საქართველოს სსრ

მეცნიერებათა აკადემიის

შრომები

ტომი XIV

1953

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა
თბილისი

საქართველოს სსრ

მეცნიერებათა აკადემიის

მოამბე

ტომი XIV

ძირითადი, ქართული გამოცემა

1953

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა

თბილისი

მათემატიკა

შ. ფხაკაძე

განმეორებითი ინტეგრალების შესახებ

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა ნ. მუსხელიშვილმა 22.10.1952)

წინამდებარე ნაშრომში ფორმულირებულია ზოგიერთი თეორემა განმეორებითი ინტეგრალების თვისებათა შესახებ[1].

განსაზღვრა 1. ვთქვათ, $M \subset R^2$. ვიტყვით, რომ M სიმრავლეს აქვს (p) თვისება, მაგ., x ცვლადის მიმართ, თუ თითოეულ თანაკვეთას Md-ს, სადაც d არის x ღერძის პარალელი, აქვს (p) თვისება. ასევე, ვიტყვით, რომ M სიმრავლეს აქვს (p) თვისება ორივე ცვლადის მიმართ, თუ ერთდროულად მას აქვს (p) თვისება, როგორც x ცვლადის მიმართ, ისე y ცვლადის მიმართ.

ვთქვათ, α არის რიგობრივი რიცხვი $(0 \leqq \alpha < \omega_1)$. ორივე ცვლადის მიმართ α ტიპის სიმრავლეთა კლასი აღვნიშნოთ B_α^{xy}-ით. ვთქვათ, K_1 არის სიმრავლე ჰორიზონტალებისა, K_2 კი სიმრავლე ვერტიკალებისა R^2-დან. $B_\alpha^{xy}(K_1; K_2)$-ით აღვნიშნოთ სიბრტყის ისეთ სიმრავლეთა კლასი, რომლებიც ზომადია ორივე ცვლადის მიმართ და α ტიპის თითოეულ ჰორიზონტალზე K_1-დან და თითოეულ ვერტიკალზე K_2-დან. თუ K არის სიმრავლე d ჰორიზონტალებისა (ვერტიკალებისა), მაშინ $L(K)$-ით აღვნიშნავთ $L\left[\left(\sum_{d \in K} d\right) \cdot l\right]$-ს, სადაც l არის რომელიმე ვერტიკალი (ჰორიზონტალი), L კი წრფივი გარე ზომა ლებეგის აზრით.

განსაზღვრა 2. ვთქვათ, $f(x)$ ფუნქცია შემოსაზღვრულია ზომად $E \subset R^n$ სიმრავლეზე. მაშინ განსაზღვრით

$$\overline{\int_E} f(x)\, dx = \inf \left\{\sum_{i=1}^{m} L(E_i)\, M(f; E_i)\right\}$$

$$\left(\underline{\int_E} f(x)\, dx = \sup \left\{\sum_{i=1}^{m} L(E_i)\, m(f; E_i)\right\}\right),$$

სადაც

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i, \quad E_i \in \overline{L}, \quad E_i E_k = \Delta, \quad \text{როცა } i \neq k\,[2].$$

---

1) ამ შედეგების დაწვრილებითი გადმოცემა გამოქვეყნებული იქნება ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომებში.

2) Δ-თი აღნიშნულია ცარიელი სიმრავლე, $\overline{L}$-ით კი ზომად სიმრავლეთა კლასი.

$\overline{\int_E} f(x)\,dx$ $\left(\underline{\int_E} f(x)\,dx\right)$ რიცხვს უწოდებენ $f(x)$ ფუნქციის ზედა (ქვედა) ინტეგრალს E-ზე. თუ $E=[ab]\in R^1$, მაშინ ეს ინტეგრალები ასე აღინიშნება:

$$\overline{\int_a^b} f(x)\,dx, \quad \underline{\int_a^b} f(x)\,dx.$$

ახლა ცხადია აზრი შემდეგი სიმბოლოებისა:

$$\overline{\int_a^b} dx \overline{\int_c^d} f(x,y)\,dy, \quad \underline{\int_a^b} dx \underline{\int_c^d} f(x,y)\,dy,$$

$$\overline{\int_c^d} dy \overline{\int_a^b} f(x,y)\,dx, \quad \underline{\int_c^d} dy \underline{\int_a^b} f(x,y)\,dx.$$

მათ ვუწოდოთ შესაბამისად: „$f(x)$ ფუნქციის ზედა განმეორებითი yx-ინტეგრალი R-ზე“, „$f(x)$ ფუნქციის ქვედა განმეორებითი yx-ინტეგრალი R-ზე“, „$f(x)$ ფუნქციის ზედა განმეორებითი xy-ინტეგრალი R-ზე“, „$f(x)$ ფუნქციის ქვედა განმეორებითი xy ინტეგრალი R-ზე“ ($R=R(a,b;c,d)$).

გარდა ჩვეულებრივი ტიპის განმეორებითი ინტეგრალებისა (ასე ვუწოდებთ ზემოთ განსაზღვრულ ინტეგრალებს), განვიხილავთ სპეციალურ ინტეგრალებს, რომლებსაც ვუწოდებთ მძლავრი ტიპის ინტეგრალებს.

განსაზღვრა 3. ვთქვათ, $f(x,y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან $R(a,b;c,d)$ მართკუთხედზე, არის შემოსაზღვრული. განვიხილოთ დაყოფანი:

$$a=a_0^n<a_1^n<a_2^n<\cdots<a_{2^n}^n=b,$$

$$c=c_0^n<c_1^n<c_2^n<\cdots<c_{2^n}^n=d,$$

სადაც

$$a_i^n=a+\frac{i(b-a)}{2^n}, \quad c_i^n=c+\frac{i(d-c)}{2^n} \quad (i=0,1,2,\ldots,2^n).$$

1°. $f(x,y)$ ფუნქციის განმეორებითი ზედა (ქვედა) xy-ინტეგრალი R-ზე მძლავრი აზრით ვუწოდოთ გამოსახულებას

$$\int_c^{\overset{*}{d}} dy \int_a^{\overset{*}{b}} f(x,y)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{2^n}\overline{\int_c^d} dy \overline{\int_{a_{i-1}^n}^{a_i^n}} f(x,y)\,dx$$

$$\left(\overset{d}{\underset{c}{\int^*}} dy \overset{b}{\underset{a}{\int^*}} f(x, y)\, dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{2^n} \overset{d}{\underset{c}{\underline{\int}}} dy \overset{a_i^n}{\underset{a_{i-1}^n}{\underline{\int}}} f(x, y)\, dx\right).$$

2°. ცვლადთა გადასმით მივიღებთ „$f(x)$ ფუნქციის ზედა (ქვედა) yx-ინტეგრალის“ განსაზღვრას.

განსაზღვრა 4. 1°. ვთქვათ, $f(x, y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან ზომად $E\subset R(a, b;\ c, d)$ სიმრავლეზე, არის შემოსაზღვრული. განსაზღვრით

$$\int_E^* dy \int^* f(x, y)\, dx = \overset{d}{\underset{c}{\int^*}} dy \overset{b}{\underset{a}{\int^*}} f_E(x, y)\, dx$$

არის $f(x, y)$ ფუნქციის ზედა xy-ინტეგრალი E-ზე მძლავრი აზრით, სადაც $f_E(x, y)$ არის ფუნქცია, რომელიც E-ზე ემთხვევა $f(x, y)$-ს, სიბრტყის დანარჩენ წერტილებზე კი ნულის ტოლია.

2°. თუ E არის ნებისმიერი (არაშემოსაზღვრული) ზომადი სიმრავლე, ხოლო $f(x, y)$ არის შემოსაზღვრული არაუარყოფითი ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან E-ზე, მაშინ განსაზღვრით

$$\int_E^* dy \int^* f(x, y)\, dx = \lim_{m\to\infty} \int_{E\cdot S(m;\ o)}^* dy \int^* f(x, y)\, dx$$

არის $f(x, y)$ ფუნქციის ზედა xy-ინტეგრალი E ზე მძლავრი აზრით[1].

3°. 1° და 2° განსაზღვრების ანალოგიურად განზოგადდება ყველა სახე ზემოთ განხილული განმეორებითი ინტეგრალებისა.

ზედა და ქვედა ინტეგრალებს ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით ვუწოდოთ აპროქსიმატული განმეორებითი ინტეგრალები ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით და ამ ინტეგრალებთან დაკავშირებით შემოვიღოთ რამდენიმე ცნება.

განსაზღვრა 5. ვთქვათ, $f(x, y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან $R(a, b;\ c, d)$ მართკუთხედზე, არის შემოსაზღვრული. მაშინ:

1°. $f(x, y)$ ფუნქციას ვუწოდოთ xy-ინტეგრებადი R-ზე ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით, თუ ზედა და ქვედა xy-ინტეგრალები ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით ტოლებია. მათ საერთო მნიშვნელობას ვუწოდოთ xy-ინტეგრალი ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით.

2°. $f(x, y)$ ფუნქციას ვუწოდოთ განმეორებით ინტეგრებადი R ზე ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით, თუ მისი ოთხივე აპროქსიმატული განმეორებითი ინტეგრალი R-ზე ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით ტოლებია.

3°. $f(x, y)$ ფუნქციას ვუწოდოთ xy-ინტეგრებადი R-ში ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით, თუ იგი არის xy-ინტეგრებადი თითოეულ $R_1\subset R$ მართკუთხედზე ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით. ანალოგიურად განისაზღვრება შინაარსი გამოთქმისა: „$f(x, y)$ ფუნქცია განმეორებით ინტეგრებადია R-ში ჩვეულებრივი (მძლავრი) აზრით“.

[1] $S(m, o)$ აღნიშნავს m რადიუსიან წრეს, ცენტრით კოორდინატთა სათავეში.

შემდგომ, ამ განსაზღვრებში ხმარებულ გამოთქმას „ჩვეულებრივი აზრით“ გამოვტოვებთ ხოლმე. ასეთი შეთანხმების ბუნებრიობა გამომდინარეობს მე-2 თეორემიდან და მისი შედეგიდან.

განსაზღვრა 6. სიმრავლის არაუარყოფით $\Gamma_*(X)$ ფუნქციას, განსაზღვრულს M სივრცის ყველა X სიმრავლისათვის, ვუწოდოთ შიგა ზომა კარათეოდორის აზრით, თუ შესრულებულია შემდეგი აქსიომები:

(d_1) თუ $X \supseteq Y$, მაშინ $\Gamma_*(X) \geqq \Gamma_*(Y)$;

(d_2) წყვილ-წყვილად ერთმანეთის არამკვეთ სიმრავლეთა ყოველ $\{X_i\}$ ($i=1, 2, \ldots$) მიმდევრობისათვის ადგილი აქვს შემდეგ უტოლობას:

$$\Gamma_*\left(\sum_i X_i\right) \geqq \sum_i \Gamma_*(X_i);$$

(d_3) თუ $\rho(X, Y) > 0$, მაშინ $\Gamma_*(X+Y) = \Gamma_*(X) + \Gamma_*(Y)$;

(d_4) თუ X არის ზღვარი სიმრავლეთა არაზრდადი $\{X_i\}$ ($i = 1, 2, \ldots$) მიმდევრობისა და $\Gamma_*(X_1) < \infty$, მაშინ $\lim\limits_{n\to\infty} \Gamma_*(X_n) = \Gamma_*(X)$.

თუ $M = R^n$ და დამატებით შესრულებულია პირობები:

(d_5) თუ $X \simeq Y$, მაშინ $\Gamma_*(X) = \Gamma_*(Y)$,

(d_6) $\Gamma_*(R_0^n) = 1$, სადაც R_0^n არის ერთეულოვანი n-განზომილებიანი კუბი R^n-ში;

მაშინ $\Gamma_*(X)$ ფუნქციას ჩვენ ვუწოდებთ ინვარიანტულ შიგა ზომას კარათეოდორის აზრით.

განსაზღვრა 7. E სიმრავლეს ვუწოდოთ ზომადი მოცემული Γ_* შიგა ზომის მიმართ, თუ ტოლობას $\Gamma_*(X) = \Gamma_*(X \cdot E) + \Gamma_*(X \cdot CE)$ ადგილი აქვს ყოველი ისეთი $X \subset M$ სიმრავლისათვის, რომლისთვისაც $\Gamma(X) < \infty$.

განსაზღვრა 8. კარათეოდორის შიგა ზომას Γ_*-ს ვუწოდოთ სავსებით ნორმალური, თუ:

(a) $\Gamma_*(X) < \infty$ ყოველი შემოსაზღვრული X სიმრავლისათვის,

(b) არსებობს ისეთი წერტილი $x_0 \in M$, რომ ყოველი $X \subset M$ სიმრავლისთვის ადგილი აქვს ტოლობას

$$\Gamma_*(X) = \lim_{n\to\infty} \Gamma_*(X \cdot S(n; x_0)).$$

შევნიშნოთ, რომ კარათეოდორის სავსებით ნორმალური შიგა ზომის თეორია შეიძლება აიგოს კარათეოდორის გარე ზომის თეორიის ანალოგიურად.

განსაზღვრა 9. კარათეოდორის გარე ზომას Γ-ს და კარათეოდორის შიგა ზომას Γ_*-ს R^n-ში ვუწოდოთ შეუღლებულები, თუ ყოველი $R \subset R^n$ n-განზომილებიანი სეგმენტისა და ნებისმიერი $X \subset R$ სიმრავლისათვის ადგილი აქვს ტოლობას:

$$\Gamma(X) + \Gamma_*(CX \cdot R) = L(R).$$

ახლა, ფუნქციის აპროქსიმატული ზღვარის ცნება გავაფართოვოთ შემდეგნაირად:

განსაზღვრა 10. ვთქვათ, მოცემულია რაიმე f ფუნქცია R^n-ში. გარდა ამისა, ვთქვათ, x_0 არის ისეთი წერტილი, ხოლო E ისეთი ზომადი სიმ-

რავლე, რომ f განსაზღვრულია, უკიდურეს შემთხვევაში, თითქმის ყველგან E-ზე და x_0 არის E სიმრავლის სიმკვრივის წერტილი. $f(x)$ ფუნქციის ზედა (ქვედა) აპროქსიმატული ზღვარი x_0 წერტილში ვუწოდოთ ისეთ y (სასრული ან უსასრულო) რიცხვების ქვედა (ზედა) ზღვარს, რომელთათვისაც $\underset{x}{E}[f(x)>y;\, x\in E]$ ($\underset{x}{E}[f(x)<y;\, x\in E]$) სიმრავლეს x_0 აქვს გაიშვიათების წერტილად. ამ ზღვარს აღვნიშნავთ $f_{ap}(x_0)$-ით ($\underline{f}_{ap}(x_0)$-ით), ხოლო $\bar{f}_{ap}(x)$ ($\underline{f}_{ap}(x)$) ფუნქციას ვუწოდოთ $f(x)$ ფუნქციის ზედა (ქვედა) აპროქსიმატული ზღვარი.

თეორემა 1. $E\subset R^2$ სიმრავლის ფუნქცია

$$\overset{*}{\Phi}{}^{xy}(E)=\overset{*}{\int\limits_{R^2}}dy\overset{*}{\int}C_E(x,y)\,dx \quad \left(\underset{*}{\Phi}_{xy}(E)=\underset{*}{\int\limits_{R^2}}dy\underset{*}{\int}C_E(x,y)\,dx\right)$$

არის გარე (სავსებით ნორმალური შიგა) ზომა კარათეოდორის აზრით; გარდა ამისა, გარე ზომა $\overset{*}{\Phi}{}^{xy}$ და შიგა ზომა $\underset{*}{\Phi}_{xy}$ შეუღლებულებია.

შევნიშნოთ, რომ

$$\overline{\Phi}^{xy}(E)=\overline{\int\limits_{R^2}}dy\overline{\int}C_E(x,y)\,dx \quad \left(\underline{\Phi}_{xy}(E)=\underline{\int\limits_{R^2}}dy\underline{\int}C_E(x,y)\,dx\right)$$

ფუნქცია არ არის კარათეოდორის გარე (შიგა) ზომა. ამიტომ შეიძლება ითქვას, რომ მძლავრი ტიპის ინტეგრალები უფრო ღრმად ასახავენ სიმრავლის მეტრულ თვისებებს, ვიდრე ჩვეულებრივი ტიპის ინტეგრალები.

თეორემა 2. ვთქვათ, $f(x, y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან $R(a, b; c, d)$ მართკუთხედზე, არის შემოსაზღვრული. $f(x, y)$ ფუნქცია რომ იყოს xy-ინტეგრებადი R-ზე, აუცილებელია და საკმარისი, რომ არსებობდეს ლებეგის განმეორებითი ინტეგრალი

$$\int_c^d dy\int_a^b f(x,y)\,dx;$$

გარდა ამისა, თუ ეს ინტეგრალი არსებობს, მაშინ მას ემთხვევა $f(x, y)$ ფუნქციის განმეორებითი ზედა და ქვედა ინტეგრალები R-ზე.

შედეგი. შემოსაზღვრული $f(x, y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან $R(a, b; c, d)$ მართკუთხედზე, განმეორებით ინტეგრებადია (ჩვეულებრივი აზრით) მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ლებეგის განმეორებითი ინტეგრალები

$$\int_c^d dy\int_a^b f(x,y)\,dx \quad \text{და} \quad \int_a^b dx\int_c^d f(x,y)\,dy$$

არსებობენ და ტოლნი არიან.

თეორემა 3. იმისათვის, რომ შემოსაზღვრული $f(x, y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან R მართკუთხედზე, იყოს xy-ინტეგრებადი R-ზე მძლავრი აზრით, აუცილებელი და საკმარისია, რომ იგი იყოს xy-ინტეგრებადი ნებისმიერ ვერტიკალურ ზოლზე R-დან (ან ნებისმიერ $R_1 \subset R$ მართკუთხედზე) ჩვეულებრივი აზრით.

შედეგი. იმისათვის, რომ შემოსაზღვრული $f(x, y)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან R მართკუთხედზე, იყოს განმეორებით ინტეგრებადი R-ში მძლავრი აზრით, აუცილებელი და საკმარისია, რომ $f(x, y)$ იყოს განმეორებით ინტეგრებადი თითოეულ $R_1 \subset R$ მართკუთხედზე ჩვეულებრივი აზრით.

თეორემა 4. თუ $f(x)$ ფუნქცია, განსაზღვრული თითქმის ყველგან შემოსაზღვრულ ზომად $E \subset R^n$ სიმრავლეზე, შემოსაზღვრულია, მაშინ $\bar{f}_{ap}(x)$ და $\underline{f}_{ap}(x)$ ზომადი ფუნქციებია E-ზე და

$$\overline{\int_E} f(x)\,dx = \int_E \bar{f}_{ap}(x)\,dx, \qquad \underline{\int_E} f(x)\,dx = \int_E \underline{f}_{ap}(x)\,dx.$$

თეორემა 5. ვთქვათ, $E \subset R^n$ სიმრავლე ზომადია, ხოლო $f^k(x)$ $(k = 1, 2, \cdots)$ არის E სიმრავლეზე თითქმის ყველგან განსაზღვრულ ფუნქციათა თანაბრად შემოსაზღვრული არაკლებადი (არაზრდადი) მიმდევრობა და $f^k \to f$, მაშინ თითქმის ყველგან E-ზე

$$\bar{f}^k_{ap}(x) \to \bar{f}_{ap}(x) \ \ (\underline{f}^k_{ap}(x) \to \underline{f}_{ap}(x)), \quad \text{როცა } k \to \infty.$$

თუ, გარდა ამისა, E სიმრავლე შემოსაზღვრულია მაშინ, როცა $k \to \infty$,

$$\overline{\int_E} f^k(x)\,dx \to \overline{\int_E} f(x)\,dx \quad \left(\underline{\int_E} f^k(x)\,dx \to \underline{\int_E} f(x)\,dx \right).$$

თეორემა 6. თუ მოცემულია თანაბრად შემოსაზღვრული არაკლებადი (არაზრდადი) მიმდევრობა ერთეულოვან R_0 კვადრატში განსაზღვრული ფუნქციებისა:

$$f_1(x, y),\ f_2(x, y), \ldots \text{ და } f_k(x, y) \to f(x, y), \text{ როცა } k \to \infty,$$

მაშინ

$$\overset{*}{\int_0^1} dy \overset{*}{\int_0^1} f_n\,dx \to \overset{*}{\int_0^1} dy \overset{*}{\int_0^1} f\,dx, \qquad \overline{\int_0^1} dy \overline{\int_0^1} f_n\,dx \to \overline{\int_0^1} dy \overline{\int_0^1} f\,dx$$

$$\left(\int_{\overset{*}{0}}^{1} dy \int_{\overset{*}{0}}^{1} f_n\, dx \to \int_{\overset{*}{0}}^{1} dy \int_{\overset{*}{0}}^{1} f\, dx, \quad \underline{\int_{0}^{1}} dy \underline{\int_{0}^{1}} f_n\, dx \to \underline{\int_{0}^{1}} dy \underline{\int_{0}^{1}} f\, dx\right).$$

თეორემა 7. თუ R_0 ერთეულოვან კვადრატზე შემოსაზღვრული $f(x, y)$ და $f_1(x, y)$ ფუნქციებიდან $f_1(x, y)$ ზომადია R_0-ზე, მაშინ ადგილი აქვს შემდეგ ტოლობებს:

$$\int_0^{\underset{*}{1}} dy \int_0^{\underset{*}{1}} [f(x, y) \pm f_1(x, y)]\, dx = \int_0^{\underset{*}{1}} dy \int_0^{\underset{*}{1}} f(x, y)\, dx \pm \int_0^1 dy \int_0^1 f_1(x, y)\, dx,$$

$$\overline{\int_0^1} dy \overline{\int_0^1} [f(x, y) \pm f_1(x, y)]\, dx = \overline{\int_0^1} dy \overline{\int_0^1} f(x, y)\, dx \pm \int_0^1 dy \int_0^1 f_1(x, y)\, dx,$$

$$\int_{\overset{*}{0}}^{1} dy \int_{\overset{*}{0}}^{1} [f(x, y) \pm f_1(x, y)]\, dx = \int_{\overset{*}{0}}^{1} dy \int_{\overset{*}{0}}^{1} f(x, y)\, dx \pm \int_0^1 dy \int_0^1 f_1(x, y)\, dx,$$

$$\underline{\int_0^1} dy \underline{\int_0^1} [f(x, y) \pm f_1(x, y)]\, dx = \underline{\int_0^1} dy \underline{\int_0^1} f(x, y)\, dx \pm \int_0^1 dy \int_0^1 f_1(x, y)\, dx.$$

თეორემა 8. ვთქვათ, $R_0 \subset R^2$ არის ერთეულოვანი კვადრატი თუ $M \subset R_0$ სიმრავლე ზომადია ორივე ცვლადის მიმართ და ამავე დროს არის ღია (ჩაკეტილი) თითოეულ ჰორიზონტალზე K-დან, სადაც K არის R_0-ის ისეთ ჰორიზონტალთა სიმრავლე, რომ $L(K) = 1$, მაშინ ფუნქცია $C_M(x, y)$ იქნება yx-ინტეგრებადი მძლავრი აზრით R_0-ში და

$$\int_0^{\underset{*}{1}} dy \int_0^{\underset{*}{1}} C_M(x, y)\, dx = \int_0^1 dx \int_2^1 C_M(x, y)\, dy$$

$$\left(\int_{\overset{*}{0}}^{1} dy \int_{\overset{*}{0}}^{1} C_M(x, y)\, dx = \int_0^1 dx \int_0^1 C_M(x, y)\, dy\right).$$

კერძოდ, თუ C_M არის აგრეთვე xy-ინტეგრებადი R_0-ზე, მაშინ

$$\int_0^1 dy \int_0^1 C_M(x, y)\, dx \leqq \int_0^1 dx \int_0^1 C_M(x, y)\, dy$$

$$\left(\int_0^1 dy \int_0^1 C_M(x, y)\, dx \geqq \int_0^1 dx \int_0^1 C_M(x, y)\, dy\right)$$

ხოლო თუ $C_M(x, y)$ xy-ინტეგრებადია R_0-ში, მაშინ $C_M(x, y)$ განმეორებით ინტეგრებადია მძლავრი აზრით.

შენიშვნა. კონტინუმის ჰიპოთეზაზე დაყრდნობით შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ამ თეორემის გაძლიერება უტოლობათა ნიშნების ტოლობის ნიშნით შეცვლით შეუძლებელია.

