

$$\rho = \{21^2\} \quad f'' = [31] \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$(21)^* [321]$	$(1^2) [41^2]$
$\{21^2\} \{21\} (1)$	-0.430	0.903
$\{1^2\} \{1\} (1)$	0.903	0.430

$$\rho = \{21^2\} \quad f'' = [2^2] \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \backslash \nu f$	$(21)^* [2^2 1^2]$	$(21)^* [321]$
$\{21\} \{21\} (2)^*$	1	0
$\{21\} \{2\} (2)$	0	1

$$\rho = \{21^2\}, \quad f'' = [21^2], \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(21)*[321]
{21}{21}(2)*	-0.008
{21}{1^2}(1)*	-0.585
{1^3}{1^2}(1)*	-0.811

$$\rho = \{21^2\}, \quad f'' = [1^4], \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(21)*[31^3]
{21^2}{1^3}(0)*	1

$$\rho = \{21^2\}, \quad f'' = [1^4], \quad f_{12} = [1^2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(21)*[2^2 1^2]
{1^3}{1^3}(0)*	1

$$\rho = \{2^2\}, \quad f'' = [4], \quad f_{12} = [2]$$

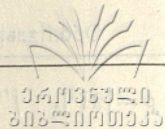
$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(2) [42]	(22) [42]
{2^2}{2^2}(0)	0.588	0.523
{2^2}{2}(0)	0.500	0.367
{2}{2}(0)	0.500	-0.534
{2}{0}(0)	0.400	-0.554

$$\rho = 2^2, \quad f'' = 31, \quad f_{12} = 1^2$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(2)[42]	(22)[42]	(22)[321]
{21}{21}(1)	0.044	0.868	0.495
{21}{2}(2)	-0.045	0.496	-0.867
{21}{1}(1)	0.998	-0.016	-0.060

$$\rho = \{2^2\}, \quad f'' = [21^2], \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(22)[321]
{2^2}{21}(2)*	1



$$\rho = \{2^2\}, \quad f'' = [31], \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(2)[42]	(22)[42]	(22)[3^2]	(22)[321]
$\{2^2\} \{2^2\} (2)$	0	0	0	0
$\{2^2\} \{21\} (1)$	0.596	0.667	0.316	-0.317
$\{2^2\} \{2\} (2)$	0.533	-0.450	0.479	0.533
$\{2\} \{2\} (2)$	-0.533	0.479	0.492	0.494
$\{2\} \{1\} (1)$	-0.277	-0.352	0.655	-0.609

$$\rho = \{2^2\}, \quad f'' = [2^2], \quad f_{12} = [2]$$

$\rho' \rho'' \nu'' \setminus \nu f$	(2)[42]	(22)[42]	(22)[321]	(22)[2^3]
$\{2^2\} \{2^2\} (2)$	0	0	0	1
$\{2^2\} \{21\} (2)^*$	0.640	0.010	0.768	0
$\{2^2\} \{2^2\} (2)$	0.166	-0.978	-0.125	0
$\{2^2\} \{2\} (2)$	0.751	0.208	-0.627	0

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Kretchmar, Z. Phys., 157, 433, 1960.
2. V. Bargman, M. Moshinsky, Nucl. Phys., 18, 697, 1960.
3. V. Bargman, M. Moshinsky, Nucl. Phys., 23, 177, 1961.
4. В. В. Ванагас, Алгебраические методы в теории ядра, Минтис, Вильнюс, 1971.
5. Б. Г. Неудачин, Ю. Ф. Смирнов, Нуклонные ассоциации в легких ядрах, М., 1969.
6. И. З. Мачабели, ТМФ, 3, 106, 1970.
7. Г. Ш. Гогсадзе, Т. И. Копалейшвили, ЯФ, 8, 875, 1968.
8. A. D. Jockson, J. P. Elliott, A 125, 276, 1969.
9. Т. С. Мачарадзе, Т. Я. Михелашвили, ЯФ, 13, 981, 1971.
10. J. D. Vergados, Nucl. Phys, A 111, 681, 1968.
11. С. И. Алишаускас, Литовский физический сборник, 12, №2, 1972.
12. S. J. Ališauskas, A.-A. A. Jucys, A. P. Jucys, J. Math. Phys., 13, 1329, 1972.

ს. დომა, ი. მაჩაბელი

ორბიტალური გენეალოგიური კოეფიციენტები უნიტარული სქემის მოდელში

რეზიუმე

ბირთვის ტალღური ფუნქციიდან ორი კვაზინაწილაკის გამოყოფის გენეალოგიური კოეფიციენტებისათვის ნაშრომში მიღებულია განტოლებები და გამოთვლილია ეს კოეფიციენტები უნიტარული სქემის მოდელში. გამოთვლები ჩატარებულია ბირთვებისათვის $A=6$ -ით, რომლებიც იმყოფებიან მდგომარეობაში ოსცილატორული აღზნების კვანტით $N \leq 4$ და ბირთვებისათვის $A=4$ -ითა და $N \leq 6$.

СПИН-ИЗОСПИНОВЫЕ ГЕНЕАЛОГИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ
 В СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТНОЙ МОДЕЛИ ЯДРА

С. Б. ДОМА

Антисимметрическая волновая функция ядра A нуклонов в супер-мультиплетной модели ядра имеет следующий вид [1]:

$$| \Gamma_0 \Gamma_s ([f][f_1])[1^A] \rangle = \sum_{\mu \mu_1} | [f]_{\mu} \Gamma_0 \rangle | [f_1]_{\mu_1} \Gamma_s \rangle C_{\mu \mu_1}^{[f][f_1][1^A]} \quad (1)$$

$B(1) | [f]_{\mu} \Gamma_0 \rangle$ — обозначает орбитальные [2], а $| [f_1]_{\mu_1} \Gamma_s \rangle$ — спин-изоспиновые функции, характеризуемые наборами орбитальных и спин-изоспиновых Γ_s квантовых чисел, а C — коэффициенты Клебша-Гордана группы S_A для прямого произведения $[f] \times [f_1] \rightarrow [1^A]$. Для спин-изоспиновых функций мы будем пользоваться обозначением [1].

$$| [f_1]_{\mu_1} \Gamma_s \rangle \equiv | ([f_s]_{\mu_s}, [f_T]_{\mu_T}) \alpha_1 [f_1]_{\mu_1} \rangle, \quad (2)$$

где

$$[f_s] \equiv \left[\frac{A}{2} + S, \frac{A}{2} - S \right], \quad (3)$$

$$[f_T] \equiv \left[\frac{A}{2} + T, \frac{A}{2} - T \right]$$

обозначают неприводимые представления групп, связанных со спином S и изоспином T ядра. Базис тех неприводимых представлений в (2) обозначен через μ_s и μ_T , а α_1 — индекс повторения.

Волновая функция (2) допускает генеалогическое разложение. В общем виде это разложение имеет вид:

$$| A \alpha_1^0 [f_1]_{\mu_1} \Gamma_s \rangle = \sum_{\Gamma'_s \Gamma''_s} \langle A \alpha_1^0 [f_1]_{\Gamma_s} | A' [f'_1]_{\Gamma'_s}; A'' [f''_1]_{\Gamma''_s} \rangle | A' [f'_1]_{\mu'_1} \Gamma'_s \rangle | A'' [f''_1]_{\mu''_1} \Gamma''_s \rangle, \quad (4)$$

где Γ'_s и Γ''_s — набор спин-изоспиновых квантовых чисел подсистем из A' и A'' нуклонов, соответственно: $A = A' + A''$; $\langle A \alpha_1^0 [f_1]_{\Gamma_s} | A' [f'_1]_{\Gamma'_s}; A'' [f''_1]_{\Gamma''_s} \rangle$ — $ГК$ выделения A'' нуклонов из ядра, которые являются коэффициентами Клебша-Гордана группы $U_4 - C_{\Gamma'_s \Gamma''_s}^{[f'_1][f''_1] \alpha_1^0 [f_1]}$.

Из результатов работы [1] следует, что

$$\langle A \alpha_1^0 [f_1]_{\Gamma_s} | A' [f'_1]_{\Gamma'_s}; A'' [f''_1]_{\Gamma''_s} \rangle =$$



$$\begin{aligned}
 &= C \begin{matrix} [f_1] & [f'_1] & \alpha_1^0 [f_1] \\ \alpha_1' S' M_s' T' M_T & \alpha_1' S'' M_s'' T'' M_T' & \alpha_1 S M_s T M_T \end{matrix} = \\
 &= C \begin{matrix} S' & S'' & S \\ M_s' & M_s'' & M_s \end{matrix} \begin{matrix} T' & T'' & T \\ M_T' & M_T'' & M_T \end{matrix} C \begin{matrix} [f_s] & [f_T] & \alpha_1 \\ [f_s'] & [f_T'] & \alpha_1' \alpha_1'' \alpha_1^0 \end{matrix} \begin{matrix} [f_1] \\ [f_1'] \end{matrix}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Коэффициент (5) фактически является изоскалярным множителем коэффициента Клебша-Гордана группы S_A , соответствующим приведению на цепочке $S_A \supset S_A \times S_A \dots$. Из (5) видно, что для расчета спин-изоспиновых ГК приходится рассчитывать коэффициенты Клебша-Гордана группы S'_A . Основная трудность расчета коэффициентов Клебша-Гордана группы S_A в том, что для них получаются рекуррентные формулы по A [1, 3]. В данной работе получена система уравнений для вычисления изоскалярных факторов в случае группы S_A , для произвольных A и на их основе рассчитаны эти коэффициенты с $A=6$ для цепочки $S_6 \supset S_4 \times S_1 \times S_1$.

Уравнения для изоскалярных факторов коэффициентов Клебша-Гордана группы S_A

Общая формула системы уравнений для вычисления изоскалярных факторов $C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda') \\ \lambda_1' \lambda_2' \alpha', \alpha \lambda \end{matrix}$ в случае группы S_A для цепочки $S_A \supset S_{A-1}$ имеет следующий вид [1]

$$\begin{aligned}
 &\sum_{\lambda_1' \lambda_2' \alpha'} D_{\lambda_1' \lambda_1'', \lambda_{11}' \lambda_1''} (P_{A-1}, A) D_{\lambda_2' \lambda_2'', \lambda_{21}' \lambda_2''} (P_{A-1}, A) \times \\
 &\quad \times C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda') \\ \lambda_1' \lambda_2' \alpha', \alpha \lambda \end{matrix} C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_1' \lambda_2' \alpha'', \alpha \lambda'' \end{matrix} = \\
 &= \sum_{\alpha_1' \lambda_1'} D_{\lambda_1' \lambda_1'', \lambda_1' \lambda_1''} (P_{A-1}, A) C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda_1') \\ \lambda_{11}' \lambda_{21}' \alpha_1', \alpha \lambda_1' \end{matrix} C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda_1'') \\ \lambda_{11}' \lambda_{21}' \alpha_1'', \alpha_1' \lambda_1' \end{matrix}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

которая вместе с условиями ортонормированности матрицы C дает систему уравнений для вычисления C , поскольку они известны для $A-1$ частиц. Изоскалярные факторы для цепочки $S_A \supset S_{A-2}$ имеют вид:

$$C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_1' \lambda_1'' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha'', \alpha \lambda \lambda' \end{matrix} = \sum_{\alpha'} C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda') \\ \lambda_1' \lambda_2' \alpha', \alpha \lambda \end{matrix} C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_1' \lambda_2' \alpha'', \alpha \lambda'' \end{matrix}. \quad (7)$$

Из (6), (7) легко получить:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{\lambda_1' \lambda_2'} D_{\lambda_1' \lambda_1'', \lambda_{11}' \lambda_1''} (P_{A-1}, A) D_{\lambda_2' \lambda_2'', \lambda_{21}' \lambda_2''} (P_{A-1}, A) C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_1' \lambda_1'' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha'', \alpha \lambda \lambda' \end{matrix} = \\
 &= \sum_{\lambda_1'} D_{\lambda_1' \lambda_1'', \lambda_1' \lambda_1''} (P_{A-1}, A) C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_{11}' \lambda_{21}' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha'', \alpha \lambda \lambda_1' \end{matrix}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Легко видеть, что условия ортонормировки матрицы C имеют вид:

$$\sum_{\alpha \lambda \lambda'} C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_1' \lambda_1'' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha'', \alpha \lambda \lambda' \end{matrix} C \begin{matrix} (\lambda_1' \lambda_2' \lambda'') \\ \lambda_{11}' \lambda_{21}' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha'', \alpha \lambda \lambda' \end{matrix} = \delta \begin{matrix} \lambda_1' \lambda_1'' \lambda_2' \lambda_2'' \\ \lambda_{11}' \lambda_{21}' \lambda_2' \lambda_2'' \end{matrix},$$

$$\sum_{\lambda_1' \lambda_1'' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha''} C_{\alpha \lambda \lambda'}^{(\lambda_1 \lambda_2 \lambda'')} C_{\lambda_1' \lambda_1'' \lambda_2' \lambda_2'' \alpha''}^{(\lambda_1 \lambda_2 \lambda'')} = \delta_{\alpha_1 \lambda_1 \lambda_2}^{\alpha_1 \lambda_1' \lambda_2'} \cdot (9)$$

Уравнения (8) вместе с условиями ортонормировки (9) позволяют находить матрицы $C(\lambda_1 \lambda_2 \lambda'')$.

Займемся теперь вычислением спин-изоспиновых ГК и рассмотрим случай $A''=2$. В этом случае индексы повторения α_1^0 и α_1' в (5) отсутствуют и $[f_1'']$ может принимать только два значения [2] и [1²]: то же самое относится и к представлениям $[f_s'']$ и $[f_T'']$. Можно еще пользоваться функциями подсистем, спин-изоспиновые моменты S', S'' и T', T'' которых связаны в общие моменты S и T , и тогда в (5) следует опустить коэффициенты Клебша-Гордана группы O_3^+ . Далее в (5) $[f_1']$ и $[f_1'']$ заменим через $[f_1'] [f_1'']$ и $[f_{121}]$; то же самое относится и к представлениям $[f_s], [f_s'']$ и $[f_T], [f_T'']$. Тогда

$$\begin{aligned} < A [f_1] S T \mid A - 2 [f_1'] [f_1''] S'' T'' ; 2 [f_{121}] S_{12} T_{12} > = \\ = C \begin{matrix} [f_s] & [f_T] & \alpha_1 [f_1] \\ [f_s'] [f_s''] [f_{121}] & [f_T'] [f_T''] [f_{121} T] & [f_1'] [f_1''] [f_{121}] \end{matrix} \cdot \end{aligned} \quad (10)$$

С помощью уравнений (8) и (9) были рассчитаны двухчастичные спин-изоспиновые ГК (10) для $A=6$. Ниже, в качестве примера, приводятся таблицы ГК для случая $A=6$, с $S=T=0$ и $S=1, T=0$.

Используя свойство симметрии изоскалярных факторов [1, 3]:

$$C_{\mu_1 \mu_2 \mu}^{f_1 f_2 \alpha f} = C_{\mu_2 \mu_1 \mu}^{f_2 f_1 \alpha f},$$

$$C_{\mu_1 \mu_2 \mu}^{f_1 f \alpha f} = C_{\mu_2 \mu_1 \mu}^{f f_1 \alpha f},$$

$$\frac{1}{\sqrt{d_f}} C_{\mu_1 \mu_2 \mu}^{f_1 f \alpha f} = \frac{1}{\sqrt{d_{f_1}}} C_{\mu \mu_2 \mu_1}^{f f \alpha f_1},$$

$$\frac{1}{\sqrt{d_f}} C_{\mu_1 \mu_2 \mu}^{f_1 f_2 \alpha f} = \frac{1}{\sqrt{d_{f_1}}} C_{\mu \mu_2 \mu_1}^{f f_2 \alpha f_1} = \frac{1}{\sqrt{d_{f_2}}} C_{\mu_1 \mu \mu_2}^{f_1 f \alpha f_2},$$

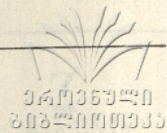
можно получить те коэффициенты, которые не приведены в таблицах. В таблицах опущены состояния, запрещенные принципом Паули.

(Представлено 25. IX. 1973)

Проблемная лаборатория ядерной физики высоких энергий

Таблицы:

$f_s = [3^2], f_T = [3^2], f_1' = [1^4]$	
$f_s' f_s'', f_T' f_T'' \setminus f_1' f_1''$	$[31^3] [21^3]$
$[32] [2^2], [32] [2^2]$	1



$$f_s = [3^2], f_T = [3^2], f_{1'} = [21^2]$$

$f'_s f'_s, f'_T f'_T \setminus f_1 f_1$	$[31^3][31^2]$	$[31^3][21^3]$	$[2^3][2^2 1]$
$[32][31], [32][31]$	$\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	0
$[32][31], [32][2^2]$	$\sqrt{\frac{3}{10}}$	$-\sqrt{\frac{1}{5}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
$[32][2^2], [32][31]$	$\sqrt{\frac{3}{10}}$	$-\sqrt{\frac{1}{5}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$

$$f_s = [3^2], f_T = [3^2], f_{1'} = [2^2]$$

$f'_s f'_s, f'_T f'_T \setminus f_1 f_1$	$[42][32]$	$[2^3][2^2 1]$
$[32][31], [32][31]$	$\sqrt{\frac{3}{10}}$	$\sqrt{\frac{7}{10}}$
$[32][2^2], [32][2^2]$	$\sqrt{\frac{7}{10}}$	$-\sqrt{\frac{3}{10}}$

$$f_s = [3^2], f_T = [3^2], f_{1'} = [31]$$

$f'_s f'_s, f'_T f'_T \setminus f_1 f_1$	$[42][41]$	$[42][32]$	$[31^3][31^2]$
$[32][31], [32][31]$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	0
$[32][31], [32][2^2]$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
$[32][2^2], [32][31]$	$\sqrt{\frac{1}{3}}$	$-\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}$

$$f_s = [42], f_T = [3^2], f_{1'} = [1^4]$$

$f'_s f'_s, f'_T f'_T \setminus f_1 f_1$	$[2^2 1^2][21^3]$
$[32][2^2], [32][2^2]$	1

$$f_s = [42], f_T = [3^2], f'_1 = [2^{1^2}]$$

$f'_s f'_s', f'_T f'_T' \setminus f_1 f'_1$	$[41^2][31^2]$	$[321][31^2]$	$[321][2^2 1]$	$[2^2 1^2][2^2 1]$	$[2^2 1^2][21^3]$
$[32][31], [32][31]$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	0
$[32][2^2], [32][31]$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$[32][31], [32][2^2]$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$[41][31], [32][31]$	$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{2}}$	$-\frac{7}{12}\sqrt{2}$	$\frac{1}{12}\sqrt{6}$	0	0
$[41][31], [32][2^2]$	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\frac{1}{4}\sqrt{5}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0

$$f_s = [42], f_T = (3^2), f'_1 = [2^2]$$

$f'_s f'_s', f'_T f'_T' \setminus f_1 f'_1$	$[3^2][32]$	$[2^2 1^2][2^2 1]$	$[321][32]$	$[321][2^2 1]$
$[32][31], [32][31]$	$-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{13}{6}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}\sqrt{15}$
$[41][31], [32][31]$	$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{13}{3}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{12}\sqrt{30}$
$[32][2^2], [32][2^2]$	$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{7}{2}}$	$\frac{1}{6}\sqrt{\frac{70}{13}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{13}}$	$-\frac{3}{26}\sqrt{13}$
$[41][4], [32][2^2]$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{15}{13}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{35}{26}}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{21}{26}}$

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Ванагас, Алгебраические методы в теории ядра, Минтис, Вильнюс, 1971.
2. С. Б. Дома, И. З. Мачабели, Труды Тбилисского университета, А9, 57, 1975.
3. M. Hamermesh, Group theory and its application to physical problems Pergamon Press, London-Paris, 1964.

ს. ღოგა

სპინ-იზოსპინური გენეალოგიური კოეფიციენტები ბირთვის
 სუპერმულტიპლეტურ მოდელში

რეზიუმე

შრომაში მიღებულია განტოლებები, რომელთა საშუალებით შეიძლება გამოითვალოს სიმეტრიული S_A ჯგუფის კლემშ-გორდანის კოეფიციენტების იზოსკალარული ფაქტორები არაკანონიკური $S_A \supset S_{A-2}$ ჯგუფის ბაზისისათვის. გამოთვლილია სპინ-იზოსპინური გენეალოგიური კოეფიციენტები ბირთვის სუპერ-მულტიპლეტურ მოდელში ბირთვებისათვის, რომელთა მასური რიცხვი $A=6$.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ДИОД ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

М. Ш. КОБАХИДЗЕ

Введение

Г. А. Гринберг [1] разработал метод полного тока, позволяющий для однозначного электронного потока находить закон движения электронов с учетом влияния объемных зарядов.

Рассмотрим диод цилиндрической конструкции, предположив, что между его электродами действует постоянное напряжение, на которое наложено малое по сравнению с ним переменное. Кроме того, допустим, что ток через диод полностью ограничен пространственным зарядом. При таких условиях в [2] получены общие формулы, связывающие между собой падение напряжения на диоде с текущим через него полным током (нулевые и первые приближения). Аналогично из формул (3) и (4) (см. [2]) можно получить выражения нулевых и первых приближений скорости электронов и напряженности электрического поля на аноде диода:

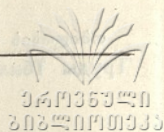
$$v_{0d} = \frac{3}{2} b c r_k \alpha_0 \varphi J_{\frac{2}{3}}(c \varphi^{3/2}), \quad (1)$$

$$E_{0d} = \frac{9}{4} \frac{m_0 r_k b c^2 \alpha_0^2 \varphi^{3/2} J_{-\frac{1}{3}}(c \varphi^{3/2})}{e_0}, \quad (2)$$

$$v_{1d}(t) = \frac{\alpha_0^2 r_k}{I_0 u_2(\varphi)} \int_0^\varphi \left[\frac{u_2(\zeta)}{\xi^0(\zeta)} \int_{t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi}^{\frac{1}{\alpha_0} \zeta + t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi} I_1(x) dx \right] d\zeta + \frac{\alpha_0^2 r_k}{2 I_0} C \sqrt{\varphi} \times$$

$$\times \left[3 b c \varphi^2 J_{-\frac{1}{3}}(c \varphi^{3/2}) - b \sqrt{\varphi} J_{\frac{2}{3}}(c \varphi^{3/2}) + 3 u_2(\varphi) \frac{J_{-\frac{1}{3}}(c \varphi^{3/2})}{J_{\frac{2}{3}}(c \varphi^{3/2})} \right] \times$$

$$\times \left\{ \int_0^\varphi \left[\frac{u_2(\zeta)}{\xi^0(\zeta)} \int_0^\zeta \frac{dx}{u_2^2(x)} \int_{t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi}^{\frac{1}{\alpha_0} \zeta + t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi} I_1(x) dx \right] d\zeta - \right.$$



$$- \int_0^{\varphi} \frac{dx}{u_2^2(x)} \int_0^{\varphi} \left[\frac{u_2(\zeta)}{\xi^0(\zeta)} \int_{t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi}^{\frac{1}{\alpha_0} \zeta + t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi} I_1(x) dx \right] d\zeta. \quad (3)$$

$$E_{1d}(t) = \frac{m_0 r_k \alpha_0^3}{e_0 I_0 \xi^0(\varphi)} \int_{t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi}^t I_1(x) dx + \frac{3}{2} \frac{m_0 r_k C \alpha_0^3}{e_0 I_0} \left[\frac{u_2(\varphi)}{\sqrt{\varphi}} \frac{J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2})}{J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})} - \right. \\ \left. - \frac{3}{2} c\varphi u_2(\varphi) + \frac{3}{2} bc\varphi^{3/2} J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2}) - \frac{3}{2} bc^2\varphi^3 J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2}) \right] \times \\ \times \left\{ \int_0^{\varphi} \left[\frac{u_2(\zeta)}{\xi^0(\zeta)} \int_0^{\zeta} \frac{dx}{u_2^2(x)} \int_{t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi}^{\frac{1}{\alpha_0} \zeta + t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi} I_1(x) dx \right] d\zeta - \right. \\ \left. - \int_0^{\varphi} \frac{dx}{u_2^2(x)} \int_0^{\varphi} \left[\frac{u_2(\zeta)}{\xi^0(\zeta)} \int_{t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi}^{\frac{1}{\alpha_0} \zeta + t - \frac{1}{\alpha_0} \varphi} I_1(x) dx \right] d\zeta \right\}, \quad (4)$$

где

$$\alpha_0 = \left(\frac{e_0 I_0}{2\pi m_0 \varepsilon_0 r_k^2} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi^0(\zeta) &= a - b\sqrt{\zeta} J_{-\frac{1}{3}}(c\zeta^{3/2}), \\ u_2(\zeta) &= \xi^0(\zeta) - bc\zeta^2 J_{\frac{2}{3}}(c\zeta^{3/2}), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

величины a , b , c , $\varphi = \alpha_0 T_0$ являются определенными функциями конст-
рукции диода, т. е. отношения $\frac{r_a}{r_k} = \delta_0$ (см. формулы (2) из [2]), r_k —радиус
катода, r_a —радиус анода, m_0 —масса покоя электрона, e_0 —абсолютное
значение заряда электрона, ε_0 —диэлектрическая проницаемость среды
(вакуума), I_0, I_1 —соответственно постоянная и переменная (первое при-
ближение), составляющие полного тока на единицу длины диода, T_0 —пос-
тоянная составляющая пролетного времени электрона в диоде, t —текущее
время, $J_{-\frac{1}{3}}$ и $J_{\frac{2}{3}}$ —бесселевы функции первого рода с индексами—
 $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$.

В большинстве практически важных случаев между электродами
диода действует постоянное напряжение V_0 , на которое наложено малое-

по сравнению с ним синусоидальное напряжение частоты ω и амплитуды μu (μ —малый параметр):

$$V(t) = V_0 + \mu u \sin \omega t. \quad (7)$$

Согласно представлению

$$V(t) = V_0 + \mu V_1(t) + \mu^2 V_2(t) + \dots,$$

где V_1, V_2, \dots —первое, второе и т. д. приближения напряжения, можем писать

$$V_1(t) = u \sin \omega t, \quad V_2 = V_3 = \dots = 0. \quad (8)$$

Определим при таких условиях ток, текущий через диод, а также скорость электронов и напряженность электрического поля на аноде диода.

§ 1. Нулевые приближения

Согласно обозначению $\alpha_0 T_0 = \varphi$ и формуле (5) имеем

$$T_0 = \left(\frac{2\pi m_0 \varepsilon_0 r_a^2}{e_0 I_0} \right)^{1/3} \cdot \varphi(\delta_0), \quad (9)$$

где $\varphi(\delta_0)$ есть решение уравнения

$$\delta_0 = a - b \sqrt{\varphi} J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2}).$$

Подставляя из (5) значение α_0 в (13) из [2], учитывая значения удельного заряда электрона $\left(\frac{e_0}{m_0}\right)$, диэлектрической проницаемости вакуума (ε_0), выражая r_a и l (длина диода) в см-ах V_0 — в вольтах, получаем для анодного тока

$$J_a \approx 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{Q_a V_0^{3/2}}{r_a^2 f(\delta_0)} [a], \quad (10)$$

т. е. обычный закон „трех вторых“ (см. напр. [3], формулу (9.22в)). Здесь $Q_a = 2\pi r_a l$ —площадь анода, а функция

$$f(\delta_0) = \frac{9 \sqrt{3}}{4\delta_0} b^3 c^{3/2} \varphi_2^{3/2} \quad (11)$$

с достаточной точностью совпадает с β -функцией Лангмюра (см. [4], табл. 1 в § 87). Согласно формуле $J_a = I_0 l$ и соотношениям (9), (10), для пролетного времени имеем

$$T_0 = \frac{3 \sqrt{3}}{2\delta_0} \frac{r_a b c^{3/2} \varphi \sqrt{\varphi_2}}{\sqrt{2 \frac{e_0}{m_0} V_0}}, \quad (12)$$

где

$$\varphi_2 = \int_0^\varphi x^{5/2} J_{-\frac{1}{3}}(cx^{3/2}) J_{\frac{2}{3}}(cx^{3/2}) dx.$$

Аналогично из формул (1), (2) и (26) из [2] с учетом (5) получаем выражения для скорости электрона

$$v_{0d} = \sqrt{2 \frac{e_0}{m_0} V_0} \frac{\varphi J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})}{\sqrt{3c\varphi_2}} \quad (13)$$

и напряженности электрического поля

$$E_{0d} = \frac{2}{3} \frac{V_0}{r_a} \frac{\delta_0 \varphi^{3/2} J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2})}{bc\varphi_2} \quad (14)$$

на аноде диода и дифференциального сопротивления диода

$$r_0 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \frac{\sqrt{3} r_a b^3 c^{9/2} \varphi_2^{2/2}}{2\pi\epsilon_0 \delta_0 \sqrt{2 \frac{e_0}{m_0} V_0}} \quad (15)$$

§ 2. Первые приближения

Все формулы для первых приближений (14)—(25) из [2], (3) и (4) позволяют найти искомые величины, если известно выражение для первого приближения полного тока на единицу длины диода $I_1(t)$. Однако по условиям решаемой задачи задано выражение для падения напряжения $V_1(t)$ и следует найти ток $I_1(t)$. Вид формул (14)—(25) из [2] показывает, что к ним можно применить метод комплексных амплитуд (см. [5], § 5.3). Положим

$$V_1(t) = u e^{i\omega t}, \quad (16)$$

$$I_1(t) = J e^{i\omega t}, \quad (17)$$

где J — неизвестная пока комплексная амплитуда тока, и подставим (16) и (17) в (14)—(25) из [2]. Разделив обе части получившегося равенства на $e^{i\omega t}$ и вводя угол пролета $\theta = \omega T_0$, получаем формулу

$$m = J r_0 O_6(j\theta) = J r_0 [a_6(\theta) + j b_6(\theta)], \quad (18)$$

где

$$a_6(\theta) = \sum_{n=1}^{11} A_n(\theta), \quad b_6(\theta) = \sum_{n=1}^{11} B_n(\theta), \quad (19)$$

$$A_1(\theta) = \frac{f_1(\varphi)}{\theta} \left[\int_0^{\varphi} f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\frac{\zeta}{2\varphi} - 1 \right) \theta d\zeta - \right. \\ \left. - f_3(\varphi) \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\frac{\zeta}{2\varphi} - 1 \right) \theta d\zeta \right], \quad (20)$$

$$B_1(\theta) = \frac{f_1(\varphi)}{\theta} \left[\int_0^{\varphi} f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\zeta}{2\varphi} - 1 \right) \theta d\zeta - \right.$$

$$-f_3(\varphi) \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\zeta}{2\varphi} - 1 \right) \theta d\zeta \Big], \quad (21)$$

$$A_2(\theta) = \frac{\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \right. \\ \left. - 3c \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_5(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}, \quad (22)$$

$$B_2(\theta) = \frac{\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \right. \\ \left. - 3c \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_5(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}, \quad (23)$$

$$A_3(\theta) = \frac{2\varphi}{bc\theta\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_6(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx, \quad (24)$$

$$B_3(\theta) = \frac{2\varphi}{bc\theta\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_6(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx, \quad (25)$$

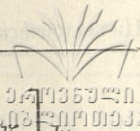
$$A_4(\theta) = - \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_7(x) \int_0^x f_2(\zeta) \cos \frac{\theta}{\varphi} (\zeta - x) d\zeta \right] dx, \quad (26)$$

$$B_4(\theta) = - \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_7(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{\varphi} (\zeta - x) d\zeta \right] dx, \quad (27)$$

$$A_5(\theta) = \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_7(x) \cos \frac{\theta}{\varphi} x \int_0^x f_2(\zeta) d\zeta \right] dx, \quad (28)$$

$$B_5(\theta) = - \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_7(x) \sin \frac{\theta}{\varphi} x \int_0^x f_2(\zeta) d\zeta \right] dx, \quad (29)$$

$$A_6(\theta) = \frac{\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ 3c \int_0^{\varphi} \left[f_5(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \right. \\ \left. - \int_0^{\varphi} \left[f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}, \quad (30)$$



$$B_6(\theta) = \frac{\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ 3c \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \int_0^{\varphi} \left[f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}, \quad (31)$$

$$A_7(\theta) = \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_7(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \cos \frac{\theta}{\varphi} (\zeta - x) d\zeta \right] dx, \quad (32)$$

$$B_7(\theta) = \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_7(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{\varphi} (\zeta - x) d\zeta \right] dx, \quad (33)$$

$$A_8(\theta) = -\frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_7(x) \cos \frac{\theta}{\varphi} x \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) d\zeta \right] dx, \quad (34)$$

$$B_8(\theta) = \frac{1}{bc\varphi_2} \int_0^{\varphi} \left[f_7(x) \sin \frac{\theta}{\varphi} x \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) d\zeta \right] dx, \quad (35)$$

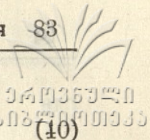
$$A_9(\theta) = \frac{3\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ c \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_8(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}, \quad (36)$$

$$B_9(\theta) = \frac{3\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ c \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_8(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \int_0^{\varphi} \left[f_3(x) f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}, \quad (37)$$

$$A_{10}(\theta) = \frac{2}{3} \frac{\varphi}{bc^2\theta\varphi_2} \int_0^{\varphi} f_9(x) \sin \frac{\theta}{\varphi} x dx, \quad (38)$$

$$B_{10}(\theta) = \frac{2}{3} \frac{\varphi}{bc^2\theta\varphi_2} \int_0^{\varphi} f_9(x) \left(\cos \frac{\theta}{\varphi} x - 1 \right) dx, \quad (39)$$

$$A_{11}(\theta) = \frac{3\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ \int_0^{\varphi} \left[f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \right.$$



$$-c \int_0^{\varphi} \left[f_8(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \Bigg\}, \quad (40)$$

$$B_{11}(\theta) = \frac{3\varphi}{\theta\varphi_2} \left\{ \int_0^{\varphi} \left[f_4(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx - \right. \\ \left. - c \int_0^{\varphi} \left[f_8(x) \int_0^x f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \frac{\theta}{\varphi} \left(\frac{\zeta}{2} - x \right) d\zeta \right] dx \right\}. \quad (41)$$

В формулах (20)—(41) введены обозначения

$$f_1(\varphi) = \frac{2\varphi^{5/2}}{bc\varphi_2} u_2(\varphi) J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2}), \quad f_2(\zeta) = \frac{u_2(\zeta)}{\xi^0(\zeta)}, \quad f_3(\zeta) = \int_0^{\zeta} \frac{dx}{u_2^2(x)},$$

$$f_4(x) = x^{5/2} J_{-\frac{1}{3}}(cx^{3/2}) J_{\frac{2}{3}}(cx^{3/2}), \quad f_5(x) = x^4 [J_{-\frac{1}{3}}(cx^{3/2})]^2,$$

$$f_6(x) = \frac{x^{3/2}}{u_2(x)} J_{-\frac{1}{3}}(cx^{3/2}), \quad f_7(x) = x^{3/2} u_2(x) J_{-\frac{1}{3}}(cx^{3/2}),$$

$$f_8(x) = x^4 [J_{\frac{2}{3}}(cx^{3/2})]^2, \quad f_9(x) = \frac{x}{\xi^0(x)} J_{\frac{2}{3}}(cx^{3/2}).$$

Согласно (18) ток в комплексной форме имеет вид

$$I_1(t) = J e^{j\omega t} = \frac{u e^{j\omega t}}{r_0(a_6 + j b_6)}. \quad (42)$$

По условиям решаемой задачи

$$V_1(t) = u \sin \omega t = I m u e^{j\omega t}.$$

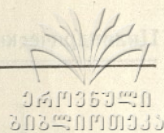
Поэтому, чтобы найти окончательное выражение первого приближения полного тока, надо отделить мнимую часть от комплексного выражения (42). В результате имеем

$$I_1(t) = \frac{u}{r_0} \left(\frac{a_6}{a_6^2 + b_6^2} \sin \omega t - \frac{b_6}{a_6^2 + b_6^2} \cos \omega t \right). \quad (43)$$

Аналогично находим выражения для первых приближений $v_{1d}(t)$ и $E_{1d}(t)$ согласно формулам (3) и (4). В итоге получаем

$$v_{1d}(t) = \frac{v_{0d}}{I_0} \frac{u}{r_0} \left(\frac{a_4 a_6 + b_4 b_6}{a_6^2 + b_6^2} \sin \omega t + \frac{b_4 a_6 - a_4 b_6}{a_6^2 + b_6^2} \cos \omega t \right), \quad (44)$$

$$E_{1d}(t) = \frac{E_{0d}}{I_0} \frac{u}{r_0} \left(\frac{a_5 a_6 + b_5 b_6}{a_6^2 + b_6^2} \sin \omega t + \frac{b_5 a_6 - a_5 b_6}{a_6^2 + b_6^2} \cos \omega t \right), \quad (45)$$



где

$$\begin{aligned}
 a_4(\theta) = & \frac{f_{10}(\varphi)}{\theta} \left\{ \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\theta - \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \right) d\zeta - \right. \\
 & \left. - f_3(\varphi) \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\theta - \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \right) d\zeta \right\} + \\
 & + \frac{4}{3} \frac{1}{bcu_2(\varphi) J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})} \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\theta - \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \right) d\zeta, \quad (46)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_4(\theta) = & \frac{f_{10}(\varphi)}{\theta} \left\{ \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\theta}{2\varphi} \zeta - \theta \right) d\zeta - \right. \\
 & \left. - f_3(\varphi) \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\theta}{2\varphi} \zeta - \theta \right) d\zeta \right\} + \\
 & + \frac{4}{3} \frac{1}{bcu_2(\varphi) J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})} \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\theta}{2\varphi} \zeta - \theta \right) d\zeta, \quad (47)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_5(\theta) = & \frac{f_{11}(\varphi)}{\theta} \left\{ \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\theta - \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \right) d\zeta - \right. \\
 & \left. - f_3(\varphi) \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \cos \left(\theta - \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \right) d\zeta \right\} + \\
 & + \frac{4}{9} \frac{\sin \theta}{bc^2 \sqrt{\varphi} \theta \xi^0(\varphi) J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2})}, \quad (48)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_5(\theta) = & \frac{f_{11}(\varphi)}{\theta} \left\{ \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) f_3(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\theta}{2\varphi} \zeta - \theta \right) d\zeta - \right. \\
 & \left. - f_3(\varphi) \int_0^{\varphi} f_2(\zeta) \sin \frac{\theta}{2\varphi} \zeta \sin \left(\frac{\theta}{2\varphi} \zeta - \theta \right) d\zeta \right\} + \\
 & + \frac{4}{9} \frac{\cos \theta - 1}{bc^2 \sqrt{\varphi} \theta \xi^0(\varphi) J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2})}. \quad (49)
 \end{aligned}$$

В формулах (46)–(49) введены новые обозначения

$$f_{10}(\varphi) = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{\varphi}}{b[J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})]^2} \left\{ 3u_2(\varphi) J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2}) + \right.$$

$$+ \beta b c \varphi^2 J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2}) J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2}) - b \sqrt{\varphi} \left[J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2}) \right]^2 \Bigg\},$$

$$f_{11}(\varphi) = \frac{2}{\beta b c \varphi} \left\{ \frac{2u_2(\varphi)}{J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})} - \frac{\beta c \varphi^{3/2} u_2(\varphi)}{J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2})} - \beta b c^2 \varphi^{7/2} \frac{J_{\frac{2}{3}}(c\varphi^{3/2})}{J_{-\frac{1}{3}}(c\varphi^{3/2})} + \beta b c \varphi^2 \right\}.$$

(Представлено 12. 06. 1972)

Кафедра радиотехники

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Гринберг, ЖЭТФ, 6, вып. 2, 1936.
2. М. Ш. Кобахидзе, Труды Грузинского политехнического института, № 7 (127) 1968.
3. В. И. Гапонов, Электроника, т. I, М., 1960.
4. Г. А. Гринберг, Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, М.-Л., 1948.
5. С. Д. Гвоздвер, Теория электронных приборов сверхвысоких частот, М., 1956.

ა. კობახიძე

ცვლადი სინუსოიდალური ძაბვის მოქმედება
 ცილინდრულ დიოდზე

რეზიუმე

ნაშრომში განხილულია მუდმივი და, მასთან შედარებით, მცირე სინოიდალური ძაბვის მოქმედება არაკვაზიბრტყელი ცილინდრული კონსტრუქციის მქონე დიოდზე. ამასთან იგულისხმება, რომ დენი მასში მთლიანად შემოსაზღვრულია მოცულობითი მუხტით. ნაპოვნია სრული დენისა და დიოდის ანოდზე ელექტრონის სიჩქარისა და ელექტრული ველის დაძაბულობის მუდმივი და ცვლადი მდგენელების გამოსახულებანი (კომპლექსურ ამპლიტუდათა მეთოდით). გამოკვეთილია ამ უკანასკნელთა დამოკიდებულების ხასიათი მოდებული ცვლადი ძაბვის სიხშირისა და მილაკის კონსტრუქციაზე (ანოდისა და კათოდის რადიუსების შეფარდებაზე). ლიტერატურაში ამ სიდიდეთაგან ცნობილია მხოლოდ სრული დენის მუდმივი მდგენელი.

**მთავორიანი რაიონებისათვის საწყისი მონაცემების
საკითხი გაროტროპულ ატმოსფეროს განტოლებათა
სრული სისტემის რიცხვითი ამოხსნის უმთხვევაში**

ზ. ხვედელიძე

უკანასკნელ წლებში ატმოსფერული პროცესების რიცხვითი მოდელირებისა და ამინდის ელემენტების ჰიდროდინამიკური მეთოდით პროგნოზირების დროს ხშირად იყენებენ ჰიდროთერმოდინამიკის საწყის განტოლებათა სრულ სისტემას კვაზისტატიკურ მიახლოებაში.

გეოსტროფიული და სოლენოიდური მოდელისაგან განსხვავებით, საწყის განტოლებათა სრული სისტემის ამოხსნისას, შესაძლებელი ხდება საწყის ინფორმაციად გამოყენებულ იქნას ქარისა და გეოპოტენციალის მონაცემები ერთად. ქარის ველი კი იზომება დიდი ცდომილებით. ეს ხელს უშლის პროგნოზურ განტოლებაში ქარის მონაცემების უშუალოდ ჩასმას.

პრაქტიკამ აჩვენა, რომ საწყისი ველის მონაცემებში დაშვებული უზუსტობა იწვევს განტოლებათა ამოხსნაში ე. წ. „პარაზიტულ“ დიდი სიჩქარის რხევებს, რომელთა ამპლიტუდა შეიძლება არარეალურ სიდიდემდე გაიზარდოს და ჩაახშოს ჰაერის მასების მოძრაობის განმსაზღვრელი ძირითადი კომპონენტები.

ცნობილია, რომ მეტეოროლოგიური ელემენტების ცვლილების პროგნოზირების მეთოდი, რომელიც ემყარება სრული სისტემის გამოყენებას, ხასიათდება იმით, რომ მნიშვნელოვანი გარემოებით [1, 2, 3, 4, 5]. ერთი განპირობებულია ამოხსნაში სწრაფი შინაგანი გრავიტაციული ტალღების არსებობაზე, რაც მოითხოვს ელექტრულ მანქანებზე გამოთვლითი მდგომარეობის შენარჩუნებისათვის ძალზე მცირე სიდიდის დროით ბიჯს.

მეორე გარემოება დაკავშირებულია იმ ფაქტთან, რომ ჰიდროთერმოდინამიკის განტოლებათა სრული სისტემის რიცხვითი ამოხსნა მეტად მგრძობიარეა საწყის მონაცემებში დაშვებული სხვადასხვა სახის შეცდომების მიმართ.

