საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის

მოამბე

ტომი II № 7

СООБЩЕНИЯ

АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР

ТОМ II № 7

MITTEILUNGEN

DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER GEORGISCHEN SSR

BAND II Nr 7

თბილისი 1941 ТБИЛИСИ
TBILISSI

შინაარსი—СОДЕРЖАНИЕ—INHALT

მათემატიკა—МАТЕМАТИКА—MATHEMATIK

დრეკადობის თეორია—ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ—ELASTIZITÄTSTHEORIE

ფიზიკა—ФИЗИКА—PHYSIK

გეოფიზიკა—ГЕОФИЗИКА—GEOPHYSIK

---

*ვარსკვლავით აღნიშნული სათაური ეკუთვნის წინა წერილის რეზიუმეს ან თარგმანს.

*Заглавие, отмеченное звездочкой, относится к резюме или к переводу предшествующей статьи.

*Die mit einem Stern versehenen Titel betreffen die Zusammenfassung oder Übersetzung des vorangehenden Artikels.

დიდი სამამულო ომი ჰიტლერული გერმანიის წინააღმდეგ მოითხოვს საბჭოთა ხალხის მთელი ძალების დაჭიმვას. უდიდესი მნიშვნელობის ამოცანებია დასმული ჩვენი ქვეყნის მეცნიერთა წინაშე. მეცნიერული მუშაობის წარმართვა ქვეყნის თავდაცვის განმტკიცებისაკენ, სამხედრო ტექნიკის განვითარებისათვის ხელის შეწყობა, ჩვენი ხალხის გმირული წარსულის შესწავლა და პოპულარიზაცია, განადგურება ფაშისტური ცრუ-მეცნიერების, იარაღით ხელში დაცვა საბჭოთა მიწა-წყლის, ჩვენი სამშობლოს თავისუფლებისა — ასეთია საბჭოთა მეცნიერის მაღალი და საპატიო მოვალეობა. მეცნიერება ყოველ მხრივ უნდა ემსახურებოდეს მტერზე გამარჯვების საქმეს. ეს მოითხოვს მთელი სამეცნიერო მუშაობის დიდად გაძლიერებას, განსაკუთრებით მისი იმ მხარეებისას, რომელნიც უშუალოდ ეხებიან ქვეყნის თავდაცვის საქმეს. საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მუშაკები არ დაიშურებენ თავის ძალღონეს და საკუთარ სიცოცხლესაც იმისათვის, რომ დააჩქარონ საბჭოთა ხალხისა და მთელი კულტურული კაცობრიობის უბოროტესი მტრის — გერმანული ფაშიზმის — მოსპობა. ბრძოლა ფაშიზმთან არის ბრძოლა კაცობრიობის ბედნიერებისა და მომავლისათვის, კულტურისა და თავისუფლების გამარჯვებისათვის!

Великая отечественная война против гитлеровской Германии требует напряжения всех сил советского народа. Задача огромной важности возложена на ученых нашей страны. Направить научную работу на укрепление обороноспособности страны, способствовать развитию военной техники, изучать и популяризировать героическое прошлое нашего народа, громить фашистскую лже-науку, с оружием в руках отстаивать священную советскую землю, свободу и честь нашей родины — такова высокая и почетная обязанность советского ученого. Наука как прямо, так и косвенно должна служить делу победы над врагом. Это требует исключительного усиления всей научной работы, особенно на тех ее участках, которые непосредственно соприкасаются с делом обороны страны. Работники Академии Наук Грузинской ССР не пожалеют своих сил и своей жизни для того, чтобы приблизить день уничтожения злейшего врага советского народа и всего культурного человечества — немецкого фашизма. Борьба с фашизмом является борьбой за счастье и светлое будущее человечества, за торжество культуры и свободы!

Ответственный редактор акад. Н. И. Мусхелишвили

Подписано к печати 25.10.1941. Объем 8 печ. л. Авторских листов 10,5
Колич. тип. зн. в 1 печ. листе 60.000. УЭ 41349 Заказ № 639 Тираж 600

Типография Академии Наук Груз. ССР. Тбилиси, ул. А. Церетели, 7.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

МАТЕМАТИКА

Б. В. ХВЕДЕЛИДЗЕ

О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ПУАНКАРЕ ТЕОРИИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

Сообщение первое

§ 1. В недавно опубликованной заметке [1] я показал, что решение краевой задачи Пуанкаре для односвязной области может быть получено проще и при меньших ограничениях, налагаемых на контур и на коэфициенты краевого условия, по сравнению с тем, как это обычно делалось до сих пор, если воспользоваться одним результатом И. Н. Векуа [2].

Мы прилагаем здесь метод предыдущей заметки к решению задачи для многосвязной области, при несколько более общих краевых условиях, которые не рассматривались авторами, упомянутыми в названной заметке.

Предварительно мы покажем, что упомянутый выше результат И. Н. Векуа остается в силе, если интеграл, фигурирующий в рассмотренном им интегральном уравнении, берется вдоль нескольких непересекающихся замкнутых контуров. Для этого нам придется распространить на случай нескольких контуров результат Ф. Д. Гахова [3], касающийся решения одной задачи Римана.

§ 2. Пусть T—связная область, ограниченная простыми замкнутыми непересекающимися контурами $L_0, L_1, \ldots, L_m$, из которых первый охватывает все остальные. Обозначим конечные односвязные области, ограниченные контурами L_j $(j = 1, \ldots, m)$, через T_j; под T_0 будем понимать бесконечную область, ограниченную кривой L_0. Пусть $T' = T_0 + T_1 + \cdots + T_m$; очевидно, T'—несвязная область. Через L мы будем обозначать полную границу области T $(L = L_0 + L_1 + \cdots + L_m)$. Положительным направлением на L будем считать то, которое оставляет область T слева. Начало координат мы будем предполагать внутри области T. Контур L_0 может отсутствовать (сводиться к бесконечно удаленной точке). В этом случае область T будет бесконечной. Относительно контуров L_j примем следующее ограничение: координаты точек этих контуров имеют производные первого порядка по дуге, которые удовлетворяют условию Hölder'a.

Наконец, следуя акад. Н. И. Мусхелишвили, введем следующий термин: будем говорить, что $\Phi(z)$ кусочно-голоморфная функция, если она голоморфна на всей плоскости за исключением точек границы L, обращается в нуль на бесконечности (если противное не оговорено) и непрерывно продолжима на границу L изнутри и извне области T.

Рассмотрим теперь сингулярное интегральное уравнение следующего вида

$$A\varphi \equiv \alpha(x)\,\varphi(x) - \int\limits_L \frac{k(x,\,t)}{t-x}\,\varphi(t)\,dt = f(x), \tag{A}$$

где $\alpha(x)$, $f(x)$, $k(x,\,t)$—заданные функции, удовлетворяющие относительно обеих переменных x и t [1] условию Hölder'a, φ—искомая функция. Интеграл надо понимать в смысле главного значения по Коши.

Предполагая, что и искомая функция $\varphi(x)$ удовлетворяет условию Hölder'a, перепишем уравнение (A) в следующем виде:

$$B\varphi \equiv \alpha(x)\,\varphi(x) - \beta(x)\int\limits_L \frac{\varphi(t)}{t-x}\,dt = F(x), \tag{B}$$

где

$$F(x) = f(x) + \int\limits_L A(x,\,t)\,\varphi(t)\,dt, \quad A(x,\,t) = \frac{k(x,\,t)-k(x,\,x)}{t-x},\ \beta(x) = k(x,\,x). \tag{1}$$

В дальнейшем мы будем предполагать, что функция $A(x,\,t)$ удовлетворяет условию Hölder'a относительно x и непрерывна относительно x и t. Кроме того, мы будем во всем дальнейшем предполагать, что

$$\alpha^2(x) + \pi^2\beta^2(x) \neq 0.$$

Рассмотрим теперь кусочно-голоморфную функцию:

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{\varphi(t)}{t-z}\,dt.$$

Тогда, принимая во внимание формулы [2]

$$\varphi(x) = \Phi^+(x) - \Phi^-(x),$$

$$\frac{1}{\pi i}\int\limits_L \frac{\varphi(t)}{t-x}\,dt = \Phi^+(x) + \Phi^-(x), \tag{2}$$

сразу замечаем [3], что решение уравнения (B), если считать в нем функцию $F(x)$ заданной, равносильно решению следующей задачи:

---

[1] В дальнейшем z всегда будет обозначать точку, лежащую вне L; x, y, t—точки, лежащие на L.

[2] Значки $+$ и $-$ указывают граничные значения при приближении соответственно изнутри или извне области T к точке x границы L.

[3] См. [2].

Требуется найти кусочно-голоморфную функцию $\Phi(z)$, удовлетворяющую на границе L условию

$$\Phi^+(x) = a(x)\,\Phi^-(x) + b(x), \tag{3}$$

где

$$a(x) = \frac{\alpha(x) + i\pi\beta(x)}{\alpha(x) - i\pi\beta(x)}, \quad b(x) = \frac{F(x)}{\alpha(x) - i\pi\beta(x)}, \tag{4}$$

т. е. $a(x)$ и $b(x)$ — заданные функции точки контура, удовлетворяющие условию Hölder'а, причем $a(x) \neq 0$.

Эта задача обычно называется задачей Римана; наиболее простое решение ее в явном виде (в квадратурах) дал Ф. Д. Гахов [3], для случая $m=0$.

Мы даем решение этой задачи для произвольного целого $m \geqq 0$.

§ 3. Следуя Ф. Д. Гахову, найдем сперва решение однородной задачи[1]:

$$\Phi^+(x) = a(x)\,\Phi^-(x). \tag{3$_0$}$$

Введем обозначение $n_j = \frac{1}{2\pi i}\,[\lg a(x)]_{L_j}$, где символ $[\lg a(x)]_{L_j}$ обозначает приращение функции $\lg a(x)$ при обходе контура L_j в положительном направлении (оставляющем T слева) и положим

$$n = \sum_{j=0}^{m} n_j. \tag{*}$$

Ясно, что n_j, n — целые числа.

Случай 1. Предположим, что $n_j = 0$, $j = 0, 1, \ldots, m$. Тогда, очевидно, любая ветвь $\lg a(x)$ — однозначная функция вдоль каждого контура L_j $(j = 0, 1, \ldots, m)$. Легко заметить[2], что единственное решение задачи (3_0) в этом случае дает функция

$$\Phi(z) = Ce^{g(z)},$$

где C — произвольная постоянная, а

$$g(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{\lg a(x)}{x - z}\,dx.$$

Случай 2. Предположим, что $n \geqq 0$. Перепишем краевое условие (3_0) в следующем виде:

$$\Phi^+(x) = a_1(x)\,x^n \prod_{j=1}^{m} (x - \alpha_j)^{-n_j}\,\Phi^-(x), \tag{3$'_0$}$$

где α_j — произвольно фиксированные точки внутри контуров L_j $(j = 1, \ldots, m)$, $a_1(x) = a(x)\,x^{-n} \prod\limits_{j=1}^{m} (x - \alpha_j)^{n_j}$. Легко заметить, что вдоль каждого контура

[1] При решении однородной задачи, от функции $\Phi(z)$ требуем на бесконечности только лишь ограниченность.

[2] См. [3].

L_j $(j=0, 1, \ldots, m)$ любая ветвь функций $h(x)=\lg a_1(x)$ однозначна и удовлетворяет условию Hölder'а. Зафиксируем на каждом контуре какую-нибудь ветвь этой функции и рассмотрим кусочно-голоморфную функцию:

$$\omega(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{h(x)}{x-z}\,dx.$$

Ясно, что решение задачи $(3'_0)$, если оно существует, всегда представимо в виде:

$$\Phi(z)=\Phi_1(z)e^{\omega(z)},$$

где $\Phi_1(z)$—кусочно-голоморфная функция. Тогда $\Phi_1(z)$, очевидно, должна удовлетворять следующему краевому условию:

$$\prod_{j=1}^{m}(x-\alpha_j)^{n_j}\,\Phi_1^+(x)=x^n\Phi_1^-(x).$$

Отсюда легко заключаем, что общее рашение имеет вид

$$\Phi_1(z)=\begin{cases}\prod\limits_{j=1}^{m}(z-\alpha_j)^{-n_j}P_n(z), & z\subset T;\\ z^{-n}P_n(z), & z\subset T',\end{cases}$$

где $P_n(z)$—произвольный полином n-ой степени. Таким образом, в этом случае решение задачи (3_0) будет:

$$\Phi(z)=\begin{cases}\prod\limits_{j=1}^{m}(z-\alpha_j)^{-n_j}P_n(z)e^{\omega(z)}, & z\subset T;\\ z^{-n}P_n(z)e^{\omega(z)}, & z\subset T'.\end{cases}\tag{5}$$

Случай 3. Пусть теперь $n<0$. Тогда, так же как и в соответствующем случае единственного контура[1], легко убедиться, что не существует отличной от нуля кусочно-голоморфной функции, удовлетворяющей задаче (3_0).

Рассмотрим теперь неоднородную задачу (3)[2]. Допустим сперва, что $n\geqq 0$. Будем искать решение задачи в виде

$$\Phi(z)=\Phi_0(z)\,\Phi_1(z),\tag{6}$$

где

$$\Phi_0(z)=\begin{cases}\prod\limits_{j=1}^{m}(z-\alpha_j)^{-n_j}e^{\omega(z)}, & z\subset T;\\ z^{-n}e^{\omega(z)}, & z\subset T'.\end{cases}\tag{7}$$

[1] См. [3].

[2] Во всем дальнейшем мы будем требовать, чтобы $\Phi(\infty)=0$.

Принимая во внимание (7), на основании (6), видим, что $\Phi_1(z)$ будет кусочно-голоморфной функцией, имеющей на бесконечности полюс не выше $n-1$-го порядка.

Подставляя (6) в (3) увидим, что функция $\Phi_1(z)$ должна удовлетворять следующему краевому условию:

$$\Phi_1^+(x)=\Phi_1^-(x)+\frac{b(x)}{\Phi_0^+(x)}. \tag{8}$$

Умножая обе части этого равенства на $\frac{1}{2\pi i}\frac{dx}{x-z}$ (z лежит вне контура L), интегрируя вдоль L и принимая во внимание, что $\Phi_1(z)$ имеет на бесконечности полюс не выше $n-1$-го порядка, сразу замечаем, что если задача (8) имеет решение, то оно необходимо имеет вид[1]

$$\Phi_1(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_L\frac{b(x)\,dx}{\Phi_0^+(x)(x-z)}+P_{n-1}(z),$$

где $P_{n-1}(z)$ — произвольный полином $n-1$-ой степени[2]. То, что эта функция удовлетворяет условию (8), вытекает из первой формулы (2). Таким образом, общее решение задачи (3) в этом случае имеет вид

$$\Phi(z)=\frac{\Phi_0(z)}{2\pi i}\int\limits_L\frac{b(x)\,dx}{\Phi_0^+(x)(x-z)}+\Phi_0(z)\,P_{n-1}(z). \tag{9}$$

Пусть теперь $n<0$. Тогда, аналогично предыдущему, получим, что задача (3) имеет единственное решение

$$\Phi(z)=\frac{\Phi_0(z)}{2\pi i}\int\limits_L\frac{b(x)\,dx}{\Phi_0^+(x)(x-z)} \tag{10}$$

при необходимом и достаточном условии, что интеграл, входящий в формулу (10), имеет на бесконечности нуль не ниже $-n+1$-го порядка, т. е. что

$$\int\limits_L\frac{b(x)\,x^\lambda}{\Phi_0^+(x)}\,dx=0,\quad \lambda=0,1,\ldots,-n-1. \tag{11}$$

[1] См. [4], стр. 238.

[2] Если $n=0$, то $P_{-1}\equiv 0$.

Все вышесказанное, с небольшими изменениями, распространяется на случай бесконечной области, который получается при отсутствии контура L_0. В самом деле, обозначим теперь

$$n = \sum_{j=1}^{m} n_j. \tag{**}$$

Тогда, если $n \geqq 0$, решение задачи (3_0) будет

$$\Phi(z) = \begin{cases} \prod\limits_{j=1}^{m} (z-\alpha_j)^{-n_j} P_n(z)\, e^{\omega(z)}, & z \subset T; \\ P_n(z)\, e^{\omega(z)}, & z \subset T', \end{cases} \tag{5'}$$

где $P_n(z)$ — произвольный полином n-ой степени, а

$$\omega(z) = \exp\left\{ \frac{1}{2\pi i} \int\limits_L \frac{\lg\left[a(t)\prod\limits_{1}^{m}(t-\alpha_j)^{n_j}\right]}{t-z}\, dt \right\}.$$

Решение же задачи (3) дается формулами (9) и (10), где следует положить

$$\Phi_0(z) = \begin{cases} \prod\limits_{j=1}^{m} (z-\alpha_j)^{-n_j} e^{\omega(z)}, & z \subset T; \\ e^{\omega(z)}, & z \subset T'. \end{cases} \tag{8'}$$

§ 4. Вернемся теперь к решению уравнения

$$A\varphi = f.$$

Если предполагать, что $n = \sum\limits_{j=0}^{m} \frac{1}{2\pi i} \left[\lg a(x)\right]_{L_j} \geqq 0$, тогда, в силу формул (1), (4), (9) и первой формулы (2), легко получим, что сингулярное уравнение (A) эквивалентно следующему интегральному уравнению Фредгольма[1]:

$$A_n^*\varphi \equiv \varphi(x) - \int\limits_L k_n^*(x, y)\, \varphi(y)\, dy = f_n^*(x) + \frac{\beta(x)\, P_{n-1}(x)}{\gamma_n(x)[\alpha^2(x) + \pi^2\beta^2(x)]}, \tag{A*}$$

где

$$k_n^*(x, y) = \frac{1}{\alpha^2(x) + \pi^2\beta^2(x)} \left[\alpha(x)\, A(x, y) + \frac{\beta(x)}{\gamma_n(x)} \int\limits_L \frac{\gamma_n(t)\, A(t, y)}{t-x}\, dt \right], \tag{12}$$

[1] См. [2].

$$f^*_n(x)=\frac{1}{\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)}\left[\alpha(x)\,f(x)+\frac{\beta(x)}{\gamma_n(x)}\int\limits_L\frac{\gamma_n(t)\,f(t)}{t-x}\,dt\right], \tag{13}$$

$$\gamma_n(x)=\frac{x^{\frac{n}{2}}\prod\limits_1^m(x-\alpha_j)^{\frac{n_j}{2}}e^{-\omega(x)}}{\sqrt{\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)}},\quad \omega(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_L\frac{h(t)}{t-x}\,dt, \tag{14}$$

$$P_{-1}(x)\equiv 0,\quad P_{n-1}(x)=\sum_{k=0}^{n-1}c_kx^k,\quad n\geqq 1,$$

$c_0, c_1, \ldots, c_{n-1}$ — произвольные комплексные постоянные.

Если $n<0$, то уравнение (A) будет, в силу (10) и (11), эквивалентно совокупности уравнения (A*), где $P_{n-1}(x)\equiv 0$, и дополнительных условий

$$\int\limits_L \delta_k(x)\,\varphi(x)\,dx=\int\limits_L x^k\gamma_n(x)\,f(x)\,dx,\quad k=0, 1, \ldots, -n-1, \tag{15}$$

где

$$\delta_k(x)=-\int\limits_L t^k\gamma_n(t)\,A(t, x)\,dt.$$

В случае отсутствия контура L_0, все предыдущее остается в силе, если n определяется формулой (**) и если в формулах (12), (13), (15) вместо $\gamma_n(x)$ и $\omega(x)$ взято соответственно

$$\gamma'_n(x)=\frac{\prod\limits_1^m(x-\alpha_j)^{\frac{n_j}{2}}e^{\omega'(x)}}{\sqrt{\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)}},\quad \omega'(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_L\frac{\lg\left[a(t)\prod\limits_1^m(t-\alpha_j)^{n_j}\right]}{t-x}\,dt. \tag{14'}$$

Легко непосредственно проверить, что функция $\gamma_n(x)$ [или $\gamma'_n(x)$] определяется с точностью до знака и не зависит от выбора точек α_j в областях T_j, а также от выбора ветвей функции $h(x)$.

Легко видеть, что при сделанных выше предположениях, уравнение (A*) есть регулярное уравнение Фредгольма и что всякое непрерывное его решение удовлетворяет условию Hölder'a.

Таким образом, мы доказали следующие теоремы:

Теорема 1. *Если функции* $\alpha(x)$, $k(x, y)$, $f(x)$ *удовлетворяют упомянутым выше условиям и* $n\geqq 0$, *тогда уравнение* $A\varphi=f$, *для любой* f, *эквивалентно уравнению Фредгольма* (A*).

Отметим, что когда $n>0$, правая часть уравнения (A*) содержит полином $n-1$-ой степени $P_{n-1}(x)$ с произвольными коэфициентами; если же $n=0$, этот полином отсутствует.

Отметим еще, что при $n=0$, *однородное* уравнение $A\varphi=0$ эквивалентно *однородному* уравнению $A_0^*\varphi=0$, а при $n>0$—*неоднородному* уравнению

$$A_n^*\varphi=\frac{\beta(x)\,P_{n-1}(x)}{\gamma_n(x)[\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)]}\,.$$

Теорема 2. *Если функции $\alpha(x)$, $k(x, y)$, $f(x)$ удовлетворяют упомянутым выше условиям и $n<0$, тогда уравнение $A\varphi=f$ эквивалентно уравнению Фредгольма (A^*), где $P_{n-1}(x)\equiv 0$ и совокупности условий* (15).

В частности, однородное уравнение $A\varphi=0$ эквивалентно однородному уравнению Фредгольма $A_n^*\varphi=0$ и совокупности условий:

$$\int\limits_L \delta_k(x)\,\varphi(x)\,dx=0,\quad k=0,\ 1,\ \ldots,\ -n-1.$$

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 22.8.1941)

მათემატიკა

ბ. ხვედელიძე

ლოგარითმული პოტენციალისათვის პუანკარეს სასაზღვრო ამოცანის შესახებ მრავლადბმულ არეში

რეზუმე

ილია ვეკუას [2] შრომაში განხილული აქვს (A) ინტეგრალური განტოლება, როდესაც L წარმოადგენს ერთ მარტივ კონტურს. აღნიშნულ შრომაში მიღებულ შედეგს ჩვენ ვანზოგადოებთ იმ შემთხვევისათვის, როდესაც $L=L_0+L_1+\cdots+L_m$, სადაც L_j $(j=0,\ 1,\ \ldots,\ m)$ არა გადამკვეთი მარტივი კონტურებია.

შემდეგ წერილში მიღებული შედეგები გამოყენებული იქნება პუანკარეს სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნისათვის.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Б. В. Хведелидзе. О краевой задаче Пуанкаре теории логарифмического потенциала. Доклады АН СССР, т. XXX, № 3, 1941.
2. И. Н. Векуа. О сингулярных линейных интегральных уравнениях, содержащих интегралы в смысле главного значения по Коши. Доклады АН СССР, т. XXVI, № 4, 1940.
3. Ф. Д. Гахов. О краевой задаче Римана. Математич. сборн., т. 2 (44), № 4, 1937.
4. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые задачи теории упругости. Издание второе, 1935.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

МАТЕМАТИКА

ИЛЬЯ ВЕКУА

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИНТЕГРАЛОМ В СМЫСЛЕ ГЛАВНОГО ЗНАЧЕНИЯ ПО КОШИ

1. В заметке [1] я предложил новый способ исследования сингулярных интегральных уравнений с интегралом в смысле главного значения по Коши в том случае, когда областью интегрирования является простой замкнутый контур. На случай, когда область интегрирования состоит из конечного числа замкнутых непересекающихся контуров, наш результат был обобщен Б. В. Хведелидзе [2].

Результаты, изложенные в вышеупомянутых заметках, дают возможность довольно просто доказать некоторые важные теоремы теории сингулярных интегральных уравнений.

2. Рассмотрим уравнение

$$A\varphi \equiv \alpha(x)\,\varphi(x) - \int\limits_L \frac{k(x,\,t)}{t-x}\,\varphi(t)\,dt = f(x), \tag{A}$$

где L — граница многосвязной области T, ограниченной конечным числом непересекающихся простых контуров $L_0, L_1, \ldots, L_m$, $m \geqq 0$, причем L_0 содержит внутри себя все остальные; x, t — комплексные координаты точек L, α, k и f — заданные функции, φ — искомая функция. Интеграл надо понимать в смысле главного значения по Коши.

В частности, контур L_0 может вовсе отсутствовать.

Прежде всего условимся о некоторых терминах и обозначениях.

Уравнение

$$A'\psi \equiv \alpha(x)\,\psi(x) + \int\limits_L \frac{k(t,\,x)}{t-x}\,\psi(t)\,dt = f(x) \tag{A'}$$

назовем с о ю з н ы м с уравнением (A).

Однородные уравнения, соответствующие (A) и (A′), будем обозначать через (A_0) и (A'_0).

Будем говорить, что функция $f(x)$, $x \in L$, удовлетворяет условию Hölder'а, если существуют такие положительные постоянные M и λ, $0 < \lambda \leqq 1$, что для любых двух точек x' и x'' границы L имеет место неравенство

$$|f(x') - f(x'')| < M|x' - x''|^{\lambda}.$$

Во всем дальнейшем такие функции будем называть функциями класса H или, короче, H-функциями, что будем отмечать символом $f(x) \in H$.

Относительно контуров L_j примем следующее ограничение: координаты точек этих контуров имеют производные первого порядка по дуге, которые удовлетворяют условию Hölder'а.

Относительно функций $\alpha(x)$, $k(x, y)$ и $f(x)$ мы примем следующие ограничения: 1) $\alpha(x)$, $\beta(x)=k(x, x)$ и $f(x)\varepsilon H$, 2) $\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)\neq 0$ и 3) функция

$$A(x, y)=\frac{k(x, y)-k(x, x)}{x-y}$$

удовлетворяет условию Hölder'а относительно каждой из переменных x, y.

Если функция $k(x, y)$ удовлетворяет этому последнему условию и условию $k(x, x)\varepsilon H$, мы условно будем писать: $k(x, y)\varepsilon H$.

Во всем дальнейшем мы будем рассматривать лишь решения класса H уравнений (A) и (A').

Пусть

$$n_j=\frac{1}{2\pi}\left\{\arg\frac{\alpha(x)+i\pi\beta(x)}{\alpha(x)-i\pi\beta(x)}\right\}_{L_j}, \quad j=0, 1, \ldots, m$$

и

$$n=n_0+n_1+\cdots+n_m,$$

где $\{\ \}_{L_j}$ обозначает приращение выражения в скобках, когда точка x описывает контур L_j в положительном направлении[1]. Очевидно, n_j—целое число или нуль. При отсутствии контура L_0 надо считать $n_0=0$.

Число n называется индексом уравнения (A).

Рассмотрим функцию[2]

$$\gamma_n(x)=\frac{x^{\frac{n}{2}}e^{-\omega(x)}\prod\limits_{k=1}^{m}(x-a_k)^{\frac{n_k}{2}}}{\sqrt{\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)}},$$

где a_k—произвольно фиксированные точки соответственно внутри L_k $(k=1, 2, \ldots, m)$,

$$\omega(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_L\frac{\lg\left[\frac{\alpha(t)+i\pi\beta(t)}{\alpha(t)-i\pi\beta(t)}t^{-n}\prod\limits_{k=1}^{m}(t-a_k)^{n_k}\right]}{t-x}dt.$$

Функция $\gamma_n(x)$ определена с точностью до знака; каждая ее ветвь εH и не зависит ни от выбора точек a_k внутри L_k, ни от выбора ветви многозначной функции $\omega(x)$.

---

[1] За положительное направление мы считаем то, которое область T оставляет слева.

[2] При отсутствии контура L_0, $\gamma_n(x)$ имеет несколько иной вид (см. [2]).

Введем, кроме того, функции

$$k_n^*(x, y) = \alpha^*(x) A(x, y) + \frac{\beta^*(x)}{\gamma_n(x)} \int\limits_L \frac{\gamma_n(t) A(t, y)}{t-x} dt,$$

$$f_n^*(x) = \alpha^*(x) f(x) + \frac{\beta^*(x)}{\gamma_n(x)} \int\limits_L \frac{\gamma_n(t) f(t)}{t-x} dt,$$

где

$$\alpha^*(x) = \frac{\alpha(x)}{\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)}, \quad \beta^*(x) = \frac{\beta(x)}{\alpha^2(x)+\pi^2\beta^2(x)}.$$

3. Относительно уравнения (A) доказаны следующие теоремы (см. [1], [2]):

Теорема 1. *Пусть* $\alpha, k, f \in H$, $\alpha^2+\pi^2\beta^2 \neq 0$ *и* $n=0$. *Тогда для любой* f *уравнение* $A\varphi = f$ *эквивалентно уравнению Фредгольма*

$$A_0^*\varphi \equiv \varphi(x) - \int\limits_L k_0^*(x, y)\varphi(y)\, dy = f_0^*(x). \tag{I}$$

В частности, уравнение $A\varphi = 0$ эквивалентно однородному уравнению $A_0^*\varphi = 0$.

Теорема 2. *Пусть* $\alpha, k, f \in H$, $\alpha^2+\pi^2\beta^2 \neq 0$ *и* $n>0$. *Тогда для любой* f *уравнение* $A\varphi = f$ *эквивалентно уравнению Фредгольма*

$$A_n^*\varphi \equiv \varphi(x) - \int\limits_L k_n^*(x, y)\varphi(y)\, dy = f_n^*(x) + \frac{\beta^*(x)}{\gamma_n(x)} \sum_{k=1}^{n} c_k x^{k-1}, \tag{II}$$

где c_k — *произвольные комплексные постоянные.*

В частности, однородное уравнение $A\varphi = 0$ эквивалентно неоднородному уравнению

$$A_n^*\varphi = \frac{\beta^*(x)}{\gamma_n(x)} \sum_{k=1}^{n} c_k x^{k-1}. \tag{II$_0$}$$

Теорема 3. *Пусть* $\alpha, k, f \in H$, $\alpha^2+\pi^2\beta^2 \neq 0$ *и* $n<0$. *Тогда уравнение* (A) *эквивалентно следующим уравнениям*:

$$A_n^*\varphi \equiv \varphi(x) - \int\limits_L k_n^*(x, y)\varphi(y)\, dy = f_n^*(x), \tag{III}$$

$$\int\limits_L \delta_k(x)\varphi(x)\, dx = \int\limits_L x^k \gamma_n(x) f(x)\, dx, \quad k = 0, 1, \dots, -n-1, \tag{1}$$

где

$$\delta_k(x) = -\int\limits_L t^k \gamma_n(t) A(t, x)\, dt.$$

В частности, однородное уравнение $A\varphi=0$ эквивалентно однородным уравнениям

$$A_n^*\varphi=0, \qquad \int\limits_L \delta_k(x)\,\varphi(x)\,dx=0, \quad k=0,\ 1, \ldots, -n-1.$$

Из этих теорем вытекает, как очевидное следствие

Теорема 4. *Если* α, $k\,\varepsilon\,H$, $\alpha^2+\pi^2\beta^2\neq 0$, *то число линейно независимых решений уравнений* (A_0) *и* (A'_0) *ограничено*.

4. Выведем теперь необходимое и достаточное условие разрешимости уравнения (A). Рассмотрим сперва случай $n\geqq 0$. В этом случае необходимое и достаточное условие разрешимости уравнения (A), в силу теорем 1 и 2, совпадает с таковым же условием для уравнений (I) и (II).

Пусть уравнение $A_n^*\varphi=0$ имеет p линейно независимых решений $\varphi_1, \ldots, \varphi_p$. Пусть $\psi_1, \ldots, \psi_p$—решения союзного уравнения. Тогда, согласно теореме Фредгольма, необходимое и достаточное условие разрешимости уравнения (A) примет вид

$$A_{j1}c_1+A_{j2}c_2+\cdots+A_{jn}c_n=b_j,\ j=1, \ldots, p, \tag{2}$$

где

$$A_{jk}=\int\limits_L \frac{\beta^*(x)\,x^{k-1}\,\psi_j(x)}{\gamma_n(x)}\,dx,\ b_j=-\int\limits_L f_n^*\psi_j\,dx=-\int\limits_L \psi_j^* f\,dx,$$

причем

$$\psi_j^*(x)=\alpha^*(x)\,\psi_j(x)-\gamma_n(x)\int\limits_L \frac{\beta^*(t)\,\psi_j(t)}{\gamma_n(t)(t-x)}\,dt.$$

Заметим, что, как легко установить на основании предыдущего, в нашем случае ($n\geqq 0$) функция $\psi_j^*(x)\equiv 0$ тогда и только тогда, когда $\psi_j(x)\equiv 0$. Отсюда, очевидно, следует, что функции $\psi_j^*(x)$ ($j=1,\ 2, \ldots, p$) линейно независимы.

Пусть q—ранг матрицы $\{A_{jk}\}$, $q\leqq \min(n,\ p)$. Число $r=p-q$ назовем **рангом** уравнения (A).

Будем считать, что детерминант $\|A_{jk}\|$ ($j, k=1,\ 2, \ldots, q$) отличен от нуля[1]. Тогда, очевидно, необходимое и достаточное условие разрешимости системы (2) можно записать так:

$$\int\limits_L \lambda_s(x)\,f(x)\,dx=0, \quad s=1, \ldots, r, \tag{3}$$

где

$$\lambda_s(x)=c_{s1}\psi_1^*(x)+\cdots+c_{sq}\psi_q^*(x)+\psi_{q+s}^*(x);$$

c_{sj} обозначают определенные постоянные.

Очевидно, $\lambda_s(x)$ линейно независимы.

[1] Легко проверить, что при всех возможных иных предположениях ход рассуждений остается тем же.

Пусть выполнены соотношения (3). Тогда, если определить из (2) постоянные $c_1, \ldots, c_q$,

$$c_j = b_j^0 + A_{j1}^0 c_{q+1} + \cdots + A_{j,\,n-q}^0 c_n, \quad j = 1, \ldots, q,$$

где b_j^0 и A_{jk}^0 — определенные постоянные, а c_{q+s} — произвольные постоянные, уравнение (II) примет вид

$$A_n^* \varphi = f_n^*(x) + \nu_0(x) + \sum_{s=1}^{n-q} c_{q+s} \nu_s(x),$$

где

$$\nu_0(x) = \frac{\beta^*(x)}{\gamma_n(x)} \sum_{j=1}^{q} b_j^0 x^{j-1}, \quad \nu_s(x) = \frac{\beta^*(x)}{\gamma_n(x)} \left[x^{q+s-1} + \sum_{j=1}^{q} A_{js}^0 x^{j-1} \right], \; s = 1, \ldots, n-q.$$

Нетрудно заметить, что функции $\nu_s(x)$ линейно независимы.

Из предыдущего следует, что уравнение (II) и эквивалентное ему уравнение $A\varphi = f$ разрешимы и что их общее решение будет иметь вид

$$\varphi(x) = \varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{p} d_k \varphi_k(x) + \sum_{k=1}^{n-q} c_{q+k} \mu_k(x), \tag{4}$$

где d_k и c_{q+s} — произвольные постоянные, $\varphi_0(x)$ — функция, тождественно обращающаяся в нуль вместе с $f(x)$, $\mu_k(x)$ — решение уравнения $A_n^* \varphi = \nu_k(x)$.

Решение однородного уравнения $A\varphi = 0$ будет

$$\varphi = \sum_{k=1}^{p} d_k \varphi_k(x) + \sum_{k=1}^{n-q} c_{q+k} \mu_k(x). \tag{5}$$

Нетрудно убедиться, что функции $\varphi_k(x)$ и $\mu_k(x)$ — линейно независимы.

Таким образом, мы получили следующую важную теорему:

Теорема 5. *Пусть α, k, $f \in H$, $\alpha^2 + \pi^2 \beta^2 \neq 0$ и $n \geqq 0$. Тогда, если ранг r уравнения* (A) *равен нулю, то это уравнение имеет решение при любой функции f, которое дается формулой* (4). *Если же ранг r уравнения* (A) *больше нуля, то это уравнение, вообще говоря, решения не имеет. Решение существует лишь в том случае, когда свободный член f удовлетворяет r соотношениям* (3).

Однородное уравнение $A\varphi = 0$ имеет $n + r$ линейно независимых решений.

Переходим теперь к рассмотрению случая $n < 0$. В этом случае уравнение $A\varphi = f$ эквивалентно уравнению $A_n^* \varphi = f_n^*$ и системе (1).

Пусть $\omega_1, \ldots, \omega_{p'}$ — полная система линейно независимых решений уравнения $A_n^* \varphi = 0$, а $\chi_1 \ldots, \chi_{p'}$ — решения союзного уравнения.

Тогда условие разрешимости уравнения (III) будет

$$\int_L f_n^*(x)\, \chi_j(x)\, dx = \int_L f(x)\, \chi_j^*(x)\, dx = 0, \tag{6}$$

$$\chi_j^*(x) = \alpha^*(x)\, \chi_j(x) - \gamma_n(x) \int_L \frac{\beta^*(t)\, \chi_j(t)\, dt}{\gamma_n(t)(t-x)}, \; j = 1, \ldots, p'.$$

Пусть это условие удовлетворено. Тогда уравнение (III) разрешимо и его решение будет

$$\varphi(x)=\varphi'_0(x)+\sum_{k=1}^{p'} d'_k\omega_k(x), \tag{7}$$

где $\varphi'_0(x)$ тождественно обращается в нуль вместе с $f^*_n(x)$, а d'_k—произвольные постоянные.

Подставляя (7) в (1), получим:

$$B_{k1}d'_1+\cdots+B_{kp'}d'_{p'}=c_k,\quad k=1,\ldots,-n, \tag{8}$$

где

$$B_{kj}=\int_L \delta_k(x)\,\omega_j(x)\,dx,\qquad c_k=\int_L \delta'_k(x)\,f(x)\,dx;$$

$\delta'_k(x)$—известные функции.

Пусть q'—ранг матрицы $\|B_{kj}\|$, $q'\leqq \min(-n, p')$. Тогда, для разрешимости системы (8), аналогично предыдущему, мы получим $-n-q'$ условий вида

$$\int_L \lambda'_s(x)\,f(x)\,dx=0,\quad s=1,\ldots,-n-q', \tag{9}$$

где $\lambda'_s(x)$ будут линейными комбинациями функции $\delta'_s(x)$.

Если разрешить систему (8) относительно постоянных $d'_1,\ldots,d'_{q'}$, формула (7) примет вид

$$\varphi(x)=\varphi''_0(x)+\sum_{k=1}^{p'-q'} d'_{q'+k}\omega'_k(x), \tag{7'}$$

где $\varphi''_0(x)\equiv 0$ при $f(x)\equiv 0$, $\omega'_k(x)$—определенная линейная комбинация функций $\omega_1(x),\ldots,\omega_{p'}(x)$.

Очевидно, что $\omega'_k(x)$—линейно независимы.

Таким образом, имеем следующую теорему:

Теорема 6. *Пусть* α, k, $f \in H$, $\alpha^2+\pi^2\beta^2\neq 0$ *и* $n<0$. *Тогда уравнение* $A\varphi=f$ *только тогда имеет решение, когда* f *удовлетворяет соотношениям* (6) *и* (9). *В этом случае решение уравнения* $A\varphi=f$ *определяется формулой* (7'). *Так как при* $f\equiv 0$ *условия* (6) *и* (9) *автоматически выполняются, то однородное уравнение* $A\varphi=0$ *имеет* $r'=p'-q'$ *линейно независимых решений* $\omega'_1(x),\ldots,\omega'_{r'}(x)$.

Число $r'=p'-q'$ назовем рангом уравнения $A\varphi=f$ при $n<0$.

5. Пусть $\psi_1(x),\ldots,\psi_{\nu'}(x)$—полная система линейно независимых решений уравнения (A'_0). Тогда соотношения

$$\int_L \psi_j(x)\,f(x)\,dx=0,\quad j=1,\ldots,\nu' \tag{10}$$

являются необходимым условием разрешимости уравнения $A\varphi=f$. Поэтому они должны быть следствием (3) или (6) и (9), смотря по тому $n\geqq 0$ или $n<0$.

Мы докажем ниже также достаточность этих условий. Предварительно докажем теорему.

Теорема 7. *Пусть* $\alpha,\ k\varepsilon H$, $\alpha^2+\pi^2\beta^2\neq 0$, *а* ν *и* ν' — *числа линейно независимых решений уравнений* $A\varphi=0$ *и* $A'\varphi=0$. *Тогда*

$$\nu-\nu'=n, \tag{11}$$

где n — *индекс уравнения* (A).

Пусть n — индекс уравнения (A), тогда $-n$ будет индексом уравнения (A$'$). Пусть r и r' — ранги соответственно уравнений (A) и (A$'$).

Предположим для определенности, что $n\geqq 0$. Тогда, согласно теоремам 5 и 6, $\nu=n+r$, а $\nu'=r'$. Формула (11) будет доказана, если мы обнаружим, что $r'=r$.

Докажем сперва, что $r'\leqq r$. Пусть $r'>r$. Тогда не все функции $\psi_j(x)$, $j=1,\ldots,r'$, входящие в (10), линейно зависели бы от функций $\lambda_j(x), j=1,\ldots,r$, входящих в (3), ибо, в противном случае, функции ψ_j, очевидно, оказались бы линейно зависимыми.

Но тогда можно было бы так подобрать функцию $f(x)$, чтобы имело место условие (3), но не выполнялось условие (10). Таким образом, мы пришли к противоречию, что (10) не есть следствие (3).

Следовательно,

$$r'\leqq r. \tag{12}$$

Необходимым условием разрешимости уравнения $A'\varphi=f$, в силу (10), будет

$$\int\limits_L \varphi_j(x) f(x)\,dx=0, \quad j=1,\ldots,\nu=n+r, \tag{13}$$

где $\varphi_j(x)$ — полная система линейно независимых решений уравнения $A\varphi=0$. Но это условие, в силу теоремы 6, должно быть следствием условий (6) и (9). Поэтому, аналогично предыдущему, мы покажем, что число соотношений (13) $n+r\leqq n+r'$ числа соотношений (6) и (9), т. е. $r\leqq r'$. Сопоставляя это с (12), получим, что $r'=r$. Следовательно, $\nu=n+r=n+\nu'$. Это доказывает нашу теорему. Аналогично доказывается теорема для $n<0$.

Докажем теперь достаточность условия (10). Для определенности опять положим, что $n\geqq 0$. Тогда, в силу предыдущего, число функций λ_j и ψ_j, входящих в соотношения (3) и (10), одинаково.

Мы уже видели, что ψ_j суть линейные комбинации λ_j:

$$\psi_j=\sum\alpha_{jk}\lambda_k.$$

Определитель $\| \alpha_{jk} \|$ отличен от нуля, ибо в противном случае функции ψ_j оказались бы линейно зависимыми. Поэтому, λ_j являются также линейными комбинациями ψ_j. Следовательно, условия (3) и (10) эквивалентны.

Таким образом доказано, что условие (10) является также достаточным условием для разрешимости уравнения $A\varphi = f$. Аналогично доказывается это предложение при $n < 0$.

Таким образом, имеем следующую теорему, аналогичную теореме Фредгольма:

Теорема 8. *Пусть α, k, $f \in H$, $\alpha^2 + \pi^2\beta^2 \neq 0$. Тогда для того, чтобы уравнение $A\varphi = f$ имело решение, необходимо и достаточно, чтобы*

$$\int_L f(x)\, \psi_j(x)\, dx = 0, \quad j = 1, \ldots, \nu',$$

где $\psi_1(x), \ldots, \psi_{\nu'}(x)$ — полная система линейно независимых решений союзного уравнения $A'\varphi = 0$.

