# თბილისის უნივერსიტეტის
# შრომები

**Труды Тбилисского университета**

**Proceedings of Tbilisi University**

**A 10 (158)**

**ფიზიკა-მათემატიკისა და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

**MATHEMATICAL AND NATURAL SCIENCES**

თბილისი Тбилиси Tbilisi
1975

# თბილისის უნივერსიტეტის

# შრომები

Труды Тбилисского университета

Proceedings of Tbilisi University

A 10 (158)

ფიზიკა-მათემატიკისა და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

MATHEMATICAL AND NATURAL SCIENCES

თსუ

თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА

TBILISI UNIVERSITY PRESS

1975

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
A 10 (158), 1975



# ОБ ОБОБЩЕННЫХ СПЕКТРАХ ЛАГРАНЖА

П. Г. КОГОНИЯ

Работа посвящена исследованию множеств значений некоторых функций, характеризующих порядок рациональной аппроксимации иррациональных чисел; она содержит полное решение одной из основных задач, связанных с исследуемыми множествами.

Пусть $J$ обозначает множество всех иррациональных чисел интервала (0,1), а

$$\alpha=[0;\ a_1,\ a_2,\cdots,a_n\cdots]$$

—разложение этого числа в арифметическую цепную дробь. Как известно [1], для числителей и знаменателей подходящих дробей $\frac{p_n}{q_n}$ числа (цепной дроби) $\alpha$ существуют рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} &p_0=0, \quad p_1=1, \quad p_n=a_n\ p_{n-1}+p_{n-2} \\ &q_0=1, \quad q_1=a_1, \quad q_n=a_n\ q_{n-1}+q_{n-2}. \end{aligned} \tag{1}$$

Назовем порядком рациональной аппроксимации числа $\alpha$ и обозначим через $L(\alpha)$ точную верхнюю грань множества всех тех действительных чисел $m$, для которых диофантово неравенство

$$\left|\alpha-\frac{p}{q}\right|<\frac{1}{q^m} \tag{2}$$

имеет бесконечное множество решений в целых числах $p$, $q$ $(q>0)$.

Известно [2], что

$$\{L(\alpha)\mid\alpha\in J\}=[2,\ \infty]. \tag{3}$$

и

$$L(\alpha)=\overline{\lim_{n\to\infty}}\ \frac{\ln q_{n+1}}{\ln q_n}+1. \tag{4}$$

Для любого фиксированного $L\geqslant 2$ обозначим через $J_L$ множество всех тех $\alpha$ из $J$, для которых $L(\alpha)=L$. Тогда, в силу [3], имеем

$$J=\bigcup_{2\leqslant L\leqslant\infty} J_L. \tag{5}$$

Для любого $\alpha\in J_L$ обозначим через $\lambda(\alpha;\ L)=\lambda(\alpha)$ точную верхнюю грань множества всех тех действительных чисел $c$, для которых диофантово неравенство

$$\left|\alpha-\frac{p}{q}\right|<\frac{1}{cq^{L}} \quad (L=L(\alpha)) \tag{6}$$

имеет бесконечное число решений в целых числах $p, q$ $(q>0)$.

Известно [3], что для любого $L>2$

$$\lambda(\alpha)=\overline{\lim_{n\to\infty}}\, q_n^{\frac{\ln q_{n+1}}{\ln q_n}-L+1}=\overline{\lim_{n\to\infty}}\exp\left[\ln q_{n+1}-(L-1)\ln q_n\right]. \tag{7}$$

Множество $\{\lambda(\alpha)\mid\alpha\in J_2\}=\{L(\alpha)\mid L(\alpha)=2\}$ называется спектром Лагранжа. Спектр Лагранжа (оказавшийся множеством сложной структуры) к настоящему времени исследован почти полностью.

Для любого $L>2$ множество

$$\{\lambda(\alpha)\mid L(\alpha)=L\}=\{\lambda(\alpha)\mid\alpha\in J_L\}$$

называется обобщенным спектром Лагранжа.

**Теорема.** *Для любого $L>2$ обобщенный спектр Лагранжа совпадает с сегментом $[0, \infty]$*, т. е.

$$\{\lambda(\alpha)\mid L(\alpha)=L\}=[0, \infty] \qquad (L>2).$$

*Доказательство*[1]. Числа $\alpha$, для которых $\lambda(\alpha)=0$ или $\infty$, строятся непосредственно с помощью формулы (7); поэтому достаточно показать, что для любого фиксированного $L>2$ и $\lambda>0$ существует число $\alpha$, для которого

$$L(\alpha)=L,\ \lambda(\alpha)=\lambda. \tag{8}$$

С этой целью определим индуктивно последовательности $a_n$ и $q_n$ с помощью соотношений

$$a_0=0,\ q_{-1}=0,\ q_0=1,\ a_{n+1}=[\lambda q_n^{L-2}]+1,\ q_{n+1}=a_{n+1}q_n+q_{n-1} \quad (n=0, 1, 2,\cdots). \tag{9}$$

В силу этого построения, $a_n\,(n\geq 1)$—натуральные числа.

Положим

$$\alpha=[0,\ a_1,\ a_2,\cdots,a_n,\cdots].$$

Для этого числа $\alpha$, в силу (9), последовательность $\{q_n\}$ является последовательностью знаменателей подходящих дробей.

Так как $L>2$ и $q_n\to\infty$ при $n\to\infty$, в силу соотношений (9), имеем $a_n\to\infty$ при $n\to\infty$. Из этого факта и рекуррентного соотношения (9) следует, что

$$\frac{q_{n+1}}{q_n}=a_{n+1}+\frac{q_{n-1}}{q_n}=a_{n+1}+\bar{o}(1)=\lambda q_n^{L-2}+O(1),$$

$$q_{n+1}=\lambda q_n^{L-1}+O(1)\cdot q_n=\lambda q_n^{L-1}(1+\bar{o}(1)),$$

$$\ln q_{n+1}=\ln\lambda+(L-1)\ln q_n+\bar{o}(1), \quad \frac{\ln q_{n+1}}{\ln q_n}=L-1+\bar{o}(1) \tag{10}$$

---

[1] Идея этого доказательства подсказана проф. С. Б. Стечкиным.

Из этого равенства, в силу (4), имеем

$$L(\alpha)=\overline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{\ln q_{n+1}}{\ln q_n}+1=L,\ \text{т. е. } \alpha\in J_L.$$

Вместе с тем, из равенства (10) следует, что

$$\ln q_{n+1}-(L-1)\ln q_n=\ln\lambda+0(1),$$

откуда, в силу формулы (7)

$$\lambda(\alpha)=\overline{\lim_{n\to\infty}}\exp\left[\ln q_{n+1}-(L-1)\ln q_n\right]=\overline{\lim_{n\to\infty}}\exp(\ln\lambda+0(1))=\lambda.$$

Итак, для любого $L>2$ и $0\leqslant\lambda\leqslant\infty$ существует число $\alpha\in J_L$, для которого $\lambda(\alpha)=\lambda$. Обозначим множество всех таких $\alpha$ через $L_{L,\lambda}$. Имеем

$$\bigcup_{2\leqslant L<\infty} J_L=J,\quad \bigcup_{0\leqslant\lambda<\infty} J_{L,\lambda}=J_L \tag{11}$$

Как известно, мера множества $J_2$ равна 1, а мера множества $J_L$, для любого фиксированного $L>2$, равна 0; из (11) непосредственно следует, что мера любого множества $J_{L,\lambda}\,(L>2)$ тоже равна 0.

Представляется интересной и важной задача исследования как топологической структуры, так и метрической природы этих множеств с помощью более тонких метрических характеристик, в частности, с помощью размерности Хаусдорфа.

(Поступило 15. III. 197з)

Кафедра высшей математики

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Хинчин, Цепные дроби, М.-Л., 1949.
2. I. F. Koksma, Diophantische Approximationen, Berlin, 1936.
3. П. Г. Когония, Труды ТГУ, т. 84, 1961 стр. 143—149.

პ. კოლონია

## ლაგრანჟის განზოგადებულ სპექტრთა შესახებ

### რეზიუმე

შრომაში დამტკიცებულია, რომ ე. წ. ლაგრანჟის განზოგადებული სპექტრი ემთხვევა არაუარყოფით ნამდვილ რიცხვთა გაფართოებულ სიმრავლეს.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# МЕТРИЗАЦИЯ ПРОСТРАНСТВ РАЗЛИЧНОГО ВЕСА

В. Г. БОЛТЯНСКИЙ

В заметках [1], [2] сформулированы „метрические эквиваленты" различных аксиом отделимости. Здесь рассматривается вопрос о метрическом описании в е с а топологического пространства. В качестве примера применения доказанных свойств приводится „метрическое" доказательство классической метризационной теоремы Урысона.

Мы будем пользоваться терминологией и обозначениями, введенными в заметке [2]. Через $\tau$ будет обозначаться произвольная бесконечная мощность, а через $m(\Delta)$—мощность множества $\Delta$. Аксиомы 4°, 6°, 7°, 8°, 9°, 11°, 12° имеют тот же смысл, что и в заметке [2]; мы напомним их здесь:

4°. $\rho(x, z)+\rho(y, z)\geqslant\rho(x, y)\Delta\rho(y, x)$ для любых $x, y, z\in X$;

6°. $\rho(x, y)=0<=>x=y$ (п о л о ж и т е л ь н о с т ь семиметрики $\rho$);

7°. Семиметрика $\rho_V(x, y)=\rho(x, y)\nabla\rho(y, x)$ положительна;

8°. Функция $\rho(x, y)\Delta\rho(y, x)$ обращается в нуль лишь при $x=y$;

9°. $\rho(x, y)=0<=>\rho(y, x)=0$ для любых $x, y\in X$;

11°. Для любых $x\in X$, $q\in\Delta$ существует такое $q^*\in\Delta$, что для любых $y, z\in X$ справедливо неравенство

$$\rho^{q^*}(x, z)+\rho^{q^*}(y, z)\geqslant\rho^q(x, y).$$

12°. $\rho(x, y)=\rho(y, x)$ для любых $x, y\in X$ (симметричность метрики $\rho$).

Кроме того введем дополнительно следующую аксиому (накладываемую на семиметрику $\rho: X\times X\to R^\Delta$):

$13^\tau$. $m(\Delta)\leqslant\tau$.

Теперь мы можем сформулировать ряд метризационных теорем. Каждая из них утверждает, что любое топологическое пространство, принадлежащее определенному классу, может быть метризовано при помощи семиметрики, на которую наложены определенные аксиомы. Все эти теоремы содержатся в следующей таблице:

| Класс топологических пространств | Аксиомы, которые можно наложить на порождающую семиметрику |
|---|---|
| 1) пространства веса $\leqslant\tau$ | $13^\tau$ |
| 2) пространства веса $\leqslant\tau$ | $4^\circ$, $13^\tau$ |
| 3) $T_0$-пространства веса $\leqslant\tau$ | $7^\circ$, $13^\tau$ |
| 4) $T_1$-пространства веса $\leqslant\tau$ | $6^\circ$, $13^\tau$ |
| 5) $T_1$-пространства веса $\leqslant\tau$ | $8^\circ$, $13^\tau$ |
| 6) $R_0$-пространства веса $\leqslant\tau$ | $9^\circ$, $13^\tau$ |
| 7) хаусдорфовы пространства веса $\leqslant\tau$ | $4^\circ$, $8^\circ$, $13^\tau$ |
| 8) регулярные пространства веса $\leqslant\tau$ | $11^\circ$, $13^\tau$ |
| 9) регулярные $T_1$-пространства веса $\leqslant\tau$ | $8^\circ$, $11^\circ$, $13^\tau$ |
| 10) вполне регулярные пространства веса $\leqslant\tau$ | $12^\circ$, $13^\tau$ |
| 11) вполне регулярные $T_1$-пространства веса $\leqslant\tau$ | $6^\circ$, $12^\circ$, $13^\tau$ |

Например, первая из этих теорем утверждает, что любое топологическое пространство веса $\leqslant\tau$ может быть метризовано с помощью семиметрики, удовлетворяющей аксиоме $13^\tau$. Аналогично формулируются и остальные теоремы. (Заметим, что обратное, вообще говоря, неверно: из того, что топологическое пространство может быть метризовано при помощи семиметрики, удовлетворяющей аксиоме $13^\tau$, не следует, что его вес не превосходит $\tau$).

В качестве примера наметим доказательство теоремы 9. Мы воспользуемся пространством $G$ с действительной семиметрикой $\sigma$, состоящим из четырех точек $a$, $b$, $c$, $d$, в котором расстояния $\sigma(b, a)$, $\sigma(b, c)$, $\sigma(d, c)$ (кроме расстояний от каждой точки до нее самой) равны нулю, а остальные расстояния равны единице. Открытыми в пространстве $G$ являются множества

$$\varnothing, \{a\}, \{c\}, \{a, c\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}$$

и только они.

Пусть теперь $X$—регулярное топологическое $T_1$-пространство веса $\leqslant\tau$. Выберем в $X$ базис открытых множеств мощности $\leqslant\tau$. Тогда множество всех пар $(U, V)$, где $U$, $V$—базисные открытые множества, удовлетворяющие включению $\overline{V}\subset U$, также имеет мощность $\leqslant\tau$. Для каждой такой пары определим отображение $q=q_{U,V}$ пространства $X$ в $G$, положив:

$$q(V)=a,\ q(\overline{V}\setminus V)=b,\ q(U\setminus\overline{V})=c,\ q(X\setminus U)=d.$$

Непосредственно проверяется, что прообраз любого открытого в $G$ множества является открытым в $X$ множеством, и потому отображение $q$ непрерывно. Множество всех таких отображений обозначим через $\Delta$; согласно сказанному выше, $m(\Delta)\leqslant\tau$. Наконец, определим отображение $\rho_G: X\times X\to R^\Delta$, положив: $\rho_G^q(x, y)=\sigma(q(x), q(y))$. Тогда $\rho_G$ есть семиметрика в $X$, причем она порождает в $X$ исходную топологию.

Докажем, что семиметрика $\rho_G$ удовлетворяет аксиомам $8^\circ$, $11^\circ$. Пусть $x$—произвольная точка пространства $X$ и $q=q_{U,V}\in\Delta$. Обозначим через

$W$ множество всех элементов $f \in R^{\Delta}$, удовлетворяющих условию $|f^q|<1$. Тогда $W$ есть окрестность нуля в $R^{\Delta}$, и потому $\Omega(x, W)$ есть окрестность точки $x$ в пространстве $X$. Так как пространство $X$ регулярно, то в $X$ существуют такие базисные открытые множества $U^*$, $V^*$, что $x \in V^*$ и $\overline{V}^* \subset U^* \subset \Omega(x, W)$. Мы рассмотрим элемент $q^* = q_{U^*, V^*} \in \Delta$ и покажем, что он удовлетворяет аксиоме 11°. В самом деле, пусть $y$, $z$—произвольные точки пространства $X$. Ясно, что если $\rho_G^q(x, y)=0$, то неравенство, указанное в аксиоме 11°, выполнено. Предположим, что $\rho_G^q(x, y)=1$. Тогда $y$ не принадлежит $\Omega(x, W)$ и подавно $y$ не принадлежит $U^*$. Следовательно, $q^*(y)=d$. Если теперь $q^*(z) \neq a$, то

$$\rho_G^{q^*}(x, z)=\sigma(q^*(x), q^*(z))=\sigma(a, q^*(z))=1,$$

и потому неравенство, указанное в аксиоме 11°, выполнено. Если же $q^*(z)=a$, то

$$\rho_G^{q^*}(y, z)=\sigma(q^*(y), q^*(z))=\sigma(d, a)=1,$$

т. е. и в этом случае указанное неравенство выполнено. Таким образом, семиметрика $\rho_G$ удовлетворяет аксиоме 11°.

Докажем, что эта семиметрика удовлетворяет также аксиоме 8°. Возьмем в $X$ две различные точки $x$, $y$. Так как $X$ есть $T_1$-пространство, то существует такая базисная окрестность $U$, что $x \in U$, $y$ не принадлежит $U$. Далее, так как $X$ есть регулярное пространство, то существует такая базисная окрестность $V$, что $x \in V$ и $\overline{V} \subset U$. Рассмотрим отображение $q=q_{U, V}$ пространства $X$ в $G$. Так как $x \in V$, $y \in X \setminus U$, то $q(x)=a$, $q(y)=d$. Следовательно,

$$\rho_G^q(x, y)=\sigma(q(x), q(y))=\sigma(a, d)=1,$$

$$\rho_G^q(y, x)=\sigma(q(y), q(x))=\sigma(d, a)=1,$$

и потому функция $\rho_G(x, y) \Delta \rho_G(y, x)$ принимает в точке $q \in \Delta$ значение 1. Таким образом, семиметрика $\rho_G$ удовлетворяет аксиоме 8°.

Итак, если $X$—регулярное $T_1$-пространство веса $\leqslant \tau$, то существует семиметрика, порождающая в $X$ исходную топологию и удовлетворяющая аксиомам 8°, 11°, $13^{\tau}$.

В качестве примера применения доказанной теоремы рассмотрим „метрический“ вариант доказательства классической метризационной теоремы Урысона. Пусть $X$—регулярное $T_1$—пространство со счетной базой. Согласно доказанной теореме 9, существует семиметрика $\rho: X \times X \to R^{\Delta}$, порождающая в $X$ исходную топологию и удовлетворяющая аксиомам 8°, 11°, причем $\Delta$—счетное множество. Мы можем при этом дополнительно предполагать, что $0 \leqslant \rho^q(x, y) \leqslant 1$ для любых $q \in \Delta$, $x, y \in X$ (именно такая метрика получается в приведенном выше доказательстве теоремы 9. Занумеруем элементы множества $\Delta$ в счетную последовательность:

$$\Delta=\{q_1, q_2, \cdots, q_n, \cdots\}$$

и положим:

$$\rho^*(x, y)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\left(\rho^{q_n}(x, y)+\rho^{q_n}(y, x)\right).$$

Очевидно, что $\rho^*: X\times X\to R$ есть действительная симметричная семиметрика в $X$. Кроме того семиметрика $\rho^*$ положительна: если $x\neq y$, то, в силу аксиомы 8°, $\rho^{q_n}(x, y)\neq 0$ при некотором $n$, и потому $\rho^*(x, y) > 0$. Таким образом, $\rho^*$ есть метрика в $X$ (т. е. действительная симмертичная положительная семиметрика).

Покажем, что $\rho^*$ порождает в $X$ ту же топологию, что и семиметрика $\rho$ (т. е. исходную топологию пространства $X$). Пусть $G\subset X$—множество, открытое в топологии $t$, порождаемой семиметрикой $\rho$, и пусть $x\in G$. Тогда существует такое конечное множество $M\subset\Delta$ и такое число $\varepsilon>0$, что $\Omega(x, U_\varepsilon^M)\subset G$, где $U_\varepsilon^M$—множество всех элементов $f\in R^\Delta$, удовлетворяющих условию $|f^q|<\varepsilon$ при $q\notin M$. Обозначим через $N$ настолько большое натуральное число, что $q_n$ не принадлежит $M$ при $n>N$, и положим $\delta=\varepsilon\cdot 2^{-N}$. Легко видеть, что $\delta$-окрестность $U_\delta(x)$ точки $x$ (в метрике $\rho^*$) содержится в множестве $G$. В самом деле, пусть $\rho^*(x, y)<\delta$. Тогда $\frac{1}{2^n}\rho^{q_n}(x, y)<\delta$ для любого $n$. Если теперь $q_n\in\Delta$ (так что $n\leqslant N$), то

$$\frac{1}{2^N}\rho^{q_n}(x, y)\leqslant\frac{1}{2^n}\rho^{q_n}(x, y)<\delta=\frac{\varepsilon}{2^N},$$

откуда $\rho^{q_n}(x, y)<\varepsilon$. Итак, для любого $q\in\Delta$ мы имеем $\rho^q(x, y)<\varepsilon$, т. е. $\rho(x, y)\in U_\varepsilon^M$, или $y\in\Omega(x, U_\varepsilon^M)\subset G$. Тем самым включение $U_\delta(x)\subset G$ доказано. Из этого следует (ввиду произвольности точки $x\in G$), что множество $G$ открыто в топологии $t^*$, порождаемой метрикой $\rho^*$.

Обратно, пусть $H\subset X$—множество, открытое в топологии $t^*$ и пусть $x\in H$. Тогда существует такое число $\mu>0$, что $U_\mu(x)\subset H$. Выберем настолько большое натуральное $k$, что $\sum_{n>k}\frac{1}{2^n}<\frac{\mu}{4}$. Тогда

$$\sum_{n>k}\frac{1}{2^n}\left(\rho^{q_n}(x, y)+\rho^{q_n}(y, x)\right)<\frac{\mu}{2} \tag{1}$$

для любой точки $y\in X$. Согласно аксиоме 11°, для любого $n=1,\cdots,k$ можно подобрать такой элемент $q_n^*\in\Delta$, что для любых $y, z\in X$ и $n=1,\cdots,k$ справедливо неравенство

$$\rho^{q_n^*}(y, z)+\rho^{q_n^*}(x, z)\geqslant\rho^{q_n}(y, x).$$

В частности, при $z=y$ получаем:

$$\rho^{q_n^*}(x, y)\geqslant\rho^{q_n}(y, x). \tag{2}$$

Обозначим теперь через $M$ множество, содержащее все элементы $q_n$, $q_n^*$, где $n=1, 2, \cdots, k$. Кроме того, положим $\varepsilon=\frac{\mu}{4}$. Мы покажем, что при этих условиях справедливо включение $\Omega(x, U_\varepsilon^M) \subset H$. В самом деле, пусть

$$y \in \Omega(x, U_\varepsilon^M), \text{ т. е. } \rho(x, y) \in U_\varepsilon^M. \text{ Тогда}$$

$$\rho^{q_n}(x, y) < \varepsilon, \ \rho^{q_n^*}(x, y) < \varepsilon, \ n=1, \cdots, k,$$

и потому, в силу (2),

$$\rho^{q_n}(x, y) < \varepsilon, \quad \rho^{q_n}(y, x) < \varepsilon, \quad n=1, \cdots, k.$$

Следовательно,

$$\sum_{n=1}^{k} \frac{1}{2^n} (\rho^{q_n}(x, y) + \rho^{q_n}(y, x) < 2\varepsilon \sum_{n=1}^{k} \frac{1}{2^n} < 2\varepsilon = \frac{\mu}{2}. \tag{3}$$

Сопоставляя соотношения (1) и (3), мы и получаем: $\rho^*(x, y) < \mu$, т. е. $y \in U_\mu(x)$. Тем самым включение $\Omega(x, U_\varepsilon^M) \subset U_\mu(x) \subset H$ доказано. Из этого следует (ввиду произвольности точки $x \in H$), что множество $H$ открыто в топологии $t$, порождаемой семиметрикой $\rho$.

Итак, топологии $t$ и $t^*$ совпадают, т. е. метрика $\rho^*$ порождает в $X$ исходную топологию. Это и дает классическую метризационную теорему Урысона: всякое регулярное топологическое $T_1$-пространство $X$ со счетной базой метризуемо, т. е. существует метрика в $X$, порождающая исходную топологию этого пространства.

(Поступило 25. XI 1972)

Математический институт
им. В. Стеклова АН СССР

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Болтянский, Доклады АН СССР, 197 (1971), № 6, 1239—1242.
2. В. Г. Болтянский, Сообщения АН ГССР.

ვ. ბოლტიანსკი

## სხვადასხვა წონის სივრცეთა მეტრიზაცია

### რეზიუმე

შრომაში შესწავლილია სხვადასხვა წონის მქონე ტოპოლოგიურ სივრცეთა მეტრიზაციის საკითხი ტიხონოვის ნახევარველებზე. შემოტანილი მეთოდების საშუალებით, კერძოდ, მოცემულია თვლადბაზისიან სივრცეთა მეტრიზაციის კლასიკური თეორემის პირდაპირი დამტკიცება.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# СТАБИЛЬНЫЕ КАТЕГОРИИ*

ФРИДРИХ-В. БАУЕР

## 0. Введение

Мы начнем с некоторых замечаний исторического характера о стабильных категориях. Стабильная категория, грубо говоря, это категория, которая ведет себя подобно категории базовых топологических пространств (с геометрической точки зрения), где, однако, надстройка является автофунктором. Другими словами, можно брать надстройку произвольно большой степени.

Первый пример стабильной категории был дан Э. Спеньером и Дж. Уайтхедом почти двадцать лет тому назад. Объектами их категории являются пары $(X, n)$, где—$X$ базовое топологическое пространство, а $n \in Z$—целое число. Множество $\{(X, n), (Y, m)\}$ морфизмов между двумя такими объектами определяется как

$$\{(X, n), (Y, m)\} = \varinjlim \left[\sum^{n+k} X, \sum^{m+k} Y\right], \tag{1}$$

где предел определяется обычным путем. В этой категории надстройка определяется равенством $\sum (X, n) = (X, n+1)$.

Несмотря на то, что оба автора получили ряд замечательных результатов, используя эту категорию (например S-двойственность, рассматриваемая нами вкратце в конце настоящей работы), оказалось, что она не вполне удовлетворяет целям стабильной гомотопической теории. Категория не содержит достаточного количества объектов для удовлетворения всех геометрических нужд.

Следующей кандидатурой на модель стабильной категории явилась категория преспектров $P$.

Преспектр $\{X_n\}\, n \in Z$ является последовательностью базовых пространств вместе с морфизмами

$$\sum X_n \to X_{n+1}. \tag{2}$$

Морфизм $\{f_n\} : \{X_n\} \to \{Y_n\}$ есть последовательность непрерывных отображений, совместимых с отображениями (2).

---

* Доклад, прочитанный в Тбилиси на VI Всесоюзной топологической конференции 3 октября 1972 года. Автор благодарен М. Балавадзе за перевод статьи.

Хотя категория $P$ и не является наилучшей возможной моделью стабильной категории, она обладает некоторыми весьма полезными свойствами. Более того, оказывается, что $P$ фактически является базой для соответствующей стабильной теории гомотопии в смысле, который станет ясным в следующем пункте.

Обозначим через $\underline{CW}_{\circ}$ категорию базовых $CW$-пространств. Существует функтор

$$j:\underline{CW}_{\circ}\to P \quad j(X)=\{X_n\},$$

где $X_n=\Sigma^n X$ для $n\geqslant 0$, $X_n$-базовая точка для $n<0$.

## 1. Категория гомотопии Боардмэна

Существует гомотопический функтор $\pi_*:P\to$градуированные группы

$$\pi_n(\{X_i\})=\varinjlim \pi_{n+k}(X_k). \tag{3}$$

Можно отфакторизовать все те морфизмы $f\in P$, которые индуцируют изоморфизмы посредством $\pi_*$ (т. е. мы преобразовываем эти морфизмы в изоморфизмы) и определить категорию

$$L_h=P\pi_*.$$

Это и есть одно из возможных определений боардмэновской стабильной гомотопической категории [1], [3].

Очевидно, все вышеизложенное может быть перефразировано для категории комплексов Канна с заменой категории $CW$-пространств. Тогда мы определим гомотопическую категорию спектра Канна $S_{PE}$.

Сам Боардмэн следовал несколько иным путем; сначала он определил свою категорию $L$, а потом нанес на нее гомотопическую теорию, тем самым получив гомотопическую категорию $L_h$. Интересно, то что он смог распознать $L$ как фактор-категорию $P$ (выделяя класс всех „полных вложений“ [5]).

## 2. Операторная категория

Мы хотим сделать нечто большее. Категорная стабилизация является механизмом, переводящим подходящие предложения алгебраической топологии из нестабильного мира в стабильный. Такой стабилизирующий функтор дает нам инструмент, позволяющий формулировать стабилизированные варианты всех теорем, избегая длинных рассуждений, почему теорема $A^*$ заслуживает имя „стабилизированная теорема $A$“. Для этой цели нам нужны некоторые определения.

2.1. О п р е д е л е н и е. Пара $(\underline{A}, \underline{K})$, где $\underline{A}$—абелева полугруппа с единицей и $\underline{K}$—категория, называется операторной категорией, если $\underline{A}$ оперирует на $\underline{K}$, т. е. каждый $A\in\underline{A}$ есть функтор $A:\underline{K}\to\underline{K}$, причем такой, что

$$(A_1A_2)(\ \ )=A_1(A_2(\ \ ))$$
$$1(\ \ )=\text{тождество}$$

Операторная категория называется стабильной, если $\underline{A}$ есть группа.

2.2. Определение. Операторный функтор

$$(\Gamma,\ T,\omega):(\underline{A},\ \underline{K})\to(\underline{A}',\ \underline{K}')$$

состоит из тройки, где:

1) $\Gamma:\underline{A}\to\underline{A}'$ есть гомоморфизм полугрупп с единицей;

2) $T:\underline{K}\to\underline{K}'$ является функтором;

3) $\omega=\{\omega_{A,X}:\Gamma(A)T(X)\to T(AX),\ A\in\underline{A},\ X\in\underline{K}\}$

есть семейство естественных, по отношению к $X$, преобразований таких, что

$$\omega_{A_1,A_2X}\circ\Gamma(A_1)\omega_{A_2,X}=\omega_{A_1A_2,X},$$
$$\omega_{1,X}=1.$$

Операторный функтор $T=(\Gamma,\ T,\ \omega)$ называется стабильным, когда все $\omega_{A,X}$ являются изоморфизмами.

2.3. Определение. Естественное преобразование $\tau:T\to T'$ называется операторным преобразованием $\tau:(\Gamma.\ T,\ \omega)\to(\Gamma,\ T',\ \omega')$, если $\tau$ коммутирует со всеми $\omega_{A,X}$ в очевидном смысле.

Мы имеем следующие 2-категории:

1) $\underline{W_{0p}}$: Объекты—операторные категории, 1-морфизмы — операторные функторы, 2-морфизмы — операторные преобразования.

2) $\underline{O_p}$: Объекты—операторные категории, 1-морфизмы—стабильные операторные функторы, 2-морфизмы—как в $\underline{W_{0p}}$.

3) $\underline{S_{0p}}$: Объекты - стабильные операторные функторы, 1- и 2-морфизмы—как в $\underline{O_p}$.

Имеем следующее утверждение:

**2.4. Лемма.** Включение $i:\underline{S_{0p}}\subset\underline{W_{0p}}$ является 2-функтором и полным вложением.

### 3. Примеры операторных категорий и функторов

В алгебраической топологии существует много примеров операторных категорий и функторов, однако лишь немногие из них стабильны.

1) Пусть $\underline{A}=\{1,\ \Sigma,\ \Sigma^2,\dots\}$ и $\underline{K}=T_{0p_0}$ или $\underset{\circ}{\underline{CW}}$.

2) Пусть $\underline{A}$—произвольная полугруппа и $E_{ns_{\underline{A}}}$—категория $\underline{A}$ градуированных множеств $\{M_A\}$, $A\in\underline{A}$ с операцией

$$A\{M_{A'}\}=\{M_{AA'}\}.$$

3) Пусть группа $Z$ действует на $P$ так: $m\{X_n\}=\{X_{n+m}\}$.

4) Пусть $\underline{A}$—произвольная полугруппа и $G=\overline{\underline{A}}$—теоретико-групповое расширение $\underline{A}$, $\varphi:\underline{A}\to G$—канонический гомоморфизм (который решает

хорошо известную универсальную проблему). Полугруппа $\underline{A}$ действует на дискретной категории $G$ следующим образом:

$$A(g)=\varphi(A)\cdot g.$$

5) Пусть $(\underline{A}, \underline{K})$—произвольная операторная категория и $O(G, \underline{K})$ обозначает класс всех операторных функторов

$$E=(1,\ E,\ \omega):(\underline{A}, G)\to(\underline{A}, \underline{K}).$$

Это может быть обеспечено структурой операторной категории $(\underline{A}, O(G, \underline{K})$:

$$AE(\ \ )=E(A).$$

Мы будем называть объект из $O(G, \underline{K})$ преспектром. Это название оправдано тем, что для $\underline{A}=Z^+$, $\overline{A}=G=Z$, $\underline{K}=\underset{\circ}{\underline{CW}}$, мы попросту получаем категорию $P$.

6) Пусть $\Gamma:\underline{A}\to\underline{B}$—фиксированный морфизм полугрупп, $\underline{K}=(\underline{A}, \underline{K})$, $\underline{L}=(\underline{B}, \underline{L})\in\underline{W_{0p}}$ и $O(\underline{K}, \underline{L})$—категория всех операторных функторов $(\Gamma, T, \omega):(\underline{A}, \underline{K})\to(\underline{B}, \underline{L})$ (с операторными преобразованиями как морфизмами). Тогда $(\underline{A}, O(\underline{K}, \underline{L}))$ снова становится операторной категорией. Заметим, что категория 3 является стабильной категорией.

Гомологический функтор $H_*:(Z^+, \underset{\circ}{\underline{CW}})\to(Z, E_{ns_Z})$ является стабильным функтором, в то время как гомотопический функтор $\pi_*$ не стабилен. Все когомологические (или гомотопические) операции являются операторными преобразованиями когомологического (соответственно гомотопического) функтора.

## 4. Стабилизирующий функтор

Хорошо известное понятие пары сопряженных функторов может легко быть обобщено для 2-функторов. Мы опускаем детали и для подробностей предлагаем читателю [2]. Основной результат о стабилизациях может быть сформулирован в следуюшем утверждении:

**4.1. Теорема.** 2-функтор включения $i:\underline{S_{0p}}\subset\underline{W_{0p}}$ порождается 2-левым сопряженным 2-функтором $\hat{}:\underline{W_{0p}}\to\underline{S_{0p}}$.

Если $\hat{\underline{K}}=(\hat{\underline{A}}, \hat{\underline{K}})$, то $\hat{\underline{A}}$ не что иное, как $\overline{\underline{A}}$, являющееся теоретико-групповым расширением $\underline{A}$.

Прежде чем приступить к изложению некоторых идей, относящихся к доказательству теоремы 4.1, мы укажем на некоторые наиболее известные применения этой теоремы.

1) Пусть

$$\underline{K}\ \underset{S}{\overset{T}{\rightleftarrows}}\ \underline{L}$$

пара сопряженных функторов в $\underline{W_{0p}}$ (т. е. все происходит в $\underline{W_{0p}}$). Тогда пара

$$\hat{\underline{K}} \underset{\hat{S}}{\overset{\hat{T}}{\rightleftarrows}} \hat{\underline{L}}$$

также сопряженна.

2) Пусть $i : \underline{L} \subset \underline{K}$—включение категорий в $\underline{W}_{0p}$, пусть $\pi_*, H_* : \underline{K} \to \underline{M}$—произвольные операторные функторы и $h : \pi_* \to H_*$, $h' : Hi \to \pi_* i$—такие операторные преобразования, что либо

$$(hi)\,h' = 1 \quad \text{(теорема Гуревича)}, \tag{4}$$

либо

$$h'\,(hi) = 1 \quad \text{(двойственная теорема Гуревича)} \tag{5}$$

Тогда для четверки $(\hat{\pi}_*, \hat{H}_*, \hat{h}, \hat{h}')$ имеют место такие же соотношения (здесь нужно заметить, что $\hat{i} : \hat{\underline{L}} \to \hat{\underline{K}}$ не обязательно является включением).

Предположим далее, что $\pi_*$ универсален по отношению к (4) (соответственно $H_*$ универсален по отношению к (5)); тогда то же самое верно и для стабилизаций.

3) Пусть $(\underline{A}, \underline{K}) = \underline{K} \in \underline{W}_{0p}$, $(\underline{B}, \underline{M}) = \underline{M} \in \underline{S}_{0p}$ и $\Phi : \underline{K} \to \underline{M}$ является произвольным операторным функтором. Тогда $\underline{K}/\Phi$ дает нам гомотопическую категорию [1]. Стабилизация этого гомотопического понятия представляется следующим образом:

$$\hat{\underline{K}}_h = \hat{\underline{K}}\,\hat{\Phi}/.$$

Выясняется, что эта стабилизация гомотопии не зависит от выбора $\Phi$ (следовательно, она зависит только от $\underline{K}_h$).

Этот процесс дает свободный доступ к развитию стабильной гомотопической теории.

4) Предположим, что объекты $\underline{K}$ снабжены некоторой клеточной структурой. Боардмэн перевел это на язык функторов: клеточная структура есть операторный функтор $Z : \underline{K} \to$ клетка в операторную категорию клеточных пространств вместе с „размерностной функцией". Клеточное пространство является весьма патологичным топологическим пространством, которое отражает ситуацию пространства, точками которого являются клетки клеточного комплекса $C'$ с фактор топологией (наследованной из $C$). Размерностная функция сопоставляет каждой точке этого пространства ее размерность, как размерность клетки первоначального клеточного комплекса $C$. Стабилизируя $Z$ (и принимая во внимание, что клетка уже является стабильной категорией), получаем функтор $\hat{Z} : \hat{\underline{K}} \to$ клетка и следовательно, клеточную структуру для объектов из $\hat{\underline{K}}$. Однако размерность „клетки" из $K \in \hat{\underline{K}}$ может теперь быть и отрицательной! Это обычное явление в теории спектров Канна, где встречаются симплексы отрицательных размерностей. Подробнее см. [5].

## 5. Тензорное произведение

Вероятно существует много путей проведения доказательства теоремы 4.1. Мы укажем один из них и в то же время определим тензорное произведение между двумя операторными категориями $(\underline{A}, \underline{K})$, $(\underline{A}, \underline{L})$ (над одной и той же полугруппой $\underline{A}$).

**5.1. Теорема.** Пусть $(\underline{A}, \underline{K}), (\underline{A}, \underline{L}) \in \underline{W_{0p}}$, тогда существует операторная категория $(\underline{A}, \underline{K} \times \underline{L})$ такая, что выполняется следующий экспоненциальный закон для операторных категорий:

Пусть $(B, \underline{M}) \in \underline{W_{0p}}$, $\Gamma : \underline{A} \to \underline{B}$ фиксированный гомоморфизм. Тогда имеет место следующая эквивалентность операторных категорий:

$$O(\underline{K} \times \underline{L}, \underline{M}) \approx O(\underline{L}, O(\underline{K}, \underline{M})).$$

Можно дать явную конструкцию тензорного произведения; оно решает универсальную проблему подобно тому, как это происходит в гомологической алгебре (нужно определить понятие би-операторного функтора.) Между прочим, нужно заметить, что ограничиваясь стабильными би-операторными функторами, мы приходим к стабильному тензорному произведению $\underline{K} \times_S \underline{L}$. Это также может быть определено экспоненциальным законом, если мы используем в одном месте операторные категории $O_s(\underline{K}, \underline{M})$ с только лишь стабильными операторными функторами, как объектами.

**5.2. Теорема.** При тех же допущениях, что и в теореме 5.1, существует стабильное тензорное произведение $\underline{K} \times_S \underline{L}$ такое, что выполняется следующий вид экспоненциального закона для операторных категорий

$$O(\underline{K} \times_S \underline{L}, \underline{M}) \approx O_S(\underline{L}, O_S(\underline{K}, \underline{M})).$$

Теперь мы готовы к тому, чтобы дать конструкцию $\hat{\underline{K}}$. С этой целью напомним категорию $G = (\underline{A}, G)$, данную в 3. Мы можем построить категорию $(\underline{A}, G \times \underline{K})$ и доказать следующую лемму.

**5.3. Лемма.** Категория $G \times \underline{K}$ может быть снабжена структурой стабильной операторной категории $(G, G \times \underline{K})$ такой, что функтор

$$(\varphi, 1, 1) : (\underline{A}, G \times \underline{K}) \to (G, G \times \underline{K})$$

превращается в операторный функтор.

Таким образом получается, что $\hat{\underline{K}} = G \times \underline{K}$ обладает всеми свойствами стабилизации, требуемыми в теореме 4.1.

Что касается $\overline{\underline{K}} = G \times_S \underline{K}$, то здесь вновь мы имеем утверждение, аналогичное лемме 5.3 и, следовательно, $\overline{\underline{K}}$ превращается в стабильную операторную категорию $\overline{\underline{K}}=(G, \overline{\underline{K}})$.

**5.4. Теорема.** Функтор: $\underline{O_p}\to\underline{S_{0p}}$ является левым сопряженным к включению $i:\underline{S_{0p}}\subset\underline{O_p}$.

Это есть $S$-категорная конструкция Э. Спеньера и Дж. Уайтхеда в слегка более общей форме. Теперь становится очевидным, почему эта конструкция не удовлетворяет целям стабильной гомотопической теории: мы можем только стабилизировать функторы в $\underline{O_p}$ (которые уже стабильны). Однако не все функторы, представляющие интерес в топологии, обязательно стабильны, они только лишь являются операторными функторами.

## 6. Сравнение с другими стабильными категориями

Не верно, что для категории $(Z^+, \underline{CW}_\circ)=\underline{CW}_\circ$ стабилизация $\hat{\underline{CW}}_\circ$ дает боардмэновскую категорию $L$. Даже на гомотопическом уровне нельзя ожидать эквивалентности категорий. Однако ситуация меняется, если мы рассматриваем операторные категории с произвольными прямыми пределами и соответствующими операторными функторами, сохраняющими предел.

Обозначим такие 2-категории через $\underline{W_{0p}}l$ и соответственно через $\underline{S_{0p}}\,l$. Теперь мы можем перефразировать теорему 4.1 следующим образом:

**6.1. Теорема.** Включение $i:\underline{S_{0p}}l\subset\underline{W_{0p}}l$ допускает 2-левый сопряженный функтор $\wedge:\underline{W_{0p}}l\to S_{0p}\,l$.

Начиная с категории ${}_I\underline{C}$ $CW$-комплексов с клеточными включениями в качестве морфизмов, можем доказать следующую теорему.

**6.2. Теорема.** Существует эквивалентность между категориями

$$L_h\approx {}_I\hat{\underline{C}}_h,$$

где стабилизация в правой части берется в смысле теоремы 6.1.

Эта теорема дает желанное соотношение между боардмэновской конструкцией и категорной стабилизацией [3]. В то же время, эта теорема указывает на тот факт, что только эти категории и функторы допускают немедленную стабилизацию в смысле Боардмэна, которая хорошо ведет себя под пределами. Хотя теорема 6.1. позволяет развить всю теорию аналогично тому, как это делалось с теоремой 4.1, нужно исключить все, что не сохраняет предела.

Хотя бы с этой точки зрения, стабилизация теоремы 4.1 имеет некоторое превосходство.

Все вышеизложенное может быть проделано для $S_E$ (комплексов Канна). Заменяя ею категорию $\underline{CW}$, получаем:

**6.3. Теорема.** Существует эквивалентность между категориями

$$S_{PEh} \approx {}_I\hat{S}_{Eh}.$$

Так как имеется пара сопряженных функторов

$$S_E \rightleftarrows \underline{C} \tag{6}$$

которая, согласно теореме Рингела [6], дает эквивалентные гомотопические категории, стабилизируя ситуацию

$${}_IS_E \rightleftarrows {}_I\underline{C},$$

без особого труда можно доказать следующий результат:

**6.4. Теорема.** Существует эквивалентность гомотопических категорий

$$S_{PEh} \approx L_h.$$

Правда, эта теорема не нова, хотя ее доказательство еще не приводилось в литературе, однако настоящее доказательство, как прямое применение предыдущей теории категорной стабилизации, кажется нам ценным.

## 7. Дальнейшее развитие и проблемы

Вернемся снова к $S$-категории Э. Спеньера и Дж. Уайтхеда. Одним из главных достижений ее авторов в этом направлении является $S$-двойственность для конечного подполиэдра $n$-сферы. Для этого, узкоспециального класса пространств, $S$-двойственность содержит двойственность Александера-Понтрягина как частный случай. Однако П. С. Александров, Г. С. Чогошвили, К. Ситников и другие обобщили двойственность Александера-Понтрягина с полиэдров на произвольные подпространства $n$-сферы, используя различные гомологические и когомологические теории, хорошо приспособленные для этой цели.

Теперь встает вопрос о том, существует ли такая стабильная гомотопическая теория, которая, например, включала бы в себя теорему двойственности Ситникова как частный случай. Думаем, что все возможные варианты двойственности Александера-Понтрягина должны содержаться в соответствующей стабильной гомотопической теории.

Решение этой проблемы, по-видимому, потребует развития стабильной гомотопической теории, параллельной данной гомологической теории. Работа Е. Лима дает частичное решение этой проблемы, однако потребуется еще много труда, чтобы полностью пролить свет на эти вопросы.

(Поступило 4.X 1972) Университет им. Гёте, Франкфурт-на-Майне

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. W. Bauer, Homotopietheorie B. I.—Taschenbücher, Bd. 475, Mannheim (1971)
2. F. W. Bauer, Stabile Kategorien, Math. Z. **123**, S. 139—167 (1971)
3. F. W. Bauer, Boardman's category and process of categorical stabilization, preprint, 1972.
4. F. W. Bauer, Tensor products and operator categorie. preprint, 1972.
5. J. M. Boardman, Stable homotopy theory, Univ. of Warwick (1970).
6. C. M. Ringel, Math. Z., S. 359—367 (1970).

ფ.-ვ. ბაუერი

## სტაბილური კატეგორიები

### რეზიუმე

შრომაში მოცემულია ზოგიერთი სტაბილური კატეგორიის კონსტრუქცია და შესწავლილია კავშირები ამ კატეგორიათა შორის. განმარტებულია ორი ოპერატორული კატეგორიის ტენზორული ნამრავლი (ერთსა და იმავე ნახევარჯგუფზე) და გამოკვლეულია საკითხი ისეთი ტენზორული ნამრავლების არსებობისა, რომელთათვის სრულდება ექსპონენციალური კანონი ოპერატორული კატეგორიებისათვის.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# БАНАХОВЫ ПРОСТРАНСТВА АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ПРОСТРАНСТВА ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

М. И. ГВАРАДЗЕ

В настоящей статье рассмотрены некоторые пространства аналитических функций в единичном круге и с помощью методов функционального анализа изучены множители этих пространств.

1. Пространство $M^p$. Дюрен П. Л., Ромберг Б. У. и Шилдс А. Л. в статьях [1], [2] рассмотрели пространство аналитических функций в единичном круге, элементы которого удовлетворяют неравенству

$$\int_0^1 (1-r)^{1/p-2} M_1(r,\ f)dr<\infty, \tag{1}$$

где $0<p<1$ и

$$M_1(r,\ f)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |\ f(re^{ir})\ |\ dt.$$

В настоящей статье введено пространство $M^p$ аналитических функций в единичном круге, элементы которого удовлетворяют неравенству

$$\int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r,\ f)dr<\infty, \tag{2}$$

где $0<p<1$ и $M(r,\ f)=\max\limits_{0\leqslant t\leqslant 2\pi} |\ f(rl^{it})\ |$.

Нетрудно показать, что $M^p$ линейное нормированное пространство с нормой

$$\|\ f\ \|=\int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r,\ f)dr$$

**Лемма 1.** $M^p$—банахово пространство.

Доказательство. Надо только показать, что $M^p$—полное пространство. Заметим, что если $f\in M^p$, то

$$|\ f(z)\ |\leqslant C_f(1-r)^{-1/p}\ . \tag{3}$$

Так как фундаментальная последовательность ограничена по норме, то в силу (3)

$$| f_n(r) | \leqslant C(1-r)^{-1/p}, \quad (n=1, 2,\ldots). \tag{4}$$

Таким образом, фундаментальная последовательность $\{f_n(z)\}$ равномерно ограничена внутри единичного круга и по теореме Витали выделится последовательность $\{f_{n_k}(z)\}$, равномерно сходящаяся внутри единичного круга. Если

$$\lim_{k\to\infty} f_{n_k}(x)=f(x), \quad R<1,$$

то

$$\int_0^R (1-r)^{1/p-1} M(r, f-f_n)dr=\lim_{k\to\infty}\int_0^R (1-r)^{1/p-1} M(r, f_{nk}-f_n)dr\leqslant$$

$$\overline{\lim_{k\to\infty}}\int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r, f_{nk}-f_n)dr\leqslant\varepsilon_n,$$

где $\varepsilon_n=\sup\limits_{m>n}\| f_m-f_n \| \to 0$, когда $n\to\infty$. Так как $k$ произвольно, то $\| f-f_n\| \to\infty$ при $n\to\infty$, что и требовалось доказать.

**Лемма 2.** Имеет место строгое включение $B^p\subset M^p$.

Доказательство. Если функция $f(x)=\sum a_n z^n$ удовлетворяет условию

$$\sum | a_n | n^{-1/p}<\infty, \tag{5}$$

то она принадлежит пространству $M^p$. В самом деле,

$$\int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r, f)dr \leqslant\int_0^1 (1-r)^{1/p-1}\sum|a_n | r^n dr\leqslant C_p \sum |a_n| n^{-1/p}. \tag{6}$$

Далее, в работе [2] доказано, что, если $f(x)=\sum a_n z^n \in B^p$, то $\sum | a_n | n^{-1/p}<\infty$. Из последнего замечания, согласно (6), вытекает, что $B^p\subseteq M^p$

В [1] приведен пример функции $f(z)=\sum a_n z^n$, где $a_n=O(n^{1/p-3/2})$ и $f$ не принадлежит классу $B^p$. Тем не менее эта функция принадлежит $M^p$. Это следует из следующей леммы:

**Лемма 3.** Если $a_n\leqslant Cn^\alpha$, где $\alpha<1/p-1$, то $f\in M^p$.

Доказательство.

$$M(r, f)\leqslant\sum | a_n | r^n \leqslant C\sum n^\alpha r^n\leqslant C(1-r)^{-\alpha-1}.$$

Отсюда получим

$$\int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r, f)dr \leqslant C\int_0^1 (1-r)^{1/p-2-\alpha}dr$$

Последний интеграл конечен, когда $\alpha<1/p-1$, и лемма доказана. Так как $1/p-3/2<1/p-1$, то пример, построенный в [1], в силу леммы 3, принадлежит $M^p$. Следовательно, имеет место строгое включение $B^p\subset M^p$. Лемма 2 полностью доказана.

**Теорема 1.** Пусть $n$—натуральное число и $0<p<q<1$. Аналитическая функция $f\in M^p$ тогда и только тогда, когда $f^{(n)}\in M^q$, где $1/q-1/p=n$.

Доказательство. Необходимость. По формуле Коши имеем

$$f^{(n)}(r^2 e^{it})=\frac{n!}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{f(re^{i(t+\tau)})}{(1-re^{-i\tau})^{n+1}}d\tau$$

Отсюда находим

$$M(r^2,\ f^{(n)})\leqslant\frac{n!}{2\pi}M(r,f)\int_0^{2\pi}\frac{d\tau}{|1-re^{-i\tau}|^{n+1}}\leqslant C(1-r)^{-n}M(r,f)$$

Умножая обе части этого неравенства на $(1-r)^{1/q-1}$ и интегрируя, получим

$$\int_0^1(1-r)^{1/q-1}M(r^2,\ f^{(n)})\,dr\leqslant C\int_0^1(1-r)^{1/p-1}M(r,f)dr<\infty$$

и необходимость доказана.

Достаточность. Достаточно доказать для $n=1$. Для функций $f_\rho(z)=f(\rho z)$, где $0<\rho<1$, имеем

$$\int_0^1(1-r)^{1/p-1}\,|f_\rho(re^{it})|\,dr=$$

$$=p\left\{\int_0^1(1-r)^{1/q-1}\frac{\partial}{\partial r}|f_\rho(re^{it})|\,dr+|f(0)|\right\}.$$

Так как

$$\frac{\partial}{\partial r}|f_\rho(re^{it})|\leqslant|f'_\rho(re^{it})|$$

и

$$\frac{\partial}{\partial r}|f_\rho(re^{it})|\leqslant M(r,\ f'_\rho),$$

то

$$\int_0^1(1-r)^{1/p-1}M(r,\ f_\rho)dr\leqslant$$

$$\leqslant p\left\{\int_0^1(1-r)^{1/q-1}M(r,\ f'_\rho)dr+|f(0)|\right\}.$$

Устремляя $\rho$ к единице, получим

$$\int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r, f)\,dr \leqq$$

$$\leqslant p\left\{\int_0^1 (1-r)^{1/q-1} M(r, f')dr + |f(0)|\right\} < \infty.$$

и теорема полностью доказана.

2. Множители. Пусть $A$ и $B$—пространства последовательностей комплексных чисел. Скажем, что последовательность $\{\lambda_n\}$ есть множитель пространства $A$ и $B$, если $\{\lambda_n a_n\} \in B$ для любого $\{a_n\} \in A$. Пространство аналитичесиих функций можно рассмотреть как пространство последовательностей тейлоровских коэффициентов. Так что можно охарактеризовать множители $M^p$ в $l^q$ ($\{a_n\} \in l^q$, если $\sum |a_n|^q < \infty$)

**Лемма 4.** Пусть $\lambda_n \geqslant 0$. Соотношение

$$\sum_{n=1}^{N} n^{q(1/p+1)} \lambda_n^q \leqslant CN^q, \quad c>0,$$

имеет место тогда и только тогда, когда

$$\sum_{n=N}^{\infty} \lambda_n^q \leqslant BN^{-q/p}, \quad q \geqslant 1.$$

Доказательство. Пусть

$$S_N = \sum_{n=1}^{N} n^{q(1/p+1)} \lambda_n^q \leqslant CN^q.$$

Тогда

$$\sum_{n=N}^{M} \lambda_n^q = \sum_{n=N}^{M} \lambda_n^q n^{q(1/p+1)}\, n^{-q(1/p+1)} =$$

$$= \sum_{n=N}^{M-1} S_n\left[n^{-q(1/p+1)} - (n+1)^{-q(1/p+1)}\right] + S_M M^{-q(1/p+1)} -$$

$$- S_{N-1} N^{-q(1/p+1)} \leqslant C \sum_{n=N}^{M-1} n^q \left[n^{-q(1/p+1)} - (n+1)^{-q(1/p+1)}\right] +$$

$$+ CM^q M^{-q(1/p+1)}.$$

Отсюда

$$\sum_{n=N}^{\infty} \lambda_n^q \leqslant C \sum_{n=N}^{\infty} n^q \left[n^{-q(1/p+1)} - (n+1)^{-q(1/p+1)}\right] =$$

$$=C\left[N^{-q/p}+\sum_{n=N}^{\infty}\frac{(n+1)^q-n^q}{(n+1)^{q(1/p+1)}}\leqslant C\right[N^{-q/p}+$$

$$+\sum_{n=N}^{\infty}(n+1)^{-q/p-1}\leqslant CN^{-q/p}.$$

Пусть, теперь

$$S_N=\sum_{n=N}^{\infty}\lambda_n^q\leqslant CN^{-q/p}.$$

Имеем

$$\sum_{n=1}^{N}n^{q(1/p+1)}\lambda_n^q=\sum_{n-1}^{N}[n^{q(1/p+1)}-(n-1)^{q(1/p+1)}]S_n-S_{N+1}N^{q(1/p+1)}\leqslant$$

$$\leqslant B\sum_{n=1}^{N}n^{-q/p}[n^{q(1/p+1)}-(n-1)^{q(1/p+1)}]\leqslant$$

$$\leqslant B\sum_{n-1}^{N}n^{-q/p}n^{q(1/p+1)-1}\leqslant BN^q.$$

Лемма доказана.

