სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა, მათემატიკის,
ტექნოლოგიებისა
და ფარმაციის ფაკულტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ცირა ღვინჯილია

სამეცნიერო კვლევების ურთიერთგავლენებისა, მეცნიერთა მომზადებისა და უნივერსიტეტების კონკურენციის პროცესების მათემატიკური მოდელირება

მათემატიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის

მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი
2019

სადისერტაციო ნაშრომი შესრულებულია სსიპ - სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტში საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა, მათემატიკის, ტექნოლოგიებისა და ფარმაციის ფაკულტეტზე

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: **თემურ ჩილაჩავა**

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის მიმართულების პროფესორი, საქართველოს საბუნებისმეტყველო და განათლების მეცნიერებათა აკადემიების წევრი, ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის ვიცე-პრეზიდენტი

ექსპერტები: **თამაზ ობგაძე**

ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის პროფესორი, საქართველოს საინჟინრო აკადემიის ნამდვილი წევრი

რომეო გალდავა

ფიზიკა-მატემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის მიმართულების ასოცირებული პროფესორი

ოფიციალური რეცენზენტები: **თემურ ჯანგველაძე**

ფიზიკა-მატემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის პროფესორი, ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი

ნესტან კეკელია

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის წმინდა მათემატიკის მიმართულების ასოცირებული პროფესორი

დისერტაციის დაცვა შედგება 2019 წლის 19 ნოემბერს 15:00 საათზე სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა, მათემატიკის, ტექნოლოგიებისა და ფარმაციის ფაკულტეტის სადისერტაციო კომისიის სხდომაზე.
მისამართი: ანა პოლიტკოვსკაიას ქ. №26, VII სართული, საპრეზენტაციო ოთახი #712.

სადისერტაციო საბჭოს სწავლული მდივანი,
გამოყენებითი მათემატიკის მიმართულების
ასოცირებული პროფესორი /ციალა ძიძიგური/

ნაშრომის ზოგადი დახასიათება
თემის აქტუალობა

როგორც ცნობილია, გამოყენებითი მათემატიკის მრავალი ამოცანისათვის დამახასიათებელია კომპლექსურობა, რაც მოითხოვს, როგორც წესი ბუნებაში მიმდინარე ფიზიკური პროცესის ზეგავლენის გათვალისწინებას მიმდინარე მოვლენაზე. გამოჩენილი მათემატიკოსი აკადემიკოსი ა. კოლმოგოროვი აღნიშნავდა: „არსებითად, გამოყენებითი მათემატიკის სპეციალისტი, როცა ხსნის ჰიდროდინამიკის ამოცანას, ის იკვლევს ოკეანის ჰიდროდინამიკის პრობლემებს მათემატიკური საშუალებებით. მათემატიკოსებს ყოველთვის უნდათ, რომ მათემატიკა იყოს „სუფთა“, ანუ მკაცრი, დამტკიცებადი. მაგრამ, როგორც წესი, ყველაზე საინტერესო რეალური ამოცანებია, რომლებსაც გვიყენებს ბუნება, ამ მიმართულებით არიან მიუღწევადი. ამ შემთხვევაში ძალიან მნიშვნელოვანია, რომ მათემატიკოსს თვითონ შეეძლოს მოძებნოს მიახლოებული, არამკაცრი, მაგრამ პრობლემური ამოცანის გადაწყვეტის ეფექტური გზები. ყოველ შემთხვევაში, ჩემთვის ყოველთვის ეს ასე იყო: თუ მე ვიკვლევ ტურბულენტობას, მაშინ დაკავებული ვარ ტურბულენტობით... მე, ყოველ შემთხვევაში, ყველაზე მეტად ვაფასებ ასეთი ტიპის გამოყენებით მათემატიკოსებს, რომლებიც რაღაც დროის განმავლობაში უკვე მათემატიკოსები კი არ არიან, არამედ დაკავებულები არიან ფიზიკური ამოცანების ამოხსნით, თუ შესაძლებელია, „სუფთა“ მეთოდებით, თუ ეს შეუძლებელია, ჰქმნიან ჰიპოტეზებს“.

ფიზიკური პროცესების მათემატიკურ მოდელირებას დიდი ისტორია აქვს. ფიზიკური პროცესების მათემატიკური მოდელირება ითვალისწინებს მოდელის ადეკვატურობას, რომელიც მოწმდება ნიუტონის არარელატივისტური, კლასიკური მექანიკის ხუთი კანონის შესრულებით: მასის შენახვის კანონი; იმპულსის შენახვის კანონი; იმპულსის მომენტის შენახვის კანონი; თერმო-

დინამიკის პირველი კანონი ანუ ენერგიის შენახვის კანონი; თერმოდინამიკის მეორე კანონი, ანუ ენტროპიის შენახვის კანონი.

უფრო ორიგინალურია მათემატიკური მოდელების შექმნა სოციალურ სფეროში, რადგანაც ეს დაკავშირებულია მათი შედარებით რთული დასაბუთებით.

მიმდინარე გლობალურმა ტექნოლოგიურმა ცვლილებებმა და კაცობრიობის ინფორმატიზაციამ განაპირობა ისეთი მძლავრი მიმართულების შექმნა, როგორიცაა მათემატიკური მოდელირება.

სინერგეტიკამ მძლავრი ბიძგი მისცა მათემატიკური მოდელების გამოყენებას სოციალურ მეცნიერებებში: სოციოლოგიაში, ისტორიაში, დემოგრაფიაში, პოლიტო-ლოგიაში, კონფლიქტოლოგიაში და სხვა.

მსოფლიოში მიმდინარე ტენდენციების გათვალისწინებით მნიშვნელოვანია ასიმილაციისა და გლობალიზაციის სოციალური პროცესების შესწავლა, მათ შორის მათემატიკური მოდელირების მეშვეობით.

ამ მიმართულებით ენობრივი გლობალიზაციის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი პირველად შემოთავაზებულ იქნა ნაშრომში:

Temur Chilachava Research Of The Dynamic System Describing Globalization Process. **Springer Proceedings** in Mathematics & Statistics, Mathematics, Informatics, and their Applications in Natural Sciences and Engineering – AMINSE 2017, Tbilisi, Georgia, December 6- 9, 2017**,** v. 276, pp. 67 – 78, 2019.

ერთერთი პერსპექტიული და სწრაფად განვითარებადი დარგი მათემატიკური მოდელირების გამოყენებისა არის ინოვაციური პროცესების დინამიკა. გამოკვლევები ამ დარგში გვიჩვენებენ, რომ კრიზისულ მოვლენებს აქვთ არა შემთხვევითი, არამედ სისტემატური ხასიათი და განისაზღვრება დეტერმინირებული მექანიზმებით. ამიტომ ინოვაციური პროცესების ქცევის ბევრი თავისებურება შეიძლება აღიწეროს დიფერენციალური განტოლებების

დეტერმინირებული სისტემების ჩარჩოში. ამ სისტემების რთული ქცევა, თვითორგანიზებულობის ჩათვლით, ექვემდებარება აღწერას არაწრფივი წევრების გათვალისწინების მეშვეობით, რომლებიც ხვდება დინამიური სისტემების მათემატიკურ მოდელებში. მნიშვნელოვან ინტერესს წარმოადგენს სამეცნიერო-საგანმანათლებლო სფეროში ინოვაციური პროცესების მათემატიკური მოდელების გამოკვლევა, ახალი მათემატიკური მოდელების მეშვეობით ისეთი სოციალური მოვლენების აღწერა, როგორებიცაა: ფუნდამენტური კვლევების - გამოყენებითი კვლევების - საცდელი-საკონსტრუქტორო სამუშაოების - ინოვაციური პროექტების ურთიერთგავლენების პროცესები; მეცნიერთა მომზადების ორი და სამსაფეხურიანი ეტაპები; უნივერსიტეტებს შორის კონკურენციის პროცესები.

ეს მოდელები მეტად აქტუალურია როგორც თეორიული, არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემების (დინამიური სისტემები) კვლევის თვალსაზრისით, ასევე პრაქტიკული მნიშვნელობიდან გამომდინარე.

კვლევის ობიექტი და მიზანი

წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომის ერთ-ერთი მთავარი მიზანია ვაჩვენოთ მათემატიკური მოდელირების გამოყენების მნიშვნელობა სოციოლოგიაში. კერძოდ, შეიქმნას მათემატიკური მოდელები ისეთი სოციალური მოვლენების აღწერისთვის, როგორიცაა: ფუნდამენტური კვლევების - გამოყენებითი კვლევების - საცდელი-საკონსტრუქტორო სამუშაოების - ინოვაციური პროექტების ურთიერთგავლენების პროცესები; მეცნიერთა მომზადების ორი და სამსაფეხურიანი ეტაპები; უნივერსიტეტებს შორის კონკურენციის პროცესები.