Теоремы 4, 7 и 8 впервые были доказаны другим путем Нетером в его весьма важной работе [3].

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 23.8.1941)

მათემატიკა

ილია ვეკუა

სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა ერთი კლასის შესახებ

რეზუმე

ავტორის მიერ ერთ-ერთ წინა შრომაში [1] მოცემული მეთოდით დამტკიცებულია რამდენიმე ძირითადი დებულება (A) სინგულარული განტოლების შესახებ.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. И. Н. Векуа. О сингулярных линейных интегральных уравнениях... Доклады АН СССР, т. XXVI, № 4, 1940, стр. 335—338.
2. Б. В. Хведелидзе. О краевой задаче Пуанкаре теории логарифмического потенциала для многосвязной области. Сообщения Академии Наук ГССР, т. II, № 7, 1941.
3. F. Noether. Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen. Math. Ann., Bd. 82, 1921, S. 42—63.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

МАТЕМАТИКА

В. Д. КУПРАДЗЕ

К ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИНТЕГРАЛОМ В СМЫСЛЕ ГЛАВНОГО ЗНАЧЕНИЯ ПО КОШИ

В этой заметке доказываются четыре теоремы, относящиеся к общей теории интегральных уравнений вида

$$K\varphi(s) \equiv a(s)\,\varphi(s) - \lambda \int_{\gamma} \left[\frac{b(s)}{t-s} + K(s,t) \right] \varphi(t)\,dt = f(s), \qquad (1)$$

где γ—гладкая замкнутая кривая, s и t—комплексные афиксы ее точек, $a(s)$, $b(s)$, $K(s, t)$, $f(s)$—функции, заданные на γ и удовлетворяющие условию Hölder'a. Решение уравнения (1) $\varphi(s)$ ищется также в классе функций, удовлетворяющих условию Hölder'a.

Уравнение (1) встречается в ряде важных задач приложений [1, 2, 4, 6] и разработке его теории посвящено не мало работ [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12].

Теоремы, доказываемые в этой заметке, также не являются новыми; мы все же решили опубликовать эту работу, преследуя главным образом цели, с одной стороны, систематического изложения вопроса, позволяющего лучше раскрыть связи между отдельными фактами теорий, с другой—упрощение доказательств основных теорем и устранение ряда неясностей, которые встречаются в некоторых из указанных выше работ [2, 4, 5, 11]. В частности, доказательство одной теоремы, данное мною в работе [11] (теорема C), содержит ошибку (см. стр. 592—593 настоящей статьи).

Условимся в некоторых обозначениях:

Чертой над оператором будем обозначать оператор, получающийся при транспозиции переменных в ядре, так что:

$$\bar{K}\varphi(s) \equiv a(s)\,\bar{\varphi}(s) - \lambda \int_{\gamma} \left[\frac{b(t)}{s-t} + K(t,s) \right] \bar{\varphi}(t)\,dt.$$

Обозначим далее через $\varphi_1(s), \varphi_2(s), \ldots, \varphi_k(s)$ и $\bar{\varphi}_1(s), \bar{\varphi}_2(s), \ldots, \bar{\varphi}_{\bar{k}}(s)$ k и $\bar{k}$ линейно независимых решений однородных уравнений:

$$K\varphi(s) = 0 \text{ и} \qquad (2)$$

$$\bar{K}\varphi(s) = 0. \qquad (3)$$

Предположим, что

$$\alpha(s) \equiv a^2(s)+\lambda^2\pi^2 b^2(s) \neq 0, \quad (s \varepsilon \gamma) \tag{4}$$

и назовем индексом уравнения (1) число

$$n = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma} d\log \frac{a(s)+\lambda\pi i b(s)}{a(s)-\lambda\pi i b(s)}. \tag{5}$$

Наконец, введем еще оператор $L\psi \equiv a(s)\,\psi(s)-\lambda b(s)\int_{\gamma} \frac{\psi(t)}{s-t}\,dt$ и пусть $\lambda_1(s), \lambda_2(s), \ldots, \lambda_l(s)$ l линейно независимых решений уравнения

$$L\lambda_i(s)=0, \quad i=1,\ 2, \ldots\ l.$$

Докажем теоремы[1].

Теорема A. *Если* $a^2(s)+\lambda^2\pi^2 b^2(s) \neq 0$, *то* k *и* $\bar{k}$ *конечны.*

Теорема B. *Необходимое и достаточное условие разрешимости уравнения* (1) *состоит в соблюдении* $\bar{k}$ *равенств*

$$\int_{\gamma} f(s)\,\bar{\varphi}_i(s)\,ds = 0. \tag{6}$$

Теорема C.

$$k - \bar{k} = n.$$

Теорема D (теорема Михлина). *Необходимое и достаточное условие для существования линейного оператора* M *типа* K *такого, чтобы при всяком* f *уравнение*

$$MK\varphi(s) = Mf(s) \tag{7}$$

было уравнением Fredholm'a *2-го рода эквивалентным 1-му, состоит в том, чтобы*

$$n \geqq 0. \tag{8}$$

---

[1] В моей статье [11], упомянутой выше, в которой приведены эти четыре теоремы, ссылаясь на Noether'a [5], я писал: «Все эти теоремы более или менее полно были сформулированы F. Noether'ом в 1921 г. Но доказательства, данные Noether'ом, неполны и чрезвычайно туманны».

Академик Н. И. Мусхелишвили обратил мое внимание на несправедливость подобной оценки работы Noether'a. Соглашаясь с этим мнением, считаю необходимым заметить: в работе Noether'a, кроме ряда основных результатов, содержатся много руководящих идей, которые впоследствии легли в основу развития теории особых интегральных уравнений типа Коши. Однако, в изложении Noether'a имеются некоторые дефекты, которые лишают работу необходимой отчетливости.

Теоремы A, B, C сформулированы Noether'ом в полном виде, теорема D им вовсе не сформулирована, хотя в работе содержатся почти все элементы, необходимые для ее доказательства.

При тех предположениях, которые Noether делает об элементах своего уравнения, ни одно из его доказательств не является вполне строгим. В доказательстве теоремы D имеется пробел, связанный с решением одной задачи Hilbert'a.

В целом, статья написана не достаточно отчетливо и может, по моему мнению, вызвать у читателя недоумения.

Теоремы A и B доказаны Noether'ом для одного класса уравнений (см. стр. 592 уравнение (N)). Однако доказательство Noether'a применимо также и к более общему уравнению (1), как это видно из приводимого ниже доказательства названных теорем.

Теорема A. Составим композицию

$$LK\varphi(s) = Lf(s); \tag{9}$$

пользуясь формулой Poincare—Bertrand'a [1, 6] о переставимости двух последовательных интегралов с главными значениями в смысле Cauchy

$$\int_\gamma \frac{dt}{t-s} \int_\gamma \frac{K(t,\tau)}{\tau - t}\, d\tau = -\pi^2 K(s, s) + \int_\gamma d\tau \int_\gamma \frac{K(t,\tau)}{(t-s)(\tau-t)}\, dt,$$

будем иметь, раскрывая левую часть (9)

$$\alpha(s)\,\varphi(s) - \lambda \int K^*(s, t)\,\varphi(t)\, dt = Lf(s), \tag{9}$$

где

$$K^*(s,t) = \frac{a(t)\,b(t) - a(s)\,b(s)}{t-s} - \left[a(s)\,K(s,t) + a(t)\,K(t,s) - \lambda \int_\gamma K(\tau, s)\,K(\tau, t)\, dt\right]$$

$$+ \lambda \int_\gamma \frac{b^2(\tau) - (t-\tau)\,K(\tau, t)\,b(\tau) + (s-\tau)\,K(\tau, s)\,b(\tau)}{(\tau - s)(t-\tau)}\, d\tau.$$

Кроме того, при тех предположениях, которые нами сделаны относительно $b(s)$, $K(s, t)$, можно показать [7], что ядро $K^*(s, t)$ регулярно (или квази-регулярно) с точки зрения теории Fredholm'a.

Таким образом, уравнение

$$LK\varphi(s) = 0 \tag{9^0}$$

представляет линейное регулярное (или квази-регулярное) уравнение Fredholm'a.

Поэтому уравнение

$$K\varphi(s) = 0, \tag{1^0}$$

каждое решение которого есть также решение (9^0), может иметь только конечное число линейно независимых решений. Аналогично можно показать конечность числа k и теорема A доказана.

Теорема B. Необходимость получается сразу; пусть (1) имеет решение. Тогда имеет место система равенств

$$\int_\gamma f(s)\,\bar{\varphi}_i(s)\, ds = \int_\gamma \bar{\varphi}_i(s) K\varphi(s)\, ds = \int_\gamma \varphi(s)\,\overline{K\varphi_i}(s)\, ds = 0$$

и необходимость условий (6) доказана.

Переходя к доказательству достаточности, предположим, что уравнение $LK\omega(s)=0$ имеет r линейно независимых решений $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_r$.

Сопряженное уравнение

$$\overline{LK}\psi \equiv \overline{K}\overline{L}\psi = 0 \tag{10}$$

имеет также r решений $\psi_1(s), \psi_2(s), \ldots, \psi_r(s)$, при этом очевидно из (10)

$$\overline{L}\psi_i(s) = \sum_{j=1}^{k} c_{ij}\overline{\varphi}_j.$$

Уравнение Fredholm'a (9) разрешимо; действительно, для этого необходимо и достаточно:

$$\int_\gamma \psi_i(s)\, Lf(s)\, ds = 0, \quad i = 1, \ldots, r, \tag{11}$$

но эти равенства на самом деле имеют место, так как:

$$\int_\gamma \psi_i Lf\, ds = \int_\gamma f(s)\overline{L}\psi_j(s) ds = \int_\gamma f(s) \sum_{j=1}^{k} c_{ji}\overline{\varphi}_j(s)\, ds = \sum_{j=1}^{k} c_{ji} \int_\gamma f(s)\overline{\varphi}_j(s)\, ds = 0.$$

Поэтому, разрешая (9) и обозначая резольвенту Fredholm'a через $\Gamma(s, t, \lambda)$, можем писать:

$$\varphi(s) = Lf(s) + \lambda \int_\gamma \Gamma(s, t, \lambda)\, Lf(t)\, dt + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \omega_i(s), \tag{12}$$

где α_i — произвольные постоянные. Подразумевая под $\varphi(s)$ это выражение, будем очевидно иметь

$$K\varphi(s) - f(s) = \sum_{j=1}^{l} c_j \lambda_j(s), \tag{13}$$

где c_j вполне определенные заданные функции f и постоянных α_i.

Чтобы их определить, умножим (13) на $\lambda_j^*(s)\, ds$, ($\lambda_j^*(s)$ комплексно сопряженные с $\lambda_j(s)$ функции) и проинтегрируем вдоль γ; получим:

$$\int_\gamma F_m(t)\, f(t)\, dt + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i \beta_{im} = \sum_{j=1}^{l} c_j \gamma_{jm}, \quad m = 1, 2, \ldots, l, \tag{14}$$

где $F_m(t)$, $m = 1, 2, \ldots, l$, определенные, не зависящие от $f(t)$, функции, β_{im}, γ_{jm} — определенные постоянные, причем определитель Gram'a

$$\|\gamma_{jm}\| \neq 0.$$

Разрешая (14) относительно c_j, $j = 1, 2, \ldots, l$, будем иметь:

$$c_j = \int_\gamma q_j(t)\, f(t)\, dt + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i c_{ji}, \quad j = 1, 2, \ldots, l, \tag{15}$$

где $q_i(t)$ — определенные функции.

Из (13) следует, что те и только те $\varphi(s)$ из совокупности (12), для которых α_i, $i=1, 2, \ldots, r$ определены из условий

$$\int_\gamma q_j(t) f(t)\, dt + \sum_{i=1}^{r} \alpha_i e_{ji} = 0, \tag{17}$$

будут решениями уравнения (1). Наоборот, если (1) имеет решение, оно входит в совокупность (12) и имеет α-коэфициентами числа, удовлетворяющие системе (17).

Разрешимость системы (17) есть необходимое и достаточное условие разрешимости (1) и обратно.

Но необходимое и достаточное условие разрешимости системы (17) состоит в равенстве нолю характеристических определителей этой системы; это дает $l-\nu$ условий:

$$\int p_s(t) f(t)\, dt = 0, \quad s=1, 2, \ldots, l-\nu, \tag{18}$$

где ν—ранг матрицы коэфициентов системы (17), а $p_s(t)$—определенные выражения, не зависящие от $f(t)$. Итак, условия (18) вместе с (6) являются необходимым и достаточным для разрешимости уравнения (1).

Пусть теперь $\varkappa(s)$ есть произвольная функция, определенная на γ и удовлетворяющая условию Hölder'a. Рассмотрим уравнение:

$$K\varphi(s) = K\varkappa(s).$$

Очевидно, это уравнение имеет решение

$$\varphi(s) = \varkappa(s);$$

следовательно, для всякого $\varkappa(s)$ имеем:

$$\int_\gamma p_s(t)\, K\varkappa(t)\, dt = 0, \quad s=1, 2, \ldots, l-\nu.$$

Отсюда

$$\int \varkappa(t)\, \overline{K} p_s(t)\, dt = 0$$

и вследствие произвольности $\varkappa(t)$

$$\overline{K} p_s(t) = 0,$$

откуда

$$p_s(t) = \sum_{i=1}^{k} A_{si} \overline{\varphi}_i(t), \quad s=1, 2, \ldots, l-\nu.$$

Условия (18) принимают вид:

$$\sum_{i=1}^{k} A_{si} \int_\gamma \overline{\varphi}_i(t) f(t)\, dt = 0, \quad s=1, 2, \ldots, l-\nu.$$

Таким образом, условия (18) покрываются условиями (6) и, следовательно, отсюда вытекает достаточность условий

$$\int_{\gamma} \bar{\varphi}(t) f(t)\, dt = 0.$$

Соединяя этот результат с доказанной выше необходимостью, имеем теорему B.

Заметим, что для уравнения, рассматриваемого Noether'ом [5]

$$K\varphi(s) \equiv a(s)\,\varphi(s) + \int_{-\pi}^{+\pi} K(s,\ t)\,\varphi(t)\, dt = f(s), \tag{N}$$

где

$$K(s,\ t) = \frac{b(s)}{2\pi}\ \mathrm{ctg}\ \frac{t-s}{2} + A(s,\ t),$$

$$a(-\pi) = a(+\pi), \quad b(-\pi) = b(+\pi), \quad a^2(s) + b^2(s) \neq 0,$$

$$-\pi \leqq {}^{s}_{t} \leqq +\pi$$

и $\iint [A(s,\ t)]^2\, ds\, dt$ существует, непосредственно получается более общая теорема:

Если имеют место условия (6), *то уравнение*

$$\bar{K} K\varphi = \bar{K} f$$

есть разрешимое уравнение Fredholm'a, эквивалентное уравнению Noether'a (N).

Действительно, $\bar{K} K\varphi = \bar{K} f$ есть уравнение Fredholm'a, оно разрешимо согласно (6) и (11).

Имеем [1]

$$K\varphi - f = \sum_{i=1}^{k} c_i \bar{\varphi}_i,$$

отсюда, согласно с (6) и тождествами

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \bar{\varphi}_j(s)\, K\varphi(s)\, ds = 0,$$

имеем:

$$\sum_{i=1}^{\bar{k}} c_i \int_{-\pi}^{+\pi} \bar{\varphi}_i(s)\, \bar{\varphi}_j(s)\, ds = 0, \quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ \bar{k}.$$

[1] Сохраняем старые обозначения.

Так как теперь все $\varphi_i(s)$, $i=1, 2, \ldots k$, вещественные функции, то по свойству детерменанта Gram'а $c_i=0$, $i=1, 2, \ldots, k$ и следовательно

$$K\varphi(s)=f(s),$$

что и нужно. Это доказательство не применимо к уравнению (1). В моей статье [11] это обстоятельство не было замечено. Из этих рассуждений легко получить следующие выводы для уравнения (N): $K\varphi=0$ и $\overline{K}K\varphi=0$ всегда эквиваленты и $\overline{K}K\varphi=\overline{K}f$ разрешимо для любого f.

Теорема С. Составим союзные уравнения:

$$L\omega(s)\equiv a(s)\,\omega(s)+\lambda b(s)\int\limits_{\gamma}\frac{\omega(t)}{t-s}\,dt=0, \tag{19}$$

$$\overline{L}\overline{\omega}(s)\equiv a(s)\,\overline{\omega}(s)-\lambda\int\limits_{\gamma}\frac{b(t)\,\overline{\omega}(t)}{t-s}\,dt=0. \tag{20}$$

Karleman показал [9], что уравнение (19) приводит к следующей граничной задаче теории функций комплексного переменного:

Найти на плоскости z голоморфную всюду вне L функцию $F(z)$, удовлетворяющую на L граничному условию

$$F_i(s)=\frac{a(s)-\lambda\pi i b(s)}{a(s)+\lambda\pi i b(s)}\,F_a(s). \tag{*}$$

Эта задача известна под названием задачи Riemann'а. Решение ее дано Ф. Д. Гаховым [10]. Оказывается, что при

$$n=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{L} d\log\frac{a(s)+\lambda\pi i b(s)}{a(s)-\lambda\pi i b(s)}\geqq 0,$$

задача Riemann'а (*) имеет только нулевое решение, а при $n<0$ имеет ровно n линейно независимых решений. С. Т. Михлин [8], а затем И. Н. Векуа [12], опираясь на эти результаты показали, что уравнение (19) имеет только нулевое решение при $n\geqq 0$ и ровно $-n$ линейно независимых решений при $n<0$.

Уравнение (20) легко сводится к уравнению (19), в котором λ заменяется на $-\lambda$, подстановкой $b(s)\,\overline{\omega}(s)=\tau(s)$, и поэтому оно будет иметь только нулевое решение при $n<0$ и ровно n линейно независимых решений при $n>0$.

Пусть $n<0$. Рассмотрим уравнение $KL\omega(s)=0$ (в отличие от композиции LK, которою пользовались выше). Легко убедиться, что композиция KL также регулярна и типа Fredholm'а. Это уравнение имеет $-n+k$ линейно независимых решений: $-n$ из них—решения уравнения $L\omega(s)=0$. Остальные k решений найдутся из уравнения

$$L\omega_i^*(s)=\varphi_i(s),\quad i=1, 2, \ldots k.$$

По теореме B эти уравнения разрешимы и k функции $\omega_i^*(s)$, найденные отсюда, будут остальными решениями уравнения $KL\omega(s)=0$. Следовательно, уравнение $\overline{KL}\phi \equiv \bar{L}\bar{K}\phi=0$ тоже имеет $-n+k$ решений; с другой стороны это уравнение допускает только $\bar{k}$ решений, ибо $\bar{L}\bar{\omega}(s)=0$ имеет только нулевое решение; следовательно,

$$k-\bar{k}=n. \tag{23}$$

Доказательство в том случае, когда $n>0$, очевидно, легко может быть приведено к предыдущему. Оно может быть рассмотрено также самостоятельно.

Пусть

$$n \leqq 0.$$

Уравнение $L\omega(s)=0$ имеет только нулевое решение, уравнение $\bar{L}\bar{\omega}(s)=0$ имеет n линейно независимых решений. Уравнение $\bar{K}\bar{L}\phi(s)=0$ есть уравнение Fredholm'a. Оно имеет $n+\bar{k}$ решений; n из них суть решения $\bar{L}\bar{\omega}=0$, а $\bar{k}$—решения неоднородных уравнений

$$\bar{L}\phi=\bar{\varphi}_i, \quad i=1,\ 2,\ 3, \dots \bar{k};$$

по теореме B эти решения существуют, они линейно независимы. С другой стороны, уравнение

$$\overline{\bar{K}\bar{L}\phi(s)} \equiv \bar{\bar{L}}\bar{\bar{K}}\phi(s) \equiv LK\phi(s)=0$$

имеет k решений; следовательно

$$k-\bar{k}=n$$

и теорема C доказана. На основании этой теоремы нетрудно доказать теорему D.

Докажем предварительно лемму Михлина [8]:

Если уравнения

$$K\varphi(s)=f(s) \text{ и } MK\varphi(s)=Mf(s),$$

из которых второе есть регулярное уравнение Fredholm'a, взаимно эквивалентны, для любого $f(s)$, то необходимо

$$\bar{k} \leqq k.$$

Пусть, по прежнему $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$, k решений уравнений $K\varphi=0$ и $MK\varphi=0$. $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$, k—решений уравнения $\overline{MK}\omega \equiv \overline{KM}\omega=0$. $\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots, \bar{\varphi}_{\bar{k}}$, $\bar{k}$—решений уравнения $\bar{K}\bar{\varphi}=0$. Для разрешимости уравнения $K\varphi=f$ имеем $\bar{k}$ необходимых и достаточных условий

$$\int f(s)\,\bar{\varphi}_i(s)\,ds=0, \quad i=1,\ 2, \dots, \bar{k}. \tag{6}$$

Для разрешимости эквивалентного уравнения $MK\varphi = Mf$ имеем необходимые и достаточные условия:

$$\int_{\gamma} \omega_i M f \, ds = \int_{\gamma} f \overline{M} \omega_i \, ds = \int_{\gamma} f(s) \sum_{j=1}^{k} c_{ij} \overline{\varphi}_j(s) \, ds = 0, \quad i = 2, 2, 3, \ldots, k; \tag{24}$$

среди k функции $\overline{M}\omega_i$ должно быть $\bar{k}$ линейно независимых, чтобы число независимых условий (6) совпадало с числом условий (24). Следовательно необходимо $k \geqq \bar{k}$, что и нужно было.

Пусть теперь $n < 0$, тогда из (23) вытекает $\bar{k} \geqq k$ и следовательно, по лемме, уравнение $K\varphi(s) = f(s)$ для всех $f(s)$, не может быть эквивалентно уравнению Fredholm'а вида $MK\varphi(s) = Mf(s)$.

Наоборот, если $n \geqq 0$, тогда уравнение

$$L\omega(s) = 0 \tag{19}$$

имеет только тривиальное решение и уравнение $LK\varphi = Lf$ будет регулярным уравнением Fredholm'а, которое эквивалентно уравнению $K\varphi = f$, и теорема Михлина доказана.

Укажем другое простое доказательство теоремы D, которое не опирается на лемму Михлина и теорему C.

Пусть $n < 0$. Тогда уравнение

$$K^*\varphi \equiv a(s)\varphi(s) - \lambda b(s) \int \frac{\varphi(t)}{t-s} \, dt = 0$$

имеет только нулевое решение; следовательно, эквивалентное ему по допущению уравнение Fredholm'а $MK^*\varphi = 0$ тоже имеет только нулевое решение; поэтому, уравнение $MK^*\varphi = Mf$ разрешимо при любом f, в то время как $K^*\varphi = f$ не разрешимо для любого f. Следовательно, при $n < 0$ уравнения $K^*\varphi = f$ и $MK^*\varphi = Mf$ не могут быть эквивалентными для любых f. Отсюда легко следует необходимость условия $n > 0$ для уравнения $K\varphi = f$. Достаточность доказывается как и выше.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 2.9.1941)

ვ. კუპრაძე

განსაკუთრებულ გულიან ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიისათვის

რეზუმე

წინამდებარე გამოკვლევაში დამტკიცებულია ცნობილი ოთხი თეორემა, რომელნიც (1) ტიპის განტოლებათა ზოგადი თეორიის საფუძველს შეადგენენ. ეს არის თეორემები: A, B, C, D. (1) განტოლება გვხვდება მრავალ გამოყენებითი ხასიათის საკითხში და მის თეორიას მიძღვნილი აქვს არა ერთი გამოკვლევა [1—12].

ჩვენს მიზანს შეადგენს ხსენებული ოთხი თეორემის არსებულ დამტკიცებათა გამარტივება, მათი ურთიერთთან კავშირის გაშუქება, ზოგიერთ განზოგადოებათა აღნიშვნა და ზემოხსენებული შრომების ერთ ნაწილში [1, 2, 4, 6] გაპარულ ზოგიერთ ნაკლოვანებათა გასწორება.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Poincaré. Leçons de Mecanique céleste, T. III; Theorie des Marées.
2. Hilbert. Über eine Anwendung der Integralgleichungen auf ein Problem der Funktionentheorie. Verh. d. III Intern. Math. Kongr. Heidelberg, 1904.
3. Kellog. Unstetigkeiten in den linearen Integralgleichungen. Math. Ann. T. 58, 1904.
4. Villat. Sur la resolution de certaines équations integrales. Acta Math. T. 40, 1916.
5. Noether. Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen. Math. Ann. T. 82, 1921.
6. Bertrand. La theorie des marées et les équations integrales. Ann. Sc. Ec. Norm. T. 40, 1923.
7. Giraud. Équations à integrales principales, etudie suivie d'une application. Ann. Sc. Éc. Norm. T. 51, F. 3, 4; T. 53, F. 1, 1936. T. 56, F. 2, 1939.
8. Michlin. Sur une certaine classe d'équations integrales singulières. C. R. de l'Acad. l'URSS, V. XXIV, No 4, 1939.
9. Karleman. Sur une certaine classe d'équations integrales singuliéres. Ark. för. Mat. Astr. och. Physik, 16, 1922.
10. Гахов. Линейные краевые задачи теории функции комплексного переменного. Изв Каз. Унив,. т. X, сер. 3, 1938.
11. Купрадзе. К теории интегральных уравнений с интегралом в смысле главного значения по Коши. Известия АН СССР, серия математическая, т. 5, 1941.
12. Векуа. О линейном сингулярном интегральном уравнении, содержащем интеграл в смысле главного значения по Коши. Доклады АН СССР, т. XXIV, 1940.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

МАТЕМАТИКА

Д. Р. ВАШАКИДЗЕ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ ВТОРОГО РОДА

При решении многих задач практического характера, приходится иметь дело с эллиптическими интегралами первого и второго рода, в особенности же с полными эллиптическими интегралами.

Чаще всего эти интегралы встречаются в промежуточных вычислениях, а иногда и под знаком интеграла; отсюда становится ясным необходимость получения тех или иных приближенных выражений эллиптических интегралов, в зависимости от параметров (амплитуды и модуля), входящих в рассматриваемые интегралы.

Не так давно И. С. Гельфанд [1] и Г. А. Гринберг [2] опубликовали работы, в которых приводятся приближенные формулы для вычисления эллиптических интегралов.

И. С. Гельфанд приводит для полного эллиптического интеграла второго рода приближенные формулы вида:

$$E(\alpha)=\frac{\pi}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2} \quad (0^\circ \leqq \alpha \leqq 50),$$

$$E(\alpha)=1{,}035\operatorname{cosec}\alpha \quad (53^\circ \leqq \alpha \leqq 83^\circ),$$

$$E(\alpha)=\operatorname{cosec}\alpha \quad (83^\circ \leqq \alpha \leqq 90^\circ),$$

где

$$E(\alpha)=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2\sin^2 x}\, dx, \quad k=\sin\alpha,$$

а Г. А. Гринберг для общего случая дает формулу

$$E(k,\ \varphi)=\int_0^{\varphi} \sqrt{1-k^2\sin^2 x}\, dx \approx \sin\varphi+(\varphi-\sin\varphi)\cos^{\frac{3}{2}}\alpha. \qquad (1)$$

Заметим, что формула (1) позволяет получить формулу для приближенного вычисления полного эллиптического интеграла. В самом деле, полагая $\varphi=\frac{\pi}{2}$, найдем

$$E(\alpha)\approx 1+0{,}5708\cos^{\frac{3}{2}}\alpha. \tag{2}$$

Эта формула, очевидно, превосходит формулу Гельфанда [1] не только потому, что при ее использовании основной промежуток изменения α не дробится на частные промежутки (как это сделано у Гельфанда) с тем, чтобы применить к каждому из них соответствующе выбранную приближенную формулу, но и потому, что, согласно вычислений Гринберга [2], относительная погрешность формулы (2) не превосходит 0,87%, в то время как относительная погрешность формул Гельфанда по вычислениям автора не превосходит 2%.

Оказывается, что формулу (2) можно уточнить, если написать

$$E(\alpha)=1+a\cos^{\frac{3}{2}}\alpha,$$

придать α различные значения в промежутке $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, т. е. вычислить ряд значений a_i по формуле

$$a_i=\frac{E(\alpha_i)-1}{\cos^{\frac{3}{2}}\alpha_i}\quad (i=1,\ 2,\ 3,\ \dots,\ n)$$

и положить

$$a=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}a_i}{n}.$$

Вычисления показывают[1], что формулу (2) целесообразно заменить формулой

$$E(\alpha)=1+0{,}58\cos^{\frac{3}{2}}\alpha, \tag{3}$$

относительная погрешность которой не превосходит 0,6%.

Что касается общего случая, то оказывается, что при $0^\circ\leqq\varphi\leqq 90^\circ$ и $0^\circ\leqq\alpha\leqq 90^\circ$ справедливы неравенства

[1] Если подразделить интервал $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ на 9 равных подинтервалов с помощью значений α_i:

$\alpha_1=10^\circ,\ \alpha_2=20^\circ,\ \alpha_3=30^\circ,\ \alpha_4=40^\circ,\ \alpha_5=50^\circ,\ \alpha_6=60^\circ,\ \alpha_7=70^\circ,\ \alpha_8=80^\circ.$

$$\sin\varphi+(\varphi-\sin\varphi)\cos^2\alpha \leqq \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2\sin^2x}\,dx \leqq \sin\varphi+(\varphi-\sin\varphi)\cos\alpha, \tag{4}$$

легко получаемые интегрированием следующих неравенств:

$$\cos x+(1-\cos x)\cos^2\alpha \leqq \sqrt{1-k^2\sin^2 x} \leqq \cos x+(1-\cos x)\cos\alpha,$$

в справедливости которых нетрудно удостовериться.

Так как разность крайних членов (4) изменяется в незначительных пределах[1], то можно принять

$$\int_0^\varphi \sqrt{1-k^2\sin^2x}\,dx \approx \sin\varphi+(\varphi-\sin\varphi)\cos^2\alpha, \tag{5}$$

или

$$\int_0^\varphi \sqrt{1-k^2\sin^2x}\,dx \approx \sin\varphi+(\varphi-\sin\varphi)\cos\alpha, \tag{6}$$

причем относительная погрешность формулы (5) не превосходит 3,5%, а формулы (6) — 7%.

Но если мы используем формулу (5) в предположении, что $0^\circ \leqq \varphi \leqq 50^\circ$, то относительная погрешность этой формулы не будет превосходить 0,5%, в то время как относительная погрешность формулы (1) для этого же случая не превосходит 1,1%.

Таким образом, в случае $0^\circ \leqq \varphi \leqq 50^\circ$ формула (5) превосходит формулу Г. А. Гринберга по простоте и точности.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 7.7.1941)

მათემატიკა

დ. ვაშაკიძე

მიახლოებითი ფორმულები მეორე გვარის ელიფსური ინტეგრალებისათვის

რეზუმე

ამ შრომაში ავტორი იძლევა მეორე გვარის ელიფსური ინტეგრალის ზედა და ქვედა საზღვარს (4), აზუსტებს გ. გრინბერგის [2] ფორმულას (1) შუალედისათვის: $0^\circ \leqq \varphi \leqq 50^\circ$, რის შედეგადაც ღებულობს ფორმულას (5) და ბოლოს იძლევა მეორე გვარის სრული ელიფსური ინტეგრალისათვის ფორმულას (3).

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

---

[1] Эта разность не превосходит 0,1427.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. И. С. Гельфанд. Приближенные формулы для полных эллиптических интегралов первого и второго рода. Труды и материалы Свердловского горного ин-та, вып. VI, 1940, стр. 57—63

2. Г. А. Гринберг. Некоторые приближенные формулы для эллиптических интегралов первого и второго рода. Прикладная математика и механика, том I, вып. 1, 1933, стр. 61—69.

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲑᲔ, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

МАТЕМАТИКА

Ф. Г. ЦХАДАЯ

К ВОПРОСУ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Введение

Пусть ищется таблица значений интеграла диференциального уравнения

$$y^{(n)}=f(x,\ y,\ y',\ldots,y^{(n-1)}),\tag{1}$$

который при $x=x_0$ принимает начальные значения

$$y^{(k)}=y_0^{(k)},\quad [k=0,\ 1,\ldots,(n-1)].\tag{2}$$

Допустим, что существование искомого интеграла предварительно установлено.

Ш. Е. Микеладзе [1] дает три серии формул [1] для решения поставленной выше задачи. Из этих формул получаются, как частные случаи, формулы Falkner'а [2], Волохова [3], Ветчинкина [4] и других.

Заметим, что формулы Микеладзе применяются для продолжения начальной таблицы значений $y^{(k)}(x)$, составленной каким-либо способом.

Весьма важно уметь составлять начальную таблицу с достаточной степенью точности, ибо чем точнее будут подсчитаны величины, входящие в начальную таблицу, тем меньше влияние погрешностей этих величин на дальнейшие вычисления.

Для составления начальной таблицы с высокой степенью точности, на практике часто применяется способ последовательных приближений. Известные до настоящего времени формулы, кроме формулы Tollmien'а [5] для составления начальной таблицы с помощью последовательных приближений, не изучены со всей подробностью. Так, например, для этих формул не имеется общего выражения коэфициентов, нет выражений для остаточных членов, и, наконец, не дается критерий сходимости последовательных приближений.

Несколько иначе обстоит дело с формулой Tollmien'а для интегрирования диференциального уравнения первого порядка. Tollmien хотя и не дает выражения коэфициентов формулы, зато дает выражение остаточного

[1] Эти формулы в дальнейшем будем называть формулами с коэфициентами α, β и γ.

члена и выводит критерий сходимости последовательных приближений. Для интегрирования (1) с помощью формулы Tollmien'a необходимо преобразовать его в систему диференциальных уравнений первого порядка.

В этой работе даны новые формулы[1] (6), (8) и (11) для составления исходной таблицы для интеграла диференциального уравнения (1) и формулы (9) и (12) для продолжения этой таблицы. Даны общие выражения коэфициентов и выражения для остаточных членов вышеупомянутых формул, частным случаем которых является формула Tollmien'a. Наконец, в работе выводятся достаточные условия сходимости последовательных приближений.

2. Формула с коэфициентами α'

Предположим, что для численного решения (1) пользуемся формулой, содержащей конечные разности порядка r.

Обозначим через $Y_{\mu}^{(k)}$ приближенное значение $y^{(k)}(a+\mu h)$.

Предположим, что значения $Y^{(k)}(a-rh)=Y_{-r}^{(k)}$ являются теми значениями $y^{(k)}(x)$, которые известны из начальных условий (2).

Для составления начальной таблицы необходимо иметь формулы для вычисления величин $Y_{\mu}^{(k)}=Y^{(k)}(a+\mu h)$, $(\mu=-r+1, \ldots, -1, 0)$.

Чтобы вывести эти формулы, представим $y^{(k)}(x)$ при помощи формулы Тейлора:

$$y^{(k)}(x)=\sum_{\lambda=0}^{n-k-1}(x-a_0)^{\lambda}\frac{y^{(k+\lambda)}(a_0)}{\lambda!}+\frac{1}{(n-k-1)!}\int_{a_0}^{x}(x-z)^{n-k-1}y^{(n)}(z)\,dz,\ (k<n). \quad (3)$$

Если в этой формуле подставим $x=a-\mu h$, $a_0=a-(\mu+1)h$, $z=a+th$ и $y^{(n)}(a+th)$ заменим, пользуясь интерполяционной формулой Ньютона, будем иметь

$$y_{-\mu}^{(k)}=\sum_{\lambda=0}^{n-k-1}\frac{h^{\lambda}}{\lambda!}y_{-\mu-1}^{(k+\lambda)}-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=0}^{r}\alpha'_{\lambda,\mu}\nabla_0^{\lambda}y^{(n)}+R, \quad (4)$$

где

$$\alpha'_{\lambda,\mu}=\frac{1}{\lambda!\,(n-k-1)!}\int_{-\mu-1}^{-\mu}(\mu+t)^{n-k-1}t^{(-\lambda)}\,dt,$$

$$R=\frac{(-1)^{n-k-1}h^{n+r+1-k}}{(r+1)!\,(n-k-1)!}\int_{-\mu-1}^{-\mu}(\mu+t)^{n-k-1}t^{(-r-1)}y^{(n+r+1)}(a+\tau h)\,dt. \quad (5)$$

Здесь $t^{(-\lambda)}=t(t+1)\cdots(t+\lambda-1)$ и $\nabla_i^{\lambda}y^{(n)}=\nabla^{\lambda}y_{i-\lambda}^{(n)}$.

---

[1] Эти формулы мы называем формулами с коэфициентами α', β' и γ'.

Обозначим через $Y^{(k)}_{\mu,(\nu)}$ ν-тое приближение $Y^{(k)}_{\mu}$.

Введем также обозначение

$$F_{-\mu,(\nu)}=Y^{(n)}_{-\mu,(\nu)}=f\left[a-\mu h,\quad Y_{-\mu,(\nu)},\quad Y'_{-\mu,(\nu)},\ldots,Y^{(n-1)}_{-\mu,(\nu)}\right].$$

Отбросив остаточный член, формулу (4) можно переписать так:

$$Y^{(k)}_{-\mu,(\nu+1)}=\sum_{\lambda=0}^{n-k-1}\frac{h^{\lambda}}{\lambda!}Y^{(k+\lambda)}_{-\mu-1,(\nu)}-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=0}^{r}\alpha'_{\lambda,\mu}\nabla^{\lambda}_{0}F_{(\nu)}. \tag{6}$$

Эту формулу мы будем называть формулой с коэфициентами α'. Если каким-либо способом получено для $Y^{(k)}$ нулевое приближение, удовлетворяющее специальным условиям[1], то первое и остальные приближения получатся при помощи формулы (6).

Для получения нулевого приближения в формулу с коэфициентами α_r вместо a подставим $a-(\mu+1)h$ и r заменим через $r-1-\mu$.

Будем иметь:

$$Y^{(k)}_{-\mu,(0)}=\sum_{\lambda=0}^{n-k}\frac{h^{\lambda}}{\lambda!}Y^{(k+\lambda)}_{-\mu-1,(0)}+h^{n-k}\sum_{\lambda=1}^{r-1-\mu}\nabla^{\lambda}_{-\mu-1}F_{(0)}, \tag{7}$$

где $\mu=r-1,\quad r-2,\ldots,0$.

Если нулевое приближение, полученное этой формулой, подставим в (6), получим $Y^{(k)}_{-\mu,(1)}$. Вычислив $F_{-\mu,(1)}$ и $\nabla^{\lambda}_{0}F_{(1)}$ и воспользовавшись формулой (6) при $\nu=1$, получим второе приближение и т. д. Указанный процесс продолжим до тех пор, пока два последующих приближения не совпадут в пределах требуемой точности. Вычисления показывают, что, если $n=1$, $k=0$ и $r=3$, то (7) дает формулу Tollmien'a.

3. Формула с коэфициентами β'

В формуле (3) положим $x=a-\mu h$, $a_0=a-(\mu-1)h$, $z=a-th$ и $y^{(n)}(a-th)$ заменим, пользуясь интерполяционной формулой Ньютона. Отбрасывая остаточный член, будем иметь:

$$Y^{(k)}_{-\mu+1,(\nu+1)}=Y^{(k)}_{-\mu,(\nu)}-\sum_{\lambda=1}^{n-k-1}\frac{(-h)^{\lambda}}{\lambda!}Y^{(k+\lambda)}_{-\mu+1,(\nu)}-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=0}^{r}\beta'_{\lambda,\mu}\nabla_{0}F_{(\nu)}, \tag{8}$$

где

$$\beta'_{\lambda,\mu}=\frac{(-1)^{\lambda}}{\lambda!\,(n-k-1)!}\int_{\mu-1}^{\mu}(\mu-t)^{n-k-1}t^{(\lambda)}\,dt,$$

[1] См. § 6.

$$R=\frac{(-h)^{n-k+r+1}}{(r+1)!\,(n-k-1)!}\int\limits_{\mu-1}^{\mu}(\mu-t)^{n-k-1}t^{(r+1)}y^{(n)}(a-\tau h)\,dt.$$

Здесь $t^{(\lambda)}=t(t-1)\cdots(t-\lambda+1)$.

Формулу (8) будем называть формулой с коэфициентами β'.

Если известно исходное приближение $y^{(k)}(x)$, то при помощи формулы (8) можно получить первое и т. д. приближения $Y^{(k)}$. Предполагаем, что исходные приближения и в этом случае вычислены с помощью формулы (7). Если $n=1$, $k=0$ и $r=3$, то (8) дает формулу Tollmien'a.

4. Формулы для продолжения таблицы

В формулу (4) вместо a подставим $a+ih$ и положим $\mu=0$. Отбросив остаточный член, получим формулу, которая применяется для продолжения начальной таблицы итерированием.

Действительно, предположим, что итерированием получено окончательное приближение $Y_{i-1}^{(k)}$, которое обозначим через $\widetilde{Y}_{i-1}^{(k)}$; тогда в i-той точке будем иметь:

$$Y_{i,(\nu+1)}^{(k)}=\sum_{\lambda=0}^{n-k-1}\frac{h^{\lambda}}{\lambda!}\widetilde{Y}_{i-1}^{(k+\lambda)}-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=0}^{r}\alpha'_{\lambda,0}\nabla_i^{\lambda}F_{(\nu)},\quad [i=1,2,\ldots]. \tag{9}$$

Пусть $i=1$ и предположим, что исходное приближение $Y_{1,(0)}^{(k)}$ вычислено при помощи формул с коэфициентами α или γ[1], а $\widetilde{Y}_0^{(k)}$ вычислено с помощью одной из формул для составления начальной таблицы. Если в (9) положим $\nu=0$, получим первое приближение $Y_{1,(1)}^{(k)}$. Вычислив далее $\nabla_1^{\lambda}F_{(1)}$ с помощью формулы (9), получим второе приближение и т. д. Как только два последовательных приближения совпадут в пределах требуемой точности, мы прекратим вычисления. Это дает $\widetilde{Y}_1^{(k)}$. После этого переходим к вычислению $Y_{2,(0)}^{(k)}$ с помощью формулы Ш. Е. Микеладзе. Легко убедиться, что $\widetilde{Y}_2^{(k)}$ найдется таким же способом, как $\widetilde{Y}_1^{(k)}$ и т. д.

Таким образом, мы рассмотрели вопрос продолжения начальной таблицы при помощи формул с коэфициентами α'.

Для продолжения итерированием начальной таблицы можно также применить формулу с коэфициентами β, которая переписывается так[2]:

$$Y_{i,(\nu+1)}^{(k)}=\widetilde{Y}_{i-1}^{(k)}-\sum_{\lambda=1}^{n-k}\frac{(-h)^{\lambda}}{\lambda!}Y_{i,(\nu)}^{(k+\lambda)}-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=1}^{r}\beta_{\lambda}\nabla_i^{\lambda}F_{(\nu)}. \tag{10}$$

Применение этой формулы аналогично применению формулы (9).

[1] См. [1], стр. 634.

[2] См. [1], стр. 631.

5. Формулы с коэфициентами γ'

В формулу (8) вместо μ подставим $\mu+1$. Полученную формулу сложим с формулой (6) и разделим на 2. Будем иметь:

$$Y^{(k)}_{-\mu,\,(\nu+1)}=Y^{(k)}_{-\mu-1,\,(\nu)}+\frac{1}{2}\sum_{\lambda=1}^{n-k-1}\frac{h^{\lambda}}{\lambda!}\left[Y^{(k+\lambda)}_{-\mu-1,\,(\nu)}-(-1)^{\lambda}\,Y^{(k+\lambda)}_{-\mu,\,(\nu)}\right]$$

$$-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=0}^{r}\gamma'_{\lambda,\,\mu}\nabla^{\lambda}_{0}F_{(\nu)}, \tag{11}$$

где

$$\gamma'_{\lambda,\,\mu}=\frac{\alpha'_{\lambda,\,\mu}+\beta'_{\lambda,\,\mu+1}}{2}.$$

Такова формула с коэфициентами γ' для составления начальной таблицы.

