

დ. დანელია, ა. კვარაცხელია, ზ. მაძაღუა

მასალათა გამძლეობის  
საფუძვლები

„ტექნიკური უნივერსიტეტი“



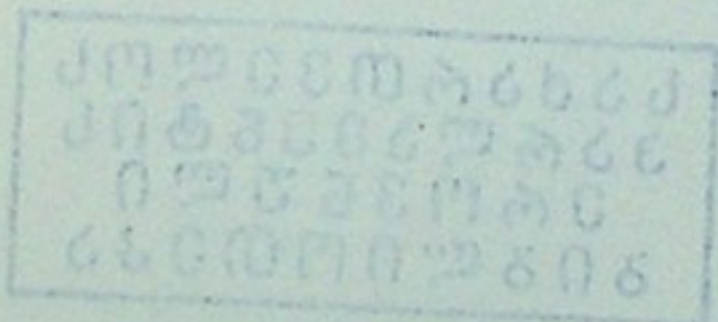
დ. დანელია, ა. კვარაცხელია, ზ. მაძაღუა

# მასალათა გამძლეობის საფუძვლები



დამტკიცებულია სტუ-ს  
სარედაქციო-საგამომცემლო  
საბჭოს მიერ

თბილისი  
2009

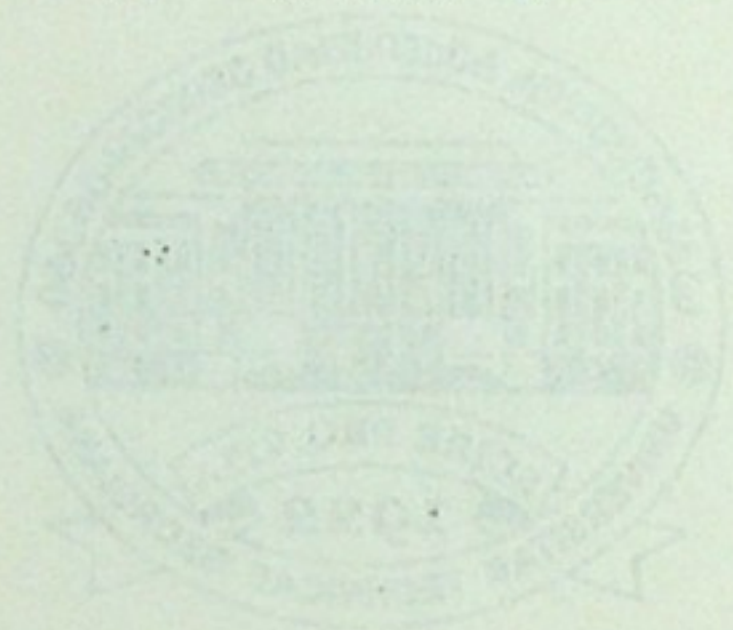




სახელმძღვანელო განკუთვნილია ტექნიკური უნივერ-  
სიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის უმაღლესი პროფესიული  
განათლების სტუდენტებისათვის. მასში საკითხები გადმოცემულია  
მარტივი, ადვილად გასაგები ენით და ილუსტრირებულია მაგალი-  
თებით და ამოცანებით.

რეცენზენტი პროფ. რ. ცხვედაძე

კ 240.3  
707.0127



© საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2009  
ISBN 978-9941-14-480-6  
<http://www.gtu.ge/publishinghouse/>



ყველა უფლება დაცულია. ამ წიგნის არც ერთი ნაწილი (იქნება ეს ტექსტი, ფოტო, ილუსტრაცია თუ სხვა) არანაირი ფორმით და საშუალებით (იქნება ეს ელექტრონული თუ მექანიკური), არ შეიძლება გამოყენებულ იქნას გამომცემლის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

საავტორო უფლებების დარღვევა ისჯება კანონით.

ს ა ძ ა რ თ ვ ე ლ ო ს  
პ ა რ ლ ა ვ ე ნ ტ ი ს  
ე რ ო ვ ნ უ ლ ი  
ბ ი ბ ლ ი ო თ ე კ ა



## 1. კირითადი ცნებები

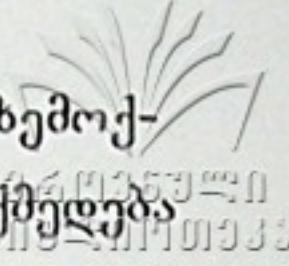
### 1.1 მასალათა გამკლავების საბანი

პირველყოფილი ადამიანების საცხოვრებლებს წარმოადგენდნენ გამოქვაბულები, რომლებიც თვით ბუნების მიერ იყო შექმნილი. ამიტომ ასეთ ნაგებობებს ეწოდებათ *ბუნებრივი ნაგებობები*. ადამიანების გამძრავლებასთან დაკავშირებით ასეთი ბუნებრივი ნაგებობები უკვე აღარ იყო საკმარისი და ადამიანმა დაიწყო პრიმიტიული საცხოვრებელი სათავსების (ქოხების) აშენება. ასეთ ნაგებობებს ეწოდებათ *ხელოვნური ნაგებობები*. *ე. ი. ნებისმიერ ნაგებობას* (დაწყებულს ქოხიდან და დამთავრებულს კოსმოსური აპარატით), *რომელიც ადამიანის მიერ არის შექმნილი ეწოდება ხელოვნური ნაგებობა*. იგი რომ გვემსახუროს ხანგრძლივი დროის განმავლობაში, საჭიროა არ დაინგრეს ან იმდენად არ შეიცვალოს ფორმა და ზომები, რომ მისი გამოყენება შეუძლებელი გახდეს. ძირითადი მიზეზები, რომლებმაც შეიძლება ნაგებობა უკარგისი გახადოს, არის *გარეგანი მექანიკური ზემოქმედებები*. ასეთებია: გარეგანი ძალები საექსპლუატაციო დატვირთვების სახით, მიწისძვრები, ქარისა და თოვლის დაწნევა ნაგებობის ზედაპირზე და სხვა.

მასალათა გამძლეობის მიზანია დაამუშავოს ნაგებობის შემადგენელი ნაწილების (ელემენტების) გაანგარიშების ისეთნაირი ხერხები, რომლებიც გამორიცხავენ როგორც მის დანგრევას (სიმტკიცის დაკარგვას), ასევე მისი ფორმისა და ზომების იმდენად შეცვლას, რომ მათი შემდგომი გამოყენება შეუძლებელი გახდეს (სიხისტისა და მდგრადობის დაკარგვას).

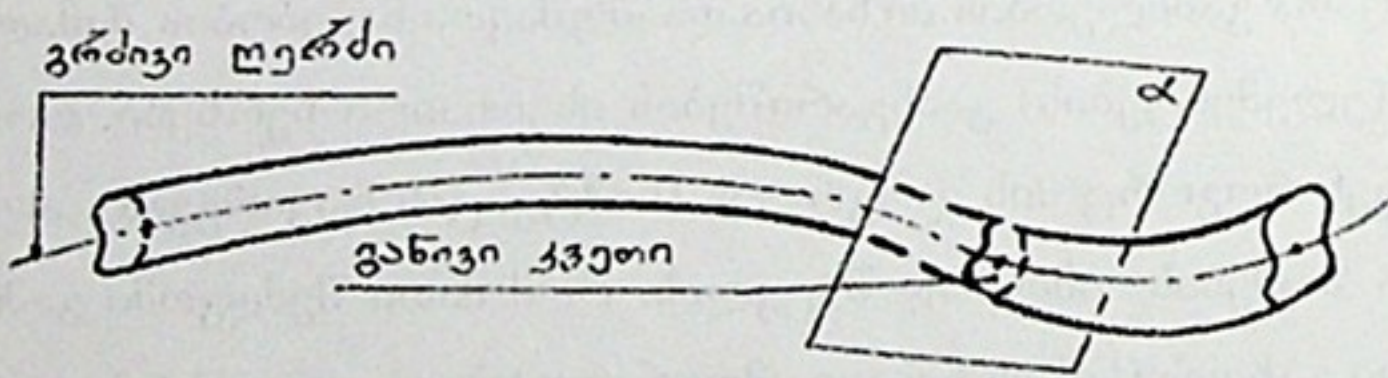
რადგანაც ნაგებობა განხორციელებულია *მყარი* სხეულებისაგან, შეიძლება ითქვას, რომ *სიმტკიცე არის მყარი სხეულის თვისება გაუძლეოს გარეგან მექანიკურ ზემოქმედებას ისე, რომ არ დაირღვეს მისი მთლიანობა (ე.ი. არ დაინგრეს)*. სიხისტე არის *მყარი სხეულის ისეთი თვისება, რომელიც ეწინააღმდეგება გარეგანი ზემოქმედების შედეგად მისი პირვანდელი გეომეტრიული ზომებისა და ფორმის საგრძნობ შეცვლას (საგრძნობ დეფორმაციას)*.





თუ სხეული დრეკადია, იგი წინააღმდეგობას უწევს გარეგან ზემოქმედებას თავისი დაძაბვის (დაძაბულობის) ხარჯზე. თუ მას ეს 'ზემოქმედება' მოეხსნება (მოსცილდება), იგი აღიღგენს თავის პირვანდელ ფორმას და ზომებს და დაძაბულიც აღარ იქნება. აქედან გამომდინარეობს, რომ თუ სხეული აკმაყოფილებს სიმტკიცისა და სიხისტის პირობებს, გარეგანი ზემოქმედების შედეგად იგი იძაბება იმდენად, რამდენიც საჭიროა ამ ზემოქმედების გაძლებისათვის. ასეთ მდგომარეობას წონასწორობის მდგომარეობას უწოდებენ, რადგანაც გარეგანი ზემოქმედების ძალები და სხეულის გამძლეობის უნარის დამახასიათებელი ძალები აწონასწორებენ ერთმანეთს.

მასალათა გამძლეობაში უპირატესად განიხილება ნაგებობის უმარტივესი ელემენტის - ღეროს გაანგარიშება. ღერო წარმოადგენს ისეთ სხეულს, რომლის ერთი ზომა (სიგრძე) გაცილებით აღემატება ორ დანარჩენს (სიგანეს და სიმაღლეს). ღეროს ძირითადი გეომეტრიული ელემენტებია გრძივი ღერძი და განივი კვეთი (ნახ.1) ეს ელემენტები ურთიერთკავშირშია: გრძივი ღერძი წარმოადგენს ხაზს, რომელიც გადის განივ კვეთთა სიმძიმის ცენტრებზე, ხოლო განივი კვეთი მიიღება ღეროს გრძივი ღერძისადმი მართობულად გატარებული წარმოსახვითი  $\alpha$  სიბრტყის საშუალებით.



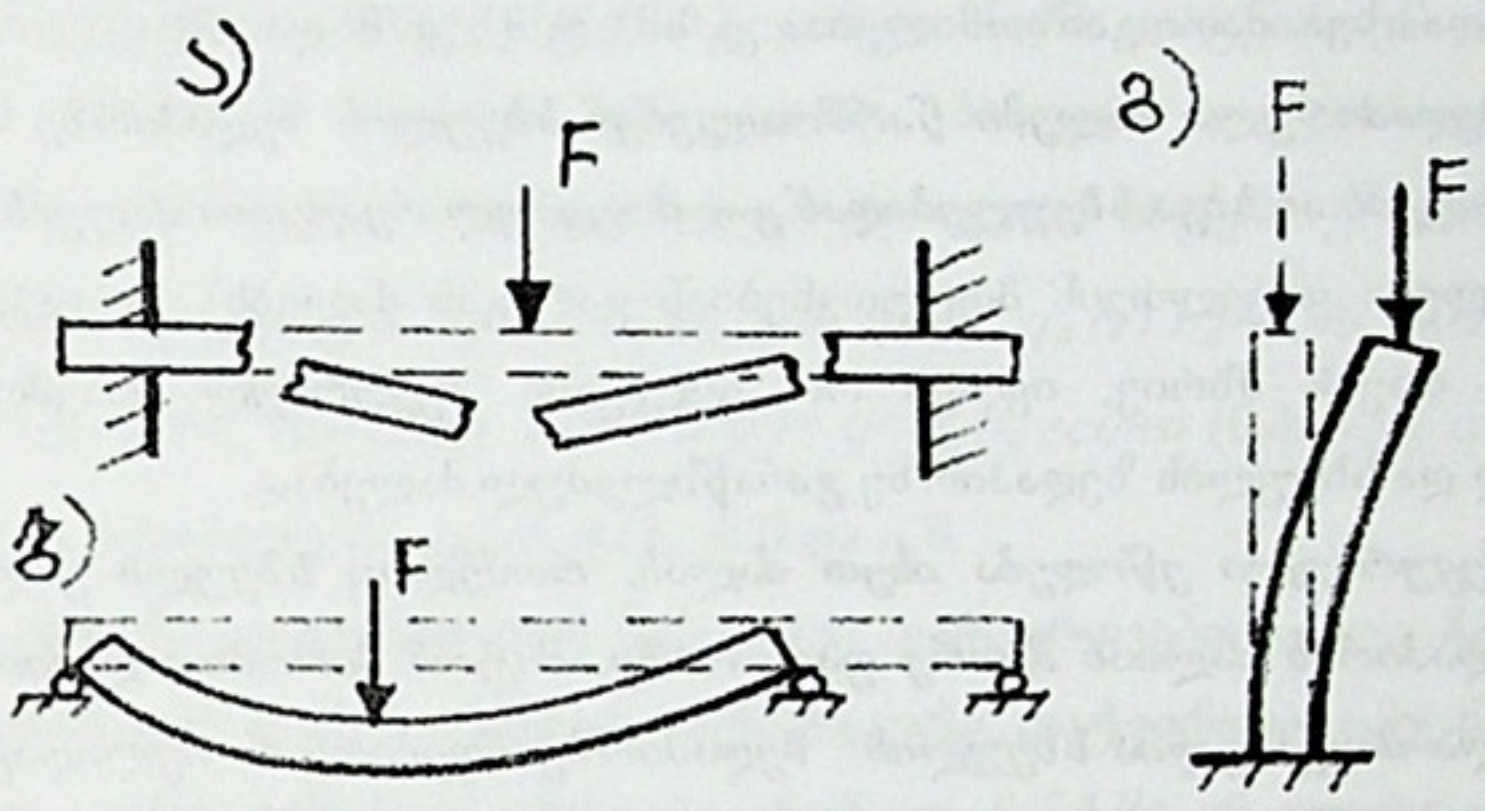
ნახ.1

გარეგანი ზემოქმედება იწვევს ღეროს გაჭიმვას (კუმშვას), ძვრას, გრეხას და ღუნვას. ამის მიხედვით განასხვავებენ წონასწორობის პირობებსაც (მაგალითად, წონასწორობის პირობები გაჭიმვა-კუმშვისას, ღუნვისას და ა.შ.) როდესაც ღეროს წონასწორობის პირობა (მაგალითად,



კუმშვის წონასწორობის პირობა) მისი ექსპლოატაციის პირობებში არ იცვლება (მდგრადია), მაშინ მდგრადობის პირობა უზრუნველყოფილია.

მე-2 ნახაზზე წარმოდგენილია ღეროების სიმტკიცის (ა), სიხისტის (ბ) და მდგრადობის (გ) პირობების დარღვევის მაგალითები.



ნახ.2

ღეროების დიდი რაოდენობით დამზადების (ტირაჟირების) შემთხვევაში განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება მასალის ეკონომიურად ხარჯვას. ამიტომ მასალათა გამძლეობის ზემოაღნიშნული მიზანი (გაანგარიშების ისეთი სერხების დამუშავება, რომლებიც უზრუნველყოფენ სიმტკიცის, სიხისტისა და მდგრადობის პირობების დაცვას) უნდა განხორციელდეს მასალის მინიმალური ხარჯით.

### 1.2 ბარეზანი ძალების კლასიფიკაცია

მექანიკური ზემოქმედებები ნაგებობაზე (საექსპლუატაციო დატვირთვები, მიწისძვრის შედეგად აღძრული ძალები და სხვ.) წარმოადგენენ გარეგან ძალებს. ეს ძალები შეიძლება დაიყოს რამდენიმე ნიშან-თვისების მიხედვით. უპირველეს ყოვლისა, გარეგანი ძალები სხეულზე მათი

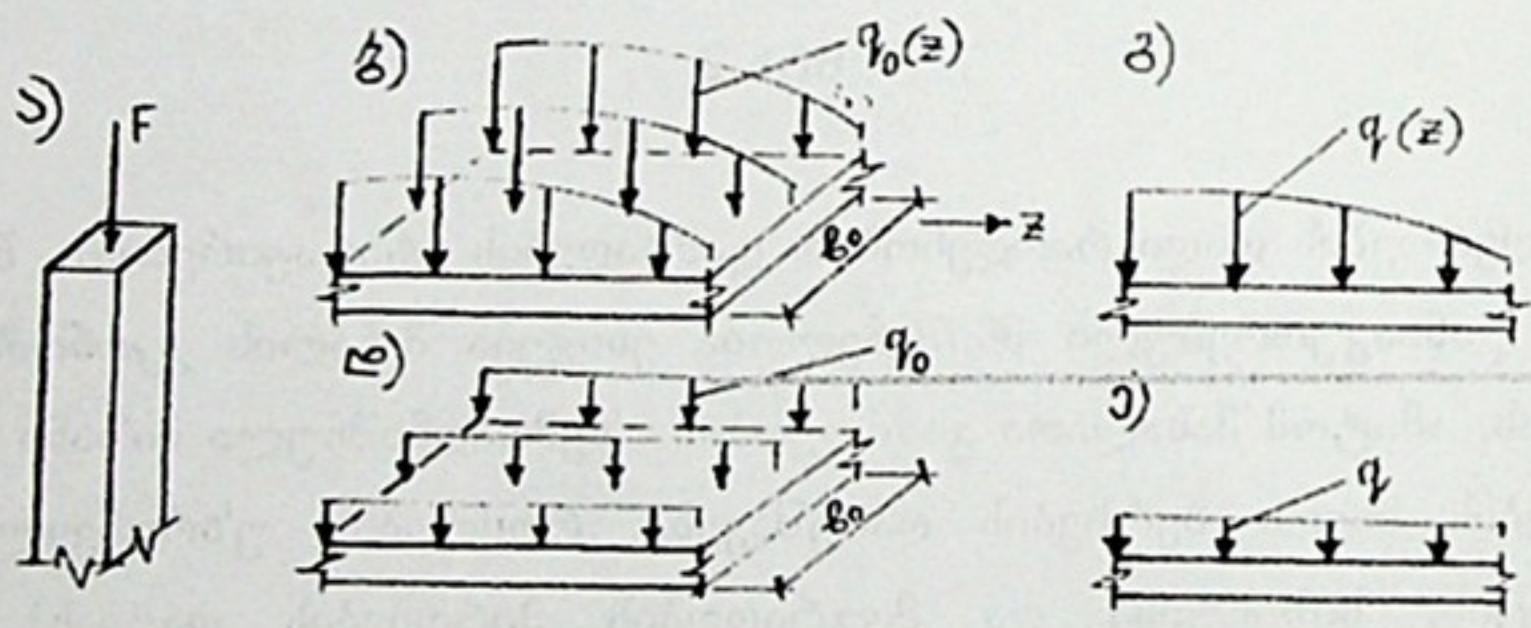


მოქმედების ადგილის მიხედვით იყოფა ორ ძირითად ჯგუფად: მოცულობითი და ზედაპირულ დასაბუთებად.

მოცულობითი დასაბუთები მოქმედებენ სხეულის შიგა წერტილებში და განაწილებულნი არიან მთელ მოცულობაში. მოცულობითი დასაბუთებია: სხეულის საკუთარი წონა, ინერციის დასაბუთები, მაგნიტური მიზიდულობის დასაბუთები და სხვა. მათი განზომილებაა კგ/სმ<sup>3</sup>, ტ/მ<sup>3</sup>, კნ/მ<sup>3</sup> და ა.შ.

ზედაპირული დასაბუთები წარმოადგენენ სხეულის ზედაპირზე მოქმედ დატვირთვებს ან სხვა სხეულებიდან გადმოცემულ რეაქციის დასაბუთებს (რეაქციის დასაბუთები ყოველთვის მიეკუთვნებიან გარეგან დასაბუთებს). ზედაპირული დასაბუთები, თავის მხრივ, იყოფა ორ ჯგუფად: შეყურსულ (თავმოყრილ) დასაბუთებად და სხეულის ზედაპირზე განაწილებულ დასაბუთებად.

შეყურსული ეწოდება ისეთ დასაბუთებად, რომელიც სხეულს გადაეცემა მისი ზედაპირის დასაბუთებიდან მცირე ფართობზე. ამიტომ პირობითად მიიჩნევენ, რომ დასაბუთებად მოდებულია სხეულის ზედაპირზე მდებარე რომელიღაც წერტილში (ნახ. 3,ა). უნდა აღინიშნოს, რომ შეყურსული დასაბუთები ბუნებაში



ნახ.3

არ არსებობენ. ეს ცნება შემოტანილია გაანგარიშების გამარტივების მიზნით. შეყურსული დასაბუთების მაგალითია რკინიგზის ვაგონის ბორბლის ფერსოს დაწოლა რელსზე და სხვა. მათი განზომილებაა: კგ, ტ, კნ და ა.შ.

განაწილებული დასაბუთები ნაკებობის ელემენტებს გადაეცემა მათი ზედაპირის გარკვეულ ფართობზე. ამ დასაბუთების მოქმედების მაგალითებია: თო-





ვლის დაწოლა სახურავზე, სითხის დაწოლა საცავის ფსკერზე და კედლებზე და ა. შ. განაწილებული ძალების განზომილებაა კგ/სმ<sup>2</sup>, ტ/მ<sup>2</sup>, კნ/მ<sup>2</sup> და ა.შ.

ხშირად ნაგებობის ელემენტების გაანგარიშების დროს ფართობზე განაწილებულ დატვირთვას (ნახ.3,ბ) ცვლიან ისეთი დატვირთვით, რომელიც მიეკუთვნება ამ ელემენტის სიგრძეს. ასეთი დატვირთვის ინტენსიურობა იზომება სიგრძის ერთეულზე მოსული დატვირთვით, ანუ განისაზღვრება ფართობზე განაწილებული  $q_0(z)$  ინტენსიურობის გადამრავლებით ელემენტის  $h_0$  სიგანეზე, ე.ი.  $q(z) = q_0(z) h_0$  (იხ. ნახ.3,გ). თუ  $q_0(z) = q_0 = const$  (ნახ.3,დ), მაშინ  $q(z) = q = q_0 h_0 = const$  (ნახ.3,ე).  $q(z)$ -სა და ე.ი.  $q$ -ს განზომილებაა კგ/სმ, ტ/მ, კნ/მ და ა.შ.

დროში ცვალებადობის მიხედვით დატვირთვები იყოფა სტატიკურ და დინამიკურ დატვირთვებად. სტატიკური დატვირთვა იმდენად ნელი ტემპით (თანდათანობით) იზრდება, რომ ელემენტში არ აღიძვრებიან მნიშვნელოვანი აჩქარებები და ე.ი. ინერციის ძალები. დინამიკური დატვირთვა კი პირიქით, იმდენად სწრაფად იცვლის თავის სიდიდესა და მიმართულებას, რომ ელემენტში იწვევს მნიშვნელოვან აჩქარებებს და ე.ი. ინერციის ძალებს. სტატიკური დატვირთვის მაგალითია კედლის დაწოლა საძირკველზე მისი თანდათანობით ამოყვანის დროს, ხოლო დინამიკური დატვირთვის მაგალითია მოძრავი მატარებლის დატვირთვის მოქმედება სიღის კონსტრუქციაზე.

მოქმედების ხანგრძლივობის მიხედვით არჩევენ მუდმივ და დროებით დატვირთვებს. მუდმივი დატვირთვა მოქმედებს კონსტრუქციის (ნაგებობის) ექსპლოატაციის მთელ პერიოდში (მაგ., საკუთარი წონა). დროებითი დატვირთვა მოქმედებს დროის შედარებით მოკლე პერიოდში (მაგ. ასაწევი ტვირთის წონა ამწესათვის, თოვლის დაწოლა შენობის სახურავზე და ა.შ.).



მასალათა გამძლეობა, როგორც მეცნიერების დარგი, აგებულია მთელი რიგი ფიზიკური და გეომეტრიული შინაარსის პრინციპებზე და პიპოთეზებზე (ვარაუდებზე), სახელდობრ იგულისხმება რომ:

1. გარე ძალების მოქმედებამდე მყარ სხეულს აქვს გარკვეული ფორმა, გარკვეული მოცულობა სივრცეში და იგი *დაუძაბავია*.

2. მყარი სხეული *იდეალურად დრეკადია*, ე.ი. გარეგანი ძალების მოშორების შემდეგ იგი მთლიანად აღიდგენს თავის პირვანდელ ფორმასა და ზომებს. სინამდვილეში ეს დაშვება მართებულია მოქმედი გარეგანი ძალების გარკვეულ მნიშვნელობამდე (სიდიდემდე).

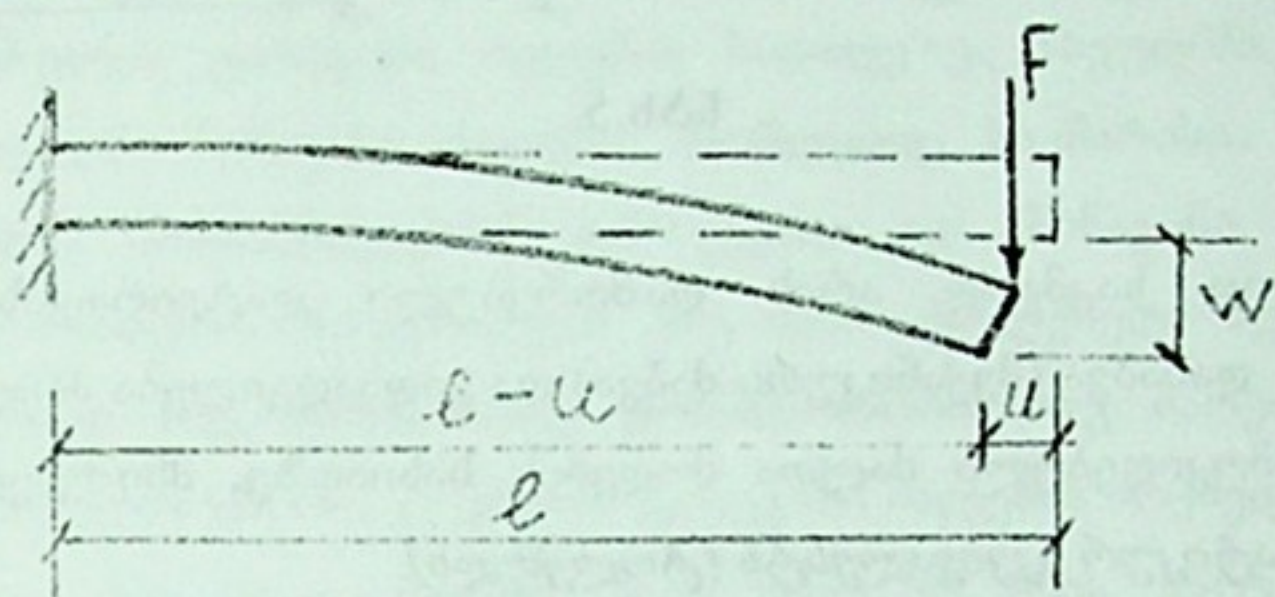
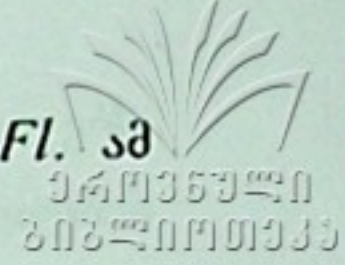
3. მყარი სხეული არის *უწყვეტი და ერთგვაროვანი*, ე.ი. მისი მოცულობა მთლიანად შეესებულება ერთნაირი თვისებების მქონე მასალით ყოველგარი სიცარიელების გარეშე. ამიტომ, თუ შევისწავლით სხეულის ნებისმიერი წერტილის სიახლოვეში აღებული მცირე მოცულობის დაძაბულ მდგომარეობას, შეიძლება იგი განვაზოგადოთ მთელ სხეულზე.

4. სხეულის მასალა არის *იზოტროპული*, ე.ი. ისეთი, რომელსაც ყველა მიმართულებით გააჩნია ერთნაირი თვისებები. ასეთებია: ლითონები, ბეტონი, ქვა და სხვა. ბევრ მასალას *ბოჭკოვანი აგებულება* აქვს (მაგ. ხის მასალას) და სხვადასხვა მიმართულებით სხვადასხვა თვისებებით ხასიათდება. ასეთ მასალებს *ანიზოტროპული* მასალები ეწოდებათ.

5. მყარ სხეულზე გარეგანი ძალების ზემოქმედებით აღძრული *გადაადგილებები მეტად მცირეა მის გეომეტრიულ ზომებთან შედარებით*. ეს პიპოთეზა საშუალებას იძლევა საკმაოდ გამარტივდეს გაანგარიშება. მაგალითად მე-4 ნახაზზე ნაჩვენებია ერთი ბოლოთი ჩამაგრებული ღერო, რომლის თავისუფალ ბოლოზე მოდებულია შეყურსული  $F$  ძალა. ძალის მოქმედების შედეგად ღერო გაიღუნება და ძალის მოდების წერტილი გადაადგილდება როგორც ვერტიკალური ( $W$ ), ასევე პორიზონტალური ( $u$ ) მიმართულებით. ჩამაგრების კვეთის მიმართ მომენტი  $M = F(l - u)$ . იმის გამო, რომ ღეროს  $l$  სიგრძესთან შედარებით  $u$  გადაადგილება ძალიან მცირე



სიდიდეა, მას უგულვებელყოფთ და ვთვლით, რომ მომენტი  $M=Fl$ . ამ დაშვებას საწყის ზომათა პრინციპი ეწოდება.



ნახ.4

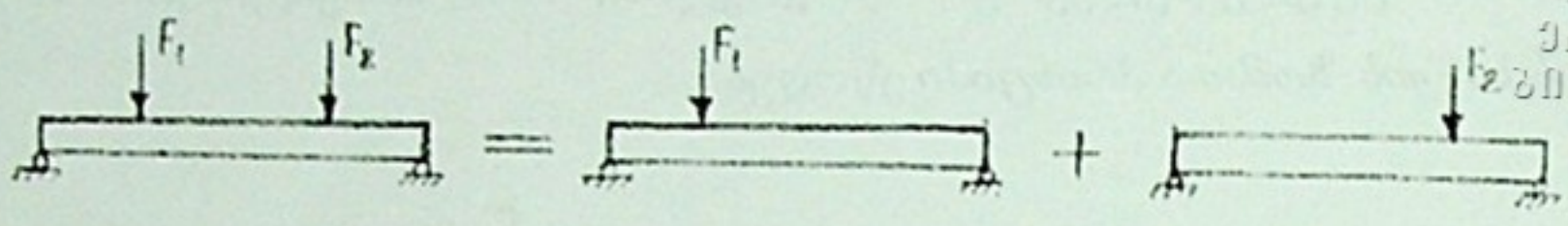
6. ვინაიდან სხეული იდეალურად დრეკადია (დატვირთვის გარკვეულ სიდიდემდე), მისი ფორმისა და ზომების ცვლილება დროის ალებული მომენტისათვის დამოკიდებულია მხოლოდ ამ მომენტში მოდებულ ძალებზე. წარსულში მოქმედი ძალები არავითარ გავლენას არ ახდენენ სხეულის ფორმისა და ზომების ცვლილების ამჟამინდელ სიდიდეზე.

7. მოქმედი ძალის გარკვეულ სიდიდემდე სხეულის ფორმისა და ზომების ცვლილება მოქმედი ძალის მიმართ წრფივად პროპორციულია.

8. ადგილი აქვს ძალთა მოქმედების დამოუკიდებლობის პრინციპს, რომლის თანახმადაც სხეულზე მოქმედი თითოეული ძალის გავლენა ერთნაირია როგორც ცალკე, ისე სხვა ძალებთან მოქმედების შემთხვევაში. ეს პრინციპი შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგნაირად: რამდენიმე ძალის ერთდროული მოქმედებით გამოწვეული ესა თუ ის ფაქტორი ტოლია თითოეულ ამ ძალათაგან გამოწვეულ იმავე ფაქტორთა ჯამისა. ფაქტორში იგულისხმება გადაადგილება, ძაბვა და სხვა. ამ პრინციპს ზოგჯერ შეკრების პრინციპსაც უწოდებენ. აღნიშნული პრინციპი სიმბოლურად წარმოდგენილია მე-5 ნახაზზე.

9. მასალათა გამძლეობაში ფუნდამენტური მნიშვნელობა ენიჭება სენ-ვენანის პრინციპს, რომლის თანახმადაც მყარი სხეულის რაიმე წერტილ-





ნახ.5

ში, რომელიც საკმაოდ არის დაშორებული დატვირთვის მოდების ადგილიდან. დაძაბვა (მექანიკური დაბვა) და გადაადგილება პრაქტიკულად არ არის დამოკიდებული ძალთა მოდების ხასიათზე, მნიშვნელობა აქვს მხოლოდ *სტატიკურ ეკვივალენტს (ტოლქმედს)*.

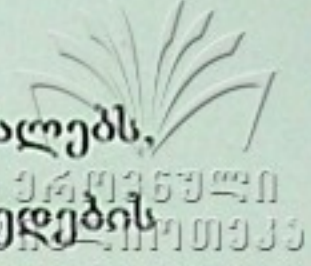
### 1.4 ბაკვეთის მეთოდი. შინაგანი ძალები

სხეული რომ დატვირთოთ, საჭიროა მისი სივრცეში დამაგრება ისეთნაირად, რომ იგი არც გადაადგილდეს და არც შემობრუნდეს. ამ დროს დატვირთვა სხეულის დამაგრების (ანუ სხვა სხეულებთან მიერთების ადგილებში) აღძრავს ძალოვან ფაქტორებს (ძალებს და მომენტებს), რომლებსაც საექსპლუატაციო დატვირთვებისაგან (აქციებისაგან) განსხვავებით ვუწოდებთ რეაქტიულ ძალოვან ფაქტორებს (რეაქციებს). სხეულზე მოქმედი აქციები და რეაქციები წარმოადგენენ *გარეგან ძალოვან ფაქტორებს* და ისინი აწონასწორებენ ერთმანეთს. ამგვარ მდგომარეობაში მყოფ სხეულს წონასწორობაში მყოფი ეწოდება. ე. ი. *სხეული წონასწორობის მდგომარეობაში არის მაშინ, როდესაც ყველა გარეგანი ძალოვანი ფაქტორის (აქციებისა და რეაქციების) ზემოქმედებათა ჯამი ნულის ტოლია.*

გარეგანი ძალოვანი ფაქტორებიდან აქციები ანუ საექსპლუატაციო დატვირთვები ცნობილი (მოცემული) სიდიდეებია, ხოლო რეაქციები - უცნობი. ამ უკანასკნელთა განსაზღვრას ვახდენთ ადრე აღნიშნული წონასწორობის პირობების საშუალებით იმის და მიხედვით, თუ რას განიცდის სხეული: გაჭიმვას (კუმშვას), ძვრას, გრეხას, თუ ღუნვას.

