საქართველოს სსრ

მეცნიერებათა აკადემიის

მოამბე

ტომი IX, № 2

ძირითადი. ქართული გამოცემა

1948

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის გამომცემლობა

თბილისი

შინაარსი

მათემატიკა

დრეკადობის თეორია

მეტეოროლოგია

ქიმია

ბოტანიკა

სელექცია

ზოოლოგია

პარაზიტოლოგია

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. IX, № 2, 1948

მათემატიკა

თინა მარუაშვილი

სასრულსხვაობიანი მეთოდით აგებული კრიტიკული ძალების მიახლოებით მნიშვნელობათა მიმდევრობის კრებადობის შესახებ

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ვ. კუპრაძემ 6.2.1948)

§ 1. წინასწარი შენიშვნები

განვიხილოთ ცვლადი სიხისტის ჰორიზონტული წრფივი ღერო სახსრული ბოლოებით, რომელიც იმყოფება ბოლო კვეთების სიმძიმის ცენტრებში მოდებული ღერძული მკუმშავი ძალების მოქმედების ქვეშ. თუ მივიღებთ, რომ გაღუნვა ვერტიკალურ სიბრტყეში ხდება, გაღუნული ღეროს ღერძის დიფერენციალური განტოლება შემდეგი სახით შეიძლება დავწეროთ:

$$EI(x)\, y'' = -Py, \tag{1}$$

სადაც P ღეროს ღერძის გასწვრივ მიმართული ღერძული ძალაა, E—მასალის დრეკადობის მოდული, $I(x)$—მარცხენა ბოლოდან x მანძილით დაშორებული კვეთის ინერციის მომენტი ამავე კვეთში მდებარე ნეიტრალური ხაზის მიმართ და y—გაღუნვა აღებულ x წერტილში. იგულისხმება, რომ x ღერძი მიმართულია ღეროს ღერძის გასწვრივ, მარცხნიდან მარჯვნივ. კოორდინატთა სათავე მოთავსებულია მარცხენა ბოლო კვეთის სიმძიმის ცენტრში, ხოლო y ღერძი მდებარეობს გაღუნვის სიბრტყეში, x ღერძის მართობულად.

P-ს ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც (1) განტოლებას აქვს არანულოვანი ამონახსენი, რომელიც ღეროს სახსრულად დაყრდნობილი ბოლოების შესაბამისად აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობებს

$$y(0) = y(l) = 0 \tag{2}$$

(სადაც l ღეროს სიგრძეა), არის კრიტიკული ძალა (დატვირთვა), რომელიც ძელს ოდნავ გაღუნულ ფორმას შეუნარჩუნებს.

პროფ. შ. მიქელაძის ნაშრომში [1] მოცემულია ახალი სასრულსხვაობიანი მეთოდი ღეროს ბოლოების დამაგრების ყველა შემთხვევაში კრიტიკული ძალის გამოსათვლელად. ამ მეთოდის მიხედვით, ღუნვის დიფერენციალური განტოლება, ამა თუ იმ სასაზღვრო პირობებით, შეიძლება შეიცვალოს სასრულსხვაობიანი განტოლებით, $y''(x)$-ის უცნობ მნიშვნელობათა მიმართ $(0, l)$ შუალედის $x = ih$ $\left(h = \frac{l}{n},\ i = 1, 2, \ldots, n-1\right)$ დისკრეტულ წერტილებში. საბოლოოდ, მიქელაძის მიხედვით, კრიტიკული ძალების მიახლოებით მნი-

შვნელობათა მოძებნა მიიყვანება გარკვეული დეტერმინანტის ფესვების მოძებნაზე, რომელსაც ჩვენ შემდგომ სიმოკლისათვის მიქელაძის დეტერმინანტს ვუწოდებთ.

მიქელაძის მეთოდი გამოსადეგია $(0, l)$ შუალედში უბან-უბან უწყვეტი $I(x)$-სათვის, რომელსაც აქვს პირველი ოთხი რიგის უბან-უბან უწყვეტი წარმოებული.

ქვემოთ შ. მიქელაძის სასრულსხვაობიან განტოლებას ჩვენ გამოვიკვლევთ ორივე ბოლოთი სახსრულად დაყრდნობილი ღეროსათვის. გამოკვლევის დროს $I(x)$-სგან და მისი პირველი ოთხი რიგის წარმოებულებისგან მოვითხოვთ უწყვეტობას $(0, l)$ შუალედში. გარდა ამისა, ვგულისხმობთ, რომ ღეროს დრეკადი წირი უწყვეტია და მას არა აქვს გადატეხა. ეს პირობები უზრუნველყოფს (1) განტოლების ისეთი ინტეგრალის არსებობას, რომელიც 1) უწყვეტია თავისი პირველი ოთხი რიგის წარმოებულით, როდესაც $0 \leqq x \leqq l$ და 2) აკმაყოფილებს (2) სასაზღვრო პირობებს.

მიქელაძის დეტერმინანტის ფესვები[1] რაიმე n-ისათვის დავალაგოთ მათი ზრდადობის მიხედვით. ამგვარად ჩვენ მივიღებთ ფესვთა მიმდევრობებს. შევჩერდეთ მიმდევრობაზე, რომლისთვისაც $n=j$. $P_k^{(j)}$-ით $(k \leqq j-1)$ აღვნიშნოთ განხილული $j-1$ ფესვისაგან შემდგარი მიმდევრობის k-ური ფესვი.

ჩვენ ქვემოთ დავამტკიცებთ, რომ

$$P_k^{(k+1)},\ P_k^{(k+2)},\ P_k^{(k+3)}, \ldots \tag{3}$$

მიმდევრობა კრებადია და მისი ზღვარი შესაბამისი P_k კრიტიკული ძალის ზუსტი მნიშვნელობის ტოლია, რომელიც მიიღება (1) დიფერენციალური განტოლების ინტეგრაციით (2) სასაზღვრო პირობების დაცვით.

§ 2. დამხმარე დებულებები

(1) განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$y'' = -Pf(x)\,y, \tag{4}$$

სადაც $f(x)=\dfrac{1}{EI(x)}>0$. იმ შეზღუდვებიდან, რომლებიც ჩვენ ზემოთ $I(x)$-ს დავადეთ, გამომდინარეობს $(0, l)$ შუალედში ფუნქციის უწყვეტობა თავისი წარმოებულებით მეოთხე რიგამდე ჩათვლით.

მიქელაძის სასრულსხვაობიანი განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_i\right)F_i-\left(2-\frac{10\,Ph^2}{12}f_{i+1}\right)F_{i+1}+\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_{i+2}\right)F_{i+2}=0$$

$$(i=0,\ 1, \ldots, n-2), \tag{5}$$

$$F_0=F_n=0,$$

[1] ეს ფესვები მარტივი, ნამდვილი და დადებითია [2].

სადაც F_i არის საძიებელი y ფუნქციის მიახლოებითი მნიშვნელობა $x=ih$ წერტილში, ხოლო f_i არის $f(x)$-ის მნიშვნელობა იმავე წერტილში.

შემოვიღოთ (5) სისტემის ამონახსნთა ნორმირება

$$h\sum_{1}^{n-1} f_i F_i^2 = 1 \tag{6}$$

ტოლობით. ეს საშუალებას მოგვცემს ყოველი F_i განვსაზღვროთ ცალსახად.

რიჩარდსონის[1] მსჯელობის გამოყენებით შეიძლება ვუჩვენოთ, რომ (3) მიმდევრობა შემოსაზღვრულია h-საგან (ე. ი. n-საგან) დამოუკიდებელი სიდიდით.

ახლა h-სათვის ავაგოთ ისეთი პოლიგონალური ფუნქცია, რომელიც $x=ih$ წერტილში ღებულობს F_i მნიშვნელობას, სადაც F_i არის $P_k^{(n)}$-ის შესაბამისი (5) სისტემის ამონახსენი. ეს ფუნქცია აღვნიშნოთ $y_h(x)$-ით. გარდა ამისა, ავაგოთ ისეთი პოლიგონალური ფუნქციები, რომლებიც $x=ih$ წერტილში ღებულობენ $\dfrac{\Delta F_i}{h}$ და $\dfrac{\Delta^2 F_{i-1}}{h^2}$ მნიშვნელობებს. ისინი, შესაბამისად, აღვნიშნოთ $y_h^{(1)}(x)$ და $y_h^{(2)}(x)$-ით.

კურანტის, ფრიდრიხისა და ლევის [4] მსჯელობის ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება იმის ჩვენება, რომ $y_h(x)$ ფუნქციათა მიმდევრობა თანაბრად შემოსაზღვრული და თანაბარხარისხოვნად უწყვეტია. იგივე შეიძლება ითქვას $y_h^{(1)}(x)$ და $y_h^{(2)}(x)$ ფუნქციათა მიმდევრობათა შესახებ.

დავამტკიცოთ შემდეგი დებულება: $P_k^{(n)}$-ის შესაბამისი $y_h(x)$ ფუნქცია $(0,l)$ შუალედში $k-1$-ხელ იცვლის ნიშანს.

ამისთვის (5) სისტემის პარალელურად განვიხილოთ არაერთგვაროვან განტოლებათა შემდეგი სისტემა:

$$\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_i\right)v_i-\left(2-\frac{10\,Ph^2}{12}f_{i+1}\right)v_{i+1}+\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_{i+2}\right)v_{i+2}=0$$

$$(i=0,\ 1,\dots,\ n-2), \tag{7}$$

$$v_0=0,\ v_1=c,$$

სადაც c რაიმე დადებითი რიცხვია. ჩვენ შემდგომ ვიგულისხმებთ, რომ $P\geqq 0$. ასეთ პირობებში შესაძლებელია v_i სიდიდეების მიმდევრობით განსაზღვრა (7) სისტემიდან. ისინი იქნებიან P-ს უწყვეტი ფუნქციები.

(7) სისტემიდან ამოვწეროთ პირველი p განტოლება. ამ განტოლებებს დავუმატოთ $v_0=0$ და $v_1=c$ განტოლებები. მივიღებთ განტოლებათა შემდეგ სისტემას:

[1] იხ. [3], გვ. 497.

$$\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_i\right)v_i-\left(2-\frac{10\,Ph^2}{12}f_{i+1}\right)v_{i+1}+\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_{i+2}\right)v_{i+2}=0$$

$$(i=0,\ 1,\dots,\ p-1), \tag{8}$$

$$v_0=0,\ v_1=c.$$

შევნიშნოთ, რომ ყოველი p-სათვის, რომელიც $1<p\leqq n-1$ პირობას აკმაყოფილებს, მივიღებთ (8) სახის არაერთგვაროვან განტოლებათა სისტემას $v_0, v_1, \dots, v_{p+1}$ უცნობების მიმართ. აშკარაა, რომ (7)-ის ამონახსნები $v_0, v_1, \dots, v_{p+1}$ დააკმაყოფილებს (8) სისტემასაც. როდესაც $p=n-1$, (8) სისტემა დაემთხვევა (7) სისტემას.

თუ (8)-ში $v_1=c$ ტოლობას $v_{p+1}=0$-ით შევცვლით, მივიღებთ ერთგვაროვან განტოლებათა სისტემას:

$$\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_i\right)v_i-\left(2-\frac{10\,Ph^2}{12}f_{i+1}\right)v_{i+1}+\left(1+\frac{Ph^2}{12}f_{i+2}\right)v_{i+2}=0$$

$$(i=0,\ 1,\dots,\ p-1), \tag{9}$$

$$v_0=0,\ v_{p+1}=0.$$

როდესაც $p=n-1$, (9) სისტემა ემთხვევა (5) სისტემას. (9) სისტემის დეტერმინანტი წარმოადგენს (5) სისტემის დეტერმინანტის მინორს. ის შეიძლება მიღებულ იქნეს (5) სისტემის დეტერმინანტიდან იმ სვეტებისა და სტრიქონების ამოშლით, რომელთა გადაკვეთაზე დგას მთავარი დიაგონალის ელემენტები p-ზე მეტი ინდექსებით. აღვნიშნოთ ის $\Delta^{(p)}$-თი. ამ აღნიშვნებში $\Delta^{(n-1)}$ იქნება (5) სისტემის დეტერმინანტი.

ამგვარად, ჩვენ ვიღებთ შემდეგ მიმდევრობას:

$$\Delta^{(n-1)},\ \Delta^{(n-2)},\dots,\ \Delta^{(1)},\ \Delta^{(0)}\equiv 1, \tag{10}$$

რომელიც $P=0$-სათვის ნიშანცვლადია, ხოლო $P=\infty$-სათვის მიმდევრობის ყოველი წევრი დადებითია. გარდა ამისა, ამ მიმდევრობის ორი მეზობელი წევრი ერთდროულად არ ისპობა და თუ რომელიმე $\Delta^{(i)}$ ისპობა, მაშინ მის წინა და მომდევნო $\Delta^{(i-1)}$ და $\Delta^{(i+1)}$ დეტერმინანტებს საწინააღმდეგო ნიშნები აქვს[1]. ჩამოთვლილი თვისებების გამოყენებით ადვილად დავასკვნით, რომ $\Delta^{(p)}$ ($p=1, 2,\dots, n-1$) დეტერმინანტის ყოველ ორ ფესვს შორის მოთავსებულია $\Delta^{(p-1)}$ დეტერმინანტის ერთი ფესვი. გარდა ამისა, (10) მიმდევრობის დეტერმინანტის პირველი (ე. ი. უმცირესი) ფესვები წარმოადგენს ზრდად მიმდევრობას. ასეთსავე მიმდევრობას წარმოადგენს მეორე, მესამე და ა. შ. ფესვები ამავე დეტერმინანტებისა.

დავუშვათ, რომ ჩვენ გამოვდივართ კოორდინატთა სათავიდან და P-ს გადავაადგილებთ აბსცისთა ღერძის დადებითი მიმართულებით. ვადევნოთ თვალი v_i ფუნქციების ცვლილებას ამ გადაადგილების დროს. პირველ ყოვ-

[1] ამ თვისებათა დამტკიცება მოცემულია [2] ნაშრომში.

ლისა ვხედავთ, რომ ყოველი v_i ფუნქცია დადებითია იმ სეგმენტზე, რომელიც შემოსაზღვრულია კოორდინატთა სათავითა და v_i-ის უმცირესი ფესვით. შემდეგ, რადგან ყველა $\Delta^{(p)}$ დეტერმინანტიდან უფრო ადრე $\Delta^{(n-1)}$ ისპობა, (9) სისტემას ყველაზე ადრე $p=n-1$-სათვის ექნება ნულისაგან განსხვავებული ამონახსნი. თუ ამ ამონახსნებისათვის მუდმივ თანამამრავლს ისე შევარჩევთ, რომ $v_1=c$[1], მაშინ ისინი დააკმაყოფილებენ აგრეთვე (7) სისტემას. ამგვარად, (7) სისტემას ექნება ისეთი ამონახსნები, რომელთაც შემდეგი თვისებები აქვთ: $v_n=0$ და $v_i>0$ ($i=1, 2, \ldots, n-1$). P-ს ის მნიშვნელობა, რომელიც ამ ამონახსნებს შეესაბამება, არის პირველი კრიტიკული ძალა $P_1^{(n)}$.

ახლა წარმოვიდგინოთ, რომ ჩვენ გამოვდივართ $P_1^{(n)}$-დან და P ცვლადს გადავაადგილებთ აბსცისთა ღერძის დადებითი მიმართულებით. მაშინ $\Delta^{(n-2)}$-ის უმცირესი ფესვი წინ უსწრებს $\Delta^{(n-1)}$-ის მეორე ფესვს. ეს ფესვი აღვნიშნოთ $P_2^{(n)}$-ით. $P_2^{(n)}$-ის ტოლ P-სათვის (9) ერთგვაროვან სისტემას, $p=n-2$-სათვის, ექნება ნულისაგან განსხვავებული ამონახსნი. თუ მუდმივ თანამამრავლს ისე შევარჩევთ, რომ $v_1=c$, მაშინ მიღებული ამონახსნები იქნება აგრეთვე (8) სისტემის ამონახსნები $p=n-2$-სათვის. აშკარაა, რომ ეს ამონახსნები დაემთხვევა (7) სისტემის $v_0, v_1, \ldots, v_{n-1}$ ამონახსნებს, ე. ი. P-ს ამ მნიშვნელობისათვის გვექნება: $v_{n-1}=0$, $v_i>0$ ($i=1, 2, \ldots, n-2$), ხოლო $i=n-1$ განტოლებიდან მივიღებთ: $v_n<0$.

ჩვენ ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ $\Delta^{(n-1)}, \Delta^{(n-1)}, \ldots, \Delta^{(1)}$ დეტერმინანტის უმცირესი ფესვები ზრდად მიმდევრობას წარმოადგენს. ამიტომ წინა მსჯელობის საფუძველზე დავასკვნით, რომ P-ს გადაადგილებისას, $P=0$ წერტილიდან, აბსცისთა ღერძის დადებითი მიმართულებით, იმ $v_1, v_2, \ldots, v_n$ სიდიდეებში, რომლებიც (7) სისტემას აკმაყოფილებენ, ყველაზე ადრე v_n ხდება ნულის ტოლი, შემდეგ v_{n-1} და ა. შ. $P=P_2^{(n)}$-ისათვის ის v_n ფუნქცია, რომელიც (7)-ს აკმაყოფილებს, ხელმეორედ გახდება ნულის ტოლი და $v_0, v_1, v_2, \ldots, v_n$ მწკრივში გვექნება ერთი ნიშნის ცვლა. საერთოდ შეიძლება იმის ჩვენება, რომ $P=P_k^{(n)}$-სათვის იმ $v_1, v_2, \ldots, v_n$ ფუნქციათა მწკრივში, რომლებიც (7) სისტემას აკმაყოფილებენ, გვექნება $k-1$ ნიშნის ცვლა და $v_n=0$, ე. ი. $P=P_k^{(n)}$-სათვის აგებული (5) სისტემის არანულოვანი ამონახსნები შეიძლება წარმოვიდგინოთ ისეთი $F_0, F_1, \ldots, F_n$ მწკრივის სახით, რომელსაც აქვს $k-1$ ნიშნის ცვლა.

§ 3. კრიტიკული ძალების მიახლოებით მნიშვნელობათა მიმდევრობის კრებადობა

(3) მიმდევრობის შემოსაზღვრულობის გამო, მისგან შეგვიძლია გამოვყოთ ქვემიმდევრობა $P_k^{(m)}$ ისე, რომ $\lim P_k^{(m)}=\overline{P}$. $P_k^{(m)}$ მიმდევრობის შესაბამის $y_k(x)$, $y_k^{(1)}(x)$ და $y_k^{(2)}(x)$ ფუნქციათა მიმდევრობებიდან, მათი თანაბრად შემოსაზღვრუ-

[1] ასეთი შერჩევა ყოველთვის შეიძლება მოხერხდეს, რადგან თუ v_1-იც უდრის ნულს, მაშინ (9) სისტემისათვის მივიღებთ $v_i=0$ ($i=0, 1, \ldots, n$).

ლობისა და თანაბარხარისხოვანი უწყვეტობის გამო, არცელას თეორემის [1] საფუძველზე, შეგვიძლია გამოვყოთ ისეთი ქვემიმდევრობები, რომ $\lim y_{k_1}(x) = \overline{y(x)}$, $\lim y_{k_1}^{(1)}(x) = \overline{y_1(x)}$ და $\lim y_{k_1}^{(2)}(x) = \overline{y_2(x)}$.

[4]-ის ავტორების მეთოდის გამოყენებით შეიძლება იმის ჩვენება, რომ

$$(\overline{y(x)})' = \overline{y_1(x)}$$

და

$$(\overline{y(x)})'' = \overline{y_2(x)}.$$

ამის შემდეგ უკვე ადვილია იმის ჩვენება, რომ $\overline{y(x)}$ ფუნქცია აკმაყოფილებს (4) დიფერენციალურ განტოლებას, თუ მასში P-ს შევცვლით $\overline{P}$-ით, ე. ი. შეიძლება იმის ჩვენება, რომ

$$(\overline{y(x)})'' = -\overline{P} f(x) \overline{y(x)}.$$

ამასთან აშკარაა, რომ $\overline{y(x)}$ აკმაყოფილებს (2) სასაზღვრო პირობებს. გარდა ამისა, (6) ტოლობიდან მივიღებთ:

$$\int_0^l f(x) [\overline{y(x)}]^2 dx = 1.$$

ამგვარად, ვხედავთ, რომ $\overline{P}$ არის კრიტიკული ძალა, ხოლო $\overline{y(x)}$—(4) დიფერენციალური განტოლების შესაბამისი ნორმირებული ამონახსნი.

თუ (3) მიმდევრობა არ მიისწრაფვის $\overline{P}$-საკენ, მაშინ მისგან შეიძლება ისეთი ქვემიმდევრობის გამოყოფა, რომ $\lim\limits_{m' \to \infty} P_k^{(m')} = \overline{\overline{P}} \neq \overline{P}$. ამ $\overline{\overline{P}}$-საც შეესაბამება ისეთი $\overline{\overline{y(x)}}$ ფუნქცია, რომელიც არის $y_k(x)$ მიმდევრობის ქვემიმდევრობის ზღვარი, აკმაყოფილებს (4) განტოლებას, (2) სასაზღვრო პირობებს და დაცულია

$$\int_0^l f(x) [\overline{\overline{y(x)}}]^2 dx = 1$$

ნორმირება. მაშ, $\overline{\overline{y(x)}}$ ყოფილა $\overline{\overline{P}}$ კრიტიკული ძალის შესაბამისი ნორმირებული ამონახსნი (4) დიფერენციალური განტოლებისა (2) სასაზღვრო პირობებით. მაგრამ § 2-ში ვნახეთ, რომ P_k კრიტიკული ძალის შესაბამისი $y_k(x)$ ფუნქცია k—1-ხელ იცვლის ნიშანს $(0, l)$ შუალედში. ამიტომ ამ ფუნქციათა მიმდევრობის სხვადასხვა ქვემიმდევრობის ზღვრებიც, $\overline{y(x)}$ და $\overline{\overline{y(x)}}$, $k-1$-ხელ შეიცვლის

[1] იხ., მაგალითად, [5].

ნიშანს. კლეინის[1] ცნობილი თეორემის საფუძველზე დავასკვნით, რომ როგორც $\overline{y(x)}$, ისე $\overline{\overline{y(x)}}$ ფუნდამენტალური ფუნქცია შეესაბამება (4) დიფერენციალური განტოლებითა და (2) სასაზღვრო პირობებით განსაზღვრულ P_k კრიტიკულ ძალას. ამგვარად, $\overline{P}=\overline{\overline{P}}=P_k$. ამით (3) მიმდევრობის კრებადობა P_k-საკენ დამტკიცებულია.