მეტეოროლოგიური ელემენტების რიცხვითი პროგნოზირებისათვის კვაზიგეოსტროფიულ მიახლოებაში, პროგნოზური განტოლებების გამოყენებამდე, ამოხსნაში შინაგანი გრავიტაციული ტალღები გამოირიცხებოდა, ე. ი. სახეშეცვლილი განტოლებები აღარ იყვნენ მგრძობიარე საწყის მონაცემებში დაშვებული შეცდომების მიმართ. მაგრამ ზოგადობის შენარჩუნებისათვის სასურველია, დინამიკის განტოლებები დაეტოვოს საწყისი სახით, რადგან ისინი აღწერენ ისეთ ატმოსფერულ პროცესებს, რომლებიც არ აღიწერება სახეშეცვლილი განტოლებებით. რჩება ერთადერთი გზა—შეიცვალოს საწყისი მონაცემები, რათა შენარჩუნებულ იქნას სასრულო ნაზრდთა სქემის მანქანური მდგომარეობა.

ამინდის ელემენტების პროგნოზირებისათვის გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს



ფართომასშტაბიან მოძრაობას, ე. წ. გრძელ ტალღებს, რომლებიც შედარებით მცირე სიჩქარით გადაადგილდებიან და საკმაოდ დიდი ამპლიტუდა აქვთ. ამიტომ პილროთერმოდინამიკის განტოლებათა სრული სისტემის ამოხსნისას მთავარია შენარჩუნებულ იქნას გრძელი, ანუ როსბის ტალღების ფიზიკური შინაარსი და ამავე დროს გამოთვლითი სქემა იყოს მდგრადი: ეს შესაძლებელია შიღწეულ იქნას მეტეოროლოგიური ელემენტების საწყისი ველის სპეციალური შეთანხმებით [1, 2].

რელიევის გავლენის გათვალისწინებით ბაროტროპიული ატმოსფეროს საწყის განტოლებათა ინტეგრება და სათანადო პროვოზი ჯერ-ჯერობით ოპერატიულ პრაქტიკაში არ განხორციელებულა და არც გამოთვლითი სქემის მდგრადობის საკითხია დამუშავებული. ამ მიზნით განვიხილოთ ბაროტროპიული ატმოსფეროს განტოლებათა სრული სისტემა მთის მახასიათებელი პარამეტრების გავლენის გათვალისწინებით. აღნიშნულ განტოლებებს აქვთ შემდეგი სახე:

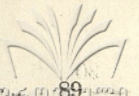
$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta u}{\partial t} + \eta u \frac{\partial u}{\partial x} + \eta v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} - \bar{z} \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = \\ = -\eta \frac{\partial \Phi}{\partial x} + l \eta + \bar{z} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta v}{\partial t} + \eta u \frac{\partial v}{\partial x} + \eta v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} - \bar{z} \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = -\eta \frac{\partial \Phi}{\partial x} - l \eta u + \bar{z} \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta \Phi}{\partial t} + u \eta \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \eta x \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} - \bar{z} \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \eta \Phi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \\ - \Phi \bar{z} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \right) \end{aligned}$$

სადაც u , v არის ქარის სიჩქარის ჰორიზონტალური მდგენელები; $l = 2w \sin \varphi$ — კოროლისის პარამეტრი; φ — გეოგრაფიული განედი; w — დედამიწის ბრუნვის კუთხური სიჩქარე, $\Phi = gH$; H — შესაბამისი იზობარული ზედაპირის სიმაღლე; g — სიმძიმის ძალის აჩქარება; $\bar{z} = \frac{z}{\eta(x, y)}$, $\zeta = \frac{P}{P_z}$; $\eta = \frac{P}{P_0}$; P_z — წნევის მნიშვნელობა მთის ზედაპირზე; P_0 — წნევის მნიშვნელობა ზღვის დონეზე.

შენიშნავთ, რომ თუ საწყის მომენტში u და v არ არის დამოკიდებული სიმაღლეზე, მაშინ, როგორც ეს გამოდინარეობს (1) სისტემიდან, $\frac{\partial u}{\partial t}$ და $\frac{\partial v}{\partial t}$ — დამოკიდებული არ იქნება საწყის მომენტში სიმაღლეზე. ამრიგად, თუ $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0$, $t=0$ მომენტში, მაშინ ეს პირობა ძალაში დარჩება მთელ შემდგომ მომენტშიც, რის გათვალისწინებით სისტემა (1) გადაიწერება შემდეგნაირად:



$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv + a \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lv + b \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= v \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \Phi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} (au + bv) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

აქ $a = \frac{\partial \ln \eta}{\partial x}$; $b = \frac{\partial \ln \eta}{\partial y}$ და მოცემულ მთის მასივისათვის ითვლებიან მუდ-
მივ სიდიდეებად. იმისათვის, რომ გაირკვეს განტოლებათა (2) სისტემა რა სახის
ტალღებს შეიცავს, რაზე არის დამოკიდებული ტალღის გავრცელების სიჩქარე,
მოვახდინოთ (2) სისტემის განწმრფევა [2, 4, 5]. ამ მიზნით დავუშვათ, რომ

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = v'; \quad \Phi = \bar{\Phi}(y) + \Phi'$$

$$\bar{u} = -\frac{1}{l} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y}$$

სადაც \bar{U} და $\bar{\Phi}$ არიან ძირითადი ნაკადის მახასიათებელი სიდიდეები, ხოლო u'
 v' და Φ' კი მცირე შემფოთებები. შემოვივსაზღვროთ შემთხვევით, რომ u' , v' და
 Φ' არ არის დამოკიდებული y -ზე [2] ე. ი.

$$\frac{\partial u'}{\partial y} = \frac{\partial v'}{\partial y} = \frac{\partial \Phi'}{\partial y} = 0$$

გაწმრფეებულ სისტემას ექნება სახე:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \right) u' - lv' + \frac{\partial \Phi'}{\partial x} - a \frac{\partial \Phi'}{\partial \zeta} &= 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \right) v' + lu' - b \frac{\partial \Phi'}{\partial \zeta} &= 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial}{\partial x} \right) \Phi' - l \bar{U} v' + \bar{\Phi} \frac{\partial u'}{\partial x} + a \bar{U} \frac{\partial \Phi'}{\partial \zeta} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

და (3) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა ვეძიოთ შემდეგი სახით [2]:

$$\begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \Phi' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u^* \\ v^* \\ \Phi^* \end{Bmatrix} \left[i[k(x-ct) + n\zeta] \right] \quad (4)$$

u^* , v^* , Φ^* ტალღის ამპლიტუდებია. (4)-ის ჩასმა (3)-ში მოგვცემს სისტემას,

$$\begin{aligned} iku^*d &= lv^* - ik\Phi^* + ian\Phi^* \\ ikv^*d &= -lu^* + imb\Phi^* \\ ik\Phi^*d &= l\bar{U}v^* - iku^*\bar{\Phi} + ika\bar{U}\Phi^* \end{aligned} \quad (5)$$



სადაც $d = \bar{U} - c$ არის ფარდობითი ფაზური სიჩქარე, c კი ტალღის სიჩქარე.

(5) სისტემას მაშინ ექნება არატრივიალური ამოხსნა, თუ d იქნება შემდეგი მახასიათებელი განტოლების ფესვი.

$$d^3 + Ad^2 + Bd + C = 0 \quad (6)$$

სადაც $A = -a\bar{U}$.

$$B = \frac{(ank - k^2)\bar{\Phi} + inb\bar{U} - l^2}{k};$$

$$C = \frac{\bar{U}[a(k-n) + k] - ikbn\bar{\Phi}}{k^3}$$

ვინაიდან (6) განტოლების ზუსტი ამოხსნა არ ხერხდება, ამიტომ დავუშვათ, რომ $C = 0$,

მაშინ უნდა ამოიხსნას შემდეგი განტოლება:

$$d^3 + Ad^2 + Bd = 0 \quad (7)$$

თუ $|d_1|$ -ის აბსოლუტური მნიშვნელობა აღემატება დანარჩენი ფესვების აბსოლუტურ მნიშვნელობებს; მაშინ ვიეტას ფორმულის თანახმად [6]

$$d_1 + A = 0$$

$$d_1 = a\bar{U}; \quad c = \bar{U}(1 + a). \quad (8)$$

ასეთი მიახლოება არ აკმაყოფილებს (6) განტოლებას ე. ი. [2] სისტემას, ამიტომ უნდა შედგეს მეორე განტოლება [6]

$$d^2 + Ad + B = 0,$$

საიდანაც

$$d_{2,3} = \frac{a\bar{U}}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2\bar{U}^2}{4} - \frac{(ank - k^2)\bar{\Phi} + inb\bar{U} - l^2}{k}}$$

განტოლება (6) წარმოადგენს ფაზური სიჩქარის განტოლებას და განსაზღვრავს მოძრაობის იმ ტიპებს, რომლებიც შეიძლება აღიწერებოდეს მოცემული სისტემით. ცხადია, რომ ყოველ შემთხვევაში არსებობს შემფოთების სამი ტალღა, რომელთაც თითოეულს შეესაბამება (6) განტოლების ერთ-ერთი ფესვი. ამავე დროს, ყველა ეს ტალღები უნდა იყოს ამოხსნაში გათვალისწინებული, რომ საწყისი პირობები ზოგადი სახით დაკმაყოფილდეს.

მიღებული ამოხსნა საშუალებას იძლევა, გაირკვეს რა სახის დამოკიდებულება შეიძლება იყოს საწყისი ველის მონაცემებში, რომ გამოირიცხოს არაძირითადი „პარაზიტული“ ხმაურა ტალღები. ამ მიზნით გამოვხატოთ (3) სისტემის ზოგადი ამოხსნა იმ საკუთარი ამოხსნების საშუალებით, რომლებიც შეესაბამება d_j საკუთარ მნიშვნელობებს. საკუთარი ამოხსნების ამპლიტუდები u_j , v_j , Φ_j განისაზღვრება d_j ფესვის ჩასმით (5) სისტემაში. ვინაიდან (5) სისტემა ერთგვაროვანია, ამიტომ მისი საკუთარი მნიშვნელობები განისაზღვრება საერთო მამრავლის სიზუსტით, მაგალითად:

$$v_j = \frac{il}{kd_j} u_j + \frac{nb}{kd_j} \Phi_j;$$

$$\Phi_j = \frac{kd_j}{an-k} u_j + \frac{il}{an-k} v_j = \frac{k^2 d_j - l^2}{(an-k)kd_j - inlb} \quad (10)$$

თუ ამოხსნის ნორმირებას მოვახდენთ ისე, რომ $u_j = d_j$, მაშინ

$$v_j = \frac{il}{k} + \frac{nb}{k} \Phi_j;$$

$$\Phi_j = \frac{k^2 d_j^2 - l^2 d_j}{kd_j(an-k) - inlb}; \quad (11)$$

მიღებული სამი საკუთარი ვექტორის გამოყენებით ზოგადი ამოხსნა შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით.

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \Phi' \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \Phi_1 \end{pmatrix} E_1 + a_2 \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} E_2 + a_3 \begin{pmatrix} u_3 \\ v_3 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} E_3 \quad (12)$$

სადაც a_1, a_2, a_3 მუდმივი სიდიდეებია. ხოლო

$$E_j(x, t) = l^{ik(x-c_jt) + in\zeta} \quad j=1, 2, 3,$$

(12) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ საწყის მომენტში u', v', Φ' ცვლადების ველის ნებისმიერი სახით მოცემული ტალღა დროის მიხედვით იყოფა სამ ტალღად, რომლებიც გადაადგილდებიან სხვადასხვა სიჩქარით. მათგან E_1 ტალღას ექნება სიჩქარე \bar{U} -ის ახლოს, ე. ი. იქნება როსბის ტალღა. დანარჩენი ორი კი შეესაბამება „ხმაურის“ ტალღებს. ამინდის წარმოქმნელი პროცესების განვითარებისათვის „ხმაურის“ ტალღები არასასურველია, ამიტომ მათი „გაფილტვრისათვის“ მოვითხოვთ, რომ $a_2 = a_3 = 0$, მაშინ, მივიღებთ რა (12) ფორმულაში $t=0$ -ს, გვექნება

$$u'(x, t=0) = u_0 l^{ikx + in\zeta};$$

$$v'(x, t=0) = v_0 l^{ikx + in\zeta};$$

$$\Phi'(x, t=0) = \Phi_0 l^{ikx + in\zeta};$$

(12) განტოლების გამოყენებით u_0, v_0, Φ_0 -სათვის მივიღებთ შემდეგ დიაგნოსტიკურ დამოკიდებულებას [2].

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \Phi_0 \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \Phi_1 \end{pmatrix}$$

a -ს გამორიცხვის შემდეგ გვექნება

$$u_0 = -\frac{\Phi_0}{\Phi_1} u_1; \quad v_0 = \frac{\Phi_0}{\Phi_1} v_1.$$

ამრიგად, „ხმაურის“ ტალღებისაგან თავისუფალი მოძრაობისათვის საწყისი მონაცემების ამპლიტუდები პროპორციული უნდა იყვნენ როსბის ტალღის ამპლი-



ტულისა. ასეთვე შედეგია მიღებული კ. ხინკელმანის მიერ [2] ოროგრაფიის გავლენის გარეშე.

აღსანიშნავია, რომ d_1 -ს გამოსახულებაში პროპორციულობის კოეფიციენტი დამოკიდებულია რელიეფის მახასიათებლებზე ძირითადი ნაკადის მოძრაობის მიმართულებით.

ამრიგად, ბაროტროპული ატმოსფეროსათვის განტოლებათა სრული სისტემის გამოყენების დროს, მთავორიან რაიონებში ძირითადი მეტეოროლოგიური ელემენტების რიცხვითი პროგნოზირებისას რომ არ მივიღოთ „ბარაზიტული“ ტალღები, ქარის ველის საწყისი მონაცემები შეიძლება აღებულ იქნას გეოსტროფიული მიახლოების პროპორციულად ისევე, როგორც რელიეფის გავლენის გარეშე.

მიღებული შედეგი შეიძლება განზოგადდეს ბაროკლინურ ატმოსფეროს შემთხვევაშიაც.

(წარმოდგენილია 5. VII. 1972)

გეოფიზიკის კათედრა

ლიტერატურა

1. D. D. Thompson, Numerical weather analysis and predication, The Mastillan Company, N. Y., 1961, 63—67.
2. К. Г. Хинкельман, Лекции по численным методам краткосрочного прогноза погоды, Л., 1969, стр. 76—382.
3. И. Г. Федорова, Труды ГМЦ СССР, вып. 58, 1971, стр. 67—78.
4. М. С. Фуке-Рабинович, Труды ГМЦ СССР, вып. 71, 1970, стр. 81—89.
5. В. М. Кадышников, Известия АН СССР, серия физики атмосферы и океана, т. IV, № 11, 1968, стр. 1139—1149.
6. В. Л. Загускин, Справочник по численным методам решения уравнений, М., 1960, стр. 65—68.

З. В. ХВЕДЕЛИДЗЕ

ВОПРОС О НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ БАРОТРОПНОЙ АТМОСФЕРЫ ДЛЯ ГОРНЫХ РАЙОНОВ

Резюме

В работе рассматривается вопрос о согласовании начальных данных при численном решении полной системы уравнений гидротермодинамики для баротропной атмосферы с учетом влияния рельефа.

Выяснилось, что для численного прогноза метеорологических элементов можно использовать полную систему уравнений гидротермодинамики в горных районах и схема будет устойчива, если начальные данные взяты пропорционально геострофическому соотношению, т. е. амплитуды начальных данных должны быть пропорциональны амплитуде волны Россби, как это было получено К. Г. Хинкельманом без учета рельефа.

Коэффициент пропорциональности зависит от параметра Кориолиса и от параметров, характеризующих расположение гор, особенно по направлению основного потока.

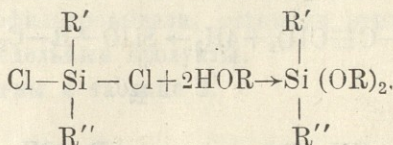
Полученный результат должен быть уточнен при численном прогнозировании метеорологических элементов в горных районах.

СИНТЕЗ НЕКОТОРЫХ ДИАЛКИНОКСИДИАЛКИЛ(АРИЛ)СИЛАНОВ
 И ИХ ГИДРИРОВАНИЕ

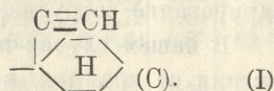
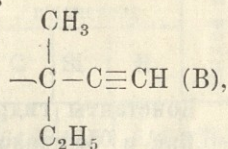
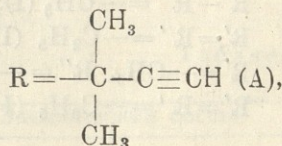
К. И. ЧЕРКЕЗИШВИЛИ, Л. Д. НАПЕТВАРИДЗЕ, И. М. ГВЕРДЦИТЕЛИ

Диалкиноксидиалкил(арил)силаны в литературе малоизвестны. Некоторые представители этого класса были синтезированы одним из нас [1] и И. А. Шихиевым с сотрудниками [2].

Нашей целью являлся синтез некоторых диалкиноксидиалкил(арил)-силанов на базе диметил-, метилэтил-, циклогексилэтиленилкарбинолов и диметил-, диэтил-, метилвинил-, метилфенил- и дифенилдихлорсиланов. Реакция проводилась в среде пиридина, она экзотермична и протекает по схеме:



где $\text{R}'=\text{R}''=-\text{CH}_3$ (I);
 $\text{R}'=\text{R}''=-\text{C}_2\text{H}_5$ (II);
 $\text{R}'=-\text{CH}_3$, $\text{R}''=-\text{C}_6\text{H}_5$ (III);
 $\text{R}'=\text{R}''=-\text{C}_6\text{H}_5$ (IV);
 $\text{R}'=-\text{CH}_3$, $\text{R}''=-\text{CH}=\text{CH}_2$ (V),

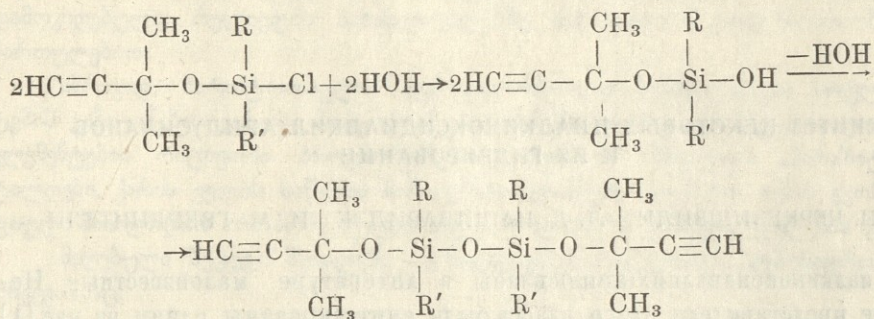


Для всех синтезированных нами веществ по схеме 1 характерны частоты поглощения в ИК-спектре: 1060—1030 cm^{-1} , 1175—1150 cm^{-1} ($\nu_{\text{Si-O-C}}$) [3], 2100—2080 cm^{-1} ($\nu_{\text{-C}\equiv\text{C-}}$), 3310—3300 cm^{-1} ($\nu_{\text{C}\equiv\text{N}}$) [4].

Константы полученных соединений приведены в таблице 1.

Кроме синтезированных диалкиноксидиалкил(арил)силанов, выделены и некоторые дисилоксаны, образование которых объясняется следующим: во время протекания реакции наряду с диалкиноксидиалкил(арил)-силанами образуется также, правда в меньшем количестве, моноалкиноксидиалкил(арил)хлорсилан (для полной очистки синтезированных ве-

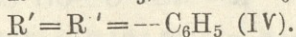
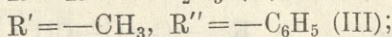
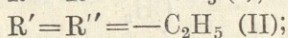
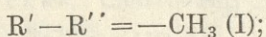
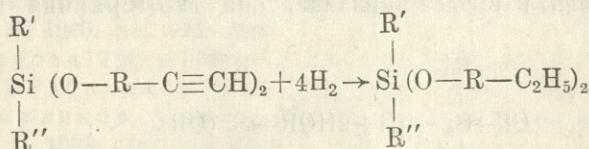
шесть от C_5H_5N-HCl они подвергались тщательному промыванию (водой), гидролизом и дальнейшей дегидратацией которого получается соответствующий дисилоксан:



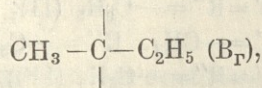
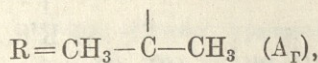
где $R = -CH_3$, $R' = -CH=CH_2$ (I д); $R = -CH_3$, $R' = -C_6H_5$ (II д).

Константы дисилоксанов даны в таблице I (I д, II д).

Проведено гидрирование синтезированных веществ до насыщенных продуктов в среде этилацетата катализатором $Pd/CaCO_3$:



где



Константы гидрированных продуктов даны в таблице 2.

Как и ожидалось, с возрастанием объема карбинольного радикала гидрирование затрудняется.

В нашем случае в описанных условиях винильный радикал в α -положении от кремния в соединениях V A, V B, V C гидрируется, что подтверждается ИК-спектральным анализом—полосы поглощения для концевой винильной группы (3080 см^{-1} , $1620-1600 \text{ см}^{-1}$, 920 см^{-1}) исчезают. Константы продуктов V A_T, V B_T, V C_T даны в таблице 2.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Получение диалкиноксиалкил(арил)силанов

В трехгорлую колбу, с механической мешалкой, обратным холодильником и капельной воронкой помещали смесь 0,2 моль ацетиленилкарби-

нола и 0,2 моль пиридина, в течение 10 мин. добавляли из капельной воронки 0,1 моль дихлорсилана.

Реакция протекала энергично с выделением белого осадка $C_5H_5N \cdot HCl$. После полного добавления дихлорсилана реакционную смесь нагревали на кипящей водяной бане в течение трех часов, оставляли на ночь, разлагали водой, производили вытяжку эфиром и затем, для полного удаления $C_5H_5N \cdot HCl$ несколько раз тщательно промывали водой. Полученное вещество сушили над безводным Na_2SO_4 . Вакуумной перегонкой выделены диалкинооксиалкил(арил)силаны.

Константы приведены в таблице 1.

Гидрирование диалкинооксиалкил(арил)силанов

В колбу для гидрирования поместили определенное количество (г гр.) гидрируемого вещества, добавляли катализатор (о, т гр.) $Pd/CaCO_3$ и 50—60 мл абсолютного этилацетата; присоединяли рассчитанное для полного гидрирования количество водорода (до прекращения присоединения).

Затем раствор профильтровывали, отгоняли этилацетат и перегонкой в вакууме выделяли предельные продукты.

Константы приведены в таблице 2.

Таблица 1

№	Т кип. в °С, р в мм Т пл. в °С	n_D^{20}	d_4^{20} г/см ³	MR _D		Элементарный состав						Выход в %
				най- дено	вычис- лено	найдено			вычислено			
						С	Si	H	С	Si	H	
I A	63—64/4	1,4263	0,8894	64,512	64,756	64,01	12,21	8,82	64,28	12,50	8,92	75,2
II A	77—78/4	1,4546	0,8935	73,33	72,716	66,63	10,95	9,85	66,66	11,11	9,52	74,4
III A	116—117/1,5	1,4845	0,9734	84,084	84,058	71,34	9,69	7,69	71,33	9,79	7,69	57,3
IV A	158—160/1 40—41	—	—	—	—	75,75	7,89	6,63	75,86	8,04	6,89	62,4
V A	73—75/2	1,4387	0,9066	68,42	68,86	66,50	11,49	8,75	66,10	11,86	8,45	68
I B	82—83/2	1,4344	0,8952	73,532	74,05	66,62	10,94	10,05	66,66	11,11	9,52	65,6
II B	94—95/1,5	1,4437	0,9002	82,60	84,34	63,63	10,02	10,43	63,57	10,00	10,00	48,1
III B	158—159/2	1,4870	0,9680	93,258	93,942	72,56	8,71	8,60	72,61	8,91	8,28	42
IV B	178—179/2	1,5261	1,0154	113,55	113,832	76,07	7,29	7,52	76,59	7,44	7,44	65,5
V B	82—83/1	1,4462	0,9081	77,616	78,222	68,25	10,68	9,34	68,68	10,60	9,09	44,5
I C	122—123/1,5	1,4789	0,9836	87,55	88,22	71,31	9,30	9,42	71,05	9,21	9,21	66,6
II C	150—151/1	1,4815	0,9811	97,276	97,516	72,45	8,27	9,52	72,28	8,43	9,63	63,3
III C	170—171/0,5	1,5205	1,0346	107,60	108,11	75,26	7,47	8,32	75,40	7,65	8,19	79,2
IV C	227—228/1 43—43,5	—	—	—	—	78,31	6,51	7,71	78,50	6,54	7,47	47,8
V C	158—159/2,5	1,4853	0,9852	91,64	92,39	72,78	8,33	8,21	72,15	8,86	8,86	73,1
I D	127—129/1	1,4401	0,9582	90,46	91,76	59,68	17,89	8,68	59,62	17,36	8,07	8,7
II D	190—191/4	1,5042	1,0206	122,21	123,252	63,55	12,82	7,66	68,24	13,27	7,10	8,63

№	Т кип. в °С, р в мм Т пл. в °С	n_D^{20}	d_4^{20} г/см ³	M_{rD}		Элементарный состав						Выход в %
						найдено			вычислено			
				най- дено	вычис- лено	C	Si	H	C	Si	H	
I Ag	61/2	1,4125	0,8589	67,28	67,008	62,44	12,26	12,27	62,07	12,07	12,07	91
II Ag	72—73/1	1,4273	0,8535	78,26	78,31	64,61	10,66	12,43	64,61	10,76	12,30	94,5
III Ag	120—121/1	1,4702	0,9241	88,788	88,898	69,62	9,61	10,35	69,38	9,52	10,20	89,5
IV Ag	209—210/2	1,5139	0,9853	108,58	108,796	74,27	7,91	8,81	74,15	7,86	8,98	89
V Ag	67—68/0,5	1,4207	0,8519	73,062	73,424	63,68	11,57	11,85	63,41	11,38	12,19	93,8
I Br	113—114/2	1,4245	0,8482	78,26	78,31	64,52	10,52	12,45	64,61	10,76	12,30	88,2
II Br	116—117/1	1,4368	0,8642	87,264	87,568	66,23	9,45	12,11	66,66	9,72	12,50	90,4
III Br	130/0,5	1,4784	0,9318	97,888	98,202	70,90	8,56	10,67	70,80	8,69	10,55	93,7
IV Br	160—162/0,5	1,5171	0,9880	117,50	118,09	75,19	7,79	9,59	75,00	7,29	9,37	86,5
V Br	94/0,5	1,4322	0,8569	82,748	82,92	65,51	10,46	12,48	65,69	10,21	12,40	88,6
I Cr	131—132/1	1,4685	0,9430	92,04	92,48	69,51	8,64	11,96	69,23	8,97	11,53	89,8
II Cr	199—200/3	1,4752	0,9562	99,96	100,20	70,87	7,78	11,65	70,59	8,23	11,76	93
III Cr	168—170/1	1,5077	0,9979	111,69	112,07	73,51	7,59	10,41	73,79	7,48	10,16	91,2
IV Cr	188/0,5 76—77	—	—	—	—	77,26	6,63	9,39	77,06	6,42	9,17	89,1
V Cr	139—140/1	1,4719	0,9364	97,148	97,40	70,12	8,34	11,36	69,93	8,58	11,65	91,1

Выводы

1. Проведены реакции между диметил-, метилэтил-, циклогексилаци-тиленилкарбинолами и диметил-, диэтил-, метилвинил-, метилфенил-, дифенилдихлорсиланами, выделены и изучены соответствующие диалкинокси-диалкил(арил)силаны.

2. Установлено, что наряду с диалкиноксиалкил(арил)силанами в некоторых случаях образуются дисилоксаны.

3. Гидрированием диалкиноксиалкил(арил)силанов катализатором Pd/CaCO₃ выделены соответствующие насыщенные продукты.

Установлено, что винильный радикал в α -положении от кремния гидрируется.

(Представлено 17. V. 1972)

Кафедра
органической химии

ЛИТЕРАТУРА

- И. М. Гвердцители, К. И. Черкезишвили, Ш. А. Самсония, Труды ТГУ, т. 104, 1964, 307.
- И. А. Шихиев, Ш. В. Гараева, М. И. Шихиева, ЖОХ, 37, 1967, 2778.
- А. П. Крешков, В. А. Борк, Е. А. Бондаревская, Практическое руководство по анализу мономерных и полимерных кремнеорганических соединений. Москва, 1962, 390.
- К. Наканиси, Инфракрасные спектры и строение органических соединений. Москва, 1965.

ჭ. ჩერაქვიშვილი, ლ. ნაფთბაჩიძე, ი. გზარდუითელი

ზოგიერთი დიალკინოქსიდილაკილ(არილ)სილანების სინთეზი და მათი ჰიდრირება

რეზიუმე

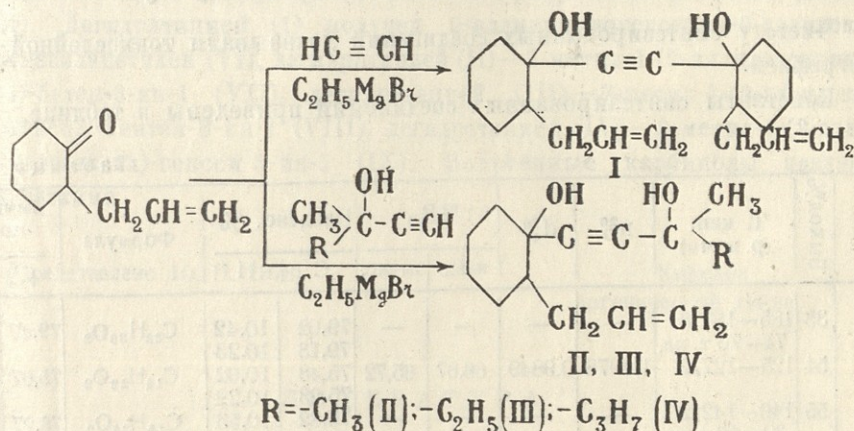
ნაშრომში აღწერილია დიმეთილ—, მეთილეთილ—, ციკლოპექსილაცეტილენილ კარბინოლებისა და დიმეთილ—, დიეთილ—, მეთილვინილ—, მეთილფენილ—, დიფენილდიქლორსილანებისაგან დიალკინოქსიდილაკილ(არილ)სილანების სინთეზი პირიდინის არეში, გამოყოფილი და შესწავლილია შესაბამისი ნაერთები. აღნიშნული რეაქციების დროს, მცირე რაოდენობით, წარმოიქმნება მონოალკინოქსიდილაკილ(არილ)ქლორსილანი, რომლის ჰიდროლიზისა და დეჰიდრატაციის საბოლოო პროდუქტს წარმოადგენს, ზოგიერთ შემთხვევაში, ჩვენ მიერ გამოყოფილი დისილოქსანი.

ჩატარებულია სინთეზირებული ნაერთების ჰიდრირება კატ. $Pd/CaCO_3$ -ით, რის შედეგადაც გამოყოფილი და შესწავლილია შესაბამისი ნაჯერი პროდუქტები. დადგენილია, რომ გარდა აცეტილენური ბმისა, ჰიდრირდება აგრეთვე Si-თან α -მდგომარეობაში დაკავშირებული ვინილის რადიკალი.

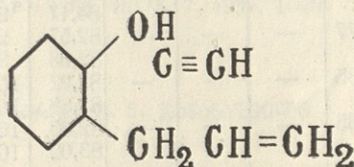
СИНТЕЗ И ДЕГИДРАТАЦИЯ γ -АЦЕТИЛЕНОВЫХ ГЛИКОЛЕЙ

И. М. ГВЕРДЦИТЕЛИ, Л. В. БАРАМИДЗЕ, Е. В. ДЖАНАНАШВИЛИ

Настоящая работа посвящается вопросу синтеза, некоторых превращений γ -ацетиленовых гликолей. Нами синтезированы γ -ацетиленовые гликоли на базе 2-аллилциклогексанона, который получали по Вандерверфу и Леммерману [1]. Из синтезированного 2-аллилциклогексанона по методу Йоичи [2] получали симметричный гликоль (I), а по методу Тертина и Иванова [3]—три несимметричных гликоля (II, III, IV) по схеме:



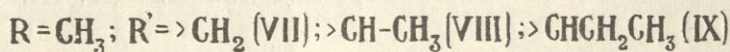
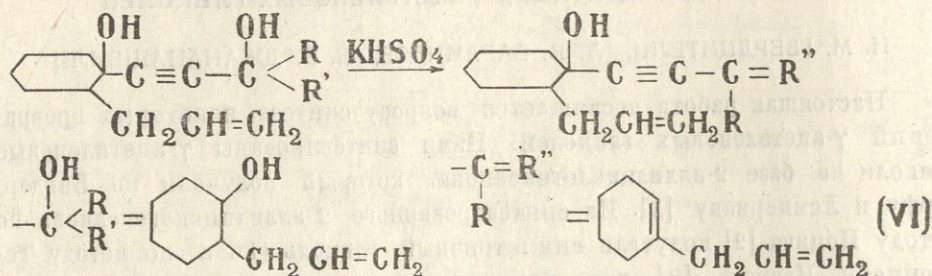
При синтезе несимметричного гликоля (I) выделен и ацетиленовый карбинол (V)



Строение синтезированных соединений доказано данными спектрального анализа. В спектрах соединений (I—IV) имеются полосы поглощения: $3300\text{—}3400 \text{ см}^{-1}$ соответствуют OH группе, 1650 см^{-1} >C=C<

связи и 3080 см^{-1} —концевой винильной группе. В спектре соединения (V) имеются полосы: $3300\text{—}3400 \text{ см}^{-1}$, 3080 см^{-1} и 3310 см^{-1} , соответствующие OH, концевым CH_2 группам и $\text{C}\equiv\text{CH}$ связи, соответственно.

Проведена дегидратация синтезированных гликолей в присутствии бисульфата калия. Установлено, что получают продукты частичной дегидратации—винилацетиленовые карбинолы (VI—IX):



Чистоту синтезированных соединений доказывали тонкослойной хроматографией.

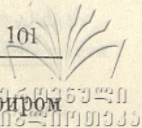
Константы синтезированных соединений приведены в таблице.

Таблица

№	Выход, %	Т. кип. (р в мм)	n_D^{20}	d_4^{20}	M_{rD}		Найдено, %		Формула	Вычислено, %	
					найд.	вычис.	С	Н		С	Н
I.	33	185—187/3 74—76 т. пл.	—	—	—	—	79,02 79,13	10,42 10,23	$\text{C}_{20}\text{H}_{30}\text{O}_2$	79,47	9,93
II.	54	125—127/2	1,4978	0,9849	66,67	65,72	75,48 75,23	10,02 10,22	$\text{C}_{14}\text{H}_{22}\text{O}_2$	75,67	9,99
III.	55	140—142/2 38—39 т. пл.	—	—	—	—	75,82 76,28	10,53 10,22	$\text{C}_{15}\text{H}_{24}\text{O}_2$	76,27	10,16
IV.	44	128—130/2 40—42 т. пл.	—	—	—	—	76,15 77,01	10,66 10,91	$\text{C}_{16}\text{H}_{26}\text{O}_2$	76,80	10,40
V.	23	112—114/17	1,4836	0,9344	50,68	49,87	80,18 80,20	10,42 10,43	$\text{C}_{11}\text{H}_{16}\text{O}$	80,48	9,75
VI.	57	151/2	1,5507	—	—	—	85,37 84,17	9,70 9,65	$\text{C}_{20}\text{H}_{28}\text{O}$	84,50	9,85
VII.	78	85—87/2	1,5177	—	—	—	82,57 82,93	9,91 9,75	$\text{C}_{14}\text{H}_{20}\text{O}$	83,42	9,84
VIII.	71	97—99/2	1,5235	—	—	—	82,92 82,88	10,12 10,31	$\text{C}_{15}\text{H}_{22}\text{O}$	82,56	10,09
IX.	67	111—113/2	1,5065	—	—	—	82,95 83,02	10,56 10,64	$\text{C}_{16}\text{H}_{24}\text{O}$	82,75	10,34

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Синтез ацетиленовых гликолей. Из 7 г магния, 32 г бромистого этила и ацетилена приготавливали комплекс Иодича. Потом при охлаждении добавляли эфирный раствор 42 г 2-аллилциклогексанона. После 24 часов



реакционную смесь обрабатывали обычным путем, экстрагировали эфиром и сушили б. в. Na_2SO_4 . Перегонкой в вакууме получен бис-2-аллилоксициклогексилацетилен (1) и 2-аллилоксициклогексилацетилен (V).

К магнийбромэтилу, приготовленному обычным путем из 16 г магния и 80 г бромистого этила, при комнатной температуре и при перемешивании добавляли 28 г диметилацетиленилкарбинола, растворенного в эфире. Реакционную массу оставляли на ночь и затем при $-15-18^\circ$ добавляли 30 г 2-аллилциклогексанона, растворенного в эфире. После 24 часов реакцию смесь обрабатывали обычным путем, экстрагировали эфиром и сушили б. в. Na_2SO_4 . Перегонкой в вакууме получен 3-метил-1-(2-аллилоксициклогексил)-бутин-1-ол-3 (II).

Аналогично из метилэтилацетиленилкарбинола получен 3-метил-1-(2-аллилоксициклогексил)-пентин-1-ол-3 (III), а из метилпропилацетиленилкарбинола получен 3-метил-1-(2-аллилоксициклогексил)-гексин-1-ол-3 (IV).

Дегидратация. Дегидратацию проводили в приборе для вакуумразгонки безводным бисульфатом калия в присутствии дитизона (антиоксидант). Дегидратацией (1) получен 2-аллилциклогексенил-2-аллилоксициклогексилацетилен (VI), дегидратацией (II) — 3-метил-1-(2-аллилоксициклогексил)-бутен-3-ин-1 (VII), дегидратацией (III) — 3-метил-1-(2-аллилоксициклогексил)-пентен-3-ин-1 (VIII), дегидратацией (IV) — 3-метил-1-(2-аллилоксициклогексил)-гексен 3-ин-1 (IX). Полученные карбинолы являются очень вязкими.

(Представлено 10. II. 1973)

Кафедра
органической химии

ლიტერატურა

1. К. Вандерверф, А. Леммерман, Синтезы органических препаратов, сб. 4, 1653, стр. 18.
2. Ж. И. Иоцич, ЖРФХО, 34, 1902, 242; 35, 1903, 1273; 38, 1906, 252, 1252; 41, 1907, 529; 42, 1910, 377, 1082, 1491,
3. В. К. Тетерин, А. П. Иваниов, ЖОХ, 7, 1937, 1629

О. ზვერდუთელი, ლ. ბარამიძე, ე. ჯანანაშვილი

აცეტილენური γ -გლიკოლების სინთეზი და დეჰიდრატაცია

რეზიუმე

შესწავლილია აცეტილენური γ -გლიკოლების სინთეზი 2-ალილციკლოპექსანონის, აცეტილენის, დიმეთილ-, მეთილეთილ-, მეთილპროპილაცეტილენილკარბინოლების ბაზაზე. გამოყოფილი და დახასიათებულია ერთი სიმეტრიული და სამი



არასიმეტრიული აცეტილენური ὶ-გლიკოლი. სიმეტრიულ გლიკოლთან შედარებით გამოყოფილი და დახასიათებულია შესაბამისი აცეტილენური კარბინოლი.

ჩატარებულია მიღებული გლიკოლების დეჰიდრატაცია უწყლო კალიუმის ბისულფატის თანდასწრებით და გამოყოფილია ნახევრად დეჰიდრატაციის პროდუქტები—ვინილაცეტილენური კარბინოლები.

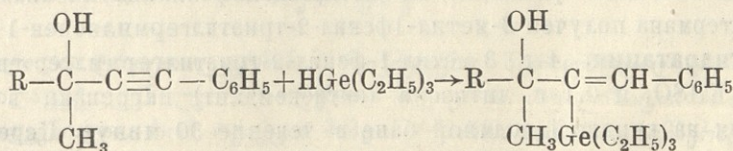
მიღებული ნაერთების აგებულება დადგენილია სპექტროსკოპიული ანალიზის საშუალებით.

СИНТЕЗ И ХИМИЧЕСКИЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ КРЕМНИЙ- И ГЕРМАНИЙ-СОДЕРЖАЩИХ ФЕНИЛЭТИЛЕНОВЫХ КАРБИНОЛОВ

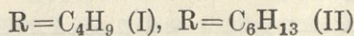
И. М. ГВЕРДЦИТЕЛИ, Л. В. БАРАМИДЗЕ, Э. Е. ТОПЧИАШВИЛИ

Ранее нами было изучено взаимодействие триэтилсилана и триэтилгермана с фенилацетиленовыми карбинолами [1, 2] в присутствии катализатора Спейера. Было установлено, что гидрогермилирование фенилацетиленовых карбинолов идет при комнатной температуре, а гидросилилирование—при 70—80°.

В настоящей работе изучено гидрогермилирование метилбутил- и метилгексилфенилацетиленилкарбинолов в присутствии катализатора Спейера. Установлено, что реакция идет с присоединением гидрида по тройной связи при комнатной температуре по схеме:

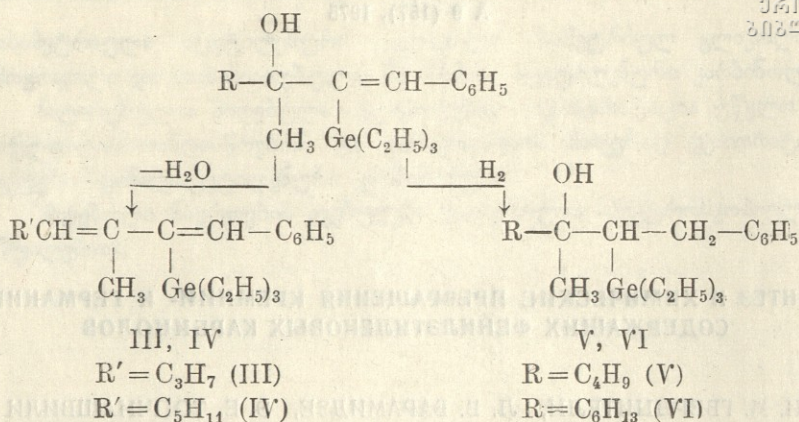


I, II



Строение синтезированных соединений доказано данными спектрального анализа. В спектрах соединений (I) и (II) имеются полосы поглощения, соответствующие ОН группе 3300—3400 см⁻¹, валентным колебаниям 1610 см⁻¹ и С—Ge связям 1460 см⁻¹. Полоса частотой 970 см⁻¹ показывает на транс-конфигурацию полученных германийсодержащих карбинолов.

Проведены химические превращения синтезированных карбинолов: дегидратация в присутствии б. в. бисульфата калия и гидрирование в присутствии Ni-Ренея. Получены соответствующие германийсодержащие диеновые углеводороды (III, IV) и предельные спирты (V, VI):



Константы синтезированных соединений приведены в таблице.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Гидрогермирование метилбутил- и метилгексилфенилацетиленилкарбинолов. К смеси метилбутилфенилацетиленилкарбинола (0,1 м) и триэтилгермана (0,1 м) по каплям добавляли 1 мл катализатора Спейера. Через пять минут началась бурная реакция, которая заканчивалась через полчаса. Продукт перегоняли в вакууме под азотом. Получен 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилгептен-1-ол-3 (I).

В аналогичных условиях из метилгексилфенилацетиленилкарбинола и триэтилгермана получен 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилнонен-1-ол-3 (II).

