

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ალექსანდრე დემეტრაშვილი

ავტომატური რეგულირების სისტემების კორექციის სინთეზი  
ფესვური ჰოდოგრაფებით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად  
სადოქტორო პროგრამა: მართვის სისტემები ავტომატიზაცია და  
ტესტ-ინჟინერინგი  
შიფრი: 0403

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თბილისი, 0175, საქართველო

2019 წ

საავტორო უფლება ©2019 წელი ალექსანდრე დემეტრაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავაცანით ალექსანდრე დემეტრაშვილის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: **ავტომატური რეგულირების სისტემების კორექციის სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფებით** და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის -----  
----- საუნივერსიტეტო სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

-----, ----- 2019 წელი

ხელმძღვანელი: ასოცირებული პროფესორი

ქეთევან კოტრიკაძე

რეცენზენტი: \_\_\_\_\_

რეცენზენტი: \_\_\_\_\_

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2019 წ

ავტორი: ალექსანდრე დემეტრაშვილი

დასახელება: ავტომატური რეგულირების სისტემის კორექციის სინთეზი  
ფესვური ჰოდოგრაფებით

სადოქტორო პროგრამა: მართვის სისტემები, ავტომატიზაცია და ტესტ-  
ინჟინერინგი

ხარისხი: ხელსაწყოთმშენებლობა, ავტომატიზაცია და მართვის სისტემები  
სხდომა ჩატარდა:

-----

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ  
ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის  
შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების  
უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც  
მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან  
სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი  
ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო  
უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ  
მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ  
მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია  
სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს  
პასუხისმგებლობას.

## რეზიუმე

სადისერტაციო ნაშრომი, „ავტომატური რეგულირების სისტემის კორექციის სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფებით,“ ეხება ერთ-ერთ მნიშვნელოვან პრობლემას, როგორცაა მართვის ავტომატური რეგულირების სისტემის დაგეგმარება. ავტომატური რეგულირების სისტემის დაგეგმარებისას გამოყოფენ რამოდენიმე ძირითად ეტაპს. ესენია: სისტემის ენერგეტიკული ანგარიში, დინამიკის ანალიზი, კორექციის სინთეზი და ექსპერიმენტალური კვლევები.

პირველ ეტაპზე ხდება ავტომატური რეგულირების სისტემის შემადგენელი მოწყობილობების შერჩევა. მაგ: შემსრულებელი მექანიზმების, მავალაბლების, წინასწარი და სიმძლავრის მამლიერებლების, საზომი გარდამსახების და სხვა.

ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად, მიიღება ავტომატური რეგულირების სისტემის უცვლელი ნაწილი, რაც იმას ნიშნავს, რომ შერჩეული ელემენტების გამოცვლა შეუძლებელია ან არ არის სასურველი. ერთადერთი გზა, რომელიც საშუალებას იძლევა უცვლელი ნაწილის ხელუხლებლად შევიტანოთ ცვლილებები ავტომატური რეგულირების სისტემაში, ეს არის შესაფერისი მაკორექტირებელი რგოლების შერჩევა (მიმდევრობითი, პარალელური ან შერეული ტიპის კორექცია).

ამის შემდგომ, ხდება ავტომატური რეგულირების სისტემის დინამიკის ანალიზი და კორექციის სინთეზი, რაც დაკავშირებულია გარკვეულ სირთულეებთან.

ბოლო ეტაპი ეს არის ექსპერიმენტალური კვლევები, რომელსაც ასევე თავისი ნიუანსები აქვს. ხშირად, შესაძლებელია გათვლები სწორი იყოს, მაგრამ ექსპერიმენტებმა სათანადო შედეგი მაინც ვერ გვიჩვენოს. ამის ერთ-ერთი მიზეზია, რომ მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების შერჩევისას, მათ ცხრილურ მონაცემებში არ ითვალისწინებენ სქემის ზოგ პარამეტრებს. ამას კი მივყავართ არასასურველ შედეგამდე.

ზოგადად, მაკორექტირებელი რგოლების შესახებ ინფორმაცია მოცემულია სპეციალურ ცხრილებში. აღნიშნული ცხრილებიდან ინჟინერს შეუძლია აირჩიოს მზა კორექციის სქემა, კორექციის პარამეტრები, გადაცემის ფუნქციები, სხვადასხვა სახის საანგარიშო ფორმულები და ასევე ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებლები (ლასმ). ავტომატური რეგულირების სისტემების დაპროექტებისას თითქოს შესაძლებელი უნდა იყოს მზა კორექციის სქემების გამოყენება, თუმცა რეალობაში საქმე სულ სხვაგვარადაა.

კორექციის სქემების ცხრილებში არ არის გათვალისწინებული ერთი მნიშვნელოვანი ფაქტორი. კერძოდ, ნებისმიერი კორექციის რგოლს გააჩნია შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობა. ეს წინაღობა შესაძლებელია ზოგიერთ შემთხვევაში რამდენიმე ასეულ ომს აღწევდეს. ასევე შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობას შეიძლება ჰქონდეს წინაღობის როგორც აქტიური, ასევე - რეაქტიული მდგენელებიც. კერძოდ, ტევადური და ინდუქციური.

გარდა ამისა, ცხრილებში მოცემულია ისეთი პარამეტრები, რომელთათვის მაკორექტირებელი რგოლის გამოსავალი წრედის დატვირთვის წინაღობა უსასრულოდ დიდია. ამ უკანასკნელი პირობის შესრულება შედარებით მარტივია. რაც შეეხება მაკორექტირებელი წრედის შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობას, მისი მნიშვნელობა მაკორექტირებელი რგოლების ცხრილებში საერთოდ უგულებელყოფილია, რაც იმას ნიშნავს, რომ კორექციის რგოლების ცხრილური მონაცემები, შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობის გათვალისწინების შემთხვევაში შეიცვლება.

სადისერტაციო ნაშრომის კვლევის საგანი, სწორედ ამ ფაქტორმა განაპირობა. ჩვენი მიზანია, მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების სინთეზი, მისი დინამიკის მაჩვენებლების გასაუმჯობესებლად. ასეთი რამ კი მოსახერხებელია განხორციელდეს ფესვური ჰოდოგრაფების ცნობილი მეთოდით.

ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდის გამოყენება მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების სინთეზისას, შესაძლებლობას იძლევა უზრუნველყოს კორექციის პარამეტრების ცვლილების თვალსაჩინოება, პარამეტრების ცვლილების შემთხვევაში იოლად გამოჩნდეს ფესვთა მოძრაობის ტრაექტორიები, მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების დიდ საზღვრებში ცვლილებისას.

სადისერტაციო ნაშრომი შედგება რამდენიმე ნაწილისგან. ესენია: შესავალი, ლიტერატურის მიმოხილვა, I, II და III თავი, დასკვნა და დანართი.

ნაშრომს წინ უძღვის თანამედროვე ლიტერატურის მიმოხილვა, სადაც განხილულია ფესვური ჰოდოგრაფების აგების მეთოდოლოგია, ასევე სხვადასხვა სახის ინფორმაცია მაკორექტირებელი რგოლების შესახებ.

შესავალაში მოცემულია სადისერტაციო ნაშრომის მოკლე შინაარსი. ახსნილია პრობლემის აქტუალობა, რაც მდგომარეობს იმაში, რომ მაკორექტირებელი რგოლების გადაცემის ფუნქციაში მზა ცხრილებში ზოგიერთი პარამეტრი არ არსებობს. კერძოდ, შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობა, მისი აქტიური და რექტიული მდგენელების მნიშვნელობები.

აქვე მოკლედ არის აღწერილი კვლევის მიზანი, რომელიც გულისხმობს ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით ავტომატური რეგულირების სისტემის მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზის ამოცანის გადაჭრას; მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების მიახლოებას სასურველ მნიშვნელობამდე.

შესავალში ასევე აღწერილია ნაშრომის სამეცნიერო სიახლე და პრაქტიკული რეალიზაციის შესაძლებლობები.

სადისერტაციო ნაშრომის პირველ თავში დაწვრილებითაა განხილული ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდი. კერძოდ, მათი გრაფიკული თვისებები, ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლებები, პარამეტრების საანგარიშო ფრომულები ფესვური ჰოდოგრაფების როგორც ნამდვილ, ასევე კომპლექსურ წერტილებში; ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი და ზღვრული წერტილების დადგენის მეთოდები; ჯერადი ფესვების განტოლება;

თეორემები, რომელიც ინჟინერს უადვილებს ფესვური ჰოდოგრაფების აგებას; მოყვანილია ფესვური ჰოდოგრაფის აგების ეტაპები; ნორმირებულ-დაყვანილი განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების აგების მეთოდოლოგია.

სადისერტაციო ნაშრომის მეორე თავში მოცემულია მაკორექტირებელი რგოლების ჩართვის სქემები ავტომატური რეგულირების სისტემაში. განხილულია კორექციის სტრუქტურული სქემების რამდენიმე ვარიანტი: მიმდევრობითი, პარალელური, მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის და სხვა. მადიფერენცირებელი სქემის მაგალითზე ნაჩვენებია ბალასტის რგოლის პარამეტრების სათანადო შერჩევა; მისი საშუალებით მაკორექტირებელი რგოლის რეალური გადაცემის ფუნქციის მიახლოება, სასურველ გადაცემის ფუნქციასთან. ამავე თავში განხილულია ავტომატური რეგულირების სისტემის მიმდევრობითი, პარალელური და მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის მეთოდები.

სადისერტაციო ნაშრომის მესამე თავში მოცემულია მაკორექტირებელი რგოლების ანალიზი ფესვური ჰოდოგრაფებით. კერძოდ, შერჩეულია რამდენიმე ტიპის მაკორექტირებელი რგოლი და ჩატარებულია მათი პარამეტრების სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით. იმ შემთხვევისთვის, როდესაც შემაჯავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობა გათვალისწინებულია გამოთვლებში.

კვლევისათვის შერჩეული მაკორექტირებელი რგოლებია: მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ და მაინტეგრებელი რგოლები  $r, c$  და  $r, L, c$  შემაჯავალი სიგნალის წყაროებით; ჩატარებულია აღნიშნული რგოლების კვლევა ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდით; მათი პარამეტრების სინთეზი; აგებულია ფესვური ჰოდოგრაფები; ნაჩვენებია შემაჯავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობის გათვალისწინების შემთხვევაში მიღებული რგოლის გადაცემის ფუნქციის მიახლოების შესაძლებლობა, მაკორექტირებელი წრედის იდეალურ გადაცემის ფუნქციასთან. ამავე თავში, მეტი თვალსაჩინოებისთვის, თითოეული შემთხვევისთვის განხილულია მაკორექტირებელი წრედის პარამეტრების სინთეზის რამდენიმე მაგალითი.

სადისერტაციო ნაშრომს თან ერთვის დასკვნა, სადაც მოკლედ არის აღწერილი კვლევის შედეგები, გამოყენებული ლიტერატურის ჩამონათვალი და დანართი.

დანართში მოცემულია საკვლევი მაკორექტირებელი რგოლებისთვის სხვადასხვა სახის გამოთვლები და ფესვური ჰოდოგრაფები, რომლებიც აგებულია პროგრამული პაკეტი Matlab-ის საშუალებით.

## Summary

Dissertation work, "Synthesis correction of the automatic control system with root locus," refers to one of the most important problems, such as planning a system of automated regulation. In the planning of automatic control system, you will be involved in several key stages. These are: system power calculation, dynamics analysis, correction synthesis and experimental studies.

In the first stage, the automatic control system equipment selection. Eg: motor, navigators, pre- amplifiers and power amplifiers, sensors and more.

As a result of the energy calculation, part of the automatic control system is adopted. That meaning the selected elements can not be replaced or is not desirable. The only way to make changes in the automatic control system, this is the choice of correction scheme (sequential, parallel or mixed type correction).

Thereafter, analysis of the dynamic of the automatic control system and synthesis of correction, which is associated with certain difficulties.

The last phase is experimental research, that has its own difficulties. Often the calculations are correct, but the experiments can not show the result.

One of the reasons for this is that when selecting corrective parameters, they do not take into account some of the schema's parameters. This leads to not the desired result.

In general, information on corrective device is given in special tables. The engineer can choose the right correction scheme, correction parameters, transfer functions, different types of reporting formulas and logarithmic-amplitude-frequency characteristics (LAFK). In automatic control systems should be possible to use the ready-correction schemes, but in reality, the case is different.

The correction schemes in the tables is not considered a significant factor. In particular, any correction of the input signal source have resistance. This resistance is possible in some cases up to several hundred Ohms. Also the input signal source internal resistance can be have both active and reactive resistance. Namely, the capacity and inductive.

In addition, the tables of parameters, for which corrective circuit resistance level is infinitely large. This latter requirement is relatively simple. As for the correction circuit input signal source internal resistance, of a correction tables altogether ignored, which means that the correction tabular data, the input inner resistance of the signal source is applied to the change.

The subject of the research of the dissertation was due to this factor. Our goal is to synthesize the correcting parameters to improve the dynamics. Such a thing is easy to do with the known method of root locus. The use of the root locus method in synthesizing corrective parameters, makes it possible to provide correction parameters change visualizations. In case of change of parameters, it is easy to see the trajectories of the root movement, when correcting parameters Changing in the big boundaries.

The dissertation consists of several parts. These are: Review of Literature, Introduction, I, II and III Chapter, Conclusion and Appendix.

The work is preceded by a review of contemporary literature, where the methodology for building root locus, as well as other types of information on corrections.

The introduction provides a summary of the dissertation work. explains the importance of the problem, which lies in the fact that some parameters of the transfer function not given in ready tables. In particular, the input signal source of internal resistance, the active and reactive components values. Here is also a brief description

of the research, which implies the solution synthesis of the correcting divases for automatic control systems with root locus; Approximate corrective parameters to the desired value.

The introduction also includes scientific novelties, practical realization capabilities.

In the first chapter of the dissertation are discussed in detail root locus method. Specifically, their graphic properties, the equations of the root locus, the equations of the parameters in both real and complex points; Methods for determining the initial and marginal points of the root locus; equation of the multiple roots; Theorems, which makes the engineer easier to build root locus; The stages of building the root locus; Methodology for the formation of root locus of the normally-concluded equations.

In the second chapter of the dissertation includes the corrective circuits Schemes in the automatic control systems. Several variants of correction structural schemes are discussed: sequence, parallel, sequential parallel correction and more. The selection of the ballast rim parameters is shown on the example of differential scheme; By means of it, the actual transfer function of the correctional ring is approached with the desired transfer function. This chapter discusses the methods of sequencing, parallel and sequential parallel correction of the automatic regulatory system.

In the third chapter of the dissertation provides corrective analysis with root locus. In particular, there are selected several types of corrective devices and the synthesis of their parameters using the root locus method, in cases where the input signal source internal resistance is considered in the calculations. Corrective rings selected for research are: Integer-differential and Integer rings with  $r, c$  and  $r, L, c$  source; The corrective rings studies with root locus method; Synthesize their parameters; are given the root locus; The possibility of moving the transfer function in case of taking into account the incoming signal source resistance, with the ideal transfer function of correcting circuit. In the same chapter, for each case, for more visible, are considered some examples of synthesis of corrective circle parameters,.

The dissertation work is attached to the conclusion, which briefly describes the results of the research, the list of literature used and the attachment. The appendix provides a variety of computations and root locus for the study correction rings designed by software package Matlab.



## შინაარსი

შესავალი -----	17
ლიტერატურის მიმოხილვა -----	23
1. ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის გრაფო-ანალიზური საფუძვლები -----	32
1.1. ძირითადი ცნებები და თეორიები -----	33
1.2. ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლება -----	37
1.3. ნორმირებული ალგებრული განტოლებების ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლებები -----	41
1.4. ნორმირებული ალგებრული განტოლებების კოეფიციენტების განსაზღვრა -----	47
1.5. ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფო-ანალიზური აგების საფუძვლები -----	50
2. ავტომატური რეგულირების სისტემების კორექციის მეთოდები -	53
2.1. მაკორექტირებელი რგოლების ჩართვის სქემები -----	53
2.2. ავტომატური რეგულირების სისტემის მიმდევრობითი, პარალელური და მიმდევრობით-პარალელური კორექციის მეთოდები -----	59
2.3. ავტომატური რეგულირების სისტემის მიმდევრობითი, პარალელური და მიმდევრობით-პარალელური კორექციის მეთოდები -----	61
3. მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფების გამოყენებით -----	67
3.1. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი $r, c$ წყაროთი -----	68
3.2. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი $r, c, L$ წყაროთი --	80
3.3. მაინტეგრებელი რგოლი $r, c$ წყაროთი -----	88
3.4. მაინტეგრებელი რგოლი $r, L, c$ წყაროთი -----	94
დასკვნა -----	101

გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხა -----	103
დანართი 1 -----	106
დანართი 2 -----	109

## ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1	მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი მონაცემები შსწ-ს ტევადობის შემთხვევაში	რგოლის გათვალისწინების	74
ცხრილი 2	მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი მონაცემები შსწ-ს ინდუქტიობის შემთხვევაში	რგოლის გათვალისწინების	77
ცხრილი 3	მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი მონაცემები შსწ-ს ტევადობის და ინდუქტიობის შემთხვევაში	რგოლის გათვალისწინების	86
ცხრილი 4	მაინტეგრებელი მონაცემები შსწ-ს ტევადობის შემთხვევაში. I ვარიანტი	რგოლის გათვალისწინების	92
ცხრილი 5	მაინტეგრებელი მონაცემები შსწ-ს ტევადობის შემთხვევაში. II ვარიანტი	რგოლის გათვალისწინების	93
ცხრილი 6	პარამეტრების გამოთვლა სიახლოვის კოეფიციენტის $\gamma$ გათვალისწინებით		99

## ნახაზების ნუსხა

ნახ. 1.	ფესვური ჰოდოგრაფი $n = 3$ მნიშვნელობისათვის. ერთმაგი ისრებით ნაჩენებია დადებითი ფესვური ჰოდოგრაფი; ორმაგი ისრებით ნაჩენებია უარყოფითი ფესვური ჰოდოგრაფი; „X“ - ჯვრებით აღნიშნულია ფესვური ჰოდოგრაფის საწისი წერტილები; „O“ - რგოლით ფესვური ჰოდოგრაფის ზღვრული წერტილები -----	46
ნახ. 2.	ფესვური ჰოდოგრაფი $n = 4$ მნიშვნელობისათვის -----	46
ნახ. 3.	ფესვური ჰოდოგრაფი $n = 5$ მნიშვნელობისათვის -----	47
ნახ. 4.	მიმდევრობითი კორექციის სტრუქტურული სქემა. $W_{\text{უფ}}(S)$ – სისტემის უცვლელი ნაწილის გადაცემის ფუნქცია; $W_{\text{ფ}}(S)$ – ბალასტის გადაცემის ფუნქცია; $W(S)$ – მაკორექტირებელი წრედის იდეალური გადაცემის ფუნქცია; $W_0(S)$ - კორექციის გადაცემის ფინქცია -----	56
ნახ. 5.	პარალელური კორექციის სტრუქტურული სქემა. $W_2(S)$ სისტემის უცვლელი ნაწილის ელემენტების ჯგუფის გადაცემის ფუნქცია -----	57
ნახ. 6.	მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის სქემა ჭრის სისხშირის გაზრდის შემთხვევაში. $W_1(S)$ - მიმდევრობითი კორექცია; $W_{II}(S)$ - პარალელური კორექცია -----	57
ნახ. 7.	მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის სქემა მიმდევრობითი კორექციის მიერ შიდა მდგრადობის უზრუნველყოფის შემთხვევაში. $W_1(S)$ - მიმდევრობითი კორექცია; $W_{II}(S)$ - პარალელური კორექცია -----	58
ნახ. 8.	მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის სქემა ორი მიმდევრობითი და ერთი პარალელური კორექციის შემთხვევაში. $W_1(S)$ - მიმდევრობითი კორექცია; $W_{II}(S)$ - მიმდევრობითი კორექცია; $W_{III}(S)$ - პარალელური კორექცია -----	58
ნახ. 9.	მაკორექტირებელი წრედის სქემა. $R_1, R_2$ – მაკორექტირებელი წრედის წინააღობები; $C_1, C_2$ –	

- მოკორექტირებელი წრედის ტევადობები;  $U_{\mathcal{P}}$  - შემავალი ძაბვა;  $U_{\mathcal{B}}$  - გასავალი ძაბვა ----- 64
- ნახ. 10. მაკორექტირებელი წრედის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სინშირული (ლასმ) მახასიათებელი.  $T_1, T_2, T_3, T_4$ - მაკორექტირებელი წრედის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სინშირული (ლასმ) დროის მუდმივები ----- 65
- ნახ. 11. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი წრედის ზოგადი სქემა.  $U_{\mathcal{P}}$  - შესავალი ძაბვა;  $U_{\mathcal{B}}$  - გასავალი ძაბვა;  $R_1$  და  $R_2$  მაკორექტირებელი წრედის წინაღობები;  $C_1$  და  $C_2$  - მაკორექტირებელი წრედის ტევადობები ----- 69
- ნახ. 12. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სინშირული მახასიათებელი ლასმ-ი.  $T_1, T_2, T_3$  და  $T_4$  დროის მუდმივები ----- 70
- ნახ. 13. პასიური მაკორექტირებელი რგოლის ჩართვის ზოგადი სქემა.  $Z_{\mathcal{P}}$ -შემავალი სიგნალის წყაროს აქტიური წინაღობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემპ;  $Z_1$  და  $Z_2$  - მაკორექტირებელი  $r, C$  წრედის აქტიური წინაღობები;  $Z_{\mathcal{D}}$  - დატვირთვის წინაღობა ----- 70
- ნახ. 14. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი წრედის სქემა  $r, c$  წყაროთი.  $C_0$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის ტევადობა;  $r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინაღობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემპ; დ)  $R_1$  და  $R_2$  - წინაღობები;  $R_{\mathcal{D}}$  - დატვირთვის წინაღობა ----- 71
- ნახ. 15. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლის ფესვური ჰოდოგრაფი.  $S_0$  - ფესვური ჰოდოგრაფის ზღვრული წერტილი;  $S_1$ - ფესვური საწყისი ჰოდოგრაფის წერტილი;  $S_2$  - ფესვური საწყისი ჰოდოგრაფის წერტილი ----- 74
- ნახ. 16. 
$$W_{EU_{\mathcal{B}}}^*(S) = \frac{(0,1 \cdot S + 1)(0,02 \cdot S + 1)}{(0,2104 \cdot S + 1)(0,0095 \cdot S + 1)(0,000095 \cdot S + 1)} \quad (79)$$
 გადაცემის ფუნქციის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სინშირული მახასიათებელი (ლასმ) ----- 80
- ნახ. 17. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ რგოლს  $r, L, c$  წყაროთი შემავალი სიგნალის გამოსავალი წრედი.  $C$ - ტევადობა;  $r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინაღობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემპ;  $L$  - ინდუქტიობა ----- 81

- ნახ. 18. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ რგოლს  $r, L, c$  წყაროთი.  $C_0$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის ტევადობა;  $r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინალობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემძ;  $R_1$  და  $R_2$  - წინალობები;  $C_1$  და  $C_2$  მაკორექტირებელი წრედის ტევადობები;  $R_{\varphi}$  - დატვირთვის წინალობა;  $L$  - ინდუქტიობა ----- 81
- ნახ. 19. (87) განტოლების  $P_2(S) + \tau_1 Q_3(S) = 0$  ფევსური ჰოდოგრაფების განლაგება. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი  $r, L, c$  წყაროთი.  $S_1^0, S_2^0, S_3^0$  - ფევსური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილები;  $S_1^*, S_2^*$  - ფევსური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილები ----- 84
- ნახ. 20.  $Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d)S^2$  (86) განტოლების ფევსური ჰოდოგრაფები.  $S_3^0, S_4^0, S_5^0$  ფევსური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილები ----- 85
- ნახ. 21. იდეალური  $W_{EU_{\beta}}^{ოდ}(S) = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,077 \cdot S + 1)(0,013 \cdot S + 1)}$  (94) და მიახლოებითი  $[W_{EU_{\beta}}^{ოდ}]_{\beta b.} = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,079 \cdot S + 1)(0,0126 \cdot S + 1)}$  (95) გადაცემის ფუნქციის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებლები (ლასმ) ----- 87
- ნახ. 22. სამელემენტიანი მაინტეგრებელი რგოლი.  $R_1$  და  $R_2$  მაკორექტირებელი წრედის წინალობები;  $C$  - მაკორექტირებელი წრედის ტევადობა;  $U_{\beta}$  - შესავალი ძაბვა;  $U_{\beta}$  - გამოსავალი ძაბვა ----- 88
- ნახ. 23. სამელემენტიანი მაინტეგრებელი რგოლი  $r, c$  წყაროთი.  $C_0$  - შსწ-ს წრედის ტევადობა;  $r$  - შსწ-ს წრედის წინალობა;  $E$  - შსწ-ს ემძ;  $R_1$  და  $R_2$  - წინალობები;  $R_{\varphi}$  - დატვირთვის წინალობა ----- 89
- ნახ. 24. სამელემენტიანი მაინტეგრებელი რგოლი  $r, L, c$  წყაროთი.  $L$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის ინდუქტიობა;  $r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინალობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემძ;  $R_1$  და  $R_2$  - წინალობები;  $C$  - ტევადობა;  $R_{\varphi}$  - დატვირთვის წინალობა ---- 94
- ნახ. 25. ფევსური ჰოდოგრაფი მაინტეგრებელი რგოლისთვის ----- 98
- ნახ. დ.1. ფევსების განლაგება  $d$  პარამეტრის ცვლილების შემთხვევაში.  $d \in [0; 3]$ ; ბიჯი:  $\Delta = 0,1$  ----- 110

ნახ. დ.2.	ფესვების განლაგება $d$ პარამეტრის ცვლილების შემთხვევაში. $d \in [0; 5]$ ; ბიჯი: $\Delta = 0,05$ -----	110
ნახ. დ.3.	$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d)S^2$ განტოლებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფის ასაგები დიალოგური ფანჯარა -----	112
ნახ. დ.4.	$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d)S^2$ განტოლებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფი და ბოდეს დიაგრამა (გახსნილი სისტემა). სიხშირე: 0 რად/წმ -----	113
ნახ. დ.5.	კომპენსატორის პარამეტრების დიალოგური ფანჯარა -----	113
ნახ. დ.6.	შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქციის პარამეტრების დიალოგური ფანჯარა -----	114
ნახ. დ.7.	$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d)S^2$ განტოლებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფი და ბოდეს დიაგრამა (გახსნილი სისტემა). სიხშირე: 82.1 რად/წმ -----	114
ნახ. დ.8.	$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d)S^2$ გარდამავალი პროცესის მახასიათებლები -----	115

## გამოყენებული აბრავიატურების ნუსხა

1. არს - ავტომატური რეგულირების სისტემა;
2. შსწ- შემავალი სიგნალის წყარო;
3. პიდ - პროპორციულ-მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი;
4. PID - Proportional-Integral-Derivative.
5. ამს - ავტომატური მართვის სისტემა;
6. ლასმ - ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებელი;
7. გფ - გადაცემის ფუნქცია;
8. ფკ- ფესვური ჰოდოგრაფი;



## შესავალი

ავტომატური რეგულირების სისტემის (არს) დაგეგმარების პროცესი მოიცავს სამ ძირითად ეტაპს: ენერგეტიკული ანგარიში, დინამიკური ანალიზი და სინთეზი და ექსპერიმენტალური კვლევები.

ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად მიიღება ავტომატური რეგულირების სისტემის ფუნქციონალური სქემა. დაგეგმარების ამ ეტაპზე ხდება არს–ის ძირითადი ელემენტების შერჩევა [1,2,4].

ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად მიღებული არს–ის სქემა შეიცავს ისეთ ელემენტებს, რომელთა შეცვლაც სხვა, იგივე დანიშნულების ელემენტებით ან შეუძლებელია ან არასასურველია.

დინამიკის ანალიზის სინთეზის ეტაპის საწყისი მონაცემებია: სისტემის ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად მიღებული სისტემის უცვლელი ნაწილის სქემა და ტექნიკური დავალებაში მოცემული და მოთხოვნილი დინამიკის თვისობრივობის მაჩვენებლების მიმართ.

ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად მიღებული ავტომატური რეგულირების სისტემა, უმეტეს შემთხვევაში, არამდგრადია ან თუ მდგრადია, მისი დინამიკა მიუღებელია. ტექნიკური დავალების მოთხოვნების შესაბამისი დინამიკური პროცესის მისაღებად, აუცილებელია არს–ის სქემაში შეტანილი იქნას ისეთი ცვლილებები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სასურველ დინამიკურ პროცესს. ასეთი მოწყობილობა ავტომატური მართვის თეორიაში ცნობილია მაკორექტირებელი მოწყობილობის სახელით. ბუნებრივია, რომ მაკორექტირებელი მოწყობილობის სქემა მუდმივი უნდა იყოს. გარდა ამისა, ამ მოწყობილობის სისტემაში ჩართვა არ უნდა იწვევდეს ტექნიკური და ტექნოლოგიურ სიძნელეებს. და ბოლოს, მაკორექტირებელი მოწყობილობის ჩართვით, ავტომატური რეგულირების სისტემის საიმედოობა არ უნდა შემცირდეს.

ყველა ამ თვისებებს აკმაყოფილებს პასიური  $RC$  ან  $RLC$  ოთხპოლუსები. რადგანაც მოცემული ინდუქტივობის მქონე კოჭების

დამზადება ტექნოლოგიურ სირთულეებთანაა დაკავშირებული, ამიტომ პრაქტიკაში, გამონაკლისის გარეშე, იყენებენ მაკორექტირებელ პასიურ  $RC$  წრედებს, ასეთი წრედების სქემები ხშირად მოცემულია სპეციალურ ცხრილებში რომლებშიც სქემის გარდა მითითებულია: წრედის გადაცემის ფუნქცია, პარამეტრების საანგარიშო ფორმულები და სიხშირული მახასიათებლები [3, 5].

ამგვარი საცნობარო მასალა ავტომატური რეგულირების სისტემის დამგეგმარებელს ათავისუფლებს მაკორექტირებელი  $RC$  წრედის სინთეზის ამოცანის ამოხსნისაგან. კერძოდ, თუ ინჟინერისთვის ცნობილია მაკორექტირებელი  $RC$  წრედის გადაცემის ფუნქცია, მას შეუძლია  $RC$  წრედების ცხრილიდან შეარჩიოს სათანადო სქემა. ასეთი სქემების შერჩევა შეიძლება მოცემული ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებლითაც (ლასმ).

არს-ის დაგეგმარების ბოლო ეტაპია სისტემის ექსპერიმენტული კვლევა. ამ ეტაპის ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას წარმოადგენს მაკორექტირებელი  $RC$  წრედების პარამეტრების ისეთი მნიშვნელობების მოძებნა და დაყენება, რომლებიც უზრუნველყოფენ სასურველ დინამიკურ პროცესს.

მაკორექტირებელი წრედების პარამეტრების ექსპერიმენტალურ კვლევას ყოველთვის არ მივყავართ სასურველ შედეგამდე და უმეტეს შემთხვევაში აუცილებელი ხდება დინამიკის სინთეზის შედეგად მიღებული სქემის შეცვლა.