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, გარეგანი ძალები, რომლებიც მოქმედებენ მყარ დრეკად სხეულზე, იწვევენ მისი ფორმისა და ზომების ცვლილებას. ამ

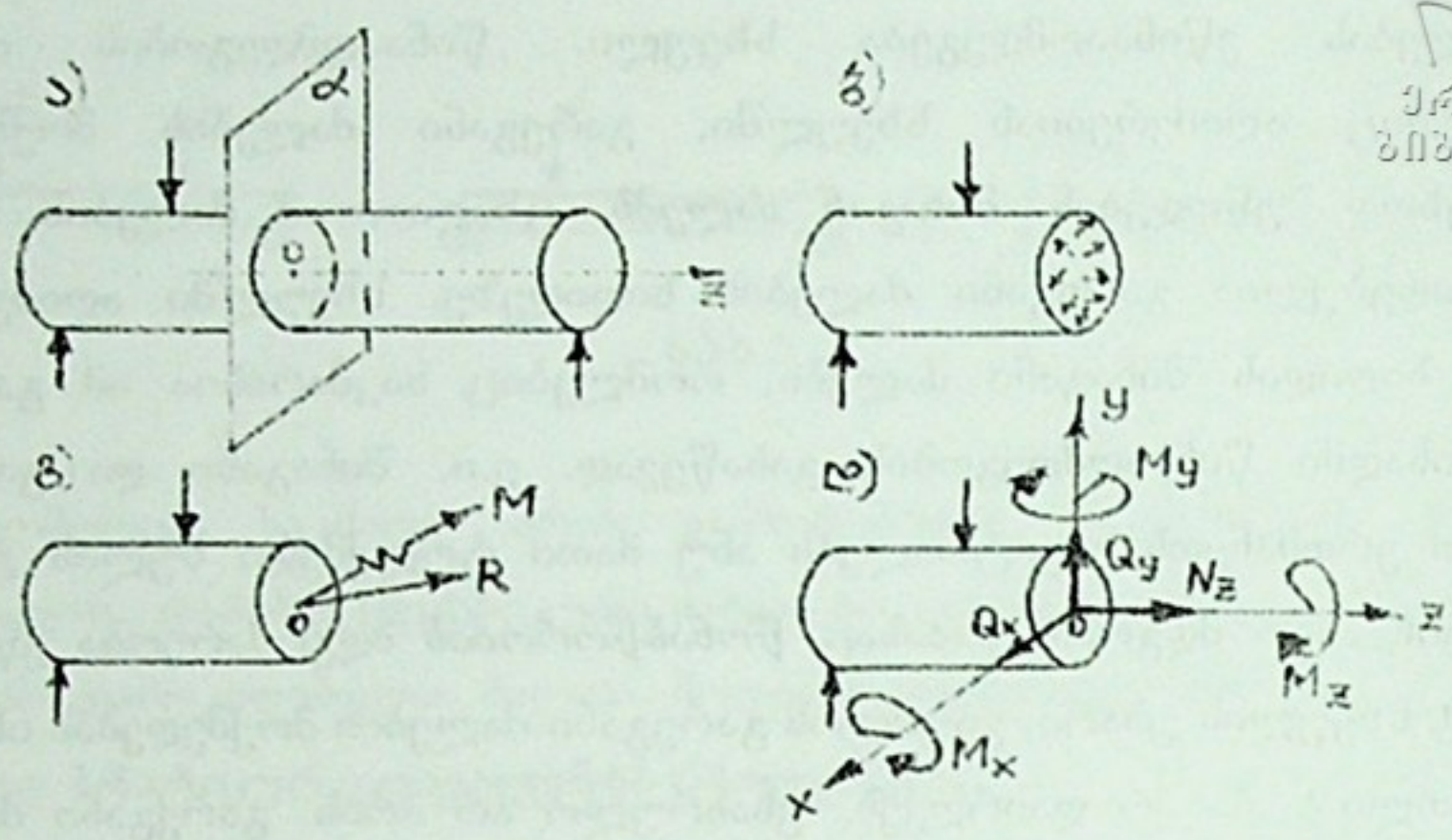




ცვლილებას ეწინააღმდეგება სხეული. წინააღმდეგობის ძალებს, რომლებიც აღიძვრებიან სხეულში, გარეგანი ძალების მოქმედების საპასუხოდ, უწოდებენ *შინაგანი ძალებს*. ცხადია, ამ ძალების სიდიდე დამოკიდებულია გარეგანი ძალების სიდიდეზე. სხეულში აღიძვრებიან ისეთი სიდიდის შინაგანი ძალები, რომლებიც საკმარისია ამ გარეგანი ძალებისადმი წინააღმდეგობის გასაწევად. ე.ი. შინაგანი და გარეგანი ძალები ერთმანეთს ანეიტრალებს ანუ მათი ტოლქმედი ნულის ტოლია. სხეულის ასეთ მდგომარეობასაც *წონასწორობის* მდგომარეობა ეწოდება. მაგრამ, სხეულის უნარი, გაუძლოს გარეგანი ძალების მოქმედებას ისე, რომ მისი მთლიანობა არ დაირღვეს, უსასრულო არ არის. გარეგანი ძალების გაზრდის შემთხვევაში დადგება ისეთი მომენტი, როდესაც სხეულის მიერ წინააღმდეგობის გაწევის უნარი ამოიწურება და იგი დაირღვევა. ამგვარად, ჩვენი მიზანია სხეულის ზომების იმგვარად შერჩევა, რომ ექპლოატაციის პერიოდში მოქმედმა *გარეგანმა* ძალებმა ვერ მოახდინოს *შინაგანი* ძალების განვითარების შესაძლებლობის ამოწურვა. ამისათვის უნდა შეგვეძლოს შინაგანი ძალების განსაზღვრა, რისთვისაც ვიყენებთ ერთ-ერთ ყველაზე მეტად გავრცელებულ მეთოდს, რომელსაც *გაკვეთის მეთოდი* ეწოდება. განვიხილოთ ეს მეთოდი წონასწორობის მდგომარეობაში მყოფი ღეროს მაგალითზე (ნახ. 6,ა).

ეს ღერო წარმოდგენით ანუ წარმოსახვით გაკვეთილთ  $\alpha$  ღერძისადმი მართობული  $\alpha$  სიბრტყით ორ ნაწილად, წარმოდგენითვე მოვაცილოთ ერთი (მაგ. მარჯვენა) ნაწილი და განვიხილოთ მეორე (მარცხენა) ნაწილი. ვინაიდან მთელ ღეროში მოქმედებენ შინაგანი ძალები, ისინი უნდა მოქმედებდნენ გაკვეთის  $\alpha$  სიბრტყით მიღებულ ზედაპირზეც (ნახ. 6,ბ). ეს ძალები უწყვეტადაა განლაგებული გაკვეთის მთელ ზედაპირზე და თუ მათ გადავიტანთ  $\alpha$  სიბრტყით მიღებული ზედაპირის სიმძი-





ნახ.6

მის ცენტრში, მივიღებთ ერთ  $R$  ძალას (მთავარ ვექტორს) და ერთ  $M$  წყვილძალას (მთავარ მომენტს) (ნახ.6,გ). თუ  $R$  ძალას დავშლით საკოორდინატო ღერძების მიმართულებებზე, მივიღებთ  $N_z$ ,  $Q_x$  და  $Q_y$  მდგენელებს. ანალოგიურად,  $M$  მომენტიც დაიშლება  $M_x$ ,  $M_y$  და  $M_z$  მდგენელებად (ნახ.6,დ).

ამგვარად, მიღებული სიდიდეები, რომელთა რაოდენობა ექვსია, წარმოადგენენ შინაგანი ძალების კომპონენტებს და მათ უწოდებენ შინაგან ძალოვან ფაქტორებს ღეროს განივ კვეთზე. თითოეულ მათგანს აქვს თავისი სახელი:  $N_z$  არის ნორმალური ძალა;  $Q_x$  და  $Q_y$ -განივი ძალები;  $M_x$  და  $M_y$  - მღუნავი მომენტები;  $M_z$ -მგრესავი მომენტი.

ვინაიდან მთლიანი სხეული წონასწორობაში იყო, წონასწორობაში უნდა იყოს მისი განსახილველი (მარცხენა) ნაწილიც. ეს გარემოება უფლებას გვაძლევს შევადგინოთ წონასწორობის ექვსი განტოლება:

$$\sum X = Q_x + \sum F'_x = 0; \quad \sum Y = Q_y + \sum F'_y = 0; \quad \sum Z = N_z + \sum F'_z = 0;$$

$$\sum m_x = M_x + \sum M'_x = 0; \quad \sum m_y = M_y + \sum M'_y = 0;$$

$$\sum m_z = M_z + \sum M'_z = 0;$$

(1.1)



სადაც  $\sum X, \sum Y, \sum Z$ ; წარმოადგენენ ღეროს განსახილველ (მარცხენა) ნაწილზე მოქმედი ყველა ძალების გეგმილების ჯამს  $OX, OY$  და  $OZ$  ღერძებზე;  $\sum m_x, \sum m_y, \sum m_z$  - ღეროს მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ყველა ძალების მომენტების ჯამს  $OX, OY$  და  $OZ$  ღერძების მიმართ;  $\sum F_x, \sum F_y, \sum F_z$  - ღეროს მარცხენა ნაწილზე მოქმედი გარეგანი ძალების გეგმილების ჯამს  $OX, OY$  და  $OZ$  ღერძებზე;  $\sum M_x^F, \sum M_y^F, \sum M_z^F$  - ღეროს მარცხენა ნაწილზე მოქმედი გარეგანი მომენტების ჯამს  $OX, OY$  და  $OZ$  ღერძების მიმართ.

(1.1) სისტემის პირველი სამი განტოლებიდან განისაზღვრებიან  $N_z, Q_x$  და  $Q_y$  ძალები, ხოლო მომდევნო სამიდან -  $M_x, M_y$  და  $M_z$  მომენტები.

ამრიგად, შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შინაგანი ძალოვანი ფაქტორების განსაზღვრის წესები:

ღეროს განივ კვეთში მოქმედი  $N_z$  ნორმალური ძალა რიცხობრივად ტოლია განივკვეთიდან მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ყველა გარეგანი ძალების გეგმილების ჯამისა  $OZ$  ღერძზე.

ღეროს განივ კვეთში მოქმედი  $Q_x$  და  $Q_y$  განივი ძალები რიცხობრივად უდრის განივკვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ყველა გარეგანი ძალების გეგმილების ჯამს  $OX$  და  $OY$  ღერძებზე.

ღეროს განივ კვეთში მოქმედი მღუნავი  $M_x$  და  $M_y$  მომენტები რიცხობრივად უდრის განივი კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ყველა გარეგანი ძალების მომენტების ჯამს  $OX$  და  $OY$  ღერძების მიმართ.

ღეროს განივ კვეთში მოქმედი მგრეხავი  $M_z$  მომენტი რიცხობრივად ტოლია განივკვეთიდან მარცხენა ნაწილზე მოქმედი ყველა გარეგანი ძალების მომენტების ჯამისა  $OZ$  ღერძის მიმართ.

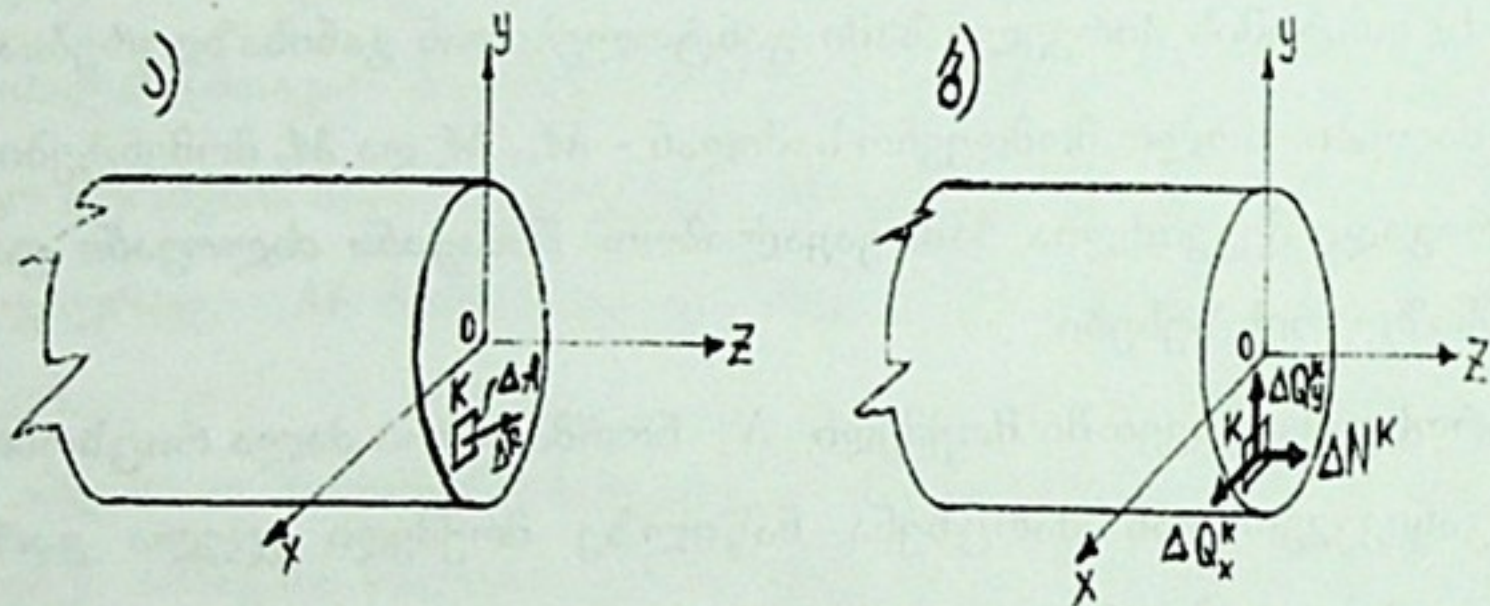


## 1.5 ცნება კაპის შესახებ

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, განივი კვეთის ზედაპირზე მოქმედებენ შინაგანი ძალები, რომლებიც უწყვეტად არიან განლაგებულნი ამ ზედაპირზე (იხ. ნახ.6,ბ). ზედაპირის ნებისმიერი  $K$  წერტილის გარშემო გამოვყოთ მცირე  $\Delta\Lambda$  ფართობი, რომლის ფარგლებშიც მოქმედი შინაგანი ძალების ტოლქმედი აღვნიშნოთ  $\Delta R$  ით (ნახ.7,ა) ამ ტოლქმედის გეგმილები საკოორდინატო ღერძებზე იქნებიან  $\Delta N^k$ ,  $\Delta Q_x^k$  და  $\Delta Q_y^k$  (ნახ.7,ბ). გამოსახულებას

$$\lim_{\Delta\Lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta N^k}{\Delta\Lambda} = \frac{dN^k}{d\Lambda} = \sigma^k \quad (1.2)$$

ეწოდება ნორმალური ძაბვა განივი კვეთის  $K$  წერტილში.



ნახ.7

ანალოგიურად,

$$\lim_{\Delta\Lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_x^k}{\Delta\Lambda} = \frac{dQ_x^k}{d\Lambda} = \tau_x^k \quad (1.3)$$

არის მხები ძაბვა განივი კვეთის  $K$  წერტილში  $Ox$  ღერძის მიმართულებით, ხოლო

$$\lim_{\Delta\Lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_y^k}{\Delta\Lambda} = \frac{dQ_y^k}{d\Lambda} = \tau_y^k \quad (1.4)$$



წარმოადგენს მხებ ძაბვას განივი კვეთის  $K$  წერტილში  $0y$  მიმართულებით.

ძაბვის განზომილება, როგორც ფორმულები გვიჩვენებენ, არის კგ/სმ<sup>2</sup>, კნ/მ<sup>2</sup> და ა. შ.

### 1.6. დეფორმაციის ცნება

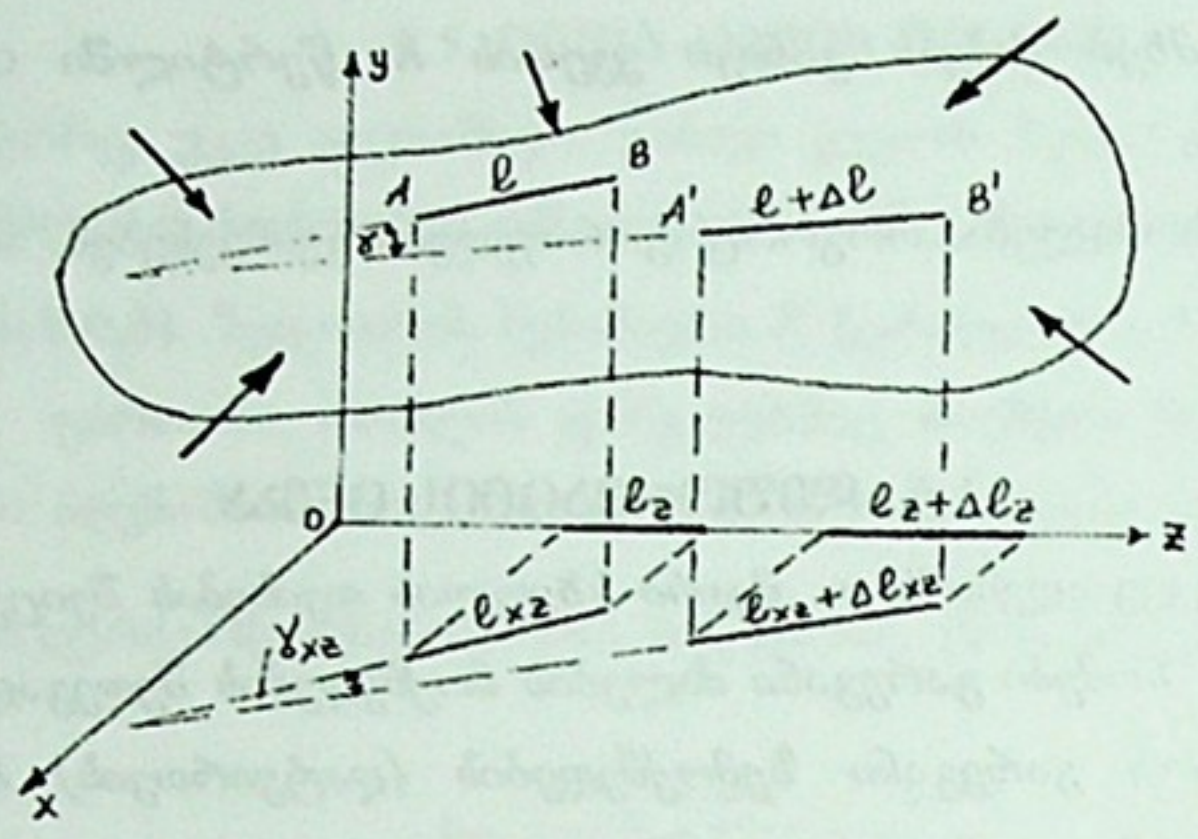
როგორც უკვე აღვნიშნეთ, მყარი სხეულის თვისებას შეიცვალოს თავისი ფორმა და ზომები გარეგანი ძალების მოქმედების შედეგად, ეწოდება დეფორმაცია. თუ გარეგანი ზემოქმედების (დატვირთვის) მოცილების შემდეგ სხეული მთლიანად აღიდგენს თავის პირვანდელ ფორმას და ზომებს, დეფორმაცია დრეკადია. სინამდვილეში აბსოლუტურად დრეკადი დეფორმაცია არ არსებობს. ნებისმიერი მასალისაგან დამზადებულ სხეულს დატვირთვის მოცილების შემდეგ ახასიათებს ამა თუ იმ სიდიდის ნარჩენი ანუ პლასტიკური დეფორმაცია.

აღსანიშნავია მყარი სხეულის დეფორმირების კიდევ ერთი სახე - დატვირთვის შეუცვლელად დეფორმაციის განვითარება ხანგრძლივი დროის განმავლობაში (კვირა, თვე, წელიწადი), რასაც მასალის ცოცვალობა ეწოდება.

სხვადასხვა მასალისაგან დამზადებული ერთი და იგივე ზომისა და ფორმის სხეულებში ერთი და იგივე გარეგანი ძალების მოქმედებისას სხვადასხვა სიდიდის დეფორმაციები აღიძვრებიან. მაგალითად, კაუჩუკისაგან დამზადებული ღერო 20000-ჯერ მეტად დაგრძელდება გაჭიმვისაგან, ვიდრე ზუსტად იგივე ფორმისა და ზომის მქონე ფოლადის ღერო.

განვიხილოთ სხეულის ნებისმიერი წერტილიდან გამოშვებული ნებისმიერი მიმართულების  $AB=l$  მონაკვეთი (ნახ.8). დეფორმაციის შედეგად  $AB$  მონაკვეთი შეიცვლის როგორც სიგრძეს, ასევე მიმართულებას სივრცეში და გარდაიქმნება  $A'B' = l + \Delta l$  მონაკვეთად. სიდიდეს





ნახ.8

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{1.5}$$

უწოდებენ ფარდობით ხაზობრივ დეფორმაციას  $l$ -ის მიმართულებით. საკოორდინატო  $oz$  ღერძის მიმართულებით ფარდობითი ხაზობრივი დეფორმაცია იქნება (ნახ. 8)

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l_z}{l_z} \tag{1.6}$$

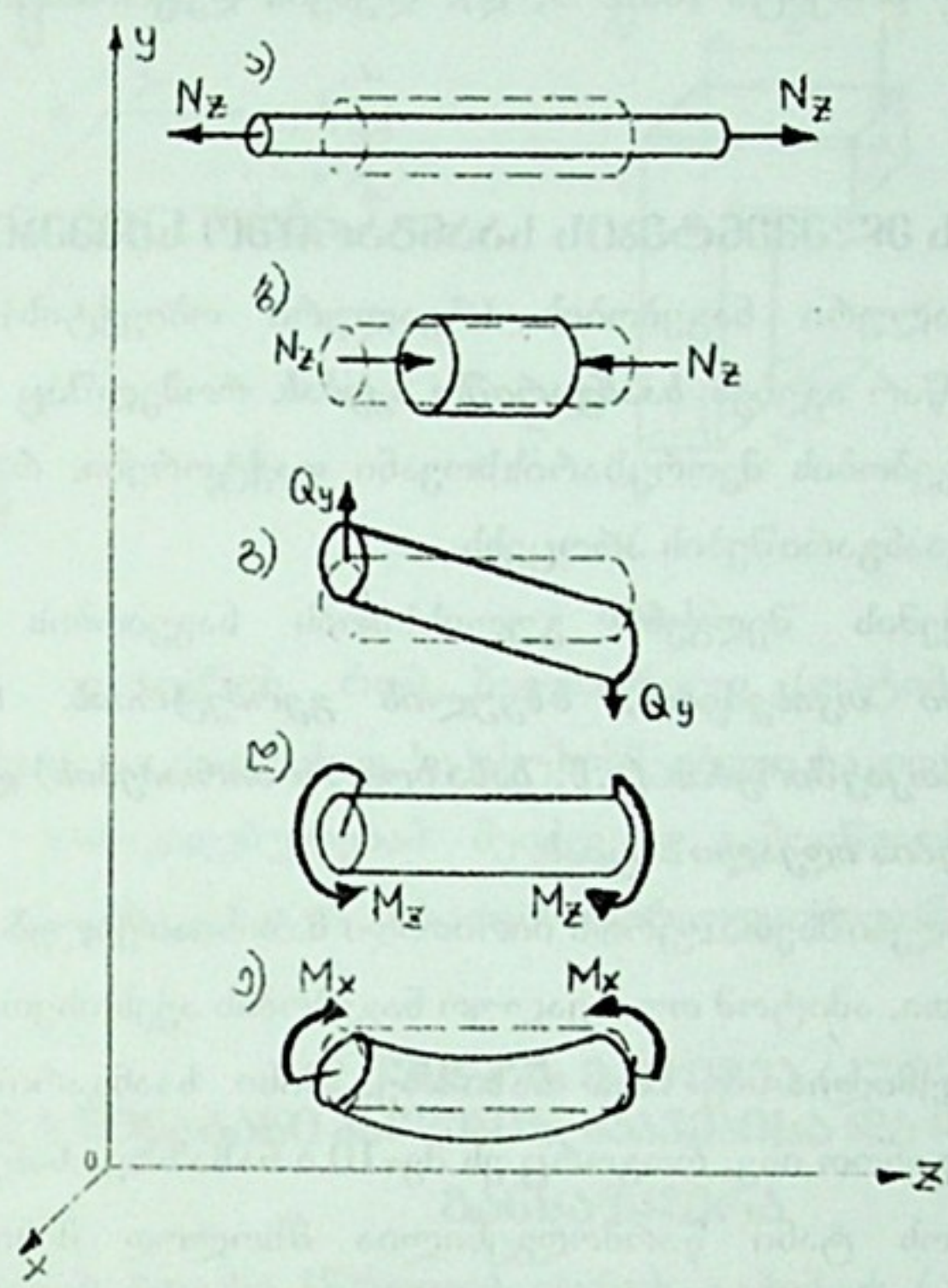
ანალოგიურად მიიღება

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l_x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta l_y}{l_y} \tag{1.7}$$

იმ მცირე  $\gamma$  კუთხეს, რომლითაც  $AB$  მონაკვეთი შეიცვლის თავის მიმართულებას სივრცეში (იხ. ნახ.8), უწოდებენ კუთხურ დეფორმაციას. თუ  $AB$  და  $A'B'$  მონაკვეთებს დავაგვემიღებთ საკოორდინატო სიბრტყეებზე, გვექნება კუთხური დეფორმაციის სამი მდგენელი:  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}$  და  $\gamma_{xz}$ . ინდექსები მიუთითებს იმ საკოორდინატო სიბრტყეებს, რომლებზედაც დავგვემარებუ-  
ლია  $\gamma$  კუთხე, ანუ  $AB$  და  $A'B'$  მონაკვეთები.



K270.707  
3



ნახ.9

ღეროს განივ კვეთში აღძრული შინაგანი ძალოვანი ფაქტორები საკლებით განსაზღვრავს მისი დეფორმაციის ხასიათს. დეფორმაცია შეიძლება იყოს *რთული*, მაგრამ იგი ყოველთვის შეგვიძლია წარმოვადგინოთ როგორც რამდენიმე *მარტივი* დეფორმაციის ერთობლიობა.

თუ ღეროს წარმოდგენით გავკვეთავთ ორი სიბრტყით, ე.ი. გამოვყოფთ მისგან რაღაც სასრულო სიგრძის ელემენტს, შეგვიძლია დავადგინოთ *მარტივი* დეფორმაციის სახეები, რომლებსაც დეფორმაციის *ძირითად* სახეებს უწოდებენ (ნახ.9). თითოეულ მათგანს იწვევს გარკვეული შინაგანი ძალოვანი ფაქტორი. ასე მაგალითად, გაჭიმვის ან კუმშვის დეფორმაციებს იწვევს  $N_z$  ძალა იმისდა მიხედვით, თუ როგორ არის იგი მიმართული (ნახ.9,ა და 9,ბ); ძვრის დეფორმაციას იწვევს  $Q_y$  ძალა (ნახ. 9,გ); გრეხის



დეფორმაციას -  $M_2$  მომენტი (ნახ. 9, დ); ღუნვის დეფორმაციას -  $M_1$  მომენტი (ნახ. 9, ე).

### 1.7. საანგარიშო ელემენტების საანგარიშო სქემა

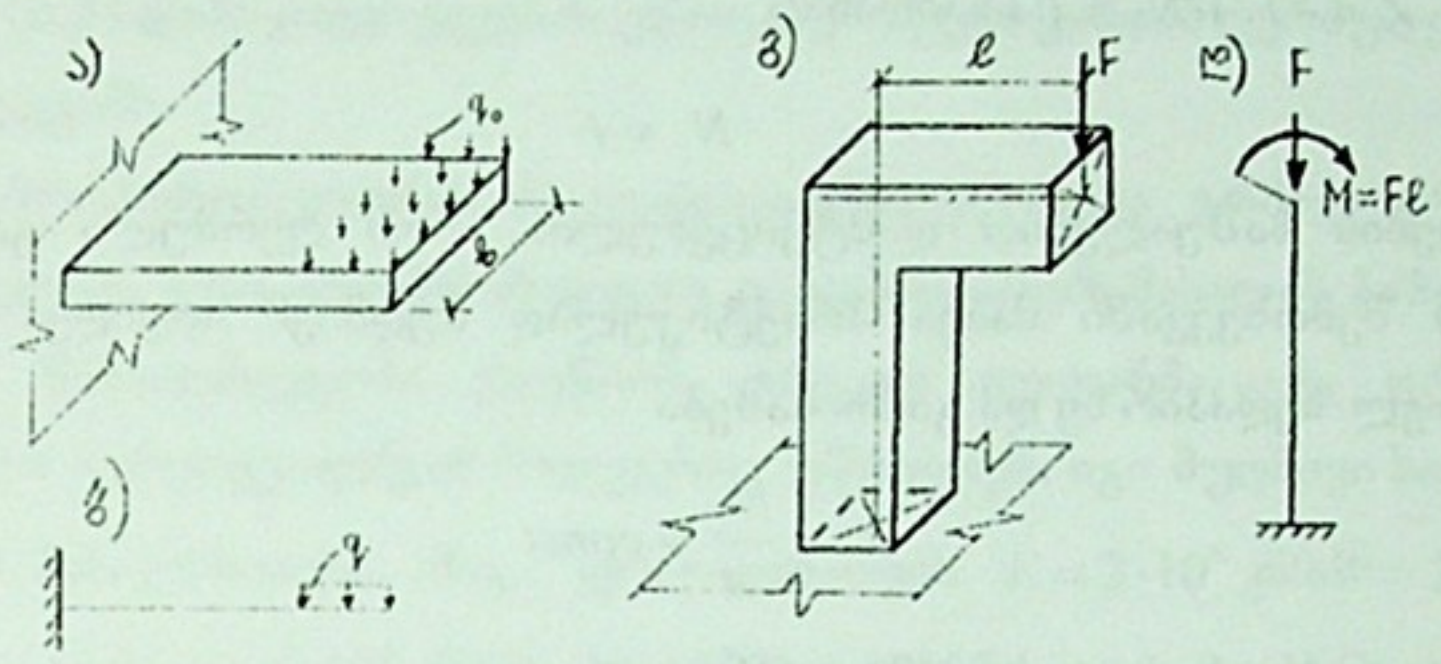
ნებისმიერი რეალური ნაგებობის (რეალური ობიექტის) გაანგარიშებისათვის წინასწარ აკებენ საანგარიშო სქემას, რომელშიც უგულვებელყოფილია ამ ნაგებობის მეორეხარისხოვანი ფაქტორები, რაც, თავის მხრივ, ამარტივებს გაანგარიშების პროცესს.

საანგარიშო სქემის შედგენა გულისხმობს ნაგებობის მასალის ფიზიკურ-მექანიკური თვისებების, სხეულის გეომეტრიის, ნაგებობის ელემენტთა ურთიერთკავშირების (ე.წ. სასაზღვრო პირობების) და გარეგანი ძალების მოქმედების იდეალიზაციას.

როგორც ადრე აღვნიშნეთ, ღეროს ძირითადი მახასიათებლებია გრძივი ღერძი და განივი კვეთი. ამიტომ თუ რეალურ ნაგებობას აქვს ისეთი სახე, როგორც წარმოდგენილია მე-10, ა ნახაზზე, მისი საანგარიშო სქემა შეიძლება წარმოვადგინოთ ისე, როგორც ეს მე-10, ბ ნახაზზეა ნაჩვენები. ამ უკანასკნელზე ღეროს ტანი წარმოდგენილია მხოლოდ მისი გრძივი ღერძით. გარდა ამისა, ღეროს ჩამაგრება წარმოდგენილია იდეალიზებული სისტემა საყრდენის სახით და განაწილებული დატვირთვის  $q_0$  ინტენსიურობა ფართობის ერთეულზე წარმოდგენილია  $q = q_0 h$  განაწილებული დატვირთვის ინტენსიურობით სიგრძის ერთეულზე. საანგარიშო სქემაზე სისტემა ჩამაგრება გამორიცხავს ჩამაგრების სიბრტყეში არსებული განივი კვეთის როგორც ხაზობრივ გადაადგილებას, ისე შემობრუნებას.

10, გ ნახაზზე ნაჩვენებია კიდევ ერთი რეალური ნაგებობა. თუ ჩვენ გვინდა გავიანგარიშოთ ამ ნაგებობის ვერტიკალური ელემენტი, მაშინ ვქმნით საანგარიშო სქემას, რომელიც წარმოდგენილია 10, დ ნახაზზე.





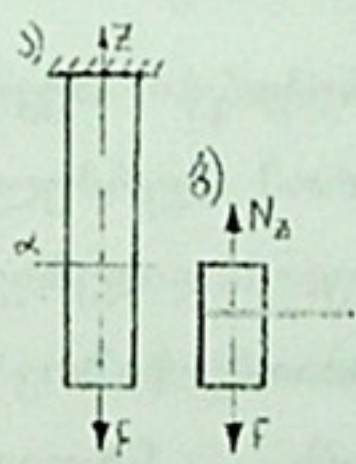
ნახ.10

უნდა აღინიშნოს, რომ ხელსაყრელი (ოპტიმალური) საანგარიშო სქემის შედგენა უაღრესად საპასუხისმგებლო საკითხია. ამ საკითხისადმი ზერელე დამოკიდებულებამ შეიძლება გამოიწვიოს როგორც მასალის გადახარჯვა, ასევე ნაგებობისათვის ავარიული მდგომარეობის შექმნა.

## 2. ღეროს გაჭიმვა (კუმშვა)

### 2.1 შინაგანი ძალების, კაპეზისა და დეფორმაციების განსაზღვრა

სწორხაზოვანი (წრფივი) ღეროს გაჭიმვის (კუმშვის) უმარტივესი შემთხვევაა ცენტრალური ანუ ღერძული გაჭიმვა (კუმშვა), რომელსაც ადგილი აქვს მაშინ, როდესაც გარეგანი გამჭიმავი (მკუმშავი) ძალა მოქმედებს ღეროს გრძივი ღერძის გასწვრივ.



ნახ.11

განვიხილოთ წრფივი ღეროს ღერძული გაჭიმვის შემთხვევა (ნახ. 11,ა). წარმოდგენით გავკვეთოთ ღერო მისი გრძივი ღერძისადმი მართობული  $\alpha$  სიბრტყით. წარმოდგენითვე მოვაცილოთ ზედა ნაწილი და განვიხილოთ ქვედა ნაწილის წონასწორობა (ნახ. 11,ბ). ვინაიდან მთლიანი ღერო წონასწორობაშია, წონასწორობაში უნდა იყოს მისი განსახილველი ნაწილიც.

მივმართოთ წონასწორობის (1.1) განტოლებებს. წონასწორობის ექვსი პირობიდან ხუთი იგივეურად კმაყოფილდება და გვრჩება მხოლოდ



ერთი:  $\sum Z = -F + N_z = 0$ , საიდანაც

$$N_z = F$$

ცდების საშუალებით დამტკიცებულია, რომ ღერძული გაჭიმვის (კუმშვის) შემთხვევაში ძაბვა პრაქტიკულად მუდმივი სიდიდეა განივი კვეთის მთელ ზედაპირზე და გამოისახება

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} = const \quad (2.2)$$

სადაც  $A$  განივი კვეთის მთლიანი ფართობია.