გარდა ზემოთმიღებული შედეგისა, ადვილია იმის ჩვენებაც, რომ $y_h(x)$ ფუნქციათა მიმდევრობა მიისწრაფვის (4) განტოლების იმ ამონახსნისაკენ, რომელიც P_k კრიტიკულ ძალას შეესაბამება.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ა. რაზმაძის სახელობის თბილისის მათემატიკის
ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 17.2.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Ш. Е. Микеладзе. К вопросу продольного изгиба прямолинейных стержней в пределах упругости. Труды Тбилисского Математического Института, т. XII, 1943.
2. თ. მარუაშვილი. კრიტიკული ძალების განმსაზღვრელი დეტერმინანტის ფესვების შესახებ. საქართველოს სსრ მეცნ. აკადემიის მოამბე, ტ. VII, № 3, 1946.
3. R. G. D. Richardson. A new method in boundary problems for differential equations. Trans. of the Amer. Mathem. Society, 18, 1917.
4. Р. Курант, К. Фридрих и Г. Леви. О разностных уравнениях математической физики. Успехи математических наук, вып. VIII, 1941.
5. В. В. Степанов. Курс диференциальных уравнений. М.—Л., 1938.
6. P. Frank und P. Mises. Die Differential-und Integralgleichungen. Bd. I, 1930.

[1] იხ. მაგალითად, [6].

მათემატიკა

დ. ხარაზოვი

პარამეტრზე პოლინომიალურად დამოკიდებული გულით წრფივი ინტეგრალური განტოლების თეორიისათვის

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ი. ვეკუამ 21.2.1948)

1. განვიხილოთ ინტეგრალური განტოლება

$$u(x)-\int_a^b G(x, y; \lambda)\, u(y)\, dy=f(x), \tag{1}$$

სადაც

$$G(x, y; \lambda)=\sum_{n=0}^{m} \lambda^n G_n(x, y), \tag{2}$$

$G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ ნამდვილი ფუნქციებია, რომელთა კვადრატები შეჯამებადია $a \leqq x, y \leqq b$ არეში, λ კომპლექსური პარამეტრია, $f(x)$ მოცემული ნამდვილი ფუნქციაა, რომლის კვადრატი შეჯამებადია (a, b) შუალედში.

ვიგულისხმოთ, რომ (2) გული აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს, რომელთაც შემდეგ G პირობები ვუწოდოთ:

1) $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$—წყვილ-წყვილად ორთოგონალურია[1] $a \leqq x, y \leqq b$ არეში,

2) ყოველი ფუნქციისთვის $\varphi(x) \in L^2(a, b)$, რომელიც ნორმირებულია პირობით $\int_a^b \varphi^2(x)\, dx=1$,

$$\int_a^b \int_a^b G_0(x, y)\, \varphi(x)\, \varphi(y)\, dx dy<1. \tag{3}$$

(2) გული, რომელიც აკმაყოფილებს G პირობებს, ჩვენ განვიხილეთ [1] ნაშრომში, სადაც იმ შემთხვევაში, როცა $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ სიმეტრიულია, მიღებული იყო (2) გულის რეზოლვენტის წარმოდგენა $G_n(x, y)$ გულების რეზოლვენტის საშუალებით (იხ. [1], თეორემა 4).

წინამდებარე ნაშრომში ჩვენ მივცემთ (2) გულის რეზოლვენტის ზემო-

[1] ორთოგონალობის განსაზღვრება იხ. [1].

აღნიშნულ წარმოდგენას ახალი მეთოდით, რომელიც საშუალებას გვაძლევს გავთავისუფლდეთ $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ გულების სიმეტრიულობის პირობისაგან.

შემდეგ, $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots m)$ გულების სიმეტრიულობის შემთხვევაში ჩვენ მოვიყვანთ (2) გულის რეზოლვენტის ერთ ახალ წარმოდგენას, რომლის საშუალებითაც მივიღებთ (1) არაერთგვაროვანი განტოლების ამოხსნის დაშლას $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ გულების ფუნდამენტალური ფუნქციების მიმართ.

თეორემა 1. ვთქვათ, (2) გული აკმაყოფილებს G პირობებს, ხოლო λ არ არის მისი მახასიათებელი რიცხვი. მაშინ (2) გულის რეზოლვენტი არსებობს და წარმოადგენს λ-ს შემდეგი სახის მერომორფულ ფუნქციას:

$$R(x, y; \lambda)=\sum_{n=0}^{m} \lambda^n R_n(x, y; \lambda^n), \tag{4}$$

სადაც $R_n(x, y; \mu)$ არის $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ გულის რეზოლვენტი.

(1) განტოლების ამოხსნას აქვს სახე

$$u(x)=f(x)+\int_a^b R(x, y; \lambda)\, f(y)\, dy. \tag{5}$$

რადგან λ არ არის (2) გულის მახასიათებელი რიცხვი, ამიტომ, როგორც ჩვენ მიერ იყო ნაჩვენები (იხ. [1], თეორემა 1), λ^n არ არის მახასიათებელი რიცხვი $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ გულისა. (3)-ის ძალით, $\lambda=1$ არ არის $G_0(x, y)$ გულის მახასიათებელი რიცხვი.

კვადრატით შეჯამებადი გულის რეზოლვენტის არსებობის ძალით, რომელიც დამტკიცებულია კარლემანის [2] მიერ, განსახილავი λ-სთვის თითქმის ყველგან $a \leqq x, y \leqq b$ არეში გვექნება:

$$\left.\begin{aligned}
R_0(x, y; 1) &= G_0(x, y)+\int_a^b G_0(x, t)\, R_0(t, y; 1)\, dt, \\
R_1(x, y; \lambda) &= G_1(x, y)+\lambda \int_a^b G_1(x, t)\, R_1(t, y; \lambda)\, dt, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
R_m(x, y; \lambda^m) &= G_m(x, y)+\lambda^m \int_a^b G_m(x, t)\, R_m(t, y; \lambda)\, dt.
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

თუ (6) განტოლებებს, მეორედან დაწყებულს, გავამრავლებთ სათანადოდ $\lambda, \lambda^2, \ldots, \lambda^m$-ზე და შემდეგ წევრობლივ შევკრებთ, მივიღებთ:

$$\sum_{n=0}^{m} \lambda^n R_n(x, y; \lambda^n) = \sum_{n=0}^{m} \lambda^n G_n(x, y) + \int_a^b \left(\sum_{n=0}^{m} \lambda^n G_n(x, t)\, \lambda^n R_n(t, y; \lambda^n) \right) dt. \tag{7}$$

თუ k-ურ იგივობას (6)-დან გავამრავლებთ $G_i(x, t)$-ზე, სადაც $i \neq k$, მაშინ, $G_n(x, y)$ $(n = 0, 1, \ldots, m)$ გულების წყვილ-წყვილად ორთოგონალობის გამო, მივიღებთ, რომ

$$\int_a^b G_i(x, t)\, R_k(t, y; \lambda^k)\, dt = 0, \text{ თუ } i \neq k.$$

უკანასკნელი გარემოების გამო, (7) ტოლობა შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\sum_{n=0}^{m} \lambda^n R_n(x, y, \lambda^n) = \sum_{n=0}^{m} G_n(x, y)\, \lambda^n$$

$$+ \int_a^b \left(\sum_{n=0}^{m} \lambda^n G_n(x, t) \right) \left(\sum_{n=0}^{n} \lambda^n R_n(t, y; \lambda^n) \right) dt.$$

მაშასადამე, (4) ფუნქცია თითქმის ყველგან $a \leq x, y \leq b$-ში აკმაყოფილებს იგივობას

$$R(x, y; \lambda) = G(x, y; \lambda) + \int_a^b G(x, t; \lambda)\, R(t, y; \lambda)\, dt.$$

ანალოგიურად შეიძლება ჩვენება, რომ (4) ფუნქცია აკმაყოფილებს აგრეთვე იგივობას

$$R(x, y; \lambda) = G(x, y; \lambda) + \int_a^b G(t, y; \lambda)\, R(x, t; \lambda)\, dt.$$

ამგვარად, (4) ფუნქცია აკმაყოფილებს ორ იგივობას, რომელნიც ცალსახად განსაზღვრავენ (2) გულის რეზოლვენტს, რაც თეორემას ამტკიცებს.

2. განვიხილოთ ახლა ფრედჰოლმის ინტეგრალური განტოლება

$$u(x) - \lambda \int_a^b K(x, y)\, u(y)\, dy = f(x), \tag{8}$$

სადაც $K(x, y)$ კვადრატით შეჯამებადი სიმეტრიული ფუნქციაა $a \leq x, y \leq b$ არეში.

ვთქვათ, $\{\lambda_\nu\}$ არის $K(x, y)$ გულის მახასიათებელ რიცხვთა სპექტრი, ხოლო $\{\varphi_\nu(x)\}$—სათანადო ორთონორმირებული სისტემა ფუნდამენტალური ფუნქციებისა. თუ გამოვიყენებთ სმიტისის [3] მიერ მიღებულ ზოგიერთ შედეგს, არაა ძნელი ვაჩვენოთ, რომ განსახილავ შემთხვევაში ძალაში რჩება უწყვეტი სიმეტრიული გულის რეზოლვენტის ცნობილი წარმოდგენა.

თეორემა 2. $K(x, y)$ გულის რეზოლვენტს აქვს სახე

$$\Gamma(x, y; \lambda) = K(x, y) + \lambda \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\varphi_\nu(x)\, \varphi_\nu(y)}{\lambda_\nu(\lambda_\nu - \lambda)}, \tag{9}$$

ამასთან (9) მწკრივი იკრიბება როგორც თითქმის ყველგან, ისე საშუალოდ $\Gamma(x, y; \lambda) - K(x, y)$ ფუნქციისაკენ $a \leqq x\, y \leqq b$ არეში[1].

ვთქვათ, $\Gamma(x, y; \lambda)$ არის $K(x, y)$ გულის რეზოლვენტი, ხოლო λ არ არის მისი მახასიათებელი მნიშვნელობა. მაშინ თითქმის ყველგან $a \leqq x, y \leqq b$ არეში გვექნება (იხ. [2])

$$\Gamma(x, y; \lambda) = K(x, y) + \lambda \int_a^b K(x, t)\, \Gamma(t, y; \lambda)\, dt. \tag{10}$$

ფუნქცია

$$P(x, y) = \int_a^b K(x, t)\, \Gamma(t, y; \lambda)\, dt$$

წარმოდგენილია $K(x, y)$ გულის საშუალებით, ამიტომ, სმიტისის [3] თეორემის ძალით, რომელიც წარმოადგენს განზოგადებას ჰილბერტ-შმიდტის ცნობილი თეორემისა, $P(x, y)$ ფუნქციის სათანადო ჰილბერტ-შმიდტის მწკრივი

$$\sum_{i=1}^{\infty} G_i(y; \lambda)\, \varphi_i(x), \quad G_i(y; \lambda) = \frac{1}{\lambda_i} \int_a^b \Gamma(t, y; \lambda)\, \varphi_i(t)\, dt,$$

თითქმის ყველა ფიქსირებული y-სთვის (a, b)-დან, კრებადია $a \leqq \alpha \leqq b$-ში, როგორც თითქმის ყველგან, ისე საშუალოდ $P(x, y)$ ფუნქციისაკენ, ე. ი.

$$\lim_{n \to \infty} \int_a^b \left[P(x, y) - \sum_{i=1}^{n} G_i(y, \lambda)\, \varphi_i(x) \right]^2 dx = 0. \tag{11}$$

ჩვენი უახლოესი ამოცანაა ვიპოვოთ ცხადი სახე $G_i(y; \lambda)$ $(i = 1, 2, \ldots)$ ფუნქციებისა. ამისათვის შევიტანოთ (10)-ში $\Gamma(x, y; \lambda)$ რეზოლვენტის მნიშვნელობა, შემდეგი სახით წარმოდგენილი:

$$\Gamma(x, y; \lambda) = K(x, y) + \lambda \sum_{i=1}^{\infty} G_i(y; \lambda)\, \varphi_i(x), \tag{Γ}$$

[1] საშუალო კრებადობა ადრე იყო დამტკიცებული გოლდფაინის [4] მიერ სხვა გზით.

და მივიღებთ:

$$\lambda\left\{\sum_{i=1}^{\infty} G_i(y;\lambda)\,\varphi_i(x) - \int_a^b K(x,t)\,K(t,y)\,dt \right.$$
$$\left. -\lambda\int_a^b K(x,t)\sum_{i=1}^{\infty} G_i(y;\lambda)\,\varphi_i(t)\,dt\right\} = 0. \tag{12}$$

(11)-ის ძალით, თითქმის ყველგან $a \leqq x \leqq b$-ში, გვექნება

$$\int_a^b K(x,t)\sum_{i=1}^{\infty} G_i(y;\lambda)\,\varphi_i(t)\,dt = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{G_i(y;\lambda)\,\varphi_i(x)}{\lambda_i}, \tag{13}$$

ამასთან, მარჯვნივ მონაწილე მწკრივი იმავე დროს კრებადია x-ის მიმართ საშუალოდაც (13) ტოლობის მარცხნივ მდგომი ფუნქციისაკენ.

შემდეგ, სმიტისის [3] თეორემის ძალით, თითქმის ყველგან $a \leqq x \leqq b$-ში, თითქმის ყველა ფიქსირებული y-სთვის (a, b)-დან,

$$\int_a^b K(x,t)\,K(t,y)\,dt = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i(x)\,\varphi_i(y)}{\lambda_i^2}, \tag{14}$$

ამასთან, მწკრივი იმავე დროს კრებადია x-ის მიმართ საშუალოდაც (14) ტოლობის მარცხნივ მდგომი ფუნქციისაკენ.

თუ გავითვალისწინებთ (12), (13) და (14) ტოლობებს, გვექნება თითქმის ყველა ფიქსირებული y-სთვის (a, b)-დან, თითქმის ყველა x-სთვის იმავე შუალედში

$$\lambda\sum_{i=1}^{\infty}\left[G_i(y;\lambda)\left\{1-\frac{\lambda}{\lambda_i}\right\}-\frac{\varphi_i(y)}{\lambda_i^2}\right]\varphi_i(x)=0, \tag{15}$$

ამასთან, ეს მწკრივი იმავე დროს x-ის მიმართ კრებადია ნულისაკენ საშუალოდაც.

ამიტომ, თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ $\{\varphi_\nu(x)\}$ არის ორთონორმირებულ ფუნქციათა სისტემა და მოვახდენთ (15) მწკრივის წევრობლივ ინტეგრებას, გვექნება

$$G_i(y;\lambda)=\frac{\varphi_i(y)}{\lambda_i(\lambda_i-\lambda)} \quad (i=1,\ 2,\ldots). \tag{16}$$

თუ (16)-ს შევიტანთ (Γ)-ში, მივიღებთ

$$\Gamma(x,y;\lambda)=K(x,y)+\lambda\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\varphi_i(x)\,\varphi_i(y)}{\lambda_i(\lambda_i-\lambda)}, \tag{9}$$

სადაც მარჯვნივ მონაწილე მწკრივი, თითქმის ყველა ფიქსირებული y-სთვის (a, b)-დან, კრებადია თითქმის ყველგან $a \leqq x, y \leqq b$-ში. სიმეტრიულობის გამო დავასკვნით, რომ (9) მწკრივი კრებადია თითქმის ყველგან $a \leqq x, y \leqq b$ არეში $\Gamma(x, y; \lambda)-K(x, y)$ ფუნქციისაკენ.

დავამტკიცოთ ახლა, რომ აღნიშნული მწკრივი საშუალოდ კრებადია იმავე ფუნქციისაკენ $a \leqq x, y \leqq b$ არეში. ვთქვათ, ρ მანძილია λ-დან $\{\lambda_i\}$ მახასიათებელ რიცხვთა სიმრავლემდე. მაშინ, რადგან ყოველი i-სთვის, $|\lambda_i-\lambda| \geqq \rho$, ამიტომ როგორიც არ უნდა იყოს n და m,

$$\int_a^b \int_a^b \left| \sum_{i=n}^{n+m} \frac{\varphi_i(x)\, \varphi_i(y)}{\lambda_i(\lambda_i-\lambda)} \right|^2 dx\, dy = \sum_{i=n}^{n+m} \frac{1}{\lambda_i^2 |\lambda_i-\lambda|^2} \leqq \frac{1}{\rho^2} \sum_{i=n}^{n+m} \frac{1}{\lambda_i^2}.$$

მაშასადამე, (9) მწკრივი არის საშუალოდ კრებადი $a \leqq x, y \leqq b$ არეში, მაგრამ, რადგან იგი აღნიშნულ არეში თითქმის ყველგან კრებადია $\Gamma(x, y; \lambda)-K(x, y)$ ფუნქციისაკენ, ამიტომ იგი ამავე ფუნქციისაკენ იქნება საშუალოდ კრებადიც.

3. დავუბრუნდეთ ახლა (1) ინტეგრალურ განტოლებას, რომლის გულია (2). ვივულისხმოთ, რომ ყველა $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ სიმეტრიული ფუნქციებია. ვთქვათ, $\lambda_1^{(k)}, \lambda_2^{(k)}, \ldots$ აღნიშნავს $G_k(x, y)$ გულის მახასიათებელ რიცხვთა სიმრავლეს, ხოლო $u_1^{(k)}(x), u_2^{(k)}(x), \ldots$ კი სათანადო ორთონორმირებულ ფუნდამენტალურ ფუნქციათა სისტემას. მაშინ, როგორც შედეგი 1 და 2 თეორემისა, მიიღება

თეორემა 3. ვთქვათ, (2) გული აკმაყოფილებს G პირობას, λ არ არის მახასიათებელი რიცხვი (2) გულისა და ყველა $G_n(x, y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ სიმეტრიული ფუნქციებია. მაშინ (2) გულის რეზოლვენტს თითქმის ყველგან $a \leqq x, y \leqq b$ არეში აქვს სახე:

$$R(x, y; \lambda) = G(x, y; \lambda) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{u_i^{(0)}(x)\, u_i^{(0)}(y)}{\lambda_i^{(0)}(\lambda_i^{(0)}-1)} + \lambda \sum_{i=1}^{\infty} \frac{u_i^{(1)}(x)\, u_i^{(1)}(y)}{\lambda_i^{(1)}(\lambda_i^{(1)}-\lambda)} + \cdots$$
$$+ \lambda^m \sum_{i=1}^{\infty} \frac{u_i^{(m)}(x)\, u_i^{(m)}(y)}{\lambda_i^{(m)}(\lambda_i^{(m)}-\lambda^m)}, \tag{17}$$

ამასთან λ^k-სთან $(k=0, 1, \ldots, m)$ მდგომი მწკრივი საშუალოდ იკრიბება $R_k(x, y; \lambda^k)-G_k(x, y)$ ფუნქციისაკენ.

იმავე პირობებში ადვილად მტკიცდება

თეორემა 4. (2) გულის ყოველი მახასიათებელი რიცხვი არის მარტივი პოლუსი მისი რეზოლვენტისა.

ვთქვათ, μ მახასიათებელი რიცხვია (2) გულისა. მაშინ, როგორც ნაჩვენებია (იხ. [1]) თეორემა 1), მოიძებნება ერთი მაინც ისეთი რიცხვი k, $1 \leqq k \leqq m$, რომ μ^k იქნება მახასიათებელი რიცხვი $G_k(x, y)$ გულისა. ვთქვათ, $\mu^k = \lambda_j^{(k)}$, ეს რიცხვი აუცილებლივ ნამდვილია, რადგან $G_k(x, y)$ სიმეტრიულია. მაშინ

$\lambda=\mu$ წერტილის მიდამოში (17) რეზოლვენტის ყველა შესაკრები, გარდა $\lambda^k \frac{u_j^{(k)}(x)\,u_j^{(k)}(y)}{\mu^k(\mu^k-\lambda^k)}$, იქნება ჰოლომორფული ფუნქცია. დაგვრჩა ვაჩვენოთ, რომ ამ შეფარდებას აქვს მარტივი პოლუსი, როცა $\lambda=\mu$. ეს კი ცხადია, რადგან ადგილი აქვს ტოლობას:

$$\frac{\lambda^k u_i^{(k)}(x)\,u_i^{(k)}(y)}{\mu^k(\mu^k-\lambda^k)}=-\frac{u_i^{(k)}(x)\,u_i^{(k)}(y)\,k^{-1}\mu^{1-k}}{\lambda-\mu}+r(x,y;\lambda-\mu),$$

სადაც $r(x,y;\lambda-\mu)$ ჰოლომორფული ფუნქციაა $\lambda=\mu$ წერტილის მიდამოში.

4. ვთქვათ, λ არ არის მახასიათებელი რიცხვი (2) გულისა.

თეორემა 5. თუ (2) გული აკმაყოფილებს G პირობას და ყველა $G_n(x,y)$ $(n=0, 1, \ldots, m)$ სიმეტრიულია, მაშინ (1) არაერთგვაროვანი განტოლების ამოხსნა თითქმის ყველგან (a,b) შუალედში წარმოიდგინება ფორმულით

$$u(x)=f(x)+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(0)}}{\lambda_i^{(0)}-1}u_i^{(0)}(x)+\lambda\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(1)}}{\lambda_i^{(1)}-\lambda}u_i^{(1)}(x)+\cdots$$
$$+\lambda^m\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(m)}}{\lambda_i^{(m)}-\lambda^m}u_i^{(m)}(x), \tag{18}$$

სადაც $f_i^{(k)}=\int_a^b f(x)\,u_i^{(k)}(x)\,dx$ $(k=0, 1, \ldots, m;\ i=1, 2, \ldots)$, ამასთან, λ^k-სთან $(k=0, 1, \ldots, m)$ მდგომი მწკრივი საშუალოდ იკრიბება

$$\int_a^b R_k(x,y;\lambda^k)\,f(y)\,dy$$

ფუნქციისაკენ.

თუ (5) ფორმულაში ჩავსვამთ $R(x,y;\lambda)$-ს მნიშვნელობას (17)-დან და შემდეგ მოვახდენთ წევრობლივ ინტეგრებას, მივიღებთ

$$u(x)=f(x)+\sum_{n=0}^{m}\lambda^n\int_a^b G_n(x,y)\,f(y)\,dy+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(0)}}{\lambda_i^{(0)}(\lambda_i^{(0)}-1)}u_i^{(0)}(x)$$
$$+\lambda^2\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(1)}}{\lambda_i^{(1)}(\lambda_i^{(1)}-1)}u_i^{(1)}(x)+\cdots+\lambda^{2m}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(m)}}{\lambda_i^{(m)}(\lambda_i^{(m)}-\lambda^m)}u_i^{(m)}(x). \tag{19}$$

მაგრამ, სმიტისის [3] თეორემის ძალით, თითქმის ყველგან (a, b)-ში გვაქვს

$$\int_a^b G_n(x,y)\,f(y)\,dy=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{f_i^{(n)}}{\lambda_i^{(n)}}u_i^{(n)}(x)\quad(n=0, 1, \ldots, m) \tag{20}$$

ამასთან, მარჯვენა მწკრივი იმავე დროს კრებადია საშუალოდაც ტოლობის მარცხნივ მდგომი ფუნქციისაკენ.

(19) და (20) ტოლობებიდან ელემენტარული გარდაქმნებით ვღებულობთ (18) ფორმულას.