თეორემა 9. თუ R_0 არის ერთეულოვანი კვადრატი, $M \subset R_0$, $M \in B_0^{x, y}(K_1; K_2)$, სადაც K_1 და K_2 არიან, შესაბამისად, R_0-ის ჰორიზონტალთა და ვერტიკალთა ისეთი სიმრავლეები, რომ $L(K_1) = L(K_2) = 1$ (კერძოდ, თუ $M \in B_0^{xy}$), მაშინ $C_M(x, y)$ ფუნქცია განმეორებით ინტეგრებადია R_0-ში მძლავრი აზრით.

შენიშვნა. კონტინიუმის ჰიპოტეზაზე დაყრდნობით შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ თეორემა მართებული აღარაა, თუ B_0^{xy}-ს შევცვლით B_1^{xy}-ით.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ა. რაზმაძის სახელობის
თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 22.10.1952)

მათემატიკა

ა. ჯვარშეიშვილი

ნ. ლუზინის თეორემის შესახებ ორი ცვლადის ფუნქციისათვის

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა ნ. მუსხელიშვილმა 20.12.1952)

ვთქვათ, $P \subset (0, 1)$ არის კანტორის სრულყოფილი ჩაკეტილი არსად მკვრივი სიმრავლე და $\delta_k = (\alpha_k, \beta_k)$—მისი მოსაზღვრე ინტერვალები. დავუშვათ, რომ თვლადი სიმრავლე $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots\}$ ყველგან მკვრივია $(0, 1)$ ინტერვალზე. ავაგოთ „კანტორის საფეხურა“ ზრდადი და უწყვეტი $\lambda(x)$ ფუნქცია ისე, რომ $\lambda(0) = 0$, $\lambda(1) = 1$, $\lambda(x) = \lambda_k$, როცა $x \in \overline{\delta}_k$, სადაც $\overline{\delta}_k$ აღნიშნავს δ_k ინტერვალის ჩაკეტვას და $\lambda(x) < x$, როცა $0 < x < 1$.

განვიხილოთ სიმრავლე $T = \{0 \leqq y \leqq x \leqq 1\}$. ვთქვათ, $\psi(y)$ არის უწყვეტი ფუნქცია, განსაზღვრული $(0,1)$-ზე ისე, რომ $\psi(0) = 0$. განვსაზღვროთ T სიმრავლეზე $F(x, y)$ ფუნქცია შემდეგი გზით.

თუ $x \in \overline{\delta}_k$ და $0 \leqq y \leqq y_k = \lambda_k$, მაშინ $F(x, y) = \theta(x)\psi(y)$, ხოლო თუ $v_k \leqq y$, მაშინ $F(x, y) = \theta(x)\psi(y_k)$. ვთქვათ, ახლა, $x_0 \in [0, 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \overline{\delta}_k$ და თუ $0 \leqq y \leqq \lambda(x_0)$, მაშინ $F(x_0, y) = \theta(x_0)\psi(y)$, ხოლო თუ $y \geqq \lambda(x_0)$, მაშინ $F(x_0, y) = \theta(x_0)\psi[\lambda(x_0)]$, სადაც $\theta(x)$ არის „კანტორის საფეხურა“ უწყვეტი და ისეთი ზრდადი ფუნქცია, რომ $\theta(0) = 0$, $\theta(1) = 1$ და მუდმივი δ_k-ზე $(k = 1, 2, \ldots)$. განსაზღვრიდან გამომდინარეობს, რომ $F(x, y)$ უწყვეტია T-ზე, $F(x, 0) = 0$ და $F(1, y) = \psi(y)$.

აღნიშნულ $F(x, y)$ ფუნქციის აგების მეთოდის გამოყენებით შეიძლება დამტკიცდეს შემდეგი

თეორემა 1. ვთქვათ, მოცემულია ორი ისეთი უწყვეტი ფუნქცია $\varphi(x)$ და $\psi(y)$, განსაზღვრული $(0,1)$ ზე, რომ $\varphi(0) = \psi(0) = 0$, $\varphi(1) = \psi(1)$. მაშინ არსებობს ისეთი უწყვეტი ფუნქცია $F(x, y)$, განსაზღვრული $R_0 = [(0, 1)(0, 1)]$ ინტერვალზე, რომ

$$F(0, y) = F(x, 0) = 0, \; F(1, y) = \psi(y), \; F(x, 1) = \varphi(x)$$

და თითქმის ყველგან R_0-ზე საკმარისად მცირე h და k-სათვის

$$\Delta(F, x, y, h, k) = F(x + h, y + k) - F(x + h, y) - F(x, y + k) + F(x, y) = 0. \qquad (1)$$

ვიგულისხმოთ, რომ უწყვეტი ფუნქციები $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\psi_1(y)$, $\psi_2(y)$ განსაზღვრულია $(0,1)$-ზე და $\varphi_1(0) = \psi_1(0)$, $\varphi_1(1) = \psi_2(0)$, $\varphi_2(1) = \psi_2(1)$, $\varphi_2(0) = \psi_1(1)$.

ამ პირობებში სამართლიანია შემდეგი

თეორემა 2. R_0-ინტერვალზე არსებობს ისეთი უწყვეტი ფუნქცია $F(x,y)$, რომ $F(x,0)=\varphi_1(x)$, $F(1,y)=\psi_2(y)$, $F(x,1)=\varphi_2(x)$, $F(0,y)=\psi_1(y)$, გარდა ამისა, თითქმის ყველგან R_0-ზე საკმარისად მცირე h და k-სათვის ადგილი აქვს (1) ტოლობას.

დამტკიცება. ვთქვათ, $\varphi_i(x)=\varphi_{i,1}(x)+\varphi_{i,2}(x)$, $\psi_i(y)=\psi_{i,1}(y)+\psi_{i,2}(y)$, სადაც $\varphi_{i,1}(0)=0$, $\psi_{i,1}(0)=0$, $\varphi_{i,2}(1)=0$, $\psi_{i,2}(1)=0$.

წინა თეორემის ძალით, არსებობს ისეთი უწყვეტი $F_1(x,y)$, რომ

$$F_1(x,0)=F_1(0,y)=0,\quad F_1(x,1)=\varphi_{2,1}(x),\quad F_1(1,y)=\psi_{2,1}(y)$$

და თითქმის ყველგან R_0-ზე საკმარისად მცირე h, k-სათვის ადგილი აქვს (1).

ამგვარად, იმავე თეორემის ძალით, ჩვენ შეგვიძლია ავაგოთ შემდეგი უწყვეტი ფუნქციები $F_2(x,y)$, $F_3(x,y)$, $F_4(x,y)$ ისე, რომ

$$F_2(x,0)=F_2(1,y)=0,\quad F_2(0,y)=\psi_{1,1}(y),\quad F_2(x,1)=\varphi_{2,2}(x),$$
$$F_3(1,y)=F_3(x,1)=0,\quad F_3(x,0)=\varphi_{1,2}(x),\quad F_3(0,y)=\psi_{1,2}(y),$$
$$F_4(0,y)=F_4(x,1)=0,\quad F_4(x,0)=\varphi_{1,1}(x),\quad F_4(1,y)=\psi_{2,2}(y)$$

და თითქმის ყველგან R_0-ზე საკმარისად მცირე h და k-სათვის ადგილი ექნება (1) ტოლობას.

ვთქვათ,

$$F(x,y)=\sum_{i=1}^{4}F_i(x,y).$$

ცხადია, რომ

$$F(x,0)=\varphi_{1,2}(x)+\varphi_{1,1}(x)=\varphi_1(x);\quad F(1,y)=\psi_{2,1}(y)+\psi_{2,2}(y)=\psi_2(y)$$
$$F(x,1)=\varphi_{2,1}(x)+\varphi_{2,2}(x)=\varphi_2(x);\quad F(0,y)=\psi_{1,1}(y)+\psi_{1,2}(y)=\psi_1(y)$$

და თითქმის ყველგან R_0-ზე საკმარისად მცირე h და k-სათვის ადგილი აქვს (1) ტოლობას. რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

ამ თეორემის საშუალებით დამტკიცდება შემდეგი

თეორემა 3. ყოველი უწყვეტი $\Phi(x,y)$ ფუნქციისათვის და $\varepsilon>0$-სათვის არსებობს ისეთი უწყვეტი ფუნქცია $F(x,y)$, განსაზღვრული R_0-ზე, რომ

$$F(x,0)=\Phi(x,0),\quad F(1,y)=\Phi(1,y),\quad F(x,1)=\Phi(x,1)$$
$$F(0,y)=\Phi(0,y).$$

გარდა ამისა, თითქმის ყველგან R_0-ზე საკმარისად მცირე h, k-სათვის ადგილი აქვს (1) ტოლობას და

$$|\Phi(x,y)-F(x,y)|\leqq\varepsilon.$$

მოყვანილი თეორემების საშუალებით შეიძლება დამტკიცდეს ნ. ლუზინის [1] შემდეგი თეორემა

თეორემა 4. ყოველი ზომადი და თითქმის ყველგან სასრული $f(x,y)$ ფუნქციისათვის არსებობს ისეთი უწყვეტი ფუნქცია $F(x,y)$, რომ თითქმის ყველგან R_0-ზე

$$F\lambda'(x, y) = f(x, y)$$ [1]

ყოველი $\lambda \geqq 1$-სათვის.

ამგვარად, მოცემული $f(x, y)$ ფუნქციისათვის არსებობს მთელი ოჯახი ისეთი უწყვეტი ფუნქციებისა

$$\{F(x, y)\}, \ F(x, 0) = F(0, y) = 0, \tag{2}$$

რომ თითქმის ყველგან R ზე

$$F\lambda'(x, y) = f(x, y)$$

ყოველი $\lambda \geqq 1$-სათვის.

როგორც ცნობილია, $f(x, y)$ ფუნქცია იქნება ჯამებადი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ (2) ოჯახში არსებობს აბსოლუტურად უწყვეტი ფუნქცია.

ვთქვათ,

$$F_0(x, y) = \int_0^x \int_0^y f(t, \tau)\, dt d\tau. \tag{3}$$

მაშინ $F_0(x, y)$ ფუნქციის სრული ვარიაცია იქნება

$$V(F_0, R_0) = \int_0^1 \int_0^1 |f(t, \tau)|\, dt\, d\tau.$$

თეორემა 5. თუ $f(x, y)$ ჯამებადია, მაშინ მისი განუსაზღვრელი ინტეგრალი იქნება ერთადერთი ფუნქცია (2) ოჯახში, რომლის სრული ვარიაცია უმცირესია.

ვთქვათ, ზომადი და თითქმის ყველგან სასრული $f(x, y)$ ფუნქცია განსაზღვრულია $I_0 = [-\pi, \pi; -\pi, \pi]$ ინტერვალზე და

$$\{F(x, y)\} \ F(x, -\pi) = F(-\pi, y) = 0 \tag{2'}$$

არის $f(x, y)$ ფუნქციის შესაბამისი პრიმიტიული ფუნქციათა ოჯახი.

დავუშვათ,

$$\mathfrak{S}[F] = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_{m,n} A_{m,n}(x, y) \tag{4}$$

არის $F(x, y)$ ფუნქციის ფურიეს მწკრივი, სადაც

$$\lambda_{m,n} = \begin{cases} 1 & \text{როცა } m \geqq 1, \ n \geqq 1 \\ \dfrac{1}{2} & \text{როცა } m = 0, \ n \geqq 1, \ m \geqq 1, \ n = 0 \\ \dfrac{1}{4} & \text{როცა } m = n = 0 \end{cases}$$

ხოლო

$$A_{m,n}(x, y) = a_{m,n} \cos mx \cos ny + b_{m,n} \cos mx \sin ny + c_{m,n} \sin mx \cos ny + d_{m,n} \sin mx \sin ny.$$

---

[1] $F\lambda'(x, y)$—წარმოებული ფუნქციის განმარტება იხ. [2]-ში.

ფორმალურად გავაწარმოოთ (4) მწკრივი. მივიღებთ

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_{m,n}A'_{m,n}(x,y). \tag{4'}$$

გამოვიყენოთ რიმანის შეჯამებადობის მეთოდი (4′) მწკრივზე. ამისათვის ფორმალურად გავაინტეგროთ (4′) ორჯერ ან ფორმალურად გავაინტეგროთ (4) ერთხელ, მაშინ გვექნება

$$R(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{B_{m,n}(x,y)}{m\cdot n}+\frac{1}{2}\left\{\sum_{m=1}^{\infty} y\,\frac{a_{m,0}\sin mx-c_{m,0}\cos mx}{m}\right.$$
$$\left.+x\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_{0,n}\sin ny-b_{0,n}\cos ny}{n}\right\}+\frac{1}{4}a_{0,0}\,x\cdot y, \tag{5}$$

სადაც

$$B_{m,n}(x,y)=a_{m,n}\sin mx\sin ny-b_{m,n}\sin mx\cos ny-c_{m,n}\cos mx\sin ny$$
$$+d_{m,n}\cos mx\cos ny.$$

მწკრივი (5) აბსოლუტურად და თანაბრად კრებადია, რადგან ადგილი აქვს შემდეგ უტოლობებს:

$$\left|\frac{a_{m,n}}{m\cdot n}\right|\leqq\frac{1}{m^2n^2}+a_{m,n}^2,\quad m\geqq 1,\ n\geqq 1,$$
$$\left|\frac{a_{0,n}}{n}\right|\leqq\frac{1}{n^2}+a_{0,n}^2,\quad n\geqq 1$$
$$\left|\frac{a_{m,0}}{m}\right|\leqq\frac{1}{m^2}+a_{m,0}^2\quad m\geqq 1$$

და ანალოგიური უტოლობებს დანარჩენი $F(x, y)$ ფუნქციის ფურიეს კოეფიციენტებისათვის.

გარდა ამისა, ცნობილია, რომ

$$R(x,y)=\int_{-\pi}^{x}\int_{-\pi}^{y}F(t,\tau)\,dt\,d\tau+\varphi(x)+\psi(y).$$

ვთქვათ, (x, y) წერტილში ადგილი აქვს ტოლობას

$$F\lambda'(x,y)=f(x,y).$$

მაშინ შეიძლება დამტკიცდეს, რომ აღნიშნულ წერტილში სამართლიანია ტოლობა

$$D_\lambda^2 R(x,y)=F\lambda'(x,y)=f(x,y),$$

სადაც

$$D_\lambda^2 R(x,y)=\lim_{(h,k)_\lambda\to 0}\frac{\Delta^2(R,x,y,h,k)}{h^2\cdot k^2},$$

ხოლო

$$\Delta^2(R,x,y,h,k)=R(x+h,\ y+k)+R(x-h,\ y+k)+R(x+h,\ y-k)$$
$$+R(x-h,\ v-k)+4R(x,y)-2R(x-h,\ y)-2R(x+h,\ y)$$
$$-2R(x,y+k)-2R(x,\ v-k).$$

ამგვარად ჩვენ მივიღებთ შემდეგ თეორემას:

თეორემა 6. ყოველი ზომადი და თითქმის ყველგან სასრული $f(x, y)$ ფუნქციისათვის, განსაზღვრული I_0-ზე, არსებობს ისეთი ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივი, რომელიც $R\lambda$-შეჯამებადია თითქმის ყველგან I_0-ზე $f(x, y)$ ფუნქციისაკენ.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ა. რაზმაძის სახელობის
თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 20.12.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Н. Н. Лузин. Интеграл и тригонометрический ряд.
2. В. Г. Челидзе. О производных числах функции от двух переменных. Труды Тбилисского математического института им. А. М. Размадзе, т. II, 1937.

გეოლოგია

ნ. იოსელიანი

დასავლეთ საქართველოს ზედა ცარცის ზოგიერთი რუდისტი

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ა. ჯანელიძემ 17.11.1952)

ზედა ცარცის ვულკანოგენური წყება დასავლეთ საქართველოში, როგორც ცნობილია, გავრცელებულია ხარაგოულის, ქუთაისის, წულუკიძისა და ცხაკაიას რაიონებში.

ხარაგოულში ეს წყება დათარიღებულია სენომანურად და ქვედა ტურონულად, ინოცერამებისა და ამონიტების ფაუნის შესწავლის საფუძველზე [1,7]. დანარჩენ რაიონებში მისი ასაკი ზუსტად არაა განსაზღვრული, ვინაიდან ნამარხები მასში მეტად იშვიათია. მკვლევარები წყებას სხვადასხვაგვარად ათარიღებენ. ზოგი [6] მას სენომანურს აკუთვნებს, ზოგი — ქვედა ტურონულს [4], ზოგი კი — ქვედა და ზედა ტურონულს [2,3,5]. ამჟამად ა. ცაგარელს [7], ინოცერამების შესწავლის საფუძველზე, წულუკიძის რაიონისა და გუმბრი-წყალტუბოს მიდამოების ვულკანოგენური წყების ზედა საზღვარი სანტონურამდე აჰყავს, ხოლო მისი ქვედა საზღვარი სენომანურში ჩაჰყავს.

მე შესაძლებლობა მომეცა შემესწავლა რუდისტების მცირე მასალა ქუთაისისა და წულუკიძის რაიონების ვულკანოგენური წყებიდან. ვინაიდან სახელმძღვანელო ნამარხებით ეს წყება, როგორც ვთქვით, მეტად ღარიბია, რუდისტების ფაუნას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება. მასალის ნაწილი საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტიდან გადმომეცა, ხოლო ნაწილი ჩემ მიერ არის დაგროვილი. მასალა მცირერიცხოვანია, მაგრამ მისი საკმაოდ კარგი დაცულობის გამო შესაძლებელი გახდა დაგვედგინა რამდენიმე ფორმა.

წულუკიძის რაიონის სოფ. ახალი ბედისეულის ვულკანოგენური წყებიდან:

Vaccinites giganteus d'Hombres—Firmas (ამ სახის ერთი ნიმუში — სამი შეზრდილი ინდივიდი, ნაპოვნია ქუთაისის მიდამოშიც — სოფ. გოდოგანში);

Vaccinites corbaricus Douv;

Vaccinites ex gr. *sulcatus* sp. nov.;

Vaccinites sp. ex gr. *giganteus* d'Hombres—Firmas.

ეს ფორმები დამახასიათებელია საფრანგეთის კონიაკურისათვის.

წულუკიძის რაიონის სოფ. უძლოურის ვულკანოგენური წყებიდან:

Orbignya toucasi d'Orb;

Orbignya socialis Douv. var. *irregularis* Toucas;

Orbignya sp.;

Radiolites galloprovincialis Math.

ეს ფორმები დამახასიათებელია საფრანგეთის სანტონურისათვის.

უკანასკნელ ფორმას—*Radiolites galloprovincialis* Math.—მე ჩემს ადრინდელ პატარა სტატიაში [3] ვაკუთვნებდი ტურონულ სახეს—*Radiolites socialis* d'Orb. ამჟამად, უფრო სრული მასალისა და ადგილზე გეოლოგიური ჭრილის შესწავლის საფუძველზე, ის განსაზღვრულია როგორც სანტონური *Radiolites gelloprovincialis* Math. ასეთ დასკვნას ის გარემოებაც უნდა ამტკიცებდეს, რომ ამ ფორმასთან ერთად იმავე ჰორიზონტში ნაპოვნია სანტონური *Orbignya socialis* Douv. var, *irregularis* Toucas.

ამგვარად, ახალი მასალის შესწავლის საფუძველზე, ქუთაისის ვულკანოგენურ წყებაში გამოიყოფა ორი რუდისტებიანი ჰორიზონტი: 1 ტურონული (ადრევე ცნობილი) და 2—კონიაკური. წულუკიძის რაიონში რამდენიმე რუდისტებიანი ჰორიზონტია შემჩნეული, მაგრამ ფაუნის შედარებით ზუსტი განსაზღვრა მხოლოდ ორი ჰორიზონტიდან ხერხდება: 1—კონიაკურისა და 2—სანტონურიდან. ამ რაიონში სანტონური ჰორიზონტის ზევით ვულკანოგენური სერიის საკმაოდ დიდი ნაწილი რჩება, რომელიც შესაძლებელია უფრო ახალგაზრდა ჰორიზონტებსაც შეიცავდეს. ამის სასარგებლოდ ლაპარაკობს აგრეთვე სოფ. უძლოურში ნაპოვნი კამპანური *Orbignya tirolicas* Dauv.-ს მსგავსი ერთი ნიმუში (საქი შეზრდილი ინდივიდი). სამწუხაროდ, ეს ნიმუში არაძირითად განლაგებაშია ნაპოვნი.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
გეოლოგიის და მინერალოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 17.11.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. П. Д. Гамкрелидзе. Геологическое описание Алжаро-Триалетской складчатой системы. Автореферат диссертационной работы. 1947.
2. А. И. Джанелидзе. Геологические наблюдения в Окрибе и в смежных частях Рачи и Лечхума. Изд. Груз. филиала Ак. Наук СССР. Тбилиси, 1940.
3. ბ. იოსელიანი. საქართველოს ზოგიერთი ცარცული რუდისტები. საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გეოლოგიის და მინერალოგიის ინს-ტის შრომათა კრებული. თბილისი, 1951.
4. Б. Мефферт. Геологическое строение марганцевого района Алжамети-Чхари в Кутаисской губ. Изд. геол. Ком. XLIII, 7. Ленинград, 1924.
5. В. П. Ренгартен. Рудистовые фации меловых отложений Закавказья. Труды Ин-та геол. наук. вып. 130, геологическая серия (51) 1950.
6. С. Симонович, Л. Бацевич, А. Сорокин. Геологическое описание частей Кутаисского, Лечхумского, Сенакского и Зугдидского уездов Кутаисской губ. Мат. геологии Кавказа сер. 1, кн. 5, Тифлис, 1875.
7. А. А. Цагарели. Верхний мел Грузии. Автореферат диссертационной работы. Тбилиси, 1951.

გეოლოგია

გ. ჭელიძე

ურთის ანტიკლინის მიოცენური ნალექების სტრატიგრაფია

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ა. ჯანელიძემ 10.11.1952)

ურთის ანტიკლინი „სამეგრელოს სამხრეთი კირქვიანი ზოლის“ ერთ-ერთ ტექტონიკურ და მორფოლოგიურ ერთეულს წარმოადგენს. ნაოჭი ემთხვევა ამავე სახელწოდების ამაღლებას, რომელსაც ზოგჯერ აბასთუმნის ან ცაიშის ქედსაც უწოდებენ. სამხრეთით მას კოლხეთის ველი ესაზღვრება.

პირველი შრომა, რომელშიც ურთის ნაოჭის მიოცენური ნალექები არის დახასიათებული ბ. მ ე ფ ე რ ტ ს [4] ეკუთვნის. ამ ავტორის მიხედვით, ნაოჭის ჩრდილო-აღმოსავლეთი ფრთის აგებულებაში მონაწილეობს ჩოკრაკული, კარაგანული, სარმატული და მეოტური ნალექები, სამხრეთ-დასავლეთი ფრთის აგებულებაში კი—ჩოკრაკული, კარაგანული და მეოტური.

1934 წლიდან დაწყებული დიდი ხნის განმავლობაში სამეგრელოში გეოლოგიურ აგეგმვას ატარებდა მ. ძ ვ ე ლ ა ი ა, რომლის მუშაობის შედეგად სამეგრელოს გეოლოგიური აგებულების მრავალი საკითხი ახლებურად გადაწყდა. ურთის ანტიკლინის გასწვრივ მ. ძველაია იძლევა მიოცენის დაახლოებით ისეთსავე სტრატიგრაფიულ ჭრილს, როგორსაც ბ. მეფერტი.

1944 წელს ინჟ.-გეოლოგ ნ. კ ა ნ დ ე ლ ა კ თ ა ნ ერთად ჩვენც მოგვიხდა მუშაობა ურთის ზოლში. ბ. მეფერტის სტრატიგრაფიულ სქემას იმჟამად ჩვენც ვიზიარებდით, იმ განსხვავებით, რომ ნაოჭის სამხრეთ-დასავლეთ ფრთაში პირობითად გამოვყოფდით თარხნულსაც.

გასული წლის ზაფხულის საველე პერიოდის განმავლობაში საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტის დავალებით სამეგრელოს პლიოცენური ნალექების შესწავლას ვაწარმოებდით. რადგან ამ რაიონის პლიოცენური ნალექები უმთავრესად ურთის ნაოჭის გასწვრივ არის გავრცელებული, საშუალება გვქონდა, ძირითადი ამოცანის პარალელურად, ყურადღება მიგვექცია მიოცენური ნალექებისათვისაც. ამ საკითხისადმი ინტერესი იმით იყო გამოწვეული, რომ ბ. მეფერტის სტრატიგრაფიული ჭრილის ზოგიერთი ნაწილი ეჭვს იწვევდა.