Дегидратация. 4 г 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилгептен-1-ола-3, 2г б. в. KHSO_4 и 0,1 г дитизона (антиоксидант) нагревали в вакууме под азотом на кипящей водяной бане в течение 30 минут. Перегонкой в вакууме получен 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилгептадиен-1,3 (III).

Таблица

№	Выход, %	Т. кип. (р мм)	n_D^{20}	d_4^{20}	M_{RD}		Найдено, %			Формула	Вычислено, %		
					найд.	вычис.	C	H	Ge		C	H	Ge
I.	74	151—152/2	1,5170	1,0601	103,55	103,966	66,39	9,87	20,24	$\text{C}_{20}\text{H}_{34}\text{GeO}$	66,18	9,37	20,02
II.	85	163—164/2	1,5124	1,0332	113,45	113,26	66,42	9,55	20,19	$\text{C}_{22}\text{H}_{36}\text{GeO}$	67,58	9,72	18,58
							67,78	9,85	18,70				
							67,84	9,90	18,75				
III.	90	62—63 (т. пл.)	—	—	—	—	69,73	9,45	21,37	$\text{C}_{20}\text{H}_{32}\text{Ge}$	69,64	9,28	21,06
							69,79	9,32	21,29				
IV.	90	73—74 (т. пл.)	—	—	—	—	70,95	9,86	19,53	$\text{C}_{22}\text{C}_{36}\text{Ge}$	70,85	9,66	19,48
							70,81	9,73	19,64				
V.	80	144—145/2	1,5158	1,0499	105,03	104,45	65,97	9,95	20,14	$\text{C}_{20}\text{H}_{36}\text{GeO}$	65,82	9,87	19,91
							65,89	10,02	20,07				
							67,42	10,26	18,58				
VI.	80	157—158/2	1,5112	1,0341	113,81	114,74	67,38	10,31	18,55	$\text{C}_{22}\text{H}_{40}\text{GeO}$	67,24	10,18	18,49

Аналогично дегидратацией 4г 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилнонен-1-ола-3 получен 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилнона-диен-1,3 (IV).

Гидрирование. В колбу для гидрирования помещали 2 г 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилгептен-1-ола-3, ~0,4 г Ni—Ренея и 50 мл абсолютного спирта и гидрировали до насыщения. Перегонкой в вакууме получили 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилгептано-3 (V).

Аналогично гидрированием 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилнонен-1-ола-3 получен 3-метил-1-фенил-2-триэтилгермилнонано-3 (VI).

(Представлено 10. II. 1973)

Кафедра
органической химии

ЛИТЕРАТУРА

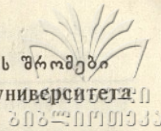
1. И. М. Гвердцители, Л. В. Барамидзе, ЖОХ, 37, 1967, 2654; 38, 1968, 1598; 41, 1971, 139.
2. И. М. Гвердцители, Л. В. Барамидзе, Сообщ. АН ГССР, 50, 1968, 83; Тр. Тбилисского университета, А5(147), 1972, 81.

ი. გვერდციტილი, ლ. ბარამიძე, ე. თოფჩიაშვილი

სილიციუმ- და გერმანიუმმცველი ფენილეთილენური
კარბინოლების სინთეზი და ჰიდრობირი გარდაქმნები

რეზიუმე

შესწავლილია ტრიეთილგერმანის მოქმედება მეთილბუტილ- და მეთილ-ჰექსილფენილაცეტილენილკარბინოლებთან სპეიერის კატალიზატორის თანდასწრებით. დადგენილია, რომ რეაქცია მიმდინარეობს ოთანის ტემპერატურაზე ტრიეთილგერმანის სამმაგ კავშირთან მიერთებით. ჩატარებულია მიღებული კარბინოლების დეჰიდრატაცია უწყლო KHSO_4 -ით და ჰიდრირება რენეს ნიკელის თანდასწრებით. გამოყოფილი და დახასიათებულია შესაბამისი გერმანიუმოვანი დიენური ნახშირწყალბადები და ნაჯერი კარბინოლები.



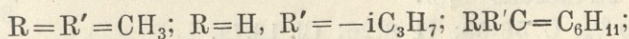
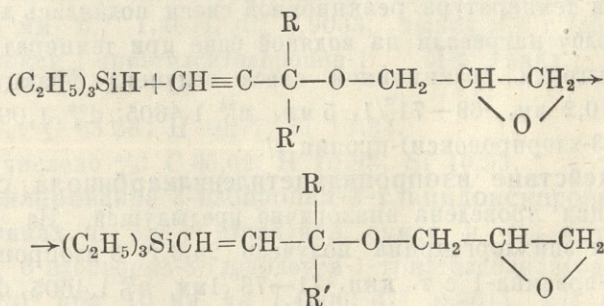
СИНТЕЗ НЕКОТОРЫХ НЕПРЕДЕЛЬНЫХ КРЕМНИОРГАНИЧЕСКИХ ЭПОКСИДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

И. М. ГВЕРДЦИТЕЛИ, Е. С. ГЕЛАШВИЛИ,
 Э. Е. ТОПЧИАШВИЛИ, Т. М. ГОГИАШВИЛИ

Садых-заде и его сотрудниками [1, 2] изучено гидросилилирование некоторых ацетиленовых эпоксидных соединений и установлено, что при соединении силана идет к кратной связи по правилу Фармера.

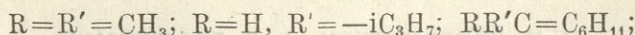
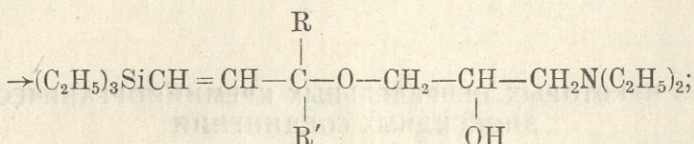
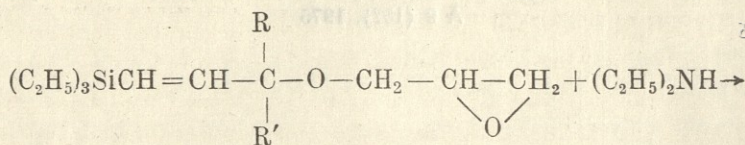
Нами изучено взаимодействие триэтилсилана с другими гомологами ацетиленовых эпоксидов. Хроматографическое изучение продуктов реакции показало, что и в этих случаях реакции идут в одном направлении.

Для установления строения выделенных соединений сняты ИК- и ЯМР-спектры, которые также доказывают протекание реакций по правилу Фармера:



В ИК-спектрах силилированных продуктов отсутствуют полосы поглощения, характерные для концевой метиленовой группы в области $3080-3070 \text{ см}^{-1}$, и проявляются частоты, характерные для $\text{>Si-C}<$ связи в области $1250-1238 \text{ см}^{-1}$, для $\text{C=C}-1633-1616 \text{ см}^{-1}$ и C-C группы — $3067-3056$, $994-832 \text{ см}^{-1}$.

Наличие и реакционноспособность окисного кольца в синтезированных веществах доказаны реакцией аминирования. Выделены соответствующие аминок спирты:



В ИК—спектрах полученных аминоспиргов отсутствуют полосы поглощения, соответствующие эпоксидной группе (3067—3056 cm^{-1} , 994—832 cm^{-1}), а гидроксильная группа проявляется в области 3490—3460 cm^{-1} .

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Взаимодействие диметилацетиленилкарбинола с эпихлоргидрином. В четырехгорлую колбу, снабженную механической мешалкой, обратным холодильником, капельной воронкой и термометром, поместили 64 г диметилацетиленилкарбинола, 1,5 мл катализатора $BF_3 \cdot O(C_2H_5)_2$ и по каплям прибавили 70,3 г эпихлоргидрина при комнатной температуре. Реакционную смесь периодически охлаждали холодной водой. Реакция пошла бурно и температура реакционной смеси поднялась до 80°C. После охлаждения колбу нагревали на водяной бане при температуре 60°.

После разгонки реакционной смеси получена фракция с т. кип. 60—62° при 0,2 мм, 69—71°/1, 5 мм, n_D^{20} 1,4605; d_4^{20} 1,0937; /3,3-диметил-3 (2-окси-3-хлорпропокси)-пропин-1/.

Взаимодействие изопропилацетиленилкарбинола с эпихлоргидрином. Реакция проведена аналогично предыдущей. Из 31,8 г карбинола и 30,4 г эпихлоргидрина получено 24,6 г 3 изопропил-3(2-окси-3-хлорпропокси)-пропина-1 с т. кип. 71—73°/1мм, n_D^{20} 1,4605, d_4^{20} 1,0541; MR (найд.) 49,6; вычислено 49,9.

Найдено %: C 56,53; H 8,26; Cl 18,72.

$C_9H_{15}O_2Cl$. Вычислено %: C 56,4; H 7,83; Cl 19,06.

Взаимодействие оксидиклогексилацетилена с эпихлоргидрином. Из 63,5 г оксидиклогексилацетилена и 46,5 г эпихлоргидрина аналогично получен 1 (2-окси-3-хлорпропокси)-1-этинилдиклогексан с т. кип. 103—106°/1 мм n_D^{20} 1,4915; d_4^{20} 1,1170; выход 45 г (40%). MR (найд.) 56,42; вычислено 56,9.

Найдено %: C 60,70; H 8,11; Cl 16,31.

$C_{11}H_{17}O_2Cl$. Вычислено %: C 60,97; H 7,85; Cl 16,39.

В ИК—спектре полученного соединения обнаружены полосы поглощения, соответствующие $\equiv CH$ в области 3290 cm^{-1} , C—Cl—743—703 cm^{-1} , OH—3390—3300 cm^{-1} .

Синтез 3,3-диметил-3-глицидоксипропина-1. В колбу 70,7 г КОН, 200 мл аб. эфира и по каплям добавили 35,3 г (0,2 м) 3,3-диметил-3(2-окси-3-хлорпропокси)-пропина-1. Температура реакционной смеси поднялась до 35°C. После добавления хлоргидрина реакционную смесь нагревали в течение 5 часов, эфирный слой отделили декантацией и разогнали. Получена фракция с т. кип. 70—72°/11 мм; n_D^{20} 1,4408; d_4^{20} 0,9596; выход 15,5 г (55% от теоретического).

Синтез 3-изопропил-3-глицидоксипропина-1. Аналогично предыдущей реакции из 22,5 г 3-изопропил-3(2-окси-3-хлорпропокси)-пропина-1 и 49 г КОН получен продукт 13,5 г; т. кип. 78,5—80°/10 мм; n_D^{20} 1,4434; d_4^{20} 0,9393; MR (найд.) 43,40; вычислено 43,27.

Найдено %: С 70,63; Н 9,19.

$C_9H_{14}O_2$. Вычислено %: С 70,13; Н 9,09.

1-Глицидокси-1-этинилциклогексан получен в аналогичных условиях из 22 г 1(2-окси-3-хлорпропокси)-1-этинилциклогексана и 35,4 г КОН; т. кип. 87,2°/2 мм, 104—107°/6 мм; n_D^{20} 1,4791; d_4^{20} 1,0327 (выход 10 г, 51%); MR (найд.) 49,4; вычислено 50,3.

Найдено %: С 73,07; Н 9,37.

$C_{11}H_{16}O_2$. Вычислено %: С 73,33; Н 8,88.

Гидросилилирование 3,3-диметил-3-глицидоксипропина-1. К 4 г глицидной окиси были добавлены 4 г триэтилсилана и 0,25 мл катализатора Спейера в условиях механического перемешивания. Реакционную смесь нагревали в течение 10 часов при температуре 85°C. Получена фракция с т. кип. 91°/5 мм. n_D^{20} 1,4624; d_4^{20} 0,9033; выход 3,4 г (45,5%) 3,3-диметил-3-глицидокси-1-триэтилсилпропен-1/. MR (найд.) 77,9 вычислено 77,7.

Найдено %: С 65,38; Н 10,77; Si 10,37.

$C_{14}H_{28}SiO_2$. Вычислено %: С 65,62; Н 10,93; Si 10,93.

Гидросилилирование 3-изопропил-3-глицидоксипропина-1. В аналогичных условиях из 5,7 г глицидной окиси и 4,5 г триэтилсилана получено 6,3 г 3-изопропил-3-глицидокси-1-триэтилсилпропена-1 (63%); т. кип. 116—120° при 10 мм, n_D^{20} 1,4606; d_4^{20} 0,9011. MR (найд.) 82,16; вычислено 82,3.

Найдено %: С 66,34; Н 10,95; Si 10,18.

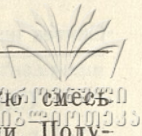
$C_{15}H_{30}SiO_2$. Вычислено %: С 66,66; Н 11,11; Si 10,4.

Гидросилилирование 1-глицидокси-1-этинилциклогексана. Из 9,2 г глицидной окиси и 5,8 г триэтилсилана получен 10,2 г 1-глицидокси-1(2-триэтилсилэтенил) циклогексана (72%) с т. кип. 125—125,5°/1 мм, n_D^{20} 1,4820; d_4^{20} 0,9510; MR (найд.) 88,7; вычислено 89,4.

Найдено %: С 68,82; Н 11,47; Si 9,12.

$C_{17}H_{32}SiO_2$. Вычислено %: С 68,92; Н 10,81; Si 9,46.

Взаимодействие 3,3-диметил-3-глицидокси-1-триэтилсилпропена-1 с диэтиламино. К 4,2 г (0,008 м) силилированной глицидной окиси было добавлено 2,6 г (0,028 м) диэтиламина и 4—5 капель катали-



затора $\text{BF}_3 \cdot (\text{C}_2\text{H}_5)_2$ при постоянном перемешивании. Реакционную смесь нагревали при температуре 50°C в течение 3,5 часа и разогнали. Получили 2,6 г (86%) 3,3-диметил-3 (2-окси-3-диэтиламинопропокси)-1-триэтилсилилпропена-1 с т. кип. $126-127^\circ/0,5$ мм; n_D^{20} 1,4614; d_4^{20} 0,8885; MR (найд.) 101,6; вычислено 101,7.

Найдено %: С 65,78; Н 11,92; Si 9,01; N 5,05.

$\text{C}_{18}\text{H}_{39}\text{SiO}_2\text{N}$. Вычислено %: С 65,95; Н 11,85; Si 8,51; N 4,95.

Взаимодействие 3-изопропил-3-глицидокси-1-триэтилсилилпропена-1 с диэтиламино. Аналогично предыдущей реакции получен 3-изопропил-3 (2-окси-3-диэтиламинопропокси)-1-триэтилсилилпропен-1 взаимодействием 5 г силилированной окиси и 4 г диэтиламина; выход 5,4 г (85%); т. кип. $133-134^\circ/1$ мм, n_D^{20} 1,4633; d_4^{20} 0,8893; MR (найд.) 106,4; вычислено 106,3%.

Найдено %: С 66,06; Н 10,91; Si 7,58; N 4,00.

$\text{C}_{19}\text{H}_{41}\text{SiO}_2\text{N}$. Вычислено %: С 66,47; Н 11,95; Si 8,16; N 4,06.

1 (2-триэтилсилилэтенил)-1 (2-окси-3-диэтиламинопропокси)циклогексан был получен в аналогичных условиях. Из 4 г (0,013 М) окиси и 3,3 г (0,045 М) диэтиламина получено 4,2 г (84%) продукта, т. кип. $128^\circ/0,5$ мм; n_D^{20} 1,4806; d_4^{20} 0,9327; MR (найд.) 112,5; вычислено 113,6.

Найдено %: С 68,51; Н 11,12; Si 7,23; N 3,50.

$\text{C}_{21}\text{H}_{43}\text{SiO}_2\text{N}$. Вычислено %: С 68,29; Н 11,65; Si 7,59; N 3,79.

(Представлено 12. IV. 1973)

Кафедра
органической химии

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Садых-заде, Р. Б. Бабаева, И. Салимов, ЖОХ, 36, 1966, 695.
2. С. И. Садых-заде, Р. Б. Бабаева, Аз. Хим. Ж., № 2, 1966, 38; Уч. зап. Аз. ун-та, сер. хим., № 4, 1970.

ო. გვერდწითელი, ე. გელაშვილი, ე. თოფჩიაშვილი, თ. გოგიაშვილი

სილიციუმის შემცველი ზოგირითი უჯერი ეპოქსიდური ნაერთის სინთეზი

რ ე ზ ი უ მ ე

შესწავლილია ზოგირითი აცეტონური ეპოქსიდის სინთეზი და მათი ჰიდროსილირების რეაქციები.

გამოყოფილი პროდუქტების ქრომატოგრაფიული შესწავლით დადგენილია, რომ რეაქცია მიდის მხოლოდ ერთი მიმართულებით. მიღებული პროდუქტების აგებულების შესწავლის მიზნით გადაღებულია ინფრაწითელი და ბირთვულ-მაგნიტურ-რეზონანსული სპექტრები, ნაჩვენებია, რომ რეაქცია მიდის ფარმერის წესით.

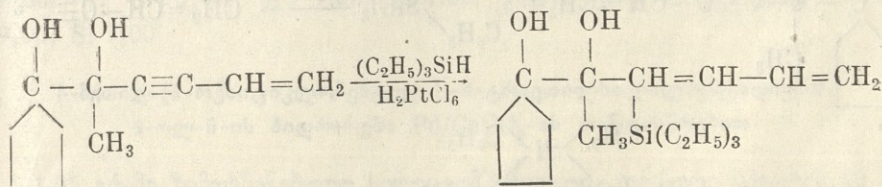
უანგური რგოლის არსებობა და რეაქციის უნარიანობა სილილირებულ პროდუქტებში დამტკიცებულია ამინირებით. გამოყოფილი და შესწავლილია შესაბამისი ამინოსპირტები, რომელთა აგებულება დადგენილია ინფრაწითელი სპექტრებით.

**5-მეთილ-5-(1-ოქსიციკლოპენტილ)-პენტენ-3-ენ-1-ოლ-5-ზე
 ალკილჰიდრიდ და ალკილქლორსილანების მოქმედება
 H_2PtCl_6 -ის თანდასწრებით**

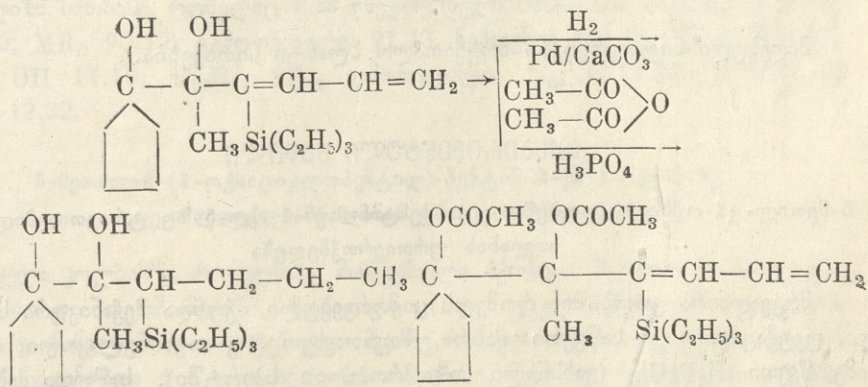
ა. ნოღაიძელი, ნ. რთველიაშვილი

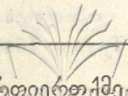
ამჟამად შედარებით კარგადაა შესწავლილი აცეტილენური კარბინოლებისა და გლიკოლების, აგრეთვე ვინილეთინილკარბინოლების სილაციუმშემცველი შენაერთები (1-4).

ჩვენი სამუშაოს მიზანი იყო ალკილჰიდრიდ და ალკილქლორსილანების შესწავლა α -ენინგლიკოლებთან, რისთვისაც ავირჩიეთ ციკლოპენტლის შემცველი α -ენინგლიკოლი, 5-(1-ოქსიციკლოპენტილ)-პენტენ-3-ენ-1-ოლ-5 (5) და მასზე ვიმოქმედებთ ტრიეთილ-ჰიდრიდსილანით. რეაქციას ვატარებდით H_2PtCl_6 -ის სპირტსნარის მონაწილეობით. კვლევის შედეგად დადგენილია, რომ რეაქცია წარიმართა ჰიდრიდსილანის სამმაგ კავშირთან მიერთების გზით, შემდეგი სქემის მიხედვით:

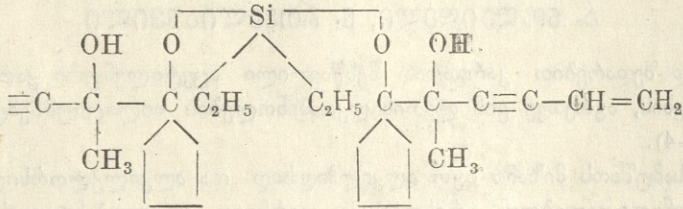
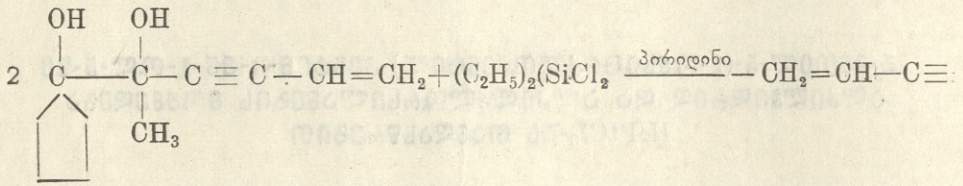


უგერი კავშირის არსებობის შესახებ ვიმსჯელებთ ჰიდრირების რეაქციაში შთანთქმული H რაოდენობის მიხედვით, ხოლო ძმარმევა ან ჰიდრიდთან რთული ეთერების წარმოქმნა მიუთითებს მიერთების პროდუქტში ჰიდროქსილის ჯგუფების არსებობაზე. რეაქციები წარიმართა სქემის მიხედვით:

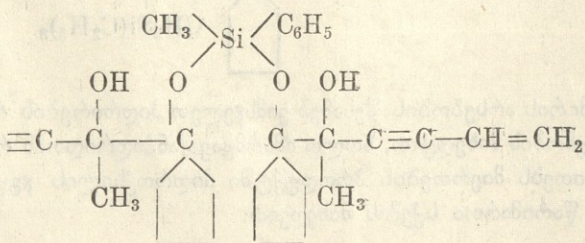
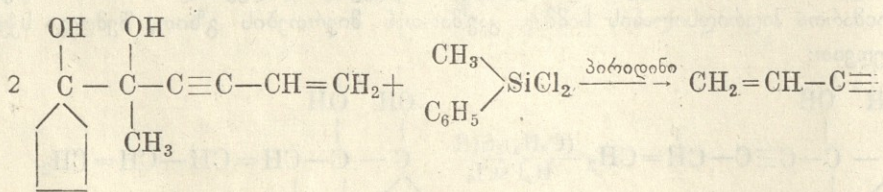




ზემოსხენებული α -ენინგლიკოლის დიეთილდიქლორსილანთან ურთიერთქმედების რეაქციას ვატარებდით პირიდინის არეში. ჩვენ მოველოდით, რომ რეაქცია წავიდოდა ორივე ჰიდრიქსილის ჯგუფის ხარჯზე ციკლური ფორმების წარმოქმნით. მაგრამ გამოირკვა, რომ რეაქციაში მხოლოდ ერთი ჰიდროქსილი მონაწილეობდა და მოლეკულა ორმაგდება სილოქსანური ნაერთის წარმოქმნით, სქემის მიხედვით:



სილიციუმმცველი ეთერი მიიღება მეთილფენილდიქლორსილანის მოქმედების შემთხვევაშიც:



მიღებული ნივთიერებები მოყვითალო ბლანტი სითხეებია.

ემსპერიმენტული ნაწილი

5-მეთილ- (1-ოქსიციკლოპენტოლ) -პენტინ-3-ენ-1-ოლ-5-ზე ტრიეთილბიდრილსილანის ურთიერთქმედება

მრგვალძირა კოლბაში, რომელსაც მორგებული ჰქონდა მექანიკური სარეველა, უკუმაცივარი და საწვეთი ძაბრი, მოვათავსეთ 5 გ α -ენინგლიკოლი, რამდენიმე წვეთი H_2PtCl_6 (გახსნილი ოზობროპილის სპირტში). საწვეთი ძაბრიდან

დაეუმატეთ 7 გ ტრიეთილპიდრიდსილანი. მექანიკური მორევის პირობებში სარეაქციო ნარევი ვაცხელეთ 24 საათის განმავლობაში. რეაქციის დამთავრების შემდეგ გამოვხადეთ ვაკუუმზე, მივიღეთ ერთი ფრაქცია 1 მმ ღულ. ტემპერატურით 155—157°C.

ანალიზი სითხის ღუღილის ტემპერატურით 155—157°C 1 მმ წნევაზე n_D^{20} 1,5125; d_4^{20} 0,9882; MR_D 89,88, გამოთვლილია 90,97. ნაპოვნია %: C 68,49; H 10,34; Si 9,68; OH 10,2. $C_{17}H_{32}O_2Si$; გამოთვლილია %: C 68,49; H 10,73; Si 9,39; OH 11,2.

5-მეთილ-(1-აცეტილციკლოპენტოლ)-5-აცეტილ-4-ტრიეთილ-პენტადიენ-2, 4-ოლ-5-ის სინთეზი

უკუმაცივრით მორგებულ მრგვალიძირა კოლბაში მოვათავსეთ ახალგამონდილი 2 გრ სილიციუმშემცველი დიენური სპირტი, დაეუმატეთ ახლად გამონდილი 15 გ ძმარმევა ანჰიდრიდი და 1 მლ ფოსფორმევა. სარეაქციო ნარევი 160 საათის განმავლობაში დაეაყვნეთ ოთახის ტემპერატურაზე. დაყვნების შემდეგ გავრეცხეთ წყლით, თან ვაცივებდით კოლბას წყლის ნაკადით, რათა ეთერი არ შესაბუნელიყო, შემდეგ გავრეცხეთ წყლით, გამოვწვლილეთ ეთერით და გავაშრეთ გლაუბერის მარილზე. ეთერის მოშორების შემდეგ გამოვხადეთ 0 მმ წნევაზე 160—161°. მივიღეთ გამჭვირვალე ბლანტი სითხე—1 გ. რაოდენობით, რაც თეორიულს 38%-ს შეადგენს. ანალიზი სითხისა, რომელიც 0 მმ წნევაზე ღულს 160—161°C-ზე: n_D^{20} 1,5170; d_4^{20} 1,0431; MR_D 112,6. გამოთვლილია 110,2. ნაპოვნია %: C 66,45; H 9,66; Si 7,85; გამოთვლილია $C_{21}H_{36}O_4Si$: 66,31; H 9,00; Si 7,00

5-მეთილ-(1-ოქსიცეკლოპენტოლ)-4-ტრიეთილსილილპენტადიენ-2, 4-ოლ-5-ის ჰიდრირება Pd/CaCO₃-ის თანდასწრებით

1,35 გრამი ზემოხსენებული სილიციუმშემცველი დიენური სპირტის 50 მლ სპირტში ჰიდრირებისას Pd/CaCO₃-ის თანდასწრებით შთაინთქა 236 მლ. წყალბადი. გამოთვლილია 203 მლ (P723t 22°C). გამსნელის მოშორების შემდეგ პროდუქტი გამოვხადეთ ვაკუუმზე. გამოიხადა ნივთიერება 1 მმ წნევაზე 130—131°C-ზე.

ანალიზი სითხისა, რომელიც 1 მმ წნევაზე ღულს 130—131°C-ზე: R_D^{20} 1,4935; d_4^{20} 0,9673; MR_D 90,12; გამოთვლილია 91,43. ნაპოვნია %, C 75,37; H 9,22; Si 6,88; OH 11,18; $C_{17}H_{26}$ SiO₂ გამოთვლილია %, C 76,00; H 9,00; Si 7,00 OH 12,32.

5-მეთილ-5-(1-ოქსიცეკლოპენტოლ)-პენტინ-3-ენ-1-ოლ-5-ზე დიეთილდიქლორსილანის ურთიერთქმედება

სამყელა კოლბაში, რომელსაც მორგებული ჰქონდა მექანიკური სარეველა, უკუმაცივარი და თერმომეტრი, მოვათავსეთ 5 გ. ცეკლოპენტოლის რადიკალის შემცველი α-ენინგლიკოლი, დაეუმატეთ მცირე რაოდენობა აბსოლუტური ეთერისა, 5 გ პირიდინი და 4 გ დიეთილდიქლორსილანი, მუდმივი მორევის პირობებში

სარეაქციო ნარევი ვაცხელეთ $60-70^{\circ}\text{C}$ -მდე 8 საათის განმავლობაში. მივიღეთ ორი ფენა. ზედა ფენა გადმოვიტანეთ დეკანტაციით. ქვედა ნალექის დაფარვალეთ წყლით, გამოვწვლილეთ ეთერით და გამოვასრეთ გლაუბერის მარილზე. ზედა ფენა ეთერის მოშორების შემდეგ გამოვხადეთ ვაკუუმზე. მივიღეთ შემდეგი ფრაქციები:

I ფრაქცია $45-60^{\circ}\text{C}$ 1 მმ წნევაზე,

II ფრაქცია $142-145^{\circ}\text{C}$ 1 მმ წნევაზე,

III ფრაქცია არის ძირითადი. I ფრაქცია მიღებულ იქნა უმნიშვნელო რაოდენობით.

ანალიზი სითხის, რომელიც 1 მმ წნევაზე დუღს $142-145^{\circ}\text{C}$ -ზე. R_D^{20} 1,5100; d_4^{20} 1,0641; MR_D 124,8; გამოთვლილია 128,1, ნაპოვნია %: C 69,01; H 8,00; Si 6,30; OH 6,4; $\text{C}_{28}\text{H}_{40}\text{O}_4\text{Si}$ გამოთვლილია %: C 69,17; H 8,87; Si 5,91; OH 7,3.

5-მეთილ-5-(1-ოქსიცელოპენტილ)-პენტენ-3-ენ-1-ოლ-5-ის ურთიერთქმედება მეთილფენილდიქლორსილანთან

სამყელა კოლბაში, რომელსაც ჰქონდა მექანიკური სარეველა, უკუმაცივარი და საწვეთი ძაბრი, მოვათავსეთ 3 გ ცელოპენტის რადიკალის შემცველი α -ენინგლიკოლი, დაეუმატეთ 2,5 გ პირიდინი და 2,8 გ მეთილფენილდიქლორსილანი. მექანიკური მორევა განვაგრძეთ 10 საათის განმავლობაში. რეაქციის დამთავრების შემდეგ მივიღეთ ორი ფენა: ზედა ეთერიანი ფენა გადმოვიტანეთ დეკანტაციით, ხოლო ქვედა ფენა (ნალექი) დავშალეთ წყლით, გამოვწვლილეთ ეთერით და გავაშვრეთ გლაუბერის მარილზე.

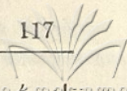
ეთერის მოშორების შემდეგ გამოვხადეთ ვაკუუმზე, მივიღეთ ერთი ფრაქცია, რომელიც დუღს $169-170^{\circ}\text{C}$ 1 მმ წნევაზე.

ანალიზი სითხისა, რომელიც 1 მმ წნევაზე დუღს $169-170^{\circ}\text{C}$ -ზე n_D^{20} 1,5362; d_4^{20} 1,0691; MR_D 139,4; გამოთვლილია 141,01, ნაპოვნია %C 71,04; H 7,83; Si 6,08; OH 6,7; გამოთვლილია $\text{C}_{29}\text{H}_{38}\text{SiO}_2$ %: C 70,71; H 7,95; Si 5,85; OH 7-2.

დასკვნა: 1. პირველადაა შესწავლილი ცელოპენტის რადიკალის შემცველი α -ენინგლიკოლზე ალკილჰიდრიდსილანის, კერძოდ ტრიეთილჰიდრიდსილანის მოქმედება კატალიზატორ H_2PtCl_6 -ის თანდასწრებით, დადგენილია, რომ მიიღება სამმაგაკავშირთან მიერთების პროდუქტი—5-მეთილ-5-(1-ოქსიცელოპენტილ)-4-ტრიეთილსილილპენტადიენ-2, 4-ოლ-5. აღნიშნული ნაერთი Pd/CaCO_3 თანდასწრებით ჰიდრირებისას იძლევა სილიციუმის შემცველ ნაჯერ გლიკოლს-5-მეთილ-5-(1-ოქსიცელოპენტილ)-4-ტრიეთილსილილპენტანოლ-5-ს.

მიღებული სილიციუმშემცველი დიენური α -გლიკოლი ადვილად შედის ეთერიფიკაციის რეაქციაში ძმარმევა ანჰიდრიდთან H_3PO_4 -ის თანდასწრებით და დიეთერი- 5-მეთილ - (1-აცეტილციკლოპენტილ)-4-ტრიეთილსილილპენტადიენ-2,4-ი მიიღება.

შესწავლილია ზემოხსენებულ α -ენინგლიკოლზე დიეთილდიქლორსილანისა და მეთილფენილდიქლორსილანის ურთიერთქმედების რეაქციები პირიდინის არეში.



დადგენილია, რომ მოლეკულა ორმაგდება სილოქსანური ფორმის წარმოქმნით.

(წარმოდგენილია 28.IV. 1972)

მაღალმოლეკულური ნაერთების
კათედრა

ლიტერატურა

1. А. Д. Петров, Е. Ц. Шуковская. Изв. АН СССР, ОХН 8.1958, 1125.
2. А. Д. Петров, Е. Ц. Шуковская, ДАН СССР. 115, 1957, 3.
3. И. М. Гвердцители, К. И. Черкезишвили, А. Д. Петров, ДАН СССР, 136,4, 1961, 817.
4. И. М. Гвердцители, К. И. Черкезишвили, Ш. А. Самсония, Труды ТГУ, 104, 1964, 307.
5. ა. ი. ნოღაიდელო, ნ. ა. რთველიაშვილი, თსუ შრომები. 126, 1968, 18.

А. И. НОГАИДЕЛИ, Н. А. РТВЕЛИАШВИЛИ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АЛКИЛГИДРИД- И АЛКИЛХЛОРСИЛАНА С 5-МЕТИЛ-5-(1-ОКСИЦИКЛОПЕНТИЛ-)ПЕНТИН-3-ЕН-1-ОЛОМ-5 В ПРИСУТСТВИИ H_2PtCl_6

Резюме

В результате взаимодействия триэтилгидридсилана с 5-метил-5-(1-оксициклопентил)-пентин-3-ен-1-олом-5 в присутствии H_2PtCl_6 получается кремнийсодержащий α -гликоль диэтиленового ряда 5-метил-(1-оксициклопентил)-4-триэтилсилил-пентадиен-2,4-ол-5. Гидрированием 5 метил-(1-оксициклопентил)-4-триэтилсилилпентадиен-2,4-ола-5 в присутствии катализатора $Pd/CaCO_3$ присоединяется две молекулы водорода и получается 5-метил-(1-оксициклопентил)-4-триэтилсилил-пентанол-5. Установлено также, что действием алкилхлорсиланов на 5-метил-(1-оксициклопентил)-пентин-3-ен-1-ол-5 в среде пиридина получены кремниевые эфиры.

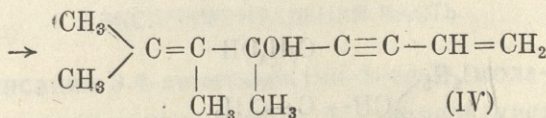
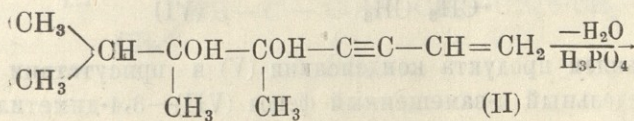
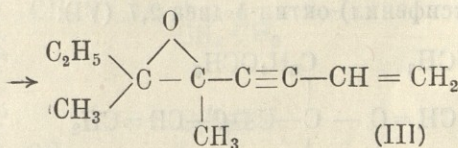
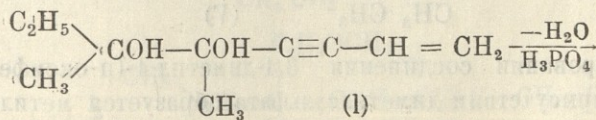
КОНДЕНСАЦИЯ ФЕНОЛОВ С ВИНИЛЭТИНИЛ- α -ГЛИКОЛЯМИ
 В ПРИСУТСТВИИ ФОСФОРНОЙ КИСЛОТЫ

А. И. НОГАИДЕЛИ, А. И. КАХНИАШВИЛИ, Н. А. РТВЕЛИАШВИЛИ

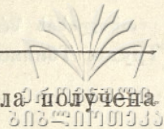
Конденсация фенолов с ацетиленовыми и винилацетиленовыми спиртами в присутствии фосфорной кислоты была осуществлена И. Н. Назаровым и его сотрудниками [1], а конденсация неопределенного γ -гликоля — тетраметилбутиндиола с фенолом была изучена И. Н. Назаровым и А. И. Кахниашвили [2], [3].

Нами изучались реакции конденсации винилэтинил- α -гликолей [4] с фенолом в присутствии фосфорной кислоты. С этой целью с фенолом были конденсированы 3,4-диметил октин-5-ен-7-диол-3,4 (I) и 2,3,4-триметил октин-5-ен-7-диол-3,4 (II).

Конденсация сопровождается дегидратацией α -енингликолей и, в зависимости от строения исходного α -енингликоля, образуются окись (III) и непредельный спирт (IV) по схеме:

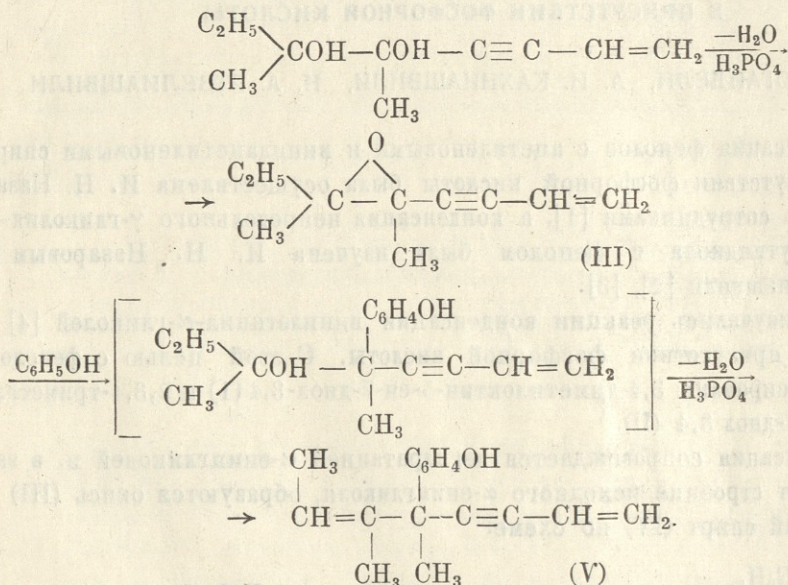


Строение полученной окиси было подтверждено омблением последней в кислой среде с образованием соответствующих α -гликолей. Подобный механизм реакции был доказан дегидратацией указанных энингликолей в присутствии фосфорной кислоты, причем полученные окиси и непредель-

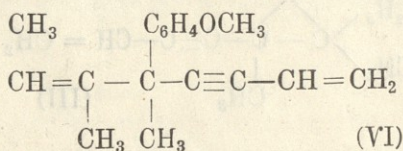


ный спирт были охарактеризованы, а также подобная окись была получена и идентифицирована из продуктов нейтральной вытяжки.

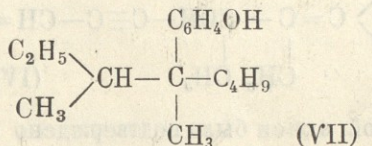
Исходя из этого, нам кажется, что α-енингликоль (I) конденсируется с фенолом через стадии образования промежуточной окисной формы (II), после чего полученный продукт конденсации подвергается дегидратации. Исходя из этого, можно предполагать, что в случае гликоля (I) конденсация с фенолом протекает по следующей схеме:



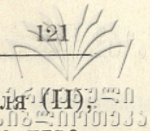
При метилировании соединения 3,4-диметил-4-(п-оксифенил-октин-5-диена-2,7 (V) в присутствии диметилсульфата образуется метиловый эфир 3,4-дилетил-4-(п-метоксифенил)-октин-5-диена-2,7 (VI):



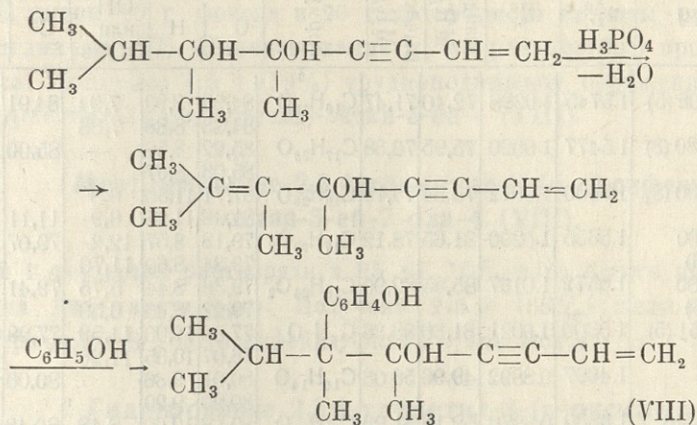
Гидрированием продукта конденсации (V) в присутствии Pd (CaCO_3) образуется предельный п-замещенный фенол (VII)—3,4-диметил-4-(п-оксифенил)-октан:



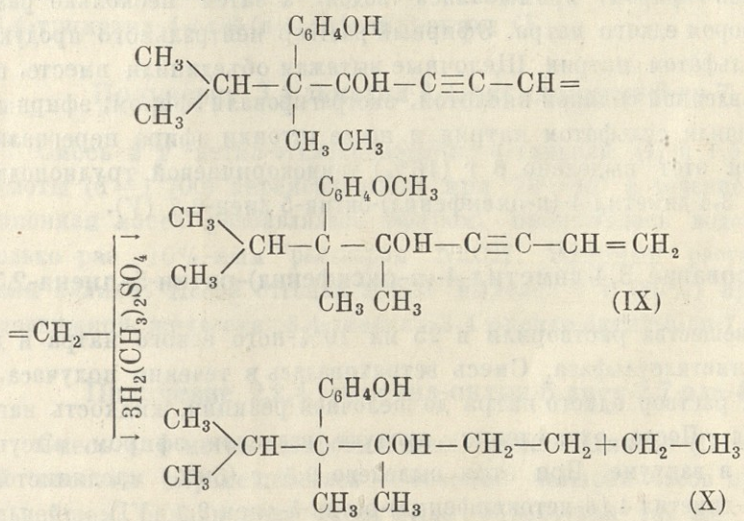
Известен ряд примеров образования окисей из α-гликолей в присутствии катализаторов [4]. И наши опыты подтвердили подобный механизм реакции конденсации фенола с α-енингликолями.



