

შარტავაძე

103

Т Р У Д Ы







# Т Р У Д Ы

103

*СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК*



# შრომები

103

ფიზიკის მეცნიერებათა სერია



დაიბეჭდა

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ფიზიკის ფაკულტეტის  
სამეცნიერო საბჭოს დადგენილებით

\*

**სარედაქციო კოლეგია:**

პროფ. ვ. მამასახლისოვი (რედაქტორი)  
პროფ. მ. ნოდია  
პროფ. მ. მირიანაშვილი  
პროფ. ი. მირცხულავა  
უფრ./მასწ. ო. ყანჩელი



შ ი ნ ა ა რ ს ი

1. ჯიბუტი რ. — ზოგიერთი ბირთვული რეაქციები და ნუკლონთა კორელაციები მსუბუქ ბირთვებში	7—64
2. ტეპლიცკი ე. — რაჯეს ტრაექტორიების შესახებ განზნუნვის დისპერსიულ თეორიაში	65—74
3. გაჩეჩილაძე თ. — ნიკვისტის განზოგადებული ფორმულის შესახებ	75—80
4. წილოსანი თ. — ოპტიმალური კოდი ქართული ენის ანბანისათვის	81—83
5. მირიანაშვილი გ., კავილაძე მ., დოლიძე გ. — ლაბორატორიული მასს-სპექტრომეტრი	85—89
6. მირიანაშვილი გ., კავილაძე მ., აბაშიძე ი. — კალიუმის იზოტოპური შემადგენლობის შესახებ	91—95
7. მირიანაშვილი გ., კიკიანი ბ. — $S^{32}/_{34}$ ფარდობის მცირე ვარიაციათა მასპექტროსკოპური გამოვლენები სულფიდებში	97—104
8. გედევანიშვილი ლ., საყვარელიძე ი. — კოსმოსური გამოსხივების შედარებითი ნაწილების განშლის მრუდისა და ენერგეტიული სპექტრის შესწავლა 200 მწე სიღრმეზე	105—137
9. ცეცხლაძე თ., ბოდოკია ლ. — რკინის კომპლექსურ ნაერთთა რადიაციული დაშლა	139—143
10. ცეცხლაძე თ., ბოდოკია ლ. — რკინის სულფატის დაქანგვა ნეიტრონული გამოსხივების ზეგავლენით ლითონის მარილთა თანაობისას	145—150
11. მდივანი თ. — კორელაციის ეფექტები ჰექსაგონალურ კრისტალებში დიფუზიის დროს	151—162
12. ბოკუჩავა ნ., გაჩეჩილაძე თ., მდივანი თ. — შენადნობის მოწესრიგების ერთი მოდელის შესახებ	163—168
13. ბოკუჩავა ნ., გაჩეჩილაძე თ., ნიკოლაძე კ., წილოსანი თ. — შენიშვნა ქართულ ენაში მარცვალთწარმოქმნის მათემატიკური მოდელის შესახებ	169—172
14. ბოკუჩავა ნ., გაჩეჩილაძე თ. — ნაბეჭდი ინფორმაციის სტატისტიკური სტრუქტურის შესწავლის ერთი მეთოდის შესახებ	173—181
15. ბერუღავა ბ., სანაძე თ. — ერბიუმის ნიტრატის პარამაგნიტური რეზონანსი	183—185
16. ბეზიაშვილი შ. — ზოგიერთი რადიოელექტრონული სისტემის დაზიანებათა განაწილების კანონის შესახებ	187—192
17. ჟღენტო თ., კაკლიუგინი ბ. — სამობითი ელემენტი გვირაბულ დიოდებზე	193—198
18. ჟღენტო თ. — გვირაბულ დიოდზე მომუშავე სინთსოიდალურ რხევათა გენერატორის მუშაობის თეორიისათვის	199—202
19. კობახიძე მ. — ზმს ელექტრონულ მილაკთა თეორიისათვის (ცილინდრული ელექტროდებით)	203—209



## СОДЕРЖАНИЕ

1. Джибути Р. И. — Некоторые ядерные реакции и корреляции нуклонов в легких ядрах.	7—64
2. Теплицкий Э. Ш. — О траекториях Редже в дисперсионной теории рассеяния.	65—74
3. Гачечиладзе Т. Г. — Об обобщенной формуле Найквиста.	75—80
4. Циლოსани Т. П. — Оптимальный код для грузинского алфавита.	81—83
5. Мирианашвили Г. М., Кавиладзе М. Ш., Долидзе Г. М. — Лабораторный масс-спектрометр.	85—89
6. Мирианашвили Г. М., Кавиладзе М. Ш., Абашидзе И. В. — Об изотопном составе калия.	91—95
7. Мирианашвили Г. М., Кикиани Б. И. — Масс-спектрометрическое измерение малых вариаций отношения $S^{32}/S^{34}$ в сульфидах.	97—104
8. Гедеванишвили Л. Д., Сакварелидзе И. И. — Исследование кривой раздвижения и энергетического спектра проникающих частиц космического излучения на глубине 200 МВЭ.	105—137
9. Цецхладзе Т. В., Бодокия Л. В. — Радиационное разложение комплексных соединений железа.	139—143
10. Цецхладзе Т. В., Бодокия Л. В. — Окисление сульфата железа под действием нейтронного излучения в присутствии солей лития.	145—150
11. Мдивани О. М. — Эффекты корреляции в гексагональных кристаллах во время диффузии.	151—162
12. Бокучава Н. В., Гачечиладзе Т. Г., Мдивани О. М. — Об одной модели упорядочения сплава.	163—168
13. Бокучава Н. В., Гачечиладзе Т. Г., Николадзе К. Я., Циლოსани Т. П. — Замечание к математической модели для слогаобразования в грузинском языке.	169—172
14. Бокучава Н. В., Гачечиладзе Т. Г. — Об одном методе изучения статистической структуры печатной информации.	173—181
15. Борулава Б. Г., Санадзе Т. И. — Парамагнитный резонанс нитрата эрбия.	183—185
16. Бебиашвили Ш. Л. — О законе распределения неисправностей некоторых радиоэлектронных систем.	187—192
17. Жгенти Т. Г., Каклюгин Б. А. — Троичный элемент на туннельных диодах.	193—198
18. Жгенти Т. Г. — К теории работы генератора синусоидальных колебаний на туннельном диоде.	199—202
19. Кобахидзе М. Ш. — К теории электронных ламп СВЧ с цилиндрическими электродами.	203—209



Р. И. ДЖИБУТИ

## НЕКОТОРЫЕ ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ И КОРРЕЛЯЦИИ НУКЛОНОВ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

### Введение

#### § 1. Парные корреляции в ядрах

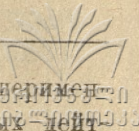
В теории строения атомных ядер точное решение вопроса о структуре, как известно, получается только в задаче двух тел. При рассмотрении же структуры ядер с  $A > 2$  основная проблема заключается в нахождении наилучшего приближения, при котором неразрешимая задача, связанная с проблемой многих тел, сводится к разрешимой. Последнее означает, что каждая приемлемая модель ядра является приближением, которое допускает математическую трактовку и описывает ядро с минимальной погрешностью.

В начальный период развития теории ядра довольно успешно применялись такие модели, в которых ядро рассматривалось как ансамбль сильно-связанных частиц. В последующий период были успешно применены различные модели независимых частиц, в которых предполагается, что нуклоны движутся почти независимо в усредненном поле ядра. До последнего времени существующие экспериментальные данные явно указывали на то, что модель независимых частиц дает наиболее правильное описание реальной картины.

Несмотря на большие успехи модели независимых частиц в последнее время, благодаря ряду экспериментальных и особенно теоретических работ Брюкнера с сотрудниками, стало ясно, что корреляцией нуклонов, возникающей в результате непосредственного взаимодействия между ними, нельзя пренебречь. Последнее означает, что в ядре существуют двухчастичные силы, которые не заменяются общим гладким потенциалом.

Веские аргументы в пользу существования таких двухчастичных сил дали результаты опытов по захвату  $\pi$ -мезонов [1], по фотоэффекту под действием  $\gamma$ -квантов высоких энергий [2] и ряд экспериментов по прямым ядерным реакциям [3,4]. Анализ данных экспериментов по  $\pi$ -мезонам и по фотоэффекту и ряд соображений, вытекающих из этого анализа, приведены





в работе Брюкнера, Идена и Френсиса [5]. Интерпретации же экспериментов Йорка [3] и Брюкнера и Пауэлла [4] по выбиванию быстрых нейтронов нейтронами высоких энергий посвящена работа Чу и Гольдберга [6].

Согласно работе [5], опыты по захвату  $\pi$ -мезонов и по фотоэффекту под действием  $\gamma$ -квантов высоких энергий свидетельствуют о том, что у волновых функций ядерных протонов и нейтронов существуют фурье-компоненты с высокими импульсами. Действительно, в этих опытах ядро получает большую энергию, но малый импульс, а вылетающие нуклоны имеют довольно высокие импульсы. Чтобы это было возможно, импульс поглощающего нуклона уже в начальном состоянии должен быть достаточно большим. Но ясно, что большие импульсы индивидуальных нуклонов внутри ядра нельзя получить посредством гладкого среднего потенциала и наличие соответствующих компонентов волновой функции указывает на то, что потенциал внутри ядра чрезвычайно быстро меняется от точки к точке. Иными словами, ядерные нуклоны, обладающие большими импульсами, должны быть сильно коррелированы и находиться в более близком соприкосновении, чем среднее расстояние между нуклонами, образуя отдельные группы (двухчастичные, трехчастичные и т. д.).

Согласно Чу и Гольдбергеру [6], импульсное распределение нуклонов в ядре, полученное из анализа экспериментальных данных по реакциям ( $n, d$ ), отличается от распределения Ферми как раз наличием больших импульсов. Полученное распределение заметно выходит за плоский участок, тогда как распределение Ферми резко обрывается при энергии Ферми.

Позже Брюкнером, Иденом и Френсисом [5] было отмечено, что распределение импульсов, определенное из эксперимента методом Чу и Гольдбергера, противоречит и распределению импульсов в модели независимых частиц.

Для объяснения экспериментальных результатов по фотоядерным реакциям при высоких энергиях  $\gamma$ -квантов, Левинджер [7] произвел расчеты для реакции ( $\gamma, p$ ), предполагая, что волновая функция ядра мишени является произведением волновой функции двух нуклонов, расположенных очень близко друг к другу, на множитель, зависящий от координат остальных нуклонов. Результаты расчетов показали хорошее согласие с экспериментальными данными.

Вышеотмеченные противоречия между экспериментальными данными и выводами модели независимых частиц, а также успехи квазидейтронной модели фотоядерных реакций были объяснены в серии статей Брюкнера [8—10] с сотрудниками.

Идея метода Брюкнера состоит в том, что взаимодействие между каждыми двумя частицами учитывается точно, а взаимодействие остальных частиц выражается самосогласованным полем. Общий метод для бесконечной ядерной материи был развит Брюкнером и Левинсоном [8], используя теорию многократного рассеяния Ватсона [11,12]. В этом направлении [ядро бесконечных размеров] существенный вклад внесли работы Бета.



[13], Голдстона [14], Гугенгольца и Ван-Хова [15] и др. Упрощенная трактовка метода Брюкнера дана в работе [16]. Ясно, что для бесконечной ядерной материи вся задача сводится к исследованию взаимодействия пары частиц в ферми-газе. В соответствии с духом приближения модели независимых пар (МНП) мы должны ввести такую силу, которая будет действовать между парой частиц только тогда, когда частицы находятся на определенных уровнях, например,  $\alpha$  и  $\beta$ . Тогда волновые функции всех остальных частиц, находящиеся на уровнях  $\gamma \neq \alpha, \beta$ , будут плоскими волнами, а волновая функция пары, которая подвержена действию ядерных сил, уже не будет произведением плоских волн. Основная задача в МНП заключается как раз в вычислении волновой функции такой коррелированной пары.

Пусть  $\vec{K}_\alpha$  и  $\vec{K}_\beta$  являются асимптотическими волновыми векторами пары взаимодействующих частиц, потенциал взаимодействия которых есть  $v(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ , тогда волновая функция в случае изолированной пары определяется из уравнения

$$(\nabla_1^2 + \nabla_2^2 + K^2_\alpha + K^2_\beta) \Psi_{\alpha\beta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{2m}{\hbar^2} v(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\alpha\beta}(\vec{r}_1, \vec{r}_2). \quad (1.1)$$

Но если пара не изолирована, а находится в ферми-газе, тогда уравнение (1.1) модифицируется в таком направлении, что исключаются любые процессы рассеяния, при которых пара переходит в состояния, занятые другими частицами. Это уравнение имеет вид

$$\left[ \frac{\hbar^2}{m} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + \varepsilon_{\alpha\beta} \right] \Psi_{\alpha\beta} = Q_{\alpha\beta}^F(v(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_{\alpha\beta}), \quad (1.2)$$

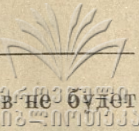
где  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  — собственные значения,  $Q_{\alpha\beta}^F$  — проекционный оператор, отбрасывающий все фурье-компоненты в распределении Ферми за исключением фурье-компонент, соответствующих нуклонам данной пары.

Уравнение (1.2) было получено в работе [17] и носит название уравнения Бете-Голдстона.

Естественно, что на малых расстояниях между нуклонами пары ( $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \ll \lambda_F$ ), когда существенны фурье-компоненты волновой функции коррелированной пары, соответствующие импульсам выше импульса Ферми, решение уравнения (1.2) совпадает с решением уравнения (1.1). Далее, с увеличением расстояния включается эффект взаимодействия с учетом распределения Ферми на расстояниях  $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \geq \lambda_F$ , который исчезает при расстояниях  $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \gg \lambda_F$  и решение асимптотически переходит в произведение плоских волн с учетом антисимметризации.

Решать уравнение (1.2) более сложно, чем уравнение (1.1), во-первых, потому, что член  $Q_{\alpha\beta}^F(v\psi)$  включает оператор нелокального потенциала, во-вторых, этот член зависит от импульса центра масс двух частиц.





вследствие чего распределение Ферми в пространстве импульсов не будет изотропным относительно центра масс пары.

В работе [17] решение уравнения (1.2) проводится в нулевом приближении относительно центра масс коррелированной пары. Расчет, проведенный Вернером [18] для случая  $\vec{p} \neq 0$  ( $\vec{p}$ -импульс центра масс пары), показал, что основные особенности решения остаются такими же, как и в случае  $\vec{p} = 0$ .

Уравнения Бете-Голдстона были решены различными приближенными методами для нескольких характерных потенциалов между нуклонами. В частности, Тагаша Тагами [19] провел расчет для сил Сербера с отталкивающей сердцевинной. Брюкнер и Гаммель [20] вычислили энергию связи, приходящуюся на нуклон для ядерной материи с нуклонным потенциалом, вычисленным Христианом, Гаммелом и Галером [21]. Этот потенциал включает в себя короткодействующее притяжение вне отталкивающей сферы, а также тензорные силы большого радиуса.

В результате этих исследований было выяснено, что применимость модели независимых пар обуславливается существованием отталкивающей сердцевинной в потенциале нуклон-нуклонного взаимодействия. Она оказывает достаточно слабое влияние на волновую функцию коррелированной пары и последняя быстро переходит в волновую функцию свободных частиц. Степень точности приближения МНП определяется также характером потенциала притяжения.

Следует отметить, что влияние окружающей среды на данную пару на ограничивается лишь только действием принципа Паули. Окружающая среда создает усредненное поле, в котором движется данная пара. Но, очевидно, что при допущении квадратичной зависимости этого усредненного потенциала от импульсов нуклонов, введение последнего сводится к введению эффективной массы нуклона в ядре.

Исследование структуры ядер в МНП происходило в основном по двум направлениям. Одно из них базируется на формальной теории многократного рассеяния. Это направление, однако, как было отмечено в работе Бете [13], мало пригодно для исследования структуры реальных ядер ввиду математической сложности и необходимости ряда упрощений. Основная трудность здесь возникает из-за потенциала, в котором движется каждый отдельный нуклон.

Пока ядро бесконечное, однонуклонные волновые функции являются плоскими волнами и наличие такого потенциала, как это было отмечено выше, можно выразить заменой истинной массы нуклона эффективной и вся задача сводится к определению одного единственного параметра — плотности ядра. Последнюю задачу решают или самосогласованным путем, или минимизацией энергии ядра, как функции плотности. Совершенно иначе обстоит дело для конечных ядер, где первый шаг состоит как раз в выборе потенциала. Причем нужно знать не просто потенциал  $V(r)$ , а



матрицу потенциала ( $r' | V | r$ ), которая недиагональна ни в координатном, ни в импульсном представлении.

Первая попытка применить формальную теорию многократного рассеяния Ватсона к конечным ядрам была сделана Иденом [22]. Основой, на чем базируется метод, развитый в работе [22], является оболочечная модель. Главная идея этой работы заключается в модификации обычных уравнений Хартри-Фока таким образом, чтобы они стали пригодными и для случая больших короткодействующих сил. Для этого в уравнении Хартри-Фока истинный нуклон-нуклонный потенциал заменяется псевдопотенциалом  $t$ , определяемым уравнением

$$t = v + v \frac{Q}{E - H_0} t, \quad (1.3)$$

где  $v$  — потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия,  $Q$  — проектирующий оператор, который отбрасывает состояния невозмущенной системы гамильтонианом, которой является  $H_0$ .

Волновая функция невозмущенной системы определяется посредством Слетеровского детерминанта

$$\Phi_0 = (A!)^{-1/2} \det \Phi_0(i), \quad (1.4)$$

где  $\Phi_0(i)$  — полная система волновых функций оболочечной модели.

Особенно плодотворным в изучении структуры конечных ядер оказалось второе направление в МНП, связанное с вариационным методом. В частности, Дабровским [23] этим методом были рассчитаны значения энергии связи и радиуса ядра  $O^{16}$ . Он использовал потенциал Юкавы для парного взаимодействия с жесткой сердцевиной с радиусом  $a$ . В работе [23] пробная волновая функция берется в виде

$$\psi(12 \dots A) = \prod_{i < j} f(r_{ij}) \Phi(12 \dots A), \quad (1.5)$$

где

$$f(r_{ij}) = \begin{cases} 0 & r_{ij} \leq a \\ 1 & r_{ij} \rightarrow \infty \end{cases} \quad (1.6)$$

$$\Phi(12 \dots A) = (A!)^{-1/2} \det \{\varphi_k(l)\}. \quad (1.7)$$

В формулах (1.5)–(1.7)  $\varphi_k(l)$  — волновая функция  $l$ -нуклона,  $\Phi$  — функция ядра  $O^{16}$  в модели оболочек,  $f$  — корреляционная функция которая берется в виде

$$f(r) = \begin{cases} 0 & r \leq a \\ 1 - \exp(-\beta[(r/a)^2 - 1]) & r > a. \end{cases} \quad (1.8)$$

Расчеты с варьированием функции (1.8) показали, что выбранное взаимодействие с  $a$  между  $0,2 \cdot 10^{-13}$  см и  $0,6 \cdot 10^{-13}$  см удовлетворительно объясняет энергию связи и радиус ядра  $O^{16}$ .

Особенно интересным оказалось применение МНП к легчайшим ядрам ( $H_e^4$ ,  $H^3$ ,  $H_e^3$ ). Этот вопрос был рассмотрен Мангом и Вильдом [24].





Сложность, обусловленная сильной нелокальностью одночастичного потенциала, здесь облегчается тем фактом, что все нуклоны находятся в одинаковых состояниях по обычным координатам. Но, с другой стороны, роль принципа Паули, который имеет существенное значение в обеспечении справедливости МНП для ядер, состоящих из трех и четырех нуклонов, сильно ослаблена. Она ограничивается лишь запрещением переворачивания обычных и изотопических спинов. Тем не менее, детальные расчеты Манга и Вильда показали, что МНП применима и для легчайших ядер. Главная причина успеха заключается в том, что в легких ядрах виртуальные переходы требуют больших энергий, что, в свою очередь, соответствует малым расстояниям между нуклонами. А малость расстояния „залечивания“, вне которого волновая функция пары переходит в произведение волновых функций свободных частиц, обеспечивает применимость МНП.

В работе [24] используются, во-первых, идея Липкина [25], заключающаяся в введении фиктивного осцилляторного потенциала для центра масс ядра и, во-вторых, оригинальная формулировка МНП, принадлежащая Бреннигу [26]. Рассмотрим их в отдельности.

Липкин введением фиктивного поля для центра масс ядра добивается того, что ложные состояния, происходящие из-за движения центра масс, можно рассматривать формально, как состояния центра ядра в осцилляторном потенциале. Этим, во-первых, обеспечивается правильная нормировка общей волновой функции (а не только внутренней, как это делается в обычной модели оболочек) и, во-вторых, добиваются выполнения простого граничного условия

$$\psi = 0 \text{ при } r_i \rightarrow \infty$$

Окончательные результаты расчетов несущественно зависят от параметров фиктивного поля, так как при вычислении характеристик ядра: энергии связи, радиуса и т. д., затрагивается лишь часть волновой функции, описывающей внутреннее состояние ядра.

Приближенная формулировка Бреннига [26] МНП сводится, по существу, к приближенной нормировке волновой функции пары

$$\int \bar{\varphi}^*(x) \varphi^*(y) \bar{\psi}(x, y) dx dy = 1, \quad (1.9)$$

где  $\bar{\psi}(x, y)$  — координатная часть волновой функции пары,  $\bar{\varphi}(x)$  — координатная часть одночастичной волновой функции.

Перейдем теперь к рассмотрению трех- и четырехнуклонных ядер в МНП. Вводя корреляционный оператор  $\hat{\Omega}(x, y)$ , волновые функции этих ядер можно формально выразить через одночастичные функции:

$$\psi_{\mu\nu}(x, y) = \hat{\Omega}(x, y) (\varphi_{\mu}(x) \varphi_{\nu}(y) - \varphi_{\nu}(x) \varphi_{\mu}(y)), \quad (1.10)$$



$$\begin{aligned} \psi_{\mu\nu}(x, y, z) &= A \{ \hat{\Omega}(x, y) \hat{\Omega}(x, z) \hat{\Omega}(y, z) \varphi_{\mu}(x) \varphi_{\nu}(y) \varphi_{\rho}(z) \} \\ \psi_{\mu\nu\rho\sigma}(x, y, z, \omega) &= A \{ \hat{\Omega}(x, y) \hat{\Omega}(x, z) \hat{\Omega}(x, \omega) \hat{\Omega}(y, z) \times \\ &\quad \times \hat{\Omega}(y, \omega) \hat{\Omega}(z, \omega) \varphi_{\mu}(x) \varphi_{\nu}(y) \varphi_{\rho}(z) \varphi_{\sigma}(\omega) \}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где  $A$  — означает антисимметризацию по обычным и изотопическим спинам.

При расчетах в работе [24] делается следующее приближение, например,

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}(x, y) \hat{\Omega}(x, z) \hat{\Omega}(y, z) \varphi(x) \varphi(y) \varphi(z) &= \hat{\Omega}(x, y) \hat{\Omega}(x, z) \varphi(x) \psi(y, z) = \\ = \hat{\Omega}(x, y) \hat{\Omega}(x, z) \varphi(x) \varphi(y) \varphi(z) \frac{\psi(y, z)}{\varphi(y) \varphi(z)} &\approx \hat{\Omega}(x, y) \frac{\psi(x, y) \psi(y, z)}{\varphi(z)} \approx \\ \approx \frac{\psi(x, y) \psi(x, z) \psi(y, z)}{\varphi(x) \varphi(y) \varphi(z)}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

которое по своему характеру эквивалентно приближению Бреннига (1.9).

Далее, решая уравнение пары частиц в случае потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия следующего типа

$$v(r) = \begin{cases} \infty & r < c \\ -V_0 & c < r < c + b, \\ 0 & c + b < r, \end{cases} \quad (1.14)$$

$$\vec{r} = \vec{x} - \vec{y},$$

Манг и Вильд получают волновую функцию внутреннего состояния пары, которая имеет вид

$$\psi(\gamma r) = \begin{cases} 0 & r < c \\ \frac{u(\gamma r)}{\gamma r} \exp\left[-\frac{1}{2}(\gamma r)^2\right] \frac{1}{\sqrt{4\pi}} & c < r < c + b \\ \frac{\omega(\gamma r)}{\gamma r} \exp\left[-\frac{1}{2}(\gamma r)^2\right] \frac{1}{\sqrt{4\pi}} & r > c + b, \end{cases} \quad (1.15)$$

где

$$u(\gamma r) = A\Phi\left(\frac{1-\lambda-\lambda_0}{4}, \frac{1}{2}, \gamma^2 r^2\right) + B\gamma r\Phi\left(\frac{3-\lambda-\lambda_0}{4}, \frac{3}{2}, \gamma^2 r^2\right), \quad (1.16)$$

$$\omega(\gamma r) = C\Phi\left(\frac{1-\lambda}{4}, \frac{1}{2}, \gamma^2 r^2\right) + D\gamma r\Phi\left(\frac{3-\lambda}{4}, \frac{3}{2}, \gamma^2 r^2\right). \quad (1.17)$$

В формулах (1.15)–(1.17)  $\Phi$  — вырожденная гипергеометрическая функция

$$\frac{B}{A} = -\frac{1}{\gamma c} \frac{\Phi\left(\frac{1-\lambda-\lambda_0}{4}, \frac{1}{2}, \gamma^2 c^2\right)}{\Phi\left(\frac{3-\lambda-\lambda_0}{4}, \frac{3}{2}, \gamma^2 c^2\right)}, \quad (1.18)$$



$$\frac{D}{C} = \frac{\Gamma(-1/2)\Gamma\left(\frac{3-\lambda}{4}\right)}{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{1-\lambda}{4}\right)},$$

$$\lambda = \frac{2\left(\varepsilon + \frac{4}{3}V_0 - \frac{4}{3}(\varepsilon_1 + V_0)\left(1 - \frac{m^*}{m}\right)\right)}{\hbar\omega'''} \quad (1.20)$$

$$\lambda_0 = \frac{2V_0}{\hbar\omega'''} \quad \gamma^2 = \frac{m\omega'''}{2\hbar} \quad (1.21)$$

В этих формулах  $m^*$ —приведенная масса нуклона в ядре,  $\Gamma$ —функция Эйлера,  $\varepsilon$ —одночастичная энергия, определяемая из одночастичного уравнения оболочечной модели,

$$\varepsilon_1 = -V_0 + \frac{3}{2}\hbar\omega', \quad \omega''' = \left(\frac{2}{3}\frac{m^*}{m}\omega^2 + \frac{4m^*-m}{6m}\omega_s^2\right)^{1/2},$$

$\omega' = \left(\frac{m^*}{m}(\omega_s^2 + \omega^2)\right)^{1/2}$ . Причем  $\omega$  и  $\omega_s$  являются параметрами осцилляторного потенциала для внутреннего движения и движения центра масс ядра соответственно.

Параметры потенциала парного взаимодействия (1.14) были взяты из экспериментов нуклон-нуклонного взаимодействия при больших энергиях, а параметры, входящие в формулы (1.15) и (1.21), были определены из энергии связи и размеров ядер  $H^3$ ,  $H_e^3$  и  $H_e^4$ .

Внутренняя самосогласованность полученных результатов, а также согласие результатов расчета разницы кулоновских энергий ядер  $H^3$  и  $H_e^3$  с экспериментальными данными дают основание считать, что формулировка МНП для легчайших ядер, проведенная Мангом и Вильдом, является удовлетворительной.

В направлении изучения парных корреляций в ядрах был выполнен ряд работ, в которых развивается не сама МНП, а, допуская существование парных корреляций, изучается влияние последних на различные эффекты и характеристики ядер. В частности, Белл, Иден и Скаирм [27] рассмотрели магнитные моменты ядер на основе МНП и показали, что наличие корреляций между нуклонами в ядре увеличивает гиромагнитное отношение протона на 20—30%. Гатто [28] рассмотрел эффект нуклонных корреляций при рассеянии электронов больших энергий. Рассматривая ядро как ферми-газ, он показал, что корреляции, обусловленные принципом Паули, играют довольно большую роль при рассеянии электронов больших энергий на ядрах. Шкляревский [29] рассмотрел корреляции нуклонов в фотоядерных реакциях в дипольном приближении, используя т. н. метод малых корреляторов, детально исследованный Амусьей [30]. В этом методе волновая функция ядра с учетом корреляции запишется в виде



$$\psi = N \prod_s \prod_{ij} (1 + \chi_{ij}^s \hat{Q}^s) \psi_{mn},$$

где  $\psi_{mn}$  — волновая функция модели независимых частиц (МНЧ),  $\hat{Q}^s$  — оператор проектирования на состояние пары нуклонов с полным спином  $s$  и орбитальным моментом относительного движения равным нулю,  $\chi_{ij}^s$  — корреляторы. Малость корреляторов подразумевает условие

$$\sum |C_{\alpha\beta}^{mn}|^2 \ll 1, \quad (1.23)$$

где  $C_{\alpha\beta}^{mn}$  — коэффициенты следующего разложения

$$\chi_{ij}^s \varphi_{\alpha}^i \varphi_{\beta}^j = \sum_{mn} C_{\alpha\beta}^{mn} \varphi_{\alpha}^m \varphi_{\beta}^n. \quad (1.24)$$

В этой формуле  $\varphi_{\alpha}^i$  являются одночастичными функциями, из которых строится функция  $\psi_{mn}$ .

Хотя введение корреляций в работах Шкляревского является произвольным (явный вид корреляторов задается), автору из сравнения с экспериментальными данными удалось показать, что, во-первых, радиусы парных корреляций в триплетных и синглетных состояниях различны ( $r'_{\bar{k}} \approx 1,3 \div 1,4 \cdot 10^{-13}$  и  $r''_{\bar{k}} \leq r'_{\bar{k}}/3$ ) и, во-вторых, учет парных корреляций увеличивает значение полных сечений реакций  $(\gamma, p)$  и  $(\gamma, n)$  на легких ядрах в нерезонансной области. Тем самым улучшается согласие с экспериментальными данными.

Учету парных корреляций между нуклонами при фотоэффекте посвящены также работы Ситенко и Дробаченко [31] и Дробаченко [32]. В этих работах показано, что учет корреляций между нуклонами, обусловленных силами отталкивания, приводит к существенному увеличению как средней энергии поглощения фотонов, так и интегрального сечения фотопоглощения.

Парные корреляции в ядерной материи, как это было показано в ряде работ последних лет [33—36], сильно меняют распределение нуклонов около поверхности Ферми и обуславливают сверхтекучее состояние ядерной материи. В работах Беляева [33], Мигдала [34], Соловьева [35], Беляева, Захарьева, Соловьева [36] и др. успешно были применены физические идеи и математические методы, развитые в теории сверхпроводимости для изучения свойств ядер. По аналогии идеи Бардина—Купера—Шриффера, в этих работах вводится корреляция между нуклонами, состояния которых отличаются лишь знаком проекции полного момента. Введение таких корреляций, как известно, осуществляется путем канонического преобразования Боголюбова [37]. Далее, этим же методом был исследован ряд эффектов, в которых можно выявить роль парных корреляций. В частности, в работах Соловьева [35] было выявлено наличие щели в спектрах четно-четных ядер и некоторые особенности спектров нечетных ядер. Урином [38] и Гринном [39] были изучены влияния парных корреляций на вероят-





ности  $\beta$ - и  $\gamma$ -переходов. Балашов, Беляев и Захарьев [40] рассмотрели дипольные возбуждения ядер в сверхтекучей модели.

Следует отметить что во всех исследованиях по сверхтекучей модели ядер рассматриваются тяжелые ядра, в частности область деформированных ядер, а в изучении структуры легких ядер ( $A < 16$ ) и особенно легчайших ядер этот метод, по-видимому, не будет плодотворным из-за малого числа нуклонов в этих ядрах.

## § 2. Многочастичные корреляции в легких ядрах

Во всех вышеотмеченных работах учитывались лишь двухчастичные корреляции между нуклонами.

Пока среднее расстояние между нуклонами больше, чем радиус „вылечивания“, влиянием третьего, четвертого и т. д. нуклонов на данную пару можно пренебречь и МНП можно считать хорошим приближением. Но по мере перехода к легким и, особенно, к легчайшим ядрам среднее расстояние между нуклонами становится порядка или меньше радиуса „вылечивания“ и пренебрежение трех- и четырехчастичными корреляциями уже не оправдано. Наоборот, с учетом симметрии в легких ядрах в некоторых отдельных случаях четырехчастичные корреляции, по-видимому, становятся порядка двухчастичных.

Вышесказанное можно проиллюстрировать следующим образом. Как показал Тагаши Тагами [41], выражение для радиуса „вылечивания“ имеет вид

$$\lambda(k) = D \left[ \frac{\pi}{Dk_F} \left( 2 - \frac{k}{k_F} \ln \frac{1+k/k_F}{1-k/k_F} \right)^{-1} - 1 \right], \quad (1.25)$$

где  $k$  — импульс нуклона,  $D$  — радиус сердцевинки,  $k_F$  — радиус сферы Ферми. Графическая зависимость этой функции от  $k/k_F$  показана на рисунке 1 для случая, когда  $D = 0,4 \cdot 10^{-13}$  см.

Как видно из рисунка, пока импульсы нуклона  $k \leq 0,6 k_F$ , радиус „вылечивания“ меньше, чем среднее расстояние между нуклонами и пару нуклонов можно считать независимой. Но в области  $k \simeq k_F$  радиус „вылечивания“ становится столь большим по сравнению со средним расстоянием между нуклонами, что трех- и четырехчастичными корреляциями нельзя пренебречь. Область  $k \simeq k_F$  соответствует поверхностному слою ядра и так как относительная роль поверхностного эффекта увеличивается при переходе к легким и особенно к легчайшим ядрам, то в этих ядрах, на основе вышесказанного, ожидается большая роль многочастичных нуклонных ассоциаций. Это было подтверждено также детальными расчетами Провиденция [42] в случае ядра  $O^{16}$  методом теории возмущений.

Ясно, что последовательным путем учета многочастичных корреляций было бы введение таких корреляций в метод Брукнера.



Но как было показано Бете [43], Теория Брюкнера при рассмотрении бесконечной ядерной материи быстро сходится из-за сильного действия принципа Паули и трехчастичные и четырехчастичные корреляции дают

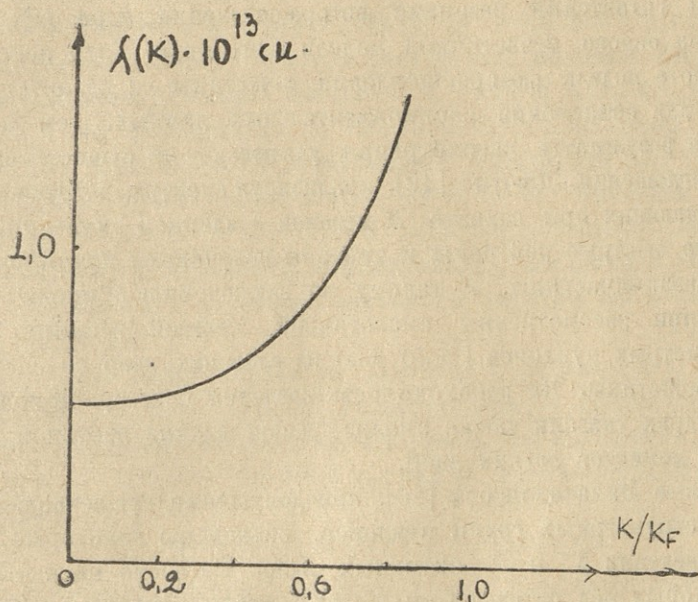


Рис. 1.

лишь 1% от первого приближения. Перейдем теперь к реальным ядрам. Здесь в области поверхностного слоя или же для легких и особенно легчайших ядер роль принципа Паули ослаблена и многочастичные корреляции начинают играть заметную роль. К сожалению, при этом сходимость теории Брюкнера так сильно ухудшается, что ее применение в этой области без особых модификаций уже не оправдано (см. работу [24]).

Но очевидное наличие многочастичных корреляций в положении частиц в ядре с необходимостью указывает на то, что при исследовании структуры ядер нельзя ограничиваться лишь методом Брюкнера. Временное существование дейтрона,  $\alpha$ -частиц и других ядерных систем в ядре, вытекающее из резонансной групповой структуры Уйлера [44] и подтвержденное экспериментальными данными, явно отражает эффект сильной корреляции между нуклонами в ядре.

Начиная с 50-го и особенно в последние годы, благодаря ряду экспериментальных работ по  $\pi$ -мезонам,  $K$ -мезонам и  $\gamma$ -квантам, появилось много теоретических исследований в этом направлении. Тамор [45], анализируя данные экспериментов по захвату  $\pi$ -мезонов легкими ядрами, сопровождающихся испусканием протонов, пришел к заключению, что если рассмотреть двухнуклонный и четырехнуклонный захват, то данные экспериментов свидетельствуют в пользу последнего. Левинджер и Бете [46], рассматривая экспериментальные данные относительно гигантских резонансов в фотоядерных реакциях, пришли к выводу, что усредненные по тор-





возможному спектру сечения поглощения фотонов ядром ближе подходит своим экспериментальным значениям, если допустить существование  $\alpha$ -частичного поглощения  $\gamma$ -квантов. Вильгельмсоном и Нильсоном [47] был рассмотрен гигантский резонанс фоторасщепления ядра  $O^{16}$  с выходом протонов на основе  $\alpha$ -частичной модели этого ядра. Хотя использованная в этой работе модель фоторасщепления  $\alpha$ -частицы не является удовлетворительной для объяснения экспериментальных данных, тем не менее качественные результаты рассмотрения указывают на существование  $\alpha$ -частичного поглощения. Джоунс [48], анализируя спектры дейтронов и тритонов, возникающих при захвате  $K$ -мезонов в ядерной эмульсии, пришел к выводу, что быстрые дейтроны и тритоны получают путем расщепления ядерной квази- $\alpha$ -частицы. К такому же заключению приходит и Уилкинсон [49] при рассмотрении аналогичной ядерной реакции, сравнивая спектры быстрых нуклонов ( $> 30$  мэв) из сложных ядер со спектром нуклонов из  $\alpha$ -частицы. На необходимость введения кластерной конфигурации в легких ядрах указали также анализ распределения изотопов и значения магнитных моментов легких ядер.

В работе Мамасахлисова [50], при допущении существования в ядрах отдельных структурных групп нуклонов, объяснены некоторые закономерности в поведении  $\beta^-$  и  $\beta^+$  активных ядер. Согласно идеи этой работы, ядра, в которых над остовами типа  ${}_{2k}X^{4k}$  имеется избыток нейтронов или протонов, будет  $\beta^-$  или  $\beta^+$  активными соответственно, так как такие переходы приводят к связанному состоянию пары  $n-p$ . Например, ядро  $Li^6$ , которое можно рассмотреть как систему  $\alpha + d$ , должно быть устойчивым, тогда как ядра  $Be^6$  и  $H^6$  должны быть  $\beta^+$  и  $\beta^-$  активными, что и соответствует действительности.

Результаты вычисления магнитных моментов на основе кластерной модели, проведенные Мамасахлисовым и Чилашвили [51] для ядер  $Li^6$ ,  $Li^7$  и  $B^{10}$ , удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями. Такое же удовлетворительное значение получает Кунц [52] для магнитного момента ядра  $Be^9$  на основе  $\alpha$ -частичной модели этого ядра.

В пользу существования отдельных группировок в ядрах указывает также анализ энергетических спектров. Сравнение плотности уровней ядра, рассматриваемого как смесь двух фермиевских газов, с экспериментальными данными было проведено Мамасахлисовым [53]. Анализ показал, что для согласования теории с экспериментом требуется уменьшить число степеней свободы, т. е. рассмотреть многочастичные структурные единицы. При этом, конечно, подразумевается, что ядерная структурная единица не имеет внутреннюю степень свободы. Деннисон [54], рассматривая ядро  $O^{16}$  как состоящее из 4-х  $\alpha$ -частиц, успешно объяснил энергетический спектр в широком интервале энергии, включая и уровни энергии с отрицательной четностью. Вапакидзе, Копалейшвили, Мамасахлисов и Чилашвили [55] рассмотрели ядро  $Be^9$  в виде двух  $\alpha$ -частиц и нейтрона и из требования устойчивости такой системы получили равновесные расстояния между



$\alpha$ -частицами и между нейтроном и центром  $\alpha$ -частиц. Одновременно объяснены некоторые уровни колебательного характера.

Расчеты для основных состояний в модели нуклонных ассоциаций проводились в основном методом резонансной групповой структуры Уйлера [44]. В частности, Бил [56] произвел расчет энергии связи ядер  $B_e^8$  и  $C^{12}$  и получил удовлетворительное согласие с опытом при соответствующем выборе смеси из серберовских и симметричных сил между нуклонами. Копалейшвили, Вашакидзе, Мамасахлисов и Чилашвили [57] тем же методом рассмотрели  $\alpha$ -дейтронную модель ядра  $L_i^6$  и, вычисляя относительную энергию движения  $\alpha$ -частицы и дейтрона, показали, что последняя обладает минимумом в области отрицательных значений и её значение в минимуме совпадает с опытным значением энергии связи дейтрона с  $\alpha$ -частицей в ядре  $L_i^6$ .

Далее, кластерная структура некоторых легких ядер, в частности  $L_i^6$  и  $L_i^7$ , была изучена Тангом, Уильдермутом и Перлштейном [58]. В этой работе вариационным методом получены низколежащие уровни этих ядер, причем в качестве пробной функции использована функция кластерной модели:

$$\psi = A(\Phi_j(\alpha) \Phi_k(d) \chi(|\vec{R}_\alpha - \vec{R}_d|)), \quad (1.26)$$

где  $\Phi_j(\alpha)$  — волновая функция  $\alpha$ -частицы в  $j$ -ом состоянии,  $\Phi_k(d)$  — волновая функция, например, дейтрона в  $k$ -ом состоянии,  $\chi(|\vec{R}_\alpha - \vec{R}_d|)$  — волновая функция относительного движения центров масс кластеров.

Этот же метод успешно был применен [59, 60, 61] для объяснения основных и низколежащих возбужденных состояний ядер  $B_e^8$ ,  $H_e^5$  и  $L_i^5$ . В этих работах, в частности, было показано, что каждая кластерная конфигурация в ядре является функцией энергии, т. е. разные энергетические состояния допускают разные кластерные представления ядер. Так, например, ядро  $H_e^5$  в основном и в первом возбужденном состояниях хорошо представляется кластерной конфигурацией  $\alpha$ -частица плюс нейтрон, а в состоянии с энергией возбуждения 16,69 мэв она заменяется конфигурацией тритон плюс дейтрон. Можно предположить, что такие изменения кластерной конфигурации с энергией возбуждения происходят из-за дезинтеграции самих кластеров. Так, например, переход от конфигурации  $H_e^4 + n$  к конфигурации  $t + d$  можно представить следующим образом:  $\alpha$ -частица получает энергию 16,69 мэв и переходит в виртуальное состояние  $t + p$  и нейтрон, имея энергию относительного движения 1 мэв и энергию связи относительно протона 2,23 мэв, разрывает связь между  $t$  и  $p$ , составляющую  $\sim 3,11$  мэв и получается новая конфигурация  $t + d$ .

Зависимость кластерной конфигурации от энергии состояния ядра можно выразить, следуя работе Филиппса и Томбрелло [62], следующим разложением волновой функции ядра.

$$\psi = \sum_{\lambda} \theta_{2,\lambda} \psi_{2,\lambda} + \sum_{\mu} \theta_{3,\mu} \psi_{3,\mu} + \dots \quad (1.27)$$





где  $\psi_{2,\lambda}$ ,  $\psi_{3,\mu}$  и т. д. являются волновыми функциями двухкластерной конфигурации в канале  $\lambda$ , трехкластерной конфигурации в канале  $\mu$  и т. д. Укажем, что канал определяется не только квантовыми числами относительного движения кластеров, а также числами нуклонов в разных кластерах. Причем, конечно, все конфигурации относятся к одному и тому же энергетическому состоянию ядра. Коэффициенты разложения  $\theta_{n,\lambda}$  из формулы (1,27) представляют собою ширины соответствующих конфигураций. Если какая-нибудь ширина, скажем  $|\theta_{2,\lambda}|^2$ , близка к Вигнеровскому пределу, а все остальные практически нуль, тогда можно считать, что конфигурация  $(2,\lambda)$  полностью определяет данное энергетическое состояние. Например, Филипс и Томбрелло из экспериментальных данных по энергетическим спектрам установили, что основное состояние ядра  $H_e^5$  определяется шириной  $|\theta_{1+4}|^2 \approx 1$ , а состояние с энергией 16,69 мэв — шириной  $|\theta_{2+3}|^2 \approx 1$ , состояние с энергией 5,35 мэв ядра  $Li^6$  определяется шириной  $|\theta_{4+2}|^2 \approx 1$ , основное состояние ядра  $Li^7$  — шириной  $|\theta_{3+4}|^2 \approx 1$ , тогда как состояние с энергией 7,45 мэв этого же ядра — шириной  $|\theta_{1+6}|^2 \approx 1$  и т. д.

Теперь допустим, что двухчастичное представление какого-нибудь ядра является доминирующим из всех возможных представлений. Тогда гамильтониан и волновую функцию ядра можно представить в виде матриц:

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & V_{21} & V_{31} & \cdots \\ V_{12} & H_{22} & V_{32} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \theta_1 \psi_1 \\ \theta_2 \psi_2 \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix},$$

где

$$H_{\alpha\alpha} = h_{\alpha,a} + h_{\alpha,b} + h_{\alpha,r}. \quad (1.29)$$

В формулах (1.28) и (1.29)  $h_{\alpha,a}$  и  $h_{\alpha,b}$  являются гамильтонианами кластеров  $a$  и  $b$ ,  $h_{\alpha,r}$  — гамильтониан относительного движения этих кластеров,  $V_{\alpha,\beta}$  — выражает эффект той силы, которая меняет двухчастичный канал  $\alpha$  на  $\beta$ : переводит нуклоны из одного кластера в другой, меняет состояние относительного движения и др. Конечно, рассматривая гамильтониан в виде матрицы, т. е. рассматривая связанные уравнения Шредингера, мы тем самым принимаем во внимание смешивание конфигураций. Однако во многих практических случаях оказывается, что некоторые энергетические состояния ядер являются довольно чистыми, на что указывают результаты расчетов на основе отдельных модельных представлений. Чем обеспечиваются, в основном, успехи таких модельных представлений? На этот вопрос отвечает условие, выведенное Филипсом и Томбрелло [62] в случае двух каналов. Для того, чтобы, например, второй канал преобладал над первым ( $|\theta_{2\lambda}|^2 \approx 1$ ) должно выполняться условие



$$| \langle 1 | T_1 + V_{11} | 1 \rangle - \langle 2 | T_2 + V_{22} | 2 \rangle |^2 \gg 4 | \langle 1 | V_{12} | 2 \rangle |^2 \quad (1.30)$$

где  $T_i$  и  $V_{ii}$  — кинетическая и потенциальная энергии кластеров,  $V_{ik}$  — взаимодействие, меняющее конфигурацию. Ясно, что условие (1.30) выполняется в двух случаях:

а)  $| \langle 1 | T_1 + V_{11} | 1 \rangle - \langle 2 | T_2 + V_{22} | 2 \rangle |^2$  является большим, что означает значительную разницу между энергиями каналов. Иными словами, если разница между энергиями связи кластеров большая, то данный канал с большей вероятностью можно считать единственным ( $\alpha + d$  для основного состояние ядра  $L_i^6$ ,  $\alpha + t$  для основного и низковозбужденных состояний ядра  $L_i^7$  и др.).

б)  $| \langle 1 | V_{12} | 2 \rangle |^2$  является малым. Такая ситуация осуществляется в случае, если  $V_{12}$  представляет слабое взаимодействие или же является сильным только в той области пространства, где волновые функции каналов малы ( $\alpha + n$  для основного состояния или  $H^3 + d$  для состояния с энергией возбуждения 16,69 мэв ядра  $H_e^5$ ).

Сюда же можно прибавить довольно сильные аргументы в пользу наличия большой величины приведенной ширины кластерной конфигурации, это — малость числа нуклонов в отдельных кластерах и отсутствие возбужденных состояний у кластеров. Роль последних условий, наряду с ролью условий а) и б), особенно ясно видна в случае легчайших ядер  $H^3$ ,  $H_e^3$  и  $H_e^4$ . Рассмотрим их отдельно.

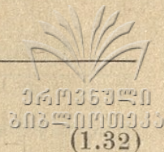
Ядра  $H^3$  и  $H_e^3$  в основном состоянии с довольно большой вероятностью представляются как дейтрон плюс нуклон. Это было установлено, во-первых, в прямых реакциях срыва и подхвата с участием  $H^3$  и  $H_e^3$  [63] и, во-вторых, при рассмотрении магнитных моментов и радиусов этих ядер [64]. Координатную часть волновой функции ядер  $H^3$  и  $H_e^3$  в двухчастичном представлении можно разложить следующим образом:

$$\psi(\vec{\rho}, \vec{r}) = \sum_t A_t \chi_t(\vec{\rho}) f_t(\vec{r}), \quad (1.31)$$

где  $\vec{\rho}$  — разность координат двух нуклонов,  $\vec{r}$  — радиус-вектор третьей частицы относительно средней точки вектора  $\vec{\rho}$ ,  $\chi_t(\vec{\rho})$  и  $f_t(\vec{r})$  — волновые функции, описывающие внутреннее состояние двух частиц и движение третьей частицы относительно центра масс двух частиц. В сумме по  $t$  в формулу (1.31) входят следующие двухчастичные каналы: 1) дейтрон плюс нуклон, 2) дейтрон в синглетном состоянии плюс нуклон и 3) ди-нейтрон или ди-протон плюс нуклон. Из вышеприведенных условий прямо видно, что наибольшую приведенную ширину имеет канал дейтрон плюс нуклон. Это и подтверждается экспериментами по прямым реакциям и теоретическими рассмотрениями магнитных моментов.

Рассмотрим теперь двухчастичное представление ядра  $H_e^4$ . Оно имеет три канала двухчастичной конфигурации:  $P + H^3$ ,  $n + H_e^3$  и  $d + d$ . Если рассмотрим реакции с участием 4-х частиц типа:





$$\begin{aligned}
 P + H^3 &\rightarrow P + H^3 \\
 n + H_e^3 &\rightarrow n + H_e^3 \\
 d + d &\rightarrow d + d \text{ и т. д.}
 \end{aligned}$$

то матрица рассеяния будет 3-го порядка

$$S = \begin{pmatrix} S_{nn} & S_{np} & S_{nd} \\ S_{pn} & S_{pp} & S_{pd} \\ S_{dn} & S_{dp} & S_{dd} \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

Далее, экстраполяцией матрицы рассеяния в области значений энергий, соответствующих связанным состояниям системы  $P + H^3$ ,  $n + H_e^3$  и  $d + d$ , можно оценить вероятности нахождения ядра  $H_e^4$  в соответствующих кластерных конфигурациях. Делвес [65] этим путем показал, что недиагональные элементы матрицы  $S$ , а также элементы  $S_{d,d}$  являются настолько малыми по сравнению с элементами  $S_{nn}$  и  $S_{pp}$ , что матрицу рассеяния приближенно можно представить в виде двухрядной диагональной матрицы

$$S = \begin{pmatrix} S_{nn} & 0 \\ 0 & S_{pp} \end{pmatrix}.$$

Последнее означает, что  $H_e^4$  с большей вероятностью можно представить в виде двух тел  $P + H^3$  или  $n + H_e^3$ . Полученный результат находится в согласии с вышеприведенными условиями. Действительно, в конфигурации  $d + d$  разница между энергиями связи кластеров нуль и недиагональными членами в гамильтониане (1.28), приводящими к разрушению этой конфигурации, нельзя пренебречь. В конфигурациях же  $P + H^3$  или  $n + H_e^3$  наоборот, разница между внутренними энергиями связи кластеров так велика по сравнению с энергией взаимодействия, приводящей к разрушению конфигурации, что приведенную ширину канал  $P + H^3$  или  $n + H_e^3$  можно считать равной единице.

### § 3. Роль парных и многочастичных корреляций в ядерных процессах

С целью полного обоснования двухчастичных или многочастичных представлений легких ядер, естественно, следует исследовать различные ядерные процессы на основе таких модельных представлений. Сопоставляя результаты расчета характеристик ядерных реакций с экспериментальными данными, можно судить о вероятности осуществления предполагаемой конфигурации в данном энергетическом состоянии ядра.

Наиболее ценную информацию, по-видимому, можно получить из экспериментов по фотоядерным реакциям и по прямым реакциям с участием сложных частиц.

Несмотря на специфические трудности экспериментального характера, значение фотоядерной реакции в изучении кластерных конфигураций легких ядер очень велико. Это обусловлено тем, что электромагнитное поле



хорошо изучено и при расчете сечения реакции кроме волновых функций основного и конечного состояния никаких допущений не требуется. Это является соображением общего характера, которое стимулирует интерес к исследованию фотоядерных реакций.

К сожалению, фотоядерные реакции дают малонадежную информацию при переходах, когда начальное и конечное состояния ядра принадлежат дискретному спектру. Это вызвано тем, что энергия излучения при переходе между дискретными уровнями настолько мала, т. е. длина волны  $\gamma$ -кванта настолько велика по сравнению с радиусами каналов, что „прошупываются“ лишь незначительные хвосты волновых функций.

Совсем по другому обстоит дело в случае, когда конечное состояние принадлежит непрерывному спектру. Тогда, особенно при больших энергиях падающих  $\gamma$ -квантов, можно выявить целый ряд особенностей волновых функций, включая и наличие отталкивающей сердцевинки в потенциале нуклон-нуклонного взаимодействия.

Ясно, что ценную информацию можно получить при помощи реакции  $(\gamma, np)$ , которая раньше рассматривалась в рамках квазидейтронной модели Левинджера. Но следует подчеркнуть, что модель Левинджера подразумевает состояние относительного движения пары с положительной энергией, так как только лишь в этом случае сечение фотоядерной реакции на сложном ядре можно свести к сечению на дейтроне [66].

Поэтому рассмотрение фотоядерных реакций с учетом реальных парных (Брюкнера) или многочастичных (метод Уйлера) корреляцией в настоящее время является открытой проблемой в ядерной физике.

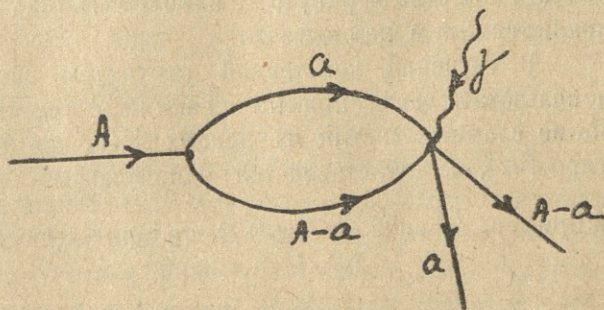


Рис. 2.

Рассмотрим теперь процесс, фейнмановская диаграмма которого изображена на рис. 2.

В этом процессе ядро  $A$ , в результате взаимодействия с  $\gamma$ -квантом, расщепляется на части  $a$  и  $A-a$ . Как известно [67], для того, чтобы механизм реакции, изображенный на рис. 3, являлся доминирующим, т. е. все диаграммы кроме рассмотренной, можно было бы отбросить, необходимо

чтобы приведенная вершинная часть  $\gamma_{a,A-a}$  была велика. Но именно в этой величине содержится вся информация о структуре ядра: она целиком определяется приведенной шириной кластерной конфигурации  $\theta_{(a)+(A-a)}$  из формулы (1.27). Иными словами, вероятность виртуального перехода  $A \rightarrow (a)+(A-a)$  велика тогда, когда велика сама вероятность двухчастич-





ного представления. Поэтому изучение таких процессов даст ценную информацию о кластерной структуре ядер.

В этом отношении особенно интересны процессы, изображенные фейнмановской диаграммой на рис. 3. Здесь происходит расщепление кластера  $a \rightarrow x + y$ , находящегося в ядре  $A$ , и последующий захват частицы  $y$  остаточным ядром. Можно, конечно, рассмотреть и случай, когда обе частицы  $x$  и  $y$  вылетают из ядра. Последний процесс был рассмотрен Балашовым и Фетисовым [68] на примере реакции  $C^{12}(\gamma, pt)$ .

Следует заметить, что наряду с  $\gamma$ -квантами в рассмотренных выше реакциях можно использовать и другие элементарные частицы. В этом отношении,

как это было подчеркнуто Уилкинсоном [69], особенно многообещающими являются  $\pi$ - и  $K$ -мезоны.

В изучении кластерной структуры легких ядер успешно можно использовать также прямые реакции с участием сложных частиц. Выбивание сложных частиц из легких ядер, как было отмечено в работе Шапиро [67], не представляется удивительным, поскольку, если происходит, например, реакция  $A(x, xd)B$ , то приведенные вершинные части  $\gamma_{B,d}$  бу-

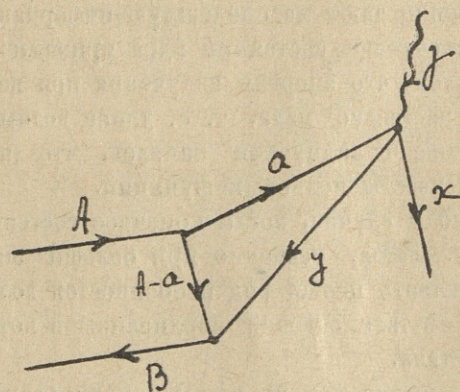


Рис. 3.

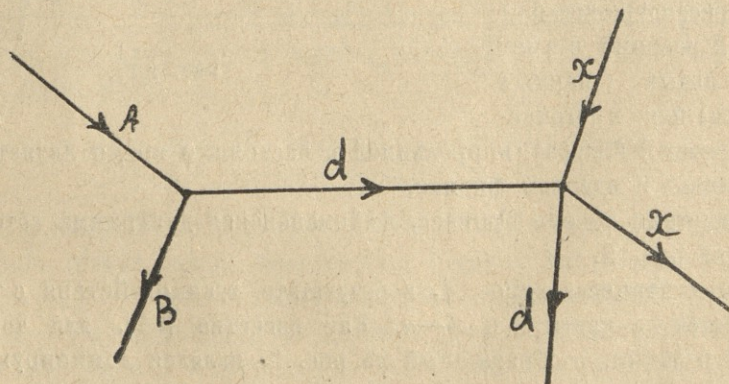


Рис. 4.

дут отличными от нуля. Если же приведенная ширина кластерной конфигурации  $|\theta_{B+d}|^2$  для основного состояния исходного ядра близка к единице, то в таком процессе доминирующим будет вклад полюсной диаграммы, которая изображена на рис. 4.



В этом отношении, особенно в связи с исследованиями по оптической модели, интересны нокаут-процессы с участием сложных частиц. Этот интерес обусловлен тем фактом, что длины свободных пробегов сложных частиц в ядерном веществе, как показали экспериментальные работы последних лет, довольно велики. Другими словами, внутриядерная сложная частица имеет заметную вероятность вылета из ядра и, по аналогии с нуклонами, для них ядро можно рассматривать как оптическую среду с заметной прозрачностью. Ясно, что внутренняя согласованность (если это окажется) результатов исследований по оптической модели, с одной стороны, и с другой — по прямым реакциям с участием сложных частиц, даст сильный аргумент в пользу кластерной модели ядер. Здесь же следует заметить, что наиболее чувствительным к правильности учета взаимодействия в начальном и конечном состояниях (к параметрам оптического потенциала) является не угловое распределение, а поляризация вылетающих частиц. Поэтому особенно большой интерес представляет исследование тех реакций по выбиванию сложных частиц, которые дадут поляризованные дейтроны, тритоны и др.

Целью настоящей работы является рассмотрение некоторых ядерных реакций на легких ядрах на основе моделей, учитывающих двухчастичные и многочастичные корреляции между нуклонами в основных состояниях.

В главе II, на примере фоторасщепления с выходом пары  $(np)$ , исследуются парные корреляции в ядре  $H_e^4$ . Для реакции  $H_e^4(\gamma, np)D^2$  получается зависимость полного сечения реакций от энергии  $\gamma$ -квантов, а также угловое распределение и распределение по относительным энергиям нейтронов и протонов. При расчете для основного состояния ядра  $H_e^4$  берется волновая функция, полученная Мангом и Вильдом [24], учитывающая парные корреляции нуклонов и дающая правильные значения энергии связи и радиуса ядра.

В главе III исследуются двухчастичные кластерные конфигурации в ядрах  $H_e^4$ ,  $H^3$  и  $H_e^3$  рассмотрением процессов фоторасщепления с выходом нуклонов. Для реакций  $H_e^4(\gamma, p)H^3$  и  $H_e^4(\gamma, n)H_e^3$ , а также реакций  $H_e^3(\gamma, p)D^2$  и  $H^3(\gamma, n)D^2$  получаются функции угловых распределений и полных сечений на основе модели двух тел.

В главе IV рассматривается вопрос о роли нуклонных ассоциаций в радиационных переходах в легких ядрах. Захват  $\gamma$ -квантов отдельными нуклонными группировками рассматривается сначала упрощенной схемой по аналогии с квазидейтронной моделью. Далее, с учетом влияния поля окружающей среды, исследуется фоторасщепление ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$  при больших энергиях на основе модели  $\alpha$ -частичного поглощения  $\gamma$ -квантов.

В главе V рассматриваются реакции по выбиванию из ядер кластеров на примере реакции  $(\alpha, d)$ . Реакция  $(\alpha, d)$  рассматривается как выбивание коррелированной пары падающей  $\alpha$ -частицей по аналогии с нокаут-реакцией  $(n, p)$ . Вычислено угловое распределение и поляризации дейтронов для реакций  $B^{10}(\alpha, d)C^{12}$ .





## Исследование парных корреляций в ядре $H_e^4$ фоторасщеплением с выходом пары ( $np$ ) [103]

### § 1. Введение

В работах Горбунова и Спиридонова [70] экспериментально исследовалось фоторасщепление ядра  $H_e^4$  с одновременным вылетом нейтрона и протона при энергии  $\gamma$ -квантов от порога реакции до 150 мэв. На основе качественного анализа полученных результатов авторы делают вывод, что основным механизмом реакции  $H_e^4(\gamma, np)D^2$  является двухчастичное поглощение фотонов как в области малых энергий, так и в области энергии больше 75 мэв.

Непосредственное применение квазидейтронной модели Левинджера для ядра  $H_e^4$  с целью получения количественных результатов в интересующем нас интервале энергии не оправдано. Это связано, во-первых, с тем, что модель Левинджера, как известно, дает приемлемые результаты лишь для энергии фотонов выше 150 мэв; во-вторых, если для тяжелых ядер движение центра масс коррелированной пары можно описывать плоской волной, а состояние относительного движения считать принадлежащие непрерывному спектру (как это допускается в модели Левинджера), то в случае легчайших ядер, каким является ядро  $H_e^4$ , обоим движениям должны соответствовать связанные состояния. Естественно, поэтому, что для количественного описания фотоядерных реакций на легчайших ядрах следует использовать модель независимых пар для конечных ядер. Необходимо отметить, что брукнеровская модель ядра конечных размеров до сих пор не применялась к проблемам фотоэффекта, тогда как модель единого описания как гигантского резонанса, так и эффектов при высоких энергиях можно было бы развить как раз в этом направлении.

Для ядра  $H_e^4$ , как было отмечено нами в § 1 гл. I, модель Брукнера была применена Мангом и Вильдом [24]. Полученная ими волновая функция коррелированной пары нуклонов определяется формулами (1.15)—(1.21). Она учитывает отталкивающую сердцевину в потенциале нуклон-нуклонного взаимодействия при малых расстояниях и дает наилучшие значения для энергии связи и размеров ядра  $H_e^4$ . В данной работе мы используем эту волновую функцию и исследуем реакцию  $H_e^4(\gamma, np)D^2$  на основе непосредственного взаимодействия  $\gamma$ -квантов со всеми нуклонами ядра.

### § 2. Исследование реакции $H_e^4(\gamma, np)D^2$

Полную волновую функцию ядра  $H_e^4$  с учетом корреляции можно написать в виде

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{24}} \sum P \alpha(1) \alpha(2) \beta(3) \beta(4) \gamma(1) \delta(2) \gamma(3) \delta(4) \psi(1234), \quad (2.1)$$



где  $\alpha(i)$ ,  $\beta(i)$  и  $\gamma(i)$ ,  $\delta(i)$ —соответственно спиновые и изоспиновые функции нуклонов, а координатная часть волновой функции  $\psi(1234)$ , согласно формулы (1.18) из гл. I, имеет вид

$$\psi(1234) = \hat{Q}(12)\hat{Q}(13)\hat{Q}(14)\hat{Q}(23)\hat{Q}(24)\hat{Q}(34), \varphi(1)\varphi(2) \times \\ \times \varphi(3)\varphi(4) \approx \frac{\psi(12)\psi(13)\psi(14)\psi(23)\psi(24)\psi(34)}{\varphi^2(1)\varphi^2(2)\varphi^2(3)\varphi^2(4)} \quad (2.2)$$

Здесь  $\hat{Q}(ij)$ —оператор корреляции,  $\psi(ij)$ —волновая функция пары  $(ij)$  с учетом корреляции,  $\varphi(i)$ —одночастичная волновая функция нуклона. Для определенности номера 1 и 3 будем приписывать протонам, а номера 2 и 4 — нейтронам. Предполагаем, что в результате непосредственного взаимодействия  $\gamma$ -квантов со всеми нуклонами ядра вылетает та нейтрон-протонная пара, которая в момент взаимодействия с излучением является пространственно коррелированной, а другая коррелированная пара в конце реакции образует дейтрон. Тем самым допускается, что ядро  $H^4$  состоит из двух коррелированных пар. В этом приближении в выражении волновой функции  $\psi(1234)$  следуют волновые функции  $\psi(ij)$  всех пар, за исключением рассматриваемых двух, заменить функцией  $\varphi(i)\varphi(j)$  (аналогичные приближения делаются и в работе [24] при расчетах). Тогда, как видно из формулы (2.2), волновая функция  $\psi(1234)$  сводится к произведению волновых функций двух пар. Исходя из рассматриваемого механизма процесса, из трех возможных функций, а именно,  $\psi(12)\psi(34)$ ,  $\psi(32)\psi(14)$  и  $\psi(13)\psi(24)$ , в нашем случае следует брать только первые две. Мы будем проводить расчет, взяв в качестве функции  $\psi(1234)$  первую из этих возможностей. При этом следует окончательное выражение сечения умножить на постоянную  $g$ , дающую эффективный вес рассматриваемой конфигурации. Если конфигурации  $(12)(34)$  и  $(32)(14)$  давали бы независимые вклады в сечения, это постоянная равнялась бы  $2/3$ . В общем случае она будет порядка  $2/3$ .

На основе сказанного выше, из формулы (2.1), для волновой функции начального состояния системы получим

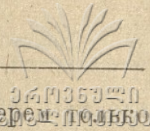
$$\psi_i = \psi(12)\psi(34) [Y_{00}(\tau_1\tau_2)Y_{00}(\tau_3\tau_4)Y_{0011}(\sigma_1\sigma_2; \sigma_3\sigma_4) - \\ - Y_{00}(\sigma_1\sigma_2)Y_{00}(\sigma_3\sigma_4)Y_{0011}(\tau_1\tau_2; \tau_3\tau_4)] \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (2.3)$$

где  $Y_{Jm}(\sigma, \sigma_j)$  и  $Y_{Jm}(\tau, \tau_j)$ —спиновые и изоспиновые функции пары  $ij$ , а  $Y_{JJ_1J_2}^M(\sigma_1\sigma_1; \sigma_3\sigma_4)$  и  $Y_{JJ_1J_2}^M(\tau_1\tau_2; \tau_3\tau_4)$ —спиновые и изоспиновые функции четырех частиц, полученные из спиновых и изоспиновых функций пар:

$$Y_{0011}(\sigma_1\sigma_2; \sigma_3\sigma_4) = Y_{11}(\sigma_1\sigma_2)Y_{1-1}(\sigma_3\sigma_4) + Y_{1-1}(\sigma_1\sigma_2)Y_{11}(\sigma_3\sigma_4) - \\ - Y_{10}(\sigma_1\sigma_2)Y_{10}(\sigma_3\sigma_4), \quad (2.4)$$

$$Y_{0011}(\tau_1\tau_2; \tau_3\tau_4) = Y_{11}(\tau_1\tau_2)Y_{1-1}(\tau_3\tau_4) + Y_{1-1}(\tau_1\tau_2)Y_{11}(\tau_3\tau_4) - \\ - Y_{10}(\tau_1\tau_2)Y_{10}(\tau_3\tau_4). \quad (2.5)$$





В расчетах для взаимодействия излучения с ядром мы берем электрический член, пренебрегая взаимодействием излучения с магнитными моментами нуклонов. Вместе с тем, учитываем эффект запаздывания. Как известно, вклад магнитного взаимодействия в полное сечение фотоядерных реакций при малых и средних энергиях  $\gamma$ -квантов сравнительно мал, а при  $E_\gamma \sim 100$  мэв, как показано Мацумото [71], представляет всего лишь несколько процентов от общего сечения. Это было подтверждено также нашими расчетами, приведенными в работе [109], касающимся фотоядерной реакции  $(\gamma, np)$  на легких ядрах. Поэтому пренебрежение магнитным взаимодействием достаточно оправдано.

