

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ინდირა ნატრიაშვილი

მობილური რობოტების ორიენტაციისა და მართვის
მეთოდების ალგორითმების დამუშავება და შესწავლა

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სადოქტორო პროგრამა: მართვის სისტემები, ავტომატიზაცია,

ტესტ-ინჟინერინგი

შიფრი 0403

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თბილისი, 0175, საქართველო

2019 წელი

საავტორო უფლება © 2019 წელი ინდირა ნატრიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ინდირა ნატრიაშვილის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: **მობილური რობოტების ორიენტაციისა და მართვის მეთოდების ალგორითმების დამუშავება და შესწავლა** და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ----- საუნივერსიტეტო სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

„-----“, „-----“ 2019 წელი

თანახელმძღვანელები:

ხელმძღვანელი: სტუ-ს ასოცირებული პროფესორი, ვლადიმერ კეკენაძე

რეცენზენტი: -----

რეცენზენტი: -----

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2019 წ

ავტორი: ინდირა ნატრიაშვილი

დასახელება: მობილური რობოტების ორიენტაციისა და მართვის მეთოდების
ალგორითმების დამუშავება და შესწავლა

სადოქტორო პროგრამა: მართვის სისტემები, ავტომატიზაცია, ტესტ-ინჟინერია.

ხარისხი: -----

სხდომა ჩატარდა: -----

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე. ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

“დადგება დრო, როდესაც ადამიანი შექმნის ხელოვნურ ინტელექტს, როცა ადამიანური ისტორია დასრულდება და მის ბედს ვეღარ ვიწინასწარმეტყველებთ”. ხელოვნური ინტელექტის იდეა 1950-იანი წლებიდან არსებობს, თუმცა ინტელექტუალური რობოტების შესახებ ადრეც იუწყებოდნენ. მნიშვნელოვანია 1956 წელიც, როდესაც ამერიკელმა ჯონ მაკარტიმ გაავრცელა ტერმინი „ხელოვნური ინტელექტი“ და „გონიერი“ მანქანების ეპოქაც დაიწყო. საუკუნეების მანძილზე ადამიანს ოცნებად ჰქონდა ქცეული ჰუმანოიდის ანუ ადამიანის მსგავსი რობოტის შექმნა. მაგრამ ოცნება ოცნებად რჩებოდა. ამერიკულ ეკონომიკურ ჟურნალში, „ბიზნეს უიკში“, ნათქვამი იყო: „მართალია ადამიანმა შექმნა სუპერ კომპიუტერები, ააგო ცათამბჯენები, დააპროექტა ქალაქები, მაგრამ ეს არაფერია იმ ურთულეს ამოცანასთან შედარებით, რომ რობოტებმა ადამიანის მსგავსად იმოძრაონ, ხელოვნური თვალით აღიქვან ობიექტი, ჰქონდეთ ისეთი შეგრძნებები, როგორცაა ყნოსვა, სმენა, შეხება, და ის, რითაც ადამიანურ ინტელექტს მიუახლოვდებიან“. დღეს რობოტების მუშაობის სფერო მხოლოდ ფაბრიკა-ქარხნებით როდი შემოიფარგლება. თანამედროვე რობოტები აღჭურვილნი არიან ხმის ამომცნობი აპარატებით, გიროსკოპებით, უკაბელო საკომუნიკაციო თუ ადგილმდებარეობის დადგენის გლობალური სისტემებით, სხვადასხვა ტიპის სენსორებით, რომელთა საშუალებითაც რობოტები რეაგირებენ ტემპერატურაზე, წინააღმდეგობაზე, ულტრაბგერეზე, ქიმიურ ნივთიერებებსა თუ რადიაციაზე. დღეს ბევრად მძლავრი და მრავალფუნქციური რობოტები არსებობს. ეს რობოტები ისეთ სამუშაოებს ასრულებენ, რომელთა წარმოდგენაც რამდენიმე წლის წინ შეუძლებლად მიაჩნდათ.

თანამედროვე მობილური რობოტები წარმოადგენენ რთულ პროგრამულ-ტექნიკურ კომპლექსებს, რომელთა დანიშნულება არის სხვადასხვა სირთულის ამოცანების გადაწყვეტა. ასეთი რობოტების უახლოეს მოდიფიკაციებს გააჩნიათ განვითარებული კონსტრუქციები სავალი ნაწილების, გამოთვლითი ტექნიკის ბორბლური (გვერდითი) მოწყობილობა, მარშუტის მიმყოლი-ნავიგაციური სისტემა და აგრეთვე შეგრძნების საშუალებების საშუალებები. ინოვაციური საქმიანობის სპეციფიკა აქტუალურია პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტისას და ახალი ან არასტანდარტული მიდგომების გამოყენებისას. ინოვაციური პროცესების ერთ-ერთი შემადგენელი ნაწილია პროექტებით მართვა, რომლისთვისაც დამახასიათებელია ინოვაციური სირთულეები, რომლებიც გადაწყვეტილ უნდა იქნას ძირითადი მათემატიკური ალგორითმების საშუალებით.

სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს მობილური რობოტების მართვისა და ორიენტაციის მეთოდებისა და ალგორითმების დამუშავება. დასმული მიზნის მისაღწევად გადაწყვეტილი იქნა შემდეგი ამოცანები:

1. მობილური თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების აგება და ანალიზი.

2. მობილური რობოტის ტექნიკური მხედველობის სისტემის ოპტიკური სქემების ანალიზი.
3. მობილური რობოტის ორიენტაციისა და მართვის სისტემის სტრუქტურის აგება.
4. მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის ალგორითმების სინთეზი და კვლევა.
5. რობოტის ორიენტაციის ალგორითმების სინთეზი და კვლევა სამუშაო სივრცეში.
6. რობოტის მოძრაობის ტრაექტორიის კორექტირების ალგორითმების სინთეზი და კვლევა.

სადისერტაციო ნაშრომის შედეგები შეიძლება გამოყენებული იქნას ავტონომიური მობილური რობოტების მართვის სისტემის აგებისთვის, რომლებიც ფუნქციონირებენ იმ პირობებში რომელშიც წინასწარ არ არის ცნობილი მოძრაობის ტრაექტორია. სადისერტაციო თემის აქტუალობა განაპირობებს ინოვაციური საქმიანობის შესახებ ცოდნის ფორმალიზაციის აუცილებლობას და ინსტრუმენტალური საშუალებების შექმნას. დამუშავებული ინფორმაციული მოდელები უზრუნველყოფს პროექტის შესრულების პროცესის დამოკიდებულებას და მართვადობას.

სადისერტაციო ნაშრომის შედეგად მიღებული შედეგების სამეცნიერო სიახლეა:

1. დამუშავებული იქნა მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის სისტემის იერარქიული სტრუქტურა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს გადავწყვიტოთ მართვის არატრივიალური ამოცანები.
2. დამუშავებული იქნა მობილური რობოტის ორიენტაციის ალგორითმები სასრული ავტომატების გამოყენებით.
3. შემოთავაზებულია ნეირონული ალგორითმის სინთეზის მეთოდი რობოტის მოძრაობის ტრაექტორიის კორექტირებისთვის იმ მიზნით, რომ არ მოხდეს შუქურასთან შეჯახება.
4. შემოთავაზებულია ორ ამძრავიანი მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის ალგორითმი როდესაც არ გვაქვს მოძრაობის ტრაექტორია ცხადად მოცემული.

შესრულებული ნაშრომის ძირითადი შედეგები მდგომარეობს შემდეგში:

1. წარმოდგენილია თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების აგებისა და კლასიფიკაციის პროცედურები და წარმოდგენილია მათი ანალიზი. ილუსტრაციისთვის მოყვანილია კონკრეტული მაგალითები თვლიანი მობილური რობოტების კინემატიკური და დინამიკური მოდელების აგების.
2. მოყვანილია შედარებითი ანალიზი მობილური რობოტის ტექნიკური მხედველობის სხვადასხვა ოპტიკური სქემების ობიექტების კოორდინატების განსაზღვრის სიზუსტის თვალსაზრისით.
3. დამუშავებულია მობილური რობოტის მართვის სისტემის სტრუქტურა, მაღალი დონის რეგულატორი რომელსაც აქვს ორი ბლოკი: ანალიზატორი და მოძრაობის კორექციის ბლოკი

დამუშავებულია მართვის ლოკალური ალგორითმები, რომელიც საშუალებას იძლევა გადაწყვეტილი იქნას რობოტის მართვის ამოცანა იმ პირობებში როდესაც არ არის გარკვეული მოძრაობის ტრაექტორია.

Summary

The time will come when people will create artificial intelligence, when human history will end, and we will not be able to predict the future." The idea of artificial intelligence has existed since the 1950s, although it has previously been reported about intelligent robots. It is important that in 1956, American John McCarthy extended the terms "artificial intelligence" and "intelligent" cars. But the dream was a dream. BusinessWeek, an American economic journal, says: "It's true that humans created supercomputers, built skyscrapers, designed cities, but this is nothing compared to the difficult task with which robots, such as humans, like artificial eyes, experience sensations like smells, Hearing, touch and human intelligence "The field of work of robots today is not limited to factory mills. Modern robots are equipped with sound recognizers, gyroscopes, wireless communication systems or positioning systems, with various types of sensors that allow robots to react to temperature, resistance, ultrasound, chemicals or radiation. Today there are so many powerful and multifunctional robots. These robots perform tasks that seemed impossible several years ago.

Modern mobile robots are complex software and hardware systems whose goal is to solve problems of varying complexity. The closest modifications of such robots have developed designs of wheeled parts, computing equipment, parallel navigation equipment and sensation equipment. The specificity of innovation is relevant in solving practical problems and using new or non-standard approaches. One of the innovative processes is the management of projects that are characteristic of innovative difficulties that can be solved using basic mathematical algorithms.

The purpose of the thesis is to develop methods and algorithms for the control and orientation of mobile robots. To achieve the goal, the following tasks were defined:

1. Build and analyze mathematical models of mobile robots.
2. Analysis of the optical schemes of the vision system of a mobile robot.
Building a mobile orientation and control system for the robot.
4. Synthesis and study of motion control algorithms for mobile robots.
5. Synthesis and study of robot orientation algorithms in the workspace.
6. Synthesis and study of algorithms for setting the trajectory of the robot.

The results of the thesis can be used to build an autonomous control system for a mobile robot that operates in conditions where the trajectory of motion is unknown. The relevance of the thesis is based on the need to formalize knowledge about innovation and the creation of tools. Processed information models provide dependence and controllability of the project execution process.

The scientific results of the results obtained in the dissertation work are as follows:

1. The hierarchical structure of the mobile robot motion control system has been developed, which allows solving non-violent control tasks.

2. Developed algorithms for the orientation of the mobile robot using more accurate machines.

3. A method for the synthesis of a neural algorithm is proposed to correct the trajectory of the robot in order to avoid collision with a beacon.

4. The algorithm for driving a mobile robot for two players is proposed when the trajectory of movement is not clear.

The main results of the work done:

1. The methods of designing and classifying mathematical models of robots and their analysis are presented. The illustrations illustrate specific examples of building dynamics and dynamic models of mobile robots.

2. Comparative analysis of the accuracy of determining the coordinates of objects of various optical vision schemes of a mobile robot.

3. A structure has been developed for a mobile robot control system, a high-level regulator having two units: an analyzer and a motion correction unit

4. Local process control algorithms are designed to perform the task of controlling the robot in situations where there is no movement trajectory.

შინაარსი

ნახაზებისა და ცხრილების ნუსხა.....	11
შესავალი.....	13
თავი 1. თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელები.....	18
1.1. თვლიან რობოტების კინემატიკური სქემები.....	20
1.2. რობოტის კოორდინატთა სისტემის და გეომეტრიის ფორმირება.	27
1.3. თვლის კინემატიკური მახასიათებლები	30
1.4 მექანიკური სისტემები კინემატიკური შეზღუდვებით. არაგოლონომიური სისტემების კლასიფიკაცია.....	38
1.5 თვლიანი რობოტის პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი.	43
1.6 ბორბლური მუშაობის დინამიკური მოდელი.....	49
1.7 ორამბავიანი თვლიანი რობოტის კინემატიკური მოდელი.....	55
1.8 მადჯის განტოლება არაგოლონომიურ კავშირებიან ელექტრომექანიკური სისტემებისთვის.....	59
1.9 ორამძრავიანი თვლიანი რობოტის ელექტრომექანიკური მოდელი.....	65
თავი 2. თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების ანალიზი	68
2.1 მართვადობა	69
2.2. კანონიკური ფორმები და დიფერენციალური ბრტყელი სისტემები.	71
2.3 თვლიანი რობოტების მოდელების სტატისტიკური და დინამიკური გაწრფივება.....	75
2.4 არაგოლონომიური სისტემის სტაბილიზაცია წონასწორობის მდგრადობის თანაფარდობით.....	84
თავი 3. ამოცანის დასმა და მართვის სისტემის სტრუქტურა	90
3.1 ამოცანის აღწერა	90
3.2. მობილური რობოტის „წევის ისარი“ აღწერა	95
3.3. სენსორული სისტემა	98

3.4 მართვის სისტემის სტრუქტურული სქემა.....	102
3.4.1 ანალიზატორი.....	104
3.4.2 რეგულიატორი.....	106
თავი 4. სასრული ავტომატები.....	107
4.1 „გროვის“ ამოცანის გადაწყვეტა.....	109
4.1.1 „შუქურა - კარები“ ამოცანის გადაწყვეტა.....	115
4.1.2 „ შუქურები - კარები - რვიანები” ამოცანების გადაწყვეტა.....	118
4.2 მოძრაობის ტრაექტორიის კორექტირების ალგორითმი	121
თავი 5. მართვის ალგორითმების დამუშავება.....	134
5.1 რობოტის ორიენტაციის მართვა	138
5.2 რობოტის გრძივი გადაადგილების მართვა.....	139
დასკვნა.....	143
გამოყენებული ლიტერატურა.....	144
დანართები-----	151

ნახაზებისა და ცხრილების ნუსხა

ნახ.1 თვლიანი მოდელების კონსტრუქციები.....	20
ნახ.2 კინემატიკური სქემები.....	21
ნახ.3 რობოტის მყისიერი სიჩქარის ცენტრი.....	22
ნახ.4 მოძრავი რობოტი აბსოლუტურ კოორდინატთა სისტემაში....	27
ნახ.5 თვლის მოდულის განლაგება რობოტის კოორდინატთა სისტემაში.....	27
ნახ.6 $0 Y_1 Y_2 , C Z_1 Z_2 ; C^j E_1^j E_2^j$ კოორდინატთა სისტემებს შორის ურთიერთკავშირი.....	28
ნახ.7 მობილური რობოტის კოორდინატთა სისტემა.....	57
ნახ.8. სტატიკური უკუ კავშირი.....	81
ნახ.9 დინამიკური უკუ კავშირი.....	86
ნახ.10 პოლიგონის სქემა.....	96
ნახ.11 მაიაკი.....	97
ნახ.12 - „ კლაკნილი“ და „ შუქურა-კარები-რვიანი “ დავალებების შესრულების მაგალითები.....	98
ნახ.13 რობოტის „წვეის ისარი“ კონსტრუქცია.....	101
ნახ.14 გადაადგილების გადამწოდების სქემა	104
ნახ.15 ფოტო გადამწოდი ოპტიკური სქემა.....	105
ნახ.16 ფოტომიმღებებით სისტემის აგების სხვადასხვა ვარიანტი.....	105
ნახ.17 კონუსური სენსორი.....	106
ნახ.18 მართვის სისტემის სტრუქტურული სქემა.....	109
ნახ.19 რობოტის მოძრაობის მართვის ძირითადი ამოცანები.....	111
ნახ. 20 შუქურებთან გავლის გრაფის ნიმუში.....	116
ნახ. 21 მინიმალური მარშრუტის პოვნის მაგალითი.....	119
ნახ.22 სასრული ავტომატი რომელიც რეალიზაციას უკეთებს „გროვის“ ამოცანას.....	121

ნახ.23.„შუქურები-კარები“ ამოცანის გადაწყვეტისათვის მართვის ალგორითმის სტრუქტურული სქემა.....	122
ნახ.24. სასრული ავტომატი, რომელიც ახდენს „შუქურა კარები“ ამოცანის რეალიზაციას	123
ნახ. 25. სასრული ავტომატი, რომელიც რეალიზაციას უკეთებს „შუქურა, კარები- რვიანი“ ამოცანას.....	126
ნახ. 26 რობოტის მოძრაობის ვარიანტები კარებში გავლის პროცესში, მისი საწყის მდგომარეობაზე დამოკიდებულებით.....	128
ნახ.27 ტრაექტორიის კორექტირების ალგორითმის სტრუქტურა.	128
ნახ. 28 $ Y_1 - Y_2 $ შემავალი ცვლადებისათვის კუთვნილების ფუნქციის სახეები.....	129
ნახ. 29 ნეირონის არაწრფივი მოდელი.....	130
ნახ. 30 აქტივაციის სიგმოიდეალური ფუნქცია β პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისას.....	131
ნახ. 31 ზოგადი სტრუქტურა.....	132
ნახ. 32 სწავლების შეცდომების ცვლილების გრაფიკი.....	140
ნახ.33 მობილური რობოტის კოორდინატთა სისტემა.....	141
ნახ.34 რობოტის კუთხური კოორდინატები.....	144
ნახ.35 შეცდომების ცვლილება სიჩქარის მიხედვით (σ) , კუთხური ორიენტაციის ცდომილება (δ), მისი წარმოებული (δ') რობოტის შუქურაზე დამიზნებისას.....	148
ნახ.36 ფაზური პორტრეტი რობოტის შუქურაზე დამიზნების.....	148
ნახ. 37 შეცდომების ცვლილება სიჩქარის მიხედვით (σ) კუთხური ორიენტაციის ცდომილება (δ) . მისი წარმოებული (δ') შუქურის გარშემო მოძრაობისას.....	149
ნახ.38 ფაზური პორტრეტი რობოტის შუქურის გარშემო მოძრაობისას.....	149
ცხრილი1. რობოტის ტექნიკური მახასიათებლები.....	101
ცხრილი 2. 51.3730 ძრავის პასპორტული მონაცემები.....	102

ცხრილი3. ტექ. შუქურების სისტემით დანახული შუქურების ცხრილი.....	107
ცხრილი4.გადასვლის ცხრილი 1.....	121
ცხრილი5. გადასვლების ცხრილი 2.	123
ცხრილი6. გადასვლების ცხრილი 3.	127

შესავალი

თანამედროვე მობილური რობოტები წარმოადგენენ რთულ პროგრამულ-ტექნიკურ კომპლექსებს, რომელთა დანიშნულება არის სხვადასხვა სირთულის ამოცანების გადაწყვეტა. ასეთი რობოტების უახლოეს მოდიფიკაციებს გააჩნიათ განვითარებული კონსტრუქციები სავალი ნაწილების, გამოთვლითი ტექნიკის ბორბლური (გვერდითი) მოწყობილობა, მარშუტის მიმყოლი-ნავიგაციური სისტემა და აგრეთვე შეგრძნების საშუალებების საშუალებები. თანამედროვე რობოტები ხასიათდებიან გარე ობიექტებთან კარგი ურთიერთქმედებით, ისინი ხასიათდებიან რთულ მოძრავ გარე სამყაროსთან შეგუების კარგი შესაძლებლობით, მაღალი ფუნქციონალური მოქნილობით და მანევრირებით. ასეთი თვისებები აუცილებელია არატრივიალური სატრანსპორტო ამოცანების შესრულებისათვის, როგორც არის წინააღმდეგობის შემოვლა, ძნელად მისაწვდომ სამუშაო ადგილებში შეღწევა, რთული მრუდწირული კონტურის გასწვრივ მოძრაობა და სხვა.¹ ავტონომიური თვლიანი რობოტის მოძრაობის მართვის სისტემის აგებისას გათვალისწინებული უნდა იყოს გარემოს მოდელირების ალგორითმების დამუშავება, მარშუტის დაგეგმვა, სტატიკური და მოძრავი წინააღმდეგობის აღმოჩენა და მათი გვერდის ავლა და სხვა.

თვლიანი რობოტები მიეკუთვნება არაგოლონომიური სისტემების კლასს. ასეთ სისტემებში გეომეტრიულის გარდა არსებობს კინემატიკური კავშირები, ე.ი. კავშირები რომლებიც ითვალისწინებენ შეზღუდვებს სისტემის წერტილებისა და ტანის სიჩქარის მნიშვნელობებზე. თვლიანი რობოტების აღწერისას გამოიყენება ცვლადები, რომელთაგან ყველა არ არის დამოუკიდებელი. ეს კი იწვევს ძირითად სიძნელეებს რობოტის ტექნიკური სისტემების ანალიზსა და სინთეზში.

მართვის თეორიის თვალსაზრისით არაგოლონომიური კავშირების არსებობა ხელს უშლის გამოყენებული იქნას დაგეგმვისა და

¹ Мирошник И.В., Никифоров В.В., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими объектами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

მართვის სტანდარტული ალგორითმები. რომლებიც დამუშავებულია მანიპულაციური რობოტებისათვის . ასეთი სისტემებისთვის სტაბილიზაციის ამოცანა არის არატრივიალური. არაგოლონომიური სისტემები არ შეიძლება იყოს სტაბილიზირებული სტაციონალური უკუკავშირით. თვლიანი რობოტების სტაბილიზაციის ამოცანის გადაწყვეტა მოითხოვს სხვა სახის უკუკავშირის გამოყენებას.² ³არასტაციონალურის, უბან-უბან უწყვეტის და ა. შ. თუმცა ამის მიუხედავად, შესაძლებელია სტაციონალური უკუკავშირის გამოყენება მოძრაობის ამოცანების გადაწყვეტისას.

ერთ-ერთი ყველაზე ცნობილი შეცდომა რობოტების მართვის ამოცანების გადაწყვეტისა ეფუძნება მიმყოლი სისტემების აგების კლასიფიკაციას.⁴ მოცემული მეთოდი ითვალისწინებს მართვის სისტემაში სპეციალური დამკავებელი მოწყობილობის ჩართვას, რომელიც ახდენს სასურველი ტრაექტორიის გენერირებას პარამეტრულ ფორმაში.

სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს მობილური რობოტების მართვისა და ორიენტაციის მეთოდებისა და ალგორითმების დამუშავება. დასმული მიზნის მისაღწევად გადაწყვეტილი იქნა შემდეგი ამოცანები:

7. მობილური თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების აგება და ანალიზი.

8. მობილური რობოტის ტექნიკური მხედველობის სისტემის ოპტიკური სქემების ანალიზი.

9. მობილური რობოტის ორიენტაციისა და მართვის სისტემის სტრუქტურის აგება.

²Bloch A.M., McClamroch N.H., Reyhanoglu M. Controllability and stabilizability properties of nonholonomic control system // Proc. 29th Conf. on Decision and Control. Honolulu, Hawaii, 1990. -P. 13 12-13 1

³ Brockett R.W. Asymptotic stability and feedback stabilization II Differential Geometric Control Theory. Birkhauser: Boston, 1983. P.181-191.

⁴ Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. _М.: Мир, 1989

10. მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის ალგორითმების სინთეზი და კვლევა.

11. რობოტის ორიენტაციის ალგორითმების სინთეზი და კვლევა სამუშაო სივრცეში.

12. რობოტის მოძრაობის ტრაექტორიის კორექტირების ალგორითმების სინთეზი და კვლევა.

კვლევის მეთოდები: თეორიული შედეგების მიღებისთვის გამოყენებული იქნა არაწრფივი სისტემების დიფერენციალური გეომეტრიის თეორიის მეთოდები, ნეიროქსელური ტექნოლოგიები, გრაფების თეორია და სასრული ავტომატები. ნეირონული ქსელების სწავლებისთვის და მიღებული შედეგების ტესტირებისთვის დამუშავებული იქნა პროგრამული პაკეტი.

მიღებული შედეგების სამეცნიერო სიახლეა:

5. დამუშავებული იქნა მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის სისტემის იერარქიული სტრუქტურა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს გადავწყვიტოთ მართვის არატრივიალური ამოცანები.

6. დამუშავებული იქნა მობილური რობოტის ორიენტაციის ალგორითმები სასრული ავტომატების გამოყენებით.

7. შემოთავაზებულია ნეირონული ალგორითმის სინთეზის მეთოდი რობოტის მოძრაობის ტრაექტორიის კორექტირებისთვის იმ მიზნით, რომ არ მოხდეს შუქურასთან შეჯახება.

8. შემოთავაზებულია ორ ამძრავიანი მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის ალგორითმი როდესაც არ გვაქვს მოძრაობის ტრაექტორია ცხადად მოცემული.

პრაქტიკული ღირებულება: სადისერტაციო ნაშრომის შედეგები შეიძლება გამოყენებული იქნას ავტონომიური მობილური რობოტების მართვის სისტემის აგებისთვის, რომლებიც ფუნქციონირებენ იმ პირობებში რომელშიც წინასწარ არ არის ცნობილი მოძრაობის ტრაექტორია.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა: დისერტაცია შედგება შესავლის, ხუთი თავის, დასკვნის, ლიტერატურის ჩამონათვალისა და დანართისაგან ნაშრომი შედგება 135 გვერდისაგან.

თავი 1. თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელები

თვლიანი რობოტების თანამედროვე მრთვის სისტემების დაპროექტების ამოცანის გადაწყვეტისას ვგულისხმობთ რომ არსებობს ადეკვატური მათემატიკური მოდელები, რომლებიც ერთი მხრივ, საკმაოდ სრულად აღწერენ რობოტის ქცევას სამუშაო სივრცეში მისი გადაადგილების პროცესში, მეორე მხრივ გამოსადეგია მართვის ალგორითმების სინთეზის პროცედურების განხორციელებისათვის. ასეთ დროს ერთნაირად მიუღებელია როგორც არითმეტიკული მოდელები, ასევე ძალზედ რთულები რომლის გამოყენება სისტემის სინთეზისათვის დაკავშირებულია გადაულახავ ანალიზურ სირთულეებთან.

როგორც მართვის ობიექტი თვლიანი რობოტები წარმოადგენს მრავალარხიან არსებითი არა წრფივი სისტემა. მისი მათემატიკური აღწერა (მათემატიკური მოდელი) შეიძლება მივიღოთ ლაგრანჟის ან ნიუტონ-ეილის განტოლებების გამოყენებით. რომელშიც F , M ძალა მომენტური ზემოქმედება წარმოებს თვლიან სისტემაზე, ეს უკანასკნელი განსაზღვრავს მოდელების ძირითად თვისებებს. განსახილველი კლასის რობოტების და მათ განსხვავებას მყარი სხეულების მოძრაობის კუთხე და ვექტორი და მათი წრფივი სიჩქარე არის ურთიერთდაკავშირებული, ე.ი. ემორჩილება ნეგოლონომიურ შეზღუდვას, რაც იწვევს ძირითად სირთულეს თვლიანი რობოტო ტექნიკური სისტემის ანალიზის და სინთეზის განხორციელებისას.

ნებისმიერი მექანიკური სისტემის მდგომარეობა აღიწერება განსაზღვრული მინიმალური რაოდენობის კოორდინატთა ერთობლიობით. სისტემის კოორდინატებს შორის დამატებითი კავშირების შემოტანა ამცირებს მის თავისებურებების ხარისხს. კავშირს, რომელიც ედება შეზღუდვის სახით სისტემის წერტილებს სხეულის სიჩქარეს, მაშასადამე მყარდება გარკვეული თანაფარდობა ამ სიჩქარეებს შორის ეწოდება კინემატიკური, კინემატიკურ კავშირებს, რომლებიც არ დადის გეომეტრიულამდე, ეწოდება არაგოლონომიური, ხოლო მექანიკურ სისტემას

ასეთი კავშირებით ეწოდება არაგოლონომური სისტემა, თუ ყველა კავშირი წარმოადგენს გეომეტრიულს (გოლონომიურს), ე.ი. დადებული შეზღუდვა ეხება მხოლოდ სისტემის, სხეულს და წერტილების მდგომარეობას და წერტილების მდებარეობას და არა მათი სიჩქარეების სიდიდეებს, მაშინ ეს მდებარეობა გათვალისწინებული იქნება კოორდინატების შემოღების გზით, უშუალოდ შეესაბამება თავისუფლების ხარისხის, რეალურ რიცხვს. თუმცა არაგოლონომური კავშირისთვის განტოლებებში შეზღუდვების არსებობისას კოორდინატების ასეთი არჩევა შეუძლებელია.⁵ არაგოლონომური კავშირების განტოლება არ შეიძლება გამოყენებული იქნეს გამოყენებული იქნას კოორდინატების რიცხვის შემცირებისათვის, ამიტომ ასეთი კავშირების არსებობისას იძულებული ვართ ვისარგებლოთ კოორდინატებით, რომლებიც ყველა არ არის დამოუკიდებელი. არაგოლონომური სისტემის მაგალითს წარმოადგენს ბირთვი, რომელიც მოძრაობს სრიალის გარეშე ხორკლიან სიბრტყეზე, ამიტომ ხდება შეზღუდვების დადება არა მხოლოდ სფეროს ცენტრის მდგომარეობაზე (გეომეტრიული კავშირი), არამედ სიბრტყესთან შეხების წერტილების სიჩქარეზე, რომელიც დროის ნებისმიერ მომენტში უნდა იყოს ნულის ტოლი. (კინემატიკური კავშირი არ დაიყვანება გეომეტრიულზე) სხვა მაგალითად შეგვიძლია მოვიყვანოთ კავშირები, რომლებიც ედებათ მართვად მოძრაობას (გადაადგილებას). მაგალითად თუ მოძრავ წერტილებს ედებათ (უწესდებათ) პირობა, რომ მათი სიჩქარე დროის ნებისმიერ მომენტში უნდა იყოს მომართული სხვა მოძრავ წერტილისკენ, მაშინ ეს პირობა კოორდინატებს შორის რაიმე დამოუკიდებულებაზე არ დაიყვანება და კავშირი არის არაგოლონომიური. რობოტექნიკაში ყველაზე გავრცელებულ მაგალითს არაგოლონომიური კავშირისას წარმოადგენს მობილური რობოტი.

⁵ Аржаник А.В., Вашенков О.Е., Лямин А.В., Шисфнп П.И. Мобильный робот «Невская стрела» // Мехатроника, автоматичшта, упр...шспио. < М.: Новые технологии. 2004, №2. С. 23 - 26.

მართვის თეორიის თვალსაზრისით, არაგოლონომური კავშირების არსებობა ხელს უშლის გამოყენებული იქნას მოდელირების, დაგეგმვის მართვის სტანდარტული ალგორითმები მანიპულაციური რობოტებისათვის. ამიტომ თვლიანი მობილური რობოტების გადაადგილების დაგეგმვისა და მართვის პრობლემა კვლავ რჩება აქტუალური.

მოცემული განყოფილების ამოცანას წარმოადგენს იმ საკითხების სისტემური განხილვა რომელიც დაკავშირებულია თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების აგებასთან, კლასიფიკაციასთან და ანალიზთან.

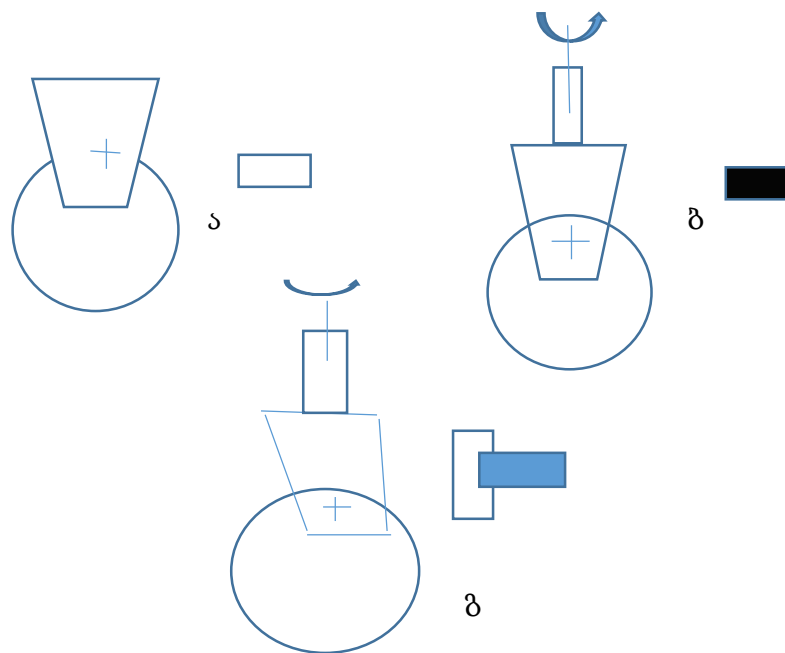
1.1. თვლიანი რობოტების კინემატიკური სქემები

თვლიანი არის თვითმავალი თვლიანი მანქანა ავტომატური მართვით. რობოტის კონსტრუქციის ძირითად ელემენტს წარმოადგენს სავალი მოწყობილობები, საინფორმაციო სისტემა და მართვის სისტემა.

რობოტი სავალი ნაწილი შედება სავალი თვლისა(კორპუსი, პლატფორმა) და თვლიანი მოდელებისაგან, რომლებიც უზრუნველყოფენ მოთხოვნილ მიმართულებასა და სიჩქარეს რობოტის სიბრტყესთან გადაადგილებისას, თვლიანი რობოტი თავის მხრივ შედგება თვლებისაგან, საკიდისაგან და აღმძრავი მექანიზმისაგან , რომელიც ჩვეულებრივ შედგება მუდმივი დენის ძრავისაგან , ჩაყენებული რედუქტორისაგან , მუხრუჭისაგან და ა.შ. პრაქტიკაში გამოყენებული თვლიანი მოდელების კონსტრუქციები, გამოყენებული საკიდის ტიპზე დამოკიდებულებით შეიძლება დაყოფილი იქნან უძრავად (ფიქსირებული), სიმეტრიულად მობრუნების(საჭინი)და ასიმეტრიულად მობრუნებით.

არამობრუნებადი თვლიანი მოდელი (ნახ.1) წარმოადგენს მოდელს რომლის თვალი ჩანგლის საშუალებით უძრავად მაგრდება ჩარჩოზე. ასეთი ტიპის მოდული არ შეიძლება იყოს საჭინი, მაგრამ შეიძლება იყოს ამძრავით, ე.ი. მისი დანიშნულება არის გრძივი მოძრავი ძალის შექმნა. მობრუნებადი

სიმეტრიული თვლიანი მოდული (ნახ.1ბ) მაგრდება ჩარჩოზე ისეთნაირად, რომ მან შეძლოს მობრუნება ვერტიკალური ღერძის მიმართ, გამომდინარე აქედან ასეთი კონსტრუქციის მოდულს აქვს ამბრავი, რომელიც უზრუნველყოფს მის მობრუნებას ვერტიკალური ღერძის მიმართ, მობრუნებადი ასიმეტრიული თვლიანი მოდელის კონსტრუქციის თავისებურება .

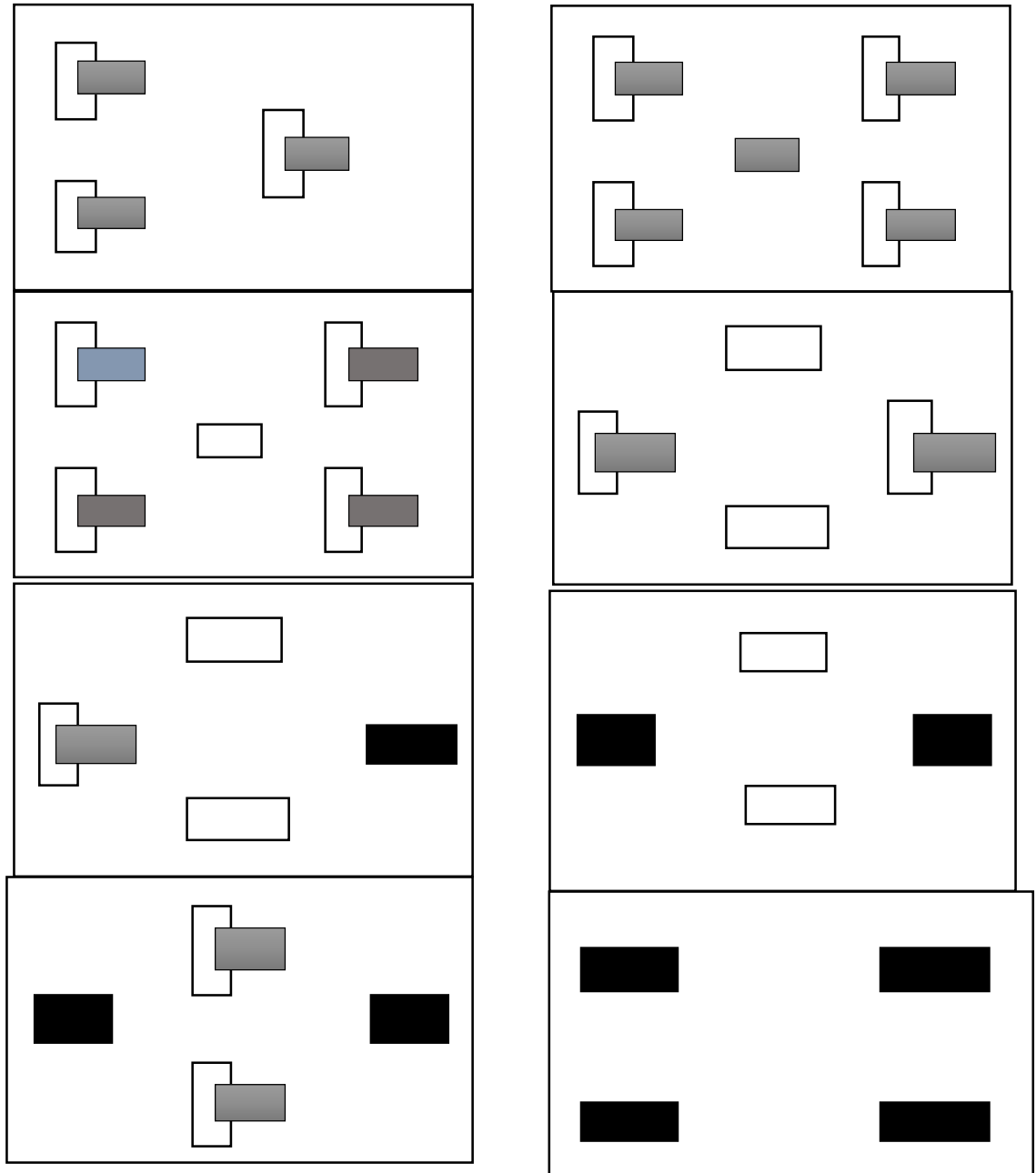


ნახ.1 თვლიანი მოდელების კონსტრუქციები

(ნახ.1გ) არის ის რომ ჰორიზონტალურ ღერძზე ჩანგლით ბორბლის დამაგრებას შორის არსებობს ექსცენტრისტეტი. თუ მოცემული კონსტრუქციის მოდული არ არის საჭინი, მაშინ მისი მობრუნება ვერტიკალური ღერძის გარშემო ხორციელდება მინიმალური ძალის გამოყენებით. ამ შემთხვევაში მას აგრეთვე უწოდებენ ფლუტერულს ან თვით გასწორებადს.

ერთობლიობა არამობრუნებადი, სიმეტრიული და ასიმეტრიული მობრუნებადი თვლიანი მოდელები ქმნიან რობოტის კინემატიკურ სქემას (ნახ.2)

თვლიანი რობოტების კინემატიკური სქემების მრავალსახეობა აისახება მათი გამოყენების მთელი რიგი თავისებურებებით. ასეთ თავისებურებებს მიეკუთვნებიან, კერძოდ მათ შორის ის რომ აუცილებლად ჰქონდეთ მაქსიმალური მანევრირება მინიმალური სირთულის კონსტრუქციის რობოტს.

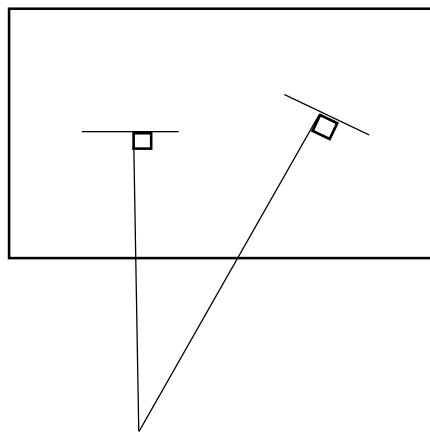


ნახ.2 კინემატიკური სქემები

რთულ გარემო პირობებში თვლიანი რობოტების აქტიური ქცევა მიიღწევა ახალი უფრო რთული კინემატიკური სქემების გამოყენებით და

აგრეთვე გაზომვების, მგრძნობიარობის და მართვის სისტემების განვითარებით.. აუცილებელ პირობებს არა ვირტუალური სატრანსპორტო ამოცანების შესრულებისა და თვლიანი რობოტების მანევრების გაზრდისა წარმოადგენს კინემატიკური სქემის სიჭარბე, რომლის მიღწევა შესაძლებელია აქტიური თვლიანი მოდელების გაზრდით და მათი რაციონალური განლაგებით რობოტის ფუძეზე.

დროის ყოველ მომენტში მყარი სხეულის ბრტყელ პარალელური მოძრაობა დაიყვანება ან წანაცვლებითი ან მბრუნავ მოძრაობებზე ზოგიერთი წერტილების მიმართ, რომლებსაც ეწოდება სიჩქარის მყისიერი ცენტრი (სმც). წრფე, რომელიც გადის სიჩქარის მყისიერ ცენტრზე და მოცემული სხეულის ნებისმიერ წერტილზე, პერპენდიკულარულია ამ წერტილის წრფივი სიჩქარის ვექტორის პლათფორმის მყისიერი სიჩქარის ცენტრის მდგომარეობა განისაზღვრება როგორც წრფეების გადაკვეთის წერტილი, რომლებიც გადიან თვლის ცენტრზე და პერპენდიკულარი არის ან მათი გრძივი ღერძების.(ნახ.3)



მც

ნახ.3 რობოტის მყისიერი სიჩქარის ცენტრი

თუ თვლები განახლებულნი არიან ისე, რომ წრფეები არ გადაიკვეთებიან ერთ წერტილში მაშინ მყისიერი სიჩქარის ცენტრი არ არსებობს, გამომდინარე, აქედან სიბრტყეებზე მოძრაობა ასეთ შემთხვევაში შეუძლებელია. თუ რობოტის კინემატიკურ სქემას აქვს ორი არა მობრუნებადი თვალი, რომელთა კორიზონტალური ღერძები არ

ემთხვევიან, მაშინ რობოტს შეუძლია განახორციელოს მოძრაობა მხოლოდ ფიქსირებული მყისიერი სიჩქარის ცენტრის მიმართ. ასეთი კონსტრუქცია არის გადაგვარებული პრაქტიკული თვალსაზრით.

მოვიყვანოთ შედარებით ანალიზი კინემატიკური სქემების რომელიც მოცემულია ნახ.2-ზე. რობოტის კინემატიკური სქემისთვის, რომელიც მარაგდება მხოლოდ მობრუნებადი ასიმეტრიული თვლიანი მოდულებით (ნახ.2ა), პლატფორმის მყისიერი სიჩქარის ცენტრი შეიძლება იყოს ნებისმიერ წერტილში რობოტის გადაადგილების სიბრტყეში, დროის ნებისმიერ მომენტში, გამომდინარე აქედან, რობოტის მოძრაობის მიმართულების შეცვლისათვის არ არის საჭირო თვლის წინასწარი ორიენტირების შეცვლა.

კინემატიკური სქემებისათვის, რომლებსაც გააჩნიათ რამოდენიმე მობრუნებადი ასიმეტრიული მოდელი და ერთი მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელი(ნახ.2.ბ) პლატფორმის მყისიერი სიჩქარის ცენტრის მდგომარეობა დროის ყოველ მომენტში, შეიძლება იყოს ნებისმიერ წერტილში , რომელიც მდებარეობს (იმყოფება) მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელის განივ ღერზეში. გამომდინარე აქედან, მის გადასადგილებლად პლატფორმის მიმართ აუცილებელია მოცემული მოდელის თვლების წინასწარ ორიენტაციების შეცვლა.

ერთი არამობრუნებადი მოდელის და მობრუნებადი ასიმეტრიული მოდელების კინემატიკის თავისებურებას (ნახ.2.გ)წარმოადგენს ის, რომ პლატფორმის მყისიერი სიჩქარის ცენტრის ყოველთვის იმყოფება არამობრუნებადი თვლის ღერძზე. თუ სქემაში შედის ორი ან მეტი არამობრუნებადი მდელი (ნახ.2.დ), მაშინ მათი ჰორიზონტალური ღერძები უნდა ემთხვეოდეს , სხვა შემთხვევაში კინემატიკური სქემა იქნება პრაქტიკულად გამოუყენებადი.

კინემატიკურ სქემაში, რომელიც შედგება ორი თანაღერძული არამობრუნებადი თვლისა და ერთი მობრუნებადი თვლისა და ერთი მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელისაგან(ნახ.2.ე) პლატფორმის მყისიერი

სიჩქარის ცენტრი დროის ყოველ მომენტში. ეკუთვნის წერტილს, რომელიც არის წერტილი ფიქსირებული თვლის და მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელის განივი ღერძების თანაკვეთისა. ასეთი რობოტის მანევრირება ხორციელდება მობრუნებადი თვლის ორიენტირების შეცვლის ხარჯზე. მობრუნებადი თვლის ორიენტაციის ცვლილება მიიღწევა სიჩქარის ცენტრის გადაადგილებით არამობრუნებადი თვლის ღერძის გასწვრივ ე.ი. სიჩქარის ცენტრი არ შეიძლება იმყოფებოდეს პლატფორმის ნებისმიერ წერტილში, მისი შესაძლო მდგომარეობის სიმრავლე ქმნის წრფეს. თუ მოცემული სქემის შემადგენლობაში შედის ორი ან მეტი მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელი (ნახ.2 ვ), მაშინ უნდა ხდებოდეს მათი კოორდინაცია იმ მიზნით რომ უზრუნველყოფილი იქნას პლატფორმის მყისიერი სიჩქარის ცენტრის არსებობა, ე.ი. წრფეები რომლებიც გადიან თითოეული თვლის ცენტრებზე პერპენდიკულარული არიან მისი ბრუნვის სიბრტყის, უნდა იკვეთებოდნენ ერთ წერტილში.

კინემატიკურ სქემაში, რომელიც შედგება მობრუნებადი ასიმეტრიული და სიმეტრიული მოდელებისაგან (ნახ.2.ზ), პლატფორმის სიჩქარის მყისიერი ცენტრის მდებარეობა, დროის ყოველ მომენტში არის წერტილში რომელიც მიიღება (წარმოადგენს) მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელების ჰორიზონტალური ღერძების თანაკვეთით და შეიძლება შეცვლილი იყოს ამ უკანასკნელის ორიენტაციის შეცვლით გამომდინარე აქედან სიჩქარის ცენტრი შეიძლება იმყოფებოდეს პლატფორმის ნებისმიერ წერტილში. თუ კინემატიკურ სქემაში გვაქვს ორზე მეტი მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელი(ნახ. 2.თ), მაშინ უნდა მოხდეს მათი კოორდინაცია იმ მიზნით, რომ უზრუნველყოფილი იქნას იჩქარის მყისიერი ცენტრის არსებობის პირობები.

მაშასადამე, თვლიანი რობოტების ყველა განხილული კინემატიკური სქემები აკმაყოფილებენ შემდეგ მდგომარეობებს.

- თუ კონსტრუქცია აღჭურვილია ერთზე მეტი არამობრუნებადი თვლიანი ბორბლით, მაშინ მათი თვლების ჰორიზონტალური ღერძები ემთხვევიან;

- თვლის ცენტრი მობრუნებადი სიმეტრიული თვლიანი მოდელის არ ძევეს არამობრუნებადი მოდულის ჰორიზონტალურ ღერძზე.

- თუ კონსტრუქცია აღჭურვილია ორი ან მეტი მობრუნებადი სიმეტრიული მოდულით, მაშინ უნდა ხდებოდეს მათი კოორდინაცია იმ მიზნით, რომ უზრუნველყოფილი იქნას სიჩქარის მყისიერი ცენტრის არსებობის პირობა.