რადგანაც (2.1)-ის თანახმად  $N_z = F$ , (2.2) მიიღებს სახეს

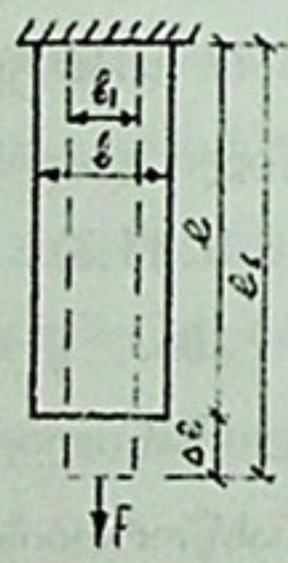
$$\sigma_z = \frac{F}{A} \quad (2.3)$$

ახლა განვიხილოთ იმავე ღეროს დეფორმირება ღერძული გაჭიმვის დროს (ნახ.12). გაჭიმვის შედეგად ღერო დაგრძელდება  $\Delta l$  სიდიდით, რომელსაც **აბსოლუტურ წაგრძელებას** ანუ **აბსოლუტურ ხაზოვან დეფორმაციას** უწოდებენ. როგორც ნახაზიდან ჩანს,  $\Delta l = l_1 - l$ . თუ აბსოლუტურ წაგრძელებას შევუფარდებთ ღეროს საწყის სიგრძეს, მივიღებთ **ფარდობით წაგრძელებას ანუ ფარდობით ხაზოვან დეფორმაციას**.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.4)$$

როგორც (2.4)-დან ჩანს, ფარდობითი დეფორმაცია უგანზომილებო სიდიდეა.

ინგლისელმა ფიზიკოსმა **რობერტ ჰუკმა**



ნახ.12

ცდების საშუალებით დაამტკიცა, რომ ღერძული გაჭიმვის შემთხვევაში (ძალის გარკვეულ სიდიდემდე) ნორმალურ ძაბვასა და ფარდობით ხაზოვან დეფორმაციას შორის არსებობს წრფივი დამოკიდებულება, ე.ი.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.5)$$



(2.5) დამოკიდებულებას უწოდებენ *ჰუკის კანონს* ღერძული გაჭიმვის შემთხვევაში.

პროპორციულობის  $E$  კოეფიციენტს ეწოდება გრძივი დრეკადობის ან, მოკლედ, *დრეკადობის მოდული*. იგი ახასიათებს მასალის *სიხისტეს*, ე.ი. უნარს წინააღმდეგობა გაუწიოს დრეკად დეფორმაციას. დრეკადობის მოდულს აგრეთვე *იუნგის* მოდულსაც უწოდებენ. იგი მუდმივი სიდიდეა ამა თუ იმ მასალისათვის. მაგ., ფოლადისათვის  $E = 2 \cdot 10^6$  კნ/სმ<sup>2</sup> =  $2 \cdot 10^5$  მპა ; თუჯისათვის  $E = 1 \cdot 10^6$  კნ/სმ<sup>2</sup> =  $1 \cdot 10^5$  მპა; ხის მასალისათვის (ბოჭკობის გასწვრივ)  $E = 1 \cdot 10^5$  კნ/სმ<sup>2</sup> =  $1 \cdot 10^4$  მპა და ა.შ.

(2.3) და (2.4) -ის თანახმად (2.5) მიიღებს სახეს:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

საიდანაც

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \tag{2.6}$$

$EA$  ნამრავლს ეწოდება *განივი კვეთის სიხისტე* გაჭიმვის (კუმშვის) შემთხვევაში.

ღეროს გაჭიმვის შემთხვევაში მისი განივი კვეთის ზომები კლებულობს, ხოლო კუმშვის შემთხვევაში - იზრდება. თუ ღეროს საწყისი სიგრძეა  $l$ , ხოლო სიგანე  $b$  (იხ. ნახ. 12), გარეგანი ძალის მოქმედების გამო მისი სიგრძე გახდება  $l_1$  ხოლო სიგანე -  $b_1$ . ფარდობითი ხაზოვანი დეფორმაცია განივი მიმართულებით (განივი დეფორმაცია) იქნება

$$\epsilon_1 = \frac{b_1 - b}{b} = - \frac{\Delta b}{b}$$

ცდებით დადგენილია, რომ *განივი*  $\epsilon_1$  ფარდობითი ხაზოვანი დეფორმაციის შეფარდება *გრძივ*  $\epsilon$  ფარდობით ხაზოვან დეფორმაციასთან გარკვეულ ზღვრამდე გაჭიმვისას (კუმშვისას) თითოეული მასალისათვის მუდმივი სიდიდეა:

$$\mu = - \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \tag{2.7}$$



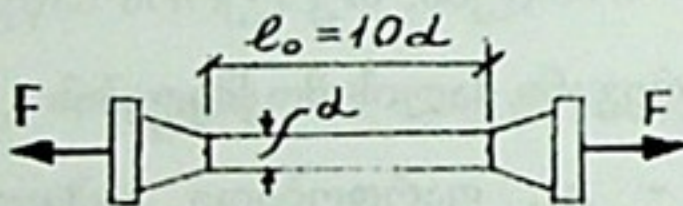
$$\varepsilon_1 = -\mu\varepsilon$$

$\mu$  - ს უწოდებენ განივი დეფორმაციის კოეფიციენტს ანუ *პუასონის* კოეფიციენტს. სხვადასხვა მასალისათვის  $0 \leq \mu \leq 0,5$  მაგალითად, ბეტონისათვის  $\mu = 0,2$ ; ფოლადისათვის  $\mu = 0,3$ ; რეზინისათვის  $\mu = 0,47$ ; პარაფინისათვის  $\mu = 0,5$  და ა.შ.

## 2.2 მასალის მექანიკური თვისებების მქსპერიმენტული შესწავლა

პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტისათვის საჭიროა ვიცოდეთ მასალის მექანიკური მახასიათებლები, რომლებიც განისაზღვრებიან ნიმუშის გამოცდით გაჭიმვაზე (კუმშვაზე) სპეციალური მოწყობილობების საშუალებით.

*გაჭიმვის დიაგრამა.* ცდების შედეგების ერთმანეთთან შედარების მიზნით დადგენილია გამოსაცდელი ნიმუშების გარკვეული ზომები, რომლებიც აღიარებულია ტიპიურ სახეებად (სტანდარტებად). ერთ-ერთი ნიმუში წარმოდგენილია მე-13 ნახაზზე.



**ნახ.13**

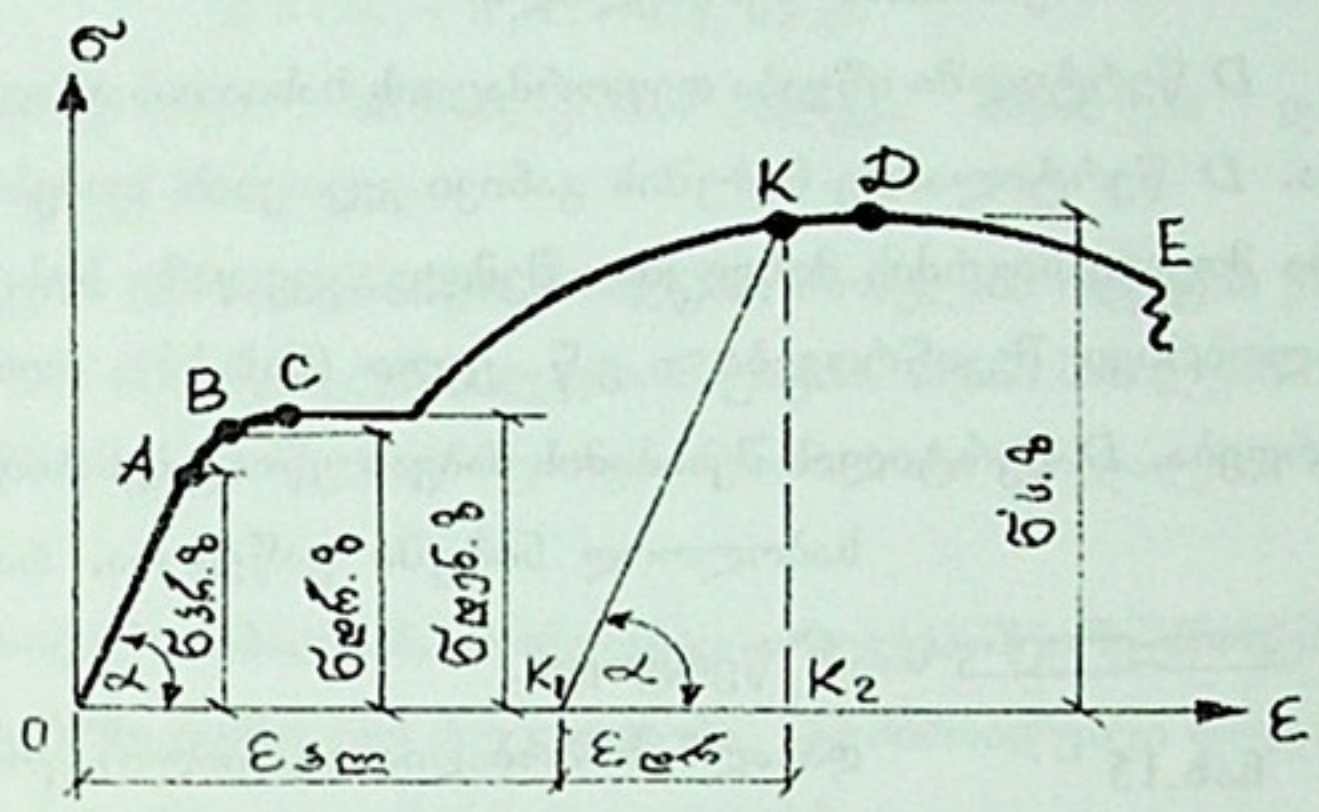
გრაფიკს, რომელიც ასახავს დამოკიდებულებას სტატიკურად მოქმედ გამჭიმავ  $F$  ძალასა და ნიმუშის აბსოლუტურ  $\Delta l$  წაგრძელებას შორის, *გაჭიმვის დიაგრამა* ეწოდება. უფრო მოსახერხებელია დიაგრამა წარმო-

ვადგინოთ ისეთი წესით, რომელიც დაამყარებს დამოკიდებულებას ნორმალურ  $\sigma$  ძაბვასა და  $\varepsilon$  დეფორმაციას შორის. ამისათვის საჭიროა  $F$  ძალა გავყოთ ნიმუშის განივი კვეთის საწყის  $A_0$  ფართობზე, ხოლო  $\Delta l$  წაგრძელება გავყოთ ნიმუშის საწყის  $l_0$  სიგრძეზე.

განვიხილოთ გაჭიმვის დიაგრამა, რომელიც მიიღება მცირენახშირბადიანი ფოლადის ნიმუშის გამოცდით (ნახ. 14).



დიაგრამის  $OA$  უბანი წარმოადგენს თითქმის სწორ დახრილ ხაზს, რაც იმას ნიშნავს, რომ ამ საზღვრებში დაცულია დაბეჭდვისა და დეფორმაციებს შორის წრფივი დამოკიდებულება და ე.ი. ჰუკის კანონი, რომელიც მართებულია პროპორციულობის ზღვრამდე.



ნახ.14

პროპორციულობის ზღვარი ეწოდება დაბეჭდვის ისეთ უდიდეს მნიშვნელობას, რომლისთვისაც ძალაში რჩება ჰუკის კანონი.

$OA$  ხაზის დახრის  $\alpha$  კუთხის ტანგენსი ტოლია დრეკადობის მოდულისა, რადგანაც  $tg\alpha = \sigma / \epsilon$ , ხოლო ჰუკის კანონის თანახმად (იხ. ფორმ. 2.5)  $k = \sigma / \epsilon$ .

$A$  წერტილის ზევით დიაგრამა მრუდდება და, ცხადია, ჰუკის კანონი ირღვევა.  $A$  წერტილთან ახლოსაა  $B$  წერტილი, რომლისთვისაც მასალის დრეკადობა ძალაში რჩება.  $\sigma_{ლ.ზ.}$  უწოდებენ დრეკადობის ზღვარს. ვინაიდან  $B$  წერტილი ძალიან ახლოსაა  $A$  წერტილთან, ამიტომ მათ ხშირად თვლიან შეთავსებულად  $A$  წერტილში.

დიაგრამის  $C$  წერტილიდან ხდება მკვეთრი ხარისხობრივი ცვალებადობა - დატვირთვის გაზრდის გარეშე დეფორმაცია სწრაფად იზრდება; ეს მოვლენა დიაგრამაზე გამოსახულია თითქმის პორიზონტალური უბნით, რომელსაც შეესაბამება დენადობის ზღვარი ( $\sigma_{მ.ზ.}$ ). ე.ი. დენადობის ზღვარი ეწოდება დაბეჭდვას, რომლის დროსაც დეფორმაციები იზრდება

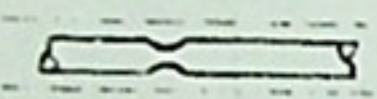


დატვირთვის გაუზრდელად. აღნიშნულ კორიზონტალურ უბანს დენადობის მაქსიმუმს უწოდებენ.

დენადობის პროცესის დამთავრების შემდეგ ნიმუში კვლავ იძენს წინა დენადობის უნარს. ხდება ფოლადის „თვითგანმტკიცება“, რომლის მიზეზებიც ჯერ არ არის საკმარისად შესწავლილი.

*D* წერტილში იწყება დეფორმაციის ხასიათის ახალი ხარისხობრივი ცვლა. *D* წერტილამდე ნიმუშის განივი კვეთების ზომები თანაბრად მცირდება მთელი სიგრძის მიხედვით. შემდეგ, ყველაზე სუსტ კვეთში ჩნდება ადგილობრივი შევიწროვება - ე.წ. ყელი (ნახ.15), რომელიც სწრაფად ვითარდება. *D* წერტილის შესაბამის ძაბვას უწოდებენ *სიმტკიცის ზღვარს*.

საბოლოოდ ნიმუში გაწყდება, რასაც შეესაბამება



ნახ.15

*E* წერტილი.

დაბალნახშირბადიანი (რბილი) ფოლადების მექანი-

კური მახასიათებლების რიცხვითი მნიშვნელობებია  $\sigma_{არ.ზ} = 2100 \text{ კგ/სმ}^2 = 210 \text{ მპა}$ ;  $\sigma_{ლენ.ზ} = 2400 \text{ კგ/სმ}^2 = 240 \text{ მპა}$ ;  $\sigma_{ს.ზ} = 4000 \text{ კგ/სმ}^2 = 400 \text{ მპა}$ ;

თუ ნიმუშის განტვირთვის მოვახდენთ *B* წერტილამდე (იხ. ნახ. 14), განტვირთვის ხაზი ზუსტად გაყვება დატვირთვის ხაზს და საბოლოოდ შეუთავსდება *o* წერტილს. მაგრამ, სულ სხვა სურათი გვექნება თუ განტვირთვის მოვახდენთ დენადობის უბნის შემდეგ, მაგალითად *K* წერტილიდან. როგორც ცდება გვიჩვენებს, განტვირთვა ყოველთვის ხდება სწორი ხაზის სახით; ამასთანავე, დრეკადობის მოდულის მნიშვნელობა უცვლელი რჩება, ე.ი. დიაგრამაზე *KK<sub>1</sub>* წრფე პარალელურია *OA* წრფისა; *K<sub>1</sub>K<sub>2</sub>* მონაკვეთი არის დრეკადი დეფორმაცია, *OK<sub>1</sub>* - ნარჩენი (პლასტიკური) დეფორმაცია.

განმეორებითი დატვირთვის შემთხვევაში დიაგრამა გაივლის იმავე *K<sub>1</sub>K* მონაკვეთს. ე.ი. დიაგრამის ის ნაწილი, რომელიც *K* წერტილის მარცხნივ არის მოთავსებული, არ მეორდება; ამგვარად, ვღებულობთ ახალი მექანიკური თვისებების მქონე გარდაქმნილ მასალას, რომელსაც არ



გააჩნია დენადობის ბაქანი და აქვს უფრო მაღალი პროპორციულობის ზღვარი. პროპორციულობის ზღვრის გაზრდას განმეორებითი დატვირთვის შემთხვევაში უწოდებენ *ციკლედას*.

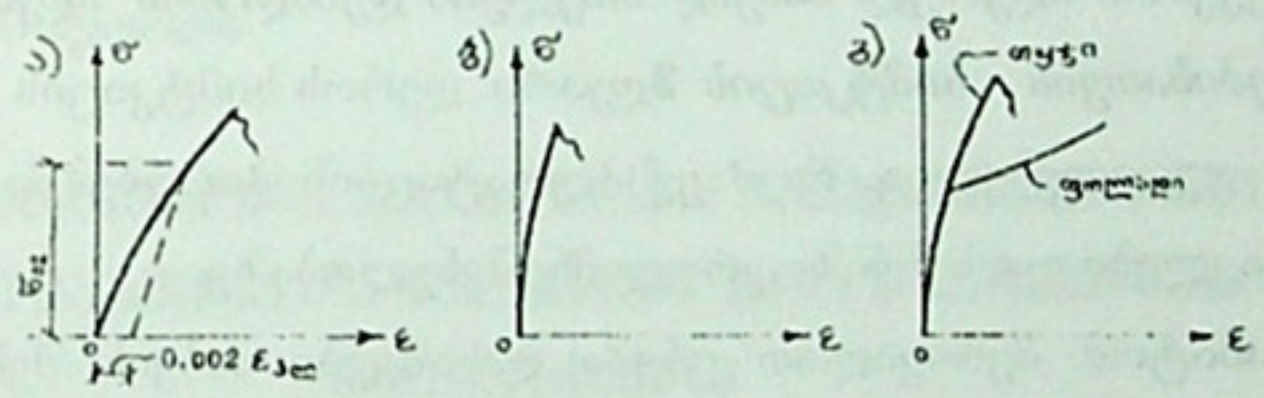
$K$  წერტილის შესაბამისი *სრული* დეფორმაცია

$$\varepsilon = OK_1 + K_1K_2 = \varepsilon_{პლ} + \varepsilon_{ლრ}$$

ასეთი დიაგრამები საშუალებას იძლევა მასალები დავეყთ *პლასტიკურ* და *მყიფე* მასალებად.

*პლასტიკურს* უწოდებენ ისეთ მასალებს, რომელთა რღვევას წინ უძღვის დიდი ნარჩენი (*პლასტიკური*) დეფორმაციები. ასეთი მასალებია: სუფთა რკინა, ჩვენ მიერ განხილული მცირენახშირბდიანი ფოლადები, ალუმინი და სხვა.

*მყიფე* ეწოდება მასალებს, რომლებიც ირღვევა მცირე ნარჩენი დეფორმაციების შემთხვევაში; მათ მიეკუთვნება: ნახშირბადუხვი ფოლადები, თუჯი, ცემენტი, ბეტონი, კირი, მარმარილო და სხვა.

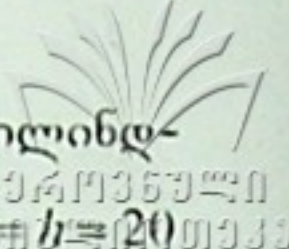


ნახ.16

ზოგიერთ პლასტიკურ მასალას (მაგ. ბრინჯაოს) არ გააჩნია გაჭიმვის დიაგრამაზე დენადობის ბაქანი (ნახ. 16,ა). ასეთი მასალებისათვის შემოღებულია *პირობითი დენადობის ზღვრის ცნება*. ასეთ ზღვრად მიიჩნევა ძაბვა, რომელიც შეესაბამება ნარჩენი დეფორმაციის 0,2 %. ეს მექანიკური ძაბვა აღინიშნება  $\sigma_{0.2}$ -ით.

*მყიფე* მასალები (თუჯი, ბეტონი, მინა) გაჭიმვის დროს ირღვევიან დენადობის უბნისა და ყელის გაჩენის გარეშე (ნახ. 17,ბ). მათი რღვევა ხასიათდება იმით, რომ ადგილი აქვს მცირე ნარჩენ (*პლასტიკურ*) დეფორმაციებს.





**კუმშვის დიაგრამა.** ლითონის კუმშვაზე გამოცდა ხდება ცილინდრული სახის ნიმუშებზე, რომელთა სიმაღლე დიამეტრის ტოლია ( $d_{შეკვრის} = 20$  მმ). სხვა მასალებისათვის იყენებენ კუბის სახის ნიმუშებს: ხის მასალებისათვის  $a = 50$  მმ, ცემენტისათვის  $a = 200 \div 300$  მმ, სადაც  $a$  არის კუბის წიბოს სიგრძე.

განვიხილოთ ფოლადისა და თუჯის კუმშვის დიაგრამები, რომლებიც თვალსაჩინოებისთვისაა მოცემული ერთ ნახაზზე (ნახ. 16, გ). თუ ფოლადისათვის დატვირთვის გაზრდა იწვევს დეფორმაციის გაზრდას რაიმე ბზარების გაჩენის გარეშე, თუჯის ნიმუშის დარღვევა იწყება უეცრად და პირველი ბზარების გაჩენასთან ერთად დაბვა მკვეთრად ეცემა.

მასალების მექანიკური გამოცდის მთავარი მიზანია დავადგინოთ ის **ზღვრული დაბვა**, რომლის მიღწევისას კონსტრუქციის ელემენტებში ხდება ნორმალური მუშაობის პირობების დარღვევა.

პლასტიკური მასალებისათვის, სტატიკური დატვირთვების შემთხვევაში **ზღვრულ დაბვად ითვლება დენადობის ზღვარი, ხოლო მყიფე მასალებისათვის - სიმტკიცის ზღვარი.** ღეროს სიმტკიცის უზრუნველყოფისათვის აუცილებელია, რომ ექსპლუატაციის პირობებში მასში აღძრული დაბვა ნაკლები იყოს მის ზღვრულ მნიშვნელობაზე.

ამიტომ შემოვიღოთ ცნება დასაშვები დაბვის შესახებ. **დასაშვები დაბვა ეწოდება დაბვის იმ უდიდეს მნიშვნელობას, რომლის მოქმედებისას კონსტრუქცია იმუშავებს ხანგრძლივი დროის განმავლობაში დარღვევის ყოველგვარი საშიშროების გარეშე.** დასაშვები დაბვა აღინიშნება  $[\sigma]$  სიმბოლოთი და განისაზღვრება ზღვრული (საშიში, სახიფათო)  $\sigma_{ღვ.ზღ.}$  დაბვის შეფარდებით მასალის სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტთან  $[\sigma] = \sigma_{ღვ.ზღ.} / n.$

კერძოდ, პლასტიკური მასალებისათვის  $[\sigma] = \sigma_{ღვ.ზღ.} / n_1$ , ხოლო მყიფე მასალებისათვის  $[\sigma] = \sigma_{ღვ.ზღ.} / n_2.$

$n_1$  და  $n_2$  სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტები მოცემულია ცნობარებში;



**დატვირთვების მიერ ღეროში აღძრულ დაბევს მუშა დაბევები უწოდებათ.** კონსტრუქციის უსაფრთხო, ნორმალური მუშაობისათვის საჭიროა რომ ეს დაბევები არ აჭარბებდეს დასაშვებ დაბევებს. ცალკეულ შემთხვევებში ნებადართულია დასაშვები დაბევებიდან  $3 \div 5\%$ -იანი გადახრა, თუ ეს დასაბუთებულია კონსტრუქციული მოსაზრებებით. ამგვარად, გაჭიმვის (კუმშვის) შემთხვევაში **მუშა დაბევების** მაქსიმალური მნიშვნელობა.

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

**ამ უტოლობას უწოდებენ სიმტკიცის პირობას.**

თუ ღეროს განივი კვეთი გვინდა შევარჩიოთ, მაშინ  $A \geq N/[\sigma]$ , ხოლო თუ გვინდა განვსაზღვროთ ღეროში აღძრული შინაგანი ძალის დასაშვები მნიშვნელობა, მაშინ  $N \leq [\sigma] \cdot A$ .

სიმტკიცის პირობების უზრუნველყოფის ამ მეთოდს უწოდებენ **დასაშვებ დაბვათა მეთოდს.**

### 2.3 ერთი აოლოთი ხისტად ჩამაგრებულ სწორ ღეროში კაბვისა და მაქსიმალური წაგრძელების განსაზღვრა

ზედა ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული ფოლადის ღერო დატვირთულია  $F=100$  კნ გამჭიმავი ძალით. განვსაზღვროთ ღეროში აღძრული მექანიკური დაძაბულობა (დაბვა) და აბსოლუტური წაგრძელება თუ ღეროს სიგრძე  $l=200$  სმ. განივი კვეთის ფართობი  $A=4$  სმ<sup>2</sup>, ხოლო მისი დრეკადობის მოდული  $E=2 \cdot 10^4$  კნ/სმ<sup>2</sup>.

გადაწყვეტა:

(2.2)-ის თანახმად

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} = \frac{F}{A} = \frac{100 \text{ კნ}}{4 \text{ სმ}^2} = 25 \frac{\text{კნ}}{\text{სმ}^2}$$

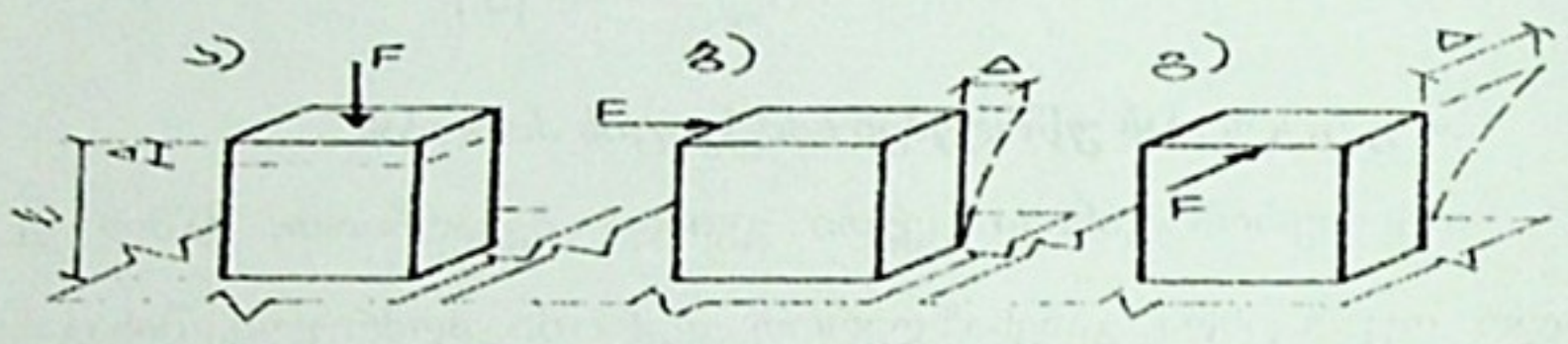
ხოლო (2.6)-ის თანახმად ღეროს აბსოლუტური წაგრძელება



$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} = \frac{100 \cdot 200}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} = 0,25 \text{ სმ} = 2,5 \text{ მმ}$$

### 3. ბრტყელ კვეთთა გეომეტრიული მახასიათებლები

განვიხილოთ ერთი ბოლოთი ჩამაგრებული ღერო და  $F$  შეყურსული ძალა ჯერ ვამოქმედოთ ისე, როგორც 17, ა ნახაზზეა ნაჩვენები, ხოლო შემდეგ ისე, როგორც 17,ბ და 17,გ ნახაზებზეა წარმოდგენილი.



ნახ.17

ა) შემთხვევაში ღერო განიცდის *კუმშვის* დეფორმაციას და ჩვენთვის ცნობილ ფორმულაში (იხ. ფორმ. 2.6)

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}$$

აბსოლუტური საზოვანი დეფორმაცია (დამოკლება) დამოკიდებულია ღეროს კვეთის ფართობზე და მნიშვნელობა არა აქვს მის მოხაზულობას, ე.ი. არა აქვს მნიშვნელობა იმას, განივი კვეთი წრეა, სწორკუთხედიანია, კვადრატია, თუ კიდევ სხვა რაიმე ბრტყელი ფიგურა.

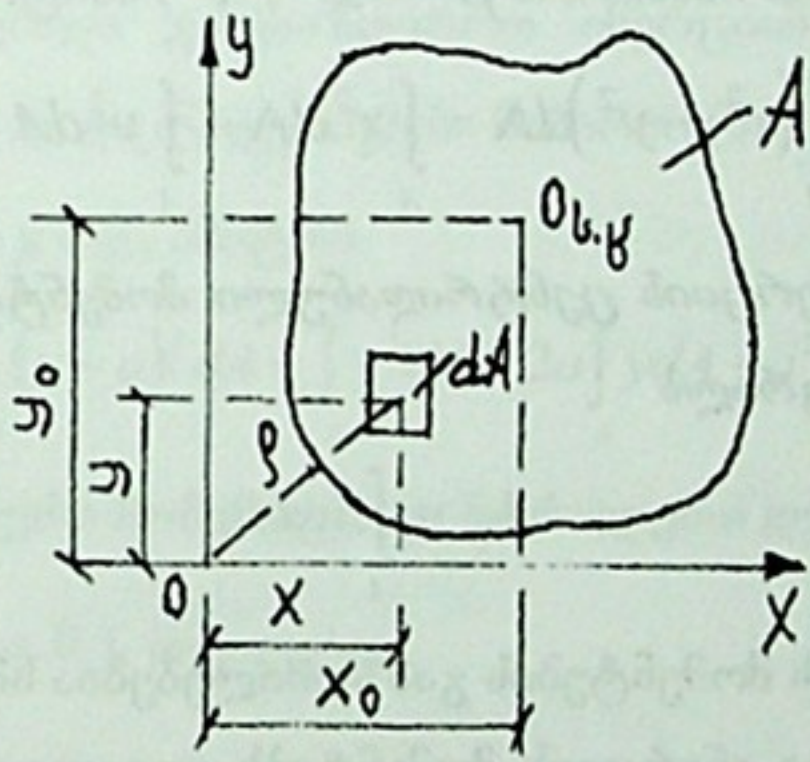
ბ) და გ) შემთხვევებში ღერო განიცდის *ღუნვის* დეფორმაციას. ადვილი მისახვედრია, რომ იგი გ) შემთხვევაში გაიღუნება გაცილებით უფრო მეტად. ე.ი. ამ დროს მნიშვნელობა აქვს არა მარტო განივი კვეთის ფართობის სიდიდეს, არამედ მის *მოხაზულობასაც (ფიგურასაც)*. აქედან გამომდინარეობს ახალი გეომეტრიული მახასიათებლების შესწავლის აუცილებლობა, რომლებიც გაითვალისწინებენ ღეროს განივი კვეთის მოხაზულობასაც. ასეთი მახასიათებლებია განივი კვეთის სტატიკური და ინერციის მომენტები.



### 3.1. ბრტყელ კვეთთა სტატიკური და ინერციის მომენტები

განვიხილოთ ნებისმიერი მოხაზულობის ბრტყელი კვეთი  $xOy$  კოორდინატთა სისტემაში (ნახ.18). გამოვყოთ ამ კვეთიდან ელემენტარული  $dA$  ფართობი.  $x, y$  და  $\rho$  წარმოადგენენ შესაბამისად ამ ელემენტარული ფართობის ცენტრის კოორდინატებს  $y$  და  $x$  ღერძებისა და  $O$  წერტილის მიმართ. ბრტყელი კვეთის (ბრტყელი ფიგურის) სტატიკური მომენტები  $x$  და  $y$  ღერძების მიმართ ეწოდება ინტეგრალებს

$$S_x = \int_A y \cdot dA, \quad S_y = \int_A x \cdot dA \quad (3.1)$$



ნახ.18

სტატიკური მომენტის განზომილება  $სმ^3$ ,  $მ^3$  და  $ა.შ$ .

თეორიული მექანიკიდან ცნობილია, რომ ნაკვეთის (ფიგურის) სიმძიმის ცენტრის  $x_0$  და  $y_0$  კოორდინატები განისაზღვრება ფორმულებით

$$x_0 = \frac{\int x dA}{A} = \frac{S_y}{A}, \quad y_0 = \frac{\int y dA}{A} = \frac{S_x}{A}, \quad (3.2)$$

საიდანაც



$$S_x = y_0 A, \quad S_y = x_0 A$$

თუ კოორდინატთა სისტემის სათავე (O წერტილი) კვეთის სიმძიმის ცენტრიშია, მაშინ  $x_0 = 0$  და  $y_0 = 0$ , ე.ი. **სტატიკური მომენტი კვეთის სიმძიმის ცენტრში გამავალი ღერძების მიმართ ნულის ტოლია.**

**კვეთის ინერციის ღერძული მომენტები  $x$  და  $y$  ღერძების მიმართ ეწოდება ინტეგრელებს**

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad (3.4)$$

**კვეთის ინერციის პოლარული მომენტი რაიმე წერტილის მიმართ ეწოდება ინტეგრალს**

$$I_p = \int_A \rho^2 dA \quad (3.5)$$

მე-18 ნახაზიდან ჩანს, რომ  $\rho^2 = x^2 + y^2$ , ამიტომ

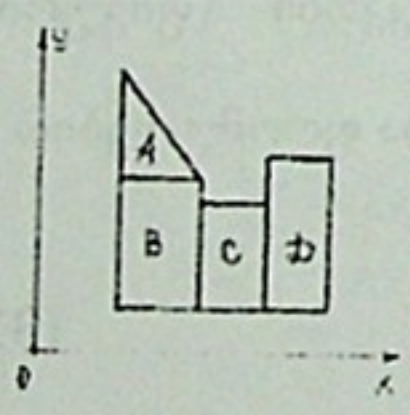
$$I_p = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_y + I_x \quad (3.6)$$

**კვეთის ინერციის ცენტრიდანული მომენტი  $x$  და  $y$  ღერძების მიმართ ეწოდება ინტეგრალს**

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad (3.7)$$

ინერციის მომენტების განზომილებებია სმ<sup>4</sup>, მ<sup>4</sup> და ა.შ.

ღერძული ინერციის მომენტებს ყოველთვის დადებითი ნიშანი აქვთ, ხოლო ცენტრიდანულს - შეიძლება ჰქონდეს როგორც დადებითი, ისე უარყოფითი ნიშანი.