В качестве волновой функции конечного состояния следовало бы взять функцию, учитывающую взаимодействие продуктов реакции, но, как показано в ряде работ [72, 73], в процессах фоторасщепления легчайших ядер учет взаимодействия фотонуклонов с ядром отдачи значительно изменяет форму полного сечения, что и позволяет пренебречь этим взаимодействием.

Относительно роли взаимодействия между вылетающими нейтроном и протоном можно сказать следующее. Нейтрон-протонное взаимодействие может быть существенно только вблизи порога реакции, так как только при этом, как показывают эксперименты Горбунова и Спиридонова [70], подтверждаемые нашими расчетами, эта пара вылетает с малой относительной энергией. Вместе с тем кривая полного сечения, как функция энергии  $\gamma$ -квантов, имеет максимум далеко от порога, а поскольку нас интересуют именно такие особенности процесса и корреляционные функции при больших энергиях, нейтрон-протонным взаимодействием в конечном состоянии можно пренебречь.

Далее ясно, что ядро  $H_0^4$ , описываемое волновой функцией (2.3), в результате взаимодействия с излучением может расщепиться с вылетом как пары (12), так и (34). Очевидно, что вероятность обоих процессов одинакова, поэтому мы ограничимся вычислением сечения фоторасщепления с вылетом нуклонов 1 и 2, умножив окончательный результат на два.

Принимая во внимание вышесказанное, волновую функцию конечного состояния системы можно написать в виде

$$\begin{aligned} \psi_f = & \Phi(\vec{r}_{34}) \exp[i\vec{K}_d \vec{R}_{34}] Y_{1m}(\sigma_3 \sigma_4) Y_{00}(\tau_3 \tau_4) \exp[i\vec{K} \vec{R}_{12}] \times \\ & \times [Y_{10}(\tau_1 \tau_2) \psi_{-\vec{K}} + Y_{00}(\tau_1 \tau_2) \psi_{\vec{K}}] \frac{Y_{1m}(\sigma_1 \sigma_2)}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где

$$\psi_{\pm \vec{K}} = \frac{\exp[i\vec{K} \vec{r}_{12}] \pm \exp[-i\vec{K} \vec{r}_{12}]}{\sqrt{2}}, \quad (2.7)$$

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j, \quad \vec{R}_{ij} = \frac{\vec{r}_i + \vec{r}_j}{2}, \quad \vec{k} = \frac{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}{2}, \quad \vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2,$$



причем  $\vec{r}_i$  — радиус-вектор  $i$ -ой частицы,  $\vec{k}_1$ ,  $\vec{k}_2$  и  $\vec{k}_d$  — волновые векторы соответственно, протона, нейтрона и дейтрона,  $\Phi(\vec{r}_{34})$  — волновая функция дейтрона. Следует отметить, что все величины берутся в системе центра масс продуктов реакции.

В выражении волновой функции  $\psi_f$  учтено то обстоятельство, что свободная пара (12) может находиться как в изосинглетном, так и в изотриплетном состоянии, поэтому эффект будет отличен от нуля и в дипольном приближении.

В результате выкладок для матричного элемента перехода получается

$$H_{if} = \frac{e\hbar}{Mc} \frac{M(m'm)}{2\sqrt{2}} D \{ 2a_2(\vec{k}_-) [ (\vec{k} \vec{e} - \vec{K} \vec{e}) a_1(\vec{q}_+) + + \vec{k} \vec{e} a_1(\vec{q}_-) ] + \vec{K} \vec{e} a_2(\vec{K}_+) a_1(\vec{k}) \}, \quad (2.8)$$

где

$$D = \int \Phi(\vec{r}_{34}) \varphi_1(\vec{r}_{34}) d\vec{r}_{34},$$

$$a_1(\vec{q}_\pm) = \int \varphi_1(\vec{r}_{12}) \exp[i\vec{q}_\pm \vec{r}_{12}] d\vec{r}_{12},$$

$$a_2(\vec{K}_\pm) = \int \varphi_1(\vec{R}) \exp[i\vec{K}_\pm \vec{R}] d\vec{R},$$

$$\vec{q}_\pm = \vec{k} \pm \frac{\vec{k}_0}{2}, \quad \vec{K}_\pm = \vec{K} \pm \frac{\vec{k}_0}{2},$$

$M(m'm)$  — матричный элемент от спиновых функций,  $\vec{e}$  — вектор поляризации падающего  $\gamma$ -кванта.

При выводе выражения матричного элемента (2.8) нами было использовано то обстоятельство, что волновую функцию  $\psi(12)\psi(34)$  можно представить в виде

$$\psi(12)\psi(34) = \varphi_1(\vec{r}_{12}) \varphi_1(\vec{r}_{34}) \varphi_1(|\vec{R}_{12} - \vec{R}_{34}|), \quad (2.9)$$

где  $\varphi_1$  описывает внутреннее состояние пары,  $\varphi_2$  — относительное движение двух пар. Эти функции с соответствующими значениями параметров имеют вид

$$\varphi_1(r) = \exp\left[-\frac{1}{2}\gamma^2 r^2\right] \left\{ \begin{array}{ll} 0 & r < c \\ A_{00}\Phi\left(-1,70, \frac{1}{2}, \gamma^2 r^2\right) + & \\ + B_{00}\gamma r \Phi\left(-1,20, \frac{3}{2}, \gamma^2 r^2\right) & c < r < c+b \\ C_{00}\Phi\left(0,18, \frac{1}{2}, \gamma^2 r^2\right) + & \\ + D_{00}\gamma r \Phi\left(0,68, \frac{3}{2}, \gamma^2 r^2\right) & r > c+b, \end{array} \right. \quad (2.10)$$



$$\frac{B_{00}}{A_{00}} = \frac{1}{\gamma c} \frac{\Phi\left(-1,70, \frac{1}{2}, \gamma^2 c^2\right)}{\Phi\left(-1,20, \frac{3}{2}, \gamma^2 c^2\right)} \simeq -5,74,$$

$$\frac{D_{00}}{C_{00}} = \frac{\Gamma(-0,50) \Gamma(0,68)}{\Gamma(0,50) \Gamma(0,18)} \simeq -0,52$$

$$\frac{C_{00}}{A_{00}} =$$

$$= \frac{\Phi\left(-1,70, \frac{1}{2}, \gamma^2(c+b)^2\right) + \frac{B_{00}}{A_{00}} \gamma(c+b) \Phi\left(-1,20, \frac{3}{2}, \gamma^2(c+b)^2\right)}{\Phi\left(0,18, \frac{1}{2}, \gamma^2(c+b)^2\right) + \frac{D_{00}}{C_{00}} \gamma(c+b) \Phi\left(0,68, \frac{3}{2}, \gamma^2(c+b)^2\right)} \simeq -4,18,$$

$$A_{00} = 97,54 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3/2}, \quad c = 0,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad b = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

$$\gamma = 4,02 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}.$$

$$\varphi_2(\vec{R}) = \left(\frac{\beta}{\sqrt{\pi}}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \beta^2 R^2\right], \quad (2,11)$$

где

$$\beta = 6,32 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}.$$

Вычисление формфактора  $a_2(\vec{K}_\pm)$  не представляет трудности: интеграл берется непосредственно. При вычислении же формфактора  $a_1(\vec{q}_\pm)$  нами были использованы следующие свойства второго множителя правой части из формулы (2.10).

Непосредственными вычислениями легко убедиться, что в интервале  $c \ll r \ll c+b$  этот множитель с хорошей сходимостью разлагается по степеням  $\gamma r$ , а в интервале  $c+b < r < \infty$  он является медленно меняющейся функцией по сравнению с первым множителем из формулы (2.10). Разбивая интервал интегрирования на две вышеотмеченные части и используя эти свойства, формфактор  $a_1(\vec{q}_\pm)$  сводится к легко вычисляемым интегралам.

Далее, из выражения для матричного элемента (2.8) с использованием формул (2.10) и (2.11) получаются: зависимость полного сечения реакции от энергии  $\gamma$ -квантов, распределение по относительным энергиям нейтрона и протона и выражения для угловых распределений фотонуклонов.

Перейдем к рассмотрению результатов для этих величин.

Полное сечение реакции  $H_s^4(\gamma, np)D^2$  в зависимости от энергии  $\gamma$ -квантов имеет вид:



$$\sigma = 1,99 \cdot 10^{-26} \frac{x_0^3}{\hbar\omega (\text{мэВ}) y_0^3} \exp[-1,02 y_0^2 - 1,04 x_0^2] \left\{ 1,31 I_1(x_0; y_0) - \right. \\ \left. - \frac{1,31}{x_0 y_0} I_2(x_0; y_0) + 0,94 I_3(x_0; y_0) + 1,89 y_0^2 x_0^2 I_4(x_0; y_0) + \right. \\ \left. + 0,35 x_0 y_0 \exp[0,52 y_0^2] I_5(x_0; y_0) - 0,18 \exp[0,52 y_0^2] I_6(x_0; y_0) - \right. \\ \left. - 2,56 y_0^2 x_0^2 \exp[0,26 y_0^2] I_7(x_0; y_0) \right\}, \quad (2.12)$$

где

$$I_1(x_0; y_0) = \\ = \int_0^1 t \sqrt{1-t^2} \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{sh}(2x_0 y_0 t) \text{ch}(1,47 x_0 y_0 \sqrt{1-t^2}) dt, \\ I_2(x_0; y_0) = \int_0^1 t \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{sh}(2x_0 y_0 t) \text{sh}(1,47 x_0 y_0 \sqrt{1-t^2}) dt, \\ I_3(x_0; y_0) = \int_0^1 t^2 \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{ch}(2x_0 y_0 t) \text{sh}(1,47 x_0 y_0 \sqrt{1-t^2}) dt, \\ I_4(x_0; y_0) = \int_0^1 t (1-t^2)^{3/2} \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{sh}(2x_0 y_0 t) dt, \\ I_5(x_0; y_0) = \int_0^1 t^2 \sqrt{1-t^2} \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{ch}(2x_0 y_0 t) dt, \\ I_6(x_0; y_0) = \int_0^1 t \sqrt{1-t^2} \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{sh}(2x_0 y_0 t) dt, \\ I_7(x_0; y_0) = \int_0^1 t^4 \exp[-0,96 x_0^2 t^2] \text{sh}(0,74 x_0 y_0 \sqrt{1-t^2}) dt. \quad (2.13)$$

В формулах (2.12) и (2.13)

$$x_0 = \left[ \frac{2M(\hbar\omega - Q)}{\hbar^2 \gamma^2} \right]^{1/2}, \quad y_0 = \frac{\hbar\omega}{\hbar c \gamma}.$$

Интегралы (2.13) были решены численно, после чего, используя (2.12), была построена кривая полного сечения в зависимости от энергии  $\gamma$ -квантов в интервале энергии от порога до 150 мэв. Она показана на рис. 5 вместе с экспериментальными данными, взятыми из работы Горбунова и Спиридонова [70]. Теоретический результат дан без умножения на весовой коэффициент  $g$ .

Как видно из рис. 5, теоретическая кривая в основном правильно передает как местонахождение максимума, так и энергетический ход пол-





ного сечения. При этом, если учесть, что сечение следует умножить на коэффициент  $g$ , который меньше единицы, можно заключить, что в области максимума теория удовлетворительно согласуется с экспериментом.

Ясно, что наиболее достоверная информация относительно парных корреляций нуклонов внутри ядра может быть получена из распределения по относительным энергиям нейтрона и протона в реакциях типа  $(\gamma, np)$ .

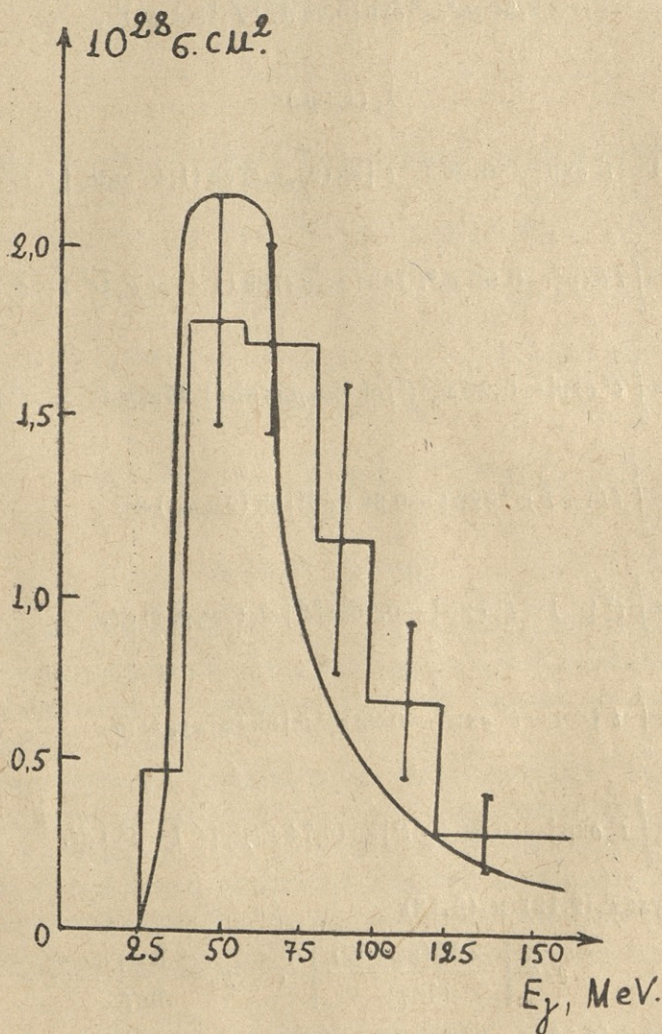


Рис. 5.

В нашем случае это распределение, полученное на основе формул (2.8), (2.10) и (2.11), имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim t^{1/2}(1-t)^{1/2} \exp[0,39 x_0^2 t] \left\{ 4t \frac{\text{sh } z_1}{z_1} \left[ \frac{\text{ch } z_2}{z_2^2} - \frac{\text{sh } z_2}{z_2^3} + \frac{1}{6} \right] + \right.$$



$$\begin{aligned}
 & + (1-t) \left[ 4 \frac{\text{sh } z_2}{z_2} + 1 \right] \left[ \frac{\text{ch } z_1}{z_1^2} - \frac{\text{sh } z_1}{z_1^3} \right] - \\
 & - \frac{2}{3} (1-t) \exp[0,11 y_0^2] \frac{\text{sh } z_2/2}{z_2/2} \Bigg\}, \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

где

$$t = \frac{E_{np}}{\hbar\omega - Q}, \quad z_1 = 0,82 x_0 y_0 (1-t)^{1/2}, \quad z_2 = 0,60 x_0 y_0 t^{1/2},$$

$E_{np}$  — относительная энергия вылетающих нейтрона и протона.

Результаты расчетов формулой (2.14) при различных энергиях  $\gamma$ -квантов:  $E_\gamma = 40$  мэв и  $E_\gamma = 70$  мэв показаны на рис. 6 в виде кривых вместе с экспериментальными данными. Эти кривые явно показывают наличие

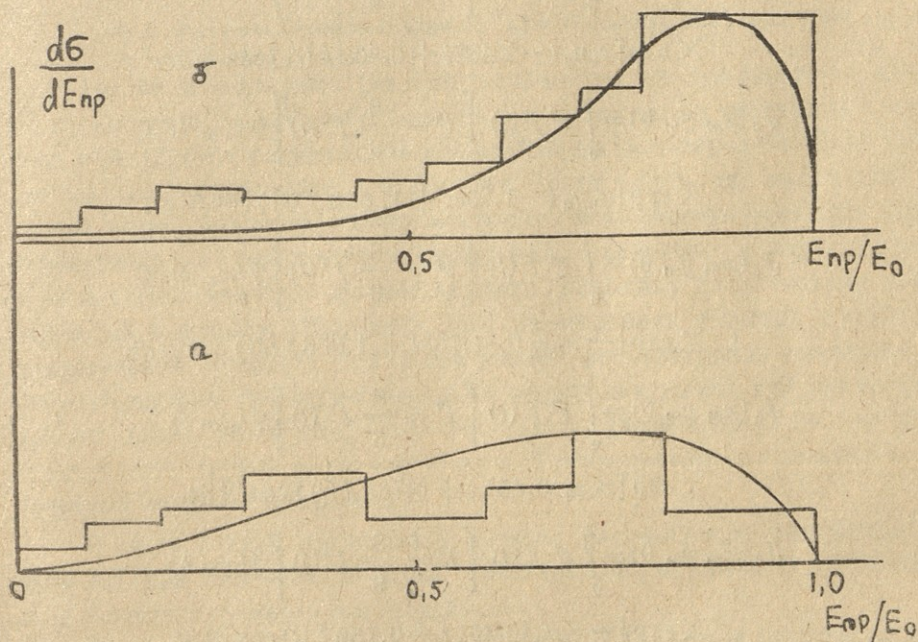


Рис. 6.

корреляции между вылетающими нейтроном и протоном. Как и следовало ожидать, с увеличением энергии наиболее вероятный угол между нейтроном и протоном приближается к  $180^\circ$  в соответствии с упомянутыми экспериментальными данными [70].

Сравнительно более сложный вид имеют функции угловых распределений фотонуклонов из реакции  $(\gamma, np)$ . Они содержат двойные интегралы, которые трудно анализировать или вычислить численно. Эти формулы упрощаются с использованием вышеполученного результата о том, что с увеличением энергии падающих  $\gamma$ -квантов наиболее вероятный угол между вылетающими нейтроном и протоном приближается к  $180^\circ$ . В частности, ограничиваясь энергиями  $E_\gamma \geq 80$  мэв, для угла между вылетающими ней-



троном и протоном можно взять значение  $\theta_{12} = \pi$ . Тогда функции углового распределения, например, фотопротонов, принимает вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sin^2 \theta \{ J_1(x_0, y_0, \theta) + J_2(x_0, y_0, \theta) - 2J_3(x_0, y_0, \theta) + J_4(x_0, y_0, \theta) - 2J_5(x_0, y_0, \theta) + J_6(x_0, y_0, \theta) \}, \quad (2.15)$$

где

$$\begin{aligned} J_1(x_0, y_0, \theta) &= \int_0^1 [t^4 f(t) + 8t^2 f^2(t)] \psi(x_0, t) \times \\ &\quad + \exp[x_0 y_0 (-0,832t + 2,488 f(t) \cos \theta)] dt, \\ J_2(x_0, y_0, \theta) &= \int_0^1 t^2 f(t) \left[ t^2 + \frac{8}{9} f^2(t) \right] \psi(x_0, t) \times \\ &\quad \times \exp[x_0 y_0 (-2,488t + 0,832 f(t) \cos \theta)] dt, \\ J_3(x_0, y_0, \theta) &= \int_0^1 t^2 f(t) \left[ t^2 - \frac{8}{3} f^2(t) \right] \psi(x_0, t) \times \\ &\quad \times \exp[x_0 y_0 (-1,733t + 1,633 f(t) \cos \theta)] dt, \\ J_4(x_0, y_0, \theta) &= \int_0^1 t^2 f(t) \left[ t^2 + \frac{8}{9} f^2(t) \right] \psi(x_0, t) \times \\ &\quad \times \exp[-x_0 y_0 (-1,733t + 1,633 f(t) \cos \theta)] dt, \\ J_5(x_0, y_0, \theta) &= \int_0^1 t^2 f(t) \left[ t^2 - \frac{8}{3} f^2(t) \right] \psi(x_0, t) \times \\ &\quad \times \exp[x_0 y_0 (0,451 t + 0,736 f(t) \cos \theta)] dt, \\ J_6(x_0, y_0, \theta) &= \int_0^1 t^2 f(t) \left[ t^2 - \frac{8}{9} f^2(t) \right] \psi(x_0, t) \times \\ &\quad \times \exp[-x_0 y_0 (0,451 t + 0,736 f(t) \cos \theta)] dt. \end{aligned} \quad (2.16)$$

В формулах (2.15) и (2.16)  $\theta$  — угол между направлениями фотопротона и падающего  $\gamma$ -кванта.

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2^{3/2}} t + (1-t^2)^{1/2}, \quad \psi(x_0, t) = \\ &= \exp[-x_0^2 (1,890 t^2 + 1,680 f^2(t) + 2,094 t f(t))]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Как видно из формул (2.15)–(2.17) в угловом распределении фотопротонов, наряду с симметричным множителем  $\sin^2 \theta$ , имеется множитель, сдвигающий максимум углового распределения в сторону малых углов. Результаты численного расчета показывают, что при энергии падающего  $\gamma$ -кванта  $E_\gamma = 80$  мэв, максимум углового распределения фотопротонов находится при  $\theta \approx 40^\circ$  и сдвигается в сторону малых углов с увеличением



энергии  $\gamma$ -квантов, что находится в согласии с экспериментальными данными. Однако в экспериментальных кривых углового распределения имеется изотропная часть, которая отсутствует в теоретических кривых, полученных на основе формулы (2.15). Это расхождение между теоретическими и экспериментальными результатами в определенной степени является, по-видимому, следствием пренебрежения в наших расчетах членами магнитного взаимодействия. В справедливости последнего утверждения убедимся в следующих главах.

## Исследование двухчастичных кластерных конфигураций в ядрах $H_e^4$ , $H_e^3$ и $H^3$ фоторасщеплением с выходом нуклонов

### § 1. Фоторасщепление ядра $H_e^4$ при больших энергиях [104]

Анализ фотоядерных реакций показывает, что при энергии  $\gamma$ -квантов, не превышающей порог образования  $\pi$ -мезона, выход отдельного фотонуклона в результате расщепления квазидейтрона маловероятен. Этот результат тем более справедлив в отношении легких ядер, так как в них, из-за малого числа нуклонов, почти исключена возможность того, что партнер фотонуклона, в результате столкновений, застрянет в ядре. С другой стороны, эксперименты по фотоядерным реакциям дают большие выходы отдельных нуклонов. Например, при расщеплении  $\alpha$ -частиц  $\gamma$ -квантами с максимальной энергией в 170 мэв выход фотонейтронов составляет 95% от всего выхода фотопротонов, в то время как выход пар нуклонов составляет всего лишь 19% [74]. Эти факты указывают на то, что должен существовать другой механизм взаимодействия  $\gamma$ -квантов с легкими ядрами, отличный от квазидейтронного.

В связи с этим представляет интерес рассмотрение фоторасщепления ядра  $H_e^4$  при больших энергиях  $\gamma$ -квантов ( $E_\gamma \leq 150$  мэв) на основе модели непосредственного взаимодействия.

Не говоря о том, что в случае ядра  $H_e^4$  имеется большой и надежный экспериментальный материал [74], это ядро интересно также и тем, что структурные группы нуклонов типа  $\alpha$ -образований, которые, по-видимому, существуют в легких ядрах, должны играть большую роль в радиационных свойствах последних (см. гл. IV). Поэтому знание особенностей фоторасщепления ядра  $H_e^4$  во многом будет способствовать уяснению поведения легких ядер, взаимодействующих с  $\gamma$ -квантами.

Укажем, что теоретические расчеты фоторасщепления гелия в области гигантского резонанса [75–77], в которых использованы волновые функции  $H_e^4$  различных типов, не оказались удовлетворительными, так как не удалось выбрать параметры волновых функций таким образом, чтобы одно-



временно получить приемлемые значения для радиуса ядра, энергии связи, энергии, соответствующей максимуму сечения, и величины сечения в максимуме. Распространение этих расчетов в области выше гигантского резонанса, проведенное Ганом и Ирвингом [76], также неприемлемо, так как при этом расчетное значение полного сечения падает с энергией медленнее, чем экспериментальное. Бартоном и Смитом [78] были проведены эксперименты по фоторасщеплению ядер  $H_e$  и  $L_e$   $\gamma$ -квантами больших энергий от 150 до 280 мэв, причем полученные ими результаты оказались в удовлетворительном согласии с квазидейтронной теорией фотоядерного эффекта. Это обстоятельство указывает на применимость этой модели к ядру  $H_e^4$ , начиная от энергии, соответствующей порогу образования  $\pi$ -мезона. Что же касается интервала энергии  $\gamma$ -квантов, начиная от гигантского резонанса до порога образования  $\pi$  мезонов, то для него никаких теоретических расчетов фоторасщепления ядра гелия не имеется.

Имеющиеся экспериментальные данные по фоторасщеплению  $H_e^4$ , относящиеся к этому интервалу энергии, указывают, во-первых, на экспоненциальное падение вероятности выхода фотонуклонов в зависимости от энергии падающего  $\gamma$ -кванта, во-вторых, на асимметричное угловое распределение фотопротонов с преимущественным вылетом вперед, и в-третьих, на симметричное, в основном, распределение фотонейтронов.

Эти факты свидетельствуют о том, что в ядре  $H_e^4$ , по-видимому, имеет место процесс непосредственного выбивания нуклона. Поэтому ядро  $H_e^4$  можно рассмотреть в двухчастичной модели, предполагая, что фотонуклон в этом ядре находится в поле остаточного ядра  $H_e^3$  или  $H^3$ . Если бы в процессе выбивания нуклона принимало участие коллективное движение всего ядра, то маловероятно, чтобы остаточное ядро находилось в невозбужденном состоянии. Известно, между тем, что после фоторасщепления  $H_e^4$  остаточное ядро оказывается в основном состоянии. Это обстоятельство, со своей стороны, подтверждает допустимость рассмотрения фоторасщепления ядра  $H_e^4$  на основе модели двухчастичной кластерной конфигурации.

В настоящем параграфе мы рассмотрим реакции  $H_e^4(\gamma, p)$  и  $H_e^4(\gamma, n)$  при больших энергиях, не превышающих порог образования  $\pi$ -мезона, на основе двухчастичной модели. Поскольку при больших энергиях падающего  $\gamma$ -кванта нельзя ограничиться дипольным приближением, расчет фоторасщепления  $H_e^4$  мы проводим в общем виде, не проводя разложения вектора-потенциала электромагнитной волны по мультиполям.

Дифференциальное эффективное сечение рассматриваемого процесса имеет, как известно, вид:

$$d\sigma = 2\pi\hbar^{-1}c^{-1}|H|^2\rho(E)d\Omega, \quad (3.1)$$

где

$$|H|^2 = \frac{2\pi\hbar c^2}{\omega} \sum_{m'_p, m'_t} |Im'_p, m'_t|^2 \quad (3.2)$$



$$\rho(E) = \frac{3MP}{32\pi^2\hbar^3} \quad (3.3)$$

В формуле (3.2)

$$I_{m'_p, m'_t} = \int \Phi_f^{m'_p, m'_t} V \Phi_i d\tau \quad (3.4)$$

Здесь

$$V = \sum_{i=1}^4 W_i, \quad \Phi_i = \Phi(\vec{r}) \sum_{m_p m_t} c^{(1/2, 1/2, m_t m_p/00)} \chi_{1/2}^{m_p} \chi_{1/2}^{m_t},$$

$$\Phi_f^{m'_p, m'_t} = \exp[i\vec{k} \cdot \vec{r}] \chi_{1/2}^{m'_p} \chi_{1/2}^{m'_t}.$$

В формулах (3.1)—(3.4)  $m_p$ ,  $m_t$  и  $m'_p$ ,  $m'_t$  являются проекциями спинов протона и тритона (или нейтрона и  $H_e^3$ ) в начальном и конечном состояниях, соответственно,  $\vec{k}$  — волновой вектор фотонуклона,  $M$  и  $P$  — масса и импульс фотонуклона,  $\chi_{1/2}^{m_p}$  и  $\chi_{1/2}^{m_t}$  — спиновые функции протона и тритона (или нейтрона и  $H_e^3$ ), соответственно.

Учитывая, что внутренним состоянием двухчастичной конфигурации в ядре  $H_e^4$  является  $s$ -состояние, можно заключить, что потенциал  $V$  будет содержать взаимодействие между: 1) зарядом тритона (или  $H_e^3$ ) и вектор-потенциалом  $\gamma$ -кванта,  $W_1$ ; 2) собственным магнитным моментом тритона (или  $H_e^3$ ) и магнитным полем волны,  $W_2$ ; 3) зарядом фотонуклона и вектор-потенциалом  $\gamma$ -кванта,  $W_3$ ; 4) собственным магнитным моментом фотонуклона и магнитным полем  $\gamma$ -кванта,  $W_4$ .

Мы пренебрегли взаимодействием фотонуклона с остаточным ядром в конечном состоянии, что оправдывается результатами работы Брандена, Дугласа и Робертсона [77], рассмотревших фотодезинтеграцию  $\alpha$ -частиц при малых энергиях. Упомянутые авторы учли взаимодействие протона с тритоном в конечном состоянии, используя фазы рассеяния, полученные ранее [79], и показали, что это взаимодействие незначительно изменяет форму полного сечения реакции при малых энергиях, а при энергиях в 30 мэв и выше кривые полного сечения, при учете взаимодействия и без него, почти совпадают друг с другом.

Для координатной части волновой функции начального состояния имеем

$$\Phi(\vec{r}) = R(r)Y_{00}, \quad R(r) = 2\pi^{-1/4} \gamma^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\gamma r)^2\right],$$

причем параметр  $\gamma$  определяется в книге Гешерт-Майера и Иенсена [80] и равен  $0,8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-1}$ . Такой же вид для волновой функции относительного движения протона и центра масс тритона получается из волновой функции Манга и Вильда, рассмотренной нами в главе I. Параметр же для последней имеет приблизительно на 10% меньшее значение, чем вышеприведенное.

Следует заметить, что использованные нами волновые функции начального и конечного состояний не ортогональны друг к другу, но, как легко видеть, неточность, вызванная неортогональностью, того же порядка,





что и неточность, связанная с невключением взаимодействия в конечном состоянии.

В результате выкладок для дифференциального сечения реакции фототрасселения  $H_e^4$  получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{3\pi^{1/2}e^2k^3}{2c\gamma^3 M\omega} \exp\left[-\frac{k^2}{\gamma^2} - \frac{\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \left\{ \left[ \delta \cdot \exp\left(-\frac{\omega^2}{4c^2\gamma^2} + \frac{\omega k}{c\gamma^2} \cos\theta\right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\eta}{2}\right]^2 \exp\left[-\frac{\omega k}{2c\gamma^2} \cos\theta\right] \sin^2\theta + \right. \\ & \left. + \frac{\mu_{n,p}^2\omega^2}{2c^2k^2} \exp\left[\frac{\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \left( \exp\left[-\frac{\omega^2}{32\gamma^2c^2} - \frac{\omega k}{4c\gamma^2} \cos\theta\right] - \right. \right. \\ & \left. \left. - \exp\left[-\frac{3\omega^2}{32\gamma^2c^2} + \frac{3\omega k}{4\gamma^2c^2} \cos\theta\right] \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где

$$k = \left\{ \frac{3M}{3\hbar^2} \left[ \hbar\omega - \varepsilon - \frac{(\hbar\omega)^2}{8Mc^2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (3.6)$$

$\varepsilon$  — энергия связи фотонуклона,  $\eta=1$  или  $2$   $\delta=1$  или  $0$  в зависимости от того, имеет ли место, соответственно, выход протона или нейтрона;  $\mu_{n,p}$  — магнитный момент нейтрона или протона в ядерных магнетонах. Интегрируя (3.5) по углам, получаем выражение для полного сечения:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{12\pi^{3/2}e^2}{\gamma M} \left(\frac{k}{\omega}\right)^2 \exp\left[-\frac{k^2}{\gamma^2} - \frac{\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \left\{ \frac{4c\gamma^2\delta}{9\omega k} \exp\left[-\frac{\omega^2}{2c^2\gamma^2}\right] \times \right. \\ & \times \left( \operatorname{ch} \frac{3\omega k}{2c\gamma^2} - \frac{2c\gamma^2}{3\omega k} \operatorname{sh} \frac{3\omega k}{2c\gamma^2} \right) + \frac{4c\gamma^2}{\omega k} \left( \frac{\eta^2}{9} - \frac{2\eta\delta}{3} \exp\left[-\frac{\omega^2}{4c^2\gamma^2}\right] \right) \times \\ & \times \left( \operatorname{ch} \frac{\omega k}{2c\gamma^2} - \frac{2c\gamma^2}{\omega k} \operatorname{sh} \frac{\omega k}{2c\gamma^2} \right) + \frac{\mu_{n,p}^2\omega^2}{2c^2k^2} \exp\left[\frac{\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \times \\ & \times \left( \exp\left[-\frac{\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \operatorname{sh} \frac{\omega k}{2c\gamma^2} - 2 \exp\left[-\frac{5\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \operatorname{sh} \frac{\omega k}{2c\gamma^2} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{3} \exp\left[-\frac{9\omega^2}{16\gamma^2c^2}\right] \operatorname{sh} \frac{3\omega k}{2c\gamma^2} \right) \}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Результаты численных расчетов приведены на рисунках 7–10. На рис. 7 и 8 сплошной кривой изображены теоретические угловые распределения фотопротонов и фотонейтронов для энергии  $\gamma$ -квантов в 80 мэв, а точками отмечены экспериментальные данные, взятые из работы Горбунова и Спиридонова [74]. Как легко видеть из формулы (3.5), при увеличении энергии  $\gamma$ -кванта максимум углового распределения фотонуклонов смещается в сторону малых углов, что находится в согласии с экспериментальными данными [74].



041035740  
2032010333

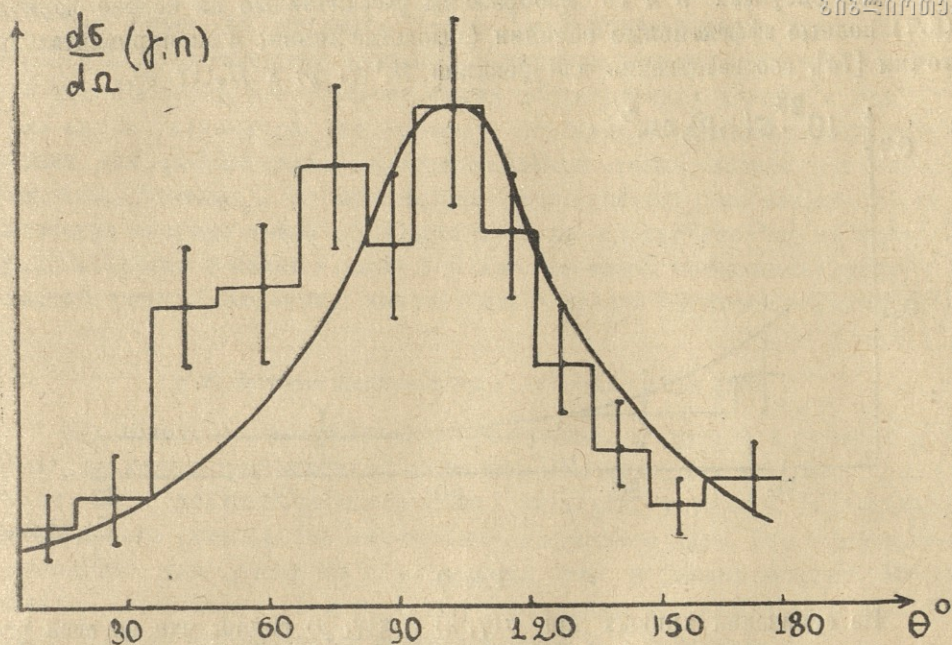


Рис. 7.

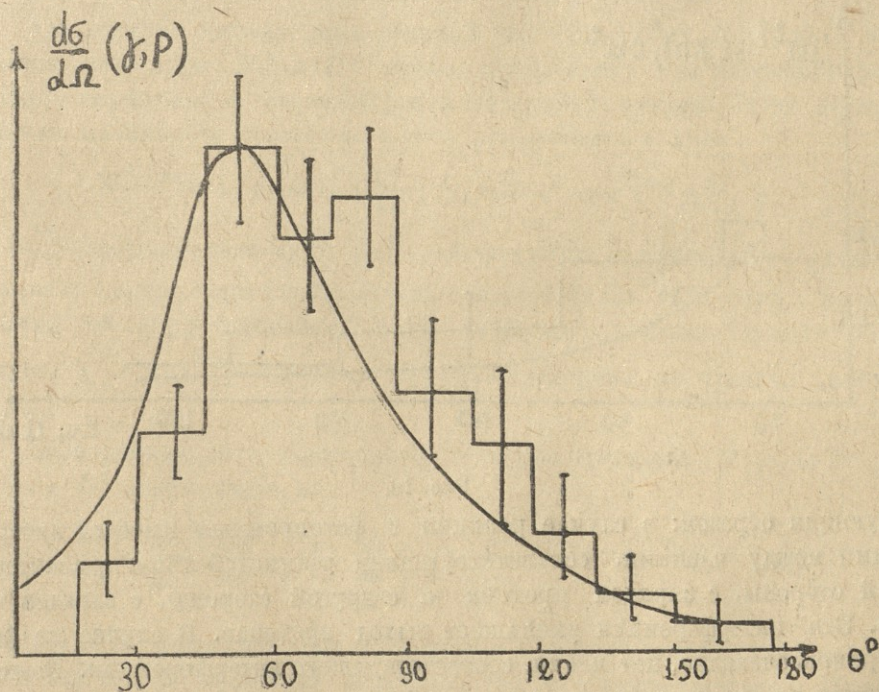


Рис. 8.



На рисунках 9 и 10 изображены рассчитанные на основе формулы (3.7) полные эффективные сечения (сплошные линии) и экспериментальные точки [74], соответственно для реакции  $H_o^2(\gamma, p)$  и  $H_o^2(\gamma, n)$ .

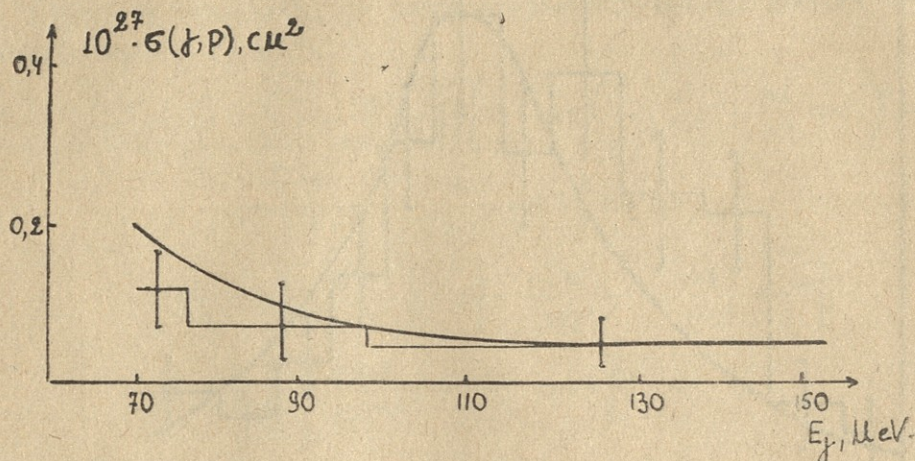


Рис. 9.

Из сравнения кривых для  $\sigma(\gamma, n)$  и  $\sigma(\gamma, p)$  видно, что во всей рассмотренной области  $\frac{\sigma(\gamma, n)}{\sigma(\gamma, p)} \sim 1$ . Последний результат соответствует опытным данным Горбунова и Спиридонова [74] и может быть объяснен

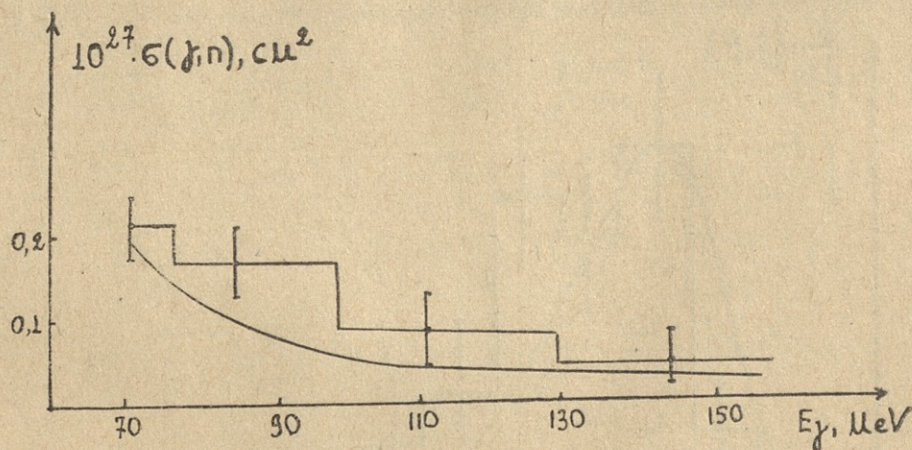


Рис. 10.

следующим образом: в случае реакции с фотопротоном имеется интерференция между членами, соответствующими взаимодействию  $\gamma$ -квантов, с одной стороны, с зарядом протона и, с другой стороны, с зарядом тритона. Эта интерференция уменьшает выход протонов. В случае же фотонейтронов, очевидно, нет члена, соответствующего интерференции. Поэтому, несмотря на отсутствие заряда у нейтрона, выход последних того же порядка, что и выход протонов.



Как видно из рисунков 7—10, экспериментальные точки ложатся на теоретические кривые в интервале энергии  $\gamma$ -квантов от 70 до 150 мэв. Ниже 70 мэв согласие наших теоретических данных с результатами опыта ухудшается, что указывает на неприменимость двухчастичной модели для рассмотрения фоторасщепления гелия вблизи гигантского резонанса. Возможно, что это обстоятельство связано с аномально большим значением энергии связи последнего нуклона в  $\alpha$ -частице. Что же касается области энергии  $\gamma$ -квантов выше 150 мэв, то здесь, по-видимому, действует квазидейтронный механизм, как это было отмечено Бартоном и Смитом [78].

## § 2. Фоторасщепление трехчастичных ядер [105]

Как известно, легчайшие ядра, состоящие из трех или четырех нуклонов, не имеют возбужденных состояний. Поэтому под действием  $\gamma$ -квантов эти ядра должны переходить из связанных состояний в состояния непрерывного спектра без образования составного ядра. Это утверждение справедливо для  $\gamma$ -квантов как высоких, так и низких энергий. Можно ожидать, что имеется сходство между свойствами легчайших ядер ( $D^2$ ,  $H^2$ ,  $H_e^3$  и  $H_e^4$ ) по отношению к взаимодействию с  $\gamma$ -квантами.

В данном параграфе мы рассмотрим фоторасщепление трехчастичных ядер на основе модели двух тел, давшей удовлетворительное объяснение экспериментальных фактов для ядра  $H_e^4$  (см. § 1, гл. III).

Для расчета фотоядерных реакций  $H_e^3(\gamma, p)D^2$  и  $H^3(\gamma, n)D^3$  предположим, что ядра  $H_e^3$  и  $H^3$  можно представить как коррелированную  $n$ - $p$ -пару, образующую квазидейтрон и непарный нуклон. Тогда волновую функцию начального состояния можно представить в виде

$$\Psi_i^{1/2, m_i} = \varphi(\vec{r}_{12}) \Phi(\vec{r}) \sum c(1/2, m_a m_n / 1/2 m_i) \chi_1^{m_a} \chi_{1/2}^{m_n}, \quad (3.8)$$

где  $\Phi(\vec{r})$  — координатная часть волновой функции относительного движения нуклона и центра масс квазидейтрона в ядре  $H^3$  (или  $H_e^3$ ),  $\varphi(\vec{r}_{12})$  — волновая функция той коррелированной пары нуклонов, которая образует квазидейтрон,  $\chi_1^{m_a}$  и  $\chi_{1/2}^{m_n}$  — спиновые функции дейтрона и нуклона, соответственно.

Дифференциальное эффективное сечение реакций  $H^3(\gamma, n)D^2$  или  $H_e^3(\gamma, p)D^2$  будет иметь вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi}{\hbar c} \frac{2\pi \hbar c^2}{\omega} \frac{1}{2} \sum_{m_i} \sum_{m'_{am'n}} \left| \int \Psi_f^{1/2, m'_{am'n}} V \Psi_i^{1/2, m_i} d\tau \right|^2 \rho(E), \quad (3.9)$$

где потенциал взаимодействия  $\gamma$ -квантов с ядром  $V$  содержит члены взаимодействия как с непарным нуклоном, так и с квазидейтроном. Причем, как и в случае фотодезинтеграции ядра  $H_e^4$ , принимаем во внимание и электрические и магнитное взаимодействия с учетом эффекта запаздывания.





Волновую функцию конечного состояния возьмем в виде

$$\Psi_f^{11/2 m' d m' n} = \Phi_D(\vec{r}_{12}) \exp[i \vec{k} \cdot \vec{r}] \chi_1^{m' d} \chi_{1/2}^{m' n}, \quad (3.10)$$

где  $\vec{k}$  — волновой вектор фотонуклона,  $\Phi_D(\vec{r}_{12})$  — волновая функция дейтрона.

Волновую функцию  $\Phi(\vec{r})$  восстановим из волновой функции, полученной в работе [24] и рассмотренной нами в § 1 гл. 1. Эта функция дает наилучшие значения для энергии связи и размеров ядер  $H^3$  и  $H_e^3$ . Она описывает движение нуклона относительно квазидейтрона и имеет вид функции Гаусса. Волновая функция коррелированной пары  $\varphi(\vec{r}_{12})$  была уже использована нами в § 1 из главы II.

С учетом формул (3.8) и (3.10) из формулы (3.9) для дифференциального эффективного сечения реакции  $H_e^3(\gamma, p)D^2$  или  $H^3(\gamma, n)D^2$  окончательно получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{8\pi^{1/2} e^2 D^2 k}{3 M c \alpha^3 \omega} \exp \left[ -\frac{9k^2 + k'^2}{9\alpha^2} \right] \times \\ & \times \left\{ k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \Phi \left( \delta \exp \left[ -\frac{k'^2 - 4kk' \cos \theta}{6\alpha^2} \right] - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{kk' \cos \theta}{3\alpha^2} \right] \right)^2 + \frac{1}{4} k'^2 \left( \mu_{n,p} \exp \left[ -\frac{k'^2 - 4kk' \cos \theta}{6\alpha^2} \right] - \right. \right. \\ & \left. \left. - (\mu_n + \mu_p) \exp \left[ -\frac{kk' \cos \theta}{3\alpha^2} \right] \right)^2 \right\}, \quad (3.11) \end{aligned}$$

где  $\vec{k}$  и  $\vec{k}'$  — волновые векторы вылетающего нуклона и падающего  $\gamma$ -кванта, соответственно,  $\mu_{n,p}$  — магнитный момент нейтрона или протона в ядерных магнетонах,  $\delta = 1$  или  $0$  в зависимости от того, рассматривается реакция  $H_e^3(\gamma, p)D^2$  или  $H^3(\gamma, n)D^2$ .  $\theta$  — угол между направлениями  $\gamma$ -кванта и вылетающего нуклона,  $\Phi$  — угол между плоскостями рассеяния и поляризации  $\gamma$ -кванта,  $\alpha$  — параметр волновой функции  $\Phi(\vec{r})$  ( $\alpha^2 = 32,13 \cdot 10^{24} \text{ см}^{-2}$ ),

$$D = \int \psi_D(\vec{r}_{12}) \varphi(\vec{r}_{12}) d\vec{r}_{12}. \quad (3.12)$$

Легко видеть, что формула (3.11) при низких энергиях  $\gamma$ -квантов дает симметричные (относительно  $90^\circ$ ) угловые распределения как для фотопротонов из реакции  $H_e^3(\gamma, p)D^2$ , так и для фотонейтронов из реакции  $H^3(\gamma, n)D^2$ . С увеличением энергии максимум углового распределения фотопротонов сдвигается в сторону малых углов, а угловое распределение фотонейтронов по-прежнему остается почти симметричным. Интересно отметить, что общая закономерность угловых распределений, данная формулой (3.11), согласуется с экспериментальными данными для реакции  $H_e^4(\gamma, p)H^3$  и  $H_e^4(\gamma, n)H_e^3$  [74].



Исходя из формулы (3.11), легко можно показать, что отношение значений полных сечений для реакций  $H^3(\gamma, p)D^2$  и  $H^3(\gamma, n)D^2$  близко к единице, что находится в согласии с гипотезой зарядовой независимости.

В настоящее время не представляется возможным провести сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными, относящимися к угловым распределениям и к полным сечениям при больших энергиях (но меньших, чем 150 мэв), ввиду отсутствия соответствующих экспери-

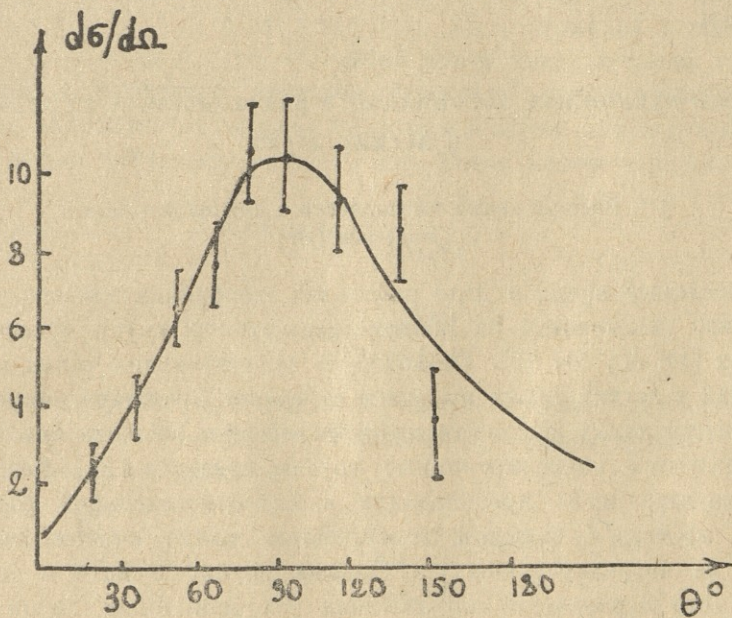


Рис. 11.

ментальных данных. Поэтому для ориентации мы приведем сравнения с экспериментальными данными [81], которые относятся к обратной реакции  $D^2(p, \gamma)H^3$  в интервале энергий протона от 0,5 до 1,5 мэв.

На рис. 11 показана теоретическая кривая углового распределения  $\gamma$ -квантов при  $E_p = 1,42$  мэв, полученная нами. Там же приведены экспериментальные точки, взятые из работы [81]. Как видно, имеется хорошее согласие между теорией и экспериментом. Изотропная часть в экспериментальном и теоретическом угловых распределениях составляет 10% и обусловлена магнитным взаимодействием  $\gamma$ -кванта с ядром.

В экспериментальной работе [81] приведено также выражение полного сечения как функции энергии протонов, аппроксимирующее экспериментальные данные

$$\sigma = 0,74 E_p^{0,72} \cdot 10^{-29} \text{ см}^2. \quad (3.13)$$

Расчет показывает, что теоретические значения полного сечения, полученные нами, меньше при всех рассматриваемых энергиях, чем дает формула (3.13). Например, при  $E_p = 0,5$  мэв  $\sigma_{теор.} = 0,30 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2$ , а  $\sigma_{эксп.} =$



$$= 0,44 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2 \text{ и при } E_p = 1,5 \text{ мэВ } \sigma_{теор.} = 0,41 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2, \\ = 0,99 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2.$$

Следует указать, что эмпирическая формула (3.13), как отмечают сами авторы работы [81], довольно груба.

Что касается включения взаимодействий между протоном и дейтроном в начале процесса, то, как было отмечено в работе [73], анализ экспериментальных данных о сдвигах фаз указывает на его пренебрежимо малую роль.

## Роль нуклонных ассоциаций в радиационных переходах в легких ядрах

### § 1. Рассмотрение по аналогии с квазидейтронной моделью [106]

В последнее время в ряде работ как экспериментальных, так и теоретических, указывается на наличие структурных групп нуклонов в легких ядрах [49, 50, 51, 82]. Возможность существования таких нуклонных ассоциаций в легких ядрах вытекает из теории Брюкнера, согласно которой в области малой плотности ядерного вещества (область поверхностного слоя) образуются коррелированные группы нуклонов [14]. Ясно поэтому, что легкие ядра из-за преобладания в них относительной роли поверхностного эффекта с большой вероятностью можно считать состоящими целиком из коррелированных нуклонных групп. Вместе с тем следует ожидать, что вероятность образования тех или иных групп нуклонов внутри ядра сильно зависит от оболочечной структуры самого ядра.

При включении дальних корреляций между нуклонами примем следующие простые предположения: 1) корреляция больше между теми нуклонами, которые находятся в одинаковых орбитальных состояниях; 2) в коррелированной группе для внутреннего движения наиболее вероятным является  $s$ -состояние; 3) корреляциями больше четырех нуклонов можно пренебречь, так как пятый нуклон не может находиться с остальными в относительном  $s$ -состоянии.

Используя вышеприведенные предположения, легко получить "кластерную" структуру легких ядер, а именно  $(\alpha + d)$  для  $L_4^6$ ,  $(\alpha + t)$  для  $L_4^7$ ,  $(\alpha + \alpha + n)$  для  $B_8^9$ ,  $(\alpha + \alpha + d)$  для  $B^{10}$  и т. д. [55, 57, 58].

Весьма вероятно, что структурные группы нуклонов играют большую роль в электромагнитных свойствах ядер как в основном, так и в возбужденных состояниях. Ниже мы рассмотрим вопрос о роли таких структурных групп нуклонов в фотоядерных реакциях.

При рассмотрении фотоядерных реакций на основе модели нуклонных ассоциаций естественно предположить, что поглощение падающих  $\gamma$ -квантов происходит отдельными ядерными подструктурами. Для примера рассмот-



рим  $\alpha$ -частичное поглощение  $\gamma$ -квантов. Ясно, что при пренебрежении разницей между волновыми функциями  $\alpha$ -частицы и ядерной квази  $\alpha$ -частицы, связь между сечениями фотодезинтеграции сложных ядер и  $\alpha$ -частиц по аналогии с квазидейтронной моделью [7] будет иметь вид:

$$d\sigma_A(T) = n^* \int d\sigma_\alpha(T') \frac{dT'}{dT} p(v_\alpha) dv_\alpha, \quad (4.1)$$

где  $T$  — кинетическая энергия фотонуклона в с. п. м. ядра,  $T'$  — кинетическая энергия фотонуклона в с. п. м.  $\alpha$ -частицы,  $p(v_\alpha)$  — функция распределения  $\alpha$ -частиц по скоростям в ядре,  $n^*$  — эффективное число  $\alpha$ -частиц в ядре.

Поправкой, вызванной эффектом Доплера, можно пренебречь, так как средняя кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы в ядрах, как показали эксперименты Ходсона [82], порядка 5—10 мэв. Тогда можем написать:

$$T = \hbar\omega - \varepsilon_A - \frac{(\hbar\omega)^2}{2AMc^2},$$

и

$$T' = \hbar\omega - \varepsilon_\alpha - \frac{(\hbar\omega)^2}{8Mc^2},$$

где  $\hbar\omega$  — энергия падающего  $\gamma$ -кванта,  $M$  — масса нуклона,  $\varepsilon_A$  и  $\varepsilon_\alpha$  — энергия связи последнего нуклона в ядре и в  $\alpha$ -частице, соответственно.

Из (4.2) легко получить, что

$$\frac{dT'}{dT} = \frac{A}{4} - \frac{A-4}{4 \left( 1 - \frac{\hbar\omega}{AMc^2} \right)} \equiv K(A, 4, \hbar\omega). \quad (4.3)$$

Тогда формула (4.1) примет вид

$$d\sigma_A(T) = n^* K(A, 4, \hbar\omega) d\sigma_\alpha(T'). \quad (4.4)$$

Из (4.4) видно, что угловые распределения фотонуклонов из сложных  $\alpha$ -ядер имеют такой же характер, как из  $\alpha$ -частиц, что находится в согласии с экспериментальными данными [74]. Рассмотрим, например, реакцию  $(\gamma, p)$  на ядрах  $B_e^9$  и  $C^{12}$ . Исходя из  $\alpha$ -частичной модели этих ядер, выход фотопротонов возможен только из  $\alpha$ -частиц. Поэтому формула (4.4) должна целиком объяснить этот процесс. В частности, из (4.4) следует, что угловые распределения фотопротонов из ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$  должны быть одинаковыми, что и подтверждается результатами экспериментов [74, 83].

Между тем теория фотоядерных реакций на основе оболочечной модели дает совершенно различные угловые распределения фотопротонов для этих ядер [84].

Формула (4.4) легко обобщается для тех ядер, которые состоят из различных структурных групп, а именно:

$$d\sigma_A(T) = \sum n_i^* k(A, m_i, \hbar\omega) d\sigma_i(T'), \quad (4.4')$$





где  $m_i^*$  — эффективное число структурной группы типа  $i$ ,  $m_i$  — число нуклонов в  $i$ -ой группе,

$$K(A_i m_i, \hbar\omega) = \frac{A}{m_i} - \frac{A - m_i}{m_i \left( 1 - \frac{\hbar\omega}{AMC^2} \right)}. \quad (4.3')$$

Из формул (4.4') и (4.3') легко видеть, что для ядер, состоящих из различных структурных групп в полных сечениях фотоядерных реакций, выраженных в зависимости от энергии падающих  $\gamma$ -квантов, должны наблюдаться резкие максимумы в области энергии, соответствующих гигантским резонансам легчайших ядер. Такие максимумы действительно были наблюдаемы на ядре  $Li^7$  при рассмотрении реакции  $Li^7(\gamma, p)He^6$  [85]. Причем было обнаружено два максимума (см. кривую на рис. 1, работа [85]), первый из которых находится в районе гигантского резонанса на  $H^3$  (~15 мэв), а второй — в районе гигантского резонанса на  $H^4$  (~24 мэв).

Конечно, данная модельная картина фотоядерных реакций не претендует на количественные результаты, так как в рассуждении был принят ряд приближений. Для количественного сравнения с экспериментальными данными требуются более точные расчеты (см. следующий параграф).

Как видно из приведенного простого рассмотрения, включение дальних корреляций между нуклонами в модели оболочек дает возможность объяснить некоторые экспериментальные факты по фотоядерным реакциям.

Известно, что корреляции в рамках оболочечной модели можно учесть и путем рассмотрения эффектов более высокого порядка в виде примеси соседних конфигураций. В этом направлении достигнуты определенные успехи при рассмотрении гигантских резонансов в фотоядерных реакциях [86, 87]. Но этот метод, как известно, приводит к тому, что главную примесь дают лишь несколько соседних низших конфигураций, не говоря о том, что он связан с большими математическими трудностями.

Естественно ожидать, что присутствие других нуклонов уменьшает внутреннюю энергию связи ядерных фрагментов по сравнению с энергией связи свободной  $\alpha$ -частицы, тритона и др. Поэтому при увеличении числа нуклонов максимум, соответствующий, например,  $\alpha$ -частичному поглощению  $\gamma$ -квантов, должен смещаться в сторону меньших энергий падающих  $\gamma$ -квантов (см. форм. (4.2)). Этот результат подтверждается экспериментальными данными: с увеличением массового числа энергия гигантского резонанса уменьшается.

## § 2. Фотодезинтеграция ядер $B_e^9$ и $C^{12}$ при больших энергиях [107]

К выводу о значительной роли структурных групп нуклонов в радиационных переходах в легких ядрах, которая была качественно рассмотрена в предыдущем параграфе, приводит анализ экспериментальных данных по фоторасщеплению легких ядер. В частности, характеристики (порог, энер-



гия, соответствующая гигантскому резонансу) поперечных сечений реакций  $C^{12}(\gamma, n)$  и  $O^{16}(\gamma, n)$  близки к характеристикам сечения реакции  $H_e^4(\gamma, n)$ , а на кривых сечений реакций  $B_e^9(\gamma, n)$  и  $C^{13}(\gamma, n)$ , наряду с первым максимумом (соответствующим, по-видимому, непарному нейтрону), наблюдаются и вторые максимумы, которые расположены вблизи энергии, соответствующей гигантскому резонансу в реакции  $H_e^4(\gamma, n)$ .

Если структурные группы нуклонов в легких ядрах действительно существуют, то их роль должна быть особенно значительна при больших энергиях выше гигантского резонанса, приводящих к значительным выходам высокоимпульсных нуклонов. Так как фотон вносит в ядро малый импульс, то такие нуклоны должны иметь высокий импульс уже в начальном состоянии, а нуклоны, обладающие большим импульсом в ядре, должны быть сильно коррелированы и находиться в более близком, чем среднее расстояние между нуклонами, соприкосновении, образуя отдельные подструктуры.

Экспериментальные данные [83], касающиеся фотопротонов, образующихся из ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$   $\gamma$ -квантами с максимальной энергией 84 мэв, указывают на сильную аналогию в свойствах этих ядер. Например, угловые распределения фотопротонов из ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$  в пределах экспериментальных ошибок одинаковы. Они обладают большой асимметрией относительно  $90^\circ$  с максимумом при угле  $50^\circ$ , с сильно уменьшенной изотропной частью. Полные сечения реакции при больших энергиях в обоих случаях падают экспоненциально в зависимости от энергии  $\gamma$ -квантов и имеют величину порядка  $10^{-28}$  см<sup>2</sup> при энергии  $\hbar\omega = 80$  мэв. Если сравнить эти экспериментальные результаты с данными по фоторасщеплению  $\alpha$ -частиц [74], то легко заметить, что имеется сильное сходство в свойствах ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$ , с одной стороны, и  $\alpha$ -частиц — с другой, обнаруживаемых ими в процессе взаимодействия с  $\gamma$ -квантами.

Полученный выше результат дает основание предполагать, что фотореакции в ядрах  $B_e^9$  и  $C^{12}$  идут главным образом путем взаимодействия  $\gamma$ -квантов с отдельными квази- $\alpha$ -частицами, в которые, по-видимому, группируются нуклоны рассматриваемых легких ядер.

Настоящий параграф посвящен исследованию фоторасщепления ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$  на основе механизма  $\alpha$ -частичного поглощения  $\gamma$ -квантов.

При допущении, что фотонуклон выходит из связанной квази- $\alpha$ -частицы, а остальные нуклоны не возмущаются излучением, для волновых функций начального и конечного состояний, можем написать

$$\Psi_i = \Phi \psi_c(\alpha) \varphi_i, \quad \Psi_f = \Phi \psi_c(H^3) \varphi_f,$$

где  $\Phi$  описывает движение невозмущенных нуклонов,  $\psi_c(\alpha)$  — движение центра масс квази- $\alpha$ -частицы в поле возмущенных нуклонов ядра,  $\varphi_i$  — внутреннее состояние квази- $\alpha$ -частицы,  $\psi_c(H^3)$  — движение центра масс  $H^3$  (или  $H_e^3$ ),  $\varphi_f$  — движение вылетающего нуклона относительно остаточного ядра.





Для описания внутреннего состояния квази- $\alpha$ -частицы мы используем модель, которая была применена ранее [104] (см. § 1 гл. III) для описания реакций  $H_e^4(\gamma, p)$  и  $H_e^4(\gamma, n)$ .

Предполагаем, что потенциал взаимодействия  $\gamma$ -кванта с квази- $\alpha$ -частицей содержит все мультиполи—как электрические, так и магнитные. Движение центров масс квази- $\alpha$ -частицы и тритона (или  $H_e^3$ ) описываем волновыми функциями типа Гаусса, а движение вылетающего нуклона—плоской волной. Используя механизм реакции  $H_e^4(\gamma, N)$  (§ I гл. III) для дифференциального эффективного сечения фоторасщепления  $\alpha$ -ядер, получаем

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & B_0 n \frac{A-1}{A} \frac{k^2}{\omega} \sin^2 \theta \exp[-2\alpha_0 k'^2 + 2\beta_0 k k' \cos \theta - 2\gamma_0 k^2] + \\ & \times \{ \delta' - \eta B_1 \exp[\alpha_1 k'^2 - \beta_1 k k' \cos \theta] - \eta B_2 \exp[-(\alpha_2 - \alpha_0) k'^2 - \\ & - (\beta_0 - \beta_2) k k' \cos \theta - (\gamma_2 - \gamma_0) k^2] \}^2 + \\ & + \frac{1}{2} B_0 n \frac{A-1}{A} \frac{\mu_{n,p}^2}{C^2} \omega k \exp[-2\alpha_0 k'^2 + 2\beta_0 k k' \cos \theta - 2\gamma_0 k^2] \times \\ & \times \{ 1 - \exp[\alpha_1 k'^2 - \beta_1 k k' \cos \theta] \}^2, \end{aligned} \quad (4.5)$$

где  $\omega$  и  $k'$ —частота и волновой вектор падающего кванта,  $\vec{k}$ —волновой вектор вылетающего нуклона,  $n$ —число квази- $\alpha$ -частиц в ядре,  $A$ —массовое число исходного ядра,  $\mu_{n,p}$ —магнитный момент нейтрона или протона в ядерных магнетонах,  $\delta' = 1$  или 0 и  $\eta = 1$  или 2, в зависимости от того, вылетает протон или нейтрон. Постоянные, входящие в формулу (4,5), равны

$$\begin{aligned} B_0 = \frac{2^{13} \pi^{1/2} \gamma^3 \beta^3 \delta^3 l^2}{p^2 M c}, \quad B_1 = \frac{3p^2 - \beta^2 q}{3(A-1)p}, \quad B_2 = \frac{s \beta^2}{3(A-1)p}, \\ \alpha_0 = \frac{p + (3\delta^2 + 4\beta^2)^2}{4p(\delta^2 + \beta^2)}, \quad \beta_0 = \frac{(A-4)p + (3\delta^2 + 4\beta^2)q}{2(A-1)p(\delta^2 + \beta^2)}, \\ \gamma_0 = \frac{(A-u)^2 p + q^2}{4(A-1)p(\delta^2 + \beta^2)}, \quad \alpha_1 = \frac{2(\delta^2 + 2\beta^2)}{p}, \quad \beta_1 = \frac{2q}{(A-1)p}, \\ \alpha_2 = \frac{p + 64\gamma^4}{4pl}, \quad \beta_2 = \frac{16\gamma^2 s - 6Ap}{4(A-1)pl}, \quad \gamma_2 = \frac{s^2 + 9A^2 p}{4(A-1)pl}, \end{aligned}$$

причем  $M$ —масса нуклона,  $c$ —скорость света.

$$\begin{aligned} p = 8\gamma^2(\delta^2 + \beta^2) + \delta^2\beta^2, \quad q = 4(A-1)\beta^2 + 3A\delta^2, \\ l = 8\gamma^2 + \beta^2, \quad s = 8(A-4)\gamma^2 + 4(A-1)\beta^2. \end{aligned}$$

В этих формулах  $\delta$  и  $\beta$  являются параметрами волновых функций, описывающих движение соответственно центра масс квази- $\alpha$ -частицы и центра масс тритона (или  $H_e^3$ ). Параметр  $\gamma$  соответствует внутреннему состоянию квази- $\alpha$ -частицы.



Интегрируя выражения (4.5) по угловым переменным, легко получить полное сечение процесса, а именно:

$$\begin{aligned} \sigma = & 8\pi B_0 n \frac{A-1}{A} \frac{k^3}{\omega} \exp(-\varphi_1) \left\{ \delta' \Phi_1[\xi_1] + \eta^2 B_1^2 \exp(\varphi_2) \Phi_1[\xi_2] + \right. \\ & + \eta^2 B_2^2 \exp(\varphi_3) \Phi_1[\xi_3] - 2\delta' \eta B_1 \exp\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) \Phi_1[\xi_4] - \\ & \left. - 2\delta' \eta B_2 \exp\left(\frac{\varphi_3}{2}\right) \Phi_1[\xi_5] + 2\eta^2 B_1 B_2 \exp(\varphi_3) \Phi_1[\xi_6] \right\} + \\ & + 2\pi B_0 n \frac{A-1}{A} \frac{\mu_{n,p}^2}{c^2} \omega k \exp(-\varphi_1) \left\{ \Phi_2(\xi_1) + \exp(\varphi_2) \Phi_2[\xi_2] - \right. \\ & \left. - 2 \exp\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) \Phi_2[\xi_4] \right\}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & 2\alpha_0 k'^2 + 2\gamma_0 k^2, \quad \varphi_2 = 2\alpha_1 k'^2, \quad \varphi_3 = 2(\alpha_0 - \alpha_2) k'^2 + (2\gamma_0 - \gamma_2) k^2, \\ \varphi_4 = & (\alpha_0 - \alpha_2 + \alpha_1) k'^2 + (\gamma_0 - \gamma_2) k^2, \quad \xi_1 = 2\beta_0 k k', \quad \xi_2 = 2(\beta_0 - \beta_1) k k', \\ \xi_3 = & 2\beta_2 k k', \quad \xi_4 = (2\beta_0 - \beta_1) k k', \quad \xi_5 = (\beta_0 + \beta_2) k k', \\ \xi_6 = & (\beta_0 + \beta_2 - \beta_1) k k', \quad \Phi_1[\xi] = \frac{1}{\xi^2} \left( \operatorname{ch} \xi - \frac{\operatorname{sh} \xi}{\xi} \right), \quad \Phi_2[\xi] = \frac{\operatorname{sh} \xi}{\xi}. \end{aligned}$$

Численный расчет углового распределения фотопротонов был проведен для реакции  $B_e^9(\gamma, p)$  при энергии падающего  $\gamma$ -кванта  $\hbar\omega = 80$  мэв. Результат показан на рисунке 12. Там же даны экспериментальные точки, взятые из работы Чувило и Шевченко [83]. График полного сечения, рассчитанный на основе формулы (4.6), показан на рисунке 13.