კინემატიკური სქემები, რომლებიც აკმაყოფილებენ ჩამოთვლილ პირობებს იწოდებიან არაგადაგვარებულად. შეგვიძლია აღვნიშნოთ, რომ ასიმეტრიული თვლიანი მოდელების არსებობა არ ახდენს ზეგავლენას რობოტის მანევრირებაზე, მაშინ როცა არამობრუნებადი თვლიანი მოდელის არსებობა იწვევს მის შემცირებას. შემდგომი მოდელირება და კვლევა თვლიანი რობოტის განვახორციელოთ შემდეგი მოდელების გათვალისწინებით:

- პლათფორმა თვალი წარმოადგენენ აბსოლუტურად მყარს, რობოტი გადაადგილდება ჰორიზონტალური სიბრტყის გასწვრივ:

- თითოეული თვალი რჩება ვერტიკალურად და ბრუნავს თავისი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ მობრუნების გარეშე, კონტაქტი თვალსა და საყრდენ სიბრტყეს ორის არის წერტილოვანი:

- თვლიანი მოდელების რაოდენობა, რომლებიც შედიან რობოტის კონსტრუქციაში ტოლია N :

- კინემატიკური სქემა განსახილველი რობოტი არის არაგადაგვარებადი და შედგება N_n არამობრუნებადი, N_c მობრუნებადი სიმეტრიული, N_a მობრუნებადი ასიმეტრიული თვლიანი მოდელებისაგან.⁶

⁶ Аржаник А. В. Система технического зрения мобильного робота // Вестник конференции молодых ученых СПбГУ ИТМО. Сборник научных трудов. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2004. С.97 - 102

1.2 რობოტის კოორდინატთა სისტემის და გეომეტრიის ფორმირება.

პლატფორმა (ფუძე) მოძრავი რობოტის განიხილება როგორც მყარი სხეული დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში $y = R^2$ [30]. მისი მდებარეობა სიბრტყეზე (ნახ.4) ცალსახად განისაზღვრება $y = \text{col}(y_1, y_2)$ ვექტორით C (მასის ცენტრი ან პლატფორმის პოლუსი) წერტილის კოორდინატებით OY_1Y_2 კოორდინატთა სისტემაში და α კუთხით CZ_1 ღერძის ორიენტაციის რობოტის CZ_1Z_2 კოორდინატთა სისტემის დაკავშირებული პლატფორმასთან.

სისტემისა და ძალოვან მომენტური ცვლადების ანალიზისთვის z კოორდინატთა სისტემაში, რომელიც დაკავშირებულია მოძრავ პლატფორმასთან, განვიხილოთ ორთოგონალური მატრიცა

$$T(\alpha) = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\alpha) \\ \tau_2^T(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

მატრიცა შედგენილია ერთეულოვანი ურთიერთმართობული $\tau_1(\alpha), \tau_2(\alpha)$ ვექტორებით, რომლებიც წარმოადგენენ რობოტის დაძვრის ბაზის, გამომდინარე აქედან

$$T(\alpha)T^T(\alpha) = I_2$$

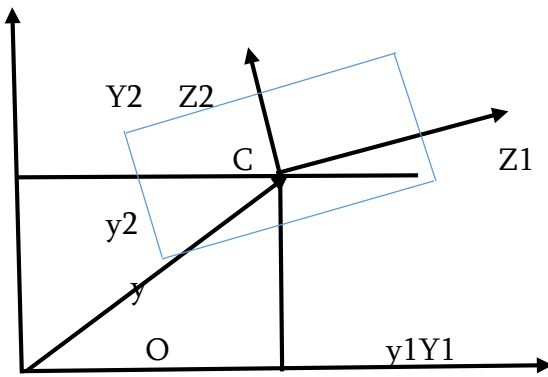
ორთოგონალური $T(\alpha)$ მატრიცა აგრეთვე აკმაყოფილებს დიფერენციალურ განტოლებას

$$\dot{T}(\alpha) = \dot{\alpha}ET(\alpha)$$

(1) სადაც α ირიბ-სიმეტრიული მატრიცაა:

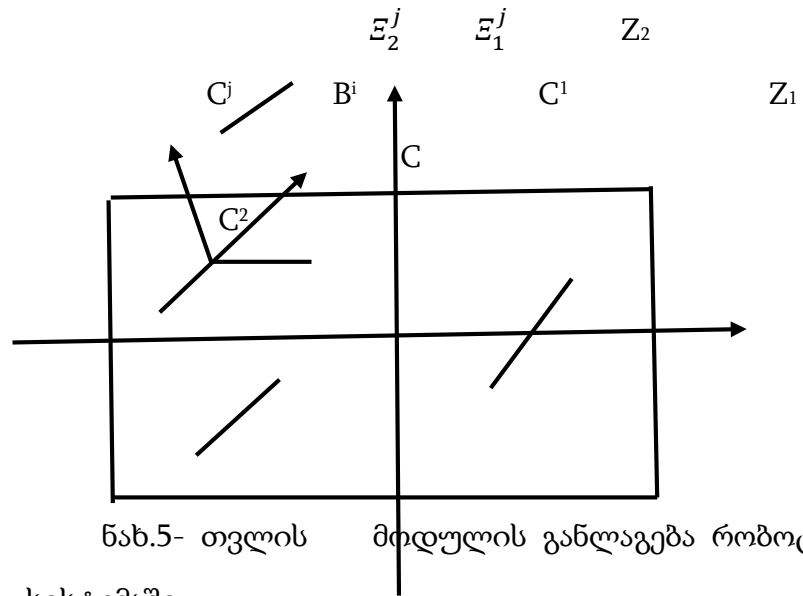
$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

თითოეული j -იური თვლიანი მოდელის მდგომარეობა CZ_1Z_2 კოორდინატთა სისტემაში ხასიათდება (განისაზღვრება) დამაგრების



ნახ.4 მოძრავი რობოტი აბსოლუტურ კოორდინატა სისტემაში

ცენტრის მდგომარეობით $z^j = c o I(z_1^j, z_2^j)$ (C^j წერტილში) და თვლის გრძივი ღერძის ორიენტაციის β^j კუთხით (ნახ.5)



ნახ.5- თვლის მრდულის განლაგება რობოტის კოორდინატა სისტემაში

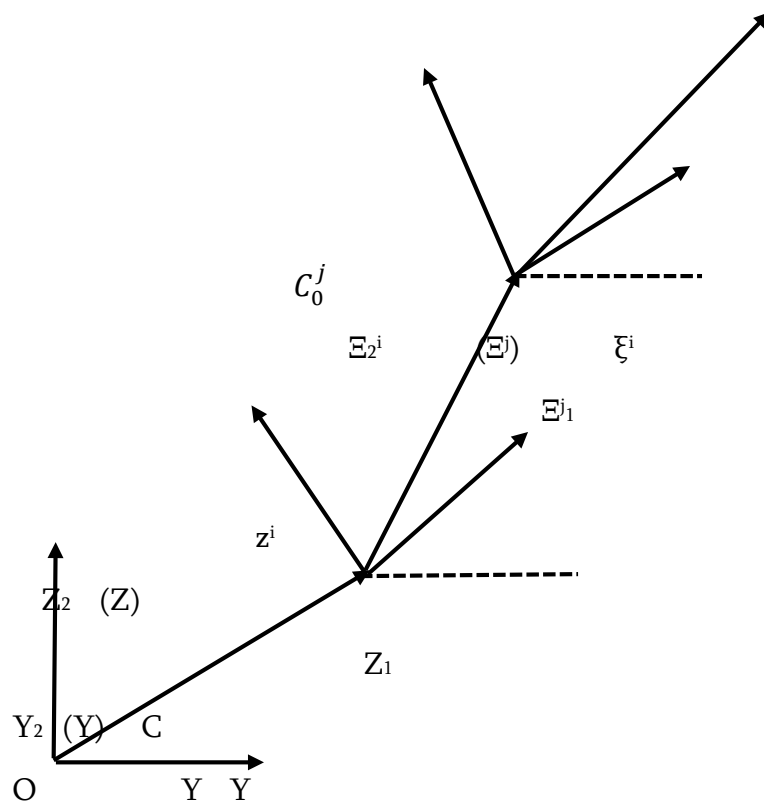
თვლის მდგომარეობის დასახასიათებლად ყოველი j -იური თვლიანი მოდელი დაკავშირებულია $C^j E_1^j E_2^j$ კოორდინატა სისტემასთან სათავით C^j წერტილში და ორიენტაციის β^j კუთხით CZ_1Z_2 სისტემასთან შეფარდებით (ნახ.1.5) ერთეულოვანი ურთირთორთოგონალური $\tau_1(\beta^j), \tau_2(\beta^j)$ ვექტორები და თვლის კოორდინატა სისტემა $C^j E_1^j E_2^j$ კმნიან ორთოგონალუ მატრიცას

$$T(\beta^j) = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\beta^j) \\ \tau_2^T(\beta^j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta^j) & \sin(\beta^j) \\ -\sin(\beta^j) & \cos(\beta^j) \end{bmatrix} \quad \text{რომელიც აკმაყოფილებს}$$

დიფერენციალურ განტოლებას

$$\dot{T}(\beta^j) = \beta^j E T(\beta^j) \quad (2)$$

თვლის ცენტრი c_0^j მდგომარეობა $C^j E_1^j E_2^j$ კოორდინატა სისტემაში აღიწერება მუდმივი $\xi^j = \text{col}(\xi_1^j, \xi_2^j)$ ვექტორით, ურთიერთკავშირი შემოღებულ Y, Z, E^j კოორდინატა სისტემებს შორის ნაჩვენებია ნახ. 6-ზე



ნახ.6 OY_1Y_2 , CZ_1Z_2 ; $C^j E_1^j E_2^j$ კოორდინატა სისტემებს შორის ურთიერთკავშირი

ვთქვათ c_0^j -არის რაიმე წერტილი უძრავი $C^j E_1^j E_2^j$ სისტემაში. მაშინ, თუ $\xi^j = \text{col}(\xi_1^j, \xi_2^j)$ არის c_0^j წერტილის კოორდინატი თვლის კოორდინატა $C^j E_1^j E_2^j$ სისტემაში $z^j = \text{col}(z_1^j, z_2^j)$ -არის C^j წერტილის კოორდინატი რობოტის კოორდინატა $C^j Z_1 Z_2$ სისტემაში, მაშინ C_0^j

წერტილის მდგომარეობა OY_1Y_2 კოორდინატთა აბსოლუტურ სისტემაში აღიწერება y^j ვექტორით, რომელიც განისაზღვრება შემდეგნაირად.

$$y^j = y + T^T(\alpha)z^j + T^T(\alpha + \beta^j)\xi^j, \quad (3)$$

სადაც $y = \text{col}(y_1, y_2)$ არის C წერტილის კოორდინატი OY_1Y_2 აბსოლუტურ სისტემაში.

სიჩქარისა \dot{y}^j და აჩქარების \ddot{y}^j ვექტორებისათვის c_0^j წერტილები მოცემული აბსოლუტურ კოორდინატთა სისტემაში დიფერენცირებული დროის მიხედვით (3), (1), (2) თვისებების გათვალისწინებით, მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებებს:

$$\dot{y}^j = \dot{y} + \dot{\alpha} T^T(\alpha)E^T z^j + (\dot{\alpha} + \dot{\beta}^j) T^T(\alpha + \beta^j) E^T \xi^j, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}^j = & \ddot{y} + \ddot{\alpha} T^T(\alpha)E^T z^j + (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}^j) T^T(\alpha + \beta^j) E^T \xi^j - \dot{\alpha}^2 T^T(\alpha)z^j - \\ & - (\dot{\alpha} + \dot{\beta}^j)^2 T^T(\alpha + \beta^j)\xi^j \end{aligned} \quad (5)$$

(3) თანაფარდობა აღწერს თვლიანი რობოტის გეომეტრიულ კავშირებს, (4) და (5) თანაფარდობები საშუალებას იძლევა რობოტის თვლის ცენტრის c_0^j სიჩქარეები \dot{y}^j და \ddot{y}^j გამოვსახოთ ალგორითმის ცენტრის სიჩქარეების \dot{y} , \ddot{y} და აჩქარებების $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ და კუთხური $\dot{\beta}^j$ სიჩქარისა და აჩქარების $\dot{\beta}^j$ საშუალებით.⁷

1.3. თვლის კინემატიკური მახასიათებლები

თვლიანი მოდელების საშუალებით ხორციელდება ურთიერთკავშირი რობოტისა საყრდენ ზედაპირთან. მათი საშუალებით ხდება ძალების გადაცემა, რომელიც იჭერს რობოტს ტრასაზე, საშუალებას აძლევს მას განახორციელოს სასურველი მანევრირება საჭირო მიმართულებით და დავალებული სიჩქარით გადაადგილდეს შესაბამისი მიმართულებით. თვლიანი რობოტის სტრუქტურული თვისებები მთლიანად არის

⁷ Аржаник А.В. Синтез алгоритмов управления движением двухприводного МОБИЛЬНОГО робота на основе НСЧСТКОЙ ЛОГИКИ Ш... задачи прохождения «ворот» // Вестник П межвузовской конференции молодых ученых СПбГУ ИТМО. Сборник научных трудов / Под ред. В.П. Ткалич. Том 2. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. 0.112 120.

დამოკიდებული თვლიანი მოდულების ნაკრებზე რომელიც შედის რობოტის კონსტრუქციის შემადგენლობაში. განვიხილოთ კინემატიკური მახასიათებლები თვლიანი მოდულების ძირითადი ტიპები.

არამობრუნებადი (დაფიქსირებული) მოდელი. ასეთი კონსტრუქციის მოდელის დანიშნულებაა გრძივი მოძრაობა ძალის შექმნა მას შეუძლია ბრუნვა თავისი ჰორიზონტალური ღერძის გარშემო, თუმცა მისი ორიენტაცია პლატფორმასთან შეფარდებით არის ფიქსირებული.

ვთქვათ N_n ფიქსირებული მოდულების რაოდენობა რომლებიც შედიან პლატფორმის შემადგენლობაში. თითოეული j -ური ($j=1,2,3,\dots,N_n$) თვლიანი ხასიათდება დამაგრების ცენტრის კოორდინატებით $z^j = \text{col}(z_{n1}^j, z_{n2}^j)$ (c_n^j წერტილი), მუდმივი β_n^j ორიენტაციის კუთხით რობოტის CZ_1Z_2 კოორდინატთა სისტემაში მობრუნების კუთხით θ_n^j თავისი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ და r_n^j რადიუსით. საზოგადოდ შეგვიძლია დაუშვათ $\beta_n^j=0$ და $z_{n1}^j=0$ ($j=1,2,3,\dots,N_n$). ასეთ შემთხვევაში თვლის ცენტრის კოორდინატი $c_n^j E_1^j E_2^j$ სისტემაში ემთხვევა კოორდინატთა c_n^j სათავეს ე.ი.

$$\xi_n^j = 0 \quad (j=1,2,3,\dots,N_n)$$

ვუშვებთ, რომ თვლის საყრდენ სიბრტყესთან შეხების წერტილების ორთოგონალური პროექცია OY_1Y_2 სიბრტყეზე ემთხვევა c_n^j წერტილები და ვიყენებთ (4) დამოკიდებულებას თვლის განივი და გრძივი ასიმეტრიების პირობა შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს შემდეგი სახით

$$T(\alpha)\dot{y} + E^T z_n^j \dot{\alpha} - \begin{bmatrix} r_n^j \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_n^j = 0 \quad (j = 1, \dots, N).$$
 (6)

დროის ყოველ მომენტში ყველა N_n არამობრუნებადი თვლიანი მოდულების მდგომარეობა ხასიათდება ვექტორების თვლის მობრუნების $\theta_n = \{\theta_n^j\}$, ($j=[1,N]$) კუთხეებით ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ. (6) დამოკიდებულების დაყოფით განივი და გრძივი არმოცურების პირობებად, ხოლო შემდეგ მათი დაჯგუფებით, მიიღება არ არსებობის პირობები გრძივი

$$T'_n R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} - r_n \dot{\theta}_n = 0 \quad (7)$$

$$T''_n R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

განივი (1.8) მოცურებები N სარამობრუნებადი თვლიანი მოდელების

$$T'_n = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\beta_n^1) & \tau_1^T(\beta_n^1) E^T z_n^1 \\ \dots & \dots \\ \tau_1^T(\beta_n^{N_n}) & \tau_1^T(\beta_n^{N_n}) E^T z_n^{N_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -z_{N2}^1 \\ 1 & 0 & -z_{N2}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & -z_{N2}^{N_n} \end{bmatrix}$$

$$T''_n = \begin{bmatrix} \tau_2^T(\beta_n^1) & \tau_2^T(\beta_n^1) E^T z_n^1 \\ \dots & \dots \\ \tau_2^T(\beta_n^{N_n}) & \tau_2^T(\beta_n^{N_n}) E^T z_n^{N_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-R(\alpha) = \text{diag}(T(\alpha), 1)$$

არის მობრუნების ორთოგონალური მატრიცა, რომელიც აკმაყოფილებს დიფ. განტოლებას

$$\dot{R}(\alpha) = \dot{\alpha} Q R(\alpha), \quad Q = \text{diag}(E, 0)$$

$$r_n = \text{diag}(r_n^1, r_n^2, \dots, r_n^{N_n})$$

T^1_n , და T^2_n მატრიცებს ეწოდება კინემატიკური მატრიცები თვლიანი სისტემების ისინი განსაზღვრავენ კავშირებს პლატფორმის ფარდობით სიჩქარესა და თვლიანი მოდელის წრფივ სიჩქარეს შორის ასეთი კავშირების ხასიათი დამოკიდებულია, როგორც თვლიანი სისტემის კონსტრუქციაზე, ასევე თვლის არსებულ ორიენტაციაზე

მობრუნებადი სიმეტრიული მოდული. ფიქსირებული მოდულისაგან განსხვავებით მობრუნებადი სიმეტრიულმა მოდულმა შეიძლება შეიცვალოს თავისი ორიენტაცია მოძრავი პლატფორმის მიმართ. ყოველი j -იური ($j=1, N_c$) თვალი მოცემული კონსტრუქციის ხასიათდება დამატებით ცენტრის კოორდინატებით, $Z_i^c = \text{col}(z_{i,c1} \ z_{i,c2})$ (C^j) წერტილი ორდინატის ცვალებადი β^j კუთხით, რობოტის $CZ_1 Z_2$ კოორდინატთა სისტემაში, მობრუნების კუთხით θ^j თავის ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ და r_i^c რადიუსით თვლის ცენტრის კოორდინატები $C_c^j E_1^j E_2^j$ სისტემაში ემთხვევა კოორდინატთა სათავეს C^j , გამომდინარე, აქედან,

$$\xi_c^j = 0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, N_c)$$

(4) დამოკიდებულებების გამოყენებით და იმ პირობით რომ გრძივი და განივი მოცურების პირობები არა გვაქვს თვალი შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$T(\beta_c^j)(T(\alpha)\dot{y} + E^T z_n^j \dot{\alpha}) - \begin{bmatrix} r_n^j \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_c^j = 0 \quad (j = 1, \dots, N) \quad (9)$$

(6) განტოლებისგან განსხვავებით (9) პირობაში შედის $T(\beta_c^j)$ მატრიცა, რომელიც დამოკიდებულია თვლის ორიენტაციის β_c^j კუთხის მიმდინარე მნიშვნელობებზე.⁸

დროის ყოველ მომენტში ყველა N_c მობრუნებადი სიმეტრიული თვლიანი მოდელების მდგომარეობა აღიწერება $\theta_c = \{\theta_c^j\}$, $\beta_c = \{\beta_c^j\}$ ($j=1,2,3,\dots, N_n$) შესაბამისად ვერტიკალური და ჰორიზონტალური ღერძების მიმართ თვლის მობრუნების კუთხის ვექტორებით გრძივი და განივი მოცურების პირობების არ არსებობისას ყველა N_c მობრუნებადი სიმეტრიული თვლიანი მოდელები შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი სახით:

$$T'_n(\beta_c)R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} - r_c \dot{\theta}_c = 0 \quad (10)$$

და

$$T''_c(\beta_c)R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

სადაც $r_c = \text{diag}(r_c^1, r_c^2, \dots, r_c^{N_n})$

$$T'_c = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\beta_c^1) & \tau_1^T(\beta_c^1)E^T z_c^1 \\ \tau_1^T(\beta_c^2) & \tau_1^T(\beta_c^2)E^T z_c^2 \\ \dots & \dots \\ \tau_1^T(\beta_c^{N_c}) & \tau_1^T(\beta_c^{N_c})E^T z_c^{N_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\beta_c^1) & -\tau_2^T(\beta_c^1)z_c^1 \\ \tau_1^T(\beta_c^2) & -\tau_2^T(\beta_c^2)z_c^2 \\ \vdots & \vdots \\ \tau_1^T(\beta_c^{N_c}) & -\tau_2^T(\beta_c^{N_c})z_c^{N_c} \end{bmatrix}$$

$$T''_c = \begin{bmatrix} \tau_2^T(\beta_c^1) & \tau_2^T(\beta_c^1)E^T z_c^1 \\ \tau_2^T(\beta_c^2) & \tau_2^T(\beta_c^2)E^T z_c^2 \\ \dots & \dots \\ \tau_2^T(\beta_c^{N_c}) & \tau_2^T(\beta_c^{N_c})E^T z_c^{N_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_2^T(\beta_c^1) & \tau_1^T(\beta_c^1)z_c^1 \\ \tau_2^T(\beta_c^2) & \tau_1^T(\beta_c^2)z_c^2 \\ \vdots & \vdots \\ \tau_2^T(\beta_c^{N_c}) & \tau_1^T(\beta_c^{N_c})z_c^{N_c} \end{bmatrix}$$

კინემატიკური მატრიცები დაკავშირებულია შემდეგი დამოკიდებულებებით

⁸ Аржаник А.В. Синтез нечетких алгоритмов управления мобильным роботом // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики № 28. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. С. 113-122

$$\dot{T}_c = \text{diag}(\dot{\beta}_c^j) T_c'', \quad \dot{T}_c''' = \text{diag}(\dot{\beta}_c^j) \dot{T}_c \quad (12)$$

მოზრუნებადი ასიმეტრიული მოდული მოზრუნებადმა ასიმეტრიულმა მოდულმა ასევე შეიძლება შეიცვალოს თავისი ორიენტაცია პლატფორმასთან მიმართებაში, განსხვავებით მოზრუნებადი სიმეტრიული მოდელისგან თვლის ცენტრი წანაცვლებულია სადგარზე დამაგრების ცენტრის მიმართ. ყოველი j -იური ($j=1,2,\dots,N_c$) თვლისათვის მოცემული კონსტრუქცია ხასიათდება დამაგრების ცენტრის Z_a^j (C_a^j წერტილი) კოორდინატებით β_a^j ორიენტაციის კუთხით C Z_1 Z_2 რეზობოტის კოორდინატთა სისტემაში, θ_a^j მოზრუნების კუთხით თავისი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ და Z_a^j რადიუსით, და აგრეთვე თვლის ცენტრის კოორდინატებით $\xi_a^j(\xi_{a1}^j, \xi_{a2}^j)^T = (1_a^j, 0)^T$ კოორდინატთა $C_a^j Z_1^j Z_2^j$ სისტემაში.

(4) დამოკიდებულების გამოყენებით, j -იური თვლის გრძივი და განივი მოცურების არ არსებობის პირობა შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$T(\beta_a^j)(T(\alpha)\dot{y} + E^T z_a^j \dot{\alpha}) + \begin{bmatrix} 0 \\ l^j \end{bmatrix} (\dot{\alpha} + \dot{\beta}_a^j) - \begin{bmatrix} r_a^j \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_a^j = 0 \quad (13)$$

ყველა N_a მოზრუნებადი ასიმეტრიული თვლიანი მოდელების მდგომარეობა აღიწერება ვექტორებით $\theta_a = \{ \theta_a^j \}$ და $\beta_a = \{ \beta_a^j \}$ ($j=1,2,\dots,N_c$)

მოზრუნების კუთხეებით შესაბამისად ჰორიზონტალური და ვერტიკალური ღერძის მიმართ. ყველა N_a მოზრუნებადი ასიმეტრიული თვლიანი მოდელების გრძივი და განივი მოცურების პირობების არარსებობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$T_a'(\beta_c) R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} - r_a \dot{\theta}_a = 0 \quad (14)$$

და

$$T_a''(\beta_a) R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + l_a \dot{\beta}_a = 0 \quad (15)$$

სადაც

$$T_c' = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\beta_a^1) & \tau_1^T(\beta_a^1) E^T z_a^1 \\ \tau_1^T(\beta_a^2) & \tau_1^T(\beta_a^2) E^T z_a^2 \\ \dots & \dots \\ \tau_1^T(\beta_a^{N_c}) & \tau_1^T(\beta_a^{N_c}) E^T z_a^{N_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1^T(\beta_a^1) & -\tau_2^T(\beta_a^1) z_a^1 \\ \tau_1^T(\beta_a^2) & -\tau_2^T(\beta_a^2) z_a^2 \\ \vdots & \vdots \\ \tau_1^T(\beta_c^{N_c}) & -\tau_2^T(\beta_a^{N_c}) z_a^{N_c} \end{bmatrix}$$

$$T'_c = \begin{bmatrix} \tau_2^T(\beta_a^1) & \tau_2^T(\beta_a^1)E^T z_a^1 + l_a^1 \\ \tau_2^T(\beta_a^2) & \tau_2^T(\beta_a^2)E^T z_a^2 + l_a^2 \\ \dots & \dots \\ \tau_2^T(\beta_a^{N_a}) & \tau_2^T(\beta_a^{N_a})E^T z_a^{N_a} + l_a^{N_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_2^T(\beta_c^1) & \tau_1^T(\beta_c^1)z_c^1 \\ \tau_2^T(\beta_c^2) & \tau_1^T(\beta_c^2)z_c^2 \\ \vdots & \vdots \\ \tau_2^T(\beta_c^{N_c}) & \tau_1^T(\beta_c^{N_c})z_c^{N_c} \end{bmatrix}$$

$r_a = \text{diag}(r_a^1, r_a^2, \dots, r_a^{N_a}); \quad l_a = (l_a^1, l_a^2, l_a^{N_a})$ მაშასადამე თვლიანი რობოტის მდგომარეობა სრულიად აღიწერება $3+N+N_c+N_a$ ცვლადებით $y, \alpha, \theta, \beta_c, \beta_a$ რომლებსაც ეწოდებათ სისტემის ზოგადი კოორდინატები.

(7), (8), (10), (11),(14) განტოლებებიდან და(15) გრძივი და განივი მოცურების არ არსებობის პირობიდან $N = N_n + N_c + N_a$ თვალი შეიძლება წარმოვადგინოთ შესაბამისი სახით:

$$\begin{bmatrix} T'_N \\ T'_c(\beta_c) \\ T'_a(\beta_a) \end{bmatrix} R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} - r\dot{\theta} = 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} T''_N \\ T''_c(\beta_c) \\ T''_a(\beta_a) \end{bmatrix} R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_a \end{bmatrix} \dot{\beta}_a = 0 \quad (17)$$

$$\theta = \text{col}(\theta_N, \theta_c, \theta_a); \quad r = \text{diag}(r_N, r_c, r_a)$$

$$\begin{bmatrix} T' \\ T''_a \\ T'' \end{bmatrix} R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & l_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\beta}_a \\ \dot{\beta}_c \end{bmatrix} = 0$$

$$T' = \begin{bmatrix} T'_N \\ T'_c \\ T'_a \end{bmatrix} (\beta_c, \beta_a); \quad T'' = \begin{bmatrix} T''_N \\ T''_c \end{bmatrix} (\beta_c)$$

შემოვიყვანო n_q -განზომილების ვექტორირობოტის განზოგადოებული კოორდინატი $q = \text{col}(y, \alpha, \theta, \beta_a, \beta_c)$ სადაც $n_q = 3 + N_c + N_a + N$, საბოლოოდ ბოლო განტოლება გადაიწერება შემდეგი სახით

$$J_q(q)\dot{q} = 0 \quad (19)$$

სადაც

$$J_q(q) = \begin{bmatrix} T'R(a) & -r & 0 & 0 \\ T'_a R(a) & 0 & l_a & 0 \\ T''R(a) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$J_q(q)$ მატრიცას აქვს $(2N) \times n_q$ განზომილება q ვექტორის კომპონენტები წარმოადგენენ ლოკალურ კოორდინატებს n_q -

განზომილებიანი კონფიგურაციული მრავალსახეობის M . $J_q(q)$ მატრიცის რანგი აკმაყოფილებს დამოკიდებულებას.

$$\text{rank}J_q(q) = \text{rank}T'' + N + N_a \leq 3 + N + N_a \quad (20)$$

(19) განტოლება აღებს ბმებს თვლიანი რობოტის სიჩქარის განზოგადოებულ \dot{q} ვექტორს რომელსაც როგორც ცნობილია უწოდებენ კინემატიკურ შეზღუდვას. თუ კინემატიკური მბმები არ დაიყვანება მხოლოდ კოორდინატა შორის თანაფარდობებზე, რომლებითაც შეიძლება გამოყენებული იქნას იმისათვის, რომ სისტემა გამოსახული იყოს კოორდინატა ნაკლები რაოდენობით შესაბამისობაში თავისუფლების ხარისხის რეალურ რიცხვთან, მაშინ ასეთ მბმებს უწოდებენ არაგოლონომიურს. არაგოლონომიური მბმების განტოლება არ შეიძლება გამოყენებული იქნას, კოორდინატა რიცხვის შემცირებისთვის, ასეთ შემთხვევებში იძულებული ვართ ვისარგებლოთ კოორდინატებით, რომლებიდანაც ყველა არ რის დამოუკიდებელი.⁹

არაგადაგვარებული კინემატიკური სქემას რომლისთვისაც რაიმე β_c სრულდება დამოკიდებულება

$$\text{rank}T''(\beta_c)=3 \quad (21)$$

ეწოდება სტრუქტურულად ჭარბი. თვლის მდგომარეობა, როდესაც ადგილი აქვს (21) ტოლობას იწვევს რობოტის მყისიერ თვითდამუხრუჭებას, ე.ი. თვლის ასეთი მდგომარეობა მოძრავი რობოტისთვის არის დაუშვებელი .

გადაუგვარებელი სტრუქტურულად არაგადაგვარებული სქემის რიცხვის

$$k_n = 3 - \max_{\beta} \text{rank}T''(\beta_c)$$

ეწოდება მოძრაობის ინდექსი, ხოლო რიცხვს

$$k_0 = \max_{\beta} \text{rank}T''(\beta_c) \leq 2$$

⁹ Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию. М.: Наука, Физматгиздат, 1995. 416 с.

თვლიანი მოდელის ორიენტირების ინდექსი []. სტრუქტურულად ჭარბი სქემის შემთხვევაში აუცილებელია სრულდებოდეს პირობა

$$\text{rank}T''(\beta_c)=2 \quad (22)$$

რომელიც გარანტიას იძლევა რობოტის მოძრაობისას თვლის მოცურების გარეშე, აქედან გამომდინარე N_c ვექტორის კომპონენტების β_c ნაწილი არის დამოკიდებული. საჭიროა აღინიშნოს, რომ (22) პირობის შესრულება გარანტიას იძლევა სიჩქარის მყისიერი ცენტრის არსებობისას.

სტრუქტურულად ჭარბი კინემატიკური სქემისთვის გადაადგილების ინდექსი k_n ყოველთვის ტოლია ერთის, ხოლო ინდექსი ორიენტირებული თვლიანი მოდელის

$$k_0 = \begin{cases} 1 & N_N \geq 1 \\ 2 & N_N = 0 \end{cases}$$

$k_n = N_c - k_0$ რიცხვს უწოდებენ სტრუქტურული სიჭარბის ინდექსს და ახასიათებს მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელების რიცხვს, რომლის კოორდინირება უნდა ხდებოდეს (22) პირობის შესრულებისთვის.

$k_N = k_n + k_0$ რიცხვს ეწოდება თვლიანი რობოტის მანევრების ხარისხის რიცხვი.

საბოლოოდ აღვნიშნოთ, რომ გადაადგილების ინდექსი k_n , თვლიანი თვლიანი რობოტის ორიენტირების ინდექსი k_0 , სტრუქტურული სიჭარბის ინდექსი k_N და მანევრირების ხარისხის რიცხვი k_M წარმოადგენენ ძირითად მახასიათებლებს კინემატიკური სქემისას. კინემატიკური სქემისთვის მობრუნებადი სიმეტრიული მოდელის დამატება არ ზრდის პლატფორმის სიჩქარის ცენტრის ადგილის გეომეტრიულ განსაზღვრის ხარისხს და ამ აზრით ის არის მიზანშეუწონავი. პრაქტიკული თვალსაზრისით სტრუქტურული სიჭარბის არსებობას თვლიანი რობოტის მდგრადობასთან მისი გამავლობის ფუნქციონალურ მოქნილობასთან არის აუცილებელი პირობა არატრივიალური სატრანსპორტო ამოცანების შესრულებისათვის მუშაობის რთულ პირობებში. თუმცა სტრუქტურულად ჭარბი რობოტების სივრცული გადაადგილების ამოცანების ორგანიზაცია

იწვევს სიმნელებს მართვაში, დაკავშირებულს ობიექტის მოდელის სირთულის გაზრდასთან.

1.4 მექანიკური სისტემები კინემატიკური შეზღუდვებით. არაგოლონომიური სისტემების კლასიფიკაცია.

განვიხილოთ მექანიკურ სისტემათა კლასი კინემატიკური შეზღუდვებით, წრფივი სიჩქარით

$$\langle \sigma_j(q), \dot{q} \rangle = 0, \quad j = 1, \dots, n - m, \quad (23)$$

სადაც $Q = \text{col}(q_1, \dots, q_n)$ ლოკალური კოორდინატია გლუვი n - განზომილებიანი M მრავალსახეობის, რომელიც ასრულებს კონფიგურაციული სივრცის როლს, და

$$\sigma_j(q) = \sum_{i=1}^n \sigma_j^i(q) dq_i, \quad j = 1, \dots, n - m$$

არის გლუვი ლოკალური დამოუკიდებელი კოვექტორული ველი (დიფერენციალური პირველი ფორმა), მოცემული M კონფიგურაციული მრავალსახეობის V ქვესიმრავლეზე. თუ (23) ტოლობის მარცხენა მხარე არ არის სრული წარმოებული დროის მიხედვით რაიმე კოორდინატთა

$f_1(q), \dots, f_{n-m}(q)$ ფუნქციის, მაშინ ეს განტოლებები არ შეიძლება იყოს გაინტეგრირებადი. ეს ნიშნავს იმას, რომ ისინი არ შეიძლება დავიყვანოთ მხოლოდ კოორდინატებს შორის დამოკიდებულებამდე, რომლებითაც შეიძლება ვისარგებლოთ სისტემის მდგომარეობის გამოსახვით უფრო მცირე კოორდინატების რიცხვით ვიდრე შეესაბამება თავისუფლების ხარისხის რეალურ რიცხვს. კერძო შემთხვევაში ინტეგრირების საკითხის გამოსახულება

$$\langle \sigma_j(q), \dot{q} \rangle = 0, \quad (24)$$

სადაც $\sigma(q) = \sum_{i=1}^n \sigma^i(q) dq_i$ არის გლუვი კოვექტორული ველი, დაიყვანება ისეთი კოორდინატთა ფუნქციის $f(q)$ მოძებნამდე, რომ

$$df = \sigma(q) \tag{25}$$

რადგანაც

$$\frac{\partial^2 f}{\partial q_i \partial q_k} = \frac{\partial^2 f}{\partial q_k \partial q_i}$$

ასეთი $f(q)$ ფუნქციის არსებობის აუცილებელ პირობას

წარმოადგენს

$$\frac{\partial \sigma^k}{\partial q_i} = \frac{\partial \sigma^i}{\partial q_k} \tag{26}$$

რომელიც ექვივალენტურია $d\sigma(q) = 0$ პირობის გარდა ამისა, (27) პირობა არის საკმარისი $f(q)$ ფუნქციის ლოკალური არსებობისათვის, რომელიც აკმაყოფილებს (26) დამოკიდებულებას. ¹⁰ გლუვი დიფერენციალური I ფორმა $\sigma(q)$ ეწოდება ჩაკეტილი, თუ მისი გარე დიფერენციალი ტოლია ნულის ($d\sigma = 0$) და ინტეგრირებადი თუ არსებობს დიფერენციალური $f(q)$ ფუნქცია, რომლისთვისაც $df = \sigma(q)$ ¹¹ ფორმალურად კოგანაწილება $P = \text{span} \{ \sigma_1(q), \dots, \sigma_{n-m}(q) \} \subset T^*M$ იძლევა $n-m$ ¹² განზომილებიან სისტემას $\sigma_1(q), \dots, \sigma_{n-m}(q)$ კოვექტორს უწოდებენ P განაწილების გენერატორს ნებისმიერი m ლოკალური დამოუკიდებელი დიფერენციალური I ფორმა $\sigma_{n-m+1}(q), \dots, \sigma_n(q)$ ისეთი, რომ

$\dim(\text{span}\{P, \sigma_{n-m+1}(q), \dots, \sigma_n(q)\}) = n$ ქმნის P კოგანაწილების დამატებას, m რიცხვს უწოდებენ P -ს განზომილებას (ზომას).

$n-m$ განზომილებიანი $P = \text{span} \{ \sigma_1(q), \dots, \sigma_{n-m}(q) \} \subset T^*M$ კოგანაწილებისათვის განვსაზღვროთ გლუვი რეგულარული განაწილება $D = \text{span} \{ g_1(q), \dots, g_m(q) \} \subset TM$ ზომის ისეთნაირად, რომ m კოგანაწილება ემსახურება მის ანივილიტორს $P = \text{ann}D (D = \ker P)$,

$$\text{სადაც } g_j(q) = \sum_{i=1}^n g_j^i(q) \frac{\partial}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots, m$$

¹⁰ Nijmeijer 1-1., van der Schaft A.J.H. Nonlinear dynamical control systems. N.Y.: Springer-Verlag, 1990.

¹¹ . Корн Г ., Корн Т. Справочник по математике. -М.: Наука, 1984.

¹² . Tilbury D., Sondalen J., Bushnell L., Sasz 8. A multi-steering trailer system: Conversion into chained form using dynamic feedback II IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1995. V.1 1, N26. P.807-818

არის გლუვი ვექტორული ველი M მრავალსახეობის კონფიგურაციაზე .
 თუ P კოგანაწილება ლოკალურად გენერირდება ზუსტი დიფერენციალური
 I ფორმებით ე.ი. $P = \text{span}\{df_1(q), \dots, df_{n-m}(q)\}$ მაშინ $D = \ker P$

ინვალუტურია \square , პირიქით, თუ D ინვალუტურია, მაშინ $P = \text{ann} D$
 კოგანაწილება გენერირდება ზუსტად კოვექტორულ ველებად¹³ მაშასადამე
 D განაწილების ინვალუტურობა $P = \text{ann} D$ კოგანაწილების ინტეგრადობას.
 P კოგანაწილებას ეწოდება ინვალუტიური, თუ D განაწილება
 ინვალუტუტიურია.

განსაზღვრება: მექანიკურ სისტემას, რომლის ტრაექტორიაზე ედება
 (24) შეზღუდვები, რომელიც აკავშირებს სისტემის კოორდინატებს და მის
 სიჩქარეს, ეწოდება არაგოლონომური, თუ კოგანაწილება
 $P = \text{span}\{\sigma_1(q), \dots, \sigma_{n-m}(q)\} \subset T^*M$ არაინვოლუტურია.

სისტემის $q(t) \in V$ დასაშვები ტრაექტორიაა, ე.ი. ის ტრაექტორია,
 რომელიც დროის ყოველ t მომენტში აკმაყოფილებს დიფერენციალურ
 განტოლებას

$\dot{q} = G(q)v, q \in V \subset M$ (1.26) სადაც $G = [g_1(q), \dots, g_m(q)]$, $v =$
 $\text{col}(v_1, \dots, v_2): I \subset \mathbb{R} \rightarrow U \subset \mathbb{R}^m$. M დროის ფუნქციაა. q, \mathcal{V} ცვლადები
 სრულად აღწერენ განსახილველი კინემატიკური სისტემის მდგომარეობას.
 მიღებულ დაშვებაში ნებისმიერი საწყისი $q_0 = q(t_0), t_0 \in I, q_0 \in V$
 მდგომარეობისთვის არსებობს ერთადერთი ამონახსნი (27)
 დიფერენციალური განტოლების

$$q(t) = q(t, t_0, q_0, v)$$

(27) განტოლება წარმოადგენს მექანიკური სისტემის კინემატიკურ
 მოდელს (24) შეზღუდვით.

(27)სახის სისტემები ატარებენ აფინური სისტემების განტოლებას აქვთ
 შემდეგი სახე

$$\dot{q} = f(q) + \sum_{i=1}^m g_i(q)v_i, \quad v = \text{col}(v_1, \dots, v_2) \in \mathbb{R}^m \quad (28)$$

¹³ Nijmeijer 1-1., wan der Schaft A.J.H. Nonlinear dynamical control systems. N.Y.:
 SpringerVerlag, 1990.

სადაც $q = \text{col}(q_1, \dots, q_2)$ — M მრავალსახეობის ლოკალური კოორდინატებია და $f, g_1(q), \dots, g_m(q)$ არის გლუვი ვექტორული ველი M -ზე. ვექტორულ f ველს უწოდებენ ვექტორულ ველს სისტემის არაკონტროლირებადი მოშლის, ვექტორულ ვექტორულ ველს, $g_i, i = 1, \dots, m$ სისტემის შესასვლელის ვექტორულ ველს, $D = \text{span}\{g_1(q), \dots, g_m(q)\}$ — უწოდებენ მართვად განაწილებას.

მაშასადამე, მექანიკური სისტემის კინემატიკა (24) კინემატიკური შეზღუდვებით აღიწერება (28) განტოლებებით. განსახილველი სისტემა იქნება არაგოლონომიური, თუ მართვადი განაწილება $D = \ker P$ არის არაინვარიანტიური.

მიღებულია არაგოლონომიური სისტემის შემდეგი კლასიფიკაცია.¹⁴

განვიხილოთ D მართვადი განაწილების ალამი, რომელიც წარმოადგენს განაწილების თანმიმდევრობას $\Delta_0 \subset \Delta_1 \subset \dots \subset \Delta_m$, რეკურსიულად განსაზღვრული შემდეგნაირად $\Delta_0 = D$,

$$\Delta_i \text{span}\{\Delta_{i-1}, [\Delta_0, \Delta_{i-1}]\}, \quad i=1, 2, \dots$$

$$\Delta_\infty = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Delta_i$$

$$\text{სადაც } [\Delta_0, \Delta_{i-1}] = \text{span}\{[X, Y]: X \in \Delta_0, Y \in \Delta_{i-1}\}$$

ვთქვათ $m_i(q) = \text{rank} \Delta_i(q), q \in V$ და $F_i = \{q \in V: m_j(q) = m_j = \max_q \text{rank} \Delta_j(q),$

$$j = 0, \dots, i\}$$

შევნიშნოთ, რომ $m = m_0 \leq m_1 \leq \dots \leq m_m \leq n = \dim M$ და $V = F_0 \supset F_1 \supset \dots \supset F_\infty$ ვიგულისხმობთ, რომ Δ_i ლოკალურად რეგულარულია, არსებობს დადებითი რიცხვი $\alpha \leq n - m$ ისეთი, რომ

$$\Delta_0(q) \subset \dots \subset \Delta_{\alpha-1}(q) \subset \Delta_\alpha(q) = \Delta_{\alpha+1}(q) = \dots = \Delta_\infty(q), \quad \forall q \in F_\alpha$$

(24) სისტემას ეწოდება სრულად (მაქსიმალურად) არაგოლონომიური, თუ $m_\alpha(q) = n$ ყოველი $\forall q \in F_\alpha$ სათვის $v = m_\alpha(q) - m$ რიცხვს ეწოდება არაგოლონომიური სისტემის მაჩვენებელი. არაგოლონომიური ფაქტიური

¹⁴ Лямин А.В. Анализ математических моделей колесных роботов и синтез алгоритмов контурного управления. дис. кандидата техн. наук. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 1997

მაჩვენებელი v ტოლია p განაწილების არაინტეგრირებადი გენერატორების რიცხვის, ხოლო რიცხვი m არის D განაწილების განზომილება, რომელსაც მიეკუთვნება სისტემის სიჩქარის q ვექტორი.

აღსანიშნავია, რომ სისტემის კინემატიკური მოდელი წარმოადგენს არაგოლონომიურის, არა სრულად ($v \leq n - m - 1$) შეიძლება მოხდეს რედაქტირება, ე.ი. (28) სისტემის რიგი შეიძლება იქნეს დაწეული. ამ შემთხვევაში მექანიკური სისტემის კოორდინატა რიცხვი n აჭარბებს თავისუფლების ხარისხის რეალურ რიცხვს $v + m$. მართლაც, ამ შემთხვევაში ფრობენიუსის თეორემის მიხედვით შეიძლება ვიპოვოთ ლოკალურად წრფივი დამოუკიდებელი ფუნქცია $f_1(q), \dots, f_n(q)$ ისეთი, რომ df_{v+m+1}, \dots, df_n დიფერენციალი ანიგირებს მართვად $D(q)$ განაწილებას, მაშინ $\text{col}(q^{-1}, q^{-2})$ კოორდინატებში, სადაც $q^{-1} = \text{col}(f_1, \dots, f_{v+m})$ და $q^{-2} = \text{col}(f_{v+m+1}, \dots, f_n)$ (28) სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს¹⁵

$$\bar{q}^1 \sum_{j=1}^m g_j^1 (\bar{q}^1, \bar{q}^2) v_j \quad (28)$$

$$\bar{q}^2 = 0 \quad (29)$$

(29) განტოლება წარმოადგენს მექანიკური სისტემის მოდელს, სადაც \bar{q}^1 - ახალი $v + m$ ვექტორი ზოგადი კოორდინატა სისტემის კინემატიკური მოდელი შეიძლება მივიღეს შემდეგ სახემდე

$$v = 0 \quad \dot{\bar{q}}_j^1 = v_j, \quad j = 1, \dots, m. \quad (30)$$

მაშასადამე, მიღებული განტოლება ხსნის v ცვლადის აზრს, რომელიც მოცემულ შემთხვევაში წარმოადგენს სისტემის განზოგადოებულ სიჩქარეს.¹⁶

¹⁵ Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию. М.: Наука, Физматиздат, 1995. 416 с.

¹⁶ Богуславский А.А., Сербенюк Н.С., Соколов С.М. Конический сенсор для навигации подвижного робота по маякам // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мсхатронные системы», 5-6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. -С. 42-55.

1.5 თვლიანი რობოტის პლატფორმის მოძრაობის

კინემატიკური მოდელი.

მოცემული განყოფილების მიზანს წარმოადგენს პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელის მიღება, რომელიც გარკვეულ როლს თამაშობს თვლიანი რობოტის მართვის ამოცანაში და მისი მოძრაობის სასურველი ტრაექტორიის დაგეგმვაში.