**Лемма 5.** Если функция $f(z)=\sum a_nz^n\in M^p$, то

$$|a_n|\leqslant C_p\|f\|n^{1/p}.$$

Доказательство. Имеем

$$a_n=\frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=r}z^{-n-1}f(x)\,dz.$$

Отсюда

$$|a_n|r^n\leqslant M(r,f),\quad |a_n|\,\|z^n\|\leqslant\|f\|.$$

Но

$$\|z^n\|=\frac{pn!}{(1/p+1)\cdots(1/p+n)}.$$

так что,

$$|a_n|\leqslant p^{-1}\|f\|\frac{(1/p+1)\cdots(1/p+n)}{n!}\leqslant C_p\|f\|n^{1/p},$$

что и требовалось показать.

**Теорема 2.** Пусть последовательность $\{\lambda_n\}$ комплексных чисел удовлетворяет условию

$$\sum_{n=1}^{N}n^{q(1/p+1)}|\lambda_n^q\leqslant CN^q,$$

где $0<p<1$ и $1\leqslant q<\infty$. Тогда последовательность $\{\lambda_n\}$ есть множитель $M^p$ в $l^q$.

Если же $|\lambda_n|\leqslant Cn^{-1/p}$, то $\{\chi_n\}$—множитель $M^p$ в $l^\infty$

Доказательство. Прежде всего покажем, что если $f \in M^p$, то

$$\int_0^1 (1-r)^{q/p-1} M^q(r, f)\, dr < \infty.$$

Действительно, если $f \in M^p$, то $M(r, f) \leqslant C(1-r)^{-1/p}$.

Поэтому

$$\int_0^1 (1-r)^{q/p-1} M^q(r, f) dr \leqslant C \int_0^1 (1-r)^{q/p-1} (1-r)^{-1/p(q-1)} M(r, f) dr =$$

$$= C \int_0^1 (1-r)^{1/p-1} M(r, f)\, dr < \infty.$$

Без ограничения общности можно предполагать, что

$$\sum |\lambda_n|^q = 1.$$

Пусть

$$S_1 = 0 \text{ и } S_n = 1 - \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} |\lambda_k|^q \right\}^{p/q} \quad (n = 2, 3 \ldots).$$

Имеем

$$\infty > \int_0^1 (1-r)^{p/p-1} M^q(r, f) dr \geqslant \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^q \int_{S_n}^{S_{n+1}} (1-r)^{q/p-1} r^{nq} dr \geqslant$$

$$\geqslant \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^q S_n^{nq} \int_{S_n}^{S_{n+1}} (1-r)^{q/p-1} dr = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^q |\lambda_n|^q S_n^{nq}. \tag{7}$$

В силу леммы 4, находим

$$\sum_{k=n}^{\infty} |\lambda_k|^q \leqslant C n^{-q/p}$$

Отсюда

$$S_n^{nq} = \left\{ 1 - \left[ \sum_{k=n}^{\infty} |\lambda_k|^q \right]^{p/q} \right\}^{nq} \geqslant \left( 1 - \frac{C}{n} \right)^{nq}.$$

Значит, начиная с некоторого $n_0$, будем иметь $S_n^{nq} \geqslant \dfrac{e^{-Cq}}{2} > 0$. В силу (7), получим

$$\infty > \sum_{n=1}^{n_0} |a_n|^q |\lambda_n|^q S_n^{nq} + \frac{e^{-Cq}}{2} \sum_{n=n_0+1}^{\infty} |a_n|^q |\lambda_n|^q,$$

и первая часть теоремы доказана.

В силу леммы 5 имеем $|a_n| \leqslant C n^{1/p}$. Поэтому $|\lambda_n a_n| \leqslant C$. Теорема полностью доказана.

**Теорема 3.** Если последовательность $\{\lambda_n\}$—множитель $M^p$ в $l^q$ $(1 \leqslant q < \infty)$, то

$$\sum_{n=1}^{N} n^{q/p} \mid \lambda_n \mid^q \leqslant C N^q.$$

Если же $\{\lambda_n\}$—множитель $M^p$ в $l^\infty$, то $|\lambda_n| \leqslant C n^{1-1/p}$.

Доказательство. Рассмотрим линейный функционал

$$\varphi\left(\sum a_n z^n\right)=a_n$$

и покажем, что он непрерывен на $M^p$.

Пусть $f,\ g \in M^p$ и $f(z)=\sum a_k z^k$, $g(z)=\sum b_k z^k$. Тогда

$$|a_n-b_n|=\left|\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{f(re^{it})-g(re^{it})}{r^n e^{int}}\,dt\right| \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{2\pi r^n}\int_0^{2\pi} |f(re^{it})-g(re^{it})|\,dt \leqslant r^{-n} M(r,\ f-g)$$

Отсюда получим

$$|a_n-b_n|\,\|z^n\| \leqslant \|f-g\|,$$

т. е.

$$|a_n-b_n| \leqslant \frac{\|f-g\|}{\|z^n\|}.$$

Последнее неравенство показывает, что $\varphi$ непрерывна. Тогда оператор $T: \sum a_n z^n \to \{\lambda_n a_n\}$, действующий из пространства $M^p$ в $l^q$, замкнут. Действительно, если $f_k(z)=\sum a_n^{(k)} z^n$ стремится к $f(x)$ в смысле $M^p$ и $\{\lambda_n a_n^{(k)}\}$ стремится к $\{\lambda_n a_n\}$
в смысле $l^q$, то

$$a_n=\varphi\left(\sum a_k z^k\right)=\lim_{k\to\infty}\varphi\left(\sum a_n^{(k)} z^n\right)=\lim_{k\to\infty} a_n^{(k)}=a_n.$$

В силу теоремы о замкнутом графике, оператор $T$ непрерывен, следовательно, ограничен. Пусть теперь

$$f(z)=(1-z)^{-1/p-1}=\sum A_n^{1/p} z^n.$$

Поскольку $T$ ограничен, то

$$\|T(f_\rho)\| \leqslant C\,\|f_\rho\|=C\int_0^1 (1-r)^{1/p-1}(1-\rho r)^{-1/p-1}\,dr \leqslant$$

$$\leqslant C\int_0^1 (1-\rho r)^{-2}\,dr \leqslant (1-\rho)^{-1},$$

т. е.

$$\left\{\sum_{n-1}^{\infty} (A_n^{1/p})^q \rho^{nq} |\lambda_n|^q\right\}^{1/q} \leqslant C(1-\rho)^{-1}.$$

Отсюда, при $\rho=1-\frac{1}{N}$ находим

$$\left\{\sum_{n=1}^{N}(A_n^{1/p})^q\left(1-\frac{1}{N}\right)^{nq}|\lambda_n|^q\right\}^{1/q}\leqslant CN,$$

или

$$\left\{\left(1-\frac{1}{N}\right)^{Nq}\sum_{n=1}^{N}(A_n^{1/p}|\lambda_n|^q\right\}^{1/q}\leqslant CN.$$

Последнее соотношение эквивалентно следующему неравенству

$$\sum_{n=1}^{N} n^{q/p}\,|\,\lambda_n\,|^{\,q}\leqslant CN^q$$

и первая часть теоремы доказана.

Аналогично покажем, что $T\colon \sum a_k z^k\to\{a_k\lambda_k\}$ из $M^p$ в $l^\infty$ замкнут и, следовательно, ограничен

$$|\,\lambda_n\,|\,n^{1/p}\rho^n\leqslant C\,|\,\lambda_n\,|\,A_n^{1/p}\rho^n\leqslant C\,\|\,T(f_\rho)\,\|\leqslant C\,\|\,f_\rho\,\|\leqslant C(1-\rho)^{-1}.$$

Если $\rho=1-\frac{1}{n}$, то получим

$$|\,\lambda_n\,|\,n^{1/p}\leqslant Cn$$

и теорема доказана.

Следствие. Если $f(z)=\sum a_n z^n\in M^p$, то

$$\sum n^{-q/p-1}\,|\,a_n\,|^{\,q}<\infty.$$

Доказательство. Пусть $|\,\lambda_n\,|^{\,q}=n^{-q/p-1}$, тогда

$$\sum_{n=1}^{N} n^{q(1/p+1)}\;n^{-q/p-1}=\sum_{n=1}^{N} n^{q-1}\leqslant CN^q.$$

В силу теоремы 2, получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-q/p-1}\,|a_n\,|^{\,q}<\infty.$$

3. Сопряженные функции. Дюрен П. Л., Ромберг Б. У. и Шилдс А. Л. помимо пространства $B^p$ ввели пространство $b^p$ гармонических функций в единичном круге, удовлетворяющих неравенству (1). Они показали, что пространство $b^p$ является самосопряженным, т. е., если $u\in b^p$, то и сопряженная гармоническая функция $v\in b^p$.

Введем пространство гармонических функций в единичном круге, удовлетворяющих неравенству (2), и обозначим его через $m^p$. Справедлива

**Теорема 4.** Если гармоническая функция $u\in m^p$, то аналитическая функция $f=u+iv\in M^p$.

Доказательство. Пусть $z=e^{i\theta}$ и $\rho=\dfrac{1+r}{2}$. По формуле Пуассона имеем

$$f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\rho e^{it}+z}{\rho e^{it}-z}u(\rho e^{it})dt+iC.$$

Отсюда получим

$$|f'(z)|=\left|\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{2\rho e^{it}}{(\rho e^{it}-z)^2}u(\rho e^{it})dt\right|\leqslant$$

$$\leqslant\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{|u(\rho e^{it})\,dt}{\rho^2+r^2-2\rho r\cos(\theta-t)}\leqslant\frac{2M(\rho,u)}{\rho^2-r^2}\leqslant\frac{8M(\rho,u)}{1-r}.$$

Так как выражение $\dfrac{8M(\rho,u)}{1-r}$ не зависит от $\theta$, то

$$M(r,f')\leqslant\frac{8M(\rho,u)}{1-r}.$$

Умножая обе части последнего неравенства на $(1-r)^{1/p}$ и интегрируя, получим

$$\int_0^1(1-r)^{1/p}M(r,f')\,dr\leqslant 8\int_0^1(1-r)^{1/p-1}M(\rho,u)dr<\infty.$$

В силу теоремы 1 $f\in M^p$ и, следовательно, $v\in m^p$. Заметим, что $H^p\subset B^p$, но $h^p$ не принадлежит $b^p$ (см. [2] стр. 257). Покажем, что $b^p\subset m^p$. Действительно, если $u\in b^p$, то $f=u+iv\in B^p$. Следовательно, $f\in M^p$ и $u\in m^p$. Однако включение $h^p\subset m^p$ не имеет места, как показывает следующий пример Харди-Литлвуда [3]:

$$Re\{f(z)\}=Re\{e^{1/2\pi ki}(1-z)^{-k-1}\}$$

принадлежит классу $h^p$ для $p=(k+1)^{-1}$, однако

$$\int_0^1(1-r)^{1/p-1}M(r,f)\,dr=\int_0^1(1-r)^k(1-r)^{-k-1}dr=\infty.$$

Следовательно, $Re\{f(z)\}\overline{\in}m^p$.

Теперь введем класс $m_a^p$ гармонических функций в единичном круге, удовлетворяющих неравенству

$$\int_0^R(1-r)^{1/p-1}M(r,u)dr\leqslant C(1-R)^{-a}. \tag{8}$$

где $0<p<\infty$, $a>0$. Справедлива

**Теорема 7.** Аналитическая функция $f=u+iv$ удовлетворяет неравенству (8) тогда и только тогда, когда $u$ $(v)$ принадлежит классу $m_a^p$.

Доказательство. Пусть $z=re^{i\theta}$ и $\rho=\frac{1+r}{2}$. Тогда

$$M(r, f')\leqslant\frac{8M(\rho, n)}{1-r}.$$

Умножая обе части этого неравенства на $(1-r)^{1/p}$ и интегрируя, получим

$$\int_0^R (1-r)^{1/p} M(r, f')\,dr \leqslant 8\int_0^R (1-r)^{1/p-1} M(\rho, u)\,dr \leqslant C(1-R)^{-a}.$$

С другой стороны, применяя интегрирование по частям, находим

$$\int_0^R (1-r)^{1/p-1} M(r, f)\,dr = p\left\{\int_0^R (1-r)^{1/p}\frac{\partial}{\partial r} M(r, f)\,dr + |f(0)| -\right.$$

$$\left. - M(R, f)(1-R)^{1/p}\right\} \leqslant p\left\{\int_0^R (1-r)^{1/p}\frac{\partial}{\partial r} M(r, f)\,dr + |f(0)|\right\}.$$

Так как

$$\frac{\partial}{\partial r} M(r, f)\leqslant M(r, f'),$$

то

$$\int_0^R (1-r)^{1/p-1} M(r, f)\,dr \leqslant p\left\{\int_0^R (1-r)^{1/p} M(r, f')\,dr + |f(0)|\right\}\leqslant C(1-R)^{-a}.$$

Стало быть, достаточность условия теоремы 7 доказана. Необходимость вытекает из неравенства;

$$|u(z)| \leqslant |f(z)|, \quad |v(z)| \leqslant |f(z)|.$$

Теорема 7 полностью доказана.

(Поступило 9. XII. 1972)

Кафедра
теории функций
и функционального анализа

ЛИТЕРАТУРА

1. P. L. Duren, B. W. Romberg, A. L. Shields, J. Reine Angew. Math., 238 (1969), 32—60.
2. P. L. Duren, A. L. Shields, Trans. Amer. Math. Soc. 141 (1969), July, 255—262.
3. G. H. Hardy and J. E. Littlewood, J. Reine Angew. Math. 167 (1932) 405—423.

მ. გვარაძე

## ანალიზურ ფუნქციათა ბანახის სივრცეები და მათი შესაბამისი ჰარმონიულ ფუნქციათა სივრცეები

რეზიუმე

სტატიაში განხილულია ანალიზურ ფუნქციათა ბანახის სივრცეები, რომლებიც უფრო ფართოა ვიდრე პ. ლ. დიურენის, ბ. უ. რომბერგის და ა. ლ. შილდსის მიერ განხილული სივრცეები. შესწავლილია მამრავლები განხილული სივრცეებიდან $l^q (q \geqslant 1)$ სივრცეში. რაც შეეხება მათ შესაბამის ჰარმონიულ ფუნქციათა სივრცეებს, სტატიაში ნაჩვენებია, რომ ეს სივრცეები თვითშეუღლებულ სივრცეებს წარმოადგენენ.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# О ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ХАРАКТЕРАМИ НЕПРИВОДИМЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ УНИМОДУЛЯРНОЙ И ОСОБОЙ АЛГЕБР ЛИ $A_2$ и $G_2$

Ф. Б. ПЛИЕВ

Известно, что кратность произвольной точки $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$ решетки весов неприводимого представления лиевой алгебры $A_2$ со старшим весом $(r_1, r_2, r_3)$ и с корнями $\pm\delta(3, -1)$, $\pm\varepsilon(3, 1)$, $\pm\zeta(0, 2)$ определяется формулой:

$$\chi(r_1, r_2, r_3, \rho_1, \rho_2, \rho_3)=$$

$$+\frac{1}{24}\left[\sum_{l+m=1}\sum_{[i_1, i_2, i_3]}\sum_{(j_1, j_2, j_3)}(r^*_{i_1}-\rho^*_{j_1})^l(r^*_{i_1}+r^*_{i_2}-\rho^*_{j_1}-\rho^*_{j_2})^m\times\right.$$

$$\left.\times S^{i_1}_{j_1}\cdot S^{i_1, i_2}_{j_1, j_2}\right], \qquad (1)$$

где

$$S^i_j=\begin{cases}1, & \text{если } r^*_i\geqslant\rho^*_j\\ -1, & \text{если } r^*_i<\rho^*_j\end{cases},\quad S^{i, i'}_{j, j'}=\begin{cases}1, & \text{если } r^*_i+r^*_{i'}\geqslant\rho^*_j+\rho^*_{j'}\\ -1, & \text{если } r^*_i+r^*_{i'}<\rho^*_j+\rho^*_{j'}\end{cases},$$

$$\rho^*_j=\rho_j,\ r^*_i=r_i+2-i,\quad \text{а} \sum_{[i_1, i_2, i_3]} \text{ и } \sum_{(j_1, j_2, j_3)}$$

обозначают, соответственно, альтернирование и симметрирование по всем перестановкам своих индексов (при этом предполагается, что функция $\chi$ равна нулю при тех значениях $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$, которые не сравнимы с $(r_1, r_2, r_3)$ по подрешетке, порожденной векторами $(\alpha_{ij}=\vec{\lambda}_i-\vec{\lambda}_j$, $i, j=1, 2, 3)$.

Под кратностью точки здесь подразумевается число линейно независимых векторов, соответствующих этой точке, а координатами вектора $\vec{\rho}=\rho_1, \rho_2, \rho_3)$ являются числа

$$\rho_i=\frac{(\vec{\rho}, \vec{\lambda}_i)}{(\vec{\lambda}_i, \vec{\lambda}_i)},\quad i=1, 2, 3.$$

Рассмотрим теперь алгебру $G_2$ с корневой „звездочкой“ $\pm\alpha(1, -1)$, $\pm\beta(2, 0)$, $\pm\gamma(1, 1)$, $\pm\delta(3, -1)$, $\pm\varepsilon(3, 1)$, $\pm\zeta(0, 2)$, и со старшим весом $C_1(r_1, r_2, r_3)\,(r_1\geqslant r_2\geqslant r_3)$.

Пусть на плоскости даны две системы координат $O^*t_1t_2t_3$ и $O^*t^*_1t^*_2t^*_3$.

Оси каждой системы направляем так, чтобы их положительные направления расположились соответственно под углом $120^\circ$ (см. рис.).

Нетрудно показать, что координаты всякой точки $t_1$, $t_2$, $t_3$ и $t_1^*$, $t_2^*$, $t_3^*$ в каждой из этих систем удовлетворяют соответственно условиям

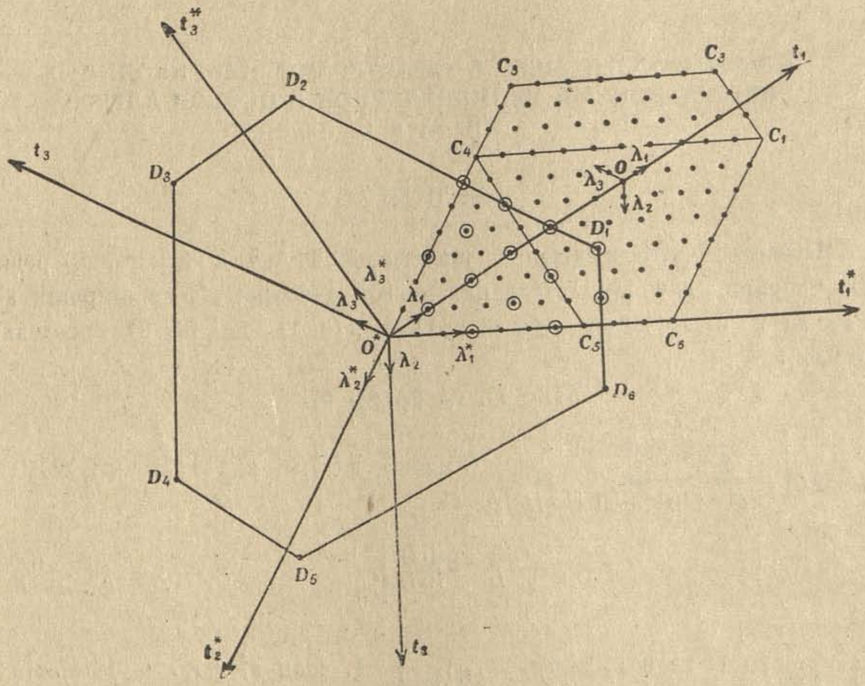



Рис. 1.

$$t_1+t_2+t_3=0, \quad t_1^*+t_2^*+t_3^*=0.$$

Пользуясь этими системами координат мы с помощью теоремы 18 [1] и § 47 [2] строим часть решетки (вся решетки получается из этой части очевидным образом) весов неприводимого представления алгебры $G_2$ (см. рис.).

Согласно этой теореме, кратность произвольной точки решетки весов неприводимого представления алгебры $G_2$ равна сумме кратностей этой точки в решетках весов неприводимых представлений алгебры $A_2$, старшие веса которых имеют вид решетки весов неприводимого представления алгебры с корневой „звездочкой“ $\{\pm\alpha, \pm\beta, \pm\gamma\}$ (эта алгебра подобна алгебре $A_2$ и будем обозначать ее через $A_2'$).

Но всякий вес $D_1(t_1, t_2, t_3)$ шестиугольной решетки $C_1C_2C_3C_4C_5C_6$ (см. рис.) алгебры $A_2^1$ согласно (1) имеет кратность

$$\chi(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3)$$

(решетку $C_1C_2C_3C_4C_5C_6$ порождают векторы $\alpha_{ij}=\vec{\lambda_i}-\vec{\lambda_j}$, $i, j=1, 2, 3$).

Следовательно, кратность произвольной точки $(\rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*)$ решетки

$D_1D_2D_3D_4D_5D_6$ (эту решетку порождлют векторы $\alpha_{ij}^* = \vec{\lambda}_i^* - \vec{\lambda}_j^*$, $i, j = 1, 2, 3$) алгебры $A_2$ может быть выражена формулой

$$\chi(t_1^*, t_2^*, t_3^* \rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*) \cdot \chi(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3), \tag{2}$$

ибо решетка $D_1D_2D_3D_4D_5D_6$ неприводимого представления алгебры $A_2$ со старшим весом $D_1(t_1^*, t_2^*, t_3^*)$, как нетрудно заметить, встречается

$$\chi(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3)$$

раз и в каждой такой решетке вес $(\rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*)$ имеет кратность

$$\chi(t_1^*. t_2^*, t_3^*, \rho_1^*, \rho_2^*. \rho_3^*)$$

(в силу формулы (1)).

Используя вышеуказанную теорему и формулу (2), получаем, что кратность точки $(\rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*)$, в решетке весов неприводимого представления алгебры $G_2$ равна

$$\sum_{(t_1, t_2, t_3)} \chi(t_1^*. t_2^*, t_3^*, \rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*) \cdot \chi(r_1, r_2. r_3, t_1. t_2, t_3), \tag{3}$$

где сумма $\sum\limits_{(t_1, t_2, t_3)}$ распространяется на все точки решетки весов неприводимого представления алгебры $A_2^1$.

Заметим, что координаты $t_1^*, t_2^*, t_3^*$ не охватывают все неприводимое представление алгебры $G_2$. Чтобы охватить все неприводимое представление, надо перейти к координатам $t_1, t_2\ t_3$.

Пользуясь чертежом и принимая во внимание, что

$$\vec{\lambda_1^*} = \lambda_1 - \lambda_3, \quad \vec{\lambda}_2^* = \vec{\lambda}_2 - \vec{\lambda}_1, \quad \vec{\lambda}_3^* = \vec{\lambda}_3 - \vec{\lambda}_2$$

($\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_2, \vec{\lambda}_3$—единичные векторы, направленные вдоль $O^*t_1$ $O^*t_2$, $O^*t_3$ соответственно), мы придем к формулам

$$\begin{aligned} t_1^* &= \frac{1}{2}(t_1 - t_3 + r_1), \\ t_2^* &= \frac{1}{2}(t_2 - t_1 - r_1), \\ t_3^* &= \frac{1}{2}(t_3 - t_2). \end{aligned} \tag{4}$$

Связывающие координаты $(t_1^*, t_2^*, t_3^*)$ произвольной точки $D_1$ в системе координат $O^* t_1^* t_2^* t_3^*$ с координатами $(t_1, t_2, t_3)$ той же точки в системе координат $O^* t_1 t_2 t_3$.

Докажем, например, первое из этих равенств.

$$t_1^* = \frac{(\overrightarrow{O^*D}_1, \vec{\lambda}_1^*)}{(\vec{\lambda}_1, \vec{\lambda}_1)} = \frac{(\overrightarrow{O^*O} + \overrightarrow{OD}_1, \vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_3)}{(\vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_3, \vec{\lambda}_1 - \vec{\lambda}_3)} =$$

$$=\frac{1}{3}\left[\left(\frac{2}{3}r_1\vec{\lambda}_1-\frac{1}{3}r_1\cdot\vec{\lambda}_2-\frac{1}{3}r_1\cdot\vec{\lambda}_3,\ \vec{\lambda}_1-\vec{\lambda}_3\right)+\right.$$

$$\left.+\left(t_1\cdot\vec{\lambda}_1+t_2\cdot\vec{\lambda}_2+t_3\cdot\vec{\lambda}_3,\ \vec{\lambda}_1-\vec{\lambda}_3\right)\right]=\frac{1}{2}(t_1-t_2+r_1).$$

Если подставим в (3) вместо $(t_1^*, t_2^*, t_3^*)$ и $(\rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*)$ их значения по формулам (4) (весу $(\rho_1^*, \rho_2^*, \rho_3^*)$ соответствует вес $(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$), то получим функцию

$$\sum_{(t_1, t_2, t_3)} \chi'(t_1, t_2, t_3, \rho_1, \rho_2, \rho_3, r_1)\cdot\chi(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3) \tag{5}$$

от трех независимых переменных $t_1$, $t_2$ и $t_3$.

Используя решетку $C_1C_2C_3C_4C_5C_6$ и формулу $t_1+t_2+t_3=0$, мы из (5) окончательно получим искомую зависимость между $A_2$ и $G_2$:

$$\left[\sum_{r_3\leqslant t_2\leqslant r_2}\ \sum_{-t_2\leqslant t_1\leqslant r_1}\chi'(t_1, t_2, t_3, \rho_1, \rho_2, \rho_3, r_1)\cdot\chi(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3)+\right.$$

$$+\sum_{r_2+1\leqslant t_2\leqslant 0}\ \sum_{-r_2\leqslant t_1\leqslant -t_2-r_3}\chi'(t_1, t_2, t_3, \rho_1, \rho_2, \rho_3, r_1)\times$$

$$\left.\times\chi(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3\right]_{t_3=-t_1-t_2}$$

(Поступило 10. II. 1973)

Кафедра алгебры и геометрии

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Т. Симония, Труды Тбилисского математического института, т. XXIV, 1957.
2. Д. П. Желобенко, Компактные группы Ли и их представления, М., 1970.

ფ. პლიევი

**ლის უნიმოდულარული $A_2$ ალგებრის და ლის განსაკუთრებული $G_2$ ალგებრის დაუყვანად წარმოდგენათა ხასიათებს შორის დამოკიდებულების შესახებ**

რეზიუმე

სიბრტყეზე შემოყვანილია კოორდინატთა ორი სისტემა, მათი დახმარებით ელემენტარულ ფუნქციებში მიიღება ლის $A_2$ და $G_2$ ალგებრათა ხასიათებს შორის დამაკავშირებელი ფუნქციები.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСТАНОВЛЕНИЯ ФИНАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СТАЦИОНАРНО ПЕРЕКЛЮЧАЕМОЙ СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

Н. Ш. ЗААЛИШВИЛИ, Г. Н. ЦЕРЦВАДЗЕ

Настоящая статья посвящена исследованию спектральных свойств стохастических матриц, описывающих функционирование асимптотически оптимальных автоматов в среде, вероятностные свойства которой изменяются с течением времени случайным образом. С спектральными свойствами марковских цепей, порожденных взаимодействием асимптотически оптимальных автоматов со случайными средами, связано много вопросов поведенческих аспектов теории автоматов. Так, например, для оценки времени установления вероятностей пребывания в состояниях цепи к финальным вероятностям необходимо знать оценку собственных значений матрицы переходных вероятностей. Вместе с тем, (как это показано в [1,2]), спектральные свойства интересующих нас марковских цепей определяют возможность асимптотического укрупнения состояний. При этом переходные вероятности укрупненной цепи могут быть явно выражены через собственные числа и финальные вероятности исходной цепи. Следует заметить, что в задаче поведения автомата в стационарно переключаемой случайной среде важное значение приобретает время установления [3]. Это связано с тем, что в таких средах автомат должен непрерывно „переучиваться“ и возрастание времени „переучивания“ снижает целесообразность поведения.

Исследования процесса установления финального распределения в симметрически переключаемой случайной среде было проведено в [2]. В настоящей работе получены оценки собственных значений марковских цепей, порожденных функционированием асимптотически оптимальных автоматов в несимметрически переключаемых случайных средах. Эти оценки использованы для сведения исходного процесса к укрупненному с меньшим числом состояний (по одному состоянию на действие).

В дальнейшем ограничимся рассмотрением марковских цепей, порожденных функционированием асимптотически оптимальных автоматов $R_{2n,2}$, конструкция которых предложена в [4], в стационарно переключаемой случайной среде $K(C_1 C_2 \Delta)$, составленной из двух стационарных случайных сред $C_1 = C_1(p_1^{(1)} p_2^{(1)})$, $C_2 = C_2(p_1^{(2)} p_2^{(2)})$, стационарное переключение которых осуществляется несимметрической цепью Маркова с двумя состояниями и с матрицей $\Delta$ переходных вероятностей.

$$\Delta=\begin{pmatrix} 1-\delta_1 & \delta_1 \\ \delta_2 & 1-\delta_2 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Параметр $\delta_i \leqslant \dfrac{1}{2}\,(i=1,\ 2)$ имеет смысл средней частоты переключения состояний переключаемой случайной среды.

Тактика поведения автомата $R_{2n,\,2}$ в стационарной случайной среде $C_\alpha=C_\alpha(p_1^{(\alpha)}p_2^{(\alpha)})$ задается следующим образом. Автомат может менять действие только в моменты времени, кратные целому числу $n$ ($n$-емкость памяти автомата), причем смена действия происходит в том и только в том случае, когда на протяжении последних $n$ тактов подряд автомат получал на вход только штрафы. Легко заметить, что поведение автомата $R_{2n,\,2}$ в стационарной случайной среде $C_\alpha(p_1^{(\alpha)}p_2^{(\alpha)})$ описывается однородной цепью Маркова с двумя состояниями, если рассматривать действия автомата лишь в моменты времени, кратные $n$. Ясно, что вероятность смены $i$-го действия для такого автомата равна $(p_i^{(\alpha)})^n$, где $p_i^{(\alpha)}$—вероятность штрафа. Соответствующая матрица вероятностей переходов имеет вид

$$Q_\alpha=\begin{pmatrix} 1-(p_1^{(\alpha)})^n & (p_1^{(\alpha)})^n \\ (p_2^{(\alpha)})^n & 1-(p_2^{(\alpha)})^n \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Пусть $\psi_i^\alpha\ (\alpha=1,\ 2,\ \ i=1,\ 2)$—такое состояние системы „автомат-переключаемая среда“, при котором автомат совершает $i$ е действие а переключаемая случайная среда находится в состоянии $C_\alpha$. Тогда поведение этой системы описывается конечной цепью Маркова, матрица переходных вероятностей $\Pi=\|\pi_{ij}^{(\alpha)(\beta)}\|$ $(\alpha,\ \beta=1,\ 2:\ i,\ j=1,\ 2)$ которой имеет следующий вид

$$\Pi=\begin{pmatrix} [1-(p_1^{(1)})^n](1-\delta_1) & [1-(p_1^{(1)})^n]\delta_1 & (p_1^{(1)})^n(1-\delta_1) & (p_1^{(1)})^n\,\delta_1 \\ [1-(p_1^{(2)})^n]\delta_2 & [1-(p_1^{(2)})^n](1-\delta_2) & (p_1^{(2)})^n\,\delta_2 & (p_1^{(2)})^n(1-\delta_2) \\ (p_2^{(1)})^n\,(1-\delta_1) & (p_2^{(1)})^n\,\delta_1 & [1-(p_2^{(1)})^n]\,(1-\delta_1) & [1-(p_2^{(1)})^n]\delta_1 \\ (p_2^{(2)})^n\,\delta_2 & (p_2^{(2)})^n\,(1-\delta_2) & [1-(p_2^{(2)})^n]\delta_2 & [1-(p_2^{(2)})^n]\,(1-\delta_2) \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Набор собственных значений (спектр) марковской цепи с матрицей переходных вероятностей (3) легко находится из характеристического уравнения

$$\Pi(\lambda)=|\,\Pi-\lambda E\,|=0, \tag{4}$$

где E—единичная матрица

Введя новую переменную

$$z=1-\frac{\delta_1+\delta_2}{2}-\lambda, \tag{5}$$

уравнение (4) после несложных преобразований можно привести к виду

$$\Pi(z)=\left(z+\frac{\delta_1+\delta_2}{2}\right)\left(z-\frac{\delta_1+\delta_2}{2}\right)\Pi_1(z)=0, \tag{6}$$

где

$$\Pi_1(z)=z^2+\left(1-\frac{\delta_1+\delta_2}{2}\right)(F_1+F_2)\,z+(1-\delta_1-\delta_2)F_1F_2-$$

$$-\left(\frac{\delta_1+\delta_2}{2}\right)^2(1-F_1-F_2).$$

Здесь

$$F_\alpha=(p_1^{(\alpha)})^n+(p_2^{(\alpha)})^n,\quad (\alpha=1,\ 2). \tag{7}$$

Решения уравнения (4) с учетом (5), (6) и (7) имеют вид

$$\lambda_1=1,$$

$$\lambda_{2,4}=(1-\delta_1)\left(\frac{1-F_1}{2}\right)+(1-\delta_2)\left(\frac{1-F_2}{2}\right)\pm \tag{8}$$

$$\pm\sqrt{\left[(1-\delta_1)\left(\frac{1-F_1}{2}\right)+(1-\delta_2)\left(\frac{1-F_2}{2}\right)\right]^2-(1-\delta_1-\delta_2)(1-F_1)(1-F_2)},$$

$$\lambda_3=1-\delta_1-\delta_2.$$

При достаточно большом $n$ можно выписать приближенные выражения для собственных значений $\lambda_2$ и $\lambda_4$:

$$\lambda_2=1-\frac{[(p_1^{(1)})^n+(p_2^{(1)})^n]\delta_2+[(p_1^{(2)})^n+(p_2^{(2)})^n]\delta_1}{\delta_1+\delta_2},$$

$$\lambda_4=(1-\delta_1-\delta_2)\left\{1-\frac{[(p_1^{(1)})^n+(p_2^{(1)})^n]\delta_1+[(p_1^{(2)})^n+(p_2^{(2)})^n]\delta_2}{\delta_1+\delta_2}\right\}. \tag{8'}$$

Из (8) легко убедиться, что кроме собственного значения $\lambda=1$ существует одно действительное собственное значение $\lambda=\lambda_2$ стохастической матрицы (3), стремящееся к 1 при бесконечном увеличении емкости памяти $n$. При этом модули остальных собственных значений $\lambda=\lambda_3$ и $\lambda=\lambda_4$ при любом $n$ строго меньше единицы. Существование собственного значения стремящегося к 1 при $n\to\infty$ указывает на то, что время установления финального распределения неограниченно растет с ростом емкости памяти $n$ автомата.

В работах [1,2] описан единообразный прием асимптотического укрупнения состояний марковских цепей, соответствующих автоматам с двумя действиями в стационарных и стационарно переключаемых случайных средах. Этот прием основан на знании набора собственных значений (спектра) матриц переходных вероятностей интересующих нас цепей и позволяет получить упрощенное (асимптотически точное при $n\to\infty$) описание функционирования автомата в случайной среде марковской цепью с двумя состояниями (по одному состоянию на действие).

Уравнение, которому удовлетворяет вектор $W$ вероятностей состояний марковской цепи с матрицей переходных вероятностей $\Pi=\|\pi_{ij}^{(\alpha)(\beta)}\|$ $(i, j=1, 2, \alpha, \beta=1, 2)$, соответствующий автомату $R_{2n,2}$ в стационарно переключаемой случайной среде $K(C_1, C_2, \Delta)$, имеет вид

$$W(t+1)=\Pi^T W(t), \tag{9}$$

где $\Pi^T$—матрица, транспонированная по отношению к $\Pi$, а переменная $t$ имеет смысл времени и предполагается принимающей целочисленные значения $t=0, 1, 2, \ldots$

В этих предположениях уравнение (9) представляет собой совокупность линейных рекуррентных соотношений, решение $W(t)$ которых, выраженное через начальное распределение $W(0)$ вероятностей состояний, определяется формулой

$$W(t)=(\Pi^T)^t W(0). \tag{10}$$

Пользуясь формулой спектрального разложения для матрицы $\Pi$ (см., например, [5]), выражение (10) можно записать в следующем виде

$$W(t)=\sum_{i=1}^{4} c_i u_i \lambda_i^t, \tag{11}$$

где $u_i$—правый собственный вектор матрицы $\Pi^T$, соответствующий собственному значению $\lambda_i$, а числа $c_i$ имеют вид

$$c_i=v_i W(0). \tag{12}$$

В (12) $v_i$ имеет смысл левого собственного вектора матрицы $\Pi^T$, соответствующего собственному значению $\lambda_i$. Правые и левые собственные векторы $u_i$, $v_i$ соответственно нормированы так, что $u_i v_i=1$ $(i=1, 2, 3, 4)$.

Нетрудно убедиться, что $c_1=v_1 W(0)$, так что (11) можно переписать в виде

$$W(t)=W^\infty+\sum_{i=2}^{4} c_i u_i \lambda_i^t, \tag{13}$$

где $W^\infty=u_1$—финальный вектор состояний, соответствующий собственному значению $\lambda_1=1$.

Выражение (13) удобно представить в следующем виде

$$\begin{pmatrix}\sigma_1(t)\\ \sigma_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sigma_1^\infty\\ \sigma_2^\infty\end{pmatrix}+\sum_{i=2}^{4} c_i\begin{pmatrix}g_i\\ f_i\end{pmatrix}\lambda_i^t, \tag{14}$$

где $\sigma_1(t)=\sum_{\alpha=1}^{2} W_1^{(\alpha)}(t)$, $\sigma_2(t)=\sum_{\alpha=1}^{2} W_2^{(\alpha)}(t)$—вероятности первого и второго действий соответственно, $\sigma_1^\infty$, $\sigma_2^\infty$—соответствующие финальные вероятности действий, $g_i$, $f_i$—суммы соответствующих компонентов вектора $u_i$.

Из выражений (8), (8′) для собственных значений $\lambda_i$ $(i=1, 2, 3, 4)$ матрицы видно, что при достаточно большой емкости памяти $n$ существует такое время $\tau$, все еще меньше „времени релаксации“ (времени установления финальных вероятностей), что $\lambda_2^\tau \sim 1$, а для следующих корней $\lambda_i^\tau \ll 1$.

Тогда для моментов времени $t > \tau$ выражение (14) можно заменить приближенным

$$\begin{pmatrix} \sigma_1(t) \\ \sigma_2(t) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \sigma_1^\infty \\ \sigma_2^\infty \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} g_2 \\ f_2 \end{pmatrix} \lambda_2^t \quad (t > \tau). \tag{15}$$

При этом все линейно независимые решения (14), за исключением решений, соответствующих собственным значениям $\lambda=\lambda_1$, $\lambda=\lambda_2$, становятся достаточно малыми.

В выражении (15) вектор столбец $\begin{pmatrix} \sigma_1^\infty \\ \sigma_2^\infty \end{pmatrix}$ представляет стационарную составляющую процесса смены действий автомата, а второе слагаемое образует переходную составляющую, так как оно описывает поведение процесса в переходный период. Переходная составляющая процесса смены действий автомата интересна тем, что сумма компонент $g_2$, $f_2$ равна нулю. Поэтому ее можно рассматривать как возмущение, накладывающееся на финальные вероятности.

Принимая во внимание это обстоятельство выражение (15), можно записать в следующем виде

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) &\approx \sigma_1^\infty + c\lambda_2^t, \\ \sigma_2(t) &\approx \sigma_2^\infty - c\lambda_2^t, \end{aligned} \quad (t > \tau), \tag{16}$$

где константа $c$ зависит от начальных данных и определяется из условия

$$c = c_2 g_2 = -c_2 f_2.$$

Легко видеть, что (16) является решением уравнения

$$\begin{aligned} \sigma_1(t+1) &\approx r_{11}\sigma_1(t) + r_{21}\sigma_2(t), \\ \sigma_2(t+1) &\approx r_{12}\sigma_1(t) + r_{22}\sigma_2(t), \end{aligned} \quad (t > \tau), \tag{17}$$

соответствующего укрупненной марковской цепи с двумя состояниями и вероятностями перехода

$$\begin{aligned} r_{12} &= (1-\lambda_2)\sigma_2^\infty, \quad & r_{21} &= (1-\lambda_2)\sigma_1^\infty, \\ r_{11} &= 1 - r_{12}, & r_{22} &= 1 - r_{21}. \end{aligned} \tag{18}$$

Поскольку набор собственных значений (8) марковской цепи с матрицей переходных вероятностей (3), описывающей функционирование автомата $R_{2n,2}$ в стационарно переключаемой случайной среде, таков, что при $n \to \infty$ лишь одно собственное значение $\lambda_2$ асимптотически стремится к 1, а остальные собственные значения (за исключением, разумеется, всегда существующего единичного собственного значения) имеют не зависящую от $n$ оценку $|\lambda| < 1$, то по истечении времени $\tau \sim n$ заведомо можно пользоваться соотношениями (17), (18). При этом всегда существуют такие начальные данные, что за это время $\tau$ финальные вероятности состояний еще не достигаются, так что соотношения (17), (18) позволяют проследить процесс установления финального распределения.

Применение соотношений (17), (18) к автомату $R_{2n,2}$ при достаточно большом $n$ приводит к матрице

$$R=\begin{pmatrix} 1-\mu_1\xi_1^n & \mu_1\xi_1^n \\ \mu_2\xi_2^n & 1-\mu_2\xi_2^n \end{pmatrix}, \tag{19}$$

где

$$\mu_1=\left\{1+\frac{[(p_1^{(2)})^n+(p_2^{(2)})^n]\delta_1}{[(p_1^{(1)})^n+(p_2^{(1)})^n]\,\delta_2}\right\}\sigma_2^\infty,$$

$$\mu_2=\left\{1+\frac{[(p_1^{(1)})^n+(p_2^{(1)})^n]\delta_2}{[(p_1^{(2)})^n+(p_2^{(2)})^n]\delta_1}\right\}\sigma_1^\infty, \tag{20}$$

$$\xi_1^{(n)}=\frac{\delta_2}{\delta_1+\delta_2}\,[(p_1^{(1)})^n+(p_2^{(1)})^n],$$

$$\xi_2^{(n)}=\frac{\delta_1}{\delta_1+\delta_2}\,[(p_1^{(1)})^n+(p_2^{(2)})^n].$$

Финальные вероятности действий $\sigma_1^\infty$, $\sigma_2^\infty$, фигурирующие в (20), легко вычисляются и имеют вид

$$\sigma_1^\infty=\frac{(\delta_1+\delta_2)\,[\delta_1(p_2^{(2)})^n+\delta_2(p_2^{(1)})^n]+(1-\delta_1-\delta_2)\,[\delta_1(p_2^{(2)})^nF_1+\delta_2\,(p_2^{(1)})^nF_2]}{(\delta_1+\delta_2)\,[F_1\delta_2+F_2\delta_1+(1-\delta_1-\delta_2)F_1F_2]},$$

$$\sigma_2^\infty=\frac{(\delta_1+\delta_2)\,[\delta_1\,(p_1^{(2)})^n+\delta_2\,(p_1^{(1)})^n]+(1-\delta_1-\delta_2)[\delta_1(p_1^{(2)})^nF_1+\delta_2(p_1^{(1)})^nF_2]}{(\delta_1+\delta_2)\,[F_1\delta_2+F_2\delta_1+(1-\delta_1-\delta_2)\,F_1F_2]}, \tag{21}$$

где

$$F_\alpha=(p_1^{(\alpha)})^n+(p_2^{(\alpha)})^n,\quad (\alpha=1,\ 2).$$

Таким образом, выражения (19)—(21) дают явное представление матрицы $R$ укрупненной марковской цепи с двумя состояниями (по одному состоянию на действие), описывающей при достаточно большой емкости памяти $n$ поведение асимптотически оптимального автомата $R_{2n,2}$ в несимметрически переключаемой случайной среде.

Заметим в заключение, что аналогичные результаты могут быть получены и для асимптотически оптимальных автоматов иных конструкций, если воспользоваться упрощенной моделью описания поведения автоматов в стационарной случайной среде [1]. На основе этой модели поведение асимптотически оптимальных автоматов с двумя действиями в стационарно переключаемой случайной среде $K(C_1, C_2, \Delta)$ может быть сведено к поведению триггеров и описано цепью Маркова с $2^2$ состояниями. Вероятность смены действия каждого „эквивалентного триггра" для автоматов с линейной тактикой $L_{2n,2}$ и автоматов Кринского $D_{2n,2}$ может быть вычислена по формулам, приведенным в [1])

(Поступило 28. IX. 1972).

Проблемная лаборатория
физической кибернетики

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Церцвадзе, Автоматика и телемеханика, № 8, 1968,
2. Г. Н. Церцвадзе, Автоматика и телемеханика, № 9, 1971.
3. М. Л. Цетлин, Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. „Наука", 1969.
4. H. Robbins, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, v. 42, No 12, 1956.
5. М. С. Бартлетт, Введение в теорию случайных процессов. ИЛ, М., 1958.

ნ. ზაალიშვილი, გ. ცერცვაძე

## სტაციონარულად გადართვად შემთხვევით გარემოში ფინალური განაწილების დამყარების პროცესის გამოკვლევა

### რეზიუმე

სტატიაში გამოკვლეულია იმ სტოქასტური მატრიცების სპექტრული თვისებები, რომლებიც აღწერენ ასიმპტოტურად ოპტიმალური ავტომატების ქცევას გარემოში, რომლის ალბათური თვისებები იცვლება შემთხვევითად. შეფასებულია მარკოვის ჯაჭვის საკუთარი მნიშვნელობები, რომლებიც მიიღება ასიმპტოტურად ოპტიმალური ავტომატების ფუნქციონირებით არასიმეტრიულ გადართვად გარემოში.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



## ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ НЕЙТРОННО-ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗОТОПОВ He

И. Ш. ВАШАКИДЗЕ, Т. Р. ДЖАЛАГАНИЯ

Исследованию устойчивости нейтронно-избыточных ядер, в связи с открытиями в астрофизике, уделяется большое внимание. В настоящее время уже экспериментально обнаружены тяжелые изотопы гелия—$He^6$ и $He^8$. Относительно сверхтяжелого изотопа $He^{10}$ пока нет достоверных экспериментальных данных. Обнаружению этого изотопа посвящена работа [1], в которой авторы делают заключение, что существование такого изотопа пока сомнительно. Наряду с экспериментальными работами появились также и теоретические исследования, например. А. И. Базь с сотрудниками [2] использует метод $K$-гармоник для расчета масс-дефекта $He^{10}$ и определения, является ли этот изотоп стабильным относительно испускания нейтронов. Изотоп $He^{10}$ будет распадаться по каналу $He^8+2n$, если полная энергия связи его меньше, чем энергия связи ядра $He^8$. В противном случае изотоп $He^{10}$ окажется стабильным, но $\beta$-активным ядром.

В своих расчетах авторы работы [2] использовали потенциалы, описывающие низкоэнергетическое нуклон-нуклонное рассеяние и пришли к заключению, что не только конкретные свойства изотопа $He^{10}$, но и сам факт его существования зависят от тонких деталей нуклон-нуклонного взаимодействия.

С другой стороны, ввиду того, что в ядрах как $He^8$, так и $He^{10}$ имеются заполненные оболочки (так в $He^8$ заполнены $1S_{1/2}$ и $1P_{3/2}$ нейтронные оболочки, а в $He^{10}$—$1S_{1/2}$, $1P_{3/2}$ и $1P_{1/2}$ нейтронные оболочки), они являются удобными объектами для применения метода Хартри-Фока. Поэтому было бы интересно провести расчет по определению энергии связи этих ядер, используя в расчетах реалистические нуклон-нуклонные взаимодействия. Целью настоящей работы как раз и являются такие расчеты.

В настоящее время имеется много потенциалов как локальных, так и нелокальных, объясняющих экспериментальные данные по нуклон-нуклонному рассеянию. В данной работе для наших расчетов мы использовали нелокальный факторизующийся потенциал Табакина [3]. Выбор обусловлен тем, что, во-первых, этот потенциал неоднократно с успехом использовался для исследования энергетического спектра атомных ядер и, во-вторых, анализ ранних работ показывает, что он обуславливает наиболее быструю сходимость рядов в самосогласованных расчетах.

Волновую функцию ядра представим как слеттеровский детерминант $\det\{\psi_\alpha(r)\}$, который строится с помощью одночастичных волновых функций $\psi_\alpha(r)$. Одночастичную волновую функцию $\psi_\alpha$ разложим в ряд по осцилляторным волновым функциям

$$\psi_\alpha(r) = \sum_k c_k^\alpha \varphi_k(r) \tag{1}$$

где $c_k^\alpha$ —коэффициенты, которые подлежат варьированию при определении минимума полной энергии системы.

Для исключения ложных состояний, возникающих из-за движения центра тяжести системы как целого, гамильтониан запишем в следующем виде

$$H = \sum_\alpha \frac{p_\alpha^2}{2m} + \frac{1}{2}\sum_{\alpha\neq\beta} V_{\alpha,\beta} - \frac{\left(\sum_\alpha p_\alpha\right)^2}{2\quad mA}. \tag{2}$$

Объединив первый и последний член получим гамильтониан, содержащий только относительные координаты и относительные импульсы

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\alpha\neq\beta}\left\{V_{\alpha\beta} + \frac{(p_\alpha - p_\beta)^2}{2mA}\right\}. \tag{3}$$

Вводим обозначения:

$$U_{\alpha\beta} = V_{\alpha\beta} + \frac{(p_\alpha - p_\beta)^2}{2mA} \tag{4}$$

и получаем гамильтониан (3) в виде

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\alpha\neq\beta} U_{\alpha\beta}. \tag{5}$$

Среднее значение гамильтониана (5) в состоянии

$$\Psi_0 = \frac{1}{\sqrt{A!}}\det\{\psi_\alpha(r)\} \tag{6}$$

будет

$$\langle\Psi_0 \mid H \mid \Psi_0\rangle = \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta} \langle\psi_\alpha\psi_\beta \mid U_\alpha \mid \psi_\alpha\psi_\beta\rangle, \tag{7}$$

где

$$\langle\psi_\alpha\psi_\beta \mid U_a \mid \psi_\alpha\psi_\beta\rangle = \langle\psi_\alpha\psi_\beta \mid U \mid \psi_\alpha\psi_\beta\rangle - \langle\psi_\alpha\psi_\beta \mid U \mid \psi_\beta\psi_\alpha\rangle$$

и суммирование ведется по всем занятым состояниям.

Уравнение Хартри-Фока получается из условия существования условного минимума величины $\langle\Psi_0 \mid H \mid \Psi_0\rangle$, следовательно, мы должны искать минимум выражения

$$\frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta} <\psi_\alpha\psi_\beta | U_a | \psi_\alpha\psi_\beta> - \sum_\alpha h^\alpha <\psi_\alpha | \psi_\alpha>. \tag{8}$$

где $h^\alpha$—множители Лагранжа. Подставляя в формулу (8) разложенные по формуле (1) одночастичные функции и дифференцируя по $c^*$ и приравнивая результат к нулю, получим уравнение Хартри-Фока

$$\sum_{jkl\beta} c_j^{\beta *} c_k^\alpha c_l^\beta <\varphi_i\varphi_j | U_a | \varphi_k\varphi_l> = h^\alpha c_i^\alpha. \tag{9}$$

Вводя обозначения

$$\sum_{\beta=1}^{A} c_j^{\beta *} c_l^\beta = \rho_{jl}$$

$$\sum_{jl} <\varphi_i\varphi_j | U_\alpha | \varphi_k\varphi_l> \rho_{jl} = <\varphi_i | \widetilde{U}_\alpha | \varphi_k>, \tag{10}$$

уравнению Хартри-Фока можно придать следующий вид:

$$\sum_k c_k^\alpha \{ <\varphi_j | \widetilde{U}_\alpha | \varphi_k> - h^\alpha \delta_{ik} \} = 0 \tag{11}$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (11), находим коэффициенты разложения $c_k^\alpha$, т. е. находим волновую функцию (1) и величины $h^\alpha$, с помощью которых определяется энергия основного состояния системы. Отметим, что при нашем подходе $h^\alpha$ не является одночастичной энергией.

Выражение (11) является уравнением Хартри-Фока, записанным при помощи базисных одночастичных функций. Если в разложении (1) положить, что $c_k^\alpha = \delta_{\alpha k}$, то тогда $\psi_\alpha = \varphi_\alpha$ и формула (11) примет вид

$$\sum_{\gamma=1}^{A} <\psi_\alpha\psi_\gamma | U_\alpha | \psi_\beta\psi_\gamma> - h_\alpha\delta_{\alpha\beta} = 0, \tag{12}$$

где суммирование опять-таки ведется по всем занятым состояниям.

Уравнение Хартри-Фока (12) содержит выражение вида $<\psi_\alpha\psi_\gamma | U_\alpha | \psi_\beta\psi_\gamma>$, которое связано с матричным элементом взаимодействия между состояниями с определенными $J$ и $T$ так

$$<\psi_\alpha\psi_\gamma | U_\alpha | \psi_\beta\psi_\gamma> = \sum_{JTMM_T} (j_\alpha j_\gamma m_\alpha m_\gamma | JM)^2, \tag{13}$$

$$({}^1/_2{}^1/_2 J_\alpha J_\gamma | TM_T)^2 <\alpha\gamma JT | U_a | \beta\gamma JT>,$$

где $(j_\alpha j_\beta m_\alpha m_\beta | JM)$—коэффициенты Клебш-Гордона.

Если нейтронные и протонные оболочки заполнены симметрично, то, используя свойства ортогональности коэффициентов векторного сложения, можно провести суммирование по проекциям, и для матричных элементов, входящих в формулу (12), получим:

$$\sum_{\gamma} \langle \psi_\alpha \psi_\gamma \mid U_\alpha \mid \psi_\beta \psi_\gamma \rangle = \sum_{JT} \frac{2J+1}{2j_\alpha+1} : \frac{2T+1}{2} . \tag{14}$$

$$\langle \alpha\gamma JT \mid U_\alpha \mid \beta\gamma JT \rangle \cdot$$

Если же имеется лишняя заполненная протонная или нейтронная оболочка, как это имеет место в нашем случае, то тогда в результате суммирования получим:

$$\sum_{\gamma} \langle \psi_\alpha \psi_\gamma \mid U_\alpha \mid \psi_\beta \psi_\gamma \rangle = \sum_{JT\tau_j M_T} \frac{2J+1}{2j_\alpha+1} . \tag{15}$$

$$({}^1/_2{}^1/_2\, \tau_\alpha \tau_\gamma \mid TM_T)^2 \langle \alpha\gamma JT \mid U_\alpha \mid \beta\gamma JT \rangle .$$

Численные расчеты нами проведены для ядер $He^8$ и $He^{10}$. В разложении (1) ограничивались тремя членами. Такое приближение, как показано в ранних работах [4, 5], достаточно для получения результатов, слабо зависящих от осцилляторного параметра $\nu$.

Результаты вычисления данной работы дают для энергии связи исследуемых ядер следующие значения: $E_{He^8} = 11{,}5$ Мэв $E_{He^{10}} = 10{,}3$Мэв из экспериментов известна энергия связи ядра $He^8$, которая равна 31,6Мэв. Что касается энергии связи ядра $He^{10}$, то в работе [1] оценены только её нижняя и верхняя границы, причем нижняя граница—в 26 Мэв, а верхняя граница—31,6 Мэв и, соответственно, она не стабильна относительно испускаемых нейтронов.