Параметры волновых функций, описывающих движение центра масс квази- $\alpha$ -частицы и центра масс тритона, были определены с использованием электромагнитного радиуса ядра, а значение параметра  $\gamma$  взято из работы [104] (см. § 2 из гл. III)

$$(\gamma = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}, \beta = 4,20 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}, \delta = 4,17 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-1}).$$

Как известно, данные [83] по  $B_e^9$  относятся к спектру тормозного излучения. Для восстановления по этим данным зависимости сечения реакций  $B_e^9(\gamma, p)$  от энергии падающего  $\gamma$ -кванта мы использовали связь, полученную Чувило и Шевченко

$$\int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \sigma_{B_e^9}(\omega) I(\omega) d\omega = (1,0 \pm 0,2) A \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \sigma_d(\omega) I(\omega) d\omega,$$

где  $I(\omega)$  — интенсивность тормозного излучения,  $\sigma_d(\omega)$  — сечение фото-рассщепления дейтрона.



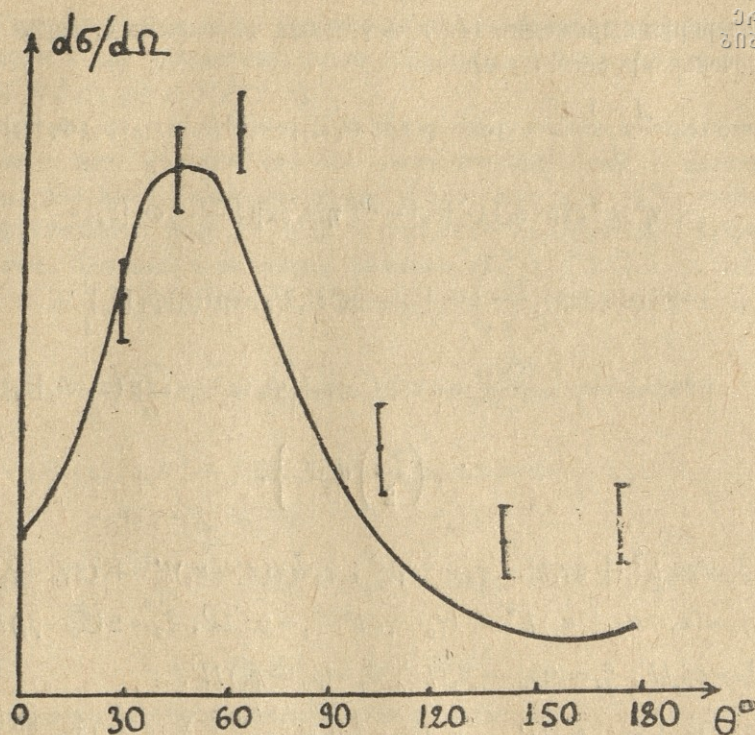


Рис. 12.

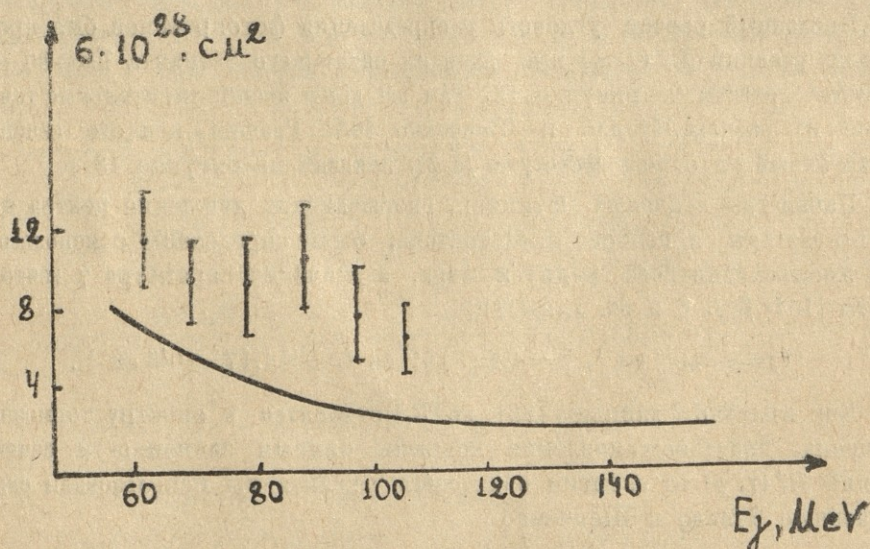


Рис. 13.

Согласно работе [83], данная связь не зависит, в пределах ошибок эксперимента, от значения максимальной энергии излучения  $\omega_{\max}$  (в интервале 50—85 мэв). Это позволяет написать

$$\sigma_{B_s}^s(\omega) = (1,0 \pm 0,2) A \sigma_a(\omega).$$



Определенные таким путем экспериментальные точки для  $\sigma_{B_e^9}$  на рис. 13, причем значения  $\sigma_d(\omega)$  определены из графика, приведенного Хюлтеном и Сугаварой [88].

Что касается реакции  $C^{12}(\gamma, p)$ , то, как показывает расчет (см. (4.5)), характер углового распределения аналогичен реакции  $B_e^9(\gamma, p)$ , что согласуется с данными экспериментов [89].

Как видно из рис. 12 и 13, ход углового распределения хорошо согласуется с теоретической кривой, а кривая полного сечения проходит лишь незначительно ниже экспериментальных точек. Эти результаты позволяют считать, что в рассматриваемом интервале энергии основную роль в фотодезинтеграции ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$  ( $\sim 70\%$ ) играет квази- $\alpha$ -частичное поглощение  $\gamma$  квантов. Наряду с ним, по-видимому, имеют место и другие механизмы поглощения, вклады которых в эффективное сечение фотопоглощения сравнительно малы. Рассмотрим, например, фотодезинтеграцию  $\alpha$ -ядер с точки зрения модели оболочек. Как известно (см., например, работу Уилкинсона [84]), согласно этой модели угловое распределение фотопротонов сильно зависит от начального углового момента протона в ядре. Поэтому, если реакция идет в соответствии с моделью независимых частиц, должна наблюдаться резко выраженная разница в угловых распределениях протонов из ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$ , так как отношение числа протонов в  $p$ -состояниях к числу протонов в  $s$ -состоянии есть 2:1 для Углерода и 1:1 для Бериллия. На это обстоятельство обратили внимание Фельд, Годбол и др. [89]. В действительности же экспериментальные угловые распределения протонов из ядер  $B_e^9$  и  $C^{12}$  почти идентичны [83].

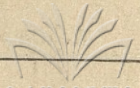
Отметим, что на основе модели  $\alpha$ -частичного поглощения следует ожидать существование фотоядерной реакции с одновременным вылетом протона и тритона. Такая реакция действительно наблюдалась Майковым [90] на ядре  $C^{12}$  в интервале энергии 30—150 мэв, но ее детальное исследование не было проведено ввиду недостаточности статистической точности. Поэтому теоретическое рассмотрение этой реакции, которое легко провести по аналогии с вышеразвитой теорией, целесообразно отложить до накопления надежных экспериментальных фактов.

## Рассмотрение прямой реакции по выбиванию кластеров на примере реакции $(\alpha, d)$ [108]

### § 1. Введение

Как известно, в результате исследований последних лет выяснилось, что отношение выхода сложных частиц к выходу нуклонов в ядерных реакциях несравненно выше, чем можно было ожидать с точки зрения теории составного ядра. Вместе с тем, энергетический спектр этих частиц





и их угловое распределение указывают на то, что они образуются в результате прямых реакций. С другой стороны, как отмечается в работе [67], длины свободных пробегов сложных частиц в ядерном веществе сравнимы с размерами ядра. Вместе с тем, для того, чтобы отрыв многочастичных групп от ядра, в результате прямой реакции, не приводил к значительному возбуждению и, следовательно, к разрушению остаточного ядра, мы должны требовать, чтобы эти группы имели известную обособленность внутри ядра. В пользу последнего утверждения говорит также следующее обстоятельство [91]. Рассмотрим некоторую ассоциацию нуклонов, находящихся в движении по отношению к ядру. Естественно, что волновые функции такой ассоциации и остальной части ядра, описывающие внутренние состояния соответствующих систем, будут содержать значительный вклад от волновых функций идентичных нуклонов, находящихся в идентичных состояниях. Тогда, вследствие принципа Паули, будут реализоваться только те состояния, в которых волновые функции ассоциации и остальной части ядра сильно не перекрываются. Иными словами, будет запрещен сильный обмен нуклонов между ними.

Из вышеприведенных рассуждений следует, что, во-первых, нуклонные ассоциации могут образоваться в ядре и существовать в течение определенного промежутка времени и, во-вторых, из-за относительной прозрачности ядерного вещества по отношению этих ассоциаций они будут иметь заметную вероятность вылета из ядра.

Поэтому представляется интересным рассмотреть реакции с выходом сложных частиц, как результат их непосредственного выбивания.

Рассмотрение данного процесса в приближении искаженных волн позволяет установить количественную связь сечения этой реакции с данными оптической модели. Вместо с тем, искажение падающих и рассеянных волн приводит к поляризации вылетающих частиц [92], степень которой является мерой того, насколько точно осуществляются на самом деле приближения теории Батлера.

В настоящей главе мы исследуем вопрос об угловом распределении и поляризации сложных частиц в процессах прямого выбивания на примере реакции  $(\alpha, d)$ .

## § 2. Постановка задачи

Мы рассматриваем следующий процесс: на ядро со спином  $a$  и проекцией спина  $\alpha$  налетает частица с волновым вектором  $\vec{k}_1$ , спином  $s_1$  и проекцией спина  $\sigma_1$ ; в результате реакции налетающая частица замещает выбитую и получаем конечное ядро со спином  $c$  и проекцией спина  $\gamma$  и вылетающую частицу с волновым вектором  $\vec{k}_2$ , спином  $s_2$  и проекцией спина  $\sigma_2$ . Налетающая частица кроме спина характеризуется еще полным моментом  $J_1$ , с проекцией  $\xi_1$  и орбитальным моментом  $l_1$  с проекцией  $\lambda_1$ . Эта частица переходит в связанное состояние, характеризуемое полным



моментом  $J'_1$  с проекцией  $\xi'_1$ , орбитальным моментом  $l'_1$  с проекцией  $\lambda'_1$  и спином  $s'_1$  с проекцией  $\sigma'_1$ . Вследствие этого процесса выбитая частица из связанного состояния  $|J'_2 \xi'_2, l'_2 \lambda'_2, s'_2 \sigma'_2\rangle$  переходит в свободное состояние  $|J_2 \xi_2; l_2 \lambda_2; s_2 \sigma_2\rangle$ .

Как известно [93], для определения поляризации и углового распределения вылетающих частиц достаточно вычислить элементы спин-тензора конечного состояния. Если допустить, что спин конечного ядра в реакции  $(\alpha, d)$  равен нулю, то спин-тензор конечного состояния совпадает со спин-тензором пучка дейтронов, т. е. является тензором третьего ранга, компоненты которого, согласно [93], определяются следующим образом:

$$\rho_{k\sigma k}(s) = \frac{Sp(\rho T_{k\sigma k}(s))}{Sp\rho}, \quad (5.1)$$

где матричные элементы  $T_{k\sigma k}(s)$  имеют вид

$$\langle s\sigma' | T_{k\sigma k}(s) | s\sigma \rangle = (-1)^{1-\sigma'} (s\sigma, s - \sigma' | k\sigma k). \quad (5.2)$$

В формуле (5.1)  $\rho$  является матрицей плотности конечного состояния, а  $Sp\rho$ , как известно, дает угловое распределение вылетающих частиц. Из выражений (5.1) и (5.2) и из определения вектора и тензора поляризации, можно получить следующую связь [94]:

$$\begin{aligned} \rho_{00}(1) &= \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \rho_{10}(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} p_x, \quad \rho_{1,\pm 1}(1) = \pm \frac{1}{2} (p_x \pm i p_y), \\ \rho_{2,0}(1) &= \frac{1}{\sqrt{3}} p_{33}, \quad \rho_{2,\pm 1}(1) = \mp \frac{1}{3} (p_{13} \mp i p_{23}); \\ \rho_{2,\pm 2}(1) &= \frac{1}{6} (p_{11} - p_{22}) \mp \frac{1}{3} i p_{12}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

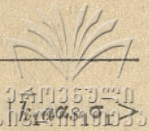
где  $p_i (i=x, y, z)$  — компоненты вектора поляризации, а  $p_{nm} (n, m=x, y, z)$  — элементы тензора поляризации.

Как видно из формул (5.1), (5.2) и (5.3), для определения поляризации и углового распределения дейтронов достаточно вычислить элементы спин-тензора.

Принимая во внимание зависимость между матрицами плотности начального и конечного состояний  $\rho_f = R \rho_i R^+$  ( $R$  — матрица реакции) и тот факт, что падающий пучок и ядро мишени не поляризованы, для элементов спин-тензора получаем выражение

$$\begin{aligned} \rho_{k\sigma k}(s) &= \frac{\sum_{\gamma \sigma_2 \alpha \sigma_1} \sum_{\gamma' \sigma'_2} [(-1)^{s_2 - \sigma'_2} (s_2 \sigma_2, s_2 - \sigma'_2 | k\sigma k) \langle \vec{k}_2 \gamma \sigma_2 \sigma_2 | R | \vec{k}_1 \alpha \alpha s_1 \sigma_1 \rangle \times \\ &\quad \sum_{\gamma \sigma_2 \alpha \sigma_1} \langle \vec{k}_2 \gamma \sigma_2 \sigma_2 | R | \vec{k}_1 \alpha \alpha s_1 \sigma_1 \rangle \langle \vec{k}_2 \gamma \sigma_2 \sigma_2 | R | \vec{k}_1 \alpha \alpha s_1 \sigma_1 \rangle^* \times \\ &\quad \times \langle \vec{k}_2 \gamma' \sigma'_2 \sigma'_2 | R | \vec{k}_1 \alpha \alpha s_1 \sigma_1 \rangle^*], \end{aligned} \quad (5.4)$$





где  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  — волновые векторы падающей и вылетающей частицы,  $\langle \vec{k}_2 c \gamma s_2 \sigma_2 |$  — начальное и конечное состояния, соответственно.

Как видно из формулы (5.4), определение элементов спин-тензора сводится к вычислению матрицы реакции

$$\langle \vec{k}_2 c \gamma s_2 \sigma_2 | R | \vec{k}_1 a s_1 \sigma_1 \rangle.$$

### § 3. Вычисление элементов матрицы реакции

Производя разложение волновых функций начального и конечного состояний по аналогии с разложением плоской волны по сферическим функциям [95], получим

$$\begin{aligned} \langle \vec{k}_2 c \gamma s_2 \sigma_2 | R | \vec{k}_1 a s_1 \sigma_1 \rangle &= \sum_{J_1 J_2 l_1 l_2 \zeta_1 \zeta_2} \langle \Omega_2 s_2 \sigma_2 | J_2 l_2 \zeta_2 \rangle \times \\ &\times \langle \Omega_1 s_1 \sigma_1 | J_1 l_1 \zeta_1 \rangle^* \langle c \gamma (l_2 s_2) J_2 \zeta_2 | R | a \alpha (l_1 s_1) J_1 \zeta_1 \rangle, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где

$$\langle \Omega s \sigma | l J \zeta \rangle = \frac{\sqrt{2l+1}}{\sqrt{4\pi}} (l 0, s \sigma | J \sigma) D_{\zeta \sigma}^J(R), \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} &\langle c \gamma (l_2 s_2) J_2 \zeta_2 | R | a \alpha (l_1 s_1) J_1 \zeta_1 \rangle = \\ &= \int dx d\rho_1 d\rho_2 \Psi_{c\gamma}^*(x, \rho_1) \Psi_{J_2 \zeta_2}^*(\vec{k}_2, \rho_2) V(\rho_1, \rho_2) \Psi_{a\alpha}(x, \rho_2) \Psi_{J_1 \zeta_1}(\vec{k}_1, \rho_1). \end{aligned} \quad (5.7)$$

В формулах (5.5) и (5.6)  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  — углы, соответствующие векторам  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$ ;  $D(R)$  — обобщенная сферическая функция Вигнера ( $R$  обозначает преобразование системы координат, переводящее оси  $z$  в направление распространения пучка частиц).

В формуле (5.7)  $\Psi_{a\alpha}$  и  $\Psi_{J_1 \zeta_1}$  являются волновыми функциями ядра мишени и налетающей частицы, а  $\Psi_{c\gamma}$  и  $\Psi_{J_2 \zeta_2}$  — волновые функции остаточного ядра и вылетающей частицы;  $V$  — потенциал прямого взаимодействия,  $x$  — совокупность координат нуклонов ядра мишени, которые остаются невозмущенными в течение всего процесса,  $\rho_1$  — совокупность координат нуклонов падающей частицы, а  $\rho_2$  — координат нуклонов вылетающей частицы.

Волновые функции начального и конечного ядер можно разложить по аналогии с методом Баллера [96] следующим образом:

$$\begin{aligned} \Psi_{c\gamma}(x, \rho_1) &= \sum_{J'_1 l'_1 s'_1 \zeta'_1} \theta_{J'_1 l'_1 s'_1} (J c \zeta_c, J'_1 \zeta'_1 | c \gamma) \Psi_{J c \zeta_c}(x) \Psi_{J'_1 \zeta'_1}(\rho_1), \\ \Psi_{a\alpha}(x, \rho_2) &= \sum_{J'_2 l'_2 s'_2 \zeta'_2} \theta_{J'_2 l'_2 s'_2} (J c \zeta_c, J'_2 \zeta'_2 | a \alpha) \Psi_{J c \zeta_c}(x) \Psi_{J'_2 \zeta'_2}(\rho_2), \end{aligned} \quad (5.8)$$

где  $\theta_{J(l_s)}$  — приведенные ширины отдельных состояний.

Используя (5.5), (5.6) (5.7) и (5.8) и производя ряд преобразований, приходим к следующему виду элементов матрицы реакции:



$$\langle \vec{k}_2 c \gamma s_2 \sigma_2 | R | \vec{k}_1 \alpha \alpha s_1 \sigma_1 \rangle \sim$$

$$\begin{aligned} & \sim \sum_{J_1 J_2 l_1 l_2 \zeta_1 \zeta_2} \hat{l}_1 \hat{l}_2 (l_1 O s_1 \sigma_1 | J_1 \sigma_1) (l_2 O s_2 \sigma_2 | J_2 \sigma_2) D_{\zeta_1 \sigma_1}^{J_1} (R_1) D_{\zeta_2 \sigma_2}^{* J_2} (R_2) \times \\ & \times \left[ \sum_{J'_1 l'_1 s_1} \sum_{J'_2 l'_2 s_2} \sum_{J l s} \theta_{J'_1(l'_1 s_1)} \theta_{J'_2(l'_2 s_2)} (-1)^N i^{J_1 - l_2} \hat{J}'_1 \hat{J}'_2 \hat{J}_1 \hat{J}_2 \times \right. \\ & \times \hat{l}'_1 \hat{s}'_1 \hat{l}'_2 \hat{s}'_2 \hat{l}^2 \hat{s}_2 \hat{J}_2 \hat{c} \hat{J}'_1 \hat{s}^2 (l'_1 O_1 l O | l_1 O) (l'_2 O_2 l O | l_2 O) (s_1 O_1 s O | s_1 O) \times \\ & (s_2 O_2 s O | s_2 O) \left. \begin{Bmatrix} l'_1 & s_1 & J_1 \\ l & s & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l'_2 & s_2 & J_2 \\ l & s & J \end{Bmatrix} \right\} J_{J'_1(l'_1 s_1), J_2 s_2}^J (1 s), J'_2(l'_2 s_2), J_1 l_1 (\vec{k}_1, \vec{k}_2) \times \\ & \times \left\{ \sum_{J'} \hat{J}'^2 (c \gamma, J' \zeta' | \alpha \alpha) (J_1 \zeta_1, J' \zeta' | J_2 \zeta_2) \times \right. \\ & \left. \times W (J_1 J'_1 J_2 J'_2; J J') W (\alpha \gamma'_1 \alpha \gamma'_2; J c J') \right\} \Big], \quad (5.9) \end{aligned}$$

где  $\begin{Bmatrix} l_1 & s_1 & J_1 \\ l & s & J \\ l_2 & s_2 & J_2 \end{Bmatrix}$  — 9j-символы, согласно определению работы [97],  $W$  — коэффициенты Рака,

$$N = 2J + 2J_1 + c - J'_1 - J_2 - J_c + s_1 + s_2 - l_1 - l_2, \quad (5.10)$$

$$\hat{l} = \sqrt{2l+1},$$

$$\begin{aligned} & J_{J'_1(l'_1 s_1), J_2 s_2}^J (1 s), J'_2(l'_2 s_2), J_1 l_1 (\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \\ & = \int R_1^2 dR_1 R_2^2 dR_2 U_{J'_1(l'_1 s_1)}^* (R_1) g_{J_2 l_2}^* (k_2, R_2) \times \\ & \times V_{J(1s)} (R_1, R_2) v_{J'_2(l'_2 s_2)} (R_2) f_{J_1 l_1} (k_1, R_1). \quad (5.11) \end{aligned}$$

В формуле (5.11)  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  — радиус-векторы центров масс сложных частиц;  $U_{J'_1(l'_1 s_1)}$  — радиальная волновая функция падающей частицы в остаточном ядре;  $v_{J'_2(l'_2 s_2)}$  — радиальная волновая функция выбиваемой частицы в ядре мишени;  $f_{J_1 l_1}(k_1, R_1)$  — радиальная волновая функция налетающей частицы до перехода в связанное состояние;  $g_{J_2 l_2}(k_2, R_2)$  — радиальная волновая функция вылетающей частицы после перехода в свободное состояние.

При рассмотрении реакции  $(\alpha, d)$  ограничимся энергиями падающих  $\alpha$ -частиц выше кулоновского барьера, что даст возможность учесть искажение, обусловленное лишь ядерным взаимодействием падающего пучка с ядром мишени, описываемое оптическим потенциалом. Для дейтрона в оптический потенциал включается и спин-орбитальное взаимодействие.

Беря комплексный потенциал в виде ямы и решая соответствующие уравнения Шредингера для функций  $g_{J_2 l_2}(k_2, R_2)$  и  $f_{J_1 l_1}(k_1, R_1)$ , получим





$$g_{l_2+1, l_2}(k_2, R_2) = A \sqrt{\frac{\pi}{2K_{2, l_2+1} R_2}} J_{l_2+1/2}(K_{2, l_2+1} R_2) \quad r < r_0$$

$$g_{l_2+1, l_2}(k_2, R_2) = iA \sqrt{\frac{\pi}{2k_2 R_2}} \exp(i\delta_{l_2}^{\circ}) [\cos \delta_{l_2}^{\circ} J_{l_2+1/2}(k_2 R_2) + (-1)^{l_2-1} J_{-l_2-1/2}(k_2 R_2) \sin \delta_{l_2}^{\circ}], \quad r > r_0$$

$$g_{l_2, l_1}(k_2, R_2) = A \sqrt{\frac{\pi}{2K_{2, l_2} R_2}} J_{l_2+1/2}(K_{2, l_2} R_2), \quad r < r_0$$

$$g_{l_2, l_2}(k_2, R_2) = iA \sqrt{\frac{\pi}{2k_2 R_2}} \exp(i\delta_{l_2}^{\circ}) [\cos \delta_{l_2}^{\circ} J_{l_2+1/2}(k_2 R_2) + (-1)^{l_2-1} J_{-l_2-1/2}(k_2 R_2) \sin \delta_{l_2}^{\circ}], \quad r > r_0$$

$$g_{l_2-1, l_2}(k_2, R_2) = A \sqrt{\frac{\pi}{2K_{2, l_2-1} R_2}} J_{l_2+1/2}(K_{2, l_2-1} R_2), \quad r < r_0$$

$$g_{l_2-1, l_2}(k_2, R_2) = iA \sqrt{\frac{\pi}{2k_2 R_2}} \exp(i\delta_{l_2}^{-1}) [\cos \delta_{l_2}^{-1} J_{l_2+1/2}(k_2 R_2) + (-1)^{l_2-1} J_{-l_2-1/2}(k_2 R_2) \sin \delta_{l_2}^{-1}], \quad r > r_0 \quad (5.12)$$

и

$$f_{l_1 l_1}(k_1, R_1) = A' \sqrt{\frac{\pi}{2K_1 R_1}} J_{l_1+1/2}(K_1 R_1) \quad r < r'_0$$

$$f_{l_1 l_1}(k_1, R_1) = iA' \sqrt{\frac{\pi}{2k_1 R_1}} \exp(i\delta_{l_1}) [\cos \delta_{l_1} J_{l_1+1/2}(k_1 R_1) + (-1)^{l_1-1} J_{-l_1-1/2}(k_1 R_1) \sin \delta_{l_1}], \quad r > r' \quad (5.13)$$

В этих формулах

$$K^2_{2, l_2+1} = k_2^2 + \frac{2m^*_2}{\hbar^2} [V_0 + iW_0 + V_1 l_2],$$

$$K^2_{2, l_2} = k_2^2 + \frac{2m^*_2}{\hbar^2} [V_0 + iW_0 - V_1], \quad (5.14)$$

$$K^2_{2, l_2-1} = k_2^2 + \frac{2m^*_2}{\hbar^2} [V_0 + iW_0 - V_1(l_2 + 1)],$$

$$K^2_1 = k_1^2 + \frac{2m^*_1}{\hbar^2} [V'_0 + iW'_0],$$

$\delta_l$  — фазы рассеяния,  $J_{l+1/2}(kR)$  — бesselовы функции полуцелого индекса.

В формулах (5.14)  $V'_0$ ,  $V_0$  и  $W'_0$ ,  $W_0$  — действительные и мнимые части оптического потенциала, для  $\alpha$ -частицы и дейтрона соответственно,



$V_1$ —глубина ямы спин-орбитального взаимодействия,  $r_0$  и  $r'_0$ —параметры потенциальных ям.

При исследовании поляризации, возникающей в результате рассеяния дейтронов на ядрах мишени, обычно пользуются потенциалом, который представляет сумму потенциалов отдельных нуклонов дейтрона, усредненную по внутреннему состоянию дейтрона [98]. При этом поляризация возникает за счет спин-орбитального взаимодействия, которое включается в нуклон-ядерный потенциал. С другой стороны, в реакциях срыва пучок освобожденных частиц может обладать отличной от нуля поляризацией и в отсутствие спин-орбитального взаимодействия, если учесть искажение волн. В последнем случае поляризация пучка выбитых дейтронов вызывается коррелированностью спинов выделенной  $np$ -пары и остатка в ядре мишени и определенностью состояния, в которое переходит падающая частица.

Потенциал взаимодействия нуклона с  $\alpha$ -частицей возьмем из работы [99]. Усредняя этот потенциал по внутренней волновой функции пары, в качестве которой берем функцию Гаусса, получим

$$V_{\alpha,d}(R_1, R_2) = -\frac{2W^2\pi^{3/2}}{c^3} A \exp\left[-\frac{|\vec{R}_2 - \vec{R}_1|^2}{\gamma^2}\right], \quad (5.15)$$

где

$$\frac{1}{\gamma^2} = \frac{8\alpha^2}{8\alpha^2 a^2 + 1}, \quad c^2 = 2\alpha^2 + \frac{1}{4a^2}, \quad W^2 = \left(\frac{2\alpha^2}{\pi}\right)^{3/2}.$$

Значения параметров  $a$ ,  $\alpha$  и  $A$  приведены в работе [99].

Далее, разлагая входящую в выражение (5.15) экспоненту по сферическим функциям, получаем явный вид „парциального“ потенциала, входящего в радиальный интеграл (5.11)

$$V'_{\alpha,d}(R_1, R_2) = -4\pi i^l \frac{2w^2\pi^{1/2}}{c^3} A j_l\left(-\frac{2i}{\gamma^2} R_1 R_2\right) \exp\left[-\frac{R_1^2 + R_2^2}{\gamma^2}\right], \quad (5.16)$$

где  $j_l$ —сферические функции Бесселя.

#### § 4. Реакция $B^{10}(\alpha, d)C^{12}$

В качестве примера рассмотрим процесс выбивания дейтрона из ядра  $B^{10}$ . В работе [100] было показано, что ядро  $B^{10}$  в основном состоянии можно представить в виде  $(\alpha, \alpha, d)$  с квазидейтроном, находящимся в состоянии  $l'_2 = 2$ . Следует также отметить, что магнитный момент ядра  $B^{10}$  удовлетворительно согласуется с магнитным моментом дейтрона, центр тяжести которого находится (исходя из момента и четности основного состояния ядра  $B^{10}$ ) в состоянии  $L = 2$ .

Обозначая через  $\theta$  угол между направлениями падающих  $\alpha$ -частиц и вылетающих дейтронов, а через  $\vec{n}$ —нормаль к плоскости рассеяния





$\left( \vec{n} = \frac{[\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2]}{|\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2|} \right)$ , и направляя ось  $z$  вдоль направления движения дейтронов, для выражения спин-тензора конечного состояния реакции  $B^{10}(\alpha, d)C^{12}$  получим

$$\rho_{k_0 k}(1) = \sum_{\sigma_2 \sigma'_2} (-1)^{1-\sigma'_2} (1\sigma_2, 1-\sigma'_2 | k_0 k) \times \quad (5.17)$$

$$\times \frac{\sum_{l_1 l_2 J_2} \sum_{l_3 l_4 J_4} (l_2 0, 1\sigma_2 | J_2 \sigma_2) (l_4 0, 1\sigma'_2 | J_4 \sigma'_2) \{D^{l_1 \sigma_1 J_2}\} \{D^{l_3 \sigma'_2 J_4}\} G(l_1 l_2 J_2) g^*(l_3 l_4 J_4)}{\sum_{\sigma_2 l_1 l_2 J_2} \left| \sum_{\sigma_2 l_1 l_2 J_2} (l_2 0, 1\sigma_2 | J_2 \sigma_2) \{D^{l_1 J_2 \sigma_2}\} G(l_1 l_2 J_2) \right|^2},$$

где

$$\{D^{l_1 \sigma_2 J_2}\} = \sum_{\xi_1} (l_1 \xi_1, 3\xi_1 - \sigma_2 | J_2 \sigma_2) D_{\xi_1}^{l_1} O(O\theta O), \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned}
 G(l_1 l_2 J_2) = & \hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{J}_2^2 i^{-l_2} (-1)^{J_2 + l_2 + l_1 + 3} (20, l_0 | l_2 0) W(2l_2 3J_2; l_1 1) \times \\
 & \times \{ \cos \delta_{l_2}^m \cos \delta_{l_1} I_{l_2}(k_2) I_{l_1}(k_1) + (-1)^{l_1 - 1} \cos \delta_{l_2}^m \sin \delta_{l_2} I_{l_2}(k_2) L_{l_1}(k_1) + \\
 & + (-1)^{l_2 - 1} \sin \delta_{l_2}^m \cos \delta_{l_1} L_{l_2}(k_2) I_{l_1}(k_1) + (-1)^{l_2 + l_1} \sin \delta_{l_2}^m \times \\
 & \times \sin \delta_{l_1} L_{l_2}(k_2) L_{l_1}(k_1) \} j_{l_1} \left( -\frac{2i}{\gamma^2} r_0 r'_0 \right) \exp [i(\delta_{l_1} - \delta_{l_2}^m)] \quad (5.19)
 \end{aligned}$$

В формуле (5.19)  $\delta_{l_1} \delta_{l_2}^m$  — фазы рассеяния,

$$I_{l_1}(k_1) = \int_{r'_0}^{\infty} j_{l_1}(k, R) \exp\left(-\frac{R^2}{\gamma^2}\right) U_{0(00)}(R) R^2 dR,$$

$$L_{l_1}(k_1) = \int_{r'_0}^{\infty} n_{l_1}(k, R) \exp\left(-\frac{R^2}{\gamma^2}\right) U_{0(00)}(R) R^2 dR,$$

$$I_{l_1}(k_2) = \int_{r_0}^{\infty} j_{l_1}(k_2, R) \exp\left(-\frac{R^2}{\gamma^2}\right) v_{3(21)}(R) R^2 dR,$$

$$L_{l_1}(k_2) = \int_{r_0}^{\infty} n_{l_1}(k_2, R) \exp\left(-\frac{R^2}{\gamma^2}\right) v_{3(21)}(R) R^2 dR,$$

$$m = \begin{cases} 1 & J_2 = l_2 + 1 \\ 0 & J_2 = l_2 \\ -1 & J_2 = l_2 - 1 \end{cases}, \quad \hat{l} = \sqrt{2l+1}.$$

Из формул (5.17), (5.18) и (5.19), производя ряд преобразований, можно показать, что

$$\rho_{00}(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \rho_{10}(1) = 0, \quad (\rho_{1,-1}(1) = \rho_{11}(1)). \quad (5.20)$$



Этот результат находится в согласии с результатами общего рассмотрения [94].

Комбинируя выражения (5.3) и (5.17) для вектора поляризации, получим

$$\vec{p} = -\frac{2}{n} \frac{\sqrt{2} I_m X(\theta)}{f(\theta)}, \quad (5.21)$$

где

$$f(\theta) = \sum_{L=|l_1-l'_1|}^{l_1+l'_1} F_L(k_1, k_2) p_L(\cos \theta), \quad (5.22)$$

$$X(\theta) = \sum_{L=|l_1-l'_1|}^{l_1+l'_1} H_L(k_1, k_2) P_L^1(\cos \theta). \quad (5.23)$$

В формулах (5.22) и (5.23)

$$F_L(k_1, k_2) = \sum_{l_1 l_2 J_2} \sum_{l'_1 l'_2 J'_2} (-1)^{J_2 - J_4 - L} \hat{J}_2 \hat{J}'_2 W(J_2 l_1 J'_2 l'_1; 3L) \times \\ \times (l_1 0, l'_1 0 | LO) G(l_1 l_2 J_2) G^*(l'_1 l'_2 J'_2) [2(l_2 0, 11 | J_2 1)(l_4 0, 11 | J_4 1) \times \\ \times (J_2 1, J_4 - 1 | LO) + (l_2 0, 10 | J_2 0)(l_4 0, 10 | J_4 0)(J_2 0, J_4 0 | LO)], \quad (5.24)$$

$$H_L(k_1, k_2) = \sum_{l_1 l_2 J_2} \sum_{l'_1 l'_2 J'_2} \frac{(-1)^{J_2 - J_4 - L}}{\sqrt{L(L+1)}} \hat{J}_2 \hat{J}'_2 W(J_2 l_1 J'_2 l'_1; 3L) \times \\ \times (l_1 0, l'_1 0 | LO)(l_2 0, 11 | J_2 1)(l'_2 0, 10 | J'_2 0)(J_2 1, J'_2 0 | L1) \times \\ \times G(l_1 l_2 J_2) G^*(l'_1 l'_2 J'_2), \quad (5.25)$$

$P_L(x)$  — полином Лежандра,  $P_L^1(x)$  — присоединенный полином Лежандра.

Из полученных выражений (5.23), (5.22) и (5.23) видно, что они правильно передают общий характер углового распределения и зависимости поляризации от угла рассеяния. В частности, из (5.21) и (5.23) следует, что  $p(\theta=0) = p(\theta=\pi) = 0$ . Тот факт, что поляризация выражается лишь мнимой частью некоторой комплексной величины, также согласуется с общими соображениями, высказанными в работе [94].

Из (5.3) и (5.7) аналогичными выкладками получаются выражения для элементов тензора поляризации. Как известно, последние входят в выражение квадруполяризации дейтронного пучка, которая является существенным при больших энергиях.

### З а к л ю ч е н и е

Проведенное нами теоретическое исследование некоторых ядерных реакций с целью выяснения роли парных и многочастичных корреляций в легких ядрах позволяет сделать некоторые заключения.





1. Экспериментальные результаты по фотоядерным реакциям с выходом нуклонных пар на ядре  $H_e^4$  полностью можно объяснить в рамках модели независимых пар, причем модель ядра  $H_e^4$ , описывающая реакцию  $H_e^4(\gamma, np)D^2$ , одновременно дает правильные значения энергии связи и размеров ядра. Последнее является существенным, так как известно, что в моделях, не учитывающих корреляций между нуклонами, невозможно выбрать параметры волновых функций ядра  $H_e^4$  так, чтобы одновременно получить правильные величины энергии связи, радиуса ядра, энергии, соответствующей максимуму сечения фотоядерных реакций и величины сечения в максимуме. Результаты данного исследования, а также результаты последующей нашей работы [109]—„Фотоядерная реакция  $(\gamma, np)$  и нуклон-нуклонные корреляции в легких ядрах“, в некоторой степени дают оправдание предсказаниям Левинджера [66] о том, что в рамках модели независимых пар можно одновременно объяснить экспериментальные факты по фотоядерным реакциям как в области малых, так и в области больших энергий  $\gamma$ -квантов.

2. Двухчастичные кластерные конфигурации в ядрах  $H_e^3$ ,  $H^3$  и  $H_e^4$  являются доминирующими: экспериментальные результаты по фотоядерным реакциям с выходом нуклонов на ядрах  $H_e^4$ ,  $H^3$  и  $H_e^3$  успешно можно объяснить на основе модели двух тел, допуская следующие кластерные представления этих ядер:  $H_e^4 = p + H^3$  или  $n + H_e^3$ ,  $H^3 = n + d$  и  $H_e^3 = p + d$ . Эти результаты находятся в согласии с результатами работы Юнга и Штейна [64] и Делвеса [65].

Следует отметить, что примененная нами модель фотоядерных реакций дает возможность простого рассмотрения эффективного заряда при высоких мультиполях излучения. Действительно, в модели двух тел, в случае реакции с выходом фотопротонов, возникает интерференция между членами, соответствующими взаимодействию с зарядом протона, с одной стороны, а с другой—с зарядом остаточного ядра, что очевидно не имеет места в случае реакций с выходом фотонейтронов. Вследствие этого их выходы являются одинаковыми. Иными словами, эффективный заряд нейтрона такого же порядка, что и эффективный заряд протона. Этот результат находится в согласии с экспериментальными результатами по фотоядерным реакциям на легких ядрах и является прямым подтверждением гипотезы изотопической инвариантности. Согласно этой гипотезе, реакции  $H_e^4(\gamma, p)H^3$  и  $H_e^4(\gamma, n)H_e^3$  или  $H^3(\gamma, n)D^2$  и  $H_e^3(\gamma, p)D^2$  зеркальны в изотопическом пространстве и, поэтому, их выходы должны быть одинаковыми, что и подтверждается нашими расчетами.

3. Фоторасщепление легких ядер успешно можно применить с целью выяснения кластерной конфигурации легких ядер.

Экспериментальные результаты по фотоядерным реакциям, особенно при больших энергиях  $\gamma$ -квантов, большей частью объясняются в предположении, что процессы разыгрываются преимущественно на отдельных нуклонных группировках, существующих в легких ядрах.



Идеи такого же характера были в последующем высказаны в работах Горичева и др. [101], Балашова и Бояркина [102].

4. Процессы по выбиванию из ядер различных кластеров в результате ноклаут-реакции являются ценными источниками получения информации относительно кластерной конфигурации легких ядер. При этом более важным представляется как раз детальное рассмотрение углового распределения и поляризации выбитых кластеров, чем вычисления приведенных ширин из сравнения с данными опытов. Если окажется, что экспериментальные результаты по реакции  $B^{10}(\alpha, d)C^{12}$  удовлетворительно объясняются формулами (5.21)—(5.24) из гл. V, то это будет сильным аргументом в пользу кластерного представления ядра  $B^{10}$  в основном состоянии.

Кафедра теоретической  
физики

(Поступило в редакцию 20.II. 62.)

რ. ჯიბუტი

### ზოგიერთი ბირთვული რეაქციები და ნუკლონთა კორელაციები მსუბუქ ბირთვებში

რეზიუმე

ნაშრომში ზოგიერთი ბირთვული რეაქციების თეორიული განხილვით გამოკვლეულია მსუბუქ ბირთვებში ნუკლონთა წყვილური და მრავალნაწილაკოვანი კორელაციები.

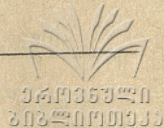
ნაჩვენებია, რომ ფოტობირთვული რეაქცია  $\alpha$ -ნაწილაკზე ორი ნუკლონის გამოსვლით შეიძლება ახსნილ იქნას დამოუკიდებელ წყვილთა მოდელით, რომელიც ამასთან კარგად იძლევა  $\alpha$ -ნაწილაკის ბმის ენერგიასა და ზომას.

$H_e^4$ ,  $H^3$  და  $H_e^3$  ბირთვებზე ერთნუკლონიანი ფოტობირთვული რეაქციების განხილვით ნაჩვენებია, რომ აღნიშნულ ბირთვებში ძირითადად ორსხეულოვანი კლასტერული კონფიგურაცია. გამოყენებული მოდელი საშუალებას იძლევა გამოსხივების მაღალი მულტიპოლების შემთხვევაში სწორად გავეთვალისწინოთ ნუკლონის ეფექტური მუხტი.

მსუბუქი ბირთვების კლასტერული მოდელის შემოწმების მიზნით განხილულია  $(\gamma, n)$  და  $(\gamma, p)$  რეაქციები  $\alpha$ -ბირთვებზე. დაშვებულია, რომ აღნიშნულ რეაქციებს ძირითადად ადგილი აქვს ნუკლონთა დროებით ასოციაციებზე მსუბუქ ბირთვებში. მექანიზმი საშუალებას იძლევა აიხსნას  $\alpha$ -ბირთვებზე ფოტობირთვულ რეაქციებში გამოსულ ნუკლონთა კუთხური განაწილებების მსგავსება სხვადასხვა ბირთვებისათვის და მათი თავისებურებანი. განხილული მექანიზმი საშუალებას იძლევა დამაკმაყოფილებლად აიხსნას აგრეთვე სრული კვეთის ზოგიერთი თავისებურებანი გივანტური რეზონანსის არეში და მისი აბსოლუტური მნიშვნელობა მაღალ ენერგიებზე.

განხილულია აგრეთვე მსუბუქი ბირთვებიდან ნუკლონთა ასოციაციების ამოვადებაზე პირდაპირი რეაქციები. კერძოდ, განხილულია ნოკაუტ-პროცესი  $(\alpha, d)$  რეაქციისათვის. დამახინჯებული ტალღების მიახლოებაში გამოთვლილია გამოსული დეიტრონების კუთხური განაწილება და პოლარიზაცია.





## ЛИТЕРАТУРА

1. W. K. Panofsky, R. L. Aamodt, J. Hadley. Phys. Rev., 81, 565 (1951).
2. C. Levinthal, A. Silverman. Phys. Rev. 82, 822 (1951).
3. H. York. Phys. Rev., 75, 1467 (1949).
4. K. A. Brueckner, W. M. Powell. Phys. Rev., 75, 1247 (1949).
5. K. A. Brueckner, R. I. Eden. N. C. Francis. Phys. Rev., 100, 891 (1955).
6. G. F. Chew, M. L. Goldberger. Phys. Rev., 77, 470 (1950).
7. J. S. Levinger. Phys. Rev., 84, 43 (1951).
8. K. A. Brueckner, C. A. Levinson. Phys. Rev., 97, 1344 (1955).
9. K. A. Brueckner. Phys. Rev., 97, 1353 (1955).
10. R. I. Eden, N. C. Francis. Phys. Rev., 97, 1366 (1955).
11. K. M. Watson. Phys. Rev., 89, 575 (1953).
12. N. C. Francis, K. M. Watson. Phys. Rev., 92, 291 (1953).
13. H. A. Bethe. Phys. Rev., 103, 1353, (1956) (Вопросы квантовой теории многих тел. 11, ИИЛ, М., 1959).
14. J. Goldstone. Proc. Roy. Soc. A239, 267, (1957). Вопросы квантовой теории многих тел. 98, ИИЛ, М., 1959).
15. N. M. Hugenholtz, L. Van Hove, Physica, 24, 363, (1958). (Вопросы квантовой теории многих тел. 181, ИИЛ, М., 1959).
16. L. Gomes, J. Walecka, V. Weisskopf. Ann. of Phys., 3, 241 (1958), (ПСФ, 5, 56 1958).
17. H. Bethe, J. Goldstone. Proc. Roy. Soc., A238, 551 (1957).
18. Werner. Nucl. Phys., 10, 688 (1959).
19. T. Tасami. Progr. Theor. Phys., 21, 533 (1958).
20. K. A. Brueckner, J. Gammel. Phys. Rev., 105, 1679 (1957).
21. J. C. Gammel, R. S. Christian, R. M. Thaler. Phys. Rev., 105, 311 (1957).
22. R. J. Eden. Phys. Rev., 99, 1418 (1955); Proc. Roy. Soc., A235, 408 (1956).
23. J. Dabrowski. Proc. Phys. Soc., 71, 658 (1958).
24. H. J. Mang, W. Wild. Zs. Phys., 154, 182 (1959).
25. H. Lipkin. Phys. Rev., 109, 2071 (1958).
26. J. Brenig. Nucl. Phys., 4, 363 (1957).
27. J. S. Bell, R. J. Eden, T. H. P. Skyrme. Nucl. Phys., 2, 586 (1956/1957).
28. B. Gatto. Nuovo Cimento 12, 70 (1959).
29. Г. М. Шеляревский. ЖЭТФ, 41, 234 (1961). 41, 451 (1961).
30. М. Я. Амусья. ЖЭТФ, 39, 639 (1960).
31. А. Г. Ситенко, О. В. Дробаченко. Укр. физ. журн., VII, 359 (1962).
32. О. В. Дробаченко. Укр. физ. журн. VII, 365 (1962).
33. С. Т. Беллев. Kong. Dan. Vid. Selsk. Mat-fys. Medd., 31, 11 (1959).
34. А. Б. Мигдал. ЖЭТФ, 37, 249 (1959).
35. В. Г. Соловьев. ЖЭТФ, 36, 1869 (1959).
36. С. Т. Беллев, В. Н. Захарьев, В. Г. Соловьев. ЖЭТФ, 38, 952 (1960).
37. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, О. В. Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости. Изд. АН СССР (1958).
38. М. Г. Урин. ЖЭТФ, 38, 1852 (1960).
39. Ю. Т. Гринь. ЖЭТФ, 39, 138 (1960).
40. В. В. Балашов, В. Г. Беллев, В. Н. Захарьев. ЖЭТФ, 42, 1365 (1962).
41. Т. Тагамі. Progr. Theor. Phys., 21, 465 (1959).
42. J. Da Providencia. Proc. Phys. Soc., 77, 81 (1961).
43. H. A. Bethe. Phys. Rev., 103, 1353 (1956).
44. J. A. Wheeler. Phys. Rev., 52, 1083, 1107 (1937).
45. S. Тамор. Phys. Rev., 77, 412 (1950).



46. J. S. Levinger, H. A. Bethe. Phys. Rev., 78, 115 (1958). (ПФС. 8, 57 (1958))
47. K. Wilhelmsson, M. Nilsson. Nucl. Phys., 4, 234 (1957).
48. B. D. Jones и др. Nuovo Cimento 19, 1077 (1961).
49. D. H. Wilkinson. Phil. Mag., 4, 215 (1959).
50. В. И. Мамасахлисов. ЖЭТФ, 24, 190 (1953).
51. В. И. Мамасахлисов, Г. А. Чилашвили. САН ГССР, 17, 9 (1956).
52. P. D. Kunz. Ann. of Phys., 11, 275 (1960).
53. В. И. Мамасахлисов. Труды Инст. физики АН ГССР, 3, 31 (1955).
54. D. M. Dennison. Phys. Rev., 96, 378 (1954).
55. И. Ш. Вашакидзе, Т. И. Копалейшвили, В. И. Мамасахлисов, Г. А. Чилашвили. ЖЭТФ, 38, 937 (1960).
56. S. J. Biel. Proc. Phys. Soc., A70, 866 (1957).
57. Т. И. Копалейшвили, И. Ш. Вашакидзе, В. И. Мамасахлисов, Г. А. Чилашвили. ЖЭТФ, 38, 1758 (1960).
58. J. C. Tang, K. Wildermuth, L. D. Pearlstein. Phys. Rev., 123, 548 (1961).
59. K. Wildermuth, K. Kanellopoulos. Nucl. Phys., 7, 150 (1958); 9, 449 (1958/1959).
60. L. D. Pearlstein, J. C. Tang, K. Wildermuth. Phys. Rev., 120, 224 (1960).
61. L. D. Pearlstein, J. C. Tang, K. Wildermuth. Nucl. Phys., 18, 23 (1960).
62. G. C. Phillips, T. A. Tombrello. Nucl. Phys., 19, 555 (1960); 20, 648 (1960).
63. С. Батлер. Ядерные реакции срыва. 143, ИИА, М. (1960).
64. J. E. Yong, P. R. Stein. Nucl. Phys., 26, 97 (1961).
65. L. M. Delves. Austr. Journ. of Physics, 15, 59 (1962).
66. J. S. Levinger. Фотоядерные реакции. ИИЛ, Москва (1962).
67. И. С. Шапиро. ЖЭТФ, 41, 1616 (1961).
68. V. V. Balashov, V. N. Fetisov. Nucl. Phys., 27, 337 (1961).
69. D. H. Wilkinson. Proc. of the International conference of Nuclear structure, Kingston, Canada (1960).
70. А. Н. Горбунов, В. М. Спиридонов. ЖЭТФ, 34, 865 (1958).
71. M. Matsumoto. Progr. Theor. Phys., 23, 597 (1960).
72. В. Н. Bransden, A. C. Douglas, H. H. Robertson. Phil. Mag., 2, 1211 (1957).
73. C. Rossetti. Nuovo Cimento, 14, 1171 (1959).
74. А. Н. Горбунов, В. М. Спиридонов. ЖЭТФ, 33, 21 (1957).
75. В. Н. Flowers, F. Mandl. Proc. Roy. Soc., A206, 131 (1951).
76. I. C. Gunn, I. Irving. Phil. Mag., 42, 1353 (1951).
77. В. Н. Bransden, A. C. Douglas, H. H. Robertson. Phil. Mag., 2, 1211 (1957).
78. M. Q. Barton, J. H. Smith. Phys. Rev., 110, 1143 (1958).
79. В. Н. Bransden, H. H. Robertson, P. Swan. Proc. Phys. Soc., A69, 877 (1956).
80. М. Гепперт-Майер, И. Г. Д. Иенсен. Элементарная теория ядерных оболочек, ИИЛ, 286 (1958).
81. W. A. Fowler, C. C. Lauritsen, A. V. Tollestrup. Phys. Rev., 76, 1767 (1949).
82. P. E. Hodson. Nucl. Phys., 8, 1 (1958).
83. Н. В. Чувило, В. Г. Шевченко. Ядерные реакции при малых и средних энергиях. ИАН СССР М., 435 (1958).
84. D. H. Wilkinson. Physica, 22, 1039 (1956).
85. R. Rubin und M. Balter. Helv. Physica Acta, 27, 163 (1954).





86. G. E. Brown, L. Castillejo and J. A. Evans. Nucl. Phys., 22, 43 (1961).
87. В. В. Балашов. ЖЭТФ 42, 275 (1962).
88. L. Hulthen, M. Sugawara. Handbuch der Physik, herausgegeben von S. Flügge. Bd. 39 (1957).
89. B. Feld, R. Godbole, A. Odian, F. Scherb, P. Stein. A. Wattenberg. Phys. Rev., 94, 1000 (1954).
90. В. Н. Майков. Ядерные реакции при малых и средних энергиях. ИАН, СССР, 414 (1958).
91. K. Wildermuth and R. L. Carovilano. Nucl. Phys., 28, 639 (1961).
92. H. C. Newns. Proc. Phys. Soc., A66, 477 (1953).
93. L. J. B. Goldfarb, R. C. Johnson. Nucl. Phys., 18, 353 (1960).
94. L. J. B. Goldfarb. Nucl. Phys., 7, 622 (1958).
95. F. Goester and J. M. Jauch. Helv. Phys. Acta. 26, 3 (1953).
96. J. T. Buttler. Phys. Rev., 106, 272 (1956).
97. A. E. Edmonds. CERN, 55—26, Geneva (1955). (Деформация атомных ядер. ИИЛ, М., 305, 1958).
98. О. Д. Чейшвили. ЖЭТФ, 32, 1240 (1957).
99. E. Henly. Nucl. Phys., 13, 317 (1959).
100. В. Г. Неудачин, Ю. Ф. Смирнов, Н. П. Юдин. ЖЭТФ, 37, 1781 (1959).
101. П. А. Горичев, О. В. Ложкин, Н. А. Церфилов. Изв. АН СССР, серия физическая, 26, 9, 1190 (1962).
102. В. В. Балашов, А. Н. Бояркина. Изв. АН СССР, серия физическая, 26, 9, 1196 (1962).
103. Т. И. Копалейшвили, Р. И. Джибути. ЖЭТФ, 42, 467 (1962). XII Всесоюзное совещание по ядерной спектроскопии, Ленинград, 1962. Тезисы докладов.
104. Р. И. Джибути, А. В. Тагвиашвили. ЖЭТФ, 39, 1756 (1960).
105. Р. И. Джибути. САН ГССР, 29, 673 (1962).
106. Р. И. Джибути. Изв. ВУЗ, серия физическая, 5, 124 (1963).
107. В. И. Мамасахлисов, Р. И. Джибути. ЖЭТФ, 41, 1493 (1961).
108. Р. И. Джибути, И. Г. Ратишвили. Сообщения АН ГССР, 32, 319 (1963).
109. Т. И. Копалейшвили, Р. И. Джибути. Nucl. Rhys., 44, 24 (1963).



Э. Ш. ТЕПЛИЦКИЙ

## О ТРАЕКТОРИЯХ РЕДЖЕ В ДИСПЕРСИОННОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

1. Как показал Редже [1], в нерелятивистской теории рассеяния положение резонансов и связанных состояний определяется положением полюсов  $\alpha$  парциальной амплитуды рассеяния в  $l$ -комплексной плоскости, причём  $\alpha$  является функцией энергии  $\alpha = \alpha(E)$ . Было показано, что эти полюсы находятся в области с  $Re l > -1/2$ ,  $Im l > 0$ , при  $E$  вещественных  $\alpha$  становятся также вещественными, и для них  $d\alpha/dE > 0$ , и полная амплитуда рассеяния  $f(E, z)$  при  $z = \cos Q \rightarrow \infty$  зависит только от самого правого полюса в  $l$ -плоскости. Последнее обстоятельство особенно интересно при изучении асимптотических свойств в релятивистской теории рассеяния, так как  $s \rightarrow \infty$  в  $s$  канале соответствует  $z = 1 + \frac{2s}{t - 4\mu^2} \rightarrow \infty$  в  $t$  канале и в асимптотике будут доминировать Реджевские полюсные члены. Как показано в [2], [3], предположение существования полюсов Редже для парциальной амплитуды в  $t$  канале и задание некоторых их свойств даёт правильные асимптотические свойства и постоянство поперечных сечений при высоких энергиях.

Однако требование справедливости представлений Мандельштама на физическом листе приводит к тому, что парциальная амплитуда оказывается голоморфной по  $l$  в  $l$ -комплексной плоскости с  $Re l > a$ , где  $a$  — некоторое число, определяемое асимптотикой [4].

Результаты работы В. Н. Грибова [4] могут рассматриваться как подтверждение идей Редже, так как справедливость представлений Мандельштама предполагает отсутствие комплексных полюсов, а значит и резонансов, как это теперь общепринято считать. Комплексные полюсы, соответствующие резонансам, появляются на втором Римановом листе, который можно получить распространением амплитуды рассеяния через часть правого разреза, соответствующего упругому рассеянию. При этом оказывается, что расширенная парциальная амплитуда рассеяния является мероморфной и в  $l$ -комплексной плоскости. Эта процедура позволяет определить полюс Редже как функцию резонансных значений  $t_p$ . Ниже мы будем рассматривать  $\alpha$ -полюсы, имеющие только такое происхождение.





2. Следуя В. Н. Грибову [4], запишем дисперсионное соотношение в  $t$  канале для бесспиновых частиц с массой  $\mu$ . Парциально-волновое разложение даёт

$$f_l(t) = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} dz' A_1(z', t) Q_l(z') + \frac{1}{\pi} e^{i\pi} \int_{z_0}^{\infty} dz'' A_2(z'', t) Q_l(z''), \quad (1)$$

где

$$z_0 = \frac{t + 4\mu^2}{t - 4\mu^2}, \quad z' = 1 + \frac{2s'}{t - 4\mu^2}, \quad z'' = 1 + \frac{2u'}{t - 4\mu^2}$$

и  $Q_l(z)$  — функция Лежандра II-го рода, амплитуда  $f_l(t)$  является аналитической в правой  $l$ -комплексной полуплоскости с  $R_0 l > a$ .

Формально можно ввести и амплитуду для  $R_0 l < -a - 1$

$$\begin{aligned} f_{-l-1}(t) = & f_l(t) - \text{ctg } l\pi \int_{z_0}^{\infty} dz' A_1(z', t) P_{-l-1}(z') - \\ & - e^{i\pi} \text{ctg } l\pi \int_{z_0}^{\infty} dz'' A_2(z'', t) P_{-l-1}(z'') \end{aligned} \quad (2)$$

с помощью соотношения

$$Q_l(z) = Q_{-l-1}(z) + \pi \text{ctg } l\pi P_{-l-1}(z),$$

обладающей нужными асимптотическими свойствами.

Аналитические свойства  $f_l(t)$  по  $t$  в случае комплексного  $l$  зависят от того, как определяется функция  $Q_l(z)$  в (1). Если считать  $Q_l(z)$  строго функцией Лежандра II-го рода с комплексным значком, то амплитуда рассеяния, помимо разрезов  $t > 4\mu^2$ , из-за аналитических свойств  $A_1(z, t)$  и  $A_2(z, t)$ , и  $t < 0$ , связанного с разрезом  $Q_l(z)$  при  $-1 < z < 1$ , будет ещё иметь дополнительный разрез  $0 < t < 4\mu^2$ , так как при  $l$  нецелых  $Q_l(z)$  имеет разрез при  $-\infty < z < 1$  со скачком

$$Q_l(z + i0) - Q_l(z - i0) = -2i \sin \pi l \cdot e^{i\pi l} Q_l(z + i0).$$

Поэтому в интегральном представлении для

$$f_{\pm}(t) = \varphi_1^{\pm}(t) \pm \varphi_2^{\pm}(t), \quad (3)$$

где

$$\varphi_i^{\pm}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} Q_i(z') A_i(z', t) dz', \quad i=1, 2, \quad (4)$$

появляется дополнительный член

$$\frac{\sin \pi l}{\pi} e^{i\pi l} \int_0^{4\mu^2} dt' \frac{\overline{f_i^{\pm}(t')} \overline{f_i^{\pm}(t')}}{t' - t}$$



(здесь  $\bar{f}_i^\pm$  определяется с помощью (3) и (4) с пределами интегрирования  $-\infty$  и  $-\infty$  и  $-\infty$ ). Такой выбор  $Q_i(z)$  фактически ведёт к переопределению парциальных амплитуд, так как  $Q_i(z)$  не является аналитическим продолжением полиномов Лежандра II-го рода  $Q_n(x)$ , с целыми  $n$ , а последним равна лишь величина

$$\frac{1}{2}(Q_i(z+io) + Q_i(z-io))$$

при  $-1 < z < 1$ .

Трудности с физически неоправданным разрезом не возникает, если под  $Q_i(z)$  понимать

$$Q_i(z) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(l+1)}{2^{l+1} \Gamma(l+3/2)} (z-1)^{-l-1} F\left(1+l, 1+l; 2+2l; \frac{2}{1-z}\right),$$

где  $F(a, b, c, z)$  — гипергеометрическая функция с комплексным  $l$ . Поэтому для  $f_i^\pm(l)$  имеем представление

$$\tilde{f}_i^\pm(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{Im \tilde{f}_i^\pm(t')}{t'-t} dt' + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{Im \tilde{f}_i^\pm(t')}{t'-t} dt',$$

$$\tilde{f} = f \cdot (t - 4\mu^2)^{-1}, \quad (5)$$

где  $Im f_i^\pm(t)$  в первом интеграле обозначает величину

$$\frac{1}{2i} \left[ f_i^\pm(t) - (f_i^{\pm*}(t))^* \right] = \rho(t) f_i^\pm(t) (f_i^{\pm*}(t))^* \quad (6)$$

с

$$\rho(t) = \sqrt{\frac{t - 4\mu^2}{t}},$$

(6) представляет собой условие унитарности, найденное Грибовым [4].

Для продолжения амплитуды  $f_i^\pm(t)$  на второй Риманов лист определим

$$(f_i^\pm(t+i\varepsilon))^{\text{II}} = (f_i^{\pm*})^* = f_i^{\pm*}(t-i\varepsilon). \quad (7)$$

В области упругого рассеяния  $4\mu^2 \leq t < 16\mu^2$

$$(f_i^\pm)^{\text{II}} = f_i^\pm(t) - 2i\rho(t) f_i^\pm(t) (f_i^\pm)^{\text{II}}, \quad (8)$$

и поэтому

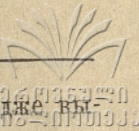
$$(f_i^\pm)^{\text{II}} = \frac{f_i^\pm(t)}{1 + 2i\rho(t) f_i^\pm(t)}. \quad (9)$$

Функции  $f_i^\pm(t)$  зависят от  $l$  только через функции Лежандра и для  $R.l > -1/2$  являются целыми функциями от  $l$ , а потому  $(f_i^\pm)^{\text{II}}$  является мероморфной в  $l$ -комплексной плоскости с полюсами в нулях знаменателя

$$1 + 2i\rho(t) f_i^\pm(t) = 0. \quad (10)$$

Равенство (10) является уравнением траектории Редже  $l = \alpha(t)$  (в неявном виде), определяя  $l$  как функцию резонансных значений  $t = t_p$ . Для





выделения явной зависимости амплитуды рассеяния от полюса Редже, вы-  
пишем его вклад в амплитуду рассеяния на втором листе (I)

$$f^{\text{II}}(z, t) = \frac{i}{2} \int_{-1/2-i\infty}^{-1/2+i\infty} \frac{(2l+1)}{\sin \pi l} f^{\text{II}}(l, t) P_l(-z) dl - \pi \frac{(2\alpha+1) a_\alpha(t_p)}{\sin \pi \alpha} P_\alpha(-z) \quad (11)$$

(мы ограничимся одним полюсом)

и

$$a_\alpha(t_p) = \text{res } f_i^{\text{II}}(t), \quad \text{при } l=\alpha, \quad t=t_p. \quad (12)$$

Вклад полюсов Редже в парциальные амплитуды можно определить преобразованием

$$f_L^{\text{II}}(t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f^{\text{II}}(z, t) P_L(z) dz = - \frac{a_\alpha(t_p)}{\alpha-L} \frac{2\alpha+1}{\alpha+L+1} \quad (13)$$

+ интегральные члены типа (5), где  $L$ —целое положительное. При выводе (13) была использована формула

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_L(z) P_\alpha(-z) dz = \frac{1}{\pi} \frac{\sin \pi \alpha}{(\alpha-L)(\alpha+L+1)}. \quad (14)$$

Из (13) видно, что один и тот же полюс даёт, вообще говоря, вклады во все парциальные амплитуды и в каждой парциальной амплитуде присутствуют все полюсы Редже.

Следуя Эме [5], можно построить амплитуды на первом и втором расширенных листах

$$f_L^\pm(t) = \frac{1}{\pi} \int_{16\mu^2}^{\infty} dt' \frac{P_+(t, t') \text{Im } f_L^\pm(t') + P_-(t, t') \text{Im } f_L^{\pm\text{II}}(t')}{t' - t} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 dt' \frac{P_+(t, t') \text{Im } f_L^\pm(t') + P_-(t, t') \text{Im } f_L^{\pm\text{II}}(t')}{t' - t} - P_-(t, t_p) \frac{a_\alpha(t_p)}{\alpha+L+1} \frac{2\alpha+1}{\alpha-L}, \quad (15)$$

где

$$P_\pm(t, t') = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{(t-4\mu^2)(t-16\mu^2)}{(t'-4\mu^2)(t'-16\mu^2)}} \right)$$

— функция аналитическая во всей плоскости с разрезом от  $4\mu^2$  до  $16\mu^2$ , и

$$\text{Im } f_i^{\pm\text{II}}(t) = \frac{\text{Im } f_i^\pm(t) - 2\rho(t) f_i^\pm(f_i^{\pm*})^*}{1 + 4\rho(t)[\rho(t) f_i^\pm(f_i^{\pm*})^* - \text{Im } f_i^\pm]}. \quad (16)$$



Чтобы получить представление для  $f_i^{\pm\Pi}(t)$ , достаточно в (15) извести замену  $P_+(t, t') \longrightarrow P_-(t, t')$ .

3. Введём функцию

$$S_i^{\pm}(t) = 1 + 2i\rho(t) f_i^{\pm}(t), \quad (17)$$

для которой условие унитарности (6) приводит к соотношениям

$$\begin{aligned} S_i^{\pm}(t) (S_i^{\mp}(t))^* &= S_i^{\pm} (S_i^{\pm})^{\Pi} = 1 \\ (S_i^{\pm})^{\Pi} &= (S_i^{\mp})^* = (S_i^{\pm})^+ = (S_i^{\pm})^{-1}, \end{aligned} \quad (18)$$

и можно ввести

$$S_i^{\pm}(t) = \exp 2i \delta_i^{\pm}(t); \quad [\delta_i^{\pm}]^+ = \delta_i^{\mp}$$

(17) совпадает с обычной  $S$ -матрицей в случае рассеяния на потенциале и с релятивистской  $S$ -матрицей при  $l$  чётных положительных и реальных.

Уравнение траекторий Редже (10) сводится теперь к

$$S_i^{\pm}(t) = \frac{\operatorname{ctg} \delta_i^{\pm} + i}{\operatorname{ctg} \delta_i^{\pm} - i} = 0, \quad (10^1)$$

как к неявной функции, определяющей зависимость  $l$  от  $t$ , т. е. (10<sup>1</sup>) является обобщением на случай комплексных моментов обычной теории связанных и резонансных состояний, имеющей дело с нулями  $S$ -матрицы. Из (18) следует, что нулям  $S_i^{\pm}$  на первом листе соответствуют полюсы по  $l^*$  на втором. Поэтому, для комплексных полюсов в  $l$  плоскости имеем представление

$$S^{\pm}(l, t) = \prod_{i=1}^s \frac{l - \alpha_i}{l - \alpha_i^*} a_i(t_p) \quad (20)$$

и аналогично в  $t$ -комплексной плоскости

$$S^{\pm}(l, t) = \prod_{j=1}^r \frac{t - t_p}{t - t_p^*} b_j(\alpha), \quad (21)$$

где  $s$ —число нулей  $S_i^{\pm}$  в  $l$  плоскости, а  $r$ —число нулей в  $t$  плоскости,  $a_i$  и  $b_j$  свободны от нулей и полюсов. (Далее мы будем считать, что  $r=s=1$ ).

Согласно (20) и (21),  $\delta_i^{\pm}(t)$  в нулях  $S_i^{\pm}(t)$  имеют логарифмические сингулярности. Эти соотношения справедливы лишь для комплексных  $t_p$  и  $\alpha(t_p)$ . В области  $0 \leq t < 4\mu^2$ ,  $t_p$  и  $\alpha$  вещественны, поэтому разложения типа (20) и (21) нужно писать для величины

$$q = \frac{\sqrt{t - 4\mu^2}}{4},$$

являющейся в этой области чисто мнимой  $q = i|x|$  и определяющей положение связанного состояния ( $|x|$  соответствует связанным состояниям и резонансам, а  $-|x|$ —виртуальным уровням, или „антирезонансам“).  $S_i^{\pm}$  как функция  $q$  имеет разрез от  $-i\infty$  до  $i\infty$  с возможными полюсами в нижней полуплоскости, возникающими при устранении правого разреза, согласно (18) [6].



Итак,

$$S_i^{\pm}(t) = \frac{t-t_p}{t-t_p^*} \frac{q-ix(\alpha)}{q+ix(\alpha)} b_j(\alpha) \quad (21^1)$$

и аналогично в  $l$  плоскости ( $c\beta = \sqrt{-l}$ ).

