საქართველოს სსრ

მეცნიერებათა აკადემიის

მოამბე

ტომი XVI, № 1

ძირითადი, ქართული გამოცემა

1955

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა
თბილისი

შინაარსი

მათემატიკა

დრეკადობის თეორია

ფიზიკა

ქიმია

ნიადაგმცოდნეობა

ენტომოლოგია

ექსპერიმენტული მედიცინა

ენათმეცნიერება

ისტორია

საქართველოს სსრ

მეცნიერებათა აკადემიის

მოამბე

ტომი XVI

ძირითადი, ქართული გამოცემა

1955

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა
თბილისი

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

მათემატიკა

ი. ქარცივაძე

ინტეგრალთა გადასმის ერთი ფორმულის შესახებ

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა ნ. მუსხელიშვილმა 9.6.1954)

ნაშრომში გამოყვანილია გადასმის რამდენიმე ფორმულა განმეორებითი ინტეგრალებისათვის, რომელთაგან ერთ-ერთი კოშის მთავარი მნიშვნელობით განიხილება.

$H(x, t)$ ნებისმიერ, ისეთ ზომად (საზოგადოდ კომპლექსურ) ფუნქციას აღნიშნავს, რომელიც $0 \leqq x \leqq 2\pi$, $0 \leqq t \leqq 2\pi$ კვადრატზე აკმაყოფილებს პირობას.

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} |H(x, t)|^q\, dxdt < +\infty \quad (q > 1); \tag{1}$$

თუ $\varphi(x)$ ფუნქცია $L_p(0, 2\pi)$ სივრცეს ეკუთვნის, სადაც

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1,$$

მაშინ ადგილი აქვს შემდეგ ტოლობებს:

$$\int_0^{2\pi} H(x, t)\, dt \int_0^{2\pi} \varphi(s) \operatorname{ctg} \frac{t-s}{2}\, ds = \int_0^{2\pi} \varphi(s)\, ds \int_0^{2\pi} H(x, t) \operatorname{ctg} \frac{t-s}{2}\, dt, \tag{2}$$

$$\int_0^{2\pi} \operatorname{ctg} \frac{x-s}{2}\, ds \int_0^{2\pi} H(s, t)\, \varphi(t)\, dt = \int_0^{2\pi} \varphi(t)\, dt \int_0^{2\pi} \operatorname{ctg} \frac{x-s}{2}\, H(s, t)\, ds, \tag{3}$$

ამასთან ამ ტოლობის თითოეული მხარე არსებობს $(0, 2\pi)$ ინტერვალის თითქმის ყოველ x წერტილში და $L_q(0, 2\pi)$ სივრცეს ეკუთვნის.

დამტკიცების მიზნით აღვნიშნოთ

$$H_1(x, t) = \int_0^{2\pi} H(x, s) \operatorname{ctg} \frac{s-t}{2}\, ds, \quad H_2(x, t) = \int_0^{2\pi} \operatorname{ctg} \frac{x-s}{2}\, H(s, t)\, ds$$

და განვიხილოთ შემდეგი ოპერატორები:

$$Hf \equiv \int_0^{2\pi} H(x, t)\, f(t)\, dt, \quad H_1 f \equiv \int_0^{2\pi} H_1(x, t)\, f(t)\, dt,$$

$$H_2 f \equiv \int_0^{2\pi} H_2(x, t) f(t)\, dt,$$

$$Qf \equiv \int_0^{2\pi} \operatorname{ctg} \frac{x-s}{2} f(s)\, ds.$$

მაშინ დასამტკიცებელი (2) და (3) ტოლობა შეიძლება ასე ჩაიწეროს:

$$HQ\varphi = H_1\varphi, \quad QH\varphi = H_2\varphi, \tag{4}$$

ამასთან, ტოლობანი გვესმის როგორც ელემენტთა ტოლობა $L_q(0, 2\pi)$ სივრცეში.

აღვნიშნოთ $L_p(0, 2\pi)$ სივრცის f ელემენტის ნორმა, როგორც ჩვეულებრივ,

$$\| f \|_p = \left\{ \int_0^{2\pi} | f(t) |^p\, dt \right\}^{\frac{1}{p}}$$

სიმბოლოთი და შემოვიღოთ აგრეთვე აღნიშვნა:

$$M_q(H) = \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} | H(x, t) |^q\, dx dt \right\}^{\frac{1}{q}}.$$

დავამტკიცოთ, რომ $H_1(x, t)$ და $H_2(x, t)$ ფუნქციები $H(x, t)$-სთან ერთად აკმაყოფილებენ (1) პირობას და რომ ადგილი აქვს უტოლობებს:

$$M_q(H_1) \leqq A_q \cdot M_q(H), \quad M_q(H_2) \leqq A_q \cdot M_q(H), \tag{5}$$

სადაც A_q გარკვეული, H ფუნქციისაგან დამოუკიდებელი, მუდმივია.

მართლაც, $H(x, s)$ ფუნქციისათვის შესრულებული (1) უტოლობიდან გამომდინარეობს, რომ $(0, 2\pi)$ ინტერვალის თითქმის ყველა x-სათვის, ფუნქცია $H(x, s)$, როგორც s ცვლადის ფუნქცია, ეკუთვნის $L_q(0, 2\pi)$ სივრცეს. E აღნიშნავდეს ყველა იმ $x \in (0, 2\pi)$ წერტილების სიმრავლეს ($\operatorname{mes} E = 2\pi$), რომელთათვისაც

$$\int_0^{2\pi} |H(x, s)|^q\, ds < +\infty.$$

მაშინ, მ. რისის ცნობილი თეორემის თანახმად (იხ. მაგ. [1]), შეიძლება დავასკვნათ, რომ $H_1(x, t)$ (x ფიქსირებულია და ეკუთვნის E-ს, $0 \leqq t \leqq 2\pi$) ელემენტის ნორმა აკმაყოფილებს უტოლობას

$$\int_0^{2\pi} |H_1(x, t)|^q\, dt \leqq A_q^q \int_0^{2\pi} |H(x, s)|^q\, ds,$$

სადაც A_q გარკვეული (H-საგან დამოუკიდებელი) მუდმივია (Qf ოპერატორის ნორმაა L_q სივრცეში).

უკანასკნელი უტოლობის ინტეგრებით x-ის მიმართ E სიმრავლეზე, მივიღებთ პირველს (5) უტოლობათაგან, თუ გავიხსენებთ, რომ $\operatorname{mes} E = 2\pi$.

მეორე (5) უტოლობათაგან სავსებით ანალოგიურად მტკიცდება.

შევნიშნოთ ახლა, რომ Hf, $H_1 f$, $H_2 f$ ოპერატორები წრფივი და შემოსაზღვრულია $L_p(0, 2\pi)$ სივრცეში და ისინი ამ სივრცეს ასახავენ $L_q(0, 2\pi)$ სივრცეში, ამასთან ამ ოპერატორთა საზღვრებს $M_q(H)$, $M_q(H_1)$, $M_q(H_2)$ რიცხვები წარმოადგენენ სათანადოდ. ასე მაგალითად, თუ $f \in L_p(0, 2\pi)$ და

$$\psi(x) = Hf \equiv \int_0^{2\pi} H(x, t)\, f(t)\, dt,$$

გვაქვს:

$$\|\psi\|_q = \left\{ \int_0^{2\pi} |\psi(x)|^q\, dx \right\}^{\frac{1}{q}} = \left\{ \int_0^{2\pi} dx \left| \int_0^{2\pi} H(x, t)\, f(t)\, dt \right|^q \right\}^{\frac{1}{q}}$$

$$\leqq \left\{ \int_0^{2\pi} dx \int_0^{2\pi} |H(x, t)|^q\, dt \left(\int_0^{2\pi} |f(t)|^q\, dt \right)^{\frac{q}{p}} \right\}^{\frac{1}{q}} = M_q(H) \cdot \|f\|_p. \tag{6}$$

გავითვალისწინებთ რა ტოლობას $Q(e^{ikx}) = -2\pi i \cdot \operatorname{sgn} k \cdot e^{ikx}$ ყოველი მთელი k-სათვის (იხ. მაგ. [2]) და აგრეთვე e^{ikx} ($\pm k = 0, 1, 2, \ldots$) ფუნქციათა ორთოგონალობის თვისებებს, ადვილი სანახავია (2) და (3) ფორმულების სამართლიანობა, როცა $\varphi_m(t)$ ნებისმიერი ტრიგონომეტრიული პოლინომია, ხოლო $H(x, t)$ გულს აქვს შემდეგი კერძო სახე:

$$H(x, t) = \sum_{k=-\alpha}^{+\beta} \sum_{r=-\alpha'}^{+\beta'} \gamma_{kr}\, e^{ikx}\, e^{irt}. \tag{7}$$

გავიხსენოთ ახლა (იხ. მაგ. [1], თავი VIII, პ. 7.3), რომ e^{ikx} ($\pm k = 0, 1, \ldots$) ფუნქციათა სისტემა $L_p(0, 2\pi)$ სივრცის ბაზისს წარმოადგენს და, მაშასადამე, ყოველ $\varphi(t) \in L_p(0, 2\pi)$ ფუნქციას შეიძლება L_p სივრცის ნორმის აზრით მივუახლოვდეთ $\varphi_m(x)$ ტრიგონომეტრიული პოლინომებით. დავწერთ რა (4) ფორმულებს (7) კერძო სახის გულისა და $\varphi_m(x)$ ფუნქციებისათვის, ზღვარზე გადასვლით, როცა $m \to \infty$, მივიღებთ (4) ტოლობებს ნებისმიერი $\varphi \in L_p(0, 2\pi)$ ფუნქციისა და (7) კერძო სახის $H(x, t)$ გულისათვის, რადგან Q, H, H_1, H_2 უწყვეტი ოპერატორებია.

ახლა დაგვრჩენია ვაჩვენოთ (4) ფორმულების სამართლიანობა ისეთი ნებისმიერი $H(x, t)$ გულისათვის, რომელიც (1) პირობას აკმაყოფილებს.

ამ მიზნით ავაგოთ (7) სახის ფუნქციათა ისეთი $\{H^{(n)}(x, t)\}$ მიმდევრობა, რომ

$$M_q(H - H^{(n)}) = \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(x, t) - H^{(n)}(x, t)|^q \, dx dt \right\}^{\frac{1}{q}} \to 0,$$

როცა $n \to \infty$. ასეთი მიმდევრობა, ცხადია, არსებობს.

მაშინ, თუ აღვნიშნავთ

$$H_1^{(n)}(x, t) = \int_0^{2\pi} H^{(n)}(x, s) \operatorname{ctg} \frac{s-t}{2} \, ds,$$

$$H_2^{(n)}(x, t) = \int_0^{2\pi} \operatorname{ctg} \frac{x-s}{2} H^{(n)}(s, t) \, ds, \quad H^{(n)} f \equiv \int_0^{2\pi} H^{(n)}(x, t) f(t) \, dt,$$

$$H_j^{(n)} f \equiv \int_0^{2\pi} H_j^{(n)}(x, t) f(t) \, dt \quad (j = 1, 2)$$

უკვე დამტკიცებულის თანახმად, ყოველი $\varphi(t) \in L_p(0, 2\pi)$ ფუნქციისათვის გვექნება ტოლობები:

$$H^{(n)} Q\varphi = H_1^{(n)} \varphi, \quad QH^{(n)} \varphi = H_2^{(n)} \varphi, \tag{8}$$

სადაც φ და $Q\varphi$, აშკარაა, $L_p(0, 2\pi)$ სივრცეს ეკუთვნიან.

ვთქვათ, $\psi(x)$ აღნიშნავს $L_p(0, 2\pi)$ სივრცის ნებისმიერ ფუნქციას. (6) უტოლობის გამო გვაქვს

$$\|H\psi - H^{(n)}\psi\|_q \leqq M_q(H - H^{(n)}) \cdot \|\psi\|_p,$$

ხოლო (6) და (5) უტოლობებიდან გამოგვყავს

$$\|H_j\psi - H_j^{(n)}\psi\|_q \leqq A_q \cdot M_q(H - H^{(n)}) \cdot \|\psi\|_p, \quad (j = 1, 2)$$

აქედან, გავიხსენებთ რა, რომ $M_q(H - H^{(n)}) \to 0$ როცა $n \to \infty$, დავასკვნით $H^{(n)}\psi$ და $H_j^{(n)}\psi$ $(j = 1, 2)$ მიმდევრობათა კრებადობას, სათანადოდ $H\psi$ და $H_j\psi$ $(j = 1, 2)$ ფუნქციებისაკენ, L_q სივრცეში.

ამიტომ, ზღვარზე გადასვლით (8) ტოლობებში, როცა $n \to \infty$ მივიღებთ (4) ფორმულებს ზოგად შემთხვევაში.

ანალოგიურად შეიძლება დამტკიცდეს, რომ (2), (3) ტოლობები სამართლიანია თითქმის ყველა $x \in (0, 2\pi)$ წერტილში, თუ $\varphi(t) \in L_p(0, 2\pi)$, ხოლო $H(x, t)$ ფუნქცია აკმაყოფილებს პირობას

$$\int_0^{2\pi} dx \left(\int_0^{2\pi} |H(x, t)|^p \, dt \right)^{\frac{q}{p}} < +\infty. \tag{1'}$$

(2) და (3) ტოლობის ორივე მხარე ასეთ შემთხვევაში კვლავ არსებობს თითქმის ყველა $x\in(0,\,2\pi)$ წერტილში, მხოლოდ ახლა ისინი $L_p(0,\,2\pi)$ სივრცის ელემენტებია.

იმისათვის რომ ზემომოყვანილი დამტკიცება გამოიყენებოდეს ჩვენს ახალ შემთხვევაშიც, უნდა ვაჩვენოთ, რომ ყოველი ისეთი $H(x,t)$ ფუნქციისათვის, რომელიც აკმაყოფილებს (1′) პირობას, შეიძლება ვიპოვოთ (7) სახის ფუნქციათა ისეთი $\{H^{(n)}(x,\,t)\}$ მიმდევრობა, რომ

$$\lim_{n\to\infty} M'(H-H^{(n)})=0.$$

მოგვყავს ამ გარემოების დამტკიცება: მაშასადამე, $H(x,\,t)$ ისეთი ფუნქციაა, რომ $M'(H)<+\infty$. აღვნიშნოთ $f_N(x,\,t)$-თი შემდეგი სახის ფუნქცია:

$$f_N(x,\,t)=\begin{cases}H(x,\,t), & \text{თუ}\quad |H(x,\,t)|\leqq N,\\ 0\quad, & \text{თუ}\quad |H(x,\,t)|>N.\end{cases}$$

აშკარაა, რომ $|H(x,\,t)-f_N(x,\,t)|$ სხვაობა N-ის ზრდასთან ერთად კლებადია და $[0,\,2\pi;\;0,\,2\pi]$ კვადრატის თითქმის ყოველ წერტილში მიისწრაფვის ნულისაკენ, როცა $N\to\infty$. ამიტომ თითქმის ყველა $x\in(0,\,2\pi)$ წერტილში (სახელდობრ, ისეთ x წერტილში, რომელშიაც $H(x,\,t)\in L_p\,(0,\,2\pi)$ t-ს მიმართ), გვექნება:

$$\lim_{N\to\infty}\int_0^{2\pi}|H(x,\,t)-f_N(x,\,t)|^p\,dt=0,$$

ამასთან, ნულისაკენ მისწრაფება ხდება კლებით, როცა N იზრდება.

ამის გამო, ადვილად დავასკვნით, რომ

$$\lim_{N\to\infty}\int_0^{2\pi}dx\left(\int_0^{2\pi}|H(x,\,t)-f_N(x,\,t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}}=0.$$

ამგვარად, მოცემული $\varepsilon>0$ რიცხვისათვის შეიძლება ვიპოვოთ ისეთი შემოსაზღვრული $f_N(x,\,t)$ ფუნქცია ($|f_N|\leqq N$), რომ

$$M'(H-f_N)<\varepsilon. \tag{9}$$

ავირჩიოთ ახლა ნებისმიერად მცირე $\eta>0$ რიცხვი და ვიპოვოთ $[0,\,2\pi;\;0,\,2\pi]$ კვადრატზე ისეთი უწყვეტი და 2π პერიოდით პერიოდული, როგორც x, ისე t ცვლადების მიმართ, $\varphi(x,\,t)$ ფუნქცია, რომ

$$\left.\begin{aligned}&\operatorname{mes} E\,(|f_N-\varphi|\geqq\varepsilon_1)<\eta\,^{(1}\\ &|f_N-\varphi|\leqq 2N,\quad((x,y)\in[0,\,2\pi;\;0,\,2\pi]).\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

აღვნიშნოთ E_1-ით $[0,\,2\pi;\;0,\,2\pi]$ კვადრატის იმ $(x,\,y)$ წერტილთა სიმრავლე, რომლებშიაც $|f_N-\varphi|<\varepsilon_1$ უტოლობა შესრულებული არაა. (10) პირობათა ძალით გვაქვს: $\operatorname{mes} E_1<\eta$. აღვნიშნოთ E^*-ით E_1 სიმრავლის პრო-

(1 $\operatorname{mes} E$ აქ აღნიშნავს E სიმრავლის ბრტყელ ზომას.

ექცია აბსცისათა ღერძზე. აღვნიშნოთ $E_1(x_0)$-ით E^* სიმრავლის გადაკვეთა $x=x_0$ წრფესთან. გარდა ამისა, აღვნიშნოთ CE-თი $[0, 2\pi]$ სეგმენტზე მოთავსებული ნებისმიერი E სიმრავლის დამატება ამ სეგმენტამდე. მაშინ გვაქვს:

$$[M'(f_N-\varphi)]^q=\int\limits_{E^*}dx\left(\int\limits_{E_1(x)}|f_N-\varphi|^p\,dt+\int\limits_{CE_1(x)}|f_N-\varphi|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}}$$

$$+\int\limits_{CE^*}dx\left(\int\limits_0^{2\pi}|f_N-\varphi|^p dt\right)^{\frac{q}{p}}.$$

გავითვალისწინოთ ახლა უტოლობა $(a+b)^\alpha \leqq 2^\alpha(a^\alpha+b^\alpha)$, $(a,\ b,\ \alpha>0)$ და ჩვენი აღნიშვნები. მაშინ ადვილად ვღებულობთ:

$$[M'(f_N-\varphi)]^q\leqq 2^{\frac{q}{p}}\left\{(2N)^q\int\limits_{E^*}dx\left(\int\limits_{E_1(x)}dt\right)^{\frac{q}{p}}+\varepsilon_1^q\int\limits_{E^*}dx\left(\int\limits_{CE_1(x)}dt\right)^{\frac{q}{p}}\right\}$$

$$+\varepsilon_1^q\int\limits_{CE^*}dx\left(\int\limits_0^{2\pi}dt\right)^{\frac{q}{p}}\leqq A\int\limits_{E^*}dx\left(\int\limits_{E_1(x)}dt\right)^{\frac{q}{p}}+B\varepsilon_1^q, \tag{11}$$

სადაც A და B გარკვეული მუდმივებია.

თუ $\dfrac{q}{p}\geqq 1$, მაშინ

$$\int\limits_{E^*}dx\left(\int\limits_{E_1(x)}dt\right)^{\frac{q}{p}}=(2\pi)^{\frac{q}{p}}\int\limits_{E^*}dx\left(\frac{1}{2\pi}\int\limits_{E_1(x)}dt\right)^{\frac{q}{p}}\leqq(2\pi)^{\frac{q}{p}}\int\limits_{E^*}dx\left(\frac{1}{2\pi}\int\limits_{E_1(x)}dt\right)$$

$$=(2\pi)^{\frac{q}{p}-1}\iint\limits_{E_1}dxdt<(2\pi)^{\frac{q}{p}-1}\cdot\eta.$$

თუ ახლა $\dfrac{q}{p}<1$, შემოვიღებთ რა აღნიშვნას

$$\chi(x)=\begin{cases}\displaystyle\int\limits_{E_1(x)}dt, & \text{როცა}\quad x\in E^*,\\ 0\quad, & \text{„}\quad x\in CE^*,\end{cases}$$

გვექნება

$$\left\{\int\limits_{E^*}dx\left(\int\limits_{E_1(x)}dt\right)^{\frac{q}{p}}\right\}^{\frac{p}{q}}=(2\pi)^{\frac{p}{q}}\left\{\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}[\chi(x)]^{\frac{q}{p}}dx\right\}^{\frac{p}{q}}.$$

მაგრამ საშუალოთა ცნობილი თვისების ძალით (იხ. მაგ. [4], გვ. 173),

$$\left\{\int_{E^*} dx \left(\int_{E_1(x)} dt\right)^{\frac{q}{p}}\right\}^{\frac{p}{q}} \leqq (2\pi)^{\frac{p}{q}} \cdot \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \chi(x)\,dx$$

$$= (2\pi)^{\frac{p}{q}-1}\int_{E^*} dx \int_{E_1(x)} dt < (2\pi)^{\frac{p}{q}-1}\cdot\eta;$$

ამგვარად, ყველა შემთხვევაში გვაქვს

$$\int_{E^*} dx\left(\int_{E_1(x)} dt\right)^{\frac{q}{p}} < L\cdot\eta^{\nu},$$

სადაც L გარკვეული მუდმივია, ხოლო

$$\nu = \min\left(1, \frac{q}{p}\right) > 0.$$

(11) უტოლობის ძალით, ახლახან ჩატარებული მსჯელობის საფუძველზე, ვღებულობთ:

$$[M'(f_N - \varphi)]^q < A_1\cdot\eta^\nu + B\cdot\varepsilon_1^q,$$

სადაც A_1 და B გარკვეული მუდმივებია. ავირჩევთ რა შესაფერისად η-სა და ε_1-ს, ჩვენ შეგვიძლია გამოვთქვათ შემდეგი დებულება: ყოველი $\varepsilon > 0$ რიცხვისათვის შეიძლება მოვძებნოთ ისეთი უწყვეტი და 2π პერიოდით პერიოდული $\varphi(x, y)$ ფუნქცია, რომ

$$M'(f_N - \varphi) < \varepsilon. \tag{12}$$

ახლა შეიძლება ვიპოვოთ (7) სახის ისეთი $H_0(x, t)$ ფუნქცია, რომ

$$M'(\varphi - H_0) < \varepsilon. \tag{13}$$

რადგან $M'(H)$ გამოსახულებას აქვს ნორმის ყველა თვისება (იხ. [3]), ამიტომ (9), (12), (13) უტოლობებიდან გამომდინარეობს, რომ ყოველი ისეთი $H(x, t)$ ფუნქციისათვის, რომელიც აკმაყოფილებს (1′) პირობას, მოიძებნება (7) სახის ფუნქციათა ისეთი $\{H^{(n)}(x, t)\}$ მიმდევრობა, რომ

$$M'(H - H^{(n)}) \to 0, \quad \text{როცა} \quad n\to\infty,$$

რის დამტკიცებაც გვსურდა.

გადასმის ანალოგიური ფორმულები სამართლიანია შეკრულ კონტურზე მოცემული კომპლექსური ინტეგრალებისათვისაც. ვთქვათ, მაგალითად, C აღნიშნავს უწყვეტი სიმრუდის მქონე მარტივ, შეკრულ კონტურს. მაშინ, თუ $\varphi(t)\in L_p(C)$, ხოლო $H(x, t)$ ისეთია, რომ

$$\int_C ds_x \int_C |H(x,t)|^q\, d\sigma_t < +\infty \quad \left(\text{ან } \int_C ds_x\left(\int_C |H(x,t)|^p\, d\sigma_t\right)^{\frac{q}{p}} < +\infty\right)$$

$$\left(p>1,\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right),$$

თითქმის ყოველი $x\in C$ წერტილისათვის გვექნება:

$$\left.\begin{aligned}\int\limits_C\frac{dt}{t-x}\int\limits_C H(t,\sigma)\,\varphi(\sigma)\,d\sigma&=\int\limits_C\varphi(\sigma)\,d\sigma\int\limits_C\frac{H(t,\sigma)\,dt}{t-x},\\ \int\limits_C H(x,t)\,dt\int\limits_C\frac{\varphi(\sigma)\,d\sigma}{\sigma-t}&=\int\limits_C\varphi(\sigma)\,d\sigma\int\limits_C\frac{H(x,t)\,dt}{\sigma-t},\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

ამასთან, ამ ტოლობის ორივე მხარე, როგორც x-ის ფუნქცია $L_q(C)$ (ან, სათანადოდ $L_p(C)$) სივრცის ფუნქციაა.

დამტკიცება მიიღება უშუალოდ, თუ C კონტურს ავსახავთ $t=t(s)$ ($t\in C$) დამოკიდებულებით $|z|=1$ წრეხაზზე ($z=e^{is}$), და თუ გავითვალისწინებთ (იხ. მაგ. [2]) დამოკიდებულებას

$$\frac{dt}{t-x}=\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{s-s_0}{2}\,ds+P(s,s_0)\,ds^{(1}.$$

ამასთან უნდა გავითვალისწინოთ (2) და (3) ფორმულები და აგრეთვე ჩვეულებრივი განმეორებითი ინტეგრალების გადასმის წესები.

ბოლოს შევნიშნოთ, რომ (14) ფორმულები, როცა $\varphi(t)\in L_2(C)$ (მხოლოდ გაურკვეველია, რა პირობებში $H(x,t)$ ფუნქციის მიმართ) გვხვდება მიხლინის შრომაში [2].

როცა $\varphi(t)\in L_p(C)$ ($p>1$), მაგრამ $H(x,t)$ ჰელდერის პირობას აკმაყოფილებს, (14) ფორმულები ადრე დადგენილია ბ. ხ ვ ე დ ე ლ ი ძ ი ს მიერ [5].

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ა. რაზმაძის სახელობის
თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 9.6.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. А. Зигмунд. Тригонометрические ряды. М.—Л., 1939.
2. С. Г. Михлин. Сингулярные интегральные уравнения. УМН, т. III, в. 3, 1949.
3. E. Hille and J. D. Tamarkin. On the theory of linear integral equations. II. Annals of Mathematics, Vol. 35, № 3, 1934.
4. Харди, Литтльвуд, Полиа. Неравенства. Москва, 1948.
5. Б. В. Хведелидзе. Некоторые свойства особых интегралов в смысле главного значения Коши-Лебега. Сообщения АН ГССР, т. 8, № 5, 1947.

(1 $p(s,s_0)$ ჩვენს პირობებში უწყვეტი ფუნქციაა s-სა და s_0-ის მიმართ.

დრეკადობის თეორია

ს. ტერსენოვი

ცილინდრული გარსების რხევების საკუთრივ მნიშვნელობათა და საკუთრივ ფუნქციათა ასიმპტოტური ყოფაქცევა

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ი. ვეკუამ 3.8.1954)

1. ამ სტატიაში გამოყვანილ იქნება კ ა რ ლ ე მ ა ნ ი ს მეთოდით [4, 5] ასიმპტოტური ფორმულები საკუთრივი მნიშვნელობებისა და საკუთრივი ფუნქციებისათვის წრიული ცილინდრული გარსის სტაციონარული რხევების განტოლებათა სისტემისა

$$l^{\lambda} U = 0 \tag{1}$$

სასაზღვრო პირობებით

$$u = 0, \; v = 0, \; w = 0, \; \frac{\partial w}{\partial \nu} = 0 \quad L\text{-ზე}. \tag{2}$$

U ვექტორ-ფუნქციაა კომპონენტებით u, v, w: $U = (u, v, w)$, L საზღვარია D არისა—გარსის შუაზედაპირისა, ν — L-ის ნორმალი, l^{λ} მატრიცული ოპერაცია ელემენტებით l_{ij}[1].

ამ განტოლებებში გათვალისწინებულია ინერციის ძალების მომენტები, რომელთაც ჩვეულებრივ უგულვებელყოფენ ხოლმე. როგორც გვიჩვენებენ ასიმპტოტური ფორმულები, მათი უგულვებელყოფა საზოგადოდ არ შეიძლება, განსაკუთრებით მაშინ, როცა საქმე გვაქვს დიდი სიხშირის რხევებთან. ვიგულისხმებთ, რომ D შემოსაზღვრული არეა, ხოლო L—ერთობლიობა უბან-უბან გლუვი წირებისა უკუქცევის წერტილების გარეშე, რომელთაც უბან-უბან უწყვეტი სიმრუდე აქვთ.

მოვიყვანთ ორ ფორმულას დამტკიცების გარეშე:

$$\Phi[U_1;\; U_2] - \lambda F[U_1;\; U_2] + \iint_D U_2(p)\, l^{\lambda} U_1(p)\, dx dy = \int_L N^{\lambda}[U_1(p);\; U_2(p)]\, ds, \tag{3}$$

$$\iint \{U_1(p)\, l^{\lambda} U_2(p) - U_2(p)\, l^{\lambda} U_1(p)\}\, dx dy$$

$$= \int_L \{N^{\lambda}[U_1(p);\; U_2(p)] - N^{\lambda}[U_2(p);\; U_1(p)]\}\, ds. \tag{4}$$

2. აღვნიშნოთ Z_{ij}-თი ალგებრული დამატება l_{ij}-სა. ვთქვათ, K დეტერმინანტია l^0 მატრიცისა და $A(p, q)$—ელემენტარული ამოხსნა განტოლებისა (იხ. [2], გვ. 189):

$$KA = 0.$$

[1] l_{ij}-ს და სხვა აღნიშვნათა შესახებ იხ. [7].

(1) სისტემის (როცა $\lambda = 0$) მატრიცულ ელემენტარულ ამოხსნას ვუწოდებთ მატრიცს:

$$T(p, q) = \|T_{ij}(p, q)\|,$$

$$T_{ij}(p, q) = \frac{3}{h^2 (b + c)^2 b} Z_{ji} A(p, q).$$

$A(p, q)$ ფუნქციის თვისებათა საფუძველზე შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ, როცა $r_{pq} \leqq r_0$ (r_{pq} მანძილია p და q წერტილებს შორის), ადგილი აქვს შეფასებებს:

$$T_{ij}(p, q) = O(|\log r_{pq}|), \quad \frac{\partial^{k+l}}{\partial x^k \partial y^l} T_{ij}(p, q) = O(r_{pq}^{-k-l}) \quad (i, j = 1, 2) \tag{5}$$

$$\frac{\partial^{k+l}}{\partial x^k \partial y^l} T_{3i}(p, q) = \frac{\partial^{k+l}}{\partial x^k \partial y^l} T_{i3}(p, q) = \begin{cases} O(1), & l+k \leqq 2 \\ O(|\log r_{pq}|), & l+k = 3 \\ O(r_{pq}^{-1}), & l+k = 4 \\ O(r_{pq}^{-2}), & l+k = 5 \end{cases} \tag{6}$$

$$\frac{\partial^{k+l}}{\partial x^k \partial y^l} T_{33}(p, q) = \begin{cases} O(1), & l+k \leqq 1 \\ O(|\log r_{pq}|), & l+k = 2 \\ O(r_{pq}^{2-k-l}), & 3 \leqq l+k. \end{cases} \tag{7}$$

ვთქვათ, $G(p, q)$ გრინის მატრიცაა (1) სისტემისა, როცა $\lambda = 0$, რომელიც შეესაბამება (2) სასაზღვრო პირობებს, ამასთან $G_{ij}(p, q)$ მატრიცის ელემენტებს აქვთ სახე:

$$G_{ij}(p, q) = T_{ij}(p, q) - \gamma_{ij}(p, q).$$

გრინის მატრიცის არსებობა შეიძლება დავამტკიცოთ [3]-ის მიხედვით. შემდგომში რაიმე W მატრიცის k-ურ სვეტს აღვნიშნავთ $W^{(k)}$-ით.

გამოვიყენებთ რა (3), (4) ფორმულებს, ისევე როგორც [5]-ში, ადვილად ვაჩვენებთ, რომ

$$-\int_L N^0_{q'}[T^{(k)}(q', q)]\, ds' \leqq \gamma_{kk}(q, q) \leqq \iint_{C_q} \overline{T}^{(k)} l^0_{q'} \overline{T}^{(k)}(q', q)\, \partial\xi'\, \partial\eta'. \tag{8}$$

აქ C_q δ_q რადიუსიანი წრეა ცენტრით q წერტილში, δ_q მანძილია q წერტილიდან L-ამდე, $N^0_{q'}$, $l^0_{q'}$ აღნიშნავს, რომ N^0 და l^0-ში წარმოებულები აიღება q' წერტილის კოორდინატებით, $\overline{T}^{(k)}$ k-ური სვეტია მატრიცისა:

$$\overline{T}(p, q) = \left[1 - \left(1 - \frac{r^m_{pq}}{\rho^m_q}\right)^n\right] T(p, q),$$

სადაც $\rho_q = \max(r_{pq}, \delta_q)$, m და n მთელი რიცხვებია, რომლებსაც ისეთნაირად შევარჩევთ, რომ $\overline{T}(p, q)$ მატრიცის ელემენტებს ჰქონდეთ წარმოებულები საჭირო რიგამდე.