Нам кажется, что промежуточная дегидратация α -енингликоля (II) должна протекать в сторону менее гидрогенизированного третичного углеродного атома по схеме:



Метилированием пара-замещенного фенола (VIII) диметилсульфатом образуется 2,3,4-триметил-3-(п-метоксифенил)-4-ол-октин-5-ен-7 (IX), а при гидрировании в присутствии Pd/CaCO₃ получается 2,3,4-триметил-3-(п-оксифенил)-октанол-4 (X) по схеме:



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Конденсация 3,4-диметил-октин-5-ен-7-диола-3,4 (I) с фенолом в присутствии фосфорной кислоты

К смеси 10 г фенола и 20 г фосфорной кислоты прибавляли по каплям 27 г α -енингликоля (I). Реакция протекала разогреванием и температура смеси достигала 40—45°. Перемешивание и нагревание реак-



№№ пп	Вещ.	Т. кип. (в мм)	n _D ²⁰	d ₄ ²⁰	Найд. MR _D	Вычисл. MR _D	Формула	Найдено %			Вычислено %		
								С	Н	ОН или ОСН ₃	С	Н	ОН или СН ₃
1	V	207—208 (5)	1.5745	1.0298	72,40	71,47	C ₁₆ H ₁₈ O	84,99 84,88	8,90 8,88	7,94 7,33	84,91	7,96	7,50
2	VI	178—180 (3)	1.5477	1.0020	75,95	76,38	C ₁₇ H ₂₀ O	85,22 85,08	8,58 8,67	—	85,00	8,33	
3	VII	228—230 (8)	1.5400	1.0012	73,34	74,19	C ₁₆ H ₂₆ O	81,71 81,48	11,30 11,25	6,8 6,9	11,11	7,00	
4	VIII	198—200 (5—6)	1.5655	1.0290	81,65	78,12	C ₁₇ H ₂₂ O ₂	79,18 79,34	8,57 8,60	12,2 11,76	79,07	8,52	12,6
5	IX	178—180 (5—6)	1.5572	1.0197	85,85	82,90	C ₁₈ H ₂₄ O ₂	79,36 79,22	8,44 8,40	5,75 6,53	79,41	8,82	6,15
6	X	148—151 (5)	1.5300	1.0021	81,36	88,36	C H O	77,08 78,07	10,00 10,35	11,59 11,26	77,28	10,60	12,6
7	III	94 (4)	1.4697	0.8892	49,96	56,03	C ₁₀ H ₁₄ O	80,01 80,20	9,36 9,20		80,00	9,33	
8	IV	118 (5—6)	1.4880	0.8976	52,18	51,99	C ₁₁ H ₁₆ O	80,38 80,47	10,00 9,99	8,48 8,80	80,48	9,75	9,6

ционной смеси (60—70°) продолжалось еще 24 часа. Реакционная масса разбавлялась эфиром, промывалась водой, а затем несколько раз 10%-ным раствором едкого натра. Эфирный раствор нейтрального продукта высушили сульфатом натрия. Щелочные вытяжки объединили вместе, подкислили разбавленной соляной кислотой, экстрагировали эфиром; эфирный раствор высушили сульфатом натрия и после отгонки эфира перегнали в вакууме. При этом выделено 6 г (16%) темнокоричневой трудноподвижной жидкости: 3,4-диметил-4-(п-оксифенил)-октин-5-диен-2,7 (V).

Метилирование 3,4-диметил-4-(п-оксифенил)-октин-5-диена-2,7 (V)

5 г вещества растворили в 25 мл 10%-ного едкого натра и добавили 6 мл диметилсульфата. Смесь встряхивалась в течение получаса. Затем прибавили раствор едкого натра до щелочной реакции, жидкость нагревали до кипения. После охлаждения продукт извлекли эфиром, высушили и перегнали в вакууме. При этом выделено 2,5 г (50%) маслянистой жидкости: 3,4-диметил-4-(п-метоксифенил)-октин-5-диен-2,7 (VI).

Гидрирование 3,4-диметил-4-(п-оксифенил)-октин-5-диена-2,7 (VI)

При гидрировании 1,62 г вещества в 50 мл этилового спирта в присутствии Pd на углекислом кальции поглотилось 800 мл водорода (21°, 730 мм) (требуется 786 мл). Продукт перегнали в вакууме. Получен 1 г (60%) маслянистой жидкости-3,4-диметил-4-(п-оксифенил)-октан (VII).

При перегонке нейтрального продукта получен 3,4-диметил-3,4-оксидоктин-5-ен-7 (IV).

Конденсация 2,3,4-триметил-октин-5-ен-7-диола-3,4 (II) с фенолом в присутствии фосфорной кислоты.

К смеси 10 г фенола и 20 г фосфорной кислоты прибавляли 30 г α -енингликоля (II). Перемешивание и нагревание (80°) продолжалось еще 24 часа. Получено 4,5 г (10%) трудноподвижной окрашенной жидкости — 2,3,4-трисетил-3-(*p*-оксифенил)-октин-5-ен-4 (VIII).

Метилирование 2,3,4-триметил-8-(*p*-оксифенил)-октин-5-ен-7-ола-4 (VIII).

4 г вещества растворяли в 25 мл 10%-ного едкого натра и добавляли 6 мл диметилсульфата. Получено 2,5 г (59%) желтоватой жидкости: 2,3,4-триметил-8-*p*-метоксифенил)-октин 5-ен-7-ол 4.

Гидрирование 2,3,4-триметил-3-(*p*-оксифенил)-октин-5-ен-7-ола-4 (VIII)

При гидрировании 2 г вещества в 50 мл этилового спирта в присутствии Pd/CaCO₃ поглотилось 580 мл водорода ($15^\circ, 730$ мм) (требуется 572 мл). Был выделен 1 г (50%) желтоватой маслянистой жидкости — 2,3,4-триметил-4-ол-3-(*p*-оксифенил)-октан (X).

Получение 3,4-диметил-3,4-оксидооктин-5-ен-7 (III).

Смесь 2 г метил-этилвинилэтинил- α -гликоля (I) и 1,5 г фосфорной кислоты ($d=1.700$) перемешивалась при $70-80^\circ$ в течение 4 часов. Реакционная масса разбавлялась эфиром, промывалась водой, а затем несколько раз 10%-ным раствором NaOH. Эфирный раствор высушили едким калием. После отгонки эфира выделен 1 г (33%) прозрачной легкоподвижной жидкости: 3,4-диметил-3,4-оксидо-октин-5-ен-7 (III).

Получение 2,3,4-триметил-октин-5-диен-2,7-ола-4 (IV)

Смесь 4 г метил-изопропилвинилэтинил α -гликоля (II) и 2 г фосфорной кислоты перемешивалась в течение четырех часов при $70-80^\circ$. В дальнейшем реакционная масса была обработана так же, как в предыдущем опыте. При перегонке в вакууме получено 2 г (55%) прозрачной жидкости со специфическим запахом (IV).

ВЫВОДЫ

При конденсации фенола с α -енингликолями (I-II) оказалось, что в случае енингликолей (I) конденсация в присутствии фосфорной кислоты протекает через промежуточное образование соответствующей α -окиси, конденсация же енингликоля с изопропиловым радикалом (II) протекает



ქართული
საბჭოთაო
აკადემია

через стадии частичной внутримолекулярной дегидратации исходного гликоля в диениновый спирт с последующей конденсацией последнего с фенолом, с образованием п-замещенного фенола.

(Представлено 15 II. 1973).

Кафедра
высокомолекулярных соединений

ლიტერატურა

1. И. Н. Назаров и А. И. Кузнецов, Изв. АН СССР, ОХН 113 (1941).
2. И. Н. Назаров и А. И. Кахниашвили, ЖОХ, 454 (1952).
3. А. И. Кахниашвили и Т. Н. Кипаренко, ЖОХ, 941 (1957).
4. А. И. Ногаидели, Н. А. Ртвелиашвили, ЖОХ, 6, 1737 (1964). Труды ТГУ, 194 (1964).
5. М. С. Малиновский, Окиси олефинов и их производные, 121, Москва (1961).
6. Ф. Я. Первеев, Вестник ЛГУ, № 2, 174 (1955).

ა. ნოლაიძელი, ა. კახნიაშვილი, ნ. რთველიაშვილი

ფენოლის კონდენსაცია ვინილეთილნილ- α -გლიკოლმეტანს ფოსფორმუხავას თანდასწრებით

რეზიუმე

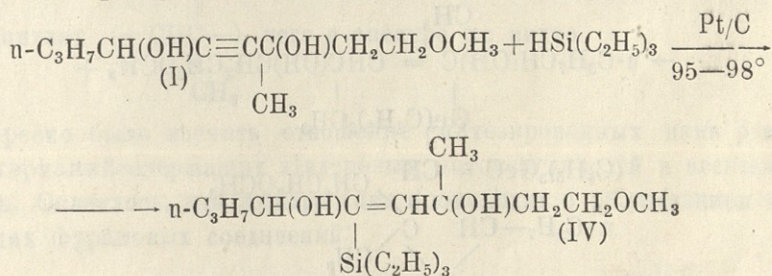
აღნიშნულ შრომაში აღწერილია α -ენინგლიკოლების კონდენსაციის რეაქციები ფოსფორმუხავას თანდასწრებით. ამ მიზნით სინთეზირებულ იქნა 3,4-დიმეთილ-ოქტინ-5-ენ-7-დიოლი-3,4 და 2,3,4 ტრიმეთილოქტინ-5-ენ-7-დიოლი-3,4. დადგენილია, რომ კონდენსაციის რეაქციას თან ახლავს α -ენინგლიკოლების დეჰიდრატაცია. დეჰიდრატაციის შედეგად ადგილი აქვს როგორც α -ჟანგის, ისე უჯერი სპირტის წარმოქმნას. მიღებული ჟანგის აგებულება დგინდება მყავე არეში შესაპნვით და შესაბამისი გლიკოლების წარმოქმნით. მიღებული კონდენსატების აგებულება დადგენილია მეთილირებით, ჰიდრირებით და კვლევის ფიზიკური მეთოდებით.

ИЗУЧЕНИЕ РЕАКЦИИ ГИДРОСИЛИЛИРОВАНИЯ И ГИДРОГЕРМИЛИРОВАНИЯ 3-МЕТИЛ-1-МЕТОКСИНОНИН-4-ДИОЛА-3,6

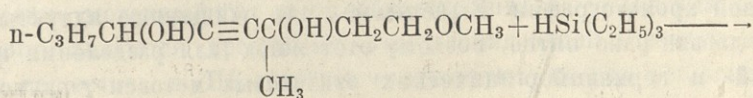
И. М. ГВЕРДЦИТЕЛИ, Е. С. ГЕЛАШВИЛИ,
 Т. И. ХМИАДАШВИЛИ, К. В. ДОНДУА

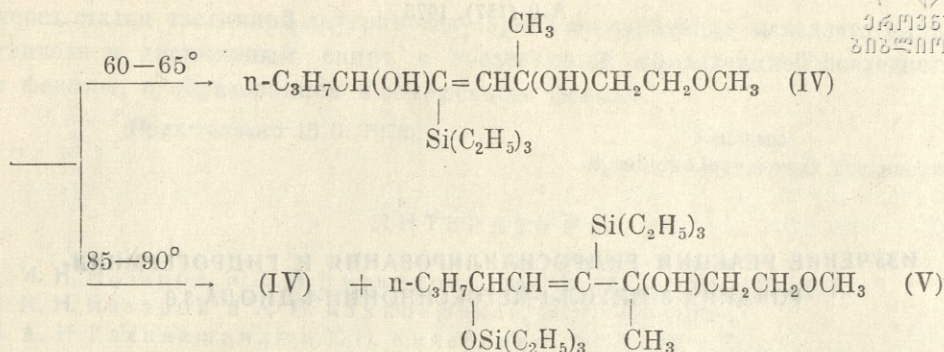
Ранее нами были изучены реакции гидросилилирования и гидрогермилирования дитретичных ацетиленовых метокси- γ -гликолей [1]. Выяснилось, что в вышеуказанных реакциях ацетиленовые метокси- γ -гликоли в основном ведут себя аналогично ацетиленовым γ -гликолям.

Для проведения реакции гидросилилирования вторично-третичного метокси- γ -гликоля (I) в качестве катализатора мы использовали как катализатор Вагнера (Pt/C), так и Спейера (O, 1M раствор H_2PtCl_6 в изопропиловом спирте). Оказалось, что в присутствии Pt/C реакция идет с присоединением триэтилсилильной группы по тройной связи:



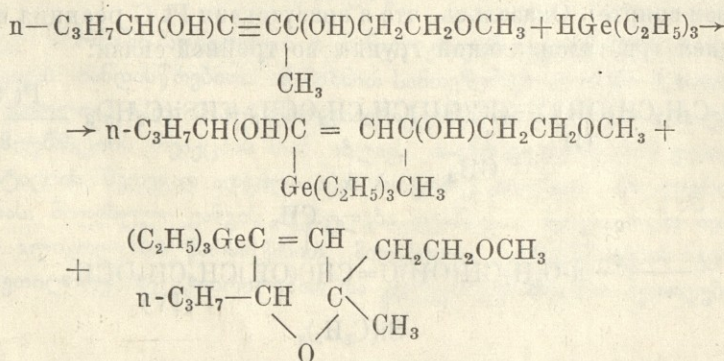
Выход кремнесодержащего этиленового гликоля незначителен (19%). Большая часть реакционной смеси осмолилась, поэтому катализатор Вагнера нами был заменен более активным катализатором Спейера. Оказалось, что реакция гидросилилирования при температуре 60—65° в присутствии 1,2 мл катализатора (на 0.1 М гликоля) приводит к образованию продукта присоединения по тройной связи (IV), а повышение температуры реакции до 85—90°, увеличение количества катализатора (2 мл на 0,1 М гликоля) и продолжительности реакции способствуют также образованию продукта одновременной дегидроконденсации (V) в незначительном количестве:





В ИК-спектрах синтезированных веществ обнаружены полосы поглощения Si—C связи в области 1240 см⁻¹, гидроксильной группы—в области 3480—3380 см⁻¹ и C=C связи—в области 1600 см⁻¹. В спектре продукта дегидроконденсации (V) обнаружена также полоса, характерная для Si—O связи в области 1080 см⁻¹.

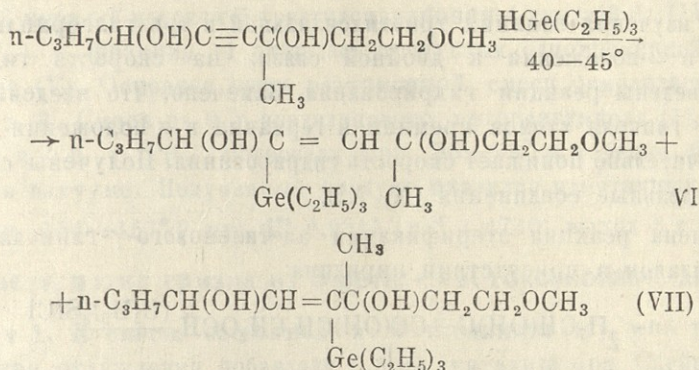
Помимо изучения реакции гидросилилирования, мы изучили ту же реакцию с участием триэтилгермана. Выяснилось, что в отличие от триэтилсилана реакция идет только по тройной связи. Она начинается при комнатной температуре и протекает с выделением тепла до 75—80°. Имеет место также образование продукта дегидратации ожидаемого аддукта:



Для выяснения влияния температуры на ход реакции гидрогермилрования нами была проведена реакция взаимодействия триэтилгермана при сравнительно низких температурах (40—45°). Ход реакции контролировали методом тонкослойной хроматографии. Оказалось, что реакция завершается за 2,5 часа. Единственным продуктом реакции был продукт присоединения гидрогермана по тройной связи (выход 91%).

Для установления порядка присоединения триэтилсилана и триэтилгермана по тройной связи гликоля мы постарались применить метод тонкослойной хроматографии. Выяснилось, что очищенные аддукты на пластинке давали одно пятно, поэтому этот метод для разделения изомерных кремний- и германийорганических этиленовых метокси-γ-гликолей в нашем случае оказался неудобным. Лишь в случае гидрогермилрования при

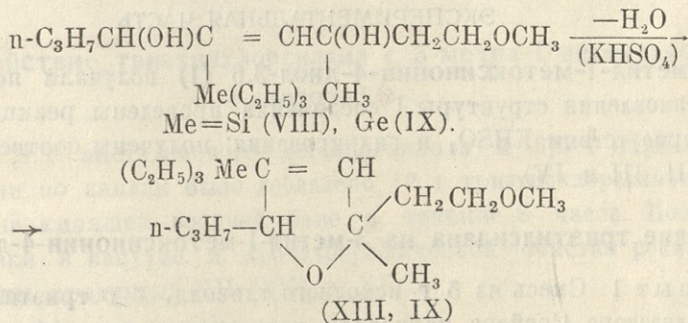
низкой температуре (40—45°) нам удалось установить порядок присоединения по тройной связи:



Выделенные изомеры имеют различные температуры кипения, что дало возможность выделить их в индивидуальном состоянии. Они характеризуются одинаковым молекулярным весом и значениями R_f . ИК-спектры обоих изомеров находятся в полном совпадении друг с другом (3270—3200 cm^{-1} —OH, 1600—1590 cm^{-1} —C=C, 1230, 700, 570 cm^{-1} —C—Ge). В ЯМР-спектре второй фракции (VII) имеется дублет от =CH—группы с химическим сдвигом 5,86 м. д., что и определяет практически полностью ее структуру. Если бы вещество имело (VI) структуру, то вместо дублета (=HC=)

был бы синглет ($\begin{array}{c} \text{OH} \\ | \\ =\text{HC}- \\ | \\ \text{CH}_3 \end{array}$), чего в спектре не видно.

Интересно было изучить отношение синтезированных нами β -кремний- и β -германийсодержащих этиленовых метоксигликолей к агентам дегидратации. Оказалось, что дегидратация происходит с образованием соответствующих фурановых соединений:

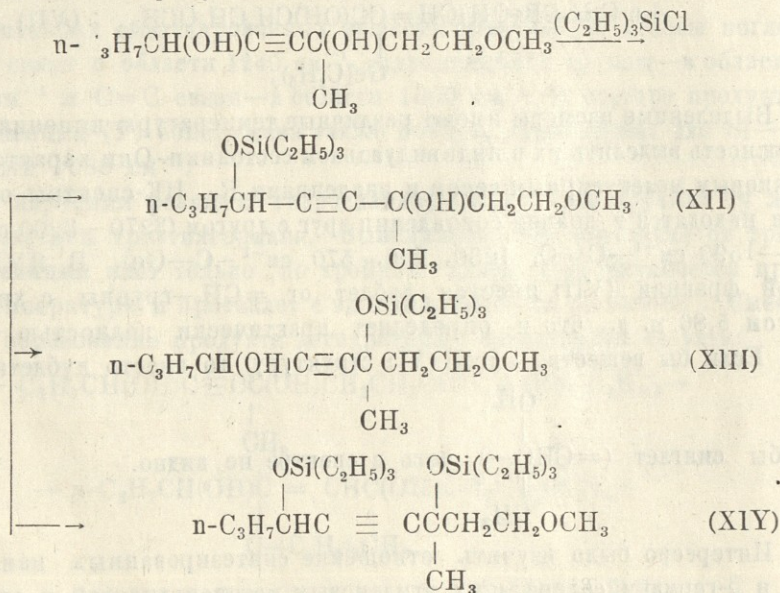


Определение молекулярных весов образовавшихся соединений показывает, что они являются продуктами отщепления одной молекулы воды от исходного вещества; в ИК-спектрах отсутствуют полосы поглощения, характерные для гидроксильных групп, двойная связь проявляется в обла-

сти 1600—1590 см⁻¹, а изучение УФ-спектров показало наличие в них одной двойной связи.

Для изучения влияния триэтилсилильной и триэтилгермильной групп, стоящих в α-положении к двойной связи, на скорость гидрирования были проведены реакции гидрирования. Замечено, что введение в состав молекулы гликоля атомов кремния и германия в α-положении к двойной связи значительно понижает скорость гидрирования. Получены соответствующие предельные соединения (X, XI).

Изучена реакция этерификации ацетиленового-γ-гликоля с триалкилхлорсиланом в присутствии пиридина:



Полученные изомеры разделены хроматографическим путем.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

3-метил-1-метоксинонин-4-диол-3,6 (I) получали по методу [2]. Для установления структуры I соединения проведены реакции дегидратации в присутствии KHSO₄ и гидрирования; получены соответственно продукты (II, III и IV).

Действие триэтилсилана на 3-метил-1-метоксинонин-4-диол 3,6 (I).

Опыт 1. Смесь из 5 г исходного гликоля, 6 г триэтилсилана и 0,3 мл катализатора Спейера нагревали при температуре 60—65° в течение 6 часов. После перегонки в вакууме и хроматографической очистки реакционной смеси выделен 3-метил-1-метокси-5 триэтилсилилнонен-4-диол-3,6 (IV). Часть реакционной смеси осмолилась.

Опыт 2. Реакцией при температуре 85—90° в течение 7 часов

из 10 г гликоля и 10 г триэтилсилана в присутствии 1 мл катализатора Спейера выделены две фракции: константы первой фракции совпали с константами 3-метил-1-метокси-5-триэтилсилонен-4-диола-3,6 (IV), выход 1,5 г (8,3%), а фракция II оказалась продуктом одновременной дегидроконденсации (V). Основная часть реакционной смеси осмолилась.

Опыт 3. Смесь из 9 г ацетиленового метоксигликоля (1), 6 г триэтилсилана и 0,2 г Pt/C нагревали при 95—98° в течение 40 часов и разогнали в вакууме. Полученный продукт оказался идентичным продукту (IV); т. кип. 154—157°/2 мм; d_4^{20} 0,9315; n_D^{20} 1,4740; выход 3 г (19%).

Действие триэтилгермана на 3-метил-1-метоксиинон-4-диол-3,6.

Опыт 1. К смеси, состоящей из 6 г гликоля (1) и 5 г гидрида германия при охлаждении добавляли 0,3 мл катализатора Спейера. Реакционная масса была нагрета на водяной бане при температуре 40—45° и разогнана в вакууме. Получены две фракции: 3-метил-1-метокси-5-триэтилгермилнонен-4-диол-3,6 (VI) и 1-метокси-4-триэтилгермилнонен-4-диол-3,6 (VII).

Опыт 2. Брали 5,5 г гликоля, 4,5 г триэтилгермана и 0,5 мл катализатора. Реакция прошла с выделением тепла (до 75°) и закончилась через 25 минут. Реакционная смесь была нагрета еще в течение часа и расфракционирована в вакууме; получены продукты VI, VII и IX.

Дегидратация 3-метил-1-метокси-5-триэтилсилонен-4-диола-3,6

Смесь из 3 г кремнесодержащего этиленового гликоля (IV), 1,5 г H_2SO_4 и 0,1 г дитизона была нагрета в атмосфере азота и расфракционирована. Получен продукт VIII. Аналогично получен IX дегидратацией VI вещества.

Гидрированием (IV) и (VI) в присутствии никеля/Ренея соответственно получены X и XI.

Взаимодействие триэтилхлорсилана с 3-метил-1-метоксиинон-4-диолом-3,6

К смеси 8 г ацетиленового метоксигликоля и 6,5 г пиридина при перемешивании по каплям было добавлено 12 г триэтилхлорсилана. Смесь нагревалась на кипящей водяной бане в течение 8 часов. После расфракционировки в вакууме и хроматографической очистки реакционной смеси получены продукты: XII, XIII и XIV.

(Представлено 20. II. 1973)

Кафедра
органической химии

№№	Соединение	Выход	Т. кип. в °С (Р мм)	n_D^{20}	d_4^{20}	MR _D		Найдено %				Формула	Вычислено %			
						Найд.	Выч.	С	Н	Si/Ge	ОН		С	Н	Si/Ge	ОН
I	3-метил-1-метоксинонин-4-диол-3,6	50,0	136—138/2	1,4680	0,9893	56,2	56,3	65,50	10,40	—	16,9	C ₁₁ H ₂₀ O ₃	66,00	10,00	—	17,1
II	3-метил-1-метоксинонин-4-диол-3,6	44,7	119—121/3	1,4840	0,8906	52,6	52,2	80,30	9,50	—	—	C ₁₁ H ₁₆ O	80,50	9,70	—	—
III	3-метил-1-метоксинонин-4-ен-2-ол-6	7,0	152—154/3	1,4750	0,9628	58,8	54,0	72,20	9,90	—	8,9	C ₁₁ H ₁₈ O ₂	72,50	9,90	—	9,3
IV	3-метил-1-метокси-5-триэтилсиллилнонен-4-диол-3,6	35,0	153—157/2	1,4718	0,9527	95,3	95,2	64,80	11,40	9,0	10,9	C ₁₇ H ₃₆ O ₃ Si	64,50	11,40	8,9	11,0
V	3-метил-1-метокси-4-триэтилсиллил-6-триэтилсилиоксинонен-4-ол-3	4,3	180—181/2	1,4788	0,9283	131,3	131,5	64,60	11,70	13,60	4,2	C ₂₃ H ₅₀ O ₃ Si ₂	64,20	11,60	13,60	4,00
VI	3-метил-1-метокси-5-триэтилгермилнонен-4-диол-3,6	68,3	149—151/1	1,4840	1,0606	97,3	97,1	56,90	10,40	20,10	9,8	C ₁₇ H ₃₆ O ₃ Ge	56,60	10,00	20,10	9,5
VII	3-метил-1-метокси-4-триэтилгермилнонен-4-диол-3,6	15,7	159—161/1	1,4852	1,0640	97,2	97,1	56,50	10,10	20,60	9,8	C ₁₇ H ₃₆ O ₃ Ce	56,60	10,00	20,10	9,5



ИЗДАНИЕ 1979

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
VIII	1-метил-4-н-пропил-1-метоксиэтил-3-триэтилсиллфурен-2	71,4	127—129/1	1,4620	0,8960	91,4	91,6	68,60	11,10	9,4	—	$C_{17}H_{34}O_2Si$	63,50	11,40	9,40	—	
IX	1-метил-4-н-пропил-1-метоксиэтил-3-триэтилгермилфурен-2	63,3	127—128/1	1,4750	1,0305	93,6	93,7	59,70	10,00	20,60	—	$C_{17}H_{34}O_2Ge$	59,50	9,90	21,10	—	
X	3-метил-1-метокси-5-триэтилсиллнонандиол-3,6	80,0	128—129/1	1,4810	0,9275	95,3	95,4	64,30	11,70	8,40	10,9	$C_{17}H_{38}O_3Si$	64,2	12,0	8,8	10,8	
XI	3-метил-1-метокси-5-триэтилгермилнонандиол-3,6	65,0	151—152/1	1,4845	1,0746	104,5	103,8	54,5	10,00	18,60	8,3	$C_{17}H_{38}O_3Ge$	55,00	10,10	18,50	8,3	
XII	3-метил-1-метокси-6-триэтилсилоксинонин-4-ол-3	24,2	139—140/1	1,4530	0,9128	92,9	93,0	65,20	10,50	9,20	—	$C_{17}H_{34}O_3Si$	65,00	10,80	8,9	—	
XIII	3-метил-1-метокси-3-триэтилсилоксинонин-4-ол-6	6,6	144—145/1	1,4515	0,9106	93,0	93,0	65,10	10,20	8,80	—	$C_{17}H_{34}O_3Si$	65,00	10,80	8,9	—	
XIV	3-метил-1-метокси-3,6-ди(триэтилсилокси)нонин-4	50,5	172—174/1	1,4500	0,8983	129,5	129,7	64,80	10,80	12,80	—	$C_{17}H_{34}O_3Si_2$	64,50	11,20	13,00	—	



Л И Т Е Р А Т У Р А

1. И. М. Гвердцители, Е. С. Гелашвили, ЖОХ, 37, 1967, 2297; Сообщ. АН ГССР, 49, 1963, 429; 52, 1968, 69; Труды ТГУ (в печати).
2. В. К. Тетерин, А. П. Иванов, ЖОХ, 7, 1937, 1629.

ი. გვერდწითელი, ე. ბელაშვილი, თ. ხშიადაშვილი, ქ. დონდუა

3-მეთილ-1-მეთოქსინონინ-4-დიოლ-3,6-ის ჰიდროსილილირებისა და ჰიდროგერმილირების რეაქციების შესწავლა

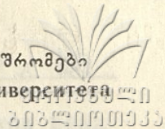
რ ე ზ ი უ მ ე

შესწავლილია აცეტილენის რიგის მეორად-მესამადი მეთოქსიგლიკოლის 3-მეთილ-1-მეთოქსინონინ-4-დიოლ-3,6-ის ჰიდროსილილირებისა და ჰიდროგერმილირების რეაქციები. დადგენილია, რომ სპეიერის კატალიზატორის თანდასწრებით ჰიდროსილილირება მიმდინარეობს ორი მიმართულებით: 60-65°-ზე მიიღება მხოლოდ სამმაგ კავშირთან სილანის მიერთების პროდუქტი, ხოლო 85-90°-ზე და ჭარბი კატალიზატორის თანმყოფობისას წარმოიქმნება აგრეთვე ჰიდროქსილის ჯგუფთან სილანის ერთდროული დეჰიდროკონდენსაციის პროდუქტიც; იგივე რეაქცია ვაგნერის კატალიზატორის თანდასწრებით მიმდინარეობს სილანის მიერთებით სამმაგ ბმასთან.

მეორად-მესამადი აცეტილენური მეთოქსიგლიკოლის ჰიდროგერმილირება მიმდინარეობს შესაბამისი აღუქტის წარმოქმნით. გამოყოფილია სამმაგ კავშირთან მიერთების პროდუქტის ორი იზომერი და დეჰიდრატაციის პროდუქტი.

ჩატარებულია 3-მეთილ-1-მეთოქსინონინ-4-დიოლ-3-ის ეთერიფიკაცია ტრიეთილქლორსილანით. გამოყოფილია როგორც სრული ისე ნაწილობრივი ეთერიფიკაციის პროდუქტები, რომელთა დაცილება ჩატარებულია თხელფენოვანი ქრომატოგრაფიით.

გამოყოფილი პროდუქტების სტრუქტურების დადგენის მიზნით გამოყენებულია ინფრაწითელი, ულტრაიისფერი და ბირთვულ-მაგნიტურ-რეზონანსული სპექტრები.



ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ 1-ПЕНТЕН-3-ОЛА, 1-ГЕКСЕН-3-ОЛА И 1-ГЕПТЕН-3-ОЛА С β -НАФТОЛОМ В ПРИСУТСТВИИ ФОСФОРНОЙ КИСЛОТЫ

А. И. КАХНИАШВИЛИ, Э. Н. ЧИКОВАНИ, Д. Ш. ИОРАМАШВИЛИ,
М. М. МЕНТЕШАШВИЛИ

Ранее [1, 2] нами было исследовано взаимодействие вторичных виниловых спиртов с фенолами в присутствии фосфорной кислоты и установлено, что реакция протекает с образованием орто- и пара-продуктов, а также изомеров по строению боковой цепи.

При взаимодействии замещенных третичных винилкарбинолов с α - и β -нафтолами установлено протекание реакции через изомеризацию исходных спиртов [3, 4].

В данной работе мы исследовали взаимодействие вторичных винилкарбинолов: 1-пентен-3-ола, 1-гексен-3-ола и 1-гептен-3-ола с β -нафтолом в присутствии фосфорной кислоты.

Реакция протекает при температуре 50° — 60° , продолжительность алкенилирования всего 20 часов.

Для установления места замещения в β -нафтоле, а также строения боковой цепи алкенилнафтола мы провели Уф-, ИК- и ЯМР-спектральное исследование синтезированных продуктов.

Электронные спектры поглощения α -замещенных β -нафтолов соединений I, II и III простираются до 340 нм. Спектры этих соединений носят одинаковый характер и весьма сходны со спектром β -нафтола [5], как по общему числу и расположению полос, так и по интенсивности, что служит доказательством открытой структуры боковой цепи. Замещение в α -положении таких больших радикалов, как $-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}-\text{R}$,

где $\text{R} = -\text{C}_2\text{H}_5$, $-\text{C}_3\text{H}_7$, $-\text{C}_4\text{H}_9$, и $-\text{CH}(\text{CH}_3)-\text{CH}=\text{CH}-\text{R}$, где $\text{R} = -\text{CH}_3$,

$-\text{C}_2\text{H}_5$, $-\text{C}_3\text{H}_7$, не влияет на форму кривой, так как их двойная связь находится в β -положении к ароматическому кольцу и ее влиянием можно пренебречь.

В случае протекания прямой конденсации по ОН-группе винилкарбинолов в ИК-спектрах синтезированных соединений I, II и III должны были присутствовать поглощения, характерные для концевой винильной

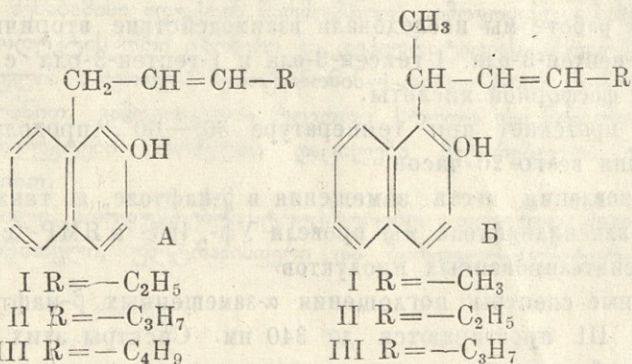
группы при 3080 см⁻¹. Отсутствие в ИК-спектрах данной полосы говорит о протекании реакции через превращение спиртов.

Уширенные полосы при 3450 см⁻¹, присутствующие в ИК-спектрах соединений I, II, III, указывают на присутствие ОН-группы. Поглощения для связей алкильных, ароматических непредельных групп выявлены в ожидаемых областях (3020, 2900, 2780, 1600, 1450, 810, 715 см⁻¹).

Для установления строения боковой цепи мы провели ЯМР-спектральный анализ синтезированных продуктов.

В области поглощения предельных протонов (0,8—2 м. д.) наблюдаются характерные для фрагментов $\text{CH}_3\text{—CH—}$, $\text{CH}_3\text{—CH=}$, $\text{—CH}_2\text{—CH=}$ и $\text{CH}_3\text{—CH}_2\text{—CH=}$ сигналы, что указывает на то, что образуются изомеры по строению цепи. Протоны нафтольного радикала дают характерную для α -замещенного нафтола картину в области 6,8—8 м. д. В области 5,2—5,6 м. д. наблюдается характерный для —CH=CH— группировки мультиплет, а при 3 м. д. наблюдается сигнал метинного протона, одновременно связанного с двумя электроотрицательными группами.

Данные ЯМР-спектральных исследований указывают на то, что синтезированные нами соединения содержат как А, так и В изомеры.



Строение замещенных β -нафтолов подтверждено также химическим превращением—гидрированием, метилированием и окислением метилового эфира α -замещенного β -нафтола. Гидрированием доказано наличие одной двойной связи, а окислением—строение боковой цепи, так как в продуктах окисления были выделены все соответствующие фрагменты продукта.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Исходные спирты получали по методу Кляйзена и Титци [6]. Взаимодействие 1-пентен-3-ола с β -нафтолом в присутствии фосфорной кислоты. К смеси 20 г β -нафтола, 15 г кристаллической фосфорной кислоты при комнатной температуре и непрерывном перемешивании добавляли по каплям 20 г 1-пентен-3-ола. Продолжительность реакции—20 часов при 50°—60°. В дальнейшем реакционная масса была так же,

как и в ранее описанных случаях, обработана. Из кислых продуктов реакции выделены лишь кристаллы не вошедшего в реакцию β -нафтола.

Из нейтральных продуктов получено 17 г продукта I, соответствующего α -замещенному β -нафтолу с т. кип. 143° — 144° (1,5 мм); n_D^{20} 1,6080; d_4^{20} 1,0941; найдено MR 66,85; вычислено, 66,17; $C_{15}H_{16}O$ найдено, %: C 85,03; 84,98; H 8,17; 8,03; вычислено, %: C 84,87; H 7,59.

Аналогично получены II—с т. кип. 148° — 149° (1 мм); n_D^{20} 1,5744; d_4^{20} 1,0690; найдено MR 69,85; вычислено 70,80; $C_{16}H_{18}O$ найдено, %: C 84,84; 84,28; H 8,20; 8,23; вычислено, %: C 84,20; H 8,00 и III—с т. кип. 176° — 177° (2 мм); n_D^{20} 1,5811; d_4^{20} 1,0581; найдено MR 75,77; вычислено 75,43; $C_{17}H_{20}O$ найдено, %: C 85,08; 85,23; H 8,65; 8,42; вычислено, %: C 84,96; H 8,38.

Гидрирование продукта 1. При гидрировании 3 г продукта в 25 мл этилового спирта в присутствии 0,5 г Pd/CaCO₃ поглотилось требуемое количество водорода, после разгонки в вакууме получено 2,6 г алкилнафтола (IV) с т. кип. 131° — 132° (1,5 мм); n_D^{20} 1,5875; d_4^{20} 0,9388; найдено MR 66,60; вычислено 66,63; $C_{15}H_{18}O$ найдено, %: C 84,05; 84,23; H 8,41; 8,83; вычислено, %: C 84,08; H 8,45.

Метилирование продукта 1. Проведено метилирование 7 г продукта диметилсульфатом. При этом выделено 5,8 г метилового эфира β -нафтола (V) с т. кип. 134° — 135° (2 мм); n_D^{20} 1,5940; d_4^{20} 1,0774; найдено MR 71,19; вычислено 71,06; $C_{16}H_{18}O$ найдено, %: C 84,98; 84,78; H 8,24; 8,11; вычислено, %: C 84,92; H 8,00.

Аналогично получены VI—с т. кип. 141° — 142° (1 мм); n_D^{20} 1,5732; d_4^{20} 1,0402; найдено MR 76,03; вычислено 75,89; $C_{17}H_{20}O$ найдено, %: C 84,77; 84,61; H 8,82; 8,64; вычислено, %: C 84,96; H 8,38, и VII—с т. кип. 168° — 169° (2 мм); n_D^{20} 1,5775; d_4^{20} 1,0465; найдено MR 80,57; вычислено 80,32; $C_{18}H_{22}O$ найдено, %: C 85,64; 85,41; H 8,69; 8,89; вычислено, %: C 85,00; H 8,71.

Окислением продуктов V, VI и VII получены соответствующие предельные кислоты: уксусная кислота с т. кип. 115° — 116° (по лит. данным, т. кип. $118,1^{\circ}$), пропионовая кислота с т. кип. 141° — 142° ; n_D^{20} 1,3877; d_4^{20} 0,9981 (по лит. данным, т. кип. 141° ; n_D^{20} 1,3872; d_4^{20} 0,9985), масляная кислота с т. кип. 159° — 160° ; n_D^{20} 1,3991; d_4^{20} 0,9581 (по лит. данным, т. кип. $163,5^{\circ}$; n_D^{20} 1,3991; d_4^{20} 0,9587), валерьяновая кислота с т. кип. 185° ; n_D^{20} 1,4086; d_4^{20} 0,9416 (по лит. данным, т. кип. $186,35^{\circ}$; n_D^{20} 1,4086; d_4^{20} 0,9420) и 2-метоксинафтойная кислота с т. пл. 176° . Окисление проведено так, как и в ранее описанных случаях [1].

ЛИТЕРАТУРА

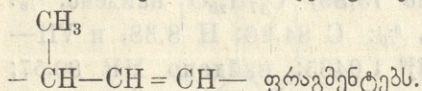
1. А. И. Кахниашвили, Э. Н. Чиковани, Сообщения АН ГССР, 52,2, 1968, 357.
2. А. И. Кахниашвили, Э. Н. Чиковани, Сообщения АН ГССР, 53, 1, 1969, 93.
3. А. И. Кахниашвили, Г. Ш. Глonti, Труды ТГУ, 74, 1959, 369.
4. А. И. Кахниашвили, Г. Ш. Глonti, Г. Д. Багратишвили, М. Л., Кантария, Д. Ш. Иорамашвили, Сообщения АН ГССР, 36, 2, 1964, 23.
5. R. A. Friedel, M. Orchin, Ultraviolet Spectra of Aromatic Compounds. New—York, 1951.
6. L. Cleisen, E. Tietze, Ber., 59, 1926, 2348.

ა. კახნიაშვილი, ე. ჩიქოვანი,
 დ. იორამაშვილი, მ. მენთეზაშვილი

**β-ნაფტოლის ურთიერთქმედება 1-ჰენტენ-3-ოლთან,
 1-ჰექსენ-3-ოლთან და 1-ჰექსენ-3-ოლთან ფოსფორაქვანას
 თანდასწრებით**

რეზიუმე

1-ჰენტენ-3-ოლის, 1-ჰექსენ-3-ოლისა და 1-ჰექტენ-3-ოლის β-ნაფტოლთან ურთიერთქმედებით მიღებულია შესაბამისი α-ჩანაცვლებული ნაერთები, რომელთა აგებულება დადგენილია როგორც ქიმიური გარდაქმნებით, ასევე ინფრაწითელი, ულტრაიისფერი და ბირთვული მაგნიტური რეზონანსის სპექტრების საშუალებით. დადგენილია, რომ რეაქცია ძირითადად მიმდინარეობს α-ჩანაცვლებული ნაერთების წარმოქმნით, რომლებიც შეიცავენ გვერდით ჯაჭვში—CH₂—CH=CH— და



ОЦЕНКА РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ПРОТИВОГРАДОВЫХ РАБОТ

А. И. БРОТГАНДЕЛЬ, Д. А. МДИНАРАДЗЕ, Л. П. КЛИМОВСКАЯ,
Г. А. РОБИТАШВИЛИ, Т. В. СЕВАСТЬЯНОВА, Г. К. СУЛАКВЕЛИДЗЕ,
Я. Г. СУЛАКВЕЛИДЗЕ, З. В. ХВЕДЕЛИДЗЕ, Г. В. ЭЛБАКЯН

На первом этапе проведения противоградовых работ в СССР были созданы методы оценки эффективности воздействия, основанные на двух показателях — уменьшение убытков, наносимых градом сельскому хозяйству и сокращение площади и случаев выпадения града [1, 2, 3]. Оценки, проведенные этими методами, показали, что применение противоградской защиты приводит к сокращению ущерба, наносимого градом, в среднем на 70—80%, на столько же примерно сокращается число случаев выпадения града и величина площади поражаемой градобитием [1, 2, 3]. При массовом внедрении указанных методов воздействия на больших площадях необходимо в основу оценки рентабельности и эффективности этих работ положить выяснение основных вопросов; а именно, приводит ли противоградовая защита к увеличению сбора урожая с единицы площади (интенсификация сельского хозяйства) и увеличивается ли на охраняемой территории доход с единицы площади (экономическая рентабельность). Уменьшение ущерба, наносимого градобитиями, не дает ответа на эти вопросы, т. к. внесение большого количества кристаллизующих реагентов (йодистого серебра и йодистого свинца) в атмосферу приводит к их вымыванию и проникновению в почву, что может изменить количество и качество урожая. Кроме того, в результате искусственной кристаллизации переохлажденной части облака внесение реагентов вызывает увеличение количества выпадающих осадков. Как показали исследования авторов этой статьи, это увеличение во время проведения противоградовых работ составляет: на Северном Кавказе—14%, по Восточной Грузии—11%, по Араратской долине—13%. Неизвестно, как повлияет это увеличение осадков на урожайность, т. к. оно происходит во время выпадения естественных значительных ливневых осадков и может привести к смыву, заилению и загниванию насаждений и посевов. Поэтому для оценки рентабельности проведения противоградовых работ необходимо учитывать весь комплекс факторов, вызванных этими работами и влияющих на урожай, а не ограничиваться учетом одного лишь сокращения убытков от градобития.

За параметры, дающие ответ на поставленные вопросы, приняты: 1) урожайность (x)—количество сельскохозяйственной продукции в центнерах, полученное с одного га охраняемой площади; 2) доход в руб. (y)—



сумма дохода в рублях, полученная с одного га той же площади. Исчерпывающие сведения по этим данным имеются в соответствующих отделах Министерства сельского хозяйства. Изменение этих двух показателей позволяет рассчитать 3) экономическую эффективность в руб. (Z), равную увеличению дохода, получаемого с одного га в результате проведения противоградовых работ; 4) относительную интенсификацию сельского хозяйства (A), показывающую, на сколько % увеличилась урожайность $\left(A = \frac{Ax}{x} 100 \right)$ в результате проведения этих работ.