ვთქვათ, ახლა λ_0 მახასიათებელი რიცხვია (2) გულისა. მაშინ მოიძებნება ერთი მაინც ისეთი n, $1 \leqq n \leqq m$, რომ λ_0^n იქნება მახასიათებელი რიცხვი $G_n(x, y)$ გულის p_n ჯერადობისა (იხ. [1], თეორემა 1). იმ n-ებისთვის, რომლისთვისაც λ_0^n არ არის მახასიათებელი რიცხვი, p_n-ს მივიღებთ ნულად. ვთქვათ, $u_1^{(n)}(x), \ldots u_{p_n}^{(n)}(x)$ $(n=1, \ldots, m)$ არის $G_n(x, y)$ გულის λ_0^n $(n=1, \ldots, m)$ მახასიათებელი რიცხვის სათანადო წრფივად დამოუკიდებელ ფუნდამენტალურ ფუნქციათა სრული სისტემა. თუ $p_n=0$ რომელიმე n-სთვის, მაშინ სათანადო სისტემა არ გვექნება. უწინ ჩვენ ვაჩვენეთ (იხ. [1], თეორემა 2), რომ $u_1^{(n)}(x), \ldots, u_{p_n}^{(n)}(x)$ $(n=1, \ldots, m)$ ფუნქციათა სისტემა შეადგენს λ_0 მახასიათებელი რიცხვის სათანადო წრფივად დამოუკიდებელ ფუნდამენტალურ ფუნქციათა (2) გულის სრულ სისტემას. ამიტომ, ფრედჰოლმის მესამე თეორემის ძალით, ადგილი აქვს

თეორემა 6. თუ λ_0 მახასიათებელი რიცხვია (2) გულისა, რომელიც აკმაყოფილებს G პირობას, მაშინ იმისთვის, რომ (1) არაერთგვაროვან ინტეგრალურ განტოლებას ჰქონდეს ამოხსნა, როცა $\lambda=\lambda_0$, აუცილებელია და საკმარისი, რომ შესრულებული იყოს შემდეგი პირობები:

$$\int_a^b f(x)\, u_i^{(n)}(x)\, dx=0 \quad (n=1,\ 2, \ldots, m;\ i=1,\ 2, \ldots, p_n).$$

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ა. რაზმაძის სახელობის თბილისის მათემატიკის
ინსტიტუტი

(რედაქციას მოუვიდა 21.2.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. დ. ხარაზოვი. პარამეტრზე რაციონალურად დამოკიდებული გულიანი ინტეგრალური განტოლების ფუნდამენტალური ფუნქციებისა და რეზოლვენტის შესახებ. საქ. სსრ მეცნ. აკად. მოამბე, ტ. VIII, № 4, 1947.
2. T. Carleman. Zur Theorie der linearen Integralgeichungen. Matn. Zeit., t. 9, 1921.
3. F. Smithies. The eigen-values and singular values of integral equations. Proc. London Math. Soc., s. 2, 43, 1937.
4. И. Гольдфайн. К теории линейных интегральных уравнений с симметрическим ядром типа Schmidt'a. Уч. записки МГУ, выпуск XV, 1939.

დრეკადობის თეორია

ვ. კუპრაძე

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილი წევრი

დრეკადობის თეორიის პირველი ძირითადი დინამიკური სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა

n° 1. **საკითხის დასმა.** (x_1, x_2, x_3) მართკუთხოვანი კოორდინატების სივრცეში განიხილება სივრცის სასრული ან უსასრულო ნაწილი B, შემოსაზღვრული რეგულარულ ჩაკეტილ ფართეულთა სასრული რიცხვით, რომელნიც არ იკვეთებიან და ურთიერთს არ ეხებიან, B არის მთლიან საზღვარს აღვნიშნავთ S-ით: $(B+S)$ სივრცე წარმოადგენს ერთგვაროვან, იზოტროპულ, დრეკად არეს ლამეს მუდმივებით λ, μ და სიმკვრივით σ; $P(x_1, x_2, x_3)$ წერტილის უსასრულო მცირე გადაადგილების მდგენელებს ვუწოდებთ (u_1, u_2, u_3), მოცულობით დილატაციას აღვნიშნავთ, ჩვეულებისამებრ, Θ-თი. ქვევით განხილულია B სივრცის რხევა, დროის მიმართ მაჩვენებლითი კანონით, რხევის ω სიხშირით და მოყვანილია შემდეგი ამოცანის ამოხსნა:

მოინახოს $(B+S)$ არეში უწყვეტი ვექტორი $\bar{u}(u_1, u_2, u_3)$, უწყვეტი პირველი და მეორე რიგის წარმოებულებით B-ში, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$\Delta^*\bar{u}+k^2\bar{u}\equiv\Delta\bar{u}+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\operatorname{grad}\Theta+k^2\bar{u}=0, \tag{1}$$

$$k^2=\frac{\sigma}{\mu}\omega^2,$$

თუ ცნობილია, რომ S ფართეულზე იგი წინასწარ მოცემულ $\overline{f(M)}$ მნიშვნელობებს იღებს და უსასრულეთში (იმ შემთხვევაში, თუ B უსასრულოა) აკმაყოფილებს გამოსხივების პირობას.

ჩემ მიერ ბრტყელი ამოცანისათვის [1] და შემდეგ, იმავე მეთოდით, სივრცის შემთხვევაში ა. ბაკალიაევის მიერ საკანდიდატო დისერტაციაში დამტკიცებულია, რომ ზევით დასმულ ამოცანას (უსასრულო არის შემთხვევაში) შეიძლება ჰქონდეს მხოლოდ ერთადერთი ამოხსნა. [1] შრომაში მკითხველი გაეცნობა აგრეთვე ე. წ. გამოსხივების პრინციპის შინაარსსა და როლს დრეკადობის თეორიაში.

n° 2. **რხევის ძირითადი ტენზორის აგება.** წარმოვიდგინოთ, რომ $Q(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ წერტილში მოქმედებს ω სიხშირით მერყევი ძალა პარალელურად, შესაბამისად, x_1, x_2, x_3 ღერძებისა; შეიძლება უშუალო შემოწმებით დავრწმუნდეთ, რომ (1) განტოლების სამი შესაბამი ამოხსნა იქნება:

$$u_j^{(i)}=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}\int\limits_{\frac{r}{a}}^{\frac{r}{b}}\tau e^{-i\omega\tau}\,d\tau+\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_j}\right)\left(\frac{1}{a^2}\,e^{-i\omega\frac{r}{a}}-\frac{1}{b^2}\,e^{-i\omega\frac{r}{b}}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{1}{b^2}\,\frac{e^{-i\omega\frac{r}{b}}}{r}\right],\ \text{თუ}\ i=j; \tag{2}$$

$$u_j^{i}=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}\int\limits_{\frac{r}{a}}^{\frac{r}{b}}\tau e^{-i\omega\tau}\,d\tau+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_j}\right)\left(\frac{1}{a^2}\,e^{-i\omega\frac{r}{a}}-\frac{1}{b^2}\,e^{-i\omega\frac{r}{b}}\right)\right],\ \text{თუ}\ i\neq j$$

$$(i,\ j=1,\ 2,\ 3);$$

აქ ზედა ინდექსი მიუთითებს იმაზე, რომ ლაპარაკია x_i-ური ღერძის გასწვრივ მოქმედი ძალით გამოწვეულ გადაადგილებებზე, r მანძილია $P(x_1, x_2, x_3)$ და $Q(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ წერტილებს შორის,

$$\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{\sigma}{\lambda+2\mu}},\quad \frac{1}{b}=\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}. \tag{3}$$

(2) შეიძლება შემდეგი სახით გადაიწეროს:

$$u_j^{(i)}=u_{j0}^{(i)}+\sigma_{ij}(r)=\frac{1}{2(\lambda+2\mu)}\left[\frac{1}{r}-\frac{(x_i-\xi_i)(x_j-\xi_j)}{r^3}\right]+\frac{1}{2\mu}\left[\frac{1}{r}\right.$$

$$\left.+\frac{(x_i-\xi_i)(x_j-\xi_j)}{r^3}\right]+\sigma_{ij}(r),$$

$$i=j \tag{4}$$

$$u_j^{(i)}=u_{j0}^{(i)}+\sigma_{ij}(r)=\left[\frac{1}{2\mu}-\frac{1}{2(\lambda+2\mu)}\right]\frac{(x_i-\xi_i)(x_j-\xi_j)}{r^3}+\sigma_{ij}(r)$$

$$i\neq j$$

$$(i,\ j=1,\ 2,\ 3),$$

სადაც $\bar{u}_0^{(i)}(u^i_{10}, u^i_{20}, u^i_{30})$ ვექტორების მნიშვნელობა გასაგებია თავისთავად, ხოლო

$$\sigma_{ij}(r)=\frac{1}{\sigma}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}\left(\frac{1}{r}\right)\int\limits_{\frac{r}{a}}^{\frac{r}{b}}\tau\left(e^{-i\omega\tau}-1\right)d\tau+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_j}\right)\left[\frac{1}{a^2}\left(e^{-i\omega\frac{r}{a}}-1\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{b^2}\left(e^{-i\omega\frac{r}{b}}-1\right)\right]\right\}, \tag{5}$$

თუ $\qquad i\neq j,$

$$\sigma_{ij}(r)=\frac{1}{\sigma}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j}\left(\frac{1}{r}\right)\int_{\frac{r}{a}}^{\frac{r}{b}}\tau\left(e^{-i\omega\tau}-1\right)d\tau+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_i}\,\frac{\partial r}{\partial x_j}\right)\left[\frac{1}{a^2}\left(e^{-i\omega\frac{r}{a}}-1\right)-\frac{1}{b^2}\left(e^{-i\omega\frac{r}{b}}-1\right)\right]+\frac{1}{r}\left(e^{-i\omega\frac{r}{b}}-1\right)\right\}, \tag{6}$$

თუ $i=j;$

(5) და (6)-დან აშკარაა, რომ ყველა $\sigma_{ij}(0)$ შემოსაზღვრულია.

$\bar{u}^{(i)}$ $(i=1,\ 2,\ 3)$ ვექტორების ცხრა $u_j^{(i)}$ $(i,\ j=1,\ 2,\ 3)$ მდგენელები შეადგენს მეორე რანგის სიმეტრიულ ტენზორს

$$T(PQ)=\|u_j^i\|\ (i,\ j=1,\ 2,\ 3); \tag{7}$$

ამ ტენზორს რხევის ძირითადი ტენზორი ვუწოდოთ.

3°. რ ხ ე ვ ი ს ძ ი რ ი თ ა დ ი ტ ე ნ ზ ო რ ი ს თ ვ ი ს ე ბ ე ბ ი.

a) $T(PQ)$ ტენზორის ყველა ელემენტი აკმაყოფილებს გამოსხივების პირობას $\frac{1}{r}\,e^{-i\omega r}$ ფუნქციასთან ერთად,

b) თუ $\omega=0$, მაშინ $T(PQ)$ გადაიქცევა სომილიანის ცნობილ სტატიკურ ტენზორად, რომლის ელემენტებია $u_{j0}^{(i)}$ $(i,\ j=1,\ 2,\ 3)$; აღვნიშნოთ ეს ტენზორი $T^0(PQ)$-თი,

$$T^0(PQ)=\|u_{j0}^{(i)}\|; \tag{8}$$

c) ვექტორი $T(PQ)\ \bar{F}(Q)$, სადაც $\bar{F}$ ვექტორია და $T\bar{F}$-ტენზორის ნამრავლია ვექტორზე, არის (P წერტილის მიმართ) (1)-ის ამოხსნა;

d) ვექტორი

$$\bar{u}(P)=-\frac{1}{4\pi}\int_B T(PQ)\ \bar{F}(Q)\ d\tau_Q$$

აკმაყოფილებს განტოლებას

$$\Delta^*\bar{u}+k^2\bar{u}=\bar{F}(P). \tag{9}$$

ყველა ეს თვისება ადვილი შესამოწმებელია უშუალოდ.

n° 4. ო რ მ ა გ ი ფ ე ნ ი ს პ ო ტ ე ნ ც ი ა ლ ი ს ა გ ე ბ ა. განვიხილოთ ტენზორი

$$K(PQ)=\frac{1}{4\pi\varkappa}\left\|\begin{matrix}K_{11} & K_{12} & K_{13}\\ K_{21} & K_{22} & K_{23}\\ K_{31} & K_{32} & K_{33}\end{matrix}\right\|,$$

სადაც $\varkappa=\lambda+3\mu$ და

$$
\begin{aligned}
K_{1i}(\bar{u}^i_0)\equiv(\lambda+2\mu)&\left[(\lambda+\mu)\,div_Q\bar{u}^i_0+2\mu\frac{\partial u^i_{10}}{\partial\xi_1}\right]\cos n\xi_1+\left[\mu(\lambda+3\mu)\frac{\partial u^i_{10}}{\partial\xi_2}\right.\\
&\left.+\mu(\lambda+\mu)\frac{\partial u^i_{20}}{\partial\xi_1}\right]\cos n\xi_2+\left[\mu(\lambda+3\mu)\frac{\partial u^i_{10}}{\partial\xi_3}+\mu(\lambda+\mu)\frac{\partial u^i_{30}}{\partial\xi_1}\right]\cos n\xi_3+F^i_1,\\
K_{2i}(\bar{u}^i_0)\equiv(\lambda+2\mu)&\left[(\lambda+\mu)\,div_Q\bar{u}^i_0+2\mu\frac{\partial u^i_{20}}{\partial\xi_2}\right]\cos n\xi_2+\left[\mu(\lambda+3\mu)\frac{\partial u^i_{20}}{\partial\xi_1}\right.\\
&\left.+\mu(\lambda+\mu)\frac{\partial u^i_{10}}{\partial\xi_2}\right]\cos n\xi_1+\left[\mu(\lambda+3\mu)\frac{\partial u^i_{20}}{\partial\xi_3}+\mu(\lambda+\mu)\frac{\partial u^i_{30}}{\partial\xi_2}\right]\cos n\xi_3+F^i_2,\\
K_{3i}(\bar{u}^i_0)\equiv(\lambda+2\mu)&\left[(\lambda+\mu)\,div_Q\bar{u}^i_0+2\mu\frac{\partial u^i_{30}}{\partial\xi_3}\right]\cos n\xi_3+\left[\mu(\lambda+3\mu)\frac{\partial u^i_{30}}{\partial\xi_1}\right.\\
&\left.+\mu(\lambda+\mu)\frac{\partial u^i_{10}}{\partial\xi_3}\right]\cos n\xi_1+\left[\mu(\lambda+3\mu)\frac{\partial u^i_{30}}{\partial\xi_2}+\mu(\lambda+\mu)\frac{\partial u^i_{20}}{\partial\xi_3}\right]\cos n\xi_2+F^i_3\\
&(i=1,2,3); \qquad (10)
\end{aligned}
$$

აქ n არის $Q(\xi_1\ \xi_2\ \xi_3)$ წერტილში გავლებული შიგა ნორმალი S-ის მიმართ, $\bar{u}^i_0$ $T^0(PQ)$ ტენზორის i-ური ვექტორია, ხოლო (F^i_1, F^i_2, F^i_3) არის $\bar{F}^i(P,Q)$ ვექტორის მდგენელები, სადაც

$$\bar{F}^i(PQ)=\frac{k^2}{4\pi}\int_{\bar{B}}T(P,Q)\,\bar{X}^i(Q)\,d\tau_Q, \qquad (11)$$

სადაც $\bar{B}$ სრული სივრცეა, ხოლო ვექტორები $\bar{X}^i(X_1^i, X_2^i, X_3^i)$ განმარტებულია შემდეგნაირად: ჩავსვამთ რა (10)-ში u^i_0 $(i=1,2,3)$ ვექტორების მნიშვნელობებს თანამიმდევრობით, ვპოვეთ:

$$K_{ij}\equiv X^i_j+F^i_j=\frac{\cos(rn)}{r^2}\left[2\mu+(\lambda+\mu)\frac{3(x_i-\xi_i)\,(x_j-\xi_j)}{r^2}\right]+F^i_j,$$

და $$\text{თუ } i=j; \qquad (12)$$

$$K_{ij}\equiv X^i_j+F^i_j=\frac{3(x_i-\xi_i)\,(x_j-\xi_j)}{r^2}\cdot\frac{\cos(rn)}{r^2}+F^i_j,$$

$$\text{თუ } i\neq j.$$

ადვილად დავრწმუნდებით, რომ ვექტორები $\bar{X}^i(X^i_1, X^i_2, X^i_3)$, $i=1,2,3$, $P(x_1\,x_2\,x_3)$-ის მიმართ წარმოადგენენ ამოხსნებს განტოლებისა

$$\Delta^*\bar{X}^i=0; \qquad (13)$$

აქედან ადვილად გამომდინარეობს, რომ $K(PQ)$ ტენზორის i-ური სტრიქონი (სვეტი), განხილული როგორც ვექტორი $\bar{K}^i$, გვაძლევს (1)-ის ამოხსნას; მართლაც:

$$\bar{K}^i=\bar{X}^i+\bar{F}^i$$

$\Delta^*\bar{K}^i+k^2\bar{K}^i=k^2\bar{X}^i+\Delta^*\bar{F}^i+k^2\bar{F}^i=0$, თანახმად (13)-ისა, (9)-ისა და (11)-ისა.

n° 3 c) თვისების თანახმად, ვექტორი

$$\bar{u}(P)=\int_S K(P,Q)\,\bar{v}(Q)\,ds_Q, \qquad (14)$$

სადაც $\bar{v}(Q)$ უწყვეტი ვექტორია, თვით არის (1)-ის ამოხსნა.

ამ ინტეგრალს ორმაგი ფენის პოტენციალის თვისებები აქვს.

მართლაც,

$$\frac{3\,(x_i-\xi_i)^2\,\cos rn}{r^4}=\frac{\cos rn}{r^2}-r\cos rn\,\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{x_i-\xi_i}{r^3}\right)=\frac{\cos rn}{r^2}-\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(x_i-\xi_i)\,\frac{\cos rn}{r^2}\right]$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{r}\right)\cos nx_i;$$

ამის მიხედვით გვექნება:

$$\int_S K_{ii}(PQ)\,\nu_1(Q)\,ds_Q=\int_S \nu_i(Q)\,\frac{\cos rn}{r^2}\left[2\,\mu+(\lambda+\mu)\,\frac{3\,(x_i-\xi_i)}{r^2}\right]ds_Q$$

$$=2\,\mu\int_S \nu_i(Q)\,\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q+(\lambda+\mu)\int_S[\nu_i(Q)-\nu_i(M)]\,\frac{3\,(x_i-\xi_i)^2}{r^3}\,\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q$$

$$+(\lambda+\mu)\,\nu_i(M)\int_S \frac{3\,(x_i-\xi_i)^2}{r^2}\,\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q=2\,\mu\int_S \nu_i(Q)\,\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q$$

$$+(\lambda+\mu)\int_S[\nu_i(Q)-\nu_i(M)]\,\frac{3\,(x_i-\xi_i)^2}{r^2}\,\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q+(\lambda+\mu)\,\nu_i(M)\int_S\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q$$

$$-(\lambda+\mu)\,\nu_i(M)\,\frac{\partial}{\partial x_i}\int_S (x_i-\xi_i)\,\frac{\cos rn}{r^2}\,ds_Q-(\lambda+\mu)\,\nu_i(M)\,\frac{\partial}{\partial x_i}\int_S\frac{\cos nx_i}{r}\,ds_Q;$$

M ნებისმიერი ფიქსირებული წერტილია S ფართეულზე; თუ მხედველობაში მივიღებთ ცნობილ თვისებებს ორმაგი და მარტივი ფენის პოტენციალების წარმოებულებისა კოორდინატების მიმართ, ადვილად დავასკვნით, რომ

$$\lim_{P\to M}\int_S K_{ii}(P,Q)\,\nu_i(Q)\,ds_Q=\pm 2\,\pi\varkappa\nu_i(M)+\int_S K_{ii}(M,Q)\,\nu_i(Q)\,ds_Q, \qquad (15)$$

ზედა ნიშანი შეესაბამება P წერტილის M-საკენ მისწრაფებას შიგნიდან, ხოლო ქვედა ნიშანი—მისწრაფებას გარედან.

(15) ტოლობა ამტკიცებს ზემოთ ნათქვამს (14)-ის შესახებ.

n° 5. ამოცანის ინტეგრალური განტოლება. ამოხსნას ვეძებთ (14)-ის სახით, რომელშიდაც $\bar{v}(\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ უცნობი ვექტორია; (11) და (12)-დან გამომდინარეობს, რომ

$$|K(PQ)|=\frac{1}{4\pi\varkappa}\sqrt{\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}K_{ij}^{2}}<\frac{\text{const}}{r^{2-\gamma}(PQ)}, \quad 0<\gamma\leqq 1, \tag{16}$$

ხოლო (15)-დან და ამოცანის სასაზღვრო პირობიდან, ჩვეულებრივი გზით,

$$\pm\overline{v}(M)+\int_S K(M,N)\,\overline{v}(N)\,ds_N=\overline{f(M)}. \tag{17}$$

16)-ის მიხედვით, (17) *წარმოადგენს ფრედჰოლმის განტოლებათა რეგულარულ სისტემას; იგი გვაძლევს ჩვენი ამოცანის ამოხსნას.*

(17) განტოლებათა სისტემის გამოკვლევა შეიძლება შესრულდეს იმავე გზით, როგორც ეს ჩემ მიერ ნაჩვენებია შრომაში [2, 3] რხევის განტოლების მსგავსი ამოცანის შესახებ; კერძოდ, ახლაც ვღებულობთ იმავე საყურადღებო შედეგს:

გარე ამოცანას აქვს ერთადერთი ამოხსნა ნებისმიერი $\varkappa$-სათვის.

n° 6. *ზოგიერთი კერძო შემთხვევა.* (17) ინტეგრალური განტოლებიდან ადვილად მიიღება დრეკადობის თეორიის პირველი სტატიკური სასაზღვრო ამოცანის ცნობილი ინტეგრალური განტოლებანი; ამისთვის საკმარისია (17)-ში ვიგულისხმოთ $\omega=0$, მაშინ იგი უშუალოდ გადაიქცევა ვეილის ან ლაურიჩელას ცნობილ განტოლებებად [4, 5].

დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანები $\Delta u=0$ და $\Delta u+k^2u=0$ განტოლებებისათვის აგრეთვე კერძო შემთხვევებია ჩვენი ამოცანისა და სათანადო ინტეგრალური განტოლებებიც ადვილად მიიღება (17)-დან.