თუ ვივარაუდებთ, რომ არ ხდება თვლის მოცურება, თვლიანი რობოტის კინემატიკური მოდელი განისაზღვრება $j_q(q)\dot{q} = 0$ (19) განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ $j_q(q)$ მატრიცის წრფივად დამოკიდებული სტრიქონი განსაზღვრავს, ბაზის კოგანაწილებისა n_q - განზომილების კონფიგურაცია M_q მრავალსახეობაზე იმ პირობით, რომ

$$\epsilon V_q = \{q: \text{rank} T^i(\beta_c) = 3 - k_n\} \quad (31)$$

სადაც $1 \leq k_n \leq 3$ ფარდობით განაწილების ბაზის. ამისათვის განვსაზღვროთ $3 \times k_n$ განზომილებიან $\beta(\beta_c)$ მატრიცას, როცა $q \in V_q \subset M_q$ აკმაყოფილებს დამოკიდებულებას

$$T^i(\beta_c)B(\beta_c) \quad (32)$$

$$\text{rank} B(\beta_c) = \text{rank} T^i(\beta_c) \quad (33)$$

ცხადია რომ ასეთი მატრიცა არსებობს, მაგრამ მისი არჩევა ვერ ხდება ცალსახად. ზოგადი შემთხვევისთვის სტრუქტურულად ჭარბი კინემატიკური სქემისა $B(\beta_c)$ ვექტორის და (β_c) კავშირის პირობების განსაზღვრისათვის განვსაზღვროთ

$\Gamma_1 T^i(\beta_c)$ და $\Gamma_2 T^i(\beta_c)$ მატრიცები შესაბამისად $(k_c \times 3)$ და $(k_n \times 3)$ განზომილებით Γ_1, Γ_2 მუდმივი მატრიცებია ისეთი, რომ¹⁷

$$\dot{T} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

მატრიცას აქვს სრული რანგი. მაშინ (33) განტოლებიდან ვპოულობთ

$$T_n^i B(\beta_c) = 0 \quad (34)$$

$$\Gamma_1 T^i(\beta_c) B(\beta_c) = 0 \quad (35)$$

¹⁷ Буданов В. М., дсвянин В. А. О движении колёсных роботов // ПММ. -2003. --Т. 67., вып. 2, _С. 244 255.

$$\Gamma_2 \dot{T}_c(\beta_c) B(\beta_c) = 0 \quad (36)$$

$$\text{rank } B(\beta_c) = k_n \quad (37)$$

მაშასადამე, (34), (35), (37) განტოლებები როდესაც სრულდება პირობა $q \in V_q$ განსაზღვრავენ საძიებელ $B(\beta_c)$ მატრიცას, ხოლო (36) განტოლება იძლევა k_n გოლონომიურ თანაფარდობას დამაკავშირებელი β_c კუთხის, მაგალითად, ვთქვათ კინემატიკური სქემა შეიცავს $N_n = 0$ და $N_n \geq 3$, მაშინ $k_n = 1$, $k_0 = 2$ დაუშვათ $\beta_c = \text{col}(\beta'_c, \beta''_c)$ პლატფორმის მუშაობის კინემატიკური მოდელი. მოცემული მოდელი შეგვიძლია ჩავწეროთ უფრო კომპაქტური ფორმით

$$\dot{x} = G_x(x)v, \quad x \in V_x \subset M_x, \quad (39)$$

სადაც $x = \text{col}(y, \alpha, \beta) - (3 + N_c)$ - კოორდინატა ვექტორია,

$M_x - (3 + N_c)$ განზომილებიანი ქვესიმრავლეა,

$$V_x \{x: \text{rank} \dot{T}(\beta_c) = 3 - k_n\}$$

$$G_x = [g_1(x), \dots, g_m(x)] = \begin{bmatrix} R^T B & 0 \\ 0 & I_{N_c} \end{bmatrix}$$

(39) განტოლება უფრო ხშირად გამოიყენება არაგოლონომიური მექანიკური სისტემის ზოგადი თვისებების კვლევისას, მართვის კანონების აგებისთვის თვალყურისდევნების და სტაბილიზაციის ამოცანებში და აგრეთვე კონკრული მართვის ამოცანების გადაწყვეტისას და რობოტის მოძრაობის სასურველი მოძრაობის დაგეგმვისას. ამ შემთხვევაში v ცვლადი განიხილება როგორც სამართავი ცვლადი, არაწრფივი მართვის თეორიის თვალსაზრისით (35), (39) სისტემა v მართვით წარმოადგენს გაფართოებულ სისტემას (35)-სა β, v მართვით და გამომდინარე აქედან პლატფორმის მოძრაობის გეომეტრიული თვისებების ანალიზისთვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ როგორც ერთი ისე მეორე სისტემა.¹⁸ გარდა ამისა N_c ვექტორის კომპონენტები დაკავშირებულნი არიან K_n გოლონომიური თანაფარდობებთან (33), ამიტომ ანალიზისთვის მოსახერხებელია გამოვიყენოთ პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი

¹⁸ Бурдаков С.Ф., Мнрошиик И.В., Стельмаков Р.З. Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001. 227 с.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \alpha \end{bmatrix} = R^T(\alpha)B(\beta)\dot{v} \quad (40)$$

$$\dot{\beta} = v^2 \quad (41)$$

სადაც β - κ_0 ვექტორი დამოუკიდებელი მობრუნების კუთხეა მობრუნებადი სიმეტრიული თვლიანი მოდულის $\dot{v} = \text{col}(v_1, \dots, v_{\kappa_n})$; $v^2 = \text{col}(v_{\kappa_{n+1}}, \dots, v_{\kappa_M})$;

$$K_M = K_n + K_0$$

მაშასადამე, $v = \text{col}(v^1, v^2)$ ვექტორის განზომილება ემთხვევა კინემატიკური სქემის მანევრირების K_M ხარისხის მნიშვნელობას, v ვექტორის განზომილება, რომელიც მოქმედებს პლატფორმის სიჩქარეზე, ემთხვევა გადაადგილების K_n ინდექსს, ხოლო ორიენტირების K_0 ინდექსის მნიშვნელობა ემთხვევა v^2 ვექტორის განზომილებას.

განვიხილოთ დაწვრილებით რობოტის მოძრავი პლატფორმის კინემატიკური მოდელების აგება სხვადასხვა კინემატიკური სქემებით მაგალითების საფუძველზე.¹⁹

თვლიანი რობოტის შემადგენლობაში მიდის $N_n = 0$; $N_c = 0$; $N_\alpha \geq 3$ ამ შემთხვევაში მატრიცა $T^n = 0$ მატრიცა $B = I_3$ პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი იღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

სადაც $c_\alpha = \cos \alpha$, $s_\alpha = \sin \alpha$, ამასთან $K_n = 3$, $K_M = 3$. ვსარგებლობთ სისტემის კლასიფიკაციის ზემოთ აღწერილი მეთოდიკით რომელიც მისაღებია მოცემული კინეტიკური მოდელი. ამ შემთხვევაში მართვადი განაწილება

$$D_x = \text{span} \{g_1, g_2, g_3\}, x \in R^3 \text{ სადაც}$$

$$g_1(x) = C(x_3) \frac{\partial}{\partial x_1} + S(x_3) \frac{\partial}{\partial x_2}$$

$$g_2(x) = -S(x_3) \frac{\partial}{\partial x_1} + C(x_3) \frac{\partial}{\partial x_2}$$

¹⁹ Гусев Д. М., Кобрин А. И., Мартыненко Ю. Г. Навигация мобильного робота на полигоне, оснащенном системой маяков // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 5-6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 140-151.

$$g_3(x) = \frac{\partial}{\partial x_3}$$

არიან ინვარიანტულები და გამომდინარე აქედან მოცემული მოდელი არის გოლონომიური.

მაგალითი 1.2

თვლიანი სისტემის შემადგენლობა $N_n = 0; N_c = 1; N_\alpha \geq 2$ თვლიანი მოდელის დამაგრების ცენტრის კოორდინატები:

$$Z_c = [0, 0]^T$$

განვსაზღვროთ მატრიცები T და β

$$T = [-s\beta_1, C\beta_1, 0]; \quad B = \begin{bmatrix} C\beta_1 & 0 \\ s\beta_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ პლატფორმის მოძრაობის}$$

კინემატიკური მოდელი მიიღებს სახეს:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\alpha + \beta_1) & 0 & 0 \\ s(\alpha + \beta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

ცხადია, რომ $K_n = 2, K_M = 3$

მოცემული მოდელისთვის მართვადი განაწილება

$$D_x = \text{span} \{g_1, g_2, g_3\}, \chi \in \mathbb{R}^4$$

$$\text{სადაც } g_1(x) = C(\chi_3 + \chi_4) \frac{\partial}{\partial x_1} + S(\chi_3 + \chi_4) \frac{\partial}{\partial x_2}$$

$$g_2(x) = \frac{\partial}{\partial x_3}$$

$$g_3(x) = \frac{\partial}{\partial x_4}$$

არაინვარიანტულია, რადგან $[g_2, g_1] \notin D_x$. D_x განაწილების ალამს აქვს სახე:

$$\Delta_0 = \text{span} \{g_1, g_2, g_3\}$$

$$\Delta_\iota = \text{span} \{g_1, g_2, g_3, [g_2, g_1]\}, \iota = 1, 2, \dots$$

ამ შემთხვევაში $\alpha = 1, F_1 = \mathbb{R}^4, m_1 = 4$. აქედან გამომდინარეობს, რომ მოცემული მოდელი არის მთლიანად არაგოლონომიური, არაგოლონომიურობის მაჩვენებელი $\nu = 1$, ე.ი. კოვექტირული ველი

$\sigma(\chi) = -S(x_3 + \chi_4)d\chi_1 + C(x_3 + \chi_4)d\chi_2$ განსაზღვრული
კოგანაწილება არის არაინტეგრირებადი.

მაგალითი 1.3

თვლიანი სისტემის შემადგენლობაში შედის $N_n = 2; N_c = 0; N_a \geq 1$
თვლიანი რობოტის დამაგრების ცენტრის კოორდინატებია: $Z_n^1 = [0, d_1]^T$

$Z_n^2 = [0, d_2]^T$ განვსაზღვროთ T^n და β მატრიცები

$$T^n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \beta = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი იღებს შემდეგ
სახეს:

$$\begin{vmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{a} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_\alpha & 0 \\ s_\alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \end{vmatrix} \text{ ცხადია, რომ } K_0 = 2, K_M = 2$$

ამ შემთხვევაში მართვადი განაწილება $D_x = \text{span} \{g_1, g_2, g_3\}, \chi \in \mathbb{R}^3$

$$g_1(x) = C(\chi_3) \frac{\partial}{\partial x_1} + S(\chi_3) \frac{\partial}{\partial x_2}$$

$$g_2(x) = \frac{\partial}{\partial x_3}$$

არავირტუალურია, რადგან $[g_2, g_1] \notin D_x$. D_x განაწილების ალამს
აქვს შემდეგი სახე: $\Delta_0 = \text{span} \{g_1, g_2\}$

$$\Delta_0 = \text{span} \{g_1, g_2, [g_2, g_1]\}, \iota = 1, 2, \dots$$

ამ შემთხვევაში $\alpha = 1, F_1 = \mathbb{R}^3, m_1 = 3$. აქედან გამომდინარეობს,
მოცემული მოდელი წარმოადგენს სრულად არაგოლონომურს.
არაგოლონომურობის მაჩვენებელი $\nu = 1$ დიფერენციალური პირველი
ფორმა

$$\sigma(\chi) = -S(\chi_3)d\chi_1 + C(\chi_3)d\chi_2$$

არ არის ჩაკეტილი.

მაგალითი 1.4

თვლიანი სისტემის შემადგენლობაა $N_n = 2; N_c = 1; N_a \geq 0$ თვლიანი
მოდელის დამაგრების ცენტრის კოორდინატებია: $Z_n^1 = [0, d_1]^T$

$Z_n^2 = [0, d_2]^T, Z_c^2 = [d, 0]^T$ განვსაზღვროთ T^n და β მატრიცები

$$T^n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta_1 & c\beta_1 & dc\beta_1 \end{vmatrix}; \quad \beta = \begin{vmatrix} dc\beta_1 \\ 0 \\ s\beta_1 \end{vmatrix}$$

პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი მიიღებს სახეს

$$\begin{vmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dc_\alpha c\beta_1 & 0 \\ ds_\alpha c\beta_1 & 0 \\ s\beta_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \end{vmatrix}$$

ცხადია, რომ $K_n = 1$, $K_M = 2$

ამ შემთხვევაში მართვადი განაწილება $D_x = \text{span} \{g_1 \quad g_2\}$, $\chi \in \mathbb{R}^4$ სადაც

$$g_1(x) = dc(\chi_3)c(\chi_4) \frac{\partial}{\partial x_1} + S(\chi_3)c(\chi_4) \frac{\partial}{\partial x_2} + S(\chi_4) \frac{\partial}{\partial x_3}$$

$$g_2(x) = \frac{\partial}{\partial x_4}$$

არაინვოლუტურია, რადგან $[g_2, g_1] \notin D_x$. D_x განაწილების ალამს აქვს

შემდეგი სახე: $\Delta_0 = \text{span} \{g_1 \quad g_2\}$

$$\Delta_1 = \text{span} \{g_1 \quad g_2, [g_2, g_1]\},$$

$$\Delta_1 = \text{span} \{g_1 \quad g_2, [g_2, g_1], [g_1, [g_2, g_1]]\}, \quad \iota = 1, 2, \dots \text{ ე.ი. } \alpha = 2, \quad F_1 =$$

\mathbb{R}^4 , $m_1 = 4$. აქედან გამომდინარეობს, მოცემული მოდელი წარმოადგენს სრულად არაგოლონომურს. არაგოლონომურობის მაჩვენებელი $\nu = 2$

მაგალითი 1.5

თვლიანი სისტემის შემადგენლობაა $N_n = 0; N_c = 2; N_\alpha \geq 2$ თვლიანი

მოდელის დამაგრების ცენტრის კოორდინატებია: $Z_c^1 = [d, \quad 0]^T$

$$Z_c^2 = [-d, \quad 0]^T \text{ განვსაზღვროთ } T^n \text{ და } \beta \text{ მატრიცები}$$

$$T^n = \begin{vmatrix} -s\beta_1 & c\beta_1 & dc\beta_1 \\ -s\beta_2 & c\beta_2 & -dc\beta_2 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 2dc\beta_1 c\beta_2 \\ ds(\beta_1 + \beta_2) \\ s(\beta_1 - \beta_2) \end{vmatrix} \quad \text{პლატფორმის}$$

მოძრაობის კინემატიკური მოდელი მიიღებს სახეს:

$$\begin{vmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d(2cac\beta_1 c\beta_2 - sas(\beta_1 + \beta_2)) & 0 & 0 \\ d(2sac\beta_1 c\beta_2 + cas(\beta_1 + \beta_2)) & 0 & 0 \\ s(\beta_1 + \beta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

ცხადია, რომ $K_n = 1$, $K_M = 3$

მოცემულ შემთხვევაში მართვადი განაწილება $D_x = \text{span} \{g_1, g_2, g_3\}$, $\chi \in \mathbb{R}^3$ სადაც

$$g_1(x) = d(2c(\chi_3)c(\chi_4)c(\chi_3) - s(\chi_3)s(\chi_4 + \chi_3)) \frac{\partial}{\partial x_1} + d(2S(\chi_3)c(\chi_4)c(\chi_3) + c(\chi_3)s(\chi_4 + \chi_3)) \frac{\partial}{\partial x_2} + S(\chi_4 - \chi_3) \frac{\partial}{\partial x_3}$$

$$g_2(x) = \frac{\partial}{\partial x_4}$$

$$g_m(x) = \frac{\partial}{\partial \chi_3} \text{ არაინვოლუტურებია, რადგან } [g_2, g_1] \notin D_x. \quad D_x$$

განაწილების ალამს აქვს შემდეგი სახე: $\Delta_0 = \text{span} \{g_1, g_2, g_3\}$

$$\Delta_1 = \text{span} \{g_1, g_2, [g_2, g_1]\},$$

$$\Delta_\iota = \text{span} \{g_1, g_2, g_3, [g_2, g_1], [g_3, g_1]\}, \iota = 1, 2, \dots$$

ამ შემთხვევაში $\alpha = 1$, $F_1 = \{\chi \in \mathbb{R}^5 \mid c(\chi_4)c(\chi_3) \neq 0\}$, $m_1 = 5$. აქედან გამომდინარე, მოცემული მოდელი წარმოადგენს სრულად არაგოლონომურს. არაგოლონომურობის მაჩვენებელი $\nu = 2$

მაშასადამე პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელები სხვადასხვა კინემატიკური სქემისათვის, გარდა პირველი მაგალითში განხილული მოდელისა წარმოადგენენ სრულიად ალაგოლონომიურს. გარდა ამისა, 1.5 მაგალითში განხილული მოდელი თვლიანი რობოტის არის უფრო მეტად საერთო მოდელი, რადგანაც თვლიანი მოდელის იძულებითი ფიქსაციისას ის შეიძლება მიყვანილი იქნას რობოტის ისეთ მოდელებთან რომლებიც განხილული იყო სხვა მაგალითებში.

1.6 ბორბლური მუშაობის დინამიკური მოდელი

მოცემული განყოფილებების მიზანია თვლიანი რობოტის დინამიკური მოდელი აღწერს კავშირებს ლოკალურ კოორდინატებს $q = \text{col}(y, \alpha, \theta, \beta_\alpha, \beta_c)$ კონფიგურაციულ n_q - განზომილების M_q მრავალსახეობის და $\mu = \text{col}(\mu_\theta, \mu_\alpha, \mu_c)$ მომენტებს შორის, სადაც μ_θ - არის მომენტების N ვექტორი, მოდებული თვლის ჰორიზონტალურ ღერძებზე; μ_α არის მომენტების N_α ვექტორი, მოდებული ასიმეტრიული თვლიანი

მოდელის ვერტიკალურ ღერძებზე; μ_c მომენტების N_c ვექტორი, მოდებული მბრუნავი სიმეტრიული თვლიანი მოდელის ვერტიკალურ ღერძებზე.

რობოტის დინამიკის განტოლების გამოსავალი, როგორც მექანიკური სისტემის არაგოლონომიური კავშირებით შეიძლება გავრცელებული იყოს რამდენიმე მეთოდით. ერთ-ერთ მეთოდს წარმოადგენს მეთოდი აგებული ალამბერის პრინციპზე, რომლის თანახმად თვლიანი რობოტი წარმოდგენილია როგორც სასრული ნაკრები მყარი სხეულების, რომლებიც არიან მისი ელემენტები (მოდრავი პლატფორმა, და ა.შ.). თითოეული ელემენტისთვის ხდება მოძრაობის განტოლების ჩაწერა

$$\frac{d}{dt} (mv)_j = f_j \frac{d}{dt} (j\omega)_j = \mu_j$$

სადაც $(mv)_j$ და $(j\omega)_j$ -- შესაბამისად არის სისტემის j -იური ელემენტის იმპულსი და იმპულსის მომენტი. ხოლო f_j და μ_j - შესაბამისად ჯამური გარე ძალა და მომენტი მოდებული ძალა j -იური ელემენტზე. შემდგომში (1,5)

თანაფარდობის დახმარებით გამოირიცხება რეაქციები ელემენტებს შორის, ხოლო კინემატიკური შეზღუდვების (19) დახმარებით გამოირიცხება რეაქცია საყრდენი ზედაპირის.

სხვა მიდგომა არაგოლონომიური სისტემის მოძრაობის განტოლების მიღებისა ეფუძნება ლაგრანჟის განუსაზღვრელი მამრავლების მეთოდის გამოყენებას თვლიანი რობოტის დინამიკური მოდელი ლოკალურ კოორდინატებში წარმოდგენილია შემდეგი სახით

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = f + B\mu, \tag{45}$$

სადაც $L(q, \dot{q})$ სისტემის ლაგრანჟიანია; $F - n_q$ ვექტორის რეაქციის ძალა;

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ N_{N+N_c+N_a} \end{bmatrix} \text{ მუდმივი მატრიცაა.}$$

საზოგადოდ ლაგრანჟის $L(q, \dot{q})$ ფუნქცია განისაზღვრება შემდეგი სახით

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q)$$

სადაც $T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q}$ არის განზოგადოებული სიჩქარის ერთგვაროვანი კვადრატული ფორმა, $A(q)$ არის $(n_q \times n_q)$ სიმეტრიული დადებითად განსაზღვრული მატრიცა ინერციის კოეფიციენტების;

$U(q)$ - არის სისტემის პოტენციური ენერგია.

როდესაც რობოტი მოძრაობს ჰორიზონტალურ ზედაპირზე სისტემის პოტენციალური ენერგია ნულის ტოლია. ასეთ შემთხვევაში თვლიანი რობოტის ლაგრანჟის ფუნქცია განსაზღვრავს სისტემის მხოლოდ კინეტიკურ ენერგიას.

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q} \quad (46)$$

(45) განტოლებიდან ვპოულობთ

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + H(q) = f + B_\mu \quad (47)$$

სადაც $C(q, \dot{q})$ არის ცენტრიდანული ძალის ვექტორი; $H(q)$ არის გრავიტაციული ძალის ვექტორი.

1.3 ქვეთავის შედეგების გამოყენებით ჩავწეროთ თვლის მოცურების არარსებობის პირობა

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (48)$$

სადაც, $(n_q - k_n - N_c) \times n_q$ - განზომილებიანი $J(q)$ მატრიცა შეიცავს წრფივად დამოუკიდებელ სტრიქონებს $J_q(q)$ მატრიცა

$$\text{rank } J(q) = n_q - k_n - N_c \quad q \in V_q \subset M_q.$$

თვლიანი რობოტის მოძრაობისას მობრუნების გარეშე რეაქციის ძალა განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$F = J^T(q)\lambda,$$

სადაც, $\lambda - (n_q - k_n - N_c)$ ვექტორია განუსაზღვრელი მამრავლებით. კინემატიკური შეზღუდვა (1,48) ნიშნავს $(k_n + N_c)$ ვექტორის არსებობას ისეთის, რომ

$$\dot{q} = G_q(q)v \quad (49)$$

(q, v) ცვლადები სრულად აღწერენ სისტემის მდგომარეობას (48) პირობის შესრულების დროს. (49) განტოლება აღწერს რობოტის

კინემატიკურ მოდელს, ამასთანავე $J(q)G(q)=0$ გამომდინარე აქედან (45) განტოლების გამრავლება მარცხნიდან $G_q^T(q)$ მატრიცაზე საშუალებას იძლევა მოძრაობის განტოლებიდან გამოირიცხოს განუსაზღვრელი თანამამრავლები და მივიღოთ მადჟის განტოლების მატრიცული ფორმა

$$G_q^T \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} - B\mu \right) = 0 \quad (50)$$

(49)-ის ჩასმით (50)-ში ვიღებთ $(k_n + N_c)$ სკალარულ განტოლებას \dot{v}, v, q ცვლადებისთვის. (49) განტოლება (50) განტოლებასთან ერთად ქმნის $(n_q + k_n + N_c)$ ჩაკეტილ განტოლებათა სისტემას q და v განზოგადებული კოორდინატების განსაზღვრისათვის (49) განტოლების დირექციონირებით მივიღებთ

$$\ddot{q} = G_q(q)v + \dot{G}_q(q)v$$

(47) მოძრაობის განტოლება, როდესაც არ არსებობს თვლის მოცურება შეგვიძლია გადავწეროთ შემდეგი სახით

$$A(q)G_q(q)v + C'(q, v) + H(q) = J^T(g)\lambda + B(q)\mu, \quad (51)$$

სადაც,

$$C'(q, v) = A(q)\dot{G}_q v + C[q, G_q(q)v]$$

რობოტის მოძრაობის განტოლებიდან (51) განუსაზღვრელი λ თანამამრავლების გამორიცხვისათვის მიღებული განტოლებაა მარცხნიდან გავამრავლოთ $G_q^T(q)$ მატრიცაზე

$$A_1(q)v + C_1(q, v) + H_1(q) = G_q^T(q)B\mu, \quad (52)$$

სადაც,

$$A_1(q) = G_q^T(q)A(q)G_q(q)$$

არის $(k_n + N_c) + (k_n + N_c)$ სიმეტრიული დადებითად განსაზღვრული მატრიცა

$$C_1(q, v) = G_q^T(q)C'(q, v); \quad H_1(q) = G_q^T(q)H(q)$$

(49) და (52) განტოლებები აღწერენ თვლიანი რობოტის დინამიკურ მოდელს, როცა $q \in V_q$. მდგომარეობის სივრცის განზომილება ტოლია

$n_q + (k_n + N_c)$; სისტემის მდგომარეობა სრულად აღიწერება n_q ვექტორით. სისტემის მარცხენა ნაწილში $(k_n + N_c)$ - (52) განტოლების შედის

$$N + N_a + N_c \geq k_n + N_c$$

მბრუნავი მომენტები, გამომდინარე აქედან, მათი არჩევა არ არის ცალსახა. ეს იძლევა საშუალებას აირჩეს თითოეული თვლიანი მოდელის როლის თვლიანი რობოტის სავალი ნაწილის. ამ მიზნით განვსაზღვროთ მომენტების გარდაქმნა²⁰

$$\mu = F(q)\bar{\mu} \quad (53)$$

სადაც $F(q)$ მატრიცა აირჩევა პირობიდან: $\det B_1(q) = \det G_q^T(q)BF(q) \neq 0$

შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ $F(q)$ მატრიცა რომელიც აკმაყოფილებს (54) პირობას ყოველთვის არსებობს. $F(q)$ მატრიცის არჩევით განისაზღვრება თვლიანი მოდელი არის არა ამძრავიანი, ამძრავიანი, საჭინი თუ ამძრავიანი საჭიანი. (54) პირობები საშუალებას იძლევა (52) განტოლების გაწრფივებისა გამოთვლით მომენტების მეთოდით. მართლაც შემოვიღოთ შესავალი ცვლადების გარდაქმნა

$$\bar{\mu} = B_l^{-1}(G_q^T(q,v) + G_q^T H(q) + G_q^T A G_q u) \quad (55)$$

სადაც $u - (k_n + N_c)$ ზომის მართვის ცვლადების ვექტორი (52) , (53) და (55) განტოლებიდან ვიპოვით $\dot{v} = u$

აღვნიშნოთ, რომ (56) სისტემა წარმოადგენს (49) სისტემის დინამიკურ გაფართოებას. მასაშასადამე, თვლიანი რობოტის დინამიკური მოდელი შეიძლება მიყვანილი იყოს (49) , (56) სახემდე მომენტების გარდაქმნის ხარჯში რომელშიც ის წარმოადგენს დინამიკურ გაფართოებას (49) კინემატიკური მოდელის, თავის მხრივ პლატფორმის მოძრაობის დინამიკური მოდელი შეიძლება მივიღოთ (49) , (56) განტოლებებიდან

$$\dot{\chi} = G_\chi(\chi)v \quad (57)$$

$$\dot{v} = u \quad (58)$$

²⁰ Девянин Е. А. О движении колёсных роботов // Докл. науч. школы конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 7-8 декабря 1999 г. М.: Институт механики МГУ, 1999. С. 169-200.

სადაც (χ, ν) არის $(3+2 N_c + k_n)$ მდგომარეობის ვექტორი. (57), (58) განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ მოცემული სისტემა წარმოადგენს დინამიკურად გაფართოებულ სისტემას, რომელიც აღწერს პლატფორმის მოძრაობის დინამიკურ მოდელს განტოლებათა სისტემიდან განუსაზღვრელი თანამამრავლების გამორიცხვის სხვადასხვა მეთოდს მიყვავართ არაგოლონომიური მექანიკის განტოლებების სხვადასხვა ფორმამდე. აღვნიშნოთ $Q=B \mu$ - განზოგადოებული ძალის ვექტორი. თუ განზოგადოებული კოორდინატებისა და ძალის ვექტორი გავყოფთ ორ უფრო მცირე ზომის ვექტორად $q = \text{col}(q', q'')$, $q' = \text{col}(q_1, \dots, q_{k_n+N_c})$,

$$q'' = \text{col}(q_{k_n+N_c+1}, \dots, q_{n_q}), \quad Q = \text{col}(Q', Q''), \quad Q' = \text{col}(Q_1, \dots, Q_{k_n+N_c}),$$

$Q'' = \text{col}(Q_{k_n+N_c+1}, Q_{n_q})$ ისე რომ არაგოლონომიური კავშირების განტოლება შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგ სახეში

$\dot{q}'' = A(q)\dot{q}'$, მაშინ (45) დიფერენციალური განტოლებიდან მიღებულ განტოლებას

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \theta}{\partial \dot{q}'} - \frac{\partial \theta}{\partial q'} &= A^T(q) \left(Q'' + \frac{\partial \theta}{\partial q''} \right) Q' + A^T(q) \left(Q'' + \frac{\partial \theta}{\partial q''} \right) + \\ \left[\frac{dA^T(q)}{dt} - \frac{\partial A(q)\dot{q}'}{\partial q'} - A^T(q) \frac{\partial A(q)\dot{q}'}{\partial q''} \right] p_2 & \end{aligned} \quad (59)$$

ეწოდება ვორონცის განტოლება

აქ $\theta = \theta(q', q'', \dot{q}') \equiv T(q', q'', \dot{q}', A\dot{q}')$ სისტემის კინეტიკური ენერგიაა,

$p_2 = \frac{\partial T}{\partial q''}$ განზოგადებული იმპულსის ვექტორია იმ შემთხვევაში როცა,

კინეტიკური ენერგია და არაგოლონომიური კავშირების განტოლება არ არის დამოკიდებული q'' განზოგადებულ ვექტორზე, მაშინ (59) ვორონცის განტოლება მიიღებს სახეს :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \theta}{\partial \dot{q}'} - \frac{\partial \theta}{\partial q'} = Q' + A^T(q)Q'' + \left[\frac{dA^T(q)}{dt} - \frac{\partial A(q)\dot{q}'}{\partial q'} \right] p_2 \quad (60)$$

(60) განტოლებას ეწოდება ჩაპლინის განტოლება, თუ სისტემაზე მოქმედი ძალები პოტენციალურებია, ხოლო ძალოვანი ფუნქცია U არ არის დამოკიდებული q'' განზოგადებულ კოორდინატებზე, მაშინ ჩაპლინის (60) განტოლებაში ქრება შესაკრებები, რომლებიც დამოკიდებული არიან Q'' -ზე

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \theta^T}{\partial \dot{q}'} - \frac{\partial \theta}{\partial q'} = \frac{\partial U}{\partial q'} + \left[\frac{dA^T(q)}{dt} - \frac{\partial A(q)\dot{q}'}{\partial q'} \right] p_2$$

(49) ჩასმას (50)-ში მივყავართ არაგოლონომური სისტემის აპელის განტოლებამდე, ჩვეულებრივად აპელის განტოლება ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{v}} = \Pi$$

სადაც ფუნქციას

$$S = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \dot{r}_k^2$$

უწოდებენ აჩქარების ენერგიას, ან აპელის ფუნქციას

Π – არის $(k_n + N_c)$ განზომილებიანი განზოგადებული ძალების ვექტორი, რომელიც შეიძლება განსაზღვრული იქნეს ერთ-ერთი შემდეგი განტოლებებიდან:

$$\Pi = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \dot{r}_k^2}{\partial \dot{v}} F_k = \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_k^2}{\partial v} F_k = G_q^T \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_k}{\partial q} F_k = G_q^T Q$$

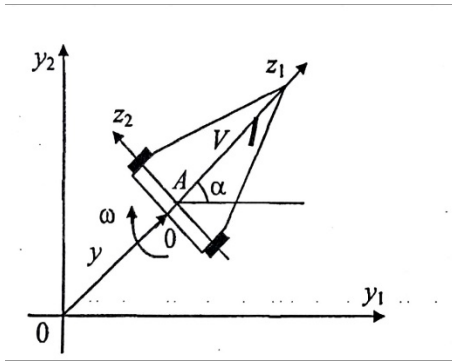
$$Q = \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_k}{\partial q} F_k = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \dot{r}_k}{\partial \dot{q}} F_k$$

აქ F_k - ეს არის ძალა, მასის m_k წერტილში მოდებული, განისაზღვრება ვექტორით

$r_k = r_k(q_k), \dot{r}_k, \ddot{r}_k$ შესაბამისად არის მასის m_k წერტილების სიჩქარე და აჩქარება. Q არის განზოგადებული ძალია ვექტორი.

1.7 ორამბავიანი თვლიანი რობოტის კინემატიკური მოდელი

მაგალითის სახით განვიხილოთ მობილური რობოტის დინამიკური მოდელის აგება, რომელიც შედგება ხისტი (მაგარი) პლატფორმისაგან, რომელიც აღჭურვილია ორი წამყვანი თვლიანი მოდელებისაგან და დამატებით ავლუგერული მოდელისაგან რომელიც ანიჭებს კონსტრუქციას მდგრადობას



ნახ.7 მობილური რობოტის კოორდინატთა სისტემა

იგულისხმება, რომ რობოტი მოძრაობს სიბრტყის პარალელურად, თვალი არადეფორმირებულია, ხოლო თვლის კონტაქტი სიბრტყესთან, ბრუნვა არის წერტილოვანი და არ არსებობს მოცურება.

განვიხილოთ თვლიანი რობოტის როგორც სისტემა, რომელიც შედგება პლატფორმისაგან და ორი მობრუნებადი სიმეტრიული თვლიანი მოდულისაგან, ლაგრანჟის ფუნქცია ვეძებთ შემდეგი სახით:

$$L=K+K_1 + K_2$$

სადაც, რობოტის პლატფორმის კინეტიკური ენერგია განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებიდან:

$$K=\frac{1}{2}(m\dot{y}^T\dot{y} + J\dot{a}^2)$$

K_j - კინეტიკური ენერგია j -ური ($j = 1,2$) თვლიანი მოდული განისაზღვრება

$$K_j = \frac{1}{2}(m_j\dot{y}_1^T\dot{y}_j + J_{jz}\dot{a}^2 + J_{jy}\dot{\theta}_j^2) \quad (64)$$

აქ m - არის რობოტის პლატფორმის მასა, j - არის პლატფორმის ინერციის მომენტი ვერტიკალური ღერძის მიმართ, რომელიც გადის მასის C წერტილში.

m_j არის j -ური თვლიანი მოდულის მასა, J_{jz} არის წამყვანი თვლის ინერციის მომენტი ვერტიკალური ღერძის მიმართ, J_{jy} -არის წამყვანი თვლის ინერციის მომენტი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ; \dot{y}_j არის j -ური მოდულის მასის ცენტრის წრფივი სიჩქარის ვექტორი; $\dot{\theta}_j$ არის მბრუნავი თვლის კუთხური სიჩქარე ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ.

(64) განტოლებიდან ვიპოვოთ თანაფარდობა პლატფორმის \dot{y} , a სიჩქარეებსა და j -ური თვლის ცენტრის \dot{y}^j წრფივ სიჩქარეებს შორის

$$\dot{y}^j = \dot{y} + \dot{a}T^T(a)E^T z^j$$

ან ექვივალენტური

$$\dot{y}^j = T^T(a)[I; E^T z^j]R(a)\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{a} \end{bmatrix} \quad (65)$$

სადაც, z^j არის j -ური თვლის ცენტრის კოორდინატები CZ_1Z_2 რობოტის კოორდინატთა სათავეში. (65) განტოლების გამოყენებით j -ური

მოდულის კინეტიკური ენერგია შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით

$$K_j = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{a} \end{bmatrix} R^T(a) \Lambda_j R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{a} \end{bmatrix} + J_{jz} \dot{a} \right) + J_{jy} \dot{\theta}_j^2 \quad (66)$$

სადაც Λ_j -არის მე-3 რიგის კვადრატული მატრიცა მოცემულ სახეში

$$\Lambda_j = m_j \begin{bmatrix} I & E^T z^j \\ (z^j)E & (z^j)z^j \end{bmatrix}$$

(63) და (66) გამოყენებით და $\theta = \text{col}(\theta_1, \theta_2)$ აღნიშვნის შემოღებით ლაგრანჟის ფუნქცია (62) ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$L = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{a} \end{bmatrix} R^T(a) \Lambda R(a) \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{a} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \Lambda_\theta \dot{\theta}$$

სადაც $\Lambda = \text{diag}(m_l, J) + \Lambda_\mu \Lambda_\beta \Lambda_\mu^T + \Lambda_1 + \Lambda_2$

$$\Lambda_\mu = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_\beta = \text{diag}(J_{1z}, J_{2z})$$

უკანასკნელი განტოლებიდან ვპოულობთ

$$L(\dot{q}q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q} \quad (67)$$

სადაც, $q = \text{col}(\gamma, a, \theta)$ არის ლოკალური კოორდინატები $M_q = R^2 x S^1 x S^1 x S^1$ მრავალსახეობის $A(q)$ არის მე-5 რიგის სიმეტრიული დადებითად განსაზღვრული მატრიცა

$$A(q) = \begin{bmatrix} R^T(a) \Lambda R(a) & 0 \\ 0 & \Lambda_\theta \end{bmatrix}$$

ამ შემთხვევაში (45) განტოლება მიიღებს სახეს

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = f + B_\mu$$

$$\text{სადაც } C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{a}^2 R(a) \Lambda_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_z = v_1 \begin{bmatrix} z^1 \\ 0 \end{bmatrix} + v_2 \begin{bmatrix} z^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mu = \text{col}(\mu_\theta) \in R^2$$

არის მომენტის ვექტორი, მოდებული რობოტის თვლის ჰორიზონტალურ ღერძებზე. თვლის მოცურების არარსებობის პირობებში რობოტის განსახილველი მოდელი სრულიად არაგოლონომიურია. ვექტორი, რომელიც აღწერს რეაქციის ძალებს, იმ პირობებში როდესაც არ არსებობს მოცურება განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით

$$F = J^T(q)\lambda = \begin{bmatrix} T'R(a) & -r & 0 \\ T''R(a) & 0 & 0 \end{bmatrix} \lambda$$

სადაც $\lambda \in R^4$ არის ლაგრანჟის განუსაზღვრელი თანამამრავლი;

$R = \text{diag}(r_1, r_2)$ - არის დიაგონალური მატრიცა, შედგენილი თვლის რადიუსებისაგან. T' და T'' მატრიცები იღებენ სახეს:

$$T' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -d \\ 1 & 0 & d \end{pmatrix} \quad T'' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

სადაც, $z_2^1 = d$, $z_2^2 = -d$. გარდა ამისა, იმ პირობით, რომ $q \in V_q \subset M_q$ არსებობს ისეთი ფუნქცია

$$v = \text{col}(v_1^1, v_2^1) \in R^2, \text{ რომ}$$

$$\dot{q} = G_q v = \begin{pmatrix} R^T B & 0 \\ r^{-1} T' B & 0 \end{pmatrix} v, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

მოცემულ მოდელს აქვს მანევრირების ორი ხარისხი

$k_m = m = 2$, ამასთან ის არ არის სტრუქტურულად ჭარბი, რადგანაც

$k_m = 0$. მისი მდგომარეობა სრულად ხასიათდება მდგომარეობის (q, v) ცვლადების ოჯახით. მაშასადამე განსახილველი ორამმრავიანი რობოტის დინამიკური მოდელი აღიწერება განტოლებით:

$$\dot{a} = R^T(a) B v^1 ;$$

$$\dot{\theta} = r^{-1} T' B v^1$$

$$A_1 \dot{v}^1 + C_1(v^1) = B^T (T')^T r^{-1} \mu_\theta$$

სადაც $A_1 = B^T(\Lambda + (T')^T r^{-1} \Lambda_\theta r^{-1} T')B$, $C_1 = G^T C'(q, v^1)$. მიღებული განტოლება შეიძლება მივიყვანოთ (49), (50) სახეში შემდეგი გარდაქმნის გამოყენებით

$$\mu = F(G_q^T B F)^{-1} (G_q^T C'' + G_q^T A_1 G_q u)$$

სადაც, $U = \text{col}(u_1, u_2) \in R^2; F = 1$

$$G^T C'(q, v^1) = C_1, G_q^T B = B^T (T_c')^T r^{-1}$$

თვლიანი რობოტის დინამიკური მოდელის საბოლოო განტოლებას ექნება შემდეგი სახე

$$\dot{q} = G_q v \tag{68}$$

$$\dot{v} = u \tag{69}$$

გამომდინარე აქედან, თვლიანი რობოტის პლატფორმის მოძრაობის დინამიკური მოდელის განტოლებებს აქვს სახე:

$$\dot{x} = G_x v \tag{70}$$

$$\dot{v} = u \tag{71}$$

სადაც, $X = \text{col}(y, a)$ და $G_x = R^T B$.

1.8 მადჯის განტოლება არაგოლონომიურ კავშირებთან ელექტრომექანიკური სისტემებისთვის

სტაციონალური რეჟიმების მდგრადობის რიგ ამოცანებში და თვლიანი რობოტების და მობილური მანიპულატორების მოძრაობის (გადაადგილებს) მართვა მოითხოვს მათემატიკური მოდელების აგებას რობოტის ელექტროამძრავი დინამიკის გათვალისწინებით. ასეთი აგება ხელსაყრელია ჩავატაროთ ლაგრანჟი-მაქსველის ფორმულების დახმარებით ელექტრომექანიკური სისტემებისათვის შესაბამისი არაგოლონომიური კავშირებით.²¹

²¹ Мартыненко Ю.Г. Применение теории неголономных . электромеханических систем к задачам динамики мобильных колёсных роботов // Сб. науч. статей, посв. 125-летию кафедры теоретической механики. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. С. 33-47.

ელექტრომექანიკური სისტემის ქვეშ იგულისხმება სისტემა, რომელშიც წარმოებს მექანიკური ენერჯის გარდაქმნა ელექტრომაგნიტურ ენერჯიად და პირიქით.

მექანიკური ქვესისტემის აღწერისას გამოიყენება მოდელი რაიმე N ერთობლიობის ურთიერთდაკავშირებული წერტილების (მათ შორის აბსოლუტურად მყარი სხეულების), რომელთა მდებარეობა სივრცეში განისაზღვრება n_q -ზომის ვექტორით ზოგადი q-კოორდინატებით. მექანიკური ქვესისტემის მოძრაობა აღიწერება ლაგრანჟის განტოლებით

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\sigma T}{\sigma \dot{q}} \right) - \left(\frac{\sigma T}{\sigma q} \right) = - \left(\frac{\sigma U}{\sigma q} \right) - \left(\frac{\sigma \psi_m}{\sigma q} \right) + Q^* + Q \quad (72)$$

აქ $T=(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q}$ არის სისტემის კინეტიკური ენერჯია, $A(q)$ არის ინერჯიის დადებითად განსაზღვრული მატრიცა, \dot{q} - არის n_q ზომის ვექტორი განზოგადებული კოორდინატებით, $-\frac{\partial U}{\partial q}$ არის პოტენციური ძალა, $U=U(q)$ არის სისტემის პოტენციური ენერჯია, $-\frac{\partial \psi_m}{\partial \dot{q}}$ არის დისციპაციის ძალა (შემკვრელი ხახუნის საწინააღმდეგო ძალა), $\psi_m = \frac{1}{2} \dot{q}^T B_m \dot{q}$ არის სისტემის დისციპაციური ფუნქცია, B_m არის დისციპაციური კოეფიციენტების მატრიცა, Q^* არის ვექტორი პონდერო მოტორული ძალის (ძალა, რომელიც მოქმედებს სხეულზე ელექტრომაგნიტური ველის მხრიდან) Q - არის ვექტორი არაკონსერვატიული ზოგადი ძალა მექანიკური ბუნების.

ვთქვათ განსახილველ ელექტრომექანიკურ სისტემაში შედის m კონტური. თითოეულ კონტურში შედის თანამიმდევრულად შეერთებული წრფივი გამტარები და კონდენსატორები. სხვადასხვა წრედები ერთმანეთს შორის ელექტრულად არ არიან დაკავშირებული, თუმცა ელექტრომაგნიტური პროცესი წრედებში არ არიან დამოუკიდებელი, რადგანაც ყველა წრედი იმყოფება საერთო მაგნიტურ ველში. აღვნიშნოთ $i_k (k = 1, 2, \dots, m)$ დენი, რომელიც გადის k კონტურში, u_k -თი აღვნიშნოთ დავალებული ემბ, რომელიც მოდებულია k კონტურზე. ვთქვათ $e_k (k = 1, 2, \dots, m)$ არის კონდენსატორების მუხტი, რომელიც დაკავშირებულია დენთან დამოკიდებულებით.

$de_k = i_k dt$ ან $\dot{e}_k = i_k$ შემოვიღოთ m განზომილებიანი ვექტორი $e = \text{col}(e_1, e_2, \dots, e_m)$ მუხტების და $i = \dot{e}$ დენების k კონტურის ომური წინაღობა აღნიშნოთ R_k კონდენსატორის ტევადობა, რომლებიც შედის k კონტურში აღნიშნოთ C_k და შემოვიტანოთ კვადრატული დიაგონალური მატრიცა

$$R = \text{diag}(R_1, \dots, R_m), \quad C = \text{diag}(C_1, \dots, C_m).$$

სხეულების ურთიერთგანლაგების ცვლილებისას განსახილველ ელექტრომექანიკურ სისტემაში კონდენსატორების ფენებს შორის დაშორება შეიძლება შეიცვალოს, ამიტომ ტევადობის სიდიდე არის ფუნქცია კოორდინატა სისტემის

$$C_k = C_k(q_1, \dots, q_{n_q}).$$

ელექტრული ველის ენერგია, რომელიც არის დამუხტული კონდენსატორების შემონაფენებს შორის განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \frac{e_k^2}{C_k} = \frac{1}{2} e^T C^{-1} e \quad (73)$$

ხოლო m -განზომილებიანი ვექტორის კომპონენტები $u^e = \text{col}(u_1^e, u_2^e, \dots, u_m^e)$, რომელიც შედგება u_k^e ძაბვებით k -ური კონდენსატორის შემონაფენებს შორის, შეიძლება ვიპოვოთ გამოსახულების დიფერენცირებით W_e ელექტრული ველის ენერჯისათვის მუტხით e_k :

$$u_k^e = \frac{\partial W_e}{\partial e_k} = \frac{e_k}{C_k}$$

ან ვექტორულ ფორმაში

$$u^e = \frac{\partial W_e}{\partial e} = C^{-1} e$$

თუ დენის გამტარები იმყოფებიან არაფერომაგნიტურ ერთგვაროვან და იზოლირებულ გარემოში, მაშინ გამოსახულება მაგნიტური ველის ენერჯისათვის შექმნილი ზოგადი სისტემის, რომელიც შედგება m კონტურისაგან დენებით, წარმოდგება კვადრატული ფორმით:

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sum_{r=1}^m L_{kr} i_k i_r \equiv \frac{1}{2} i^T L i \quad (74)$$

სადაც L_{kk} არის k -ური კონტურის ინდუქციურობა, L_{kr} - არის k -ური და r -ური კონტურების ურთიერთ ინდუქციურობა, L - სიმეტრიული

დადებითი მატრიცაა, რომლის კომპონენტები არიან L_{kr} ინდუქციობები. კონტურის ინდუქციურობა არის მისი ინერციულობის ზომა დენის ცვლილებების მიმართ. L_{kr} ინდუქციურობა გამოკიდებულია k -ური და r -ური კონტურების ზომებზე და ფორმებზე, მათ შორის დაშორებას, მათ ურთიერთმდებარეობაზე. გამომდინარე აქედან L_{kr} სისილის ფუნქცია ზოგადი კოორდინატების: $L_{kr} = L_{kr}(q_1, \dots, q_{n_q})$.

მაგნიტური ნაკადი რომელიც გადის k -ურ კონტურში პროპორციულია სისტემის კონტურში გამავალი დენის

$$\phi_k = \sum_{r=1}^m L_{kr} i_r \quad (75)$$

(74), (75) თანაფარდობიდან გამომდინარეობს, რომ ϕ_k მაგნიტური ნაკადი შეიძლება მიღებული იქნას (74) მაგნიტური ენერჯის გამოსახულების დენის i_k დიფერენცირების გზით, რომელიც წარმოადგენს დენების ერთგვაროვან კვადრატულ ფორმას

$$\phi_k = \frac{\partial W_m}{\partial i_k} \quad (76)$$

აღვნიშნოთ, u_k^i ინდუქციის ელექტრო მამოძრავებელი ძალა, რომელიც აღიძვრება k -ურ კონტურში ϕ_k მაგნიტური ნაკადის ცვლილებისას. ელექტრომაგნიტური ინდუქციის ძირითადი კანონის თანახმად, ინდუქციის ელექტრო მაგნიტური ძალა ჩაკეტილ კონტურში რიცხობრივად ტოლია და ურთიერთსაპირისპირო სიჩქარის ნიშნით მაგნიტური ნაკადის ცვლილება ზედაპირის გამჭოლად.

$$u_k^i = -\frac{\partial \phi_k}{\partial t} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_m}{\partial i_k} \right) \quad (77)$$

k -ური კონტურისთვის ომის კანონით

$$u_k + u_k^i = R_k i_k + u_k^e \quad (78)$$

(73) და (77) გათვალისწინებით (78) დან მივიღებთ:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_m}{\partial i_k} \right) + \frac{\partial W_m}{\partial e_k} + R_k i_k = u_k \quad (79)$$

ელექტრული დისიპატიური ფუნქცია

$$\psi_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m R_k i_k^2 \equiv \frac{1}{2} i^T R i \quad (80)$$

წარმოადგენს i_k დენების ერთგვაროვან კვადრატულ ფორმას, ასე რომ $2 \psi_e$ სიდიდეს წარმოადგენს ჯოულის სიბრტყის, რომელიც იფანტება სისტემაში გამტარების გათბობაზე, ამიტომ

$$R_k i_k = \frac{\partial \psi_e}{\partial e_k}.$$

(79) განტოლება ჩავწერთ ვექტორული სახით

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_m}{\partial i} \right) + \left(\frac{\partial W_e}{\partial e} \right) + \left(\frac{\partial \psi_e}{\partial i} \right) = u \quad (81)$$

M განზომილებიანი ვექტორის $u = \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ კომპონენტები (81) განტოლების მარჯვენა ნაწილში შედგება u_k ელექტრო მამოძრავებელი ძალებისაგან, რომელიც მოდებულია k-ურ კონტურზე.