Для расчета указанных величин берутся два участка (один на охраняемой и один на контрольной территории), равные по площади и находящиеся по возможности в одинаковых физико-географических условиях, на которых проводятся примерно одинаковые агротехнические мероприятия. За 10 лет до начала защиты* рассчитываются величины средней урожайности на рабочем (\bar{x}_p) и на контрольном участке (\bar{x}_k) и берется их отношение:

$$\frac{\bar{x}_p}{\bar{x}_k} = k' \quad (1)$$

По известным уравнениям статистики рассчитывается дисперсия величины k' и ее надежность. Если она меньше 0,9, то подбирается или другой контрольный участок, или же увеличивается интервал времени, за который взято усреднение. Определяется также величина среднего дохода, получаемого с одного га на рабочем (\bar{y}_p) и контрольном участках (\bar{y}_k):

$$\left. \begin{aligned} \bar{y}_p &= \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_{pi} \\ \bar{y}_k &= \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} y_{kj} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для каждого j -го года защиты рассчитывается величина Δx_j (интенсификация сельского хозяйства в j -ый год защиты)

$$\Delta x_j = x_{pj} - k' x_{kj} \quad (3)$$

Величина средней интенсификации $\bar{\Delta x}$ за n лет будет равна:

$$\bar{\Delta x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{pj} - k' x_{kj}) \quad (4)$$

Из уравнения (4) можно рассчитать дисперсию ($\bar{\Delta x}$) и надежность ее определения.

* 10 лет берется для возможности сравнения с данными оценки эффективности воздействия, рассчитанными иными способами [1, 2, 3].

При оценке интенсификации урожая по уравнению (4) возможны три случая:

- I. $\overline{\Delta x} > 0$. В этом случае средняя урожайность возрастает в результате проведения противоградовых работ.
- II. $\overline{\Delta x} = 0$. Урожайность не меняется несмотря ни проведение противоградовых работ.
- III. $\overline{\Delta x} < 0$. Урожайность уменьшается при проведении противоградовых работ. Ясно, что во II и III случаях проведение противоградовых работ не рентабельно и их следует прекратить.

Рассмотрим экономическую рентабельность проведения противоградовых работ в I случае. Если стоимость одного центнера сельхозпродукции составляет \bar{u} руб., то добавочный доход $\overline{\Delta u}$, полученный за сельхозпродукцию, собранную с одного га, равен:

$$\overline{\Delta u} = \frac{\bar{u}}{n} \sum_{j=1}^n (x_{pj} - k' x_{kj}). \quad (5)$$

Если стоимость затрат на проведение противоградской защиты одного га составляет δ руб., то при соблюдении условия ($\Delta x > 0$) могут возникнуть три случая:

- а) $\overline{\Delta u} > \delta$, т. е. добавочный доход, полученный с одного гектара, превышает стоимость затрат, связанных с его охраной. Общий доход на охраняемой территории растет, хотя, как увидим ниже, этот рост может быть связан не только с результатами противоградовых работ, но и с проведением агротехнических мероприятий.
- б) $\overline{\Delta u} = \delta$, стоимость добавочной продукции на охраняемом участке равна стоимости затрат, связанных с проведением этих работ. Доход на охраняемом участке остается неизменным.
- в) $\overline{\Delta u} < \delta$, стоимость добавочной сельскохозяйственной продукции, полученной в результате проведения противоградовых работ, не окупает затрат, связанных с их проведением. Доход на охраняемом участке уменьшается.

Для оценки экономической эффективности, которая может быть положительной лишь в том случае, если одновременно выполнено I условие и условие а), рассчитаем среднее увеличение дохода на контрольном участке ($\overline{\Delta y_k}$) за время охраны, которое получается в результате проведения агротехнических мероприятий с учетом (2). Имеем

$$\overline{\Delta y_k} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{kj} - \bar{y}_k \quad (6)$$

Разность средних величин увеличения дохода с одного га на рабочем $\overline{\Delta y_p}$ и контрольном участках за время охраны дает величину \bar{C} . \bar{C}

является реальным увеличением дохода с одного га в руб. за счет проведения противоградовых работ. Величина \bar{C} с учетом (2) и (6) равна:

$$\bar{C} = \bar{y}'_p - \bar{\Delta y}_k - \sigma = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [y_{pj} - y_{kj}] - [\bar{\Delta y}_p - \bar{\Delta y}_k] - \sigma. \quad (7)$$

Противоградовые работы экономически рентабельны лишь в том случае, когда $\bar{C} > 0$. Суммарный экономический эффект z_j за j год, полученный на всей площади, занятой посевами сельхозкультур (s_j га), при выполнении условий 1, а) и $\bar{C} > 0$, можно рассчитать из соотношения:

$$z_j = \bar{C}_j, \quad (8)$$

а средний экономический эффект (\bar{z}) за n лет охраны равен:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_j C_j. \quad (9)$$

Величину \bar{z} можно также рассчитать из выражения:

$$\bar{z} = \bar{s} [\bar{u} (\bar{x}_p - k \bar{x}_k) - \bar{\delta}],$$

где

$$\bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_j. \quad (10)$$

Повидимому, одна лишь экономическая эффективность не может определить целесообразность проведения противоградовых работ. Для этого необходимо также оценить относительную интенсификацию сельского хозяйства (A).

$$A = \frac{\bar{\Delta x}_p}{x_p} \cdot 100\% = 100 \sum_{j=1}^n \frac{x_{pj} - x_{jk} \cdot k'}{x_{pj}} \text{‰}. \quad (11)$$

Величина A во многих случаях и для многих культур будет иметь не меньшее значение, чем экономическая рентабельность (z), т. е. характеризует увеличение урожайности.

Если на охраняемой территории представлено несколько сельскохозяйственных культур, то оценка рентабельности и интенсификации делается по каждой культуре в отдельности, после чего проводится общая оценка. Может оказаться даже, что для одного и того же района противоградовые работы будут рентабельными для одной культуры и нерентабельными для другой. Приведенные расчеты несколько усложняются, если невозможно подобрать контрольный участок. В этом случае уравнение (3) необходимо заменить выражением

$$\Delta x_j = x_{pj} - k^* \bar{x}_p, \quad (12)$$

где k^* — коэффициент интенсификации сельского хозяйства на охраняемом участке, величина которого зависит от проведения агротехнических меро-

приятый. Значение k^* определяется управлениями Министерства сельского хозяйства. В этом случае приходится также менять расчеты величины C , определяя ее как разницу между реальным увеличением дохода и увеличения дохода, планируемого в результате проведения агротехнических мероприятий.

(Представлено 21. V. 1972)

Кафедра метеорологии, климатологии и океанологии
Кафедра геофизики и Институт прикладной
математики ТГУ
САР НИГМИ ВГИ, УГМС Арм. ССР
Тбилиси—Душанбе—Нальчик—Ереван

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика облаков, под редакцией А. И. Карцивадзе, Тбилиси, 1967.
2. Физика облаков и активные воздействия на градовые облака, под редакцией В. П. Ломинадзе, Ленинград, 1971.
3. Г. К. Сулаквелидзе, Ливневые осадки и град. Ленинград, 1967.

ა. ბროტბანდელი, ჯ. მდინარაძე, ლ. კლიმონკაია, ბ. როზიტაშვილი,
ბ. სევესტიანოვა, ბ. სულაჰვილიძე, ი. სულაჰვილიძე, ზ. ხვედელიძე, ბ. ელბაძიანი,

სეტყვის საწინააღმდეგო ბრძოლის რენტაბელობის შეფასება

რ ე ზ ი უ მ ე

მიღებულია ორი ახალი პრინციპი რენტაბელობის შეფასებისა-მოსავლიანობის გადღეობა და შემოსავლის გაზრდა იმ რაიონებში, სადაც ტარდება სეტყვის საწინააღმდეგო სამუშაოები.

გამოყვანილია განტოლებები, რომელთა საშუალებით შეიძლება გამოითვალოს ამ ეფექტის სიდიდე. ავტორების აზრით, ამ მეთოდის დანერგვის დროს მოცემული პარამეტრები—ძირითადი მონაცემებია, რომელთა მიხედვითაც უნდა შემოწმდეს ამ სამუშაოს რენტაბელობა.

საქართველოს სამხრეთი მთიანეთის ლანდშაფტის ძირითადი ტიპების ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის განსაზღვრისათვის *

ძრ. ჯაყელი

ყოველი რეგიონის ფიზიკურ-გეოგრაფიული დახასიათებისას ძირითად საკითხებს ბუნებრივი რესურსების გამოვლენა, შეფასება და მათი რაციონალური ათვისების გზების დასახვა წარმოადგენს. აღნიშნული საკითხების მეცნიერულად გაშუქების დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა დღეს ყველასათვის იმდენად ნათელია, რომ იგი რაიმე დამატებით განმარტებებს არ საჭიროებს.

ბუნებრივი რესურსების მრავალ (მინერალურ, წყლის, ნიადაგების, რეკრეაციულ და სხვ.) სახეთა შორის განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს ბიომასის, კერძოდ ფიტომასის რესურსების შესწავლა (რომელზედაც ბიომასის დაახლოებით 99 % მოდის). იგი ყოველი სრულწვერიანი ბუნებრივი ლანდშაფტის უმნიშვნელოფანესი პარამეტრია და რიგ თავისებურებათა ინტეგრალური ამსახველიც. ცნობილია, რომ სახალხო მეურნეობის დარგებისა საერთოდ, და სოფლის მეურნეობის კერძოდ, რაციონალურად განლაგებისათვის საჭიროა მხედველობაში იქნას მიღებული რეგიონის ბუნების არა მარტო ერთი ან რამდენიმე კომპონენტის, არამედ მთელი კომპლექსის თავისებურებანი. ამ თავისებურებათა გათვალისწინება კი ყველაზე უკეთ ბუნების „სარკის“—მცენარეული საფარით და მისი პროდუქტიულობის (ანუ ყოველწლიური ნამატის) მეშვეობით ხერხდება.

ფიტომასის ოდენობა და მისი პროდუქტიულობის მაჩვენებლები მკვეთრად იცვლება ბუნებრივი ლანდშაფტების მიხედვით. ამიტომ, თუ ნამდვილად გვსურს ნაირგვაროვანი ბუნების მქონე რეგიონის ფიზიკურ-გეოგრაფიული კვლევა მივიყვანოთ ლოგიკურ დასასრულამდე—მისი პრაქტიკული გამოყენების რეალურ შესაძლებლობამდე, ცხადია, მიზანშეწონილია ეს მაჩვენებლები გამოვლინებულ იქნას ერთგვაროვან ბუნებრივ-ტერიტორიული კომპლექსების ანუ ლანდშაფტებისათვის.

საქართველოს სამხრეთი მთიანეთი, რომლიც ჩვენი რესპუბლიკის ფართობის თითქმის 30% მოიცავს, ლანდშაფტების დიდი ნაირგვარობით ხასიათდება. მისი ბუნების კომპლექსურ მკვლევართა (ჯავახიშვილი, 1961; სანებლიძე, 1958; მარუაშვილი, 1970; უკლება, 1968; ჯაყელი, 1965 და სხვ.) მიერ აქ მთისა და ბარის (ვაკის) კლასების, ნოტიო და ზომიერად მშრალი სუბტროპიკული და ზომიერი ჰავის ტიპების 40-მდე სხვადასხვა სახის ლანდშაფტია გამოყოფილი. მათი

* წინასწარი ცნობა გაანგარიშებების მიხედვით.



ტერიტორიული გავრცელება ასახულია საქართველოს ლანდშაფტურ-ტერიტორიული (სანებლიძე, უკლება, ჯაყელი, 1964; 1970). ჩვენ მათგან მხოლოდ ლანდშაფტის ძირითად ტიპებს შევხებით.

ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის ოდენობის განაწილების გეოგრაფიული კანონზომიერებების გამოვლენის მიზნით, საკუთრივ ამ ტერიტორიის ლანდშაფტები ჯერ-ჯერობით სპეციალურად არავის უკვლევია. ეს ტერიტორია ამ მხრივ გაშუქებულია მხოლოდ მსოფლიო ხმელეთების საერთო ფონზე, განმაზოგადებელი ხასიათის შრომებში (დივინიო და ტანგი, 1968; რიაბჩიკოვი, 1968, ბაზილევჩი, როდინი და როზოვი, 1970, 1971 და სხვ.).

საკუთრივ განსახილველი ტერიტორიის ზოგეირთი უბნის ტყეებში მერქნისა და მისი წლიური ნამატის, ხოლო სათიბ-საძოვრებზე მოსავლიანობის შესახებ, ცალკეული ცნობა მოიპოვება საქართველოს მცენარეულობის მკვლევართა შრომებში (კეცხოველი, 1960; ნახუცრიშვილი, 1963; 1964; გულისაშვილი, 1965; ყავრიშვილი, 1965 და სხვ.). მათ შორის თავისი სპეციფიურობით განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს შ. ნახუცრიშვილის შრომები.

საქართველოს სამხრეთი მთიანეთის, ისევე როგორც მთელი რესპუბლიკის დიდ ნაწილზე სახეშეცვლილი ლანდშაფტებია წარმოდგენილი, რომლებშიც ფიტომასის ოდენობა მნიშვნელოვნად დაქვეითებულია. ამიტომ მათ ოდენობაზე ბუნებრივი პირობებისათვის შეგვიძლია ვიმსჯელოთ მხოლოდ ყოველწლიური ნამატის პროდუქტიულობის პოტენციალური შესაძლებლობების მეშვეობით. იგი კი, როგორც ცნობილია, მჭიდროდაა დაკავშირებული ყოველი სრულწვერიანი ლანდშაფტის ჰიდროთერმული პირობების თავისებურებებთან. ეს უკანასკნელი, ლანდშაფტის ბიოლოგიურ კომპონენტებთან შედარებით, უფრო მყარი მახასიათებლებია.

ჰიდროთერმული პირობების მიხედვით ბიომასისა და მისი პროდუქტიულობის გეოგრაფიული გავრცელების კანონზომიერებანი მრავალგზის ანალიზირებულია. გამოვლენილია მრავალი მარტივი და რთული ჰიდროთერმული კოეფიციენტი (ივანოვი, 1948; ხრომოვი და მამონტოვა, 1963 და სხვ). გარკვეულია, რომ 1 გ ფიტომასის შესაქმნელად ჩვენს განედებში საჭიროა დაახლოებით 300—400 გ წყალი, რომლის ასაორთქლებლად იხარჯება დაახლოებით 190—195 კკალ სითბო. მაგრამ, ცნობილია ისიც, რომ მარტო სითბოსა და ტენის უბრალო შეფარდება სრულიად ვერ ასახავს ფიტომასის პროდუქტიულობის ყველა კანონზომიერებას და, როგორც მართებულად მიუთითებენ (რიაბჩიკოვი, 1968; ბაზილევჩი და სხვა, 1971), საჭიროა აგრეთვე სავვეგეტაციო სეზონის ხანგრძლივობის და ე. წ. პროდუქტიული დანესტიანების (ანუ ნალექებისა და ჩამონადენის სხვაობის) ოდენობების გათვალისწინება,

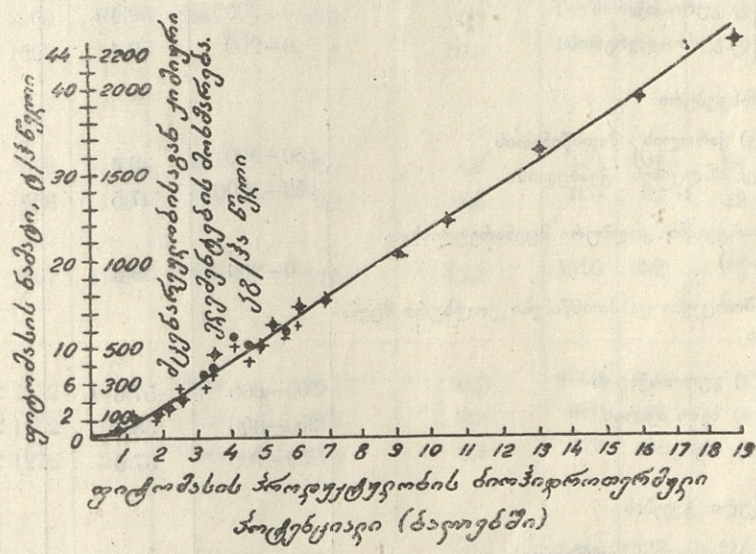
ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარე, განსახილველი ტერიტორიის ლანდშაფტების ფიტომასის პროდუქტიულობაზე უშუალო დაკვირვების მასალების უქონლობის გამო, ფიტომასის პროდუქტიულობის გასაანგარიშებლად ვამჯობინეთ გვესარგებლა ა. მ. რიაბჩიკოვის (1968) ორიგინალური ფორმულით:
$$K_p = \frac{W \cdot T_v}{36 \cdot R}$$

სადაც K_p —ბიოჰიდროთერმული კოეფიციენტია (ბალეზში); W —საერთო პროდუქტიული დანესტიანება (ანუ ნალექებისა და ჩამონადენის სხვაობა მმ-ში); T_v —

სავეგეტაციო სეზონის ხანგრძლივობა დეკადებში; 36—დეკადების რაოდენობა ლიწადში, ხოლო R —საშუალო წლიური რადიაციის ბალანსი (კკალ/სმ²).

ბიოჰიდროთერმული კოეფიციენტის (ბალეზში) გამოსათვლელად ფორმულაში შეტანილი მაჩვენებლები, სახელდობრ, სავეგეტაციო სეზონის ხანგრძლივობა და რადიაციის ბალანსი (რომელიც ცუცქირიძის 1967 შრომის მიხედვითაა გამოთვლილი) საკმაოდ ზუსტია. საერთო პროდუქტიული დანესტიანების (ანუ ნალექების და ჩაჰონადენის სხვაობის) განსაზღვრისათვის ვისარგებლეთ ნალექთა მრავალწლიური საშუალოების შესახებ კლიმატურ ცნობარში არსებული მონაცემებით, ხოლო ჩაჰონადენის შესახებ—ვლადიმროვის (1962) შრომით და საქართველოს სსრ ატლასში (1964) არსებული ცნობებით*. ამრიგად ვიმედოვნებთ, რომ ყველა მაჩვენებელი დღევანდელი შესაძლებლობების ფარგლებში ზუსტია და ძირითადი ლანდშაფტებისათვის გამოთვლილი ბიოჰიდროთერმული და ბიოჰიდროთერმული კოეფიციენტები (ბალეზში) საკმაოდ სარწმუნოდ უნდა მივიჩნიოთ.

ბიოჰიდროთერმული კოეფიციენტებისა და ფიტომასის პროდუქტიულობის კორელაციის რიბაზიკოვისეული (1968) გრაფიკის** (იხ. ნახ.) მეშვეობით, ექსტრა-



ფიტომასის პროდუქტიულობის ბიოჰიდროთერმული პოტენციალის, ფიტომასის რეაგური ნაშტის (წურტი-ფენი) და მცენარეულობისაგან ჯიშური ეფექტების (ეფექტების) მოხმარების კორელაციის გრაფიკი (ა. რიბაზიკოვი, 1968)

* რომელთა გამოყენებისას, სიზუსტის დაცვის მიზნით, თავიზიანი დახმარება გამოიწია დოც. ი. აფხაზიანამ.

** ამ გრაფიკის შესახებ მართებულად აღნიშნავენ (ბაზილვეიზი და სხვ. 1970; 1971), რომ მასზე გასაკუთრებული ყვადფილობით აისახება ფიტომასის პროდუქტიულობის პოტენციალისა და ფიტომასის წლიური ნაშტის კორელაცია.

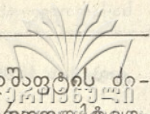
ლანდშაფტის ძირითადი ტიპები და მისი სახესხვაობები	სიმაღლე ზ. დ. მ.	R რადიაც. ბალანსი კკალ/სმ ²	T _შ სავეგეტ. სეზონი დეკად.
1. ზღვისპირა, დიუნური პსამოფილური მცენარეებით	0—15	59.5	23.3
2. ტაობი და დატაობებელი დაბლობები მურყნარებით	0—15	59.5	23.3
3. ტალის			
(ა) კოლხური მცენარეულობით (კოლხეთის)	0—200	59.0	23.0
(ბ) ტუვასის ტყეებით (ქართლის)	570—750	49.4	19.7
4. ვაკე-დაბლობები კოლხური მცენარეულობით			
(გ) გურია-აჭარის	0—200	59.4	23.0
(დ) გურია-იმერეთის	0—200	59.4	23.0
5. ბუჩქოვან-სტეპური			
(ე) ქართლის მთისწინეთის	580—800	49.4	19.7
(ვ) ახალციხის ქვაბულის	950—1300	47.5	17.6
6. დაბალ-ბორცვიანი კოლხური მცენარეულობით (გურია-აჭარა)	0—200	59.4	23.1
7. მაღალი ბორცვები და მთისწინები კოლხური მცენარეულობით			
(ზ) გურია-აჭარის	200—600	57.6	23.3
(თ) ზემო აჭარის	250—600	58.0	22.0
(ი) იმერეთის	250—700	57.0	20.5
8. ქსეროფიტული ტყეების			
(კ) ქართლის მთისწინეთის	450—800	49.2	20.0
(ლ) ზემო აჭარის	500—1000	52.0	20.0
9) საშუალომთის ტყეები	1000—2000	43.0	14.0
10. მთის ველები და გაველებული მდელოები	1450—2000	33.6	11.8
11. სუბალპური მდელოები	2000—2400	27.1	8.6
12. ალპური მდელოები	>2500	23.0	2.0

ტიპების საშუალო წლიური მაჩვენებლების კრებისათი ტაბულა № 1

t ჯამი >10°	P	S	W	ГTK	Kp	ქიმიურ ელე- მენტ- თა მო- ხმარე- ბა კგ/ჰა	ფიტომასის პრო- დუქტიულობა		ფიტო- მასის შესაბ- ლებე- ლი ოდე- ნობა ც/ჰა
	ნალე- ქები მმ	ჩამო- ნადე- ნი მმ	საერთო დანესტია- ნება მმ	$\frac{W}{R}$ პიღრო- თერმული კოეფიცი.	ბიოპიღრო- თერმული კოეფიციენ- ტი ბალ.		ც/ჰა	%% ** მასიდან	
4148	2470	2000	470	7,8	5,1	510	102	25	408
4148	2470*	840	3650	60,1	39,0	3900	780	65	1200
4200	1500*	1000	2000	33,9	21,6	2160	432	16	2700
3600	586	—	—	—	18,0	1800	360	16	2250
4100	2260	870	1390	23,4	14,8	1480	296	6	4930
4343	1506	576	930	15,6	10,0	1000	200	5	4000
3600	586	102	482	9,7	5,2	520	104	29	558
2892	556	106	450	9,2	4,6	460	92	29	317
4094	2467	1102	1365	22,5	15,1	1510	302	5	5030
3808	2252	1359	893	15,5	10,0	1000	200	5	4000
3580	1652	1002	650	11,2	6,8	680	136	5	2720
3676	1276	598	680	11,9	6,7	670	134	5	2680
3848	659	84	575	11,6	6,4	640	128	10	1280
3113	1321	791	530	10,0	5,6	560	112	10	1120
1930	925	395	530	12,3	4,7	470	94	5	1880
1765	639	244	395	8,7	3,8	380	76	40	190
1091	632	282	400	14,7	3,5	350	70	45	155
259	700	530	170	7,3	0,4	40	<8	<50	<16

* წყალდიდობებისას ნატბორი წყლის მეშვეობით

** პროდუქტიულობის %%-ული მაჩვენებლები გამოთვლილია ბაზილევჩის, როდინის და როზოვის (1976) შრომებზე დაყრდნობით.



პოლირების გზით გამოთვლილ იქნა განსახილველი ტერიტორიის ლანდშაფტის ძირითადი ტიპებისა და ზოგი მათი სახესხვაობების) ფიტომასის წლიური პროდუქტიულობა. ამავე გრაფიკის მეშვეობით განისაზღვრა ასევე მცენარეთა მიერ ქიმიურ ელემენტთა წლიური მოხმარების რაოდენობა, რომლის ცოდნას აგრეთვე დიდი მნიშვნელობა აქვს.

ბიოლოგიური პროდუქტიულობის გეოგრაფიული ასპექტის ცნობილ საბჭოთა მკვლევარების—ბაზილევინის, როდინის და როზოვის (1970) შრომაში, ხმელეთის ტიპური ლანდშაფტებისათვის ფიტომასის პროდუქტიულობის შესახებ არსებულ მონაცემებზე დაყრდნობით ჩვენ მიერ გამოთვლილ იქნა პროდუქტიულობის პროცენტული (მასასთან შედარების) მაჩვენებლები ამ მაჩვენებლების საკვლევი ტერიტორიაზე წარმოდგენილ ლანდშაფტებზე გავრცელებით (ინტერპოლაციებით) გამოთვლილ იქნა ფიტომასის პოტენციალური (ბუნებრივ პირობებში) შესაძლებელი ოდენობები ც/ჰა-ზე გაანგარიშებით.

საკვლევი ტერიტორიაზე არსებულ 90-მდე მეტეოსადგურის მრავალწლიურ მონაცემებზე დაყრდნობით ჩატარებული გაანგარიშებით მიღებული მაჩვენებლების ლანდშაფტების მიხედვით დაჯგუფებისა და ინტერპოლირების გზით შედგენილ იქნა ქვემოთ დართული კრებსითი ტაბულა. მასზე ასახულია ამ ტერიტორიაზე არსებული ლანდშაფტის ძირითადი ტიპების (და მათი რეგიონული სახესხვაობების) ზოგიერთი მახასიათებლის საშუალო წლიური ოდენობები (იხ. ტაბულა 1).

სტაციონალურ დაკვირვებებზე დამყარებული მონაცემები, რომელთანაც შეიძლება იყოს ჩვენ მიერ გაანგარიშებით მიღებული ოდენობები შეგვედარებინა, სამწუხაროდ, ძალიან ცოტაა; მაღალმთიანი საძოვრებისა (ნახუტრიშვილი, 1963; 1964; ლ. ყავრიშვილი, 1965; ნიჟარაძე, 1968) და ზოგი ტყის მერქნის მარაგისა და მისი ნამატის შესახებ (გულისაშვილი, 1965), ასევე განმარტებული ხასიათის შრომებში (რიაბჩიკოვი, 1968; ბაზილევინი და სხვ. 1970) არსებული მონაცემებისაგან ჩვენ მიერ გაანგარიშებით მიღებული ოდენობები დიდად არ განსხვავდებიან, მაგრამ როგორც მოსალოდნელი იყო, ისინი ერთიმეორეს ზუსტად არ ემთხვევიან. ჩვენ მიერ მიღებული მაჩვენებლები, უთუოდ, დეტალებში დაზღვეული არაა უზუსტობანისაგან, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, ვფიქრობთ, იგი საკმარისად ასახავს ფიტომასის ოდენობისა და მისი პროდუქტიულობის ტერიტორიული განაწილების საერთო (ზოგადი) ტენდენციის თავისებურებებს.

ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის განაწილების საერთო ტენდენციის შესახებ კი შეიძლება აღინიშნოს შემდეგი: როგორც ცალკეული პუნქტებისათვის ჩატარებული გაანგარიშებიდან, ისე კრებსითი ტაბულიდან ჩანს, რომ ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის ყველაზე მაღალი მაჩვენებლებით ხასიათდებიან სუბტროპიკული ჰავის მქონე გადაშენების ბარის-ვაკისა და გორაკ-ბორცვების ლანდშაფტები. ფიტომასით პირველი ადგილი გურია-აჭარის დაბალ გორაკ-ბორცვიანების კოლხურ ტყეებს უჭირავს (5000 მეტი ც/ჰა-ზე, ხოლო პროდუქტიულობით—იმვე რაიონის ჭაობებს მიეკუთვნება (700 მეტი ც/ჰა-ზე). პროდუქტიულობის მაღალი მაჩვენებლებით გამოირჩევიან აგრეთვე ჭალის ტიპის, განსაკუთრებით დელტური უბნის ლანდშაფტები.

საკვლევი ტერიტორიის მიმდებარე ბარის ზონაში დასავლეთიდან აღმოსავლეთისაკენ გადაადგილებისას და დანესტიანების შემცირების შესაბამისად ფიტომასის ოდენობა და მისი პროდუქტიულობაც თანდათანობით კლებულობს. ასე მა-

გალითად, თუ ფოთთან და სუფსასთან ფიტომასის ოდენობა თითქმის 1500 ც/ჰა-ზე, ხოლო პროდუქტიულობა 300 ც-მდე აღწევს, ისინი შესაბამისად საქარასთან—3340 და 200, ხაშურთან—317 და 92, კუმისთან კი 250 და 80 არ აღემატება. ე. ი. მთელს ამ ზოლში ყოველ 1 კმ-ზე გადაადგილებისას ფიტომასის ოდენობა დაახლოებით 15 ც-ით მცირდება, ხოლო პროდუქტიულობა 1 ც-ით კლებულობს.

მთებში ამ მხრივ სურათი კიდევ უფრო რთულია; ცნობილი მიზეზების გამო, ადგილის სიმაღლის მატებასთან ერთად ფიტომასის ოდენობაც და მის პროდუქტიულობაც (მეტწილად) კლებულობს და ზ. დ. 2900—3000-ზე ზემოთ პრაქტიკულად 0-ის ტოლი ხდება. მთიანეთის დასავლეთ ნაწილში ყოველ 100 მ-ზე მალა ასვლისას ფიტომასის ოდენობა დაახლოებით 150—160 ც-ით კლებულობს, ხოლო პროდუქტიულობა—10—11 ც-ით მცირდება. მთიანეთის აღმოსავლეთ ნაწილში სურათი რამდენადმე სხვაგვარია; აქ ქვემო ფერდობებზე ველის ტიპის ლანდშაფტებიდან მთა-ტყის ლანდშაფტებამდე მასაც და პროდუქტიულობაც მატულობს სიმაღლის ზრდასთან ერთად, შემდეგ კი კვლავ კლებულობს. ანალოგიური სურათია ახალციხის ქვაბულშიაც. საერთოდ მთებში ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის რყევა სიმაღლის მიხედვით დაახლოებით 100-ჯერ უფრო მეტია, ვიდრე პორიზონტალურ (დასავლეთიდან აღმოსავლეთისაკენ) გადანაცვლებისას.

ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის განაწილებაში აღნიშნული სპეციფიურობანი მარტო ზღვიდან დაცილების ან სიმაღლის გავლენით როდი აიხსნება; ხშირად მნიშვნელოვანი სხვაობა ახასიათებს ერთსა და იმავე მთიან რაიონსაც. იგი ძირითადად რაიონის ლითოლოგიური საფუძვლის (მისი ფართო გაგებით), ცირკულაციური პროცესების, ექსპოზიციური და სხვა ადგილობრივი ფიზიკურ-გეოგრაფიული (კომპლექსური) თავისებურებებით არის გამოწვეული, რაც მხედველობაში უნდა იქნას მიღებული ბიომასის, მისი პროდუქტიულობისა და დინამიკის კვლევისას.

ამ გზით ზემოთმოტანილი მაჩვენებლების შემდგომ დაზუსტება—სრულყოფას დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს, რადგან ფიტომასა (რაც ბიომასის თითქმის 99% შეადგენს) და მისი პროდუქტიულობა, ყოველი ბუნებრივი ლანდშაფტის უმნიშვნელოვანესი პარამეტრია და სოფლის მეურნეობის რაციონალურად განლაგება-განვითარების შესაძლებლობის უკეთესი ინდიკატორი.

(წარმოდგენილია 21. IX. 1971)

ფიზიკური გეოგრაფიის კათედრა

ლიტერატურა

1. ნ. კეცხოველი, საქართველოს მცენარეული საფარი, თბ., 1960.
2. ლ. მარუაშვილი, საქართველოს ფიზიკური გეოგრაფია. ნაწ. II, თბ., 1970.
3. ნ. ნიჟარაძე, აჭარის ალპური მეურნეობა. ბათუმი, 1948.
4. საქართველოს სსრ ატლასი. თბ.—მოსკოვი, 1964.
5. ა. ჯავახიშვილი, საქ. სსრ. მეცნ. აკად. მოამბე, ტ. 27, № 5, 1961, გვ. 552—559.
6. ქ. ჯაყელი, საქ. სსრ. გეოგრ. საზ-ბის შრ. ტ. 8, 1965., გვ. 85—95.
7. დ. უკლება, აღმოსავლეთ საქართველოს ფიზიკურ-გეოგრაფიული დარაიონება, თბ., 1968.
8. Н. И. Базилевич, Л. Е. Родин, Н. Н. Розов, Материалы V съезда ГО, СССР, Л., 1970.
9. Их же, журн. „Природа“, № 1, 1971, стр. 46—53.



საქართველოს
აкадеმიის

10. Л. А. Владимиров, Средний годовой сток рек Грузии, Тб., 1962.
11. В. З. Гулисахвили, Природные ресурсы Грузинской ССР, М., 1965, стр. 65—100.
12. Х. Г. Джакели, М. С. Санелидзе, Д. Б. Уклеба, Ландшафтная карта Грузинской ССР, М., 1970.
13. Х. Г. Джакели, План работы и тезисы докладов научной сессии, посвященной 50-летию Советской Грузии, Тб., 1971, стр. 17—20.
14. П. Дювинью, М. Танг, Биосфера и место в ней человека, М., 1968.
15. Н. Н. Иванов, Ландшафтно-климатические зоны земного шара, Л., 1948.
16. Л. Н. Кавришвили, Природные ресурсы Грузинской ССР, М., 1965, стр. 100—218.
17. Ш. Г. Нахуцришвили, Динамика производительности высокогорных пастбищ Грузии, Тб., 1963.
18. Ш. Г. Нахуцришвили, Сезонная динамика травостоя и производительности основных типов пастбищ Грузии (автореферат), Тб., 1964.
19. А. М. Рябчиков, Вестник МГУ, № 5, 1968, стр. 41—48.
20. М. С. Санелидзе, Науч. доклады высшей школы, № 3, 1958, стр. 45—50.
21. Я. Л. Цуцкиридзе, Радиационный и термический режим территории Грузии, Л., 1967.
22. С. П. Хромов, Л. И. Мамонтова, Метеорологический словарь, 1955.

Х. Г. ДЖАКЕЛИ

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФИТОМАССЫ И ЕЕ ПРОДУКТИВНОСТИ ОСНОВНЫХ ТИПОВ ЛАНДШАФТОВ ЮЖНО-ГРУЗИНСКОГО НАГОРЬЯ

Резюме

Рассмотрена научная и практическая ценность определения фитомассы и ее продуктивности, являющихся важнейшим параметром и интегральным показателем многих особенностей природных ландшафтов. Для определения продуктивности фитомассы ландшафтов рассматриваемой территории была использована оригинальная формула и корреляционный график А. М. Рябчикова (1968). По данным же Н. И. Базилевич, Л. Е. Родина и Н. Н. Розова (1970) были вычислены осредненные процентные величины прироста фитомассы. После определения продуктивности и ее процентного значения от общей массы была рассчитана величина фитомассы.

В сводной таблице для 12 основных типов ландшафтов и их 11 разновидностей по расчетным данным приводится радиационный баланс (в ккал/см²), продолжительность вегетационного сезона (в декадах), сумма температур выше 10°, осадки, сток и валовое увлажнение (в мм), гидро-термический и биогидротермический коэффициенты (в баллах), потребление химических элементов (в кг 1 га), продуктивность (в ц 1 га и в процентах) и величины возможной фитомассы (в ц 1 га).

მდ. მტკვრის 1968 წლის 18—19 აპრილის წყალმოვარდნის ფორმირება და გაანვარისება

დ. კოჩიაშვილი

ქ. თბილისთან დღემდე აღრიცხულ მდ. მტკვრის წყალმოვარდნებს შორის ყველაზე ძლიერი იყო 1968 წლის 19 აპრილის წყალმოვარდნა, რომლის მაქსიმალურმა ხარჯმა 2450 მ³/წმ. მიაღწია. ამ უკანასკნელის გამოვარდნის პერიოდი უზრუნველყოფის თეორიული მრუდის მიხედვით დაახლოებით 200 წელს შეადგენს.

1968 წლის 18—19 აპრილის ექსტროფული წყალმოვარდნის ჩამოყალიბებაში ძირითადი როლი ეკუთვნის ატმოსფერული ნალექების, ჰაერის ტემპერატურის, ნიადაგის ტენიოთ გავრეებისა და სხვა ფაქტორების ერთობლივ მოქმედებას. დაკვირვების მასალები გვიჩვენებენ, რომ 1968 წლის ზამთარში მდ. მტკვრის აუზის უდიდეს ნაწილში თოვლის საბურველის სიმაღლე მნიშვნელოვანი სიდიდისა იყო. ასე, მაგალითად, აპრილის მეორე დეკადაში მდ. არაგვის ზემო წელში (ჯვრის გადასასვლელი) თოვლის საბურველის სიმაღლე 246 სმ უდრიდა. მისმა დეკადურმა მაქსიმალურმა სიდიდემ კი 349 სმ მიაღწია. მდ. ქობლანის აუზში, კერძოდ კი გოდერძის გადასასვლელზე, თოვლის საბურველის სიმაღლე აპრილის მეორე დეკადაში 206 სმ იყო.

თოვლის საბურველის ინტენსიურ დნობას აპრილში ხელი შეუწყო საკვლევ ტერიტორიაზე ნორმასთან შედარებით მაღალმა ჰაერის საშუალო თვიურმა ტემპერატურებმა. მაგალითად, 1968 წლის აპრილის საშუალო თვიური ტემპერატურა ნორმასთან შედარებით მაღალი იყო გუდაურსა და ფერემოვკაში 1,2°-ით, რადიონოვკაში 1,1°-ით, ბაკურიანში 1,7°-ით. გარდა ამისა, აპრილის ცალკეულ პერიოდებში ჰაერის ტემპერატურა ნორმასთან შედარებით საკმაოდ მაღალი იყო. ამიტომ თოვლის საბურველის დნობა მდ. მტკვრის აუზში ძლიერ ინტენსიურად მიმდინარეობდა. თოვლის ინტენსიურ დნობას მნიშვნელოვნად შეუწყო ხელი აგრეთვე მის ზედაპირზე წყალმოვარდნის წინა პერიოდში წვიმის სახით მოსულმა ნალექმა. მნიშვნელოვანი ინტენსივობისა და დიდი რაოდენობით წვიმა საკვლევ ტერიტორიაზე, განსაკუთრებით კი ქ. ხაშურს ზემოთ, მოვიდა 18 აპრილს. აღნიშნულ ღრეს რადიონოვკაში მოსული ნალექის რაოდენობამ შეადგინა 54,5 მმ, აბასთუმანში—48,0 მმ, ახალქალაქში—42,2 მმ, ბაკურიანში—46,8 მმ. გარდა ამისა, ნალექების ჯამი 1968 წლის აპრილში ტერიტორიის უმეტეს ნაწილზე მნიშვნელოვნად აღემატებოდა ნორმას. მაგალითად, აპრილში მოსულმა ნალექმა ნორმას გადააჭარბა აბასთუმანში 73,8%-ით, რადიონოვკაში 63,9%-ით, კარწახში 60,0%-ით, ბორჯომში 44,2%-ით.

ზემოთ აღნიშნული ფაქტორების ერთობლივი მოქმედების შედეგად მდ.



მტკვარზე და მის შემდინარეებზე 18—19 აპრილს ჩამოყალიბდა უმნიშვნელო სტიქიური წვიმების შედეგად დაზარალებული ხარჯები (იხ. ცხრ. 1.).

ცხრილი 1

მდ. მტკვრის ზოგიერთი შემდინარის 1968 წლის მასხაიათებელი ხარჯები

მდინარის დასახელება	დაკვირვების პუნქტი	საშ. წლ. ხარჯი Q ₀ , მ ³ /წმ	უდიდესი ხარჯი		Q _{მაქს.}
			Q _{მაქს.} , მ ³ /წმ	თარიღი	Q ₀
ფარავანი	ხერთვისი	20,7	437	18/IV	21,2
ფოცხოვი	სხვილისი	27,7	581	18/IV	21,0
ბაბა	ზღუდერი	3,55	39,0	18/IV	11,0
დიდი ლიახვი	ჯავა	24,5	96,0	5/V	3,9
ტანა	ატენი	2,11	21,0	18/IV	10,0
არაგვი	ყინვალი	48,5	149	18/IV	3,1

მოცემული ცხრილიდან ნათელია, რომ მდ. მტკვრის შემდინარეთა უმეტესობაზე მაქსიმალური ხარჯი ჩამოყალიბდა 1968 წლის 18 აპრილს. მართალია, მდ. დიდ ლიახვზე მაქსიმუმის თარიღი არ თანხვედება 18 აპრილს, მაგრამ აღნიშნული დღის მაქსიმალური ხარჯი უმნიშვნელოდ განსხვავდება წლიური მაქსიმუმისაგან. 18 აპრილის მაქსიმალური ხარჯები საშუალო წლიურს ზოგიერთი შემდინარისათვის რამდენიმე ათეულჯერაც კი აღემატება. მაგალითად, მდ. ფარავანის 18 აპრილის წყლის ხარჯი 21,1-ჯერ მეტია საშუალო წლიურ ხარჯზე.

დაკვირვების მასალები გვიჩვენებენ, რომ მდ. მტკვარსა და მის შემდინარეებზე წყლის დონის მნიშვნელოვანი მატება ძირითადად აპრილის პირველ დეკადაში დაიწყო. მაგალითად, მდ. მტკვარზე ს. ხერთვისთან 6 აპრილიდან წყლის დონე ყოველდღიურად 30—50 სმ-ით მატულობდა და 17 აპრილს 398 სმ. მიიღწია. წყლის დონის მაქსიმუმი 18 აპრილს 12 საათზე გვექონდა 461 სმ. მდ. ფარავანზე ს. ხერთვისთან 4 აპრილს დონე აღწევდა 48 სმ, 17 აპრილს—93 სმ, 18 აპრილს დღის 8 საათზე—146 სმ, 12 საათზე—206 სმ, 14 საათზე—274 სმ. დონის მაქსიმუმი იმავე დღის 15 საათზე აღწევდა 308 სმ. ე. ი. დონის მთლიანი მატება 260 სმ შეადგენს. მდ. ფოცხოვზე ს. სხვილისთან მაქსიმალური დონე 18 აპრილს 14 საათზე იყო (605 სმ). მდ. მტკვრის დონეების მატებამ ჩითახევანთან და ქ. ბორჯომთან წყალმცირობის დონესთან შედარებით 5—6 მ მიადწია. ტაშისკარის ქვემოთ კი, სადაც ჭალა განიერია, 18 აპრილს წყლის დონემ ნორმირებული დონიდან 3—4 მ-ით მაღლა აიწია. ქ. თბილისთან მდ. მტკვარზე 1968 წელს მინიმალური დონე იყო 31 სმ (27, 29/VIII), საშუალო—140 სმ, 19 აპრილს კი წყლის კატასტროფულმა მაქსიმალურმა დონემ 722 სმ-მდე აიწია.

1968 წლის 18—19 აპრილის წყლის ხარჯების გაზომვების მასალების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ მოცემულ კვეთში მდინარის მასხაიათებლებმა თავიანთ უდიდეს მაჩვენებლებს მიიღწიეს. მაგალითად მდ. მტკვრის მაქსიმალური სიჩქარეებითიქმის მთელ სიგრძეზე კატასტროფული იყო. ს. მინაძესთან აღნიშნულმა სიდიდემ 6,25 მ/წამს მიიღწია, ქ. თბილისთან—5, 91 მ/წამს. უდიდესი სიღრმე ს. ხერთვისთან იყო 5,00 მ, ს. მინაძესთან—4,50 მ, ხოლო ქ. თბილისთან აღნიშნულმა სიდიდემ 8,52 მ-მდე მიიღწია.