Сравнивая экспериментальные данные с теоретическими результатами, полученными нами, можно заключить:

1) в соответствии с экспериментом теоретические значения для энергии связи удовлетворяют соотношению $E_{He^{10}} < E_{He^8}$, т. е. по-видимому, ядро $He^{10}$ будет распадаться по каналу

$$He^{10} \rightarrow He^8 + 2n;$$

2) абсолютные значения $E_{He^8}$ и $E_{He^{10}}$ значительно занижены по сравнению с экспериментальными. Это расхождение между теорией и экспериментом наверное обусловлено тем фактом, что в общем-то все реалистические потенциалы дают заниженные значения для энергии связи ядер. Возможно также, что для расчетов энергии связи нужно было брать деформированные одночастичные состояния. Наличие избыточных нейтронов может вызвать такую деформацию и измерение квадрупольных моментов этих ядер позволит определить степень их деформации.

(Поступило 18. IV. 1972)

Кафедра
ядерной физики

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Воробьев, В. Т. Грачев, Ю. К. Залите, А. И. Кондуров, А. М. Никитин, Д. М. Селиверстов, Тезисы докладов XX ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Ленинград, 1970.
2. А. М. Базь, В. Ф. Демин, М. В. Жуков, ЯФ, 9, 6. 1184, 1969.
3. F. Tabakin, Ann. Phys., **30**. 51; 1964.
4. A. Kerman. T. Svenne, F. Villars, Phys. Rev., **147**. 710. 1966.
5. И. Ш. Вашакидзе, Д. В. Мебония, Т. Р. Джалагания, А. Т. Элиава, ЯФ, 13, 4, 688, 1971.

ი. ვაშაკიძე, თ. ჯალაღანია

### ჰელიუმის ჭარბნეიტრონიანი იზოტოპების ბმის ენერგია

#### რეზიუმე

შრომაში შესწავლილია He-ის ჭარბნეიტრონიანი იზოტოპების $He^8$ და $He^{10}$ სტაბილურობის საკითხი. გამოთვლები ჩატარებულია ჰარტრი-ფოკის თვითშეთანხმებული ველის მოდელში, ტაბაკინის არალოკალური პოტენციალის გამოყენებით. თვითშეთანხმება მიღწეულია საძიებელი ერთნაწილაკობრივი ტალღური ფუნქციის გაშლით ოსცილატორული ფუნქციების მწკრივად. გაშლაში შენარჩუნებულია სამი წევრი, რაც საკმარისია ოსცილატორული პარამეტრისაგან სუსტი დამოკიდებულების მისაღებად. სიმძიმის ცენტრი გამორიცხულია მხოლოდ ჰამილტონიანში, რის გამოც მწკრივად გაშლის მაღალი რიგის წევრებში შეიძლება მაინც ადგილი ჰქონდეს ცენტრის აღგზნებას, მაგრამ ტალღური ფუნქციის სწრაფი კრებადობა უზრუნველყოფს სათანადო წევრების სიმცირეს.

კონკრეტული გამოთვლები იძლევიან შემდეგ შედეგებს განხილული ბირთვების ბმის ენერგიებისათვის: $E_{He^8} = 11{,}5$ Mev, $E_{He^{10}} = 10{,}3$Mev, რაც მიგვითითებს $He^{10}$-ის შესაძლო არასტაბილურობაზე $He^8$-თან შედარებით.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# ИССЛЕДОВАНИЕ МЮОНОВ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ В ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЯХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ МЕТОДОМ БОЛЬШИХ РАДИАЦИОННЫХ ТОЛЧКОВ НА ГЛУБИНЕ 130 м. в. э. ПОД ЗЕМЛЕЙ.

В. А. АГЛАМАЗОВ, Л. Д. ГЕДЕВАНИШВИЛИ, И. И. САКВАРЕЛИДЗЕ

В настоящее время несмотря на интенсивное развитие ускорительной техники космические лучи являются единственным источником частиц сверхвысоких энергий $\geqslant 10^{13}$ эв. Поэтому изучение процессов нуклон-нуклонных взаимодействий при сверхвысоких энергиях возможно лишь благодаря наличию частиц такой энергии в космических лучах.

Однако чрезвычайно малая интенсивность частиц космического изучения с энергией $>10^{13}$ эв весьма затрудняет прямое наблюдение элементарного акта с помощью современной экспериментальной методики.

Изучение явлений, происходящих при вышеуказанных энергиях, становится возможным благодаря процессу образования широкого атмосферного ливня (ШАЛ) при взаимодействии первичного нуклона с ядром атмосферы. Изучение нуклон-нуклонных взаимодействий при сверхвысоких энергиях проводится путем анализа экспериментально наблюдаемых характеристик ШАЛ и сопоставления их с моделями элементарного акта. С этой точки зрения большой интерес представляет изучение мюонной компоненты ШАЛ, так как мюоны, являясь продуктами распада пионов и каонов, образованных в ядерном взаимодействии, несут наибольшую информацию о характере элементарного акта.

Кроме того, исследования мюонов высоких энергий представляют самостоятельный интерес, так как свойства этой частицы до сих пор остаются малоизученными. Исследования взаимодействия мюонов с энергией до нескольких десятков Гев, проведенные на ускорителях, приводят к выводу, что взаимодействие мюонов с веществом имеет чисто электромагнитный характер и не отличается от взаимодействия электронов, т. е. в настоящее время пока не обнаружено никаких аномальных взаимодействий мюонов. Существование специфического взаимодействия мюонов позволило бы понять различие масс электрона и мюона.

За последнее время проводились исследования [1], которые косвенно указывают на возможный механизм непосредственного образования высокоэнергичных мюонов в процессах, отличных от $\pi \to \mu$ и $k \to \mu$ распадов С этим явлением, по-видимому, связаны случаи группового прохождения. проникающих частиц через детектор.

Детальные исследования вышеупомянутых вопросов требуют знания энергетического спектра мюонов сверхвысоких энергий. Целью наших исследований было расширение диапазона энергий регистрируемых мюонов ШАЛ, получение вида энергетического спектра мюонов ШАЛ в области энергий $10^{11}-5\cdot10^{12}$ эв и изучение характеристик групп проникающих частиц, входящих в состав ШАЛ. Настоящая работа содержит результаты исследований, выполненных с помощью комплексной установки методом ионизационного калориметра.

## 1. Методика эксперимента

Существует ряд экспериментальных методов измерения энергии мюонов, но в основном их можно свести к следующим трем методам:

а) магнитного спектрометра,

б) кривой поглощения,

в) ионизационного калориметра.

Каждый из этих методов обладает своими преимуществами и недостатками по сравнению с другими в зависимости от изучаемого интервала энергии мюонов.

Использование магнитного спектрометра позволяет производить наиболее прямые измерения импульсов мюонов. Значительное преимущество магнитного метода заключается в том, что все величины, определяющие импульс мюонов, измеряются непосредственно. Но применение этого метода связано с большими трудностями при измерении импульсов мюонов $\geqslant 10^{11}$ эв/с. Это обусловлено малым отклонением частиц большой энергии в магнитном поле, в связи с чем необходимы, с одной стороны, детекторы с большим пространственным разрешением, а с другой, магнитные поля большой напряженности.

При энергиях $\geqslant 10^{11}$ эв точность измерения радиуса кривизны мала, а также большую трудность представляет получение больших магнитных полей в значительном объеме пространства. Уменьшение области действия магнитного поля вызывает резкое уменьшение светосилы установки, что влечет за собой уменьшение статистической точности.

Идентификация мюонов в этом методе основывается на их свойстве прохождения свинцовых поглотителей достаточной толщины без образования электронно-фотонного ливня.

Определение энергетического спектра мюонов с помощью кривой поглощения основывается на существовании простого соотношения, связывающего кривую поглощения и энергетический спектр мюонов. Предполагается, что при прохождении через вещество мюоны теряют энергию на ионизацию и что флуктуации в этих потерях малы и ими можно пренебречь, тогда пробег мюона будет являться монотонной функцией энергии $R=R(E)$ или же $E=E(R)$.

Исходя из этого соотношения, определение энергетического спектра мюонов требует измерения их интенсивности под различными толщинами поглотителя. Однако, из-за малых энергетических потерь мюонов, требуются поглотители весьма больших толщин и поэтому практически удобно использовать в качестве фильтров большие толщи грунта или же воды.

Измерение энергетического спектра при больших энергиях мюонов ($\geqslant 10^{11}$ эв) методом поглощения сопряжено со значительными трудностями, заключающимися в том, что в этом случае измерительная установка должна быть установлена под землей на очень больших глубинах. Кроме того, так как ионизационные потери зависят от $z/A$, потери на образование пар и тормозное излучение зависят от $z^2/A$, то пробег мюонов при больших глубинах зависит от $z^2/A$ и более чувствителен к составу вещества. Следовательно, требуется точное измерение средней плотности $d$, атомного веса $A$ и атомного числа $Z$, что не всегда удается сделать.

Для исследования мюонов с энергией $>10^{11}$ эв можно использовать ионизационный калориметр. Этот метод основан на измерении полной энергии электромагнитных каскадов, образованных $\gamma$-квантами, которые со своей стороны, создаются в процессе тормозного излучения мюонов. Преимущество этого метода состоит в том, что точность измерения энергии каскадов растет с их энергией и этот метод позволяет измерять энергию мюонов вплоть до очень больших значений.

Исходя из этого, для измерения энергии мюонов нами был выбран метод ионизационного калориметра.

## II. Экспериментальная установка

Комплексная установка состоит из двух основных частей: ионизационного калориметра, помещенного под землей на глубине 130 м. в. э., и ливневой установки, регистрирующей ШАЛ, расположенной на по-

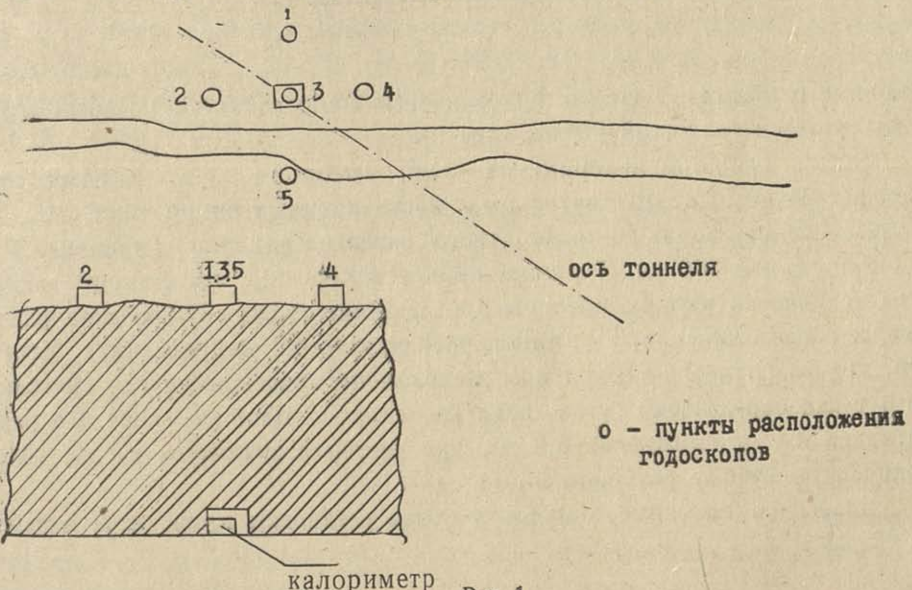



Рис. 1.

верхности земли над ионизационным калориметром. Расположение комплексной установки схематически изображено на рис. 1.

Система для регистрации ливневого сопровождения космических мюонов состоит из пяти групп счетчиков типа СИ—5Г, включенных в годоскопические ячейки. Эта система размещена в легких деревянных домиках, где количество материала над счетчиками не превышает 1 гр/см$^2$. В центральной группе площадь, покрытая счетчиками, равна 4 м$^2$, а в каждой остальной группе эта площадь составляет 2 м$^2$. Связь между ливневой установкой и ионизационным калориметром осуществляется посредством высокочастотного кабеля марки РК-49.

Ливневая установка предназначена для регистрации ШАЛ, измерения полного числа частиц и определения местопрохождения его оси [2,3].

Ионизационный калориметр предназначен для регистрации ионизационных ливней, созданных в поглотителе калориметра мюонами ШАЛ.

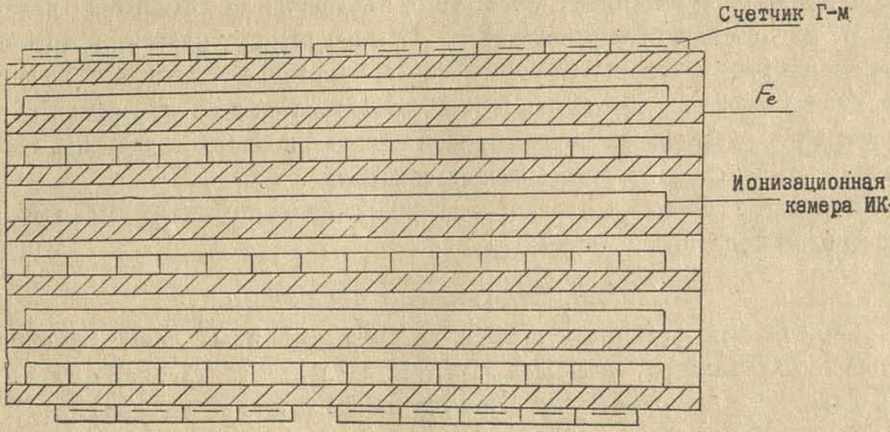



Рис. 2.

Калориметр состоит из шести рядов ионизационных камер, которые прослоены железом толщиной 80 мм (рис 2).

Общая площадь калориметра—9 м$^2$, высота—1,35 м. Каждый ряд включает 24 медных, прямоугольных, ионизационных камер типа „ИК-6", которые имеют форму прямоугольного параллелепипеда, сечением 5,5 х 11 см$^2$ и длиной 300 см. Толщина стенок камер—2,5 мм. Камеры наполнены технически чистым аргоном при давлении 5 атм. В соседних рядах камеры расположены во взаимноперпендикулярных направлениях. Кроме того, над калориметром и под ним расположены годоскопические счетчики СИ-5 г для определения угла наклона мюонов. Площадь верхнего ряда счетчиков 6,4 м$^2$, нижнего—5,6 м$^2$, Три счетчика включены в одну годоскопическую ячейку размером $55 \times 18$ см$^2$.

Подробное описание основных узлов установки приводится в работах [3, 4].

## III. Анализ и обсуждение экспериментальных данных

### 1. Энергетический спектр мюонов ШАЛ.

Экспериментальные результаты получены в течение 3518 часов работы комплексной установки. В процессе измерения регистрировались ионизационные толчки, образованные мюонами ШАЛ, при соблюдении одного из двух условий: 1. Разряд хотя бы одного счетчика в годоскопических треях, расположенных над калориметром и под ним, сопровождался ионизационным толчком в одном из рядов калориметра. При этом, минимальное значение ионизации в ряду должно составлять величину, эквивалентную прохождению 200 релятивистских частиц вертикально; 2. Ионизация в любых двух рядах калориметра должна была превышать величину, эквивалентную прохождению 200 рел. частиц, а суммарная ионизация по всем рядам калориметра превышала бы величину, эквивалентную 1000 рел. частиц. При выполнении одного из этих условий блок управления запускал систему опроса, систему регистрации информации, и ливневую установку. Система опроса поочередно подключает каждую ионизационную камеру к регистрирующему устройству, которое представляет собой шлейфовый осциллограф Н-700, записывающий информацию на фотографическую бумагу.

Из всех ШАЛ, зарегистрированных комплексной установкой в течение 3518 часов, в обработку вошли 482 ливня. Каждый из этих ливней содержал, по крайней мере, одну проникающую частицу, создавшую ионизационный толчок в калориметре. Кроме этих случаев, в обработку вошли 137 широких ливней, зарегистрированных ливневой установкой, мюонная компонента которых не была зарегистрирована калориметром.

В таблице 1 приведены распределения широких ливней по числу частиц $N$. Во атором столбце этой таблицы приведено распределение ШАЛ, мюоны которых не были зарегистрированы калориметром. В третьем столбце приведено распределение 482 ливней, которые содержали мюоны с энергией $>140$ Гев. Из этих ливней были отобраны 151 ливень, которые содержали мюоны с энергией $> 400$ Гев. Распределение этих ливней по числу $N$ приведено в четвертом столбце.

Таблица 1

| Величина ливня ($N$) | $J'_1(\geqslant N)$ X$10^{-3}$ сек$^{-1}$ | $J'_2(\geqslant N)$ X$10^{-5}$ сек$^{-1}$ ($F_\mu \geqslant 140$ Гев) | $J'_3(\geqslant N)$ X$10^{-5}$ сек$^{-1}$ ($E_\mu \geqslant 400$ Гев) |
|---|---|---|---|
| $10^4$ | 7,61 | 3,8 | 1,19 |
| $2 \cdot 10^4$ | 3,56 | 2,85 | 0,87 |
| $4 . 10^4$ | 1,16 | 1,22 | 0,43 |
| $6 . 10^4$ | 0,5 | 0.75 | 0,27 |
| $8 \cdot 10^4$ | 0,53 | 0,59 | 0,21 |
| $10^5$ | 0,22 | 0,45 | 0,16 |
| $2\ \ 10^5$ | 0,055 | 0,24 | 0.085 |

Экспериментальные результаты, приведенные в таблице 1, дают возможность построить спектр ШАЛ по числу частиц. Спектры можно описать функцией следующего вида:

$$I'_i(\geqslant N)=\Delta_i\left(\frac{N}{10^4}\right)^{-\beta_i}, \quad (1)$$

где $10^4 \leqslant N \leqslant 2\cdot 10^5$.

Численные значения $\Delta_i$ и $\beta_i$, с учетом эффективности регистрации [3], приведены в таблице 2.

Таблица 2

| | |
|---|---|
| $\Delta_1$, $\frac{\text{частиц}}{\text{м}^2\text{, сек}}$ | $(9{,}57 \pm 0{,}31) \cdot 10^{-6}$ |
| $\Delta_2$ $\frac{\text{частиц}}{\text{м}^2\text{, сек}}$ | $(3{,}9 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-8}$ |
| $\Delta_3$, $\frac{\text{частиц}}{\text{м}^2\text{, сек}}$ | $(0{,}81 \pm 0{,}05) \cdot 10^{-8}$ |
| $\beta_1$ | $1{,}56 \pm 0{,}06$ |
| $\beta_2$ | $0{,}97 \pm 0{,}03$ |
| $\beta_3$ | $0{,}8 \pm 0{,}05$ |
| $\beta_1' = \frac{\beta_3 + \beta_2}{2}$ | $0{,}88 \pm 0{,}04$ |

Как было указано выше, в обработку вошли 482 ливня с числом частиц в интервале $10^4 \div 10^6$, оси которых проходят от центра установки на расстоянии $\overline{R}$—26 м и проникающие частицы которых создали ионизационные толчки в одном или в нескольких рядах калориметра величиной $\geqslant 200$ релятивистских частиц.

В отобранных ливнях угол падения мюона не превышает 40° и след мюона можно провести только через одну пару годоскопических счетчиков. Случаи, когда срабатывал верхний годоскоп и верхний ряд калориметра, не изучались, так как эти случаи считались обусловленными возможным взаимодействием мюонов в грунте над установкой. В отобранных событиях, ионизация всех одновременно сработавших камер в пределах ряда суммировалась. Интегральный спектр ионизационных толчков, созданных мюонами ШАЛ на глубине 130 м. в. э. под землей, представлен на рис. 3 ($K$—величина толчка в числе релятивистских частиц, прошедших через камеры одного ряда; в случае, если мюоны создавали толчки в трех или более рядах калориметра, то за $K$ принималась величина толчка в максимуме развития электронно-фотонного ливня).

Если описывать спектр степенным законом, т. е. аппроксимировать выражением $J_2(\geqslant K) \sim K^{-\gamma}$, то значение показателя степени $\gamma$ в области толчков $400 \leqslant K \leqslant 6000$ получается равным: $\gamma = 1{,}20 \pm 0{,}04$. Более пологий ход спектра в области толчков менее 400 рел. частиц связан с влиянием порога регистрации. Значение $\gamma$ было определено методом наименьших квадратов с учетом статистических весов. Это значение $\gamma = 1{,}20 \pm 0{,}04$ хорошо совпадает в пределах статистических ошибок со значением $\gamma$ интегрального спектра толчков, полученного нами в работах [5, 6], в которых при построении спектра ряды ионизационных камер считались независимыми.

За 3518 часов работы комплексной установки зарегистрировано 96 ШАЛ с числом частиц $10^4 \div 5 \cdot 10^5$, мюоны которых создают ионизацию в трех или более рядах камер. Калориметр позволяет определять энергию частиц, создающую каскадный ливень в железе, так как энергия электромагнитного каскада пропорциональна суммарной ионизации, зарегистрированной в трех и более рядах калориметра. В этих каскадах все ряды камер были соседними и через полученные точки можно было провести каскадную кривую начинающуюся в железе калориметра и не выходящую

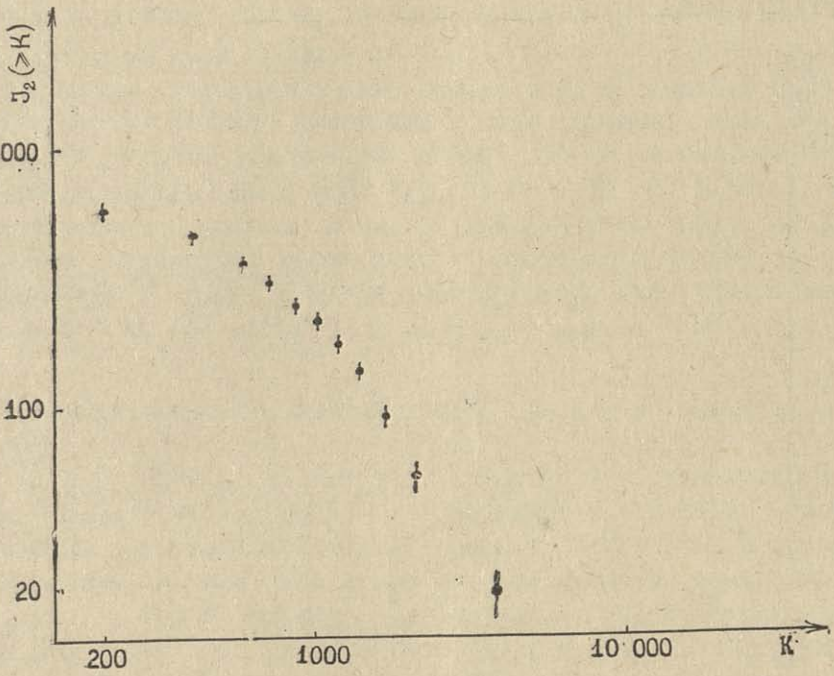



Рис. 3.

из него. Эти события считались электромагнитными каскадами, возникшими в результате образования $\gamma$-квантов проходящим мюоном ШАЛ. Интегральный спектр $\gamma$-квантов приведен на рис. 4.

По оси абсцисс отложена суммарная величина толчка по нескольким рядам калориметра $K$, а по оси ординат—число $\gamma$-квантов. Спектр аппроксимируется степенным законом $J_3(\geqslant K_1) \sim K_1^{-\gamma}$ в области толчков $1500 \leqslant \leqslant K \leqslant 6000$, и показатель степени, определенный методом наименьших квадратов, получается равным: $\gamma_1 = 1{,}2 \pm 0{,}17$.

Необходимо отметить, что если использовать зависимость между величиной ионизационного толчка и средней энергией мюона, полученную в работе [3], тогда регистрируемые калориметром толчки образуются мюонами с энергией в интервале $140 < E < \mu < 4200$ Гев.

Экспериментальные результаты настоящей работы дают возможность получить интегральный энергетический спектр мюонов в целом по ливню. Можно оценить абсолютное число мюонов с энергией $>140$ Гев и $>400$ Гев в ливнях с определенным числом частиц $N$.

Действительно, в общем случае интенсивность широких ливней, зарегистрированная ливневой установкой, выражается соотношением:

$$J(N)dN = F(N)\, dN\, SE(N)\, \Omega, \tag{2}$$

где $F(N)\,dN$—дифференциальный спектр ШАЛ по числу частиц, $S$—площадь ливневой установки для каждого ливня величиной $N$, зарегистрированного с эффективностью $E(N)$, $\Omega$—эффективный угол регистрируемых широких ливней (для нашей установки $\Omega=0{,}7$).

Тогда темп совпадений широких ливней с мюонами можно выразить в следующем виде:

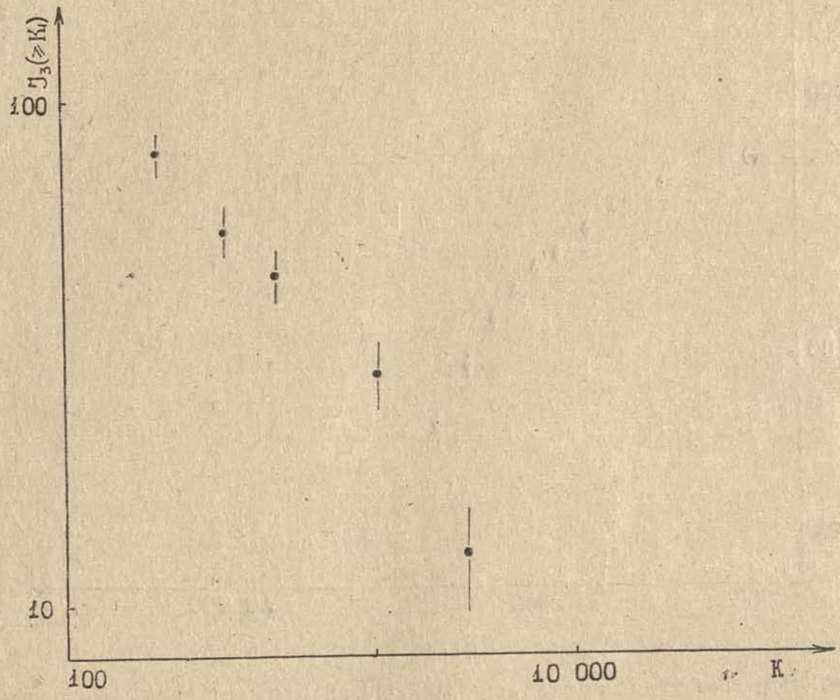



Рис. 4.

$$J_2'(N)\,dN=\frac{J_1'(N)dN}{\Omega}\,A\left(\frac{\delta_1}{h^2}\right)h_\mu(N,\ >140\ \text{Гев}), \tag{3}$$

где $A$—площадь детектора мюонов, $h$—толщина грунта над установкой, $n_\mu$—число мюонов с энергией $>140$ Гев в ливнях с определенным числом частиц $N$, $\delta_1$—эффективность регистрации мюонов с энергией $>140$ Гев.

Следовательно, полное число мюонов в ливнях можно рассчитать, используя распределения широких ливней по числу заряженных частиц в ливне $N$. Подставляя соответствующие значения для величин, входящих в выражение (3), получим:

$$n_\mu(N,\ >140\ \text{Гев})=18\left(\frac{N}{10^4}\right)^{0{,}68\pm0{,}06}. \tag{4}$$

Аналогично,

$$n_\mu(N,\ >400\ \text{Гев})=4\left(\frac{N}{10^4}\right)^{0{,}68\pm0{,}06} \tag{5}$$

Экспериментальная ошибка для $h_\mu$ составляет 20%. Используя соотношения (4) и (5) можно выразить интегральный энергетический спектр мюонов в ШАЛ в следующем виде:

$$n_\mu(N, >E_\mu) \neq (3{,}1 \pm 0{,}34) \cdot 10^4 \left(\frac{N}{10^4}\right)^{0{,}68\pm0{,}06} F_\mu^{-1{,}5\pm0{,}1} \qquad (6)$$

где $E_\mu$ выражено в Гев.

Полученные результаты об энергетическом спектре мюонов ШАЛ согласуются с нашими предварительными данными [5,6]. Экспериментальные результаты, полученные нами, недостаточны для однозначного принятия одной из моделей элементарного акта ядерного взаимодействия. Несмотря на это, сопоставляя рассчитанные [7—9] и экспериментально полученные спектры, можно прийти к выводу о том, что модели ядерного взаимодействия (изобарная и модель файерболлов) хорошо объясняют результаты настоящего эксперимента. Необходимо отметить, что более чувствительна к деталям модели элементарного акта область энергий мюонов $\sim 10^{13}$ эв, где экспериментальные данные пока отсутствуют.

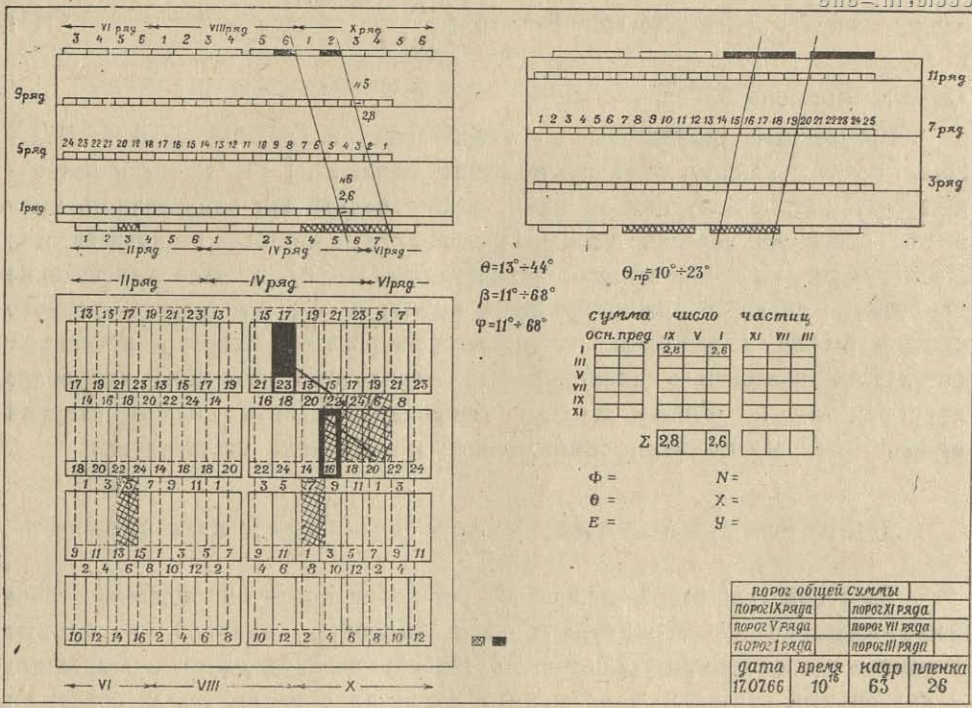
## 2. Корелллированные группы проникающих частиц

За время работы комплексной установки после тщательного отбора было выделено 48 структурных ионизационных толчков, в которых взаимное расположение сработавших годоскопических ячеек и возникших в калориметре толчков таковы, что их возникновение нельзя объяснить прохождением одной частицы. Для объяснения наблюденного явления необходимо допустить прохождение через калориметр, по крайней мере, двух ливнеобразующих проникающих частиц. Типичный случай парного прохождения проникающих частиц показан на рис. 5. Среднее расстояние между частицами проникающих пар составляет $\approx 1$ м.

Упомянутые структурные толчки наблюдались в ШАЛ со средним числом частиц $\overline{N} = 6 \cdot 10^4$, оси которых проходили от калориметра на расстоянии $\overline{R} = 20$ м. Экспериментальные данные позволяют построить интегральный спектр толчков, приведенный на рис. 6.

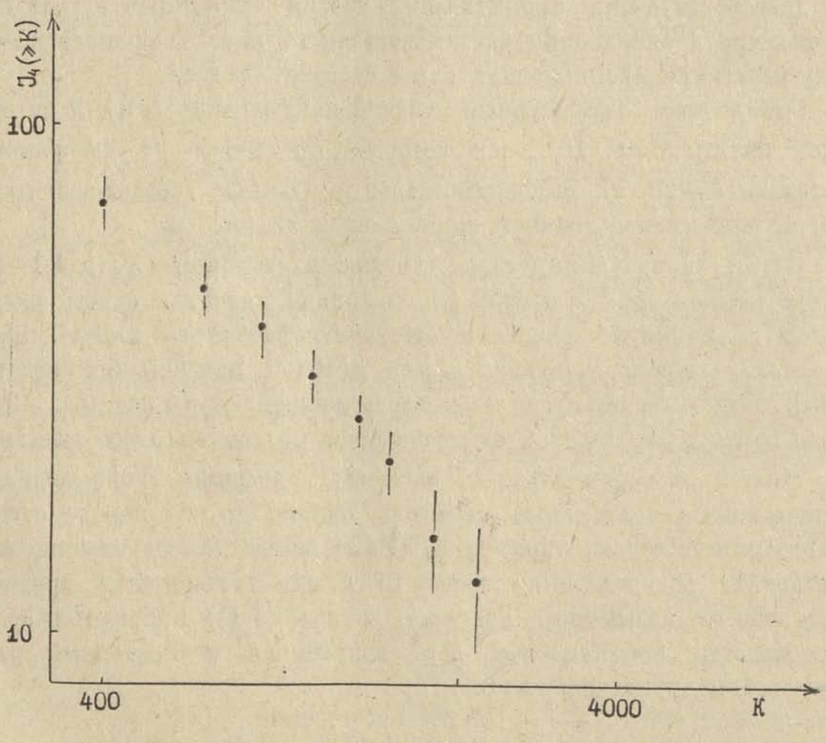
Спектр аппроксимируется степенным законом $J_4(\geqslant K) \sim K^{-\gamma_2}$ в области толчков $400 \leqslant K \leqslant 2200$ ($K$—величина толчка в одном ряду калориметра в максимуме развития электронно-фотонного ливня). Значение показателя степени $\gamma_2$ отыскивалось методом наименьших квадратов с учетом статистических весов и оказалось равным: $\gamma_2 = 0{,}93 \pm 0{,}12$. По сравнению со спектром толчков от мюонов, он получился более жестким.

Многие экспериментаторы наблюдают явление прохождения групп проникающих частиц через детектор, однако до сих пор не существует единого мнения о том, образуются ли они вследствие флуктуации в пространственном распределении мюонов ШАЛ, или их генерация происходит в каком-либо мало известном процессе. В таблице III приводится сравнение интенсивности проникающих пар, полученной в настоящей работе, с результатами других работ [10—13].



VI ряд
VIII ряд
X ряд
9 ряд
5 ряд
1 ряд
II ряд
IV ряд
VI ряд
11 ряд
7 ряд
3 ряд
θ=13°÷44°
β=11°÷68°
φ=11°÷68°
θ пр=10°÷23°
сумма число частиц
осн. пред
Σ
Φ =
θ =
E =
N =
X =
Y =
порог общей суммы
порог IX ряда
порог XI ряда
порог V ряда
порог VII ряда
порог I ряда
порог III ряда
дата 17.07.66
время 10
кадр 63
пленка 26
VI
VIII
X


Рис. 5.



J₄(>K)
100
10
400
4000
K


Рис. 6.

Таблица 3

| Литературная ссылка | Число случаев | Чувствительная площадь детектора, м$^2$ | Время наблюдений, час | Интенсивность пар, час$^{-1}$, м$^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|
| [10] | 44 | 5,76 | 500 | $(0.18\pm0,03)\cdot10^{-1}$ |
| [10] | 6 | 10 | 500 | $(0,012\pm0,004)\cdot10^{-1}$ |
| [11] | 19 | 0,2 | 2110 | $(0,45\pm0,1)\ 10^{-1}$ |
| [12] | 38 | 0,32 | 3395 | $(0,35\pm0,06)\ 10^{-1}$ |
| [13] | 17 | 6,3 | 2500 | $(0,011\pm0,003)\ .\ 10^{-1}$ |
| Настоящая работа | 48 | 9 | 3518 | $(0,014\pm0,002)\ .\ 10^{-1}$ |

Как видно из 5-го столбца этой таблицы, интенсивности проникающих пар, полученные в работе [10—13], отличаются друг от друга. Это частично вызвано тем, что значения этих интенсивностей получены на различных глубинах под землей и с различной методикой. Если попытаться привести эти данные к одной глубине (к одной средней энергии), то различие все же останется. Еще большее различие возникает, если обратить внимание на методику, с помощью которой были получены эти данные. Так например, в нашем эксперименте был использован метод ионизационного калориметра,—устройство, обладающее определенным энергетическим порогом, связанным с шумами камер, с одной стороны, и условиями выделения случаев, с другой. Более того, если учесть эффективность регистрации случаев такой методикой, то окажется что эта эффективность непостоянна и зависит от энергии регистрируемого случая. Несмотря на более жесткий спектр толчков, образующих эти структурные случаи (что позволяет ожидать несколько большее число энергичных случаев, чем для проникающей компоненты ШАЛ), все же среднюю эффективность их регистрации трудно ожидать много большую, чем $\approx 0,01$. А это, в свою очередь, приводит к эффективности регистрации структурного случая не выше чем $10^{-4}$. Таким образом, наблюдаемое нами явление нельзя уложить в рамки тех тривиальных случаев, которые наблюдались в работах других авторов [10—13]. Более того, лишь малая часть из зарегистрированных нами структурных толчков может быть обусловлена прохождением мюонов ШАЛ (так, интенсивность мюонов, полученная в измеренном нами спектре с учетом эффективности регистрации, не может обеспечить наблюденное число структурных случаев). Очевидно, такие же трудности могут возникнуть при более детальном учете методических особенностей в работах авторов [10—13].

Попробуем оценить, что может явиться причиной существования такого явления группового прохождения проникающих частиц через детектор. С этой целью оценим пробег для взаимодействия этих частиц $\lambda$ (наша установка, содержащая шесть рядов ионизационных камер с достаточно тонкими слоями железного поглотителя между ними, позволяет произвести такую оценку с достаточной точностью). Расчет $\lambda$ проводился нами по методу убывания частиц из пучка. При этом наша установка позволяет получить шесть значащих точек. Экспериментальные данные о числе взаимодействий как функций толщины поглотителя приведены в таблице 4.

Таблица 4

| Толщина поглотителя $R_i$, гр/см$^2$ | Число взаимодействий, зарегистрированных в слое $R_i$ | Число частиц, прошедших слой $k_i$ без взаимодействия, $Jk_i$ | $e^{-\frac{R_i}{\lambda}}$ | $\frac{R_i}{\lambda}$ |
|---|---|---|---|---|
| 63 | 13 | 97 | 0.88 | 0,13 |
| 126 | 17 | 80 | 0,73 | 0,31 |
| 189 | 28 | 52 | 0.47 | 0,76 |
| 252 | 20 | 32 | 0.29 | 1,24 |
| 315 | 15 | 17 | 0,15 | 1, 9 |
| 378 | 3 | 14 | 0,13 | 2.04 |

Зависимость числа частиц, прошедших слой $R_i$ без взаимодействия, от толщины слоя $R_i$ в полулогарифмическом масштабе, приведена на рис. 7. Значение, $\lambda$, определенное нами по методу наименьших квадратов с учетом статистических весов, оказалось равным: $\lambda = (156 \pm 50)$гр/см$^2$. Таким образом, не только данные по интенсивности этого явления, но и данные по пробегу для взаимодействия, говорят о том, что частицы, образующие

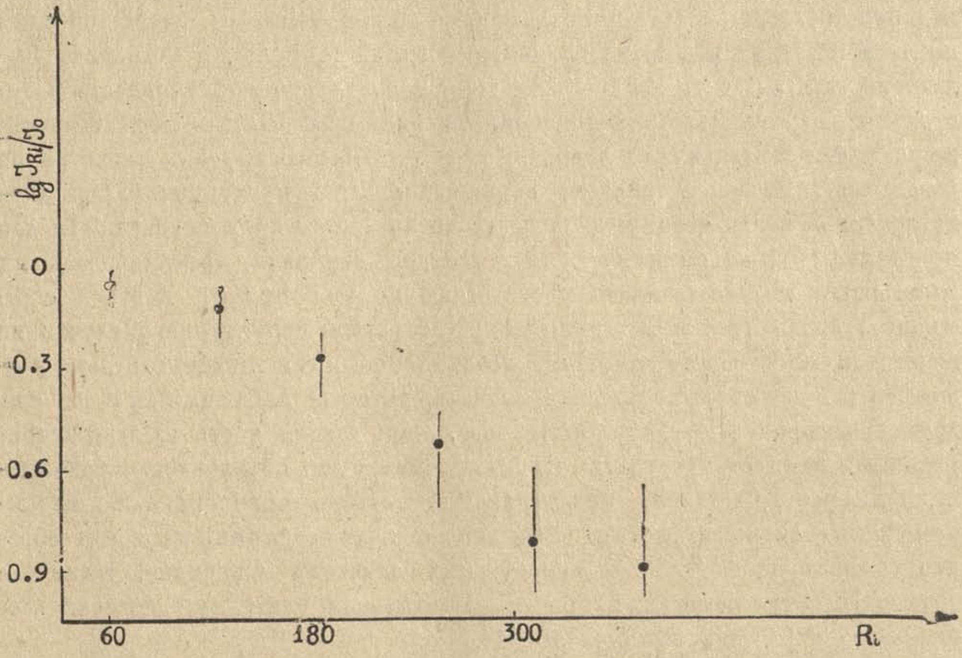



Рис. 7.

структурные случаи, в основном, не могут быть мюонами (так как для мюонов даже с энергией $\sim 10^{13}$ эв пробег для образования тормозного $\gamma$-кванта $\sim 8000$ гр/см$^2$. Правда, пробег для образования электронно-позитронных пар намного меньше этой величины, однако в этом случае, переданная энергия мала). Величина $\lambda$, полученная нами, показывает, что имеет место прохождение ядерноактивных частиц через установку. Существует целый ряд трудностей (такие, как углы разлета-энергии и др.) для полного объяснения этих случаев механизмом фоторождения пионов мюонами высоких энергий. Однако в последнее время, после известных экспериментов [1], все чаще встает вопрос о необходимости существования нового процесса, названного X-процессом, для объяснения существующих экспериментальных фактов. Вкратце сущность этого процесса состоит в том, что в $P-P$ взаимодействии при энергиях выше нескольких Тэв рождается новый класс адронов X частиц, которые, распадаясь, дают, в конечном состоянии, мюоны. Согласно оценке, проведенной в работе [14], масса X лежит в интервале $3 < M_X < 55$ Гев. Естественно, в таком случае, должны существовать процессы, когда мюоны, обладающие энергией выше пороговой, рождают в поле ядра адроны с достаточно высокими энергиями. На сегодняшний день объяснение полученных нами данных по структурным толчкам, на основе такого процесса, представляется наиболее разумным.

Большой интерес представляет постановка дальнейших исследований в этой области. Необходимо продолжать изучение характеристик пар и групп проникающих частиц.

Вопросы, рассмотренные в настоящей работе, требуют дополнительного экспериментального изучения. В частности, необходимо с более высокой точностью изучить угловое распределение и энергетический спектр мюонов под различными зенитными углами при энергиях $\geqslant 10^{13}$ эв.

(Поступило 17. II. 1973)

Лаборатория космических лучей.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. E. Bergenson, T. W. Keuffel, M. O. Larson, S. Chin, Phys. Rev. Letters, 19, 1487, 1967.
2. В. А. Агламазов, Л. Д. Гедеванишвили, Л. Ш. Коходзе, З. П. Робакидзе, И. И. Сакварелидзе, Н. Р. Хазарадзе, Сообщения АН ГССР, 1, 43, 1966.
3. В. А. Агламазов. Диссертация, ТГУ, Тбилиси, 1971.
4. В. А. Безус, Л. Д. Гедеванишвили, Р. Е. Казаров, Д. Ш. Кешелашвили, Ю. Д. Котов, Р. В. Куридзе, И. И. Сакварелидзе. Труды ТГУ, серия физическая, т. 133. 89. 1969.
5. V. A. Aglamasov, L. D. Gedevanishvili. R. E. Kazarov, V. G. Kirillov-Ugrymov, Yu. D. Kotov, R. V. Khuridze, M. V. Logunov, I. L. Rosental, I. I. Sakvarelidze. Canadian Jour. of Phys., 46. 5339. 1968.
6. В. А. Агламазов, Л. Д. Гедеванишвили, Р. Е. Казаров, Ю. Д. Котов, Р. В. Куридзе, В. М. Логунов, И. И. Сакварелидзе, Известия АН СССР, серия физическая, 32, 3, 1968.
7. R. Cowsik, Proc. Int. Conf. Cosmic Rays, 2, 656, 1965.
8. T. F. De Beer, B. Holyoak W. Simmons, Proc. Phys. Soc., 89. 587. 1966.
9. H. V. Bradt, S. A. Ruppaport, Phys. Rev., 164, 5, 1567, 1967.
10. B. K. Chatterjee, S. Lal, T. Matano, S. F. Tuan, Proc. Int. Conf. Cosmic Rays, 1965, 2, 627, 1966.
11. R. G. Bingham, E. W. Kellerman, Nuovo Cimento, 38, 1, 1965,

12. S. Higashi, T. Kitamura, Phys. Soc. Japan, 17. Sup. A—III. 213—1962.
13. S. N. Vernov, V. A. Dimitriev, G. B. Kristiansen. Phys. Soc. Japan, 17. Sup. A—III. 213. 1962.
14. T. D. Bjorken, S. Pakvasa, W. Simmons, S. F. Tuan, Phys. Rev., 184, 5, 1345, 1969.

ვ. აგლამაზოვი, ლ. გედევანიშვილი, ი. საყვარელიძე

## მაღალი ენერგიის მიუონების გამოკვლევა ფართო ატმოსფერულ ღვარებში დიდი რადიაციული ბიძგების მეთოდით, მიწისქვეშ 130 მ წ ე სიღრმეზე

### რეზიუმე

შრომაში მოცემულია ფართო ატმოსფერულ ღვარებში შემავალი დიდი ენერგიის მიუონების სხვადასხვა მახასიათებლების შესწავლის ექსპერიმენტული შედეგები. კვლევა ჩატარებულია კომპლექსური დანადგარის საშუალებით, რომელიც შედგება მიწის ზედაპირზე მოთავსებული ღვარების რეგისტრაციის ნაწილისაგან და მიწის ქვეშ 130 მ წ ე სიღრმეზე მოთავსებული იონიზაციური კალორიმეტრისაგან.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# ПРИМЕСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В МОНОКРИСТАЛЛАХ КАРБИДА КРЕМНИЯ, ЛЕГИРОВАННЫХ БОРОМ

И. М. ПУРЦЕЛАДЗЕ, Л. Г. ХАВТАСИ, Л. С. ХИТАРИШВИЛИ

Карбид кремния может кристаллизоваться в большом числе модификаций—политипов. Среди них—одна кубическая модификация со структурой цинковой обманки ($\beta - Si:C$). Все остальные формы ($\alpha - SiC$) имеют гексагональные или ромбоэдрические элементарные ячейки.

Решетка карбида кремния может быть рассмотрена как последовательная совокупность двойных слоев, состоящих из плоскоупакованного слоя $Si$ ($C$), под каждым из которых располагаются атомы $C$ ($Si$). Имеются три различных положения двойного гексагонального слоя при плотной упаковке. Все известные политипы карбида кремния соответствуют различным периодичностям в повторении таких слоев. Чередование этих слоев атомов вдоль гексагональной оси $C$ и определяет политип $SiC$. Отличаются политипы карбида кремния друг от друга числом атомов в элементарной ячейке. Наиболее часто встречаются политипы $6H$ и 15 $R$, которые имеют периодические стуруктуры, повторяющиеся через большое количество слоев (6 и 15 соответственно). Это приводит к тому, что политипы $SiC$ обладают большой элементарной ячейкой, вытянутой вдоль гексагональной оси $C$.

В кристаллах с большой элементарной ячейкой возможно существование неэквивалентных положений атомов одного сорта, различающихся с точки зрения их кристаллической симметрии. Например, в политипе $6H$ атомы $Si$ ($C$) находятся в трех неэквивалентных положениях, в политипе 15 $R$—в пяти и т. д.; с ростом числа слоев в элементарной ячейке растет число неэквивалентных положений атомов в нем.

Большое число атомов на элементарную ячейку способствует образованию большого числа фононных ветвей в них. При исследовании [1,2] фотолюминесценции кристаллов $6H$ $\alpha—SiC$, легированных азотом, около края фундаментального поглощения при низкой температуре было найдено 17 фононов разной энергии вместо ожидаемых 36. Из них шесть являются поперечно-акустическими $TA$, пять—продольно-акустическими $LA$, три—поперечно-оптическими $TO$ и три—продольно-оптическими $LO$ фононами.

Оптические свойства кристаллов карбида кремния политипа $6H$, легированных бором, изучены мало [3, 4]. Измерения спектров поглощения и отражения проведены до 25 мкм.

Целью настоящей работы было изучение коэффициентов поглощения и отражения образцов карбида кремния политипа $6H$ с разной концентрацией бора в довольно широкой спектральной области от 2 до 45 мкм; область от 25 до 45 мкм в работе исследуется впервые.

Исследуемые образцы были как с естественно полированными поверхностями, так и подвергнутые механической шлифовке и полировке и имели толщину от 70 до 300 мкм. Исследовались также „чистые", специально нелегированные образцы карбида кремния политипа $6H$.

Для определения концентрации некомпенсированных и неионизированных атомов бора исследовалась линия электронного парамагнитного резонанса при температуре жидкого азота. Измерения спектров парамагнитного резонанса производились на спектрометре РЭ—1301. В качестве стандарта использовалась линия марганца в $MgO$, концентрация которого была известна. Концентрация бора в исследованных нами образцах менялась от $10^{17}$ до $10^{18}$ см$^{-3}$.

На спектрометрах ИКС—21 и $UR$—10 с приставкой для измерения коэффициента зеркального отражения нами изучалось спектральное распределение объемного отражения и прозрачности. При расчете коэффициентов поглощения $K$ и поверхностного отражения $R$ учитывалось многократное прохождение света внутри кристаллов [5]

$$T=\frac{(1-R)^2 e^{-Kd}}{1-R^2 e^{-2Kd}}, \tag{1}$$

$$r=R+\frac{(1-R)^2\cdot R\cdot e^{-2Kd}}{1-R^2 e^{-2Kd}}, \tag{2}$$

где $K$—коэффициент поглощения, $R$—коэффициент поверхностного отражения, $T$ и $r$—пропускание и коэффициент объемного отражения.

Вычисление коэффициентов поглощения и отражения из этих формул в области 2—45 мкм довольно трудоемко. Поэтому эти формулы нами были протабулированы для всех возможных значений $T$ и $r$ на вычислительной машине „Раздан—2". Для данного значения $r$ из области (0—1) при всех возможных значениях $T$ вычислялись $Kd$ ($d$ — толщина образца) и $R$. Используя наши экпериментальные данные для $r$ и $T$, с помощью такой таблицы легко определять коэффициенты поглощения и отражения, соответствующие данной длине волны.

К спектрометру $UR$—10 была применена приставка, аналогичная приведенной в работе [6].

На рис. 1 показан типичный спектральный ход коэффициента отражения от 2 до 20 мкм для одного из легированных бором образцов карбида кремния. Ход коэффициента отражения в пределах рассмотренной нами концентрации бора не зависит от концентрации бора и характер этой зависимости совпадает с литературными данными [7, 8]. Начиная от 20 вплоть до 45 мкм коэффициент отражения этих образцов является почти постоянным и равным 30%.

На рис. 2 показан спектральный ход коэффициента поглощения шести легированных бором образцов $6H$ $\alpha$—$SiC$ [кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6].

Нелегированные образцы начиная с 2 мкм являются почти прозрачными до $\sim$4,5 мкм. Начиная с 5 мкм наблюдается сильное увеличение коэффициента поглощения, что соответствует началу решеточного поглощения [7, 8] (спектральный ход коэффициента поглощения чистого образца на рисунке не показан). Для легированнных же образцов при 4,5 мкм наблюдается структура, а при больших длинах волн и у этих образцов наблюдается сильный рост коэффициента поглощения. Ясно, что причина этого роста коэффициента поглощения та же, что и для нелегированных образцов—это поглощение вызвано колебаниями решетки. Этот спектральный ход коэффициента поглощения тот же, что и для нелегированных образцов. Он наблюдается для всех исследованных нами как нелегированных, так и легированных бором образцов $6H\ \alpha-SiC$ Из рисунка 2 видно, что с ростом концентрации бора поглощение в области 4,5 мкм увеличивается. Поэтому мы считаем, что это поглощение связано с примесью бора.

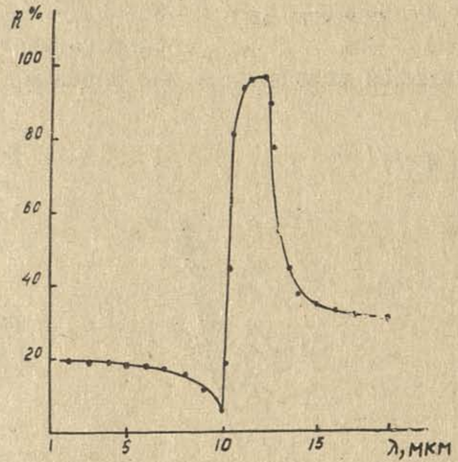



Рис. 1. Спектральный ход коэффициента отражения от 2 до 20 мкм для 6 H SiC, легированного бором.

Для определения энергии этого перехода нами была применена формула [9].

$$E_{max} = \frac{9E_{on}+E_T+[(9E_{on}+E_T)^2-56E_{on}(E_{on}-E_T)^{1/2}}{14}, \tag{3}$$

связывающая максимальную энергию ($E_{max}$) перехода с термическими ($E_T$) и оптическими ($E_{on}$) энергиями активации. Эта формула была выведена автором для определения глубины залегания примесей в $ZnS$. В работе указывается, что она хорошо описывает этот процесс в сульфиде цинка.

Известно, что в $SiC$ и $ZnS$ доля ионной связи почти одинакова — высокочастотная $E_\infty$ и низкочастотная $E_0$; диэлектрические проницаемости для обоих веществ примерно равны друг другу.

Из формулы (3) видно, что необходимо установить связь между оптической и термической энергиями активации. Для определения этой связи нами была применена формула [10].

$$\frac{E_{on}}{E_T} = \frac{E_\infty+15E_0}{11E_0+5E_\infty}, \tag{4}$$

связывающая эти энергии активации со значениями $E_0$ и $E_\infty$. Используя значение $E_0=10,5$ и $E_\infty=6,9$, получаем $E_{on}=1,3\ E_T$. Применяя эту связь между оптической и термической энергиями активации, а также формулу (3), для оптической энергии перехода находим значение 0,2 эв.

В области спектра от 6 до 10 мкм наблюдаются несколько перекрывающихся полос поглощения, которые являются комбинационными полосами с участием двух фононов [7,8]. В области сильного отражения (10—15) мкм на кривой спектрального хода коэффициента поглощения выявляется интенсивное поглощение, которое не удается разрешить. В спектральном ходе коэффициента отражения комбинационные полосы поглощения не выявляются из-за малого значения коэффициента экстинкции для них.

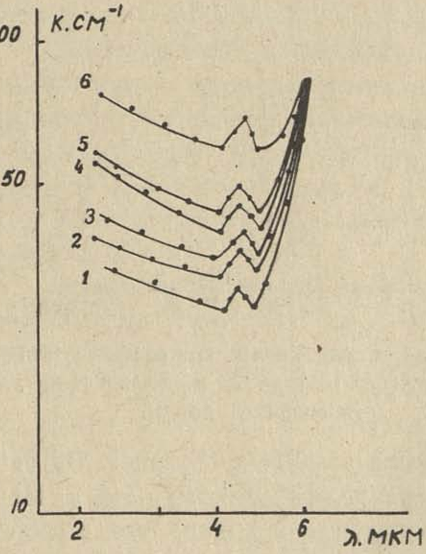



Рис 2. Спектральный ход коэффициента поглощения легированных бором образцов 6H SiC от 2 до 6 мкм.