აღსანიშნავია, ის გარემოება რომ სისტემის მკვლევარს აპრიორულად არავითარი ინფორმაცია არ გააჩნია იმის თაობაზე, თუ როგორ შეცვლოს მაკორექტირებელი მოწყობილობის სქემა და რა მიმართულებით ცვალოს მისი პარამეტრები სასურველი მიზნის მისაღწევად. გამორიცხული არაა შემთხვევებიც, როცა ექსპერიმენტით მაკორექტირებელი წრედის სქემის და პარამეტრების დადგენა შეუძლებელია.

ბუნებრივია ისმის კითხვები: რა ხდება? რა არის მიზეზი იმისა, რომ თეორიულად მიღებული შედეგი ასე შორსაა პრაქტიკულად საჭირო შედეგისაგან? რა უნდა გაკეთდეს იმისათვის, რომ დინამიკის სინთეზის შედეგად მიღებული მაკორექტირებელი მოწყობილობის სქემამ, პრაქტიკულად უზრუნველყოფს სასურველი დინამიკური პროცესი? სწორედ ამ კითხვაზე პასუხის ძიების პროცესმა მიგვიყვანა ამ ნაშრომამდე.

**პრობლემის აქტუალობა.** მაკორექტირებელი სქემების ცხრილებში მოცემულია მათი გადაცემის ფუნქციები, პარამეტრების საანგარიშო ფორმულები და ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებლები (ლასმ), იმ შემთხვევისთვის, როცა მაკორექტირებელი წრედის შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობა ტოლია ნულის და გასავალი წრედის ანუ დატვირთვის წინაღობა უსასრულოდ დიდია.

პრაქტიკაში მეორე პირობა ძირითადად დაცულია. ამ მიზნის მიღწევა მარტივად შეიძლება დატვირთვის წრედთან მიმდევრობით დამატებითი წინაღობის ჩართვით. მაკორექტირებელი  $RC$  წრედების სისტემაში ჩართვა, ძირითადად მცირე სიმძლავრის წრედში ხდება. აქედან გამომდინარე, მაკორექტირებელი წრედის შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობა ზოგჯერ რამოდენიმე ასეული ომის რიგისაა და გარდა ამისა, იგი შეიცავს როგორც ინდუქციურ, ასევე ტევადურ მდგენელებს.

თუ კორექციის გადაცემის ფუნქციაში არ გავითვალისწინებთ შემავალი სიგნალის წყაროს შიდა წინაღობის ოპერატორის პარამეტრების მნიშვნელობებს, მაშინ ადგილი ექნება მაკორექტირებელი წრედის სიხშირული და დინამიკური თვისებების მნიშვნელოვან გადახრას იმ თვისებებიდან, რომლებსაც საკუთრივ მაკორექტირებელი წრედის ცხრილური გადაცემის ფუნქცია განაპირობებს.

ზოგიერთ ცხრილებში მოყვანილია მაკორექტირებული წრედების მონაცემები შემავალი სიგნალის წყაროს მხოლოდ აქტიური წინაღობის მხედველობაში მიღებით. ამის შემდეგ იცვლება მაკორექტირებელი წრედის გადაცემის ფუნქციის პარამეტრები, ხოლო სტრუქტურა უცვლელი რჩება, ამ

დროს განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია შემავალი სიგნალის წყაროს (შსწ) შიდა წინააღობის რეაქტიული მდგენელების მხედველობაში მიღება, რომლის შედეგადაც იცვლება მაკორექტირებელი წრედის სტრუქტურაც და პარამეტრებიც [2].

სწორედ ეს გახლავთ მიზეზი იმისა, რომ ანგარიშის შედეგად მიღებული მაკორექტირებელი სქემა ვერ უზრუნველყოფს სისტემის სასურველ დინამიკურ პროცესს.

სინთეზის ამოცანის ამოხსნისას შსწ-ს შიდა წინააღობას, როგორც წესი, უგულებელყოფენ, რასაც მივყავართ იმ განსხვავებამდე, რაც რეალურ და სასურველი დინამიკას შორის არსებობს. გამოდის, რომ კორექტირებული არს-ის კომპლექსური სტრუქტურა განსხვავდება იმ სტრუქტურისგან, რომელიც დინამიკის სინთეზის ამოცანის ამოხსნის შედეგადაა მიღებული.

თანამედროვე მართვის ტექნოლოგიით თუ ვისარგებლებთ, შეიძლება ითქვას, რომ საქმე გვაქვს სტრუქტურულ რობასტულობასთან (სისტემის რეალური სტრუქტურა განასხვავდება საანგარიშო სტრუქტურისგან).

ისმის კითხვა: რა უნდა გაკეთდეს იმისათვის, რომ მაკორექტირებელი მოწყობილობის სინთეზის დროს გათვალისწინებული იქნას შსწ-ს შიდა წინააღობის ოპერატორი? ან თუ შეიძლება ამ ოპერატორის ავტომატური მართვის სისტემაზე (ამს) სტრუქტურაზე ზეგავლენის კომპენსაცია.

სწორედ ამ საკითხების გადაჭრას ეძღვნება წინამდებარე სადისერტაციო ნაშრომი, სადაც კონკრეტული მაკორექტირებელი წრედების მაგალითებზე ნაჩვენებია ამგვარი ამოცანების ამოხსნის შესაძლებლობა.

**კვლევის მიზანი.** კვლევის მიზანი გამომდინარეობს პრობლემის აქტუალობიდან. სადისერტაციო ნაშრომში დასახული მიზნის მისაღწევად გამოყნებულია ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა ავტომატური რეგულირების სისტემის პარამეტრების მიზნობრივი ცვლილებით მიღწეული იქნას მახასიათებელი განტოლების ფესვების სასურველ არეში მოთავსება.

სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია კორექტირებული ავტომატური რეგულირების სისტემის სტრუქტურული რობასტულობის კვლევა და კომპენსაცია, ანუ ისეთი ღონისძიებების განხორციელება, რომლებიც უზურნველყოფენ მაკორექტირებელი წრედების ცხრილური გადაცემის ფუნქციის რეალიზაციას, შემავალი სიგნალის წაროს (შსწ) შიდა წინაღობას ოპერატორის მხედველობაში მიღებით.

**კვლევის ძირითადი ამოცანაა** შენარჩუნებულ იქნას მაკორექტირებელი წრედის გადაცემის ფუნქცია და მისი პარამეტრების ის მნიშვნელობები, რომლებიც დინამიკის სინთეზის ამოცანის ამოხსნის შედეგად მიიღება. ამ ამოცანის გადჭრა სიხშირული მეთოდის გამოყენებით შეუძლებელია, ამიტომ მიღებული იქნა, ჩვენი აზრით, ერთადერთი სწორი გადაწყვეტილება: შემავალი სიგნალის წაროს შიდა წინაღობის ოპერატორის კომპენსაციის ამოცანა გადაგვეჭრათ ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის გამოყენებით.

ტრადიციულად, ფესვების ტრაექტორიების დადგენა ხდება ალგებრული განტოლებების ერთი რომელიმე კოეფიციენტის ან პარამეტრის ფართო საზღვრებში ცვლილებებისას.

ჩვენი ამოცანის გადასაწყვეტად ჩვენს მიერ გამოყენებული იქნა ფესვური ჰოდოგრაფები, რომელიც მიღებული იქნა არს-ის კორექციის რამოდენიმე პარამეტრის ერთდროული ცვლილების შედეგად.

**სამეცნიერო სიახლეა** მაკორექტირებელი წრედების სინთეზის ამოცანის ამოხსნისას შემავალი სიგნალის წყაროს (შსწ) შიდა წინაღობის ოპერატორის მხედველობაში მიღება და მისი კომპენსაციის ღონისძიებების დადგენა და რეალიზაცია.

**ნაშრომის შედეგების პრაქტიკული რეალიზაცია** საშუალებას იძლევა გაზრდილი იქნას ავტომატური რეგულირების სისტემის კორექციის სიზუსტე, კერძოდ, დინამიკის სინთეზის შედეგად მიღებული თეორიული შედეგი იმდენად ახლო იქნება სასურველ შედეგთან, რომ კორექციის

ექსპერიმენტული კვლევის აუცილებლობა ან გამოირიცხება ან საჭირო გახდება კორექციის პარამეტრების უმნიშვნელო ცვლილებები.

**დაცვაზე გამოგვაქვს** კორექტირებული ავტომატური რეგულირების სისტემის (არს) მაკორექტირებელი წრედების შემავალი სიგნალის წყაროს (შსწ) შიდა წინაღობის ოპერატორის კომპენსაციის ამოცანის გადაჭრა ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის გამოყენებით.

ამ გზით შესაძლებელია კორექტირებული არს–ის სტრუქტურული რობასტულობის ანალიზი და მისი სისტემის დინამიკაზე გავლენის კომპენსაცია.

**ნაშრომის მოცულობაა** ნაბეჭდი ტექსტის 115 გვერდი. ნაშრომი შეიცავს ძირითად ტექსტს: შესავალს, ლიტერატურის მიმოხილვას, პირველ მეორე და მესამე თავებს, დასკვნას, გამოყენებულ ლიტერატურის სიას და დანართ 1, 2.

## ლიტერატურის მიმოხილვა

ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი წიგნი თანამედროვე ლიტერატურიდან, რომელიც არსებობს ინჟინრებისთვის, ეს არის ცნობილი ამერიკელი მეცნიერების რ. დორფის და რ. ბიშოპის წიგნი „თანამედროვე მართვის სისტემები.“ ჩვენი ინტერესი ამ წიგნმა გამოიწვია იმ მხრივ, რომ მასში დაწვრილებით არის განხილული თანამედროვე მართვის სისტემებში ფესვური ჰოდოგრაფის გამოყენების შესაძლებლობები; მათი საშუალებით სხვადასხვა სირთულის ამოცანების გადაჭრის მაგალითები, მათ შორის მაკორექტირებელი რგოლებისთვისაც; აღწერილია ავტომატური რეგულირების სისტემებში მაკორექტირებელი რგოლების ანალიზის შესაძლებლობები ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდით [17,18].

განვიხილოთ აღნიშნულ წიგნში მოყვანილი ზოგიერთი თეორიები და ფესვური ჰოდოგრაფების აგების თავისებურებანი, წესები და მაგალითები. ეს თემა კავშირშია ჩვენს სადისერტაციო ნაშრომთან. აქვე ავხსნით იმ რიგ განსხვავებებს და სიახლეებს, რომელიც არსებობს დისერტაციაში მოცემულ კვლევებსა და „თანამედროვე მართვის სისტემები“ სახელმძღვანელოში აღწერილ კვლევის მეთოდებს შორის.

როგორც ცნობილია, ავტომატური მართვის სისტემებში სხვადასხვა სახის ამოცანების რეალიზაციისთვის იყენებენ შეკრულ სისტემებს ანუ სისტემებს, რომელთაც გააჩნიათ უკუკავშირი. ასეთ შემთხვევაში განიხილავენ სისტემის გადაცემის ფუნქციას. იმისათვის, რომ მიღწეულ იქნას შეკრული სისტემის ხარისხის საჭირო მაჩვენებლები, საჭიროა შესაბამისი პარამეტრების შერჩევა და მნიშვნელოვანია მახასიათებელი განტოლების ფესვთა მოძრაობის ტრაექტორიების დადგენა, როცა იცვლება აღნიშნული განტოლების პარამეტრები [17].

როგორც ავტორები აღნიშნავენ, ფესვთა განლაგება კომპლექსურ ფესვთა სიბრტყეში შესაძლებელია დადგინდეს გრაფიკული მეთოდით, იმ შემთხვევაში, როდესაც იცვლება მახასიათებელი განტოლების მხოლოდ

ერთი ან რამდენიმე პარამეტრი. ამ შემთხვევაში, მიიღება განტოლების ფესვთა მოძრაობის ტრაექტორია, ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეში. სწორედ ეს არის ფესვური ჰოდოგრაფი (Hodos - ბერძნულად გზა, ტრაექტორია, გრაფიკი) [17].

აღსანიშნავია, რომ სადისერტაციო ნაშრომში ჩვენ განსხვავებულ მეთოდს ვიყენებთ მაკორექტირებელი რგოლების ანალიზისას ფესვური ჰოდოგრაფებით. კერძოდ, ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფიკებთან ერთად ვსარგებლობთ მათი ანალიზური გამოსახულებებითაც, რაც შესაძლებლობას იძლევა ფესვური ჰოდოგრაფი დადგენილი და აგებული იქნას გაცილებით მარტივად და იმ შემთხვევებშიდაც, როდესაც იცვლება განტოლების არა მარტო ერთი, არამედ რამდენიმე პარამეტრი ერთდროულად.

აღნიშნული მეთოდი ეფექტურია ავტომატური რეგულირების და მართვის სისტემების ანალიზისა და სინთეზის ამოცანების გადასაჭრელად.

წიგნში „თანამედროვე მართვის სისტემები“ განხილულია ზოგიერთი ტიპის მართვის სისტემებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფის, როგორც ხელით აგების ტექნოლოგია, ასევე კომპიუტერის საშუალებითაც. აქვე მოყვანილია მართვაში ყველაზე ცნობილი ამოცანის პიდ, PID, (პროპორციულ-მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი, Proportional-Integral-Derivative) რეგულატორის პარამეტრების სინთეზის ამოცანის გადაჭრა ფესვური ჰოდოგრაფების მეშვეობით. PID, პიდ, პროპორციულ-მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რეგულატორის შემთხვევაში ვარირებადი არის ორი ან სამი პარამეტრი, ისევე, როგორც ჩვენს შემთხვევაში მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების სინთეზის ამოცანისთვის [17,18].

სადისერტაციო ნაშრომში მაკორექტირებელი რგოლების ანალიზისას ძირითადად ვიყენებთ ფესვური ჰოდოგრაფის ხელით აგებას, ვინაიდან გადასაჭრელი ამოცანა საკმაოდ აშკარაა. თუმცა შესაძლებელია ფ3-ს აგება კომპიუტერის საშუალებითაც, რაც განხილული გვაქვს სადისერტაციო ნაშრომის დანართში.



წიგნში „თანამედროვე მართვის სისტემები“ მნიშვნელოვანი ადგილი ეთმობა გარდამავალი პროცესის შესწავლას. მისი ხარისხი და სისტემის მდგრადობა დამოკიდებულია მახასიათებელი განტოლების ფესვთა განლაგებაზე ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეში.

როგორც ცნობილია, ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდი პირველად მართვაში გამოიყენა ამერიკელმა მეცნიერმა ევანსმა 1948 წელს და ფართო გავრცელება ჰპოვა საინჟინრო პრაქტიკაში. ის შესაძლებლობას იძლევა განისაზღვროს მახასიათებელი განტოლების პოლუსების მგრძობიარობა პარამეტრების ცვლილების მიმართ. ჩვენს შემთხვევაში მოგვყავს პრაქტიკული მაგალითები მაკორექტირებელი რგოლებისთვის. წიგნში აღნიშნულია ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდის გამოყენების ეფექტურობა რაუს-ჰურვიცის კრიტერიუმთან ერთობლიობაში [17].

უნდა აღინიშნოს ის გარემოებაც, რომ ავტორები განიხილავენ, როგორც ერთკონტურიან, ასევე მრავალკონტურიან სისტემებს და მათთვის ფესვური ჰოდოგრაფის გამოყენების შესაძლებლობებს. აქვე ავტორები აღნიშნავენ იმ დადებით მხარეებს, რომელიც საშუალებას აძლევს ინჟინრებს ნათლად დაინახონ ფესვთა განლაგება ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეში და პარამეტრების ცვლილებების შესაძლებლობა, რომელიც მათ საშუალებას მისცემს მიიღონ სისტემა სასურველი დინამიკით. ანალოგიურ მეთოდს ჩვენც განვიხილავთ აღნიშნულ სადისერტაციო ნაშრომში [17].

წიგნში განხილულია ფესვური ჰოდოგრაფის ცნება. მოყვანილია ერთკონტურიანი და მრავალკონტურიანი შეკრული სისტემებისთვის გადაცემის ფუნქციები, მათი ფუნქციონალური სქემები, ცვლადი პარამეტრები და მათი საშუალებით დადგენილია ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლებები.

რ. დორფი და რ. ბიშოპი აღწერენ ფესვური ჰოდოგრაფების აგების 12 ეტაპიან ციკლს. ეს ეტაპებია:

„ეტაპი 1. მახასიათებელი განტოლება უნდა ჩავწეროთ შემდეგ სახეში:

$$1 + F(S) = 0 \quad (1)$$

თუ შესაძლებელია იგი გადავწეროთ ისეთ სახეში, რომ ცვალეზადი პარამეტრი  $K$  გამოყოფილი იქნას:

$$1 + KP(S) = 0 \quad (2)$$

ეტაპი 2.  $P(S)$  ფუნქცია წარმოვადგინოთ წილადის ფორმაში, რომელიც შეიცავს პოლუსებს და ნულებს.

$$1 + K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} = 0 \quad (3)$$

ეტაპი 3. აღვნიშნოთ ნულები და პოლუსები ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეში. როგორც წესი, ფესვებს პოლოზენ იმ შემთხვევაში, როდესაც  $K$  იცვლება 0-დან  $+\infty$ -მდე.

$$\prod_{j=1}^n (s + p_j) + \prod_{i=1}^m (s + z_i) = 0. \quad (4)$$

თუ  $K = 0$ , მახასიათებელი განტოლების ფესვები უბრალოდ ემთხვევა  $P(S)$ -ის პოლუსებს, ხოლო თუ  $K = \infty$   $P(S)$ -ის ნულებს. აქედან გამომდინარე, თუ  $K$  იცვლება 0-დან  $+\infty$ -მდე მახასიათებელი განტოლებისთვის

$$1 + KP(S) = 0$$

ტრექტორიები იწყება  $P(S)$  პოლუსებიდან და მთავრდება  $P(S)$ -ის ნულებში

ეტაპი 4. გამოვყოთ ნამდვილი ღერძის ის უბნები, რომელიც ეკუთვნის ფესვურ ჰოდოგრაფს. ფესვურ ჰოდოგრაფს ეკუთვნის ნამდვილი ღერძის ის მონაკვეთები, რომლის მარცხნივაც პოლუსების და ნულების წერტილების კენტი რაოდენობაა განლაგებული.

ეტაპი 5. ამ ეტაპზე განსაზღვრავენ ფესვური ჰოდოგრაფების შტოების რაოდენობას. რადგანაც გახსნილი სისტემის გადაცემის ფუნქციის ფესვური ჰოდოგრაფი იწყება პოლუსებში და მთავრდება ნულებში და პოლუსების რაოდენობა მეტია ან ტოლია ნულების რაოდენობის, ფესვური ჰოდოგრაფის შტოების რაოდენობა პოლუსების რაოდენობის ტოლია.

ეტაპი 6. ფესვური ჰოდოგრაფის სიმეტრიულია წარმოსახვითი ღერძის მიმართ.

ეტაპი 7. თუ მახსიათებელი განტოლების ნულები უსასრულობაშო მდებარეობენ, მაშინ ფესვური ჰოდოგრაფები უსასრულოდ უახლოვდებიან ასიმპტოტებს შესაბამისი ცენტრით და დახრის კუთხით:

$$\sigma_A = \frac{\sum \text{პოლუსები}P(S) - \sum \text{ნულები}P(S)}{n_p - n_z} \quad (5)$$

რომელთა დახრის კუთხეებია ნამდვილი ღერძის მიმართ:

$$\varphi_A = \frac{(1+2q)}{n_p - n_z} 180_r \quad q = 0, 1, 2, \dots, (n_p - n_z - 1). \quad (6)$$

ეტაპი 8. უნდა განისაზღვროს ის წერტილები, სადაც ფესვური ჰოდოგრაფი კვეთს წარმოსახვით ღერძს. ამის დადგენა შეასაძლებელია რაუს-ჰურვიცის კრიტერიუმით.

ეტაპი 9. უნდა ნაპოვნი იქნას ნამდვილი ღერძის ის წერტილები, სადაც ხდება ფესვური ჰოდოგრაფის მოწყვეტა ნამდვილი ღერძიდან. ასეთ წერტილებში, როგორც წესი, გადის ფესვური ჰოდოგრაფის ორი ტრექტორია.

ეტაპი 10. უნდა განისაზღვროს ფესვური ჰოდოგრაფის პოლუსიდან გამოსვლის კუთხე და ნულებში შესვლის კუთხე.

ეტაპი 11. განვასაზღვროთ  $S$  ფესვების მდებარეობა რომელიც აკმაყოფილებს კუთხურ კრიტერიუმს:

$$\begin{aligned} \arg F(S) = \arg(s + z_1) + \arg(s + z_2) + \dots - \arg(s + p_1) - \\ - \arg(s + p_2) - \dots = 180^\circ \pm q360^\circ, \end{aligned} \quad (7)$$

სადაც

$$F(S) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)(s+z_3)\dots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)\dots(s+p_n)} \quad (8)$$

ეტაპი 12. განვსაზღვროთ  $K_x$ -ის მნიშვნელობა, რომელიც შეესაბამება  $S_x$  ფესვის მნიშვნელობას ამპლიტუდური კრიტერიუმის მიხედვით:

$$K_x = \frac{\prod_{j=1}^n |s+p_j|}{\prod_{i=1}^m |s+z_i|}, \quad (9)$$

სადაც  $S = S_x$  [17].

როგორც ამ აღწერიდან ჩანს, ფესვური ჰოდოგრაფის აგება აღნიშნულ წიგნში, საკმაოდ შრომატევადი და რთული საქმეა. ჩვენს მიერ აღნიშნული ეტაპები შედარებით მარტივადა გაწერილი (იხ. თავი 1).

მაგალითად, ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლება წარმოადგენს  $n$ -ური რიგის პოლინომის იგივე გარდაქმნას ფესვური ჰოდოგრაფის ნებისმიერ  $d + j\omega$  წერტილის მახლობლობაში. აქ ასე გამოკვეთილად ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლება არ ჩანს (ეტაპი 3).

მახასიათებელი განტოლების ჩაწერა (ეტაპი 1) ფორმაში ნიშნავს, რომ პარამეტრების რაოდენობა ერთით მცირდება ანუ ის გადაყავთ დაყვანილ ფორმაში, რაც რიგ შემთხვევებს დაუშვებელია და არა კორექტული.

ეტაპი 2-ში აღწერილია, თუ როგორ უნდა გადავწეროთ ეტაპი 1-ში წარმოდგენილი განტოლება (1), რათა შევძლოთ ფესვური ჰოდოგრაფის აგება. ჩვენს შემთხვევაში გამოყენებული გვაქვს უფრო ზოგად სახეში ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლების ჩაწერა. კერძოდ, გვაქვს  $[n; m]$  კლასის ფორმაში ფესვური ჰოდოგრაფის ჩაწერის ფორმა, რაც უფრო ნათელს ხდის ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი და ზღვრული წერტილების პოვნის შესაძლებლობას (რ. დორფის და რ. ბიშოპის შემთხვევაში: პოლუსები და ნულები).

ე. წ. ნამდვილი ღერძიდან ფესვური ჰოდოგრაფის მოწყვეტის წერტილი (პუნქტი 9) ჩვენს შემთხვევაში განიხილება, როგორც ჯერადი ფესვის ცნება. ასეთი ფესვები შეიძლება იყოს ორჯერადი, სამჯერადი და ა. შ. იმის და მიხედვით, თუ რა რაოდენობის ტრაექტორია გადის აღნიშნულ წერტილებში. მოცემული გვაქვს ჯერადი ფესვების გამოსათვლელი განტოლება.

პარამეტრების მნიშვნელობების დასადგენად ჩვენს შემთხვევაში მოცემული გვაქვს პარამეტრის საანგარიშო ფორმულები ფესვური ჰოდოგრაფის ნამდვილ და წარმოსახვით წერტილებში.

წიგნში მოყვანილია სხვადასხვა სახის ამოცანების გადაწყვეტის მეთოდოლოგია მართვის სისტემებში, ფესვური ჰოდოგრაფის გამოყენებით. მაგალითად, სასწორის ავტომატური მართვის სისტემა და მისი პარამეტრების სინთეზის ამოცანის გადაჭრა ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით; გადაწყვეტილია პარამეტრების შერჩევის ამოცანა ფესვური

ჰოდოგრაფებით; ფესვური ჰოდოდგრაფის და მგრძნობიარობის პრობლემის გადაჭრის გზები ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით; PID რეგულატორების კვლევა ასევე ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდით; სინთეზის ამოცანის გადაჭრა ლაზერული მანიპულატორისთვის და რობოტებისთვის ასევე ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით; განხილულია პროგრამული პაკეტი Matlab-ის შესაძლებლობები ფესვური ჰოდოგრაფების ასაგებად; მოყვანილია სხვადასხვა სახის გადაცემის ფუნქციების ცხრილები და შესაბამისი ფესვთა ტრაექტორიები და ა. შ.

აღსანიშნავია, რომ აღნიშნულ წიგნში ერთი თავი ეთმობა მაკორექტირებელი რგოლების შესწავლას, მათ როლს და ადგილს რეალურ მართვის სისტემებში; მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების სინთეზის ამოცანების გადაჭრას ფესვური ჰოდოგრაფებით და ბოდეს (ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებელი, ლასმ) მეთოდის გამოყენება მაკორექტირებელი რგოლებისათვის.

ზოგადად, მაკორექტირებელი რგოლების დანიშნულებაა მართვის სისტემის დინამიკის გაუმჯობესება. ჩვენს სადისერტაციო ნაშრომში უფრო მეტი კონკრეტიკაა, თუ რატომ არის ასე მნიშვნელოვანი მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების სინთეზის ამოცანის გადაჭრა და რატომ მაინც და მაინც ფესვური ჰოდოდგრაფების მეთოდით. ასევე ყურადღება არის გამახვილებული იმ გარემოებებზე, რომ სტანდარტულად მოცემულ მაკორექტირებელი რგოლების ცხრილებში არ არის გათვალისწინებული შემავალი სიგნალის წყაროს წინაღობის ინდუქტიური და ტევადური მდგენელების მნიშვნელობები. სწორედ ეს ქმნის პრობლემას რეალური ავტომატური რეგულირების სისტემეში მაკორექტირებელი რგოლის ჩართვისას [17].

რ. დორფი და რ. ბიშოპი განიხილავენ კორექციის ჩართვის სქემებს მართვის სისტემაში: მიმდევრობით კორექციას, კორექციას უკუკავშირში, გამოსავალის ან დატვირთვის კორექციას; შესავალის კორექციას; განხილულია ოთხპოლუსას სქემები ფაზით წინსწრებით

(მადიფერენცირებადი მაკორექტირებადი რგოლი) და ფაზით ჩამორჩენით (მაინტეგრებადი მაკორექტირებადი რგოლი). მოყვანილი აქვთ მათი ბოდეს დიაგრამები, ნულების და პოლუსების განლაგება ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეში, მათი სინთეზის ამოცანების გადაჭრა სხვადასხვა მეთოდებით.

ფესვური ჰოდოგრაფის მეთოდის განხილვისას მაკორექტირებადი რგოლებისთვის განხილულია მხოლოდ გარკვეული ტიპის (მაინტეგრებადი და მადიფერენცირებადი რგოლების)  $RC$  რგოლების შემთხვევები. წიგნში ჩამოყალიბებულია ფესვური ჰოდოგრაფის აგების თანმიმდევრობა მაკორექტირებადი რგოლებისთვის.

„ეტაპი 1. განსაზღვრული იქნას დომინირებადი ფესვების განლაგება ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეზე სისტემის მიმართ მოთხოვნილი ხარისხის მიმართ;

ეტაპი 2. ავსოთ არაკორექტირებადი სისტემის ჰოდოგრაფი და დადგინდეს მათი საშუალებით შეიძლება თუ არა დომინირებადი ფესვების სასურველი განლაგების მიღება;

ეტაპი 3. თუ საჭიროა კორექცია განვათავსოთ მაკორექტირებადი რგოლის ნული ერთ-ერთი სასურველი ფესვის ქვეშ;

ეტაპი 4. განვსაზღვროთ მაკორექტირებადი მოწყობილობის პოლუსის მდგომარეობა ისე, რომ ვექტორების არგუმენტების ჯამი, რომლებიც გავლებულია ნულიდან სასურველი ფესვის პოლუსებისკენ, შეადგინოს  $180^\circ$  და ეს ფესვი ნამდვილად ეკუთვნოდეს კორექტირებადი სისტემის ფესვურ ჰოდოგრაფს;

ეტაპი 5. გამოვთვალოთ სისტემის გამლიერების კოეფიციენტი და ცდომილების კოეფიციენტი;

ეტაპი 6. თუ ცდომილების კოეფიციენტი არ აკმაყოფილებს სისტემისადმი მოთხოვნილ სიზუსტეს, მაშინ სინთეზის პროცედურა უნდა გავიმეოროთ [17].“

აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ ჩვენს მიერ სადსერტაციო ნაშრომში განსხვავებული მიდგომა გამოყენებული მაკორექტირებადი რგოლების

პარამეტრების ანალიზისთვის ფესვური ჰოდოგრაფების (ფჰ) მეთოდით. ასევე განხილულია სხვადასხვა სახის მაკორექტირებელი რგოლების სხვადასხვა ტიპის შემავალი სიგნალის წყაროების შემთხვევაში.

# 1. ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის გრაფო-ანალიზური საფუძვლები

ფესვების ტრაექტორიების ანუ ფესვური ჰოდოგრაფების დასადგენად იყენებენ წესებს, რომლებიც გამომდინარეობენ ნამდვილკოეფიციენტებიანი პოლინომის ფესვების თვისებებიდან და იმ დამოკიდებულებებიდან, რომლებიც არსებობენ პოლინომის ფესვებსა და კოეფიციენტებს შორის.

გარდა ამისა, ფესვური ჰოდოგრაფების ასაგებად სასარგებლოა მათი ანალიზური კვლევა, რომელიც რიგ შემთხვევებში მნიშვნელოვნად ამარტივებს ფესვური ჰოდოგრაფების აგებას და მის ცალკეულ წერტილებში ცვლადი პარამეტრის ან პარამეტრების მნიშვნელობების დადგენას.

აღსანიშნავია, რომ ფესვური ჰოდოგრაფების აგების საშუალებას მარტო გრაფიკული მეთოდი არ იძლევა. სწორედ ამან განაპირობა სადისერტაციო ნაშრომის პირველი თავის შინაარსი [8, 9].

ამ თავში მოცემულია ფესვური ჰოდოგრაფების აგების ანალიზური საშუალებები, მოყვანილია ის არსებითი ცნებები და თეორემები, რომლებიც გამოიყენება შემდგომ თავებში [10,11].

აქვე დიდი ადგილი აქვს დათმობილი ფესვური ჰოდოგრაფების ანალიზურ კვლევას. კერძოდ, გამოყენებულია ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლებები; მიღებულია ჰოდოგრაფის ნებისმიერ წერტილში პარამეტრის მნიშვნელობის გამოსათვლელი ფორმულები; დადგენილია პარამეტრების კრიტიკული მნიშვნელობები.

თავის ბოლოში ჩამოყალიბებულია ფესვური ჰოდოგრაფების აგების გრაფო-ანალიზური საფუძვლები. ნაშრომის მომდევნო თავებში მითითებულია პირველი თავის ყველა ის ფორმულები და თეორემები, რომლებიც გამოიყენება ამა თუ იმ პოლინომის ფესვების ტრაექტორიების ანუ ფესვური ჰოდოგრაფების დასადგენად.



## 1.1. ძირითადი ცნებები და თეორემები

ამ პარაგრაფში მოყვანილი იქნება ის ცნებები და თეორემები, რომლებიც შემდგომში გამოყენებული იქნება ფესვური ჰოდოგრაფების აგებისა და კვლევის პროცესში.