(8) უტოლობიდან, (5), (6) და (7) საფუძველზე, მივიღებთ:

$$\gamma_{ii}(q, q) = O(\delta_q^{-1-\varepsilon}) \quad (i = 1, 2), \quad \gamma_{33}(q, q) = O(\delta_q^{-\varepsilon}). \tag{9}$$

ანალოგიურად შეიძლება მივიღოთ:

$$\lim_{p \longrightarrow q} \frac{\partial^2 \gamma_{33}(p, q)}{\partial x \partial \xi} = O(\delta_q^{-1-\varepsilon}), \quad \lim_{p \longrightarrow q} \frac{\partial^2 \gamma_{33}(p, q)}{\partial y \partial \eta} = O(\delta_q^{-1-\varepsilon}). \tag{10}$$

(9), (10) ფორმულებში, ისევე როგორც შემდგომ, $\varepsilon > 0$ რაგინდ მცირე რიცხვია.

3. შემდგომში ჩვენ დაგვჭირდება ვიცოდეთ (1) სისტემის ელემენტარული ამოხსნის ყოფაქცევა λ-ს აბსოლუტურად დიდი უარყოფითი მნიშვნელობისათვის.

(1) სისტემის მატრიცული ელემენტარული ამოხსნა $\lambda = -\mu^2$-სათვის ვეძებოთ შემდეგი სახით:

$$T(p, q; -\mu^2) = \Psi(p, q; -\mu^2) + \iint_D \Psi(p, q'; -\mu^2) W(q', q; -\mu^2) d\xi' d\eta', \tag{11}$$

სადაც W საძიებელი მატრიცაა W_{ij} ელემენტებით, Ψ—მოცემული მატრიცა:

$$\psi_{11}(p, q; -\mu^2) = \frac{1}{2\pi\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} K_0\left(\frac{\mu r_{pq}}{\sqrt{b+c}}\right) + \frac{1}{2\pi\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} K_0\left(\frac{\mu r_{pq}}{\sqrt{b}}\right),$$

$$\psi_{22}(p, q; -\mu^2) = \frac{1}{2\pi\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} K_0\left(\frac{\mu r_{pq}}{\sqrt{b+c}}\right) + \frac{1}{2\pi\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} K_0\left(\frac{\mu r_{pq}}{\sqrt{b}}\right),$$

$$\psi_{12}(p, q; -\mu^2) = \psi_{21}(p, q; -\mu^2) = \frac{1}{2\pi\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[K_0\left(\frac{\mu r_{pq}}{\sqrt{b+c}}\right) - K_0\left(\frac{\mu r_{pq}}{\sqrt{b}}\right)\right],$$

$$\psi_{33}(p, q; -\mu^2) = \frac{1}{h^2(b+c)} \Big\{R(p, q; -\mu^2) - \frac{3\mu^4}{2\pi\mu^2 (b+c)^2 (\alpha_1 - \alpha_2)} \times$$

$$\times \iint_{D_*} \left[\frac{1}{\alpha_2} K_0(\sqrt{\alpha_1}\, r_{pq'}) - \frac{1}{\alpha_1} K_0(\sqrt{\alpha_2}\, r_{pq'})\right] R(q', q; -\mu^2) d\xi' d\eta'\Big\},$$

$$\psi_{31} = \psi_{13} = \psi_{23} = \psi_{32} = 0,$$

სადაც

$$\alpha_1 = \frac{\mu^2}{2(b+c)} + \sqrt{\frac{\mu^4}{4(b+c)^2} - \frac{3\mu^2}{h^2(b+c)}},$$

$$\alpha_2 = \frac{\mu^2}{2(b+c)} - \sqrt{\frac{\mu^4}{4(b+c)^2} - \frac{3\mu^2}{h^2(b+c)}},$$

$$R(p, q; -\mu^2) = \frac{1}{4\pi i \varkappa}\left[K_0\left(\sqrt{\varkappa}\, r_{pq} e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) - K_0\left(\sqrt{\varkappa}\, r_{pq} e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)\right],$$

$$\varkappa = \mu \sqrt{\frac{3}{h^2(b+c)}},$$

$K_n(y)$ წარმოსახვითი არგუმენტის ბესელის ფუნქციაა მეორე გვარისა, D_* — არე, რომელიც შეიცავს D არეს, ამასთან მანძილი D არის წერტილებიდან D_* არის საზღვრამდე მეტია, ვიდრე $\rho > 0$.

თუ ჩავსვამთ $T(p, q; -\mu^2)$ მატრიცის k-ურ სვეტს (1)-ში, ცხადი გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ, რომ $W_{ik}(p, q; -\mu^2)$ $(i = 1, 2)$ ფუნქციები გამოისახებიან $W_{3k}(p, q; -\mu^2)$ საშუალებით, უკანასკნელი კი აკმაყოფილებს ინტეგრალურ განტოლებას, რომელსაც μ^2-ის დიდი მნიშვნელობებისათვის ერთადერთი ამოხსნა აქვს. $K_n(y)$ ფუნქციის ასიმპტოტიური შეფასებების გამოყენებით შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ, როცა $0 < \mu_0 \leqq \mu \leqq \infty$, $0 \leqq r_{pq} \leqq r_0$ ადგილი აქვს შეფასებებს:

$$\frac{\partial^{l+m}}{\partial x^l \partial y^m} T_{ij}(p, q; -\mu^2) = \begin{cases} O\left(|\log \mu r_{pq}|\, e^{-\mu \frac{r_{pq}}{\sqrt{b+c}}} + \mu^{-3}\right), & l+m=0, \\ O\left(r_{pq}^{-1} e^{-\mu \frac{r_{pq}}{\sqrt{b+c}}} + \mu^{-2}\right), & l+m=1 \end{cases} \quad (i, j = 1, 2) \tag{12}$$

$$\frac{\partial^{l+m}}{\partial x^l \partial y^m} T_{3i}(p, q; -\mu^2) = \begin{cases} O\left(\mu^{-2} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-3}\right), & l+m=0 \\ O\left(\mu^{-\frac{2}{3}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-\frac{5}{2}}\right), & l+m=1 \\ O\left(\mu^{-\frac{1}{2}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-2}\right), & l+m=2 \\ O\left(|\log r_{pq}|\, e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-2}\right), & l+m=3 \end{cases} \quad (i = 1, 2) \tag{13}$$

$$\frac{\partial^{l+m}}{\partial \xi^{s'} \partial x^{s} \partial \eta^{\sigma'} \partial y^{\sigma}} T_{i3}(p, q; -\mu^2) =$$

$s' + s = l$, $\sigma' + \sigma = m$, $0 \leqq s' + \sigma' \leqq 1$

$i = 1, 2$

$$= \begin{cases} O\left(\mu^{-\frac{5}{2}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-3}\right), & l+m=0 \\ O\left(\mu^{-\frac{3}{2}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-\frac{5}{2}}\right), & l+m=0 \\ O\left(\mu^{-\frac{1}{2}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-2}\right), & l+m=2, \ (s' = \sigma' = 1) \end{cases} \tag{14}$$

$$\frac{\partial^{l+m}}{\partial x^l \partial y^m} \left(\Delta_p - \frac{\mu^2}{b+c}\right) T_{3i}(p, q; -\mu^2) =$$

$i = 1, 2$

$$= \begin{cases} O\left(\mu^{-\frac{1}{2}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-2}\right), & l+m=0 \\ O\left(|\log r_{pq}|\, e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-2}\right), & l+m=1 \end{cases} \tag{15}$$

$$\frac{\partial^{l+m}}{\partial\xi^{s'}\partial x^{s},\ \partial\eta^{\sigma'}\partial y^{\sigma}} T_{33}(p, q; -\mu^2) =$$

$$s'+s=l,\quad \sigma+\sigma'=m,\quad 0\leqq s'+\sigma'\leqq 1$$

$$= \begin{cases} O\left(\mu^{-2} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-\frac{7}{2}}\right), & l+m=0 \\ O\left(\mu^{-\frac{3}{2}} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-\frac{5}{2}}\right), & l+m=1 \\ O\left(|\log\sqrt{\varkappa}\, r_{pq}|\, e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-3}\right), & l+m=2 \\ O\left(r_{pq}^{-1} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + \mu^{-\frac{5}{2}}\right), & l+m=3 \\ O\left(r_{pq}^{-2} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + |\log r_{pq}|\right), & l+m=4,\ (s'+\sigma'=1) \end{cases} \tag{16}$$

$$\frac{\partial^{l+m}}{\partial\xi^{s'}\,\partial\eta^{\sigma'}\,\partial x^{s}\,\partial y^{\sigma}}\left(\Delta_p - \frac{\mu^2}{b+c}\right) T_{33}(p, q; -\mu^2) =$$

$$s'+s=l,\quad \sigma'+\sigma=m,\quad 0\leqq s'+\sigma'\leqq 1$$

$$= \begin{cases} O\left(|\log\sqrt{\varkappa}\, r_{pq}|\, e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + 1\right), & l+m=0 \\ O\left(r_{pq}^{-1} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + 1\right), & l+m=1 \\ O\left(r_{pq}^{-2} e^{-\sqrt{\frac{\varkappa}{2}} r_{pq}} + 1\right), & i+m=2,\ s'+\sigma'=1 \end{cases}$$

Δ_p აღნიშნავს, რომ Δ ოპერაცია აიღება p წერტილის კოორდინატებით.

ვთქვათ, $G(p, q; -\mu^2)$ (1) სისტემის გრინის მატრიცაა $\lambda = -\mu^2$-სათვის, რომელიც შეესაბამება (2) სასაზღვრო პირობებს. ამასთან

$$G_{ij}(p, q; -\mu^2) = T_{ij}(p, q; -\mu^2) - \gamma_{ij}(p, q; -\mu^2).$$

თუ გამოვიყენებთ ხერხს, რომელიც გამოყენებული იყო (9) შეფასებების მისაღებად, შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ

$$\gamma_{kk}(q, q; -\mu^2) = O(\mu^{-1}\delta_q^{-1-\varepsilon})\quad (k=1,\ 2),$$

$$\gamma_{33}(q, q; -\mu^2) = O\left(\mu^{-\frac{3}{2}}\delta_q^{-1-\varepsilon}\right) \tag{17}$$

$$\lim_{p\to q}\frac{\partial^2\gamma_{33}(p, q; -\mu^2)}{\partial x\partial\xi} = O\left(\mu^{-\frac{1}{2}}\delta_q^{-1-\varepsilon}\right),$$

$$\lim_{p\to q}\frac{\partial^2\gamma_{33}(p, q; -\mu^2)}{\partial y\partial\eta} = O\left(\mu^{-\frac{1}{2}}\delta_q^{-1-\varepsilon}\right).$$

4. ვთქვათ, $U_n(u_n, v_n, w_n)$ საკუთრივი ფუნქციაა, λ_n—საკუთრივი მნიშვნელობა. ადვილი საჩვენებელია, რომ U_n აკმაყოფილებს განტოლებას

$$U_n=\lambda_n \iint\limits_D \left\{G(p, q;)\, U_n(q)+\frac{h^2}{3} \frac{\partial G^{(3)}(p, q)}{\partial \xi} \frac{\partial w_n(q)}{\partial \xi}\right.$$

$$\left.+\frac{h^2}{3} \frac{\partial G^{(3)}(p, q)}{\partial \eta} \frac{\partial w_n(q)}{\partial \eta}\right\} d\xi d\eta. \tag{18}$$

გავიმეორებთ რა ფრედჰოლმის ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის მსჯელობებს, შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ ადგილი აქვს გაშლის შემდეგ ფორმულებს:

$$G(p, q; \lambda)-G(p, q)=\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k(\lambda_k-\lambda)} U_k(p)\, U_k(q), \tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 G_{33}(p, q; \lambda)}{\partial x \partial \xi}-\frac{\partial^2 G_{33}(p, q)}{\partial x \partial \xi}=\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k(\lambda_k-\lambda)} \frac{\partial w_k(p)}{\partial x} \frac{\partial w_k(q)}{\partial \xi}, \tag{20}$$

$$\frac{\partial^2 G_{32}(p, q; \lambda)}{\partial y \partial \eta}-\frac{\partial_2 G_{33}(p, q)}{\partial y \partial \eta}=\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k(\lambda_k-\lambda)} \frac{\partial w_k(p)}{\partial y} \frac{\partial w_k(q)}{\partial \eta}, \tag{21}$$

5. გადავიდეთ ახლა ასიმპტოტური ფორმულების გამოყვანაზე. $\lambda=-\mu^2$-სათვის გვაქვს:

$$\lim_{p \to q}\{G_{11}(p, q; -\mu^2)-G_{11}(p, q)\}=-\frac{2b+c}{4\pi b(b+c)} \log \mu+\beta$$

$$+\gamma_{11}(q, q)-\gamma_{11}(q, q; -\mu^2)+\gamma^*_{11}(q, q; -\mu^2)=F(q, \lambda), \tag{22}$$

სადაც β სავსებით გარკვეული მუდმივია,

$$\gamma^*_{11}(q, q; -\mu^2)=\lim_{p \to q} \iint\limits_D \{\psi_{11}(p, q'; -\mu^2)\, W_{11}(q', q; -\mu^2)$$

$$+\psi_{12}(p, q'; -\mu^2)\, W_{21}(q', q; -\mu^2)\}\, d\xi' d\eta'.$$

მეორე მხრივ, (19)-დან გამომდინარეობს:

$$F(q, \lambda)=\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \frac{u_k^2(q)}{\lambda_k(\lambda_k-\lambda)}. \tag{23}$$

გავყოთ (23)-ის ორივე მხარე λ^z-ზე და მოვახდინოთ ინტეგრება λ-თი $d-i\infty$-დან $d+i\infty$, $0<d<\lambda_1$. საკმაოდ დიდი $\mathrm{Re}\, z$-თვის გვექნება:

$$\Phi(z)=\sum_{k=1}^{\infty} \frac{u_k^2(q)}{\lambda_k^z}=\frac{d^{1-z}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(q, de^{i\theta})\, e^{i(1-z)\theta}\, d\theta+\frac{\sin \pi z}{\pi} \int_d^{\infty} F(q, -\lambda) \frac{d\lambda}{\lambda^z}$$

$$= \frac{d^{1-z}}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(q, de^{i\theta})\, e^{i(1-z)}\, d\theta + \frac{\sin\pi z}{\pi}\left\{-\frac{2b+c}{8\pi b(b+c)}\,\frac{d^{1-z}\log d}{z-1}\right. \tag{24}$$

$$\left. + (\beta + \gamma_{11}(q,q))\frac{\varepsilon^{1-z}}{z-1} + \int_{d}^{\infty}\frac{\gamma_{11}^{*}(q,q;\,-\lambda) - \gamma_{11}(q,q;\,-\lambda)}{\lambda^{z}}\, d\lambda\right\}$$

$$-\frac{2b+c}{8\pi b(b+c)}\,\frac{d^{1-z}}{(z-1)^2}\,\frac{\sin\pi z}{\pi}.$$

(24)-დან იკეარის თეორემის (იხ. [6], გვ. 127) საფუძველზე გამომდინარეობს, რომ

$$\sum_{k=1}^{n} u_k^2(q) \sim \frac{2b+c}{8\pi b(b+c)}\,\lambda_n. \tag{25}$$

ანალოგიურად

$$\sum_{k=1}^{n} v_k^2(q) \sim \frac{2b+c}{8\pi b(b+c)}\,\lambda_n, \tag{26}$$

$$\sum_{k=1}^{n} w_k^2(q) \sim \frac{\sqrt{3}}{4\pi h\sqrt{b+c}}\,\lambda_n^{\frac{1}{2}}, \tag{27}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\left[\left(\frac{\partial w_k}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial w_k}{\partial\eta}\right)^2\right] \sim \frac{3}{8\pi h^2(b+c)}\,\lambda_n. \tag{28}$$

შემდეგ, გვაქვს

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left\{u_k^2(q) + v_k^2(q) + w_k^2(q) + \frac{h^2}{3}\left(\frac{\partial w_k}{\partial\xi}\right)^2 + \frac{h^2}{3}\left(\frac{\partial w_k}{\partial\eta}\right)^2\right\}\frac{1}{\lambda_k^{z}} \tag{29}$$

$$= \frac{d^{1-z}}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F_1(q, de^{i\theta})\, e^{i(1-z)\theta}\, d\theta + \frac{\sin\pi z}{\pi}\int_{d}^{\infty} F_1(q, -\lambda)\,\frac{d\lambda}{\lambda^{z}}.$$

სადაც, როცა $\lambda = -\mu^2$,

$$F(q,\lambda) = \lim_{q\to p}\left\{\sum_{i=1}^{3}\left[G_{ii}(p,q;\,-\mu^2) - G_{ii}(p,q)\right] + \frac{h^2}{3}\frac{\partial^2}{\partial x\partial\xi}\left[G_{33}(p,q;\,-\mu^2)\right.\right.$$

$$\left.\left. - G_{33}(p,q)\right] + \frac{h^2}{3}\frac{\partial^2}{\partial y\partial\eta}\left[G_{33}(p,q;\,-\mu^2) - G_{33}(p,q)\right]\right\}, \tag{30}$$

თუ ვაინტეგრებთ (29) ტოლობის ორივე მხარეს, საკუთრივ ფუნქციათა ნორმირების ძალით, მივიღებთ:

$$\Phi_1(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^z} = \frac{d^{1-z}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(1-z)\theta} \left(\iint_D F_1(q, de^{-i\theta})\, d\xi d\eta \right) d\theta$$

$$+ \frac{\sin \pi z}{\pi} \iint_D \left(\int_d^{\infty} F_1(q, -\lambda) \frac{d\lambda}{\lambda^z} \right) d\xi d\eta. \tag{31}$$

(31)-დან, γ_{ii}-სა და მისი წარმოებულების შეფასებების და იკეარის თეორემის ძალით, გვაქვს:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{\lambda_n} = \left(\frac{2b + c}{4\pi b(b + c)} + \frac{1}{8\pi(b + c)} \right) J,$$

სადაც J ფართობია D არისა.

შესაკრები $J/8\pi(b + c)$ წარმოიშობა ინერციის ძალების მომენტების გათვალისწინების შედეგად. მაშასადამე, თუ არ გავითვალისწინებთ ინერციის ძალების მომენტებს, გვექნება:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{\lambda_n^*} = \frac{2b + c}{4\pi b(b + c)} J.$$

ადვილი საჩვენებელია, რომ სხვაობა $\lambda_n^* - \lambda_n$ მეტია, ვიდრე $\frac{\lambda_n}{10}$.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ა. რაზმაძის სახელობის
თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 3.7.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. И. Н. Векуа. К теории пологих оболочек. ДАН СССР, т. 68, № 3, 1949.
2. И. Н. Векуа. Новые методы решения эллиптических уравнений. М.—Л., 1948.
3. И. Н. Векуа. О решении граничных вадач теории оболочек. Сообщения АН ГССР, т. XV, № 1, 1954.
4. T. Carleman. Propriétés asymptotiques des fonctions fondamentals des membrans vibrantes. Comtes Rendus des Mathématiciens Scandinaves á Stockholm. 14—18 Aout, 1934. p. 34—44. Lund, 1935.
5. Å. Pleijel. Propriétés asymptotiques des fonctions et valeurs propres des certains problems de vibrations. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik. B. 27 A. № 13, 1940.
6. N. Wiener. The Fouries integral and certain of its applications. Cambridge of the University press, 1933.
7. ს. ტერსენოვი. ცილინდრული გარსის რხევების საკუთრივ მნიშვნელობათა და საკუთრივ ფუნქციათა შესახებ. საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XV, № 9, 1954.

დრეკადობის თეორია

გ. ხატიაშვილი

დატვირთული გვერდითი ზედაპირის მქონე შედგენილი ცილინდრული ძელის დრეკადი წონასწორობა პუასონის სხვადასხვა კოეფიციენტის შემთხვევაში[1]

(წარმოადგინა აკადემიკოსმა ნ. მუსხელიშვილმა 23.9.1954)

ამოცანა დატვირთული გვერდითი ზედაპირის მქონე ერთგვაროვანი ცილინდრული ძელის დრეკადი წონასწორობის შესახებ ამოხსნილი იყო 1901—1902 წ. წ. ე. ალმანსისა [9] და ი. მიჩელის [10] მიერ. იგივე ამოცანა, როდესაც გვერდითი დატვირთვა ცილინდრის მსახველის გასწვრივ იცვლება, სხვა მეთოდით ამოხსნა გ. ჯანელიძემ [2].

ზემოთ დასახელებული ამოცანის ამოხსნა შედგენილი ცილინდრული ძელისათვის, როდესაც შემადგენელ მასალებს პუასონის ერთი და იგივე კოეფიციენტი აქვთ, მოცემულია ავტორის შრომებში [7,8].

წინამდებარე შრომაში მოცემულია შედგენილი ცილინდრული ძელის დრეკადი წონასწორობის ამოცანის ამოხსნა ზოგად შემთხვევაში, ე. ი. როდესაც შემადგენელ მასალებს პუასონის სხვადასხვა კოეფიციენტი აქვთ.

განვიხილოთ სხეული, შედგენილი რიგი პარალელური ძელებისაგან, რომელნიც ერთმანეთს არ ეხებიან და შემოსაზღვრული არიან ცილინდრული ზედაპირით. სივრცე ცილინდრულ ზედაპირსა და ძელებს შორის ავსებულია დრეკადი გარემოთი, ცილინდრის მსახველები ძელების პარალელურია.

ასეთი ძელის xoy სიბრტყით კვეთა შედგება S_j $(j=1,2,\dots,m)$ არეებისაგან, რომელნიც შეესაბამებიან ძელებს, და S_0 არისაგან, რომელიც შეესაბამება შემომსაზღვრელ გარემოს. თუ L_j-ით $(j=1,2,\dots,m)$ აღვნიშნავთ S_j არეთა საზღვრებს, მაშინ S_0 არის საზღვარი იქნება $L_1, L_2, \dots, L_{m+1}$, სადაც უკანასკნელი შეიცავს ყველა დანარჩენს. მივიღოთ, რომ L_j $(j=1,2,\dots,m+1)$ საკმაოდ გლუვი წირებია.

ქვემოთ ყველგან ნაგულისხმევია, რომ L_j $(j=1,2,\dots m+1)$ კონტურებზე შემოვლა ხდება საათის ისრის საწინააღმდეგოდ, ამასთანავე n ნორმალი ყოველთვის მარჯვნივაა მიმართული. კოორდინატთა სათავე მოვათავსოთ ერთ-ერთი ფუძის ინერციის „განზოგადებული ინერციის ცენტრში“, Ox და Oy ღერძები მივმართოთ იმავე ფუძის „ინერციის განზოგადებული მთავარი ღერძების“ გასწვრივ, Oz ღერძი კი ცილინდრის მსახველის პარალელურად [1, 5]; მივიღოთ, რომ ძელზე მოქმედი მოცულობითი ძალები ნულის ტოლია.

(1 ნაშრომში მიღებული შედეგები დაწვრილებით გამოქვეყნებული იქნება შემდეგში.

λ_j, μ_j, E_j, σ_j-ით ($j=1, 2, \ldots, m$) აღვნიშნოთ ძელების შესაბამისი დრეკადი მუდმივები, ხოლო λ_0, μ_0, E_0, σ_0-ით — შემომსაზღვრელი გარემოსი.

დავუშვათ, რომ შედგენილი ძელის გვერდით ზედაპირზე მოქმედი ძალების მდგენელები საკოორდინატო ღერძებზე შესაბამისად არიან $\tau_1(x, y)$, $\tau_2(x, y)$ და $\tau_3(x, y)$ და განვსაზღვროთ შედგენილი ძელის დრეკადი წონასწორობა.

როგორც ცნობილია [1], დასმული ამოცანა შემდეგზე მიიყვანება: ვიპოვოთ ძაბვის τ_{11}, $\tau_{22}, \ldots, \tau_{23}$ კომპონენტები, რომელნიც სხეულის მიერ დაკავებულ მთელ არეში აკმაყოფილებენ წონასწორობის ერთგვაროვან განტოლებებს

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\tau_{11}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{12}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{13}}{\partial z}=0,\\ &\frac{\partial\tau_{12}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{22}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{23}}{\partial z}=0,\\ &\frac{\partial\tau_{13}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{23}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{33}}{\partial z}=0 \end{aligned} \tag{1}$$

და თავსებადობის ერთგვაროვან პირობებს:

$$\begin{aligned} &\Delta\tau_{11}+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0, && \Delta\tau_{12}+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T}{\partial x\partial y}=0,\\ &\Delta\tau_{22}+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0, && \Delta\tau_{13}+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T}{\partial x\partial z}=0,\\ &\Delta\tau_{33}+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0, && \Delta\tau_{23}+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T}{\partial y\partial z}=0, \end{aligned} \tag{1.2}$$

სადაც
$$T=\tau_{11}+\tau_{22}+\tau_{33}$$
და
$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

ამასთანავე, საძიებელი ძაბვის კომპონენტები უნდა აკმაყოფილებდნენ შემდეგ სასაზღვრო პირობებს:

$$\begin{aligned} &\tau_{11}\cos(n,x)+\tau_{12}\cos(n,y)=\tau_1,\\ &\tau_{12}\cos(n,x)+\tau_{22}\cos(n,y)=\tau_2,\\ &\tau_{13}\cos(n,x)+\tau_{23}\cos(n,y)=\tau_3 \end{aligned} \tag{1.3}$$

გარე ზედაპირზე, ხოლო

$$[\tau_{11}\cos(n,x)+\tau_{12}\cos(n,y]_j=[\tau_1,\cos(n,x)+\tau_{12}\cos(n,y)]_0 \tag{1.4}$$
$$[\tau_{12}\cos(n,x)+\tau_{22}\cos(n,y)]_j=[\tau_{12}\cos(n,x)+\tau_{22}\cos(n,y)]_0,$$
$$[\tau_{13}\cos(n,x)+\tau_{23}\cos(n,y)]_j=[\tau_{13}\cos(n,x)+\tau_{23}\cos(n,y)]_0,$$

$$u_i=u_0,\quad v_j=v_0,\quad w_j=w_0\quad (j=1, 2,\ldots, m) \tag{1.5}$$

გამყოფ ზედაპირებზე, სადაც j და 0 არეთა ნომრებს აღნიშნავენ.

§ 2. განვიხილოთ $u(x, y)$ და $v(x, y)$ ფუნქციები, რომელნიც წარმოადგენენ შემდეგი დამხმარე ბრტყელი ამოცანის ამოხსნას [1]: u და v აკმაყოფილებენ ყოველ $S_j\,(j = 0, 1, \dots, m)$ არეში წონასწორობის განტოლებებს:

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\Delta u = 0, \quad (\lambda + \mu)\frac{\partial\theta}{\partial y} + \mu\Delta v = 0, \quad \left(\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{2.1}$$

$L_j\,(j = 1, 2, \dots, m)$ წირებზე განიცდიან შემდეგი სახის წყვეტას

$$u_j - u_0 = g_j, \quad v_j - v_0 = h_j, \quad (j = 1, 2, \dots, m) \tag{2.2}$$

სადაც g_j და h_j მოცემული ფუნქციებია, ხოლო შესაბამისი ძაბვის კომპონენტები აკმაყოფილებენ შემდეგ სასაზღვრო პირობებს:

$$\tau_{11}\cos(n, x) + \tau_{12}\cos(n, y) = 0, \quad \tau_{12}\cos(n, x) + \tau_{22}\cos(n, y) = 0, \tag{2.3}$$

L_{m+1} კონტურზე და

$$\begin{gathered}[\tau_{11}\cos(n, x) + \tau_{12}\cos(n, y)]_j = [\tau_{11}\cos(n, x) + \tau_{12}\cos(n, y)]_0 \\ [\tau_{12}\cos(n, x) + \tau_{22}\cos(n, y)]_j = [\tau_{12}\cos(n, x) + \tau_{22}\cos(n, y)]_0 \\ (j = 1, 2, \dots, m)\end{gathered} \tag{2.4}$$

$L_j\,(j = 1, 2, \dots, m)$ კონტურებზე.

ასეთი დამხმარე ბრტყელი ამოცანის ამოხსნის არსებობა (გარკვეულ პირობებში, რასაც შესრულებულად ვთვლით) დამტკიცებულია დ. შ ე რ მ ა ნ ი ს ა [3] და ს. მ ი ხ ლ ი ნ ი ს [4] მიერ.

განვიხილოთ დამხმარე ბრტყელი ამოცანის კერძო შემთხვევები. დავუშვათ, რომ (u^*, v^*), (u^{**}, v^{**}) და (u^{***}, v^{***}) წარმოადგენენ შემდეგი ბრტყელი ამოცანების ამოხსნებს: ისინი აკმაყოფილებენ (2.1) განტოლებებს, მათი შესაბამი ძაბვის კომპონენტები $\tau^*_{jk}, \tau^{**}_{jk}, \tau^{***}_{jk}$ $(j, k = 1, 2, 3)$ აკმაყოფილებენ (2.3) და (2.4) სასაზღვრო პირობებს, ხოლო $L_j\,(j = 1, 2, \dots, m)$ კონტურზე აქვთ შემდეგი სახის წყვეტა:

$$u^*_j - u^*_0 = (\sigma_j - \sigma_0)\,x, \qquad v^*_j - v_0 = (\sigma_j - \sigma_0)\,y;$$

$$u^{**}_j - u^{**}_0 = -\frac{1}{2}(\sigma_j - \sigma_0)\,(x^2 - y^2), \quad v^{**}_j - v^{**}_0 = -(\sigma_j - \sigma_0)\,xy; \; (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$u^{***}_j - u^{***}_0 = -(\sigma_j - \sigma_0)\,xy, \qquad v^{***}_j - v^{***}_0 = -\frac{1}{2}(\sigma_j - \sigma_0)\,(y^2 - x_2).$$

§ 3. დასმული ამოცანის ამოხსნა (§ 1) ვეძებოთ შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}\tau_{11} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} &- 2\mu[aF + bf + c\psi] + 2\mu\int(au^{***} + bu^{**})\,dx - 2\,b\mu\sigma y^2 x \\ &+ \frac{b}{3}Ex^3 - 2\,kz\tau^*_{11} - bz^2\tau^{**}_{11} - az^2\tau^{***}_{11} + \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial y^2},\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}\tau_{22} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} &- 2\mu[aF + bf + c\psi] + 2\mu\int(av^{***} + bv^{**})\,dy - 2\,a\mu\sigma x^2 y \\ &+ \frac{a}{3}Ey^3 - 2\,kz\tau^*_{22} - bz^2\tau^{**}_{22} - az^2\tau^{***}_{22} + \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2}\end{aligned}$$

$$\tau_{33} = \sigma\left[\Delta\Phi + \Delta\Phi_1 + 2\mu\int(au^{***} + bu^{**})\,dx + 2\mu\int(av^{***} + bv^{**})\,dy\right]$$

$$+ 4\mu(aF + bf + c\psi) + 2b\left(\mu\sigma\, y^2x^2 - \frac{E}{3}x^3\right) + 2a\left(\mu\,\sigma\, x^2 y - \frac{1}{3}Ey^3\right)$$

$$- 2k(E + \lambda\theta^*)z + b(Ex - \lambda\theta^{**})z^2 + a(Ey - \lambda\theta^{***})z^2,$$

$$\tau_{12} = -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x\partial y} - 2\mu c(x^2 - y^2) - 2kz\tau_{12}^{*} - bz^2\tau_{12}^{**} - az^2\tau_{12}^{***},$$

$$\tau_{13} = 2\mu\left(a\frac{\partial F}{\partial x} + b\frac{\partial f}{\partial x} + c\frac{\partial\psi}{\partial x} - 2cy - bu^{**} - au^{***}\right)z$$

$$+ b(2\mu\sigma y^2 - Ex^2)z + \mu\frac{\partial\omega}{\partial x} + kEx - 2k\mu u^*,$$

$$\tau_{23} = 2\mu\left(a\frac{\partial F}{\partial y} + b\frac{\partial f}{\partial y} + c\frac{\partial\psi}{\partial y} + 2cx - bv^{**} - av^{***}\right)z$$

$$+ a(2\mu\sigma x^2 - Ey^2)z + \mu\frac{\partial\omega}{\partial y} + kEy - 2k\mu v^*,$$

სადაც ψ არის შედგენილი ძელის გრეხის ფუნქცია, Φ_1—კერძო ამოხსნა განტოლებისა

$$\Delta\Delta\chi = 2(2\lambda + \mu)(a\theta^{***} + b\theta^{**}) - 2\mu\int\left(a\frac{\partial^2 u^{***}}{\partial y^2} + b\frac{\partial^2 u^{**}}{\partial y^2}\right)dx$$

$$- 2\mu\int\left(a\frac{\partial^2 v^{***}}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 v^{**}}{\partial x^2}\right)dy,$$

ხოლო a, b, c და k მუდმივებია, რომლებიც უნდა განისაზღვროს. ადვილად შეიძლება ჩვენება, რომ ძაბვის (3.1) კომპონენტები აკმაყოფილებენ წონასწორობის (1.1) განტოლებებს, თავსებადობის (1.2) და აგრეთვე სასაზღვრო (1.3) და (1.4) პირობებს, ხოლო შესაბამი გადაადგილების კომპონენტები (რომლებიც შეიძლება აღვადგინოთ ძაბვის (3.1) კომპონენტებიდან ცნობილი ფორმულებით) აკმაყოფილებენ (1.5) სასაზღვრო პირობებს, თუ $F(x, y)$, $\psi(x, y)$, $\omega(x, y)$ და $\Phi(x, y)$ ფუნქციები ისეა განსაზღვრული, რომ S_j $(j = 0, 1, \ldots, m)$ არეში აკმაყოფილებენ შემდეგ განტოლებებს:

$$\mu\Delta F = (\lambda + \mu)\,\theta^{***}, \quad \mu\Delta f = (\lambda + \mu)\,\theta^{**},$$

$$\mu\Delta\omega = 2k(\lambda + \mu)\,\theta^*, \quad \Delta\Delta\Phi = 0,$$

ხოლო L_j $(j = 1, 2, \ldots, m + 1)$ კონტურებზე გარკვეულ სასაზღვრო პირობებს, რომლებიც ადვილად მიიღება, თუ გავითვალისწინებთ (3.1) გამოსახულებათა მნიშვნელობებს და სასაზღვრო (1.3), (1.4) და (1.5) პირობებს.