На рис. 3 представлено спектральное распределение коэффициента поглощения легированных бором образцов карбида кремния. Как для легированных бором, так и „чистых“ образцов (что не показано на рисунке) коэффициент поглощения уменьшается с ростом длины волны начиная от 15 до 18 мкм. Этот спад, как известно, является длинноволновым краем так называемой полосы „остаточных лучей“—полосы с участием одного оптического фонона [7,8]. При длинах волн больше 18 мкм в спектре поглощения специально нелегированных образцов никакая структура не наблюдается, коэффициент поглощения этих образцов от 20 мкм вплоть до 45 мкм является почти постоянным. Для легированных же образцов коэффициент поглощения начиная с 18 мкм начинает расти и в области 20—40 мкм наблюдаются восемь перекрывающихся полос поглощения, а при 42 мкм выделяется одна полоса. Энергии, соответствующие некоторым из найденных нами максимумов поглощения, в области 20—40 мкм для легированных бором образцов карбида кремния в пределах погрешности эксперимента находятся в хорошем согласии с энергиями фононов $TA$ и, частично, $LA$. Поэтому мы считаем, что это поглощение индуцировано примесями и происходит с участием одного фонона.

Известно, что процесс поглощения фотона с образованием фонона должен происходить при сохранении энергии и квазиимпульса. Но так как волновой вектор кванта света $q \approx 0$ (длина волны считается бесконечно большой), то со светом могут взаимодействовать те колебания, волновые векторы которых в сумме равны нулю. В идеальных кристаллах это поглощение запрещено вследствие кристаллической симметрии. Введение примесей вызывает нарушение трансляционной симметрии в кристаллах, снимает запрет с таких переходов и, со светом могут взаимодействовать те колебания, которым соответствует отличный от нуля волновой вектор.

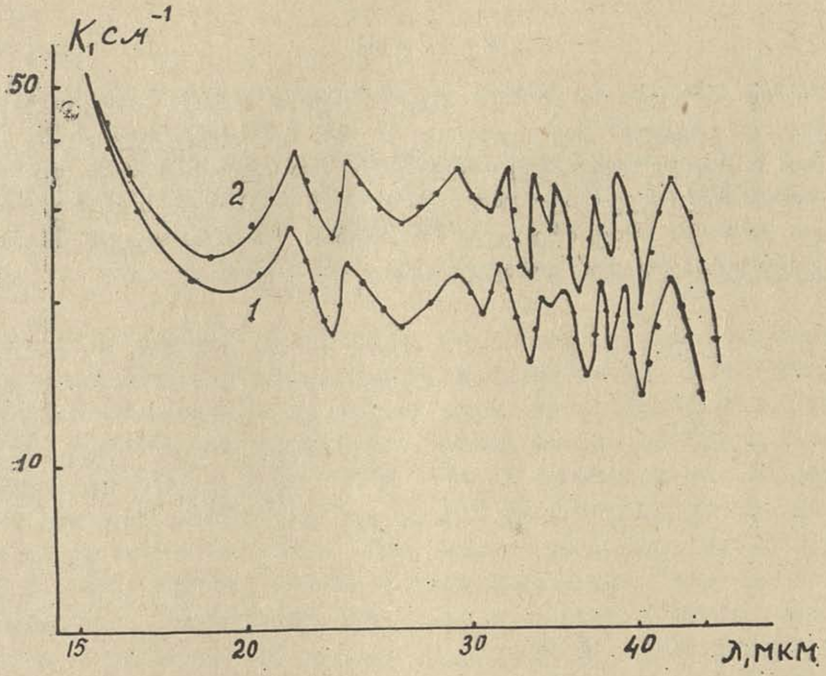



Рис. 3. Спектральное распределение коэффициента поглощения образцов 6H $\alpha$—SiC, легированных бором, от 15 до 45 мкм.

По этой причине, по-видимому, отсутствует структура в спектре поглощения специально нелегированных образцов карбида кремния.

(Поступило 5. II. 1973.)

Проблемная лаборатория
физики полупроводников

ЛИТЕРАТУРА


1. D. R. Hamilton, W. J. Choyke, Phys. Rev., 127, 131, 1963.
2. W. J. Choyke, L. Patrick, 1868. 1962.
3. И. Г. Пичугин, А. Н. Пихтин, ФТТ, 8, 2, 585, 1966.
4. М. И. Иглицын, И, Н. Иванова, Г. Е. Константинова, И. Г. Косоганова, Н. В. Овсяникова, Н. М. Павлов, Е. Ф. Федотова, Карбид кремния, Киев, 65, 1966.
5. М. П. Лисица, ДАН СССР, III, 803, 1956.
6. А. А. Кухарский, ПТЭ, 2, 225, 1967.
7. W. G. Spitzer, D. Kleinman, C. Walsh, Phys. Rev., 113, 127, 1959.
8. И. М. Пурцеладзе, Л. Г. Хавтаси, Сообщения АН ГССР, 57, 45,1970.
9. Sh. Shionoya, Technical Reports of USSR, ser. A, 286, 1967.
10. Г. Н. Виолина, Кандидатская диссертация, 1966, Ленинград.

ი. ფურცელაძე, ლ. ხავთასი, ლ. ხითარიშვილი

## მინარეული შთანთქმა ბორით ლეგირებული სილიციუმის კარბიდის მონოკრისტალებში


რეზიუმე

შრომაში შესწავლილია ბორით ლეგირებული $\alpha - SiC$ მონოკრისტალების შთანთქმისა და არეკვლის კოეფიციენტები (2—45) მკმ სპექტრულ არეში. ნაჩვენებია, რომ მოკლეტალღოვან არეში მიღებული შთანთქმის მაქსიმუმი დაკავშირებულია ბორის ნეიტრალურ ატომებთან, ხოლო (20—40) მკმ სპექტრულ არეში მიღებული შთანთქმა ინდუცირებულია მინარევებით და წარმოადგენს შთანთქმას ერთი აკუსტიკური ფონონის მონაწილეობით.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН К ГОДОВЫМ КОЛИЧЕСТВАМ ОСАДКОВ В ТБИЛИСИ

К. А. САПИЦКИЙ, Э. Ш. ЭЛИЗБАРАШВИЛИ

Ряды наблюдений метеорологических элементов можно рассматривать как ряды значений случайных величин. Исходя из этого, можно попытаться установить законы распределения этих случайных величин в гипотетических бесконечных генеральных совокупностях. Установление закона распределения отдельных метеорологических элементов, или их совокупностей, значительно облегчает анализ метеорологических рядов, их сравнение на различных станциях, объединение однородных рядов, интерполяцию и экстраполяцию эмпирических распределений. Зная математическое выражение для распределения, достаточно хорошо описывающего наблюдения за метеорологическим элементом, любой климатический показатель может быть получен без особого труда и без обращения к исходному ряду наблюдений, что очень важно.

Выравнивание статистического распределения лежит в основе косвенных методов расчета климатических показателей отдельных метеорологических элементов. При этом не требуется точного теоретического обоснования выбранной выравнивающей функции, а достаточно вычислить некоторые количественные критерии соответствия теоретического распределения эмпирическим данным. Чаще других используются критерии согласия $\chi^2$ Пирсона и $\lambda_k$ Колмогорова.

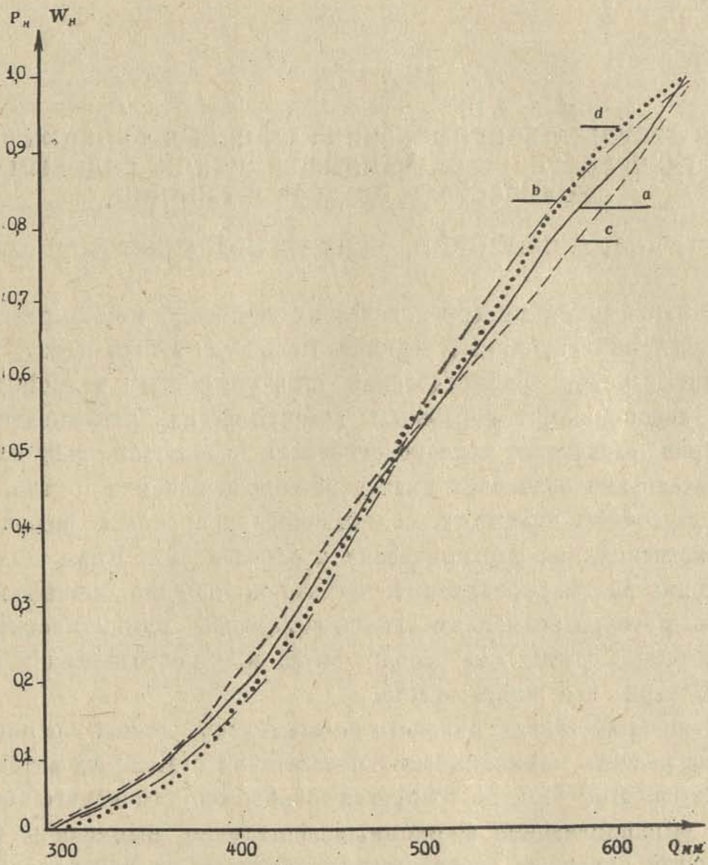
В последние годы для выравнивания годовых сумм осадков различные исследователи [1, 2, 3] применяли одну из специальных функций распределения—нормальную, кривые семейства Пирсона, Шарлье. Судя по результатам этих исследований согласование теоретических распределений с эмпирическими данными довольно хорошее.

В данной работе ставится задача выравнивания распределения годовых сумм осадков в Тбилиси теоретической функцией. Для более объективного выбора вида функции были вычислены критерии согласия Пирсона для них.

В работе использованы данные Тбилисской ГМО за 65 лет (1905—1970 гг.).

По известным формулам математической статистики [4, 5, 6] были вычислены абсолютные и относительные частоты (вероятности), вышеприведенных теоретических, а также статистического распределения. По полученным результатам были построены кривые накопленных относительных частот (см. рис.).

В таблице 1 даются абсолютные частоты попадания в разные интер-




Интегральная функция распределения годовых сумм осадков в Тбилиси: a—по статистическим данным, в—по нормальному закону, с—по распределению Шарлье, d—по распределению Пирсона.

валы годового количества осадков, рассчитанные по формулам и по статистическим данным. Как видно из рисунка и таблицы I статистическому распределению годовых сумм осадков в Тбилиси наиболее близки нормальное распределение и распределения Шарлье типа А.

Анализируя значения $\chi^2$, помещенные в таблице 2, где К—число степеней свободы, заключаем, что гипотеза о том, что данное распределение подчиняется нормальному закону распределения случайных величин, распределению Шарлье типа А или распределению Пирсона типа III, выполняется соответственно не менее чем на 60%, 95% и 30% уровнях значимости. Следовательно, для выравнивания годовых сумм осадков в

Таблица 1

**Абсолютная частота попадания в разные интервалы годового количества осадков**

| Градации | | 360 мм | 361—400 мм | 401—440 мм | 441—480 мм | 481—520 мм | 521—560 мм | 561—600 мм | 601 мм |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Абсолютная частота | По статистическим данным | 6 | 6 | 9 | 10 | 8 | 10 | 7 | 9 |
| | По нормальному закону | 5 | 6 | 8 | 11 | 12 | 10 | 7 | 6 |
| | По закону Шарлье т. А | 6 | 8 | 9 | 8 | 8 | 7 | 8 | 9 |
| | По распределению Пирсона т. Ш | 4 | 7 | 8 | 15 | 5 | 13 | 6 | 7 |

Таблица 2

**Критерии согласия**

| Тип распределений | Норм | Шарлье А | Пирсона М |
|---|---|---|---|
| Критерии согласия Пирсона при К-5 | 3.25 | 1,14 | 6,00 |

Тбилиси наиболее целесообразно использовать распределение Шарлье типа А.

(Поступило 10. VI. 1972)

Кафедра геофизики

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Пановский, Р. В. Брайер, Статистические методы в метеорологии. Л., 1967.

2. К. Брукс, Н. Карузерс, Применение статистических методов в метеорологии, Л., 1963.

3. Н. В. Кобышева, Косвенные расчеты климатических характеристик, Л., 1971.

4. Н. В. Смирнов, Н. В. Дунин-Барковский, Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., 1969.

5. А. И. Большев, Н. В. Смирнов, Таблицы математической статистики, М., 1965.

6. Е. Е. Слуцкий, Таблицы для вычисления неполной Г-функции и функции вероятностей $\chi^2$, М., 1958.

კ. საპიცკი, ე. ელიზბარაშვილი

## ნალექების წლიური რაოდენობისათვის შემთხვევით სიდიდეთა განაწილების სხვადასხვა ფუნქციების გამოყენების შედეგები თბილისში


### რეზიუმე

ქ. თბილისის ჰიდრომეტეოროლოგიური ობსერვატორიის 65-წლიანი მასალების მიმართ გამოყენებულია შემთხვევით სიდიდეთა განაწილების სხვადასხვა სახის ფუნქციები. პირსონის თანხმობის კრიტერიუმით გამოთვლილ სიდიდეთა ანალიზის საფუძველზე დადგენილია, რომ ქ. თბილისში მოსული ნალექების წლიური ჯამები ყველაზე უკეთ ეთანხმება შარლეს A ტიპის განაწილებას.

მიღებული შედეგი საშუალებას იძლევა გამოთვლილ იქნას ნალექების წლიური ჯამების სხვადასხვა მახასიათებლები დაკვირვებათა მასალების განმეორებითი გამოყენების გარეშე.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЗИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА МОДЕЛИРОВАНИЕМ НА ЦВМ

Р. Л. ХОМЕРИКИ

Классическое определение вероятностей при рассмотрении сложных задач наталкивается на трудности принципиального характера. Что же касается определения вероятности по частотам, трудности связаны с тем, что на практике обычно требуется определять вероятности, непосредственное экспериментальное воспроизведение которых затруднительно или требует много времени. С другой стороны, практика показала, что при наблюдении совокупности массовых случайных явлений обнаруживаются вполне определенные закономерности, своего рода устойчивости, свойственные именно массовым случайным явлениям.

Оказалось, что определенные успехи могут быть достигнуты при помощи ЦВМ. Если удается создать математическую модель некоторого случайного процесса и алгоритмизировать его, используя высокое быстродействие современных вычислительных устройств, можно за сравнительно короткий срок собрать достаточно полную статистику смоделированного процесса.

Следовательно, предлагается следующий план для статистического определения вероятности:

1) создать математическую модель случайного процесса;

2) запрограммировать ее на ЦВМ;

3) собрать статистический материал и на основе статистических данных подсчитать вероятности.

Было показано, что быстродействующие электронные машины можно использовать для получения интересной и полезной информации в задачах статистической физики [1].

Рассмотрим систему независимых, невзаимодействующих тождественных частиц, заполняющих определенный объем. Так как частицы предполагаются невзаимодействующими, удобно исследовать эту систему, рассматривая энергетическое состояние $\varepsilon_i$ одной чатицы и объеме $V$. Определим систему заданием чисел частиц $n_i$, находящихся в собственных состояниях с энергиями $\varepsilon_i$. Будем классифицировать $\varepsilon_i$ так, чтобы индекс $i$ обозначал отдельное состояние, но не системы вырожденных состояний, имеющих одну и ту же энергию.

В распределении Ферми-Дирака, согласно принципу Паули, возможны только два значения $n_i=0,1$. Функция распределения в данном случае имеет вид:

$$\overline{n_i}=\frac{1}{e^{(\varepsilon i-\mu)/\tau}+1}, \text{ или } f(\varepsilon)=\frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/\tau}+1}, \quad \text{где}$$

$f(\varepsilon)$—вероятность того, что состояние с энергией $\varepsilon$ занято. При выводе формулы подразумевается, что $\mu$ есть химический потенциал. Часто $\mu$ называют уровнем Ферми, а для газа свободных электронов—энергией Ферми.

В распределении Бозе-Эйнштейна, согласно принципу Паули, числа заполнения $n_i$ могут принимать любые значения $n_i=0,1,2,3,\ldots$ Функция распределения имеет вид:

$$\overline{n_i}=\frac{1}{e^{(\varepsilon i-\mu)/\tau}-1}, \text{ при } n(\varepsilon)=\frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/\tau}-1}.$$

Эти распределения в упрощенном виде можно привести к следующей задаче теории вероятностей. Имеются $n$ частиц, каждая из которых может находиться с одной и той же вероятностью $\frac{1}{N}$ в каждой из $N(N>n)$ ячеек. Найти вероятность того, что в определенных $n$ ячейках окажется по одной частице. Теоретический подсчет показал, что в случае статистики Бозе-Эйнштейна искомая вероятность $P_1$ равна

$$P_1=\frac{n!\,(N-1)!}{(n+N-1)!},$$

а при статистике Ферми-Дирака—

$$P_2=\frac{(N-n)n!}{N!}.$$

Эти процессы были смоделированы на ЦВМ БЭСМ-4 и путем статистических испытаний были получены вероятности $P_1$, $P_2$. Созданы и опробованы на машине двенадцать программ. Первые программы служили тестами для подготовки основных двух программ, дающих экспериментальные результаты статистических вероятностей. Для основных программ было проделано свыше полмиллиона испытаний для каждого. Полученные статистические вероятности совпали с теоретическими подсчетами с точностью 0,00001.

В математической модели использована стандартная программа получения псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале [0,1]. Период датчика $2^{33}-1$, т. е. датчик имеет практически бесконечный период. Кроме этого, использована следующая простая процедура:

```
procedure минимум (a, N, y, i)
array a, integer N, i, real y;
begin integer p;
y:=1;
```

```
for p:=1, step 1 until N do
if y>a[p] then
begin y=a[p];
   i:=p end
end
```

В $N$ ячеек ЦВМ попадают случайные числа, которые классифицируются по следующему принципу. Вышеуказанная процедура выбирает $n$ наименьших значений из $N$ и присваивает им значения I, а остальным $(N-n)$ячейкам присваивает значение $O$. В дальнейшем обыкновенными сравнениями проверяются условия задачи. Для получения результатов для статистики Бозе-Эйнштейна приходится применять стандартную подпрограмму сложения $N$-мерных векторов.

(Поступило 16.6. 1972)

Кафедра общей математики

ЛИТЕРАТУРА


1. Ч. Киттель, Элементарная статистическая физика, ИЛ, Москва, 1960.
2. Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей, ФМЛ, Москва, 1961.


რ. ხომერიკი

## ფიზიკური პროცესის სტატისტიკური მახასიათებლების განსაზღვრა ელექტრონულ გამომთვლელ მანქანაზე მოდელირებით


რეზიუმე

შრომაში განხილულია სტატისტიკური ფიზიკის ამოცანა. შექმნილია განაწილებათა ფუნქციების განსაზღვრის ამოცანის მოდელი გამოთვლილ მანქანაზე და ჩატარებულია ექსპერიმენტი, რომელშიც განაწილების ფუნქციის მახასიათებლები განისაზღვრება სტატისტიკურ გამოცდათა მეთოდით.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# ПОСТРОЕНИЕ ПОЛНОГО БАЗИСА, ПРЕОБРАЗУЮЩЕГОСЯ ПО НЕПРИВОДИМОМУ ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЦЕПОЧЕК ГРУПП

Т. Д. БАБУЦИДЗЕ, И. З. МАЧАБЕЛИ

## 1. Введение

В последнее время для решения целого ряда задач ядерной физики широко применяется метод разложения точной волновой функции по полной ортонормированной системе функций [1, 2]. В основном используются собственные функции осцилляторного гамильтониана (т. н. трансляционно-инвариантной модели оболочек—ТИМО) [3—5] и К-гармоники [6—7]. Для построения полной системы функций в обоих подходах привлекаются теоретико-групповые методы, с помощью которых достигнуты определенные успехи в классификации состояний, построения функций наинизших состояний и т. д. Однако много вопросов остаются нерешенными. Так, например, в обоих методах нет пока в общем случае полной классификации состояний, что приводит к значительным расчетным трудностям для больших значений начального квантового числа.

В ТИМО состояние классифицируется по неприводимым представлениям (НП) групп цепочки [5,8]

$$U_{3(A-1)} \supset \begin{matrix} SU_3 \supset SO_3 \supset SO_2 \\ \times \\ U_{A-1} \supset O_{A-1} \supset S_A, \end{matrix} \qquad (1)$$

где $SO_n$—группа $n$-мерных вращений, $U_n$—унитарная, $O_n$—ортогональная и $S_A$—симметрическая группы. Ясно, что для полной классификации состояний системы с $3(A—1)$ степенью свободы квантовых чисел, даваемых НП групп цепочки (1) явно не хватает для $A>3$. Положение усугубляется тем, что при переходе от математической цепочки

$$U_n \supset U_{n-1} \supset \cdots \supset U_1$$

к физической

$$U_n \supset O_n \supset \cdots \supset O_2$$

одно и то же НП группы $O_n$ появляется в НП группы $U_n$ с определенной кратностью и становится необходимым различать эти НП друг от друга. В работе [4] было показано, что это различие в случае осцилляторного гамильтониана для цепочки

$$SU_3 \supset SO_3 \supset SO_2 \qquad (2)$$

связано с оператором Казимира, собственным значением которого является проекция квадрупольного момента ядра на орбитальный момент. Мошинский и Сиамала Деви [9] построили невырожденный базис для НП цепочки (2) в чисто групповом подходе. Однако их метод применим только для этой цепочки и не может быть распространен для групп более высокого порядка. Из цепочки (1) видно, что для $A>4$ построение базиса для НП цепочки групп $U_n \supset O_n$ будет необходимо. Он нужен и для метода $K$-гармоник. Формально цепочка групп симметрии свободного гамильтониана, применяемая в методе $K$-гармоник

$$O_{3(A-1)} \supset \begin{array}{c} SO_3 \supset SO_2 \\ \dot{\times} \\ O_{A-1} \supset S_A \end{array} \tag{3}$$

не содержит унитарных групп. Найдем общую формулу редукции

$$O_{3(A-1)} \supset SO_3 \dot{\times} O_{A-1}.$$

Будем обозначать НП ортогональных групп—$(\nu)$, а унитарных—$\{\lambda\}$, тогда согласно результатам работы [8] можно написать, что НП $(K)$ группы $O_{3(A-1)}$ ($K$ – число, а не разбиение) приводится к прямой сумме прямых произведений НП групп $SO_3$ и $O_{A-1}$ по формуле:

$$(1)(1')\oplus(K)=\dot{\sum} g_{K\nu\omega}(\nu)\dot{\times}(\omega), \tag{4}$$

где сумма в правой части равенства находится по формуле

$$\dot{\sum} g_{K\nu\omega}\{\nu\}\dot{\times}\{\omega\}=\sum_{(\varkappa)}\hat{K}\{\varkappa\}\dot{\times}\sum_{(\varkappa)}\hat{K}\{\varkappa\}-\sum_{(\mu)}\hat{K}\{\mu\}\dot{\times}\sum_{(\mu)}\hat{K}\{\mu\}. \tag{5}$$

Суммирование ведется по всем возможным разбиениям $(\varkappa)$ и $(\mu)$, соответственно, чисел $K$ и $K$-2, а оператор $\hat{K}$ определен по формуле (11) работы [8]. Ясно, что отрицательных членов в (5) в итоге не останется и они сократятся с частью положительных членов. Формулы (4) и (5) показывают, что НП групп $SO_3$ и $O_{A-1}$, на которые распадается НП $(K)$— группы $O_{3(A-1)}$ выражается в виде линейной комбинации $S$-функций, описывающих НП унитарных групп. Следовательно, для нахождения функций, преобразующихся по НП прямого произведения этих групп, необходимо знание базиса НП цепочки $U_n \supset O_n$.

В данной работе развит графический метод построения такого базиса. § 2 посвящен изложению метода и указана возможность простого перехода к редукции от унитарной группы к симплектической. Для иллюстрации практического применения метода в § 3 с его помощью в явном виде построен базис НП физической цепочки групп (2).

## 2. Графический метод построения базиса

Пусть $E=\{x\}$—линейное векторное пространство, в котором действует фундаментальное НП группы $U_n$. Построим тензорное представление для этой группы. Оно действует в пространстве тензоров $E_r$, которое является $r$-кратным произведением линейного пространства $E$ на себя [10]:

$$E_r = \underbrace{\{\varkappa\}\dot{\times}\{\varkappa\}\dot{\times}\cdots\dot{\times}\{\varkappa\}}_{r\ \text{раз}}.$$

Фундаментальное представление $U_n$, преобразующее вектор из $E$, описывается $S$-функцией $\{1\}$ [11, 12], которая графически выражается одноклеточной схемой Юнга (СЮ). Таким образом, $n$-мерный вектор $\varkappa \in E$ описывается клеткой, а если заполнить эту клетку индексами от 1 до $n$, то мы получим составляющие этого вектора относительно любого, заранее фиксированного, базиса в $E$, которые составляют базис фундаментального представления. Отсюда ясно как в пространстве $E_r$ строить базис произвольного $\{\lambda\}$ НП группы $U_n$. Для этого из данной СЮ нужно построить таблицы Юнга (ТЮ) следуя правилам:

а) Заполнить все клетки СЮ $\{\lambda\}$ индексами от 1 до $n$ с произвольным числом повторения одинаковых индексов.

б) Одинаковые индексы не могут повторяться в одном столбце.

в) Следует условиться об упорядочении индексов и придерживаться этого упорядочения при заполнении СЮ слева направо и сверху вниз.

Полученные таким образом ТЮ будем называть разрешенными таблицами Юнга (РТЮ).

Требование а) позволяет строить тензоры заданной симметрии из составляющих векторов пространства Е. Требование б) вытекает из тото, что из составляющих, находящихся в одном столбце СЮ, строятся полностью антисимметричные комбинации и, поэтому РТЮ с одинаковыми индексами в одном столбце тождественно равны нулю. Требование в) накладывается для того, чтобы функции, получаемые из ТЮ, были линейно независимыми. Действительно, единственной операцией, коммутирующей с преобразованиями из $U_n$, является перестановка и, поскольку ни одна перестановка не может перевести РТЮ друг в друга, следовательно, соответствующие им функции линейно независимы.

Если ввести обозначение:

$$\Delta^{i_1 i_2 \cdots i_t} \equiv \sum_{\pi} (-)^{d\pi} \pi\, x_1^{i_1} x_2^{i_2} \cdots x_t^{i_t}, \tag{6}$$

где $x_\alpha \in E$ $(\alpha = 1, 2, \ldots, t)$, $\pi$—произвольная перестановка индексов $1, 2, \cdots, t$, а $d\pi$—декремент этой перестановки, то тогда можно выписать в явном виде базисные функции $\{\lambda\}$ НП группы $U_n$, соответствующие РТЮ: они будут являться произведением детерминантных форм (6), индексы которых берутся из столбцов РТЮ. Поскольку число РТЮ совпадает с размерностью представления $\{\lambda\}$ [11], поэтому РТЮ задают полный базис НП группы $U_n$.

Например, построим базис для НП $\{42\}$ группы $U_2$. Условимся считать упорядоченной растущую последовательность индексов, тогда базисные функции имеют вид[1]:

---

[1] Для простоты, в дальнейшем клетки СЮ будем обозначать точками, а заполненные клетки ТЮ—индексами заполнения.

$$\begin{array}{llll} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & & \end{array} = (\Delta^{12})^2 (x^1)^2 \equiv (x^1y^2 - x^2y^1)^2 (x^1)^2,$$

$$\begin{array}{llll} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & & \end{array} = (\Delta^{12})^2 \; x^1x^2,$$

$$\begin{array}{llll} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & & \end{array} = (\Delta^{12})^2 (x^2)^2.$$

При редукции $U_n$ к ортогональной $O_n$ или симплектической $Sp_n$ группам, возникает операция свертки, коммутирующая с операциями групп $O_n$ и $Sp_n$. Из-за этого НП группы $U_n$ становится приводимым с точки зрения этих групп [5].

Построим базис для НП ортогональной группы. В физических приложениях для группы $O_n$ удобно выбирать картановский базис, при котором индексы нумеруются от $\nu$ до $-\nu$, где

$$\nu = \left\langle \frac{n}{2} \right\rangle = \begin{cases} \dfrac{n}{2}, & \text{если } n \text{ четное;} \\[2ex] \dfrac{n-1}{2}, & \text{если } n \text{ нечетное.} \end{cases}$$

При нечетном $n$ индекс принимает и нулевое значение, а при четном — нет. Скалярное произведение в этом случае определяется как

$$(xx) = \sum_{i=-\nu}^{\nu} x^i x^{-i}.$$

Следовательно, для свертки тензора типа $\{\lambda\}$ нужно заполнить клетки соответствующей СЮ индексами $i$ и $-i$ и подразумевать по ним суммирование. Из формулы (11) работы [8] видно, что для редукции унитарной группы $U_n$ на ортогональную тензор $\{\lambda\}$ следует свернуть симметричными парами индексов. При этом следует соблюдать условия:

1). После каждой свертки полученная СЮ должна быть регулярной [8] (условие вытекает из свойств операторов Фолкеса [13]).

2). Если индекс суммирования $i$ находится в одной строке с индексом $j$, то индекс $-i$ не может находиться в одном столбце не с $j$ и не $-j$ (условие вытекает из симметричности свертываемых индексов).

3). Если одну и ту же СЮ, характеризующую НП группы $O_n$ можно получить различными способами свертки, то одна и та же СЮ описывает разные НП группы $O_n$.

Чтобы различать функции, соответствующие таким РТЮ, кроме $S$-функции $\{\lambda\}$ группы $U_n$ и $(\nu)$ группы $O_n$, их необходимо еще снабдить индексом $|\tau| \equiv |\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n|$, где $\tau_j$ указывает, что в $j$-ой строке СЮ $\{\lambda\}$ находится $\tau_j$ свернутых индексов, для которых повторяющиеся индексы расположены в других строках. Например, функция, описывающая НП группы $O_n$, задаваемая схемой

$$\begin{array}{l} \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\; kl_{ji} \\ \cdot\;\cdot\; -k-l \\ \\ -j-i \end{array}$$

будет снабжена индексами $\{\lambda\} = \{842\}$, $(\nu) = (42)$ и $|\tau| = (422)$.

При сужении $U_n$ на $SO_n$ известно [5], что число строк в СЮ, характеризующей НП группы $SO_n$, не может превышать $\left\langle \frac{n}{2} \right\rangle$, поэтому отличными от нуля будут только те тензоры, которые получены из $\{\lambda\}$ после свертки всех клеток в строках ниже $\left\langle \frac{n}{2} \right\rangle$-ой и в которой число свободных клеток в первых двух столбцах не превышает $n$. Если это число равно $n+1$, то лишнюю клетку, находящуюся в $\left\langle \frac{n}{2} \right\rangle$ строке первого столбца, необходимо заполнить индексом 0, поскольку этот случай может быть только при нечетном $n$. Например, при редукции $U_3 \supset SO_3$, СЮ для НП с $\{\lambda\}=\{421\}$, $(\nu)=(2)$ и $(\tau)=(011)$ будет иметь вид:

$$\begin{array}{lll} \cdot & j & -j \\ 0 & i & \\ -i & & \end{array}$$

Известно [14], что базисная функция НП, приведенного по математической цепочке $U_n \supset U_{n-1}$, имеет индексами $n$ чисел $\lambda_1 \geqslant \cdots \geqslant \lambda_n$, характеризующих НП группы $U_n$ и $(n-1)$ чисел $\lambda_1' \geqslant \cdots \geqslant \lambda_n'$, характеризующих НП группы $U_{n-1}$. Поскольку СЮ для ортогональных групп содержат $\left\langle \frac{n}{2} \right\rangle$ чисел [5], а по определению $(\tau)$, в этом символе существенны $\left\langle \frac{n}{2} \right\rangle$ параметров, то базисная функция НП, физической цепочки $U_n \supset O_n$, снабженная индексами $\{\lambda\}(\nu)|\tau|$, будет определена однозначно.

Для иллюстрации вышеприведенного метода рассмотрим пример. НП (2) группы $O_n$ появляется в представлении $\{642\}$ группы $U_n$ троекратно. Графически трем НП (2) будут соответствовать такие схемы:

$$\begin{array}{llll} \cdot & \cdot & d-d & b-b \\ e-e & c-c & & \\ a-a & & & \end{array}, \quad \begin{array}{lllll} \cdot & \cdot & d & b & a-a \\ e-e & c-c & & & \\ -d-b & & & & \end{array}, \quad \begin{array}{lll} d-d-e-b & & \\ e & b & c-c \\ a-a & & \end{array}.$$

Все остальные схемы, как легко заметить, сводятся к этим, перестановкой, или переименованием индексов. Первый из этих тензоров соответствует свертке тензором типа $\{442\}$, второй—$\{64\}$ и третий—$\{622\}$ [8]. Базисные функции трех этих НП, согласно вышеуказанному, характеризуются, соответственно, индексами $\{642\}$ (2) (000), $\{642\}$ (2) (101) и $\{642\}$ (2) (110) и будут совершенно различны.

Для получения базисных функций произвольного веса из старших векторов (РТЮ, в которых свободные клетки заполнены максимально возможными индексами), на последние нужно действовать понижающими операторами, составленными из генераторов соответствующей алгебры [4, 15]. Нетрудно видеть, что действие понижающего оператора на РТЮ старшего веса графически сводится к уменьшению на единицу каждого из индексов РТЮ и суммированию всех таких членов, причем члены, полученные уменьшением индексов $\nu-2i$ $(i=1, 2, \dots)$ берутся с положительными знаками, а остальные—с отрицательными. Если провести понижение полученной комбинации РТЮ, получим базисную функцию меньшего веса и т. д. Например составим базис для НП (21) группы $O_3$. Старший вектор с весом 2 задается РТЮ:

$$\begin{matrix}1 & 1\\ 0 & \end{matrix}=\Delta^{10}x^1.$$

Базисная функция с весом 1, согласно вышесказанному, имеет вид:

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & \end{pmatrix}=\Delta^{10}x^0-\Delta^{1-1}x^1.$$

Заменять первую единицу на ноль не имеет смысла, поскольку

$$\begin{matrix}0 & 1\\ 0 & \end{matrix}=0.$$

Базисная функция веса ноль будет

$$\left[-\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & \end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & \end{pmatrix}\right]-\left[\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & \end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & \end{pmatrix}\right]=$$

$$=-\Delta^{10}x^{-1}-2\Delta^{1-1}x^0-\Delta^{0-1}x.$$

Вектор с весом $-1$ запишется как

$$3\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & \end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}0 & 0\\ -1 & \end{pmatrix}=3\left[-\Delta^{0-1}x^0+\Delta^{1-1}x^{-1}\right].$$

И, наконец, с весом $-2$—

$$6\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & \end{pmatrix}=6\Delta^{0-1}x^{-1}$$

Базисные функции получаемые таким образом не нормированы и их следует нормировать.

Базис НП симплектической группы строится совершенно аналогично—только свертку следует проводить по антисимметричной паре индексов [8].

### 3. Базис НП, приведенного по цепочке групп $SU_3\supset SO_3\supset SO_2$

Как отмечалось выше, цепочка (2) играет важную роль в ТИМО [3, 4, 5]. Поэтому очень важно иметь явный вид базисных функций для нее. Полиномы старшего веса для этой цепочки получены в работах [4, 9, 15]. Остальные функции получаются с помощью понижающих операторов. Ниже, исходя из графического метода предыдущего параграфа, мы получим явный вид всех базисных функций НП цепочки (2). Вначале напишем полиномы старшего веса. Пусть НП группы $SU_3$ задается $S$-функцией $\{\rho, \omega\}$. Поскольку для группы $SU_3$ СЮ имеют не более двух строк, поэтому символ $|\tau|$ можно заменить одним числом $\tau$. Далее, числа, задающие $S$-функции для групп $SO_3$ и $SO_2$, прямо совпадают, соответственно, с орбитальным моментом $L$ и его проекцией $M$ [16], поэтому ниже, вместо $S$-функции будем писать $L$ и $M$.

Нетрудно убедиться, что РТЮ, соответствующая старшему вектору, является произведением степеней таких членов:

$$x^1,\ \Delta^{10},\ \Delta^{1j}\ x^{-j};\ (\Delta^{ij}\Delta^{-i-j});\ (x^i x^{-i});\ (\Delta^{1i}\Delta^{1-i});\ (\overbrace{\Delta^{1i}\ \Delta^{k-i}\ \Delta^{-kj}\ldots\Delta^{-ts}}^{2r\ \text{раз}}\ x^{-s}).$$

Здесь не все члены независимы. Действительно,

$$(\Delta^{1j}\Delta^{1-j})=(\Delta^{10})^2$$

и

$$(\overbrace{\Delta^{1i}\Delta^{k-i}\Delta^{-kj}\ldots\Delta^{-ts}}^{2r\ \text{раз}}\ x^{-s})\sim(\Delta^{ik}\Delta^{-i-k})^r\,x^1.$$

Тогда, легко видеть, что базисная функция старшего веса цепочки (2) с точностью до нормировки имеет вид:

$$|\{\rho,\omega\}\,L\tau L>=(x^1)^{L-\omega+\varphi}(\Delta^{10})^{\omega-\varphi-\tau}(\Delta^{1j}\,x^{-j})^{\tau}\,(x^j\,x^{-j})^{\frac{1}{2}(\rho-L-\varphi-\tau)}(\Delta^{ik}\Delta^{-j-k})^{\frac{\varphi}{2}}, \quad (7)$$

где использованы обозначения:

$$\varphi=\theta\,(\omega-L)\,[\omega-L+\mathrm{mod}\,(\omega-L)].$$

$$\theta\,(a)=\begin{cases}0, & \text{если}\quad a<0,\\ 1, & \text{если}\quad a\geqslant 0.\end{cases}$$

$$\mathrm{mod}\,k=\begin{cases}0, & \text{если } k \text{ четно или } <0,\\ 1, & \text{если } k \text{ нечетно}.\end{cases}$$

Из определения $\tau$ и формулы (7) видно, что

$$\mathrm{mod}\,(\rho-L)\leqslant\tau\leqslant\min\{\omega-\varphi;\ \rho-L-\varphi\},\ (\rho-L-\varphi-\tau)=\text{четно}. \quad (8)$$

Легко показать, что полином (7) удовлетворяет уравнениям для генераторов групп $SU_3$ и $U_2$, приведенным в работе [9].

Отличие полинома (7) от полинома работы [9], связано с иным определением дополнительного квантового числа, роль которого в нашем случае играет $\tau$. Преимущество $\tau$, по сравнению с числом $q$ из работы [9], очевидно, поскольку оно тесно связанно с операцией свертки, имеющей важное значение для групп $O_n$ и $Sp_n$, и кроме того, допускает простое обобщение на случай $n>3$.

Напишем теперь полином произвольного веса. Ясно, что при ортогональных преобразованиях $n$-мерного вектора $x$

$$x'=[g^i_k]\,x$$

старший вектор преобразуется как линейная комбинация всех остальных полиномов. Поэтому, найдя закон преобразования старшего вектора, мы найдем полиномы произвольного веса.

Обозначим через

$$G^{ij}_{kl}\equiv g^i_k\,g^j_l-g^i_l g^j_k$$

матрицу, по которой преобразуется тензор второго ранга

$$\Delta'^{ij}=\frac{1}{2}\sum_{k,l} G^{ij}_{kl}\,\Delta^{kl} \tag{9}$$

Введем обозначения

$$\alpha\equiv L-\omega+\varphi;\quad T\equiv\alpha+\tau;\quad \gamma\equiv\omega-\varphi-\tau. \tag{10}$$

Последние два сомножителя в (7) являются скалярами, поэтому рассмотрим ортогональные преобразования первых трех сомножителей. Ясно, что $\Delta^{1j}x^{-j}$ преобразуется как вектор, поэтому

$$\hat{O}\,[(x^1)^\alpha(\Delta^{1j}x^{-j})^\tau]=\sum_{\substack{a_1=0\\(a_1+a_2\leqslant a)}}^{\alpha}\sum_{a_2=0}^{\alpha}\sum_{\substack{\tau_1=0\\(\tau_1+\tau_2\leqslant\tau)}}^{\tau}\sum_{\tau_2=0}^{\tau}\frac{\alpha!\tau!}{\alpha_1!\alpha_2!\,(\alpha-\alpha_1-\alpha_2)!\tau_1!\tau_2!(\tau-\tau_1-\tau_2)!}\times$$

$$\times(g^1_1)^{\alpha_1+\tau_1}\,(g^1_{-1})^{\alpha_2+\tau_2}\,(g^1_0)^{T-\alpha_1-\alpha_2-\tau_1-\tau_2}\,(x^1)^{\alpha_1}\,(x^{-1})^{\alpha_2}\,(x^0)^{\alpha-\alpha_1-\alpha_2}\times$$

$$\times(\Delta^{1j}x^{-j})^{\tau_1}\,(\Delta^{-1j}x^{-j})^{\tau_2}\,(\Delta^{0j}x^{-j})^{\tau-\tau_1-\tau_2}.$$

Используем свойство ортогональных матриц:

$$g^1_{-1}g^1_1=-\frac{1}{2}\,(g^1_0)^2. \tag{11}$$

Подставляя (11) в предыдущее выражение и собирая многочлены у одинаковых степеней $g^i_k$, легко получить:

$$\hat{O}\,[(x^1)^\alpha(\Delta^{1j}x^{-j})^\tau]=\sum_{t=0}^{T}[\,(g^1_1)^t\,(g^1_0)^{T-t}\,P_{t,\,T-t,\,0}^{\tau}+(g^1_{-1})^t\,(g^1_0)^{T-t}\,P^{\tau}_{0,\,T-t,\,t}]. \tag{12}$$

Здесь введено обозначение

$$P_{t,\,T-t,\,0}=(x^1)^t\,(x^0)^{T-t}\,(x^{-1})^0\sum_{s=0}^{<\frac{T-t}{2}>}\sum_{\substack{\tau_1=0\\(\tau_1+\tau_2\leqslant\tau)}}^{t-s}\sum_{\tau_2=0}^{s}\left(-\frac{1}{2}\right)^s\times$$

$$\times\frac{(T-\tau)!\,\tau!}{(t+s-\tau_1)!\,(s-\tau_2)!\,(T-\tau_2-t-2s)!\,\tau_1!\,\tau_2!\,(\tau-\tau_1-\tau_2)!}\times$$

$$\times(x^1)^{s-\tau_1}\,(x^{-1})^{s-\tau_2}\,(x^0)^{\tau_1+\tau_2-\tau-2s}\,(\Delta^{1j}x^{-j})^{\tau_1}\,(\Delta^{-1j}x^{-j})^{\tau_2}\,(\Delta^{0j}x^{-j})^{\tau-\tau_1-\tau_2}. \tag{13}$$

Полином $P_{0,\,T-t,\,t}^{\tau}$ получается из (13) заменой индексов 1 на $-1$ и наоборот.

Используя свойство (11), нетрудно показать, что

$$G^{10}_{10}G^{10}_{1-1}=G^{10}_{10}G^{10}_{0-1}=G^{10}_{1-1}G^{10}_{0-1}=0.$$

Поэтому

$$\hat{O}\,[(\Delta^{10})^\gamma]=(G^{10}_{10}\Delta^{10})^\gamma+(G^{10}_{1-1}\Delta^{1-1})^\gamma+(G^{10}_{0-1}\Delta^{0-1})^\gamma.$$

Далее совершенно аналогично тому, как был получен полином (13), можно получить, что базисные функции НП для положительных проекций $M$ орбитального момента имеют вид:

$$| \{\rho,\ \omega\} L\tau M > = (\Delta^{ik}\Delta^{-i-k})^{\varphi} (x^j x^{-j})^{\frac{1}{2}[p-L-\varphi-\tau]} \times$$

$$\times \Big\{ (\Delta^{10})^{\omega-\varphi-\tau} P^{\tau}_{M-\omega+\varphi+\tau,\ L-M,0} + (-\Delta^{1-1})^{\omega-\varphi-\tau} P^{\tau}_{M,\ L-\omega+\varphi+\tau-M,0} +$$

$$+ \left(-\frac{1}{2}\Delta^{0-1}\right)^{\omega-\varphi-\tau} P^{\tau}_{M+\omega-\varphi-\tau,\ L-2\omega+2\varphi+2\tau-M,0} \Big\}. \tag{14}$$

Здесь принято, что полином с отрицательным индексом тождественно равен нулю. Получить полиномы для отрицательных $M$ можно из (14), если провести замену индексов $1 \longleftrightarrow -1$. Напомним, что при этом в полиномах $P$ меняются местами первый и третий индексы. Полином для $M=0$ имеет вид:

$$| \{\rho,\ \omega\} L\tau 0 > = (\Delta^{ik}\Delta^{-i-k})^{\varphi} (x^j x^{-j})^{\frac{1}{2}[\rho-L-\varphi-\tau]} \times$$

$$\times \Big\{ \left(\frac{1}{2}\Delta^{10}\right)^{\omega-\varphi-\tau} P^{\tau}_{0,\ L-2\omega-2\varphi+2\tau,\ \omega-\varphi-\tau} + (\Delta^{1-1})^{\omega-\varphi-\tau} P^{\tau}_{0,\ L-\omega+\varphi+\tau,0} +$$

$$+ \left(\frac{1}{2}\Delta^{0-1}\right)^{\omega-\varphi-\tau} P^{\tau}_{\omega-\varphi-\tau,\ L-2\omega-2\varphi+2\tau,0} \Big\}. \tag{15}$$

Полиномы (14) и (15) ненормированы и их необходимо нормировать в зависимости от того, в каком линейном пространстве $E=\{x\}$ определено фундаментальное представление группы.

Базисные функции НП физических цепочек групп позволяют находить групповые величины, необходимые для решения физических задач, таких, как коэффициенты Клебша-Гордона [9], генеологические коэффициенты и т. д., поэтому получение их явного вида очень важно.

(Представлено 13. 12. 1972)

Кафедра ядерной физики.

## ЛИТЕРАТУРА


1. P. Kramer, M. Moshinsky, Phys. Lett., **23**, 574, 1966: Г. Ш. Гогсадзе, Т. И. Копалейшвили, ЯФ, **8**, 875, 1968; **12**, 485, 1970; Труды Тбилисского университета **A5 (147)**, 51, 1972; A. D. Jackson, J, P. Elliot, Nucl. Phys., A125, 276, 1969; Т. С. Мачарадзе, Т. Я. Михелашвили, ЯФ, **13**, 981, 1971.
2. А. М. Бадалян, Е. С. Гальперн, В. Н, Ляховецкий, ЯФ, **8**, 313, 1968; В. Ф. Демин, В. Д. Эфрос, Письма в ЖЭТФ, **16**, 504, 1972.
3. M. Kretschmar, Z. Phys. 157, 433, 1959; **158**, 284, 1960; Ю. Ф. Смирнов, К. В. Шитикова. Изв. АН СССР, сер. физ., **27**, 1442, 1963.
4. V. Bargman, M. Moshinsky, Nucl. Phys., **18**, 697, 1960; **23**, 177, 1961; P. Kramer, M. Moshinsky, Nucl. Phys., **82**, 241; 1966.
5. В. В. Ванагас. Алгебраические методы в теории ядра. „Минтис", Вильнюс, 1971.
6. Ю. А. Симонов, ЯФ, **3**, 630, 1966.
7. Е. Л. Сурков. ЯФ, **5**, 908, 1967; М. С. Кильдюшов, Е. Л. Сурков, ЯФ, **14**, 551, 1971.
8. И. З. Мачабели. ТМФ, **3**, 106, 1970.
9. M. Moshinsky, V. Syamala Devi, J. Math. Phys., **10**, 455, 1969.

10. Д. П. Желобенко, Компактные группы Ли и их представления. „Наука“, Москва, 1970.
11. D. E. Littlewood, The Theory of Group Characters. 2 nd ed., Oxford University Press, Oxford, 1950.
12. P. H. Butler, B. G. Wybourne, J. Physique, **30**, 795, 1969: B. G. Wybourne, Symmetry Principles and Atomic Spectroscopy. Wiley-Intercience A. Division of John Wiley and Sons. New-York, London, Sydney, Toronto.
13. H. O. Foulkes, Phys. Trans. Poy. Soc., **A246**, 555, 1954.
14. И. М. Гельфанд, М. Л. Цетлин, ДАН СССР, **71**, 825, 1950.
15. M. Moshinsky, Rev. Mod. Phys., **34**, 813, 1962,
16. А. М. Переломов, В. С. Попов, ЯФ, **3**, 1127, 1966.

თ. ბაბუციძე, ი. მაჩაბელი

## ჯგუფთა ფიზიკური ჯაჭვების წარმოდგენების სრული ბაზისის აგება

### რეზიუმე

განხილულია $U_n \supset O_n$ ჯგუფთა ჯაჭვით მიყვანილი დაუყვანადი წარმოდგენის სრული ბაზისის აგების საკითხი. მეთოდის გამოყენების მაგალითად აგებულია ფიზიკური ამოცანებისათვის მეტად მნიშვნელოვანი $SU_2 \supset SO_3 \supset SO_2$ ჯგუფთა ჯაჭვით მიყვანილი დაუყვანადი წარმოდგენის სრული ბაზისის ფუნქციების ანალიზური სახე.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# СИНТЕЗ И ПРЕВРАЩЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ТРИ-ВТОР-АЛКИЛБОРАТОВ

Г. Е. КАЧЕЙШВИЛИ, Н. И. ПИРЦХАЛАВА, Н. А. НИКОЛАИШВИЛИ

В предыдущих сообщениях при синтезе алкилборатов нами были заменены вспомогательные жидкости бензол и толуол н-октаном. Многочисленные опыты показали, что в н-октане реакция протекает более энергично и с лучшим выходом [1].

По литературным данным известно, что триалкильные соединения бора, алкилборные кислоты и их эфиры вступают в реакцию с органическими кислотами и ангидридами [2, 3, 4].

В настоящей работе изложены результаты синтеза три-втор-алкилборатов и их взаимодействие с уксусным ангидридом. Установлено, что при взаимодействии эквимолекулярных количеств три-втор-алкилборатов и уксусного ангидрида образуется диалкоксиборацетат по следующей схеме:

$$\left(\begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!\!>CHO\right)_3 B+(R''-CO)_2O\rightarrow\left(\begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!\!>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-R''+$$

$$+R'^{3}-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-O-CH\begin{matrix}\diagup R\\ \diagdown R'\end{matrix}$$

$R=CH_3,\ C_2H_5\ R_{,}=C_4H_9$ изо $-C_4H_9,\ C_3H_7,$ изо$-C_3H_7, C_5H_{11},$
изо$-C_5H_{11},\ R''=CH_3$

## Экспериментальная часть

Синтез три-втор-гексилбората. Смесь 31 г борной кислоты 132 г гексанола—2 и 50 мл н-октана помещали в колбу с насадкой Дина-Старка и кипятили; по количеству выделившейся воды определяли окончание реакции; полученный продукт подвергали перегонке под вакуумом, перегонялся три-втор-гексилборат. Выход 90%.

Аналогично синтезированы другие три-втор-алкилбораты. Результаты физико-химического исследования даются в таблице 1.

Превращение три-втор-алкилборатов. Смесь 27, 2 г три-втор-гексилбората и 10, 32 г свежеперегнанного уксусного ангидрида помещали в колбу с обратным холодильником, нагревали при 140—150°С

Таблица 1

| Соединения | Выход в % | Темпе-рат. ки-пение °С (п. тт) | $n_D^{20}$ | $d_4^{20}$ | $MR_D$ | | Элементарный состав в % | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Найде-но | Вычис-лено | найдено | | | вычислено | | |
| | | | | | | | C | H | B | C | H | B |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{CH_3}{C_4H_9}>CHO\right)_3B$ | 90 | 88—90 | 1,4133 | 0,8215 | 95,366 | 95,533 | 68,40 | 12,22 | 3,76 | 68,79 | 12,42 | 3,5 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{CH_3}{изо-C_4H_9}>CHO\right)_3B$ | 88 | 81—88 | 1,4103 | 0,8210 | 94,843 | 95,638 | 68,84 | 12,54 | 3,44 | 68,79 | 12,42 | 3,5 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{C_2H_5}{C_3H_7}>CHO\right)_3B$ | 85 | 160—163 (20) | 1,4143 | 0,8239 | 95,314 | 95,614 | 68,35 | 12,33 | 3,84 | 68,79 | 12,42 | 3,5 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{C_2H_5}{изо-C_3H_7}>CHO\right)_3B$ | 90 | 154—155 (20) | 1,4116 | 0,8230 | 94,880 | 95,644 | 68,65 | 12,72 | 3,68 | 68,79 | 12,42 | 3,5 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{CH_3}{C_5H_{11}}>CHO\right)_3B$ | 80 | 110 (2) | 1,4165 | 0,8264 | 108,252 | 109,53 | 70,43 | 12,52 | 3,15 | 70,79 | 12,64 | 3,09 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{CH_3}{изо-C_5H_{11}}>CHO\right)_3B$ | 90 | 107 (2) | 1,4142 | 0,8230 | 108,163 | 109,363 | 70,90 | 12,78 | 2,96 | 70,79 | 12,64 | 3,09 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{C_2H_5}{C_4H_9}>CHO\right)_3B$ | 89 | 120 (3) | 1,4175 | 0,8268 | 108,389 | 109,474 | 70,53 | 12,26 | 3,16 | 70,79 | 12,64 | 3,09 |
| $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{C_2H_5}{изо-C_4H_9}>CHO\right)_3B$ | 86 | 114 (3) | 1,4145 | 0,8245 | 108,030 | 109,579 | 70,67 | 12,41 | 3,04 | 70,79 | 12,64 | 3,09 |

Таблица 2

| Соединения | Выход в % | Темпе- рат. ки- пения °C (п. тт) | $n_D^{20}$ | $d_4^{20}$ | $MR_D$ Найде- но | $MR_D$ Вычис- лено | Элементарный состав в % найдены C | найдены H | найдены B | вычислены C | вычислены H | вычислены B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| $\left(\begin{matrix}CH_3\\ C_4H_9\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 58 | 32—34 (1) | 1,4049 | 0,8690 | 76,611 | 77,757 | 61,83 | 10,42 | 4,1 | 61,70 | 10,66 | 4,04 |
| $\left(\begin{matrix}CH_3\\ изо-C_4H_9\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 54 | 36—38 (1) | 1,4130 | 0,8732 | 77,686 | 77,827 | 61,64 | 10,31 | 4,13 | 61,76 | 10,66 | 4,04 |
| $\left(\begin{matrix}C_2H_5\\ C_3H_7\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 56 | 64—66 (4) | 1,4080 | 0,8743 | 76.741 | 76,984 | 61,43 | 10,32 | 4,01 | 61,76 | 10,66 | 4,04 |
| $\left(\begin{matrix}C_2H_5\\ изо-C_3H_7\end{matrix}>CHO\right)_3 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 55 | 66—67 (4) | 1,4110 | 0,8788 | 76,853 | 77—004 | 61.56 | 10,81 | 3,98 | 61.76 | 10,66 | 4,04 |
| $\left(\begin{matrix}CH_3\\ C_5H_{11}\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 57 | 76—79 (2) | 1,4180 | 0,8745 | 86,458 | 86,260 | 63,85 | 11,10 | 3,77 | 64 | 11 | 3,67 |
| $\left(\begin{matrix}CH_3\\ изо-C_5H_{11}\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 53 | 71—72 (1) | 1,4215 | 0,8759 | 86,751 | 86,150 | 64,11 | 10,92 | 3,54 | 64 | 11 | 3,67 |
| $\left(\begin{matrix}C_2H_5\\ C_4H_9\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 50 | 80—82 (3) | 1,4215 | 0,8763 | 86,901 | 86,224 | 64,22 | 11,31 | 3,82 | 64 | 11 | 3,67 |
| $\left(\begin{matrix}C_2H_5\\ изо-C_4H_9\end{matrix}>CHO\right)_2 B-O-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$ | 52 | 86—90 (5) | 1,4195 | 0,8753 | 86,694 | 86,294 | 63,91 | 11,16 | 3,50 | 64 | 11 | 3,67 |

в течение четырех часов. По окончании реакции содержимое колбы перегоняли в вакууме, получили 13,9 г (58%) диалкоксиборацетат. Аналогич-

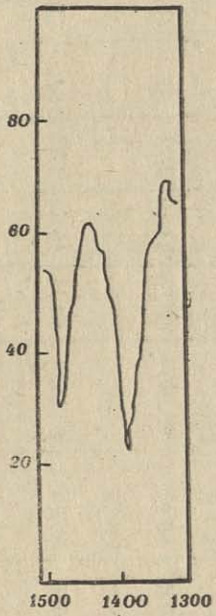



Рис. 1.