По теореме о логарифмическом вычете и (19), имеем

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{\partial \delta_i^{\pm}(t)}{\partial l} dl = 1, \quad \frac{1}{\pi} \int_T \frac{\partial \delta_i^{\pm}(t)}{\partial t} dt = 1 \quad (22)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_L l \frac{\partial \delta_i^{\pm}(t)}{\partial l} dl = \alpha(t_p), \quad \frac{1}{\pi} \int_T t \frac{\partial \delta_i^{\pm}(t)}{\partial t} dt = t_p(\alpha). \quad (23)$$

Соотношения (22) выражают ограничения на полюсные значения фазовых сдвигов, а (23) дают формально непосредственное значение траекторий Редже по известной зависимости  $\delta_i^{\pm}$  от  $t$  и  $l$ .

Области  $L$  и  $T$  содержат в себе, соответственно, части плоскостей  $l$  и  $t$ , в которых лежат корни (10<sup>1</sup>).

Рассмотрим некоторые свойства этих областей.

Пусть  $|l| \rightarrow \infty$  и  $z_0 > 1$  ( $t > 4\mu^2$ ), тогда из (I) и асимптотического представления

$$Q_i(z) \rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{2lz}} e^{-(i+1/2)\varphi}, \quad \begin{aligned} ch \varphi &= z \\ |l| &\rightarrow \infty \end{aligned}$$

следует, что  $f_i^{\pm}(t) \rightarrow 0$  и уравнение (10) не может быть удовлетворено. Это приводит к ограниченности области  $L$  при каждом заданном  $t$ .

Как показали Грибов и Померанчук (7), при  $0 < t < 4\mu^2$   $\alpha(t)$  вещественна и монотонна  $\left(\frac{d\alpha}{dt} > 0\right)$ ,  $l_1(0) < \alpha < l_2(4\mu^2)$ , поэтому область  $L$

состоит из трех кусков:  $L_0$  охватывает участок реальной  $l$  оси  $l_1 < l < l_2$ ,  $L_+$  — полукруг некоторого радиуса  $M$  в правой полуплоскости  $Re l > l_2$  (при  $t > 4\mu^2$ ), а  $L_-$  — полукруг в левой полуплоскости  $Re l < l_1$  при  $t < 0$ . (Ограничение для  $L_-$  следует из того, что при  $t < 0$ ,  $z < -1$ ,

$$Q_i(-z) = -e^{i\pi \varepsilon(lmz)} Q_i(z)$$

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

и  $\rho(t)$  меняет знак, так что радиус  $L_-$  равен радиусу  $L_+$ ). Определенное заключение можно сделать и для  $T$  в  $t$  плоскости, если принять, что

$$\delta_i^{\pm}(t) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad |t| \rightarrow \infty.$$

В этом случае, начиная с некоторого  $t > \tau > 0$ , уравнение (10<sup>1</sup>) перестаёт быть справедливым. Область  $T$  также разбивается на три части:



$T_0(0 < t < 4\mu^2)$ ,  $T_+$  с разрезом от  $4\mu^2$  до  $\infty$ , и  $T_-$  (24) приводят к определенности в  $T_+$ . При  $t < 0$  имеет место кроссинг-соотношение

$$S_i^l(-t) = \Omega_{ik} S_k^l(t)$$

и в зависимости от структуры  $\Omega_{ik}$  для некоторых состояний возможно  $t_p \rightarrow -\infty$ . Соотношения (9), (10) и (17) позволяют получить некоторые сведения о вычете  $S_i^\pm$  матрицы

$$a_\alpha(t_p) = \frac{f_{\alpha^\pm}(t_p)}{\left[ \frac{d}{dt} S_i^\pm(t) \right]_{\alpha, t_p}} = \left[ 4\rho(t) \left( S_i^\pm(t) \frac{d\delta_i^\pm}{dt} \right) \right]^{-1}.$$

Из (21), при комплексных  $t_p$

$$a_\alpha(t_p) = \frac{i \operatorname{Im} t_p}{2b_\alpha \rho(t_p)} \quad (26)$$

и нигде не обращается в нуль. При  $0 < t_p < 4\mu^2$  имеем

$$a_\alpha(t_p) = 4ix \frac{\sqrt{t_p(\alpha)}}{b_\alpha}. \quad (26^1)$$

При любом вещественном  $t_p$   $\alpha(t)$  также нигде не обращается в 0 и вещественно при  $t_p < 0$ .

4. Уравнение (10), в принципе, позволяет получить явное выражение  $\alpha(t)$  по заданным  $A_1(z, t)$  и  $A_2(z, t)$  (при таком определении  $A_1$  и  $A_2$  не считаются зависящими от  $l$ , а берутся из представлений Мандельштама, так как в рассматриваемой модели зависимость  $l$  от  $t$  появляется только через функции Лежандра).

Запишем (10) в виде

$$\frac{2}{\pi i} \int_{z_0}^{\infty} Q_{l(t)}(z) A^\pm(z, t) dz = 1/\rho(t), \quad (27)$$

где

$$A^\pm(z, t) = A_1(z, t) \pm A_2(z, t)$$

В  $\pi\pi$ -рассеянии в парциально-волновом разложении типа (I) чётным  $l$  соответствуют состояния с изотопическим спином 0 и 2, а нечётным — состояния с  $I=1$ . Поэтому полюс Редже, полученный из (27) со значком „+“, мы будем связывать с  $I=0,2$ , а со значком „-“ с  $I=1$ .

Правую часть уравнения (27) представим в виде

$$\frac{1}{\rho(t)} = \sqrt{\frac{z_0+1}{2}} = \int_{z_0}^{\infty} \frac{\varphi(z) dz}{\sqrt{z_0-z}}, \quad \varphi(z) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{dz} \int_z^{\infty} \sqrt{\frac{y+1}{z-y}} dy$$

(решая уравнение Абеля [8]), тогда из (27) следует

$$Q_{l(z_0)}(x) = \frac{\pi i}{2} \frac{\varphi(x)}{\sqrt{z_0-x}} [A^\pm(x, z_0)]^{-1} = \frac{\pi i}{2} K(x, z_0)$$

при любых  $x$  в области  $z_0 \leq x < \infty$ .





Рассмотрим теперь  $z_0 > 1$  (что соответствует  $t > 4\mu^2$ ) и, используя интегральное представление для  $Q_l(z)$  (в этой области  $t$  можно брать функции Лежандра  $P$ -го рода, так как это не приводит к противоречиям), получаем уравнение типа Абеля для  $\exp\{-(l + 1/2)\theta\}$ ,  $x = ch\theta$

$$\int_{\alpha}^{\infty} \frac{\exp\{-(l_0 + 1/2)\theta\}}{\sqrt{x - ch\theta}} d\theta = -\frac{\pi}{\sqrt{2}} K(z_0, x).$$

Его решение после элементарных вычислений [8] имеет вид при  $z = x$  ( $a = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ), далее мы будем вместо  $z_0$  писать просто  $z$

$$\alpha^{\pm}(z) = -\frac{1}{2} \frac{\ln \left\{ \frac{\sqrt{z^2 - 1}}{\sqrt{2}} \int_z^{\infty} \frac{K_x'(xz_0) dx}{\sqrt{z - x}} \right\}}{\ln \{z + \sqrt{z^2 - 1}\}}, \quad K_x' = \frac{dk}{dx} \quad (28)$$

Пусть при некотором  $z = z_p$ , соответствующем  $t = t_p = M^2$  на втором листе, имеется резонанс, тогда, разлагая (28) относительно  $z - z_p$  и ограничиваясь первыми двумя членами, получаем (для  $t < 4\mu^2$ , когда по  $t$  нет разрывов<sup>1</sup>)

$$\alpha^{\pm}(t) = -\frac{1}{2} \left\{ P^{\pm} - \frac{t - M^2}{t - 4\mu^2} \frac{8\mu^2}{M^2 - 4\mu^2} q^{\pm} \right\}, \quad (29)$$

где

$$z_p = \frac{M^2 + 4\mu^2}{M^2 - 4\mu^2}, \quad P^{\pm} = \alpha^{\pm}(z_p)$$

$$q^{\pm}(z_p) = \left( \frac{d\alpha^{\pm}}{dz} \right)_{z=z_p}$$

$$q^{\pm} > 0 \quad \text{при} \quad M^2 < 4\mu^2.$$

Выражение (29) связывает  $\alpha^{\pm}(t)$  непосредственно с динамикой процессов (через  $A^{\pm}$ ), с энергией связи  $M = 2\mu + \varepsilon$  и другими параметрами резонансного состояния.

5. В заключение отметим дополнительные обстоятельства, вносимые в свойства Реджевских траекторий учётом неупругих каналов.

Пусть амплитуды  $f_i^{\pm}$ ,  $g_i^{\pm}$  и  $h_i^{\pm}$  характеризуют три реакции



соответственно, с условиями унитарности в каждом канале (при  $16\mu^2 < t < t_3$ ,  $t_3$  — третья точка ветвления)

<sup>1</sup> а при  $t < 4\mu^2$  мы будем рассматривать как аналитическое продолжение (28).



$$\frac{1}{2i} (f_i^\pm - (f_i^\pm)^*) = \rho_1(t) f_i^\pm (f_i^\pm)^* + \rho_2(t) g_i^\pm (g_i^\pm)^*$$

$$\frac{1}{2i} (g_i^\pm - (g_i^\pm)^*) = \rho_1(t) f_i^\pm (g_i^\pm)^* + \rho_2(t) g_i^\pm (h_i^\pm)^*$$

$$\frac{1}{2i} (h_i^\pm - (h_i^\pm)^*) = \rho_1(t) g_i^\pm (g_i^\pm)^* + \rho_2(t) h_i^\pm (h_i^\pm)^*$$

$$\rho_1(t) = \frac{\sqrt{t - (m_a - m_b)^2}}{t} \sqrt{t - 16\mu^2}$$

$$\rho_2(t) = \frac{\sqrt{t - (m_\alpha - m_\beta)^2}}{t} \sqrt{t - 16\mu^2}$$

Амплитуды на III-м листе строятся аналогично предыдущему (см. 11) и полюсам Редже соответствуют нули выражения

$$F_i^+ H_i^+ - (G_i^+)^2 = 0$$

(где  $F, G, H$  —  $S$ -матрицы соответствующих процессов и  $F_i = S_i$  из (17). Таким образом, учет неупругого канала приводит к тому, что либо траектория Редже искажается, либо появляются два или три полюса, соответствующие каждому процессу (30), либо появляются кратные полюсы при тех значениях  $t_p$ , при которых эти отдельные траектории пересекаются или имеют общие участки, но разрывы в рассматриваемом двухчастичном приближении не возникают.

Кафедра теоретической  
 физики

(Поступило в редакцию 20/II 1962 г.)

ე. ტაბლიძე

რეჯის ტრაექტორიების შესახებ გაბნევის დისპერსიულ თეორიაში

რეზიუმე

განიხილება რეჯეს პოლუსები, რომლებიც წარმოიშობიან რიმანის მეორე ფურცელზე პარციალური ამპლიტუდის გაფართოების დროს. მიღებულია განტოლება, რომელიც დისპერსიულ თანაფარდობათა მოცემული სპექტრალური ფუნქციების მიხედვით რეჯეს ტრაექტორიის ცხად სახეს იძლევა არხში. აღნიშნულია, რომ არადრეკადი არხების გათვალისწინებისას  $l$ -ის ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის წარმოიშობა ჯერადი რეჯეს პოლუსები.





## ЛИТЕРАТУРА

1. T. Regge. *Nuovo Cim.* 14, 951, 1959; 18, 947, 1960.
  2. G. F. Chew, S. Frautschi. *Phys. Rev. Z.* 5, 580, 1960; *Phys. Rev.* 123, 1478, 1961.
  3. В. Н. Грибов. *ЖЭТФ* 41, 667, 1961.
  4. В. Н. Грибов. *ЖЭТФ*, 41, 1962, 1961.
  5. R. Oehme. *Phys. Rev.* 121, 1840. 1961.
  6. R. Omnès. *Nuovo Cim.* 21, 524. 1961.
  7. В. Н. Грибов. И. Померанчук. Препринт, 1962.
  8. С. Г. Михлин. *Лекции по интегральным уравнениям*, М., 1961;  
И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилев. *Обобщенные функции*, I, М., 1960.
  9. R. Oehme. *Zeit. fur. Phys.* 162, 426, 1961.
-



Теория информации

201, 43

Т. Г. ГАЧЧИЛАДЗЕ

## ОБ ОБОБЩЕННОЙ ФОРМУЛЕ НАЙКВИСТА

1. В этой работе мы сделали попытку учета принципа отрицательной энтропии информации при выводе обобщенной формулы Найквиста. Важность этого принципа особенно подчеркивалась в работах Бриллюэна [1], [2], [3]. Как известно, суть этого принципа заключается в следующем.

Всякому взаимодействию между физическими системами соответствует изменение количества информации. Поэтому взаимодействие можно в некотором смысле рассматривать как „измерение“ определенной переменной, характеризующей состояние системы. Известно, что любая информация, извлекаемая из наблюдения, обязательно „оплачивается“ увеличением энтропии системы. Принцип отрицательной энтропии информации утверждает, что

$$\Delta(N+I) \leq 0, \quad (1)$$

где  $I$ —количество информации, полученное в результате наблюдения,  $\Delta N = -\Delta S$ —отрицательная энтропия (негэнтропия).

Условие (1) означает, что определенное количество энергии деградирует и расходуется на разного рода флуктуации. Если требуется большая точность, что означает большую информацию, то деградирует большое количество энергии  $\Delta E_1 = \Phi S$ . В классической термодинамике  $\Phi$  равно  $kT$  ( $k$ —постоянная Больцмана,  $T$ —абсолютная температура). Там, где не имеет смысла говорить о температуре, мы сохраним обозначение  $\Phi$ . Абсолютная точность означает бесконечно большое увеличение информации, поэтому и  $\Delta E_1 \rightarrow \infty$ .

Когда требуется очень большая точность, обнаруживается новое ограничение, которое делает измерение малых расстояний еще более трудным из-за соотношения [3]

$$\Delta E_2 \Delta x \geq \frac{\hbar c}{2}, \quad (2)$$

где  $\Delta x$ —ошибка при измерении расстояния,  $\Delta E_2$ —энергия, требуемая для измерения. По-видимому, в основе промежуточных процессов лежит некоторый общий принцип экономии. Например, известно, что наиболее экономный способ измерения расстояния  $\Delta x$  достигается при использовании излучения с длиной волны  $\lambda = 2\Delta x$ .





Сопоставление изменения энтропии, вызванного измерением, количества информации, полученного при этом измерении, позволяет считать, что энергии  $\Delta E_1$  и  $\Delta E_2$ , расходуемые на флуктуации, связаны с вероятностным множителем  $P$ , который должен возникать во всех расчетах наблюдаемых эффектов [4].

2. Диссипативный процесс обычно рассматривается как процесс взаимодействия двух систем, одна из которых называется „питающей системой“, а другая — „диссипативной“. Эта последняя обладает часто расположенными энергетическими уровнями и способна поглощать энергию под воздействием периодической силы.

Обозначим гамильтониан системы в отсутствии возмущения через  $H_0$ .  $H_0$  является функцией обобщенных координат  $q_1, \dots, q_k, \dots$  и импульсов  $p_1, \dots, p_k, \dots$  системы. При наличии возмущения гамильтониан равен

$$H = H_0(q_1, \dots, q_k, \dots; p_1, \dots, p_k, \dots) + V(t) Q(q_1, \dots, q_k, \dots; p_1, \dots, p_k, \dots),$$

где  $Q$  — функция координат и импульсов, а  $V$  — функция времени. Например,  $V = V_0 \sin \omega t$ <sup>1</sup>.

Уравнение Шредингера в этом случае принимает вид:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H_0 \psi + V_0 \sin \omega t Q \psi.$$

Если энергетические уровни системы расположены часто, то полная индуцированная вероятность перехода системы, находящейся первоначально в состоянии  $\psi_n$  ( $\psi_n$  — собственная функция невозмущенного гамильтониана:  $H_0 \psi_n = E_n \psi_n$ ) равна

$$\frac{1}{2} \pi V_0^2 \hbar^{-1} \{ |\langle E_n + \hbar \omega | Q | E_n \rangle|^2 \rho(E_n + \hbar \omega) + |\langle E_n - \hbar \omega | Q | E_n \rangle|^2 \rho(E_n - \hbar \omega) \}, \quad (3)$$

а скорость поглощения энергии системой

$$\frac{1}{2} \pi V_0^2 \omega \{ |\langle E_n + \hbar \omega | Q | E_n \rangle|^2 \rho(E_n + \hbar \omega) - |\langle E_n - \hbar \omega | Q | E_n \rangle|^2 \rho(E_n - \hbar \omega) \}, \quad (4)$$

где  $\langle \dots | Q | \dots \rangle$  — матричные элементы перехода,  $\rho(E)$  — энергетическая плотность квантовых состояний вблизи  $E$ .

Чтобы предсказать поведение реальной физической системы, мы должны, во-первых, усреднить (4) по всем начальным состояниям, беря каждое из них с бoльцмановским статистическим весом  $\exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right)$ ; во-вто-

<sup>1</sup> Если приложенное возмущение не является синусоидальным, а представляет собой некоторую общего вида функцию времени  $V(t)$ , то все нижеследующие расчеты будут относиться к Фурье-компонентам соответствующих величин.



рых, необходимо учесть, что возрастающие издержки при извлечении информации должны быть новым фактором, который необходим в теории. Так как энтропия всегда связана с вероятностью, то коротким расстояниям, малым интервалам времени и т. д. должны быть приданы очень малые вероятностные коэффициенты  $P$ .

Учитывая это для диссипации мощности, можно написать:

$$N(\omega) = \frac{1}{2} \pi V_0^2 \omega \int_0^{\infty} \rho(E) f(E) \{ | \langle E + \hbar \omega | Q | E \rangle |^2 \rho(E + \hbar \omega) - | \langle E - \hbar \omega | Q | E \rangle |^2 \rho(E - \hbar \omega) \} dE, \quad (5)$$

где  $f(E)$  — болцмановский весовой множитель. В этой формуле мы произ-

вели замену  $\sum_n (...) \rightarrow \int_0^{\infty} (...) \rho(E) dE$ .

Во всех выражениях, где функция  $N(\omega)$  будет фигурировать под знаком интеграла, ей придается, как уже отмечалось, вес  $P(\omega)$ .

Как известно, сила  $V$ , действующая на систему, вызывает ответную реакцию  $\dot{Q}$ . Но даже в условиях изоляции, когда система находится в равновесии, будет обнаруживаться самопроизвольно флуктуирующая  $\dot{Q}$ , которую можно связать с некоторой самопроизвольно флуктуирующей силой.

Вычислим среднюю квадратичную величину  $\dot{Q}$ . Так как оператор  $H_0$  эрмитовский, средняя квадратичная флуктуация  $\dot{Q}$  равна математическому ожиданию  $\dot{Q}^2$ . Флуктуация в реальной системе выражается следующей формулой:

$$\langle \dot{Q}^2 \rangle = \int_0^{\infty} P(\omega) \hbar \omega^2 \left\{ \int_0^{\infty} \rho(E) f(E) [ | \langle E + \hbar \omega | Q | E \rangle |^2 \rho(E + \hbar \omega) + | \langle E - \hbar \omega | Q | E \rangle |^2 \rho(E - \hbar \omega) ] dE \right\} d\omega. \quad (6)$$

Воспользовавшись известным определением импеданца, можем написать

$$\langle V^2 \rangle = \int_0^{\infty} P(\omega) |Z(\omega)|^2 \hbar \omega^2 \left\{ \int_0^{\infty} \rho(E) f(E) [ | \langle E + \hbar \omega | Q | E \rangle |^2 \rho(E + \hbar \omega) - | \langle E - \hbar \omega | Q | E \rangle |^2 \rho(E - \hbar \omega) ] dE \right\} d\omega, \quad (7)$$

где  $Z(\omega)$  — импеданц.





Как известно [5], существует простая зависимость между  $R/Z|^2 (R=R_e Z)$ ; учитывая также, что  $\langle E - \hbar \omega | Q | E \rangle = 0$  для  $E < \hbar \omega$ , можем написать

$$\langle V^2 \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) E(\omega; T; \vartheta) d\omega, \quad (8)$$

где

$$E(\omega; T; \vartheta) = P(\omega, \vartheta) \left[ \frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{\hbar \omega}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1} \right]. \quad (9)$$

Формула (8) отличается от обобщенной формулы Найквиста [5] наличием под интегралом „веса“ множителя  $P(\omega)$ .

Переход от этой формулы к выражению Каллена и Велтона [5] формально осуществляется подстановкой  $P(\omega) \rightarrow 1$ .

Теперь мы должны оценить функцию  $P(\omega)$ .

При малых  $\omega$  энергия, расходуемая на флуктуации, определяется соотношением (1)

$$\Delta E_1 \geq \vartheta \log P, \quad (10)$$

где, в общем случае,  $P$  представляется отношением вероятностей начального и конечного состояний. Следовательно, для малых  $\omega$

$$P(\omega) \sim \exp\left(\frac{\Delta E_1 - \vartheta \log P}{\vartheta}\right). \quad (11)$$

При больших  $\omega$  энергия, расходуемая на флуктуации, определяется соотношением Бриллюэна (2). Следовательно, для больших  $\omega$

$$P(\omega) \sim \exp\left(-\frac{\hbar \omega}{2\vartheta}\right). \quad (12)$$

Граница раздела этих двух различных приближений находится там, где  $\Delta E_1$  и  $\Delta E_2$  имеют одинаковый порядок величины. В самом деле, так как  $\log P$  равен нескольким единицам, мы можем пренебречь им и положить  $\Delta E_1 \approx \Delta E_2$ . Учет энергий, меньших или порядка этой границы, имеет значение лишь для теоретической оценки  $P(\omega)$ ; диссипирующая во всех практических наблюдениях энергия будет много больше  $\Delta E_1$ . С общей точки зрения эта граница представляет интерес постольку, поскольку она дает возможность доказать принцип отрицательной энтропии информации.

3. Применим теперь полученные результаты к вычислению флуктуаций координат свободного электрона.

Известно, что осциллирующий электрический заряд излучает энергию; это эквивалентно наличию сопротивления излучения. Как было показано [5], такое торможение излучением означает наличие флуктуирующего электрического поля.



Вещественная часть импеданса получается как отношение действительности силы, находящейся в одной фазе со скоростью, к самой скорости, т. е.

$$R(\omega) = \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega^2}{c^3}.$$

Здесь  $e$ —заряд электрона,  $c$ —скорость света.

В соответствии с общей формулой (8) заключаем, что существует действующая на заряд беспорядочно флуктуирующая сила  $eE_x$ , такая что

$$\langle e^2 E_x^2 \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} E(\omega; T; \vartheta) \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega^2}{c^3} d\omega, \quad (13)$$

или, для беспорядочно флуктуирующего электрического поля,

$$\langle E_x^2 \rangle = \frac{4}{3 \pi c^3} \int_0^{\infty} P(\omega) \left[ \frac{1}{2} \hbar \omega + \frac{\hbar \omega}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1} \right] \omega^2 d\omega. \quad (14)$$

Таким образом, даже на свободный заряд всегда действует беспорядочно флуктуирующая сила, ответственная за тот факт, что средняя квадратичная флуктуация координат отлична от нуля. Оценить эту величину очень просто.

Пусть электрон находится под действием только флуктуирующего поля, будучи свободным во всех других отношениях. Будем считать, что электрон движется с нерелятивистской скоростью, так что уравнение его движения имеет вид:

$$m \ddot{x} = e E_x. \quad (15)$$

Здесь  $E_x$ —флуктуирующая напряженность поля, для которой справедливо соотношение:

$$\langle E_x^2 \rangle_{\text{бак}} = \frac{2\hbar}{3 \pi c^3} \int_0^{\infty} P(\omega) \omega^3 d\omega. \quad (16)$$

В силу линейности уравнения (15) его можно рассматривать как классическое уравнение движения для квантово-механического среднего значения  $x$ . Ввиду того, что  $\bar{\dot{x}} = 0$ , получаем:

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \frac{2}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 \int_0^{\infty} P(\omega) \frac{d\omega}{\omega}. \quad (17)$$

Воспользовавшись оценкой функции  $P(\omega)$ , можем написать:

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle \approx \frac{2}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 \left\{ \int_0^{\omega_0} \exp\left(-\frac{\Delta E_1}{\vartheta}\right) P \frac{d\omega}{\omega} + \int_{\omega_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hbar \omega}{2\vartheta}\right) \frac{d\omega}{\omega} \right\}. \quad (18)$$



Величина  $P$  является отношением полного поля к ошибке [4], т. е. пропорциональна  $\omega$ . Первый интеграл оказывается меньше, чем  $\exp\left(-\frac{\hbar\omega_0}{\mathfrak{F}}\right)\omega_0$  и по сравнению со вторым им можно пренебречь. Второй интеграл равен  $-E_0\left(-\frac{\hbar\omega_0}{\mathfrak{F}}\right)$ . Если для  $\mathfrak{F}$  воспользоваться оценкой Бриллюэна [4],  $\hbar\omega_0 \ll \mathfrak{F}$ , и мы можем написать

$$\langle(\Delta x)^2\rangle \approx \frac{2e^2\hbar}{\pi m^2 c^3} \ln \frac{mc^2}{E_0}, \quad (19)$$

где  $E_0 = 0,5772 mc^2 \frac{\hbar\omega_0}{\mathfrak{F}}$ .

Для  $\langle(\Delta x)^2\rangle$  мы получили известное выражение [6];  $\frac{E_0}{\hbar}$  соответствует частоте образования.

4. Аналогично можно рассчитать и другие эффекты, обусловленные взаимодействием электрона с полем излучения. Однако мы не остановимся на рассмотрении этих эффектов, так как получающиеся результаты совпадают с уже известными.

Проблемная лаборатория  
физической кибернетики

(Поступило в редакцию 5/V 1963 г.)

თ. ბაჩილაძე

## ნაიკვისტის განზოგადებული ფორმულის შესახებ

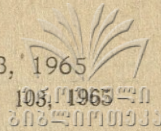
რეზიუმე

შრომში განხილულია ნაიკვისტის განზოგადებული ფორმულა ინფორმაციის ნეგენტრობის პრინციპის გათვალისწინებით. ნაჩვენებია, რომ მიღებული შედეგების გამოყენება გამოსხივების ველის მუხტთან ურთიერთქმედების ეფექტების გათვალისათვის კრებად შედეგებს იძლევა.

## ЛИТЕРАТУРА

1. L. Brillouin. Inf. and Control, 1, 1 (1957).
2. L. Brillouin. Inf. and Control, 2, 1 (1958).
3. Л. Бриллюэн. Наука о теории информации. ГИФМЛ, Москва, 1960.
4. H. B. Callen and T. A. Welton. Phys. Rev., 83, 34 (1951).
5. L. Brillouin. Ann. of Phys., 5, 243 (1958).
6. T. A. Welton. Phys. Rev., 74, 1157 (1948).





თ. წილოსანი

### ობტიმალური კოდი ქართული ენის ანბანისათვის

რაიმე ენისათვის ობტიმალური კოდის შექმნისას უნდა ვეცადოთ, რომ შეძლებისდაგვარად მივუახლოვდეთ ინფორმაციის გადაცემის იმ სიჩქარეს, რომელიც შეესაბამება არხის გატარების უნარიანობას.

ამ შრომაში შედგენილია ობტიმალური კოდი ქართული ენის ანბანისათვის ასოთა შორის კორელაციის გათვალისწინებლად და კორელაციის გათვალისწინებით წყვილთა დონეზე.

I ცხრილში მოცემულია ქართული ენის 33 ასოსა და სიტყვათა შორის არსებული ინტერვალის განმეორების ფარდობითი სიხშირეები.

ამ ცხრილის საშუალებით გამოთვლილი ერთ ასოზე მოსული ენტროპია

$$H = - \sum_{i=1}^{34} P_i \log_2 P_i = 4,24$$

II ცხრილში მოტანილი ფარდობითი სიხშირეების შემთხვევაში შენონ-ფენოს მეთოდის გამოყენებით მივიღებთ ორობით კოდს ქართული ენის ანბანის ასოებისათვის ასოთა შორის კორელაციის გათვალისწინების გარეშე. ეს კოდი მოცემულია II ცხრილში.

ცხრილი I

ასო	ფარდობითი სიხშირე	ასო	ფარდობითი სიხშირე
ა	0,1453	შ	0,0122
ბ	0,1452	ც	0,0114
გ	0,0901	ძ	0,0110
დ	0,0715	წ	0,0103
ე	0,0507	ჭ	0,0079
ვ	0,0464	ც	0,0067
ზ	0,0460	ც	0,0065
თ	0,0448	ზ	0,0063
ი	0,0408	ლ	0,0061
კ	0,0342	ლ	0,0050
ქ	0,0338	ფ	0,0045
ღ	0,0318	ფ	0,0037
ყ	0,0297	ჯ	0,0027
შ	0,0239	ა	0,0025
ჩ	0,0218	ა	0,0022
ც	0,0215	ბ	0,0021
ძ	0,0175	ბ	0,0004

ცხრილი II

ასო	კოდი	ასო	კოდი
ა	111	შ	000110
ბ	110	ც	000101
გ	101	ძ	0001001
დ	1001	წ	0001000
ე	1000	ჭ	0000111
ვ	0111	ც	0000110
ზ	0110	ც	0000101
თ	01011	ზ	0000100
ი	01010	ლ	0000011
კ	01001	ლ	0000010
ქ	01000	ფ	00000100
ღ	00111	ფ	00000011
ყ	00110	ი	0000001
შ	00101	ჯ	00000010
ჩ	00100	ა	00000011
ც	001000	ა	00000001
ძ	060111	ბ	00000000





ობტიმალური კოდის ასოს საშუალო სიგრძე, გამოთვლილი III ცხრილის მიხედვით, ტოლია, 4,57. აქედან ვასკვნით, რომ მიღებული კოდი არც თუ ისე შორსაა ზღვრული კოდისაგან.

ასოთა შორის კორელაციის გათვალისწინების შედეგად<sup>1</sup> მიღებული კოდი კიდევ უფრო უნდა დაუახლოვდეს ზღვრულს.

III ცხრილში მოცემულია ქართული ენის ანბანის თითოეული ასოს განმეორების ფარდობითი სიხშირე კორელაციის გათვალისწინებით (ასოთა წყვილთა ფარდობითი სიხშირეები მოტანილია მე-2 შრომაში).

III ცხრილში მოტანილი ფარდობითი სიხშირეების შემთხვევაში შენონ-ფენოს მეთოდის გამოყენებით მივიღებთ კოდს, რომელიც მოტანილია IV ცხრილში.

ცხრილი III				ცხრილი IV			
ასო	ფარდობითი სიხშირე	ასო	ფარდობითი სიხშირე	ასო	კოდი	ასო	კოდი
ა	0,1382	შ	0,0115	ა	111	შ	000110
ბ	0,1303	ც	0,0109	ბ	110	ც	000101
გ	0,0895	ძ	0,0105	გ	101	ძ	0001001
დ	0,0604	წ	0,0087	დ	1001	წ	0001000
ე	0,0487	ჭ	0,0067	ე	1000	ჭ	0000111
ვ	0,0452	ხ	0,0064	ვ	0111	ხ	0000110
ზ	0,0450	ცხ	0,0062	ზ	0110	ც	0000101
თ	0,0423	ცწ	0,0059	თ	01011	წ	0000100
ი	0,0391	წხ	0,0051	ი	01010	ხ	0000011
კ	0,0317	ხც	0,0049	კ	01001	ც	00000101
ლ	0,0292	ცწ	0,0045	ლ	01000	წ	00000100
მ	0,0285	წხ	0,0030	მ	00111	ხ	00000011
ნ	0,0259	ხც	0,0025	ნ	00110	ც	00000010
ო	0,0238	ცწ	0,0022	ო	00101	წ	00000001
პ	0,0229	წხ	0,0019	პ	001001	ხ	000000001
ჟ	0,0211	ხც	0,0010	ჟ	001000	ც	0000000001
რ	0,0154	ცწ	0,0003	რ	000111	წ	0000000000

III ცხრილის მიხედვით გამოთვლილი ერთ ასოზე მოსული ენტროპია-

$$H' = - \sum_{i=1}^{34} P_i' \log_2 P_i' = 4,05.$$

ობტიმალური კოდის ასოს საშუალო სიგრძე, გამოთვლილი IV ცხრილის მიხედვით, ტოლია 4,26, ე. ი. კორელაციის გათვალისწინების შედეგად მიღებული კოდი უფრო დაუახლოვდა ზღვრულს.

კოდი უფრო სრულყოფილი გახდება, თუ გავითვალისწინებთ მეორე, მე-სამე და ა. შ. რიგის მიახლოებებს.

ფიზიკური კიბერნეტიკის  
პრობლემური ლაბორატორია

(შემოვიდა რედაქციაში 5/V 1963წ.)

<sup>1</sup> კორელაციას ვითვალისწინებთ ასოთა წყვილთა დონეზე.



Т. П. ЦИЛОСАНИ

ОПТИМАЛЬНЫЙ КОД ДЛЯ ГРУЗИНСКОГО АЛФАВИТА

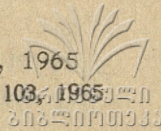
Резюме

Составлен оптимальный код для грузинского алфавита без учета корреляции и с учетом корреляции на уровне пар.

ლიტერატურა

1. Т. Г. Гачечиладзе и А. И. Элиашвили. Статистика букв современного литературного грузинского языка. Сообщения АН ГССР, т. XX, № 5, 1958.
2. თ. გაჩეჩილაძე და ა. ელიაშვილი. ასოთა წყვილების სტატისტიკა ქართულ სალიტერატურო ენაში. საქ. სსრ მეცნ. აკადემია, ელექტრონიკის, ავტომატიკისა და ტელემექანიკის ინსტიტუტი, შრ. ტ. I, 1960.
3. C. E. Shannon. Predication and entropy of printed English. Bell syst. techn. j., 1, 1951.





xv, 23

Г. М. МИРИАНАШВИЛИ, М. Ш. КАВИЛАДЗЕ, Г. М. ДОЛИДЗЕ

## ЛАБОРАТОРНЫЙ МАСС-СПЕКТРОМЕТР

За последние десять лет особенно возрос интерес к масс-спектрометрическому изучению изотопного состава различных элементов. К сожалению, выпускаемые промышленностью приборы не достаточно приспособлены для прецизионного измерения изотопных отношений в образцах твердой фазы.

При использовании масс-спектрометра в качестве точного компаратора масс основными требованиями, предъявляемыми к его работе, являются высокая воспроизводимость и стабильность получаемых результатов. Если при анализе газа в большинстве случаев можно получить воспроизводимость не менее чем 0,1%, то в случае исследования образцов твердой фазы достигается воспроизводимость лишь порядка 1—2%, что для решения многих вопросов является недостаточным. Все усилия добиться лучшей воспроизводимости при повторных измерениях на приборах заводского типа не привели к положительному решению этой задачи.

Непостоянство экспериментальных результатов обусловлено, по нашему мнению, двумя основными причинами: во-первых, несовершенством источника ионов для твердой фазы, и, во-вторых, недостаточной стабильностью работы всех узлов прибора и схем питания в течение измерений, обуславливающей непостоянство систематических ошибок, особенно резко сказывающееся при сравнении результатов различных серий измерений.

Для прецизионного определения вариаций изотопного состава образцов твердой фазы в нашей лаборатории был предложен новый тип ионного источника [1]. Для испытания этого ионного источника, а также для проверки условий стабильности работы различных узлов прибора было решено собрать лабораторный масс-спектрометр типа прибора Нира [2], [3].

Для решения стоявшей перед нами конкретной задачи достаточно было использовать небольшой прибор, почти полностью питающийся от аккумуляторов и батарей. Это создает некоторые неудобства, однако эксплуатация прибора в целом резко упрощается, поскольку при питании прибора от сети следует обращать серьезное внимание на надежность работы электронного оборудования, неисправность которого часто ведет



к длительным простоям; кроме того требуется высокая квалификация обслуживающего персонала.

Как известно, масс-спектрометр состоит из трех основных частей (рис. 1)—анализатор, в котором ионный луч разлагается по массам, ионный источник, в котором осуществляется ионизация и формирование ионного луча, и, наконец, приемник ионов, в котором измеряется ионный ток отдельных масс.

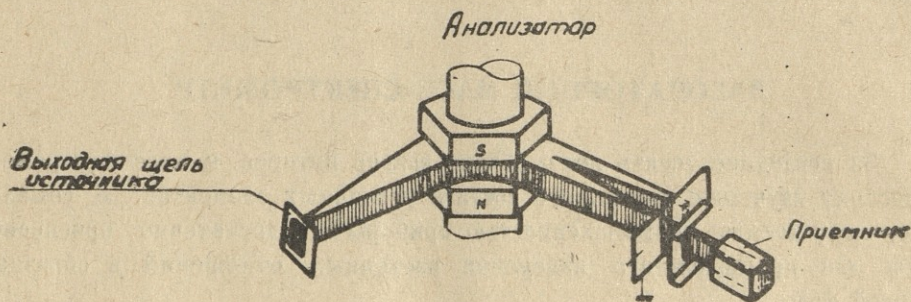


Рис. 1.

Построенный нами масс-спектрометр целиком изготовлен из металла, что обеспечивает возможность проведения многократных прогревов.

Трубка анализатора и ионный источник, в отличие от заводских масс-спектрометров, откачиваются двумя масляными насосами (ЦВЛ—100). Такая замена ртутно-диффузионных насосов в заводских масс-спектрометрах невозможна, так как ионизация в их ионных источниках осуществляется электронной бомбардировкой. При таком способе ионизации одновременно с исследуемым газом ионизируются и пары органических веществ, благодаря чему на спектр анализируемого вещества будет накладываться достаточно большой переменный фон органических соединений, получающихся за счет масла насоса.

Однако в нашей конкретной задаче используется только поверхностная ионизация, а при таком способе ионизации остаточные газы и пары органических соединений не ионизируются, т. е. отпадает проблема остаточного фона.

Возможность употребления в нашем случае масляных насосов, взамен ртутных, имеет важное практическое значение. Сравнивая результаты, полученные при вакууме  $4 \cdot 10^{-6}$  мм *Hg* (без жидкого азота) с результатами, полученными при вакууме  $3 \cdot 10^{-7}$  мм *Hg* (с жидким азотом), мы убедились, что измерения изотопных отношений  $\frac{Li^7}{Li^6}$ ,  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  и  $\frac{Rb^{85}}{Rb^{87}}$ , в случае необходимости, можно производить без жидкого азота, почти с той же точностью.

Анализатор прибора, связанный с диффузионными насосами, представляет одну цельную систему, которая может перемещаться вертикально вверх









где  $S$ —выходная щель ионного источника,  $G$ —коэффициент расширения ионного луча,  $R$ —траектория ионного луча в магнитном поле,  $\varphi$ —вершина магнитного полюса,  $V$ —ускоряющее напряжение,  $\Delta V$ —изменение в энергии ионов и  $l$ —расстояние от края магнита до выходной щели ионного источника. Предполагаемое значение разрешающей способности масс-спектрометра, согласно формуле (1), равно:

$$\frac{M}{\Delta M} \approx 250.$$

Эту же величину можно получить экспериментально по соседним массам  $M$  и  $M_1$ , с помощью формулы:

$$\frac{M}{\Delta M} = \frac{M \cdot X}{\delta(M_1 - M)}.$$

Соответствующие величины были взяты из графика масс-спектров (рис. 2). Разрешающая способность составляет при этом приблизительно 200.

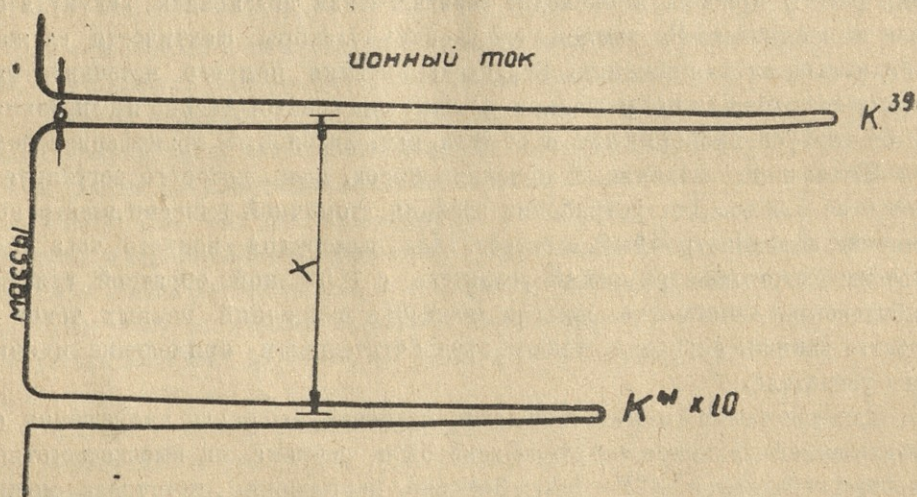


Рис. 2.

Таким образом, построенный нами прибор мало уступает заводскому по основным параметрам (разрешающая способность, чувствительность) и в то же время выгодно отличается от них легкостью юстировки, стабильностью работы отдельных узлов, простотой в обращении и возможностью, в случае необходимости, работы без жидкого воздуха.

Кафедра ядерной физики

(Поступило в редакцию 6. I. 1962)



ბ. მირიანაშვილი, ვ. კავილაძე, ვ. ღოლიძე

**ლაბორატორიული მას-სპექტრომეტრი**

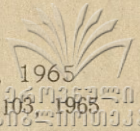
რეზიუმე

აწყობილია ლაბორატორიული მას-სპექტრომეტრი, რომელიც თავისი ძირითადი პარამეტრებით (გარჩევის უნარიანობა, მგრძობიარობა) თითქმის არ ჩამორჩება ქარხნულ ხელსაწყოს. ამავე დროს, მასთან შედარებით, გააჩნია მთელი რიგი უპირატესობანი.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Мирианашвили, М. Ш. Кавиладзе, И. В. Абашидзе. Сообщения АН ГССР, XXXII: 2, 311, 1963.
2. A. O. Nier. Rev. Sci. Instr. 11, 212, 1940.
3. A. O. Nier. Rev. Sci. Instr. 18, 398, 1947.
4. Ewald, Hintenberger. Methoden und Anwendungen der Massenspektroskopie, 1953.





xv, 2a

Г. М. МИРИАНАШВИЛИ, М. Ш. КАВИЛАДЗЕ, И. В. АБАШИДЗЕ

### ОБ ИЗОТОПНОМ СОСТАВЕ КАЛИЯ

Известно, что природный калий состоит из трех изотопов  $K^{39}$ ,  $K^{40}$  и  $K^{41}$ . Распространенность изотопов калия, согласно измерениям Нира [1] в металлическом калии, приготовленном из сильвина Нью-Мексико (США), следующее;

$K^{39}$	93,08%
$K^{40}$	0,0119%
$K^{41}$	6,91%

Эти данные в настоящее время приняты как основные значения всеми лабораториями мира.

Ввиду малого процентного содержания радиоактивного изотопа  $K^{40}$ , весьма затруднительно его измерение на фоне прибора (в особенности при наличии примесей  $Ca^{40}$ ). В результате этого число работ, посвященных определению распространенности  $K^{40}$ , весьма ограничено.

Отношение двух стабильных изотопов  $K^{39}/K^{41}$  привлекло за последнее время большое внимание, как часть общего вопроса о вариации изотопного состава элементов в природных образованиях. Полученные данные во многом противоречивы и требуют более систематического изучения вопроса.

Для выяснения причин имеющихся противоречий необходимо прежде всего проанализировать результаты различных исследований.

Результаты измерения отношения изотопов  $K^{39}/K^{41}$  приведены в таблице I.

Таблица 1

№ №	Авторы	Отношение $K^{39}/K^{41}$	Годы
1	Бонди и Вандикер [2], [3]	$14,0 \pm 0,2$	1936
2	Брюер [4], [5], [6]	$14,25 \pm 0,1$	1936
3	Кук [7]	$14,12 \pm 0,28$	1943
4	Наул и Паль [8]	$13,96 \pm 0,1$	1944
5	Брадт, Парграм и Брюер [9]	$14,20 \pm 0,02$	1947
6	Уайт и Камерон [10]	$13,66 \pm 0,1$	1948
7	Нир [1]	$13,48 \pm 0,07$	1950
8	Рик и Шуклюков [11]	$14,4 \pm 0,1$	1954
9	Омура и Морито [12]	$13,96 \pm 0,05$	1958
10	Кендолл [13]	$13,77 \pm 0,03$	1960
11	Летоль [14]	$13,85 \pm 0,06$	1962





Из таблицы видно, что разность между отдельными измерениями достигает 6—7%. Существует мнение, что эти расхождения связаны с природными вариациями изотопного состава калия. Петровская и Гриненко считают ([15], стр. 21), что соотношение двух стабильных изотопов калия  $K^{39}/K^{41}$  изучены пока недостаточно, опубликованные данные во многом противоречивы и наблюдаются колебания изотопного отношения  $K^{39}/K^{41}$ , достигающие 6,8%.

Разногласие между данными различных результатов, по нашему мнению, вызвано различием используемых методик, а также систематическими ошибками приборов.

Для выяснения действительной картины нам кажется более целесообразным подразделить результаты на однородные подгруппы в зависимости от методики.

Анализ известных литературных данных показал, что каждый исследователь пользуется только одним типом ионного источника, или источником с поверхностной ионизацией, или источником с электронной ионизацией.

В нижеприведенной таблице 2 даны значения отношения  $K^{39}/K^{41}$  различных авторов по типу применяемого ими ионного источника.

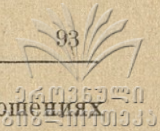
Таблица 2

№ №	Авторы	Отношение $K^{39}/K^{41}$	
		пов. иониз.	электр. иониз.
1	Бонди и Ванцикер [2], [3]	14,0 ± 0,2	
2	Брюер [4], [5], [6]	14,25 ± 0,1	
3	Кук [7]	14,12 ± 0,28	
4	Паул и Паль [8]		13,96 ± 0,1
5	Брадт, Парграм и Брюер [9]	14,20 ± 0,02	
6	Уайт и Камерон [10]		13,66 ± 0,1
7	Нир [1]		13,48 ± 0,07
8	Рик и Шуколюков [11]	14,4 ± 0,1	
9	Омура и Морито [12]	13,96 ± 0,05	
10	Кендолл [13]	13,77 ± 0,03	
11	Летоль [14]	13,85 ± 0,06	
12	Настоящая работа	14,08 ± 0,05	13,50 ± 0,04

Как видно из таблицы 2, замечается значительное расхождение экспериментальных значений, полученных при использовании источников разного типа. Результаты, полученные с помощью источников с поверхностной ионизацией, дают несколько повышенные значения, чем результаты работ с источником электронной ионизации.

Систематические ошибки, возникающие из-за дискриминационных явлений, в основном происходят в ионных источниках масс-спектрометров. Поэтому не лишено интереса проверить, является ли подмеченное расхождение следствием применения ионных источников различного типа. Если расхождение связано с применяемым типом ионного источника, то интересен вопрос, какой тип ионного источника дает более реальное отношение  $K^{39}/K^{41}$ .





Для этой цели нами осуществлены идентичные во всех отношениях условия опыта. Все измерения проводились на одном масс-спектрометре (типа МИ—1305). Использовался реактивный калий одинакового изотопного состава для источников обоих типов.

Основное затруднение заключалось в приготовлении образцов, которые имели бы значительную эффективность образования ионов в обоих типах источника. Результаты опытов показали, что источник с электронной ионизацией дает значение

$$\frac{K^{39}}{K^{41}} = 13,50 \pm 0,04,$$

что находится в хорошем согласии с данными Нира [1]. Источники с поверхностной ионизацией для того же образца дали значение

$$\frac{K^{39}}{K^{41}} = 14,08 \pm 0,05.$$

Полученные результаты показывают, что различие значений отношений  $K^{39}/K^{41}$ , приведенных в таблице 2, связано с применением ионных источников различного типа.

При этом необходимо отметить, что ни один из полученных нами результатов нельзя с большой достоверностью отождествить с реальным значением отношения изотопов  $K^{39}/K^{41}$  для естественных образцов калия. Это положение связано с тем обстоятельством, что для имеющегося в нашем распоряжении образца реактивного калия не известна первичная технология изготовления. Такое утверждение объясняется опасностью первоначального фракционирования при выделении калия.

Целью настоящей работы является сравнение значения отношений  $K^{39}/K^{41}$ , полученных двумя различными методами ионизации в ионном источнике.

Полученные результаты различны и не перекрываются в пределах систематических ошибок.

Вопрос—какой из применяемых ионных источников дает более близкое значение к реальному, без тщательного изучения и контроля основных физических процессов, протекающих в ионных источниках, нельзя считать решенным.

В заключение необходимо отметить, что калибровка масс-спектрометра, проведенная Ниром [1] с помощью известной смеси изотопов аргона, по нашему мнению, для изотопов калия не эффективна.

В настоящее время результатам Нира [1], по изотопическому составу калия, нельзя отдать предпочтение по сравнению с другими известными данными. Поэтому необходимо более тщательное и систематическое изучение факторов, влияющих на измерение изотопного состава калия.

Кафедра ядерной физики

(Поступило в редакцию 21/III 1962).



გ. მირიანაშვილი, მ. კავილაძე, ი. აბაშიძე

## კალიუმის იზოტოპური შემადგენლობის შესახებ

რეზიუმე

კალიუმის იზოტოპების  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის მნიშვნელობა, გაზომილი სხვადასხვა ავტორების მიერ, ერთმანეთისაგან საშუალოდ (6—7)% განსხვავდება. მონაცემთა ამ სხვაობის მიზეზები შეიძლება იყოს  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის ბუნებრივი ცვალებადობა, ან გამზომი ხელსაწყო სუცნობი სისტემატური ცდომილებანი, ანდა ამ ორივე ფაქტორის ერთდროული მოქმედება.  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის ცნობილი მნიშვნელობების ანალიზმა აჩვენა, რომ აღნიშნული მნიშვნელობები ორ ჯგუფად იყოფა და ეს გაყოფა საშუალოში გამოყენებული იონური წყაროს ტიპის მიხედვით წარმოებს. კერძოდ, ზედაპირული იონიზაციის ტიპის წყაროების შემთხვევაში, ელექტრონული იონიზაციის ტიპის წყაროსთან შედარებით, მიღებულია  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის მეტი მნიშვნელობა.

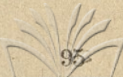
შემოაღნიშნული დაჯგუფების დასადასტურებლად ჩატარებულ იქნა  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის გაზომვა ორი ტიპის იონური წყაროს საშუალებით ერთი და იგივე იზოტოპური შემადგენლობის კალიუმის ნიმუშზე.  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობისათვის ზედაპირული იონიზაციის ტიპის წყაროს შემთხვევაში მიღებულია მნიშვნელობა— $14,08 \pm 0,05$ , ხოლო ელექტრონულ იონიზაციის ტიპის წყაროსათვის— $13,50 \pm 0,04$ , რაც ადასტურებს შემოაღნიშნული აზრის სისწორეს. ამრიგად,  $\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის მნიშვნელობის განსხვავებული შედეგები უნდა აიხსნას სხვადასხვა ტიპის იონური წყაროების გამოწვეული მუდმივი სისტემატური ცდომილებით.

$\frac{K^{39}}{K^{41}}$  ფარდობის ზუსტი განსაზღვრისათვის, შემდგომ სამუშაოებში, საჭიროა დადგინდეს დისკრიმინაციული ეფექტების მიზეზები.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. O. Nier. Phys. Rev. 77, 689 (1950).
2. H. Bondy, G. Johnsen und K. Popper. Zs. Phys. 95, 46 (1935).
3. H. Bondy und V. Vanicek. Zs. Phys. 101, 186 (1936).
4. Ä. Brewer and K. K. Phys. Rev. 46, 894 (1934).
5. A. K. Brewer. Am. Chem. Soc. Journ. 58, 365 (1936).
6. A. K. Brewer. Ind. Eng. Chem. 30, 893 (1938).





7. K. L. Cook. Phys. Rev. 64, 278 (1943).
  8. W. Paul und Pahl. Naturwiss, 32, 228 (1944).
  9. P. Bradt, O. Parham, A. Brewer. Nat. Bur. Stand. Journ. Research 38, 162 (1947).
  10. J. R. White and A. E. Cameron. Phys. Rev. 74, 991 (1948).
  11. Г. Р. Рик и Ю. А. Шукольцов. ДАН, 667 (1954).
  12. I. Omura and N. Morito. J. Phys. Soc. Japan 13, 659 (1958).
  13. B. Kendall. Nature, 186, 4720 (1960).
  14. R. Létoile. Academie des sciences, 254, 2205 (1962).
  15. Н. В. Петровская, Л. Н. Гриненко. Геология рудных месторождений, № 2, 3 (1962).
-



40, 29

Г. М. МИРИАНАШВИЛИ, Б. И. КИКИАНИ

## МАСС-СПЕКТРОМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ ВАРИАЦИЙ ОТНОШЕНИЯ $S^{32}/S^{34}$ В СУЛЬФИДАХ

Как известно, естественная сера представляет собой смесь четырех устойчивых изотопов ( $S^{32}$ ,  $S^{33}$ ,  $S^{34}$  и  $S^{36}$ ), распространенность которых (в %) выражается, соответственно, числами 95, 0,18; 0,750; 4,215 и 0,017. В ряде работ ([1] [2], [3], [4]) было установлено, что относительное содержание изотопов серы в образцах земного происхождения испытывает заметные колебания, достигающие для  $S^{33}$ —4%,  $S^{34}$ —8% и  $S^{36}$ —16% по отношению к основному изотопу  $S^{32}$ .

Так как изотопы серы различны по химическим свойствам, их разделение происходит при химических реакциях как в природе, так и в лабораторных условиях. Константа равновесия для изотопных реакций может быть установлена согласно известным методам статистической механики. Константы обмена для нескольких возможных обменных реакций изотопов серы были проверены Теджем и Тоддом [5], которые показали, что при обменных реакциях можно ожидать колебания содержания  $S^{34}$  до 8%.

Экспериментальное определение колебания содержания  $S^{32}/S^{34}$  дало весьма интересные результаты. Еще в 1949 году Трофимов [3] показал, что морская вода слегка обогащена изотопом  $S^{34}$ .

Макнамара и Тоддом [1] было установлено, что сера из метеоритов характеризуется постоянным изотопным составом, примерно соответствующем среднему составу земных образцов, в связи с чем в настоящее время ее принимают как первичную базисную серу. Из исследования Тодда с сотрудниками [4] следовало, что для осадочных сульфидных и сульфатных минералов разного геологического возраста имеется определенная корреляция между изотопным составом и геологическим возрастом минерала. Они показали, что сульфиды обеднены, а сульфаты обогащены тяжелым изотопом серы ( $S^{34}$ ); при этом степень фракционирования в обе стороны тем больше, чем моложе образец, а в древних образцах, возраст которых превышает 700—800 млн лет, фракционирования изотопов серы не наблюдалось.

Согласно Жабо, Теджу, Макнамара и Тодду [6], изотопный обмен между сульфатами и сульфидами происходит согласно реакции:  $H_2S^{34}_{(аз)} + S^{32}O_4^{--}_{(раствор)} \rightleftharpoons H_2S^{32}_{(аз)} + S^{34}O_4^{--}_{(раствор)}$ . При температуре 25°C





константа равновесия равна 1,074. Это значит, что в условиях равновесия в ионах сульфата относительное содержание изотопа  $S^{34}$  на 7,5% больше, чем в  $H_2S$ .

Согласно этим же исследователям, изотопный обмен между сульфатами и сульфидами по приведенной схеме должен происходить в морях при известном циклическом круговороте серы. В этом цикле сульфат переводится в  $H_2S$  путем бактериального восстановления, либо путем метоболизма  $SO_4^{--}$  иона в растениях и затем бактериального восстановления органического вещества. Отсюда авторы приходят к заключению, что 700—800 млн лет представляет границу, когда деятельность атмосферных организмов, утилизирующих  $H_2S$  и  $SO_4^{--}$ , сделалась геологически заметной.

Ввиду важности результатов, полученных Тоддом, вопрос был изучен Виноградовым, Чулахиным и другими [7]. Они не обнаружили никакой корреляции между отношением  $S^{32}/S^{34}$  в сульфидных минералах осадочного происхождения и геологическим возрастом, установив широкий разброс этого отношения. Объяснение полученных ими результатов сводится к тому, что изотопный состав серы сульфидов, по-видимому, меняется в результате обмена серы осадочных сульфидов с серой различных соединений в процессе диагенеза. При восстановлении же сульфатов никакого разделения изотопов серы не происходит. Расхождение своих результатов с результатами Тодда авторы объясняют недостаточной статистикой, полученной последним.

В настоящей работе дана попытка определить изотопный состав серы в сульфидных минералах, формирование которых происходило на различных глубинах земли. Поскольку генезис этих минералов происходит на различных глубинах, деятельность живых организмов должна повлиять на них неодинаково.

## МЕТОДИКА

Исследованию подвергались следующие минералы: пирротин, халькопирит и вулканическая, элементарная сера.

Предварительная обработка образцов сводилась к отделению от них примесей; порода дробилась и обрабатывалась горячей соляной кислотой, а затем отмывалась и высушивалась.

Для масс-спектрального анализа серу из минералов переводили в  $SO_2$ , которая получалась при нагревании смеси окиси свинца в вакууме до  $900^\circ C$ . Иодометрический анализ полученного газа показал, что выход  $SO_2$  составлял 93%. Схема установки, на которой проводилось получение  $SO_2$ , показана на рис. 1.

В большинстве случаев амплитуда колебаний изотопного состава серы меньше 1—2%, поэтому основное внимание было уделено освоению процессионного метода измерения изотопных отношений. Был использован



двухколлекторный масс-спектрометр типа МС—1. Известно, что проматываемый образец этого прибора в том виде, как он поступает в лабораторию, не может быть использован для измерения малых изотопных колебаний по причине низкой точности. Следовательно, необходимо было внести существенные изменения и дополнения в конструкцию прибора. Эти изменения сводились к следующему: высокую точность можно получить при

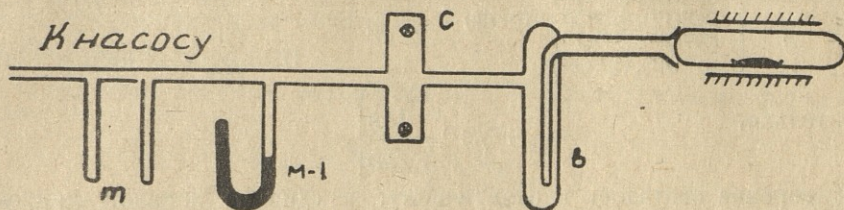


Рис. 1.

относительном сравнении стандарта и образца. Поэтому пришлось конструировать туковую напускную систему, которая давала бы возможность одновременно подводить к масспектрометру  $SO_2$  от образца и стандарта; при этом напускная система должна была исключить возможность смешивания этих газов и обеспечить их быструю смену при напуске. Выходная щель ионного источника была расширена до 0,2 мм.

Запись отношения интенсивностей проводилась на массах 48 и 50 ( $SO^+$ ), так как в смысле фона наиболее выгодными оказались именно эти массы, поэтому был изготовлен новый приемник ионов, который позволял одновременно измерять массы 48 и 50; коллекторные щели были увеличены до 2 мм и 1,2 мм. для менее распространенной (50) и более распространенной (48) масс, соответственно.

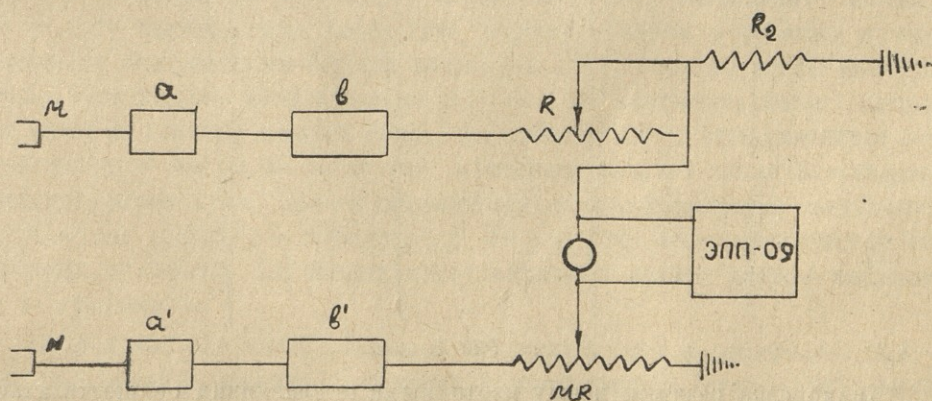


Рис. 2.

Также была переделана схема компенсации с таким расчетом, чтоб к выходам обоих усилителей постоянного тока можно было подключить самописец типа ЭПП—09 (см. рис. 2).



По отношению интенсивностей масс 48 и 50 вычисляется отношение  $S^{32}/S^{34}$ , возможные изотопные комбинации  $SO^+$  представлены в таблице.

Массовое число	Изотопные комбинации
48	$(S^{32}O^{16})$
49	$(S^{32}O^{17}), (S^{33}O^{16})$
50	$(S^{32}O^{18}), (S^{32}O^{17}), (S^{34}O^{16})$
51	$(S^{33}O^{18}), (S^{34}O^{17})$
52	$(S^{34}O^{18}), (S^{36}O^{16})$

$S^{33}O^{17}$  — в 50 массу дает очень малый вклад, поэтому для отношения  $S^{32}/S^{34}$  получен:

$$[50] = \frac{1}{S^{34}/S^{32} + O^{18}/O^{16}};$$

$$\text{НО } \frac{O^{18}}{O^{16}} \leq 0.002,$$

следовательно,

$$S^{32}/S^{34} = \frac{[48]}{[50]}.$$

Измерение сводилось к следующему: в один из каналов напускной системы вводился исследуемый образец  $SO_2$ , а в другой — стандартный образец  $SO_2$  в таком количестве, чтоб интенсивности распространенной массы (48) обоих газов равнялись друг другу с точностью  $\pm 10$  мв. (см. ниже). На диаграммную ленту самописца записывались попеременно отношения  $S^{32}/S^{34}$ , соответствующие стандарту и исследуемому образцу (см. рис. 3); таких записей мы получали 8—10 пар для каждого образца.

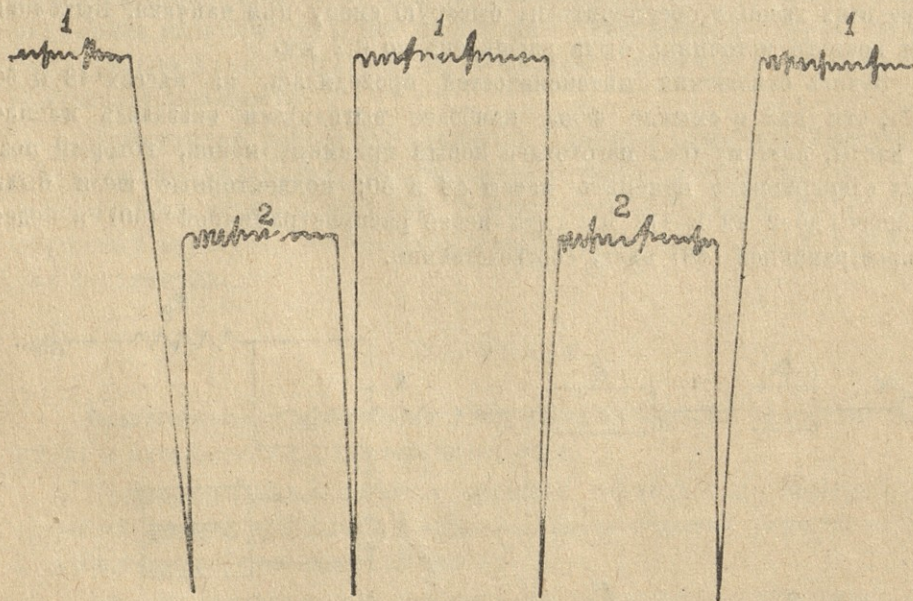


Рис. 3

Калибровка разницы между изотопными отношениями осуществлялась разбалансированием схемы компенсации путем введения дополнительного сопротивления ( $\sim 2$  ома) на декадном потенциометре (MR рис. 3).

Разница между отношениями вычислялась по формуле:

$$\Delta = \pm \frac{R_{\text{сред. ариф.}} \cdot N}{R_{\text{кал.}}}$$



где  $\Delta$  — разница между отношениями в ‰;  $R_{\text{сред. ариф.}}$  — среднее арифметическое из ряда измерений в мм;  $R_{\text{кал.}}$  — величина разбалансирования отношения в мм., при введении дополнительного сопротивления в схему компенсации;  $N$  — величина раскомпенсации отношения в ‰ при введении дополнительного сопротивления в схему компенсации; „+“ или „—“ означает, что образец обогащен или обеднен  $S^{34}$ -ым изотопом, соответственно (т. е. соответствующая образцу на самописце выше или ниже линии, соответствующей стандарту).

Абсолютное значение отношения  $S^{32}/S^{34}$  вычислялось по формуле:

$$R_{\text{обр.}} = R_{\text{стан.}} \left( 1 + \frac{\Delta}{100} \right),$$

где  $R = S^{32}/S^{34}$ .

В качестве стандарта была выбрана сера из тройлита Кунашакского метеорита, для которого  $S^{32}/S^{34} = 22,20$ .

Масс-спектроскопические измерения воспроизводились с точностью до  $\pm 0,01\%$  (см. таблицу 1).

Для выяснения эффекта зависимости изотопного состава от величины количества запущенного газа был проведен следующий эксперимент: в обоих каналах напускной системы запускался газ одного и того же изотопного состава; пусть, в первый канал запущен этот газ в таком количестве, что интенсивность массы 48, которая регистрируется на менее чувствительном усилителе, равняется 800 мв, а во втором канале тот же газ вводится ступенчато; проведена запись и вычислена разница между изотопными отношениями. Оказалось, что если интенсивность массы 48 от второго канала меньше интенсивности той же массы от первого канала (800 мв), то линия на самописце, соответствующая изотопному составу газа второго канала, ниже линии газа первого канала и разница между изотопными отношениями берется со знаком „—“; если же интенсивность массы 48 от второго канала больше 800 мв, то соответствующая линия идет выше и разницу следует брать со знаком „+“; при равенстве же интенсивностей массы 48 от первого и второго каналов линии совпадают, и разница равна нулю, причем оказывается, что выравнивание интенсивностей можно провести с точностью  $\pm 10$  мв, что легко достигается на вольтметре усилителя. Соответствующие данные и график даны в таблице 2 и на графике 1.

Из полученных данных (таблица 3) следует, что у минералов, находящихся в непосредственной близости к поверхности земли (осадочное происхождение) наблюдается как „утяжеление“, так и „облегчение“ изотопного отношения серы по сравнению с серой метеоритов (22,20); минералы магматического происхождения показывают „утяжеление“ изотопного состава, а вулканическая сера имеет такой же изотопный состав, что и метеориты.