დისერტაციის კვლევის ობიექტს წარმოადგენს აღნიშნული მოდელების აღმწერი არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის დასმული კოშის ამოცანის შესწავლა

სხვადასხვა საწყისი პირობებისა და მოდელების პარამეტრების შემთხვევაში.

დასახული მიზნის მისაღწევად ნაშრომში არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემების მათემატიკური თეორიის (დინამიური სისტემების კვლევა, მათი პირველი ინტეგრალების და ანალიზური ამონახსნების პოვნა) მეთოდების გამოყენებით ხდება იმ მეცნიერული ამოცანების შესწავლა, რაც დაკავშირებულია გამოსაკვლევი მოდელების ანალიზთან.

მეცნიერული სიახლე და ძირითადი შედეგები

1. შემოთავაზებულია ინოვაციური სისტემის: ფუნდამენტური კვლევები - გამოყენებითი კვლევები - საცდელი-საკონსტრუქტორო სამუშაოები - ინოვაციები კოოპერაციული ურთიერთქმედების პროცესების დინამიკის ახალი არაწრფივი მათემატიკური მოდელები. კერძო შემთხვევებისათვის, ნაპოვნია ოთხუცნობიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის კოშის ამოცანის ზუსტი ანალიზური ამონახსნები. შესწავლილია მიღებული შედეგები.

2. განხილულია ახალი არაწრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი ფუნდამენტური და გამოყენებითი კვლევების ურთიერთგავლენისა ერთ, შესაძლო გარე მომხმარებლისაგან დახურული სამეცნიერო-კვლევითი ინსტიტუტის მაგალითზე (მიკრომოდელი, ორგანზომილებიანი დინამიური სისტემა). კოშის ამოცანა პირველი რიგის ორუცნობიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის, ამოხსნილია ანალიზურად ზუსტად. ნაპოვნია სტაციონარული ამონახსნი და ასევე ანალიზურად ზუსტად ამოხსნილია **რიკატის** სპეციალური განტოლებისავის კოშის ამოცანა. უფრო ზოგად შემთხვევაში, **ბენდიქსონის კრიტერიუმის** საფუძველზე, დამტკიცებულია თეორემა ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის პირველ მეოთხედში შეკრული ინტეგრალური წირების არ არსებობის

შესახებ. ნაპოვნია პირობები მოდელის პარამეტრებისათვის, რომელთათვის შესაძლებელია არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის შემოსაზღვრული ამონახსნების არსებობა ანუ შეკრული ინტეგრალური წირების არსებობა ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის პირველ მეოთხედში.

3. განხილულია ახალი ორგანზომილებიანი არაწრფივი დინამიური სისტემები, რომლებიც აღწერენ მეცნიერთა მომზადების პროცესს, მათ შეუქცევად გადასვლას ერთი კატეგორიიდან მეორეში. მეცნიერთა მომზადების ორდონიან მოდელში განიხილება ორი სუბიექტი: ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები და უკვე დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერები. დასმულია კოშის ამოცანა ორი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის. მათემატიკური მოდელი აღწერს სამეცნიერო კადრების თვითწარმოების პროცესებს, მათი შეუქცევადად გასვლას და გადასვლას ერთი კატეგორიიდან მეორეში. ორდონიანი მოდელი ფაქტიურად დადის **„მსხვერპლი“** (ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები) - **„მტაცებლის“** (დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერები) კლასიკურ მოდელამდე შიგასახეობრივი კონკურენციის გათვალისწინებით (მატების თვითშეზღუდვის წევრები). არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის პირველ დახურულ მეოთხედში აქვს სამი წონასწორობის მდგომარეობა, ამასთან, **ტრივიალური ამონახსნის** შესაბამისი წონასწორობის მდგომარეობა, მოდელის პარამეტრების ნებისმიერი მნიშვნელობებისათვის **უნაგირია**, მეორე წონასწორობის მდგომარეობა, რომელიც შეესაბამება **„მტაცებელთა“** გადაშენებას და **„მსხვერპლთა“** წონასწორობის (რაოდენობის უცვლელობის) მდგომარეობას, ერთ შემთხვევაში **უნაგირია**, ხოლო მეორე შემთხვევაში - **მდგრადი კვანძია.** ნაპოვნია პირობები მოდელის კონსტანტებზე, რომელთათვის სტაციონარული ამონახსნი, მესამე წონასწორობის მდგომარეობა ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის პირველ ღია მეოთხედში

(დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ერთადერთი ზღვრული წერტილი), რომელიც შეესაბამება **„მტაცებელთა“** და **„მსხვერპლთა“** წონასწორობის თანაარსებობას, იქნება **ასიმპტოტურად მდგრადი** (მდგრადი კვანძი ან მდგრადი ფოკუსი).

4. განხილულია სამგანზომილებიანი ახალი არაწრფივი დინამიური სისტემები, რომლებიც აღწერენ მეცნიერთა მომზადების პროცესს, მათ შეუქცევად გადასვლას ერთი კატეგორიიდან მეორეში. მეცნიერთა მომზადების სამდონიან მოდელში განიხილება სამი სუბიექტი: ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები, მეცნიერებათა კანდიდატები და მეცნიერებათა დოქტორები. ნაპოვნია დინამიური სისტემის განსაკუთრებული წერტილები. **რაუსი-გურვიცის** მდგრადობის კრიტერიუმის მეშვეობით გამოკვლეულია მდგრადობაზე განსაკუთრებული წერტილები. კერძო შემთხვევაში, ნაპოვნია სამგანზომილებიანი დინამიური სისტემის პირველი ინტეგრალი, რომელიც ამონახსნთა ფაზურ სივრცეში წარმოადგენს **ორგანზომილებიან ზედაპირს.**

5. განხილულია უნივერსიტეტებს შორის კონკურენციის პროცესების აღმწერი ახალი არაწრფივი მათემატიკური მოდელები, რომლებიც ითვალისწინებენ კონკურენციას როგორც შეზღუდული რაოდენობის აბიტურიენტებისათვის, ასევე სტუდენტების მოზიდვას მობილობით (სტუდენტების გადასვლა ერთი უნივერსიტეტიდან მეორეში). მიღებულია დინამიური სისტემა, რომელიც აღწერს ორი უნივერსიტეტის სტუდენტებისა და აბიტურიენტთა რაოდენობების (ნაკადების) დინამიკას. მათემატიკური მოდელის მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში ნაპოვნია არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის განსაკუთრებული წერტილები. **რაუსი - გურვიცის** მდგრადობის კრიტერიუმის გამოყენებით შესწავლილია ამონახსნების ასიმპტოტური მდგრადობის საკითხი.

6. განხილულია ორ უნივერსიტეტს შორის შეზღუდული აბიტურენტებისათვის კონკურენციის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი (მიკრომოდელი, ერთი რეგიონისათვის, სადაც მხოლოდ ორი არჩევანია). კონკურენციის მიკრომოდელი ითვალისწინებს ამ უნივერსიტეტების სტუდენტების კონტინგენტის ცვლილებას ერთი წლის განმავლობაში. კერძოდ, მოდელში გათვალისწინებულია: სტუდენტთა პირველ კურსზე ახალი ნაკადის მიღება (ადმინისტრაციის მიერ პიარ-კამპანიით მოზიდული აბიტურიენტები); მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტებსა და აბიტურიენტებს შორის თანამშრომლობა (კოოპერაცია); მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტების მიერ თავისი უნივერსიტეტის რეკლამირება, რათა მობილობით გადმოიბირონ მეორე უნივერსიტეტიდან სტუდენტები. მოდელის პარამეტრების კერძო შემთხვევებში კვადრატურებში ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები.

ნაშრომის აპრობაცია

დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იყო ხუთ საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე:

1. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის VII საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 2016.
2. რთული სისტემების უსაფრთხოების მართვის XXIV საერთაშორისო კონფერენცია, მოსკოვი, 2016.
3. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის VIII საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 2017.
4. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის IX საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 2018.
5. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის X საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 2019.

დისერტაციის მოცულობა და სტრუქტურა

დისერტაცია შედგება შესავალის, სამი თავის, დასკვნის, გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხისაგან. სულ ნაშრომი მოიცავს 106 გვერდს. გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხა მოიცავს 112 დასახელებას.

ნაშრომის მოკლე შინაარსი

სადისერტაციო ნაშრომის შესავალში განხილულია სადისერტაციო თემის აქტუალობა, მოცემულია კვლევითი თემის გარშემო არსებული ლიტერატურის მიმოხილვა, თავების მიხედვით მოკლედ აღწერილია მიღებული შედეგები, მათი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობები.

დისერტაციის პირველ თავში განხილულია ინოვაციური სისტემის: ფუნდამენტური კვლევები - გამოყენებითი კვლევები - საცდელი-საკონსტრუქტორო სამუშაოები - ინოვაციები კოოპერაციული ურთიერთქმედების პროცესების დინამიკის არაწრფივი მათემატიკური მოდელები.