С помощью (9) и (10) можно получить формулу

$$Y^{(k)}_{i,\,(\nu+1)}=\widetilde{Y}^{(k)}_{i-1}+\frac{1}{2}\sum_{\lambda=1}^{n-k-1}\frac{h^{\lambda}}{\lambda!}\left[\widetilde{Y}^{(k+\lambda)}_{i-1}-(-1)^{\lambda}\,Y^{(k+\lambda)}_{i,\,(\nu)}\right]$$

$$-(-h)^{n-k}\sum_{\lambda=0}^{r}\gamma'_{\lambda}\nabla^{\lambda}_{i}F_{(\nu)} \tag{12}$$

для продолжения начальной таблицы.

Здесь

$$\gamma'_{\lambda}=\frac{\alpha'_{\mu,\,0}+\beta_{\lambda}}{2}.$$

При $n=1$, $k=0$ и $r=3$, формулы (11) и (12) дают формулы Tollmien'a.

Продолжение таблицы с помощью формулы (12) выполняется таким же способом, как и с помощью формулы (9). При вычислении $Y^{(k)}_{i}$ посредством (12) не требуется знания значений $Y^{(k)}$ в точке с отметкой $>i$. Упомянутое свойство и относительная малость коэфициентов формулы (12) придают этой формуле преимущество по сравнению с формулами, требующими итерации.

6. Существование окончательного приближения

Ниже будет выведено достаточное условие сходимости последовательных приближений.

Для простоты рассуждений рассмотрим уравнение $y''=f(x, y, y')$ и предположим $r=3$. Полученный при этом результат легко может быть

(1 См. [1], стр. 631.

обобщен для диференциального уравнения n-го порядка при любом значении r.

Пусть пользуемся формулой с коэфициентами γ'. В формулах (11) и (12) конечные разности заменим согласно известной зависимости:

$$\nabla_i^\lambda F_{(\nu)} = F_{i,(\nu)} - \binom{\lambda}{1} F_{i-1,(\nu)} + \cdots + (-1)^\lambda \binom{\lambda}{\lambda} F_{i-\lambda,(\nu)}. \tag{13}$$

Доказательство существования окончательного приближения для $Y^{(k)}_{i,(\nu+1)}$ сводится к доказательству сходимости процесса итерации для системы, полученной в результате преобразований (11) и (12) с помощью (13) и замены переменных, следуя соотношениям вида:

$$v_1 = \widetilde{Y}'_{-2} - Y'_{-3}, \quad v_2 = \widetilde{Y}'_{-1} - \widetilde{Y}'_{-2}, \quad v_3 = \widetilde{Y}'_0 - \widetilde{Y}'_{-1},$$

$$v_4 = \widetilde{Y}_{-2} - Y_{-3} - \frac{h}{2}(Y'_{-3} + \widetilde{Y}'_{-2}), \quad v_5 = \widetilde{Y}_{-1} - \widetilde{Y}_{-2} - \frac{h}{2}(\widetilde{Y}'_{-2} + \widetilde{Y}'_{-1}),$$

$$v_6 = \widetilde{Y}_0 - \widetilde{Y}_{-1} - \frac{h}{2}(\widetilde{Y}'_{-1} + \widetilde{Y}'_0).$$

После преобразования наша система запишется так:

$$v_j = \varphi_j(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6), \quad (j = 1, 2, \ldots, 6). \tag{14}$$

Условие сходимости процесса итерации для этой системы заключается в следующем:

$$\sum_{j=1}^{6} \left| \frac{\partial \varphi_j}{\partial v_l} \right| < 1, \qquad (l = 1, 2, \ldots, 6). \tag{15}$$

Вычисления показывают, что условие (15) в нашем случае принимает вид:

$$\frac{85}{24} hM + \frac{3352}{720} h^2 M + \frac{797}{1440} h^3 M < 1, \tag{16}$$

где M — наибольшее число из $\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{\max}$ и $\left|\frac{\partial f}{\partial y'}\right|_{\max}$ в промежутке (x_{-3}, x_0).

Аналогичные рассуждения показывают, что условие сходимости процесса для формулы (12) имеет вид:

$$\frac{9}{24} hM + \frac{194}{720} h^2 M + \frac{59}{1440} h^3 M < 1. \tag{17}$$

Здесь M обозначает наибольшее из $\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{\max}$ и $\left|\frac{\partial f}{\partial y'}\right|_{\max}$ в соответствующем промежутке.

Заметим, наконец, что хотя величина M, фигурирующая в неравенстве (16) или (17), нам неизвестна, однако во многих случаях практически возможно взять вместо M наибольшую из величин $\left|\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|$ и $\left|\dfrac{\partial f}{\partial y'}\right|$, которые могут быть вычислены из таблицы.

7. Пример

Рассмотрим уравнение[1]:

$$y'' = -y - 0{,}1\,ty - 0{,}1\,y'^2.$$

Пусть ищется интеграл этого уравнения, удовлетворяющий начальным условиям: при $t=0$, $y=1$ м, $y'=2$ м/сек.

Искомый интеграл провычислен для $0 \leqq t \leqq 1{,}1$ при помощи наших формул.

Для сравнения наших приближений с точными значениями искомого интеграла, нам пришлось разбить основной промежуток интегрирования на два: (0; 0,4) и (0,4; 1,1) и вывести для каждого из этих промежутков разложение y с помощью формулы Тейлора.

В интервале (0; 0,4) нами был удержан член, содержащий t^8, а в интервале (0,4; 1,1) — t^{13}.

Окончательные приближения, полученные после третьей итерации, приведены ниже:

t	i	По нашим формулам			По ряду		
		y	y'	y''	y	y'	y''
0.0	−3	1.000000	2.000000	−1.400000	1.000000	2.000000	−1.400000
0.1	−2	1.192748	1.852505	−1.547852	1.192748	1.852505	−1.547853
0.2	−1	1.370028	1.690842	−1.683324	1.370029	1.690842	−1.683324
0.3	0	1.530485	1.516257	−1.806304	1.530486	1.516257	−1.806304
0.4	1	1.672890	1.330002	−1.916696	1.672891	1.330002	−1.916697
0.5	2	1.796139	1.133341	−2.014392	1.796140	1.133341	−2.014392
0.6	3	1.899255	0.927551	−2.099246	1.899255	0.927552	−2.099245
0.7	4	1.981389	0.713926	−2.171055	1.981389	0.713927	−2.171055
0.8	5	2.041823	0.493784	−2.229551	2.041823	0.493784	−2.229552
0.9	6	2.079973	0.268472	−2.274378	2.079973	0.268472	−2.274378
1.0	7	2.095391	0.039380	−2.305085	2.095392	0.039379	−2.305085
1.1	8	2.087771	−0.192056	−2.321114	2.087771	−0.192056	−2.321114

Считаю своим приятным долгом выразить глубокую благодарность Ш. Е. Микеладзе за повседневное руководство и внимание, которое он оказывал мне во время выполнения этой работы.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 6.8.1941)

[1] См. [6], стр. 338.

თ. ცხადაია

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ამოხსნის შესახებ

რეზუმე

ამ შრომაში მოცემულია (1) განტოლების ამოხსნისათვის საწყისი ცხრილის შესადგენი ფორმულები (6), (8) და (11), რომელთა კერძო შემთხვევას წარმოადგენს Tollmien-ის [5] ფორმულა.

მოცემულია აღნიშნულ ფორმულებში შემავალ კოეფიციენტთა და ნაშთის გამოსახვები. გარდა ამისა, გამოყვანილია ცხრილის გასაგრძელებელი ფორმულები (9) და (12), რომლებიც გამოიყენებიან იტერირებით.

მოცემულია იტერირების პროცესის კრებადობის საკმარისი პირობები.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Ш. Е. Микеладзе. Об интегрировании диференциальных уравнений разностным методом. Изв. АН СССР, серия матем., № 5—6, 1939.
2. V. M. Falkner. A method of numerical solution of differential equations. Phil., Mag., vol. 21, No 141, 1936.
3. А. Н. Волохов. Разностные методы численного интегрирования обыкновенных диференциальных уравнений. Труды ЦАГИ, выпуск 314, 1937.
4. В. П. Ветчинкин. Методы приближенного и численного интегрирования обыкновенных диференциальных уравнений. Труды ЦАГИ, выпуск III, 1935.
5. W. Tollmien. Über die Fehlerabschätzung beim Adamsschen Verfahren zur Integrazion gewöhnlicher Differentialgleichungen. Zeitschr. für angew. Math. und Mech. B. 18, H. 1. 1938.
6. А. Н. Крылов. Лекции о приближенных вычислениях. Изд. АН СССР, 1933.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. К. РУХАДЗЕ

ИЗГИБ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛОЙ РАСТЯНУТОГО ПРИЗМАТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ

1. Во многих задачах техники часто приходится изучать взаимное влияние двух напряженных состояний.

Если оставаться в рамках линейной теории упругости, то, в силу принципа наложения отдельных решений, возможность такого взаимного влияния a priori исключается.

Так, например, при помощи линейной теории упругости не может быть замечено сокращение длины сильно закрученного стержня и др.

Используя метод нелинейной теории упругости, изложенный в работах Мернахана [1], Зволинского и Риза [2], можно изучить взаимодействие, вызванное различными нагрузками.

В одной из своих работ П. М. Риз [3] изучает действие, вызванное растягивающей силой на изгиб стержня парой.

В настоящей заметке мы изучаем влияние, которое оказывает наличие растягивающей силы на изгиб стержня поперечной силой.

2. Для решения задачи понадобятся некоторые формулы нелинейной теории упругости; мы их приводим здесь.

Зависимость между компонетами тензоров деформации и напряжения для окончательного состояния тела в декартовых координатах x, y, z имеет вид:

$$e_{xx}=\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right],$$

. . . .

$$e_{xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)-\frac{1}{2}\left[\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right], \tag{1}$$

. . . .

$$X_x=(\lambda+2\mu)\,e_{xx}+\lambda(e_{yy}+e_{zz})+\frac{3}{2}(\lambda+2\mu)\,e_{xx}^2+\frac{\lambda}{2}(e_{yy}^2+e_{zz}^2)$$
$$-(\lambda+2\mu)(e_{yy}+e_{zz})\,e_{xx}-2\lambda e_{yy}e_{zz}+(3\lambda+5\mu)(e_{xy}^2+e_{xz}^2)+3\lambda e_{yz}^2$$

. . . .

$$X_y=2\mu e_{xy}+(\lambda+3\mu)(e_{xx}+e_{yy})\,e_{xy}+(\lambda-2\mu)\,e_{zz}e_{xy}+5\mu e_{xz}e_{yz}, \tag{2}$$

. . . .

Формулы (1) впервые были указаны Файлоном, а формулы (2) — Мернаханом; постоянные, входящие в эти последние, определены по гипотезе Риза—Зволинского.

3. Пусть имеем цилиндрическое тело, закрепленное одним основанием. Поместим начало координат в центре инерции этого основания, ось $O\zeta$ направим параллельно образующим цилиндра, а оси $O\xi$ и $O\eta$ направим по главным осям инерции упомянутого основания. Будем полагать, что боковая поверхность цилиндра свободна от внешних усилий, а усилия, действующие на незакрепленное основание, статически эквивалентны совокупности растягивающей силы F, весьма большой величины, направленной по оси $O\zeta$ и изгибающей силы W, приложенной к центру инерции этого основания и направленной параллельно оси $O\xi$.

При указанных условиях вопрос сводится к следующей математической задаче:

Требуется найти компоненты напряжения $X_x, \ldots, Y_z$, удовлетворяющие в области, занятой телом, однородным уравнениям равновесия

$$\frac{\partial X_x}{\partial x}+\frac{\partial X_y}{\partial y}+\frac{\partial X_z}{\partial \zeta}=0, \tag{3}$$

. . . .

условиям совместимости и граничным условиям

$$X_x \cos \widehat{n, x}+X_y \cos \widehat{n, y}+X_z \cos \widehat{n, \zeta}=0, \tag{4}$$

. . . .

на боковой поверхности, где $\cos \widehat{n, x}$, $\cos \widehat{n, y}$ и $\cos \widehat{n, \zeta}$ — направляющие косинусы нормали деформированной поверхности.

Как известно, решение поставленной задачи в линейной теории упругости в смещениях имеет вид:

$$\begin{aligned} u&=-\alpha\sigma\xi-\tau\eta\zeta+\nu\left[\frac{1}{2}\sigma(l-\zeta)(\xi^2-\eta^2)+\frac{1}{2}l\zeta^2-\frac{1}{6}\zeta^3\right], \\ v&=-\alpha\sigma\eta+\tau\xi\zeta+\nu(l-\zeta)\,\sigma\xi\eta, \\ w&=\alpha\zeta+\tau\varphi(\xi, \eta)-\nu\left[\xi\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2\right)+\chi(\xi, \eta)+\xi\eta^2\right], \end{aligned} \tag{5}$$

где τ — крутка, $\alpha=\dfrac{F}{ES}$, $\nu=\dfrac{W}{IE}$, I — момент инерции сечения относительно оси, проходящей через центр инерции и параллельной оси $O\eta$, E — модуль Юнга.

Мы будем предполагать постоянные τ и ν малыми в классическом смысле, но относительно величины α этого предполагать не будем, а именно будем учитывать члены порядков α^2, $\alpha\tau$ и $\alpha\nu$.

Последнее предположение физически означает изгиб стержня поперечной силой, сопровождаемый сильным растяжением.

В соответствии с этим, решение поставленной нелинейной задачи будем искать в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
u &= -\alpha\sigma\zeta - \tau\eta\zeta + \nu\left[\frac{1}{2}\sigma(l-\zeta)(\xi^2-\eta^2) + \frac{1}{2}l\zeta^2 - \frac{1}{6}\zeta^3\right] + \alpha^2 u_1 + \alpha\tau u_2 + \alpha\nu u_3, \\
v &= -\alpha\sigma\eta + \tau\xi\zeta + \nu(l-\zeta)\,\sigma\xi\eta + \alpha^2 v_1 + \alpha\tau v_2 + \alpha\nu v_3, \qquad (6) \\
w &= \alpha\zeta + \tau\varphi(\xi,\eta) - \nu\left[\xi\left(l\zeta - \frac{1}{2}\zeta^2\right) + \chi(\xi,\eta) + \xi\eta^2\right] + \alpha^2 w_1 + \alpha\tau w_2 + \alpha\nu w_3,
\end{aligned}
$$

где u_1, n_2, u_3, …, w_3—искомые функции, выражающие вторичные эффекты деформации; мы будем их определять как функции от ξ, η и ζ.

Пользуясь формулами преобразования для производных:

$$
\frac{\partial}{\partial x} = \left(1 - \frac{\partial u}{\partial \xi}\right)\frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial v}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\partial w}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial \zeta}, \qquad (7)
$$

. . . .

на основании формул (2), будем иметь для компонентов деформации с указанной выше точностью

$$
\begin{aligned}
e_{xx} &= -\alpha\sigma + \nu\sigma(l-\zeta)\,\xi - \frac{3}{2}\alpha^2\sigma^2 + 3\alpha\nu\sigma^2(l-\zeta)\,\xi + \alpha^2\frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \alpha\tau\frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \sigma\nu\frac{\partial u_3}{\partial \xi}, \\
e_{yy} &= -\alpha\sigma + \nu\sigma(l-\zeta)\,\xi - \frac{3}{2}\alpha^2\sigma^2 + 3\alpha\nu\sigma^2(l-\zeta)\,\xi + \alpha^2\frac{\partial v_1}{\partial \eta} + \alpha\tau\frac{\partial v_2}{\partial \eta} + \alpha\nu\frac{\partial v_3}{\partial \eta}, \\
e_{zz} &= \alpha - \nu(l-\zeta)\,\xi - \frac{3}{2}\alpha^2 + 3\alpha\nu(l-\zeta)\,\xi + \alpha^2\frac{\partial w_2}{\partial \zeta} + \alpha\tau\frac{\partial w_2}{\partial \zeta} + \alpha\nu\frac{\partial w_3}{\partial \zeta}, \qquad (8) \\
e_{xy} &= \frac{1}{2}\alpha^2\left(\frac{\partial u_1}{\partial \eta} + \frac{\partial v_1}{\partial \xi}\right) + \frac{1}{2}\alpha\tau\left(\frac{\partial u_2}{\partial \eta} + \frac{\partial v_2}{\partial \xi}\right) + \frac{1}{2}\alpha\nu\left(\frac{\partial u_3}{\partial \eta} + \frac{\partial v_3}{\partial \xi}\right), \\
e_{xz} &= \frac{1}{2}\tau(\varphi'_\xi - \eta) - \frac{1}{2}\nu\left[\chi'_\xi + \frac{1}{2}\sigma(\xi^2-\eta^2) + \eta^2\right] + \frac{1}{2}\alpha\tau(\sigma-2)(\varphi'_\xi - \eta) \\
&\quad - \frac{1}{2}\alpha\nu(\sigma-2)\left[\chi'_\xi + \frac{1}{2}\sigma(\xi^2-\eta^2) + \eta^2\right] - \frac{1}{2}\alpha\tau(\sigma+1)\,\eta - \frac{1}{4}\alpha\nu\sigma(\sigma+1)(\xi^2-\eta^2)
\end{aligned}
$$

$$+\frac{1}{2}\alpha\nu(\sigma+1)\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2\right)+\frac{1}{2}\alpha^2\left(\frac{\partial u_1}{\partial\zeta}+\frac{\partial w_1}{\partial\xi}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\alpha\tau\left(\frac{\partial u_2}{\partial\zeta}+\frac{\partial w_2}{\partial\xi}\right)+\frac{1}{2}\alpha\nu\left(\frac{\partial u_3}{\partial\zeta}+\frac{\partial w_3}{\partial\xi}\right), \tag{8}$$

$$e_{yz}=\frac{1}{2}\tau(\varphi'_\eta+\xi)-\frac{1}{2}\nu[\chi'_\eta+(\sigma+2)\,\xi\eta]+\frac{1}{2}\alpha\tau(\sigma-2)(\varphi'_\eta+\xi)$$

$$-\frac{1}{2}\alpha\nu(\sigma-2)[\chi'_\eta+(\sigma+2)\,\xi\mu]+\frac{1}{2}\alpha\tau(\sigma+1)\,\xi-\frac{1}{2}\alpha\nu\sigma(\sigma+1)\,\xi\eta$$

$$+\frac{1}{2}\alpha^2\left(\frac{\partial v_1}{\partial\zeta}+\frac{\partial w_1}{\partial\eta}\right)+\frac{1}{2}\alpha\tau\left(\frac{\partial v_2}{\partial\zeta}+\frac{\partial w_2}{\partial\eta}\right)+\frac{1}{2}\alpha\nu\left(\frac{\partial v_3}{\partial\zeta}+\frac{\partial w_3}{\partial\eta}\right),$$

соответственно с этим по формулам (2) находим:

$$X_x=\alpha^2X'_x+\alpha\tau X''_x+\alpha\nu X'''_x,\quad Y_y=\alpha^2Y'_y+\alpha\tau Y''_y+\alpha\nu Y'''_y,\quad X_y=\alpha X'_y+\alpha\tau X''_y+\alpha\nu X'''_y,$$

$$X_z=\mu\tau(\varphi'_\xi-\eta)-\mu\nu\left[\chi'_\xi+\frac{1}{2}\sigma(\xi^2-\eta^2)+\eta^2\right]-\alpha\tau\frac{3\sigma-1}{2}\mu(\varphi'_\xi-\eta)$$

$$-\alpha\nu\frac{3\sigma-1}{2}\mu\left[\chi'_\xi+\frac{1}{2}\sigma(\xi^2-\eta^2)+\eta^2\right]-\alpha\tau\mu(\sigma+1)\,\eta-\frac{1}{2}\alpha\nu\sigma(\sigma+1)\,\mu(\xi^2-\eta^2)$$

$$+\alpha\nu\mu\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2\right)+\alpha X'_z+\alpha\tau X''_z+\alpha\nu X'''_z, \tag{9}$$

$$Y_z=\mu\tau(\varphi'_\eta+\xi)-\nu\mu[\chi'_\eta+(\sigma+2)\,\xi\eta]$$

$$+\alpha\tau\frac{3\sigma-1}{2}\mu(\varphi'_\eta+\xi)-\alpha\nu\frac{3\sigma-1}{2}\mu[\chi'_\eta+(\sigma+2)\,\xi\eta]+\alpha\tau\mu(\sigma+1)\,\xi$$

$$-\alpha\nu\mu\sigma(\sigma+1)\,\xi\eta+\alpha^2Y'_z+\alpha\tau Y''_z+\alpha\nu Y'''_z,$$

$$Z_z=E\alpha-\nu E(l-\zeta)\,\xi+4\mu(\sigma+1)\,\sigma\alpha^2-8\mu(\sigma+1)\,\sigma\alpha\nu(l-\zeta)\,\xi+\alpha^2Z'_z+\alpha\tau Z''_z+\alpha\nu Z'''_z.$$

Уравнения равновесия, на основе формул (7) и (9), принимают вид:

$$\alpha^2\left[\frac{\partial X'_x}{\partial\xi}+\frac{\partial X'_y}{\partial\eta}+\frac{\partial X'_z}{\partial\xi}\right]+\alpha\tau\left[\frac{\partial X''_x}{\partial\xi}+\frac{\partial X''_y}{\partial\eta}+\frac{\partial X''_z}{\partial\zeta}\right]$$

$$+\alpha\nu\left[\frac{\partial X'''_x}{\partial\xi}+\frac{\partial X'''_y}{\partial\eta}+\frac{\partial X'''_z}{\partial\zeta}+\mu(1+\sigma)(l-\zeta)\right]=0,$$

$$\alpha^2\left[\frac{\partial Y'_x}{\partial\xi}+\frac{\partial Y'_y}{\partial\eta}+\frac{\partial Y'_z}{\partial\zeta}\right]+\alpha\tau\left[\frac{\partial Y''_x}{\partial\xi}+\frac{\partial Y''_y}{\partial\eta}+\frac{\partial Y''_z}{\partial\zeta}\right]$$

$$
\begin{aligned}
&+\alpha\nu\left[\frac{\partial Y_x'''}{\partial\xi}+\frac{\partial Y_y'''}{\partial\eta}+\frac{\partial Y_z'''}{\partial\zeta}\right]=0,\\
&\alpha^2\left[\frac{\partial Z_x'}{\partial\xi}+\frac{\partial Z_y'}{\partial\eta}+\frac{\partial Z_z'}{\partial\zeta}\right]+\alpha\tau\left[\frac{\partial Z_x''}{\partial\xi}+\frac{\partial Z_y''}{\partial\eta}+\frac{\partial Z_z''}{\partial\zeta}\right]\\
&+\alpha\nu\left[\frac{\partial Z_x'''}{\partial\xi}+\frac{\partial Z_y'''}{\partial\eta}+\frac{\partial Z_z'''}{\partial\zeta}+(\sigma^2-1)\,\xi\right]=0.
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Граничные условия (4), если учесть формулы

$$
\begin{aligned}
&\cos\widehat{n,x}=K\{\cos\alpha+[\alpha\sigma-\nu\sigma(l-\zeta)\,\xi]\cos\alpha-[\tau\zeta+\nu\sigma(l-\zeta)\,\eta]\cos\beta\},\\
&\cos\widehat{n,y}=K\{\cos\beta+[\alpha\sigma-\nu\sigma(l-\zeta)\,\xi]\cos\beta+[\tau\zeta+\nu\sigma(l-\zeta)\,\eta]\cos\alpha\},\\
&\cos\widehat{n,z}=K\left\{\tau\eta\cos\alpha+\nu\left[\frac{1}{2}\sigma(\xi^2-\eta^2)-\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2\right)\right]\cos\alpha-[\tau\xi-\nu\sigma\xi\eta]\cos\beta\right\},
\end{aligned}
\tag{11}
$$

выражающие с принятой точностью направляющие косинусы нормали к деформированной поверхности через направляющие косинусы нормали к недеформированной поверхности, принимают вид:

$$
\begin{aligned}
&\alpha^2[X_x'\cos\alpha+X_y'\cos\beta]+\alpha\tau[X_x''\cos\alpha+X_y''\cos\beta]+\alpha\nu[X_x'''\cos\alpha+X_y'''\cos\beta]=0,\\
&\alpha^2[Y_x'\cos\alpha+Y_y'\cos\beta]+\alpha\tau[Y_x''\cos\alpha+Y_y''\cos\beta]+\alpha\nu[Y_x'''\cos\alpha+Y_y'''\cos\beta]=0,\\
&\alpha^2[Z_x'\cos\alpha+Z_y'\cos\beta]+\alpha\tau[Z_x''\cos\alpha+Z_y''\cos\beta]+\alpha\nu[Z_x'''\cos\alpha+Z_y'''\cos\beta]\\
&+\alpha\tau\mu(\sigma+1)(\eta\cos\alpha-\xi\cos\beta)+\frac{1}{2}\alpha\nu\mu\sigma(\sigma+1)(\xi^2-\eta^2)\cos\alpha\\
&-\alpha\nu\mu(1+\sigma)\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2\right)\cos\alpha+\alpha\nu\mu\sigma(\sigma+1)\,\xi\eta\cos\beta=0.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

К этим условиям следует также присоединить условия совместимости, которые в нашем случае имеют вид:

$$
\begin{aligned}
&\alpha^2\left[\Delta X_x'+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'}{\partial\xi^2}\right]+\alpha\tau\left[\Delta X_x''+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T''}{\partial\xi^2}\right]\\
&+\alpha\tau\left[\Delta X_x'''+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'''}{\partial\xi^2}\right]+0,\\
&\alpha^2\left[\Delta Y_y'+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'}{\partial\eta^2}\right]+\alpha\tau\left[\Delta Y_y''+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T''}{\partial\eta^2}\right]\\
&+\alpha\nu\left[\Delta Y_y'''+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'''}{\partial\eta^2}\right]=0,
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
&\alpha^2\left[\Delta Z'_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'}{\partial\zeta^2}\right]+\alpha\tau\left[\Delta Z''_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T''}{\partial\zeta^2}\right]\\
&+\alpha\nu\left[\Delta Z'''_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'''}{\partial\zeta^2}\right]=0,\\
&\alpha^2\left[\Delta X'_y+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'}{\partial\xi\partial\eta}\right]+\alpha\tau\left[\Delta X''_y+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T''}{\partial\xi\partial\eta}\right]\\
&+\alpha\nu\left[\Delta X'''_y+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'''}{\partial\xi\partial\eta}\right]=0,\\
&\alpha^2\left[\Delta X'_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'}{\partial\xi\partial\zeta}\right]+\alpha\tau\left[\Delta X''_z+\frac{\partial^2 T''}{\partial\xi\partial\zeta}\right]\\
&+\alpha\nu\left[\Delta X'''_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'''}{\partial\xi\partial\eta}+\mu(\sigma-2)(\sigma+1)\right]=0,\\
&\alpha^2\left[\Delta Y'_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'}{\partial\eta\partial\zeta}\right]+\alpha\tau\left[\Delta Y''_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T''}{\partial\eta\partial\zeta}\right]\\
&+\alpha\nu\left[\Delta Y'''_z+\frac{1}{1+\sigma}\frac{\partial^2 T'''}{\partial\eta\partial\zeta}\right]=0.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Зададимся следующими напряжениями:

$$
\begin{aligned}
&X_x=\alpha\nu 2\lambda(1+\sigma)(l-\zeta)\,\xi+\alpha\nu\tau_{11},\quad X_y=-\alpha\nu 2(\lambda+\mu)(1+\sigma)(l-\zeta)\,\eta+\alpha\nu\tau_{12},\\
&Y_y=\alpha\nu 2\lambda(1+\sigma)(l-\zeta)\,\xi+\alpha\nu\tau_{22},\\
&Z_z=\alpha\nu 2(\lambda+2\mu)(1+\sigma)(l-\zeta)\,\xi+\alpha\nu\mu(1+\sigma)^2(l-\zeta)\,\xi+\alpha\nu\tau_{33},\\
&X_z=-\alpha\tau\mu(1+\sigma)\,\varphi'_\xi+\alpha\nu(1+\sigma)\left[\mu\chi'_\xi+(\lambda+2\mu)(\eta^2+\xi^2)-\frac{1}{2}\,\mu\sigma\eta^2\right]\\
&+\alpha\nu\mu(1+\sigma)\left(l\zeta-\frac{1}{2}\zeta^2\right)+\alpha\nu\tau_{13},\\
&Y_z=-\alpha\tau\mu(1+\sigma)\,\varphi'_\eta+\alpha\nu(1+\sigma)[\mu\chi'_\eta+2\mu\xi\eta]+\alpha\nu\tau_{23}\\
&(T=\alpha\nu 2(1+\sigma)(3\lambda+2\mu)(l-\zeta)\,\xi+\alpha\nu\mu(1+\sigma)^2(l-\zeta)\,\xi+\alpha\nu T^{(1)}).
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Легко можно проверить, что система напряжений $\tau_{11}, \tau_{22}, \ldots, \tau_{33}$ будет удовлетворять однородным уравнениям равновесия, однородным уравнениям совместимости и следующим граничным условиям:

$$
\begin{aligned}
&\tau_{11}\cos\alpha+\tau_{12}\cos\beta+(l-\zeta)\,X_n=0,\\
&\tau_{21}\cos\alpha+\tau_{22}\cos\beta+(l-\zeta)\,Y_n=0,\\
&\tau_{31}\cos\alpha+\tau_{32}\cos\beta+Z_n=0,
\end{aligned}
\tag{15}
$$

где

$$X_n = 2(1+\sigma)[\lambda\xi\cos\alpha - (\lambda+\mu)\,\eta\cos\beta],$$

$$Y_n = 2(1+\sigma)[\lambda\xi\cos\beta - (\lambda+\mu)\,\eta\cos\alpha]. \tag{16}$$

Определение функции $\tau_{11}, \ldots, \tau_{23}$ можно провести по методу, указанному E. Almansi [4], или аналогично тому, как это мною было сделано в работе [5].

Напряжения $X_x, \ldots, Y_z$ на торцевой поверхности $\zeta = l$, вообще говоря, не будут удовлетворять требуемым условиям. Поэтому, чтобы удовлетворить и этим условиям, следует к полученному решению добавить решение некоторой задачи Сен-Венана, нейтрализующее лишние напряжения на указанной торцевой поверхности.

4. В качестве примера рассмотрим случай, когда поперечное сечение S цилиндра—круг радиуса R. В этом случае, как легко проверить, будем иметь:

$$\tau_{11} = \left[\frac{2\sigma+5}{6}\mu - 2(1+\sigma)\,\lambda\right]\xi(l-\zeta) - \frac{1}{R^2}\mu\left(\frac{2\sigma+5}{6}\xi^3 - \frac{2\sigma-1}{2}\eta^2\xi\right)(l-\zeta),$$

$$\tau_{32} = \left[\frac{2\sigma-1}{2}\mu - 2(1+\sigma)\,\lambda\right]\xi(l-\zeta) - \frac{1}{R^2}\mu\left(\frac{2\sigma-1}{6}\xi^3 - \frac{2\sigma+1}{2}\eta^2\xi\right)(l-\zeta),$$

$$\tau_{33} = -(1+\sigma)\left[\frac{2}{3}(4\sigma+9)\,\mu + 4\lambda\sigma\right]\xi\,(l-\zeta) + \frac{1}{R^2}\mu(\sigma+2)(\xi^3+\xi\eta^2)(l-\zeta)$$

$$-\frac{1}{R^2}\frac{4}{3}(\sigma+1)\,\mu\xi(l-\zeta)^3,$$

$$\tau_{12} = \left[\frac{10\sigma+13}{6}\mu + 2(1+\sigma)\,\lambda\right]\eta(l-\zeta) - \frac{1}{R^2}\mu\left(\frac{2\sigma+1}{2}\xi^2\eta - \frac{2\sigma-1}{6}\eta^2\right)(l-\zeta),$$

$$\tau_{13} = \frac{1}{R^2}\mu\left[\frac{2\sigma+3}{2}(R^2-\xi^2) + \frac{2\sigma-1}{2}\eta^2\right](l-\zeta)^2 \tag{17}$$

$$+\frac{1}{R^2}\mu\left(\frac{2\sigma+5}{12}\xi^4 + \frac{1}{2}\xi^2\eta^2 - \frac{2\sigma-1}{12}\eta^4\right) - \left[(1+\sigma)\,\lambda + \frac{5\mu\sigma^2+5\mu\sigma+27\mu}{24}\right]\eta^2$$

$$+\frac{5\mu\sigma^2-27\mu\sigma-65\mu-36\lambda}{24}\xi^2 - R^2\frac{5\mu\sigma^2+\mu\sigma-7\mu}{24},$$

$$\tau_{23} = -\frac{1}{R^2}\mu(2\sigma+1)\,\xi\eta(l-\zeta)^2 + \frac{11\mu\sigma^2-5\mu\sigma-7\mu}{12}\xi\eta + \frac{1}{R^2}\mu\frac{(\sigma+1)}{3}(\xi^3\eta+\xi\eta^3).$$

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 21.8.1941)

ა. რუხაძე

გაჭიმული ძელის განივი ძალით ღუნვა

რეზუმე

დრეკადობის წრფივ თეორიაში წინასწარ გამორიცხულია ძელზე ცალკეული დეფორმაციების ურთიერთმოქმედება; ამიტომაა, რომ დრეკადობის წრფივ თეორიაში შეუმჩნეველი რჩება ისეთი ფაქტი, როგორიცაა ძელის საკმაოდ დაგრეხის შედეგად მისი სიგრძის დამოკლება და სხვა. თუ ვისარგებლებთ დრეკადობის არა წრფივი თეორიის მეთოდებით, რომელიც მოცემულია მერნახანის, რიზის და ზვოლინსკის შრომებში [1, 2, 3], შესაძლებელი ხდება შესწავლილი იქნას ძელის სხვადასხვა სახის დეფორმაციის ურთიერთმოქმედება. წინამდებარე შრომაში მოცემულია ის ურთიერთმოქმედება, რომელსაც იწვევს საკმაოდ დიდი ძალით დაჭიმული ძელის განივი ძალით ღუნვა.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. F. Murnaghan. Finite defotmations of elastic solid. Amer. Journ. of Math. LIX, No 2, 1937.
2. Н. В. Зволинский и П. М. Риз. О законе Гука для конечных смещений. Известия АН СССР. Отделение технических наук, № 8—9, 1938.
3. П. М. Риз. Изгиб растянутого призматического стержня. Прикладная математика и механика, т. III, вып. 3, 1939.
4. E. Almansi. Sopra la deformazione dei cilindri sollecitati lateralmente. Rend. Ac. Lincei s. 5, t. X, 1901.
5. А. К. Рухадзе. Задача изгиба тел, близких к призматическим; печатается в журнале «Прикладная математика и механика», т. 5, вып. 5, 1941.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ФИЗИКА

В. И. МАМАСАХЛИСОВ

ВНУТРЕННЯЯ КОНВЕРСИЯ НА L-ОБОЛОЧКЕ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ МАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ ЯДРА

Известно, что в отдельных случаях ядро может находиться в возбужденном состоянии, отличающемся от нормального на несколько единиц в угловом моменте lh[1], чем и объясняется, согласно Вайдзекеру [1], наличие метастабильных состояний ядра с большой продолжительностью жизни. В рассматриваемом случае переход ядра в нормальное состояние с испусканием γ-кванта сильно запрещен. Однако, может иметь место явление внутренней конверсии, т. е. ядро может избыток энергии передать какому-либо орбитальному электрону, вследствие чего из атома будет выброшен электрон с энергией $h\omega - J$, где J—энергия ионизации электрона. Уленбек и Хеб [2] вычислили коэфициент внутренней конверсии, рассматривая ядро как электрический мультиполь. Согласно их данным, вероятность перехода ядра из метастабильного состояния в основное путем внутренней конверсий сильно возрастает с уменьшением энергии кванта и увеличением порядка мультиполя. Моррисон и Данков [3] обобщили результат Уленбека и Веба, вычислив коэфициент внутренней конверсии на K-оболочке для любого порядка мультиполя (Уленбек и Хеб ограничились рассмотрением первых пяти мультиполей). Как указывают Моррисон и Данков [3], явление внутренней конверсии может произойти также в результате взаимодействия электронов с магнитным излучением ядра, рассматриваемого как магнитный мультиполь порядка l. Они дали релятивистский подсчет коэфициента внутренней конверсии и для этого случая, ограничившись, однако, рассмотрением электронов K-оболочки.

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы вычислить коэфициент внутренней конверсии на L-оболочке, рассматривая ядро как магнитный мультиполь.

Мы ограничиваемся случаем малых возбуждений ядер и средних или малых атомных номеров, вследствие чего мы можем рассмотреть задачу в нерелятивистском приближении.

[1] h—постоянная Планка, деленная на 2π.

В этом случае, если пренебречь квадратом векторного потенциала, энергия взаимодействия электрона с излучением, как известно, имеет вид

$$H=-\frac{e}{2\mu c}(\vec{p}\vec{A}+\vec{A}\vec{p})+e\varphi,$$

где $\vec{A}$ и φ—потенциалы; $\vec{p}=-ih\nabla$, e—заряд электрона, μ—масса электрона, c—скорость света. Если потенциалы подчинить условию

$$\operatorname{div}\vec{A}=\varphi=0,$$

то матричный элемент перехода электрона из начального состояния в свободное будет равен

$$H_{21}=\frac{ieh}{\mu c}\int\bar{\psi}_2\vec{A}\nabla\psi_1\,d\tau,$$

где ψ_1 и ψ_2—волновые функции электрона в начальном и конечном состояниях. Следует отметить, что написанное выше условие для потенциалов при рассмотрении электрического мультиполя, как показали Моррисон и Данков [3], приводит к особенности в начале координат, вследствие чего это условие заменяется другой калибровкой потенциалов. В случае магнитного мультиполя подобной трудности не имеется. Составляющие векторного потенциала магнитного 2^l поля, согласно Гаитлеру [4], равны

$$A_x=\frac{1}{2}M(B_l^{m+1}Y_l^{m+1}+C_l^{m-1}Y_l^{m-1});\; A_y=\frac{1}{2i}M(B_l^{m+1}Y_l^{m+1}-C_l^{m-1}Y_l^{m-1});\; A_z=M\cdot b_l^mY_l^m;$$

$$A_r=\frac{1}{2}MB_l^{m+1}Y_l^{m+1}\cdot e^{-i\varphi}\sin\theta+\frac{1}{2}MC_l^{m-1}Y_l^{m-1}e^{i\varphi}\sin\theta+Mb_l^mY_l^m\cos\theta,$$

где

$$M=e^{-i\omega t}\cdot f_l(kr)\frac{m}{[l(l+1)]^{1/2}},$$

$$B_l^{m+1}=-\frac{1}{m}[(l-m)(l+m+1)]^{1/2}b_l^m,$$

$$C_l^{m-1}=-\frac{1}{m}[(l+m)(l-m+1)]^{1/2}b_l^m,$$

причем b_l^m—определяет момент мультиполя, $f_l(k)=\frac{H_{l+\frac{1}{3}}(kr)}{(kr)^{1/2}}$, где $H_{l+\frac{1}{2}}(kr)$—функция Ханкеля первого рода, $k=\frac{\omega}{c}$. Так как излучение магнитного мультиполя, при рассмотрении задачи в нерелятивистском приближении и при пренебрежении спином электрона, не взаимодействует с электронами, то внутренняя конверсия может произойти лишь на p-электронах L-оболочки (оболочки M, N и т. д. мы не рассматриваем). Рассмотрим сперва электрон с нулевым магнитным квантовым числом. Нормированная волновая функция, как известно, имеет вид

$$\psi_1 = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left(\frac{Z}{a}\right)^{5/2} \cdot e^{-\frac{Z}{2a} r} \cdot z,$$

где $a = \frac{h^2}{\mu e^2}$ и Z — эффективный заряд ядра, который в случае L-оболочки равен $Z = Z' - 4$, причем Z' — атомный номер рассматриваемого ядра.

Волновая функция непрерывного спектра, нормированная в шкале энергии так, чтобы в единицу времени через единицу поверхности на большом расстоянии проходил один электрон, равна

$$\overline{\psi}_2 = C_{l'} r^{l'} \cdot e^{-ipr} F(l' + 1 + in,\ 2l' + 2,\ 2ipr) \cdot Y_{l'}^{-m'},$$

где

$$C_{l'} = \left(\frac{\mu\pi p}{h}\right)^{1/2} \frac{[\Gamma(l' + 1 + in)\,\Gamma(l' + 1 - in)]^{1/2}}{\Gamma(l' + 1)\,\Gamma(l' + \frac{3}{2})} \cdot e^{\frac{\pi n}{2}} \cdot \left(\frac{p}{2}\right)^{l'},$$

$p = \frac{\sqrt{2\mu E}}{h}$, $n = \frac{Z}{ap}$, l' и m' — квантовые числа электрона в свободном состоянии, причем E — энергия электрона, вырванного из L-слоя, равна

$$E = h\omega - \frac{Z^2 e^2}{8a}.$$

Воспользовавшись приведенными выражениями для составляющих векторного потенциала и для волновых функций, получим

$$\int \overline{\psi}_2 \vec{A} \nabla \psi_1 \, d\tau = -B_1 \frac{Z}{4a} C_{l'} \int \varphi(r)\, r^2\, dr \Big[B_l^{m+1} \int Y_l^{m+1} Y_{l'}^{-m'} e^{-i\varphi} \cos\theta \sin^2\theta \, d\theta \, d\varphi$$

$$+ C_l^{m-1} \int Y_l^{m-1} Y_{l'}^{-m'} e^{i\varphi} \sin^2\theta \cos\theta \, d\theta \, d\varphi + 2b_l^m \int Y_l^m Y_{l'}^{-m} \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \Big]$$

$$+ B_1 C_{l'} b_l^m \int \varphi_1(r)\, r^2\, dr \int Y_l^m Y_{l'}^{-m'} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi,$$

где

$$\varphi(r) = M e^{-\frac{Z}{2a} r} r^{l'+1} \cdot e^{-ipr} F(l' + 1 + in,\ 2l' + 2,\ 2ipr),$$

$$\varphi_1(r) = \frac{1}{r} \varphi(r); \quad B_1 = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a}\right)^{5/2}.$$

Если воспользоваться известными формулами, связывающими полиномы Лежандра с различными индексами, а именно:

$$\sin\theta P_l^m(\cos\theta) = AP_{l+1}^{m+1} + BP_{l-1}^{m+1} = A'P_{l+1}^{m-1} + B'P_{l-1}^{m-1},$$

$$\cos\theta P_l^m(\cos\theta) = A''P_{l+1}^m + B''P_{l-1}^m,$$

(значения коэфициентов A, $B \dots B''$ мы не приводим, так как они в дальнейшем не понадобятся), то легко видеть, что интегралы, находящиеся в квадратных скобках в выражении матричного элемента, отличны от нуля в случае $m' = m$ и $l' = l$ или $l' = l \pm 2$. Если, однако, учесть значения коэфициентов B_l^{m+1} и C_l^{m-1}, то все выражение, заключенное в квадратные скобки, при $m' = m$ и $l' = l$ или $l' = l \pm 2$ обращается в нуль.