Таблица 1

№ образца	Время приготовления	Разница в %	Пик массы 48 газа, поступающего со второго канала в мв	Величина разницы в %	Пик массы 48 и поступающего со второго канала в мв	Величина разницы в %
1	16.3.1960.	-0,30				
	20.3.1960.	-0,31				
	25.3.1960.	-0,31	290	-1,28	740	-0,08
2	26.3.1960.	-0,18	360	-0,93	810	-0,004
	2.4.1960.	-0,17	470	-0,72	845	+0,02
4	10.4.1960.	-0,37	530	-0,62	890	+0,28
	15.5.1960.	-0,37	590	-0,47	940	+0,45
6	25.9.1960.	-0,21	630	-0,17	1030	+0,68
	2.10.1960.	-0,22				
	10.10.1960.	-0,21				

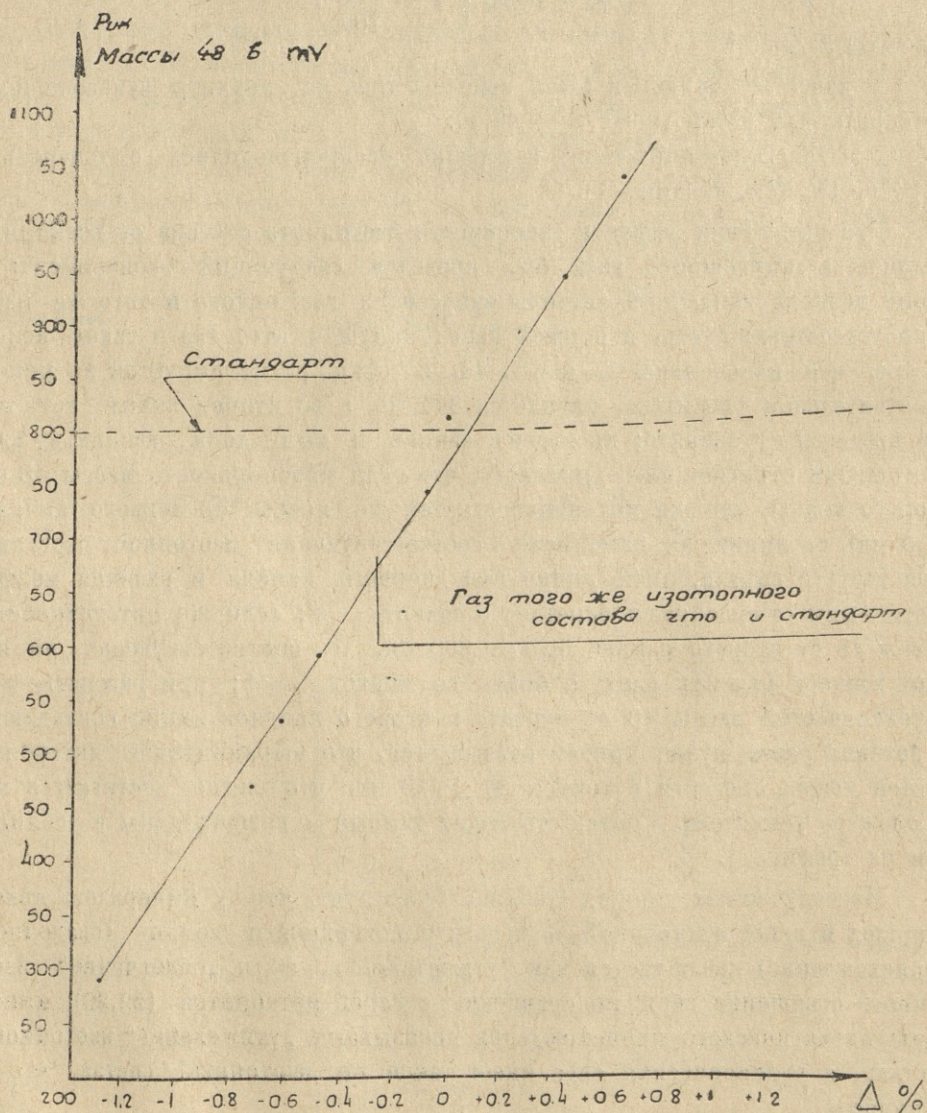


График 1



Таковы результаты работы. Так как измерения проведены нами на малом числе образцов, определенных заключений о наличии или отсутствии корреляции изотопного состава серы с возрастом минералов нельзя сказать ничего определенного. Основной целью работы являлось применение процессионного метода масс-спектрометрического анализа изотопного состава серы на имеющихся образцах. Для установления или отсутствия корреляции между изот. составом и возрастом образца желательно провести более обширные исследования на большом числе тщательно отобранных образцов примененным нами методом.

Таблица 4

Местонахождение	Отклонение от стандарта в %		Тип минерала
Крым	-0,31	22,132 ± 0,003 <sup>1</sup>	Пирротин (осадочное происхождение)
Московская область	-0,18	22,161 ± 0,004	Пирит в песке (осадочное происхождение)
"	+0,49	22,307 ± 0,008	Пирит в глине (осадочное происхождение)
Урал	-0,37	22,119 ± 0,005	Халкопирит (магматическое происхождение)
"	-0,21	22,154 ± 0,005	Пирротин (магматическое происхождение)
Закавказье	-0,35	22,124 ± 0,005	Халкопирит (магматическое происхождение)
	0	22,2	(Элементарная вулканическая сера)
	0	22,2	"
	0	22,2	"

Кафедра ядерной физики

(Поступило в редакцию 21 III. 1962 г.)

ბ. მირიანაშვილი, ბ. კვიციანი

$S^{32}/S^{34}$  ფარდობის მცირე ვარიაციათა მასპექტრომეტრული გაზომვები სულფიდებში

რეზიუმე

ჩატარებულია ( $S^{32}/S^{34}$ ) იზოტოპური ფარდობის ზუსტი მასპექტრომეტრული გაზომვები სხვადასხვა ქანებში მოპოვებულ სულფიდებში. დადგენილია, რომ მინერალებში, რომლებიც დედამიწის ზედაპირზე მოპოვებებიან (პირიტი თიხაში და ქვიშაში, პიროციტი), შემჩნეულია  $S^{32}/S^{34}$  ფარდობის როგორც

<sup>1</sup> Погрешности измерения были оценены по методу Гельмана. Авторы благодарят Гельмана за помощь, оказанную им при вычислении этих погрешностей.





დამძიმება, ისე შემსუბუქება მეტეორიტულ გოგირდთან შედარებითი წარმოშობის მინერალებში (ხალკობირიტი, პიროტინი და სხვა)  $S^{32}/S^{34}$ -ის ფარდობა შემცირებულია, რაც დაკავშირებულია გოგირდის იზოტოპური შემადგენლობის დამძიმებასთან, ვულკანური წარმოშობის გოგირდის იზოტოპური შემადგენლობა კი იგივეა, რაც მეტეორიტული წარმოშობის. გაზომვები ჩატარებული იყო ორმაგი ფარდობითი მეთოდით  $0,01\%$ -ის სიზუსტით.

რადგან გაზომვები ჩატარებული იყო მცირე რიცხვ ნიმუშებზე, არ შეიძლება საბოლოოდ გარკვეული დასკვნების გამოტანა, არსებობს თუ არა კორელაცია გოგირდის იზოტოპურ შემადგენლობასა და ხნოვანებას შორის.

საბოლოო დასკვნების მიღება შეიძლება მხოლოდ მას შემდეგ, როდესაც გაზომვები ჩატარებული იქნება მრავალ სწორად არჩეულ ნიმუშებზე.

შრომის ძირითადი მიზანი იყო ორმაგი ფარდობითი მეთოდის გამოყენება  $MC-1$  ტიპის მასპექტრომეტრზე გოგირდის იზოტოპური ფარდობის ზუსტი გაზომვისათვის.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Macnamara, Thode. Phys. Rev., 78, p. 307 (1950).
2. Thod. Macnamara, Collins. Paper presented at the Royal Society of Canada meeting at Vancouver B. C. (1948).
3. Трофимов. ДАН СССР, 66, 181 (1949).
4. Thode, Macnamara, Collins. Can. Journ. Research, B, 27, p. 361 (1949).
5. Tudge and Thode. Can. Journ. Research, B, 28, p. 567 (1950).
6. Srabo, Tudge, Macnamara, Thode. Science 3, p. 464 (1950).
7. Виноградов, Чунахия, Гриненко. Геохимия, 1965 № 42.



xv, 29

Л. Д. ГЕДЕВАНИШВИЛИ, И. И. САКВАРЕЛИДЗЕ

## ИССЛЕДОВАНИЕ КРИВОЙ РАЗДВИЖЕНИЯ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПРОНИКАЮЩИХ ЧАСТИЦ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ГЛУБИНЕ 200 МВЭ

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие частиц высоких и сверхвысоких энергий, вплоть до  $10^{18}$ — $10^{20}$  эв, с веществом является актуальной задачей современной физики, так как информация о нуклон-нуклонных или нуклон-ядерных взаимодействиях при сверхвысоких энергиях должна помочь решить целый ряд вопросов ядерной физики и смежных с ней областей науки.

Из-за технических ограничений ускорителей заряженных частиц, космическое излучение пока является единственным источником частиц сверхвысоких энергий. Но при этом природа космического излучения и экспериментальная техника наблюдения не позволяют применять прямые методы непосредственного изучения элементарного акта взаимодействия отдельных частиц сверхвысоких энергий с энергией больше чем  $10^{14}$  эв. Поэтому крайне важным становится исследование побочных явлений, вызываемых частицами космического излучения в веществе.

Широкие атмосферные линии, обнаруженные Ш. Оже [1] в 1938 г., являются таким вторичным процессом, который может дать важную информацию о частицах сверхвысоких энергий.

Современное представление о составе и механизме развития широкого атмосферного ливня — ШАЛ дано группой советских ученых [2], [3], [4]. Согласно этому представлению, ШАЛ является электронно-ядерным каскадным процессом, который развивается в атмосфере.

ШАЛ представляет собой поток частиц разной природы, образованный и развитый в результате взаимодействия первичной частицы, прогона или легкого ядра с веществом атмосферы.

Так как интенсивность частиц больших энергий в первичном космическом излучении сравнительно мала, то большинство частиц не имеет энергии, достаточной для образования больших ливней.

При прохождении через атмосферу частицы ливня — электроны и ядерно-активная компонента быстро поглощаются, а оставшиеся частицы обычно покрывают большие площади, иногда порядка тысячи квадратных



метров. Поэтому ливневые частицы могут наблюдаться как отдельные, не связанные друг с другом частицы. Детектирование такой «скрытой» корреляции представляет экспериментальную трудность и требует установки с большой чувствительной площадью.

$\mu$ -мезоны, которые образуются при распаде ливневых  $\pi$ -мезонов, имеют значительно меньшую плотность, чем электроны и частицы ядерно-активной компоненты. Но при этом  $\mu$ -мезоны в ливне имеют наибольшие пробеги и могут регистрироваться как отдельные частицы при значительном удалении друг от друга.

Таким образом,  $\mu$ -мезоны являются наиболее продолжительными и достоверными информаторами о первичном взаимодействии и характере этого акта.

Изучение ШАЛ над поверхностью земли представляет собой довольно трудную задачу из-за сложной структуры ливня и, несмотря на большое количество работ, посвященных исследованию ШАЛ, ряд вопросов, связанных с природой этого явления, еще сравнительно мало изучен. Это относится, в первую очередь, к свойствам ядерно-активной и проникающей компоненты. Недостаточно исследован вопрос пространственного распределения высокоэнергичных проникающих частиц в ливне, их энергетический спектр, структура ствола ливня и. т. д.

## § 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОНИКАЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПОД ЗЕМЛЕЙ

Число работ, в которых изучались свойства ШАЛ под землей, незначительно, а в надземных работах экспериментальная методика не дает возможности отделить проникающие ливневые частицы от отдельных проникающих частиц, входящих в состав вертикальной компоненты.

Когда ШАЛ падает на поверхность земли, то электронно-фотонная и ядерно-активная компоненты ливня быстро поглощаются в нескольких метрах грунта, в результате в основном остается  $\mu$ -мезонный «скелет» ливня, который можно наблюдать и на больших глубинах под землей.

Подземные работы дают возможность хорошо выделить проникающую компоненту из общего состава всего космического излучения и ливня в частности.

Ряд исследований, проведенных Милликоном, Регенером, Кольхостером, Вильсоном, Миасаки и др. до глубины почти 3000 мвэ, дали возможность установить зависимость интенсивности проникающих частиц вертикальной компоненты космических лучей от глубины. Эта зависимость имеет вид

$$I_z = a \cdot h^{-\gamma}, \quad (1)$$

где  $a$  — постоянная, а  $\gamma$  — показатель степени, который медленно возрастает с увеличением глубины. Значение  $\gamma$  для разных глубин от 10 до 1500 мвэ меняется в интервале (1,5 ÷ 3).



Если сравнить кривую поглощения проникающих частиц, построенную на основе (1), с энергетическим спектром  $\mu$ -мезонов, который получен с помощью камеры Вильсона, можно прийти к заключению, что проникающие частицы под землей в основном являются  $\mu$ -мезонами. При этом допускается, что уменьшение энергии  $\mu$ -мезонов при прохождении через вещество происходит в основном за счет ионизационных потерь.

### § 3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ПРОНИКАЮЩИХ ЧАСТИЦ

Исследование энергетического спектра проникающих частиц проводится изучением интенсивности этих частиц под поглотителями различной толщины.

Если  $N(E)$  — интегральный энергетический спектр проникающих частиц, то, так как пробег частицы в веществе является функцией ее кинетической энергии  $R = R(E)$ , поэтому, используя обратную зависимость энергии и пробега  $R = E(R)$ , из выражения интегрального спектра  $N(>E)$  можно получить число частиц, пробег которых будет больше чем  $R$ .

Таким образом, интенсивность частиц на глубине  $h$  будет

$$N'(h) = N[E(h)], \quad (2)$$

т. е. интенсивность на глубине  $h$  равна числу частиц, пробеги которых больше чем  $h$ . Функция  $N'(h)$  определяет зависимость интенсивности от глубины, а функция  $N$  представляет собой интегральный энергетический спектр, который в общем случае для  $\mu$ -мезонов больших энергий имеет вид

$$N(>E) \sim \frac{1}{E^\gamma}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  — показатель спектра, который слабо меняется для различных интервалов энергии.

В результате ряда работ можно считать установленным, что проникающее излучение на уровне моря и под землей в основном имеет  $\mu$ -мезонную природу. Поэтому энергетические потери для проникающего излучения под землей будут происходить из-за следующих процессов: ионизация, тормозное излучение, образование пар, ядерное взаимодействие, образование вторичных проникающих частиц и черенковское излучение.

Энергетические потери в каждом из этих процессов могут быть различными в зависимости от кинетической энергии  $\mu$ -мезонов.

При больших энергиях  $\mu$ -мезонов ионизационные потери постоянны и в случае грунта (средняя плотность  $2 \text{ г/см}^3$ ) удельная потеря энергии будет даваться величиной

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = 2,2 \cdot \text{МЭВ} \cdot \text{г}^{-1} \text{см}^2 \quad (4)$$

Потеря энергии на тормозное излучение  $\mu$ -мезонов становится существенной только для больших энергий частиц. В частности, при



энергии больше чем 100 Бэв удельная потеря энергии на тормозное излучение

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{тор}} = 10^{-6} \cdot E \cdot \Gamma^{-1} \text{ см}^2. \quad (5)$$

При прохождении заряженной частицы вблизи ядра, в поле виртуальных фотонов, с определенной вероятностью образуется электронно-позитронная пара и приближенное выражение удельной потери энергии на образование пар имеет вид

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{пар}} = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot E \cdot \Gamma^{-1} \text{ см}^2 \quad (6)$$

Ядерное взаимодействие  $\mu$ -мезонов дает незначительный вклад в потери энергии и составляет лишь (2—3) % в интервале энергии ( $10^{10}$ — $10^{11}$ ) эв. Удельная потеря энергии на ядерное взаимодействие  $\mu$ -мезонов

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{яд.}} = 5 \cdot 10^{-7} \cdot E \cdot \Gamma^{-1} \text{ см}^2 \quad (7)$$

Процесс образования вторичных проникающих частиц также должен вызвать потерю энергии у  $\mu$ -мезонов, проходящих через плотные поглотители, но имеющиеся экспериментальные данные совершенно недостаточны даже для грубой количественной оценки этого явления.

С увеличением энергии частиц возрастает роль черенковского излучения в балансе энергетических потерь. При энергиях больше чем 1 Бэв, приближенное выражение удельной потери на черенковское излучение имеет вид

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{чер}} = 0,1 \cdot \ln \left(\frac{E}{E_{0\mu}}\right) \cdot \text{мэв} \cdot \Gamma^{-1} \text{ см}^2, \quad (8)$$

где  $E_{0\mu}$  — энергия покоя  $\mu$ -мезона.

Таким образом, для  $\mu$ -мезонов больших энергий ( $E > 10^9$  эв) полная удельная потеря энергии получится сложением выражений (4), (5), (6), (7) и (8).

$$\left(\frac{dE}{dx}\right) = a_1 + a_2 E + a_3 \ln \left(\frac{E}{E_{0\mu}}\right), \quad (9)$$

где  $\left(\frac{dE}{dx}\right)$  выражается в мэв на  $\Gamma/\text{см}^2$ ,  $E$  — в мэв,  $a_1$  — представляет собой ионизационные потери,  $a_2 E$  — суммарные потери на тормозное излучение, образование пар и ядерное взаимодействие, и наконец, постоянная  $a_3 = 0,1$  мэв на  $\Gamma/\text{см}^2$ .

Ввиду того, что в нашей работе энергия  $\mu$ -мезонов меньше 100 Бэв, мы ограничиваемся учетом лишь ионизационных потерь. Поэтому энергию на данной глубине можно определить из простого соотношения  $E = a_1 h$ . Таким образом, для грунта и свинца мы будем иметь

$$E = 2,2 \cdot h \cdot \text{мэв} \cdot \text{на } \Gamma/\text{см}^2. \quad (10)$$

$$E = 1,3 \cdot h \cdot \text{мэв} \cdot \text{на } \Gamma/\text{см}^2,$$

где  $h$  — толщина поглотителя в  $\Gamma/\text{см}^2$ .



Таким образом, измерив интенсивность по глубине и используя полученную зависимость, можно вычислить интегральный энергетический спектр проникающих частиц.

Для изучения интенсивности частиц больших энергий требуются большие толщи поглотителей. Поэтому наблюдение проникающих частиц, энергия которых превышает 1 Бэв, обычно производится под водой или землей на больших глубинах.

Исследованию энергетического спектра проникающих частиц ШАЛ посвящен ряд работ.

Сакварелидзе, Андроникашвили и др. [5—7] определили интегральный энергетический спектр проникающих ливневых частиц под землей на глубинах от 12 до 158 мвэ, для интервала энергии (0,5—30) Бэв. Аналогичные опыты провели Андроникашвили и Казаров [8] на глубине 61,127 и 162 мвэ.

Изучение энергетического спектра проникающих частиц ШАЛ под землей проводилось также группой венгерских физиков [9] и в Московском университете [10].

Все эти исследования проводились с помощью детекторов, представляющих собой годоскопические счетчики Гейгера—Мюллера, ионизационные камеры или их разные комбинации.

Подробные исследования структуры ливня в области ствола дали качественно новые результаты. Оказалось, что вблизи от оси ливня с первичной энергией  $E > 10^{14}$  эв наблюдаются группы из большого числа (больше чем 4) частиц, которые идут узким пучком.

Указанное явление, по мнению авторов [10], возможно объяснить двумя предположениями—либо пучки являются стволами молодых электронно-фотонных ливней, которые образованы высокоэнергичными  $\pi^0$ -мезонами на близком расстоянии от установки, либо пучок состоит только из  $\mu$ -мезонов.

Исходя из этого, нужно допустить, что в первом случае в ядерных взаимодействиях (при энергии  $10^{12}$ — $10^{13}$  эв) основная часть энергии уносится отдельным  $\pi^0$ -мезоном.

Второе предположение означает, что при энергиях  $\geq 10^{14}$  эв в ядерных взаимодействиях возможна или прямая генерация  $\mu$ -мезонов, или их образование через короткоживущие частицы, время жизни которых меньше, чем у  $\pi$ -и  $K$ -мезонов.

Данные, полученные разными авторами по энергетическому спектру  $\mu$ -мезонов в ШАЛ, приводятся в таблице 1 [9].

Из таблицы видно, что в малых интервалах энергии данные разных работ достаточно хорошо согласуются между собой, но между тем в разных энергетических интервалах показатель энергетического спектра весьма различен. Возможно это обстоятельство указывает на то, что энергетический спектр нельзя изобразить степенной функцией, или же показатель спектра в разных областях энергии должен резко различаться.



Таблица 1  
 Показатель энергетического спектра  $\gamma$ 

№№ пп.	Авторы работ	Глубина наблюдения под землей мвэ	Интервал энергии Е Бэв	Величина ливня (число частиц)	Показатель энергетического спектра $\gamma$
1	Джордж и др. [11]	12—1600	0,4—400	—	0,66
2	Сакварелидзе [6,7]	14—162	0,4—35	—	$0,60 \pm 0,05$
3	Андроникашвили, Казаров [8]	13—164	0,4—35	$1,4 \cdot 10^4$	$0,54 \pm 0,07$
4	Вернов и др. [10]	12—52	0,4—15	$2,9 \cdot 10^5$	0,34
			15—35		$1,25 \pm 0,20$
			0,4—5	$10^4—10^5$	$0,08 \pm 0,08$
			5—10		$0,33 \pm 0,3$
0,4—5	$10^5—6 \cdot 10^5$	$0,13 \pm 0,1$			
5—10		$0,45 \pm 0,25$			
5	Шандор и др. [9]	12—50	0,4—10	—	$0,46 \pm 0,09$
6	Хигаши и др. [12]	50—250	10—50	—	$1,1 \pm 0,4$

#### § 4. КОРРЕЛИРОВАННЫЕ ПРОНИКАЮЩИЕ ЧАСТИЦЫ ПОД ЗЕМЛЕЙ

Наблюдение ШАЛ или их проникающей компоненты под землей фактически сводится к наблюдению коррелированных частиц и к установлению связи между ними в смысле их общего происхождения. С этой точки зрения представляет большой интерес вопрос о существовании связанных групп проникающих частиц под большими поглотителями, в частности под землей. При рассмотрении этого вопроса нужно разделить вопрос о существовании пар проникающих частиц и вопрос о наличии групп  $\mu$ -мезонов, которые фактически должны представлять собой часть ШАЛ под землей.

Проникающие пары с помощью камеры Вильсона наблюдали Бреддик и Хенсби; Бреддик, Наш и Вольфендаль; Джордж и др., а также Амальди и др. с помощью годоскопической системы счетчиков Гейгера.

Пары проникающих частиц отбирались по признаку прохождения через свинцовые поглотители без сопровождения вторичных частиц.

Все вышеуказанные авторы проводили эксперимент на глубине 60 мвэ.

Группы связанных проникающих частиц (ГПЧ) изучались японскими физиками [12] и сотрудниками Московского университета [13]. В работе японцев на глубине 50 и 250 мвэ были изучены группы проникающих частиц, состоящие минимум из 4-х частиц, проходящих через камеру Вильсона; следы этих частиц не должны были сходиться в точке, расположенной близко над камерой, т. е. исключалось их образование в грунте около камеры. При этом следы частиц не сопровождалось ядерным взаимодействием в свинцовых пластинках камеры. Авторы, допустив, что наблюдаемые группы являются  $\mu$ -мезонной компонентой ШАЛ под землей, получили показатели спектра плотности и энергетического спектра этих



частиц. Соответственно значение этих величин было  $(2,2 \pm 0,2)$  и  $(1,1 \pm 0,4)$ . Показатель спектра плотности хорошо совпадает со значением, полученным ранее другими авторами для  $\mu$ -мезонов ШАЛ.

По результатам работ, касающихся свойств ГПЧ, можно сделать следующие выводы: экспериментально наблюдаемая частота групп  $\mu$ -мезонов не может быть объяснена принятой моделью развития ливня, получаемого до настоящего времени из опытных данных и рассчитанного из ядерного каскада. Ватанабе [14] теоретически показал, что если даже учесть вклад  $K_{\mu_2}$ -мезонов и  $\Sigma_{\mu^{\pm}}$ -гиперонов, которые образуются в высокоэнергичных столкновениях внутри ядерных каскадов, то и это не дает возможности объяснить наличие такой частоты группы  $\mu$ -мезонов.

Если группы возникают в результате  $\pi$ - $\mu$  распада, когда  $\pi$ -мезоны образуются в элементарном акте взаимодействия, то, ввиду того, что на всех глубинах детектировались группы малой ширины для объяснения явления, нужно, независимо от высоты генерации, предположить малое значение поперечного импульса  $\mu$ -мезонов (меньше чем  $3 \cdot 10^7$  эв/с) и высокую множественность образования  $\pi$ -мезонов, в частности в среднем в пять раз больше, чем это дает теория Ландау.

Таким образом, становится понятным насколько важно более полное изучение связи пар и групп  $\mu$ -мезонов в ШАЛ и их дальнейшее подробное экспериментальное и теоретическое исследование.

Большой интерес представляет также изучение вопроса существования широких групп  $\mu$ -мезонов, что может быть выполнено с помощью снятия кривой раздвижения под землей. Это дает возможность исследовать интенсивность групп  $\mu$ -мезонов в зависимости от расстояния между ними. Если же сравнить кривые раздвижения, снятые на разных глубинах, возможно получить энергетический спектр связанных групп.

## § 5. КРИВАЯ РАЗДВИЖЕНИЯ

Кривая раздвижения, т. е. зависимость числа совпадений между двумя (или большим числом) счетными системами заряженных частиц космического излучения от расстояния между системами в горизонтальной плоскости была измерена П. Оже [1].

Кривая раздвижения снималась вплоть до 300 м между счетными системами. Дальнейшее увеличение расстояния было невозможно из-за преобладания случайных совпадений над истинными.

Зацепин и Миллер [15] уменьшили число случайных совпадений без увеличения разрешающей способности усилителя и смогли измерить кривую раздвижения до расстояния 1000 м.

При снятии кривой раздвижения под землей, при малых расстояниях между детекторами, как правило, наблюдается резкое увеличение числа совпадений, что объясняется наличием большого числа узких или локальных ливней. „Насыщение“ кривой раздвижения при больших рас-





стояниях можно объяснить согласно каскадной теории, что нельзя сделать для малых расстояний, где ход кривой является аномальным с точки зрения каскадной теории.

Мигдал и Берестецкий показали, что большой счет совпадений при малых раздвижениях нельзя объяснить измерением известных связанных частиц (коррелированные электронные пары или одновременное прохождение  $\mu$ -мезона и образованного им  $\delta$ -электрона).

Исследование кривой раздвижения под землей дает возможность изучить наличие проникающих ливней и проникающую компоненту ШАЛ на данной глубине.

Необходимо отметить, что для мезонов в атмосфере наблюдаемая корреляция с ливнями очень мала и составляет примерно  $6 \cdot 10^{-4}$  [16], но, с другой стороны, так как все  $\mu$ -мезоны, по современному представлению, связаны с ливнями, то приведенный результат можно объяснить лишь тем, что в атмосфере чаще встречаются малоэнергичные ливни и те, которые достигают поверхности земли, распределяются на большие площади с малой плотностью частиц. Если даже все  $\mu$ -мезоны связаны с ливнями, то наблюдение этой корреляции в наземных опытах весьма затруднительно.

В подземных же опытах, для достижения больших глубин,  $\mu$ -мезоны должны иметь значительные энергии, т. е. энергия соответствующего ливня и на поверхности земли должна быть довольно большой. В этом случае  $\mu$ -мезоны будут слабо отклоняться от оси ливня и обнаружение их корреляции с ливнями значительно облегчается.

К числу важнейших исследований, проведенных для изучения проникающей компоненты и ШАЛ под землей, относится работа корнельской группы [17]. Измерения проводились в соляных коях на глубине 593 м под землей, что составляет 1574 мвэ.

Одновременно проводилась регистрация мягкой компоненты ливня на поверхности земли. Измерительная установка представляла собой ряд телескопов счетчиков Гейгера, включенных годоскопически.

Было установлено, что детектируемые частицы являются проникающими в землю, а не вторичными, локально образованными в грунте.

Изучение распределения интенсивности по углу и глубине дало возможность утверждать, что в пределах статистических ошибок  $\pi$ - $\mu$  распад является основным и возможно единственным процессом образования проникающей компоненты под землей.

Для изучения частоты пар  $\mu$ -мезонов, как функции расстояния между ними, т. е. для исследования пространственного распределения высокоэнергичных мезонов в ливнях, была снята кривая раздвижения на глубине 1600 мвэ. Для этого использовались 5 счетных систем, расположенных на одной линии таким образом, что между каждой парой установок было 10 различных расстояний от 1,5 до 17,5 м.



Каждая регистрирующая система состояла из двух рядов счетчиков с эффективной площадью  $0,75 \text{ м}^2$ . От мягких ливней, которые образовывались в стенках шахты, установка сверху и снизу защищалась свинцом 5 см, кроме того между рядами помещался свинец толщиной 10 см и железо — 1,3 см.

Совпадения между рядами регистрировались механическим счетчиком, а совпадения между системами и случай, когда через систему проходили две или больше частиц, регистрировались на годоскопических снимках.

На основе этих экспериментальных данных была получена кривая раздвижения до расстояния в 25 м.

Кривая раздвижения, полученная корнельской группой, падает с увеличением расстояния между детекторами, но значительное количество частиц наблюдается и при раздвижении на 10 м и более.

Это обстоятельство указывает на то, что группы  $\mu$ -мезонов, наблюдаемые под землей, возникают скорее в широких ливнях, чем в локальных взаимодействиях в грунте.

Наблюдаемый подъем на кривой раздвижения, при расстояниях в несколько метров, обусловлен вторичными частицами, локально образованными в земле, т. е. кривая раздвижения представляет собой сумму двух кривых, из которых более узкая является результатом локальных взаимодействий.

Но, по мнению авторов, локальные ливни появляются в виде пар проникающих параллельных частиц в незначительном количестве, поэтому эффективность регистрации локальных случаев значительно зависит от выбора режима измерительной установки.

В результате обработки данных кривой раздвижения сделаны следующие выводы: средняя энергия первичных частиц, которые образуют ливни, наблюдаемые на глубине 1600 мвэ, примерно равна  $2 \cdot 10^{15}$  эв, при этом мезоны образуются в атмосфере на высоте, соответствующей давлению 75 мм ртутного столба. Кривая раздвижения хорошо описывается прямоугольным распределением  $\mu$ -мезонов, с радиусом 13 м, что соответствует 9 м среднего расстояния  $\mu$ -мезонов от оси в таких ливнях. Связь числа мезонов с энергией первичной частицы по данным этой работы имеет вид:

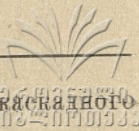
$$N \sim E_0^{(0,75 \pm 0,09)}. \quad (11)$$

Согласно же теории Ферми [18] и Ландау [19], если все  $\mu$ -мезоны являются продуктами распада  $\pi$ -мезонов и  $K$ -мезонов, которые образованы при первом взаимодействии, то зависимость (11) должна иметь вид:

$$N \sim E_0^{0,25}. \quad (12)$$

Таким образом, полученные выше результаты необъяснимы с точки зрения теории Ландау. Результат корнельской группы можно объяснить тем, что значительная часть  $\mu$ -мезонов, достигающих глубины 1600 мвэ,





образована не на первой, а на следующих ступенях ядерно-каскадного процесса, вызываемой первичной частицей.

С увеличением энергии первичной частицы растет и число ступеней ядерного каскада, что со своей стороны вызывает более быстрое возрастание числа мезонов.

Кривая раздвижения для ШАЛ на глубине 60 мвэ под землей была снята Джорджем [20].

Установка представляла собой четыре системы счетчиков Гейгера-Мюллера, которые располагались также на одной прямой, до расстояния 320 м между крайними системами.

Каждая система состояла из двух или трех расположенных близко друг к другу рядов, в которых счетчики включались параллельно. Импульсы с каждой системы подавались на схемы совпадения и регистрировались после отбора с учетом времени задержки на передачу.

Установка давала возможность обнаружить тонкую структуру локальных ливней, образованных под землей и имеющих в ширину несколько метров.

В работе было показано, что на глубине 60 мвэ мягкая компонента составляет 10% от общего числа частиц и представляет собой  $\delta$ -электроны, которые сопровождают  $\mu$ -мезоны, а  $\mu$ -мезоны составляют основную часть ливней. Также было показано, что на данной глубине широкие ливни имеют радиус около 100 м и почти однородную плотность частиц по всему ливню (порядка 1 частица на  $\text{м}^2$ ).

На кривой раздвижения, снятой для малых расстояний (до 15 м), при раздвижении больше чем на 3,7 м все точки лежат на медленно убывающей кривой, что объясняется наличием проникающих частиц ШАЛ, которые образованы в верхних слоях атмосферы.

Для показателя спектра ливней по числу частиц (вида  $F \sim N^{-\gamma}$ ) получено значение  $\gamma = 3.2 \pm 0.2$ , что хорошо согласуется с величиной, полученной Грейзеном и др. [17]  $\gamma = 3.4 \pm 0.1$ .

Джорджем также было установлено, что спад интенсивности ливневых  $\mu$ -мезонов по глубине происходит медленнее, чем изменяется вертикальная интенсивность всей жесткой компоненты. С другой стороны, установлено, что все  $\mu$ -мезоны связаны с ливнями и при этом космическое излучение под землей в основном состоит из  $\mu$ -мезонов. Таким образом, полученный результат становится непонятным.

По-видимому, наблюдаемая разница в интенсивности объясняется тем, что совпадение между рядами счетчиков под землей отбирает более энергичные ливни, а спектр  $\mu$ -мезонов в этих ливнях с ростом энергии возможно падает с глубиной медленнее, чем в малых ливнях.

По мнению самих авторов, вышеуказанное расхождение подчеркивает то, что мезонный спектр первичных частиц больших энергий ( $\sim 10^{15}$  эв), вызывающих эти ливни, более пологий, чем обычный спектр.

Как указывалось выше, последние подземные работы по исследованию коррелированных групп  $\mu$ -мезонов указывают на наличие пучков



μ-мезонов в ШАД, что пока невозможно объяснить в рамках существующей ядерно-каскадной теории.

Не вызывает сомнений, что подземное исследование проникающих частиц является удобным методом для изучения ливней и имеет большое значение для правильного понимания ядерно-каскадного процесса и элементарного акта взаимодействия. Поэтому каждая работа, касающаяся изучения природы проникающих частиц, имеет определенное значение для выяснения общей природы ливней.

В настоящей работе проводится исследование коррелированных проникающих частиц и их энергетического спектра на средней глубине 200 мвэ.

### § 6. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТА

С целью изучения коррелированных проникающих частиц и определения их энергетического спектра проводились измерения с марта 1960 г. по январь 1962 г. под землей на высоте 400 м над уровнем моря.

Лаборатория помещается в тоннели на средней глубине 80 м грунта под землей, что при плотности грунта  $2,66 \text{ г/см}^3$  соответствует толщине вещества примерно в 200 мвэ. Грунт представляет песчаник с редкими прослойками аргилитов.

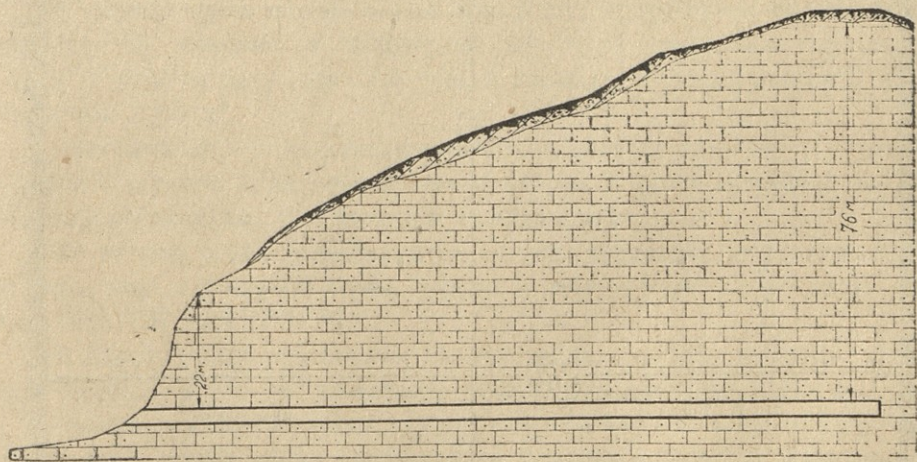


Рис. 1.  
Разрез по горизонтальной оси тоннеля

Переменная толщина скального грунта над тоннелем (58,5—202 мвэ) дает возможность располагать измерительную установку под разными толщинами поглотителя в интервале энергии для проникающих частиц (12,8—44,7) Бэв.

Поглощающий профиль тоннеля показан на рис. 1.



16935749  
219-871533

Тоннель, в котором помещалась измерительная аппаратура, представляет собой горизонтальный колодец длиной 140 м несквозного типа. Температура воздуха в тоннели круглогодично весьма стабильна и составляет  $(15 \pm 2)^\circ\text{C}$ . Такая температурная стабильность вполне благоприятствовала нормальной работе счетчиков, схем регистрации и источников питания для схем.

Определенное затруднение создавалось из-за повышения влажности в летние месяцы, но они устранялись путем хорошей изоляции отдельных частей высоковольтной аппаратуры и периодическим включением вентиляционной системы самого тоннеля.

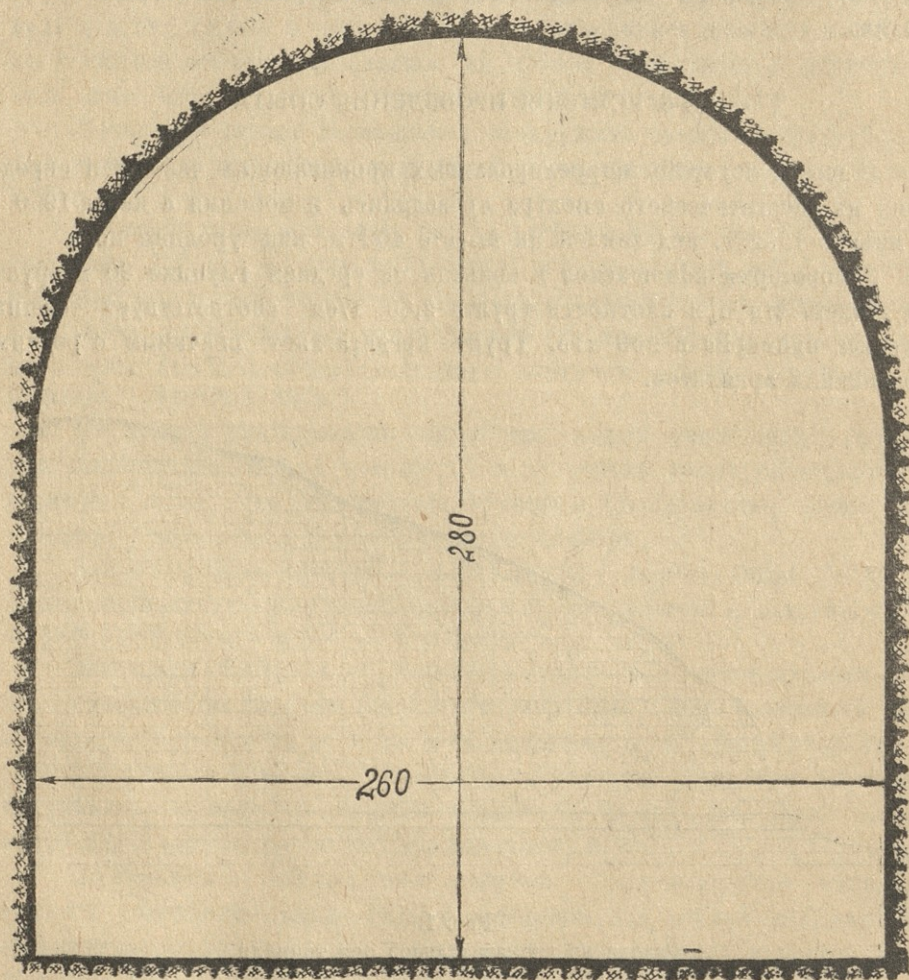


Рис. 2.

Разрез по вертикальной оси тоннеля

Измерительная установка представляла собой две плоские телескопические системы, смонтированные на двух металлических этажерках. Блок-схема установки показана на рис. 3.



На каждой этажерке помещались два вполне одинаковых ряда счетчиков Гейгера-Мюллера, точно перекрывающих друг друга, так, что проникающие частицы, проходящие через свинцовый поглотитель, должны были пересечь счетчик обоих рядов.

Между верхним и нижним рядами счетчиков на этажерках помещался свинцовый поглотитель толщиной 9 см для исключения равновесной компоненты ( $\delta$ -электроны и фотоны) и уменьшения случайных совпадений.

Импульсы от счетчиков каждого ряда подавались на входные каналы схем двухкратных совпадений А и В, откуда импульсы поступали на вход конечной главной схемы С. Выходной импульс со схемы С подавался на нумератор М—механический счетчик (типа СБ—1 м/100).

Импульсные каналы счетчиковых рядов со схемами и отдельные схемы соединялись с помощью кабеля типа РК—50.

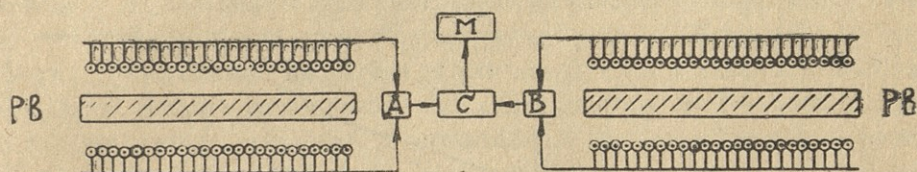


Рис. 3  
Блок-схема установки

В первой серии экспериментов измерения проводились со счетчиками типа МС—9, которые в количестве 48 штук покрывали площадь в  $0,43 \text{ м}^2$  в каждом ряду, так что общая площадь телескопического пятна составляла  $0,86 \text{ м}^2$ .

Счетчики МС—9 самогасящего типа с медным катодом. До запуска установки заранее была произведена проверка и отбор счетчиков по счетным характеристикам и с помощью осциллографа.

Во второй серии экспериментов счетная установка оставалась такого же типа, как и в первой серии, только в этом случае применялись счетчики типа СИ—5И (ГС—60).

В каждом ряду помещалось 15 счетчиков, что при площади отдельного счетчика в  $330 \text{ см}^2$  составляло общую площадь ряда  $0,495 \text{ м}^2$ .

Счетчики СИ—5И также самогасящегося типа с аквадаковым катодом. В этом случае также производился тщательный отбор счетчиков по счетным характеристикам и осциллографически.

Технические данные применявшихся счетчиков приводятся в таблице 2.

Во второй серии измерений толщина свинцового поглотителя между верхним и нижним рядами счетчиков была увеличена и равнялась 15 см. Измерительная установка помещалась в затемненной части тоннеля, что исключало влияние фотозлектрического эффекта на счет.

В эксперименте определялась частота четырехкратных совпадений между рядами. Измерения проводились круглосуточно, при этом данные



с установки снимались систематически три раза в сутки. Годность отдельных счетчиков проверялась ежедневно с помощью осциллографа типа—25И.

Таблица 2

Тип счетчика	Рабочая длина счетчика см	Диаметр счетчика см	Начальный потенциал в	Рабочее напряжение в	Средняя величина плато в
МС-9	30	3	720 ÷ 780	870 ÷ 930	200 ÷ 250
СИ-5И	55	6	1100 ÷ 1300	1250 ÷ 1450	100 ÷ 150

Измерительная установка размещалась в тоннели в четырех точках, как показано на рис. 4.

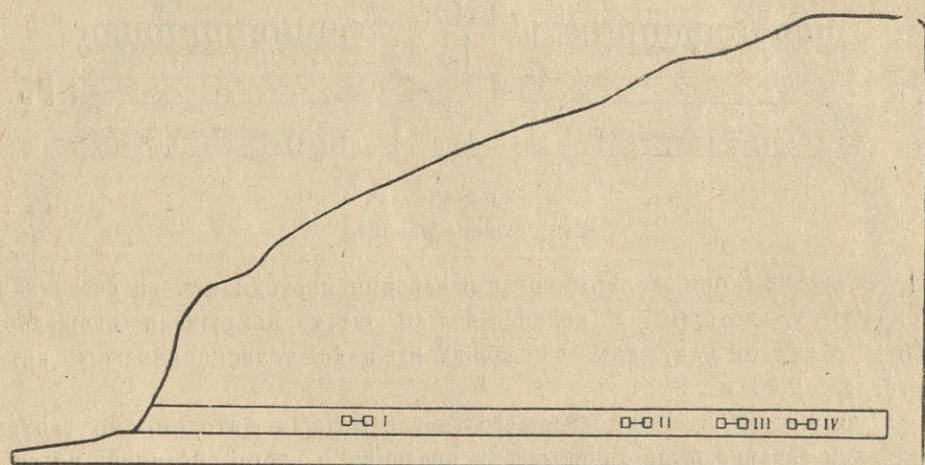


Рис. 4.

Расположение измерительных установок в тоннеле

Геометрия измерительных точек и их энергетическая характеристика приведены в таблице 3.

Таблица 3

№ точки	Глубина грунта д м	Глубина грунта д мвэ	$E_{min}$ Бэв	Примечание
I	40	106,4	23,4	Свинец 15 см.
II	62,5	166,3	36,58	Свинец 9 см.
III	70	186,2	40,96	Свинец 15 см.
IV	76	202,1	44,46	Свинец 15 см.

Приведенное в таблице значение  $E_{min}$  представляет собой минимальную энергию  $\mu$ -мезонов на уровне земли, которые достигают данной глубины. При определении энергии принималось, что энергии  $\mu$ -мезонов при



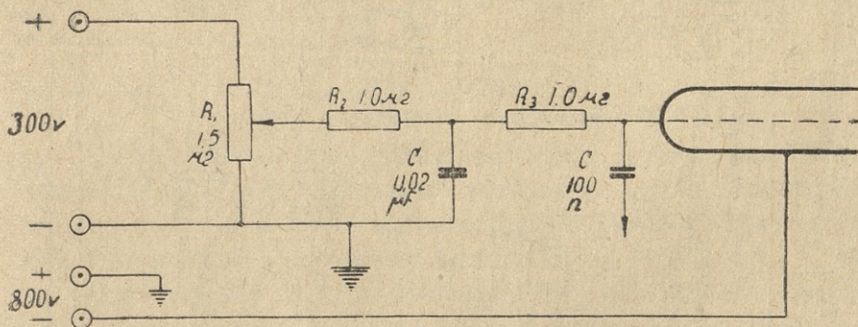
прохождении грунта происходит лишь из-за ионизационных процессов, и на каждый мвэ эти потери составляют 0,22 Бэв. Данные столбца 3 таблицы 3 получены из значений плотности грунта  $\rho = 2,66 \text{ г/см}^3$ .

Как указано выше, в первой серии измерения проводились в точке II при свинцовом поглотителе 9 см, а во второй серии — в точках I, III, IV со свинцовым поглотителем 15 см.

## § 7. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

### а) Схема питания счетчиков

Питание счетчиков осуществлялось по общепринятой схеме. Рабочее напряжение на счетчики подавалось от стабилизатора напряжения на +300 в и от источника высокого напряжения. Источником высокого напряжения в первой серии эксперимента использовались выпрямители типа ВСЭ—2500. Напряжение этого выпрямителя хорошо стабилизировано (с точностью до  $\pm 1\%$ ) и может на выходе регулироваться в пределах (500—2500) в. Напряжение 800 в, используемое со стабилизатора ВСЭ—2500, являлось для счетчиков „опорным“, дополнительное же напряжение подавалось со стабилизатора на +300 в. Два этих источника, соединенных последовательно, питали систему счетчиков, как это показано на рис. 5.



*На сборочную линию импульсов*

Рис. 5.

Схема питания счетчиков

В отдельном ряду каждый счетчик имел собственный потенциометр, с помощью которого регулировалось рабочее напряжение, и через развязочную цепь ( $R_2 = 1 \text{ Мг}$ ,  $C = 0,02 \text{ мкф}$ ) подавалось на нить соответствующего счетчика. Импульсы выделяются на нагрузке  $R_3 = 1 \text{ Мг}$  и через сборочный конденсатор  $C = 100 \text{ мкмкф}$  поступают на сборочную линию, на которую поступают также и импульсы от всех других счетчиков данного ряда. Потенциометры и развязочные цепи счетчиков смонтированы на гетинаксовой доске, помещенной вблизи счетчиков.

Во второй серии экспериментов, где применялись счетчики типа СИ—5И, был использован высоковольтный выпрямитель на 1200 в с пос-





ледующей газовой стабилизацией напряжения (стабилизация с точностью  $\pm 1\%$ ). Схема питания счетчиков в этом случае также идентична схеме, приведенной на рис. 5.

### б) Стабилизатор напряжения на $+300$ и $-150$ в

Источником стабилизированного напряжения использовался стабилизатор напряжения с катодной нагрузкой, с помощью которого поддерживается постоянное напряжение на выходе, как при изменении сопротивления нагрузки, так и при изменении напряжения питания самой схемы. Схема стабилизатора показана на рис. 6.

Схема состоит из выпрямителя, фильтра и стабилизатора с катодной нагрузкой. В схеме стабилизатора в качестве выходных ламп используются мощные лучевые тетроды 6П3. Схема дает возможность получить нагрузочный ток величиной  $0,3$  А при напряжении на выходе  $+300$  в. При этом коэффициент стабилизации составляет  $\pm 0,05\%$ .

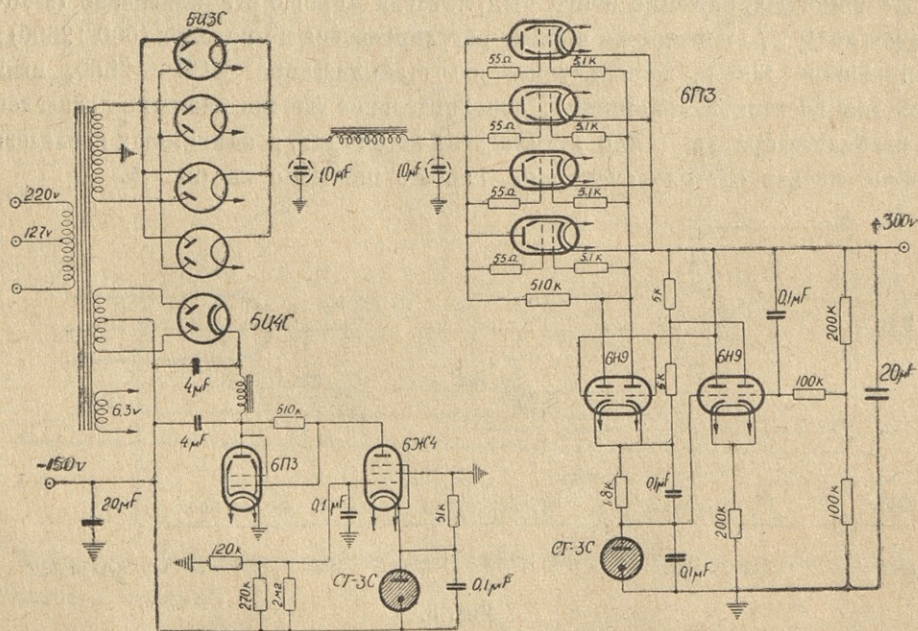


Рис. 6.

Схема стабилизатора напряжения на  $+300$  и  $-150$  в

Вторая часть этого стабилизатора служит для получения отрицательного стабилизированного напряжения  $-150$  в при силе тока  $40-50$  мА. Стабилизатор использовался для питания схемы совпадения и в качестве источника добавочного напряжения, подаваемого на счетчик.

Во второй серии измерения опорное рабочее напряжение  $1200$  в на счетчики подавалось с высоковольтного стабилизатора напряжения.

Высоковольтный стабилизатор напряжения представляет собой высоковольтный выпрямитель с последующей стабилизацией на неоновых газоразрядных лампах. В качестве газоразрядных ламп используются 8 шт. стабилизаторов напряжения типа СГ-4, соединенных последовательно.



## в) Схемы двухкратных совпадений

УДК 621.372.6  
621.372.6.01

Для регистрации совпадений между рядами счетчиков и совпадений между этажерками, как это показано на блок-схеме (рис. 3), были использованы схемы двухкратных совпадений, общий вид которых показан на рис. 7 и 8.

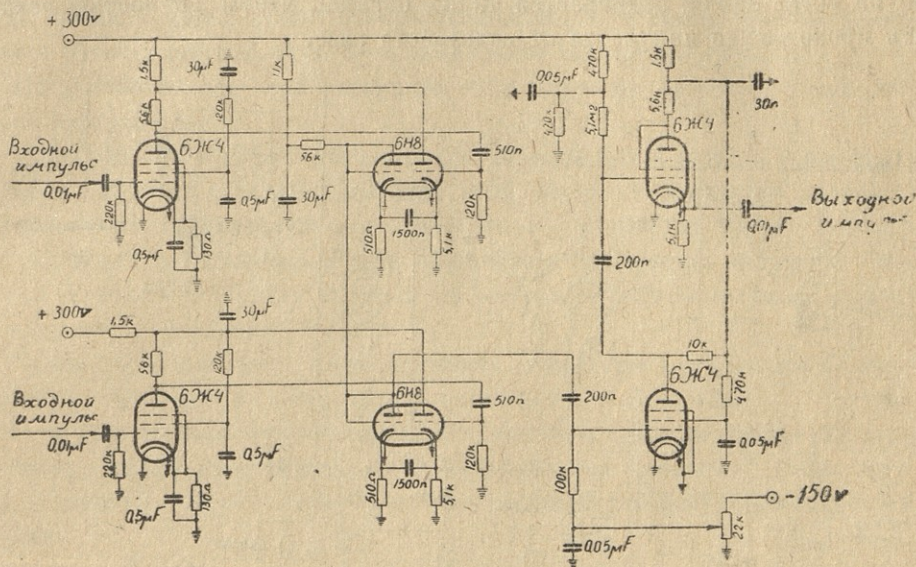


Рис. 7.

Схема двухкратных совпадений между рядами

Схема, выделяющая совпадения между двумя этажерками (рис. 8), отличается от схемы, выделяющей совпадение между рядами, только лишь последним узлом, который вызывает срабатывание механического счетчика и дает возможность произвести отсчет.

Принципиальная схема совпадений состоит из двух идентичных каналов, на входы которых (лампы 6Ж4) подаются импульсы от каждого ряда счетчиков. Выходная лампа 6Ж4 служит для усиления импульса с коэффициентом усиления—10.

Малое значение коэффициента усиления уменьшает и практически исключает амплитудные искажения импульса в процессе усиления.

Усиленный положительный импульс поступает на первую сетку лампы 6Н8, первая половина которой служит как катодный повторитель. Другая половина лампы 6Н8 выделяет совпадения между импульсами в двух каналах. Вторая сетка лампы 6Н8 соединена с анодом и имеет общую анодную нагрузку с идентичной лампой со второго канала.

В данной схеме используется диодное выделение совпадений. Положительный импульс с первого катода лампы 6Н8, через переходной конденсатор (1500 мкмкф) поступает на второй катод этой же лампы.

Совпадение осуществляется крутым фронтом импульсов, и разрешающее время совпадений в этом случае не превышает 5 км сек.



Амплитуда импульса двухкратных совпадений, получаемых на аноде лампы 6Н8, в десять раз превышает амплитуду одинарных импульсов.

Импульсы совпадения дальше поступают на сетку лампы 6Н4, которая используется в роли анализатора. На сетку этой лампы подается постоянное смещение, регулируемое потенциометром 2,2 ком. При этом смещение на сетке лампы подбирается таким образом, чтобы полностью исключить прохождение импульсов от отдельного ряда.

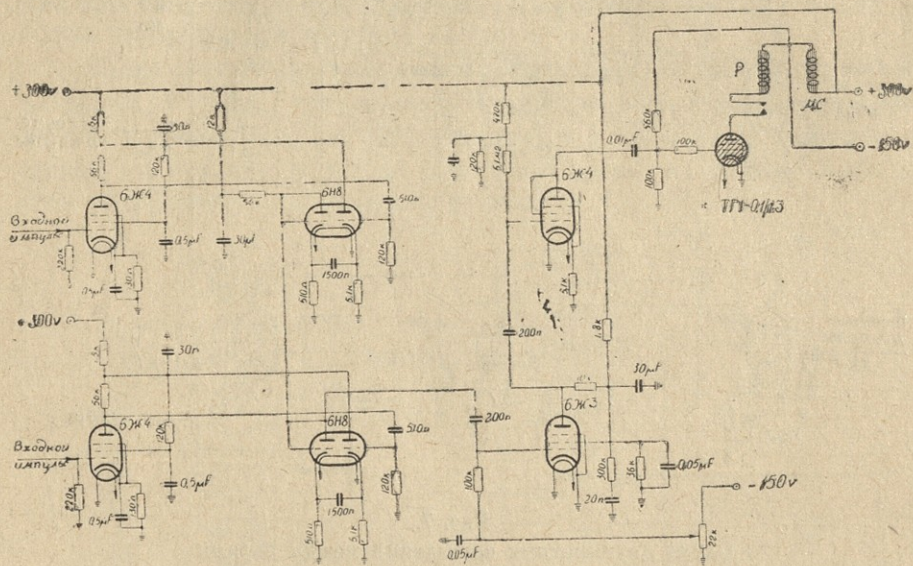


Рис. 8.

Схема двухкратных совпадений между этажерками

Отрицательный импульс с анода анализатора поступает на сетку следующей лампы 6Ж4, которая включена как триод и служит катодным повторителем.

Окончательно импульс напряжения с катода последней лампы 6Ж4, через высокочастотный кабель, поступает на один из входов схемы двухкратных совпадений, включенный между этажерками (рис. 8). На другой вход этой схемы подаются импульсы совпадения, получаемые от второй этажерки. Устройство и работа этой схемы совершенно идентичны с вышеописанной. В отличие от схемы (рис. 7) здесь на выходе имеется регистрирующее устройство, которое состоит из тиратрона ТГ — 0,1/1,3, реле Р и механического счетчика МС (тип СБ—1м). Реле служит прерывателем анодной цепи тиратрона, куда включен также и механический счетчик.

Импульсы совпадения, выделенные этой схемой, открывают тиратрон и вызывают срабатывание механического счетчика, стрелка которого при каждом совпадении передвигается на одно деление.



## г) Проверка установки

Проверка надежности работы вышеописанной аппаратуры проводилась следующим образом:

До запуска установки на каждую схему совпадения в отдельности подавались импульсы от генератора стандартных импульсов. При этом выходы обоих каналов схемы запараллеливались и в таком режиме производился одновременный счет числа импульсов на выходе схемы.

Идентичность отсчетов указывала на отсутствие просчетов числа импульсов данной схемой.

Проверка проводилась периодически и в процессе работы установки, в среднем один раз в десять дней. При этой проверке полностью включенной установки отсоединялось высоковольтное питание от одного любого ряда счетчиков и установка в этом положении оставалась в течение нескольких суток. Отсутствие отсчетов на мехсчетчике указывало на отсутствие ложных совпадений в счете.

Кроме того, как было указано выше, ежедневно проводилась проверка всех счетчиков на установке с помощью осциллографа.

В случае разряда счетчиков, данные, соответствующие интервалу времени между двумя проверками, не принимались во внимание. Такая проверка установки обеспечивала полную надежность полученных данных измерения.

## § 8. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения, как указано выше, проводились в четырех точках тонеля под разными толщинами поглотителя. Полное рабочее время наблюдения составили около 5690 часов.

В точке I, при раздвижении этажерок на 2 м, число четырехкратных совпадений за общее время работы—264,5 часа, было 353, т. е. интенсивность наблюдаемых случаев равно величине  $(1,29 \pm 0,07)$  час<sup>-1</sup>. В этом случае между рядами счетчиков был проложен свинец толщиной 15 см.

В точке II (глубина 166 мвэ) измерения проводились при раздвижении этажерок на, 2, 3, 5, 10 и 15 метров. Данные этих измерений даются ниже, в таблице IV.

Таблица IV

Расстояние между этажерками Дм	Общее время наблюдения час	Число четырехкратных совпадений n	Число четырехкратных совпадений С <sub>II</sub> час <sup>-1</sup>	Средняя квадратичная погрешность	Величина погрешности в %
2	1104	1283	1,13	±0,04	~ 3
3	270	297	1,12	±0,07	~ 6
5	312	170	0,55	±0,04	~ 8
10	329	67	0,20	±0,02	~12
15	504	107	0,21	±0,02	~10



Результаты измерений, полученные на II точке, сообщены в печати ранее [21, 22], но для повышения статистической точности были проведены дополнительные, более продолжительные, наблюдения.

Используя данные таблицы IV, можно построить кривую раздвижения проникающих частиц с энергией больше чем 37 Бэв на средней глубине 166 мвэ. Эта кривая приведена на рис. 9.

При малых раздвижениях детекторов ( $d < 4$  м), как видно из рис. 9, частота наблюдаемых случаев значительна. В дальнейшем, при больших расстояниях ( $d > 5$  м) частота коррелированных проникающих частиц заметно спадает, а потом почти не изменяется по крайней мере до расстояния 15 м.

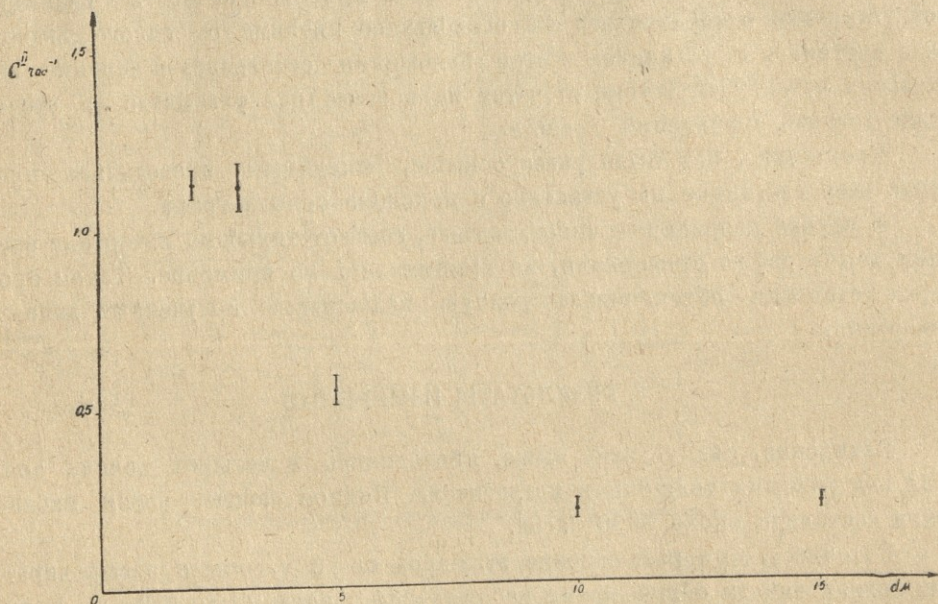


Рис. 9

Кривая раздвижения проникающих частиц на глубине 166 мвэ

Из рис. 9 также видно, что и при раздвижении детекторов на 10 и 15 м интенсивность коррелированных частиц не очень мала. Это обстоятельство указывает только на то, что коррелированные проникающие частицы (наиболее вероятно  $\mu$ -мезоны) скорее возникают в широких ливнях, чем в локальных взаимодействиях в грунте.

Полученную частоту связанных частиц на данной глубине под землей можно объяснить или наличием генетически связанных  $\mu$ -мезонов, очевидно представляющих часть широкого ливня, или же наличием других связанных проникающих частиц.

Оценим вклад вторичных проникающих частиц в кривую раздвижения.



Вторичные проникающие частицы могут образоваться при взаимодействии  $\mu$ -мезонов с веществом грунта. Наиболее существенным вклад таких частиц возможен при минимальном раздвижении детекторов — в нашем случае при  $D=2$  м.

Известно всего несколько работ, которые касаются процесса образования вторичных проникающих частиц, а существующий экспериментальный материал из-за статистической бедности не дает возможность полностью количественно описать этот процесс.

Работа Хигаши, Китамура и др. [23] содержит наиболее полные данные по этому вопросу. Для эффективного поперечного сечения процесса образования вторичных проникающих ливней в случае свинца и железа в указанной работе даются следующие значения:

$$\sigma_{\mu}(P_b) = (2,6 \pm 0,3) \cdot 10^{-31} \text{ см}^2 \text{ на нуклон}$$

$$\sigma_{\mu}(F_e) = (3,6 \pm 0,8) \cdot 10^{-31} \text{ см}^2 \text{ на нуклон}$$

Хигаши и др. [23] приводят также гистограммы углового распределения вторичных  $\mu$ -мезонов для свинца и железа в  $L$ -системе.

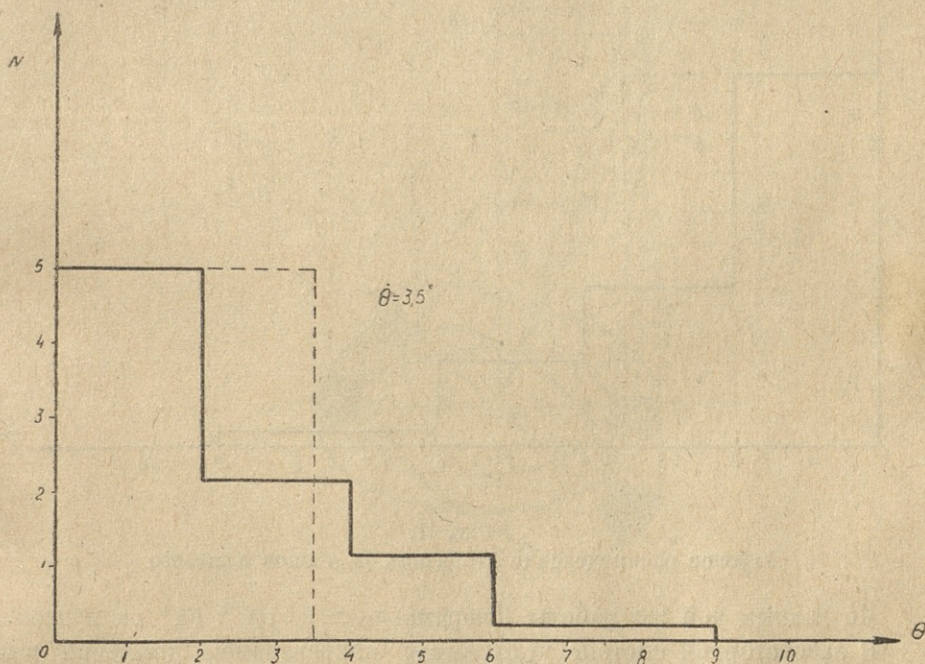


Рис. 10.

Угловое распределение вторичных  $\mu$ -мезонов в свинце

Как видно из рисунков, максимальный угол разлета частиц составляет  $14^\circ$  и  $9^\circ$ , соответственно, для свинца и железа. Большинство случаев обладает малыми углами разлета и лишь незначительная часть связанных частиц расходится на угол больше чем  $6^\circ$ .





Приведенное угловое распределение вторичных проникающих частиц соответствует энергии первичного  $\mu$ -мезона порядка 10 Бэв.

Процесс образования проникающих частиц  $\mu$ -мезонами, как процесс ядерного взаимодействия  $\mu$ -мезона посредством виртуальных  $\gamma$ -фотонов, характеризуется поперечным сечением  $\sigma(E, \varepsilon)$ . Для величины  $\sigma(E, \varepsilon)$  Джордж [24] приводит аналитическое выражение следующего вида:

$$\sigma(E, \varepsilon) = \frac{0.9}{137 \cdot \pi} \cdot \sigma_{\mu\nu} \left[ \ln \frac{E}{\varepsilon} \right]^2, \quad (13)$$

где  $\sigma_{\mu\nu}$  — поперечное сечение процесса ядерного фотоэффекта,  $E$  — энергия  $\mu$ -мезона на данной глубине,  $\varepsilon$  — часть энергии, переданная  $\mu$ -мезоном вторичным частицам.

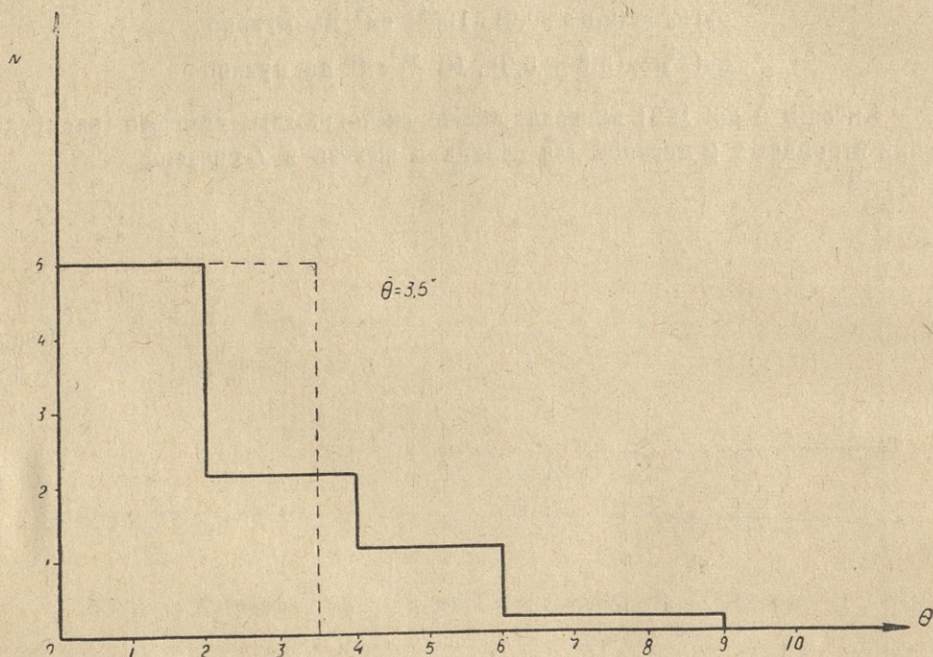


Рис. 11.

Угловое распределение вторичных  $\mu$ -мезонов в железе

По данным той же работы Джорджа  $\sigma_{\mu\nu} \simeq 2 \cdot 10^{-28}$  см<sup>2</sup> на нуклон.