პირველ პარაგრაფში მოცემულია კოშის ამოცანა არაწრფივი ოთხუცნობიანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის, რომელიც აღწერს ინოვაციური სისტემის: ფუნდამენტური კვლევები - გამოყენებითი კვლევები - საცდელი-საკონსტრუქტორო სამუშაოები - ინოვაციები კოოპერაციული ურთიერთქმედების პროცესების დინამიკას:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u(t) - \beta_1(t)u^2(t) + \delta_1(t) - \delta_2(t) \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \alpha_2(t)v(t) - \beta_2(t)v^2(t) + \gamma_{21}(t)u(t)v(t) \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = \alpha_3(t)w(t) - \beta_3(t)w^2(t) + \gamma_{32}(t)v(t)w(t) \\ \\ \dfrac{dz(t)}{dt} = \alpha_4(t)z(t) - \beta_4(t)z^2(t) + \gamma_{43}(t)w(t)z(t) \end{cases} \tag{1.1}$$

$$u(0) = u_0,\ v(0) = v_0,\ w(0) = w_0,\ z(0) = z_0, \tag{1.2}$$

$$\delta_i(t) > 0, i = 1,2,\ \ \alpha_i(t) > 0, \beta_i(t) > 0, i = \overline{1,4},\ \ \gamma_{21}(t) > 0,$$

$$\gamma_{32}(t) > 0,\ \ \gamma_{43}(t) > 0.$$

კოშის ამოცანის (1.1), (1.2) ამონახსნს $[0,T]$ სეგმენტზე ვეძებთ უწყვეტად დიფერენცირებად ფუნქციათა კლასში $u,v,w,z \in C^1[0,T]$. $u(t), v(t), w(t), z(t)$ - შესაბამისად ფუნდამენტური, გამოყენებითი კვლევების, საცდელ-საკონსტრუქციო და ინოვაციური სამუშაოების რაოდენობებია დროის t მომენტში.

მეორე პარაგრაფში კერძო შემთხვევისათვის - $(\delta_1(t) = \delta_1 = const, \quad \delta_2(t) = \delta_2 = const)$, ნაპოვნია ოთხუცნობიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის კოშის ამოცანის (1.1), (1.2) ზუსტი ანალიზური ამონახსნები და გაანალიზებულია მიღებული შედეგები.

1. $\delta_2 = \delta_1 + \dfrac{\alpha_1^2}{4\beta_1}$

$$u(t)=\frac{4\beta_1 u_0+\alpha_1(2\beta_1 u_0-\alpha_1)t}{2\beta_1[2+(2\beta_1 u_0-\alpha_1)t]} \qquad (1.3)$$

$$D\equiv\frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2}+4\cdot\frac{\delta_1-\delta_2}{\beta_1}$$

2. $\delta_2<\delta_1+\dfrac{\alpha_1^2}{4\beta_1}$

$$u(t)=\frac{u_2(u_0-u_1)\exp(-\beta_1\sqrt{D}t)-u_1(u_0-u_2)}{(u_0-u_1)\exp(-\beta_1\sqrt{D}t)-(u_0-u_2)}. \qquad (1.4)$$

3. $\delta_2>\delta_1+\dfrac{\alpha_1^2}{4\beta_1}$

$$u(t)=\frac{2\beta_1 u_0+[\dfrac{\alpha_1(u_0-\dfrac{\alpha_1}{2\beta_1})}{\sqrt{-D}}-2\beta_1\sqrt{-D}]tg(\beta_1\sqrt{-Dt})}{2\beta_1(1+\dfrac{u_0-\dfrac{\alpha_1}{2\beta_1}}{\sqrt{-D}}tg(\beta_1\sqrt{-Dt}))} \qquad (1.5)$$

$$v(t)=\exp[\int_0^t(\alpha_2+\gamma_{21}u(\tau))d\tau]\left\{\frac{1}{v_0}+\int_0^t\beta_2\exp[\int_0^\tau(\alpha_2+\gamma_{21}u(\mu))d\mu]d\tau\right\}^{-1},$$

$$w(t)=\exp[\int_0^t(\alpha_3+\gamma_{32}v(\tau))d\tau]\left\{\frac{1}{w_0}+\int_0^t\beta_3\exp[\int_0^\tau(\alpha_3+\gamma_{32}v(\mu))d\mu]d\tau\right\}^{-1},$$

$$z(t)=\exp[\int_0^t(\alpha_4+\gamma_{43}w(\tau))d\tau]\left\{\frac{1}{z_0}+\int_0^t\beta_4\exp[\int_0^\tau(\alpha_4+\gamma_{43}w(\mu))d\mu]d\tau\right\}^{-1}.$$

მესამე პარაგრაფში განხილულია ახალი არაწრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი ფუნდამენტური და გამოყენებითი კვლევების ურთიერთგავლენისა ერთ, შესაძლო გარე მომხმარებლისაგან

დახურულ სამეცნიერო - კვლევითი ინსტიტუტის მაგალითზე (მიკრომოდელი, ორგანზომილებიანი დინამიური სისტემა). კოშის ამოცანა პირველი რიგის ორუცნობიანი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის, კერძო შემთხვევაში ($\alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 = \gamma_{21}, \beta_2 = \gamma_{12}$)

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u(t) - \beta_1 u^2(t) + \gamma_{12} u(t) v(t), \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \alpha_2 v(t) - \beta_2 v^2(t) + \gamma_{21} u(t) v(t). \end{cases} \tag{1.6}$$

$$u(0) = u_0,\ v(0) = v_0.$$

ამოხსნილია ანალიზურად ზუსტად (ნაპოვნია სტაციონარული ამონახსნი და ასევე ანალიზურად ზუსტად ამოხსნილია რიკატის სპეციალური განტოლებისავის კოშის ამოცანა)

$$u(t) = e^{\int_0^t (\alpha_1 - 2\beta_1 u_1(\tau)) d\tau} \left[y(0) + \beta_1 \int_0^t e^{\int_0^t (\alpha_1 - 2\beta_1 u_1(\tau)) d\tau} d\tau \right]^{-1} + \\ + \sqrt{\frac{\beta_2 u_0 v_0}{\beta_1}} e^{\alpha_1 t} \tag{1.7}$$

$$v(t) = u_0 v_0 e^{2\alpha_1 t} u^{-1}(t),\ u_1(t) = \sqrt{\frac{\beta_2 u_0 v_0}{\beta_1}} e^{\alpha_1 t},$$

$$y(0) = \frac{1}{u_0 - \sqrt{\dfrac{\beta_2 u_0 v_0}{\beta_1}}}, \quad u_0 \neq \frac{\beta_2 v_0}{\beta_1}$$

(1.6) - ის ზოგადი შემთხვევისათვის, **ბენდიქსონის კრიტე-რიუმის** საფუძველზე, დამტკიცებულია შემდეგი თეორემა:

თეორემა 1. როცა (1.6)-ის მოდელის პარამეტრები აკმაყოფი-ლებენ უტოლობათა სისტემას:

$$\begin{cases} \gamma_{12} \geq 2\beta_2, \\ \gamma_{21} \geq 2\beta_1. \end{cases} \tag{1.8}$$

მაშინ ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის (O,u,v) პირველ მეოთ-ხედში კოშის ამოცანას (1.5) არ გააჩნია **შეკრული ინტეგრალური წირი,** რომელიც მთლიანად მდებარეობს ამ არეში.

მეორე თავის პირველ პარაგრაფში განხილულია ახალი ორი და სამგანზომილებიანი არაწრფივი დინამიური სისტემები, რომ-ლებიც აღწერენ მეცნიერთა მომზადების პროცესს, მათ შეუქცევად გადასვლას ერთი კატეგორიიდან მეორეში.

ორდონიან მათემატიკურ მოდელში განიხილება ორი სუბიექ-ტი: ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები და უკვე დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერები

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u - \varepsilon_1(t)u^2 - \beta_1(t)uv, \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2(t)v - \varepsilon_2(t)v^2 + \beta_2(t)uv. \end{cases} \tag{2.1}$$

$$u(0) = u_0, \;\; v(0) = v_0 \;. \tag{2.2}$$

მათემატიკური მოდელი (2.1), (2.2) აღწერს მეცნიერ-მკვლე-ვარების თვითწარმოების პროცესს, მათ შეუქცევად გასვლას და გადასვლას ერთი კატეგორიიდან (პირველი კატეგორია, ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები) მეორეში (დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერები).