ვთქვათ, მოცემულია ალგებრული განტოლება:

$$\sum a_i S^{n-i} = 0 \quad (10)$$

სადაც  $a_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) ნამდვილი რიცხვებია, ხოლო  $S$  ცვლადი. (10) განტოლება შეიძლება იყოს წრფივი ავტონამატური რეგულირების სისტემის (არს) მახასიათებელი განტოლება.

ვთქვათ (10) განტოლებას  $a_i$  კოეფიციენტები არს-ის  $k$  პარამეტრის წრფივი ფუნქციებია, მაშინ (10) განტოლება შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$P_n(S) + kQ_m(S) = 0, \quad (11)$$

სადაც

- $P_n(S)$  პოლინომის კოეფიციენტებია  $a_i^* = a_i - kC_j^{**}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ );
- $Q_m(S)$  პოლინომის კოეფიციენტებია  $C_j^{**}$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

$P_n(S)$  არის  $n$ -ური რიგის პოლინომი, ხოლო  $Q_m(S)$  -  $m$ -ური რიგის პოლინომი.

დავუშვათ, რომ არს-ის  $k$  პარამეტრი იცვლება 0-დან  $+\infty$ -მდე და საჭიროა (10) განტოლების ფესვების მოძრაობის ტრაექტორიების დადგენა. ცხადია, რომ ამ პროცესში საჭირო იქნება (10) განტოლების ფესვების ცოდნა, როცა  $k = 0$  ან  $k \rightarrow \infty$ . თუ  $k = 0$  მაშინ (11) განტოლების ფესვები დაემთხვევა

$$P_n(S) = 0 \quad (12)$$

განტოლების ფესვებს, ხოლო როცა  $k \rightarrow \infty$  (11) განტოლების ფესვები მიისწრაფიან

$$Q_m(S) = 0 \quad (13)$$

განტოლების ფესვებისკენ, აქედან გამომდინარე (12) განტოლების  $P_i(S)$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) ფესვებს, ფესვური ჰოდოგრაფების საწყისს წერტილებს უწოდებენ, ხოლო (13) განტოლების  $N_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) ფესვებს ჰოდოგრაფების საბოლოო ან ზღვრული წერტილები ჰქვია. აქაც და შემდეგაც ფესვური ჰოდოგრაფების ქვეშ ვგულისხმობთ კომპლექსურ სიბრტყეში (10) განტოლების ფესვების მოძრაობის ტრაექტორიებს, როცა არს-ის პარამეტრი  $k \in [0; +\infty)$ .

(10) განტოლების საწყისი და ზღვრული წერტილები ყოველთვის ფესვთა კომპლექსური სიბრტყის სასრულო არეში მდებარეობენ. ამ წერტილების ასეთი თვისება განპირობებულია იმით, რომ (12) და (13) განტოლებების კოეფიციენტებს სასრულო მნიშვნელობები აქვთ.

ალგებრიდან ცნობილია, რომ თუ (12) და (13) განტოლებების კოეფიციენტები ნამდვილი რიცხვებია, მაშინ მათი ფესვები ნამდვილი ან კომპლექსური შეუღლებული რიცხვებია. აქედან გამომდინარეობს (10) განტოლების ფესვების ტრაექტორიების სიმეტრიულობა და კომპლექსური სიბრტყის ნამდვილი ღერძის მიმართ.

ჩვეულებრივად არს-ის პარამეტრები დადებითი რიცხვებია, ამიტომ საკმარისია შესწავლილი იქნას (11) განტოლების ფესვების ტრაექტორიები, როცა  $k \in [0; +\infty)$ .

თუ  $n > m$  მაშინ (11) განტოლების  $n$  საწყისი წერტილიდან გამოვა  $n$  ჰოდოგრაფი, რომელთაგან  $m$  მათგანი დამთავრდება  $N_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) წერტილში, ხოლო დანარჩენი  $(n - m)$  ჰოდოგრაფი წავა უსასრულობაში, თუ  $n < m$  მაშინ  $N_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) წერტილებში, დამთავრდებიან უსასრულობიდან მოსული  $(n - m)$  ჰოდოგრაფი და აგრეთვე  $n$  საწყისი წერტილიდან გამოსული ყველა ჰოდოგრაფი.

ფესვური ჰოდოგრაფების აგებისა და კველის პროცესში აუცილებელია შემდეგი თეორემების გამოყენება, რომლებსაც აქ დაუმტკიცებლად მოვიყვანთ [8].

თეორემა 1.1. (საწყისი წერტილების გადატანის შესახებ). (11) განტოლების ფესვთა ნებისმიერი ჯგუფი, რომელიც  $k = c$  ფიქსირებული მნიშვნელობისას მიიღება, შეიძლება ფესვური ჰოდოგრაფის საწყის წერტილად ჩაითვალოს. ამ დროს ზღვრული წერტილები არ იცვლება.

თეორემა 1.2. (კომპლექსური სიბრტყის წარმოსახვითი ღერძის წანაცვლების შესახებ). (11) განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების სახეს განსაზღვრავს საწყისი და ზღვრული წერტილების ურთიერთგანლაგება და დამოკიდებული არაა წარმოსახვითი ღერძის ვერტიკალური მდებარეობისგან.

თეორემა 1.3. ნამდვილი ღერძის ნებისმიერი წერტილი შეიძლება ეკუთვნოდეს ფესვურ ჰოდოგრაფს. თუ  $k \in [0; +\infty)$ , მაშინ (11) განტოლების ფესვურ ჰოდოგრაფად გამოდგება ნამდვილი ღერძის ის მონაკვეთი ან სხივი, რომლის მარჯვნივ მდებარეობს საწყისი და ზღვრული წერტილების კენტი რაოდენობა. თუ ნამდვილი ღერძის მონაკვეთის ან სხივის მარჯვნივ საწყისი და ზღვრული წერტილების ლუწი რაოდენობაა, მაშინ ასეთი მონაკვეთი ან სხივი (11) განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფია, როცა  $k \in (-\infty; 0]$ .

თეორემა 1.4. (ჯერადი ფესვების შესახებ). (11) განტოლების ჯერადი ფესვებია:

$$P_n(S) \cdot Q_m'(S) - Q_m(S) \cdot P_n'(S) = 0 \quad (14)$$

განტოლების ფესვები. (14) განტოლებაში

$$P_n'(S) = \frac{dP_n(S)}{dS}$$

და

$$Q_m'(S) = \frac{dQ_m(S)}{dS}$$

(14) განტოლებიდან ჩანს, რომ (11) შეიძლება ჰქონდეს არა უმეტეს  $(n + m - 1)$  ჯერადი ფესვი. თუ ფესვის ჯერადობის რიცხვია  $\alpha$  მაშინ ეს ფესვები უნდა აკმაყოფილებდნენ განტოლებებს:

$$P_n^{(\alpha)}(S) \cdot Q_m^{(\alpha-1)}(S) - P_n^{(\alpha-1)}(S) Q_m^{(\alpha)}(S) = 0, \quad (15)$$

სადაც  $i = 0, 1, 2, \dots, \alpha$  და

$$P_n^{(i)}(S) = \frac{d^i P(S)}{dS^i}; \quad Q_m^i(S) = \frac{d^i Q_m(S)}{dS^i}$$

თუ (11) განტოლებას აქვს ჯერადი საწყისი და ზღვრული წერტილი, მაშინ ჭეშმარიტია შემდეგი თეორემა:

თეორემა 1.5.  $r$  ჯერადობის საწყისი წერტილიდან გამოდიან და  $r$  ჯერადობის ზღვრული წერტილში შედიან,  $2r$  ტრაექტორია,  $r$  - დადებითი და  $r$  - უაროვითი.

თეორემა 1.6. (ფესვური ჰოდოგრაფების ასიმპტოტური თვისებების შესახებ). თუ  $k \square \square$ , მაშინ (11) განტოლების  $(n - m)$  ფესვების ტრაექტორიები ასიმეტრიულად უახლოვდებიან  $(n - m)$  სხივიანი ვარსკვლავის სხივებს, რომლის ცენტრი  $(a; 0)$  წერტილშია, სადაც

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n P_i - \sum_{j=1}^m N_j}{n - m} \quad (16)$$

ხოლო ვარსკვლავის სხივების ნამდვილ ღერძთან დახრის კუთხეებია:

$$\varphi = \frac{\pi}{n - m} \cdot \zeta, \quad (17)$$

სადაც  $\square = 0, \square 1, \square 2, \dots$

ფესვური ჰოდოგრაფების აგება მნიშვნელოვნად მარტივდება, თუ ზემოთ ჩამოთვლილი თეორემების გარდა ვისარგებლებთ იმ დამოკიდებულებებით, რომლებიც არსებობს პოლინომის ფესვებსა და მის კოეფიციენტებს შორის. ამ გზით შესაძლებელი ხდება ფესვური ჰოდოგრაფების აგება წერტილის ნებისმიერი სიხშირით და იგი ძალზედ მოხერხებულია გამოთვლითი ტექნიკის საშუალებებში ჰოდოგრაფების ასაგებად.

ზემოთ ჩამოთვლილი თეორემების საფუძველზე შეიძლება ჩამოყალიბებული იქნას ფესვური ჰოდოგრაფების აგების მიმდევრობა:

1– ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეზე დატანილი უნდა იქნას  $P_i$  საწყისი და  $N_j$  ზღვრული წერტილები;

2 – ნამდვილი ღერძი დაყოფილი უნდა იქნას დადებით და უარყოფით ჰოდოგრაფებად;

3 – შედგენილი უნდა იქნას ჯერადი ფესვების (14) განტოლება. ამ განტოლების მარტივი ნამივდილი ფესვები (11) განტოლების ორჯერადი ფესვებს წარმოადგენენ, ორჯერადი ნამდვილი ფესვი (11) განტოლების სამჯერადი ფესვია და ა.შ.

(14) განტოლების კომპლექსური შეუღლებული ფესვები ჰოდოგრაფის ჯერად ფესვებს წარმოადგენენ მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ისინი აკმაყოფილებენ ძირითად ფაზურ განტოლებას:

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i - \sum_{j=1}^m \psi_j = \pi N \quad | \quad N \in Z \quad (18)$$

4 – ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეზე უნდა დავიტანოთ (16) ცენტრი და ავაგოთ  $(n - m)$  სხივიანი ვარსკვლავი (17) დახრის კუთხეებით.

5 – (18) განტოლების საშუალებით უნდა ვიპოვოთ კომპლექსური ჯერადი ფესვიდან ჰოდოგრაფების გამოსვლის მიმართულებები;

6 – ფესვური ჰოდოგრაფების სახის დადგენის შემდეგ უნდა ვიპოვოთ  $k$  პარამეტრის მნიშვნელობა ჰოდოგრაფის ნებსმიერ  $S^*$  წერტილში

$$k = \frac{\prod_{i=1}^n (S^* - P_i)}{\prod_{j=1}^m (S^* - N_j)} \quad (19)$$

ფესვური ჰოდოგრაფების აგებისას ეფექტურია თუ გამოვიყენებთ ფესვურ ჰოდოგრაფების ანალიზურ თეორიას.

შემდეგი პარაგრაფი დათმობილი აქვს სწორედ ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის ანალიზური თეორიის საფუძვლებს.

## 1.2. ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლება

ფესვური ჰოდოგრაფების აგების გრაფიკულ წესებთან ერთად სასურველია გამოყენებული იქნას ფესვური ჰოდოგრაფის ანალიზური გამოსახულება (განტოლება), რომელიც შეიძლება მივიღოთ ერთი ან რამდენიმე პარამეტრის ერთდროული ცვლილებისას.

ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლების მისაღებად ვისარგებლოთ  $S = \sigma + j\omega$  კომპლექსური არგუმენტის პოლინომის იგივე გარდაქმნით [10,11], რომელსაც  $P_n(S)$  პოლინომისთვის აქვს სახე:

$$P_n(S) = P_n(\sigma + j\omega) = \left[ P_n(\sigma) - \frac{\omega^2}{2!} P_n''(\sigma) + \frac{\omega^4}{4!} P_n^{(4)}(\sigma) - \dots \right] + j\omega \left[ P_n'(\sigma) - \frac{\omega^2}{3!} P_n'''(\sigma) + \frac{\omega^4}{5!} P_n^{(5)}(\sigma) - \dots \right] \quad (20)$$

სადაც  $P_n(S)$  მიიღება  $P_n(\sigma)$ -დან  $S$ -ის  $\sigma$ -თი შეცვლით, ხოლო

$$P_n^{(i)}(\sigma) = \frac{d^i P_n(\sigma)}{d\sigma^i}$$

წარმოადგენს  $S$ -ის  $i$ -ური რიგის წარმოებულს  $\sigma$ -თი. აღსანიშნავია, რომ (20)-ის კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული ჯამები მოცემული  $n$ -თვის ყოველთვის სასრულოა.

თუ (20) გარდაქმნას გამოვიყენებთ (11) განტოლებისთვის და ნამდვილ და წარმოსახვით ნაწილს გაუტოლებთ ნულს მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \left[ P_n(\sigma) - \frac{\omega^2}{2!} P_n''(\sigma) + \dots \right] + k \left[ Q_m(\sigma) - \frac{\omega^2}{2!} Q_m''(\sigma) + \dots \right] &= 0 \\ \left[ P_n'(\sigma) - \frac{\omega^2}{3!} P_n'''(\sigma) + \dots \right] + k \left[ Q_m'(\sigma) - \frac{\omega^2}{3!} Q_m'''(\sigma) + \dots \right] &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

თუ (21) განტოლებებიდან გამოვრიცხავთ  $k$  პარამეტრს მივიღებთ ფორმულას:

$$\begin{aligned} & \left[ P_n(\delta) - \frac{\omega^2}{2!} P_n''(\delta) + \dots \right] \cdot \left[ Q_m'(\delta) - \frac{\omega^2}{3!} Q_m'''(\delta) + \dots \right] - \\ & - \left[ P_n''(\delta) - \frac{\omega^2}{3!} P_n''(\delta) + \dots \right] \cdot \left[ Q_m'(\delta) - \frac{\omega^2}{2!} Q_m''(\delta) + \dots \right] = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

(22) ტოლობა ჭეშმარიტი იქნება კომპლექსური სიბრტყის ყველა იმ  $\square + j\square$  წერტილებისათვის, რომლებიც  $k$  პარამეტრის რაღაც მნიშვნელობისათვის (11) განტოლების ფესვებს წარმოადგენენ.

(22) ფორმულა შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლება ანუ (22) ტოლობა ჭეშმარიტია მხოლოდ და მხოლოდ ფესვური ჰოდოგრაფების წერტილებისთვის.

თუ (21) განტოლებებიდან  $k$  პარამეტრს განვსაზღვრავთ, მივიღებთ ფორმულას, რომელთა საშუალებით შეიძლება  $k$  პარამეტრების მნიშვნელობის განსაზღვრა ფესვური ჰოდოგრაფის ნებისმიერ  $\square + j\square$  წერტილში.

$$k = \frac{P_n(\delta) - \frac{\omega^2}{2!} P_n''(\delta) + \frac{\omega^4}{4!} P_n^{(4)}(\delta) - \dots}{Q_m(\delta) - \frac{\omega^2}{2!} Q_m''(\delta) + \frac{\omega^4}{4!} Q_m^{(4)}(\delta) - \dots} \quad (23)$$

$$k = - \frac{P_n'(\delta) - \frac{\omega^2}{3!} P_n'''(\delta) + \frac{\omega^4}{5!} P_n^{(5)}(\delta) - \dots}{Q_m'(\delta) - \frac{\omega^2}{3!} Q_m'''(\delta) + \frac{\omega^5}{5!} Q_m^{(5)}(\delta) - \dots} \quad (24)$$

(23) ფორმულა შეიძლება გამოყენებულ იქნას  $k$  პარამეტრის მნიშვნელობის საპოვნელად ფესვური ჰოდოგრაფის ნებისმიერ  $\square + j\square$  წერტილში, ხოლო (24)–ით  $k$  გამოითვლება მხოლოდ კომპლექსურ წერტილებში.

კერძო შემთხვევაში, როცა  $\square = 0$ , მაშინ (22)–დან მიიღება ჯერადი ნამდვილი ფესვები (განტოლება):

$$P_n(\delta) \cdot Q_m'(\delta) - P_n'(\delta) Q_m(\delta) = 0 \quad (25)$$

ხოლო, თუ  $\square = 0$  მაშინ (22)–დან მივიღებთ კრიტიკული სიხშირეების განტოლებას:

$$\begin{aligned} & \left[ P_n(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{2!} P_n''(0) + \dots \right] \cdot \left[ Q_m'(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{3!} Q_m'''(0) + \dots \right] - \\ & - \left[ P_n'(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{3!} P_n'''(0) + \dots \right] \cdot \left[ Q_m(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{2!} Q_m''(0) + \dots \right] = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

ანუ (26) განტოლების  $\square_{კრ}$  ამონახსნები შესაბამეა (11) განტოლების იმ ფესვებს, რომლებიც  $k$  პარამეტრის რაღაც მნიშვნელობებისთვის წარმოსახავით ღერძზე ხვდებიან ე. ი.  $\square^j \square_{კრ}$  (11) განტოლების ფესვებს წარმოადგენენ.

კრიტიკულ წერტილებში  $k$  პარამეტრის მნიშვნელობის საპოვნელად (23) და (24) ფორმულებში უნდა ჩავსვათ  $\square = 0$  და  $\square = \square_{კრ}$ :

$$k_{კრ} = \frac{P_n(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{2!} P_n''(0) + \dots}{Q_m'(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{2!} Q_m'''(0) + \dots} \quad (27)$$

$$k_{კრ} = - \frac{P_n'(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{3!} P_n'''(0) + \dots}{Q_m(0) - \frac{\omega_{კრ}^2}{3!} Q_m''(0) + \dots} \quad (28)$$

ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლება და ჰოდოგრაფის ნებისმიერ წერტილში პარამეტრის საანგარიშო ანალიზური გამოსახულებები წინა პარაგრაფში მოყვანილი თეორემებთან ერთად, მნიშვნელოვნად ამარტივებენ ფესვების ტრაექტორიების აგებას.

წინა პარაგრაფის თეორემების გამოყენებით იგება ფესვური ჰოდოგრაფების სქემატური გრაფიკი, ხოლო ამ პარაგრაფის ფორმულების გამოყენებით შეიძლება ჰოდოგრაფების ზუსტი გრაფიკის აგება. გარდა ამისა, გრაფო–ანალიზური მეთოდი საშუალებას იძლევა აგებული იქნას ფესვური ჰოდოგრაფების ოჯახი, როცა ადგილი აქვს (11) განტოლების რამოდენიმე



პარამეტრის ერთდროულ ცვლილებას. ასეთი ოჯახის მისაღებად ერთი პარამეტრი იცვლება უწყვეტად, ხოლო დანარჩენი პარამეტრებს ვცვლით დისკრეტულად მუდმივი ან ცვლადი ბიჯით.

### 1.3. ნორმირებული ალგებრული განტოლებების ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლებები

ამ პარაგრაფში განხილული იქნება ნორმირებული ალგებრული განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების აგების ანალიზური საფუძვლები, როცა ადგილი აქვს ამ განტოლების კოეფიციენტების ფართო დიაპაზონში ცვლილებას. ამ ტიპის ამოცანების ამოხსნის დროს უმჯობესია გამოყენებულ იქნას ნორმირებული განტოლება. ასეთი მიდგომა ჯერ ერთი უკეთ ამცირებს ცვლად პარამეტრების რაოდენობას, ხოლო მეორე მხრივ შესაძლებელია ფესვური ჰოდოგრაფების უნიფიკაცია.

ვთქვათ, წრფივი არს–ის მახასიათებელი განტოლებაა (10), რომელიც ნორმირებულ სახეში ასე გადაიწერება:

$$\sum_{i=0}^n b_i t^{n-i} = 0, \quad (29)$$

სადაც

$$b_0 = b_1 = 1; t = \frac{S}{\sqrt[n]{a_n}}; b_i = \frac{a_i}{\sqrt[n]{a_n^i}}; i = 1, 2, \dots, (n-1).$$

შემდგომში მაკორექტირებელი წრედების სტრუქტურული რობასტულობის ანალიზის პროცესში დაგვჭირდება პარამეტრული რობასტულობის მხედველობაში მიღება. ამ ამოცანის გადაჭრა შესაძლებელი იქნება მაშინ, თუ ჩვენ შევძლებთ (29) განტოლების ფესვების ტრაექტორიების ოჯახის დადგენას, როცა ადგილი აქვს რამოდენიმე პარამეტრის ერთდროულ ცვლილებას. ამ დროს ფესვური ჰოდოგრაფების გამოყენებით ეს შეუძლებელია. აუცილებელი ხდება (29) განტოლების ფესვების ყოფაქცევის ანალიზური კვლევა.



არის  $n$ -ური რიგის პოლინომი, ნორმირებული  $t$  ცვლადის მიმართ და შეიცავს  $b_1, b_2, \dots, b_i$  ცვლად პარამეტრს ( $i = 2, \dots, (n - 1)$ ).

(31) განტოლებათა სიმრავლის პირველ განტოლებაში ერთი ცვლადი პარამეტრია ( $b_i$ ), მეორეში – ორი ( $b_i$  და  $b_2$ ) და ა.შ. ბოლო განტოლება შეიცავს  $(n - 1)$  ცვლად პარამეტრს ( $b_1, b_2, \dots, b_n$ ). (31) განტოლებათა სიმრავლის პირველ განტოლებას ექნება ერთი ფესვური ჰოდოგრაფი, ხოლო დანარჩენ განტოლებებს გააჩნიათ ფესვურ ჰოდოგრაფთა ოჯახები, რომლებსაც შემდგომში დავადგენთ, კონკრეტულ შემთხვევებში.

(31) განტოლებათა სიმრავლის პირველი განტოლების საწყისი წერტილები მდებარეობენ ერთეულოვან წრეწირზე და ფესვების მნიშვნელობებია:

$$t_i = e^{\frac{\pi}{n}(2i+1)}, \quad (32)$$

სადაც  $i = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ . ფესვური ჰოდოგრაფის  $(n - 1)$  ზღვრული წერტილი კომპლექსური სიბრტყის კოორდინატთა სათავეშია ე. ი.  $t = 0$  ჰოდოგრაფის  $(n - 1)$  ჯერადობის მქონე ზღვრული წერტილია.

1.2 თეორემის თანახმად  $t_i$  საწყისი წერტილებიდან ( $i = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ ) გამოდის  $n$  ჰოდოგრაფი, რომელთაგან  $(n - 1)$  ჰოდოგრაფი შედის  $(n - 1)$  ჯერადობის ზღვრულ წერტილში (კოორდინატთა სათავეში), ხოლო ერთი ჰოდოგრაფი მიდის უსასრულობაში. ნახ. 1, 2, და 3 ნაჩვენებია ფესვური ჰოდოგრაფები, როცა  $n = 3, 4, 5$ .

თუ (31) განტოლებებში ჩავსვავთ

$$t = \square + j\chi,$$

სადაც  $\square$  – ნორმირებული ფესვის ნამდვილი ნაწილია, ხოლო  $\chi$  – წარმოსახვითი ნაწილის კოეფიციენტი, მაშინ (32) ფორმულის თანახმად (31) განტოლებათა სიმრავლის პირველი განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლება იქნება:

$$\begin{aligned}
& \left[ \eta^n + 1 - \frac{\chi^2}{2!} \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \eta^{n-2} + \frac{\chi^4}{4!} \frac{n!}{(n-4)!} \cdot \eta^{n-4} \right] \times \\
& \times \left[ (n-1)\eta^{n-2} - \frac{\chi^2}{3!} \frac{(n-1)!}{(n-2)!} \cdot \eta^{n-2} + \frac{\chi^4}{(n-4)!} \cdot \eta^{n-4} + \frac{\chi^4}{5!} \frac{(n-1)!}{(n-6)!} \cdot \eta^{n-6} - \dots \right] - \\
& - \left[ n\eta^{n-1} - \frac{\chi^2}{3!} \frac{n!}{(n-3)!} \cdot \eta^{n-3} + \frac{\chi^4}{5!} \cdot \frac{n!}{(n-5)!} \eta^{n-5} - \dots \right] \times \\
& \times \left[ \eta^{n-1} - \frac{\chi^2}{2!} \frac{(n-1)!}{(n-3)!} \cdot \eta^{n-3} + \frac{\chi^4}{4!} \cdot \frac{(n-1)!}{(n-5)!} \eta^{n-5} - \dots \right] = 0
\end{aligned} \tag{33}$$

საზოგადოდ, (33) განტოლებით ფესვური ჰოდოგრაფის აგება შეუძლებელია, მაგრამ კონკრეტული  $n$ -თვის ( $n \geq 4$ ) (33) განტოლებათა და ფესვური ჰოდოგრაფების თვისებების გამოყენებით, ფესვების ტრაექტორიების დადგენა ძნელი არაა.

(31) განტოლებათა სიმრავლის მეორე განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების ანალიზური გამოსახულება იქნება:

$$\begin{aligned}
& \left[ P_1(\eta; b_1) - \frac{\chi^2}{2!} P_1''(\eta; b_1) + \frac{\chi^4}{4!} P^{(4)}(\eta; b_1) - \dots \right] \times \\
& \times \left[ (n-2)\eta^{n-3} - \frac{\chi^2}{3!} \frac{(n-2)!}{(n-5)!} \cdot \eta^{n-5} + \frac{\chi^4}{5!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-7)!} \eta^{n-7} \right] - \\
& - \left[ P_1'(\eta; b_1) - \frac{\chi^2}{3!} P_1'''(\eta; b_1) + \frac{\chi^4}{5!} \cdot P_1^{(5)}(\eta; b_1) \dots \right] \times \\
& \times \left[ \eta^{n-2} - \frac{\chi^2}{2!} \frac{(n-2)!}{(n-4)!} \cdot \eta^{n-4} + \frac{\chi^4}{4!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-6)!} \eta^{n-6} - \dots \right] = 0
\end{aligned} \tag{34}$$

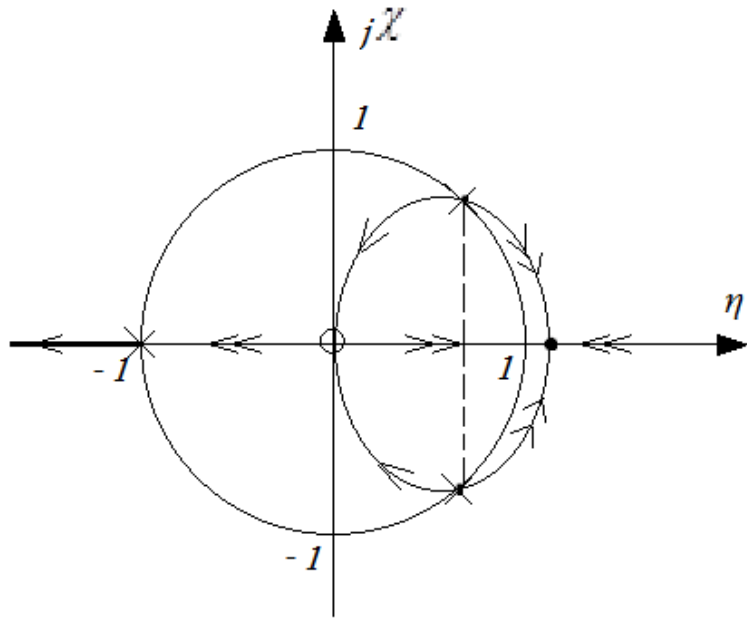
(31) სიმრავლის მესამე და ბოლო განტოლებების ფესვური ჰოდოგრაფების ანალიზური გამოსახულებების შესაბამისად ექნებათ სახე:

$$\begin{aligned}
& \left[ P_2(\eta; b_1; b_2) - \frac{\chi^2}{2!} P_1''(\eta; b_1; b_2) + \frac{\chi^4}{4!} P^{(4)}(\eta; b_1; b_2) - \dots \right] \times \\
& \times \left[ (n-3)\eta^{n-4} - \frac{\chi^2}{3!} \frac{(n-3)!}{(n-6)!} \cdot \eta^{n-6} + \frac{\chi^4}{5!} \frac{(n-2)!}{(n-8)!} \eta^{n-8} \right] - \\
& - \left[ P_2'(\eta; b_1; b_2) - \frac{\chi^2}{3!} P_1'''(\eta; b_1; b_2) + \frac{\chi^4}{5!} \cdot P_1^{(5)}(\eta; b_1; b_2) \dots \right] \times \\
& \times \left[ \eta^{n-3} - \frac{\chi^2}{2!} \frac{(n-3)!}{(n-5)!} \cdot \eta^{n-5} + \frac{\chi^4}{4!} \frac{(n-3)!}{(n-7)!} \eta^{n-7} - \dots \right] = 0
\end{aligned} \tag{35}$$

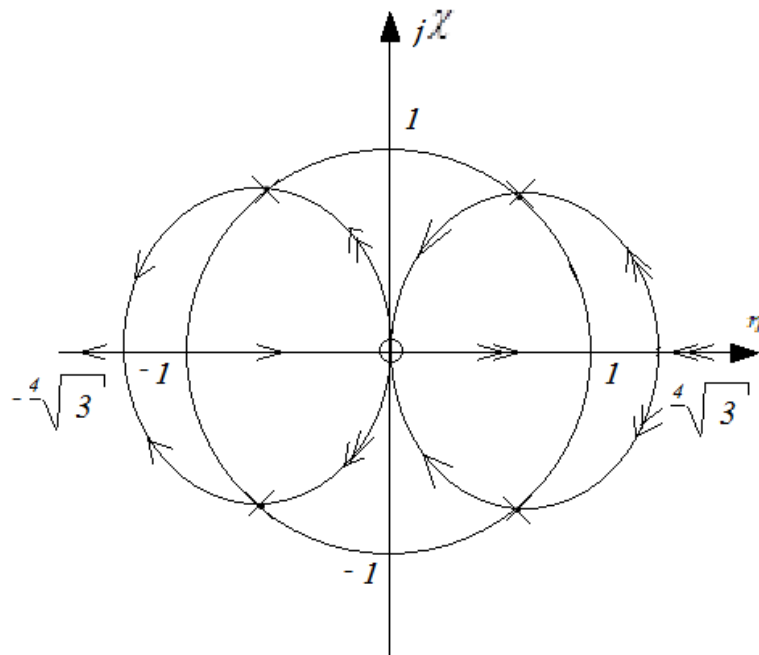
$$\begin{aligned}
& [P_{n-2}(\eta; b_1; b_2, \dots, b_{n-2}) - \frac{\chi^2}{2!} P_{n-2}''(\eta; b_1; b_2, \dots, b_{n-2}) + \\
& + \frac{\chi^4}{4!} P_{n-2}^{(4)}(\eta; b_1; b_2, \dots, b_{n-2}) - \dots] - \\
& - [P_{n-2}'(\eta; b_1; b_2, \dots, b_{n-2}) - \frac{\chi^2}{3!} P_{n-2}'''(\eta; b_1; b_2, \dots, b_{n-2}) \\
& + \frac{\chi^4}{5!} \cdot P_{n-2}^{(5)}(\eta; b_1; b_2, \dots, b_{n-2}) - \dots] \times \eta = 0
\end{aligned} \tag{36}$$

ამგვარად, (33) ფესვური ჰოდოგრაფებში ცვლადი პარამეტრია  $b_1$ , ხოლო (34), (35) და (36) ჰოდოგრაფებში შესაბამისად ცვლად პარამეტრებს წარმოადგენენ  $b_2$ ,  $b_3$  და  $b_{n-1}$ . (33) განტოლება იძლევა ერთადერთ ფესვურ ჰოდოგრაფს, (34), (35) და (36) წარმოადგენენ ფესვურ ჰოდოგრაფთა ოჯახების განტოლებებს.