როგორც ინტეგრალური აღრიცხვიდან ცნობილია, ინტეგრალი ფართობის მისეღვით ტოლია ამ ფართობის შემადგენელი ცალკეული ნაწილების ინტეგრალების ჯამისა. ამიტომ რთული ნაკვეთის (რთული ფიგურის) ინერციის



განვიხილოთ როგორც შემადგენელ მარტივ ნაკვეთთა ინერციის მომენტების ჯამი იმავე ღერძის მიმართ (იხ. ნახ. 19)

$$I_x = I_x^A + I_x^B + I_x^C + I_x^D \quad (3.8)$$

### 3.2. ინერციის მომენტების ცვლილება ღერძების პარალელურად გადატანისას

ღერძებს, რომლებიც გადიან ნაკვეთის სიმძიმის ცენტრში, ეწოდებათ ცენტრალური ღერძები. ვთქვათ, ცნობილია ინერციის მომენტები ამ ღერძების მიმართ და გვინდა განვსაზღვროთ ინერციის მომენტები ამ ღერძების პარალელური  $o\bar{x}$  და  $o\bar{y}$  ღერძების მიმართ (ნახ.20). ნახაზიდან ჩანს, რომ  $\bar{x} = x + b$  და  $\bar{y} = y + a$ , ამიტომ

$$I_{\bar{y}} = \int_A \bar{y}^2 dA = \int_A (y + a)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2a \int_A y dA + a^2 \int_A dA \quad (3.9)$$

ვინაიდან სტატიკური მომენტები ცენტრალური ღერძების მიმართ ნულის ტოლია (ე.ი.  $\int_A y dA = 0$ ), მივიღებთ

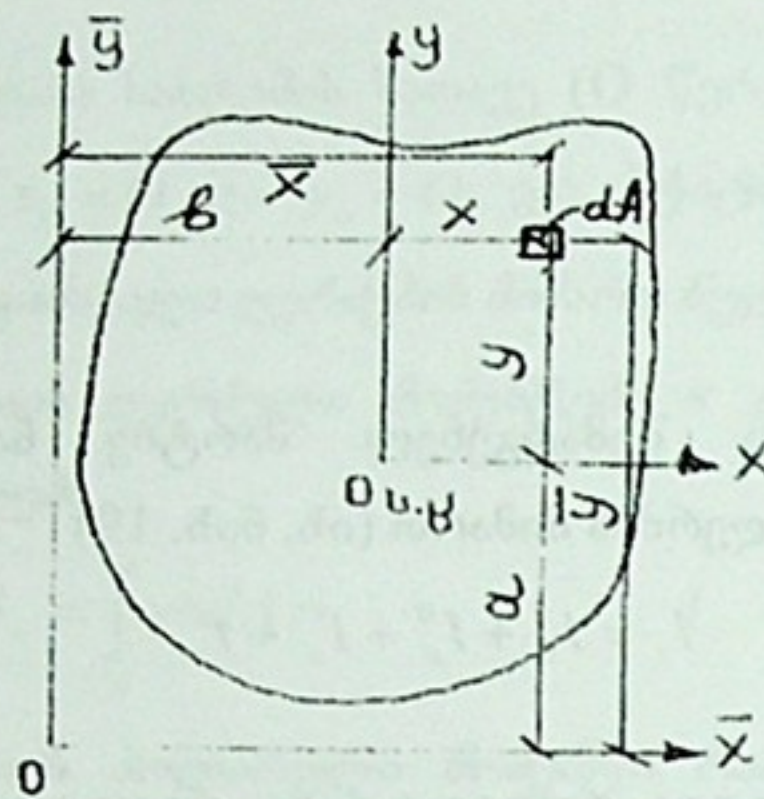
$$I_{\bar{y}} = I_y + a^2 A \quad (3.10)$$

ანალოგიურად

$$I_{\bar{x}} = I_x + b^2 A \quad (3.11)$$

ინერციის ცენტრიდანული მომენტი





ნახ.20

$$\begin{aligned}
 I_{x\bar{y}} &= \int_A \bar{x}\bar{y}dA = \int_A (x+b)(y+a)dA = \\
 &= \int_A (xy + by + ax + ba)dA = I_{xy} + 0 + 0 + abA = \\
 &= I_{xy} + abA \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

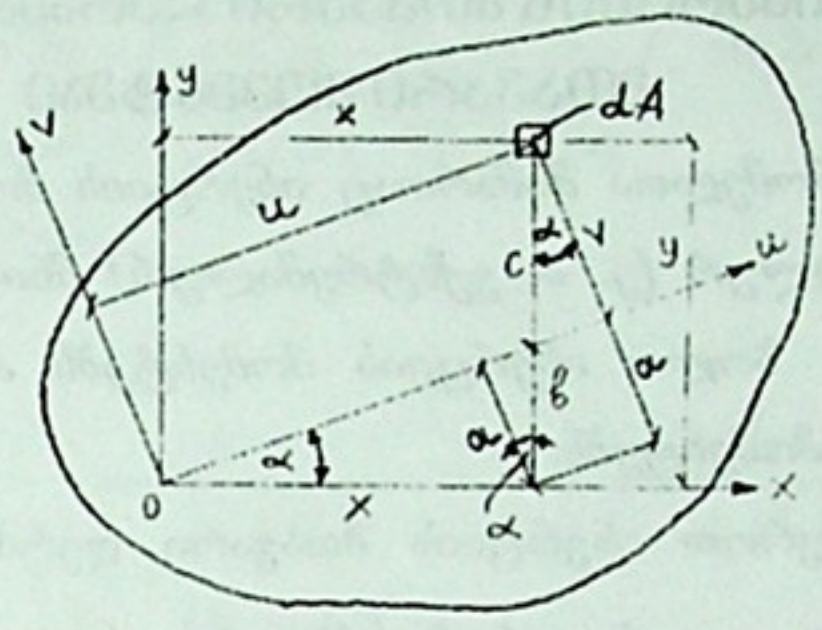
აქვე აღვნიშნოთ, რომ  $I_x$ ,  $I_y$  და  $I_{xy}$  მომენტებს უწოდებენ ინერციის ცენტრალურ მომენტებს.

### 3.3. ინერციის მომენტების ცვლილება ღერძების მობრუნებისას

ვთქვათ, ჩვენთვის ცნობილია  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{xy}$  მომენტები და გვსურს განვსაზღვროთ ინერციის მომენტები ახალი  $uov$  სისტემის მიმართ, რომელიც მობრუნებულია  $xoy$  სისტემის მიმართ რაიმე  $\alpha$  კუთხით (ნახ. 21).

ნახაზიდან ჩანს, რომ  $v + a = y \cos \alpha$ , ხოლო  $u = x \sin \alpha$ ; ამიტომ





ნახ.21

$v + x \sin \alpha = y \cos \alpha$ , საიდანაც

$$v = y \cos \alpha - x \sin \alpha \quad (3.13)$$

ნახაზიდან ჩანს აგრეთვე, რომ

$$u = x \cdot \cos \alpha + y \sin \alpha \quad (3.14)$$

ინერციის ღერძული მომენტი  $I_u$  ღერძის მიმართ იქნება

$$\begin{aligned} I_u &= \int_A v^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \int_A (y^2 \cos^2 \alpha - 2xy \sin \alpha \cos \alpha + x^2 \sin^2 \alpha) dA = \\ &= I_x \cos^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha + I_y \sin^2 \alpha \end{aligned} \quad (3.15)$$

ანალოგიურად მივიღებთ

$$I_v = I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha + I_x \sin^2 \alpha \quad (3.16)$$

$I_u$  და  $I_v$  -ს შეკრებით მიიღება

$$I_u + I_v = I_x + I_y = const \quad (3.17)$$

მიღებული ფორმულებიდან ჩანს, რომ  $I_u$  და  $I_v$  -ს სიდიდეები დამოკიდებულია  $\alpha$  კუთხეზე. ცხადია, იარსებებს ისეთი  $\alpha_0$ , რომლისთვისაც ერთ-ერთი ინერციის მომენტი იქნება მაქსიმალური სიდიდის. ამ დროს მეორე უნდა იყოს მინიმალური, რადგანაც  $I_u + I_v = const$ .



ღერძებს, რომელთა მიმართაც ინერციის მომენტები იღებენ მაქსიმალურ და მინიმალურ (ე. ი. ექსტრემალურ) მნიშვნელობებს, უწოდებენ მთავარ ღერძებს, ხოლო ინერციის მომენტებს ამ ღერძების მიმართ - ინერციის მთავარ მომენტებს.

განვსაზღვროთ ინერციის მთავარი ღერძების ძებნა; ე.ი. ვიპოვოთ ისეთი  $\alpha_0$  კუთხე, რომლისთვისაც  $I_n$ -ს ექნება ექსტრემალური მნიშვნელობა. ამიტომ (3.15) გავაწარმოთ  $\alpha$ -თი და გავუტოლოთ ნულს

$$\begin{aligned} \frac{dI_n}{d\alpha} &= \frac{d}{d\alpha}(I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha) = \\ &= -I_x \cdot 2 \cdot \cos \alpha \sin \alpha + I_y \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha - I_{xy} \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha = \\ &= -I_x \sin 2\alpha + I_y \sin 2\alpha - 2I_{xy} \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\text{ე.ი.} \quad \left( \frac{dI_n}{d\alpha} \right)_{\alpha=\alpha_0} = (I_y - I_x) \sin 2\alpha_0 - I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0 \quad (3.19)$$

გავყოთ ეს უკანასკნელი  $(I_y - I_x) \cos 2\alpha_0$ -ზე, მივიღებთ

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x} \quad (3.20)$$

თუ  $\alpha_0 = 0$ , ე.ი.  $ox$  და  $oy$  მთავარი ღერძებია, მაშინ (3.20)-ის თანახმად  $I_{xy} = 0$ . გამოდის, რომ მთავარი ღერძების მიმართ ინერციის ცენტრიდანული მომენტი ნულის ტოლია.

ვინაიდან  $\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg}(180^\circ + 2\alpha)$ , ამიტომ (3.20) სამართლიანია  $\alpha_0$ -ის ორი მნიშვნელობისათვის: როდესაც  $\alpha_1 = \alpha_0$  და როდესაც  $\alpha_2 = \alpha_0 + 90^\circ$ ; აქედან ჩანს, რომ ინერციის მთავარი ღერძები ურთიერთმართობულია და თუ ერთ-ერთი ღერძის მიმართ ინერციის მომენტს აქვს მაქსიმალური სიდიდე, მეორე ღერძის მიმართ იგი მინიმალური სიდიდისა იქნება.

(3.15) და (3.16) ფორმულები შეიძლება გარდავქმნათ ისე, რომ ისინი შეიცავდნენ მხოლოდ ინერციის მომენტებს



$$\begin{aligned}
 I_u - I_v &= I_x \cos^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_y \cos^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha - I_x \sin^2 \alpha = \\
 &= I_x (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - I_y (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - 2I_{xy} \sin 2\alpha = \\
 &= (I_x - I_y) \cos 2\alpha - 2I_{xy} \sin 2\alpha
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

ვინაიდან

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \frac{4I_{xy}^2}{(I_y - I_x)^2}}} = \frac{I_y - I_x}{\pm \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}};$$

ხოლო

$$\sin 2\alpha = \operatorname{tg} 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \frac{I_y - I_x}{\pm \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}},$$

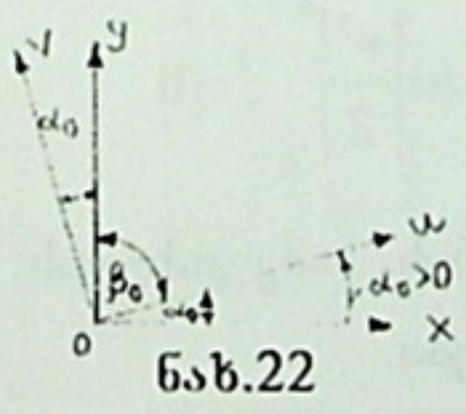
(3.21) მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned}
 I_u - I_v &= (I_x - I_y) \frac{I_y - I_x}{\pm \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}} - 2I_{xy} \frac{2I_{xy}}{\pm \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}} = \\
 &= \frac{-|(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2|}{\pm \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}} = \pm \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

(3.17) და (3.22) განტოლებებიდან შედგენილი სისტემის ამოხსნა გვაძლევს

$$I_{u,v} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2} \tag{3.23}$$

ამ შედეგებიდან აბსოლუტური სიდიდით მეტს ვუწოდებთ  $I_{\max}$ , ხოლო ნაკლებს -  $I_{\min}$ .



თუ (3.20) ფორმულით განსაზღვრული  $\alpha_0$  კუთხე დადებითია, იგი უნდა გადაიზომოს  $ox$  ღერძიდან საათის ისრის მოძრაობის საწინააღმდეგო მიმართულებით. წინააღმდეგ შემთხვევაში - საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით (ნახ.22). მთავარი

$ou$  და  $ov$  ღერძებიდან ერთ-ერთი შეესაბამება  $I_{\max}$ , ხოლო მეორე -  $I_{\min}$ -ს.

$I_{\max}$ -ის შესაბამისი ღერძი ყოველთვის ადგენს უფრო მცირე კუთხეს  $xoy$



სისტემის იმ ღერძთან, რომლის მიმართაც ინერციის მომენტის მნიშვნელობა უფრო დიდია. ასე მაგალითად (იხ. ნახ.22), თუ  $I_{\alpha} > I_{\beta}$ , მაშინ  $I_{\max}$ -ის შესაბამისი ღერძია  $OX$ , რადგანაც  $\alpha_0 < \beta_0$ -ზე.

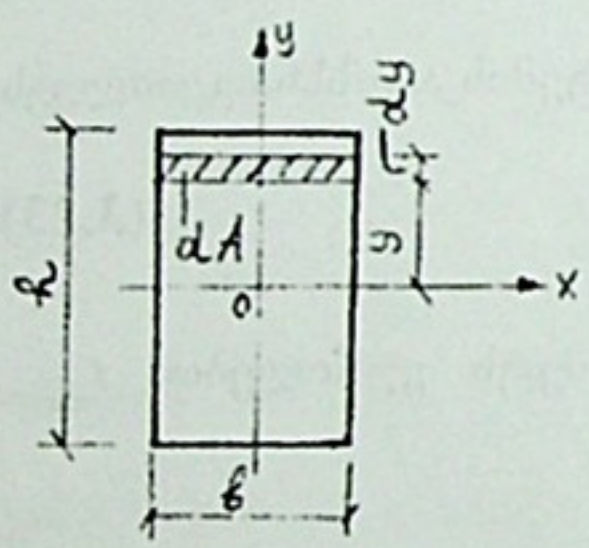
შემოვიღოთ ინერციის რადიუსის ცნება. ინერციის რადიუსები ეწოდებათ კვეთის წრფივ მახასიათებლებს, რომლებიც განისაზღვრებიან ფორმულებით:

$$i_x = \pm \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad i_y = \pm \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad i_{\max} = \pm \sqrt{\frac{I_{\max}}{A}}, \quad i_{\min} = \pm \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}, \quad (3.24)$$

მაქსიმალურ და მინიმალურ რადიუსებს უწოდებენ მთავარ რადიუსებს.

### 3.5 მარტივი ბრტყელი კვეთების ინერციის მომენტების განსაზღვრა

განვსაზღვროთ სწორკუთხედის ფორმის მქონე კვეთის (ნახ.23) ინერციის ღერძული და ცენტრიდანული მომენტები ცენტრალური  $Ox$  და  $Oy$  ღერძების მიმართ. ნახაზიდან ჩანს, რომ  $dA = hdy$ , ამიტომ



$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2} h y^2 dy = h \left[ \frac{y^3}{3} \right]_{-h/2}^{h/2} = \frac{bh^3}{12} \quad (3.25)$$

ანალოგიურად მიიღება

$$I_y = \frac{hb^3}{12} \quad (3.26)$$

ინერციის ცენტრიდანული მომენტი

$$I_{xy} = \int_A xy dA = \int_{-h/2}^{h/2} bxy dy = bx \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{-h/2}^{h/2} = 0$$

ნახ.23

ანალოგიურად განისაზღვრებიან წრის, ნახევარწრის, სამკუთხედის და სხვა მარტივი ფიგურების ინერციის ღერძული მომენტები.



### 3.6 რთული ფიგურის გეომეტრიული მახასიათებლების განსაზღვრა



საჭიროა განისაზღვროს რთული ფიგურის ინერციის მთავარი  $i_{\max}$  და  $i_{\min}$  რადიუსები. რთული ფიგურა წარმოადგენს ფოლადის ზოლისა და შველერისაგან შედგენილი ღეროს განივ კვეთს (ნახ.24). ფოლადის ზოლის (I ფიგურა) განივი კვეთის ზომებია:  $h_1 = 20$  სმ,  $b_1 = 1$  სმ ე.ი. მისი განივი კვეთის ფართობი  $A_1 = b_1 h_1 = 1 \cdot 20 = 20$  სმ<sup>2</sup>; №10 შველერის (II ფიგურა) განივი კვეთის ფართობს და  $z_0$  მანძილს (სიმძიმის ცენტრის ერთ-ერთ კოორდინატს) ვიღებთ ე.წ. სორტამენტის ცხრილიდან (იხ. დანართი, ცხრილი 3), რომლის თანახმადაც  $A_2 = 10,9$  სმ<sup>2</sup>,  $z_0 = 1,44$  სმ. 28 ნახაზის მიხედვით  $x_1 = 0,5$  სმ;  $y_1 = 10$  სმ;  $x_2 = 6$  სმ;  $y_2 = 18,56$  სმ.

მთელი ფიგურის ფართობი

$$A = A_1 + A_2 = 20 + 10,9 = 30,9 \text{ სმ}^2$$

სტატიკური მომენტები  $o x'$  და  $o y'$  ღერძების მიმართ (იხ. (3.3) ფორმულები):

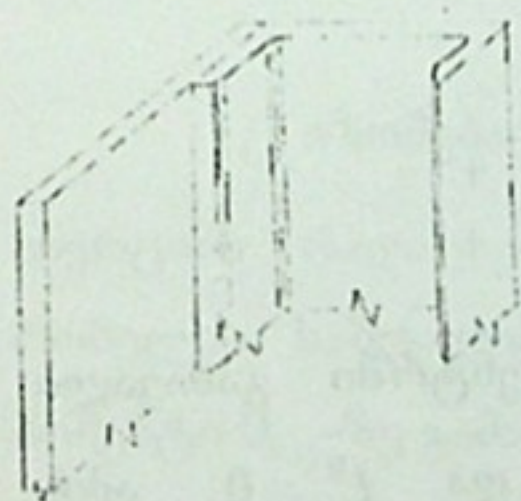
$$S_{x'} = S_{x'}^I + S_{x'}^{II} = A_1 y_1 + A_2 y_2 = 20 \cdot 10 + 10,9 \cdot 18,56 = 402,3 \text{ სმ}^3$$

$$S_{y'} = S_{y'}^I + S_{y'}^{II} = A_1 x_1 + A_2 x_2 = 20 \cdot 0,5 + 10,9 \cdot 6 = 75,4 \text{ სმ}^3$$

რთული ფიგურის სიმძიმის ცენტრის  $x_0$  და  $y_0$  კოორდინატები (იხ. (3.2) ფორმულები):

$$x_0 = \frac{S_{y'}}{A} = \frac{75,4}{30,9} = 2,44 \text{ სმ};$$

$$y_0 = \frac{S_{x'}}{A} = \frac{402,3}{30,9} = 13 \text{ სმ};$$



ნახ.24





როული ფიგურის სიმძიმის ცენტრის  $x_0$  და  $y_0$  კოორდინატების გამოთვლის სისწორეს ვამოწმებთ იმ პირობით, რომ სტატიკური მომენტი კვეთის სიმძიმის ცენტრში გამავალი ღერძების მიმართ ნულის ტოლია, ე.ი.

$$S_{x_0} = A_1 C_1 + A_2 C_2 = 0 \quad \text{და} \quad S_{y_0} = A_1 D_1 + A_2 D_2 = 0$$

სადაც

$$C_1 = y_1 - y_0 = 10 - 13 = -3 \text{ სმ}; \quad C_2 = y_2 - y_0 = 18,56 - 13 = 5,56 \text{ სმ};$$

$$D_1 = x_1 - x_0 = 0,5 - 2,44 = -1,94 \text{ სმ}; \quad D_2 = x_2 - x_0 = 6 - 2,44 = 3,56 \text{ სმ};$$

ე.ი.

$$S_{x_0} = 20(-3) + 10,9 \cdot 5,56 = -60 + 60,6 = 0,6 \approx 0,$$

$$S_{y_0} = 20(-1,94) + 10,9 \cdot 3,56 = -38,8 + 38,8 = 0$$

განვსაზღვროთ როული ფიგურის ინერციის ღერძული და ცენტრიდანული მომენტები  $x_0$  და  $y_0$  ღერძების მიმართ. ამიტომ ჯერ განვსაზღვროთ ცალკეული ფიგურის ინერციის ღერძული მომენტები მათი სიმძიმის ცენტრში გამავალი ღერძების მიმართ. (3.25) და (3.26) ფორმულების თანახმად

$$I_x^I = \frac{h_1 h_1^3}{12} = \frac{1 \cdot 20^3}{12} = 666 \text{ სმ}^4; \quad I_y^I = \frac{h_1^3 h_1}{12} = \frac{20 \cdot 1^3}{12} = 1,67 \text{ სმ}^4;$$

$I_x^{II}$  და  $I_y^{II}$  მომენტების განსაზღვრისათვის ისევ მივმართავთ დანართის მე-3 ცხრილს, რომლის მიხედვითაც  $I_x^{II} = 20,4 \text{ სმ}^4$  და  $I_y^{II} = 174 \text{ სმ}^4$ .

(3.10) და (3.11) ფორმულების თანახმად

$$I_{x_0} = (I_x^I + A_1 C_1^2) + (I_x^{II} + A_2 C_2^2) = [666 + 20(-0,3)^2 + [20,4 + 10,9 \cdot 5,56^2] = 846 + 340 = 1186 \text{ სმ}^4$$

$$I_{y_0} = (I_y^I + A_1 D_1^2) + (I_y^{II} + A_2 D_2^2) = [1,67 + 20(-1,94)^2 + [174 + 10,9 \cdot 3,56^2] = 76,67 + 313 = 389,67 \text{ სმ}^4$$

ვინაიდან თითოეული ფიგურის სიმძიმის ცენტრში გამავალი ღერძები მთავარი ღერძებიცაა, ამიტომ  $I_{x_0}^I = 0$  და  $I_{y_0}^I = 0$ . ამის გათვალისწინებით და (3.12) - ის თანახმად გვექნება:

$$I_{x_0 y_0} = (I_{x_0 y_0}^I + A_1 C_1 D_1) + (I_{x_0 y_0}^{II} + A_2 C_2 D_2) = [0 + 20(-3)(-1,94)] + [0 + 10,9 \cdot 5,56 \cdot 3,56] = 117 + 216 = 333 \text{ სმ}^4$$



$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{x_0 y_0}}{I_{y_0} - I_{x_0}} = \frac{2 \cdot 333}{389,67 - 1186} = \frac{666}{-796,3} = -0,838$$

დანართის მე-4 ცხრილის თანახმად  $2\alpha_0 = -40^\circ$ ; ე.ი.  $\alpha_0 = -20^\circ$ .

რადგან  $\alpha < 0$ , ამიტომ კუთხის გადაზომვისას ვახდენთ  $x_0$  ღერძიდან საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით.

განვსაზღვროთ  $I_{\max}$  და  $I_{\min}$  (3.23)-ის მიხედვით:

$$\begin{aligned} I_{\max/\min} &= \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} \pm \sqrt{(I_{y_0} - I_{x_0})^2 + 4I_{x_0 y_0}^2} = \\ &= \frac{1186 + 389,67}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(389,67 - 1186)^2 + 4 \cdot 333^2} = 787,8 \pm 515; \end{aligned}$$

$$I_{\max} = 1302,8 \text{ სმ}^4; \quad I_{\min} = 272,8 \text{ სმ}^4$$

მიღებულ შედეგებს ვამოწმებთ პირობით

$$\begin{aligned} I_{\max} + I_{\min} &= I_{x_0} + I_{y_0} \\ 1302,8 + 272,8 &= 1186 + 389,67 \\ 1575,6 &\approx 1575,67. \end{aligned}$$

ვინაიდან  $I_{x_0} > I_{y_0}$  -ზე, ამიტომ  $I_{\max} = I_u$  და  $I_{\min} = I_v$ . ინერციის რადიუსები

$$\begin{aligned} i_u &= \pm \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \pm \sqrt{\frac{1302,8}{30,9}} = \pm 6,5 \text{ სმ}; \\ i_v &= \pm \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \pm \sqrt{\frac{272,8}{30,9}} = \pm 2,97 \text{ სმ}. \end{aligned}$$

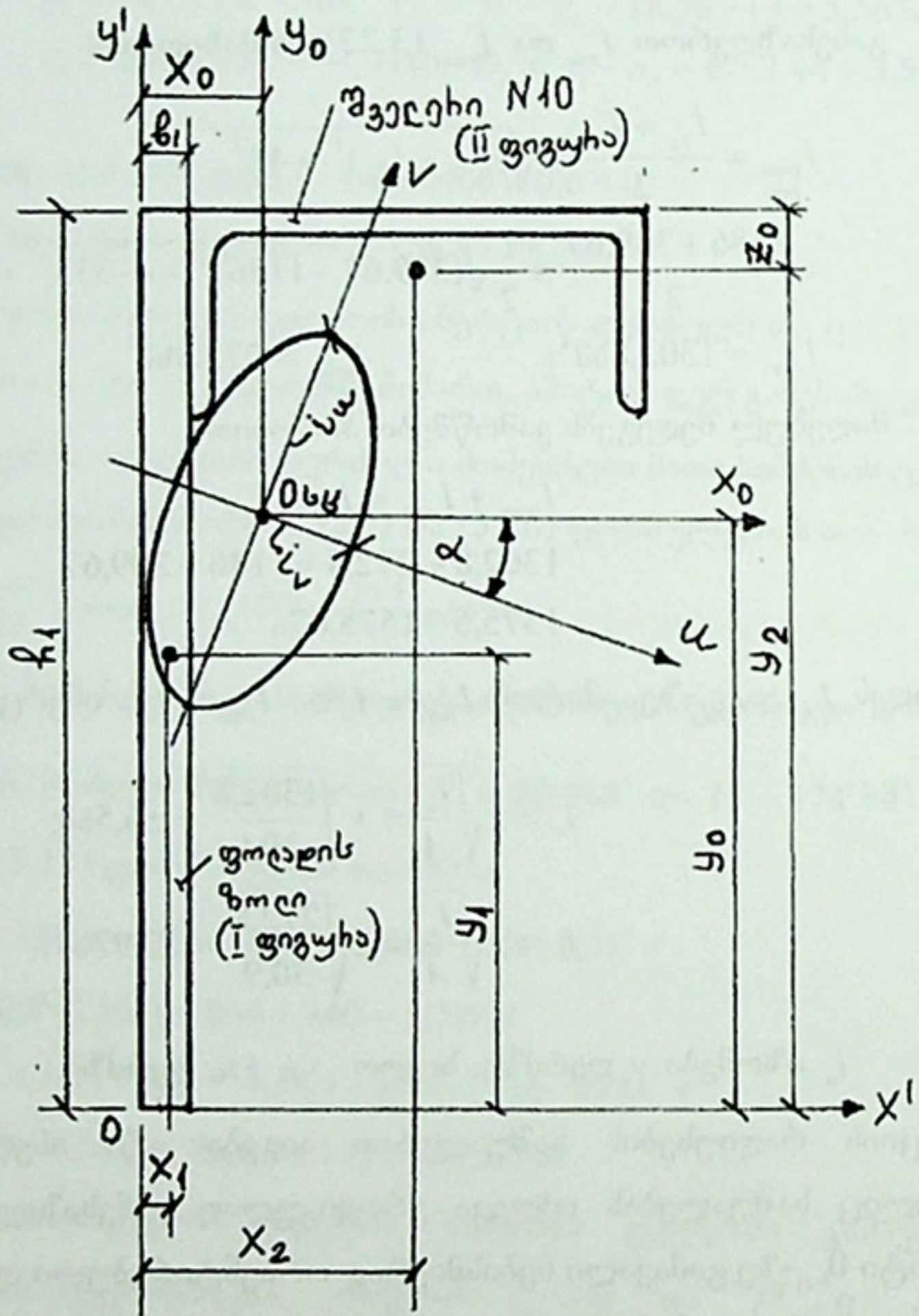
$i_u$  იზომება  $v$  ღერძზე, ხოლო  $i_v$  -  $u$  ღერძზე.

ინერციის რადიუსების საშუალებით აიგება ე.წ. ინერციის ელიფსი, რომელიც საშუალებას იძლევა გრაფიკულად განვსაზღვროთ ინერციის მომენტი  $O_{x_0}$  -ზე გამავალი ნებისმიერად ორიენტირებული ღერძის მიმართ.

თუ ინერციის მომენტები ორი მთავარი ღერძის მიმართ ერთმანეთის ტოლია, ინერციის ელიფსი გადაიქცევა წრედ. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ



ამგვარი კვეთისათვის ყველა ღერძი მთავარი ღერძია. ასეთი კვეთებია, მაგალითად, წრე და რგოლი.



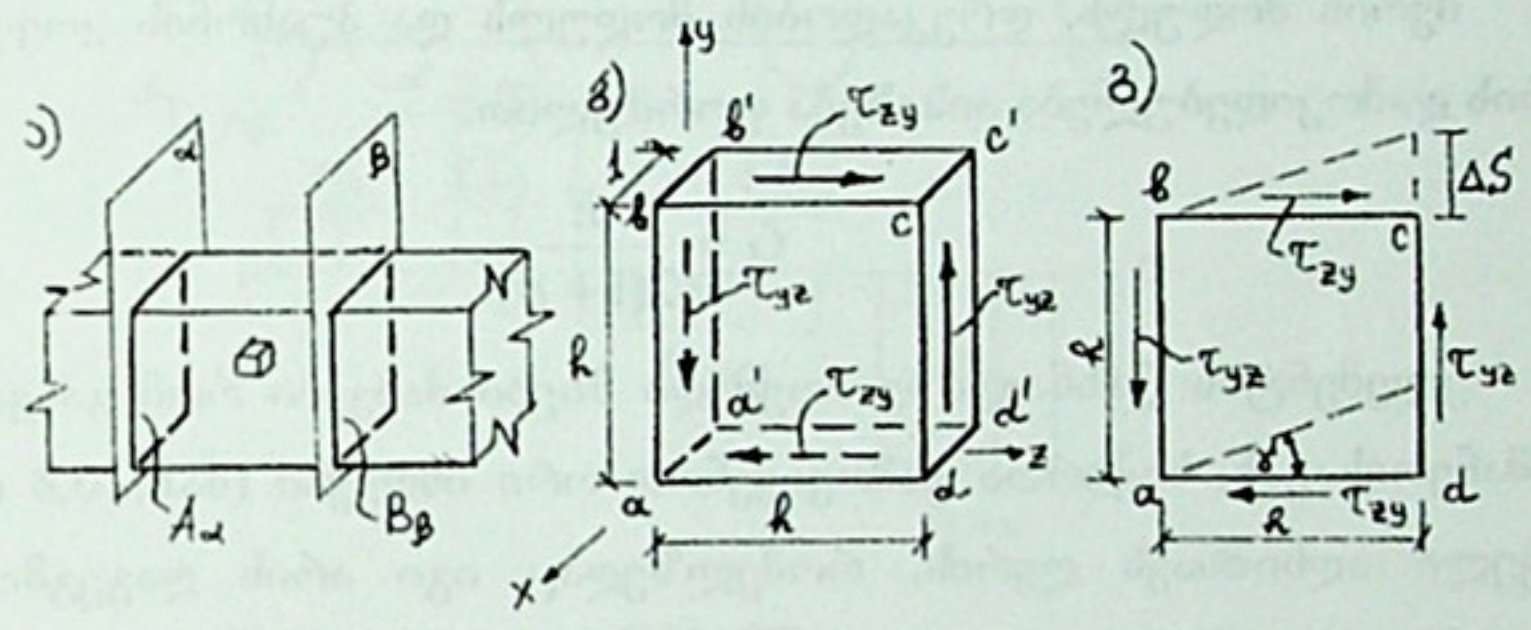
ნახ.25



### 4. ძვრა

#### 4.1 ძაბვისა და დეფორმაციის განსაზღვრა ძვრისას. კუბის კანონი

როგორც ეს უკვე იყო აღნიშნული, ძვრის დეფორმაციას განიცდის ღერო, თუ მისი ნებისმიერი ორი განივი კვეთი ( $A_a$  და  $B_b$ ) ერთმანეთის მიმართ საწინააღმდეგო მიმართულებით გადაადგილდება ისე, რომ მათ შორის მანძილი არ იცვლება. ღეროში ასეთი სახის დეფორმაციებს იწვევს მის განივ კვეთებში აღძრული განივი ძალები, რომლებიც იწვევენ მხებ ძაბვებს.



ნახ.26

გამოვეთ ღეროს სიღრმეში მართკუთხა პარალელეპიპედი (ნახ. 26,ა) რომლის წიბოები  $ab = bc = cd = da = a'b' = b'c' = c'd' = d'a' = h$ , ხოლო წიბოები  $aa' = bb' = cc' = dd' = l$  (ერთეულის ტოლია) (ნახ.26,ბ). თუ ამ პარალელეპიპედის იმ სიბრტყეებზე, რომლებიც განივი კვეთის პარალელურნი არიან, აღიძვრებიან მხოლოდ მხები ძაბვები, მაშინ ადგილი აქვს ე.წ. სუფთა ძვრას. ეს მხები ძაბვები ცდილობენ  $abcd$  კვადრატი გადააქციონ რომბად (ნახ.26,გ).  $\Delta S$  მანძილს უწოდებენ **აბსოლუტურ ძვრას**, ხოლო  $\Delta S / h$ , ეწოდება **ძვრის ფართობითი დეფორმაცია**. 26,გ ნახაზიდან ჩანს რომ

$$\text{tg } \gamma = \frac{\Delta S}{h} \tag{4.1}$$

ვინაიდან  $\gamma$  კუთხე ძალიან მცირეა, ამიტომ შეგვიძლია დავუშვათ, რომ  $\text{tg } \gamma \approx \gamma$  და ამიტომ



$$\gamma = \frac{\Delta S}{h} = \epsilon_{\text{კვ}}$$

ე.ი. ძვრის ფარდობითი დეფორმაცია ანუ, უბრალოდ, ძვრის დეფორმაცია ძვრის კუთხის ტოლია.

ჰუკის კანონს ძვრის შემთხვევაში აქვს სახე:

$$\tau = \gamma G \quad (4.3)$$

რომელიც ჰუკის კანონის ანალოგიურია გაჭიმვის (კუმშვის) შემთხვევაში ( $\sigma = E \epsilon$ ).  $G$  სიდიდეს უწოდებენ ძვრის მოდულს. ძვრის მოდულები ცალკეული მასალის მიხედვით ცნობარებშია წარმოდგენილი.

ძვრის მოდულს, დრეკადობის მოდულს და ჰუკის კანონის კოეფიციენტს შორის დამოკიდებულება აისახება ფორმულით:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (4.4)$$

ელემენტის წახნაგებზე მოქმედი მხები ძაბვები რომ განვასხვაოთ ერთმანეთისაგან, საჭიროა გამოვიყენოთ ორი ინდექსი (ნახ.26.ბ და 26.გ): პირველი აღნიშნავს ღერძს, რომელზედაც იგი არის დაგეგმარებული, ხოლო მეორე - იმ სიბრტყის ნორმალს, რომელზედაც იგი მოქმედებს.