ვთქვათ, მაგალითად, $\lambda=-\mu$, მაშინ (1) განტოლება გადაიქცევა რხევის განტოლებად

$$\Delta u+k^2u=0,$$

(3)-ის მიხედვით,

$$a=b,$$

(2)-ის თანახმად,

$$u_j^i=\begin{cases}\dfrac{1}{a^2\sigma}\dfrac{e^{-ikr}}{r}, & \text{თუ } i=j;\\ 0, & \text{თუ } i\neq j;\end{cases}$$

$$u_{j0}^i=\begin{cases}\dfrac{1}{a^2\sigma}\cdot\dfrac{1}{r}, & \text{თუ } i=j;\\ 0, & \text{თუ } i\neq j.\end{cases}$$

ამის შესაბამისად და (12)-ის მიხედვით,

$$X_j^i = 2\mu \begin{cases} \dfrac{\cos rn}{r^2}, & \text{თუ } i=j; \\ 0, & \text{თუ } i \neq j, \end{cases}$$

ხოლო აქედან, (7)-ისა და (11)-ის თანახმად, ვღებულობთ:

$$F_j^i = \frac{k^2}{4\pi\mu^2} \int\limits_B \frac{e^{-ikr}}{r(PQ)} \frac{\cos(rn)}{r^2(QQ')} d\tau_Q, \text{ თუ } i=j,$$

და

$$F_j^i = 0, \text{ თუ } i \neq j;$$

$F_i^i(PQ')$ ინტეგრალის ყოფაქცევა ისეთია, როგორც ინტეგრალისა

$$\int\limits_{r(PQ)}^{\infty} \frac{e^{-ik\tau}}{\tau} d\tau;$$

აქედან, ინტეგრალური სინუსისა და კოსინუსის ცნობილი თვისებების მიხედვით, ვასკვნით, რომ როცა $P \to Q$, $F_i^i(PQ)$-ს აქვს $\ln r(PQ)$-ს ხასიათის უსასრულობა, და როცა $P \to \infty$, ხოლო Q ფიქსირებულია, ე. ი. $r \to \infty$, მისი ხასიათი ემთხვევა $\dfrac{1}{r(PQ)} e^{-ikr}$-ის ყოფაქცევას.

აქედან გამომდინარეობს, რომ გული

$$K_{ij} = \begin{cases} 2\mu \dfrac{\cos rn}{r^2} + F_j^i, & \text{თუ } i=j; \\ 0, & \text{თუ } i \neq j, \end{cases}$$

აკმაყოფილებს B-ში განტოლებას $\Delta u + k^2 u = 0$, ინტეგრადია ყველგან $(B+S)$-ში და უსასრულეთში აკმაყოფილებს გამოსხივების პირობას; მაშასადამე, განტოლება (17) ამ შემთხვევაში მოგვცემს $\Delta u + k^2 u = 0$ განტოლების დირიხლეს ამოცანის ცნობილ ამოხსნას [2, 3].

დასასრულ, თუ $\lambda = -\mu$ და $\omega = 0$, $F_j^i = 0$ და (17) იღებს შემდეგ სახეს

$$\pm \nu(M) + \frac{1}{2\pi} \int\limits_S \nu(N) \frac{\cos rn}{r^2} ds_N = f(M),$$

რაც დირიხლეს ამოცანის ცნობილი ინტეგრალური განტოლებაა.

შემდეგ სტატიებში ჩვენ მოვიყვანთ მეორე სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას და აგრეთვე პირველი სასაზღვრო ამოცანის რეგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე მიყვანის კიდევ ერთ ახალ მეთოდს, რომელიც ტედონე-ლიხტენშტეინის [6] მეთოდის განზოგადებას წარმოადგენს. [6]-ში მკითხველი იპოვის აგრეთვე ზოგიერთ ლიტერატურულ მითითებას საკითხის ისტორიიდან.

სტალინის სახელობის
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

(რედაქციას მოუვიდა 2.4.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. В. Д. Купрадзе. Теорема единственности в стационарных краевых задачах теории упругости. Докл. АН СССР, № 2, 1935, стр. 100—104.

2. В. Д. Купрадзе. Метод интегральных уравнений в теорий диффракции. Математический Сб., т. 41, вып. 4, 1935.

3. В. Д. Купрадзе. Некоторые новые теоремы об уравнениий колебании и их приложения в граничных задачах. Тр. Тбилисского Госуд. Университ., т. XXVI a, 1944.

4. H. Weyl. Das asimptotische Verteilungsgesetz der Eigenschwingungen eines beliebig gestalteten elastischen Körpers. Rend. Circ. Matem. Palermo, t. XXXIX (1° sem), 1915.

5. G. Lauricella. Sull'integrazione delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi. Atti della Reale Accad. dei Lincei, XV, 1, 1906, p. 426—432.

6. L. Lichtenstein. Über die erste Randwertaufgabe der Elastizitätstheorie. Mathem. Z., Bd 20, H. 1, 2, S. 21—28.

მეტეოროლოგია

ი. ქურდიანი

სპირტის ფსიქრომეტრის თეორია

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ა. დიდებულიძემ 17.1.1948)

ეთილის ალკოჰოლის (C_2H_5OH) გამოყენებამ ფსიქრომეტრული მიზნებისთვის ჩვენ გვიჩვენა, რომ ნამის წერტილსა (τ) და ფსიქრომეტრის ჩვენებათა შორის (t და t_s) მეტად მაღალი კორელაციური კავშირი არსებობს. კორელაციის კოეფიციენტი აღმოჩნდა ტოლი $r=+0{,}96$. ამ გარემოებამ, გამოწვეულმა სპირტის ე. წ. ჰიდრატაციის თვისებით, გვაიძულა ხელი მიგვეყო სპირტის ფსიქრომეტრის თეორიისათვის [1].

1. ნამის წერტილის დიფერენციალური განტოლება

ჩვენ განვიხილავთ სპირტის ჰიდრატაციის სითბოს, რომელიც გამოიყოფა სველ თერმომეტრზე და მონაწილეობას ღებულობს სითბოს ბალანსში სითბოს სხვა ნაკადებთან ერთად, როგორც ეს ცნობილია ჩვეულებრივი წყლის ფსიქრომეტრის თეორიიდან. ეს სითბო არის შედეგი ჰაერში მყოფი წყლის ორთქლის სპირტის მიერ ათვისებისა და ამიტომ მთლიანად მასზეა დამოკიდებული, რაც შესაძლებელს ხდის სპირტის გამოყენებას ფსიქრომეტრის მიზნებისათვის [2].

ავიღოთ ღერძი (თერმომეტრის სკალა) და მასზე გარკვეული მომენტისათვის აღვნიშნოთ „მშრალი“ თერმომეტრის ჩვენება t (ჰაერის ტემპერატურა). ცხადია, რომ სინოტივის გარკვეულ პირობებში ამ ღერძზე შეგვიძლია მოვნახოთ ისეთი წერტილი, რომელიც ნამის წერტილის τ მდებარეობას შეესაბამება. აღვნიშნოთ y-ით მანძილი $t-\tau$, სინოტივის იმავე პირობებში „სველი“ თერმომეტრის ჩვენება იქნება რომელიღაც t_s, რომელიც, როგორც დაკვირვება გვიჩვენებს, შეიძლება იყოს ან მაღლა ან დაბლა τ წერტილთან შედარებით. მანძილი $\tau-t_s$ აღვნიშნოთ x-ით. ამგვარად გვექნება

$$x=\tau-t_s \text{ და } y=t-\tau. \tag{1}$$

ჩვენ განვიხილავთ y როგორც x-ის ფუნქციას და მიზნად ვისახავთ მოვნახოთ ფუნქციონალური კავშირი, რომელიც უსათუოდ არსებობს [3].

y ფუნქცია იცვლება $(0,-\infty)$ შუალედში, ხოლო არგუმენტი x რყევადობს τ წერტილის ორივე მხარეს, ე. ი. ღებულობს დადებით ან უარყოფით მნი-

შენელობებს, იმისდა მიხედვით, თუ სად არის წერტილი t_0—წერტილ τ ზევით თუ ქვევით.

ჩვენ შემოგვაქვს ახალი ფიზიკურ-კლიმატური სიდიდე α, რომელიც y-ის რომელიღაც საშუალო მნიშვნელობას წარმოადგენს მოცემული ტემპერატურის პირობებში. α სიდიდის შესწავლა გვაძლევს საშუალებას დავწეროთ დიფერენციალური განტოლება

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\lambda[\overline{\xi(x,y)}-\xi(x,y)], \tag{2}$$

სადაც

$$\begin{aligned}\overline{\xi(x,y)}&=\alpha(1+x),\\ \xi(x,y)&=y(1+x),\end{aligned} \tag{3}$$

ხოლო λ წარმოადგენს რომელიღაც პარამეტრს, თავის მხრივ დამოკიდებულს გარკვეულ მომენტში წნევაზე p, ჰაერის დენადობის სიჩქარეზე v და ტემპერატურაზე t. ჩავსვათ (3) მნიშვნელობანი (2) განტოლებაში და მივიღებთ:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\lambda(p, v, t)(1+x)(\alpha-y). \tag{4}$$

აღვნიშნოთ $1+x=u$, მაშინ (4) განტოლება ასე დაიწერება:

$$\frac{d^2y}{du^2}=\lambda(p, v, t)\,u\,(\alpha-y). \tag{5}$$

სველი თერმომეტრის ზედაპირიდან სპირტის აორთქლებაზე დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ (5) განტოლების ამოხსნა უნდა მოხდეს სასაზღვრო პირობებში:

$$y=\alpha \text{ და } y'=k^2, \text{ როცა } u=1. \tag{6}$$

თუ შევიტანთ ახალ ფუნქციას $z=\alpha-y$, მაშინ (5) განტოლება ასე დაიწერება:

$$\frac{d^2z}{du^2}+\lambda uz=0 \tag{7}$$

სასაზღვრო პირობებით

$$z=0,\ z'=-k^2, \text{ როცა } u=1.$$

ეს განტოლება ამოიხსნება ბესელის ფუნქციებში და ამოხსნას შემდეგი სახე აქვს

$$z=\sqrt{u}\left[AJ_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\sqrt{\lambda}\right)+BY_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\sqrt{\lambda}\right)\right], \tag{8}$$

სადაც A და B მუდმივთა მნიშვნელობა არის:

$$A=\frac{\pi}{3}k^2\,y_{\frac{1}{3}} \quad \text{და} \quad B=-\frac{\pi}{3}k^2\,J_{\frac{1}{3}}. \tag{9}$$

ზოგიერთი გარდაქმნის შემდეგ ამოხსნას ეძლევა შემდეგი მიახლოებითი სახე:

$$z=\frac{k^2}{1-2\sqrt{\lambda}}\sqrt{u}\left[\frac{Y_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\sqrt{\lambda}\right)}{Y_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\sqrt{\lambda}\right)}-\frac{J_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\sqrt{\lambda}\right)}{J_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\sqrt{\lambda}\right)}\right]. \tag{10}$$

2. დამახასიათებელი მუდმივების (პარამეტრის k, λ და α) განსაზღვრა და ანალიზი

თუ განტოლებაში (10) ავიღებთ ბესელის ფუნქციების მხოლოდ პირველ წევრებს, ადვილად ამოვხსნით მას τ შესახებ:

$$\tau=\frac{t+t_s}{2}+f_1(k,\lambda)-\sqrt{\left(\frac{t-t_s}{2}\right)^2+f_2(k,\lambda)(t-t_s)+f_1^2(k,\lambda)-\frac{\alpha}{\beta}}, \tag{11}$$

სადაც

$$\left.\begin{aligned} f_1(k,\lambda)&=\frac{nk^2-(m\lambda^{1/3}-n)(1-2\sqrt{\lambda})}{2m\lambda^{1/3}(1-2\sqrt{\lambda})},\\ f_2(k,\lambda)&=\frac{nk^2+(m\lambda^{1/3}-n)(1-2\sqrt{\lambda})}{2m\lambda^{1/3}(1-2\sqrt{\lambda})},\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

სადაც

$$m=\Gamma\left(\frac{2}{3}\right);\quad n=2\cdot 3^{2/3}\Gamma\left(\frac{4}{3}\right);\quad \beta=\lambda^{1/3}\Gamma\left(\frac{2}{3}\right).$$

დაკვირვება გვიჩვენებს, რომ (11) განტოლებაში შემავალ პარამეტრებს შემდეგი მნიშვნელობა აქვს:

$$\left.\begin{aligned} &k^2=0,\\ &\alpha=3{,}38824\left[\frac{1+0{,}00122t}{\sqrt[3]{p}}-0{,}27413\right](t-t_s),\\ &\lambda=\lambda_0\left(1+\frac{v}{1+v}\right)(1+0{,}00366t)\frac{p_0}{p},\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

სადაც λ არის ე. წ. გამოყენებული სითხის აორთქლების კოეფიციენტი (წყლისა ან სპირტის).

თუ ვიგულისხმებთ $k^2=0$, $v=0$ და $p_0=1000$ მბ, მაშინ (11) განტოლება დაიყვანება სამუშაო ფორმულაზე

$$\tau=\frac{t+t_s}{2}+M+\sqrt{K-L} \tag{14}$$

სადაც

$$
\left.
\begin{aligned}
K&=\left[\frac{t-t_s}{2}+f_2(0,\ \lambda)\right]^2,\\
L&=-0{,}073783(1-0{,}00122t)\sqrt[3]{p}\,.\alpha,\\
M&=-0{,}5+0{,}13706\sqrt[3]{\frac{p}{\lambda_0(1+0{,}00366t)}}.
\end{aligned}
\right\}
\qquad (15)
$$

კერძოდ, როდესაც $\alpha=0$ (ჰაერის უარყოფითი ტემპერატურისთვის), ნაცვლად (14) ფორმულისა გვექნება მეტისმეტად მარტივი ფორმულა

$$\tau=t_s+2f_1(0,\ \lambda),$$

ე. ი.

$$\tau=t_s-1+0{,}27412\sqrt[3]{\frac{p}{\lambda_0(1+0{,}00366t)}}, \qquad (16)$$

აქ მიიღება $\lambda_0=1$, როცა $p=1000$ მბ, $t=0°C$ და $v=0$.

ეს ფორმულა მოიხმარება სინოტივის გამოსარკვევად პოლარული არეების და მაღალმთიან კლიმატურ პირობებში.

(11) და (16) ფორმულების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ

$$\left(\frac{\partial\tau}{\partial v}\right)_{\substack{v=0\\ t=0\\ p=p_0}}=\left(\frac{\partial f_1}{\partial\lambda}+\frac{\partial t_2}{\partial\lambda}\right)\frac{\partial\lambda}{\partial v}=0. \qquad (17)$$

3. ამოცანის ამოხსნის მეორე მიახლოება

სარგებლობა ბესელის ფუნქციების პირველი ორი წევრით იძლევა განტოლებას:

$$y=\alpha+\frac{k^2}{1-2\sqrt{\lambda}}(1+x)\left\{\frac{1+\dfrac{(1+x)^3\lambda}{12}}{1-\dfrac{\lambda}{12}}-\frac{\sqrt[3]{\lambda}\left[1-\dfrac{(1+x)^3\lambda}{12}\right]-m(1+x)\left[1-\dfrac{(1+x)^3\lambda}{6}\right]}{\sqrt[3]{\lambda}\left(1-\dfrac{\lambda}{12}\right)-m\left(1-\dfrac{\lambda}{6}\right)}\right\}, \qquad (18)$$

რომლის ამოხსნა τ შესახებ გვაძლევს მე-5 ხარისხის განტოლებას პარამეტრული კოეფიციენტებით:

$$\tau^5+a(t_s, \lambda)\tau^4+b(t_s, \lambda)\tau^3+c(t_s, \lambda)\tau^2+\left[d(t_s, \lambda)+\frac{1-2\sqrt{\lambda}}{k^2 f_4(\lambda)}\right]\tau+$$
$$+\left[e(t_s, \lambda)-(t-\alpha)\frac{1-2\sqrt{\lambda}}{k^2 f_4(\lambda)}\right]=0, \quad (19)$$

სადაც a, b, c, d და e გარკვეული ფუნქციებია t_s და λ-სი. ამ განტოლების პრაქტიკული მოხმარება ძალიან ძნელია, ამიტომ დასახული ამოცანის ამოხსნისათვის ჩვენ ვკმაყოფილდებით მხოლოდ პირველი მიახლოებით, რომელიც (14) ფორმულით არის მოცემული.

4. სპირტის პროცენტულობის გავლენა

ნახ. 1

ჩვენ ვაწარმოებდით დაკვირვებას 90%–95% სპირტით. ბუნებრივია დავსვათ კითხვა, თუ რა გავლენას მოახდენს თერმომეტრის ჩვენებაზე სხვა, უფრო დაბალი პროცენტულობის სპირტი. რადგან სპირტის გაყინვა დამოკიდებულია მის პროცენტულობაზე, ამიტომ როცა $p \to 0$ ან $\alpha \to 0$, მაშინ $L \to 0$, ე. ი. მუდამ შეგვიძლია შევარჩიოთ ისეთი უმდაბლესი პროცენტულობის სპირტი, რომელიც არ გაიყინება ტემპერატურის გარკვეულ მინიმუმამდე. ამასთანავე სველი თერმომეტრის ჩვენებებზე არ იმოქმედებს უფრო მაღალი პროცენტულობის სპირტის მოხმარება, თუ ეს პროცენტულობა უახლოვდება აღნიშნულ უმცირეს პროცენტულობას. მიუხედავად ამისა, ერთგვაროვნების მიზნით ყველა დაკვირვება უნდა წარმოებდეს ერთისა და იმავე პროცენტულობის სპირტით (მაგ., 95%). თუ სპირტის პროცენტულობას თანდათან შევამცირებთ, საბოლოო ანგარიშში სუფთა წყალს მივიღებთ; მაშასადამე, ფსიქრომეტრის თვალსაზრისით წყალი (დისტილირებული) განიხილება როგორც სპარტის კერძო შემთხვევა, მაშასადამე, ამ შემთხვევისთვისაც ჩვენი ფორმულა (14) უნდა იყოს გამოსადეგი.

5. ზედაპირული სიბლანტის გავლენა ფსიქრომეტრიულ პროცესზე

სპირტის პროცენტულობა გავლენას ახდენს ზედაპირული სიბლანტის ძალებზე. ფორმულის ინვარიანტობა მოითხოვს არსებობდეს ისეთი მამრავლი μ, რომელიც ამ ფორმულას გამოსადეგს ხდის წყლის შემთხვევისათვისაც.

ამ საკითხის თეორიული გამოკვლევა, შემოწმებული ექსპერიმენტული გზით, μ-თვის შემდეგ მნიშვნელობას იძლევა

$$\mu=-3+9{,}3\frac{t-t_w+3{,}26}{(1-0{,}00122t)\sqrt[3]{p}}e^{-\frac{0{,}15}{\alpha}}, \quad (20)$$

სადაც t_w წყლით დასველებული თერმომეტრის ჩვენებაა.

6. აორთქლების კოეფიციენტის $\lambda(p, v, t)$ ექსპერიმენტული შესწავლა

პარამეტრი λ, რომლის სახე მოცემულია (13) ფორმულით, წარმოადგენს სითხის (წყლის ან სპირტის) აორთქლებულ რაოდენობას, გამოხატულს $\frac{\text{გრ}}{\text{სმ}^2\text{სეკ}}$-ით. ეს სიდიდე, ანალოგიური დღემდე ფსიქრომეტრიაში ცნობილი ე. წ. „ფსიქრომეტრული მუდმივისა“, ექსპერიმენტული გზით შეისწავლება ჩვენს მიერ სპეციალურად ამისათვის კონსტრუირებული ე. წ. „ფსიქრომეტრული ამაორთქლებლით“. ეს ხელსაწყო წარმოადგენს თერმომეტრის ბირთვს, დასობილს მინის ღერძზე და ჩაშვებულს ვიწროყელიან ჭურჭელში, რომელსაც შეერთებული აქვს კაპილარული მილი მილიმეტრებად დაყოფილი სკალით. ბირთვზე შემოვლებულია ბატისტი, რომელიც ჩაიშვება ჭურჭელში. აორთქლებული სითხის რაოდენობა გაიგება ფორმულით:

$$f=\frac{\pi r^2 d_t(h_2-h_1)}{60\cdot\Delta t\cdot s}\left[\frac{\text{გრ}}{\text{სმ}^2\text{სეკ}}\right], \tag{21}$$

სადაც

r არის კაპილარული მილის შინაგანი რადიუსი,
d_t—სითხის სიმკვრივე t ტემპერატურის დროს,
s—ბირთვის ზედაპირის მთლიანი ფართობი და
h_2-h_1—კაპილარული მილის ანათვალთა სხვაობა.

95⁰/₀-იანი სპირტისათვის $\lambda_0=4{,}1322\cdot10^{-7}\frac{\text{გრ}}{\text{სმ}^2\text{სეკ}}$,

წყლისათვის $\lambda_0=3{,}2869\cdot10^{-7}$ „

ეს რიცხვები საკმაო სიზუსტით უპასუხებს ჰესელბერგის და სვერდრუპის მიერ თეორიული გზით მოპოებულ რიცხვებს [4].

7. სინოტივის განსაზღვრათა შედეგების ურთიერთ შედარება

სინოტივის გაანგარიშება (14) ფორმულით და ავგუსტის ფორმულით:

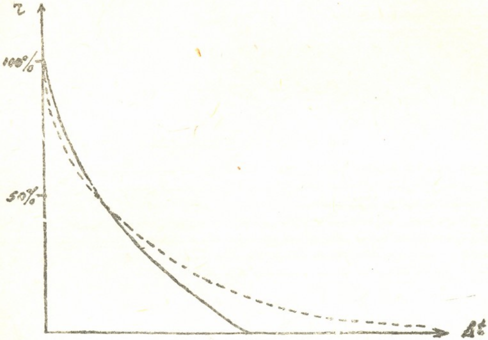
$$e=E'-AH(t-t_1)$$

იძლევა განსხვავებას

$$\Delta e=e_\tau\left[1-10^{\frac{7,45}{235}(t_1-\tau)}\right]+AH(t-t_1), \tag{22}$$

სადაც e_τ არის წყლის ორთქლის მაქსიმალური დრეკადობა, τ წერტილის შესაბამისი, განსაზღვრული მაგნუსის ფორმულით. ამ სხვაობათა შესწავლა გვიჩვენებს, რომ:

1. $\Delta e=0$, როცა $t=t_1=\tau$, ე. ი. თუ ჰაერი ნაჯერ მდგომარეობაში იმყოფება, მაშინ ორივე ფორმულა ერთნაირ შედეგებს იძლევა;



ნახ. 2

2. $\Delta e=AH(t-t_1)$, თუ $t_1=\tau$, ე. ი. სინოტივის ცდომილება, მიღებული ავგუსტის ფორმულით, იზრდება ფსიქრომეტრული სხვაობის ზრდასთან ერთად. ამ დასკვნათა საილუსტრაციოდ მოგვყავს ნახ. 2, სადაც ჩანს, რომ სინოტივეები ტოლია 50% დროს. მის ზემოთ და ქვემოთ კი საწინააღმდეგო ნიშნები აქვთ [1].

8. ახალი ფსიქრომეტრული ცხრილები

მე-(15) ფორმულების შემწეობით K, L და M ფუნქციები წარმოდგება ცხრილების სახით; გარდა ამისა, შედგება ცხრილები აგრეთვე α და μ-თვისაც. გამოთვლათათვის საჭირო დროის შემცირების მიზნით შეიძლება შედგენილ იქნეს ნომოგრამა (14) ფორმულაში მოცემული რადიკალისათვის $X=\sqrt{K-L}$ (ე. წ. ტაუგრამები).