В лабораторной системе углы между направлением движения  $\mu$ -мезона и траекториями вторичных проникающих частиц зависят от энергии  $\mu$ -мезона, а также от энергии вторичных частиц.

Если использовать данные по угловому распределению согласно Хигаши и др. [23], то, исходя из гистограмм на рис. 10 и 11, можно предположить, что образованные  $\mu$ -мезоном пары могут расходиться только на угол в интервале  $0-10^\circ$ , а пары с углом разлета больше чем  $10^\circ$ , не образуются.







$$W = \frac{\int_0^{\alpha_2} \sin \alpha \, d\alpha}{\int_0^{\alpha_1} \sin \alpha \, d\alpha} = 260 [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2], \quad (14)$$

или учитывая малые значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для величины вероятности получим

$$W = 130 (\alpha_2^2 - \alpha_1^2). \quad (15)$$

Вышеприведенное предположение о возможном предельном значении угла разлета между частицами пары в  $10^\circ$  говорит о том, что вдоль направления движения  $\mu$ -мезона существует минимальное расстояние  $l(\alpha, \beta)$ ,

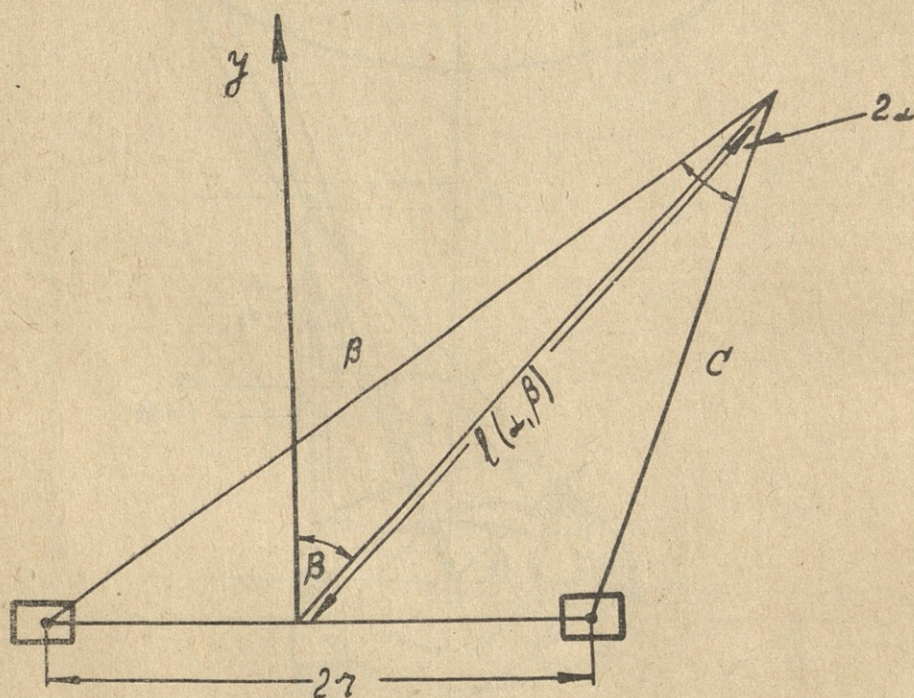


Рис. 13

Схема для расчета  $l(\alpha, \beta)$ 

отсчитываемое от центра измерительной установки, которое определяет возможность попадания вторичных частиц на чувствительную площадь регистрации. Продукты взаимодействия  $\mu$ -мезона не попадут на детектор, если угол раствора между частицами будет меньше, чем  $2\alpha$  ( $2\alpha = 10^\circ$ ), как это видно из рис. 13.

Исходя из простых геометрических соображений, для величины  $l(\alpha, \beta)$  будем иметь выражение следующего вида:

$$l(\alpha, \beta) = r [1 + 2 \operatorname{ctg}^2 2\alpha \cdot \cos^2 \beta + 2 \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 2\alpha \cdot \cos^2 \beta}]^{1/2}. \quad (16)$$



Полученная формула для  $l(\alpha, \beta)$  весьма громоздка для расчетов, если воспользоваться тем обстоятельством, что величина  $2\alpha = 10^\circ$  представляет собой малый угол, то выражение (16) упростится:

$$l(\alpha, \beta) = \frac{r}{\alpha} \cdot \cos \beta. \quad (17)$$

Таким образом, для попадания частиц на чувствительную окружность с радиусом  $r$  при угле раствора между траекториями  $2\alpha$  значение  $\alpha$  должно находиться в интервале  $(\alpha_1, \alpha_2)$ , где

$$\alpha_1 = \frac{r}{l(\alpha, \beta)} \cdot \cos \beta \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \frac{r + \Delta r}{l(\alpha, \beta)} \cdot \cos \beta. \quad (18)$$

Исходя из (15), вероятность нахождения частиц внутри телесного угла с углом раствора между  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  будет

$$W = \frac{130[2r \cdot \Delta r + (\Delta r)^2]}{l^2(\alpha, \beta)} \cdot \cos^2 \beta. \quad (19)$$

Вероятность того, что в телесном угле  $dw$   $\mu$ -мезон с энергией в интервале  $(E, E + dE)$  на расстоянии  $dx$  создает, по крайней мере, две проникающие частицы, обладающие энергией  $\varepsilon$ , чтобы попасть на кольцевую площадь с радиусом  $(r, r + \Delta r)$  будет даваться соотношением

$$W_1 = I(E, \varepsilon) \cdot \sigma(E, \varepsilon) \cdot W \cdot \rho \cdot N \cdot dE \cdot d\varepsilon \cdot dx \cdot dw, \quad (20)$$

где  $I$  — спектр падающих  $\mu$ -мезонов,  $\sigma(E, \varepsilon)$  — поперечное эффективное сечение процесса образования проникающих частиц  $\mu$ -мезоном,  $\rho$  — плотность грунта,  $N$  — число Авогадро и  $dw = 2\pi \cdot \sin \beta \cdot d\beta$  — элемент телесного угла.

Число двухкратных совпадений, вызванных вторичными частицами, можем определить, если проинтегрируем выражение (20) в соответствующих пределах. Для величины двухкратных совпадений получим

$$C_2(\bar{B}_T) = K \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\beta \int_{\frac{bH}{\cos \beta}}^{\infty} dE \int_{\frac{2by}{\cos \beta}}^E d\varepsilon \int_{\frac{r}{\alpha_{max}}}^H \frac{(2r \cdot \Delta r + \Delta r^2)}{I^2} \cdot I_0 \cdot E^{-(\gamma+1)} \cdot \sigma(E, \varepsilon) \sin \beta \cdot \cos^5 \beta \, dy, \quad (21)$$

где  $k = 130 \cdot 2\pi \cdot \rho \cdot N$ ,  $y = \frac{r}{\alpha_{max}}$ ,  $b$  — постоянная энергетических потерь  $\mu$ -мезона. Формулу (21) можно переписать так:

$$C_2(\bar{B}_T) = K_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\beta \int_{\frac{bH}{\cos \beta}}^{\infty} dE \int_{\frac{2by}{\cos \beta}}^E d\varepsilon \int_{\frac{2r}{\alpha_{max}}}^H E^{-(\gamma+1)} \left[ \ln \frac{E}{\varepsilon} \right]^2 \frac{\sin \beta \cdot \cos^5 \beta}{y^2} \cdot dy. \quad (22)$$



## Постоянный множитель

$$K_1 = K \cdot \frac{0,9}{137 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot 10^{-28} \cdot I_0 [2r \cdot \Delta r + (\Delta r)^2].$$

Конечная формула для расчета вклада вторичных проникающих частиц в число двухкратных совпадений на глубине  $H$  под землей имеет вид:

$$C_2(\text{вт.}) = \frac{K_1}{\gamma + 5} \cdot \frac{1}{b\gamma^{-1}} \left\{ \frac{1}{3(\gamma - 1)H\gamma^{-1}} \left( \frac{\alpha_{\max}}{r} - \frac{1}{H} \right) - \frac{4}{3(\gamma + 2)H\gamma^{+2}} \left[ H^2 - \left( \frac{r}{\alpha_{\max}} \right)^2 \right] + \frac{4}{(\gamma + 1)H\gamma^{+1}} \left( H - \frac{r}{\alpha_{\max}} \right) - \frac{2}{\gamma H\gamma} \ln \left( H \frac{\alpha_{\max}}{r} \right) \right\} \quad (23)$$

Подставив соответствующие численные значения в (23), получим, что  $C_2(\text{вт.}) = 7,18 \cdot 10^{-2}$  случаев за час. Такой будет вклад вторичных проникающих частиц для случая кольцевой площади детекторов с радиусом в 1 м.

Если величину  $C_2(bT)$  умножить на вероятность регистрации для случая нашей установки (т. е. на соотношение площадей измерительной установки и кольца, в данном случае 0,31), получим расчетное число двойных совпадений, вызванное вторичными проникающими частицами на II измерительной точке  $C_{II}(\bar{B}T) = 2,2 \cdot 10^{-2}$  совпадений за час. Согласно таблицы IV, экспериментально наблюдаемая величина  $C_{II}$  составляет  $(1,13 \pm 0,04)$ . Таким образом, полученный результат показывает, что вклад проникающих ливней, образованных  $\mu$ -мезоном в грунте над установкой в число двухкратных совпадений в детекторах на глубине 166 мвэ, при раздвижении 2 м, может составить лишь около 2%.

Измерение интенсивности коррелированных проникающих частиц при раздвижении на 2 и 3 метра, проведенное на глубине 186 мвэ, дало результаты, приведенные в таблице 5.

Таблица 5

Расстояние между детекторами D м	Общее время наблюдения час	Общее число двухкратных совпадений n	Число двухкратных совпадений $C(III)$ час <sup>-1</sup>	Статистическая погрешность	Величина погрешности в %
2	342,3	245	0,68	$\pm 0,04$	$\sim 6,5$
3	254,1	149	0,62	$\pm 0,05$	$\sim 8$

Результаты последней серии наблюдений, проведенные на глубине 202 мвэ (точка IV, энергия  $> 45$  Бэв), даются в таблице 6.

Таблица 6

Расстояние между детекторами D м	Общее время наблюдений час	Общее число двухкратных совпадений n	Число двухкратных совпадений $C(IV)$ час <sup>-1</sup>	Статистическая погрешность	Величина погрешности в %
2	594	354	0,57	$\pm 0,03$	$\sim 5$
3	301	143	0,47	$\pm 0,04$	$\sim 8,5$
5	557,25	146	0,26	$\pm 0,02$	$\sim 8,3$
10	858,75	233	0,16	$\pm 0,01$	$\sim 8,7$
15	432	64	0,15	$\pm 0,02$	$\sim 12,5$



Кривая раздвижения на глубине 202 мвэ показана на рис. 14.

Из рисунка видно, что аналогично случаю для глубины 166 мвэ, при малых раздвижениях детекторов частота коррелированных проникающих частиц значительна, на больших расстояниях ( $> 5$  м) частота спадает и при раздвижении 10 и 15 метров почти не меняется.

На глубине 202 мвэ также наблюдается аномальный рост числа двухкратных совпадений при малых расстояниях между детекторами.

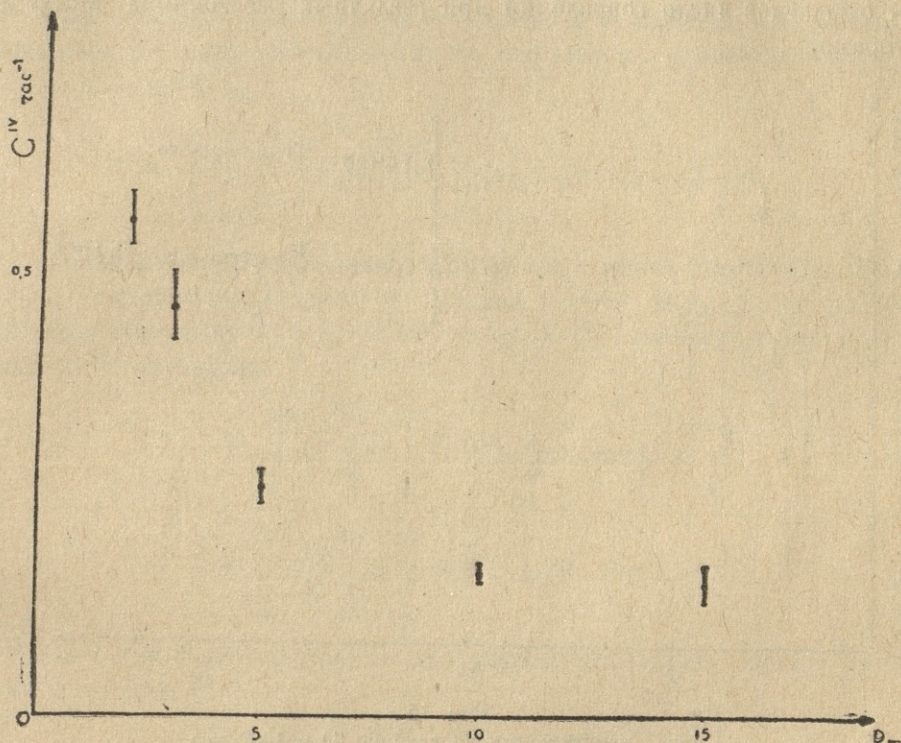


Рис. 14.

Кривая раздвижения на глубине 202 мвэ

Оценка вклада вторичных проникающих частиц, образованных  $\mu$ -мезонами в грунте на глубине 202 мвэ, дала, что  $C_{(IV)}(B_T) = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ час}^{-1}$ .

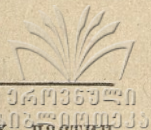
Аномальный подъем на кривой раздвижения под землей наблюдался также Джорджем [20], Барретом [17] и др. Результаты этих измерений приведены на рис. 15.

Экспериментальные точки на рисунке взяты с учетом нормировки площади детекторов к площади нашей измерительной установки ( $0,5 \text{ м}^2$ ).

Баррет аномальный рост числа двухкратных совпадений при малых раздвижениях объяснял вкладом локальных случаев, вызываемых фото-ядерным возбуждением ядер поглощающего вещества, которое происходит под действием виртуального кванта жесткой компоненты.

Расчеты Джорджа [20] показали несостоятельность этих рассуждений.





Приведенная выше оценка вклада вторичных проникающих частиц указывает также на то, что аномальный рост кривой раздвижения нельзя объяснить наличием локальных ливней, образованных в грунте.

Таким образом, нужно считать, что совпадения между детекторами при всех расстояниях вызываются проникающими частицами, которые входят в состав широкого ливня.

Исходя из вышеизложенного, можно рассчитать кривую раздвижения, т. е. ожидаемое число совпадений при различных расстояниях между детекторами.

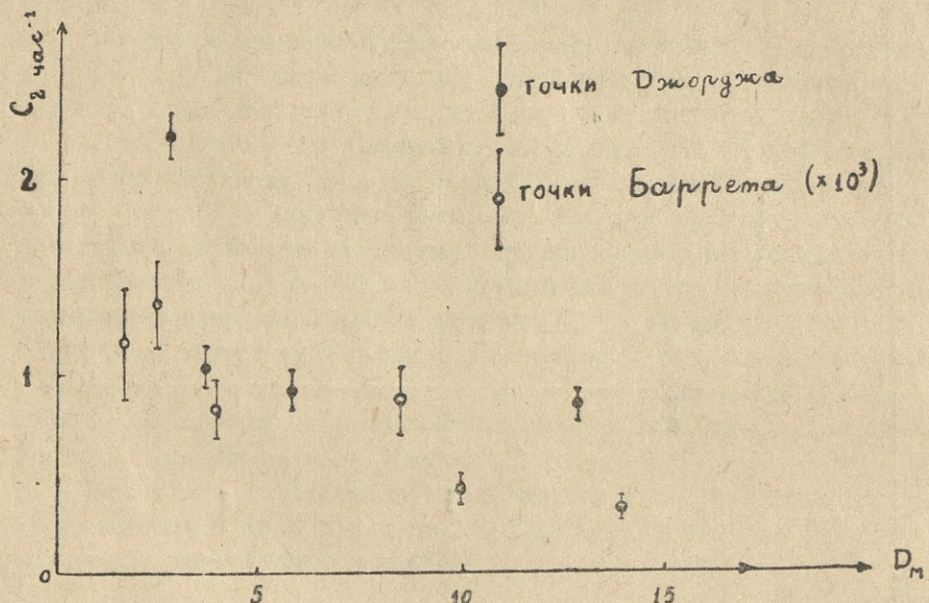


Рис. 15.

Кривая раздвижения на глубине 60 и 1600 мвэ

Число двухкратных совпадений в общем случае будет даваться выражением:

$$C_2 = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f(N) \{1 - \exp[-\rho_\mu(r_1)A_1]\} \{1 - \exp[-\rho_\mu(r_2)A_2]\} r \cdot dr \cdot dN \cdot d\theta, \quad (24)$$

где  $f(N)dN$  — дифференциальный спектр широких атмосферных ливней по числу частиц,  $r$  — среднее расстояние от детекторов до оси ливня,  $A_1$  и  $A_2$  — эффективная площадь  $\mu$ -мезонных детекторов,  $\rho_\mu(r)$  — функция пространственного распределения  $\mu$ -мезонов в ливнях, имеющих энергию выше заданного  $R$ ,  $r_1$  и  $r_2$  — расстояния от оси ливня до детекторов  $\mu$ -мезонов.

В формуле (24) для  $\rho_\mu(r)$  можно использовать вид функции, приведенный в работе Беннета и Грейзена [25]:



$$\rho_{\mu}(N, r, \geq E) = \frac{14,4 \cdot r^{-0,75}}{\left(1 + \frac{r}{320}\right)^{2,5}} \left(\frac{N}{10^6}\right)^{0,75} \cdot \left(\frac{51}{E+50}\right) \cdot \left(\frac{3}{E+2}\right)^{a(r)}, \quad (25)$$

где  $\rho_{\mu}(N, r, \geq E)$  — среднее число мезонов на  $m^2$  на расстоянии  $r$  от оси в ливне с числом частиц  $N$  и энергией больше чем  $E$  Бэв,  $a(r) = 0,14 r^{0,37}$ .

В виду того, что плотность  $\mu$ -мезонов на больших расстояниях от оси для энергии нескольких Бэв — малая величина и показатель степени  $a(r)$  слабо меняется с изменением  $r$ , можно в выражении (25) разложить члены вида  $\{1 - \exp[-\rho_{\mu}(r)A]\}$  в ряд по степеням  $\rho_{\mu}$ , приняв при этом, что  $a(r) = \overline{a(r)} = 0,5$ , тогда

$$C_2 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} f(N) [\rho_{\mu}(r_1) A_1] [\rho_{\mu}(r_2) A_2] r \cdot dr \cdot dN \cdot d\theta. \quad (26)$$

В нашем случае максимальное расстояние между детекторами  $D_{max} = 15$  м, и, как показали расчеты, начиная с  $r = 30$  м  $\rho_{\mu}(r_1) \simeq \rho_{\mu}(r_2) \simeq \rho_{\mu}(r)$ , а площади детекторов  $A_1 = A_2 = 0,5 m^2$ , поэтому  $C_2$  можно представить в виде суммы двух интегралов

$$I_1 = A_{\mu}^2 \int_0^{\infty} dN \int_0^{30} dr_1 \int_0^{2\pi} f(N) [\rho_{\mu}(r_1)] [\rho_{\mu}(r_2)] r_1 \cdot d\theta \quad (26)$$

$$I_2 = A_{\mu}^2 \int_0^{\infty} \frac{dN}{N} \int_0^{\infty} dr \int_0^{2\pi} f(N) [\rho_{\mu}(r)]^2 \cdot r \cdot d\theta. \quad (27)$$

Подставив в (26) выражение для дифференциального спектра ливней по числу частиц [26]

$$f(N) dN = N_0 \cdot N^{-2,5} \cdot dN \text{ ливней } m^{-2} \text{ час}^{-1}$$

и проводя элементарные преобразования, получим:

$$I_1 = K_0 \cdot \int_0^{\infty} dN \cdot \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{30} \frac{r^{-0,75}}{\left(1 + \frac{r}{320}\right)^{2,5}} \cdot \frac{r_2^{-0,75}}{\left(1 + \frac{r}{320}\right)^{2,5}} \varphi(E) \cdot N^{-1} \cdot r_1 \cdot dr_1, \quad (28)$$

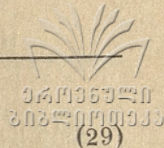
где

$$K_0 = A_{\mu}^2 \cdot N_0 (14,4)^2 \cdot (10^6)^{-2,5} = 9,8 \cdot 10^{-3};$$

$$\varphi(E) = \left[ \left(\frac{51}{E+50}\right) \cdot \left(\frac{3}{E+2}\right)^{0,5} \right]^2.$$

Интегрирование по  $r$  производится в интервале 0—30 метров, поэтому выражение в знаменателе  $\left(1 + \frac{r}{320}\right)^{2,5} \simeq 1$ ; можно также принять, что  $r^{-0,75} \simeq r^{-0,7}$ , тогда из формулы (28) получим:





$$I_1 = K_0 \cdot \varphi(E) \int_0^{\infty} \frac{dN}{N} \int_0^{2\pi} \int_0^{30} \frac{r_1 \cdot dr_1 \cdot d\theta}{\sqrt{r_1^2} \cdot \sqrt{r_2^2}}. \quad (29)$$

Если воспользуемся соотношением между  $r_1$  и  $r_2$ , будем иметь

$$I_1 = K_0 \cdot \varphi(E) \int_0^{\infty} \frac{dN}{N} \int_0^{2\pi} \int_0^{30} \frac{r \cdot dr \cdot d\theta}{\sqrt{r^2} \sqrt{r^2 + D^2 - 2rD \cdot \cos \theta}}. \quad (30)$$

После ряда преобразований из (30) получим

$$I_1 = K_0 \cdot \varphi(E) \cdot I_1^*(D) \cdot \int_0^{\infty} \frac{dN}{N}, \quad (31)$$

где

$$I_1^*(D) = I_1^*(D, 30) - I_1^*(D, 0) = \left[ 3\pi \cdot \sqrt[3]{r^2 + D^2} - \frac{\pi D^2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(r^2 + D^2)^2}} - \frac{8D}{\sqrt[6]{r^2 + D^2}} + \frac{8D^3}{42 \cdot \sqrt[3]{r^2 + D^2} \cdot (r^2 + D^2)} \right]_{0}^{30}. \quad (32)$$

Исходя из задачи нахождения коррелированных проникающих  $\mu$ -мезонов, пределы интегрирования в выражении (32) нужно выбрать дляливней величины  $10^2 - 10^7$ , поэтому  $I_1$  будет даваться выражением:

$$I_1 = K_0 \cdot I_1^*(D) \left[ \left( \frac{51}{E + 50} \right) \left( \frac{3}{E + 2} \right)^{0,5} \right]^2 \cdot \int_{10^2}^{10^7} \frac{dN}{N}. \quad (33)$$

Аналогично можно вычислить  $I_2$ . Вычисление дает следующую формулу для  $I_2$

$$I_2 = K_1 \cdot \varphi(E) \cdot I_2^* \cdot \int_{10^2}^{10^7} \frac{dN}{N}, \quad (34)$$

где

$$I_2^* = \left\{ \sqrt{x} \left[ \frac{1}{4(1+x)^4} + \frac{7}{24} \frac{1}{(1+x)^3} + \frac{35}{96} \cdot \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{105}{192} \cdot \frac{1}{(1+x)} \right] + \frac{105}{192} \cdot \text{arc} \cdot \text{tg} \sqrt{x} \right\}_{0,1}^1. \quad (35)$$

При расчетах введено обозначение  $x = \frac{r}{320}$ .

Используя выражение (33) и (34), согласно формулы (26) для числа двукратных совпадений за час, при разных расстояниях  $D$  между детекторами на точках II и IV, получим значения, приведенные в таблице 7.



№ точки	Расстояние между детекторами D м					Примечание
	2	3	5	10	15	
II точка 166 мВЭ	$0,33 \pm 0,05$	$0,29 \pm 0,07$	$0,28 \pm 0,04$	$0,27 \pm 0,04$	$0,26 \pm 0,03$	Расчетное
E > 36 БэВ	$1,13 \pm 0,04$	$1,12 \pm 0,07$	$0,55 \pm 0,04$	$0,20 \pm 0,02$	$0,21 \pm 0,02$	Экспериментальное
IV точка 202 мВЭ	$0,21 \pm 0,03$	$0,20 \pm 0,03$	$0,19 \pm 0,03$	$0,18 \pm 0,02$	$0,17 \pm 0,02$	Расчетное
E > 45 БэВ	$0,57 \pm 0,03$	$0,47 \pm 0,04$	$0,26 \pm 0,02$	$0,16 \pm 0,01$	$0,15 \pm 0,03$	Экспериментальное

Таблица 8

Данные Баррета и др. [17] 1600 мВЭ E > 350 БэВ	Расстояние между детекторами D м						Примечание
	1,7	2,5	4	8,5	10	14	
Расчетное	$0,38 \pm 0,08$	$0,37 \pm 0,07$	$0,35 \pm 0,07$	—	$0,34 \pm 0,06$	$0,31 \pm 0,06$	Все данные $\times 10^3$ и пересчитаны на площадь $0,5 \text{ м}^2$
Экспериментальное	$1,15 \pm 0,26$	$1,35 \pm 0,20$	$0,8 \pm 0,14$	$0,85 \pm 0,16$	$0,4 \pm 0,09$	$0,3 \pm 0,06$	

Таблица 9

Данные Джорджа [20] 60 мВЭ E > 15 БэВ	Расстояние между детекторами D м					Примечание
	2,8	3,7	5,8	9,6	13	
Расчетное	$1,2 \pm 0,06$	$1,13 \pm 0,09$	$1,10 \pm 0,10$	$1,08 \pm 0,09$	$1,02 \pm 0,07$	Все данные пересчитаны для площади $0,5 \text{ м}^2$
Экспериментальное	$2,2 \pm 0,13$	$1,03 \pm 0,1$	$0,9 \pm 0,01$	—	$0,83 \pm 0,06$	

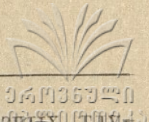
В таблицах 8 и 9 приведены данные для Баррета и др. [17] и Джорджа [20], рассчитанные также по формуле (26).

Для сравнения, наряду с расчетными данными, в таблицах приводятся и соответствующие экспериментальные значения числа двухкратных совпадений, вызванных коррелированными проникающими частицами.

Как видно из таблиц, у Баррета и Джорджа, а также и в нашем случае расчетные значения кривой раздвижения довольно хорошо совпадают с экспериментальными данными при расстояниях между детекторами больше 4—5 м.

При малых расстояниях подъем кривой раздвижения не объясняется расчетом, проведенным выше.





Из данных интенсивности коррелированных частиц на различных бинах поглощения, рассчитано значение показателя энергетического спектра для функции распределения вида  $N \sim E^{-\gamma}$ .

Среднее значение показателя энергетического спектра по данным всех точек, с использованием и экспериментальных величин Джорджа, будет:

$$\bar{\gamma} = 1,63 \pm 0,21.$$

Значение  $\bar{\gamma}$  хорошо согласуется с величиной  $\gamma$ , приведенной Хреновым [27].

Для показателя интегрального спектра  $\mu$ -мезонов в области энергии 10—600 Бэв, Хренов показал, что  $\gamma \geq 1,4$ .

Это положение говорит о правильности наших предположений, что наблюдаемые связанные частицы являются частицами широких атмосферных ливней.

Кафедра ядерной физики.  
Лаборатория космических лучей.

(Поступило в редакцию 26/III-63 г.).

ლ. გედევანიშვილი, ი. საკვარელიძე

## კოსმოსური გამოსხივების უელწევადი ნაწილაკების განზომილის მრუდისა და ენერგეტიკული სპექტრის შესწავლა 200 მწე სიღრმეზე

რეზიუმე

განხილულია კოსმოსური სხივების უელწევადი ნაწილაკების კორელაციის საკითხი მიწის ქვეშ. ცნობილი ექსპერიმენტული მონაცემების შეფასება გვიჩვენებს, რომ დიდი მშთანთქმელების ქვეშ შეიმჩნევა ფართო ღვარებში შემავალი უელწევადი ნაწილაკები ან  $\mu$ -მეზონების ჯგუფები ღვარის ღეროს არეში.

ექსპერიმენტალურად გაზომილია განზომილის მრუდი 166 და 202 მწე სიღრმეზე. შეფასებულია ლოკალური ღვარების წვლილი განზომილის მრუდში დეტექტორებს შორის მცირე მანძილების შემთხვევაში.

თეორიულად გამოთვლილი მრუდი კარგად ეთანხმება ექსპერიმენტულ მონაცემებს დეტექტორების დაშორებისას 5 მეტრზე მეტი მანძილით.

ასევე შეფასებულია ჯორჯისა და ბარეტის მონაცემები შესაბამისად 60 და 1600 მწე სიღრმეებისათვის.

მიღებული უელწევადი ნაწილაკების ენერგეტიკული სპექტრის მაჩვენებლის მნიშვნელობა კარგად ეთანხმება ცნობილ მნიშვნელობებს.



## ЛИТЕРАТУРА

0649357240  
202201010330

1. P. Auger, R. Maze, Robley. Compt. Rend. 208, 1641, 1938.
2. Д. В. Скобельцын, Г. Т. Зацепин, В. В. Миллер. Phys. Rev. 71, 315, 1947.
3. Н. А. Добротин, Г. Т. Зацепин, И. Л. Розенталь, Л. И. Сарычева, Г. Б. Христиансен, Л. Х. Эйдуc. УФН, 49, 185, 1953.
4. Н. Г. Биргер, В. И. Векслер, И. А. Добротин, Г. Т. Зацепин, Л. В. Курносое, А. Л. Любимов, И. Л. Розенталь, Л. Х. Эйдуc. ЖЭТФ, 19, 826, 1949.
5. И. И. Сакварелидзе. Канд. диссертация. Тбилисский университет, 1955.
6. Э. Л. Андроникашвили, М. Ф. Бибилашвили, И. И. Сакварелидзе, Г. Р. Хуцишвили. Изв. АН СССР, серия физ., 19, 618, 1955.
7. Э. Л. Андроникашвили, М. Ф. Бибилашвили, И. И. Сакварелидзе, Г. Р. Хуцишвили. ЖЭТФ, 32, 403, 1957.
8. Э. Л. Андроникашвили, Р. Е. Казаров. Труды Московской конференции 1959 г., т. II, 159, 1960.
9. Т. Шандор, А. Шомоди, Ф. Телбис. ЖЭТФ, 41, 2, 334, 1961.
10. С. И. Вернов, В. И. Тулупов, Б. А. Хренов, Г. Б. Христиансен. Труды московской конференции 1959 г., т. II, 169, 1960.
11. E. P. George, J. W. Mac Anuff, J. W. Sturgess. Proc. Phys. Soc. 66, 400 A, 346, 1953.
12. С. Хигаши, С. Митани, Т. Ошио, К. Ватанабе, И. Ватаси. Труды Московской конференции 1959 г., т. II, 181, 1960.
13. С. Н. Вернов, Ли Дон Хва, Б. А. Хренов, Г. Б. Христиансен. ЖЭТФ, 42, 3, 785, 1962.
14. K. Watanabe. Jour. Phys. Soc. Japan. 16, 5, 855, 1961.
15. Г. Т. Зацепин, В. В. Миллер. ЖЭТФ, 17, 939, 1947.
16. G. Cocconi. Phys. Rev. 79, 1006, 1950.
17. P. H. Barret, L. M. Bollinger, G. Cocconi, I. Eisenberg, K. Greisen. Rev. Mod. Phys. 24, 133, 1952.
18. E. Fermi. Prog. Theor. Phys. 5, 570, 1950.
19. Л. Д. Ландау. Известия АН СССР, сер. физ. 17, 51, 1953.
20. E. P. George, Y. W. Mac Anuff. Proc. Phys. Soc. 66, 400 A, 346, 1953.
21. И. Сакварелидзе, Л. Гедеванишвили. Труды Тбилисского гос. университета, т. 86, 301, 1960.
22. И. Сакварелидзе, Л. Гедеванишвили. Тезисы юбилейной научной сессии. Тбил. гос. университета, 10, 1961.
23. S. Higushi, T. Kitamura, Y. Mishima, S. Mitani, S. Miyamoto, T. Oshio, N. Shibata, K. Watanabe, Y. Watase. Jour. Phys. Soc. Japan V. 17. Sup. A—III, 5—22, 362, 1962.
24. Е. Джордж. Физика космических лучей, 1, 328., ИЛ, Москва, 1954.
25. S. Venet, K. Greisen. Phys. Rev., 124, 6, 1982, 1961.
26. К. Грейзен. Физика космических лучей, т. III, 6, ИЛ., Москва, 1958.
27. Б. А. Хренов. ЖЭТФ, 41, 11, 1402, 1961.



Т. В. ПЕЦХЛАДЗЕ, Л. В. БОДОКИЯ

## РАДИАЦИОННОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ЖЕЛЕЗА

За последние годы в связи с развитием работ по применению мощных облучательных установок, широко развернулись исследования по радиационному превращению различных химических систем. Область науки, возникшая на почве этих исследований,—радиационная химия, близка, по существу, к классической фотохимии, но отличается от нее целым рядом особенностей, обусловленных своеобразием действия ядерного излучения на химическое вещество.

Несмотря на малые сроки, прошедшие со времени зарождения радиационной химии, в последнее время эта область приобрела чрезвычайно большое не только теоретическое, но и практическое значение. Радиационные процессы могут быть использованы для получения новых химических веществ, важных для народного хозяйства. В радиобиологии первопричиной биологического действия излучения является также радиационно-химическое превращение жизненноважных веществ.

Радиационное превращение, обычно, имеет очень сложный механизм, благодаря чему элементарные процессы детально изучены только лишь для некоторых простых систем, например, воды. С другой стороны, в настоящее время уже ясно, что если облучению подвергается водный раствор какого-либо органического или неорганического вещества, то радиационное превращение его носит вторичный характер. Действительно, при той раздробленности вещества, в котором оно находится в растворе, т. е. распределенным в подавляющем количестве растворителя (например, воды), прямое действие излучения на растворенное вещество становится маловероятным, а весь процесс управляется теми радикалами, которые возникают в воде при облучении ее ядерным излучением.

Задача исследования в области радиационной химии в настоящее время состоит в определении механизмов превращений различных химических веществ, в нахождении зависимости течения радиационной реакции от дозы и типа ядерного излучения. Для детального описания явления необходимо экспериментальное определение ионного выхода, т. е. числа превращенных молекул на 100 эв поглощенной энергии.

В лаборатории радиоактивности Тбилисского государственного университета в предыдущие годы было найдено, что при облучении компи-





лексных соединений железа  $K_4[Fe(CN)_6]$  и  $K_3[Fe(CN)_6]$  наблюдается их распад с выделением радиожиелеза из комплекса. Известно, что эти соединения имеют очень малую константу неустойчивости комплексного иона (порядка  $10^{-31}$ ), иначе говоря, они чрезвычайно стабильны и не диссоциируют в обычных условиях. Исследование механизма радиационного разложения этих соединений имеет поэтому существенный интерес для радиационной химии комплексных соединений вообще. В данной работе приведены результаты определения выхода радиожиелеза из комплекса в зависимости от дозы гамма-излучения.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### 1. Получение меченой по железу желтой кровяной соли

Для получения  $K_4[Fe(CN)_6]$  порошок радиожиелеза с активностью в несколько милликюри сыпали в фарфоровую чашку и осторожно обрабатывали серной кислотой (1:10) до полного растворения. Затем раствор испаряли и подсушивали. Получалась зеленоватая соль  $FeSO_4$ , которая могла содержать в виде примеси  $Fe_2(SO_4)_3$ . Для удаления феррисульфата полученную соль растворяли в небольшом количестве дистиллированной воды, фильтровали и в фильтрат добавляли равное по объему количество абсолютного спирта.  $FeSO_4$  выпадал на дно в виде осадка. Раствор снова фильтровался и осадок на фильтре тщательно промывался раствором спирта.

Подсушенный ферросульфат растворялся далее в дистиллированной воде, заполнением мерной колбы до литра и в аликвотной части определялась удельная активность раствора.

К 100 мл раствора KOH, насыщенного HCN, приливали раствор  $FeSO_4$ . Полученную смесь кипятили и после охлаждения добавляли абсолютный спирт. При этом образовывался белый, слегка желтоватый осадок  $K_4[Fe^{59}(CN)_6]$ . Смесь фильтровали и осадок  $K_4[Fe(CN)_6]$  многократно промывали спиртом. Далее его осторожно подсушивали под инфракрасной лампой на воздухе.

Из раствора бралась аликвотная часть и гамма-счетчиком определялась ее активность.

### 2. Методика облучения раствора $K_4[Fe^{59}(CN)_6]$

Образцы раствора  $K_4[Fe^{59}(CN)_6]$  по 20 мл помещали в пробирки с притертой пробкой и облучались гамма-излучением Co-60 на установке с активностью 300 гр. экв. радия. Расположение образцов вокруг источника фиксировалось стойкой.



## 3. Измерение дозы гамма-излучения

Дозиметрия гамма-излучения проводилась при помощи дозиметра, содержащего раствор сульфата железа в 0,8N  $H_2SO_4$ . Количество образовавшегося  $Fe^{+++}$  регистрировалось фотокалориметрированием роданида железа. Выход реакции считался равным 15,6 ионов на 100 эв (3).

4. Методика выделения  $Fe^{+++}$  из облученного раствора  $K_4[Fe(CN)_6]$ 

20 мл облученного раствора наливали пипеткой в колбу и добавляли 10 мл 10% раствора  $Al_2(SO_4)_3 \cdot (NH_4)_2 SO_4 \cdot 24H_2O$  и 10 мл 12,5% раствора  $NH_4OH$ . Туда же добавлялось 5 мл раствора  $NH_4Cl$ . Смесь кипятили и фильтровали. Осадок многократно промывали раствором  $NH_4OH$  и  $NH_4Cl$ . Промывание производилось до тех пор, пока в отмывном растворе не исчезала активность.

Фильтр с радиожелезом на носителе подсушивался, покрывался ацетоновым лаком и считался на установке Б—1 с гамма-счетчиком.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для установления „фоновое значение“ активности, уносимой носителем из необлученного раствора, меченого  $K_4[Fe(CN)_6]$  были взяты 20 мл активной желтой кровяной соли и проделаны все операции, требующиеся для соосаждения радиожелеза с гидроокисью алюминия. Среднее значение „фона“ составило 140 имп/мин. В дальнейшем эта величина вычиталась из активности радиационно выделившегося  $Fe^{+++}$ .

В таблице 1 приведены результаты эксперимента. Как выяснилось далее, кинетика разложения  $K_4[Fe(CN)_6]$  меняется в различных интервалах доз.

На графике 1 представлена зависимость величины активности радиожелеза, выделившегося на носителе от дозы гамма-излучения.

Таблица 1

Активность радиожелеза, выделившегося из  $K_4[Fe(CN)_6]$   
под воздействием различных доз гамма-излучения

Доза излучения в тыс. рад.	Активность радиожелеза имп/мин. 160 мг носителя	Доза излучения в тыс. рад.	Активность радиожелеза имп/мин. 160 мг носителя
46	890	386	1620
65	850	386	1520
84	1010	450	1700
168	1110	583	2180
185	1280	863	2540
276	1530	962	2665
276	1480	1170	2560
276	1570	2140	2640
288	1625	2340	2665
337	1440	2960	2954
370	1535		



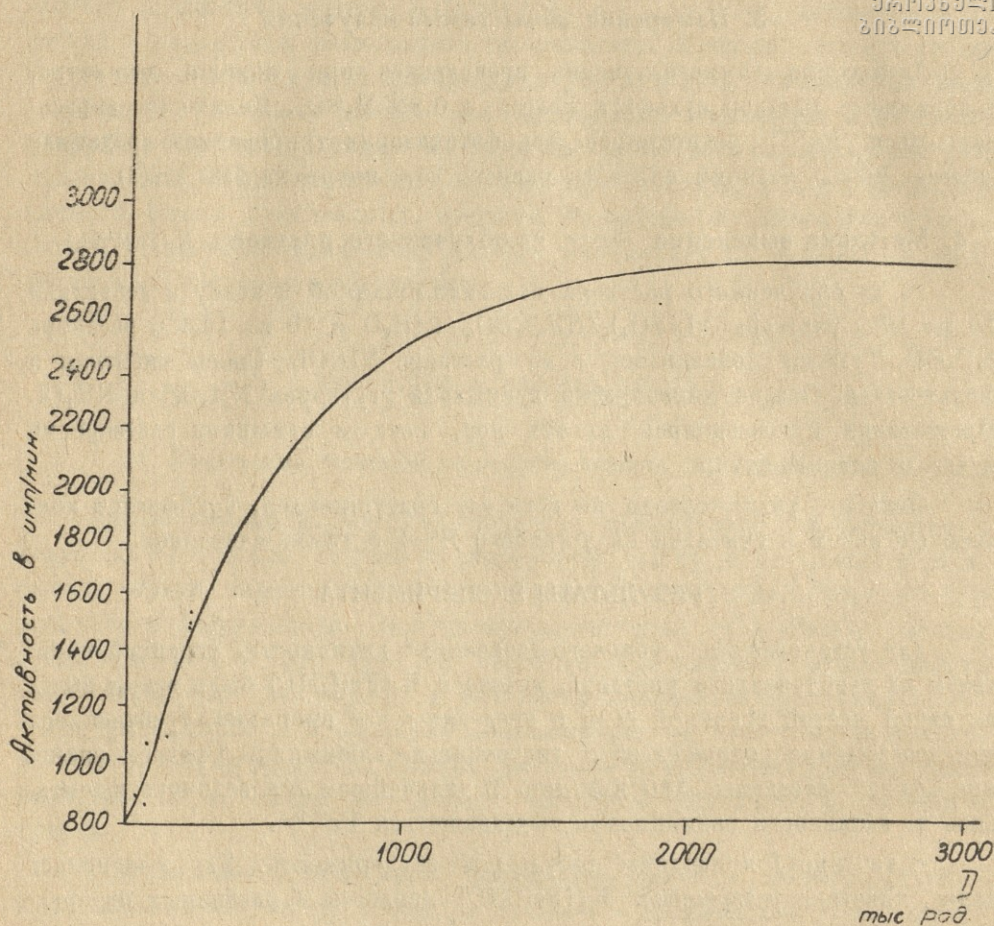


График 1.

Все данные приведены для раствора желтой кровяной соли, исходная активность которой составляла 3400 имп/сек. мл.

Кривая выхода разложения  $K_4[Fe(CN)_6]$  в зависимости от дозы облучения имеет характер кривой насыщения. По-видимому, в области доз, превышающих мегарад, наступает истощение раствора по отношению к тем радикалам, которые осуществляли взаимодействие с  $K_4[Fe(CN)_6]$  и вызывали распад комплекса. Весьма вероятно, что этот перелом в кинетике разложения комплекса создан с истощением количества кислорода в системе—обстоятельство, которое играет важную роль в механизме радиационно-химических процессов.

Кафедра  
 ядерной физики

(Поступило в редакцию 20/XII. 1960 г.)



**რკინის კომპლექსურ ნაერთთა რადიაციული დაშლა**

რეზიუმე

შესწავლილია რადიექტიური რკინის კომპლექსური მარილის  $K_4[Fe(CN)_6]$  რადიაციული დაშლა. ნაჩვენებია, რომ ღოზების სხვადასხვა ინტერვალებში კომპლექსური დაშლა მიმდინარეობს სხვადასხვა სიჩქარით.

გამოთქმულია აზრი, რომ კომპლექსური მარილის რადიაციული დაშლა დამოკიდებულია წყლის რადიოლიზის შედეგად წარმოქმნილი რადიკალებთან ურთიერთქმედების ალბათობაზე.

ЛИТЕРАТУРА

- ✓ 1. Т. В. Цецхладзе, Л. В. Бодокия. Действие гамма-излучения на реакцию изотопного обмена в комплексных соединениях железа. Труды Тбилисского государственного университета, т. 68, 1959.
2. S. Rosinger. Chemical dosimetry of X-rays,  $\gamma$ -radiation and fast electrons by the ferrous sulfate method—Доклад на Женевской конференции по мирному применению атомной энергии, 1958.



Т. В. ЦЕЦХЛАДЗЕ, Л. В. БОЛОГИЯ

## ОКИСЛЕНИЕ СУЛЬФАТА ЖЕЛЕЗА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕЙТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРИСУТСТВИИ СОЛЕЙ ЛИТИЯ

За последние годы, наряду с развитием ионизационных методов дозиметрии ядерных излучений, достигнуты значительные успехи в разработке различных химических дозиметрических систем, способных регистрировать сравнительно большие дозы рентгеновского и гамма-излучения.

Химические дозиметры в большинстве случаев представляют собой водные растворы неорганических или органических веществ, претерпевающих радиационно-химическое изменение, характеризующееся линейной зависимостью концентрации превращенного вещества от поглощенной энергии. Так как водные растворы являются тканеэквивалентными системами, то методы измерения доз, основанные на их применении, в большинстве случаев предпочтительней методов, использующих ионизацию газов.

При выборе химической дозиметрической системы необходимо руководствоваться требованиями, выполнение которых позволяет применять химический дозиметр с достаточной степенью достоверности его показаний. В частности, желательно, чтобы химический дозиметр являлся тканеэквивалентной системой, т. е. поглощение им ядерной энергии должно соответствовать физико-химической картине поглощения излучения биологической тканью.

Радиационно-химическое превращение вещества должно происходить пропорционально дозе поглощенного излучения, и эта линейная зависимость между дозой и ионным выходом, т. е. количеством молекул, претерпевающих превращение при поглощении 100 эв энергии, должна оставаться постоянной в некоторых пределах концентрации вещества, температуры и других условий опыта. Естественно, что, помимо этих требований, химический дозиметр, как и всякая измерительная система, должен давать в высокой степени воспроизводимые результаты с погрешностью, во всяком случае, не превышающей нескольких процентов.

Подробное рассмотрение современных химических дозиметров показывает, что все они обладают теми или иными недостатками, ограничивающими их универсальное применение. Наибольшим распространением в настоящее время пользуется ферросульфатный дозиметр Фрике [1], усовершенствованный Миллером [2]. Дозиметр Фрике дает вполне достоверные



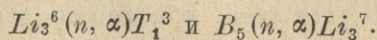


показания при измерении доз рентгеновских и гамма-лучей от нескольких десятков тысяч до нескольких десятков тысяч рад при мощности дозы до 100 рад/мин. Ионный выход ферросульфатного дозиметра определен экспериментально для различных типов ядерного излучения; благодаря этому расчет дозы во всех случаях можно производить с высокой точностью. Величина ионного выхода  $G = 15,6$  молекул на 100 эв поглощенной энергии для гамма-лучей с энергией в 1 Мэв. Верхний предел определяемой дозы составляет 50 000 рад. Определение концентрации трехвалентного железа производится спектрофотометрически или калориметрически. Облученный дозиметрический раствор может сохраняться без изменений в течение недели, но при облучении должен иметься свободный доступ воздуха.

Более высокие дозы излучения можно регистрировать раствором сульфата четырехвалентного церия, который под воздействием гамма-излучения восстанавливается до трехвалентного состояния. Такой раствор измеряет дозы до  $1,4 \cdot 10^8$  рад при мощностях дозы  $10^6$  рад/сек [3, 4, 5]; однако в настоящее время он все еще требует предварительной калибровки по какому-либо стандарту. Ионный выход сульфата церия составляет 1,7—3,1 молекул на 100 эв в зависимости от концентрации раствора. Верхний предел регистрируемой дозы составляет  $10^8$  рад. Определение концентрации превращенного церия можно производить спектрофотометрически или калориметрическим титрованием. Облученный дозиметрический раствор может сохраняться без изменений в течение месяцев, причем присутствие или отсутствие кислорода воздуха на него не влияет.

Помимо двух указанных химических дозиметров были предложены также другие растворы. В частности, применяются бензоат натрия или бензол [6], двухфазные системы из хлороформа и его производных соединений, покрытых слоем водного раствора рН-индикатора [7], и другие.

Чрезвычайно важной дозиметрической проблемой является измерение смешанных потоков быстрых нейтронов, медленных нейтронов и гамма-излучения. Применение химических дозиметров в этой области представляет большие преимущества, однако очень трудно осуществимо в первую очередь из-за активации самого дозиметрического вещества. Харт и Уолш [8] применили раствор сульфата железа в смеси с солями лития и бора. В результате поглощения тепловых нейтронов происходили следующие реакции:



Возникающие в реакциях ядра трития или лития и альфа-частицы ионизуют среду и вызывают превращения двухвалентного железа в трехвалентное. По данным авторов, ионный выход этих реакций соответствовал  $4,2 \pm 0,4$ .

Окисление ферросульфата в  $(n, \alpha)$  реакциях лития и бора подробно изучено также Шулером и Барром [9], которые показали, что ионный выход



$$G_{\text{Fe}^{+++}} = 4,22 \pm 0,8 \quad \text{для } B_5^{10}(n, \alpha)Li_3^7$$

$$G_{\text{Fe}^{+++}} = 5,69 \pm 0,12 \quad \text{для } Li_3^6(n, \alpha)T_1^3$$

0640357240  
20230110333

При этом отношение ионных выходов при доступе воздуха ( $G'$ ) и в безвоздушных условиях ( $G''$ )

$$\frac{G'}{G''} = 1,12 \pm 0,2 \quad \text{для } B_5^{10}(n, \alpha)Li_3^7$$

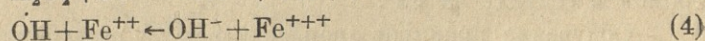
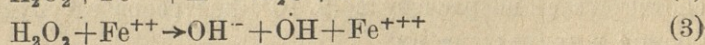
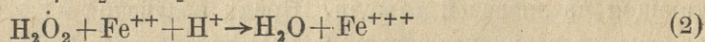
$$\frac{G'}{G''} = 1,40 \pm 0,02 \quad \text{для } Li_3^6(n, \alpha)T_1^3$$

Изменение концентрации дозиметрического раствора незначительно влияет на ионный выход, даже при вариации от 1 до 10 мМ/л.

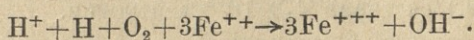
Целью настоящей работы являлось изучение температурной зависимости выхода реакции превращения двухвалентного железа в трехвалентное в смесях с сульфатом лития. Такую температурную зависимость можно предвидеть на основании тех предположений о механизме радиационно-химического акта, которые существуют в настоящее время [9, 10, 11].

Предполагаемый механизм процесса состоит в следующем: тритий, возникающий в реакции  $Li_3^6(n, \alpha)T_1^3$ , взаимодействует со средой, имея энергию 2,7 Мэв, а альфа-частица — энергию 2,1 Мэв. Таким образом, 57,1% общей энергии, выделяемой при этой реакции, приходится на долю трития, который имеет такие же энергетические потери, как и протон с энергией 0,9 Мэв.

Если раствор содержит кислород, т. е. во время облучения доступ воздуха не был ограничен, то могут происходить следующие реакции:



Суммарная реакция:



Рассмотрение этих реакций дает основание предполагать, что процесс радиационного превращения ферросульфата железа в феррисульфат под воздействием ядер отдачи трития может меняться при изменении температурных условий. Поэтому представляло интерес облучение этого дозиметра смешанным  $n, \gamma$  излучением при различных температурах.

### Экспериментальная часть

Дозиметрический раствор ферросульфата в смеси с солями лития готовился следующим образом: в литре бидистиллированной воды в указанной последовательности растворялись следующие вещества: 2,7792 г  $FeSO_4 \cdot 7H_2O$  (10 мМ/л); 21,3 мл концентрированной серной кислоты плотности 1,84 г/см<sup>3</sup>





(0,8 N раствор), 56 0,0583 г NaCl (1m M/L); 38,3228  $\text{Li}_2\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$  (0,6 N раствор). 10 мл этого раствора отмерялось пипеткой и заливалось в пробирку со стеклянной муфтой, присоединенной к термостату.

Был произведен расчет возможной наведенной активности как в дозиметрическом растворе, так и в стекле. Предполагалось, что поток тепловых нейтронов составляет  $10^9$  нейтронов в секунду на  $\text{см}^2$ , а общее число полученных образцов тепловых нейтронов за два часа при площади мишени— $10 \text{ см}^2$  порядка  $5 \cdot 10^{13}$  нейтронов.

Расчет активности был произведен по формуле:

$$A = S\varphi(1 - \exp(-n\delta x))(1 - \exp(-\lambda t)) \text{ расп/сек.},$$

где  $n$ —число ядер мишени в  $\text{см}^3$ ,  $\sigma$ —сечение захвата в  $\text{см}^2$ ,  $x$ —толщина мишени в см,  $\lambda$ —постоянная распада в  $\text{сек}^{-1}$ ,  $t$ —время облучения в секундах,  $\varphi$ —поток нейтронов/сек.  $\text{см}^2$ ,  $S$ —площадь облучения в  $\text{см}^2$ .

Для нашего случая эта формула может быть преобразована следующим образом:

$$A = \Phi(1 - \exp(-N\sigma)) \left(1 - \exp\left(-\frac{0,7t}{T}\right)\right) \text{ расп/сек}$$

и, предполагая, что  $N\sigma$  достаточно малая величина:

$$B = \Phi N\sigma \left(1 - \exp\left(-\frac{0,7t}{T}\right)\right) \text{ расп/сек.}$$

Результаты расчета наведенной активности дозиметрического раствора из стекла состава 0,096 г Na; 0,084 г Ca; 0,35 г Li показали, что наведенная активность в нашем случае очень мала и ее можно не учитывать.

Облучение раствора нейтронами производилось на циклотроне, работающем на литиевой мишени. Время облучения—1,5 часа. Ток— $2 \mu\text{A}$ , что соответствует по расчету  $26,2 \cdot 10^{12}$  дейтронов в секунду или же  $10^{10}$  нейтронов в секунду на  $\text{см}^2$ .

Облучение пробирок производилось на расстоянии 7 см от мишени, где поток составлял  $8 \cdot 10^8$  нейтронов/ $\text{см}^2$  сек. Общий поток за время облучения (5400 сек.) составил  $4,3 \cdot 10^{12}$  нейтронов.

Концентрация железа определялась по электронным спектрам поглощения на спектрофотометре СФ—4.

Полученные результаты приведены на рисунке 1 (см. стр. 149).

Облучение дозиметрического раствора было произведено в трех различных условиях: в парафиновом блоке, толщина которого соответствовала длине замедления нейтронов, при температурах  $20^\circ\text{C}$  (кривая 2) и  $40^\circ\text{C}$  (кривая 3) и без парафинового блока при температуре  $20^\circ\text{C}$  (кривая 4). Кривая 1 соответствует необлученному раствору. Известно, что ионы трехвалентного железа характеризуются максимумом поглощения в области  $305 \text{ м}\mu$ . Облучение раствора в парафиновом блоке при  $20^\circ\text{C}$  и  $40^\circ\text{C}$  приводит к существенной разнице в кривых поглощения. Возрастание коэффициента поглощения почти на  $25\%$  несомненно свидетельствует о темпе-



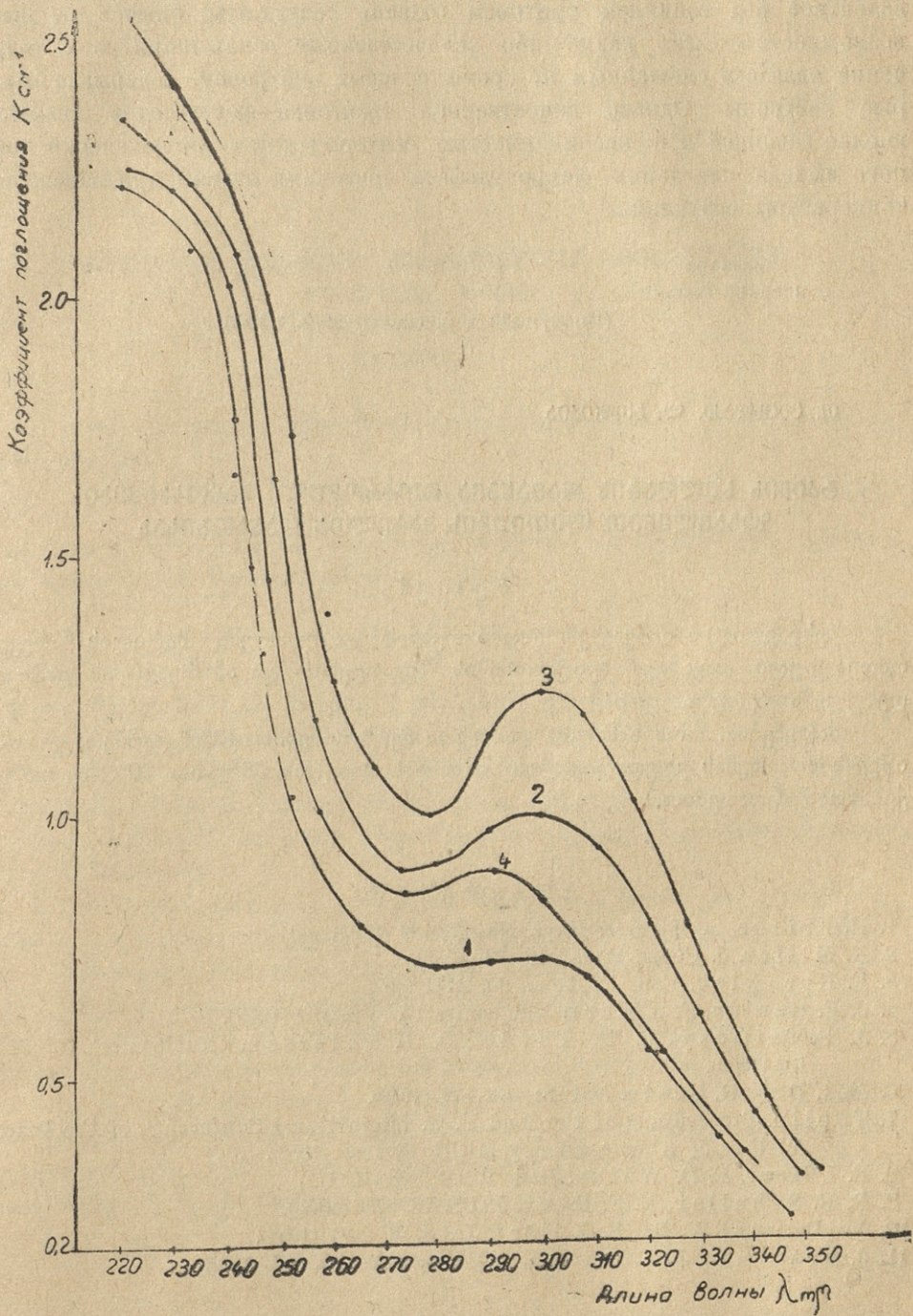
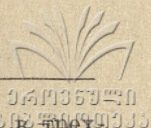


Рис. 1





ратурной зависимости реакции окисления двухвалентного железа в трехвалентное под влиянием тритонов отдачи. Результаты опытов не дают возможности сделать какие-либо количественные заключения, т. е. излучение являлось смешанным и, кроме тепловых нейтронов, содержало быстрые нейтроны. Однако качественная трактовка результатов является вполне законной и с несомненностью свидетельствует об изменении ионного выхода окисления ферросульфата тритонами отдачи при изменении температуры облучения.

Кафедра  
ядерной физики

(Поступило в редакцию 20/XII 1960 г.)

თ. ცეცხლაძე, ლ. ბოდოკია

### რკინის სულფატის დაჟანგვა ნეიტრონული გამოსხივების ზეგავლენით ლითიუმის მარილთა თანარობისას

რეზიუმე

შესწავლილია ორვალენტოვანი რკინისა და ლითიუმის მარილის ნარევის რადიაციული დაჟანგვა ნეიტრონების ზეგავლენით და ამ რეაქციის დამოკიდებულება ტემპერატურაზე.

ნაჩვენებია, რომ ხსნარის დაშუქება ნეიტრონებით  $40^{\circ}\text{C}$  ტემპერატურაზე იწვევს შთანთქმის კოეფიციენტის გაზრდას თითქმის  $25\%$ -ით  $20^{\circ}\text{C}$ -ზე დაშუქებასთან შედარებით.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. H. Fricke, S. Morse. *Phyl. Mag* 7, 129 (1929).
2. N. Miller. *J. Chem. Phys.*, 18, 79 (1950).
3. F. Hardwick. *Can. J. Chem.*, 30, 23 (1952).
4. J. F. Harlan, F. J. Hart. *Nucleonics* 17, № 8, 102 (1959).
5. J. S. Taimuty, L. H. Towle, D. L. Peterson. *Nucleonics* 17, № 8, 103 (1959).
6. M. I. Day, G. Stein. *Nature* 164, 671 (1949).
7. Taplin. *Proceedings of the 2-nd U. N. International Conference of the Peaceful Uses of Atomic Energy*, (ООН, Женева, 1958).
8. E. I. Hart, F. D. Walsh. *Rad. Res.* 1, 498 (1954).
9. R. H. Schuller, N. F. Barr. *JACS*, 78, 5756 (1956).
10. Mc Donnel W. R., E. J. Hart. *JACS*, 76, 2121 (1954).
11. J. Draganic, J. J. Sutton. *J. Chem. Phys.* 52, 327 (1955).



20, 29

მ. მდივანი

## კორელაციის ეფექტები ჰქსსგონალურ კრისტალებში დიფუზიის დროს

### 1. შესავალი

როგორც ცნობილია, დიფუზიის ფენომენოლოგიური თეორია ფიზიკის კანონს ეყრდნობა

$$\vec{j} = -D\nabla c, \quad (1)$$

სადაც  $\vec{j}$  დიფუზიური ნაკადის სიმკვრივეა, ხოლო  $c$  — კონცენტრაცია. გარდა ამისა, ადგილი აქვს შენახვის კანონს:

$$(\nabla, \vec{j}) + \frac{\partial c}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

მიღებული შედეგები გამოისახება  $D$  დიფუზიის მუდმივას საშუალებით, რომელიც უცნობ მაკროსკოპულ პარამეტრს წარმოადგენს.

დიფუზიის კინეტიკურ თეორიაში  $D$  მუდმივას უკავშირებენ ატომურ პარამეტრებს, რომელნიც დიფუზიის მექანიზმს აღწერენ. პირიქით,  $D$ -ს შესახებ ექსპერიმენტიდან მიღებულ ინფორმაციას იყენებენ მექანიზმის შესახებ ცნობების მისაღებად.

ბოლო წლების მანძილზე ყურადღება მიიპყრო ამ პრობლემის ერთ-ერთმა თვისებამ — სივრცითმა კორელაციამ, რომელიც დიფუნდირებადი ატომის მოძღვენო ნახტომებს შორის უნდა არსებობდეს. კორელაცია წარმოადგენს დიფუზიის მექანიზმის არსებითად გეომეტრიულ თვისებას და იგი შეიძლება იზოლირებულ იქნეს სხვა ფაქტორებისგან, რომლებიც დამზადებული დიფუზიის მუდმივას (მაგ., ატომურ ნახტომთა სიხშირისაგან) იძლევიან.

მოკლედ შეეჩერდეთ სივრცითი კორელაციის არსებობის მიზეზზე. ამისათვის განვიხილოთ ვაკანტური მექანიზმით იზოტოპის დიფუზიის ამოცანა. ჩვეულებრივი განხილვის თანახმად იზოტოპულ (კუბურ) მესერში დიფუზიის მუდმივასათვის მიიღება შემდეგი გამოსახულება [1]:

$$D = \frac{1}{\sigma} \Gamma r^2, \quad (3)$$

სადაც  $r$  არის ატომის ცალკეული ნახტომის სიდიდე (მანძილი მესერში უახლოეს მეზობლებს შორის), ხოლო  $\Gamma$  — ნახტომთა საშუალო რაოდენობა, რომელთაც იზოტოპის ატომი დროის ერთეულში აკეთებს. ამ ფორმულის გამო-





ყვანის დროს დაშვებულია, რომ იზოტომის ატომები სამკანზომიტეტის შემთხვევით ხეტიალს ასრულებს კრისტალში. ნახტომის სიხშირე  $P'$  არის იზოტომის გვერდით ვაკანსიის ქონების ალბათობის ნამრავლი ასეთ ვაკანსიაში იზოტომის გადახტომის სიხშირეზე. მართალია, იზოტომის ატომები ყველა მიმართულებით საშუალოდ ერთნაირი სიხშირით ასრულებს ნახტომებს, მაგრამ იმ დროს, როდესაც ჩვენ ვაკვირდებით იზოტომის მოძრაობებს მცირე დროის მანძილზე (ვთქვათ, რამდენიმე ნახტომის განმავლობაში), მომდევნო მოძრაობანი დამოკიდებული არიან იმ ნახტომთა მიმართულებებზე, რომელთაც ადრე ჰქონდათ ადგილი. მართლაც, განვიხილოთ შემთხვევა, როცა იზოტომმა ეხლახან მიაღწია  $P$  მდებარეობას  $P'$  მდებარეობიდან. ცხადია, რომ ვაკანსია კვლავ იზოტომის მეზობელია (იგი ახლა  $P'$ -შია), ასე რომ, თუმცა ვაკანსია შემთხვევით ნახტომებს აკეთებს, იზოტომის შემდგომი ნახტომი ყველაზე ალბათია უკან რომ იყოს  $P'$ -კენ, და ნაკლებად ალბათი იქნება მისი სხვა ნახტომები წინ. ეს კორელაცია ატომის მომდევნო ნახტომთა მიმართულებებს შორის მხედველობაში არ იყო მიღებული (3) ფორმულის გამოყვანის დროს. მის მხედველობაში მიღებას მივყავართ ახალი მამრავლის შემოღებამდე, რომელსაც  $f$  კორელაციის მამრავლს უწოდებენ [2]. ასე რომ, ახლა

$$D = \frac{1}{\sigma} \Gamma r^2 f. \quad (4)$$

აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ  $f$  მამრავლი მხოლოდ მაშინ გვექნება, როდესაც დიფუზიონური ატომი სხვა „ნაწილაკის“ დახმარებით (ზემოთ მოყვანილ მაგალითში ეს ვაკანსია იყო) მოძრაობს.  $f$  არ გვექნება  $D$ -ში ჩანერგვის ტიპის ხსნარებში, მაგალითად,  $C$  რკინაში, სადაც მომდევნო ნახტომები ზუსტად შემთხვევითია და ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი.

როგორც გამოკვლევებმა აჩვენა [3], [4], [5], კორელაციის მამრავლს შემდეგი მნიშვნელობა აქვს:

$$f = \frac{1 + \overline{\cos\theta}}{1 - \overline{\cos\theta}}, \quad (5)$$

სადაც  $\theta$  არის კუთხე ორ მომდევნო ნახტომს შორის. ნაჩვენები იქნა, რომ (5) ფორმულა  $f$ -თვის სამართლიანია ვაკანტური დიფუზიონისათვის ყველა ისეთ მესერში, რომლებისთვისაც ყველა უახლოესი ნახტომის ვექტორები ერთნაირი სიგრძისაა (მარტივი კუბური მესერი, სივრცე-ცენტრირებული მესერი, წახნაგ-ცენტრირებული მესერი მჭიდროდ — ჩაწყობილი ჰექსაგონალური მესერი). იგი ასევე სწორია ბრტყელი ჰექსაგონალური მესრისა და ალმასის მესრის შემთხვევაში.

ჩვენს მიზანს წარმოადგენს ჰექსაგონალური მესრების შემთხვევაში კორელაციური ეფექტების დეტალური შესწავლა.

## II. მინარეზული დიფუზია ჯოქსონის მემანიშით

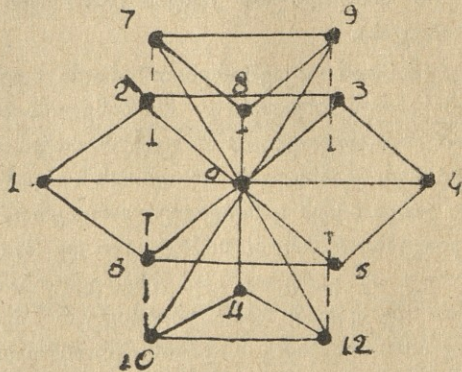
ჰექსაგონალურ მესერში უახლოესი მეზობლების რაოდენობა 12-ის ტოლია და ისინი ცენტრალური ატომისაგან ერთნაირი —  $a$  მანძილით არიან დაშორებულნი (მჭიდროდ ჩაწყობილი მესრის შემთხვევაში).



კრისტალებში გახსნილი ატომების დიფუზიის ჯონსონის მექანიზმის თანახმად მიზიდვის ახლოქმედი ძალები გვაქვს მინარევული ატომისა და ვაკანსიის შორის ძირითადი ნივთიერების კრისტალურ მესერში<sup>1</sup>. როგორც ცნობილია, ეს მექანიზმი კარგად ხსნის დიფუზიისათვის ცდის მონაცემებს შენადნობებში.