მოდელში შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$u(t)$- ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა რაოდენობა დროის t მომენტში,

$v(t)$ - დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერ-მკვლევართა რაოდენობა დროის t მომენტში,

$\alpha_1 u(t)$ - ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა თვითწარმოება (დროის ერთეულში სხვაობაა მომზადებასა და გასვლას შორის, რომელიც არ არის დაკავშირებული მეორე კატეგორიაში გადასვლასთან);

$\beta_1 u(t)v(t), \ \ \beta_2 u(t)v(t)$ - დოქტორების მიერ ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა მომზადების ინტენსივობაა;

$\alpha_2 v(t)$ - დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერ - მკვლევართა რიგებიდან გასვლის ინტენსივობაა (გამგზავრება მოცემული სოციუმიდან; სიკვდილიანობა; ინტელექტუალური მიგრაცია; გადასვლა მოღვაწეობის სხვა სფეროში);

$\varepsilon_1 u^2(t), \ \ \varepsilon_2 v^2(t)$- კატეგორიებში თვითშეზღუდვის წევრები (წევრები, რომლებიც უზრუნველყოფენ თვითშეზღუდვას ან უსასრულო წარმოებას);

$\alpha_1, \alpha_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \beta_1$ - მოდელის დადებითი პარამეტრებია.

ასევე სამგანზომილებიანი დინამიური სისტემა, რომელიც აღწერს მეცნიერთა მომზადების სამდონიან მათემატიკურ მოდელს. სამსაფეხურიან მათემატიკურ მოდელში - სამი სუბიექტია: ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები, მეცნიერებათა კანდიდატები და მეცნიერებათა დოქტორები.

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u - \varepsilon_1(t)u^2 - \beta_1(t)uv - \gamma_1(t)uw, \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2(t)v - \varepsilon_2(t)v^2 - \gamma_2(t)v + \beta_1(t)uv + \gamma_1(t)uw - \beta_2(t)vw, \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = -\alpha_3(t)w - \varepsilon_3(t)w^2 + \gamma_2(t)v + \beta_2(t)vw. \end{cases} \tag{2.3}$$

$$u(0) = u_0,\ v(0) = v_0,\ w(0) = w_0. \tag{2.4}$$

(2.3), (2.4) მათემატიკური მოდელი აღწერს მეცნიერ-მკვლევართა (მეცნიერთა) თვითწარმოების პროცესს და ასევე მათ შეუქცევად გადასვლას ერთი კატეგორიიდან მეორეში.

მოდელში შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$u(t)$ - ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა რაოდენობა დროის t მომენტში,

$v(t)$ - მეცნიერებათა კანდიდატის ხარისხის მქონე მეცნიერ-მკვლევართა რაოდენობა დროის t მომენტში,

$w(t)$ - მეცნიერებათა დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერ-მკვლევართა რაოდენობა დროის t მომენტში,

$\alpha_1 u(t)$ - ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა თვითწარმოებაა (დროის ერთეულში სხვაობაა მომზადებასა და გასვლას შორის, რომელიც არ არის დაკავშირებული მეცნიერებათა კანდიდატების კატეგორიაში გადასვლასთან);

$\beta_1 u(t)v(t)$ - მეცნიერებათა კანდიდატების $(v(t))$ მიერ ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა $(u(t))$ მომზადების ინტენსივობაა;

$\gamma_1 u(t)w(t)$ - მეცნიერებათა დოქტორების $(w(t))$ მიერ ხარისხის არმქონე მეცნიერ-მკვლევართა $(u(t))$ მომზადების ინტენსივობაა;

$\alpha_2 v(t)$ - მეცნიერებათა კანდიდატების მეცნიერ-მკვლევართა რიგებიდან გასვლის ინტენსივობაა (გამგზავრება მოცემული სოციუმიდან; სიკვდილიანობა; ინტელექტუალური მიგრაცია; გადასვლა მოღვაწეობის სხვა სფეროში);

$\gamma_2 v(t)$ - მეცნიერებათა დოქტორების კატეგორიაში გადასასვლელად მეცნიერებათა კანდიდატების მიერ თვითმომზადების ინტენსივობაა (მეცნიერებათა დოქტორების სამეცნიერო კონსულტანტების გარეშე);

$\beta_2 w(t)v(t)$ - მეცნიერებათა დოქტორების $(w(t))$ მიერ მეცნიერებათა კანდიდატების $(v(t))$ მეცნიერებათა დოქტორების კატეგორიაში გადასასვლელად მომზადების ინტენსივობაა (მეცნიერებათა კანდიდატების სამეცნიერო კონსულტანტები მეცნიერებათა დოქტორებია);

$\alpha_3 w(t)$ - მეცნიერებათა დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერ-მკვლევართა რიგებიდან გასვლის ინტენსივობაა (გამგზავრება მოცემული სოციუმიდან; სიკვდილიანობა; ინტელექტუალური მიგრაცია; გადასვლა მოღვაწეობის სხვა სფეროში);

$\varepsilon_1 u^2(t),\ \ \varepsilon_2 v^2(t),\ \ \varepsilon_3 w^2(t)$ - სამივე კატეგორიაში თვითშეზღუდვის წევრებია (წევრები, რომლებიც უზრუნველყოფენ თვითშეზღუდვას ან უსასრულო წარმოებას);

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$ - მოდელის დადებითი პარამეტრებია.

მეორე პარაგრაფში განხილულია ორდონიანი მოდელი (2.1), (2.2) მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში, რომელიც ფაქტიურად დადის **„მსხვერპლი“** (ხარისხის არმქონე სამეცნიერო კადრები)

- **„მტაცებლის“** (დოქტორის ხარისხის მქონე მეცნიერები) კლასიკურ მოდელამდე შიგასახეობრივი კონკურენციის გათვალისწინებით (მატების თვითშეზღუდვის წევრები).

არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის პირველ დახურულ მეოთხედში აქვს სამი წონასწორობის მდგომარეობა, ამასთან, ტრივიალური ამონახსნის შესაბამისი წონასწორობის მდგომარეობა, მოდელის პარამეტრების ნებისმიერი მნიშვნელობებისათვის **უნაგირია**, მეორე წონასწორობის მდგომარეობა, რომელიც შეესაბამება „მტაცებელთა“ გადაშენებას და „მსხვერპლთა“ წონასწორობის (რაოდენობის უცვლელობის) მდგომარეობას, ერთ შემთხვევაში **უნაგირია**, ხოლო მეორე შემთხვევაში - **მდგრადი კვანძია.**

ნაპოვნია პირობები მოდელის კონსტანტებზე, რომელთათვის სტაციონარული ამონახსნი, მესამე წონასწორობის მდგომარეობა ამონახსნთა ფაზური სიბრტყის პირველ ღია მეოთხედში (დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ერთადერთი **ზღვრული წერტილი),** რომელიც შეესაბამება „მტაცებელთა“ და „მსხვერპლთა“ წონასწორობის თანაარსებობას, იქნება **ასიმპტოტურად მდგრადი** (მდგრადი კვანძი ან მდგრადი ფოკუსი).

დამტკიცებულია შემდეგი თეორემა:

თეორემა 2. თუ სამართლიანია უტოლობა $\alpha_1\beta_2 > \alpha_2\varepsilon_1$, მაშინ:

$$N_2\left[\frac{\alpha_1\varepsilon_2+\alpha_2\beta_1}{\varepsilon_1\varepsilon_2+\beta_1\beta_2},\frac{\alpha_1\beta_2-\alpha_2\varepsilon_1}{\varepsilon_1\varepsilon_2+\beta_1\beta_2}\right]$$

წერტილი შემდეგი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u - \varepsilon_1 u^2 - \beta_1 uv = u(\alpha_1 - \varepsilon_1 u - \beta_1 v), \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2 v - \varepsilon_2 v^2 + \beta_2 uv = v(-\alpha_2 - \varepsilon_2 v + \beta_2 u) \end{cases} \quad (2.5)$$

ზღვრული წერტილია.

მესამე პარაგრაფში განხილულია სამგანზომილებიანი შემთხვევა:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u - \varepsilon_1 u^2 - \beta_1 uv - \gamma_1 uw, \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2 v - \varepsilon_2 v^2 + \beta_1 uv + \gamma_1 uw - \beta_2 vw, \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = -\alpha_3 w - \varepsilon_3 w^2 + \beta_2 vw. \end{cases} \quad (2.6)$$

ნაპოვნია დინამიური სისტემის (2.6) განსაკუთრებული წერტილები. **რაუსი-გურვიცის მდგრადობის კრიტერიუმის** მეშვეობით გამოკვლეულია მდგრადობაზე განსაკუთრებული წერტილები.

კერძო შემთხვევაში ($\alpha_2 = \alpha_3$, $\beta_1 = \gamma_1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1$) ნაპოვნია სამგანზომილებიანი დინამიური სისტემის:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u - \beta_1 uv - \gamma_1 uw, \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2 v + \beta_1 uv + \gamma_1 uw - \beta_2 vw, \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = -\alpha_3 w + \beta_2 vw. \end{cases}$$

პირველი ინტეგრალი, რომელიც ამონახსნთა ფაზურ სივრცეში წარმოადგენს **ორგანზომილებიან ზედაპირს:**

$$\frac{u(v+w)}{u_0(v_0+w_0)} = \exp(u-u_0)\exp(v+w-v_0-w_0).$$

მესამე თავში განხილულია უნივერსიტეტებს შორის კონკურენციის პროცესების აღმწერი არაწრფივი მათემატიკური მოდელები.