ახალი ფსიქრომეტრული ცხრილები ჩვენ მიერ შედგენილია ზ ო ნ ე ბ ი ს მიხედვით. პირველ ზონას მიეკუთვნება ის ადგილები, სადაც წნევა საერთოდ 900 მბ-ზე მეტია, მეორე ზონას—ადგილები წნევით 900÷800 მბ და ა. შ.

[1] მეორე თანხვდენის წერტილი გადაინაცვლებს ჰაერის ტემპერატურის ცვლის დროს. აღნიშნული ნახაზი შედგენილია $t=20^{\circ}$-თვის.

ასეთ ზონებად დაყოფის შედეგად თითოეულ სადგურს ექნება ცხრილები, რომლებიც შეიცავს დაახლოებით 12—15 გვერდს. ყველა ეს ცხრილი გამოსადეგია როგორც წყლის, ისე სპირტისათვის.

სტალინის სახელობის თბილისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი

(რედაქციას მოუვიდა 19.1.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. ი. ქურდიანი. ჰაერის სინოტივის განსაზღვრის საკითხისათვის დაბალი უარყოფითი ტემპერატურების დროს. სტალინის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები. ტ. XXXII. 1947.
2. ი. ქურდიანი. ჰაერის სინოტივის გაზომვათა თერმოდინამიკა (ხელნაწერი).
3. М. С. Пенкевич. О некоторых недостатках методов определения влажности воздуха на метеорологических станциях. Изв. ГГО № 3. 1932.
4. В. Н. Оболенский. Метеорология, т. I. М.—Л., 1938.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. IX, № 2, 1948

ქიმია

ა. ბახოკიძე და ა. ბუნცაძე

საქარინის მჟავას მაგნიუმ-ორგანული სინთეზი d-ქსილოზიდან

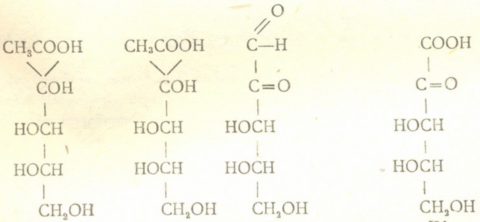
(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ი. ქუთათელაძემ 12.12.1947)

წინა ნაშრომში აწერილი იყო სინთეზი l-გლუკო-საქარინის მჟავასი, რომელსაც ჰქონდა სტრუქტურა [I].

ამ ნაშრომში ჩვენ მიზნად დავისახეთ მიგვეღო სინთეზური გზით საქარინის მჟავა d-ქსილოზიდან [II].

d-ქსილოზა, მიღებული სიმინდის ნაგულისაგან ჩვეულებრივი ხერხით, ფენილჰიდრაზინის მოქმედებით [2] გადავიყვანეთ ოზაზონში. ოზაზონზე კონცენტრული მარილის მჟავას მოქმედებით [3] მივიღეთ ოზონი [III].

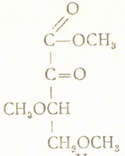
ქსილოზონის ბრომიანი წყლით დაჟანგვით მივიღეთ α-კეტო-d-ქსილონის მჟავა [IV].



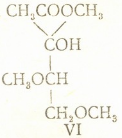
I II III IV

ჯერ დიმეთილ სულფატის მოქმედებით, ნატრიუმის ტუტის თანაპოვნიერებისას, შემდეგ კი იოდიანი მეთილის მოქმედებით, ვერცხლის მარილების თანაპოვნიერებით α-კეტო—d-ქსილონის მჟავა გადავიყვანეთ 2, 3, 4—ტრიმეთილ-α—კეტო—d-ქსილონის მჟავას მეთილის ეთერში [V].

მიღებულ ეთერზე მაგნიუმ-იოდ-მეთილის მოქმედებით, მიღებული შუალედი პროდუქტის შემდეგ დაშლით, მივიღეთ მეთილირებული საქარინის მჟავას მეთილის ეთერი [VI]. მეთილირებული საქარინის მჟავას აღდგენით მიიღებოდა ოქსივალერიანის მჟავა-



V



VI

ექსპერიმენტული ნაწილი

1. d-ქსილოზონი

50 გრ ქსილოზაზონიდან, ლღობის ტემპერატურით 164° [5], მივიღეთ 16,1 გრ. ოზონი, რაც შეადგენს თეორიული გამოსავლის 69%.

0,1213 გრ. ნივთიერება : 0,1775 გრ. CO_2; 0,0655 გრ. H_2O

მიღებულია % : C 40,29; H 5,95

$C_5H_8O_5$ გამოანგარიშებულია % : C 40,54; H 5,40

2. α-კეტო-d-ქსილონის მჟავა

15 გრ. სუფთა d-ქსილოზონი გავხსენით 500 მლ. ბრომიან წყალში და მიღებული ხსნარი ხშირი მორევით დავტოვეთ სინათლეზე 6—7 დღის განმავლობაში. ხსნარი ზედმეტი ბრომის მოსაცილებლად გავაცხელეთ და შემდეგ კალციუმის კარბონატით გავანეიტრალეთ.

გაფილტრული ხსნარი შემცირებული წნევით ავაორთქლეთ მცირე მოცულობამდე.

აბსოლუტური სპირტის თანდათანობით მიმატებით მიღებულ კონცენტრირებულ ხსნარს გამოეყო α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას კალციუმის მარილი. გაფილტრული ნალექი გავხსენით მცირე რაოდენობა წყალში და იქიდან ხელახლად დავლექეთ სპირტით.

გამოსავალი შეადგენს 13,5 გრ, ე. ი. თეორიულის 73%.

0,1382 გრ. ნივთიერება : 0,0201 გრ. CaO

ნაპოვნია % : Ca 10,42

$(C_4H_7O_6)_2Ca$ გამოანგარიშებულია % : Ca 10,75

კალციუმის იონის ოქსალატიონით დალექვის შემდეგ და მიღებული ა-ფილტრული ხსნარის ვაკუუმში აორთქლებით მივიღეთ α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას ლაქტონი.

მიღებული ლაქტონი რამდენიმე საათის განმავლობაში ვაკუუმში დავტოვეთ. გამოსავალია 10,2 გრ, რაც თეორიულის 62% შეადგენს.

$l=0,5$; $C=0,2$; $\alpha -2,0^0$; $[\alpha]^{20}+20,6^0$

0,1223 გრ. ნივთიერება : 0,2012 გრ. CO_2; 0,0461 გრ. H_2O

მიღებულია : C 45,12; H 4,21

$C_5H_6O_5$. გამოანგარიშებულია % : C 45,56; H 3,81 α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას ფენილჰიდრაზიდ-ფენილჰიდრაზონი მიიღება α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას სპირტოვან ხსნარზე ფენილჰიდრაზინის მოქმედებით; მისი ლღობის ტემპერატურაა 138—140°.

0,1508 გრ. ნივთიერება: 22.1 მლ N_2(15,°742 მმ) მიღებულია %: N 16,42.

$C_{17}H_{20}N_4O_4$. გამოანგარიშებულია %: N 16,28.

3. 3, 4, 5,—ტრიმეთილ—α-კეტო—p-ქსილონის მჟავას მეთილის ეთერი

27,6 გრ. α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას კალციუმის მარილი მცირე რაოდენობა წყალში გავხსენით. მიღებულ ხსნარს მივუმატეთ 100 მლ. დიმეთილსულფატი და ნელ-ნელა ვაწვეთეთ 30% ნატრიუმის ტუტის ხსნარი ტუტე რეაქციამდე. სარეაქციო მასა 24 საათის განმავლობაში ოთახის ტემპერატურის პირობებში დავტოვეთ, რის შემდეგ ისევ 70 მგ. დიმეთილსულფატი და ნატრიუმის ტუტის ხსნარი მივუმატეთ. მეთილირება ტარდებოდა სითხის შეთბობით. დაბოლოს სარეაქციო სითხე დიმეთილსულფატის დასაშლელად ½—1 საათის განმავლობაში ვადუღეთ.

მეთილირებული პროდუქტი ქლოროფორმისა და ეთილის ეთერის ნარევით გამოვწვლილეთ. ქლოროფორმისა და ეთერის შერეული ხსნარების აორთქლების შედეგად დარჩენილი სიროფისმაგვარი მასა გამოვხადეთ ვაკუუმში (7,5 მმ. 106—120°). მიღებული მთავარი ფრაქცია ისევ მეთილირებულ იქნა იოდიანი მეთილით, ვერცხლის კარბონატის თანაპოვნიერებისას.

გამოსავალია 21,2 გრ. რაც თეორიულის 56% შეადგენს

$(\alpha)_D^{20} = +45,2°$; $d_4^{20} = 0,9885$; $n_D^{20} = 1,4696$

0,0751 გრ. ნივთიერება : 0,3213 გრ Agi

მიღებულია % : OCH_3 56,22

$C_9H_{16}O_9$. გამოანგარიშებულია % : OCH_3 65,36

4. 3, 4, 5—ტრიმეთილ-საქარინის მჟავას მეთილის ეთერი

500 მლ. მრგვალძირა კოლბში უკუმაცივარით, სარევითა და საწვეთი ძაბრით, მოვათავსეთ 20 გრ. ტრიმეთილ—α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას მეთილის ქლოროფორმიანი ხსნარი. ხსნარს საწვეთი ძაბრის საშუალებით თანდათანობით 2,23 გრ. მაგნიუმისა და 12,96 გრ იოდიანი მეთილის ქლოროფორმიანი ხსნარი მივუმატეთ. რეაქცია ტარდებოდა წყლის აბაზანაზე 35—45° ტემპერატურისას.

სითხის ნაწილობრივ აორთქლების შემდეგ მიღებული მაგნიუმის ნაერთი დავშალეთ ცივი წყლით, რის შედეგადაც გამოეყო მაგნიუმის ჰიდროჟანგის ნალექი. ნალექის ძმრის მჟავაში გახსნის შემდეგ, რეაქციის შედეგად მიღებული ნაერთი რამდენიმეჯერ ქლოროფორმით გამოვწვლილეთ. ქლოროფორმის აორთქლების შემდეგ მიღებული ზეთი გამოვხადეთ ვაკუუმში (5 მმ, 101—110°).

მთავარი ფრაქციის გამოსავალი შეადგენს 14,2 გრ, რაც თეორიულის 63,5% შეესაბამება

$(\alpha)_D^{20} = +17,8°$) $d_4^{20} = 0,9781$; $n_D^{20} = 1,4948$

0,1481 გრ ნივთიერება : 0,5802 გრ Agi

მიღებულია % : OCH_3 51,98

$C_{10}H_{20}O_6$ გამოანგარიშებულია % : OCH_3 52,54

მეთილირებული საქარინის მჟავას მეთილი ეთერი გავსაპნეთ გაზავებული გოგირდის მჟავათი, რის შედეგად მივიღეთ 3, 4, 5—ტრიმეთილ-საქარინის მჟავა.

$(\alpha)_D^{20} = +22,5°$; $d_4^{20} = 0,9987$; $n_D^{20} = 1,5061$

0,0952 გრ ნივთიერება : 0,2987 გრ Agi

მიღებულია % : OCH_3 41,65

$C_9H_{18}H_6$. გამოანგარიშებულია % : OCH_3 41,88

0,1317 გრ ნივთიერება : 0,0427 გრ Ag

მიღებულია % : Ag 32,54

$C_9H_{17}O_6Ag$. გამოანგარიშებულია % : Ag 32,85

5. მეთილირებული საქარინის მჟავას აღდგენა

10,2 გრ მეთილირებული საქარინის მჟავა მცირე რაოდენობა ქლოროფორმში გავხსენით. მიღებულ ხსნარს 110 გრ კონცენტრირებული იოდწყალბადი [d=1,27], 50 გრ წითელი ფოსფორი მივუმატეთ და მიღებული ნარევი 10 საათის განმავლობაში წყლის აბაზანაზე ვაცხელეთ. შემდეგ სითხე გამოვხადეთ და მიღებული ზეთი ვანჯღრიეთ 150 მლ წყალთან. ხსნარის ნატრიუმის ბიკარბონატით განეიტრალების შემდეგ იქიდან ზეთი ეთერითა და ქლოროფორმით გამოვწვლილეთ. ეთერისა და ქლოროფორმის შეერთებული გამონაწვლილის ართქლების შემდეგ მიღებულ იქნა α-მეთილ—γ-ოქსივალერიანის მჟავას γ-ლაქტონის სიროფი, რომელიც რამდენიმე კვირის შემდეგ დაკრისტალდა.

სუფთა კრისტალები ლღვება 139—140°

0,1145 გრ ნივთიერება : 0,2598 გრ CO_2; 0,0[illegible]82 გრ H_2O

მიღებულია % : C 62,40; H 8,65

$C_6H_{10}O_2$. გამოანგარიშებულია % : C 62,78 H 8,94

0,2215 გრ ნივთიერება : 0,0398 გრ CaO

მიღებულია % : Ca 12,94

$(C_6H_{11}O_3)_2$ გამოანგარიშებულია % : Ca 12,78.

დასკვნა

1. სინთეზური გზით მიღებულია გლუკოსაქარინის მჟავა d-ქსილოზიდან.

2. მიღებულია მთელი რიგი შუალედი პროდუქტები, როგორიცაა α-კეტო—d-ქსილონის მჟავა, α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას ფენილჰიდრაზიდ-ფენილჰიდრაზონი, α-კეტო—d-ქსილონის მჟავას ტრიმეთილ-ეთერი, საქარინის მჟავას ტრიმეთილ-ეთერი, ტრიმეთილსაქარინის მჟავა.

საქართველოს მეცნიერებათა აკადემია
ქიმიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 18.12.1947)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. А. Гахокидзе. Магний-органический синтез глюкосахариновой кислоты из l-арабинозы. Журнал общей химии, том XI, 1941, стр. 109.

2. E. Fischer. Darstellung der Osazone aus dem Zucker. Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, Bd 20, 1887, S. 821.

3. E. Fischer. E. Armstrong. Darstellung der Osone aus dem Osazonen der Zucker Ber. d. deutsch. ch. Ges., Bd 35, 1902, S. 2141.

4. T. Reichstein. A. Grussner. R. Oppenauer. Synthese der d-und l-Ascorbinsäure. Helvetica chemica acta, Bd 16, 1933, S. 1024.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. IX, № 2, 1948

ბოტანიკა

ალ. კობერიძე

საძირედ გამოსაყენებელი ვაზის კალმების დაფესვიანება ზრდის ნივთიერებათა ზეგავლენით

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ნ. კეცხოველმა 17.2.1948)

ვაზს მყნობით ამრავლებენ. საძირედ იყენებენ ფილოქსერისგამძლე ჯიშებს, ხოლო სანამყნედ—კარგი მოსავლის მომცემთ. ზოგიერთი საძირე ჯიში საუკეთესოდ ეხორცება სანამყნეს, ეგუება კირიან ნიადაგებს და კარგად იტანს გვალვასა და ყინვას, მაგრამ ეს ჯიშები ძნელად ფესვიანდება [1].

ვაზი „ბერლანდიერი“, რომელიც საუკეთესო საძირედ ითვლება და სანამყნესთან კარგი შეხორცებით ხასიათდება, ძნელად ფესვიანდება [1]. ამიტომ მიმართავენ ამ ჯიშის შეჯვარებას „რუპესტრისთან“, „რიპარიასთან“, „ნოვომექსიკანკასთან“ და სხვა. შეჯვარება იძლევა პრაქტიკულად უფრო მისაღებ ჰიბრიდებს, რომლებსაც კარგი გამძლეობა, სანამყნესთან უკეთესი შეხორცება და დაფესვიანება ახასიათებს. მაგ. ბერლანდიერ-რიპარიას ჰიბრიდების (420A) კალმები შედარებით ადვილად და კარგად ფესვიანდება. ასეთსავე ჰიბრიდებს იძლევა საძირედ გამოსადეგი ზოგიერთი სხვა ჯიშიც, მაგრამ მათი დაფესვიანების კიდევ უფრო გაძლიერებისთვის უთუოდ დიდი მნიშვნელობა ექნება ზრდის ნივთიერებათა გამოყენებას [2,5].

ზრდის ნივთიერებათა ზეგავლენით საძირედ გამოსაყენებელი ვაზის კალმების დაფესვიანება ჯერ კიდევ არ არის საკმაოდ შესწავლილი, ამიტომ რამდენიმე ცდა ჩავატარეთ თბილისის ბოტ. ინსტ. მცენ. ფიზიოლოგიის განყოფილებაში [3] და სას.-სამ. ინსტიტუტის მცენარეთა ფიზიოლოგიის კათედრაზე.

მ ე თ ო დ ი. ვაზის კალმების დაფესვიანებისთვის გამოვიყენეთ ჰეტეროაუქსინი და ფენილპროპიონის მჟავა. ცდები ვაწარმოეთ შემდეგ ჰიბრიდებზე: 420A, 34E, 219A, 5BB და 3309. გარდა ამისა, დაფესვიანებაზე გამოვცადეთ სანამყნე „საფერავისა“ და „რქაწითელის“ კალმები.

საცდელი დასაკალმებელი მასალა აღებული იყო კახეთში, მუკუზნის საბჭოთა მეურნეობაში. ცდებისთვის აღებული კალმები სამ მუხლზე იყო დაჭრილი, მათი რაოდენობა სხვადასხვა ცდის დროს 20-დან 100-მდე მერყეობდა. მათი ზრდის ნივთიერებებით დამუშავება ხდებოდა ცნობილი მეთოდით [4] (ხსნარების კონცენტრაცია იხ. ცხრ. 1 და 2) 24 საათის განმავლობაში, რის შემდეგაც ჰეტეროაუქსინის ხსნარში დამუშავებული კალმები საკონტროლოსთან ერთად გადაირგა ქვიშაში, ხოლო ფენილპროპიონის მჟავაში დამუშავებულნი ქვედა ბოლოებით წყალში ჩავუშვით და ოთხი თვის განმავლობაში ვაკვირდებოდით მათ დაფესვიანებას.

ცდაში შესწავლილ იქნა დაფესვიანებაზე სართულობრივი მდგომარეობის გავლენაც. ამ მიზნით გამოჭრილი იყო კალმები საძირე ჯიშების 420A, 3309, „რქაწითელისა“ და „საფერავის“ მომწიფებული ლერწების ქვედა, შუა და ზედა სართულებიდან.

ცდების შედეგების გარჩევა. კალმების დაფესვიანებაზე ზრდის ნივთიერებებმა გარკვევით მასტიმულირებელი გავლენა მოახდინა: ხელი შეეწყო დაფესვიანების პროცესის დაჩქარებას და ფესვებიც უხვად განვითარდა.

საცდელ კალმებში ყოველთვის გაცილებით უფრო მალე იწყებოდა დაფესვიანების პროცესი, ვიდრე საკონტროლებში, და ფესვების საშუალო რიცხვი, მათი სიგრძე და დატოტვაც მეტი იყო ყოველ საცდელ კალამზე, ვიდრე საკონტროლოზე.

ზრდის ნივთიერებათა მასტიმულირებელი გავლენა განსაკუთრებით კარგად ემჩნეოდა ქვედა ბოლოებით წყალში (აკვარიუმში) ჩაშვებულ კალმებს. დაფესვიანების პროცესი და დატოტვა საცდელ კალმებს აქ ბევრად უფრო ადრე და ენერგიულად დაეწყო, ვიდრე საკონტროლოებს.

სათბურში ქვიშაში გადატანილი კალმების აღებისას ჩანდა, რომ ჰეტეროაუქსინის ხსნარში დამუშავებულმა კალმებმა ეფექტიანი დაფესვიანება განიცადა და ამ მხრივ მათ ბევრად უკეთესი მაჩვენებლები ჰქონდა, ვიდრე საკონტროლოებს.

5BB-ს საკონტროლო კალმები 30% დაფესვიანდა, ხოლო ჰეტეროაუქსინის 0,020% ხსნარში დამუშავებულნი 80% (ცხრ. 1,5BB, ცდა 2). ასეთივე შედეგი იქნა მიღებული შემდეგ ცდაშიც, სადაც საკონტროლოში დაფესვიანებულ 75%-ის ნაცვლად ჰეტეროაუქსინის 0,025% და 0,030% ხსნარებში დამუშავებული კალმები 94% დაფესვიანდა (ცხრ. 1, 5BB, ცდა 3).

თითო კალამზე ფესვთა მოცულობითი საშუალო რაოდენობაც (კუბ. მილიმეტრებით) საცდელებს გაცილებით მეტი ჰქონდა, ვიდრე საკონტროლოებს. საცდელ კალმებში ფესვების მასობრივ გამოსვლას ხშირად ჰქონდა ადგილი მუხლთშორისებშიც, რის მსგავსიც საკონტროლოში არ შეგვხვედრია.

420A-ს კალმები კარგად დაფესვიანდა წყალშიც, განსაკუთრებით ფენილ პროპიონის მჟავას 0,1% ხსნარის გამოყენებისას (70%, ნაცვლად საკონტროლოში დაფესვიანებული 45%-ისა). ქვიშაში კალმების დაფესვიანებისას საკონტროლო 50% დაფესვიანდა, ხოლო ჰეტეროაუქსინის 0,030% ხსნარში დამუშავებულნი 86%-ით, 0,025% ხსნარში დამუშავებულნი—82%-ით და ა. შ. ცალკეულ შემთხვევებში საცდელი ექვსჯერ მეტად დაფესვიანდა (65%), ვიდრე საკონტროლო 10%. (იხ. ცხრ. 1. 420A, ცდა 3).

საძირე ჯიშის 5BB-ს კალმებზე, როგორც 420A და 34E-ს კალმებზე, ჰეტეროაუქსინის 0,030% ხსნარმა მოახდინა მასტიმულირებელი ზეგავლენა, მიღებულ იქნა მასობრივი და მაღალხარისხოვანი დაფესვიანება.

420A-ს და 34E-ს საცდელი კალმების ფესვთა მოცულობითი საშუალო რაოდენობაც გაცილებით მეტია, ვიდრე საკონტროლოების (ცხრ. 1).

34E-ს საკონტროლო კალმების 80% დაფესვიანდა და შედარებით სუსტად, ჰეტეროაუქსინის 0,025% და 0,030% ხსნარებში დამუშავებულნი კი 98% და 93% და დაფესვიანების ხარისხიც ძალიან კარგი იყო.

ცხრილი 1.