ლე-კლერმა და ლიდიარდმა [4] კრისტალებში დიფუზიის დროს კორელაციური ეფექტების განხილვისას დეტალურად შეისწავლეს ჯონსონის მექანიზმი წახნაგ-ცენტრირებულ კუბურ მესერში. ჩვენ შევისწავლით ანალოგიურ ამოცანას ჰექსაგონალური მესრისათვის.

სუსტ მყარ ხსნარში გახსნილი ატომის დიფუზიისას შეგვიძლია ბირველ მიახლოებაში მიზიდვა მინარევსა და ვაკანსიას შორის მხედველობაში მივიღოთ მხოლოდ მაშინ, როდესაც ისინი ერთმანეთის უახლოეს მეზობლებს წარმოადგენენ. ვთქვათ,  $W_2$  არის სისშირე, რომლითაც დროის ერთეულში ასოცირებული ვაკანსია



ნახ. 1.

და მინარევი ერთმანეთს ადგილს უცვლის,  $W_1$  კი იყოს სისშირე, რომლითაც დროის ერთეულში ასოცირებული ვაკანსია ერთი მდებარეობიდან მინარევის სხვა რომელიმე განსაზღვრულ უახლოეს მეზობელ მდებარეობაში გადახტება, (ჰექსაგონალურ მჭიდროდ ჩაწყობილ მესერში უახლოესი მეზობლების ყოველ წყვილს ოთხი საერთო მეზობელი ყავს).

დიფუზიის კოეფიციენტი ლე-კლერისა და ლიდიარდის [4] თანახმად, გარდა გადახტომის სისშირის პროპორციული მამრავლისა, კიდევ კორელაციის მამრავლს შეიცავს.

კორელაციის მამრავლის გამოთვლისას ჰექსაგონალურ მესერში მხედველობაში უნდა მივიღოთ ერთი გარემოება. როგორც ცნობილია, ასეთ მესერებში დიფუზიის კოეფიციენტს ანიზოტროპია გააჩნია. დიფუზიის კოეფიციენტი ბაზისურ სიბრტყეში ( $D_{\perp}$ ) და  $c$ -ღერძის მიმართულებით ( $D_{11}$ ) ერთმანეთისაგან განსხვავებულია. ნებისმიერი მიმართულებით დიფუზიის კოეფიციენტის მნიშვნელობის გასარკვევად აუცილებელია ამ ორი  $D_{\perp}$  და  $D_{11}$  კოეფიციენტის ცოდნა. თუ  $\varphi$  არის კუთხე  $c$ -ღერძსა და დიფუზიის მიმართულებას შორის, მაშინ

$$D(\varphi) = D_{11} \cos^2 \varphi + D_{\perp} \sin^2 \varphi. \quad (1)$$

ანიზოტროპიას ადგილი აქვს მაშინაც, როდესაც მესერი მჭიდროდაა ჩაწყობილი ( $\frac{c}{a} = 1.6331$ ). ეს ჩანს თუნდაც შიუმონის [8] ცდების მიხედვით.

<sup>1</sup> ასეთივე ასოციაციური მექანიზმი შემოყავთ აგრეთვე იონურ კრისტალებში. იხ. [7].





$M_g$ -თვის  $\left(\frac{c}{a}=1.6\right)$ . შიუმონმა აღმოაჩინა, რომ  $M_g$ -თვის  $\frac{D_{11}}{D_{12}}$  ბა 1.13-დან 1.24-მდე  $467^\circ C$ -დან  $575^\circ C$ -დე ფარგლებში.

მეორე მხრივ, როგორც ფიზიკურად ცხადია, თუ გადახტომის სიხშირეებს  $W_1$  და  $W_2$  ერთნაირი მნიშვნელობები ექნებათ ბაზისურ სიბრტყეში და ბაზისგარეთ მიმართულებით, მაშინ არავითარ ანიზოტროპიას არ ექნება ადგილი და ამოცანა წახნაგ-ცენტრირებულ კუბურ მესერში დიფუზიის განხილვის ანალოგიური იქნება (ამას ჩვენ ქვემოთ მივიღებთ, როგორც კერძო შემთხვევას).

ამასთან დაკავშირებით ცხადი ხდება, რომ საჭიროა  $W_1$  და  $W_2$  სიხშირეებისათვის სხვადასხვა მნიშვნელობების მინიჭება ბაზისური და არა ბაზისური მიმართულებით. ამ ფაქტს თავისი ფიზიკური ინტერესი აქვს და უფრო დეტალურ განხილვას მოითხოვს<sup>1</sup>. გარდა ამისა, ცხადია, რომ იზოლირებულად უნდა იქნეს განხილული ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული შემთხვევა: 1) დიფუზია ბაზისურ სიბრტყეში და 2) დიფუზია ბაზისგარეთ მიმართულებით. სწორედ ამ გარემოებათა მხედველობაში არმიღებამ მიიყვანა კომპანი და ჰავენი (5) მცდარ და ტრივიალურ შედეგამდე, რომლის მიხედვით თვით დიფუზიის განხილვის დროს კორელაციის მამრავლი წახნაგ-ცენტრირებული კუბური და მჭიდროდ ჩაწყობილი ჰექსაგონალური მესრებისათვის ერთმანეთის ტოლია.

ყოველივე ზემოთქმულის შედეგად ცალ-ცალკე განვიხილოთ ორი შემთხვევა: დიფუზია ბაზისურ სიბრტყეში და დიფუზია ბაზისგარეთ მიმართულებით.

### დიფუზიის შემთხვევა ბაზისურ სიბრტყეში

შემოვიღოთ აღნიშვნები:  $W'_1$  და  $W''_1$ , იყოს ალბათობა იმისა (შესაბამისად ბაზისური და ბაზისგარეთ მიმართულებით), რომ დროის ერთეულში ასოცირებული ვაკანსია მინარევის ერთი უახლოესი მეზობელი მდებარეობიდან მეორეში გადახტება.  $W'_2$  და  $W''_2$ , იყოს ანალოგიური ალბათობები იმისა, რომ დროის ერთეულში ასოცირებული ვაკანსია და მინარევი ერთმანეთს ადგილს უცვლის.  $P_n(s)$  იყოს ალბათობა იმისა, რომ  $n$ -ური ნახტომის შემდეგ ვაკანსიას  $s$  კვანძი უკავია. დავუშვათ, რომ საწყისი დროის მომენტში მინარევის ატომი იმყოფება ცენტრალურ (0) კვანძში, ხოლო ვაკანსია კი „1“-შია, ე. ი. მინარევის საწყისი ნახტომი იყოს „1“ $\rightarrow$ „0“. ასეთი საწყისი პირობებისას:  $P_0(1)=1$ , ხოლო ყველა სხვა  $s$ -თვის  $P_0(s)=0$ . ( $s=1,2,\dots,12$ )  $s$  კვანძები დავალაგოთ გარკვეული წესით. მაშინ სხვადასხვა  $P_n(s)$  კოეფიციენტები შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც  $P_n$  სვეტი—მატრიცის ელემენტები.  $(n+1)$ -ლი ნახტომის წვლილი  $C=\cos\theta$ -ში გამოისახება, როგორც მატრაცული ნამრავლი  $\tau p_n$ , სადაც  $\tau$  არის სტრიქონი—მატრიცა, რომლის თითოეული ელემენტი წარმოადგენს ვაკანსიის გადახტომის ალბათობას „0“-ში, გამრავლებულს შესაბამისი კუთხის კოსინუსზე [4]. ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

<sup>1</sup> უფრო დეტალურად ამის შესახებ იხ. შიუმონის მოსახრებანი [8].



$$C_{\perp} = \overline{\cos \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \tau p_n \quad (2)$$

$p_{n+1}(s)$  ალბათობები დაკავშირებული არიან  $p_n(s)$  ალბათობებთან წრფივი განტოლების სისტემით

$$p_{n+1}(s) = \sum_{s'=1}^{12} \alpha_{ss'} p_n(s'), \quad (s=1,2,\dots,12) \quad (3)$$

რაც მატრიცული სახით ასე ჩაიწერება

$$p_{n+1} = P p_n \quad (4)$$

აქ  $P$  არის (3) განტოლებათა სისტემის  $\alpha_{ss'}$  კოეფიციენტთაგან შედგენილი მატრიცი.

აქედან 
$$C = \tau \sum_{n=0}^{\infty} P^n p_0 \quad (5)$$

ცხადია, რომ  $C$ -ს ასეთი მეთოდით გამოთვლა სამართლიანია იმ ზღვრულ შემთხვევაში, როდესაც წყვილი მინარევი—ვაკანსია ბევრად ნაკლები სიხშირით დისოცირებს მისი ორიენტაციის ცვლილებების სიჩქარესთან შედარებით. ამიტომ ჩვენი გამოთვლები მხოლოდ ამ მიახლოებაშია სამართლიანი. რა თქმა უნდა, საინტერესო იქნებოდა წყვილების დისოციაციის შედეგობაში მიღება, მაგრამ ამას დიდ მათემატიკურ სირთულემდე მიყვავართ. ამ მხრივ გამოსავალს შეიძლება წარმოადგენდეს ლიდიარდის კინეტიკურ განტოლებათა მეთოდის [9] გამოყენება, რაც ასე მოხდენილად შეასრულა ჰოლუარდ რეისმა [10] წახნაგცენტრირებული კუბური სტრუქტურების მაგალითზე.

ახლა გამოვთვალოთ  $\tau$  მატრიცი. ნახატის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ გვაქვს შემდეგი ალბათობის კოეფიციენტები:  $p_n(1)$  — რომელიც გვხვდება ერთხელ;  $p_n(2) = p_n(6)$ ;  $p_n(7) = p_n(10)$ ;  $p_n(8) = p_n(11)$ ;  $p_n(3) = p_n(5)$ ;  $p_n(9) = p_n(12)$ ;  $p_n(4)$  — გვხვდება ერთხელ. ეს გამომდინარეობს 104 ღერძის გარშემო არსებული სიმეტრიის განხილვიდან.

დავალაგოთ  $\tau$  მატრიცის ელემენტები შემდეგი მიმდევრობით (1,2,7,8,9,-3,4). გამოვთვალოთ ეს მატრიცული ელემენტები.

1) „1“-დან „0“-ში გადახტომის ალბათობა ვაკანსიისათვის იქნება

$$p_n(1) = \frac{w'_2}{2w'_1 + 2w''_1 + w'_2} \equiv g_1.$$

შესაბამისი კუთხის კონუსი:  $\cos \theta = -1$ .

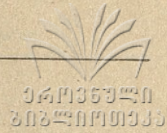
2) „2“-დან „0“-ში გადახტომის ალბათობა:

$$p_n(2) = p_n(6) \equiv g_1, \quad \cos \theta = -\frac{1}{2}.$$

3) 
$$p_n(7) = p_n(10) = \frac{w''_2}{2w'_1 + 2w''_1 + 2w''_2} \equiv g_2, \quad \cos \theta = -\frac{1}{2}.$$

4) 
$$p_n(8) = p_n(11) = g_2, \quad \cos \theta = 0.$$





5)  $p_n(9) = p_n(12) = g_2, \cos \vartheta = \frac{1}{2}.$

6)  $p_n(3) = p_n(8) = g_1, \cos \vartheta = \frac{1}{2}.$

7)  $p_n(4) = g_1, \cos \vartheta = 1.$

ასე რომ  $\tau$  შემდეგი სტრიქონ-მატრიცია:

$$\tau = [-g_1, -g_1, -g_2, 0, g_2, g_1, g_1]. \tag{6}$$

ახლა დავწეროთ  $p_n$ -ისა და  $p_{n+1}$ -ის შემაკავშირებელი წრფივი განტოლებები. ადვილი სანახავია, რომ გვექნება შემდეგი წრფივ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{aligned} p_{n+1}(1) &= 2f_1 p_n(2) + 2f_2 p_n(7) \\ p_{n+1}(2) &= f_1 p_n(1) + f_2 p_n(7) + f_3 p_n(8) + f_4 p_n(3) \\ p_{n+1}(7) &= f_3 p_n(1) + f_3 p_n(2) + f_4 p_n(8) + f_4 p_n(9) \\ p_{n+1}(8) &= f_3 p_n(2) + f_3 p_n(7) + f_4 g_n(9) + f_4 p_n(3) \\ p_{n+1}(9) &= f_4 p_n(7) + f_4 p_n(8) + f_3 p_n(3) + f_3 p_n(4) \\ p_{n+1}(3) &= f_1 p_n(2) + f_2 p_n(8) + f_2 p_n(9) + f_1 p_n(4) \\ p_{n+1}(4) &= 2f_2 p_n(9) + 2f_1 p_n(3) \end{aligned} \tag{7}$$

სადაც

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{w_1'}{2w_1' + 2w_1'' + w_2'} & f_2 &= \frac{w_1''}{2w_1' + 2w_1'' + w_2'} \\ f_3 &= \frac{w_1''}{2w_1' + 2w_1'' + w_2'} & f_4 &= \frac{w_1''}{2w_1' + 2w_1'' + w_2'} \end{aligned} \tag{8}$$

აქედან მატრიცი:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 2f_1 & 2f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_1 & 0 & f_2 & f_2 & 0 & f_1 & 0 \\ f_3 & f_3 & 0 & f_4 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & f_3 & f_4 & 0 & f_4 & f_3 & 0 \\ 0 & 0 & f_4 & f_4 & 0 & f_3 & f_3 \\ 0 & f_1 & 0 & f_2 & f_2 & 0 & f_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2f_2 & 2f_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

ვარდა ამისა,  $p_0$  არის შემდეგი სტრიქონ-მატრიცია.

$$p_0 = \{1000000\} \tag{10}$$

(6), (9) და (10) გამოსახულებების ჩასმა (5) ფორმულაში გვაძლევს:

$$C_{\perp} = -g_1 - (\alpha_1^{\perp} + b_1^{\perp} + c_1^{\perp} + d_1^{\perp} + \dots), \tag{11}$$

სადაც შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\begin{aligned} a_1^{\perp} &= f_1 g_1 + f_3 g_2 & a_2^{\perp} &= 3f_2 g_1 - f_4 g_2 \\ b_1^{\perp} &= f_1 a_1^{\perp} + f_3 a_2^{\perp} & b_2^{\perp} &= 3f_2 a_1^{\perp} - f_4 a_2^{\perp} \\ c_1^{\perp} &= f_1 b_1^{\perp} + f_3 b_2^{\perp} & c_2^{\perp} &= 3f_2 b_1^{\perp} - f_4 b_2^{\perp} \\ d_1^{\perp} &= f_1 c_1^{\perp} + f_3 c_2^{\perp} & d_2^{\perp} &= 3f_2 c_1^{\perp} - f_4 c_2^{\perp} \\ & \dots & & \dots \end{aligned} \tag{12}$$



უფრო მოსახერხებელია (11) ასე ჩაიწეროს:

$$C_{\perp} = -g_1(1 + \alpha_{\perp}), \quad (13)$$

სადაც

$$\alpha_{\perp} = \frac{1}{g_1} (a_1^{\perp} + b_1^{\perp} + c_1^{\perp} + \dots). \quad (14)$$

მაშინ კორელაციის მამრავლი ბაზისურ სიბრტყეში:

$$f_{\perp} = \frac{1 - g_1(1 + \alpha_{\perp})}{1 + g_1(1 + \alpha_{\perp})}. \quad (15)$$

დიფუზიის შემთხვევა ხაზის გარეთ

ეს შემთხვევა წინას ანლოგიურად განიხილება. ვთქვათ, მინარევის საწყისი ნახტომი იყო „8“-დან 0“-ში, ე. ი. განხილვის დაწყების მომენტში მინარევი იმყოფებოდა „0“-ში, ხოლო ვაკანსია კი — „8“-ში. ჩვენ უნდა გამოვვალთ  $C_{11}$  საშუალო კონუსი კუთხისა  $011$  ვექტორსა და მინარევის შემდგომი ნახტომის ვექტორს შორის.

$\tau$  მატრიცისათვის ელემენტების მიმდევრობა ამ შემთხვევაში ასე უნდა შეირჩეს:

$$(8, 7, 5, 1, 2, 10, 11).$$

$\tau$  მატრიცს ახლა აქვს სახე:

$$\tau = [-g_2 - g_2 - g_1 \quad 0 \quad g_1 \quad g_2 \quad g_2] \quad (16)$$

$p_n$  და  $p_{n+1}$  აღბათობებს შორის წრფივი კავშირების განხილვას ამ შემთხვევაში მივყავართ შემდეგ  $P$  მატრიცზე:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 2f_4 & 2f_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_4 & f_4 & 0 & f_3 & f_3 & 0 & 0 \\ f_2 & 0 & f_1 & f_1 & 0 & f_2 & 0 \\ 0 & f_2 & f_1 & 0 & f_1 & f_2 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 & f_1 & f_1 & 0 & f_2 \\ 0 & 0 & f_3 & f_3 & 0 & f_4 & f_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2f_3 & 2f_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

აქედან ადვილად მიიღება, რომ:

$$c_{11} = g_2(1 + \alpha_{11}), \quad (18)$$

სადაც:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{g_2} (a''_1 + b''_1 + c''_1 + d''_1 + \dots), \quad (19)$$

ხოლო:

$$\begin{aligned} a''_1 &= g_2 f_4 + g_1 f_2, & a''_2 &= 3g_2 f_4 - g_1 f_2, & a''_3 &= g_2 f_3 + g_1 f_1 \\ b''_1 &= a''_2 f_4 + a''_3 f_2, & b''_2 &= (2a''_1 + a''_2) f_4 - a''_3 f_2, & b''_3 &= (2a''_1 - 0''_2) f_3 + a''_3 f_1 \\ c''_1 &= b''_2 f_4 + b''_3 f_2, & c''_2 &= (2b''_1 + b''_2) f_4 - b''_3 f_2, & c''_3 &= (2b''_1 - b''_2) f_3 + b''_3 f_1 \\ d''_1 &= c''_2 f_4 + c''_3 f_2, & d''_2 &= (2c''_1 + c''_2) f_4 - c''_3 f_2, & d''_3 &= (2c''_1 - c''_2) f_3 + c''_3 f_1 \end{aligned} \quad (20)$$



კორელაციის მამრავლი:

$$f_{11} = \frac{1 - g_2(1 + \alpha_{11})}{1 + g_2(1 + \alpha_{11})}. \quad (21)$$

კორელაციის მამრავლის შეფარდება

$$\frac{f_{\perp}}{f_{11}} = \frac{[1 - g_1(1 + \alpha_{\perp})][1 + g_2(1 + \alpha_{11})]}{[1 - g_2(1 + \alpha_{11})][1 + g_1(1 + \alpha_{\perp})]}. \quad (22)$$

კერძოდ, თუ  $w'_i = w''_i$  ( $i=1,2$ ), მაშინ  $g_1 = g_2$  და  $\alpha_{11} = \alpha_{\perp}$ , საიდანაც მიიღება, რომ

$$f_{\perp} = f_{11}, \quad (23)$$

ე. ი. ანიზოტროპია არ გვექნება.

### III. შეფუძნების დისკუსია

ზემომოტანილი ფორმულები (15), (21) და (22) კორელაციის მამრავლთა გამოსახულებებს არ გვაძლევს ცხადი სახით, ვინაიდან ამ ფორმულებში შემავალ მწკრივთა ჯამები ჩვენ არ გამოგვივლია. ამის გასაკეთებლად საჭიროა განსაზღვრული მიახლოების შემოღება და ამ მიახლოებაში გამოთვლების ჩატარება.

ყველაზე აზრიანია შემდეგი მიახლოების შემოღება. დავუშვათ, რომ  $|w''_1 - w'_1| \ll w'_1$ ,  $|w''_2 - w'_2| \ll w'_2$ . ამ მიახლოებას შემდეგი გამართლება აქვს. როგორც შიუმონის ცდებიდან ჩანს, მჭიდროდ ჩაწყობილი ჰექსაგონალური მესრისათვის დიფუზიის კოეფიციენტის ანიზოტროპია დიდი არაა (არ აღემატება თვით დიფუზიის კოეფიციენტის სიდიდის  $\frac{1}{4}$ -ს). საზოგადოდ ანიზო-

ტროპიას იწვევს როგორც გადახტომის ალბათობათა განსხვავება ბაზისურ და ბაზისგარეთ მიმართულებებით, ასევე  $\frac{c}{a}$  სიდიდის განსხვავება მჭიდროდ-ჩა-

წყობილობის შესატყვის მნიშვნელობისაგან, თანაც ეს მეორე ფაქტორი ბევრად უფრო ეფექტურია ( $Z_n$ -ის მაგალითი). მეორე მხრივ, თუ კორელაციის მხედველობაში არ მივიღებთ, შეგვიძლია შემდეგნაირად ვიმსჯელოთ. დიფუზიის კოეფიციენტი რაიმე  $x$  მიმართულებით ( $x$ —ბაზისურ სიბრტყეშია) [8]:

$$D_x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \Gamma_i x_i^2, \quad (1)$$

სადაც  $n$  არის შესაძლო ნახტომების რიცხვი, რომელიც შეიძლება მოცემულმა ატომმა გააკეთოს (ჰექსაგონალური მესრისათვის  $n=12$ ),  $\Gamma_i$  არის  $i$ -ური ტიპის ნახტომის სიხშირე, ხოლო  $x_i^2$  არის  $i$ -ური ნახტომის  $x$ —ღერძზე მდგენელის სიგრძის კვადრეტი (ეს ფორმულა წარმოადგენს ჩანდრასეკარის ფორმულის თვალსაჩინო განზოგადებას). ანალოგიური გამოსახულება მიიღება  $c$  ღერძით დიფუზიისათვის. თუ მესერი მჭიდროდ ჩაწყობილია, მაშინ ადვილად მიიღება, რომ:



$$D_{11} = \frac{3}{4} c^2 \Gamma_{11} \quad D_{\perp} = \frac{a^2}{2} (3\Gamma_{\perp} + \Gamma_{11}).$$

მართლაც:

$$D_{\perp} = \frac{1}{2} \left\{ \Gamma_{\perp} a^2 (1 + \cos^2 60^\circ + \cos^2 120^\circ + \cos^2 180^\circ + \cos^2 240^\circ + \cos^2 300^\circ) + 4 \cdot \frac{a^2}{4} \Gamma_{11} \right\} = \frac{a^2}{2} (3\Gamma_{\perp} + \Gamma_{11}).$$

$$D_{11} = \frac{1}{2} \Gamma_{11} \cdot 6 \left( \frac{c}{2} \right)^2 = \frac{3}{4} c^2 \Gamma_{11}$$

ასე რომ:

$$\frac{D_{\perp}}{D_{11}} = \frac{2}{3} \left( \frac{a}{c} \right)^2 \frac{3\Gamma_{\perp} + \Gamma_{11}}{\Gamma_{11}}. \quad (3)$$

$$\left( \text{თუ } \Gamma_{11} = \Gamma_{\perp} \text{ და } \frac{c}{a} = 1,633, \text{ მაშინ } \frac{D_{\perp}}{D_{11}} = 1 \right).$$

მაგრამ

$$\Gamma_i = v_i e - \frac{\Delta \Gamma_i}{R T}, \quad (4)$$

საიდანაც

$$\exp \left( \frac{\Delta F_{\perp} - \Delta F_{11}}{R T} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{11}}{v_{\perp}} \left\{ \frac{\partial}{2} \left( \frac{c}{a} \right)^2 \cdot \frac{D_{\perp}}{D_{11}} - 1 \right\}. \quad (5)$$

აქ  $v_{\perp}$  და  $v_{11}$  არის ატომის რხევითი სიხშირეები ბაზისური და ბაზისგარეთა მიმართულებით.  $\Delta F_{\perp}$  და  $\Delta F_{11}$  შესაბამისად წარმოადგენს თავისუფალ ენერჯიას, საჭიროს, რათა ატომმა იმოძრაოს იზოთერმულად და შექცევივითად წონასწორული კვანძიდან უნაგირულ წერტილამდე [1]. აქედან ჩანს, რომ თუ  $D_{\perp} \approx D_{11}$ , მაშინ აგრეთვე  $\Gamma_{\perp} \approx \Gamma_{11}$  და ამიტომ ზემომოტანილი მიახლოება კარგ მიახლოებას წარმოადგენს (აქ მხედველობაშია მისაღები, რომ თანახმად ბრინდილისა და რიდლის [12] მონაცემებისა,  $M_g$ -ისათვის  $\frac{v_{11}}{v_{\perp}} = 1,02$ ).

ამის გამო გამოვივითვალეთ კორელაციის მამრავლები ზემოთ მოტანილ მიახლოებაში. შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$\frac{w''_1 - w'_1}{w'_1} = \alpha \ll 1 \quad \frac{w'_2 - w''_2}{w'_2} = \beta \ll 1. \quad (6)$$

ჩავწერთ (22.II) შემდეგი სახით:

$$\frac{f_{\perp}}{f_{11}} = \frac{1-g_1}{1+g_1} \cdot \frac{1+g_2}{1-g_2} \cdot F, \quad (7)$$

სადაც

$$F = \frac{\left( 1 - \frac{\beta_{\perp}}{1-g_1} \right) \left( 1 + \frac{\beta_{11}}{1+g_2} \right)}{\left( 1 + \frac{\beta_{\perp}}{1+g_1} \right) \left( 1 - \frac{\beta_{11}}{1-g_2} \right)}, \quad (\beta_{\perp} = g_1 \alpha_{\perp}, \beta_{11} = g_2 \alpha_{11}). \quad (8)$$



მაშინ ადვილად მიიღება, რომ

$$\begin{aligned} f_1 &= f(1+\alpha_1) & g_1 &= g(1+\alpha_1) \\ f_2 &= f(1+\alpha_2) & g_2 &= g(1+\alpha_5) \\ f_3 &= f(1+\alpha_3) \\ f_4 &= f(1+\alpha_4) \end{aligned} \quad (9)$$

სადაც

$$f = \frac{w_1}{4w_1 + w_2}, \quad g = \frac{w_2}{4w_1 + w_2} \quad (10)$$

$$(w_1 \equiv w'_1, \quad w_2 \equiv w'_2)$$

და:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{2\alpha f}{1+2\alpha f} & \alpha_2 &= \frac{\alpha(1-2f)-\beta g}{1+2\alpha f+\beta g} \\ \alpha_3 &= \frac{\alpha(1-2f)}{1+2\alpha f} & \alpha_4 &= -\frac{2\alpha f+\beta g}{1+2\alpha f+\beta g} \\ \alpha_5 &= \frac{2\alpha f+\beta(1-g)}{1+2\alpha f+\beta g} \end{aligned} \quad (11)$$

ადვილად მიიღება, რომ:

$$\varphi \equiv \frac{1-g_1}{1+g_1} \cdot \frac{1+g_2}{1-g_2} \equiv \frac{1-g(\alpha_1-\alpha_5)}{1+g(\alpha_1-\alpha_5)} \quad (12)$$

ასევე მიიღება, რომ:

$$\begin{aligned} F &\equiv \frac{[1+g(1+\alpha_1)][1-g(1+\alpha_5)]}{[1-g(1+\alpha_1)][1+g(1+\alpha_5)]} \times \\ &\times \frac{[1-g(1+\alpha_1)-fg(A+Bf)][1+g(1+\alpha_5)+fg(C+Df)]}{[1+g(1+\alpha_1)+fg(A+Bf)][1-g(1+\alpha_5)-fg(C+Df)]}, \end{aligned} \quad (13)$$

სადაც

$$\begin{aligned} A &= 2+2\alpha_1+\alpha_3+\alpha_5 & C &= 2+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_4+\alpha_5 \\ B &= 4+7\alpha_1+3\alpha_2+3\alpha_3-\alpha_4 & D &= 4+\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+5\alpha_4+5\alpha_5 \end{aligned} \quad (14)$$

ასე რომ, საბოლოოდ,  $f_{\perp}/f_{11}$  მიიღება შემდეგი ფორმულის საშუალებით:

$$\frac{f_{\perp}}{f_{11}} \equiv \frac{1-g(\alpha_1-\alpha_5)}{1+g(\alpha_1-\alpha_5)} \cdot F, \quad (15)$$

სადაც  $F$  მოიცემა (13) ფორმულით.

მაგალითის სახით განვიხილოთ თვითდიფუზიის შემთხვევა. მაშინ  $w_1 = w_2 \equiv w$  და  $\alpha = \beta$ . გარდა ამისა,  $f = g = \frac{1}{5}$ .

ადვილი სანახავია, რომ ამ შემთხვევაში:

$$\frac{f_{\perp}}{f_{11}} \approx 1+0,04\alpha. \quad (16)$$

ბოლოს, უნდა აღინიშნოს შემდეგი გარემოება. როგორც ცდით ცნობილია, მონოკრისტალურ ნიმუშებში დიფუზიის კოეფიციენტი ტემპერატურაზე დამოკიდებულია არენიუსის კანონის მიხედვით.



$$D = D_0 e^{-\frac{Q}{R T}},$$

სადაც  $D_0$  და  $Q$  ცდით დადგენილი მუდმივებია. მეორე მხრივ, (17)-ის სახე ეთანხმება დიფუზიის ელემენტარულ თეორიას, რომლის თანახმადაც

$$D = \gamma a^2 v. \quad (18)$$

აქ  $a$  ნახტომის სიდიდეა,  $\gamma$  — გეომეტრიაზე დამოკიდებული მამრავლი, ხოლო ნახტომის სიხშირე

$$v = ce - \frac{H}{R T}, \quad (19)$$

სადაც  $H$  ე. წ. აქტივაციის ენერგიაა (უფრო სწორედ აქტივაციის სითბური ფუნქცია). თეორიის ცდასთან შედარებისას უშუალოდ იღებენ, რომ  $Q = H$ .

მეორე მხრივ, სინამდვილეში (19) სამართლიანი არაა, და უნდა შეიცვალოს

$$D = \gamma a^2 v f \quad (20)$$

ფორმულით. თავის მხრივ, კორელაციის მამრავლი შეიძლება ტემპერატურის ფუნქცია იყოს (ეს ცხადია, რადგან მის გამოსახულებაში გადახტომის ალბათობები შედის). მაშინ  $Q \neq H$ , არამედ გვექნება:

$$Q = H - R \frac{d \ln f}{d \frac{1}{T}}. \quad (21)$$

შესაძლებელია, რომ (21)-ში დამატებითი წევრი ძალიან მნიშვნელოვანი იყოს. მაგალითად, ეს აჩვენა მანინგმა [13]  $Ca$ ,  $I_n$ ,  $S_n$  და  $S_r$ -ის დიფუზიისას  $A_g$ -ში.

ცხადია, რომ საინტერესო იქნებოდა ანალოგიური ცდების ჩატარება ჰექსაგონალურ კრისტალებში მინარეული დიფუზიის განხილვის დროს.

ფიზიკური კიბერნეტიკის  
ლაბორატორია

(შემოვიდა რედაქციაში 23. III. 62 წ.)

О. М. МДИВАНИ

## ЭФФЕКТЫ КОРРЕЛЯЦИИ В ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛАХ ВО ВРЕМЯ ДИФFUЗИИ

### Резюме

Метод Ле-Клера и Лидиарда применяется для вычисления корреляционного множителя для диффузии в гексагональной решётке.

Изучается диффузия с вакантным механизмом примесных атомов в основной решётке (механизм Джонсона).

Получены различные значения для корреляционного множителя в базисной плоскости и вне базиса. Расчёты проводились в приближении, когда значения частот перескока атомов в базисной плоскости и вне





базиса мало отличаются друг от друга. В частности, в случае самодиффузии получено выражение

$$\frac{f_{\perp}}{f_{11}} \approx 1 + 0,04\varepsilon,$$

где  $\varepsilon = \frac{w'' - w'}{w'}$ , а  $w'$  и  $w''$ , соответственно, частоты перескоков в базисной плоскости и вне базиса.

☞ 0 0 0 0 0 0 0 0 0

1. Чандрасекар. Стохастические проблемы в физике и астрономии (1947).
2. A. B. Lidiard. Suppl. Nuovo Cim. v. VII, Serie X, № 2, p. 620 (1958).
3. J. Bardeen, C. Herring. Imperfections in nearly Perfect Crystals (1952) p. 261.
4. A. D. Leclaire, A. B. Lidiard. Phil. Mag. 1, № 6, 518 (1956).
5. K. Compaan, Y. Haven. Trans. Faraday soc. 52, № 6, 786 (1956).
6. R. P. Johnson. Phys. Rev. 56, 814 (1939).
7. O. Stasiw, I. Teltow. Ann. Physik, 1, 261 (1947).
8. P. G. Shewmon. J. of Metals, v. 8, № 8, sec. 2, 918 (1956).
9. A. B. Lidiard. Phil. Mag. 46, № 382, 1218 (1955).
10. H. Reiss. Phys. Rev. 113, 1445 (1959).
11. C. Zener. Theory of diffusion, Imperfections in nearly perfect crystals (1952), p. 289.
12. G. W. Brindley, P. Ridley. Proc. Phys. Soc. 50, 757 (1938).
13. J. R. Manning. Phys. Rev. Lett. v. 1, № 10, 365 (1958).



Н. В. БОКУЧАВА, Т. Г. ГАЧЧИЛАДЗЕ, О. М. МДИВАНИ

## ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ УПОРЯДОЧЕНИЯ СПЛАВА

### ВВЕДЕНИЕ

Явления упорядочения в сплавах, принадлежащие к более широкому кругу так называемых „кооперативных“ явлений, в течение последних лет стали объектом многочисленных теоретических исследований.

За последние 20 лет было предложено большое число моделей упорядочения.

Ниже предлагается новая модель упорядочения, основанная на изучении распределения длин цепочек, состоящих из правильных пар<sup>1</sup>.

При данной температуре правильная цепочка может быть составлена как из нераспавшихся правильных пар, так и из образовавшихся в результате случайного процесса.

Ниже будет получена формула, описывающая распределение вероятностей длин правильных цепочек. В терминах этого распределения будет записана конфигурационная свободная энергия сплавов.

Модель поясняется на примере бинарного равнокомпонентного сплава (линейная цепочка и квадратичная решётка). Применимость этой модели не ограничивается этими примерами и может быть обобщена на более сложные случаи.

### § 1. Суть метода

Обозначим через  $q$  вероятность того, что правильная пара занимает два определённых смежных узла в решётке<sup>2</sup>.

Пусть  $N$  — полное число узлов решётки. Тогда в случае линейной цепочки, если при данной температуре все правильные цепочки образованы из случайных правильных пар, то вероятность встретить цепочку длины  $i$  равна

$$w(i) = \binom{N-1}{i} q^i (1-q)^{N-1-i}. \quad (1)$$

<sup>1</sup> В дальнейшем для краткости будем пользоваться термином правильная цепочка.

<sup>2</sup> Под правильной парой подразумеваем совокупность равноименных атомов А и В.





Если же правильная цепочка длины  $i$  содержит  $\nu$  правильных пар, то вероятность такой цепочки

$$w(i) = \binom{N-1-\nu}{i-\nu} q^{i-\nu} (1-q)^{N-1-i}. \quad (2)$$

Эта формула справедлива, если все правильные цепочки длины  $i$  содержат  $\nu$  нераспавшихся правильных пар. В общем же случае имеется определенное число цепочек длины  $i$ , содержащих  $0, 1, 2, \dots, i$  нераспавшихся правильных пар. Соответствующие доли обозначим через  $\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu+1}$ , тогда вероятность встретить цепочку длины  $i$  равна

$$w(i) = \sum_{\nu=1}^Q (\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu+1}) \binom{N-1-\nu}{i-\nu} q^{i-\nu} (1-q)^{N-1-i}, \quad (3)$$

где  $Q$  — число правильных пар.

Поскольку  $q \ll 1$ , а  $N$  и  $Q \gg 1$  и средняя длина правильной цепочки при данной температуре — конечная величина, мы можем вместо (3) воспользоваться пределом для  $w(i)$  при  $N \rightarrow \infty$ ,  $q \rightarrow 0$ . Связь между  $N$  и  $q$  определяется соотношением

$$\bar{i} = q \left( N - 1 - \sum_{\nu=1}^Q \varepsilon_\nu \right) + \sum_{\nu=1}^Q \varepsilon_\nu.$$

Предельная формула, как не трудно проверить, такова:

$$F(i) = e^{-\alpha} \sum_{\nu=1}^Q (\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu+1}) \frac{\alpha^{i-\nu}}{(i-\nu)!}, \quad (4)$$

где

$$\alpha = \bar{i} - \sum_{\nu=1}^Q \varepsilon_\nu.$$

В случае упорядочивающегося сплава очевидно, что  $F(0) = 0$ , так как при любой температуре будет существовать хотя бы одна правильная пара.

Обозначим через  $L$  число цепочек различной длины, а через  $Q'$  — число неправильных пар,  $Q' = N - 1 - Q$ . Число способов размещения имеющих цепочек по кристаллу

$$G = \frac{L!}{(LF(1))! \dots (LF(Q))!} \binom{Q'+1}{L}. \quad (5)$$

Средняя конфигурационная энергия записывается следующим образом:

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^Q LF(i) E_i \quad (6)$$

$$E_i = -iV \quad (6')$$



## Конфигурационная свободная энергия

$$F = \bar{E} - kT \lg G, \quad (7)$$

где

$$\lg G = -L \lg L - L \sum_{i=1}^Q F(i) \lg F(i) + (Q'+1) \lg (Q'+1) - \\ - (Q'+1-L) \lg (Q'+1-L).$$

## § 2. Уравнения равновесия

Равновесные значения  $L$ ,  $\bar{i}$  и  $\varepsilon_\mu$  ( $\mu=2, 3, \dots$ ) определяются из уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{\partial \bar{E}}{\partial L} - kT \frac{\partial \lg G}{\partial L} = 0 \quad (8')$$

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{i}} = \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{i}} - kT \frac{\partial \lg G}{\partial \bar{i}} = 0 \quad (8'')$$

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_\mu} = \frac{\partial \bar{E}}{\partial \varepsilon_\mu} - kT \frac{\partial \lg G}{\partial \varepsilon_\mu} = 0 \quad (\mu=2, 3, \dots, Q), \quad (8''')$$

где

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial L} = \frac{\bar{E}}{L} \quad (9') \quad \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{i}} = -LV \quad (9'')$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial \varepsilon_\mu} = L \sum_{i=1}^Q E_i \frac{\partial F(i)}{\partial \varepsilon_\mu} = L \sum_{i=1}^Q \left\{ (F(i) - F(i-1)) E_i + \right. \\ \left. + e^{-\alpha} E_i \left( \frac{\alpha^{i-\mu}}{(i-\mu)!} - \frac{\alpha^{i-\mu+1}}{(i-\mu+1)!} \right) \right\} = 0 \quad (9''')$$

$$\frac{\partial \lg G}{\partial L} = - \sum_{i=1}^Q F(i) \lg F(i) + \lg (Q'+1-L) - \lg L \quad (10')$$

$$\frac{\partial \lg G}{\partial \bar{i}} = LF(L) - L \sum_{i=1}^Q (F(i-1) - F(i) \lg F(i)) \quad (10'')$$

$$\frac{\partial \lg G}{\partial \varepsilon_\mu} = -L \sum_{i=1}^Q \frac{\partial F(i)}{\partial \varepsilon_\mu} (1 + \lg F(i)) = -L \sum_{i=1}^Q (1 + \lg F(i)) \left\{ (F(i) - F(i-1)) + \right. \\ \left. + e^{-\alpha} \left( \frac{\alpha^{i-\mu}}{(i-\mu)!} - \frac{\alpha^{i-\mu+1}}{(i-\mu+1)!} \right) \right\}. \quad (10''')$$

Решим равновесные уравнения вблизи точки Кюри, которая определяется из условия, что спектр [1] равен нулю. Это эквивалентно допуще-





нию, что все правильные цепочки образованы из случайных правильных пар. Вблизи точки Кюри допускаем  $\varepsilon_2 \ll 1$ ,  $\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \dots = 0$ . Кроме того, условие  $F(0) = 0$  автоматически даёт  $\varepsilon_1 = 1$ . Здесь же надо отметить следующее. Выражение

$$L \sum_{\nu=0}^Q \nu (\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu+1}) = L \sum_{\nu=1}^Q \varepsilon_\nu$$

представляет собой число нераспавшихся правильных пар. Условие  $\varepsilon_1 = 1$  даёт для этого выражения в точке Кюри и выше значения  $L$ , что в нашей модели отражает требование наличия хотя бы одной правильной пары при любой температуре.

Вблизи точки Кюри, как не трудно убедиться, средняя длина правильной цепочки порядка единицы. Поэтому, в этой области температур  $L \simeq Q$ . Ниже выпишем все величины, определённые формулами: (4), (8'), (8''), (8''') — (10'), (10''), (10''') вблизи точки Кюри:

$$F(i) = e^{-a} \left\{ \frac{a^{i-1}}{(i-1)!} + \left( -\frac{1}{2} \frac{a^{i-1}}{(i-1)!} + \frac{a^{i-2}}{(i-2)!} - \frac{1}{2} \frac{a^{i-3}}{(i-3)!} \right) \varepsilon^2 + \right. \\ \left. + \left( -\frac{1}{3} \frac{a^{i-1}}{(i-1)!} + \frac{a^{i-2}}{(i-2)!} - \frac{a^{i-3}}{(i-3)!} + \frac{5}{6} \frac{a^{i-4}}{(i-4)!} \right) \varepsilon^3 \right\}, \quad (11)$$

где

$$a \equiv \bar{i} - 1, \quad \varepsilon_2 \equiv \varepsilon.$$

$$\frac{\partial \lg G}{\partial L} \simeq \lg(Q' + 1 - L) - \lg L + 2a \quad (12)$$

$$\frac{\partial \lg G}{\partial \bar{i}} \simeq -2La \quad (13)$$

$$\frac{\partial \lg G}{\partial \varepsilon} \simeq (2a - 2\varepsilon)L. \quad (14)$$

Тогда (8') примет вид

$$\frac{\bar{E}}{L} = kT (\lg(Q' + 1 - L) - \lg L + 2a). \quad (15)$$

Вблизи точки Кюри  $a \simeq 0$  и, следовательно, уравнение (15) даёт

$$Q' = L \left( 1 + e^{-\frac{\bar{E}}{kT}} \right) - 1. \quad (15^1)$$

Уравнение (8'') примет вид

$$LV = 2La kT \quad (16)$$

и, следовательно,

$$a = \frac{V}{2kT}. \quad (16')$$

$$\bar{i} = 1 + \frac{V}{2kT}. \quad (16'')$$



Уравнение (8''') примет вид

$$2a - 2\varepsilon = 0 \quad \varepsilon = a = \frac{V}{2kT} \quad (17)$$

### § 3. Нелинейная цепочка

Рассматриваем квадратичную решётку. Пользуемся винтовым приближением [2]. В этом случае мы должны учесть поправку энергии

$$E_i = -iV + \mathcal{E}_i$$

$$\bar{E} = -L\bar{i}V + L \sum_{i=1}^Q \mathcal{E}_i F(i) \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial L} = -\bar{i}V + \sum_{i=1}^Q \mathcal{E}_i F(i) = \frac{\bar{E}}{L} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial i} = -LV + L \sum_{j=1}^Q \mathcal{E}_j \frac{\partial F(i)}{\partial i} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial \varepsilon_{\mu}} = L \sum_{i=1}^Q \mathcal{E}_i \frac{\partial F(i)}{\partial \varepsilon_{\mu}} \quad (21)$$

Соотношения (11) — (14) те же самые. Поэтому уравнение (15') принимает вид

$$Q' = L(1 + e^{\frac{-\bar{i}V + \sum_{i=1}^Q \mathcal{E}_i F(i)}{kT}}) - 1 \quad (22)$$

Уравнение (16):

$$LV - L \sum_{i=1}^Q \mathcal{E}_i \frac{\partial F(i)}{\partial i} = 2La kT$$

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{i-1} + \Delta \mathcal{E}_i$$

Предположим, что  $\Delta \mathcal{E}_i$  не зависит от  $i$ , т. е. что  $\Delta \mathcal{E}_i \equiv W_0$ , тогда получим

$$\frac{V - W_0}{2kT} = a; \quad (23)$$

а уравнение (17) примет вид

$$L \sum_{i=1}^Q \mathcal{E}_i \frac{\partial F(i)}{\partial \varepsilon} = L(2a - 2\varepsilon) kT$$



$$\left( \sum_{i=1}^Q \xi_i \frac{\partial F(i)}{\partial \varepsilon} = 0 \right)$$

ი, следовательно,

$$\varepsilon = a = \frac{V - W_0}{2kT} \dots$$

Проблемная лаборатория  
 физической кибернетики

(Поступило в редакцию 5/V 1963 г.)

ბ. ბოკუჩავა, თ. გაჩეჩილაძე, ო. მდივანი

**შენადნობის მოწესრიგების ერთი მოდელის შესახებ**

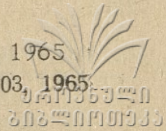
რეზიუმე

შრომაში განხილულია შენადნობებში ატომთა მოწესრიგების ახალი მოდელი. გამოყვანილია წონასწორობის განტოლებები და მოცემულია მათი ამოხსნა კიურის წერტილის მახლობლობაში.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник. „Теория передачи сообщений“. ИЛ, 1957, стр. 221.
2. Т. Муро и Ю. Такаги. Теория явлений упорядочения в сплавах (1959)..





xvi, 43

Н. В. БОКУЧАВА, Т. Г. ГАЧЧИЛАДЗЕ, К. Я. НИКОЛАДЗЕ, Т. П. ЦИЛОСАНИ

### ЗАМЕЧАНИЕ К МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ СЛОГООБРАЗОВАНИЯ В ГРУЗИНСКОМ ЯЗЫКЕ

В настоящей заметке сделана попытка разбиения слогов на группы на основе анализа статистической структуры процесса слоогообразования из звуков<sup>1</sup>. Принципиальная возможность такого разбиения показана в работах [1], [2], [3]. Математическая модель образования слогов из звуков дана В. Фуксом [2]. В работе [4] эта модель применена к грузинскому языку. Было показано, что структурные особенности слоогообразования из звуков характеризуются следующим, так называемым лингвистическим спектром:  $\epsilon_1 = 1,0000$ ;  $\epsilon_2 = 0,8362$ ;  $\epsilon_3 = 0,2036$ ;  $\epsilon_4 = \epsilon_5 = \dots = 0$ .

Наличие тонкой структуры слоогообразования указывает, что слоги, с точки зрения их образования из звуков, делятся на три группы:

1. Слоги, состоящие не менее, чем из одного звука.
2. Слоги, состоящие не менее, чем из двух звуков.
3. Слоги, состоящие не менее, чем из трёх звуков.

Соответствующие статистические веса равны: для первой группы  $\rho_1 = \epsilon_1 - \epsilon_2 = 0,1638$ ; для второй группы  $\rho_2 = \epsilon_2 - \epsilon_3 = 0,6326$ ; для третьей группы  $\rho_3 = \epsilon_3 = 0,2036$ .

Распределение звуков по слогам имеет вид [4]

$$F(i) = e^{-0,2885} \left[ 0,1638 \frac{(0,2885)^{i-1}}{(i-1)!} + 0,6326 \frac{(0,2885)^{i-2}}{(i-2)!} + 0,2036 \frac{(0,2885)^{i-3}}{(i-3)!} \right] \quad (1)$$

$F(i)$ —вероятность встречи слога, состоящего из  $i$  звуков. Эта формула очень хорошо описывает экспериментальные данные.

Разбиение слогов на три группы не соответствует известным традиционным классификациям. Ниже приводятся численные данные (см. таблицы и гистограммы), позволяющие распределить слоги по трём указанным группам.

Эти данные основаны на статистическом анализе отрывков из следующих произведений: „Гвади Бигва“—Л. Киачели, „Баши-Ачуки“—Ав. Церетели и „Отарова вдова“—И. Чавчавадзе.

<sup>1</sup> Мы считаем, что в грузинском языке имеется однозначное соответствие между фонетической транскрипцией звука и его обычным написанием.



Стат. вес Pi	Число слогов	Вид слогов
0,0712	202	1 глас.
0,5171	1466	2 откр.
0,1029	292	2 закр.
0,0490	139	3 откр.
0,2035	577	3 закр.
0,0038	11	3 гарм.
0,0074	21	4 откр.
0,0328	93	4 закр.
0,0049	14	4 гарм.
0,0010	3	5 откр.
0,0042	12	5 закр.
0,0017	5	5 гарм.

Таблица 1 (Г. В.)

Стат. вес Pi	Число слогов	Вид слогов
0,0971	190	1 глас.
0,5345	1045	2 откр.
0,0572	112	2 закр.
0,0281	55	3 откр.
0,1897	371	3 закр.
0,0097	19	3 гарм.
0,0132	26	4 откр.
0,0383	75	4 закр.
0,0112	22	4 гарм.
0,0005	1	5 откр.
0,0117	23	5 закр.
0,0035	7	5 гарм.
0,0040	8	6 закр.
0,0005	1	6 гарм.

Таблица 2 (О. В.)

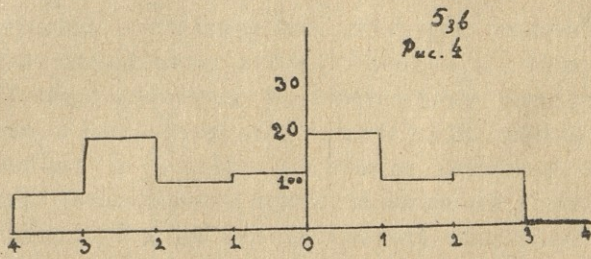
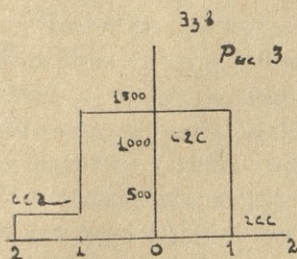
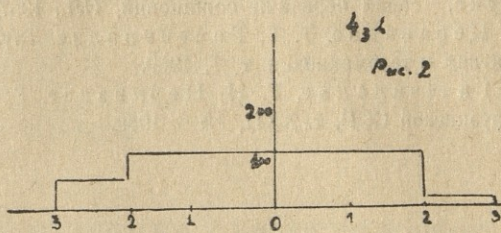
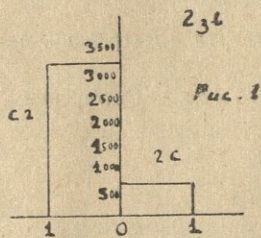
Стат. вес Pi	Число слогов	Вид слогов
0,0749	122	1 глас.
0,5310	864	2 откр.
0,0805	131	2 закр.
0,0448	73	3 откр.
0,1874	305	3 закр.
0,0104	17	3 гарм.
0,0067	10	4 откр.
0,0411	67	4 закр.
0,0116	19	4 гарм.
0,0024	4	5 откр.
0,0036	6	5 закр.
0,0049	8	5 гарм.
0,0006	1	6 закр.

Таблица 4 (ср. знач.)

Стат. вес Pi	Число слогов	Вид слогов
0,0810	514	1 глас.
0,5275	3375	2 откр.
0,0802	535	2 закр.
0,0406	267	3 откр.
0,1935	1253	3 закр.
0,0079	47	3 гарм.
0,0091	57	4 откр.
0,0374	235	4 закр.
0,0092	55	4 гарм.
0,0013	8	5 откр.
0,0065	41	5 закр.
0,0023	20	6 откр.
0,0005	9	6 закр.



Разбиение слогов по группам даётся на основе анализа таблиц и гистограмм (см. рис. 1, 2, 3 и 4).



гр. ( $\rho_1$ ) = 1Г + 2 закр.;

гр. ( $\rho_2$ ) = 2 откp. + 3 откp.;

гр. ( $\rho_3$ ) = 3 гарм. + 3 закр. + 4 гарм.;

$$\rho_1^{\text{эксп.}} = 0,0810 + 0,0802 = 0,1612$$

$$\rho_2^{\text{эксп.}} = 0,5275 + 0,0406 = 0,5681$$

$$\rho_3^{\text{эксп.}} = 0,1935 + 0,0079 + 0,0092 = 0,2106$$

Анализ слогов, содержащих более 4 звуков, провести не удалось ввиду недостаточности объёма статистики.

В настоящей работе мы хотели показать, как на основе анализа статистической структуры текста может быть дана удовлетворительная классификация слогов по группам. Это делалось независимо от того, будет ли наша статистическая модель удовлетворительной с традиционно-фонетической точки зрения.

Проблемная лаборатория  
физической кибернетики

(Поступило в редакцию 5.V.1963 г.)

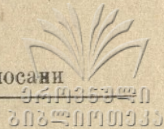
ბ. ბოკუჩავა, თ. ბაჩიჩილაძე, ბ. ნიკოლაძე, თ. წილოსანი

შენიშვნა ქართულ ენაში მარცვალთწარმოქმნის  
მათემატიკური მოდელის შესახებ

რეზიუმე

შრომში განხილულია მარცვალთა დაყოფა ჯგუფებად მარცვალთწარმოქმნის პროცესის სტატისტიკური სტრუქტურის ანალიზის საფუძველზე ქართული ენისათვის.

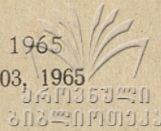




## ЛИТЕРАТУРА

1. V. Н. Унгве. IRE Trans. vol. I, т. II, № I, 1956.
  2. В. Фукс, Теория передачи сообщений, ИЛ., 1957.
  3. Г. Н. Церцвадзе, Т. Г. Гачечиладзе. Труды Института электроники, автоматики и телемеханики. т. 1, 1960.
  4. Т. Г. Гачечиладзе, Г. Н. Церцвадзе, Г. Б. Чикондзе. Сообщения АН Грузинской ССР, т. XXII, № 6, 1959.
-





201, 48

Н. В. БОКУЧАВА, Т. Г. ГАЧЕЧИЛАДЗЕ

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИЗУЧЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПЕЧАТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Одним из методов изучения статистической структуры печатной информации является так называемый метод анализа пробелов [1], заключающийся в следующем. Текст разбивается на определенные элементы (предложения, слова, морфемы и т. п.). Элементы в тексте на расположены беспорядочно; всякое отклонение от полного беспорядка указывает на наличие некоторой структуры. Метод анализа пробелов позволяет установить эти структурные зависимости. Техника подсчета такова: фиксируются по некоторому признаку пары элементов; элементы, находящиеся между фиксированными, в тексте считаются пробелами. Таким образом, текст принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & \dots [\alpha_1] \dots [\alpha_2] \dots [\beta_1][\alpha_3] \dots [\beta_2][\beta_3] [\alpha_4][\beta_4] \dots \\ & \dots [\beta_5] \dots [\alpha_5] \dots [\alpha_6] \dots [\beta_6] \quad (*) \end{aligned}$$

Рассмотрим конкретный случай распределения пробелов между  $[\alpha]$  и  $[\beta]$ . С этой целью подвергаем текст (\*) следующему преобразованию:

$$\begin{aligned} & [\alpha_1] \dots [\beta_1][\alpha_2] \dots [\beta_1][\alpha_3] \dots [\beta_2]V_1[\alpha_4][\beta_4] \\ & V_2[\alpha_5] \dots [\beta_6][\alpha_6] \dots [\beta_6] \quad (**) \end{aligned}$$

Обратив внимание на индексы при  $[\alpha]$  и  $[\beta]$ , легко заметить, каким образом текст (\*\*) получен из (\*).

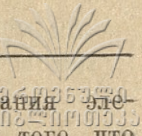
$V_1$ —означает, что в (\*\*) олушены символы  $[\beta_3]$  и все тире до  $[\alpha_4]$  и т. д.

Условно назовем комплекс, состоящий из  $[\alpha]$ , ближайшего от него справа  $[\beta]$  и расположенных между ними тире, — „словом“. Мы будем изучать распределение длин именно таких „слов“ (под длиной подразумевается число тире в „слове“). На длину слова влияют соседние „слова“ и опущенные символы. Каким образом учитывается это влияние, будет видно из дальнейшего.

Для математического описания процесса образования „слов“ используется модель, аналогичная использованной Фуксом.

Допустим, что мы имеем элементы, обладающие двумя свойствами, которые обозначим 0 и 1. Пусть имеется определенное количество ячеек; в каждой из которых  $n$  мест. Допустим далее, что мы распределяем эле-





менты по ячейкам. Если через  $p$  обозначить вероятность попадания элемента на данное место в данной ячейке, а через  $q$  — вероятность того, что попавший элемент будет обладать свойством „1“, и если до начала стохастического распределения поместить определенное количество элементов со свойством „1“ в определенное число ячеек, для распределения элементов со свойством „1“ получим следующее выражение:

$$(1) \quad V(i, p, q) = \sum_{\nu=0}^n (\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\nu+1}) \binom{n-\nu}{i-\nu} p^{i-\nu} q^{\nu} [1-p+p(1-q)]^{n-i}.$$

Если считать, что  $p$  может принимать любые значения от нуля до единицы, распределение (1) принимает следующий вид:

$$(2) \quad F(i, q) = \sum_{\nu=0}^n (\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\nu+1}) \binom{n-\nu}{i-\nu} \int_0^1 p^{i-\nu} q^{\nu} [1-p+p(1-q)]^{n-i} dp.$$

$$\bar{i} = \sum_{i=0}^n i F(i, q) = \frac{q}{2} \left( n - \sum_{\nu=1}^{n-1} \varepsilon_{\nu} \right) + \sum_{\nu=1}^{n-1} \varepsilon_{\nu}.$$

В этих выражениях  $(\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\nu+1})$  является долей тех ячеек, где до начала стохастического распределения было помещено  $\nu$  элементов, обладающих свойством „1“. Считая, что число мест в ячейке  $n \rightarrow \infty$  и попадание элемента со свойством „1“ в ячейку относится к классу редких событий, получаем предельное распределение

$$(3) \quad F(i) = \exp[-(\bar{i}-A)] \sum_{\nu=0}^{\infty} (\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\nu+1}) \frac{(\bar{i}-A)^{i-\nu}}{(i-\nu)!} \varphi_{\nu}(A, \bar{i}, i),$$

где  $A = \sum_{\nu=1}^{\infty} \varepsilon_{\nu}$  (считаем, что ряд сходится), а

$$(4) \quad \varphi_{\nu}(A, \bar{i}, i) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (t+1)^{i-\nu} \exp[-(\bar{i}-A)t] dt.$$

Распределение (3) отличается от распределения Фукса [2] дополнительными множителями  $\varphi_{\nu}(A, \bar{i}, i)$ .

Мы предполагаем, что процесс образования „слов“ описывается моделью, соответствующей формуле (3). Предварительному помещению  $\nu$  элементов в определенные ячейки соответствует разбиение всех „слов“ на классы, каждый из которых содержит „слова“ минимальной длины  $\nu$ , что соответствует определенным особенностям образования „слов“ данного класса.

Каждый из выделенных элементов характеризуется своим  $\varepsilon$ -спектром. Этот спектр раскрывает важную сторону психологического процесса, который объясняет наблюдаемое распределение. Этот процесс во всех случаях состоит из сочетания двух процедур: предварительного размещения элементов,



2619357270  
3338

обладающих свойством „1“, в соответствующем порядке и последующего стохастического распределения остальных элементов. Заметим, что элементы со свойством „1“ не соответствуют выделенным элементам в тексте, а скорее связаны с компонентами, из которых составлены эти элементы. Таким образом, проблема установления структурных зависимостей сводится к нахождению соответствующих  $\varepsilon$ -спектров.

При определении  $\varepsilon$ -спектра  $F(i)$  считается заданным из эксперимента. Нахождение спектра можно произвести двумя способами:

1) Из эксперимента определяются моменты распределения (3) и приравниваются к теоретическим значениям. Получается сложная бесконечная система трансцендентных уравнений:

$$M_1 = \left. \frac{\partial G(y, \varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots)}{\partial y} \right|_{y=1}, \quad M_2 = \left. \frac{\partial^2 G(y, \varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots)}{\partial y^2} \right|_{y=1} - \left. \frac{\partial G(y, \varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots)}{\partial y} \right|_{y=1}, \dots$$

где производящая функция, соответствующая распределению (3), имеет следующий вид:

$$(5) \quad G(y, \varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots) = \frac{1}{2} \frac{\exp\{2(\bar{i}-A)(y-1)\} - 1}{(\bar{i}-A)(y-1)} \sum_{\nu=0}^{\infty} (\varepsilon_{\nu} - \varepsilon_{\nu+1}) y^{\nu}.$$

2) Сравняются экспериментальные и теоретические значения  $F(i)$ . Ниже рассмотрим второй способ и приведем приближенные формулы для нахождения  $\varepsilon$ -спектра.

Предположим, что спектр таков:  $\varepsilon_1 \neq 0, \dots, \varepsilon_n \neq 0$ , а все остальные равны 0. Тогда из (3) получим  $n$  уравнений для  $n$  неизвестных

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} F(1) &= \exp[-(\bar{i}-A)] \left[ (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \frac{\bar{i}-A}{1!} \varphi_1 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \varphi_0 \right] \\ F(2) &= \exp[-(\bar{i}-A)] \left[ (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \frac{(\bar{i}-A)^2}{2!} \varphi_2 + \right. \\ &\quad \left. + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{\bar{i}-A}{1!} \varphi_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \varphi_0 \right] \\ &\dots \end{aligned} \right.$$

Если в этой системе условно примем  $A$  известным, то относительно  $\varepsilon$ -ов получим систему линейных уравнений. Решая ее, получим  $\varepsilon_i = \varepsilon_i(A)$ . Подставляя значение  $\varepsilon_1(A)$  в уравнение

$$(7) \quad F(0) = \exp[-(\bar{i}-A)] (1 - \varepsilon_1(A)) \varphi_0,$$

найдем численное значение  $A$ . Подставляя это число в исходную систему, получим числовые значения для  $\varepsilon$ -спектра.

Этот путь нахождения  $\varepsilon$ -спектра нам представляется более удобным, так как по существу приходится решать одно сложное трансцендентное





уравнение. Заметим, что этот способ является приближенным, но он дает возможность с любой степенью точности приблизиться к истинному значению  $\varepsilon$ -спектра.

Переведем систему (6) в более удобной для нас форме:

$$(8) \quad \begin{cases} x_1 \varphi_0 = B_1 \\ \frac{\alpha}{1!} x_1 \varphi_1 + x_2 \varphi_0 = B_2 \\ \frac{\alpha^2}{2!} x_1 \varphi_2 + \frac{\alpha}{1!} x_2 \varphi_1 + x_3 \varphi_0 = B_3 \\ \dots \\ \frac{\alpha^{n-1}}{(n-1)!} x_1 \varphi_{n-1} + \dots + x_n \varphi_0 = B_n, \end{cases}$$

где  $\alpha = \bar{i} - A$ ,  $x_i = \varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}$  и  $B_i = F_i e^{\alpha} - \frac{\alpha^i}{i!} \varphi_i \varphi_0$ .

Легко убедиться, что решение этой системы таково:

$$(9) \quad x_s = \varphi_0^{s-1} [\varphi_0^{s-1} B_s + (-1)^{s-1} B_1 \beta_{s-1}],$$

где для  $\beta_{s-1}$  имеем следующее рекуррентное выражение:

$$(10) \quad \beta_{s-1} = \frac{\alpha}{1!} \varphi_1 \beta_{s-2} - \frac{\alpha^2}{2!} \varphi_2 \varphi_0 \beta_{s-2} + \sum_{j=3}^{s-2} (-1)^{j+1} \frac{\alpha^j}{j!} \varphi_j \varphi_0^{j-2} \beta_{s-(j+1)}$$

и

$$\beta_1 = \frac{\alpha}{1!} \varphi_1.$$

Трансцендентное уравнение для определения  $A$  примет следующий вид:

$$(11) \quad F(0) = \exp[-(\bar{i} - A)] \left( 1 - \sum_{k=1}^n x_k \right) \varphi_0.$$

Интересно рассмотреть следующие предельные случаи:  $2\alpha \gg 1$  и  $2\alpha \ll 1$ .

1.  $2\alpha \gg 1$ . В этом случае (см. приложение)

$$\varphi_k \approx \frac{e^{\alpha}}{2\alpha^{k+1}} \Gamma(k+1).$$

Общее решение системы (8) в этом приближении имеет следующий вид:

$$(12) \quad x_s = 2\alpha (F(s) - F(s-1)),$$

причем

$$(13) \quad \varepsilon_1 = 2\alpha (F(n) - F(0)).$$

В последней формуле  $n = i_{max}$ , где  $i_{max}$  соответствует максимуму распределения. Это можно оправдать следующими соображениями. Во-первых, из условия  $x_{n+1} = 0$  вытекает, что в нашем приближении  $F(n+1) = F(n)$ , а это может иметь место как раз вблизи максимума. Во-вторых, при боль-



УДК 62-50  
62-50:010.33

Этих  $\alpha$  поведение  $\varphi_k$  таково, что оно сглаживает эффект множителя  $\frac{\alpha^k}{k!}$ .

Кроме того, количество слагаемых в теоретической формуле для  $F(i)$  определяется индексом  $i$  и, следовательно, возрастание  $F(i)$  при приближении  $i$  к  $i_{max}$  будет в основном происходить за счет добавления слагаемых  $x_v$ . Отсюда видно, что в нашем приближении ожидаемый спектр должен быть таким:  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{i_{max}} \neq 0$ , а все остальные  $\varepsilon_i = 0$ .

Подставляя значение  $\varepsilon_1$  из формулы (13) в уравнение (11), получаем:

$$(14) \quad \alpha = \frac{1}{2F(n)}$$

Рассмотрим пример. В работе [3] изучалось распределение количества пробелов между двумя глаголами для русского языка. В этом случае  $\bar{i} = 5,606$ . Мы предполагаем, что  $2\alpha \gg 1$ . Воспользовавшись экспериментальными данными, приведенными в этой работе, получаем:  $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = 0,983, \varepsilon_2 = 0,410, \varepsilon_3 = 0,215, \varepsilon_4 = 0,041, \varepsilon_5 = \dots = 0$ . В таблице 1 приведены экспериментальные данные, теоретические данные, соответствующие расчетам, произведенным в работе [3], и теоретические данные, соответствующие полученному спектру.

Таблица 1.

[Г]—[Г]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_{\text{экс.}}$	0,002	0,058	0,077	0,094	0,098	0,078	0,071	0,064	0,057	0,049
$P_{\text{теор.}}^{[3]}$	0,001	0,021	0,058	0,109	0,152	0,171	0,158	0,126	0,089	0,055
$P_{\text{теор.}}$	0,002	0,058	0,077	0,094	0,098	0,098	0,095	0,091	0,086	

Распределение, соответствующее полученному спектру, имеет следующий вид:

$$F(i) = 0,006 \left\{ 0,017 \frac{(5,102)^i}{i!} \varphi_i + 0,573 \frac{(5,102)^{i-1}}{(i-1)!} \varphi_{i-1} + \right. \\ \left. + 0,195 \frac{(5,102)^{i-2}}{(i-2)!} \varphi_{i-2} + 0,174 \frac{(5,102)^{i-3}}{(i-3)!} \varphi_{i-3} + \right. \\ \left. + 0,041 \frac{(5,102)^{i-4}}{(i-4)!} \right\}$$

Таблица показывает, что такое приближение дает вполне удовлетворительное согласие с экспериментом. Точное же решение даст лучшие результаты.

2.  $2\alpha \ll 1$ .

В этом случае

$$\varphi_k \approx \frac{2e^\alpha}{\alpha^{k-1}} \Gamma(k+1) \quad (k > 0)$$

и  $\varphi_0 = e^\alpha$  (см. приложение).





Общее решение уравнения (8) в этом приближении будет иметь следующий вид:

$$(15) \quad x_s = F(s) - 2\alpha \sum_{k=0}^{s-1} F(k)$$

и

$$(16) \quad \varepsilon_1 = \sum_{k=1}^n x_s = \sum_{k=1}^n F(k) - 2\alpha \sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^{k-1} F(j),$$

а для  $\alpha$  получаем:

$$(17) \quad \alpha = \frac{1}{2} \frac{1 - \sum_{k=0}^n F(k)}{\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^{k-1} F(j)}$$

и мы можем определить из условия  $x_{n+1} = 0$ , что дает следующее уравнение:

$$(18) \quad F(n+1) = \sum_{k=1}^n F(k) \frac{1 - \sum_{k=0}^n F(k)}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=0}^{k-1} F(j)},$$

которое можно решить методом проб и ошибок.