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u(t) - \beta_1(t)u^2(t) + (\gamma_1(t)-\gamma_2(t))u(t)v(t) + \varepsilon_1(t)u(t)w(t), \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \alpha_2(t)v(t) - \beta_2(t)v^2(t) + (\gamma_2(t)-\gamma_1(t))u(t)v(t) + \varepsilon_2(t)v(t)w(t), \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = \alpha_3(t)w(t) - \beta_3(t)w^2(t) - \varepsilon_1(t)u(t)w(t) - \varepsilon_2(t)v(t)w(t). \end{cases} \tag{3.1}$$

$$u(0)=u_0,\ \ v(0)=v_0,\ \ w(0)=w_0, \tag{3.2}$$

$$\alpha_i(t)>0,\ \ \beta_i(t)>0\ \ i=\overline{1,3}$$

$$\varepsilon_j(t)>0,\ \ \gamma_j(t)>0\ \ \ j=1,2$$

მოდელში შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$u(t)$ - სტუდენტთა რაოდენობა პირველ უნივერსიტეტში დროის t მომენტში,

$v(t)$ - სტუდენტთა რაოდენობა მეორე უნივერსიტეტში დროის t მომენტში,

$w(t)$ - აბიტურიენტთა რაოდენობა დროის t მომენტში, რომელთაც სურთ ჩააბარონ ამ ორიდან რომელიმე უნივერსიტეტში,

$\alpha_1(t) > 0,\ \alpha_2(t) > 0,\ \alpha_3(t) > 0$ - სტუდენტთა და აბიტურიენტთა ზრდის კოეფიციენტებია,

$\beta_1(t) > 0,\ \beta_2(t) > 0$ - მოცემულ უნივერსიტეტში სტუდენტთა რაოდენობის თვითშეზღუდვის კოეფიციენტებია (ავტორიზაციის საბჭო ადგენს მოცემულ უნივერსიტეტში სტუდენტთა მაქსიმალურ დასაშვებ რაოდენობას),

$\beta_3(t) > 0$ - აბიტურიენტთა რაოდენობის თვითშეზღუდვის კოეფიციენტია (მოცემულ რეგიონში დემოგრაფიული სურათიდან გამომდინარე არსებობს აბიტურიენტთა მაქსიმალური რაოდენობა),

$\varepsilon_1(t),\ \varepsilon_2(t) -$ მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტებსა და აბიტურიენტებს შორის თანამშრომლობის (კოოპერაციის, თავის უნივერსიტეტში მოზიდვა) კოეფიციენტებია,

$\gamma_1(t), \gamma_2(t)$ - მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტების მიერ თავისი უნივერსიტეტის რეკლამირების კოეფიციენტებია, რათა მობილობით გადმოიბირონ მეორე უნივერსიტეტიდან სტუდენტები.

$u, v, w \in C^1[0,T]$ - საძებნ ფუნქციებს ვეძებთ სეგმენტზე უწყვეტად დიფერენცირებად ფუნქციათა კლასში.

მეორე პარაგრაფში განხილულია ორ უნივერსიტეტს შორის კონკურენციის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც

ითვალისწინებს კონკურენციას როგორც შეზღუდული რაოდენობის აბიტურიენტებისათვის, ასევე სტუდენტების მოზიდვას მობილობით (სტუდენტების გადასვლა ერთი უნივერსიტეტიდან მეორეში). მიღებულია დინამიური სისტემა, რომელიც აღწერს ორი უნივერსიტეტის სტუდენტებისა და აბიტურიენტთა რაოდენობების (ნაკადების) დინამიკას. მათემატიკური მოდელის (3.1)-ის მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში ნაპოვნია არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის განსაკუთრებული წერტილები. რაუსი - გურვიცის მდგრადობის კრიტერიუმის გამოყენებით შესწავლილია ამონახსნების ასიმპტოტური მდგრადობის საკითხი.

მესამე პარაგრაფში განხილულია ორ უნივერსიტეტს შორის შეზღუდული აბიტურიენტებისათვის კონკურენციის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი (მიკრომოდელი, ერთი რეგიონისათვის, სადაც მხოლოდ ორი არჩევანია):

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \varepsilon_1 u(t) w_0 + (\gamma_1 - \gamma_2) u(t) v(t) + \delta_1 w_0, \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \varepsilon_2 v(t) w_0 + (\gamma_2 - \gamma_1) u(t) v(t) + \delta_2 w_0. \end{cases} \tag{3.3}$$

$$u(0) = u_0, \ \ v(0) = v_0, \tag{3.4}$$

$$\varepsilon_j > 0, \ \ \gamma_j > 0, \ \ \delta_j > 0 \ \ j = 1,2$$

სადაც:

$u(t)$ - სტუდენტთა რაოდენობა პირველ უნივერსიტეტში დროის t მომენტში,

$v(t)$ - სტუდენტთა რაოდენობა მეორე უნივერსიტეტში დროის t მომენტში,

W_0 - აბიტურიენტთა საერთო რაოდენობა, რომელთაც ჩააბარეს მისაღები გამოცდები და მოხვდნენ ამ ორიდან რომელიმე უნივერსიტეტში,

ε_1, ε_2 – მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტებსა და აბიტურიენტებს შორის თანამშრომლობის (კოოპერაციის, თავის უნივერსიტეტში მოზიდვა) კოეფიციენტებია,

γ_1, γ_2 - მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტების მიერ თავისი უნივერსიტეტის რეკლამირების კოეფიციენტებია, რათა მობილობით გადმოიბირონ მეორე უნივერსიტეტიდან სტუდენტები.

მოდელი (3.3) ითვალისწინებს ამ უნივერსიტეტების სტუდენტთა კონტინგენტის ცვლილებას ერთი წლის განმავლობაში. კერძოდ, მოდელში გათვალისწინებულია: სტუდენტთა პირველ კურსზე ახალი ნაკადის მიღება (ადმინისტრაციის მიერ პიარკამპანიით მოზიდული აბიტურიენტები); მოცემული უნივერსიტეტის სტუდენტებსა და აბიტურიენტებს შორის თანამშრომლობა (კოოპერაცია); მოცემული უნივერსიტეტის სტუნდენტების მიერ თავისი უნივერსიტეტის რეკლამირება, რათა მობილობით გადმოიბირონ მეორე უნივერსიტეტიდან სტუდენტები. მოდელის კოეფიციენტების კერძო შემთხვევებში კვადრატურებში ნაპოვნია კოშის ამოცანის (3.3), (3.4) -ის ზუსტი ანალიზური ამოხსნები.

დისერტაციის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია შემდეგ ნაშრომებში:

1. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear mathematical model of dynamics of processes of cooperation interaction in innovative system. VII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi**, 2016,** pp. 104 – 105;

2. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear mathematical model of interaction of fundamental and applied researches Problems of management of safety of difficult systems. The XXIV International Conference, 2016, pp. 289 – 292;

3. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear mathematical model of interference of fundamental and applied researches of scientifically-research institute. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications. 2017, № 1(51), pp. 15 - 24;

4. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia About some exact solutions of nonlinear systems of the differential equations describing interference of fundamental and applied researches. Tskhum-Abkhazian Academy of Sciences, Proceedings, 2017, v. XIII-XIV, pp. 79 – 91;

5. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Mathematical model of interference of fundamental and applied researches. VIII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2017, pg. 77;

6. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear two or three-stage mathematical model of training of scientists. VIII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2017, pp. 77 – 78;

7.T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear Mathematical Model of Interference of Fundamental and Applied Researches. International Journal of Systems Science and Applied Mathematics, 2017, 2(6), pp. 110 – 115;

8.T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Research of the dynamic systems describing mathematical models of training of the diplomaed scientists. Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, Reports, 2017, vol. 43, pp. 17 – 29;

9.T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Research of three and two-dimensional nonlinear dynamical systems describing the training of scientists. Applied Mathematics, Informatics, Mechanics, 2017, vol. 22, No.1, pp. 3 – 20;

10. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Mathematical Model of Competition Between Two Universities. IX International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2018, pg. 100.

LEPL SOKHUMI STATE UNIVERSITY
Faculty of Natural Sciences, Mathematics, Technology and Pharmacy

The right of manuscript

Tsira Gvinjilia

MATHEMATICAL MODELING OF PROCESSES OF INTERFERENCE OF SCIENTIFIC RESEARCH, TRAINING OF SCIENTISTS AND COMPETITION OF THE UNIVERSITIES

A b s t r a c t

of presented dissertation for Ph.D. academic degree in Mathematics

Tbilisi
2019

Dissertation is fulfilled at the Faculty of Natural Science, Mathematics, Technology and Pharmacy of the LEPL Sokhumi State University

Scientific adviser:	**Temur Chilachava** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of Applied Mathematics of the Sukhumi State University, a member of the Academy of Science Natural Sciences and Education of Georgia, vice -president Tskhum-Abkhazian Academy of Science.
Experts:	**Tamaz Obgadze** Doctor of Technical Sciences, Professor of the Georgian Technical University, Full Member of the Georgian Engineering Academy **Romeo Galdava** PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics, Sukhumi State University
Official reviewers:	**Temur Dzhangveladze** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Georgian Technical University, Senior Researcher, Institute of Applied Mathematics I.Vekua Tbilisi State University Ivane Javakhishvili **Nestan kekelia** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Trade Union, Department of Pure Mathematics, Sukhumi State University

Dissertation will be presented 19.11.2019 (15:00), at the session of the Dissertation Commission of the Faculty of Natural Science, Mathematics, Technology and Pharmacy of the LEPL Sokhumi State University
Address: 26, Ana Politkovskaya Str., VII floor, Presentation Room.