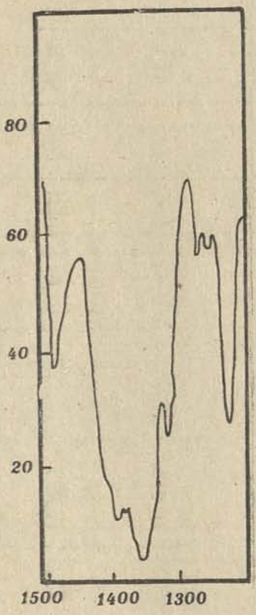
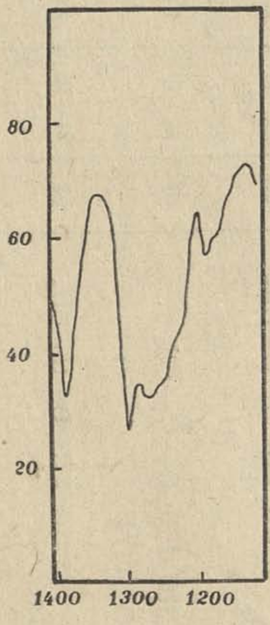



Рис. 2.




Рие. 3.

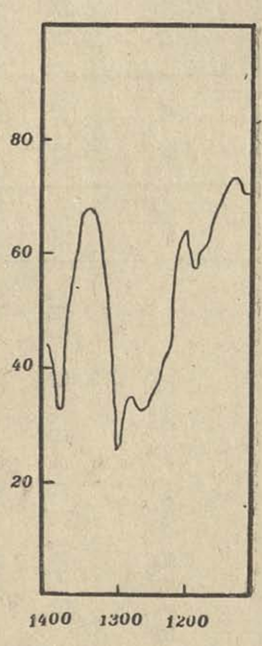



Рис. 4.

но синтезированы другие диалкоксиборацетаты. Результаты физико-химического исследования приведены в таблице 2.

**Инфракрасный спектр три-втор-алкилборатов и их производных.** Метод спектрального анализа позволяет определить в сложных молекулах лишь некоторые элементы их строения, за исключением случая идентификации по известному спектру какого-либо вещества.

Инфракрасные спектры исследуемых веществ получены на инфракрасном спектрометре UR—10.

Как и следовало ожидать, в ИК-спектре три-втор-алкилборатов частоты колебания B—O связи находятся в интервале (1350—1380 $см^{-1}$), что полностью соответствует литературным данным [5, 8] (рис. 1, 2).

В ИК-спектрах диалкоксиборацетатов полосы поглощения, соответствующие колебаниям связи B—O, находятся в интервале (1250—1290 $см^{-1}$). По-видимому, на частоты колебания связи B—O определенно влияет содержание в молекуле диалкоксиборацетата карбонильной группы (рис. 3, 4).

## Выводы

1. Нами впервые синтезированы и исследованы следующие три-втор-алкилбораты: три-втор-гексилборат, три-втор-изогексилборат, три-втор-гептилборат, три-втор-изогептилборат.

2. Проведено превращение полученных три-втор-алкилборатов под действием уксусного ангидрида и физико-химическое исследование продуктов превращения.

(Поступило 10.VI.1973). Кафедра общей и неорганической химии

## ЛИТЕРАТУРА


1. Г. Е. Качейшвили, Н. И. Пирцхалава, Н. А. Николаишвили, Сообщения АН ГССР, 69, № 1, 1973, 73.
2. H. Merwein, H. Sönke, J. pr. ch., 147, 1936, 251.
3. Б. М. Михайлов, Т. А. Щеголева, Изв. АН СССР, ОХН, 1959, 1393.
4. Б. М. Михайлов, Т. А. Щеголева, Изв. АН СССР, ОХН, 1958, 860.
5. В. Джерард, Химия органических соединений бора, М., 1966,
6. Г. Е. Качейшвили, Н. И. Пирцхалава, Б. В. Лапатин, Г. Д. Джиошвили, Сообщения АН ГССР, 41, № 1, 1966. 75.


გ. ქაჩეიშვილი, ნ. ფირცხალავა, ნ. ნიკოლაიშვილი

## ზოგიერთი ბორის მჟავას მეორადი ეთერების სინთეზი და მათი გარდაქმნა


რეზიუმე

ჩვენ მიერ პირველადაა სინთეზირებული და გამოკვლეული შემდეგი მეორადი ალკილბორატები; მეორადი გექსილბორატი, მეორადი იზოგექსილბორატი, მეორადი გეპტილბორატი, მეორადი იზოგეპტილბორატი,

ჩატარებულია ბორის მჟავას მეორადი ეთერების გარდაქმნა ძმარმჟავა ანჰიდრიდის მოქმედებით, შესწავლილია გარდაქმნის პროდუქტების ფიზიკურ-ქიმიური თვისებები.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975

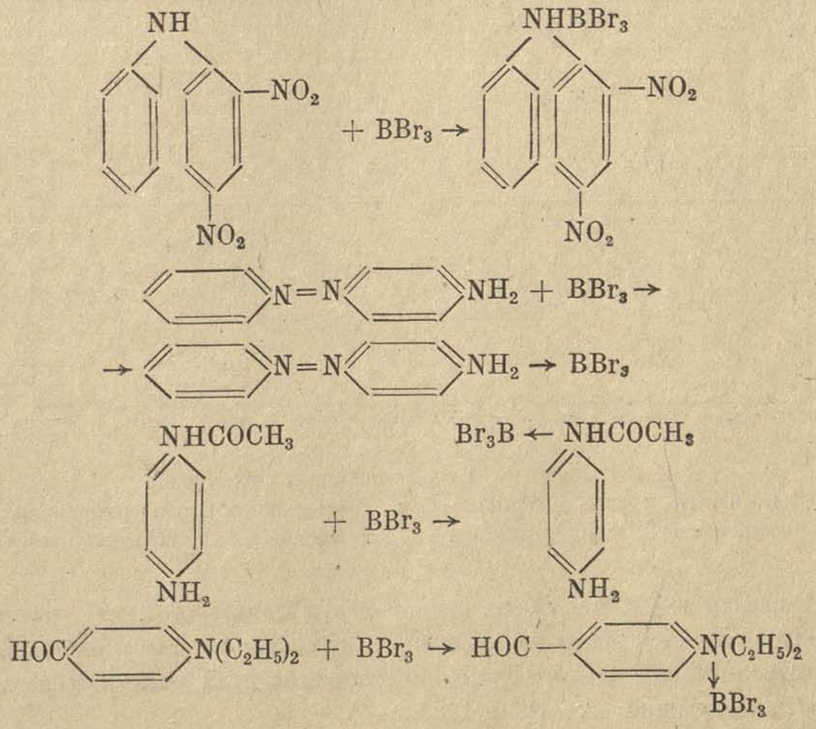
# СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ КООРДИНАЦИОННЫХ СОЕДИНЕНИЙ ТРЕХБРОМИСТОГО БОРА С НЕКОТОРЫМИ АЗОТОСОДЕРЖАЩИМИ ЛИГАНДАМИ

Н. И. ПИРЦХАЛАВА, О. Н. ЧИКОВАНИ, Л. А. ТЕВЗАДЗЕ

Ранее нами были изучены координационные соединения трехбромистого бора с некоторыми азотосодержащими лигандами [1], Установлено, что образование донорно-акцепторной связи происходит за счет N→B и O → B.

При образовании комплексных соединений имеет место $sp^3$-гибридизация. При этом образуются четыре тетраэдрически расположенные равноценные гибридные связи. Поэтому бор легко присоединяет атомы элементов с неподеленной парой электронов, таких, как азот, кислород, сера, фосфор и др.

Настоящая работа посвящена синтезу и исследованию координационных соединений трехбромистого бора с 2,4-динитродифениламином, п-аминоазобензолом, п-аминоацетанилидом и п-диэтиламинобензальдегидом:



ИК- спектральный анализ полученных координационных соединений показывает, что образование 2,4 динитродифениламинтрибромбора, п-аминоазобензолтрибромбора, п-аминоацетанилидтрибромбора и п-диэтиламинобензальдегидтрибромбора происходит присоединением трехбромистого бора к азоту аминной группы. Это подтверждается литературными данными [2, 3, 4]. В ИК-спектрах всех синтезированных соединений наблюдаются максимумы поглощения: напр. Ar — NH— Ar 3350 см$^{-2}$ Ar—$NH_2$3050см$^{-2}$, R—NH—Ar 1150 см$^{-1}$, $N(C_2H_5)_2$—1480 см$^{-1}$. Полосы поглощения связи B—N наблюдаются во всех комплексах в области частот ν(1300—1100см$^{-1}$) [4]. Наблюдаются также максимумы поглощения, соответствующие колебаниям связей бензольного кольца 1600 см$^{-1}$ рис. 1.

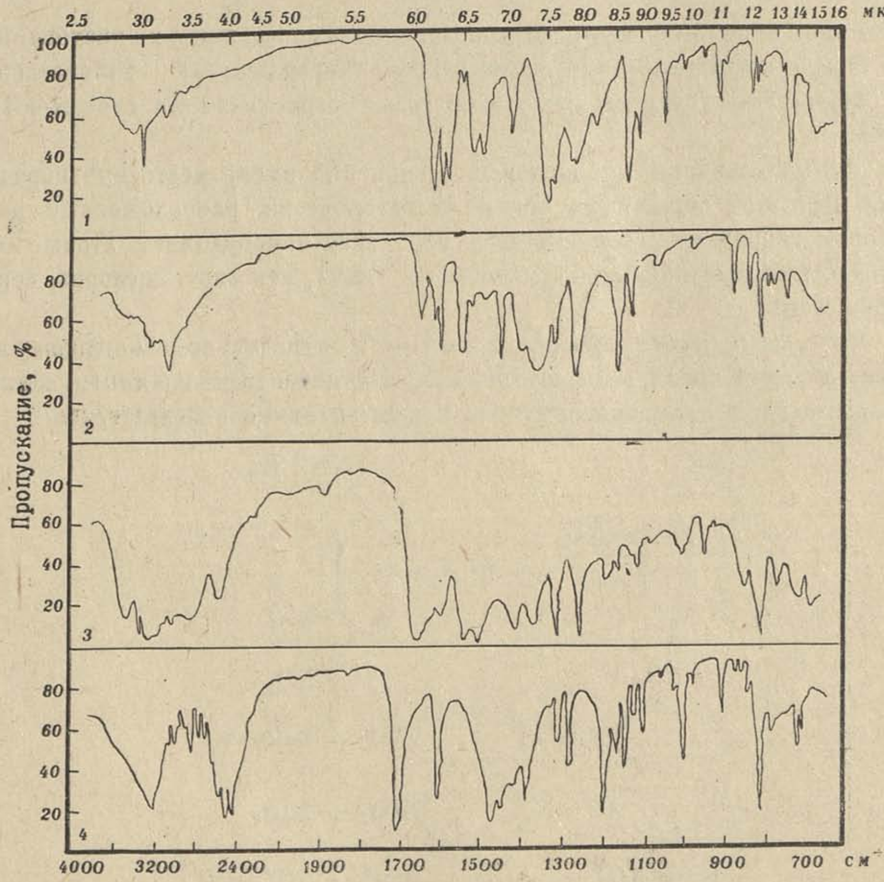



Рис. 1. ИК-спектры координационных соединений.
1—2,4 динитродифениламинтрибромбор, 2—п-аминоазобензолтрибромбор, 3—п-аминоацетанилидтрибромбор, 4—п-диэтиламинобензальдегидтрибромбор.

ИК-спектр п- аминоазобензолтрибромбора показывает, что максимум поглощения—N=N группа—остается без изменений ν(1450 см$^{-1}$). Также для п-диэтиламинобензальдегидтрибромбора отмечается максимум поглощения, соответствующий Ar—COH 1720 см$^{-1}$.

Как известно из литературных данных [2], максимум поглощения для $NO_2$ группы—о-положение—соответствует 1515 см$^{-1}$, а п-состояние —1338 см$^{-1}$; в наших случаях максимум поглощения остался неизменным.

Результаты термографического исследования полученных координационных соединений представлены на рис. 2. Кривые нагревания полученных веществ имеют обычно эндотермические и экзотермические эффекты, что указывает на плавление и превращение этих веществ (рис. 2).

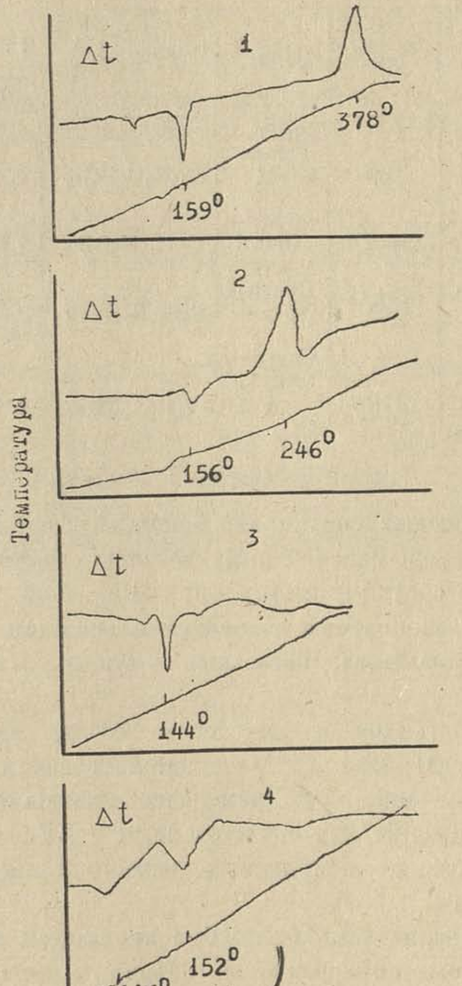



Рис. 2. Термограммы
1—2,4 динитродифениламинтрибромбор, 2—п-аминоазобензолтрибромбор, 3—п-аминоацетанилидтрибромбор, 4 — п-диэтиламинобензальдегидрибромбор.

Результаты химического анализа полученных веществ даны в таблице 1.

Аналогично другим [5], во многих синтезах наблюдалось, что в результате реакции $BBr_3$ с азотосодержащими лигандами, имеющих два или более атомов азота, способных к образованию координационной связи, обычно получаются продукты присоединения в соотношении 1:1. По-видимому, присоединение происходит со стороны азота, не входящего в цикл, а после присоединения одной молекулы $BBr_3$ неподеленная электронная пара другого аминного азота не способна к реакциям электрофильного типа.

Таблица 1

| №№ пп | Комплекс | Т. пл. С° | Цвет | Формула | Найдено % | | Вычислено % | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | B | Br | B | Br |
| 1 | 2,4-динитродифениламинтрибромбор | 159 | Темно-красный | $C_{12}H_9O_4BBr_3$ | 2,16 | 47,46 | 2,15 | 47,05 |
| 2 | n-аминоазобензолтрибромбор | 155—157 | Фиолетовый | $C_{12}H_{11}N_3BBr_3$ | 2,38 | 53,62 | 2,45 | 53,57 |
| 3 | n-аминоацетанилидтрибромбор | 145 | Светлорозовый | $C_8H_{10}N_2OBBr_3$ | 2,75 | 59,36 | 2,74 | 59,85 |
| 4 | n-диэтиламинобензальдегидтрибромбор | 116 | Светложелтый | $C_{11}H_{15}ONBBr_3$ | 2,55 | 56,48 | 2,57 | 56,07 |

## Экспериментальная часть

Синтез комплексных соединений трибромида бора осуществлен смещением $CCl_4$ растворов, рассчитанных количеств азотосодержащих лигандов и $BBr_3$ в боксе с сухим азотом, при комнатной температуре (16 — 20°С). Выпавшие разноцветные мелкокристаллические осадки отфильтровали, многократно промывали безводным и сушили в вакууме эксикаторе. Выход 70—80 %.

ИК-спектры лигандов и комплексов сняты на спектрофотометре DS—301 (область 4000—650 см$^{-1}$) и автоматическом спектро-фотометре UR—10 (область 700—400 см$^{-1}$). Применялись призмы из NaCl и KCl. Спектры соединений получены для спрессованных с KBr (твердые растворы).

Кривые нагревания полученных веществ записаны на пирометре Курнакова—ФРУ—64.

Химический анализ комплексов был произведен по методу микрообжига; параллельно был определен бор объемным методом Несмеянова, а бром-объемным меркуриметрическим методом.

## Выводы

Синтезированы ранее не описанные комплексные соединения трехбромистого бора с азотосодержащими органическими лигандами. Установлено, что образование координационной связи происходит за счет N→B.

(Поступило 2. 1. 1973)

Кафедра общей химии и физико-химического анализа

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Пирцхалава, О. Чиковани, Исследования в области химии комплексных и простых соедииений некоторых переходных и редких металлов. Изд. „Мецниереба", Тбилиси, 1970, 197.
2. Л. Беллами, Новые данные по ИК-спектрам сложных молекул. М., 1971 247.
3. К. Наканиси, ИК-спектры и строение органических соединений. М., 1965.
4. К. Ниденцу, Дж. Даусон, Химия боразотных соединений. М., 1968, 53.
5. A. Kreutzberger, F. Ferris, J. Org. Chem., 27, 1962, 3496.


ნ. ფირცხალავა, ო. ჩიქოვანი, ლ. თევზაძე

## ზოგიერთ აზოტშემცველ ორგანულ ლიგანდებთან სამბრომიანი ბორის კოორდინაციული ნაერთების სინთეზი და გამოკვლევა


### რეზიუმე

ჩვენ მიერ სინთეზირებული და შესწავლილია კოორდინაციული ნაერთები (მიერთების პროდუქტები) 2,4 დინიტროდიფენილამინტრიბრომბორი, n ამინოაზობენზოლტრიბრომბორი; n-ამინოაცეტანილიდტრიბრომბორი და n-დიეთილამინობენზალდეჰიდრიბრომბორი.

შესწავლილი და დადგენილია სინთეზირებულ ნაერთთა ფიზიკურ-ქიმიური თვისებები: ლღობის ტემპერატურა, ხსნადობა სხვადასხვა გამხსნელებში თვისობრივად, ელემენტარული შედგენილობა, შთანთქმის ინ-სპექტრი, თერმული მდგრადობა, რითაც მტკიცდება ნაერთთა ინდივიდუალობა.

ჩატარებული გამოკვლევის შედეგები გვაძლევენ საშუალებას დავასკვნათ, რომ მიღებული ნაერთები მიეკუთვნებიან კოორდინაციულ ნაერთთა კლასს·

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



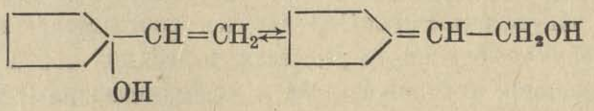
## АЛКИЛИРОВАНИЕ ФЕНОЛА 1-ВИНИЛЦИКЛОПЕНТАНОЛОМ-1

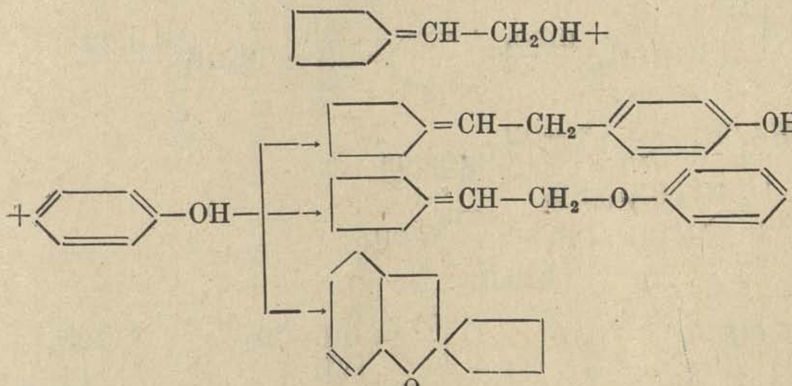
А. И. КАХНИАШВИЛИ, Г. Ш. ГЛОНТИ, Н. И. НАДИРАДЗЕ

На примере алкилирования фенола 1-винилциклопентанолом-1 в присутствии фосфорной кислоты выяснено влияние строения непредельного циклического спирта на характер алкилирования.

Алкилирование фенола происходит путем изомеризации исходного спирта 1-винилциклопентанола-1 в циклопентилиденэтанол. Полученные моноалкилаты соответствуют последнему. По сравнению с 1-винилциклогексанолом-1 алкенилирование фенола 1-винилциклопентанолом-1 происходит с увеличением выходов продуктов алкилирования [1—2].

При каталитическом алкилировании фенола 1-винилциклопентанолом-1 получены: пара-замещенный алкенилфенол-п/2-циклопентилиденэтил (фенол) 1), фенолоэфир-2-циклопентилиденэтилфенилэфир (II) и продукт циклизации орто-замещенного фенола-2-циклопентилкумаран (III):



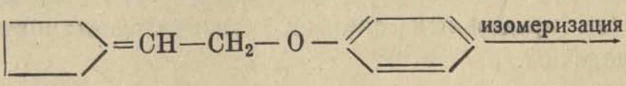


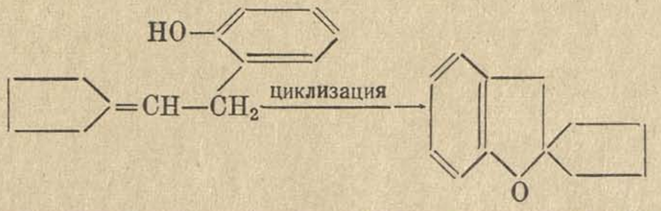
(I)

(II)

(III)

Предполагаем, что продукт циклизации образован из орто-алкенилфенола, который сам получен изомеризацией фенолоэфира:






Наше предположение находится в полном соответствии с литературными данными [3—4].

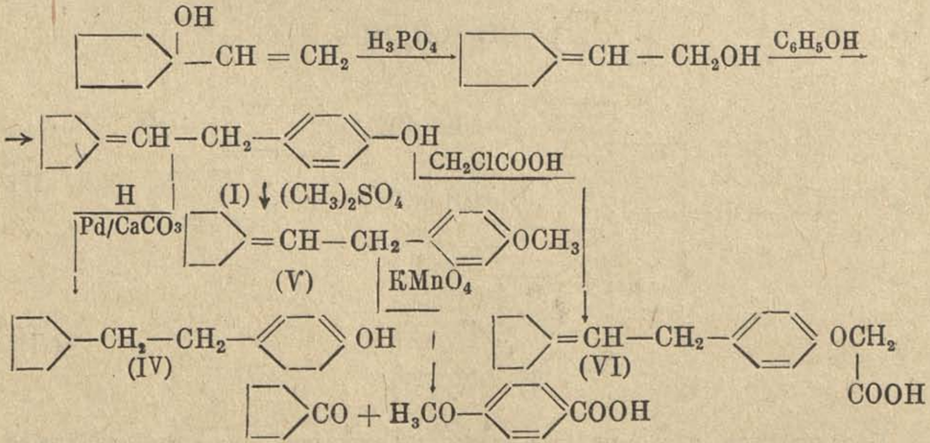
Чистота продуктов алкилирования проверена методом тонкослойной хроматографии. Строение моноалкилатов доказано путем химических превращений и спектроскопических исследований.

В ИК-спектрах соединений I, II, III отсутствует заметное поглощение в области 3075—3095 $см^{-1}$, соответствующее концевой винильной группировке $H_2C=CHR$, что, по-видимому, свидетельствует об изомеризации I-винилциклопентанол-1 в циклопентилиденэтанол.

В спектре пара-замещенного алкенилфенола (I) проявляется полоса гидроксильной группы в области 3300—3600 $см^{-1}$. В спектрах соединений II и III отсутствует поглощение валентного колебания гидроксильной группы, кроме того, для третьего соединения не наблюдается заметного усиления полосы около 3020 $см^{-1}$, характерного для группировки $R_1R_2C=$ $=CHR_3$, что может служить доказательством процесса циклизации.

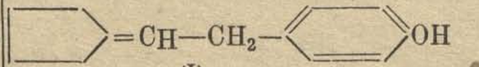
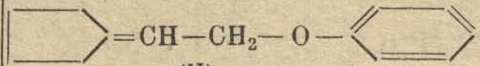
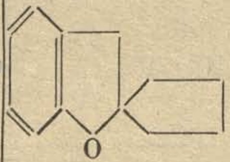
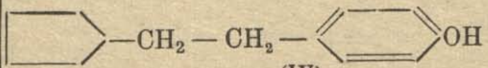
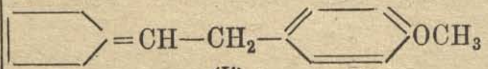
УФ-спектр соединения (I) резко отличается от спектра соединения третьего и проявляется полоса около 280 нм, что свидетельствует о паразамещении в фенольном ядре.

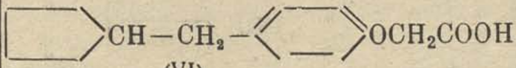
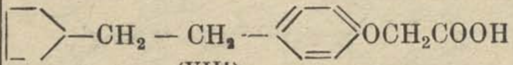
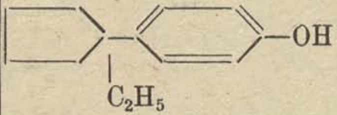
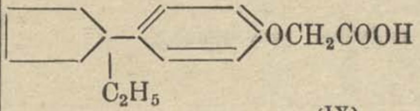
Непредельность пара-замещенного алкенилфенола установлена гидрированием в присутствии $Pd/CaCO_3$: получен соответствующий алкилфенол. Место замещения алкенильного радикала и двойной связи в боковой цепи доказано окислением метилового эфира монозамещенного фенола:

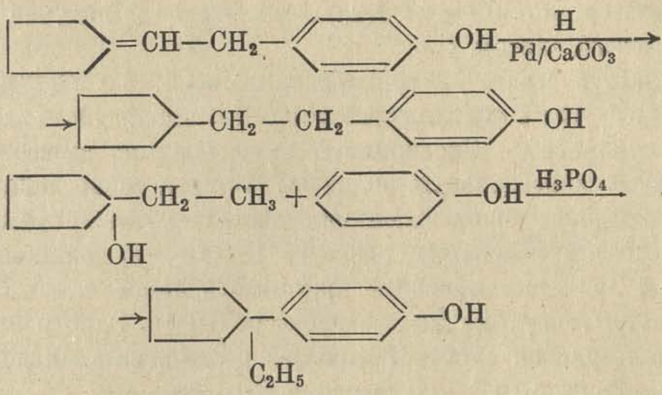



Изомеризация I-винилциклопентанола-I при алкилировании фенола подтверждается сравнением продукта гидрирования с продуктом алкилирования фенола предельным спиртом I-этилциклопентанолом-I. Эти продукты не идентичны.

Таблица 1

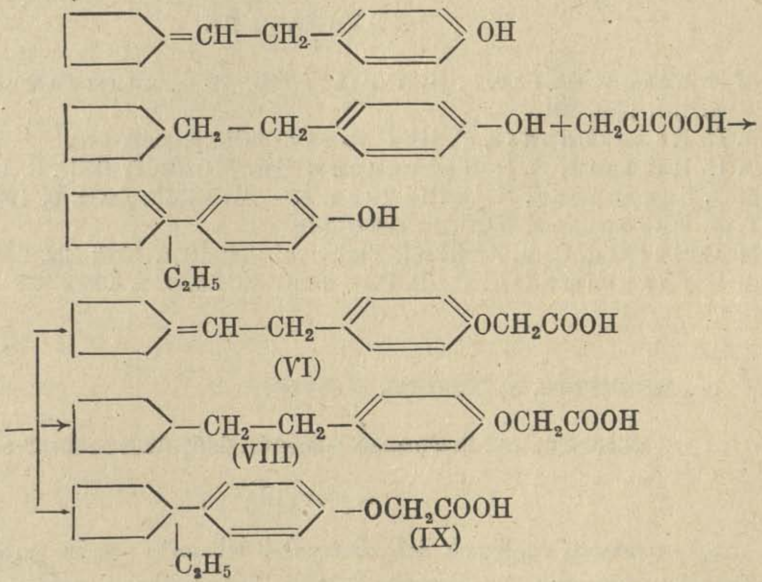
| №№ | Название вещества | Структурная формула | Выход % | Т кит. С° (р. мм) | $n_D^{20}$ | $d_4^{20}$ | $MR_D$ найдено | $MR_D$ вычислено | Найдено, % C | Найдено, % H | Найдено, % OH | Эмпирическая формула | Вычислено, % C | Вычислено, % H | Вычислено, % OH |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | п (2-циклопентилиден-этилфенол |  (I) | 60 | темп. пл 68—69 | — | — | — | — | 82,71 | 8,98 | 9,65 | $C_{13}H_{16}O$ | 82,97 | 8,45 | 9,04 |
| 2 | (2-циклопентилиденэтил) фенолоэфир |  (II) | 8 | 105—106° (1 мм) | 1,532 | 1,004 | 48,28 | 47,95 | 82,54 | 9,02 | — | $C_{13}H_{16}O$ | 82,97 | 8,45 | — |
| 3 | 2-циклопентил кумаран |  (III) | 6 | 125—126° (1 мм) | 1,540 | 1,009 | 60,70 | 60,92 | 82,36 | 8,76 | — | $C_{13}H_{16}O$ | 82,97 | 8,45 | — |
| 4 | п (2-циклопентилэтил) фенол |  (IV) | 83 | 128—130 (2мм) | 1,538 | — | — | — | 76,92 | 9,84 | 8,99 | $C_{13}H_{18}O$ | 76,84 | 9,47 | — |
| 5 | п (2-циклопентилиден-этил) метоксибензол |  (V) | 54,5 | 115—116° (1 мм) | 1,544 | 0,96 | 62,94 | 62,50 | 83,45 | 8,29 | — | $C_{14}H_{18}O$ | 83,16 | 8,91 | — |

| №№ | Название вещества | Структурная формула | Выход % | Т кип. С° (р. мм) | $n_D^{20}$ | $d_4^{20}$ | $MR_D$ найдено | $MR_D$ вычислено | Найдено, % C | Найдено, % H | Найдено, % OH | Эмпирическая формула | Вычислено, % C | Вычислено, % H | Вычислено, % OH |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | п (2-циклопентилидн-этил) феноксиуксусная кислота |  (VI) | 40 | темп. пл. 99—100° | — | — | — | — | 73,54 | 7,28 | — | $C_{15}H_{18}O_3$ | 73,17 | 7,31 | — |
| 7 | п (2-циклопентилэтил) феноксиуксусная кислота |  (VIII) | 23 | темп. пл 106—107° | — | — | — | — | 72,36 | 8,42 | — | $C_{15}H_{20}O_3$ | 72,58 | 8,10 | — |
| 8 | п (1-этилциклопентил) фенол |  (VII) | 25 | темп. пл 80—81° | — | — | — | — | 77,12 | 9,64 | 9,05 | $C_{13}H_{18}O$ | 76,84 | 9,47 | 8,94 |
| 9 | п (1-этилциклопентил) феноксиуксусная кислота |  (IX) | 60 | темп. пл 116—117° | — | — | — | — | 72,94 | 8,56 | — | $C_{15}H_{20}O_3$ | 72,58 | 8,10 | — |



Как алкилированный предельным спиртом фенол, так и полученный алкилированием I-винилциклопентанолом-I пара-замещенный фенол и продукт его гидрирования конденсацией с монохлоруксусной кислотой образуют соответствующие феноксиуксусные кислоты.

Изучение биологической активности полученных феноксиуксусных кислот представляет практический интерес.




В результате исследований получены 9 новых соединений.

## Экспериментальная часть

Исходные спирты для алкилирования I-винилциклопентанол-I и I-этилциклопентанол-I.

I-винилциклопентанол-I (т. к. 148—152°, $n_D^{20} = 1.466$) получен гидрированием I-этинилциклопентанола-I, последний синтезирован конденсацией ацетилена с циклопентанолом в присутствии порошкообразного едкого калия в среде абсолютного эфира [5]. Для гидрирования был использован катализатор $Pd/CaCO_3$. I-этилциклопентанол-I получен путем магний-органического синтеза (6).

Для каталитического алкилирования к смеси 15 г $H_3PO_4$ и 22 г фенола добавлялось 40 г I-винилциклопентанола-I; длительность алкилирования 25 часов при 65—70°С. Эксперимент выполнялся по известной методике [7]. Полученные моноалкилаты очищены методом тонкослойной хроматографии; использована окись алюминия, система „бензолметиловый спирт" (9:1), применялась пластинка размером 13×18 см, толщина слоя окиси алюминия 1,2 мм. Детектирование проводилось йодом.

ИК-спектры получены на спектрометре UR-10. Электронные спектры получены на кварцевом спектрофотометре; растворитель циклогексан, концентрация раствора $5 \cdot 10^{-6}$ м/л, толщина D-10 мм.

Данные эксперимента приведены в таблице.

(Поступило 16.V.1973)

Кафедра
органической химии

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Кахниашвили, Г. Ш. Глонти, Ш. И. Джиджеишвали, Тр. ТГУ, т. 104, 1964, 301.
2. А. И. Кахниашвили, Г. Ш. Глонти, ЖОХ, 9, 1965, 370.
3. И. Н. Назаров, Л. И. Кузнецова, Изв. АН СССР, ОХН, 3, 1941, 431,
4. Е. А. Викторова, Н. И. Шуйкин, Изв. АН СССР, ОХН, 6, 1961, 1094.
5. Т. А. Фаворская, ЖОХ, 9, 1963, 2916.
6. M. Griniard. C. R. Acad. sci. Paris, vol. 130, 1900, 1322; 132, 1901, 336.
7. А. И. Кахниашвили, Г. Ш. Глонти, ЖОРХ, т. 2, 1966, 327.

ა. კახნიაშვილი, გ. ღლონტი, ნ. ნადირაძე

## ფენოლის ალკილირება 1-ვინილციკლოპენტანოლ-1-ით

### რეზიუმე

ალკილირების რეაქციის მიმდინარეობის ხასიათზე უჯერი ციკლური სპირტის აგებულების გავლენის შესწავლის მიზნით ჩატარებულია ფენოლის ალკილირება 1-ვინილციკლოპენტანოლ-1-ით ფოსფორმჟავას თანდასწრებით.

ფენოლის ალკილირება წარიმართა აღნიშნული სპირტის იზომერიზაციის გზით და მიღებულია არა საწყისი, არამედ მისი იზომერული პირველადი სპირტის შესაბამისი მონოალკილატები: პარა-ჩანაცვლებული ალკენილ-ფენოლი, ორთო-ჩანაცვლებული ფენოლის ციკლიზაციის პროდუქტი—2-ციკლოპენტილკუმარანი და ფენოლო-ეთერი.

მიღებული მონოალკილატების აგებულება დადგენილია კვლევის ქიმიური და ფიზიკური მეთოდებით.

პარა-ჩანაცვლებული ალკენილფენოლის ჰიდრირებით მიღებულია შესაბამისი ალკილფენოლი. ამ ჰიდრირებული პროდუქტის შედარებით ნაჯერი 1-ეთილციკლო-

პენტანოლ-1-ით ალკილირებულ ფენოლთან დასაბუთებულია ალკენილირების რე-აქციაში 1-ვინილციკლოპენტანოლ-1-ის იზომერიზაციის ფაქტი.

პარა-ჩანაცვლებული ალკენილფენოლის აგებულება გარდა ჰიდრირებისა დადგენილია მისი მეთილის ეთერის დაჟანგვით, რის შედეგად გამოყოფილია: 4-მეთოქსიბენზოის მჟავა და ციკლოპენტანონი.

პარა-ჩანაცვლებული ალკენილფენოლის, მისი ჰიდრირების პროდუქტის და 1-ეთილციკლოპენტანო—1-ით ალკილირებული ფენოლის კონდენსაციით მონოქლორძმარმჟავასთან გამოყოფილია შესაბამისი არილოქსიძმარმჟავები.

სინთეზირებული და აღწერილია ლიტერატურაში უცნობი 9 ახალი ნაერთი, რომელთა აგებულება დასაბუთებულია სპექტროსკოპული კვლევის გზითაც.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# დეკადიინ-4, 6-დიოლ-3, 8-ის, მისი ძმარმჟავა სრული ეთერის სინთეზი და კატალიზური ჰიდრირება

შ. მიქაძე, ნ. არევაძე

მეორადი $\alpha$-აცეტილენური კარბინოლების ჟანგვითი კონდენსაცია შესაბამისი დიაცეტილენური გლიკოლების მიღების მიზნით პირველად ჩატარებული იყო ი. ზალკინდისა და ი. გვერდწითელის მიერ (1). ნაჩვენებია, რომ მეორადი დიაცეტილენური გლიკოლების გამოსავლიანობა მცირეა, ხოლო პროპინ-1-ოლ-3-ის კონდენსაციის პროდუქტი მიღებულია უმნიშვნელო რაოდენობით. აღსანიშნავია, რომ პროპინ-1-ოლ-4-ის ($\beta$-აცეტილენური სპირტი) კონდენსაციის პროდუქტი კი მიიღება 85 % გამოსავლიანობით (2). შემდგომში შესწავლილი იყო მეორადი დიაცეტილენური გლიკოლების გამოსავლიანობაზე გამხსნელის (მეთილის სპირტი, წყალი) კატალიზატორის ($CuCl$, $NH_4Cl$) რაოდენობის, რეაქციის ხანგრძლივობისა და სხვათა გავლენა (3,4).

ჩვენ მიზნად დავისახეთ პროპინ-1-ოლ-3-ის ჟანგვით კონდენსაციაზე ტემპერატურისა და დამჟანგველის გავლენის შესწავლა. მრავალი ცდით დადგენილია, რომ რეაქციის ჩატარებისას 20—65°-მდე პროდუქტის გამოსავლიანობა იზრდება. ასევე, ჟანგვითი კონდენსაცია ჰაერთან შედარებით უპირატესად მიდის ჟანგბადის თანაობისას.

$$2CH_3CH_2CHOH-C\equiv CH\xrightarrow[O_2]{CuCl,\ NH_4Cl} CH_3CH_2CHOH-C\equiv C-C\equiv C=$$
$$=CHOH-CH_2CH_3$$

ჩატარებულია დეკადიინ-4, 6-დიოლ-3,8-ის ჰიდრირება $Pd/CaCO_3$-ის თანაობისას და გამოყოფილია შესაბამისი ნაჯერი გლიკოლი.

მეორადი დიაცეტილენური გლიკოლების რთული ეთერების შესახებ ლიტერატურაში ცნობები არ მოიპოვება. ჩვენ შევძელით მიგვეღო დეკადიინ-4, 6-დიოლ-3,8-ის, ძმარმჟავას სრული ეთერი გლიკოლზე ძმარმჟავა ანჰიდრიდის მოქმედებით უწყლო ნატრიუმის აცეტატის თანაობისას 90—100°C ტემპერატურაზე:

$$CH_3CH_2CHOH-C\equiv C-C\equiv C-CHOHCH_2CH_3+2\begin{array}{l}CH_3-C{=}O\\ \qquad\ \ \rangle O\\ CH_3-C{=}O\end{array}\rightarrow$$

$$\rightarrow\begin{array}{l}CH_3CH_2CH-C\equiv C-C\equiv C-CHCH_2CH_3+2CH_3COOH\\ \qquad\quad\ |\qquad\qquad\qquad\qquad\quad |\\ \qquad OCOCH_3\qquad\qquad\qquad\ OCOCH_3\end{array}$$

შესწავლილია აღნიშნული ეთერის კატალიზური ჰიდრირება $Pd/CaCO_3$-ის თანაობისას და დადგენილია, რომ პროცესი მიმდინარეობს ნორმალურად და საბოლოოდ მიიღება ნაჯერი ეთერი.

## ექსპერიმენტული ნაწილი

პენტინ-1, ოლ-3-ის ჟანგვითი კონდენსაცია. 500 მლ სამყელა კოლბაში, რომელსაც გაკეთებული ჰქონდა უკუმაცივარი, მექანიკური სარევი და გაზგამყვანი მილი, მოვათავსეთ 16,8 გ პენტინ-1-ოლ-3; 50 გ CuCl, 53,5 გ $NH_4Cl$ 200 მლ მეთილის სპირტი და 200 მლ გამოხდილი წყალი. ნარევის pH—6. მუდმივი მორევის პირობებში სარეაქციო ნარევში ვატარებდით ჟანგბადს 10 საათის განმავლობაში. რეაქციის პროდუქტი დავამუშავეთ მ რილმჟავით შემჟავებული წყლით, გამოვწვლილეთ ეთერით. ეთერხსნარი გავაშრეთ ნატრიუმის სულფატით, ეთერის მოცილებისა და დარჩენილი სითხის ფრაქციონირების შედეგად მივიღეთ დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8: დუღ. ტემპ. 146—148°C 1 მმ (გამოსავლიანობა 8,3 გ ანუ 25,3%. იგი არის ბლანტი მოყვითალო ფერის სითხე. აქვს თავისებური სუნი. არ იხსნება წყალში და კარგად იხსნება ორგანულ გამხსნელებში. $n_D^{20}$— 1,5160; $d_4^{20}$— 1,0545; MR — 47,54; MR გამოთვლილი 47,42. ნაპოვნი %: C 69,27; H 8,16. $C_{10}H_{14}O_2$ გამოთვლილი %: C 70,28; H 8,16. 0,1341 გ. ნივთიერება; t—22°; p—730 მმ; $CH_4$—39,6 მლ; ნაპოვნი %; OH 19,5, $C_{10}H_{12}(OH)_2$ გამოთვლილი %: OH—20,4.

დეკადიინ-4, 6-დიოლ-3,8-ის ძმარმჟავა სრული ეთერის სინთეზი. ჩვეულებრივად მომზადებულ 100 მლ სამყელა კოლბაში მოვათავსეთ 3 გ დეკადიინ-4,6-დიოლ—3,8; 9,6 გ ძმარმჟავა ანჰიდრიდი და 0,5 გ უწყლო ნატრიუმის აცეტატი. მუდმივი მორევის პირობებში სარეაქციო ნარევი ვაცხელეთ 90—100°C, 8 საათის განმავლობაში. მიღებული პროდუქტი დავამუშავეთ წყლით, გავანეიტრალეთ სოდით, გამოვწვლილეთ ეთერით. ეთერხსნარი გავაუწყლოეთ ნატრიუმის სულფატით. ეთერის მოცილების შემდეგ დარჩენილი სითხე გამოვხადეთ შემცირებული წნევის ქვეშ. რამდენჯერმე ფრაქციონირების შემდეგ გამოვყავით დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8 ის ძმარმჟავას სრული ეთერი. დუღ. ტემპ. 140°C 1 მმ (გამოსავლიანობა 2 გ ანუ 44,44%. იგი არის ადვილად მოძრავი მოყვითალო, დამახასიათებელი სუნის მქონე სითხე. $n_D^{20}$—1,4750; $d_4^{20}$—1,0562; MR—66,15; MR—გამოთვლილი 66,63. ნაპოვნი %: C 67,20 H 7,20; $C_{14}H_{18}O_4$ გამოთვლილი % C 67,57; H 7,69;

დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8-ის და მისი ძმარმჟავა სრული ეთერის კატალიზური ჰიდრირება $Pd/CaCO_3$-ის თანაობისას. ჰიდრირებისათვის ვიღებდით 0,01 გ/მოლ ნივთიერებას, 1 გ კატალიზატორს და 50 მლ ეთილის სპირტს. მიუერთეთ რა 4 მოლი წყალბადი, ჰიდრირება შევწყვიტეთ. ჰიდრირების პროდუქტს კატალიზატორი მოვაცილეთ გაფილტვრით, სპირტი კი გადადენით. დარჩენილი პროდუქტი გავხსენით ეთერში. ეთერხსნარი გავაუწყლოეთ $Na_2SO_4$-ით და ეთერის მოცილების შემდეგ გამოვყავით დეკანდიოლ—3.8. დუღ. ტემპ. 99°C 2 მმ. იგი არის მოყვითალო ფერის ადვილად მოძრავი სითხე, დამახასიათებელი სუნით. $n_D^{20}$—1,4460; $d_4^{20}$—0,8997; MR—51,57; MR გამოთვლილი—51,43. ნაპოვნი %: C 68,28, H 12,45; გამოთვლილი %: C 68,96; H 12,64.

ძმარმჟავადეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8-ის სრული ეთერის ჰიდრირებით მივიღეთ შესაბამისი ნაჯერი ეთერი-ძმარმჟავადეკანდიოლი. დუღ. ტემპ. 104°C 8 მმ. იგი არის უფერო ადვილადმოძრავი სითხე დამახასიათებელი სუნით, $n_D^{20}$ — 1,4300; $d_4^{20}$—0,9518; MR—70,016; MR გამოთვლილი 69,92. ნაპოვნი %: C 65,00; H 9.88; $C_{14}H_{26}O_4$ გამოთვლილილი %: C 65, 62: H 10,15.

## დასკვნები

ჩატარებულია ექსპერიმენტული კვლევა ეთილაცეტილენილკარბინოლის ჟანგვითი კონდენსაციისათვის. პირველადაა სინთეზირებული და აღწერილი მეორადი დიაცეტილენური გლიკოლი—დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8 და დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8-ის ძმარმჟავა სრული ეთერი.

ჩატარებულია დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8-ის და დეკადიინ-4,6-დიოლ-3,8 ძმარმჟავა სრული ეთერის ჰიდრირება $Pd/CaCO_3$-ის თანაობისას და პირველადაა გამოყოფილი და შესწავლილი შესაბამისი ნაჯერი გლიკოლი-დეკანდიოლ-3,8 და ძმარმჟავადეკანდიოლის სრული ეთერი.

(შემოსულია 18.VI. 1973) ანალიზური ქიმიის კათედრა

## ლიტერატურა

1. Ю. С. Залькинд, И. М. Гвердцители, ЖОХ. т. 9, 1939, стр. 971.
2. J. B. Armitage, G. L. Cook, N. Entwistle, E. R. H. Jones, M. C. Whiting, J. Chem. Soc. 1952. 1998,
3. K. Bowden, J. Heilbron; E. R. H. Iones, K. H. Sargent, J. Chem. Soc., 1947, 1579.
4. И. Л. Котляровский, М. С. Шварцберг, Л. Б. Фишер, Реакции ацетиленовых соединений, Новосибирск. 1967, стр. 177.
5. М. Ф. Шостаковский, А. В. Богданова, Химия диацетилена, 1971, стр. 182.

Ш. Г. МИКАДЗЕ, Н.Г. АРЕВАДЗЕ

## СИНТЕЗ И КАТАЛИТИЧЕСКОЕ ГИДРИРОВАНИЕ ДЕКАДИИН-4.6-ДИОЛА-3,8 И ЕГО УКСУСНОКИСЛОГО ПОЛНОГО ЭФИРА

### Резюме

Проведено экспериментальное исследование окислительной конденсации этилацетиленилкарбинолов. Впервые синтезированы и описаны вторичный диацетиленовый гликоль—декадиин-4,6-диол-3,8 и полный эфир уксуснокислого декадиин-4,6-диола-3,8.

Проведено гидрирование декадиин-4,6-диола-3,8 и полного эфира у уксуснокислого декадиин-4,6-диола-3,8 в присутствии катализатора.

Впервые выделены и изучены соответствующие насыщеный гликоль —декандиол-3,8 и полный эфир уксуснокислого декандиола.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
A 10 (158), 1975



# ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МИНЕРАЛЬНЫХ ВОД РАЙОНОВ БОРЖОМИ И АХАЛЦИХЕ

К. А. ГАМСАХУРДИЯ, С. А. БЕРУЧЬЯН, Л. С. ХИНТИБИДЗЕ,
Т. В. АРЕШИДЗЕ, Т. Г. МАЦАБЕРИДЗЕ, К. И. ГРИГАЛАШВИЛИ

В работе представлен материал физико-химического исследования минеральных вод районов Боржоми и Ахалцихе.

Для выполнения поставленной задачи с целью обогащения фактического материала о химическом составе минеральных вод районов Боржоми и Ахалцихе было исследовано содержание макрокомпонентов, состав спонтанных газов и установлены кислотно-основные и окислительно-восстановительные равновесные системы [I].

Одновременно с установлением физико-химических показателей вод проводились исследования по усовершенствованию существующих методов. Определение всех быстро изменяющихся компонентов воды производили на месте отбора пробы. Анализ более стабильных компонентов выполнялся в течение 1 — 7 дней, после отбора пробы и доставки их в лабораторию.

Результатами исследований (табл. I) выявлено, что минеральные воды изученных районов Боржоми и Ахалцихе в основном являются железистыми, углекисло-гидрокарбонатно-кальциевыми или натриевыми, типа холодного нарзана. Имеются также среди них сернистые и хлорнатриевые воды [2]. Величины Eh зависят, в основном, от концентрации ионов двухвалентного железа и от сероводорода. При совместном присутствии обоих компонентов сказывается влияние $H_2S$, ничтожные следы которого заметно понижают Eh.

В углекисло-гидрокарбонатных железистых водах Боржоми, при характерных для них в интервале значениях pH 6 — 7, колебания величин Eh, в основном, находятся в пределах от +195 mv до +260 mv.

При изменении концентрации $Fe^{2+}$ от 15 мг до 30 мг и выше замечено соответствующее понижение Eh, но не резкое. Пределы изменения Eh вмещаются в указанные интервалы значений величин Eh (+195mv+-+250mv). Обе величины pH и Eh измерены электрометрическими методами, pH — стеклянным электродом, а Eh — платиновыми тонкослойными электродами и гладкими платиновыми электродами. Измерения pH проведены параллельно и калориметрическими методами [3].

Таблица 1

**Химический состав источников Боржомского и Ахалцихского районов**

| Наимен. места | № источн. | $t^0$ | pH | Eh mv | МГ/Л $K^+$ | $Na^+$ | $Ca^{2+}$ | $Mg^{2+}$ | $Fe^{2+}$ | $Cl^-$ | $SO_4^{2-}$ | $HCO_3^-$ | $CO_2$ | $H_2S$ | Формула Курлова |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Гуджарети | 1 | 7 | 6,10 | 220 | 7,40 | 1557,33 | 182,00 | 146,40 | 24,50 | 2285,00 | 26,40 | 1525,00 | 1610,00 | 2,23 | $M_{5,75}\frac{Cl\,71\ HCO_3\,23}{Na\,75}$ |
| | 2 | 8 | 6,80 | — | 7,40 | 132,71 | 1,20 | 1,49 | 1,68 | 204,60 | 4,80 | 12,20 | нет | нет | $M_{0,37}\frac{Cl\,95}{Na\,94}$ |
| | 3 | 19 | 7,20 | — | 7,40 | 44,60 | 5,80 | нет | 7,92 | 79,50 | 9,60 | 61,00 | » | 7,14 | $M_{0,16}\frac{Cl\,88}{Na\,76}$ |
| | 4 | 16 | 6,80 | — | 51,80 | 1463,00 | 190,00 | 698,40 | 25,76 | 1218,00 | нет | 6026,00 | 880,00 | 3,79 | $M_{9,67}\frac{HCO_3\,74\ Cl\,26}{Na\,48\ Mg\,44}$ |
| | 5 | 14 | 6,10 | — | 22,20 | 304,75 | 424,00 | 170,00 | 3,40 | 37,20 | 19,20 | 2916,00 | 880,00 | 2,55 | $M_{3,89}\frac{HCO_3\,97}{Ca\,43\ Mg\,29\ Na\,27}$ |
| Цинубан — Вардевани | 7 | 11 | 6,90 | 140 | 7,40 | 2964,00 | 80,00 | 137,00 | 4,25 | 1705,00 | нет | 5527,00 | 1100,00 | 1,20 | $M_{10,42}\frac{HCO_3\,64\ Cl\,55}{Na\,93}$ |
| | 8 | 13 | 5,90 | 232 | 22,20 | 188,60 | 396,00 | 100,80 | 4,81 | 40,30 | нет | 2196,00 | 932,80 | 2,89 | $M_{2,94}\frac{HCO_3\,97}{Ca\,53\ Na\,22}$ |
| | 12 | 9 | 6,20 | — | 22,20 | 468,00 | 592,00 | 151,20 | 21,28 | 78,85 | 4,80 | 3135,40 | 1800,00 | 2,58 | $M_{4,43}\frac{HCO_3\,96}{Na\,38\ Ca\,36\ Mg\,24}$ |
| Мачарцхали | 16 | 9 | 6,10 | 540 | 22,20 | 720,00 | 380,0 | 177,60 | 17,02 | 458,80 | 14,40 | 3245,00 | 980,00 | 5,44 | $M_{5,03}\frac{HCO_3\,80\ Cl\,20}{Na\,47\ Ca\,29\ Mg\,22}$ |
| | 18 | 14 | 7,20 | 351 | 22,20 | 2541,30 | 13,80 | 39,96 | нет | 1920,45 | нет | 5720,00 | 590,00 | 2,10 | $M_{8,26}\frac{HCO_3\,53\ Cl\,47}{Na\,96}$ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Тимотес убани | 20 | 9 | 8,40 | 360 | 7,40 | 115,69 | 71,70 | 8,28 | 6,38 | 241,80 | 86,40 | 60,00 | 70,40 | 5,78 | $M_{0,59}\frac{Cl\ 71}{Na\ 52\ \ Ca\ 37}$ |
| | 21 | 8 | 5,70 | 446 | 7,40 | 97,06 | 102,00 | 21,60 | 2,12 | 91,45 | 4,80 | 529,20 | 1050,00 | 5,40 | $M_{0,86}\frac{HCO_3\ 76\ \ Cl\ 23}{Ca\ 45\ \ Na\ 37}$ |
| | 22 | 11 | 5,70 | 293 | 7,40 | 789,82 | 313,20 | 110,00 | 21,28 | 1134,00 | нет | 1695,80 | 1630,00 | нет | $M_{4,07}\frac{Cl\ 53\ \ HCO_3 47}{Na\ 57\ \ Ca\ 26}$ |
| | 23 | 13 | 5,90 | 197 | 51,80 | 895,59 | 29,12 | 200,80 | 20,20 | 34 ,20 | 57,60 | 2915,80 | 2060,00 | 5,46 | $M_{4,50}\frac{HCO_3\ 81}{Na\ 66\ \ Mg\ 28}$ |
| | 24 | 12 | 5,80 | 245 | 22,20 | 871,90 | 21,57 | нет | 19,04 | 136,40 | 31,20 | 2159,40 | 1300,00 | нет | $M_{3,26}\frac{HCO_3\ 89}{Na\ 94}$ |
| Боржоми-Ликани | 28 | 31 | 8,50 | — | 22,20 | 96,37 | нет | нет | 3,80 | 82,22 | 9,60 | 140,30 | нет | 7,20 | $M_{0,35}\frac{HCO_3\ 48\ \ Cl\ 48}{Na\ 87}$ |
| | 29 | 30 | 8,00 | — | 7,40 | 432,17 | „ | „ | 2,24 | 418,50 | 4,80 | 463,60 | „ | 5,10 | $M_{1,33}\frac{Cl\ 60\ \ HCO_3\ 39}{Na\ 96}$ |
| | 30 | 33 | 7,10 | — | 66,60 | 1658,1 | 136,40 | 208,00 | 2,24 | 393,70 | 4,80 | 3818,60 | — | | $M_{6,29}\frac{HCO_3\ 85}{Na\ 65}$ |
| Цихис-джвари | 32 | 11 | — | — | — | 128,8 | 60,50 | 2,97 | 8,90 | 186,00 | 57,6 | 219,60 | — | 3,23 | $M_{0,59}\frac{Cl\ 53\ \ HCO_3\ 36}{Na\ 66\ \ Ca\ 30}$ |
| | 33 | 31 | 5,59 | — | 7,40 | 47,25 | нет | нет | 2,8 | 66,65 | 19,2 | 24,40 | 150,00 | 12,02 | $M_{0,17}\frac{Cl\ 70}{Na\ 77}$ |
| Ахалцихе | 37 | 18 | 6,19 | — | 22,20 | 1456,36 | 27,00 | 4,32 | 8,30 | 1444,85 | 384,0 | 1049,20 | 1600,00 | 2,59 | $M_{3,37}\frac{Cl\ 62\ \ HCO_3\ 26}{Na\ 96}$ |
| | 39 | 47 | 7,00 | — | 66,60 | 3633,82 | 109,00 | 35,10 | 5,32 | 2306,40 | 768,0 | 5429,00 | 1350,00 | 7,45 | $M_{12,35}\frac{HCO_3\ 52\ \ Cl\ 39}{Na\ 94}$ |
| | 41 | 15 | 6,00 | — | 51,80 | 235,98 | 218,40 | 216,00 | 13,3 | 113,15 | 19,2 | 2281,40 | 1500,00 | 5,29 | $M_{3,16}\frac{HCO_3\ 91}{Mg\ 44\ \ Ca\ 27\ \ Na\ 25}$ |
| | 42 | 23 | 6,00 | — | 22,20 | 68,54 | нет | нет | 3,19 | 49,6 | 38,4 | 85,40 | нет | 6,19 | $M_{0,17}\frac{HCO_3\ 39\ \ Cl\ 38\ \ SO_4\ 22}{Na\ 83}$ |

Таблица 2

Газовый состав минеральных вод Боржомского и Ахалцихского районов

| № источника | Состав спонтанных газов в % | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $CO_2$ | $O_2$ | $CH_4$ | $N_2+$ инертные газы | Сумма |
| 1 | 97,87 | 0,22 | нет | 1,88 | 99,97 |
| 4 | 58,85 | 0,89 | 15,19 | 25,04 | 99,97 |
| 5 | 96,76 | 0,17 | 0,64 | 2,41 | 99,98 |
| 7 | 41,22 | 9,79 | 2,75 | 46,22 | 99,98 |
| 8 | 36,51 | 11,17 | 1,55 | 50,76 | 99,99 |
| 12 | 90,99 | 0,69 | нет | 8,31 | 99,99 |
| 20 | нет | нет | 100,0 | нет | 100,0 |
| 23 | 97,01 | 0,52 | не опр. | не опр. | 97,53 |
| 33 | нет | 10,45 | 9,17 | 80,38 | 100,00 |

Характерной для газового состава минеральных вод Боржоми (табл. 2) является насыщенность их двуокисью углерода, встречаются азотистые и метановые воды.