F, f, ω და Φ ფუნქციების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები დაცული იქნება, თუ a, b და k მუდმივებს მივანიჭებთ შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$a = -\frac{\int\limits_{L_{m+1}} \tau_2 ds}{2\sum\limits_{s=0}^{m} \iint\limits_{S_j} [Ey^2 - \lambda\theta^{***}]\, dxdy},$$

$$b = -\frac{\int\limits_{L_{m+1}} \tau_1 ds}{2\sum\limits_{j=0}^{m} \iint\limits_{S_j} [Ex^2 - \lambda\theta^{***}x]\, dxdy},$$

$$k = \frac{\int\limits_{L_{m+1}} \tau_3\, ds}{2\sum\limits_{j=0}^{m} \iint\limits_{S_j} [E + \lambda\theta^{*}]\, dxdy},$$

ხოლო c მუდმივი უნდა განისაზღვროს შემდეგი ტოლობიდან:

$$2\sum_{j=0}^{m} \iint\limits_{S_j} \Big[2\,\mu\,(ayu^{***} + bxv^{**}) - 2\,\mu\left(ay\,\frac{\partial F}{\partial x} + bx\,\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

$$-\lambda xy\,(a\theta^{***} - b\theta^{**}) - E\,(axy^2 - byx^2)\Big]\, dxdy + \int\limits_{L_{m+1}} (x\tau_2 - y\tau_1)\, ds$$

$$+\, c\sum_{j=0}^{m} \iint\limits_{S_j} \mu\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - 2y\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} + 2\,x\right)^2\right] dxdy = 0. \qquad (3.2)$$

შენიშვნა: თუ განხილულ ამოცანაში ძაბვის კომპონენტები (1.4)-ის ნაცვლად შემდეგ სასაზღვრო პირობებს აკმაყოფილებენ:

$$[\tau_{11}\cos(n, x) + \tau_{12}\cos(n, y)]_j - [\tau_{11}\cos(n, x) + \tau_{12}\cos(n, y)]_0 = A_j(x, y)$$

$$[\tau_{12}\cos(n, x) + \tau_{22}\cos(n, y)]_j - [\tau_{12}\cos(n, x) + \tau_{22}\cos(n, y)]_0 = B_j(x, y)$$

$$[\tau_{13}\cos(n, x) + \tau_{23}\cos(n, y)]_j - [\tau_{13}\cos(n, x) + \tau_{23}\cos(n, y)]_0 = C_j(x, y),$$

$$(j = 1,\ 2, \ldots,\ m)$$

სადაც $A_j(x, y)$, $B_j(x, y)$ და $C_j(x, y)$ $(j = 1,\ 2, \ldots,\ m)$ მოცემული ფუნქციებია, მაშინ დასმული ამოცანის (§ 1) ამოხსნას ექნება ისევ (3.1) სახე, მხოლოდ მუდმივები a, b და k მიიღებენ შემდეგ მნიშვნელობებს:

$$a = -\frac{\sum_{j=1}^{m+1} \int_{L_j} A_j(S)\, ds}{2\sum_{j=0}^{m} \iint_{S_j} [Ey^2 - \lambda\theta^{***}y]\, dxdy},$$

$$b = -\frac{\sum_{j=1}^{m+1} \int_{L_j} B_j(S)\, ds}{2\sum_{j=0}^{m} \iint_{S_j} [Ex^2 - \lambda\theta^{**}x]\, dxdy},$$

$$k = \frac{\sum_{j=1}^{m+1} \int_{L_j} C_j(S)\, ds}{2\sum_{j=0}^{m} \iint_{S_j} [E + \lambda\theta^{*}]\, dxdy},$$

ხოლო C მუდმივისათვის (3.2) ტოლობაში ნაცვლად

$$\int_{L_{m+1}} (x\tau_2 - y\tau_1)\, ds$$

გამოსახულებისა უნდა გვქონდეს

$$\sum_{j=1}^{m+1} \int_{L_j} [xB_j(S) - yA_j(S)]\, ds;$$

ჩაწერის გამარტივების მიზნით აქ შემოღებულია აღნიშვნა:

$$A_{m+1} = \tau_1, \quad B_{m+1} = \tau_2 \text{ და } C_{m+1} = \tau_3.$$

ლენინის სახელობის
რკინიგზის ტრანსპორტის ინჟინერთა თბილისის
ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 2.7.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. 1949.
2. Г. Ю. Джанелидзе. Статика упруго-пластических стержней. Докторская диссертация, глава II, Л., 1949.
3. Д. И. Шерман. Плоская деформация в изотропной неоднородной среде. Прикл. мат. и мех. т. VII, 1943.
4. С. Г. Михлин. Плоская задача упругости для неоднородной среды. Труды сейсмологического института, № 66, 1935.

5. А. К. Рухадзе. К вопросу изгиба поперечной силой упругих брусьев, составленных из различных материалов. Труды Груз. политехн. института № 19, 1949.

6. А. К. Рухадзе. К вопросу деформации брусьев, близких к призматическим, составленных из различных упругих материалов. Труды Груз. политехн. института № 23, 1951.

7. Г. М. Хатиашвили. К вопросу о деформации цилиндрического составного бруса с нагруженной боковой поверхностью. Сообщения Акад. Наук Груз. ССР, т. XIII, № 6, 1952.

8. Г. М. Хатиашвили. К вопросу о деформации составного цилиндрического бруса, с боковой нагрузкой, меняющейся вдоль образующей цилиндра. Сообщения АН ГССР, т. XIV, № 4, 1953.

9. E. Almansi. Sopra la deformazione dei cilindri sollecitate lateralmente. Rendic. Accad. Lincei, Roma, ser. 5, t. X, 1901.

10. I. H. Michell. Quart. Iourn. of Math. v—32, 1901.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ფიზიკა

ვ. ასრიბეკოვი

ნუკლონის მუხტისა და მასის გადანორმირება ვაკუუმურ შესწორებათა თეორიაში მეზონნუკლონური პროცესებისათვის

(წარმოადგინა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტმა ვ. მამასახლისოვმა 9.4.1954)

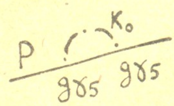
ვაკუუმურ შესწორებათა გამოთვლა ცალკეული ელემენტარული მეზონნუკლონური პროცესებისათვის თავისთავად პრინციპულად საინტერესოა, რადგან არ არსებობს პროცესებთან გონივრულ არაგანშლად უმაღლეს მიახლოებათა მიღების უნივერსალური რეცეპტები შეშფოთებათა მეზონური თეორიის საფუძველზე.

როგორც ცნობილია, თანადროულ თეორიაში კორექტული შედეგების მიღება შესაძლებელია შეშფოთებათა თეორიის მხოლოდ პირველი არასპობადი მიახლოებისათვის, მაშინ როდესაც მეორე და უმაღლეს მიახლოებათათვის იქმნება ტიპობრივი განშლადი გამოსახულებანი. შეშფოთებათა თეორიის ახალი, რელატივისტურ-ინვარიანტული ფორმულირება იძლევა განშლად გამოსახულებათა რეგულარიზაციის წესების გამომუშავების საშუალებას, წესებისა, რომლებიც საბოლოოდ დაიყვანება ნუკლონის მუხტისა და მასის გადანორმირებაზე.

მაგრამ, როგორც განშლადობათა [1] ანალიზი გვიჩვენებს, გადანორმირება მეზონურ თეორიათა ყველა ვარიანტისათვის არ არის შესაძლებელი, კერძოდ, გადანორმირების პროცედურის განზოგადება შეუძლებელია „წარმოებულებთან ბმის“ შემცველი თეორიების შემთხვევაში. ამის გამო შემდგომ ჩვენ ყველგან შემოვისაზღვრებით მხოლოდ ფსევდოსკალარული კავშირის შემთხვევით (ფსევდოვექტორული კავშირის პარალელურად განხილვის გარეშე).

მასის შესწორება, ან, რაც იგივეა, ნუკლონის „საკუთარი“ ენერგია წარმოიქმნება ნუკლონისა და მეზონური ვაკუუმის ნულოვანი რხევების ურთიერთქმედების გამო, რაც გამოისახება, თანახმად იმპულსური წარმოდგენის [2] მიღებული აღნიშვნებისა, შემდეგი გრაფიკის სახით

$(h = c = 1)$



$$\frac{g^2}{\pi i}\int \gamma_5(\widehat{p}-\widehat{k_0}-M)^{-1}\gamma_5(\widehat{k_0^2}-\mu^2)^{-1}d^4k_0, \qquad (I,\ 1)$$

ნახ. 1

სადაც p და k_0 — ნუკლონისა და ვირტუალური მეზონის ენერგია-იმპულსის 4-ვექტორია, ფაქტორი $(\widehat{p}-\widehat{k_0}-M)^{-1}$ აღწერს ნუკლონს მეზონის გამოსხივების შემდეგ და შთანთქმამდე (დირაკის ოპერატორის შებრუნებული ოპერატორი), $(\widehat{k_0^2}-\mu^2)^{-1}$ კი შეესაბამება მეზონის გავრცელებას გრაფიკის კვანძებს შორის (კლეინ-გორდონის ოპერატორის შებრუნებული

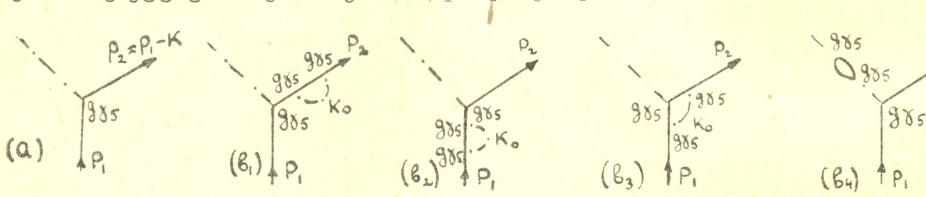
ოპერატორი). ინტეგრალი (I, 1)-ში უშუალოდ გარდაიქმნება განშლად ინტეგრალთა ჯამად

$$\frac{g^2}{8\pi}\left((\widehat{p}-M)\,C_0-\widehat{p}\,C_\sigma^{(0)}\right), \qquad (\mathrm{I},\ 1a)$$

რომელიც გამოითვლება ჩამომჭრელი მამრავლის $\Pi\,(\widehat{k_0^2}-\mu^2)$ დახმარებით სტატიის ბოლოში. მატრიცული ოპერატორი (I, 1) გამოყენებულ უნდა იქნეს თავისუფალი ნუკლონის ტალღური ფუნქციისათვის, რომელიც შეიცავს u სპინორს, რის შემდეგაც პირველი წევრი (I, 1)-ში გამოვარდება, მეორე კი გადადის $M\cdot C_\sigma^{(0)}$-ად, რაც გამოსახავს ამპლიტუდის ცვლილებას თავისუფალი ნუკლონისთვის, ვირტუალური მეზონის გამოსხივებისა და შთანთქმის შედეგად. ამპლიტუდის ცვლილება, ბუნებრივია, წარმოიდგინება თავისუფალი ნუკლონის M მასის ΔM შესწორების სახით:

$$\Delta M=-\frac{g^2}{8\pi}\,C_\sigma^{(0)}\cdot M;\quad M_{\text{ექსპ.}}=M-\Delta M \qquad (\mathrm{I},\ 2)$$

g მეზონური მუხტის შესწორების წევრები ადვილად შეიძლება შეფასებულ იქნეს პირველი რიგის უმარტივესი პროცესის მაგალითზე—თავისუფალი ნუკლონის ერთჯერადი გაბნევა მეზონურ პოტენციალზე $\varphi e^{ik_\mu x_\mu}$. g მუხტის გადანორმირება ჩნდება აქ განსახილავი პროცესისთვის უმაღლესი რიგის შესწორებათა განხილვიდან. [2] მეთოდიკის მიხედვით წარმოვადგინოთ გრაფიკების სახით როგორც პოტენციალით გაბნევის ძირითადი პროცესი (a), ისე მისი ვაკუუმური შესწორებანი (b_1, b_2, b_3, b_4):



ნახ. 2

ძირითადი პროცესის (a) მატრიცული ელემენტი განისაზღვრება

$$gM_a^0=g\varphi\,(\bar{u}_2\,\gamma_5\,u_1)\cdot\text{ით}. \qquad (\mathrm{I},\ 3)$$

შესწორების გრაფიკები (b_1) და (b_2) ერთად უნდა იქნეს განხილული და, როგორც ნათლად ჩანს, მათი ჯამური მატრიცული ელემენტი პროპორციულია ძირითადი პროცესის მატრიცული ელემენტისა gM_a^0. მართლაც, მატრიცულ ელემენტებს $M_{b_1}^{(1)}$ და $M_{b_2}^{(1)}$, (b_1) და (b_2) გრაფიკების თანახმად, აქვს შემდეგი სახე:

$$M_{b_1}^{(1)}=\frac{g^3}{\pi i}\,\varphi\cdot\bar{u}_2\cdot\int\gamma_5\,(\widehat{p}_2-\widehat{k}_0-M)^{-1}\,\gamma_5\,(\widehat{p}_2-M)^{-1}\gamma_5\,(\widehat{k_0^2}-\mu^2)^{-1}\,d^4k_0u_1 \qquad (\mathrm{I},\ 4)$$

$$M_{b_2}^{(1)}=\frac{g^3}{\pi i}\,\varphi\cdot\bar{u}_2\cdot\int\gamma_5\,(\widehat{p}_1-M)^{-1}\,\gamma_5\,(\widehat{p}_1-\widehat{k}_0-M)^{-1}\,\gamma_5\,(\widehat{k_0^2}-\mu^2)^{-1}\,d^4k_0\cdot u_1.$$

(I, 4) გამოსახულებანი გარდაიქმნება ისევე, როგორც ეს გაკეთდა (I, 1)-თვის, ორ განშლად ინტეგრალთა ჯამად:

$$M_{b_1}^{(1)}=\frac{g^3}{8\pi}\varphi\bar{u}_2\left[\gamma_5 C_0-\gamma_5 C_\sigma^{(0)}-M(\widehat{p_2}-M)^{-1}\gamma_5 C_\sigma^{(0)}\right]u_1;$$

$$M_{b_2}^{(1)}=\frac{g^3}{8\pi}\varphi\bar{u}_2\left[\gamma_5 C_0-\gamma_5 C_\sigma^{(0)}-M\gamma_5(\widehat{p_1}-M)^{-1}C_\sigma^{(0)}\right]u_1. \tag{I, 4a}$$

მაგრამ განსახილავ შემთხვევებში მხედველობაში უნდა მივიღოთ ის გარემოება, რომ ვირტუალური მეზონის გამოსხივება და შთანთქმა გაბნევამდე (გაბნევის შემდეგ) ცვლის ნუკლონის მასას 1 (2) მდგომარეობაში. ამიტომ $M_{b_1}^{(1)}$ და $M_{b_2}^{(1)}$ წევრების ძირითადი ეფექტი კომპენსირებულ უნდა იქნეს მასის ცვლილებით ΔM, ე. ი. (I, 4) მატრიცულ წევრებს უნდა გამოაკლდეს შესწორების გამოსახულებანი, რომლებიც მიიღება (I, 4)-ში ვირტუალური მეზონის აღმწერი ფაქტორის

$$\frac{g^2}{\pi i}\int\gamma_5(\widehat{p}-\widehat{k_0}-M)^{-1}\gamma_5(\widehat{k}_0^2-\mu^2)^{-1}d^4k_0$$

შეცვლით ΔM სიდიდით:

$$M_{b_1}^{(1)}-g\varphi\bar{u}_2\cdot\Delta M(\widehat{p_2}-M)^{-1}\gamma_5 u_1;$$

$$M_{b_2}^{(1)}-g\varphi\bar{u}_2\gamma_5(\widehat{p_1}-M)^{-1}\Delta M\cdot u_1. \tag{I, 5}$$

აქამდე ჩვენ გამოთვლას ვაწარმოებდით (I, 4) მატრიცული წევრებისთვის სრულიად თანასწორ საფუძვლებზე, ვიღებდით რა მხედველობაში მათ სიმეტრიას გამბნევი მეზონური პოტენციალის მიმართ. სინამდვილეში ამ ორი წევრით შემოტანილი წვლილი უნდა იყოს ზემოთ აღნიშნულის ნახევარი, ვინაიდან ფიზიკურად ეფექტს ცალმხრივი ხასიათი აქვს, თუ მივიღებთ მხედველობაში მოვლენათა თანამიმდევრობას დროის მიხედვით, ე. ი. მატრიცულ ელემენტებს (I, 5) აქვს $\frac{1}{2}$-ის ტოლი სტატისტიკური წონა (იხ. აგრეთვე [2]).

ამგვარად, საბოლოო ჯამური მატრიცული ელემენტი (b_1) და (b_2) გრაფიკთა ერთობლიობისათვის დაიყვანება gM_a^0-ის პროპორციულ გამოსახულებამდე.

$$M_{b_1b_2}^{(1)}=\frac{1}{2}\left(M_{b_1}^{(1)}+M_{b_2}^{(1)}-g\varphi\bar{u}_2\left[(\widehat{p_2}-M)^{-1}\gamma_5+\gamma_5(\widehat{p_1}-M)^{-1}\right]u_1\cdot\Delta M\right)$$

$$=\frac{g^2}{8\pi}q\cdot gM_a^0, \tag{I, 6}$$

სადაც

$$q=C_0-C_\sigma^{(0)}.$$

ვინაიდან q არ შეიცავს გაბნევის პროცესის მახასიათებლებს, ამიტომ ბუნებრივია, რომ რეგულირებადი გამოსახულებები (b_1) და (b_2) გრაფიკებისთვის შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც $\frac{g^2}{8\pi}q\cdot g$ სიდიდის მეზონური მუხტის შესწორების უზრუნველმყოფნი.

გადავიდეთ (b_3) შესწორების გრაფიკზე, ე. წ. „vertex—part“ გაბნევის პროცესში გრაფიკის შესაბამისი მატრიცული ელემენტი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$M_{b_3}^{(1)} = \frac{g^3}{\pi i}\varphi\bar{u}_2 \int \gamma_5(\widehat{p_2}-\widehat{k_0}-M)^{-1}\gamma_5(\widehat{p_1}-\widehat{k_0}-M)^{-1}\gamma_5(\widehat{k_0^2}-\mu^2)^{-1} d^4k_0 u_1. \qquad (I,7)$$

(I, 7) გამოსახულების ოპერატორული ნაწილი ადვილად დაიყვანება $-k_0^2\bar{u}_1\gamma_5 u_1$ სახემდე, რის შემდეგ ინტეგრალი $M_{b_3}^{(1)}$-ში შეიძლება გაიგივებულ იქნეს (როდესაც $p_2\to -p_2$) რეგულარიზებულ ინტეგრალთან $H_{\sigma\sigma}$ დამატებიდან

$$H_{\sigma\sigma} = -4\ln\Lambda + 1 + 5\,[1-\Theta(\widehat{k^2})\operatorname{ctg}\Theta(\widehat{k^2})] + \frac{\Theta(\widehat{k^2})}{2\sin 2\Theta(\widehat{k^2})}(4-\widehat{k^2});\quad \sin^2\Theta = \frac{\widehat{k^2}}{4M^2}. \qquad (I,8)$$

ამგვარად, (I, 7) ღებულობს შემდეგ კომპაქტურ სახეს:

$$M_{b_3}^{(1)} = \frac{g^2}{8\pi}H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\widehat{k^2})\cdot g\varphi(\bar{u}_2\gamma_5 u_1) = \frac{g^2}{8\pi}H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\widehat{k^2})\cdot gM_a^0. \qquad (I,7a)$$

(I, 7a)-ს ნაწილი, რომელიც Λ-სადმი მგრძნობიარეა, შეიძლება შთანთქმულ იქნეს როგორც g მეზონური მუხტის შესწორება შემდეგი გზით. დავშალოთ $H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\widehat{k^2})$ ხარისხოვან მწკრივად $\widehat{k^2}=\mu^2$ მნიშვნელობის ახლოს (საზოგადოდ, $\widehat{k^2}\neq\mu^2$, ვინაიდან $\widehat{k}$ აღწერს ვირტუალურ მეზონს მეზონური პოტენციალის ფურიე—დაშლაში).

$$H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\widehat{k^2}) = H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\mu^2) + H'_{\sigma\sigma}(\mu^2)(\widehat{k^2}-\mu^2) + H''_{\sigma\sigma}(\mu^2)(\widehat{k^2}-\mu^2)^2 + \cdots \qquad (I,9)$$

კოეფიციენტები $H'_{\sigma\sigma}$, $H''_{\sigma\sigma}$ და ა. შ., როგორც ვხედავთ, უკვე არ არის დამოკიდებული Λ ჩამოჭრის პარამეტრზე. შემდეგ, მეზონური პოტენციალი φ, თანახმად მეზონური ველის განტოლებისა $(\widehat{k^2}-\mu^2)\varphi=\rho$, ჩავწეროთ შემდეგნაირად: $\varphi=(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}\rho$, სადაც ρ ველის წყაროთა სიმკვრივეა.

ამის შედეგად $M_{b_3}^{(1)}$ ხდება შემდეგი გამოსახულების პროპორციული

$$H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\widehat{k^2})\cdot\varphi = H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\mu^2)\varphi + H'_{\sigma\sigma}(\mu^2)\rho + H''_{\sigma\sigma}(\mu^2)(\widehat{k^2}-\mu^2)\rho + \cdots, \qquad (I,9a)$$

რომელშიც პირველი წევრი, ერთადერთი დამოკიდებული Λ პარამეტრზე,— შეიცავს φ პოტენციალს მუდმივი კოეფიციენტით; დანარჩენები—სასრული წევრები—არ არიან φ-ზე დამოკიდებული და შეიძლება ინტერპრეტირებულ იქნენ როგორც გაბნევის ეფექტის უმაღლეს რიგთა შესწორებანი. $H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\widehat{k^2})\cdot\varphi$-ის პირველი წევრიდან წარმოიქმნება (b_3) გრაფიკის წვლილი g მეზონური მუხტის შესწორებაში, რომელიც

$$\frac{g^2}{8\pi}H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\mu^2)\cdot g\text{-ის ტოლია.}$$

უკანასკნელი გრაფიკი (b_4) შეესაბამება ნუკლონური ვაკუუმის პოლარიზაციის ეფექტს. გრაფიკის შესატყვისი მატრიცული ელემენტი წარმოიდგინება შემდეგი სახით:

$$M^{(1)}_{b_4} = -2\,(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}\cdot \frac{g^2}{\pi i}\int \mathrm{Sp}\left[\left(\widehat{p}-\frac{\widehat{k}}{2}-M\right)^{-1}\gamma_5\right.$$
$$\left.\times\left(\widehat{p}+\frac{\widehat{k}}{2}-M\right)^{-1}\gamma_5\right]d^4p\cdot gM^0_a, \tag{I, 10}$$

სადაც პირველი ფაქტორი $(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}$-ს შეესაბამება ვირტუალური მეზონის გავრცელებას მეზონური პოტენციალის ფურიე—დაშლაში გაბნევის კვანძიდან მარყუჟის შექმნამდე, რომელსაც აღწერს მეორე ინტეგრალური მამრავლი; კოეფიციენტი 2 წარმოიქმნება შუალედური ნუკლონის ორი—n, p—შესაძლებლობის გამო.

ინტეგრალქვეშა შპურის გახსნის შემდეგ წარმოიქმნება ვაკუუმური პოლარიზაციისათვის დამახასიათებელი ინტეგრალი (იხ. [2]).

$$L(\Lambda, \widehat{k^2}) = 8\,i\int(-4\widehat{p^2}+4M^2+\widehat{k^2})\left[\left(\widehat{p}-\frac{\widehat{k}}{2}\right)^2-M^2\right]^{-1}$$
$$\times\left[\left(\widehat{p}+\frac{\widehat{k}}{2}\right)^2-M^2\right]^{-1}d^4p = -4\widehat{k^2}\ln\frac{\Lambda^2}{M^2}-8\widehat{k^2}(1-\Theta_1\operatorname{ctg}\Theta_1)+f(\Lambda^2);$$
$$\sin^2\Theta_1=\frac{\widehat{k^2}}{4M^2}. \tag{I, 11}$$

ახლა მატრიცული ელემენტისათვის (I, 10) გვაქვს გამოსახულება

$$M^{(1)}_{b_4} = 2\,\frac{g^2}{8\pi}\,(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}\cdot L(\Lambda, \widehat{k^2})\cdot g\varphi\,(\bar{u}_2\gamma_5u_1), \tag{I, 10a}$$

რომლის ცვლად ნაწილს გარდავქმნით $M^{(1)}_{b_3}$-ისათვის გამოყენებული რეცეპტის თანახმად. $L(\Lambda, \widehat{k^2})$ ფუნქციის (აღებული სხვა ცვლად ფაქტორებთან კომბინაციაში) დაშლაში ხარისხოვან მწკრივად $\widehat{k^2}=\mu^2$ მნიშვნელობის ახლოს

$$(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}L(\Lambda, \widehat{k^2})\,\varphi=(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}L(\Lambda, \mu^2)\,\varphi+L'(\Lambda, \mu^2)\,\varphi$$
$$+\frac{1}{2}L''(\mu^2)\,\rho+\cdots, \tag{I, 12}$$

მხოლოდ პირველი ორი წევრი შეიცავს Λ ჩამოჭრის პარამეტრს (გაიშლებიან) და გადანორმირების პროცედურას მოითხოვს. პირველი წევრი შეასწორებს მეზონის მასას μ, ვინაიდან, როგორც ნაჩვენებია შრომაში [3], $L(\Lambda,\mu^2)$ პროპორციულია $\Delta\mu$-სი. მეორე წევრი გვაძლევს g^2-ის შესწორებას (შესწორებას ვღებულობთ g^2-თვის და არა g-თვის, ვინაიდან ნუკლონური მარყუჟი მოთავსებულია სიმეტრიულად გაბნევის წერტილსა და ρ წყაროს შორის, რომელსაც აგრეთვე მიეწერება g მუხტი). ამიტომ (I, 10a)-დან გამომდინარეობს

$$\frac{\Delta g^2}{g^2} = 2\,\frac{g^2}{8\pi}\,L'(\Lambda, \mu^2)$$

ან, საბოლოოდ,

$$\Delta g = \frac{g^2}{8\pi} L'(\Lambda,\ \mu^2)\cdot g \ [4].$$

საბოლოო ჯამში ხუთივე (a, b_1—b_4) განხილული გრაფიკისათვის გვაქვს φ მეზონური პოტენციალის პროპორციული მატრიცული ელემენტი—როგორც უდაბლესი, ჩვენთვის საინტერესო, რიგი—შემდეგი სახით:

$$g\left[1+\frac{g^2}{8\pi}\,q+\frac{g^2}{8\pi}H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\ \mu^2)+\frac{g^2}{8\pi}L'(\Lambda,\mu^2)\right]\cdot\varphi(\bar{u}_2\gamma_5 u_1). \qquad (I,\ 13)$$

ამგვარად, ექსპერიმენტთან შედარება გაბნევის პროცესის შემთხვევისთვის შეიძლება ჩატარდეს, თუ განვსაზღვრავთ ბმის გადანორმირებულ კონსტანტას შემდეგი სახით:

$$g_{\text{ექს}} = g\left[1+\frac{g^2}{8\pi}\left(q+H_{\sigma\sigma}(\Lambda,\ \mu^2)+L'(\Lambda,\ \mu^2)\right)\right]. \qquad (I,\ 14)$$

* * *

უმრავლესობა ინტეგრალებისა 4-განზომილებიან იმპულსურ სივრცეზე, რომლებიც შრომაში გვხვდება, იძლევა განშლად შედეგს და ამის გამო საჭიროებს ჩამოჭრის პროცედურას. უკანასკნელი პროცედურა (იხ. [2]) დაიყვანება ურთიერთქმედების სპეციფიკის გამომსახველ $\delta(\widehat{k^2}-\mu^2)$-ის შეცვლაზე შემდეგი გამოსახულებით

$$g(\widehat{k^2}-\mu^2)=\int_0^\infty\left[\delta(\widehat{k^2}-\mu^2)-\delta(\widehat{k^2}-\mu^2-\Lambda^2)\right]G(\Lambda)\,d\Lambda, \qquad (A)$$

სადაც

$$\int_0^\infty G(\Lambda)\,d\Lambda = 1.$$

ეს ნიშნავს, რომ ყოველი ინტეგრალი ვირტუალური მეზონების იმპულსებზე, რომელიც შეიცავს მამრავლს $(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}$, შეიცავს აგრეთვე კომბინირებულ მამრავლს, შედგენილს $(\widehat{k^2}-\mu^2)^{-1}$:დან ჩამოჭრის მამრავლთან ერთად

$$\Pi(\widehat{k^2}-\mu^2)=-\int_0^\infty\frac{\Lambda^2-\mu^2}{\widehat{k^2}-\mu^2-\Lambda^2}\,G(\Lambda)\,d\Lambda\rightarrow-\frac{\Lambda^2-\mu^2}{\widehat{k^2}-\Lambda^2}. \qquad (B)$$

ამგვარად, რეგულირებად ინტეგრალთა გამოთვლის მეთოდი თანხვდება მეთოდს [5] შრომაში, სადაც განხილულია ანალოგიური ელექტროდინამიკური შემთხვევა.