მდ. მტკვრის 1968 წლის წყალდიდობის ჩამონადენის ანალიზისათვის პირველმა ჰიდროგრაფებმა გვიჩვენა, რომ ს. ხერთვისთან წყლის ხარჯების მნიშვნელოვანი მატება დაიწყო 3 აპრილს. წყალდიდობის მატების დასაწყისის ხარჯი იყო მხოლოდ 16,0 მ³/წმ. 15 დღის განმავლობაში წყლის ხარჯმა მოიმატა 742 მ³/წმ-მდე. ამრიგად, წყლის ხარჯის მატების ყოველდღიური საშუალო ინტენსივობა ს. ხერთვისთან 48,4 მ³/წმ შეადგენს. 18 აპრილის შემდეგ დაიწყო კლება და წყალდიდობის დასასრულად შეიძლება მივიჩნიოთ 12 ივნისი, ე. ი. კლების ხანგრძლივობა შეადგენს 55 დღეს. წყალდიდობის მთლიანი პერიოდი კი 70 დღეს მოიცავს. აღნიშნულ პერიოდში ს. ხერთვისთან წლიური ჩამონადენის 41,5% ჩამოედინა (მდ. მტკვრის 1968 წლის წყალდიდობის მახასიათებლები მოცემულია № 2 ცხრილში).

ცხრილი 2

მდ. მტკვრის 1968 წლის წყალდიდობის მახასიათებლები

საგუშავოს დასახელება	მატების დასაწყისი		მაქსიმუმი		კლების დასასრული		წყალდიდობის ხანგრძლივობა ფაზების მიხედვით			წყალდიდობის წელიწადური ჩამონადენი, %
	ხარჯი, მ ³ /წმ	თარიღი	ხარჯი, მ ³ /წმ	თარიღი	ხარჯი, მ ³ /წმ	თარიღი	მატების	კლების	წყალდიდობის	
ს. ხერთვისი	16,0		742	18/IV	41,0	12/VI	15	55	70	41,5
ს. მინაძე	39,8	3/IV	1114	18/IV	69,0	15/VI	18	58	76	36,1
ს. ლიკანი	50,2	31/III	1520	18/IV	110	8/VII	25	81	106	38,6
ს. გრაკალი	110	24/III	1950	18/IV	81,2	15/VII	27	88	115	41,3
ს. ძეგვი	98,2	29/III	2170	19/IV	59,6	26/VII	53	98	151	41,8
ქ. თბილისი	112	26/II	2450	19/IV	60,0	26/VII	53	98	151	45,5

წყალდიდობის პერიოდი მდ. მტკვარზე ს. ხერთვისიდან ქ. თბილისამდე მატულობს 70 დღიდან 151 დღემდე. დიდი წყალდიდობის პერიოდის მატება ს. მინაძედან ს. ლიკანამდე და ს. გრაკალიდან ქ. თბილისამდე, რაც განპირობებულია აღნიშნულ მონაკვეთებზე შემდინარეთა წყლიანობის რეჟიმით.

საინტერესოა აგრეთვე 18—19 აპრილის მაქსიმალური ხარჯის მოდულის განაწილება მდ. მტკვრის აუზში. ს. ხერთვისთან აღნიშნული მახასიათებელი 149 ლ/წმ კმ²-ს უდრის, ს. მინაძესთან—138-ს, ს. ლიკანთან—145-ს, ს. გრაკალთან—117-ს, ს. ძეგვთან—121-ს, ხოლო ქ. თბილისთან 114 ლ/წმ კმ²-ს. ამრიგად, მაქსიმალური ხარჯების მოდულის სიდიდე მდინარის ზემო დინებიდან თბილისისაკენ მართალია ძირითადად მცირდება, მაგრამ შემცირების ინტენსივობა დიდი არ არის. საერთოდ კი, აღნიშნული სიდიდე წლიურს (9,8 ლ/წმ კმ) ქ. თბილისთან დაახლოებით 12-ჯერ აღემატება.

ამრიგად, 1968 წლის აპრილში საკვლევი ტერიტორიის უდიდეს ნაწილში თოვლის საბურველის ინტენსიური დნობის, წყალმოვარდნის წინა პერიოდში წვიმის სიხით მოსული ატმოსფერული ნალექების და წყალმოვარდნის ხელშემწყობი სხვა ფაქტორების ერთობლივი მოქმედების შედეგად ჩამოყალიბდა უჩვეულო სიდიდის წყლის მაქსიმალური ხარჯი, რომელმაც რესპუბლიკის სახალხო მეურნეობის სხვადასხვა დარგს დიდი მატერიალური ზარალი მიაყენა.

ლიტერატურა

1. ი. ბ. შაქარაშვილი, საქ. სსრ გეოგრაფიული საზოგადოების შრომები, № 1—2. თბილისი, 1949.
2. Д. Л. Соколовский, Речной сток. Гидрометеоиздат, Ленинград, 1968.

Д. П. КОЧИАШВИЛИ

**ФОРМИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ПАВОДКА р. КУРЫ
18—19 АПРЕЛЯ 1968 ГОДА**

Резюме

В работе рассмотрены те основные факторы, под влиянием которых формировался катастрофический паводок, подсчитаны максимальные расходы, слой стока и другие характеристики паводка.

ვულკანური კონუსის საკონხეს აგებულების შესახებ

ნ. სხირტლაძე

ვულკანური კონუსი საკონხე საქართველოს სამხედრო გზის რაიონში, ჯგრის უღელტეხილის აღმოსავლეთით მდებარეობს — მთავარი წყალგამყოფი ქედის თხემურ ნაწილთან ახლოს. საკონხე არაერთ მკვლევარს აქვს მოხსენიებული, მაგრამ პირველი მკვლევარი, რომელმაც ეს კონუსი შედარებით ვრცლად დაახასიათა ფ. ლევენსონ-ლესინგი იყოს (2). მან საკონხე ლავის ნაკადის ზედაპირზე აღმართულ მთლიანად წიდით აგებულ მეორად კონუსად წარმოიდგინა. ხოლო კონუსის ქვეშემდებარე ლავის ნაკადის ქანი და თვით კონუსის ამგები წიდეები კი ანდეზიტ-ბაზალტებს მიაკუთვნა.

საქართველოს სამხედრო გზის აგებულების შესწავლასთან დაკავშირებით, ამავე კონუსს ვ რენვარტენიცი (3) შეეხო. მისი აზრით, საკონხე შედარებით ძველს და, მასთან, საკმაოდ გადარეცხილ სტრატო ვულკანს წარმოადგენს, რომელიც შეიძლება მეორადი იყოს. როგორც ამს ფ. ლევენსონ-ლესინგი ფიქრობს, და, რომელშიც პიროკლასტებისა და ლავეების მორიგეობა ჩანს. საკონხეს კონუსში წიდეების არსებობაზე მ. სანებლიძემ და ი. აფხაზავამაც მიუთითეს. დამოუკიდებელი ამოფრქვევის ცენტრად წარმოიდგინა საკონხე ნ. კორონოვსკიმ (1).

ვულკანური კონუსი საკონხე ჩვენ მიერ აღრე სპეციალურად არ ყოფილა შესწავლილი, მაგრამ საკონხესთან დაკავშირებული ე. წ. გულაურ—მღეთის ნაკადის შესახებ კი ზოგი რამ აღრე გვაქვს გამოთქმული (4). კერძოდ, ეს შეეხება ამ ცენტრთან დაკავშირებულ ლავის ნაკადის აგებულებას, რომელიც თავისი ხასიათით საკონხეს კონუსის აგებულებას მოგვაგონებს. ჩვენს შრომაში ნაჩვენებია ლავის ნაკადის ქვეშემდებარე ძველ ალუვიონში მკავე ლავეების ნაგორები მასალის არსებობა, ხოლო თვით ნაკადის ქვედა ნაწილში ლავეებთან პიროკლასტების (ვულკანური ფერფლისა და ლავური ბრეჩიების) მორიგეობა.

უკანასკნელ წლებში ჩვენ მიერ ამ კონუსის შესახებ ახალი მონაცემებია მოპოვებული, რომელიც ქვემოთ არის მოტანილი.

საკონხეს რელიეფში მკაფიოდ გამოხატული კონუსური ფორმა აქვს. კონუსის აბსოლუტური სიმაღლე 3080 მ უდრის, შეფარდებითი კი 250 — 300 მ. კონუსის სამხრეთ — დასავლეთი და ჩრდილო კალთები შედარებით ვრცელი და დამრეცია (დაქანება 35—40°-ზე მეტი არ არის). რაც შეეხება დასავლეთ და აღმოსავლეთ კალთებს, აქ ისინი შედარებით ციცაბო და ზოგ უბნებში კლდოვანიც კი არიან. კონუსს წვერი მობრტყელებული აქვს და იქვე, უმაღლესი მწვერვალიდან რამდენიმე მეტრზე, დაახლოებით ოთხკუთხედი ფორმის ჩაღრმავება ჩანს. ამ ჩაღრმავების ფსკერი ჩრდილო-დასავლეთით არის დახრილი და თანდათან დაქანებით ეშვება კონუსის ფუძისაკენ. ეს ჩაღრმავება ერთი შეხედვით ნივაციური წარმოშობის შთაბეჭდილებას ტოვებს, მაგრამ ყურადღებას იქცევს ჩაღრმავების ოთხივე კუთხეში მასიური და



ბრეჟჩიული ლაევებით აგებული მცირე ბორცვების არსებობა, რომლებიც დასავლეთის კონუსის არამძლავრი ნაკადები გამოდიან. ამგვარი სურათი განსაკუთრებით კარგად ჩანს კონუსის ჩრდილო-აღმოსავლეთ კალთაზე, საიდანაც ლავა ხადისხევის სათავეებთან ეშვება. ეს გარემოება კი ზემოაღნიშნული ჩაღრმავების კრატერულ ბუნებაზე მიგვითითებს.

კიდევ ერთი მორფოლოგიური ელემენტი, რომელიც მკაფიოდ ავლენს საკოხის კონუსურ ფორმას, არის ლავის საკმაოდ ეფექტური ნაკადი, რომელიც საკოხის კონუსის ძირიდან ჯერ დასავლეთით, შემდეგ კი სამხრეთითაა გავრცელებული. ამასთან, შთაბეჭდილება ისეთია, რომ თითქოს კონუსი ამ ნაკადის სამხრეთ-აღმოსავლეთ კიდეზე იყოს აღმართული. აღნიშნული ნაკადი საკოხისა და საძელის ვულკანურ ნაგებობებს შორის არსებულ ვიწრო გასავალს ე. წ. „ქვიშიანის ყელის“ ფსკერს იკავებს. მართალია, დიდი ნაწილი ამ ნაკადისა ლავის ლოდნარით არის დაფარული, მაგრამ, მაინც ჩანს, რომ ერთი მოკლე შტო საკოხის კონუსიდან გავრცელებულია ჩრდილო და ჩრდილო-აღმოსავლეთით მთა მილიონას კარნიზებისაკენ, ხოლო მეორე და მასთან მთავარი შტო სამხრეთ—დასავლეთით მიიმართება, სადაც იგი საკმაოდ ვრცელ პლატოს შეადგენს. ამ უკანასკნელს ადგილობრივი „მინდვრებს“ უწოდებენ. საკოხის ვულკანური რაიონის დახასიათებისათვის, ვფიქრობ, უმჯობესია მას „საკოხის წინა პლატო“ დავარქვათ. უკანასკნელის ზედაპირი მის ქვედა ნაწილში საკმაოდ სწორია, ზევით კი საფეხურებრივად მდლდება და ამ სახით შედის იგი „ქვიშიანის ყელში“. აღსანიშნავია, რომ ამ ყელის აღმოსავლეთ გასავალში და განსაკუთრებით კი ხადისხევის ერთ-ერთი მარჯვენა შენაკადის სათავეებში, საკოხის კონუსის ჩრდილო-აღმოსავლეთ კალთების ქვეშ ლავის ნაკადის ზედაპირი საკმაოდ ბორცვიანია, ზოგ უბანში აშშუშნული და იდეალურად გამონატული ვერძის შუბლებით ხასიათდება. ვერძის შუბლებზე მკაფიოდ ჩანს აღმოსავლეთის მიმართულების მქონე ნაკაწრები ისე, რომ ლავის ნაკადის ზედაპირი მყინვარებს საკმაოდ დამუშავებული აქვთ.

კონუსის აგებულება. საკოხე, როგორც ზევით აღვნიშნეთ, ფ. ლევენსონ-ლისინგს (2) ძხლოდ წილებით აგებულ კონუსად მიაჩნია. ვ. რენგარტენი კი მასში ლაევებისა და პიროკლასტების მორიგეობას აღნიშნავს (3). ჩვენი მონაცემებით საცხებით დასტურდება ვ. რენგარტენის ეს შეხედულება.

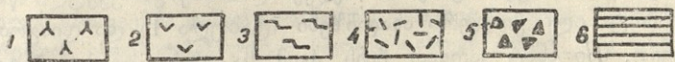
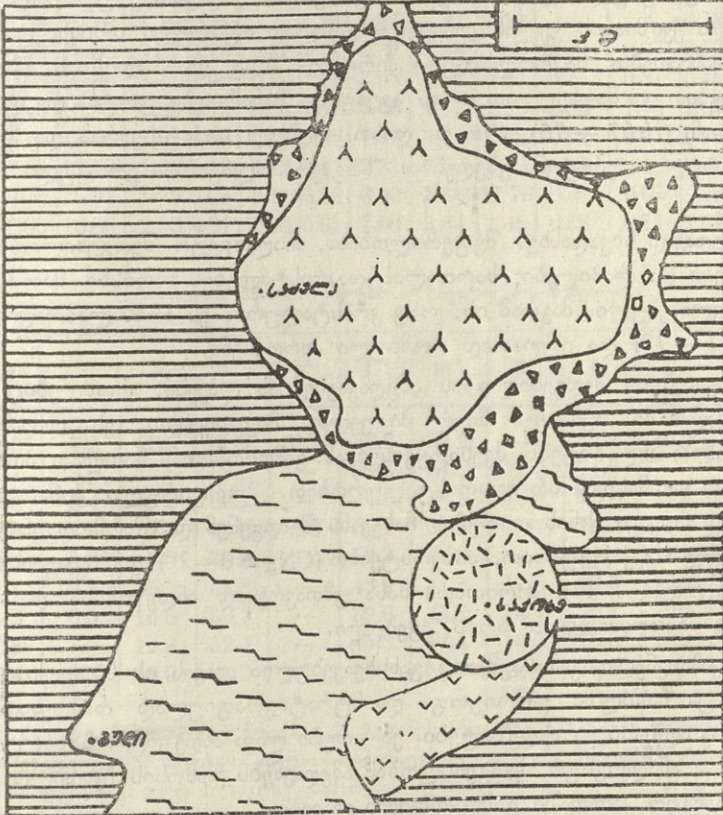
კონუსის სამხრეთ—დასავლეთ კალთაში მსხვილნატეხოვანი პიროკლასტები ჩანს, უმთავრეს დ ლაპილების და ვულკანური ქვიშის სახით, რომლებშიც გამოერევა წილის საკმაოდ დიდი ნატეხები და ვულკანური ყუმბარები.

ჩრდილო-დასავლეთ და ჩრდილო კალთაში კი ასეთი სურათი შეიმჩნევა: ქვედა ნაწილში წილები და ლაპილები ჩანს. შუა ნაწილში, წილებს შორის რუხი, მასიური, აფირული ლავის სხეული გამოჩნდება, ზედა ნაწილში კი უმთავრესად ლავური ბრეჟჩიები. წილები და ლაპილებია. ანალოგიური თანმიმდევრობა შეიმჩნევა კონუსის აღმოსავლეთ კალთაში, თუმცა აქ გაბატონებულ ადგილს მასიური აფირული ლავეები და ლავური ბრეჟჩიები იკავებს.

განსაკუთრებით საინტერესო აღმოჩნდა კონუსის სამხრეთ კალთა, საიდანაც სათავეს იკრებს ხადისხევის ერთ-ერთი მარჯვენა შენაკადი, რომელსაც საკოხის ხეცს უწოდებენ. ამ ხეცის ზედა ნაწილში გაშიშვლებულ იურულ ფიქლებს უშუალოდ თავზე ადევს წითელი და მოიისფრო, მკაფიოდ პორფირული ანდეზიტები, რომლებიც აღნიშნული ხეცის სათავეებს იკავებენ და საკოხის კონუსის ფუძის

ქვემოთაა
გეოგრაფიული
კარტა

ნაწილს შეადგენენ. აღმაჯალ კრილში ანდეზიტებს თავზე ლაპილებითა და სფერული აგებული ფენა მიუყვება. შემდეგ კი რუხი ფერის, რამდენადმე დაფიქლებული, აფირული ანდეზიტ-ბაზალტური შედგენილობის ლავის ნაკადი ჩანს. უკანასკნელს თავზე ადევს ისევ წილებით, ლაპილებით, ველკანური ყუმბარებითა და მინებრივი ლავის ნატეხებით აგებული ფენა. ეს ფენა კონუსის უმაღლეს წერტილამდე აღის, სადაც სხვადასხვა ფერის წილებისა და ლაპილების მორიგეობა აღინიშნება.



სურ. 1. ველკან საკოხესა და საბელეს მიდამოების გეოლოგიური აგებულების სქემა (ავტორის მიხედვით)

1. დაკიტები, 2. ანდეზიტები, 3. ანდეზიტ-ბაზალტები, 4. ანდეზიტ-ბაზალტური შედგენილობის პიროკლასტები, 5. ველკანიტების ლოდნარისა ნაყარი, 6. ზედაეფრული-ქვედა ცარცული დანალექი წყება.

როგორც ვხედავთ, საკოხე არც თუ ისე მარტივად აგებული კონუსია, როგორც ეს აღრე ჰქონდათ წარმოდგენილი. ზემოთ მოტანილი მასალის მიხედვით კარგად ჩანს, რომ იგი ტიპური სტრატოველკანია.



შედარებით მარტივი აგებულება ახასიათებს საკოხის წინა პლატოს, რომელიც უმთავრესად აფირული მასივური და ზოგ უბანში ფიქლებრივი განწყობის მქონე ანდეზიტ-ბაზიტებითა და ერთ უბანში კი პორფირული ანდეზიტებით არის აგებული. ეს უკანასკნელი ანდეზიტ-ბაზალტებთან შედარებით ჭრილის ქვედა ნაწილს შედგენენ და როგორც ჩანს, შედარებით ადრინდელ ამოფრქვევას მიეკუთვნებიან. მთლიანად ანდეზიტ-ბაზალტებით არის აგებული ლავის ის ნაკადი, რომელიც ქვიშიან ყელში გადის და მილიონას ქედის კარნიზებისაკენ ეშვება.

პეტროგრაფიული დახასიათება. საკოხესთან დაკავშირებულ საკოხის წინა პლატოსა და ქვიშიანის ყელის ლავეები მეტწილად აფირული არიან, ღია-მორაუხო შეფერვა ახასიათებთ. მიკროლითური ძირითადი მასა ლაბრადორის (№ 60 — 72) მიკროლითებით და მადნეულით არის აგებული. ჩანართები ცოტაა და ლაბრადორ-ბიტოვნიტთან (№ 67 — 75) ერთად დისოცირებულ რქატყუარას და შედარებით საღად შენახულ ჰიპერსტენს ვხვდებით. ზოგჯერ ოლივინის ერთეული მარცვლებიც ჩანს.

მიუხედავად სხვადასხვა შეფერილობისა, ანალოგიურ შედგენილობას ამჟღავნებენ წილები და ლაპილები; მართალია დაკრისტალების ხარისხი მათში სუსტად არის გამოვლინებული, მაგრამ ის, რაც კრისტალურია ეს არის ლაბრადორ-ბიტოვნიტი (№ 71 — 72) და იშვიათად რომბული პიროქსენი.

განსხვავებულ შედგენილობას ამჟღავნებენ ის ლავეები, რომლებიც კონუსის სამხრეთ კალთაში იქნა ჩემ მიერ პირველად მიკვლეული. ეს ლავეები თავისი შედგენილობით ანდეზიტებს შეესატყვისებიან: გამოირჩევიან ნათლად პორფირული აგებულებით და მასთან სრულკრისტალურობით. პორფირული ჩანართები რაოდენობრივად მთელი ქანის თითქმის ნახევანს შეადგენენ და წარმოდგენილი არიან დისოცირებული რქატყუარით, ჰიპერსტენით ($CN_{\text{H}} = 0-2^\circ$) და მკაფიოდ ზონური ანდეზიტით (№ 41 — 48). ძირითადი მასა უმთავრესად ანდეზინისა და რომბული პიროქსენის მიკროლითებით არის აგებული.

ამ უკანასკნელთაგან საკმაოდ გასხვავებულია ლავის ის სხეული, რომელიც კონუსის შუა ნაწილში გამოიყოფა და სტრატეგრაფიულად რამდენადმე ზევით არის, ვიდრე აღწერილი ანდეზიტები ეს—რუხი ლავა ანდეზიტო-ბაზალტური შედგენილობისაა; ანალოგიურ შედგენილობას ამჟღავნებს კონუსის ჩრდილო და ჩრდილო-აღმოსავლურ კალთაში გამოყოფილი ლავეები.

საკოხის კონუსის ამგები ქანების შედგენილობაზე გარკვეულ წარმოდგენას გვაძლევს აქვე მოტანილი ქიმიური ანალიზები (ტაბულა 1) და დიაგრამა ა. ზავარეცის მიხედვით, საიდანაც კარგად ჩანს, რომ საკოხეს ქანები პეტროქიმიური ბუნებით ტიპურ კირტუტიანი სერიის ქანებს მიეკუთვნებიან, რაც დამახასიათებელია ოროგენული სარტყლებისთვის.

დასკვნა: ზემომოტანილი მონაცემების მიხედვით საკოხის, როგორც ვულკანური ცენტრის, აქტივობა ანდეზიტების ამოფრქვევით დაიწყო; ამოფრქვევის მომდევნო აქტი, რომელიც წინასაგან, როგორც ჩანს, დროის გარკვეული ინტერვალით არის დაცილებული, შედარებით ფუძე შედგენილობის ქანებს — ანდეზიტ-ბაზალტებს და ასეთივე შედგენილობის პიროკლასტურ მასალას წარმოშობს, მაგრამ მცირე რაოდენობით. ისე, რომ ეს ამოფრქვევაც საკმაოდ მშვიდი ჩანს და უმთავ-

საკონეს კონუსის ქანების ქიმიური ანალიზები (ანალიტიკოსები ო. რაზმაძე და მ. თვალჭრელიძე)

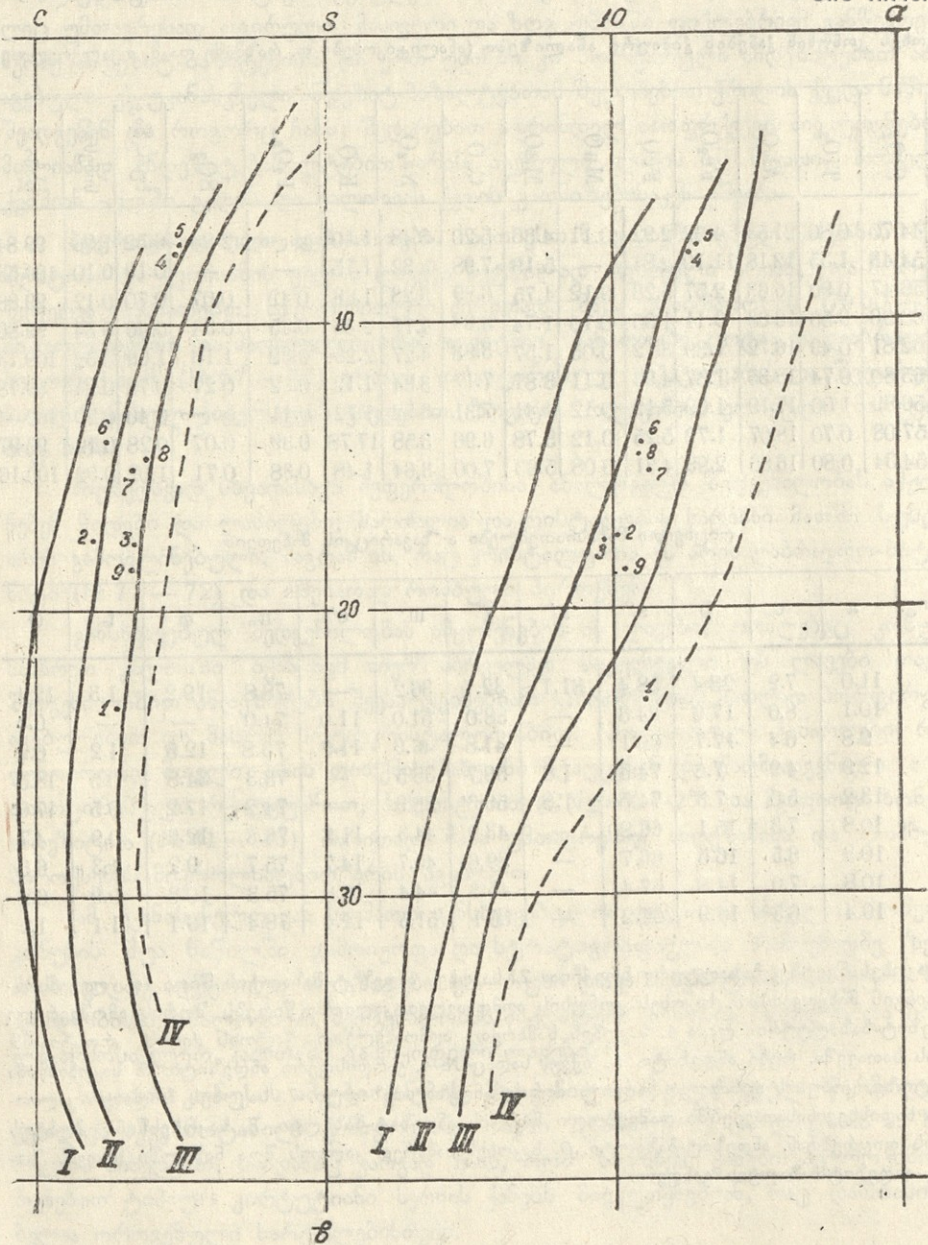
№ რიგ.	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	FeO	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	P ₂ O ₅	SO ₃	სურ. ნაქ.	სინესტმ	ჯამი
1.	44.70	0.80	21.53	4.62	2.92	0.11	4.36	5.20	3.48	1.40	კვალ	2.24	6.52	1.96	99.84
2.	54.43	1.35	12.18	11.19	2.84	—	5.19	7.98	5.32	1.75	—	—	0.19	0.10	100.53
3.	56.47	0.90	16.63	2.57	5.28	0.12	4.75	6.89	3.28	1.68	0.42	0.07	0.70	0.12	99.88
4.	63.96	0.50	16.63	3.11	1.90	0.10	1.74	3.93	4.17	2.33	0.45	0.34	0.46	0.34	99.86
5.	62.81	0.49	16.72	1.39	3.12	0.05	1.57	3.93	4.27	2.29	0.32	1.16	1.69	0.32	100.13
6.	55.80	0.74	18.35	1.87	4.96	0.11	3.81	7.17	3.64	1.12	0.32	0.27	0.78	0.24	99.78
7.	56.89	1.00	17.19	1.69	5.12	0.12	4.41	7.31	3.52	1.72	0.41	კვალ	0.46	0.20	100.04
8.	57.08	0.70	18.07	1.79	5.25	0.12	3.78	6.96	3.58	17.78	0.39	0.07	0.28	0.12	99.97
9.	54.34	0.80	16.86	2.99	4.31	0.08	5.63	7.00	3.64	1.48	0.38	0.71	1.02	0.92	100.16

რიცხვითი მახასიათებლები ა. ზავარიცკის მიხედვით

№ რიგ.	a	c	b	s'	a'	f'	m'	e'	n	φ	t	Q
1.	11.0	7.2	23.4	58.4	31.1	32.7	36.2	—	78.8	19.2	1.3	12.4
2.	10.1	8.0	17.6	64.3	—	58.0	51.0	11.0	74.0	—	—	0.4
3.	9.8	6.4	17.7	66.1	—	41.8	46.9	11.3	73.8	12.5	1.2	6.2
4.	12.9	4.9	7.6	74.6	1.8	59.7	38.5	—	73.3	34.8	0.5	18.5
5.	13.2	5.0	7.3	74.5	1.8	59.3	38.9	—	74.2	17.2	0.5	17.6
6.	10.8	7.3	15.1	66.8	—	43.9	44.3	11.8	76.8	12.2	0.9	4.7
7.	10.3	6.5	16.5	66.7	—	39.6	45.7	14.7	75.7	9.2	1.3	6.3
8.	10.8	7.0	14.8	67.4	—	45.3	44.4	10.3	75.3	10.3	0.9	6.2
9.	10.4	6.5	18.9	64.2	—	56.1	51.5	12.4	78.4	13.1	1.1	1.1

1. საკონეს წვერზე, ბაზალტური ბრექჩია. 2. საკონეს ანდეზიტ-ბაზალტის წილა (ფ. ლევისონ-ლესინგის მიხედვით). 3. საკონეს კონუსის აღმოსავლეთ კალთაში წილებს შორის ამოფერილვ ანდეზიტ-ბაზალტური ლავა. 4. საკონეს სამხრეთ აღმოსავლეთი კალთის ძირას, როსტიაანა ხევის სათავეში, რუხი ანდეზიტი. 5. იქვე, სადაც № 4. ვარდისფერი ანდეზიტი. 6. საკონისწინა პლატოზე, კონუსის დასავლეთ კალთის ძირას, ანდეზიტ-ბაზალტი. 7. საკონეს ჩრდილო კალთიდან, ხადისხევის სათავეებში დაშვებული ნაკადის ანდეზიტ-ბაზალტი. 8. საკონესწინა პლატოს (ოსის ფიცრებთან, ანდეზიტ-ბაზალტი. 9. საკონეს სამხრეთ კალთის შუა ნაწილში წილებს შორის, ანდეზიტ-ბაზალტის განფენი.

რესად ლაგებს იძლევა. ამ დროს არის წარმოშობილი საკონისწინა პლატო და გულაურ-მღეთის ლაგური ნაკადი. მესამე ამოფრქვევა, რომელიც საკმაოდ ახალგაზრდაა (უთუოდ პოლოცენი) უმთავრესად ექსპლოზიური ხასიათისაა და ანდეზიტ-ბაზალტური შედგენილობის პიროკლასტებისა და ლავის მცირე ნაკადებს გვაძლევს. ერთი ასეთი ნაკადი კონუსის ჩრდილო-აღმოსავლეთ კალთიდან არის გამოსული და ჩაშვებულია ხადისხევიში.



სურ. 2. საგონეს ქანების ქიმიური შედგენილობის დიაგრამა ა. ზეარდციის მიხედვით

ამრიგად, კონუსი საკოხე ტიპიურ სტრატო ვულკანს წარმოადგენს აგებულებაში არა მარტო ფუჟე — ანდეზიტ-ბაზალტური შედგენილობის ლავები და პიროკლასტები, არამედ შედარებით მკაფე ლავები — ანდეზიტებიც მონაწილეობს.

(წარმოდგენილია 11/XI. 1972 წ.)

მინერალოგიისა და პეტროგრაფიის კათედრა

ლიტერატურა

1. Н. В. Короновский, Труды лаборатории палеовулканологии, вып. 1. Казахский госуниверситет им. С. М. Кирова, 1963, стр. 12.
2. Ф. Ю. Левинсон-Лессинг, Изв. СПб. Полит. Инст. 1913, стр. 248.
3. В. П. Ренгартен, Геологический очерк района Военно-Грузинской дороги. Тр. ВГРО, вып. 148, Ленинград, 1932.
4. Н. И. Схиртладзе, Постпалеогеновый эффузивный вулканизм Грузии. Тбилиси 1958.

Н. И. СХИРТЛАДЗЕ

О СТРОЕНИИ ВУЛКАНИЧЕСКОГО КОНУСА
САКОХЕ (ВОЕННО-ГРУЗИНСКАЯ ДОРОГА)

Резюме

В работе приводятся новые данные о строении вулканического конуса Сакохе. Анализ детальных геологических разрезов показывает, что Сакохе является полигенным вулканическим аппаратом, с не менее чем трехкратным извержением, причем продукты первого его извержения, выступающие на поверхность под южным склоном конуса, представлены роговообманковыми андезитами. Продукты последующих извержений выражены в виде мощных лавовых потоков и в меньшем количестве — пирокластами андезит-базальтового состава. В результате последнего этапа действия вулкана образована собственно вершина Сакохе, сидящая на вышеупомянутых лавовых потоках. Конус в основном сложен из андезит-базальтовых пирокластов.

DICTAMNUS CAUCASICUS-ის უმსჯავლიანობის

მ. ლორთქიფანიძე

Dictamnus — ბერძნული სიტყვაა, წარმომდგარი კუნძ. კრეტას ერთ-ერთი მთის — *Dicte*-ს სახელწოდებისა და სიტყვისაგან *thamnos* — ბუჩქი.

გვარი *Dictamnus* მიეკუთვნება *Rutaceae*-ს ოჯახს, რომელშიც ბუჩქები და მრავალწლოვანი ბალახოვანი მცენარეებია გაერთიანებული. ამ გვარიდან მსოფლიოში 7 სახეობა არის ცნობილი, რომელთა უმრავლესობა წყნარი ოკეანიდან ატლანტის ოკეანემდეა გავრცელებული. საბჭოთა კავშირში 5 სახეობაა, კავკასიაში 3, ხოლო საქართველოში — 2.

გვარი *Dictamnus*-ის წარმომადგენლები მრავალწლოვანი მაღალი ბალახოვანი მცენარეებია კენტ-ფრთისებრი ფოთლებით. ღერო 40 — 70 სმ-მდეა, სწორი; მოკლე ჯირკვლოვანი ბეწვით მოფენილი. ყვავილები ზიგომორფული, დიდი ზომის, მტევნებად შეკრებილი. ჯამი 5-ფოთლიანი, გვირგვინი 5-ფურცლიანი. ნასკვი — 5-ნაკვთიანი და 5-ბუდიანი. სვეტი 1. მტვრიანა 10.

Dictamnus caucasicus Tisch. ex Grossh. Фл. Кавк. III (1932) 20; Фл. СССР т. XIV (1949) 227; Grossh. Опр. раст. Кавк. (1949) 195; მაყაშვილი თბილისის მიდამოების ფლორა 1 (1952) 431; კემულარია-ნათაძე, საქ. ფლორა, VI, (1960) 60;

მცენარე მრავალწლოვანია, ღერო 1 მ სიმაღლის, ქვედა ნაწილი უმწველი, ზემოთ მოკლე ხუჭუჭბეწვიანი.

ფოთლები 5 — 8 წყვილი ფოთოლაკისაგან შედგება; ფოთოლაკები მოგრძო ლანცეტა, წვერისკენ გრძლად წაზიდული, ქვედა მხარეზე მონაცრისფროა შებუსისაგან, ხერხებილა, ძირთან ოდნავ შევიწროებული; კენწრული კენტი ფოთოლაკი თანდათანობით ვიწროვდება ფრთიან ყუნწში. ყვავილი ჯირკვლოვანია და ხშირბეწვიანი, მტევნისებრი ან მტევნისებრ საგველა; თანაყვავილი და თანაყვავილაკი მოგრძო კვერცხისებრია ან ლანცეტა, შებუსვილი, წაწვეტებული; ყვავილის ყუნწები მავარია, მოკლე, ჯირკვლებიანი; ჯამის ფოთლები ბეწვებიანია, მოგრძო კვერცხისებრი ან ბლავვი; გვირგვინის ფურცლები 2 — 2,5 სმ სიგრძისაა, მოიასამნისფერო, მოგრძო, წვერზე წაწვეტებული, ძირთან თითქმის ერთბაშად შევიწროებული მოკლე ყუნწით; მტვრიანა 10, ზედა ნაწილში ხშირი ჯირკვლებითაა მოფენილი, ხოლო ქვედა ნაწილი ბეწვებიანია; ნასკვი I, ბეწვებიანი; სვეტი უმწველი ან მეჩხერი წვრილი ჯირკვლებითა და ბეწვებითაა მოფენილი; ნაყოფი კოლოფი 8 — 10 მმ სიგრძის; თესლები შავი პრიალა; ყვავის VI-ში.

იზრდება მთის შუა სარტყლამდე, ველებში, ნათელ ტყეებში და ბუჩქნარებს შორის.

საქ. სსრ; იმიერკავკ. (დაღესტანი); ამიერკავკ. (აზერბ., სომხეთი); ვერ. ნაწ.;



შუა დნებრი; ქვემო დონი; საერთო გავრცელება: ირანი; აღწერილია ქ. ბემსტადან, ტიბი ინახება ლენინგრადში.

მ ე თ ლ ი კ ა

ჩვენი მიზანი იყო შეგვესწავლა გაქსეროფიტებულ ადგილსამყოფელზე შემორჩენილი ტყის ელემენტის — *Dictamnus caucasicus*-ის მორფოლოგიური მარკენებლები, რათა დაგვედგინა გარემოს გავლენით გამოწვეული შინაგანი და გარეგანი აგებულების დღევანდელი თავისებურება.

ამ მიზნით, ჩვენ მიერ მასალის აღებისათვის შერჩეულ იყო აღმოსავლეთ საქართველოს ზოგიერთი გაქსეროფიტებული, ეკოლოგიურად განსხვავებული მიდამოების 12 ადგილსამყოფელის ჩრდილო და სამხრეთ ექსპოზიციები. საველე მუშაობისას ყურადღება ექცეოდა დაჯგუფების ხასიათს, ვადგენდით იმ ცენოზების სიას (სიმრავლას აღნიშვნით), რომელშიც მონაწილეობას იღებდა საკვლევი მცენარე. ადგილზე ვსწავლობდით და ვახდენდით მცენარეების ჰერბარიზაციას. ვიღებდით ნიადაგის ნიმუშებს ანალიზისათვის. ვსაზღვრავდით სიმაღლეს ზღვის დონიდან. ვიკვლევდით ფერდობების დაქანებას. ანატომიური შესწავლისათვის ვიღებდით და ვინახავდით მცენარეს განხვევებულ სპირტში. დაფიქსირებულ მასალას ვამუშავებდით რეაქტივებით: საფრანხით, Sudan III-ით, კალიუმის იოდატით და სხვ. ჭრილებს ვაკეთებდით გამყინავი მიკროსკოპით (მოდელი „X“).

საკვლევი მცენარის შესწავლისას ყურადღებას ვაქცევდით ზოგიერთ მორფოლოგიურ ნიშანს: ვადარებდით სამხრეთ და ჩრდილოეთ ექსპოზიციებზე აღებული მცენარეებს ერთმანეთთან. ვზომავდით მცენარის სიმაღლეს, ფოთლის სიგრძესა და სისქეს; ვაკვირდებოდით ფერს, შებუსვას, ჯირკვლიანობას და სხვ.

ჩვენ მიერ შესწავლილი იყო ყვავილიანი და უყვავილო ტოტებიდან აღებული სხვადასხვა (ქვედა, შუა და ზედა) სართულის ფოთლები, (B. Василевская, 1965); მრავალი პრეპარატის დამუშავებამ და სქემატურმა ნახატებმა დაგვარწმუნა, რომ ყვავილობაში მყოფი მცენარის აგებულება უკვე დასრულებული, დიფერენცირებული ჰისტოლოგიური ელემენტებითაა წარმოდგენილი ამის გამო საბოლოოდ შევჩერდით მოყვავილე მცენარის ანალიზზე. შუა სართულის ფოთლი საანალიზოდ ავიღეთ როგორც საბოლოოდ დიფერენცირებული.

ფოთლის მთელ სიგრძეზე სტრუქტურულმა შესწავლამ გვიჩვენა, რომ ამ მცენარეებისათვის დამახასიათებელი ფოთლის აგებულება სრულად არის მოცემული შუა ნაწილში, ხოლო მათი წვერისა და ფუძის ნაწილი ზოგიერთ ჰისტოლოგიურ ელემენტს ან სრულიად არ შეიცავს, ანდა შეიცავს ძალიან მცირე რაოდენობით. ამიტომ შედარებისათვის უფრო ტიპურად მივიჩინეთ ფოთლის შუა ნაწილი. ზემოთ აღნიშნულის საფუძველზე სხვადასხვა ადგილსამყოფელიდან აღებული მცენარეების ფოთლის აგებულების ერთმანეთთან შედარებისათვის ვიყენებდით აყვავებული მცენარის შუა სართულის შუა ნაწილს, რომელიც მთავარ ძარღვთან ახლო მდებარეობდა.

ფოთლის სისქე ვაზომილია მიკრონებით, მქსრისებური და ღრუბლისებური პარენქიმა, კუტიკულა, ეპიდერმისი, გამტარი კონის დიამეტრი. შესწავლილია ბაგეთა რაოდენობა I მმ-ზე ფოთლის ორივე მხარეზე. ვაზომვას ვაწარმოებდით მიკრომეტროკულარის საშუალებით.

ცდის შედეგები

ჩვენ მიერ საკვლევი მცენარის — Dictamnus caucasicus-ის მრავალი პრეპარატის ნიმუშია დამუშავებული და შესწავლილი. მივიღეთ, რომ ჩრდილოეთისა და სამხრეთის ექსპოზიციებზე აღებული მცენარეების ურთიერთშედარებისას, ფოთლის განიკვეთის პერიმეტრის, მესრისებური და ღრუბლისებური პარენქიმის, ზედა და ქვედა კუტიკულის, ზედა და ქვედა ეპიდერმისის სისქე μ -ით და ბავეთა რაოდენობა I მმ²-ზე ცალობით საგრძნობლად განსხვავებულია ერთიმეორისაგან. მიღებული შედეგების მაჩვენებლები წარმოდგენილი გვაქვს I ცხრილში.

მიღებული მრავალრიცხოვანი მონაცემები დამუშავებულ იქნა მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდებით — დისპერსიული ანალიზი (გ. მანია, 1966; В. Урбах, 1963; И. Плохинский, 1970). საჭირო გამოთვლები ჩატარებულ იქნა ეგმ მ-220-ზე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტში.

გამოთვლებით მიღებული შედეგებიდან ჩვენთვის საინტერესო გახდა თითოეული მცენარის ბიოლოგიური პარამეტრებისათვის ცალ-ცალკე შემდეგი სტატისტიკური მახასიათებლები: საშუალო არითმეტიკული, დისპერსია, საშუალო კვადრატული გადახრა, ვარიაციის კოეფიციენტი.

სამხრეთისა და ჩრდილო ფერდობების ექსპოზიციებზე აღებული მცენარეების ბიოლოგიური პარამეტრების საშუალო მაჩვენებლების შედარებისათვის გამოთვლილი იქნა სარწმუნოების კოეფიციენტები.

გამოთვლითი სქემა შემდეგია:	$x_j, y_j; j=1,2,\dots,n$
საშუალო არითმეტიკული	\bar{x}, \bar{y}
დისპერსია	σ_1, σ_2
საშ. კვადრატ. გადახრა	m_1, m_2
ვარიაციის კოეფიციენტი	V_1, V_2

$$\bar{x} = \frac{\sum x_j}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum y_j}{n},$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}},$$

$$m_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}}, \quad m_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{n}},$$

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}} 100\%, \quad V_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{y}} 100\%,$$

სარწმუნოების კოეფიციენტისათვის ვისარგებლეთ ფორმულით:

$$q = \frac{(x - y)}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$$

მოცემული ანათვლებისათვის (ცხრილი 1), მივიღეთ, რომ უმრავლეს შემთხვევაში $q > 3$; აქედან გამომდინარე, თანახმად სტიუდენტის ცხრილისა, სამხრეთისა და ჩრდილოეთის ფერდობების ექსპოზიციებზე აღებული საკვლევი მცენარეების ბიოლოგიური პარამეტრების საშუალო მაჩვენებლების ცვლილება სარწმუნოა 0,999 ალბათობით (1000-დან 999 შემთხვევაში).