საველე მუშაობისა და მასალის კამერულად დამუშავების შედეგად გამოირკვა, რომ ურთის ნაოჭის გასწვრივ მიოცენური ნალექებიდან ორივე ფრთაში გავრცელებულია მხოლოდ თარხნული და ჩოკრაკული. სამხრეთ-დასავლეთ ფრთაში უნდა დავუშვათ აგრეთვე მეოტურის არსებობაც. ამგვარად, კარაგანული, კონკური (რომელიც ბ. მეფერტის სტრატიგრაფიული ჭრილის

მიხედვით იგულისხმებოდა) და სარმატული ნალექები ნაოჭის გასწვრივ არსად ჩანს (გადარეცხილია).

ამასთან დაკავშირებით ძლიერ საინტერესოა ი. კაჭარავას [1] ერთი მითითება; რაიონის (ცხაკაიას) დასავლეთ ნაწილში მეოტურის ქვეშ დიდი სტრატიგრაფიული ხარვეზი უნდა დავუშვათ, რადგან სარმატული, კონკური და კარაგანული არ შეგვხვედრიაო. რაიონის დასავლეთ ნაწილად ურთის ანტიკლინური ამაღლება იგულისხმება. მაშასადამე, აღნიშნული ავტორიც უარყოფს მიოცენის ამ ერთეულების არსებობას ურთის ზოლში.

ქვემოთ ჩვენ შევეცდებით ეს გარემოება ფაქტობრივი მასალით ნათელვყოთ.

თარხნული ნალექები. ამ ჰორიზონტის შესატყვისი ნალექების არსებობა სამეგრელოში, სოფ. ჯგალის მიდამოებში, პირველად ო. ჯანელიძემ [3] დაასაბუთა. უფრო ადრე, ურთის ნაოჭის სამხრეთ დასავლეთ ფრთაში, როგორც ზემოთ უკვე აღვნიშნეთ, თარხნულ შრეებს პირობითად ჩვენც გამოვყოფდით.

გასული წლის ზაფხულში ნაოჭის ჩრდილო-აღმოსავლეთ ფრთაზე, სოფ. აბასთუმნის მიდამოებში, შრეების ასეთი თანამიმდევრობა იქნა შემჩნეული: მაიკოპური წყების თაბაშირიანი მდიდარი არაკარბონატული თიხები; თიხების თავზე 0,5 მეტრი სიმძლავრის მერგელი და შემდეგ მოლურჯო ფერის, ოდნავ ქვიშიანი, კარბონატული თიხები თხელნიჟარიანი ფაუნით: *Nucula nucleus* (L.) და *Leda fragilis* Chemn. ო. ჯანელიძის მიერ ამ თიხიდან განსაზღვრულია: *Nonion boueanus* (d'Orb.), *Gutulina austriaca* d'Orb., *Globulina gibba* d'Orb., *Globigerina tarchanensis* Subb et Chutz., *Spirialis* sp. და Ostracoda [1].

ჩამოთვლილი ნამარხები მის შემცველ ნალექებს ათარიღებს როგორც თარხნულს. ნალექების სიმძლავრე 10—11 მეტრს არ აღემატება.

ამ ფაუნის შემცველ დასტას ზევით ჩოკრაკული ასაკის მოყვითალო ფერის სპირიალისებიანი მერგელები აგრძელებს.

კარგად არის წარმოდგენილი თარხნული ნალექები ნაოჭის სამხრეთ-დასავლეთ ფრთაშიც. აქ, მდ. ხობის მარჯვენა ნაპირზე, სოფ. ქიხუს მიდამოებში, მაიკოპურ თიხებს, რომელთა სიმძლავრე ჩრდილო-აღმოსავლეთი ფრთის მაიკოპურთან შედარებით ნაკლებია, მოჰყვება მოლურჯო ფერის კარბონატული ქვიშიანი თიხები, რომლებიც შეიცავენ: *Modiola* cf. *semiruta* Zhizh., *Cultellus* (?) sp., *Sigmolina tenuis* (Czizek), *Nodosaria mariae* d'orb., *Bulimina elongata* d'Orb., *Bolivina tarchanensis* Subb. et Chutz., *Bolivina dilatata* Reuss., *Bolivina floridina* Cush., *Virgulina tarchanensis* Bogd. და სხვ.

ამ ფაუნის შემცველ თიხებს თავზე ადევს 0,5 მეტრის სიმძლავრის მერგელი, რომელშიაც 3—5 სმ-ის სიდიდე კირქვის ქვარგვალებია ჩართული. ზევით კვლავ თიხები გრძელდება. მასშიც ნაპოვნია: *Modiola* (?) sp., *Leda* cf. *fragilis* Chemn. კიდევ უფრო ზევით ჩოკრაკული ასაკის სპირიალისებიანი მერგელები გრძელდება.

---

[1] მიკროფაუნის ყველა შემდგომი განსაზღვრა აგრეთვე ო. ჯანელიძეს ეკუთვნის.

მაიკოპურ თიხებსა და სპირიალისებიან მერგელებს შორის მოთავსებული დასტა, რომლის სიმძლავრე 3,5—4 მეტრია, თარხნულს შეესაბამება.

ამგვარად, ნაოჭის ორივე ფრთაში თარხნული ნალექები მაიკოპურ თიხებსა და ჩოკრაკულის სპირიალისებიან მერგელებს შორის არის მოთავსებული.

ურთის ანტიკლინის თარხნული ნალექების დახასიათებაში ყურადღებას იქცევს სამხრეთ-დასავლეთი ფრთის თარხნული ნალექების ნაკლები სიმძლავრე (3,5—4 მ) ჩრდილო-აღმოსავლეთი ფრთის ანალოგიური ნალექების სიმძლავრესთან შედარებით (10—11 მ), რაც შეიძლება ამ ზოლის სედიმენტაციის თავისებური პირობებით იყოს გამოწვეული. მაიკოპური ნალექებიც ნაოჭის სამხრეთ-დასავლეთ ფრთაში ნაკლები სიმძლავრით ხასიათდება.

ამგვარად, თუ გავითვალისწინებთ მაიკოპური აუზის ცუდი ბიონომიური პირობების შემდეგ აუზში ზღვიური ფორმების შემოჭრას, ფაციესის მკვეთრ შეცვლას, აგრეთვე თარხნულის ფუძეში სანაპირო ხაზის გადარეცხვის ნიშნებს, უნდა დავუშვათ, რომ თარხნული საუკუნის დასაწყისში ადგილი აქვს ფაუნის მიგრაციისათვის ხელშემწყობი „გზების გახსნას".

მსგავს დასკვნამდე მივედით ქ. რუსთავის მიდამოების თარხნულისათვისაც. ამასთან დაკავშირებით ძლიერ საინტერესოა ტინის-ხიდის (გორის რაიონი) ოსტრეებიანი შრეები. როგორც უკვე უმეტესობის მიერ არის მიღებული, ეს შრეები თარხნულის სინქრონული სანაპირო ფაციესების ნალექებია.

ი. კაჭარავას მიხედვით, ოსტრეებიანი შრეები ტრანსგრესიულია. ოსტრეებიან შრეებში მეორეულ განლაგებაში მოთავსებული ონკოფორებიანი ქვიშაქვები ჩვენც გვინახავს.

თარხნულის ტრანსგრესიულობის სხვა საბუთი ამჟამად ჩვენ არაფერი გვაქვს, მაგრამ აუზში ორგანული სამყაროს განვითარების ისტორია უდავოდ იმის მაჩვენებელია, რომ თარხნული შრეების დალექვის წინ ადგილი აქვს მკვეთრ ცვლილებებს. ბიონომიური პირობების გაუმჯობესება შეიძლება დაძირვითი მოძრაობებით იყოს გამოწვეული.

თარხნული ჰორიზონტის ნალექების გაკვლევა მთელი ნაოჭის გასწვრივ არ ხერხდება, რადგან მომდევნო დროის ძლიერი ტრანსგრესიის შედეგად მისი შესატყვისი ნალექები ზოგან გადარეცხილია. ასე, მაგალითად: სოფ. ხეთის მიდამოებში, მდ. დარჩუ-ღალუს გასწვრივ, ჩოკრაკული ნალექები უშუალოდ შუა ეოცენზეა განლაგებული, მდ. მუნჩიას ხეობაში კი ჩოკრაკული მაიკოპურ თიხებს ეხება.

ჩ ო კ რ ა კ უ ლ ი ნ ა ლ ე ქ ე ბ ი. ურთის ნაოჭის როგორც სამხრეთ-დასავლეთ, ისე ჩრდილო-აღმოსავლეთ ფრთაში ჩოკრაკული კარგად არის წარმოდგენილი. ლითოლოგიურად ის დახასიათებულია ზოლური კარბონატული თიხებით, სპირიალისებიანი მერგელებითა და მერგელებისა და თიხების მორიგეობით.

ჩოკრაკული ნალექების კარგ ჭრილს ვხვდებით მდ. ხობის მარჯვენა ნაპირზე, ხობის ძველი მონასტრის პირდაპირ. აქ ფაუნისტურად დათარიღებულ თარხნულ ნალექებს ზევით თანხმობით აგრძელებს ჯერ მერგელები და

შემდეგ მერგელებისა და თიხების მორიგეობა. ნალექები, რომელთა სიმძლავრე 80—100 მეტრს არ აღემატება, ბლომად შეიცავენ მიკროფორმებს. ნამარხებით განსაკუთრებით მდიდარია მერგელები, რომელშიაც შეუიარაღებელი თვალითაც კარგად ჩანს მრავალრიცხოვანი Spirialis-ები. ამ მერგელებიდან განსაზღვრულია *Quinqueloculina akneriana* d'Orb., *Triloculina austiaca* (d'Orb.), *Sigmolina tenuis* (Gzjzek) var. *tschokrakensis* Gerke, *Sig. caucasica* Bogd., *Sig. caelata* Costa, *Nonion bouenus* (d'Orb.) და სხვ. ზევით ამ ნალექებს პონტური ფაუნის შემცველი თიხები მოჰყვება.

ასეთივე ფაციესით, ე. ი. მერგელებისა და თიხების მორიგეობით არის წარმოდგენილი ჩოკრაკული ნალექები ურთის ანტიკლინის ჩრდილო-აღმოსავლეთ ფრთაშიაც.

სოფ. აბასთუმნის მიდამოებში თარხნული ასაკის კარბონატული თიხების თავზე მოთავსებულია სპირიალისებიანი მერგელები და თიხები. ნალექების სიმძლავრე აქეთ მეტია და 130—150 მეტრს უდრის.

სოფ. ხეთის მიდამოებში, მდ. დარჩუ-ღალუს გასწვრივ, ჩოკრაკული წარმოდგენილია მოლურჯო ფერის ზოლური კარბონატული თიხებით. ნალექები აუარებელ კარგად დაცულ მიკროფორმას შეიცავს. ასეთებია: *Quinqueloculina akneriana* d'Orb., *Quinqueloculina elongato-carinata* Bogd., *Quinqueloculina circularis* Born., *Sigmolina caucasica* Bogd., *Sig. tenuis* (Gzizek) var. *tarchanensis* Gerke, *Nonion boueanus* (d'Orb.), *Spirialis* sp., Ostracoda და სხვ. ამ ფაუნის შემცველი თიხები უშუალოდ შუა ეოცენურ ნუმულიტებიან კირქვებზეა განლაგებული; თავზე ამ ნალექებს პონტური მოჰყვება.

ზოლურ თიხებში, ფუძიდან დაახლოებით 10—15 მეტრით ზევით, ყურადღებას იქცევს 3,5—4 მეტრის სიმძლავრის კონგლომერატის შრე. ნ. ს ხ ი რ ტ ლ ა ძ ი ს განსაზღვრით, კონგლომერატის შედგენილობაში შედის მუსკოვიტიანი გრანიტი მდიდარი მიკროკლინითა და ბიოტიტით; პორფირიტი, რომელიც ძლიერ შეცვლილია; გამილონიტებული გრანიტი მდიდარი მუსკოვიტითა და კალიშპატით, და ფორამინიფერებიანი მერგელები. აღნიშნული ქანები კონგლომერატის შედგენილობაში თითქმის თანაბარი რაოდენობით მონაწილეობენ.

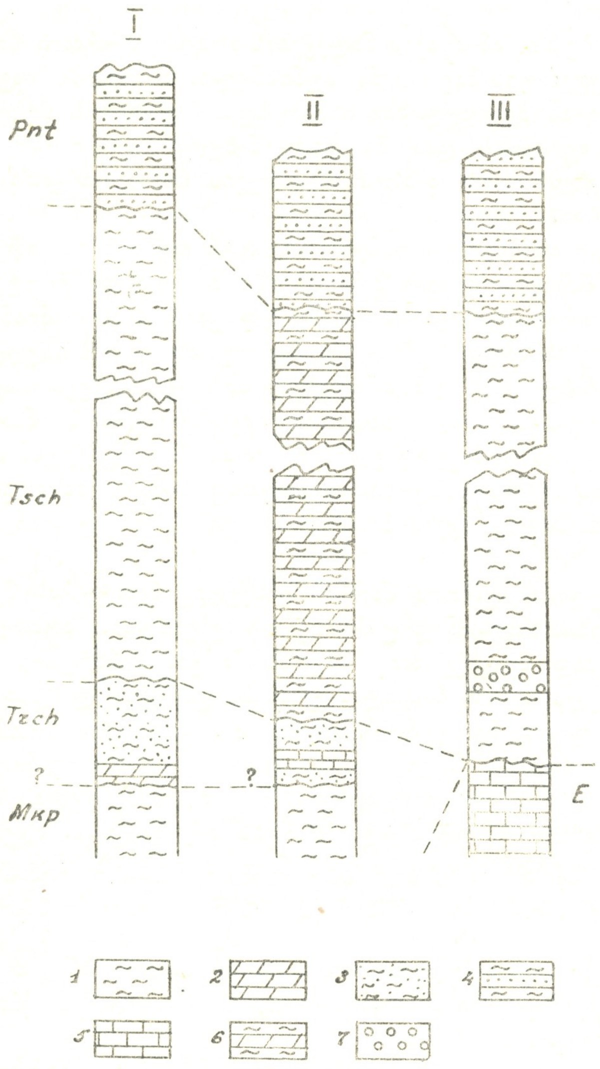
ამგვარად, როგორც ფაქტობრივი მასალის განხილვიდან შეიძლება დავასკვნათ, ურთის ანტიკლინის გასწვრივ, ჩოკრაკული ტრანსგრესიულია, თუმცა ფუძის ფორმაცია არც ერთ შემთხვევაში შემჩნეული არ ყოფილა. ამ ტრანსგრესიის მაჩვენებელია მდ. დარჩუ-ღალუს გასწვრივ ჩოკრაკული ზოლური თიხების უშუალოდ განლაგება ეოცენზე. ტრანსგრესიის შედეგად აქ მთლიანად გადარეცხილია მაიკოპური ნალექები და თარხნულიც.

ურთის ზოლში შეიძლება ჩოკრაკულის ორგვარი ფაციესი გავარჩიოთ: ზოლური კარბონატული თიხებისა და მერგელებისა და თიხების მორიგეობისა. ორივე ეს ფაციესი ნაპირის სიშორის მაჩვენებელია. სამეგრელოს დეპრესიის ჩრდილო პერიფერიის გასწვრივ სინქრონული ნალექები თხელი ზღვის ფაციესებით ხასიათდება.

ძლიერ საინტერესოა დარჩუ-დალუს ჩოკრაკულის კონგლომერატის მასალა. ნ. სხირტლაძის შეხედულებით, გრანიტული მასალა, რომელიც კონგლომერატის შედგენილობაში შედის, საქართველოს ბელტის გრანიტებს უახლოვდება. პორფირიტი, საქართველოში კარგად ცნობილი ბაიოსის პორფირიტული წყების კომპონენტია, ფორამინიფერებიანი მერგელები კი ურთის ზოლში გავრცელებული ზედა ეოცენის ფორამინიფერებიანი მერგელებიდან მომდინარეობს.

ეს გარემოება გვაფიქრებინებს, რომ საქართველოს ბელტი ამ დროს სადღაც ახლოს გაშიშვლებული იყო, ურთის ანტიკლინი კი ნაწილობრივ ჩამოყალიბებული. მისი საბოლოო აზევება უნდა მომხდარიყო არა უადრეს ვალახური ოროგენეტური ფაზისისა (ა. ჯანელიძე).

მიოცენის სხვა წარმონაქმნები: კარაგანული, კონკური და სარმატული, ფაუნისტურად დახასიათებული, ნაოჭის გასწვრივ ჩვენ არც ერთ ჭრილში არ შეგვხვედრია. მიოცენის ამ ერთეულების არსებობა მათი გამომყოფი პირველი ავტორის (მ. მეფერტის) მიერაც არ არის საკმაოდ დასაბუთებული. გამოყოფის საფუძვლად უმთავრესად ლითოლოგიური კრიტერიუმი



ნახ. 1. ურთის მიოცენური ნალექების სტრატიგრაფიული ჭრილები: I—აბასთუმნის მიდამოები; II—ჭიხუს მიდამოები; III—ხეთის მიდამოები. 1—თიხები; 2—მერგელები; 3—ქვიშიანი თიხები; 4—ქვიშაქვებისა და თიხების მორიგეობა; 5—კირქვები; 6—თიხებისა და მერგელების მორიგეობა; 7—კონგლომერატი

იქნა გამოყენებული. ჩვენ მიერ შესწავლილ ჭრილებში, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, ჩოკრაკულის სპირიალისებიან თიხებს ან მერგელებს ზევით ყოველთვის პონტური აგრძელებს.

მ ე ო ტ უ რ ი ნ ა ლ ე ქ ე ბ ი. ამ ასაკის ნალექების არსებობა ურთის ზოლში პირველად კვლავ ბ. მეფერტის მიერ იქნა აღნიშნული. შემდგომ წლებში მომუშავე ზოგი მკვლევარი ამ შეხედულებას იზიარებდა. მეოტურის არსებობის შესახებ აღნიშნული ავტორის დასკვნა დაფუძნებული იყო იმ მცდარ შეხედულებაზე, თითქოს სამეგრელოს დეპრესიის კირქვის მძლავრი კონგლომერატები მეოტური ასაკისაა.

გასულ წელს მუშაობისას ჩვენ დავრწმუნდით, რომ დეპრესიის კირქვის კონგლომერატების ერთი ნაწილი, ყოველ შემთხვევაში ის კონგლომერატები, რომლებიც სოფ. ყულისკარის ჩრდილოეთით შვეულ კარნიზებს ქმნიან და რომლებზედაც ძველი ეკლესია არის აშენებული, მეოტურად ვერ ჩაითვლება; ეს კონგლომერატები ფაუნისტურად დათარიღებულ პონტურს აძევს თავზე. მაშასადამე, კონგლომერატების ანალოგიის საფუძველზე ურთის ნაოჭის გასწვრივ მეოტურის გამოყოფა დამაჯერებელი არ არის, მით უმეტეს, რომ კირქვის კონგლომერატების სქელი დასტები, რომელთაც მიმართებაზე დიდი გავრცელება არა აქვთ, ცნობილია აქვე, პონტურში, და მეზობელ რაიონში კიმერიულშიც კი.

მიუხედავად აღნიშნულისა, ურთის ნაოჭის გასწვრივ მეოტურის შესატყვისი ნალექების არსებობის ძთლიანად უარყოფა არ შეგვიძლია. მართალია, მეოტური ჩვენ in situ არსად შეგვხვედრია, მაგრამ ნაოჭის სამხრეთ-დასავლეთ ფრთაზე, სოფ. პირველი მაისის ჩრდილო უბანში, კირქვის ლოდში ჩემ მიერ ნაპოვნია ცუდად დაცული მეოტური *Congeria* cf. *panticapaea* Andrus. და *Congeria* cf. *tournoueri* Andrus. აქვე ხევში გაშიშვლებულია ზოლური კარბონატული თიხები 10—15 სმ-ის სიმძლავრე კირქვისა და მერგელის შუაშრეებით. ნალექები, სამწუხაროდ, ორგანულ ნაშთებს არ შეიცავს. ადვილი შესაძლებელია, რომ ეს ნალექები მეოტურს ეკუთვნოდეს. ყოველ შემთხვევაში, ლოდში ნაპოვნი ფაუნის მიხედვით, ამ ზოლში მეოტურის არსებობა ეჭვს არ უნდა იწვევდეს.

მეორე მხრივ, ი. კაჭარავას მიხედვით, სოფ. ხეთის მიდამოებში, ძველი ეკლესიის ნანგრევებთან, ქვიშაქვებში ნაპოვნია *Congeria* sp. და *Hydrobia* sp. ავტორს ეს ნალექები მეოტურად მიაჩნია.

ფაუნისტურად კარგად დახასიათებული მეოტური ნალექები გავრცელებულია სამეგრელოს დეპრესიის ფარგლებში დასავლეთით სოფ. ახალსოფლიდან აღმოსავლეთით მდ. ჭანისწყლის ხეობამდე. მეოტურის ფაციესი დასავლეთიდან აღმოსავლეთისაკენ მკვეთრად იცვლება: თიხიანი ფაციესი აღმოსავლეთისაკენ კონგლომერატებსა და ქვიშაქვებში გადადის.

მდ. უმფიას ხეობაში პონტური თიხების ქვეშ მოთავსებული კარგად შრეებრივი, ზოლური, კარბონატული თიხები შეიცავს მეოტურ *Congeria subnovorossica* Osaul., *Congeria navicula* Andrus., *Congeria* cf. *panticapaea* Andrus., *Mactra subpertes* David. და *Hydrobia* sp.

მდ. ჭანისწყლის ხეობაში, გზის გასწვრივ, რომელიც სოფ. ძველი ხიბულისაკენ მიემართება, გაშიშვლებულია 25—30 მეტრის სიმძლავრე კონგლომერატის დასტა, რომელიც თითქმის მთლიანად კირქვის მასალისაგან შედგება. ეს კონგლომერატები მეოტურს ეკუთვნის.

განხილული მასალის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ურთის ანტიკლინის სამხრეთ-დასავლეთ ფრთაში მეოტურ ნალექებს სპორადული გავრცელება აქვთ. ნალექების მეტი ნაწილი პონტური ტრანსგრესიით გადარეცხილია. ნოჭის ჩრდილო-აღმოსავლეთ ფრთაში მეოტური ნალექების დაშვებისათვის არავითარი ფაქტობრივი მასალა არ არსებობს. კარგად არის მეოტური წარმოდგენილი ურთის ნოჭის ჩრდილოეთით, სამეგრელოს დეპრესიის ფარგლებში. მეოტური კვლავ ტრანსგრესიულია, მაგრამ ახლა საქართველოს ბელტის ნაცვლად წარმოებს ცარცული და პალეოგენური ასაკის კირქვებითა და მერგელებით აგებული კუნძულების ინტენსიური გადარეცხვა.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
გეოლოგიის და მინერალოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 10.11.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. ი. კაჭარავა. სამეგრელოს სამხრეთი კირქვიანი ზოლის ნაწილის გეოლოგია. საქ. გეოგრ. საზოგ. შრომები, ტ. I, თბილისი, 1938.
2. ა. ჯანელიძე. სამეგრელოს ცენტრული ნაწილის გეოლოგიური აგებულება. საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის მოამბე, ტ. III, № 3, თბილისი, 1941.
3. ო. ჯანელიძე. თარხნული ჰორიზონტის სტრატიგრაფიული მდგომარეობის საკითხისათვის. საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტის შრომათა კრებული, თბილისი, 1951.
4. Б. Мефферт. Геологические исследования в Мегрелии. Труды Гл. Геол.-Разв. Управ., вып. 64, М.—Л., 1931.

მინერალოგია

პ. ბუდნიკოვი (სსრ კავშირის მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი),
ვ. ხარო და ო. მჭედლიშვილი-პეტროსიანი

დიელექტრიკული ანალიზის გამოყენება მინერალების ხურებით გამოწვეულ ცვლილებათა საკვლევად

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ა. თვალჭრელიძემ 17.7.1952)

ყოველი ნივთიერების ხურების პროცესს მისი ფიზიკურ-ქიმიური თვისებების შეცვლა მოჰყვება. აკად. ნ. კ უ რ ნ ა კ ო ვ ი ს [1] თერმული ანალიზის მეთოდი ასეთ ცვლილებებზე დაკვირვების მოხერხებული საშუალებათაგანია.