ელექტრომაგნიტურ სისტემებში ენერჯიის ბალანსის განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ განზოგადებული ძალა შეიძლება ნაპოვნი იქნეს მაგნიტური და ელექტრული ენერჯიების სხვაობის განზოგადებული კოორდინატების დიფერენცირებით.

$$Q_j^* = \frac{\partial W_m}{\partial q_j} - \frac{\partial W_e}{\partial q_j} = \frac{\partial}{\partial q_j} (W_m - W_e) \quad (82)$$

(82) -ის ჩასმისთ (72)-ში, ჩავწერთ მექანიკური ქვესისტემის (72) განტოლება და ელექტრული წრედების (81) განტოლება ჩაკეტილი სისტემის განტოლების სახით.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial U}{\partial q} \right) - \left(\frac{\partial W_m}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial W_e}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial q} \right) &= Q \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_m}{\partial e} \right) + \left(\frac{\partial W_e}{\partial e} \right) + \left(\frac{\partial \psi_e}{\partial e} \right) &= u \end{aligned} \quad (83)$$

შემოვიღოთ ლაგრანჟის ფუნქცია ელექტრომექანიკური სისტემისთვის

$$L = T(q_j, \dot{q}_j) - U(q_j) + W_m(q_j, i_k) - W_e(q_j, e_k) \quad (84)$$

და ელექტრომექანიკური სისტემის დისიპატიური ფუნქცია ტოლია ელექტრული და მექანიკური დისიპატიური ფუნქციების ჯამის

$$\Psi = \Psi_m(q_j, \dot{q}_j) + \Psi_e(i_k),$$

ეს საშუალებას იძლევა მივიღოთ ელექტრომექანიკური სისტემის ლაგრანჟ-მაქსველის განტოლებათა სისტემა

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \dot{q}} \right) = Q \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{e}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial e} \right) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \dot{e}} \right) = u \quad (85)$$

(85) განტოლება ქმნის $n_q + m$ მეორე რიგის ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ზოგადი კოორდინატების და მუხტის თანაფარდობით. შემოვიღოთ S განზომილების ($s = n_q + m$) ვექტორი ზოგადი კოორდინატებით $z = \text{col}(q, e)$ და S განზომილების ვექტორი განზოგადებული ძალის $Z = \text{col}(Q, u)$ და (85) სისტემა ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \dot{z}} \right) = Z \quad (86)$$

ვთქვათ (86) სისტემის განზოგადებულ სიჩქარეზე დადებულია I წრფივი არაგოლონომიური კავშირი შემდეგი სახით:

$$J(q)\dot{z} = 0 \quad (87)$$

სადაც მართკუთხა (l_{x_s}) მატრიცა J დამოკიდებულია განზოგადებულ კოორდინატებზე.

(87) კავშირის არსებობისას (86) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \dot{z}} \right) = Z + J^T \lambda \quad (88)$$

აქ $\lambda = \text{col}(\lambda_1, \dots, \lambda_l)$ i -ზომის ვექტორის ლაგრანჟის განუსაზღვრელი თანამამრავლებით. (87) განტოლება ნიშნავს i -ზომის v ($r = s - l$) ვექტორის არსებობას ისეთის, რომ

$$\dot{z} = G_q(q)v \quad (89)$$

ლაგრანჟ-მაქსველის (88) განტოლების გამრავლება $G_q^T(q)$ მატრიცაზე საშუალებას იძლევა $G_q^T G^T = 0$ იგივეობაში გამოვრიცხოთ განუსაზღვრელი თანამამრავლები, განსაზღვრული (87) არაგოლონომიური სისტემით და განსახილველი ელექტრომექანიკური სისტემის განტოლება მივიყვანოთ მადჯის განტოლების (50) ფორმამდე

$$G_q^T \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \dot{z}} \right) - Z \right]_{i=G_q v} \quad (90)$$

(89), (90) განტოლებები ქმნიან ჩაკეტილ $s+r$ განტოლებათა სისტემას z და v ცვლადებისათვის, სისტემის რიგი ტოლია $2s-l$ -ის.

1.9 ორამპრავიანი თვლიანი რობოტის ელექტრომექანიკური მოდელი

ვთქვათ რობოტს, რომელიც განხილული იყო 1.7 პარაგრაფში დაყენებული აქვს ორი ელექტრო ძრავა მუდმივი დენის, რომლებიც უზრუნველყოფენ პლატფორმის წამყვანი თვლების მუშაობას. ელექტრული ქვესისტემა შეიცავს (შედგება) დენის ორი კონტურს, გამომდინარე აქედან, ელექტრომექანიკური ქვესისტემის განზოგადებული კოორდინატების ვექტორი $z = \text{col}(y, \alpha, \theta, e)$ შეიცავს e_1, e_2 მუხტებს, ამასთან $\dot{e}_j = i_j$ წარმოადგენენ დენებს რომლებიც გადიან შესაბამისი ძრავების კვების გარე წრედებში.

ვთვლით, რომ თვლების მოძრაობა ხდება მოცურების გარეშე, რასაც მივყავართ არაგოლონომიური კავშირების განტოლებამდე

$$J(q)\dot{z} = 0$$

სადაც $J(q)$ მატრიცას აქვს სახე

$$J(q) = \begin{bmatrix} T'R(\alpha) & -r & 0 & 0 & 0 \\ T''R(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}'$$

$r = \text{diag}(r_1, r_2)$ - არის დიაგონალური მატრიცა, რომელიც შედგენილია თვლების რადიუსებისაგან.

განსახილველ ელექტრომექანიკურ სისტემას აქვს თავისუფლების ოთხი ხარისხი. $q \in V_z \subset M_z$ პირობების არსებობისას არსებობს ასეთი ფუნქცია

$$v = \text{col}(v^j) \in R^2 \quad \text{რომ } \dot{z} = G_q v = \begin{bmatrix} R^T(\alpha)B & 0 \\ Z^{-1}T^T B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (91)$$

V ფუნქციის კომპონენტად ხელსაყრელია ავირჩიოთ A წერტილის სიჩქარის $V = y_1 \cos \alpha + y_2 \sin \alpha$ სიდიდეს, პლატფორმის კუთხური სიჩქარე $w = \dot{\alpha}$, ელექტროძრავის გარე წრედების დენები $i_1 = \dot{e}_1, i_2 = \dot{e}_2$.

მაშინ (67) განტოლებას სკალარულ ფორმაში ექნება შემდეგი სახე

$$\dot{y}_1 = V \cos \alpha, \quad \dot{y}_2 = V \sin \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega, \quad (92)$$

$$\theta_1 = \frac{v-d\omega}{r}, \quad \theta_2 = \frac{v+d\omega}{r}, \quad \dot{e}_2 = i_2 \quad (93)$$

გამოვთვალოთ სისტემის კინეტიკურ ენერგიას:

$$L=K+K_1 + K_2$$

სადაც, k პლატფორმის კინეტიკური ენერგიაა, რომელიც გამოითვლება (63) ფორმულით:

k_j -არის j -ური ($j=1,2$) ერთეულიანი მოდულის კინეტიკური ენერგიაა

$$K_j = \frac{1}{2} (m_j \dot{y}_j^T \dot{y}_j + J_{jz} \dot{\alpha}^2 + J_{jy} \dot{\theta}_j^2)$$

(94)

მოცემულ განტოლებებში m_j არის ჯამური მასა წამყვანი თვლის და ელექტროძრავის მოტორის, J_{jz} არის წამყვანი თვლის ინერციის მომენტი ვერტიკალური ღერძის მიმართ, $J_y = J_{jy} + n^2 J_{ry}$ არის თვლის ინერციის „მოჩვენებითი“ მომენტი. J_{jy} -არის თვლის ინერციის მომენტი ჰორიზონტალური ღერძის მიმართ, J_{ry} არის ელექტროძრავის მოტორის ინერციის მომენტი, n არის რედუქტორის გადაცემის რიცხვი.

$$K = \left(\frac{1}{2} m + m_j \right) (\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2) - 2m_j a (\dot{y}_1 \sin \alpha - \dot{y}_2 \cos \alpha) \dot{\alpha} - 2m_j d (\dot{y}_1 \sin \alpha + \dot{y}_2 \cos \alpha) \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} J + m_j a^2 + m_j d^2 + J_{jz} \right) \dot{\alpha}^2 + J_y (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2)$$

სადაც a არის დაშორება A წერტილისა მასის C ცენტრთან (ნახ. 1.7)

მაგნიტური ენერგია და დისიპატიური ფუნქცია [20,26] ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$W_m = \frac{1}{2} i^T L i + c n \theta^T i \quad (95)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} i^T R i \quad (96)$$

სადაც L არის ზოგადი ინდუქცია ელექტროძრავის წრედის, C არის ელექტრომექანიკური ურთიერთქმედების კოეფიციენტი, R არის მოტორის წრედის ომური წინაღობა, $\theta = col(\theta_1, \theta_2)$

პოტენციალური და ელექტრული ენერგიები ტოლია ნულის, ამიტომ განსახილველი სისტემის ლაგრანჟიანი განისაზღვრება მხოლოდ კინეტიკური და მაგნიტური ენერგიების ჯამით:

$$L = \left(\frac{1}{2}m + m_j\right)(\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2) - 2m_j a(\dot{y}_1 \sin \alpha - \dot{y}_2 \cos \alpha)\dot{\alpha} - 2m_j d(\dot{y}_1 \sin \alpha + \dot{y}_2 \cos \alpha)\dot{\alpha} + \left(\frac{1}{2}J + m_j a^2 + m_j d^2 + J_{jz}\right)\dot{\alpha}^2 + J_y(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{2}L(\dot{e}_1^2 + \dot{e}_2^2) + cn(\theta_1 \dot{e}_1 + \theta_2 \dot{e}_2) \quad (97)$$

ზოგადი ძალის ვექტორი მოიცავს ემბ u_1, u_2 ძაბვებს, რომელიც მოდებულნი არიან ელექტროძრავებთა

$$Q = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ U_1 \ U_2)^T \quad (98)$$

ვიღებთ რა მხედველობაში (91), (97), (98) და ჩავატარებთ აუცილებელ გამოთვლებს (90)-ში. მივიღებთ რობოტის მოძრობის დინამიკურ განტოლებებს.

$$m_0 \dot{V} - 2m_j d \dot{\omega} - \frac{cn}{r}(i_1 + i_2) = 0$$

$$-2m_j d \dot{V} + J_0 \dot{\omega} + 2m_j a V \omega + \frac{cnd}{r}(i_1 - i_2) \quad (99)$$

$$L \frac{di_1}{dt} + R i_1 + \frac{nc}{r}(V - d\omega) = U_1$$

$$L \frac{di_2}{dt} + R i_2 + \frac{nc}{r}(V + d\omega) = U_2$$

$$\text{სადაც } m_0 = m + 2m_j + 4 \frac{J_y}{r^2}, \quad J_0 = J + 2m_j a^2 + (m_0 - m)d^2 + 2J_{jz}$$

პირველი ორი განტოლების ელემენტალური გარდაქმნებით მივიღებთ რობოტის მოძრობის დინამიკურ განტოლებათა სისტემას

$$(4m_j^2 d^2 - J_0 m_0) \dot{V} - 4m_j^2 da V \omega + \frac{J_0 cn}{r}(i_1 + i_2) - \frac{2d^2 m_j cn}{r}(i_1 - i_2)$$

$$(J_0 m_0 - 4m_j^2 d^2)$$

$$\dot{\omega} + 2m_0 m_j a V \omega - \frac{2dm_j cn}{r}(i_1 + i_2) + \frac{dm_0 cn}{r}(i_1 - i_2) = 0 \quad (100)$$

$$L \frac{di_1}{dt} + R i_1 + \frac{nc}{r}(V - d\omega) = U_1$$

$$L \frac{di_2}{dt} + R i_2 + \frac{nc}{r}(V + d\omega) = U_2$$

უკანასკნელი ორი განტოლება (100) განტოლებაში აღწერენ გარდამავალ პროცესებს ელექტროძრავის წრედებში. წამყვანი თვლის მობრუნების კუთხეები θ_1, θ_2 და e_1, e_2 მუხტები არ შედის (100) განტოლებებში, ამიტომ (92), (93) კინემატიკური განტოლებებიდან შემდგომი განხილვებისას არსებითი არის მხოლოდ (92) განტოლება: $\dot{y}_1 = V \cos \alpha$, $\dot{y}_2 = V \sin \alpha$, $\dot{\alpha} = \omega$,

(100) სისტემაში მოსახერხებელია შემოვიყვანოთ ახალი დენები და ძაბვები

$$i_\sigma = i_1 + i_2, \quad i_\delta = i_2 - i_1, \quad U_\sigma = U_1 + U_2, \quad U_\delta = U_2 - U_1$$

i_σ, i_δ ახალი ცვლადებისათვის განტოლება მიიღება (100) განტოლებათა სისტემის ბოლო ორი განტოლების შეკრებითა და გამოკლებით

$$(J_0 m_0 - 4m_j^2 d^2) \dot{V} = -4m_j^2 daV\omega + \frac{J_0 cn}{r} i_\sigma + \frac{2d^2 m_j cn}{r} i_\delta$$

$$(J_0 m_0 - 4m_j^2 d^2) \dot{\omega} = -2m_0 m_j aV\omega - \frac{2dm_j cn}{r} i_\sigma + \frac{dm_0 cn}{r} i_\delta$$

$$L \frac{di_\sigma}{dt} = -Ri_\sigma - \frac{2cn}{r} V + U_\sigma, \quad L \frac{di_\delta}{dt} = -Ri_\delta - \frac{2dcn}{r} \omega + U_\delta, \quad (101)$$

მოცემულ თავში წარმოდგენილია თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების კლასიფიკაცია და აგების მეთოდები. რობოტების მოდელების აგების ძირითად მომენტებს წარმოადგენს კინემატიკური შეზღუდვების მიღება, რომლებიც გენერირდება თვლიან მოდულებში. წარმოდგენილი მიდგომა ამ შეზღუდვების მიღების ემსახურება ყველა მოდელის მიღების გამარტივებას და ახდენს მათემატიკური მოდელების აგების პროცედურას საჭიროს ავტომატიზებული პროექტირებისათვის.

ილუსტრაციისათვის მოცემულ თავში მოყვანილია კონკრეტული მაგალითები თვლიანი რობოტების კინემატიკური, დინამიკური და ელექტრომექანიკური მოდელების აგებისას.

თავი 2. თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების ანალიზი

მოცემული თავის ამოცანას წარმოადგენს თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების თვისებების კვლევა, რომლებიც უკავშირდებიან მათში მართვის ალგორითმების რეალიზაციას. ამ თვისებებს მიეკუთვნებიან: მიღწევადობა, მართვადობა და სტაბილიზაციის შესაძლებლობა. ამოცანის გადაწყვეტაში განსაკუთრებულ როლს თამაშობს დადგენილი აქტი ე.წ დიფერენციალური ბრტყელი გამომთვლელის

არსებობა, ეს ნიშნავს გამოსასვლელებს, რომელთა მიმართაც სისტემას არ აქვს ნულოვანი დინამიკა.²² ასეთი ტიპის სისტემის მაგალითად გამოდგება ბრუნოვსკის კანონიკური ფორმა.

კვლევა ჩავატაროთ არა წრფივი სისტემების გეომეტრიული თეორიის ბაზაზე. მოვიყვანოთ ამ თეორიის ზოგიერთი ზოგადი დებულება, რომელიც ეხება კვლევის საგანს.²³

2.1 მართვადობა

განვიხილოთ სისტემა, რომელიც მოცემულია (f, D) (წყვილის საშუალებით, სადაც $f \in TM$ -არის გლუვი ვექტორული ველი n -განზომილებიან გლუვ m მრავალწილადობის. $D \subset TM$ - გლუვი განაწილებაა M -სიმრავლეზე, $\dim D = m$. მოცემულ პირობებში არსებობს ისეთი გლუვი ვექტორული ველი $g_1(x), \dots, g_m(x)$, რომ $D = \text{span}\{g_1(x), \dots, g_m(x)\}$ სისტემა (f, D) განსაზღვრავს ვექტორულ ველს m მრავალწილადობას ტრანექტორიებს წარმოადგენენ დიფერენციალური განტოლების ამონახსნები.

$$\dot{x} = f(x) + \sum_1^n g_1(x)v_1, \quad v = \text{col}(v_1, \dots, v_2) \in U \subset R^m \quad (102)$$

სადაც $x = \text{col}(x_1, \dots, x_n)$ არის გლუვი M მრავალწილადობის ლოკალური კოორდინატები; $f, g_1(x), \dots, g_m(x)$ გლუვი ვექტორული ველია M ; $v \in U$ -ზე, m დროის ფუნქციაა. იმისათვის, რომ ჩამოვაყალიბოთ პირობები მიღწევადობის და მართვადობის, (102) სისტემისათვის განვსაზღვროთ გლუვი განაწილების მიმდევრობა

$$\tilde{D}_0 \subset \tilde{D}_1 \subset \dots \subset \tilde{D}_\infty \quad D_0 \subset D_1 \subset \dots \subset D_\infty \text{ შემდეგაირად} \\ \tilde{D}_0 = D$$

²² Tilbury D., Sondalen J., Bushnell L., Sasz 8. A multi-steering trailer system: Conversion into chained form using dynamic feedback II IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1995. V.1 1, N26. P.807-818

²³ Brockett R.W. Asymptotic stability and feedback stabilization II Differential Geometric Control Theory. Birkhauser: Boston, 1983. P.181-191

Isidori A. Nonlinear control systems. Berlin: Springer-Verlag, 1995

Nijmeijer 1-1., van der Schaft A.J.H. Nonlinear dynamical control systems. N.Y.: Springer-Verlag, 1990.

$$\tilde{\Delta}_i = \text{span}\{\tilde{\Delta}_{i-1}, [f, \tilde{\Delta}_{i-1}]\}. \quad i \geq 1$$

$$\tilde{\Delta}_\infty = \bigcup_{i=1}^{\infty} \tilde{\Delta}_i$$

$$D_0 = D$$

$$D_i = \text{span}\{D_{i-1}, D_f, D_{i-1}\}, \quad i \geq 1,$$

$$D_\infty = \bigcup_{i=1}^{\infty} D_i$$

სადაც $D = \text{span}\{g_1(x), \dots, g_m(x)\}$ - არის მართვადი განაწილება, $D_f = \{f + X; X \in D\}$ აღსანიშნავია, რომ არაკონტროლირებადი დრეიფის არმქონე სისტემისათვის $f=0$ სამართლიანია $\tilde{\Delta}_i(x) = \Delta_i(x)$, $i = 1, 2, \dots$ ნებისმიერი $x \in F_v$ -სთვის. ცნობილია, რომ (102) ანალიზურ სისტემას გააჩნია თვისება მკაცრი მიღწევადობისა x წერტილიდან, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც

$$\text{rank} C_0(x) = 0 \tag{103}$$

(102) ანალიზურ სისტემას აქვს მიღწევადობის თვისება x წერტილიდან (წერტილთა სიმრავლე, მისაწვდომია x -დან ნებისმიერ $T \geq 0$ დროში, შეიცავს არა ცარიელ ღია R^n სიმრავლეს) მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა

$$\text{rank} C(x) = n$$

(102) სისტემას ეწოდება მართვადი, თუ თითოეულ წერტილთა $x_0, x_1 \in R^n$ წყვილისათვის არსებობს სასრული $0 \leq T < \infty$ დრო და დასაშვები მართვა $v: [0, T] \rightarrow U \subset R^m$ ისეთი, რომ $x(t)$ სისტემის შესაბამისი ტრაექტორიას აქვს თვისება $x = (T, 0, x_0, v) = x_1$ თქვათ $f \in D$ და სიმრავლე

$$F = \{f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) v_i; (v_1, \dots, v_m) \in U\}$$

სიმეტრიულია (ე.ი $X \in F$ დან გამომდინარეობს $-X \in F$) მაშინ, იმისათვის, რომ (102) სისტემა უნდა იყოს მართვადი. საკმარისია რომ ეს იყოს მკაცრად მისაწვდომი, ე.ი აუცილებელია (103) პირობის შესრულება. ამ შემთხვევაში როდესაც მართვადი განაწილება d არის ანალიზური, ეს პირობა არის აგრეთვე აუცილებელი.²⁴

²⁴ Лямин А.В., Русак А.В. Использование конечных автоматов при решении нетривиальных транспортных задач управления мобильным роботом // Системы управления и информационные технологии. Перспективные исследования. Воронеж, 2006, № 4.2(26). С.248 - 252.

რობოტის პლატფორმის მოძრაობის ყველა კინემატიკური მოდელი, რომლებიც განხილული იყო 1.6 პარაგრაფში, წარმოადგენს სრულად მართვადებს. პლატფორმისათვის კინემატიკური სქემით, რომელიც შედგება მხოლოდ მობრუნებადი ასიმეტრიული მოდელებისაგან (მაგ. 1.1), მართვადობა გამომდინარეობს იმ ფაქტიდან, რომ მართვადი განაწილება D_x , აქვს ზომები ტოლი მდგომარეობის ვექტორის x განზომილების. სხვა შემთხვევებში (მაგ. 1.2-1.5) მართვადობა წარმოადგენს პირდაპირ შედეგს სრულად არაგოლონომურობა კინემატიკური მოდელის. ($\text{rank } C_0(x) = m_0(x) = n$, სადაც $n = \dim(x)$),

აღვნიშნოთ, რომ წრფივი სისტემა

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m g_i(x_0)v_i$$

წარმოადგენს (2.1) სისტემის გაწრფივების შედეგად მიღებულს, $f=0$ მისი ამოხსნა $\chi = \chi_0$,

$v = 0$ სრულად მართვადია მხოლოდ იმ შემთხვევაში თუ $m = n$ გამომდინარე აქედან თვლიანი რობოტების კინემატიკური მოდელების გამოყენებისას ვღებულობთ რომ წრფივი აპროქსიმაცია კინემატიკური მოდელების პლატფორმის მოძრაობისა რომლებიც აღჭურვილნი არიან ასიმეტრიული თვლიანი მოდელებით არის მართვადი, მაშინ როცა ყველა დანარჩენი მოდელებისთვის არის არა მართვადი.

2.2. კანონიკური ფორმები და დიფერენციალური ბრტყელი სისტემები.

ხშირ შემთხვევებში მართვის ალგორითმის სინთეზი შეიძლება იქნას გამარტივებული, კოორდინატთა სისტემის წინასწარი შეცვლის ხარჯზე, რომლის შედეგად რობოტის მოდელების განტოლებები იღებენ უფრო მარტივ კანონიკურ ფორმას (102) სახის არა წრფივი სისტემის გარდაქმნის პრობლემა მდგომარეობს იმაში, რომ მოძებნილი იქნას ისეთი არა წრფივი

შეცვლა კოორდინატების და უკუ კავშირის რომ ახალ კოორდინატებში ტრანსფორმირებული სისტემა იღებს წრფივი მართვადი სისტემის სახეს.²⁵

$$\dot{e} = A_e + B_u \quad (104)$$

სადაც A - ($n \times n$) და B - ($n \times m$) მუდმივი მატრიცებია და (A, B) მართვადი წყვილია.

განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს ბრუნოვსკის კანონიკურ ფორმამდე მიყვანა, რომელიც ხასიათდება იმით, რომ A და B მატრიცებს აქვთ შემდეგი ბლოკურ-დიაგონალური სტრუქტურა

$$A = \text{diag}(A_1, \dots, A_m) \quad B = \text{diag}(B_1, \dots, B_m),$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{k_i \times k_i}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{k_i \times 1},$$

სადაც მთელი რიცხვები $K_i, i=1, \dots, m$ იწოდებიან (104) წრფივი სისტემის მართვადობის ინდექსებად. რადგანაც განსახილველი სისტემა ხასიათდება იმით, რომ მათი მართვადი განაწილება არა ინვალუტურია, ისინი არ შეიძლება მივიყვანოთ ბრუნოვსკის ფორმამდე უშუალოდ კოორდინატების არა წრფივი შეცვლით და სტატიკური უკუკავშირით. თუმცა ზოგიერთი დამატებითი ვარაუდებით შესაძლებელი ხდება საწყისი (102) სისტემის ტრანსფორმირება, $f=0$ სისტემაში, წარმოდგენილი e კოორდინატებში ე.წ. ჯაჭვური ფორმით:

$$\dot{e}_0 = U_0 \quad (105)$$

$$\dot{e}_1 = (Ae_1)u_0 + Bu_1 \quad (106)$$

სადაც, $e_0 = \text{col}(e_0), e_1 = \text{col}(e^1, e^2, \dots, e^{m-1}), e^i \in R^{k_i}, i \in [1, m-1], u_0 = \text{col}(u^0), u_1 = \text{col}(u^1, u^2, \dots, u^{m-1})$. A და B მატრიცები წარმოდგენილია ბრუნოვსკის კანონიკურ ფორმაში K_1, \dots, K_{m-1} მართვის ინექსებით, U_0 გენერირებადი შესასვლელი.

²⁵ Мартыненко Ю. Г. . Айлитическая динамика Аэлэктромеханических систем. М.: Изд-во МЭИ, 1985

არა გოლონომიური მართვის სისტემის წარმოდგენა ჯაჭვური ფორმით აადვილებს ასეთი ამოცანების გადაწყვეტას. ჯაჭვურ ფორმას ერთი გენერირებადი შესასვლელით უწოდებენ ერთგენერატორულ ფორმას, მის მდგომარეობის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{aligned} \dot{e}_0^0 &= u^0, \\ \dot{e}_1^1 &= e_2^1 u^0, \quad \dots \quad \dot{e}_1^{m-1} = e_2^{m-1} u^0, \\ &\vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ \dot{e}_{k_1-1}^1 &= e_{k_1}^1 u^0, \quad \dots \quad \dot{e}_{k_{m-1}-1}^{m-1} = e_{k_{m-1}}^{m-1} u^0, \\ \dot{e}_{k_1}^1 u^1, &\quad \dots \quad \dot{e}_{k_{m-1}}^{m-1} u^{m-1}. \end{aligned}$$

(107)

განტოლებათა სტრუქტურიდან ჩანს, რომ მდგომარეობის ტრაექტორია ყოველი ჯაჭვის, ე.ი $e_0^0, e_1^1, \dots, e_1^{m-1}$, განსაზღვრავს მთელი სისტემის ტრაექტორიას შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$e_{i+1}^j = \frac{e_i^j}{e_0^0} j \in \{1, \dots, m-1\}, i \in \{1, \dots, k_j-1\}.$$

გამოსასვლელი ცვლადების $h=h(e,u)$ ეწოდება ბრტყელი $\dot{e} = f(e,u)$ სისტემისათვის თუ სისტემის ყველა ცვლადი წარმოადგენს გამოსასვლელის h დიფერენციალური ფუნქციებს, ე.ი e და u წარმოადგენს გამოსასვლელის h ფუნქციებს და მათი წარმოებულების სარულ რიცხვს. ექვივალენტური ბრტყელი გამოსასვლელი-ესაა გამოსასვლელი, რომლის მიმართ სისტემას არ აქვს ნულოვანი დინამიკა. სისტემა წარმოადგენს დიფერენციალურად ბრტყელს, თუ შეიძლება მოიძებნოს ბრტყელი გამოსასვლელი.

განსაზღვრება 2.1 სისტემას $\dot{e} = f(e,u)$, სადაც $e \in R^n$ - მდგომარეობა ცვლადია, $u \in R^m$ - მართვის ცვლადია, ვუწოდოთ დიფერენციალურად ბრტყელი, თუ არსებობს ცვლადები (ბრტყელი გამოსასვლელი) $h \in R^m$ - ისეთი, რომ

Z - არის რაიმე დადებითი მთელი რიცხვი.

კერძოდ (107) ჯაჭვური ფორმა არის დიფერენციალურად ბრტყელი სისტემა ბრტყელი გამოსასვლელებით $e_0^0, e_1^1, \dots, e_1^{m-1}$. ზოგადად საკითხი იმის შესახებ წარმოადგენს თუ არა სისტემა დიფერენციალურად ბრტყელი დაიყვანება დიფერენციალურად ბრტყელი გამოსახულების მოძებნამდე. სისტემის ბრტყელ გამოსასვლელად შეიძლება ავირჩიოთ პლატფორმის ცენტრის y კოორდინატი, როცა $K_m=2$ ან y კოორდინატი და პლატფორმის ორიენტაციის α კუთხე, როცა $K_m=3$.

მოვიყვანოთ მაგალითი ორამძრავიანი თვლიანი რობოტის, რომელიც არის ზოგადი მოდელი არაგოლონომიური თვლიანი რობოტისა.²⁶

მაგალითი 2.1 განვიხილოთ ორამძრავიანი, ორსაჭიანი თვლიანი რობოტის მოდელი. ამ შემთხვევაში $K_m=3$ და პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკურ მოდელს აქვს სახე

$$\dot{y} = R^T(\alpha)B(\beta)v^1 \quad (108)$$

$$\dot{\beta} = v^2 \quad (109)$$

სადაც, $\beta \in \{(\beta_1, \beta_2): \cos\beta_1 \cos\beta_2 \neq 0\} \subset S^1 * S^1$; $v^1 = v_1 \in R$ და $v^2 = \text{col}(v_2, v_3) \in R^2$ სისტემის შესასვლელებია.

ავირჩიოთ გამოსასვლელებად γ, α ცვლადები. მაშინ (108), (109) სისტემები იქნებიან დიფერენციალურად ბრტყელი თუ განტოლებას

$$V=B(\beta)v_1,$$

$$\text{სადაც } V=R(\alpha)\dot{\gamma}$$

ერთადერთი ამოხსნა $(v_1, \beta_1, \beta_2) \in R \times S^1 \times S^1$.

იმისათვის, რომ ეს ვაჩვენოთ, განვიხილოთ მატრიცა, $[B(\beta); B'(\beta)v_1]$

$$\text{სადაც } B'(\beta) = \left(\frac{\partial B}{\partial \beta}\right) |_{\beta}$$

პირველი წარმოებულების მატრიცაა. განსაზღვრების თანახმად

$$T_c'' B = 0, \beta \in \{(\beta_1, \beta_2): \cos\beta_1 \cos\beta_2 \neq 0\}.$$

²⁶ Мартыненко Ю. Г. Проблемы управления и динамики мобильных роботов // Новости искусственного интеллекта. 2002. № 4 (52). С. 18-23. ‘

თუ უკანასკნელ განტოლებას გავადიფერენციალებთ დროის მიხედვით და გავითვალისწინებთ (12), (108) განტოლებებს, მივიღებთ

$$T_c'' B v_1 = \text{diag}(V_1^j), j = 1, 2,$$

სადაც, $V_i = \{V_1^j\} = T_c' V$ არის წრფივი სიჩქარეების პროექციის ვექტორია $C^j (j = 1, 2)$ კოორდინატთა სისტემის $C^i \equiv^i$ ღერძზე, იმ პირობით, რომ გრძივი სიჩქარე $V_1^j (j = 1, 2)$ განსხვავებულია ნულისაგან, როცა .. ვიპოვოთ

ვისარგებლოთ უკუ ფუნქციის თეორემით მივიღებთ, რომ ასახვა

არის ლოკალური $B(\beta) v_1: R \times S^1 \times S^1 \rightarrow R^3$ გამომდინარე აქედან, არსებობს უკუ ასახვა, ე.ი არსებობენ გლუვი ფუნქციები

$$v_1 = v_1(\alpha, \dot{\alpha}, \dot{\gamma}) \tag{110}$$

$$\beta = \beta(\alpha, \dot{\alpha}, \dot{\gamma}) \tag{111}$$

მიღებული განტოლებები საშუალებას გვაძლევენ ვიპოვოთ $(v_1 \beta_1, \beta_2)$ ცვლადები.

(111) დიფერენცირებით დროის მიხედვით ვპოულობთ

$$v^2 = v^2(\alpha, \dot{\alpha}, \dot{\gamma}, \ddot{\alpha}, \ddot{\gamma}) \tag{112}$$

იმ პირობით, როცა $\begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \neq 0$ ან რაც ექვივალენტურია $\beta \in \{(\beta_1, \beta_2): \cos \beta_1 \cos \beta_2 \neq 0$ და $v_1 \neq 0$ ცვლადები γ, α წარმოადგენენ დიფერენციალურ ბრტყელ გამოსასვლელებს. ხოლო სისტემა (108), (109)- დიფერენციალურად ბრტყელია.

2.3 თვლიანი რობოტების მოდელების სტატისტიკური და დინამიკური გაწრფივება

(102) სახის სისტემის გაწრფივების ყველა მეთოდის საერთო ხაზს წარმოადგენს ის ფაქტი, რომ სისტემის შესასვლელების ვექტორული ველი $g_i, i = 1, \dots, m$ მთლიანი ოჯახიდან გამოიყოფა ..ოჯახი, რომლის არსებობას

განსაზღვრავს არაინვოლუტური განაწილება D^{27} , ე.ი ამ გამოყოფის შემდეგ დარჩენილი შესასვლელობის სისტემის ვექტორული ველი წარმოდგენს ინვოლუტური განაწილების ბაზისს. განაწილებისას, რომელიც იყენებს დინამიკურ უკუ კავშირს მმართველი ზემოქმედებისათვის, მოცემული ქვეოჯახის შესაბამისობაში აიგება დინამიკური კომპენსატორი. სტატიკური გაწრფივება. ვთქვათ $m_1(x) = \text{rank} D_i(x), x \in V \quad F_1 = \{x \in V: m_j = \sup \text{rank} D_j(x), j = 0, \dots, i\}$ შევნიშნოთ, რომ $m = m_0 \leq m_1 \leq \dots \leq m_\infty \leq n = \dim R^n$ და $V = F_0 \supset F_1 \supset \dots \supset F_\infty = B$

დავუშვათ, რომ განაწილება D_i ლოკალურად რეგულარულია, არსებობს დადებითი რიცხვი $p \leq n - m$ ისეთი, რომ

$$D_0(x) \subset \dots \subset D_{p-1}(x) \subset D_p(x) = D_{p+1}(x) = \dots = D_\infty(x) = C_0, \forall x \in F_p$$

განსაზღვრება 2.2²⁸. (102) სისტემას უწოდებენ გაწრფივებად V_0 მახლობლობაში $x=0$ წონასწორობის მდგომარეობით არა წრფივი კოორდინატების ცვლილებით და სტატიკური უკუკავშირით, თუ არსებობს დიფეომორფიზმი კონფიგურაციული სივრცის

$$E = S(x), S: V_0 \subset R^n \rightarrow R^n, S(0) = 0 \tag{113}$$

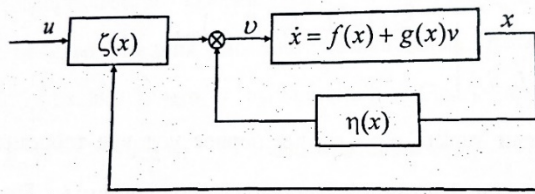
და სტატიკური უკუ კავშირი (ნახ 8)

$$V = \mu(x) + \sum_{i=1}^m G_1(x) u_i, u_i \in R^m \tag{114}$$

სადაც მატრიცა $(\mu(x) G_1(x): V_0 \subset R^n \rightarrow R^m, \mu(0) = 0$ და $G_1(x) = [G_1(x): \dots : G_1(x)], \forall x \in V_0$ ისეთი, რომ ტრანსფორმირებადი სისტემა იღებს წრფივი სისტემის (103) სახეს და A და B მატრიცებით, წარმოდგენილი ბრუნოვსკის კანონიკურ ფორმაში.

²⁷ Мартыненко Ю.Г. Управление дВИЖеЁиём мобильных колёсных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. М.: Центр новых информационных технологий МГУ, Издательский дом «Опфильные системы», 2005. Том 11, № 8. с. 29-80

²⁸ Мирошник И.В., Никифоров О.В., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими объектами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.



ნახ 8. სტატიკური უკუ კავშირი

მოცემული პრობლემის გადაწყვეტის აუცილებელ და საკმარის პირობას სისტემისათვის იძლევა შემდეგი თეორემა

თეორემა 2.1 (102) სისტემა ლოკალურად გაწრფივებულია $V_0 \subset V$ მიდამოში $x=0$ წონასწორობის მდგომარეობით არაწრფივი კოორდინატების შეცვლით და სტატიკური უკუ კავშირით მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც შესრულებულია შემდეგი ოთხი პირობა:

1. (102) სისტემა ლოკალურად მისაწვდომია;
2. D_1 არის ინვალენტური და რეტელარული განაწილება ყოველი $x \in f_i, i \geq 0$

ახალი სახე არაწრფივი კოორდინატების შეცვლის (108) და სტატიკური უკუ კავშირი (109) შეიძლება მიღებული იქნას შემდეგნაირად ²⁹. განვსაზღვრავთ $V_0 = 0$, $V_1 = \sum_{j,k}^i K_j$ რიცხვების თანმიმდევრობას იმ შემთხვევაში თუ სრულდება თეორემის პირველი პირობა, $V_m = n$. მაშინ კოორდინატების შეცვლის კომპონენტები განისაზღვრებიან შემდეგნაირად:

$$\langle dS_{v_{i+1}}, \tilde{\Delta}_{k_{i+1}-2} \rangle = 0, i = 0, \dots, m-1,$$

$$S_{v_{i+j}} = L_f^{j-1} S_{v_{i+1}}, i = 0, \dots, m-1, j = 0, \dots, k_{i+1},$$

ხოლო სტატიკური უკუ კავშირის (109) კომპონენტები

$$\eta(x) = -\hat{\zeta}^{-1}(x) \hat{\nu}(x) \quad \text{და}$$

$$\zeta(x) = [\zeta_1(x) : \dots : \zeta_m(x)] = \hat{\zeta}^{-1}(x)$$

²⁹ Мирошник И.В., Никифоров 8.0, Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими объектами. СПб.: Наука, 2000. 549 с

სადაც

$$\hat{\eta}(x) = \begin{bmatrix} L_f S_{v_1} \\ L_f S_{v_2} \\ \vdots \\ L_f S_{v_m} \end{bmatrix}, \hat{\xi}(x) = [L_g, L_f^{-1} S_{v_{i+1}}]_{m \times m}.$$

იმ შემთხვევაში, თუ $\text{rank} C_0 = p < n$, ე.ი თეორემის პირველი პირობა არ არის შესრულებული, შეიძლება მივადწიოთ სისტემის ნაწილობრივ გაწრფივებას მაშინ, თეორემის თანახმად არსებობს ლოკალურად წრფივად-დამოუკიდებელი ფუნქცია $e_1^1(x), \dots, e_{n-p}^1(x)$, კოორდინატთა შეცვლის ნაწილობრივ გაწრფივებულ სისტემას აქვს სახე

$$S(x) = (S^1(x), S^2(x)), \text{ სადაც, } S^1(x) = \text{col}(e_1^1(x), \dots, e_{n-p}^1(x)),$$

ხოლო $S^2(x)$ მიღებული იქნა ზემოთ მოყვანილი ალგორითმი.

შესაბამისი სტატისტიკური გაწრფივების შესრულების შემდეგ ვიპოვოთ

$$e^1 = f^1(e^1),$$

$$e^2 = A e^2 + B u,$$

სადაც, $e^1 = \text{col}(e_1^1, \dots, e_{n-p}^1)$, $e^2 = \text{col}(e_{n-p+1}^2, \dots, e_n^2)$, (A,B) წყვილი მართვადია და წარმოდგენილია ბრუნოვსკის კანონიკურ ფორმაში, ზემოთ თქმულიდან გამომდინარეობს, რომ რობოტის პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი, რომელიც აღჭურვილია მხოლოდ ასიმეტრიული თვლიანი მოდულებით წარმოადგენენ გაწრფივებად სტატისტიკური უკუ კავშირის ხარჯზე, როგორც წესი ის მართვადია ($\text{rank} C_0 = \text{rank} C_x = 3$) და მართვადი განაწილება $D_x = \text{span}\{\text{col} R^T(a)\}$ ინვალუტურია. გაწრფივებულ უკუ კავშირს ამ შემთხვევაში აქვს სახე

$$V = R(a)u.$$

თუმცა არაგოლონომიური რობოტის კინემატიკური მოდელი თავისი განსაზღვრების ძალით წარმოადგენს მკაცრად მიღწევადს და მართვადს რამდენადაც D_x განაწილება არაინვალუტურია, მაშინ თეორემის მე-2 პირობა არ სრულდება, გამომდინარე აქედან, ასეთი მოდელი არ შეიძლება მიყვანილ იქნას ბრუნოვსკის კანონიკურ სახემდე კანონიკურ უკუ კავშირის საშუალებით.

განვიხილოთ მაქსიმალურად არაგოლონომიური სისტემა. თუ მართვადი განაწილება $D = \text{span}\{g_1, \dots, g_m\}$ ლოკალურად რატულარულია, მაშინ არსებობს ოჯახი გლუვი წრფივად დამოუკიდებელი ვექტორული ველი. ისეთი, $g'_1(x), i = 1, \dots, m$ რომ სრულდება $D = A + \text{span}\{g'_1\}$, სადაც $A = \text{span}\{g'_2, \dots, g'_m\}$. შემოვიღოთ თანმიმდევრული განაწილება $A_0 \subset A_1 \subset \dots \subset A_\infty$ რეკურენტურად განსაზღვრული შემდეგნაირად

$$\Lambda_0 = D,$$

$$\Lambda_i = \text{span}\{\Lambda_{i-1}, [\Lambda_{g'_1}, \Lambda_{i-1}]\}, i \geq 1,$$

$$\Lambda_\infty = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Lambda_i,$$

სადაც, $A_{g'_1} = \{g'_1 + X : X \in A\}$ დაშვებაში, რომ A განაწილება ლოკალურად რეგულარულია, არსებობს დადებითი რიცხვი $p \leq n - m + 1$ ისეთი, რომ

$$A_0(x) \subset \dots \subset A_{p-1}(x) \subset A_p(x) = A_{p+1}(x) = \dots = A_\infty(x) = C'_0$$

მტკიცებულება 2.1 . განვიხილოთ $(0, D)$ სისტემა შემდეგი სახის $D = A + \text{span}\{g'_1\}$ მართვადი განაწილებით, სადაც D განაწილება რეგულარულია, $\text{rank} D(x) = m$ განაწილება A ინვალუტურია და $\text{rank} A(x) = m - 1$, $m \geq 2$ ყოველი $x \in W \subset R^n$ სათვის.

ვიგულისხმობთ, რომ შესრულებულია შემდეგი პირობები

$$(1) (A_p + \text{span}\{g'_1\}) = TR \text{ ყოველი } x \in W$$

(2) Λ_i არის რეგულარული და ინვალუტური განაწილება W -ზე ყოველი $i \geq 0$ -თვის.

მაშინ არსებობს განაწილება $W \subset R^n$ -ზე დიფერენციალური კონფიგურაციული სივრცე $e = S(x)$ და სტატისტიკური უკუ კავშირი შემდეგი სახის

$$v = S(x)u, u \in R^m$$

($S(x)$ - არის არაგანსაკუთრებული მატრიცა $\forall x \in W$ -თვის,) ისეთი, რომ ტრანსფორმირებულ სისტემას აქვს e -კოორდინატებში წარმოდგენა ციფრულ ფორმაში (105),(106).

მაგალითი 2.2 გამოვიკვლიოთ თვლიანი რობოტის მოდელების ჯაჭვურ ფორმაში გარდაქმნის საკითხი, რომელიც აღწერილი იყო 1.2 მაგალითში ამ ტიპის თვლიანი რობოტების ვექტორული ველია $g'_1 = \frac{\partial}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_4}$ და განაწილება $A = \text{span}\{g'_2, g'_3\}$ სადაც,

$$g'_2 = \cos(x_3 + x_4) \frac{\partial}{\partial x_1} + \sin(x_3 + x_4) \frac{\partial}{\partial x_2},$$

$$g'_3(x) = -\frac{\partial}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_4},$$

სრულად აკმაყოფილებენ 2.1 მტკიცებულების პირობებს, გამომდინარე აქედან, მოცემული ტიპის თვლიანი რობოტის მოდელი შეიძლება მიყვანილი იქნა V ჯაჭვურ ფორმამდე წარმოდგენილი (107). გამოვიყენოთ (g'_1, Λ) სისტემისთვის სტატიკური გაწრფივება, რადგანაც სისტემის მართვადობის ინდექსები $(g'_1, \Lambda) - k_2 = 2, k_3 = 1$ ამიტომ ზემოთ აღწერილი ალგორითმის თანახმად ახალი კოორდინატები

$$S(x) = \text{col}(e_0^0(x), e_1^1(x), e_2^1(x), e_1^2(x)) \text{ უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს } < e_0^0(x), A_1 \geq 0, < e_1^1(x), A_0 \geq 0, e_2^1(x) = L_{g'_1} e_1^1(x)$$

ხოლო $e_1^2(x)$ აირჩევა ახალი კოორდინატების წრფივად დამოუკიდებლობის პირობებიდან.

სადიებელი კოორდინატის ცვლილებას აქვს სახე

$$e_0^0(x) = x_3 + x_4,$$

$$e_1^1(x) = -x_1 \sin(x_3 + x_4) + x_2 \cos(x_3 + x_4),$$

$$e_2^1(x) = -2(x_1 \cos(x_3 + x_4) + x_2 \sin(x_3 + x_4)),$$

$$e_1^2(x) = x_3 - x_4.$$

სტატიკური უკუ კავშირი უნდა ავარჩიოთ შემდეგი ფორმით $v = \widehat{S^{-1}u}$, სადაც,

$$\xi = \begin{bmatrix} L_{g_1} e_0^0 & L_{g_2} e_0^0 & L_{g_3} e_0^0 \\ L_{g_1} e_2^1 & L_{g_2} e_2^1 & L_{g_3} e_2^1 \\ L_{g_1} e_1^2 & L_{g_2} e_1^2 & L_{g_3} e_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & -2e_1^1 & -2e_1^1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \det \xi = -4.$$

საბოლოოდ ტრანსფორმირებულ სისტემას აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{e}_0^0 = u^0; \quad \dot{e}_1^1 = e_0^1 u^0;$$

$$\dot{e}_2^1 = u^1; \quad \dot{e}_1^2 = u^2.$$

განსახილველი არა გოლონომიური კინემატიკური მოდელები პლატფორმის მოძრაობის $\dot{\chi} = G_\chi(\chi)v$ არა წრფივი კოორდინატების ცვლილების სტატიკური უკუკავშირის ხარჯზე არ შეიძლება სრულად იქნას გაწრფივებული $\chi = 0$ წონასწორობის მდგომარეობის მიდამოში, მაგრამ ის შეიძლება მიყვანილი იქნას ჯაჭვურ ფორმასთან. ეს ნიშნავს, რომ კინემატიკური მოდელი მდგომარეობის მიხედვით არის დიფერენციალური ბრტყელი სისტემა.³⁰ კინემატიკური მოდელის ბრტყელი გამოსასვლელების რაოდენობა ტოლია რობოტის მანევრების ხარისხის k_M . დინამიკური გაწრფივება

განსაზღვრება 2.3. (f,D) სისტემას ეწოდება გაწრფივებული V_0 მიდამოში წონასწორობის მდგომარეობაში $(x,w)=(0,0)$ არა წრფივი კოორდინატების შეცვლით, თუ არსებობს დიფეომორფიზმი გაფართოებული კონფიგურაციული სივრცის

$$e=S(x,w), S: V_0 \subset R^n \times R^p \rightarrow R^n \times R^p, S(0,0) = 0$$

და დინამიკური უკუ კავშირი (ნახ. 8)

$$\dot{w} = f^w(x,w) + \sum_{i=1}^m g_i^w(x,w)u_i, w \subset R^p, \quad (115)$$

$$v = \eta(x,w) + \sum_{i=1}^m \zeta_i(x,w)u_i, u \subset R^p, \quad (116)$$

³⁰ 0 соревнованиях мобильных роботов в рамках Фестиваля // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 5 6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 274 278

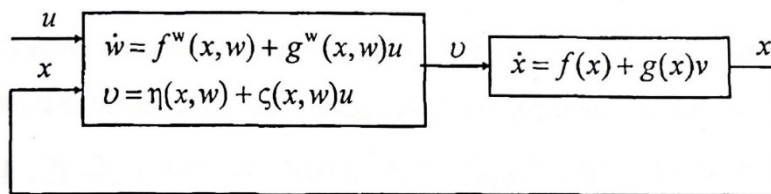
სადაც $f^w(x, w), g_i^w(x, w): V_0 \subset R^n \times R^\rho \rightarrow R^\rho$, $\eta(x, w), \zeta_i(x, w): V_0 \subset R^n \times R^\rho \rightarrow R^m$,

$$f^w(0,0) = 0, \quad \eta(0,0) = 0$$

ისეთი, რომ დიფერენცირებული სისტემა იღებს წრფივი სისტემის სახეს (Ae,B) A და B მატრიცებით

$$(\dim A = (n+\rho) \times (n+\rho), \dim B = (n+\rho) \times m),$$

წარმოდგენილი ბრუნოსკის კანონიკურ ფორმაში.



ნახ.9 დინამიკური უკუ კავშირი

მომდევნო თეორემა განსაზღვრავს აუცილებელ პირობას დინამიკური გაწრფივების პრობლემის გადაწყვეტისას.