Минеральные воды, содержащие в газовом составе азот и метан, характеризуются повышенной минерализацией и обязательным содержанием небольших количеств сероводорода.

Замечено также, что воды, насыщенные метаном, имеют слабощелочную реакцию pH 8,2 — 8,4 и сравнительно низкие значения Eh.

Окислительно-восстановительный потенциал в природных водах в большой степени зависит от газового состава вод $H_2S$, $CH_4$ [4].

## ВЫВОДЫ

Установлены типы вод и выявлена закономерная зависимость между химическим составом вод и физико-химическими показателями.

(Поступило 4. VII. 1973)

Кафедра
аналитической химии

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Резников, Е. П. Муликовская, И. Ю. Соколов, Методы анализа природных вод. Москва, 1970.
2. С. С. Чихелидзе, Природные ресурсы Грузинской ССР, т. III, 1961.
3. М. С. Захарьевский, Оксредметрия, М., 1967.
4. ქ. გამსახურდია, ს. ბერუჩიანი, ლ. ხინთიბიძე, თ. არეშიძე, თბილ. სახ. უნივ. შრომები, ტ. 126, 1968.

ქ. გამსახურდია, ს. ბერუჩიანი. ლ. ხინთიბიძე,
თ. არეშიძე, თ. მაცაბერიძე, ქ. გრიგალაშვილი

## ბორჯომის და ახალციხის რაიონების მინერალური წყლების ფიზიკურ-ქიმიური გამოკვლევა

### რეზიუმე

ფიზიკურ-ქიმიური გამოკვლევის შედეგად დადგენილია წყლის ტიპი და გამოვლინებულია დამოკიდებულება რკინისა და სულფიდ იონების შემცველობასა და ჟანგვა-აღდგენითი პოტენციალის სიდიდეს შორის.

შესწავლილია სპონტანური გაზების შემცველობა და დადგენილია, რომ წყლების უმრავლესობა შეიცავს $CO_2$-ს. ნაპოვნია მეთანისა (100%) და აზოტის (80%) შემცველი წყლებიც.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975

# ჯვრის უღელტეხილის რაიონისა და თრუსოს ხეობის (მდ. თერგის ზემო წელი) ახალგაზრდა ვულკანური წარმონაქმნების შესახებ

ნ. სხირტლაძე, ნ. ძოწენიძე

საქართველოს სამხედრო გზის ის მონაკვეთი, რომელიც ჯვრის უღელტეხილის რაიონს მოიცავს, ბევრ მოგზაურსა და გეოლოგს უნახავს, მაგრამ ამ უბანზე გავრცელებული ახალგაზრდა ვულკანური წარმონაქმნები სპეციალურად შესწავლილი ბოლო დრომდე არ ყოფილა.

გეოლოგიური გამოკვლევებიდან, რომლებიც ჯვრის უღელტეხილს და მიმდებარე რაიონებს შეეხებიან, პირველ რიგში აღსანიშნავია ფ. ლევინსონლესინგის (3), ვ. რენგარტენის (8), პ. პაფენგოლცის (6), ე. მილანოვსკისა და ნ. კორონოვსკის (5), ო. შირიაშვილისა და ი. ვაშაკიძის შრომები, რომლებშიც გაშუქებულია დანალექი წყებებისა და ზოგიერთი ვულკანოგენი წარმონაქმნის სტრატიგრაფიის საკითხები. ამავე უღელტეხილის რაიონს შეეხებიან აგრეთვე ა. რეინგარდის (7), ლ. მარუაშვილის (4), დ. წერეთლის (10) და ი. აფხაზავას გამოკვლევები, რომლებიც ძირითადად გეომორფოლოგიური ხასიათის არიან.

ჯვრის უღელტეხილის ფარგლებში ახალგაზრდა ვულკანების შესწავლა ამ სტრიქონების ავტორებმაც ჩაატარეს (2,9), რომლებმაც აღწერეს ყელის ზეგანის აღმოსავლური დაბოლოების ის ნაწილი, რომელიც უშუალოდ მდ. არაგვის ხეობას ებჯინება დასავლეთ მხრიდან და, ნაწილობრივ, უღელტეხილის ფარგლებშიც შემოდის. ჩვენი ადრინდელი და ახალი დაკვირვების მიხედვით ყელის ზეგნის მხრიდან შემოსული ლავის ნაკადი უღელტეხილის უკანასკნელ აღმართს იკავებს და სულ მალე მეტეროლოგიური სადგურის მიდამოებში ნაყარის ქვეშ იძირება. ყურადღებას იქცევს ის გარემოება, რომ ნაკადის სამხრეთ-დასავლეთი კიდე მდ. არაგვის ხეობის მარცხენა ბორტში ვერტიკალური კარნიზით წყდება; ამასთან, ნაკადის ფუძე, რომელიც აქ საკმაოდ დაბლა იმყოფება, არაგვის მარჯვენა ბორტში წარმოდგენილ ზევიდან მეორე ნაკადის შესატყვის დონეს იკავებს. ხოლო, რაც შეეხება ნაკადის თანამედროვე ეროზიულ ზედაპირს, იგი არაგვის მარჯვენა მხარეზე მდებარე სულ ზედა ლავურ პლატოსთან შედარებით, რამდენადმე მაღალიც კია და ამიტომ ჯვრის უღელტეხილის ყველაზე მაღლა მდებარე ლავური სხეულის ზედაპირის შესატყვისი რელიეფის გაგრძელება არაგვის მარჯვენა ნაპირის პლატოსებურ თანამედროვე რელიეფში თითქოს არ შეინიშნება. უთუოდ ამის გამოა, რომ ზოგი მკვლევარი უშუალოდ უღელტეხილზე დამოუკიდებელი ვულკანური ცენტრის არსებობას ვარაუდობს (7), მაგრამ ამ მოსაზრების დამადასტურებელი სხვა ფაქტობრივი მონაცემები არაფერია მითითებული. ამიტომ უფრო დასაბუთებულად გვეჩვენება ჩვენ მიერ ადრე გამოთქმული მოსაზრება (9) ამ ლავების ამოფრქვევის ცენტრის ყელის ზეგნის აღმოსავლეთ კიდეზე მდებარეობის შესახებ.

ჩვენი მონაცემები კი ძირითადად იმას ემყარება, რომ ანალოგიური ლავები განვითარებულია ვულკანურ პატარა ნეფისკალოს კალდერის სამხრულ პერიფერიაზე აღმართულ წვერმოკვეთილ კონუსურ სიმაღლეში და აგრეთვე უღელტეხილთან არაგვის ხეობის ბორტებში (ჭრილში ზევიდან მეორე ნაკადი). აღსანიშნავია ისიც, რომ აღნიშნულ კონუსის ფუძე პატარა ნეფისკალოსწინა პლატოს ზედაპირიდან 250—300 მ მაღლა მდებარეობს. ცხადია, აქედან ლავის ნაკადის გამოდინება ჯვრის უღელტეხილის მიმართულებით სავსებით შესაძლებელი იქნებოდა. მართალია, დღეს, უშუალო კავშირი აღნიშნულ კონუსსა და ჯვრის უღელტეხილის ლავებს შორის ადრინდელი ეროზიითა და ახალგაზრდა ლავური ნაკადების გადაფარებით არის შენიღბული, მაგრამ ჩვენ მიერ გამოთქმულ მოსაზრებას კარგად ადასტურებს ხსენებული ლავების პეტროგრაფიული შედარება; ანალიზები გვიჩვენებს, რომ ჯვრის უღელტეხილის რაიონში, ასევე წვერმოვაკებულ კონუსში და არაგვის ხეობის ჭრილში სავსებით ერთნაირი ბუნების ანდეზიტდაციტებია განვითარებული.

ამრიგად, არსებული ფაქტობრივი მასალის მიხედვით უსაფუძვლო იქნებოდა იმის მტკიცება, რომ ჯვრის უღელტეხილის ლავების ანალოგები არ დაგვენახა ყელის ზეგნის აღმოსავლეთ ნაწილის და კერძოდ ვულკანური მასივის—პატარა ნეფისკალოს ამოფრქვევის პროდუქტებს შორის. აქედან გამომდინარე, დასაშვებად მიგვაჩნია ჯვრის უღელტეხილის ფარგლებში ანდეზიტდაციტის ნაკადის შემოსვლა. დასავლეთის მხრიდან, კერძოდ კი, პატარა ნეფისკალოს ერთ-ერთი ვულკანური ცენტრიდან.

ახლა საჭიროა გაირკვეს საკითხი, თუ სანამდე გრძელდებოდა აღნიშნული ნაკადი ჯვრის უღელტეხილიდან ჩრდილოეთით—მდ. ბიდარას ხეობაში,

ადრინდელი მკვლევარებიდან პირველი ვ. პ. რენგარტენი (8) იყო, რომელმაც ჯვრის უღელტეხილიდან ლავის ნაკადის გავრცელება ბიდარას ხეობის გასწვრივ წარმოგვიდგინა. მან სათანადო გეოლოგიურ რუკაზეც კი გამოხატა ლავური ნაკადის უწყვეტი გამოსავლები და უჩვენა მისი გავრცელება უშუალოდ უღელტეხილიდან დაწყებული, ვიდრე სოფ. კობის მისადგომებამდე. ვ. პ. რენგარტენის ეს მონაცემები დიდხანს სადავოდ არავის გაუხდია. მოგვიანებით, ერთ-ერთმა ჩვენთაგანმა (9) ამ რაიონში ჩატარებული მუშაობის საფუძველზე, მდ. ბიდარას ხეობის გასწვრივ უწყვეტი ნაკადის ადგილზე ლავის რამდენიმე იზოლირებული სხეულის არსებობა აჩვენა. მაგრამ უკანასკნელ ხანს, სპეციალურ ლიტერატურაში გამოქვეყნდა (1) საქართველოს სამხედრო გზის გეოლოგიური აგებულების სქემა, რომელზეც მდ. ბიდარას გასწვრივ კვლავ ლავის ნაკადის უწყვეტი გავრცელებაა ნაჩვენები, რაც აშკარა გაუგებრობაა, მით უფრო, რომ ამ ნაშრომში ჯვრის უღელტეხილის ლავები საძელის ვულკანურ ცენტრთან არიან დაკავშირებული. შევნიშნავთ, რომ საძელის ლავებს, არც სივრცობრივად და არც პეტროგრაფიულად, არავითარი კავშირი არა აქვს ჯვრის უღელტეხილის ლავებთან.

აღნიშნული საკითხი რომ უფრო ნათელი გახდეს, დავიმოწმებთ ახლადმოპოვებულ ფაქტობრივ მასალას. როგორც ზევით უკვე ვთქვით, ჯვრის უღელტეხილის ლავური ნაკადის ზენაჩენი მხოლოდ მეტეოროლოგიური სადგურის მიდამოებში ჩანს. სწორედ ამ ადგილებიდან იკრებს სათავეს მდ. ბიდარა. ხეობის ეს ნაწილი მნიშვნელოვნად განიერი და მოვაკებულია. მდინარე მეანდრებით მიედინება თანამედროვე ნალექებში. უკანასკნელთა სიმძლავრე კი იმდენად დიდია, რომ ხეობის ფსკერის ამგები ძირითადი ქანების დანახვა შეუძლებელია, მაგრამ

უღელტეხილიდან დაახლოებით 1,5 კმ-ზე, მდ. ბიდარას სათავეების ერთ-ერთი მარჯვენა შენაკადის შუა ნაწილში წითელი და რუხი ფერის ანდეზიტ-დაციტების ლოდნარი გამოჩნდება. რამდენადმე ქვევით, ვიდრე ბიდარას პირველ ხიდამდე მივიდოდეთ, ხეობის ბორტებში ვულკანიტის ძირითადი გამოსავლებია (1 გამოსავალი). ვულკანიტი ხეობის გასწვრივ 40—50 მ ვრცელდება, ხოლო ბორტებში 10—12 მ სიმაღლეზე ადის. ამ გამოსავლების ერთი ნაწილი ბიდარას ერთ-ერთი მარცხენა შენაკადის კალაპოტში (1 გალერეასთან გვერდით) ჩანს. საყურადღებოა, რომ ლავური სხეული უმთავრესად წითელი და, იშვიათად, რუხი ფერის, აშკარად ბრექჩიული აგებულების ანდეზიტ-დაციტებით არის წარმოდგენილი. შთაბეჭდილება ისეთია, რომ ამ უბანზე თითქოსდა ნეკის ნაშთი უნდა გვქონდეს. მაგრამ საკითხის საბოლოოდ გადაწყვეტას ცუდი გაშიშვლების პირობები ართულებს.

ამის შემდეგ ხეობაში 400—500 მ მანძილზე ძირითადად არაფერი ჩანს, მაგრამ მალე ხეობის ფსკერზე და ზოგან ბორტებშიც, უბან-უბან გამოჩნდება მონაცრისფრო-მოწითლო ფერის ანდეზიტ-დაციტები (II გამოსავლები), რომელთა ბოლო გამოსავლები ნარზანის წყაროს ქვემოთ აღინიშნება, აქ კი მასიურთან ერთად ბრექჩიული ლავაც არის. წყალგაღმა, 50—70 მ მანძილზე კვლავ დანალექი ქანების მძლავრი ნაყარია, მაგრამ მინერალური წყაროს ქვევით მდებარე ხიდის ქვეშ, მდინარის უშუალო კალაპოტში ორი უბნისაგან შემდგარი ანდეზიტ-დაციტური ლავის სხეული ჩანს (III გამოსავლები). ლავა ხეობის გასწვრივ 35—45 მ მანძილზე გაიდევნება, ბორტებში კი 20—25 მ სიმაღლემდე ადის. ისე, როგორც წინა შემთხვევაში, აქაც ქვედა ნაწილში ძირითადად რუხი ფერის მასიური, ოღონდ ოდნავ ბრექჩიული ანდეზიტ-დაციტები გვაქვს.

ლავის ამ გამოსავლების შემდეგ მცირე მანძილზე ისევ ნაყარია, მაგრამ მალე ხეობის მარცხენა ბორტში ლოდბრექჩიები გამოჩნდება. ბრექჩიები თითქოსდა ზედაპირულ მერგელოვანი წყების ქანებზე არიან მილექილი და თანაც ზემოაღნიშნულ ანდეზიტ-დაციტურ სხეულებს თავზე ეფარებიან.

წყალგაღმა ერთხანს კვლავ ნაყარია, შემდეგ კი ისევ ანდეზიტ-დაციტური ლავებია (IV გამოსავლები).

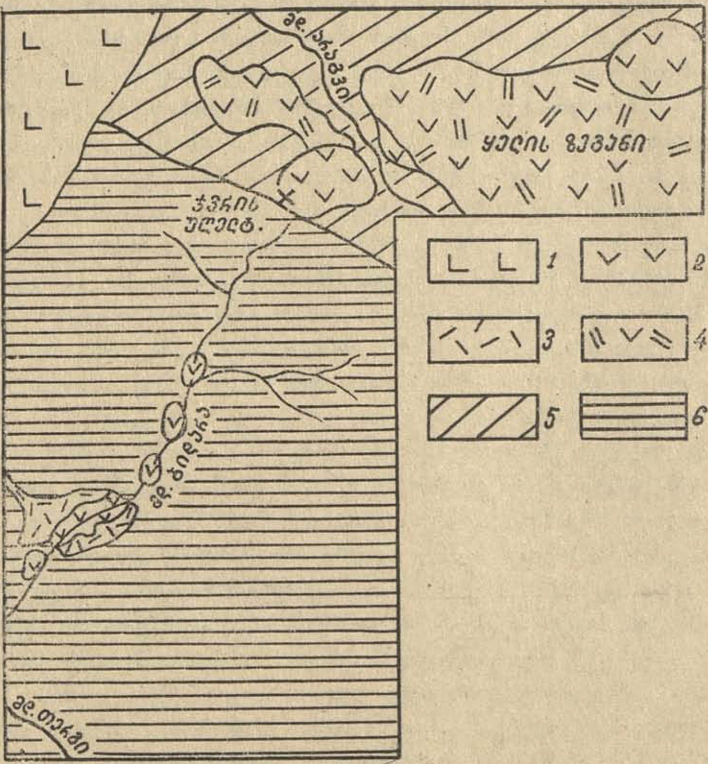
ლავური სხეულის ეს გამოსავლები, რომელიც თითქმის ერთ კილომეტრზე გაიდევნება, უწყვეტლივ გასდევს ხეობის ფსკერს და ბორტებშიც შედის. ლავური სხეულის ზედაპირი არასწორია; ხშირია ჩადაბლებები და ზურგობები. უკანასკნელნი ძირითადად პოროვანი, ოდნავ ბრექჩიული, წითლად „შეფერილი" ანდეზიტ-დაციტებით არის აგებული. აშკარაა, რომ აქ ძველი ნაკადის პირველად ტალღურ ზედაპირთან გვაქვს საქმე. აღმავალ ჭრილში ამ ნაკადს დაციტური ლოდბრექჩიების მძლავრი ფენა აქვს გადაფარებული.

ანდეზიტ-დაციტური ლავის კიდევ ერთი იზოლირებული უბანი (V გამოსავლები) აღინიშნება მდ. საძელის ხევის ქვედა ნაწილში. ჯვრის უღელტეხილის პირველი აღმართის დასაწყისში, სოფ. კობის მხრიდან, თუმცა ლავის ფუძე არც აქ არის გაშიშვლებული, მაგრამ გამოსავლების ზედაპირი ჰიფსომეტრიულად თითქოს იმავე დონეზეა. როგორც ეს წინა შემთხვევაში იყო. აქაც ამ ლავებს დაციტური ლოდბრექჩიების მძლავრი ფენა აქვს გადაფარებული.

ამგვარად, მდ. ბიდარაზე, თუ არ ჩავთვლით საკუთრივ ჯვრის უღელტეხილის უბანს, ლავის ხუთი იზოლირებული გამოსავალია, ამათგან ყველა ისინი ძირითადად ხეობის ფსკერსა და ბორტებშია გაშიშვლებული. საყურადღებოა ისიც, რომ ლავურ სხეულს ზოგ გამოსავალში მეტნაკლებად კარგად გამოხატული ბრექჩიული ზონები ახლავს, უმთავრესად კიდეებში და ზედაპირზე. ამასთან, იქ,

სადაც მდინარეს ლავის კიდე გაუშიშვლებია, დაბრექჩიებული ლავაა გამოჩენილია, ხოლო იქ, სადაც მდინარე ნაკადის ცენტრისკენაა შეჭრილი, მასიური ლავაა გაშიშვლებული. რომ აქ ერთი და იგივე ნაკადის ცალკეული უბნები არის, ამას მათი საოცრად ერთგვაროვანი პეტროგრაფიული და ქიმიური შედგენილობაც ადასტურებს. ისე, რომ ყველა ნიშნით მდ. ბიდარაზე ეროზიით ცალკე უბნებში გაშიშვლებული და ზოგან დაწყვეტილი ლავური ნაკადი გვაქვს.

ბიდარას ხეობა საინტერესო აღმოჩნდა აგრეთვე დაციტური პიროკლასტური მასალის (ლახარული ბრექჩიების) გავრცელების თვალსაზრისით. უკანასკნელთა პირველი ზენაჩენი, ნარზანის წყაროების ქვემოთ მდებარე ხიდის ახლოს აღინიშნება ხეობის ორივე ბორტში; დასაწყისში მათი სიმძლავრე 5—10 მეტრია, მაგრამ ქვემოთ სიმძლავრეში თანდათანი მატებით, განსაკუთრებით, ხეობის მარჯვენა მხარეზე, მდ. ბიდარას კალაპოტიდან დაწყებული საკმაოდ დიდ სიმაღლეზე ადის და საძელის წყალის სათავეებში, საძელის ვულკანური გუმბათის ფუძეში შედის. საძელის წყლის სათავეებში და მდ. ბიდარის მარჯვენა მხარეზე




ნახ. 1. მდ. ბიდარის ხეობის სქემატური გეოლოგიური რუკა (ნ. სხირტლაძისა და ნ. ძოწენიძის მიხედვით)

1. ანდეზიტ-ბაზალტები; 2. ანდეზიტ-დაციტები; 3. დაციტური ბრექჩიები; 4. დაციტები, 5. ზედა იურულ-ქვედა ცარცული ფლიში; 6. ზედაიურული კარბონატული წყება.

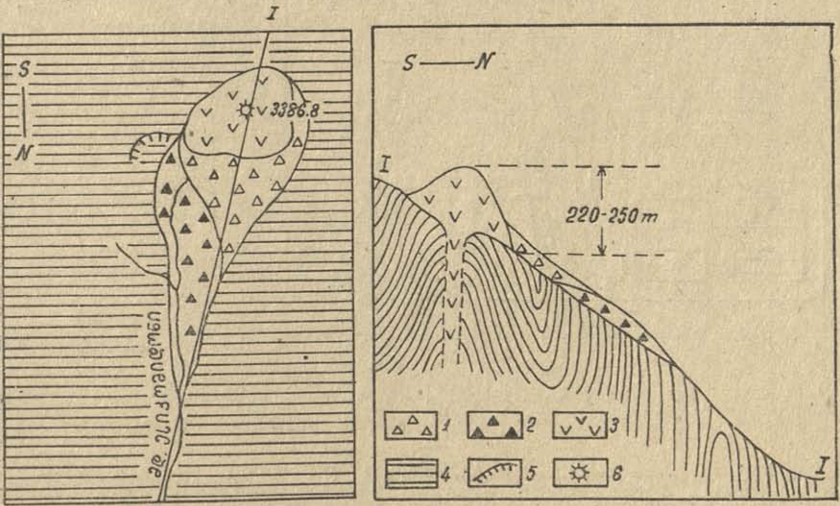
ლოდბრექჩიებს ზემოდან მყინვარეული და თანამედროვე ნალექები აქვთ გადაფარებული ისე, რომ დაციტური ლოდბრექჩიები მყინვარებით (თუ ეროზიის) გამო-

მუშავებულ ხეობაში არიან აღმოსავლეთ მხრიდან (საძელეს ვულკანური მასივიდან) შემოსული და ზემოდან ეფარებიან ბიდარის ვულკანური ცენტრის ლავებს.

იმის გამო, რომ ლოდბრექჩიების ზოლის ეროზიულ პროცესებს გადარჩენილი უბნები თანამედროვე ხეობის ფსკერიდან 80—100 მ სიმაღლეზე არიან შემორჩენილი, მათი წარმოშობის დრო შუა მეოთხეულის ფარგლებში უნდა თავსდებოდეს. რაც შეეხება მათ ქვეშმდებარე ვულკანურ ცენტრებთან დაკავშირებულ ეფუზიებს, ისინი შუამეოთხეულზე ძველი უნდა იყოს.

მდ. თერგის სათავეებში (თრუსოს ხეობის ფარგლებში), ზედაიურულ—ქვედაცარცულ ფლიშის გავრცელების რაიონში, რამდენიმე ვულკანური ნაგებობა გვხვდება. მათგან ვულკანი ესიკომი ადრევეა ლიტერატურაში მოხსენიებული (3,9), მაგრამ მისი სპეციალური შესწავლა კი არ ჩატარებულა. თერგის ხეობის ამავე ნაწილში გვხვდება რესის დიდი და პატარა კონუსები, რომლებიც დღემდე საერთოდ ნაკლებად იყვნენ ცნობილნი.

ვულკანური ნაგებობა ე ს ი კ ო მ ი მთავარ ქედთან მდებარეობს დაახლოებით 3200 მ აბსოლუტურ სიმაღლეზე, მდ. ესიკომდონის სათავეებში, სადაც მას მყინვარით წარმოქმნილი ტაფობი უჭირავს და მკაფიოდ გამოხატული კონუსური ფორმა აქვს. ვულკანური კონუსი, რომლის ფუძის გარშემოწერილობა 500 მ შეადგენს რამდენადმე ასიმეტრიულია, რადგანაც ჩრდილო კალთა დამრეცია და გრძელი, ხოლო სამხრეთ კალთა კი მოკლე და ციცაბო (ნახ. 2). კონუსის შეფარდებითი სიმაღლე ჩრდილო კალთის მხრიდან 250—280 მ, სამხრეთიდან კი 120—150 მ.



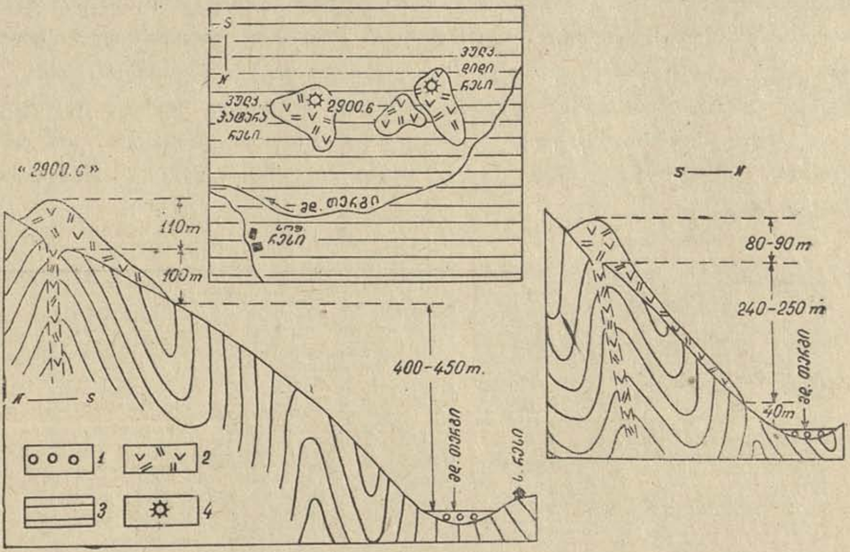

ნახ. 2. ვულკან ესიკომის აგებულების სქემა

1. თანამედროვე ნაყარი, 2. მორენული მასალა. 3. ანდეზიტ-დაციტი. 4. ზედაიურული მერგელოვანი წყება. 5. მყინვარეული ცირკი. 6. ვულკანური ცენტრი.

კონუსის ფუძის ნაწილში მძლავრი ნაყარია დაგროვილი, განსაკუთრებით ჩრდილო მხარეზე, საიდანაც მცირე სიდიდის მორენა იწყება. ვულკანურ კონუსს კრატერი არ გააჩნია და არც ლავის ნაკადს იძლევა, ისე, რომ, იგი ჩვეულებრივ ექსტრუზულ სხეულს წარმოადგენს. ესიკომი მორუხო და მოვარდისფრო ანდეზიტ-დაციტებით არის აგებული. ლავის ორივე ეს სახესხვაობა მკაფიო პორფირული

აგებულებითა და პილოტაქსიტური ძირითადი მასით ხასიათდება. ფენოკრისტალები მთელი ქანის 40—45% შეადგენს და წარმოდგენილია ფუძე ანდეზინით, თითქმის მთლიანად ოპაციტიზებული ბისილიკატით (რქატყუარით) და საღად შენახული ენსტატიტის ერთეული მარცვლებით. ესიკომის ანდეზიტ-დაციტების ქიმიური ანალიზი ქვემოთ არის მოტანილი (ტაბ. 1, ანალიზი 10).

რესის დიდი და პატარა კონუსი. ორივე ეს კონუსი, სოფ. რესის ზემოთ, თერგის ხეობის მარჯვენა კალთაზეა ამართული. კონუსებს შორის მანძილი სულ ხუთასიოდე მეტრია. მათგან შედარებით დიდია დასავლეთით მდებარე კონუსი, რომელსაც კრატერი არ გააჩნია, მაგრამ საკმაოდ გრძელი (600 მ) ლავის ნაკადი უკავშირდება. ნაკადის ბოლო ნაწილი თერგის თანამედროვე კალაპოტიდან 35—40 მ სიმაღლეზე იმყოფება. ამასთან, მისი აღმოსავლეთ კიდიდან ეროზიით მოწყვეტილი ნაწილი გამოიყოფა, რომლის საერთო ფართობი 0,13 კმ² უდრის. კონუსის ფუძის გარშემოწერილობა 500 მეტრის რიგისაა, შეფარდებითი სიმაღლე კი 200—250 მ აქვს.




ნახ. 3. რესის პატარა და დიდი კონუსის ადგილმდებარეობა და მათი აგებულების სქემა (მასშტაბი დაცული არ არის)

1. თანამედროვე მდინარეული ნალექები. 2. დაციტები. 3. შუაიურული ფიქლების წყება. 4. ვულკანური ცენტრები.

რესის პატარა კონუსიც უკრატეროა და მასაც უკავშირდება 300—350 მ სიგრძის ლავის ნაკადი. ამ კონუსის ფუძის გარშემოწერილობა დაახლოებით 300 მეტრია, შეფარდებითი სიმაღლე კი 100 მ უდრის.

რესის ორივე კონუსი და მათთან დაკავშირებული ლავის ნაკადები რქატყუარიანი დაციტებით არის აგებული. უკანასკნელთათვის ჰიალოპილიტური და ზოგჯერ მიკროფელზიტური ძირითადი მასაა დამახასიათებელი. ძირითადი მასის მინა საკმაოდ მჟავეა და მჟავე შედგენილობის პლაგიოკლაზის (ოლიკლაზის) მიკროლიტებს შეიცავს. ფენოკრისტალები ზონურ ანდეზიან-ლაბრადორი, საღი ან ნაწილობრივ ოპაციტიზებული მომწვანო რქატყუარით არის წარმოდგენილი. არის ერთეული მარცვლები ენსტატიტისა და გრანატისა. რესის კონუსის დაციტების ქიმიური ანალიზები ქვემოთ ტაბულაში ნაჩვენები (ტაბ. 1. ანალ. 11, 12).

როგორც ქვემომოტანილი ანალიზებიდან ჩანს (ტაბ. 1), უმთავრესი ქანმგენელები შესწავლილ ქანებს ორ ჯგუფად ანაწილებს—ანდეზიტ-დაციტებად და დაციტებად. პირველ ჯგუფში ექცევიან ჯვრის უღელტეხილისა და მდ. ბიდარის ხეობაში გავრცელებული მონოგენური ვულკანურ აპარატებთან დაკავშირებული ლავები. ამავე ჯგუფს მიეკუთვნება ესიკომის კონუსის ლავა. შესამჩნევად განსხვავებულია რესის დიდი და პატარა კონუსის ლავები, რომლებიც უფრო მჟავე ტიპს—დაციტებს შეესატყვისებიან. მიუხედავად ამისა, ქანების ორივე ეს ჯგუფი პეტროქიმიურად ტიპიურ კირტუტიან სერიის ვულკანურ ქანებს უპასუხებენ.

### ჯვრის უღელტეხილის, მდ. ბიდარისა და თრუსოს ხეობის ზოგიერთი ვულკანური ქანების ქიმიური შედგენილობა

საკვლევი რაიონის ვულკანური ქანები სულ ათიოდე ქიმიური ანალიზით გვაქვს დახასიათებული. ანალიზები შესრულებულია თბილისის სახ. უნივერსიტეტის მინერალოგია-პეტროგრაფიის კათედრის პეტროქიმიურ ლაბორატორიაში (ანალ. № 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 ანალიტიკოს ო. რაზმაძე), საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გეოლოგიური ინსტიტუტის ქიმიურ ლაბორატორიაში (ანალ. № 5, ანალიტიკოსი ბუგიანაშვილი), საქართველოს გეოლოგიურ სამმართველოს კომპლექსურ ლაბორატორიაში (ანალ. № 9, 10, 11, ანალიტიკოსი რ. ზამაშვილი).

ტაბულა 1.

| № | $SiO_2$ | $TiO_2$ | $Al_2O_3$ | $Fe_2O_3$ | $FeO$ | $MnO$ | $MgO$ | $CaO$ | $Na_2O$ | $K_2O$ | $P_2O_5$ | $SO_3$ | $H_2O^-$ | $H_2O^+$ | ჯამი |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 64,45 | კვალი | 18,38 | 3,70 | 1,89 | 0,10 | 0,49 | 3,38 | 3,70 | 2,86 | — | — | 0,14 | 1,07 | 100,00 |
| 2 | 62.94 | 0,84 | 16.27 | 2,67 | 2,49 | 0,10 | 2,59 | 4,39 | 3,68 | 2,40 | 0,35 | კვალი | 0,66 | 0,87 | 100,25 |
| 3 | 63,26 | 0,63 | 16,75 | 5,76 | 1,45 | 0,12 | 0,86 | 4,39 | 3,62 | 1,92 | 0,43 | 0,27 | 0,04 | 0,22 | 99,92 |
| 4 | 62,88 | 0,36 | 15.98 | 2.50 | 3,08 | 0,12 | 3,06 | 4,54 | 4,05 | 2,60 | 0,42 | კვალი | 0,20 | 0,36 | 100,15 |
| 5 | 61,26 | 0,52 | 10,97 | 10,49 | 1,15 | 0,05 | 2,18 | 5,28 | 4,13 | 1,93 | 0,52 | 0,24 | 0,29 | 0,98 | 100,05 |
| 6 | 62,67 | 0,63 | 18,39 | 3,63 | 2,71 | 0,13 | 0,33 | 4,67 | 3,76 | 1,92 | 0,41 | 0,20 | 0,22 | 0,26 | 99,90 |
| 7 | 61,14 | 0,78 | 16,14 | 1,82 | 3,92 | 0,17 | 3,53 | 4,22 | 3,44 | 1,71 | 0,57 | 0,03 | 0.62 | 0,32 | 100,07 |
| 8 | 62,81 | 0,48 | 15,92 | 2,12 | 3,42 | 0,17 | 3,82 | 4,62 | 3,44 | 1,85 | 0,24 | 0,34 | 1,08 | 0,32 | 100,18 |
| 9 | 61,98 | 0,78 | 16,59 | 2,15 | 3,67 | 0,14 | 3,42 | 4,82 | 3,52 | 1,71 | 0,45 | 0,1 | 0,42 | 0,24 | 100,29 |
| 10 | 63,57 | 0,52 | 17,05 | 4,92 | — | 0,24 | 1,98 | 4,81 | 5,00 | 1,70 | — | — | 0,04 | 0,37 | 100,19 |
| 11 | 68,21 | 0,23 | 16,37 | 2 92 | — | 0,07 | 1,24 | 3,94 | 5,10 | 1,80 | — | — | 0,08 | 0,12 | 100,08 |
| 12 | 67,17 | 0,32 | 16,07 | 3 61 | — | 0,07 | 1,36 | 4,32 | 5,10 | 1,70 | — | — | 0,46 | 0,04 | 100,22 |

1-ანდეზიტ-დაციტი ყელის ზევნის წვერწაკვეთილი კონუსიდან; 2-ანდეზიტ-დაციტი მდ. არაგვის მარჯვენა ბორტში (ზევიდან მეორე ნაკადი); 3-ანდეზიტ-დაციტი უშუალოდ ჯვრის უღელტეხილზე; 4—ანდეზიტ-დაციტი უღელტეხილიდან ჩრდილოეთით 1,5—2 კმ. მდ, ბიდარაზე (I გამოსავლები); 5—ანდეზიტ-დაციტი მდ. ბიდარაზე, მინერალურ წყაროსთან (II გამოსავლები); 6—ანდეზიტ-დაციტი მდ. ბიდარაზე მინერალური წყლების ქვემოთ ხიდის ქვეშ (III გამოსავლები): 7—ანდეზიტ-დაციტი მდ. ბიდარაზე (IV გამოსავლები); 8,9 —ანდეზიტ-დაციტები მდ. საძელისა და ბიდარის შესართავთან (V გამოსავლები); 10—ანდეზიტ-დაციტი. ვულკანი ესიკომი. 11-დაციტი რესის დიდი კონუსიდან. 12—დაციტი პატარა კონუსიდან.

## საერთო დასკვნა

ზემომოტანილი ფაქტობრივი მონაცემების მიხედვით, ჯვრის უღელტეხილის უბანზე (მეტეოროლოგიურ სადგურთან, გავრცელებული ანდეზიტ-დაციტები უღლის ზეგნის მხრიდან შემოსული ლავის ნაკადის ნაწილს წარმოადგენს. უკანასკნელი უღელტეხილიდან ჩრდილო მიმართულებით—ბიდარას ხეობის ღრმად ჩაჭრილ ადგილებში ცალკეული უბნების სახით გაიდევნება. ასე, რომ მდ. ბიდარას გასწვრივ ეროზიით უბან-უბან გაშიშვლებული ან ზოგან დაწყვეტილი ნაკადის ნაწილები გვაქვს და არა ერთიანი ნაკადი, როგორც ამას ზოგი ვარაუდობს. თუ არ ჩავთვლით ჯვრის უღელტეხილის ლავურ სხეულს, მდ. ბიდარაზე ლავის ხუთი ცალკეული უბანია გამოჩენილი. ამასთან, ყველგან, მათ შორის უღელტეხილზეც, პეტროგრაფიულად და ქიმიურად სავსებით ერთნაირი ანდეზიტ-დაციტებია წარმოდგენილი, მიუხედავად იმისა, ლავა ბრექჩიულია თუ მასიური.

ბიდარას ხეობაში გავრცელებულია აგრეთვე დაციტური შედგენილობის პიროკლასტური მასალა, რომელთა ამოფრქვევის ცენტრს არავითარი კავშირი არა აქვს უღელტეხილის ფარგლებსა და ბიდარას ხეობაში გავრცელებულ ლავების მომცემ ვულკანურ ცენტრთან.

ასაკობრივად ბიდარას ანდეზიტ-დაციტები შუა პლეისტოცენურზე ძველი უნდა იყოს, ხოლო მათზე განლაგებული დაციტური ბრექჩიები კი უთუოდ პლეისტოცენური.

მონოგენური ტიპის ვულკანებს მიეკუთვნება ესიკომი და რესის დიდი და პატარა კონუსი. პეტროქიმიურად ყველა ზემოხსენებული ეფუზივები კირტუტიანი სერიის ვულკანური ქანების იმ ტიპს შეესატყვისებიან, რომლებიც საერთოდ დამახასიათებელი არიან ოროგენული სარტყლებისათვის.

(შემოსულია 6.1.1973)

მინერალოგია-პეტროგრაფიის
კათედრა

## ლიტერატურა

1. М. С. Бурштар, Ю. М. Васильев и др. Основы геологической практики. Изд. „Недра". Москва, 1972.

2. Н. М. Дзоценидзе, Геология Кельского вулканического нагорья. Изд. „Мецниереба", Тбилиси, 1972.

3. Ф. Ю. Левинсон-Лессинг, Изв. СПб. Политехн. ин-та, т. 20, 1913, стр. 193.

4. Л. И. Маруашвили, Целесообразность пересмотра существующих представлений о палеогеографических условиях ледникового времени на Кавказе. Изд. АН ГССР, Тбилиси, 1956.

5. Е. Е. Милановский, Н. В. Короновский, Бюлл. М. об-ва исп. природы отд. геологии, т. 39. вып. 6. 1964, стр. 57—85.

6. К. Н. Паффенгольц, Очерк магматизма и металлогении Кавказа. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1970.

7. А. Л. Рейнгард, Крестовый перевал Военно-Грузинской дороги. Изв. Кавк. отд. Русск. геогр. об-ва, т. 22, вып. I. 1913—1914, стр. 17—26.

8. В. П. Ренгартен, Тр. ВГРО, вып, 148, 1932, стр. 44—50.

9. Н. И. Схиртладзе, Постпалеогеновый эффузивный вулканизм Грузии. Изд. АН ГССР, Тбилиси, 1958.

10. Д. В. Церетели, Плейстоценовые отложения Грузии. Изд. „Мецниереба", Тбилиси, 1966.

Н. И. СХИРТЛАДЗЕ, Н. М. ДЗОЦЕНИДЗЕ

# О МОЛОДЫХ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЯХ КРЕСТОВОГО ПЕРЕВАЛА И УЩЕЛЬЯ ТРУСО (ВЕРХНЕЕ ТЕЧЕНИЕ Р. ТЕРЕКА)

## Резюме

По новейшим исследованиям авторов в районе Крестового перевала, вдоль ущелья р. Бидара, где предыдущие исследователи на геологической карте показывали единый лавовый поток, спускающийся со стороны Крестового перевала, установлено наличие пяти отдельных выходов лавовых участков, сложенных массивными и местами брекчированными андезито-дацитами. В этом же ущелье обнаружено мощное накопление кислых—дацитовых глыбовых брекчий, центр извержения которых расположен за пределами Крестового перевала, у подножья горы Садзеле. В работе приведены новые данные о вулкане Эсикоме, сложенном андезито-дацитами, а также о двух небольших малоизвестных дацитовых вулканических центрах (Большой и Малый Реси), расположенных в ущелье Трусо, напротив с. Реси. Высказывается мнение, что эти вулканы действовали, в основном, в плейстоцене.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# НУММУЛИТОВЫЕ ЗОНЫ В ПАЛЕОГЕНЕ ГРУЗИИ

Н. И. МРЕВЛИШВИЛИ

Наличие в нижнетретичных отложениях Грузии отдельных нуммулитовых горизонтов впервые было установлено И. В. Качарава [3]. В более поздней работе И. В. Качарава [7] отмечает наличие четырех нуммулитовых горизонтов в палеогене Грузии: 1. Горизонт с N. fraasi (верхний палеоцен); 2. Горизонт с N. planulatus (нижний эоцен); 3. Горизонт с N. laevigatus (средний эоцен) и 4. Горизонт с N. fabianii (верхний эоцен). Анализ накопившегося за последние годы фактического материала позволил нам более полно охарактеризовать установленные ранее фаунистические горизонты, а также выделить ряд новых горизонтов. Предлагаемая статья является первой попыткой сопоставления нуммулитовых горизонтов палеогена Грузии с соответствующими нуммулитовыми зонами.

Наличие на территории Грузии двух палеозоогеографических провинций [2] с разными комплексами нуммулитов значительно осложняет дело зонального расчленения палеогена Грузии.

В Колхидской фациальной области, принадлежащей к северной нуммулитовой провинции, отложения нижнетретичного времени маломощны и в основном довольно богаты нуммулитовой фауной. Несмотря на это, дать их зональное расчленение не удается, т. к. фауна в них хотя и обильная, но весьма однообразная. Несколько лучше обстоит дело в Мтиулетско Кахетинской области, где фаунистически лучше охарактеризован эоцен, однако и здесь можно установить наличие только четырех зон северной нуммулитовой провинции. Значительно более разнообразной является нуммулитовая фауна Аджаро-Триалетии. Поэтому обзор нуммулитовых зон Грузии начнем с этой области и попутно коснемся соответствующих зон остальных двух областей.

Тесная связь нуммулитовой фауны Аджаро-Триалетии с фауной южной нуммулитовой провинции не вызывает сомнений (2,6), поэтому вполне естественно, что фаунистические горизонты этой области следует сопоставлять с зонами южной провинции. При сопоставлении за основу мы берем схему зонального расчленения палеогена южной нуммулитовой провинции, приведенную в одной из наших статей (5). Здесь же следует заметить, что довольно однообразные в литологическом отношении мощные свиты полеоцена и эоцена Аджаро-Триалетии не по всей своей мощности охарактеризованы нуммулитидами и поэтому трудно судить об объеме, а особенно о смыкании соседних зон.

Самый нижний нуммулитовый геризонт Аджаро-Триалетской фациальной области содержит комплекс крупных фораминифер, который позволяет сопоставить его с зоной N. fraasi. Представленные здесь N. fraasi, N. solitarius, Discocyclina seunsi, D. douvillei и мелкие Operculina встречаются и в зоне N. silvanus, но тогда рядом с ними всегда присутствуют другие формы, впервые появляющиеся в верхнем палеоцене (N. soerenbergensis, N. pernotus, N. praecursor, N. bolcensis, N. spileccensis и др.). Несмотря на большое количество изученного материала, ни один из названных видов в этом горизонте не обнаружен. К тому же он приурочен к самой нижней части разреза палеоцена, согласно расположенного на фаунистически охарактеризованных датских отложениях. Поэтому есть все основания сопоставить этот горизонт с зоной N. fraasi. Зона N. fraasi выделяется только в бассейне р. Алгети. В других разрезах нижнего палеоцена Аджаро-Триалетии нуммулитиды не найдены.

Второй фаунистический горизонт палеоцена Аджаро-Триалетии содержит многочисленные мелкие нуммулитиды, среди которых отмечаются N. pernotus, N. praecursor, N. soerenbergensis, Discocyclina seunesi и др. Первые два вида, впервые появившись в верхнем палеоцене, переходят в нижний эоцен. Discocyclina scunesi палеоценовый вид и в нижнем эоцене не встречается, а N. soerenbergensis известен только из верхнего палеоцена. Таким образом, хотя N. silvanus в этом горизонте не обнаружен, его смело можно сопоставить с зоной N. silvanus верхнего палеоцена. Зона N. silvanus устанавливается только в пределах Триалетского хребта, где фауна мелких нуммулитид отмечается в средней части терригенных флишевых отложений палеоцен-нижнего эоцена.

Наличие этих зон устанавливается только в пределах Аджаро-Триалетской фациальной области. В палеоцене Мтиулетско-Кахетинской области нуммулиты не обнаружены, а в Колхидской области палеоцен не удается подразделить на зоны. Discocyclina seunesi, представленная в обеих палеоценовых зонах южной нуммулитовой провинции, встречается как в нижнем, так и верхнем палеоцене Колхидской фациальной области. Этот вид, по-видимому, является довольно характерной формой для этой области, поэтому можно условно выделить зону Discocyclina seunesi, которая должна соответствовать двум палеоценовым зонам южной нуммулитовой провинции—N. fraasi и N .silvanus.

Установленные в нижнем эоцене Аджаро-Триалетской фациальной области два фаунистических горизонта хорошо сопоставляются с соответствующими нуммулитовыми зонами южной нуммулитовой провинции. N. planulatus встречается спорадически почти по всей мощности нижнеэоценовых отложений Аджаро-Триалетии. Однако сопровождающие его комплексы крупных фораминифер значительно отличаются друг от друга в нижнем и верхнем фаунистических горизонтах нижнего эоцена. В нижнем горизонте совместно с N. planulatus отмечаются N. globulus, N. atacicus, N. subplanulatus, N. burdigalensis — комплекс, позволяющий сопоставить этот горизонт с зоной N. planulatus (s. str). В верхнем горизонте представлена более разнообразная фауна нуммулитид—N. aquitanicus, N. subramondi, N. leupoldi, N. burdigalensis, N. planulatus, N. globulus, N. distans, N. subdistans, N. murchisoni, Assilina laxispira, Discocyclina nummulitica и др. Этот горизонт бесспорно составляет верхнюю часть нижнего эоцена и его можно сопоставить с зоной N. aquitanicus. Последний вид на территории Грузии имеет весьма ограниченное распространение и известен пока только в разрезе по р. Гумбатисцкали. С другой стороны, в Грузии, особенно в Аджаро-Триалетии, на этом уровне нередко встречается N. praelucasi, который, правда, впервые появляется в низах нижнего эоцена, но особенно широко представлен во второй половине раннеэоценового времени. Поэтому N. praelucasi можно признать викарирующим видом. Нижнеэоценовые зоны в пределах Аджаро-Триалетии выделяются только в бассейне р. Алгети и на Триалетском хребте.

Наличие по всей мощности нижнего эоцена Колхидской фациальной области N. planulatus и сопровождающего его комплекса—N. atacicus, N. globulus, N. exilis, N. murchisoni, N. nitidus, дает полное основание для установления здесь зоны N. planulatus (s. l.).

Как известно, в северной нуммулитовой провинция зона N. planulatus выделяется в объеме всего нижнего эоцена (6) и она должна соответствовать двум зонам южной провинции — N. planulatus (s. str.) и N. aquitanicus.

В Мтиулетско-Кахетинской фациальной области нижнеэоценовый нуммулитовый горизонт охарактеризован следующими видами крупных фораминифер: N. charthersi, N. atacicus, N. globulus, N. praelucasi, Discocyclina umbo. Наличие в этом горизонте N. praelucasi и преобладание общих для нижнего и среднего эоцена форм, обладающих довольно крупными размерами, дает основание считать этот горизонт эквивалентом второй зоны нижнего эоцена, т. е. зоны N. aquitaricus. В данном случае N. praelucasi можно также считать викарирующим видом.

Наличие двух среднеэоценовых зон в Аджаро-Триалетской фациальной области не вызывает сомнений. Нижний фаунистический горизонт, приуроченный к нижней части вулканогенно-осадочной серии Аджаро-Триалетской складчатой системы, хорошо сопоставляется с зоной N. laevigatus, будучи охарактеризован довольно богатой фауной нуммулитид. Кроме N. laevigatus, наличие которого устанавливается в разных частях области, здесь представлены: N. partschi, N. irregularis, N. murchisoni, N. nitidus, N. atacicus, N. burdigalensis, Assilina exponens, Discocyclina archiaci, и др. Зоне N. laevigatus должны соответствовать дабаханские слои на восточном окончании Триалетского хребта, нижняя часть массивных туфобрекчий на Триалетском хребте, в Ахалцихском и Аспиндзском районах.

Верхняя зона среднего эоцена — зона N. brongniarti также хорошо выделяется в пределах Аджаро-Триалетии. Хотя N. brongniarti обнаружен пока только в среднем эоцене Аспиндзского района, но характерный для этой зоны нуммулитовый комплекс устанавливается во многих разрезах. Зона N. brongniarti хорошо выделяется в окрестностях Тбилиси, где в т. н. горизонте глыбовых брекчий, составляющем верхнюю часть среднего эоцена, установлено наличие N. galensis, N. burdigalensis, N. incrassatus, N. striatus pannonicus и др. На северном склоне Триалетского хребта, в окрестностях с. с. Дзегви, Мцхета, Ахалкалаки в зоне N. brongniarti представлены: N. millecaput, N. gallensis, N. katscharavai, N. incrassatus, Discocyclina scalaris и др.

В Аспиндзском районе и Ахалциской депрессии зона N. brongniarti устанавливается в свите верхних слоистых туфогенов, содержащих N. millecaput, N. brongniarti, N. gallensis, N. incrassatus, Op. canalifera, Discocyclina scalaris и др. В Гурии, на северном склоне Аджаро-Имеретинского хребта зона N. brongniarti устанавливается в верхней части среднеэоценовой вулканогеннной свиты по наличию N. millecaput, N. incrassatus, N. aff. striatus, D. schudeaui.

В Колхидской фациальной области средний эоцен, будучи охарактеризован индифферентной фауной, на зоны не подразделяется. Представленные здесь N. murchisoni, N. irregularis, N. nitidus, N. atacicus, N. distans и Operculina gigantea являются общими для нижнего и среднего эоцена формами. Можно только предположить, что этот горизонт соответствует двум зонам среднего эоцена северной провинции — N. distans и N. polygyratus. То же самое можно сказать и о Мтиулетско-Кахетинской фациальной области. Здесь, в наиболее полных разрезах среднего эоцена нуммулиты отмечаются только в нижней части последнего, будучи представлены все теми же индифферентными видами. В верхней части среднего эоцена, представленной зелеными мергелями и лиролеписовыми мергелями, нуммулиты отсутствуют вовсе.

На северном склоне Триалетского хребта можно выделить обе зоны верхнего эоцена. Зоне N. fabianii должен соответствовать нижний нуммулитовый горизонт, в котором помимо N. fabianii отмечаются типичные верхнеэоценовые виды — N. chavannesi и N. budensis, а также N. incrassatus, N. striatus, Discocyclina sella и др. N. retiatus — зональный вид второй зоны верхнего эоцена—на Триалетском хребте не обнаружен, однако наличие зоны N. retiatus в этой области не вызывает сомнений. Этой зоне должен соответствовать второй нуммулитовый горизонт верхнего эоцена, в котором помимо N. incrassatus, N. chavannesi, N. striatus, N. bouilei, N. budensis и других верхнеэоценовых нуммулитов, широко развиты викарирующие виды — N. praefabianii и N. schaubi. Последние, как известно в аберантных бассейнах замещают N. retiatus [4]. Поэтому горизонт с N. schaubi и N. praefabianii Триалетского хребта можно сопоставить с зоной N. retiatus.