დავწეროთ  $\sum m_x = 0$  წონასწორობის პირობა 26.ბ ნახაზის მიხედვით:

$$\sum m_x = \tau_{xy} \cdot h \cdot 1 \cdot h - \tau_{yx} \cdot h \cdot 1 \cdot h = 0 \quad (4.5)$$

საიდანაც მიიღება, რომ

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (4.6)$$

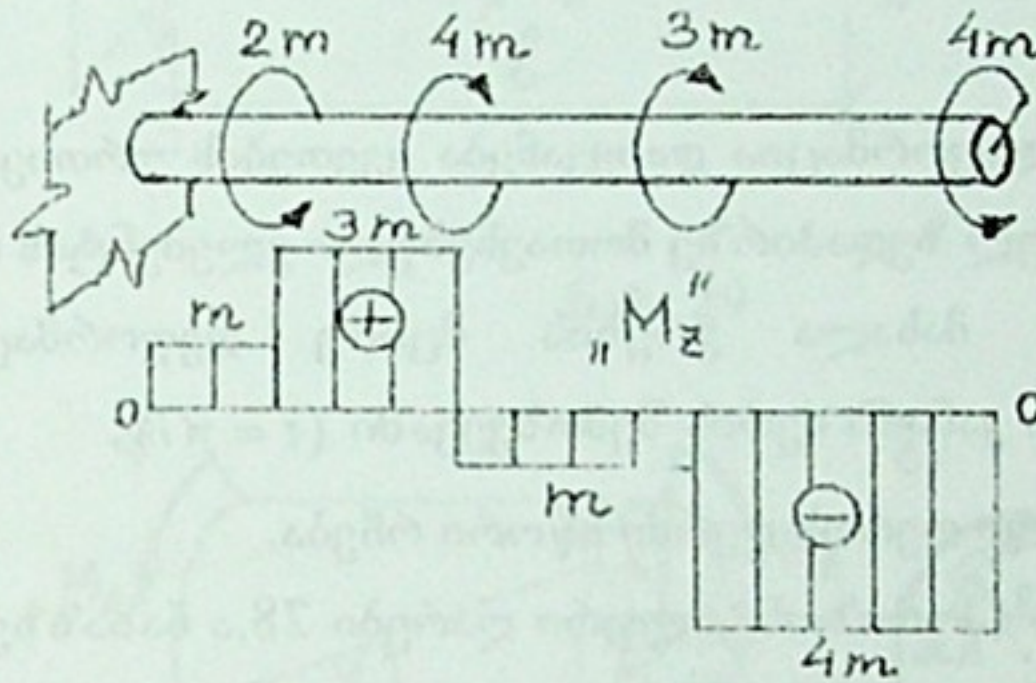
ამ გამოსახულებას უწოდებენ მხები ძაბვების წყვილადობის კანონს. რომლის თანახმადაც ორ ურთიერთმართობ კვეთზე მოქმედი მხები ძაბვები სიდიდით ტოლია და მიმართულნი არიან ან საერთო წიბოსკენ, ან საერთო წიბოდან.



## 5. ბრუნვა

### 5.1 ბრუნის დეფორმაციის ზოგადი ცნებები

როგორც ადრე იყო აღნიშნული, ღეროს გრძელს იწვევს მომენტი, რომელიც აღიძვრება ღეროს გრძივი ღერძის მართობულ სიბრტყეში (ნახ.9,დ). იგი რიცხობრივად ტოლია კვეთის ცალ მხარეზე მოქმედი ყველა ძალის მომენტების ჯამისა ღეროს გრძივი ღერძის მიმართ. შეიძლება შევთანხმდეთ მგრეხავი მომენტის ნიშნის განსაზღვრის წესზე: მგრეხავი მომენტი ითვლება დადებითად, თუ იგი ღეროს განსახილველ ნაწილს საათის



**ნახ.27**

ისრის მოძრაობის მიმართულებით აბრუნებს იმ დამკვირვებლისათვის, რომელიც განივ კვეთს მისი გარე ნორმალის მხრიდან უყურებს. ამგვარი წესით არის აგებული ეპიურა (გრაფიკული გამოსახვა) 27-ე ნახაზზე და აღნიშნულია „ $M_z$ “ სიმბოლოთი.

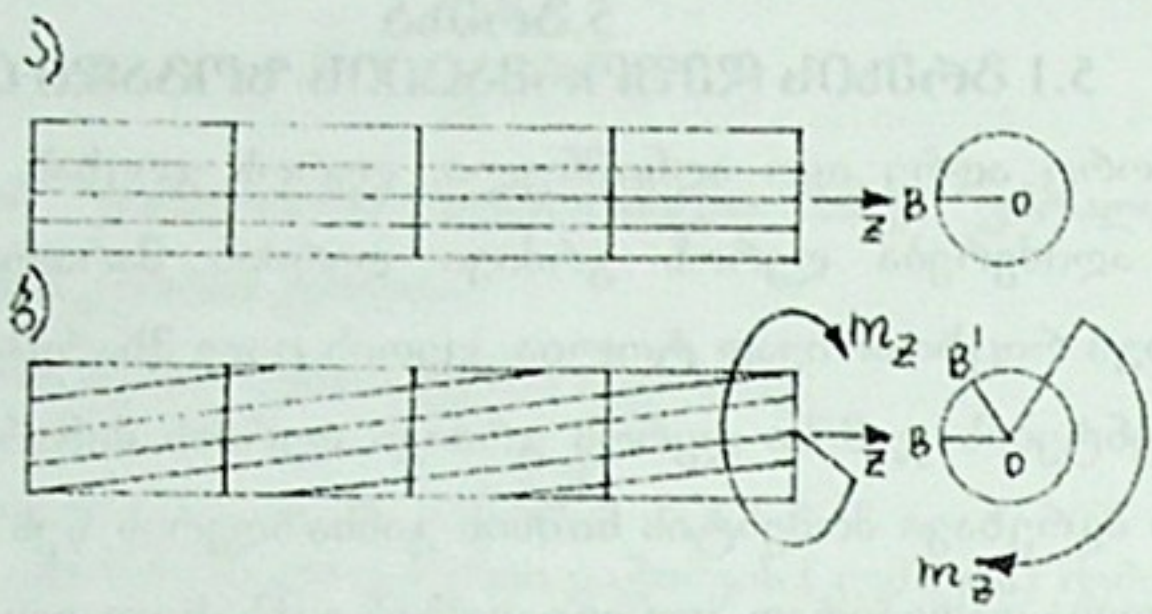
*გრეხაზე მომუშავე ღეროს ლილვი ეწოდება.* ლილვების განივი კვეთები უმეტეს შემთხვევაში წრიულია.

თუ წრიული ღეროს გარე ზედაპირზე წინასწარ დავიტანთ ღერძის სისტემას (ნახ. 28,ა), მაშინ გრეხაზე ჩატარებული ცდები (ექსპერიმენტები) გვიჩვენებს, რომ:

1. განივი კვეთები ბრტყელი რჩება და მანძილი მათ შორის არ იცვლება ( $\epsilon_r = 0$ ).

2. განივი კვეთების კონტურები არ იცვლება.





ნახ.28

3. გრეხის დეფორმაცია დაიყვანება კვეთების ურთიერთობრუნებაზე, ანუ ცილინდრულ ზედაპირზე მოთავსებული ელემენტის ძვრაზე.
  4. ღეროს მასალა გრეხის მცირე დეფორმაციების დროს ემორჩილება ჰუკის კანონს ძვრის შემთხვევაში ( $\tau = \gamma r$ ).
  5. დაგრეხილი ღეროს ღერძი სწორი რჩება.
  6. მსახველი (პორიზონტალური ღერძი 28,ა ნახაზზე) ხრახნწირის (სპირალის) ფორმას იღებს (ნახ. 28,ბ).
  7. ღეროს სიგრძე რჩება უცვლელი.
- კვეთის მობრუნების  $\varphi$  კუთხეს გრეხის კუთხე ეწოდება, ხოლო  $\gamma$  კუთხე, როგორც ვიციით, ძვრის კუთხეა (ნახ.29).

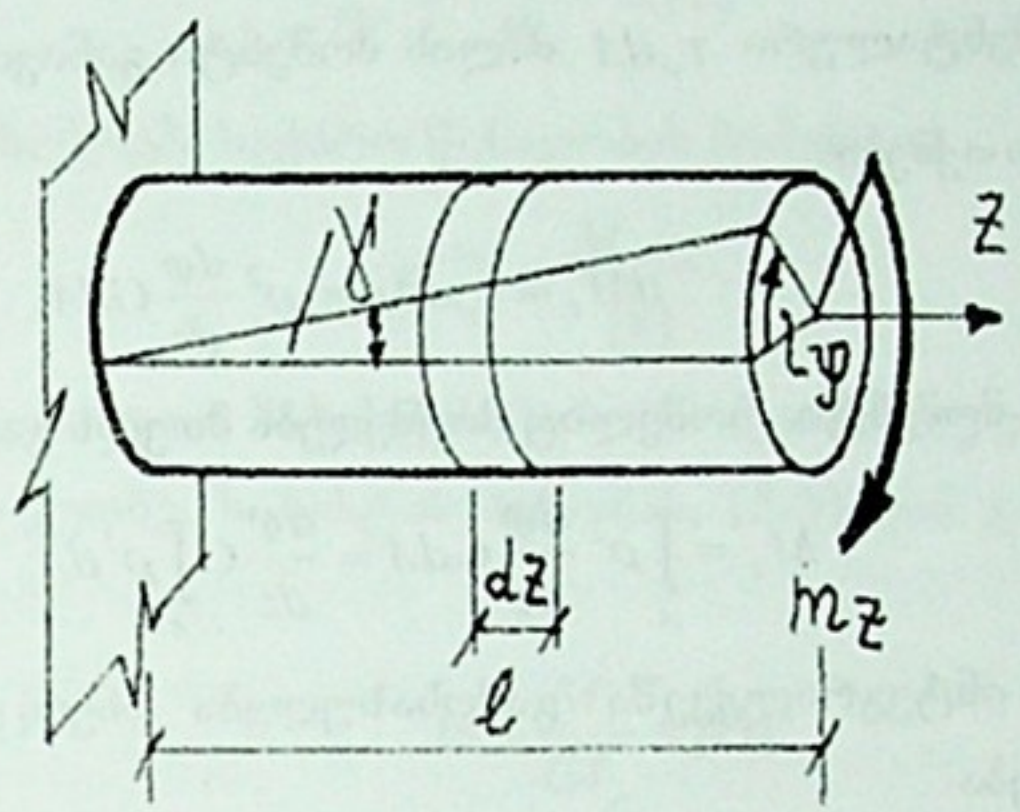
### 5.2 წრიული განივი კვეთის მქონე ღეროს ბრუნა

ორი მეზობელი განივი კვეთების საშუალებით ღეროდან ამოვჭრათ  $dz$  სიგრძის ელემენტი (ნახ. 29).

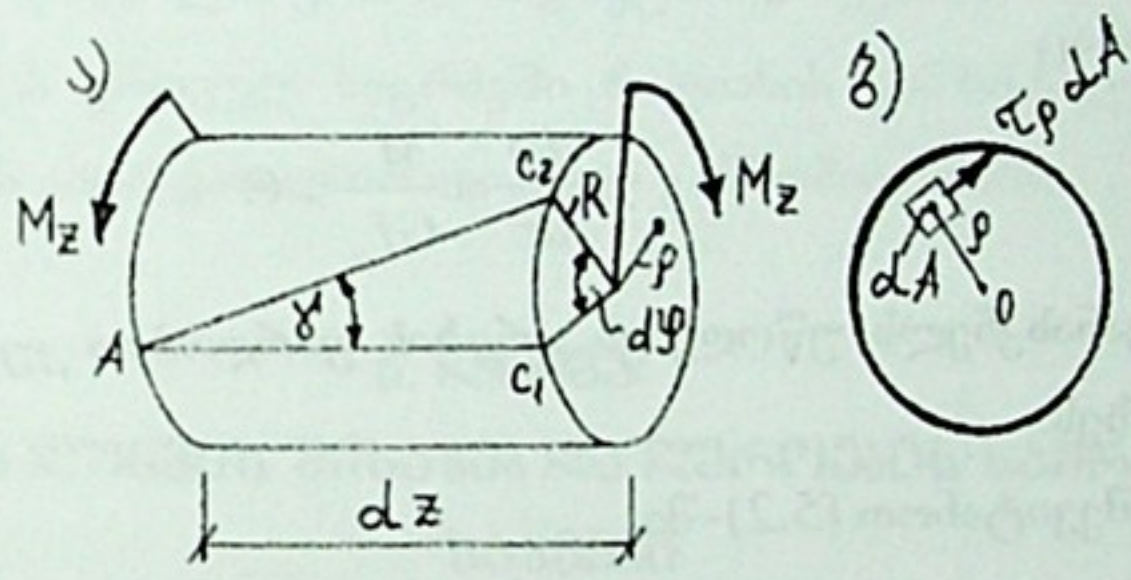
განვიხილოთ  $AC_1$  ხაზი (ნახ. 30,ა) ღეროს ზედაპირზე. თუ გავითვალისწინებთ რომ რკალი  $C_1C_2 = R d\varphi$ , მაშინ სადაც(4.2)-ის თანახმად  $\gamma$  არის ძვრის კუთხე.

მიღებული ფოლმულიდან ჩანს რომ ძვრის სიდიდე იზრდება ღეროს ღერძიდან დაცილებასთან ერთად, ხოლო ბოჭკო, რომელიც ემთხვევა ღერძს, ძვრას არ განიცდის. რადგანაც  $\rho = 0$ .





ნახ. 29



ნახ.30

$$\frac{C_1 C_2}{AC_1} = \frac{R d\varphi}{dz} = \gamma \tag{5.1}$$

პუკის კანონის თანახმად  $\tau = \chi \gamma$ . ამიტომ

$$\tau = \frac{R d\varphi}{dz} G \tag{5.2}$$

ღეროს სიღრმეში ცენტრიდან  $\rho$  მანძილზე გვექნება

$$\tau_r = \frac{\rho d\varphi}{dz} G$$



დავადგინოთ კავშირი მგრეხავ მომენტსა და მხეხ ძაბვას შორის (ნახ.30,ბ). ელემენტალური  $\tau_r dA$  ძალის მომენტი განვიკვთოთ ცენტრის მიმართ იქნება

$$dM_z = \tau_r dA \rho = \rho^2 \frac{d\varphi}{dz} G dA. \quad (5.3)$$

ხოლო მგრეხავი მომენტი, რომელიც მოქმედებს მთელს განვიკვთზე

$$M_z = \int_A \rho^2 \frac{d\varphi}{dz} G dA = \frac{d\varphi}{dz} G \int_A \rho^2 dA;$$

ვინაიდან ინტეგრალქვეშა გამოსახულება ინერციის პოლარული მომენტია, გვექნება

$$M_z = \frac{d\varphi}{dz} G I_p \quad (5.4)$$

საიდანაც

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{G I_p} = \Theta \quad (5.5)$$

ამ უკანასკნელს უწოდებენ გრეხის ფარდობით კუთხეს ანუ გრძივი გრეხის კუთხეს.

(5.5) შევიტანოთ (5.2)-ში

$$\tau = R \frac{M_z}{I_p} \quad (5.6)$$

შემოვიღოთ ცნება წინააღობის პოლარული მომენტის შესახებ. იგი ეწოდება გამოსახულებას:

$$W_p = \frac{I_p}{R} \quad (5.7)$$

მისი განზომილებაა სმ<sup>3</sup>, მ<sup>3</sup> და ა.შ.

(5.7) შევიტანოთ (5.6)-ში

$$\tau = \frac{M_z}{W_p} \quad (5.8)$$

სიმტკიცის პირობას ექნება სახე:



$$\tau_{\max} = \frac{M_{z \max}}{W_p} \leq [\tau],$$

საიდანაც განისაზღვრება საჭირო წინააღობის მომენტი:

$$W_p^{\text{საჭ}} \leq \frac{M_{z \max}}{[\tau]} \quad (5.10)$$

ასლა განვიხილოთ სიხისტის პირობა. ღეროს დეფორმაციის ზომად მიიღება გრების კუთხე. სიხისტის პირობას, (5.5)-დან გამომდინარე, აქვს სახე:

$$\Theta = \frac{M_z}{GI_p} \leq [\Theta]$$

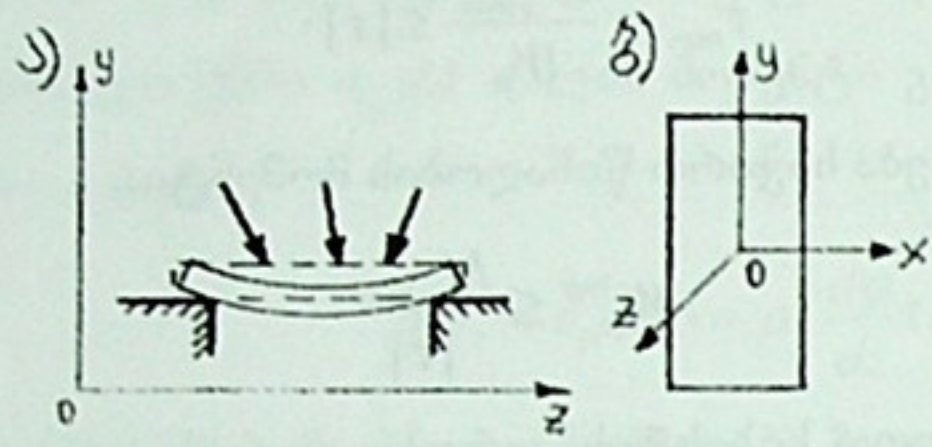
სადაც  $[\Theta]$  არის გრების დასაშვები კუთხე, რომელიც ჩვეულებრივად  $0,24 \div 0,5$  გრადუსის ტოლია ერთ გრძივ მეტრზე. შევნიშნოთ, რომ ამ ფორმულაში  $\Theta$ -ს აქვს ერთეულ სიგრძეში რადიანის განზომილება. ამიტომ  $[\Theta]$ -იც უნდა იყოს გადაყვანილი რადიანულ განზომილებაში.

## 6. ღუნვა

### 6.1. ცნება ღუნვის შესახებ და ღეროების საყრდენების სახეები

ღუნვა არის დეფორმაციის ისეთი სახე, როდესაც ღეროს გრძივი ღერძის სიძრულე იცვლება. კერძოდ, თუ ღეროს ღერძი სწორხაზოვანია, ღუნვისას იგი გადაიქცევა მრუდ ხაზად. ასეთ დეფორმაციას იწვევს ყველა ის ძალა, რომელსაც აქვს ღეროს გრძივი ღერძისადმი მართობული მდგენელი (ნახ. 31, ა). თუ დატვირთვა გრძივი ღერძისადმი მართობულია, ასეთ ღუნვას უწოდებენ განივ ღუნვას. ღეროს, რომელიც განიცდის ღუნვას, უწოდებენ კოჭს. თუ დატვირთვის ძალები და კოჭის ღერძი მოთავსებულია ერთ სიბრტყეში, მაშინ გვაქვს ბრტყელი ღუნვა. როდესაც კოჭზე მოქმედებს მხოლოდ მღუნავი მომენტი, მაშინ გვაქვს სუფთა ღუნვა. თუ ყველა ძალა, რომლებიც კოჭზე მოქმედებენ, განლაგებულნი არიან მისი განივი კვეთის ინერციის ერთ-ერთ მთავარ ცენტრალურ სიბრტყეში,

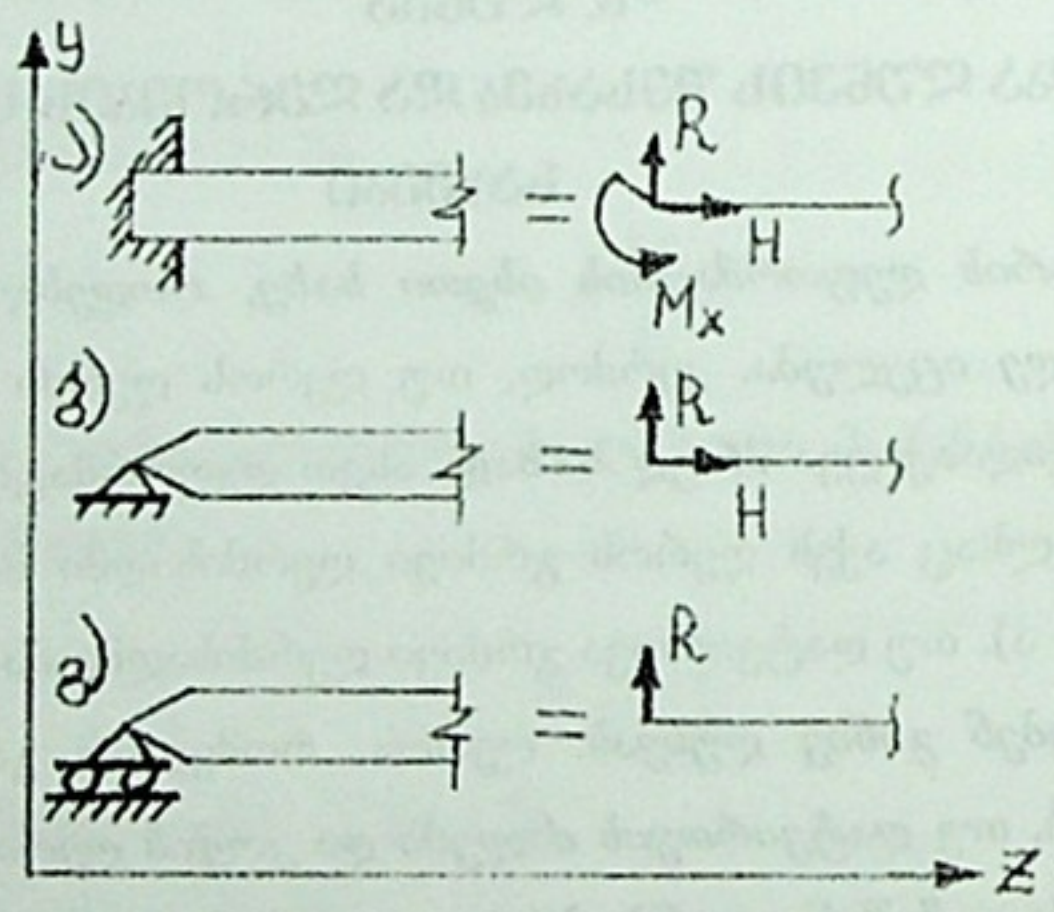




ნახ.31

გვაქვს პირდაპირი ღუნვა. წინააღმდეგ შემთხვევაში ადგილი აქვს ირიბ ღუნვას. კოჭის უძრავობის უზრუნველსაყოფად აუცილებელია მისი ჩამაგრება. ჩამაგრების მიხედვით არჩევენ სამი ტიპის საყრდენებს:

1. ხისტი საყრდენი (ჩამაგრება). ამ შემთხვევაში კოჭის ბოლო ისეა ჩამაგრებული, რომ მას არ შეუძლია არც ხაზოვანი გადაადგილება და არც მობრუნება. ასეთ ჩამაგრებაში (ნახ. 32,ა) დატვირთვის მოქმედების გამო უნდა გაჩნდეს რეაქციის ძალის ორი (ჰორიზონტალური  $H$  და ვერტიკალური  $R$ ) მდგენელი და  $M_x$  რეაქტიული მომენტი.



ნახ.32

2. უძრავი სახსროვანი საყრდენი. ამ შემთხვევაში კოჭის ბოლოს არ შეუძლია ხაზოვანი გადაადგილება, მაგრამ თავისუფლად შეუძლია



მობრუნება. ასეთ საყრდენში დატვირთვის გამო გაჩნდება რეაქციის  $R$  და  $H$  მდგენელები (ნახ. 32,ბ).

3. *მოდრავი სახსროვანი საყრდენი.* კოჭის ბოლოს შეუძლია როგორც ერთ-ერთი (კორიზონტალური) გადაადგილება, ისე მობრუნებაც. კოჭის დატვირთვის შედეგად ასეთ საყრდენებში აღიძვრება მხოლოდ  $R$  მდგენელი (ნახ.32,გ).

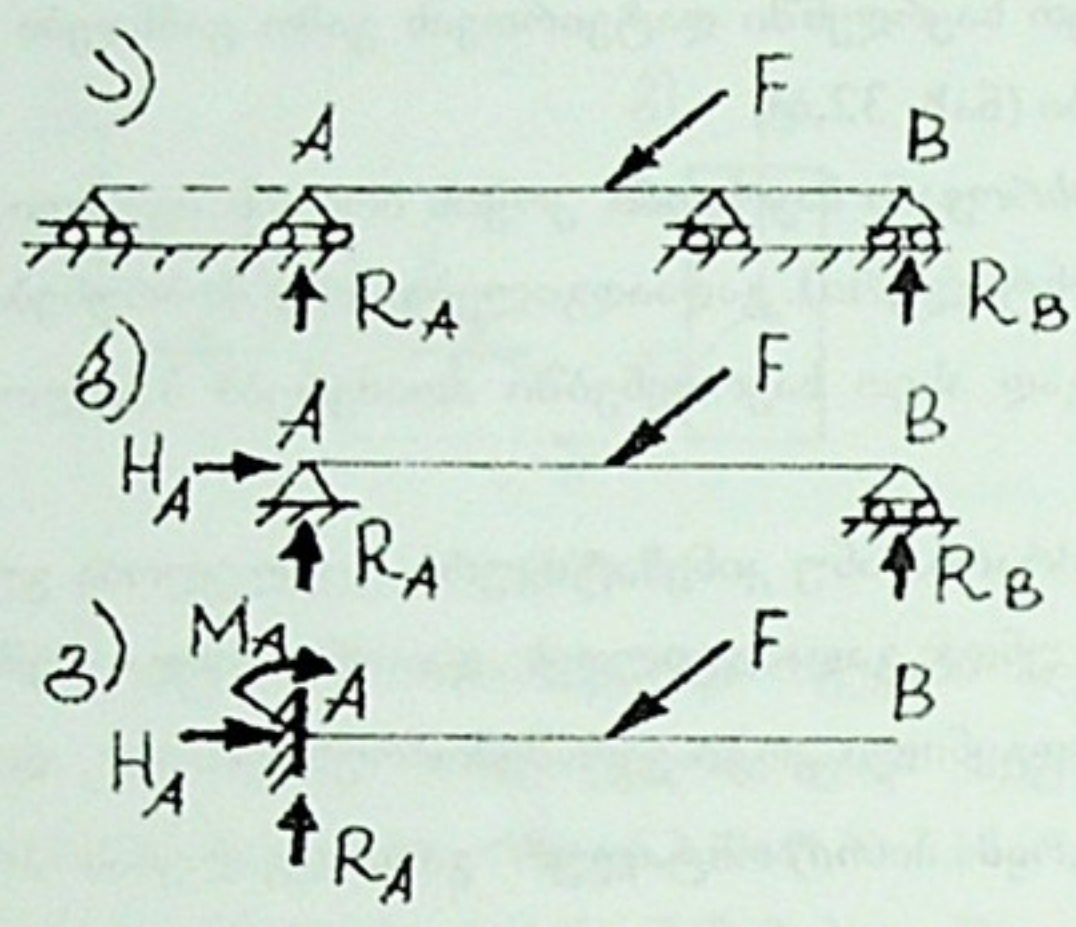
კოჭის უძრაობა ანუ კინემატიკური უცვლელობა გულისხმობს იმას, რომ იგი არც უნდა გადაადგილდეს და არც უნდა შემობრუნდეს. 33,ა ნახაზზე წარმოდგენილი კოჭი ვერ შემობრუნდება ( $R_A$  და  $R_B$  ამას გამორიცხავენ), მაგრამ კორიზონტალურ გადაადგილებას არაფერი არ ეწინააღმდეგება. ე.ი. ორი რეაქტიული ძალა ( $R_A$  და  $R_B$ ) ვერ უზრუნველყოფს კოჭის უძრაობას.

33, ბ ნახაზზე წარმოდგენილი კოჭი კი კორიზონტალურადაც ვერ გადაადგილდება, ე.ი. მისი უძრაობა უზრუნველყოფილია სამი რეაქტიული ძალის ( $H_A, R_A$  და  $R_B$ ) საშუალებით.

33,გ ნახაზზე წარმოდგენილი კოჭი ხისტადაა ჩამაგრებული ერთი ბოლოთი. ამ შემთხვევაშიც მისი უძრაობა უზრუნველყოფილია სამი რეაქტიული ძალოვანი ფაქტორის ( $H_A, R_A$  და  $M_A$ ) საშუალებით.

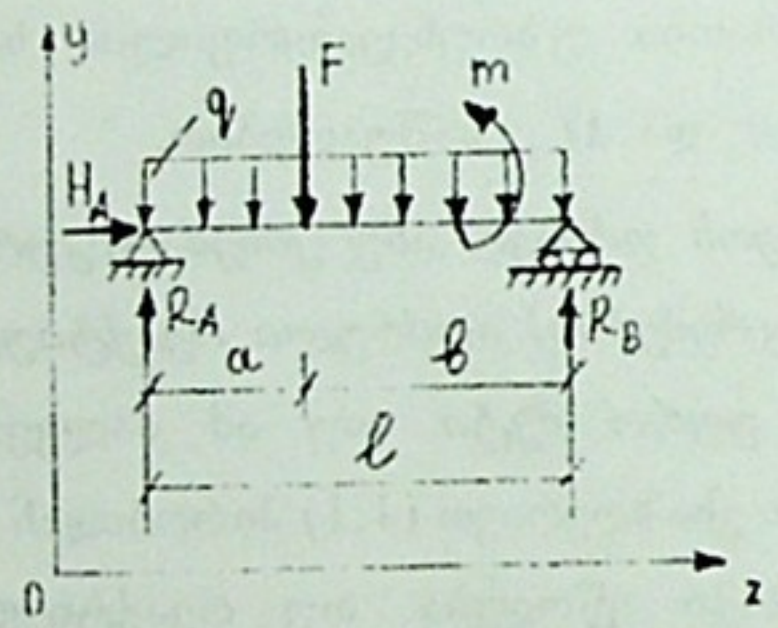
*ამგვარად იმისთვის, რომ კოჭი იყოს უძრავი, ანუ კინემატიკურად უცვლელი, საჭიროა საყრდენებში (ჩამაგრებებში) აღძრული რეაქტიული ძალების რაოდენობა იყოს სამი და უფრო მეტი. თუ ამ ძალების რაოდენობა არ აღემატება სამს, მაშინ მათ ვსაზღვრავთ (1.1) პირობიდან და ასეთ კოჭს სტატიკურად რკვევადი კოჭი ეწოდება. თუ რეაქტიული ძალების რაოდენობა სამზე მეტია, მაშინ წონასწორობის პირობები საკმარისი არ არის მათი განსაზღვრისათვის და ასეთ კოჭს სტატიკურად ურკვევს უწოდებენ.*





ნახ. 33

6.2 კოჭის საყრდენებში აღძრული რეაქციების განსაზღვრა



ნახ.34

განვიხილოთ ორ საყრდენზე მდებარე სტატიკურად რკვევადი კოჭი (ნახ.34), რომელზედაც მოქმედებს პრაქტიკაში ყველაზე მეტად გავრცელებული დატვირთვები. კერძოდ, კოჭის გრძივი ღერძისადმი მართობული შეყურსული  $F$  ძალა,  $q$  ინტენსიურობის თანაბარგანაწილებული დატვირთვა და შეყურსული  $m$  მომენტი.

ეს დატვირთვები მოცემული (ცნობილი) სიდიდეებია. ისინი, როგორც ვიცით, გარეგანი ძალებია და კოჭის საყრდენებში აღძრავენ  $H_A$ ,  $R_A$  და  $R_B$  რეაქტიულ ძალებს (რეაქციებს), რომლებიც აგრეთვე გარეგანი ძალებია, მაგრამ ჩვენთვის უცნობი. განვსაზღვროთ ეს რეაქციები.



წონასწორობის პირობა  $\sum Z = 0$  გვაძლევს, რომ  $H_A = 0$ . ვინაიდან განივი ღუნვის დროს  $H$  რეაქცია არასოდეს არ აღიძვრება, ამიტომ მოძავალში მას ნახაზებზე აღარ აღვნიშნავთ.

დავწეროთ წონასწორობის პირობა  $\sum Y = 0$ .

$$\sum Y = R_A - F - ql + R_B = 0 \tag{6.1}$$

როგორც ვხედავთ ერთ განტოლებაში ორი უცნობია ( $R_A$  და  $R_B$ ) და ამიტომ ეს პირობა არ გამოგვადგება. მივმართოთ წონასწორობის  $\sum m_x = 0$  პირობას. ჩავწეროთ ეს პირობა  $Ox$  ღერძის პარალელური და  $A$  წერტილზე გამავალი ღერძის მიმართ. ამ შემთხვევაში  $\sum m_x$ -ის ნაცვლად შეგვიძლია დავწეროთ  $\sum m_A$  და ვიგულისხმოთ ის, რაც აღვნიშნეთ.

ამგვარად

$$\sum m_A = -R_B l - m + Fa + ql \frac{l}{2} = 0 \tag{6.2}$$

საიდანაც

$$R_B = \frac{Fa - m + q \frac{l^2}{2}}{l} \tag{6.3}$$

ახლა იგივე პირობა ჩავწეროთ  $B$  წერტილზე გამავალი ღერძის მიმართ:

$$\sum m_B = R_A l - ql \frac{l}{2} - Fb - m = 0 \tag{6.4}$$

საიდანაც

$$R_A = \frac{Fb + m + q \frac{l^2}{2}}{l} \tag{6.5}$$

რეაქციების განსაზღვრის სისწორეს ვამოწმებთ (6.1) პირობით:



$$\sum y = \frac{Fb + m + \frac{ql^2}{2}}{l} - F - ql + \frac{Fa - m + \frac{ql^2}{2}}{l} = 0$$

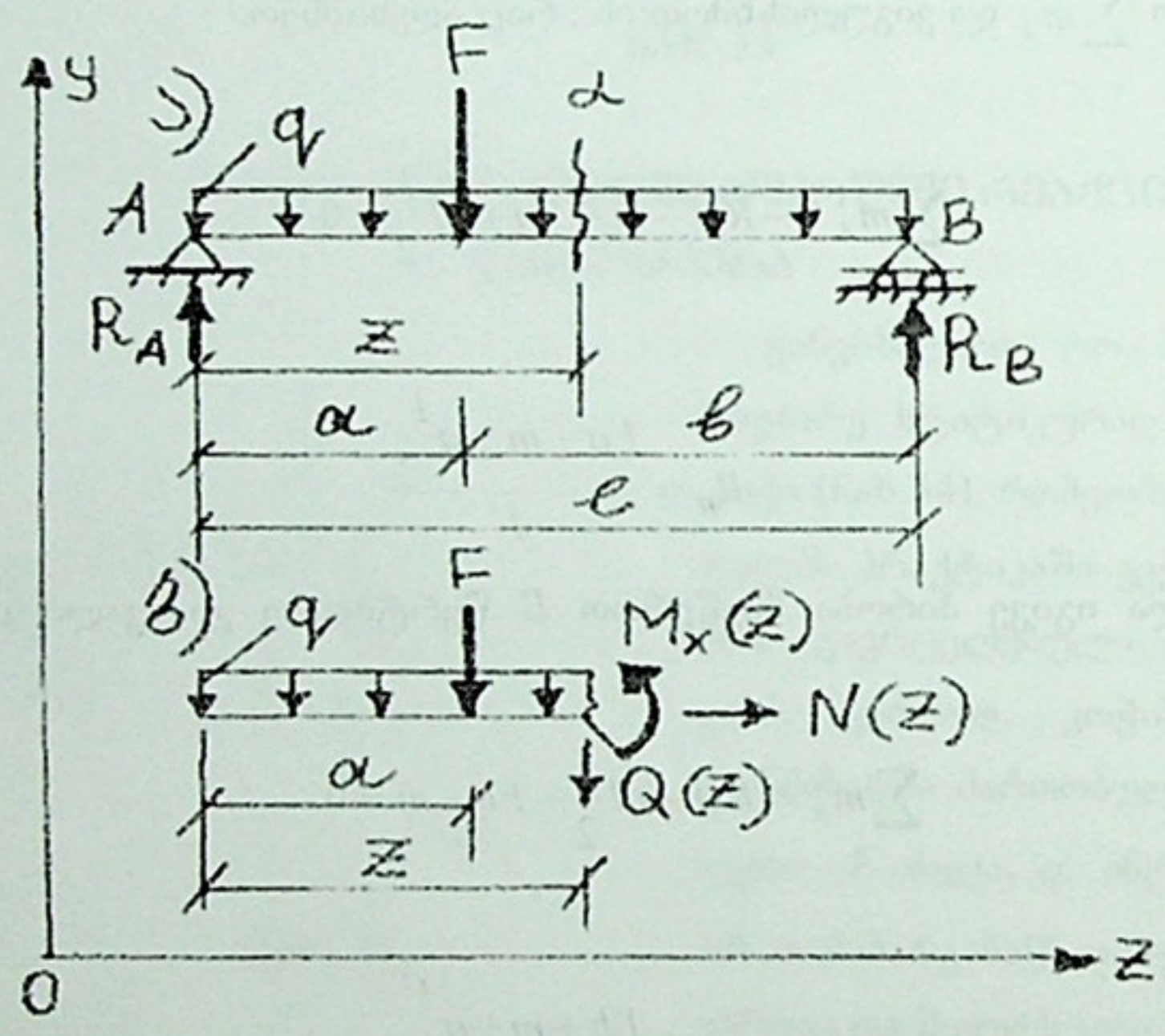
ანუ

$$\sum y = \frac{F(b+a)}{l} + ql - F - ql = 0 \tag{6.6}$$

ე.ი. რეაქციის ძალები სწორად არის განსაზღვრული.