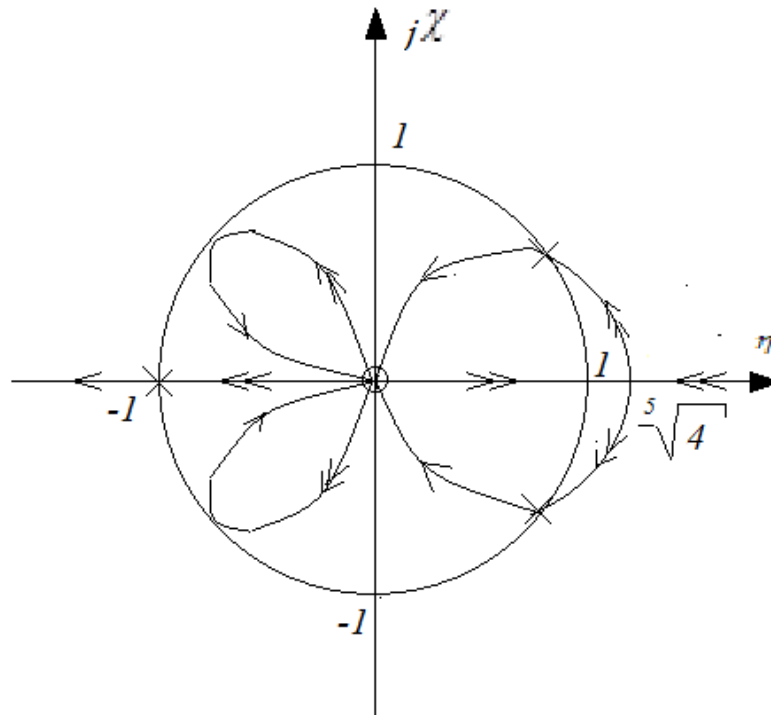
(33) განტოლება იძლევა  $B_1$  ფესვთა სიმრავლეს  $b_1$  თავისუფალი პარამეტრით; (34) განტოლებით მიღებული ფესვთა  $B_2$  სიმრავლეში თავისუფალი პარამეტრებია  $b_1$  და  $b_2$ ; ხოლო (36) განტოლებებით განისაზღვრება  $B_{n-1}$  ფესვთა სიმრავლე  $b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$  თავისუფალი პარამეტრებით.



ნახ. 1. ფესვური ჰოდოგრაფი  $n = 3$  მნიშვნელობისათვის.  
 ერთმაგი ისრებით ნაჩვენებია დადებითი ფესვური ჰოდოგრაფი;  
 ორმაგი ისრებით ნაჩვენებია უარყოფითი ფესვური ჰოდოგრაფი;  
 „X“ - ჯვრებით აღნიშნულია ფესვური ჰოდოგრაფის საწისი წერტილები;  
 „O“ - რგოლით ფესვური ჰოდოგრაფის ზღვრული წერტილები.



ნახ. 2. ფესვური ჰოდოგრაფი  $n = 4$  მნიშვნელობისათვის



ნახ. 3. ფესვური ჰოდოგრაფი  $n = 5$  მნიშვნელობისათვის

#### 1.4. ნორმირებული ალგებრული განტოლების კოეფიციენტების განსაზღვრა

ფესვური ჰოდოგრაფის ნებისმიერ წერტილში ცვლადი პარამეტრის მნიშვნელობის განსაზღვრა შეიძლება გრაფიკულად (19) ფორმულის გამოყენებით. ასეთი გზით პარამეტრის მნიშვნელობას განსაზღვრა ჯერ-ერთი მოუხერხებელია და მეორეც დაბალია სიზუსტე. აქედან გამომდინარე, უმჯობესია ნორმირებული ალგებრული განტოლების ცვლადი კოეფიციენტების მნიშვნელობის საპოვნელად გვქონდეს (23) და (24) ფორმულების მთავარი ფორმულები. კოეფიციენტების საანგარიშო ანალიზური ფორმულების კიდევ ერთი მეთოდი უპირატესობა (19) ფორმულასთან შედარებით მდგმოარეობს შემდეგში: (19) ფორმულით  $k$  პარამეტრის მნიშვნელობის განსაზღვრა შეიძლება უკვე აგებული ფესვური ჰოდოგრაფის  $S^*$  წერტილში, ბუნებრივია, რომ ამ დროს  $P_i$  და  $N_j$  საწყისი და

საბოლოო წერტილები ფიქსირებული უნდა იყოს; პარამეტრების ანალიზური ფორმულებით საანგარიშოდ აუცილებელი არაა ფესვური ჰოდოგრაფის აგება, ხოლო  $P_i$  და  $N_j$  წერტილები შეიძლება მდებარეობას იცვლიდნენ.

გამოვიყენოთ (31) განტოლებათა სიმრავლის თითოეული განტოლებისათვის ცვლადი კოეფიციენტის საანგარიშო ფორმულები, რისთვისაც ვისარგებლოთ (23) და (24) ზოგადი ფორმულებით.

(31) განტოლებათა სიმრავლის პირველი განტოლებისათვის (23) და (24) ფორმულების თანახმად გვექნება:

$$b_1 = - \frac{\eta^n + 1 - \frac{n!}{(n-2)!} \chi^2 \cdot \eta^{n-2} + \frac{n!}{(n-4)!} \chi^4 \cdot \eta^{n-4} \dots}{\eta^{n-1} - 1 - \frac{(n-1)!}{(n-3)!} \chi^2 \cdot \eta^{n-3} + \frac{(n-1)!}{(n-6)!} \chi^4 \cdot \eta^{n-6} \dots} \quad (36)$$

$$b_1 = - \frac{n \cdot \eta^{n-1} - \frac{n!}{(n-3)!} \chi^2 \cdot \eta^{n-3} + \frac{n!}{(n-5)!} \chi^4 \cdot \eta^{n-5} \dots}{(n-1)\eta^{n-2} - \frac{(n-1)!}{(n-4)!} \chi^2 \cdot \eta^{n-4} + \frac{(n-1)!}{(n-6)!} \chi^4 \cdot \eta^{n-6} \dots} \quad (37)$$

(36) ფორმულით  $b_1$  კოეფიციენტი შეიძლება გამოვთვალოთ ჰოდოგრაფის ნებისმიერი  $(\square; \chi)$  წერტილში, ხოლო (37) ფორმულა გამოდგება ფესვური ჰოდოგრაფის მხოლოდ კომპლექსური წერტილებში (ე. ი. იმ შემთხვევებში, როცა  $\square \square 0$ ).

ანალოგიურად შეიძლება მივიღოთ  $b_2$ ,  $b_3$  და  $b_{n-1}$  პარამეტრების საანგარიშო ფორმულები. (31) განტოლებათა სიმრავლის მეორე განტოლებისათვის გვექნება:

$$b_2 = - \frac{P_1(\eta; b_1) - \frac{\chi^2}{2!} P_1''(\eta; b_1) + \frac{\chi^4}{4!} \cdot P_1^{(4)}(\eta; b_1) \dots}{\eta^{n-2} - \frac{(n-2)!}{(n-4)!} \chi^2 \cdot \eta^{n-4} + \frac{(n-2)!}{(n-6)!} \chi^4 \cdot \eta^{n-6} \dots} \quad (38)$$



$$b_2 = -\frac{P_1'(\eta; b_1) - \frac{\chi^2}{3!} P_1'''(\eta; b_1) + \frac{\chi^4}{5!} \cdot P_1^{(5)}(\eta; b_1) \dots}{(n-2)\eta^{n-3} - \frac{(n-2)!}{(n-5)3!} \chi^2 \cdot \eta^{n-5} + \frac{(n-2)!}{(n-7)5!} \chi^4 \cdot \eta^{n-7} \dots} \quad (39)$$

(31)–ის მესამე განტოლებისათვის მივიღებთ:

$$b_3 = -\frac{P_2(\eta; b_1, b_2) - \frac{\chi^2}{2!} P_2''(\eta; b_1, b_2) + \frac{\chi^4}{4!} \cdot P_2^{(4)}(\eta; b_1, b_2) \dots}{\eta^{n-3} - \frac{(n-3)!}{(n-5)2!} \chi^2 \cdot \eta^{n-5} + \frac{(n-3)!}{(n-7)4!} \chi^4 \cdot \eta^{n-7} \dots} \quad (40)$$

$$b_3 = -\frac{P_2'(\eta; b_1, b_2) - \frac{\chi^2}{3!} P_2'''(\eta; b_1, b_2) + \frac{\chi^4}{5!} \cdot P_2^{(5)}(\eta; b_1, b_2) \dots}{(n-3)\eta^{n-3} - \frac{(n-3)!}{(n-6)3!} \chi^2 \cdot \eta^{n-6} + \frac{(n-3)!}{(n-8)5!} \chi^4 \cdot \eta^{n-8} \dots} \quad (41)$$

და ბოლოს (31) სიმრავლის  $(n - 1)$ -ე განტოლებისთვის ანალოგურ ფორმულებს ექნება სახე

$$b_{n-1} = -\frac{1}{\eta} \left[ P_{n-2}(\eta; b_1, b_2, \dots, b_{n-2}) - \frac{\chi^2}{2!} P_{n-2}''(\eta; b_1, b_2, \dots, b_{n-2}) + \frac{\chi^4}{4!} P_{n-2}^{(4)}(\eta; b_1, b_2, \dots, b_{n-2}) \right] \quad (42)$$

$$b_{n-1} = -\left[ P_{n-2}'(\eta; b_1, b_2, \dots, b_{n-2}) - \frac{\chi^2}{3!} P_{n-2}'''(\eta; b_1, b_2, \dots, b_{n-2}) + \frac{\chi^4}{5!} P_{n-2}^{(5)}(\eta; b_1, b_2, \dots, b_{n-2}) \dots \right] \quad (43)$$

ახლა ვიპოვოთ (31) განტოლებათა სიმრავლის განტოლებების კოეფიციენტების და წარმოსახვითი კოეფიციენტის კრიტიკული მნიშვნელობები. (31) სიმრავლის პირველი განტოლებისათვის  $\square$  კრიტიკული სიხშირე და  $b_1$ -ის კრიტიკული მნიშვნელობა არ არსებობს. (31)–ის მეორე განტოლებიდან მოყოლებული კრიტიკული სიხშირეები და კოეფიციენტების მნიშვნელობები შეიძლება განსაზღვრული იქნას (26), (27) და (28) ფორმულებით გამოყენებით.

(31) განტოლებათა სიმრავლის  $(i + 1)$  განტოლებისათვის  $(i + 2 < n)$  კრიტიკული სიხშირეების განტოლებები იქნება:

თუ  $n - i - 1$  კენტია, მაშინ

$$P_i(0) - \frac{\chi_{\text{კრ}}^2}{2!} P_i''(0) + \frac{\chi_{\text{კრ}}^4}{4!} P_i^{(4)}(0) - \dots = 0 \quad (44)$$

თუ  $n - i - 1$  ლუწია, მაშინ

$$P_i'(0) - \frac{\chi_{\text{კრ}}^2}{3!} P_i'''(0) + \frac{\chi_{\text{კრ}}^4}{5!} P_i^{(5)}(0) - \dots = 0 \quad (45)$$

(44) და (45) ფორმულებში გამოყენებულია შემოკლებული ჩაწერა

$$P_i(0) = P_i(0; b_1; b_2; \dots; b_i) = 0 \quad (46)$$

კოეფიციენტების კრიტიკული მნიშვნელობების საპოვნელად ვისარგებლოთ (27) და (28) ფორმულებით.

(31) სიმრავლის  $(i + 1)$ -ე განტოლებისათვის კოეფიციენტების კრიტიკული მნიშვნელობები იქნება:

$$(b_{n+1})_{\text{კრ}} = -\frac{1}{\chi_{\text{კრ}}^{n-i-1}} \left[ P_i(0) - \frac{\chi_{\text{კრ}}^2}{2!} P_i''(0) + \frac{\chi_{\text{კრ}}^4}{4!} P_i^{(4)}(0) \dots \right] \quad (47)$$

თუ  $(n - i - 1)$  ლუწია და

$$(b_{n+1})_{\text{კრ}} = -\frac{1}{\chi_{\text{კრ}}^{n-i-1}} \left[ P_i'(0) - \frac{\chi_{\text{კრ}}^2}{3!} P_i'''(0) + \frac{\chi_{\text{კრ}}^4}{5!} P_i^{(5)}(0) \dots \right] \quad (48)$$

თუ  $(n - i - 1)$  კენტია. (47) და (48) ფორმულებში კვლავ გამოყენებულია (46) შემოკლებული ჩაწერა.

## 1.5. ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფო-ანალიზური აგების საფუძვლები

ფესვური ჰოდოგრაფების აგება წმინდა გრაფიკული გზით 1.1.-1.5 ფორმულებით და ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფიკის თვისებების გამოყენებით ნაკლებად ეფექტურია და შრომატევადი სამუშაოა. მისი

ეფექტურობა მნიშვნელოვნად მცირდება განტოლების რიგის ზრდასთან ერთად. გარდა ამისა, რთულია ჰოდოგრაფების გრაფიკული აგების ალგორითმი. საქმე კიდევ უფრო რთულდება, როცა ადგილი აქვს ალგებრული განტოლების რამდენიმე კოეფიციენტის ერთდროულ ცვლილებას.

ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფიკული აგებით თითქმის შეუძლებელია ალგებრული განტოლების კოეფიციენტების ე. წ. ბიფურკაციული მნიშვნელობების განსაზღვრა და მათი შესაბამისი ფესვური ჰოდოგრაფების აგება. აქედან გამომდინარე, თუ ადგილი აქვს ალგებრული განტოლების რამდენიმე კოეფიციენტების ერთდროულ ცვლილებას, აუცილებელია გამოყენებულ იქნას ფესვური ჰოდოგრაფების აგების გრაფო-ანალიზური მეთოდი. ასეთი მეთოდის სარგებლობის ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფიკის თვისებებიდან გამომდინარე, იგება ფესვური ჰოდოგრაფების სქემატური ნახაზი, რომლის აგება შეიძლება ე. წ. ფაზური განტოლების გამოყენების გარეშე [8, 9].

ფესვური ჰოდოგრაფების სქემატური გრაფიკის დადგენის შემდეგ, ვაგებთ ფესვურ ჰოდოგრაფებს წერტილთა ნებისმიერი საჭირო სიხშირით, რისთვისაც ვიყენებთ ფესვური ჰოდოგრაფების განტოლებებს და იმ თანაფარდობებს, რომლებიც არსებობენ ალგებრულ განტოლების კოეფიციენტებსა და მის ფესვებს შორის. ამ დამოკიდებულებების (10) განტოლებისთვის აქვს სახე:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n S_i = -a_1 \\ \sum_{\substack{i,k=1 \\ i < j}}^n S_i S_j = a_2 \\ \sum S_i S_j S_k = -a_3 \\ \dots\dots\dots \\ S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \dots S_n = (-1)^n a \end{array} \right. \quad (49)$$

(49) ტოლობები დაწერილია შემთხვევისთვის, როცა (10)-ში  $a_0 = 1$ . თუ (49) ტოლობებს განვიხილავთ, როგორც განტოლებათა სისტემას  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) ფესვების მიმართ, მაშინ ამ სისტემის ანალიზური ამოხსნა შესაძლებელია თუ  $n \geq 4$ , ხოლო დანარჩენ შემთხვევაში იგი შეიძლება ამოხსნილი იქნას მიახლოებითი რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით.

შემდეგში (49) სისტემა გამოყენებული იქნება ფესვური ჰოდოგრაფების წერტილ-წერტილ ასაგებად ფაზური განტოლების [12] გარეშე. (49) განტოლებათა სისტემის ამოხსნა მნიშვნელოვნად მარტივდება ფესვური ჰოდოგრაფების გრაფიკის თვისებების გამოყენებით და იგი მარტივად ექვემდებარება ალგორითმიზაციას.

## 2. ავტომატური რეგულირების სისტემების კორექციის მეთოდები

სადისერტაციო ნაშრომის მეორე თავი დათმობილი აქვს ავტომატური რეგულირების სისტემების კორექციის მეთოდებს. ამ თავში დინამიკის ნებისმიერი კორექცია, ტრადიციული მიდგომისგან განსხვავებით, განიხილება, როგორც სტრუქტურული რობასტულობის წყარო და მოცემულია მისი დასაბუთება.

აქვე განსაკუთრებული ყურადღება აქვს დათმობილი არს-ის მიმდევრობითი კორექციის ტექნიკურ საკითხებს. განხილულია მიმდევრობითი კორექციის რეალიზაციის ყველა შესაძლო ვარიანტები, როგორც მუდმივი, ასევე ცვლადი დენის ავტომატური რეგულირების სისტემაში [5].

### 2.1. მაკორექტირებელი რგოლების ჩართვის სქემები

ნაშრომის შესავალში აღვნიშნეთ, რომ ნებისმიერი ავტომატური რეგულირების სისტემის დაგეგმარების პროცესი შეიძლება გაიოყოს სამ ძირითად ეტაპად:

1. ენერგეტიკული ანგარიში;
2. დინამიკის ანალიზი და სინთეზი;
3. ექსპერიმენტალური გამოკვლევები.

არს-ის დაგეგმარების პირველ ეტაპზე აწარმოებენ სისტემის ძირითადი ფუნქციონალური ელემენტების ანგარიშს და შერჩევას ამ ეტაპის დამთავრების შემდეგ მიიღება არს-ის სქემა, რომელიც შეიცავს სისტემის ძირითად ელემენტებს.

ასეთი ელემენტების რიცხვს მიეკუთვნებიან: მავალელები (ან პროგრამატორი პროგრამული მართვის სისტემებში), საზომი გარდამსახები, წინასწარი და სიმძლავრის მამლიერებლები, შემსრულებელი მექანიზმები

(ძრავა და კინემატიკური გადაცემა), მარეგულირებელი ორგანოები და ფუნქციონალური გარდამსახები.

არს–ის საზომი გარდამსახის შერჩევა ხორციელდება ტექნიკური მოთხოვნებიდან გამომდინარე და მისი შერჩევის მთავარი კრიტერიუმია მოთხოვნილი სიზუსტის უზრუნველყოფა. ენერგეტიკული ანგარიშის საწყის ეტაპზე საჭიროა მარეგულირებელი ორგანოს და შემსრულებელი მექანიზმის ანგარიში და შერჩევა. ზოგჯერ, სარეგულირო ობიექტის ხასიათიდან გამომდინარე, საჭიროა მხოლოდ შემსრულებელი მექანიზმის ანგარიში და შერჩევა.

შემსრულებელი მექანიზმის და საზომი გარდამსახის შერჩევის შედეგად, შეიძლება შუალედური ელემენტების ანგარიში და შერჩევა.

ამგვარად, ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად შეიძლება აგებული იქნას ავტომატური რეგულირების სისტემის ფუნქციონალური სქემა ელემენტების ტიპის ან პარამეტრების მითითებით. სქემის ყველა ელემენტი შერჩეულია ტექნიკური მოთხოვნების შესაბამისად და რეგულირებით ობიექტის თვისებებიდან გამომდინარე.

ამ ელემენტების სხვა ელემენტებით შეცვლა არასასურველია ან შეუძლებელი. ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად მიღებულ სისტემის ამ ნაწილს, რომელიც შემდგომში შენარჩუნებული უნდა იქნას, სისტემის უცვლელ ნაწილს უწოდებენ. წრფივ არს–ში იგი შეიძლება დახასიათებული იქნას გადაცემის ფუნქციით  $W_{UN}(S)$ , რომელსაც არს–ის უცვლელი ნაწილის გადაცემის ფუნქციას უწოდებენ [1, 2, 4, 6].

არს–ის დაგეგმარების მეორე ეტაპზე ხდება სისტემის დინამიკის ანალიზი. პირველი ეტაპის შედეგად მიღებული არს–ი შეიძლება აღმოჩნდეს არამდგრადი ან მდგრადი მიუღებელი დინამიკით (დიდი გადარეგულირება, რხევები, ხანგრძლივი გარდამავალი პროცესი). ასეთ შემთხვევაში აუცილებელი ხდება სპეციალური ღონისძიებების განხორციელება, რათა არს–ის დინამიკამ შეიძინოს დინამიკის თვისობრივობის მაჩვენებლების ჩვენთვის სასურველი მნიშვნელობები. რადგანაც ენერგეტიკული ანგარიშის

შედეგად მიღებული სქემის შეცვლა არ შეიძლება, იძულებული ვართ სისტემაში ჩავრთოთ დამატებითი მოწყობილობები, რომლებიც სისტემის დინამიკას აუმჯობესებენ და მას მიაჩვენებენ იმ თვისებებს, რომლებიც ტექნიკურ მოთხოვნებშია ჩადებული. ასეთ მოწყობილობებს მაკორექტირებელს უწოდებენ და უმეტეს შემთხვევაში ისინი აგებულია წინააღმდეგობა და ტევადობებზე. ამის გამო მათ ხშირად მაკორექტირებელი *RC* წრედებსაც ეძახიან.

მაკორექტირებელი წრედის სინთეზის ამოცანა გულისხმობს მისი პარამეტრების შერჩევას, წრედის სქემის დადგენას და ასევე მისი ჩართვის ადგილის შერჩევას ავტომატური რეგულირების სისტემაში.

სინთეზის ამოცანის გადასჭრელად საჭიროა გვექონდეს შემდეგი მონაცემები:

-ავტომატური რეგულირების სისტემის ენერგეტიკული ანგარიშის შედეგად მიღებული უცვლელი ნაწილი და მისი მათემატიკური მოდელი;

- მაკორექტირებელი წრედის ავტომატური რეგულირების სისტემაში ჩართვის ადგილი და ტექნოლოგია (შესაძლებელია აღნიშნული პრობლემა უშუალოდ სინთეზის ამოცანის ამოხსნის შედეგად გადაწყდეს);

- დინამიკის სასურველი თვისობრივობის მაჩვენებლები.

მაკორექტირებელი წრედი ან მოწყობილობა არს-ში შეიძლება ჩართული იქნას მიმდევრობით, პარალელურად ან მიმდევრობით-პარალელურად. განვიხილოთ თითოეული მათგანი და მივუთითოთ სტრუქტურული რობასტულობის გამომწვევი მიზეზები.

მაკორექტირებელი წრედების გადაცემის ფუნქციები, რომლებიც მოცემულია მათ სტანდარტულ ცხრილებში, გათვლილია იმ შემთხვევისთვის, როდესაც მისი შემავალი წრედის შიდა წინააღმდეგობა ნულია, დატვირთვის წინააღმდეგობა კი უსასრულოდ დიდია. დატვირთვის წინააღმდეგობის უსასრულოდ დიდი მნიშვნელობის უზრუნველყოფა პრაქტიკულად იოლი განსახორციელებელია. რაც შეეხება შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის შიდა წინააღმდეგობას, აქ საქმე გაცილებით რთულადაა. კერძოდ, შიდა წინააღმდეგობა

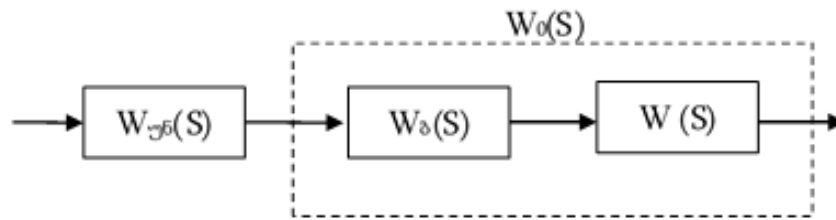
შეიძლება შეიცავდეს წინააღმდეგობის როგორც აქტიურ, ასევე რექტიულ მდგენელებს - ინდუქციურს, ტევადურს ან ორივეს ერთად. ამ ფაქტორების გათვალისწინებით, მაკორექტირებელი წრედის გადაცემის ფუნქცია იცვლება.

ზემოთ აღნიშნულის საფუძველზე მიმდევრობითი კორექციის სქემას აქვს სახე (ნახ. 4), სადაც

$W_{UN}(S)$  – სისტემის უცვლელი ნაწილის გადაცემის ფუნქციაა,

$W_B(S)$ , – ბალასტის გადაცემის ფუნქცია, ხოლო

$W(S)$ –მაკორექტირებელი წრედის იდეალური გადაცემის ფუნქციაა, რომელიც მიიღება სინთეზის ამოცანის ამოხსნის შედეგად.



ნახ. 4. მიმდევრობითი კორექციის სტრუქტურული სქემა

$W_{UN}(S)$  – სისტემის უცვლელი ნაწილის გადაცემის ფუნქცია;

$W_B(S)$  – ბალასტის გადაცემის ფუნქცია;

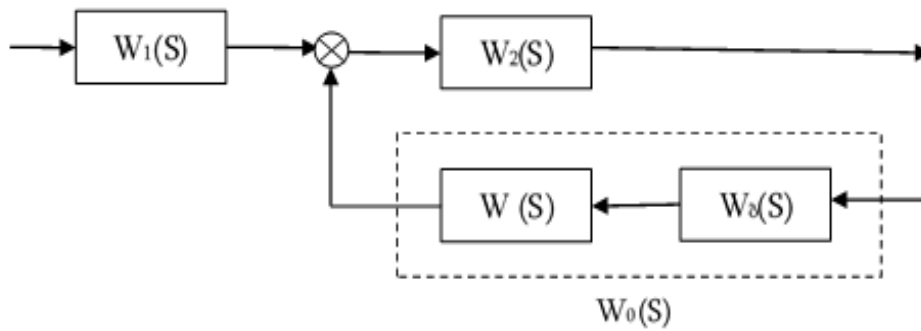
$W(S)$ – მაკორექტირებელი წრედის იდეალური გადაცემის ფუნქცია;

$W_0(S)$ - კორექციის გადაცემის ფუნქცია.

ანალოგიურად, პარალელური კორექციის სტრუქტურულ სქემას ექნება სახე (ნახ. 5), სადაც  $W_2(S)$  სისტემის უცვლელი ნაწილის იმ ელემენტების ჯგუფის გადაცემის ფუნქციაა, რომლებიც პარალელური კორექციით არიან მოცემული, ხოლო

$$W_{UN}(S) = W_1(S) W_2(S).$$

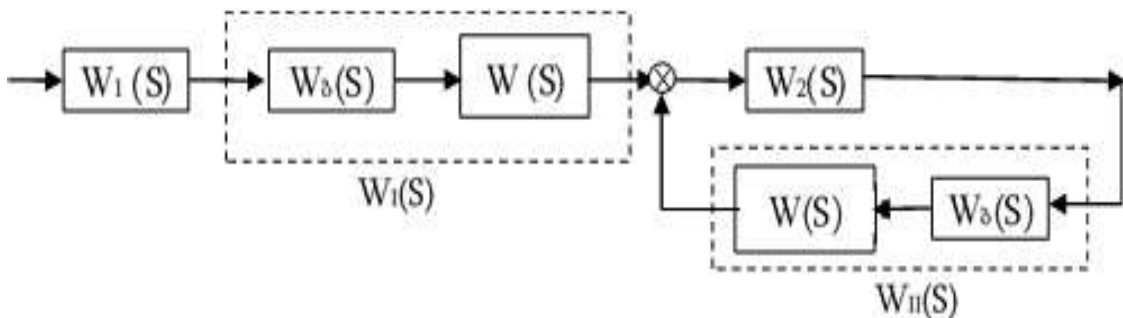




ნახ. 5. პარალელური კორექციის სტრუქტურული სქემა

$W_2(S)$  - სისტემის უცვლელი ნაწილის ელემენტების ჯგუფის გადაცემის ფუნქცია

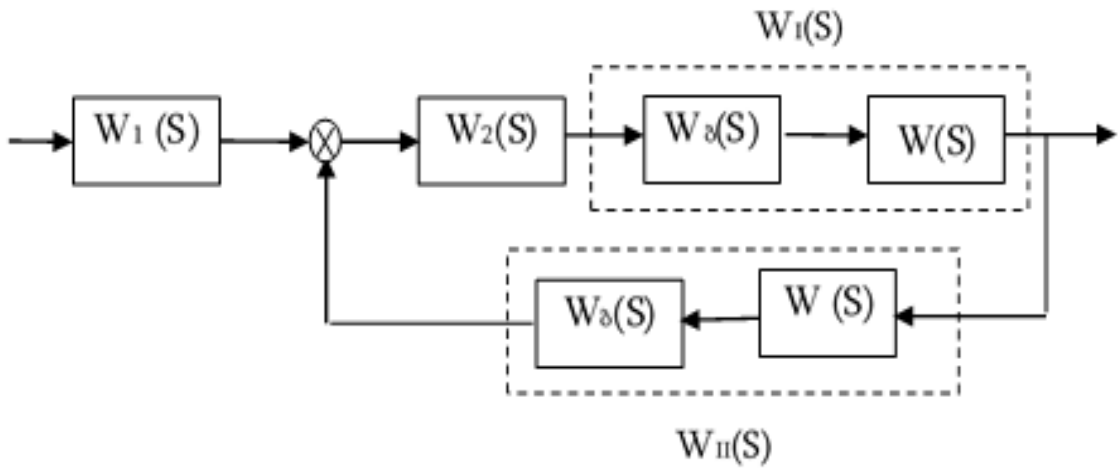
მიმდევრობით –პარალელური კორექციის შემთხვევაში შეიძლება საქმე გვქონდეს სამ ვარიანტთან (ნახ. 6, ნახ. 7 და ნახ. 8).



ნახ. 6. მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის სქემა ჭრის სისხშირის გაზრდის შემთხვევაში

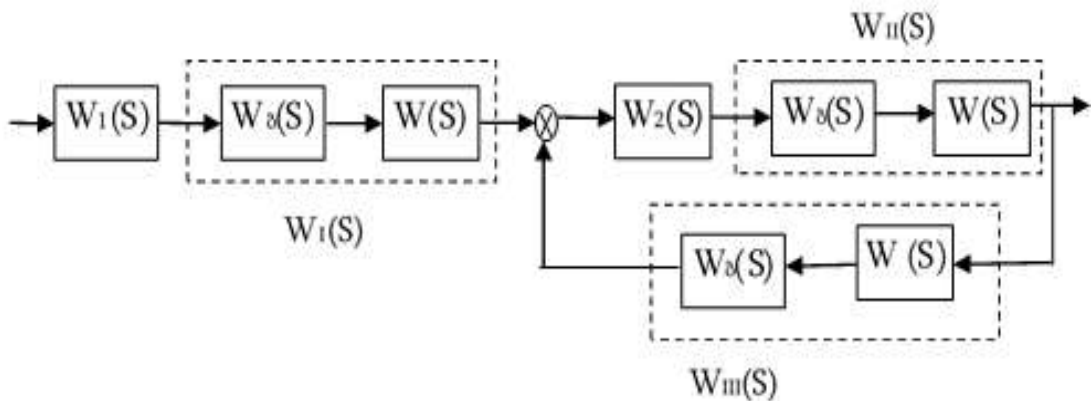
$W_I(S)$  - მიმდევრობითი კორექცია;  $W_{II}(S)$  - პარალელური კორექცია.

ნახ. 4-ზე  $W_I(S)$  მიმდევრობით კორექციის დანიშნულებაა სისტემის უცვლელი ნაწილის ჭრის სისხშირის გაზრდა, ხოლო  $W_{II}(S)$  პარალელური კორექცია უზრუნველყოფს დინამიკის თვისობრივობის სხვა მაჩვენებლების გაუმჯობესებას.



ნახ. 7. მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის სქემა მიმდევრობითი კორექციის მიერ შიდა მდგრადობის უზრუნველყოფის შემთხვევაში

$W_I(S)$  - მიმდევრობითი კორექცია;  $W_{II}(S)$  - პარალელური კორექცია.



ნახ. 8. მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის სქემა ორი მიმდევრობითი და ერთი პარალელური კორექციის შემთხვევაში.