კალმების დაფესვიანება ზრდის ნივთიერებებში დამუშავების შემდეგ

საძირე ვაზის დასახელება	ზრდის ნივთ-ში დამუშ. ხანგრძლ.	ცდის ჩატარების დრო	გამოყენებ. ზრდის ნივთიერება	ხსნარის კონცენტრაცია %	თითო კალმის მიერ განვით. ფესვების მოცულობა კუბ. მილიმ.	თითო კალამზე ფესვთა საშ. რაოდენ.	დაფესვიანების %	დაფესვიანების ადგილი	ცდის ნომერი
5BB	24 საათი	20.X.1938	წყალი	(კონტრ.)	—	4,6	60	წყალში	
		5.V.1939	ფენილ-პროპ. მჟავა	0,1	—	3,0	65	„	ცდა 1
			ფენილ-პროპ. მჟავა	0,4	—	3,0	55	„	
		25.IV.1939	წყალი	(კონტრ.)	—	3,2	30	ქვიშაში	
		—22.VI	ჰექტეროაუქს.	0,025	—	13,0	56	„	
			„	0,020	—	9,0	80	„	ცდა 2
			„	0,015	—	5,6	76	„	
			წყალი	(კონტრ.)	366	7,8	75	ქვიშაში	
			ჰექტეროაუქს.	0,030	676	17,2	95	„	ცდა 3
			„	0,025	544	8,1	94	„	
420A	24 საათი	20.X.1938	წყალი	(კონტრ.)	—	3,0	45	წყალში	
		-5.V.1939	ფენილპროპ. მჟავა	0,1	—	3,0	70	„	ცდა 1
			ფენილპროპ. მჟავა	0,2	—	3,7	40	„	
		25.IV.1939	წყალი	(კონტრ.)	100	1,8	50	ქვიშაში	
		—22.VI	ჰექტეროაუქს.	0,030	173	4,0	86	„	ცდა 2
			„	0,025	189	3,0	82	„	
			„	0,020	104	2,4	68	„	
			„	0,015	140	2,7	83	„	
		15.IV.1941	წყალი	(კონტრ.)	—	4,0	10	ქვიშაში	ცდა 3
		—20.VI	ჰექტეროაუქს.	0,035	—	5,0	60	„	
			„	0,030	—	4,0	65	„	
34E	36 საათი	25.IV.1939	წყალი	(კონტრ.)	75	1,5	80	ქვიშაში	
		—22.VI	ჰეტეროაუქს.	0,030	200	4,6	93	„	
			„	0,025	204	3,0	98	„	
			„	0,020	140	4,0	76	„	
			„	0,015	150	2,2	93	„	
3300	24 საათი	20.1938—	წყალი	(კონტრ.)	—	10	60	წყალში	
		5.V.1939	ფენ.პროპ.მჟ.	0,1	—	10	95	„	ცდა 1
			„	0,2	—	10	85	„	
			„	0,4	—	6	90	„	
		25.IV.1939	წყალი	(კონტრ.)	203	8,2	90	ქვიშაში	
		—22.VI	ჰეტეროაუქს.	0,030	305	12,1	97	„	
			„	0,025	138	11,0	94	„	ცდა 2
			„	0,020	138	10,5	94	„	
			„	0,015	129	7,6	93	„	
		15 IV.1941	წყალი	(კონტრ.)	—	8,0	30	ქვიშაში	
		–20.VI	ჰეტეროაუქს.	0,035	—	18,0	100	„	ცდა 3
			„	0,020	—	17,0	70	„	
219A	24 საათი	20.X.1938.	წყალი	(კონტრ.)	—	2,6	30	წყალში	
			ფენ.პრომჟ.	0,1	—	6,0	95	„	
		5.V.1939	„	0,2	—	6,0	65	„	
			„	0,4	—	9,0	75	„	

3309-სა და 34E-ს კალმებზე ფესვები მუდამ ქვედა გადანაჭერიდან ვითარდებოდა, იშვიათი იყო მუხლთაშორისიდან მათი გამოსვლა.

3309-ის საკონტროლო კალმები წყალში 60% დაფესვიანდა, ხოლო ფენილპროპიონის მჟავაში დამუშავებულნი 90%—95% (ცხრ. 1, 3309, ცდა 1). კიდევ უფრო უკეთესად დაფესვიანდა ჰეტეროაუქსინის ხსნარებში დამუშავებული კალმები ქვიშაში. მაგ., საკონტროლოში დაფესვიანებული 90% ნაცვლად, ჰექტეროაუქსინის ხსნარებში დამუშავებულნი 93%, 94% და 97% დაფესვიანდა (ცხრ. 1, 3309, ცდა 2).

ცხრილი 2

ჰეტეროაუქსინის გავლენა ვაზის სხვადასხვა სართულის კალმების დაფესვიანებაზე

საძირის ჯიში	გამოყენებული ნივთიერება	გამოყენ. ნივთიერ. კონცენტრაცია %	სართული	თითო კალამზე ფესვთა საშ. რაოდ.	დაფესვიანებული კალმების რაოდ. %
3309	წყალი	(კონტროლი)	ქვედა	8	30
			შუა	7	60
			ზედა	13	90
	ჰეტეროაუქსინი	0,035	ქვედა	18	100
			შუა	15	100
			ზედა	18	100
	»	0,030	ქვედა	17	70
			შუა	34	100
			ზედა	26	100
420A	წყალი	(კონტროლი)	ქვედა	3	10
			შუა	2	20
			ზედა	4	50
	ჰეტეროაუქსინი	0,035	ქვედა	6	60
			შუა	7	30
			ზედა	5	50
	»	0,030	ქვედა	7	60
			შუა	7	30
			ზედა	4	70

კიდევ უფრო უკეთესი შედეგები მივიღეთ 1941 წელს ჩატარებულ ცდაში, სადაც საკონტროლოში დაფესვიანებული 30% ნაცვლად ჰეტეროაუქსინის 0,035 და 0,030% ხსნარებში დამუშავებული კალმები 70 და 100% დაფესვიანდა. საცდელ კალმებს ორჯერ მეტი ფესვები ჰქონდა, ვიდრე საკონტროლოს (ცხრ. 1, 3309, ცდა 3).

219A-ს კალმების დაფესვიანება მხოლოდ წყალში ჩატარდა, სადაც საკონტროლო 30%-ით დაფესვიანდა, ხოლო ფენილპროპიონის მჟავაში დამუშავებული—95%-ით.

განსაკუთრებით მაღალი აქტიურობა გამოიჩინა ფენილპროპიონის 0,1% ხსნარმა, საცდელმა კალმებმა ფესვები 3—4-ჯერ მეტი გაიკეთა, ვიდრე საკონტროლომ.

უნდა აღინიშნოს, რომ ზრდის ნივთიერებათა მაღალი კონცენტრაციის გამოყენებისას კალუსი უფრო ძლიერ ვითარდებოდა.

ლერწის ქვედა, შუა და ზედა სართულების საკონტროლო კალმების დაფესვიანებამ უჩვენა, რომ სუსტად და მცირე რაოდენობით დაფესვიანდა ქვედა სართულის კალმები, შედარებით უკეთესად—შუა სართულის და ორივეზე გაცილებით მეტი და კარგი ხარისხის დაფესვიანება ზედა სართულის კალმებმა განიცადა (ცხრ. 2).

ჰეტეროაუქსინის დადებითი გავლენა განსაკუთრებით მკაფიოდ გამომჟღავნდა ქვედა და შუა სართულის კალმების დაფესვიანებაზე, ჰეტეროაუქსინის გავლენით მათი დაფესვიანების უნარიანობა ბუნებრივ პირობებში ზედა სართულის კალმების დაფესვიანების უნარიანობამდე ავიდა.

ქვედა და შუა სართულის კალმები, რომლებიც ჰექტეროაუქსინის ხსნარებში იყო დამუშავებული, 2—6-ჯერ უფრო მეტი რაოდენობით დაფესვიანდა, ვიდრე სათანადო საკონტროლონი, ამასთან ერთად საცდელებმა გაცილებით უფრო ადრე და უფრო მეტი ფესვები გაიკეთეს, ვიდრე საკონტროლებმა.

ჰექტეროაუქსინის მასტიმულირებელი გავლენა განსაკუთრებით მჟღავნდება ქვედა სართულის კალმებზე: საკონტროლოში დაფესვიანებული 10 და 30% ნაცვლად საცდელები 60, 70 და 100% დაფესვიანდა (ცხრ. 2).

3309-ს შუა სართულის საკონტროლო კალმები 60% დაფესვიანდა, ხოლო საცდელები 100% (ცხრ. 2).

ზედა სართულის კალმების დაფესვიანებაზე ჰეტეროაუქსინის გავლენა უმნიშვნელოდ მჟღავნდება, რადგან ისინი უსტიმულატოროდაც დაფესვიანების კარგ უნარს იჩენენ.

საცდელად აღებული „საფერავისა“ და „რქაწითელის“ სამივე სართულის კალმები კარგი მფესვიანებელი აღმოჩნდა. ისინი ზრდის ნივთიერებათა გარეშეც კარგად ფესვიანდებიან, მაგრამ ჰეტეროაუქსინის ზეგავლენით მათი დაფესვიანება გაძლიერდა, ცალკეულ კალმებზე უხვი და მძლავრი ფესვთა სისტემა განვითარდა.

დასკვნები

1. ზრდის ნივთიერებათა ზეგავლენით შესაძლებელია საძირედ გამოსაყენებელი ვაზის ჯიშების კალმების მასობრივი და კარგი ხარისხით დაფესვიანება, ხშირად 100%-მდეც კი.

2. ზრდის ნივთიერებებში დამუშავებული კალმები გაცილებით ადრე და უკეთ ფესვიანდება, ვიდრე საკონტროლოები.

3. გამოირკვა, რომ ზრდის ნივთიერებების ზეგავლენის გარეშეც კარგი დაფესვიანების უნარი აქვს ლერწის ზედა სართულიდან გამოჭრილ კალმებს, შედარებით უფრო ნაკლები—ლერწის შუა სართულიდან გამოჭრილს, კიდევ უფრო ნაკლები—ქვედა სართულიდან გამოჭრილს.

4. ჰეტეროაუქსინის მასტიმულირებელი ზეგავლენა ძლიერად მჟღავნდება ქვედა სართულის კალმების დაფესვიანებაზე (420A და 3309), შედარებით სუსტად—შუა სართულის კალმებზე და კიდევ უფრო სუსტად—ზედა სართულის

კალმებზე, რადგან შუა და მით უმეტეს ზედა სართულის კალმები უსტიმულატოროდაც მეტი დაფესვიანების უნარს იჩენენ.

5. საძირედ გამოსაყენებელი ვაზის კალმების დაფესვიანებაზე კარგ ეფექტს ახდენს ჰეტეროაუქსინის 0,030% ხსნარი. მას ბევრად არ ჩამორჩება 0,025% და 0,035% ხსნარები. ფენილფროპიონის მჟავას ხსნარებიდან ყველაზე უკეთესი დაფესვიანება 0,1% ხსნარმა გამოიწვია.

6. ჰეტეროაუქსინის მაღალი კონცენტრაციის გამოყენებისას უფრო ძლიერ ვითარდება კალუსი.

7. დაკალმების უკეთეს ვადად გაზაფხული უნდა ჩაითვალოს და დასაკალმებელი მასალა უმჯობესია აღებულ იქნეს წინა წლის შომწიფებული ლერწებიდან.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ბოტანიკის ინსტიტუტი
თბილისი

ლ. პ. ბერიას სახ. საქ. სას.-სამ.
ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 17.2.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. Е. А. Макаревская. Выяснение условий наиболее эффективной прививки виноградной лозы. Тр. Тбил бот. инст., т. II, 1937, стр. 90—94.
2. Н. А. Максимов. О современном состоянии физиологии растений и перспективах ее развития в СССР. Тр. Института физиолог. раст. АН СССР, том V, вып. 2, 1947, стр. 12.
3. ა. კობერიძე. ჰეტეროაუქსინების შედარებითი გავლენა ზოგიერთი მცენარის კალმების დაფესვიანებაზე. თბილისის ბოტ. ინსტიტ. შრომები, ტ. VII, 1939, გვ. 181—197.
4. Н. Туманов. Ростовые вещества. Москва, 1947, стр. 1—56.
5. N. U. Amlong. Wuchsstoffhaltige Warmbäder als Wurzeltreibmittel, bei strecklingen. Ber. d. Deutsch. Bot. Ges., Bd. 56, H. 7 ,1938, S. 239—246.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. IX, № 2, 1948

სელექცია

მ. სიხარულიძე

დიკის პოპულაციის შემადგენელ ხორბლის სახეობათა შედარებითი ღირებულება

(წარმოადგინა აკადემიის წევრ.-კორესპ. ლ. დეკაპრელევიჩმა 23. 1. 1948)

საქართველოში გავრცელებულ ხორბლის აბორიგენულ ჯიშებს—პოპულაციებს მთელი რიგი ძვირფასი სამეურნეო-ბიოლოგიური თვისებები აქვს და მდიდარ საწყის მასალას წარმოადგენს სელექციისათვის.

მრავალი მათგანი დარაიონებულია როგორც მოსავლიანი და ადგილობრივ პირობებთან კარგად შეგუებული ჯიში.

მათი უმეტესობა ჩამოყალიბებულია ხალხური სელექციის ხანგრძლივ პროცესში რამდენიმე ფორმის ნარევად. შედგენილობის განსაკუთრებული სირთულით გამოირჩევა დიკის სახელწოდებით ცნობილი საგაზაფხულო ხორბლის პოპულაციები. იგი უმეტეს შემთხვევაში შეიცავს ხორბლის ორ სახეობას: საკუთრივ დიკას—*T. persicum Vav* და რბილ ხორბალს—*T. vulgare Villi.* თავის მხრივ თითოეული ამ სახეობათაგან უმეტეს პოპულაციებში რამდენიმე სახესხვაობითაა წარმოდგენილი.

სელექცია—მეთესლეობის პრაქტიკისათვის მეტად მნიშვნელოვანია გაირკვეს, თუ როგორ ცვალებადობს დიკის შედგენილობა და პოპულაციის შემცველ კომპონენტებიდან რომელია უფრო პროდუქტიული ან სხვა რომელიმე მნიშვნელოვანი თვისებების მქონე.

ამასთან დაკავშირებით დიკის წარმოების მთავარი რაიონების პოპულაციებში შესწავლილი იყო ზემოაღნიშნულ ხორბლის სახეობათა პროცენტული შედგენილობა და გამოცდილი იყო თითოეული მათგანის მოსავლიანობა. თუ როგორ ცვალებადობს ხორბლის ორი სახეობის შეფარდება ცალკეული რაიონების პოპულაციებში, მოყვანილია 1-ლ ცხრილში.

როგორც მოყვანილი მონაცემებიდან ჩანს, დიკის პოპულაციებში ზოგ რაიონში ჭარბადაა *T. persicum*, ზოგან კი *T. vulgare*. ცალკეულ ამ სახეობათა სუფთა ნათესები კი უფრო იშვიათად გვხვდება.

ცალკეული რაიონების ფარგლებშიც დიკის პოპულაციები თავისი შედგენილობით არანაკლებ გაირჩევა ერთიმეორისაგან. ასეთი მერყეობა დამოკიდებულია გამოყენებულ აგროტექნიკასა და განსაკუთრებით სათესლე მასალის გაწმენდის ხერხებზე.

ხევსურეთისა და სვანეთის პოპულაციები ძირითადად *T. vulgare*-თი არის წარმოდგენილი. *T. persicum*-ის სახეობა საერთოდ სუფთა ნათესად იშვიათია. მისი სუფთა ნათესები აღნიშნულია დუშეთისა და თიანეთის რაიონებში და

ნაწილობრივ სვანეთში. ეს პოპულაციები საკუთრივ—დიკის ერთი სახესხვაობით—*v. fuliginosum*-ით არის წარმოდგენილი.

დიკის პოპულაციების უმეტესობაში სახეობა *T. persicum* ძირითადად წარმოდგენილია წითელთავთავიანი სახესხვაობით *v. rubiginosum*. თეთრთავთავიანი სახესხვაობა *v. stramineum* ყველგან გვხვდება როგორც მინარევი და მას არასდროს არ უკავია უპირატესი ადგილი. მთავარი კავკასიონისა და მისი განშტოების კალთებზე გავრცელებული დიკის პოპულაციებისთვის დამახასიათებელია *T. persicum v. fuliginosum*-ის მინარევი, რომელსაც ზოგჯერ ნათესში უპირატესი ადგილიც კი უკავია.

ცხრილი 1

T. persicum-ისა და *T. vulgare*-ს შეფარდება დიკის პოპულაციებში

რაიონი	გამოკვლეულ ნიმუშთა რაოდენობა	საკუთრივ—დიკა *T. persicum*	რბილი ხორბალი *T. vulgare*
ხაშურის	5	46	54
ზნაურის	3	55	45
ლენინგორის	11	29	71
სტალინირის	5	75	25
დუშეთის (ქართლი)	11	54	46
„ (ფშავი)	10	29	71
„ (ხევსურეთი)	13	—	100
თიანეთის	8	56	44
თელავის	8	23	77
ახალციხის	1	72	28
ასპინძის	3	37	63
ადიგენის	3	48	52
ახალქალაქის	9	27	73
დმანისის	6	43	57
წალკის	10	31	69
თეთრიწყაროს	2	53	47
სვანეთის	6	—	100[1]

T. vulgare-ის სახესხვაობებიდან ყველგან ძირითადია *v. erythrospermum*. სამხრეთ მთიანეთის პოპულაციებისთვის დამახასიათებელია *v. ferrugineum*-ის ჭარბი მინარევი.

რომ გაგვერკვია, თუ რომელი უფრო პროდუქტიულია ამ სახესხვაობებიდან, სხვადასხვა რაიონის დიკის 83 პოპულაციიდან გამოყოფილი იყო *v. rubiginosum*-ის 58 ნიმუში, *v. fuliginosum*-ის—7 და *v. erythrospermum*-ის 76 ნიმუში. აღნიშნული მასალა იცდებოდა ორი წლის მანძილზე ორჯონიკიძის სახელობის კოლმეურნეობაში დუშეთის რაიონში ზღვის დონიდან დაახლოებით 1000 მეტ. სიმაღლეზე. ცდა დაყენებული იყო პროცენტულ-წყვილადი

[1] 1928 წ. ნ. კეცხოველისა და ი. ბახტაძის მიერ სვანეთში აღნიშნულია „შავი დიკაის“ *v. fuliginosum*-ის სუფთა ნათესები. 1945 წ. საქ. მეცნ. აკადემიის ფოლკლორულმა და ეთნოგრაფიულმა ექსპედიციამ ჩვენი დავალებით ბალსზემოთა სვანეთიდან ჩამოიტანა *T. persicum v. fuliginosum*-ის სუფთა ნათესის ნიმუში, რომელიც იქ შედარებით იშვიათად გვხვდება.

მეთოდით. სტანდარტად აღებული იყო დიკის ადგილობრივი პოპულაცია (*T. persicum* 70%, *T. vulgare* 30%). დიკის ცალკეული პოპულაციიდან ითესებოდა ძირითადი სახესხვაობანი *T. rulgare v. erufhrospermum*, *T. persicum v. rubiginosum* და ნაწილობრივ *T. persicum v. fuliginosum*. ამ სახესხვაობათა საშუალო მოსავლიანობა მოყვანილია მეორე ცხრილში.

ცხრილი 2

ცალკეული რაიონებიდან დიკის პოპულაციებიდან გამოყოფილ *T. persicum*-ისა და *T. vulgare*-ს სახესხვაობათა საშუალო მოსავლიანობა[1]

რაიონი	1940 წ.			1941 წ.	
	T. persicum v. rubiginosum	*T. persicum v. fuliginosum*	*T. vulgare v. erythrosperum*	*T. persicum v. rubiginosum*	*T. vulgare v. erythrospermum*
ხაშურის	100,7	—	60,0	—	—
ზნაურის	100,0	—	60,4	—	—
ლენინგორის	115,0	—	84,2	119,0	86,0
სტალინირის	106,9	—	79,7	105,0	89,2
დუშეთის	98,1	79,3	77,3	—	—
თიანეთის	113,7	83,7	80,6	—	—
თელავის	97,2	—	75,3	97,4	86,2
ასპინძის	77,9	—	54,9	104,5	66,5
ადიგენის	—	—	—	195,9	82,5
ახალქალაქის	93,5	—	71,9	87,7	70,9
დმანისის	100,2	—	86,3	98,3	89,6
წალკის	98,1	—	75,8	108,9	103,4
თეთრიწყაროს	116,2	—	66,2	123,7	69,7

როგორც მოყვანილი მონაცემებიდან ჩანს, თითქმის ყველა პოპულაციის *v. rubiginosum* მეტი მოსავლიანობით ხასიათდება, ვიდრე ამავე პოპულაციების რბილი ხორბლები. ცალკეულ პოპულაციებში კი სხვაობა მერყეობს 5%-დან 78%-მდე. მეტად იშვიათ შემთხვევებში რომელიმე პოპულაციის რბილი ხორბალი უთანაბრდება ან ჭარბობს მოსავლიანობით ამავე პოპულაციის *v. rubiginosum*-ს (83 პოპულაციიდან 2 შემთხვევა).

დიკის პოპულაციების ორი ძირითადი სახესხვაობა ჩვენ დაუპირისპირეთ ერთმანეთს ზოგიერთი სხვა სამეურნეო მნიშვნელობის მქონე ნიშნებითაც: პროდუქტიული ბარტყობით, განვითარებული და განუვითარებელი თავთუნების რიცხვით, თავთავში მარცვალთა რაოდენობით, ერთი თავთავის მარცვლის წონათა და მარცვლის აბსოლუტური წონის მიხედვით. მონაცემები მოყვანილია მე-3 ცხრილში.

როგორც ამ ცხრილიდან ჩანს, რბილი ხორბლის სახესხვაობებისათვის დამახასიათებელია განუვითარებელი თავთუნების მეტი რაოდენობა. დიკის ყველა პოპულაციაში დუშეთის პირობებში *T. persicum*-ის სახესხვაობებს, ყველა სამეურნეო ნიშნის მიხედვით, რბილ ხორბლებთან შედარებით უპირატესი ადგილი

[1] მოცემულია პროცენტები სტანდარტთან შეფარდებით.

უკავია. პროდუქტიული ბარტყობისა და მარცვლის აბსოლუტური წონის მიხედვით ისინი თანაბარია.