გამამარტივებელ აღნიშვნათა შემოტანის შემდეგ:

$$p_3=p_1-k_1,\quad p_4=p_1-k_2,\quad p_1+p_2=k_1+k_2,$$

$$(0)=\widehat{k^2}-\mu^2\qquad;\quad (1)=k^2-2\,p_1\cdot k;\quad M^2\alpha=M^2-p_3^2=2p_1\cdot k_1-\mu^2$$
$$(\alpha)=k^2-2\,p_3\cdot k-M^2\alpha;\quad (2)=k^2-2\,p_2\cdot k;\quad M^2\beta=M^2-p_4^2=2p_1\cdot k_2-\mu^2 \qquad (C)$$

გვაქვს თანმიმდევრულად გამოსათვლელ ინტეგრალთა შემდეგი სისტემა:

$$\mu_1=\frac{\mu}{M};\ M=1;\ -\operatorname{sh}^2 y=\sin^2\Theta=\frac{1}{4}(\alpha+\beta);\ \sin^2\varphi=\frac{1}{4}\mu_1^2;\ a=-2\ln\Lambda$$
$$b_1=1-y\operatorname{cth}y;\quad b_2=1-\varphi\operatorname{ctg}\varphi;$$

$$A_0=8\,i\int\frac{\Pi d^4k}{(1)\,(2)}=2\,a-4\,b_1+2;$$

$$B_0^{(1)}=8i\int\frac{\Pi d^4k}{(1)\,(\alpha)}=2\,a-4\,b_2+2=B_0;$$

$$C_0^{(1)}=8i\int\frac{\Pi d^4k}{(1)\,(0)}=2\,a+f_{C0}(\mu_1)=C_0;$$

$$D_0=8\,i\int\frac{\Pi d^4k}{(0)\,(\alpha)}=2\,a+f_{D0}(\alpha,\mu_1);$$

$$F_0=8\,i\int\frac{d^4k}{(1)\,(2)\,(\alpha)}=\frac{2\,\varphi}{\sin 2\,\varphi};$$

$$G_0^{(1)}=8\,i\int\frac{d^4k}{(1)\,(\alpha)\,(0)}=\frac{2}{\alpha}\left(\frac{\pi^2}{6}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1-\alpha)^n}{n^2}\right);$$

$$H_0=8\,i\int\frac{d^4k}{(1)\,(2)\,(0)}=\frac{4\,\Theta}{\sin 2\,\Theta}\left[\ln\frac{\cos\Theta}{\mu_1}-\frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta}\ln\cos\vartheta\,d\vartheta\right];$$

$$J_0=8\,i\int\frac{d^4k}{(1)\,(2)\,(\alpha)\,(0)}=\frac{4\,\varphi}{\alpha}\operatorname{ctg}2\varphi-\frac{4\,\Theta}{\alpha\sin 2\,\Theta}\left(\ln\frac{\alpha}{\mu_1\cos\Theta}+\frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta}\ln\cos\vartheta\,d\vartheta\right);$$

$$A_\sigma=8\,i\int\frac{k_\sigma\Pi d^4k}{(1)\,(2)}=(2\,a-4\,b_1+3)\,(p_{1\sigma}-p_{2\sigma});$$

$$B_\sigma^{(1)}=8\,i\int\frac{k_\sigma\Pi d^4k}{(1)\,(\alpha)}=\left(a-2\,b_2+\frac{3}{2}\right)(p_{1\sigma}+p_{3\sigma});$$

$$C_\sigma^{(1)}=8i\int\frac{k_\sigma\Pi d^4k}{(1)\,(0)}=(a+f_{C1}(\mu_1))\,p_{1\sigma};$$

$$D_\sigma=8i\int\frac{k_\sigma\Pi d^4k}{(0)\,(\alpha)}=(a+f_{D1}(\alpha,\mu_1))\,p_{3\sigma};$$

$$F_\sigma=8\,i\int\frac{k_\sigma d^4k}{(1)\,(2)\,(\alpha)}=\frac{1}{2}\,\frac{F_0-1}{\sin^2\varphi}\,p_{3\sigma};$$

$$G_\sigma^{(1)} = 8i\int \frac{k_\sigma d^4k}{(1)(\alpha)(0)} = f_{g1}(\alpha, \mu_1, \varphi)\, p_{1\sigma} + f_{g2}\cdot p_{3\sigma};$$

$$H_\sigma = 8i\int \frac{k_\sigma d^4k}{(1)(2)(0)} = \frac{2\Theta}{\sin 2\Theta}(p_{1\sigma} - p_{2\sigma});$$

$$J_\sigma = 8i\int \frac{k_\sigma d^4k}{(1)(2)(\alpha)(0)} = f_{i1}(\alpha, \beta, \Theta, \varphi, \mu_1)(p_{1\sigma} - p_{2\sigma}) + f_{i2}\, p_{3\sigma};$$

$$F_{\sigma\tau} = 8i\int \frac{k_\sigma k_\tau \Pi d^4k}{(1)(2)(\alpha)} = \frac{1}{2} F_\sigma p_{3\tau} + \frac{1}{2}\delta_{\sigma\tau}\left(a + 2\varphi \operatorname{ctg}\varphi - \frac{1}{2}\right);$$

$$H_{\sigma\tau} = 8i\int \frac{k_\sigma k_\tau \Pi d^4k}{(1)(2)(0)} = \frac{2\Theta}{4\sin 2\Theta}(p_{1\sigma} - p_{2\sigma})(p_{1\tau} - p_{2\tau})$$

$$+ \frac{1}{2}\delta_{\sigma\tau}\left(a + \frac{5}{2} - \Theta \operatorname{ctg}\Theta\right)$$

$$+ \frac{1 - \Theta\operatorname{ctg}\Theta}{4\sin^2\Theta}(p_{1\sigma} + p_{2\sigma})(p_{1\tau} + p_{2\tau});$$

$$G_{\sigma\tau} = 8i\int \frac{k_\sigma k_\tau d^4k}{(1)(\alpha)(0)} = f_{g3}^{(\sigma)}(\alpha, \mu_1; p_{1\sigma}, p_{3\sigma}, B_\sigma^{(1)}, C_\sigma^{(1)}, D_\sigma)\, p_{1\tau}$$

$$+ f_{g4}^{(\sigma)} p_{3\tau} + \varepsilon\delta_{\sigma\tau};$$

$$C_\sigma^{(0)} = \frac{C_\sigma^{(1)}}{p_{1\sigma}};$$

ფუნქციები f_{C_0}, f_{D_0}, f_{C_1}, f_{D_1}, f_{i1}, f_{i2}, f_{g1}, f_{g2}, f_{g3}, ε კომბინირებულ უბრალო ელემენტარულ ფუნქციებად ითვლება (ეს ფუნქციები ცხადად ჩანს [6]-ში).

სტალინის სახელობის
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

(რედაქციას მოუვიდა 17.4.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Matthews a. Salam. Renormalisation of meson theories, Reviews of modern physics, 23, New York. 1951, 311.
2. Feynman. Theory of positrons, Physical Review, 76, 1949, 749, 769.
3. Watson a. Lepore. Radiative corrections to nuclear forces in the pseudoscalar meson theory, Ph. Rev. 76, New York, 1949, 1157.
4. Ashkin, Simon a. Marshak. On the scattering of π-mesons by nucleons, Progress of the theoretical physics, 5, Tokio, 1950, 634.
5. Brown a. Feynman. Radiative corrections to Compton scattering, Ph. Rev. 85, 1952, 231.
6. В. Е. Асрибеков. Аннигиляция нуклон-антинуклонных пар. Диссертация. Тбилиси, 1953.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ქიმია

ვ. კაკაბაძე და ი. ჩაჩანიძე

ბარიუმის ცინკატში ბარიუმისა და თუთიის სწრაფად განსაზღვრის მეთოდი

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა რ. აგლაძემ 10.4.1954)

საწარმოო პირობებში გოგირდბარიუმის ხსნარისა და თუთიის ჟანგის (ტექნიკური) ურთიერთმოქმედებით მიიღება ბარიუმის ცინკატი, რომელიც შუალედ ნაწარმს წარმოადგენს ბარიუმის ჰიდროჟანგის, ლიტოპონისა[1] და ლაქსაღებავების მრეწველობაში გამოყენებული თუთიის ნაერთების მისაღებად [1]. ბარიუმის ცინკატის გადამუშავებისას საჭირო ხდება მასში სისტემატურად ბარიუმისა და თუთიის განსაზღვრა.

ბარიუმის განსასაზღვრელად, ჩვეულებრივ, წონითს (სულფატურ) მეთოდს იყენებენ, მაგრამ იგი საქარხნო პირობებისათვის მიუღებელია, რადგან სირთულით ხასიათდება და დიდ დროს მოითხოვს.

რაც შეეხება თუთიის განსაზღვრას, პრაქტიკაში ყველაზე გავრცელებულად და მასობრივი ანალიზებისათვის გამოსადეგად ითვლება ქიმიური მეთოდი, ძირითადად—ფეროციანიდური [2,3,4].

მაგრამ ბარიუმის ცინკატის გადამუშავებისას მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული მისი სპეციფიკური ხასიათი, რაც იმაში მდგომარეობს, რომ დაყოვნებისას ხდება ნაწილობრივ გარდაქმნა სხვა ნაერთებად, რის გამოც საჭიროა მისი სწრაფად გადამუშავება და ამასთან დაკავშირებით ანალიზის სწრაფად ჩატარება.

იმის გამო, რომ ბარიუმისა და თუთიის განსაზღვრის არსებული მეთოდები შედარებით დიდ დროს მოითხოვს (არა ნაკლებ 6—8 საათისა), ჩვენ წინაშე დაისვა უფრო სწრაფი და მარტივი მეთოდის გამომუშავების საკითხი.

როგორც ლიტერატურიდან ცნობილია [6] და ჩვენ მიერაც შემჩნეული იყო მუშაობის პროცესში, წყალხსნარში ბარიუმის ცინკატი ძლიერ ჰიდროლიზებულია და მას მხოლოდ ძლიერ ტუტე არეში შეუძლია არსებობა (დაახლოებით $pH = 12$ შემთხვევაში).

ბარიუმის ცინკატის ხსნარის გაზავებისას (pH შემცირებისას) გამოყოფას იწყებს ჰიდროლიზის შედეგად წარმოქმნილი $Zn(OH)_2$, $Ba(OH)_2$ კი ხსნარში რჩება.

ჩვენ დაგვებადა აზრი—თუთიისა და ბარიუმის განცალკევებისა და მათი ოდენობით განსაზღვრისათვის მარილმჟავა გამოგვეყენებინა, გამოვდიოდით

[1] ხარისხოვანი ლიტოპონის მისაღებად ბარიუმის ცინკატი (მინარევების შემცველობისას) წინასწარ უნდა გაიწმინდოს.

რა იქიდან, რომ ბარიუმის ჰიდროჟანგი პირველ რიგში უნდა შევიდეს მარილმჟავასთან რეაქციაში, როგორც თუთიის ჰიდროჟანგთან შედარებით უფრო აქტიური.

ბარიუმის ცინკატის ხსნარისადმი მარილმჟავას მიმატებისას მოხდება ჭარბი ბარიუმ-ჰიდროჟანგის ნეიტრალიზაცია, რის შედეგად ხსნარის pH შემცირების გამო დაიწყება ბარიუმის ცინკატის ჰიდროლიზი და ხსნარიდან თუთიის ჰიდროჟანგის გამოყოფა.

მარილმჟავას შემდგომი მიმატებისას ადგილი ექნება წარმოქმნილი $Ba(OH)_2$ ნეიტრალიზაციას და ამასთანავე ბარიუმის ცინკატის ხსნარის ჰიდროლიზის გაგრძელებას. ამნაირად, თუ განვაგრძეთ ხსნარისათვის მარილმჟავას მიმატება, შეიძლება მივაღწიოთ ხსნარის სრულ ჰიდროლიზს, რომლის დროსაც მთელი ბარიუმის ჰიდროჟანგი როგორც ჭარბი, ისე ბარიუმის ცინკატის სრული ჰიდროლიზის შედეგად გამოყოფილი, ნეიტრალიზებულ იქნება. ამ მომენტში მთელი თუთია იქნება გადასული ნალექში $Zn(OH)_2$ სახით.

გამოყოფილი თუთიის ჰიდროჟანგი დაიწყებს ურთიერთმოქმედებას მიმატებულ მარილმჟავასთან მხოლოდ ბარიუმ-ჰიდროჟანგის სრული ნეიტრალიზაციის შემდეგ.

როგორც ბარიუმ-ჰიდროჟანგისა, ისე თუთიის ჰიდროჟანგის სრული ნეიტრალიზაციის ბოლო შეიძლება დავადგინოთ სათანადო ინდიკატორების შერჩევით.

ამნაირად, ბარიუმის ცინკატში ბარიუმისა და თუთიის განსაზღვრა, მათი თანაობისას, შეიძლება მარტო მარილმჟავათი გატიტვრით.

აღნიშნული ელემენტების განსაზღვრა შეიძლება კიდევ შემდეგნაირად (კომბინირებული მეთოდით): თავიდან ორივე ჰიდროჟანგი გავტიტროთ მარილმჟავათი სრულ ნეიტრალიზაციამდე, ხოლო შემდეგ იმავე სინჯში განვსაზღვროთ თუთია კალიუმის ფეროციანიდის ხსნარით (გატიტვრა).

სათანადო გადაანგარიშებით ადვილად შეიძლება ბარიუმის რაოდენობის განსაზღვრა.

ჩვენ ჩავატარეთ ცდები ბარიუმის ცინკატში ბარიუმისა და თუთიის განსასაზღვრელად, მათი თანაობისას, ორივე აღნიშნული მეთოდით. მარილმჟავას მეთოდში მუშა ხსნარის სახით გამოყენებულ იქნა 0,1 N მარილმჟავას ხსნარი, ხოლო ინდიკატორების სახით: ბარიუმ-ჰიდროჟანგის ნეიტრალიზაციისას—ფენოლფტალეინი, თუთიის ჰიდროჟანგის ნეიტრალიზაციისას—მეტილორანჯი. კომბინირებულ მეთოდში მუშა ხსნარის სახით აღებულ იქნა 0,1 N მარილმჟავას ხსნარი და კალიუმის ფეროციანიდის ხსნარი ლითონური თუთიის მიმართ დადგენილი ტიტრით, ხოლო ინდიკატორების სახით გამოვიყენეთ ორივე ჰიდროჟანგის ნეიტრალიზაციისას—მეტილორანჯი, თუთიის განსაზღვრისას კი—აზოტმჟავა ურანილი.

მარილმჟავა და ამჟამად არსებული სხვა ძირითადი მეთოდებით განსაზღვრის შედეგები მოცემულია პირველ ცხრილში.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, ჩვენ მიერ დამუშავებული მარილმჟავა მეთოდით განსაზღვრის შედეგები სავსებით მისაღებია,—ისინი კარგად ეთანხ-

მებიან ამჟამად არსებული მეთოდებით ბარიუმისა და თუთიის განსაზღვრის შედეგებს.

მარილმჟავა მეთოდის ვარგისიანობა კიდევ იმით მტკიცდება, რომ ხსნარში ამა თუ იმ რაოდენობით ბარიუმისა და თუთიის ხელოვნურად შეტანისას განსაზღვრა საკმაოდ ზუსტ თანხვდენას იძლევა.

ცხრილი 1

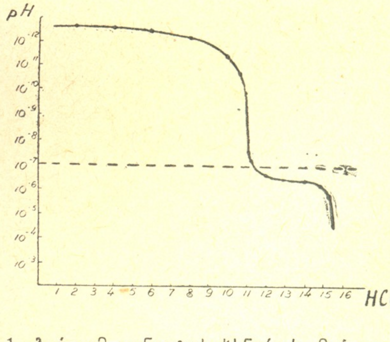
ბარიუმისა და თუთიის განსაზღვრის შედეგები მათი თანაობისას

სინჯების №№	Ba		Zn		
	მარილმჟავა მეთოდით	წონითი სულფატური მეთოდით	მარილმჟავა მეთოდით	ფეროციანიდური მეთოდით	წონითი გოგირდწყალბადის მეთოდით
1	0,8851	0,8874	0,0667	0,0666	0,0669
2	0,7663	0,7681	0,0581	0,0576	0,0573
3	2,1980	2,2030	0,2135	0,2151	0,2170
4	1,0370	1,0339	0,0605	0,0605	0,0612
5	1,9164	1,9212	0,1258	0,1263	0,1270
6	0,4739	0,4748	0,0458	0,0473	0,0461

მოსაზრებები იმის შესახებ, რომ ბარიუმის ცინკატის ხსნარის მარილმჟავათი გატიტვრისას ჯერ ხდება ბარიუმ-ჰიდროჟანგის ნეიტრალიზაცია, ხოლო შემდეგ თუთიის ჰიდროჟანგისა, დასტურდება ჩვენ მიერ მიღებული გატიტვრის მრუდით (სურ. 1). აქ აბსცისზე გადაზომილია HCl-ის ხსნარის ხარჯი მლ-ით ნორმალურზე გადაანგარიშებით, ხოლო ორდინატზე გასატიტრავი ხსნარის pH.

ხსნარის პოტენციომეტრიული გატიტვრა ხდებოდა 18°C-სას მინის ელექტროდის საშუალებით; შესადარებელ ელექტროდად გამოყენებულ იქნა ნაჯერი კალომელის ელექტროდი.

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ბარიუმის ცინკატის ხსნარის გატიტვრისას ადგილი აქვს პოტენციალის (pH) ორ ნახტომს: ერთი შეეთანადება ბარიუმ-ჰიდროჟანგის სრულ ნეიტრალიზაციას, ხოლო მეორე თუთიის ჰიდროჟანგის ნეიტრალიზაციას.



ნახ. 1. ბარიუმ-ცინკატის ხსნარის მარილმჟავათი გატიტვრის მრუდი

ჩვენ მიერ მიღებული მრუდი სავსებით შეეთანადება იმ მრუდს, რომელიც მოყვანილია ლიტერატურაში და ეხება პოტენციალის ცვლილებას თუთიის ჰიდროჟანგის დალექვისას [6].

წარმოდგენილი მეთოდი სიმარტივით ხასიათდება და მეტად მცირე დროს მოითხოვს (სულ 6—8 წუთს).

ამასთანავე მოგვყავს ანალიზის მსვლელობა ორი ვარიანტით.

1. მარილმჟავა მეთოდი. ბარიუმის ცინკატის ხსნარის 10 მლ-ს ათავსებენ 150—200 მლ ტევადობის ჭიქაში, აზავებენ 40—50 მლ წყლით, უმატებენ 2—3 წვეთს ფენოლფტალეინს, აცხელებენ 30—40°-მდე და ტიტრავენ 0,1 N მარილმჟავას ხსნარით (შეიძლება 0,5 ნორმალურითაც).

პირველად იტიტრება ბარიუმის ჰიდროჟანგი; ინდიკატორის ფენოლფტალეინის გაუფერულება აჩვენებს მის სრულ ნეიტრალიზაციას. მარილმჟავას მლ-ის ხარჯი ზუსტად შეეთანადება ცინკატში ბარიუმის შემცველობას.

ბარიუმის ცინკატის ხსნარის თანდათანობითი ჰიდროლიზისა და ნეიტრალიზაციის დროს ადგილი აქვს თუთიის ჰიდროჟანგის გამოყოფას ამორფული ნალექის სახით. ბარიუმ-ჰიდროჟანგის სრული ნეიტრალიზაციის მომენტში მთელი თუთია გადასულია ნალექში.

თუთიის განსაზღვრისათვის იმავე სინჯს აცხელებენ 50—60°-მდე, უმატებენ მეტილოროტს, რომელიც თუთიის ჰიდროჟანგის თანაობისას იფერება ნეიტრალური ან ძლიერ სუსტი ტუტე არისათვის დამახასიათებელ (ყვითელ-მომწვანო) ფერად და აგრძელებენ მარილმჟავათი გატიტვრას ხსნარის ენერგიული შენჯღრევით. გატიტვრის ბოლოს ადგენენ აღნიშნული ფერის ნარინჯოვანში გადასვლით.

2. კომბინირებული მეთოდი. ბარიუმის ცინკატის ხსნარის 25 მლ ათავსებენ ჭიქაში 400 მლ ტევადობით, უმატებენ დაახლოებით 50 მლ წყალს, აცხელებენ 50—60°-მდე და 2—3 წვეთის მეტილოროტის მიმატების შემდეგ ტიტრავენ მარილმჟავას 0,1 N ხსნარით (შეიძლება 0,5 ნორმალურითაც) სრულ განეიტრალებამდე.

შემდეგ სინჯს აზავებენ წყლით 200 მლ მოცულობამდე, ამჟავებენ 1 მლ მარილმჟავათი (1,19 წ.-კ.), უმატებენ 1—2 გ NH_4Cl, აცხელებენ 70°-მდე და ტიტრავენ კალიუმის ფეროციანიდის ხსნარით, გარე ინდიკატორის—აზოტმჟავა ურანილის გამოყენებით.

დახარჯული კალიუმის ფეროციანიდის ხსნარის მიხედვით ანგარიშობენ თუთიის რაოდენობას და სათანადო გადაანგარიშებით მარილმჟავაზე საზღვრავენ ბარიუმის რაოდენობას.

დასკვნები

1. დამუშავებულია ბარიუმის ცინკატში ბარიუმისა და თუთიის განსაზღვრის მეთოდი, მათი თანაობისას;

2. დამუშავებული მეთოდის ძირითად უპირატესობას შეადგენს სიმარტივე და განსაზღვრის განსაკუთრებული სიჩქარე;

3. განსაზღვრის ორი ვარიანტიდან—მარილმჟავასა და კომბინირებულიდან—უპირატესობა პირველს უნდა მიეცეს, როგორც უფრო მარტივსა და რამდენადმე უფრო ჩქარს;

4. მარილმჟავას მეთოდი შეიძლება გამოდგეს სხვა ანალოგიური ნაერთების (მაგალითად, ტუტე და ტუტე-მიწა ლითონების ალუმინატების, სტანატებისა და პლუმბატების) ანალიზებისათვის.

ს. კიროვის სახელობის
საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 23.4.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Д. А. Дымчишин. Производство бариевых солей. ГОНТИ, Л.—М., 1938.
2. Берль-Лунге. Химико-технические методы исследования. т. II, ч. 2, вып. 2, ГОНТИ, Л.—М., 1938.
3. С. О. Файнберг. Технический анализ руд цветных металлов. Металлургиздат, 1940.
4. И. М. Кольтгоф, Е. Б. Сендэл. Количественный анализ. ГОНТИ, М., 1938.
5. Б. В. Некрасов. Курс общей химии. Госхимиздат, М.—Л., 1952.
6. Х. Т. С. Бриттон. Водородные ионы. ОНТИ, Л., 1936.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ქიმია

გ. ციციშვილი (საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი) და
დ. ბარნაბიშვილი

ძმრისა და სტეარინის მჟავების სორბცია გუმბრინსა და ასკანთიხაზე

მყარ სორბენტებზე ხსნარებიდან ადსორბციის შესწავლა ამდიდრებს ჩვენს ცოდნას ზედაპირული მოვლენების შესახებ და უშუალო პრაქტიკული ინტერესი აქვს [1].

რიგ ნივთიერებათა (ნავთობის პროდუქტების, ცხიმების, შაქრის ხსნარების, სპირტის, ცვილისა და სხვ.) ადსორბციულმა გაწმენდამ ფართო საწარმოო გამოყენება პოვა.

ხსნარებიდან ადსორბციის გამოკვლევებს საფუძველი ჩაუყარეს რუსმა და საბჭოთა მეცნიერებმა.

1786 წელს ტ. ლ ო ვ ი ც მ ა აღმოაჩინა, რომ ხის ნახშირს აქვს ხსნარებიდან ადსორბირების უნარი. მან ჩაატარა კვლევა ამ მოვლენის შესასწავლად და ორიგინალურად გამოიყენა იგი რიგი ამოცანების გადასაჭრელად.

მ. ცვეტის მიერ შემუშავებული იყო ქრომატოგრაფიული მეთოდი.

ხსნარებიდან ადსორბციის შესახებ დიდი მნიშვნელობის მონაცემები შემდგომ მიღებული იყო ნ. შ ი ლ ო ვ ი ს, მ. დ უ ბ ი ნ ი ნ ი ს, პ. რ ე ბ ი ნ დ ე რ ი ს და სხვა მეცნიერთა მიერ. კერძოდ მ. დუბინინისა [2] და ბ. ნ ე კ რ ა ს ო ვ ი ს [3] მიერ აღმოჩენილი იყო (შაქრის აქტიური ნახშირის პრეპარატებზე) ერთფუძიანი ცხიმოვანი მჟავების ჰომოლოგიური რიგისა და რიგი არაორგანული მჟავების ადსორბციული რიგის შებრუნების მოვლენები.

განსაკუთრებით დეტალურად იყო გამოკვლეული მ. დუბინინისა და ე. ზ ა ვ ე რ ი ნ ა ს მიერ [4] აქტიური ნახშირის ფორიანობის სტრუქტურის გავლენა ხსნარებიდან ადსორბციაზე. მათ დაადგინეს, რომ ნახშირის გააქტივების ხანგრძლიობისა და გამოწვის მიხედვით ხდება ფორების გაფართოება და შებრუნებული ადსორბციული რიგი ნორმალურში გადადის. ულტრაფორიანობის ეფექტი (პატარა მოლეკულებთან შედარებით დიდი მოლეკულების ადსორბციის შემცირება) მჟღავნდება წვრილფოროვან ნახშირებში.

ფორიანობის სტრუქტურის შესახებ საყურადღებო მონაცემების მიღების საშუალებას გვაძლევს „მოლეკულური მოსინჯვის“ მეთოდი (метод молекулярных щупов), რომელიც შემუშავებული და გამოყენებულია მ. დუბინინისა და მისი თანამშრომლების მიერ [5].

სორბენტის სტრუქტურის გავლენა ხსნარებიდან ადსორბციაზე შესწავლილი იყო სილიკაგელზე, ალუმოსილიკაგელზე და სხვა სორბენტებზე ა. კ ი ს ე ლ ი ო ვ ი ს ა და მისი თანამშრომლების მიერ [6]. აღნიშნული გამოკვლევების შედეგად დადგენილია ზღვრულად ადსორბირებული მოცულობის მუდმივობის წესი. მიკროფორების მოცულობა წვრილფოროვანი სორბენტებისათვის

(სადაც ძირითადი სორბციული ტევადობა დამოკიდებულია მიკროფორებზე) განსაზღვრული იყო ა. კისელიოვის მიერ, ცხიმოვანი მჟავეებისა და სპირტების არაწყალხსნარებიდან ადსორბციის შესწავლის გზით. მთელი რიგი საინტერესო მონაცემებია მიღებული აგრეთვე ფენოლისა და მეთილის სპირტის ხსნარებიდან ადსორბციაზე [8].

დადგენილია და შეისწავლებოდა კაპილარული გაშრეების მოვლენა ხსნარებიდან ადსორბციის დროს დიდი მოცულობის გარდამავალი ფორების მქონე ადსორბენტებზე [5,8].

ყველა ზემოთქმულიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ ხსნარებიდან ადსორბციის შესახებ მიღებული შედეგები, გაზისა და ორთქლის სორბციის შესახებ მიღებულ მონაცემებთან ერთად, გვაძლევს სორბენტების სორბციული თვისებებისა და სტრუქტურის ღრმად შესწავლის საშუალებას.

ისეთ კარგად ცნობილ სორბენტებთან ერთად, როგორიცაა ნახშირი, სილიკაგელი, ალუმოგელი და სხვა, დიდ ყურადღებას იპყრობს ბუნებრივი სორბენტებიც. ფართო გავრცელება, შედარებით სიიაფე და თვისებათა სხვადასხვაობა აქტუალურს ხდის ბუნებრივი სორბენტების შემდგომ დეტალურ ფიზიკურ-ქიმიურ შესწავლას.

ხსენებული სორბენტების სორბციული თვისებებისა და სტრუქტურის გამოკვლევათა მეოხებით შეიძლება დაისახოს მათი მიზანშეწონილი შეცვლის გზები, რაც განსაკუთრებით საყურადღებოა ამ სორბენტების წარმოებაში გამოყენებისათვის.

ბუნებრივი სორბენტების გამონახვის, მათი თვისებების შესწავლისა და წარმოებაში გამოყენების საქმეში საყურადღებო შედეგები მიიღეს საბჭოთა მკვლევარებმა (ფერსმანმა, ზემიატჩენსკიმ და სხვ.).

ჩვენი ქვეყნის მინერალურ სიმდიდრეთა შორის საყურადღებო ადგილი უჭირავს საქართველოს ბენტონიტურ თიხებს, რომლებიც აღმოჩენილია ა. თვალჭრელიძის მიერ [9].

ა. თვალჭრელიძისა და ს. ფილატოვის [9] გამოკვლევათა საფუძველზე ამ თიხებმა დიდი ყურადღება მიიპყრო და გამოყენება პოვა წარმოებაში.

საქართველოს ბუნებრივი სორბენტების—ბენტონიტური თიხების შემდგომი შესწავლის მიზნით ჩვენ განვაგრძეთ გახსნილ ნივთიერებათა ადსორბციის გამოკვლევა. წინა წლებში სორბციას ვსწავლობდით წყალხსნარებიდან [10]. მოცემულ შრომაში მოგვყავს ძმრისა და სტეარინის მჟავების სორბციის შესწავლის შედეგები ოთხქლორიანი ნახშირბადის ხსნარებიდან ბუნებრივ და გააქტივებულ გუმბრინსა და ასკანთიხაზე.

თიხებზე ცხიმოვანი მჟავეების სორბციის შესახებ ლიტერატურაში მხოლოდ ერთი შრომა ვნახეთ. ა. კისელიოვი თავის თანამშრომლებთან ერთად [6] სწავლობდა ასკანის გააქტივებულ თიხაზე ცხიმოვანი მჟავეების სორბციას ოთხქლორიანი ნახშირბადის ხსნარებიდან. მათ მიერ ნაჩვენებია, რომ ამ თიხისათვის დაცულია ზღვრულად ადსორბირებული მოცულობის მუდმივობის წესი. ეს მოცულობა მათ მიერ შესწავლილი თიხის ნიმუშისათვის 0,08 სმ^3/გ ახლოსაა.

ჩვენ მიერ სორბენტებად აღებული იყო ბუნებრივი და გააქტივებული გუმბრინი და ასკანთიხა. ბუნებრივი თიხების გააქტივებას ვაწარ-

მოებდით გოგირდის მჟავას ხსნარებით. ამ დროს დაცული იყო თხევადი ფაზის მოცულობის მუდმივობის პირობები. გააქტივება წარმოებდა 5 საათის განმავლობაში დუღილისა და ენერგიული მორევის პირობებში. გააქტივების შემდეგ თიხების ჩარეცხვა წარმოებდა გამოხდილი წყლით, ჩანარეცხ წყალში სულფატ-იონების პრაქტიკულად მოშორებამდე. თიხას ვაშრობდით 105—110°C-ზე მუდმივ წონამდე.

გუმბრინის გააქტივებისათვის ვხმარობდით გოგირდმჟავას 18%-იან, ხოლო ასკანთიხისათვის 10%-იან ხსნარს.

ძმრისა და სტეარინის მჟავების გამხსნელად ვიღებდით ოთხქლორიან ნახშირბადს, რომელიც გულდასმით იყო გასუფთავებული და გაუწყლოებული. ასევე გულდასმით ვასუფთავებდით სტეარინის მჟავას. ძმრის მჟავას ვღებულობდით მისი ანჰიდრიდიდან.

ოთხქლორიანი ნახშირბადის ხსნარებიდან მჟავების სორბციის შესწავლას შემდეგნაირად ვაწარმოებდით: თიხის ნიმუში (დაფხვიერების ხარისხი 3600 ნასვრეტი 1 სმ²) დაგვყავდა მუდმივ წონამდე (105—110°-ზე), ვაციებდით ექსიკატორში და გადაგვქონდა კარგად გამომშრალ მინის ბატიყელაში (гусек), სადაც მაშინვე ქიმის საშუალებით ვათავსებდით წინასწარ დადგენილი კონცენტრაციის მჟავას ხსნარს და ქიმის თავს ვალღობდით. ბატიყელას ვდგამდით მექანიკურ სანჯღრეველაზე. ადსორბციული წონასწორობის დამყარების შემდეგ ბატიყელას შიგთავსი გადაგვქონდა კარგად მიხეხილ საცობიან სინჯარებში და ვაყოვნებდით თიხის მთლიანად დალექვამდე. შემდეგ ფრთხილად ვიღებდით სუფთა ხსნარს მჟავას კონცენტრაციის განსასაზღვრავად.

ძმრის მჟავას კონცენტრაციას ვსაზღვრავდით ნატრიუმის ტუტით, მხოლოდ სტეარინის მჟავას ვაშორებდით ოთხქლორიან ნახშირბადს გამოხდის საშუალებით, ვხსნიდით ეთილის სპირტში და შემდეგ ვტიტრავდით ნატრიუმის ტუტით. გატიტვრისას სისტემა დაცული იყო ნახშირორჟანგისაგან.

ცალკე ცდებით დადგენილი იყო, რომ ბატიყელას ქიმის შელღობა არ ცვლის მჟავას კონცენტრაციას.

პირველ რიგში შესწავლილ იქნა თიხებზე მჟავების სორბციის მიმდინარეობა დროის მიხედვით. გამოირკვა, რომ ძმრის მჟავას სორბცია პრაქტიკულად 12 საათის განმავლობაში მთავრდება, ხოლო სტეარინის მჟავას სორბცია—30 საათში. ცდები ჩატარებულია 20°C.

სორბციის გამოთვლას ვაწარმოებდით შემდეგი განტოლების მიხედვით:

$$a = \frac{(C_0 - C)v}{1000 \cdot m} \text{ მმ/გ},$$

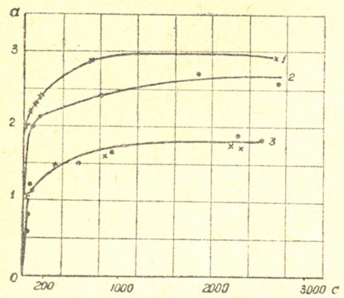
სადაც C_0 და C საწყისი და წონასწორული კონცენტრაციებია მმ/ლ-ში, v—ხსნარის მოცულობა სმ³-ით, m—სორბენტის მასა გრამობით.