$W_I(S)$  - მიმდევრობითი კორექცია;  $W_{II}(S)$  - მიმდევრობითი კორექცია;

$W_{III}(S)$  - პარალელური კორექცია.

ნახ. 8-ზე  $W_I(S)$  მიმდევრობითმა კორექციამ უნდა უზრუნველყოს შიდა შერეული კორნტურის მდგრადობა, ანუ იგი განაპირობებს

$$1 + W_I(S)W_{II}(S)W_2(S) = 0$$

მახასიათებელი განტოლების ფესვების მარცხენა ნახევარ სიბრტყეში განლაგებას.

ნახ. 7-ზე გამოყენებულია ორი მიმდევრობითი ( $W_I(S)$ ) და ( $W_{II}(S)$ ) და ერთი პარალელური ( $W_{III}(S)$ ) კორექცია. როგორც ნახ. 6-ის შემთხვევაში,  $W_I(S)$  საჭიროა სისტემის უცვლელი ნაწილის ჭრის სიხშირის გასაზრდელად, ხოლო  $W_{II}(S)$  განაპირობებს შიდა შერეული კონტურის მდგრადობას.

მაკორექტირებელი წრედების  $W_B(S)$  ბალასტს, სინთეზის ამოცანების გადაჭრისას ჩვეულებრივ, მხედველობაში არ მიიღება. მაკორექტირებელი წრედების პარამეტრების დაზუსტება, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ექსპერიმენტულად ხდება.

ასეთი მიდგომა ნაწილობრივ ამართლებს, მაშინ, როცა საქმე გვაქვს პარალელურ უარყოფით უკუკავშირთან, მიმდევრობითი და მიმდევრობითი-პარალელური კორექციის შემთხვევაში, პარამეტრების ექსპერიმენტული დაზუსტება იმდენად რთულდება, რომ არც თუ იშიათად საჭირო ხდება მაკორექტირებელი წრედის სქემის შეცვლა, ამ გარემოებას განაპირობებს  $W_B(S)$  ბალასტის არსებობა და მისი არ გათვალისწინება.

ზოგიერთი ავტორი გთავაზობს მაკორექტირებელი წრედის სინთეზის დროს გავითვალისწინოთ კორექციის შემავალი სიგნალის წყაროს გასავალის მხოლოდ აქტიური წინაღობა, ამ დროს ბუნებრივია მხედველობაში ამ მიიღება წინაღობის ოპერატორის ინდუქციური და ტევადური მდგენელები, რომლებიც სტრუქტურული რობასტულობის მიზეზია [2].

## **2.2. ავტომატური რეგულირების სისტემის მიმდევრობითი, პარალელური და მიმდევრობით-პარალელური კორექციის მეთოდები**

ავტომატური რეგულირების სისტემების ჭრის სიხშირის გაზრდის მიზნით, მიმდევრობითი კორექცია ხორციელდება მადიფერენცირებელი

რგოლების გამოყენებით. ამ პარაგრაფში განვიხილავთ ასეთი კორექციის განხორციელების ხერხებს.

მადიფერენცირებელი რგოლებით არს-ის კორექცია შეიძლება განხორციელდეს როგორც მუდვიმი, ასევე ცვლადი დენის სისტემაში.

ცვლადი დენის არს-ებს შეიძლება მივაკუთნოს ისეთი რეგულირების სისტემა, რომლის რეგულირების საერთო კონტურის რაღაც ნაწილი, ცვლადი დენის წრედს წარმოადგენს [13,14].

ცვლადი დენის მადიფერენცირებელი რგოლებით კორექციის სამი ტიპი არსებობს [5].

პირველი ტიპის კორექციის დროს ცვლადი დენის სიგნალი წინასწარ გარდაიქმნება მუდვიმ დენად ფაზათმგრძნობიარე გამმართველის ან დემოდულატორის მიერ, ხოლო შემდგომ მიეწოდება მუდვიმი დენის მადიფერენცირებელი რგოლის შესვალზე. მაკორექტირებელი რგოლის გამოსავალი სიგნალი კვლავ მოდულირდება და გარდაიქმნება ცვლადი დენის ძაბვად.

მეორე ტიპის კორექცია ხორციელდება გადამტანი სიხშირის მადიფერენცირებელი რგოლის გამოყენებით, რომელიც უზურუნელყოფს ამპლიტუდით მოდულირებული გადამტანი სიხშირის ძაბვის დიფერენცირებას წინასწარი დემოდულაციის და შემდგომი მოდულაციის გარეშე.

მესამე ტიპის კორექცია ხორციელდება ცვლადი დენის ფაზათმგრძნობიარე მაღალდიფერენცირებული რგოლებით. ასეთი რგოლები უზურუნელყოფენ ფაზით ან ამპლიტუდით მოდულირებული გადამტანი სიხშირის ძაბვის უშუალო გაწარმოებას და ფაზურ დისკრიმინაციას.

ავტომატური მართვის თეორიაში პარალელური კორექციის სინთეზისთვის გამოიყენება ცნობილი ნომოგრამების მეთოდი. ამ მეთოდის გამოყენებისას პარალელური კორექციის კორექციის წრედის შერჩევა საკმაოდ რთულია და გამოიყენება განსხვავებული მიდგომები [1, 2, 6].

თუ სასურველ სისტემას მეტი სწრაფქმედება მოეთხოვება, ვიდრე ეს სისტემის უცვლელ ნაწილს შეუძლია, მაშინ მხოლოდ პარალელური კორექციით სასურველი ლასმ-ის მიღება შეუძლებელია. იგი განპირობებულია იმით, რომ სასურველი სისტემის ჭრის სიხშირე მეტია, სისტემის უცვლელი ნაწილის ჭრის სიხშირეზე. ასეთ შემთხვევაში აუცილებელია სისტემის უცვლელი ნაწილის ჭრის სიხშირის გაზრდა, რაც შესაძლებელია სისტემის უცვლელი ნაწილის უდიდესი დროის მუდმივის კომპენსაციით. ამ მიზნის მიღწევა შეიძლება მიმდევრობითი კორექციის გამოყენებით, რომელიც უზრუნველყოფს სისტემის შესაბამის დინამიკურ მაჩვენებლებს.

### **2.3. ავტომატური რეგულირების სისტემის მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზის ამოცანა**

როგორც ცნობილია, წრფივი ავტომატური რეგულირების სისტემის მაკორექტირებელი წრედის სინთეზის ამოცანისთვის უმეტესად იყენებენ სიხშირულ მეთოდს. კერძოდ, ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირულ მახასიათებლებს (ლასმ). სინთეზის ამოცანის შედეგად მიიღება მაკორექტირებელი წრედის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული (ლასმ) მახასიათებლები, რომლის მიხედვითაც მაკორექტირებელი წრედების ცხრილიდან შეირჩევა შესაბამისი წრედის სქემა. მაკორექტირებელი წრედის ლასმ-ის შეუღლების სიხშირეების მნიშვნელობებით და შერჩეული წრედის პარამეტრების საანგარიშო ფორმულების გამოყენებით, პოულობენ მაკორექტირებელი წრედის პარამეტრებს.

ამ ბოლო ეტაპზე იგულისხმება, რომ კორექციის შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალი წინაღობა ნულია, ხოლო მაკორექტირებელი წრედის დატვირთვის წინაღობა უსასრულოდ დიდია.

როგორც აღვნიშნეთ, ამ უკანასკნელი პირობის შესრულება პრობლემას არ წარმოადგენს. გაცილებით რთულადაა პირველი პირობის შესრულების საკითხი. უფრო მეტიც, ამ პირობის შესრულება პრაქტიკულად შეუძლებელია. გარდა ამისა, როგორც წესი, შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალი წინაღობა არა მარტო აქტიურია, არამედ იგი შეიძლება შეიცავდეს წინაღობის ინდუქციურ, ტევადურ მდგენელებს ან ორივეს ერთად. სწორედ ასეთი რეაქტიული მდგენელების არსებობა განაპირობებს, პირველ რიგში მაკორექტირებელი წრედის და მთელი სისტემის სტრუქტურულ რობასტულობას. ყოველივე აღნიშნული ვაჩვენოთ კონკრეტული მარტივ მაგალითზე.

დაუშვათ, ლოაგრთმულ–ამპლიტუდურ სიხშირული (ლასმ) მახასიათებლების მეთოდით მაკორექტირებელი წრედის სინთეზის შედეგად, მიღებული იქნა ამ წრედის გადაცემის ფუნქცია

$$W_{ID}(S) = \frac{(T_1S + 1)(T_2S + 1)}{(T_3S + 1)(T_4S + 1)} \quad (50)$$

სადაც

$$T_1 = R_1 C_1; T_2 = R_2 C_2; T_3 T_4 = T_1 T_2; T_3 + T_4 = T_1 + \beta T_2$$

და

$$\beta = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

მაკორექტირებელი წრედის სქემა გამოსახულია ნახ. 9-ზე, ხოლო ნახ. 10-ზე შესაბამისი ლასმ-ი.

(50) გადაცემის ფუნქცია, როგორც აღვნიშნეთ, დაწერილია იმ შემთხვევისთვის, როცა  $U_{\mathcal{P}}$  ძაბვის წყაროს გამომსავალი წინაღობა ნულია, ხოლო  $U_{\mathcal{G}}$  ძაბვა მოდებულია დატვირთვის უსასრულო წინაღობაზე. თუ  $U_{\mathcal{P}}$  ძაბვის წყაროზე გასავალი წინაღობის ოპერატორია  $r + LS$ , ხოლო დატვირთვის წინაღობა  $R_{\square\square}$ , მაშინ ნახ. 9-ზე გამოსახული სქემის გადაცემის ფუნქცია იქნება:

$$W(S) = \frac{(T_1S + 1)(T_2S + 1)}{P(S)}, \quad (51)$$

სადაც

$$P(S) = T_1T_2tS^3 + (aT_1T_2 + T_2 + T_1T_2)S^2 + (aT_2 + bT_2 + T_1 + T_2)S + 1 \quad (52)$$

$$t = \frac{L}{R_2}; \quad a = \frac{r}{R_2}; \quad b = \frac{R_1}{R_2}$$

(50) და (51) გადაცემის ფუნქციების შედარებით იოლად დავრწმუნდებით, რომ  $P(S)$  პოლინომი მნიშვნელოვნად განსხვავდება (50) ფუნქციის მნიშვნელობისგან, ე. ი. ადგილი აქვს მაკორექტირებელი წრედის სტრუქტურის ცვლილებას, რომელიც ამ წრედის სინთეზის დროს მხედველობაში არ მიიღება, ანუ ადგილი აქვს სტრუქტურულ რობასტულობას.

კორექტირებული არს–ის სტრუქტურული რობასტულობა შეიძლება დახასიათებული იქნას ბალასტის გადაცემის ფუნქციით, რომელსაც ხშირად იყენებენ სამრეწველო ავტომატიკაში [3, 7]:

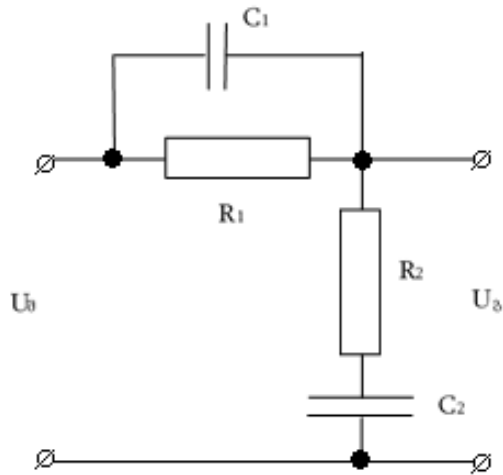
$$W(S) = W_B(S)W_{ID}(S) \quad (53)$$

სადაც  $W_B(S)$  – ბალასტის გადაცემის ფუნქცია, რომელიც ჩვენს შემთხვევაში ტოლი იქნება:

$$W_B(S) = \frac{(T_3S + 1)(T_4S + 1)}{P(S)} \quad (54)$$

ცხადია, რომ მაკორექტირებელი წრედის (50) იდეალური ფუნქციის მისაღებად საჭიროა  $W_B(S)$  ტოლი იყოს ერთის. ამ ტოლობის ზუსტი მიღწევა ამ შემთხვევაში შეუძლებელია, მაგრამ იგი შეიძლება უზრუნველვყოთ მიახლოებით.

ამისათვის საჭიროა  $P(S)$  პოლინომის კოეფიციენტების მნიშვნელობების ისეთი კომპლექტის პოვნა, რომელიც უზრუნველყოფს  $P(S)$  –ის პოლინომის ფესვებს:  $-1/T_3$ ,  $-1/T_4$  და  $S_0$ .



ნახ. 9. მაკორექტირებელი წრედის სქემა

$R_1, R_2$  – მაკორექტირებელი წრედის წინაღობები;

$C_1, C_2$  – მოკორექტირებელი წრედის ტევადობები;

$U_b$  - შემავალი ძაბვა;  $U_g$  - გასავალი ძაბვა.

ამ პოლინომის კოეფიციენტები ისე უნდა იქნას შერჩეული, რომ  $S_0$  ფესვი რაც შეიძლება დაშორებული იქნას ფესვთა სიბრტყის წარმოსახვითი ღერძიდან მარცხნივ.

თუ დაცული იქნება ეს პირობები, მაშინ

$$W_B(S) = \frac{1}{tS_0(S/S_0 - 1)} \quad (55)$$

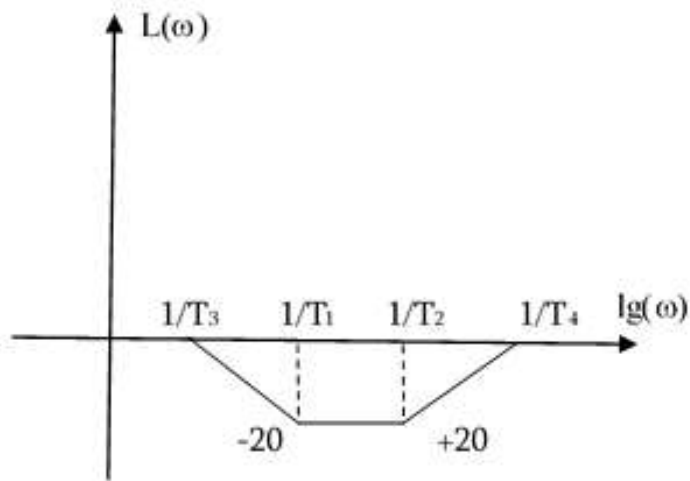
რადგანაც  $|S_0| \gg \frac{1}{T_4}$ , ამიტომ (55) ფორმულაში მამრავლი  $(S/S_0 - 1)$

შემავალი უგულვებელვყოთ და

$$W_B(S) = \frac{1}{tS_0} \quad (56)$$

ამგვარად, სტრუქტურული რობასტულობა დაყვანილი იქნა პარამეტრულ რობასტულობამდე, რაც გამოწვეულია (56) ბალასტით.





ნახ. 10. მაკორექტირებელი წრედის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებელი (ლასმ).

$T_1, T_2, T_3, T_4$  - მაკორექტირებელი წრედის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული (ლასმ) დროის მუდმივები.

$P(S)$  პოლინომის ფესვების სასურველი მიმართულებით და სიდიდით ცვლილების ერთადერთი საშუალებაა ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის გამოყენება. როგორც (52)-დან ჩანს  $P(S)$  პოლინომის კოეფიციენტები შეიძლება შეცვლილი იქნას სამი პარამეტრის  $t$ ,  $a$  და  $b$  ცვლილების შედეგად. შემდგომში ჩვენ დავადგენთ  $P(S)$  პოლინომის ფესვების ტრაექტორიებს  $t$ ,  $a$  და  $b$  პარამეტრების ერთდროული ცვლილებებისას.

ასეთი ტრაექტორიების აგების შემდეგ საშუალება გვეძლევა ვიპოვოთ პარამეტრების ის მნიშვნელობები, რომლებიც მოგვცემენ სასურველი ფესვების განაწილებას.

$t$ ,  $a$  და  $b$  პარამეტრების ცვლილების შედეგად მიღებული ფესვების ტრაექტორიების ანალიზით, ცხადად ჩანს  $P(S)$  პოლინომის ფესვების ჩვენთვის სასურველი განაწილების შედეგის შესაძლებლობა. გარდა ამისა, მარტივად ვადგენთ ცვლადი პარამეტრების იმ მნიშვნელობებს, რომლებიც სასურველ შედეგამდე მიგვიყვანენ.

ზოგჯერ,  $P(S)$ -ის სასურველი ფესვების მნიშვნელობები შეიძლება მიღებული იქნას პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისას. ასეთ შემთხვევაში შერჩეული უნდა იქნას პარამეტრების ის მნიშვნელობები, რომლებიც გამართლებული იქნება ტექნიკური რეალიზაციის თვალსაზრისით.

ამჟამად კორექტირებული სისტემის სტრუქტურული რობასტულობის თავიდან აცილებით ანუ მისი კომპენსაცია შესაძლებელია ერთადერთი გზით:  $P(S)$  პოლინომის ფესვების ჩვენთვის სასურველი განაწილებით, რაც შეიძლება მიღწეული იქნას მხოლოდ და მხოლოდ ამ პოლინომის ფესვების ტრაექტორიების სრული სურათის გამოყენებით.

### 3. მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზი ფესვური ჰოლოგრაფების გამოყენებით

ნაშრომის მესამე თავში განხილულია სხვადასხვა ტიპის მაკორექტირებელი წრედების სტრუქტურული ანალიზი. ამ თავში შესულია ისეთი მაინტეგრებელი და მაინტეგრებელ-მედიფერენცირებელი მაკორექტირებელი წრედები, რომლებიც შეიცავენ პასიურ ელემენტების მინიმალურ რაოდენობას. ამავე დროს ასეთი წრედების გამოყენებით შეიძლება ნებისმიერი სირთულის მაკორექტირებელი წრედის რეალიზაცია.

აღნიშნულ თავში ჩატარებულია ოთხი სხვადასხვა ტიპის მაკორექტირებელი რგოლების ანალიზი: მაინტეგრებელ-მედიფერენცირებელი წრედის სტრუქტურული რობასტულობის ანალიზი იმ შემთხვევისთვის როცა შსწ-ს გასავალი წინაღობის მიმდევრობითი ოპერატორებია: აქტიურ-ტევადური და აქტიურ-ინდუქციურ-ტევადური; სამელემენტური მაინტეგრებელი რგოლის ანალიზი იმ შემთხვევისათვის, როდესაც შსწ-ს გასავალი წინაღობის მიმდევრობითი ოპერატორებია: აქტიურ-ტევადური და აქტიურ-ინდუქციურ-ტევადური.

თუ რეალურად საქმე გვაქვს სხვა ტიპის შეერთებებთან, მაშინ იგი წინასწარ შეცვლილი უნდა იქნას ექვივალენტური მიმდევრობითი შეერთებით და ამის შემდეგ ჩატარებული იქნას სტრუქტურული რობასტულობის ანალიზი.

შსწ-ს გასავალი წინაღობის ზემოთ ჩამოთვლილი ოპერატორებიდან გამოყვანილია მაკორექტირებელი წრედების გადაცემის ფუნქციები; მითითებულია პარამეტრები, რომლებიც შეიძლება მიზანდასახულად ვცვალოთ სასურველი  $P(S)$  (სისტემის მახასიათებელი განტოლება) პოლინომის მისაღებად.  $P(S)$  პოლინომი შეიძლება მიღებული იქნას ცვლადი პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს. ნაშრომში ჩატარებულია ასეთი შემთხვევების ანალიზი და მოცემულია რეკომენდაციები, რომელთა გამოყენებით შესაძლებელია ცვლადი

პარამეტრების მნიშვნელობათა ერთი კრებულის არჩევა. ყოველივე ეს ნაჩვენებია კონკრეტულ მაგალითებზე.

სადისერტაციო ნაშრომის მესამე თავში მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი და მაინტეგრებელი მაკორექტირებელი რგოლების თითოეული ცალკეული შემთხვევებისთვის აგებულია  $P(S)$  პოლინომის ფესვების ტრაექტორიები და დადგენილია ცვლადი პარამეტრების ის მნიშვნელობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ  $P(S)$  პოლინომის ფესვების სასურველ განლაგებას.

### 3.1. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი

$r, c$  წყაროთი

განვიხილოთ და გამოვიკვლიოთ რამდენიმე განსხვავებული ტიპის მაკორექტირებელი რგოლების დინამიკა ცნობილი ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის მიხედვით.

მათ შორისაა პასიური მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ  $RC$  სქემას აქვს ნახ. 11-ზე ნაჩვენები სახე.

ასეთი რგოლის იდეალური გადაცემის ფუნქციაა:

$$W_{EUo}^{ID}(S) = \frac{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}{(T_3 S + 1)(T_4 S + 1)}, \quad (57)$$

სადაც

$$T_1 = R_1 \cdot C_1;$$

$$T_2 = R_2 \cdot C_2;$$

$$T_3 + T_4 = T_1 + \beta \cdot T_2;$$

$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2};$$

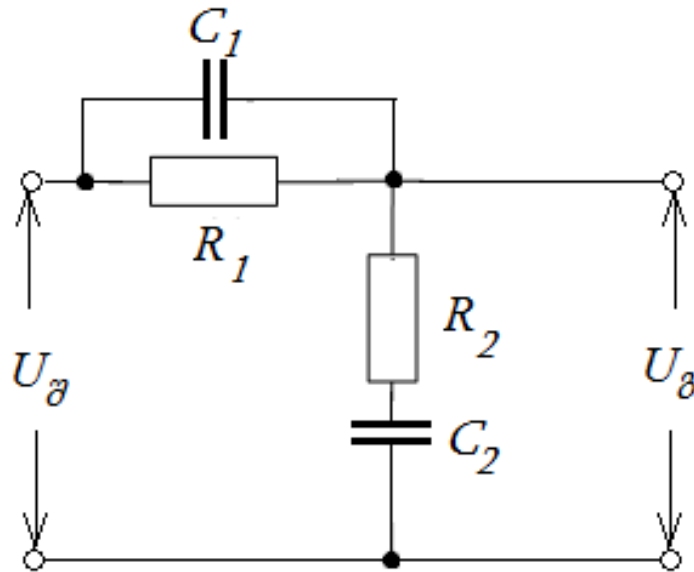
$$T_3 T_4 = T_1 T_2.$$

მოცემული ფორმულების გამოყენებით შეიძლება განსაზღვროთ  $T_3$  და  $T_4$ .

$$T_3 = \frac{2}{\frac{T_1 + \beta T_2}{T_1 T_2} + \sqrt{\left(\frac{T_1 - \beta T_2}{T_1 T_2}\right)^2 + \frac{4(\beta - 1)}{T_1 T_2}}} \quad (58)$$

$$T_4 = \frac{2}{\frac{T_1 + \beta T_2}{T_1 T_2} + \sqrt{\left(\frac{T_1 - \beta T_2}{T_1 T_2}\right)^2 + \frac{4(\beta - 1)}{T_1 T_2}}} \quad (59)$$

ნახ. 11-ზე გამოსახული რგოლის ლასმ-ს აქვს სახე (ნახ. 12)



ნახ. 11. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი წრედის ზოგადი სქემა

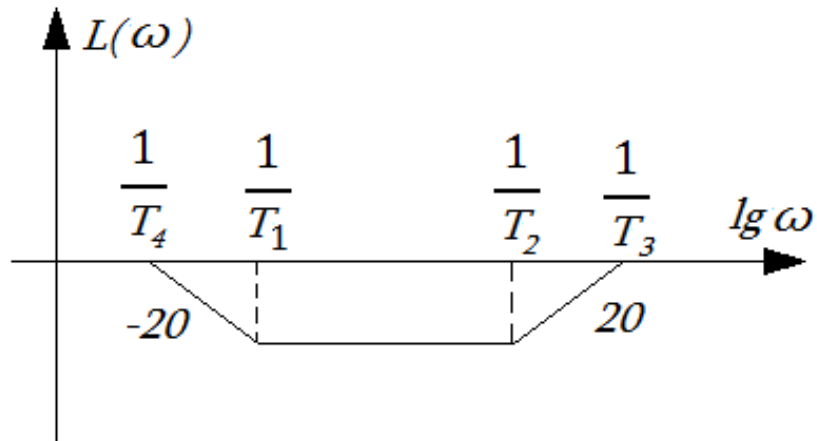
$U_{\text{გ}}$  - შესავალი ძაბვა;  $U_{\text{შ}}$  - გასავალი ძაბვა;

$R_1$  და  $R_2$  მაკორექტირებელი წრედის წინაღობები;

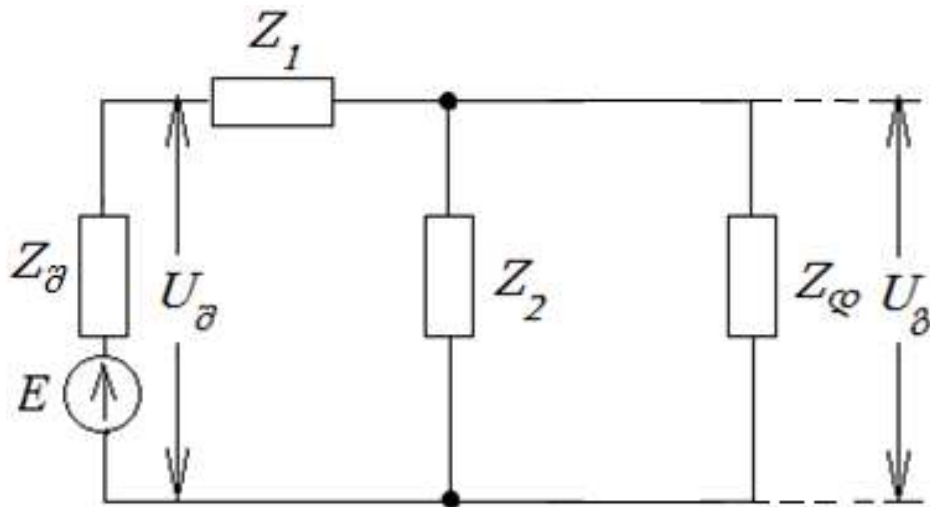
$C_1$  და  $C_2$  მაკორექტირებელი წრედის ტევადობები.

ჩვენს მიერ შერჩეული იქნა შედარებით რთული კორექციის რგოლები, რომელთა კვლევა ტრადიციული მიდგომებით საკმაოდ ძნელია. ერთ-ერთი ასეთი რგოლია სწორედ შერეული ტიპის კორექციის რგოლი: მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი. ამ შემთხვევაში ჩვენ გვაქვს  $r, c$  წყაროთი.

ნახ. 13.-ზე ნაჩვენებია პასიური მაკორექტირებელი რგოლის ჩართვის ზოგადი სქემა.



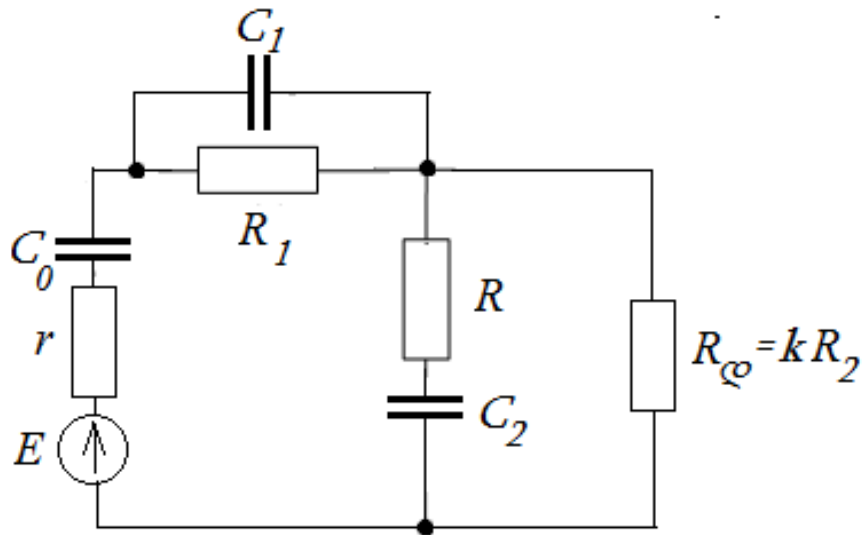
ნახ. 12. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებელი (ლასმ)  
 $T_1, T_2, T_3$  და  $T_4$  დროის მუდმივები



ნახ. 13. პასიური მაკორექტირებელი რგოლის ჩართვის ზოგადი სქემა  
 $Z_\theta$  -შემავალი სიგნალის წყაროს აქტიური წინაღობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემმ;  
 $Z_1$  და  $Z_2$  - მაკორექტირებელი  $r, C$  წრედის აქტიური წინაღობები;  
 $Z_d$  - დატვირთვის წინაღობა.

ნახ. 14-ზე ნაჩვენებია მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი  $r, c$  წყაროთი. ნახ. 14-ზე გამოსახული მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი მაკორექტირებელი რგოლის შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალი წინაღობის ოპერატორები შეიცავს აქტიურ და ტევადურ მდგენელებს. ამ შემთხვევაში, გვექნება შემდეგი სახის თანფარდობები:

$$\begin{aligned} Z_{\theta} &= r + \frac{1}{C_0 S}; \\ Z_1 &= \frac{R_1}{R_1 C_1 S + 1}; \\ Z_2 &= R_2 + \frac{1}{C_2 S}; \\ Z_{\varphi} &= R_{\varphi} = k R_2. \end{aligned} \quad (60)$$



ნახ. 14. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი წრედის სქემა  $r, C$  წყაროთი

$C_0$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის ტევადობა;

$r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინაღობა;

$E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემპ;  $R_1$  და  $R_2$  - წინაღობები;

$R_{\varphi}$  - დატვირთვის წინაღობა.

შეგვიძლია მარტივად განვსაზღვროთ ნახ. 13-დან და ასევე ნახ. 14-დან შემდეგი სიდიდეების მნიშვნელობები:

$U_{\theta}$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ძაბვა,  $U_{\delta}$  - გამოსავალი სიგნალის ძაბვა,  $E$  - ემმ მნიშვნელობები.

$$U_{\theta} = I \cdot \left( r + \frac{1}{CS} + \frac{R_1}{R_1 C_1 S} + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{C_2 S}\right) \cdot R_{\varphi}}{\left(R_2 + \frac{1}{C_2 S}\right) + R_{\varphi}} \right) \quad (61)$$

$$U_{\delta} = I \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 C_1 S} + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{C_2 S}\right) \cdot R_{\varphi}}{\left(R_2 + \frac{1}{C_2 S}\right) + R_{\varphi}} \right) \quad (62)$$

$$E = I \cdot \frac{\left(R_2 + \frac{1}{C_2 S}\right) \cdot R_{\varphi}}{\left(R_2 + \frac{1}{C_2 S}\right) + R_{\varphi}} \quad (63)$$

თუ გავითვალისწინებთ ზემოთ მოყვანილ აღნიშვნებს (60), მაშინ შეგვიძლია მოცემული მაკორექტირებელი რგოლისათვის ჩავწეროთ გადაცემის ფუნქცია შემდეგი სახით:

$$W_{EU_{\delta}}(S) = \frac{U_{\delta}(S)}{E(S)} = \frac{Z_2 Z_{\varphi}}{(Z_{\theta} + Z_1)(Z_{\varphi} + Z_2) + Z_{\varphi} Z_2} \quad (64)$$

(64) ფორმულის თანახმად მაკორექტირებელი რგოლის გადაცემის ფუნქცია იქნება:

$$W_{EU_{\delta}}(S) = \frac{k \frac{T_2}{d} S (T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}{P^*(S)} \quad (65)$$

სადაც

$$P^*(S) = \frac{k T_2 S}{d} \left[ \left( \frac{a}{k} + a + 1 \right) T_1 T_2 \cdot S^2 + \left( \frac{a+d+1}{k} + d + 2 \right) T_1 + \left( \frac{a}{k} + a + 1 \right) T_2 \right] \cdot S + \frac{a+b+d+bd}{k} + 1 + d + \frac{d}{k T_2 S} \quad (66)$$

და

$$T_1 = R_1 C_1;$$

$$T_2 = R_2 C_2;$$

$$a = \frac{r}{R_2};$$

$$b = \frac{R_1}{R_2};$$



$$d = \frac{c}{c_0}.$$

ანალიზის გამარტივების მიზნით, ჩავთვალოთ, რომ  $C_1 = C_2 = C$ .