თეორემა 2.2. ³¹ (f,D) სისტემა გაწრფივებადია $V_0 \subset V$ სიახლოვეში (მიდამოში) $x=0$ წონასწორობის მდგომარეობით არაწრფივი კოორდინატების შეცვლით და დინამიკური უკუ კავშირით იმ შემთხვევაში, თუ მისი წრფივი ანპროქსიმაცია $\dot{x} = \tilde{A}x + \tilde{B}v$, $\tilde{A} = \left(\frac{\partial f}{\partial \beta}\right)|_x$, $\tilde{B} = [g_1(0), \dots, g_m(0)]$ მართვადია, ე.ი. შესრულებადია კალმანის პირობა: $\text{rank}[\tilde{B}, \tilde{A}\tilde{B}, \tilde{A}^2\tilde{B}, \dots, \tilde{A}^{n-1}\tilde{B}] = n$

არაგოლონომიური თვლიანი რობოტის პლატფორმის მოძრაობის კინემატიკურ მოდელთან დამოკიდებულებაში თეორემის პირობა არ სრულდება, გამომდინარე აქედან ასეთი ტიპის კინემატიკური მოდელი არ შეიძლება იყოს გაწრფივებული კოორდინატების ცვლილებით და დინამიკური უკუკავშირებით წონასწორობის მდგომარეობის სიახლოვეს.

ვთქვათ მართვის სისტემა აღიწერება ჯაჭვური ფორმით, სადაც v^0 არის გენერირების შესასვლელი A და B მატრიცები წარმოდგენილია

³¹ D'Andera-Novel 8., Campion G., Bastin G. Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots by State Feedback Linearization. Int. J. of Robotics Res. 1995. v.14, N96. P.543-559

ბრუნოსკის კანონიკურ ფორმაში მართვის ინდუქციებით k_1, \dots, k_{m-1} მაშინ დიფერენციალური გაფართოებული კონფიგურაციული სივრცე

$$e = (x^0, w_1, \dots, w_{k_m}, (x^1)^{k_1-1}, \dots, x_l^{m-1}, \dots, (x_l^{m-1})^{(k_{m-1}-1)})$$

$$\text{სადაც } k_M = \max_i(k_i) - 1$$

დინამიკური უკუკავშირი

$$\dot{w} = Aw + Bu^0,$$

$$v^0 = w_l,$$

$$v^j = \frac{I}{(v_0)^{k_j-1}} \left(- \sum_{i=2}^{k_j} ((i-1)x_i^j (v_0)^{i-2} \dot{v}_0)^{(k_j-1)} + u^j \right),$$

$$\text{სადაც } w = \text{col}(w_1, \dots, w_{k_m}) \in R^{k_m}$$

გარდაქმნის საწყის სისტემას წრფივში (Ae, B) A და B მატრიცებით შესაბამისი ზომით $k_M \times k_m$ და $k_M \times 1$ წარმოდგენილი ბრუნოსკის კანონიკურ ფორმაში. აღსანიშნავია, რომ დინამიკური კომპესატორს აქვს სინგულარობა $v_0 = 0$ წერტილში, რაც შეესაბამება საწყისი სისტემის მართვადობის დაკარგვას, გამომდინარე აქედან ეს არ ეწინააღმდეგება ზემოთ მიღებულ შედეგებს.

მაგალითი 2.6. განვიხილოთ ორამძრავიანი და ორსაჭინი თვლიანი რობოტის კინემატიკური მოდელების გაწრფივების საკითხი დინამიკური უკუ კავშირის საშუალებით. მოცემულ შემთხვევაში y, α ცვლადები აღწერენ პლატფორმის მდგომარეობას და არიან დიფერენციალური ბრტყელი გამოსასვლელი მოდელის. y, α

დიფერენცირებით დროში მივიღებთ

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = R^T(\alpha)B(\beta)v^l \quad (117)$$

\mathcal{V}' შესასვლელი ცვლადი გავლენას ახდენს ერთდროულად ორ გამოსასვლელზე. იმისათვის, რომ განხორციელდეს (117) სისტემის დეკომპოზიცია ვისარგებლოთ დინამიკური კომპენსატორით

$$\dot{w} = \overline{\mathcal{V}'}, \quad (118)$$

სადაც w - არის მდგომარეობის დამატებითი ცვლადი, $\overline{\mathcal{V}'}$, არის მართვის დამატებითი ცვლადი. (117) დიფერენცირებით და

$$(118) \text{გათვალისწინებით ვიპოვოთ} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = -\eta + \zeta^{-1} \begin{bmatrix} \overline{\mathcal{V}'} \\ \nu^2 \end{bmatrix},$$

$$(119)$$

$$\text{სადაც } \eta = -\dot{\alpha} Q^T \begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix} \text{ და}$$

$$\zeta^{-1} = R^T(\alpha)[B(\beta); B'(\beta)w], B'(\beta) = \left(\frac{\partial B}{\partial \beta}\right)$$

უკუ კავშირი ავირჩიოთ (116) სახით, სადაც

$$\zeta = \begin{bmatrix} (B^T B)^{-1}(I - wB' \text{diag}(V_i^j)^{-1} T' c) \\ \text{diag}(V_i^j)^{-1} T'' c \end{bmatrix} R(\alpha), V_1 = \{V_i^j\} = T' c B(\beta)w$$

შევნიშნოთ, რომ $\det \zeta \neq 0$ როცა $\beta \in \{(\beta_1, \beta_2): \cos \beta_1 \cos \beta_2 \neq 0\}$ და $v_1 \neq 0$ მაშასადამე, თვლიანი რობოტის მოძრაობის კინემატიკური მოდელი სიბრტყეზე შეიძლება იყოს გაწრფივებული კოორდინატების შეცვლისა და დინამიკური უკუ კავშირით ზოგიერთი პროგრამული ტრაექტორიის სიახლოვეს.³²

2.4 არაგოლონომიური სისტემის სტაბილიზაცია წონასწორობის მდგრადობის თანაფარდობით.

(102) სისტემის სტაბილიზაციის ამოცანა ფორმირდება შემდეგნაირად: საჭიროა მოიძებნოს უკუ კავშირის კანონი $v = k(x)$, სადაც $k(x)$, არის გლუვი ფუნქცია ისეთი, რომ ჩაკეტილი სისტემა

³² Охоцимский Д. Е., Мартыненко Ю. Г. Новые задачи динамики и управления движением мобильных колёсных роботов // Успехи механшш. '2003.-т. 2, № 1.--с.3-47

$$\dot{x} = f(x) + G(x)K(x) \quad (120)$$

სადაც $G(x)=[g_1(x), \dots, g_m(x)]$, წარმოადგენს ასიმეტრიულად მდგრადს, ე.ი. არაწრფივი სისტემების თეორიიდან, გლუვი მასტაბილებელი უკუ კავშირის არსებობისათვის $x(t)=x(t, t_0, x_0)$ სისტემის ყველა ამონახსნი ასიმეტრიულად მიისწრაფვის ნულისაკენ ნებისმიერი საწყისი მდგომარეობიდან

$$x(t_0) = x_0,$$

არაწრფივი სისტემის თეორიიდან, გლუვი მასტაბილებელი უკუკავშირის არსებობისათვის მდგომარეობის მიხედვით საკმარისია, რომ წრფივი სისტემა იყოს მართვადი. არაწრფივი სისტემაც შეიძლება იყოს მართვადი, თუმცა აქედან არ გამომდინარეობს გლუვი მასტაბილებელი უკუ კავშირის არსებობა. ქვემოთ მოყვანილი თეორემა განსაზღვრავს აუცილებელ პირობას. ამ ამოცანის გადაწყვეტის $(0,D)$ სახის სისტემის მიმართ.

თეორემა 2.3 ³³ განვიხილოთ $(0,D)$ სახით მოცემული სისტემა. თუ ვექტორული ველი წარმოადგენს წრფივად დამოუკიდებელს, ე.ი.

$$\text{Rank}[g_1(0), g_2(0), \dots, g_m(0)]=m$$

მაშინ ზემოთ ფორმირებული პრობლემის გადაწყვეტა არსებობს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $m=n$ პირობა ექვივალენტურია სისტემის მართვადობის პირველი მიახლოვებით, გამომდინარე აქედან არაგოლონომიური რობოტების კინემატიკური მოდელები არ შეიძლება იყოს დასტაბილიზებული მოქნილი უკუ კავშირით $v = k(x)$ მდგომარეობით. მოცემულმა ფაქტმა გააჩინა მოტივაცია მართვის ახალი სტრუქტურის კვლევის რომლებიც განსხვავდება უკუ კავშირის გლუვი სტაციონალური კანონებისგან $v = k(x, t)$, სადაც $k(x, t)$ არის გლუვი ფუნქცია ან (ალაგ-ალაგ) გლუვის $v=K(x)$, სადაც $K(x)$ - არის ნაწილ- ნაწილ გლუვი ფუნქცია. ასეთი კანონების არსებობას ადგენს შემდეგი თეორემა.

³³ Сербенюк Н.С. Экспериментальное исследование свойств конического сенсора // Материалы науч. шолы-конференции «Мобильные роботы и мехатроннш ситмы», 5 * 6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. унта, 2000. С. 56 67.

თეორემა 2.4 ³⁴ განვიხილოთ სისტემა მოცემული $(0,D)$ სახით და ვიგულისხმობთ, რომ ყველა $x \in R^n \setminus \{0\}$,

$$\{X: X \in \text{Lie}(D)\} = R_n$$

მაშინ ყველა $T > 0$ - სათვის არსებობს v – ვექტორფუნქცია $C^m(R^n \times R; R^m)$ –ში ისეთი, რომ

$$v = (0, t) = 0, \forall t \in R$$

$$v(x, t + T) = v(x, t), \forall x \in R^n, \forall t \in R$$

და წონასწორობის მდგომარეობა $x=0$ სისტემა

$$\dot{x} = G(x)v(x, t)$$

წარმოადგენს ასიმეტრიულად მდგრადს. ქვემოთ მოყვანილია პროცედურა უწყვეტი კანონების აქტების, რომლებიც საშუალებას იძლევა ჯაჭვური ფორმის სტაბილიზაციის ამოცანის გადაწყვეტისა და მოცემული სიზუსტით ³⁵.

განვიხილოთ ჯაჭვური ფორმა

$$\dot{x}^0 = u^0 \tag{121}$$

$$\dot{x}^1 = (u^0 A)x^1 + bu^1 \tag{122}$$

სადაც, $x_0 \in R$ და $x^1 \in R^n$ მდგომარეობის ცვლადებია;

$U^0 \in R$ და $U^1 \in R$ -მართვის ცვლადებია;

(A, B) წყვილი წარმოადგენილია ბრუნოვსკის კანონიკურ ფორმაში.

მართვის ამოცანა მდგომარეობს მართვის კანონის პოვნაში $u^0(t, x), u^1(t, x)$ სადაც $x = \text{col}(x^0, x^1)$

1. $x \in x^0$
2. $\|x^1(t)\| \rightarrow 0 \quad t \rightarrow \infty$

მოცემული ამოცანა არ ითვალისწინებს მთლიანი სისტემის სტაბილიზაციას, არამედ მხოლოდ მის ქვესისტემის x^1 . დასმული ამოცანის გადაწყვეტისათვის განვსაზღვროთ მართვის კანონი x^0 ქვესისტემისთვის

$$\dot{u}^0 = -kx^0 - \alpha \cos(\omega t) \tag{123}$$

³⁴ Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е шд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1 104 с.

³⁵ Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. Спб: Вильямс, 2002

ცხადია, რომ ამ შემთხვევაში $x_y^\varepsilon(t)$ აქვს სახე $x_y^0(t) = -A(\omega)\alpha\cos(\omega + \varphi(\omega))$

სადაც, $A(\omega) = |W(j\omega)|$, $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$, მაშინ

$$(u^0(t) - u_y^0(t)) \rightarrow 0 \quad t \rightarrow \infty \quad (124)$$

სადაც $U_y^0(t) = A(\omega)\alpha\sin(\omega t + \varphi(\omega))$

x^1 არხის სტაბილიზაციისათვის გამოიყენება მართვის კანონი შემდეგი სახის

$$u^1 = -u^0 k^T(t) x^1 \quad (125)$$

სადაც მატრიცა $K(t)$ ($\dim k = n \times 1$) მოცემულია შემდეგი სახით

$$k = \begin{cases} k_+, u^0(t) > 0 \\ k_-, u^0(t) < 0 \end{cases}$$

აქ K_+ და K_- მუდმივი მატრიცებია, რომლებიც აკმაყოფილებენ დამოკიდებულებებს

$$\operatorname{Re} \lambda_i[A_+] \leq -\alpha, \quad A_+ = (A - bk_+^T),$$

$$\operatorname{Re} \lambda_i[A_-] \leq -\alpha, \quad A_- = (A - bk_-^T),$$

$\alpha > 0$ დავალებული მდგრადობის ხარისხია.

განვიხილოთ (123), (125) ალგორითმების გამოყენების საკითხი დასმული ამოცანების გადაწყვეტისათვის.

ვთქვათ, $U^0(t) > 0$ როცა $t \in (t_0, t_1)$ მაშინ, (122), (125)

განტოლებებიდან

$$x^1(t) = \exp \left[A_+ \int_{t_0}^t |u^0| dt \right] x^1(t_0), \quad [t \in (t_0, t_1)].$$

თუ $U^0(t) < 0$ როცა $t \in (t_1, t_2)$, შესაბამისად

$$x^1(t) = \exp \left[A_- \int_{t_1}^t |u^0| dt \right] \exp \left[A_+ \int_{t_0}^{t_1} |u^0| dt \right] x^1(t_0) \quad [t \in (t_1, t_2)]$$

შემდეგ, როცა $t=t_2$

$$\|x^1(t_2)\| \leq C_- C_+ \exp \left[-(\alpha - \varepsilon) \int_{t_0}^{t_2} |u^0| dt \right] \|x^1(t_0)\|$$

(126)

მაშასადამე, როდესაც სრულდება შემდეგი დამოკიდებულებები

$$\left\| \exp \left[A_+ \int_{t_0}^{t_1} |u^0| dt \right] \right\| \leq C_+ \exp \left[-(\alpha - \varepsilon) \int_{t_0}^{t_1} |u^0| dt \right], C_+ > 0,$$

$$\left\| \exp \left[A_- \int_{t_1}^{t_2} |u^0| dt \right] \right\| \leq C_- \exp \left[-(\alpha - \varepsilon) \int_{t_1}^{t_2} |u^0| dt \right], C_- > 0,$$

მაშინ (126) გამომდინარეობს უტოლობა

$$\|x^1(t_2)\| \leq C_- C_+ \exp \left[-(\alpha - \varepsilon) \int_{t_0}^{t_2} |u^0| dt \right] \|x^1(t_0)\|$$

საკმარისად დიდ t_0 ვლბულობთ $t_2 - t_0 \approx T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\int_{t_0}^{t_0+T} |u^0| dt \approx 4A(\omega)a = \bar{a}(\omega, a, k)$$

გამომდინარეობს,

$$\|x^1(t_0 + T)\| < C_- C_+ e^{-(\alpha - \varepsilon)\bar{a}} \|x^1(t_0)\|$$

მიღებული დამოკიდებულება ნიშნავს, რომ ნებისმიერი სასრული C_+, C_- განსაზღვრული შერჩევით $\bar{a} = \bar{a}(\omega, \alpha, \kappa)$ შეიძლება უზრუნველყოფით უტოლობა

$$C = C_- C_+ e^{-(\alpha - \varepsilon)\bar{a}} < 1$$

მაშინ

$$\|x^1(t_0 + iT)\| \leq C^i \|x^1(t_0)\|, i = 0, 1, \dots,$$

გამომდინარე აქედან, როცა გვაქვს $i \rightarrow \infty$, $\|x^1(t_0 + iT)\| \rightarrow 0$ ე.ი $x^1 = 0$ წარმოადგენს ზღვრულ წერტილს (122),(123),(125) სისტემის.

როგორც ცნობილია, ყოველ ასეთ წერტილზე გადის ტრაექტორია, რომელიც შედგება ტრაექტორიის ზღვრული წერტილებისაგან $x^1(t, t_0, x_0^1)$, სადაც $x_0^1 = x^1(t_0)$, აქედან $x^1(t, t_0, 0) = 0$ მაშინ $\|x^1(t)\| \rightarrow 0$ როცა $t \rightarrow \infty$.

მართვის ალგორითმი (123),(125) როცა სრულდება (126) პირობა უზრუნველყოფს (121), (123), (125) ჩაკეტილ სისტემებში დასმული ამოცანების მიღწევას. აუცილებელია აღინიშნოს, რომ მოყვანილი ალგორითმი ადვილად ვრცელდება რამდენიმე ჯაჭვიან სისტემებში. სტაბილიზაციის ამოცანის გადაწყვეტისათვის მოცემული სიზუსტით მოცემული ალგორითმის მოდიფიცირება უნდა მოხდეს შესაბამისად. მაგალითად, (123) მართვის ალგორითმი უნდა შეიცვალოს შემდეგით:

$$u^0 = \begin{cases} -kx^0 - \operatorname{acos}(\omega t) & \text{როცა } \|x^1\| > \Delta \\ -kx^0 & \text{როცა } \|x^1\| < \Delta \end{cases}$$

სადაც, $\Delta > 0$.

მოცემულ თავში ჩატარებული კვლევების ძირითად შედეგს წარმოადგენს ის ფაქტი, რომ თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელები აღიწერებიან დიფერენციალური ბრტყელი სისტემებით და შეიძლება მოყვანილი იქნან ჯაჭვურ ფორმამდე სტატიკური უკუკავშირის ხარჯზე და ბრუნოვსკის კანონიკურ ფორმამდე დინამიკური უკუკავშირის გამოყენებით. დიფერენციალური ბრტყელი გამოსასვლელების რაოდენობა შეესაბამება მანევრირების ხარისხის რიცხვს K_m . ამ გამოსასვლელებად შეიძლება არჩეულ იქნან რობოტის განსახილველი მოდელებისთვის მოძრავი პლატფორმის ცენტრის y კოორდინატი, როცა $K_m = 2$ ან კოორდინატი და α კუთხე პლატფორმის ორიენტირის როცა $K_m = 3$.

თავი 3. ამოცანის დასმა და მართვის სისტემის სტრუქტურა

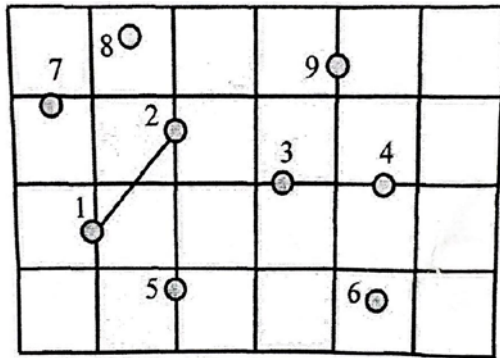
3.1 ამოცანის აღწერა

ნაშრომის პრაქტიკული რეალიზაციისათვის განიხილება ორამპრავიანი მობილური რობოტის მოძრაობის მართვის სისტემის სინთეზის ამოცანა. რობოტის ფუნქციონირება ხდება დინამიკურ გარემოში, რომელიც აღჭურვილია ინფრაწითელი (მაიაკებით) შუქურებით. კონკრეტული მაგალითად სატრანსპორტო ამოცანის შეგვიძლია განვიხილოთ რობოტის მიერ დავალებული მარშრუტის გავლა აქტიური შუქურების დახმარებით ³⁶ შუქურების განლაგება და მათი ჩართვის თანმიმდევრობა წინასწარ არ არის ცნობილი, ამიტომ ანალიზურად არა გვაქვს რობოტის მოძრაობის ტრაექტორიის აღწერა.

მობილური რობოტის მოძრაობა ხდება გარკვეულ ჰორიზონტალურ მოედანზე - პოლიგონზე . პოლიგონი წარმოადგენს ბრტყელ ჰორიზონტალურ მართკუთხედს 9x6 მ ზომით, რომელიც დაყოფილია კვადრატულ ბადეებად გვერდის ზომით 1,5 მეტრი რომლებიც შედგებილია ისე რომ ქმნის ჭადრაკის დაფას.

პოლიგონის თავზე 1 მეტრ სიმაღლეზე ჩამოკიდებულია ცხრა ცალი შუქურა, რომლებსაც აქვთ ინფრაწითელი გამოსხივება წრიული ფორმის მიმართულების. ყველა შუქურას აქვს კონტაქტური გადამწოდები, რომლების ამუშავება ხდება რობოტის კონტაქტური რგოლის დაჯახებისას („ფიქსატორის“) შუქურა კონტაქტის ფიქსირება ხდება პოლიგონის ავტომატიკის საშუალებით. რამდენიმე წყვილი შუქურა დამატებით აღჭურვილია უკონტაქტო გადამწოდებით „ ფოტოფინიში“, რომელთა საშუალებით ხდება რობოტის მიერ შუქურების შემაერთებელი ხაზის გადაკვეთის დაფიქსირება.

³⁶ О соревнованиях мобильных роботов в рамках Фестиваля // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 5-6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 274-278.



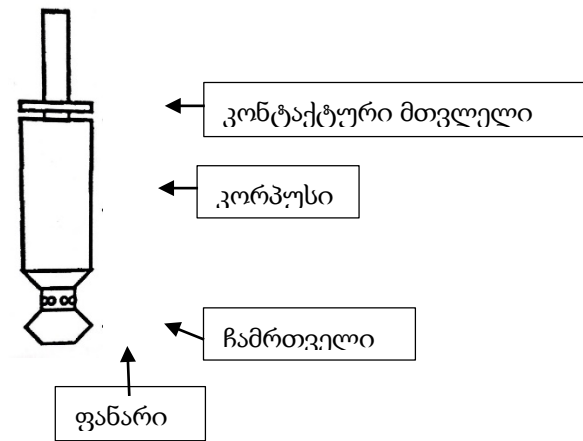
ნახ.10 პოლიგონის სქემა

პოლიგონის მართვის სისტემა აგებულია პერსონალური კომპიუტერის ბაზაზე, რომელშიც შედის აპარატურა რომელიც საშუალებას იძლევა კომპიუტერში შევიდეს შუქურების გადამწოდების ყველა მაჩვენებელი და აგრეთვე ჩართოს და გამორთოს შუქურა. კომპიუტერული პროგრამა საშუალებას იძლევა სხვადასხვა დროის ავტომატური რეგისტრაციისა და შეცდომების ფიქსაციის ამოცანების რეალიზაციისას პოლიგონის კონსტრუქციაში გათვალისწინებულია ახალი მარშუტების განხორციელება შუქურების ჩართვის მიმდევრობის ცვლილების საშუალებით მართვის პულტიდან აგრეთვე შუქურების ადგილების შეცვლით.

შუქურა შედგება კორპუსისგან, რომლის შიგნით მოთავსებულია შუქურის მართვის სქემა, მექანიკური კონტაქტური გადამწოდი, გამომსხივებელი და ფანარი, ფანარის ჩართვა ხდება გამომსხივებელთან ერთად და ემსახურება იმას რომ ვიზუალურად გავარჩიოთ აქტიური შუქურები პასიურისაგან, უკუ დისცილინდრულ ნაწილზე რომლის დიამეტრი არი 40 სმ დაკრულია სინათლის ამრეკლავი თამასა რაც საშუალებას აძლევს რობოტს ლოკატორის გამოყენების, რომელიც შედგება საკუთარი გამოსხივებისა და ფოტომიმდებისგან. კონტაქტური გადამწოდი საშუალებას აძლევს მართვის სისტემას დააფიქსიროს რობოტის საკონტაქტო რგოლის დარტყმა აქტიურ შუქურაზე.

გამოსხივების წყარო მუშაობს 16 კილოჰერც სიხშირეზე და შედგება 12 სინათლის გამომსხივებელი დიოდისგან, რომლებიც

განლაგებული არიან ერთ სიბრტყეზე წრეზე 30⁰-იანი დაშორებით რაც უზრუნველყოფს მიმართულების დიაგრამას. დიოდის მაქსიმალური გამოსხივება ხდება სიბრტყეში ორი მეტრის დაშორებით მისგან დაახლოებით შეადგენს 10% .



ნახ.11 მაიაკი

შეჯიბრების რეგლამენტის თანახმად რობოტმა უნდა შეასრულოს შემდეგი დავალებები.³⁷

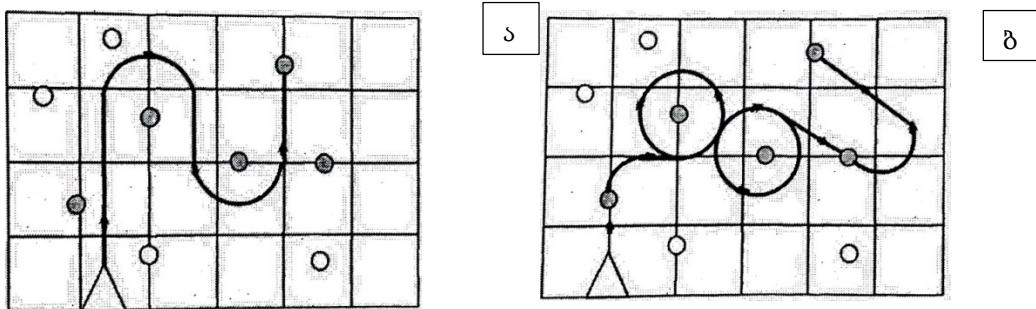
1. „შუქურა კარები“. სტარტის მომენტში ჩართულია ერთი შუქურა . რობოტის ამოცანა არის იმოდრავს ისე, რომ შევიდეს მასთან კონტაქტში , რისთვისაც გამორთულია განსაზღვრული დრო. შუქურა გამოირთვება და ჩაირთვება ან კონტაქტის სიგნალით ან ნაჩვენები დროის გასვლის შემდეგ. მორიგი შუქურას ჩართვის ნაცვლად შეიძლება ერთდროულად ჩაართოს ორი შუქურა, მაშინ რობოტის ამოცანას წარმოადგენს გაიაროს შუქურებს შორის მათ მიერ შექმნილ კარებში. ისე რომ არ შეეხოს ამ შუქურებს. იმ შემთხვევაში თუ შეეხო შუქურას დაჯარიმდება გარკვეული დროის სიდიდით, რომელიც დაემატება მოძრაობის დროს. მას შემდეგ რაც დაფიქსირდება კარების გავლა ჩაირთვება შემდეგი შუქურა ან კარები და ა.შ. იმ შემთხვევაში, როდესაც მორიგი კონტაქტის შემდეგ არ მოხდება შუქურის ჩართვა ეს რობოტმა უნდა აღიქვას, როგორც ფინიში. მარშუტის გავლისას დახარჯული დრო ფიქსირდება ფინიშის შუქურის ჩართვის მომენტში.

³⁷ Шалыт А.А. Алгоритмизация и программирование для систем логического управления и "реактивных" систем. Обзор // Автоматика и телемеханика. 2001. № 1. С.3-39.

2. „ შუქურა-კარები-რვინი“. იგივე მაგალითი როგორც წინა შემდეგი ცვლილებებით: შუქურები, რომლებიც ქმნიან კარებს არ გამოირთვებიან კარებში გავლის შემდეგ, მაშინ რობოტი ახორციელებს გარდი-გარდმო შემოვლას შუქურისას, ე.ი. მოძრაობას „ რვიანების“ მიხედვით რობოტი შემოუვლის ერთ-ერთ შუქურას და თავიდან გადის კარებში იგივე მიმართულებით, შემდეგ შემოუვლის მეორე შუქურას, და ისევ გაივლის კარებში და ა.შ. „რვიანის“ გავლის ფიქსირების შემდეგ წინაწარ დადგენილ რიცხვჯერ კარების შუქურები გამოირთვებიან და ჩაირთვებიან შემდეგი შუქურა ან კარები და ა.შ. სანამ არ მიიღწევა ფინიში.

3. „ კლაკნილი“. სტარტისა და გარბენის პროცესში მუდმივად არის ჩართული რამდენიმე შუქურა ,რომლებიც ქმნიან კარებების თანმიმდევრობებს „ კლაკნილს“. ამ კლაკნილს დასაწყისი არის ყველაზე განაპირა აქტიური შუქურას წყვილი. რობოტის ამოცანას წარმოადგენს იმოძრაოს ისე, რომ გაიაროს მთელი კლაკნილი ისე რომ, არ მიედოს შუქურას. კლაკნილი შემადგენელი ყველა კარის გავლის შემდეგ ყველა შუქურა რომლებსგანაც არის შექმნილი კლაკნილი გამოირთვება და ჩაირთვება ფინიშის შუქურა. ყოველი კარების გამოტოვება და შუქურასთან

კონტაქტი ისჯება საჯარიმო ქულებით



ნახ.12 - „ კლაკნილი“ და „ შუქურა-კარები-რვიანი “ დავალებების შესრულების მაგალითები.

- - აქტიური შუქურა,
- - გამორთული შუქურა,
- -რობოტის მოძრაობის ტრაექტორია,

△ - სტარტის დასაწყისი.

აქტიური შუქურები გამოიყენებიან , რომელთა ჩართვა ხორციელდება გარკვეული პროგრამით , საშუალებას იძლევა რობოტის წინაშე დაისვას სხვადასხვა სახის ამოცანები დაწყებული მარტივი ამოცანებიდან როგორც არის შუქურასთან შეხება დამთავრებული აქტიურ მათავე შორის მანევრებით. პირველ შემთხვევაში დავალება შესრულებულად ითვლება თუ განხორციელდა მექანიკური კონტაქტი რობოტსა და შუქურას შორის, მაგრამ მეორე შემთხვევაში დაუშვებელია რობოტის ნებისმიერი შეხება შუქურასთან. გარდა ამისა მარშუტის გავლის სირთულე დამოკიდებულია შუქურების განლაგებაზე და მათი ჩართვის თანმიმდევრობაზე. როგორც ანალიზმა აჩვენა შედარებით მარტივი და შესასრულებლად ადვილი არის დავალება „ შუქურა-კარები“ იმისდა მიუხედავად , რომ ამ დროს რობოტი მუშაობს შუქურების ჯგუფთან. შედარებით რთულია ამოცანები „რვიანი“ და „კლაკნილი“ რადგან ამ დროს რობოტი მანევრირებს შუქურების ჯგუფებს შორის.

რობოტი, რომელიც მონაწილეობს შეჯიბრებაში წარმოადგენს ავტონომიურ ურიკას, რომელიც ატარებს მოძრაობისთვის აუცილებელ გადამწოდებს და მართვის სისტემას ეს არის ტიპური მეხატრონული მოწყობილობა , განვითარებული სენსორული სისტემებით, და მათ ნაწილებს შორის რთული კავშირებით, რომლებიც შეიცავენ კომპიუტერულ ალგორითმებს ინფორმაციის დამუშავებისა და მართველი სინათლეების გამომუშავებისათვის. ³⁸ ორგანიზატორები ითხოვდნენ მანქანის მიმართ ზოგიერთ აუცილებელ მოთხოვნებს:

1. რობოტი საწყისი პოზიციიდან იწყებს მოძრაობა ბრძანებით „ სტარტი“, რომელიც ხორციელდება ღილაკზე ხელის დაჭერით, რომელიც განთავსებულია რობოტზე და „ფინიამდე “ აღარ ხდება რობოტის

³⁸ Ajith Abraham and Baikunlh Nath. Designing Optimal Neuro-Fuzzy Systems for Intelligent Control // In Proceedings of The Sixth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, (ICARCV 2000 Singapore), Singapore, 2000.

მოქმედებებში ჩარევა გარდა იმ შემთხვევისა თუ საჭირო გახდა მარშუტიდან მისი ავარიული მოხსნა.

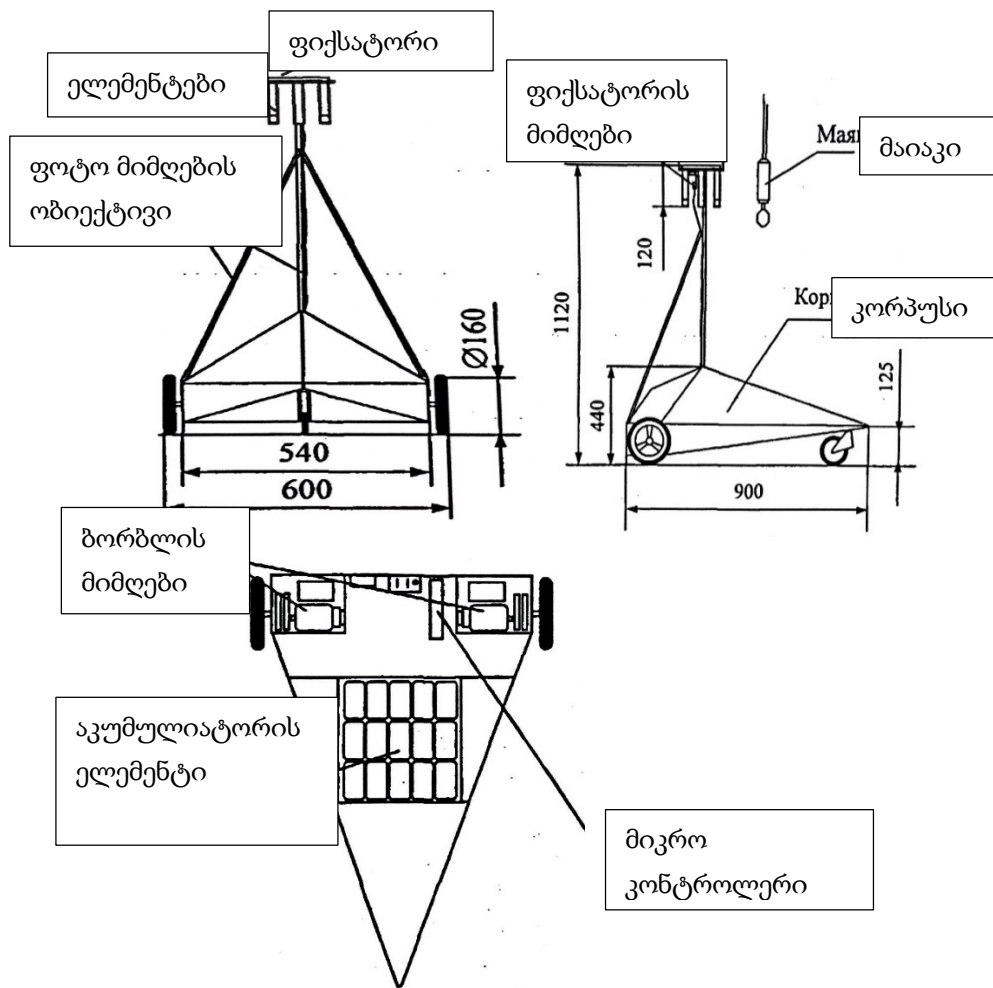
2. რობოტის მიერ მაიაკთან კონტაქტის ფიქსაციისთვის რობოტს უნდა ჰქონდეს ფიქსატორი რომელიც უნდა იყოს ჰორიზონტალური დისკი დიამეტრით არაუმეტეს 300მმ, რომელიც (იმყოფება) განლაგებული 1100 მმ სიმაღლეზე პოლიგონის თავზე, რომელიც უზრუნველყოფს საჭირო ურთიერთკავშირს რობოტსა და შუქურას კონტაქტურ გადამწოდს შორის.

3. რობოტს შეიძლება ჰქონდეს ნებისმიერი სავალი, შუქურის გადამწოდის მოწყობილობა შეიძლება იყოს ნებისმიერი, მართვის სისტემა. რობოტის წონა არ უნდა აღემატებოდეს 50 კგ-ს, სიგანე არ უნდა აღემატებოდეს 70 სმ-ს, მისი სიმაღლე არ უნდა აღემატებოდეს 90 სმ-ს..

3.2. მობილური რობოტის „წევის ისარი” აღწერა

რობოტის კონსტრუქცია ნაჩვენებია 3.4 სურათზე. კორპუსი გაკეთებულია ღერალუმინის მილებით დიამეტრით 10 მილიმეტრი გარედან დაფარულია მოსახსნელი პანელებით, რაც საშუალებას იძლევა ადვილად მიუდგეთ ამძრავებს და ელექტრონიკას. რამის კონსტრუქციას აქვს სოლისებური ფორმა. მარჯვენა და მარცხენა თვლების ამძრავები შედგება მუდმივი დენის ძრავებისგან დამოუკიდებელი ალგზნებით და ორსაფეხურიანი რედუქტორისაგან საერთო გადაცემის რიცხვით 11.4.

ლოგიკური სიგნალით, რომელიც მოდის კონტროლერიდან გამაძლიერებლის გავლით, ლილვის ბრუნვის სიჩქარე მდორე რეგულირება მიიღწევა ძრავების ჩართვით და გამორთვით. ძრავების არჩევა განხორციელებული იყო იმ პირობით რომ მათ უნდა ქონოდათ დიდი მანევრირების საშუალება. ამიტომ შერჩეული იყო მუდმივი დენის ძრავები, რომელსაც აქვთ მცირე წონა და კარგი გაშვების მომენტი. ძრავის პასპორტული მონაცემები მოყვანილია 3.2 ცხრილში.



ნახ.13 რობოტის „წვეის ისარი“ კონსტრუქცია

რობოტის ტექნიკური მახასიათებლები მოცემულია 3.1 ცხრილში:

ცხრილი 1

დასახელება	მნიშვნელობა
გაბარიტები	900*600*1120
წონა	7.5კგ
გაშვების დენი	40 ამპერამდე
ბატარეის ტევადობა	5 ამპერი საათი
საშუალო სიჩქარე	3მ/წმ
გარბენი,საშ. სიჩქარე	0,8 წმ

მანქანის მოძრაობა და მართვა სრულად ხორციელდება ძრავებზე ძაბვის რეგულირებით. ძრავების მდგომარეობები განისაზღვრება ორი ცხრილი 2 – 51.3730 ძრავის პასპორტული მონაცემები³⁹

ნომინალური ძაბვა. ვოლტი	12
ნომინალური სიმძლავრე, ვატებში	90
ნომინალური მოთხოვნილი სიმძლავრე. ვატებში	180
ლილვის ბრუნვის ნომინალური სიხშირე. ბრ/წთ	3000 ±300
ნომინალური დენი. ამპერებში	15

არატრივიალური სატრანსპორტო ამოცანების გადაწყვეტისას არა გვაქვს ან მინიმალურია ინფორმაცია იმისათვის რომ შესრულდეს ამოცანა საჭირო მახასიათებლებში და პარამეტრებში საჭირო ინფორმაცია რობოტმა უნდა მიიღოს ამოცანის შესრულების პროცესში სხვადასხვა დანიშნულების გამზომი მოწყობილობებიდან რომელიც განთავსებულია მასზე და შეადგენს მის სენსორულ სისტემას, ⁴⁰ ძირითადი როლი ამ პირობებში ეკისრება რობოტის გამომრთველ სისტემას, რომელიც ახორციელებს სიგნალების დამუშავებას, რომელიც მიეწოდება სენსორული სისტემებიდან, გარემო სისტემის გამოცნობის, რომელშიც მოქმედებს რობოტი. ხდება გამორთვა მიმდინარე კონფიგურაციიდან გადახრის . აგრეთვე რობოტის სასურველი სიჩქარიდან გადახრის მნიშვნელობის გამოთვლა და შესაბამისი მართველი ზემოქმედების გამომუშავების (ნახ.13) რობოტის „წევის ისარი“ კონსტრუქციიდან რათა რობოტის სიჩქარე გახდეს სასურველი.

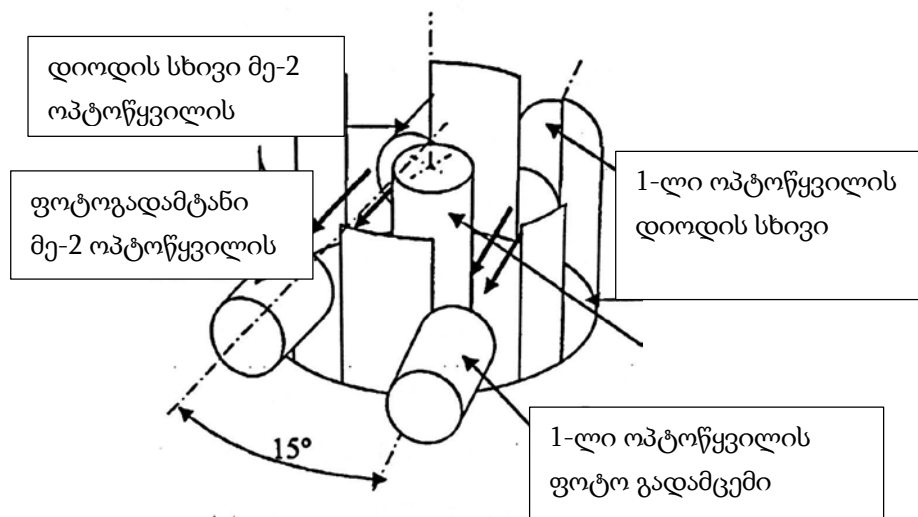
³⁹ Everett HR. Sensors for Mobile Robots: Theory and Application, AK Peters, Ltd., Wellesley, Massachusetts, 1995. 63. Hare] D., Politi M. Modeling reactive systems with' statecharts. NY: McGraw-Hill, 1998.

⁴⁰ Waxman A.M., LeMoigne 1.1. Scinvasan F .B. A visual navigation system for autonomous land vehicles // [BE 1. Robbtics and Automaion. 1987. 3(2).-P. 124-141.

3.3 სენსორული სისტემა

მობილური რობოტის სენსორული სისტემა შედგება გადაადგილებისას გადამწოდებისაგან და ტექნიკური მხედველობის სისტემისგან . გადაადგილების გადამწოდები გამოიყენებიან თვლის მობრუნების კუთხის გამოთვლისა და ლილვის ბრუნვის სიჩქარის რეგულირებისთვის. რობოტის მოძრაობის მიმართულება და კოორდინატი აგრეთვე გარემოს ობიექტების აღმოჩენა და აღწერა წარმოებს ტექნიკური მხედველობის სისტემის დახმარებით.

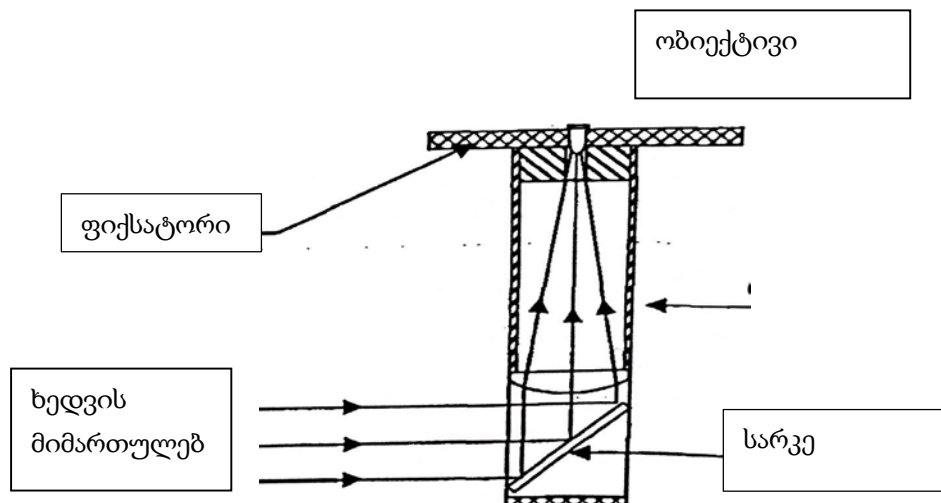
გადაადგილების გადამწოდები დაყენებულია ძრავის კორპუსებზე. თითოეული შედგება ორი ოპტოწყვილისაგან და ფრთოვანასაგან, რომლიც ანათებს ოპტოწყვილს ისეთნაირად , რომ მათ შორის სიგნალი დაძრულია 90° (ნახ.3.5). ფრთოვანა იძლევა იმპულს ერთი ბრუნვის გადამწოდიდან სიგნალი მიეწოდება ოპტოწყვილის სიგნალის წინასწარი დამუშავების სქემას, ყოველი დროის ტაქტზე გადამწოდები გამოსცემენ იმპულსების რიცხვს რომელთა მიხედვით ამ დროითი ტაქტის სიგრძე პროპორციულია თითოეული თვლის კუთხური სიჩქარის.



ნახ.14 გადაადგილების გადამწოდების სქემა

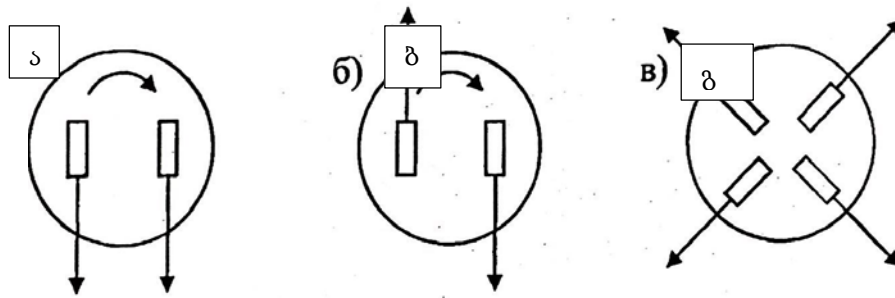
სინათლის შუქურების გარემოში ფუნქციონირებული რობოტის ტექნიკური მხედველობის სისტემას მოეთხოვება შემდეგი : მან უნდა

შედლოს შუქურათა ჯგუფებზე დაკვირვება, წამში 10-ჯერ მეტჯერ უნდა განახლოს თავისი მაჩვენებლები, მაღალი სიზუსტით უნდა განსაზღვროს შუქურების მდებარეობა. უნდა შეძლოს ტყუილი სიგნალებისაგან დაცვა. შესაძლებელია ასეთი სისტემის აგების სხვადასხვა ვარიანტები⁴¹ მაგალითად ხშირად გამოიყენება ოპტიკური სქემები ფოტოდiodებით (ნახ.15), რომელშიც წრიული მხედველობა უზრუნველყოფილია ფოტომიმდების ბრუნვით ვერტიკალური ღერძის გარშემო. ასეთ სისტემებში „წყვილი თვალი“ რობოტს შეუძლია როგორც ერთ მხარეს (ნახ.16ა) ასევე საწინააღმდეგო მხარეს (ნახ.16ბ). პირველი ვარიანტი განსაზღვრავს რობოტის კოორდინატებს, რადგან საშუალებას იძლევა აგებული იქნას უფრო ზუსტი მანძილ მზომი. მეორე შემთხვევაში მანძილის შეფასება წარმოებს უფრო უხეში მეთოდით, მაგრამ ხდება ორჯერ გაზრდა გადამწოდების მაჩვენებლები წაკითხვის, რაც საშუალებას იძლევა სწრაფად დაფიქსირდეს ახალი შუქურა, აგრეთვე გამოიყენებიან სიტემები რომლებიც უძრავნი არიან რობოტის მიმართ. ფოტოდiodები განლაგებულია ისე რომ თითოეული იძლევა სიგნალის, თუ მისი მხედველობის არეში არ ხდებიან შუქურები, რაც უზრუნველყოფს წრიულ მხედველობას (ნახ.16გ) სიზუსტის გაზრდა ხდება ფოტომიმდების რიცხვის გაზრდით.



⁴¹ Astolfi A. Exponential stabilization of nonholonomic systems via discontinuous control // Prep. of the IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design. California, USA, 1995. R74 1 -746.

ნახ.15 ფოტო გადამწოდი ოპტიკური სქემა



ნახ.16 ფოტომიმღებებით სისტემის აგების სხვადასხვა ვარიანტი

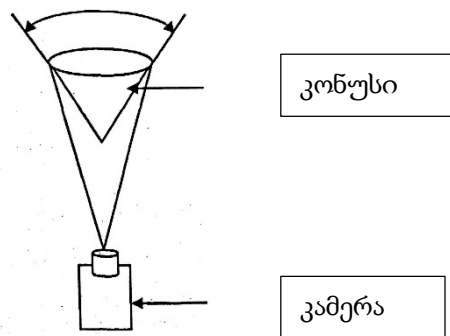
ბოლო წლებში გავრცელებულია ტექნიკური მხედველობის სისტემები, რომლებშიც გამოყენებულია ვიდეოკამერა ვერტიკალური ოპტიკური ღერძით და მასზე მოთავსებული სარკული კონუსი იგივე ღერძით რაც უზრუნველყოფს წრიულ მხედველობას. ხდება სამგანზომილებიანი სცენის გარდასახვა ბრტყელ სატელევიზიო გამოსახულებად და შემდეგ კომპიუტერული დამუშავება რომელიც საშუალებას იძლევა განისაზღვროს შუქურის აზიმუდი და მათ შორის დაშორება⁴² დაშორებების დიაპაზონი სადაც შეუძლია ფუნქციონირება ასეთ კონუსურ სენსორს განსაზღვრავს მხედველობის საზღვრებს რომელსაც იძლევა კონუსური სენსორის გეომეტრიული მახასიათებლები (ნახ.17)⁴³. ერთი ვიდეო კამერის გამოყენება არ იძლევა საშუალებას მივიღოთ ინფორმაცია რობოტის გარშემო არსებულ მთლიან სივრცეზე რადგანაც აღნიშნულ შემთხვევაში რობოტი იხედება მხოლოდ წინ. ამიტომ პრაქტიკაში გამოიყენებიან ისეთი ტექნიკური მხედველობის სისტემები, რომლებშიც წრიული მხედველობა უზრუნველყოფილია რამდენიმე ვიდეოკამერით რომლებიც იყურებიან სხვადასხვა მიმართულებით⁴⁴.თუმცა

⁴² Yagi Y., Kawato S. Panorama scene analysis ;with conic projection // IEEE International workshop on intelligent Robots & Systems. IROS'90.