ჩატარებული სამუშაოს საფუძველზე აგებულია იზოთერმები, რომლებიც მოყვანილია ნახ. 1—2 (იხ. გვ. 44).

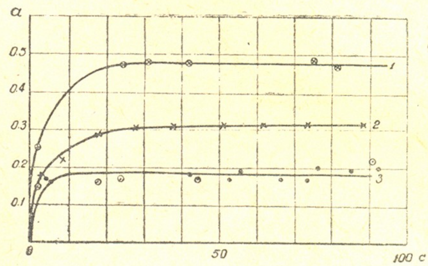
აღნიშნული მონაცემებით ირკვევა შემდეგი.

ძმრის მჟავა დაახლოებით ერთნაირად სორბირდება როგორც ბუნებრივ, ისე გააქტივებულ თიხის ნიმუშებზე. ეს განსაკუთრებით ნათლად ჩანს გუმბრი-

ნის შემთხვევაში. გააქტივებული ასკანის თიხისათვის ძმრის მჟავას სორბციის იზოთერმი რამდენადმე უფრო მაღლა მდებარეობს, ვიდრე ბუნებრივი ასკანთიხის იზოთერმი.



ნახ. 1. ძმრის მჟავას სორბცია ოთხქლორიანი ნახშირბადის ხსნარიდან ბუნებრივ (.) და გააქტივებულ (X) გუმბრინზე (3 მრუდი), ბუნებრივ ასკანთიხაზე (2 მრუდი) და გააქტივებულ ასკანთიხაზე (1 მრუდი)



ნახ. 2. სტეარინის მჟავას სორბცია ოთხქლორიანი ნახშირბადის ხსნარიდან ბუნებრივ გუმბრინზე (.) და ბუნებრივ ასკანთიხაზე (.) (3 მრუდი), გააქტივებულ გუმბრინზე (2 მრუდი) და გააქტივებულ ასკანთიხაზე (1 მრუდი)

სტეარინის მჟავა საგრძნობლად უკეთ სორბირდება გააქტივებულ თიხაზე, ვიდრე ბუნებრივზე, რაც ერთნაირად ეხება როგორც გუმბრინს, ისე ასკანთიხას. ასეც იყო მოსალოდნელი, ვინაიდან გააქტივებულ თიხებს ახასიათებს უფრო მეტად განვითარებული ფორიანობა და ზედაპირი, ვიდრე ბუნებრივ თიხებს [11,12].

თიხებზე ოთხქლორიანი ნახშირბადის ხსნარიდან ძმრის მჟავას სორბციის ხასიათი საგრძნობლად განსხვავდება სტეარინის მჟავას სორბციის ხასიათისაგან, რაც, როგორც ჩანს, გაპირობებულია ძმარმჟავას ქემოსორბციით ბუნებრივ თიხებზე.

ცნობილია, რომ ქართული ბუნებრივი ბენტონიტური თიხების გუმბრინისა და ასკანთიხის მთავარი ნაწილი შედგენილია მონტმორილონიტისაგან, რომლის ფორმულა შეიძლება შემდეგნაირად გამოისახოს:

$$\mathrm{mMg_3[Si_4O_{10}]\,(OH)_2 \cdot p\,(Al,Fe)_2\,[Si_4O_{10}]\,(OH)_2 \cdot nH_2O}.$$

თიხებზე ძმრის მჟავას სორბციის დროს უნდა ველოდოთ ამ მჟავას ბუნებრივ და გააქტივებულ თიხებთან ურთიერთმოქმედების სხვადასხვანაირ ხასიათს. ძმრის მჟავას შეუძლია შევიდეს ქიმიურ ურთიერთქმედებაში ბუნებრივ თიხასთან, რომელიც მდიდარია მჟავებში ხსნადი ნაწილით. მჟავათი გააქტივებულ თიხაში კი ხსნადი ნაწილის ძირითადი რაოდენობა მოშორებულია და ამიტომ გააქტივებულ თიხასთან ძმრის მჟავას ქიმიური ურთიერთქმედება უმნიშვნელო უნდა იყოს. ეს მოსაზრებანი ჩვენ შევამოწმეთ და დამადასტურებელი მონაცემები მივიღეთ. ბუნებრივ თიხაზე ძმრის მჟავას სორბცია გაპირობებულია როგორც ადსორბციით, ისე ქემოსორბციით, გააქტივებულ თიხაზე კი ძირითად როლს ადსორბცია ასრულებს.

ამგვარად, ბუნებრივ თიხაზე ქემოსორბციის ხარჯზე გადიდებულია სორბციის საერთო სიდიდე, რომელიც, თანახმად ზემოთქმულისა, ახლოა გააქტივებული თიხების სორბციასთან.

თუ ერთიმეორეს შევადარებთ გუმბრინისა და ასკანთიხის გამოკვლეულ ნიმუშებზე ძმრის მჟავას ადსორბციას, დავინახავთ, რომ ძმრის მჟავა უკეთ ადსორბირდება ასკანთიხაზე, სტეარინის მჟავა დაახლოებით ერთნაირად სორბირდება ბუნებრივ გუმბრინსა და ასკანთიხაზე. გააქტივებულ გუმბრინთან შედარებით გააქტივებული ასკანის თიხა სტეარინის მჟავას მიმართ უკეთეს ადსორბციულ უნარს იჩენს.

შესწავლილი თიხების ნიმუშებისათვის სორბციის ზღვრული სიდიდეები და სორბციული მოცულობები მოცემულია 1 ცხრილში.

ცხრილი 1

ძმრისა და სტეარინის მჟავების სორბცია და სორბციული მოცულობა ბუნებრივ და გააქტივებულ თიხებზე

სორბენტი	სორბცია მმ/გ		სორბციული მოცულობა სმ³/გ	
	ძმრის მჟავა	სტეარინის მჟავა	ძმრის მჟავა	სტეარინის მჟავა
გუმბრინი ბუნებრივი (152)	1,72	0,21	0,10	0,07
გუმბრინი გააქტივებული (252)	1,72	0,33	0,10	0,11
ასკანთიხა ბუნებრივი (352)	2,59	0,21	0,15	0,07
ასკანთიხა გააქტივებული (452)	2,93	0,48	0,17	0,16

ძმრისა და სტეარინის მჟავების სორბციის სიდიდეების შედარება გვიჩვენებს, რომ ძმრის მჟავას სორბცია მეტია სტეარინის მჟავას სორბციაზე. ეს გამოწვეული უნდა იყოს წვრილი ფორების გავლენით. აქ, როგორც ჩანს, ადგილი აქვს ულტრაფორიანობის ეფექტს, რომელიც ნახშირებისათვის იყო აღმოჩენილი მ. დუბინინისა და ე. ზავერინას [3] მიერ, ხოლო სილიკაგელის შემთხვევაში ა. კისელიოვის [4] მიერ. ამგვარად, თიხებში არის წვრილი ფორები, სადაც სტეარინის მჟავას მსხვილი მოლეკულების სორბცია გაძნელებულია. ეს განსაკუთრებით ძლიერად მჟღავნდება ბუნებრივი თიხებისათვის, რომელთათვისაც სტეარინის მჟავას სორბციული მოცულობა საგრძნობლად ნაკლებია ძმრის მჟავას სორბციულ მოცულობაზე. ეს ბუნებრივია, ვინაიდან თიხების მჟავათი გააქტივებისას გარდამავალი ფორების მოცულობა იზრდება, რაც ხელს უწყობს მსხვილი მოლეკულების სორბციას.

გააქტივებული თიხების სორბციული მოცულობების შედარება გვიჩვენებს, რომ გააქტივებული გუმბრინისა და ასკანთიხისათვის სამართლიანია ზღვრულად ადსორბირებული მოცულობის მუდმივობის წესი. გააქტივებული გუმბრინისათვის ეს მოცულობა 0,10—0,11 სმ³/გ, ხოლო გააქტივებული ასკანთიხისათვის 0,16—0,17 სმ³/გ-ის ტოლია.

ბუნებრივ თიხებთან შედარებით გააქტივებული თიხების უკეთესი სორბციული უნარი, დადგენილი ჩვენ მიერ სტეარინის მჟავას მიმართ, საინტერესოა თიხების მათეთრებელი უნარიანობის შეფასების თვალსაზრისით.

ექსპერიმენტული მუშაობის ჩატარებაში მონაწილეობას იღებდნენ ქ. ბეჟაშვილი და ლ. ბაქრაძე.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
პ. მელიქიშვილის სახელობის
ქიმიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 18.6.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. М. М. Дубинин. Физико-химические основы сорбционной техники. М., 1935; М. М. Дубинин и К. В. Чмутов. Физико-химические основы противогазового дела. М., 1939.
2. М. М. Дубинин. О специфичных адсорбционных свойствах активных углей. ЖРФХО, 62, 1627, 1930; М. М. Дубинин и Е. Д. Заверина. Charakter der Porositäts— und Sorptionseigenschaften aktiver Kohle, Acta physicochem URSS, 4, 647, 1939.
3. Б. В. Некрасов. Uber die Umkehrung der Traubschen Adsorptionsregel, Z. phys. Chem., 139, 379, 1928.
4. А. В. Киселев, И. А. Вермс, В. В. Киселева, В. Н. Корноухова и Н. А. Штоквиш. Адсорбция жирных кислот на силикагеле и его ультрапористость. Журнал физ. хим., XIX, 83, 1945.
5. М. М. Дубинин. Новое в исследованиях адсорбции. Вестник АН СССР, № 3, 1949; Адсорбция газов и паров и структура адсорбентов. «Усп. химии», XXI, № 5, 1952.
6. А. М. Джигит, М. Л. Зайцева, А. В. Киселев, К. Г. Красильников, В. М. Лукьянович, А. В. Радушкевич. Определение удельной поверхности цементов и активных добавок адсорбционно-структурным и электронно-микроскопическим методом. Труды НИИЦЕМЕНТ, вып. 3, 1950.
7. А. В. Киселев. Адсорбционные свойства и структура адсорбентов и катализаторов. Сборник «Проблемы кинетики и катализа», V, Методы изучения катализаторов. М., 1948.
8. А. В. Киселев. Структура силикагелей и ее влияние на адсорбционные свойства. Сборник «Исследования в области хромотографии». М., 1952.
9. Бентонитовые глины Грузинской ССР. Сборник под ред. проф. А. А. Твалчрелидзе. Тбилиси, 1941; Бентонитовые глины Грузии и их применение в народном хозяйстве. Сборник под ред. проф. А. А. Твалчрелидзе. Тбилиси, 1953.
10. Г. В. Цицишвили. Сорбция пиридина и аммиака асканитом из водных растворов. Труды института химии АН ГССР, IV, 1941; Адсорбция грузинскими бентонитовыми глинами из водных растворов. Тезисы научной сессии Тбилисского госуд. университета, 1942; Адсорбция ионов никеля, кобальта и железа грузинскими бентонитовыми глинами. Тезисы сессии естественных и математических наук АН ГССР, 1942.
11. Г. В. Цицишвили и Д. Н. Барнабишвили. О влиянии кислотной обработки на свойства отбеливающих глин. Доклады АН СССР, 92, № 3, 1953.
12. Г. В. Цицишвили. О некоторых результатах адсорбционно-структурных исследований грузинских бентонитовых глин. Аннотации докладов первой объединенной научной сессии, созываемой Институтом химии АН Грузинской ССР совместно с Институтами химии Академий наук Армянской и Азербайджанской ССР, 1953.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ნიადაგმცოდნეობა

ა. გოგატიშვილი

მასალები ჭარბმანგანუმიანი ნიადაგების შესწავლისათვის

(წარმოადგინა აკადემიის წევრ-კორესპონდენტმა მ. საბაშვილმა 6.7.1954)

მანგანუმი ქიმიური ელემენტია, რომელიც ელემენტთა პერიოდული სისტემის მე-7 ჯგუფს მიეკუთვნება. ბუნებაში გავრცელების მიხედვით მას მე-15 ადგილი უჭირავს სხვა ქიმიურ ელემენტთა შორის [5]. მანგანუმი მეტ-ნაკლებად მონაწილეობს თითქმის ყველა ქანში, წყლის, ნიადაგის, ადამიანის, მცენარეული და ცხოველური ორგანიზმების შედგენილობაში.

დიდია მანგანუმის როლი მცენარეთა და ცხოველთა ორგანიზმებში მიმდინარე ფიზიოლოგიურ პროცესებში. მანგანუმი ხელს უწყობს მცენარეთა მიერ საკვები ელემენტების ეკონომიურად ხარჯვას; აძლიერებს შაქრების, ქლოროფილისა და „C“ ვიტამინის წარმოქმნას [4]. საყურადღებოა მანგანუმის როლი მცენარეთა სუნთქვისა და ფოტოსინთეზის პროცესში; ის მოქმედებს მცენარეებსა და ცხოველებში მიმდინარე დაჟანგვისა და ფერმენტაციულ პროცესებზე, ცხოველთა ორგანიზმებში ნივთიერებათა ცვლაზე [2]. გამოკვლევებით დადასტურებულია მანგანუმის სასარგებლო მოქმედება რიგი სასოფლო-სამეურნეო კულტურების მოსავლიანობის გადიდებისა და პროდუქციის ხარისხის გაუმჯობესების საქმეში. მანგანუმის გამოყენება მეცხოველეობაში იწვევს პროდუქტულობის საგრძნობ გადიდებას. პ. ვლასიუკის [4] აზრით, მანგანიუმით გამდიდრებული ნაკვეთიდან მიღებული თივით კვებისას ძროხის ლაქტაციის პერიოდი 2–3 კვირით იზრდება. შესაბამისად მატულობს თითოეული ძროხისაგან მიღებული რძის რაოდენობაც.

მანგანუმის მნიშვნელობა მცენარეთა და ცხოველთა ორგანიზმებისათვის იმ მხრივაც არის საყურადღებო, რომ იგი ადიდებს ორგანიზმების გამძლეობას არახელსაყრელი გარემო პირობებისა და დაავადებათა მიმართ [2,14,4].

სხვადასხვა ნიადაგში მანგანუმის შემცველობა სხვადასხვაა. დ. პრიანიშნიკოვის [15] აზრით, სსრ კავშირის ნიადაგები მანგანუმის შემდეგ რაოდენობას შეიცავს ($^0/_0$-ით):

ეწერი ნიადაგები—0,025—0,015;
შავმიწები —0,060—0,093;
წაბლა ნიადაგები—0,079—0,083;
რუხი ნიადაგები —0,041—0,061;
წითელმიწა (ჩაქვი)—0,102.

ა. მენაღარიშვილის [11] აზრით, მარგანეცის შემცველობით საქართველოს ნიადაგების ძირითადი ტიპები ამ ელემენტით ძლიერ ღარიბ ან

საშუალოდ მდიდარ ჯგუფს მიეკუთვნება. ამ მხრივ გამონაკლისს წარმოადგენს სუბტროპიკული ზონის წითელმიწები და ეწერი ნიადაგები. მ. საბაშვილის [16] მონაცემების მიხედვით, ჩაქვის საბჭოთა მეურნეობის წითელმიწების ზოგიერთ ჰორიზონტში MnO-ს შემცველობა 0,4%-საც კი აღემატება.

ბუნებაში არსებობს ნიადაგები, რომლებსაც მანგანუმის ნორმალური, ჭარბი ან არასაკმაო შემცველობა ახასიათებს [4]. ნიადაგებში მანგანუმის სხვადასხვაგვარი შემცველობა დამოკიდებულია დედაქანებზე, გეოგრაფიულ განედზე, კლიმატურ პირობებზე, მცენარეული საფარის ხასიათზე, ნიადაგის ტიპზე, მისი გაკულტურების ხარისხზე, ე. ი. ნიადაგწარმოქმნის პროცესის წარმმართველი პირობების მთელ კომპლექსზე.

მანგანუმი ნიადაგში სხვადასხვა ფორმითაა, ძირითადად კი არჩევენ შესათვისებელ (ადვილად მოძრავ) და შეუთვისებელ (უძრავ) ფორმებს. პირველი გვხვდება უმეტესად კარბონატების, ბიკარბონატების, სულფატებისა და სხვა ადვილად ხსნადი მარილების სახით. Mn ნიადაგში შეიძლება იყოს აგრეთვე პიროლუზიტისა და სხვადასხვა კონკრეციების სახით, გარკვეული რაოდენობა კი შთანთქმულ მანგანუმზე მოდის.

მცენარეული ორგანიზმები მანგანუმს ძლიერ უმნიშვნელო რაოდენობით საჭიროებენ. სწორედ ამიტომ ეწოდება Mn-ს მიკროელემენტი, ხოლო მანგანუმიან სასუქს—მიკროსასუქი. მიუხედავად ამისა, ამ ელემენტის ნაკლებობა ნიადაგში ხშირი მოვლენაა, რაც უარყოფითად მოქმედებს სასოფლო-სამეურნეო კულტურებზე და მათ მოსავლიანობაზე. ამასთან დაკავშირებით მანგანუმიან სასუქებს დიდი ყურადღება ექცევა. ჯერ კიდევ 1914 წელს ბედროიცი [7] მიუთითებდა, რომ მანგანუმის მცირე დოზების გამოყენებით შესაძლებელია სასოფლო-სამეურნეო მცენარეთა მოსავლიანობის გაზრდა.

უკანასკნელ წლებში ჩატარებული სავეგეტაციო და მინდვრის ცდების მიხედვით მანგანუმიანი სასუქის შეტანა ზრდის შაქრის ჭარხლის მოსავალს 14,5 ც-დან [9] 34—54 ცენტნერამდე ჰექტარზე [4,11], ხოლო შაქრიანობას 0,3%-დან 1,52%-მდე [4,9,11]. მანგანუმი ადიდებს ბამბის მოსავალს [6] და აჩქარებს მის მომწიფებას [4], ზრდის ხორბლის მოსავალს 3—5 ც/ჰა, ამაგრებს ღეროს მექანიკურ ელემენტებს და ამცირებს ჩაწოლას [14]. მანგანუმის სხვადასხვა დოზით შეტანა იწვევს: მზესუმზირას [17], კანაფის, თამბაქოს [4], სელის [13], მრავალწლიანი ბალახების, ბოსტნეული კულტურების [14], სიმინდის, ყურძნის [10,12] მოსავლიანობის საგრძნობ გაზრდას, დადებითად მოქმედებს ეთერზეთოვანი კულტურების ზრდა-განვითარებაზე და მათში ეთერზეთების დაგროვებაზე [19]. გამოკვლევებით დადასტურებულია მანგანუმის მადნის ნარჩენების (შლამის) შეტანის მეტი ეფექტურობა მის სუფთა მარილებთან შედარებით. ამასთან დაკავშირებით უფრო მეტი ყურადღება უნდა მიექცეს ჭიათურის მანგანუმის გამდიდრებისას მიღებული ნარჩენების შეგროვებისა და გამოყენების საქმეს, ვინაიდან ეს ნარჩენები უმეტეს შემთხვევაში უსარგებლოდ იკარგება.

ნიადაგში მანგანუმის მაღალი კონცენტრაცია უარყოფითად მოქმედებს მცენარეთა ზრდა-განვითარებაზე [14,15], ზოგჯერ იწვევს მათ მოწამვლას [18].

მანგანუმიანი სასუქის შეტანა ისეთ ნიადაგში, რომელიც მას არ საჭიროებს, ამცირებს მოსავლიანობას [4,11,8]. ამასთან მანგანუმის ჭარბი შემცველობის საზიანო ან სასარგებლო მოქმედებას ნიადაგის სხვა თვისებები განსაზღვრავს [18].

ველზე მუშაობისას ჩვენი ყურადღება მიიპყრო მანგანუმიან კირქვებსა და ქვიშაქვებზე განვითარებულმა ნიადაგებმა. ასეთი ნიადაგები ფართოდაა გავრცელებული მდ. ყვირილას ხეობის ორივე მხარეზე, ჭიათურის მანგანუმის ცნობილი საბადოს გავრცელების ტერიტორიაზე ჭიათურა-საჩხერის რაიონში. შესწავლილ იქნა სოფ. სარეკის ჭარბმანგანუმიანი ნიადაგის მორფოლოგიური, ფიზიკურ-მექანიკური და ქიმიური თვისებები.

მანგანუმიან კირქვებსა და ქვიშაქვებზე განვითარებული ნიადაგები ჩვეულებრივად საშუალო ან მცირე სისქის პროფილით, მუქი რუხი-ყანგისფერი, ზოგჯერ შავი ფერით, წვრილგოროხოვან-მარცვლოვანი სტრუქტურით, წვრილმიწის თიხიანი ან მძიმე თიხნარი შედგენილობითა და ხირხატიანობით ხასიათდება.

ამ ნიადაგის ჭრილს შემდეგი სახე აქვს:

ჭრილი № 115—სოფ. სარეკი—„გუბი“, სამხრეთი ექსპოზიციის 6—8°-ით დახრილი ფერდობი. ჭრილი გაკეთებულია სიმინდით დაკავებულ ნაკვეთზე;

A—0—13 სმ—მუქი რუხი-ყანგისფერი, გოროხოვან-მარცვლოვანი, მძიმე თიხნარი ქვიშაქვების და მანგანუმის მადნის ხირხატით, სიმინდის ფესვები და ფესურები, ფხვიერი აგებულების, ნესტიანი, სუსტად შიშინებს. გადასვლა შემდეგ ჰორიზონტში თანდათანობითია;

B_1—13—27 სმ—იმავე შეფერვით, თიხიანი, ხირხატით, გოროხოვანი სტრუქტურით, ფხვიერი, ნესტიანი, სუსტად შიშინებს, გადასვლა თანდათანობითია;

B_2—27—52 სმ—უფრო ღია, სუსტად გამოხატული გოროხოვან-ბელტოვანი სტრუქტურით, თიხიანი, მანგანუმისა და ქვიშაქვის ხირხატით, მომკვრივო, სუსტად შიშინებს; გადასვლა გამოხატულია.

D—52 სმ—ქვემოთ მანგანუმიანი კარბონატული ქვიშაქვები.

ცხრილი 1

მექანიკური ანალიზის შედეგები, დამუშავებული პიპეტის მეთოდით (1,0 N NaCl) (%%-ით)

ჭრილის № და ადგილმდებარეობა	ნიმუშის აღების სიღრმე სმ-ით	ჰიგროსკოპული წყალი %	ხირხატი %	1—0,25	0,25—0,05	0,05—0,01	0,01—0,005	0,005—0,001	<0,001	<0,01
№ 121	0—20	4,74	26,0	17,05	0,00	8,15	46,62	9,36	18,82	74,80
ს. სარეკი	40—50	5,72	25,0	21,95	1,11	10,63	32,61	6,40	27,30	66,31
ნაკვ. „ქვანალა“	90—100	9,79	14,0	3,80	5,38	15,49	5,28	22,13	47,92	75,33
№ 115	0—10	3,68	—	23,00	10,96	11,04	8,26	11,99	34,75	55,00
ს. სარეკი	20—27	3,98	—	17,23	3,97	16,76	19,83	6,78	35,33	68,04
ნაკვეთი „გუბი“	40—50	4,96	—	18,67	3,29	14,83	4,16	7,71	51,34	63,21

პირველი ცხრილიდან ჩანს ამ ნიადაგების თიხიანი და მძიმე თიხნარი შედგენილობა და ხირხატის საკმაოდ დიდი რაოდენობით შემცველობა.

ქიმიური ანალიზის მონაცემები (იხ. ცხრილი 2) გვიჩვენებს, რომ ამ ნიადაგებში ჰუმუსის შემცველობა დიდი არაა, რაც, უმეტეს შემთხვევაში ეროზიული პროცესებით უნდა აიხსნეს. მცირეა აზოტისა და ფოსფორის შემცველობა, საჭიროა მათი შეტანა. კირის შემცველობა მცირეა, რეაქცია ტუტეა, შესწავლილ ნიადაგებს ახასიათებს ფუძეებით მაძღრობა; შთანთქმული ფუძეების უმეტესი ნაწილი კალციუმზე მოდის.

ცხრილი 2

ქიმიური ანალიზების მონაცემები

ჭრილის № და ადგილმდებარეობა	ნიმუშების აღების სიღრმე სმ-ით	ჰუმუსი %	აზოტი		P_2O_5		შთანთქმული ფუძეები მილ.-ეკვივ.		$CaCO_3$ %	pH წყლით გამონაწურში	Mn %	
			საერთო %	ხსნადი მგ 100 გრამში	საერთო %	ხსნადი მგ 100 გრამში	Ca	Mg			საერთო	ხსნადი
121, სოფ. სარეკი	0—20	1,03	0,082	32,03	0,087	4,13	19,26	4,25	3,7	7,6	2,18	0,300
ნაკვ. „ქვანალა“	40—50	1,01	0,084	26,46	0,103	3,71	21,11	4,83	1,2	7,5	1,87	0,255
ვენახი	80—90	0,29	—	—	—	—	—	—	1,3	7,5	2,52	0,081
115, ს. სარეკი	0—10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,70	0,246
ნაკვ. „გუბი“	20—27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00	0,217
სიმინდის ყანა	40—50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,25	0,163
211—ა[1] სოფ. სავანე	0—20	1,44	0,094	27,21	0,202	2,98	42,69	12,02	1,3	7,8	0,062	0,051
ნაკვ. „ნაფუზვარი“	40—50	1,62	0,112	20,56	0,134	0,98	46,80	10,85	1,3	7,8	0,080	0,064
ვენახი	80—90	0,31	0,022	16,17	0,096	1,57	38,32	10,05	31,9	8,19	0,035	0,023

ამ ნიადაგებში როგორც საერთო, ისე ხსნადი მანგანუმის შემცველობა საგრძნობლად აღემატება ჩვეულებრივ სიდიდეს. ცხრილიდან ჩანს, რომ საერთო Mn აქ 0,7-დან 2,18%-მდეა, ხსნადი 0—50 სმ ფენაში 0,2—0,3%; სოფ. სავანის ნეშომპალა-კარბონატულ ნიადაგებში Mn-ის რაოდენობა პროცენტის მეასედს შეადგენს.

ჭიათურა-საჩხერის რაიონში დაკვირვებით ადვილად შესამჩნევია, რომ მანგანუმის საშუალო შემცველობის ნიადაგებზე სასოფლო-სამეურნეო კულტურები საკმაოდ ძლიერი ზრდა-განვითარებით ხასიათდებიან და კარგ მოსავალს იძლევიან, ხოლო მანგანუმის ჭარბი რაოდენობა მცენარეებზე უარყოფითად მოქმედებს, რაც განსაკუთრებით გვალვების დროს იგრძნობა. საქმე იმაშია, რომ მადნის ხირხატი ინტენსიურად შთანთქავს მზის სხივების სითბოს, ძლიერ ხურდება და აფერხებს მცენარეების ფესვთა სისტემის ნორმალურ ზრდა-განვითარებას.

საჩხერის რაიონის ვენახების მთელ რიგ ნაკვეთებში ვაზის ფესვთა სისტემაზე დაკვირვებამ დაგვარწმუნა, რომ სოფ. სარეკისა და ქორეთის (პასიეთის ზეგანი) მანგანუმის ჭარბად შემცველ ნიადაგებზე, სხვა ადგილების ვე-

[1] მოგვყავს შესადარებლად.

ნახებთან შედარებით, ვაზს ფესვთა სისტემა სუსტად აქვს განვითარებული; შესაბამისად ნაკლები ზრდით ხასიათდება ვაზის მიწისზედა ნაწილებიც. სწორედ ამის გამო ყურძნის მოსავალი ასეთ ნიადაგებზე გაცილებით უფრო ნაკლებია. ასე, მაგალითად, სოფ. სავანეში ნაკვ. „ნაფუზვარის“ 4 ჰექტარი ფართობის თითოეული ჰექტარიდან 1953 წელს მიღებულ იქნა საშუალოდ 35,7 ც ყურძენი, მაშინ როდესაც ს. სარეკის ჭარბმანგანუმიანი ნიადაგის ნაკვეთებზე („ქვანალა“, „სარიკაო“) საშუალო მოსავალი 10 ცენტნერს არ აღემატება[1].

მანგანუმის ჭარბად შემცველი ნიადაგებიდან მიღებული ღვინო მაღალი ღირსებით გამოირჩევა. 1954 წლის 27 აპრილს ჩატარებულ დეგუსტაციაზე 1953 წლის მოსავლის სოფ. სარეკის ჭარბმანგანუმიანი ნაკვეთიდან („ქვანალა“) დაყენებული ციცქისა და ცოლიკოურის ღვინოებმა მაღალი შეფასება მიიღეს სხვა ნაკვეთების იმავე ჯიშიდან დაყენებულ ღვინოებთან შედარებით.

განსაზღვრულ იქნა მანგანუმის შემცველობა ვაზის სხვადასხვა ნაწილსა და ღვინოში.

ცხრილი 3

მანგანუმის შემცველობა ვაზის ძირითად ნაწილებსა და ღვინოში

ადგილმდებარეობა	ჯიში	Mn-ის შემცველობა მგ. 100 გრ მშრალ ნივთიერებაზე				ღვინოში მგ ერთ ლიტრში
		ფესვი	შტამბი	რქა	ფოთოლი	
ს. სავანე „ნაფუზვარი“	ალიგოტე	4,188	6,034	13,602	71,212	1,00
ს. სარეკი, „სარიკაო“	ალიგოტე	1,823	3,057	11,236	69,166	1,00
ს. სარეკი, „ქვანალა“	შარდონე	1,052	—	12,402	70,132	1,08
„	ცოლიკოური	—	—	—	—	1,00
„	ციცქა	—	—	—	—	0,92
ს. მერჯევი, „დიდვენახი“	ციცქა	—	—	—	—	0,92

მე-3 ცხრილიდან ჩანს, რომ სოფ. სავანის ნეშომპალა-კარბონატულ ნიადაგებზე, რომელნიც მანგანუმს ჩვეულებრივი რაოდენობით შეიცავენ, გაზრდილ ვაზში Mn-ის შემცველობა არათუ არ ჩამორჩება, არამედ რამდენადმე აღემატება ჭარბი მანგანუმის შემცველ ნიადაგებზე გაზრდილ ვაზში ამ ელემენტის რაოდენობას. მეტი Mn-ის შემცველობა ვაზის ნაწილებში სოფ. სავანის ნაკვეთიდან, სოფ. სარეკთან შედარებით, შეიძლება გამოწვეული იყოს ასაკობრივი სხვაობით. ანალიზებიდან დასტურდება სხვადასხვა მკვლევრის აზრი იმის შესახებ, რომ მცენარის სხვა ნაწილებთან შედარებით ფოთლები მეტ მანგანუმს შეიცავს. სხვადასხვა ნიადაგიდან მიღებული ღვინო საშუალოდ შეიცავს 1 მგ. Mn-ს ლიტრში. ყველაზე მეტი Mn-ის შემცველობით გამოირჩევა ჭარბი მანგანუმის შემცველ ნიადაგებზე შარდონეს ჯიშიდან მიღებული ღვინო (1,08), ყველაზე ნაკლები შემცველობით კი ს. სარეკის იმავე ნიადაგებზე და სოფ. მერჯევის ხირხატიან ნეშომპალა-კარბონატულ ნიადაგებზე მიღე-

[1] მოსავლიანობის მაჩვენებლების ასეთი მკვეთრი სხვაობა არ შეიძლება მხოლოდ მანგანუმის შემცველობის სხვაობით ავხსნათ. სოფ. სარეკის ნაკვეთზე დაბალ მოსავალს მანგანუმის სიჭარბესთან ერთად ვენახების არადამაკმაყოფილებელი მოვლა—დაბალი აგროტექნიკა აპირობებს.

ბული ციცქას ღვინო (0,92). ეს შეიძლება გამოწვეული იყოს არა ნიადაგში არსებული მანგანუმის განსხვავებული შემცველობით, არამედ ჯიშის გავლენით.

მოსალოდნელი იყო მარგანეცის მეტი რაოდენობა ყოფილიყო იმ ვაზში, რომლის ნიადაგიც ამ ელემენტის მეტი შემცველობით ხასიათდება, მაგრამ ეს ასე არ არის, ჯერ-ერთი იმიტომ, რომ აქ შესადარებლად მოყვანილ სოფ. სავანის ნიადაგში არ არის Mn-ის ნაკლებობა; ამავე დროს ცნობილია, რომ „ორგანიზმების, მათ შორის მცენარეულობის, ქიმიური შედგენილობა არ იმეორებს გარემოს შედგენილობას" ([3], გვ. 13). მცენარეში შესულ Mn-ის რაოდენობაზე, გარდა ნიადაგში ამ ელემენტის შემცველობისა, გავლენას ახდენს მცენარის სახე, ნიადაგის სხვა თვისებები, კლიმატი და აგროტექნიკურ ღონისძიებათა კომპლექსი [14].