Dissertation Council Secretary,
Associated Professor Tsiala Dzidziguri

General Description of the Dissertation
Relevance of the problem

As you know, many problems of applied mathematics are characterized by complexity, which usually requires the nature of the physical process that takes place on the current phenomenon. The outstanding mathematician academician A. Kolmogorov noted: “In essence, a specialist in applied mathematics explains the problem of hydrodynamics, which explores the problems of ocean hydrodynamics by mathematical means. Mathematicians always want mathematics to be "pure" or strict, acceptable. But, as a rule, the most interesting real tasks that nature sets before us are in this direction. In this case, it is very important that the mathematician is able to find approximate, uncertain, but effective ways of solving a problem . In any case, it has always been like this: if I study turbulence, then I’m busy with turbulence ... I, at least, appreciate most of these types of mathematicians who are not mathematicians for some time, but they are also delayed by physical tasks, if possible, using “pure” methods, if not impossible, to create hypotheses.

Mathematical modeling of physical processes has a long history. Mathematical modeling of physical processes includes modeling of adequacy, which is confirmed by the of five Law non-realistic, classical mechanics: the law of mass conservation; the law of impulse conservation; the law of conservation of momentum; the first law of thermodynamics or the law of energy conservation; the second law of thermodynamics, or the law of entropy conservation.

More original is the creation of mathematical models in the social sphere, since this is due to their relatively complex rationale.

The current global technological changes and knowledge of humankind contributed to such a powerful direction as mathematical modeling.

Synergetic gave a powerful impetus to the use of mathematical models in the social sciences: sociology, history, demography, political logic, conflict ology, etc.

Given the current trends in the world, it is important to study the social processes of assimilation and globalization, including mathematical modeling.

The nonlinear mathematical model of language globalization was first proposed in this work:

Temur Chilachava Research of The Dynamic System Describing Globalization Process. **Springer Proceedings** in Mathematics & Statistics, Mathematics, Informatics and their Applications in Natural Sciences and Engineering – AMINSE 2017, Tbilisi, Georgia, December 6 - 9, 2017, v. 276, pp. 67 – 78, 2019.

One of the promising and rapidly developing areas is the use of mathematical modeling of the dynamics of innovative processes. Studies in this area show that crisis events are not accidental, but systematic and determined by certain mechanisms.

Therefore, many features of the behavior of innovation processes can be described in the framework of differential equations. The complex behavior of these systems, including self-organization, depends on the description of the nonlinear terms that make up the mathematical models of dynamic systems.

An important interest is the study of mathematical models of innovation processes in the scientific and educational sphere using new mathematical models to describe social events, such as: basic research - applied research - experimental design work - interaction processes of interactive projects; two and three stages of training scientists; competitive processes between universities.

These models are more relevant than theoretical, nonlinear studies of systems of a general differential equation (dynamical systems) and are of practical value.

Research Object and Goal

One of the main tasks of the presented dissertation is to show the importance of using mathematical modeling in sociology. In particular, to create mathematical models for describing social events, such as: fundamental research — applied research — development work — interactive project processes; two and three stages of training scientists; competitive processes between universities. The object of the thesis research is to study the task of the tower for the system of nonlinear ordinary differential equations that describe these models in case of different initial conditions and models parameters.

To achieve this goal, the study of scientific problems with mathematical theory (the study of dynamic systems, the search for their first integrations and analytical solutions) of nonlinear differential equations in the work is associated with the analysis of research models.

Scientific novelties and Main Results

1. The new nonlinear mathematical models of dynamics of processes of cooperation interaction in innovative system: fundamental researches - applied researches - developmental works - innovations is offered. For special cases, exact analytical solutions of Cauchy's problem of the nonlinear system of the differential equations with four unknown have been found. The received results are studied.

2. The new nonlinear continuous mathematical model of interference of fundamental and applied researches on the example of one, perhaps closed for external customers, of scientifically - research institute (micro-model) is considered. For a special case, Cauchy's problem for nonlinear system of differential equations of first order is definitely exact analytically. In more general case based on Bendikson's criteria the theorem of not existence in the first quarter of the phase plane of solutions of

closed integral curves is proved. Conditions on model parameters in case of which existence of limited solutions of system of nonlinear differential equations is possible are found.

3. New two-dimensional nonlinear dynamic systems describing the process of teaching scientists are considered as an irreversible transition from one category to another. There are two subjects: research associates without degree and the scientists with doctor's degree. For the system of two nonlinear differential equations Cauchy's problem is set. The two-level model actually comes down to the known model "the victim" (research associates without degree) - "a predator" (scientists with doctor's degree) taking into account the intraspecific competition (members with self-limitation of increase). The system of the nonlinear differential equations in the first closed quarter of the phase plane of solutions has three position of balance, and the balance position corresponding to the trivial solution is a saddle at any values of parameters of model, the second position of balance corresponding to extinction of "predators" and to an equilibrium condition of "the victims" in one case is a saddle, and in the second stable node. Conditions on constant models for which the stationary solution, the third position of balance in an open first quarter of the phase plane of solutions (the only limit point of system of the differential equations) corresponding to equilibrium coexistence of "predators" and "the victims" asymptotically is stable (stable node or stable focus) are found.

4. New three-dimensional nonlinear dynamic systems describing the process of teaching scientists are considered. There are three subjects: research associates without degree, candidates of science and the diplomaed scientists with doctor's degree. For system of three nonlinear differential equations Cauchy's problem is set. The mathematical model describes process of self-reproduction of research associates (training), their irreversible exit or transition from one category to another. In a three-dimensional case singular points of dynamic system are found. By

means of Routh-Hurwitz stability criterion singular points are investigated on stability. In the specific case, the first integral of three-dimensional dynamic system which in space of solutions represents some two-dimensional surface is found.

5. New nonlinear mathematical models for studying competitive processes between university students who view competition as a limited number of applicants, as well as students attending mobility (students from one university to another) are discussed. A dynamic system is adopted that describes the dynamics of the number of students and applicants of two university students (streams). In the case of constant coefficients of the mathematical model, special points of a system of nonlinear differential equations are found. Using the Routh-Hurwitz stability criterion, the question of the asymptotic stability of solutions is studied.

6. A nonlinear mathematical model of competition for micro-constraints between two universities (micro model, for one region, where only two choice) is discussed. The micro-model of the competition considers the change in the contingent of students in these universities during the year.

In particular, the model provides a new stream of first-year students (applicants join the PR administration); cooperation (collaboration) between graduates and university applicants; students at this university advertise their university to mobilize students from a second university. For special cases of parameters of model in quadratures exact analytical solutions are found.

Approbation

Main results of the dissertation were presented on five international scientific conferences:

1. VII International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, 2016.

2. XXIV International Conference on Security Management of Complex Systems, Moscow, 2016.

3. VIII International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, 2017.

4. IX International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, 2018.

5. X International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, 2019

Volume and Structure of Dissertation

The dissertation consists of introduction, three chapters, conclusion, list of used literature. The work includes 106 pages. References list includes 112 names.

Brief Summary of the work

The introduction of the dissertation thesis provides the relevance of the topic, there is a literature review around the research subject. According to the sections, and the results obtained are briefly described in their theoretical and practical meanings.

The first chapter of the thesis presents an innovative system: fundamental research — applied research — development work — innovations of nonlinear mathematical models of the dynamics of cooperative interaction processes.

In the first paragraph Cauchy's problem for the nonlinear system of the ordinary differential equations with four unknown is given. System of equations describing an innovative system: fundamental research - applied research - development work - innovation processes of cooperative interaction:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u(t) - \beta_1(t)u^2(t) + \delta_1(t) - \delta_2(t) \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \alpha_2(t)v(t) - \beta_2(t)v^2(t) + \gamma_{21}(t)u(t)v(t) \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = \alpha_3(t)w(t) - \beta_3(t)w^2(t) + \gamma_{32}(t)v(t)w(t) \\ \dfrac{dz(t)}{dt} = \alpha_4(t)z(t) - \beta_4(t)z^2(t) + \gamma_{43}(t)w(t)z(t) \end{cases} \tag{1.1}$$

$$u(0) = u_0,\ v(0) = v_0,\ w(0) = w_0,\ z(0) = z_0, \tag{1.2}$$

$$\delta_i(t) > 0, i = 1, 2,\ \alpha_i(t) > 0, \beta_i(t) > 0, i = \overline{1,4},$$

$$\gamma_{21}(t) > 0,\ \gamma_{32}(t) > 0,\ \gamma_{43}(t) > 0.$$

The purpose of the the Cauchy problem (1.1), (1.2) is a $[0,T]$ segment of continuously differentiable functions $u, v, w, z \in C^1[0,T]$. $u(t), v(t), w(t), z(t)$ - consequently, the number of fundamental, applied research, experimental and innovative works at the time t moment.