⁴³ Yagi Y., Kawato S. and Tsuji S. Real-time omnidirectional image sensor (COPIC) for vision-guided navigation // IEEE Trans. on Robotics and Automation. ~ 1994. V. 10, M I.

⁴⁴ Morin P., Samson C. Trajectory tracking for nonholonomic vehicle: overview and case study II Work. on Robot Mot. Cont. (RoMoCo). 2004. P. 139 -153.

რამდენიმე ვიდეო კამერის გამოყენება ართულებს ინფორმაციის დამუშავების ალგორითმებს.



ნახ.17 კონუსური სენსორი

განხილულ მობილურ რობოტებზე გამოიყენება სკანირებადი მხედველობის სისტემა რომელშიც გამოყენებულია ფოტოგადაამწოდები. ფოტოგადაამწოდებს აქვს მხედველობის ვიწრო კუთხე ($\pm 0,5^\circ$) ბრუნავს მუდმივი სიჩქარით ჰორიზონტალურ სიბრტყეში და უყურებს გარემო სივრცეს, აკონტროლებს შუქურის მდგომარეობას. ობიექტივი იღებს შუქურის გამოსხივებას და ახდენს მის კონცენტრირებას ფოტოტრანზისტორზე. ფოტოტრანზისტორის მუშა რეჟიმი არის (სტაბილიზებული) დასტაბილიზებული და ნაკლებად არის დამოკიდებული განათების დონეზე და მის პულსაციაზე. ამის შემდეგ ხდება სიგნალის გაძლიერება დაახლოებით 100 დეციბელამდე და ხდება მისი ფილტრაცია და დეტექტირება. დეტექტორი გამოყოფს ამპლიტუდის მნიშვნელობას სიგნალის ყოველი პერიოდის, ამპლიტუდის პროპორციული ძაბვა შეედარება კომპარატორი და თუ ის აჭარბებს ხმაურის ამპლიტუდას, სქემა იძლევა ლოგიკურ სიგნალს რომ ის ხედავს შუქურას.

შუქურისკენ მოძრაობა ზუსტდება პროგრამულად სიგნალების ექსტრაპოლაციის გზით. ასევე პროგრამულად ხდება განსაზღვრა იმისა თვალი ხედავს ერთ შუქურას თუ ერთდროულად რამდენიმეს. დაშორება შუქურებამდე ფასდება იმპულსის ხანგრძლიობით. ფიქსატორის ბრუნვის სიჩქარე აღწევს 15ბრ/წმ. ინფორმაციის განახლების სიჩქარემ შეიძლება მიაღწიოს 30-ს რობოტის მხედველობის სისტემის სიშორე აღწევს 20 მ-ს.

ტექნიკური მხედველობის მუშაობის შედეგად ფორმირდება ცხრილი, რომელშიც შედის ინფორმაცია აქტიური შუქურების პარამეტრების შესახებ. შუქურის პელენტი (კუთხე შუქურის მიმართულებასა და რობოტის გრძივ ღერძს შორის) γ_i და მანძილი შუქურებამდე ρ_i ცხრილში შეტანილი (ჩაწერილი) რაოდენობა შეესაბამება მოცემულ მომენტში აქტიური შუქურების რაოდენობას (ცხრილი 3.1)

γ გრადუსი	$\rho, \text{მ}$	ინდექსი
33	2.5	5
48	2.75	6

ცხ.3 ტექ. შუქურების სისტემით დანახული შუქურების ცხრილი.

აღსანიშნავია ის ფაქტი, რომ ზემოთ განხილული ტექნიკური მხედველობის სისტემებს აქვთ არაგრძობადობის ზონები. შუქურის სიახლოვეს ჩნდებიან მცირე ხელშეშლები, დაკავშირებული წრიულ დიაგრამების დაკარგვასთან, შუქურა ხვდება მრავალ სხვადასხვა გამოსხივებაში ამიტომ ფაქტიურად რობოტი ხდება „ბრმა“. მაგრამ გამომდინარე დიდი სიჩქარიდან რობოტი განაგრძობს ინერციით მოძრაობას, რაც მას საშუალებას აძლევს შუქურასთან შეხებისა და შესაბამისად მისი ჩაქრობისა.⁴⁵

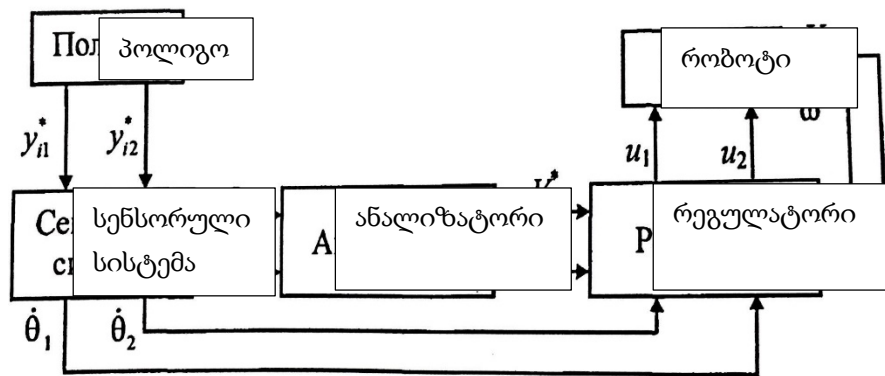
3.4 მართვის სისტემის სტრუქტურული სქემა

თვლიანი რობოტის მართვის სისტემის შექმნის ამოცანა მდგომარეობს მმართველი ზემოქმედების გამომუშავებაში, რომელიც უზრუნველყოფს მასის ცენტრის ან პლატფორმის მიზნობრივი წერტილის გადაადგილებას სამუშაო სივრცეში მიუხედავად იმისა თუ სად იმყოფება რობოტი მოძრაობის დასაწყისში გათვალისწინებული უნდა იყოს მთელი

⁴⁵ Rusak (Arzhanik) A.V. Mobile robot control system design based on fuzzy neural networks // Preprints of 11th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). Saint-Petersburg, 2006. P. 236 240

რიგი შეზღუდვის პირობები, რომლებიც წარმოდგენილია სისტემის სხვადასხვა ცვლილების ფუნქციონალური თანაფარდობებით. მაგალითად, ტრაექტორულ ამოცანებში უფრო მნიშვნელოვან დამოკიდებულებებს წარმოადგენენ მოძრაობის ტრაექტორიების ანალიზური აღწერა. ასეთ ამოცანებში მართვის სისტემა დაიყვანება მართვის ობიექტის სტაბილიზაციამდე დავალებული ტრაექტორიის მიმართ და გრძივი გადაადგილების სასურველი რეჟიმის უზრუნველყოფა სხვა სახის შეზღუდვა შეიძლება ეხებოდეს რობოტის სასურველ ორიენტაციას და მოითხოვებოდეს მმართველი ზემოქმედების განაწილება ცალკეულ ამძრავებში საკმარისი რაოდენობა ასეთი შეზღუდვების საშუალებას იძლევა ავტომატური მართვის კორექტული ამოცანის ჩამოყალიბების და შემდეგ დავაპროექტოთ შესაბამისი მრავალარხიანი რეგულატორი.⁴⁶

მობილური რობოტის მართვი სისტემის სტრუქტურული სქემა, რომელიც დამუშავებული იქნა ზემოთ აღწერილი სატრანსპორტო ამოცანებისთვის მოყვანილია ნახ.3.9-ზე



ნახ.18--მართვის სისტემის სტრუქტურული სქემა

გარემო რომელიც მოქმედებს რობოტზე და გავლენას ახდენს მართვის სისტემის მოძრაობაზე არის შუქურებიანი პოლიგონი:

$$Y^* = \{(y^*_{11}, y^*_{12}), (y^*_{21}, y^*_{22}), \dots, (y^*_{n1}, y^*_{n2})\}$$

აქტიური შუქურების კოორდინატები, სადაც n არის აქტიური შუქურების რაოდენობა. სენსორული სისტემის მიერ ხდება ინფორმაციის

⁴⁶ Miroshnik1.V., Nikiforov V.O., Lyamin A.V. Trajectory control of mobile manipulators interacting with complex environment // 2nd ECPD International Conference on Advanced Robotics, Intelligent Automation and Active Systems. Austria, 1996. P.222-227.

შეკრება რობოტის მიმართ შუქურების განლაგებისა და რობოტის სიჩქარეზე. მასში შედის ორი ქვესისტემა: გადაადგილების გადაწყვეტილებები და ტექნიკური მხედველობის სისტემა. ტექნიკური მხედველობის სისტემა შუქურებიდან მოსული სიგნალების საფუძველზე ახდენს აღმოჩენილი შუქურების პარამეტრებს :

შუქურის პელენგი (კუთხე შუქურისკენ მიმართულებასა და რობოტის გრძივ ღერძს შორის) γ_i და მანძილი შუქურამდე ρ_i . ეს სიგნალები მიეწოდებიან ანალიზატორს. ანალიზატორის ამოცანას წარმოადგენს რობოტის მოძრაობის შესაბამისი ტრაექტორიის ფორმირება. ანალიზატორის გამოსასვლელს წარმოადგენს რობოტის მოძრაობის წრფივი სიჩქარის სასურველი V^* ვექტორი და კუთხური სიჩქარე ω^* . შემდეგ ეს სიგნალები მიეწოდებიან ქვედა დონის რეგულატორის შესასვლელზე, რომელიც გამოიმუშავებს U_i ,

მართველ ზემოქმედებას, რომელიც უზრუნველყოფს რობოტის გადაადგილებას სამუშაო ზონაში მოცემული ტრაექტორიით. სისტემის გამოსასვლელებია რობოტის წრფივი სიჩქარის V ვექტორი და კუთხური ω სიჩქარე.

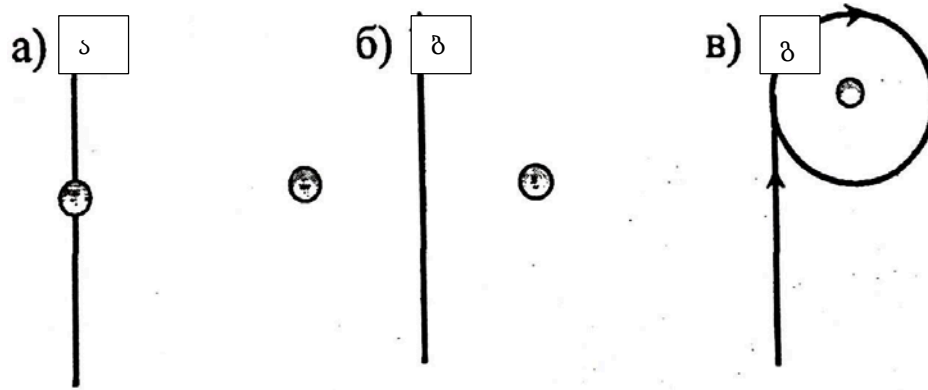
3.4.1 ანალიზატორი

მობილური რობოტის მიმართ დავალებას წარმოადგენს შუქურებით დავალებული გზის გავლა. რობოტის მოძრაობის მართვის ამოცანებიდან შეიძლება გამოვყოთ რამდენიმე:

ა) მოძრაობა დავალებულ წერტილამდე, რომლის მდებარეობას განსაზღვრავს პოლიგონზე დაყენებულ შუქურის გამოსხივება(ნახ.19ა).

ბ) ორ შუქურას შორის გავლა (ნახ.19ბ).

გ) მოძრაობა შუქურების გარშემო (ნახ.19გ).



ნახ.19-რობოტის მოძრაობის მართვის ძირითადი ამოცანები.

პირველი და მეორე ამოცანების შესრულება ხდება ანალოგიურად განსხვავება მეორე შემთხვევაში არის ის, რომ რობოტმა აუცილებლად უნდა იმოძრაოს კარების შემქმნელ შუქურებს შორის კუთხის ბისექტრისაზე. ამიტომ განვიხილოთ მოძრაობები მოცემული წერტილისკენ და მოძრაობა წერტილის გარშემო. ზემოთ განხილული მაგალითები შეიძლება წარმოდგენილი იყოს ამ ორი ამოცანის კომბინაციის საშუალებით. ეს ნიშნავს, რომ რობოტის მოძრაობის ნებისმიერი ტრაექტორია შეგვიძლია განვიხილოთ პირდაპირი და წრიული მოძრაობების ერთობლიობად. ეს ნიშნავს, რომ რობოტის მოძრაობა ნებისმიერ ტრაექტორიაზე შეგვიძლია წარმოვადგინოთ სწორ მონაკვეთებზე და წრეებზე მობრუნებების ერთობლიობის სახით. მაღალი დონის მართვის სისტემის ამოცანას წარმოადგენს მიმდინარე ამოცანების ტიპის განსაზღვრა მოძრაობის შესაბამისი ტრაექტორიის ფორმირება. ტექნიკური მხედველობის სიტემიდან მიღებული მონაცემების საფუძველზე და მისი გადაცემა ქვედა დონის რეგულატორზე.

აღწერილ მართვის სისტემაში ანალიზატორის რეალიზება ხდება პროგრამულად სასრული ავტომატების საფუძველზე. ყოველი ამოცანისათვის მუშავდება თავისი სასრული ავტომატი.⁴⁷

⁴⁷ M'Clockey RT, Murray R.M. Extending Exponential Stabilizers For Nonholonomic Systems From Kinematic Controllers To Dynamic Controllers // Prep. of the Fourth IFAC Symposium on Robot Control. Italy, Capri, 1994. P.243-248.

3.4.2 რეგულიატორი

ანალიზატორიდან მოწოდებული ინფორმაციის საფუძველზე ლოკალური რეგულატორი გამოიმუშავებს მმართველ ზემოქმედებას, რომელიც უზრუნველყოფს რობოტის გადაადგილებას მოცემული ტრაექტორიით სამუშაო სივრცეში. შეგვიძლია გამოვყოთ შემდეგი ამოცანები: შუქურისკენ მოძრაობის მართვა, რეგულატორი ისე როგორც ანალიზატორი რეალიზებულია პროგრამულად. განსახილველი სატრანსპორტო ამოცანებისთვის მართვის კანონების სინთეზი დაიყვანება რობოტის მობრუნების კუთხისა და რობოტის გრძივი სიჩქარის სტაბილიზაციამდე.

დამუშავებულ რობოტის მართვის სისტემა აქვს იერარქიული სტრუქტურა. მაღალ დონეზე წარმოებს ამოცანების ამოცნობა და რობოტის მოძრაობის დაგეგმვა, დაბალ დონეზე ფორმირდება მართველი ზემოქმედების ცვლილება, რომლებიც უზრუნველყოფენ რობოტის გადაადგილებას სამუშაო სივრცეში გადასაწყვეტი ამოცანის შესაბამისობაში. მართვის სისტემაში ანალიზატორის ჩართვით რობოტის ნებისმიერი სირთულის მოძრაობის ტრაექტორია შეგვიძლია წარმოვადგინოთ პირდაპირი და წრიული მოძრაობების მონაკვეთების ერთობლიობით. ყველა ზემოთ აღწერილი მოქმედებები მართვის სისტემის უნდა შესრულდეს დროის რეალურ მომენტში რაც განპირობებული იქნება აპარატურის სწრაფ ქმედებით და ალგორითმების ეფექტურობით.⁴⁸

⁴⁸Kolmanovsky I., McClamroch N.M. Application of integrator backstepping to nonholonomic control problems /I Prep. of the IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design. California, USA, 1995. P.747-758.

თავი 4. სასრული ავტომატები

მოცემული ტექნოლოგიის ძირითად ცნებას წარმოადგენს „მდგომარეობის“ ცნება. მდგომარეობა განიხილება, როგორც ზოგიერთი აბსტრაქცია, რომელიც შემოგვყავს ალგორითმიზაციის პროცესის დასაწყისში. მაგალითად, ცალსახა შეპირისპირება თითოეულის სამართავი ობიექტის ფიზიკურ მდგომარეობასთან. როგორც წესი საწარმოო სისტემის ფუნქციონირება ვლინდება მისი მდგომარეობის ცვლილებაში, ამიტომ ალგორითმში ყოველი მდგომარეობა ხელს უწყობს ობიექტის შესაბამის მდგომარეობაში ყოფნას. ალგორითმში ახალ მდგომარეობაში გადასვლა იწვევს ობიექტის შესაბამის ახალ მდგომარეობაში გადაყვანას, რაც უზრუნველყოფს ობიექტის მართვის პროცესს.

განსაზღვრება. 4.1⁴⁹ სასრული ავტომატი ეწოდება $S = \{U, X, Y, \lambda\}$ სისტემას, სადაც U, X, Y -სასრული სიმრავლეებია (ალფავიტი)

$U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ –შესავლის ალფავიტი

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ –მდგომარეობის ალფავიტი

$Y = \{y_1, \dots, y_r\}$ –გამოსასვლელის ალფავიტი

$\delta: XX \cup \rightarrow X, \lambda: XX \cup \rightarrow Y$ ფუნქციებია განსაზღვრულნი ამ

სიმრავლეებზე: δ - გადასვლის წესია, λ -გამოსავლის წესია. გარდა ამისა თუ S ავტომატში გამოყოფილია ერთი მდგომარეობა, რომელსაც ეწოდება დასაწყისი, მაშინ მიღებულ ავტომატს ეწოდება ინიციალური.

რადგან, δ და λ ფუნქციები განსაზღვრულნი არიან სასრულ სიმრავლეებზე, ამიტომ მოსახერხებელია ისინი მოცემულნი იყვნენ ცხრილების საშუალებით.

ჩვეულებრივ ორი ცხრილი დაიყვანება ერთ ცხრილზე $\delta x \lambda: Xx \cup XxV$, რომლებსაც ვუწოდებთ ავტომატების გადასვლის ცხრილს ან უბრალოდ ავტომატების ცხრილს. აგრეთვე თვალსაჩინო და გავრცელებული მეთოდი

⁴⁹ Ryan 13., On Brockett's condition for smooth stabilizability and its necessity in a context of nonsmooth feedback // SIAM J. on Cont. and Opt. 1994. Vol. 32. P. 1597-1604.

ავტომატების მოცემის ეს არის ორიენტირებული მულტიგრაფი, რომელსაც უწოდებენ გადასვლის გრაფებს ან გადასვლის დიაგრამებს. გრაფის წვერები შეესაბამებიან მდგომარეობებს: თუ $\delta(x_i; u_j) = x_k$ და $\lambda(x_i; u_j) = Y_i$ მაშინ, x_i -დან x_k -ში მივყავართ წიბოს, რომელსაც აწერია U_j და Y_i . გადასვლების ნებისმიერი გრაფისთვის თითოეული წვეროში შესრულებულია შემდეგი პირობები, რომლებიც იწოდებიან ავტომატურობის ან კორექტულობის პირობებად ⁵⁰

1. ნებისმიერი შემავალი U_j ასოსთვის არსებობს წიბო, გამომავალი X_i -დან რომელზეც აწერია U_j (სისრულის პირობა)
2. ნებისმიერი U_j ასო გვხვდება მხოლოდ ერთ წიბოზე, რომელიც გამოდის X_i -დან (დეტერმინირების პირობა)

ს ავტომატს ეწოდება ნაწილობრივ განსაზღვრული თუ თუნდაც მისი ერთ-ერთი ფუნქცია მთლიანად (სრულად) არ არის განსაზღვრული ე.ი ზოგიერთი წყვილისათვის „მდგომარეობა - შესასვლელი“ δ და λ ფუნქციების მნიშვნელობები არ არის განსაზღვრულნი. ავტომატებიც ცხრილში ავტომატის არა სრულად განსაზღვრა გამოიხატება მასში. ზოგიერთი მისი უჯრა არ არის შევსებული-მათში არის ტირეები.⁵¹

პრაქტიკაში, როგორც წესი განიხილება ორი ტიპის ავტომატი მილისა და მურის ავტომატები. მურის ავტომატის გამოსასვლელი არის მხოლოდ მიმდინარე მდგომარეობის ფუნქცია $\lambda: x \rightarrow y$, მაშინ როცა მილის ავტომატის გამოსასვლელი არის როგორც მიმდინარე მდგომარეობის ფუნქცია, ასევე საწყის გარე ზემოქმედება. $\lambda: X_x \cup U \rightarrow Y$.

მურის ავტომატის გამოსასვლელი ფუნქცია ითვლება ერთ არგუმენტთან ფუნქციად, რომელსაც ეწოდება ნიშნულის ფუნქცია და აღინიშნება μ -ასოთი. მურის ავტომატის გრაფაში გამოსასვლელი იწერება არა წიბოზე, არამედ წვეროებზე.

⁵⁰ Шалыто А.А. \$N^{\circ}\$TCH-технология. Алгоритмизация и программирование задач логического управления. СПб.: Наука, 1998

⁵¹ . Bobtsov A.A., Ljiamin AN. The Prébblem of the Adaptive Compensation of a Periodical Input Disturbance // Int. Conf. Control of Oscillation: and Chaos COC'97. St-Pctcrsburg, I997. P355.

განვიხილოთ რობოტის მოძრაობის ამოცანის გადაწყვეტა, რომელიც გადაადგილდება სინათლის შუქურების გარემოში სასრული ავტომატების დახმარებით. ყოველი გადასაწყვეტი ამოცანისათვის ხდება შესაბამისი ავტომატის დამუშავება.

4.1 „გროვის“ ამოცანის გადაწყვეტა

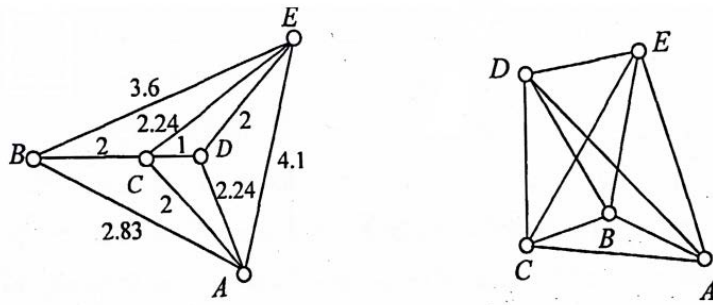
ამოცანის აღწერა: სტარტის მომენტში ჩართულია რამდენიმე შუქურა, მათი განლაგება წინასწარ არ არის ცნობილი. რობოტის ამოცანას წარმოადგენს შევიდეს კონტაქტში რომელიმე ჩართულ შუქურასთან, რის შემდეგაც ხდება მისი გამორთვა. მოითხოვება რომ ჩააქროს ყველა შუქურა. ჩაქრობის თანამიმდევრობას არ აქვს მნიშვნელობა.

თანმიმდევრობის შედგენის კრიტერიუმს წარმოადგენს დროის მინიმუმაცია, რომელიც სჭირდება რობოტს შუქურების „გროვის“ გავლისათვის შესაბამისი მარშრუტით, რადგანაც რობოტი მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით, ამოცანის შესრულებისათვის უმოკლეს დროში აუცილებელია ისეთი მარშრუტის მოძებნა, რომ მოხდეს ყველა აქტიური შუქურის გავლა და ამასთანავე მარშრუტს უნდა ჰქონდეს მინიმალური სიგრძე.

ერთ-ერთი შესაძლებელი მეთოდი ამოცანის გადაწყვეტის არის „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის გამოყენება.⁵² მოცემული ალგორითმის თანახმად რობოტი ირჩევს მასთან უახლოეს შუქურას, რის შემდეგაც ის იქნება ჩამქრალი, რის შემდეგ ამ ადგილიდან აირჩევა უახლოესი შუქურა.

ავაგოთ ამოცანის გრაფები G , რომელშიც ყოველ შუქურას შესაბამისი წვერო, აგრეთვე ერთი წვერო შეესაბამება რობოტის საწყის მდგომარეობას, წიბოები აერთებენ შუქურებს ერთმანეთს შორის.

⁵² Canudas de Wit C., Sordalen OJ. Example of piecewise smooth stabilization of drifless systems with less inputs than states // Nonlinear Control System Design Symposium. Bordeaux, France, IFAC, 1992. P.57-61.



ნახ. 20 შუქურებთან გავლის გრაფის ნიმუში

შუქურებთან გავლა შეესაბამება გრაფის წიბოების თანმიმდევრობა, რომელშიც ორ მეზობელ წიბოს (შეესაბამება) საერთო წვერო. ვთქვათ თითოეულ წიბოს $(v', v'') \in G$ დასმული აქვს მისი სიგრძის $L(v', v'')$ ნამდვილი რიცხვი. მაშინ ნებისმიერი გრაფის სიგრძე განისაზღვრება როგორც მასში შემავალი წიბოების სიგრძეების ჯამი. ასეთ გზას ეწოდება მარშრუტი. მინიმალური მარშრუტი ეს არის წიბოების სიგრძეების მინიმალური ჯამი. ჰამილტონის მინიმალურ ციკლად შეგვიძლია ჩავთვალოთ მატრივი ციკლი, რომელიც გადის განსახილველი გრაფის ყველა წვეროს და აქვს წიბოების სიგრძეების მინიმალური ჯამი.

პოლიგონზე სხვადასხვა სიტუაციების ანალიზი აჩვენებს, რომ ზემოთ აღწერილი ალგორითმის „უახლოესი მეზობლის“ ყოველთვის არ მიყვარს სასურველ შედეგამდე. ე.ი ასეთი მეთოდით მიღებულ მარშრუტს ყოველთვის არ აქვს მინიმალური სიგრძე. განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი:

შუქურების განლაგება ნაჩვენებია ნახ. 9ა-ზე. ვთქვათ რობოტი მოძრაობას იწყებს A წვეროდან. თუ მივყვებით ზემოთ განხილულ „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმს, მივიღებთ შემდეგ მარშრუტს, რომელიც გადის ყველა შუქურაზე: $AC+CD+DE+EB=2+1+2+3.6=8.6$

თუმცა მოცემულ შემთხვევაში მინიმალური იქნება მარშრუტი:

$$AB+BC+CD+DE=2.83+2+1+2=7.83$$

ვიპოვოთ პირობები, რომლის დროსაც „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმი უზრუნველყოფს სიგრძის მიხედვით მინიმალურ მარშრუტს, რომელიც გავლის ყველა შუქურაზე.

თეორემა 4.1 ვთქვათ ნაპოვნია მინიმალური ჰამილტონის ციკლი, რომელიც მოიცავს ამოცანის გრაფის ყველა წვეროს გრაფის ყოველი წვეროსათვის მისი ინციდენტური წიბო რომელიც ეკუთვნის მინიმალური ჰამილტონის ციკლს, აქვს მინიმალური წონა ყველა წიბოებისაგან ინციდენტებიდან მოცემულ წვეროში. მაშინ მარშრუტს რომელიც აგებულია „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის მიხედვით და გადის ამოცანის გრაფის ყველა წვეროში ექნება მინიმალური სიგრძე.

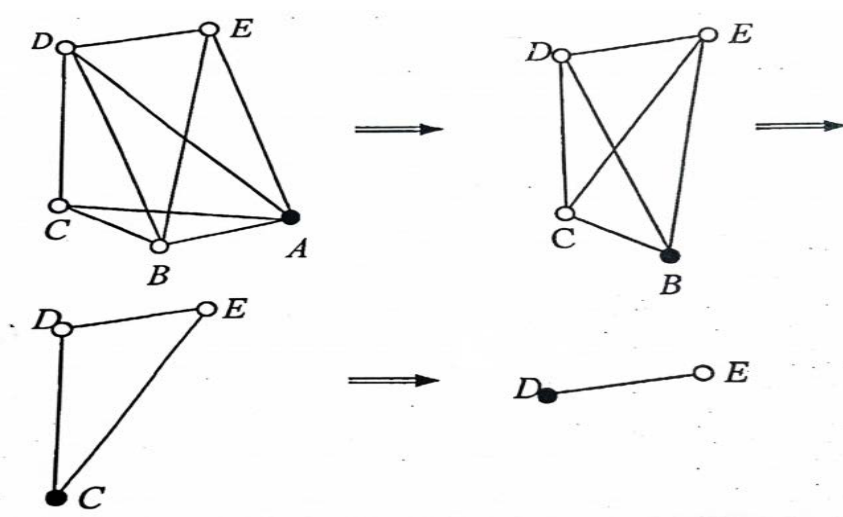
მოცემული თეორემის პირობებიდან გამომდინარეობს, რომ მინიმალური ჰამილტონის ციკლიდან რომელიც წიბოს გადაგდებით, მივიღებთ მინიმალური სიგრძის მარშრუტს, რომელიც აუცილებლად გაივლის ყველა წვეროზე. გავამტკიცოთ ზემოთ მოყვანილი პირობა.

ვთქვათ არსებობს სხვა მარშრუტი Z^1 განსხვავებული ნაჩვენები მარშრუტისაგან, რომელიც აერთიანებს გრაფის ყველა წვეროებს და არ მიეკუთვნება მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს. ყველა წვერს თანამიმდევრობით გავლის დროს გარკვეული რაოდენობის ბიჯის შემდეგ მოხდება მარშრუტების განცალკევება, ამასთან ერთად Z^1 მარშრუტში აუცილებლად შევა დიდი სიგრძის წიბო, რადგანაც მოცემული წვეროს ინციდენტური ყველა წიბოს, რომელსაც აქვს მინიმალური წონა ეკუთვნის მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს. გამომდინარე აქედან ნებისმიერი სხვა Z^1 მარშრუტი შეიცავს Z მარშრუტის რამდენიმე წიბოს, რომლებიც მიღებულია მინიმალური ჰამილტონური ციკლიდან ერთ-ერთი წიბოს გადაგდებით, ამიტომ Z მარშრუტი სიგრძით იქნება ნაკლები ნებისმიერი Z^1 მარშრუტზე, რომელშიც შედის დიდი სიგრძის წიბო.

ეხლა შევეცადოთ ვაჩვენოთ, რომ მარშრუტში შემავალი ყველა წიბო რომლებიც შედგენილია „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის შესაბამისად, ეკუთვნიან მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს. „უახლოესი

მეზობლის” ალგორითმის შესაბამისად მარშუტის აგებისას ყოველ მომდევნო ბიჯზე ხდება არჩევა იმ წიბოსი რომელსაც გააჩნია მინიმალური წონა. თეორემის პირობების შესაბამისად ყველა შესაძლო წიბოებიდან რომლებიც ეკუთვნის მოცემულ წვეროს მინიმალური სიგრძის წიბო მიეკუთვნება მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს . გამომდინარე ზემოთ თქმულიდან მთლიანი მარშუტი რომელიც შედგება მინიმალური წონიანი წიბოებისაგან მიეკუთვნება მიეკუთვნება მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს.

ნახ.20-ზე წარმოდგენილი გრაფიკისთვის, თეორემის პირობები სრულდება ყოველი წვეროსთვის . ამიტომ ნებისმიერი წვერიდან „უახლოესი მეზობლის “ ალგორითმის დახმარებით შესაძლებელია აგებული იქნას მინიმალური მარშუტი. ამასთან ერთად აუცილებელია გათვალისწინებული იქნას, რომ „გროვა” ამოცანის გადაწყვეტისას რობოტი თანმიმდევრულად გადის ყველა შუქურას და ახდენს მათ ჩაქრობას სპეციალური ფიქსატორის გამოყენებით. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ რეალურად ამოცანის გრაფიკი იცვლება იმისდა მიხედვით თუ როგორ ხდება შუქურების ჩაქრობა. საწყისი გრაფიდან თანმიმდევრობით გამოდიან წვეროები ჩამქრალი შუქურების შესაბამისად და აგრეთვე წიბოები, რომელიც აკავშირებს მოცემულ წვეროს გრაფის სხვა წვეროებთან. ვგულისხმობთ, რომ რობოტი მოძრაობას იწყებს A წვეროდან (ნახ. 21 ა). თავდაპირველად მინიმალური მარშუტი იქნება AB, BC, CD, DE, EA წიბოების თანმიმდევრობით A წვეროს ყველა ინციდენტური წვეროებიდან მინიმალური არის AB წიბო. გრაფის B წვეროში მოხვედრის შემდეგ საწყისი გრაფი მოდიფიცირდება (ნახ. 10 ბ)მიღებული გრაფისათვის მინიმალური მარშუტი არის BC, CD, DE, EB წიბოების თანმიმდევრობა. შემდეგ მოძრაობა ხდება C წერტილში, რადგან BC წიბოს აქვს მინიმალური სიგრძე. ხელახლა ხდება გრაფის მოდიფიცირება (ნახ. 10 გ), ვპოულობთ მის მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს და ა. შ. ყველა საჭირო გარდაქმნის შემდეგ ვიღებთ მინიმალურ AB, BC, CD, DE მარშუტს.



ნახ. 21 მინიმალური მარშუტის პოვნის მაგალითი

მინიმალური მარშუტის ასაგებად ზემოთ მოყვანილი თეორემის პირობები არის საკმარისი მაგრამ არა აუცილებელი. განვიხილოთ გრაფი რომელიც მოყვანილია 20 ბ ნახაზზე. AB, BC, CD, DE, EA წიბოების თანმიმდევრობა მოცემული გრაფის ქმნიან მინიმალური სიგრძის ციკლს, რომელიც გადის ყველა წიბოზე გრაფის D და E წვეროებისთვის თეორემის პირობები არ სრულდება. მიუხედავად ამისა, ზოგიერთი საწყისი წვეროებისთვის (A, B და C) შეიძლება აგებული იქნას მინიმალური სიგრძის მარშუტი, „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის გამოყენებით. თითოეული ასეთი მარშუტი არის მარტივი ჯაჭვი, მიღებული მინიმალური ჰამილტონის ციკლიდან წიბოს გადაადგილებით, რომელიც აერთებს ბოლო წვეროს საწყის წვეროსთან. ამავე დროს, ჰამილტონური მინიმალური ციკლის პოვნა არ იძლევა გარანტიას იმისათვის რომ მივიღოთ მინიმალური მარშუტი. ნახ.9.ა ნახაზზე მოყვანილი გრაფისათვის მინიმალური ჰამილტონის ციკლი, შედგება AB, BC, CE, ED, DA წიბოებისაგან. მხოლოდ მაშინ როდესაც მოძრაობა იწყება E წვეროდან მარშუტი რომელიც შედგენილია „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის თანახმად იქნება მინიმალური. ამასთან მიღებული მარშუტი CD, DC, CB, BA. გადაიკვეთება, მაგრამ მთლიანად არ მიეკუთვნება გრაფის მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს AB, BC, CE, ED, DA. „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის შედგენილი მარშრუტი იქნება მინიმალური მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც

რობოტი მოძრაობას იწყებს E წვეროდან. ამასთანავე მიღებული მარშრუტი ED, DC, CB, BA გადაკვეთს, მაგრამ მთლიანად არ მიეკუთვნება AB, BC, CE, ED, DA გრაფის მინიმალურ ჰამილტონის ციკლს. მარშრუტი, რომელიც მიიღება ჰამილტონის მინიმალური ციკლიდან, იმ წიბოს მოშორებით, რომელიც აკავშირებს უკანასკნელ წვეროს საწყის წვეროსთან მოცემულ შემთხვევაში არ იქნება მინიმალური. თუ მოძრაობა დაიწყება გრაფის ნებისმიერი სხვა წვეროდან მაშინ მარშრუტს რომელიც შედგენილია „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმით ამ წვეროებიდან დაწყებული არ ექნება მინიმალური წონა.⁵³

მოყვანილი მაგალითიდან ჩანს, რომ მოყვანილი სტრატეგია „გროვა“ ამოცანის გადასაწყვეტად „უახლოესი მეზობლის“ ალგორითმის გამოყენებით ყოველთვის არ არის ოპტიმალური. ნებისმიერი სხვა ალგორითმის გამოყენება მოითხოვს ამოცანის მთელი გრაფის ცოდნას აპრიორულად, რაც მოითხოვს დიდ გამოთვლებს და ფიზიკურად ძნელად არის განსახორციელებელი.

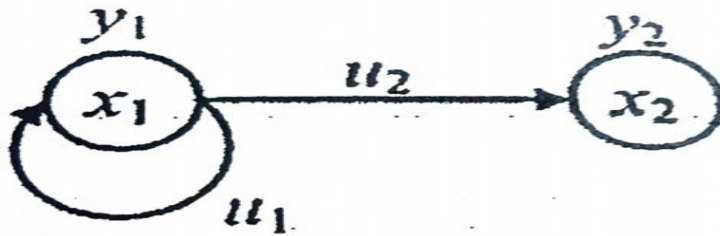
ეხლა მოვიყვანოთ „გროვა“ მაგალითის გადაწყვეტა სასრული ავტომატების სახეში. შესასვლელ სიმრავლედ ვიღებთ ინფორმაციას აქტიური შუქურების რაოდენობას, რომელიც მიეწოდება ტექნიკური მხედველობიდან : $U' = \{u_1 - \text{თუ გინდა იყოს ერთი აქტიური შუქურა} ;$

$u_2 - \text{არ არის არც ერთი აქტიური შუქურა} \}$. გამოსასვლელი სიმრავლის ელემენტებს წარმოადგენს მოძრაობების ფაზები $Y = \{- \text{მოძრაობა პირდაპირ შუქურაზე} ; y_2 - \text{გაჩერება}\}$. მდგომარეობის ალფავიტი „გროვა“ მაგალითისათვის არის ორ ელემენტიანი სიმრავლე :

$X = \{x_1 - \text{მოძრაობა პირდაპირ შუქურისკენ} ; x_2 - \text{გაჩერება}\}$ ავტომატი წარმოადგენს ინიციალებს , საწყისი მდგომარეობით $-x_1$. გადასვლის გრაფი, რომელიც შეესაბამება აღწერილ სასრულ ავტომატს წარმოდგენილია

⁵³ Thuijlt B., d'Andrea-Novel B., Micaelli A. Modeling and feedback control of mobile robots equipped with several steering wheels // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1996. v.12, N93. P.375-390

ნახ. 11 აგებული მურის სასრული ავტომატის გადასვლის ცხრილი წარმოდგენილია 1 ცხრილის სახით.



ნახ.22-სასრული ავტომატი რომელიც რეალიზაციას უკეთებს „გროვის“ ამოცანას.

	u_1	u_2	
x_1	x_1	x_2	y_1
x_2	-	-	y_2

ცხრილი 4.- გადასვლის ცხრილი

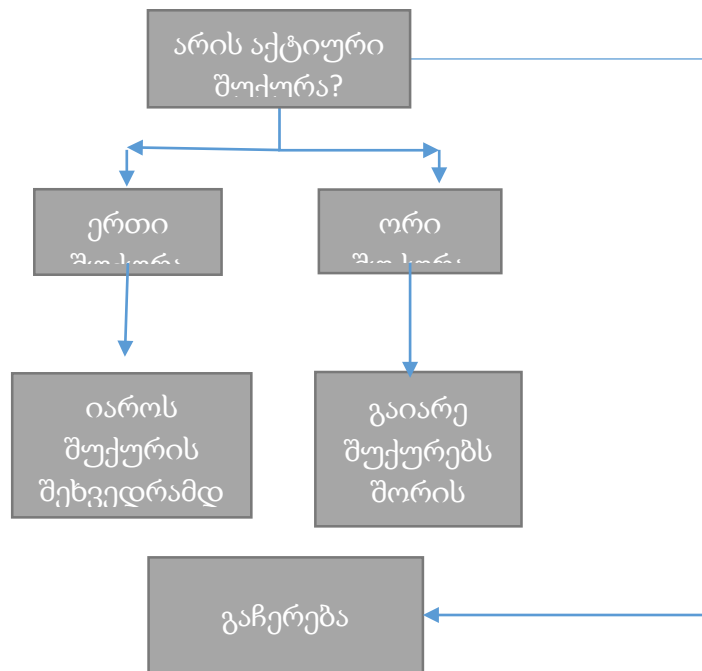
1.2.1 „შუქურა - კარები“ ამოცანის გადაწყვეტა

დასმული ამოცანის აღწერა : სტარტი მომენტში ჩართულია მხოლოდ ერთი შუქურა, აუცილებელია რობოტი მასთან შევიდეს კონტაქტში, რი შემდეგაც შუქურა გამოირთვება და მოხდება შემდეგი შუქურას ჩართვა. მორიგი შუქურას ჩართვის ნაცვლად შეიძლება მოხდეს ერთდროულად ორი შუქურის ჩართვა ,რომელიც ასეთ შემთხვევაში რობოტმა აუცილებლად უნდა გაიაროს ამ შუქურებს შორის ისე რომ არ შეეხოს ამ შუქურებს. მოცემული კარების გავლის დაფიქსირების შემდეგ ჩაირთვება ან მომდევნო შუქურა ან კარები და ა.შ. თუ არ მოხდა შუქურის ჩართვა ამას რობოტი აღიქვამს როგორც ფინიშს . მარშუტის გავლაზე დახარჯული დრო ფიქსირდება საფინიშო შუქურას ჩართვის მომენტში, ამოცანის შესასრულებლად უნდა დაიხარჯოს მინიმალური დრო.

ორი შუქურის მიერ შექმნილ „კარებში“ რობოტის გავლის ამოცანა ანალოგიურია შუქურისკენ მოძრაობის ამოცანის, რობოტმა უნდა იმოძრაოს

შუქურებს შორის კუთხის ბისექტრისაზე . იმ ინფორმაციის გამოყენებით რომელიც მოდის ტექნიკური მხედველობის გადამოწმებიდან

(y_i შუქურის მიმართულებაზე და შუქურამდე P_i დაშორებაზე), გამოითვლება შუქურებს შორის კუთხის ბისექტრისა და ამ მიმართულებით რობოტი გაივლის კარს. ამოცანის გადაწყვეტა შეიძლება აღწერილი იქნას სტრუქტურული სქემით რომელიც ნაჩვენებია ნახაზზე.



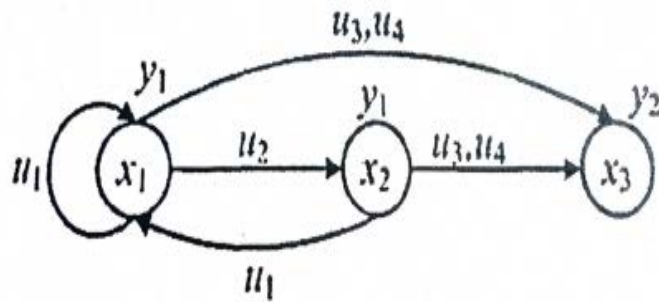
ნახ. 23. „შუქურები-კარები“ ამოცანის გადაწყვეტისათვის მართვის ალგორითმის სტრუქტურული სქემა

განვიხილოთ ამოცანის გადაწყვეტა სახსრული ავტომატების გამოყენების საშუალებით . ამ ამოცანის გადაწყვეტისათვის აუცილებელია განსაზღვრული იქნას შემავალი და გამომავალი ალფავიტები და აგრეთვე მდგომარეობის ალფავიტი. შესასვლელ სიმრავლედ ვდებულობთ აქტიური შუქურების რაოდენობას, რომელიც მოდის ტექნიკური მხედველობიდან :

$U' = \{u_1 - \text{ერთი აქტიური შუქურა} ; u_2 - \text{ორი აქტიური შუქურა} , u_3 - \text{ორზე მეტი აქტიური შუქურა}, u_4 - \text{არ არის აქტიური შუქურა} \}$. გამოსასვლელი სიმრავლის ელემენტებს წარმოადგენს მოძრაობების ფაზები

$Y = \{ y_1 - \text{მოდრაობა პირდაპირ შუქურაზე} ; y_2 - \text{გაჩერება} \}$. მდგომარეობის ალფავიტი „გროვა“ მაგალითისათვის არის ორლემენტანი სიმრავლე :

$X = \{ x_1 - \text{მოდრაობა პირდაპირ შუქურისკენ} ; x_2 - \text{მოდრაობა პირდაპირ შუქურებს შორის} , x_3 - \text{გაჩერება} \}$ ავტომატი არის ინიციალური საწყისი მდგომარეობა x_1 . გადასვლების გრაფები სასრული ავტომატების „შუქურა-კარები“ ამოცანის ამოხსნის გადაწყვეტისა ნაჩვენებია 4.5 ნახაზზე აღწერილია სახსრული ავტომატების გადასვლების ცხრილი 4.2 ცხრილში



ნახ.24. სასრული ავტომატი, რომელიც ახდენს „შუქურა კარები“ ამოცანის რეალიზაციას

	u_1	u_2	u_3	u_4	
x_1	x_1	x_2	x_3	x_3	y_1
x_2	x_1	–	x_3	x_3	y_2
x_3	–	–	–	–	y_2

ცხრილი 5 გადასვლების ცხრილი. 2

4.1.2 „ შუქურები - კარები - რვიანები” ამოცანების გადაწყვეტა

ამოცანის აღწერა: მოძრაობის დასაწყისში ხდება ერთი შუქურის ჩართვა, რობოტის ამოცანაა იმოძრაოს ისე, რომ კონტაქტში შევიდეს ანთებულ შუქურასთან, რის შემდგომ მოხდება შუქურის ჩაქრობა (გამორთვა) და მოხდება მომდევნო მაიაკის ჩართვა და ა.შ მომდევნო ერთი შუქურის ნაცვლად შეიძლება მოხდეს ერთდროულად ორი შუქურის ჩართვა, რომლებიც შექმნიან „კარებს“ . იმ შემთხვევაში თუ შუქურები, რომლებიც ქმნიან კარებს არ გამოირთვებიან რობოტის გავლის შემდეგ ამ კარებში, მაშინ რობოტმა უნდა გააგრძელოს მოძრაობა „რვიანების“ ფორმის ტრაექტორიით შუქურების გარშემო (ირგვლივ). ის გარს შემოუვლის ერთ-ერთ შუქურას და კვლავ გაივლის კარებში იმავე მიმართულებით, შემდეგ შემოუვლის მეორე შუქურას და გაივლის კარებში იმავე მიმართულებით და ა.შ. შუქურასთან შეხება არის აკრძალული, როდესაც მოხდება დაფიქსირება „რვიანების“ გავლის წინასწარ მოცემული რაოდენობით კარების შუქურები გამოირთვებიან და ჩაირთვებიან შემდეგი შუქურა ან კარები და ა.შ სანამ არ მიიღწევა ფინიში. „რვინი“ ტრასაზე შეიძლება იყო რამდენიმე. აუცილებელია რომ დავალება შესრულებული იყოს დროის მინიმალურ მონაკვეთში.

როგორც ზემო იყო აღნიშნული, სასრული ავტომატების გამოყენება საშუალებას იძლევა აღწერილი ამოცანის დეკომპოზიციის და მისი გადაწყვეტა წარმოდგენის როგორც რობოტის ელემენტალური მოძრაობების კომბინაციით წრფივი მოძრაობების მოცემულ წერტილამდე და შუქურების გარშემო მოძრაობებით. აღწერილ პროცესში ყველაზე რთული მომენტი არის გადაადგილებიდან ბრუნვაზე გადასვლის კრიტერიუმების სწორად დავალება.⁵⁴

⁵⁴ . Vukobratovich M., Stojic R. and Ekalo Y. Contribution to the control of robot interacting with dynamic environment // The 4th IFAC Symp. on Robot Control. Capri, 1994. P.487-816

მოცემულ ნაშრომში გადასვლის კრიტერიუმად უნდა ავირჩიოთ რობოტის მიერ კარების გავლა, როდესაც ორივე აქტიური შუქურა აღმოჩნდება რობოტის უკან. გადასვლა ბრუნვითი მოძრაობიდან წინსვლით მოძრაობაზე ხდება პელენგის ნიშნი შეცვლის შემდეგ ერთ-ერთი ხილულ შუქურაზე, ე.ი შუქურები აღმოჩნდებიან რობოტის გასწვრივი ღერძის სხვადასხვა მხარეს. ამ შემთხვევაში „შუქურა-კარები-რვიანი“ ამოცანის იდენტიფიკაციის ალგორითმი შეიძლება აღწერილი იქნას შემდეგნაირად: ტექნიკური მხედველობის სისტემის გადამწოდებიდან მოსული ინფორმაციის მიხედვით, რობოტი ემიზნება პირველ აქტიურ შუქურას, მას შემდეგ რაც შუქურა იქნება გამორთული რობოტის დამიზნება ხდება ან შემდგომ ანთებულ შუქურაზე ან გაივლის კარებს თუ პოლიგონებზე აღმოჩნდება ორი აქტიური შუქურა. კარები გავლის ამოცანა ანალოგიურია და შუქურისკენ მოძრაობის ამოცანის იმ განსხვავებით, რომ რობოტი აუცილებელია მოძრაობდეს იმ კუთხის ბისექტრისაზე რომელიც არის შუქურებს შორის, რომლებიც ქმნიან კარებს. თუ რობოტის მიერ კარების ხაზის გადაკვეთის შემდეგ უკან დაჩენილი შუქურები რჩებიან ანთებული, მაშინ ალგორითმი გადადის ბრუნვის რეჟიმზე, რობოტი იწებს ბრუნვას მარცხენა შუქურის გარემო r რადიუსთან წრეზე სადაც r აირჩევა ისეთნაირად, რმ რობოტი არ გაედოს შუქურას. ბრუნვის პროცესი გრძელდება მანამ სანამ მარჯვნივ არ გამოჩნდება მეორე შუქურა. წინ მეორე შუქურის გამოჩენა და მისი პელენგის ნიშნის ეცვლა არის კრიტერიუმი მისი ბრუნვითი მოძრაობიდან წინსვლით მოძრაობაზე, რობოტი გადის პირდაპირ შუქურებს შორის კარებში. რობოტი როდესაც გადაკვეთავს კარების ხაზს ი გადადის ბრუნვის რეჟიმზე მარჯვენა შუქურის გარშემო. იმ მომენტში, როცა როდესაც მარცხნივ წინ გამოჩნდება მეორე შუქურა ალგორითმი კვლავ გადაირთვება კარების გავლის ამოცანებზე. იმ შემთხვევაში თუ რობოტის მიერ კარების ხაზის განმეორებით გადაკვეთის შემდეგ კარების შემქმნელი შუქურები განაგრძობენ ანთებას, ალგორითმი მეორდება. წინააღმდეგ შემთხვევაში რობოტი უმიზნებს ახალ შუქურას ან

გადის ხალ კარებში, რაც დამოკიდებულია პოლიგონზე აქტიური შუქურების რაოდენობაზე.