Поэтому мы можем написать

$$\int \overset{*}{\psi}_2 \vec{A} \nabla \psi_1 \, d\tau = B_1 C_{l'} b_l^m \int \varphi_1(r)\, r^2\, dr \int Y_l^m Y_{l'}^{-m'} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi.$$

Полученное выражение отлично от нуля лишь в лучае $m' = m$ и $l' = l$. Таким образом, в рассматриваемом случае разрешенными являются лишь переходы типа $1 \longrightarrow l$ и $0 \longrightarrow m$. Для матричного элемента рассматриваемого перехода имеем [1]

$$H_{1,\,l}^{0,\,m} = \frac{ehi}{\mu c} B_1 C_l b_l^m \int \varphi_1(r)\, r^2\, dr$$

или, подставив значение $\varphi_1(r)$,

$$H_{1,\,l}^{0,\,m} = \frac{ehi}{\mu c} B_1 C_l b_l^m \frac{m}{[l(l+1)]^{1/2}} e^{-i\omega t} \int e^{-\alpha r} r^l F(l+1+in,\, 2l+2,\, 2ipr)\, f_l(kr)\, r^2\, dr,$$

где

$$\alpha = \frac{Z}{2a} + i\frac{Z}{an}.$$

Предположим, что длина волны очень велика по сравнению с размерами атомной системы, т. е. предположим $kr \ll 1$. В этом случае мы можем в интеграле ограничиться первым членом разложения $f_l(kr)$. Имеем

$$f_l(kr) = \frac{H_{l+\frac{1}{2}}(kr)}{(kr)^{1/2}} = f \cdot r^{-l-1}, \text{ где } f = (-i)\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} (2l-1)!! \cdot k^{-l-1}.$$

Поэтому для квадрата матричного элемента перехода можем написать

$$|H_{1,\,e}^{0,\,m}|^2 = \frac{(b_e^m)^2}{32\pi}\left(\frac{Z}{a}\right)^5 \frac{e^2h^2}{\mu^2c^2} C_l^2 \frac{m^2}{l(l+1)} |f|^2 \cdot |J_1|^2,$$

где

$$J_1 = \int_0^\infty e^{-\alpha r} F(l+1+in,\, 2l+2,\, 2ipr)\, r\, dr.$$

---

[1] Здесь нормировка шаровых функций такова, что

$$\int Y_l^m Y_l^{-m} \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = 1.$$

Просуммировав по всем значениям m от $-l$ до $+l$, получим

$$\frac{1}{(b_l^m)^2}\sum_{-l}^{+l}|H_{1,\,l}^{0,\,m}|^2=\frac{1}{64\pi}\left(\frac{Z}{a}\right)^5\frac{e^2h^2}{\mu^2c^2}\,C_l^2 l(l+1)|f|^2|J_1|^2.$$

Рассмотрим теперь электроны с магнитным квантовым числом, равным ± 1. Для волновых функций начального состояния имеем

$$\psi_1=\frac{1}{8\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a}\right)^{5/2}e^{-\frac{Z}{2a}r}\,(x\pm iy).$$

Легко показать, что в этом случае матричный элемент перехода отличен от нуля в случае $l'=l$ и $m'=m\pm 1$, иными словами, разрешенными являются переходы типа $1\rightarrow l$ и $\pm 1\rightarrow m\pm 1$. В результате выкладок для суммы квадратов матричных элементов, относящихся к переходам $1\rightarrow l$, $1\rightarrow m+1$ и $1\rightarrow l$, $-1\rightarrow m-1$, получим, после просуммирования по всем возможным значениям m от $-l$ до $+l$,

$$\frac{1}{(b_l^m)^2}\left(\sum_{-l}^{+l}|H_{1,\,l}^{1,\,m+1}|+\sum_{-l}^{+l}|H_{1,\,l}^{-1,\,m-1}|^2\right)=\frac{1}{64\pi}\left(\frac{Z}{a}\right)^5\frac{e^2h^2}{\mu^2c^2}\,C_l^2[2(2l+1)$$

$$-l(l+1)]|f|^2|J_1|^2.$$

Следовательно, для суммы квадратов матричных элементов, относящихся ко всем возможным переходам, получим

$$|H|^2=\frac{(b_l^m)^2}{32\pi}\left(\frac{Z}{a}\right)^5\frac{e^2h^2}{\mu^2c^2}\,C_l^2(2l+1)|f|^2\cdot|J_1|^2,$$

Число электронов, вырванных из L-слоя в одну секунду, при нашем способе нормировки волновых функций, равно

$$N_e=\frac{2}{h^2}|H|^2=\frac{(b_l^m)^2}{16\pi}\left(\frac{Z}{a}\right)^5\frac{e^2}{\mu^2c^2}\,C_l^2(2l+1)|f|^2|J_1|^2.$$

(Мы удвоили правую часть, чтобы учесть оба электрона с противоположными спинами). Разделим это выражение на число квантов, покидающих лишенное орбитальных электронов ядро, определяемое по формуле

$$N_q=\frac{(b_l^m)^2}{\pi^2hk},\ \left(k=\frac{\omega}{c}\right).$$

Получим

$$\frac{N_e}{N_q}=\frac{\pi}{16}\left(\frac{Z}{a}\right)^5\frac{e^2}{\mu^2c^3}\,h\omega\,C_l^2(2l+1)|f|^2|J_1|^2.$$

Подставив значение C_l^2 и воспользовавшись при этом известными формулами

$$\Gamma(l+1+in)\,\Gamma(l+1-n)=\frac{\pi n}{\sinh\pi n}\prod_{s=1}^{l}(s^2+n^2)$$

и

$$\left[\Gamma(l+1)\Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)\right]^2=\frac{[(2l+1)!]^2}{4^{2l+1}}\pi,$$

получим

$$\frac{N_e}{N_q}=\frac{\pi}{16}\left(\frac{Z}{a}\right)^5\frac{e^2\omega}{\mu c^3}e^{\pi n}\frac{p^{2l+1}}{2^{2l}}\frac{\pi n}{\sinh\pi n}\prod_{s=1}^{l}(s^2+n^2)\frac{4^{2l+1}(2l+1)}{[(2l+1)!]^2}\cdot|f|^2|J_1|^2.$$

Мы имели

$$J_1=\int_0^\infty e^{-\sigma r}F(l+1+in,\ 2l+2,\ 2ipr)\,r\,dr.$$

Этот интеграл вычислен у Завелевича [5] $\Bigg($ только вместо α и β, введенных Завелевичем, нужно взять $\frac{Z}{a}\alpha$ и $\frac{Z}{a}\beta$ $\Bigg)$. Интеграл J_1 равен

$$J_1=\left(\frac{a}{Z}\right)^2\frac{(2l+1)!\,q(1+q)}{2\cdot4^{l-1}\prod\limits_{s=1}^{l}(s^2+4q)}\{(l+2)(1+q)^{l-2}\cdot e^{-4\sqrt{q}\operatorname{arctg}\sqrt{q}}+N_l\},$$

причем для N_l имеется следующая рекуррентная формула:

$$N_{l+1}=N_l(1+q)\frac{l+3}{l+2}-\frac{(l-1)(2l+2)}{l+2}S_l;\quad N_1=\frac{1}{1+q}\ ;\quad N_2=\frac{4}{3},$$

где

$$S_l=\frac{4^l\Pi(s^2+4q)}{(l+1)(2l+1)!\,(1+q)}\ ;\ q=\frac{n^2}{4}.$$

Подставив значения J_1 и f в формулу для отношения $\frac{N_e}{N_q}$, получим, после элементарных преобразований,

$$\beta=\frac{N_e}{N_q}=4\pi\gamma^2\alpha\frac{1}{W}\left(\frac{P'}{W}\right)^{2l}\frac{1}{1-e^{-2\pi n'}}\frac{(2e+1)}{2^{2l}}[(2l-1)!!]^2\frac{q^2(1+q)^2}{\Pi(s^2+n'^2)}A^2,$$

где

$$A=(l+2)(1+q)^{l-2}\cdot e^{-4\sqrt{q}\operatorname{arctg}\sqrt{q}}+N_l,$$

W—энергия γ-кванта в единицах μc^2, p'—импульс вырванного из L-слоя электрона в единицах μc, $\alpha=\frac{e^2}{hc}=\frac{1}{137}$ и $\gamma=Z\alpha=\frac{Z}{137}$, причем

$$p'=\sqrt{2W-\frac{1}{4}\gamma^2},\ n'=\frac{\gamma}{p'},\ q=\frac{n'^2}{4}.$$

Зная $\beta = \frac{N_e}{N_q}$, легко вычислить коэфициент внутренней конверсии α_e^L. А именно

$$\alpha_e^L = \frac{Ne}{Ne + N_q} = \frac{\beta}{1 + \beta}.$$

В нижеследующей таблице приведены значения β для различных энергии γ-кванта и порядка мультиполя, причем положено $\gamma = 0{,}2$

W	$\beta = \frac{N_e}{N_q}$; $\gamma = 0{,}2$		
	$l=1$	$l=2$	$l=3$
0,01	6,8	2300	$4 \cdot 10^5$
0,02	1,9	310	$3{,}9 \cdot 10^4$
0,03	0,5	50	$4{,}4 \cdot 10^3$
0,05	0,11	7,5	435
0,1	0,01	0,38	11
0,2	$1 \cdot 10^{-3}$	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	0,24
0,3	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-2}$

Эта таблица показывает, что коэфициент внутренней конверсии сильно растет с уменьшением энергии γ-кванта и возрастанием порядка мультиполя. Как показали Уленбек и Хеб [2], аналогичная зависимость коэфициента внутренней конверсии от энергии γ-кванта и порядка мультиполя имеется и при рассмотрении электрического излучения ядра. Эксперименты Русинова и Юзефовича [6] показывают, что в случае ядра брома коэфициент внутренней конверсии близок к единице, причем энергия γ-кванта порядка 50 KeV, что в единицах μc^2 равно 0,1. Наша таблица показывает, что в этом случае изменение углового момента ядра $\Delta l \geqq 3$. При малых энергиях γ-кванта (порядка 0,02 и меньше) коэфициент внутренней конверсии должен быть близок к единице независимо от порядка мультиполя, если, конечно, считать, что внутренняя конверсия обусловлена магнитным излучением ядра.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт физики и геофизики
Тбилиси

(Поступило в редакцию 19.7.1941)

ვ. მამასახლისოვი

შინაგანი კონვერსია L-გარსზე, გამოწვეული ბირთვის მაგნიტური გამოსხივებით

რეზუმე

შრომაში გამოთვლილია შინაგანი კონვერსიის კოეფიციენტი L-გარსზე იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ატომბირთვი განიხილება როგორც მაგნიტური მულტიპოლი. თუ არ გავითვალისწინებთ ფარდობითობის თეორიის მოთხოვნილებებს და უკუვაგდებთ ელექტრონის სპინს, შინაგანი კონვერსიის კოეფიციენტისათვის მივიღებთ

$$\frac{N_e}{N_q}=4\pi\gamma^2\alpha\frac{1}{W}\left(\frac{P'}{W}\right)^{2l}\frac{1}{1-e^{-2\pi n'}}\frac{(2l+1)}{2^{2l}}[(2l-1)!!]^2\frac{q^2(1+q)^2}{\prod\limits_{s=1}^{l}(s^2+n'^2)}A^2,$$

სადაც

$$A=(l+2)(1+q)^{l-2}e^{-4\sqrt{q}\operatorname{arctg}\sqrt{q}}+N_l.$$

N_l სიდიდისათვის არსებობს შემდეგი რეკურენტული ფორმულა

$$N_{l+1}=N_l(1+q)\frac{l+3}{l+2}-\frac{(l-1)(2l+3)}{l+2}S_l;\; N_1=\frac{1}{1+q};\; N_2=\frac{4}{3},$$

სადაც

$$S_l=\frac{4^l\prod\limits_{s=1}^{l}(s^2+4q)}{(l+1)(2l+1)!(1+q)};\; q=\frac{n'^2}{4}.$$

სიდიდე W წარმოადგენს γ-ქვანტის ენერგიას μc^2 ერთეულებში, p'—ელექტრონის იმპულსს μc ერთეულებში, $\alpha,=\frac{e^2}{hc}=\frac{1}{137}$, $\gamma=Z\alpha=\frac{Z}{137}$, ამასთანავე, $p'=\sqrt{2W-\frac{1}{4}\gamma^2}$, $n'=\frac{\gamma}{p'}$, $Z=Z'-4$, სადაც Z'—ბირთვის ატომური ნომერია.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ფიზიკისა და გეოფიზიკის ინსტიტუტი
თბილისი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. C. F. Weizgäcker. Naturwiss., 24, 813, 1936.
2. M. H. Hebb, G. E. Uhlenbeck. Physica, 5, 605, 1938.
3. S. M. Dankoff, P. Morrison. Phys. Rev., 55, 122, 1939.
4. W. Heitler. Proc. Camb. Pril. Soc., 52, 112, 1936.
5. Г. С. Завелевич. Внутренняя конверсия на L-оболочке при малых возбуждениях ядер. Журн. эксп. и теор. физики, 11, 213, 1941.
6. Л. И. Русинов и А. А. Юзефович. Ядерная изомерия брома. Изв. АН СССР, т. IV, № 2, 320, 1940.

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲛᲑᲔ, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ГЕОФИЗИКА

Б. К. БАЛАВАДЗЕ и М. С. АБАКЕЛИА

К ВОПРОСУ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОМПАРЕТСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ АНОМАЛИИ

В предварительном сообщении [1] мы наметили связь Омпаретской гравитационной аномалии с геологическим строением одноименной антиклинальной складки в Гурии. В настоящей работе дается интерпретация аномалии на основе камеральной обработки гравиметрических и геологических наблюдений 1940 г.

1. Геология Омпаретской складки. Омпарети представляет первую возвышенность со стороны Черного моря и характеризуется мелким расчлененным рельефом. Она продолжается к юго-западу и северу соответственно возвышенностями Джоджорети—Цхалцминда и Унагира—Чкуни, а к юго-востоку—водоразделом Хриалетских гор с вершиной Оходжури. Возвышенности Омпарети—Грмагеле и Унагира—Чкуни разделены широкой долиной р. Супса, которая течет с востока на запад и у поселка Григорети впадает в Черное море. Левыми притоками р. Супса в районе исследования являются речки Грмагеле и Чире. Первая вытекает из северных склонов Хриалетских гор, а вторая—из северо-западных склонов Омпаретской горы.

В долине р. Супса и на Колхидской низменности представлены аллювиальные наносы мощностью соответственно от 40—50 м до 150—200 м. В состав аллювия входят галечники, глины и пески в переменном чередовании и с резким преобладанием галечников. На возвышенной части района: в Омпарети, Грмагеле, Оходжури, Джоджорети, Цхалцминда, Унагира и Чкуни обнажаются фаунистически охарактеризованные отложения сармата и слои чауды. Чаудинские слои представлены чередованием глин, песков и галечников общей мощностью порядка 400 м. Они трансгрессивно и с резким угловым несогласием перекрывают песчано-глинистую и глинистую толщи среднего сармата и чередование глин, песчаников, мергелей, песков и конгломератов Оходжурской свиты верхнего сармата. Общая мощность отложений верхнего и среднего сармата исчисляется К. С. Масловым [2] около 1,6 км, а В. Е. Пахомов [3] мощность только песчано-глинистой толщи нижнего отдела среднего сармата в Омпарети определяет в 900 м.

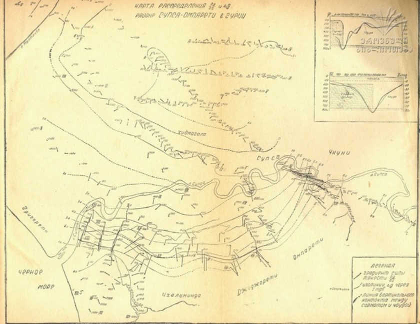
Из ближайших выходов вулканических пород следует указать на пластовую жилу андезита на склоне горы Орметис-сери в 7 км по прямой линии к юго-востоку от с. Супса. Жила падает к северу под углом 35—40°, мощность ее порядка 50 м.

Геологические наблюдения и компасные замеры на обнаженном крыле Омпаретской складки с достоверностью устанавливают: 1) юго-восточное падение слоев песчано-глинистой и глинистой толщи среднего сармата соответственно в Омпарети и Грмагеле под углами 35 и 40°; 2) периклинальный заворот этих слоев в Омпарети и Чкуни; 3) мелкую складчатость и дизъюнктивную дислокацию на северо-западном склоне Омпаретской горы; 4) трансгрессивное и большей частью горизонтальное залегание слоев чауды на толщах среднего и верхнего сармата. У возвышенности Унагира, на правом берегу р. Супса, слои чауды обнаруживают северо-западное падение под средними углами 35—40°. Северо-западное крыло складки перекрывается мощными аллювиальными наносами и не поддается непосредственным геологическим наблюдениям в области Колхидской низменности прилегающей к Омпаретской горе.

Крелиусное бурение 1937—38 гг. до глубины 300—350 м в Джоджорети на части Колхидской низменности, непосредственно прилегающей к Омпаретской горе, и в долине р. Супса под наносами отметило крутые углы падения пород сармата и чауды, обнаружив наличие погребенного вертикального контакта между последними. Слои чауды выполаживаются (до 10—5°) на расстоянии около 600 м от этого вертикального контакта в сторону с. Супса, причем подстилающие их здесь породы еще не вскрыты бурением.

Погребенный вертикальный контакт между слоями чауды и сармата, повидимому, не имеет однозначной расшифровки. Мы склонны думать, что этот контакт является тектоническим (сброс), по которому могло иметь место смещение крыльев Омпаретской складки; причем наименьшая амплитуда этого смещения может достичь не менее 600—700 м.

Анализ приведенных данных позволяет высказать предположение, что в Омпарети имеется не одна, а две параллельно расположенные антиклинальные складки толщ сармата и слоев чауды. Ось сарматской складки намечается между селениями Омпарети и Супса, а ось чаудинской асимметричной складки расположена на склоне Омпаретской горы, к юго-востоку от погребенного вертикального контакта, представляющего продольный сброс в присводовой части складки с опущением ее Супсинского крыла. Сарматская складка образовалась в результате ряда тектонических движений в основном дочаудинского времени и, повидимому, тогда же наметилось смещение ее крыльев. Затем в трансгрессивном море чауды накопилась мощная толща отложений, которая в свою очередь была собрана в складки уже в условиях наличия под чаудой ранее дислоцированного основания,



Карта распределения $\frac{\partial g}{\partial s}$ и Δg
района Супса-Омпарети в Гурии
Худмагала
Супса
Чкуни
Григорети
Черное море
Омпарети
Джоджорети
Цхалминда
Легенда
градиент силы тяжести $\frac{\partial g}{\partial s}$
изолинии Δg через 1 мгл
линия вертикального контакта между сарматом и чаудой

обусловившего асимметричность чаудинской антиклинальной складки. При такой схеме строения Омпаретской складки, Супсинский участок заслуживает гораздо большего внимания и изучения глубоким структурным бурением.

По мнению В. Е. Пахомова [3], Омпаретская складка представляет асимметричную брахиантиклиналь, северное и северо-западное крыло которой почти вертикальное. По К. С. Маслову [7], в Омпарети представлено юго-восточное крыло обширной антиклинали, свод и северо-западное крыло которой расположены западнее сел. Супса под трансгрессивными осадками чауды и мощными аллювиальными наносами. Характер Омпаретской складки и направление оси имеют и другие интерпретации [6, 8, 9].

Следует указать, что периклинальный заворот слоев сармата в Омпарети согласуется с изгибом в долине р. Супса антиклинальной зоны Сакупре—Самхто—Кончкати—Гулиани—Верхние Джумати и оси синклинали Хриалети—Ормети—Майдани—Ниношвили, связывающей южные антиклинали с Омпаретской в нефтеносной Гурии.

Образцы осадочных пород из Супса—Омпаретского района, а также андезито-базальты из Самебо-Накубарского массива и горы Орметис-сери, по нашему предложению, были под микроскопом описаны проф. Г. М. Смирновым. Некоторые из них подверглись также проф. А. Г. Калашниковым (в Москве) изучению в отношении магнитных свойств с помощью крутильных весов [5].

2. Омпаретская гравитационная аномалия. На прилагаемой схеме представлено распределение градиентов силы тяжести $\frac{\partial g}{\partial s}$, измеренных с помощью гравитационного вариометра Z-40 Аскания № 691 и изолинии Δg в долине нижнего течения р. Супса. Топографическая и картографическая поправки, вычисленные для градиентов силы тяжести, преимущественно составляют соответственно $\pm(5-10)$ E и $\pm(3-8)$ E.

На этой схеме ярко выделяется зона аномальных градиентов силы тяжести с максимальными значениями порядка 60—80 E и более. Она вытянута от с. Чкуни до устья р. Супса параллельно возвышенностям Омпарети—Джоджорети—Цхалцминда и вдоль р. Чире. Аномальная зона, достигающая ширины 0,8—1,0 км, нигде не прерывается, сохраняя на указанном протяжении значения аномалии одного и того же порядка. В долине р. Супса, к востоку от устья речки Грмагеле и в приморской полосе, к югу от нижнего течения речки Чире, наблюдается резкое уменьшение значений градиентов $\frac{\partial g}{\partial s}$, доходящих в среднем до 10 E. К северу от аномальной зоны до с. Хидмагала, на правом берегу р. Супса, градиенты $\frac{\partial g}{\partial s}$, постепенно уменьшаясь, варьируют в пределах от 30 до 20 Е. Следует указать, что на этих участках градиенты направлены в основном к югу и юго-востоку, а к северо-западу от с. Хидмагала наблюдаются минимальные значения градиентов силы тяжести с поворотом их направления к реке Малтаква. К северу от с. Хидмагала выделяется площадь, которая характеризуется минимальными значениями и произвольным направлением векторов $\frac{\partial g}{\partial s}$.

Значения Δg вычислены относительно точки II—0, расположенной в центре с. Супса. Величины Δg достигают порядка +8,0 mgal в аномальной зоне, а к северу от нее наблюдаются отрицательные значения порядка 1,5 mgal. Средний градиент изменения Δg в аномальной зоне составляет 4—5 mgal, а на других участках +1,5 mgal на 1 км в среднем.

При этом следует отметить, что район вариометрической съемки лежит между маятниковыми пунктами Поти (—39 mgal), Ланчхути (—45), Махарадзе (—9), Кобулети (+5)[1]. Средний гравитационный градиент с юга на север между пунктами Кобулети—Поти и Махарадзе—Ланчхути соответственно составляет 1,2 и 1,8 mgal на 1 км. Укажем также, что аномалия силы тяжести в Батуми достигает +37 mgal [4].

3. Интерпретация аномалии. Отмеченный в геологической части вертикальный контакт представляет границу раздела двух сред (чауда и сармат), отличающихся друг от друга в отношении плотностей. Этот контакт перекрывается аллювиальными наносами мощностью порядка 50 м в долине р. Супса и вдоль подошвы возвышенностей Омпарети—Джоджорети.

Средние значения плотностей пород сармата, чауды и аллювиальных наносов соответственно составляют: 2,3—2,4, 1,9—2,0 и 1,6. В толщах сармата и чауды, в отличие от аллювиальных наносов, замечается постоянство плотностей. Эти породы обнаруживают также различные магнитные свойства.

На исследованном буровыми скважинами участке Омпарети—Джоджорети максимальные значения $\frac{\partial g}{\partial s}$ приурочены к зоне вертикального контакта между слоями чауды и сармата, которые составляют избыточную плотность 0,3—0,4. Восточное и южное направления векторов градиентов соответственно в долине р. Супса и в Джоджорети, повидимому, указывают на периклинальный заворот слоев сармата, отмечаемый и непосредственными геологическими наблюдениями.

Изолинии максимальных значений Δg также хорошо вырисовывают зону вертикального контакта на изученном буровыми скважинами участке и прослеживают ее в западном направлении к берегам Черного моря.

[1] Аномалии даны в редукции Фая.

Является ли погребенный вертикальный контакт тектоническим (сброс) или трансгрессивным прилеганием слоев чауды к толще сармата,—решить не представляется возможным только гравиметрическими измерениями. Но, с другой стороны, этот контакт представляет хорошую маркирующую поверхность для приложения гравиметрического метода разведки к Супсинскому нефтяному месторождению. И если представится возможность установить соотношение между осью антиклинальной складки и поверхностью этого вертикального контакта, то прослеживанием последней на неисследованном еще бурением участке можно будет судить о вероятном направлении оси сарматской складки.

Предположения о наличии свода и северо-западного крыла Омпаретской складки толщ сармата западнее сел. Супса (К. С. Маслов) и о брахиантиклинальном строении этой складки (В. Е. Пахомов) не находят своего отражения в распределении векторов $\frac{\partial g}{\partial s}$.

Вдоль профилей XI, XIII, VII, VIII, IX, XII, XVI и XVII (см. схему) построены наблюденные кривые U_{zz} градиента силы тяжести. Последние, обладая одним резко выраженным минимумом, напоминают теоретическую кривую для случая вертикального уступа. Количественная интерпретация наблюденных кривых вдоль профилей XI, XIII, VII и VIII проведена по методу сравнения на основе разрезов буровых скважин, а по остальным—ввиду отсутствия геологических данных—расшифровка предположительная. Для примера на схеме приводятся два соответствующих разреза (профили VIII и XVI).

Глубина залегания толщи сармата под аллювием и слоями чауды в аномальной зоне, к югу от поверхности вертикального контакта, варьирует от 50 до 180 м. На северной стороне контакта общая глубина аллювия и слоев чауды—порядка 600—750 м. Следует добавить, что разрезы по профилям XI и XIII в долине р. Супса к востоку от с. Супса, составленные по гравиметрическим и геологическим данным, характеризуются ступенчатым контактом между слоями чауды и сармата.

Таким образом, наличие погребенного вертикального контакта между слоями чауды и сармата (см. схему), отмеченного крелиусным бурением 1937—38 гг. между Унагира и Джолджорети, подтверждается гравиметрической съемкой 1940 года и прослеживается ею в западном направлении до устья р. Супса. Исследование этого контакта другими геофизическими методами и бурением в приморской полосе представляется нам весьма целесообразным.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт физики и геофизики
Тбилиси

(Поступило в редакцию 21.5.1941)

გეოფიზიკა

ბ. ბალავაძე და მ. აბაკელია

ომფარეთის გრავიტაციული ანომალიის გეოლოგიური ინტერპრეტაციის საკითხისათვის

რეზუმე

ომფარეთის გრავიტაციული ანომალია აღმოჩენილ და შესწავლილ იქნა 1940 წელს სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალის გეოფიზიკური ინსტიტუტის გრავიმეტრიული ექსპედიციის მიერ სუფსა-ომფარეთის ნავთობიან რაიონში მდ. სუფსის შესართავთან. ანომალია დაკავშირებულია ომფარეთის ანტიკლინურ ნაოჭთან, რომელიც შესდგება სარმატისა და ჩაუდის დანალექი ქანებისაგან. ჩაუდა ტრანსგრესიულად და კუთხური უთანხმოებით არის განლაგებული სარმატზე. აღსანიშნავია სარმატისა და ჩაუდის შრეებს შორის ვერტიკალური კონტაქტი, რომელიც დაფარულია მძლავრი ალუვიონური ნალექებით. ეს კონტაქტი ტექტონიკური ხასიათისა უნდა იყოს (ნასხლეტი). ომფარეთში შეიძლება დავუშვათ სარმატის წყებებისა და ჩაუდის შრეების ორი პარალელურად განლაგებული ანტიკლინური ნაოჭების არსებობა.

სიმძიმის ძალის ანომალიური გრადიენტების ზოლი მიიმართება სოფ. ჩკუნიდან მდ. სუფსის შესართავამდე ჯერ ომფარეთ-ჯოჯერეთ-წყალწმინდის მაღლობის პარალელურად, შემდეგ კი მდ. ჩირეს გასწვრივ. ანომალიის ზოლი დაახლოებით 0,8—1,0 კმ სიგანისაა და $\dfrac{\partial g}{\partial s}$-ის მაქსიმალური მნიშვნელობები ხშირად 60—80 E აღემატება. Δg-ს მნიშვნელობები ამ ზოლში აღწევს 8,5 mgal, ხოლო გრავიტაციული გრადიენტი—4—5 mgal 1 კმ-ზე. ეს ანომალია მოთავსებულია საქანიან პუნქტებს შორის: ფოთში (—39 mgal), ლანჩხუთში (—45), მახარაძესა (—9) და ქობულეთში (+5).

ომფარეთის გრავიტაციული ანომალიის გამომწვევ მიზეზად შეიძლება დავასახელოთ ვერტიკალური კონტაქტი ორ, ფიზიკურად ერთმანეთისაგან განსხვავებულ, გარემოთა შორის (ჩაუდა—სარმატი), რომელთა ჭარბი სიმკვრივე 0,3—0,4 უდრის. გრავიმეტრიული მონაცემების მიხედვით ალუვიონისა და ჩაუდის შრეების სიღრმე კონტაქტის სამხრეთ მხარეზე იცვლება 50-დან 180 მეტრამდე, ხოლო მის ჩრდილოეთ მხარეზე აღწევს 600—750 მეტრს. ამასთან ერთად, გრავიმეტრიულმა აგეგმვამ მოგვცა ჩაუდა-სარმატის ნალექების ამ ვერტიკალური კონტაქტის გაკვლევა დასავლეთით მდ. სუფსის შესართავამდე, რაც შემოწმებას მოითხოვს სხვა გეოფიზიკური მეთოდითა და კრელიუსური ბურღვით.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ფიზიკისა და გეოფიზიკის ინსტიტუტი
თბილისი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Б. К. Балавадзе и М. С. Абакелиа. Омпаретская гравитационная аномалия и опыт ее интерпретации. Сообщения Груз. Фил. АН СССР, т. I, № 8, 1940.
2. К. С. Маслов. О миоцене Гурии. Известия АН СССР, Сер. геологическая, № 5, 1937.
3. В. Е. Пахомов. К геологии Супса-Омпаретского района (рукописный отчет за 1927—1938 гг.).
4. М. С. Абакелиа. Гравитационные карты Грузинской ССР. Изв. Груз. Индустр. Ин-та. Книга № 11, 1939.
5. А. Г. Калашников. Отчет об измерениях магнитных констант горных пород из Гурии. Рукопись в Институте физики и геофизики АН Груз. ССР, 1941.
6. С. Н. Михайловский. Геологические исследования в северной части нефтяных месторождений Гурии. Изв. Геол. Комитета, № 9, 1928.
7. К. С. Маслов. О глубоком разведочном бурении в Омпарети. Нефтяное Хозяйство, № 9, 1939.
8. С. И. Ильин. Материалы по геологии нефтяных месторождений Гурии. Труды НГРИ, серия А, вып. 70, 1935.
9. Сборник материалов по вопросу о нефтяных месторождениях Гурии. Изд. ВСНХ Грузии, 1927.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ПЕТРОГРАФИЯ

Н. Ф. ТАТРИШВИЛИ

НЕОИНТРУЗИИ ВЕРХНЕЙ РАЧИ

Первой работой по геологии Верхней Рачи является работа С. Г. Симоновича [7], в которой все осадочные породы южного склона Главного хребта отнесены к основным палеозойским сланцам, отмечены оруденелые жилы кварца и минеральные источники. В 1909 году появляется более детальная работа Г. М. Смирнова [8]. Последний, как и С. Г. Симонович, относит осадочные породы района к палеозою; им же дается краткое описание древних гранитов. Позднее, в 1916 г., в отчете С. Ф. Малявкина [6] указываются оруденелые кварцевые жилы преувеличенной мощности в верховьях р. Чвешуры, на основании чего начинается разведка месторождения частными предпринимателями.

В 1927 г. вышла работа Л. К. Конюшевского [2], в которой автор дает впервые схематическую геологическую карту района и описание рудных месторождений.

Затем выходят систематические работы И. Г. Кузнецова [3, 4, 5], лежащие в основе наших современных знаний геологии местности; в работе 1933 г. им дается краткое петрографическое описание неоинтрузий и отмечается связь рудных проявлений с описанными неоинтрузиями [5].

В связи с открытием в Раче мышьякового, молибденового и вольфрамового оруденения, начинаются детальные геолого-съемочные работы, результаты которых находятся в рукописном виде. Напечатаны только статьи Н. А. Хрущева [10] и Г. И. Харашвили [9]; последний дает геолого-петрографическое описание Каробского месторождения и условия его формирования, причем автором целиком использовано наше петрографическое описание пород из неопубликованного отчета, приводимого им в списке литературы.

Геологический обзор. В строении Верхней Рачи принимают участие как кристаллические, так и осадочные породы. Кристаллические породы, аналогично другим частям Главного хребта, слагают осевую часть его. С юга полоса кристаллических пород окаймляется зоной глинистых сланцев лейаса, в свою очередь сменяющихся свитой мергелей и известняков.

В полосе сильных разрывов и нарушений большое распространение имеют молодые магматические породы (неоинтрузии), представленные, главным образом, жильными дацитами и альбитофирами. Данные породы секут не только древние граниты и сланцы лейаса, но и зону надвига, оставаясь при этом без признаков катаклаза. Они моложе той фазы альпийской складчатости, во время которой кристаллический субстрат был надвинут на мезозойские осадки. К этим молодым кислым магматическим породам приурочено рудообразование редких металлов.

Среди вышеупомянутых пород, которые являются представителями одной и той же магмы, все же можно уследить некоторую последовательность. На южном склоне хребта Кароби с простиранием СВ 45° дайка дацита сечет альбитофир. Породы эти являются не только результатом кристаллизации из одной магмы, но они, вероятно, являются представителями одной и той же группы пород—дацитов. Но выделить их в особую группу и назвать альбитофирами нам пришлось лишь по той причине, что полевошпатовые вкрапленники этих пород принадлежали исключительно или преимущественно к альбитам. Некоторое исключение представляли альбитофиры Кароби, состав полевошпатовых вкрапленников которых варьирует от альбита до андезина.

Альбитофиры горы Хврелието. Альбитофиры Хврелието образуют линзообразное пластовое тело. Представлены серо-белыми плотными трещиноватыми породами с рыжеватым оттенком, в трещинах которых отложилась гидроокись железа, чем и обусловлен ее рыжий цвет. Этим рыжим цветом, несколько более крупным зерном, содержанием кварца в основной массе, а не во вкрапленниках отличаются альбитофиры Хврелието от других альбитофиров изученного района.

Структура их порфировая, голокристаллическая, с крупнозернистой основной массой. Состоят они частью из изометрических, частью из лейстовидных кристаллов кислого плагиоклаза, иногда расположенных радиально-лучисто, с максимальным углом погасания в зоне РМ 15°, что соответствует плагиоклазу № 0, зерен кварца, редких чешуек мусковита. Из акцессорных минералов имеется апатит в виде тонких призмочек и рудный минерал. Основная масса очень богата постмагматическим кварцем, расположенным в виде жилочек и гнезд. Обилие постмагматического кварца часто мешает распознаванию магматического кварца.

Вкрапленники, находясь почти в одинаковом количестве с основной массой, представлены исключительно плагиоклазом, спорадически попадаются вкрапленники кварца, вернее агрегаты зерен кварца, быть может, постмагматического.

Плагиоклаз образует призматические кристаллы с двойниковой штриховкой по альбитовому и карлсбадскому законам. Как правило, они свежи, иногда слегка пелитизированы, еще реже—серицитизированы. Представлены они альбитом от № 0 до № 12.

Альбитофиры горы Рехеба. Альбитофиры Рехеба, как и Хврелието, представляют линзообразное пластовое тело.

Порода плотная, мелкозернистая, светло-серого цвета.

Структура ее порфировая, голокристаллическая. Основная масса состоит частью из изометрических зерен, частью из микролитов плагиоклаза с максимальным углом погасания из зоны РМ (среднее из пяти шлифов) 14°, что соответствует плагиоклазу

№ 5, чешуек хлорита с низкими лавендово-синими цветами интерференции, зерен рудного минерала и циркона.

Вкрапленники, количество которых уступает основной массе, представлены плагиоклазом и кварцем, величина их сильно варьирует.

Плагиоклаз (альбит №№ 5, 6, 12) образует довольно крупные призматические кристаллы с двойниковой штриховкой, нацело, иногда частично серицитизированные и эпидотизированные.

Кварц всегда—с закругленными и зазубренными краями и углами, со включениями основной массы, некоторые зерна его имеют весьма причудливую форму, вследствие магматической ресорбции.

Из темноцветных компонентов в виде вкрапленников встречаются полные псевдоморфозы хлорита призматического габитуса.

Трудно сказать, за счет какого минерала образовался хлорит; в пользу роговой обманки говорит призматическая форма. В виде вторичных минералов, за счет вкрапленников плагиоклаза, наряду с серицитом и эпидотом встречаются кальцит и лоизит.

Альбитофиры хребта Домба, правого склона реки Домбаруты и отметки 2213 м. В названных местах имеются небольшие выходы светло-серой, почти белой с бурыми пятнами, плотной породы.

Структура их порфировая, голокристаллическая. Основная масса состоит из кварца и частично серицитизированного плагиоклаза. Вкрапленники представлены крупными, иногда нацело кальцитизированными, кристаллами плагиоклаза, редкими кристаллами кварца с сильно закругленными и зазубренными краями и углами и чешуйками биотита, нацело замещенного мусковитом, рудным минералом и кальцитом.

Ввиду сильного изменения вкрапленников плагиоклаза, точное измерение их не удалось. Показатель преломления некоторых небольших остатков говорит о принадлежности их к альбиту.

Альбитофиры Кароби. Породы этой жилы представлены плотными голубовато-серыми порфировыми разностями, обогащенными пиритом.

Структура их порфировая, голокристаллическая. Основная масса состоит из изометрических зерен кварца, плагиоклаза и чешуек хлорита.

В виде акцессорных минералов встречаются короткостолбчатый апатит, циркон и рудный минерал, пирит. Структура основной массы сотовая. Вкрапленники, количество которых всегда уступает основной массе, представлены плагиоклазом, кварцем и полными псевдоморфозами хлорита в форме табличек, узких призмочек и остроугольных ромбов с усеченными острыми углами (шестиугольники). Форма псевдоморфоз говорит о былом присутствии роговой обманки, которая в свежем виде не обнаружена. Не обнаружен и свежий биотит,—только таблитчатая форма и небольшие остатки констатируют его былое присутствие. Плагиоклаз чаще призматический, иногда таблитчатый, сильно серицитизированный, состав которых от штуфа к штуфу сильно варьирует от № 5 до № 35. Кварц встречается спорадически. Из десяти шлифов он встречен в двух, и то в виде единственных вкрапленников округлой формы. Нигде в альбитофирах района не удалось обнаружить присутствие калиевого полевого шпата.

Альбитофиры верховьев р. Чвешура. Помимо вышеописанных альбитофиров, в верховьях р. Чвешуры среди древних гранитов имеется дайка плотной светло-серой, почти белой породы, на фоне которой выделяются иголочки роговой обманки. Порода почти не отличима от альбитофиров района, если не принять во внимание несколько причудливый характер расположения роговых обманок.

Структура породы порфировая, голокристаллическая; основная масса состоит из зерен кварца, плагиоклаза и роговой обманки.

Вкрапленники представлены сильно серицитизированными кристаллами плагиоклаза из ряда альбита и зеленой обыкновенной роговой обманкой с нормальным плеохроизмом и с углом угасания $cng = 16-18^\circ$.

Дациты Кароби. По простиранию дайка тянется на 120 м, имея при этом среднюю мощность 10 м, максимальную—23 м. Дациты представляют одну из последних фаз постнадвиговой кислой интрузии, с которыми на Главном Кавказском хребте связан целый ряд рудных месторождений. В СЗ направлении, там, где дайка переходит в сланцы лейаса, она разветвляется и быстро выклинивается.

Дациты Кароби представлены светло-серыми, иногда белыми среднезернистыми породами, на светлом фоне которых резко выступают темно-коричневые гексагональные таблитчатые чешуйки биотита и блестящие чешуйки молибденита.

Эндоконтактные явления не наблюдаются. Зальбанды жил почти ничем не отличаются от центральных частей дайки.

Экзоконтактные явления в гранитах выражены в перекристаллизации кварца и биотита в твердом состоянии; для сланцев лейаса—в появлении стяжений пигментирующего вещества и слюды, в результате чего появляются пятнистые сланцы.

Дациты Кароби характеризуются наличием большого количества постмагматического кварца, который и является рудоносным. Кварц этот всегда пропитан молибденитовой пылью и чешуйчатым молибденатом.

По преобладающему во вкрапленниках цветному компоненту дациты Кароби относятся к биотитовым дацитам.

Структура их порфировая, при голокристаллической основной массе. Основная масса состоит, главным образом, из кислого плагиоклаза, кварца, кали-шпата и биотита.

Из акцессорных минералов имеются призмочки апатита, циркон и рудный минерал. Величина зерен составных компонентов основной массы изменчива.

Биотит основной массы частично хлоритизирован, плагиоклаз же серицитизирован и пелитизирован.

Вкрапленники, количество которых уступает основной массе, представлены плагиоклазом, кварцем и биотитом. Плагиоклаз образует таблитчатые, реже призматические кристаллы с двойниковой штриховкой и с зональным строением.

Большинство из вкрапленников плагиоклаза—микротиновые, часто слегка мутные, вследствие небольшой пелитизации и серицитизации. Содержание анортита в плагиоклазах никогда не превышает 40% и колеблется в небольших пределах: 26—34%.

Биотит почти всегда свежий, встречается в виде призматических чешуек, иногда гексагональных табличек темно-коричневого цвета, со схемой абсорбции $ng = nm < np$; $ng - np = 0{,}045$. Наряду с совершенно свежим биотитом встречается (правда, очень редко) и полные псевдоморфозы хлорита, форма которых наводит на мысль—не имеем ли мы дело с полными псевдоморфозами хлорита по роговой обманке.

Кварц образует шестиугольные разрезы с ровным угасанием, иногда с закругленными углами и краями, с внедрением основной массы, вследствие магматической резорбции.

Помимо магматического кварца, в дацитах Кароби встречается постмагматический кварц, мелкозернистый с торцевой структурой. Расположен он в виде жилочек и червеобразных оброзований. Со вторичным кварцем связано рудообразование, появление его обязано остаточной части диференциата дацитовой магмы.

Процесс вторичного окварцевания не охватывает полностью всю дайку, а лишь только ее более или менее центральную часть, зальбанды дайки и частично вмещающую породу.

Судя по наличию вторичного кварца, дациты Кароби можно разделить на две группы: 1) неизмененный дацит без постмагматического кварца, и 2) окварцеванный дацит.

Судя по избыточной кремнекислоте, кристаллизовавшейся в форме кварца, дациты без постмагматического кварца можно назвать кварцевыми дацитами, интродацитами или фонеродацитами по Д. С. Белянкину [1].

Дациты Киртишо. На северном склоне хребта Кароби, на левом берегу р. Чвешура, у самого конца ледника Киртишо, обнажается кислая молодая интрузия в виде неправильного тела, вытянутого в широтном направлении, с полого падающими краями, уходящими под древний гранит, площадью в 1 кв. км. Вмещающей породой является древний гранит, который под действием вышеупомянутой неоинтрузии ороговикован. Ороговикование выражено в появлении торцевого вторичного кварца и вторичного мелкочешуйчатого биотита. Экзоконтактные явления выражены тоже довольно резко, о чем речь будет ниже.

Породы упомянутой интрузии представлены дацитом, но далеко не однородным по составу и структуре. Центральная часть интрузии представлена крупнозернистым розовато-белым фанеродацитом [1].