სოფ. სარეკში ყურადღებას იპყრობს აგრეთვე ვაზის ქლოროზი კარბონატული ნიადაგების ზოგიერთ ნაკვეთში. ქლოროზით დაავადებას ზოგჯერ მანგანუმის ნაკლოვანებითაც ხსნიან [1]. ეს ნიადაგები Mn-ის ნაკლოვანებას, მართალია, არ განიცდიან, მაგრამ, თუ მხედველობაში მივიღებთ ზოგიერთი მკვლევრის [14, 15, 20, 17] მითითებას იმის შესახებ, რომ მანგანუმი და რკინა ანტაგონიზმშია ერთმანეთთან, ანუ ჭარბ მანგანუმს აქტიური რკინა გადაჰყავს მცენარისათვის შეუთვისებელ ფორმაში, მაშინ, ცხადია, ქლოროზის გამომწვევი გარემო პირობების კომპლექსში გარკვეული როლი, კირის შემცველობასთან ერთად, რკინის ნაკლებობასაც უნდა ეკუთვნოდეს.

დ ა ს კ ვ ნ ა

1. ჭიათურის მანგანუმის საბადოს რაიონში გავრცელებული ჭარბმანგანუმიანი ნიადაგები ხასიათდება საშუალო და მცირე სისქით, წვრილმიწის თიხნარი შედგენილობით, დიდი ხირხატიანობით, ჰუმუსისა და საკვები ელემენტების არასაკმაო შემცველობით. ამ ნიადაგების ნაყოფიერების გადიდებისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს ეროზიის წინააღმდეგ ბრძოლას, ორგანული და მინერალური სასუქების ფართოდ გამოყენებას;

2. მანგანუმის შემცველ დედა ქანებზე განვითარებული ნიადაგები ჭარბი რაოდენობით შეიცავს Mn-ს როგორც საერთო, ისე ხსნადი ფორმით;

3. ნიადაგებში მანგანუმის სიჭარბე უარყოფითად მოქმედებს ვაზის ზრდა-განვითარებასა და მოსავლიანობაზე;

4. ჭარბმანგანუმიანი ნიადაგების ვენახებიდან მიღებული ღვინო მაღალხარისხოვანია;

5. ნიადაგებში მანგანუმის ჭარბი რაოდენობა არ იწვევს ამ ელემენტის მეტ შემცველობას ვაზის ძირითად ნაწილებსა და ღვინოში;

6. ჭარბმანგანუმიანი ნიადაგების ბუნების უფრო სრულყოფილად შესწავლისათვის მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მათი დაწვრილებით გამოკვლევა ჭიათურის მანგანუმის საბადოს გავრცელების მთელ ფართობზე.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ნიადაგმცოდნეობის, აგროქიმიისა და მელიორაციის
ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 6.7.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. ზ. ბალდასარაშვილი. ვაზის ქლოროზი, მისი გამომწვევი მიზეზები და ბრძოლის ზოგიერთი საშუალება. თბილისი. 1950.
2. Ф. Я. Бернштейн. О биологической роли марганца. Успехи современной биологии, т. XXV, вып. 2, Москва—Ленинград, 1948.
3. А. П. Виноградов. Основные закономерности в распределении микроэлементов между растениями и средой. Микроэлементы в жизни растений и животных. М., 1952.
4. П. А. Власюк. Применение марганцевых удобрений на различных почвах для повышения продуктивности сельскохозяйственных растений. Микроэлементы в жизни растений и животных. М., 1952.
5. ა. გავაშელი. მარგანეცის გამოყენება სახალხო მეურნეობაში. თბილისი, 1947.
6. Е. А. Гудько. Влияние микроэлементов на урожай хлопчатника. Микроэлементы в жизни растений и животных. Москва, 1952.
7. К. К. Гедройц. Действие солей и сернокислой закиси железа на различных почвах под льном и клевером. Труды с/х химической лаборатории Мин-ва земледелия, Петербург, 1914.
8. К. К. Гедройц. Почвенный поглощающий комплекс растений и удобрение, гл. Влияние на урожай марганца, аллюминия и некоторых металлов, внедрённых в почвенный поглощающий комплекс в различных количествах. М.—Л., 1935.
9. ო. ხარდალიშვილი. გამოკვების დროს შეტანილი ბორისა და მანგანუმის გავლენა შაქრის ჭარხლის მოსავლიანობაზე. თეზისები ასპირანტთა და ახალგაზრდა მეცნ. მუშაკთა V სამეცნიერო კონფერენციისა. თბილისი, 1953.
10. ა. მენაღარაშვილი და ვ. ლეჟავა. მიკროსასუქების ეფექტიანობა სასოფლო-სამეურნეო კულტურების ქვეშ საქართველოს ზოგიერთი ტიპის ნიადაგებზე. საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის ნიადაგმცოდნეობის ინს-ტის შრომები, ტ. III, თბილისი, 1950.
11. А. Д. Менагаришвили. Роль бора и марганца в повышении урожайности сельскохозяйственных культур на почвах Грузии. Микроэлементы в жизни растений и животных. Москва, 1952.
12. А. Д. Менагаришвили, В. В. Лежава. Эффективность внесения микроэлементов на виноградники. Виноделие и виноградарство в СССР, № 6, М., 1950.
13. Я. В. Пейве. Значение бора, марганца и меди в повышении урожая льна. Микроэлементы в жизни растений и животных. Москва, 1952.
14. Я. В. Пейве. Микроэлементы в сельском хозяйстве. «Природа», № 11, Москва, 1953.
15. Д. Н. Прянишников. Избранные сочинения, т. I. Агрохимия, Москва, 1952.
16. М. Н. Сабашвили. Почвы Грузии, Тбилиси, 1948.
17. А. Д. Смирнова. Влияние бора и марганца на урожайность подсолнечника. Микроэлементы в жизни растений и животных. Москва, 1952.
18. А. А. Хализев. Химические стимулянты. Москва, 1934.
19. М. Н. Цецюр. Влияние микроэлементов на эфиро-масличные растения. Микроэлементы в жизни растений и животных, Москва, 1952.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ენტომოლოგია

ს. ქარუმიძე და გ. ბებენავა

სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების გამოყენება ნავთობის ზეთის ემულსიების დასამზადებლად

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ლ. ყანჩაველმა 22.6.1954).

სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების გამოყენების პრობლემა

სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატები ცელულოზ-ქაღალდის მრეწველობის თანამდევი პროდუქტებია. ისინი ცნობილი არიან სულფიტ-ცელულოზის ექსტრაქტის, სულფიტური კონცენტრატის, სამსხმელო კონცენტრატის, მმუხავი ექსტრაქტის, სულფიტის თუთქისა და სხვა სახელწოდებით, მაგრამ ГОСТ 6003—51-ით დადგენილია, რომ იგი წოდებულ იქნეს „სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატად“. ეს პროდუქტები მიიღება ცელულოზის მჟავური (სულფიტური წესით) ხარშვის წესით მერქნიდან ექსტრაგირებისას. ამ დროს მერქნის 50% და მეტი გადადის სულფიტის თუთქებად; უკანასკნელი ძლიერ რთული ქიმიური შედგენილობისაა; ორგანული ნაწილის 50—60% შედგება ლიგნინისაგან (სულფონის მჟავების სახით), შეიცავს აგრეთვე მარტივ შაქრებს, დეპოლიმერიზებულ პოლისახარიდებს, ძმრისა და ჭიანჭველას მჟავებს, მეთილის სპირტს, ციმოლს, ფურფუროლსა და სხვა შენაერთებს. ორგანული ნაწილის გარდა სულფიტის თუთქები შეიცავს გოგირდოვან გაზს, თიოსულფატს, გოგირდის მჟავას (კალციუმის მარილების სახით) და სხვა [2].

სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატები, სულფიტის თუთქებისაგან განსხვავებით, ნაწილობრივ ნეიტრალიზებულია და უკანასკნელის აორთქლებით ან დალექვით მზადდება: მათ ფართოდ იყენებენ მრეწველობის რიგ დარგებში; მაგალითად, გამოიყენება, როგორც მმუხავი ტყავის მრეწველობაში, იხმარება თუთიითა და კადმიუმით გალვანური დაფარვისას, მისგან მზადდება მრეცხი საშუალებანი, გამოყენებულია სამსხმელო საქმეში, გზების მოსასხურებლად, მერქნის ხანძარსაწინააღმდეგო დაფარვისას, ქაფიანი ცეცხლმქრობების დასატენად, ნავთობის ჭაბურღილების ბურღვისას, ხის ნაგებობათა სოკოებისაგან დასაცავად, აგურის წარმოებაში და სხვა.

მიუხედავად სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების მრეწველობის სხვადასხვა დარგში ფართოდ ხმარებისა, მათი გამოყენების პრობლემა ჯერ კიდევ გადაუწყვეტელია; სულფიტ-ცელულოზის ქარხნები მდინარეში უშვებენ დიდძალ გადამუშავებულ თუთქებს, რითაც გამოსავალი ნედლეულის ნახევარზე მეტს კარგავენ. გარდა ამისა, არსებითი მნიშვნელობა აქვს იმას, რომ ამით წყალსაცავების მდგომარეობა დიდ მანძილზე იცვლება და თევზები

მასობრივად იღუპება, უარესდება ნიადაგში მიმდინარე ბიოქიმიური პროცესები და სხვა. ეს მდგომარეობა რთულდება იმ გარემოებითაც, რომ მომავალში სულფიტის თუთქების რაოდენობა სწრაფად გაიზრდება სულფიტ-ცელულოზის ახალი ქარხნების მწყობრში შესვლასთან დაკავშირებით.

ამიტომ ბუნებრივია ის დიდი ინტერესი, რომელსაც იჩენენ სხვადასხვა ქვეყანაში სულფიტის თუთქების გამოყენებისადმი. გამოჩნდა მრავალი პატენტი, რომლებიც მიუთითებენ მათი გამოყენების შესაძლებლობაზე მავნებლებისა და ავადმყოფობათაგან მცენარეთა დაცვის საქმეშიც; მაგალითად, არსებობს ფრანგული პატენტი, რომელიც ურჩევს ინსექტიციდურ ნაზავებში სულფიტის თუთქების მიმატებას ზედაპირული დაჭიმულობის შემცირების მიზნით [4]. ზოგიერთი ავტორის ცნობით იგი პირველად გამოყენებული იყო მ ა რ ტ ი ნ ი ს მიერ, როგორც დამსველებელი და გამწვეთებელი [5].

სულფიტის თუთქები გამოცდილი იყო ნიუიფ-ის მიერ მშრალი კალციუმის პოლისულფიდის სტაბილიზაციისათვის, მაგრამ ამ შემთხვევაში ხდებოდა გამოსავალი პროდუქტის დაშლა. იგი გამოცდილი იყო აგრეთვე აბლაბუდიანი ტკიპისა და მტვრიანა გუდაფშუტას წინააღმდეგ. ამ მუშაობათა შედეგად დადასტურდა, რომ სულფიტის თუთქს არა აქვს საკმაო ტოქსიკური თვისებები და არ შეიძლება დამოუკიდებლად იქნეს გამოყენებული [2]. ამავე დროს აღნიშნული იყო, რომ პრეპარატები, რომელნიც შეიცავდნენ 20%-ზე მეტ სულფიტის თუთქს, მცენარის დაწვას იწვევდნენ.

სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებს ამჟამად ნიუიფ-ი იყენებს ანტრაცენის ზეთის კონცენტრატ-ემულსიებისა და დდტ-სა და ჰექსაქლორანის კონცენტრატ-ემულსიების დასამზადებლად კოლოიდურ წისქვილში გატარებით [2]. იგი შედის აგრეთვე „კოლოიდური გოგირდისა“ [1] და იმავე ნიუიფ-ის მიერ კონსტრუირებული გოგირდ-ორგანული პრეპარატების შედგენილობაში.

ამგვარად, სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატები ფართო მასშტაბით გამოიყენება მრეწველობაში, მაგრამ შედგენილობის სირთულის გამო მათი ქიმია ნაკლებადაა შესწავლილი: არ არის აგრეთვე ცნობილი ამ კონცენტრატების ბევრი თვისება.

მხედველობაში გვქონდა რა ამ კონცენტრატების დამსველებელი და მაემულგირებელი თვისება (მიაწერენ ლიგნოსულფონის მჟავებს), საჭიროდ ჩავთვალეთ მათი სხვადასხვა მიმართულებით შესწავლა ინსექტოფუნგიციდური ნაზავების შესადგენად. ამ თვალსაზრისით უკანასკნელ წლებში როგორც ერთ-ერთი კარდინალური საკითხი შეისწავლებოდა სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების გამოყენება ნავთობის ზეთების ემულსიების დასამზადებლად.

ექსპერიმენტი და მიღებული შედეგების ანალიზი

მუშაობა ჩატარდა ტექნოლოგიური და ტოქსიკოლოგიური მიმართულებით. ტექნოლოგიის დამუშავებისას გამოვიყენეთ განუწყვეტელ თხევად არეში ზეთოვანი ფაზის მექანიკური დისპერგირების პრინციპი ემულგატორ სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებთან ერთად. ნავთობის ზეთის კონცენტრატ-ემულსიების მიღების ტექნიკა იმაში მდგომარეობდა, რომ მუდ-

მივი ინტენსიური რევის პირობებში ემულგატორის კონცენტრირებულ ხსნარს განუწყვეტელი წვრილი ნაკადით ესხმოდა (გარკვეული სისწრაფით) ნავთობის ზეთი (თითისტრის ან ტრანსფორმატორისა). პროცესი სრულდებოდა ლაბორატორიულ ხელსაწყო-ელექტროამრევში. ამ გზით დადგენილი იყო, რომ შეფარდება — სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატი (მშრალ ნაშთზე გადაანგარიშებით) 7,5 %, ნავთობის ზეთი 85,0 % და წყალი 7,5 % იძლევა საკმაოდ სქელი კონსისტენციის კონცენტრატს, რომელიც წყალში ადვილად ერევა და რძის მაგვარი ემულსია მიიღება.

ანალოგიურად მიღებულ იქნა (კოლოიდურ წისქვილში გაუტარებლად) შემდეგი შედგენილობის დდტ-იანი ზეთის კონცენტრატ-ემულსია: სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატი (მშრალ ნაშთზე გადაანგარიშებით) 7,5 %; ნავთობის ზეთი 50,0 %, დდტ 20,0 % და წყალი 22,5 %.

ნავთობის ზეთის კონცენტრატ-ემულსიებისა და დდტ-იანი ზეთის კონცენტრატ-ემულსიების დასამზადებლად ვარგისი აღმოჩნდა როგორც თხევადი („КБЖ“ მარკის), ისე მყარი („КБТ“ მარკის) სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატები, იმ განსხვავებით, რომ 25° Bé (ხვ. წონა 1,210) ნაკლები სიმაგრის თხევადი დურდოს კონცენტრატების შემთხვევაში ემულგირება გაძნელებულია, ზოგჯერ კი შეუძლებელიცაა.

ნავთობის ზეთის ემულსიების კონცენტრატები მიღებულ იქნა ОРП ტიპის სასხურებელ აპარატებში გატარებისას შემდეგი შეფარდებით: სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატი (მშრალ ნაშთზე გადაანგარიშებით) 10,0 %; ნავთობის ზეთი 65,0 % და წყალი 25,0 %.

დამზადებული ნავთობის ზეთის კონცენტრატ-ემულსიები გამოცდილ იქნა მდგრადობის მხრივ დაბალ (—10° C-მდე) და მაღალ (+50° C-მდე) ტემპერატურებზე. დაბალ ტემპერატურებზე გამოცდისას, რაც მაცივრებში ჩატარდა, კონცენტრატები უაღრესად სტაბილური აღმოჩნდა; ოთხი თვის განმავლობაში ადგილი არ ჰქონია ზეთის ფაზის გამოყოფას; ასევე არ იშლება მაღალ ტემპერატურებზე.

მუშაობა ჩავატარეთ აგრეთვე ხისტი წყლებისა და კირის შემცველი ინსექტოფუნგიციდური ნაზავების (ბორდოს სითხე და სხვა) გავლენაზე; არც ერთ აღნიშნულ შემთხვევაში არ ჰქონია ადგილი ზეთის ფაზის გამოყოფას ან შენადედის წარმოქმნას, რაც, ჩვენი აზრით, სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების შედგენილობაში კალციუმის მარილების შემცველობით აიხსნება.

სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებზე დამზადებული ნავთობის ზეთის ემულსიების ეფექტიანობა შესწავლილი იყო ლაბორატორიის პირობებში ჩასველების წესით. ბიოინდიკატორად გამოყენებული იყო კალიფორნიის ფარიანა — *Aspidiotus perniciosus* Comst.; აღმოჩნდა, რომ ასეთი ემულსიები თავისი მოქმედებით უთანაბრდება და ზოგჯერ კი სჭარბობს შესაბამისი კონცენტრაციის საპონ-ზეთის ემულსიებს.

1952 წელს საწარმოო ხასიათის ცდები ჩატარდა გორის ქარხანაში, სადაც ქვაბში უბრალო ელექტროამრევით მზადდებოდა საპონ-ზეთის კონცენტ-

რატები. ზემოთ მოყვანილი სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებისა და ზეთის (თითისტრის) შეფარდებით მიღებული იყო ნავთობის ზეთის კონცენტრატ ემულსიები, რომელნიც ადვილად ერევიან წყალში. ამ კონცენტრატებზე (სულ დამზადებული იყო ორი ტონა) ტოქსიკოლოგიური ცდები ჩატარდა გორის რაიონის სოფ. ზეღდულეთში კალიფორნიის ფარიანას წინააღმდეგ 15 ჰექტარზე. კონცენტრატების ნაწილი დატოვებული იყო ქარხნის ტერიტორიაზე (ცის ქვეშ) შენახვის ხანგრძლიობაზე დასაკვირვებლად.

ფარიანების სიკვდილიანობის აღრიცხვა პარალელურად ჩაატარა საქართველოს სსრ სას.-სამ. მცენარეთა კარანტინის სახ. ინსპექციამ. ცდების შედეგად აღმოჩნდა, რომ სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატზე დამზადებული 4 % (ზეთის მიხედვით) ემულსია 100 %-მდე სიკვდილიანობას იძლევა. ეტალონად აღებული საპონ-ზეთის იგივე (4 %) კონცენტრაციის ემულსია 96,3 %—99,0 % სიკვდილიანობას იძლევა.

გორის ქარხანაში დამზადებული კონცენტრატების ხარისხი შემოწმდა 1953 წლის მარტში. მიუხედავად იმისა, რომ გასულ პერიოდში ადგილი ჰქონდა ტემპერატურის ხშირ დაცემას (ხანდახან უდრიდა —15° C, —17° C), კონცენტრატებმა პირვანდელი ფიზიკური თვისებები შეინარჩუნეს და სავსებით ვარგისი აღმოჩნდნენ.

ტოქსიკოლოგიური შემოწმების მიზნით ამ კონცენტრატებით შესხურება ჩატარდა ქარელის რაიონის სოფ. სასირეთში კალიფორნიის ფარიანათი დაზიანებული ხეხილის ნარგავებისა 20 ჰექტარზე. როგორც ადრევე, სიკვდილიანობის აღრიცხვა პარალელურად ჩაატარა საქართველოს სსრ სას.-სამ. მცენარეთა კარანტინის სახ. ინსპექციამ. ამ შემთხვევაშიც 4 % (ზეთის მიხედვით) ემულსიისაგან მიღებული იყო მავნებლის 100 %-მდე სიკვდილიანობა.

აღნიშნული მონაცემების საფუძველზე საქართველოს სსრ სოფლის მეურნეობის სამინისტრომ, ჩვენი რეცეპტურის მიხედვით, გორის ქარხანაში მოაწყო ნავთობის ზეთის ემულსიების კონცენტრატების წარმოება სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებით (ნაცვლად საპონ-ზეთის კონცენტრატებისა) აღმოსავლეთ საქართველოს ხეხილის ბაღებში კალიფორნიის ფარიანას წინააღმდეგ ბრძოლის მიზნით.

ნავთობის ზეთის ემულსიების კონცენტრატების დასამზადებლად საწარმოო ხასიათის ცდები ჩატარდა აგრეთვე აჭარის ასსრ ადგილობრივი მრეწველობის სამინისტროს ბათუმის ქიმიურ ქარხანაშიც. დამზადდა სამი ტონა კონცენტრატი ტრანსფორმატორის ზეთზე, რომლის ნაწილი ქარხნის ტერიტორიაზე დავტოვეთ შენახვის ხანგრძლიობაზე დასაკვირვებლად.

ტოქსიკოლოგიური ცდები ჩატარდა მოსკოვის საბჭოს გამწვანების ტრესტის მახინჯაურის სანერგეში ციტრუსების ნარგავების 1,5 ჰა ფართობზე. ბიოინდიკატორად აღებული იყო ციტრუსოვანთა ყვითელი ფარიანა (*Aonidiella citrina* Coq). ამ შემთხვევაშიც დადასტურდა სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებზე დამზადებული ნავთობის ზეთის ემულსიების უპირატესობა საპონ-ზეთის ემულსიებთან შედარებით.

ბათუმის ქარხანაში დამზადებული (1953 წლის მარტი) კონცენტრატების ვარგისიანობა საბოლოოდ შემოწმდა დამზადებიდან ერთი წლის შემდეგ (1954 წლის 1 აპრილი). როგორც გორის ქარხანაში, აქაც კონცენტრატებმა შეინარჩუნეს თავიანთი პირველადი ფიზიკური თვისებები და პრაქტიკული გამოყენებისათვის სავსებით ვარგისი აღმოჩნდნენ.

საწარმოო ხასიათის ცდები ჩატარდა ქობულეთის რაიონის კალინინის სახ. კოლმეურნეობაში ციტრუსების ნარგავების 40 ჰექტარზე 2,0% (ზეთის მიხედვით) ემულსიით. პარალელურად აღრიცხვა ჩაატარა აჭარის ასსრ სახ. სამ. მცენარეთა კარანტინის სახ. ინსპექციამ. აღმოჩნდა, რომ ციტრუსოვანთა ყვითელი ფარიანას სიკვდილიანობა 93,6% აღწევდა; ეტალონის საპონზეთის ემულსიის დროს კი მავნებლის სიკვდილიანობა 70%-ს უდრიდა.

როგორც ცდების შედეგებიდან ჩანს, სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებზე დამზადებული ნავთობის ზეთის კონცენტრატ-ემულსიის განსაკუთრებულ თვისებად უნდა ჩაითვალოს მაღალი სტაბილობა (უძლებს დაბალი და მაღალი ტემპერატურების ხანგრძლივ მოქმედებას) და მაღალი ეფექტიანობა (ხშირად სჭარბობს ეტალონად აღებულ საპონ-ზეთის ემულსიებს). კონცენტრატების მაღალი სტაბილობის თვისება ერთგვარ წინააღმდეგობაშია მინერალური ზეთების ემულსიების ცნობილ თვისებასთან: „მოგვცეს მაღალი ეფექტიანობა სწრაფი დაშლისას“.

ჩვენი აზრით, აღნიშნული კონცენტრატების დიდი სიმტკიცე შესაძლებელია აიხსნას ემულგატორის—სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატის ზეთში ნაწილობრივ გახსნით და წყალბადების გარდიგარდმო „ხიდების“ გაჩენით. უკანასკნელს ადგილი უნდა ჰქონდეს წყლისა და სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატს შორის, ე. ი. მიღებული უნდა იყოს დამატებითი კავშირები.

აღნიშნული ემულსიებიდან მიღებული მაღალი ეფექტიანობა, ჩვენი აზრით, უნდა აიხსნას ზეთის სწრაფი გამოყოფით განზავებული კონცენტრატის შესხურების შემდეგ და მეტი მიმწებებლობით, რაც დაკავშირებულია აღჰეზიის მოვლენასთან, უკანასკნელი კი, თავის მხრივ, აიხსნება სითხის პოლარული ჯგუფებით ან ემულსიის ნათესაობრივი თვისებებით შესასხურებელ ობიექტთან.

ზემოაღნიშნულის თანახმად, სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების ემულგატორებად გამოყენებას ნავთობის ზეთის ემულსიების დამზადებისას დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს შემდეგი მიზეზების გამო: ასეთი კონცენტრატები დიდი სტაბილობის გამო შეიძლება მასობრივად გამოვიყენოთ; ასეთ შემთხვევაში თავიდან იქნება აცილებული ის დიდი დანაკარგები, რასაც ადგილი აქვს საპონ-ზეთის კონცენტრატების ხმარებისას. ამასთან ისინი ერევიან ხისტ წყალში და კირის შემცველ ინსექტოფუნგიციდურ ნაზავებში (მაგ. ბორდოს სითხეში), რასაც პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს წამლობათა რიცხვის შემცირების მხრივ. გარდა ამ განმასხვავებელი თვისებებისა, განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს საპნის შეცვლას უფრო ხელმისაწვდომი და იაფი პროდუქტით; თვითღირებულება თითისტრის ზეთზე დამზადებული საპონ-ზეთის კონცენტრატისა ერთი ტონისა 1039 მან. და 80 კაპ. უდრის; თვით-

ღირებულება სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატზე დამზადებული თითისტრის ზეთის კონცენტრატისა კი—610 მან. 50 კაპ., ე. ი. ერთ ტონა მზა პროდუქციაზე ეკონომია 429 მან. 30 კაპ. შეადგენს.

დასკვნა

1. ნავთობის ზეთის ემულსიის კონცენტრატების დამზადების ყველაზე უფრო სრულყოფილ მეთოდად უნდა ჩაითვალოს სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატების ემულგატორებად გამოყენება. უკანასკნელით მთლიანად უნდა შეიცვალოს საპონი ქარხნული (მარტივ ელექტროამრევში) და სხვა წესებით ემულსიების დამზადებისას;

2. სულფიტ-სპირტის დურდოს კონცენტრატებით საპნის შეცვლა იძლევა ხარჯების დიდ ეკონომიას და ამასთან თავიდან გვაცილებს იმ დიდ დანაკარგებს, რომლებსაც ადგილი აქვს საპონ-ზეთის ემულსიების ხმარებისას;

3. აუცილებელ საჭიროებად უნდა ჩაითვალოს ინგურის ცელულოზ-ქაღალდის კომბინატთან საამქროს აშენება სულფიტის თუთქების ასაორთქლებლად, რომლებიც დღემდე მდინარეში იღვრება.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
მცენარეთა დაცვის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 22.6.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. ს. ქარუმიძე. სოფლის მეურნეობის მავნებლებისა და ავადმყოფობათა წინააღმდეგ ბრძოლის ქიმიური მეთოდები. თბილისი, 1950.
2. С. Ф. Безуглый. Концентрированные минерально-масляные эмульсии ДДТ и Гексахлорана. Сборник—Органические синтетические инсектициды и гербициды. Сельхозгиз. Москва, 1952.
3. В. М. Никитин. Химия древесины и целлюлозы. Гослесбумиздат. Москва-Ленинград, 1952.
4. Основние пути использования сульфитных щелоков. Сборник статей под редакцией М. Н. Бурова, Москва, 1937.
5. Д. Фрир. Химия инсектисидов и фунгисидов. Москва, 1948.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ექსპერიმენტული მედიცინა

გ. ბახტაძე

შროშანას მოქმედ საწყისთა კუჭ-ნაწლავის ტრაქტში დაშლის საკითხისათვის

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა მ. წინამძღვრიშვილმა 16.6.1954)

შროშანა მედიცინაში ფართოდ გამოიყენება გულ-სისხლძარღვოვანი სისტემის დაავადების დროს. მისი პრეპარატები სწრაფად და ძლიერად მოქმედებენ პარენტერალურად შეყვანის შემთხვევებში, შიგნით მიღებისას კი სამკურნალო ეფექტი საგრძნობად მცირდება.

როგორც პ. ონიცევის [1] მიერ კონვალატოქსინზე და ჩვენ მიერ [2] შროშანას ნაყენისა და შროშანას წვენზე ჩატარებული ცდებიდან გამოირკვა, ამ პრეპარატების მოქმედების ძალა მათი უშუალოდ თორმეტგოჯა ნაწლავში შეყვანის შემთხვევებში 18—20-ჯერ მცირდება, პარენტერალურ შეშხაპუნებასთან შედარებით.

ეს განსხვავება შეიძლება აიხსნას ან შროშანას პრეპარატების კუჭ-ნაწლავის ტრაქტში ცუდი შეწოვით, ანდა უკანასკნელში მათი დაშლით. როგორც პ. ონიცევისა [1] და ე. გენდენშტეინის [3] ცდებიდან გამოირკვა (ამასვე აღნიშნავენ აგრეთვე გ. მეიერი, რ. გოტლიბი [4] და დ. რაპოპორტი [5]), შროშანას პრეპარატები კუჭ-ნაწლავის ტრაქტში კარგად იწოვება. რაპოპორტის აზრით, იგი სათითურას პრეპარატებზე უკეთესად იწოვება.

თანახმად დასახელებული ლიტერატურული წყაროებისა, შროშანას პრეპარატების მოქმედების დასუსტება მათი შიგნით მიღების დროს შეიძლება აიხსნას მხოლოდ შროშანას აქტიურ საწყისთა კუჭ-ნაწლავის ტრაქტში დაშლით.

საკითხი, თუ კუჭ-ნაწლავის ტრაქტის რომელ ნაწილში და როგორ ხდება შროშანას გლუკოზიდების დაშლა, საკმარისად არ არის შესწავლილი. კ. სარგინმა [6] გამოიკვლია პეპსინისა და ტრიპსინის გავლენა შროშანას პრეპარატ კონვალენის აქტივობაზე. თავისი ცდებიდან იგი დაასკვნის, რომ აღნიშნული ორი ფერმენტი არ ცვლის კონვალენის ძალას.

პირის ღრუში მოხვედრის შემდეგ შიგნით მიღებული შროშანას პრეპარატების დაშლა თეორიულად შესაძლებელია კუჭ-ნაწლავის ტრაქტის მთელ მანძილზე—მის შეწოვამდე. საჭმლის მომნელებელი წვენების გავლენით, უშუალოდ შეწოვის დროს კუჭ-ნაწლავის შემწოვ უჯრედებში და შეწოვის შემდეგ კი ძირითადად ღვიძლში.

ჩვენ შევისწავლეთ მჟავე და ტუტე გარემოსა და საჭმლის მომნელებელი წვენების მოქმედება შროშანას აქტიურ საწყისებზე. სპეციალური ცდები და-

ვაყენეთ შროშანას მოქმედ საწყისთა დაშლაში ღვიძლის როლის გამოკვლევის მიზნით.

ცდები წარმოებდა პროფ. ლ. გ ე დ ე ვ ა ნ ი შ ვ ი ლ ი ს ხელმძღვანელობით. გამოვიკვლიეთ შროშანას ოფიცინალური ნაყენი და შროშანას წვენი (წვენი დამზადდა სსრკ ჯანმრთელობის დაცვის სამინისტროს თბილისის სამეცნიერო-საკვლევ ქიმიურ-ფარმაცევტულ ინსტიტუტში ი. ქ უ თ ა თ ე ლ ა ძ ი ს წესით).

ღვიძლის როლი შროშანას მოქმედ საწყისთა დაშლაში

შროშანას ნაყენის ან წვენის ხსნარი შეგვყავდა ბარბიტურული ნარკოზის ქვეშ მყოფ კატებში ბარძაყის ვენიდან (ე. ი. გამოსაკვლევი პრეპარატი ღვიძლში გაუვლელად მიაღწევს გულს). ზოგიერთ ცდაში კი პრეპარატი შეგვყავდა ჯორჯლის ერთ-ერთ ვენაში (ე. ი. პრეპარატი ჯერ ღვიძლში გატარდება და შემდეგ მიაღწევს გულს). ხსნარის პერფუზიის სიჩქარე—1 მლ წუთში. პრეპარატი ტარდება პარკუჭების სისტოლურ გაჩერებამდე.