წარმოვადგინოთ „შუქურა-კარები-რვინი“ ამოცანის გადაწყვეტა სასრული ავტომატების სახეში. შესასვლელ სიმრავლედ მივიღოთ ინფორმაცია აქტიური შუქურების რაოდენობა, რომელიც მოდის ტექნიკური მხედველობის სისტემიდან და მათი განლაგება რობოტი მიმართ:

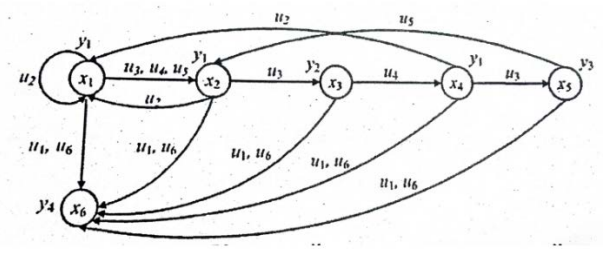
$U=\{U_1-$ არ არის აქტიური შუქურა, U_2- ერთი აქტიური შუქურა U_3- ორი აქტიური შუქურა; ორივე შუქურა არის რობოტის უკან; U_4- ორი აქტიური შუქურა, ერთ-ერთი მათგანი არის წინ მარჯვენა მხარე, U_5- ორი აქტიური შუქურა, ერთ-ერთი მათგანი არის წინა მარცხენა მხარეს; U_6- ორზე მეტი აქტიური შუქურა.} გამოსასვლელი სიმრავლის ელემენტებს წარმოადგენენ მოძრაობის ფაზები⁵⁵

$Y=\{Y_1-$ მოძრაობა პირდაპირ; Y_2- მობრუნება მარცხნივ; Y_3- მობრუნება მარჯვნივ; Y_4- გაჩერება} მდგომარეობის ალფავიტს წარმოადგენს შემდეგი სიმრავლე:

$X=\{X_1-$ მოძრაობა პირდაპირ შუქურებისკენ; X_2- მოძრაობა პირდაპირ შუქურებს შორის; X_3- მობრუნება მარცხენა შუქურის მიმართ; $X_4 -$ მოძრაობა პირდაპირ შუქურებს შორი; X_5- მობრუნება მარჯვენა შუქურის მიმართ. X_6- გაჩერება}.

ალგორითმის ფუნქციონირება იწყება X_1 მდგომარეობიდან ე.ი ავტომატი არის ინციალური. აღწერილი სასრული ავტომატის გადასვლების გრაფიკი წარმოდგენილია ნახ 25

⁵⁵ . Walsh 6., Tilbury D., Sastry 8., Murray R., Laumond LP. Stabilization of trajectories for systems with nonholonomic constraints // IEEE Trans. on Automatic Control. 1994. v.39, N21. P.216-222.



ნახ 25- სასრული ავტომატი, რომელიც რეალიზაციას უკეთებს „შუქურა, კარები- რვიანი“ ამოცანას

ცხრილი 6 გადასვლების ცხრილი 3

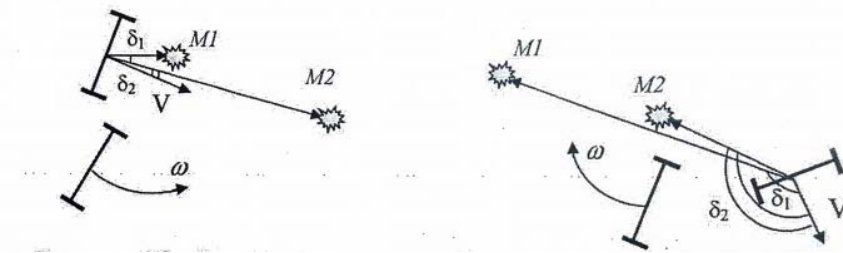
3. ცხრილი არის მერის სასრული ავტომატის გადასვლების ცხრილი

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	
x	x_6	x_1	x_2	x_2	x_2	x_6	y_1
x	x_6	x_1	x_3			x_6	y_1
x	x_6			x_4		x_6	y_2
x	x_6	x_1	x_5			x_6	y_1
x	x_6				x_2	x_6	y_3
x							y_4
	-		-	-	-	-	

4.2 მოძრაობის ტრაექტორიის კორექტირების ალგორითმი

ალგორითმი განკუთვნილია რობოტის მოძრაობის კორექტირებისათვის კარებში გავლისას, რათა თავიდან იქნეს აცილებული შუქურასთან შეჯახება. ორი აქტიური შუქურის მიერ შექმნილი კარების გავლისას რობოტი მოძრაობს შუქურებს შორის შექმნილი კუთხის

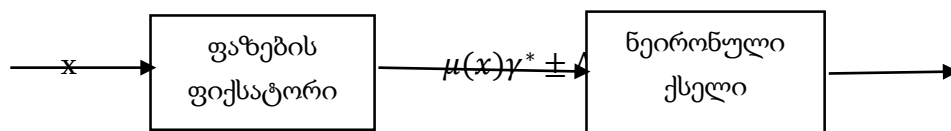
ბისექტრისაზე. თუმცა შესაძლებელია კარების მიმართ რობოტის საწყისი მდებარეობა, რომ მოცემული ალგორითმით მოძრაობის ტრაექტორია ისეთი იყოს, რომ რობოტმა ძალიან ახლოს გაიაროს ერთ-ერთ შუქურასთან (ნახ 25) ასეთ დროს არსებობს რისკი, რომ რობოტი გაედო შუქურას და მოახდინოს მისი ჩაქრობა რაც დაუშვებელია.



ნახ. 26 რობოტის მოძრაობის ვარიანტები კარებში გავლის პროცესში, მისი საწყისი მდგომარეობაზე დამოკიდებულებით.

ალგორითმის ჩართვა ხდება სასრული ავტომატის გადასვლისას შუქურებს შორის გავლის მდგომარეობის აუცილებლობის შემთხვევაში ალგორითმი ახდენს კარებში გავლის კუთხის კორექტირებას მასში რომ $\pm\Delta$ ცვლილების შეტანით, რათა რობოტი გამოვიდეს შუქურასთან დაჯახების ზონიდან. ცვლილებების სიდიდის განსაზღვრა ხდება რობოტის ტექნიკური მხედველობის სისტემის საშუალებით.⁵⁶

კორექტირების ალგორითმი სრულდება არამკაფიო ლოგიკის ალგორითმებით და ნეიროქსელური ტექნოლოგიით ⁵⁷ , ალგორითმის პირობითი სტრუქტურა მოყვანილია ნახ 4.9



ნახ. 27 ტრაექტორიის კორექტირების ალგორითმის სტრუქტურა.

⁵⁶ Waxman A.M., LeMoigne 1.1. Scinvasan F .B. A visual navigation system for autonomous land vehicles // [BE 1. Robotics and Automation. 1987. 3(2).-P. 124-141

⁵⁷ Campton G., Bastin G., D'Andera-Novel B. Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1996 . v.12, M1. P.47-61.

კორექტირების ალგორითმების სინთეზის მეთოდები

1. პროფუნქციური წესების შედგენა:

თუ $|Y_1 - Y_2| < \Delta_0$ და $Y_1 - Y_2 > 0 (Y_1 > Y_2)$ მაშინ $Y^* = Y^* - \Delta_i$

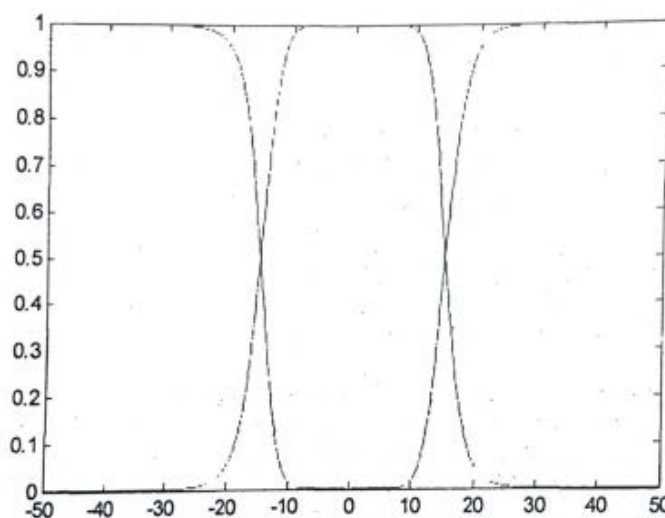
თუ $|Y_1 - Y_2| < \Delta_0$ და $Y_1 - Y_2 < 0 (Y_1 < Y_2)$ მაშინ $Y^* = Y^* + \Delta_i$

თუ $|Y_1 - Y_2| \geq \Delta_0$ მაშინ $Y^* = Y^*$

2. კუთვნილების ფუნქციის განსაზღვრა

$|Y_1 - Y_2|$ ცვლადებისთვის კუთვნილების ფუნქციები მოყვანილია ნახ.

15-ზე.



ნახ. 28 $|Y_1 - Y_2|$ შემავალი ცვლადებისათვის კუთვნილების ფუნქციის სახეები.

$Y_1 - Y_2$ ცვლადებისთვის კუთვნილების ფუნქციები განისაზღვრება ფუნქციებით

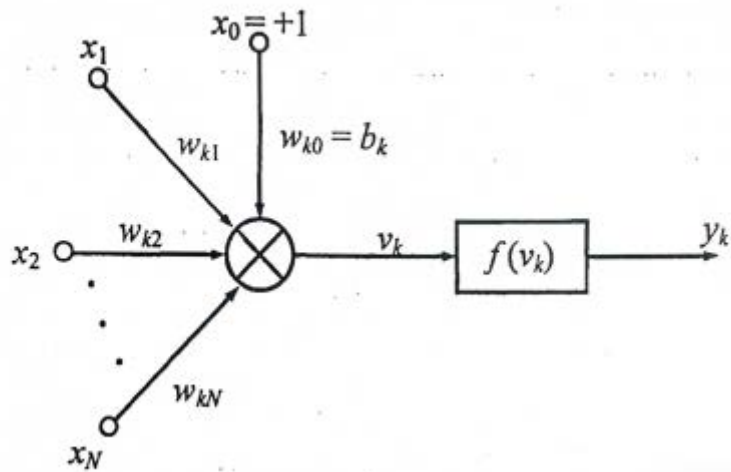
$$\mu(x) = \frac{(\sin(x)+1)}{2} \text{ როცა } Y_1 - Y_2 > 0$$

$$\mu(x) = \frac{(-1-\sin(x))}{2} \text{ როცა } Y_1 - Y_2 < 0$$

3. ნეირონული ქსელის სტრუქტურის არჩევა

კუთვნილების ფუნქციის მნიშვნელობები მიეწოდება ნეირონული ქსელის შესასვლელზე. ნეირონული ქსელის სტრუქტურის არჩევა ჩვეულებრივ ხორციელდება გადასაწყვეტი ამოცანების თავისებურებებისა

და სირთულეების შესაბამისად. დასმული ამოცანის გადაწყვეტისათვის არჩეული იყო მრავალშრიანი ქსელი პირდაპირი გავრცელებით ნეირონის არაწრფივი მოდელი- ასეთი ქსელის ფაზური ელემენტები მოყვანილია ნახ. 28-ზე.



ნახ. 29 ნეირონის არაწრფივი მოდელი

K ნეირონის ფუნქციონირების მათემატიკურ წარმოდგენაში აღიწერება შემდეგი განტოლებებით:

$$v_k = \sum_{j=1}^N w_{kj} + b_k = \sum_{j=0}^N w_{jk} x_j, \quad (127)$$

$$y_k = f(v_k)$$

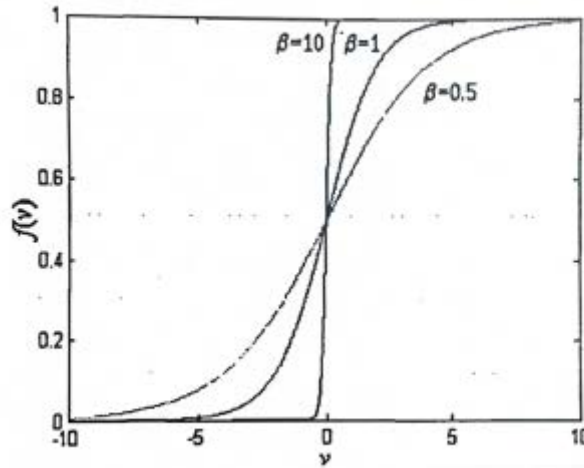
(128)

სადაც x_1, x_2, \dots, x_n - შემავალი სიგნალებია, $w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kn}$ არიან სინატიკარი წონები k ნეირონის, v_k -ინდუცირებული ლოკალური ველი ან k-ნეირონის გააქტიურების პოტენციალი. $b_k = w_{k0}$ არის ზღრუბლური მნიშვნელობა, $f(*)$ - არის აქტივაციის ფუნქცია y_k - ნეირონის გამოსასვლელი სიგნალი.

მოყვანილ ფორმულებში იგულისხმება, რომ შემავალი x ვექტორი შევსებულია ნულოვანი $x_0 = L$ პოლარიზაციის სიგნალის მაფორმირებელი. b_k ზღრუბლი გამოყენება უზრუნველყოფს წრფივი ამჯამავის U_k გამოსასვლელის გარდასახვის ეფექტს.

აქტივაციის $f(x)$ ფუნქცია განსაზღვრავს ნეირონის გამომავალ სიგნალს რომელიც დამოკიდებულია ინდუქცირებული ლოკალური V-ველზე. ნაშრომში აქტივაციის ფუნქციად გამოყენებულია სიგმოიდიკური ფუნქცია (ნახ.22)

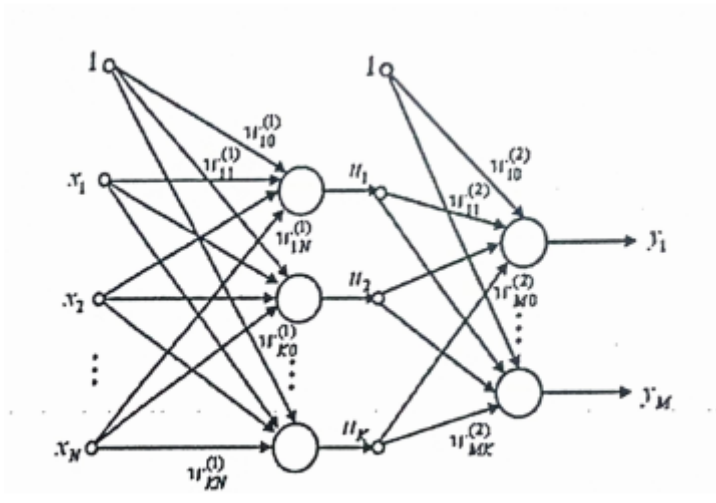
$$F(v) = \frac{1}{1 + e^{-\beta v}} \quad (129)$$



ნახ. 30 აქტივაციის სიგმოიდიკური ფუნქცია β პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისას.

ნეირონების ურთიერთ გაერთიანება ქმნის ხელოვნურ ნეირონულ ქსელს. მრავალშრიანი პერსეპტრონი შედგება უამრავი სენსორული ელემენტებისგან, რომლებიც ქმნიან შემავალ ფენას, ერთი ან რამოდენიმე დაფარული ფენის გამოთვლით. ნეირონების და ერთ ფენას გამომავალი ნეირონებისგან სიგნალი ვრცელდება ქსელით პირდაპირი მიმართულებით ფენიდან ფენამდე.

მე-30 ნახაზზე წარმოდგენილია სრულკავირებიანი ქსელი ერთი დაფარული შრით (ფენით).



ნახ. 31 ზოგადი სტრუქტურა

ორშრიანი ნეირონული ქსელის დახურული შრის i -ური ნეირონის გამოსასვლელი სიგნალი აღიწერება ფუნქციით

$$U_i = f\left(\sum_{i=0}^N w_{ij}^{(1)} x_j\right)$$

(130)

რომელშიც ინდექსი 0 შეესაბამება სიგნალს პოლარიზებული წონით, ამასთან $U_0 \equiv 1, x_0 \equiv 1$. გამომავალი სიგნალი K -ური ნეირონი გამომუშავებული გამომავალი შრის განსაზღვრება.

$$y_k = f\left(\sum_{i=0}^K w_{ki}^{(1)} u_i\right) = f\left(\sum_{i=0}^K w_{ki}^{(2)} f\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}^{(1)} x_j\right)\right) \quad (131)$$

(131)ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ გამოსასვლელი სიგნალის მნიშვნელობაზე მოქმედებს ყველა შრის წონა, მაშინ სიგნალები გამომუშავებული ჩაკეტილ შრეებში არ არის დამოკიდებული გამოსასვლელი შრის წონებში.

ნეირონული ქსელის შესასვლელზე მიეწოდება კუთვნილების ფუნქციის მნიშვნელობა გამოსასვლელელებზე ხდება განსაზღვრა კარებში გავლის კუთხის კორექტირებიდან გამომდინარე აქედან კორექციის ალგორითმისათვის ქსელს აქვს ოთხი შესასვლელი ($N=4$) და ერთი გამოსასვლელი ($\mu = 1$),

2. ნეირონული ქსელის სწავლება

მრავალშრიანი პერსეპტრინის სწავლება ხორციელდება როგორც წესი მასწავლებლით. სწავლების მიზანია წონების $W_{ij}^{(1)}$ და $W_{kj}^{(2)}$ შერჩევა, ქსელის გარდა ყველა შრეებისთვის, რომ დავალებული შესასვლელი x ვექტორის მივიღოთ გამოსასვლელზე Y_j სიგნალის მნიშვნელობა მოთხოვნილი სიზუსტით ემთხვეოდე მოსალოდნელ მნიშვნელობას d_i სადაც $i = 1, 2, \dots, \mu$.

სიახლოვის ზომად ითვლება მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა, აგრეთვე ეგრედ წოდებული ფუნქცია ან შეცდომის ენერჯია. სწავლების P ვექტორის... გამოყენებისას ქსელისათვის, რომელსაც აქვს m გამომავალი ნეირონი, მიზნის ფუნქცია შეიძლება განისაზღვროს ევკლიდეს მატრიცით ⁵⁸

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \|y^{(k)} - d^{(k)}\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^M (y^{(k)} - d^{(k)})^2$$

(132)

Y_i ნეირონის გამოსავალ სიგნალს წარმოადგენს წონითი ქსელის W_{ij} ფუნქცია, რომლის მნიშვნელობა ზუსტდება სწავლების პროცესში, რომელიც ხორციელდება მიზნის ფუნქციის მინიმალიზაციის კრიტერიუმებით. თუ მიზნის ფუნქცია უწყვეტია, მაშინ სწავლების ყველაზე ეფექტურ მეთოდს წარმოადგენს ოპტიმაციის გრადიენტული მეთოდი, რომლის თანახმადაც წონების დაზუსტება წარმოებს შემდეგი ფორმულით

$$W(k+1) = w(k) + \Delta w \quad (133)$$

სადაც

$$\Delta w = \eta p(w) \quad (134)$$

η არის შესწავლის კოეფიციენტი, $p(w)$ არის w მრავალგანზომილებიანი სივრცე.

მრავალშრიანი ქსელის სწავლება გრადიენტული მეთოდის გამოყენებით მოითხოვს გრადიენტის განსაზღვრას ქსელის ყველა შრის მიმართ, რომელიც აუცილებელია $p(w)$ მიმართულების სწორი არჩევისათვის. ამ ამოცანას გააჩნია ცხადი ამოხსნა მხოლოდ გამოსასვლელი

⁵⁸ Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2004. 344 с.

შრის წონებისთვის. სხვა შუქურებისათვის იქმნება სპეციალური სტრატეგია, რომელიც ხელოვნური ნეირონული ქსელების თეორიაში იწოდება შეცდომების უკუ განაწილების ალგორითმად ⁵⁹ . ამ ალგორითმის შესაბამისად ყოველ ციკლში გამოიყოფა სწავლების შემდეგი ეტაპები:

1. ნეირონული ქსელის ანალიზი ინფორმაციის პირდაპირი მიმართულებით გადაცემისას შემავალი სიგნალების გენერაციისას, რომლებიც შეადგენენ x ვექტორს. ანალიზის დეგად გამოითვლებიან დაფარული შრის გამომავალი ალგორითმის შესაბამისი წარმოებულები

$$\frac{df(u_i^{(1)})}{du_i^{(1)}}, \frac{df(u_i^{(2)})}{du_i^{(2)}}, \dots, \frac{df(u_i^{(m)})}{du_i^{(m)}}$$

შრის აქტივაციის ფუნქციების m არის ქსელში შემავალი შრეების რიცხვი.

2. შეცდომების უკუ განაწილების ქსელის შექმნა სიგნალების გადაცემის მიმართულების გზით აქტივიზაციის ფუნქციების შეცვლა მათი წარმოებულებით და ქსელის წინა გამოსასვლელებზე მიწოდებით (მოცემულ მომენტში შესასვლელზე) ფაქტიურ და მოსალოდნელი მნიშვნელობების სხვაობის მნიშვნელობების სახით. ასეთნაირად ქსელის განსაზღვრისათვის აუცილებელია გამოთვლილი იქნას მოთხოვნილი სხვაობების მნიშვნელობები.

3. წონების დაზუსტება წარმოებს (133), (134) ფორმულები, 1 და 2 გრაფებში მოყვანილი შედეგების საფუძველზე როგორც ორიგინალური ქსელისათვის ასევე შეცდომების უკუ გავრცელების ქსელისათვის.

4. 1,2 და 3 პარაგრაფებში აღწერილი პროცესი მეორდება. ყველა არჩეული სწავლებისათვის სანამ შესრულდება ალგორითმის გაჩერების პირობები. ალგორითმის მოქმედება დასრულდება იმ მომენტში, როდესაც გრადიენტის ნორმა დაეცემა დავალებულ მნიშვნელობაზე დაბლა, რომელიც ახასიათებს სწავლების პროცესის სიზუსტეს.

⁵⁹ Borenstein J. Control and Kinematic design of multi-degree-of-freedom mobile robots with compliant linkage // [EBB Trans. on Robotics and Automation. 1995 v.11, N91. P.21-35.

დაწვრილებით განვიხილოთ ალგორითმის მუშაობა ერთი დახურულ შრიანი ქსელისთვის (ნახ. 18). შესასვლელი კვანძების რაოდენობა არის T , ნეირონების რაოდენობა დახურული შრის არის K , გამოსასვლელი შრის ნეირონების რაოდენობა ტოლია M -ის. გამოვიყენოთ ამ ნეირონების აქტივიზაციის სიგმოიდალური ფუნქცია. ალგორითმის საფუძველზე ხდება მიზნის ფუნქციების მნიშვნელობის ანგარიში, როგორც ქსელის გამოსასვლელი სიგნალების ფაქტიური და მოსალოდნელი მნიშვნელობებს შორის სხვაობების კვადრატული ჯამის. ერთეულოვანი სწავლების შემთხვევაში $\langle x, d \rangle$ მიზნის ფუნქცია მოიცემა შემდეგი სა $\frac{dy}{dx}$ ხით

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M (y_k - d_k)^2$$

(135)

ბოლო სწავლების სიმრავლის შემთხვევაში

$I(i=1,2,\dots,n)$ (132) ფორმულით. სიმარტივისათვის ვისარგებლოთ

(135) სახის მიზნის ფუნქციით, რომელიც საშუალებას იძლევა დავაზუსტოთ წონა ყოველი სწავლების გამოჩენის შემდეგ (პირდაპირი რეჟიმი).

მე-30 ნახაზზე მოყვანილი აღნიშვნების გათვალისწინებით ეს ფორმულა გამოისახება შემდეგნაირად

$$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \left[f \left(\sum_{i=0}^k w_{ki}^{(2)} v_i \right) d_k \right]^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \left[f \left(\sum_{i=0}^k w_{ki}^{(2)} f \left(\sum_{j=0}^N w_{ij}^{(1)} x_j \right) \right) - d_k \right]^2$$

(136)

გრადიენტის კონკრეტული კომპონენტები გამოითვლებიან (135) დამოკიდებულების დიფერენცირებით. პირველ რიგში შეირჩევა გამოსასვლელი შრის ნეირონების წონები.

გამოსასვლელი წონებისთვის მივიღებთ

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(2)}} = (y_i - d_i) \frac{df(u_i^{(2)})}{du_i^{(2)}} v_j$$

(136)

სადაც

$$u_i^{(2)} = \sum_{j=0}^k w_{ij}^{(2)} v_j$$

შემოვილოთ აღნიშვნა $\delta_i^{(2)} = (y_i - d_i) \frac{df(u_i^{(2)})}{du_i^{(2)}} v_j$ მაშინ გრადიენტის შესაბამისი კომპონენტები გამოსასვლელი შრის ნეირონის წონების გამოვსახოთ შემდეგნაირად

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(2)}} \delta_i^{(2)} v_j \quad (137)$$

გრადიენტის კომპონენტები დახურული შრის ნეირონების მიმართ განისაზღვრებიან იგივე პრინციპით, თუმცა აღიწერებიან სხვანაირად, უფრო რთული დამოკიდებულებით

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(1)}} = \sum_{k=1}^M (y_k - d_k) \frac{dy_k}{dv_i} \frac{dv_1}{dw_{ij}^{(1)}} \quad (138)$$

ამ გამოსახულების ცალკეული შემადგენელი დაკონკრეტების შემდეგ მივიღებთ შემოვილოთ აღნიშვნა

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(1)}} = \sum_{k=1}^M (y_k - d_k) \frac{df(u_k^{(2)})}{du_k^{(2)}} w_{ki}^{(2)} \frac{df(u_k^{(1)})}{du_k^{(1)}} x_j \quad (139)$$

$$\delta_i^{(1)} = \sum_{k=1}^M (y_k - d_k) \frac{df(u_k^{(2)})}{du_k^{(2)}} w_{ki}^{(2)} \frac{df(u_k^{(1)})}{du_k^{(1)}} \quad (140)$$

მაშინ მივიღებთ გამოსახულებას გრადიენტის კომპონენტების განსაზღვრისათვის

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(1)}} = \delta_i^{(1)} x_j \quad (141)$$

ორივე შემთხვევაში გრადიენტის აღწერას აქვს ანალოგიური სტრუქტურა და წარმოადგენს ორი სიგნალის წარმოებულს. გრადიენტის ვექტორის განსაზღვრა მნიშვნელოვანია წონების დაზუსტების შემდგომი პროცესისათვის. კლასიკურ ალგორითმში შეცდომების უკუ გავრცელების p(w) ფაქტორი, გათვალისწინებული (134) გამოსახულებაში გვამღევს უარყოფითი გრადიენტის მიმართულებას, ამიტომ $\Delta w = -\eta E(w)$ (142)

სწავლება რომელიც ემყარება შეცდომების კორექციას ამის მაგალითი არის ჩაკეტილი სისტემა უკუ კავშირით. მართვის თეორიიდან ცნობილია, რომ ასეთი სისტემის მდგრადობა განისაზღვრება უკუ კავშირის პარამეტრებით. მოცემულ შემთხვევაში ეს არის სწავლების η სიჩქარე.

მდგრადობის უზრუნველყოფისათვის ან სწავლების პროცესის ინტერაქტიული კლებადობისათვის საჭიროა ამ პარამეტრის კარგი შერჩევა. სწავლების სიჩქარის პარამეტრის არჩევა გავლენას ახდენს აგრეთვე სწავლების პროცესის სიზუსტესა და სხვა მახასიათებლებზეც. სხვა სიტყვებით, რომ ვთქვათ სწავლების პარამეტრი η გადაწყვეტ როლს თამაშობს სწავლების პროცესის მწარმოებლობის უზრუნველყოფაში.⁶⁰

განსახილველი ნეირონული ქსელის სწავლება ჩატარდა შეცდომების უკუ მიმართულებით გავრცელების ალგორითმით ყველაზე სწრაფი დავების მეთოდით, რომელშიც მიმართული ვექტორი განისაზღვრება შემდეგი სახით.

$$p_k = -g(w_k), \quad (143)$$

$$\text{სადაც } [g(w)]^T = \nabla E = \left[\frac{\partial E}{\partial w_1}, \frac{\partial E}{\partial w_2}, \dots, \frac{\partial E}{\partial w_n} \right]^T$$

მიზნის ფუნქციის ტეილორის მწკრივად გაშლისას პირველი რიგის მდგენელების შემოსაზღვრულობა საშუალებას არ იძლევა ინფორმაციის გამოყენებისას მისი სიმრუდის შესახებ. ეს განპირობებულია მეთოდის ნელი კლებადობით. ნაჩვენები ნაკლოვანება და აგრეთვე მინიმიზაციის მკვეთრი შენელება ოპტიმალური გადაწყვეტის წერტილის უახლოეს გარემოში როდესაც გრადიენტი იღებს ძალიან მცირე მნიშვნელობას ხდის უსწრაფესი დაშვების ალგორითმის მცირედეფექტიანს. მიუხედავად ამისა, მისი სიმარტივის გათვალისწინებით, მეხსიერების შედარებით მცირე მოცულობით და შედარებით გამოთვლების ნაკლები სირთულით ზუსტად ეს მეთოდი რჩება ძირითად მეთოდად მრავალშრიანი ქსელის სწავლების. მისი ეფექტურობის გაზრდა შესაძლებელია იმ გამოსახულების მოდიფიკაციის გზით, რომელიც განსაზღვრავს მიმართულებას. კარგ შედეგს იძლევა სწავლების იმ მეთოდის გამოყენება რომელსაც უწოდებენ მომენტების მეთოდს. ამ მიდგომის დროს ზუსტდება

⁶⁰ Yagi Y., Kawato S. Panorama scene analysis ;with conic projection // IEEE International workshop on intelligent Robots & Systems. IROS'90.

ქსელის წონები ($W_{k+1} = W_k + \Delta W_k$) ეს ხდება ΔW_k მნიშვნელობის განსაზღვრა ფორმულის მოდიფიცირებით

$$\Delta w_k = \eta_k p_k + \alpha(w_k - w_{k-1}) \quad (144)$$

სადაც α არის მომენტის კოეფიციენტი, რომელიც იღებს მნიშვნელობებს $[0,1]$ ინტერვალში. მოცემული გამოსახულება პირველი მდგენელი შეესაბამება ჩვეულებრივ სწავლებას ყველაზე სწრაფი დაშვების მეთოდით, მეორე ითვალისწინებს წონების ბოლო ცვლილებას და არ არის დამოკიდებული გრადიენტის ფაქტიურ მნიშვნელობაზე. რაც უფრო დიდია აკოეფიციენტის მნიშვნელობა, მით მეტი აღმოჩნდება მომენტის მაჩვენებლის წონები შერჩევაზე. ეს გავლენა არსებითად იზრდება მიზნის ფუნქციის ბრტყელ უბნებზე და აგრეთვე ლოკალური მინიმუმის სიახლოვეს, სადაც გრადიენტის მნიშვნელობა ახლოა ნულთან.

ბრტყელ უბნებზე წონების ნაზრდის მიზნით ფუნქცია სწავლების კოეფიციენტის მუდმივობის პირობებში რჩებიან ერთი და იგივედ. ეს ნიშნავს რომ $\Delta W_k = \eta P_k + \alpha \Delta W_k$ ამიტომ ეფექტური ზრდა წონების ზრდისა შეიძლება აღწერილ იქნას გამოსახულებით .

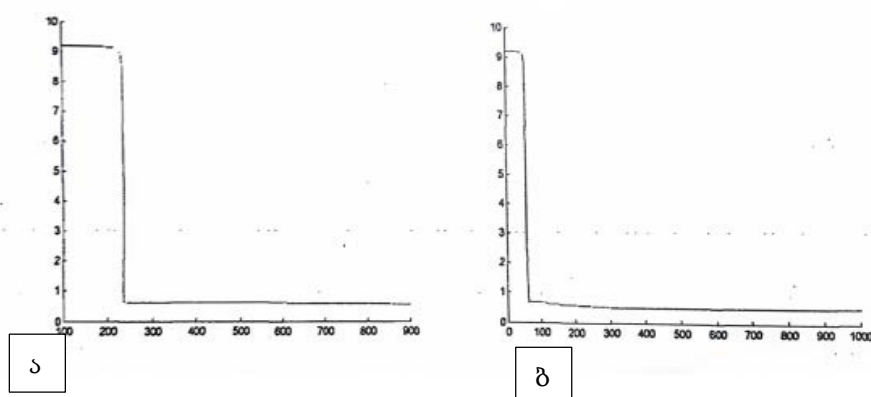
$$\Delta w_k = \frac{\eta}{1-\alpha} p_k \quad (145)$$

$\alpha = 0.9$ მნიშვნელობისას ეს შეესაბამება 10-ჯერ გაზრდას სწავლების კოეფიციენტის ეფექტური მნიშვნელობიდან გამომდინარე, აქედან 10 ჯერად აჩქარებას სწავლების პროცესის.

ლოკალური მინიმუმის ახლო მომენტის მაჩვენებელი არ არის დამოკიდებული გრადიენტთან, შეიძლება გამოიწვიოს წონების ძალზედ დიდი ცვლილება, რაც გამოიწვევს მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობის გაზრდას და ამ მინიმუმის „მიზიდულობის ზონის“-დან გამოსვლას. გრადიენტის მცირე მნიშვნელობის შემთხვევაში (144) გამოსახულებაში დომინირებას იწყებს მომენტის მაჩვენებლები რასაც მიყავს წონების ისეთ ნაზარდთან ΔW_k , რომელიც შეესაბამება მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობის ზრდას, რომელიც საშუალებას იძლევა გამოვიდეთ ლოკალური მინიმუმის ზონიდან. თუმცა მომენტის მნიშვნელობა არ შეიძლება მთიანად

დომინირებდეს სწავლების პროცესის მთლიან ხანგრძლივობაზე რადგანაც ამან შეიძლება მიგვიყვანოს ალგორითმი არასტაბილურობასთან, დომინირების ასეთი სიჭარბის თავიდან ასაცილებლად მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა კონტროლირდება ისე, რომ დასაშვები იყოს მისი გაზრდა შეზღუდულ ზღვრებში. ასეთი მიდგომიას თუ მორიგ $(K - \mu + (K + 1) - \mu)$ ინტეგრაციის ბიჯებზე სრულდება $E(K + 1) < 1,05E(K)_k$, მაშინ ცვლილება იგნორირებულია და ითვლება, რომ $(W_k - W_{k+1}) = 0$ გრადიენტის ამ მაჩვენებლებისას იწყებს დომინირებას მომენტის მაჩვენებელი და პროცესი ვითარდებ მინიმიზაციის მიმართულებით. საჭიროა აღინიშნოს, რომ მომენტი კოეფიციენტების მნიშვნელობების შერჩევისას საჭიროა ჩატარდეს ექსპერიმენტების დიდი რაოდენობა, რომლის მიზანი იქნება ავარჩიოთ ისეთი მნიშვნელობები, რომლებიც ყველაზე კარგად ასახავს გადასაწყვეტი ამოცანას სპეციფიკას.

მე-31 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კლებადობის გრაფიკები უსწრაფესი ვარდნის (დაშვების) (ნახ.31ა) მეთოდის გამოყენებისა და $\alpha = 0.9$ მომენტით (ნახ. 31ბ). ნახაზზე ჩანს მკვეთრი ნახტომი შეცდომების ცვლილებისას, რომელიც დამახასიათებელი უსწრაფესი ვარდნის მეთოდისათვის.



ნახ. 32 სწავლების შეცდომების ცვლილების გრაფიკი

სასრული ავტომატების თეორიის გამოყენებამ საშუალება მოგვცა დაგვემუშავებინა რიგი მარტივი და ადვილდ რეალიზებადი ალგორითმები მობილური რობოტების მარშრუტების აგების ამოცანებისათვის „გროვა“, „შუქურა-კარები“, „რვინები“. მოცემულ თავში განხილული ამოცანები აჩვენებ, რომ სასრული ავტომატების გამოყენება საშუალებას იძლევა მართვის საკმაოდ რთული ამოცანების რეალიზაციას. როგორც ექსპერიმენტალურმა კვლევებმა აჩვენა წარმოდგენილი ალგორითმები გამოყენებული იქნას მრავალ სიტუაციაში, რომელიც შეიძლება წარმოიშვან სატრანსფორტო ამოცანების შესრულებისას.

თავი 5. მართვის ალგორითმების დამუშავება

ამ თავში მოყვანილია ლოკალური რეგულატორების სინთეზის პროცედურა რომლებიც უზრუნველყოფენ რობოტის დამიზნებას შუქურაზე და შუქურის გარშემო ბრუნვაზე მოძრაობის დავალებული მიმართულებით.

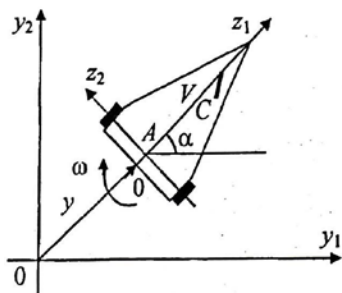
მართვის ალგორითმების სინთეზის პროცედურაში შედის:

- დასკვნები პლატფორმის მოძრაობის პრობლემურ-ორიენტირებულ მოდელების;
- ფარდობითი და გრძივი მოძრაობების არხების დეკომპოზიცია;
- ლოკალური რეგულატორების აგება, რომლებიც უზრუნველყოფენ გადახრების სტაბილიზაციას.

განსახილველად შემოვიღოთ რობოტის პრობლემურ - ორიენტირებული კოორდინატები.

$\delta = \alpha - \alpha^*$ - კუთხური გადახრა

- $\sigma = V(t) - V^*(t)$ - სიჩქარის ცდომილება გრძივი გადაადგილებისაზე, სადაც α^* არის რობოტის სასურველი ორიენტაცია, $V^*(t)$ არის რობოტის მოძრაობის სასურველი წრფივი სიჩქარე. მართვის ამოცანა მდგომარეობს რობოტის კუთხური სიჩქარის $\delta=0$ სტაბილიზაცია და გრძივი გადაადგილების სიჩქარის მუდმივობის შენარჩუნებას $\sigma = V(t) - V^*(t) = 0$



ნახ.33 მობილური რობოტის კოორდინატთა სისტემა

რობოტის ელექტრო მექანიკური მოდელი მიღებული იყო 1.9 პარაგრაფში

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= V \cos \alpha, \quad \dot{y}_2 = V \sin \alpha, \quad \dot{\alpha} = \omega, \\
(J_0 m_0 - 4m_j^2 d^2) \dot{V} &= -4m_j^2 daV\omega + \frac{J_0 cn}{r} i_\sigma + \frac{2m_j d^2 cn}{r} i_\delta \\
(J_0 m_0 - 4m_j^2 d^2) \dot{\omega} &= -2m_0 m_j aV\omega + \frac{2m_j dcn}{r} i_\sigma + \frac{m_0 dcn}{r} i_\delta \\
L \frac{di_\sigma}{dt} &= -Ri_\sigma - \frac{2cn}{r} V + U_\sigma, \quad L \frac{di_\delta}{dt} = -Ri_\delta - \frac{2cn}{r} \omega + U_\delta,
\end{aligned} \tag{146}$$

სადაც $y = \text{col}(y_1, y_2)$ არის აბსოლუტურ კოორდინატთა სისტემაში პლატფორმის ცენტრის კოორდინატები. α არის კუთხე რომელიც განსაზღვრავს რობოტის ორიენტაციას აბსოლუტურ კოორდინატთა სისტემაში, V არის პლატფორმის წრფივი სიჩქარე, ω - პლატფორმის კუთხური სიჩქარე, a არის მანძილი A წერტილიდან მასის c ცენტრამდე, d არის ბორბლებს შორის მანძილის ნახევარი, n არის რედუქტორის ფარდობითი სიზუსტე, L არის ელექტრო ძრავის წრედის ინდუქცია, c ელექტრო მექანიკური ურთიერთქმედების კოეფიციენტი, R არის როტორის წრედის ომური წინაღობა.

$$m_0 = m + 2m_j + \frac{J_y}{r^2}$$

M რობოტის პლატფორმის მასაა, r არის რობოტის თვლის რადიუსი, m_j - არის ჯამური მასაწამყვანი თვლების და ელექტროძრავის როტორის,

$J_y = J_{jy} + n^2 J_{ry}$ არის «დაყვანილი» ინერციის მომენტი თვლის, J_{jy} - თვლის ინერციის

$$J_0 = J + 2m_j a^2 + (m_0 - m) d^2 + 2J_{jz}$$

J_0 პლატფორმის ინერციის მომენტი ვერტიკალური ღერძის მიმართ, რომელიც გადის მასის C ცენტრში, J_{jz} - წამყვანი ბორბლის ინერციის მომენტი ვერტიკალური ღერძის მიმართ,⁶¹

$$i_\sigma = i_1 + i_2, \quad i_\delta = i_2 - i_1, \quad U_\sigma = U_1 + U_2, \quad U_\delta = U_2 - U_1$$

i_1, i_2 - დენებია ელექტროძრავას გარე ნაწილში,

U_1, U_2 - გარე ელექტრო მამოძრავებელი ძაბვებია მოდებული ელექტროძრავებზე.

⁶¹ Seradji H. Configuration control of redundant manipulators: theory and implementation II IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1989. v.5, N94. P.472490.

განსახილველი ორბორბლიანი რობოტის პარამეტრები ,იღებენ შემდეგ მნიშვნელობას

$$m_0 = 7.5 \text{ კგ}; J_0 = 0.1563 \text{ კგ.მ}^2; m_j = 0.1 \text{ კგ}; a = 0.1 \text{ მ}; c = 0.0176$$

რად/ბრ.წმ

$$d = 0.3 \text{ მ}; n = 12; L = 0.000535; R = 0,36 \text{ მ}; r = 0.08 \text{ მ}$$

შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები

$$a_V = -(4m_j^2 d^2 - J_0 m_0), \quad a_{V\omega} = \frac{4m_j^2 da}{aV}, \quad a_{Vs} = \frac{J_0 cn}{r} aV,$$

$$a_{Vd} = \frac{2m_j d^2}{r} aV,$$

$$a_\omega = J_0 m_0 - 4m_j^2 d^2, \quad a_{\omega V} = \frac{2m_0 m_j aV\omega}{a\omega};$$

$$a_{\omega s} = \frac{2m_j dcn}{r} a\omega; \quad a_{\omega d} = \frac{m_0 dcn}{r},$$

$$a_L = L, \quad a_{sV} = \frac{2cn}{r}, \quad a_{dV} = \frac{2dcn}{r} aL, \quad a_{RIL} = \frac{R}{aL}, \quad b_{RIL} = \frac{1}{L}$$

შემოღებული დამოკიდებულებების გათვალისწინებით (146)

განტოლებები მიიღებენ სახეს

$$\dot{V} = -a_{V\omega} V\omega + a_{V\sigma} i_\sigma + a_{V\delta} i_\delta,$$

$$\dot{\omega} = -a_{\omega V} V\omega + a_{\omega\sigma} i_\sigma + a_{\omega\delta} i_\delta,$$

$$\frac{di_\sigma}{dt} = -a_{\sigma V} V - a_{\sigma\sigma} i_\sigma + b_\sigma U_\sigma$$

$$\frac{di_\delta}{dt} = -a_{\delta\omega} \omega - a_{\delta\delta} i_\delta + b_\delta U_\delta$$

$$\text{სადაც } a_{\sigma\sigma} = a_{\sigma\sigma} = a_{RIL}$$

$$b_\sigma = b_\delta = b_{RIL}$$

გამოვყოთ მართვის ორი არხი:

რობოტის გრძივი გადაადგილების მართვის არხი

$$\dot{V} = -a_{V\omega} V\omega + a_{V\sigma} i_\sigma + a_{V\delta} i_\delta$$

$$\frac{di_\sigma}{dt} = -a_{\sigma V} V - a_{\sigma\sigma} i_\sigma + b_\sigma U_\sigma$$

რობოტის ორიენტაციის მართვის არხი

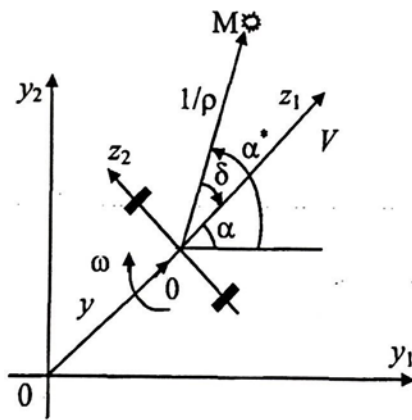
$$\dot{\alpha} = \omega$$

$$\dot{\omega} = -a_{\omega V}V\omega + a_{\omega\sigma}i_{\sigma} + a_{\omega\delta}i_{\delta},$$

$$\frac{di_{\delta}}{dt} = -a_{\delta\omega}\omega - a_{\delta\delta}i_{\delta} + b_{\delta}U_{\delta}$$

5.1 რობოტის ორიენტაციის მართვა

მართვის ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ მოიძებნოს U_1, U_2 ძაბვები რომლებიც მოახდენდნენ კუთხურ ორიენტაციის $\delta = \alpha - \alpha^*$ კომპენსაციას (ნახ.33)



ნახ.34 რობოტის კუთხური კოორდინატები

1. მოძრაობა შუქურაზე

$\delta = 0, \dot{\delta} \approx 0, \ddot{\delta} \approx 0$ მცირე გადახრებისას დინამიკის განტოლებას ექნება სახე:

$$\ddot{\delta} + [a_{\omega V}V^* + a_{RIL}]\dot{\delta} + [a_{\omega\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{\omega V}V^*]\delta = -a_{\omega\sigma}a_{\sigma V}V + \bar{U}_{\delta} \quad (147)$$

\bar{U}_{δ} - არის მმართველი ზემოქმედება, რომელიც U_{σ}, U_{δ} ცვლადებთან დამაკავშირებელია შემდეგი დამოკიდებულებებით

$$b_{1/L}(a_{\omega\sigma}U_{\sigma} + a_{\omega\delta}U_{\delta}) = \bar{U}_{\delta}, \quad (148)$$

$$U_{\delta} = U_1 - U_2 \quad (149)$$

მართველი ზემოქმედება ავირჩიოთ შემდეგი სახით

$$\bar{U}_{\delta} = a_{\omega\sigma}a_{\sigma V}V - k_{\delta 0}\delta \quad (150)$$

და შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$k_{\delta 2} = a_{\omega V}V^* + a_{RIL}, \quad k_{\delta 1} = a_{\omega\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{\omega V}V^*.$$

მაშინ ჩაკეტილი სისტემის განტოლება მიითებს სახეს

$$\ddot{\delta} + k_{\delta 2}\dot{\delta} + k_{\delta 1}\delta + k_{\delta 0}\delta = 0 \quad (151)$$

უკუ კავშირის კოორდინატების შერჩევით

$$k_{\delta 0}: 0 < k_{\delta 0} < k_{\delta 2}k_{\delta 1}$$

$$k_{\delta 2} > 0, k_{\delta 1} > 0 \quad ()$$

ჩაკეტილი სისტემა არის ასიმეტრიულად მდგრადი.

2. მოძრაობა შუქურის ირგვლივ

მცირე გადახრებისას $\delta = 0$, $\dot{\delta} \approx 0$, $\ddot{\delta} \approx 0$ მოძრაობის განტოლება მიიღებს სახეს

$$\begin{aligned} \ddot{\delta} + [a_{\omega V}V^* + a_{RIL}]\dot{\delta} + [a_{\omega\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{\omega V}V^*]\delta = \\ -[a_{\omega\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{\omega V}V^*]\rho^*V^* - a_{\omega\sigma}a_{\sigma V}V + \bar{M}_{\delta} \end{aligned} \quad (152)$$

სადაც ρ^* - არის ბრუნვის სიმრუდის რადიუსის ეტალონური მნიშვნელობა, \bar{M}_{δ} - მართველი ზემოქმედება, რომელიც დაკავშირებულია U_{σ}, U_{δ} ცვლადებთან.