Структура пород центральной части порфировая, но ввиду того, что вкрапленники преобладают над основной массой и иногда соприкасаются между собою непосредственно, макроскопически создается впечатление равномерно зернистой структуры. Состав их соответствует нормальному составу фанеродацита.

Кварц присутствует как в основной массе, так и во вкрапленниках. Близко от центра наблюдается уплотнение породы, изменение цвета, именно потемнение, вероятно, за счет темноцветного компонента, который здесь свежее, чем в центральной части, уменьшение количества вкрапленников, благодаря чему резче выражена порфировая структура, и что самое главное, уменьшение количества кварца среди вкрапленников. Периферия массива характеризуется наличием пород с резко выраженным порфировым строением темно-серого цвета с разоватым оттенком. Величина зерна сильно уменьшается, уменьшается, вернее совершенно исчезает, и кварц как во вкрапленниках, так и в основной массе.

Кали-шпат, встречающийся в большом количестве в основной массе центральной части интрузии, здесь отсутствует.

Несмотря на пестроту состава, основность плагиоклаза как центральной части, так и периферии—постоянна. Не встречены плагиоклазы выше № 40—42.

В силу того, что породы интрузии Киртишо не однородны, микроскопическое описание приведено в каждом случае отдельно.

Центральная часть. Породы центральной части интрузии довольно сильно изменены гидротермальными процессами, воздействие которых выразилось в серицитизации и в пелитизации плагиоклаза и хлоритизации биотита. Гидротермальные процессы связаны с рудообразованием, которое приурочено именно к центральной части неоинтрузии Киртишо.

Структура их порфировая, голокристаллическая. Основная масса состоит из изометрических зерен кислого плагиоклаза, зерен кварца, кали-шпата и чешуек биотита. Из акцессорных минералов имеется апатит, циркон и рудный минерал.

Кали-шпат основной массы—свежий, водяно-прозрачный, в противоположность плагиоклазу, который нацело замещен серицитом и попутно выделившимся кальцитом, биотит тоже сильно изменен, превращен, главным образом, в хлорит.

Вкрапленники, количество которых преобладает над основной массой, представлены плагиоклазом, кварцем и биотитом.

Плагиоклаз образует крупные, сильно серицитизированные таблитчатые кристаллы с двойниковой штриховкой, преимущественно по альбитовому закону и почти всегда с зональной структурой. Содержание анортита не превышает 40—42%.

Вкрапленники кварца имеют таблитчатую форму, всегда с сильно закругленными краями и углами и с глубокими внедрениями основной массы, вследствие магматической ресорбции. Наряду со включениями жидкости, наблюдаются также включения основной массы. Биотит почти всегда хлоритизирован, в трещинах наблюдаются отложения эпидота и кальцита; встречается в виде гексагональных, реже призматических табличек темно-коричневого цвета с нормальным плеохроизмом: ng—темно-коричневый, np—соломенно-желтый; ng—np=0,045. Обнаружены и такие чешуйки, которые совершенно обесцвечены и переполнены иголочками сагинита, табличками апатита и зернами циркона.

Встречаются образцы, где менее сильно выражено воздействие гидротермальных процессов, чем у вышеописанных образцов. В таких разностях плагиоклаз свежий, микротиновый.

Промежуточная часть. Породы этой части свежие, плотные, серого цвета с розовым оттенком и наглаз—с бо́льшим содержанием темноцветного компонента. Быть может, такое впечатление связано с тем, что здесь темноцветный компонент мало изменен.

Структура порфировая, полно-кристаллическая. Основная масса с несколько меньшим зерном, чем основная масса пород центральной части, состоит частью из изометрических зерен кислого плагиоклаза, частью же из микролитов плагиоклаза с максимальным углом погасания в зоне PM равным 12°, что соответствует плагиоклазу № 12, зерен кварца, кали-шпата и чешуек биотита. Биотит основной массы частично хлоритизирован, плагиоклаз же пелитизирован, только кали-шпат попрежнему свежий, водяно-прозрачный. Из акцессорных минералов встречаются таблитчатый апатит, циркон и рудный минерал, пирит, сфалерит и галенит. Вкрапленники, находящиеся почти в одинаковом количестве с основной массой, представлены таблитчатым плагиоклазом с двойниковой штриховкой и с зональной структурой из ряда андезина, часто микротинового характера, и биотитом.

Биотит вкрапленников почти всегда свежий, темно-коричневого цвета, со схемой абсорбции ng=nm>np. Трещины его иногда выполнены кальцитом и эпидотом. Наряду со свежими чешуйками биотита, встречаются полные псевдоморфозы хлорита в форме остроугольных ромбов с усеченными острыми углами, ввиду чего мы склонны считать их за псевдоморфозы по роговой обманке.

Краевая часть и зона эндоконтакта. Породы плотные, мелкозернистые, темно-коричневого цвета, который обусловлен присутствием большого количества биотита как в основной массе, так и среди вкрапленников. Часто они содержат небольшие ксенолиты вмещающего их древнего гранита; иногда количество ксенолитов настолько возрастает, что получаются брекчиевидные породы из обломков древнего гранита, сцементированного дацитом.

Как видно из предыдущей главы, породы краевой зоны характеризуются в минералогическом отношении отсутствием кварца (магматического) и кали-штапа, зато они обогащаются мелкочешуйчатым биотитом и постмагматическим кварцем.

Ввиду некоторой разнородности краевой зоны, ее можно разделить на две части: 1) зона без ксенолитов вмещающей породы и 2) зона с ксенолитами последней.

Дациты водоразделов между Бокос-цхали, Бубас-цхали, Бубас-цхали Тбилиси и между последней и р. Чанчахи. На фоне темно-серых и черных аспидных сланцев на высотах 3000—3200 метров к югу недалеко от надвиговой линии обнажаются пластовые жилы мощностью 10—15 м, привлекающие внимание уже издали своим рыжевато-желтым цветом.

Микроскопически структура их порфировая, полнокристаллическая. Основная масса состоит из кварца и полевых штапов, преимущественно плагиоклазов, зерен рудного минерала и слюды.

Вкрапленники представлены нацело серицитизированными и кальцитизированными кристаллами плагиоклаза, чешуйками биотита, замещенными мусковитом и лимонитом, и зернами кварца круглой формы.

Вся основная масса породы окрашена водными окислами железа, чем и обусловлен ее рыжевато-желтый цвет. Судя по структуре и составу, порода одной из этих жил была названа И. Г. Кузнецовым [4]—дацитом.

Порода похожа на дацит Киртишо, отличается только сильной раздробленностью почти всех составных компонентов и не обнаруживает никаких следов катализа. Это дает нам право предполагать, что рассмотренные породы сформировались после надвига гранитов Главного Кавказского хребта на мезозойские осадки.

В заключение отметим, что наряду с вышеописанными выходами альбитофиров в исследованном районе имеются еще несколько зафиксированных нами жил, например, на водоразделе Хврелието к северу одноименной вершины, в верховьях ущелья реки Зопхитура и в районе ледника Эдена, описание которых здесь не приводится ввиду того, что они вполне аналогичны описанным альбитофирам.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт геологии и минералогии
Тбилиси

(Поступило в редакцию 14.8.1941)

პეტროგრაფია

ნ. თათრიშვილი

ზემო-რაჭის ნეოინტრუზივები

რეზუმე

კავკასიონის მთავარი ქედის ძლიერი დარღვევების ზონაში დიდად გავრცელებულია ახალგაზრდა მაგმური ქანები (ნეოინტრუზივები), რომლებიც წარმოდგენილი არიან დაციტებით და ალბიტოფირებით. აღნიშნული ქანები, გარდა თეორიული ინტერესისა, საყურადღებოა აგრეთვე იმით, რომ მათთან გენეტიკურად არიან დაკავშირებული მთელი რიგი საბადოები სასარგებლო ნამარხებისა.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Д. С. Белянкин. Неограниты и кварцевые дациты с ледника Дых-су в Центральном Кавказе. Изв. Петрогр. Политех. Инст., т. XXIII, 1915.
2. Л. К. Конюшевский. Месторождение сурьмяных, мышьяковых и медных руд в бассейне р. Чвешуры. Журн. «Минеральное Сырье», № 10, Москва, 1932.
3. И. Г. Кузнецов. Рудные месторождения верхнего течения Риона. Изв. Глав. Геол.-развед. Управления, L, вып. 20, 1931.
4. И. Г. Кузнецов. Геологическое строение района курорта Шови (бассейн Чанчахи в Центральном Кавказе). Труды Всесоюзн. Геол.-развед. Объед. ВСНХ СССР, вып. 151, 1931.
5. И. Г. Кузнецов. Геологическое строение и полезные ископаемые бассейна Чвешуры в Центральном Кавказе. Материалы ЦНИГРИ, Региональная геология и гидрогеология. Сборник 1, 1933.
6. С. Ф. Малявкин. Отчет о состоянии и деятельности Геол. Комитета в 1916 г. Изв. Геол. Комитета, т. 36, № 1, 1917.
7. С. Г. Симонович. Геологические наблюдения в бассейне верхнего течения реки Риона. Материалы геологии Кавказа. Серия 1, книга 9, 1879.
8. Г. М. Смирнов. Геологическое описание части Рачинского уезда Кутаисской губ. Материалы геологии Кавказа. Серия III, книга 9, 1909.
9. Г. И. Харашвили. Геолого-петрографический очерк Каробского месторождения и условия его формирования. Известия АН СССР. Серия геологическая, 1939.
10. Н. А. Хрущев. Каробское месторождение молибденита в Западной Грузии. Журн. «Редкие Металлы», № 1, 1933.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ПЕТРОГРАФИЯ

Г. М. ЗАРИДЗЕ

КИСЛЫЕ ЖИЛЬНЫЕ ПОРОДЫ РАЙОНА СЕЛЕНИЙ РЦХМЕЛУРИ И ЦИПЛАКАКИ (УЩЕЛЬЕ РЕКИ ЦХЕНИС-ЦХАЛИ) В НИЖНЕЙ СВАНЕТИИ

О наличии интрузивных пород в Нижней Сванетии нельзя встретить указаний ни в старой, ни в новой литературе, если не считать недавно вышедшей статьи А. Д. Ершова [2]; на приложенной к этой работе схематической геологической карте приводится часть геологической карты, составленной в 1937 году геологами П. Д. Гамкрелидзе, К. И. Чичинадзе и мною [1], с обнаруженными нами в этой части жильными породами.

Летом 1940 г. в Нижней Сванетии мною были встречены еще несколько выходов жильных пород. Главная их масса сосредоточена в русле р. Цхенис-цхали, на протяжении от сел. Рцхмелури до сел. Циплакаки (зафиксировано 22 выхода). Размеры этих жил небольшие. Самые крупные из них (3—4 жилы) имеют мощность 40—50 м, мощность же остальных жил часто не превышает 5—10 м.

Все эти жилы залегают в песчано-сланцевой свите верхнего лейаса, на основании чего можно говорить о послелейасовом их возрасте. На вмещающие породы они никаких контактовых воздействий не оказывают. Изучение вмещающих песчаников под микроскопом показало, что они состоят из обломков кварца, плагиоклаза, иногда сильно разрушенного, а иногда свежего, с простыми и полисинтетическими двойниками, чешуек мусковита и хлорита. Кроме того, в шлифе содержится 1—2 зерна микроклинпертита древних гранитов. Перечисленные минералы сцементированы известково-глинистой массой.

Жильные породы рассматриваемого района представлены двумя группами: кислыми и основными. Кислые породы представлены кварцевыми порфиритами и альбитизированными кварцевыми порфиритами (альбитофирами), а основные породы—авгитовыми порфиритами, роговообманковыми порфиритами, плагиоклазовыми порфиритами и диабазами.

Внедрение первой группы пород, повидимому, произошло во время предкелловейской орогенетической фазы (в батское время, по А. И. Джанелидзе), затем, под действием гидротермальных растворов, часть этих жил подвергалась превращению—альбитизации плагиоклаза и хлоритизации темноцветных компонентов (роговой обманки и биотита).

Кварцевые порфириты. Породы, слагающие эти жилы—светло-серые, полнокристаллические, с серой основной массой и с порфировыми вкрапленниками белого плагиоклаза, кварца и темноцветного минерала.

Под микроскопом структура порфировая, полнокристаллическая. Основная масса состоит преимущественно из изометричных зерен кварца, плагиоклаза, зерен рудного минерала, пластинок хлорита, более крупных, чем вся остальная масса, кристаллов апатита и роговой обманки. Плагиоклаз основной массы мутный, довольно сильно пелитизированный, количество его преобладает над всеми компонентами. Присутствие кали-шпата в основной массе остается под сомнением. Кали-шпат, исследованный в порошке иммерсионным методом, повидимому, принадлежит к антипертиту вкрапленников. Размеры зерен основной массы колеблются от 0,001 мм^2 до 0,003 мм^2.

Вкрапленники представлены плагиоклазом, кварцем, роговой обманкой, полными псевдоморфозами радиально лучистых агрегатов пренита по плагиоклазу и хлорита по роговой обманке и биотиту. (Микрофотографию кварцевого порфирита см. на рис. 1, Ник.+).

Плагиоклаз образует крупные, полисинтетические сдвойникованные по альбитовому и каралсбадскому законам, часто зональные кристаллы с антипертитовыми вростками. Результаты измерения плагиоклазовых двойников по Федоровскому методу следующие:

№№ образцов	661	661	665	669	691
G [1]	27°	67°	66°	64°	28°
P [1]	85°	52°	43°	48°	82°
2V [2]	85°(1)	82°(2)	84°(2)	85°(1)	90°(1)
Дв. зак.	⊥(010)	[001]	[001]	[001]	⊥(010)
№ Pl	46	45	52	49	48

Антипертит представлен трудно различимыми, очень тонкими, неровно распределенными, червеобразными прорастаниями. Он не характерен для всех вкрапленников плагиоклаза и приурочен преимущественно к крупным индивидам. Наряду с крупными вкрапленниками плагиоклаза, наблюдаются и более мелкие, слегка серицитизированные и эпидотизированные его кристаллы. Степень разрушения обоих поколений плагиоклазов одинакова. Размер 7,18 мм^2 [3].

[1] Обозначения G и P предложены В. Н. Лодочниковым для координат двойниковых обрзований (см. [4]).

[2] Обозначения (1) и (2) под цифрами величины углов между оптическими осями указывают на то, что измерения производились соответственно по одному и по двум выходам оптических осей.

[3] Размер вкрапленников везде дается максимальный, так как в шлифах наблюдаются все промежуточные размеры от крупных кристаллов до основной массы.

Роговая обманка представлена крупными кристаллами, с нормальным плеохроизмом в зеленых тонах, с углом погасания $cng = 21°$ и с $2V = -76°, -72°, -80°$; среднее $2V = -76°$, что соответствует обыкновенной роговой обманке. Как правило, она слегка хлоритизирована, причем хлоритизация почти всегда начинается с периферии, но встречаются и нацело хлоритизированные кристаллы. Быть может, незначительная часть хлорита, преимущественно полные псевдоморфозы его, образованы за счет биотита. Наряду с хлоритизацией роговой обманки, наблюдается и эпидотизация. Эпидот образует пятна и прожилки. Размер роговой обманки 0,68 мм².

Рис. 1.

Кварц всегда с ровным угасанием, с резорбированными краями, со включением основной массы. Размер 3,20 мм².

Для химической характеристики кварцевых порфиритов ниже дается анализ образца № 661, произведенный химиком О. Ф. Размадзе в петрохимической лаборатории кафедры минералогии и петрографии Тбилисского Государственного Университета им. Сталина.

SiO_2	64,66	1,078	1,078	71,82	MnO	0,16	0,002		
TiO_2	0,18	0,003	0,003	0,20	SO_3	0,46	0,006		
Al_2O_3	15,84	0,155	0,155	10,33	P_2O_5	0,01	—		
Fe_2O_3	2,58	0,016			K_2O	2,53	0,027	0,027	1,79
FeO	2,23	0,031	0,063	4,19	Na_2O	4,55	0,073	0,173	4,86
CaO	4,31	0,077	0,077	5,14	п.п.п.	1,38	0,089		
MgO	1,05	0,025	0,025	1,67	Влага	0,22			
					Сумма	100,16%		1,501	100,00%

Магматические формулы и коэфициенты. По Левинсон-Лессингу: $1{,}37\ \overline{RO}\cdot R_2O_3\cdot 6{,}30\ SiO_2$, $R_2O:RO = 1:1{,}35$, $\alpha = 2{,}88$. По Озану: $S = 72{,}02$, $a = 7$, $c = 4$, $f = 9$, $n = 7{,}31$.

Альбитизированные кварцевые порфириты. Породы эти представлены жилами различной величины, самый большой их выход расположен в 0,25 км выше сел. Рцхмелури, жила обнажается на левом берегу р. Цхенисцхали и переходит на правый ее берег. Здесь, ввиду плохой обнаженности, жила не прослеживается, но судя по азимуту падения песчано-сланцевой свиты у шоссе (NW320°∠65°), и принимая во внимание контур жилы, нужно полагать, что в этом месте она пересекает осадочные образования, подымаясь по склону на некоторое расстояние. Затем загибает на север, где принимает, в основном, согласное с осадочными породами залегание. Схема залегания этой жилы дана на рис. 2.

Остальные же выходы альбитизированных кварцевых порфиритов образуют частью согласные, частью несогласные жилы, имеющие небольшие размеры.

Породы, слагающие эти жилы, состоят из серой мелкозернистой основной массы и порфировых вкрапленников белого, резового и желтоватого полевого шпата, кварца, количество которого варьирует, и темноцветного минерала. Иногда в породе включены темные мелкозернистые шлировые образования, описание которых дается ниже.

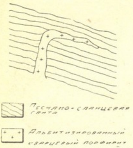


Рис. 2.

Под микроскопом альбитизированные кварцевые порфириты имеют порфировую полнокристаллическую структуру с мелкозернистой (0,003 мм^2) основной массой, причем величина зерен в различных образцах изменчива и достигает 0,01 мм^2, состоит она, главным образом, из изометричных зерен полевого шпата, кварца, чешуек мусковита и кальцита.

Из акцессорных минералов всегда присутствуют апатит, циркон и рудный минерал. По данным иммерсионного метода, в основной массе кали-шпат не содержится.

Порфировые вкрапленники, количество которых уступают количеству основной массы, представлены плагиоклазом, кварцем и псевдоморфозами хлорита с кальцитом по роговой обманке, иногда по биотиту.

Плагиоклаз представлен крупными сдвойникованными, призматическими, всегда альбитизированными кристаллами. Наряду с альбитом за счет плагиоклаза образуется кальцит и эпидот, а иногда выделяется избыточная кремнекислота в виде кварца. В некоторых случаях процесс превращения протекает зонально; в таких кристаллах мы имеем незагрязненную краевую зону альбита и центральную зону эпидота или кальцита (шл. № 3). В отдельных шлифах хорошо можно наблюдать магматическую коррозию плагиоклаза. Результаты измерения плагиоклазов на столике Федорова сведены в нижеследующую таблицу:

№№ образцов	3	3	3	13	14	605	618	644	672	675
G	78°	74°	76°	73°	73°	70°	86°	17°	77°	70°
P	85°	90°	88°	90°	85°	75°	13°	90°	90°	90°
2V	84°$_{(1)}$	—	86°$_{(2)}$	90°$_{(2)}$	86°$_{(2)}$	80°$_{(2)}$	86°$_{(1)}$	90°$_{(1)}$	—	—
Дв. зак.	[001]	[001]	[001]	[001]	[001]	[001]	$\frac{\perp[001]}{(010)}$	$\perp(010)$	[001]	[001]
№ Pl	4	0	0	0	3	7	10	4	0	0

Размер зерен плагиоклаза 13,27 мм^2.

Хлорит образует псевдоморфозы, главным образом, по роговой обманке, реже по биотиту; неизмененные остатки того или другого темноцветного компонента ни в одном шлифе обнаружить не удалось. Их былое содержание удается установить по формам псевдоморфоз. Наряду с хлоритизацией биотита наблюдается обесцвечивание его с образованием мусковита (см. микрофотографию рис. 3, Ник.+).

Показатель преломления хлорита, образованного за счет роговой обманки, nm'=1,626 (шл. 3), что соответствует рипидолиту [3].

Хлорит замещает роговую обманку полностью или же, как правило, центральная часть ее зерен кальцитизирована, а краевая хлоритизирована (см. микрофотографию рис. 4, Ник. ||) с выделением магнетита, а иногда и кварца.

Рис. 3.

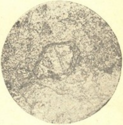


Рис. 4.

Хлорит в некоторых шлифах встречается также в виде линзочек или отдельных скоплений (шл. 2). В хлоритах, образованных по биотиту, имеются жилочки кальцита, расположенные по трещинам спайности (рис. 3). Некоторые из них образуют раздувы; в таких случаях они оставляют впечатление линзочек. Размер зерен 3,98 мм^2.

Рис. 5.

Кварц представлен кристаллами, имеющими округленные и зазубренные края, всегда с ровным угасанием и со включением основной массы. Иногда он разорван (рис. 5), отдельные части его повернуты относительно друг друга на некоторый угол.

Нередко вокруг корродированного кварца имеется мелкозернистый агрегат кварцевых зернышек (рис. 5), которые, повидимому, образованы в конце магматической коррозии, когда наступила такая температура, при которой дальнейшее расплавление—еще не полностью расплавленных кварцевых зернышек—прекратилось.

В некоторых образцах (№№ 2, 655, 657) кварц содержится только в основной массе. Величина вкрапленников кварца 3,53 мм^2.

Для химической характеристики ниже дается анализ Рцхмелурского альбитизированного кварцевого порфирита, образца № 605, произведенный в Геохимической лаборатории московского геолого-разведочного института им. Орджоникидзе химиками Васильевой и Хованским.

SiO_2	61,20%	1,020	1,020	69,10	SO_3	следы			
TiO_2	0,69%	0,009	0,009	0.61	P_2O_5	0,25%	0,001	0,021	1,42
Al_2O_3	15,26%	0,150	0,150	10,16	K_2O	2,02%	0,021	0,071	4,81
Fe_2O_3	2,04%	0,013		4,17	Na_2O	4,40%	0,071		
FeO	2,68%	0,038	0,063	5,90	п.п.п	4,74%			
CaO	4,84%	0,087	0,087	3,67	Влага	0,20%		1,476	100,00%
MgO	2,16%	0,054	0,054	0,026	Сумма	100,61%			
MnO	0,13%	0,001	0,001						

Магматические формулы и коэфициенты. По Левинсон-Лессингу: 1,67 $\overline{RO} \cdot R_2O_3 \cdot$ 6,26 SiO_2, $R_2O:RO = 1:1{,}95$, $\alpha = 2{,}68$. По Озану: $S = 69{,}71$, $a = 6$, $c = 4$, $f = 10$, $n = 7{,}72$.

Шлиры. Как было указано, иногда в кварцевых порфиритах наблюдаются включения темных мелкозернистых образований (шлиры). Попадаются и такие участки, где количество их настолько увеличивается, что порода приобретает как бы брекчиевидный облик (обр. 6_2, 16_2). Состоят они из кварца, плагиоклаза, обесцвеченного биотита, полных псевдоморфоз хлорита, иногда вместе с кальцитом, частью в виде призматических пластинок, частью в виде ксеноморфных выделений, зажатых между кристаллами плагиоклаза, довольно большого количества длинных призматических кристаллов апатита, рудного минерала и циркона.

Плагиоклаз образует кристаллы различной величины и формы, с показателем преломления значительно выше, чем у кварца. Он всегда частично или полностью замещен серицитом и кальцитом. Местами сочетание его с хлоритом дает участки с офитовой структурой. Мелкие призматические разности плагиоклаза часто образуют пойкилитические включения в кварце, причем контуры как кристаллов плагиоклаза, так и кварца стушеваны (расплывчаты), вследствие сильного разрушения.

Кварц почти всегда ксеноморфен, встречается в виде различной величины и формы зерен, иногда с оплавленными и зазубренными краями. Часто в него включены: плагиоклаз, обесцвеченный биотит, хлорит и аппатит.

Хлорит, как уже отмечено выше, дает то идиоморфные призматические пластинки, то ксеноморфные участки, последние зажаты между кристаллами плагиоклаза, повидимому, являются результатом замещения интерсертальной массы.

Судя по структуре если не всей породы, то некоторых ее участков, надо думать, что описанные нами ксенолиты позаимствованы из диабазовых жил, имеющих в нашем районе широкое распространение.

Характер кварца в шлифе не ясен, но судя по тому, что диабазы данного района содержат вторичный кварц, кварц ксенолитов нужно считать также вторичным.

Сравнение химических анализов и магматических формул говорит за большую близость альбитизированных и неальбитизированных кварцевых порфиритов. Более или менее чувствительно преобладание кремнекислоты в образце № 661 (на 3,46%), повидимому, вызванного большим содержанием кварца в данном штуфе.

Как явствует из описания, альбитизированные кварцевые порфириты являются измененными кварцевыми порфиритами. Под действием гидротермальных растворов происходило превращение одних минералов в другие, в более стойкие при новых условиях. Одни жилы кварцевых порфиритов изменились незначительно, другие больше, а некоторые из них изменились настолько сильно, что отдельные первичные минералы совершенно исчезли.

Причиной столь различного изменения жил кварцевых порфиритов на сравнительно небольшой площади их распространения, повидимому, является развитие благоприятных трещин, для циркуляции гидротермальных растворов, поблизости с теми жилами, которые изменены в большей степени.

Как в альбитизированных, так и не в альбитизированных кварцевых порфиритах, биотит, как менее стойкий минерал, под действием гидротермальных растворов перешел в хлорит и мусковит. Кроме того, за счет разрушения плагиоклаза образовались серицит и эпидот, а также выделилась избыточная кремнекислота, в виде кварца. В альбитизированных кварцевых порфиритах не осталось ни одной неизмененной роговой обманки. Хлорит замещает роговую обманку целиком, или же, как правило, центральная ее часть кальцитизирована, а краевая хлоритизирована (см. рис. 4).

Академия Наук Грузинской ССР
Институт геологии и минералогии
Тбилиси

(Поступило в редакцию 14.8.1941)

პეტროგრაფია

გ. ზარიძე

სოფ. რცხმელურისა და წიფლაკაკის რაიონის (მდ. ცხენის წყლის) მჟავე ძარღვის ქანები ქვემო-სვანეთში

რეზიუმე

ქვემო-სვანეთში ინტრუზიული ქანების არსებობის შესახებ არაფერი იყო ცნობილი. 1937 წლის საზაფხულო მუშაობისას [1] და შემდეგ 1940 წელს ჩემ მიერ ჩატარებული გამოკვლევების შედეგად, აღმოჩენილი იქნა მთელი რიგი მჟავე და ფუძე ინტრუზიული სხეულები. მჟავე ინტრუზიული ქანები ზედა ლეიასის ქვიშა-ფიქლების წყებაში ჰქმნიან სხვადასხვა ზომის ძარღვებს. წარმოდგენილი არიან კვარციანი პორფირიტისა და ალბიტიზირებული კვარციანი პორფირიტით (ალბიტოფირით); უკანასკნელი პოსტვულკანური (ჰიდროთერმალური) პროცესების ზეგავლენით სახეშეცვლილ ალბიტიზირებულ და ქლორიტიზირებულ კვარციან პორფირიტს წარმოადგენს.

აღნიშნული ქანები წარმოშობილი უნდა იყვნენ კალოვიურის წინა დროის ოროგენეტიკურ ფაზაში, რომელსაც აკად. ა. ჯანელიძის აზრით ადგილი ჰქონდა ბათურ საუკუნეში.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
გეოლოგიისა და მინერალოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. П. Д. Гамкрелидзе, Г. М. Заридзе и К. И. Чичинадзе. Отчет Абхазской геолого-поисковой партии Закавказского отделения союзредметразведки. Фонды закредметразведки. Тбилиси, 1937.
2. А. Ф. Ершов. Рудоносность Верхней Рачи и Сванетии. Жур. «Советская Геология» № 8, 1940.
3. Е. Ларсен и Г. Берман. Определение прозрачных минералов под микроскопом, стр. 288, 1937.
4. В. Н. Лодочников. Несколько замечаний по поводу применения микроскопического метода Е. С. Федорова. Зап. Всеросс. мин. общ., ч. 69, № 2—3, 1940.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

БОТАНИКА

Д. И. СОСНОВСКИЙ

НЕКОТОРЫЕ НОВИНКИ КАВКАЗСКОЙ ФЛОРЫ

I. Дополнения к познанию кавказских ирисов

Ирисы являются замечательным украшением кавказской флоры. Видовое и внутривидовое разнообразие представителей рода на Кавказе чрезвычайно велико и до сих пор еще до конца не исчерпано. Не проходит почти года, чтобы не появлялось в печати описание новых видов, разновидностей или гибридных форм рода.

Стоит произвести лишь некоторые сравнения для того, чтобы убедиться, насколько расширились наши представления о видовом и внутривидовом богатстве наших ирисов за последние сорок лет. Так, к 1899 г. во «Флоре Кавказа» В. И. Липского [1] приводится всего лишь 18 видов, а с разновидностями—19 форм этого рода. В 1909 г. в «Определителе растений Кавказа и Крыма» [2] А. Фомина и Ю. Воронова их насчитывалось 21 вид и 25 форм. В первом издании «Флоры Кавказа» [3] А. А. Гроссгейма в 1928 г. упоминается уже 32 вида и 42 формы. Наконец, во втором издании той же «Флоры» [4] в 1940 г. насчитывается, правда, несколько меньшее число видов—30, зато общее число кавказских форм рода возросло до 52 и, помимо того, приводится еще три гибридных формы.

Таким образом, по сравнении с 1899 г. общее число видов возросло почти в два раза, а общее число форм даже почти в три раза.

Посреди кавказских представителей рода насчитываются некоторые виды, характеризующиеся исключительным внутривидовым разнообразием, как напр. *Iris Camillae* A. Grossh.—одно из красивейших растений весенней флоры полупустынь Восточного Закавказья, представленного 15-ью разновидностями и *I. elegantissima* D. Sosn., в пределах которого установлено пока 8 форм[1]. Значительным разнообразием отличаются также виды *Iris acutiloba* C. A. M. (15 форм), *lycotis* G. Woron., *lineolata* A. Grossh. и *Schelkownikowii* Fom. (по 4 формы).

[1] Самостоятельность этого вида, установленного нами в 1915 г., до настоящего времени продолжает для нас оставаться несомненной, несмотря на попытку С. Г. Тамамшян [5] рассматривать этот вид, как синоним *Iris iberica* Hoffm. Эту же точку зрения полностью разделяет с нами и А. А. Гроссгейм, во втором издании своей «Флоры Кавказа», подчинивший все разновидности *Iris iberica*, описанные С. Г. Тамамшян, виду *I. elegantissima* D. Sosn.

Еще далеко не полностью исчерпано внутривидовое разнообразие *Iris pumila* L. и *I. iberica* Hoffm. Последний из указанных видов таит в себе еще очень много пока не выявленных кавказскими систематиками форм, а также, повидимому, легко образует гибриды с близкими видами. Описание двух форм, имеющих связь с этим видом, предлагается ниже вниманию читателя.

Iris iberica Hoffm. var. *robusta* D. Sosn. var. n.

Planta robusta caule florifero ad 28 cm alto (sine flore), folia valde glauca late-linearia ad 25 cm longa. Perigonii phylla subrotunda, macula centrali obovata atro-brunneo-violacea, ceterum cremeo ob macula et punctula rubro-brunnescentia confluentia numerosa quasi reticulata, subtus pallida basi violacea. Phylla interna subrotunda pallidissime lilacina obscure nervosa, inter nervos punctulis rubidis minutissimis. Stigma lobis basi atro-vinosis, ceterum cremeis punctulis rubido-brunnescentibus conspersum. Floret aprili.

Georgia. Distr. Bortschalo, prope urb. Schulaveri. In sectione caucasica Instituti Botanici Tbilisiensis colitur.

A typo statura robustiore, perigonii phyllis externis brevioribus subrotundis intensius coloratis, internis cremeis, stigmatis lobis pallidioribus brunneo punctulatis sat bene differt.

Растение более мощное, чем типичная форма; цветочный стебель 28 см выс. (без цветка), листья весьма сизые, широко-линейные, до 25 см дл. Наружные листочки околоцветника почти округлые в центре с бархатистым очень темным коричневато-фиолетовым пятном обратно-яйцевидной формы, весь листочек по кремовому фону с красновато-коричневатым сливающимися пятнышками и точечками, образующими подобие густой сетки, с нижней стороны бледные, у основания фиолетовые; внутренние листочки околоцветника почти округлые очень бледно-сиреневые с тончайшими более темными ветвящимися жилками, последние к основанию становятся более темными, коричневато-красноватыми; в промежутках между жилками появляются мельчайшие красноватые точечки. Лопасти рыльца у основания темно-винного цвета, в остальном по кремовому фону с рисунком, образованным красновато-коричневатыми точками. Цветет в апреле.

Грузия. Борчало. В окр. г. Шулавери. Культивируется на Отделе живой кавказской флоры Ботанического Института. Цветет в апреле.

Описываемое нами растение изучается нами в живом состоянии уже с 1929 года. По целому ряду признаков оно сходно с *I. iberica* Hoffm., от которого, однако, отличается более высоким ростом, более короткими, почти округлыми и более интенсивно окрашенными наружными листочками околоцветника с более крупным пятном. Внутренние листочки околоцветника кремовые (как у *I. elegantissima* D. Sosn.); лопасти рыльца более бледно-окрашенные с красновато-коричневыми точками. Помимо того, наша форма зацветает значительно позднее типичной формы, период цветения тоже более продолжительный и растягивается в среднем до трех дней. Все эти качества представляют большую ценность для садовода, даже большую, чем особенности типичной формы.

Типичная форма *I. iberica* до настоящего времени была находима исключительно в окрестностях Тбилиси (ущелье р. Веры, Грма-геле, г. Махата, Ботанический Сад, между ст. Саганлуг и Кумиси)[1]. К сожалению, одно время этот ирис подвергался усиленному выкапыванию, корневища его сбывались различным садовым заведениям, поэтому он становился все более и более редким и в настоящее время во многих пунктах своего прежнего произрастания почти исчез.

Грузинский ирис, очевидно, образует одну таксономическую группу, с одной стороны, с более восточным видом—*Iris Camillae* Grossh., с другой с более южными видами: *I. elegantissima* D. Sosn. и *I. lycotis* G. Woron. Предки *Iris iberica* могли проникнуть в Восточную Грузию во время одного из ксеротермических периодов вместе с целым рядом представителей ксерофитных обитателей Передней Азии.

×**Iris sinistra** D. Sosn. sp. hybr. n.

(×*Iris lineolata*×*Iris iberica*?)

Rhizoma horizontale, caule florifero ad 20 cm alto, unifloro, basi tantum folioso. Folia radicalia glauca linearia arcuata acuta caule subduplo breviora, lamina ad 8 cm longa. Spatha membranacea subinflata basi viridi-lutescens parte superiore pallidissime livida ad 6 cm longa, foliolis acutissimis lanceolatis. Perigonii phylla externa late elliptica ad 5,5 cm longa, 3 cm lata apice vix angustata obtusa, integra, basi late cuneata, in unguem non angustata, basi macula vinosa instructa, versus apicem macula altera ovata, apicem versus acutata atroviolacea donata; apice cum nervis atroviolaceis et punctulis inter se confluentibus maculam quasi tertiam formantibus, ceterum cremea nervis sat crassis atroviolaceis praesertim dichotomicis margines phyllorum attingentibus praetereaque maculis permultis notata; perigonii phylla interna erecta apice reclinata rotundato-obovata apice rotundata versus basin in unguem exiguum atroviolaceum sensim cuneato-angustata, pallide lilacina nervis reticulatis dichotomice ramosis atroviolaceis et punctulis minutissimus rubido-violaceis notata. Stigma convexum atro-violaceum acute carinatum laciniis inaequalibus

[1] На одном из своих докладов в 1921 г. Н. А. Троицкий отмечал, что он находил *I. iberica* возле железнодорожной станции Сандар, а также к востоку от с. Люксембурги против с. Кочуло и высказывал предположение о том, что это растение распространено по всей гряде холмов, тянущейся от Сандара до Люксембурги. Изучение растения с последнего местонахождения обнаружило, что оно относится к var. *robusta* m.

triangularibus; stamina filamentis atro-violaceis, anthera cremea oblongae subaequantia.

Tbilisi in sectione caucasica Instituti Botanici Tbilisiensis anno 1939 a J. Mulkidzhaniano reperta est.

Корневище горизонтальное; цветущий стебель вместе с цветком 20 см выс., лишь при основании олиственный; прикорневые листья сизые, линейные, дуговидные, остроконечные, раза в два короче стебля, пластинка их до 8 см дл., крыло перепончатое, слегка вздутое, внизу зеленовато-желтоватое, в верхней части очень бледно багровое, до 6 см дл. с очень острыми листочками; наружные листочки околоцветника широко-эллиптические до 5,5 см дл. при 3 см шир., на верхушке слегка суженные, тупые, цельнокрайние, к основанию широко-клиновидные, не суженные в ноготок, при основании с размытым пятном винного цвета, неподалеку от верхушки находится второе резко очерченное бархатистое очень темно-фиолетовое пятно яйцевидной формы, к верхушке довольно сильно заостряющееся, наконец, у самой верхушки листочка, благодаря тесному соприкосновению темно-фиолетовых жилок и мелких точек, образуется подобие сильно размытого третьего пятна; в остальном листочки по очень бледному кремовому фону с довольно толстыми темно-фиолетовыми, обычно вильчато-ветвящимися жилками, большей частью доходящими до края листочка, и, кроме того, с не очень обильными точками того же цвета; при основании в своей средней части листочки усеяны довольно обильными очень темно-фиолетовыми волосками, не заходящими на среднее пятно, края листочков завороченты вниз. Внутренние листочки околоцветника вверх стоячие, внутрь согнутые округло обратно-яйцевидные, на верхушке закругленные, к основанию постепенно клиновидно-суженные в подобие очень короткого темно-фиолетового ноготка, по бледному грязно-сиреневому фону с сетью тонких вильчато-ветвящихся жилок и, помимо того, в средней части с более красновато-фиолетовыми мельчайшими точечками. Трубочка венчика 3,5 см дл., почти равна завязи. Рыльце выпуклое темно-фиолетовое, посредине с довольно острым килем, лопасти его неравнобокие, треугольные с тонкими темно-фиолетовыми жилками; тычинки с темно-фиолетовыми нитями, почти равными кремовому продолговатому пыльнику.

Собрано на Отделе живой кавказской флоры ТБИН в апреле 1940 года Я. Мулкиджаняном.

Растение производит впечатление гибрида между *Iris lineolata* (Trautv.) Grossh. и *I. iberica* Hoffm. Форма наружных листочков околоцветника— средняя между таковой у *Iris lineolata*, более широкая и тупая, чем у данного вида и *Iris iberica*. Внутренние листочки околоцветника и рыльца устроены по типу *I. iberica*. Очевидно, в данном случае мы имеем дело со спонтанным гибридом, возникшим на Отделе, где издавна культивируются оба вышеупомянутые вида, которые возможно признать за родителей *I. sinistra*.

В текущем 1941 г. описанное нами растение вторично расцвело, и диагноз вида вновь был проверен на живом экземпляре.

Данную форму желательно размножить вегетативным путем и ввести ее в садоводческую культуру.

II. Новый вид Lactuca из Армении

Lactuca Takhtadzhianii D. Sosn. sp. n.

§ 5. *Mulgedioideae* Boiss. *Cyanicae Boiss. Fl. Or. III (1875) 804.

Perennis, glaberrima, rhizomate ascendente ramoso. Caules e rhizomatis ramis enascentes numerosi 13—36 cm alti, superne rarius a medio thyrsoideo-ramosi, ramis divaricatis. Folia saepius omnia rosularia (rarius ad caulis basin folia nonnulla adsunt), sessilia glaucescentia, carnosula, subcoriacea integra obovata v. oblongo-obovata 5,5—12,0 cm longa maxima latitudine laminae in tertiam partem superiorem sita 3,0—4 cm, acuta, acuminata, margine remote et inaequaliter acute acuminato-dentata dentibus rectis v. subrecurvis nervis subtus valde prominentibus; folia caulina si adsunt pauca sensim decrescentia sublanceolata, floralia valde diminuta acuminato-protracta acuta basi subcordato-auriculata caulem amlectentia, floralia subulata v. squamiformia minutissima. Capitula numerosa florifera obconico-cylindrica parva 0,9—1,0 cm longa, 3—4 mm lata fructifera aperta hemisphaerico obconica, involucrum polyphyllum phyllis imbricatis ab externis breviter linearibus ad intima lanceolato-linearia statim aucta, omnia obtusiuscula; flores cyanei. Achaenia compressa oblongo-obovata nigra apice rostro brevissima viridi apice in discum depresso-cylindricum dilatatum transeuntem instructa, omnia longitudinaliter elevato-striata minutissime tuberculata 3 mm longa, pappo albo achenium subaequante setis barbellatis.

Armenia. Daralagëz. Inter p.p. Khachik et Akhura, in declivibus argillosis siccis in consortio *Serratulae coriaceae*. 6.VIII.40. Leg. A. Takhtadzhian.

Specimina authentica in Herbario Instituti Botanici Filiationis Armenicae Academiae Scientiarum URSS conservantur.

Species distinctissima ab omnibus g. *Lactucae* speciebus caucasicis adhuc cognitis eximie diversa.

Голое многолетнее растение с восходящим ветвистым корневищем. Стебли, возникающие из разветвлений корневища, многочисленные, 13—36 см выс. (в среднем 18,1 см) в верхней части, реже от середины, щитковидно ветвистые с расходящимися ветвями. Листья его большей частью все прикорневые (реже при основании стебля помещается несколько стеблевых листьев), сидячие, сизоватые, слегка мясистые, чуть кожистые, простые, обратно-яйцевидные или продолговато-обратно-яйцевидные, к основанию постепенно суженные с наибольшей шириной в верхней трети, длиной 5,5—12,0 (в среднем 7,5) см, наибольшая ширина 3,0—4 (в среднем 3,6) см, острые, остроконечные, по краю неравномерно отдаленно остроконечно-зубчатые с прямыми или слегка загнутыми зубцами, нервы с нижней стороны листа резко выступающие; стеблевые листья (если они имеются) немногочисленные, постепенно уменьшающиеся, почти ланцетные, верхние весьма уменьшенные, остроконечно вытянутые, острые, при основании сердцевидные со стеблеохватывающими ушками, при соцветиях шиловидные или чешуйчатые, очень мелкие. Цветки голубые; корзинки многочисленные, во время цветения обратно-конические цилиндрические, во время плодоношения открытые; полушаровидно-обратно-конические; обертка многолистная с черепичатыми листочками, от наружных коротко-линейных до внутренних ланцетно-линейных сразу увеличивающимися, все туповатые. Семянки сплюснутые, продолговато-обратно-яйцевидные, на верхушке оттянутые в очень короткий зеленый носик, расширяющийся в приплюснутый диск, все с продольными возвышающимися полосками, очень мелко бугорчатые (смотреть под бинокуляром), 3 мм дл., летучка белая, почти равная семянке с чуть бородчатыми щетинками.

Армянская ССР. Даралагез. Между сс. Хачик и Ахура, на сухих глинистых склонах в зарослях *Serratula coriacea*. 6.VIII.40. Собр. А. Тахтаджян.

Очень своеобразный вид, хорошо отличающийся от всех до сих пор известных кавказских видов р. *Lactuca*.

