საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის

მოამბე

ტომი II № 3

СООБЩЕНИЯ

АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР

ТОМ II № 3

MITTEILUNGEN

DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER GEORGISCHEN SSR

BAND II Nr 3

თბილისი 1941 ТБИЛИСИ
TBILISSI

შინაარსი—СОДЕРЖАНИЕ—INHALT

მათემატიკა—МАТЕМАТИКА—MATHEMATIK

ფიზიკა—ФИЗИКА—PHYSIK

ქიმია—ХИМИЯ—CHEMIE

გეოლოგია—ГЕОЛОГИЯ—GEOLOGIE

ტექნიკა—ТЕХНИКА—TECHNIK

ბოტანიკა—БОТАНИКА—BOTANIK

ზოოლოგია—ЗООЛОГИЯ—ZOOLOGIE

ისტორია—ИСТОРИЯ—GESCHICHTE

ეთნოგრაფია—ЭТНОГРАФИЯ—ETHNOGRAPHIE

ენათმეცნიერება—ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ—SPRACHWISSENSCHAFT

*ვარსკვლავით აღნიშნული სათაური ეკუთვნის წინა წერილის რეზიუმეს ან თარგმანს.

*Заглавие, отмеченное звездочкой, относится к резюме или к переводу предшествующей статьи.

*Die mit einem Stern versehenen Titel betreffen die Zusammenfassung oder Übersetzung des vorangehenden Artikels.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

МАТЕМАТИКА

П. С. АЛЕКСАНДРОВ, член-корр. АН СССР

ОСНОВНЫЕ ГОМОЛОГИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ ДЛЯ ОБЩИХ ПРОЕКЦИОННЫХ СПЕКТРОВ

1. Проекционным спектром $\sum=\sum(K_\alpha, S_\alpha^\beta)$ в общем смысле этого слова мы называем неограниченное частично упорядоченное множество конечных симплициальных комплексов K_α и симплициальных отображений S_α^β, удовлетворяющих следующим условиям:

1°. Если $\beta>\alpha$ (т. е. если K_β следует за K_α), и только в этом случае определено конечное число ($\geqq 1$) симплициальных отображений S_α^β («проекций») комплекса K_β в комплекс K_α.

2°. Если $\beta>\alpha$, то для каждого симплекса $T_{\beta j}\in K_\beta$ существует такой симплекс $T_{\alpha i}\in K_\alpha$, что образы симплекса $T_{\beta j}$ при всех проекциях S_α^β являются собственными или несобственной гранями симплекса $T_{\alpha i}$.

3°. Если $\gamma>\beta>\alpha$ и S_β^γ, S_α^β суть проекции, то $S_\alpha^\gamma=S_\alpha^\beta S_\beta^\gamma$ также есть проекция (ср. [1], § 4).

2. Особые подкомплексы Q_α. Мы будем предполагать, что в каждом K_α дан определенный подкомплекс Q_α, называемый особым подкомплексом, причем $S_\alpha^\beta(Q_\beta)\subseteq Q_\alpha$ и, если $T_{\beta j}\in Q_\beta$, то симплекс $T_{\alpha i}$, упоминаемый в 2°, можно выбрать среди симплексов Q_α. Таким образом, комплексы Q_α и рассматриваемые лишь на них симплициальные отображения S_α^β также образуют проекционный спектр.

3. Группы L_α^r, Z_α^r, H_α^r. Во всем дальнейшем $\mathfrak{A}$ и A обозначают две двойственные между собою (в смысле теории характеров) абелевы группы, причем $\mathfrak{A}$ дискретна, а A бикомпактна.

Среди r-мерных цепей комплекса K_α по области коэфициентов $\mathfrak{A}$ рассматриваем лишь цепи, равные нулю на Q_α. Эти цепи образуют группу L_α^r. Элементы группы L_α^r, являющиеся ∇-циклами, образуют группу Z_α^r. Элементы группы Z_α^r, являющиеся ∇-границами каких-либо элементов группы L_α^{r-1}, образуют подгруппу H_α^r группы Z_α^r.

4. Оператор σ^α_β; ∇-классы; группа $\nabla^r(\sum, \mathfrak{A})$. Симплициальные отображения S^β_α определяют хорошо известные [1] гомоморфизмы σ^α_β группы L^r_α в L^r_β, причем $\sigma^\alpha_\beta Z^r_\alpha \subseteq Z^r_\beta$ и $\sigma^\alpha_\beta H^r_\alpha \subseteq H^r_\alpha$; при этом, если S^β_α и S'^β_α две различные проекции и $z^r_\alpha \varepsilon Z^r_\alpha$, то

$$\sigma^\alpha_\beta z^r_\alpha - \sigma'^\alpha_\beta z^r_\alpha \varepsilon H^r_\beta.$$