შემოვიღოთ აღნიშვნები

$$k_{\delta 2} = a_{\omega V}V^* + a_{RIL}, \quad k_{\delta 1} = a_{\omega\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{\omega V}V^*.$$

და შევარჩიოთ მართველი ზემოქმედება შემდეგი სახით

$$\bar{M}_{\delta} = [a_{\omega\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{\omega V}V^*]\rho^*V^* + a_{\omega\sigma}a_{\sigma V}V - k_{\delta 0}\delta \quad (153)$$

მაშინ ჩაკეტილი სისტემის განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\ddot{\delta} + k_{\delta 2}\dot{\delta} + k_{\delta 1}\delta + k_{\delta 0}\delta = 0 \quad (154)$$

როცა $0 < k_{\delta 0} < k_{\delta 2}k_{\delta 1}$ ($k_{\delta 2} > 0, k_{\delta 1} > 0$) სისტემა (154) არის ასიმეტრიულად მდგრადი

5.2 რობოტის გრძივი გადაადგილების მართვა

მართვის ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ ვიპოვოთ ისეთი U_1, U_2 ძაბვები რომლებიც ახდენენ სიჩქარის მიხედვით გადახრის კომპენსირებას $\sigma = V(t) - V^*(t)$ მცირე გადახრებისას $\sigma \approx 0, \dot{\sigma} \approx 0$ დინამიკის განტოლება მიიღებს სახეს

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} + [a_{V\omega}\rho^*V^* + a_{RIL}]\dot{\sigma} + [a_{V\sigma}a_{\sigma V} + a_{RIL}a_{V\omega}\rho^*V^*]\sigma \\ = -a_{V\omega}\delta\dot{V}^* - [a_{V\delta}a_{\delta\omega} + a_{RIL}a_{V\omega}V^*]\delta - a_{V\sigma}a_{\sigma V}V^* - a_{V\delta}a_{\delta\omega}\rho^*V^* \\ - a_{RIL}a_{V\omega}\rho^*(V^*)^2 + \bar{U}_\delta \end{aligned} \quad (155)$$

\bar{U}_δ მართველი ზემოქმედებაა, რომელიც U_σ, U_δ ცვლადებთან დაკავშირებულია შემდეგი დამოკიდებულებით

$$b_{I/L}(a_{V\sigma}U_\sigma + a_{V\delta}U_\delta) = \bar{U}_\sigma \quad (156)$$

$$U_\sigma = U_2 + U_1 \quad (157)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$k_{\sigma 1} = a_{V\omega}\rho^*V^* + a_{RIL}, \quad k_{\sigma 0} = a_{V\sigma}a_{\sigma V} + a_{RIL}a_{V\omega}\rho^*V^*$$

შემდეგი სახით მართველი ზემოქმედების არჩევა

$$\begin{aligned} \bar{U}_\delta = a_{V\sigma}a_{\sigma V}V^* + a_{V\delta}a_{\delta\omega}\rho^*V^* + a_{RIL}a_{V\omega}\rho^*(V^*)^2 + [a_{V\delta}a_{\delta\omega} + \\ a_{RIL}a_{V\omega}\rho^*]\delta \end{aligned} \quad (158)$$

უზრუნველყოფს ჩაკეტილი სისტემის ასიმეტრიულ მდგრადობას

$$\ddot{\sigma} + k_{\sigma 1}\dot{\sigma} + k_{\sigma 0}\sigma = -a_{V\omega}\delta\dot{V}^* \quad (159)$$

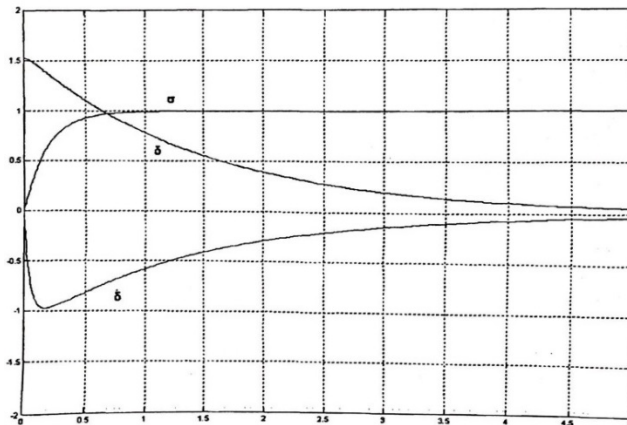
რადგან ყველა მოყვანილი მართვის კანონები განსაზღვრული (147), (149), (150), (153), (156), (157), (158) დამოკიდებულებით მიღებულია პირველი მიახლოებით, ლიაპუნოვ- ჰუანკარეს თეორემის თანახმად ისინი უზრუნველყოფენ ასიმტოტურ მდგომარეობას მცირე არაწრფივი სისტემის (5.1). შუქურასთან ახლოს რობოტი კარგავს მართვას, ეს დაკავშირებულია აგრეთვე ტექნიკური მხედველობის თავისებურებებთან, თუმცა ამ შემთხვევაში რობოტის დიდ სიჩქარეთ მოძრაობიდან გამომდინარე, რობოტი განაგრძობს მოძრაობას ინერციით, რაც საშუალებას აძლევს მას ჩააქროს შუქურა.⁶²

სამუშაო მოყვანილი მოცემული თავის ალგორითმებში ილუსტრირებულია იმიტაციური მოდელირების შედეგებით.

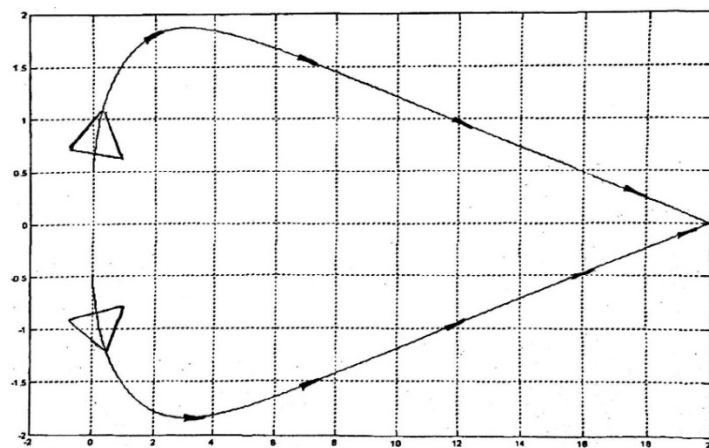
ნახაზ 35-ე-ზე მოყვანილია კუთხური ორიენტაციის ცვლილების შეცდომების და მათი წარმოებულების დროითი დიაგრამები და აგრეთვე

⁶² Samson C. Path Tracking and Stabilization of a wheeled Mobile Robot // Proc. Int. Conf. ICARCV'92. Singapour, 1992

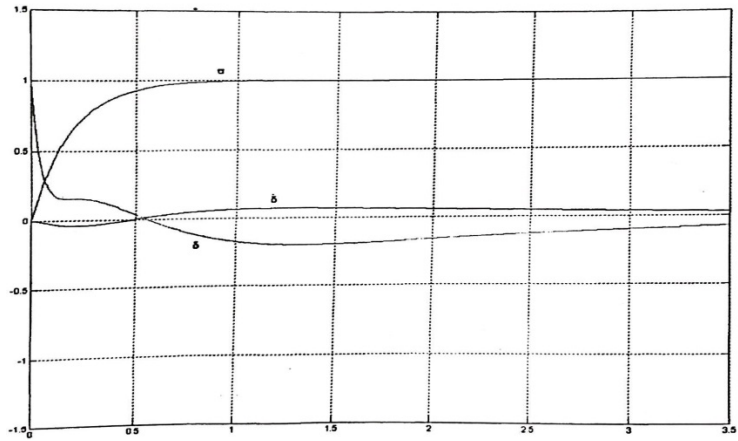
სასურველი გრძივი სიჩქარის მიღწევა რობოტის შუქურებისკენ მოძრაობის მოდელირებისას. ნახაზ 36-ე -ზე მოყვანილია ფაზური პორტრეტი, რომელიც გვიჩვენებს რობოტის სხვადასხვა საწყისი მდებარეობიდან შუქურებისკენ კრებადობას. 37-ე ნახაზზე მოყვანილია დროითი დიაგრამები კუთხური ორიენტაციის შეცდომების და მისი წარმოებულის ცვლილების და აგრეთვე ცდომილებები (გადახრები) სიჩქარის რობოტის მოძრაობის მოდელირებისას შუქურის ირგვლივ. 38-ე ნახაზზე მოყვანილია ფაზური პორტრეტი რომელიც ახდენს ილუსტრაციას რობოტის მოძრაობისა შუქურის ირგვლივ სხვადასხვა საწყისი მდგომარეობიდან და სხვადასხვა ორიენტაციით



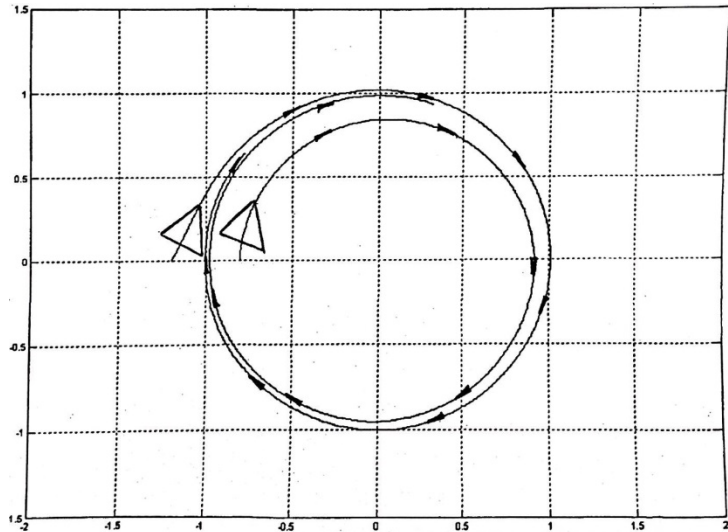
ნახ.35 შეცდომების ცვლილება სიჩქარის მიხედვით (σ) , კუთხური ორიენტაციის ცდომილება (δ), მისი წარმოებული (δ') რობოტის შუქურაზე დამიზნებისას.



ნახ.36 ფაზური პორტრეტი რობოტის შუქურაზე დამიზნების.



ნახ. 37 შეცდომების ცვლილება სიჩქარის მიხედვით (σ) კუთხური ორიენტაციის ცდომილება (δ). მისი წარმოებული (δ') შუქურის გარშემო მოძრაობისას.



ნახ.38 ფაზური პორტრეტი რობოტის შუქურის გარშემო მოძრაობისას.

დასკვნა

დისერტაციაში ჩატარებულია კვლევები, რომელიც უკავშირდება თვლიანი რობოტების მათემატიკურ მოდელებს აგებულია თვლიანი რობოტების მოძრაობის მართვის კანონებს იმ შემთხვევებში როდესაც მოძრაობის სასურველი ტრაექტორია ცხადად არ არის მოცემული.

დისერტაციის ძირითადი შედეგებია:

1. წარმოდგენილია თვლიანი რობოტების მათემატიკური მოდელების აგებისა და კლასიფიკაციის პროცედურები და წარმოდგენილია მათი ანალიზი. ილუსტრაციისთვის მოყვანილია კონკრეტული მაგალითები თვლიანი მობილური რობოტების კინემატიკური და დინამიკური მოდელების აგების.

2. მოყვანილია შედარებითი ანალიზი მობილური რობოტის ტექნიკური მხედველობის სხვადასხვა ოპტიკური სქემების ობიექტების კოორდინატების განსაზღვრის სიზუსტის თვალსაზრისით.

3. დამუშავებულია მობილური რობოტის მართვის სისტემის სტრუქტურა, მაღალი დონის რეგულატორი რომელსაც აქვს ორი ბლოკი: ანალიზატორი და მოძრაობის კორექციის ბლოკი

4. დამუშავებულია მართვის ლოკალური ალგორითმები, რომელიც საშუალებას იძლევა გადაწყვეტილი იქნას რობოტის მართვის ამოცანა იმ პირობებში როდესაც არ არის გარკვეული მოძრაობის ტრაექტორია.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Аржаник А.В., Вашенков О.Е., Лямин А.В., Шисфнп П.И. Мобильный робот «Невская стрела» // Мехатроника, автоматичшта, упр...шспно. < М.: Новые технологии. 2004, №2. С. 23 -26.
2. Аржаник А. В. Система технического зрения мобильного робота // Вестник конференции молодых ученых СПбГУ ИТМО. Сборник научных трудов. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2004. С.97 -102.
3. Аржаник А.В. Синтез алгоритмов управления движением двухприводного МОБИЛЬНОГО робота на основе НСЧСТКОЙ ЛОГИКИ Ш... задачи прохождения «ворот» // Вестник П межвузовской конференции молодых ученых СПбГУ ИТМО. Сборник научных трудов / Под ред. В.П. Ткалич. Том 2. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. 0.112 120.
5. Аржаник А.В. Синтез нечетких алгоритмов управления мобильным роботом // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики № 28. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. С. 113 122.
6. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию. М.: Наука, Физматиздат, 1995. 416 с.
7. Богуславский А.А., Сербенюк Н.С., Соколов С.М. Конический сенсор для навигации подвижного робота по маякам // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мсхатронные системы», 5 6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. -С. 42 55.
8. Буданов В. М., дсвянин В. А. О движении колёсных роботов // ПММ. - 2003. --Т. 67., вып. 2, _С. 244 255.
9. Бурдаков С.Ф., Мнрошиик И.В., Стельмаков Р.З. Системы управления движением колесных роботов. СПб.: Наука, 2001. 227 с.
10. Гелиг А.Х.. Леонов Г.А., Якубович В.А. Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия. м.: Науки, 1978.
11. Головин А. А., Гришин А. А., Жихарев С. д.. Ленский А. 'В. Алгоритмы решения задачи навигации мобильных роботов // Докл. науч. школы-копфсредции «Мобильные роботы и мсхатронные системы», 7 8 декабря 1999 г. М.: Институт механики МГУ, 1999. С. 109 -128.
12. Гусев Д. М., Кобрин А. И., Мартыненко Ю. Г. Навигация мобильного робота на полигоне, оснащенном системой маяков // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 5 6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 140 151.
13. Девяиин Е. А. О движении колёсных роботов // Докл. науч. школыконференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 7 8 декабря 1999 г. М.: Институт механики МГУ, 1999. С. 169 200.
14. 13.дезоер Ч., Видьясагар М. Системы с обратной связью: вход-выходные соотношения. -М.: Наука, 1983.
15. Ерофеев А.А., Полчков А.О. Интеллектуальные системы управления. сиб: спвт, 1999.-264 с.

16. 15. Калёнова В. И., Морозов В. М., Сапмина М. А. Устойчивость и стабилизация установившихся движений неголономных механических систем одного класса // Мобильные роботы и мехатронные системы. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004. С. 119-134.
17. Каплан Р. Основные концепции нейронных сетей. СПб: Вильямс, 2001. 288 с.
18. Келли Дж. Общая топология. М.: Наука, 1981. 432 с.
19. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. -М.: Наука, 1984.
20. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергия, 1980 344 с.
21. Львович А. Ю. Электромеханические системы. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989.
22. Люгер Дж. Ф. Искусственные интеллектуальные стратегии и методы решения сложных проблем. Изд. 4. М.: Вильямс, 2003. 864 с.
23. Лямин А.В. Анализ математических моделей колесных роботов и синтез алгоритмов контурного управления. дис. кандидата техн. наук. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 1997.
24. Лямин А.В., Мирошник И.В. Динамические модели многоприводных колесных роботов // Анализ и управление нелинейными колебательными системами / Под ред. Г.А. Леонова, А.Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 1998. С. 201-214.
25. Лямин А.В., Русак А.В. Решение некоторых транспортных задач управления мобильным роботом // Информационные технологии моделирования и управления / Под ред. О.Я. Кравец Воронеж: изд-во «Научная книга», 2006, №5(30). С. 637-644.
26. Лямин А.В., Русак А.В. Использование конечных автоматов при решении нетривиальных транспортных задач управления мобильным роботом // Системы управления и информационные технологии. Перспективные исследования. Воронеж, 2006, № 4.2(26). С.248-252.
27. Мартыненко Ю. Г. Аналитическая динамика Аэлектромеханических систем. М.: Изд-во МЭИ, 1985.
28. Мартыненко Ю.Г. Применение теории неголономных электромеханических систем к задачам динамики мобильных колесных роботов // Сб. науч. статей, посв. 125-летию кафедры теоретической механики. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. С. 33-47.
29. Мартыненко Ю. Г. Проблемы управления и динамики мобильных роботов // Новости искусственного интеллекта. 2002. № 4 (52). С. 18-23.
30. Мартыненко Ю.Г. Управление движением мобильных колесных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. М.: Центр новых информационных технологий МГУ, Издательский дом «Опытные системы», 2005. Том 11, № 8. с. 29-80.
31. Мирошник И.В. Согласованное управление многоканальными системами. -Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.

32. Мирошник И.В., Никифоров 8.0, Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими объемами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
33. Неймарк Ю.Н., Фуфаев Н.А. Динамика неавтономных систем. М.: Наука, 1967.
34. Соревнования мобильных роботов в рамках Фестиваля // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 5-6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. С. 274-278.
35. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2004. 344 с.
36. Охоцимский Д. Е., Мартыненко Ю. Г. Новые задачи динамики и управления движением мобильных колёсных роботов // Успехи механшш. 2003.-т. 2, № 1.-с.3-47. ' ' '
37. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986. -288 с.
38. Сербенюк Н.С. Экспериментальное исследование свойств конического сенсора // Материалы науч. школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы», 5-6 декабря 2000 г. М.: Изд-во Моск. унта, 2000. С. 56-67.
39. Трахтенброт Б.А., Бардзинь Я.М. Конечные автоматы. Поведение и синтеза, М.: Наука, 1970.
40. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989.
41. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1104 с.
42. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. СПб: Вильямс, 2002.
43. Шалыт А.А. Алгоритмизация и программирование для систем логического управления и "реактивных" систем. Обзор // Автоматика и телемеханика. 2001. № 1. С.3-39.
44. Шалыт А.А. Использование граф-схем алгоритмов и графов. переходов при программной реализации алгоритмов логического управления // Автоматика и телемеханика. 1996. № 7.
45. Шалыт А.А. TCH-технология. Алгоритмизация и программирование задач логического управления. СПб.: Наука, 1998
46. D'Andrea-Novel 8., Campion G., Bastin G. Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots by State Feedback Linearization. Int. J. of Robotics Res. 1995. v.14, N96. P.543-559.
47. Ajith Abraham and Baikunth Nath. Designing Optimal Neuro-Fuzzy Systems for Intelligent Control // In Proceedings of The Sixth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, (ICARCV 2000 Singapore), Singapore, 2000.
48. Artus G., Morin P., Samson C., Tracking of an omnidirectional target with a nonholonomic mobile robot // IEEE Conf. on Advanced Robotics (ICAR). 2003. P. 1468-1473.

49. Astolfi A. Exponential stabilization of nonholonomic systems via discontinuous control // Prep. of the IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design. California, USA, 1995. R74 1 -746.
50. Astolfi A. Discontinuous output feedback control of nonholonomic chained systems // Proc. Of 3rd European Control Conference. Roma, 1995. P.2626-2629.
51. Bloch A., Reyhanoglu M., McClamroch NM. Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems // IEEE Trans. On Automatic Control. 1990. v.37, N911.P.1746-1757.
52. Bloch A.M., McClamroch N.H., Reyhanoglu M. Controllability and stabilizability properties of nonholonomic control system // Proc. 29th Conf. on Decision and Control. Honolulu, Hawaii, 1990. -P. 13 12-13 14.
53. Bobtsov A.A., Ljapunov A.V. Trajectory Motion Adaptive Control of Mobile Robots // Abstracts of 5th Int. Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). St-Petersburg, 1996. P.30-35.
54. Bobtsov A.A., Ljapunov AN. The Problem of the Adaptive Compensation of a Periodical Input Disturbance // Int. Conf. Control of Oscillation: and Chaos COC'97. St-Petersburg, 1997. P355.
55. Borenstein J. Control and Kinematic design of multi-degree-of-freedom mobile robots with compliant linkage // [IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1995 v.11, N91. P.21-35.
56. Brockett R.W. Asymptotic stability and feedback stabilization // Differential Geometric Control Theory. Birkhauser: Boston, 1983. P.181-191.
57. Campton G., Bastin G., D'Andrea-Novell B. Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1996 . v.12, M1. P.47-61.
58. Canudas de Wit CL, Khenndouf HI, Samad C., Sordalen OJ. Nonlinear Control Design for Mobile Robots // In Y.Zheng (Ed). 'Recent trends in Mobile Robots'. World Scientific, 1993. .P.121-126.
59. Canudas de Wit C., Sordalen OJ. Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints // IEEE Trans. on Automatic Control. 1992. P.1791-1797.
60. Canudas de Wit C., Sordalen OJ. Example of piecewise smooth stabilization of driftless systems with less inputs than states // Nonlinear Control System Design Symposium. Bordeaux, France, IFAC, 1992. P.57-61.
61. Coron J.M., Praly L., Tsinias A. Feedback Stabilization of Nonlinear Systems and Lyapunov and Input-output Techniques // In A.Isidori (Ed). "Trends in Control: A European Perspective". Springer-Verlag, 1995. P.293-349.
62. DeSantis RM. Modeling and path-tracking control of a mobile wheeled robot with a differential drive // Robotics. -1995. V. 3, part 4. P.401-410
63. Everett HR. Sensors for Mobile Robots: Theory and Application, AK Peters, Ltd., Wellesley, Massachusetts, 1995. 63. Hare] D., Politi M. Modeling reactive systems with 'statecharts. NY: McGraw-Hill, 1998.
64. Isidori A. Nonlinear control systems. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

65. Kennouf H., Canudas de Wit C. On the construction of stabilizing discontinues for nonholonomic systems // Prep. of the IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design. California, USA, 1995. P.747-752.
66. Kolmanovsky I., McClamroch N.M. Application of integrator backstepping to nonholonomic control problems // Prep. of the IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design. California, USA, 1995. P.747-758.
67. Lyam'in A.V. Trajectory tracking for mobile robots. Abstracts of 4th Int. Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Alimpiad). Russia, StPetersburg, 1995. P.34-36.
68. Lyamin A.V., Miroshnik I.V. Dynamics and path control of multi-drive mobile robots // Prep. of 27th International Symposium on Industrial Robots. Italy, Capri, 1994. P.243-248.
69. M'Clockey R.T., Murray R.M. Extending Exponential Stabilizers For Nonholonomic Systems From Kinematic Controllers To Dynamic Controllers // Prep. of the Fourth IFAC Symposium on Robot Control. Italy, Capri, 1994. P.243-248.
70. M'Clockey R.T., Murray R.M. Nonholonomic systems and exponential convergence: Some analysis tools // Proc 32nd Conference on Decision and control. IEEE, San-Antonia, Texas, 1993. P.943-948.
71. Miroshnik I.V., Korolev S.M. Dynamic models and control of spatial motion of nonlinear systems // Prep. European Control Conf. Roma, Italy, 1995. P.1463-1468.
72. Miroshnik I.V., Lyamin A.V. Nonlinear Control of Multi-drive Vehicular Robots // Proc. IEEE Conf. on Control Application. UK, Glasgow, 1994. - P. 79-80
73. Miroshnik I.V., Lyamin A.V. Path motion force-torque control of mobile robots // 5th Int. Conference on Robotics and Manufacturing. Cancun, Mexico, 1997.
74. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. Coordinating control and self-learning of robot trajectory motion // The 4th IFAC Symp. On Robot Control. Capri, 1994.- P.811-816.
75. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Lyamin A.V. Trajectory control of mobile manipulators interacting with complex environment // 2nd ECPD International Conference on Advanced Robotics, Intelligent Automation and Active Systems. Austria, 1996. P.222-227.
76. Morin P., Samson C. Trajectory tracking for nonholonomic vehicle: overview and case study // Work. on Robot Mot. Cont. (RoMoCo). 2004. P. 139 - 153.
77. Nijmeijer H., van der Schaft A.J.H. Nonlinear dynamical control systems. N.Y.: Springer-Verlag, 1990.
78. Pomet J.B., Thuilot B., Bastin G., Campion G. A hybrid strategy for the feedback stabilization of nonholonomic mobile robots // Int. Conf. on Robotics and Automation. Nice, France, 1992. P. 1291-1304.

80. Rusak (Arzhanik) A.V. Mobile robot control system design based on fuzzy neural networks // Preprints of 11th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). Saint-Petersburg, 2006. P. 236-240.
81. Ryan R., On Brockett's condition for smooth stabilizability and its necessity in a context of nonsmooth feedback // SIAM J. on Cont. and Opt. 1994. Vol. 32. P. 1597-1604.
82. Samson C. Path Tracking and Stabilization of a wheeled Mobile Robot // Proc. Int. Conf. ICARCV'92. Singapour, 1992.
83. Samson C. Velocity and torque feedback control of a nonholonomic cart // Int. Workshop on adaptive and nonlinear control. Grenoble, 1990. P.125-151.
84. Simon C. Control. of chained systems. Application to path following and time-varying point stabilization of mobile robots. // IEEE Trans. on Automatic Control. 1995. -P.64-77.
85. Seradji H. Configuration control of redundant manipulators: theory and implementation // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1989. v.5, N94. P.472-490.
86. Sondelen O., Egelund O. Exponential stabilization of chained nonholonomic systems // Proc. 2nd European Control Conference. Groningen, The Netherlands, 1993. P.1438-1443
87. Sordelen O., Nakamura Y., Chung W.J. Path planning and stabilization of nonholonomic manipulator // Proc. of 3rd European Control Conference. Roma, 1995. P.2642-2647.
88. Su C., Stepanenko Y. Robust motion/force control of mechanical systems with classical nonholonomic constraints // IEEE Trans. on Automatic Control. 1994. v.39, N23. P.609-614.
89. Thuilot B., d'Andrea-Novell B., Micacchi A. Modeling and feedback control of mobile robots equipped with several steering wheels // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1996. v.12, N93. P.375-390
90. Tilbury D., Sondelen J., Bushnell L., Sasza A multi-steering trailer system: Conversion into chained form using dynamic feedback // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1995. V.11, N26. P.807-818,
91. Vukobratovich M., Stojic R. and Ekelo Y. Contribution to the control of robot interacting with dynamic environment // The 4th IFAC Symp. on Robot Control. Capri, 1994. P.487-816.
92. Walsh G., Tilbury D., Sastry S., Murray R., Laumond LP. Stabilization of trajectories for systems with nonholonomic constraints // IEEE Trans. on Automatic Control. 1994. v.39, N21. P.216-222.
93. Waxman A.M., LeMoigne L. Scintvasan F .B. A visual navigation system for autonomous land vehicles // [IEEE Trans. on Robotics and Automation. 1987. 3(2).-P. 124-141.
94. Yagi Y., Kawato S. Panorama scene analysis with conic projection // IEEE International workshop on intelligent Robots & Systems. IROS'90.

95. Yagi Y., Kawato S. and Tsuji S. Real-time omnidirectional image sensor (COPIC) for vision-guided navigation // IEEE Trans. on Robotics and Automation. ~ 1994. V. 10, M1.

96. Zuoliang L. Cao, Sung J. Oh, Emwt L. Hall. Omnidirectional dynamic vision positioning for mobile robot // Optical engineering. 1986. v.25, N212

97. ორამძრავიანი თვლიანი რობოტის კინემატიკური მოდელი - ვ.კეკენაძე, ი. ნატრიაშვილი// THE TWO-DIMENSIONAL ROBOT KINETIC MODEL. Kekenadze Vladimer, Natriashvili Indira

98. თვლიანი რობოტების კინემატიკური სქემების დამუშავება-ვ.კეკენაძე, ი.ნატრიაშვილი, მ.კაკოჩაშვილი//DEVELOPING THE CINEMATIC SCHEMES OF THE ROBOT. Kekenadze vladimer, Natriashvili Indira, Kakofashvili Mikheil// РАЗРАБОТКА КИНЕМАТИЧЕСКИХ СХЕМ РОБОТА. Кекенадзе владимир, Натриашвили Индира, Какофашвили Михаил

99. მართვის ალგორითმების დამუშავება ბორბლური რობოტებისთვის. ვლადიმერ კეკენაძე, ინდირა ნატრიაშვილი, მიხეილ კაკოჩაშვილი// DEVELOPMENT OF CONTROL ALGORITHMS FOR WHEELED ROBOTS. Kekenadze Vladimer, Natriashvili Indira, Kakochashvili Mikheil// РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ КОЛЕСНЫХ РОБОТОВ. Кекенадзе Владимир, Натриашвили Индира, Какочашвили Михаил

100. მიხეილ კაკოჩაშვილი, ინდირა ნატრიაშვილი, ვლადიმერ კეკენაძე-სფერული რობოტების დინამიკა და მართვის ზოგიერთისაკითხი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, „ციფრული ტექნოლოგიები: დღევანდელი და გამოწვევები“, გვ 316, თბილისი 2018.

დანართი1

სასრული ავტომატის „გროვა“ პროგრამული რეალიზაცია

```
x = 0 ;
while ( 1 ),
  k = 0 ;
  wile ( m ( k+1 , 2 ) > 0 ) , k = k + 1 ; end ;
  switch ( x )
    case 1 : % მოძრაობა შუქურისკენ
      switch ( k )
        case 0 :
          x = 2 ;
          break ;
        otherwise :
          go ( m ( 1 , 1 ) ) ;
          break ;
      end :
      break ;
    case 2 : % Ctop
      stop ( ) ;
      return ;
  end ;
end ;
```

სასრული ავტომატის „შუქურა - კარები“ პროგრამული რეალიზაცია

```
x = 0 ;
while ( 1 ),
  k = 0 ;
  wile ( m ( k+1 , 2 ) > 0 ) , k = k + 1 ; end ;
  switch ( x )
    switch ( k )
      case 0 :
        x = 3 ;
        break ;
      case 1 :
        go ( m ( 1 , 1 ) ) ;
        break ;
      case 2 ;
        x = 2 ;
        break ;
    otherwise :
      x = 3 ;
  end ;
```

```

        break ;
case 2 : % მოძრაობა შუქურებს შორის
    switch ( k )
        case 0 :
            x = 3 ;
            break ;
        case 1 ;
            x = 1 ;
            break ;
        case 2 :
            go ( ( m ( 1 , 1 ) + m ( 2 , 1 ) ) / 2 ) ;
            end ;
            break ;
        otherwise :
            x = 3 ;
    end ;
    break ;
case 3 : % Ctop
    stop ( ) ;
    return ;
end ;
end ;

```

«შუქურა - კარები - რვიანი» სასრული ავტომატის პროგრამული რეალიზაცია

```

x = 0 ; r = 1 ; delta = pi / 2 ;
while ( 1 ) ,
    k = 0 ;
    while ( m ( k + 1 , 2 ) > 0 ) , k = k + 1 ; end ;
    switch ( x )
        case 1 : % მოძრაობა შუქურისაკენ
            switch ( k )
                case 0 :
                    x = 6 ;
                    break ;
                case 1 :
                    go ( m ( 1 , 1 ) ) ;
                    break ;
                case 2 :
                    x = 2 ;
                    break ;
            otherwise

```



```

        x = 6 ;
    end;
    break ;
case 2 : % მოძრაობა შუქურებს შორის
    switch ( k )
        case 0 :
            x = 6 ;
            break ;
        case 1 ;
            x = 1 ;
            break ;
        case 2 :
            if ( abs ( m ( 1 , 1 ) ) > delta ) , % შუქურიდან უკან
                x = 3 ;
            else
                go ( ( m ( 1 , 1 ) + m ( 2 , 1 ) ) / 2 ) ;
            end ;
            break ;
        otherwise
            x = 6 ;
    end ;
    break ;
case 3 : % მობრუნება მარცხენა შუქურის მიმართ
    switch ( k )
        case 0 :
            x = 6 ;
            break ;
        case 1 :
            rotate ( m ( 1 , 1 ) - pi / 2 , r ) ;
            break ;
        case 2 :
            if ( ( m ( 1 , 1 ) > 0 ) && ( m ( 2 , 1 ) < 0 ) ) ,
                if ( abs ( m ( 2 , 1 ) ) < delta ) ,
                    x = 4 ;
                else
                    rotate ( m ( 1 , 1 ) - pi / 2 , r ) ;
                end ;
            elseif ( ( m ( 1 , 1 ) < 0 ) && ( m ( 2 , 1 ) > 0 ) ) ,
                if ( abs ( m ( 1 , 1 ) ) < delta ) ,
                    x = 4 ;
                else
                    rotate ( m ( 2 , 1 ) - pi / 2 , r ) ;
                end ;
            elseif ( ( m ( 1 , 1 ) > 0 ) && ( m ( 2 , 1 ) > 0 ) ) ,

```

```

        if ( m ( 1 , 2 ) < m ( 2 , 2 ) ) ,
            rotate ( m ( 1 , 1 ) - pi / 2 , r ) ;
        else
            rotate ( m ( 2 , 1 ) - pi / 2 , r ) ;
        end ;
    else
        x = 6 ;
    end ;
    break ;
otherwise
    x = 6 ;
end ;
break ;
case 4 : % მოძრაობა შუქურებს შორის
switch ( k )
    case 0 :
        x = 6 ;
        break ;
    case 1 :
        x = 1 ;
        break ;
    case 2 :
        if ( abs ( m ( 1 , 1 ) ) > delta ) && ( abs ( m ( 2 , 1 ) ) >
delta ) && ( ( m ( 1 , 1 ) * m ( 2 , 1 ) ) < delta ) ) , % შუქურიდან უკან
            x = 5 ;
        else
            go ( ( m ( 1 , 1 ) + m ( 2 , 1 ) ) / 2 ) ;
        end ;
        break ;
    otherwise
        x = 6 ;
end ;
break ;
case 5 : % მოზრუნება მარჯვენა შუქურის მიმართ
switch ( k )
    case 0 :
        x = 6 ;
        break ;
    case 1 :
        rotate ( m ( 1 , 1 ) + pi / 2 , - r ) ;
        break ;
    case 2 :
        if ( ( m ( 1 , 1 ) < 0 ) && ( m ( 2 , 1 ) > 0 ) ) ,
            if ( abs ( m ( 2 , 1 ) ) < delta ) ,

```

```

        x = 2 ;
    else
        rotate ( m ( 1 , 1 ) + pi / 2 , -r ) ;
    end ;
elseif ( ( m ( 1 , 1 ) > 0 ) && ( m ( 2 , 1 ) < 0 ) ) ,
    if ( ( abs ( m ( 1 , 1 ) ) < delta ) ,
        x = 2 ;
    else
        rotate ( m ( 2 , 1 ) + pi / 2 , -r ) ;
    end ;
elseif ( ( m ( 1 , 1 ) < 0 ) && ( m ( 2 , 1 ) < 0 ) ) ,
    if ( m ( 1 , 2 ) < m ( 2 , 2 ) ) ,
        rotate ( m ( 1 , 1 ) + pi / 2 -r ) ;
    else
        rotate ( m ( 2 , 1 ) + pi / 2 , -r ) ;
    end ;
else
    x = 6 ;
end ;
break ;
otherwise
    x = 6 ;
end ;
break ;
case 6 : %   გაჩერება
    stop ( ) ;
    return ;
end;
end;

```

დანართი 2.

მატლაბში ნეირონული ქსელის სწავლების პროგრამული რეალიზაცია

```

Function fuzzy ( gamma 1 , gamma 2 )
% კუთვნილების ფუნქციის მნიშვნელობის გამოთვლა
K = size ( gamma 1 ) ;

for I = 1 : k ( 1 )
d1 ( i ) = abs ( gamma 1 ( i ) - gamma 2 ( i ) ) ;
d2 ( i ) = gamma 1 ( i ) - gamma 2 ( i ) ;
d3 ( i ) = ( gamma 1 ( i ) + gamma 2 ( i ) ) / 2 ;
end;

```

```

for i = 1 : k ( 1 )
    mul 1 ( i ) = 1 ./ ( 1 + ( ( d1 ( i ) - 0 ) / 10 ) . ^ 2 );
    mul 2 ( i ) = 1 - ( 1 ./ ( 1 + ( ( d1 ( i ) - 0 ) / 20 ) . ^ 2 ) );
    mul 2 1 ( i ) = ( sign ( d2 ( i ) ) + 1 ) / 2 ;
    mul 2 2 ( i ) = ( 1 - sign ( d2 ( i ) ) ) / 2 ;
end;
mul1, mul2, mu21, mu22, d3

```

function net (lambda , Error , X , Y)

% უსწრაფესი დაშვების მეთოდით სწავლება მომენტის გარეშე

W1 = rand (20 , 4)

B1 = rnd (20 , 1)

W2 = rand (1 , 20)

B2 = rand (1 , 1);

sizeX = size (X) ;

E = ones ([1 , sizeX (1 , 2)])

S1 = (B1 * E + W1 * X) ,

Y1 = 1 ./ (1 + exp (- S1))

S2 = (B2 * E + W2 * Y1) ;

Y2 = 1 ./ (1 + exp (- S2))

J = norm (Y2 - Y) ^ 2 / 2 ;

n = 0 ;

I = ones (size (Y1))

while (J > Error) ,

 D2 = (Y2 . * (1 - Y2)) . * (Y2 - Y) ;

 W2 = W2 - Lambda * D2 * Y1 ` ; B2 = B2 - Lambda * D2 * E ` ;

 D1 = ((Y1 . * (I - Y1)) . * ((W2 `) * D2)) ;

 W1 = W1 - Lambda * D1 * X ` ; B1 = B1 - Lambda * D1 * E `

 S1 = B1 * E + W1 * X ; Y1 = 1 ./ (1 + esp (- S1)) ;

 S2 = B2 * E + W2 * Y1 ; Y2 = 1 ./ (1 + esp (- S2)) ;

 clc ; home ; J = norm (Y2 - Y) ^ 2 / 2

 n = n + 1

უსწრაფესი დაშვების მეთოდით სწავლება მომენტის გათვალისწინებით

J_S (n) = J

End;

Ha = axes (`XLim` , [100 900] , `YLim` , [0 10])

H1 = line (XData ` , 1 : n , ` YData ` , J_S)

Function net (lambd , Error , X , Y)

**% უსწრაფესი დაშვების მეთოდით სწავლება მომენტის
გათვალისწინებით**

```

W1 = rand ( 20, 4 );
B1 = rand ( 20, 1 );

W2 = rand ( 1, 20 );
B2 = rand ( 1, 1 );

sizeX = size ( X );
sizeW1 = size ( W1 );
sizeW2 = size ( W2 );
E = ones ( [ 1, sizeX ( 1, 2 ) ] )
S1 = ( B1 * E + W1 * X ),
Y1 = 1 ./ ( 1 + exp ( - S1 ) )
S2 = ( B2 * E + W2 * Y1 );
Y2 = 1 ./ ( 1 + exp ( - S2 ) )

J = norm ( Y2 - Y ) ^ 2 / 2 ;
n = 0 ;
delta_W1 = zeros ( [ sizeW1 ( 1 ), sizeW1 ( 2 ) ] );
delta_W2 = zeros ( [ sizeW2 ( 1 ), sizeW2 ( 2 ) ] );
delta_B1 = 0 ;
delta_B2 = 0 ;
alpha = 0.9 ;
J1 = 0 ;

I = ones ( size ( Y1 ) )
While ( J > Error ),
    D2 = ( Y2 .* ( 1 - Y2 ) ) .* ( Y2 - Y ) ;
    M_W2 = W2 ; M_B2 = B2 ;
    If J < 1.05 * J1
W2 = W2 - Lambda * D2 * Y1` + alpha * delta_W2 ;
B2 = B2 - Lambda * D * E` + alpha * delta_B2 ;
    else
        W2 = W2 - Lambda * D2 * Y1` ;    B2 = B2 - Lambda * D * E` ;
    end ;
    D1 = ( ( Y1 .* ( I - Y1 ) ) .* ( ( W2` ) * D2 ) ) ;
        M_W1 = W1 ; M_B1 = B1 ;
    If J < 1.05 * J1
W1 = W1 - Lambda * D1 * X` + alpha * delta_W1 ;
B1 = B1 - Lambda * D1 * E` + alpha * delta_B1 ;
    else
        W1 = W1 - Lambda * D1 * X` ;    B1 = B1 - Lambda * D1 * E` ;

```

```

End ;
S1 = B1 * E + W1 * X ;
S2 = B2 * E + W2 * Y1 ;
Y1 = 1 ./ ( 1 + exp ( - S1 ) ) ;
Y2 = 1 ./ ( 1 + exp ( - S2 ) ) ;

;

delta_W1=W1-M_W1;
delta_W2=W2-M_W2 ;
delta_B1= B1-M_B1 ;
delta_B2= B2-M_B2 ;
J1 = J ;

clc ; home ; J = norm ( Y2 - Y )^2/2
n = n + 1
W1 ( 1 : 10 , : )
B1 ; W2 ; B2 :
J_S ( n ) = J
end :

ha = axes ( ` XLim` , [ 0 1000 ] , ` YLim` , [ 0 10 ] ) ;
h1 = line ( ` XData` , 1 : n , ` YData` J_S )

```

დანართი 3

რობოტის მოძრაობის იმიტაციური მოდელირების პროგრამა.

Function mode 1

წრფეზე მოძრაობის მოდელირება.

```

m0 = 7.5 ;
J0 = 0.1563 ;
mJ = 0.1 ;
a = 0.1 ;
c = 0.0176 ;
d = 0.3 ;
n = 12 ;
L = 0.0005 ;
R = 0.36 ;
r = 0.08 ;

```

```

av = - ( 4 * ( ( mj * d )^2 ) - J0*m0 ) ;
avw = 4 * ( mj^2 ) * d * a / av ;

```

$$\begin{aligned} \text{avs} &= J0 * c * n / r / \text{av} ; \\ \text{avd} &= 2 * m_j * (d^2) * c * n / r / \text{av} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{aw} &= (J0 * m_0 - 4 * (m_j * d)^2) ; \\ \text{awv} &= 2 * m_0 * m_j * a / \text{aw} ; \\ \text{aws} &= 2 * m_j * d * c * n / r / \text{aw} ; \\ \text{awd} &= m_0 * c * n * d / r / \text{aw} ; \end{aligned}$$

$$\text{aL} = L ;$$

$$\begin{aligned} \text{asv} &= 2 * n * c / r / \text{aL} ; \\ \text{adw} &= 2 * n * c * d / r / \text{aL} ; \\ \text{aRL} &= R / \text{aL} ; \\ \text{bL} &= 1 / \text{aL} ; \end{aligned}$$

$$\text{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 ; \\ 0 & 0 ; \\ 0 & 0 ; \\ 0 & 0 ; \\ 0 & 0 ; \\ 0 & 0 ; \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$\text{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 ; \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 ; \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 ; \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 ; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} ;$$

$$\text{x0} = [-1.2 ; 0 ; \text{pi} / 3 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0] ;$$

$$\begin{aligned} \text{x} &= \text{x0} ; \\ \text{y} &= \text{c} * \text{x0} ; \\ \text{t} &= 0 ; \end{aligned}$$

$$\text{Td} = 0.001 ;$$

$$\begin{aligned} \text{Vd} &= 1 ; \\ \text{yd1} &= 0 ; \\ \text{yd2} &= 0 ; \\ \text{rhoD} &= -1 ; \end{aligned}$$

$$\text{kd0} = (\text{awv} * \text{Vd} + \text{aRL}) * (\text{awd} * \text{adw} + \text{aRL} * \text{awv} * \text{Vd}) / 250 ;$$

```

Y = [ y ];
T = [ t ];
D = [ 0 ];
W = [ 0 ];

%=====
XYPlotWindow = figure ( ...
    `Name ` , ` მოძრაობის ტრაექტორია
        ` NumberTitle ` , ` off ` , ...
        ` Units ` , ` normalized ` , ...
        ` Position ` , [ 0.05 0.1 0.85 0.8 ] , ...
        ` Visible ` , ` on ` );
%=====
XYPlot = axes ( ` Box ` , ` on ` , ...
    ` Position ` , [ 0.005 0.05 0.9 0.9 ] , ...
    ` Units ` , ` normalized ` ...
    ` XGrid ` , ` on ` , ...
    ` YGrid ` , ` on ` , ...
    ` XLim ` , [ -2, 2 ] , ...
    ` YLim ` , [ -1.5, 1.5 ] )
%=====
XYline ( ` Color ` , [ 0 0 0 ] , ...
    ` XData ` , Y ( 1 , : ) , ...
    ` YData ` , Y ( 2 , : ) )
%=====
XTPlotWindow = figure ( ...
    ` Name ` , ` დროითი დიაგრამა
        ` NumberTitle ` , ` off ` , ...
        ` Units ` , ` normalized ` , ...
        ` Position ` , [ 0.05 0.1 0.85 0.8 ] , ...
        ` Visible ` , ` on ` );
%=====
XYPlot = axes ( ` Box ` , ` on ` , ...
    ` Position ` , [ 0.005 0.05 0.9 0.9 ] , ...
    ` Units ` , ` normalized ` ...
    ` XGrid ` , ` on ` , ...
    ` YGrid ` , ` on ` , ...
    ` XLim ` , [ 0, 3.5 ] , ...
    ` YLim ` , [ -1.5, 1.5 ] )
%=====
DTLine = line ( ` color ` , [ 0 0 0 ] , ...
    ` XData ` , T , ...
    ` YData ` , D );

```



```

% =====
TLine = line ( ` color ` , [ 1 0 0 ] , ...
    ` XData ` , T , ...
    ` YData ` , Y ( 5 , : ) );
% =====
VTLine = line ( ` color ` , [ 0 0 1 ] , ...
    ` XData ` , T , ...
    ` YData ` , Y ( 4 , : ) );

Drawnow ;

Pause ( 1 ) ;

while ( 1 ) ,

    while x ( 3 ) < 0 , x ( 3 ) = x ( 3 ) + 2 * pi ; end ;
    while x ( 3 ) > ( 2 * pi ) , x ( 3 ) = x ( 3 ) - 2 * pi ; end ;
    yc1 = y ( 1 ) - yd1 ; yc2 = y ( 2 ) - yd2 ;
    if ( ( yc1 > 0 ) && ( yc2 < 0 ) ) || ( ( yc1 > 0 ) && ( yc2 >= 0 ) ) ,
        yd3 = atan ( yc2 / yc1 ) - pi / 2 ;
    end ;
    if ( ( yc1 < 0 ) && ( yc2 > 0 ) ) || ( ( yc1 < 0 ) && ( yc2 <= 0 ) ) ,
        yd3 = atan ( yc2 / yc1 ) - pi * 3 / 2 ;
    end ;
    if ( ( yc1 > - 0.001 ) && ( yc1 < 0.001 ) ) && ( yc2 > 0 ) , yd3 = 0 ; ;
end ;

    if ( ( yc1 > - 0.001 ) && ( yc1 < 0.001 ) ) && ( yc2 < 0 ) , yd3 = -pi ;
end ;

    delta = x ( 3 ) - yd3 ;
    while delta < - pi , delta = delta + 2 * pi ; end ;
    while delta > pi , delta = delta - 2 * pi ; end ;

    u_d = ( awd * adw + aRL * awv * Vd ) * rhoD * Vd + aws * asv * Vd -
    kdo * delta ;
    u_s = avs * avs * Vd^2 + ( avd * adw + aRL * avw * Vd ) * ( y ( 5 ) - rhoD * Vd ) ;

    F = [ avs avd ; aws awd ] ^ ( -1 ) ;
    U = F * [ u_s ; u_d ] ;
    A = [ 0 0 0 cos( y ( 3 ) ) 0 0 0 ;
          0 0 0 sin( y ( 3 ) ) 0 0 0 ;
          0 0 0 0 1 0 0 ;
          0 0 0 0 -avw * y ( 4 ) avs avd ;
    ] ;

```

```

0 0 0 0      -awv * y ( 4)  aws   awd;
0 0 0 -asv    0             -aRL  0;
0 0 0 0      -adw          0     -aRL];

```

```
x = x + Td * ( A * x + B * u );
```

```
y = c * x;
```

```
t = t + Td;
```

```
Y = [Y y];
```

```
D = ; D delta];
```

```
T = [ T t];
```

```
W = [ W (y ( 5) - rhoD * Vd)];
```

```
Set ( XYLine , ` XData ` Y ( 1 , : ) , ` YData ` , Y ( 2 , : ) );
```

```
Set ( VTLine , ` XData ` , T , ` YData ` , Y ( 4 , : ) );
```

```
Set ( DTLine , ` XData ` , T , ` YData ` , D);
```

```
Set ( WTLine , ` XData ` , T , ` YData ` , W);
```

```
Drawnow
```

```
clc , home
```

```
X ( 3 ) , yd3 , delta
```

```
end
```