Аутентичный экземпляр хранится в гербарии Отдела систематики Ботанического Института Армянского Филиала АН СССР в г. Ереване.

Описываемый здесь вид впервые был собран А. Л. Тахтаджяном с того же местонахождения еще в 1938 году, но всего лишь в одном единственном экземпляре, к тому же лишенном зрелых плодов; поэтому, он был отнесен нами к р. *Lactuca* лишь провизорно. В 1940 г. А. Л. Тахтаджян собрал весьма обширный материал, по которому и составлено настоящее описание.

Благодаря весьма короткому носику семянок, данный вид приходится относить к секции *Mulgedioideae* Boiss. в группу с голубыми цветками. В этой группе, однако, наш вид занимает совершенно обособленное положение, и мы затруднялись сравнить *L. Takhtadzhiani* с каким-либо известным видом группы *Mulgedioideae*

Весьма характерным является весь облик нашего растения с его плотными толстоватыми сизоватыми листьями, как бы свидетельствующий об галофитном образе жизни данного вида.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Ботанический Институт

(Поступило в редакцию 2.8.1941)

Рис. 1. *Lactuca Takhtadzhiani* D. Sosn. Облик всего растения. 1—отцветшая корзинка; 2—отдельный цветок; 3—зрелая семянка; 4—стеблевой лист. (Рис. П. Г. Ратишвили).

დ. სოსნოვსკი

ზოგი ახალი რამ კავკასიის ფლორის შესახებ

რეზუმე

I. დამატებანი კავკასიის ზამბახების შესწავლისათვის

ავტორი აქცევს მკვლევარების ყურადღებას იშვიათი და მეტად ლამაზი ქართული ზამბახის *Iris iberica*-ს ირგვლივ დაჯგუფებულ ფორმათა კრიტიკული გადასინჯვის აუცილებლობას.

ეს სახეობა *Iris Camillae* A. Grossh., *Iris elegantissima* D. Sosn. და *Iris lycotis* G. Woron. სახეობებთან ერთად ერთ ჯგუფს შეადგენს და აგრეთვე, როგორც ზემომოყვანილი სახეობანი, ხასიათდება დიდი პოლიმორფიზმით.

ავტორი აღწერს *I. iberica*-ს ერთ-ერთ ფორმას, სახელდობრ var. *robusta* D. Sosn.-ს ქ. შულავერის მიდამოებიდან.

მცენარე აღწერილი ცოცხალ ეგზემპლარზე კულტივირებულია საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის ბოტანიკის ინსტიტუტის ცოცხალი კავკასიის ფლორის განყოფილებაში უკვე 1929 წლიდან.

Iris sinistra D. Sosn.-ს სახელწოდებით ავტორი აღწერს ფორმას, რომელსაც ის სთვლის სპონტანურ ჰიბრიდად *I. lineolata* და *I. ibericas*-ს შორის, ჰიბრიდული სახეობა წარმოიშვა ბოტანიკის ინსტიტუტის ცოცხალი კავკასიის ფლორის განყოფილებაში. ყვავილების განსაკუთრებული სილამაზის გამო ავტორი საჭიროდ სთვლის ამ ფორმის ვეგეტატიურად გამრავლებას და მის კულტურაში შეყვანას.

შეგროვილია ბოტანიკის ინსტიტუტის ცოცხალი კავკასიის ფლორის განყოფილებაში იაკობ მუნკიჯანიანის მიერ 1940 წლის აპრილში.

II. *Lactuca*-ს ახალი სახეობა სომხეთიდან

ავტორი აღწერს მეტად ორიგინალურ სახეობას *Lactuca Takhtadzhiani*-ს, შეგროვილს ა. ტახტაჯიანის მიერ სომხეთის სსრ-ში დარალაღიოზის ტერიტორიაზე. ეს სახეობა მკვეთრად განსხვავდება ამ გვარის კავკასიის ყველა წარმომადგენელთაგან. სომხეთის სსრ—დარიალღიოზი. სოფ. ხაჩიკ და ახურას შორის მშრალ თიხიან ფერდობებზე *Serratula coriacea*-ს შალდამებში 6.8.40. შეგროვილია ა. გ. ტახტაჯიანის მიერ.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
თბილისის ბოტანიკური ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. В. И. Липский. Флора Кавказа. Тр. Тифл. Бот. Сада, вып. IV. СПБ. 1899.
2. А. Фомин и Ю. Воронов. Определитель растений Кавказа и Крыма, том I. Тифлис, 1909.
3. А. А. Гроссгейм. Флора Кавказа, том I. Тифлис, 1928.
4. А. А. Гроссгейм. Флора Кавказа. Изд. 2, том II. Баку, 1940.
5. S. Tamamschian. Über einige Pflanzen aus der Umgebung von Eriwan.—Fedde. Repertorium XXXVIII.

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲑᲔ, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ЗООЛОГИЯ

Д. Н. КОБАХИДЗЕ

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ БИОЦЕНОЗОВ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТИ КОЛХИДСКОЙ НИЗМЕННОСТИ

Одновременно с широко проводимыми осушительными работами (поднятие рельефа путем кольматажа, проведение системы открытой дренировочной сети, ликвидация причин активного заболачивания), значительно нарушен прежний колорит центральной части Колхидской низменности. В связи с этим постепенно исчезают прежние биоценозы Колхиды, характерные по своим крайним условиям обитания, которые допускали существование, в основном, лишь немногих, узко-приспособленных растительных и животных форм. Происходящие в настоящее время глубокие изменения влекут за собой соответствующую диференциацию арены жизни и обусловливают расчленение прежних и создание новых типов биоценозов.

Все основные типы биоценозов центральной части Колхидской низменности в настоящее время условно можно уложит в три серии: I серия—нетронутые осушением биоценозы (с двумя основными типами биоценозов—колхидских лесов и открытых травянистых болот); II серия—биоценозы переходного периода, осушаемые (в основном кольматируемые и дренируемые массивы); III серия—биоценозы осушенных массивов (с культурными насаждениями и посевами)[1].

Для иллюстрации различий между основными современными типами биоценозов центральной части Колхидской низменности и для их характеристики, приведем некоторые результаты наших исследований, проведенных в продолжение 1938—1940 гг.

Вместе с происходящими при осушении количественными и качественными изменениями основного фактора динамики заболоченной части Колхиды—водного баланса, соответственно изменяется и почвенной покров. Например, если нетронутые осушением биоценозы развиты на торфяно-болотной (открытые травянистые болота), аллювиально-болотных и иловато-болотных (колхидские леса) почвах, то для почв биоценозов переходного периода характерна значительная пестрота: в одних случаях (при кольматаже) развиваются кольматационные наносы различного состава

[1] Здесь мы не рассматриваем биоценозов так называемой «морской гряды», ибо они занимают только незначительную территорию по прибрежной зоне.

и мощности, а в других (при дренировке) почва приводится в хозяйственную годность путем постепенной ликвидации влияния избыточной увлажненности. Биоценозы же нового типа (осушенный массив) развиваются на песчаных и супесчаных почвах.

Естественно, диференциация водного режима и почвенного покрова обусловливает соответствующую реакцию со стороны растительных компонентов, которые, находясь в соответствии с определенными условиями, значительно разнятся по отдельным сериям биоценозов.

Густота покрова растительности на единицу площади[1] дает для биоценозов I серии такие цифровые соотношения: молиниевый травостой—966 экз., ольховый лес—5603 экз.; для биоценоза II серии (кольматируемого массива)—788 экз. и для биоценозов III серии (осушенного массива)—9200 экз. Нетронутые осушением биоценозы, в зависимости от водного баланса и почвенных условий, показывают различную густоту покрова. В процессе осушения при резко меняющихся условиях среды, растительный покров обедняется и, наоборот, на осушенных уже массивах густота покрова увеличивается. Следовательно, отдельные биоценозы характеризуются различными, резко выраженными количественными показателями растительности.

По качественному составу растительности получены также достаточно характерные показатели. Для биоценозов I серии имеем: для молиниевого травостоя—32 вида, ольхового леса—52 вида; для биоценоза II серии (кольматируемого массива)—28 видов; для биоценоза III серии (осушенного массива)—80 видов. В процессе осушения наблюдается значительное качественное обеднение, а в дальнейшем, уже после осушения, развивается более богатый растительными компонентами биоценоз, т. е. наблюдается определенное своеобразие качественной структуры отдельных биоценозов.

Для ясного установления отличий по растительным компонентам в сериях биоценозов Колхиды, укажем также и показатели доминирования. Так, в биоценозах I серии доминируют: в молиниевом травостое—*Molinia littoralis* Host., *Rchynchospora caucasica* Pall., *R. alba* L. и др.; в ольховом лесу—*Carex gracilis* Curt, *Sparganium neglectum* Beeby, *Juncus effusus* Ehrh. и др.; в биоценозе II серии (кольматируемый массив)—*Phragmites communis* T., *Cladium mariscus* (L.) R. Br., *Carex gracilis* Curt и др.; в биоценозе III серии (осушенный массив)—*Agrostis capillaris* L., *Paspalum digitaria* Poir, *Vulpa myuros* Gmel. и др. Следовательно, отдельные биоценозы Колхиды отличаются соответствующими доминантами при определенных сопутствующих и слагающих эти биоценозы комплексах видов.

Существующая диференциация растительных компонентов, а также водного режима и почвенного покрова, несомненно, вызывает соответствую-

[1] Под единицей площади подразумевается количество растений в экз. на площади 3 м². Густота учитывалась только для естественно-заросших травостоев.

щую реакцию и со стороны слагающих биоценозы животных компонентов, ибо в наземных биоценозах Колхиды, как показали наши исследования, имеется тесная связь и зависимость между животными и растительными компонентами[1].

Соотношения суммарных количественных показателей животных компонентов показывают:[2] для биоценозов I серии—молиниевого травостоя—8970 экз., ольхового леса—11960 экз.; для биоценозов II серии (кольматируемого массива)—3444 экз.; для биоценозов III серии (осушенного массива)—20845 экз. Следовательно, изменения обилия учтенных групп животных совпадают с изменениями густоты покрова травостоя. Вместе с этим каждый биоценоз обладает также и определенной, характерной для него, количественной структурой животных компонентов.

Еще более своеобразно качественное распределение учетных групп животных по отдельным биоценозам. В биоценозах I серии зарегистрированы: в молиниевом травостое 171 вид и в ольховом лесу 275 видов; в биоценозе второй серии (кольматируемый массив)—131 вид; в биоценозе III серии (осушенный массив)—408 видов. Таким образом, с уменьшением общего баланса растительности в биоценозе кольматируемого массива уменьшается не только суммарное количество животных в экземплярах, но также и число видов, а в биоценозе осушенного массива, наоборот, наблюдается неуклонный качественно-количественный рост животных группировок.

Укажем также отличия по доминирующим группам животных по отдельным биоценозам. В биоценозах I серии, в молиниевом травостое, доминировали пауки, стафилины, жужелицы и др., в ольховом лесу—мокрицы, пауки, стафилины, жужелицы и др.; в биоценозе II серии (кольматируемый массив)—перепончатокрылые, цикадовые, моллюски и др.; в биоценозе III серии (осушенный массив)—цикадовые, настоящие полужесткокрылые, пауки, перепончатокрылые и др. Помимо доминирующих групп наблюдается характерное распределение по территории и приуроченность к определенным биоценозам также и не доминирующих групп. Для примера достаточно указать, что если в биоценозах I серии (особенно в ольховом лесу по р. Пичере) группа пиявок встречалась в значительном количестве, то в следующих стадиях развития биоценозов (кольматируемые и осушенные массивы) она совершенно исчезает. Особо следует отметить,

[1] См. нашу работу «О некоторых соотношениях растительных компонентов в Колхиде и отдельных групп насекомых» в «Сообщ. АН ГССР», т. II, № 4, 1941 г.

[2] Под суммарным количественным показателем подразумевается количество животных в экз., пойманных в 30 пробах (30 м² по биоценометру и в 288 м² обкошенной растительности) по каждому биоценозу. В это количество входят лишь беспозвоночные животные: пиявки, моллюски, пауки, сенокосцы, клещики, многоножки, мокрицы и большое количество групп насекомых (кузнечиковые, сверчковые, саранчевые, богомоловые, цикадовые, настоящие полужесткокрылые, жужелицы, стафилины, жуки-листоеды, долгоносики, двукрылые, чешуекрылые и некоторые другие).

что если биоценозы I серии слагаются из животных, в основном имеющих сравнительно большую историю появления на данной местности, то биоценозы III серии насыщены видами, сравнительно недавно мигрировавшими из соседних районов (Аджарии, Абхазии и Западной Грузии). Из сказанного вытекает, что основные типы биоценозов характеризуются определенной и своеобразной структурой животных группировок.

Следует отметить, что проведенные здесь границы биоценозов не всегда выражены резко, наблюдаются и естественные переходы между ними с определенными качественно-количественными отступлениями.

В заключение укажем, что современный биоценологический облик центральной части Колхидской низменности значительно диференцирован и условно его можно рассматривать как слагающиеся в основном из трех серий биоценозов. Биоценозы I серии (колхидские леса, открытые травянистые болота) в процессе осушения, изменяясь, соответственно переходят во II серию, серию биоценоза переходного типа. При быстро проводимых осушительных мероприятиях на значительной территории Колхиды, биоценозы II серии переходят в наиболее совершенную, III серию, серию биоценоза осушенного типа (с культурными насаждениями и посевами). Следовательно, уже активным воздействием человека обусловлен скачек в развитии биоценозов Колхиды.

Теперешние биоценозы, условно относимые нами к III серии, являются лишь исходными и в дальнейшем будут подвержены еще большим изменениям, подчиненным уже регулировке человека.

Академия Наук Грузинской ССР
Зоологический Институт
Тбилиси

(Поступило в редакцию 28.5.1941)

ზოოლოგია

დ. კობახიძე

კოლხიდის ცენტრალური დაბლობის ბიოცენოზების ძირითადი ტიპები

რეზუმე

1938—1940 წწ. განმავლობაში ჩატარებული ბიოცენოლოგიური გამოკვლევების საფუძველზე ავტორს გამოყავს დასკვნა, რომ კოლხიდის ცენტრალური დაბლობი ამჟამად საგრძნობლად არის დიფერენცირებული და პირობით სამ სერიად გაიყოფა. I სერია—ამოშრობით ხელუხლებელი ბიოცენოზები

(ბიოცენოზების ორი ძირითადი ტიპით—კოლხიდის ტყეებისა და ღიაბალახეული ჭაობებისა); II სერია—გარდამავალი ტიპის ბიოცენოზები (ძირითადად კოლმატირებული და დრენირებული მისივები); III სერია—ამომშრალი მასივების ბიოცენოზები (კულტურული მცენარეულობის დანარგავებითა და ნათესებით).

I სერიის ბიოცენოზები (კოლხიდის ტყეების, ღიაბალახეული ჭაობების) ამოშრობის პროცესში იცვლებიან, შედარებით ღარიბდებიან მცენარეულობისა და ცხოველების როგორც ხარისხობრივი ისევე რაოდენობრივი მაჩვენებლების მხრივ და გადადიან II სერიაში—გარდამავალი ტიპის ბიოცენოზებისა. კოლხიდის დიდ ტერიტორიაზე წარმოებული ამოსაშრობი ღონისძიებების სწრაფად გატარებასთან ერთად II სერიის ბიოცენოზები გადადიან უფრო სრულქმნილ, III სერიაში—ამომშრალი ტიპის ბიოცენოზებისა (კულტურული მცენარეულობის დანარგავებითა და ნათესებით). მაშასადამე, ადამიანის აქტიური ზემოქმედებით უკვე განსაზღვრულია გარკვეული ნახტომი კოლხიდის ბიოცენოზების განვითარებაში.

III სერიისადმი პირობით მიკუთვნილი ახლანდელი ბიოცენოზები ითვლებიან მხოლოდ გამოსავალ ბიოცენოზებად და შემდეგ კიდევ უფრო მეტად შეიცვლებიან, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ ისინი დაექვემდებარებიან ადამიანის მარეგულირებელ მოქმედებას.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ზოოლოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ФИЗИОЛОГИЯ

Аакад. И. БЕРИТАШВИЛИ (БЕРИТОВ)

ОБ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РИТМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ[1]

По новейшим исследованиям, все отделы центральной нервной системы—большой мозг, промежуточный мозг, средний мозг, мозжечок, продолговатый мозг, спинной мозг—все время показывают ритмическую деятельность независимо от внешних раздражений, т. е. все отделы ц. н. с. способны возбуждаться без воздействия каких-либо внешних импульсов, способны, как говорят, возбуждаться спонтанно (Gerard и сотр., [1, 2, 3, 4]; Bremer, [5, 6]; Spiegel, [7]).

Автоматическая ритмическая деятельность ц. н. с. в определенных случаях проявляется на периферии в виде периодических движений рабочих органов. Таковы, например, периодическая деятельность дыхательного центра в продолговатом мозгу и периодическая деятельность спинномозговых нервных центров, производящих фазные движения конечностей. Автоматическая деятельность ц. н. с. в большинстве случаев не проявляется на периферии в виде движений в рабочих органах. Такая автоматическая деятельность свойственна всем вообще нервным центрам. Очевидно, во время такой ритмической деятельности двигательные нейроны, непосредственно оканчивающиеся в мышцах, не вовлекаются в действие. Она, повидимому, всецело ограничивается промежуточными нейронами, вернее их комплексами, образующими нервные центры, координирующие аппараты.

Автоматическая ритмическая деятельность нервных центров узнается по спонтанной электрической активности. Нервные центры все время разряжаются электрическими волнами двоякого рода: медленные волны или медленные биотоки с продолжительностью в несколько сотых секунд по разному ритму до 30 в секунду и быстрые волны—быстрые биотоки с продолжительностью в несколько тысячных секунды, то же по разному ритму от 30 до 100 и выше, до нескольких сот в секунду. Эти быстрые волны в одних случаях протекают на фоне медленных, иначе говоря, накладываются на последние, а в других появляются независимо от них и без них.

[1] Доложено на Общем Собрании Академии Наук Грузинской ССР 31.8.1941.

Ряд исследователей, как Шпигель, Жерард и сотрудники, находит, что автоматическая ритмическая деятельность каждого отдела мозга отличается по характеру и по течению продуцируемых им быстрых биотоков, а именно, по высоте отдельных колебаний и по ритму их, а также по длительности и течению медленных биотоков или по присутствию и отсутствию их. Это же было замечено нами совместно с сотрудником Цкипуридзе в разных отделах головного мозга лягушки (Беритов и Цкипуридзе, [8]).

Характерная разница в автоматической ритмической деятельности мозга наблюдается также в разных участках одного и того же отдела мозга. Так, например, по нашим наблюдениям совместно с Цкипуридзе, электрическая активность продолговатого мозга лягушки в области вхождения слухового нерва значительно сильнее, чем на один миллиметр выше и ниже этого участка. В разных архитектонических участках коры большого мозга человека ритмическая деятельность также не одинакова. Например, по Рубину [9], ритм медленных волн, так наз. альфа-волн в затылочных долях несколько выше, чем в лобных. Этот ритм в лобных долях значительно более изменчив, чем в затылочных. Период затишья в отношении альфа-волн наступает не одновременно в разных отделах мозга. По нашим опытам, произведенным совместно с нашими сотрудниками Брегадзе и Цкипуридзе [10] на кошках, разные доли коры большого мозга продуцируют биотоки разного характера. Эти биотоки отличаются по ритму медленных так наз. альфа-волн и по амплитуде быстрых волн, так наз. бета-волн. Разрушение или удаление какого-либо большого участка и даже целой доли из коры большого мозга не влияет по существу на характер биотоков оставшихся неповрежденных долей большого мозга.

Далее, совместно с Брегадзе и Цкипуридзе мы нашли, что при локальном отравлении таким активным веществом, как эзерин или ацетилхолин, какого-либо одного участка коры мозга кошки, электрическая активность сильно нарастает только в отравленном участке коры. В других участках электрическая активность не меняется вовсе или меняется очень слабо в результате распространения импульсов возбуждения из отравленного участка. Точно также при локальном отравлении кокаином какого-либо одного участка мозга возбудимость понижается, электрическая активность исчезает только в отравленном участке. Из всего этого следует, что спонтанная электрическая активность данного участка мозга более или менее точно выражает его собственную автоматическую ритмическую деятельность.

Автоматический характер электрической активности головного мозга при отсутствии внешних раздражений доказывается разными путями. Известно, например, что она наблюдается в мозгу на таких истощенных или наркотизированных препаратах лягушки и кошки, на которых периферические раздражения не вызывают рефлекторных реакций. По данным Бремера, в коре большого мозга кошки электрическая активность наблюдается при исключении всякой импульсации со стороны чувствующих органов, рецепторов; например, после перерезки ствола мозга позади промежуточного мозга, а также зрительных путей впереди промежуточного мозга (Bremer, [5, 6]). Также в среднем мозгу кошки, по данным Дубнера и Жерарда (в corpus geniculatum lateralis), электрическая активность наблюдается при исключении всякого рода привходящих нервных импульсов, например, после перерезки зрительных нервов и всего ствола мозга позади четверохолмия, а также после одновременного удаления зрительных и теменных долей головного мозга. По нашим наблюдениям, на обрезанной голове лягушки все отделы головного мозга обнаруживают по существу такую же электрическую ритмическую деятельность, как в целом животном.

По Жерарду и Юнгу [1], автоматическая ритмическая деятельность сохраняется в головном мозгу лягушки даже в том случае, если он вынут из черепа. Она также наблюдалась в небольшом изолированном участке его. Так, по данным Либета и Жерарда [2], спонтанные биотоки отводятся от небольшого участка обонятельной доли лягушки весом около 0,1 мг. На основании этих наблюдений следует заключить, что спонтанная электрическая активность отделов головного мозга обусловливается ритмическим самовозбуждением внутримозговых, промежуточных клеток мозга. Самовозбуждение характерно для живой возбудимой системы вообще. Но, безусловно, оно в большей мере свойственно внутримозговым нервным клеткам, чем всем остальным нервным элементам. Иначе говоря, изохронное расщепление значительной части возбудимой системы клетки, дающее начало распространяемому процессу возбуждения, возникает в нервной клетке само собою под влиянием тех физико-химических условий, какие имеются внутри и снаружи нервных клеток. Из клеток возбуждение распространяется по нервным волокнам, активируя тем самым, с одной стороны, другие нервные клетки, а с другой дендритное сплетение, образующее нейропиль. Мы находим, что возбуждение нервных клеток и нервных волокон проявляется в быстрых колебаниях электрического потенциала высокого ритма, а активное состояние нейропиля—в медленных колебаниях низкого ритма.

Периферические раздражения определенным образом действуют на автоматическую ритмическую деятельность мозга, а значит и на спонтанную электрическую активность мозга. Но на автоматическую деятельность данного центра влияет по преимуществу раздражение того рецептора, который связан с ним непосредственно. Так, по нашим исследованиям совместно с Цкипуридзе, у лягушки на автоматическую ритмическую деятельность среднего мозга, там, где первично оканчивается зрительный нерв, сильно влияет раздражение глаза освещением или затемнением его, а также движением предметов в поле зрения лягушки. На ритмическую деятельность передней части продолговатого мозга, где первично заканчивается слуховой нерв, сильно влияют звуки. На автоматическую деятельность плечевого отдела спинного мозга, где оканчиваются чувствительные нервы от кожи передней конечности, сильнее действует раздражение кожи передней конечности (Беритов и Цкипуридзе, [8]). В этих опытах на лягушке влияние периферических импульсов выражалось в усилении существующей автоматической ритмической деятельности. Это усиление проявляется в учащении и усилении быстрых биотоков. Одновременно могут усилиться и участиться также медленные биотоки. Так бывает, например, в среднем мозгу лягушки (Беритов и Цкипуридзе, [8]). Но известно, по данным ряда исследователей, что в определенных случаях под влиянием внешних раздражений учащение быстрых биотоков может сопровождаться ослаблением и даже исчезновением медленных биотоков. Так бывает в больших полушариях мозга млекопитающих и человека (Бергер, [19] и др.). То же наблюдали наши сотрудники Дзидзишвили, Бакурадзе и Гедеванишвили при изучении электрической активности головного мозга людей и животных.

Ритмическая деятельность данного отдела мозга зависит от рецептора не только в том случае, когда рецептор раздражается от внешних воздействий. Само присутствие рецептора и сохранность нормальных связей между мозгом и рецептором играют существенную роль в ритмической деятельности. Так, например, совместно с Цкипуридзе мы выяснили, что у лягушки после разрушения одного лабиринта, т. е. внутреннего уха, на одной стороне, сильно ослабевает спонтанная электрическая активность на той же стороне продолговатого мозга, т. е. она здесь значительно слабее, чем на другой стороне, причем эта разница наблюдается при полном отсутствии звуков (Беритов и Цкипуридзе, [8]).

Зрительный рецептор сам по себе также оказывает сильное благоприятствующее влияние на ритмическую деятельность определенных отделов мозга, ибо по нашим наблюдениям у лягушки перерезка зрительного нерва сопровождается ослаблением спонтанной электрической активности в противоположном холмике среднего мозга (Беритов и Цкипуридзе, [8]). Кроме того, известно, что зрительный нерв производит ритмическую импульсацию, когда глаз находится в полной темноте, когда глаз не может раздражаться. Это, например, мы наблюдали совместно с Цкипуридзе на зрительном нерве лягушки. Значит, ритмическое возбуждение зрительного нерва обусловливается спонтанным возбуждением сетчатки под влиянием тех физико-химических условий, какие имеются все время внутри глаза.

Это спонтанное возбуждение сетчатки, конечно, со своей стороны все время действует возбуждающе на средний мозг.

В опытах совместно с Цкипуридзе на лягушках мы также заметили, что задне-корешковые чувствительные нервы, будучи связаны с кожными и мышечными рецепторами, все время производят спонтанное возбуждение очень высокого ритма. Малейшее раздражение их усиливает эту ритмику в соответствующем чувствительном нерве и через него также в соответствующем сегменте мозга. Значит, активное состояние кожных и мышечных рецепторов также имеет место не только при внешних раздражениях, но и спонтанно, под влиянием внутренних физико-химических изменений.

Из вышеизложенного ясно видно, что рецепторы самовозбуждаются все время, возникаемые при этом импульсы посылаются все время в ц. н. с., усиливаясь лишь моментами под влиянием внешних адэкватных раздражений.

Усиление ритмической деятельности ц. н. с., проявляющееся под влиянием внешних раздражений, может сопровождаться наступлением движений. Но это не обязательно. Звуки, например, действуют на ритмическую деятельность продолговатого мозга очень сильно без всяких внешних движений. Легкое кожное раздражение, например, прикосновение, может вызвать усиление ритмической деятельности спинного мозга без двигательных рефлекторных реакций (Беритов и Цкипуридзе, [8]).

Особенности ритмической деятельности того или другого нервного комплекса определяются, во-первых, физиологическими особенностями клеточных элементов данного комплекса, во-вторых, структурой его, а именно связями между его клеточными элементами, развитием нейропиля и связями нейропиля с клеточными элементами и, в-третьих, связями данного нервного комплекса с другими комплексами мозга.

Значение физиологического состояния клеточных элементов в ритмической даятельности хорошо выявляются при его изменениях в сторону ухудшения или улучшения. Автоматическая ритмическая деятельность в головном мозгу ухудшается, когда препарат отмирает, при этом ритм биотоков уменьшается, амплитуда падает. То же бывает при искусственной задержке кровообращения в мозгу путем перевязки сосудов. Так, в коре большого мозга кошки после остановки кровообращения сначала исчезают быстрые волны, а потом через 20″ исчезает вся электрическая активность. Причем последняя исчезает раньше всего в высших отделах головного мозга (Jasper, [12]). Но характерно, что по нашим наблюдениям на лягушке автоматическая деятельность еще существует некоторое время после того, как рефлексы перестали вызываться. Небольшое, повышение содержания калия в крови—на 20—50%, вызывает, наряду с повышением рефлекторной деятельности, усиление электрической активности в среднем мозгу кошки. Повышение содержания кальция, наоборот, понижает и то и другое. На электрическую активность мозга действуют и другие химические факторы (Dubner и Gerard, [4]). Эти факты указывают, что автоматическая ритмическая деятельность или «спонтанное» изохронное расщепление ганглиозных клеток центральной нервной системы находится в определенной зависимости от функционального состояния мозга, иначе говоря, от интенсивности основного обмена веществ. При этом чем лучше условия для восстановления возбудимой системы после возбуждения, чем интенсивнее обмен веществ внутри клеток, тем чаще происходит «самопроизвольное» возбуждение возбудимой системы, тем интенсивнее каждое такое возбуждение.

Значение структуры нервных элементов в производстве ритмической деятельности хорошо выявляется в разном характере этой деятельности в разных отделах мозга и в разных участках одного и того же отдела мозга. Когда в каком-либо звене данного нервного комплекса возникает возбуждение «самопроизвольно» или под влиянием внешних раздражений, то это возбуждение вращается некоторое время по всем нервным кругам данного комплекса и в то же время активирует дендритное сплетение, образующее нейропиль. От организации нервных кругов и соответствующего нейропиля, от всей истории развития их, зависит как долго и как быстро, а также в каком порядке будут разряжаться импульсы из разных нервных кругов и каковы будут интенсивность и длительность активного состояния нейропиля. Но, конечно, как длительность, так и частота и порядок этих процессов в каждом нервном комплексе, могут сильно меняться под влиянием изменения физико-химических условий внутренней среды.

Значение нервных связей с другими нервными комплексами для автоматической ритмической работы нервных комплексов также доказывается определенного рода наблюдениями. Благодаря взаимодействию, осуществляемому через нервные связи, ритмическая деятельность данного нервного комплекса усложняется и даже может видоизмениться под влиянием нервных импульсов, притекающих из других комплексов.

Так, например, в отношении электрической активности коры большого мозга известно, что она в каждом отделе ее определенным образом зависит от влияний из других отделов мозга. Известно, что медленные волны коры большого мозга, альфа-волны в симметричных участках обоих полушарий, более или менее совпадают по времени. У людей такая полная синхронизация в лобных долях выражена сильнее, чем в затылочных. В лобных долях почти 100 процентов альфа-волн наступают одновременно, в то время как в затылочных долях — только 50—80% (Hugger, [14]). Эти синхронные альфа-волны начинаются совершенно одновременно. Поэтому можно думать, что автоматическая деятельность двух симметричных участков управляется из одного общего для них автоматического центра, каким, по мнению Бергера [11], Корнмюллера [17] и [illegible] является промежуточный мозг. Зависимость спонтанной электрической активности коры мозга от промежуточного мозга доказана специальными опытами Леви и Гаммона [15], Форбса и Морисона [16]. Эти авторы показали, что та спонтанная электрическая активность коры мозга, какая проявляется во время наркоза, исчезает после перерезки нервных путей, восходящих от промежуточного мозга в кору и вновь возникает во время раздражения этих путей.

Однако, взаимодействие между симметричными участками обоих полушарий большого мозга по ассоциативным нервным связям, которое объединяет эти два полушария, также должно играть определенную роль в возникновении и синхронизации альфа-волн. Определенные наблюдения прямо указывают на это. Так, например, на основании исследований Куртиса [18], известно, что даже при глубоком наркозе раздражение одного участка в одном полушарии вызывает изменение электрической активности в симметричном участке другого полушария. Или, например, по Хюггеру [14], при повреждениях (опухолях) в передней части мозолистого тела, через которое проходят эти ассоциативные нервные связи, исчезает синхронизация альфа-волн в лобных долях.

Определенное взаимодействие существует также между разными участками одного полушария. Известно, что в разных участках одного и того же полушария альфа-волны наступают большей частью более или менее одновременно. Особенно большой процент совпадания альфа-волн бывает между затылочными и теменными долями. Процент совпадания меньше между затылочными и лобными долями. Но здесь в пределах одного полушария не бывает полной синхронизации. Альфа-волны затылочных долей начинаются всегда раньше, чем соответствующие им альфа-волны других долей. Это обстоятельство приводит к предположению, что автоматическая ритмическая деятельность затылочных долей коры мозга у человека является ведущей, доминирующей, и что она подчиняет себе в некоторой мере ритмическую деятельность других отделов коры мозга по принципу относительной координации.

Всякое ненормальное патологическое состояние того или другого отдела или участка мозга, чем бы оно не было вызвано: механическим повреждением мозга или отравлением токсинами, т. е. бактериальными ядами, или даже всяким более или менее значительным повышением функции или, наоборот, всяким более или менее значительным понижением функции — во всех этих случаях патологическое состояние находит свое определенное отражение в изменениях нормы автоматической ритмической деятельности данного отдела или участка мозга и в ее отношении к внешним раздражениям. Сообразно меняется и электрическая активность данного мозга: меняется ритм медленных и быстрых волн, их периодичность, их интенсивность и продолжительность.

Поэтому, путем изучения электрической активности заболевшего мозга можно установить характер и степень заболевания, точно определить место заболевания, первичный очаг и пределы распространения патологического состояния в мозгу.

Колебания электрического потенциала того или другого участка мозга чисто физически распространяются, проводятся через нервную ткань и другие близлежащие ткани. Поэтому их можно отвести в аппарат, который регистрирует изменения потенциала, например, в осциллограф катодных лучей, не только непосредственно от мозга, но и от костных и кожных покровов. Например, электрические волны, возникаемые в затылочных долях головного мозга человека, можно отвести от кожной поверхности затылочной части черепа, электрические волны лобных долей мозга от кожной поверхности лба и т. д. Но так как электродвигательная сила этих волн очень мала (в пределах от нескольких микровольт, т. е. миллионных вольта, до нескольких десятков или сотен микровольт), то для регистрации приходится предварительно усиливать эти волны. Для катодного осциллографа нужно усилить отводимые биотоки мозга в полмиллиона раз и больше, для шестишлейфового осциллографа—до 50.000 раз. Эти усилители тока строятся по типу усилителя радио-волн в радио-приемниках; усилению подвергаются волны сравнительно низкой частоты от 1 до 2.000 в 1", ибо физиологическая активность живых тканей не дает разрядов выше этой частоты.

Желая оказать определенную помощь Красной Армии в деле обороны отечества, мы решили перестроить нашу осциллографическую исследовательскую работу на обслуживание военно-лечебных учреждений. Мы решили выработать методику исследования электрической активности головного мозга человека и животных путем отведения биотоков от кожной поверхности черепа и затем изучить нормальную и патологическую деятельность мозга человека и животных в целях установления типов электрической активности того или другого отдела мозга и ее изменения при заболеваниях мозга. С этой целью мы регистрировали нормальную электрическую активность мозга наших сотрудников и ряда больных, приводимых из разных больниц с патологическими изменениями в головном мозгу.

Кроме того, у животных, у кошек и собак, искусственно вызывали заболевание того или другого отдела мозга, и потом следили, как меняется его электрическая активность. С этой же целью мы удаляли или разрушали тот или другой участок коры большого мозга; затем вызывали механическое повреждение определенного отдела мозга путем операционного введения твердого предмета внутрь черепа. Во всех этих случаях мы следили, как и где меняется электрическая активность головного мозга.

Аналогичная исследовательская работа производилась в течение последних лет как у нас в Союзе, так и за границей. Но в общем результаты исследования были еще очень незначительны и имели небольшое практическое значение. Поэтому нам придется не мало поработать, чтобы можно было сразу и точно определить по изменениям электрической активности характер и местоположение заболеваний мозга. Но уже в настоящее время мы располагаем такими результатами, что смело можем применить выработанную нами осциллографическую методику для диагностики заболеваний мозга человека.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт физиологии
имени акад. И. С. Бериташвили
Тбилиси

(Поступило в редакцию 18.9.1941)

ფიზიოლოგია

აკად. ივ. ბერიტაშვილი

ცენტრალური ნერვული სისტემის ავტომატური რითმული მოქმედების შესახებ

(მოხსენებულია საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის საერთო სხდომაზე 31.8.1941)

რეზიუმე

ცენტრალური ნერვული სისტემის თითოეული განყოფილება განიცდის რითმულ მოქმედებას ყოველ ჟამს, დამოუკიდებლად გარეშე გაღიზიანებებისა. ამ ავტომატურ რითმულ მოქმედებას თან სდევს ელექტრული მოვლენები, ელექტრული აქტივობა. ტვინის თითოეული განყოფილების ელექტრული აქტივობა თავისებურ სახეს ატარებს. როდესაც ტვინის რომელიმე ნაწილი ზიანდება, პათოლოგიურ პროცესს განიცდის, მისი ელექტრული აქტივობა იცვლება. ამიტომ ტვინის ელექტრული აქტივობის შესწავლით შესაძლებელი ხდება ტვინის დაზიანების ხასიათისა და ადგილმდებარეობის გამოცნობა-დიაგნოსტიკა.

ფიზიოლოგიის ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ შემუშავებულია სპეციალური ოსცილოგრაფიული მეთოდიკა, რომელიც გამოყენებული იქნება სამხედრო ჰოსპიტლებში ტვინის ჭრილობების და საზოგადოდ მისი დაავადების დიაგნოსტიკისათვის.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
აკად. ი. ბერიტაშვილის სახელობის
ფიზიოლოგიის ინსტიტუტი
თბილისი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ᲪᲘᲢᲘᲠᲔᲑᲣᲚᲘ ᲚᲘᲢᲔᲠᲐᲢᲣᲠᲐ

1. R. W. Gerard a. J. Z. Young. Proc. Roy. Soc. B. vol. 122, p. 343, 1937.
2. B. Libet a. R. W. Gerard. Proc. Soc. Exp. Biol. a. Med., vol. 38, p. 886, 1938.
3. B. Libet a. R. W. Gerard. J. Neurophysiol., vol, 2, p. 153, 1939.
4. H. H. Dubner a. R. W. Gerard. J. Neurophysiol., vol. 2, 142, 1939.
5. Fr. Bremer. C. R. Soc. Biol., t. 127, p. 388, 1938.
6. Fr. Bremer. C. R. Soc. Biol., t. 118, p. 1235, 1935.
7. E. A. Spiegel. Am. J. Physiol., vol. 118, p. 569, 1937.
8. И. Беритов и Л. Цкипуридзе. Характеристика электрической активности разных отделов мозга лягушки. Готовится к печати. 1941.
9. M. A. Rubin. J. Neurophysiol., vol. 1, p. 313, 1938.
10. И. Беритов, А. Брегадзе и Л. Цкипуридзе. О биотоках большого мозга кошки. Готовится к печати. 1941.
11. H. Berger. Arch. Psychiat. Nervenkr., Bd 87, S. 527, 1939; Journ. Psychol. Neurol., Bd. 40, S. 160, 1930.
12. H. H. Jasper. Annual Review. of Physiol., vol. III, p. 377, 1941.
13. E. v. Holst. Pflüg. Arch., Bd. 237, S. 655, 1938.
14. H. Hugger. Pflüg. Arch., Bd. 244, S. 309, 1941.
15. F. H. Lewy a. G. D. Gammon. J. Neurophysiol., vol. 3, p. 388, 1940.
16. A. Forbes a. B. R. Morison. J. Neurophysiol., vol. 2, p. 112, 1939.
17. A. E. Kornmüller. Die bioelectr. Erscheinungen d. Hirnrindfelder etc. Leipzig, 1937.
18. H. J. Curtis. J. Neurophysiol., vol. 3, p. 407, 1940.
19. H. J. Curtis. J. Neurophysiol., vol. 3, p. 414, 1940.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ფსიქოლოგია

რ. ნათაძე

ვერბალური გზით ცნების დაუფლების განვითარება ონტოგენეზში

ცნების შემუშავების გავრცელებულ ექსპერიმენტალურ მეთოდებში ცნების დაუფლება ცალმხრივად შეისწავლება, შეისწავლება მხოლოდ ერთი გზა—გზა „ქვევიდან ზევით“, ე. ი. კონკრეტული მასალით ან მისი განზოგადებით ცნებისაკენ; ხოლო ამის საწინააღმდეგო გზა—გზა „ზევიდან ქვევით“, ე. ი. ცნების შემუშავების ვერბალური გზა (ცნების შემუშავება ზოგადი ცნების დეფინიციიდან უფრო ვიწრო, კონკრეტი ცნებისაკენ გადასვლით) კვლევაძიების გარეშე რჩება. მაგრამ ცხოვრებაში, განსაკუთრებით სასკოლო პირობებში, ცნებათა უმრავლესობას ბავშვი იძენს სწორედ ამ უკანასკნელი, ვერბალური, გზით („ზევიდან ქვევით“). ამიტომ ჩვენ მიგვაჩნია, რომ ცნებათა შემუშავების ამ უკანასკნელი გზის ექსპერიმენტალური გაშუქება არ არის მოკლებული როგორც თეორიულ, ისე პრაქტიკულ-პედაგოგიურ მნიშვნელობას.

მეთოდი

1) ტრანსპორტის სახეების ცნებები

ექსპერიმენტატორი სიტყვებით—„მე გასწავლი ახლა შენ უცხო სიტყვებს, რომელიც შენ არასოდეს არ გაგიგონია“—აძლევს ც. პ-ს[1] (სასკოლო ასაკის ბავშვებს) ამომწურავ განსაზღვრას ცნება „ფარზენდის“, რომელიც პირობითად აღნიშნავს ადამიანის მიერ გაკეთებულ სატრანსპორტო საშუალებებს.

მის შემდეგ, რაც. ც. პ. შესძლებს განსაზღვრის სწორ გამეორებას, მას ეძლევა ორი სახეობითი ცნების განსაზღვრა: „ვისპესი“—სატრანსპორტო საშუალებები, რომელიც მხოლოდ ცოცხალი ძალის საშუალებით მოძრაობს, და „მატპესი“—სატრანსპორტო საშუალებები, რომელიც მხოლოდ არაცოცხალი ძალის საშუალებით მოძრაობს. ორივე განსაზღვრაში უახლოესი გენუსის სახით გამოიყენება პირველი (გვაროვნული) ცნება „ფარზენდი“. მაგალითად, „ვისპესი ეწოდება ისეთ ფარზენდს, რომელიც ცოცხალი ძალის საშუალებით მოძრაობს“.

მის შემდეგ, რაც ც. პ.-მა რამოდენიმეჯერ გაიმეორა სამივე ცნების განსაზღვრა, მას ეძლევა „ვისპესის“ და „მატპესის“ ქვეცნებათა განსაზღვრა:

„კირბონი“ ეწოდება ისეთ „ვისპესს“, რომელიც მოძრაობს მხოლოდ ადამიანის კუნთური ძალის საშუალებით.

[1] ც. პ.—შემოკლებით „ცდის პირი“

„სენსეტი“ ეწოდება ისეთ „ვისპესს“, რომელიც მოძრაობს მხოლოდ ცხოველის ძალის საშუალებით.

„რუდოსი“ ეწოდება ისეთ „მატპესს“, რომელიც მოძრაობს მხოლოდ ბუნების ძალის საშუალებით.

„დიკშერი“ ეწოდება ისეთ „მატპესს“, რომელიც მოძრაობს მხოლოდ მანქანის ძალის საშუალებით.

ყოველ ცნებაზე ექსპერიმენტატორი დიდხანს ჩერდება.

მის შემდეგ, რაც ც. პ.-მა შეითვისა ახალ ცნებათა მთელი მინიატურული სისტემა (ე. ი. შვიდივე ცნება), გადავდივართ ცდის შემდეგ ეტაპებზე, რომლის მიზანს ახალშეთვისებულ ცნებათა ფსიქოლოგიური ბუნების გაშუქება შეადგენს.