### 6.3 შინაგანი ძალები ლუნვისას

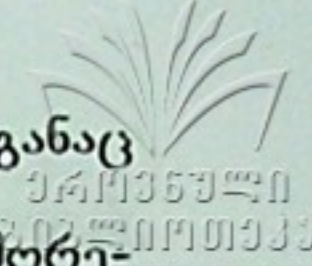
რეაქციების განსაზღვრის შემდეგ შეგვიძლია განვსაზღვროთ შინაგანი ძალოვანი ფაქტორები ჩვენთვის ცნობილი გაკვეთის მეთოდით.



ნახ.35

ვთქვათ კოჭი \$A\$ წერტილიდან რაღაც \$z\$ მანძილზე გაკვეთეთ მისი გრძივი ღერძისადმი მართობული \$\alpha\$ სიბრტყით (ნახ. 35,ა) და მარჯვენა ნაწილი მოვაცილეთ. როგორც ვიცით, განივ კვეთში იმოქმედებს შიგა ძალო-





ვანი ფაქტორები (ძალეები)  $N, Q$  და  $M_x$ . (იხილეთ ნახ. 6,დ). რადგანაც განსახილველი განივი კვეთი  $A$  წერტილიდან  $z$  მანძილითაა დაშორებული, ეს ძალები იქნება  $z$  კოორდინატის ფუნქციები. ე.ი. გვექნება  $N(z), Q(z)$  და  $M_x(z)$ . (ნახ.35,ბ)

ვინაიდან განივი ღუნვის დროს კოჭის გაღუნვა ყოველთვის ხდება  $zOy$  სიბრტყეში, ამიტომ  $x$  ინდექსის ხმარება საჭირო აღარ არის და მომავალში  $M_x(z)$ -ის ნაცვლად დავწერთ  $M(z)$ -ს.

შიგა ძალების განსაზღვრისათვის ვიყენებთ წონასწორობის შემდეგ პირობებს:

$$1) \sum Z = N_z = 0, \tag{6.7}$$

ე.ი. განივი ღუნვის შემთხვევაში კვეთის სიმძიმის ცენტრში ნორმალური ძალა ნულის ტოლია.

$$2) \sum Y = R_A - F - qz - Q(z) = 0, \tag{6.8}$$

საიდანაც

$$Q(z) = R_A - F - qz. \tag{6.9}$$

$$3) \sum m(z) = R_A \cdot z - F(z-a) - qz \frac{z}{2} - M(z) = 0, \tag{6.10}$$

საიდანაც

$$M(z) = R_A z - F(z-a) - \frac{qz^2}{2}. \tag{6.11}$$

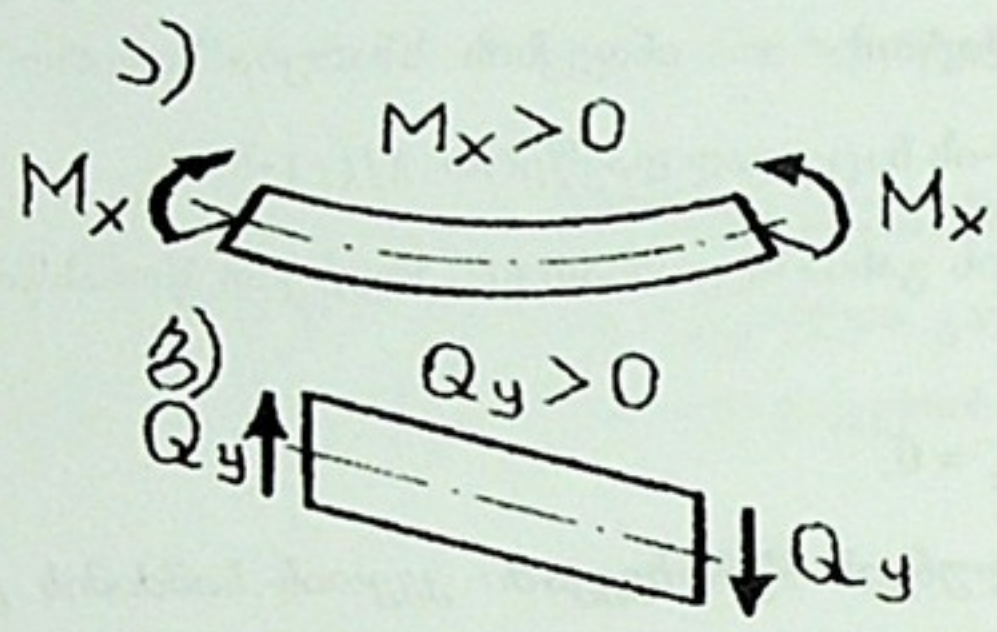
ამგვარად, განივი  $Q(z)$  ძალა კოჭის ნებისმიერ განივ კვეთში რიცხობრივად ტოლია კვეთის ცალ მხარეს მდებარე ყველა გარეგანი ძალის გვემძლეების ჯამისა  $Oy$  ღერძზე.

მღუნავი  $M(z)$  მომენტი კოჭის ნებისმიერი განივი კვეთის სიმძიმის ცენტრზე გამავალი ღერძის მიმართ, რომელიც პარალელურია  $Ox$  საკოორდინატო ღერძისა, რიცხობრივად ტოლია კვეთის ცალ მხარეს მდებარე ყველა გარეგანი ძალების მომენტების ჯამისა იმავე ღერძის მიმართ.



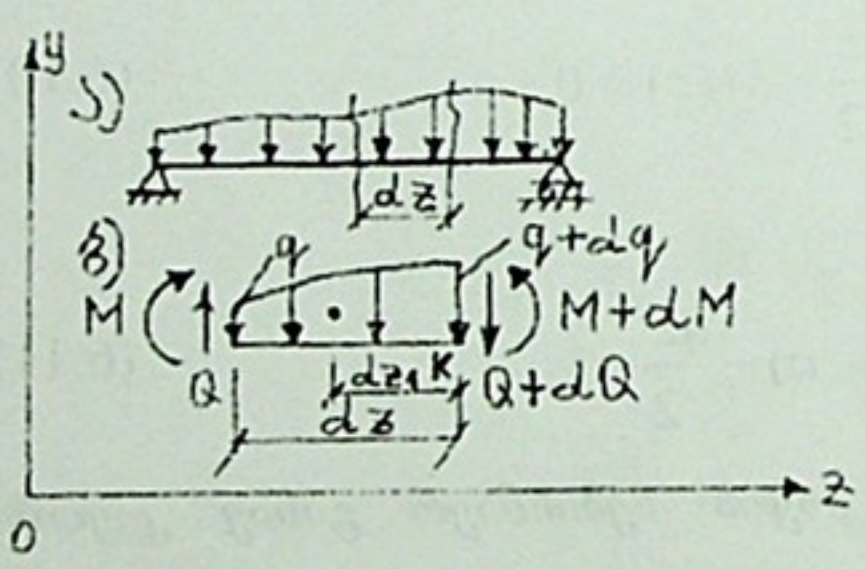
მღუნავი მომენტი ჩაითვლება დადებითად, თუ იგი იწვევს კოჭის ქვედა ბოლოების გაჭიმვას (ნახ. 36,ა).

განივი ძალა ითვლება დადებითად, თუ იგი ცდილობს მოაბრუნოს კოჭის ელემენტი საათის ისრის მოძრაობის მიმართულებით (ნახ.36,ბ).



ნახ.36

### 6.4 დიფერენციალური დამოკიდებულება მღუნავ მომენტს, განივ ძალასა და დატვირთვის ინტენსიურობას შორის



ნახ.37

განვიხილოთ ორ საყრდენზე მდებარე სტატიკურად რკვევადი კოჭი, რომელზედაც მოქმედებს ნებისმიერი ინტენსიურობის განაწილებული დატვირთვა (ნახ. 37,ა). ამოვჭრათ ამ კოჭიდან  $dz$  სიგრძის ელემენტი (ნახ.37,ბ). თუ ელემენტის მარჯვენა

განივი კვეთის სიბრტყეში მოქმედებენ  $q, M$  და  $Q$ , მაშინ მარჯვენა განივი კვეთის სიბრტყეში უნდა იმოქმედონ მათგან უსასრულოდ მცირედ განსხვავებულმა  $q + dq, M + dM$  და  $Q + dQ$ , სიდიდეებმა.  $\sum y = 0$  წონასწორობის პირობა გვაძლევს:



$$\sum y = Q - \left( \frac{q + q + dq}{2} \right) dz - (Q + dQ) = 0$$

თუ მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეებს უგულვებელყოფთ, მივიღებთ:

$$\frac{dQ}{dz} = -q \quad (6.13)$$

წონასწორობის პირობა  $\sum m_i = 0$  გვაძლევს

$$M + Qdz - \left( \frac{q + q + dq}{2} \right) dz \cdot dz_1 - (M + dM) = 0 \quad (6.14)$$

აქაც, თუ მეორე რიგის უსასრულოდ მცირე სიდიდეებს უგულვებელყოფთ, მივიღებთ

$$Qdz - dM = 0,$$

საიდანაც

$$\frac{dM}{dz} = Q \quad (6.15)$$

თუ ამ უკანასკნელს გავაწარმოებთ  $z$  - ით, მივიღებთ

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = \frac{dQ}{dz} \quad (6.16)$$

თუ გავითვალისწინებთ (6.13)-ს, საბოლოოდ გვექნება

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = \frac{dQ}{dz} = -q \quad (6.17)$$

(6.17) დამოკიდებულებები გამოიყენება მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურების აგების სისწორის შესამოწმებლად.

## 6.5 მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალების ეპიურების აგება

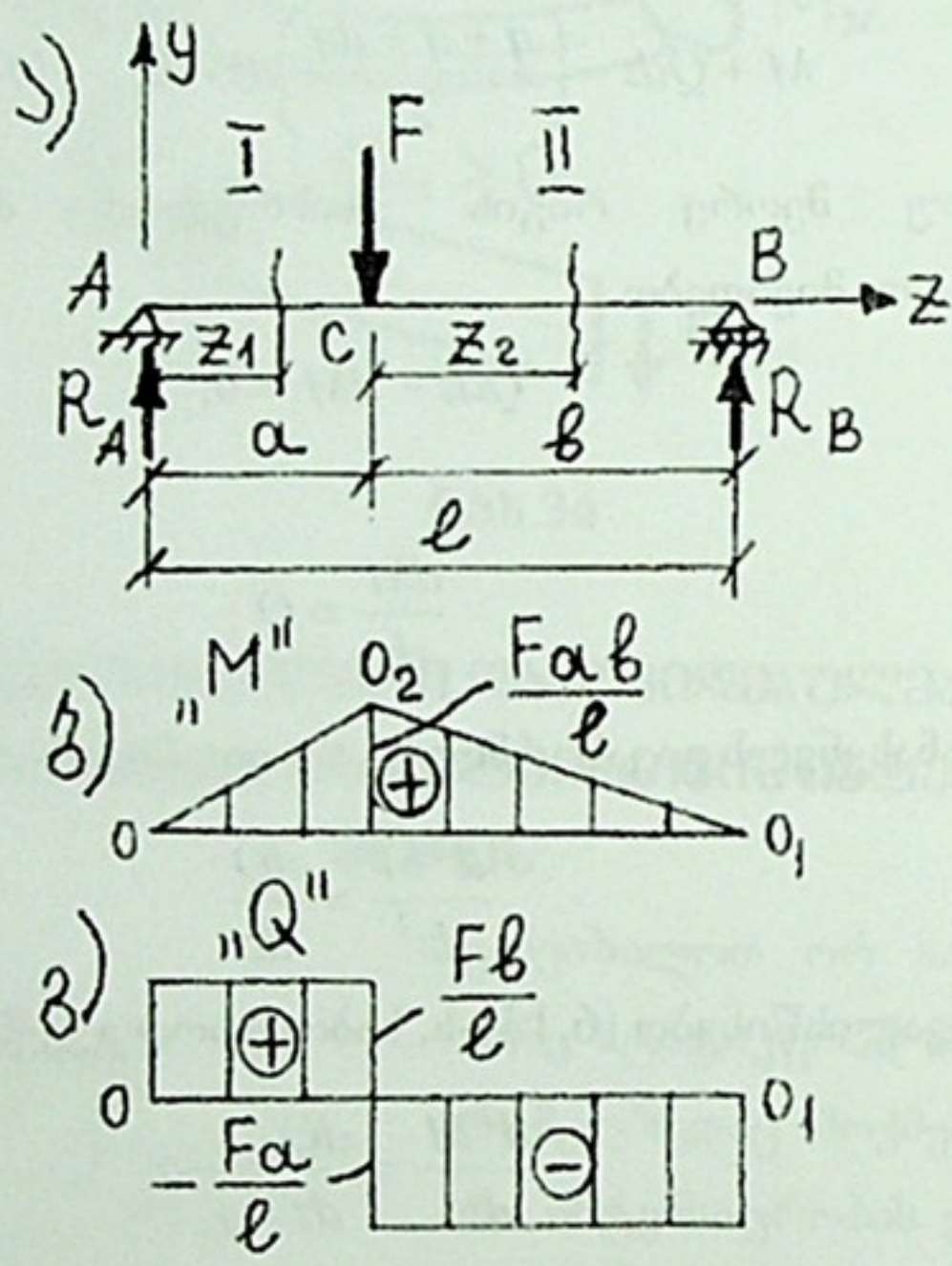
ჩვენ უკვე ვიცით კოჭის ნებისმიერ განივ კვეთში მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის განსაზღვრის ზოგადი წესი. გამოვსახოთ ეს სიდიდეები გრაფიკულად ანუ ავაგოთ მლუნავი მომენტებისა და განივი ძალების ეპიურები. ვინაიდან ამ ეპიურებს სხვადასხვა კონკრეტულ შემთხვევაში



აქვთ სხვადასხვა სახე, განვიხილოთ პრაქტიკაში ყველაზე მეტად გავრცელებული მაგალითები:

1. ორ საყდენზე მდებარე სტატიკურად რკვევადი კოჭი დატვირთულია შეყურსული ძალით (ნახ. 38,ა). ჯერ უნდა განვსაზღვროთ საყრდენებში აღძრული რეაქციები. წონასწორობის  $\sum m_A = 0$  და  $\sum m_B = 0$

პირობებიდან:



ნახ.38

$$\sum m_A = -R_B l + F a = 0, \text{ საიდანაც } R_B = F a / l \quad (6.18)$$

$$\sum m_B = R_A l - F b = 0, \text{ საიდანაც } R_A = F b / l \quad (6.19)$$

მიღებულ შედეგებს ვამოწმებთ წონასწორობის  $\sum Y = 0$  პირობით:



$$\sum Y = R_A - F + R_B = \frac{Fb}{l} - F + \frac{Fa}{l} = \frac{F(a+b)}{l} - F = \frac{Fl}{l} - F = 0,$$

ე.ი. რეაქციები სწორად არის განსაზღვრული.

ამის შემდეგ კოჭზე უნდა გავატაროთ იმდენი კვეთი, რამდენი დატვირთვის უბანიც გვაქვს. დატვირთვის უბანი ეწოდება კოჭის იმ ნაწილს, რომელიც მოთავსებულია ორ ძალოვან ფაქტორს შორის. განსახილველ შემთხვევაში გვაქვს ორი უბანი: **AC** უბანი და **CB** უბანი.

გავკვეთოთ კოჭი პირველ უბანში *A* საყრდენიდან რაიმე  $z_1$  მანძილზე და მოვაშოროთ მარჯვენა მხარე.

ამ შემთხვევაში განვიკვეთოთ მოქმედი მლუნავი მომენტი იქნება:

$$M(z_1) = R_A z_1 = \frac{Fb}{l} z_1 \tag{6.20}$$

როდესაც  $z_1 = 0$ ;  $M(z_1) = 0$

როდესაც  $z_1 = a$ ;  $M(z_1) = \frac{F \cdot a \cdot b}{l}$ .

ახლა გავკვეთოთ კოჭი მეორე უბანში *A* საყრდენიდან რაიმე  $(a + z_2)$  მანძილზე. მლუნავი მომენტი განვიკვეთოთ იქნება:

$$M(z_2) = R_A(a + z_2) - Fz_2 = \frac{Fb}{l}(a + z_2) - Fz_2. \tag{6.21}$$

როდესაც  $z_2 = 0$ ;  $M(z_2) = \frac{F \cdot a \cdot b}{l}$

როდესაც  $z_2 = b$ ;  $M(z_2) = \frac{Fb(a+b)}{l} - Fb = 0.$

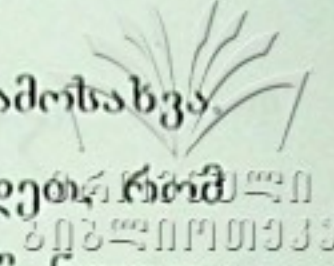
კოჭის პირველ უბანში განივი ძალის განსაზღვრისათვის კვეთის მარცხნივ მდებარე ყველა ძალა დავაგეგმილოთ *oy* ღერძზე:

$$Q(z_1) = R_A = \frac{Fb}{l} = const. \tag{6.22}$$

კოჭის მეორე უბანშიც ანალოგიურად ვიქცევით:

$$Q(z_2) = R_A - F = \frac{Fb}{l} - F = \frac{F(l-a) - Fl}{l} = -\frac{Fa}{l} = const. \tag{6.23}$$





ახლა უკვე შეგვიძლია ამ სიდიდეების გრაფიკულად გამოსახვა. ავგოთ ჯერ მლუნავი მომენტების ეპიურა. ამისათვის შევთანხმდეთ, რომ თუ მომენტს აქვს დადებითი ნიშანი, მისი სიდიდე გადავზომოთ ე.წ. ნულოვანი ხაზის ( $o_1$ , ხაზი 38,ბ ნახაზზე) ზემოთ. წინააღმდეგ შემთხვევაში - ქვემოთ. მლუნავი მომენტის მნიშვნელობები  $A$  და  $B$  წერტილებზე გამავალ განივ კვეთებში ნულის ტოლია, ხოლო  $C$  წერტილზე გამავალ განივ კვეთში (როდესაც  $z_1 = a$  და  $z_2 = 0$ )  $M(z) = \frac{Fah}{l}$ . ეს სიდიდე დადებითია, ამიტომ მას გადავზომავთ (რაიმე მასშტაბში) ნულოვანი ხაზის ზემოთ და ვინაიდან (6.20) და (6.21)-ის თანახმად  $M(z)$  ფუნქცია წრფივია, როგორც  $o$  და  $o_2$ , ისე  $o_2$  და  $o_1$  წერტილებს ვაერთებთ სწორი ხაზებით. მიღებული გრაფიკული გამოსახვის (ეპიურის) აზრი იმაში მდგომარეობს, რომ კოჭის ნებისმიერი განივი კვეთისათვის შეგვიძლია მლუნავი მომენტის განსაზღვრა ეპიურაზე შესაბამისი ორდინატის გაზომვით.

ანალოგიურად აიგება განივი ძალებს ეპიურა. ვინაიდან მთელ პირველ უბანზე  $Q(z_1) = \frac{Fh}{l} = R_A = const$ , ამიტომ ეპიურაზეც ამ ორდინატის სიდიდე მუდმივი იქნება. ასევე მუდმივი იქნება  $Q(z_2) = -\frac{Fa}{l} = -R_B = const$ . ორდინატის სიდიდეც (იხ. ნახ. 38,გ).

შევნიშნოთ რომ მლუნავი მომენტის ეპიურა აღინიშნება სიმბოლოთი „ $M$ “, ხოლო განივი ძალის - „ $Q$ “.

**2. ორ საყრდენზე მდებარე სტატიკურად რკვევად კოჭზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული დატვირთვა (ნახ. 39,ა).**

განვსაზღვროთ რეაქციები

$$\sum m_H = R_A l - \frac{ql^2}{2} = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{ql}{2} \tag{6.24}$$

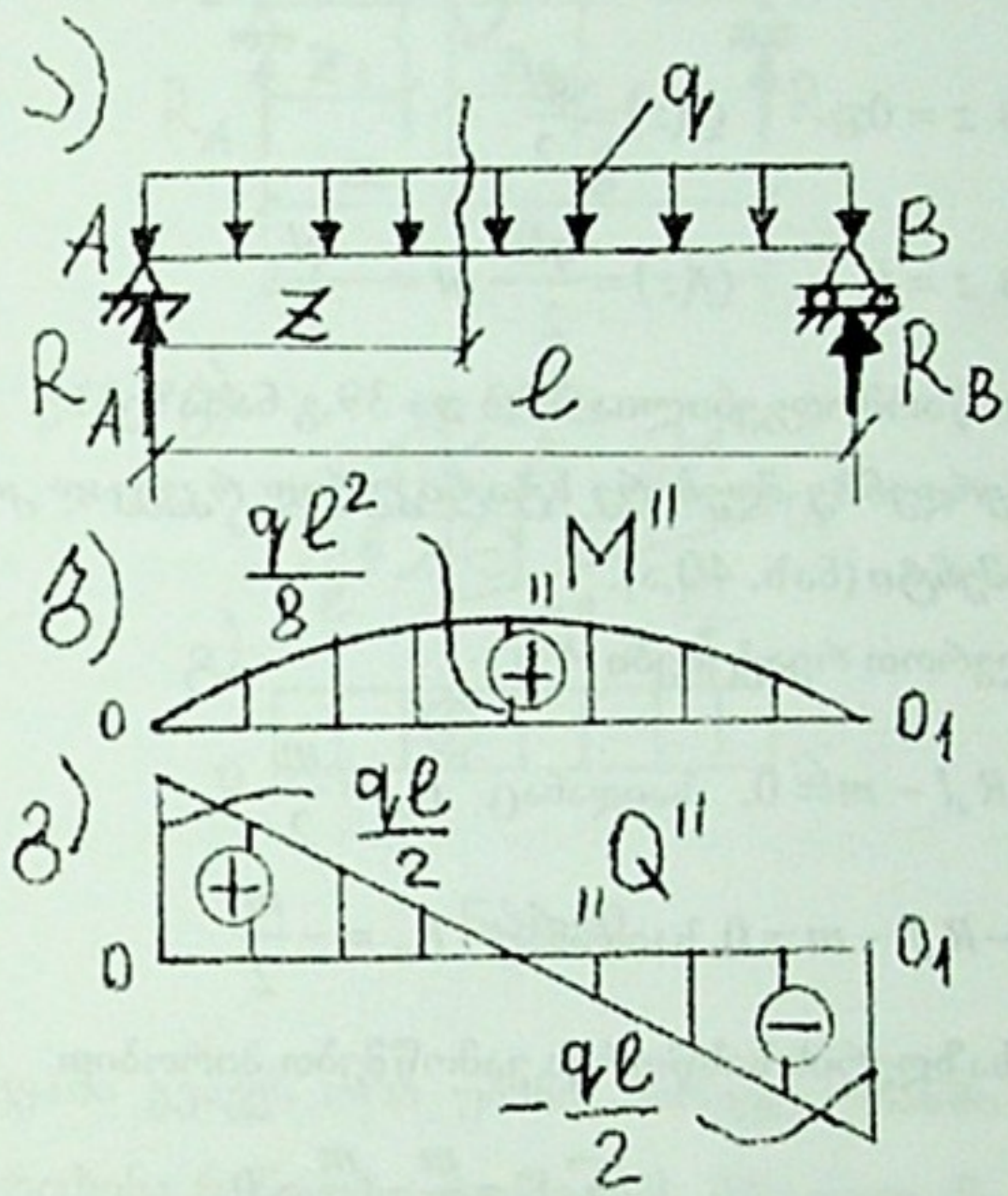
$$\sum m_A = -R_H l + \frac{ql^2}{2} = 0, \text{ საიდანაც } R_H = \frac{ql}{2} \tag{6.25}$$

მიღებულ შედეგებს ვამოწმებთ პირობით:



$$\sum Y = \frac{ql}{2} - ql + \frac{ql}{2} = ql - ql = 0.$$

ამრიგად, რეაქციები სწორად არის განსაზღვრული.



ნახ.39

ამ შემთხვევაში კოჭის მთელ სიგრძეზე გვექნება ერთი უბანი, რადგანაც ნებისმიერი განივი კვეთის ცალ მხარეზე, კერძოდ მარცხენა მხარეზე, მოქმედებს  $R_A$  და  $qz$  ძალები.

მღუნავი მომენტი კოჭის  $A$  წერტილიდან  $z$  მანძილზე არსებულ განივ კვეთში იქნება:

$$M(z) = R_A z - \frac{qz^2}{2} = \frac{ql}{2} z - \frac{qz^2}{2} \quad (6.26)$$

როდესაც  $z = 0$ ;  $M(z) = 0.$

როდესაც  $z = l$ ;  $M(z) = 0.$

როდესაც  $z = \frac{l}{2}$ ;  $M(z) = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ql^2}{8}.$



$$Q(z) = R_A - qz = \frac{ql}{2} - qz$$

როდესაც  $z = 0$ ;  $Q(z) = \frac{ql}{2}$ .

როდესაც  $z = l$ ;  $Q(z) = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2}$ .

ეპიურები წარმოდგენილია 39,ბ და 39,გ ნახაზებზე.

3. *ორ საყრდენზე მდებარე სტატიკურად რკვევად კოჭზე მოქმედებს შეყურსული მომენტი* (ნახ. 40,ა).

განვსაზღვროთ რეაქციები

$$\sum m_H = R_A l - m = 0, \text{ საიდანაც } R_A = \frac{m}{l} \quad (6.28)$$

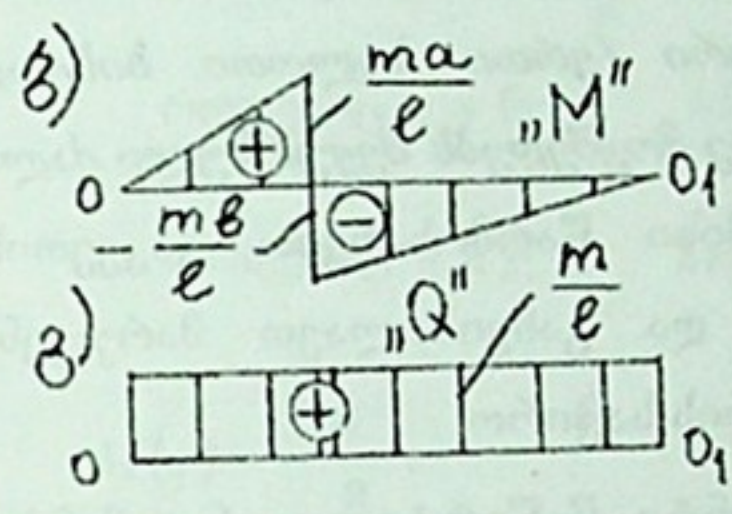
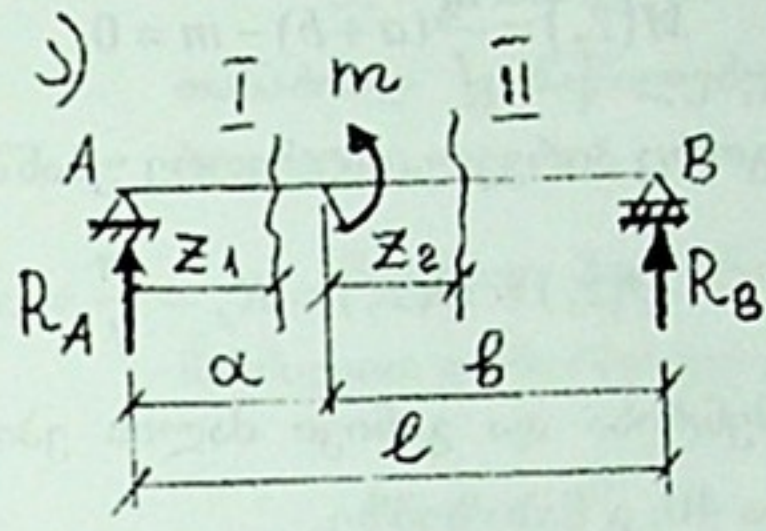
$$\sum m_A = -R_H l - m = 0, \text{ საიდანაც } R_H = -\frac{m}{l} \quad (6.29)$$

რეაქციების განსაზღვრის სისწორეს ვამოწმებთ პირობით:

$$\sum Y = \frac{m}{l} - \frac{m}{l} = 0;$$

ე.ი. რეაქციები სწორად არის განსაზღვრული.





ნახ.40

ამ შემთხვევაში გვაქვს ორი უბანი: პირველ უბანში გატარებული განივი კვეთის მარცხენა ნაწილზე მოქმედებს მხოლოდ  $R_A$  ძალა, ხოლო მეორე ნაწილში გატარებული განივი კვეთის მარცხენა ნაწილზე -  $R_A$  ძალა და  $m$  მომენტი (ნახ. 40,ა).

მდუნავი მომენტი კოჭის პირველ უბანში გატარებულ განივ კვეთში:

$$M(z_1) = R_A z_1 = \frac{m}{l} z_1 \quad (6.30)$$

როდესაც  $z_1 = 0$ ;  $M(z_1) = 0$ .

როდესაც  $z_1 = a$ ;  $M(z_1) = \frac{ma}{l}$ .

მდუნავი მომენტი კოჭის მეორე უბანში გატარებულ განივ კვეთში:

$$M(z_2) = R_A(a + z_2) - m = \frac{m}{l}(a + z_2) - m \quad (6.31)$$

როდესაც  $z_2 = 0$ ;  $M(z_2) = \frac{ma}{l} - m = \frac{ma - ml}{l} = \frac{-m(l - a)}{l} = -\frac{mb}{l}$ .



როდესაც  $z_2 = b$ ;  $M(z_2) = \frac{m}{l}(a+b) - m = 0.$

განივი ძალა კი როგორც პირველ, ისე მეორე უბანში ერთნაირია:

$$Q(z_1) = Q(z_2) = R_A = \frac{m}{l} = const. \quad (6.32)$$

მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები წარმოდგენილია შესაბამისად 40, ბ და 40, გ ნახაზებზე.

4. კონსოლური (ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებული) კოჭის თავისუფალ ბოლოზე მოქმედებს შეყურსული ძალა (ნახ. 41, ა).

თუ კოჭს, მისი წარმოსახვით გაკვეთის შემდეგ მოვაცილებთ მარცხენა ნაწილს და განვიხილავთ მარჯვენა ნაწილს, რეაქციების განსაზღვრა აღარ არის საჭირო.

მლუნავი მომენტი  $B$  წერტილიდან  $z$  მანძილით დაშორებულ განივ კვეთში იქნება

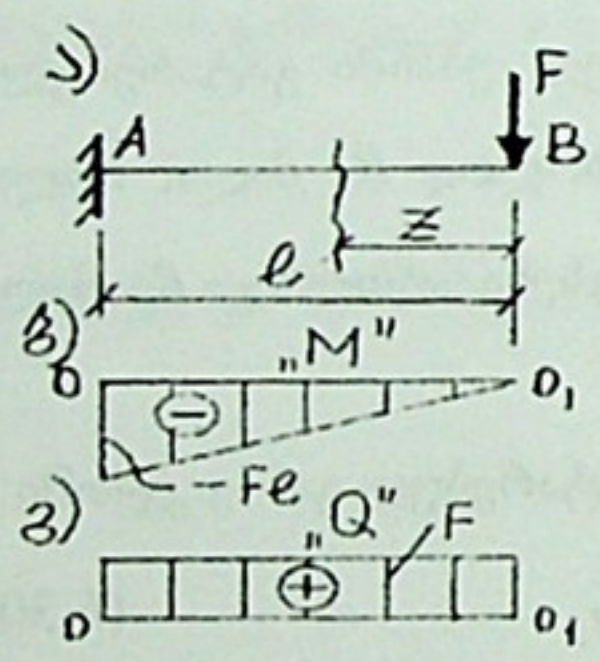
$$M(z) = -Fz. \quad (6.33)$$

უარყოფითი ნიშანი მიუთითებს იმაზე, რომ კოჭის ზედა ბოჭკოები იჭიმება.

როდესაც  $z = 0$ ;  $M(z) = 0.$

როდესაც  $z = l$ ;  $M(z) = -Fl.$

განივი ძალა  $Q(z) = F = const.$

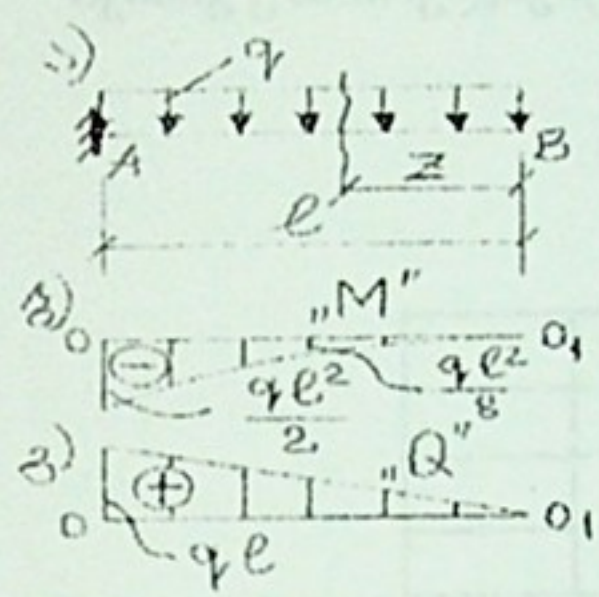


ნახ.41

მლუნავი მომენტის და განივი ძალის ეპიურები წარმოდგენილია შესაბამისად 41,ბ და 41,გ ნახაზებზე.



5. კონსოლურ კოჭზე მოქმედებს თანაბრად განაწილებული დატვირთვა (ნახ.42,ა).