Два ∇-цикла $z^r_{\alpha_1} \varepsilon Z^r_{\alpha_1}$ и $z^r_{\alpha_2} \varepsilon Z^r_{\alpha_2}$ называются гомологичными между собою (в спектре $\sum$) или принадлежащими к одному и тому же r-мерному ∇-классу спектра $\sum$, если существует такое $\beta > \alpha_1, \alpha_2$, что

$$\sigma^{\alpha_1}_\beta z^r_{\alpha_1} - \sigma^{\alpha_2}_\beta z^r_{\alpha_2} \varepsilon H^r_\beta.$$

Сумма ∇-классов z^r и z'^r определяется так: берутся произвольно $z^r_\alpha \varepsilon z^r$, $z^r_{\alpha'} \varepsilon z'^r$, тогда $z^r + z'^r$ определяется как ∇-класс, содержащий ∇-цикл $\sigma^\alpha_\beta z^r_\alpha + \sigma^{\alpha'}_\beta z^r_{\alpha'}$, где β выбрано произвольно под условием $\beta > \alpha, \alpha'$.

Легко доказывается, что это определение сложения корректно, т. е. что $z^r + z'^r$ зависит только от z^r и от z'^r, а не от выбора z^r_α в z^r, z'^r_α в z'^r и $\beta \geqq \alpha, \alpha'$. Только что введенное сложение превращает множество всех r-мерных ∇-классов в группу, которую называем $\nabla^r(\sum, \mathfrak{A})$. Нулевой элемент группы $\nabla^r(\sum, \mathfrak{A})$ («нулевой ∇-класс») состоит из ∇-циклов z^r_α, гомологичных нулю в $\sum$, т. е. удовлетворяющих условию: существует такое $\beta > \alpha$, что $\sigma^\alpha_\beta z^r_\alpha \varepsilon H^r_\beta$. Нулевой ∇-класс обозначается через $\mathfrak{O}_\nabla$.

5. Подкомплексы $K_{0\alpha}$, спектр $\sum_0$, группы $L_{0\alpha}$, $Z^r_{0\alpha}$, $H^r_{0\alpha}$.

Предполагаем теперь, что в каждом K_α нам кроме особого подкомплекса Q_α дан еще подкомплекс $K_{0\alpha}$, причем $S^\beta_\alpha(K_{0\beta}) \subseteq K_{0\alpha}$, и если $T_{\beta j} \varepsilon K_{0\beta}$, то симплекс $T_{\alpha i}$, упоминаемый в 2°, может быть выбран среди симплексов $K_{0\alpha}$.

Комплексы $K_{0\alpha}$ и рассматриваемые лишь на них симплициальные отображения S^β_α образуют проекционный спектр

$$\sum\nolimits_0 = \sum (K_{0\alpha}, S^{0\beta}_{0\alpha}).$$

Называя особым подкомплексом комплекса $K_{0\alpha}$ комплекс $Q_{0\alpha} = K_{0\alpha} \circ Q_\alpha$, определяем для $K_{0\alpha}$ группы $L^r_{0\alpha}$, $Z^r_{0\alpha}$, $H^r_{0\alpha}$, совершенно так же, как определяли для K_α группы L^r_α, Z^r_α, H^r_α. Для спектра $\sum_0$ определена и группа $\nabla^r(\sum_0, \mathfrak{A})$.

6. Группы $C^r_{0\alpha}$. Для комплекса $K_{0\alpha}$ построим еще одну группу, которая будет иметь основное значение в этой работе. Напомним прежде всего: если x^r_α какая-нибудь цепь комплекса K_α, то через $K_{0\alpha} x^r_\alpha$ обозначается цепь комплекса $K_{0\alpha}$, равная цепи x^r_α на всех симплексах комплекса K_α. Теперь назовем ∇-цикл $z^r_{0\alpha}$ комплекса $K_{0\alpha}$ продолжаемым, если существует такой ∇-цикл z^r_α комплекса K_α, что $z^r_{0\alpha}=K_{0\alpha}z^r_\alpha$. Продолжаемые ∇-циклы комплекса K образуют подгруппу $C^r_{0\alpha}$ группы $Z^r_{0\alpha}$. При этом

$$H^r_{0\alpha}\subseteq C^r_{0\alpha}. \tag{6:1}$$

В самом деле, если $z^r_{0\alpha}=\nabla x^{r-1}_{0\alpha}$ и $x^{r-1}_\alpha=Ex^{r-1}_{0\alpha}$ (т. е. цепь x^{r-1}_α равна $x^{r-1}_{0\alpha}$ на $K_{0\alpha}$ и нулю на $K_\alpha\setminus K_{0\alpha}$), то

$$K_{0\alpha}\nabla x^{r-1}_\alpha=K_{0\alpha}\nabla Ex^{r-1}_{0\alpha}=\nabla K_{0\alpha}Ex^{r-1}_{0\alpha}=\nabla x^{r-1}_{0\alpha}=z^r_{0\alpha}.$$

7. Группы $\nabla_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$. Заметим прежде всего:

[7:1]. Если

$$z^r_{0\alpha}\in C^r_{0\alpha} \text{ и } \beta>\alpha, \text{ то } \sigma^{0\alpha}_{0\beta}z^r_{0\alpha}\in C^r_{0\beta}.$$

В самом деле, $\sigma^{0\alpha}_{0\beta}K_{0\alpha}z_\alpha=K_{0\beta}\sigma^\alpha_\beta z_\alpha$.