თუ (66) ჩავსვამთ (65) – ში, მივიღებთ:

$$W_{EU_\beta}(S) = \frac{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}{P_1(S)} \quad (67)$$

სადაც

$$P_1(S) = \left(\frac{a}{k} + a + 1\right) T_1 T_2 \cdot S^2 + \left[\left(\frac{a+d+1}{k} + d + 2\right) T_1 + \left(\frac{a}{k} + a + 1\right) T_2\right] \cdot S + \frac{a+b+d+bd}{k} + 1 + d + \frac{d}{k T_2 S} \quad (68)$$

თუ ჩავთვლით, რომ  $R_{\infty}$  საკმაოდ დიდია, მაშინ (67)-ის მნიშვნელობა იქნება  $P_1(S)$  - ის ზღვარი, როცა  $k \rightarrow \infty$ .

ცხადია, რომ

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P_1(S) = (a + 1) T_1 T_2 \cdot S^2 + [(d + 2) T_1 + (a + 1) T_2] \cdot S + 1 + d = P(S) \quad (69)$$

ამ შემთხვევაში (67) გადაცემის ფუნქცია მიიღებს სახეს:

$$W_{EU_\beta}^*(S) = \frac{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}{P(S)} \quad (70)$$

დავადგინოთ (69) პოლინომის კოდოგრაფები, როცა  $d \in [0; +\infty)$ . ამ მიზნით (69) ასე გადავწეროთ:

$$(a + 1) T_1 T_2 S^2 + (2T_1 + (a + 1) T_2) S + 1 + d(T_1 S + 1) \quad (71)$$

თუ  $d = 0$ , მაშინ მივიღებთ (66) პოლინომის ფესვური კოდოგრაფის საწყისს წერტილებს:

$$S_{1,2} = \frac{-(2T_1 + (a+1)T_2) \pm \sqrt{4T_1^2 + (a+1)^2 T_2^2}}{2(a+1)T_1 T_2} \quad (72)$$

თუ  $d \rightarrow \infty$ , მაშინ მივიღებთ ერთ საბოლოო წერტილს  $S_0 = -\frac{1}{T_1}$ .

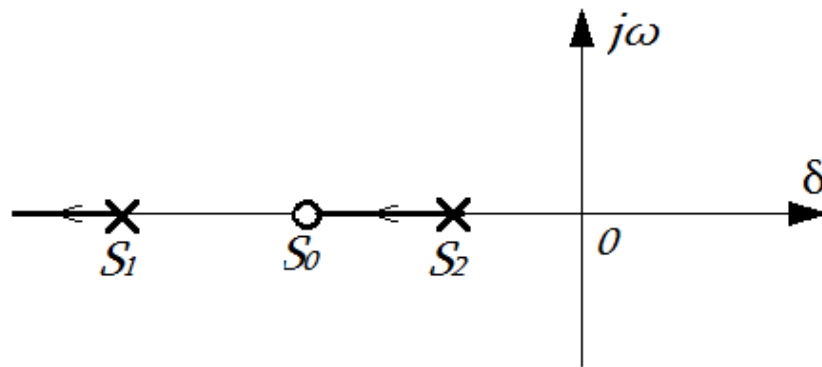
$S_1$ ,  $S_2$  და  $S_0$  მნიშვნელობების შედარების შედეგად დავრწმუნდებით, რომ

$$S_1 < S_0 < S_2,$$

მაშინ (66)-ის ფესვურ ჰოდოგრაფებს ექნება სახე (ნახ. 15). აქედან ჩანს, რომ  $d$ -ს ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის (66) პოლინომის ფესვები ნამდვილი უარყოფითი რიცხვებია.

შესაძლებელია დამტკიცდეს, რომ  $S_2^{ID} < S_1$ ,  $S_2^{ID} \in (S_0; S_2)$  რაც მიუთითებს იმაზე, რომ  $d$ -ს შერჩევით შეიძლება  $S_1^{ID}$  ან  $S_2^{ID}$  ფესვის ზუსტად მიღება, ხოლო მეორე ფესვი მიღებული იქნება მიახლოებით.

ყოველივე ზემოაღნიშნული განვიხილოთ მაგალითზე: მოცემულია შემდეგი მონაცემები (ცხრილი 1).



ნახ. 15. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლის ფესვური ჰოდოგრაფი  
 $S_0$ - ფესვური ჰოდოგრაფის ზღვრული წერტილი;  $S_1$  - ფესვური საწყისი ჰოდოგრაფის წერტილი;  $S_2$ - ფესვური საწყისი ჰოდოგრაფის წერტილი.

ცხრილი 1

მაინტეგრებელ-მედიფერენცირებელი რგოლის მონაცემები შსწ-ს ტევადობის გათვალისწინების შემთხვევაში

პარამეტრი	მნიშვნელობა	განზომილება
$r$	100	ომი
$C_0$	2	მკვ
$a$	0,01	-

$T_1$	0,02	წმ
$T_2$	0,05	წმ

ვიპოვოთ რგოლის პარამეტრები და  $d$ -ს მნიშვნელობა, რომელიც უზრუნველყოფს (57) გადაცემის ფუნქციის მიღებას.

ამოხსნა:

მიღებული აღნიშვნების თანახმად,

$$R_2 = \frac{r}{a} = 10 \text{ კომი},$$

თუ  $C_1 = C_2 = C$ , მაშინ

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{R_1}{R_2} = 0,4.$$

( $T_1 = R_1 C_1$  და  $T_2 = R_2 C_2$  თანაფარდობებიდან გამომდინარე).

აქედან,

$$R_1 = 4 \text{ კომი},$$

ხოლო

$$\beta = b + 1 = 1,4$$

და

$$C = \frac{T_1}{R_1} = 5 \text{ მკვ.}$$

(69) პოლინომს ექნება სახე:

$$P(S) = 1,01 \cdot 10^{-3} \cdot S^2 + (0,0905 + 0,02d) \cdot S + d + 1 \quad (73)$$

(72) – ის თანახმად ფესვური ჰოდოგრაფების საწყისი წერტილებია:

$$S_1 = -76,694 \text{ და } S_2 = -12,91;$$

საბოლოო წერტილია:

$$S_0 = -\frac{1}{T_1} = -50.$$

(57) გადაცემის ფუნქციის პოლუსებია:

$$S_1^{ID} = -77,0156 \text{ და } S_2^{ID} = -12,9844$$

ვთქვათ,  $d$  შერჩეული უნდა იქნას ისე, რომ (73) - ის ერთი ფესვი იყოს  $S_2^{ID}$ . მაშინ  $d$  შეგვიძლია ვიპოვოთ პირობიდან  $P(S_2^{ID}) = 0$ , საიდანაც მივიღებთ:

$$d = 6,494 \cdot 10^{-3}.$$

$d$  - ს ამ მნიშვნელობისას მეორე ფესვი იქნება:

$$(S_1^{ID})^* = \frac{d + 1}{1.01 \cdot 10^{-3} \cdot S_2^{ID}} = - 76,748$$

სადაც  $(S_1^{ID})^*$  არის  $S_1^{ID}$  - ის მიახლებითი მნიშვნელობა, რომელიც  $S_1^{ID}$  - სგან განსხვავდება 0,35%-ით და პრაქტიკულად, სავსებით მისაღები სიზუსტეა.

თუ  $d$ -ს მნიშვნელობას ვიპოვოთ პირობიდან  $P(S_1^{ID}) = 0$ , ანუ ზუსტად მივიღებთ  $S_1^{ID}$ -ის ფესვს, ხოლო  $S_2^{ID}$ -ს განვსაზღვრავთ მიახლოებით, მაშინ მივიღებთ  $d = 0,0385$ .  $d$  -ს ამ მნიშვნელობისას (73) - ის მეორე ფესვი იქნება:

$$(S_2^{ID})^* = - 13,35077,$$

რომელიც  $S_2^{ID}$  -სგან განსხვავდება 2,8%-ით; ასეთი სიზუსტეც პრაქტიკულად მისაღებია, მაგრამ უარესია, ვიდრე პირველ შემთხვევაში. მიუხედავად ამისა, უპირატესობა მაინც მეორე ვარიანტს უნდა მივანიჭოთ, რადგან მეორე შემთხვევაში  $d$ -ს მნიშვნელობა მეტია, ვიდრე პირველ შემთხვევაში.  $d$ -ს მნიშვნელობის გაზრდით მცირდება  $C_0$  ტევადობასთან პარალელურად ჩასართველი კონდენსატორის ტევადობა.

განხილული მაგალითისთვის (57) გადაცემის ფუნქციაა:

$$W_{EU_\delta}^{ID}(S) = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,01298 \cdot S + 1)(0,077 \cdot S + 1)} \quad (74)$$

თუ  $d = 6,494 \cdot 10^{-3}$ , მაშინ (57)-ის ნაცვლად მივიღებთ:

$$W_{EU_\delta}^I = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,01303 \cdot S + 1)(0,077 \cdot S + 1)} \quad (75)$$

ხოლო თუ  $d = 0,0385$ , მივიღებთ გადაცემის ფუნქციას:

$$W_{EU_\delta}^{II}(S) = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,01298 \cdot S + 1)(0,0749 \cdot S + 1)} \quad (76)$$

პრაქტიკულად,

$$W_{EU_3}^{ID}(S) = W_{EU_3}^I(S) = W_{EU_3}^{II}(S). \quad (77)$$

ზოგჯერ,  $S_2^{ID}$  ფესვის ზუსტად მიღების შემდეგ  $S_1^{ID}$  ფესვის მიღების სიზუსტე შეიძლება არადადამაკმაყოფილებელი აღმოჩნდეს. ასეთ შემთხვევაში სასურველია დაფიქსირდეს  $S_1^{ID}$  ფესვის მნიშვნელობა, ხოლო  $S_2^{ID}$  მიღებული იქნება მიახლოებით. აღსანიშნავია, რომ ასეთ სურათთან საქმე გვაქვს მაშინ, როცა  $S_2^{ID}$  და  $S_2$  ერთმანეთთან ძალზედ ახლოსაა (განსხვავება რამოდენიმე ერთეულ პროცენტზე ნაკლებია). განვიხილოთ ამ შემთხვევის საილუსტრაციო მაგალითი. ნახ. 14 ჩავთვალოთ, რომ ნაცვლად  $RC$  რგოლისა გვაქვს საქმე  $RL$  რგოლთან, ანუ ტევადობის ნაცვლად  $C_0$ , გვაქვს ინდუქტიობა -  $L$ .

მოცემულია შემდეგი მონაცემები (ცხრილი 2).

ცხრილი 2

მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლის მონაცემები შსწ-ს ინდუქტიობის გათვალისწინების შემთხვევაში

პარამეტრი	მნიშვნელობა	განზომილება
$r$	500	ომი
$L$	2	ჰნ
$a$	0,01	-
$T_1$	0,01	წმ
$T_2$	0,02	წმ

ვიპოვოთ რგოლის პარამეტრები და  $t$ -ს მნიშვნელობა, რომელიც უზრუნველყოფს (57) გადაცემის ფუნქციის მიღებას ( $C_1 = C_2 = C$ ).

ამოხსნა:

ამ პარაგრაფის დასაწყისში მიღებული აღნიშვნების გამოყენებით მივიღებთ:

$$R_2 = 50 \text{ კომი,}$$

$$b = 5,$$

$$R_1 = 250 \text{ კომი,}$$

$$\beta = 6,$$

$$C = 0,4 \text{ მკფ.}$$

$$P(S) = 0,002tS^3 + (2,02 \cdot 10^{-3} + 0,02t)S^2 + 0,2202S + 1 \quad (78)$$

თუ  $t \in [0, \infty)$ , მაშინ (78)-ის ფესვების ტრაექტორიების საწყისი წერტილებია:

$$S_1 = -104,26176 \text{ და } S_2 = -4,74814,$$

ხოლო საბლოო წერტილებია:

$$S_3 = -10 \text{ და } S_4 = 0 \text{ (ორჯერადი).}$$

(57) გადაცემის ფუნქციის მნიშვნელია:

$$0,002 \cdot S^2 + 0,22 \cdot S + 1,$$

რომლის ფესვებია

$$S_1^{ID} = -105,2494 \text{ და } S_2^{ID} = -4,7506.$$

$t$  - ს მნიშვნელობა  $S_2^{ID} = -4,7506$  წერტილში იქნება:

$$t = 2,0866 \cdot 10^{-3} \text{ წმ.}$$

თუ ამ მნიშვნელობას ჩავსვამთ (78)-ში და მიღებულ პოლინომს გავყოფთ

$$(S + 4,7506)$$

ორწევრზე, მივიღებთ კვადრატულ სამწევრს

$$4,1732 \cdot 10^{-6} \cdot S^2 + 2,0419 \cdot 10^{-3} \cdot S + 1,$$

რომლის ფესვებია:

$$S_1 = -341,65265 \text{ და } S_2 = -147,63777.$$

აქედან ჩანს, რომ  $S_2$  ფესვი  $S_1^{ID} = -105,2494$  ფესვიდან განსხვავდება თითქმის 50% - ით; გარდა ამისა,  $S_1 = -341,65265$  ფესვი საკმაოდ ახლოსაა  $S_1^{ID}$ -თან. გამოდის რომ  $S_2^{ID}$  ფესვის ზუსტად მიღება სასურველ შედეგს არ იძლევა; მაშინ იქნებ უმჯობესია დავაფიქსიროთ  $S_1^{ID}$  ფესვის მნიშვნელობა, ხოლო  $S_2^{ID}$  ფესვი მივიღოთ მიახლოებით. ასეთი მიდგომის შედეგად მიღებული იქნება (57) გადაცემის ფუნქცია, რომლის

მიღებს გარანტია  $S_2^{ID}$  და  $S_2$  საწყისი წერტილების სიახლოვე. კერძოდ, მათ შორის მანძილი  $S_2^{ID}$ -ის 0,05%-ს შეადგენს. ასე, რომ  $S_2^{ID}$  ფესვის მახლოებითი მნიშვნელობა მისი ზუსტი მნიშვნელობიდან შეიძლება განსხვავდებოდეს არა უმეტეს 0,05% – ით.

$$S_1^{ID} = -105,2494 \text{ წერტილში}$$

$$t = 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ წმ.}$$

თუ ამ მნიშვნელობას ჩავსვამთ (78)–ში და მიღებულ პოლინომს გავყოფთ  $(S + 105,2494)$  ორწევრზე, მივიღებთ კვადრატულ სამწევრს

$$1,9 \cdot 10^{-7} \cdot S^2 + 2,002 \cdot 10^{-3} \cdot S + 9,50095 \cdot 10^{-3},$$

რომლის ფესვებია  $S_1 = -10532,099$  და  $S_2 = -4,7525$

ამ შემთხვევაში (70) გადაცემის ფუნქცია მიიღებს სახეს:

$$W_{EU_\delta}^*(S) = \frac{(0,1 \cdot S + 1)(0,02 \cdot S + 1)}{(0,2104 \cdot S + 1)(0,0095 \cdot S + 1)(0,000095 \cdot S + 1)} \quad (79)$$

ხოლო (48) გადაცემის ფუნქციაა:

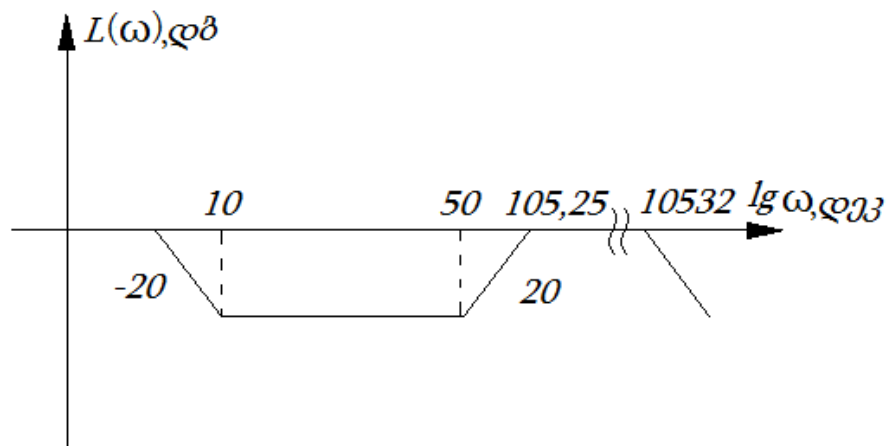
$$W_{EU_\delta}^*(S) \approx \frac{(0,1 \cdot S + 1)(0,02 \cdot S + 1)}{(0,2105 \cdot S + 1)(0,0095 \cdot S + 1)} \quad (80)$$

(79) და (80) გადაცემის ფუნქციები პრაქტიკულად განსხვავდებიან ბოლო მამრავლით, რომელიც დროის მუდმივას სიმცირის გამო, შეგვიძლია უგულებელვყოთ და მივიღებთ (80) გადაცემის ფუნქციას, რომელიც პრაქტიკულად ემთხვევა (79) გამოსახულებას.

(79) გადაცემის ფუნქციის მიხედვით აგებულ ლამს-ს აქვს სახე (ნახ. 16).

ნახ. 16-დან ჩანს, რომ ბოლო შეუღლების სიხშირე 100–ჯერ მეტია წინა შეუღლების სიხშირეზე, ამიტომ იგი აუცილებლად მოთავსდება კორექტირებული სისტემის გატარების სიხშირეთა მაღალ ზოლში.

$t = 9,5 \cdot 10^{-5}$  წმ მნიშვნელობისთვის  $L = 4,75$  ჰნ; ე. ი. რგოლის შესავალზე მიმდევრობით ჩართული უნდა იქნას  $4,75 - 1 = 3,75$  ჰნ დამატებითი ინდუქტიურობა. ამ ინდუქტიურობის სიდიდე შეიძლება შემცირებული იქნას  $r$ -თან შედარებით მიმდევრობით  $R_1$  წინაღობის ჩართვით, რაც თავის მხრივ გაზრდის  $R_2$ -ს და შეამცირებს  $L$  -ს.



ნახ. 16.  $W_{EU_\beta}^*(S) = \frac{(0,1 \cdot S + 1)(0,02 \cdot S + 1)}{(0,2104 \cdot S + 1)(0,0095 \cdot S + 1)(0,000095 \cdot S + 1)}$  (79) გადაცემის

ფუნქციის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებელი (ლასმ).

### 3.2. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი

$r, L, c$  წყაროთი

აღნიშნულ თავში განვიხილავთ მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ რგოლს  $r, L, c$  წყაროთი. რგოლის შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალი წრედის სქემა მოცემულია ნახ. 17-ზე. ასეთი შსწ-ს შიდა წინაღობის ოპერატორი დამახასიათებელია ფაზათმგრძობიარე გამმართველისთვის ან მაძლიერებლისათვის, რომელიც გამოიყენება ცვლადი დენის სისტემებში, მიმდევრობითი კორექციის შესავალზე, მუდმივი დენის სიგნალის (მოდულირებული სიგნალის მოძვლები) მისაღებად. ამ შემთხვევაში რგოლის ჩართვის სქემას კი აქვს სახე (ნახ. 18).

თუ ვისარგებლებთ (64) ფორმულაში გამოყენებული აღნიშვნებით, მაშინ

$$Z_\theta = \frac{r + LS}{(r + LS)c_0 S + 1};$$

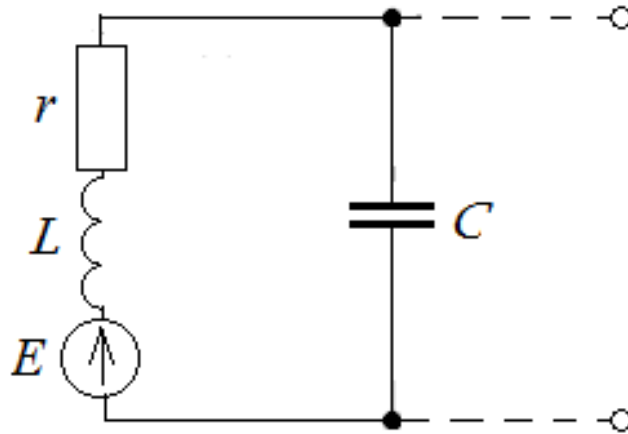
$$Z_1 = \frac{R_1}{R_1 c S + 1};$$



$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{CS};$$

$$Z_{\varphi} = R_{\varphi} = kR_2.$$

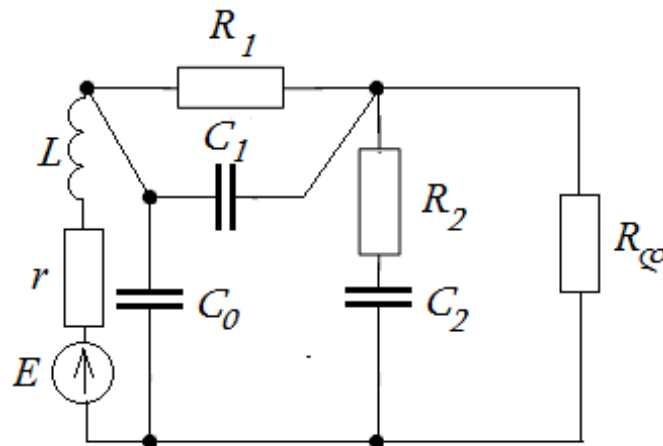
(ანალიზის გამარტივების მიზნით  $C_1 = C_2 = C$ ).



ნახ. 17. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ რგოლის შემავალი სიგნალის  $r, L, C$  წყარო

$C$  - შემავალი სიგნალის წყაროს (შსწ) ტევადობა;

$r$  - შსწ აქტიური წინაღობა;  $L$  - შსწ ინდუქტიობა;  $E$  - შსწ-ს ემძ;



ნახ. 18. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელ რგოლს  $r, L, C$  წყაროთი

$C_0$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის ტევადობა;

$r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინაღობა;

$E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემძ;  $R_1$  და  $R_2$  - წინაღობები;

$C_1$  და  $C_2$  მაკორექტირებელი წრედის ტევადობები;

$R_{\varphi}$  - დატვირთვის წინაღობა;  $L$  - ინდუქტობა.

ბოლო თუ ვისარგებლებთ (64) ფორმულით, მივიღებთ ნახ. 18 -ზე გამოსახული წრედის გადაცემის ფუნქციას:

$$W_{EU_{\delta}}(S) = \frac{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)(t^2 S^2 + t_1 S + 1)}{P^*(S)} \quad (81)$$

სადაც

$$\begin{aligned} P^*(S) = & T_1 T_2 t^2 S^4 + \left[ \frac{k+1}{k} (d+1) T_1 t_1 + T_1 T_2 t_1 + t^2 (T_1 + T_2) \right] S^3 + \\ & + \left[ \frac{k+1}{k} (T_1 t_1 d + t^2 d + T_1 t_1) + \frac{1}{k} \left( a t^2 \frac{T_1}{\tau_1} + b t^2 \right) + T_2 t_1 + T_1 t_1 + t^2 + \right. \\ & + T_1 T_2 \left. \right] S^2 + \left[ \frac{k+1}{k} (t_1 d + T_1) + \frac{1}{k} \left( t_1 d b + t^2 \frac{m}{\tau_1} + b t_1 \right) + t_1 T_1 + \right. \\ & + T_2 \left. \right] S + \frac{1}{k} (a + b) + 1 \end{aligned} \quad (82)$$

სადაც

$$T_1 = R_1 C ;$$

$$T_2 = R_2 C ;$$

$$t^2 = L C_0 ;$$

$$\frac{c}{C_0} = d ;$$

$$t_1 = r C_0 ;$$

$$a = \frac{r}{R_2} ;$$

$$b = \frac{R_1}{R_2} .$$

თუ  $R_{\varphi}$  საკმაოდ დიდია, ანუ  $k \rightarrow \infty$ , მაშინ

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} P^*(S) = & T_1 T_2 t^2 \cdot S^4 + [t^2 (T_1 d + 2T_1 + T_2) + T_1 T_2 t_1] \cdot S^3 + \\ & + [(1 + d)t^2 + t_1 (2T_1 + T_2) + (a + 1)T_1 T_2] \cdot S^2 + [(1 + d)t_1 + \\ & + 2T_1 + T_2] \cdot S + 1 = P(S) \end{aligned} \quad (83)$$

დავადგინოთ  $P(S)$  პოლინომის ფესვური ჰოდოგრაფიები, როცა ადგილი აქვს  $t$  და  $t_1$  ფართო საზღვრებში ცვლილებას. ამ მიზნით  $P(S) = 0$  განტოლება ასე გადავწეროთ:

$$P_3(S) + \tau^2 Q_4(S) = 0 , \quad (84)$$

სადაც

$$P_3(S) = T_1 T_2 t_1 S^3 + [t_1(2T_1 + T_2) + (a + 1)T_1 T_2] \cdot S^2 + [t_1(1 + d) + 2T_1 + T_2] \cdot S + 1 \quad (85)$$

$$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2 \quad (86)$$

თუ  $t = 0$ , მაშინ (85) პოლინომის ფესვები იქნება საწყისი წერტილები, ხოლო როცა  $t \rightarrow \infty$ , (86) პოლინომის ფესვები იქნება საბოლოო წერტილები (დანართი 1).

დავადგინოთ (84) განტოლების საწყისი წერტილების მდებარეობა, როცა ადგილი აქვს  $t_1$  პარამეტრის ცვლილებას. ამ მიზნით,

$$P_3(S) = 0$$

განტოლება ასე გადავწეროთ:

$$P_2(S) + t_1 Q_3(S) = 0 \quad (87)$$

სადაც

$$P_2(S) = (a + 1)T_1 T_2 \cdot S^2 + (2T_1 + T_2) \cdot S + 1,$$

ხოლო

$$Q_3(S) = T_1 T_2 \cdot S^3 + (2T_1 + T_2) \cdot S^2 + (1 + d) \cdot S$$

თუ  $t_1 = 0$ , მივიღებთ  $P_3(S) = 0$  განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების საწყის წერტილებს:

$$S_{1,2}^* = \frac{-(2T_1 + T_2) \pm \sqrt{(2T_1 - T_2)^2 + 4(a - 1)T_1 T_2}}{2(a + 2)T_1 T_2} \quad (88)$$

რომლებიც ნამდვილი რიცხვებია  $T_1, T_2$  და  $a$  პარამეტრების ნებისმიერი დასაშვები მნიშვნელობებისთვის.

თუ  $t_1 \rightarrow \infty$ , მაშინ (86) განტოლების ფესვები დაემთხვევა

$$Q_3(S) = 0$$

განტოლების ფესვებს, რომლებიც ფესვური ჰოდოგრაფების საბოლოო წერტილებს წარმოადგენენ:

$$S_{1,2}^0 = \frac{-(2T_1 + T_2) \pm \sqrt{(2T_1 - T_2)^2 + 4(1 - d)T_1 T_2}}{2T_1 T_2} \quad (89)$$

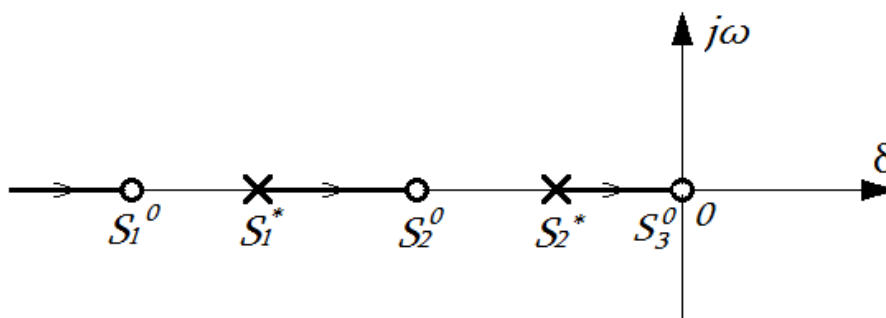
და

$$S_3^0 = 0.$$

მტკიცდება, რომ

$$S_1^0 < S_1^* < S_2^0 < S_2^* < S_3^0,$$

მაშინ (87) განტოლების ფესვურ ჰოდოგრაფებს ექნება სახე (ნახ. 19).



ნახ. 19. (87) განტოლების  $P_2(S) + t_1 Q_3(S) = 0$  ფესვური ჰოდოგრაფების საწყისი და ზღვრული წერტილების განლაგება. მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლი  $r, L, c$  წყაროთი.

$S_1^0, S_2^0, S_3^0$  - ფესვური ჰოდოგრაფის ზღვრული წერტილები;

$S_1^*, S_2^*$  - ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილები.

ამგვარად,  $P_3(S) = 0$  განტოლების ფესვები  $t_1$ -ის ნებისმიერი არაუარყოფითი მნიშვნელობისთვის ნამდვილი რიცხვებია. ეს იმას ნიშნავს, რომ (84) განტოლების ფესვების ტრანექტორიების საწყისი წერტილები ყოველთვის ნამდვილი ღერძის მარცხენა ნახევარზე მდებარეობენ.

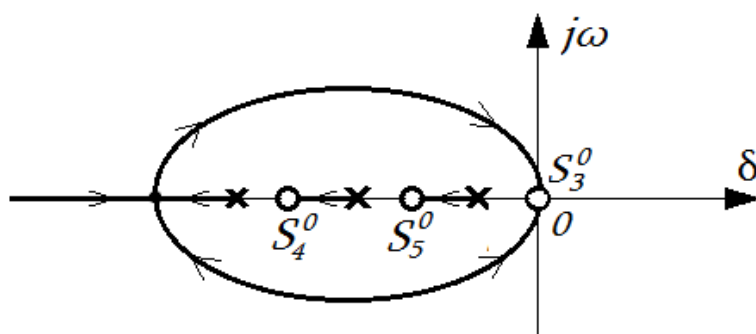
$t$  პარამეტრის ცვლილებისას (84) განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების საბოლოო წერტილებია:

$$S_{4,5}^0 = \frac{-[(d+2)T_1 + T_2] \pm \sqrt{[(d+2)T_1 + T_2]^2 + 4T_1T_2}}{2T_1T_2} \quad (90)$$

და  $S_3^0 = 0$  (ორმაგი საბოლოო წერტილი), რომლებიც წარმოადგენენ (86) განტოლების ფესვებს.

თუ ვისარგებლებთ ფესვური ჰოდოგრაფების თვისებებით, შეგვიძლია დავხაზოთ (86) განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფი (ნახ. 20) (დანართი 2).

ცხადია, რომ ნახ. 20-ზე ჯვრებით აღნიშნული წერტილები, ნახ. 19-ზე გამოსახული ფესვური ჰოდოგრაფების წერტილებია,  $t_1$  პარამეტრის ერთი და იმავე მნიშვნელობებისთვის.



ნახ. 20.  $Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2$

(86) განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფები.

$S_3^0, S_4^0, S_5^0$  ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილები.