ნახ.42

მლუნავი მომენტი B წერტილიდან z მანძილით დაშორებულ განივ კვეთში

$$M(z) = -\frac{qz^2}{2} \quad (6.34)$$

როდესაც  $z = 0$ ;  $M(z) = 0$ .

როდესაც  $z = l$ ;  $M(z) = -\frac{ql^2}{2}$ .

როდესაც  $z = \frac{l}{2}$ ;  $M(z) = -\frac{ql^2}{8}$ .

განივი ძალა

$$Q(z) = ql - qz \quad (6.35)$$

როდესაც  $z = 0$ ;  $Q(z) = ql$ .

როდესაც  $z = l$ ;  $Q(z) = 0$ .

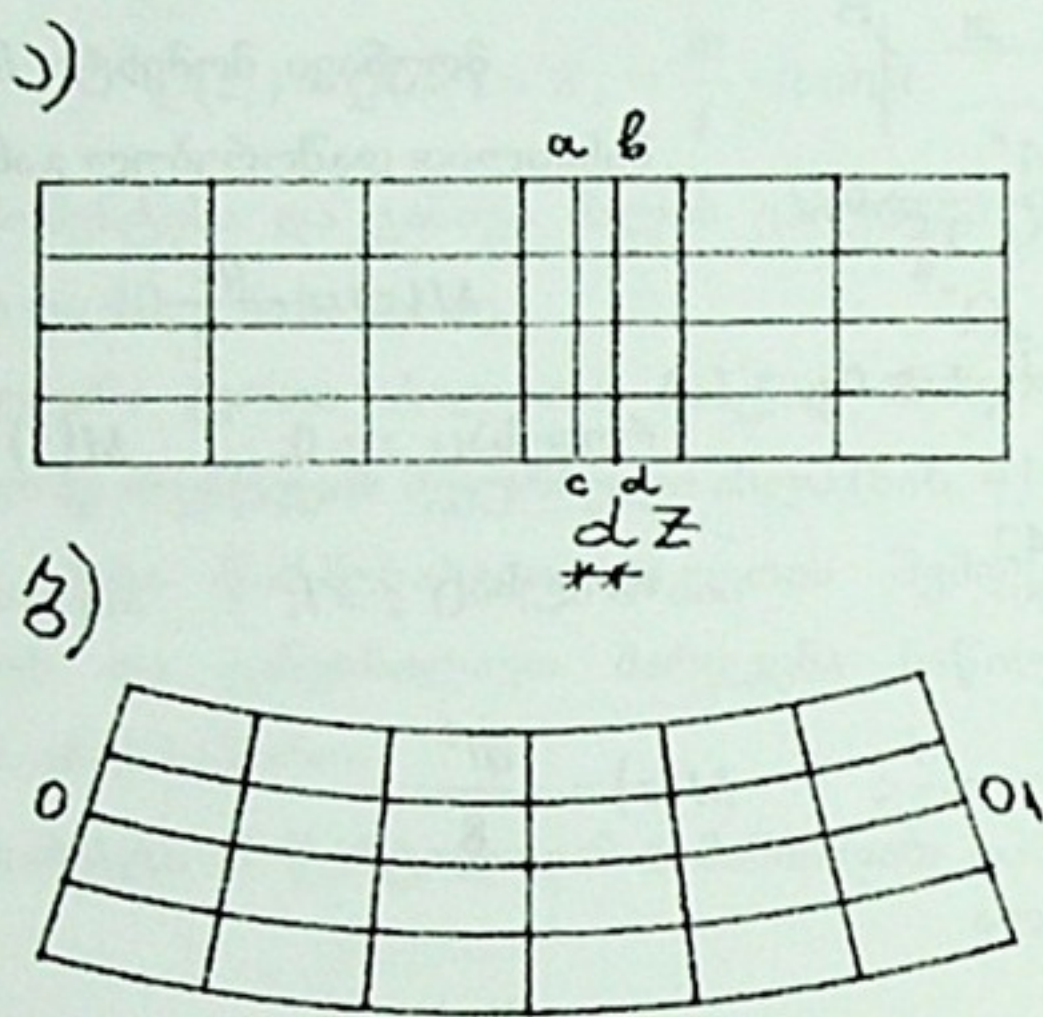
მლუნავი მომენტისა და განივი ძალის ეპიურები წარმოდგენილია შესაბამისად 42,ბ და 42,გ ნახაზებზე.

6.6. კოჭის დაბრუნებული მდგომარეობა პირდაპირი ღუნვის შემთხვევაში

თუ მართკუთხა განივი კვეთის მქონე კოჭის გვერდით ზედაპირზე დავიტანთ გრძივი და განივი ღარების ბადეს (ნახ. 43,ა) და გავლუნავთ ერთ-ერთ მთავარ სიბრტყეში (კერძოდ, ნახაზის სიბრტყეში) დავინახავთ რომ გრძივი ღარები, რომლებიც პარალელურნი იყვნენ გამრუდებადღე, გამრუდების შემდეგაც პარალელურნი დარჩებიან. (ნახ. 43, ბ). ე. ი. შეგვიძლია დავუშვათ, რომ კოჭის პორიზონტალური შრეები ერთმანეთის არ აწვება. კოჭის ქვედა შრეები დაგრძელდება, ხოლო ზედა - დამოკლდება. ამგვარად,



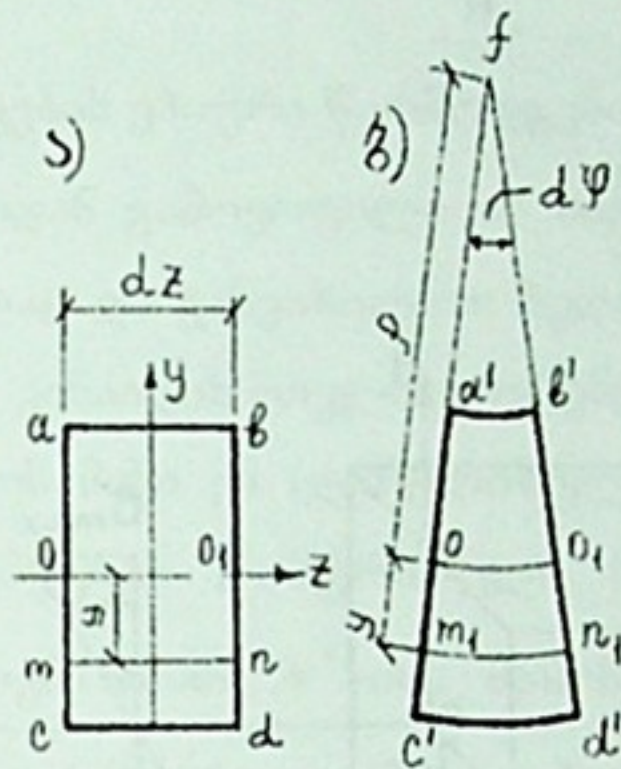
არსებობს ისეთი შრე, რომელიც არ იცვლის სიგრძეს. ასეთ შრეს ეწოდება **ნეიტრალური შრე** (00<sub>1</sub> შრე 43,ბ ნახაზზე). ვერტიკალური ანუ **განვი**



ნახ. 43

ხაზები გადაიხრებიან, მაგრამ არ გამრუდდებიან. ბუნებრივია ვივარაუდოთ, რომ კოჭის განივი კვეთის სიბრტყეები რჩება ბრტყელი გალუნვის შემდეგაც. ეს დებულება ატარებს **ბრტყელი კვეთის ჰიპოთეზის** ანუ **ბერნულის ჰიპოთეზის** სახელს. ამ ჰიპოთეზას, რომელიც სუფთა ლუნვის შემთხვევაში საკმაოდ ზუსტია, ავრცელებენ განივი ლუნვის შემთხვევაზეც. გამოვყოთ კოჭიდან (ნახ.43,ა)  $dz$  სიგრძის  $abcd$  ელემენტი (ნახ.44,ა). კოჭის გალუნვის შემდეგ ეს ელემენტი მიიღებს  $a'b'd'c'$  მდგომარეობას (ნახ. 44,ბ) და 00<sub>1</sub> ნეიტრალური შრიდან რაღაც  $y$  მანძილზე მდებარე  $m$  შრე (ნახ. 44,ა) დაგრძელდება ( $m_1n_1$  შრე 44,ბ ნახაზზე), ხოლო ნეიტრალური 00<sub>1</sub> შრე მხოლოდ გამრუდდება.  $ac$  და  $bd$  ხაზების გადაკვეთის კუთხე აღვნიშნოთ  $d\varphi$ -თი, ხოლო მანძილი ნეიტრალური შრიდან გადაკვეთის  $f$  წერტილამდე  $\rho$ -თი, რომელსაც **სიმრუდის რადიუსი** ეწოდება.





ნახ.44

ნახაზიდან ჩანს, რომ რკალის სიგრძე  $m_1 n_1 = (\rho + y) d\varphi$ , ხოლო  $mn = \rho d\varphi$ .  $mn$  შრის აბსოლუტური წაგრძელება  $m_1 n_1 - mn = y d\varphi$ , ხოლო  $mn$  შრის ფარდობითი წაგრძელება (ხაზობრივი ფარდობითი დეფორმაცია).

$$\varepsilon = \frac{m_1 n_1 - mn}{mn} = \frac{y d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho} \quad (6.36)$$

მეორეს მხრივ ჰუკის კანონის თანახმად  $\sigma = E\varepsilon$ . დაბვა, რომელიც მოქმედებს კოჭის ნეიტრალური შრიდან  $y$  მანძილით დაშორებულ  $m_1 n_1$  შრეზე, იქნება

$$\sigma(y) = E \frac{y}{\rho} \quad (6.37)$$

ამ განტოლების თანახმად, როდესაც  $y = 0$ ;  $\sigma(y) = 0$ . ე.ი. ნეიტრალურ შრეზე ნორმალური დაბვა ნულის ტოლია.

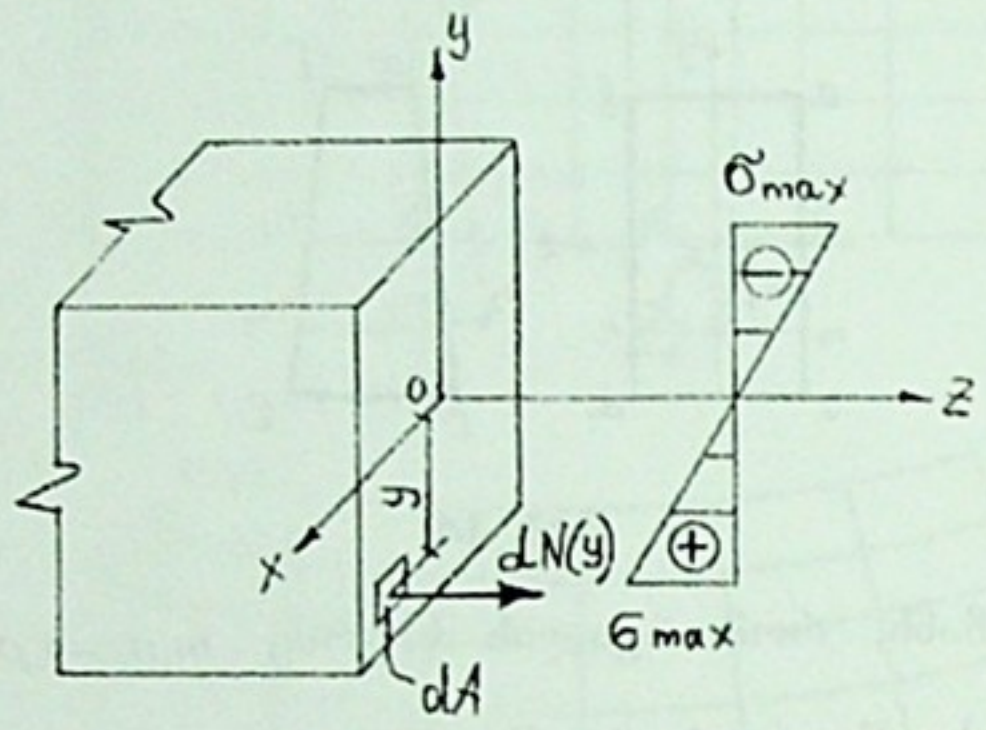
ახლა განვსაზღვროთ სიძრუდის  $\rho$  რადიუსი.  $dN(y)$  ელემენტარული ძალებისაგან (ნახ.45) გამოწვეული მღუნავი მომენტი  $dx$  ღერძისადმი იქნება



$$M_x = \int_A y \sigma(y) dA = \int_A y E \frac{y}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E I_x}{\rho} \quad (6.38)$$

საიდანაც

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E I_x} \quad (6.39)$$



ნახ.45

(6.37) - ის თანახმად

$$\sigma(y) = E y \frac{1}{\rho} = y \frac{M_x}{I_x} \quad (6.40)$$

როდესაც  $y = y_{max}$ , მაშინ  $\sigma(y) = \sigma_{max}$ . ამიტომ (6.40) მიიღებს სახეს

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{I_x} y_{max} \quad (6.41)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$W'_{max} = \frac{I_x}{y_{max}} \quad (6.42)$$

ამ უკანასკნელს უწოდებენ განივი კვეთის **ღერძულ წინაღობის მომენტს**.

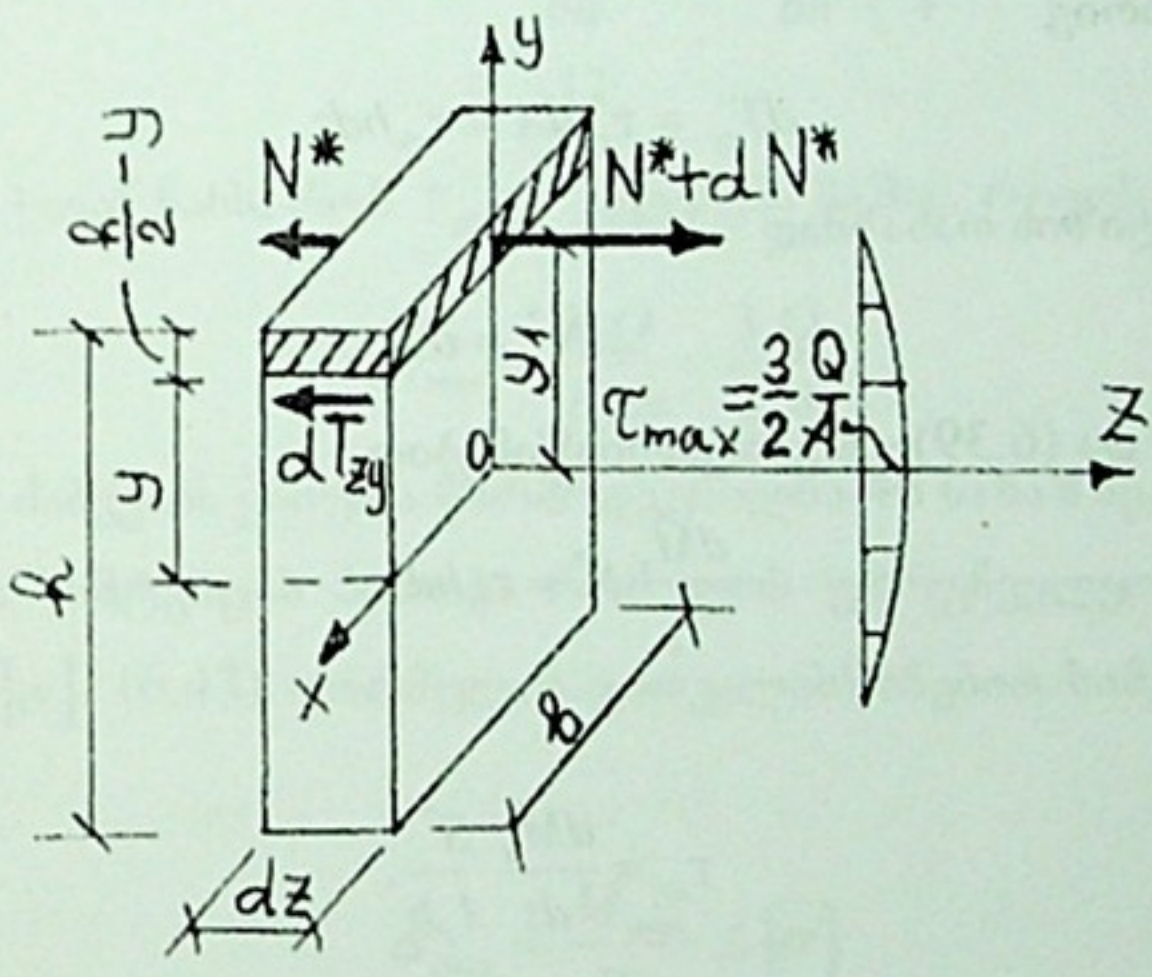
(6.42)-ის საფუძველზე (6.41) მიიღებს სახეს



$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$$

ნორმალური ძაბვების ეპიურა წარმოდგენილია 45 ნახაზზე.

ჩვენს მიერ კოჭიდან გამოყოფილი  $dz$  სიგრძის ელემენტი (იხ. ნახ. 44,ა) გავყოთ ორ ნაწილად და განვიხილოთ ზედა (დაშტრიხული) ნაწილის წონასწორობა (ნახ.46). ვინაიდან მთელი ელემენტი წონასწორობაშია, წონასწორობაში უნდა იყოს მისი ეს (დაშტრიხული) ნაწილიც. ნორმალური ძალა, რომელიც ელემენტის დაშტრიხული ნაწილის მარცხენა განივ კვეთზე მოქმედებს, აღვნიშნოთ  $N^*$ -ით. მასში მარჯვენა განივ კვეთზე იმოქმედებს მარცხენასაგან მცირედ განსხვავებული  $N^* + dN^*$  ძალა;



ნახ.46

წონასწორობის პირობა  $\sum Z = -N^* + N^* + dN^* = 0$  გვაძლევს, რომ  $dN^* = 0$ . ეს კი სინამდვილეს არ შეესაბამება, რადგანაც ნორმალური ძაბვები(და ე.ი. ნორმალური ძალებიც) ღუნვისას სხვადასხვა განივ კვეთებში სხვადასხვაა და ამიტომ  $dN^* \neq 0$ . ე.ი. უნდა არსებობდეს ამ



ელემენტარული ძალის ტოლი და მის საწინააღმდეგოდ მიმართული რაღაც  $dT_{xy}$  ძალა, რომელიც დაშტრიხული ნაწილის ქვედა (ან სიბრტყის პარალელურ) სიბრტყეზე მოქმედებს. მხოლოდ ამ შემთხვევაში შეიძლება დაკმაყოფილდეს  $\sum z = 0$  წონასწორობის პირობა დაშტრიხული ნაწილისათვის.

რადგანაც  $N^* = \int_{A'} \sigma(y) dA$  (ნახაზის თანახმად), ამიტომ

$$dN^* = \int_{A'} d\sigma(y) dA = \int_{A'} \frac{dM_x}{I_x} y_1 dA = \frac{dM_x}{I_x} S^*, \quad (6.44)$$

სადაც  $S^* = \int_{A'} y_1 dA$  არის დაშტრიხული ფართობის სტატიკური

მომენტი  $Ox$  ღერძის მიმართ.

მეორეს მხრივ

$$dT_{zy} = \tau_{zy} dA = \tau_{zy} h dz. \quad (6.45)$$

ჩვენი ანალიზის თანახმად

$$dN^* = dT_{zy}, \quad (6.46)$$

ანუ (6.38) და (6.39)-ის გათვალისწინებით

$$\frac{dM_x}{I_x} S^* = \tau_{zy} h dz$$

საიდანაც

$$\tau_{zy} = \frac{dM_x}{dz} \frac{S^*}{I_x h}, \quad (6.47)$$

მხები ძაბვების წყვილადობის კანონის თანახმად (იხ. ფორმულა 4.6)

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} \text{ ე.ი.}$$

$$\tau_{yz} = \frac{dM_x}{dz} \frac{S^*}{I_x h}, \quad (6.48)$$

(6.15)-ის გათვალისწინებით (6.48) მიიღებს სახეს:



$$\tau_{yz} = \frac{QS^*}{I_x h}$$

ამ ფორმულას უწოდებენ *ჟურავსკის ფორმულას*. თუ გვაქვს მართკუთხა განივი კვეთი, როგორც ეს 46-ე ნახაზზეა წარმოდგენილი, მაშინ

$$\begin{aligned} S^* &= b \left( \frac{h}{2} - y \right) y_1 = b \left( \frac{h}{2} - y \right) \left( \frac{h/2 - y}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left( \frac{h}{2} - y \right) \left( \frac{h}{2} + y \right) = \\ &= \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right); \end{aligned}$$

(3.25)-ის თანახმად  $I_x = \frac{bh^3}{12}$  და ამიტომ

$$\tau_{yz} = \frac{Q \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{\frac{bh^3}{12}} = \frac{6Q}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right).$$

აქედან ჩანს, რომ  $\tau_{\max}$  გვექნება მაშინ, როდესაც  $y=0$ . ე.ი.

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh} = \frac{3}{2} \frac{Q}{A}.$$

მხები ძაბვების ეპიურა წარმოდგენილია 46 ნახაზზე.

კოჭის სიმტკიცის პირობა რომ იყოს უზრუნველყოფილი, საჭიროა რომ  $\sigma_{\max} < [\sigma]$ . (6.43) ფორმულის გათვალისწინებით სიმტკიცის პირობას აქვს სახე:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (6.50)$$

საიდანაც განისაზღვრება *საჭირო წინააღობის მომენტი*

$$W_x^{\text{საჭ}} = \frac{M_{\max}}{[\sigma]}.$$

ამ უკანასკნელის მიხედვით ხდება კოჭის განივი კვეთის შერჩევა.

ზოგჯერ საჭიროა სიმტკიცის შემოწმება მხები ძაბვების მიხედვით, რომელსაც ვახორციელებთ ჟურავსკის ფორმულით:



$$\tau_{\max} = \frac{QS'}{I_x b} < [\tau]$$

## 6.7 სტატიკურად რკვევადი კოჭის ბანბარიშება ღუნვაზე

სტატიკურად რკვევად კოჭზე მოდებულია  $m=20$  კნმ შეყურსული მომენტი და  $F=40$  კნ შეყურსული ძალა (ნახ. 47).  $a=2$ მ;  $b=3$ მ;  $c=1$ მ. კოჭი უნდა განხორციელდეს ფოლადის შველერისაგან, რომლისთვისაც  $[\sigma]=16$  კნ/სმ<sup>2</sup>.

სტატიკურად რკვევადი კოჭის განხორციელება შეიძლება ორი გზით: 1) კოჭის ბოლოები უნდა დავამაგროთ უძრავ და მოძრავ სახსროვან საყრდენებზე ან 2) კოჭის ერთ-ერთი ბოლო ხისტად ჩავამაგროთ.

**გადაწყვეტა:** ჯერ განვიხილოთ პირველი ვარიანტი (ნახ.47,ა).

განვსაზღვროთ რეაქციები. ამისათვის გამოვიყენოთ წონასწორობის პირობა  $\sum m = 0$ .

$$\begin{aligned} \sum m_A &= -R_H(a+b+c) + F(a+b) - m = \\ &= -R_H \cdot 6 + 40 \cdot 5 - 20 = 0. \end{aligned}$$

საიდანაც  $R_H = 180/6 = 30$  კნ.

ანალოგიურად

$$\sum m_H = R_A(a+b+c) - m - F \cdot c = R_A \cdot 6 - 20 - 40 \cdot 1 = 0, \text{ საიდანაც}$$

$$R_A = 60/6 = 10 \text{ კნ.}$$

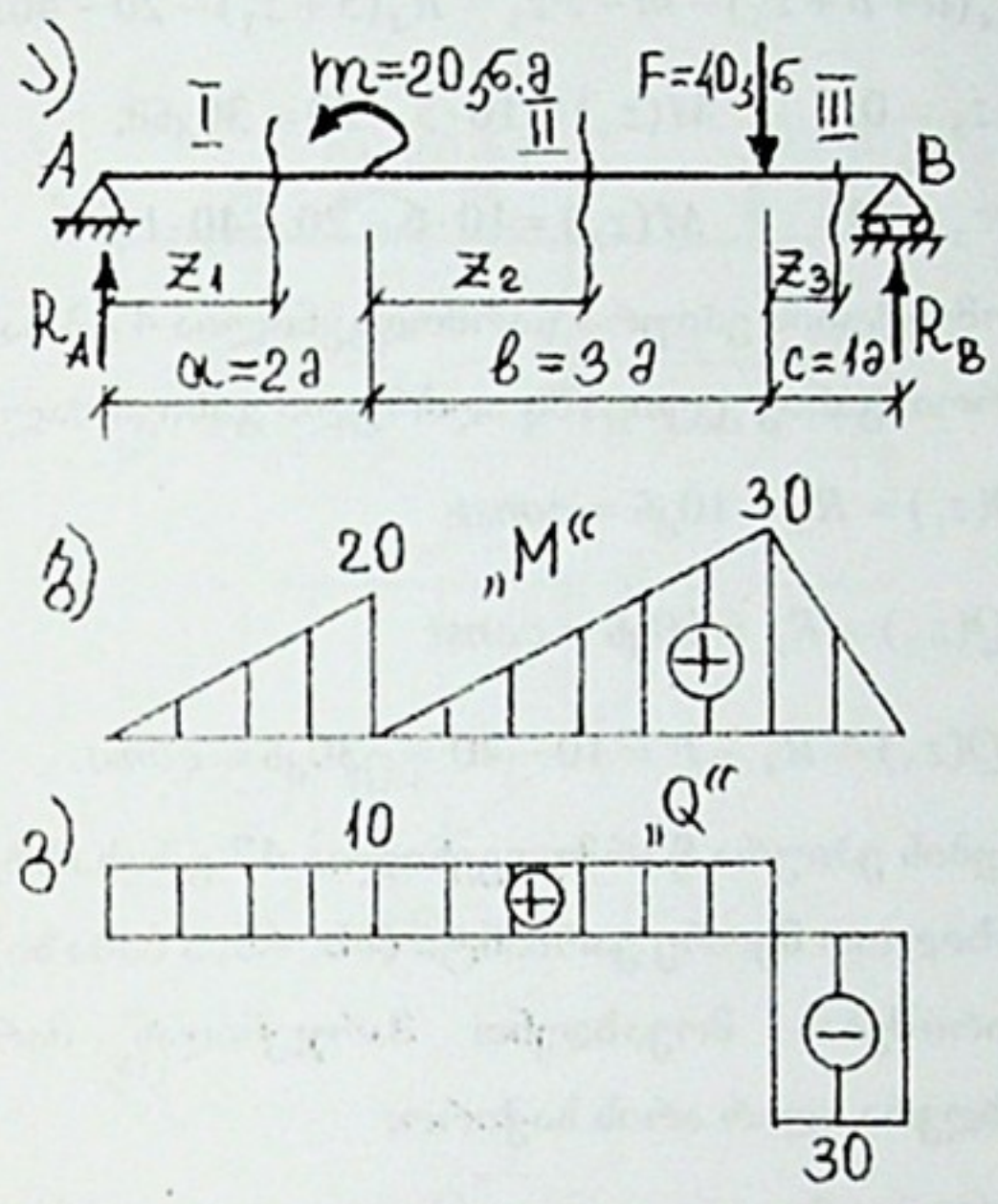
შემოწმებას ვახდენთ  $\sum y = 0$  წონასწორობის პირობით:

$$\sum y = R_A - F + R_H = 10 - 40 + 30 = 0.$$

განვსაზღვროთ მღუნავი მომენტები კოჭის განივ კვეთებში:

განსახილველი კოჭი დატვირთვების მიხედვით შედგება სამი უბნისაგან:





ნახ.47

**I უბანში**

$$M(z_1) = R_A z_1$$

ვინაიდან  $M(z_1)$  ფუნქცია პირველი რიგისაა და ე.ი. განისაზღვრება წრფით, ამიტომ საკმარისია მისი გამოთვლა ორი წერტილისათვის:

როდესაც  $z_1 = 0$ ,  $M(z_1) = 0$ ;

როდესაც  $z_1 = a = 2a$ ,  $M(z_1) = 10 \cdot 2 = 20$  კნმ;

**II უბანში**

$$M(z_2) = R_A(a + z_2) - m = 10(2 + z_2) - 20$$

როდესაც  $z_2 = 0$ ,  $M(z_2) = 20 - 20 = 0$ ;

როდესაც  $z_2 = b = 3a$ ,  $M(z_2) = 10 \cdot 5 - 20 = 30$  კნმ;

**III უბანში**



$$M(z_3) = R_A(a + b + z_3) - m - Fz_3 = R_A(5 + z_3) - 20 - 40z_3$$

როდესაც  $z_3 = 0$ ,  $M(z_3) = 10 \cdot 5 - 20 = 30 \text{ კმ}$ ;

როდესაც  $z_3 = 1\text{მ}$ ,  $M(z_3) = 10 \cdot 6 - 20 - 40 \cdot 1 = 0$ .

მლუნავი მომენტების ეპიურა წარმოდგენილია 47,ბ ნახაზზე.

განვსაზღვროთ განივ კვეთებში აღძრული განივი ძალები:

**I უბანში**  $Q(z_1) = R_A = 10 \text{ კნ} = \text{const}$

**II უბანში**  $Q(z_2) = R_A = 10 \text{ კნ} = \text{const}$

**III უბანში**  $Q(z_3) = R_A - F = 10 - 40 = -30 \text{ კნ} = \text{const}$ .

განივი ძალების ეპიურა წარმოდგენილია 47,გ ნახაზზე.

ახლა განვიხილოთ მეორე ვარიანტი (იხ. 48, ა ნახაზი):

თუ გაანგარიშებას მოვახდენთ მარჯვნიდან მარცხნივ, მაშინ რეაქციების განსაზღვრა აღარ არის საჭირო.

**I უბანში**  $M(z_1) = 0$

**II უბანში**  $M(z_2) = -Fz_2 = -40z_2$

როდესაც  $z_2 = 0$ ,  $M(z_2) = 0$

როდესაც  $z_2 = b = 3$ ,  $M(z_2) = -40 \cdot 3 = -120 \text{ კმ}$ .

**III უბანში**  $M(z_3) = -F(b + z_3) + m = -40(3 + z_3) - 20$

როდესაც  $z_3 = 0$ ,  $M(z_3) = -120 + 20 = -100 \text{ კმ}$ ;

როდესაც  $z_3 = a = 2$ ,  $M(z_3) = -40 \cdot 5 + 20 = -180 \text{ კმ}$

მლუნავი მომენტების ეპიურა წარმოდგენილია 48,ბ ნახაზზე.

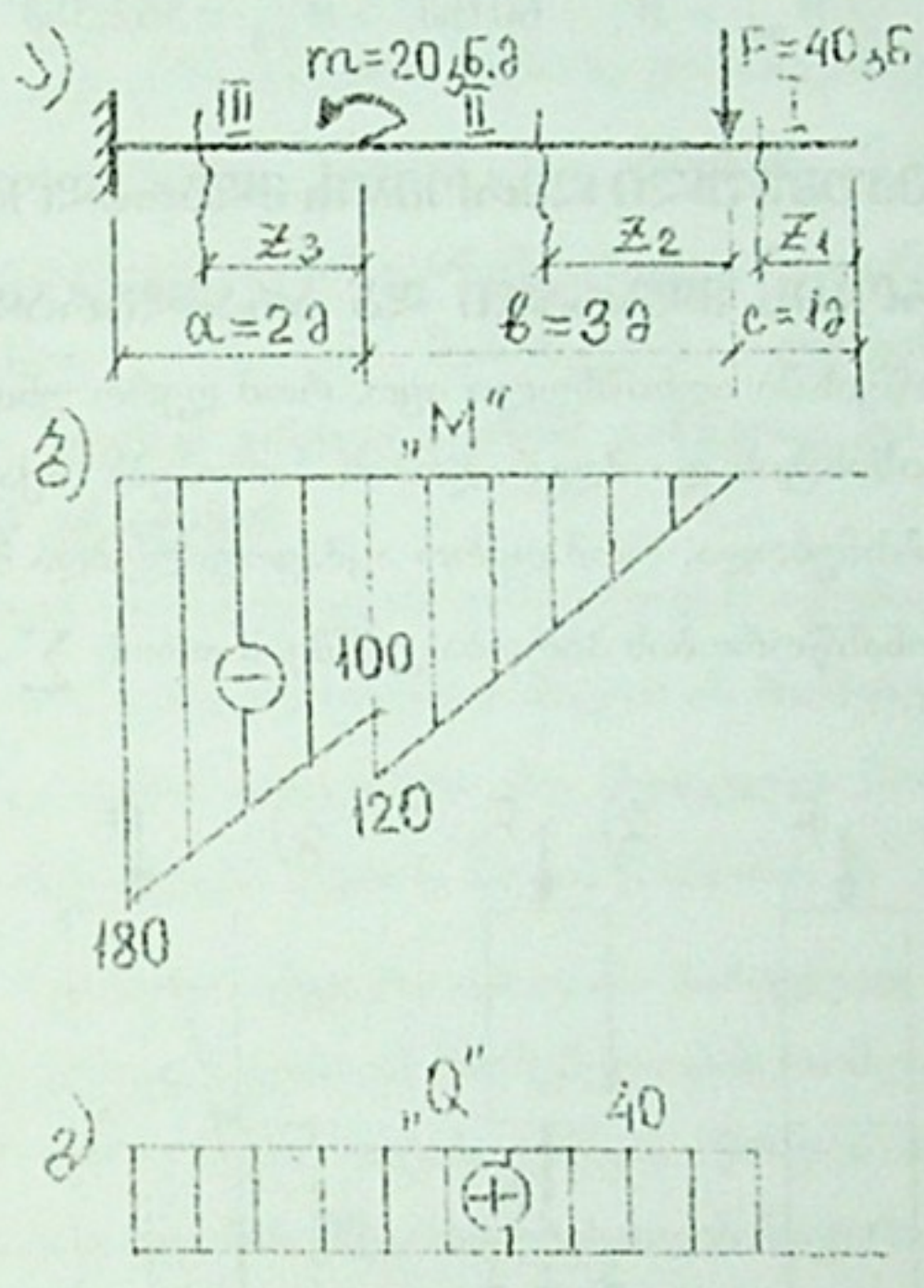
განვსაზღვროთ განივი ძალები:

**I უბანში**  $Q(z_1) = 0$ .

**II უბანში**  $Q(z_2) = F = 40 \text{ კნ} = \text{const}$

**III უბანში**  $Q(z_3) = F = 40 \text{ კნ} = \text{const}$ .





**ნახ.48**

განივი ძალების ეპიურა წარმოდგენილია 48, გ ნახაზზე  
 ორივე ვარიანტის მიხედვით  $M_{max} = 180 \text{ კნმ} = 18000 \text{ კნსმ}$ . ამ მომენტის  
 მიხედვით განისაზღვრება საჭირო წინააღობის მომენტი

$$W_{საჭ} = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{18000}{16} = 1125 \text{ სმ}^3$$

ვინაიდან სორტამენტის ცხრილში (იხ. დანართი, ცხრილი 3) არ  
 არის ისეთი დიდი შველერი, რომელსაც ასეთი დიდი წინააღობის მომენტი  
 აქვს, ვიღებთ რამდენიმე (ჩვენს შემთხვევაში ორ) შველერს და ამიტომ

$$W'_{საჭ} = \frac{W_{საჭ}}{2} = \frac{1125}{2} = 562,5 \text{ სმ}^3$$

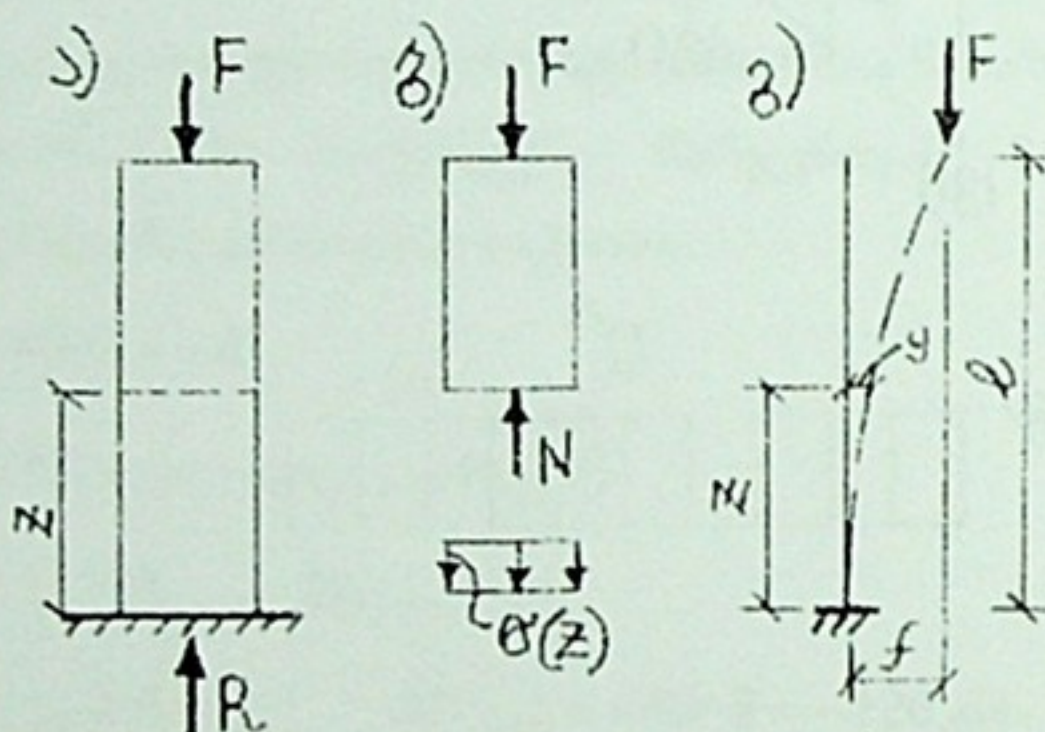


$$W_{\max} = W_x = 601 \text{ სმ}^3 > W'_{\text{საჭ}} = 562,5 \text{ სმ}^3.$$

## 7. შეკუმშული ღეროების მდგრადობა

### 7.1 წონასწორობის მდგრადი და არამდგრადი ფორმები

კურსის დასაწყისში აღნიშნული იყო, რომ ღერო უნდა აკმაყოფილებდეს სიმტკიცის, სიხისტის და მდგრადობის პირობებს. აქამდე განხილულ ამოცანებში იგულისხმებოდა, რომ ღერო აკმაყოფილებდა მდგრადობის პირობებს ანუ მისი წონასწორობის პირობა კუმშვის დროს  $\sum Z = -F + R = 0$



ნახ.49

(ნახ.49,ა) არ იცვლებოდა მკუმშავი ძალის ზრდასთან დაკავშირებით. ეს პირობა ერთადერთი და საკმარისი იყო ღეროს განივ კვეთში ძაბვის განსაზღვრისათვის (ნახ. 49,ბ):

$$\sigma(z) = \frac{N}{A} = \frac{F}{A} = \text{const}, \quad (7.1)$$

მაგრამ, თუ ღეროს დავაწვრილებთ, მისი სიხისტე შემცირდება და ამ დროს თუ ღეროზე მკუმშავ ძალას ნელ-ნელა გავზრდით, დადგება ისეთი მომენტი, როდესაც ღერო გაიღუნება (ნახ.49,გ) და F მკუმშავი ძალა ჩამაგრებიდან რაიმე z მანძილზე მდებარე განივ კვეთში გამოიწვევს არა



კუმშვას, როგორც ეს ადრე იყო, არამედ ღუნვას. მღუნავი მომენტი  $M(z) = F(f-y)$ . ცხადია, რომ წონასწორობის პირობა  $\sum z = 0$  აღარ გამოგვადგება განივ კვეთებში ძაბვების განსაზღვრისათვის. აქ უნდა გამოვიყენოთ წონასწორობის პირობა  $\sum m(z) = 0$ . ამრიგად, წერილი ანუ მოქნილი ღეროს წონასწორობის პირობა არამდგრადია, რადგანაც იგი შეიცვალა.