ეს ეტაპები, ძირითადში, შემდეგ მომენტებს შეიცავენ: 1) ახალ ცნებათა გამოყენება ექსპერიმენტატორთან საუბარში; 2) ამოცანები, რომლებიც არკვევენ შვიდივე ახალ ცნებას შორის არსებულ ლოგიკურ მიმართებათა გაგებას ბავშვის მიერ; 3) ახალ ცნებათა კონკრეტ მაგალითების (საგნების) დასახელება (შენ გინახავს ოდესმე დიკშერი?—მაგალითად, რას ჰქვია დიკშერი?); 4) ახალ ცნებათა გამოყენება ექსპერიმენტატორის მიერ მოწოდებულ კონკრეტ საგანთა სურათების დასახელებისათვის (ურემი, ეტლი, ავტო, ველოსიპედი, იალქნიანი ნავი, ტივი) და სხვ.

2) ადამიანთა შორის დამოკიდებულებათა მიმართებითი ცნებები

რამდენადაც პირველ მეთოდში შემუშავებულ ცნებებს შედარებით კონკრეტული მნიშვნელობა აქვთ (მათი შინაარსი კონკრეტ საგნებში ჰპოვებს თავის განსახიერებას), ჩვენ მეორე მეთოდიც გამოვიყენეთ; ამ მეთოდში იმავე ხერხებით, რაც ზემოთაღწერილ მეთოდში, ც. პ.-ს. ეძლევა მიმართებათა ნახევრად აბსტრაქტული ცნებები, რომლებიც გამოხატავენ ადამიანთა შორის დამოკიდებულების სხვადასხვა სახეს[1].

ამ მეთოდში გამეორებულია პირველი მეთოდის ყველა ეტაპი.

ექსპერიმენტი ჩატარებული იყო 1935/36 სამოსწავლო წელს, თბილისის მე-3, ყოფილ საცდელ, სრულ საშუალო სკოლის მოწაფეებზე დაწყებული ე. წ. „ნოლჯგუფიდან“ და მე-10 კლასით დამთავრებული.

იმავე კატეგორიის ც. პ.-ბზე (იმავე სკოლის იმავე კლასების მოსწავლეებზე), იმავე დროს ცდა ჩატარებული იყო ცნების შემუშავების ჩვეულებრივი მეთოდით, ე. ი. იმავე ცნებების შემუშავება ხდებოდა „ქვევიდან ზევით“ დაწყებული კონკრეტი მასალის (მაგ., ტრანსპორტის სურათების) დაჯგუფებით და მისი განზოგადოებით და გათავებული ზოგადი ცნების შემუშავებით [1].

ამრიგად, ჩვენ გვაქვს შესაძლებლობა შევადაროთ ერთმანეთს ცნების შემუშავების ეს ორი გზა—ვერბალური გზა („ზევიდან ქვევით“) და გზა კონკრეტი, თვალსაჩინო მასალიდან ზოგადი ცნებისაკენ (გზა „ქვევიდან ზევით“).

[1] ამცნებათა შინაარსის შესახებ იხ. [1].

ვერბალური გზით („ზევიდან“) მიღებულ ცნებათა დაუფლება

კონკრეტი მასალის გარეშე, მხოლოდ დეფინიციის გზით მიწოდებულ ახალ ცნებათა დაუფლების განვითარებაში, ჩვენი მასალის მიხედვით, გასარჩევია შემდეგი ძირითადი ეტაპები.

1. *პირველი საფეხური.* მიღებულ სიტყვიერი დეფინიციიდან ბავშვი სრულიად ვერ გებულობს ახალი ცნების მნიშვნელობას, სრულიად ვერ წარმოუდგენია, რა კონკრეტ საგნებს შეიძლება ეხებოდეს ეს ცნება, თუმცა ყოველი ცალკე სიტყვა დეფინიციიდან მისთვის სავსებით ნაცნობია და გასაგებია.

2. *მეორე საფეხური.* თავიდავნე დაახლოებით სწორად გებულობს მოწოდებული ცნების აზრს და ისიც იმდენად ბუნდოვანი, გაურკვეველი, დიფუზიური და ლაბილური იდეის სახით, რომ ამ გაგების შინაარსის ფიქსაცია ცნობიერებაში ბავშვს უჭირს, იგი ვერ იყენებს მას გონებრივ ოპერაციებში და ძალიან მალე სულაც „დაკარგავს“. მიღებული „ცოდნა“ გაქრება ისე, რომ ბავშვი ისევ სრულიად ვერ წარმოიდგენს ახალი ცნების მნიშვნელობას. ამრიგად, ცნების ეს გაგება თითქმის მომენტანური, წარმავალი პროცესის ხასიათს ატარებს.

3. *მესამე საფეხური.* დეფინიციის მიღებისთანავე ბავშვი *სპონტანურად ეძებს „მაგალითს“*—კონკრეტ საგანს, რომ გასაგებად გახადოს თავისთვის ამ დეფინიციის მნიშვნელობა, მას თითქოს წყურია მიღებული „განყენებული“ აზრის გათვალსაჩინოება: *გაგება მისთვის კონკრეტი საგნის წარმოდგენას ნიშნავს.*

მაგრამ წარმოიდგენს თუ არა ბავშვი რაიმე კონკრეტ საგანს (შესაფერს თუ შეუფერებელს) „ცნება“ მაშინათვე *მხოლოდ ამ კონკრეტი საგნის* მნიშვნელობას *ღებულობს* მისთვის და ამ დამახინჯებული მნიშვნელობით რჩება მის ცნობიერებაში.

4. *მეოთხე საფეხური* (განსაკუთრებით ტიპიურია II კლასისათვის—9 წ. ასაკისათვის). თავდაპირველად ბავშვი დეფინიციიდან სწორად, თუმცა კიდევ საკმაოდ ბუნდოვანად, გებულობს ცნებას, იგი გებულობს მოწოდებული ცნების არსებით ნიშანს და დასაწყისში იმეორებს მას ცნების დეფინიციის სახით, მაგრამ *ეს ნიშანი, კონკრეტი საგნის წარმოდგენის გარეშე, ჯერ ვერ ასრულებს ცნების რეპრეზენტანტის როლს:* ამ საფეხურზე მდგომ ბავშვს ძალუძს, სხვისი დახმარებით, *კონკრეტი საგნიდან გამოჰყოს ნიშანი და დაეუფლოს მას, მაგრამ უსაგნოთ, მხოლოდ ვერბალური გზით მოწოდებული ნიშნის დაუფლება, ამ ნიშნით გონებრივი ოპერაციების შესრულება და ნიშნიდან საგნის წარმოდგენა, მის ძალებს აღემატება.* საგნიდან გამოყოფილი ნიშანი უფრო გასაგებია და გარკვეულია, ვიდრე უსაგნოთ მოცემული ნიშანი.

მართლაც, ამ საფეხურზე ახალი ცნების მნიშვნელობა იმდენად არა მყარია, ლაბილურია და იმდენად არაა გარკვეული, რომ გონებრივი ოპერაციების შესრულებისას, ცნების მნიშვნელობა მუდამ განიცდის დიდ არსებით ცვლილებებს—ბავშვი ერთ და იმავე ცნებაში ყოველ მომენტში სხვა მნიშვნელობას გულისხმობს, ისე რომ ცდის ბოლოსათვის ახალ ცნებათა მნიშვნელო-

ბის სრული აღრევა ხდება. არის შემთხვევები, რომ პირველივე [illegible] ოპერაციების შესრულებისას, პირველად შემუშავებული არა მყარი ბუნდოვანი „იდეა“ იცვლება და ღებულობს სხვა, შედარებით უფრო თვალსაჩინო ნიშნით აღნიშნულ საგანთა კატეგორიის მნიშვნელობას. ყოველ შემთხვევაში მოწოდებული ცნების მნიშვნელობას ბავშვი ვერ ინარჩუნებს.

5. *მეხუთე საფეხური.* დასაწყისში მოზარდი სწორად და გარკვეულად გებულობს მიწოდებული ცნების აზრს, მაგრამ *გონებრივი ოპერაციების შესრულებისას* მას უჭირს „განყენებული“ აზრის *ფიქსაცია*, იგი ვერ ეუფლება იდეურ ობიექტს, თვალსაჩინო კონკრეტი მასალის გარეშე მიღებულს, და ცდილობს მოახდინოს მიღებული ცოდნის კონკრეტიზაცია, გათვალსაჩინოება და „ცნების“ თითქოს საილუსტრაციოდ კონკრეტ საგანს წარმოიდგენს. ამის შემდეგ ცნება *უკვე ამ საგნის, როგორც მისი რეპრეზენტანტის, სახით არის წარმოდგენილი.* ხოლო ცნების რეპრეზენტაცია მისი *ნიშნის* სახით ჯერ კიდევ აღემატება ბავშვის ძალებს. ამ საფეხურზე ბავშვს უჭირს ახალი ცნების კონკრეტ საგნებზე გადატანა, ე. ი. საგანთა მიკუთვნება ახალი ცნებისათვის. ამრიგად, ამ საფეხურზე მხოლოდ *ვერბალურ* სიბრტყეში ბავშვი ვერ წვდება იმას, რაც მისთვის უკვე ადვილი მისაწვდომია კონკრეტი მასალის კონტექსტში. კონკრეტი მასალიდან შემუშავებულ „იდეურ ობიექტს“ ბავშვი უკვე (სხვისი დახმარებით) ეუფლება, ხოლო ვერბალური გზით (დეფინიციით) მოწოდებულს ვერ ეუფლება.

6. *მეექვსე საფეხური.* შემდეგ ეტაპს, რომელიც პირველად მე-4 კლასის—11 წ. ასაკის საფეხურზე მიიღწევა, ხოლო საყოველთაო გავრცელებას 7 კლასში აღწევს, ბავშვი უკვე ეუფლება დეფინიციის გზით მოწოდებულს „იდეურ ობიექტს“ (არსებით ნიშნებს). ცნებას ახლა იგი სწორად გებულობს არა მარტო დეფინიციის მიღებისთანავე, არამედ *საბოლოოდ ინარჩუნებს* მის გაგებას. იგი აღარ სტოვებს არსებითი ნიშნის თვალსაზრისს თვით კონკრეტი საგნების წარმოდგენისას. ბავშვი უკვე თავისუფლად ახდენს ყოველგვარ ოპერაციებს ამ ვერბალური გზით მიღებული ცნებებით.

ეს საფეხური უფრო ადრე მიიღწევა იმ კონკრეტ ცნებათა მიმართ, რომლის საგნის წარმოდგენა ცნების ნიშნიდან უფრო ადვილია, ხოლო უფრო გვიან იმ ცნებათა მიმართ, რომლის საგნის წარმოდგენა ნიშნიდან გამოსვლით უფრო ძნელია.

ამ საფეხურის მიღწევის შემდეგ, მოზარდი მალე აღწევს ვერბალური გზით მოწოდებულ ცნებათა დაუფლების იმ დონეს, რომელიც მიღწეული აქვს ცნებების კონკრეტი მასალიდან შემუშავებისას (გზა „ქვევიდან ზევით“), თუმცა უეჭველია, რომ ვერბალური გზით მოწოდებულ ცნებათა აღნიშნულ დაუფლებას, ჩვენს ცდაში, ხელს უწყობს მოწოდებულ ცნებათა სპეციფიკურობა: ცნების კონკრეტი მასალა ბავშვებისათვის იმთავითვე ნაცნობია ყოველდღიური გამოცდილებიდან.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ფსიქოლოგიის სექტორი
თბილისი

(შემოვიდა რედაქციაში 6.6.1941)

ПСИХОЛОГИЯ

Р. Г. НАТАДЗЕ

К РАЗВИТИЮ ВЕРБАЛЬНОГО ПУТИ ОВЛАДЕНИЯ ПОНЯТИЕМ

Образование понятия «сверху вниз»

Резюме

При помощи распространенных экспериментальных методов исследования образования понятия изучается лишь один путь образования понятия: путь «снизу вверх», от конкретного материала, через его обобщение, к понятию и дальше от узких, видовых понятий, через их обобщение, к родовому, общему понятию. Вербальный же путь образования понятия— путь «сверху вниз»—от общего понятия к более узкому, видовому понятию, остается вне исследования.

Между тем в жизни и школе большинство понятий ребенок приобретает именно этим вербальным путем, а не путем обобщения конкретного, наглядного материала.

Мы пытались экспериментально изучить на протяжении всего школьного возраста (от т. наз. «нольгруппы» до X класса включительно) именно этот вербальный путь образования понятия.

Испытуемым дается миниатюрная «система» экспериментальных понятий видов транспорта, заключающая в себе три яруса понятий: четыре узких понятия, затем два обобщающих их родовых понятия и, наконец, одно родовое понятие, обобщающее предыдущие два понятия. В другом методе дается аналогичная система относительных понятий—видов зависимости между людьми.

Обе системы понятий предлагаются испытуемым следующим, чисто вербальным путем: прежде всего дается пространное, исчерпывающее определение самого общего, родового понятия; затем, после неоднократного повторения определения испытуемым, ему дается такое же пространное определение двух видовых понятий «второго яруса», причем в этом определении в качестве генуса используется вышеуказанное родовое понятие. И, наконец, после неоднократного повторения испытуемым последних определений, ему даются определения 4-х видовых понятий «первого яруса».

На следующем этапе испытуемым дается целый ряд задач, вопросов и т. д., целью которых является выявление психологической природы приобретенных ребенком «понятий».

В другом исследовании [1] мы пытались изучить в тех же возрастных пределах процесс образования тех же понятий противоположным путем («снизу вверх»), т. е. путем обобщения конкретного материала и затем

видовых понятий. Таким образом, в нашем распоряжении имеется сравнительный материал относительно двух противоположных путей образования одних и тех же понятий.

В овладении понятиями, предъявленными вне конкретного материала, только путем дефиниции, по данным нашего эксперимента, надо различать следующие основные этапы.

1. Из полученного словесного определения ребенок совершенно не понимает значения нового понятия,—совершенно не представляет, к каким конкретным предметам может относиться это понятие, хотя каждое слово из данного определения в отдельности ребенку знакомо и понятно.

2. Смысл определяемого экспериментатором понятия с самого начала понимается лишь приблизительно правильно, и в форме настолько смутной, неясной, диффузной и лябильной идеи, что фиксация ее в сознании ребенку не удается, он не может манипулировать ею в мыслительных операциях и очень скоро окончательно утрачивает ее,—полученное значение «теряется», так что ребенок уже не владеет значением нового понятия. Таким образом, это понимание носит характер как бы лишь мимолетного проблеска.

3. Непосредственно по получении определения нового понятия, ребенок спонтанно ищет «пример», т. е. конкретный предмет, чтобы уяснить себе значение этого определения—вернее, значение нового понятия. Это свидетельствует о сильной потребности конкретизации «отвлеченной» мысли: понять—для него значит представить конкретный предмет.

Но стоит только ребенку представить конкретный пример (все равно подходящий или не подходящий), чтобы новое «понятие» приобрело значение только этого конкретного предмета, и до конца осталось бы в сознании в этом искаженном понимании.

На этой ступени различаются два вида понимания содержания нового понятия:

а) Когда, непосредственно вслед за получением определения понятия, ребенок представляет *соответствующий* конкретный предмет (например, при определении понятия средств транспорта ребенок представляет автомобиль), тогда понятие приобретает узкое, одностороннее значение одного конкретного предмета из объема этого понятия.

б) Когда предмет, представленный в качестве «примера» или в качестве репрезентации понятия, не относится к предъявленному понятию, не входить в его объем (например, при определении понятия средств транспорта ребенок представляет фабричную машину), тогда значение понятия совершенно искажается.

4. Непосредственно вслед за получением определения ребенок, хотя и не вполне отчетливо, но приблизительно правильно понимает содержание нового понятия—в виде его существенных признаков, определение которых вначале воспроизводится правильно. *Но оказывается, что признак*

понятия вне представления конкретного предмета, еще не может выполнять роль репрезентанта понятия: хотя стоящий на этой ступени развития ребенок может (с посторонней помощью) выделить соответствующий признак из конкретного предмета и овладеть им (этим признаком) в качестве репрезентанта понятия, *но овладеть признаком без конкретного предмета, признаком, предъявленным лишь вербальным путем дефиниции, манипулировать этим признаком в мыслительных операциях и представить конкретный предмет, исходя из этого признака, ребенку уже не по силам.* Признак, выделенный из предмета, более понятен и определенен, чем признак, данный без предмета.

Действительно, значение нового понятия на этой ступени настолько неустойчиво, настолько лабильно и неопределенно, что в процессе мыслительных операций оно постоянно претерпевает существенные изменения— в каждый данный момент ребенок в одном и том же понятии подразумевает разное значение, так что после ряда манипуляций (к концу эксперимента) происходит уже полное смешение значений этого понятия. Иногда смутная вначале «идея» понятия, к концу эксперимента приобретает более наглядное, конкретное, но не адэкватное значение. Во всяком случае значение нового понятия ребенком не сохраняется.

5. Вначале, непосредственно вслед за получением определения нового понятия, ребенок понимает его смысл (смысл существенных признаков) правильно и достаточно определенно, но дальше, во время манипулирования этими понятиями при выполнении интеллектуальных операций, ребенок затрудняется фиксировать это «отвлеченное» (лишенное представления конкретного предмета) значение, *он не овладевает «идейным объемом» понятия, приобретенным вне наглядного, конкретного материала*, и, пытаясь конкретизировать полученное «значение», как бы иллюстрируя его, старается представить конкретный предмет.

После этого *понятие уже репрезентировано в сознании ребенка этим конкретным предметом*, т. е. представление конкретного предмета является репрезентантом категории предметов, подразумеваемых в понятии. *Репрезентация же этого, приобретенного вербальным путем, понятия при помощи его признаков пока ребенку недоступна*, тогда как на этой же ступени развития ребенок овладевает (с чужой помощью) «идейным объектом» понятия, которое выработано из конкретного, наглядного материала; он и репрезентирует это понятие при помощи его признаков, если эти признаки, повторяю, вырабатываются на конкретном, наглядном материале.

Таким образом, на рассматриваемой ступени развития ребенок овладевает (с чужой помощью) «идейным объектом» только выработанным на конкретном наглядном *материале* («снизу вверх»), но не овладевает «идейным объектом», предъявленным вербальным путем, путем дефиниции.

6. На следующей ступени развития, которая достигается некоторыми из учащихся в IV кл. (11 л.), а всеобщее распространение находит в VII кл., ребенок овладевает «идейным объектом» понятия, его признаками уже и при вербальном предъявлении этого понятия путем дефиниции и до конца сохраняет правильное понимание значения этого понятия, *он не оставляет точки зрения существенного признака и при представлении конкретных предметов*. Ребенок свободно совершает всякие интеллектуальные операции с этими понятиями, которые он приобрел вербальным путем.

Эта ступень раньше достигается в отношении тех конкретных понятий, предмет которых легче представляется из признака понятия, и позже в отношении тех понятий, предмет которых труднее представить, исходя из признака понятия.

После достижения этой ступени, подросток скоро достигает в овладении понятием, предъявленным вербальным путем, того уровня, который характерен для понятия, вырабатываемого из конкретного материала («снизу вверх»), хотя несомненно, что высокому уровню овладения понятием, предъявленным вербальным путем, способствует специфичность наших экспериментальных понятий: конкретные предметы, носители значения новых понятий (автомобиль, арба и т. д.), хорошо знакомы ребенку из повседневной жизни.

Академия Наук Грузинской ССР
Сектор психологии
Тбилиси

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. რ. ნ ა თ ა ძ ე. ცნების შემუშავების გენეზისისათვის. სტალინის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები, № 12, 1940.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ФИЛОЛОГИЯ

И. В. АБУЛАДЗЕ и Х. Г. ШАРАШИДЗЕ

К ВОПРОСУ ОБ ИМЕНИ И РОДИНЕ РУСТАВЕЛИ

(Предварительное сообщение)

Памятники древней грузинской культуры дошли до нас далеко не во всей своей полноте и многообразии. Работа над первоисточниками древнегрузинской литературы выявляет все новые и новые материалы в этой области. Можно назвать хотя-бы замечательное произведение грузинского писателя X века Георгия Мерчули «Житие Григория Хандзтийского», извлеченное акад. Н. Я. Марром из патриаршей библиотеки в Иерусалиме [1]. Чрезвычайно важно для науки также и открытое академиком И. А. Джавахишвили сочинение т. н. второго историка царицы Тамары, дошедшее до нас в отрывках [2]. Об этом литературном и историческом документе имелось упоминание у известного грузинского деятеля XVIII века Антония I, который полагал, что «Житие царицы Тамары» принадлежит перу Шота Руставели [3].

Многие памятники грузинской письменности не дошли до нас потому, что они подвергались уничтожению, главным образом, во время вражеских вторжений. Вследствие этого монгольский период (XIII—XV вв.) сохранил нам весьма мало памятников грузинской письменности. А то, что сохранилось, дошло большей частью в фрагментах. Между прочим, за этот период мы не имеем ни одного списка гениальной поэмы «Вепхис-Ткаосани» (Витязь в тигровой шкуре), произведения XII в. Хорошо известно, что автор этой поэмы—Руставели, как это засвидетельствовано в прологе и эпилоге поэмы. Но как звали его? Откуда он был родом? К какой социальной среде принадлежал он? Ответов на эти вопросы не дают ни сама поэма, ни документы эпохи, близкой к Руставели. По этой причине некоторые из руствелистов дошли даже до утверждения, будто все, что нам известно о великом поэте, не уходит дальше традиционных взглядов, зафиксированных в XVII в. [4]. Но развернувшиеся в последние годы углубленные разыскания опровергают подобные утверждения. Открываются новые факты и документы, которые проливают свет на некоторые стороны руствелистики, в частности, намечают новые пути для разрешения вопросов биографического характера, происхождения и родины великого грузинского поэта.

Один из этих документов—«Ода Садгерскому Георгию», открыт нами в марте 1940 года. В палеографическом отделении Музея Грузии в Тбилиси хранится уникальная рукопись (Н 1572), переписанная в последней четверти XV века. В ней имеется поэтическое произведение духовного содержания: «Восхваление Георгия Победоносца», приложенное в качестве записи («андердзи») к «Житию» этого святого. Само «Житие»—переводного происхождения, возникшее гораздо раньше написания «Восхваления». «Ода» не дошла до нас полностью: в конце, повидимому, нехватает нескольких строф. Сохранилось всего $24^{1}/_{2}$ четверостишия. «Ода», как и все «Житие», писана почерком «нусхури». Дата возникновения означенной оды (конец XV в.) выясняется благодаря упоминанию в ней ряда исторических лиц. Место написания памятника—с. Садгери (близ Боржоми), входившее тогда в Южную Грузию, именовавшуюся Месхетиею.

Ода в честь Садгерского Георгия писана шестнадцатисложным стихом шаири—размером руставелевской поэмы. Подражание автору «Вепхис-Ткаосани» сказывается не только в складе стиха, но и во всем творчестве нашего автора. Попадаются строфы, сходные с отдельными стихами Руставели. Известно, что руставелевский шаири в последующие века становится господствующей формой грузинской светской поэзии. Но наш памятник любопытен и тем, что он является первым известным нам опытом внедрения этого размера в духовную поэзию.

Имя автора оды—Симеон, как об этом не раз заявляет он в своем произведении. Он—церковный служитель, «деканоз» Садгерской церкви. По словам автора, он много потрудился для церкви Садгерского Георгия Победоносца: вместе со своим братом он пристроил к церкви придел, реставрировал древнюю икону Георгия Победоносца и оковал серебром крест его же имени, причем над окладом этого креста мастера работали в продолжение трех лет. Одописец получил материальную помощь от владетеля Месхетии «патрона» Кваркваре и другого крупного феодала, некоего Спиридона (Сифридона).

Симеон—не случайный служитель культа Садгерского Георгия. Неразлучное сопутствие кресту и мощам этого святого лежало, как заявляет Симеон, на обязанности его предков и составляло почетную должность целого рода. В «Оде» несколько раз подчеркивается: «мы именуемся деканозами» („ჩუენ შოთასძენი მის კარსა ვართ დეკანოზად ჴმობილი“), «на нас лежит долг служения Вам» („ჩუენ გუარჩამო შოთასძეთა გუჭირვებია თქუენი ხლება“), «мы охраняем врата церкви» („ჩუენ შოთასძეთა გჳხენ, ამ თქუენთა კართა მცველთაო“) и т. п. Но автор выдвигает не только это потомственное служение кресту Георгия Победоносца, но и свою генеалогию: «по происхождению мы—Шотасдзе» („ჩუენ ორთავ ძმათა გჳლხინენ, გუარჩამოთ შოთასძეთაო“). Последнее обстоятельство подчеркивается автором с исключительной силой. ?
Так как среди крупной феодальной знати XIV—XV вв. фамилия Шотасдзе нам неизвестна [5], невольно напрашивается мысль: чем же кичится наш поэт? Почему род Шотасдзе внушает ему фамильную гордость? На этот вопрос, по нашему мнению, дает ответ четверостишие, на котором

обрывается ода: „დასაბამითგან გხლებივართ, ქებით ვართ მოკამათენი“ [«С самого начала сопутствуем тебе (Георгию Победоносцу), мы, слагающие восхваления»]. Из этого можно заключить, что одописец XV в. свой род возводит к великому творцу бессмертной поэмы «Вепхис-Ткаосани»: Шотасдзе—потомок Шота.

Потомки рода Шотасдзе (Шотадзе) известны и по сие время, но живут они не в Садгери (в Месхетии), а в Западной Грузии, именно в м. Чхари и его районе. Этот род по всем данным здесь является пришлым. После открытия нашего памятника естественно встает вопрос об отношении чхарских Шотасдзе к месхетским. Сопоставление фактов выясняет весьма тесную связь между ними. Связь эта устанавливается благодаря тому же кресту, в честь которого слагал стихи наш Симеон и над окладом которого работали три года. Крест этот до 1924 г. находился в м. Чхари, ныне же хранится в Тбилиси, в Музее Искусств «Метехи» [1]. Надпись креста повествует, что серебряный его оклад был сделан Симеоном и братом его Василием Шотасшвили во времена владычества («патронства») атабека Кваркваре и Спиридона. Нет сомнения, что одописец Симеон Шотасдзе—то же самое лицо, что и Симеон Шотасшвили в надписи (окончания «-дзе» и «-швили» обычно чередуются в среднегрузинских фамилиях).

Самое раннее свидетельство о нахождении упомянутого креста в Чхари имеется в книге «О посольстве стольника Толочанова и дьяка Иевлева» (1650—1652 гг.). При описании чхарской церкви здесь говорится: «в церкви у царских дверей крест, аршина в два вышиною, обложен серебром, позолочен. А в том кресте мощи в Ковчеге в золотом великомученика Георгия, кость главный череп»... [6]. Это описание относится к 1650—52 гг. и свидетельствует, что род Шотасдзе сидел в Чхари уже в первой половине XVII в. Он, повидимому, выселился сюда еще во второй половине XVI в., ибо известно, что в связи с вторжениями турок в пределы Южной Грузии, волна переселенцев хлынула из Месхетии в Западную Грузию именно во второй половине XVI века.

Шотасдзе (Шотасшвили) жили в древности не только в одном пункте Месхетии, Садгери, но обитали и в центральных районах этой области. Об этом свидетельствует одна дарственная грамота (ок. 1575 г.), из которой видно, что Тамара Амилахвари жертвует Месхетской кафедрали в Ацхури деревню Цниси с ее жителями по фамилии «Шотасшвили», со всем их имуществом, движимым и недвижимым [7]. Таким образом, этот месхетский род до 1575 г. находился еще в своем родном крае, а после 1575 г. был выселен в Западную Грузию.

Известный ученый XVIII в. царевич Вахушти сообщает, что Чхарский крест (т. е. предмет, воспетый Симеоном Шотасдзе) «сначала

[1] На существование этого памятника указал нам проф. Ш. Я. Амиранашвили

находился в Коранта, затем в Самцхе (Месхетии), потом в Атоци, а ныне находится здесь (в Чхари)» [8]. Если это сообщение верно, то выходит, что крест этот не месхетского происхождения, а доставлен в Самцхе из Коранта, которая находится недалеко от нынешнего Люксембурги, севернее Болниси, на левом берегу р. Машавера. Следовательно, садгеро-чхарский крест, эта родовая святыня Шотасдзе, раньше чем попасть в Месхетию, находилась в Коранта. Поэтому, становится понятным упоминание одописца о том, что род Шотасдзе постоянно «следовал» за крестом и охранял его. В надписи упоминается также о тех мытарствах, которые пришлось перенести этому роду, всюду следовавшему за своей святыней. Выясняется, таким образом, что предки одописца Симеона—выходцы из восточного района Грузии (Картлии) и, обосновавшись в соседней Месхетии, жили там до второй половины XVI в.

Итак, наша ода, вместе с другими упомянутыми историческими документами, дает основание для следующих выводов:

1. Одописец XV в. Симеон Шотасдзе (или, что то же, Шотасшвили), представитель одного из месхетских родов, не принадлежавших к высшей знати, считает себя потомком великого грузинского поэта XII—XIII вв. Тем самым,

2. Первое упоминание имени великого поэта—Шота—мы имеем уже в XV в.

Эти выводы выдвигают новые вопросы о личности творца «Вепхис-Ткаосани», а) был ли месхом также сам Шота Руставели? б) к какой социальной среде принадлежал поэт? и др. Пока нет достаточных данных для того, чтобы категорически утверждать что-либо в этом отношении. Но наш памятник, хронологически самый близкий к эпохе Руставели, во многом подтверждает сведения авторов XVII—XVIII вв. и поддерживает традиционный взгляд об имени и родине Руставели. Выясняется, что имя Шота не случайно связано с великим мастером грузинского художественного слова; также не случайно то, что традиция считает его месхом. Кроме того, новооткрытый литературный памятник намечает также те пути, по которым следует продолжать поиски материалов, касающихся личности великого поэта.

Это—одна сторона значения нашего памятника. С другой стороны, он важен и тем, что происходит из той мрачной эпохи, от которой почти ничего не сохранилось в области литературного творчества. С этой точки зрения «Ода» месхетского поэта XV в., которую полностью приводим ниже, является живым свидетельством того, что тяжесть эпохи монгольского ига и невзгоды последующих веков не смогли целиком сломить творческую энергию грузинского народа. Есть полная надежда, что дальнейшие разыскания в этой области откроют новые памятники как духовной, так и светской литературы.

1. ვიწყოთ ცხორება,—წმიდის(ა)გიორგის მეოხებანი,
მოდეგით ბრძენნი, რიტორნ[ი] ([1], დავბერნეთ, დავჰკრნეთ ებანნი,
პირველად ღმერთი ვაკსენო ([2], მაღლითგან ზე განგებანი,
და მერმე ვთქუათ სასწაულობა, წმიდის გიორგის ქებანი.

2. ვაქოთ, ვადიდოთ მაღალი, ქალწულისაგან შობილი,
ანგელოზთაგან კმობილი, წინმეტყუელთაგან ქებული,
დიდი ბრწყინვალე ([3] გიორგი მის მიერ არს შემკობილი,
და ჩუენ შოთასძენი მის კარსა ვართ დეკანოზად კმობილი.

3. კუალა მოვისმენდეთ ქებასა წმიდისა გიორგისასა,
ვინ ქ[მ]ნა ურიცხვ ([4] კურნება ქალაქსა ლასიისასა.
აწ, მორწმუნენო, ვაქებდეთ სახელსა სამებისასა,
და შევამკობდეთ გიორგის უბრწყინვალესსა ([5] მზისასა.

4. აწ, წმიდაო მოწამეო, როდეს კორცით იქცეოდი,
კერპთ ბომონნი შენ დაამკუენ ([6] და ეშმაკთა შეიპყრობდი,
შენ წარმართნი მოაქციენ, სამებასა ქებით ჰკმობდი,
და აქ მოსუენდა თხემი შენი და ტაძარსა მოიწყობდი.

5. მე, სჳმიონ დეკანოზმან ვიწყო შენი ბრწყინვალება ([7],
ვთქუა, თუ მომცემს გონებასა, ანუ შემწევს-რე განგება,
ყოვლთა თემთა ცის კიდემდის ჰფარავს შენი მეოხება,
და ჩუენ გუარჩამო შოთასძეთა გუჭირვებია თქუენი ხლება.

6. აწ, წმიდაო, ეს სადგერი შენ ირჩიე წილად შენდა,
თჳთ ბრწყინვალე ([8] გუამი შენი განათლდა და აქ დაშენ[და],
შენ მოჰფინე ძლევა შენი, მით ეს თემი და-ცა-შუენდა ([8],
და ყოვლსა თემსა უხაროდა, ვინცა ამას მოისმენდა.

7. აქ ალიშენე, მკურნალო, სადგურად ეს ტაძარია,
ყოველთა თემთა გაითქუა შენ სასწაულთა ზარია,
ცის კიდეთამდის ([9] აქ მოვლენ, სადაც ([10] არს კმელთ სამზღუარია,
და თურქთა, სპარსთა და არაბთა გამართეს აქ ბაზარია.

8. კმა გაისმა, მოწამეო, შენი ოხი ყოვლგნით ჰჳრსა ([11],
ყოვლგნით ისმის ქება შენი ცის კიდემდის ზღჳსა ([12] პირსა;
[აქ]ა მოვლენ კეთროვანნი, სენი მძაფრი რაცა სჭირსა,
და მხიარულად წავლენ შინა, შენ განკურნებ ყოვლსა ჰირსა.

9. ყოველი სჯული ([13] აქ მოვლენ სპარსთა და არაბებისა,
ლეგეონთაგან პყრობილნი, შენსა კარზედა გებისა.
ყოვლთა მიხუდების ([14] წყალობა შენგანვე განკურნებისა,
და მათ თემსა მივლენ, სახ[ე]ლი შენი მუნ იდიდებისა.

10. ჩუენ ორთავ ძმათა (გჳლხინენ) გუარჩამოთ შოთასძე[თაო],
შენ განანათლე ქუეყანა, ქუე ([15] მინდორი და ზე მთაო.
პელვყავით გება ტაძრისა ([16] ამ შენთა კარის ბჭეთაო,
და დაიცევ სული, მკურნალო დედა-მამათა ჩუენთაო ([17].

В рукописи: ([1] რიტონნი; ([2] ვახსენო; ([3] ბრწკინვალე; ([4] ურიცხვი; ([5] უბრწკინვალესსა; ([6] დაამკუჩნ; ([7] ბრწკინვალება; ([8] და-ცა-შუჩნდა; ([9] ცის კიდემთამდის; ([10] სადაცა; ([11] ჰუვრსა; [12] ზღვისა; ([13] სჯულ; ([14] მიხუვდების; ([15] ქუჩ; ([16] ტაზრისა; ([17] ჩ̃ნთანი.

11. ორ წელ ვაგე, მივჰყავ კელი, გავათაევეთ კარის ბჭეო,
შეგჳაწიე [1] ძალი შენი, შენვე იყავ ჩუენი ბრჭეო,
მცირე ძღუენი [2] შეიწირე, რომელი ხარ მაღლით მწეო,
და მოგჳაშორე, მოწყალეო, უფსკრულისა სივიწროო.

12. ესეც კელვყავ მე, ს ჳ მ ი ო ნ, და მოვჰედე სამთხუეველი [3],
ძალი შენგან შემეწია, ადვილათ ვქენ საქმე ძნელი,
ხალასითა გავამყარე, ახლად შევქენ ხატი ძუელი [4],
[და] ყუელა ყოვლგნით შემეწია [5], მაღალიმც-ა მათი მცველი.

13. მე მოვჰედე ჯუარი მკსნელი, დავასუენე [6] და-ცა-ვნერგე,
მცირედ საძღნოთ შემოგწირე, ამა ზედა რაც წავაგე,
თუ რამ აქა მოვიკმარე, საუკუნოს დავაბერგე [7],
და ნუთუ სული მე ცოდვილი მუნ ცეცხლითა არ დავდაგე!

14. მოვჰედე და გა-ცა-ბრწყინდა [8] უძლეველი მკსნელი ჯუარი,
რომელია მორწმუნეთა და მეფეთა წინამძღუარი.
მაცხოვარმან ჯოჯოხეთი წარმოსტყუენა, განკდა ზარი,
და ამით იქმნა, ბნელიდალმან გამოიკსნა [9] მკსნელმან ჯუარი.

15. ჯუარო, ქრისტეო მაღალო, მწეო, ყოველთა მწეთაო,
ეკლესიისა [10] ზღუდეო, ჩამგდებო საძირკუელთაო,
საჰუროველო და მფარველო ყოველთა მორწმუნეთაო,
და ჩუენ შ ო თ ა ს ძ ე თ ა გჳოხენ, ამ თქუენთა კართა მცველთაო.

16. ყოვლად წმიდაო მარიამ, ტაძარსა დაემსგავსეო,
დაუტევნელი იტჳრთე, იქმენ ნათლითა სავსეო,
ზეცისა გუნდთა მთავართა მკჳდრად ხარ შენ მოდასეო,
და აწ გევედრებით, საკმილი უშრეტი შენ დაგჳვსეო.

17. მე, ს ჳ მ ი ო ნ დეკანოზმან, აწ უფროსი სხუა გავაგე,
ზროთ მოჰედა დავაპირე, ნუთუ სული არ დავჰკარგე!
ყუელა ყოვლგნით შემეწია, საქონელი მოვიბარგე,
და ვინც მოხვიდეთ [11] შენდობითა, ალახუენით [12] ჩუენთჳს ბაგე.

18. აწ წმიდისა გიორგისი მე მოჰედა დავაპირე,
ყოვლგნით წაველ, მოვითხოვე, თავი ჩემი გავაგზირე,
რაცა მქონდა მოვაკმარე, არცა თავი დავაძჳრე,
და ხალასითა გავამყარე, არ სპილენძი გავატყვე.

19. მოვაკსენე [13] და პატრონმან ყუარყუარეცა დამრთო ნება.
მან მიბრძანა ამ ხატისა მოჰედა და გადიდება.
[ხატ]მან მისცა მტერთა ზედა ძლევა, დიდად გამარჯუება [14],
და ყოვლთა ჟამთა შეეწევის მასცა მისი მეოხება.

20. მაშინ გადიდა და ახლა ჩაუგდო საფუძველია,
მან შემოსწირა, მოართუა ოქრო და ვერცხლი ძღუენია [15]
მითა შევმართე ადვილად, საქმე ვქენ მეტად ძნელია,
და მაღალმან ღმერთმან დაიცვნეს პირმშონი მათნი ძენია.

В рукописи: [1] შეგჳაწიე; [2] ძღუნი; [3] სამთხუეველი; [4] ძუელი; [5] შეემეწია [6] დავასუენე; [7] დავა ბერგ[ე]; [8] გა-ცა-ბრწყინდა; [9] გამოიხსნა; [10] ეკლესისა; [11] მოხჳიდეთ; [12] ალახუენით; [13] მო-ვახსენე; [14] გამარჯუება; [15] ძღუნია.

21. სიფრიდონცა შეეწია, მაღალიმც-ა მისდა მცველად,
შემოსწირა უძლეველი აუწონლად და უთქმელად.
მე, სჳმიონს, კელოვანნი სამს წელსა მყვეს ხანთ დამზმელად,
და განბრწყინდა ([1] და გავათავეთ უძლეველი სა[ძლ]ეველად.

22. მოვჭედეთ წმიდა გიორგი, მაღალი, თავ-აზატია,
ყოვლგნით ანათობს მკურნალე, ვითა ნათლისა სჳეტია,
საუფლო ქრისტეს ღვთისანი ჩუენსა მას ზედა ხატია;
და ხარება, შობა, აღდგომა, ყოველნი ათორმეტნია.

23. მე, ს ჳ მ ი ო ნ დ ე კ ა ნ ო ზ მ ა ნ, გავათავე დანაპირი,
დღივ და ღამით ვიგონებდი, არა მქონდის ღამით ძილი,
ამ ტაძრისა სამსახურად არა მქონდა გული ძჳ[რი],
და რაჲყამს აღვასრუ[ლე] იგი, [გამი]ნათლდა ნათლად ჩრდილი.

24. ქალწულო, შენზედ მოვიდა ღმერთი მაღალი ნებითა,
მისნი მოსავნი ვიკსენით ([2] მისითა განკაცებითა,
ზღუდე ხარ ქრისტიანეთა, ამისთჳს გაქებთ ქებითა,
და მეც შემიწყალე ს ჳ მ ი ო ნ გიორგის მეოხებითა.

25. დასაბამითგან ([3] გხლებივართ, ქებით ვართ მოკამათენი,
ჩუენ გუექნებიან ([4] [კლიტენი], ვყოფილ . . . .

Академия Наук Грузинской ССР
Институт языка им. акад. Н. Я. Марра

(Поступило в редакцию 10.9.1941)

ფილოლოგია

ილია აბულაძე და ქრ. შარაშიძე

რუსთაველის სახელისა და სადაურობისათვის

რეზუმე

საქართველოს მუზეუმის პალეოგრაფიული განყ—ბის H ფონდის ხელნაწერებზე მუშაობისას 1940 წლის მარტში აღმოჩნდა ზემორე მოყვანილი დოკუმენტი, რომელიც რუსთაველის სახელისა და სადაურობისათვის ჩვენი შეხედულებით გარკვეულ ჩვენებებს გვაწვდის.

ისტორიული ხასიათის სხვა დოკუმენტთან ერთად ჩვენი ძეგლი იძლევა მტკიცე საფუძველს დავასკვნათ:

1. XV ს-ის მესხი მეხოტბე სიმეონ შოთასძე (ანუ შოთასშვილი), წარმომადგენელი ერთ-ერთი ისეთი მესხური საგვარეულოსი, რომელიც დიდგვარიანებს არ ჰკუთვნებია, თავის თავს XII—XIII ს. დიდი ქართველი პოეტის ჩამომავლად აცხადებს. ამდენად,

2. დიდი ქართველი პოეტის სახელის (შოთას) უძველესი ხსენება დამოწმებული ჩანს XV ს-ის ლიტერატურულ დოკუმენტში.

В рукописи: ([1] განბრწკინდა; ([2] ვიხსენით; ([3] დასამობითგან; ([4] გუჩქნებიან.

რამდენადაც რუსთაველის სახელის მიმართ ჩვენი ძეგლი მხარს უჭერს ტრადიციულ შეხედულებას, რომელსაც XVII—XVIII სს-ის ავტორებთან ვხვდებით, იმდენად შოთაშვილების მესხობის გამო შესაძლოა ვივარაუდოთ, რომ სრულიად შემთხვევითი არ უნდა იყოს ის ტრადიცია, რომელიც რუსთაველს მესხად სთვლის.