ტექნიკურ ლიტერატურაში ამ ბოლო ხანებში გვხვდება მითითება მინერალებისა და მყარი არაორგანული ნაერთების ხურებისას მომხდარ ცვლილებათა პროცესების გამოსაკვლევად დიელექტრიკული თვისებების შესწავლის გამოყენების შესახებ.

მყარ ფაზაში ელექტრული თვისებების ცვლილებებზე დაკვირვებით რეაქციის კვლევა არაერთგზის უცდიათ, მაგრამ ასეთი ცდების უმრავლესობა სტატიკური მეთოდების კატეგორიას მიეკუთვნება, ვინაიდან იზომებოდა ესა თუ ის ელექტრული პარამეტრი გარკვეულ ტემპერატურამდე გახურებისას და გაციების შემდეგ. საკვლევი ნივთიერების სხვადასხვა ტემპერატურაზე ხურებისას მომხდარი ცვლილებების დაპირისპირებით შეიძლება მიახლოებითი წარმოდგენა ვიქონიოთ მიმდინარე რეაქციათა კინეტიკაზე, მაგრამ პროცესების სრული გაშუქება ძნელია.

დიელექტრიკის სტრუქტურული შემადგენლები (იონები, ატომები, მოლეკულები) ელექტრული ველის გავლენით დიპოლებად გადადის და ველისკენ მიემართება [2]. ბუნებრივია, რომ პოლარიზაციის პროცესი, რომელსაც ფრიად რთული ხასიათი აქვს, არ შეიძლება დამოკიდებული არ იყოს კრისტალური მესერის კავშირების სიმტკიცის ცვლილებებზე, ე. ი. უნდა გამოსახავდეს იმ ცვლილებებს, რომლებიც მინერალების ხურებისას ხდება, განსაკუთრებით თუ ეს ცვლილებები დაკავშირებულია წყლის დაკარგვასთან, ფაზების დაშლასა და წარმოქმნასთან და ა. შ.

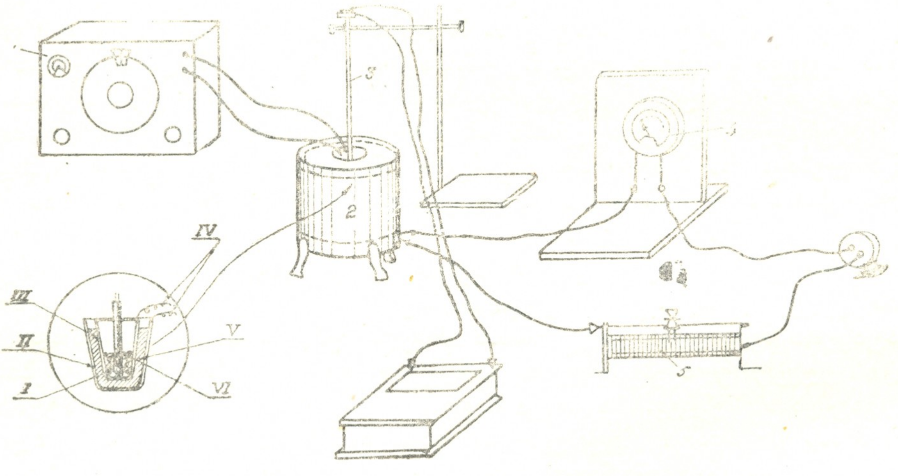
საკვლევი ნივთიერების დიელექტრიკული თვისებების ფიზიკურ-ქიმიური ანალიზის მეთოდით გაზომვისათვის აუცილებელია აზომვების ჩატარება ხურების პროცესშივე.

ამ მიზნით ჩვენ მიერ შემუშავებულია დიელექტრიკული მეთოდი; იგი მდგომარეობს საკვლევი ნივთიერების დიელექტრიკული თვისებების ცვლილებათა უწყვეტ რეგისტრაციაში ხურების მთელი დროის მანძილზე; იმ წერტი-

ლების რაოდენობა, სადაც შესაძლებელია ამ ცვლილებათა რეგისტრაცია, პრაქტიკულად განუსაზღვრელია.

კვლევის ჩატარებისათვის ჩვენ მიერ გამოყენებულია სპეციალური დანადგარი, რომლის სქემა ნაჩვენებია ნახ. 1-ზე.

კვლევისათვის განკუთვნილი აპარატურა შედგება პლატინის სპეციალური ელექტროდებისაგან—ერთმანეთში ჩადგმული სხვადასხვა ზომის ორი ტიგელისაგან (იხ. ნახ. 1), რომლებიც მოთავსებულია პლატინის ჭაშვიან ღუმელში; ეს უკანასკნელი ცვლადი დენის ქსელიდან იკვებება რეოსტატითა და ამპერმეტრით. ტემპერატურის ინდიკაცია წარმოებს თერმოწყვილით და გალვანომეტრით. ტევადობის განსასაზღვრელად იხმარება ბოგირის ტიპის სპეციალური ხელსაწყო, რომლის სქემაც მოცემულია ნახ. 2 ზე. ამ ხელსაწყოთი შეიძლება გაიზომოს როგორც ელექტროდთაშორისი წინაღობა, ისე ტევადობა.

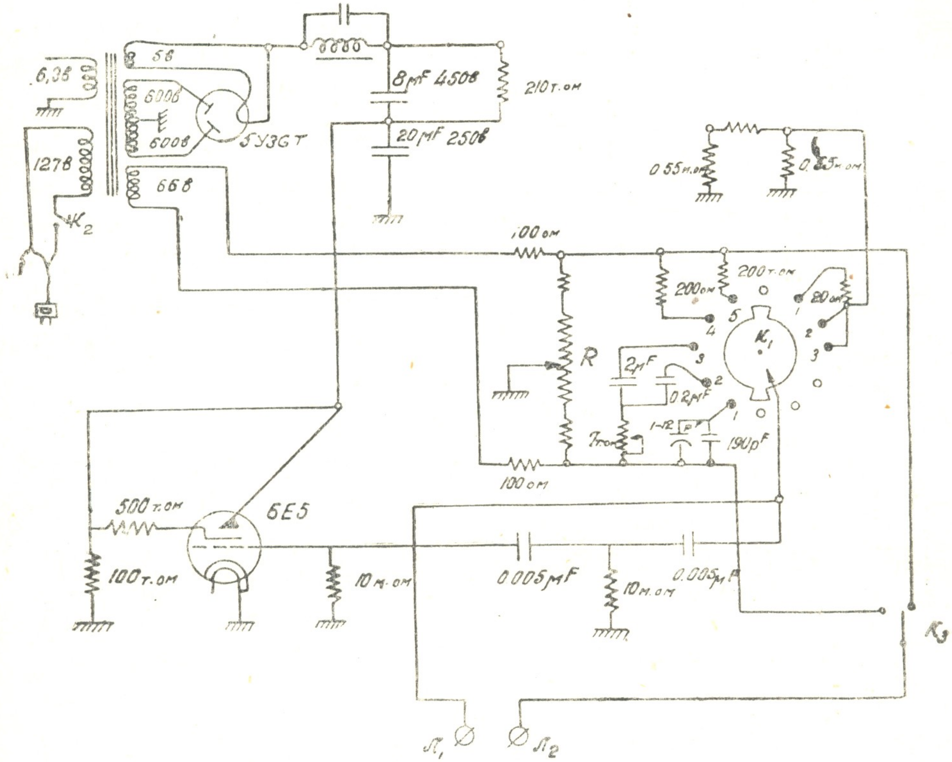


ნახ. 1. აპარატების განლაგება დიელექტრიკული ანალიზისათვის

საზომი მოწყობილობა, რომელიც ჩვენ გამოვიყენეთ აღწერილ დანადგარში, წარმოადგენს ცვლადი დენის RC ტიპის ბოგირს ბალანსის ინდიკატორით „მაგიური თვალის" (ნათურა 6ES) სახით. ტევადობისა და წინაღობის აზომვების სიზუსტე შეადგენს 5% 700°-მდე ტემპერატურის ინტერვალში. უფრო მაღალი ტემპერატურისას, გამტარობის პირდაპირი დენების გაზრდის გამო, ტევადობის რეაქტიული დენის გაზომვა გაძნელებულია. მეთოდის შემდგომ სრულყოფად უნდა ჩაითვალოს უფრო რთული ბოგირული სქემების გამოყენება ფაზის კომპენსაციით, როგორიც მაქსველის ტიპის ბოგირია.

აღწერილ დანადგარზე მუშაობა საკმაოდ მარტივია. ელექტროდთა შორის ვრცეულობის საკვლევი ნივთიერების ფხვნილით შევსებისას და ელექტროდების დაყენების შემდეგ ჩაირთვება ღუმელის კვება და მის ჯაჭვში მყარდება გარკვეული დენი ღუმელის დახასიათებისა და ხურების სასურველი სიჩქარის მიხედვით. შემდეგ ჩაირთვება ამზომი ბოგირი და აიზომება ტევადობისა და მასალის წინაღობის საწყისი სიდიდეები.

გაზომვა ორჯერ წარმოებს: პირველად იზომება ტევადობის სიდიდე გადამრთველის (K_1) 1 პოზიციაზე მდგომარეობისას და შემდეგ წინაღობის სიდიდე 5 პოზიციაში.



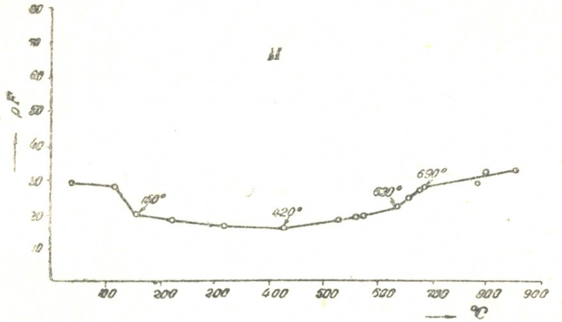
ნახ. 2. საზომი ბოგირის პრინციპული სქემა

ხურების პროცესში გაზომვა წარმოებს დროის წინასწარ დაშვებულ მონაკვეთებში ან გარკვეული ტემპერატურის მიღწევისას, ანდა კიდევ უწყვეტლივ, იმ წერტილების რეგისტრაციით, რომლებიც იძლევა გასაზომი სიდიდის შესამჩნევ გადახრებს მისი პირველსაწყისი ან წინა მნიშვნელობიდან.

საკვლევი ფხვიერი მასალის თვისებების მიხედვით შეირჩევა ან ტევადობის (C) გაზომვების მეთოდი, ან კიდევ წინაღობისა. მაგრამ, ვინაიდან ლიტერატურაში ჯერ კიდევ არასაკმაოდ არის გაშუქებული ცალკეულ ნივთიერებათა თვისებები მაღალი ტემპერატურების პირობებში, ამიტომ მეთოდს ჩვენ ვირჩევდით მასალის წინასწარი გახურებისა და ორივე პარამეტრის მოხსნის შემდეგ. როგორც წესი, მინა და მარილები ტევადობის გაზომვის მეთოდით არ გამოიკვლევა, ვინაიდან ტემპერატურის ოდნავი გაზრდითაც მკვეთრად მცირდება მათი წინაღობა ელექტროდების მიმართ. ამიტომ ამ შემთხვევებში მიზანშეწონილია წინაღობის გაზომვის მეთოდის მომარჯვება

ქანგეულები უფრო მედეგია მაღალი ტემპერატურის მიმართ, ამიტომ მათთვის უფრო გამოიყენება ტევადობის გაზომვის მეთოდი.

საჭიროა აღინიშნოს, რომ ინდიკაციის მეთოდი ტევადობის გაზომვის გზით უფრო სარგებლიანია, ვიდრე წინაღობის გაზომვის მეთოდი, ვინაიდან უკანასკნელს აქვს ტენდენცია ხურებისას შემცირდეს ლოგარითმული კანონით, როგორც მოლეკულების ძვრადობის გაზრდის საერთო თვისება; ტევადობის სიდიდე კი ძირითადად ისაზღვრება საკვლევი ნივთიერების კომპონენტთაშორისი კავშირის ბუნებით.



ნახ. 3. გახურების მიხედვით სერპენტინიტის ფხვნილის ტევადობის შეფარდებითი ცვალებადობა:
სიხშირე 50 Hz, ხურების სიჩქარე 18° წუთში,
სიხშირე 5000 Hz, ხურების სიჩქარე 18° წუთში

მაგალითისათვის ნახ. 3-ზე წარმოდგენილია საქართველოს სერპენტინიტის ხსენებული მეთოდიკით გამოკვლევის შედეგები 100—700° ტემპერატურის ინტერვალში. გამოკვლევა ჩატარებულია 50 და 5000 Hz სიხშირეზე. მოცემული მეთოდიკისათვის დაბალი სიხშირეების აღება უფრო მოხერხებულია.

მე-3 ნახ.-ზე აღნიშნული შედეგების შედარება იმავე მასალის თერმოგრაფიული გამოკვლევის შედეგებთან [3] შესაფერი სახასიათო წერტილების ძალიან კარგ დამთხვევას აჩვენებს.

ტევადობის მკვეთრი დაცემა 200°-მდე დაკავშირებულია ჰიგროსკოპიული წყლის დაკარგვასთან. 300 და 350°-შორისი ეფექტი გამოწვეულია, ისევე როგორც თერმოგრამაზე, მინარევთა ყოფიერებით. ტევადობის ზრდა 450°C-ის ზევით, ალბათ, გამოწვეულია ნახშირმჟავა მაგნიუმის (დოლომიტის) დისოციაციით და სერპენტინიტის საწყისი ცვლილებებით, 640°-ის ზევით კი — სერპენტინიტის მოლეკულაში კავშირების ძლიერი შესუსტებით.

ამ მონაცემებით შეიძლება ითქვას, რომ დიელექტრიკული ანალიზის გამოყენება ზედმეტად გააშუქებს მინერალების ხურების თერმოგრაფიით გამოკვლეული რეაქციების კინეტიკას.

დ. მენდელეევის სახელობის
მოსკოვის ქიმიურ-ტექნოლოგიური
ლენინის ორდენოსანი
ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 17.7.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Н. С. Курнаков. Введение в физико-химический анализ. Изв. АН СССР, М.—Л., 1940.
2. Г. И. Сканави. Физика диэлектриков. Гос. изд. техн. теор. лит., М.—Л., 1949, стр. 28.
3. О. П. Мчедлов-Петросян. Огнеупоры, № 9, 1950, стр. 407.

ტექნიკა

ბ. ტიმოფეევი

საძირკვლის საფუძვლის წინაღობაზე საძირკვლის ფორმის გავლენის შესახებ

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა კ. ზავრიევმა 1.10.1952)

მოვლენები, რომლებიც წარმოიქმნება საძირკვლის საფუძველში და განსაზღვრავს საფუძვლის წინაღობას დატვირთვისადმი, მრავალრიცხოვან ფაქტორთა რთულ კომპლექსს წარმოადგენს. საერთოდ ნაგებობათა საფუძვლები (გრუნტები) ისეთი სხეულებია, რომლების დეფორმება არაწრფივად ხდება. თუმცა საშუალო დაძაბულობათა მცირე შუალედების ფარგლებში, რასთანაც ჩვეულებრივ გვაქვს საქმე პრაქტიკაში, გრუნტები შეიძლება დასაშვები ცდომილებით მივიჩნიოთ წრფივად დეფორმებულ სხეულებად და მათ მიმართ გამოვიყენოთ დრეკადობის თეორიის ფორმულები [1].

ამ სტატიაში სწორედ ასეთი დაშვებიდან გამოვდივართ და ამასთანავე აღვნიშნავთ, რომ დაძაბულობათა განაწილების მახასიათებელი თვისებები ხისტ შტამპქვეშ (დაძაბულობის კონცენტრაცია საფუძვლის პერიმეტრის გასწვრივ), რომელიც ჩაიწნევა დრეკად ნახევარსივრცეში, საკმაოდ შეინარჩუნება გრუნტის დეფორმაციის წრფივი ფაზის ზღვარგარეშეც. ეს მტკიცდება, კერძოდ, ნაგებობათა საძირკვლების ფაქტობრივი დეფორმაციის გრაფიკებით, რომლებიც მიღებულია საბჭოთა კავშირის უდიდეს ჰიდროტექნიკურ მშენებლობებზე ფრიად გულდასმით დაკვირვებათა შედეგად [2].

საფუძვლის წინაღობის უმთავრეს მაჩვენებელს ნაგებობათა საძირკველქვეშ ან საცდელ შტამპქვეშ, უდავოდ მისი ვერტიკალური გადაადგილების (დაჯდომის) სიდიდე წარმოადგენს, რომელიც მახასიათებელია საფუძველზე დამწოლი გარეშე ძალის მექანიკური მუშაობისა და, მაშასადამე, საფუძვლის შინაგან ძალთა მუშაობისა.

უკანასკნელ დრომდე საფუძველთა ანგარიშის თეორიასა და პრაქტიკაში გამეფებული იყო დაშვება, რომლის მიხედვითაც საძირკვლის დაჯდომა მის ყოველ მოცემულ წერტილში წრფივ კავშირშია საფუძვლის დაძაბულობასთან იმავ წერტილში და არ მოქმედებს ნიადაგის დანარჩენ მასაზე. ამ დაშვებაზე, რომელსაც „ვინკლერის ჰიპოთეზა“ უწოდეს, დამყარებულია ეხლაც ფართოდ გავრცელებული ხერხი საფუძვლების ანგარიშისა საძირკვლის ძირის ფართის ერთეულზე საშუალო დაწოლის მიხედვით. მაგრამ აღნიშნული დაშვება არ მტკიცდება არც ცდით და არც დრეკადობის თეორიის შედეგებით. როგორც გვიჩვენებს ზუსტი გადაწყვეტანი ნ. მ უ ს ხ ე ლ ი შ ვ ი ლ ი ს ა [3]—სიბრტყის ამოცანის პირობებისათვის, ბ უ ს ი ნ ე ს კ ი ს ა [4] და შ ტ ა ე რ მ ა ნ ი ს ა [5]—

სივრცული ამოცანებისათვის, შტამპის საფუძვლის ცალკეულ წერტილებში დრეკად ნახევარსფეროზე წრფივ დამოკიდებულებას დაძაბულობათა და დეფორმაციათა შორის საერთოდ არა აქვს ადგილი. ბრტყელი ხისტი შტამპების ძირის ქვეშ მიიღება დაძაბულობათა უნაგირისმაგვარი ეპიურა. ამასთანავე დაძაბულობები პერიმეტრის გასწვრივ უსასრულოდ დიდ მნიშვნელობებს აღწევს. მსგავს შედეგებს იძლევა აგრეთვე ამოცანის გადაწყვეტის მიახლოებითი მეთოდები, დამუშავებული მ. გორბუნოვ-პოსადოვის [6], ბ. ჟემოჩკინის [7] და სხვა ავტორთა მიერ. რაც შეეხება გამოკვლევებს ცდების საშუალებით, კერძოდ იმის ცდამ, რომ გვეპოვნა პროპორციულობის კოეფიციენტი შტამპის დაჯდომასა და მისი ძირის ქვეშ საშუალო დაძაბულობათა შორის, გამოიწვია ვინკლერის ჰიპოთეზის გადახედვა და დრეკადი საფუძვლის ახალი თეორიის შექმნა (ეს თეორია უმთავრესად საბჭოთა მეცნიერებმა შექმნეს).

ბრტყელი ხისტი შტამპების ბუნებრივ ნიადაგზე დაჯდომის გამოკვლევის მრავალრიცხოვანი მაგალითებიდან აღვნიშნავთ ყოფილ „ВИОС“ მიერ ფრიად გულდასმით დაყენებულ ცდებს სხვადასხვა ზომის კვადრატული შტამპების სერიიდან საძირკვლის ფართის ერთეულზე საშუალო დაწოლის ფართო შუალედებში [8]. ამ ცდებმა გვიჩვენა, რომ ერთისა და იმავე საშუალო დაძაბულობის დროს დაჯდომა იზრდება შტამპის ზომების ზრდასთან ერთად, ამასთანავე დაჯდომის ზრდა დაახლოებით შტამპის გრძივ განზომილებათა პროპორციულია.

ანალოგიური დამოკიდებულება მიიღება დრეკად ნახევარსივრცეში ხისტი შტამპების ჩაწნევაზე სივრცული ამოცანების თეორიული გადაწყვეტილების შემთხვევაშიც. ასე, მაგალითად, ბუსინესკის ზუსტი გადაწყვეტა [4] მრგვალი ხისტი ცენტრალურად დატვირთული შტამპის დაჯდომისას გვაძლევს:

$$W = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot pa = \pi \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{P}{2\pi a}, \qquad (1)$$

სადაც a შტამპის რადიუსია, P—მთლიანი დატვირთვა საძირკველზე, p—საშუალო დაძაბულობა საძირკვლის ფართის ერთეულზე. E_0 და ν_0—სათანადოდ იუნგის მოდული და პუასონის კოეფიციენტი ნახევარსივრცისათვის.

ფორმულის (1) პირველი ჩანაწერი ზუსტ ფორმებში გამოხატავს „ВИОС“ ცდებით დადგენილ კანონზომიერებას, ხოლო მეორე ჩანაწერი გვიჩვენებს, რომ ერთისა და იმავე დატვირთვისას (P) სხვადასხვა ზომის შტამპების დაჯდომა უკუპროპორციულია მათი პერიმეტრებისა. უკუპროპორციულობა ბრტყელი ხისტი შტამპების პერიმეტრსა და დაჯდომას შორის ერთისა და იმავე მთლიანი (P) დაწოლის დროს შესამჩნევია მხოლოდ იმ შტამპებისათვის, რომელთა საძირკვლებს გეომეტრიულად მსგავსი ფიგურების სახე აქვთ, როგორც ამას ჰქონდა ადგილი ზემოთ განხილულ მაგალითებში. საძირკველთა გეომეტრიული არამსგავსების დროს შტამპების საძირკვლების გრძივ ზომებსა და დაჯდომას შორის დამოკიდებულება რთულდება. თანამედროვე ნაშრომთა უმრავლესობაში ეს დამოკიდებულება გამოიხატება ფორმულით:

$$W = k \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{P}{\sqrt{F}}, \qquad (2)$$

სადაც F შტამპის საძირკვლის ფართია, k—შტამპის საძირკვლის ფორმაზე დამოკიდებული განზომილების არმქონე მამრავლია, დანარჩენი სიდიდეები იმავე მნიშვნელობისაა, რაც (1) ფორმულაში. k—მამრავლის, ანუ ე. წ. „ფორმის კოეფიციენტის“, სიდიდე მოცემულია სხვადასხვა ავტორის მიერ ცალკეული კერძო შემთხვევებისათვის, უპირატესად სწორკუთხოვანი შტამპებისათვის უკანასკნელთა მხარეების სხვადასხვა შეფარდებისას [4, 6].

ჩვენ შევეცადეთ დაგვედგინა საერთო დამოკიდებულება მამრავლ k-სი ხისტი ბრტყელსაფუძვლიანი შტამპის, ფართისა და პერიმეტრისაგან, რომელიც ჩაიწნევა ცენტრალური ნორმალური ძალისაგან დრეკადი ნახევარსივრცის ბრტყელ ზედაპირში.

პერიმეტრ (u)-სა და შტამპის საძირკვლის ფართს (F) შორის კავშირი ჩვენ წარმოდგენილი გვაქვს განზომილების არმქონე პარამეტრის სახით:

$$\delta = \frac{u}{\sqrt{F}}. \qquad (3)$$

გეომეტრიულად მსგავსი ფიგურებისათვის პარამეტრ δ-ს აქვს ერთი და იგივე მუდმივი მნიშვნელობა, მაგალითად, წრისათვის—$2\sqrt{\pi}$, კვადრატისათვის—4 და ა. შ.;

შეგვყავს რა პარამეტრი δ (2) ფორმულაში, დაგვყავს იგი (1) ფორმულის სახესთან:

$$W = k\delta \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{P}{u}. \qquad (4)$$

იმ გავლენის გამოკვლევისას, რომელსაც ახდენს შტამპის დაჯდომაზე (W) მისი საძირკვლის პერიმეტრსა და ფართს შორის შეფარდება, აუცილებელია ავირჩიოთ ისეთი გეომეტრიული ფიგურა, რომლისთვისაც ამ შეფარდებებმა შეიძლება სხვადასხვა მნიშვნელობა მიიღოს და მათი დაჯდომისათვის ნახევარსივრცეში ჩაწნევისას გვქონდეს ზუსტი გადაწყვეტა. ერთ-ერთ ფიგურას, რომელიც აკმაყოფილებს აღნიშნულ ორივე პირობას, ელიფსი წარმოადგენს.