В Ахалцихской депрессии и Аспиндзском районе также выделяются два нуммулитовых горизонта, но ни в одном из них нет сетчатых нуммулитов — руководящих форм нуммулитовых зон верхнего эоцена. Поэтому трудно судить о наличии здесь зоны N. fabianii или зоны N. retiatus. Однако обилие в верхнем фаунистическом горизонте форм с полуинволютным последним оборотом, таких как N. voriolarius, N. orbignyi и N. bouillei, дает основание сопоставить этот горизонт с зоной N. retiatus.

В таком случае нижний фаунистический горизонт Ахалцихской депрессии, охарактеризованный N. striatus, N. chavannesi, N. incrassatus, можно считать эквивалентом зоны N. fabianii.

В Колхидской фациальной области развитые в нижней части верхнего эоцена, почти немые лиролеписовые мергели нуммулитов не содержат, а в верхней части верхнего эоцена представлены индифферентные виды: N. chavannesi, N. incrassatus, N. budensis, одинаково характерные для всего верхнего эоцена. Поэтому выделить нуммулитовые зоны в верхнем эоцене этой области не удается.

Несколько иначе обстоит дело в Мтиулетско-Кахетинской фациальной области. Хотя и здесь представлены все те же верхнеэоценовые виды—N. incrassatus, N. chavannesi, N. bouillei, N. pulchellus, но наличие в верхней части верхнего эоцена бассейна р. Аркала N. praefabianii Var. et Menn. дает основание установить в этой области верхнюю зону верхнего эоцена—зону N. retiatus. Вместо N. retiatus здесь в качестве викарирующего вида выступает N. praefabianii. В то же время эта зона должна соответствовать зоне N. orbignyi северной нуммулитовой провинции.

Олигоцен в Аджаро-Триалетской фациальной области нуммулитов не содержит и об его зональном расчленении говорить не приходится. В Колхидской области олигоцен также беден фаунистически. Имеется только одно указание на находку нуммулита в олигоценовых отложениях Мегрелии (I). Однако N. bouillei, отмеченный из олигоцена с. Сацулеискиро, имеет большое вертикальное распространение и о точном возрасте вмещающих пород судить трудно, тем более об их принадлежности к какой-либо зоне.

В Мтиулетско-Кахетинской фациальной области известен также только один разрез с олигоценовыми нуммулитами. Однако здесь представлен N. kakhadzei—руководящая форма нижней зоны олигоцена, и сопровождающие его формы: N. garnieri, N. vascus, N. incrassatus. Поэтому здесь уверенно можно говорить о наличии зоны N. kakhadzei.

На основании вышеизложенного можно считать установленными в палеогене Грузии следующих 9 нуммулитовых зон: N. fraasi, N. silvanus, N. planulatus, N. aquitanicus, N. laevigatus, N. brongniarti, N. fabianii, N. retiatus и N. kakhadzei. Перечисленные зоны южной нуммулитовой провинции, за исключением зоны N. kakhadzei, выделяются только в пределах Аджаро-Триалетской фациальной области.

В северной полосе выходов палеогена (Колхидская и Мтиулетско-Кахетинская фациальные области), относящейся к северной нуммулитовой провинции, выделяются только 4 зоны северной провинции: Discocyclina seunesi, N. planulatus (s. l.), N. fabianii, N. orbignyi (-зона N. retiatus) и только в одном разрезе зона N. kakhadzei нижнего олигоцена.

(Поступило 9. XI 1972)

Кафедра геологии и палеонтологии

## ЛИТЕРАТУРА


1. И. В. Качарава, Бюлл. Геол. ин-та Грузии, т. 2, вып. I, 1936, стр. 1—63.
2. И. В. Качарава, Тр. геол. Ин-та АН Груз. ССР, т. 2 (7), вып. 1, 1944, стр. 1—144.
3. И. В. Качарава, Сбор. трудов Ин-та геол. и минерал. АН Груз. ССР. 1951 стр. 341—350.
4. Н. И. Мревлишвили, Сообщ. АН Груз. ССР, 62, № 1, 1971. стр. 109—112.
5. Н. И. Мревлишвили, Тр. ТГУ, А3 (144), 1972, стр. 235—250.
6. Г. И. Немков, Нуммулиты Советского Союза и их биостратиграфическое значение. М., 1967.
7. J. W. Kacharava, Roczn. Polsk. Tow. Geol., t. 39, 1—3, 1969, 241—244.


ნ. მრევლიშვილი

### ნუმულიტური ზონები საქართველოს პალეოგენში


რეზიუმე

ნაშრომი წარმოადგენს საქართველოს პალეოგენურ ნალექებში ნუმულიტური ზონების დადგენის პირველ ცდას. აჭარა-თრიალეთის ნაოჭა სისტემაში გამოყოფილია სამხრული პროვინციის 8 ნუმულიტური ზონა, ხოლო კოლხეთისა და მთიულეთ-კახეთის პალეოგენურ ნალექებში—ჩრდილო პროვინციის 4 ზონა.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# ზოგიერთი მიკროელემენტის განაწილების შესახებ ჯავახეთის ქედის ახალგაზრდა ვულკანურ ქანებში

გ. თუთბერიძე

ჯავახეთის ქედის გეოლოგიურ აგებულებაში ახალგაზრდა ვულკანური წარმონაქმნები დიდ ადგილს იკავებენ. ამჟამად ამ წარმონაქმნებს შემდეგნაირად ანაწილებენ (3): ა. ზედამიოცენ-ქვედა პლიოცენურად (რიოლითები, რიოლით-დაციტები. ანდეზიტ-დაციტები და ანდეზიტები), ბ. ზედაპლიოცენ-ქვედა პლეისტოცენურად (ანდეზიტ-დაციტები, ანდეზიტები, ანდეზიტ-ბაზალტები და დოლერიტები), გ. ზედაპლეისტონეც-ჰოლოცენურად (ანდეზიტ-დაციტები, ბაზალტები და დოლერიტები).

აღსანიშნავია, რომ მიკროელემენტების ხასიათი და მათი განაწილება ამ წარმონაქმნებში დღემდე სპეციალურად შესწავლილი არ ყოფილა. ჩვენი კვლევის მიზანი იყო დაგვედგინა სხვადასხვა ქანებში მიკროელემენტების განაწილების კანონზომიერება, რისთვისაც ჩატარდა როგორც რაოდენობრივი, ისე ნახევრად-რაოდენობრივი (თვისობრივი) სპექტრალური ანალიზები.

ნახევრადრაოდენობრივი სპექტრალური ანალიზით (120 ნიმუშში) დადგენილ იქნა შემდეგი ელემენტები: Si, Al, Mg, Ca, Fe, Mn, Na, Ni, Co, Ti, Ba, Cr, Mo, Zr, Sr, Cu, Pb, Zn, Sc, Ge, Ga, Sn, V, Be (ანალიზები შესრულებული იქნა საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გეოლოგიური ინსტიტუტის გეოქიმიურ ლაბორატორიაში ქ. აბაშიძის მიერ). მიღებულმა შედეგებმა ცხადყო, რომ საკვლევი ტერიტორიის ახალგაზრდა ვულკანურ ქანებში წამყვან ელემენტებთან (Si. Al, Mg, Fe, Na, Ca). ერთად უმნიშვნელო რაოდენობით ყოველთვის მონაწილეობენ: Mn, Ni, Co, Ti, Mo, Pb, Gr, Cu, Sn, Ge, Ga, Be, Sr, Sc, Sn.

რაოდენობრივი სპექტრალური ანალიზით 70 ნიმუშში განსაზღვრულ იქნა (ანალიზები შესრულებულ იქნა საბჭოთა კავშირის მეცნიერებათა აკადემიის იშვიათი ელემენტების, მინერალოგიის, გეოქიმიის და კრისტალოქიმიის ინსტიტუტის ფიზიკური მეთოდების ლაბორატორიაში. ანალიტიკოსები: ვ. რედკინა, ვ. კალინინა, ზ. ლისიჩკინა, ნ. ბორდუკოვა) შემდეგი ელემენტები: Be, Sc, Zr, Hf, F, Sn, Zn, Cu, Pb, Ag, Mn, B, V, Ti, Co, Cr, Ge, Ba, Sr, Hg.

აღნიშნული ელემენტების განსაზღვრისას სპექტრული მეთოდის მგრძნობიარობა თითოეული მათგანისათვის, გამოხატულ პროცენტებში ასეთია: Be—0.0002 Sc—0.0002, Zr—0.002, Hf—0.005, F—0.005, Sn—0.0003, Zn—0.003, Cu—0.0005, Pb—0-0004, Ag—0.00001, Mn—0,006, B—0.001, V—0.0003, Ti—0,005, Co—0,0003, Cr—0,0005, Ge—0,0003, Ba—0,01, Sr—0,003, Hg—0.00000001.

რაოდენობრივი სპექტრული ანალიზების შედეგები ამა თუ იმ პეტროგრაფიული ტიპისა და ასაკის ქანებისათვის ქვემოთ არის მოცემული ცხრილების

სახით. ცალკეულ ცხრილში ნაჩვენებია მიკროელემენტების საშუალო შემცველობა, გ/ტ-ში და კლარკი ა. ვინოგრადოვის (1962) მიხედვით.

ცხრილი 1.

ზედამიოცენ-ქვედაპლიოცენური რიოლითები და რიოლით-დაციტები
(საშუალო 4 ანალიზიდან)

| მიკროელემენტები | Be | Sc | Zr | Hf | F | Sn | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0002 | 0,0003 | 0,025 | — | 0,018 | 0,0003 | 0,004 | 0,0005 |
| კლარკი | 0,00055 | 0,0003 | 0,02 | — | 0,08 | 0,0003 | 0,006 | 0.002 |
| შემცველობა გ/ტ | 2 | 3 | 250 | — | 180 | 3 | 40 | 5 |

| მიკროელემენტები | Pb | Ag | Mn | B | V | Ti | Co | Gr |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0024 | 0,00001 | 0,012 | 0,001 | 0,0003 | 0,035 | 0,0003 | 0,0003 |
| კლარკი | 0,002 | 0,000005 | 0,06 | 0,0015 | 0,004 | 0,23 | 0,0005 | 0,0025 |
| შემცველობა გ/ტ | 24 | 0,1 | 120 | 10 | 3 | 350 | 3 | 3 |

| მიკროელემენტები | Ge | Ba | Sr | Hg |
|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0003 | 0,07 | 0,014 | — |
| კლარკი | 0,00014 | 0 ,083 | 0,03 | — |
| შემცველობა გ/ტ | 3 | 700 | 140 | — |

ცხრილი 2.

ანდეზიტები და ანდეზიტ-დაციტები
(საშუალო 9 ანალიზიდან)

| მიკროელემენტები | Be | Sc | Zr | Hf | F | Sn | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0002 | 0,0009 | 0,0288 | — | 0,025 | 0,0003 | 0,008 | 0,0028 |
| კლარკი | 0,00018 | 0,00025 | 0,026 | — | 0,05 | — | 0,0072 | 0,0035 |
| შემცველობა გ/ტ | 2 | 9 | 288 | — | 250 | 3 | 80 | 28 |

| მიკროელემენტები | Pb | Ag | Mn | B | V | Ti | Co | Gr |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0004 | 0,00001 | 0,013 | 0,001 | 0,0054 | 0,2373 | 0,0004 | 0,0009 |
| კლარკი | 0,0015 | 0,000007 | 0,12 | 0,0015 | 0,01 | 0,8 | 0,001 | 0,005 |
| შემცველობა გ/ტ | 4 | 0,1 | 130 | 10 | 54 | 2373 | 4 | 9 |

| მიკროელემენტები | Ge | Ba | Sr | Hg |
|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0003 | 0,057 | 0,083 | — |
| კლირკი | 0,00015 | 0,065 | 0,08 | — |
| შემცველობა გ/ტ | 3 | 570 | 830 | — |

ცხრილი 3.

**ზედაპლიოცენ-ქვედაპლეისტოცენური დოლერიტები**
(საშუალო 9 ანალიზიდან)

| მიკროელემენტები | Be | Sc | Zr | Hf | F | Sn | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0002 | 0,0022 | 0,0215 | — | 0,0983 | 0,0003 | 0,012 | 0,0041 |
| კლარკი | 0,00004 | 0,0024 | 0,01 | — | 0,037 | 0,00015 | 0,013 | 0,01 |
| შემცველობა გ/ტ | 2 | 22 | 215 | — | 983 | 3 | 120 | 41 |

| მიკროელემენტები | Pb | Ag | Mn | B | V | Ti | Co | Gr |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0004 | 0,00001 | 0,027 | 0,001 | 0,0097 | 0,276 | 0,0009 | 0,0065 |
| კლარკი | 0,0008 | 0,00001 | 0,2 | 0,0005 | 0,02 | 0,9 | 0,0045 | 0,02 |
| შემცველობა გ/ტ | 4 | 0,1 | 270 | 10 | 87 | 2760 | 9 | 65 |

| მიკროელემენტები | Ge | Ba | Sr | Hg |
|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0003 | 0,040 | 0,064 | — |
| კლარკი | 0,00015 | 0,03 | 0,044 | — |
| შემცველობა გ/ტ | 3 | 400 | 640 | — |

ცხრილი 4.

**ანდეზიტ-ბაზალტები**
(საშუალო 28 ანალიზიდან)

| მიკროელემენტები | Be | Sc | Zr | Hf | F | Sn | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0002 | 0,0014 | 0,024 | — | 0,0448 | 0,0003 | 0,010 | 0,0033 |
| კლარკი | 0,00004 | 0,0024 | 0,01 | — | 0,037 | 0,00015 | 0,013 | 0,01 |
| შემცველობა გ/ტ | 2 | 14 | 240 | — | 448 | 3 | 100 | 33 |

| მიკროელემენტები | Pb | Ag | Mn | B | V | Ti | Co | Gr |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0004 | 0,00001 | 0,020 | 0,001 | 0,0078 | 0,2526 | 0,0012 | 0,0054 |
| კლარკი | 0,0008 | 0,00001 | 0,2 | 0,0005 | 0,02 | 0,9 | 0,0045 | 0,02 |
| შემცველობა გ/ტ | 4 | 0,1 | 200 | 10 | 78 | 2526 | 12 | 54 |

| მიკროელემენტები | Ge | Ba | Sr | Hg |
|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0003 | 0,055 | 0,054 | — |
| კლარკი | 0,00015 | 0,03 | 0,044 | — |
| შემცველობა გ/ტ | 3 | 550 | 540 | — |

ცხრილი 5.

ანდეზიტები, ანდეზიტ-დაციტები
(საშუალო 10 ანალიზიდან)

| მიკროელემენტები | Be | Sc | Zr | Hf | F | Sn | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0002 | 0,0011 | 0,024 | — | 0,0358 | 0,0003 | 0,010 | 0,0035 |
| კლარკი | 0,00018 | 0,00025 | 0,026 | — | 0,05 | — | 0,0072 | 0,0035 |
| შემცველობა გ/ტ | 2 | 11 | 240 | — | 358 | 3 | 100 | 35 |

| მიკროელემენტები | Pb | Ag | Mn | B | V | Ti | Co | Gr |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0004 | 0,00001 | 0,019 | 0,001 | 0,0059 | 0,2141 | 0,001 | 0,0025 |
| კლარკი | 0,0015 | 0,000007 | 0,12 | 0,0015 | 0,01 | 0,8 | 0,001 | 0,005 |
| შემცველობა გ/ტ | 4 | 0,1 | 190 | 10 | 59 | 2141 | 10 | 25 |

| მიკროელემენტები | Ge | Ba | Sr | Hg |
|---|---|---|---|---|
| საშუალო შემცველობა | 0,0003 | 0,0675 | 0,076 | — |
| კლარკი | 0,00015 | 0,065 | 0,08 | — |
| შემცველობა გ/ტ | 3 | 675 | 760 | — |

მოტანილი ცხრილებიდან ჩანს, რომ ზოგიერთი მიკროელემენტის როლი ჯავახეთის ქედის ახალგაზრდა ვულკანურ ქანებში უმნიშვნელოა, ასეთებს მიეკუთვნება Be, Ag, B, Ge, Hf, Hg, Pb. თუმცა ტყვიის შემცველობა რამდენადმე გაზრდილია მიოპლიოცენური ასაკის რიოლითებსა და რიოლით-დაციტებში. ეს კი მჟავე ქანებთან ტყვიის გენეტურ კავშირზე მიუთითებს. რაც შეეხება დანარჩენ მიკროელემენტებს, მათი შემცველობა ძლიერ ცვალებადობს არა მარტო პეტროგრაფიულად და ასაკობრივად განსხვავებულ ქანებში, არამედ ერთნაირი ასაკისა და მსგავსი შედგენილობის ქანებშიც კი.

ს კ ა ნ დ ი უ მ ი ყველა ტიპის ქანებშია დადგენილი, მაგრამ კლარკთან შედარებით მისი მაღალი შემცველობა მხოლოდ ანდეზიტებშია, დანარჩენ ქანებში კი იგი დაბალი შემცველობითაა წარმოდგენილი.

ც ი რ კ ო ნ ი უ მ ი ჯავახეთის ქედის ახალგაზრდა ყველა ტიპის ვულკანურ ქანებში დაახლოებით ტოლი რაოდენობითაა.

ფ ტ ო რ ი ს მაქსიმალური შემცველობით ხასიათდება პლიოცენური ასაკის დოლერიტები და ანდეზიტ-ბაზალტები, სადაც ამ ელემენტის კლარკზე მაღალი შემცველობაა, ხოლო ანდეზიტებში დაახლოებით კლარკის ტოლი. რაც შეეხება მიოცენურ ქანებს, მათში ფტორის შემცველობა ძალზე დაბალია.

ს პ ი ლ ე ნ ძ ი, როგორც ცნობილია, ფუძე ქანებისათვის დამახასიათებელი მიკროელემენტია, მაგრამ ჯავახეთის ქედის ახალგაზრდა ვულკანური ქანები ამ ელემენტით ძლიერ გაღარიბებული არიან. თითქმის არც ერთი ტიპის ქანში სპილენძის საშუალო შემცველობა კლარკულს არ აღემატება.

მანგანუმის შემცველობა მის კლარკთან შედარებით საერთოდ დაბალია. ამასთან, აღსანიშნავია, რომ შედარებით ახალგაზრდა (პლიოცენური) ქანები ამ ელემენტის მაღალი შემცველობით ხასიათდებიან. ანალოგიურ სურათს ვხედავთ ვანადიუმის განაწილებაშიც.

ტიტანის დაბალი შემცველობით ხასიათდება ყველა ტიპისა და ასაკის ქანი. მისი საშუალო შემცველობა კლარკს არასდროს არ აღემატება.

კობალტი და ქრომი, როგორც ცნობილია, ფუძე ქანებისთვისაა დამახასიათებელი. ამიტომ ბუნებრივია, მათ გაზრდილ რაოდენობას უნდა მოველოდეთ დოლერიტებსა და ანდეზიტ-ბაზალტებში. მაგრამ საკვლევი ტერიტორიის ფუძე ქანებში, პირიქით, ამ ელემენტების ძლიერ დაბალი შემცველობაა დადგენილი, რიგ შემთხვევაში კლარკულზე დაბალიც კი.

ბარიუმის შემცველობა მჟავე ქანებში უფრო მეტია, ვიდრე ფუძე ქანებში. ასე მაგალითად, რიოლითებში Ba=700 გ/ტ, დოლერიტებში კი 400 გ/ტ.

სტრონციუმის მაქსიმალური შემცველობით ხასიათდება ზედამიოცენური ანდეზიტები, ხოლო იმავე ტიპის პლიოცენური ასაკის ქანებში სტრონციუმის შემცველობა კლარკულს უტოლდება. ამ ელემენტის მინიმალური შემცველობა აღინიშნება რიოლითურ ქანებში. მოტანილი ცხრილებიდან ჩანს, რომ მისი დიდი ნაწილი ისეთ ქანებს უკავშირდება, რომლებშიც პლაგიოკლაზები წარმოადგენენ ქანმაშენ მინერალებს, რასაც ადრევე აღნიშნავდნენ ნოკოლდსი და ალენი (2). მათი აზრით, სტრონციუმის მთავარი მასა პლაგიოკლაზებში კალციუმს უკავშირდება.

ამგვარად, ჯავახეთის ქედის ახალგაზრდა ვულკანურ ქანებში დადგენილია შემდეგი მიკროელემენტების მონაწილეობა: Be, Se, Zr, F, Sn, Zn, Cu, Pb, Mn, Ge, Ba, Sr, V, Ti, Co, Cr, ამასთან, ზედამიოცენურ ვულკანურ ქანებში— ანდეზიტებში და ანდეზიტ-დაციტებში F, Cu, Mn, V, Co, Cr, Ba საშუალო შემცველობა (გ/ტ) შეადგენს: F—250, Cu—28, Mn—130, V—54, Co—4, Cr—9. Ba—570 ამ ელემენტებით რამდენადმე გამდიდრებულია შედარებით ახალგაზრდა (ზედაპლიოცენური) ანდეზიტები და ანდეზიტ-დაციტები, რომლებშიც მათი საშუალო შემცველობა (გ/ტ) შეადგენს: — F—358, Cu—35, Mn—190, V—59, Co—10, Cr—25, Ba—675.

(შემოსულია 11.XI, 72)

მინერალოგია-პეტროგრაფიის
კათედრა

## ლიტერატურა

1. А. П. Виноградов, Геохимия. № 7, 1962, стр. 555—571,

2. С. Нокколдс, Р. Аллен, Геохимические наблюдения, Москва, изд-во ИЛ, 1958.

3. Н. И. Схиртладзе, Постпалеогеновый эффузивный вулканизм Грузии, Тбилиси, Изд-во АН ГССР, 1958.

Б. Д. ТУТБЕРИДЗЕ

## О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НЕКОТОРЫХ МИКРОЭЛЕМЕНТОВ В НОВЕЙШИХ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ПОРОДАХ ДЖАВАХЕТСКОГО ХРЕБТА (ЮЖНАЯ ГРУЗИЯ)

### Резюме

В работе приводятся новые данные о распределений Be, Sc, Zr, Hf, F, Sn, Zn, Cu, Pb, Ag, Mn, Ge, Ba, Sr, Hg, B, V, Ti, Co, Cr в новейших вулканических породах Джавахетского хребта.

Устанавливается, что верхнемиоценовые—нижнеплиоценовые андезиты и андезито-дациты отличаются от андезитов и андезит-дацитов верхнеплиоценового возраста по содержанию следующих элементов: F, Cu, Mn, V, Co, Cr, Ba.

Среднее содержание (г/т) этих элементов в верхнеплиоценовых андезитах и андезито-дацитах составляет: F—270, Cu—28, Mn—130, V—54, Co—4, Cr—9, Ba—570.

Однако отмечается обогащение этими элементами более молодых (верхнеплиоценовых) андезитов и андезит-дацитов. В этих породах содержание (в г/т) F, Cu, Mn, V, Co, Cr, Ba—соответственно составляет 358, 35, 190, 59, 10, 25, 700.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975

# ПРАВИЛО ЗИПФА-МЕДВЕДКОВА И ПОПЫТКА ИЕРАРХИЗАЦИИ ГОРОДОВ ГРУЗИИ

В. В. ГУДЖАБИДЗЕ

На современном этапе своего развития экономико-географическая наука, наряду с классическими методами исследования, широко применяет новые методы (математические, картометрические, эконометрические и т. д.). Применение точных, в частности, математических методов даёт возможность математической проверки теоретических гипотез, вооружает науку более точными параметрами и тем самым повышает теоретическую и практическую ценность результатов таких исследований. Использование математических методов получило широкое распространение и в области географии населения, в частности в проблематике городов и городского расселения. Одним из примеров такого применения является математическая модель зависимости между рангом (порядковым числом) города и его размерами (людностью).

В пределах любой территории (страны) можно расположить все городские поселения от самого большого до малого, в порядке убывания их населения. При этом численность населения города и его порядковое число связаны между собой чисто эмпирическим соотношением:

$$K = j \cdot (P_j^a), \tag{1}$$

где „$a$“ и „$K$“ — константы уравнения, „$j$“ — порядковое число города, а „$P_j$“ — численность населения города [1, стр. 202].

Это соотношение, обычно называемое законом соответствия между порядковым числом (рангом) города и его населением, было подмечено многими учеными, среди которых следует отметить заслуги Зипфа (Ципфа), Решевского, Ауербаха, Джефферсона, Джеймса, Саимона, Берри, Гаррисона, Мартина и других [1], а также советских ученых Медведкова [2] и Праги [3]. Несмотря на то, что Зипф не является пионером применения закона зависимости между рангом и людностью города, благодаря его заслугам эта зависимость известна под названием „правила Зипфа“[1] [1, 2, 3].

Для анализа системы городов Грузии нами был построен график зависимости между рангом ($j$) и людностью ($P_j$) городов в логарифми-

---

[1] По Зипфу зависимость между рангом и людностью городов выражается по формуле [1]:

$$P_j = P_1 \cdot j^{-1},$$

ческой шкале по формуле „структуры системы городов“ Ю. В. Медведкова [2]:

$$P_j = K^{-1} \cdot P_1 \cdot j^{-a}, \qquad (2)$$

где $P_j$—людность города, занимающего порядковый номер „$j$“,

$P_1$—людность первого по рангу города системы,

$a$ — мера контрастов внутри системы (тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс),

$K$ — гипертрофия главного центра (показатель степени главного центра системы),

$j$ — порядковый номер (ранг) города.

Для вычисления основных показателей нами была составлена расчетная таблица, с помощью которого получены значения следующих величин; $\lg j = 36{,}94$; $\overline{\lg j} = 1{,}119$; $(\lg j)^2 = 45{,}83$; $\lg j \cdot \lg P_j = 48{,}15$; $\lg P_j = 47{,}35$; $\overline{\lg P_j} - 1{,}433$; $(\Delta \lg P_j)^2 = 48{,}18$; $(\Delta \lg j)^2 = 44{,}54$; $\Delta \lg P_j \cdot \Delta \lg j = 48.15$.

На базе этих данных были вычислены значения „$a$“, „$c$“, „$\alpha$“, „$K$“ и „$r$“, которые характеризуют зависимость между рангом и людностью городов в системе. С этой целью использованы следующие формулы [2]:

$$a = \frac{B}{D} \frac{n \cdot \sum \lg j \cdot \lg P_j - \sum \lg j \cdot \sum \lg P_j}{n \cdot \sum (\lg j)^2 - \left(\sum \lg j\right)^2} = \frac{33.48{,}18 - 36{,}94.47{,}35}{33.45{,}83 - (36{,}94)^2} =$$

$$= -1{,}056.$$

$$\lg C = \frac{A}{B} = \frac{\sum \lg j \cdot \sum (\lg j)^2 - \sum \lg j \cdot \sum \lg j \cdot \lg P_j}{n \cdot \sum (\lg j)^2 - \left(\sum \lg j\right)^2} =$$

$$= \frac{47{,}35 \cdot 45{,}83 - 36{,}94 \cdot 48{,}18}{33 \cdot 45{,}83 - (36{,}94)^2} = 2{,}590.$$

Потенцирование $\lg C$ дает $C = 389{,}1$. Поскольку на графике точка $\lg C$ лежит на оси $\lg P_j$, она выражает те же величины, что и $\lg P_j$. Для Грузии $C = 389{,}1$ тыс. чел. Именно такую людность имел бы самый крупный город Тбилиси, если бы он не отклонился от тенденции, на которую указывает линия регресии. Угол „$\alpha$“ определяется по формуле: $a = \operatorname{tg}\alpha = 1{,}056$; соответственно $\alpha = 46{,}33$.

Коэффициент корреляции ($r$) равен 0,973.

Результаты расчетов показывают, что $a \neq 1$ и $C \neq P_1$. Величина „$C$“ не совпадает с фактической людностью крупнейшего города (она в 2,3 раза меньше этой величины).

„Несовпадение величин „$C$“ и $P_1$“ позволяет количественно измерить весьма важную особенность системы (как известно „$C$“—оценка людности главного города в системе при исчислении строго по уравнению регресии). Уравнение отражает среднюю для системы градацию в размере центров, но средние мерки в большинстве случаев вовсе не подходят к главному центру. Уже сам факт первенства ставит его в исключительное положежение, создает необычайный набор функций и учреждений“ [2]:

Для выявления меры соответствия людности крупнейшего города развитию остальных центров в системе Медведков [2] ввел коэффициент первенства главного города $K=\frac{P_1}{C}$, который для Грузии принимает значение $K=\frac{907}{389}=2{,}331$.

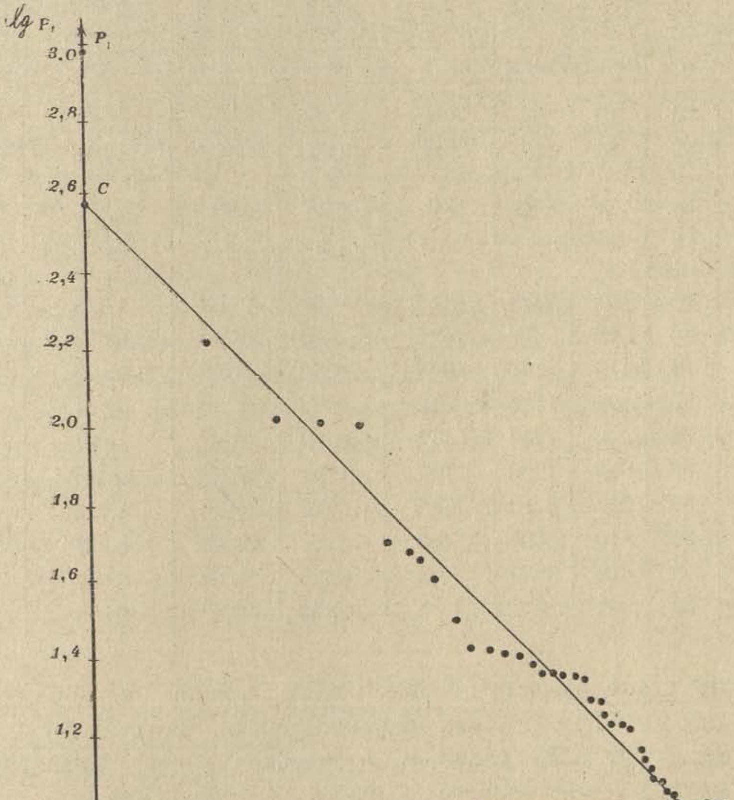



График зависимости между рангом и людностью городов Грузии

Изучение составленного нами графика дает возможность графически интерпретировать ступенчатое построение нижней ветви цепочки „$P_j$", что связано с разделением поселений на иерархические соподчиненные группы или региональные подсистемы. В связи с этим можно выделить иерархические ступени городских поселений Грузии: [1]

I. Столичный центр—Тбилиси, крупнейший город республики, важнейший политический, административный, экономический и культурный центр.

II. Центры республиканского значения (Кутаиси, Батуми, Сухуми, Рустави), большие города (с населением более 100 тыс.

[1] Иерархию городских поселений можно произвести по разным признакам: по людности, по экономическим и административным функциям и т. п.

Таблица

**Показатели зависимости между рангом и людностью городов некоторых стран**

| Страны | Количество городов | Людность последнего города | Людность первого города | Оценка людности главного города | Мера контрастов системы | Угол наклона регрессии | Коэффициент первенства главного города | Коэффициент корреляции линии регрессии |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $n$ | $P$min | $P$max | $C$ | $a$ | $\alpha$ | $K$ | $r$ |
| Грузия | 33 | 10 | 907 | 389 | —1,056 | 46°33′ | 2,331 | —0,973 |
| Армения | 22 | 10 | 818 | 360 | —1,222 | 50°43′ | 2,035 | — |
| Азербайджан | 33 | 11 | 860 | 316 | —0,947 | 43°38′ | 2,488 | — |
| Эстония | 39 | — | — | — | —1,300 | 51°00′ | 1,380 | — |
| Великобритания | 30 | 165 | 3195 | 2467 | —0,815 | 39°11′ | 1,296 | —0,986 |
| Бразилия | 26 | 29 | 3674 | 5285 | —1,386 | 54°23′ | 0,679 | — |
| Италия | 30 | 110 | 2161 | 3183 | —0,999 | 44°58′ | 0,679 | — |
| Польша | 30 | 64 | 1136 | 1384 | —0,869 | 40°40′ | 0,821 | —0,987 |
| Турция | 30 | 43 | 1459 | 975 | —0,936 | 43°07′ | 1,497 | —0,985 |
| Чили | 30 | 23 | 1700 | 617 | —1,011 | 44°19′ | 2,757 | —0,976 |
| Япония | 30 | 247 | 8310 | 5285 | —0,954 | 43°39′ | 1,726 | —0,976 |
| С Ш А | 30 | 810 | 10695 | 12333 | —0,802 | 38°44′ | 0,867 | —0,996 |
| Китай | 30 | 613 | 6900 | 7443 | —0,733 | 36°26′ | 0,927 | —0,997 |
| ЮАР | 30 | 32 | 1096 | 1615 | —1,153 | 49°04′ | 0,679 | —0,991 |

чел.), важные экономические центры, ареалы влияния которых довольно обширны: для Кутаиси—в узком смысле Имерети, Рача-Лечхуми и восточные части Гурии и Мегрелии, а в широком — вся Западная Грузия. Ареал культурно-хозяйственного влияния Батуми—Аджария и Гурия, Сухуми—Абхазия, Мегрелия и Земо Сванети. Что же касается Рустави, несмотря на то, что по людности он отвечает городам республиканского значения (в иерархической ступени по людности), ареал его хозяйственно-культурного влияния на примыкающую территорию очень органичен. Это объясняется, во-первых, сильной конкуренцией Тбилиси (под непосредственным влиянием которого находится вся Восточная Грузия), а также монофункциональностью (промышленная функция) города.

III. Центры субреспубликанского значения. (Гори, Поти, Зугдили и Цхинвали), города с населением более 30 тыс чел., ареалы хозяйственно-культурного влияния которых охватывают несколько административных районов: Гори—районы Шида Картли, Поти—западная часть Гурии и Мегрелии, Зугдиди—Мегрелия, Земо Сванети и Самурзакано (Восточная Абхазия) и Цхинвали—Юго-Осетинская АО.

IV. Региональные центры— включают города с населением более 20 тыс. чел. (Махарадзе, Цхакая, Самтредия, Зестафони, Ткибули, Ткварчели, Чиатура, Гагра, Телави, Хашури). Ареалы хозяйственно-культурного влияния городов этой иерархической ступени охватывают несколько (3—6) административных районов, малые города и поселки. Исключение составляют города с узкой специализацией — центры добывающей промышленности (Ткибули и Ткварчели), аналогично Рустави, в силу монофункциональной специфики, а также конкуренции близко расположенных более крупных центров (Кутаиси, Сухуми, Зугдиди); ареалы влияния их незначительны.

V. Центры субрегионального значения (Ахалцихе, Очамчире, Кобулети, Цхалтубо, Боржоми, Марнеули, Гали, Гудаута, Болниси, Цулукидзе, Ахалкалаки, Гурджаани, Сагареджо), малые города с населением более 10 тыс. чел. Ареалы хозяйственно-культурного влияния этих городов распространяются в основном на соответствующие административные районы (в некоторых случаях и на несколько районов).

VI. Локальные центры. Это малые города и поселки городского типа с населением менее 10 тыс. чел., центры административных районов, ареалы влияния—соответствующие административные районы.

Вышеизложенная схема иерархии городских поселений Грузии, созданная на базе математической зависимости между рангом и людностью городов, требует дальнейшего исследования и уточнения, в частности сопоставления со схемами иерархии городов по экономическим и административным функциям.

(Поступило 23. X. 1972)

Кафедра
экономической географии

## ЛИТЕРАТУРА

1. География городов, М., 1965, стр. 178—185.
2. Ю. В. Медведков, Количественные методы исследования в экономической географии, М., 196 , стр. 90—122.
3. У. Праги, Вопросы географии, 1968, № 77, стр. 175—182.

ვ. გუჯაბიძე

## ზიპფ-მედვედკოვის წესი და საქართველოს ქალაქების იერარქიზაციის ცდა

### რეზიუმე

საქართველოს ქალაქთა სისტემის ეკონომიურ-გეოგრაფიული ანალიზისათვის აგებულ იქნა ქალაქთა რანგისა „$j$" და ხალხმრავლობის („$P_j$") ურთიერთდამოკიდებულების გრაფიკი ლოგარითმულ მასშტაბში: $:\lg P_j = \lg C - a \cdot \lg j$. გამოთვლილ იქნა ქალაქთა რანგისა და ხალხმრავლობის დამოკიდებულების მახასიათებელი ძირითადი მაჩვენებლები; $a = -1{,}056$, $C = 389$, $\alpha = 46°33'$, $K = 2.330$, $r = 0{,}973$.

გრაფიკზე ქალაქების განლაგებაში შეიმჩნევა ექვსი საფეხური, რაც შეესაბამება მათ დაყოფას იერარქიულად დამოკიდებულ ჯგუფებად. მოცემულია ქალაქთა ცალკეული იერარქიული ტიპის დახასიათება და მათი სამეურნეო და კულტურულ-მომსახურებითი გავლენის ანალიზი.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975

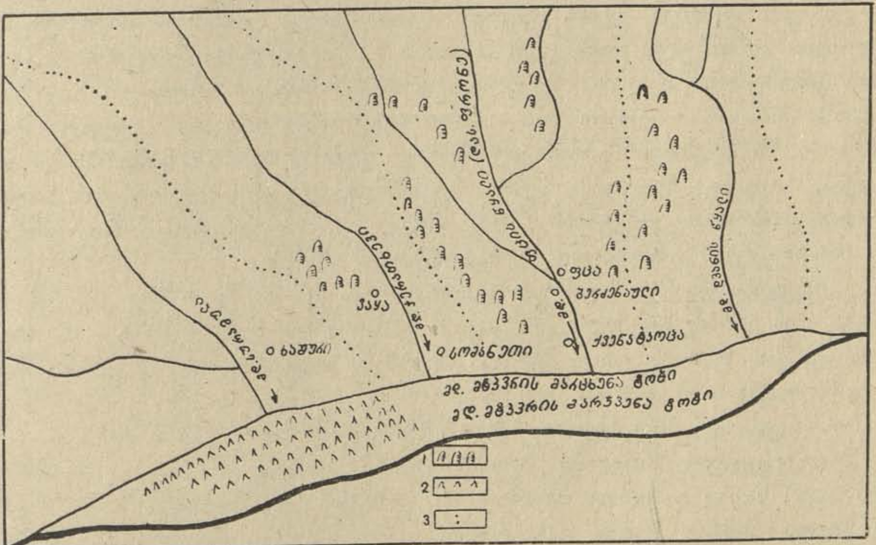


# გეომორფოლოგიური დაკვირვებები მდ. დასავლეთი ფრონეს ქვემო წელის ხეობაში

თ. ნოზაძე

დასავლეთი ფრონე მდ. სურამულას ერთვის სოფ. ქვენატკოცასთან ორი კილომეტრის დაშორებით, ხოლო სურამულა ასეთივე მანძილის ინტერვალით მდ. მტკვარში ჩაედინება.

აღსანიშნავია, რომ დასავლეთი ფრონე ახლო წარსულში მდ. მტკვარს ერთვოდა სოფ. ქვენატკოცის მახლობლად, რაზედაც ცნობას გვაძლევს მე-18 საუკუნის გეოგრაფი ვახუშტი ბაგრატიონი თავის ცნობილ ნაწარმოებში „აღწერა სამეფოსა საქართველოსა“. მასში ფცის წყლის აღწერისას ვკითხულობთ: „დვანის წყლის დასავლით არს ფცის წყალი (იგულისხმება დას. ფრონე) და დის ლოხონსა—პერანგას მთათაგან, მიდის სამხრით და მიერთვის მტკვარს ჩრდილოეთიდამ“, შემდეგ „კიდესა მტკვრისას არს ქვენატკოცა მას ზევით ბერძენაული“ (1 გვ, 79—81).




სურ. 1. შიდა ქართლის ნაწილის ორო-ჰიდროგრაფიული რუკა შედგენილი ვახუშტის მიერ. 1. მთები, 2. მუხნარები, 3. წყალგამყოფები

აღსანიშნავია, რომ ამჟამად სოფ. ქვენატკოცა მდ. მტკვრისაგან 2,5—3,0 კილომეტრითაა დაშორებული და მის ჩრდილოეთით მდებარეობს. ამ ადგილში მდ. მტკვრის ტოტის არსებობა ახლო წარსულში დადასტურებული აქვს შ. ცხოვ-

რებაშვილს თავის სადისერტაციო შრომაში „შიდა ქართლის ბარის დასავლეთ ნაწილის გეომორფოლოგიისათვის“ (გვ. 84—86). იგი გაივლიდა დღევანდელი ქ. ხაშურის ტერიტორიაზე, შემდეგ სოფ. ოსიაურს, სატივეს და სოფ. ქვენატკოცის ქვემოთ კვლავ მთავარ მდინარეს ერთვოდა. მდ. მტკვრის ზემოაღნიშნულ ჩრდილოეთის ტოტს სოფ. ოსიაურთან ერთვოდა მდ. სურამულა, სატივესთან— ტილიანა, ვაყასთან ჭერათხევი, ხოლო ქვენატკოცასთან ფრონე. ტოტი რომ საკმაოდ მოზრდილი ყოფილა, ამას მოწმობს სოფ. სატივეს სახელწოდებაც. რადგან ჩანს სოფლის მახლობლად ტივებსაც მიაცურებდნენ, თუმცა აღნიშნული სოფლიდან ამჟამად მტკვარი 2,5—3,0 კმ სამხრეთით მიედინება. ქ. ხაშურსა და სოფ. ქვენატკოცას შორის, შ. ცხოვრებაშვილის აზრით, დროთა განმავლობაში მდ. მტკვრის სამხრეთულმა ტოტმა, როგორც უხვწყლიანმა, უფრო ინტენსიური სიღრმითი ეროზია აწარმოვა, ამის გამო მარცხენა ტოტის ნაწილი ნამდინარევად დარჩა, მნიშვნელოვანი ნაწილი კი მდ. სურამულამ თავის სადინრად გამოიყენა და იგი ზემოთ ჩამოთვლილი მდინარეების ეროზიის ბაზისად გადაიქცა.

მდ. სურამულას ყველაზე ბოლო შემდინარეს მდ. დას. ფრონე წარმოადგენს, რომელსაც სამხრეთ-აღმოსავლეთური მიმართულება აქვს და ამგებელი ქანების შრეთა საერთო გაწოლის მიმართ გარდიგარდმოდ მიედინება.

მდ. დას. ფრონეს აუზის ქვემო წელის გეოლოგიურ აგებულებაში მესამეულის ქვიშაქვები და თიხები მონაწილეობენ. ეს ნალექები თითქმის მთელ ფრონეს აუზის ქვემო წელში ვრცელდებიან და სოფ. შაქშაქეთთან მდ მტკვრის ხეობამდე ჩამოდიან. აღნიშნული ნალექებითაა აგებული აგრეთვე გუგულის ანტიკლინური ქედი, რომელიც მდ. ფრონეს ხეობის ქვემო წელშია განვითარებული და ამავე ხეობის მიერ გარდიგარდმოდ იკვეთება. ხეობის ქვემო წელის ორივე მხარეზე და ძირზე მეოთხეული და თანამედროვე ნალექებია წარმოდგენილი.

მდ. დას. ფრონეს ქვემო წელის ხეობა სოფ. აბისიდან შესართავამდე ვრცელდება. აღნიშნული მონაკვეთი სიგრძით 11 კილომეტრს შეადგენს და ძირითადად გამომუშავებულია მდ. მტკვრის ტერასების ამგებელ ალუვიურ ნაფენებში. ამ უბანში დასავლეთი ფრონე 1,5—2 კილომეტრამდე სიგანის ალუვიურ ვაკეს აჩენს. სოფ. შაქშაქეთიდან ერთი კილომეტრის ქვემოთ ხეობა საგრძნობლად ვიწროვდება, რადგანაც, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, აქ გადაკვეთს სურამიდან აღმოსავლეთით მომართულ გუგულის ქედის ანტიკლინს, რომელიც აღმოსავლეთისაკენ სოფ. საღოლაშენის მახლობლად პერიკლინურად იძირება.

გადაკვეთის უბანზე მდინარეს საკმაოდ ღრმა და 20 მეტრამდე სიგანის კალაპოტი აქვს გამომუშავებული. აქ კალაპოტისპირა მარჯვენა ფლატეებში ასეთი ჭრილი გვაქვს: ზევიდან ერთი მეტრის სიღრმეზე ნიადაგსაფარია წარმოდგენილი, ქვევით მოჰყვება ორი მეტრის სისქის რიყნარი ქვიშით, კიდევ უფრო ქვევით მდინარის კალაპოტი ორი მეტრის სიღრმეზეა ჩაჭრილი ძირითად თიხებში.

შევიწროვებულ ნაწილში ხეობის ძირზე ალაგ-ალაგ პატარა ჭორომები იჩენენ თავს, სადაც გამოდიან მესამეულის ქვიშაქვები და თიხები. შევიწროვებული ნაწილის შემდეგ ხეობა განიერდება სამხრეთ-აღმოსავლეთისაკენ და ასეთ მიმართულებას ინარჩუნებს ბოლომდე.

მდინარის კალაპოტში გვხვდება პატარ-პატარა ოვალური ან ოდნავ წაგრძელებული ფორმის კუნძულები, ისინი უმეტესად შიშველია და მდინარის მიერ მოტანილი ალუვიონით არიან აგებული.

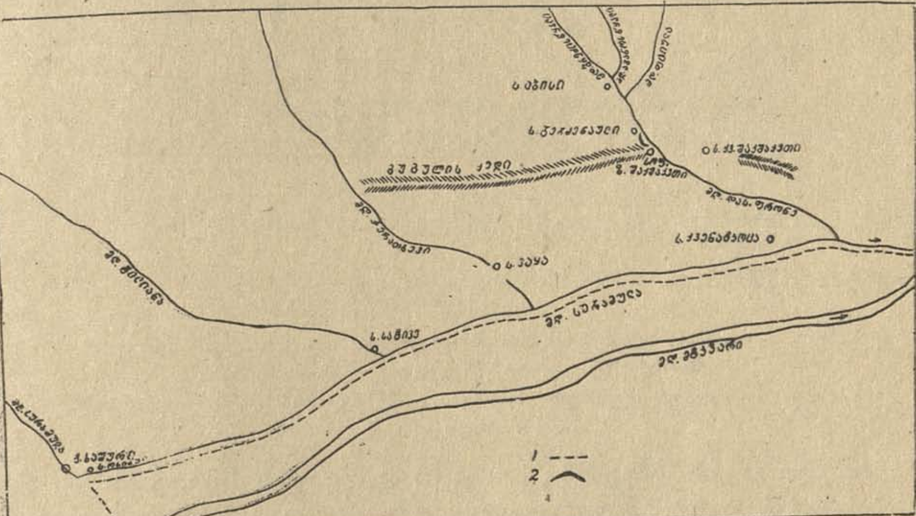
სოფ. ზემო შაქშაქეთის მახლობლად მდინარის მარცხენა მხარეზე, ჭალის ტერასზე 350—400 მეტრის სიგრძის რკალური ფორმის ნამდინარევია განვითა-

რებული. ნამდინარევი საკმაოდ ღრმა და განიერია. ასეთივე ფორმებს ვხვდებით სოფ. ბერძენაულის ზემოთაც. ისინი პირველთან შედარებით საგრძნობლად პატარებია.

მდინარის აღნიშნულ ნაწილში, სოფ. აბისიდან შესართავამდე განვითარებულია კარგად გამოხატული სამი ტერასა: ჭალის, ჭალის ზედა I და II ტერასა.

ჭალის ტერასა გავრცელებულია ხეობის ორივე მხარეზე, რელიეფში კარგადაა გამოხატული და მდინარის დონიდან 1—1,5 მეტრის სიმაღლეზე მდებარეობს. იგი ალუვიონით არის აგებული, ტერასა ალაგ-ალაგ გამოყენებულია ნათესებისათვის, დანარჩენი ფართობი კი საძოვრებად.

ჭალის ზედა პირველი ტერასა რელიეფში უფრო მკაფიოდაა გამოხატული და საკმაოდ დიდ ფართობზე ვრცელდება. მდინარის დონიდან 3—4 მეტრის სი-



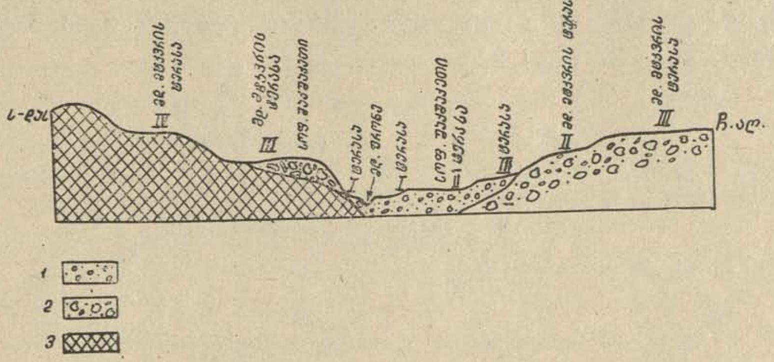

სურ. 2. მდ. ფრონეს აუზის ქვემო წელის ორო-ჰიდროგრაფიული სქემა.
1. მდ. მტკვრის ტოტის ძველი კალაპოტი, 2. მდ. ფრონეს ნამდინარევი.

მაღლეზე მდებარეობს, ხოლო ზოგიერთ ადგილში 5 მეტრს აღწევს. იგი 1—1,5 კმ სიგანისაა, მდინარის ორივე მხარეზეა გავრცელებული და კარგად დამუშავებული რიყნარ-ქვიშნარისაგან შედგება. ტერასა ოდნავ დახრილია კალაპოტისაკენ და დინების მიმართულებით ალაგ-ალაგ ქმნის ვაკეებს, რომლებიც საკუთარი სახელწოდებითაცაა ცნობილი, ასეთებია: „ფცის მინდორი", „აბისის მინდორი", „შაქშაქეთის მინდორი", „სამნიმიწები", და სხვა.

აქ არსებული სოფლების უმეტესი ნაწილი ჭალის ზედა I ტერასზეა გაშენებული. ტერასა ზოგან მდ. დას. ფრონეს შემდინარეთა გამოზიდვის კონუსით იფარება. ასე მაგალითად: სოფ. ბერძენაულთან მთლიანად გადაფარულია მდ. ფლეულას გამოზიდვის კონუსით.

მდინარის ორივე მხარეზე ვიწრო, 40—50 მეტრის სიგანის, ფრაგმენტების სახით გავრცელებულია ჭალის ზედა II ტერასა, რომელიც ბევრ ადგილზე მთლიანად გადარეცხილია. ტერასა მდინარის დონიდან 10—12 მეტრის სიმაღლეზე მდებარეობს და ამ უკანასკნელისაკენ მკვეთრად იხრება. ტერასის ასეთი დახრილობა ძირითადად გამოწვეულია მასზე დელუვიური მასალის გადაფარვით, ხოლო გადარეცხვა ეგზოგენური პროცესების მოქმედებით.

ხეობის აღნიშნული მონაკვეთის განვითარების ისტორია ჩვენ შემდეგნაირად გვესახება: მდ. დას. ფრონეს მიერ გაკვეთილი გუგულის ანტიკლინური ქედი აზევებას განიცდის აფშერონისა და ბაქოურის წინა ოროგენეტულ ფაზებში (6). ამ დროს მდ. მტკვარი ქართლის ტექტონიკურ დეპრესიაში გუგულის ქედის თხემის გავლით სოფ. ზემო შაქშაქეთის მახლობლად მიედინება და, რეცხავს რა აღნიშნული ანტიკლინური ქედის აღმოსავლეთ ნაწილს, მის დასავლეთ მხარეზე ძირითად ქანებში წარმოშობს სკულპტურულ IV ტერასას (3,4). აღნიშნულ დროში, მდ. მდ. აბანოს, ბრეძის და ფცის წყლები ცალ-ცალკე მიედინებოდნენ და ასე ერთვოდნენ მდ. მტკვარს. უფრო ჩრდილოეთით, ვიდრე დღევანდელ ფრონეს ერთვიან.



სურ. 3. მდ. დას. ფრონეს ხეობის განივი ჭრილი სოფ. სოფ. ზემო და ქვემო შაქშაქეთზე გავლით (შედგენილი ავტორის მიერ)
1. მდ. დას. ფრონეს ალუვიური ნაფენები 2. მდ. მტკვრის ალუვიური ნაფენები 3. ძირითადი ქანი.

რისული ეპოქის შემდგომში, მოხდა რა მდ. მტკვრის სამხრეთით გადანაცვლება, ქართლის ვაკეზე მან დატოვა რელიეფში კარგად გამოხატული II და III ტერასები (6), მდ. მტკვრის გადანაცვლებამ აღნიშნული მიმართულებით, გამოიწვია ზემოთ ჩამოთვლილი მდინარეების შეერთება. შემდეგ უფრო წყალუხვმა მდ. ფრონემ მდ. მტკვრის II და III ალუვიურ ტერასებში უფრო მეტი ინტენსივობით დაიწყო თავისი ხეობის ქვემო წელის გამომუშავება. ალუვიური ტერასების ჩაჭრის შემდეგ სოფ. შაქშაქეთის მიდამოებში მის სიღრმით ეროზიას აბრკოლებს გუგულის ქედის ანტიკლინი, რომელიც თანდათან აზევებას განიცდის. ანტიკლინის ჩრდილოეთით შესაბამისი სინკლინი ყალიბდება. ამ დროს მიმდინარეობს რა ანტიკლინური ქედის აზევება და ჩრდილოეთით სინკლინის მულდის უფრო მეტად გაღუნვა, მდინარე სიღრმითი ეროზიის გაძლიერებას და ქედის სწრაფ ჩაჭრას იწყებს, ხოლო სინიკლინის მულდაში ამავე დროს უხვ ნალექებს აგროვებს (ჭალის ზედა I—ტერასა).

აღნიშნული ანტიკლინური ქედი ამჟამადაც განიცდის აზევებას. როგორც ნ. კანდელაკი და დ. წერეთელი (6) აღნიშნავენ მდ. ფრონეს ხეობაში, იქ, სადაც სოფ. ქვემო შაქშაქეთია გაშენებული, ადგილი აქვს ტერასების გაღუნვას, მაგალითად, აღნიშნული სოფელი, რომელიც მდ. დას. ფრონეს II—ტერასზე მდებარეობს, ჰიფსომეტრიულად არ შეესატყვისება სოფლის ქვემოთ და ზემოთ გავრცელებულ II—ტერასის ბაქნებს და ამ უკანასკნელებისაგან დაახლოებით 5—15 მ. მაღლა მდებარეობს.

ამ მოსაზრების სასარგებლოდ ლაპარაკობენ აგრეთვე ზემოაღნიშნული და

სხვა ავტორებიც, რომ მდ. მტკვრის მარცხენა შემდინარეთა ხეობებში საერთოდ ქვემო წელში (ქ. ქ. ხაშურსა და მცხეთას შორის) ანტეცედენტური განვითარების არიან.