ჩვენს ძეგლს ქართული ლიტერატურის ისტორიისათვის, გარდა იმისა, რომ პირველ ცდას წარმოადგენს რუსთველური შაირის დანერგვისას სასულიერო პოეზიაში, ის მნიშვნელობაცა აქვს, რომ ის მომდინარეობს ისეთი წყვდიადით მოცული ხანიდან, რომლიდანაც ჩვენამდის თითქმის არავითარ ლიტერატურულ შემოქმედებას არ მოუღწევია. ეს კი ნათლად მოწმობს იმას, რომ ქართველი ხალხის შემოქმედებითი ენერგია არ ყოფილა დაშრეტილი არც მონგოლების ჩაგვრისა და მათ მომდევნო ხანის ჟამთა სიავის დროს.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
აკად. ნ. მარის სახ. ენის ინსტიტუტი

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Георгий Мерчул. Житие св. Григория Хандзтийского, груз. текст, введение, издание, перевод Н. Марра... СПБ, 1911.
2. ივ. ჯავახიშვილი. ახლად აღმოჩენილი „ქართლის ცხოვრება“ და თამარ მეფის მეორე, აქამდე უცნობი, ისტორიკოსის თხზულება (ტფ. უნივერსიტეტის მოამბე III, 1923 წ., 186—216. ნ. აგრეთვე В. Дондуа, Басили, историк царицы Тамары, 33—76 (Памятники эпохи Руставели, Госуд. Эрмитаж, Ленинград, 1938 г.).
3. Илья Абуладзе. К вопросу об историческом произведении Шота Руставели. «Сборник Руставели», изд. Груз. Филиала АН СССР, Тбилиси, 1938, стр. 161—169.
4. К. С. Кекелидзе. Конспективный курс истории древне-грузинской литературы. Изд. Тбил. Гос. Университета им. Сталина, Тбилиси, 1939, стр. 61. Сравн. также В. Гольцев. Шота Руставели и его поэма, Москва, 1940, стр. 46—56.
5. ს. კაკაბაძე. კვლევა-ძიებანი საქართველოს ისტორიის საკითხების შესახებ: „მე-XIV—XVI საუკუნის მესხეთის თავადების სია“, გვ. 7—11, თბილისი, 1920.
6. М. А. Полиевктов. Посольство Толочанова в Имеретию 1650—1652 гг. Изд. Тбилисского Гос. Университета, Тбилиси, 1926, стр. 81.
7. ს. კაკაბაძე. ისტორიული საბუთები, წიგნი II, თბილისი, 1913, გვ. 47—48.
8. Description géographique de la Géorgie, par le Tsarévitch Wakhoucht, publiée d'aprés l'original autographe, par M. Brosset, SPB, 1842, p. 362.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 7, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 7, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 7, 1941

ენათმეცნიერება

შოთა ძიძიგური

ცნება სინონიმური პარალელიზმისა[1]

რომ შევადაროთ ერთმანეთს ენები, თუნდაც კულტურულად თანაბარღირებულიანი, ცნებათა და სიტყვათა მარაგის მიხედვით, მათ შორის განსხვავება აღმოჩნდება: ამ შესადარებელ ერთეულთაგან შესაძლოა ერთს არ გააჩნდეს რომელიმე x ცნების აღმნიშვნელი სიტყვა, ხოლო მეორეს ეს ჰქონდეს; მაგრამ მეორე მხრივ ამ მეორე ენას შესაძლოა რომელიმე y ცნების სიტყვიერი გამოსახულება მოეპოებოდეს, და პირველის ენობრივი სინამდვილისათვის იგი უცხო იყოს. მაშასადამე, აბსოლუტურად სრულყოფილი ენა, რომელსაც ყოველი ცნებისათვის ყოველი ცალკეული საკუთარი სიტყვა გააჩნდეს, არ არსებობს საერთოდ. აქ, რა თქმა უნდა, ზედმეტიცაა იმის აღნიშვნა, რომ ამ მხრივ მეტ-ნაკლებობა პირდაპირს დამოკიდებულებაში იქნება ამა თუ იმ ენის კულტურულ პრესტიჟთან... ამიტომ, ბუნებრივია, არსებობს რაღაც შინაგანი აუცილებლობა ურთიერთსესხებისა.

ყოველი ენა ს ა ჭ ი რ ო ე ბ ს უცხოური ლექსიკური მასალის გამოყენებას. ეს საჭიროება გამოწვეულია შემდეგი პირობების დასაკმაყოფილებლად: ა) შინაგანი ლექსიკური ხარვეზის შესავსებად. როგორც ითქვა, ყოველი ენის ხვედრია ეს უკმარობა, მაგრამ ამ მხრივ ენათა შორის უდიდესი განსხვავებაა: კულტურულ ენობრივ სამყაროს იგი ნაკლებად შეეხება, უკულტურო ენას— მაქსიმალურად. საამისო ფაქტების დიდი ნაწილი აბსტრაქტულ ცნებებზე მოდის, რითაც მდიდარია ცივილიზებული ენობრივი კოლექტივი, ხოლო ღარიბი—კულტურულად დაბალ საფეხურზე მდგომი ენა. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ განყენებულ (და არა მარტოოდენ განყენებულ) ცნებათა შექმნისათვის მნიშვნელოვანი ფაქტორია ტერმინის გამომუშავება უცხოური ენის სემასიური გავლენით. ამის შედეგად ვღებულობთ ტერმინს, რომელიც მასალობრივად კი არაა ნასესხები, არამედ ცნების აგების პრინციპითაა უცხო. მეორე მხრივ ბ) უცხოური ენობრივი კოლექტივიდან ცნების resp. საგნის შემოსვლას მოჰყვება სახელწოდებაც, სიტყვიერი გაფორმებაც: rem verba sequuntur! (სიტყვები მიჰყვება საგნებს!). ეს პროცესი მიმდინარეობს ერთი ხალხის მეორე ხალხზე კულტურულ-ისტორიული ზემოქმედების ნიშნის ქვეშ. ე. წ. კულტურული სიტყვების სესხება ამის ნაყოფია უწინარესად.

სიტყვის სესხება არ განისაზღვრება მარტოოდენ საჭიროებით, ცნების სესხების შედეგად. შესაძლოა საგანი ან ცნება ნაცნობი იყოს, სათანადო

[1] წაკითხულია მოხსენებად საქ. სსრ მეცნიერებათა აკადემიის საზოგადოებრივ მეცნიერებათა განყ. სამეცნიერო სესიაზე 13.VI.41.

სიტყვიერი გამოსახულება არსებობდეს, მაგრამ ენა მაინც სესხულობდეს უცხოურ სახელწოდებას. ესაა მეორე ტიპი სიტყვათსესხებისა.

სიტყვათსესხება, მიუხედავად არააუცილებლობისა, ხდება უცხოური ენის ინტენსიური ზემოქმედების პირობებში. სახელდობრ ეს ის პირობებია, როდესაც ერთი ენობრივი კოლექტივი ძლიერ გავლენას ახდენს მეორეზე პოლიტიკური ზემოქმედების ან კულტურული უპირატესობის წყალობით. უკეთუ ჰეგემონია მხოლოდ პოლიტიკურ სფეროშია, ხოლო კულტურული დონე დამპყრობელი ერთეულისა დაბალია დაპყრობილისაზე, მაშინ სესხება უმთავრესად ზეპირი, პირადი ურთიერთობის გზით მიმდინარეობს. ეს გასაგებია: მთარგმნელობითი მუშაობა ამ პირობებში არაა გაჩაღებული, კულტურულ გავლენას ადგილი ან სრულიად არა აქვს, ან თუ აქვს, აქვს სუსტად; კულტურული ტერმინების ხაზით აღსანიშნავია მხოლოდ სამოხელეო-საადმინისტრაციო ტერმინოლოგიის სესხება. გარკვეულ ნაწილს ზეპირის გზით შემოსული სიტყვების ფონდიდან დროთა ვითარებაში ეძლევა ლიტერატურული გამოხატულება; ეს სიტყვები მკვიდრდება ლიტერატურული ლექსიკონის ნიადაგში. უკეთუ ჰეგემონია კულტურის დარგს შეეხება (ან როგორც კულტურის, ისე პოლიტიკისა), მაშინ ტალღა ნასესხები სიტყვებისა ლიტერატურულის გზით მოდის. რა თქმა უნდა, ამ შემთხვევაში არაა გამორიცხული ზეპირი გზაც, თუ მოცემული ერთეულის წარმომადგენლებს პირადი ურთიერთობა აქვთ დამყარებული.

მჭიდრო ლიტერატურული, სამეცნიერო, საზოგადოდ კულტურული დამოკიდებულება ერთი ეთნიური კოლექტივისა მეორეზე საწინდარია სიტყვათა განუწყვეტელი დინებისა. ასეთ პირობებში უცხოური ენა გამოდის კულტურული კანონმდებელის როლში, მოდადაა ქცეული მისი ლექსიკონი; ნორმები გამვლენელი ხალხის კაზმულსიტყვიერებისა—ლიტერატურული ჟანრების გადმონერგვის ტენდენციით—მიბაძვის საგნადაა ქცეული. ლიტერატურული სტილის შინაგანი საჭიროებაცაა უცხოური სიტყვიერი მასალის გამოყენება საკუთარი ენის ეკვივალენტთან ერთად. საერთოდ, კულტურულად მაღლა მდგომი ენაც სესხულობს დაბლა მდგომისაგან სიტყვებს ცნების სესხების შესაბამისად. მაშ, ცნების resp. საგნის სესხების აუცილებლობა ესაფუძვლება და ამართლებს სათანადო სიტყვიერი გამოსახულების სესხების ფაქტს. საჭიროებით განსაზღვრული სესხება გარდაუვალი ბედია ყოველი ენის ლექსიკონისა. სესხების მეორე მიზეზი—უცხო ენის ძლიერი ლექსიკური ზემოქმედების პირობებში—არ არის გარდაუვალი: პრინციპულად არაა აუცილებელი ენათა ლექსიკის უინტიმესად ურთიერთშეხება. ასეთებია ბერძნული, ლათინური, ინდური, არაბული, ჩინური.

უცხოური ლექსიკური მასალის *ჭარბი სესხება* არ შეიძლება ჩაითვალოს დადებით მოვლენად მსესხებელი ენის განვითარებისათვის. სესხების ეს სიუხვე გარეგნულად ენის გამამდიდრებელ ნიშნად გვეჩვენება, არსებითად კი მისი ევოლუციის შემაფერხებელი გარემოებაა. და მართლაც: ლექსიკური ზემოქმედების შემთხვევაში ენა სხვა ენის ხარჯზე მიდის, მზამზარეულად ღებულობს უცხო სინამდვილეში წარმოქმნილ ლინგვისტურ ღირებულებებს და, თუ ეს პროცესი ხანგრძლივ პერიოდს მოიცავს, ამით აღუნებს იგი საკუთარ შესაძლებლობებს, ასუსტებს ლექსიკურ ენერგიას, ვერ იყენებს თავისი ენობრივი სინამდვილის რესურსებს. ყოველი ენის პოტენციურ ენერგიაში ჩამარხულია დიდი შესაძლებლობანი გრამატიკისა თუ სემანტიკის ევოლუციის ხაზით, ხოლო უცხოური სიტყვების მომძლავრებული დინება ხელს უშლის ამ შესაძლებლობათა რეალიზაციას.

ენები, მათი განვითარების დონის გათვალისწინებით, არ წარმო[illegible] ტოლფას ღირებულებებს თავისი ლინგვისტური შესაძლებლობით. დებულების ხაზგასმა შემდეგი დებულების წამოსაყენებლად გვჭირდება: ენათა პოტენციური ღირებულების სხვადასხვაობა საფუძველია სესხების ხარისხის სხვადასხვაობისა, სესხებისადმი სხვადასხვაგვარ დამოკიდებულებისა. მაგ., არაბული ლექსიკონის სიმდიდრე, მისი სინონიმიკის აურაცხელობა მწირ ნიადაგს ჰქმნის უცხოური ფორმების შეჭრისათვის. ბერძნები დავალებული არიან აღმოსავლეთისაგან, მაგ. სემიტებისაგან, კულტურის სფეროში, მაგრამ მათგან, ა. მიულერის გამოანგარიშებით, მხოლოდ ასი სიტყვა ისესხეს. წამოყენებული დებულების მეორე მხარეა: სესხების ხარისხი თავის მხრით მაჩვენებელია მოცემული ენის შინაგანი ღირებულებისა. აქედან დასკვნა: სესხება და ენის ბუნება კორელაციური ცნებებია.

ცივილიზებული ენა თავის განვითარების სხვადასხვა საფეხურზე სხვადასხვაგვარ ალქმადობას იჩენს უცხოური სიტყვების მიმართ. სხვანაირად რომ ვთქვათ, სალიტერატურო ენა თავისი განვითარების მანძილზე არ ავლენს გარეშე ლექსიკური სინამდვილიდან მომდინარე მასალის თანაბარ ამთვისებლობის უნარს. რამდენადაც უფრო ძლიერია და ტრადიციული სალიტერატურო ენა, იმდენად იგი მანიშნებელია საკუთარი ლექსიკონის მაღალი დონისა და ამდენადვე მტკიცე ბარიერს ჰქმნის უცხოურ სიტყვათა დინების საწინააღმდეგოდ. სალიტერატურო ენის გაძლიერება ხელსაყრელ პირობებს იმუშავებს უცხოური ფორმების დანერგვის მიმართ გარკვეული ფსიქოლოგიური წინააღმდეგობის გამოსამუშავებლად. მაშასადამე, მომწიფებული სალიტერატურო ენა ენერგიულად იცავს თავის პრესტიჟს და ადვილად არ უღებს კარებს უცხოურ სიტყვებს მშობლიურ ლექსიკონში, ხოლო ახლადფეხადგმული ან ჯერ კიდევ წელგაუმართავი სალიტერატურო ენა ხარბად შთანთქავს სხვა ენობრივი სამყაროს ლექსიკურ საკუთრებებს; ჩამოყალიბებული და შედარებით სრულყოფილი ლიტერატურული ენა ამას ებრძვის სათანადო საწინააღმდეგო საშუალებების გამომუშავებით, მაქსიმალურად ავიწროებს რკალს ნასესხები სიტყვებისას.

გამოსარკვევია: ჭარბი სესხებისადმი უარყოფითი დამოკიდებულების ერთ-ერთ მიზეზად ხომ არ უნდა მივიჩნიოთ მოცემული ენის სესხების თვალსაზრისით სტრუქტურული თავისებურება და მეტყველების ფსიქოლოგიის ნიშანდობლივობა, საერთოდ სპეციფიკა ამ ენის სულისა—იმ ენობრივ ორგანიზმთან შეპირისპირებით, საიდანაც შესაძლოა შემოიჭრეს ლექსიკური ფორმები. ამ კუთხითაც უნდა იქნეს შეფასებულ-ახსნილი, მაგ., არაბულის ან ბერძნულის შედარებით ნაკლებადქმნადობის უნარი უცხოური ლექსიკური მასალის მიმართ. ცხადია, აქ ანგარიშგასაწევია სესხების თვალსაზრისით თავისებურება, და ეს იმას არ ნიშნავს, რომ აქ ამოსავალია ტიპოლოგიური სხვადასხვაობა ენებისა საერთოდ; წამოყენებული თეზისი ვარაუდობს უცხოური ენობრივი ელემენტების ათვისების მხრივ სხვადასხვაობას ენებისას, რისი მიზეზიც ჩამარხულია ენათა თავისებურებაში, მიუხედავად მათი სისტემობრივი დიფერენციაციისა. ხომ არ არსებობენ სესხების თვალსაზრისით ნაკლებმოქნილი და მეტადმოქნილი ენები? ამ თვალსაზრისის წამოყენება შეიძლება à priori და საჭიროა მისი კონკრეტიზაცია ცალკეული ენების საფუძველზე.

ვიდრე მომდევნო კითხვაზე გადავიდოდე, უნდა შევნიშნო შემდეგი. როდესაც სინონიმებზე ვლაპარაკობთ, უნდა გვქონდეს გათვალისწინებული ერთი ძირითადი მნიშვნელობის გარემოება. დებულება—აბსოლუტური სინონიმები არ არსებობსო –ისე არ უნდა გავიგოთ,

თითქოს საერთოდ არ არსებობდეს ენაში აბსოლუტურად იდენტური შინაარსის ლექსიკური ოდენობები. განსაკუთრებით ეს ეხება ისეთ სინონიმებს, რომლებიც მიღებულია საკუთარი და ნასესხები სიტყვებისაგან. განა ყოველი ნასესხები სიტყვა ემიჯნება „დამხვდურ“ ეკვივალენტს გარკვეული სემანტიკური ნიუანსით? ოღონდ ამ შემთხვევაში ეს ნასესხები სიტყვა ამოტივტივებულია გარკვეული ენობრივი წრის სიტყვახმარებაში, თანდათანობით ვიწროვდება ეკვივალენტის გამოყენების რკალი, ეკვივალენტისა, რომელიც დროის გარკვეულ მონაკვეთში მაინც არსებობს მთქმელის მეტყველებითს ცნობიერებაში, პოტენციურად. მხოლოდ ამდენად არ არსებობს აბსოლუტური სინონიმები, თორემ, თუ მთელი ენის მასშტაბს ავიღებთ, აბსოლუტურ სინონიმებს, რასაკვირველია, შევხვდებით.

აქ დგება ერთი სპეციალური საკითხი: როგორია ნასესხები სიტყვის გავრცელების გზები ახალ ენობრივ გარემოში—იმ შემთხვევაში, როდესაც მას ხვდება ადეკვატური ფორმა მსესხებელ ენაში ? საამისოდ ენას სხვადასხვა საშუალება გააჩნია, მაგრამ აქ მინდა ერთ-ერთ ხერხზე მივუთითო, რომელსაც ძირითადად მიეძღვნება ეს ჩვენი მსჯელობა.

უცხოური სიტყვის დანერგვის ერთ-ერთ ხერხად უნდა დავსახოთ ენაში ბუნებრივად გამომუშავებული შინაგანი საჭიროება—უცხოური ფორმისა და მისი ეკვივალენტის წყვილად, პარალელურად ხმარება, ვიდრე ახალი სიტყვა ფეხს მოიკიდებდეს. მაშასადამე, ერთი ცნება გამოხატულია ორი სიტყვით. სინონიმური წყვილები ნორმაა ენისა და არა მწერლის ინდივიდუალური კაპრიზის შედეგი; ისინი ფორმულებია, რომლებიც ბუნებრივად მუშავდებიან ენაში და სრულიად გარკვეულ საფუძველზე არიან აღმოცენებული. ამ მოვლენას მე ვუწოდებ „სინონიმურ პარალელიზმს“.

სინონიმურ პარალელიზმს ქართულში ორგვარი შეხამება აქვს, რის მიხედვითაც გვექნება: 1. კავშირიანი სინონიმური პარალელიზმი და 2. უკავშირო სინონიმური პარალელიზმი, რომელსაც თავის მხრით ორი ქვესახე გააჩნია: ა) ტავტოლოგიური სინონიმური პარალელიზმი, ბ) კომპოზიტური სინონიმური პარალელიზმი.

A. კავშირიანი სინონიმური პარალელიზმი

[ბერძნ.] მარტვილი და მოწამე („. . . რაჲთა ღირს ვიქმნე გლახაკი შენი სრულიად აღშენებად ამისა სახელსა ზედა და უძლეველსა სარწმუნოებასა დიდისა მოწამისა შენისა გიორგი ჯუარითა მოქადულისა ახოვნისა და სახელოვნად განთქმულისა ბრწყინვალედ შორის წმიდათა მარტჳრთა და მოწამეთა“. თარგმ. ნ. მარით:... блистательного прославленного среди твоих мучеников) [1]; მწირი და მსხემი [ბერძნ.] („მწირი და მსხემი ეგრეთ დამსხემი, ქებისა ვიქმენ თქუენთვის შემკადრედ“) [5, ლზ, 54_4]; [ბერძნ.] ასქეტოდ და მიუნაქუსად (:„რამეთუ თჳსთა მიერ აობათა ყოველთა აკეთილებენ, რამეთუ ყოველი მყოფ მყოფელი ასქეტოდ და მიუნაქუსად ჰყოფს წარმონაარსსა თჳსგან“) [2]; დაუმრავალძალდების და პოლჳმორფად [ბერძნ.] ასჩნდების („...სიწმიდე და სიწმიდე დაუმრავალძალდების და პოლჳმორფად ასჩნდების“) [3]; [ბერძნ.] დრასტირიო და მოქმედი (:„ხოლო მამანი და დედანი პირველ ერთებრსა რიცხუსა შორის გაიცდებიან და მერმე გონებათა... და ოთხთაცა შორის რომელობათა, ვითარ ორთა ვნებადთა და ორთა დრასტირიოთა და მოქმედთა...“) [3, გგ. 177_9]; [ბერძნ.] კჱრეონი და სანთელი (:„მაშინ უბრძანა ძმათა თჳსთა შესაქმე კერეონთა და სანთელთა შესაწირავად გარემო ყოველთა მათ მახლობელთა უდაბნოთა...“). [არაბ.] მუტრიბი და მომღერალი (:„მუტრიბთა და მომღერალთა მოყვარული ღვინის მსმელი“) [4]; მომღერალი და მუტრიბი [არაბ.] (:„მომღერალნი და მუტრიბნი არ იყვნეს სულ—დაღებულნი“) [4,368_2]; დიდება და დავლა-მრავალი [არაბ] (:„თქვენვე

განხე მხიარულნი დიდებით და დავლა-მრავლად“) [4, 796_3]; [არაბ.] თათბირი და გამორჩევა (:„ესე მეტად მომეწონა თათბირი და გამორჩევა“) [4, 546_1]; ბრძოლა და ომი [?] (:„არ ვეჭვ, ეგზომი ბრძოლა და ომი სხვასმცა ძალედვის მისგან გამართ ვის“) [5]; [?] ომნი და ბრძოლანი (:„ომნი და ბრძოლანი დია გარდამიკდიან“) [6]; ქენება და მუდარა [არაბ.] (:„თუ ჩემი ქენება და მუდარა არ მოისმინო...“) [6, გვ. 252_{24}]; [სპ.] ნიშატი და სიხარული (:„მეცნიერებასა ისწავლიან და ზოგნი ნიშატსა და სიხარულსა უკანა უდგებიან“) [6, გვ. 241_{20}]; სიხარული და ნიშატი [სპ.] (:„სიხარულითა და ნიშატითა სავსე იყო სული ჩემი“) [6, გვ. 191_{11}]: „სიხარული და ნიშატი მისგან აბეზარ იქმნა“) [6, გვ. 302_2]; [სპ.] ზენაარი და ფიცი (:„...ზენაარისა და ფიცისა გატეხისა“) [6, გვ. 244_4]; ფიცი და ზენაარი [სპ.] (:„ფიცი და ზენაარი გასტეხე“) [6, გვ. 233_{33}]; სიყმე და ჭაბუკობა [სპ.] (:„ვაი ჩემი სიყმე და ჭაბუკობა“) [6, გვ. 240_{18}]; ყრმა და ჭაბუკი [სპ.] (:„და მანცა წარმოუთხრა ამისვე პასუხისა მსგავსად ღირსისა ყრმისა და ჭაბუკისა ეფრემის თჳს ყოველი...“ თარგმ. ნ. მარით: И он, как бы в ответ, также рассказал все о достойном юноше Ефреме [1, გვ. 23_{27}]; დრო და ჟამი [სპ.- სომხ.]; დრო და ბორჯი [სპ.]; ბედი და იღბალი [არაბ.]; [სპ.-სომხ.] ჟამი და დრო (:„დაო, მეტსა საუბარსა აღარ მომცემს ჟამი და დრო“) [4, 859_1].

B. უკავშირო სინონიმური პარალელიზმი

а) ტავტოლოგიური სინონიმური პარალელიზმი

სახლი, მენი [არაბ.] (:„ვითა ვეფხსა წავარნა და ქვაბი აქვსო სახლად, მენად“) [4, 700_2]; რემა, ჯოგი [სპ.] (:„ამილახორო, მოასხი რემა, ჯოგი და ცხენია“) [4, 54_2]; [სპ.] ვაზი, ვენაკი (:„რ იყო მათ თანა ლომი: და ვაზი ვენაკი და ვაცი და ორბი იგი) [7]; [სპ.] ზენაარი, ფიცი (:„შენ არ გატეხა კარგი გჭირს ზენაარისა ფიცისა“) [4, 706_1].

в) კომპოზიტური სინონიმური პარალელიზმი

დრო-ჟამი [სპ.-სომხ.]; ხვეწნა-მუდარა [არაბ.]; ალალ-მართალი [სპ.]; ტანჯვა-წამება; სჯა-ბაასი [არაბ.]; იგავ-არაკი [სომხ.]; [სპ.] სრა-სასახლე; ბედ-იღბალი [არაბ.]; ამბავი-ხაბარი [არაბ.].

ამავე რიგისაა დიალექტურად გავრცელებული ნიტკა-ძაფი, გვოზდი-ლურსმანი და მისთანანი, ოღონდ აქ ისაა აღსანიშნავი, რომ დამატებითი მომენტია ასახული: ნიტკა-ძაფი ფაბრიკული წარმოშობის ძაფია (კუსტარული წარმოების საპირისპიროდ), გვოზდი-ლურსმანი—ქარხნული წარმოშობის ლურსმანი.

ყველა ზემომოყვანილ პარალელურ მწკრივში ერთი სიტყვა უცხოურია, მეორე ქართული. მაგრამ სინონიმური პარალელიზმის ცნება გულისხმობს ისეთ რიგებსაც, რომელთა შემადგენელი წევრები ა) მხოლოდ უცხოურია, ან ბ) მხოლოდ საკუთარი სალექსიკონო ფონდის კუთვნილებაა. კითხვა ისმის: რა გამართლება აქვს ერთი სიტყვის ახსნას მეორეთი, როცა ორთავე სიტყვა საკუთარია, ხოლო მეორე მხრივ რას ნიშნავს უცხოურ სიტყების პარალელიზმი? როცა ორთავე სიტყვა უცხოურია (სინონიმურ წყვილში), ეს იმას ნიშნავს, რომ ერთ-ერთი ადრეა შეთვისებული და, მაშასადამე, იგი გამოდის განმმარტებლის როლში. ეს გარემოება უცხოურ სიტყვათა შემოსვლის დაახლოებითი დათარიღებისათვის მნიშვნელოვანია. მაგ., ალამი და დროშა (:„შენი ალამი და დროშა ცად აიწია“) [6, გვ. 270_7]; დერდი და მერაყი [დიალექტურად] და მრ. სხ. ხოლო როცა ორთავე სიტყვა საკუთარია, აქ უნდა გავითვალისწინოთ შემდეგი გარემოება: სინონიმთა წარმოქმნის ერთ-ერთი შემთხვევაა სხვადასხვა დიალექტური წრის მასალის თავმოყრა ერთ ენობრივ

მოედანზე. ეს ენობრივი მოედანი შეიძლება იყოს ერთი რომელიმე დიალექტური რაიონი ანდა სალიტერატურო ენა. ამ პირობებში ერთ-ერთი სინონიმური წევრი გამოდის განმმარტებლის როლში. ამ პრინციპზეა, მაგალ., აგებული ნაცარ-ტუტა, შიშველ-ტიტველი, სიძვა-მრუშებით [5, ნე, 82_2], მოძღუარ და მასწავლელ (:„და მოძღუარ და მასწავლელ კეთილისა ყოველთა ექმნნეს) [8], სვე-ბედი (:„ძალ-გულად მჴნეო, სვე-ბედით ქველო“) [5, ლთ, 57_3]; „ჰე ბედ-სუიანო ჯომარდო“ [6, გვ. 83_{28}]; „ბედსა და სუესა“ [3, გვ. 224_{33}]და მრ. სხვ. საჭიროა დაიძებნოს ენაში ამგვარი პარალელური რიგების ძირითადი მარაგი და დადგენილ იქნეს თითოეულის დიალექტური წარმომავლობა.

საკუთარ ლექსიკურ ნიადაგზე აღმოცენებული პარალელური რიგების კერძოობითი შემთხვევაა ისეთი სინონიმური რიგები, რომელნიც მოტივირებულია სალიტერატურო ტერმინოლოგიის (სიტყვის ფართო მნიშვნელობით) აუცილებლობით: ენაში არსებული რომელიმე სიტყვის ტერმინად დადგენისათვის საჭირო ხდება მისი განმარტება სინონიმური მასალით; ვღებულობთ ერთი ცნების აღმნიშვნელ ორ სიტყვას, რომელთაგანაც ერთ-ერთი ერთგვარი ლიტერატურული სანქციონირებითაა უფლებამოსილი.

არ არის შემთხვევითი, რომ ამგვარ პარალელურ რიგებს უხვად ვხვდებით იოანე პეტრიწისთან, რამდენადაც პეტრიწი ადგენდა ქართულ ფილოსოფიურ ტერმინოლოგიას. და ამ მუშაობაში ავტორისათვის სინონიმური პარალელიზმი მიუცილებელი ხერხი იქნებოდა. პეტრიწი აქ მისი ეპოქის სტილს მისდევს, როდესაც ე. წ. hendiadys-ი ფრიად გავრცელებულ მანერას წარმოადგენდა.

პეტრიწი პარალელურ რიგებს გვაძლევს როგორც თარგმნითს ძეგლებში, ისე ორიგინალურშიც. ბერძნულ დედანში შესატყვის ადგილებში ერთი სიტყვაა, რომელსაც პეტრიწი ორი ქართული სიტყვით გადმოსცემს. აი რამდენიმე ნიმუში (თარგმანიდან: [2]): „უქმა და მოკლებულ, 8_9; მოწადე და ტრფიალი, 9_8; ამცრო და აკნინა, 9_{25}; პელოვნებაჲ და ხედმიწევნაჲ,11_{17} ხედმიწევნულებაჲ და პელოვნებაჲ, 12_3; მეტრფე და წადიერი, 13_3; განწვალებასა და განყოფასა, 42_{20}; ნაწილებითი და განუკვეთელი, 4_{14}; განჭრადისა და განწვალებადისა, 52_6; მცნობელი და მეუწყე, 63_{12}; საგონო და საუწყო, 64_{23}; ცნობა და საუწყო, 64_{23}; ვინაებული და ნაწილებითი 82_6; ხესთანი და გასაგონონი, 104_{10}; ქმნადი და აღგებადი, 115_{2}; მქცევი და ცვალებადი, 115_{18}; (ორიგინალურიდან: [3]): უშვ და უნაყოფო, 31_{17}; მხრწნელი და მშლელი, 41_{23}; ხატი და აღალმაჲ, 181_{18}; განყოფადი და განჭრადი, 73_{29}; შეწყობაჲ და ნართი, 86_{28}; ნართი და შეწყობაჲ, 100_{22}; დასაწყთა და დასაბამთა, 167_{14} და მრ. სხვ.

განსაკუთრებული მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს იმ გარემოებას, რომ სწორედ თარგმნითს ძეგლებში დემონსტრაციულ ხასიათს ღებულობენ სინონიმური პარალელიზმის ფაქტები. და აქ დედანი უტყუარი საკონტროლო საშუალებაა, როდესაც ერთ სიტყვას თარგმანში სინონიმური წყვილი ეხმაურება. უეჭველია, აქ „მიმღები ენა“ ტერმინოლოგიური ქმნადობის პროცესში იმყოფება და, რადგანაც ეს შემთხვევები ორიგინალურ ტექსტებშიც არა-იშვიათია, გათვალისწინებული მოვლენა საზოგადო პრინციპს ემორჩილება.

სხვა ნათარგმნ ძეგლთაგან აქ გ. ამარტოლის ქართული თარგმანიც დავიმოწმოთ. პროფ. ს. ყაუხჩიშვილის გამოკვლევა ამ მხრივ მნიშვნელოვან მასალას გვაწვდის. აი ზოგიერთი ნიმუში: მგლოვარე და მწუხარე; თანაქცევისა და მოყუსობისაგან; მდაბალ და აღუზუავებელ; შთავრდომილად და მიდრეკილად; ძმაცულებათა და მრავალღონეობათა და მრ. სხვ. [9].

ბუნებრივად დაისმის კითხვა: ხომ არ შეიძლება დაიძებნოს ძირები, რომელნიც ამჟამად მონოლითურ ოდენობებად გვევლინებიან, მაგრამ ისტორიულად სინონიმურ შენარწყმს წარმოადგენენ სინონიმური პარალელიზმის ცნების შესაბამისად? ამას გამორკვევა ესაჭიროება.

სინონიმური პარალელიზმის მოვლენა განსაკუთრებით გავრცელებული იქნება ისეთ ენებ-ში, რომელნიც უპირატესად ნარევ ტიპს წარმოადგენენ. ამ მხრივ მნიშვნელოვანია ინგლი-სური ენის მონაცემები: საშუალ-ინგლისურის ტექსტებში ნორმანულ-ფრანგულ სიტყვებს ხშირად გერმანული ეკვივალენტი მოსდევს [10]. ცხადია, აქ ძალაშია სინონიმური პარალელიზმის პრინციპი.

სინონიმურ წყვილში გასამარტავი სიტყვის ადგილი განსაზღვრული არ არის: ზოგჯერ ერთიდაიგივე უცხოური სიტყვა ხან განმარტების წინაა, ხან შემდეგ: მუტრიბი და მომღერა-ლი || მომღერალი და მუტრიბი, ფიცი და ზენაარი || ზენაარი და ფიცი...

დასასრულ, აღვნიშნავ, რომ პოეტიკურ და ლექსიკოლოგიურ ლიტერატურაში სიტყვათა პარალელური რიგები გაგებულია, როგორც სტილისტიკური ხერხი, ერთგვარი პოეტური ფიგურა. ამ გაგებას გამართლება აქვს გარკვეული შემთხვევებისათვის, მაგრამ ჩვენ მიერ აღნიშნულ მოვლენას ეს ტრადიციული თვალსაზრისი ვერ ხსნის. ენის გან-ვითარების რაც უფრო ძველ საფეხურებს ვითვალისწინებთ, იმდენად სინონიმურ წყვილებს „რაციონალური საწყისი" აქვთ: უცნობი სიტყვის ნაცნობად ქცევის საშუალებაა,—ხოლო სხვაა თანამედროვე ენაში, აზრის გაძლიერების მიზნით, სტილისტიკური სხვაობის მატარებე-ლი სინონიმების პარალელურად გამოყენება. ერთია სტილის საჭიროებით გამო-წვეული ტავტოლოგია და მეორე—წმინდა ენობრივი აუცილებლობით გამართლებული სინონიმური წყვილები.

საკითხის ისტორიისათვის აღსანიშნავია ნ. მარის ძიება ამ მიმართულებით. ვეფხის-ტყაოსნიდან რამდენიმე მაგალითის ჩვენებით, მკვლევარი ყურადღებას ამახვილებს ქართულ-უცხოური ლექსიკური მასალის პარალელიზმზე, მაგრამ ამ მოვლენას იგი ერთ სიბრტყეზე ათავსებს სტილისტიკური ხასიათის გამეორებებთან; პარალელიზმი არა აქვს გაგებული, რო-გორც უცხოური ფორმის დანერგვის ხერხი. ეს არისო,—ამბობს მარი,—შეუცნობელი ტავტო-ლოგია ანუ შეუცნობელი რიტორიკული ფიგურა [11].

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
ნ. მარის სახ. ენის ინსტიტუტი
თბილისი

(შემოვიდა რედაქციაში 19.8.1941)

ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ

ШОТА ДЗИДЗИГУРИ

ПОНЯТИЕ О СИНОНИМИЧЕСКОМ ПАРАЛЛЕЛИЗМЕ

Резюме

1. Одним из частных случаев заимствования слов является распространение иноязычного лексического элемента в то время, как эквивалент соответствующего понятия в языке имеется. В таком случае один из способов внедрения иностранного слова определяется естественно выработанной в языке внутреннею необходимостью—употреблять параллельно эти синонимы, покамест слово не укоренится на новой языковой почве. Это явление условно можно назвать «синонимическим параллелизмом».

2. В языке встречаются и такие синонимические пары, которые состоят из слов, принадлежащих к собственному лексическому фонду. Прин-

цип синонимического параллелизма и здесь остается в силе. Одним из существенных случаев созидания синонимов надо считать встречу разных диалектальных лексических типов на одной площади, а в таком случае одно слово объясняет другое, являющееся чуждым и непонятным для данного языкового участка. Есть случаи, когда параллельно употребляющиеся слова содержат архаическое слово, требующее объяснения.

Синонимический параллелизм являлся необходимым методом при создании специальной терминологии на ранних этапах развития литературного языка. Автор иллюстрирует положение на материалах создателя древнегрузинской философской терминологии Иоанна Петрици.

3. В грузинском языке имеется двоякое сочетание синонимического параллелизма: 1) союзный синонимический параллелизм и 2) бессоюзный синонимический параллелизм, который в свою очередь имеет две подгруппы: а) тавтологический синонимический параллелизм, б) композитивный синонимический параллелизм.

4. Естественно ставится вопрос: не нужно ли искать в древнейших наслоениях языка корни, которые на данной стадии развития языка воспринимаются как монолитные единицы, но исторически являются результатом слияния синонимов по принципу понятия синонимического параллелизма?

5. В поэтической и лексикологической литературе параллельные ряды объясняются как стилистический прием, своего рода риторическая фигура. Для определенных случаев такое понимание не исключено, но в основном эта традиционная точка зрения не в силах раскрыть сущность данного явления.

Академия Наук Грузинской ССР
Институт языка имени акад. Н. Я. Марра
Тбилиси

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Мерчул. Жит. Гр. Хандзтийского. Изд. Н. Марра: ТР, VI, 1911.
2. იოანე პეტრიწის შრომები. I. გამ. სიმ. ყაუხჩიშვილისა, შესავალი სტატია—მოსე გოგიბერიძისა. 1940, გვ. 75_{10}.
3. იოანე პეტრიწის შრომები. II. გამ. შ. ნუცუბიძისა და ს. ყაუხჩიშვილისა, 1937, გვ. 97_{24}.
4. შ. რუსთაველი. ვეფხის-ტყაოსანი. სახ. უნივ. გამოც. 1937, 1077_3.
5. აბდულმესია: Н. Марр, Древнегрузинские одописцы (XII в.). ТР, IV, 1902.
6. ვისრამიანი. გამ. ალ. ბარამიძის, პ. ინგოროყვას და კ. კეკელიძის. 1938, გვ. 239_{29}.
7. Ипполит. Толкование Песни песней... Изд. Н. Марра: ТР, III, 1901, II, 8_{81}.
8. Н. Марр. Агиографические материалы... II, ЗВО, XIII, вып. II—III, 1901, გვ. 7_{11}.
9. ს. ყაუხჩიშვილი. გ. ამარტოლის ქართ. თარგმანი. ტფ. უნივ. მოამბე, VI, გვ. 32.
10. М. А. Солонино. Английская лексикология, 1934, გვ. 145.
11. Н. Марр. Витязь в барсовой шкуре Шоты из Рустава, 1917, გვ. 485.

პეტროგრაფია—ПЕТРОГРАФИЯ—PETROGRAPHIE

ბოტანიკა—БОТАНИКА—BOTANIK

ზოოლოგია—ЗООЛОГИЯ—ZOOLOGIE

ფიზიოლოგია—ФИЗИОЛОГИЯ—PHYSIOLOGIE

ფსიქოლოგია—ПСИХОЛОГИЯ—PHSICHOLOGIE

ფილოლოგია—ФИЛОЛОГИЯ—PHILOLOGIE

ენათმეცნიერება—ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ—SPRACHWISSENSCHAFT

ფასი 3 მან.
ЦЕНА 3 РУБ.

დამტკიცებულია
საქ. სსრ მეცნ. აკად. პრეზიდიუმის მიერ
8.4.1941

დებულება „საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბის“ შესახებ

1. „მოამბეში“ იბეჭდება საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მეცნიერ მუშაკებისა და სხვა მეცნიერთა მოკლე წერილები, რომელიც შეიცავს მათი გამოკვლევების მთავარ შედეგებს.

2. „მოამბეს“ ხელმძღვანელობს სარედაქციო კოლეგია, რომელსაც ირჩევს საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის საერთო კრება.

3. „მოამბე“ გამოდის ყოველთვიურად (თვის ბოლოს), გარდა ივლის-აგვისტოს თვისა— ცალკე ნაკვეთებად დაახლოვებით 5 ბეჭდური თაბახის მოცულობით თვითეული. ერთი წლის ყველა ნაკვეთი (სულ 10 ნაკვეთი) შეადგენს ერთ ტომს.

4. წერილები იბეჭდება ერთერთს შემდეგ ენაზე: ქართულად, რუსულად, გერმანულად, ფრანგულად, ინგლისურად. ყველა წერილებს, გარდა წერილებისა ქართულ ენაზე, აუცილებლად უნდა დაერთოს რეზუმე ქართულ ენაზე. ქართულ წერილებს აუცილებლად უნდა დაერთოს რეზუმე რუსულ ენაზე. წერილებს შეიძლება დაერთოს აგრეთვე რეზუმე რომელიმე ზემოთდასახელებულ ენაზე, ავტორის სურვილის მიხედვით.

5. წერილის მოცულობა, რეზუმეს და ილუსტრაციების ჩათვლით, არ უნდა აღემატებოდეს ნახევარ საავტორო თაბახს (20 ათასი ბეჭდური ნიშანი). ძირითადი ტექსტისა და რეზუმეს მოცულობის შეფარდებას განსაზღვრავს თვით ავტორი. კერძოდ, რეზუმე შეიძლება შეცვლილი იყოს მთლიანი თარგმანით, თუ კი წერილის და თარგმანის საერთო ზომა არ აღემატება ზემოთაღნიშნულ ნორმას.

6. „მოამბეში“ დასაბეჭდი წერილები უნდა გადაეცეს რედაქციას; იმ ავტორებისათვის, რომლებიც სამეცნიერო აკადემიის ნამდვილი წევრები არიან, რედაქცია განსაზღვრავს მხოლოდ დაბეჭდვის მორიგეობას. დანარჩენი ავტორების წერილები კი, როგორც წესი, გადაეცემა რედკოლეგიის მიერ სარეცენზიოდ აკადემიის რომელიმე ნამდვილ წევრს ან სათანადო დარგის რომელიმე სხვა სპეციალისტს, რის შემდეგ დაბეჭდვის საკითხს გადასწყვეტს რედკოლეგია.

7. წერილები თავისი რეზუმეთი და ილუსტრაციებით წარმოდგენილი უნდა იქნეს ავტორის მიერ სავსებით გამზადებული დასაბეჭდად. ფორმულები მკაფიოდ [illegible] იყოს ტექსტში ჩაწერილი ხელით. წერილის დასაბეჭდად მიღების შემდეგ ტექსტში არავითარი შესწორებისა და დამატების შეტანა არ დაიშვება.

8. ციტირებული ლიტერატურის შესახებ მონაცემები უნდა იყოს შეძლებისდაგვარად სრული: საჭიროა აღინიშნოს ჟურნალის სახელწოდება, ნომერი სერიისა, ტომისა, ნაკვეთისა, გამოცემის წელი, წერილის სრული სათაური; თუ ციტირებულია წიგნი, სავალდებულოა ჩვენება წიგნის სრული სახელწოდებისა, გამოცემის წლისა და ადგილისა.

9. ციტირებული ლიტერატურის დასახელება ერთვის წერილს ბოლოში სიის სახით. ლიტერატურაზე მითითებისას ტექსტში ან შენიშვნებში ნაჩვენები უნდა იქნეს ნომერი სიის მიხედვით, ჩასმული კვადრატულ ფრჩხილებში.

10. წერილის ტექსტისა და რეზუმეს ბოლოს ავტორმა უნდა აღნიშნოს სათანადო ენებზე დასახელება და ადგილმდებარეობა დაწესებულებისა, რომელშიაც შესრულებულია ნაშრომი. წერილი თარიღდება რედაქციაში შემოსვლის დღით.

11. ავტორს ეძლევა ერთი კორექტურა გვერდებად შეკრული მკაცრად განსაზღვრული ვადით (ჩვეულებრივად, არა უმეტეს ერთი დღისა). დადგენილ ვადისათვის კორექტურის წარმოუდგენლობის შემთხვევაში რედაქციას უფლება აქვს წერილი დაბეჭდოს ავტორის ვიზის გარეშე.

12. ავტორს უფასოდ ეძლევა მისი წერილის 50 ამონაბეჭდი და ერთი ცალი „მოამბის“ ნაკვეთისა, რომელშიაც მისი წერილია მოთავსებული.

რედაქციის მისამართი: თბილისი, ძერჟინსკის ქ., 8