№№	სანაღბლო აღებულის მცენარის ადგილსამყრელი	ფოთლის განვიწყობის პერიმეტრი μ-ით		მესრისებური პარენქიმა μ-ით		ღრუბლისებური პარენქიმა μ-ით		ზელა კუტიკულა μ-ით	
		S	N	S	N	S	N	S	N
1	გარეჯი	302±3	264±1,3	131±2	127±2,3	93±2	95±6	15±0,8	11±0,9
2	დაბა, წალკის ხროცი	250±2		100±1		87±2		14±1	
3	ბორჯომი	262±3	205±3	103±1	53±1	95±2	114±4	15±0,8	11±0,8
4	საგურამო		218±3		62±2		100±3		10±0,7
5	კარსანი	251±1	213±5	105±3	68±2	100±0,9	93±0,9	10±1	12±0,9
6	არმაზი	249±2	213±3	97±3	74±2	92±2	96±3	12±0,7	8±0,5
7	ჯვარი	238±5		100±1		87±2		12±1	
8	ქორქის ტბა	241±2		94±4		90±1		12±3	
9	ლევთა ხევი	225±3		95±2		80±3		11±1,8	
10	დეღისი	230±2	222±3	89±2	87±2	86±0,8	94±1	11±0,7	8±2
11	თელეთი	228±2	219±1	94±3	87±1	81±3	91±5	10±1	8±1
12	ბონისი	214±13		94±2		84±4		10±0,8	

დასკვნა

მიღებული ფაქტობრივი მასალის საფუძველზე შეგვიძლია გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნა:

ტყის ტიპიურ წარმომადგენელს — *Dictamnus caucasicus*-ს თავისი ისტორიული განვითარების პროცესში გამოუმუშავდა ისეთი მყარი ნიშნები, რომლებიც ქსეროფიტულ პირობებთან ადაპტაციის უტყუარი დამადასტურებელია.

ქსეროფიტული გარემოს გავლენით გამოწვეული მორფოლოგიური ცვლილებები ძირითადად ასე გამოიხატება: მცენარე ღია მწვანე ფერისაა, ძლიერი, ღრმად დატოტვილი ფესვებით; ღერო შედარებით დაბალია (50 — 60 სმ), უხეში, კარგად შებუხილი, ჯირკვლებიანი; ფოთლის ფირფიტა შემცირებულია, გასქელებული, წამწამ-ბეწვიანი.

ქსეროფიტული ადგილსამყოფელის გავლენა შესწავლილ მცენარეთა ფოთლის ანატომიურ აგებულებაზე შემდეგი ნიშნებით მკლანდება: მესრისებური პარენქიმის სიჭარბე, წვრილუჯრედიანობა, უჯრედების მჭიდროდ განლაგება, მექანიკური ქსოვილის კარგად განვითარება, გამტარ კონათა მეტი რაოდენობა, ეპიდერმისის უჯრედების გასქელება, კუტიკულის სისქე, ფოთლის ორივე მხარეზე არსებული ბაგეების თანაპოზიციონირება, — (ბაგეების რაოდენობა, ფორმა, განლაგება).

ამრიგად, *Dictamnus caucasicus*-მა თავისი ფილოგენეზის მანძილზე შეძლებისდაგვარად გამოიმუშავა გარკვეული ნიშანთვისებები, რომლითაც გაუძლო საუკუნეთა გამოცდას და შეეგუა მისთვის ახალ გარემო პირობებს.

(წარმოდგენილია 14. I. 1972)

ბოტანიკის კათედრა

icus Fisch.

ქვედა ეპიდერმისა M-ით		ზედა ეპიდერმისი M-ით		ქვედა ეპიდერმისი M-ით		ბაგეტა რაოდენობა 1 მმ ² -ზე ცალობით			
						ზედა ეპიდერმისი		ქვედა ეპიდერმისი	
S	N	S	N	S	N	S	N	S	N
13±0,8	8±0,7	23±0,8	16±0,9	18±1,3	11±0,8	216±5,7	180±1,4	292±9	256±18
12±0,3		18±0,9		14±0,7	5±0,5	180±18		261±15	
12±0,8	6±0,5	17±2	10±0,9	14±0,7	11±0,8	165±1	0	261±16	128±14
	9±0,5		12±0,8		10±1		0		165±14
9±0,7	14±0,7	12±0,7	13±0,8	10±0,7	9±3	146±1	0	170±15	155±15
11±0,8	7±1	17±1	11±0,7	13±1		149±2,9	0	258±1,5	178±1,9
11±1		16±1		14±1		147±12		247±28	
10±1		13±1		11±1		115±13		220±14	
10±1		11±1,9		10±1,7		145±9		221±15	
11±0,7	7±0,9	14±1	12±1	12±1	11±1	151±7	140±8	240±16	216±15
7±0,7	12±2	10±0,9	9±0,7	9±1	10±1	125±18	225±18	241±11	210±10
9±1		11±1		10±1		144±24		231±22	

ლიტერატურა

- გ. მანია, მათემატიკური სტატისტიკა ტექნიკაში, თბილისი, 1965.
- თბილისის მიდამოების ფლორა, ტ. I, თბილისი, 1952.
- საქართველოს ფლორა, ტ. VI, თბილისი, 1960.
- А. А. Гроссгейм, Флора Кавказа, т. III, Тифлис, 1932
- А. А. Гроссгейм, Определитель растений Кавказа, М., 1949.
- В. К. Василевская, Сб. „Проблемы современной ботаники“, т. II, М.—Л., 1965.
- В. Ю. Урбах, Математическая статистика для биологов и медиков, М., 1963
- Н. А. Плехинский, Биометрия, М., 1970
- Флора СССР, т. 14, М.—Л., 1949.

М. К. ЛОРДКИПАНИДZE

კ ი ზ უ ც ნ ი ე ნ ი D I C T A M N U S C A U C A S I C U S F I S C H

Резюме

В настоящей работе исследуются изменения листа (толщины кутикулы, эпидермиса, палисадной и губчатой паренхимы, проводящего пучка, устьичного аппарата) *Dictamnus caucasicus* Fisch в различных экологических условиях.

С целью систематизации и уточнения многочисленных образцов полученные данные были обработаны вариационно на ЭВМ Института прикладной математики Тбилисского государственного университета. Изучены эмпирическое среднее квадратическое отклонение, средняя квадратическая ошибка, коэффициент вариации.

მასალები ქვემო სვანეთისა და ლეჩხუმის ტყეების შესწავლისათვის

3. ინტოროპვა

ქვემო სვანეთი და ლეჩხუმი საქართველოს კავკასიონის დასავლეთ ნაწილის სამხრეთ ფერდობზე მდებარეობს და მოიცავს მდ. ცხენისწყლის ზემო დინების აუზს. იგი ჩრდილოეთით სვანეთის ქედით ისაზღვრება, სამხრეთით—ლეჩხუმისა და სამეგრელოს ქედებით (ვერისის) აღმოსავლეთით ლეჩხუმის ქედის აღმოსავლეთ მონაკვეთით. დასავლეთით ენგურ-ცხენისწყლის წყალგამყოფი ქედით (1,2).

გეოგრაფიული მდებარეობის თავისებურებებთან ერთად დიდმა გიფსომეტრიულმა განვითარებამ განაპირობა საკვლევი ტერიტორიის ჰავის ნაირგვარობა. აქ, გ. კორდიას მონაცემებით, ხუთი კლიმატური ზონაა გამოყოფილი სიმაღლეების მიხედვით. წარმოდგენილია დაწყებული ნოტიო სუბტროპიკულიდან (ხეობებში) ზომიერი ტენიანი ჰავა საშუალო მთიან ზონაში და მაღლა მთის ცივი ჰავა (2) 900 მეტრიდან 3200 მეტრამდე.

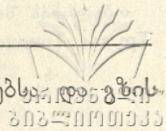
ნიადაგებიდან საკვლევ ტერიტორიაზე გაბატონებულია ტყის ყომრალი ნიადაგები, მაგრამ ქვემო სვანეთის მთის ზონაში რცხმელურიდან ლენტეხამდე სამეგრელოს მთის ჩრდილო ფერდობზე ტიპური წაბლა ნიადაგებია. ტყის გაეწრებული ყომრალი ნიადაგებია გავრცელებული, ასევე მთის მდელი კორდიანი და კორდიანი ნიადაგებია, ალპურ ზონაში გვხვდება პრიმიტიულ მცირე სისქის კორდიანი მთის მდელი ნიადაგები.

კირქვების გავრცელების არეში მეტწილად ლეჩხუმში წარმოდგენილია ნე-შომპალა-კარბონატული ნიადაგები, ხოლო მდინარეთა ტერასებზე ალუვიური ნიადაგებია. საკვლევ ტერიტორიაზე დიდი ფართობი უჭირავს ნიადაგურსა და მცენარეულ საფარს მოკლებულ კლდეებსა და ქვაბულებს (3).

საკვლევი ტერიტორიის მცენარეული საფარის შესახებ პროფ. ნ. კეცხოველი (4) გამოყოფს მცენარეულობის სამ სარტყელს: მთების შუა, სუბალპური და ალპური სარტყელი, რომელიც ძირითადად ქვემო სვანეთისა და ლეჩხუმისათვის. ლეჩხუმში ლაჯანურას ხეობაში კირქვიანების თავისებური დაჯგუფებაა გავრცელებული. რასაც მოკლებულია ქვემო სვანეთი.

საკვლევ ტერიტორიათა მცენარეულობა ვერტიკალურ კანონზომიერებას ექვემდებარება, თუმცა დიდ როლს თამაშობს ადგილობრივი ფაქტორებიც, როგორცაა: რელიეფი, ნიადაგები და სხვანი (5).

ქვემო სვანეთი და ლეჩხუმი, თავისი ბუნებრივი პირობებით, მდიდარია მთის შუა სარტყელის ტყეებით, სადაც ბლომდაა გავრცელებული ტყის ველური ხილი. ჩვენ ველური ხილიდან დიდი ყურადღება დავუთმეთ ტყემალს, რომლის მონაწი-



ლეობა საკვლევ რაიონებში დაკავშირებული იყო მეტწილად ტყეებსა და გზის პირებთან.

ტყემალი *Prunus divaricata* Led. წარმოდგენს ხეს ან ბუჩქს 4—10 (25) სიმაღლის, იშვიათად ეკლიანია ვაფაჩხულტოტებიანი, წაგრძელებულყლორტიანი. ყვავილობს მარტსა და აპრილში, ნაყოფს გვაძლევს აგვისტო-სექტემბერში. ტყემალი უმეტესად ქვეტყის სახით იზრდება. მთის მიწებზე აღწევს 1800 მეტრამდე ზღვის დონიდან. ასევე გვხვდება ქსეროფიტულ ფორმაციებშიც. იგი ქედის რცხილნარ-წიფლნარ-მუხნარ და ნაწილობრივ სოჭნარ ნაძვნარ ფორმაციებში, ზოგჯერ ტყის პირებზეც გვხვდება, გარდა ამისა, არაიშვიათია მდინარეთა ხევებსა და ტერასებზე. (9; 7, 8).

საკვლევ ტერიტორიაზე ტყემალი დაკავშირებული იყო რცხილნარ-წიფლნარ-მუხნარ-რცხილნარ ფორმაციებთან, არანაკლებად იღებდა მონაწილეობას გზის პირებში, სადაც კარგი ნაყოფმსხმოიარობითაც გამოიჩინოდა.

ტყემლის სახეობანი გავრცელებულია სსრ კავშირში, შუა აზიაში, მთიან თურქმენეთში, პამირის ალტაიში, ტიანშანში, ირანში, მცირე აზიასა და ბალკანეთში. იგი გავრცელებულია, როგორც დასავლეთ ისე აღმოსავლეთ საქართველოში (9, 10, 11, 12).

ლიტერატურული მონაცემებით ტყემალი ძველი კულტურაა და მისი წარმოშობის კერად საქართველოს თვლიან, რადგან ძნელია საქართველოს ფარგლებში კულტურულ და ველურ ფორმებს შორის საზღვრების დადგენა (10).

პირველად ტყემალი *Prunus divaricata* Led. კავკასიიდან ლედებურმა აღწერა 1824 წელს. მის შემდეგ კავკასიის გამოჩენილი მკვლევარები ტყემალს *Prunus divaricata* Led. სახელწოდებით იხსენიებენ.

ნ. კოვალევი (9) თავის მონოგრაფიაში ტყემლის სახელწოდებად ერპარდის მიერ მიკუთვნებული სახელწოდებით *Prunus cerasifera* Ehrh-ით მოჰყავს, თან აღნიშნავს, რომ ამ ორ სახეობას შორის ლაპარაკია *Prunus divaricata* Led. და *Prunus cerasifera* Ehrh. დიაგნოზების ანალიზმა და ფართო შესწავლამ დამარწმუნა, რომ ესენი ორივე ერთი და იგივე სახეობებია (18). თუმცა მის ადრინდელ შრომაში სსრ ფლორაში ტყემალს *Prunus divaricata* Led. ლედებურის სახელწოდებით მოჰყავს, რასაც, როგორც აღვნიშნეთ, 1955 წლის მონოგრაფიაში უარყოფს, თუმცა 1960 წელს Деревья и кустарники СССР, Т. 3, ტყემალს მაინც *Prunus divaricata* Led. ლედებურის სახელწოდებით აღწერენ.

ი. ვასილჩენკოს (10) გამოკვლევით, ეს სახეობა აღწერილი იყო ლედებურის მიერ ყაბარდოდან და აღნიშნავს, რომ *Prunus divaricata* Led. და *Prunus cerasifera* Ehrh ორი სხვადასხვა სახეობაა, მისივე მითითებით ეს სახეობა ტიპურია ჩრდილო კავკასიისათვის, ნაწილობრივ—აფხაზეთისა და ყირიმის მთებისათვის. თუ ამას დავეყრდნობით, ისეთი შთაბეჭდილება იქმნება, რომ საეჭვოა ამ სახეობის *Prunus divaricata* Led ჩვენში გავრცელება, თუმცა ჩვენ მას უფრო ფართო გაგებით ვიხილავთ (12).

დღეისათვის დადგენილია, რომ ტყემლის კულტურულ ფორმებს უწოდებენ *Prunus cerasifera* Ehrh ხოლო ველურს კი (12) *Prunus divaricata* Led.

სახეობა *Prunus divaricata* Led. ძლიერ პოლიმორფულია, განიცდის ცვლილებებს ფოთლის შებუსვით, ნაყოფის ფორმით, კურკის ზომით და სხვ.

შეგროვილ მასალათა ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ტყემალი საკმაოდ გავრცელებულია

ბით ხასიათდება ქვემო სვანეთისა და ლეჩხუმში, თუმცა წმინდა მასივის შემქმნელი არისაღ არ არის.

საინტერესო მასალებია შეგროვილი ტყემლის ნაყოფების გემოს ცვალებადობის მიხედვით. ამ მიზნით შეიძლება ნაყოფები დავეყოთ: მკავე, მომკაეო-მოტკბო, მწკლარტე გემოსი (რომელთაც შედარებით პატარა ზომის ოვალური ფორმის ნაყოფები აქვთ, დიამეტრი 1,5—2 სმ) ვფიქრობთ, რომ ტყემლის ნაყოფის ნაირსხვაობის მიზეზი ნაწილობრივ გაკულტურებაც უნდა იყოს.

საკვლევ რაიონში ტყემალის ერთი სახეობაა გავრცელებული, რომელსაც ნ. კოვალევი ქვესახეობა *Prunus divaricata ssp. pontica* Kov. უწოდებს. მისი დიაგნოზით, ამ ქვესახეობისათვის დამახასიათებელია შემდეგი ნიშნები: ქვესახეობა წარმოადგენს ხეს ან ბუჩქს 5—8 მ სიმაღლის, იშვიათად ეკლიანი, გრძელ-ყლორტიანი. ფოთლები ელიფსური, სიფრიფანა, მუქმწვანე შეფერვის, საშუალო სიდიდის (55×35 მმ), თანდათან ვიწროვდება წვერში, ერთმაგ ან ორმაგ ხერხებილა, ფირფიტის ზედა მხარეს შიშველი, ქვევით ძარღვის გაყოლებაზე 1/3-ზე შებუსუსულია, ყუნწი 3—10 მმ სიგრძისაა. ყვავილი თეთრი 18—25 მმ დიამეტრის, უკუკვერცხისებრი გვირგვინის ფურცლებით. ნაყოფი წითელი ან ყვითელი, კონუსისებრი, იშვიათად მრგვალი, ხორცოვანი, ხორცი ყვითელი, წითელი ან მუქი წითელი. კურკა წვრილია (12×10×11 მმ), ოვალური მრგვალი ზედაპირით, პრიალა. მისი გავრცელების ძირითადი ზონაა 500—900 მეტრი ზღვის დონიდან“.

ჩვენ მასალები აღწერილ დიაგნოზს ემთხვევა, მაგრამ განიცდის გადახრებს, ასე მაგალითად, კურკის ზომისა, ფირფიტის ზომისა და ნაყოფის სიდიდის მიხედვით. ჩვენს მასალებში ნაყოფი გვხვდება 27—29 მმ. რომლის გემო მოტკბო-მომკაეოა. ასეთი ფორმის მასალები აღებულია ლაშიჭალას, წანარის, ხელედურის და რცხმელურის მიდამოებში.

საკვლევ რაიონში შესწავლილი ფორმები განსხვავდებიან ნ. კოვალევის მიერ მოცემულ ზემოთ აღწერილი ქვესახეობიდან *Prunus divaricata* Led. ssp. *pontica* Kov.-საგან, რომლისათვის დამახასიათებელია: „ფირფიტა საშუალო სიდიდის (50×32 მმ), ანდა უფრო წვრილი (40×22 მმ), წვერში თანდათან შევიწროებული, ორმაგ ხერხებილა, ფირფიტა ქვემო მხარეზე ძარღვის 2/3-ზე ძლიერ შებურვილი უეკლო მცენარეა, იშვიათად-ეკლიანი, ნაყოფი ოვალური ფორმისაა, ანდა კონუსისებრი, ხორცი ყვითელი, წითელი, მუქწითელი ფერის, გემოთი მომკაეო-მოტკბო გემოსი, კურკა საშუალოდ (18×10×8 მმ), არც თუ ისე წვრილია გლუვი ზედაპირით, კარგად ემჩნევა ზურგის ნაკერი. მისი გავრცელების ზონა ნ. კოვალევის მითითებულ ზონას სცილდება: ნაცვლად 500—900 მ ზღვის დონიდან, 1000 და 1200 მეტრზე ზევითაც გვხვდება. როგორც ჩანს, ნ. კოვალევის ქვესახეობისაგან *Prunus divaricata ssp. pontica* Kov. განსხვავებულია ფოთლის ზომისა, ნაყოფის ფორმისა და კურკის ზომით. ამასვე მეტყველებენ ჩვენ მიერ შეგროვილი მასალები რაჭის მიდამოებშიც.

თვით სახეობა *Prunus divaricata* Led., როგორც ლიტერატურული წყაროებიდან ჩანს, იმდენად პოლიმორფულია, რომ გამიჯვნა ტყემლის ფორმებისა ურთიერთისაგან ძლიერ სხვაობას განიცდის და არ არის შესაძლებლობა მათი მკვეთრად ერთმანეთისაგან განსხვავება (12).



1. ნ. ასტახოვი, გ. დონდუა, შ. კორძაია და სხვ., საქ. მეც. აკადემიის ინსტიტუტის შრომები, ტ. 12, 1960.
2. Д. Г. Толорая, Физико-географическая характеристика Нижней Сванетии. Автореферат, 1963.
3. М. Н. Сабашвили, Почвы Грузии. Тбилиси, 1948.
4. ნ. კეცხოველი, საქართველოს მეცნიერული საზარი, 1960.
5. П. М. Жуковский, Культурные растения и их сородичи, М., и 1958.
6. Деревья и кустарники СССР. т. 3, 1960.
7. А. А. Гроссгейм, Флора Кавказа, т. IV, 1952.
8. შ. ქუთათელაძე, ი. მანდეროვა, ა. შხიანი. სასარგებლო მცენარეები, თბილისი. 1965.
9. Н. Н. Ковалев, Алыча в природе, культура и селекции. Ташкент, 1955.
10. И. Т. Васильченко, Бот. мат. герб. бот. инст. АН СССР, XIX. 1959.
11. ნ. ბრეგაძე, საქ. მეც. აკად. ბოტანიკის ინსტიტუტის შრომები, თბილისი. 1948.
12. საქართველოს ფლორა, ტ. V, 1949.

В. В. ИНГОРОВА

МАТЕРИАЛЫ К ИЗУЧЕНИЮ ТКЕМАЛИ НИЖНЕЙ СВАНЕТИИ И ЛЕЧХУМИ

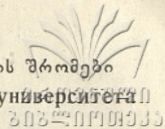
Резюме

Верхняя Сванетия и Лечхуми расположены на южном склоне западной части Главного Кавказа и охватывают бассейн верхнего течения р. Цхенис Цкали. Верхняя Сванетия и Лечхуми характеризуются большим разнообразием природы, что наряду с другими факторами может быть обусловлено сложностью рельефа и гипсометрическим развитием.

В растительном покрове исследуемой территории проф. Н. Кецохели выделяет 3 основные зоны растительности—среднегорная, субальпийская и альпийская зона, которые являются основными для верхней Сванетии и Лечхуми, хотя в Лечхуми в ущелье Ладжанури в отличие от Верхней Сванетии распространена растительность известнячков.

Первым ткемали с Кавказа описал Ледебур под названием *Prunus divaricata* Led. в 1824 году. По исследованиям И. Васильченко (1959 г.) этот вид был описан с Кабардинской АССР. Сейчас установлено, что культурные формы ткемали называют *Pr. cerasifera* Ehrh., а дикие—*Pr. divaricata* Led. Н. Ковалев в своей монографии (1955) для Западной Грузии указывает I подвид *Pr. divaricata* ssp. *Pontica* Kov, И. Васильченко считает сомнительным распространение у нас *Prunus divaricata* Led. Собранные нами материалы позволяют отметить, что в Западной Грузии распространен один вид ткемали, который Н. Ковалев называет *Prunus divaricata* ssp. *pontica* Kov.

Изученные в отмеченных районах формы отличаются от данных Н. Ковалевым формой, размерами листа, формой плода и размерами косточек.



დაბალი სპორულაციის უნარის მქონე პირობით-ლეტალი ულტრაიისფერი სხივებისადმი მგრძობიარე მუტანტები *SACCHAROMYCES PARADOXUS*-ში

ა. შათირიშვილი, ი. ჭუჭულაშვილი

გენეტიკური მასალის რეპლიკაციისა და რეპარაციის მოლეკულური მექანიზმების შესასწავლად ხელსაყრელ მოდელს წარმოადგენს პლეოტროპული ხასიათის ტემპერატურა და რადიომგრძობიარე მუტანტები. პირობით-ლეტალი, რადიომგრძობიარე მუტანტების შესწავლით, რომლებშიც სპორულაციის წარმმართველი გენებია ბლოკირებული, შესაძლებელია დავადგინოთ რეპლიკაციის პროცესის როლი მეიოზში.

რიგი ავტორების მიერ დადგენილია რადიომგრძობიარე მუტაციების გავლენა მეიოზის პროცესზე. პირველად *Ustilago maidis*-ში ინდუცირებულ რადიომგრძობიარე მუტანტების შესწავლისას გამოვლენილ იქნა პლეოტროპული გენები, რომლებიც გავლენას ახდენენ გენთა რეკომბინაციასა, მიტოზურ კროსინგოვერსა და მეიოზის პროცესზე [1,2]. ცნობილია *Sacch. cerevisiae*-ში რადიომგრძობიარე მუტანტები, რომლებიც ჰომოზიგოტურ მდგომარეობაში ნაწილობრივ ახშობენ სპორულაციის პროცესს [3]. ამ გამოკვლევებით მტკიცდება, რომ ეუკარიოტულ ორგანიზმებში ზოგიერთი ფერმენტი, რომლებიც რეპარაციის პროცესს ანხორციელებენ, წამყვან როლს ასრულებენ აგრეთვე გენთა რეკომბინაციასა და მეიოზის პროცესში.

მასალა და მეთოდика

ცდის ობიექტად გამოვიყენეთ *Sacch. paradoxus*-ის შტამ ГИВ — 51 ინდუცირებული პირობით-ლეტალი, დაბალი სპორულაციის უნარის მქონე მუტანტები Sp-333, Sp-351, Sp-422 [4] და პირობით-ლეტალი, რენტგენის სხივებისადმი მგრძობიარე მუტანტი txs-2 [5]. მუტანტები ვერ ვითარდებიან 37°C ტემპერატურაზე.

კულტურის ინკუბაციას ვახდენდით სრულ პეპტონიან არეზე (პეპტონი 2%, გლუკოზა 2%, ავტოლიზაცი 1%, აგარ-აგარი 3%), კულტურების ჰიბრიდიზაციას — მინიმალურ არეზე, ხოლო სპორულაციის ინდუცირებას კი — აცეტატურ არეზე [5,6]. კულტურის ინკუბაციას ვახდენდით 30°C ტემპერატურაზე.

მიღებული შედეგების განხილვა

I. ცხრილში მოტანილია ინდუცირებული სპორულაციის შედეგი 20°C, 30°C, 34°C ტემპერატურაზე. როგორც ცხრილიდან ირკვევა, სამივე Sp მუტანტი ხასიათდება დაბალი სპორულაციის უნარით txs 2 მუტანტთან და საკონტროლოსთან შედარებით. Sp-333, Sp-351 და Sp-422 მუტანტები არ იჩენენ მგრძობიარეობას, როგორც მინიმალური ისე მაქსიმალური ტემპერატურისადმი. მუტირე-



ბული გენები თითქმის ერთნაირად ფუნქციონირებენ ყველა ტემპერატურაზე, txs 2 მუტანტი სპორულაციის პროცესი მკვეთრად ქვეითდება 34°C ტემპერატურაზე, ოპტიმალურ ტემპერატურასთან (30°C) შედარებით.

ცხრილი 1

მუტანტთა სპორულაციის უნარი 20°C, 30°C, 34°C (ასკების რაოდენობა %-ში)

მუტანტი	20°				30°				34°			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
333	4	5	1	—	4	3	3	0,5	3	2	—	—
351	9	11	—	—	22	10	4	—	3	—	—	—
422	3	—	—	—	11	24	7	4	—	7	12	4
txs — 2	24	19	23	25	45	20	35	23	31	5	9	5
lys	42	65	20	25	29	35	30	47	43	32	67	34
ГИБ — 51	82	75	78	77	87	85	81	66	64	60	70	51

ლიტერატურიდან ცნობილია, რომ *Ustilago maidis* დიპლოიდურ უჯრედებში, სადაც UVS-2 გენი ჰომოზიგოტურ მდგომარეობაში იყო ოპტიმალურ ტემპერატურაზე არ მიმდინარეობდა მეიოზი (1, 2). კოქსისა და პერის მიერ *Sacch. cerevisiae*-ში ინდუცირებული 96 მუტანტიდან ერთი აღმოჩნდა დაბალი სპორულაციის უნარის მქონე, ხოლო ერთი კი ასპოროგენული (3). ავტორების მიერ გამოთქმულია მოსაზრება, რომ სპორულაციის დაქვეითება გამოწვეულია სეგრეგაციული აბერაციით ან მეიოზის დროს ტეტრადების ფაზის ამოვარდნით.

ჩვენ მიერ *Sacch. paradoxus*-ში ინდუცირებული 110 მუტანტიდან, რომელშიც მეიოზის პროცესია დარღვეული, 15 მუტანტი აღმოჩნდა ულტრაიისფერი სხივებისადმი მგრძობიარე (4, 7). თხუთმეტი რადიომგრძობიარე მუტანტის სუპერმაქსიმალურ (37°C) ტემპერატურაზე ინკუბაციით დავადგინეთ, რომ ხუთ მუტანტზე ლეტალურად მოქმედებს აღნიშნული ფაქტორი.

ულტრაიისფერი სხივების დოზისა და გადარჩენადობის ურთიერთდამოკიდებულების მრუდი მოცემულია 1 სურათზე. ყველა მრუდი არის S ფორმის. როგორც სურათიდან ირკვევა, ულტრაიისფერი სხივებისადმი მეტად მგრძობიარეა პირობით-ლეტალი, რენტგენის სხივებისადმი მგრძობიარე მუტანტი txs 2. შესწავლილი Sp მუტანტების რადიომგრძობელობა თითქმის ერთნაირია და ორჯერ უფრო მგრძობიარენი არიან ულტრაიისფერი სხივებისადმი, ვიდრე საკონტროლო შტამი ГИБ — 51. ლეტალური მოქმედება 50% შესწავლილი კულტურებისათვის txs 2, Sp 422, Sp 352, Sp 333, ГИБ — 51, აღმოჩნდა შესაბამისად 1100, 1500, 1600, 1700, 3800 ერგი/სმ².

ბანდასისა და ზახაროვის მიერ *Sacch. paradoxus*-ის ამავე შტამში ინდუცირებული ოთხი პირობით-ლეტალი, რადიომგრძობიარე txs მუტანტიდან, მეტად რადიომგრძობიარე აღმოჩნდა txs 2. ეს უკანასკნელი ჩვენს გამოკვლევებში გამოვიყენეთ როგორც ტესტკულტურა.

პირობით-ლეტალი დაბალი სპორულაციის უნარის მქონე Sp 333, Sp 351,

მუტანტებში შევისწავლეთ მუტირებული გენის მემკვიდრეობა. ტესტერად გამოვიყენეთ აუქსოტროფი ხაზი p 14 (გენოტიპი $ade_2 ade_2$); კულტურის ჰიბრიდიზაციას და კლონირებას ვახდენდით მინიმალურ არეზე. სპორების ინდუქციების მიზნით 24-საათიანი კულტურა გადაგვექონდა აცეტატურ არეზე. ჰეტეროზიგოტი კულტურა ხასიათდებოდა მაღალი სპორულაციის უნარით. ჰიბრიდების მიერ წარმოქმნილი ასკოსპორების რაოდენობა უდრიდა 75-85%. სეგრეგანტების გენეტიკური ანალიზი მოტანილია 2-ე ცხრილში. როგორც ცხრილიდან ჩანს, დათიშვა დაბალი და მაღალი სპორულაციის უნარის მქონე სეგრეგანტებს შორის არის 1:1. ამრიგად, აღნიშნულ ნიშანს განსაზღვრავს რეცესიული გენი და ადგილი აქვს მონოგენურ მემკვიდრეობას. ყველა ის სეგრეგანტი, რომელიც დაბალი სპორულაციის მქონე აღმოჩნდა, იყო აგრეთვე პირობით-ლეტალი და ულტრაიისფერი სხივებისადმი მგრძობიარე. ბუნებრივია პირობით-ლეტალობა, ულტრაიისფერი სხივებისადმი მგრძობიარეობა და დაბალი სპორულაციის უნარი ექვემდებარება საერთო გენეტიკურ კონტროლს.

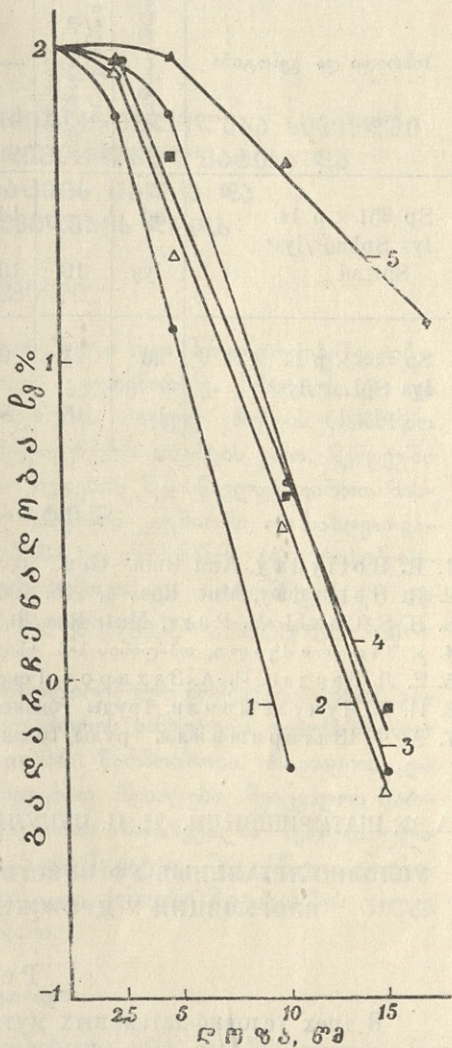
დასკვნები

1. პირობით-ლეტალი, დაბალი სპორულაციის უნარის მქონე მუტანტებში შესწავლილია სპორულაციის უნარი სხვადასხვა ტემპერატურაზე ინკუბაციისას. გამოირკვა, რომ მუტირებული გენები ერთნაირად ფუნქციონირებენ სხვადასხვა ტემპერატურაზე.

2. მუტირებული გენები აქვეითებენ უჯრედის რეზისტენტულობას ულტრაიისფერი სხივებისადმი.

3. დადგენილია მუტაციის რეცესიული ხასიათი და მონოგენური მემკვიდრეობა.

4. ულტრაიისფერი სხივებისადმი მგრძობიარეობა, დაბალი სპორულაციის უნარი და პირობით-ლეტალობა ექვემდებარება საერთო გენეტიკურ კონტროლს.



სურ. 1. ულტრაიისფერი სხივების გავლენა მუტანტური და საკონტროლო შტამების უჯრედთა გადარჩენადობაზე.

1. txs 2; 2. Sp 422; 3. Sp 333; 4. Sp 351; 5. ГИВ — 51

ჰეტეროზიგოტების გენეტიკური ანალიზი

ჰიბრიდი და გენოტიპი	აუქსორფულაბა	განაღმებული სეგრეგანტიების რაოდენობა	ფ ე ნო ტ ი პ ე ბ ი						შეფარება	χ^2
			Sp ⁻	Sp ⁺	l ⁻	l ⁺	uvs ⁼	uvs ⁺		
Sp 351 × p 14	ad	—	14	10	14	10	14	10	1:1	0,64
lys Spl ^{ad} /lys ⁺ Spl ⁺ ad	lys	19	10	9	10	9	10	9	1:1	0,46
Sp 333 × p 14	ad	21	9	12	9	12	9	12	1:1	0,42
lys Spl ^{ad} /lys ⁺ Spl ⁺ ad	lys	15	8	6	8	6	8	6	1:1	0,33

ლიტერატურა

1. R. Hollyday, Ann Hum. Gen., 30, 92, 1966
2. R. Hollyday, Mut Res., 4, 275, 1967
3. B. S. Cox, I. M. Parr, Mut. Res., 6, 57, 1968.
4. ა. შათირიშვილი, თბილისის სახ. უნივერსიტეტის შრომები, 6 — 7 (149 — 150), 1973.
5. Е. Л. Баидас, И. А. Захаров, Генетика, VIII, 2, III, 1972
6. И. И. Чучулашвили, Труды Тбилисского университета, А 2 (141), 141, 1971.
7. А. Ф. Шатиришвили, Труды Тбилисского университета, А 5 (147), 189, 1972.

А. Ф. ШАТИРИШВИЛИ, И. И. ЧУЧУЛАШВИЛИ

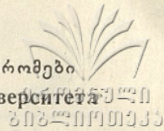
УСЛОВНО-ЛЕТАЛЬНЫЕ УФ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ МУТАНТЫ Пониженной
 СПОРУЛЯЦИИ у ДРОЖЖЕЙ *Saccharomyces paradoxus*

Резюме

В трех условно-летальных мутантах пониженной споруляции Sp-333, Sp-351, Sp-422, выделенных из штампа ГИВ 51 *Sacch. paradoxus* изучена способность споруляции при инкубации на 20°C, 30°C, 34°C температурах. Выяснилось, что мутированные гены одинаково (дефектно) функционируют на разных температурах.

Все мутации в равной мере (примерно два раза) повышают чувствительность дрожжей по сравнению со штаммом дикого типа к УФ-излучению.

Установлен рецессивный характер мутации и ее моногенное наследование. Чувствительность к УФ, способность пониженной споруляции и условно-летальность находятся под общим генетическим контролем.



ქრომოსომული აბეკაციების სიხვირის ცვლილება სიმინდში ეთილმეთანსულფონატის, დიეთილსულფატისა და მაიონიზებელი რადიაციის ცალკე და კომბინირებული მოქმედების დროს

ქ. გომინაშვილი

პირველი გამოკვლევები, რომელიც ჩატარებული იყო მემკვიდრეობაზე ქიმიური ნივთიერების ზემოქმედების შესასწავლად, ეკუთვნით ვ. სახაროვს (1) და ი. რაპპორტს (2). მაგრამ ქიმიური მუტაგენების პირველ ძიებებს სათანადო წარმატება არ მოჰყოლია, მათი დაბალი მუტაგენური ეფექტის გამო. შემდეგში მემკვიდრეობაზე ქიმიური ფაქტორების ზემოქმედების შესასწავლად ფართო მასშტაბით იქნა გაშლილი კვლევითი მუშაობა საბჭოთა კავშირში და საზღვარგარეთ. ერენბერგისა და გუსტაფსონის (3), ზოზისა და დუბინინის (4), რაპპორტისა და ზოზის (5), ზოზის (6), ეიგეს (7), ზოსიმოვას და ანდროშუკის (8) და სხვების მიერ ნაჩვენებია ქიმიური მუტაგენების მაღალი ეფექტი კულტურულ მცენარეებზე.

რადიაციისა და ქიმიური მუტაგენების იზოლირებული მოქმედების დროს გამოწვეული მემკვიდრული ცვლილებები და მათ შორის სამეურნეო თვალსაზრისით სასარგებლო მუტაციები, დიდი რაოდენობით არ წარმოიშობა. რადიაციისა და ქიმიური ფაქტორების კომბინირებული მოქმედებით შეიძლება შეიცვალოს წარმოქმნილი მუტაციების თვისებები და მივალწიოთ სასარგებლო მემკვიდრული ცვლილებების მიღებას. აქედან გამომდინარე გადაწყვიტეთ, შეგვესწავლა ციტოგენეტიური ეფექტი მაიონიზებული რადიაციისა და ქიმიური მუტაგენების ცალკე და კომბინირებული მოქმედების დროს სიმინდში.

მასალა და მეთოდი

ქიმიური ნივთიერება, რომელიც გამოყენებული იყო ცდაში (ეთილმეთანსულფონატი და დიეთილსულფატი), დამზადებული იყო დისტილირებულ წყალზე. საკვლევი ობიექტი—სიმინდის ჯიში აჯამეთის თეთრის მშრალი თესლები დავსველეთ აღნიშნული მუტაგენებით პეტრის ჯამეში. თესლი მუტაგენში დავტოვეთ 24 სთ, შემდეგ თესლი გავრეცხეთ 2 საათით გამდინარე წყალში და გასაღივებლად დავტოვეთ წყლით დასველებულ ფილტრის ქაღალდზე პეტრის ჯამში.

ფიქსაცია მოვანდინეთ პირველადი ფესვებისა, როცა ფესვის სიგრძემ 1—1,5 სმ-ს მიაღწია. ასეთი ფესვები ფიქსირდებოდა სპირტ-ცინზლოვან ძმარ-მჟავას (3:1) ნარევაში. ფიქსაცია გრძელდებოდა 36 საათი. ფიქსირებულ ფესვებს ვათავსებდით 70 სპირტში, შემდეგ კი აცეტოკარმინში და ვტოვებთ 24 საათს. ფესვების უკეთ მაცერირების მიზნით შეღებულ ფესვებს რამდენჯერმე ვაცხელებ-



დით სპირტქურაზე. შეღებილი ფესვებიდან დავამზადეთ დროებითი პრეპარატები, პრეპარატებზე ვითვლიდით ანაფაზებისა და ტელოფაზების რაოდენობას ქრომოსომული ცვლილებებით—ხიდებითა და ფრანგმენტებით. თითოეული ვარიანტიდან გაისინჯა 10—10 პრეპარატი.

მიღებული შედეგები

მონაცემები ქიმიური მუტაგენისა და მაიონიზებული რადიაციის ქრომოსომული აბერაციების სინშირისა ცალკე და კომბინირებული მოქმედების დროს სიმინდში.

მუტაგენები, კონცენტრაცია და დოზები	შესწავლილი ანაფაზებისა და ტელოფაზების რაოდენობა	ანაფაზები და ტელოფაზები აბერაციებით	ანაფაზებისა და ტელოფაზების %-ობა აბერაციებით
ეთილმეთანსულფონატი 0,02%	436	108	24,97 ± 2,09
0,05%	369	111	30,09 ± 2,0
ეთილმეთანსულფონატი + რენტგენის სხივები 0,02 + 5000r	433	140	32,3 ± 2,21
რენტგენის სხივები + ემს (5000r + 0,02%)	605	163	26,9 ± 2,24
დიეთილსულფატი 0,02%	472	131	27,7 ± 2,10
0,05%	509	170	33,4 ± 2,28
დეს + რენტგენის სხივები (0,02% + 5000r)	582	181	31,3 ± 2,09
რენტგენის სხივები + დეს (5000r + 0,02%)	430	120	27,9 ± 2,08
რენტგენის სხივები 5000r	783	370	47,01 ± 2,81
საკონტროლო	1415	59	4,16 ± 0,94

როგორც ცხრილში მოტანილი მონაცემებიდან ჩანს, ქიმიური მუტაგენებისა და მაიონიზებული რადიაციის კომბინირებული მოქმედების დროს განსხვავებული რაოდენობით წარმოიქმნება ქრომოსომული ცვლილებები იმაზე დამოკიდებულებით, თუ თესლი რომელი მუტაგენით იქნა წინასწარ დამუშავებული. რენტგენის სხივებისა და ქიმიური მუტაგენით—დიეთილსულფატის და ეთილმეთანსულფონატის კომბინირებული მოქმედების დროს (როცა თესლი ჯერ დასხივდა და შემდგომ დამუშავდა ქიმიური მუტაგენით) წარმოიქმნება ისეთივე ტიპის ქრომოსომული აბერაციები (ხიდები მიკრობირთვით), როგორც მაიონიზებული რადიაციის ცალკე ზემოქმედების დროს შეიმჩნევა, ამასთან აღსანიშნავია, რომ კომბინირებული მოქმედების აღნიშნულ ვარიანტში წარმოქმნილი აბერაციების რაოდენობა თითქმის აბერაციების იმ რაოდენობას უახლოვდება, რომელიც ეთილმეთანსულფონატისა და დიეთილსულფატის ცალკე მოქმედების დროს წარმოიქმნება. ცდის ამ ვარიანტში ქრომოსომული აბერაციები პროცენტულად თითქმის ორჯერ ნაკლებია ($26,9 \pm 2,24$) მაიონიზებული რადიაციის ცალკე ზემოქმედების დროს, წარმოქმნილი ქრომოსომული აბერაციების %-ზე ($47,01 \pm 2,81$). ცდის იმ ვარიანტში კი, როცა თესლი ჯერ დამუშავდა ქიმიური მუტაგენით და შემდგომ დასხივდა მაიონიზებული რადიაციით, ქრომოსომული ცვლილებების %-ობა თითქოსდა მაღალია ცდის წინა ვარიანტთან შედარებით (როცა თესლი ჯერ დასხივდა და შემდეგ დამუშავდა ქიმიური მუტაგენით), მაგრამ ცდის ამ ვარიანტშიც ქრომოსომული ცვლილებების რაოდენობის მხრივ საკმაოდ ჩამორჩება დასხივებით გამოწვეულ ცვლილებებს. მსგავსი მონაცემები აქვს მიღებული აიაშს (9) *Vicia faba*-ზე კოლქიციისა და რადიაციის ზემოქმედების დროს.