რადგანაც მდ. დას. ფრონეს ხეობის მორფოლოგიურ თავისებურებაზე კონკრეტული მასალები ლიტერატურაში არ მოიპოვება, ამიტომ ჩვენ მიერ მოტანილი ფაქტებისა და ზემოხსენებულ ავტორთა (2, 3, 4, 6) მოსაზრებები მდ. მდ. ლიახვის, მეჯუდის, ქსანის, არაგვის ხეობების ქვედა ნაწილის ანტეცედენტურობის შესახებ შეიძლება მდ. დასავლეთი ფრონის ხეობის მიმართაც გავავრცელოთ.

(შემოსულია 4.V· 1973)

გეომორფოლოგიის კათედრა

## ლიტერატურა

1. ვ. ბაგრატიონი, აღწერა სამეფოსა საქართველოსა, თბ. 1941.

2. შ. ცხოვრებაშვილი, თსუ შრომები, ტ. 52. 1954, გვ. 115—120.

3. ალ. ჯავახიშვილი, ნ. ბარათაშვილის სახ. გორის პედ. ინსტიტუტის შრომები. ტ. 11. 1947, გვ. 3—23.

4. ალ. ჯავახიშვილი, საქართველოს გეოგრაფია, ტ. 1, გეომორფოლოგია, თბ. 1926.

5. А. Н. Джавахишвили, Геоморфологические районы Грузинской ССР. М.—Л., 1947.

6. Д. В. Церетели, Тр. IV Геоморфологической конференции по изучению Кавказа и Закавказья. Ереван, 1947, стр. 99—106.

Т. З. НОЗАДЗЕ

## ГЕОМОРФОЛОГИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ В НИЖНЕЙ ЧАСТИ ДОЛИНЫ Р. ЗАПАДНОЙ ПРОНЕ

### Резюме

Река Западная Проне (левый приток р. Сурамула) в недалеком прошлом впадала в р. Куру.

Нижняя часть долины формировалась после рисской эпохи; она врезана в основном в террасы р. Куры.

В середине нижней части долины р. Западная Проне расположена широтная Гугулискедская антиклиналь, в которую врезана антецедентная эрозионная долина, что связано с новейшим поднятием указанной антиклинали.

Здесь отчетливо выражены первые три террасы на уровнях 1—1,5 м, 3—4 м и 10—12 м. Все они покрыты аллювиальными наносами. Третья терраса, кроме того, частично перекрыта делювием.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# მომსახურების გეოგრაფიის ზოგიერთი საკითხისათვის წულუკიძის რაიონში

გ. ლაშხი

უკანასკნელ პერიოდში ეკონომიური გეოგრაფიის ჩარჩოებში წარმატებით ვითარდება ახალი პერსპექტიული მიმართულება-მოსახლეობის მომსახურების გეოგრაფია.

მოსახლეობის მომსახურების საკითხის შესწავლა რიგი მეცნიერული დისციპლინების კვლევის ობიექტს წარმოადგენს. ეკონომიური გეოგრაფია, სხვა მეცნიერული დისციპლინებისაგან განსხვავებით, სწავლობს მომსახურების მთელი კომპლექსის განლაგებასა და განვითარებას დასახლებულ ადგილებში.

სასოფლო სამეურნეო რაიონებში მომსახურების დარგების განლაგებისა და ორგანიზაციის შესწავლას დიდი პრაქტიკული და მეცნიერული მნიშვნელობა აქვს. იგი ემსახურება ქალაქსა და სოფელს შორის არსებული განსხვავების შემცირების საქმეს. აგრეთვე მოსახლეობის ცხოვრების დონის ამაღლებასა და შრომითი რესურსების რაციონალურ გამოყენებას.

მომსახურების გეოგრაფიული შესწავლის მიზანს წარმოადგენს მოსახლეობის ცხოვრების პირობებში არსებულ რეგიონალურ სხვაობათა გამოვლენა, რომელიც განპირობებულია კულტურულ-საყოფაცხოვრებო მომსახურების ორგანიზაციის სხვადასხვა დონით, რომელზედაც გარკვეულ ზემოქმედებას ახდენს განსახლების ხასიათი, დასახლებული პუნქტების ხალხმრავლობა, დაგეგმარების თავისებურება, მოსახლეობის სტრუქტურის შემადგენლობა, ბუნებრივი და მექანიკური მოძრაობის რეგიონალური თავისებურებანი [3].

ვინაიდან ქალაქისა და სოფლის მოსახლეობის მომსახურებისა და ცხოვრების დონეში შეიმჩნევა გარკვეული დისპროპორცია, ამიტომ სოფლის მოსახლეობის პირობების გაუმჯობესებისათვის საჭიროა სასოფლო დასახლებულ პუნქტთა უზრუნველყოფა საზოგადოებრივი მომსახურების სახეებით: საცხოვრებელი და კომუნალური მომსახურება (წყალი—ელექტროენერგია—გაზი—გათბობა, ადგილობრივი ტრანსპორტი, აბანო, სამრეცხაო, საპარიკმახერო), საყოფაცხოვრებო მომსახურების ყველა სახე, სავაჭრო და საზოგადოებრივი კვების ორგანიზაციები, კავშირგაბმულობის დაწესებულებები, საბავშო ბაგები და ბაღები, ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლები და კულტურულ-საყოფაცხოვრებო მომსახურების მთელი სისტემა (კლუბი, ბიბლიოთეკა, თეატრი, კინო და სხვა). შორეული სამგზავრო ტრანსპორტის ორგანიზაცია [3].

ჩვენ მიერ საკვლევი რაიონის ტერიტორიაზე განსახლების განსხვავებული ხასიათი და სოფელთა უთანაბრო განლაგება ართულებს მოსახლეობის მომსახურების ტერიტორიულ ორგანიზაციასა და მის ხასიათს.

საზოგადოების განვითარებასთან ერთად იცვლება და იზრდება მოსახლეობის მოთხოვნილებანი, რომელთა დაკმაყოფილებისათვის აუცილებელია საზოგადოებრივი მომსახურების სწორი ტერიტორიული ორგანიზაცია.

რაიონში მეურნეობის სოციალისტური სისტემის დამკვიდრებას საბჭოთა წლებში თან მოჰყვა მოსახლეობის მატერიალური კეთილდღეობის მკვეთრი ამაღლება, ერთი მხრივ იზრდებოდა მუშათა რეალური ხელფასი, ხოლო მეორე მხრივ უმჯობესდებოდა მშრომელთა საბინაო და საყოფაცხოვრებო პირობები, დიდი ყურადღება ექცეოდა რაიონის მოსახლეობის კომუნალურ მომსახურებას. რაიონში კარგა ხანია აღარ არსებობს ძველი ქოხმახები, მოსახლეობა ცხოვრობს ახალ კეთილმოწყობილ ბინებში, რომელთა დიდი ნაწილი თვით მშრომელთა პირად საკუთრებას შეადგენს. რაიონის ცენტრში (წულუკიძე) ყოველწლიურად შენდება ახალი საცხოვრებელი სახლები. ქალაქის მოსახლეობის საცხოვრებელი ფართი შეადგენს 9500 კვ მ. 1 სულ მოსახლეზე მოდის 8,9 $მ^2$ საცხოვრებელი ფართი, რაც ნორმას აკმაყოფილებს.

მოსახლეობის კომუნალური მომსახურების გაუმჯობესებისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს წყალსადენსა და კანალიზაციას.

ამჟამად წულუკიძის მოსახლეობის ძირითადი ნაწილი სასმელად ჭის წყალს იყენებს. სოფელში კი გამოიყენება წყაროს წყალი. ხუთწლედის ბოლოსათვის გათვალისწინებულია დამთავრდეს წყალსადენის მშენებლობა. დაწყებულია კანალიზაციის მაგისტრალის მშენებლობაც, რომლის ჩართვა დაკავშირებულია წყალსადენის საკითხის გადაჭრასთან. გათვალისწინებულია 3—4 წელიწადში ამ ხაზში მოსახლეობისა და დაწესებულების ჩართვა.

რაიონის ყველა დასახლებული პუნქტი ელექტრო და რადიოფიცირებულია. ამჟამად რაიონში ტელევიზორით სარგებლობს დაახლოებით 824 ოჯახი, მათ შორის სოფლად—408.

რაიონში საბინაო-კომუნალურ სფეროში სულ დასაქმებულია 157 კაცი. ყოველ 1000 კაცზე მოდის 4,7 კაცი. წულუკიძის მოსახლეობის გაზით მომარაგება დაიწყო 1962 წლიდან. რაიონში 9105 ოჯახიდან გაზით სარგებლობს 3773 ოჯახი, მათ შორის სოფლად 1954 ოჯახი. გაზის სარგებლობაზე მოთხოვნილება დიდია, თვეში საშუალოდ იდგმება 50 ცალი გაზქურა.

მოსახლეობის ინდივიდუალური მომსახურებისათვის 1961 წლიდან შემოღებულია მსუბუქი ტაქსომოტორების მოძრაობა. ტაქსების რაოდენობა 19. საერთოდ კი შიგა სამიმოსვლო ტრანსპორტში დაკავებულია 177 კაცი, ყოველ 1000 კაცზე 5, 4. საჭირო ნორმა კი შეადგენს 11,5 კაცს.

საბჭოთა ხელისუფლების წლებში რაიონში შეიქმნა საზოგადოებრივი დაწესებულების ფართო ქსელი, რის გამოც მნიშვნელოვნად გაფართოვდა კულტურულ-საგანმანათლებლო, სამედიცინო მომსახურების მოცულობა. საყოფაცხოვრებო მომსახურებამ, რომელსაც საკვლევ რაიონში დიდი ხნის ისტორია არა აქვს, განსაკუთრებით განვითარება ჰპოვა მიმდინარე ხუთწლედში· 1 სულ მოსახლეზე მომსახურების მოცულობა შეადგენდა 61 ათას მან. 1970 წლისათვის იგი მნიშვნელოვნად გაიზარდა და შეადგინა 350 ათასი მანეთი, ხოლო 1971 წელს 445 ათასი მან. ამავე დროს გაუმჯობესდა საყოფაცხოვრებო მომსახურების მატერიალურ-ტექნიკური ბაზა.

არამატერიალური სფეროს გაფართოებამ გარკვეული წვლილი შეიტანა დასაქმებული მოსახლეობის ხვედრითი წილის ზრდაში. გამოკვლევამ გვიჩვენა, რომ მომსახურების სფეროში (საბინაო-კომუნალური მეურნეობისა და ტრასპორტის

ცხრ. 1

**წულუკიძის რაიონის მოსახლეობის მომსახურების უზრუნველყოფის დონე 1970 წლის მონაცემების მიხედვით**

| მომსახურების ძირითადი სახეები | დაწესებულ. რაოდენობა | ყოველ 1000 კაცზე არსებული | დასაქმებულთა რაოდენობა | ყოველ 1000 კაცზე არსებული | საჭირო ნორმა ყოველ 1000 კაცზე | საჭირო ნორმის რამდენ % შეადგენს | მომსახ. დასაქ. რამდენ % შეადგენს | მთელი მოსახ. რამ. % შეადგენს |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| სახალხო განათლება | 54 | 1,6 | 1159 | 35,5 | 33,0 | 107 | 40 | 3,55 |
| კულტ. საგანმანათებლო | 64 | 1,8 | 165 | 5,0 | 7,22 | 69,4 | 5 | 0,5 |
| ჯანმრთელობის დაცვა | 35 | 1,0 | 833 | 25,0 | 46,19 | 54,2 | 29 | 2,5 |
| ვაჭრობა და საზ. კვება | 166 | 5,0 | 345 | 10,5 | 20 | 52 | 12 | 1,05 |
| კავშირგაბმულობა | 27 | 0,82 | 142 | 4,0 | 8,5 | 46 | 4 | 0,40 |
| საყოფაცხ. მომსახ. | 76 | 2,3 | 298 | 9,1 | 20 | 45,5 | 10 | 0,91 |
| ს უ ლ: | 422 | 12,5 | 2842 | 79,55 | 124,91 | 63,7 | 100 | 8,91 |

გარეშე) სულ დასაქმებულია 2842 კაცი, რაც მთელი მოსახლეობის 8,91% შეადგენს. დასაქმებულთა ხვედრითი წილის მიხედვით ასეთი მდგომარეობა გვაქვს: განათლების (40%), სამედიცინო დაცვის (29%), ვაჭრობისა და საზოგადოებრივი კვების (12%), საყოფაცხოვრებო მომსახურების (10%) და ა. შ. მომსახურების სფეროში ყოველ 1000 კაცზე დასაქმებულია 79,55 კაცი, რაც არ შეესაბამება ნორმით გათვალისწინებულ მაჩვენებლებს (დაგეგმარების რეკომენდაციებში კი გათვალისწინებულია 110,41). თუ ვიმსჯელებთ მომსახურების ცალკეული სახეების მიხედვით, საჭირო ნორმის 107% შეადგენს სახალხო განათლება, 69,4% კულტურულ-საგანმანათლებლო, სამედიცინო დაცვა. ვაჭრობა და საზოგადოებრივი კვება კი მხოლოდ საჭირო ნორმის ნახევარს შეადგენს. ძალზე დაბალია საყოფაცხოვრებო მომსახურებაში დასაქმებულთა საჭირო ნორმის მაჩვენებელი (45,5%). ამ სახეში დასაქმებულთა რაოდენობა მთელი მოსახლეობის 0,91%-ს შეადგენს, ნორმით უნდა იყოს 2%.

რადგან მომსახურების დაწესებულებათა ძირითადი ნაწილი თავმოყრილია რაიონულ ცენტრში, ამიტომ პატარა დასახლებათა მომსახურების ხარისხი რამდენადმე დამოკიდებულია ადმინისტრაციული რაიონის კონფიგურაციაზე, რაიონულ ცენტრსა და დასახლებული პუნქტების გეოგრაფიულ მდებარეობაზე, დასახლებულ პუნქტებს შორის სატრანსპორტო კავშირზე და სხვა.

კულტურულ-საყოფაცხოვრებო მომსახურებაზე არსებით გავლენას ახდენს სასოფლო დასახლებული პუნქტების სიდიდე, კონფიგურაცია და შიგასასოფლო კომუნიკაციების გაჭიმულობა.

დასახლებული პუნქტები კონფიგურაციის მიხედვით შეიძლება 3 ძირითად ჯგუფად დავყოთ; 1. კონცენტრიული (წრიული) ფორმის სოფლები, (ივანდიდი, მათხოჯი, კონტუათი, რონდიში, ღვედი, ახალბედისეული, უძლოური, გალმა-ნოლა, სუხჩა, ლეფილიე).

2. ელიფსური ფორმის სოფლები (გოჩა-ჯიხაიში, ახალშენი).

3. წაგრძელებული (ხაზოვანი) ფორმის სოფლები (ნახახულევი, დიდი კუხი, პატარა ჯიხაიში, ქუტირი, დედალური, გორდი, კინჩხა).

კონცენტრიული (წრიული) ფორმის სოფლის ცენტრის ცენტრალური მდებარეობის დრო მანძილი მისგან საზღვრამდე 3—4 კმ-ს შეადგენს, ხოლო ელიფსური კონფიგურაციის სოფლის ცენტრიდან დიდი ღერძის მიხედვით 5—6 კმ-ია, წაგრძელებული (ხაზოვანი) ფორმის მქონე სოფლებში მანძილი ცენტრიდან საზღვრამდე, სოფლის ცენტრის ცენტრალური მდებარეობის დროს მერყეობს 1-დან 5 კმ-მდე.

საკვლევი რაიონი თავისი კონფიგურაციით წაგრძელებული ფორმისაა, მისი ცენტრი მდებარეობს პერიფერიულ ნაწილში. მანძილი ცენტრიდან საზღვრამდე 28,8 კმ-ია.

ამ შემთხვევაში კულტურულ-საყოფაცხოვრებო დაწესებულებათა ინტენსიური მომსახურება მოიცავს გარკვეულ ნაწილს, ხოლო რაიონის სოფლის მოსახლეობის მნიშვნელოვანი ნაწილი, ტრანსპორტის არარეგულარობის გამო, მომსახურებას მოკლებულია.

ვინაიდან მომსახურების ობიექტები უმთავრესად განლაგებულია რაიონის ცენტრში, მომსახურების ორგანიზაციისათვის არსებით მნიშვნელობას იძენს რაიონის ცენტრსა და დასახლებულ პუნქტებს შორის სატრანსპორტო კავშირები. რაიონში საავტომობილო გზების სიგრძე 176,8 კმ-ია, აქედან მყარსაფარიანი გზების სიგრძეა 129,5 კმ, ხრეშოვანის—45,3 კმ, საუწყებო გზების 23 კმ, საგზაო ქსელის სიხშირე 3 კმ შეადგენს. ამჟამად რაიონის ცენტრიდან 4 სოფელში (მათხოჯი, ხიდი, კინჩხა, ბესიაური) დამყარებულია რეგულარული საავტომობილო მიმოსვლა, ავტობუსთა რაოდენობაა 6, მარშრუტი დღის განმავლობაში 24-ია, მათი საერთო სიგრძეა 70 კმ. დასახლებულ პუნქტებს შორის საშუალო მანძილი 5 კმ-ია, ხოლო რაიონის ცენტრსა და სასოფლო საბჭოებს შორის—9,5 კმ. საავტომობილო მიმოსვლა, ქუთაისს, სამტრედიას, წყალტუბოს, გეგეჭკორსა და ცაგერს შორის ხელს უწყობს მთავარი მაგისტრალების გასწვრივ მდებარე სოფლის მოსახლეობის შიგა სასოფლო და რაიონულ ცენტრთა კავშირის დამყარებას მომსახურების მხრივ· მთავარი მაგისტრალებიდან შორს მდებარე სოფლები მომსახურების მიღებაზე დიდ დროს კარგავენ.

სოფლის მოსახლეობის მომსახურების ორგანიზაციულ სახეზე მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს თვით განსახლების ხასიათი და სოფელთა ხალხმრავლობა [2], საკვლევ რაიონში სოფლის მოსახლეობის 62,5% დიდსა (501—1000 კ) და მსხვილ 1001—2000 კ) სოფლებში (რაოდენობა 12) ცხოვრობს (ივანდიდი, მათხოჯი, წითელვარსკვლავი, დედალაური, დიდი კუხი, გოჩა-ჯიხაიში, ქუტირი, ზედა გორდი, ნახახულევი, ქვედა გორდი, დიდი გუბი და ა. შ.) ასეთ სოფლებში მომსახურების თითქმის მთელი კომპლექსია (განათლება, კულტურა, ჯანმრთელობა, ვაჭრობა, კავშირგაბმულობა, საყოფაცხოვრებო მომსახურება) წარმოდგენილი.

ხშირ შემთხვევაში შეინიშნება გარკვეული დისპროპორცია, კერძოდ საშუალო ხალხმრავლობის (201—500) სოფლებში, ასეთებია გვაზაური, პატარა კუხი, გვაშტიბი, შუა გუბი, გელავერი, ახალბედისეული, საწისქვილო, ხიდი, ზედა კინჩხა, სუხჩა, ძეძილეთი, ღვედი, გამოღმა-ნოღა, ქვედა კინჩხა, სადაც სოფლის მოსახლეობის 21% ცხოვრობს. აქ საზოგადოებრივი მომსახურეობიდან ძირითადად წარმოდგენილია 8-წლიანი ან დაწყებითი სკოლა, საკოლმეურნეო კლუბი ან ბიბლიოთეკა, მაღაზია ან სამეურნეო დაწესებულება, აღნიშნული სოფლის მოსახლეობა, საყოფაცხოვრებო მომსახურებას საერთოდ მოკლებულია. გამონაკლისად შეიძლება ჩაითვალოს სოფ. სოფ. ძეძილეთი, ქვედა კინჩხა, ხიდი, ღვედი, სადაც მომსახურება 5—6 სახით არის წარმოდგენილი. წვრილ (51—100 კ. უძლოური, ლეფილე,

რონდიში) და პატარა (101—200 კ.) ხალხმრავლობის ზოგიერთ სოფელში (პატარა გუბი, ბესიაური, ჩუნეში, გალმა—ნოლა, კინჩხა ფერდი) არსებობს დაწყებითი სკოლები, იშვიათად მოძრავი კინოდანადგარები, საყოფაცხოვრებო მომსახურება კი სრულებით არ არის.

**სოფლად მომსახურების დაწესებულებათა დისლოკაცია და უზრუნველყოფის ხარისხი 1970 წლის მონაცემების მიხედვით**

ცხრილი 2.

| მომსახ. სახეთა რაოდენობა | ადმინისტ. ერთეულთა რაოდენობა | მოსახლეობის რაოდენობა | მოსახლეობის რაოდ. %-ს შეადგენს | დაწესებულებათა რაოდენობა | | | | | | | ყოველ 1000 კაცზე | მთელი დაწეს. ერ-ბის %-ს შეადგენს |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | განათლების | კულტურის | ჯანმრთელობის | ვაჭრობის | კავშირგაბმულობის | საყოფაცხოვრებო | სულ | | |
| 6 | 12 | 12082 | 58,7 | 16 | 32 | 20 | 38 | 12 | 30 | 148 | 12,3 | 64 % |
| 5 | 1 | 438 | 1,5 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | — | 7 | 15,8 | 3,4 |
| 4 | 6 | 4902 | 23,4 | 46 | 14 | 4 | 11 | 1 | 6 | 42 | 8,5 | 1,8 |
| 3 | 5 | 1533 | 7,4 | 5 | 5 | 1 | 7 | — | — | 18 | 11,8 | 7,6 |
| 2—1 | 12 | 1039 | 8,4 | 7 | 7 | 1 | 1 | — | — | 16 | 8,4 | 7,1 |
| 0 | 3 | 129 | 0,6 | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 39 | 21023 | 100% | 35 | 61 | 27 | 58 | 14 | 36 | 231 | 11,9 | 100% |

მომსახურების დაწესებულებათა 62,2% განლაგებულია სოფლად. ცალკეული სახეების მიხედვით სოფლად ლოკალიზებულ დაწესებულებათა 26,7% (61) მოდის კულტსაგანმანათლებლო, 25% (58) ვაჭრობის, 16% (36) საყოფაცხოვრებო მომსახურების, 15% (35) განათლების, 11% (27) ჯანმრთელობის, 6% (14) კავშირგაბმულობის ობიექტებზე.

ყოველ 1000 კაცზე განლაგებულია 2,8 კულტ-საგანმანათლებლო, 2,7 ვაჭრობის, 1,7 საყოფაცხოვრებო, 1,6 განათლების, 1,5 ჯანმრთელობის, 0,6, კავშირგაბმულობის დაწესებულებები, სოფლის მოსახლეობის მომსახურების დაწესებულებებით უზრუნველყოფის ხარისხის შესავლისას აღმოჩნდა, რომ მომსახურების 6 სახით სარგებლობს 12 სოფელი, სადაც სოფლის მოსახლეობის 58,7% ცხოვრობს, ეს სოფლები უმთავრესად სასოფლო საბჭოს ცენტრებია, სადაც გაადგილებულია მომსახურების არსებულ დაწესებულებათა 64%. მომსახურების 4 სახეა დანერგილი 6 სოფელში, სადაც მოსახლეობის 23,4% ცხოვრობს, ყველა ობიექტთა 18% ამ სოფლებშია გაადგილებული. მომსახურების 3 სახით სარგებლობს 5 სოფელი, სადაც მოსახლეობის 73% ცხოვრობს, დაწესებულებათა რაოდენობა 7,6%-ია და ბოლოს მომსახურების 2—1 სახით სარგებლობს 12 სოფელი, სადაც მოსახლეობის 8,4% ცხოვრობს, მათზე მოდის მომსახურების დაწესებულებათა 7%.

ცხრილის განხილვისას აღმოჩნდა, რომ დასახლებული პუნქტები ცალკეული სახეების დაწესებულებათა რაოდენობისა და მოსახლეობის უზრუნველყოფის (ყოველ 1000 კაცზე) ხარისხის მიხედვით დაბალი დონით ხასიათდება, რაც გამოიხატება იმაში, რომ მთელი სოფლის მოსახლეობის 43% საერთოდ მოკლებულია ჯანმრთელობის, კავშირგაბმულობისა და საყოფაცხოვრებო მომსახურებას.

წულუკიძის რაიონში მოსახლეობას მომსახურებისა და ცხოვრების პირობების გაუმჯობესებისათვის მიზანშეწონილად მიგვაჩნია სოფლად მომსახურების ქსე-

ლის ორგანიზიციის თანაბარი პირობების შექმნა. ამისათვის საჭიროა გათვალის-წინებული იქნეს შემდეგი:

ა) პერსპექტიული განსახლების რეგიონალური თავისებურებანი.

ბ) განსახლების თითოეული ტიპისათვის მომსახურების შესაბამისად საფეხურებრივი სისტემის შექმნა.

გ) დაგეგმარების განსხვავებული ტიპის მსხვილ დასახლებაში მომსახურების ტერიტორიული ორგანიზაციის დროს სოფლების სიდიდისა და კონფიგურაციის მხედველობაში მიღება.

დ) ქალაქსა და ცენტრალური მაგისტრალებიდან შორს მდებარე, დასახლებულ პუნქტებს შორის სამგზავრო კავშირების გაუმჯობესება და საავტობუსო მიმოსვლისათვის შიგა სასოფლო გზების მოწყობა.

ე) მომსახურების გარეშე მყოფ სოფლებში თანამედროვე მომსახურების მობილური ფორმის დანერგვა (ავტოფარდული, მოძრავი სახელოსნო, დამკვეთი პუნქტი და სხვა). მათი შექმნა მნიშვნელოვან როლს შეასრულებს, მთიანი სოფლის მოსახლეობის როგორც მომსახურებაში, ასევე მათ შენარჩუნებაში, რაც ამჟამად საერთო სახელმწიფოებრივ ამოცანას წარმოადგენს.

(შემოსულია 27,XI. 1972) ეკონომიური გეოგრაფიის კათედრა

## ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა

1. В. Ш. Джаошвили, Население Грузии (экономико-географическое исследование) Тб., „Мецниереба", 1968.
2. С. А. Ковалев, Вестник МГУ, Серия геогр., № 2, 1966.
3. С. А. Ковалев. В. В. Покшишевский, Материалы Второго междуведомственного совещания по географии населения. МГУ, 1967.
4. Услуги и их социально-экономическая роль. „Прогресс", М. 1967.
5. Методические указания по организации системы культурно-бытового обслуживания населения в зонах влияния городов различного типа. НИИ строительного производства Росстроя, Киев, 1967.
6. Н. Соколовский, А. Владимирова, И. Яновская, Вестник МГУ, серия геогр., № 4, 1970.

Г. С. ЛАШХИ

## К НЕКОТОРЫМ ВОПРОСАМ ГЕОГРАФИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ В ЦУЛУКИДЗЕВСКОМ РАЙОНЕ

### Резюме

В работе рассматриваются основные вопросы географии обсуживания, анализируется современное состояние занятого населения в сфере обслуживания, а также выявляется уровень обеспеченности населения коммунально-бытовыми и другими услугами.

Основным направлением в деле улучшения условия жизни населения, по мнению автора, является устранение существующих диспропорций в размещении предприятий обслуживания.

# ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ХОЛЕСТЕРИНА В ОРГАНЕЛЛАХ ПЕЧЕНИ КРЫС ПРИ ХИМИЧЕСКОМ КАНЦЕРОГЕНЕЗЕ

Б. А. ЛОМСАДЗЕ, М. А. ЦАРЦИДЗЕ,
Л. Г. ТАБАТАДЗЕ, Д. В. ГАМРЕКЕЛИ

В последнее время большое внимание уделяется изучению первичного акта взаимодействия канцерогенного агента с клеткой. Имеются литературные данные, указывающие на локализацию канцерогенных полициклических углеводородов в мембранах, где они вызывают различные физико-химические изменения биосубстратов мембран [1,2]. Из компонентов биомембран одно из важных значений имеет холестерин, который играет значительную роль в различных патологических процессах.

Рядом авторов было показано уменьшение количества холестерина у больных лейкозом [3]. Оказалось, что количество холестерина и его эфиров у больных лейкозом при развитии заболевания имеет тенденцию к уменьшению. Значительным изменениям подвержен холестерин в процессе канцерогенеза [4]. Показано, что опухоли характеризуются высоким содержанием холестерина [5]. В связи с пространственным сходством холестерина с ароматическими полициклическими углеводородами и некоторыми гормонами, предполагается, что холестерин действует как канцероген или является предшественником для таковых. Хейджер выдвинул предположение, что канцерогенное действие экстрактов из раковых тканей связано с холестерином и каким-нибудь другим канцерогенным агентом, получив экспериментальные подтверждения этому [6]. Установлена зависимость между ростом опухоли и синтезом холестерина. В латентном периоде роста опухоли синтез холестерина падает и его количество уменьшается. Опухолевые клетки лишены возможности синтезировать холестерин [7].

Исходя из вышеуказанных литературных данных о роли холестерина при злокачественном росте, целью наших экспериментов являлось изучение изменения количества холестерина в органеллах клеток печени крыс в процессе канцерогенеза и взаимодействия холестерина с 3,4 бензпиреном в опытах in vitro.

Полициклические углеводороды (3,4-бензпирен, антрацен) вводились подкожно белым беспородным крысам—на крысу 5 мг растворенного в 0,5 мл оливкового масла. Количество холестерина измеряли через 2,4, 16,24 ч., 5, 15, 50, 75 и 100 дней после введения полициклических углеводородов реакцией Либермана-Бурхардта [8]. Определение количества 3,4-бензпирена при взаимодействии с холестерином проводили методом квазилинейчатых спектров флюоресценции [9].

В таблице 1 показано изменение количества общего холестерина в органеллах клеток опухоли и печени крыс. Как видно из таблицы, в лизосомах клеток печени канцерогенный 3,4-бензпирен вызывает падение уровня общего холестерина на всех этапах канцерогенеза по сравнению с нормой. Аналогичные изменения имеют место и при действии антрацена. Аналогичная картина изменений наблюдается и в микросомах. В случае митохондрий 3,4-бензпирен в первые часы вызывает увеличение уровня общего количества холестерина по сравнению с нормой, с 5-го дня постепенно достигает минимума вплоть до стадии образования опухоли. Спустя 24 часа и до 75 дней после введения канцерогенного 3,4-бензпирена уровень общего холестерина в ядрах повышен, а при образовании опухоли достигает минимального значения. При сравнении изменений количества общего холестерина соответствующих органелл печени и опухоли видно, что во всех органеллах клеток опухоли наблюдается рез-

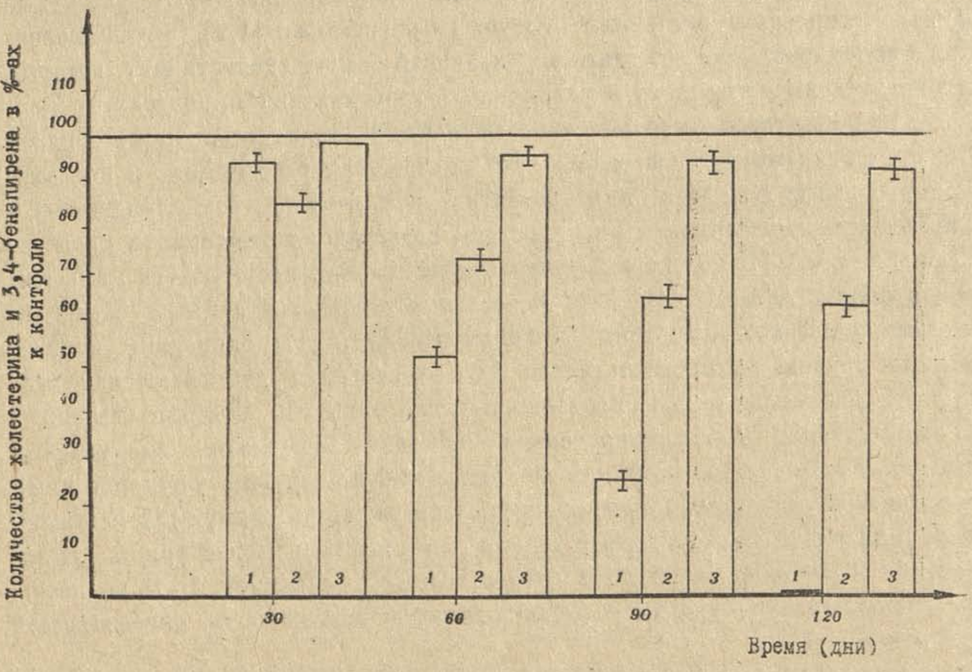



Рис. Количественное изучение изменения взаимодействия холестерина с 3,4-бензпиреном и антраценом

1. Изменение количества 3,4-бензпирена при взаимодействии с холестерином.
2. Изменение количества холестерина при взаимодействии с 3,4-бензпиреном,
3. Изменение количества холестерина при взаимодействии с антраценом.

кое уменьшение уровня общего холестерина по сравнению с его количеством в органеллах клеток печени нормальных крыс.

Существует предположение, что в биологических мембранах холестерин и фосфолипиды связаны друг с другом Ван-Дер-Ваальсовыми сила-

Таблица 1

**Изменение количества общего холестерина в органеллах клеток печени крыс (количество холестерина даётся в $\gamma$-ах на 100 мг сырого веса органелл)**

| Наименование | Контроль | АНТРАЦЕН 2 ч. | АНТРАЦЕН 4 ч. | АНТРАЦЕН 24 ч. | АНТРАЦЕН 5 дн. | АНТРАЦЕН 15 дн. | АНТРАЦЕН 50 дн. | АНТРАЦЕН 75 дн. | АНТРАЦЕН 100 дн. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 2 ч. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 4 ч. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 24 ч. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 5 дн. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 15 дн. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 50 дн. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 75 дн. | 3,4-БЕНЗПИРЕН 100 дн. | Опухоль |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Митохондрии | 176,4 +14 | 162+2 | 196+4 | 211,5 +1,4 | 73,3 +0,6 | 96 +1,4 | — | 24+2 | 25+3 | 276 +3,4 | 196 +1,2 | 174,6 +2,4 | 733 +1,1 | 116 +26 | 96 +0,8 | 50 +0,7 | 25 +0,5 | 96 +0,8 |
| Лизосомы | 357,5 +21,5 | 264+3 | 382 +3,2 | 220 +1,7 | 192 +2,6 | 274 +1,3 | 220 +4,5 | 180 +1,1 | 20 +4,5 | 244 +1,6 | 241 +4,2 | 153 +1,7 | 240 +2,3 | 240 +1,8 | 240+5 | 50+1 | 75 +2,3 | 76+4 |
| Микросомы | 397,2 +31 | 3 4+4 | 287+4 | — | 220+5 | 212+8 | 246+6 | 76 +4,2 | — | 430 +1,3 | 359 +4,4 | — | 230 +5,6 | 166 +1,4 | 240 +4,2 | 180 +3,1 | 124 +2,6 | 48+3 |
| Ядра | 130 +0,71 | 310+7 | 127,1 + 1,7 | 128 +3,4 | 149+3 | 178+5 | 70 +4,0 | 56+2 | 48+1 | 360+7 | 128+6 | 225,3 +14,25 | 184+5 | 382 +155 | 148 +14 | 157 + 4 | 36+2 | 116+6 |

ми [10]. Возможно, что канцерогены, попадая в клетку, вытесняют холестерин из мембран, занимая их место, и образуют комплекс с фосфолипидами. Этим можно объяснить уменьшение уровня количества общего холестерина в органеллах клеток опухоли и печени в процессе канцерогенеза.

На рисунке приведены данные по взаимодействию холестерина с 3,4-бензпиреном и антраценом в условиях комнатной температуры при дневном освещении. Как видно из рисунка, в течение первого месяца, когда происходит чувствительное падение количества холестерина, количество 3-4-бензпирена меняется незначительно. Противоположная картина изменений наблюдается в следующие месяцы, когда имеет место увеличение концентрации окисленных продуктов холестерина, количество 3-4-бензпирена уменьшается. При изучении взаимодействия антрацена с холестерином не наблюдалось уменьшения количества холестерина, что свидетельствует об отсутствии химического взаимодействия между холестерином и неканцерогенным антраценом.

В литературе имеются данные о канцерогенности некоторых окисленных продуктов холестерина [6,11]. Возможно при взаимодействии холестерина и 3,4-бензпирена образуются такие окисленные продукты их взаимодействия, которые обладают канцерогенной активностью и выполняют роль эндогенных канцерогенов.

(Поступило 12. X. 1972)

Кафедра биофизики

## ЛИТЕРАТУРА

1. W. N. Willmer, Biol. Rev., 37, 1961, 3?8.
2. M. Arcos, J. Arcos., Arzneimittel-Forsch., 8, 1958, 602.
3. А. В. Шевченко, Н. К. Морозова, В. А. Бабичева, Лабораторное дело № 9. 1968. 537.
4. А. Поликар, М. Бесси, Элементы патологии клетки. М.. 1970.
5. F. Sawer, Canad. J, Biochem., 40, 1962, p. 1749.
6. J. Heiger, Brit. J. Cancer., 4, 1949, p. 123.
7. В. С. Третьякова. Усп. совр. биологии, т. 57, в. №, 1964, стр. 350.
8. Г. Н. Удинцев, В. Б. Бланк, Д. А. Кравец, И. С. Тимесков, Пособие по клинико-лабораторным методам исследовании. Л., 1968.
9. Э. В. Шпольский, УФН, т. 77, в. 2, 1962.
10. Д. Финеан, Биологические ультраструктуры. М., 1970.
11. A. H. Roffo., Am. J. Cancer., 17, 1933, 42.

ბ. ლომსაძე, მ. ცარციძე,
ლ. ტაბატაძე, დ. გამრეკელი

### ქოლესტერინის რაოდენობრივი ცვლილებების შესწავლა ვირთაგვის ღვიძლის ორგანელებში ქიმიური კანცეროგენეზის პროცესში

რეზიუმე

სტატიაში განხილულია ქოლესტერინის რაოდენობრივი ცვლილება ვირთაგვის ღვიძლის ორგანელებში და მისი ურთიერთქმედება კანცეროგენულ 3-4-ბენზპი-

რენთან, აღმოჩნდა, რომ როგორც კანცეროგენული, ასევე არაკანცეროგენული აგენტები იწვევენ ქოლესტერინის რაოდენობის შემცირებას ვირთაგვის ღვიძლის ორგანელებში (მიტოქონდრიები, მიკროსომები, ლიზოსომები).

ქოლესტერინის 3,4-ბენზპირენთან ურთიერთქმედების საფუძველზე გამოთქმულია აზრი ქოლესტერინის ჟანგვითი პროდუქტების საშუალებით ვირთაგვის ორგანიზმში ენდოგენური კანცეროგენეზის განვითარების შესახებ.

თბილისის შრომის წითელი დროშის ორდენოსანი სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები
Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета
А 10 (158), 1975



# მდინარე ხანისწყლის იქთიოფაუნის შესწავლისათვის

პ. ხელაძე

დასავლეთ საქართველოს მაღალმთიანი ადგილების მდინარეების იქთიოფაუნა ნაკლებად არის შესწავლილი. ზოგიერთ ცნობას იქთიოფაუნის შესახებ ვპოულობთ ბარაჩის [1], ტყეშელაშვილის [2], ელანიძის [3], ხელაძის [4], შერვაშიძის [5] და ბურჯანაძის [6] შრომებში.

მდინარე ხანისწყალი დასავლეთ საქართველოს სხვა მდინარეებთან შედარებით მცირე ზომისაა, მისი იქთიოფაუნის შესახებ ცალკე გამოკვლევა არ არსებობს. მდინარე ხანისწყლის წყალშემკრები აუზი შედარებით მცირეა. ჩვენ შევეცადეთ შეგვესწავლა მდინარე ხანისწყლის იქთიოფაუნა, დაგვედგინა სისტემატიკური შემადგენლობა და ნაწილობრივ გაგვეშუქებინა ამ მდინარეში მობინადრე თევზების ბიოლოგია, ზოგიერთი სახეობის კვების თავისებურებანი და სხვა. მეთევზეობის თვალსაზრისით ხანისწყლის პრაქტიკული მნიშვნელობა მცირეა. მდინარის ჩქარი დინება აგრეთვე ნაწილობრივ ხელს უშლის თევზების ზოგიერთი სახეობის გავრცელებას. ეს მდგომარეობა მდ. ხანისწყალში შესამჩნევი ხდება მის ზემო წელში სოფ. ხანამდე, სადაც მარტო მდინარის კალმახი ბინადრობს.

თევზების მოპოვებას ვაწარმოებდით: მდინარის ტოტის დაშრობით, ანკესით, სასროლი და მოსასმელი ბადით. მასალას ვიღებდით გარდა მდინარის მთავარი კალაპოტისა მისი ზოგიერთი მთავარი შენაკადებიდანაც. შეგროვილ მასალას ვაფიქსირებდით 4% ფორმალინში, ხოლო მის შესწავლასა და დამუშავებას ვაწარმოებდით ხერხემლიანთა ზოოლოგიის კათედრის ლაბორატორიაში.

სულ შეგროვილია 13 სხვადასხვა სახეობის თევზი, რომელთა აღწერა ცალკეული სახეობის განხილვის დროს არის მოცემული.

**1. კალმახი—Salmo fario** Linné. ლიტერატურის [5] მიხედვით საქართველოს ფარგლებში კალმახი ფართოდაა გავრცელებული და თითქმის მთის ყველა მდინარეში გვხვდება. ხანისწყალში კალმახი შედარებით დიდი რაოდენობით გვხვდება ზემო წელში სოფ. ხანამდე, ხოლო შუა წელში კალმახი მცირე რაოდენობით ბინადრობს და არც თუ ისე დიდი ეგზემპლარები მოიპოვება. კალმახი საკმაო რაოდენობით მოიპოვება ხანისწყლის ყველა შენაკადში—საკრაულაში, კინკილეთისწყალში, წაბლნარისწყალში, ქვეშავეთში. კალმახი ძვირფასი სარეწაო მნიშვნელობის თევზია. ხანისწყალში კალმახის ჭერას ადგილობრივი მნიშვნელობა აქვს.

**2. კავკასიური ქაშაპი—Leuciscus cephalus orientalis** Nordmann. ქაშაპი ლიტერატურული [1] მონაცემების მიხედვით დასავლეთ საქართველოს ყველა მდინარეებში გვხვდება და მისი ვერტიკალური გავრცელება 600 მეტრის სიმაღლეს აღწევს ზღვის დონიდან.

ჩვენ მიერ ხანისწყალში ქაშაპი მოპოვებულია შუა და ქვემო წელში 40 ეგზემპლარის რაოდენობით. ქაშაპი ქვემო წელში მეტი რაოდენობით გვხვდება. ქაშაპი იკვებება მცენარეული და ცხოველური საკვებით. ქაშაპს განკვეთის შედეგად კუჭ-ნაწლავში აღმოაჩნდა—მწერები, ჭიები, ხოჭოები და სხვა ნახევრად მონელებული ნარჩენები, რომლის გარკვევა დაზიანების გამო შეუძლებელი აღმოჩნდა.

3. **კოლხური ტობი** —**Chondrostoma colchicum** (Kessler) Derjugin, ლიტერატურული [1] მონაცემებით კოლხური ტობი ბინადრობს დასავლეთ საქართველოს შემდეგ მდინარეებში: რიონში, ჭოროხში, ჩაქვში, ლეღვაში, ნატანებში და ყვირილაში.

ჩვენ მიერ კოლხური ტობი მოპოვებულია ხანისწყალის ქვემო წელში, შუა წელში თანდათანობით კლებულობს და ზემო წელში სრულებით არ გვხვდება. იკვებება ძირითადად წყალმცენარეებით. ხანისწყალში გავრცელებულ კოლხურ ტობს რაოდენობის სიმცირის გამო სარეწაო მნიშვნელობა არა აქვს.

4. **დასავლეთ ამიერკავკასიური ციმორი**—**Gobio lepidolaemus** n. **caucas**. Komensky. კოლხური ციმორი გვხვდება ამიერკავკასიის დასავლეთ ნაწილში, მდ. ტუაფსედან რიონის აუზამდე [1]. მდ. ხანისწყალში კოლხური ციმორი გვხვდება შუა და ქვემო წელში [4]. ეს სახეობა მოიპოვება მდ. საკრაულაში. სარეწაო მნიშვნელობა არა აქვს.

5. **კოლხური ხრამული** —**Varicorhinus sieboldi** (Steindachner). კოლხური ხრამული ბინადრობს რიონში, ცხენისწყალში, ყვირილაში, სუფსასა და მდ. ქობულეთში [1]. კოლხური ხრამული გავრცელებულია აგრეთვე მცირე აზიის ჩრდილო სანაპიროსა და დასავლეთ საქართველოს ზოგიერთ მდინარეებში: რიონში, ცხენისწყალში, ჭოროხში, ყვირილასა და სუფსაში [6]. იგი გვხვდება მდ. სულორში, კორისწყალში და კვინისწყალში [2].

ჩვენ მიერ კოლხური ხრამული მოპოვებულია ხანისწყლის ქვემო წელში 5 ეგზემპლარის რაოდენობით. უდიდესი მათგანის სიგრძე 350 მმ უდრიდა.

6. **კოლხური წვერა** —**Barbus tauricus escherichi** Steindachner. კოლხური წვერა ხანისწყალში გვხვდება შუა და ქვემო წელში, სადაც ეს თევზები, სხვა სახეობასთან შედარებით, არც თუ მცირე რაოდენობით მოიპოვება. ბინადრობს საკრაულაში, ლაშურაში, ქერშაველში, კინკილეთისწყალში, წაბლნარასწყალში. ზემოთ დასახელებულ მდინარეებში კოლხური წვერა მოიპოვება შუა და ქვემო წელში. ხანისწყალში ეს თევზი დიდი ზომისანი გვხვდებიან, ვიდრე მის შენაკადში. წვერას უყვარს სუფთა წყალი. ხანისწყალში ვპოულობდით ჩანჩქერებში. ხშირად გვხვდება ჯგუფად და ერთეულების სახითაც. ჯგუფებში ერთიანდებიან როგორც დიდი ზომის ეგზემპლარები, ისე მცირე ზომის. ივლისსა და აგვისტოში დაჭერილ წვერას, მუცელში აღმოაჩნდა მომწიფებული ქვირითი. იკვებება ცხოველური ნარჩენებითაც. კუჭში აღმოაჩნდა კიბოსნაირების ქიტინოვანი ნაწილები და ჭიები. მოსახლეობა ძლიერ ეტანება მას, რადგან გემრიელი თევზია, წვერას სარეწაო მნიშვნელობა ადგილობრივ ხასიათს ატარებს.

7. **სამხრეთული ფრიტა** —**Alburnoides bipunctatus fasciatus** (Nordm.). სამხრეთული მარდულა გავრცელებულია რიონში, ჭოროხში, კინტრიშში და აჭყვაში [1]. ეს სახეობა მოიპოვება შავი ზღვის აუზში გელენჯიკიდან ბათუმამდე [7]. ნიკოლსკი [8] მარდულას დიდ მნიშვნელობას ანიჭებს, როგორც სხვადასხვა სახეობის მწერების მატლების გამანადგურებელს.

ჩვენ მიერ მარდულა ხანისწყალში მოპოვებულია შუა და ქვემო წელში მცირე რაოდენობით. გვხვდება აგრეთვე საკრაულაში, ლაშურაში, ქერშაველში, წაბლნარას-

წყალში და კინკილეთისწყალში. ზემოთ ხსენებულ მდინარეებში გვხვდებოდა ქვების ქვეშ, მორევში და სხვ. მოპოვებული იყო 10 ეგზემპლარი, ზოგიერთ მათგანს კუჭში აღმოაჩნდა მწერების ქიტინოვანი ნაწილები, თევზების ნახევრად მონელებული ქვირითი და სხვადასხვა სახის გაურკვეველი ნაწილები. მოსახლეობა საკვებად იყენებს. სიმცირის გამო სარეწაო მნიშვნელობა არა აქვს.

8. **ტაფელა—Rhodeus sericeus amarus** (Bloch). მდინარე ხანისწყალში ტაფელა გვხვდება ქვემო დინებაში. იგი ბინადრობს ქვების ქვეშ. კუჭში აღმოაჩნდა დიდი რაოდენობით სხვადასხვა სახეობის წყალმცენარეები. სარეწაო მნიშვნელობა არა აქვს. ტაფელას გამოყენება შეიძლება სადეკორაციოდ.

9. **კობრი—Cyprinus carpio** Linné. კობრი მდინარე ხანისწყალში ჩვენ მიერ მოპოვებულია ქვემო წელში, მაისში, 20 ეგზემპლარი. ზამთრის პერიოდში კობრი ჯგუფებად ღრმა ორმოში გროვდება და იქ იზამთრებს [6]. კობრს სარეწაო მნიშვნელობა არ აქვს.

10. **ანგორული გოჭალა—Nemachilus angorae** Steindachner. გოჭალა გავრცელებულია მდინარეებში, რომლებიც შავ ზღვას ერთვიან [1]. იგი მოიპოვება რიონში, ხანისწყალში [3]. ხანისწყალში ჩვენ მიერ გოჭალა მოპოვებულია შუა და ქვემო წელში და მის შენაკადებში. გოჭალას ვპოულობდით ქვების ქვეშ და წვრილ ქვიშაში.

11. **ამიერკავკასიური გველანა—Cobitis taenia satunini** Gladkov. მდინარე ხანისწყალში გველანა ჩვენ მიერ მოპოვებულია ქვემო და შუა წელში 6 ეგზემპლარი. ვპოულობდით ქვების ქვეშ მცირე ზომის ეგზემპლარებს. გველანა თევზს სამეურნეო მნიშვნელობა არა აქვს.

12. **ლოქო—Silurus glanis** Linné. ჩვენ მიერ ლოქო მოპოვებულია ხანისწყლის ქვემო წელში, დაახლოებით 5 კგ წონისა. გვხვდებოდა ღრმა წყალში. ლოქოს ადგილსამყოფელს წარმოადგენს ღრმა წყლები, რომლებიც მორევებს ქმნიან. ლოქოს სარეწაო მნიშვნელობა ხანისწყალში ადგილობრივი ხასიათისაა.

13. **კავკასიური მდინარის ღორჯო — Gobius cephalarges constructor** Nordm. კავკასიური მდინარის ღორჯო გვხვდება ფსირცხაში, რიონსა და ყვირილაში [1]. იგი გავრცელებულია ფსირცხაში, ბესლეთში, რიონში, ყვირილაში, ბათუმის სანაპიროების მდინარეებში ჭოროხამდე, ნურიის ტბაში, მტკვრის ზედა და შუა წელში [6].

ხანისწყალში ღორჯო გვხვდება შუა და ქვემო წელში და მის ყველა შენაკადში. ღორჯოს ვპოულობთ ქვების ქვეშ და სანაპიროს კლდის ქვეშ. ბინადრობს მდინარის სიღრმეში, მის ნაპირებზე. უმეტესად გვხვდება მურა ნაცრისფერი. იკვებება სხვადასხვა სახეობის მწერებით. კუჭში აღმოაჩნდა მოუნელებელი თევზების ნარჩენები. ღორჯოს თევზს სამეურნეო მნიშვნელობა არა აქვს.

## დასკვნა

შეგროვილი მასალების ანალიზის საფუძველზე მდ. ხანისწყალში ბინადრობს შემდეგი სახეობის თევზები:

1. კალმახი—Salmo fario Linné.
2. კავკასიური ქაშაპი—Leuciscus Cephalus orientalus Nordmann.
3. კოლხური ტობი—Chondrostoma colchicum (Kessler) Derjugin.
4. დასავლეთ ამიერკავკასიური ციმორი—Gobio gobio lepidolaemus n. caucasicus Kam.

5. კოლხური ხრამული—Varicorhinus sieboldi (Steindachner).
6. კოლხური წვერა—Barbus tauricus escherichi Steindachner.
7. სამხრეთული ფრიტა—Alburnoides bipunctatus faciatus (Nordm).
8. ტაფელა—Rhodeus sericeus amarus (Bloch).
9. კობრი—Cyprinus carpio Linné.
10. ანგორული გოჭალა—Nemachilus angorae Stendachner.
11. ამიერკავკასიური გველანა—Cobitis taenia satunini Gladkov.
12. ლოქო—Silurus glanis Linné.
13. კავკასიური მდინარის ღორჯო—Gobius cephalarges constructor Nordmann.

(შემოსულია 10. VI. 1972)

ხერხემლიანთა ზოოლოგიის კათედრა

## ლიტერატურა


1. Р. П. Барач, Рыбы пресных вод. Фауна Грузии, т. I, Тбилиси, 1941.
2. ვ. ტყეშელაშვილი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები, ტ. 54. 1954, 164—165.
3. რ. ელანიძე, საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის ზოოლოგიის ინსტიტუტის შრომები, ტ. 16, 1950.
4. პ. ხელაძე, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები, ტ. 82, 1960, 219—225.
5. ვ. შარვაშიძე, საქართველოს თევზების სარკვევი, „ცოდნა", თბილისი, 1960.
6. მ. ბურჯანაძე, საქართველოს მტკნარი წყლის თევზთა სარკვევი, თბილისი, 1940.
7. А. С. Берг, Рыбы пресных вод СССР и сопредельных стран, ч. II. М., 1948.
8. Г. В. Никольский, Частная ихтиология. М., 1950.


П. С. ХЕЛАДЗЕ

## К ИЗУЧЕНИЮ ИХТИОФАУНЫ р. ХАНИСЦКАЛИ

### Резюме


Для р. Ханисцкали автором установлено 13 видов рыб:

1. Форель—Salmo fario Linné.
2. Кавказский голавль—Leuciscus cephalus orientalis Nordm.
3. Колхидский подуст—Chondrostoma colchicum (Kessler) Dertjugin.
4. Западно-закавказский пескарь—Gobio gobio lepidolemus n. caucasicus Kam.
5. Колхидская храмуля—Varicorhinus sieboldi (Steindachner).
6. Колхидский усач—Barbus tauricus escherichi Steindachner.
7. Южная быстрянка—Alburnoides bipunctatus faciatus (Nordm).
8. Горчак—Rhodeus sericeus amarus (Bloch).
9. Сазан—Cyprinus carpio Linné.
10. Ангорский голец—Nemachilus angorae Steindachner.
11. Щиповка—Cobitis taenia satunini Gladkov.
12. Сом—Silurus glanis Linné.
13. Кавказский речной бычок—Gobius cephalarges constructor Nordmann.

# СОДЕРЖАНИЕ

## Математика



## Кибернетика



## Физика



## Химия

## Геология—география



## Биология

# შინაარსი

## მათემატიკა



## კიბერნეტიკა



## ფიზიკა



## ქიმია

## გეოგრაფია-გეოლოგია



## ბიოლოგია

## CONTENTS

### Mathematics



### Cybernetics



### Physics



### Chemistry



### Geography-Geology

Редакторы издательства: Л. И. Абуашвили, А. С. Стуруа
Техредактор И. В. Хуцишвили
Корректор Е. С. Сулханишвили

Подписано в печать 31/VII-75
Формат бумаги 70×108/16
Печатных л. 15,4
Учетно-изд. л. 11,1

Заказ 2230 УЭ 11578 Тираж 500

Цена 1 руб. 21 коп.

Издательство Тбилисского университета,
Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 14.
თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა,
380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 14

Типография Тбилисского университета,
Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 1.
თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა,
თბილისი 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.