ბრტყელი ელიფსური ხისტი შტამპის დაჯდომის ამოცანათა გადაწყვეტა მისი ნახევარსივრცეში ჩაწნევისას მოცემულია ლ. გალინისა [9] და ი. შტაერმანის [5] ნაშრომებში. იგი ეყრდნობა ელიფსური დისკის ნიუტონისეული პოტენციალის ზოგიერთ თვისებას და შტამპისა და მის საფუძვლის ფორმის მქონე ბრტყელ გამტარ ფირფიტაზე ელექტროსტატიკურ ამოცანათა გამოსავალი განტოლებების ანალოგიას.

არ ვიხილავთ რა დაწვრილებით აღნიშნულ გადაწყვეტას, მოვიყვანთ მის საბოლოო შედეგს—დაჯდომის ფორმულას ცენტრალური (P) ძალის მოქმედებისას:

$$W_{\text{э}} = \frac{K(\varepsilon)}{\pi} \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{P}{a}. \qquad (5)$$

აქ a-თი აღნიშნულია შტამპის საფუძვლის მსაზღვრავი ელიფსის დიდი ნახევარღერძი, ხოლო $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$-ით — ფარდობითი ექსცენტრისიტეტი ელიფსისა a და b ნახევარღერძებით, $K(\varepsilon)$-თი — პირველი რიგის მთლიანი ინტეგრალი (ε) მოდულით. დანარჩენ სიდიდეებს იგივე მნიშვნელობები აქვს, რაც წინა ფორმულებში.

შევიყვანოთ ფორმულა (5)-ში ელიფსის პერიმეტრით (u) გამოსახული a-ს მნიშვნელობა:

$$a = \frac{u}{4\,E(\varepsilon)}, \tag{6}$$

სადაც $E(\varepsilon)$ — მეორე რიგის მთლიანი ელიფსური ინტეგრალია (ε) მოდულით.

ამ შემთხვევაში ფორმულა (5) შემდეგნაირად დაიწერება:

$$W_э = \frac{4}{\pi} \cdot \xi \cdot \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{P}{u}, \tag{7}$$

სადაც ε მოდულის მქონე პირველ და მეორე რიგის მთლიან ელიფსურ ინტეგრალთა ნამრავლის მაგივრად შეყვანილია აღნიშვნა:

$$\xi = K(\varepsilon) \times E(\varepsilon). \tag{8}$$

ξ განზომილების არმქონე სიდიდეა და ფარდობითი ექსცენტრისიტეტის (ε) ფუნქციას წარმოადგენს.

ექსცენტრისიტეტის (ε) ფუნქციას წარმოადგენს აგრეთვე განზომილების არმქონე პარამეტრი δ, რომელიც ელიფსისათვის, (3) ფორმულის თანახმად, შეიძლება შემდეგნაირად დაიწეროს:

$$\delta = \frac{4\,aE(\varepsilon)}{\sqrt{\pi ab}} = \frac{4\,E(\varepsilon)}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt[4]{1 - \varepsilon^2}}. \tag{8}$$

ელიფსური ინტეგრალების ცხრილების მიხედვით სიძნელის გარეშე შეიძლება გამოვითვალოთ და ერთმანეთს შევადაროთ ξ-სა და δ-ს თანამიმდევრობითი მნიშვნელობები სხვადასხვა ექსცენტრისიტეტის მქონე ელიფსებისათვის.

ასეთი შედარება გვიჩვენებს, რომ სიზუსტით, რომელიც მეტად აღემატება პრაქტიკულ მოთხოვნებს, შეიძლება მივიღოთ, რომ პარამეტრ ξ-სა და δ-ს შორის არსებობს შემდეგნაირი ფუნქციური დამოკიდებულება:

$$\xi = 1{,}924 \ln \delta. \tag{10}$$

1-ლ ცხრილში მოყვანილია მიმდევრობითი მნიშვნელობები პარამეტრთა შეფარდებებისა: $\xi : \ln \delta$ სხვადასხვა ექსცენტრისიტეტის (ε) მქონე ელიფსებისათვის და ამ შეფარდებათა გადახრები მე-10 ფორმულაში მოყვანილი კოეფიციენტისაგან (1,924). შეფარდებები $\xi : \ln \delta$ გამოთვლილია მთლიან ელიფსურ ინტეგრალთა ხუთნიშნიანი ცხრილების დახმარებით (10).

ცხრილი 1

ε	0,00000	0,20221	0,40161	0,60181	0,80212
$a:b$	1,00000	1,02110	0,09182	1,25213	1,67459
$\xi:\ln\delta$	1,94972	1,94966	0,94933	1,94753	1,93927
გადახრა 1.924-დან %%-ით	+1,337%	+1,334%	+1,317%	+1,223%	+0,794%
ε	0,90007	0,95015	0,99007	0,99998	1,00000
$a:b$	2,29489	3,20734	7,11207	182,5742	∞
$\xi:\ln\delta$	1,92569	1,91203	1,89561	1,91207	
გადახრა 1.924-დან %%-ით	+0,088%	−0,622%	−1,476%	−0,620%	

პირველი ცხრილი გვიჩვენებს, რომ ფორმულა (10) ცდომილებით, რომელიც არ აღემატება 1,50%-ს, შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ექსცენტრისიტეტის (ε) და ელიფსის ნახევარღერძების შეფარდებათა ($a:b$) ცვალებადობის ფრიად ფართო ზღვარში, დაწყებული წრიდან (ε = 0) მეტად გაწელილი ფორმის ელიფსებამდე, რომელთა ნახევარღერძთა შეფარდება 180-ს აღემატება.

ჩავსვათ ξ-ს მნიშვნელობა მე-10 ფორმულიდან მე-7 ფორმულაში და მივიღებთ:

$$W_{\text{ე}} = 2{,}45 \cdot \frac{1-\nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{P}{u} \cdot \ln \frac{u}{\sqrt{F}} \,. \tag{11}$$

(5) ზუსტი გადაწყვეტის მიახლოებით მნიშვნელობას გვაძლევს (11) გამოსახულება, რომლის ცდომილება არ აღემატება 1.50%-ს. ამასთანავე, ელიფსური შტამპის დაჯდომა გამოიხატება როგორც ფუნქცია შტამპის ფართისა (F) და მისი პერიმეტრისა (u). შეიძლება თუ არა გამოსახულება (11) გავრცელებულ იქნეს შტამპის ძირის მოხაზულობის სხვა ფორმებზე გარდა ელიფსურისა?

გამოვიყენოთ ფორმულა (11) ხისტი სწორკუთხოვანი შტამპებისადმი მათი გვერდების სხვადასხვა შეფარდებისას.

ამ ამოცანას ჯერჯერობით არ აქვს ზუსტი გადაწყვეტა, მაგრამ არსებობს მ. გორბუნოვ-პოსადოვის მიერ ფრიად გულდასმით დამუშავებული მიახლოებითი მეთოდი (6), რომელიც განიხილავს საძირკველს სივრცის პირობებში და გამოსახავს დაწოლათა განაწილების საძიებელ კანონს ორმაგ უსასრულო მაჩვენებლიან რიგთა სახით.

იყენებს რა უსასრულო რიგის წევრთა სასრულ რიცხვს, მ. გორბუნოვ-პოსადოვი იღებს მისივე მიახლოებითი შეფასებით დაჯდომისათვის 5%-ით გადიდებულ მნიშვნელობებს. მე 2 გამოსახულებაში მოყვანილ „ფორმის კოეფიციენტის“ (k) მნიშვნელობებს, გამოთვლილს მ. გორბუნოვ პოსადოვის მიერ, ვუდარებთ იმავ კოეფიციენტის მნიშვნელობებს, გამოთვლილს მე-3 ფორმუ-

ლით, ეს უკანასკნელი კი ადვილად შეიძლება დაყვანილ იქნეს (2) ფორმულის სახესთან, თუ ფორმის კოეფიციენტისათვის (k) მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$k = 2{,}45\,\frac{\sqrt{F}}{u}\cdot\ln\frac{u}{\sqrt{F}}. \tag{12}$$

მე-2 ცხრილში მოცემულია კოეფიციენტ k-ს ორივე მნიშვნელობის შედარება სწორკუთხოვან შტამპთა მხარეების მთელ რიგ შეფარდებათათვის.

ცხრილი 2

სწორკუთხოვანი საფუძვლის მხარეთა შეფარდება	1:1	1:2	1:3	1:5	1:7	1:10
ფორმის კოეფიციენტი გორბუნოვ-პოსადოვის მიხედვით	0,876	0,857	0,829	0,771	0,724	0,676
$k = 2{,}45\,\frac{\sqrt{F}}{u}\cdot\ln\frac{u}{\sqrt{F}}$	0,849	0,835	0,812	0,767	0,729	0,683
განსხვავება %%-ით	+3,082%	+2,567%	+1,021%	+0,005%	−0,007%	−0,010%

უმნიშვნელო განსხვავება კოეფიციენტთა შორის მე-2 ცხრილში (განსაკუთრებით სწორკუთხოვანი საფუძვლის მხარეთა შეფარდების დიდ მნიშვნელობათათვის) გვიჩვენებს, რომ ფორმულა (11) არადიდმნიშვნელოვანი ცდომილებით შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს არა მარტო ელიფსებისათვის, არამედ კუთხეებგამოწეული ფიგურებისათვისაც.

შეიძლება თუ არა განხილულ იქნეს ფორმულა (11) როგორც უნივერსალური, ე. ი. რომელიც გამოიყენება შტამპის ყოველგვარი მოხაზულობისადმი გამონაკლისის გარეშე, ამჟამად შეუძლებელია ვთქვათ: მაგრამ შეიძლება დადასტურებით ითქვას, რომ საძირკველთა და ხისტ შტამპთა დაჯდომა მცირდება მათ პერიმეტრსა და ფართს შორის შეფარდების ზრდასთან ერთად. ამის მიზეზია, როგორც ჩანს, დაძაბულობათა კონცენტრაცია საფუძვლის პერიმეტრზე, რომელიც წარმოშობს კიდურ ძალებს და განტვირთავს საფუძვლის შუა ნაწილს. რაც უფრო მეტია საფუძვლის პერიმეტრი მის ფართთან შედარებით, საფუძვლის ნაწილაკების მით უფრო მეტი რაოდენობა ერთვება რეაქტიულ ძალთა მუშაობაში და მით უფრო მეტია საფუძვლის წინაღობა გარეშე დატვირთვის მიმართ.

იბადება საკითხი: შეიძლება თუ არა აღნიშნული გარემოება გამოყენებულ იქნეს ნაგებობათა საძირკვლების წინაღობის გაზრდისათვის, ე. ი. შეიძლება თუ არა საფუძვლის პერიმეტრის ხელოვნური გაზრდით მოცემული ფართის დროს შევამციროთ დაჯდომა ან შებრუნებით — მივაღწიოთ მოცემული დაჯდომის სიდიდეს საფუძვლის შემცირებული ფართისა და მოცულობის დროს?

ეჭვს გარეშეა ამ საკითხზე დადებითი პასუხის პრაქტიკული მნიშვნელობა, მაგრამ მისი საბოლოო გადაწყვეტა შეიძლება მოცემულ იქნეს მხოლოდ სპეციალური ცდების შედეგად. ეს ცდები დაყენებული უნდა იყოს როგორც ლაბორატორიულ, ისე ნატურალურ მასშტაბებში. ამდაგვარი ცდები შეიძლებოდა დაგვეყენებინა გამომდინარე (11) ფორმულიდან და ეს ცდები გამოგვეყენებინა ამ ფორმულის შესამოწმებლად. ამ ცდების ერთ-ერთ შედეგად შეიძლებოდა გამოგვევლინა საძირკვლების ანგარიშის ახალ მეთოდზე გადასვლა, რომელიც მხედველობაში იღებს არა მარტო ფართის სიდიდეს, არამედ საძირკვლის პერიმეტრს და აგრეთვე ნიადაგის დრეკად მუდმივებს E_0-სა და ν_0-ს, ნაცვლად ამჟამად ხმარებული ანგარიშის ხერხისა, რომელიც ფართის ერთეულზე საშუალო დაწოლას ემყარება.

სსრ კავშირის ლენინის სახელობის სას.-სამ. აკადემიის
სოფლის მეურნეობის ელექტროფიკაციის სამეცნიერო-
საკვლევი ინსტიტუტის თბილისის ფილიალი

(რედაქციას მოუვიდა 18.10.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Н. М. Герсеванов и Д. Е. Польшин. Теоретические основы механики грунтов и их практические приложения. М., 1948.
2. Н. Н. Маслов. Прикладная механика грунтов. М., 1949.
3. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.—Л., 1949.
4. Н. А. Цытович. Механика грунтов. М.—Л., 1951.
5. И. Я. Штаерман. Контактная задача теории упругости. М., 1949.
6. М. И. Горбунов-Посадов. Балки и плиты на упругом основании. М., 1949.
7. Б. Н. Жемочкин и А. П. Синицын. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании без гипотезы Винклера. М., 1947.
8. Д. Е. Польшин. Опытное определение модуля сжимаемости грунта. В книге М. И. Горбунова-Посадова: „Таблицы для расчета балок на упругом основании". М.—Л., 1939.
9. Л. А. Галин. Оценка перемещений в пространственных контактных задачах теории упругости. ПММ, т. XII, в. 3. М.—Л., 1948.
10. Д. И. Сегал и К. А. Семендяев. Пятизначные математические таблицы. Издание АН СССР. М.—Л., 1948.

ტექნიკა

ი. შენგელია

ზამთარში ბეტონის სამუშაოთა თერმოსის ხერხით წარმოების თბოტექნიკური ანგარიში

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა კ. ზავრიევმა 2.12.1952)

თერმოსის ხერხით ზამთარში დაბეტონების თბოტექნიკური ანგარიში თანდათანობით მიახლოების მეთოდით ტარდება ([1, 2, 3]); ამ ხერხის ძირითად დეფექტად ის ითვლება, რომ აქ არ არის უზრუნველყოფილი ადგილობრივი რესურსების მაქსიმალურად გამოყენება, სათანადოდ არ არის გათვალისწინებული ეკონომიურობის ფაქტორი და განსაზღვრული არ არის მიღებული გადაწყვეტილების სიზუსტის ხარისხი.

ტექნიკურ ლიტერატურაში მითითებულია, რომ ამ მეთოდით სარგებლობისას, თუ პირველი მიახლოება არ გვაძლევს საჭირო შედეგს, საჭიროა შეიცვალოს შეფიცრულობის შეთბუნება, ან გადიდდეს ცემენტის ხარჯი, ანდა აღებულ იქნეს მაღალი მარკის ცემენტი და ამის შემდეგ ჩატარდეს მომდევნო (გამეორებითი) ანგარიში [1, 2].

გარდა ამისა, თუ გავითვალისწინებთ, რომ ბეტონის ტემპერატურა დამოკიდებულია მისი შემადგენლების — ქვიშის, ხრეშის (ან ღორღის) და წყლის ტემპერატურაზე, ცხადია, რაკი ასეთი მრავალგვარი ფაქტორი ახდენს გავლენას ამოცანის გადაწყვეტაზე, არც თუ ისე ადვილია სასურველი შედეგის მიღწევა [4].

აღნიშნულ გარემოებათა გამო ამ მეთოდით ამოცანის გადაწყვეტა მეტად შრომატევადია, ხოლო მიღებული შედეგები რამდენადმე საეჭვო.

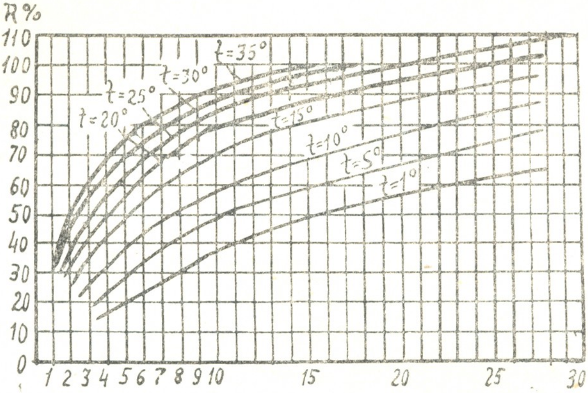
ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე, ამ შრომაში ჩვენ მიზნად ვისახავთ დავაწესოთ თბოტექნიკური ანგარიშის უფრო მკაცრი მიმდევრობა ადგილობრივი რესურსებისა და ეკონომიურობის ფაქტორების გავლენის მაქსიმალურად გათვალისწინებით.

კონკრეტულ ამოცანათა გადაწყვეტის ძირითად პირობად ითვლება შემდეგი გარემოება: ბეტონის ნულ გრადუსამდე გაცივების მომენტისათვის კონსტრუქციის სიმტკიცე უნდა შეადგენდეს განსაზღვრულ პროცენტს R_{28}, რადგანაც მხოლოდ ასეთ პირობებში შეიძლება განფიცვრა.

თუ R-ით აღვნიშნავთ თერმოსის მეთოდით დაბეტონებული კონსტრუქციის საჭირო სიმტკიცეს, მაშინ ზემოთ მოყვანილი ამოცანის სწორად გადაწყვეტის ძირითადი პირობა ასე გამოისახება:

$$R = KR_{28}. \tag{1}$$

თუ ვისარგებლებთ ბეტონის სიმტკიცის ზრდის გრაფიკით (იხ. გრაფიკი), ბეტონის სათანადო საშუალო ტემპერატურისათვის $t_{ბეტ.\ საშ.}$ შეიძლება განისაზღვროს ბეტონის გარეთა t-დან 0°-მდე გაცივებისათვის საჭირო დრო (n).



დ ღ ე ე ბ ი

n-ის ოპტიმალური მნიშვნელობის გაგების შემდეგ ჩვენ შეგვიძლია დავწეროთ შემდეგი განტოლება:

$$n = \frac{Q_{მარაგისა}}{Q_{დანაკარგზე}},$$

ანუ

$$n = \frac{g_{ბეტ.}\,\gamma_{ბეტ.}\,t_{ბეტ.} + ЦЭ}{M\,(t_{ბეტ.\ საშ.} - t_{გარეთა})}\cdot\frac{R_0}{\alpha}, \qquad (2)$$

სადაც $g_{ბეტ.}$ ერთი კუბური მეტრი ბეტონის წონაა;

$\gamma_{ბეტ.}$—ბეტონის მოცულობითი წონა;

$t_{ბეტ.}$—კონსტრუქციაში უკვე ჩალაგებული ბეტონის ტემპერატურა;

Ц—ცემენტის გასავალი კილოგრამობით კუბურ მეტრ ბეტონზე;

Э—ბეტონის გამაგრებისას ცემენტის ეგზოთერმიით გამოყოფილი სითბოს რაოდენობა კკალორია/კგ-ით. იგი დამოკიდებულია ცემენტის სახეზე და ბეტონის გამაგრების ვადაზე [3];

M—კონსტრუქციის ზედაპირული მოდული;

$t_{ბეტ.\ საშ.}$—ნარევის საშუალო ტემპერატურა;

$t_{გარეთა}$—გარემოს საშუალო ტემპერატურა ბეტონის გაცივებისას;

R_0—თბოიზოლაციისა და შეფიცრულობის საერთო თერმული წინაალმდეგობა, რომელიც ქვემოთ მოყვანილი ცხრილით განისაზღვრება (იხ. ცხრილი);

α—შეფიცრულობის ქარით განიავების გამთვალისწინებელი შემასწორებელი კოეფიციენტი.

ამგვარად, კონკრეტული შემთხვევისათვის: α, $t_{\text{გარ.}}$ და M განსაზღვრული მნიშვნელობა აქვთ და მათი შეცვლა არ შეგვიძლია; Ц წესდება ლაბორატორიული წესით და შეესაბამება ბეტონის შედგენილობის ანგარიშს; Э-ს მოცე-

თბოიზოლაციის თერმული წინაღობის კოეფიციენტის განსაზღვრის ცხრილი

№№ რიგზე	თბოიზოლაციის ტიპი	თბოიზოლაციის საერთო თერმული წინაღობა (R_0), შეფიცრულობის ჩათვლით. სისქით:		
		25 მმ	38 მმ	50 მმ
1	ტოლის ფენა	0,25	0,31	0,39
2	შეველინის ფენა სისქით 1,2 სმ	0,52	0,60	0,68
3	ქეჩის ორმაგი ფენა და ტოლის ფენა . . .	0,73	0,81	0,89
4	ტოლშემოხვეული ყუთი 20 მმ ფიცრით, რომელიც 10 სმ ფენის მშრალი ნახერხითაა შევსებული	1,61	1,69	1,77
5	იგივე 15 სმ ნახერხის ფენით	2,23	2,31	2,39
6	ფენებად შეკრული ყუთი 20 მმ ფიცრებით, რომელიც შევსებულია 10 სმ სისქის მშრალი გრანულირებული წიდის ფენით	1,27	1,35	1,43
7	იგივე 5 სმ შევსებით	1,72	1,80	1,87
8	ტოლშემოხვეული ყუთი 20 მმ ფიცრით, რომელიც შევსებულია 10 სმ ფენის ქვაბის მშრალი წიდით	0,85	0,93	1,01
9	იგივე 15 სმ ფენით	1,07	1,15	1,23
10	ტოლის ფენა და სოლომიტის ფენა სისქით 5 სმ	1,23	1,31	1,39
11	ტოლის ფენა და კამიშიტის ფენა სისქით 5 სმ	1,23	1,31	1,39

მული ცემენტის სახისა და ბეტონის გამაგრების ვადის მიხედვით აქვს განსაზღვრული მნიშვნელობა. რაც შეეხება R_0, იგი ირჩევა ცხრილიდან შეფიცრულობის სისქისა (რაც ანგარიშით იღებდა) და შეფიცრულობის თბოიზოლაციის ტიპის მიხედვით; R_0-ის სწორად შერჩევისათვის საჭიროა, რომ პროექტანტი კარგად გაეცნოს ადგილობრივ შესაძლებლობებს მათი მაქსიმალურად გამოყენების მიზნით და თბოიზოლაციის საუკეთესო ტიპის შესარჩევად, რამაც უნდა უზრუნველყოს R_0-ის მაქსიმალური მნიშვნელობა.

ამგვარად, თბოიზოლაციის საერთო თერმულ წინაღობასაც ექნება განსაზღვრული მნიშვნელობა. ($t_{\text{საშ. ბეტ.}}$)—ბეტონის საშუალო ტემპერატურა გაცივების პროცესში—დამოკიდებულია კონსტრუქციის ტიპზე. საშუალო მასიურობის კონსტრუქციისათვის

$$t_{\text{საშ, ბეტ.}} = \frac{t_{\text{ბ}}}{2}.$$

მე-(2) ფორმულაში $t_{\text{საშ, ბეტ.}}$ შეტანით შეგვიძლია განვსაზღვროთ $t_{\text{ბეტ.}}$ მნიშვნელობა:

$$n = \frac{g_{\text{ბ}}\,\gamma_{\text{ბ}}\,t_{\text{ბ}} + \text{ЦЭ}}{M\left(\frac{t_{\text{ბ}}}{2} - t_{\text{გარ}}\right)} \cdot \frac{R_0}{\alpha} \quad \text{და}$$

$$t_{\text{ბ}} = \frac{2\,(\alpha n M t_{\text{გარ}} + R_0\,\text{ЦЭ})}{\alpha n M - 2\,g_{\text{ბ}}\,\gamma_{\text{ბ}}\,R_0}. \tag{3}$$

მეორე მხრივ, ($t_ა$) შეფიცრულობაში ბეტონის ჩაწყობისას შემდეგი ფორმულით განისაზღვრება:

$$t_ა = \frac{(g_ც t_ც + g_ქ t_ქ + g_{ხრ} t_{ხრ}) C_{ცქხ} + g_წ t_წ}{(g_ც + g_ქ + g_{ხრ}) C_{ცქხ} + g_წ}, \qquad (4)$$

სადაც $g_ც$, $g_ქ$, $g_{ხრ}$ და $g_წ$. ცემენტის, ქვიშის, ხრეშისა და წყლის წონითი დოზირებაა.

$C_{ცქხ}$ ცემენტის, ქვიშისა და ხრეშის ხვედრითი თბოშეცულობაა;

$C_წ$ წყლის ხვედრითი თბოშეცულობაა.