მიღებული ფესვური ჰოდოგრაფების ანალიზის შედეგად იოლად დავრწმუნდებით, რომ  $t_1$  და  $t$ -ის სათანადო შერჩევით  $P(S)$  ჰოდოგრაფი შეიძლება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$P(S) = (t^2 S^2 + t_1 S + 1) \cdot R(S),$$

სადაც  $R(S)$  კვადრატული სამწევრია, რომლის ფესვი ახლოსაა (57) გადაცემის ფუნქციის პოლუსებთან და სრულდება პირობები:

$$d = \frac{aT_2}{T_1}$$

$$t_1 = T_1$$

და

$$(91)$$

$$t^2 = \frac{T_1(dT_1 - aT_2)}{d};$$

თუ შესრულებულია (91) პირობები, მაშინ

$$R(S) = T_1 T_2 \cdot S^2 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S + 1 \quad (92)$$

(92) სამწვერი ზუსტად ემთხვევა (57) გადაცემის ფუნქციის მნიშვნელს თუ  $d = 0$ , ხოლო თუ  $d$ -ს საკმაოდ მცირე, დადებითი მნიშვნელობებისთვის ამ სამწვერის ფესვები ახლოს არიან (57)-ის პოლუსებთან.

ჩატარებული ანალიზის მართებულობა ვაჩვენოთ მაგალითზე. მოცემულია შემდეგი მონაცემები (ცხრილი 3).

ცხრილი 3

მაინტეგრებელ-მადიფერენცირებელი რგოლის მონაცემები შსწ-ს ტევედობის და ინდუქტიობის გათვალისწინებით

პარამეტრი	მნიშვნელობა	განზომილება
$r$	100	ომი
$C_0$	2	მკვ
$a_1$	0,01	-
$T_1$	0,02	წმ
$T_2$	0,05	წმ

ვიპოვოთ  $d$ ,  $t_1$  და  $t^2$ -ის მნიშვნელობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ (57) გადაცემის ფუნქციის მიღებას.

ამოხსნა:

თუ  $a_1 = 0,01$ , მაშინ  $R_2 = 10$  კომი. თუ  $C_1 = C_2 = C$ , მაშინ  $\frac{T_1}{T_2} =$

0,4 და  $R_1 = 4$  კომი.

(91)-ის I პირობის თანახმად,  $d > 0,025$ , ხოლო

$$t_1 = T_1 = 0,02 \text{ წმ.}$$

$$t^2 = 0,0003 \text{ წმ}^2.$$

თუ ავიღებთ  $d = 0,1$ , მაშინ (57)-ის მიახლოებითი პოლუსები იქნება:

$$0,001 \cdot S^2 + 0,092 \cdot S + 1 = 0 \quad (93)$$

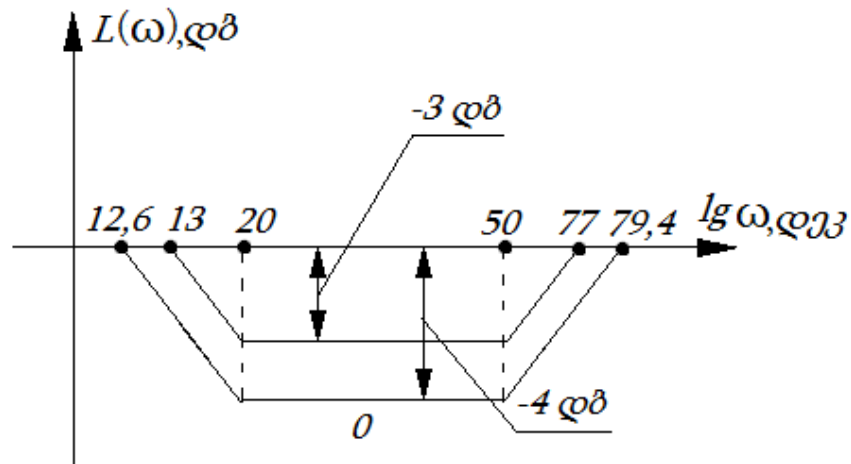
განტოლების ფესვები

$$S_1 = -79,4006 \text{ და } S_2 = -12,59.$$

(57) გადაცემის ფუნქციის პოლუსების ზუსტი მნიშვნელობებია:

$$S_1^{ID} = -77,0156 \text{ და } S_2^{ID} = -12,9844$$

აქედან ჩანს, რომ პოლუსების მიახლოებითი მნიშვნელობები 3%-ით აღემატება შესაბამისი პოლუსების ზუსტ მნიშვნელობებს. სიზუსტის გაზრდის მიზნით, საჭიროა  $d$ -ს მნიშვნელობის შემცირება, რაც თავის მხრივ გამოიწვევს შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალზე პარალელურად ჩართული კონდესატორის ტევადობის გაზრდას. აქედან გამომდინარე,  $d$ -ს მნიშვნელობა აღებული უნდა იქნას რაც შეიძლება მეტი, იმდენად რომ უზრუნველვყოთ (57) გადაცემის ფუნქციის მიღების საჭირო სიზუსტე.



ნახ. 21. იდეალური  $W_{EU_3}^{ID}(S) = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,077 \cdot S + 1)(0,013 \cdot S + 1)}$  (94) და მიახლოებითი

$[W_{EU_3}^{ID}]_{ახ.} = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,079 \cdot S + 1)(0,0126 \cdot S + 1)}$  (95) გადაცემის ფუნქციის ლოგარითმულ-ამპლიტუდურ სიხშირული მახასიათებლები (ლასმ).

ამგვარად, განხილულ მაგალითში (57) გადაცემის ფუნქციას აქვს სახე:

$$W_{EU_3}^{ID}(S) = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,077 \cdot S + 1)(0,013 \cdot S + 1)} \quad (94)$$

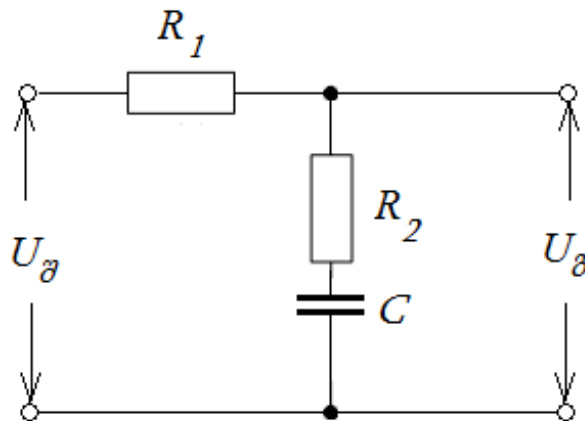
$$[W_{EU_g}^{ID}]_{\text{შბ}} = \frac{(0,02 \cdot S + 1)(0,05 \cdot S + 1)}{(0,079 \cdot S + 1)(0,0126 \cdot S + 1)} \quad (95)$$

ნახ. 21-ზე გამოსახულია (94)-ის და (95)-ის (ქვედა ტეხილი) ლასმ-ები.

ლასმ-ების (ნახ. 21) შედარებითაც კარგად ჩანს (94) და (95)-ის გადაცემის ფუნქციების პრაქტიკული იდენტურობა.

### 3.3. მაინტეგრებელი რგოლი $r, c$ წყაროთი

მუდმივი და ცვლადი დენის ავტომატური რეგულირების სისტემებში ფართოდ გამოიყენება სამელემენტოანი მაინტეგრებელი რგოლები (ნახ. 22)



ნახ. 22. სამელემენტოანი მაინტეგრებელი რგოლი

$R_1$  და  $R_2$  მაკორექტირებელი წრედის წინაღობები;

$C$  - მაკორექტირებელი წრედის ტევადობა;

$U_{\text{ш}}$  - შესავალი ძაბვა;  $U_{\text{გ}}$  - გასავალი ძაბვა;

ცვლადი დენის სისტემებში ასეთი ოპერატორი ხშირად შეიცავს აქტიურ და ტევადურ მდგენელებს; ანუ საქმე გვაქვს  $r, c$  წყაროსთან. რგოლის ჩართვის სქემაში (ნახ. 23) მიღებულია შემდეგი აღნიშვნები:  $r$  და  $C_0$  - შემავალი რგოლის წყაროს გამოსავალი წინააღობის აქტიური წინააღობა და



ტევადობა;  $E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემძ-ია.  $R_1$ ,  $R_2$  და  $C$  რგოლის პარამეტრებია.  $R_{\varphi}$  - რგოლის დატვირთვის წინააღობაა.

თუ ვისარგებლებთ შემდეგი სახის აღნიშვნებით (ქვეთავი 3.1)

$$Z_{\vartheta} = r + \frac{1}{C_0 S} ;$$

$$Z_1 = R_1 ;$$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{CS} ;$$

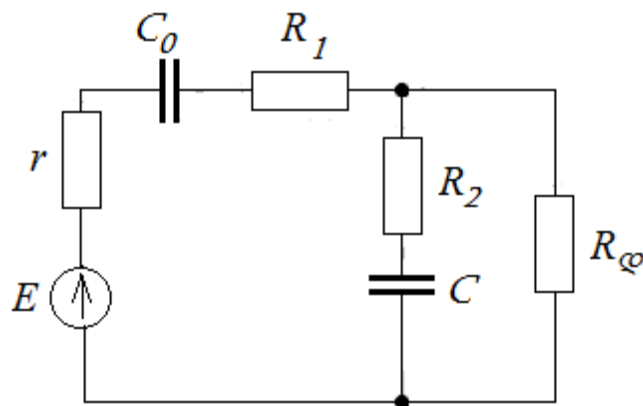
$$Z_{\varphi} = R_{\varphi} .$$

(64) ფორმულის მიხედვით გადაცემის ფუნქცია იქნება:

$$W_{EU_{\vartheta}}(S) = \frac{(R_2 + \frac{1}{CS})R_{\varphi}}{(r + R_1 + \frac{1}{C_0 S})(R_2 + R_{\varphi} + \frac{1}{CS}) + (R_2 + \frac{1}{CS})R_{\varphi}} \quad (96)$$

თუ  $R_{\varphi} \rightarrow \infty$ , მაშინ (96) მიიღებს სახეს:

$$W_{EU_{\vartheta}}^*(S) = \frac{k(T_2 S + 1)}{(T_1 + T')S + 1} , \quad (97)$$



ნახ. 23. სამელემენტური მაინტეგრირებელი რგოლი  $r$ ,  $C$  წყაროთი.

$C_0$  - შსწ-ს წრედის ტევადობა;

$r$  - შსწ-ს წრედის წინააღობა;  $E$  - შსწ-ს ემძ;

$R_1$  და  $R_2$  - წინააღობები;  $R_{\varphi}$  - დატვირთვის წინააღობა.

სადაც გამოყენებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$k = \frac{C_0}{C + C_0} ;$$

$$T_1 = (R_1 + R_2)C ;$$

$$T_2 = R_2 C ;$$

$$T' = rc.$$

სამელემენტური მაინტეგრირებადი რგოლის იდეალური გადაცემის ფუნქციაა:

$$W_{EU_3}^{ID}(S) = \frac{T_2 S + 1}{T_1 S + 1}, \quad (98)$$

სადაც გამოყენებულია იგივე აღნიშვნები.

(97) და (98) გადაცემის ფუნქციებით შედარებით იოლად დავრწმუნდებით, რომ ამ შემთხვევაში ადგილი აქვს პარამეტრულ რობასტულობას. (98) გადაცემის ფუნქციის მისაღებად საჭიროა, რომ

$$k(T_1 + T') = T_1;$$

ეს უკანასკნელი ტოლობა შესრულდება, მაშინ თუ

$$\left\{ \begin{array}{l} rC_0 = T_1 \\ (R_1 + R_2)C = T_1 \\ k = \frac{C_0}{C + C_0} \\ R_2 C = T_2 \\ k = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + r} \end{array} \right. \quad (99)$$

(99) განტოლებათა სისტემაში რვა ცვლადია და ოთხი განტოლება, ხოლო მეხუთე განტოლება გამომდინარეობს პირველი სამიდან, ამიტომ განტოლებათა სისტემას ექნება ერთადერთი ამონახსნი თუ რვა ცვლადიდან მოცემულია ოთხი ცვლადის მნიშვნელობები. თეორიულად შეიძლება მოცემული იქნას ნებისმიერი ოთხი ცვლადის მნიშვნელობა და (99) სისტემიდან ნაპოვნი იქნას დანარჩენი ოთხი უცნობის მნიშვნელობები. პრაქტიკულად, ნებისმიერი რგოლისათვის პირველ რიგში ცნობილია მისი დროის მუდმივები და გადაცემის კოეფიციენტები, ხოლო ამის შემდეგ პოულობენ რგოლის პარამეტრებს. აქედან, გამომდინარე (99) სისტემის ამოხსნას აზრი აქვს იმ შემთხვევაში, თუ მოცემულობის ნებისმიერ

ვარიანტში მოცემულია  $T_1$ ,  $T_2$  და  $k$ , ხოლო მეოთხე ცვლადი შეიძლება აღებული იქნას ნებისმიერი დარჩენილი ხუთი ცვლადიდან.

პრაქტიკული მიზნისთვის  $T_1$ ,  $T_2$  და  $k$ -თან სასურველია აღებული იქნას  $r$  ან  $C_0$ ; ამიტომ (99) განტოლებათა სისტემის ამოხსნის მხოლოდ ორ ვარიანტს განვიხილავთ:

I ვარიანტი

მოცემულია  $k$ ,  $r$ ,  $T_1$ , და  $T_2$  ;

(99) განტოლებათა სისტემის I განტოლებიდან

$$C_0 = \frac{T_1}{r} ; \quad (100)$$

(99) განტოლებათა სისტემის III განტოლებიდან

$$C = \frac{C_0(1-k)}{k} ; \quad (101)$$

(99) განტოლებათა სისტემის II განტოლებიდან

$$R_1 + R_2 = \frac{kr}{1-k} ; \quad (102)$$

(99) განტოლებათა სისტემის IV განტოლებიდან

$$R_2 = \frac{krT_2}{T_1(1-k)} ; \quad (103)$$

თუ (103) ჩავსვამთ (102)-ში , მივიღებთ:

$$R_1 = \frac{kr}{T_1(1-k)} (T_1 - T_2) . \quad (104)$$

II ვარიანტი

მოცემულია  $k$ ,  $C_0$ ,  $T_1$ , და  $T_2$  ;

(99) განტოლებათა სისტემის I განტოლებიდან

$$r = \frac{T_1}{C_0} ; \quad (105)$$

(99) განტოლებათა სისტემის III განტოლებიდან

$$C = \frac{C_0(1-k)}{k} ;$$

(99) განტოლებათა სისტემის II განტოლებიდან

$$R_1 + R_2 = \frac{kT_1}{C_0(1-k)} ; \quad (106)$$

(99) განტოლებათა სისტემის IV განტოლებიდან

$$R_2 = \frac{kT_2}{c_0(1-k)} ; \quad (107)$$

თუ (107) ჩავსვამთ (106)-ში, მივიღებთ:

$$R_1 = \frac{k}{c_0(1-k)} (T_1 - T_2) . \quad (108)$$

განხილულ ვარიანტებში ზოგჯერ საჭიროა კორექტივების შეტანა. კერძოდ, თუ  $r$  რამოდენიმე ასეული რიგისაა, მაშინ მასთან მიმდევრობით უნდა ჩავრთოთ დამატებითი წინაღობა, რაც თავის მხრივ უზრუნველყოფს  $C_0$  ტევადობის შემცირებას.  $r$  წინაღობასთან მიმდევრობით ჩასართველი წინაღობის სიდიდე შეიძლება გამოთვლილი იქნას მოცემული  $C_0$  ტევადობის საშუალებით.

(99) განტოლებათა სისტემის ამოხსნის განხილული ორი ვარიანტის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მაგალითები, საჭირო კორექტივებით.

მაგალითი 1.

მოცემულია:

ცხრილი 4

მაინტეგრებული რგოლის მონაცემები შსწ-ს ტევადობის გათვალისწინების

შემთხვევაში

I ვარიანტი

პარამეტრი	მნიშვნელობა	განზომილება
$r$	0,1	კომი
$k$	0,9	-
$T_1$	0,02	წმ
$T_2$	0,01	წმ

ამოხსნა:

თუ  $r$  წინაღობას 0,1 კომს დავტოვებთ, მაშინ წყაროს გამოსავალი ტევადობა  $C_0$  ტოლი უნდა იყოს 200 მკვ-ის. თუ წყაროს გამოსავალი ტევადობა  $C_0 = 10$  მკვ-ს და იგი ასეთი სიდიდის უნდა დარჩეს, მაშინ  $r$

წინააღმდეგობით ჩართული უნდა იქნას 1,9 კომი წინააღმდეგობა. ამის შემდეგ პარამეტრების საანგარიშო ფორმულებში (100)-დან (108)-ის ჩათვლით ჩასმული უნდა იქნას  $r = 2$  კომი და პარამეტრების მნიშვნელობა იქნება:  $C = 1,11$  მკვ;  $R_1 = R_2 = 9$  კომი;  $C_0 = 10$  მკვ.

(97) გადაცემის ფუნქცია მიიღებს სახეს:

$$W_{EU_\beta}^*(S) = \frac{0,9(0,01S+1)}{0,02S+1},$$

რომელიც (98) გადაცემის ფუნქციისგან განსხვავდება მხოლოდ გადაცემის კოეფიციენტის მნიშვნელობით.

მაგალითი 2.

მოცემულია:

ცხრილი 5

მაინტეგრირებადი რგოლის მონაცემები შსწ-ს ტევადობის გათვალისწინების შემთხვევაში

II ვარიანტი

პარამეტრი	მნიშვნელობა	განზომილება
$C_0$	1	მკვ
$k$	0,9	-
$T_1$	0,05	წმ
$T_2$	0,02	წმ

ამოხსნა:

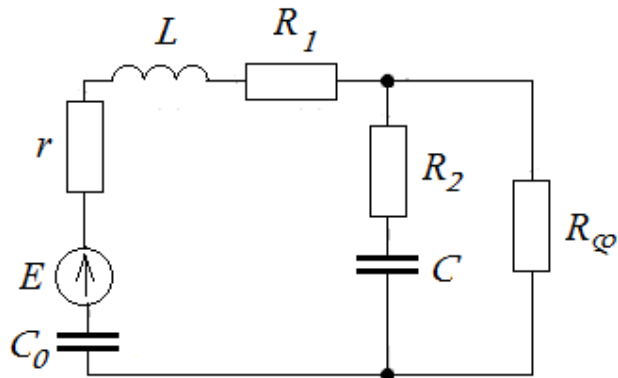
თუ ვისარგებლებთ (100) ... (108) ფორმულებით, მივიღებთ  $r = 50$  კომი,  $C = \frac{1}{9}$  მკვ,  $R_1 = 270$  კომი,  $R_2 = 180$  კომი, თუ  $r = 1$  კომს, მაშინ  $C_0 = 1$  მკვ ტევადობასთან პარალელურად უნდა ჩაირთოს 49 მკვ-ის ტოლი ტევადობა. ამ შემთხვევაში პარამეტრებს ექნებათ მნიშვნელობები:  $r = 1$  კომი,  $C = 50$  მკვ,  $R_1 = 5,4$  კომი,  $R_2 = 3,6$  კომი.

ორივე შემთხვევისთვის (97) გადაცემის ფუნქციას ექნება სახე:

$$W_{EU_\beta}^*(S) = \frac{0,9(0,02S+1)}{0,05S+1}.$$

### 3.4. მაინტეგრებული რგოლი $r, L, c$ წყაროთი

განვიხილოთ ერთ-ერთი ფართოდ გავრცელებული მაინტეგრებული მაკორექტირებელი რგოლი. კერძოდ, სამელემენტიანი მაინტეგრებული რგოლი  $r, L, c$  წყაროთი.



ნახ. 24. სამელემენტიანი მაინტეგრებული რგოლი  $r, L, c$  წყაროთი

$L$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის ინდუქტიობა;

$r$  - შემავალი სიგნალის წყაროს წრედის წინაღობა;

$E$  - შემავალი სიგნალის წყაროს ემძ;

$R_1$  და  $R_2$  - წინაღობები;  $C$  - ტევადობა;  $R_{\phi}$  - დატვირთვის წინაღობა.

რგოლის ელექტრული სქემა ნაჩვენებია ნახ. 24-ზე და გამოყენებულია შემდეგი აღნიშვნები:  $r, L$  და  $c$  რგოლის შემავალი სიგნალის წყაროს გამოსავალი წინაღობის ოპერატორის პარამეტრებია;  $E$  - წყაროს ემძ-ია;  $R_1, R_2$  და  $C$  - რგოლის პარამეტრებია;  $R_{\phi}$  - რგოლის დატვირთვის წინაღობაა; მოცემულ შემთხვევაში წრედის პარამეტრები იქნება:

$$Z_{\phi} = r + LS + \frac{1}{C_0 S};$$

$$Z_1 = R_1;$$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{cS};$$

$$Z_{\infty} = R_{\infty}$$

თუ ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ (64) ფორმულაში, და დავუშვებთ, რომ თუ  $R_{\infty} \rightarrow \infty$ , მაშინ მივიღებთ:

$$W_{EU_{\delta}}^*(S) = \frac{k(T_2 S + 1)}{ktT_1 S^2 + (T_1 + T')S + 1}, \quad (109)$$

სადაც

-  $k = \frac{c_0}{c + c_0}$  - რგოლის გადაცემის კოეფიციენტი;

-  $T_1 = (R_1 + R_2)C$  და  $T_2 = R_2 C$  რგოლის დროის მუდმივებია;

-  $t = \frac{L}{R_1 + R_2}$  და  $T' = rC$  - რგოლის და შემავალი სიგნალის წყაროს დროის მუდმივებია.

რგოლის იდეალური გადაცემის ფუნქცია ისევ (98) იქნება, რომლის შედარებით (109)-თან იოლად დავრწმუნდებით, რომ ადგილი აქვს რგოლის სტრუქტურის ცვლილებას, ანუ საქმე გვაქვს სტრუქტურულ რობასტულობასთან.

(109) გადაცემის ფუნქციის პოლუსები

$$ktT_1 S^2 + (T_1 + T')S + 1 = 0 \quad (110)$$

განტოლების ფესვებია, რომლებიც დამოკიდებულები არიან  $k, t, T_1$  და  $T'$  პარამეტრებზე, რომელთაგან  $T_1$  რგოლის დროის მუდმივა ყოველთვის მოცემულია, ხოლო დანარჩენი სამი ცვალებადია.

დავადგინოთ (110) განტოლების ფესვების ტრაექტორიები, როცა ადგილი აქვს  $k, t$  და  $T'$  პარამეტრების ფართო საზღვრებში ცვლილებას. ამ პარამეტრებიდან დავუშვათ, რომ  $t \in [0; +\infty]$ , ხოლო  $k$  და  $T'$  - დებულობენ დისკრეტულ მნიშვნელობებს.

თუ  $t = 0$ , მაშინ (110) განტოლების საწყისი ფესვი იქნება:

$$S = -\frac{1}{k(T_1 + T')},$$

ხოლო  $t \rightarrow \infty$ , მაშინ  $S = 0$  (110) განტოლების საბოლოო ფესვია.

დავადგინოთ ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლება, რისთვისაც ვისარგებლოთ ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლებით (22), მაშინ შეგვიძლია შემოვიტანოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$P_1(S) = k(T_1 + T') + 1$$

და

$$Q_2(S) = kT_1S^2.$$

ფესვური ჰოდოგრაფის განტოლება იქნება:

$$k(T_1 + T')\delta^2 + 2\delta + k(T_1 + T')\omega^2 = 0,$$

რომელი კანონიკურ ფორმაში შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$\left(\delta + \frac{1}{k(T_1+T')}\right)^2 + \omega^2 = \frac{1}{[k(T_1+T')]^2} \quad (111)$$

(111) ფორმულა რამდენიმე წრეწირთა ერთობლიობის განტოლებაა, რომლის ცენტრია  $\left(\frac{1}{k(T_1+T')}; 0\right)$ , ხოლო რადიუსია  $r = \frac{1}{k(T_1+T')}$ ; ცხადია, რომ ფესვურ ჰოდოგრაფს ექნება ერთადერთი ორჯერადი ნამდვილი წერტილები:

$$S = -\frac{2}{k(T_1+T')};$$

ამ წერტილებში  $t$  პარამეტრს ექნება შემდეგი მნიშვნელობა:

$$t = \frac{k(T_1+T')^2}{4T_1} \quad (112)$$

რომელიც მიიღება (23) ფორმულის გამოყენებით:

$$t = \frac{k(T_1+T')\delta+1}{4kT_1\delta^2-\omega^2kT_1} \quad (113)$$

თუ (113)-ში ჩავსვამთ  $\delta = -\frac{2}{k(T_1+T')}$  და  $\omega = 0$ , მივიღებთ (112) ტოლობას.

ამგვარად, (110) განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფებს  $k, t$  და  $T'$  პარამეტრების ცვლილებისას, ექნება ნახ. 25-ზე გამოსახული სახე. ნახაზზე გამოსახულია ფესვების ტრაექტორიები  $S = -\frac{2}{k(T_1+T')}$  საწყისი წერტილების ოთხი მდებარეობისთვის; წრეწირზე ფესვები მოძრაობენ, თუ

$$t > \frac{k(T_1+T')^2}{4T_1},$$



ხოლო თუ

$$t \leq \frac{k(T_1+T')^2}{4T_1},$$

მაშინ (110) განტოლების ფესვები ფესვთა სიბრტყის ნამდვილ ღერძზე მოძრაობენ.

ფესვების მოძრაობის ტრექტორიების ანალიზით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ (110) განტოლების უდიდესი წარმოსახვითი ნაწილის მქონე კომპლექსური ფესვი იქნება:

$$S_{1,2} = -\frac{2}{k(T_1+T')} (1 \pm j) \quad (114)$$

ამ წერტილებში

$$t = \frac{k(T_1+T')^2}{2T_1}, \quad (115)$$

რომელსაც მივიღებთ, თუ (113)-ში

$$\delta = -\frac{1}{k(T_1+T')}$$

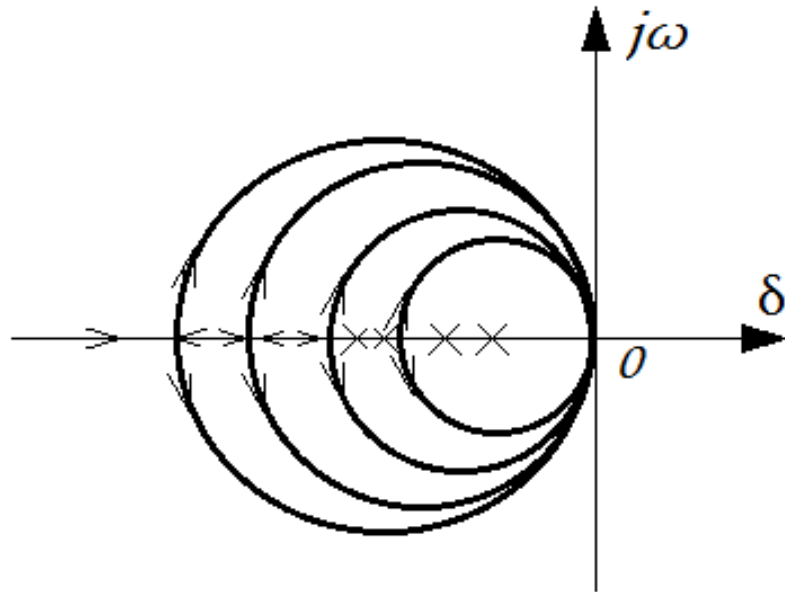
და

$$\omega = \frac{1}{k(T_1+T')}$$

ჩასმით.

ამგვარად, დადგენილია (110) განტოლების ფესვთა ყოფაქცევა  $k$ ,  $t$  და  $T'$  პარამეტრების ნებისმიერი შესაძლო მნიშვნელობებისთვის. ამის შემდეგ შეიძლება ამ პარამეტრების სამეულის მნიშვნელობების დადგენა, რომელიც უზრუნველყოფენ (98) გადაცემის ფუნქციის ნებისმიერი სიზუსტის მიღებას.

ვთქვათ, ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილი  $S = -\frac{1}{T_1}$  სასურველი ფესვისგან დაშორებული უნდა იყოს არა უმეტეს  $\gamma \frac{1}{T_1}$  მანძილით, სადაც  $\gamma$  არის საწყისი და სასურველი ფესვის სიახლოვის კოეფიციენტი (რაც უფო ახლოსაა საწყისი და სასურველი ფესვები, მით უფრო ნაკლებია  $\gamma$  და პირიქით.)



ნახ. 25. ფესვური ჰოდოგრაფი სამელემენტური მაინტეგრირებელი რგოლისთვის

ამ პირობის შესრულება გვაძლევს უტოლობას  $k$ -ს მიმართ:

$$-\frac{2}{k(T_1+T')} + \frac{1}{T_1} \leq \gamma \frac{1}{T_1},$$

საიდანაც

$$k \leq \frac{T_1}{(T_1+T')(1-\gamma)}, \quad (116)$$

რადგანაც  $k = \frac{C_0}{C+C_0}$ , ამიტომ  $k < 1$ . ასეთი რამ შესაძლებელი იქნება, თუ

$$r = \frac{(R_1+R_2)\gamma}{1-\gamma}, \quad (117)$$

თუ  $r$ -ის მნიშვნელობა ამ პირობებს არ აკმაყოფილებს, მაშინ შემავალი სიგნალის წყაროსთან მიმდევრობით უნდა ჩართული იქნას ისეთი სიდიდის დამატებითი წინაღობა, რომელიც უზრუნველყოფს (117) პირობის შესრულებას.

ამის შემდეგ, შეიძლება  $k$  და  $T'$ -ის გამოთვლა.  $t$ -ს მნიშვნელობის დასადგენად ვსარგებლობთ პირობით: (110) განტოლების ერთი ფესვი უნდა

იყოს  $S = -\frac{1}{T_1}$  ანუ (110) უნაშთოდ უნდა გაიყოს  $(S + \frac{1}{T_1})$  ორწევრზე. ამ პირობიდან გამომდინარე, მივიღებთ;

$$t = \gamma(T_1 + T')$$

ხოლო (110) განტოლების მეორე ფესვი იქნება  $S = -\frac{1-\gamma}{\gamma T_1}$ ; ამგვარად, (109)

გადაცემის ფუნქცია იქნება:

$$W_{EU_\beta}^*(S) = \frac{k(T_2 S + 1)}{(T_1 S + 1)\left(\frac{\gamma T_1 S + 1}{1-\gamma}\right)} \quad (118)$$

(118)-ში  $\frac{\gamma T_1}{1-\gamma} \ll T_1$ , ამიტომ (118)-ის მნიშვნელის მეორე მამრავლი შეგვიძლია უგულებელვყოთ და მივიღებთ:

$$W_{EU_\beta}^*(S) = \frac{k(T_2 S + 1)}{T_1 S + 1}, \quad (119)$$

სადაც  $k < 1$  და შეგვიძლია ჩავთვალოთ  $k \approx 1$  საბოლოოდ, მივიღებთ (98) გადაცემის ფუნქციას.

$\gamma$  სიახლოვის კოეფიციენტი შერჩეული უნდა იქნას ისე, რომ შეუღლების სიხშირე  $\frac{1-\gamma}{\gamma T_1}$  არ მოხვდეს კორექტირებული სისტემის გატარების სიხშირეთა საშუალო ზოლში.

ასე მაგალითად, თუ მოცემულია შემდეგი პარამეტრები (ცხრილი 6),

ცხრილი 6

პარამეტრების გამოთვლა სიახლოვის კოეფიციენტის  $\gamma$  გათვალისწინებით

პარამეტრი	მნიშვნელობა	განზომილება
$C$	0,4	მკვ
$\gamma$	0,1	-
$T_1$	0,1	წმ
$T_2$	0,02	წმ
$R_1$	200	კომი
$R_2$	50	კომი

მოცემული ცხრილიდან პარამეტრების სათანადო შერჩევის შემდეგ მივიღებთ:

$$W_{EU_\delta}^*(S) = \frac{0,992(0,02S + 1)}{(0,1S + 1)(0,01S + 1)}$$

## დასკვნა

სადისერტაციო ნაშრომში „ავტომატური რეგულირების სისტემების კორექციის სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფებით“ ჩატარებული კვლევის შედეგად, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზის ამოცანების გადაჭრისას, ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდის გამოყენება მნიშვნელოვნად აადვილებს და თვალსაჩინოს ხდის მახასიათებელი განტოლების ფესვების კომპლექსურ სიბრტყეზე მოძრაობის ტრაექტორიებს, როცა ადგილი აქვს მახასიათებელი განტოლების ერთი ან რამოდენიმე პარამეტრის ცვლილებისას.