T. persicum-ის სახესხვაობათა მეტ მოსავლიანობას ძირითადად ერთ თავთავში მარცვალთა მეტი რაოდენობა აპირობებს.

ცხრილი 3

ცალკეული რაიონების დიკის პოპულაციების ძირითად სახესხვაობათა სამეურნეო მნიშვნელობის მაჩვენებლები

რაიონი	სახესხვაობა	პროდუქტიული ბარტყობა	თავთუნების რიცხვი: განვითარებული	თავთუნების რიცხვი: განუვითარებელი	მარცვლების რიცხვი თავთავში	ერთი თავთავის მარცვლების წონა გრ.	1000 მარცვლის წონა გრ.
ხაშურის	*v. rubiginusum*	4,0	18,7	2,6	42,6	1,05	25,3
	v. erythrospermum	5,2	16,0	4,3	29,1	0,72	25,6
ზნაურის	*v. rubiginosum*	4,0	18,4	2,6	42,7	1,00	24,1
	v. erythrospermum	3,9	14,8	3,9	30,9	0,70	23,0
ლენინგორის	*v. rubiginosum*	3,3	19,5	2,1	42,4	1,03	25,0
	v. erythrospermum	4,0	14,9	3,1	30,5	0,50	23,6
სტალინირის	*v. rubiginosum*	3,9	19,0	2,1	43,0	1,01	24,9
	v. erythrospermnm	3,7	16,5	3,3	29,2	0,65	24,6
დუშეთის	*v. rubiginosum*	3,8	18,5	2,2	40,4	1,00	26,1
	v. fuliginosum	3,4	17,7	2,7	39,3	1,08	28,0
	v. erythrospermum	4,0	15,5	3,5	30,5	0,74	24,8
თიანეთის	*v. rubiginosnm*	4,0	18,5	2,2	40,8	1,04	25,8
	v. fuliginosum	4,1	20,0	2,5	40,5	1,07	26,5
	v. erythrospermum	3,8	15,9	3,3	30,5	0,72	23,7
თელავის	*v. rubiginosum*	5,2	20,1	2,1	42,7	0,97	24,1
	v. erythrospermum	4,4	15,3	3,5	27,7	0,65	23,0
ასპინძის	*v. rnbiginosum*	4,0	17,1	2,2	35,0	0,90	24,1
	v. erythrospermum	4,1	15,7	3,4	26,8	0,63	24,5
ახალქალაქის	*v. rubiginosum*	4,0	20,7	1,9	36,2	0,85	25,1
	v. erythrospermum	5,0	17,9	3,2	28,3	0,63	23,7
დმანისის	*v. rubiginosnm*	4,7	20,3	2,4	38,2	0,90	25,6
	v. erythrospermum	3,7	17,3	3,3	29,5	0,66	24,2
წალკის	*v. rubiginosum*	3,2	19,6	2,2	38,7	0,98	25,6
	v. erythrospermum	3,7	16,6	3,6	28,3	0,69	24,2
თეთ. წყაროს	*v. rubiginosum*	3,8	18,4	2,0	38,7	0,97	25,6
	v. erythrospermum	4,4	17,6	3,5	25,2	0,53	24,2

T. persicum-ის სახესხვაობები სოკოვან დაავადებათა წინააღმდეგ განსაკუთრებული იმუნიტეტით ხასიათდება. ისინი რბილ ხორბლებთან შედარებით დიდ გამძლეობას იჩენენ ჟანგას სხვადასხვა სახეობებისადმი.

ჩვენს კოლექციაში, რომელიც საშემოდგომო ნათესად დათესილი იყო გარდაბანში (1940, 1041 წ. წ.), *T. persicum*-ის მცენარეებზე ჟანგათი დაავადება უმნიშვნელო იყო, ისიც ქვედა ფოთლებზე. რბილი ხორბლის მცენარეებზე კი იგი ყველა ფოთოლზე ძლიერად იყო გამოსახული. რაც შეეხება მტვრიანა

ჟუდაფშუტით დაავადებას, იგი დიკის პოპულაციებში შემავალი რბილი ხორბლის ყველა სახესხვაობაზეა აღნიშნული, მაშინ როდესაც *T. persicum*-ის არც ერთი თავთავი არ იყო დაავადებული.

T. persicum-ის სახესხვაობათა ყველა ამ ნიშნით უპირატესობა მისი მეტი მოსავლიანობის საწინდარია დიკის პოპულაციებში შემავალ რბილ ხორბლებთან შედარებით.

დიკის პოპულაციებიდან გამოყოფილი სახესხვაობები პარალელურად საშემოდგომოდ ნათესად იცდებოდა გარდაბანშიც, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მემინდვრეობის ინსტიტუტის ტერიტორიაზე, ზღვის დონიდან დაახლოებით 303 მ. სიმაღლეზე. მიღებულმა შედეგებმა შესაძლებლობა მოგვცა ზოგიერთი სამეურნეო მნიშვნელობის ნიშნის მიხედვით დაგვეპირისპირებინა დიკის ძირითადი სახესხვაობები მთიანსა და დაბლობ ზონაში, შედეგები მოყვანილია მე-4 ცხრილში.

ცხრილიდან ჩანს, რომ დიკის პოპულაციის ორივე სახეობა საშემოდგომო თესვით დაბლობში ზრდის პროდუქციას. მატულობს თავთავის სიგრძე და განვითარებული თავთუნების რიცხვი, თავთავში მარცვალთა რიცხვი და წონა, მარცვალი მსხვილდება და შესაბამისად იზრდება აბსოლუტური წონაც, რის შედეგად მატულობს მოსავალიც.

გარდაბნის სარწყავ მოსავლიან ნიადაგებზე ორივე სახეობის მეტი პროდუქტიულობა მოსალოდნელიც იყო, მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ დიკის პოპულაციის რბილი ხორბლები (*v. erythrospermum*) საშემოდგომო ნათესად დაბლობის პირობებში გაცილებით უფრო ეფექტურია, ვიდრე საკუთრივ დიკას (*T. persicum*) ფორმები.

დიკის პოპულაციებში წარმოქმნილი პროცესების გარკვევის მიზნით, შესწავლილი იყო ორი ძირითადი სახესხვაობისაგან *T. persicum v. rubiginosum*-ისა და *T. vulgare v. erythrospermum*-გან შედგენილი ნარევი (ნატახტარში, საქართველოს სელექციის სადგურის ტერიტორია, 500 მ. სიმაღლეზე ზღვის დონიდან).

ნარევი შედგენილი იყო ორივე სახეობის თანაბარი რაოდენობის მარცვლებისაგან (3750 მარცვალი თითოეულის) და დათესილი იყო საშემოდგომო და საგაზაფხულო ნათესად 24 კვ. მეტრიან დანაყოფებზე ორ განმეორებად.

მიღებული მონაცემების დამუშავებამ ცხადჰყო, რომ ნატახტრის პირობებში რბილი ხორბალი ინტენსიურად აძევებს *T. persicum*-ს პირველ წელს (1945) საშემოდგომო ნათესში *v. rubiginosum* აღებული მცენარეების 34.8%-ს შეადგენდა, მომდევნო წელს კი (1946) მხოლოდ 14.0%-ს, საგაზაფხულო ნათესშიც ისევ რბილი ხორბალი აძევებდა *T. persicum*-ს, მაგრამ შედარებით ნელა. აქ პირველ წელს *v. rubiginosum*-ის მცენარეები 43.3% იყო, ხოლო მომდევნო წელს—22%.

ამგვარად, დაბლობის პირობებში ნარევში უპირატესობა ხვდა რბილ ხორბლებს. სამწუხაროდ, ამ ორი სახეობის ხელოვნური ნარევი ჩვენ ჯერ არა გვაქვს გამოცდილი მთიან ზონაში. მაინც შეიძლება ვიფიქროთ, რომ მთის პირობებში ნარევი სხვა მიმართულებით შეიცვლება და *T. percicum*, როგორც მთის ტიპობრივი ხორბალი, პოპულაციიდან არ იქნება გამოძევებული.

ცხრილი 4

ცალკეული რაიონების დიკის ძირითად სახესხვაობათა სამეურნეო მნიშვნელობის მაჩვენებლები განვითარების სხვადასხვა პირობებში

№№ ნიმუშის ქა-ტალოგის მიხედვით	რაიონი	თესვის ადგილი	სახესხვაობა	თავთავის სიგრძე	თავთუნებ. რიცხვი: განვითარე-ბული	თავთუნებ. რიცხვი: განუვითარე-ბელი	მარცვლ. რიცხვი: თავთუნში	მარცვლ. რიცხვი: თავთავში	ერთი თავთავის მარცვლის წონა გრ.	1000 მარცვლის წონა გრ.
180	სტალინირის	დუშეთი	*v. rubtginosum*	8,1	18,0	2,0	2,2	40,1	0,85	22,8
			v. erythrospermum	7,9	15,1	3,3	1,9	28,9	0,61	24,1
		გარუაბანი	*v. nubiginosum*	8,8	21,2	2,1	2,0	40,6	1,30	27,4
			v. erythrospermum	10,0	21,5	1,8	2,1	45,2	1,50	38,4
12	დუშეთის	დუშეთი	*v. rubigiuosum*	7,8	17,5	2,3	2,4	42,2	0,94	26,8
			v. erythrospermum	8,7	16,0	3,0	2,1	34,2	0,80	25,0
		გარდაბანი	*v. rubiginosnm*	9,2	19,4	1,6	2,3	48,5	1,30	29,4
			v. erythrospermum	9,8	18,0	2,2	2,5	44,4	1,40	31,0
24	თიანეთის	დუშეთი	*v. rubigiuosum*	8,5	18,0	2,4	2,1	38,4	0,98	26,3
			v. fuliginosum	8,6	20,2	2,5	2,1	42,8	1,00	27,1
			v. erythrospermum	8,3	15,9	3,4	2,0	31,3	0,70	23,8
		გარდაბანი	*v. rubiginosum*	12,2	21,8	1,5	2,5	55,2	1,40	25,4
			v. fuliginosum	8,1	17,1	2,9	2,2	39,1	1,20	28,6
			v. erythrospermum	13,5	23,0	1,0	2,1	47,6	1,40	30,2
75	თელავის	დუშეთი	*v. rubiginosnm*	8,2	20,8	2,5	2,0	39,1	0,90	24,2
			v. erythrospervum	7,9	15,3	2,6	1,5	24,0	0,48	22,3
		გარდაბანი	*v. rubigirosum*	8,7	17,9	1,8	2,3	40,5	1,20	30,0
			v. eruthrospermum	8,7	17,1	2,3	2,4	41,0	1,20	31,0
9	ასპინძის	დუშეთი	*v. rubiginosum*	7,9	17,1	2,2	2,0	35,0	0,90	24,1
			v. erythrospermum	7,8	15,1	3,6	1,5	27,0	0,60	23,5
		გარდაბანი	*v. rubiginosum*	9,5	21,8	2,2	1,9	41,8	1,10	25,7
			v. erythrospermum	11,3	22,6	2,2	1,9	42,8	1,20	28,1
118	ახალქალაქის	დუშეთი	*v. rnbigiuosum*	7,9	20,0	2,4	1,8	33,7	0,80	23,9
			v. erythrospermum	8,0	15,5	3,5	1,7	26,3	0,50	23,9
		გარდაბანი	*v. rubiginosum*	10,8	21,1	1,3	2,3	48,3	1,20	25,7
			v. erythrospermum	10,7	21.1	2.6	1,8	30.0	0,98	28,5
150	თეთ. წყაროს	დუშეთი	*v. rubiginosum*	7,8	19,8	2,4	1,6	32,1	0,90	25,9
			v. erythrospermnm	9,0	16,7	3,9	1,8	29,7	0,70	25,6
		გარდაბანი	*v. rubiginosum*	10,8	19,6	0,8	2,6	50,7	1,30	28,0
			v. erythrospermum	9,6	18,5	3.3	2,2	40,5	1,20	31,3

გარდაბანში რბილი ხორბლის ზოგიერთი სხვა ბიოლოგიური და სამეურნეო მაჩვენებელიც აგრეთვე უფრო მაღალი იყო, ვიდრე *T. persicum*-ის სახეობის. ზოგი მათგანი მოყვანილია მე-5 ცხრილში.

დიკის პოპულაციის შედგენილობისა და სხვადასხვა პირობებში მისი ცვალებადობის შესწავლამ შესაძლებელი გახადა გაგვერკვია მის შემადგენელ სახეობათა სელექციური ღირებულება ბუნებრივ პირობებთან დაკავშირებით.

დაბლობ ზონაში საგაზაფხულო ხორბლის საჭიროების შემთხვევაში პერსპექტიულ საწყის მასალად შეიძლება მიჩნეულ იქნეს დიკის პოპულაციიდან გამოყოფილი რბილი ხორბლის ფორმები.

ცხრილი 5

დიკის ძირითად სახესხვაობათა სამეურნეო და ბიოლოგიური მაჩვენებლები ხელოვნური ნარევის საშემოდგომო და საგაზაფხულო ნათესში

მაჩვენებლები	*T. persicum v. rubiginosum*		*T. vulgare v. erythrospermum*	
	საშემოდგ. ნათესი	საგაზაფხულო ნათესი	საშემოდგ. ნათესი	საგაზაფხულო ნათესი
დათესილ მარცვალთა რაოდენობიდან გადარჩენილ მცენარეთა% . .	15,8	15,8	28,0	24,2
ცალკეულ სახესხვაობათა მოსავლიანობა %-ით	31,7	40,0	68,3	60,0
ერთი მცენარის მოსავალი გრამებით	1,93	1,28	2,00	1,48

მთიანი ზონის პირობებში კი, წინააღმდეგ დაბლობისა, მთელი სელექციური მუშაობა საგაზაფხულო ხორბლებზე აგებული უნდა იყოს თითქმის მთლიანად *T. persicum*-ის ფორმებზე. ხორბლის ეს სახეობა ამაღლებული ზონის პირობებში, როგორც მოსავლიანობით, ისე სოკოვან დაავადებათა გამძლეობით, გაცილებით აჭარბებს რბილ ხორბლებს. *T. persicum*-ის სახესხვაობებიდან უფრო მნიშვნელოვანია *v. rubigcnosum*. ეს სახესხვაობა ხასიათდება გავრცელების მეტი არეალით და მეტი პროდუქციულობითაც გამოირჩევა. გარდა ამისა, იგი მდიდარია რასიული შემადგენლობით. ამიტომ ამ სახეობის ფორმები შეიძლება ჩაითვალოს პერსპექტიულ საწყის მასალად როგორც ჯგუფური, ისე ინდივიდუალური გამორჩევისათვის.

ლ. პ. ბერიას სახ. საქართველოს
სასოფლო-სამეურნეო ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 26. 1. 1948)

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. IX, № 2, 1948

ზოოლოგია

დ. ხარიტონოვი

BRACHUTHLE-ს ახალი სახეობა საქართველოდან *BRACHYTHELE ZAITZEWI*, N. SP.

(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ფ. ზაიცევმა 26. 11. 47)

მდედრი (ლაგოდეხი. 11. VI. 1937). თავმკერდის სიგრძე—4,8 (ხელიცერებითურთ—6,4), სიგანე—3,9 მმ. თავმკერდი მუქი ყვითელია, მისი უკანა ნახევარი უფრო მკაფიო ფერისაა—ნარინჯისფერ-ყვითელია. თავის განყოფილება წამოწეულია და გამოყოფილია მკერდის განყოფილებისაგან არაღრმა გლუვი ნაღარით, რომელიც უკანა ნახევარში ფართოა, ხოლო წინა ბოლოსკენ უფრო ვიწროა. ნაღარის გაფართოებული ნაწილის წინა კიდეზე განწყობილია ბეწვების ჯგუფები (არაწესიერი რიგები). თავმკერდის უკანა ნახევარს ემჩნევა 3 წყვილი უფრო სუსტად გამოხატული ნაღარებისა, რომლებიც ერთმანეთს რადიალურად სცილდება. თავმკერდის ფარის სიგრძის უკანა მესამედის საზღვარზე არის ღრმა გარდიგარდმო ნაჭდევი, რომელიც ჩაზნექილი მხრით წინ არის მიმართული. სწორედ ამ ღარში საკმაო დაქანებით ეშვება თავმკერდის განყოფილების უკანა ბოლო.

წინა საშუალო თვალების (AM) წყვილს გარს არტყია განივი მუქი ლაქა, რომელიც ვიწროვდება უკანა ნაწილში (ლაქა, დაახლოებით, ცერცვისებრი მოყვანილობისაა). მანძილი გვერდის თვალების (Al,Pl) წყვილსა და უკანა გვერდის თვალს (PM) შორის თითოეულ მხარეზე აგრეთვე შავ ლაქას უკავია. ამგვარად, თვალების არეში პიგმენტი განლაგებულია 3 ლაქის სახით, რომელთაგან ერთი შუამდებარეა, ხოლო ორი გვერდითი. წინა თვალების წინა კიდე წარმოქმნის უკანა მიმართულებით სუსტად მოხრილ ხაზს, თვალების უკანა მწკრივი წარმოქმნის უკან მოხრილ ხაზს. ორივე მწკრივის შუა თვალები მრგვალი მოყვანილობისაა, გვერდითი თვალები ოვალურია; წინა და უკანა თვალის ოვალების სიგრძივი ღერძები გადაკვეთილია სწორი კუთხით, თვალის არისაგან ლატერალურად. AM შორის მანძილი მათი დიამეტრის ტოლია, მანძილი AM და Al შორის AM დიამეტრის დაახლოებით ნახევარს შეადგენს. AL-ის დიდი და მცირე დიამეტრის შეფარდება=1,8; AL-ის მცირე დიამეტრი=AM-ის დიამეტრს. PM-ის დიამეტრი AM-ის დიამეტრის დაახლოებით 0,7-ს შეადგენს. PM შორის მანძილი 4-ჯერ აღემატება მათ დიამეტრს. PM და PL შორის მანძილი ნაკლებია, ვიდრე PM-ის დიამეტრი. AM და PM შორის მანძილი დაახლოებით ტოლია AM-ის დიამეტრისა. PL-ის დიდი და მცირე დიამეტრის შეფარდება=1,4 ან 1,5; PL-ის დიდი დიამეტრი მცირეოდნად აღემატება AM-ის დიამეტრს.

სტერნუმი ნარინჯისფერ-ყვითელია, დაფარულია გრძელი გაფშეკილი ბეწვით (გარდა ამისა, კიდეებზე არის მოკლე წვრილი ბეწვები), მისი სიგრძე (ტუჩის სიგრძის ჩათვლით)—2,6 მმ, სიგანე—1,95 მმ. ტუჩსა და თვით სტერნუმს შორის ჩანს ღარი, რომელიც უფრო მკაფიოდაა შეფერილი და რომელიც არ არის დაფარული ბეწვებითა და ჯაგრებით. სტერნუმის კიდეებზე მოთავსებულია 3 წყვილი sigillae, რომელთა ზომა მატულობს უკანა მიმართულებით.

ხელიცერები წითელ-მიხაკისფერია; ბაზალური ნაწევრის ზემო მხარეზე და გარეთ შესამჩნევია 2 ნაცრისფერი სიგრძივი ზოლი, რომელთაგან მედიალური გაცილებით უფრო განიერია, ვიდრე ლატერალური; გარდა ამისა, თითოეულ მხარეზე (ლატერალურად) ჩანს კიდევ ერთი უფრო ღია ფერისა და ბუნდოვანი გასწვრივი ზოლი. მედიალური ზოლები მჭიდროდაა დაფარული გრძელი შავი დახრილი ჯაგრებით. ეს ჯაგრები აღწევს ხელიცერების წინა კიდეს; მათი სიგრძე ყველაზე უფრო დიდია წინა და მედიალურ კიდესთან, ხოლო უკანა და გვერდების მიმართულებით ჯაგრების სიგრძე და სიმსხო კლებულობს. ბეწვების მეორე წყვილი (ვიწრო ბეწვების) გაცილებით უფრო თხლადაა დაფარული მოკლე ბეწვებით, რომელთა ზომა მატულობს ხელიცერის წინა ბოლოს მიმართულებით. ნაცრისფერ ზოლებს შორის მდებარე სიგრძივი, უფრო ნათელი შუალედები თხლად არის დაფარული გადაფანტული ნახევრად მიკედლილი ბეწვებით, რომლებიც 2—3 სიგრძივ რიგადაა განწყობილი. ხელიცერების მედიალური მხარე ბრტყელია, წითელ-მიხაკისფერია; მის შუა ნაწილში წვრილი მოკლე ბოჭკოებია, ხოლო კიდეებზე და უკანა ბოლოსთან ბოჭკოები შავია და უფრო მოკლეა და მსხვილი. ხელიცერის ბრჭყალი წითელ-მიხაკისფერია. ხელიცერების ღარის შიგნითა კიდეზე არის ერთ მწკრივად განწყობილი 11 კბილი, რომელთა შორის ფუძიდან მეორე ზომით აღემატება ყველა დანარჩენს. ხელიცერის ღარში შეიძლება 8 ძლიერ წვრილი კბილაკის დანახვა. ღარის გარეთა კიდე აღჭურვილია ძლიერ მჭიდრო ჯაგრისით, რომელიც რამდენიმე მწკრივად განწყობილი გრძელი წითური უხეში ბეწვისაგან შედგება.

პედიპალპები ყვითელია, მათი კოქსების ქვემო მხარის უკანა-მედიალურ კუთხეში არის უწესოდ გაფანტული და სხვადასხვა ზომის 11 სპინულა.

საცეცების წვივები ქვედა მხარეზე შეიარაღებულია 2.2.3 ქაცვით.

ტარზუსს scopula აქვს, ქვემოთ 3.1.2.2 ქაცვია (ზოგჯერ 3.1.1.2.2 ან 3.2.2.2.). ტარზუსის ბრჭყალი 4 კბილაკითაა აღჭურვილი.

ფეხები ნარინჯისფერ-ყვითელია ან მიხაკისფერ-ყვითელი.

ფეხების ბრჭყალებზე 7 კბილისაგან შემდგარი 2 მწკრივი აქვს. Scopula არის ფეხების I და II წყვილის მეტატარზუსა და ტარზუსზე. Scopula-ს შემადგენელი ბეწვები უფრო მჭიდროდაა განწყობილი ტარზუსის წვეროში, თუმცა ის იწყება შედარებით თხელი ბეწვებით მეტატარზუსის დასაწყისში. Scopula-ს მდებარეობა ისეთივეა, როგორც პალპუსზე—ვენტრალურ-ლატერალური (პერიფერული). ნაწევრის შუა ხაზზე scopula გაყოფილია გრძელი ბეწვებით, რომლებიც განლაგებულია დაახლოებით 2 მწკრივად.

ფეხების შეიარაღება: I ფეხი: ბარძაყი—წინ ზემოთ წვეროს ახლოს 1, წვივი ქვემოთ 1,2.2, მეტატარზუსი 2.2.1.3. II ფეხი: ბარძაყი წინ ზემოთ 1

საცეცისა და ფეხების ზომა (ბრჭყალების გამოკლებით)

	მენჯი	ტაბუ-ხი	ბარძა-ყი	მუხლ.+წვივი	წინა თათი	თათი	სულ
საცეცი	1,7	0,5	2,35	3,0	—	1,5	9,05
ფეხები I	2,0	0,6	3,35	4,5	1,5	1,5	13,45
II	1,7	0,5	2,8	3,7	1,6	1,4	11,7
III	1.6	0,5	2,4	3,0	1,7	1,4	10,6
IV	1,9	0,6	3.3	4,3	2,8	1,7	14,6

(უფრო წვრილია, ვიდრე ბარძაყზე 1), წვივი ქვემოთ 2.2.2 (ან. 0.2.2.), წინ ზემოთ 1.1, მეტატარზუსი 2.2.1.3 (მარჯვენა ფეხი 2.2.3). III ფეხი: ბარძაყი უკან ზემოთ 1.1, ზემოთ ფუძესთან 1 (+1.1 უფრო წვრილია და წინასთან ერთ მწკრივში განწყობილი), წინ ზემოთ 1 წვეროს ახლოს; მუხლი წინ ზემოთ 1.1, უკან 1, წვივი ზემოთ 1 (ფუძესთან) წინ 1. 1, ქვემოთ 2.2.3, უკან 0.1.1 (ან 0.0.1); მეტატარზუსი ზემოთ 1.2.2, წინ 1.1, ქვემოთ 2.2.3, უკან 1.1.1. IV ფეხი; ბარძაყი უკან ზემოთ 1 (წვეროს ახლოს); მუხლი ზემოთ ბაზალურ ნახევარში 1, წინ ზემოთ 1 (დისტალურ ნახევარში), უკან 1 შუა ნაწილის ახლოს), წვივი წინ 1.1; ქვემოთ 2.2.2, უკან 1.1.1, მეტატარზუსი ზემოთ 1.1 (დისტალურ ნახევარში), წინ 1.1.1, ქვემოთ 2.2.2.1.2, უკან 1.1.1.1.