ცნობილია, რომ ქრომოსომის ჰეტეროქრომატული უბნები უფრო სპირალურ-ზებულია, ვიდრე მისი ეუქრომატული უბნები. ამასთან, ლიტერატურაში არსებობს მონაცემები იმის შესახებ, რომ დასხივების დროს ქრომოსომების დაწყვეტა უფრო ხშირად შეინიშნება სწორედ ქრომოსომების ჰეტეროქრომატულ უბანში. და თუ ეს ასეა, მაშინ, როგორც ათაშიც აღნიშნავს, ქიმიური მუტაგენებისა და მაიონიზებელი რადიაციის კომბინირებული მოქმედების დროს ქრომოსომული აბერაციების რაოდენობის შემცირება ძირითადად დაკავშირებული უნდა იყოს ქრომოსომების სპირალიზაციის ცვლილებებთან.

დასკვნები

ქიმიური მუტაგენის დოზის გადიდებასთან ერთად ქრომოსომული აბერაციების სიხშირეც დიდდება.

რენტგენის სხივები სიმინდის ფესვებში იწვევს დიდი რაოდენობით აბერაციებს.

მაიონიზებელი რადიაციისა და ქიმიური ფაქტორების კომბინირებული მოქმედება იწვევს მაიონიზებელი რადიაციის ეფექტის შემცირებას.

(წარმოდგენილია 27. III. 1972)

გენეტიკის კათედრა

ლიტერატურა

1. В. В. Сахаров, Биологический журнал, 7, вып. 3, 1933.
2. И. А. Рапопорт, ДАН СССР 130, 5, 1960.
3. L. Ehrenberg, A. Gustaffsson, Hereditas, 47, 2, 1961.
4. Н. Н. Зоз и Н. П. Дубинин, СССР, т. 137, 3, 1961.
5. И. А. Рапопорт, Н. Н. Зоз, Цитология, т. IV 63, 1962.
6. Н. Н. Зоз, ДАН СССР, т. 145, 1, 1962.
7. В. П. Зосимович, А. Ф. Андрощук, Цитология и генетика, т. I, 1967.
8. И. С. Эйгес, Генетика 3, 1966.
9. Х. Аяш, Цитология, т. XI, II, 1970.

К. А. ГОГИНАШВИЛИ

ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТОТЫ ХРОМОСОМНЫХ АБЕРРАЦИЙ У КУКУРУЗЫ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ И ОТДЕЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭТИЛМЕТАНСУЛЬФОНАТА, ДИЭТИЛСУЛЬФАТА И ИОНИЗИРУЮЩЕЙ РАДИАЦИИ

Резюме

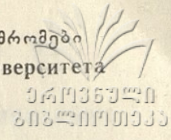
Для изучения специфичности генетического эффекта воздействия мутагенных факторов интересно выяснить цитогенетический эффект отдельных и комбинированных воздействий химических мутагенов и ионизирующей радиации.

При комбинированном действии облучения и химических мутагенов (этилметансульфонат и диэтилсульфат) получены такие же типы перестройки (мосты микроядром), которые встречались при действии только рентгеновых лучей. Однако количество возникших аберраций было меньше,



чем при одном облучении и оно оказалось почти таким же, как и при отдельном воздействии этих химических мутагенов.

Снижение числа хромосомных аберраций при комбинированном воздействии химических мутагенов и ионизирующей радиации может быть связано с изменением спирализации гетерохроматиновых районов хромосом, так как в литературе имеются данные, говорящие о том, что в гетерохроматиновых участках хромосом чаще наблюдаются разрывы при облучении.



ДЕПРЕССИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ МЫШЕЧНОГО ВЕРЕТЕНА ЛЯГУШКИ

З. А. МЕТРЕВЕЛИ

Изучение способности восстановления активности рецепторов после воздействия внешних раздражителей имеет важное значение как с практической, так и с теоретической точки зрения. Устанавливая динамику изменения чувствительности и интервалы времени, за которые мышечное веретено способно давать одинаковые ответы на повторные растяжения, мы получаем представление о тех предельных значениях времени реакции двигательных актов организма, основным регуляторным звеном которого является мышечное веретено.

Исследование закономерностей восстановления начального состояния чувствительных элементов рецептора может дать значительную информацию о механизмах протекания процессов, принимающих участие в нарушении равновесного состояния во время воздействия механического стимула на механочувствительные элементы.

Первая попытка исследования мышечного веретена в таком аспекте принадлежит Метьюзу [1]. Им было показано, что число импульсов, возникающих на фиксированном значении удлинения и длительности растяжения мышцы, уменьшается с увеличением удлинения и длительности предшествующего растяжения, а также с уменьшением интервала времени между растяжениями. Исследуя восстановление активности рецептора, Метьюз обнаружил, что оно протекает в чистом растворе $NaCl$ быстрее, чем в растворе Рингера. Однако эти исследования были качественного и несистематического характера, вследствие чего многие вопросы оставались открытыми.

Детальное исследование депрессии и восстановления рецепторного потенциала были проведены авторами [2] на тельцах Паччини. В качестве меры депрессии им было принято отношение рецепторного потенциала, возникающего на воздействии второго механического стимула, к рецепторному потенциалу, возникающему без предварительных воздействий. Было установлено, что степень депрессии в основном не зависит от величины механического стимула, однако в некоторых случаях оно сравнительно больше для малых значений стимула. Изучением восстановления активности было выявлено, что повторение ответа рецептора происходит за время равное 7—9 мсек. Обнаружилось, что в развитии депрессии главное значение имеет

не изменение механических свойств капсулы, в которой заключено механическое чувствительное образование, а нарушение равновесного потенциала чувствительной мембраны. Некоторая доля депрессии вызвана обратным влиянием потенциала действия, который возникает вслед за рецепторным потенциалом в перехвате раннее в непосредственной близости от чувствительных окончаний. В работах [3, 4, 5, 6, 7,] было показано, что действительно, как потенциалы действия, возникающие на воздействие механического стимула, так и антидромная импульсация вызывает уменьшение чувствительности механорецепторов.

Сравнительно недавно проведенные исследования на изолированном веретене лягушки [8] показали, что чувствительность рецептора во время растяжения веретена увеличивается с увеличением растяжения. Оно имеет максимальное значение в момент существования динамической фазы рецепторного потенциала. При спаде динамической фазы, чувствительность уменьшается и стабилизируется до постоянного значения в течение существования статической фазы рецепторного потенциала. По прекращении растяжения чувствительность резко уменьшается, и тем значительнее, чем меньше времени пройдено с момента прекращения растяжения. Чувствительность в последнем случае уменьшается с увеличением величины и длительности растяжения веретена. Надо отметить, что длительность растяжения в этих экспериментах варьировалась в пределах 50—300 мсек, а интервал между растяжениями—в пределах 10—50 мсек.

Целью настоящей работы было более детальное количественное исследование закономерностей изменения депрессии в зависимости от величины длительности стимула. При этом особый интерес представляли исследования для тех длительностей стимула, когда наблюдается значительная адаптация рецептора, а также наблюдение за тем, как происходит восстановление ответа рецептора во времени, вплоть до его повторения.

Методика эксперимента

Опыты проводились на мышечном веретене *m. extensor longus digiti IV* лягушки *Rana Ridibunda*. Последовательным перерезанием афферентных волокон добивались получения ответов одиночных окончаний, показателем чего служил регулярный разряд импульсов в ответ на растяжение мышцы. Препарат помещался в термостатированную камеру. С помощью серебряной пластинки, которая одновременно служила и отводящим электродом, один конец мышцы крепился неподвижно за сухожилие, а другой конец мышцы соединялся серебряным рычагом с растягивающим устройством. Второй подвижный, отводящий электрод, на котором помещалась веточка *n. peroneus*, соединялся со входом предварительного блока усиления СІ—15/5 универсального осциллографа СІ—15. Выход усилителя подсоединялся к специальному распределительному устройству, откуда импульсы с помощью программного устройства регистрировались двумя пересчет-

ными приборами ПС—100 соответственно первому и второму растяжениям.

Из распределительного устройства импульсы, после добавочного усиления усилителем У4—1 и предварительного формирования с помощью триггера Шмидта, поступали опять в программное устройство, которое запускало пересчетный прибор ПП-12 в момент прекращения растяжения мышцы и останавливало его с появлением первого спонтанного импульса. Таким образом, пересчетный прибор фиксировал „время молчания“ рецептора. Аналогично происходило измерение „времени молчания“ вторым пересчетным прибором ПСТ—100, соответствующим второму растяжению рецептора. Блок-схема регистрации импульсов и „времени молчания“ приведена на рис. 1.

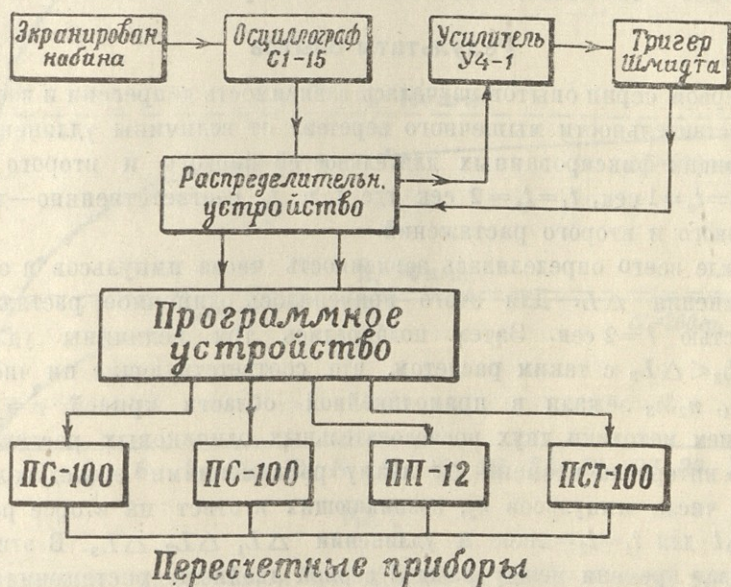


Рис. 1.

Нами было разработано и сконструировано специальное устройство, которое выполняет функции программного реле времени, автоматически управляет работой регистрирующих приборов, растягивающего устройства и электростимулятора для получения антидромной стимуляции рецептора. С помощью программного реле времени можно получить одиночное растяжение, два последовательных растяжения, серию растяжений, независимые изменения длительностей этих растяжений и вариации времени между растяжениями в 0,1—60 сек. (Полную электрическую схему и описание работы прибора можно найти в отчете 1972 г. отдела биокибernetики проблемной лаборатории кибернетики по теме „Исследование системы параметров процесса превращения механического стимула в электрическую активность мышечного веретена“).

Для растяжения мышцы нами было сконструировано устройство на базе двух электромагнитных реле. Этот прибор совместно с программным реле времени дает возможность получить одиночное растяжение мышцы, два последующих одинаковых растяжения, серию одинаковых растяжений. Кроме того, можно фиксировать величину второго растяжения и менять первое и наоборот. Во всех случаях растяжения с помощью микрометрических винтов можно варьировать в пределах 100—3000 мк с точностью 10 мк.

Растягивающее устройство, приспособление для крепления электродов, термостатированная камера смонтированы вместе и заключены в экранированную кабину.

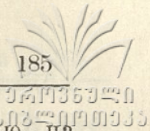
Во всех опытах препарат помещался в растворе Рингера следующего состава: NaCl—115 ммоль, KCl—2 ммоль, CaCl₂—2,5 ммоль.

Результаты опытов

В первой серии опытов изучалась зависимость депрессии и восстановления чувствительности мышечного веретена от величины удлинения ΔL для следующих фиксированных длительностей первого и второго растяжения: $t_1=t_2=1$ сек, $t_1=t_2=2$ сек где t_1 и t_2 соответственно—длительности первого и второго растяжений.

Прежде всего определялась зависимость числа импульсов n от величины удлинения ΔL . Для этого применялось одиночное растяжение с длительностью $t=2$ сек. Затем подбирались три величины удлинения $\Delta L_1 < \Delta L_2 < \Delta L_3$ с таким расчетом, что соответствующие им числа импульсов n_1, n_2, n_3 лежали в прямолинейной области кривой $n=f(\Delta L)$. Применением методики двух последовательных одинаковых растяжений и изменение интервала времени Δt между растяжениями исследовалась зависимость числа импульсов n_2 , возникающих в ответ на второе растяжение, от Δt для $t_1=t_2=2$ сек и удлинения $\Delta L_1, \Delta L_2, \Delta L_3$. В этих опытах интервал времени между каждой серией двойного растяжения брался 1—2 мин.—время, достаточное для полного восстановления активности рецептора.

Полученные результаты приведены в виде кривых на рис. 2. Из этих данных видно, что независимо от величины растяжения, процесс восстановления протекает интенсивнее в начальный период, сразу же после прекращения растяжения. Можно заметить и следующее обстоятельство, что чем больше растяжение, тем больше как абсолютное уменьшение числа импульсов на второе растяжение, так и скорость его увеличения во времени, отсчитанном с момента прекращения растяжения. Можно было заключить, что с увеличением удлинения мышцы увеличивается как депрессия рецептора, так и скорость восстановления чувствительности. Поэтому мы построили кривые для тех же данных, только для относительных величин $\frac{n_2}{n_1}$, т. е. выразили степень депрессии как



отношение числа импульсов n_2 , соответствующих второму растяжению, на число импульсов n_1 , соответствующих первому растяжению. В результате получилось, что депрессия и скорость восстановления активности не зави-

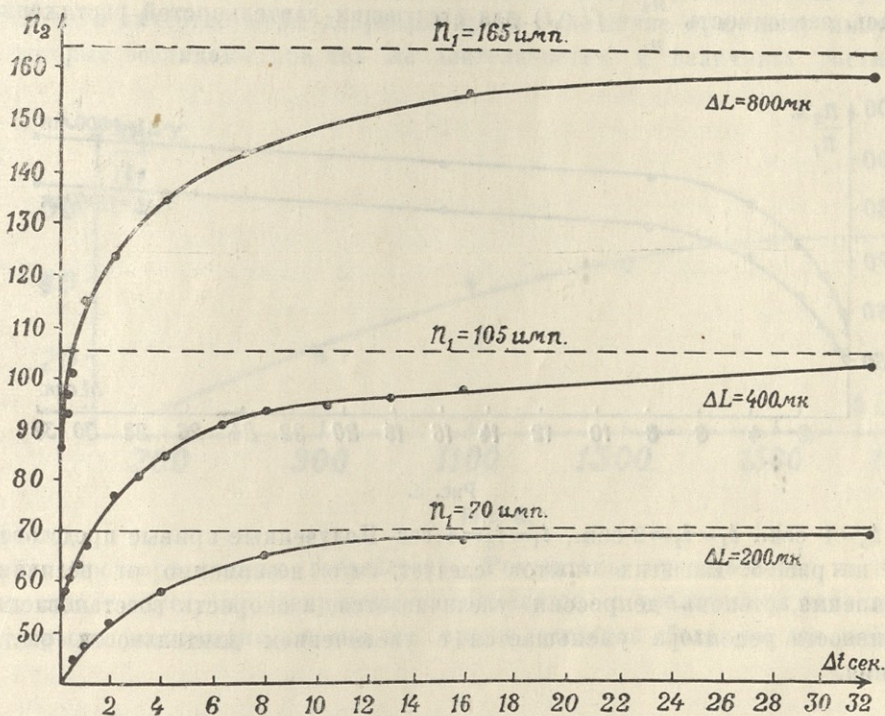


Рис. 2.

сят от величины удлинения, и три кривые слились в одну, представленную на рис. 3. Аналогичные опыты для длительностей растяжения $t_1 = t_2 = 1$ сек. дали те же самые результаты. Однако, когда длительность растяжения увеличили до 4 сек., то обнаружилось, что в этом случае деп-

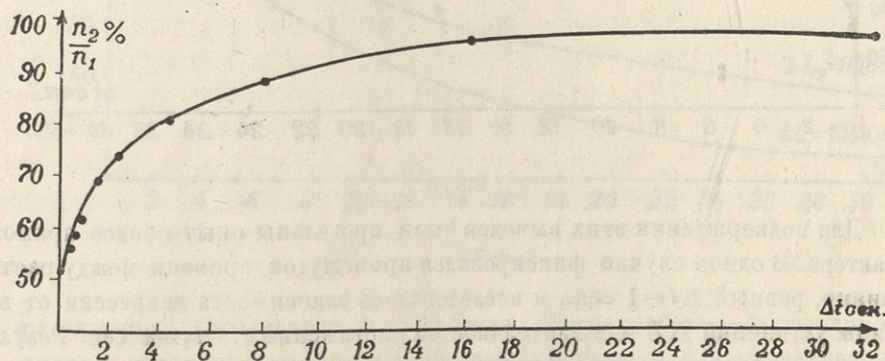


Рис. 3.



рессия больше, а скорость восстановления меньше для меньших растяжений. Эти результаты показаны на рис. 4.

Во второй серии опытов фиксировалась величина удлинения и изучалась зависимость $\frac{n_2}{n_1} = f(\Delta t)$ для следующих длительностей растяжения

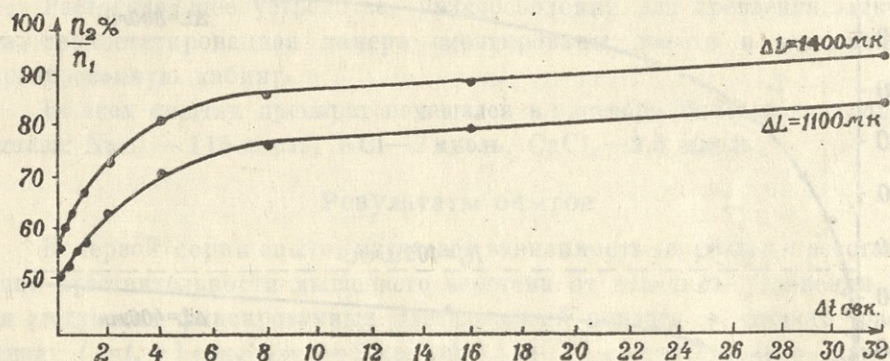


Рис. 4.

$t_1=t_2=1$ сек., $t_1=t_2=2$ сек., $t_1=t_2=4$ сек. Полученные кривые представлены на рис. 5. Из этих опытов следует, что независимо от величины удлинения, степень депрессии увеличивается, а скорость восстановления активности рецептора уменьшается с увеличением длительности растяжения.

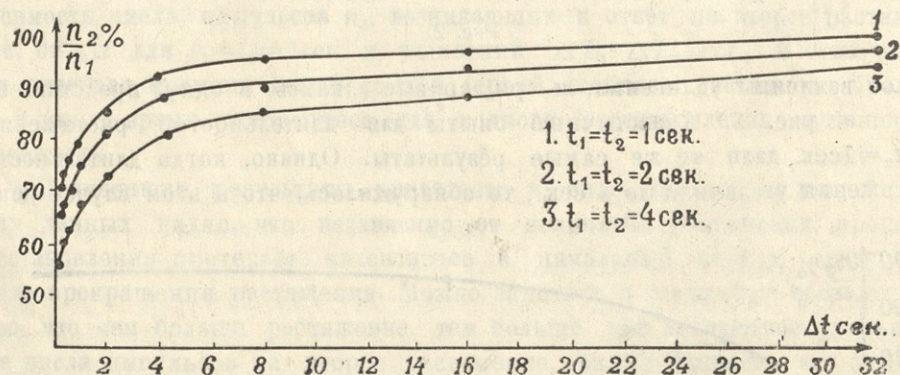
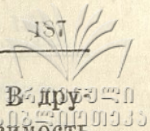


Рис. 5.

Для подтверждения этих выводов были проделаны опыты более прямого характера. В одном случае фиксировался промежуток времени между растяжениями, равный $\Delta t=1$ сек., и исследовалась зависимость депрессии от величины удлинения ΔL для длительностей растяжений $t_1=t_2=4$ сек. Результаты представлены на рис. 6, откуда следует, что депрессия уменьшается с увеличением растяжения до некоторой величины, после чего она ос-



тается постоянной, т. е. уже не зависит от величины удлинения. В другом случае для того же значения $\Delta t = 1$ сек. изучалась зависимость числа импульсов, возникающих в ответ на второе растяжение от длительности первого растяжения t_1 для двух величин удлинения $\Delta L_1 < \Delta L_2$. Здесь в качестве меры депрессии брали отношение n_2 к числу импульсов, которые возникают при тех же длительностях и величинах растяжений

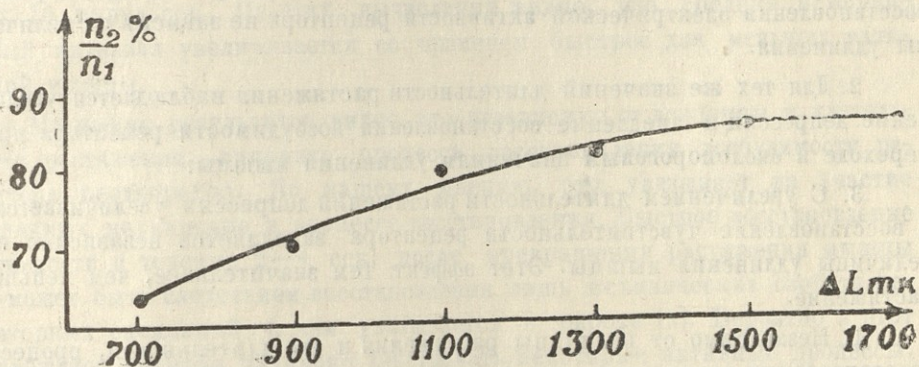


Рис. 6.

без предварительных воздействий. Результаты представлены на рис. 7, откуда следует, что депрессия увеличивается с увеличением длительности первого растяжения, и оно все время остается большим для меньшего

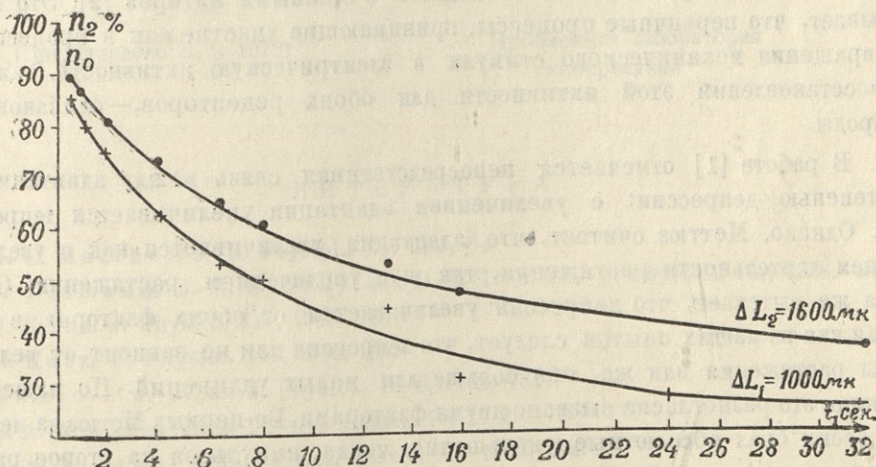


Рис. 7.

растяжения. Отмечается и следующее обстоятельство — независимо от величины удлинения, прирост депрессии уменьшается с увеличением длительности первого растяжения.

ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На основании результатов наших исследований можно вывести следующие выводы:

1. Если удлинения мышцы таковы, что соответствующие им ответы рецептора n приходят на линейной участок зависимости $n=f(\Delta L)$, то для длительностей растяжения $t \leq 2$ сек, величина депрессии и скорость восстановления электрической активности рецептора не зависят от величины удлинения.

2. Для тех же значений длительности растяжения наблюдается увеличение депрессии и замедление восстановления возбудимости рецептора при переходе к околопороговым значениям удлинения мышцы.

3. С увеличением длительности растяжения депрессия увеличивается, а восстановление чувствительности рецептора замедляется независимо от величины удлинения мышцы. Этот эффект тем значительнее, чем меньше растяжение.

4. Независимо от величины растяжения и его длительности, процесс восстановления активности рецептора протекает во времени не с одинаковой скоростью. После начального быстрого восстановления в течение 2—4 сек., пройденных с момента прекращения растяжения, скорость восстановления замедляется и, начиная с 8—12 сек., остается постоянной.

Несмотря на большое различие в строении и функциях телец Паччини и мышечного веретена, наши результаты о независимости депрессии от величины растяжения совпадают с данными авторов [2]. Это показывает, что первичные процессы, принимающие участие как в процессах превращения механического стимула в электрическую активность, так и в восстановлении этой активности для обоих рецепторов,—одинаковой природы.

В работе [1] отмечается непосредственная связь между адаптацией и степенью депрессии: с увеличением адаптации увеличивается депрессия. Однако, Метюз считает, что адаптация увеличивается как с увеличением длительности растяжения, так и с увеличением растяжения. Отсюда же вытекает, что депрессия увеличивается от обоих факторов, во время как из наших опытов следует, что депрессия или не зависит от величины растяжения или же она больше для малых удлинений. По нашему мнению, это разногласие вызвано двумя факторами. Во-первых Метюз за меру депрессии брал абсолютные уменьшения числа импульсов на второе растяжение, которое, действительно, тем больше, чем больше величина растяжения. Во-вторых, за меру адаптации также брались абсолютные значения числа импульсов за каждые последующие секунды, что опять приводит к кажущемуся увеличению адаптации с увеличением стимула. Если мы возьмем за меру адаптации относительную величину, аналогично, как

это делается для депрессии, то вышеотмеченные противоречия исчезнут. За меру адаптации мы взяли отношение числа импульсов за каждые последующие секунды к числу импульсов, возникающих в течение первой секунды. Расчеты показали, что в этом случае адаптация или не зависит от величины растяжения, или же она тем больше, чем меньше растяжение. Нашу точку зрения подкрепляют данные работы [9], где мы вычисляли среднее значение межспайковых интервалов для каждого последующих 10 импульсов. Из этих вычислений видно, что средний межспайковый интервал увеличивается со временем быстрее для меньших удлинений мышцы.

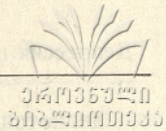
Из наших результатов видно, что независимо от величины и длительности растяжения, динамика процесса восстановления возбудимости рецептора неоднородна. По нашему мнению, это указывает на участие различных механизмов в процессе восстановления. Быстрое восстановление активности в течение 2—4 сек. после прекращения растяжения мышцы не может быть следствием восстановления лишь механических свойств рецепторных окончаний, о чем указывается в работе [2]. Вероятно в этот промежуток времени начинают действовать некоторые активные процессы, способствующие восстановлению начального состояния. Эта точка зрения хорошо согласуется с данными и предположениями авторов (10, 11). Исследовав гиперполяризационную фазу рецепторного потенциала, которая возникает вслед за прекращением растяжения, авторы приходят к мнению, что она является следствием активного выкачивания ионов натрия из внутриклеточной среды.

(Представлено 8. I, 1973)

Проблемная лаборатория
кибернетики

ЛИТЕРАТУРА

1. H. C. Matthews, J. Physiol., 71, 1931, 64.
2. J. Diamand, J. A. B Gray and D. R. Inman, J. Physiol., 141, 1958, 248.
3. B. Katz, J. Physiol. 111, 1950, 248.
4. B. Katz, J. Physiol. 111, 1950, 261.
5. Fumio Ito, Japan J. Physiol. 18, 6, 1968, 731.
6. S. A. A. Jahn, Acta physiol. Scand., 73, 1968, 118.
7. S. A. A. Jahn, Acta physiol. Scand., 73, 1968, 173.
8. D. Ottoson, G. S. McReynolds, G. M. Shephard, J. Neurophysiol., 32, 1, 1969, 25.
9. Г. В. Зарапов, З. А. Метревели, Ц. А. Лежава, Труды ТГУ, 120, 1967, 91.
10. Н. П. Алексеев, П. О. Макаров, Биофизика 14, 1969, 669.
11. Н. П. Алексеев, П. О. Макаров, Биофизика 15, 1970, 93.



გაყაყის კუნთის თითისტარას ელექტრული აქტივობის
დებარესა და აღგენა

რ ე ზ ი უ მ ე

დადგენილ იქნა, რომ კუნთის თითისტარას ელექტრული აქტივობის დებარესა იზრდება, ხოლო აღდგენის სისწრაფე მცირდება მექანიკური გამლიზიანებლის ხანგრძლიობის გაზრდით. რაც შეეხება მექანიკურ გამლიზიანებლის ძალას, დებარესა მეტია, რაც ნაკლებია გამლიზიანებლის ძალა.

რეცეპტორის აგზნებადობის აღდგენის მიმდინარეობა გალიზიანების შემდეგ დროში არაერთგვაროვანია. აღდგენის პროცესი მიმდინარეობს ინტენსიურად. მხოლოდ გაჭიმვის შემდგომ საწყის პერიოდში,

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

Г. В. Ни жар а д з е. О граничных свойствах функций, полученных дифференцированием интеграла типа Коши	3
М. В а л ь к (Йена). Двойственность транспортной и потенциальной задач в банаховых пространствах	13
Б. Л. Ш е х т е р. О двухточечной краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с разрывной правой частью	19
И. А. К л и п к е р. Абстрактная характеристика полукольца бинарных отношений на конечном множестве	33
Д. И. Ц е й т л и н. О локальных теоремах для некоторых алгебраических систем	43

Механика

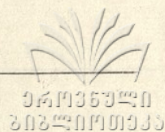
Д. В. Ш а р к а д з е. Нестационарное МГД-обтекание пористой пластины с учетом индуцированного магнитного поля с теплопередачей	51
---	----

Физика

С. Б. Д о м а, И. З. М а ч а б е л и. Орбитальные генеалогические коэффициенты в модели унитарной схемы	57
С. Б. Д о м а. Спин-изоспиновые генеалогические коэффициенты в супермультиплетной модели ядра	71
М. Ш. К о б а х и д з е. Цилиндрический диод под действием переменного синусоидального напряжения	77
З. В. Х в е д е л и д з е. Вопрос о начальных данных при численном решении полной системы уравнений баротропной атмосферы для горных районов	92

Химия

К. И. Черкезишвили, Л. Д. Напетваридзе, И. М. Гвердцители. Синтез некоторых диалкиноксиалкил (арил) силанов и их гидрирование	93
И. М. Гвердцители, Л. В. Барамидзе, Е. В. Джанашвили. Синтез и дегидратация γ -ацетиленовых гликолей	99
И. М. Гвердцители, Л. В. Барамидзе, Э. Е. Топчиашвили. Синтез и химические превращения кремний- и германий-содержащих фенилэтиленовых карбинолов	103
И. М. Гвердцители, Е. С. Гелашвили, Э. Е. Топчиашвили, Т. М. Гогнашвили. Синтез некоторых непредельных кремний-органических эпоксидных соединений	107
А. И. Ногаидели, Н. А. Ртвелишвили. Взаимодействие алкилгидрид- и алкилхлорсилана с 5-метил-5-(1-оксициклопентил)-пентин-3-ен-1-олом-5 в присутствии H_2PtCl_6	117



- А. И. Ногиадели, А. И. Кахниашвили, Н. А. Ртвелиашвили. Конденсация фенолов с винилэтинил- α -гликолями в присутствии фосфорной кислоты 119
- И. М. Гвердцители, Е. С. Гелашвили, Т. И. Хмидашвили, К. В. Дондуа. Изучение реакции гидросилилирования и гидрогерилирования 3-метил-1-метоксинонин-4-диола-3,6 125
- А. И. Кахниашвили, Э. Н. Чиковани, Д. Ш. Иорамашвили, М. М. Ментешашвили. Взаимодействие 1-пентен-3-ола, 1-гексен-3-ола и 1-гептен-3-ола с β -нафтолом в присутствии фосфорной кислоты 133

География—геология

- А. И. Бротгандель, Д. А. Мдинарадзе, Л. П. Климовская, Г. А. Робиташвили, Т. В. Севастьянова, Г. К. Сулаквелидзе, Я. Г. Сулаквелидзе, З. В. Хведелидзе, Г. В. Элбакян. Оценка рентабельности противорадовых работ 137
- Х. Г. Джакели. К определению фитомассы и ее продуктивности основных типов ландшафтов Южно-Грузинского нагорья 150
- Д. П. Кочиашвили. Формирование и расчет паводка р. Куры 18—19 апреля 1968 года 154
- Н. И. Схиртладзе. О строении вулканического конуса Сакохе (Военно-Грузинская дорога) 161

Биология

- М. К. Лордкипанидзе. К изучению *Dictamnus caucasicus* Fisch 167
- В. В. Ингорква. Материалы к изучению ткемали Нижней Сванетии и Лечхуми 172
- А. Ф. Шатиришвили, И. И. Чучулашвили. Условно-летальные УФ чувствительные мутанты пониженной споруляции у дрожжей *Saccharomyces paradoxus* 176
- К. А. Гогинашвили. Изменение частоты хромосомных aberrаций у кукурузы при комбинированном и отдельном воздействии этилметансульфоната, диэтилсульфата и ионизирующей радиации 179
- З. А. Метревели. Депрессия и восстановление электрической активности мышечного веретена лягушки 181

შინაარსი

მათემატიკა

გ. ნიქარაძე, კოშის ტიპის ინტეგრალის გაწარმოებით მიღებული ფუნქციების სასაზღვრო თვისებების შესახებ	11
მ. ვალკი, ტრანსპორტისა და პოტენციალის ამოცანათა ორადულობა ბანახის სივრცეებში	18
ბ. შეხტერი, მეორე რიგის წყვეტილ მარჯვენამხარიანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის ორწერტილოვანი სასაზღვრო ამოცანის შესახებ	31
ი. კლიპკერი, სასრულ სიმრავლეზე ბინარული მიმართებების ნახევარგოლის აბსტრაქტული დახასიათება	41
დ. ცეიტლინი, ზოგიერთი ალგებრული სისტემებისათვის ლოკალური თეორემების შესახებ	49

მექანიკა

ჟ. შარიქაძე, ფეროვანი ფირფიტის მაგნიტოჰიდროდინამიკური არასტაციონარული ვარსდენა ინდუცირებული მაგნიტური ველისა და სითბოგადაცემის გათვალისწინებით	56
--	----

ფიზიკა

ს. დომა, ი. მაჩაბელი, ორბიტალური გენეალოგიური კოეფიციენტები უნიტარული სქემის მოდელში	69
ს. დომა, სპინ-იზოსპინური გენეალოგიური კოეფიციენტები ბირთვის სუპერმულტიპლეტურ მოდელში	75
მ. კობახიძე, ცვლადი სინუსოიდალური ძაბვის მოქმედება ცილინდრულ დიოდზე	85
ზ. ხვედელიძე, მთავარიანი რაიონებისათვის საწყისი მონაცემების საკითხი ბაროტროპულ ატმოსფეროს განტოლებათა სრული სისტემის რიცხვითი ამოხსნის შემთხვევაში	87

ქიმია

ქ. ჩეჩქეზიშვილი, ლ. ნაფეტვარიძე, ი. გვერდწითელი, ზოგიერთი დიალკინოქსიდილკილ(არილ)სილანების სინთეზი და მათი ჰიდრირება	97
ი. გვერდწითელი, ლ. ბარამიძე, ე. ჯანანაშვილი, აცეტილენური v-გლიკოლების სინთეზი და დეჰიდრატაცია	101
ი. გვერდწითელი, ლ. ბარამიძე, ე. თოფჩიაშვილი, სილიციუმ და გერმანიუმშემცველი ფენილეთილენური კარბინოლების სინთეზი და ქიმიური გარდაქმნები	105
ი. გვერდწითელი, ე. გელაშვილი, ე. თოფჩიაშვილი, თ. გოგიაშვილი, სილიციუმის შემცველი ზოგიერთი უჯერი ეპოქსიდური ნაერთის სინთეზი	110
ა. ნოლაიდელი, ნ. რთველიაშვილი, 5-მეთილ-5-(1-ოქსიციკლოპენტილ)-პენტინ-3-ენ-1-ოლ-5-ზე ალკილჰიდრიდ და ალკილქლორსილანების მოქმედება H_2PtCl_6 -ის თანდასწრებით	113
ა. ნოლაიდელი, ა. კახნიაშვილი, ნ. რთველიაშვილი, ფენოლის კონდენსაცია ვინილეთინილ-α-გლიკოლებთან ფოსფორმეჯავას თანდასწრებით	127
ი. გვერდწითელი, ე. გელაშვილი, თ. ხშიადაშვილი, ქ. დონდუა, 3-მეთილ-1-მეთოქსინონინ-4-დიოლ-3,6-ის ჰიდროსილირებისა და ჰიდროგერმირების რეაქციების შესწავლა	132



ა. კახნიაშვილი, ე. ჩიქოვანი, დ. იორამაშვილი, მ. მენტეშაშვილი, მ. მენთეშაშვილი, მ. მენთეშაშვილი, მ. მენთეშაშვილი	136
ბ-ნაფტოლის ურთიერთქმედება 1-პენტენ-3-ოლთან, 1-ჰექსენ-3-ოლთან და 1-ჰექსენ-3-ოლთან ფოსფორმეჯავს თანდასწრებით	136

გეოგრაფია-გეოლოგია

ა. ბოტვანდელი, ჯ. მდინარაძე, ლ. კლიმოვსკაია, გ. რობიტაშვილი, ტ. სევესტიანოვა, გ. სულაქველიძე, ი. სულაქველიძე, ზ. ხვედელიძე, გ. ელბაქიანი, სეტყვის საწინააღმდეგო ბრძოლის რენტაბელობის შეფასება	141
ქრ. ჯაყელი, საქართველოს სამხრეთი მთიანეთის ლანდშაფტის ძირითადი ტიპების ფიტომასისა და მისი პროდუქტიულობის განსაზღვრისათვის	143
დ. ქოჩიაშვილი, მდ. მტკვრის 1968 წლის 18—19 აპრილის წყალმოვარდნის ფორმირება და გაანგარიშება	151
ნ. სხირტლაძე, ვულკანური კონუსის საკონხს აგებულების შესახებ	155

ბიოლოგია

მ. ლორთქიფანიძე, <i>Dictamnus caucasicus</i> -ის შესწავლისათვის	163
ვ. ინგოროყვა, მასალები ქვემო სვანეთისა და ლეჩხუმის ტყემლის შესწავლისათვის	169
ა. შათირიშვილი, ი. ქუჭულაშვილი, დაბალი სპორულაციის უნარის მქონე ბირობით-ლეტალი ულტრაისფერი სხივებისადმი მგრძნობიარე მუტანტები <i>Saccharomyces paradoxus</i> -ში	173
ქ. გოგინაშვილი, ქრომოსომული აბერაციების სისშირის ცვლილება სიმინდში ვითომეთანსულფონატის, დიეთილსულფატისა და მაიონიზებული რადიაციის ცალკე და კომბინირებული მოქმედების დროს	177
ზ. მეტრეველი, ბაყაყის კუნთის თითისტარას ელექტრული აქტივობის დებრესია და აღდგენა	190

CONTENTS

Mathematics

G. Nizharadze, On the boundary properties of functions obtained by differentiation of Cauchy type integral	3
M. Walk, The duality of transport and potential problems in Banach spaces	13
C. Shekhter, On the two-point boundary value problem for the second order differential equation with the discontinuous right part	19
I. Klipker, An abstract characteristic of the binary relations semiring on a finite set	33
D. Tseitlin, On local theorems for some algebraic systems	44

Mechanics

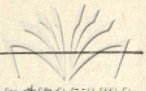
J. Sharikadze, Unsteady magnetohydrodynamic flow past a porous plate with account of induce magnetic field and heat transfer	51
--	----

Physics

S. Doma, I Machabeli, Orbital fractional parantage coefficients in the unitary scheme model	57
S. Doma, Spin-izospin fractional parantage coefficients in the supermultiplet model of nucleus	71
M. Kobakhidze, Cylindrical diode under the effect of alternating sinusoidal voltage	77
Z. Khvedelidze, The question of primary date with numerical decusion of complete system equations of barotropic atmosphere for mountain regions	87

Chemistry

K. Cherkezishvili, L. Napetvaridze, I. Gverdtsiteli, Synthesis of some dialkinoxidialkil-pleny silans and their hydrogeneration	93
I. Gverdtsiteli, L. Baramidze, E. Jananashili, Synthesis and dehydration of γ -acetylenic glykoles	96
I. Gverdtsiteli, L. Baramidze, E. Topchiashvili, Synthesis and chemical conversion silicon- and germanium-containing phenylethylene carbinoles	103
I. Gverdtsiteli, E. Gelashvili, E. Topchiashvili, T. Gogiashevili, Synthesis of some unsaturated silicon-containing epoxycompo-unds	107
A. Nogaideli, N. Rtveliashvili, The reaction of alkylhydriad and alkylchlorsilanes with 6-methyl-5 ethyl-dekyn-7-en 9-diol-5,6 in the presence of H_2PtCl_6	113
A. Nogaideli, A. Kakhniashvili, N. Rtveliashvili, The condensation of vinilethynyl- α -glycols with phenols in the presence of H_3PO_4	119
I. Gverdtsiteli, E. Gelashvili, T. Khmiadashvili, K. Dondua, The study of reaction of hydrosilyliration and hydrogermiliration of 3-methyl-1-methoksy-nonin-4-diol-3,6	125



- A. Kakhniashvili, E. Chikovani, D. Ioramashvili, M. Menteshashvili, Interaction of 1-pentetriol, 1-hexetriole, and 1-heptetriole with the β -naphthol in the presence of phosphoric acid 133

Geography—Geology

- A. Brotgandel, D. Mdinaradze, L. Klimovskaia, G. Robitashvili, T. Sevastianova, G. Sulakvelidze. I. Sulakvelidze, Z. Khvedelidze, G. Elbakian, The estimation of economic effect of antihail works 137
- Kh. Jakeli, On the determination of the phytomass and its productivity in the main landscape types of the South-Georgian highland 143
- D. Kochiashvili, Forming and calculation of the hood of the river Kyre on 18—19 april 1968 151
- N. Skhirtladze, On the structure of Sahohkeis volcanic butte (the Georgian military suad) 155

Biology

- M. Lordkipanidze, The question of studying *Dictomnus caucasicus* 163
- V. Ingorokva, The question of studying the lower Svaneti and Lechkhumi sour plum 169
- A. Shatirishvili, I. Chuchulashvili, Conditional lethal UV sensitive mutants with decreased sporulation in yeast *Saccharomyces paradoxus* 173
- K. Goginashvili, Change of frequency of chromosomal aberrations independent and associated with the actions of ethylmethansulphonate, diethylsulphate and ionizing radiation 177
- Z. Metreveli, The depression and recovery of electrical activity of the frog's musche spindle 181



გამომცემლობის რედაქტორები: ლ. აბუაშვილი, ა. სტურუა
ტექნორედაქტორი ი. ხუციშვილი
კორექტორები: ე. სულხანიშვილი, ნ. ცაგარეიშვილი

ხელმოწერილია დასაბუქდად 9/VII-75. ქალაქის ფორმატი 10×108/16.
ნაბეჭდი თაბახი 17,15; სააღრიცხვო-საგამომცემლო თაბახი 12,65.

შეკვეთა 1453

უგ 06443

ტირაჟი 500

ფასი 1 მან. 37 კაპ.

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 14.
Издательство Тбилисского университета, Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 14

თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა, თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.
Типография Тбилисского университета, Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 1

86-1975.

~~75-625~~
2010060000
20100000