სადისერტაციო ნაშრომში დამუშავებულია ავტომატური რეგულირების სისტემებში მაკორექტირებელი რგოლების შერჩევის მეთოდოლოგია და ჩატარებულია მათი პარამეტრების სინთეზი, როდესაც მხედველობაში მიიღება მაკორექტირებელი რგოლის შემავალი სიგნალის წყაროს წინააღობის, როგორც აქტიური, ასევე რეაქტიული მდგენელებიც.

განხილულია რამდენიმე ტიპის მაკორექტირებელი რგოლის სინთეზის ამოცანა სხვადასხვა ტიპის შემავალი სიგნალის წყაროს (შსწ)-ს მიხედვით და გადაწყვეტილია მათი პარამეტრების დინამიკის სინთეზის ამოცანა ფესვური ჰოდოგრაფების მეთოდით, როდესაც ადგილი აქვს რამოდენიმე პარამეტრის ერთდროულ ცვლილებას. განხილულია შესაბამისი მაგალითები და აგებულია ფესვური ჰოდოგრაფები.

სადისერტაციო ნაშრომში ფკ-ის გამოყენება მნიშვნელოვნად ამარტივებს მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზის ამოცანების ამოხსნას, რაც განპირობებულია ფკ-ის მხოლოდ ნაწილის გამოყენებით. ასეთი ნაწილის აგება ან დადგენა დიდ სირთულეს არ წარმოადგენს, ხოლო მათი გამოყენება ამოცანის ამოხსნას იმდენად ამარტივებს კვლევებს, რომ სხვა მეთოდებთან შედარებაც არ შეიძლება.

აღსანიშნავია, რომ კორექტირებელი რგოლის პარამეტრების მნიშვნელობების განსაზღვრა შესაძლებელია ნებისმიერი სიზუსტით, რაც

თავის მხრივ გამორიცხავს მაკორექტირებელი რგოლების პარამეტრების ექსპერიმენტალურ დადგენას, რაც დაკავშირებულია ექსპერიმენტის ჩატარების მიმართულების შერჩევის სირთულესთან. ამ გარემოებას ხშირად შევეყვართ ჩიხში, რომლიდანც გამოსვლის შანსი პრაქტიკულად არ არსებობს.

ფესვური ჰოდოგრაფებით მაკორექტირებელი რგოლის პარამეტრების მნიშვნელობების დადგენა არ მოითხოვს ექსპერიმენტალურად შემოწმებას ან პარამეტრების უკეთესი მნიშვნელობების შერჩევას.

## გამოყენებული ლიტერატურა:

1. გუგუშვილი ა. ხუროძე რ. და სხვ. მართვის თეორია. თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 1999, წიგნი I, 551 გვ.
2. Бессекерский В. А. Руководство по проектированию систем автоматического управления. Москва: изд. «Высшая школа,» 1993, 256 с.
3. Ключев А. С., Лебедев А. Т., Ключев С. А., Товарное А. Г.; Под ред. А. С. Ключева. 3-е изд., перераб. и доп. Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования: Справочное пособие. Москва: изд. «Энергоатомиздат,» 1996, 368 с.
4. Чемоданов Б. Следящие приводы. Москва: изд. «Энергия,» 1986, книга первая, 904 с.
5. Зайцев Г.Ф. Коррекция систем автоматического управления постоянного и переменного тока. Москва: «Энергия,» 1989, 384 с.
6. Смирнова В.И., Петров Ю.А., Разинцев В.И. Основы проектирования и расчёта следящих систем. Москва: «Машиностроение,» 1983, 120 с.
7. Ш. Е. Штейнберг, Л. О. Хвилевичкий, М. А. Ястребенецкий Промышленные автоматические регуляторы, Москва: «Энергия,» 1983, 568 с.
8. Удерман Э. Т. Метод корневого годографа в теорий автоматических систем, МОСКВА:«Наука,» 1972, 112 с.
9. Evans W. R. Control Systems Sintesis by Root Locus Method, Trans AIEE 69, Vol. 69. 1950, pp. 66-69
10. Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф. Траекторий корней линейных автоматических систем. Москва: «Наука,» 1964, 162 с.
11. Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф., “К аналитической теории построения траекторий корней”, Москва: «Автомат. и телемех.,» 1959, 358 с.
12. Kotrikadze T. Analipsis and syntesis of the robustsystem with the root locus method. St. Peterburg: International Conference of Informatics and Control, June 9-13, 1997.
13. Шаталов, А. С. Структурные методы в теории управления и электрoавтоматике. МОСКВА:«Госэнергoиздат,» 1982, 408 с.

14. Шаталов А. С. Преобразование сигналов автоматического управления Москва: «Энергия,» 1985. 296 с.
15. Григорян Ф. А. Четырёхполюсник с вентилями для получения производной оштбающей переменного напряжения регистрация скорости вращения валов машин. АН Арм, Т.39 N8, 1986
16. Зайцев Г. Ф. Широкополосный дифференциатор переменного тока для систем автоматического управления. Москва: Патент: N 163659. Бюллетень изобретений №13. 22.08.1964. з. 13.08.1963 N847141/26-24.
17. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления Пер. с англ. Б. И. Копылова. Москва: «Лаборатория базовых знаний,» 2002, 832 с.
18. Dorf R. C., Bishop R. H. Modern control systems New Jersey: 12th ed. Prentice Hall, Copyright © 2011, 2008, 2005, 2001 by Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, 07458, © 2011, p.1111.
19. კოტრიკაძე ო., კოტრიკაძე ქ., დემეტრაშვილი ა. მაკორექტირებელი რგოლების ანალიზი ავტომატური რეგულირების სისტემებში. მართვის ავტომატიზებული სისტემები, შრომები, N 1 (28), თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2019, გვ. 17-22.
20. კოტრიკაძე ო., კოტრიკაძე ქ., დემეტრაშვილი ა. მაკორექტირებელი რგოლის პარამეტრების სინთეზის ამოცანა. მართვის ავტომატიზებული სისტემები, შრომები, N 1 (28), თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2019, გვ. 23-27.
21. კოტრიკაძე ო., კოტრიკაძე ქ., დემეტრაშვილი ა. სამელემენტიანი მაინტეგრებელი რგოლი r, c წყაროთი. საქართველოს საინჟინრო სიახლენი Georgian Engineering News (GEN), 4 v., თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2018, 88 გვ. გვ. 7-9.
22. კოტრიკაძე ო., კოტრიკაძე ქ., დემეტრაშვილი ა. ორპარამეტრიანი სამწევრა განტოლებების ფესვური ჰოდოგრაფების კვლევა. პროფესორ ონსტანტინე კამაკამიძის 90 წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, „ციფრული ტექნოლოგიები: დღევანდელი და გამოწვევები,“ თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2018 წ. გვ. 173-179.
23. დემეტრაშვილი ა. მაკორექტირებელი რგოლების სინთეზი ფესვური ჰოდოგრაფებით, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სტუდენტთა 87-ე ღია საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2019 წ.
24. კოტრიკაძე ო., კოტრიკაძე ქ., დემეტრაშვილი ა. მეოთხე რიგის განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფების აგება. მართვის ავტომატიზებული



სისტემები, შრომები, N2(22), თბილისი: საქართველოს ტექნიკური  
უნივერსიტეტი, 2016, გვ. 61-64.

## დანართი 1

### სამელემენტური მაინტეგრირებადი რგოლისთვის ფესვური ჰოდოგრაფის დადგენა

დავადგინოთ

$$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2 \quad (86)$$

პოლინომის ფესვური ჰოდოგრაფები, როცა  $d \in [0; +\infty[$ . ამისათვის  $Q_4(S)$  ასე გადავწეროთ:

$$(T_1 T_2 S^4 + (2T_1 + T_2)S^3 + S^2) + d(T_1 S^3 + S^2) = 0 \quad (დ.1)$$

თუ  $d = 0$ , მაშინ ფ3-ების საწყისი წერტილები იქნება:

$$(T_1 T_2 S^4 + 2T_1 + T_2)S^3 + S^2 = 0. \quad (დ.2)$$

ამოცანის ამოხსნის გამარტივების მიზნით, (დ.1) განტოლება შევკვეცოთ  $S^2$ -ზე, მაშინ (დ.1) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$(T_1 T_2 S^2 + (2T_1 + T_2)S + 1) + d(T_1 S + 1) = 0. \quad (დ.3)$$

ამ შემთხვევაში თუ  $q=0$ , მაშინ ფ3-ების საწყისი წერტილები იქნება

$$T_1 T_2 S^2 + (2T_1 + T_2)S + 1 = 0, \quad (დ.4)$$

ხოლო თუ  $d \rightarrow +\infty$  მაშინ (დ.1) განტოლების ფესვები იქნება:

$$T_1 S + 1 = 0$$

განტოლების ამონახსნია:  $S = -\frac{1}{T_1}$ .

ვიპოვოთ საწყისის წერტილები ამისთვის ამოვხსნათ განტოლება (დ.2); ამ განტოლებას ექნება ნამდვილი ფესვები თუ  $D \geq 0$  ანუ

$$(2T_1 + T_2)^2 - 4T_1 T_2 \geq 0,$$

$$4T_1^2 + T_2^2 + 4T_1 T_2 - 4T_1 T_2 = 4T_1^2 + T_2^2 > 0$$

ე. ი.

$$4T_1^2 + T_2^2 > 0,$$

რომელიც ყოველთვის ჭეშმარიტი უტოლობაა ტრივიული შემთხვევის გარდა ანუ თუ  $T_1 = T_2 = 0$ .

ამგვარად, (დ.2) განტოლებას ექნება ფესვები:

$$S_1 = \frac{-(2T_1 + T_2) - \sqrt{4T_1^2 + T_2^2}}{2T_1T_2}$$

$$S_2 = \frac{-(2T_1 + T_2) + \sqrt{4T_1^2 + T_2^2}}{2T_1T_2}$$

ეს წერტილები (დ.2) განტოლების საწყისი წერტილებია, ხოლო

$$S = -\frac{1}{T_1}$$

ამავე განტოლების ფ3-ს საბოლოო წერტილია.

დავადგინოთ  $S_2$  ფესვის დადებითობა/უარყოფითობა. ამისათვის იგი ასე გარდავქმნათ

$$S_2 = -\frac{2T_1 + T_2}{2T_1T_2} + \frac{\sqrt{4T_1^2 + T_2^2}}{2T_1T_2} = -\left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{2T_1}\right) + \sqrt{\frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{4T_1^2}}$$

$$S_2 > 0,$$

თუ

$$\sqrt{\frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{4T_1^2}} > \frac{1}{T_2} + \frac{1}{2T_1}$$

ეს უკანასკნელი ავიყვანოთ კვადრატში:

$$\frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{4T_1^2} > \frac{1}{4T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{4T_1T_2}$$

აქედან,

$$0 > \frac{1}{4T_1T_2}$$

ე. ი. მეორე ფესვი ყოველთვის უარყოფითია.

## დანართი 2

### სამელემენტარული მაინტეგრირება რგოლი $r$ , $c$ წყაროთი გამოთვლები Matlab პაკეტის საშუალებით

მოცემულ დანართში განხილულია მახასიათებელი განტოლების

$$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2 \quad (86)$$

ფესვური ჰოდოგრაფების აგება პროგრამული პაკეტი Matlab (ქვეთავი 3.2.).  
აქვე მოყვანილია პროგრამები ფესვური ჰოდოგრაფების ასაგებად და  
შესაბამისი შედეგები.

პროგრამა 1

ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი და ზღვრული წერტილების განლაგება  
 $d \in [0; 3]$  პარამეტრის ცვლილების შემთხვევაში

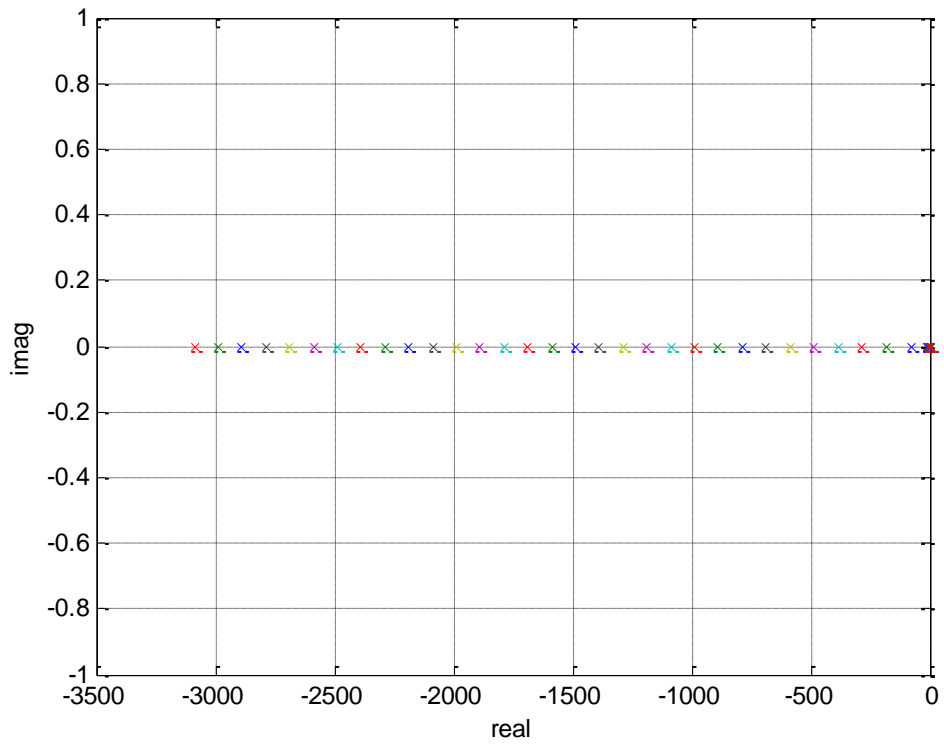
```
clear
k=0:0.1:3;
for i=1:length(k)
    q=[0.02*0.05,0.09+k(i),1+k(i),0,0];
    p(:,i)=roots(q);
end
%for j=1:7
    %kk=k(j);
    %root=p(:,j);
%end
plot(real(p),imag(p),'x')
grid on
xlabel('real')
ylabel('imag')
```

პროგრამა 2

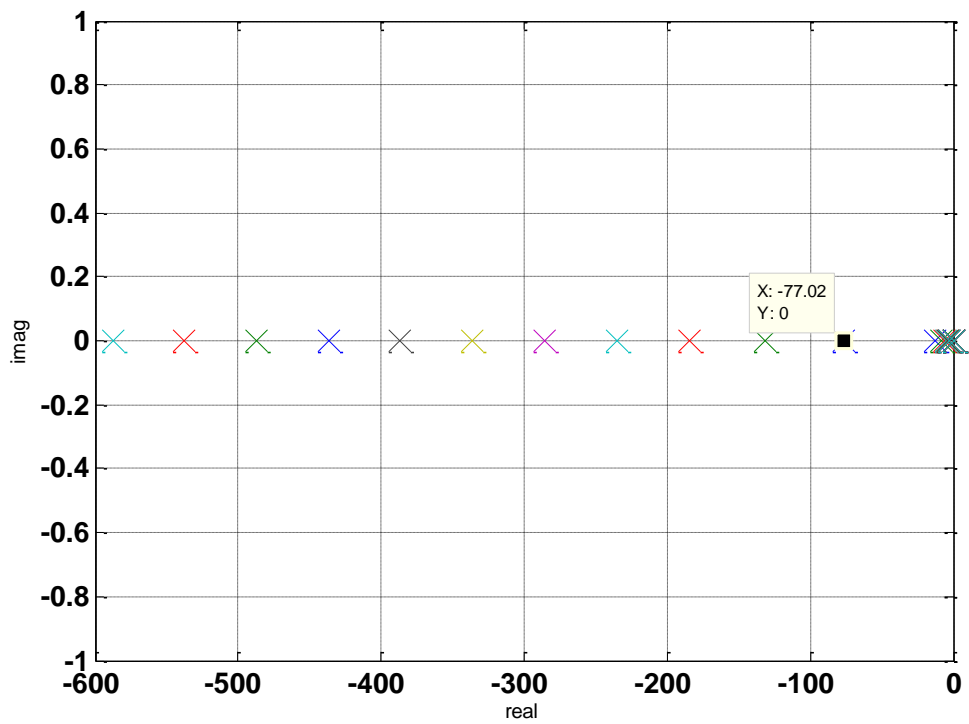
ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი და ზღვრული წერტილების განლაგება  
 $d \in [0; 5]$  პარამეტრის ცვლილების შემთხვევაში

```
clear
k=0:0.05:0.5;
for i=1:length(k)
    q=[0.02*0.05,0.09+k(i),1+k(i),0,0];
    p(:,i)=roots(q);
end
%for j=1:7
    %kk=k(j);
    %root=p(:,j);
%end
plot(real(p),imag(p),'x')
grid on
```

```
xlabel('real')
ylabel('imag')
```



ნახ. დ.1. ფესვების განლაგება  $d$  პარამეტრის ცვლილების შემთხვევაში.  $d \in [0; 3]$ ;  
ბიჯი:  $\Delta = 0,1$



ნახ. დ.2. ფესვების განლაგება  $d$  პარამეტრის ცვლილების შემთხვევაში.  
 $d \in [0; 5]$ ; ბიჯი:  $\Delta = 0,05$ .

ფ3-ს ფესვების გამოთვლების შედეგები  $d$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის.

root =

0

0

-77.0156

-12.9844

root =

0

0

-132.0484

-7.9516

root =

0

0

-184.0225

-5.9775

root =

0

0

-235.1086

-4.8914

root =

0

0

-285.8013

-4.1987

root =

0

0

-336.2829

-3.7171

```

root =
    0
    0
-386.6377
-3.3623

```

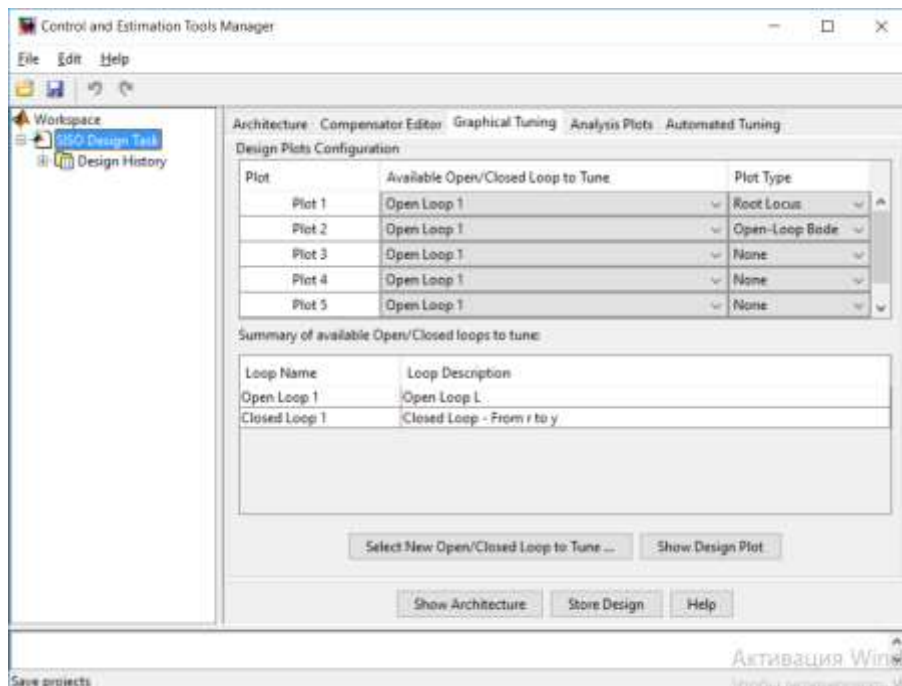
პროგრამა 3

$Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2$  ფესვური  
 ჰოდოგრაფი და გარდამავალი მახასიათებელი

```

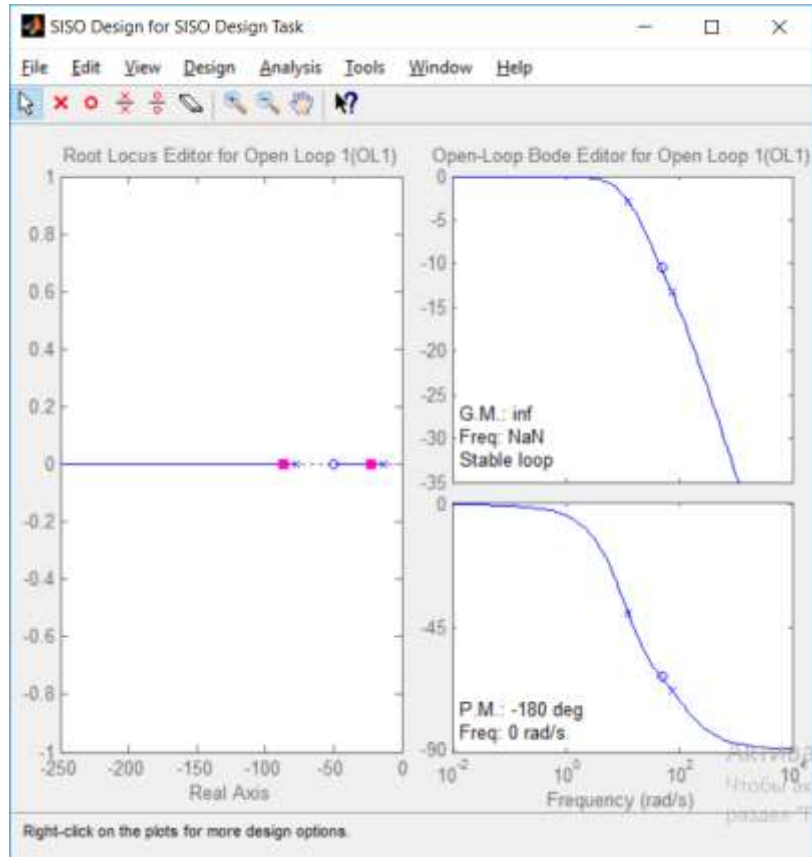
>> sys=tf([0.02,1],[0.02*0.05,0.09,1])
sys =
    0.02 s + 1
-----
    0.001 s^2 + 0.09 s + 1
Continuous-time transfer function.
>> z=zero(sys)
z =
    -50
>> p=pole(sys)
p =
    -77.0156
    -12.9844

```



ნახ. დ.3.  $Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2$   
 განტოლებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფის ასაგები დიალოგური ფანჯარა





ნახ. დ.4.  $Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2$   
 განტოლებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფი და ბოდეს დიაგრამა (გახსნილი სისტემა).  
 სიხშირე: 0 რად/წმ.

Closed-Loop Pole Viewer

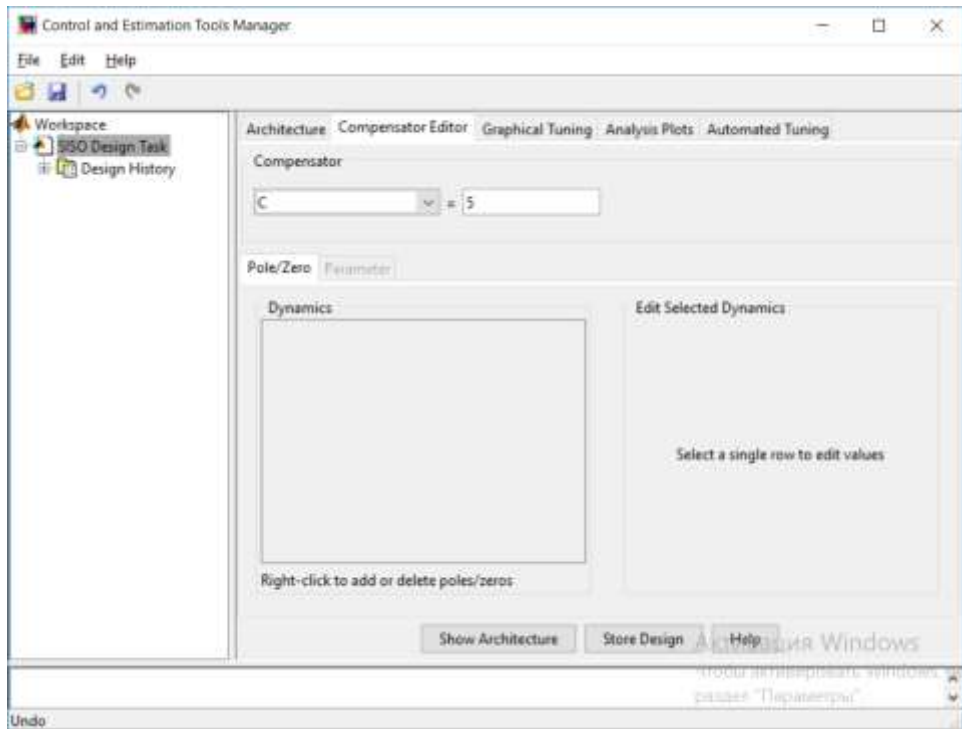
Closed-Loop Poles

Select Feedback Loop: OL1

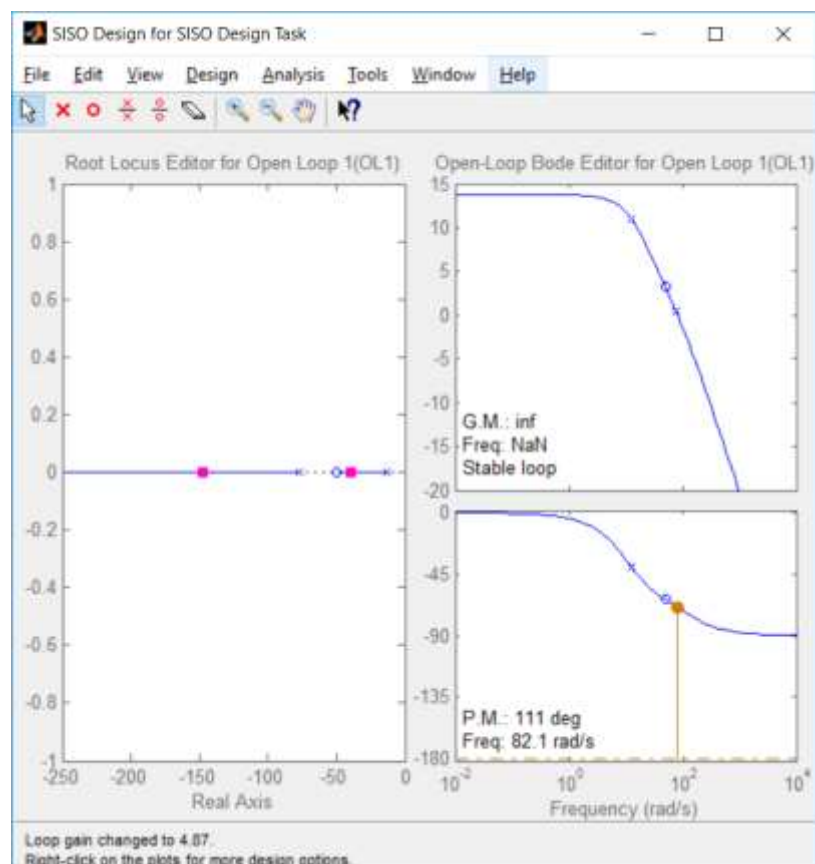
Pole Value	Damping	Frequency
-150	1	150
-40	1	40

Close

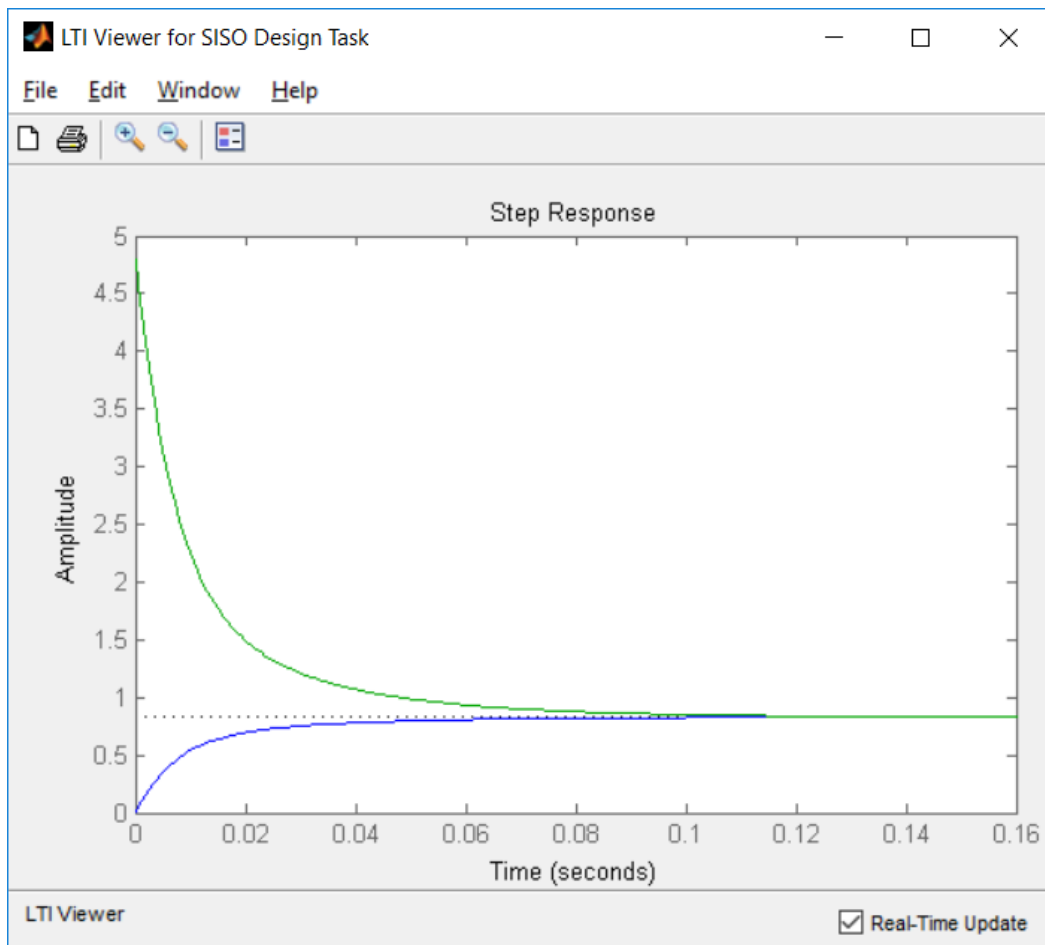
ნახ. დ.5. შეკრული სისტემის გადაცემის ფუნქციის პარამეტრების დიალოგური ფანჯარა



ნახ. დ.6. კომპენსატორის პარამეტრების დიალოგური ფანჯარა



ნახ. დ.7.  $Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2$   
 განტოლებისთვის ფესვური ჰოდოგრაფი და ბოდეს დიაგრამა (გახსნილი სისტემა).  
 სიხშირე: 82.1 რად/წმ.



ნახ. დ.8.  $Q_4(S) = T_1 T_2 S^4 + [(d + 2)T_1 + T_2] \cdot S^3 + (1 + d) \cdot S^2$   
 გარდამავალი პროცესის მახასიათებლები