ცხრილი 1

შროშანას ნაყენისა და წვენის აქტივობის განსაზღვრა კატებზე

№№ რიგზე	პრეპარატი	შეყვანის გზა	ცხოველის წონა კგ-ით	შეყვანილი ხსნარის რაოდენობა მლ-ით	
				მთელ ცხოველზე	კგ წონაზე
1	შროშანას ყვავილის წვენი (1948 წ.) 0,75: 100,0	ბარძაყის ვენა	2,5	42,5	17,0
2	"	"	2,7	54,0	20,0
3	"	"	2,6	44,5	17,1
4	"	"	2,1	43,0	20,4
					საშუალო 18,6
5	"	მეზენტერიალური ვენა	3,0	58,0	19,0
6	"	"	2,4	50,5	20,6
					საშუალო 19,8
7	შროშანას ნაყენი 3,5:100,0	ბარძაყის ვენა	2,0	37,9	18,5
8	"	"	1,8	29,0	15,1
					საშუალო 17,1
9	"	მეზენტერიალური ვენა	2,2	39,0	17,7

როგორც 1 ცხრილიდან ჩანს, რომ მიუხედავად იმისა, თუ სად შევიყვანთ შროშანას პრეპარატებს—ბარძაყის თუ მეზენტერიალურ ვენაში—პრაქტიკულად ერთნაირი შედეგი მიიღება.

შესაბამისად, შროშანას პრეპარატების ღვიძლში გატარებისას, მათი მოქმედების ძალა არ სუსტდება.

მიღებული შედეგები არ ადასტურებს ამ საკითხის ირგვლივ მ. გ რ ა მ ე ნ ი ც კ ი ს ა [7] და კ. ს ა რ გ ი ნ ი ს [6] მიერ გამოთქმულ თეორიულ მოსაზრებას; აღნიშნული ავტორების აზრით, ღვიძლში ადგილი აქვს შროშანას გლუკოზიდების ნაწილობრივ დაშლას.

მჟავე და ტუტე გარემოს გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე

ზოგიერთი საგულე გლუკოზიდის მოქმედება მჟავე ან ტუტე გარემოში საგრძნობლად სუსტდება. შროშანას აქტიურ საწყისებზე კუჭის მჟავე და ნაწლავების ტუტე გარემოს გავლენის შესწავლის მიზნით ჩვენ დავაყენეთ შემდეგი ცდები: შროშანას წვენის ბიოლოგიურ აქტივობას განმეორებით ვიკვლევდით მისი, ერთ შემთხვევაში, 0,2% მარილმჟავასთან და, მეორე შემთხვევაში, 1,5% ნატრიუმის ბიკარბონატთან შერევიდან 1,5 საათის შემდეგ. 1 მლ წვენს ვუმატებდით 1 მლ მჟავას ან ტუტეს. ბიოლოგიური შეფასება ამ და ყველა ქვემოხსენებ ცდაში ბაყაყებზე ტარდებოდა დ. გედევანიშვილის მეთოდით [8].

ოქმი 1

მარილმჟავისა და ნატრიუმის ბიკარბონატის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე 15.XI.49

პრეპარატი	№№ რიგზე	ბაყაყის წონა	შეყვანილი სითხე		პარკუჭის სისტოლური გაჩერება [1]
			მთელ ცხოველზე მლ-ით	გრამ წონაზე მმლ-ით	
შროშანას წვენი 1:8	1	45,0	0,13	3	—
	2	57,0	0,16	3	—
	3	56,0	6,22	4	4
	4	43,0	0,18	4	5
1 მლ შრ. წვენი	1	63,0	0,25	4	7
+ 1 მლ 0,2% HCl	2	53,6	0,22	4	4
90 წუთის შემდეგ					
+6 მლ გამოხდილი წყალი					
0,2 HCl	1	63,0	0,25	4	—
1 მლ შრ. წვენი	1	56,0	0,22	4	6
+1 მლ 1,5% $NaHCO_3$	2	49,0	0,2	4	8
90 წუთის შემდეგ					
+6 მლ გამოხდილი წყალი					

როგორც პირველი ოქმიდან ჩანს, მჟავასა და ტუტის გავლენით შროშანას წვენის აქტივობა არ შეიცვალა. მაშასადამე, ადამიანის კუჭის მჟავე და ნაწლავების ტუტე რეაქცია არ ამცირებს შროშანას პრეპარატების მოქმედების ძალას.

ფ. შვეკმა [9], ვ. სილამ [10] და ე. სტეგაილომ [11] გვიჩვენეს, რომ მარილმჟავას ხსნარის დამატებით სათითურას პრეპარატებისა და სტროფანტინის მოქმედების ძალა მცირდება, მაშინ როდესაც ფოლინერინის აქტივობა სრულიად არ იცვლება. ნათელია, რომ მარილმჟავა, არ მოქმედებს რა გულის ზოგიერთ გლუკოზიდზე, შეიძლება სხვებზე მოქმედებდეს დამშლელად.

ნერწყვისა და ნაღვლის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე

შიგნით მიღებულ შროშანას პრეპარატებს პირის ღრუში შეიძლება ნერწყვი შეერიოს და მისი გავლენა განიცადოს.

[1] რამდენი წუთის შემდეგ გაჩერდა გული.

შროშანას აქტიურ საწყისებზე ნერწყვის შესაძლებელი მოქმედების შესწავლის მიზნით 1 მლ შროშანას ნაყენს ან წვენს ვუმატებდით ადამიანის იმდენსავე ნერწყვს, რომელსაც ვაგროვებდით უშუალოდ ცდის წინ. ნარევს ორი საათით ვდგამდით თერმოსტატში 40°-ზე. შროშანას ნაყენისა და წვენის ბიოლოგიური აქტივობა არ შეიცვალა (ოქმი 2). მაშასადამე, შროშანას აქტიური საწყისები ნერწყვის დამატებით არ იშლება.

ოქმი 2

ნერწყვის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე. 25.XI.51

პრეპარატი	№№ რიგზე	ბაყაყის წონა	შეყვანილი სითხე		პარკუჭის სისტოლური გაჩერება
			მთელ ცხოველზე მლ-ით	გრამ წონაზე მმლ-ით	
შროშანას ნაყენი 1:4	1	51,0	0,15	3	—
	2	48,0	0,15	3	—
	3	35,0	0,14	4	8
	4	45,0	0,18	4	8
2 მლ შრ. ნაყენი+2 მლ ნერწყვი +4 მლ გამოხდ. წყალი	1	35,0	0,14	4	10
	2	46,0	0,18	4	7

ნარევი 2 საათით დადგმულია თერმოსტატში 40°C.

ოქმი 3

ნაღვლის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე. 1.II.50

პრეპარატი	№№ რიგზე	ბაყაყის წონა	შეყვანილი სითხე		პარკუჭის სისტოლური გაჩერება
			მთელ ცხოველზე მლ-ით	გრამ წონაზე მმლ-ით	
შროშანას წვენი 1:10	1	43,0	0,14	4	—
	2	39,0	0,14	4	—
	3	59,0	0,25	5	8
	4	49,0	0,24	5	7
1 მლ შრ. წვენი+1 მლ ნაღველი +8 მლ გამოხდილი წყალი	1	33,0	0,17	5	9
	2	49,0	0,24	5	7

ნარევი 2 სათით დადგმულია 40°C.

ანალოგიურ პირობებში გამოვიკვლიეთ ნაღვლის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე (ნაღველს ვიღებდით ადამიანისაგან დუოდენალური ზონდაჟით, ცდის დღეს). შროშანას წვენის აქტივობა ნაღველი „B“-ს დამატების შემდეგ არ შემცირდა (ოქმი 3).

კუჭის წვენის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე

გამოვიყენეთ რა ზემოაღნიშნული მეთოდი, ჩვენ შევისწავლეთ აგრეთვე, თუ როგორ მოქმედებს კუჭის წვენი შროშანას ნაყენსა და წვენზე (ოქმი 4).

ვიღებდით ან ძაღლის კუჭის წვენს (პავლოვის პატარა კუჭიდან—საერთო სიმჟავე 120), ანდა მას ვიღებდით ადამიანისაგან (ევალდ-ბოასის საცდელი საუზმის მიღებიდან 45 წუთის შემდეგ—საერთო სიმჟავე 60).

ოქმი 4

კუჭის წვენის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე 25.XII.51

პრეპარატი	№№ რიგზე	ბაყაყის წონა	შეყვანილი სითხის რაოდენობა		პარკუჭის სისტოლური გაჩერება
			მთელ ცხოველზე მლ-ით	გრამ წონაზე მმლ-ით	
შროშანას ნაყენი 1:4	1	51,0	0,15	3	—
	2	43,0	0,15	3	—
	3	45,0	0,18	4	8
	4	35,0	0,14	4	8
2 მლ ნაყენი+2 მლ ძაღლის კუჭის წვენი+ 4 მლ გამოხდილი წყალი	1	46,0	0,18	4	7
	2	33,0	0,14	4	8
იგივე, მხოლოდ ადამიანის კუჭის წვენი	1	36,0	0,14	4	6
	2	52,0	0,2	4	4

ნარევი 2 საათით დადგმულია თერმოსტატში 40° C.

ცდების შედეგად გამოირკვა, რომ შროშანას წვენისა და ნაყენის კუჭის წვენთან შერევის შემდეგ გამოსაკვლევი პრეპარატების ბიოლოგიური აქტივობა არ დაქვეითდა.

ამრიგად, შროშანას მოქმედ საწყისებს არ შლის არც მარილმჟავა (0,2%) და არც კუჭის წვენის ფერმენტები.

პანკრეასისა და ნაწლავის წვენის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე

პანკრეასის წვენს ვიღებდით ადამიანისაგან დუოდენალური ზონდაჟით (პანკრეასის წვენის გამოყოფის სტიმულატორად ვიხმარეთ 50 მლ თბილი რძე). მიღებულ წვენში მოწმდებოდა ფერმენტების (დიასტაზა, ლიპაზა) არსებობა და მათი აქტივობა.

ზემოაღნიშნული წესით შევისწავლეთ პანკრეასის წვენის გავლენა შროშანას პრეპარატებზე.

1 მლ შროშანას წვენს ვუმატებდით 1 ან 4 მლ პანკრეასის წვენს. ნარევს 4 საათით ვათავსებდით თერმოსტატში 40°-ზე. შროშანას წვენის აქტივობა კუჭუკანა ჯირკვლის წვენის დამატებით არ შემცირებულა (ოქმი 5). ამრიგად, პანკრეასის წვენში არსებული ფერმენტები არ შლის შროშანას გლუკოზიდებს.

ანალოგიური ცდები შროშანას პრეპარატებზე არავის ჩაუტარებია, თუ არ ჩავთვლით სარგინის უკვე მოხსენებულ შრომას, სადაც მან შეისწავლა ტრიფსინის გავლენა კონვალენის აქტივობაზე.

ტაბ. 5

პანკრეასის წვენის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისებზე 25.III.50

პრეპარატი	№№ რიგზე	ბაყაყის წონა	შეყვანილი სითხე		პარკუჭის სისტოლური გაჩერება
			მთელ ცხოველზე მლ-ით	გრამ წონაზე მმლ-ით	
შროშანას წვენი 1:10	1	34,0	0,4	4	—
	2	50,0	0,2	4	—
	3	44,0	0,22	5	7
	4	37,0	0,17	5	11
1 მლ შრ. წვენი+4 მლ პანკრეასის წვენი 4 საათით თერმოსტატში 40°C +4 მლ H_2O	1	50,0	0,25	5	7
	2	42,0	0,21	5	8
	3	45,0	0,22	5	6

პანკრეასის წვენში ლიპაზას მაჩვენებელი $^1/_n$NaOH-ის 6,7 მლ უდრიდა, დიასტაზას მაჩვენებელი იყო 32.

მსგავსი ცდებია ჩატარებული კ. ჰ ე ლ ი ს [10] მიერ სათითურას პრეპარატებზე. ამ ცდებმა გვიჩვენა, რომ როგორც მთლიანად პანკრეასის წვენი, ისე ცალკე პანკრეასის დიასტაზა იწვევს სათითურას აქტივობის შემცირებას.

როგორც ვხედავთ, გულის გლუკოზიდები კუჭ-ნაწლავის ტრაქტის სხვადასხვა ფერმენტის გავლენით არაერთნაირი ხარისხით იშლება. მაგალითად, დიასტაზა აქვეითებს სათითურას ძალას, ხოლო შროშანას აქტიურ საწყისებზე სრულიად არ მოქმედებს.

შროშანას პრეპარატების აქტივობაზე წვრილი ნაწლავის წვენის გავლენის შესწავლის მიზნით დავაყენეთ შემდეგი ცდა: შროშანას ნაყენის ნარევს წვრილი ნაწლავის წვენთან[1] (1 მლ ნაყენს ვუმატებთ 1 ან 3 მლ ნაწლავის წვენს) ორი საათით ვათავსებდით თერმოსტატში 40°C-ზე.

ტაბ. 6

ნაწლავის წვენის გავლენა შროშანას მოქმედ საწყისზე 6.2.52

პრეპარატი	№№ რიგზე	ბაყაყის წონა	შეყვანილი სითხე		პარკუჭის სისტოლური გაჩერება
			მთელ ცხოველზე მლ-ით	გრამ წონაზე მმლ-ით	
შროშანას ნაყენი 1:4	1	40,0	0,18	4,5	4
	2	42,0	0,18	„	6
	3	49,0	0,22	„	—
	4	40,0	0,14	3,5	—
	5	38,0	0,14	„	—
	6	52,0	0,17	„	—
1 მლ ნაყენი+3 მლ ნაწლავის წვენი 2 საათით თერმოსტატში 40°C-ით	1	36,0	0,16	4,5	6
	2	48,0	0,22	„	8
	3	43,0	0,19	„	7

[1] წვრილი ნაწლავის წვენს ვიღებდით უშუალოდ ცდის წინ ძაღლიდან, რომელსაც გაკეთებული ჰქონდა ნაწლავის ფისტულა თ ი რ ი-ვ ე ლ ა ს მეთოდით.

შროშანას ნაყენის ბიოლოგიური აქტივობა მოწმდებოდა როგორც ნაწლავის წვენთან შერევამდე, ისე შერევის შემდეგ. შროშანას ნაყენის ძალა ნაწლავის წვენის გავლენით არ იცვლებოდა (ოქმი 6).

დასკვნა

საჭმლის მომნელებელი წვენები (კუჭის, პანკრეასის, წვრილი ნაწლავის, ნერწყვი, ნაღველი) და აგრეთვე ღვიძლი არ შლის შროშანას აქტიურ საწყისებს. მოქმედ საწყისთა დაშლას, მათი შიგნით მიღებისას, ადგილი უნდა ჰქონდეს შეწოვის დროს კუჭ-ნაწლავის კედელში, უშუალოდ იმ უჯრედების მიერ, რომლებიც ახორციელებენ შეწოვას. არ არის გამორიცხული აქტივობის შემცირების შესაძლებლობა მოქმედ საწყისთა ნაწლავის კედლის სისხლძარღვთა კაპილარებში მოხვედრისას. დაშლა, როგორც ჩანს, ხდება გლუკოზიდაზის ტიპის ფერმენტით.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
კლინიკური და ექსპ. კარდიოლოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 1.7.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. П. И. Онипсв. Фармакологическое исследование конваллятоксина. Фарм. и токсик., т. VI, № 6, 1943, стр. 30—37.
2. Г. Г. Бахтадзе. К фармакологии препаратов ландыша. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата медицинских наук. Тбилиси, 1953.
3. Э. И. Генденштейн. Фармакологическое изучение коргликона-гликозидного препарата из листьев ландыша. Фармак. и токсикол., т. XIII, № 6. 1950, стр. 23—26.
4. Г. Мейер и Р. Готлиб. Экспериментальная фармакология, как основа лекарственного лечения, т. I, Л., 1940, стр. 447—528.
5. Д. М. Раппопорт. Клиническая оценка некоторых препаратов ландыша. Труды Ленингр. научно-практ. фармац. ин-та, т. I, 1935, стр. 123—127.
6. К. Д. Саргин. Конваллен, новый препарат ландыша. Клинич. медиц., № 1, 1935, стр. 109—114.
7. М. Н. Граменицкий. Учебник фармакологии. Л., 1938, стр. 111—117.
8. დ. მ. გედევანიშვილი. სათითურას ფოთლებისა და პრეპარატების ვალორიზაციის საკითხისათვის. წერილი II. სამეცნ.-საკვლ. ფარმაკო-ქიმ. ინსტ. შრ. კრებული, ტ. III, თბილისი, 1941, გვ. 56—59.
9. F. Svec. Zerstörbarkeit der Digitalissubstanzen im Magensaft. Arch. exper. Path. und Pharmak., 1937. 185, 57.
10. В. И. Сила. К фармакологии нового сердечного глюкозида фолинерина. Сообщ. 1. Фармак. и токсикол. т. II, в. 4, 1939, стр. 15—26.
11. Е. А. Стегайло. Роль желудочной секреции в чувствительности организма к сердечным глюкозидам. Фармак. и токсикол., № 1, 1948, стр. 29—31.
12. E. R. Movitt. Digitalis and other cardiotonic drugs. New York, 1946.

ენათმეცნიერება

ალ. ლეკიაშვილი

არაბულ ძირთა ისტორიიდან

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა გ. წერეთელმა 23.4.1954)

არაბულ (resp. სემიტურ) دمع dmʿ ('ცრემლი, ტირილი') და شبه ('მსგავსება') ძირებზე (ფუძეებზე) დაკვირვებით ცხადი ხდება, რომ მათ გავლილი აქვთ განვითარების ერთნაირი გზა და მიღებული არიან სხვადასხვა ფუძეების ელემენტთა შერწყმის შედეგად.

ფუძეთა შერწყმა ცნობილია მრავალი ენის ისტორიიდან. თავის დროისათვის დამოუკიდებლად არსებული სიტყვები გარკვეული პირობების გამო ერთმანეთს უერთდებოდნენ და ახალ ფუძეებს წარმოშობდნენ. რადგანაც სემიტურ ენათა სიტყვის ძირის პრობლემა არაა სათანადოდ გაშუქებული, ლიტერატურაში ფიქსირებულია ანალოგიური წარმოების მხოლოდ ცალკეული ფუძეები, ისიც გვიანდელი წარმოშობისა, სახელდობრ იმ პერიოდისა, როდესაც სიტყვის ძირი (სამთანხმოვნიანი ტიპი) უკვე ჩამოყალიბებული იყო, როგორც მაგალითად, ებრაულ მრავალთანხმოვნიან სიტყვათა ერთი ჯგუფი ([1], გვ. 101). შეიძლება დავასახელოთ აგრეთვე ახალი სემიტური დიალექტები, რომლებშიაც დადასტურებულია სიტყვებთან ნაწილაკების შერწყმის არა ერთი შემთხვევა; არაბული დიალექტებიდან ცნობილია, მაგალითად, სიტყვა جاب ǧāba 'მოიტანა', რომელიც წარმოადგენს جاء ǧāʾa 'მოვიდა' ზმნას ب bi- პირდაპირი ობიექტის გამომხატველი ნაწილაკით. შუა აზიის არაბულის ერთ-ერთ დიალექტში (ბუხარულში) პროფ. გ. წერეთლის მიერ დამოწმებულია ზმნის ǧak და ǧadak ფორმები, რომელთა ბოლო თანხმოვანი k, მისი აზრით, kā̯iin (kāna ზმნის მოქმედებითი გვარის მიმღეობა) სიტყვის ნაშთია ([2], გვ. 143).

სემიტოლოგიაში დღესდღეობით მიღებულია თვალსაზრისი, რომლის მიხედვითაც სემიტური სიტყვის ძირი ისტორიულად ფუძეს წარმოადგენს, მასში გამოიყოფა ორთანხმოვნიანი ძირეული ნაწილი და მესამე არაძირეული ელემენტი ([3], გვ. 23—24). უნდა აღინიშნოს, რომ არაძირეულ ელემენტთა ბუნება ჯერჯერობით გაურკვეველია. ერთი რამ კი უდავოა: ეს ელემენტები სხვადასხვა წარმოშობისაა; ზოგი მათგანი წარმოშობით ფორმანტებს უკავშირდება (მაგ., h, t, š, m და სხვ.), ნაწილი კი ფუძის დეტერმინანტს წარმოადგენს; შეინიშნება ისეთი შემთხვევებიც, როდესაც არაძირეული თანხმოვანი გაჩენილია ფონეტიკურ ნიადაგზე; გარდა ამისა, საფიქრებელია, რომ ამ თანხმოვანთა ერთი ჯგუფი ფუძეთა ნაშთს წარმოადგენს. როგორც ზემოთ აღინიშნა, ამის ილუსტრაციას უნდა წარმოადგენდეს دمع dmʿ და شبه šbh ძირები.

دمع dm' ძირის მნიშვნელობაა 'ცრემლი' (ამ შინაარსით იგი მრავალ სემიტურ ენაში გვხვდება: ებრ. dim'å კრებ. 'ცრემლები', აქად. dīmu); გადატ. 'წვენი' არაბ. دمعة dum'at (შდრ. ებრ. dema'); და 'ტირილი' — არაბ. دَمَعَ 'იცრემლებოდა' (ებრ. dm').

ვფიქრობთ, دمع ძირი შედგება ორი ნაწილისაგან: ع-دم, სადაც دم dm სემიტურ ენებში გავრცელებული ორთანხმოვნიანი dam ('სისხლი') ძირი უნდა იყოს, ع კი عين ('aɨn) 'თვალი' სიტყვის პირველი თანხმოვანი. ამრიგად, ჩვენთვის საინტერესო ძირის ეტიმოლოგია შემდეგნაირად უნდა წარმოვიდგინოთ: دم عين dam 'aɨn 'თვალის სისხლი', აქედან—'ცრემლი' (دمع dam', სახელისაგან უნდა იყოს ნაწარმოები ზმნა دمع dama'a 'იცრემლებოდა'). უნდა აღინიშნოს, რომ არაბულში დღესაცაა შემორჩენილი ანალოგიური შედგენილობის გამოთქმა 'ცრემლის' შინაარსით: بنت العين bintu l-ʿaini (სიტყვასიტყვით 'თვალის ასული', შდრ. بنت المخر bintu l-maḫri პირდაპირი თარგმანით 'ასული გაზაფხულის ღრუბლისა'. გარდა ამისა, შეიძლება მივუთითოთ სპარსული اب جشم āb-i-češm (სიტყვასიტყვით 'თვალის წყალი') და სხვ.

ჩვენ მიერ აღდგენილ გამოთქმაში (دم عين dam 'aɨn) სიტყვა دم-ს ('სისხლი') 'სითხის' მნიშვნელობა აქვს; შდრ. ებრ. dam ʿᵃnåb 'ღვინო' (სიტყვასიტყვით 'ყურძნის სისხლი') რომელშიაც dam გადატანით 'სითხის' აღსანიშნავადაა გამოყენებული ([4], გვ. 162).

უნდა აღინიშნოს, რომ ურმიის არამეულში ცრემლის მნიშვნელობით dịmå სიტყვის გარდა (შდრ. არაბ. دمع damʿ) გვხვდება dɨmåṭåɨnɨ(1, რაც გენეტიურ კონსტრუქციას წარმოადგენს: dɨmå ('ცრემლი' და åɨnɨ 'თვალებისა') —'თვალების ცრემლი' (შდრ. თურქ. göz ɨašı სიტყვასიტყვით 'თვალის ცრემლი'). შესაძლებელია, ამ კომპოზიტის პირველი ნაწილი სხვა წარმოშობის მონაცემიც იყოს, სახელდობრ, სახეცვლილი dimä 'სისხლი', რომლის ტემბრიც შეცვლილია მომდევნო åɨnɨ-ს გავლენით; ამრიგად, dɨmåṭåɨnɨ შეიძლება განიმარტოს როგორც 'თვალის სისხლი'. თუ ასეთი გაგება სწორი აღმოჩნდება, მაშინ ურმიის არამეულის ჩვენება მხარს დაუჭერდა არაბული damᶜ სიტყვის ზემოთ წარმოდგენილ ეტიმოლოგიას.

شبه šbh ძირს, უმთავრესად ორი მნიშვნელობა აქვს: ა) 'მსგავსება'— شبه šibh 'მსგავსება', شابه šābaha 'დაემსგავსა', شبيه šabīh 'მსგავსი'; ბ) 'გაურკვევლობა, ეჭვი'— شبهة šubhat 'ეჭვი', اشتبه ištabaha 'იყო ბუნდოვანი, გაურკვეველი, საეჭვო' და სხვ.

شبه šbh ძირი რთული შემადგენლობისა უნდა იყოს, მასში უნდა გამოიყოფოდეს شب šb ძირეული ელემენტი და ه h თანხმოვანი, ჩვენის აზრით, მასთან შეხორცებული ნაცვალსახელოვანი ფუძე; ეს თანხმოვანი წარმო-

(1 ამ გამოთქმის შესახებ მიმითითა კ. წერეთელმა.

შობით იგივე უნდა იყოს, რაც დასტურდება არაბულ (ასევე სხვა სემიტურ ენათა) ნაცვალსახელის ფუძეებში: هو huua, هي hiia, هذا hāḏā და ა. შ.

شب ელემენტი გამოიყოფა სხვა ძირებშიაც: شبث šabiṯa 'მიეკრა, მიეწება' شبص—تشبص tašabbaṣa 'გადაიხლართნენ ხეები', شبك šabaka 'მოწნა, დახლართა'; 'აურია, შეურია'; اشتبك ištabaka, 'იყო დახლართული, არეული'; شاب (شوب) šāba 'აურია, შეურია'; اشب 'ašiba 'დაიხლართა' (A. Mez-ის აზრით, ეს სიტყვა განვითარებულია شاب (شوب) ზმნის მეოთხე თემისაგან. [5], გვ. 253); وشب uišb 'ჯგუფი, გროვა' და სხვ. ამ სიტყვათა შეპირისპირებით შესაძლებელი ხდება იმის დადგენა, რომ شب ძირეული ელემენტის ამოსავალი მნიშვნელობაა 'შეერთება', აქედან კი—'შერევა' (1.

شبه šbh ძირის განვითარება შემდეგნაირად უნდა წარმოვიდგინოთ: شب ه, ه 'შეუერთდა მას', აქედან: 'აირია მასში', 'დაემსგავსა მას'; დასასრულ ه, ه შეუხორცდა ძირს, დაკარგა ფუნქცია, რის შედეგადაც شبه-მ მიიღო განყენებული მნიშვნელობა: 'აირია', დაემსგავსა'. მტკიცებას არ მოითხოვს ის გარემოება, რომ ასეთი სემასიოლოგიური განვითარება (შ ე რ ე ვ ა > დ ა მ ს გ ა ვ ს ე ბ ა) ლოგიკურია. ჩვენ დავასახელებთ მხოლოდ ორ არაბულ ძირს شرج šrǧ-ს და شكل škl-ს, რომლებიც მნიშვნელობათა განვითარების ანალოგიურ სურათს გვიჩვენებენ; شرج šaraǧa 'შეკრიბა, შეაგროვა'; 'აურია ერთი მეორეში', ხოლო شارج šāraǧa 'დაემსგავსა', شريج šarīǧ 'მსგავსი'; ასევე, شكل šakala 'იყო ბუნდოვანი, საეჭვო', شاكل šākala 'დაემსგავსა'.

شبه šbh ძირში ნაცვალსახელოვანი ელემენტის არსებობა ბუნებრივი ჩანს; მსგავსების აღნიშვნისას ხომ ხაზი გაესმის მიმართებას რომელსამე პირთან (2.

საფიქრებელია, რომ dm' ძირი ჩამოყალიბდა სემიტურ ენათა განვითარების უძველეს პერიოდში, რაზედაც მიგვითითებს მისი კანონზომიერი შესატყვისობანი ამ ენებში. რაც შეეხება šbh ძირს, იგი შედარებით გვიან უნდა იყოს განვითარებული არაბულში, თუმცა შესაძლებელია იგი თავდაპირველად დანარჩენ სემიტურ ენებშიც იყო და დროთა განმავლობაში იდენტური მნიშვნელობის სხვა ძირებით შეიცვალა.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ენათმეცნიერების ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 9.11.1954)

(1 სხვა წარმოშობისაა شب2 ელემენტი ისეთ ძირებში, როგორიცაა شبّ šabba 'დაჭაბუკდა', شبا šabā 'იყო მაღალი' და სხვ.

(2 პროფ. ა. შ ა ნ ი ძ ი ს აზრით, ქართულ მ ს გ ა ვ ს სიტყვაში გამოიყოფა მს (< მ ა ს), რომელიც მესამე პირის ნაცვალსახელის მიც. ბრუნვის ფორმას წარმოადგენს ([6], გვ. 275).

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Gesenius-Kautzsch. Hebräische Grammatik, Leipzig, 1902.
2. Г. В. Церетели. К характеристике языка среднеазиатских арабов. Труды второй сессии ассоциации арабистов. М.—Л., 1941.
3. Н. В. Юшманов. Строй арабского языка. Ленинград, 1936.
4. Gesenius-Buhl. Hebräisches u. aramäisches Handwörterbuch, Leipzig. 1910.
5. A. Mez. Über einige sekundäre Verba im Arabischen, Orient. Studien I, Leipzig, 1906.
6. ა. შანიძე. ნაშთები მესამე პირის ობიექტური პრეფიქსის ხმარებისა ხმოვნების წინ ქართულ ზმნებში. თბილისის უნივერსიტეტის მოამბე, ტ. II, 1922—23.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. XVI, № 1, 1955

ისტორია

თ. ყაუხჩიშვილი

ბიჭვინტის მოზაიკის ბერძნული წარწერა

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ნ. ბერძენიშვილმა 4.10.1954)

ბიჭვინტის არქეოლოგიური ექსპედიციის 1952 წლის სხვა მნიშვნელოვან მონაპოვართა შორის უეჭველად აღსანიშნავია ის ბერძნული წარწერა, რომელიც აღმოჩნდა ცენტრალური ტაძრიდან სამხრეთ-დასავლეთით მდებარე, დაახლოებით სამასი მეტრით დაშორებული ახლად გასუფთავებული ეკლესიის იატაკზე. მთელი ნაგებობის იატაკი მოზაიკურია და მასზე გამოხატულია არა მარტო გეომეტრიული სახეები, არამედ სხვადასხვა სიუჟეტებიც.

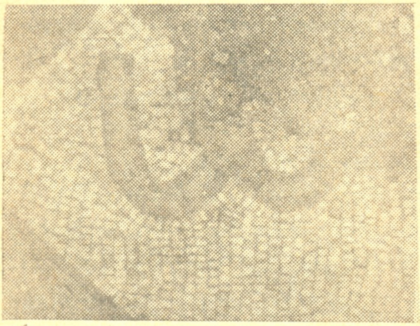
ბერძნული წარწერები დაცულია საკურთხეველში. აქ მონაცრისფრო ლურჯ ფონზე მოყვითალო მთავრული ასოებით გამოყვანილია ორი წარწერა.

1. საკურთხეველში, აღმოსავლეთ ნაწილში დაცულია ფრაგმენტი (სურ. 1): ...ω, ე. ი. Αω, „ἐγώ εἰμι τὸ ἄλφα καὶ τὸ ὦ, λέγει κύριος“...„მე ვარ ანი და ჵ...იტყჳს უფალი“. ეს არის ცნობილი ადგილი იოანეს გამოცხადებიდან (1,8 და 21,6), რომელიც გვხვდება ეკლესიებსა და სამღვდელთმსახურო ნივთებზე ჯერ კიდევ პირველი საუკუნეებიდან, ე. ი. ქრისტიანობის გავრცელებისთანავე.

2. ამ წარწერაზე ცოტა დასავლეთით, იმავე საკურთხეველში, ცენტრალურ ადგილას გამოყვანილია წრე (დიამეტრი დაახლოებით 60 სმ), რომლის მარჯვენა მხარე დაზიანებულია, ხოლო გადარჩენილი ნაწილი ასე გამოიყურება (სურ. 2): პირველი სტრიქონი სრულადაა. მეორე და მესამე სტრიქონებში (შუაში) დაზიანებულია თითო ასო. მესამე სტრიქონს ბოლოში აკლია ერთი ასო. მეოთხე სტრიქონს შუაში აკლია ორი ან სამი ასო (თავისუფლად დაეტეოდა ორი, უფრო მჭიდროდ სამი), ბოლოში — ერთი. მეხუთე სტრიქონი, ალბათ, კიდევ 4 ასოს მაინც შეიცავდა. შესაძლებელია იყო კიდევ მეექვსე მოკლე (2-ან 3-ასოიანი) სტრიქონი; ეს ადგილი ახლა მთლად დაზიანებულია, მაგრამ ვარაუდით რჩება წარწერისათვის სიმაღლეზე 10—11 სმ., ხოლო სიგანეზე 23—24 სმ. ქვემოთ ორნამენტი უნდა ყოფილიყო. წარწერაზე იკითხება: υπερ | ε-χη= ωρ | ελ-αι πα- | το- - -υο- | κο-... წარწერას აღვადგენ ასე: ὑπὲρ εὐχῆς 'Ωρὲλ καὶ παντὸς τοῦ οἴκου [αὐτοῦ]. „სალოცველად ორელისა და ყოვლისა სახლისა მისისათვის“.