In the second paragraph for the particular case $(\delta_1(t) = \delta_1 = const,)$ $\delta_2(t) = \delta_2 = const)$ we found the exact analytical solutions of the Cauchy problem (1.1), (1.2) for the nonlinear ordinary differential equations with four unknown and obtained results are analyzed.

1. $\delta_2 = \delta_1 + \dfrac{\alpha_1^2}{4\beta_1}$

$$u(t)=\frac{4\beta_1 u_0+\alpha_1(2\beta_1 u_0-\alpha_1)t}{2\beta_1[2+(2\beta_1 u_0-\alpha_1)t]} \qquad (1.3)$$

$$D\equiv\frac{\alpha_1^2}{\beta_1^2}+4\cdot\frac{\delta_1-\delta_2}{\beta_1}$$

2. $\delta_2<\delta_1+\dfrac{\alpha_1^2}{4\beta_1}$

$$u(t)=\frac{u_2(u_0-u_1)\exp(-\beta_1\sqrt{D}t)-u_1(u_0-u_2)}{(u_0-u_1)\exp(-\beta_1\sqrt{D}t)-(u_0-u_2)} \quad (1.4)$$

3. $\delta_2>\delta_1+\dfrac{\alpha_1^2}{4\beta_1}$

$$u(t)=\frac{2\beta_1 u_0+\left[\dfrac{\alpha_1(u_0-\frac{\alpha_1}{2\beta_1})}{\sqrt{-D}}-2\beta_1\sqrt{-D}\right]tg(\beta_1\sqrt{-D}t)}{2\beta_1\left(1+\dfrac{u_0-\frac{\alpha_1}{2\beta_1}}{\sqrt{-D}}tg(\beta_1\sqrt{-D}t)\right)} \qquad (1.5)$$

$$v(t)=\exp[\int_0^t(\alpha_2+\gamma_{21}u(\tau))d\tau]\left\{\frac{1}{v_0}+\int_0^t\beta_2\exp[\int_0^\tau(\alpha_2+\gamma_{21}u(\mu))d\mu]d\tau\right\}^{-1},$$

$$w(t)=\exp[\int_0^t(\alpha_3+\gamma_{32}v(\tau))d\tau]\left\{\frac{1}{w_0}+\int_0^t\beta_3\exp[\int_0^\tau(\alpha_3+\gamma_{32}v(\mu))d\mu]d\tau\right\}^{-1},$$

$$z(t)=\exp[\int_0^t(\alpha_4+\gamma_{43}w(\tau))d\tau]\left\{\frac{1}{z_0}+\int_0^t\beta_4\exp[\int_0^\tau(\alpha_4+\gamma_{43}w(\mu))d\mu]d\tau\right\}^{-1}.$$

The third paragraph provides a new nonlinear continuous mathematical model of interaction between fundamental and applied researches on the example of a scientific research institute (micro-model, dynamic system) from one of the possible external users. The Cauchy problem for the first order of nonlinear differential equations, in the partial case ($\alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 = \gamma_{21}, \beta_2 = \gamma_{12}$):

$$
\begin{cases}
\dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u(t) - \beta_1 u^2(t) + \gamma_{12} u(t) v(t), \\
\\
\dfrac{dv(t)}{dt} = \alpha_2 v(t) - \beta_2 v^2(t) + \gamma_{21} u(t) v(t).
\end{cases}
\tag{1.6}
$$

$$
u(0) = u_0, \quad v(0) = v_0
$$

it is definitely decided analytically (the stationary solution is found and also Cauchy's problem for the special equation of Riccati is analytically definitely decided):

$$
u(t) = e^{\int_0^t (\alpha_1 - 2\beta_1 u_1(\tau)) d\tau} \left[y(0) + \beta_1 \int_0^t e^{\int_0^t (\alpha_1 - 2\beta_1 u_1(\tau)) d\tau} d\tau \right]^{-1} + \\
+ \sqrt{\frac{\beta_2 u_0 v_0}{\beta_1}} e^{\alpha_1 t}
\tag{1.7}
$$

$$v(t) = u_0 v_0 e^{2\alpha_1 t} u^{-1}(t), \quad u_1(t) = \sqrt{\frac{\beta_2 u_0 v_0}{\beta_1}} e^{\alpha_1 t},$$

$$y(0) = \frac{1}{u_0 - \sqrt{\frac{\beta_2 u_0 v_0}{\beta_1}}}, \quad u_0 \neq \frac{\beta_2 v_0}{\beta_1}$$

For the general case (1.6), based on the Bendixon criterion, the next theorem is approved.

Theorem 1. When the (1.6) model's parameters satisfy the inequality system:

$$\begin{cases} \gamma_{12} \geq 2\beta_2 \\ \gamma_{21} \geq 2\beta_1 \end{cases} \tag{1.8}$$

then in the first quarter of the (O,u,v) phase plane of solutions, Cauchy (1.5) problem has no closed integrated curve which is completely lying in this area.

In the **first paragraph** of the second **chapter**, new two and three-dimensional nonlinear dynamic systems are discussed, describing the scientists' training process and their irreversible transition from one category to another.

In two-level mathematical model two subjects are considered: research associates without degree and the scientists with doctor's degree.

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u - \varepsilon_1(t)u^2 - \beta_1(t)uv \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2(t)v - \varepsilon_2(t)v^2 + \beta_2(t)uv \end{cases} \tag{2.1}$$

$$u(0) = u_0,\ v(0) = v_0 \tag{2.2}$$

The mathematical model (2.1), (2.2) describes the self-production process of the researchers, their irreversibility and transition from one category (first category, research associates without degree) in the second (scientists with doctor's degree).

The mathematical model (2.1), (2.2) describes processes of reproduction of scientific research associates (scientists), their irrevocable leaving and also transitions of one category in secondary.

The following designations are entered into models:

$u(t)$ - the number of research associates without degree in time point t;

$v(t)$ - the number of research associates with doctor degree in time point t;

$\alpha_1 u(t)$ - reproduction of research associates without academic degree (the difference between their preparation and leaving that isn't connected with transition to secondary category in unit of time);

$\beta_1 u(t)v(t)$, $\beta_2 u(t)v(t)$ - intensity of training of doctors from among research associates without degree;

$\alpha_2 v(t)$ - intensity of leaving of doctors from research associates without transition to secondary category (leaving at the expense of mortality, intellectual migration, transition to other field of activity);

$\varepsilon_1 u^2(t)$, $\varepsilon_2 v^2(t)$ - the members describing the intra group competition in the categories (the members who are responsible for growth self-restriction);

α_1, α_2, ε_1, ε_2, β_1 - positive parameters of model.

There is also a three-dimensional dynamic system describing a three-level mathematical model of the training of scientists. In three-stage mathematical model of training of scientists three subjects (three categories of research associates) are considered: research associates without degree (the first category), candidates of science (the second category) and the scientists with doctor's degree (the third category). The mathematical model of nonlinear three-dimensional dynamical system has an appearance:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u - \varepsilon_1(t)u^2 - \beta_1(t)uv - \gamma_1(t)uw \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2(t)v - \varepsilon_2(t)v^2 - \gamma_2(t)v + \beta_1(t)uv + \gamma_1(t)uw - \beta_2(t)vw \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = -\alpha_3(t)w - \varepsilon_3(t)w^2 + \gamma_2(t)v + \beta_2(t)vw \end{cases} \qquad (2.3)$$

$$u(0) = u_0, \quad v(0) = v_0, \quad w(0) = w_0 \qquad (2.4)$$

The mathematical model (2.3), (2.4) describes processes of reproduction of scientific research associates (scientists), their irrevocable leaving and also transitions of one category in another.

The following designations are entered into models:

$u(t)$ - the number of scientific research associates without degree in time point t;

$v(t)$ - the number of candidates of science in time point t;

$w(t)$ - the number of doctors of science in time point t;

$\alpha_1 u(t)$ - reproduction of research associates without academic degree (the difference between their preparation and leaving that isn't connected with transition to category of candidates of science in unit of time);

$\beta_1 u(t)v(t)$ - intensity of training of candidates of science from among research associates without degree $(u(t))$ candidates of science $(v(t))$;

$\gamma_1 u(t)w(t)$ - intensity of training of candidates of science from among research associates without degree $(u(t))$ doctors of science $(w(t))$;

$\alpha_2 v(t)$ - intensity of leaving of candidates of science from research associates without transition to category of doctors of science (leaving at the expense of mortality, intellectual migration, transition to other field of activity);

$\gamma_2 v(t)$ - intensity of self-training of candidates of science (without scientific consultant of the doctor of science) to the level of doctors of science;

$\beta_2 w(t)v(t)$ -intensity of training of doctors of science from among candidates sciences $(v(t))$ doctors of science $(w(t))$ (scientific consultants of the doctor of science);

$\alpha_3 w(t)$ - intensity of leaving of doctors of science from research associates (leaving at the expense of mortality, intellectual migration the abroad, transition to other field of activity);

$\varepsilon_1 u^2(t),\ \varepsilon_2 v^2(t),\ \varepsilon_3 w^2(t)$ - the members describing the intra group competition in the categories (the members who are responsible for growth self-restriction);

$\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ \varepsilon_3,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \gamma_1,\ \gamma_2$ - positive parameters of model.