აბდომენი (სიგრძე 7,3, მეჭეჭებითურთ—7,6 მმ, სიგანე 4,5 მმ) ნაცრისფერ-ყვითელია, წვრილი ბეწვებით მჭიდროდაა დაფარული. დორზალურ მხარეზე არამკაფიო ჟანგისფერ-მიხაკისფერი ნახატია, რომელიც წინა ნახევარში წარმოადგენს არაწესიერი მოყვანილობის ბუნდოვან ლაქას, ხოლო უკანა ნახევარში შედგება 5 ფრჩხილისაგან, რომელთა ბოლოები უკანაა მიმართული. აბლაბუდის ზემო მეჭეჭები ყვითელია, სამნაწევრიანი, ლატერალურ მხარეზე აქვთ უფრო გრძელი ბეწვები, ვიდრე დანარჩენ ზედაპირზე. მანძილი მათ შორის უდრის დაახლოებით მათი ბაზალური ნაწევრის სიგრძეს, ხოლო მეორე და მესამე ნაწევრის საერთო სიგრძე უდრის ბაზალური ნაწევრის სიგრძეს. ქვედა მეჭეჭები მოკლეა, ცილინდრული, მათ შორის მანძილი მათი დიამეტრის 3/4-ს შეადგენს. აბდომენის ვენტრალური მხარე ნაცრისფერ-ყვითელია, ეპიგასტრალური ნაწილი მუქი ყვითელია.

Brachythelr zaitzevi sp. n.

Eemina. Cephalothorax 4,8 mm longus, 3,9 mm latus, rufo-flavidus. Pars cephalica elevata, sulco angusto non profundo a parte thoracica sejuncta. In parte thoracica tria paria sulcorum minus expressorum conspiciuntur, quae radiatim divergunt. Fovea media transversa in 2/3 longitudinis cephalothoracis sita.

Oculi medii antici macula fusca cinguntur, quae posteriora versus attenuatur; intervalla, quae oculos laterales (AL,PL) et oculos posticos medios (RM) sejungunt ab utraque parte etiam macula atra ornata. Margines antici oculorum anteriorum lineam leviter recurvatam designant, series oculorum postica lineam magis recurvatam efficit. Oculi medii utriusque seriei rotundi, oculi laterales ovatin. Axes longitudinales oculorum anteriorum et posteriorum lateralium recte fere angulo latera versus ab area oculorum inter se secantur.

Oculi antici medii inter se et ab oculis posticis mediis diametro suo remoti, a lateralibus—spatio duplo minore. Diameter minor oculi antici lateralis diametri oculi medii aequans et 5/9 diametri majoris oculi lateralis aequalis. Diameter oculi postici medii circa 7/10 diametri oculi antici medii efficit. Oculi postici medii inter se spatio dimetro suo quadruplo superante remoti, a lateralibus posticis—spatio dametro suo minore. Diameter major oculi lateralis postici diametrum oculi antici medii paulo superat, diameter minor—2/3 diametri majoris aequans.

Sternum rufum, labro incluso, 2,6 mm longum, 1,95 latum. Jn margine sterni tria paria sigillarum sitae quae posteriora versus augentur.

Chelicerae rufo-fuscae, margo interior sulci unguicularis serie dentibus 11 armatus, quorum secundus ab basin situs ampeissimus. Jn sulco chelicerae denticulo octo tenuissimi insunt. Margo exterior sulci dense pilosus. Pedipalpi flavi; coxae angulo postico interiore spinulis 11 armato. Tibia palpi subter aculeis 2.2.3 armata; tarsus cum scopula, subter aculeis 3.1.2.2. (interdum 3.1.1.2.2 sive 3.2.2.2) armatus. Unguiculus tarsi denticulos 4 habet.

Pedes flavi. Longitudo pedipalpi et pedum:

	Coxa	Troch.	Fem.	Pat.+Tib.	Metat.	Tars.	Totum
Pedipalpus	1,7	7,5	2,35	3,0	—	1,5	9,5
Pedes I	2,0	0,6	3,35	4,5	1,5	1,5	13,45
II	1,7	0,5	2,8	3,7	1,6	1,4	11,7
III	1,6	0,5	2,8	3,7	1,6	1,4	10,6
IV	1,9	0,6	3,3	4,3	2,8	1,7	14,6

Ungues superiores tarsorum serie duplici denticulis septenis muniti. Metatarsi et tarsi I et II scopulati. Armatura pedum:

I: femur—supra in latere antico, prope apicem—1. Tibia subter 1.2.2. Metatarsus sudter 2.2.1.3.

Hab. Georgia: Lagodechi.

ეს სახეობა (მოზრდილები, *invenes* და *subadultae*) აღმოჩენილია აგურის ხეობის ნინიგორის ძირში (VI--VIII. 1937, V. 1938) შეგროვილ მასალაში, აგრეთვე ტყის საფენში შეგროვილ ეკოლოგიურ მასალაში (VI, VIII. 1936, VII, VIII. 1937, VII, VIII. 1938).

Brachythele zaitzevi წარმოადგენს ამიერკავკასიის ოთხუჯრედიანი ობობების მეორე სახეობას[1], ის კარგად განსხვავდება *Brachythele pontica*-საგან (Spassky [3]) პედიპალპების ბოლოებზე სპინულების რიცხვით. არის განსხვავება ფეხების შეიარაღების მხრითაც. *B. zaitzevi*-ის მოზრდილი დედრების სხეული უფრო მოხდენილია, ვიდრე *B. pontica*-სი.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ზოოლოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 30.1.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. В. А. Вагнер. Труды СПБ. Общ. Естеств. XXVII, в 1, № 7, 1896.
2. В. А. Вагнер. Биологические основания сравнительной психологии, т. II, СПБ. 1913.
3. S. Spassky. Testsch. f. Strand. III, Riga, 1937.

[1] ვაგნერის მიერ [1,2] ახალი ათონისათვის აღნიშნული ოთხუჯრედიანი ობობა *Mygale caucasica* n. sp. სახელწოდებით ჯერჯერობით გამოუცნობი რჩება. ვაგნერმა [2] მოგვცა ობობის ცუდი ნახატი და პარკის კარგი ნახატი (ნახ. 39), მაგრამ სახეობის აღწერა მის ნაშრომებში არ არის მოცემული.

პარაზიტოლოგია

ნ. ჯაფარიძე

ტკიპების *DERMACENTOR MARGINATUS* SULZ. და *HYALOMMA ANATOLICUM* KOCH ლარვებისა და ნიმფების აღწერა

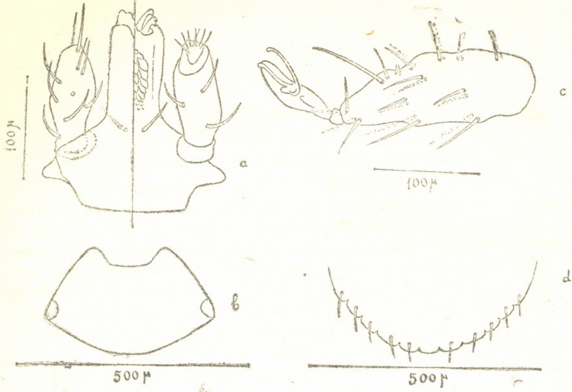
(წარმოადგინა აკადემიის ნამდვილმა წევრმა ფ. ზაიცევმა 14.2.1948)

Hyalomma anatolicum Koch-ის ლარვისა და ნიმფის აღწერა და ნახაზი, რომელსაც იძლევა ბერნადსკაია [1], სქემატურია და სხეულის, ფორმისა და ხორთუმის ზოგად მოხაზულობას წარმოადგენს. მაგრამ სახეობის დიაგნოზისათვის ასეთი აღწერილობა ყოველთვის არაა საკმარისი. ჩვენ მიზანშეწონილად ვცნობთ *H. anatolicum*-ის ახალგაზრდა სტადიების უფრო დეტალური აღწერა მოვახდინოთ. ამასთან ერთად ვიძლევით *D. marginatus*-ის ახალგაზრდა სტადიების აღწერას. ამ ტკიპების ლარვები და ნიმფები ძლიერ ჰგავს *H. anatolicum*-ს მაგრამ დეტალური შესწავლის დროს მჟღავნდება რიგი ნიშნები, რომლებიც საშუალებას იძლევა ზუსტად გავარჩიოთ ერთმანეთისაგან ორივე დასახელებული სახეობა. ნახატებისა და აღწერისათვის ჩვენ გამოვიყენეთ ლაბორატორიაში გამოყვანილი ლარვები და ნიმფები და აგრეთვე ცხოველებიდან შეგროვილი მასალაც. სახატავი აპარატით ჩახატულია მშიერი ტკიპები ფორის სითხეში გამზადებული პრეპარატებიდან. განაზომებიც მშიერი ტკიპებიდანაა აღებული.

Dermacentor marginatus Sulz

ლ ა რ ვ ა. სხეული ოვალურია, წინა ნაწილში ოდნავ შევიწროებული, სხეულის სიგრძე 550 μ-ს უდრის, სიგანე—456 μ, სხეულის უკანა კიდეზე კარგადაა გამოხატული ცხრა ვიწრო ფესტონი. შუა ფესტონი ცოტათი ვიწროა დანარჩენებზე. ზურგის ფარი განიერია; მისი სიგრძეა 230 μ, სიგანე—360 μ. ფარის კიდე სხეულის კიდის პარალელურად მიიმართება და მესამე კოქსების გასწვრივ მკვეთრად ეშვება, ქმნის თვალების განლაგების ადგილებზე კუთხეს, შემდეგ სხეულის შუაგულთან ფარს ეძლევა შემრგვალებული ფორმა. თვალები დიდია, მოთავსებულია ფარის უკანა გვერდით კუთხეებში. ხორთუმის ფუძე შედარებით მოკლეა და განიერი. მის გვერდებზე გამწვეტებული გამონაშვერებია, ესენი ფუძის დორზალური მხრის ხიტინოვანი გამონაზარდებია, რომლებიც ვენტრალური მხრიდან დანამატების შთაბეჭდილებას ქმნიან. პალპები შედარებით მსხვილია, გრძელიც არაა. ჰიპოსტომი ორი მწკრივი კბილანებითაა. I თათი საკმაოდ მსხვილია, გრძელი არაა. I თათის მისაწოვრები ბრჭყალების წვეროებს აღწევს. I თათის სიგრძე 180 μ უდრის, სიგანე—68 μ.

ნ ი მ ფ ა. სხეული ოვალურად-მოგრძოა. სხეულის სიგრძეა 1095 μ, სიგანე—820 μ. ზურგის ფარის ფორმა თანაბრად მომრგვალო-ოვალურია. ფარის სიგრძე -820 μ, სიგანე—750 μ. თვალები დიდია, მოთავსებულია ფარის უკანა გვერდით ნაპირებში. ხორთუმის ფუძე გრძელია, გვერდებზე გამწვეტებული გამონაშვერებით. პალპები არაა მსხვილი, მაგრამ მასიურია, გრძელი არაა. ჰიპოსტომი სამი მწკრივი კბილანითაა. პერიტრემა თითქმის მრგვალია, ოდნავ გამოწეულია სხეულის გარეთა კიდისაკენ. ანალური ხვრელი სამი წყვილი ჯაგ-



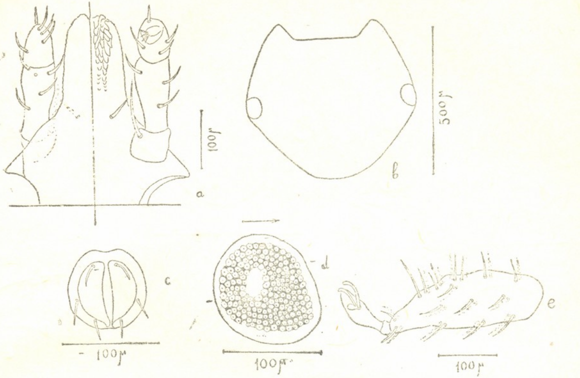
ნახ. 1 *Dermacentor marginatus* Sulz. ლარვა. a—ხორთუმი დორზალური და ვენტრალური მხირიდან; b—ზურგის ფარი. c—I თათი, D—სხეულის უკანა კიდე.

რითაა, რომლებიც თანაბრადაა განწყობილი გარეთა კიდეზე. I თათი არაა გრძელი, მასიურია, მისი სიგრძეა 250 μ, სიგანე—90 μ. I თათის მისაწოვრები ბრჭყალების მწვერვალებს აღწევს.

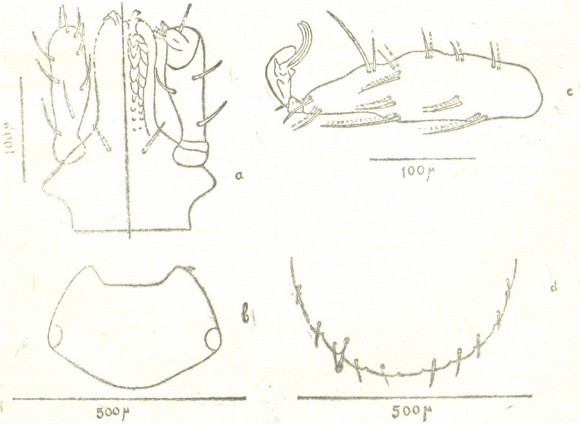
Hyalomma anatolicum Koch

ლ ა რ ვ ა. სხეული მოგრძო-ოვალურია. სხეულის სიგრძე 564 μ, სიგანე—467 μ. სხეულის უკანა კიდეზე კარგადაა გამოხატული ცხრა ფართო ფესტონი. შუა ფესტონი შესამჩნევად ვიწროა დანარჩენებზე. ზურგის ფარი საკმაო განიერია; მისი სიგრძეა 270 μ, სიგანე—360 μ. ფარის გვერდითა კიდეები მიიმართება სხეულის კიდის პარალელურად და მესამე კოქსებს რომ მიაღწევს, სხეულის შუაგულისკენ მოუხვევს და თვალების განლაგების ადგილზე არ ქმნის შესამჩნევ კუთხეებს. თვალები დიდია, მოთავსებულია ფარის უკანა გვერდით კუთხეებში. ხორთუმის ფუძე საკმაოდ გრძელია, განიერი არაა, გვერდებზე გამონაზარდები აქვს. პალპები შედარებით გრძელია, მოხდენილი ჰიპოსტომი ორი წყვილი კბილანითაა. I თათი გრძელია, მოხდენილი. I თათის მისაწოვრები ძლივს აღწევს ბრჭყალების შუაგულს. I თათის სიგრძეა 250 μ, სიგანე—70 μ.

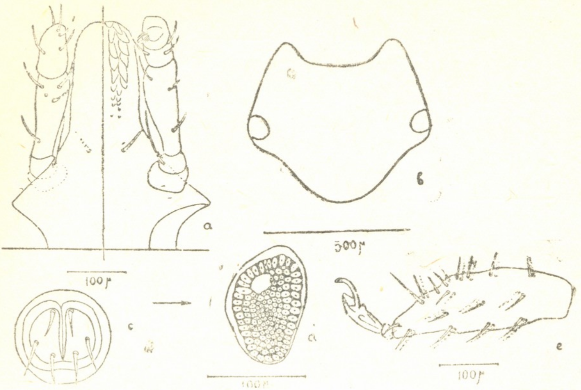
ნ ი მ ფ ა. სხეული ოვალურად წაგრძელებულია, უფრო გამართული. სხეულის სიგრძეა 1032 μ, სიგანე—798 μ, ფარის კიდეები მიიმართება სხეულის კიდის პარალელურად: მესამე კოქსებთან თვალების უკან ილუნებიან და მიიმართებიან სხეულის შუაგულისკენ, სადაც ფარს შემრგვალებული ფორმა ეძლევა. ფარის სიგრძეა 550 μ, სიგანე—560 μ. თვალები დიდია, მოთავსებულია ფარის უკანა გვერდით კუთხეებში. ხორთუმის ფუძე გრძელია, განიერი არაა, გვერდებზე წაწვეტილი გამონაზარდებით. ჰიპოსტომი ორი მწკრივი მსხვილი კბილანითაა. პერიტრემები მოგრძოა, განლაგებულია სხეულის სიგრძეზე.



ნახ. 2 *Dermacentor marginatus* sulz. ნიმფა. a— ხორთუმი დორზალური და ვენტრალური მხრიდან; b—ფარი. c—ანალური ხვრელი; d—პერიტრემა; e—I თათი.



ნახ. 3. *Hyalomma anatoticum* koch. ლარვა. a—ხორთუმი დორზალური და ვენტრალური მხრიდან; b—ზურგის ფარი; c—I თათი; d—სხეულის უკანა კიდე.



ნ. 4 *Hyalomma anatolicum* koch ნიმფა. a—ხორთუმი დორზალური და ვენტრალური მხრიდან; b—ფარი; c—ანალური ხვრელი; d—პერიტრემა; e—I თათი.

ანალური ხვრელი 3 წყვილი ჯაგრითაა, რომელნიც თანაბრად არ არიან განლაგებულნი: ორი წყვილი ჯაგრისა ანალური ხვრელის უკანა კიდესთან შედარებით ახლოა. I თათი გრძელია, მისი სიგრძე 303 μ, სიგანე—110 μ. I თათის მისაწოვრები არ აღწევს ბრჭყალების მწვერვალებს.

ამგვარად, ორივე სახეობის ახალგაზრდა სტადიების მთავარი განმასხვავებელი ნიშნები მდგომარეობს პალპების აგებულობაში, ზურგის ფარისა და პერიტრემის ფორმაში და I თათის მისაწოვრებში. შეჩვეულ თვალს შეუძლია დეტალები გასინჯოს და გაარჩიოს ეს ორი სახეობა. *H. anatolicum* უფრო მოხდენილია, ვიდრე *D. marginatus*.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ზოოლოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

(რედაქციას მოუვიდა 14.2.1948)

დამოწმებული ლიტერატურა

1. З. М. Бернадская. К морфологии личинок и нимф *Hyalomma* Koch. Тр. Узб. вет. опытн. ст., вып. XI, сб. 2, 1939.

პასუხისმგებელი რედაქტორის მოადგილე პროფ. დ. დოლიძე

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის სტამბა, აკ. წერეთლის ქ., № 7

ხელმოწერილია უკ. ფორმა 29.5.48. საბეჭდ ფორმათა რაოდ. 4
ანაწყობის ზომა 7×11 საავტორო ფორმათა რაოდ. 5 ფორმა
შეკვ. 247 უე 03008 ტირაჟი 1500

45/753

ფასი 5 მან.

დამტკიცებულია
საქართველოს სსრ მეცნ. აკად. პრეზიდიუმის მიერ
22.10.1947

დებულება „საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბის“ შესახებ

1. „მოამბეში“ იბეჭდება საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მეცნიერი მუშაკებისა და სხვა მეცნიერთა წერილები, რომლებშიც მოკლედ გადმოცემულია მათი გამოკვლევების მთავარი შედეგები.

2. „მოამბეს“ ხელმძღვანელობს სარედაქციო კოლეგია, რომელსაც ირჩევს საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის საერთო კრება.

3. „მოამბე“ გამოდის ყოველთვიურად (თვის ბოლოს), გარდა ივლის-აგვისტოს თვისა— ცალკე ნაკვეთებად, დაახლოებით 5 ბეჭდური თაბახის მოცულობით თითოეული. ერთი წლის ყველა ნაკვეთი (სულ 10 ნაკვეთი) შეადგენს ერთ ტომს.

4. წერილები იბეჭდება ქართულ ენაზე, იგივე წერილები იბეჭდება რუსულ ენაზე პარალელურ გამოცემაში.

5. წერილის მოცულობა, ილუსტრაციების ჩათვლით, არ უნდა აღემატებოდეს 8 გვერდს. არ შეიძლება წერილების დაყოფა ნაწილებად სხვადასხვა ნაკვეთში გამოსაქვეყნებლად.

6. მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილი წევრებისა და წევრ-კორესპონდენტების წერილები უშუალოდ გადაეცემა დასაბეჭდად „მოამბის“ რედაქციას, სხვა ავტორების წერილები კი იბეჭდება საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილი წევრის ან წევრ-კორესპონდენტის წარმოდგენით. წარმოდგენის გარეშე შემოსულ წერილებს რედაქცია გადასცემს აკადემიის რომელიმე ნამდვილ წევრს ან წევრ-კორესპონდენტს განსახილველად და, მისი დადებითი შეფასების შემთხვევაში, წარმოსადგენად.

7. წერილები და ილუსტრაციები წარმოდგენილი უნდა იქნეს ავტორის მიერ სავსებით გამზადებული დასაბეჭდად. ფორმულები მკაფიოდ უნდა იყოს ტექსტში ჩაწერილი ხელით. წერილის დასაბეჭდად მიღების შემდეგ ტექსტში არავითარი შესწორებისა და დამატების შეტანა არ დაიშვება.

8. დამოწმებული ლიტერატურის შესახებ მონაცემები უნდა იყოს შეძლებისდაგვარად სრული: საჭიროა აღინიშნოს ჟურნალის სახელწოდება, ნომერი სერიისა, ტომისა, ნაკვეთისა, გამოცემის წელი, წერილის სრული სათაური; თუ დამოწმებულია წიგნი, სავალდებულოა წიგნის სრული სახელწოდების, გამოცემის წლისა და ადგილის მითითება.

9. დამოწმებული ლიტერატურის დასახელება წერილს ბოლოში ერთვის სიის სახით. ლიტერატურაზე მითითებისას ტექსტში ან შენიშვნებში ნაჩვენები უნდა იქნეს ნომერი სიის მიხედვით, ჩასმული კვადრატულ ფრჩხილებში.

10. წერილის ტექსტის ბოლოს ავტორმა უნდა აღნიშნოს სათანადო ენებზე დასახელება და ადგილმდებარეობა დაწესებულებისა, სადაც შესრულებულია ნაშრომი. წერილი თარიღდება რედაქციაში შემოსვლის დღით.

11. ავტორს ეძლევა გვერდებად შეკრული ერთი კორექტურა მკაცრად განსაზღვრული ვადით (ჩვეულებრივად, არა უმეტეს ერთი დღისა). დადგენილი ვადისთვის კორექტურის წარმოუდგენლობის შემთხვევაში რედაქციას უფლება აქვს შეაჩეროს წერილის დაბეჭდვა, ან დაბეჭდოს იგი ავტორის ვიზის გარეშე.

12. ავტორს უფასოდ ეძლევა მისი წერილის 50 ამონაბეჭდი (25 ამონაბეჭდი თითოეული გამოცემიდან) და თითო ცალი „მოამბის“ ნაკვეთებისა, რომლებშიც მისი წერილია მოთავსებული.

რედაქციის მისამართი: თბილისი, ძერჟინსკის ქ., 8.

СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, т. IX, № 2, 1948

Основное, грузинское издание