ბიჭვინტის მოზაიკური წარწერისათვის დამწერლობის თვალსაზრისით დამახასიათებელია შემდეგი: იგი დაწერილია სადა, მკაცრი, მაგრამ არა მომჭირნე ასომთავრულით. ასოები არის შუატანის და ფართო (დაახლოებითი სიმაღლე 5,5 სმ, სიგანე — სხვადასხვა ასოებისა: η — 3,7 სმ, σ — 4,3 სმ; τ — 6,0 სმ

და სხვა). ε, σ და ο არის სრულიად მრგვალი. υ-სა და λ-ს მარცხნივ დამატებითი ორნამენტული კავი აქვს; π ორსავე მხარეს გადასული ჰორიზონტალური შტრიხიანია. კუთხოვან α-ს მარცხნისაკენ დამრეცი გადამკვეთი ხაზი აქვს, ρ-ს შედარებით მაღალ ტანთან პატარა, მრგვალი თავი (სიმაღლე I სტრიქონში—6,2 სმ, II-ში—6,9 სმ; ხოლო თავის ზომა ორივეგან დაახლოებით 3,5×3,0 სმ-ია). κ-ს ოდნავ მორკალული ქვემოთა და სწორი ზემოთა შტრიხები, η, τ და χ არის კუთხოვანი და სრულიად სადა, მომრგვალებულ ω-ს აქვს მაღალი შუა ხაზი. ტექსტში არაა ლიგატურები, აგრეთვე ფშვინვისა და მახვილის ნიშნები.



სურ. 1

სურ. 2

ბიჭვინტის წარწერის ასოთა მოხაზულობისათვის შემდეგი პარალელური მასალა მოგვეპოვება: ასეთი მრგვალი ε არის: V ს-ის მიწურულის ხერსონესის წარწერაში ([1], ტაბ. 1), გერასას 526 წლის მოზაიკურ წარწერაში ([2], გვ. 366), 634 წლის სალონიკის მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 21), VI—IX სს რუსთავის საბეჭდავზე ([4], გვ. 269), VI—VII სს ხელნაწერებში ([5], ტაბ. II), ხერსონესის ერთი რელიეფის ფრაგმენტზე, რომელიც ბიზანტიური ხანითაა დათარიღებული ([6,] გვ. 24, № 29), ქერჩის თიხის ფიალაზე, რომელიც გამომცემელს დათარიღებული არა აქვს, მაგრამ ადრე ბიზანტიური ხანის ძეგლებთან ერთად აქვეყნებს ([1], გვ. 119, № 113) და სხვ.

ბიჭვინტის მოზაიკაზე გამოსახული σ-ის მსგავსი არის: IV—VI სს ბერძნულ ხელნაწერებში ([2], ტაბ. II), ხერსონესის V ს-ის მიწურულის წარწერაში ([1] ტაბ. 1), გერასას 526 წლის მოზაიკურ წარწერაში ([2], გვ. 366), იუსტინიანეს დროის ტამანის წარწერაში ([1], X ტაბ.), ხერსონესის V—VI სს წარწერაში ([7], გვ. 26), აია სოფიის X ს-ის მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 94).

სრულიად მრგვალი ο გვხვდება ხერსონესის V—VI სს დათარიღებულ წარწერაში ([7], გვ. 26), გერასას 526 წლის მოზაიკაზე ([2], გვ. 366), იუსტინიანეს დროის ტამანის წარწერაში [1], ტაბ. X), ხერსონესის ადრე ბიზანტიურ წარწერაში ([6], გვ. 50), IV—VI სს ხელნაწერებში [5], ტაბ. II), VI—IX სს რუსთავის საბეჭდავზე ([4], გვ. 269), ქერჩის თიხის ფიალაზე ([1],

გვ. 119), აია სოფიას X ს-ის მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 94), X—XI სს მინიატიურებზე ([3], ტაბ. 60,74).

თავგადახურული π ხშირად გვხვდება დროის საკმაოდ დიდ მონაკვეთზე: VI ს-ის ქერჩის მინის ჭურჭელზე ([1], ტაბ. XII), V ს-ის მიწურულის ხერსონესის წარწერაზე ([1], ტაბ. 1), გერასას 526 წლის მოზაიკაზე ([2] გვ. 366), VI—VII სს ხელნაწერებში ([5], ტაბ. II), XI ს-ის ქიოსის მოზაიკაზე ([3], ტაბ, 102), X—XI სს. მინიატიურებზე ([8], ტაბ. 14; [3], ტაბ. 77, 138), ახტალის XI—XIII სს. ფრესკებზე ([4], გვ. გვ. 352—360) და სხვა.

ჩვენთვის საინტერესო მოხაზულობის α გვხვდება გერასას V ს-ის მოზაიკურ წარწერაში [2], გვ. 473), გერასას 526 წლის წარწერაში ([2], გვ. 366), სალონიკის 634 წლის მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 21), აია სოფიას X ს-ის მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 94), რუსთავის VI—IX სს საბეჭდავზე ([4], გვ. 269), IX—XI სს ათონის წარწერებში ([4], გვ. 21, 24), რაც შეეხება ხელნაწერებს, ასეთი α გვხვდება ჯერ კიდევ ძველი წ. ა. II ს-ში, ხოლო უფრო ხშირად ახ. წელთაღრიცხვის IV ს-დან სულ ბოლო დრომდე.

როგორც ზემოთაც იყო აღნიშნული, υ და λ ჩვენს წარწერაში მარცხნივ კავიანებია. ასეთი კავიანი υ ჩემთვის ცნობილ მასალაში სხვაგან არ გვხვდება. არის უკავო, მაგრამ სხვა მხრივ სრულიად მსგავსი υ (სწორი ქვემოთა ხაზით და შედარებით გაშლილი კუთხოვანი ზემოთა ნაწილით): ხერსონესის V—VI სს დათარიღებულ წარწერაში ([7] გვ. 26), გერასას 531 წ. მოზაიკაში ([2], გვ. 479), ქერჩის თიხის ფიალაზე, რომელიც ადრე ბიზანტიური ხანისაა ([1], გვ. 119), VI ს-ის ხელნაწერებში ([5], ტაბ. 2), 634 წლის სალონიკის მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 21), ხერსონესის ბიზანტიური ხანის რელიეფის ფრაგმენტზე ([6], გვ. 24, № 29).

არა კავიანი, მაგრამ მოკლე ფეხიანი λ არის გერასას V ს-ის მოზაიკურ წარწერაში ([2], გვ. 473), გერასას 526 წლის მოზაიკაზე ([2], გვ. 366), 531 წლის წარწერაში ([2], გვ. 479), VI ს-ის ხელნაწერებში ([5], ტაბ. II), ხოლო მრგვალკავიანი λ (და არა ბიჭვინტის მოზაიკის მსგავსი კუთხოვან-კავიანი) არის XII ს-ის ჩეფალუს მოზაიკაზე ([3], ტაბ. 184). მეტად განსხვავებული, მაგრამ მაინც კავიანი λ გვხვდება XI—XIII სს ახტალის ფრესკებზე ([4], გვ. 352—360).

ბიჭვინტის წარწერისნაირი ω დადასტურებულია: V ს-ის მიწურულის ხერსონესის წარწერაში ([1], ტაბ. 1), იუსტინიანეს დროის ტამანის წარწერაში ([1], ტაბ. X), გერასას 526 წლის წარწერაში ([2], გვ. 366), ხერსონესის ბიზანტიური ხანის რელიეფის ფრაგმენტზე ([6], გვ. 24, № 29), ქერჩის თიხის ფიალაზე ([1], გვ. 119), აია სოფიას X ს-ის მოზაიკაზე ([3]. ტაბ. 94), ფოკიდის XI ს-ის მოზაიკაზე [(3], ტაბ. 107), IV—XII სს ხელნაწერებში ([5], ტაბ. II—VIII), X—XI სს მინიატიურებზე ([3], ტაბ. 60, 77, 141).

ბიჭვინტის წარწერაში დაცული ρ, χ, η-ს მსგავსი მოხაზულობის ასოები გვხვდება ხერსონესის ერთი ბიზანტიური რელიეფის ფრაგმენტის წარწერაში ([6], № 29), გერასას 526 წლის წარწერაში ([2], გვ. 366). ასეთი ρ, χ, η და ამასთანავე τ დადასტურებულია VI—VII სს ხელნაწერებში ([5], ტაბ. II).

ასოებს ϰ-სა და ι-ს არაფერი დამახასიათებელი ნიშანი არა აქვს, ისე რომ მათთვის პარალელური მასალის მოშველიება არ გვჭირდება.

ზემოთ მოყვანილი მასალის მიხედვით ბიჭვინტის მოზაიკურ ბერძნულ წარწერაში დაცული ასოების მსგავსი მოხაზულობის ასოები დათარიღებულ ძეგლებში გვხვდება V—VII სს-ში (უპირატესად), მაგრამ ასეთივე მოხაზულობის ასოები არის X—XI სს ძეგლებშიც. თავისთავად ეს ძალიან დიდი ვადაა; და საერთოდ, წარწერის დათარიღება მარტო ცალკეული ასოების მოხაზულობით ძნელდება, რადგან: 1. ერთსა და იმავე დროს გვხვდება სხვადასხვა ხელი (მრგვალი, ოვალური და კუთხოვანი) თვით ერთი დამწერლობის ფარგლებშიც (მაგ., მთავრულის) და 2. ერთი და იგივე მოხაზულობის ასოები გვხვდება დროის მიხედვით მეტისმეტად დაშორებულ წარწერებში (მაგ., მრგვალი, შუაში წერტილიანი θ—⊙ IV—III სს-ში და XIX ს-ში, გადახურული π VI—VII ს-ში და შემდეგ XVI—XVII სს-ში). ამას გარდა, მოზაიკურ წარწერებში მეტი კონსერვატულობა ჩანს; ძირითადად ერთნაირი მოხაზულობის ასოები გვაქვს VI და XI ს-ში. წარწერის დასათარიღებლად უნდა შევისწავლოთ გარდა ცალკეული ასოების მოხაზულობისა, წარწერის საერთო ხასიათი. ჩვენი წარწერის საერთო იერი—სადა, მარტივი, არამოჭირნე სტილი მაფიქრებინებს, რომ იგი უფრო V—VII სს-ის ძეგლია. ჩემს მიერ ზემოთ განხილულ დამატებით მასალაში ჩვენი ძეგლის ყველაზე მეტად მსგავსი, როგორც ცალკეული ასოების მოხაზულობის მიხედვით, ასევე საერთო სტილისა და შინაარსის მხრივ, არის ერთი ხერსონესის წარწერა, რომელიც გამომცემელს, ვ. ლატიშევს, ზოგადად ბიზანტიური ხანით აქვს დათარიღებული ([6], გვ. 24, № 29) იხ. სურ. № 3). ეს ვადა კიდევ უფრო დიდია (IV—XV სს), მაგრამ, ვფიქრობ, რომ ის წარწერაც ადრებიზანტიურია (ე. ი. არა უგვიანესი V—VII სს-ისა). ასევე ძალიან ემსგავსება ბიჭვინტის მოზაიკურ წარწერას გერასას, კერძოდ, წმ. პროკოპის ეკლესიის, 526 წლის მოზაიკური წარწერა ([2], № 304, გვ. 366 და გვ. 479) (იხ. სურ. № 4).

სურ. 3

მართლწერის თვალსაზრისით ბიჭვინტის ძეგლი იცავს კლასიკური ბერძნული ენის ნორმებს: თავთავის ადგილასაა η და υ. αι—დიფთონგი დიფთონგადვეა წარმოდგენილი. ენის სხვა ნორმების შესახებ მსჯელობა არ გვიხერხდება, რადგან წარწერა ფრაგმენტულია (მაგ., არ ვიცით, არის თუ არა შემოკლებები, ან ბრუნვათა არევა. ეს უკანასკნელი არაა სავარაუდებელი, რადგან წარწერის შემსრულებელი წიგნური ბერძნულის მცოდნე ჩანს).

სურ. 4

შინაარსის მხრივ ბიჭვინტის მოზაიკური წარწერის ტიპის წარწერები საქართველოში აქამდე ცნობილი არ ყოფილა, მაგრამ საერთოდ ის უცხო არ

არის სამეცნიერო ლიტერატურისათვის. მაგ., ვ. ლატიშევმა გამოსცა ხერსონესის წარწერებს შორის X ს-ის პირველი ნახევრის, ასოთა მოხაზულობის მიხედვით მეტად განსხვავებული, მაგრამ შინაარსობრივად მსგავსი მოზაიკური წარწერა: „ὑπὲρ εὐχῆς Μάλχο | υ καὶ πάντων τ(ῶν) δι | αφερόντων αὐτοῦ+“ „О молитве за Малха и всех сродников его“ ([1], გვ. 27, № 13), ან კიდევ იმავე ხერსონესიდან დაუთარიღებელი, მაგრამ ბიზანტიური ხანისად მიჩნეული სხვა წარწერებიც, რომლებიც მოყვანილია ვ. ლატიშევის ამავე შრომის 28—29 გვერდებზე (№№ 15 და 16).

№ 15 „ὑπὲρ εὐχῆς Μαρτυρίου καὶ πάντων τῶν διαφερόντων αὐτοῦ“.

„О молитве за Мартирия и всех сродников его“.

№ 16 „ὑπὲρ εὐχῆς Θεοδώρου“...

რა თქმა უნდა, კატეგორიული განცხადება იმისა, რომ ამ ტიპის წარწერები მაინცა და მაინც დროის ამა და ამ მონაკვეთში გვხვდებაო, ძნელია, მაგრამ ერთი შენიშვნის გაკეთება მაინც ხერხდება: როგორც წარწერები: ὁ τίμιος καὶ πάνσεπτος ναὸς (τοῦ δεῖνα)... ἱστορήθη (ან ἐκαλλιεργήθη ან ἐκαινίσθη) διὰ συνδρομῆς (τοῦ δεῖνα) ἔτει...(პატიოსანი ტაძარი ამისა და ამის, მოიხატა, ან შეიმკო, ან განახლდა ამისა და ამის შეწევნით, ამა და ამ წელს) გვხვდება XIV—XVII და შეიძლება შემდეგ საუკუნეებში, ისე წარწერები ὑπὲρ εὐχῆς... უფრო მეტად გვხვდება ე. წ. ბიზანტიური დროით დათარიღებულ ძეგლებზე, მე პირადად მგონია, რომ ამ ბიზანტიური ხანის სწორედ პირველი ნახევრის (V—X სს) ძეგლებზე.

მსგავსი გამოთქმები გვხვდება II ს-ის (სახელდობრ 126 წლის) ერთ წარწერაში: Ὑπὲρ Αὐτοκράτορος Καίσαρος Τραιανοῦ Ἁδριανοῦ Σεβαστοῦ καὶ τοῦ παντὸς οἴκου αὐτοῦ Διὶ Ἡλίῳ μεγάλῳ Σαράπιδι Γάιος Ἰούλιος Ἀντωνεῖος τῶν ἀπολελυμένων δεκαδάρχων ἐκ τοῦ ἰδίου ἀνοικοδομήσας τὸ ἱερὸν τὸ ζώδιον ἀνέθηκεν εὐχῆς καὶ εὐσεβείας χάριν ἐπὶ ἐπάρχου Αἰγύπτου ὁ αὐτὸς δὲ καὶ νεοκόρος αὐτοῦ τοῦ μεγάλου Σαράπιδος καὶ τὰ κατὰ λοιπὰ ζώδια ἀνέθηκε Lῑ Αὐτοκράτορος Καίσαρος Τραιανοῦ Ἁδριανοῦ Σεβαστοῦ τυβί κθ' ([9], გვ. 206), ე. ი. „თვითმპყრობელი კეისრის ტრაიანე ადრიანე სებასტოსისა და ყოვლისა მისისა სახლისათვის ძევსს, ჰელიოსს, დიდ სარაპისს, გაიუს იულიუს ანტონიუსმა, მაშინ როდესაც გაათავისუფლეს დეკადარხები, თავისი სახსრით განუახლა ტაძარი და აღუმართა ქანდაკება, სალოცველად და ღვთისმოსაობის გამო, როდესაც თვითონ იგი ეგვიპტის ეპარქოსი[1] და თვით დიდი სარაპისის ნეოკოროსი[2] იყო. და ესენი გააკეთა მან დანარჩენი ქანდაკებების მიხედვით. თვითმპყრობლის, კეისრის ტრაინე ადრიანე სებასტოსის მეათე [წელს], ოცდაცხრა ტიბის (ე. ი. 24 იანვარს)“.

ბიჭვინტის ბერძნული მოზაიკური წარწერის ტექსტში ყურადღებას იპყრობს სიტყვა οἶκος, ő. ამ სიტყვას მრავალი მნიშვნელობა აქვს. მაგ., დიმიტრაკის განმარტებით ლექსიკონში ამ სიტყვის 14 მნიშვნელობაა აღნიშნული.

---

[1] ἔπαρχος, ὁ მეფის ნაცვალი, ე. ი. გაიუს იულიუს ანტონიუსი იყო ადრიანეს ნაცვალი ეგვიპტეში.

[2] νεοκόρος, ὁ ტაძრის მზრუნველი.

ლექსიკონებში (დიმიტრაკი, სოფოკლესი, ლიდლ-სკოტი, პაპე) დამოწმებულ მნიშვნელობათაგან გამოვყოფ მათ, რომელთაც შეიძლება კავშირი ჰქონდეთ ჩვენს შემთხვევასთან: 1. სახლი (ნაგებობის მნიშვნელობით), 2. ოთახი (სახლის ნაწილი), 3. ტაძარი, ეკლესია, ჩვეულებრივ ქრისტიანული ეკლესია, 4. ქონება—ყოველივე, რაც სახლისუფალს ეკუთვნის (სახლშიც და სახლს გარეთაც), 5. სახლი—გვარი, თაობა, ოჯახის მნიშვნელობით და სხვ. ჩვენი წარწერისათვის სიტყვა οἶκος-ის ზემოთ ჩამოთვლილ მნიშვნელობათაგან ვიღებ „სახლს“—გვარის, ოჯახის, მოდგმის, სახლეულის გაგებით.

ბიჭვინტის მოზაიკურ წარწერაში ყველაზე საინტერესო არის სახელი იმ პირისა, რომელსაც თავის და თავის სახლის, სახლეულის სალოცველად რაღაცა გაუკეთებია ამ ეკლესიაში. ყველაზე მეტად სავარაუდოა, რომ, თუ მთელი ძეგლი არა, ეს მოზაიკური იატაკი არის მისი ინიციატივით თუ სახსრითა და საფასით გაკეთებული. ერთი შეხედვით შეიძლებოდა გვეფიქრა, რომ რაკი ეს პირი თავისთან ერთად თავის სახლს, სახლობას იხსენიებს, ის უეჭველად ერისკაცთაგანი იყო. მაგრამ მოიხსენება ეს ვარაუდი, თუ გავიხსენებთ იმ გარემოებას, რომ „IX ს-მდე ქართულ ეკლესიაში ყველა ეპისკოპოსნი „ცოლოსანნი“, ანუ ცოლშვილიანი იყვნენ“ ([10], გვ. 189).

ამგვარად, ორელი თანაბრად შეიძლებოდა ყოფილიყო როგორც საერო, ასევე საეკლესიო პირი. ადამიანი, რომელსაც შეეძლო ამდენის გაღება (მარტო მოზაიკაც საკმარისად ძვირი დაჯდებოდა) უეჭველად დიდი თანამდებობისა და მაღალი მდგომარეობისა უნდა ყოფილიყო. იმ დროინდელ, ე. ი. V—XI სს (მე ვიღებ ყველაზე დიდ ვადას) ჩემთვის ცნობილ საისტორიო წყაროებში ასეთი სახელის (ორელ-ი) მატარებელი დიდებული, მთავარი, ეპისკოპოსი ან სხვა რომელიმე პირი არ ჩანს. მაგრამ, ვფიქრობ, ეს არაფერს ნიშნავს, მაგალითად, ძევაქ პიტიახშის, ბერსუმა პიტიახშის, ეზოჲსმოძღვრის იოდმანგანის და სხვათა სახელები მხოლოდ თხუთმეტიოდე წელიწადია, რაც ცნობილი გახდა. ახლად აღმოჩენილ სახელთა შორის ბევრი იპყრობს ყურადღებას თავისებურებისა ან უჩვეულობის გამო., მაგ., ასეთი იშვიათი სახელია „კოვაკ“, „ბევრაზურია“ და სხვა.

სახელი „ორელ“ აქამდე ცნობილ საკუთარ სახელთა შორის არსადაა დადასტურებული. იგი აგებულების მხრივ ბერძნულ-რომაული არაა. ასეთი სახელი არ გვხვდება შავი ზღვის სანაპიროს სხვა ქვეყნებში ([11], საძიებლები).

ელ-დაბოლოება აღმოსავლურ სახელთა შორის იშვიათი არაა (შდრ. ჯერ მარტო მთავარანგელოზების სახელებს—მიქაელ, გაბრიელ). მაგრამ „ორელ“-ი თითქოს არც მათი ტიპისაა: ყველა აღმოსავლური ელ-დაბოლოებიანი სახელი ბერძნულად იწერება η-თი, ხოლო „ორელ“-ი დაწერილია ε-ით, მართლწერის ნორმები წარწერაში კლასიკური არის დაცული; არავითარი საფუძველი არა გვაქვს ვიფიქროთ, რომ მაინცა და მაინც ამ სიტყვაში მოხდა ასეთი რამე. ვფიქრობ, ეს არის ადგილობრივი სახელი, ისეთივე კონსტრუქციისა, როგორიცაა ნათელი (ნათელა), ბევრელი [12], მეზრელი, გავაშელი, კაეშელი ([13], გვ. 150, 148, 131), ფუზელი (ლაზი დიდებული, [14], გვ. 84), სახვე-

რელი (საზვერელი ჩიქავაძე, [15], გვ. 93), ვირშელი, ლარგველი, ქვენიფნეველი (16], გვ. 15, 21, 4, 10) და სხვა. ეს კატეგორია ელ-სუფიქსიანი სახელებისა, გარკვეულად იმავე ძირისაა, რომლისაც გეოგრაფიული სახელები. მაგ., მაზერი სოფელია ბეჩოსთან, მეზირი იქვე მთაა და სალოცავი, ადამიანის სახელია მეზრელი. კაიში ადგილია ზემო სვანეთში, ფარის სასოფლო საბჭოში, ამჟამად ეკლესიაა მხოლოდ და ნასოფლარი. სახელია კაეშელი. ვირშა სოფელია ქსნის ხეობაში, ვირშელი საკუთარი სახელია. იფნევი, ქვენაიფნევი ქსნის ხეობაშია, ქვენიფნეველი პირის სახელია, ლარგვისი და ლარგველი, და სხვა.

სახელ „ორელ"-ის მიმართ ასეთივე დაკვირვება მაქვს: „ორი" არის სოფელი ოლთისის რაიონში, ტაოსკარის თემში: იქვეა „ორთისი"; ახალციხის რაიონში არის სოფელი „ორალი". სოფლის სახელი „ორთა" დადასტურებულია მელქიზედექ კათალიკოსის XI ს-ის სიგელში: „ტაოს ვიყიდე სოფელი ზადკარეკი ხუთითა აგარაჲთა; და ძალლისჴევს ვიყიდე სოფელი ორთა სამითა აგარაჲთა" ([17], გვ. 290), ე. ი. სოფელი „ორთა" არის არტაანის მხარეში. როგორც ვხედავთ, ორ-ძირისაგან წარმოებული გეოგრაფიული სახელები ამ მასალის მიხედვით დამოწმებულია სამხრეთ საქართველოში, არც ერთი ამათგანი არაა აფხაზეთში, მაგრამ, რა თქმა უნდა, ეს იმას არ ნიშნავს, რომ არ ყოფილა ან და არ არის აფხაზეთში ასეთი რამ. და ბოლოს შეიძლება აფხაზეთში არც ყოფილიყო ასეთი გეოგრაფიული პუნქტი, მაგრამ სახელი ამ ძირისა საერთოდ ყოფილიყო გავრცელებული. ამგვარად, „ორელ"-ი მიმაჩნია იმავე კატეგორიის საკუთარ სახელად, როგორიც არის კაეშელ-ი, ვირშელ-ი, ქვენიფნეველ-ი და სხვა[1]. ი. ცინცაძეს ორელ-ის ძირისად მიაჩნია იპატის მატიანეში დამოწმებული ყივჩაყის სახელი „ორევ"-ი, ე. ი. ძირი ორივეგან არის „ორ", ხოლო ევ (ев) არის რუსული სუფიქსი[2].

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ი. ჯავახიშვილის სახელობის
ისტორიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 4.10.1954)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. В. В. Латышев. Сборник греческих надписей христианских времен из южной России. СПБ, 1896.
2. Gerasa, city of the Decapolis, 1938.
3. В. Н. Лазарев. История византийской живописи, II, М. 1948.
4. თ. ყაუხჩიშვილი. ბერძნული წარწერები საქართველოში, თბილისი, 1951.
5. V. Gardthausen. Griechische Palaeographie, II, 1913.

([1] ვფიქრობ, ამ ჩემს მოსაზრებას „ორელ"-ის შესახებ არ დაარღვევს ამ ბოლო ხანებში აღმოჩენილი და თრაკიულად გამოცხადებული სახელი „კარიელ"-ი, რომლის ეტიმოლოგიაც ცნობილი არ არის (შდრ. [18], გვ. 81).

([2] ეს მოსაზრება პატივცემულმა ი. ცინცაძემ კერძო საუბარში გამოთქვა.

6. Материалы по археологии России, № 17, 1895.
7. Материалы по археологии России, № 23, 1899.
8. В. Н. Лазарев. История византийской живописи, I, М., 1947.
9. Révue archéologique... 6-e série, Tome XL, Octobre—Décembre, Paris, 1952.
10. ივ. ჯავახიშვილი. ქართული სამართლის ისტორია, I, თბილისი, 1928.
11. V. Latyschev. Inscriptiones antiquae orae septentrionalis Ponti Euxini graecae et latine, I, II, IV v. v. Petropolii 1885—1900.
12. გიორგი მერჩულე. ცხორება გრიგოლ ხანძთელისა. თბილისი, 1949.
13. სვანეთის საისტორიო ძეგლები. პ. ინგოროყვას გამოცემა. თბილისი, 1941.
14. გეორგიკა. ბიზანტიელი მწერლების ცნობები საქართველოს შეს. ს. ყაუხჩიშვილის გამოც. II. თბილისი, 1934.
15. Е. С. Такайшвили. Церковь в Ване, в Имерии и ея древности. Известия кавказского историко-археологического института в Тифлисе, т. II, 1917—1925, Ленинград, 1927.
16. თ. ჟორდანია. ქრონიკები, წ. II, თბილისი, 1897.
17. ნ. ბერძენიშვილი, მცხეთის საბუთი XI ს-ისა, საქ. მუზეუმის მოამბე, VI, 1931.
18. В. Бешевлиев. Епиграфски приноси. София, 1952.

რედაქტორის მოადგილე ი. გიგინეიშვილი

ხელმოწერილია დასაბეჭდად 25.1.1955; შეკვ. № 1986; ანაწყობის ზომა 7×11;
ქაღალდის ზომა 70×108; სააღრიცხვო-საგამომც. ფურცლების რაოდენობა 6;
ნაბეჭდი ფურცლების რაოდენობა 5; უე 01532; ტირაჟი 800.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობის სტამბა, აკ. წერეთლის ქ. № 3/5
Типография Издательства Академии Наук Грузинской ССР, ул. Ак. Церетели, № 3/5

6. 7/15.

ფასი 5 მან.

ᲓᲐᲛᲢᲙᲘᲪᲔᲑᲣᲚᲘᲐ
საქართველოს სსრ მეცნ. აკად. პრეზიდიუმის მიერ
22.10.1947

ᲓᲔᲑᲣᲚᲔᲑᲐ „ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲛᲑᲘᲡ" ᲨᲔᲡᲐᲮᲔᲑ

1. „მოამბეში" იბეჭდება საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მეცნიერი მუშაკებისა და სხვა მეცნიერთა წერილები, რომლებშიც მოკლედ გადმოცემულია მათი გამოკვლევების მთავარი შედეგები.

2. „მოამბეს" ხელმძღვანელობს სარედაქციო კოლეგია, რომელსაც ირჩევს საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის საერთო კრება.

3. „მოამბე" გამოდის ყოველთვიურად (თვის ბოლოს), გარდა ივლის-აგვისტოს თვისა — ცალკე ნაკვეთებად, დაახლოებით 5 ბეჭდური თაბახის მოცულობით თითოეული. ერთი წლის ყველა ნაკვეთი (სულ 10 ნაკვეთი) შეადგენს ერთ ტომს.

4. წერილები იბეჭდება ქართულ ენაზე, იგივე წერილები იბეჭდება რუსულ ენაზე პარალელურ გამოცემაში.

5. წერილის მოცულობა, ილუსტრაციების ჩათვლით, არ უნდა აღემატებოდეს 8 გვერდს. არ შეიძლება წერილების დაყოფა ნაწილებად სხვადასხვა ნაკვეთში გამოსაქვეყნებლად.

6. მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილი წევრებისა და წევრ-კორესპონდენტების წერილები უშუალოდ გადაეცემა დასაბეჭდად „მოამბის" რედაქციას, სხვა ავტორების წერილები კი იბეჭდება საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილი წევრის ან წევრ-კორესპონდენტის წარმოდგენით. წარმოდგენის გარეშე შემოსულ წერილებს რედაქცია გადასცემს აკადემიის რომელიმე ნამდვილ წევრს ან წევრ-კორესპონდენტს განსახილველად და, მისი დადებითი შეფასების შემთხვევაში, წარმოსადგენად.

7. წერილები და ილუსტრაციები წარმოდგენილი უნდა იქნეს ავტორის მიერ სავსებით გამზადებული დასაბეჭდად. ფორმულები მკაფიოდ უნდა იყოს ტექსტში ჩაწერილი ხელით. წერილის დასაბეჭდად მიღების შემდეგ ტექსტში არავითარი შესწორებისა და დამატების შეტანა არ დაიშვება.

8. დამოწმებული ლიტერატურის შესახებ მონაცემები უნდა იყოს შეძლებისდაგვარად სრული: საჭიროა აღინიშნოს ჟურნალის სახელწოდება, ნომერი სერიისა, ტომისა, ნაკვეთისა გამოცემის წელი, წერილის სრული სათაური; თუ დამოწმებულია წიგნი, სავალდებულოა წიგნის სრული სახელწოდების, გამოცემის წლისა და ადგილის მითითება.

9. დამოწმებული ლიტერატურის დასახელება წერილის ბოლოში ერთვის სიის სახით. ლიტერატურაზე მითითებისას ტექსტში ან შენიშვნებში ნაჩვენები უნდა იქნეს ნომერი სიის მიხედვით, ჩასმული კვადრატულ ფრჩხილებში.

10. წერილის ტექსტის ბოლოს ავტორმა უნდა აღნიშნოს სათანადო ენებზე დასახელება და ადგილმდებარეობა დაწესებულებისა, სადაც შესრულებულია ნაშრომი. წერილი თარიღდება რედაქციაში შემოსვლის დღით.

11. ავტორს ეძლევა გვერდებად შეკრული ერთი კორექტურა მკაცრად განსაზღვრული ვადით (ჩვეულებრივად, არა უმეტეს ერთი დღისა). დადგენილი ვადისთვის კორექტურის წარმოუდგენლობის შემთხვევაში რედაქციას უფლება აქვს შეაჩეროს წერილის დაბეჭდვა, ან დაბეჭდოს იგი ავტორის ვიზის გარეშე.

12. ავტორს უფასოდ ეძლევა მისი წერილის 50 ამონაბეჭდი (25 ამონაბეჭდი თითოეული გამოცემიდან) და თითო ცალი „მოამბის" ნაკვეთებისა, რომლებშიც მისი წერილია მოთავსებული.

ᲠᲔᲓᲐᲥᲪᲘᲘᲡ ᲛᲘᲡᲐᲛᲐᲠᲗᲘ: ᲗᲑᲘᲚᲘᲡᲘ, ᲫᲔᲠᲟᲘᲜᲡᲙᲘᲡ Ქ., 8

СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. XVI, № 1, 1955

Основное, грузинское издание