Рассмотрим пример. В работе [4] изучался процесс распределения букв по словам для грузинского языка. Было установлено, что распределения всех букв, за исключением трех: о (а), и (и), р (р), относятся к „небескомпактному“ классу (2). Поэтому, в качестве примера, рассмотрим распределение одной из этих трех букв, скажем о (и). В этом случае  $\bar{i} = 0,6121$ , следовательно,  $\alpha$  можно считать малой величиной. Воспользовавшись уравнением (18), получаем  $n \approx 2$ .  $\varepsilon$ -спектр получается таким:

$$\varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_1 = 0,4797, \quad \varepsilon_2 = 0,0922, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \dots = 0.$$

Распределение записывается в следующем виде:

$$F(i) = 0,9608 \left( 0,5203 \frac{(0,0402)^i}{i!} \varphi_i + 0,3875 \frac{(0,0402)^{i-1}}{(i-1)!} \varphi_{i-1} + \right. \\ \left. + 0,0922 \frac{(0,0402)^{i-2}}{(i-2)!} \varphi_{i-2} \right).$$

В таблице 2 приведены данные опыта и результаты вычислений по последней формуле.



Таблица 2

$i$	0	1	2	3	4	5	6
$F_{\text{эксп.}}$	0,5025	0,3907	0,0979	0,0086	0,0002	0,0002	0,0000
$F_{\text{теор.}}$	0,5203	0,4293	0,1652	0,0804			

Если в формуле (3) формально положить все  $\varphi_v=1$ , то получим распределение Фукса [2]:

$$(19) \quad F(i) = e^{-\alpha} \sum_{v=0}^{\infty} (\varepsilon_v - \varepsilon_{v+1}) \frac{\alpha^{i-v}}{(i-v)!}.$$

Воспользовавшись таким же методом нахождения спектра, получаем:

$$(20) \quad x_s = \sum_{k=0}^s (-1)^k B_{s-k} \frac{\alpha^k}{k!},$$

$$(20') \quad \varepsilon_1 = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=0}^s (-1)^k B_{s-k} \frac{\alpha^k}{k!}.$$

Трансцендентное уравнение для  $\alpha$  примет вид

$$(21) \quad 1 - \varepsilon_1 = e^{\alpha} F(0).$$

Рассмотрим пример: образование слогов из звуков в латинском языке. Этот пример рассмотрен у Фукса [2]. Для  $\varepsilon$ -спектра он получил:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = 0,87, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \dots = 0.$$

Так как  $\varepsilon_1 = 1$ , то уравнения (20), (20'), (21) принимают вид:

$$x_s = \sum_{k=1}^s (-1)^{k-1} B_{s-(k-1)} \frac{\alpha^{k-1}}{(k-1)!},$$

$$\varepsilon_2 = \sum_{s=2}^{\infty} x_s \quad \text{и} \quad 1 - \varepsilon_2 = e^{\alpha} F(1).$$

Воспользовавшись данными Фукса (см. табл. 3), получаем:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = 0,922, \quad \varepsilon_3 = 0,297, \quad \varepsilon_4 = 0,037, \quad \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = \dots = 0.$$

Распределение принимает вид

$$F(i) = 0,9608 \left( 0,078 \frac{\alpha^{i-1}}{(i-1)!} + 0,625 \frac{\alpha^{i-2}}{(i-2)!} + \right. \\ \left. + 0,260 \frac{\alpha^{i-3}}{(i-3)!} + 0,037 \frac{\alpha^{i-4}}{(i-4)!} \right).$$

Таблица 3 показывает, что наши результаты более точны.





$i$	0	1	2	3	4	5	6
$F_{\text{эксп.}}$	0	0,075	0,600	0,250	0,050	0,020	0,000
$F_{\text{теор.}}^{\text{функ.}}$	0	0,075	0,667	0,320	0,033	0,000	
$F_{\text{теор.}}$	0	0,075	0,601	0,274	0,045	0,000	
$\bar{i} = 2,225$							

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Значения функции  $\varphi_\nu(i, \bar{i}, A)$  зависят только от разности  $(i - \nu)$ . Поэтому мы изменим обозначение и будем писать:

$$\varphi_k = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (t+1)^k e^{-\alpha t} dt = \frac{1}{2} \frac{e^\alpha}{\alpha^{k+1}} \int_0^{2\alpha} t^k e^{-t} dt.$$

Имеет место следующее рекуррентное соотношение:

$$\varphi_k = -\frac{2^{k-1} e^{-\alpha}}{\alpha} + \frac{k}{\alpha} \varphi_{k-1}.$$

Воспользовавшись определением  $\varphi_k$ , можно написать:

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \frac{e^\alpha}{2} \cdot \frac{1}{\alpha^{k+1}} \left\{ \int_0^\infty t^k e^{-t} dt - e^{-2\alpha} \int_0^\infty (t+2\alpha)^k e^{-t} dt \right\} = \\ &= \frac{e^\alpha}{2\alpha^{k+1}} \left\{ \Gamma(k+1) - e^{-2\alpha} \sum_{s=0}^k \binom{k}{s} (2\alpha)^{k-s} \Gamma(s+1) \right\}. \end{aligned}$$

Проблемная лаборатория  
физической кибернетики

(Поступило в редакцию 5/V-1963 г.)

ბ. ბოკუჩავა, თ. ბაჩეჩილაძე

### ნაბეჭდი ინფორმაციის სტატისტიკური სტრუქტურის შესწავლის ერთი მეთოდის შესახებ

რეზიუმე

შრომაში განხილულია ნაბეჭდი ინფორმაციის სტატისტიკური სტრუქტურის შესწავლის ერთ-ერთი მეთოდი, კერძოდ, შუალედების ანალიზის მეთოდი.

მიღებულია ფუნქსის განაწილებისაგან განსხვავებული განაწილება, რომელიც უფრო ზუსტ შედეგებს იძლევა.



ЛИТЕРАТУРА

1. V. N. Ungve. IRE Trans. vol I T-2, № 3 (1956).
  2. В. Фукс, Теория передачи сообщений, ИЛ, 1957.
  3. Т. Г. Гачечиладзе, Г. Н. Церцвадзе, Г. Б. Чикоидзе. Труды Института электроники, автоматики и телемеханики АН ГССР, т. II (1961).
  4. Г. Н. Церцвадзе, Т. Г. Гачечиладзе. Труды Института электроники, автоматики и телемеханики АН ГССР, т. I, (1960).
-



29

Б. Г. БЕРУЛАВА, Т. И. САНАДЗЕ

## ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС НИТРАТА ЭРБИЯ

Электронный парамагнитный резонанс редкоземельного элемента эрбия исследовался в работах [1—4]. Нами был исследован спектр ЭПР эрбия в нитрате  $\text{Er}(\text{NO}_3)_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  диамагнитно разбавленного лантаном в пропорции  $\text{Er}:\text{La} \approx 1:100$  при температуре  $4,2^\circ\text{K}$  супергетеродинамическим радиоспектроскопом, работающим на частоте 9370 мГц.

Известно (5), что для описания парамагнитного резонансного спектра нитратов редкоземельных элементов необходимо рассматривать три главных значения  $g$ -фактора— $g_x$ ,  $g_y$  и  $g_z$ . Иными словами, симметрия кристаллического поля вокруг магнитного иона низкая, т. е. возможны только оси симметрии второго порядка.

При температуре жидкого водорода парамагнитный резонанс эрбия в нитрате не наблюдается. Причина этого состоит в том, что спин-решеточное взаимодействие сильно уширяет линию при этих температурах.

При температуре жидкого гелия ( $4,2^\circ\text{K}$ ) наблюдались одна сильная линия по всем направлениям магнитного поля по отношению кристаллических осей, которая принадлежит изотопам эрбия с четными массовыми числами, обладающим нулевым значением ядерного спина, и восемь слабых линий сверхтонкой структуры, которые обусловлены нечетным изотопом  $\text{Er}^{167}$  с ядерным спином  $7/2$ . Процентное содержание этого изотопа равно  $22,8\%$ .

Резонансный спектр описывается следующим спиновым гамильтонианом:

$$H = \beta(g_x H_x S_x + g_y H_y S_y + g_z H_z S_z) + A_x S_z I_x + A_y S_y I_y + \\ + A_z S_x I_x + P_x I_x^2 P_y I_y^2 + P_z I_z^2 \quad (1)$$

с эффективным спином  $S = 1/2$ . Главные значения  $g$ -факторов— $g_x$ ,  $g_y$  и  $g_z$ , измерялись следующим образом: исследуемый образец, подклеенный к поршню резонатора в произвольной ориентации, устанавливался по экстремальному значению  $g$ -фактора, затем криостат в пределах нескольких градусов качался в плоскости магнитное поле—ось вращения образца. Таким образом определялось, как следует разрезать и переклеить образец. Кристалл переклеивался и опять устанавливался по экстремальному значению  $g$ -фактора и т. д. до установления оси параллельно магнитному полю. Затем монокристалл разрезался в плоскости перпендикулярно оси  $Z$





и подклеивался к поршню резонатора этой плоскостью. В данном случае при вращении образца вдоль магнитного поля устанавливались оси  $X$  и  $Y$ .

Получены следующие значения  $g$ -факторов:  $g_x = 10,13 \pm 0,02$ ;  $g_y = 6,17 \pm 0,02$ ;  $g_z = 1,95 \pm 0,02$ .

Из этих значений  $G$ -факторов видно, что резонансный спектр сильно анизотропен.

Определение констант сверхтонкого взаимодействия  $A_x$ ,  $A_y$  и  $A_z$  из уравнения (1) в произвольной ориентации магнитного поля довольно сложно. Поэтому константы сверхтонкого взаимодействия определялись из измерений в трех взаимно-перпендикулярных ориентациях магнитного поля  $H$  вдоль одной из главных осей. Направим магнитное поле, например, вдоль оси  $X$ . В этом случае уравнение (1) примет вид

$$H = \beta g_x H S_x + A_x S_x I_x + A_y S_y I_y + A_z S_z I_z + P_x I_x^2 + P_y I_y^2 + P_z I_z^2. \quad (2)$$

Для вычисления констант сверхтонкого расщепления принимаем  $V = A_x S_x I_x + A_y S_y I_y + A_z S_z I_z$  за возмущение (квадрупольные члены пока не учитываем) и из уравнения (2) находим поправки к уровням энергии, а затем переходы, соответствующие правилам отбора  $\Delta M = \pm 1$ ,  $\Delta m = 0$ , где  $M$  и  $m$  — проекции спина электронной оболочки и ядра. Вплоть до третьего порядка теории возмущений расчет дает

$$\begin{aligned} h\nu = & g_x \beta H + A_x m + (A_y^2 + A_z^2) \frac{I^2 + I - m}{4g_x \beta H} - \\ & - A_x (A_y^2 + A_z^2) \frac{m \left( I^2 + I - m^2 - \frac{1}{2} \right)}{4(g_x \beta H)^2}. \end{aligned}$$

Если учтем квадрупольное взаимодействие  $P_x I_x^2 + P_y I_y^2 + P_z I_z^2$ , входящее в спиновый гамильтониан (2), то к выражению (3) надо добавить член

$$(P_y - P_z)^2 \frac{m \left( I^2 + I - m^2 - \frac{1}{2} \right)}{A_x},$$

который легко вычислить в предположении, что константы квадрупольного взаимодействия удовлетворяют условиям

$$P_i \ll A_i \quad (i = x, y, z).$$

Совершенно аналогично измерялся спектр в  $Y$  и  $Z$  ориентациях.

Константы  $A_x$ ,  $A_y$  и  $A_z$  определялись из выражения (3) и аналогичных ему выражений вдоль осей  $Y$  и  $Z$ .

Получены следующие значения констант сверхтонкого взаимодействия  $A_x = 353 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-4} \pm 3 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-4}$ ;  $A_y = 214 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-4} \pm 3 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-4}$ ;  $A_z = 70 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-4} \pm 2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-4}$ .

Константы квадрупольной связи настолько малы, что удалось определить лишь верхний предел разностей:



$|P_x - P_y|$ ,  $|P_x - P_z|$ ,  $|P_y - P_z|$ , который меньше  $50 \cdot 10^{-4}$  Г

Парамагнитный резонансный спектр эрбия в нитрате содержит, кроме слабых линий сверхтонкой структуры, несколько линий еще меньшей интенсивности, которые, по-видимому, обусловлены и квадрупольным взаимодействием.

Кафедра экспериментальной  
физики и радиофизики

(Поступило в редакцию 15/II 1962 г.)

ბ. ბერულავა, თ. სანაძე

ერბიუმის ნიტრატის პარამაგნიტური რეზონანსი

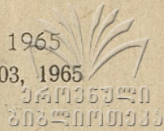
რ ე ზ ი უ მ ე

შეისწავლბოდა ერბიუმის ნიტრატის  $\text{Er}(\text{NO}_3)_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  პარამაგნიტური რეზონანსი 9370 მგჰც სიხშირეზე 4,2°K ტემპერატურის პირობებში. გაზომილია ზენაზი ურთიერთქმედების მუდმივები და  $g$  ფაქტორის მნიშვნელობები.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. S. Bogle, H. J. Duffus, H. E. D. Scovil. Proc. Phys. Soc. A 65, 70, 1952.
2. J. M. Baker, W. Hayes, D. A. Jones. Proc. Phys. Soc. 73, 942, 1959.
3. B. R. Judd, E. Wong. J. Chem. Phys. 28, 1097, 1958.
4. C. A. Hutchison, E. Wong. J. Chem. Phys. 29, 754, 1958.
5. Т. И. Санадзе. ЖЭТФ. 33, 1042, 1957.





21, 43

შ. ლ. ბეზიაშვილი

## О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕИСПРАВНОСТЕЙ НЕКОТОРЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

### Введение

Разумное конструирование и эксплуатация сложных систем, и в частности различного вида радиоэлектронной аппаратуры, требуют количественной оценки надежности отдельных элементов и всех установок в целом.

Для расчета надежности радиоэлектронной аппаратуры и других сложных систем необходимо знание закона появления неисправностей во времени.

В литературе распространено различное мнение по поводу закона распределения неисправностей радиоэлектронного оборудования [1]. Некоторые авторы за признак надежности аппаратуры принимают пуассоновское распределение на основании анализа статистических данных одного вида аппаратуры и без должного для этого основания распространяют этот закон на все виды радиоэлектронной аппаратуры. Другие утверждают о подчиняемости неисправностей во времени радиоэлектронного оборудования  $\lambda^2$  (ХИ квадрат распределению).

На данном этапе развития теории надежности сложных систем упомянутые вопросы находятся в процессе разработки и для окончательного решения требуется проведение широких исследований большого количества статистического материала.

Целью настоящей заметки является анализ статистического материала по испытанию некоторых видов радиоэлектронных систем и попытка установления закона распределения неисправностей во времени для них.

### Анализ статистического материала

Анализу подвергался статистический материал по испытанию некоторых типов телевизионных приемников и электронно-вычислительной машины в течение достаточно большого времени, причем, зачастую, количество некоторых типов приемников доходило до нескольких сотен и тысяч экземпляров.

Результаты по определению величины средних частот отказов для некоторых типов телевизионных приемников и электронных ламп даны в [2].

В настоящей заметке исследуется статистический материал по телевизионным приемникам, испытанным по методу ансамбля до первого пов-



реждения. Исследованию подвергается вопрос соответствия закона распределения неисправностей закону распределения Пуассона, который, как известно, записывается в виде:

$$P_N = \frac{(\lambda t)^N}{N!} e^{-\lambda t},$$

где  $\lambda$  — средняя частота отказов,  $t$  — время работы системы,  $N$  — число неисправностей.

Соответствующим образом обработан статистический материал по одному типу приемников [3]. Для определения частоты появления повреждений, время работы системы разбивается на определенные, равные промежутки времени, например, по  $\tau = 20$  часов. Данные о числе неисправностей в 28 промежутках времени по 20 часов внесены в таблицу 1.

Таблица 1

Номер промежутка $i$	Количество неисправностей $N_i$	Номер промежутка $i$	Количество неисправностей $N_i$
1	104	15	0
2	34	16	11
3	17	17	9
4	8	18	4
5	3	19	2
6	3	20	0
7	5	21	3
8	5	22	8
9	5	23	4
10	2	24	0
11	13	25	1
12	3	26	0
13	2	27	5
14	2	28	2

По данным таблицы 1 заполнена таблица 2, в которой приведены сведения о промежутках времени  $\tau = 20$  часов, в течение которых появились 0, 1, 2, и т. д. повреждений. В третьем столбце этой таблицы даны значения относительных частот и в четвертом столбце значения накопленных частот отрезков времени.

Таблица 2

Число неисправностей, появившихся за промежутки времени 20 часов	Количество промежутков времени по 20 часов	Относительная частота числа промежутков	Накопленная частота промежутков времени
0	4	0,143	0,143
1	1	0,0357	0,1787
2	5	0,180	0,3587
3	3	0,1007	0,4594
4	2	0,07	0,5294
5	4	0,143	0,6724
6—7	0	0,000	0,6724



Число неисправностей, появившихся за промежутки времени 20 часов	Количество промежутков времени по 20 часов	Относительная частота числа промежутков	Накопленная частота промежутков времени
8	2	0,07	0,7424
9	1	0,0357	0,7781
10	0	0,000	0,7781
11	1	0,0357	0,8138
12	0	0,000	0,8138
13	1	0,0357	0,8495
14—15—16	0	0,000	0,8495
17	1	0,0357	0,8852
18—22	0	0,000	0,8852
23	1	0,0357	0,9209
24—33	0	0,000	0,9209
34	1	0,0357	0,9566
35—103	1	0,000	0,9566
104	1	0,0357	0,9923
275	28	1,000	1,000

Для сравнения экспериментальной кривой с теоретической произведен расчет пуассоновского закона распределения. Результаты расчета вместе с экспериментальными данными сведены в таблицу 3.

Таблица 3

Количество неисправностей N	Накопленная частота из опыта $\Sigma P_{NO}$	Относительная частота из расчета $P_{NP}$	Накопленная частота из расчета $\Sigma P_{NP}$
0	0,143	0,24	0,240
1	0,178	0,34	0,58
2	0,358	0,24	0,82
3	0,459	0,12	0,94
4	0,529	0,04	0,98
5	0,672	0,017	0,997
6	0,672	0,0023	0,9993
7	0,672	0,0005	0,9998
8	0,742	0,000137	0,999937
9	0,778	0,0000234	0,9999604
10	0,778	0,0000035	0,9999639

Согласно данным таблицы 3 для накопленных частот строят зависимость  $\Sigma P_N = f(N)$  для расчетных и экспериментальных величин.

Для оценки достоверности совпадения экспериментальной кривой с теоретической, в частности с пуассоновским распределением, использован критерий Колмогорова. С этой целью определено максимальное расхождение между этими кривыми. Оно находится около величины  $N=3$ . Разница в ординатах  $\Delta J_{max} = 0,48$ , для которой параметр Колмогорова [3]

$$x = \Delta Y_{max} \sqrt{a} = 2,4,$$

где  $a$  — число экспериментов (в данном случае число отрезков времени по 20 часов, т. е.  $a=25$ ). Для этой величины вероятность достовер-





ности, по Колмогорову, между интересующими нас кривыми равна  $P(x) = 0$ , т. е. имеется абсолютное несовпадение.

Подобному исследованию подвергнуты телевизионные приемники девяти типов, для различных величин масштабов времени, и для всех них вероятность достоверности совпадения экспериментальных кривых распределения неисправностей во времени с пуассоновским распределением не превышает приведенной величины.

Исследование экспериментального материала по эксплуатации достаточно большого числа телевизионных приемников, количество которых по типам в отдельных случаях доходило до нескольких сотен и тысяч экземпляров, дает основание делать определенные заключения о несовпадении распределения неисправностей во времени телевизионных приемников с распределением Пуассона и, что, таким образом, не всех радиоэлектронных систем неисправности во времени совпадают с вышеупомянутым теоретическим распределением.

Можно ли распространить эти заключения на все виды радиоэлектронных систем, изготовленные в иных условиях и эксплуатируемые в отличных режимах работы? Делать подобные заключения нет основания, тем более, что, как упоминалось раньше, в литературе имеются утверждения о совпадении закона распределения неисправностей радиоэлектронного оборудования с законом Пуассона.

В подтверждении вышесказанного проанализируем статистический материал по испытанию одного типа сложной электронной вычислительной машины. Время работы машины  $t_{\text{роб}} = 4200$  часов, в течение которого испытывалась система, разбито на равные по 100 часов промежутки времени. Количество неисправностей по участкам внесено в таблицу 4.

Таблица 4

Номер промежутка $i$	Кол-во неисправностей $N$	Номер промежутка $i$	Кол-во неисправностей $N$	Номер промежутка $i$	Кол-во неисправностей $N$
1	6	16	2	31	1
2	4	17	3	32	3
3	3	18	2	33	1
4	6	19	3	34	2
5	5	20	2	35	3
6	3	21	4	36	2
7	4	22	1	37	0
8	0	23	2	38	1
9	0	24	2	39	2
10	1	25	1	40	1
11	2	26	1	41	4
12	2	27	1	42	2
13	1	28	0	43	1
14	0	29	3	44	4
15	2	30	2		

Результаты обработки этой статистической информации сведены в таблице 5. Там же сведены результаты расчета.



Число неисправностей, появившихся за промежуток вр. по 100 ч $N$	Кол-во промежутков времени по 100 ч $i$	Относит. частота числа промеж. из опыта $P_0$	Накоплен. частота промежут. времени из опыта $\Sigma P_0$	Относ. частота из расч. $P_p$	Накоп. част. из расч. $\Sigma P_p$
0	5	0,113	0,113	0,103	0,1030
1	11	0,250	0,363	0,250	0,3530
2	13	0,296	0,659	0,250	0,6030
3	7	0,159	0,818	0,230	0,8330
4	5	0,113	0,931	0,012	0,9530
5	1	0,023	0,954	0,060	0,9900
6	2	0,046	1,000	0,010	1,0000
96	44	1,000	1,000	1,000	1,000

По данным 4-го и 6-го столбцов строятся кривые  $\Sigma P_0 = f_1(N)$  и  $\Sigma P_p = f(N)$ . Видно, что максимальная разница в ординатах имеется при  $N=2$ , которая составляет  $\Delta J_{max} = 0,056$ , для которой параметр Колмогорова  $x = 0,056\sqrt{44} = 0,37$  и вероятность достоверности совпадения между исследуемыми кривыми  $P(x) = 0,9972$ . Таким образом, распределение неисправностей во времени одного типа сложной электронной вычислительной машины совпадает с распределением Пуассона.

### З а к л ю ч е н и е

Результаты исследования статистического материала по испытанию на надежность сложных радиоэлектронных систем, в частности электронной вычислительной машины и различных типов телевизионных приемников, дают основание утверждать, что сложные системы единичного производства, работающие в режиме регулярного профилактического ремонта, имеют распределение неисправностей во времени, совпадающее с пуассоновским распределением. Распределение неисправностей во времени для телевизионных приемников, испытанных до первого повреждения, не совпадает с законом Пуассона.

Кафедра радиотехники

(Поступило в редакцию 5.XII.1961 г.)

შ. ბაზიაშვილი

ზოგიერთი რადიოელექტრონული სისტემის დაზიანებათა  
ბანაჟილების კანონის შესახებ

რეზიუმე

ზოგიერთი რადიოელექტრონული სისტემის, კერძოდ, ელექტრონული მთვლელობის მანქანისა და სხვადასხვა ტიპის სატელევიზიო მიმღების გამოცდის სტატისტიკური მასალის კვლევის შედეგები საფუძველს იძლევა ვამტკიცოთ,



რომ ერთეული გამოშვების რთული სისტემების, რომლებიც რეგულარული პროფილაქტიკური რემონტის რეჟიმში მუშაობენ, დაზიანებათა განაწილება დროში პუასონის განაწილებას ემთხვევა.

სატელევიზიო მიმღების დაზიანებათა დროში განაწილება პირველი დაზიანების შემთხვევებისათვის პუასონის კანონს არ ემთხვევა.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Р. Левин. Некоторые вопросы теоретического анализа надежности радиоэлектронного оборудования. Радиотехника, т. 14, № 6, 1956 г.
2. Ш. Л. Бебиа ш в и л и. Об одном параметре надежности сложных систем. Труды Тбилисского гос. университета, т. 86, 1960 г.
3. А. М. Длин. Математическая статистика в технике. Советская наука, М., 1958 г.



Т. Г. ЖГЕНТИ, Б. А. КАКЛЮГИН

### ТРОИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ НА ТУННЕЛЬНЫХ ДИОДАХ

За последнее время все больше и больше возрастает интерес к не-двоичной системе счисления, которая уже сейчас находит применение в электронных вычислительных машинах. В качестве примера можно назвать такую машину, как „СЕТУНЬ“, которая работает по трехзначной логике в троичной системе счисления. Но если рассматривать существу-

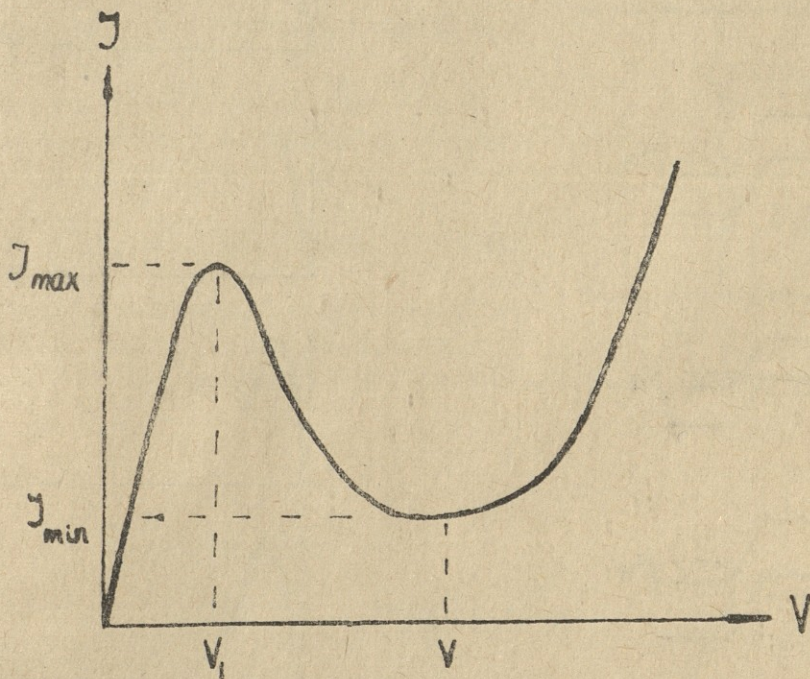


Рис. 1

ющие троичные системы глубже, то можно убедиться, что в этих системах используются обычные двоичные логические цепи, вследствие их простоты. Однако, как показал ряд авторов [1], наибольший эффект может дать применение основания 3 и использование собственно троичных элементов с тремя устойчивыми состояниями равновесия. Преимущество таких элементов заключается хотя бы в скорости выполнения арифметических





операций. Если скорость работы двоичного элемента соответствует скорости работы аналогичного двоичного элемента, то, как нетрудно подсчитать [2] при троичном элементе, время обработки информации составляет 57% времени обработки при использовании двоичных элементов (для 15-разрядного десятичного числа-эквивалента). Данная заметка не включает в себя доказательство преимущества той или иной системы счисления, она предлагает вниманию читателя интересный элемент на туннельных диодах.

Прежде чем перейти к описанию троичного элемента, кратко рассмотрим принцип действия туннельного диода. На рис. 1 приведена вольт-амперная характеристика германиевого туннельного диода. В направлении

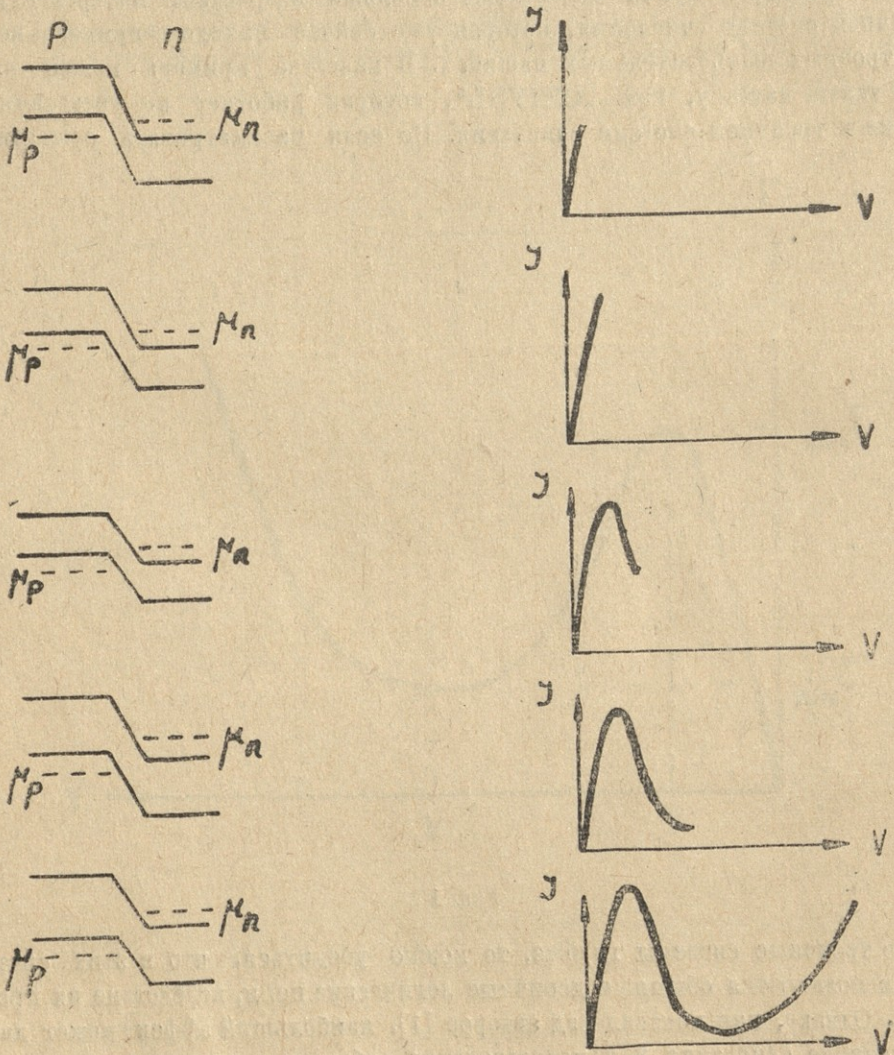


Рис. 2



проводимости, при увеличении напряжения, ток резко возрастает и достигает некоторой максимальной величины, которую будем считать первым параметром диода  $I_{max}$ .

Затем при дальнейшем повышении напряжения валентная зона  $p$  области расходится с зоной проводимости  $n$  области и туннельный ток постепенно убывает, туннелирование прекращается и ток при определенном напряжении достигает минимального значения  $I_{min}$  (рис. 2).

Дальнейшее нарастание тока происходит за счет диффузии носителей через  $p-n$  переход. Как видно из приведенной вольтамперной характеристики, туннельный диод имеет отрицательное дифференциальное сопротивление на спадающем участке характеристики. В зависимости от величины сопротивления нагрузки, этот участок может быть не стабильным, следовательно, в определенных условиях величина напряжения на туннельном диоде может изменяться скачкообразно без изменения тока.

### Теоретическое построение характеристики туннельной пары

Если имеем два туннельных диода  $D_1$  и  $D_2$  с параметрами:

$$I^1_{max}, I^1_{min}, V^1_1, V^1_2 \quad I^2_{max}, I^2_{min}, V^2_1, V^2_2$$

можно теоретически построить общую характеристику туннельной пары. Схема приведена на рисунке 3.

При таком включении имеем следующее условие:  $I_1 = I_2$ .

Первая максимальная точка на общей характеристике (рис. 4) будет соответствовать —  $\min(I^1_{max}, I^2_{max})$ ; минимальная точка —  $\max(I^1_{min}, I^2_{min})$ . Вторая макси-

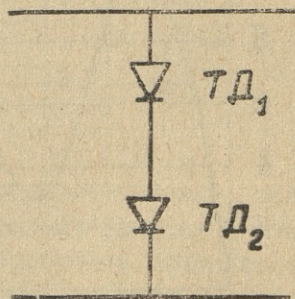


Рис. 3

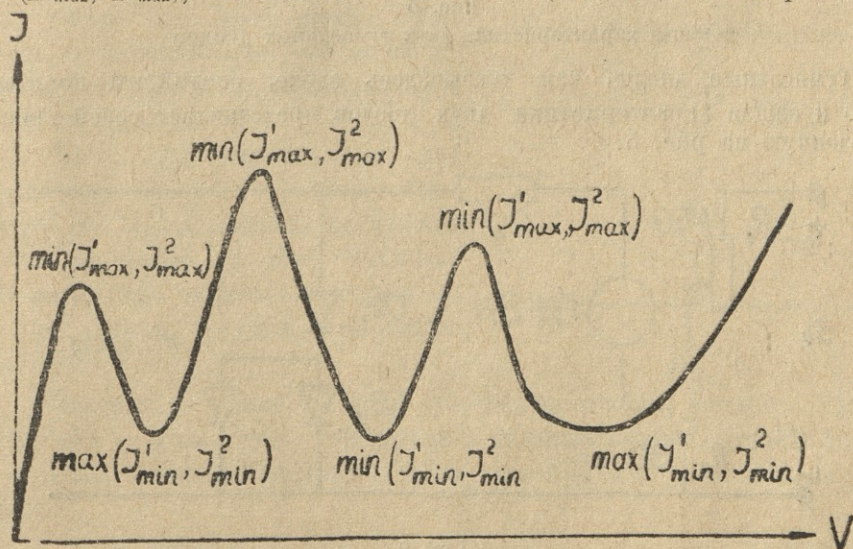


Рис. 4



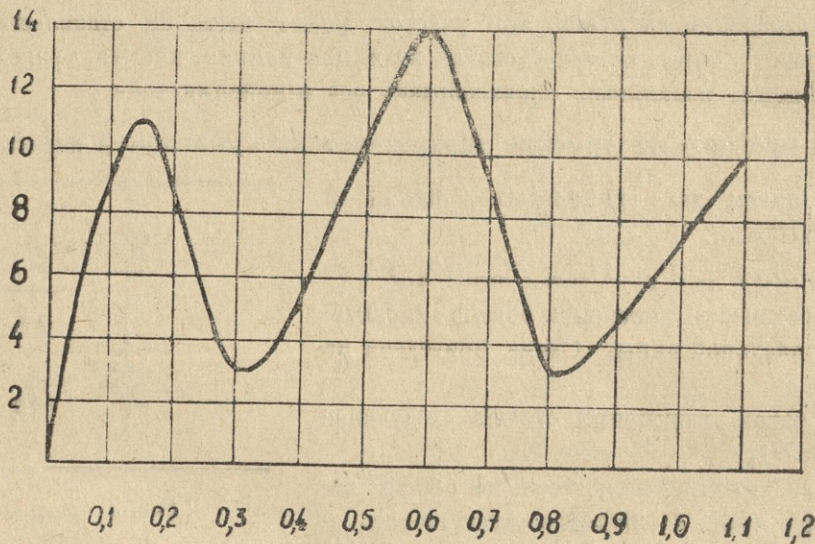


максимальная точка соответствует —  $\max(I^1_{max}, I^2_{max})$ ; минимальная точка —  $\min(I^1_{min}, I^2_{min})$ . Третья максимальная точка соответствует —  $\min(I^1_{max}, I^2_{max})$ ; минимальная точка —  $\max(I^1_{min}, I^2_{min})$ .

### Эксперимент

При проведении экспериментальной работы были использованы туннельные диоды типа Р2Д. Для запуска переключающего туннельного устройства применялся генератор ГИ — 2 м.

$I$  (мА)



V (В)

Рис. 5

Общая характеристика двух туннельных диодов

Туннельные диоды, как указывалось выше, соединены последовательно и общая характеристика двух диодов представляет собой кривую, приведенную на рис. 5.

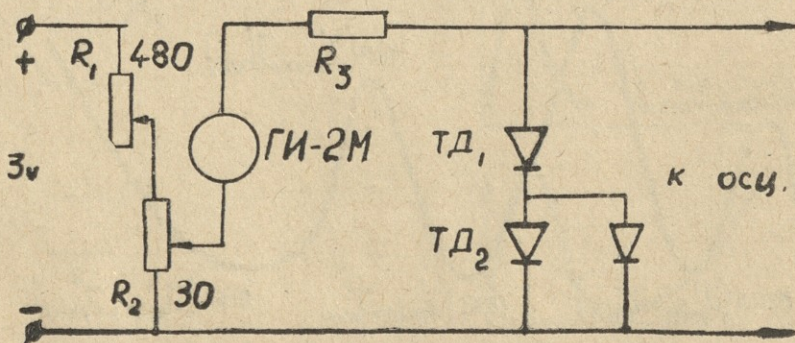


Рис. 6

Принципиальная схема трехзначного туннельного устройства



К одному из диодов параллельно присоединен еще один туннельный диод. Это было сделано ввиду того, что все диоды имели одинаковую вольт-

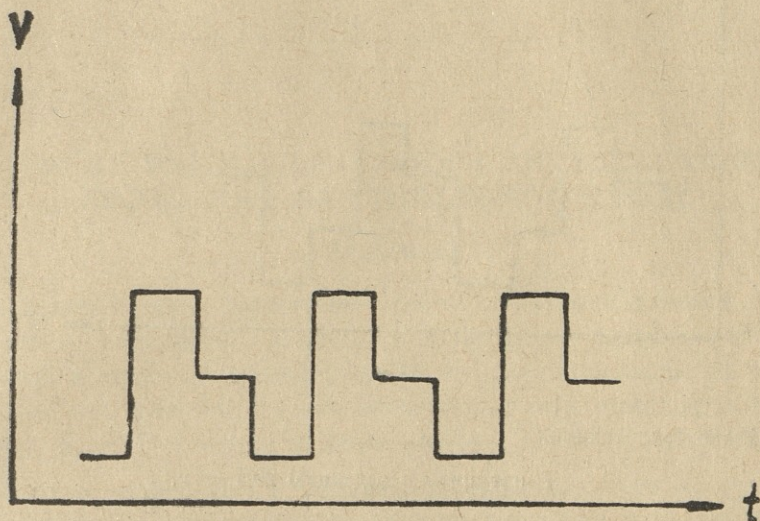


Рис. 7

амперную характеристику и не удовлетворяли вышеставленным условиям. Необходимо указать, что эта конструктивная особенность, связанная с недостатком туннельных диодов, всегда может быть устранена.

На выходе переключающего туннельного устройства получаем трехступенчатый импульс (рис. 7).

Таким образом, схема имеет три устойчивых состояния равновесия.

Одним из преимуществ этого устройства является то, что на запускающие импульсы не накладываются жесткие условия.

Необходимо отметить еще одну интересную сторону работы этого устройства. Если изменить полярность одного из диодов, то есть включить два диода, как показано на рис. 8, то на выходе получим следующую картину:

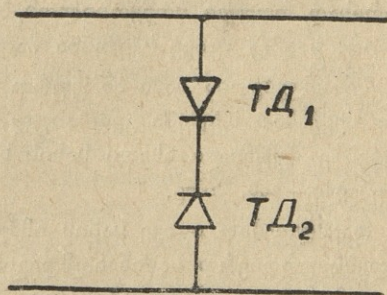


Рис. 8

Полученная таким образом туннельная ячейка является троичным триггером и может быть применена в вычислительных устройствах, как собственно троичный элемент с тремя устойчивыми состояниями равновесия.



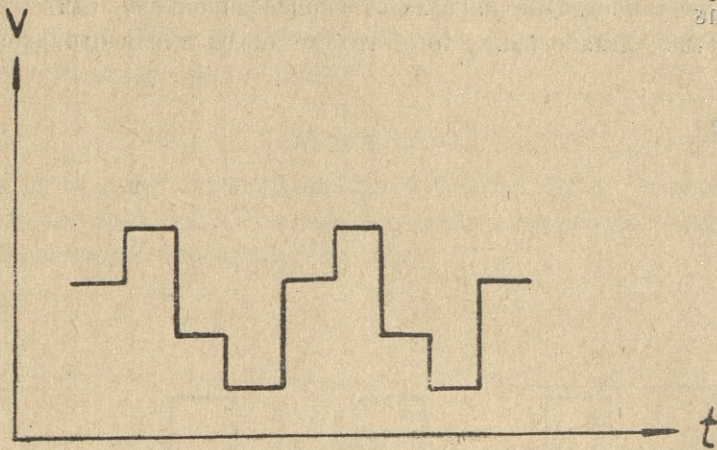


Рис. 9

Кафедра радиотехники

(Поступило в редакцию 29/I 63 г.)

თ. ჟღენტი, ბ. კაკლიუგინი

## სამოზიტი ელემენტი გვირაბულ დიოდებზე

### რეზიუმე

მათემატიკურ მანქანებში იყენებენ რადიოტექნიკურ სქემებს ორი მდგრადი წონასწორობის მდგომარეობით. უფრო ახალ მანქანებში გამოყენებულია საკმარისად რთული მოწყობილობები სამი მდგრადი წონასწორობის მდგომარეობით, სადაც იგივე სქემებია ჩართული, რაც ორმაგ სისტემებში.

შესაძლებელია სამი ან უფრო მეტი მდგრადი წონასწორობის მდგომარეობით შეექმნათ სქემები გვირაბულ დიოდებზე. სხვადასხვა ტიპის გვირაბულ დიოდებზე შექმნილი ასეთი სახის სქემა მოცემულია ნახ. 3, ხოლო მისი მახასიათებელი—ნახ. 5-ზე.

დაახლოებით იგივე სახის იმპულსების მიღება შეიძლება, თუ გვირაბულ დიოდებს ურთიერთ საწინააღმდეგო მიმართულებით ჩავრთავთ (ნახ. 8).

გამოსავალი იმპულსების სახე მოცემულია ნახ. 7-ზე და 9-ზე.

### ЛИТЕРАТУРА

1. D. J. Morris and W. Alexander. An Introduction to the Ternary Code Number System. *Electronic Engineering*, 1960, № 9, pp. 554—557.
2. R. P. Hallworth, F. G. Heath. *Semiconductor Circuits for Ternary Logic*, „Proc. Instn. Electr. Engrs“, 1961, № 482 E, part C, 1—7.
3. *Electronics*, February 16, 1962, pp. 30—33.



111,43

Т. Г. ЖГЕНТИ

## К ТЕОРИИ РАБОТЫ ГЕНЕРАТОРА СИНУСОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ

### Введение

Туннельный диод представляет собой полупроводниковый прибор с резким  $p-n$  переходом. Большая концентрация примесей  $10^{19}$  см<sup>-3</sup> в электронной и дырочной областях делает его почти независимым от температуры. За счет высокой степени легирования постоянная времени диода уменьшена до  $10^{-11}$  секунды и, следовательно, повышен частотный диапазон. Тонкий  $p-n$  переход, с толщиной порядка 100—150 Å, при некоторых напряжениях приводит к обратному выпрямлению с падающим участком вольтамперной характеристики. Туннельный ток обусловлен числом электронов в зоне проводимости, числом незанятых состояний в валентной зоне и вероятностью перехода в единицу времени. При изменении напряженности однородного электрического поля в барьере от  $10^5$  до  $10^6$  в/см вероятность туннельного перехода в одну секунду растет от  $1$  до  $10^{12}$ .

Наличие отрицательного участка на вольтамперной характеристике туннельного диода делает его пригодным для применения в усилительных, генераторных и в других цепях. Если в колебательный контур ввести туннельный диод и рабочую точку с помощью внешнего смещения поместить посередине отрицательного участка характеристики, то такая схема при определенных параметрах и величине отрицательного сопротивления туннельного диода способна самовозбуждаться.

В данной работе применена новая аппроксимация характеристики туннельного диода, а решение уравнения проводится с помощью компактного метода медленно меняющихся амплитуд. Получена зависимость генерируемой частоты от величины стационарной амплитуды. Вероятно такая аппроксимация характеристики туннельного диода облегчит процесс исследования релаксационных колебаний, которые могут протекать в представленной схеме при определенных условиях.

### Анализ генератора

Схема генератора синусоидальных колебаний на туннельном диоде представлена на рис. 1. Колебательный процесс в автогенераторе можно описать дифференциальным уравнением



$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + \left( rC + L \frac{di}{du} \right) \frac{du}{dt} + r \cdot i(u) + u = E. \quad (1)$$

Аппроксимируем характеристику отечественного туннельного диода Р2Д выражением (рис. 2)

$$i = au + b \cdot \sin(\beta u) \quad (2)$$

$$a > 0, b > 0, \beta > 0$$

Значения  $a$ ,  $b$  и  $\beta$  можно найти из выражений

$$y_1 = au_1 + b \sin \beta u_1$$

$$y_2 = au_2 + b \cdot \sin \beta u_2$$

$$y_3 = au_3 + b \cdot \sin \beta u_3$$

при условии  $u_2 = 2u_1$ ,  $u_3 = 3u_1$ .

Заметим, что это условие

удовлетворяется для большинства характеристик туннельных диодов.

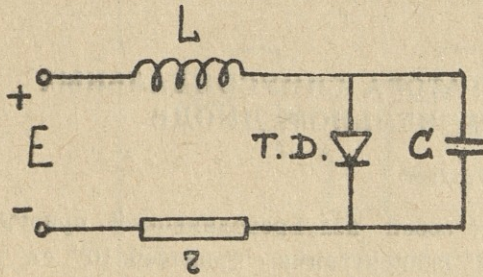


Рис. 1

$i$  (ма)

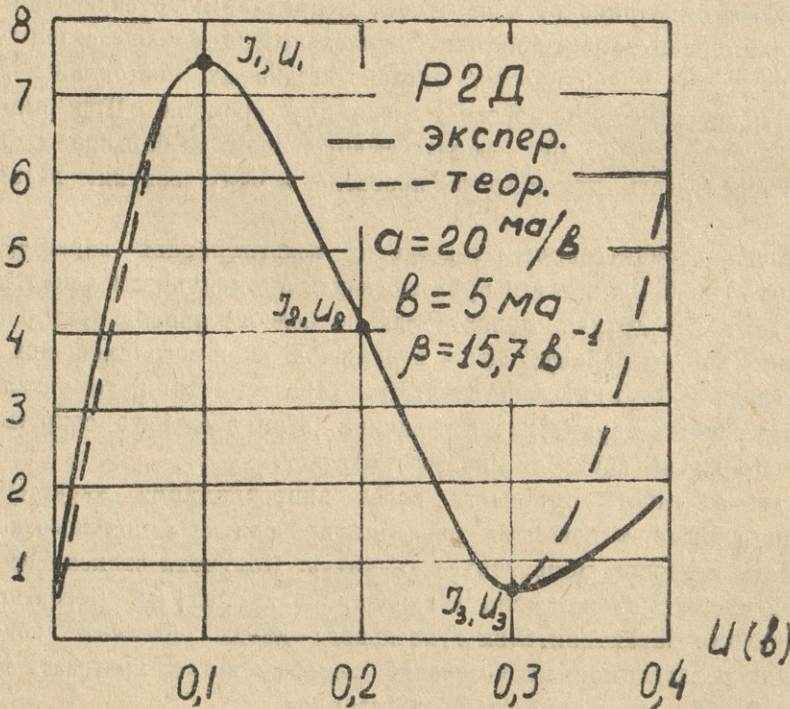


Рис. 2

Приведем уравнение (1) к безразмерному виду и подставляя (2) получим:

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} + z = -\mu(1 + \gamma \cdot \cos z) \frac{dz}{d\tau} - \delta z - \sigma \cdot \sin z + e, \quad (3)$$



где

$$z = \beta u, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad \delta = ar, \quad \sigma = r\beta b,$$

$$\mu = \omega_0^2(rC + aL), \quad \gamma = \beta \frac{b \cdot L}{rC + aL}, \quad e = \beta E$$

Решение уравнения (3) будем искать в виде:

$$z = A(\tau) \cdot \cos(\tau - \theta) + z_1 = A(\tau) \cdot \cos \alpha + z_1, \quad (4)$$

где

$$\alpha = \tau - \theta.$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения можно найти из выражения

$$z_1(1 + \delta) + \sigma \cdot \sin z_1 = e.$$

Решение однородного уравнения будем проводить методом медленно меняющихся амплитуд, как это показано первой слагаемой записи (4).

Будем иметь:

$$\frac{dA}{d\tau} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{ -\mu [1 + \gamma \cdot \cos(A \cdot \cos \alpha)] \cdot (-A \cdot \sin \alpha) - \delta A \cdot \cos \alpha - \sigma \cdot \sin(A \cdot \cos \alpha) \} \cdot \sin \alpha d\alpha$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{1}{2\pi A} \int_0^{2\pi} \{ -\mu [1 + \gamma \cdot \cos(A \cdot \cos \alpha)] \cdot (-A \cdot \sin \alpha) - \delta A \cdot \cos \alpha - \sigma \cdot \sin(A \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha \} \cdot d\alpha.$$

Отсюда находим

$$\frac{dA}{d\tau} = -\frac{1}{2} \mu A \{ 1 - \gamma [J_0(A) + J_2(A)] \} = -\frac{1}{2} \mu A \left[ 1 - 2 \frac{\gamma}{A} J_1(A) \right] = \Phi(A) \quad (5)$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -\frac{\delta}{2} + \frac{\sigma}{A} J_1(A), \quad (6)$$

где  $J_0(A)$ ,  $J_1(A)$  и  $J_2(A)$  — функции Бесселя.

Для нахождения стационарной амплитуды колебаний имеем

$$\frac{dA}{d\tau} = 0, \quad A = 2L \frac{\beta b}{rC + aL} \cdot J_1(A). \quad (7)$$

Это трансцендентное уравнение имеет решение, когда  $\gamma > 1$  при  $A \neq 0$ . Зная  $\gamma$ , можно графически найти величину  $A_{ст}$  стационарной амплитуды и затем истинное значение стационарной амплитуды колебания автогенератора  $u_0$  (рис. 3)

$$u = E_0 + x$$

$$i = I_0 + y$$

Неравенство  $\gamma > 1$  является условием самовозбуждения автогенератора.



Из (6) находим частоту колебаний

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 + \frac{ar}{2} - \beta \frac{r \cdot d}{A_{ст}} \cdot J_1(A_{ст}) \right] \quad (8)$$

Обращает внимание эта зависимость, где величина частоты связана с амплитудой колебания.

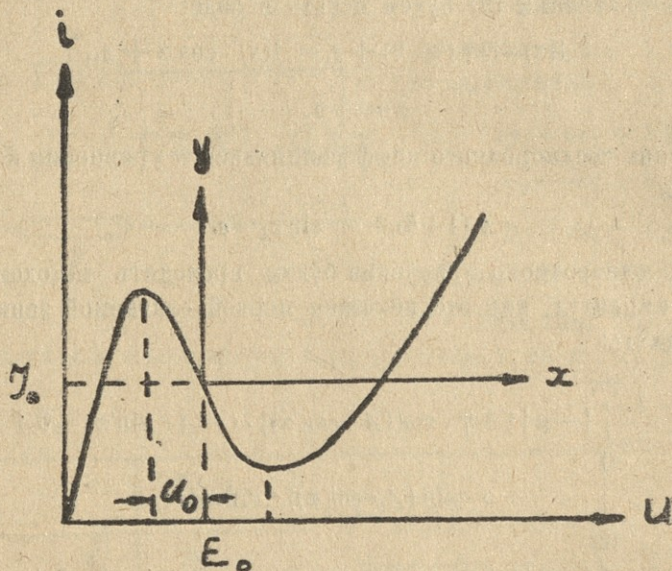


Рис. 3

Устойчивость автоколебаний можно найти из условия

$$\Phi'(A) \Big|_{A=A_{ст}} < 0 \quad (9)$$

$$\mu > 0$$

Кафедра радиотехники

(Поступило в редакцию 30. I. 1963 г.)

თ. ჯგენტი

გვირაბულ დიოდზე მომუშავე სინუსოიდალურ რხევათა  
 ვენერატორის მუშაობის თეორიისათვის

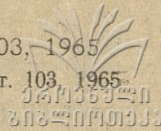
რეზიუმე

გენერატორში მიმდინარე რხევადი პროცესი გამოიხატება (1) განტოლებით. ვვირახული დიოდის მახასიათებელი ჩაწერილია (2) ფორმულით. (1)-ის ამოხსნას (4) სახით ვეძებთ. რხევის ამპლიტუდა იპოვება (7)-ით, ხოლო სიხშირე (8)-ით.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1) M. Schuller, W. W. Gärtner. Large-Signal Circuit Theory for Negative-Resistance Diodes in Particular Tunnel Diodes. Proceedings of the IRE № 8, august 1961 r., 1268—1278.





xvi, 43

М. Ш. КОБАХИДЗЕ

## К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ЛАМП СВЧ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ<sup>1</sup>

### Введение

Основы теории прохождения быстро-переменных токов через электронные приборы были заложены Бенэмом в двух статьях [1,2], опубликованных в 1928 и 1931 гг. Ограничившись случаями, когда время распространения электромагнитных волн через прибор много меньше времени пробега электронов через него, т. е. когда скорости электронов много меньше скорости света, он исследовал прохождение тока, ограниченного объемным зарядом, через плоский диод под действием постоянного анодного напряжения, на которое наложено малое по сравнению с ним дополнительное высокочастотное.

После работ Бенэма вопрос о прохождении высокочастотных токов через электронные приборы рассматривался целым рядом авторов, частью получивших заново, причем более удобными методами, результаты Бенэма, частью продвинувших изучение этих процессов дальше [3, 4, 5, 6].

В настоящее время существует достаточно хорошо развитая теория электронных ламп СВЧ с плоскими электродами, которая основана на методе полного тока Гринберга [7]. Она дает удовлетворительные результаты и для квазиплоских систем, то есть для электронных ламп, радиус кривизны электродов которых намного превосходит по величине расстояние между электродами.

Однако в диапазоне сверхвысоких частот употребляются и электронные лампы с цилиндрическими электродами, радиус кривизны которых соизмерим с расстоянием между ними. Естественно, что теория плоских систем для них непригодна.

Целью настоящей заметки является попытка исследования цилиндрической (неквазиплоской) системы. Выводится уравнение движения электрона, которое интегрируется, а также находятся выражения для мгновенных значений координат, скорости и ускорения электрона. При этом полагается, что краевые эффекты пренебрежимо малы, а физические величины в системе зависят только от радиальной координаты  $r$  (из-за осевой).

<sup>1</sup> Доложено на X-й конференции аспирантов и молодых научных работников Тбилисского государственного университета, октябрь 1962 г.





симметрии и равномерного распределения вдоль оси лампы) и времени  $t$ . При анализе учитывается влияние объемного заряда.

Тот электрод, через который электроны входят в систему (цилиндрический диодный промежуток) считается идеальной сеткой, а электрод, через который они выходят из системы—анодом.

### Вывод уравнения движения электрона

Сначала покажем, что т. н. „полный ток“ в цилиндрической системе зависит от координаты. Пусть ось  $z$  совпадает с осью симметрии системы. Координата  $r$  отсчитывается по радиусу от оси симметрии системы к аноду.

Первое уравнение Максвелла в практической системе единиц (МКСК) имеет вид

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

где  $\vec{H}$ —напряженность магнитного, а  $\vec{E}$ —электрического полей;  $\vec{J}$ —плотность полного тока, а  $\vec{j}$ —конвенционного;  $\varepsilon_0$ —диэлектрическая постоянная среды (вакуума). Операция дивергенции над ним дает

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{div} \vec{J} = 0.$$

Так как  $J_\varphi = 0$ ,  $J_z = 0$  и  $J_r = J$  (согласно допущению), то последнее уравнение в цилиндрических координатах примет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rJ) = 0. \quad (1)$$

Отсюда

$$rJ = \text{const}. \quad (1')$$

На сверхвысоких частотах координата движения электрона  $r$  зависит от момента влета электрона в диодный промежуток  $\tau$  и от текущего времени  $t$ . При  $r = r_c$ , полный ток

$$J(r, t)|_{r=r_c} = J(r_c, t) = J_c(t),$$

где  $J_c(t)$ —плотность полного тока у входа диодного промежутка, а  $r_c$ —радиус сетки. Согласно этому граничному условию, (1') дает

$$\text{const} = r_c J_c(t). \quad (2)$$

Подставив (2) в (1'), получим

$$J = \frac{r_c J_c(t)}{r} = J(r, t) = J(r(\tau, t), t) = J(\tau, t). \quad (3)$$

Отсюда видно, что полный ток зависит от координаты  $r$  и от времени  $t$ . Совершенно аналогично доказывается, что полный ток в плоской системе не зависит от координат [7].



После этих замечаний выведем уравнение движения электрона. Полный ток представляет сумму

$$J(r, t) = J_r(r, t) = j_r + \varepsilon_0 \frac{dE_r}{dt}. \quad (4)$$

Как известно,

$$j_r = -\rho v_r = -\rho \frac{dr}{dt}, \quad (5)$$

где  $\rho$  — плотность объемного электронного заряда,  $v_r = v$  — скорость электрона (знак „минус“ указывает на отрицательный заряд электрона).

Поскольку  $E_\varphi = 0$  и  $E_z = 0$ , уравнение Пуассона в цилиндрических координатах запишется так:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \varepsilon_0 E_r) = -\rho, \quad (6)$$

где, согласно допущению,  $E_r = E(r, t)$ .

Подставляя (6) в (5), а результат последнего в (4), получим

$$\frac{1}{\varepsilon_0} J(r, t) = \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} E + \frac{dE}{dt}. \quad (7)$$

Пренебрегая действием магнитного поля, уравнение движения электрона имеет вид

$$m_0 \frac{d^2 r}{dt^2} = e_0 E.$$

Отсюда

$$E = \frac{m_0}{e_0} \frac{d^2 r}{dt^2} \quad \text{и} \quad \frac{dE}{dt} = \frac{m_0}{e_0} \frac{d^3 r}{dt^3}. \quad (8)$$

Здесь  $m_0$  — масса покоя электрона (так как скорость электрона в нашей системе намного меньше скорости света в вакууме), а  $e_0$  — абсолютное значение заряда электрона.

С учетом соотношения (8) из (7) имеем:

$$\frac{d^3 r}{dt^3} + \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} J(r, t). \quad (9)$$

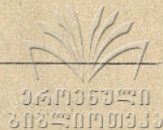
Последнее выражение представляет собой уравнение движения электрона в рассматриваемой цилиндрической системе. Скорость  $\frac{dr}{dt}$ , ускорение  $\frac{d^2 r}{dt^2}$

и производная ускорения электрона  $\frac{d^3 r}{dt^3}$  (т. е. ускорение ускорения) всегда ограничены по величине. Поэтому, если допустить, что радиус кривизны

$r \rightarrow \infty$  (случай плоской системы), уравнение (9) преобразуется к виду

$$\frac{d^3 x}{dt^3} = \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} J(t). \quad (10)$$





Действительно, согласно соотношению (3),

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r_c J_c(t)}{r} = J_c(t) \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r_c}{r} = J_c(t),$$

а в плоской системе  $J_c(t) \equiv J(t)$ , ввиду того, что полный ток не зависит от координаты положения.

Заметим, что (10) совпадает с уравнением движения электрона, полученным в [7] для плоской системы.

### Интегрирование уравнения движения

Внесем выражение (3) в уравнение (9). Будем иметь:

$$\frac{d^3 r}{dt^3} + \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e_0 r_c}{m_0 \epsilon_0} \frac{r_c J_c(t)}{r}.$$

Умножая последнее на  $r$  (так как  $r \neq 0$  в интервале  $r_c \leq r \leq r_a$ , где  $r_a$ —радиус анода), получим

$$r \frac{d^3 r}{dt^3} + \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e_0 r_c}{m_0 \epsilon_0} J_c(t)$$

или же

$$\frac{d}{dt} \left( r \frac{d^2 r}{dt^2} \right) = \frac{e_0 r_c}{m_0 \epsilon_0} J_c(t). \quad (11)$$

В последнем уравнении время  $t$  меняется в интервале

$$\tau \leq t \leq \tau + T, \quad (12)$$

где  $T$ —время пролета электрона от входа до выхода диодного промежутка. Произведем интегрирование в (11) по времени  $t$

$$\int_{\tau}^t d \left( r \frac{d^2 r}{dt^2} \right) = \frac{e_0 r_c}{m_0 \epsilon_0} \int_{\tau}^t J_c(t) dt,$$

Причем верхним пределом интегрирования выбран произвольный момент времени  $t$  из интервала (12). Таким образом,

$$r \frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_{t=t} - r \frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_{t=\tau} = \frac{e_0 r_c}{m_0 \epsilon_0} \int_{\tau}^t J_c(t) dt.$$

Ввиду того, что

$$\begin{aligned} r(\tau, t) \Big|_{t=\tau} &= r(\tau, \tau) = r_c; & \frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_{t=\tau} &= \frac{e_0}{m_0} E(r, t) \Big|_{t=\tau} = \\ &= \frac{e_0}{m_0} E(r(\tau, \tau), \tau) = \frac{e_0}{m_0} E_c(\tau), \end{aligned}$$



из (13) получаем

$$r \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e_0 r_c}{m_0 \varepsilon_0} \int_{\tau}^t J_c(t) dt + \frac{e_0 r_c}{m_0} E_c(\tau). \quad (14)$$

Здесь  $E_c(\tau)$  — напряженность электрического поля у входа диодного промежутка в начальный момент времени.

Согласно (12),

$$0 \leq t - \tau \leq T.$$

На сверхвысоких частотах величина  $T$  очень мала по сравнению с единицей времени. Поэтому можно разложить функцию  $J_c(t)$  в ряд Тейлора<sup>1</sup> около точки  $t = \tau$  по степеням  $t - \tau$ :

$$J_c(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_c^{(n)}(\tau)}{n!} (t - \tau)^n.$$

Тогда

$$\int_{\tau}^t J_c(t) dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_c^{(n)}(\tau)}{(n+1)!} (t - \tau)^{n+1}. \quad (15)$$

Решение уравнения (14) будем искать в виде бесконечного ряда

$$r(\tau, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k(\tau)}{k!} (t - \tau)^k, \quad (16)$$

где коэффициенты  $a_k(\tau)$  зависят лишь от параметра  $\tau$  (момент влета) и подлежат определению. Скорость и ускорение электрона, согласно (16), соответственно будут равны выражениям<sup>2</sup>:

$$\frac{dr}{dt} = v(\tau, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k(\tau)}{(k-1)!} (t - \tau)^{k-1}, \quad (17)$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = a(\tau, t) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{a_k(\tau)}{(k-2)!} (t - \tau)^{k-2}. \quad (18)$$

Подставим (15), (16) и (18) в уравнение (14):

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k(\tau)}{k!} (t - \tau)^k \cdot \sum_{k=2}^{\infty} \frac{a_k(\tau)}{(k-2)!} (t - \tau)^{k-2} = \\ & = \frac{e_0 r_c}{m_0 \varepsilon_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_c^{(n)}(\tau)}{(n+1)!} (t - \tau)^{n+1} + \frac{e_0 r_c}{m_0} E_c(\tau). \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Так как  $J_c(t)$  аналитична во многих практически важных случаях.

<sup>2</sup> См. § 3, 2 в [7].





Разлагая в последнем уравнении ряды и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $(t-\tau)$ , найдем

$$\left. \begin{aligned} a_2(\tau) &= \frac{e_0}{m_0} E_c(\tau), \\ a_3(\tau) &= \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} J_c(\tau) - \frac{e_0}{m_0 r_c} v_c(\tau) E_c(\tau), \\ a_k(\tau) &= \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} J_c^{(k-3)}(\tau) - \frac{(k-2)!}{r_c} \sum_{j=2}^{k-1} \frac{a_j(\tau) a_{k-j}(\tau)}{(j-2)! (k-j)!}, \end{aligned} \right\} (19)$$

(k=4, 5, 6)...

Поскольку

$$a_0 = r(\tau, t) \Big|_{t=\tau} = r(\tau, \tau) = r_c; \quad a_1 = \frac{dr}{dt} \Big|_{t=\tau} = v(\tau, t) \Big|_{t=\tau} = v(\tau, \tau) = v_c(\tau). \quad (20)$$

Здесь  $J_c(\tau)$ —значение плотности полного тока у входа в диодный промежуток в начальный момент  $t=\tau$  (т. е. когда электрон покидает сетку), а  $v_c(\tau)$ —скорость электрона там же в тот же момент.

Согласно (16), (17), (18), (19) и (20), координата движения, скорость и ускорение электрона соответственно равны:

$$\begin{aligned} r(\tau, t) &= r_c + v_c(\tau) \frac{(t-\tau)}{1!} + \frac{e_0 E_c(\tau)}{m_0} \frac{(t-\tau)^2}{2!} + \frac{e_0 J_c(\tau)}{m_0 \varepsilon_0} \frac{(t-\tau)^3}{3!} - \\ &- \frac{e_0 v_c(\tau) E_c(\tau)}{m_0 r_c} \frac{(t-\tau)^3}{3!} + \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} \sum_{k=4}^{\infty} \frac{J_c^{(k-3)}(\tau)}{k!} (t-\tau)^k - \\ &- \frac{1}{r_c} \sum_{k=4}^{\infty} \left\{ \frac{(t-\tau)^k}{k(k-1)} \sum_{j=2}^{k-1} \frac{a_j a_{k-j}}{(j-2)! (k-j)!} \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} v(\tau, t) &= v_c(\tau) + \frac{e_0 E_c(\tau)}{m_0} \frac{(t-\tau)^1}{1!} + \frac{e_0 J_c(\tau)}{m_0 \varepsilon_0} \frac{(t-\tau)^2}{2!} - \\ &- \frac{e_0 v_c(\tau) E_c(\tau)}{m_0 r_c} \frac{(t-\tau)^2}{2!} + \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} \sum_{k=4}^{\infty} \frac{J_c^{(k-3)}(\tau)}{(k-1)!} (t-\tau)^{k-1} - \\ &- \frac{1}{r_c} \sum_{k=4}^{\infty} \left\{ \frac{(t-\tau)^{k-1}}{k-1} \sum_{j=2}^{k-1} \frac{a_j a_{k-j}}{(j-2)! (k-j)!} \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} a(\tau, t) &= \frac{e_0}{m_0} E_c(\tau) + \frac{e_0 J_c(\tau)}{m_0 \varepsilon_0} (t-\tau) - \frac{e_0 v_c(\tau) E_c(\tau)}{m_0 r_c} (t-\tau) + \\ &+ \frac{e_0}{m_0 \varepsilon_0} \sum_{k=4}^{\infty} \frac{J_c^{(k-3)}(\tau)}{(k-2)!} (t-\tau)^{k-2} - \frac{1}{r_c} \sum_{k=4}^{\infty} \left\{ (t-\tau)^{k-2} \sum_{j=2}^{k-1} \frac{a_j a_{k-j}}{(j-2)! (k-j)!} \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$



Как показывают численные оценки коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, a_3$  в (21) можно ограничиться выписанными членами, так что в дальнейшем можно пользоваться следующими выражениями:

$$r(\tau, t) \approx r_c + v_c(\tau)(t-\tau) + \frac{e_0}{2m_0} E_c(\tau)(t-\tau)^2 + \frac{e_0}{6m_0\epsilon_0} J_c(\tau)(t-\tau)^3 - \frac{e_0}{6m_0 r_c} v_c(\tau) E_c(\tau)(t-\tau)^3, \quad (24)$$

$$v(\tau, t) \approx v_c(\tau) + \frac{e_0}{m_0} E_c(\tau)(t-\tau) - \frac{e_0}{2m_0\epsilon_0} J_c(\tau)(t-\tau)^2 - \frac{e_0}{2m_0 r_c} v_c(\tau) E_c(\tau)(t-\tau)^2, \quad (25)$$

$$a(\tau, t) \approx \frac{e_0}{m_0} E_c(\tau) + \frac{e_0}{m_0} J_c(\tau)(t-\tau) - \frac{e_0}{m_0 r_c} v_c(\tau) E_c(\tau)(t-\tau). \quad (26)$$

Кафедра радиотехники

(Поступило в редакцию 15. II. 65 г)

ა. კობახიძე

**ზეს ელექტრონულ მილაკთა თეორიისათვის  
(ცილინდრული ელექტროდებით)**

რეზიუმე

სტატიაში განხილულია ცილინდრული დიოდური შუალედი. გამოყვანილია ელექტრონის მოძრაობის განტოლება. მოცემულია ამ განტოლების ინტეგრება. ამოხსნების საფუძველზე ნაპოვნია ელექტრონის მდებარეობის, სიჩქარისა და აჩქარების გამოსახულებანი დროის ნებისმიერი მომენტისათვის. დიოდურ შუალედში მოძრაობის დროს.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. E. Venham. Phil. Mag., 5, 641, 1928
2. W. E. Venham. Phil. Mag., 11, 457, 1931.
3. Г. А. Гринберг. ЖЭТФ, 6, в. 2, 126, 1936.
4. Г. А. Гринберг. ЖТФ, 8, в. 9, 798, 1938.
5. Г. А. Гринберг. ЖТФ, 8, в. 12, 1137, 1938.
6. М. С. Нейман. Триодные и тетродные генераторы свч, Издательство «Советское радио», Москва, 1950.
7. С. Д. Гвоздовер. Теория электронных приборов свч, гл. 3, Государственное изд. технико-теоретической литературы, Москва, 1956.



გამომცემლობის რედაქტორი - ბ. მიქაძე