შევნიშნოთ, რომ ამ შემთხვევაში ღუნვის გამომწვევი ძალა მიმართულია ღეროს გრძივი ღერძის გასწვრივ და ამიტომ ასეთ ღუნვას გრძივ ღუნვას უწოდებენ.

იმისათვის რომ დავადგინოთ თუ როდის იქნება ღერო მხოლოდ შეკუმშული, საჭიროა განვსაზღვროთ  $F$  ძალის ის მნიშვნელობა, რომლის გაზრდის შემდეგაც ღერო გაიღუნება ანუ შეიცვლის წონასწორობის პირობას; ე.ი. ჩვენ გვაინტერესებს ღეროს წონასწორობის  $\sum z = 0$  პირობა ძალის რასიდიდემდეა მდგრადი. ამგვარი ამოცანა პირველად დააყენა ლეონარდ ეილერმა და მკუმშავი ძალის იმ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც გაღუნული ღერო აღარ უბრუნდება თავის საწყის წრფივ მდგომარეობას, უწოდა კრიტიკული. ე.ი. ღეროს მდგრადობისათვის საჭიროა რომ მკუმშავი ძალა ნაკლები იყოს კრიტიკულზე ანუ

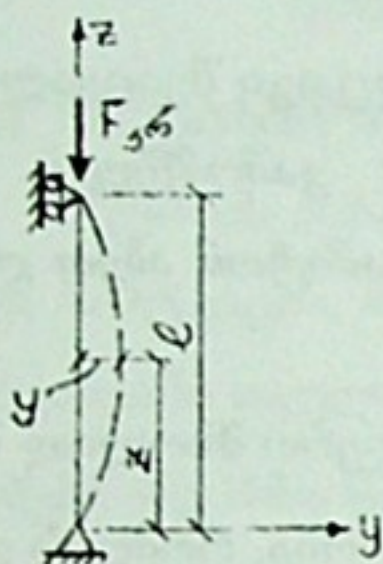
$$\frac{F_{კრ}}{[F]} = n_{აღვ} > 1 \tag{7.2}$$

სადაც  $F_{კრ}$  არის კრიტიკული ძალა,  $[F]$  - მკუმშავი ძალის დასაშვები მნიშვნელობა, ხოლო  $n_{აღვ}$  - მდგრადობის მარაგის კოეფიციენტი. ხის კონსტრუქციებისათვის  $n_{აღვ} = 2,5$ ; მყიფე მასალებისათვის  $5 \div 6$ , ხოლო ფოლადებისათვის  $1,8 \div 3,0$ .



## 7.2 ბრაივი ღუნვა დრეკადლის ფარგლებში

განვიხილოთ ღერო, რომელიც ორივე ბოლოთი სახსრუნად და ჩამაგრებული და ძაბვები მის განივ კვეთებში ნაკლებია პროპორციულობის ზღვარზე (ნახ. 50).



ნახ.50

დრეკადი წირის დიფერენციალურ განტოლებას, როგორც ვიცით აქვს სახე (იხ. ფორმ. 7.4):

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M(z)}{EI} \quad (7.3)$$

ნახაზიდან ჩანს, რომ  $M(z) = -F_0 y$ , ამიტომ

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{F_0}{EI} y = 0 \quad (7.4)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა  $F_0/EI = k^2$ , მაშინ

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + k^2 y = 0 \quad (7.5)$$

უმაღლესი მათემატიკის კურსიდან ცნობილია, რომ ამ დიფერენციალური განტოლების ამოხსნაა

$$y = A \cos kz + B \sin kz \quad (7.6)$$

სადაც  $A$  და  $B$  ნებისმიერი მუდმივებია. მათი განსაზღვრისათვის ვიყენებთ ე.წ. სასაზღვრო პირობებს:

1. როდესაც  $z=0, y=0$ . ამ დროს (7.6) მიიღებს სახეს

$$0 = A \cos 0 + B \sin 0.$$

საიდანაც  $A=0$

2. როდესაც  $z=l, y=0$ . ამ შემთხვევაში (7.6) მიიღებს სახეს

$$0 = A \cos kl + B \sin kl. \quad (7.7)$$

რადგანაც  $A=0$ , ამიტომ (7.7)-დან ვღებულობთ, რომ  $B \sin kl = 0$ . ეს პირობა რომ შესრულდეს ან  $B$  უნდა იყოს ნულის ტოლი, ან  $\sin kl$ . თუ დავუშვებთ  $B=0$ , მაშინ, რადგანაც  $A=0$ , გამოდის რომ  $y=0$   $z$ -ის ნებისმიერი



მნიშვნელობისათვის, რაც სინამდვილეს არ შეესაბამება. ე.ი.  $\sin kl = 0$  ანუ

$$\sin\left(l\sqrt{\frac{F_{cr}}{EI}}\right) = 0,$$

საიდანაც 
$$l\sqrt{\frac{F_{cr}}{EI}} = n\pi, \tag{7.8}$$

სადაც  $n=0, 1, 2, \dots$

$n$ -ის მნიშვნელობების ამ მიმდევრობიდან ჩვენთვის მისაღებია  $n=1$ , რადგანაც თუ  $n=0$ , მაშინ (7.8)-ის თანახმად გამოდის რომ ან  $l=0$  ან  $\sqrt{F_{cr}/EI} = 0$ . არც ერთი მათგანი ნულის ტოლი არ არის. თუ დავუშვებთ, რომ  $n=2, 3, \dots$  გამოდის რომ  $F_{cr}$ -ის მინიმალური მნიშვნელობას არ ვიღებთ. ამიტომ ამოცანას აკმაყოფილებს  $n=1$ . ე.ი. (7.8) ჩაიწერება

$$l\sqrt{\frac{F_{cr}}{EI}} = \pi,$$

ანუ 
$$\frac{l^2 F_{cr}}{EI} = \pi^2$$

საიდანაც 
$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \tag{7.9}$$

ამ ფორმულას უწოდებენ ეილერის ფორმულას.

უნდა გვახსოვდეს რომ განივი კვეთის ინერციის მომენტი უნდა ავიღოთ მინიმალური, რადგანაც ღერო გაიღუნება იმ სიბრტყეში, რომელშიც მისი განივი კვეთის სიხისტე და ე.ი. ინერციის მომენტი მინიმალურია. ამიტომ გვექნება

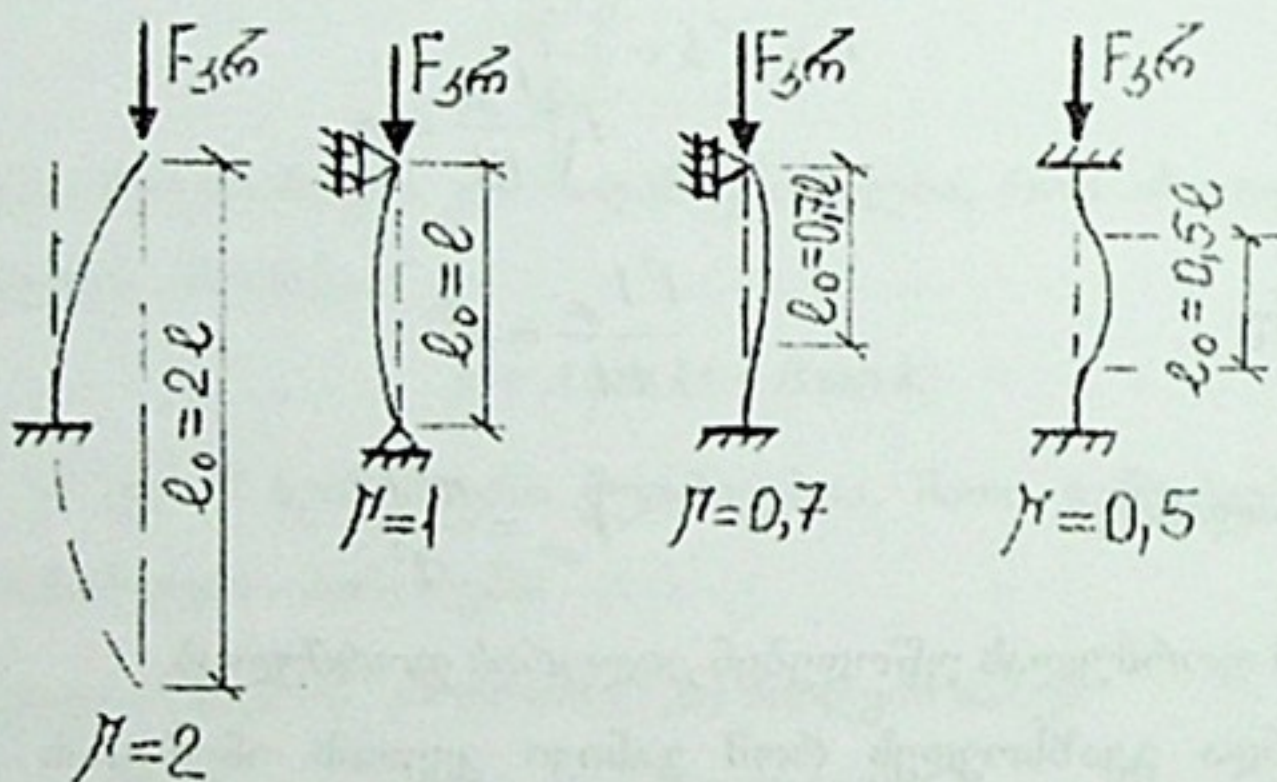
$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l^2} \tag{7.10}$$



კრიტიკული ძალის სიდიდეზე

ღეროს ჩამაგრების სახეზე დიდად არის დამოკიდებული კრიტიკული ძალის სიდიდე. 51 ნახაზზე წარმოდგენილია შეკუმშული ღეროების დამაგრების ყველაზე მეტად გავრცელებული შემთხვევები. თითოეული მათგანისათვის კრიტიკული ძალის განმსაზღვრელი ფორმულა მიიღება ისე, როგორც იგი მიღებული იყო ორივე ბოლოთი სახსროვნად ჩამაგრებული ღეროსათვის. როგორც (7.5) დიფერენციალური განტოლების ამოხსნები გვიჩვენებენ, ყველა იმ შემთხვევისათვის, რომლებიც წარმოდგენილია 51 ნახაზზე, კრიტიკული ძალა შეიძლება განისაზღვროს შემდეგი განზოგადებული ფორმულით:

$$F_{კრ} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}$$

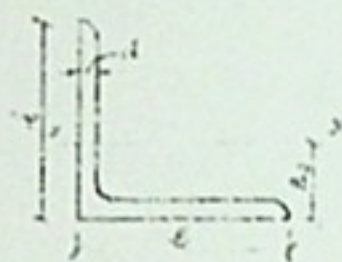


ნახ.51

$\mu$  არის ღეროს დაყვანილი სიგრძის კოეფიციენტი, ხოლო  $l_0 = \mu l$  არის ღეროს დაყვანილი ანუ თავისუფალი სიგრძე. ამიტომ კრიტიკული ძალის ფორმულა შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგნაირადაც:

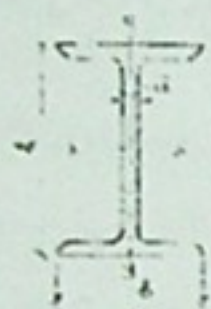
$$F_{კრ} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l_0^2}$$





N°	h	d	A	$I_x$	$I_y$	$z_u$	N°	h	d	A	$I_x$	$I_y$	$z_u$
	მმ	მმ	სმ <sup>2</sup>	სმ <sup>4</sup>	სმ <sup>4</sup>	სმ		მმ	მმ	სმ <sup>2</sup>	სმ <sup>4</sup>	სმ <sup>4</sup>	სმ
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
2	20	3	1,13	0,4	0,59	0,6	7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	2,02
		4	1,46	0,5	0,58	0,64			6	8,78	46,6	2,30	2,06
2,5	25	3	1,43	0,81	0,75	0,73			7	10,1	53,3	2,29	2,10
		4	1,86	1,03	0,74	0,76			8	11,5	59,8	2,28	2,15
2,8	28	3	1,62	1,16	0,85	0,80			9	12,8	66,1	2,27	2,18
3,2	32	3	1,86	1,77	0,97	0,89	8	80	6	9,38	57,0	2,47	2,19
		4	2,43	2,26	0,96	0,94			7	10,8	65,3	2,45	2,23
3,6	36	3	2,10	2,56	1,10	0,99			8	12,3	73,4	2,44	2,27
		4	2,74	3,29	1,09	1,04	9	90	6	10,6	82,1	2,78	2,43
4	40	3	2,35	3,55	1,23	1,09			7	12,3	94,3	2,77	2,47
		4	3,08	4,58	1,22	1,13			8	13,9	106	2,76	2,51
4,5	45	3	2,65	5,13	1,39	1,21			9	15,6	118	2,75	2,55
		4	3,48	6,63	1,38	1,26	10	100	7	13,8	131	3,08	2,71
		5	4,29	8,63	1,37	1,30			8	15,6	147	3,07	2,75
5,0	5	3	2,96	7,11	1,55	1,33			10	19,2	179	3,05	2,83
		4	3,89	9,21	1,54	1,38			12	22,8	209	3,03	2,91
		5	4,80	11,2	1,53	1,42			14	26,3	237	3,00	2,99
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	1,52			16	29,7	264	2,98	3,06
		5	5,41	16,0	1,72	1,57	11	110	7	15,2	176	3,40	2,96
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	1,69			8	17,2	198	3,39	3,00
		5	6,13	23,1	1,94	1,74	12,5	125	8	19,7	294	3,87	3,36
		6	7,28	27,1	1,93	1,78			9	22,1	328	3,86	3,41
7	70	5	6,86	31,9	2,16	1,90			10	24,3	360	3,85	3,45
		6	8,15	37,6	2,15	1,94			12	28,9	422	3,83	3,53
		7	9,42	43,0	2,14	1,99			14	33,4	482	3,80	3,61
		8	10,7	48,2	2,13	2,02			16	37,8	539	3,78	3,68

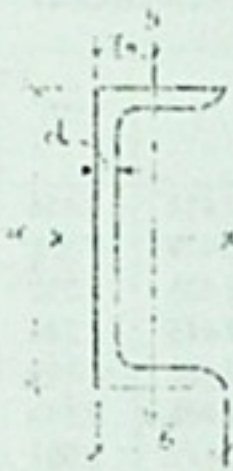




№	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>A</i>	$I_x$	$W_x$	$i_x$	$I_y$	$W_y$	$i_y$
	მმ	მმ	მმ	სმ <sup>2</sup>	სმ <sup>4</sup>	სმ <sup>3</sup>	სმ	სმ <sup>4</sup>	სმ <sup>3</sup>	სმ
10	100	55	4,5	12,0	198	39,5	4,06	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	14,7	350	58,4	4,88	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	17,4	572	81,7	5,73	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	20,2	873	104	6,57	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	23,4	1290	143	7,42	82,6	18,4	1,88
18 <sub>ა</sub>	180	100	5,1	25,4	1430	159	7,51	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	26,8	1840	184	8,28	115	23,1	2,07
20 <sub>ა</sub>	200	110	5,2	28,9	2030	203	8,37	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	30,6	2550	232	9,13	157	28,6	2,27
22 <sub>ა</sub>	220	120	5,4	32,8	2790	254	9,22	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	34,8	3460	289	9,97	198	34,5	2,37
24 <sub>ა</sub>	240	125	5,6	37,5	3800	317	10,1	260	41,3	2,63
27	270	125	6,0	40,2	5010	371	11,2	260	41,5	2,54
27 <sub>ა</sub>	270	135	6,0	43,2	5500	407	11,3	337	50,1	2,80
30	300	135	6,5	46,5	7080	472	12,3	337	49,9	2,69
30 <sub>ა</sub>	300	145	6,5	49,9	7780	518	12,5	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	53,2	9840	597	13,5	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	61,9	13380	748	14,7	516	71,1	2,89
40	400	155	8,0	71,4	18930	947	16,3	666	85,9	3,05
45	450	160	8,6	83,0	27450	1220	18,2	807	101	3,12
50	500	170	9,5	97,8	39290	1570	20,0	1040	122	3,26
55	550	180	10,3	114,3	55150	2000	22,1	1350	150	3,44
60	600	190	11,0	132	75450	2510	23,9	1720	181	3,60
65	650	200	12,0	153	101400	3120	25,8	2170	217	3,77
70	700	210	13,0	176	134600	3840	27,7	2730	260	3,94
70 <sub>ა</sub>	700	210	15,1	202	152700	4360	27,5	3240	309	4,01
70 <sub>ბ</sub>	700	210	17,5	234	175371	5010	27,4	3910	373	4,09



დანართი, ცხრილი 3



№	h	b	d	A	$I_x$	$W_x$	$i_x$	$I_y$	$W_y$	$i_y$	$z_0$
	მმ	მმ	მმ	სმ <sup>2</sup>	სმ <sup>4</sup>	სმ <sup>3</sup>	სმ	სმ <sup>4</sup>	სმ <sup>3</sup>	სმ	სმ
5	50	32	4,4	6,16	22,8	9,1	1,92	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,51	48,6	15,0	2,54	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	8,98	89,4	22,4	3,16	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	10,9	174	34,8	3,99	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	13,3	304	50,6	4,78	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	15,6	491	70,2	5,60	45,4	11,0	1,70	1,67
14,5	140	62	4,9	17,0	545	77,8	5,66	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	18,1	747	93,4	6,42	63,3	13,8	1,87	1,80
16,5	160	68	5,0	19,8	823	103	6,49	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	20,7	1090	121	7,24	86,0	17,0	2,04	1,94
18,5	180	74	5,1	22,2	1190	132	7,32	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	23,4	1520	152	8,07	113	20,5	2,20	2,07
20,5	200	80	5,2	25,2	1670	167	8,15	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	26,7	2110	192	8,89	151	25,1	2,37	2,21
22,5	220	87	5,4	28,8	2330	212	8,99	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	30,6	2900	242	9,73	208	31,6	2,60	2,47
24,5	240	95	5,6	32,9	3180	265	9,84	254	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	35,2	4160	308	10,9	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	40,5	5810	387	12,0	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	46,5	7980	484	13,1	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	53,4	10820	601	14,2	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	61,5	15220	761	15,7	642	73,4	3,23	2,75



# ღანართი, ცხრილი 4

ნატურალური ტრიგონომეტრიული სიდიდეები



$\alpha$		sin	cos	tg	ctg	$\alpha$		$\alpha$		sin	cos	tg	ctg	$\alpha$	
o	'					o	o	o	o					o	o
0	0	0.000	1.000	0.000		60	89	22	30	0.383	0.924	0.414	2.414	30	67
0	5	0.001	1.000	0.001	687.55	55	89	23	0	0.391	0.921	0.424	2.356	60	66
0	10	0.003	1.000	0.003	343.77	50	89	23	30	0.399	0.917	0.435	2.300	30	66
0	20	0.006	1.000	0.006	171.89	40	89	24	0	0.407	0.914	0.445	2.246	60	65
0	25	0.007	1.000	0.007	137.51	35	89	24	30	0.415	0.910	0.456	2.194	30	65
0	30	0.009	1.000	0.009	114.59	30	89	25	0	0.423	0.906	0.466	2.145	60	64
0	40	0.012	1.000	0.012	85.940	20	89	25	30	0.431	0.903	0.477	2.097	30	64
0	50	0.015	1.000	0.015	68.750	10	89	26	0	0.438	0.899	0.488	2.050	60	63
1	0	0.017	1.000	0.017	57.290	60	88	26	30	0.446	0.895	0.499	2.006	30	63
1	10	0.020	1.000	0.020	49.104	50	88	27	0	0.454	0.891	0.510	1.963	60	62
1	20	0.023	1.000	0.023	42.964	40	88	27	30	0.462	0.887	0.521	1.921	30	62
1	30	0.026	1.000	0.026	38.188	30	88	28	0	0.469	0.883	0.532	1.881	60	61
1	40	0.029	1.000	0.029	34.368	20	88	28	30	0.477	0.879	0.543	1.842	30	61
2	0	0.035	0.999	0.035	28.636	60	87	29	0	0.485	0.875	0.554	1.804	60	60
2	30	0.044	0.999	0.044	22.904	30	87	29	30	0.492	0.870	0.566	1.768	30	60
3	0	0.052	0.999	0.052	19.081	60	86	30	0	0.500	0.866	0.577	1.732	60	59
3	30	0.061	0.998	0.061	16.350	30	86	30	30	0.508	0.862	0.589	1.698	30	59
4	0	0.070	0.998	0.070	14.301	60	85	31	0	0.515	0.857	0.601	1.664	60	58
4	30	0.078	0.997	0.079	12.706	30	85	31	30	0.523	0.853	0.613	1.632	30	58
5	0	0.087	0.996	0.087	11.430	60	84	32	0	0.530	0.848	0.625	1.600	60	57
5	30	0.096	0.995	0.096	10.385	30	84	32	30	0.537	0.843	0.637	1.570	30	57
6	0	0.105	0.995	0.105	9.514	60	83	33	0	0.545	0.839	0.649	1.540	60	56
6	30	0.113	0.994	0.114	8.777	30	83	33	30	0.552	0.834	0.662	1.511	30	56
7	0	0.121	0.993	0.123	8.144	60	82	34	0	0.559	0.829	0.675	1.483	60	55
7	30	0.131	0.991	0.132	7.596	30	82	34	30	0.566	0.824	0.687	1.455	30	55
8	0	0.139	0.990	0.141	7.115	60	81	35	0	0.574	0.819	0.700	1.428	60	54
8	30	0.148	0.989	0.149	6.691	30	81	35	30	0.581	0.814	0.713	1.407	30	54
9	0	0.156	0.988	0.158	6.314	60	80	36	0	0.588	0.809	0.727	1.376	60	53
9	30	0.165	0.986	0.167	5.976	30	80	36	30	0.595	0.804	0.740	1.351	30	53
10	0	0.174	0.985	0.176	5.671	60	79	37	0	0.602	0.799	0.754	1.327	60	52
10	30	0.182	0.983	0.185	5.396	30	79	37	30	0.609	0.793	0.767	1.303	30	52
11	0	0.191	0.982	0.194	5.145	60	78	38	0	0.616	0.788	0.781	1.280	60	51
11	30	0.199	0.980	0.203	4.915	30	78	38	30	0.623	0.783	0.795	1.257	30	51
12	0	0.208	0.978	0.213	4.705	60	77	39	0	0.629	0.777	0.810	1.235	60	50
12	30	0.216	0.976	0.222	4.511	30	77	39	30	0.636	0.772	0.824	1.213	30	50
13	0	0.225	0.974	0.231	4.332	60	76	40	0	0.643	0.766	0.839	1.192	60	49
13	30	0.233	0.972	0.240	4.165	30	76	40	30	0.649	0.760	0.854	1.171	30	49
14	0	0.242	0.970	0.249	4.011	60	75	41	0	0.656	0.755	0.869	1.150	60	48
14	30	0.250	0.968	0.259	3.867	30	75	41	30	0.663	0.749	0.885	1.130	30	48
15	0	0.259	0.966	0.268	3.732	60	74	42	0	0.669	0.743	0.900	1.111	60	47
15	30	0.267	0.964	0.277	3.606	30	74	42	30	0.676	0.737	0.916	1.091	30	47
16	0	0.276	0.961	0.287	3.487	60	73	43	0	0.682	0.731	0.933	1.072	60	46
16	30	0.284	0.959	0.296	3.376	30	73	43	30	0.688	0.725	0.949	1.054	30	46
17	0	0.292	0.956	0.306	3.271	60	72	43	40	0.690	0.723	0.955	1.048	20	46
17	30	0.301	0.954	0.315	3.172	30	72	43	50	0.693	0.721	0.960	1.042	10	46
18	0	0.309	0.951	0.325	3.078	60	71	44	0	0.695	0.719	0.966	1.036	60	45
18	30	0.317	0.948	0.335	2.989	30	71	44	10	0.697	0.717	0.971	1.030	50	45
19	0	0.326	0.946	0.344	2.904	60	70	44	20	0.699	0.715	0.977	1.024	40	45
19	30	0.334	0.943	0.354	2.824	30	70	44	30	0.701	0.713	0.983	1.018	30	45
20	0	0.342	0.940	0.364	2.748	60	69	44	40	0.703	0.711	0.988	1.012	20	45
20	30	0.350	0.937	0.374	2.675	30	69	44	45	0.704	0.710	0.991	1.009	15	45
21	0	0.358	0.934	0.384	2.605	60	68	44	50	0.705	0.709	0.994	1.006	10	45
21	30	0.367	0.930	0.394	2.539	30	68	44	55	0.706	0.708	0.997	1.003	5	45
22	0	0.375	0.927	0.404	2.475	60	67	45	0	0.707	0.707	1.000	1.000	0	45
o		cos	sin	ctg	tg		o	o		cos	sin	ctg	tg		o





ბერძნული ანბანი

ლათინური ანბანი

A α ალფა  
 B β ბეტა  
 Γ γ გამა  
 Δ δ დელტა  
 E ε ეფსილონ  
 Z ζ ჰეტა  
 H η ეტა  
 Θ θ თეტა  
 I ι იოტა  
 K κ კაპა  
 Λ λ ლამბდა  
 M μ მიუ  
 N ν ნიუ  
 Ξ ξ ჰსი  
 O ο ომიკრონ  
 Π π პი  
 P ρ რო  
 Σ σ სიგმა  
 Τ τ ტაუ  
 Υ υ ფსილონ  
 Φ φ ფი (ი)  
 Χ χ ხი  
 Ψ ψ ფსი  
 Ω ω ომეგა

A a ა  
 B b ბე  
 C c ცე  
 D d დე  
 E e ე  
 F f ეფ (ე)  
 G g გე  
 H h ჰე  
 I i ი  
 J j ჟი  
 K k კა  
 L l ელ  
 M m ემ  
 N n ენ  
 O o ო  
 P p პე  
 Q q ქე  
 R r ერ  
 S s ეს  
 T t ტე  
 U u უ  
 V v ვე  
 W w დუბლ ვე  
 X x იქს

Y y იგრეკი  
 Z z ზეტ



## ლიტერატურა



საქართველოს  
საქართველოს  
საქართველოს

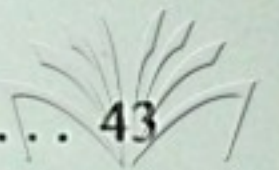
1. ა. სმირნოვი და სხვ. მასალათა გამძლეობა. მოსკოვი, უმაღლესი სკოლა, 1975 (რუს. ენაზე).
2. ნ. ბელიაევი. მასალათა გამძლეობა. მოსკოვი, მეცნიერება 1976 (რუს. ენაზე).
3. დ. დანელია, ა. კვარაცხელია, ზ. მაძალუა. მასალათა გამძლეობა. სახელმძღვანელო. „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი 2007.





1. ძირითადი ცნებები .....	3
1.1 მასალათა გამძლეობის საგანი .....	3
1.2 გარეგანი ძალების კლასიფიკაცია .....	5
1.3 მასალათა გამძლეობის ძირითადი ჰიპოთეზები და პრინციპები .....	8
1.4 გაკვეთის მეთოდი. შინაგანი ძალები .....	10
1.5 ცნება ძაბვის შესახებ .....	14
1.6 დეფორმაციის ცნება .....	15
1.7 ნაგებობის ელემენტების საანგარიშო სქემები .....	18
2. ღეროს გაჭიმვა (კუმშვა) .....	19
2.1 შინაგანი ძალების, ძაბვებისა და დეფორმაციების განსაზღვრა .....	19
2.2 მასალების მექანიკური თვისებების ექსპერიმენტალური შესწავლა .....	22
2.3 ერთი ბოლოთი ხისტად ჩამაგრებულ სწორ ღეროში ძაბვისა და მაქსიმალური წაგრძელების განსაზღვრა .....	27
3. ბრტყელ კვეთთა გეომეტრიული მახასიათებლები .....	28
3.1 ბრტყელ კვეთთა სტატიკური და ინერციის მომენტები .....	29
3.2 ინერციის მომენტების ცვლილება ღერძების პარალელურად გადატანისას .....	31
3.3 ინერციის მომენტების ცვლილება ღერძების მობრუნებისას .....	32
3.4 ინერციის მთავარი ღერძები და ინერციის მთავარი მომენტები .....	34
3.5 მარტივი ბრტყელი კვეთების ინერციის მომენტების განსაზღვრა .....	36
3.6 რთული ფიგურის გეომეტრიული მახასიათებლების განსაზღვრა .....	37
4. ძვრა .....	41
4.1 ძაბვებისა და დეფორმაციების განსაზღვრა ძვრისას. ჰუკის კანონი .....	41





5. გრეხა . . . . . 43

5.1 გრეხის დეფორმაციის ზოგადი ცნებები . . . . . 43

5.2 წრიული განივი კვეთის მქონე ღეროს გრეხა . . . . . 44

6. ღუნვა . . . . . 47

6.1 ცნება ღუნვის შესახებ და ღეროების საყრდენების სახეები . . . . . 47

6.2 კოჭის საყრდენებში აღძრული რეაქციების განსაზღვრა . . . . . 50

6.3 შინაგანი ძალები ღუნვისას . . . . . 52

6.4 დიფერენციალური დამოკიდებულება მღუნავ მომენტს, განივ ძალასა და დატვირთვის ინტენსიურობას შორის . . . . . 54

6.5 მღუნავი მომენტებისა და განივი ძალების ეპიურების აგება . . . . . 55

6.6 კოჭის დაძაბული მდგომარეობა პირდაპირი ღუნვის შემთხვევაში . . . . . 63

6.7 სტატიკურად რკვევადი კოჭის გაანგარიშება ღუნვაზე . . . . . 70

7. შეკუმშული ღეროების მდგრადობა . . . . . 74

7.1 წონასწორობის მდგრადი და არამდგრადი ფორმები . . . . . 74

7.2 გრძივი ღუნვა დრეკადობის ფარგლებში. . . . . 76

7.3 ღეროს ბოლოების ჩამაგრების გავლენა კრიტიკული ძალის სიდიდეზე . . . . . 78

დანართი . . . . . 79

ლიტერატურა . . . . . 84



## იბეჭდება ავტორთა მიერ წარმოდგენილი სახით

გადაეცა წარმოებას 01.05.2009. ხელმოწერილია დასაბუჯდად  
11.05.2009. ქალაქის ზომა 60X84 1/16. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 5.  
ტირაჟი 100 ეგზ.

საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი,  
კოსტავას 77



Verba volant,  
scripta manent



270.707  
3  
ՀԱՅԿԵՅԻՒՆ  
ՆՈՑՆՈՒԴՈՒՅՅՆ

270.707

ISBN 978-9941-14-480-6