In the second paragraph is considered two-level model (2.1), (2.2) in case of constant coefficients which comes down to the known model "the victim" (research associates without degree) - "a predator" (scientists with doctor's degree) taking into account the intraspecific competition (members with self-limitation of increase). The system of the nonlinear differential equations in the first closed quarter of the phase plane of solutions has three position of balance, and the balance position corresponding to the trivial solution is a saddle at any values of parameters of model, the second position of balance corresponding to extinction of "predators" and to an equilibrium condition of "the victims" in one case is a saddle, and in the second – stable node.

Conditions on constant models for which the stationary solution, the third position of balance in an open first quarter of the phase plane of solutions (the only limit point of system of the differential equations) corresponding to equilibrium coexistence of "predators" and "the victims" asymptotically is stable (stable node or stable focus) are found.

The following theorem is approved:

Theorem 2. If it is fair inequality $\alpha_1\beta_2 > \alpha_2\varepsilon_1$

then

$$N_2\left[\frac{\alpha_1\varepsilon_2+\alpha_2\beta_1}{\varepsilon_1\varepsilon_2+\beta_1\beta_2},\frac{\alpha_1\beta_2-\alpha_2\varepsilon_1}{\varepsilon_1\varepsilon_2+\beta_1\beta_2}\right]$$

is a limit point of a system

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u - \varepsilon_1 u^2 - \beta_1 uv = u(\alpha_1 - \varepsilon_1 u - \beta_1 v) \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2 v - \varepsilon_2 v^2 + \beta_2 uv = v(-\alpha_2 - \varepsilon_2 v + \beta_2 u) \end{cases} \tag{2.5}$$

In the third paragraph the three-dimensional case is considered:

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u - \varepsilon_1 u^2 - \beta_1 uv - \gamma_1 uw \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2 v - \varepsilon_2 v^2 + \beta_1 uv + \gamma_1 uw - \beta_2 vw \\ \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = -\alpha_3 w - \varepsilon_3 w^2 + \beta_2 vw \end{cases} \tag{2.6}$$

In a three-dimensional case singular points of dynamic system (2.6) are found. By means of Routh-Hurwitz stability criterion singular points are investigated on stability.

In the particular case ($\alpha_2 = \alpha_3$, $\beta_1 = \gamma_1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1$) the first integral of three-dimensional dynamic system

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1 u - \beta_1 uv - \gamma_1 uw \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = -\alpha_2 v + \beta_1 uv + \gamma_1 uw - \beta_2 vw \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = -\alpha_3 w + \beta_2 vw \end{cases}$$

which in space of solutions represents some two-dimensional surface is found .

$$\frac{u(v+w)}{u_0(v_0+w_0)} = \exp(u-u_0)\exp(v+w-v_0-w_0)$$

In the first paragraph of a third chapter discusses nonlinear mathematical models that describe the competition between universities.

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \alpha_1(t)u(t) - \beta_1(t)u^2(t) + (\gamma_1(t)-\gamma_2(t))u(t)v(t) + \varepsilon_1(t)u(t)w(t), \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \alpha_2(t)v(t) - \beta_2(t)v^2(t) + (\gamma_2(t)-\gamma_1(t))u(t)v(t) + \varepsilon_2(t)v(t)w(t), \\ \dfrac{dw(t)}{dt} = \alpha_3(t)w(t) - \beta_3(t)w^2(t) - \varepsilon_1(t)u(t)w(t) - \varepsilon_2(t)v(t)w(t). \end{cases} \quad (3.1)$$

$$u(0) = u_0, \quad v(0) = v_0, \quad w(0) = w_0, \quad (3.2)$$

$$\alpha_i(t) > 0, \quad \beta_i(t) > 0 \;\; i = \overline{1,3}$$

$$\varepsilon_j(t) > 0, \quad \gamma_j(t) > 0 \quad j = 1,2$$

$u(t)$ - the number of students in the first university for the time t,

$v(t)$ - the number of students in the second university for the time t,

$w(t)$ - the number of entrants at the time t they want to pass from one of these two universities,

$\alpha_1(t) > 0, \alpha_2(t) > 0, \alpha_3(t) > 0$ - growth coefficients of students and entrants,

$\beta_1(t) > 0, \beta_2(t) > 0$ - the number of students in this university is self-limiting coefficients (authorization council sets the maximum number of students in the given university),

$\beta_3(t) > 0$ - the number of entrants is the self-limiting coefficient (the maximum number of entrants due to the demographic picture in the given region),

$\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t) -$ the university graduates and entrants coefficients of cooperation (attraction at its university),

$\gamma_1(t), \gamma_2(t)$ - the coefficients of advertising the university by the students of this university in order to sort out the students from the second university to themselves,

$u, v, w \in C^1[0,T]$ - we are looking for required functions on a segment in the class of continuously differentiable functions.

The second paragraph deals with a nonlinear mathematical model of competition between two universities, which takes into account both competition for a limited contingent of entrants and the attraction of students due to mobility (the transition of students from one university to another). Dynamic system describing quantitative dynamics (flows) as students of two universities and entrants is received. In the case of constancy of the coefficients of the mathematical model, singular points of the nonlinear system of differential equations are found. Using the Routh-Hurwitz stability criterion, the question of the asymptotic stability of solutions is studied.

The third paragraph examines the nonlinear mathematical model for the limited entrants between the two universities (micro-model, for one region where only two choice are available):

$$\begin{cases} \dfrac{du(t)}{dt} = \varepsilon_1 u(t) w_0 + (\gamma_1 - \gamma_2) u(t) v(t) + \delta_1 w_0 \\ \\ \dfrac{dv(t)}{dt} = \varepsilon_2 v(t) w_0 + (\gamma_2 - \gamma_1) u(t) v(t) + \delta_2 w_0 \end{cases} \tag{3.3}$$

$$u(0) = u_0,\ v(0) = v_0 \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_j > 0, \quad \gamma_j > 0, \delta_j > 0 \quad j = 1,2$$

$u(t)$ - the number of students in the first university for the time t,

$v(t)$ - the number of students in the second university for the time t,

w_0 - the total number of entrants, who passed the entrance exams and got them from one of these two universities,

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – cooperation between the university graduates and entrants (cooperation, attraction at its university) are coefficients,

γ_1, γ_2 - the university promotion coefficients of the university of the university are to allow students to migrate from the second university.

The model (3.2) considers change of the contingent of these universities within one year. Specifically, the model provides a fresh stream of students' first course (entrants attached to the PR by the administration); cooperation between the university graduates and entrants; the university students of this university advertise their university to mobilize students from the second university. In particular cases of model coefficients, exact analytical solutions of the Cauchy's problem (3.3), (3.4) found in quadratures.

The main results of the dissertation are published in the following works:

1. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear mathematical model of dynamics of processes of cooperation interaction in innovative system. VII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2016, pp. 104 – 105;
2. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear mathematical model of interaction of fundamental and applied researches Problems of management of safety of difficult systems. The XXIV International Conference, 2016, pp. 289 – 292;
3. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear mathematical model of interference of fundamental and applied researches of scientifically-research institute. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications. 2017, № 1(51), pp. 15 - 24;
4. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia About some exact solutions of nonlinear systems of the differential equations describing interference of fundamental and applied researches. Tskhum-Abkhazian Academy of Sciences, Proceedings, 2017, v. XIII-XIV, pp. 79 – 91;
5. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Mathematical model of interference of fundamental and applied researches. VIII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2017, pg. 77;

6. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear two or three-stage mathematical model of training of scientists. VIII International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2017, pg. 77 – 78;

7.T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Nonlinear Mathematical Model of Interference of Fundamental and Applied Researches. International Journal of Systems Science and Applied Mathematics, 2017, 2(6), pp. 110 – 115;

8.T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Research of the dynamic systems describing mathematical models of training of the diplomaed scientists. Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, Reports, 2017, vol. 43, pp. 17 – 29;

9.T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Research of three and two-dimensional nonlinear dynamical systems describing the training of scientists. Applied Mathematics, Informatics, Mechanics, 2017, vol. 22, No.1, pp. 3 – 20;

10. T. Chilachava, Ts. Gvinjilia Mathematical Model of Competition Between Two Universities. IX International Conference of the Georgian mathematical union, Book of Abstracts, Batumi, 2018, pg. 100.