აქ ყველა სიდიდე, გარდა $g_ც$, $g_ქ$, $g_{ხრ}$ და $g_წ$-ისა, დამოუკიდებელია თერმოსის მეთოდის გამოყენების თავისებურებისაგან და ამიტომაც მათ საერთოდ არ ცვლიან. რაც შეეხება სათანადო მასალების ტემპერატურებს, აქ საქმე გვაქვს შემდეგ მდგომარეობასთან: ცემენტის ტემპერატურა $t_ც$ იღება $(+3 \div +5)^\circ$ ტოლი, თუ ბეტონის ქარხანაში 1—2 დღე-ღამისთვის საკმაო ცემენტის მარაგია, და 0°-ის ტოლი—თუ ცემენტს მიღებისთანავე იყენებენ.

წყლის გაცხელება ეკონომიკურად უფრო სასარგებლოა და ტექნიკურად მარტივი. ამიტომ რაც შეიძლება მაქსიმალურ ტემპერატურას იღებენ (მაგრამ არა უმეტეს 70°); ხრეშს (ან ღორღს) უკანასკნელ რიგში აცხელებენ და ამასთანავე არა უმეტეს 40°-ისა.

რაც შეეხება ბეტონის ტემპერატურას ($t_ა$) შეფიცრულობაში მისი მოთავსებისთანავე, იგი განისაზღვრება შემდეგი მოსაზრებებით: ბეტონის ტემპერატურა ბეტონმრევიდან გამოსვლისთანავე არ უნდა სჭარბობდეს $(40 \div 45)^\circ$; სითბოს დანაკარგი მიიღება: დამატებით არევის გამო $(3 \div 8)^\circ$, ბეტონის ტრანსპორტირების შედეგად $(5 - 15)^\circ$ და დაბეტონების დროს $(5 \div 8)^\circ$-მდე.

ამგვარად, $t_ა$ ადგილობრივი პირობების შესაბამისად ადვილად განისაზღვრება ყოველი ცალკეული შემთხვევისათვის.

ყველა ზემოთ აღნიშნული გვარწმუნებს, რომ (4) ფორმულა შეიცავს მხოლოდ ერთ უცნობს—ქვიშის ტემპერატურას ($t_ქ$), რაც ისე უნდა შეირჩეს, როგორც ამას (3) ფორმულა მოითხოვს.

მე-3 და მე-4 ფორმულებიდან გვაქვს:

$$\frac{(g_ც t_ც + g_ქ t_ქ + g_ხ t_ხ) C_{ცქხ} + g_წ t_წ}{(g_ც + g_ქ + g_ხ) C_{ცქხ} + g_წ} = \frac{2(\alpha n M t_{ჰაჰ} + R_0 ЦЭ)}{\alpha n M - 2 g_ბ t_ბ R_0},$$

საიდანაც

$$t_ქ = \frac{1}{g_ქ}\left\{\frac{2(\alpha n M t_ბ + R_0 ЦЭ)\left[(g_ც + g_ქ + g_ხ) C_{ცქხ} + g_წ\right]}{C_{ცქხ}(\alpha n M - 2 g_ბ \gamma_ბ R_0)} - \left(\frac{g_ბ \gamma_ბ}{C_{ცქხ}} + g_წ t_წ\right)\right\} - \frac{g_ხ t_ხ}{g_ქ}.$$

აქ $g_ც + g_ქ + g_ხ$ წარმოადგენს ერთ კუბური მეტრი ბეტონის დამზადებისათვის საჭირო ცემენტის, ქვიშისა და ხრეშის მშრალი ნარევის საერთო წონას, ე. ი.

$$g_ც + g_ქ + g_ხ = g_{ნარ}.$$

ამიტომაც

$$t_{\text{ქ}} = \frac{1}{g_{\text{ქ}}}\left[\frac{2\,(\alpha n M t_{\text{გარ}} + R_0 \text{ЦЭ})\,(g_{\text{ნარ}}\, C_{\text{ცქს}}\, g_{\text{ნ}})}{C_{\text{ცქს}}\,(\alpha n M - 2\, g_{\text{ა}}\, \gamma_{\text{ბ}}\, R_0)} - \left(\frac{g_{\text{ნ}}\, t_{\text{ნ}}}{C_{\text{ცქს}}} + g_{\text{ც}}\, t_{\text{ც}}\right)\right] - \frac{g_{\text{ს}}\, t_{\text{ს}}}{g_{\text{ქ}}}. \tag{5}$$

რადგანაც ქვიშა შეიძლება გავაცხელოთ მხოლოდ 60°-მდე, ამიტომ, თუ მივიღებთ, რომ

$$t_{\text{ქ}} > 60^\circ,$$

მაშინ ანგარიში შემდეგნაირად უნდა გაგრძელდეს:

სხვაობა ($t_{\text{ქ}} - 60^\circ$) უნდა დაემატოს მე-5 ფორმულის უკანასკნელი წევრის პირვანდელ მნიშვნელობას, რომელსაც აღვნიშნავთ t_1-ით, და მაშინ განისაზღვრება $t_{\text{სრ}}$.

$$\frac{g_{\text{ს}}\, t_{\text{ს}}}{g_{\text{ქ}}} = (t_{\text{ქ}} - 60^\circ) + t_1,$$

საიდანაც

$$t_{\text{სრ}} = \frac{g_{\text{ქ}}}{g_{\text{ს}}}\,[t_1 + (t_{\text{ქ}} - 60^\circ)]. \tag{6}$$

თუ მივიღებთ, რომ ($t_{\text{სრ}}$) ეს უკანასკნელი მნიშვნელობა

$$t_{\text{სრ}} > 40^\circ,$$

მაშინ უნდა დავასკვნათ, რომ ადგილობრივი პირობებისათვის თერმოსის მეთოდი შეუფერებელია და საჭიროა გადავიდეთ ზამთრის პირობებში დაბეტონების სხვა რომელიმე მეთოდზე.

რკინიგზის ტრანსპორტის ინჟინერთა
ვ. ი. ლენინის სახელობის თბილისის
ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 2.12.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Д. Д. Бизюкин и др. Строительное производство на железнодорожном транспорте, том II. Москва, 1948.
2. В. Н. Сизов. Строительные работы в зимних условиях. Москва—Ленинград, 1951.
3. Д. Д. Бизюкин и др. Технология строительного производства. Москва, 1951.
4. И. Д. Шенгелия. К вопросу выбора рационального способа производства работ. Сообщения Академии Наук Грузинской ССР, том XIII, № 3, 1952.

ენათმეცნიერება

კ. წერეთელი

მეშველი ხმოვნის გაჩენა ურმიულში

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა გ. წერეთელმა 5.11.1952)

სემიტურ ენებში თანხმოვანთა თავმოყრის ასაცილებლად ჩვეულებრივია ხმოვნის გაჩენა, რომელიც მეზობელ თანხმოვანთან მარცვალს ქმნის. ასეთ ხმოვანს, რომელიც წარმოთქმის გასაადვილებლად ჩნდება და არ წარმოადგენს ფუძისეულ თუ მორფოლოგიურ მაწარმოებელთა კუთვნილებას, *მეშველი ხმოვანი* შეიძლება ეწოდოს.

მეშველი ხმოვანი განსაკუთრებით ხშირად ჩნდება *სიტყვის თავში* ორთანხმოვნიანი დასაწყისის ასაცილებლად. სემიტური წარმოთქმისათვის ორი თანხმოვნით სიტყვის დაწყება თითქმის შეუძლებელია.

ასეთი ხასიათის მეშველი ხმოვანი გვხვდება ურმიის არამეულ დიალექტშიც, თუმცა ამ უკანასკნელში ორთანხმოვნიანი დაწყება იშვიათი არ არის. იგი, ჩვეულებრივ, I ძირეულთან მოკლე ან ულტრამოკლე ხმოვნის დაკარგვის შედეგია. ასე, მაგალითად, ორმარცვლიანი სახელები, რომელთაც I მარცვალში მოკლე (ან ულტრამოკლე) ხმოვანი ჰქონდათ, ხოლო II მარცვალში გრძელი (qitāl, qatāl და მისთ. ტიპისა), მთლიანად ერთმარცვლიან სახელებად იქცნენ, დაკარგეს რა მოკლე ხმოვნები. ამასთანავე, ეს სახელები ხმოვანთა დაკარგვის გამო ორი თანხმოვნით იწყება (qtāl, qtīl, qtūl); როგორიცაა: nvīịä ‹წყარო› < n^{e}ḇīịā, švä̈vä ‹მეზობელი› < š^{e}ḇāḇā, ḫmä̈rä ‹ვირი› < ḥimārā (შდრ. არაბ. ḥimār^{un}), smūqa ‹წითელი› (მამ.) და სხვ. ასეა I უღვლილების ზმნების ყველა ინფინიტივთან და ვნებითის მიმღეობასთან: ptāḫa ‹გაღება›, tlāqa ‹დაკარგვა› და სხვ.; qṭ̥ilå ‹მოკლული› (მამ.), zvintä ‹ნაყიდი› (მდ.) და სხვ.

ორთანხმოვნიანი დასაწყისი დაცულია უცხოურ სიტყვებშიც: ğvanqa (ქურთ.) ‹ჭაბუკი›, lhēpa (ქურთ.) ‹საბანი›, qdīlä ‹გასაღები› (ბერძნ.) და სხვ.

ამგვარად, ურმიულმა ერთგვარად დაარღვია მარცვალთა წარმოების (წარმოთქმის) საერთოსემიტური წესი. ურმიულის წარმოთქმისათვის ასეთი ორთანხმოვნიანი დასაწყისი დიდ სიძნელეს აღარ წარმოადგენს[1].

მიუხედავად აღნიშნულისა, ურმიულში გვხვდება ასეთი (ორთანხმოვნიანი) დასაწყისის ასაცილებელი მეშველი ხმოვანი. ზოგი მათგანი ძველადვეა გაჩენილი, როდესაც ორთანხმოვნიანი დასაწყისის აცილება აუცილებელი იყო,

---

[1] ორი თანხმოვნით სიტყვის დაწყება ჩვეულებრივია დას. არამეულის ცოცხალ დიალექტში მაალულაში ([1], გვ. 75—76).

ზოგი კი ახალი; ეს უკანასკნელი—ძირითადად ახლად ნასესხებ უცხოურ სიტყვებში.

ორთანხმოვნიანი დასაწყისის აცილება ორგვარად ხდება: 1) მეშველი ხმოვნის გაჩენით სიტყვის დასაწყისში (ე. წ. პროთეტიკული ხმოვანი), 2) ხმოვნის გაჩენით მოცემულ ორ თანხმოვანს შორის (თანხმოვანთგამყარი ხმოვანი).

პროთეტიკულია ხმოვანი რიცხვით სახელებში: årp̣å 'ოთხი', ištä 'ექვსი', i̥čå ‖ ućå 'ცხრა', imä 'ასი'. ეგევე ხმოვანი გაჰყვება ამ სახელებიდან ნაწარმოებ ათეულების აღმნიშვნელ რიცხვ. სახელებს და ე. წ. განსაზღვრულ რიცხვით სახელებს: årp̣i̥ 'ორმოცი', išti 'სამოცი', i̥č̣i̥ 'ოთხმოცდაათი' და årp̣unte 'ოთხივე', ućunte 'ცხრავე' და მისთ.

რიცხვ. სახელებში პროთეტიკული ხმოვანი გვხვდება სხვა სემიტ. ენებშიც (თუმცა ურმიულთან შედარებით ბევრად ნაკლებად). ასე, რიცხვ. სახელში „4" პროთეტიკული ხმოვანი ყველა ძველ სემიტ. ენაშია: არაბ. ʾarbaʿ, ეთ. ʾarbaʿ, ებრ. ʾarbaʿ, არამ. ʾarbaʿ, აქად. arbaʾi (შდრ. მათ სათანადო რიგითი რიცხვ. სახელები, სადაც ეს პროთეტ. a აღარ არის: სირ. r^{e}b̲īʿāiā, არაბ. rābiʿ, ებრ. r^{e}b̲īʿī), პროთეტ. ხმოვანია არაბულ რიცხვ. სახელში—'ორი'—it̲nāni (მამ.) (შდრ. მისი მდ.—t̲intāni). განსაკუთრებით ფართოდაა გავრცელებული რიცხვ. სახელებში პროთეტ. ხმოვანი მაʿლულას დიალექტში: it̲ri 'ორი' (შდრ. ურმ. tre), et̲lat̲ 'სამი' (შდრ. ურმ. ṭłå), საერთოსემიტური arpaʿ 'ოთხი', ešbaʿ 'შვიდი', eṭšaʿ 'ცხრა', eʿsar 'ათი' ([1], გვ. 113), მაგრამ: t̲ēlet̲ 'მესამე', r.beʿ 'მეოთხე' ([1], გვ. 116).

აღნიშნული მდგომარეობა უნდა მიუთითებდეს სახელთა ამ კატეგორიაში პროთეტიკული ხმოვნის ადვილად განვითარებაზე. აქედან რიცხვ. სახელში „ოთხი" პროთეტ. a (მაგარი შემართვით ʾa)[1] ადრე უნდა იყოს გაჩენილი.

ძველ სემიტურში (განსაკუთრებით არაბულში) ორთანხმოვნიან სახელებთან ცნობილი ასეთი ხმოვნის გაჩენა (როგორიცაა ism 'სახელი' < √sm, ibn 'ძე' < √bn) ურმიულმა ნაკლებად იცის (შდრ.: არაბ. ism და ურმ. šimä 'სახელი', ibn და ურმ. brūna bar-იდან), მაგრამ istä 'ძირი, ფსკერი' < štā, თუ ძირეულები š და t არის (შდრ. არაბ. ist, სირ. eštā, აქად. išdu, ებრ. კი šēt̲).

სამთანხმოვნიან სახელებთან პროთეტიკული ხმოვანი გვხვდება რამდენიმე ისეთ ძირთან, რომლის ბოლო თანხმოვანი სუსტია: ah̯ri 'განავალი' < √ḥrʾ ([2], გვ. 22), irh̯i 'წისქვილი' < irh̯i̯ā < rah̯i̯ā ([2], გვ. 23).

სირიულიდან უნდა იყოს ნასესხები i̥švåṭ 'თებერვალი' švåṭ-ისათვის (< š^{e}b̲aṭ).

პროთეტიკულია a სიტყვებში ärmiltä 'ქვრივი' და armunta 'ბროწეული'. პირველ სიტყვაში (ärmiltä) პროთეტიკული a ძველი უნდა იყოს, რამდენადაც იგი საერთოსემიტური ჩანს: არაბ. ʾarmalat, სირ. ʾarmaltā, r ‖ l და l ‖ n-ს სუბსტიტუციით ებრ. ʾalmānā და აქად. almattu, მრ. almanâti. ეს სიტყვა

---

[1] სემიტურში, როგორც ცნობილია, ხმოვნით დაწყებული სიტყვა მაგრად შეიმართება

უნდა მოდიოდეს √rml-დან, საიდანაც არაბ.-ში გვაქვს ʾarmal და murmil „ღარიბი; საწყალი“ ([3], გვ. 38). მეორე სიტყვაში (armunta) a ურმიულის ნიადაგზე განვითარებული ჩანს (შდრ.: სირ. rumānā, ებრ. rimmōn). ასეთი განვითარება პროთ. ხმოვნისა ერთ სემიტურ ენაში, როდესაც მეორეში ასეთი ხმოვანი არ არის, სემიტურში არც ისე იშვიათია; შდრ. ებრ. ʾeṣbaᶜ და ურმ. ṣibᶜā > ṣupå „თითი“. სიტყვებში armunta და ĭšvåṭ პირველ ძირეულთან ულტრამოკლე ხმოვანი უნდა ყოფილიყო (rᵉmuntā და šᵉbaṭ), რომელიც ადვილად დაიკარგა, რამაც სიტყვაში ორთანხმოვნიანი დასაწყისი შექმნა (შდრ. [2], გვ. 22; [4], გვ. 216—217).

ასეთ შემთხვევაში პროთეტიკული ხმოვნის გაჩენა (ე. ი. ორთანხმოვნიანი დასაწყისის ასაცილებლად) საკმაოდ ხშირია სემიტურში; ასე, ძველ არაბულში, ახალ არაბულ დიალექტებში, ებრაულში, არამეულში, ეთიოპურში ([4], გვ 209—211; [5], გვ. 139).

ზემოაღნიშნული მაგალითები პროთეტიკული ხმოვნის ადრე გაჩენას განეკუთვნება. აქედან ნაწილი განსაკუთრებით ძველი უნდა იყოს (როგორიცაა årpå „ოთხი“, ärmiltä „ქვრივი“).

სიტყვის ანლაუტში აღნიშნული მიზნით (ორთანხმოვნიანი დაწყების აცილება) ხმოვნის გაჩენა ურმიულში დღესაც ხდება, თუმცა ხმოვნის ასეთი წარმოქმნა ბევრად უფრო შეზღუდულია. ასეა ახლად შემოსულ უცხოურ სიტყვებში: რუს. usṭoł „მაგიდა“ < стол, uščoł „სკოლა“ < школа. ასე გვაქვს სხვა წარმოშობის უცხოურ სიტყვებში: iskülåi̯ä (შეიძლება სირიულიდან?) „მოწაფე“ < ბერძნ. σχώλη, i̥sṭłå „სამოსელი“ < ბერძნ. στολή, ispüg̊i̥ä „ღრუბელი“ (მცენარე) < ბერძნ. σπόγγος (ასევეა სირიულშიც).

შედარებით ხშირია ასეთი პროთეტიკული ხმოვნის გაჩენა ზმნის იმ ფორმებში, რომლებიც ორი თანხმოვნით იწყება. ასეა I უღვლილების ზმნათა ბრძანებითში: urhuṭ! „გაიქეც“ < rhuṭ, ištii̯ „დალიე!“ და სხვ ; ნამყო—წყვეტილში: i̥rhi̥ṭłi̥ „გაიქცა“ (მამ.) < rhi̥ṭłi̥, ırhıšlı (მაგრამ i-ს გარეშე—hıšlı), ინფინიტივში: i̥rhåṭå „სირბილი“ < rhåṭå, ırhāša hāša-ს გვერდით „სიარული“ (1.

ზმნის ფორმებთან პროთეტიკული ხმოვანი გვხვდება სხვა სემიტურ ენებშიც. ასე, ჩვეულებრივია არაბული ზმნის ბრძანებითის ფორმებში i და u ხმოვნები ორთანხმოვნიანი დასაწყისის წინ: iftaḥ „გააღე!“ < ftaḥ, uqtul „მოკალ!“ qtul, მაგრამ qūm „ადექ!“, sīr „წადი!“ პროთეტიკული ხმოვნის გარეშე, რადგან აქ ზმნის დაწყება ერთთანხმოვანია.

პროთეტიკული ხმოვანი გვხვდება ზოგ ნაწილაკთანაც, როგორიცაა ułtuh < ltaht „ქვემოთ; ქვეშ“, ułuł < lᶜal „ზევით, ზემოთ“.

ორთანხმოვნიანი დასაწყისის ასაცილებლად, როგორც ზევითაც აღვნიშნეთ, ზოგჯერ პროთეტიკული ხმოვნის ნაცვლად I და II თ ა ნ ხ მ ო ვ ა ნ ს შ ო რ ი ს ჩნდება მეშველი ხმოვანი. როგორც თანხმოვანთგამყარი. ასეა უმეტესად უცხოურ სიტყვებში (ჩვეულებრივად—ახლად ნასესხებში), როგორიცაა რუს.

(1 II უღვლილების ზმნებ ან ორი თანხმოვნით დაწყებული ფორმები არა გვაქვს.

ḳuruška „კრუშკა“ <крушка, šibiška „ასანთი“ <спичка; səḫət <ქართ. მცენეთა (იდგ. სახ.). ასეთი თანხმოვანთგამყარი ხმოვანი უნდა გვქონდეს ʾ ʿ ზმნების (I ჯგ.) ვნებითის მიმღეობებში, როგორიცაა: bıḫi̯a „მტირალი“ <bḫīi̯ā < bᵉḵīi̯ā, qıri̯a „წაკითხული“ <qrīi̯ā, kili̯ä <kᵊlīi̯ā „მდგარი, მდგომი“ და მისთ., თუ აქ მეტათეზისი არ არის თანხმოვანსა და ხმოვანს შორის.

ასეა ხოლმე მაშინაც, როდესაც უცხოურ სიტყვაში სამთანხმოვნიანი დასაწყისია; მაგ. რუს. склад. მაშინ თანხმოვანთგამყარი ხმოვანი ჩნდება პირველ ორ თანხმოვანსა და მესამეს შორის: sḳᵊłåd „საწყობი“.

სხვა სემიტურ ენებში ორ- თუ სამთანხმოვნიანი დასაწყისის ასეთი აცილება (თანხმოვანთგამყარი ხმოვნის საშუალებით) არ გვხვდება.

სემიტური ენები იცნობენ პროთეტ. ხმოვნის გაჩენას ერთთანხმოვნიან დასაწყისშიც. ასე, მაგალითად: ამჰარული zā „ეს > ʾezā, šōh „ეკალი“ > ʾešōh ([4], გვ. 214), ებრ. ʾᵃziqqīm „ჯაჭვები“ ([4], გვ. 215). ურმიულში ასეთად ჩანს რიცხვითი სახელი imä „ასი“ ma-ს გვერდით, რომელიც ასეულების კომპონენტად იხმარება: trema (tre და ma) „ორასი“, ṭłåmå (ṭłå და ma) „სამასი“ და ა. შ.

აღნიშნულ შემთხვევებში გაჩენილი ე. წ. მეშველი ხმოვანი ყოველთვის ვიწრო ხმოვანია (i და u), თუ მის უშუალო მეზობლობაში არ არის ფარინგალი ან გლოტალი თანხმოვანი. ამ უკანასკნელ შემთხვევაში პროთეტ. ხმოვანი a არის (მაგ. aḫrı). ასევე ხშირად r-ს წინ (årpå; ärmiltä, armunta), a ხმოვნისადმი ფარინგალების, გლოტალებისა და r-ბგერის „სიყვარული“ სემიტურში, განსაკუთრებით ჩრ. სემიტურში, ცნობილია [6]. a არის პროთ. ხმოვნად არამეულის ცოცხალ დიალექტში—ტორანის დიალექტშიც ḥ-ს წინ: ʾḥṭīṭō „ცოდვა“ ([3], გვ. 217). ეგევე ხმოვნები (i, u ან გარკვეულ მეზობლობაში a/e) მოცემულ შემთხვევებში გვაქვს სხვა სემიტურ ენებშიც [4]. სირიულში i-ს ნაცვლად e გვხვდება, რაც (e) ფუძისეული i-ს ნაცვალიცაა ([4], იქვე).

ამასთანავე, ამ ხმოვანთა განაწილება ასეთია: ლაბიალური ხმოვნიანი მარცვლის წინ u ხმოვანი ჩნდება, ხოლო არალაბიალურის წინ—i (შდრ. urḫuṭ „გაიქეც!“ და ᵊrḫᵊṭłå „გაიქცა“ (მდ.), ušqoł და ıšqap). ერთადერთ გამონაკლისს წარმოადგენს სიტყვა iskülāi̯ä „მოწაფე“ ნასესხები ბერძნულიდან (σχώλη), სადაც პროთეტიკულ ხმოვნად u-ს ნაცვლად i არის. აქ ეს i უნდა მოდიოდეს პალატალიზებული u-დან, ე. ი. ü-დან (ურმიულში ხშირია უმახვილო ü-ს i-ში გადასვლა: gi mēša „ტყეში“ gü mēša-სთვის; ზოგჯერ მახვილიანი ü ც > i gi díni̯ä „ქვეყანაზე“ <gü düni̯ä). ამგვარად, მეშველი ხმოვნის გაჩენა აღნიშნულ შემთხვევაში დამოკიდებულია ფუძისეულ ხმოვანზე, რომელთავანაც იგი (მეშველი ხმოვანი) ლაბიალობის მიხედვით ჰარმონირდება. ასეთივე სახის ჰარმონიას ადგილი აქვს მეშველ და ფუძისეულ ხმოვანთა შორის ყველა სემიტ. ენაში, სადაც კი ასეთი ხმოვანი ჩნდება. ასე, მაგალითად, არაბ. uktub „დაწერე!“ ktub-ისათვის, მაგრამ idrıb „დაჰკარ!“ და ismaᶜ „ისმინე!“ drib და smaᶜ-ისათვის.

ურმიულში აღნიშნულ ჰარმონიას ლაბიალობის მიხედვით ემატება ჰარმონია ტემბრის მიხედვითაც: ɨrḫɨṭłå და არა irḫɨṭłå, ṡkɨłåd და არა skiłåd, ḳüruška და არა ḳüruška და მისთ. [7].

როგორც დაკვირვება გვიჩვენებს, იმ შემთხვევაში, როდესაც პროთეტიკ. ხმოვანთან გვაქვს საქმე, ეს ხმოვანი ყოველთვის სპირანტის (ჩვეულებრივ სიბილანტი სპირანტის) ან სონორის წინაა. ასე, š და s წინაა ხმოვანი განვითარებული სიტყვებში ušqoł, usṭoł, ištä და სხვ., ḫ-ს წინ სიტყვაში aḫrı, სონორებია (r, l, m, n) სიტყვებში: armunta, ırḫı, årpå, ɨrḫ^{å}ṭå „სირბილი“, ırqidla „იცეკვა“ (მდ.); ułtuḫ, ułuł; imä, inpilä (მაგრამ—pilä) „დავარდა“ (მდ.) და სხვ.

ასეა სემიტურშიც: z, s, ṣ და š-ს წინ: ებრაულსა და ფინიკიურში, არამეულში; სონორების წინ: ამჰარაულში, არაბულში, ებრაულში, აქადურში, არამეულში; განსაკუთრებით ხშირია ხმოვნის გაჩენა r-ს წინ ([4], გვ. 214—217).

როგორც წესი, პროთეტიკული ხმოვანი ურმიულში ხშულის წინ არ გვხვდება. სემიტურში ასეთ შემთხვევაში თუმცა ადგილი აქვს ხმოვნის გაჩენას, მაგრამ უაღრესად იშვიათად. (ასე, არამეულში ṭ-ს წინ: მანდ. ṭirfe ‖ aṭirfe „ფოთლები“, b-ს წინ: მანდ. b^{e}rā > ʾebrā „ძე“, d-ს წინ: მანდ. d^{e}mā > eḏmā „სისხლი“ ([4], გვ. 216—217). t-ს წინაა პროთეტ. ხმოვანი გაჩენილი სირიულში p^{e}al-ის რეფლექსივში—ʾetp^{e}al (< *tp^{e}al), მაგ. ʾeṯqeṭel „იქნა მოკლული“ და მისთ. ორიოდე სათანადო შემთხვევა გვხვდება სხვა სემიტ. ენებშიც ([4], გვ. 215). ხაზგასასმელია, რომ ახალი ხმოვნის (პროთეტიკ. ხმოვნის) განვითარება ყველაზე მეტად სემიტური ენებიდან არამეულშია გავრცელებული. ამასთანავე, ხშულის წინ პროთეტიკ. ხმოვანი ორიოდე შემთხვევის გარდა, რომელიც ებრაულში გვხვდება (შესაძლებელია არამეულის გავლენით?), მხოლოდ არამეულ დიალექტებშია. ამ უკანასკნელთათვის ერთგვარ გამონაკლისს წარმოადგენს ურმიის დიალექტი, რომელიც, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, თითქმის არ იცნობს პროთეტიკული ხმოვნის განვითარებას ხშულის წინ. და, ამდენად, მხარს უჭერს საერთოსემიტურ ტენდენციას: ახალი ხმოვანი განავითარის მხოლოდ სპირანტების ან სონორების წინ. (ამაში დავრწმუნდებით ქვემოთაც).

ხშულის წინ პროთეტიკული ხმოვნის განვითარების ერთადერთი მაგალითია ურმიულში რიცხვითი სახელი učå ‖ ɨčå „ცხრა“ და აქედან ნაწარმოები სიტყვები: ɨčɨ „ოთხმოცდაათი“ და učunte „ცხრავე“. აქ i-ს გაჩენა č̣ (< č)-ს წინ შესაძლებელია š-ს č- č̣-ში ერთგვარი მონაწილეობით აიხსნას (č—č̣ ხომ აფრიკატია, სადაც დამართვა სპირანტულია?). მაგარი ტემბრით უნდა აიხსნას i > u სიტყვის ანლაუტში (შდრ. usrå „ათი“ < ɨsrå < ʿisrā).

ზემოაღნიშნული ეხებოდა ორთანხმოვნიანი დასაწყისის აცილებას პროთეტიკული ხმოვნის საშუალებით. როგორც ვხედავთ, ასეა მაშინ, როდესაც სიტყვა სპირანტით ან სონორით იწყება. ისეთ შემთხვევაში კი, როდესაც სიტყვის ორთანხმოვნიანი დასაწყისის თავში ხშულია, ამ დასაწყისის აცილება (თუ ეს საჭიროება მთქმელისათვის შეიგრძნობა) ხდება არა პროთეტიკული

ხმოვნით, არამედ თანხმოვანთგამყარი ხმოვნის საშუალებით. ასე, ḳuruška და არა uḳruška (მაგრამ ušqol), qirant „ონკანი, კრანი" და არა ıqrant, sḳilåd და არა siḳlåd (ე. ი. არა ḳ-ს წინ). ამასთანავე, ამ უკანასკნელ შემთხვევაში (თანხმოვანთგამყარი ხმოვნის გაჩენისას) მეორე თანხმოვანი, რომლის წინ ხმოვანი ვითარდება, სონორია (მოტანილ მაგალითებში r და l). გამონაკლისს წარმოადგენს უცხოური სიტყვა šibiška „ასანთი", სადაც ხმოვანი š-ს წინ კი არ არის გაჩენილი, როგორც მოსალოდნელი იყო, არამედ შემდეგ: šibiška < რუს. **спичка.** ვფიქრობთ ურმიულში ეს სიტყვა šibiška-ს სახითვეა შესული via armenica ან via georgica, სადაც რუს. **спичка**-ს šibiška-ს სახით წარმოთქვამენ.

ანალოგიური მდგომარეობაა (ე. ი. ორთანხმოვნიანი დასაწყისის აცილება თანხმოვანთგამყარი ხმოვნით, როდესაც პირველი თანხმოვანი ხშულია, ხოლო მეორე — სონორი ან სპირანტი) პირველი ულვლილების ʾʿ ზმნების ვნებითი გვარის მიმღეობებში. ასე, მაგალითად: k და l-ს შორის ხმოვანია სიტყვაში kilia <kliiā „მდგომი", q და r-ს შორის—qiria <qriiā „წაკითხული", b და ḫ-ს შორის—bıḫia <bḫiiā bᵉkiiā „მტირალი", d და ḫ-ს შორის—dıḫia < dḫiiā < dᵉkiiā „გაწმენდილი, გასუფთავებული" და სხვ. ყველგან აქ პირველ თანხმოვნად ხშულია (k, q, b, d), მეორე თანხმოვნად ან სონორი (l, r), ანდა სპირანტი (ḫ). საყურადღებოა, რომ სპირანტით დაწყებულ ამავე ტიპის მიმღეობებში ასეთი თანხმოვანთგამყარი ხმოვანი არ გვხვდება. ასე, მაგალითად: štiiä „ნასვამი" და არა šitiā (< √šti), šliiä „მშვიდი, წყნარი" და არა šiliä (< √šli), sliia „ძირს ჩამოსული, ძირს დაშვებული" (< √ṣli), zriia „დათესილი" (< zrʿ) და სხვ. თუ მოცემულ შემთხვევაში მეტათეზისია და არა ახალი ხმოვნის განვითარება, ერთი მაინც ცხადია: ხმოვანი გვხვდება მხოლოდ სონორისა და სპირანტის წინ. და მაშასადამე, მეტათეზისის საფუძველი იგივეა, რაც თანხმოვანთგამყარი ხმოვნის განვითარებისა. აღნიშნულთან დაკავშირებით უნდა გავიხსენოთ ისეთი შემთხვევებიც, როდესაც სემიტურში ხმოვნის განვითარება ხდება ერთი თანხმოვნის წინაც. ეს ერთი თანხმოვანი, როგორც წესი, სონორი ან სპირანტია. ასეა ურმიულში სიტყვაში imä „ასი" < maʾā [1].

ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს, რომ ურმიულში ხმოვნის მ ხ ო ლ ო დ (მცირე გამონაკლისით) სონორისა და სპირანტის წინ განვითარების ახსნა უნდა ვეძიოთ ამ თანხმოვნების ფონეტიკურ ბუნებაში. სონორი და სპირანტი თანხმოვნები (ამ უკანასკნელთაგან განსაკუთრებით š და ḫ) ხშულებისაგან იმითაც განსხვავდებიან ურმიულში, რომ პირველთა წინ ხმოვანი ადვილად ვითარდება, მეორეთა წინ—არა [2].

აღნიშნული ეხებოდა ხმოვნის გაჩენას სიტყვის ანლაუტში. ურმიულში გვაქვს ხ მ ო ვ ნ ი ს ი ნ ლ ა უ ტ შ ი გ ა ჩ ე ნ ი ს შემთხვევებიც.

---

[1] იხ. ზ. გვ. 7. შდრ. ხალხურ რუსულ მეტყველებაში: **ихто** „ვინ" < хто (кто-სათვის); **ишла** „მიდიოდა" < шла: ერთი ш-ს წინ: **ишел** < **шел** და მისთ. ხმოვნის განვითარება აქაც მხოლოდ სპირანტებთან, და კერძოდ ш და x-სთან (š და ḫ) გვაქვს.

[2] სონორთა და სპირანტთა აღნიშნული თვისება სპეციალურ მსჯელობას მოითხოვს.

ინლაუტში ჩვეულებრივია ხმოვნის (უმეტესად i-ხმოვნის) გაჩენა, როდესაც სამი თანხმოვანი იყრის თავს[1]. ასეა ხოლმე ორმარცვლიან სახელთა მდედრ. სქესში, როდესაც t-ფორმანტი დაერთვის: kälbtä > kälɨbtä (kä·lib tä), mäliktä „დედოფალი“ < mälktä (შდრ. mälkä „მეფე“). ასევე მდგომარეობაა სიტყვებში: åqɨrvå „მორიელი“ < ʿaqr^{e}bā, mäšiknä „ბინა“ < mäšknä < mašk^{e}nā. ამ უკანასკნელ სიტყვებში ბოლოდან მეორე თანხმოვანს ულტრამოკლე ხმოვანი (შვა) ჰქონდა, რომელიც, როგორც ვიცით, ურმიულში იკარგება. ამიტომ ერთმანეთის მიყოლებით თავი მოიყარა სამმა თანხმოვანმა. ამ გარემოებამ ხმოვნის გაჩენის საფუძველი შექმნა. აქაც, როგორც მდ. სქესის სახელებში, ეს ხმოვანი I უხმოვნო თანხმოვნის შემდეგ ჩნდება. ასევეა არამეულის სხვა დიალექტებშიც: სირიულში, მანდეურში, იუდ.-არამეულში ([4], გვ. 217–218).

i მეშველი ხმოვნისათვის ერთხელ გვაქვს a მოცემულ შემთხვევაში: ɨsåqtå „ბეჭედი“ < ʿīzaqtā < ʿizz^{e}qtā, ალბათ მომდევნო q-ს გამო.

ხმოვნის გაჩენა სიტყვის ინლაუტში სხვა სემიტურ ენებშიც გვხვდება: აქადურში, არაბულში, ებრაულში ([4], გვ. 211—219).

სემიტურში, და კერძოდ არამეულშიც ცნობილია შემთხვევები, როდესაც სიტყვის ბოლოში მყოფი ორი თანხმოვანი ერთმანეთისაგან დაცილებულია ხმოვნით. ასეა ებრაულში მიღებული ე. წ. სეგოლატები ორმაგად დახურული ერთმარცვლიანი სახელებიდან. ასეა არაბულის ზოგ დიალექტში (მაგ. ჩრ. არაბ. baḥar „ზღვა“ < baḥr, miliḥ „მარილი“ < milḥ, ბედუინ. ṣaber „მოთმინება“ < ṣabr და ზოგი სხვაც). ანალოგიური შემთხვევები არის ეთიოპურში, აქადურში ([4], იქვე). არამეულში, ასეთ შემთხვევაში, ბოლო ორ თანხმოვანს შორის ჩნდება e ხმოვანი (r და ლარინგალებთან—a ხმოვანი): სირ. nafš „სული“ > n^{e}peš, pagr „სხეული“ > p^{e}g̅ar, ([4], გვ. 218).

ურმიის დიალექტში ის ფაქტი, რომ სახელი ყოველ შემთხვევაში (status emphaticus-შია, ე. ი. a ხმოვანზე ბოლოვდება, ხელმეტს ხდის ორ ბოლო თანხმოვანს შორის ხმოვნის გაჩენას. ასეთი მდგომარეობა (ხმოვანი აბსოლუტურ აუსლაუტში) არა მარტო მხ. რიცხვშია, არამედ მრავლობით რიცხვშიც და სუფიქსიან ფორმებშიც, მაგ. pağra „სხეული“, pağri (მრ. რ.), pağrii̯ „ჩემი სხეული“ და მისთ.

ორი თანხმოვანი ერთად სიტყვის ბოლოში ურმიულში არც ზმნაში გვხვდება. ამგვარად აქაც მეშველი ხმოვნის გაჩენა საჭირო არ არის.

სემიტურ ენებში გვაქვს ისეთი შემთხვევებიც, როდესაც აბსოლუტურ აუსლაუტში მყოფი ნახევარხმოვანი u̯ და i̯, რომელიც უხმოვნო თანხმოვანს მისდევს, შესატყვის სრულ ხმოვანში გადადის. ასეა ეთიოპურში, სადაც გეეზის ახალ წარმოქმნაში u̯ > u: šeru „ფესვი“ < šeru̯, badu „უდაბნო“ < badu̯, ებრაულში: tōhu „უდაბნო, დაუსრულებელი“ < *tuhu̯, péri „ნაყოფი“ < pari̯ ([4], გვ. 213). ურმიულში ასეთი რამ არ არის. მაგრამ შესაძლებელია ანალოგიური მდგომარეობა იყოს სიტყვაში kɨälü „რძალი“ იშვიათად ხმარებული kɨältä-ს გვერდით, ე. ი. აქ აუსლაუტში მყოფი u მიღებული იყოს u̯-დან, რო-

[1] შდრ. ჩრ. აფრიკის არაბული დიალექტები ([4], გვ. 212).

მელიც უხმოვნო თანხმოვანს l-ს მოსდევდა: kalụ > kālu (შდრ. ებრ. kallā). აქ უნდა გვქონდეს qattal ტიპის სახელი, სადაც მესამე ძირეული (l-ს შესატყვისი) ụ უნდა ყოფილიყო ან ეგების ụ (რომელიც შემდეგში > u) თვით ურმიულშია მიღებული როგორც ფუძის მავრცობი გემინაციის დაკარგვის შემდეგ, ე. ი. √kll ([8], გვ. 573).

ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს, რომ ახალი, ან როგორც ჩვენ მას ვუწოდებთ, მეშველი ხმოვნის (resp. მარცვლის) გაჩენას ურმიის არამეულ დიალექტში მისი განვითარების მთელ მანძილზე ჰქონოდა ადგილი და ამ გაჩენის საფუძველი საერთოსემიტურია.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ენათმეცნიერების ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 5.11.1952)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. A. Spitaler. Grammatik der neuaramäischen Dialekte von Ma'lūla (Antilibanon). Leipzig, 1938.
2. Th. Nöldeke. Grammatik der neusyrischen Sprache. Leipzig, 1868.
3. Gesenius-Buhl. Hebräisches und aramäisches Handwörterbuch, 14—Aufl. Leipzig, 1905.
4. C. Brockelmann. Grundriss der vergleichenden Grammatik der semitischen Sprachen, B. I. Berlin, 1908.
5. Г. В. Церетели. К характеристике языка среднеазятских арабов. Труды II сессии Ассоциации арабистов. М.—Л., 1941.
6. კ. წერეთელი. ურმიული სინჰარმონიზმის საფუძველი. საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის მოამბე, ტ. VII, № 9—10, 1946.
7. კ. წერეთელი. ურმიული სინჰარმონიზმი (ზოგადი დახასიათება). საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის მოამბე, ტ. VII, № 7, 1946.
8. კ. წერეთელი. გემინაციის შესახებ ურმიის არამეულ დიალექტში. საქ. სსრ მეცნ. აკადემიის მოამბე, ტ. XIII, № 9, 1952.

ხელოვნების ისტორია

ლ. შერვაშიძე

მინიატურები ქუთაისის ხელნაწერისა № 115 და ლენინგრადის ხელნაწერისა O I № 58

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა გ. ჩუბინაშვილმა 5.7.1952)

ქუთაისის მუზეუმის ხელნაწერთა შორის ინახება გულანი (№ 115), რომელიც თავისი პალეოგრაფიული მონაცემებით შეიძლება მიეკუთვნოს XVII საუკუნის დასასრულს ან XVIII ის დასაწყისს. ფურცლების ზომა—17,5×11 სმ.

ხელნაწერში 155-ე და 157-ე ფურცლების ორივე გვერდზე არის მინიატურები, რომლებიც შესრულებულია ცალკე, ამ ხელნაწერისაგან დამოუკიდებლად, და ჩაკრულია ფურცლებში ამ მინიატურებისათვის ამოკვეთილ სარკმლებში.

ეს ორი ფურცელი ჩაწებებული მინიატურებით იმთავითვე აღიქმის როგორც ამ ხელნაწერისათვის უცხო. ჩვენ წინ წამოიჭრა მოსაზრება, რომ შესაძლებელია ეს მინიატურები წარმოდგება ლენინგრადის საჯარო ბიბლიოთეკაში დაცული ცნობილი ხელნაწერისაგან (O I № 58), რომელმაც უკვე გასულ საუკუნეში მიიპყრო მკვლევართა ყურადღება და რომლის შესახებ 40 წლის წინათ ნ. ოკუნევის მიერ მოთავსებული იყო წერილი „Христианский Восток"-ის პირველ ტომში, სათაურით „О грузино-греческой рукописи с миниатюрами". [1]

შემდგომმა მუშაობამ დაადასტურა ეს მოსაზრება.

155-ე ფურცელზე ყოველი მინიატურა წარმოადგენს ჩარჩოს მთელ არეზე მოთავსებულ ერთ სიუჟეტს: წინა გვერდზე—recto-ზე „ლაზარეს აღდგინება", verso-ზე „ფერისცვალება". მინიატურების ზომაა 7×10,5 სმ.

157-ე ფურცელზე კი მინიატურები სხვა ზომისაა—11,3×6,5 სმ.

ყოველი მინიატურის არე დაყოფილია სწორკუთხედებად, რომლებიც განლაგებულია სიმეტრიულად სამ ჰორიზონტალურ ზოლად. ზოლები ორი სახისაა: პირველი სახე—რამდენადმე უფრო განიერი ზოლი, სახარების სცენის ფართო კადრით, რომელიც მოთავსებულია ორ ვიწრო სწორკუთხედს შორის. თვითეულ მათგანში მოთავსებულია წმინდანის ფიგურა მთელი სიმაღლით. მეორე სახის ზოლები უფრო ვიწროა, მათ შუა ვიწრო სვეტად მოცემულია ბერძნული ტექსტი ორ მედალიონს შუა. თვითეულ მედალიონში მოთავსებულია წმინდანის გამოხატულება მკერდამდე. ზოლები ერთიმეორეს ენაცვლება. ფურცლის recto ზე შუაზე მედალიონებიანი ზოლია. ზემოთ და ქვემოთ ზოლებია სახარების სცენებით (იხ. სურ. 1).

ფურცლის verso-ზე წინაუკმო, ზემოთ და ქვემოთ მედალიონებიანი ზოლებია. მათ შორის კი ზოლია სახარების სცენით (იხ. სურ. 2).

მინიატურების ნაპირებს ზემოთ დაკრულია ქაღალდის ვიწრო ზოლები, რომლებიც შემდეგ გამოხაზულია, როგორც ჩარჩოები ოქროსი და სხვადასხვაფერი ხაზებით (ასეთი ჩარჩოების შესახებ იხ. [2], გვ. 34).

ჩარჩოებისაგან შენიღბულია მინიატურების კიდეები და იქმნება შთაბეჭდილება, რომ მინიატურები ხელნაწერის ფურცლებთან ერთ მთლიანს შეა-

დგენენ. მაგრამ 155r-ზე ჩარჩოს ზოლი ასძრობია და ჩანს მინიატურის საკუთარი ვიწრო ჩარჩო სინგურისა, მის ზემოთ კი — ნუსხას წვრილი ასოების სტრიქონი. ასეთივე ჩარჩო ტექსტის სტრიქონებით ლენინგრადის ხელნაწერშიაცაა.

გარდა ამისა, 157-ე ფურცლის მეორე გვერდზე მინიატურა მოთავსებულია მისი წინა გვერდის საწინააღმდეგო მიმართულებით, რაც ვერ აიხსნება ჩამწებებლის შეცდომით, რადგან მინიატურები შესრულებულია ერთისა და იმავე ჩაწებებული ფურცლის ორივე გვერდზე. აქ მხატვრის შეცდომა ძალიან ნაკლებადაა საფიქრებელი და თითქმის შეუძლებელიცაა.

თუ გავიხსენებთ, რომ მინიატურების ასეთი განლაგება გვაქვს ლენინგრადის ხელნაწერის მრავალ ფურცელზე, მივიღებთ კიდევ ახალ დასაყრდენს თავდაპირველი მოსაზრებისათვის ქუთაისის ხელნაწერის მინიატურის წარმოშობის შესახებ. ლენინგრადის ხელნაწერის მინიატურების ასეთი განლაგება იმით აიხსნება, რომ ამ კოდექსის ყუა მის ვიწრო მხარეზეა და ბევრი გვერდი აგებულია სიმაღლეზე, რის გამო ფურცლები გადაიშლება მარცხნიდან მარჯვნისაკენ კი არა, არამედ ქვემოდან ზევით. ამასთან უფრო მოსახერხებელი იყო, რომ ამ ფურცლების გვერდები თავდაღმა ყოფილიყო recto-ს გვერდების მიმართ, ე. ი. ისე, როგორც კედლის კალენდრებშია.

ცოტაოდენი შევჩერდეთ ლენინგრადის ხელნაწერზე. ამ ხელნაწერის სიმდიდრეს შეადგენს მრავალი (400-ზე მეტი) მინიატურა.

გარდა სახარების სცენებისა, წმინდანთა, წინასწარმეტყველთა და სხვ. გამოხატულებების, მასში არის თვეებისა და ზოდიაკოს ნიშნების განსახიერებანი, რომლებიც დანარჩენ, იკონოგრაფიულ სქემათაგან გამომდინარე გამოხატულებათა ფონზე გამოირჩევიან თავისი ახლებური და ერთგვარად გულუბრყვილო უშუალობით.

თვეების ამ გამოხატულებებს, ძალიან დამახინჯებულ შტრიხულ ნახატში და სარკულ ასახვაში, იძლევა მურიე (იხ. [3], ტაბულა 65-ე ფურცლისათვის).

არ შევჩერდებით ხელნაწერის ყველა მინიატურაზე და ყურადღებას მივაპყრობთ მინიატურების ორ სერიას, რომლებიც უშუალოდ მისდევენ ქართულ ტექსტს. ისინი, პირველი შეხედვით, ამჟღავნებენ ახლო მსგავსებას მინიატურებთან, რომლებიც ჩაწებებულია ქუთაისის ხელნაწერში.

პირველი სერიის სიუჟეტები მთელ ფურცელზეა. მასში თანამიმდევრობით განლაგებულია სახარების სცენები და მათ შორის ლიტურგიისა და ევქარისტიის სცენები.

ორი უკანასკნელი სიუჟეტი იძლევა საფუძველს მოსაზრებისათვის, რომ ამ სერიის მინიატურებს ჰქონდათ, როგორც პროტოტიპი, ფართოდ გაშლილი, შესაძლოა, ფრესკული კომპოზიცია. ყოველ ამ სიუჟეტთაგანს უჭირავს სამსამი გვერდი, ამასთან ცალკეული ფრაგმენტები ურთიერთდაკავშირებულია და უნდა განხილულ იქნეს როგორც ერთი მთლიანი, თავისში ჩაკეტილი კომპოზიცია.

პირველი სერიის დასაწყისში მინიატურებს ჯერ არა აქვთ მტკიცედ განსაზღვრული დალაგება წიგნის მიმართ, რის გამო ისინი ფურცლის ორივე მხარეზე მიმართული არიან ყუისაკენ თავისი ქვემო მხრით.

უნდა ვიფიქროთ, რომ ამ სერიის მხატვარი (ანდა, შესაძლოა, მხატვართაგანი) ერთბაშად ვერ შეეთვისა მინიატურების განლაგებას წიგნში, ამ უკანასკნელის მისთვის უჩვეულო ფორმის გამო. შემდგომ ეს თავისებურება გათვლილია და ამ სერიის მომდევნო მინიატურები ყველა დალაგებულია ფურცლის სიმაღლეზე, იმავე პრინციპზე, როგორც ტექსტი, ე. ი. მინიატუ-

რები recto გვერდზე მიმართული არიან ცისკენ ზემო მხრით, verso გვერდზე კი ქვემო მხრით.

საინტერესოა აღვნიშნოთ, რომ თუ პირველი სერიის მინიატურები თითქოს ფართო ფრესკული კომპოზიციიდან მომდინარედ გვეჩვენება, მეორენი გვაფიქრებინებენ, რომ მათი პროტოტიპი იყო გრაგნილის ზოლი. შინაარსი ვერტიკალურად ჩამოსდევდა ზოლის სიგრძეს. მხატვრის მიერ იგი გვერდებად იყო დანაწევრებული.

ყველა წარწერა, რომელიც ლენინგრადის ხელნაწერის მინიატურების პირველი სერიის ტექსტს ახლავს, ქართულია, ისევე, როგორც ქუთაისის ხელნაწერის 155-ე ფურცლისა; მეორე სერიის წარწერები კი ბერძნულია, როგორც ქუთაისის ხელნაწერის 157-ე ფურცლის შესატყვისი მინიატურებისა.

იმ გარემოებას, რომ ამ ხელნაწერში წმინდანთა გამოხატულებებს ერთ შემთხვევაში ქართული, ხოლო მეორეში ბერძნული წარწერები აქვს, პროფ. შ. ამირანაშვილი თავის წიგნში „История грузинского искусства" ([4], გვ. 253) მით ხსნის, თითქოს ეს ,,გვიჩვენებს სურვილს ხაზი გაესვას ქართველი წმინდანების თანასწორუფლებიანობას", რადგან (როგორც გაგვიმარტავს ავტორი), ,,ქართველ წმინდანთა გამოხატულებებს ახლავს წარწერები ბერძნულ ენაზე, ხოლო ,,მსოფლიო" წმინდანებს—ქართულზე".

სინამდვილეში წარწერები ამა თუ იმ ენაზე იმაზე არ არის დამოკიდებული, ქართველი წმინდანია წარმოდგენილი თუ ,,მსოფლიო", რადგან ბერძნული წარწერები ახლავს არა მარტო ქართველ, არამედ ,,მსოფლიო" წმინდანებსაც. ეს დამოკიდებულია იმაზე, თუ რომელ სერიაშია ესა თუ ის გამოხატულება; იქ, სადაც წმინდანები განლაგებულნი არიან ,,კატეგორიებად"—ჯერ მოციქულები (44r და v), შემდეგ „წმინდა მამები", წინასწარმეტყველები და სხვა,—მათ ბერძნული წარწერები აქვთ; ხოლო იქ, სადაც კალენდარულად არიან განლაგებულნი, მათ ქართული წარწერები აქვთ (76r—125r).

ქართველი წმინდანებისა და ,,მსოფლიო" წმინდანების თანასწორუფლებიანობის იდეა განხორციელებულია იმით კი არა, რომ მათ განასხვავებენ თანმხლები წარწერებით სხვადასხვა ენაზე, არამედ მით, რომ მათ ათავსებენ საერთო მწკრივში (მაგალითად, წმ. ნინო მოთავსებულია ,,მსოფლიო" წმინდანთა შორის, გვ. 58r-ზე, და აქ მათ ყველას ბერძნული წარწერები ახლავს).

როცა შევადარებთ ლენინგრადის ხელნაწერის პირველი სერიის ზოგიერთ მინიატურას (მაგ. ,,ქრისტეს შობა", ,,ნათლისღება") ქუთაისის ხელნაწერის 155-ე ფურცლის მინიატურებს, პირველი შეხედვითვე ცხადი ხდება მათი ეჭვმიუტანელი სიახლოვე და ერთიანობა. გარდა წმინდა გარეგნული ნიშნებისა, რომლებიც თვალში გვხვდება, მაგალითად: ერთი და იგივე ზომა, ერთი და იგივე ჩარჩოები, რომლებსაც გასწვრივ გასდევს წვრილი ტექსტის სტრიქონი; ერთიანობაზე ლაპარაკობს ერთნაირი კოლორიტიც, ერთი და იგივე ფეროვანი გამა მონაცრისფრო ელფერით, შეხამებული წმინდა სინგურთან და ოქროსთან (არე, ნიმბები და სხვა).

აქაც და იქაც სახეების იგივე ტიპებია და ერთგვარად წაგრძელებული პროპორციები ფიგურებისა, რომლებიც თავისუფლად განლაგებულია მინიატურის არეზე, პოზების მეტყველება და მოძრაობათა დინამიკურობა (მაგალითად, 30r გვერდზე—მწყემსები, 31v ზე—ფიგურები, რომლებიც ნათელს იღებენ, და ქუთაისის ხელნაწერის 155v გვერდზე ფიგურები ლაზარეს მახლობლად), ამასთანავე ერთგვარია დაუხელოვნებულობა ფიგურების, განსაკუთრებით მოხრილების, დაყენებაში, სახის პროფილით მოცემაში ან შიშველი ფეხების მეტად განიერი ტერფების გამოხატვაში. ერთნაირია პეიზაჟისა და არქი-

ტექტურის ტეხილი კონტურები, რომლებიც ქმნიან მოძრაობის შთაბეჭდილებას მთელ კომპოზიციაში და მისდევენ ფიგურების განლაგებას. იქაც და აქაც მხატვარი იძლევა სიმეტრიულ-გაწონასწორებულ კომპოზიციას, ამავე დროს, რაღაც აქცენტის მოშველებით (მაგალითად, გორაკის ციცაბო ტეხილი ფერდობებით) ქმნის შთაბეჭდილებას დაუწყნარებელი მოძრაობისას, რომელიც მიისწრაფის ზევითკენ და თავის სწრაფვაში თითქოს სურს გაარღვიოს ჩარჩოს ფარგლები.

ამასთანავე მხატვარს შეაქვს კომპოზიციაში მომენტი, რომელიც აკავებს ამ მოძრაობას. ერთს შემთხვევაში ეს არის მკაფიოდ გამოხატული საწინააღმდეგო მიმართულება. მაგალითად, ნათლისღების სცენაში (31 v. ლენინგრად. ხელნაწერი) ასეთია ანგელოზთა ჯგუფის მოძრაობა ქვემოთკენ, ფერისცვალებაში (155v. გვ. ქუთაის. ხელნაწ.) ასეთივე მოძრაობა აქვს სამი მოციქულის ფიგურებს, რომლებიც დაბლა ვარდებიან.

სხვა შემთხვევაში ეს არის შეყვანა კომპოზიციაში მკაფიოდ გამოხატული, ჩარჩოსთვის დაქვემდებარებული და გასწორებული ვერტიკალებისა, რომლებიც მინიატურებს უქმნიან მონუმენტალობას და მის არეს აძლევენ წყნარ-რიტმულ განაწევრებას. აქ ვერტიკალებს თითქოს შეაქვთ დამშვიდება კომპოზიციაში და აკავებენ მოძრაობის სწრაფვას ზევითკენ მით, რომ შეაქვთ იგი თავის რიტმში.

ამას ვხედავთ, მაგალითად, ანგელოზების რიტმულად დაყენებულ, გათანაბრებულ ფიგურებში „ქრისტეს შობაში“ (30v. ლენინგრადის ხელნაწერი) ან კედლის პილასტრებში ,,ლაზარეს აღდგინებაში‘‘ (155r. ქუთაისის ხელნაწერი).

როგორც ლენინგრადის ხელნაწერის პირველი სერიის მინიატურებში, ისე ქუთაისის ხელნაწერის 155-ე ფურცლის მინიატურებში ერთნაირია ცდა მრავალგეგმიანობის შექმნისა და ამავე დროს საერთო სიბრტყობრიობა; ერთნაირია სხეულთა შესრულების, ტანსაცმლის ნაკეცების მოცემის მანერა და სხვა. ყოველივე ეს ლაპარაკობს არა მარტო მსგავსებაზე. რომელიც გაპირობებულია შესრულების ერთდროულობით ანდა ერთი სკოლით, არამედ, უეჭველია, ერთისა და იმავე მხატვრის ხელზე.

თავის მხრივ, ლენინგრადის ხელნაწერის მეორე სერიის მინიატურები სრულიად ისეთივეა, როგორც ქუთაისის ხელნაწერის 157-ე, ფურცლის მინიატურები. აქაც იგივე დაყოფაა მინიატურის არისა, იგივე განლაგება სახარების სცენებისა, წმინდანები მთელი სიმაღლით, ხოლო მკერდამდის მედალიონებში, და ბერძნული ტექსტი სვეტებად. ერთნაირია კოლორიტი, ფიგურების პროპორციები, მათი განლაგების სიმჭიდროვე, რაც კიდევ უფრო ძლიერდება არქიტექტურის აჩხნდივით (მაგ., ქუთაისის ხელნაწერში „მირქმა“ 157v. გვერდზე და ლენინგრადის ხელნაწერში ,,ლაზარეს აღდგინება‘‘ 45v. გვერდზე). უეჭველია, რომ ეს მინიატურები, ისე როგორც მინიატურები, რომლებიც ჩაწებებულია ქუთაისის ხელნაწერის 157-ე, ფურცელში, შესრულებულია ერთი მხატვრის მიერ.

მაგრამ უეჭველია, რომ ეს მხატვარი ის არ არის, ვინც შეასრულა ლენინგრადის ხელნაწერის პირველი სერიის მინიატურები და ქუთაისის ხელნაწერის 155-ე ფურცლის მინიატურები. აქ ფიგურები უფრო შემოკლებულია, თავები უფრო მსხვილია. არ არის თავისუფალი განლაგება, თვით მოძრაობებში ფიგურებს ეტყობათ შებოჭილობა და ერთგვარი გაყინვა. ფერადების შერჩევა იგივეა, რაც პირველ მინიატურებში, მაგრამ ესენი უფრო მკრთალებია, კოლორიტი უფრო მოთეთრო, სახეებზე და სხეულის შიშველ ადგილებზე მონაცრისფრო-ყავისფერ გრუნტზე ვარდისფერი და თეთრი გამობაცება (**высве-**

тления), ლოყებზე სუსტი სიწითლე. სახის ნაკვთები და კონტურები მოცემულია შავი, წვრილი, ხშირად წყვეტილი ხაზით.

საერთო სიბრტყობრიობასთან ერთად ვხედავთ მოდელირებას, რომელიც იძლევა, ძირითადად ტანსაცმელში გაშეკებულ, თითქოს ლითონის მომრგვალებას.

წმინდა მამების ფიგურები წაგრძელებულ არეებზე სტატიკურია, დიდთავება. თავების ზემო ნაწილი ძლიერ გადიდებულია, რაც განსაკუთრებით ჩანს მედალიონებში მოთავსებულ უფრო მსხვილ, წელამდე მოცემულ გამოხატულებებზე.

ლენინგრადის ხელნაწერების მინიატურების შემადგენლობის განხილვისას ირკვევა, რომ სახარების ქრონოლოგიური თანამიმდევრობით განლაგებულ სცენებში აკლია სწორედ ეს სცენები, რომლებსაც ვხედავთ ქუთაისის ხელნაწერში. ლენინგრადის ხელნაწერში პირველი სერია იწყება „ხარებით" (30r), მას მიჰყვება თანამიმდევრობით „ქრისტეს შობა" (30v), „მირქმა" (31r) და ,,ნათლისღება'' (31v), შემდეგ კი ხარვეზია და 32r გვერდზე უკვე მოდის ,,შესვლა იერუსალიმში'', იმ დროს, როდესაც ,,ნათლისღებასა'' და ამ სცენას შორის უნდა იყოს კიდევ ,,ფერისცვალება" და „ლაზარეს აღდგინება", ე. ი. სწორედ ის სცენები, რომლებიც ჩაწებებულია ქუთაისის ხელნაწერის 155 ფურცელში.

მედალიონებიანი სერია ლენინგრადის ხელნაწერში იწყება სამების გამოხატულებით: აბრამი უხვდება სამ ანგელოზს, სამი ანგელოზი ხის სუფრასთან (44r). ამ ფურცლის verso-ზე მოთავსებულია „ღვთისმშობლის შობა", შემდეგ კი მისდევს სახარების სცენები, დაწყებული „ნათლისღებიდან". ,,ნათლისღების'' წინ აკლია ისეთი სცენები, როგორიცაა „ხარება", „ქრისტეს შობა" და „მირქმა", და ამ ხარვეზებს ავსებს ქუთაისის ხელნაწერის 157-ე ფურცელი, სადაც სწორედ ეს დაკლებული სცენებია.

ყველაფერი ეს ლაპარაკობს იმას, რომ მინიატურები, რომლებიც ჩაწებებულია ქუთაისის ხელნაწერში, წინათ ლენინგრადის კოდექსში იყო მოთავსებული.

ქუთაისის ხელნაწერში, ფურცლის ფრაგმენტებზე, რომელიც 154-ე და 155-ე ფურცლებს შორისაა, შენახულია ჩარჩოს ნაწილი. ეს გვიჩვენებს, რომ აქაც ჩაკრული ყოფილა მინიატურებიანი ფურცელი. ჩარჩო ისეა მიმართული, რომ მინიატურები იმავე სერიიდან უნდა ყოფილიყო, როგორიც 157-ე ფურცელზეა.

ლენინგრადის ხელნაწერის რვეულების პაგინაცია (ასოებით) ვერ გამოავლენს დაკლებულ ფურცლებს, რადგან იგი აშკარად გაცილებით უფრო გვიანაა გაკეთებული, ხელნაწერიდან ფურცლების ამოღების შემდეგ.

შესაძლოა, რომ ქუთაისის ხელნაწერის ფურცლის ნაშთზე იყო მინიატურები, რომლებსაც ადგილი ჰქონდათ ლენინგრადის ხელნაწერის 44-ე და 45-ე ფურცლებს შორის, რადგანაც აქ „მარიამის შობასა'' და ,,ხარებას'' შორის აკლია ისეთი გავრცელებული სცენა, როგორიცაა ,,ტაძრად მიყვანება'', სცენა, რომელიც ქრონოლოგიურად მარიამის ცხოვრების ამ ეპიზოდებს შორის ხვდება.

მივუახლოვდით რა მინიატურების შესრულების დროის საკითხს, საჭიროა წინასწარ აღინიშნოს შემდეგი: XIII საუკუნის დასაწყისიდან ქართულ ხელნაწერთა მინიატურებისათვის, ძირითადად, დამახასიათებელია ფერების ნათელი გამა. უმთავრესად ეს არის ცისფერ და მიხაკისფერ ტონებთან შეხამებული, მონაცრისფრო ელფერს მოკლებული მომარგალიტო-მკრთალი ფერები, მეტწილად ღია მწვანე, ღია ვარდისფერი, ღია იასამნისფერი. ნახატში არის ხაზის მოქნილობა, ამავე დროს სიმკვრივე, მოდელირება რბილი, სქემატურობას მოკლებული; სწორია ფიგურების სახეები და პროპორციები. ყველაფერი ეს, მაგრამ უკვე ძლიერ შეცვლილი სახით, არის მოქვის სახარებაში (საქ. სახ. მუზეუმის ხელნაწერი Q 902) 1300 წლისა.

მინიატურის შემდგომი განვითარების გზაზე ფერებს ეძლევა ერთგვარად ჭუჭყიანი—ნაცრისფერი ტონი (ყველაზე მეტ ხანს ინახავს სისუფთავეს სინგური); უფრო და უფრო მეტად იხმარება მონაცრისფრო-მწვანე და იისფერი, აგრეთვე ღია ვარდისფერი, იასამნისფერი ელფერით. ნახატში, მიუხედავად ფიგურებისა და პოზების მეტყველი ხასიათისა, ჩნდება ერთგვარი სიმშრალე, მოდუნება, ხაზის გაჭიანურება ან მტვრევა, სქემატიზაცია, განსაკუთრებით შესამჩნევი ტანსაცმლის ნაკეცების შესრულებაში, ერთგვარი დაუხელოვნებლობა ფიგურების დაყენებაში, პროპორციების, სახის პროფილისა და ფეხების ტერფთა გადმოცემაში. სახეებში იწყება ნაკვთების სისწორის დაკარგვა.

ყველაფერი ეს უკვე იგრძნობა მოქვის სახარებაში, ხოლო XVII საუკუნის დამლევისათვის თავის საზღვარს აღწევს, მაგალითად ერისთავისეულ აკაფისტში (საქ. მუზ. ხელნაწ. H 98) 1681 წლისა.

ქუთაისის ხელნაწერის № 115 მინიატურები, ერთი მხრივ, ძალიან სცილდება მოქვის სახარებას, მეორე მხრივ, ისინი ბევრ რამეში ვერ აღწევენ ერისთავისეულ აკაფისტს. ამგვარად განვითარების აღნიშნულ მსვლელობაში, მათ შუალედი ადგილი უკავიათ დასახელებულ კოდექსთა შორის.

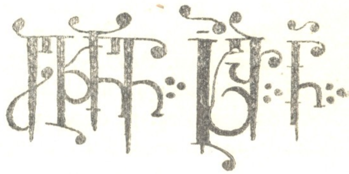
უახლოეს პარალელებს, განსაკუთრებით 155-ე ფურცლის მინიატურებისათვის, ჩვენ ვპოვებთ საქ. სახ. მუზეუმის ხელნაწერში № Q 920 (1504 წ. სახარება) და განსაკუთრებით საქ. სახ. მუზ. ხელნაწერში A 351 (1495 წლ. ფსალმუნი). ეს გვაძლევს საშუალებას ქუთაისის ხელნაწერის მინიატურები უფრო XV საუკუნის დამლევით დავათარიღოთ.

157-ე ფურცლის მინიატურები, რომლებსაც პირველებთან შედარებით უფრო ღია მოთეთრო გამა აქვს, გვაფიქრებინებს, რომ ისინი შესრულებულია უფრო ადრეული ნიმუშების მიხედვით, ხოლო ისეთი ხაზულები, როგორიცაა თავის ზევითა ნაწილის გადიდება, ფიგურების სტატიკურობა, მათი თითქოს „ლითონის" მომრგვალება ტანსაცმელში, გვაფიქრებინებს, რომ ეს ნიმუშები ბიზანტიური უნდა ყოფილიყო, XIV საუკუნის ბოლოსი ან XV-ის პირველი ნახევრისა, ისეთები, მაგალითად, როგორც „ღვთისმშობელი ყრმით, ანგელოზებით და წინასწარმეტყველებით" ფლორენციის აკადემიიდან—XV საუკ. პირველი ნახევარი ([5], ტაბ. 349), „ფერისცვალება" ტრეტიაკოვის გა-

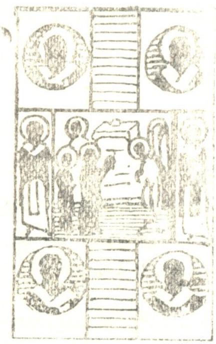
ლერეიდან, გვიანი XIV საუკუნის ან XV დასაწყისისა ([5], ტაბ. 347), „ფერისცვალება“ Gr. 1224,1371—1375 წლ., პარიზ. ბიბლიოთეკიდან, 12 v. ([5], ტაბ. 329) და სხვ.

სურ. 1

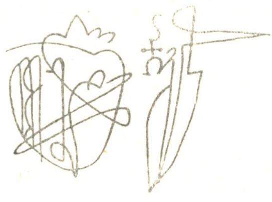
სურ. 3



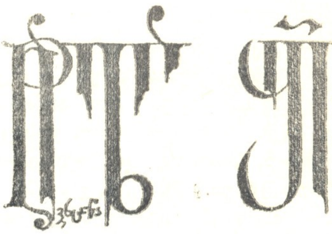
სურ. 5



სურ. 2



სურ. 4



სურ. 6

განხილული მინიატურების დათარიღება XV საუკუნის ბოლოთი, ერთი მხრივ, ადასტურებს და აზუსტებს ოკუნევის მიერ წარმოდგენილ თარიღს—XIV—XV საუკ. ([1], გვ. 43), რომელიც მიღებული აქვთ შემდგომ ავტორებს: მიასოედოვს ([6], გვ. 7), აბრამოვიჩს ([7], გვ. 21) და ამირანაშვილს ([4], გვ. 252—253), მეორე მხრივ, უარყოფს როჰო დე ფლერის დათარიღებას X საუკუნით ([8], გვ. 27 და ტაბ. C I და C II) და მურიეს დათარიღებას XVII—XVIII საუკუნით ([3], გვ. 65r),(1.

(1 საფიქრებელია, რომ მურიე ხელნაწერის დათარიღებისას შეცდომაში შეუყვანია ბოლო გვერდზე მოთავსებულ, XVII საუკუნისათვის დამახასიათებელი ჩართული ასომთავრულით შესრულებულ შემდეგ მინაწერს:

ამგვარად, ჩვენ ვხედავთ, რომ ყველა ზემოხსენებული მონაცემი დამაჯერებლად მეტყველებს, რომ ქუთაისის ხელნაწერის № 115 მინიატურები თავდაპირველად მოთავსებული იყო ლენინგრადის ხელნაწერში O I № 58; ქართული ხელოვნების ერთ-ერთ ყველაზე საინტერესო ძეგლთაგანში.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ქართული ხელოვნების ისტორიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 18.7.1952).

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Н. Л. Окунев. О грузино-греческой рукописи с миниатюрами. Христианский Восток. т. I, Петербург, 1912
2. Р. О. Шмерлинг. Образцы декоративного убранства грузинских рукописей. Тбилиси, 1940.
3. J. Mourier. L'art au Caucase, Odessa. 1883.
4. Ш. Я. Амиранашвили. История грузинского искусства, т. I. Москва, 1950.
5. В. И Лазарев. История византийской живописи. Москва, 1950.
6. В. К. Мясоедов. Кратиры Софийского собора в Новгороде, Зап. Отд. русск. и слав. Археологии. РАО, т. X. Сборник Дм. Вл. Айналову от его учеников, СПБ, 1914.
7. Д. И. Абрамович. Сведения о приобретениях отделения рукописей в 1913 г. Сборник Рос. п. библ. т. I, вып. I. Петербург, 1920.
8. Rohault de Fleury Ch. La messe. Etudes archéologiques sur les monuments. Paris, 1882.
9. კ. კეკელიძე ქართული ლიტერატურის ისტორია, თბილისი, 1941.
10. კ. კეკელიძე. ძველი ქართული მწერლობის ისტორია. თბილისი, 1951.

„აქა წერილნო გამოსახულნო
შემწე ექმენით სამებელს იაკობს“ (იხ. ნახ. 3 და შეად. ნახ. 5 და 6).

შესაძლებელია, რომ აღნიშნული პირი არის განთქმული სასულიერო მწერალი და პოეტი იაკობ სამებელი, რომელსაც კ. კეკელიძე აიგივებს იაკობ სამებელ-შემოქმედელ-დუმბაძესთან, შემოქმედელ მიტროპოლიტთან, რომელიც 1712 წ. გარდაიცვალა [9], ტ. II, გვ. 477 და 16 და [10], ტ. I, გვ. 508 და 16).

იაკობ შემოქმედელმა დაგვიტოვა საკუთარი ხელით შესრულებული ჩანაწერი საქართველოს სახელმწიფო მუზეუმის ფონდებში დაცულ ხელნაწერ „ფუტკარი“-ს (A—691) 238-ე გვერდზე (იხ ნახ. 4). ლენინგრადის ხელნაწერის იაკობ სამებელის გაიგივება „ფუტკარის“ კრებულის იაკობ შემოქმედელთან მინაწერთა საფუძველზე, სამწუხაროდ, გამორიცხულ უნდა იქნეს, ვინაიდან „ფუტკარის“ კრებულის ჩანაწერი შესრულებულია ნუსხახუცურითა და ჩართული მხედრულით, ლენინგრადის ხელნაწერში კი — ჩართული ასომთავრულით, რაც საშუალებას გვართმევს შევადაროთ დამწერის ხელი. ყოველ შემთხვევაში, იაკობ სამებელის მინაწერი ლენინგრადის ხელნაწერში ფრიად საყურადღებოა, რადგან აშუქებს ამ ხელნაწერის ისტორიული ცხოვრების გარკვეულ პერიოდს.

რედაქტორის მოადგილე ი. გიგინეიშვილი

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობის სტამბა, აკ. წერეთლის ქ. № 3/5
Типография Издательства Академии Наук Грузинской ССР, ул. Ак. Церетели № 3/5

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 27.1.1953 — საალრიცხვო-საგამომცემლო ფურცელი 5
ანაწყობის ზომა 7×11 — ნაბეჭდი ფორმა 5,5
შეკვ. 1935 — უე 01606 — ტირაჟი 1000