Назовем теперь ∇-циклы $z^r_{0\alpha}\in Z^r_{0\alpha}$ и $z^r_{0\beta}\in Z^r_{0\beta}$ C-эквивалентными, если существует $\gamma>\alpha$, β так, что

$$\sigma^{0\alpha}_{0\gamma}z^r_{0\alpha}-\sigma^{0\beta}_{0\gamma}z^r_{0\beta}\in C^r_{0\gamma}.$$

C-эквивалентность обладает, очевидно, свойствами рефлексивности и симметрии, а в силу [7:1], как легко видеть, также и транзитивности.

Поэтому, множество всех ∇-циклов $z^r_{0\alpha}$ всевозможных $K_{0\alpha}$ распадается на классы C-эквивалентных между собою r-мерных ∇-циклов, или, короче, на r-мерные C-классы.

C-классы образуют группу: сумма двух C-классов z^r и z'^r определяется так: берется $z^r_{0\alpha}\in z^r$, $z'^r_{0\beta}\in z'^r$, и $\gamma>\alpha,\beta$. По определению, $z^r+z'^r$ есть C-класс, содержащий цикл

$$\sigma^{0\alpha}_{0\gamma}z^r_{0\alpha}+\sigma^{0\beta}_{0\gamma}z'^r_{0\beta}.$$

Легко видеть, что это определение корректно. Нулевой элемент $\mathfrak{O}_c$ группы есть C-класс, состоящий из всех таких $z^r_{0\alpha}$, что существует $\beta>\alpha$ так, что $\sigma^{0\alpha}_{e\beta}z^r_{0\alpha}\in C_{0\beta}$. Элемент $\mathfrak{O}_c$ может быть охарактеризован, как единственный C-класс, содержащий хоть один продолжаемый цикл (какого-либо $K_{0\alpha}$).

Только что определенная группа всех r-мерных C-классов обозначается через $\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$. Каждый ∇-класс спектра $\sum_0$ содержится в одном и только одном C-классе; r-мерные ∇-классы, содержащиеся в нулевом C-классе $\mathfrak{O}_c$, образуют подгруппу $C^r(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$ группы $\nabla^r(\sum_0, \mathfrak{A})$; легко видеть, что группа $\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$ может быть определена как фактор-группа $\nabla^r(\sum_0, \mathfrak{A})/C^r(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$

$$\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})=\nabla^r(\sum_0, \mathfrak{A})/C^r(\sum_0, \sum, \mathfrak{A}).$$

8. Группы $\Lambda^r_\alpha, Z^r_\alpha, H^r_\alpha$ определяются соответственно как группы r-мерных цепей, r-мерных относительных циклов $\mathrm{mod}\, Q_\alpha$ и r-мерных относительных циклов, гомологичных нулю $\mathrm{mod}\, Q_\alpha$ в K_α по области коэфициентов A. Аналогично определяются для $K_{0\alpha}$ и $Q_{0\alpha}$ группы $\Lambda^r_{0\alpha}, Z^r_{0\alpha}, H^r_{0\alpha}$.

Докажем предложение:

Теорема [8:1]. *Группы* $Z^r_{0\alpha}/C^r_{0\alpha}$ и $(Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha)/H^r_{0\alpha}$ *двойственны между собою.*

Для доказательства теоремы [8:1] достаточно доказать лемму:

[8:11]. *Группа* $Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha$ *есть аннулятор группы* $C^r_{0\alpha}$ *в группе* $\Lambda^r_{0\alpha}$ *и, следовательно, группа* $C^r_{0\alpha}$ *есть аннулятор группы* $Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha$ *в группе* $L^r_{0\alpha}$:

$$(\Lambda^r_{0\alpha}, C^r_{0\alpha}) = Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha; \quad (L^r_{0\alpha}, Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha) = C^r_{0\alpha}.$$

Предположим лемму [8:11] доказанной. Тогда имеем, обозначая через штрих переход к группе характеров:

$$(L^r_{0\alpha}/C^r_{0\alpha})' = (\Lambda^r_{0\alpha}, C^r_{0\alpha}) = Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha,$$

$$(\Lambda^r_{0\alpha}/(Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha))' = C^r_{0\alpha};$$

кроме того, известно, что

$$(\Lambda^r_{0\alpha}/H^r_{0\alpha})' = Z^r_{0\alpha}, \quad (L^r_{0\alpha}/Z^r_{0\alpha})' = H^r_{0\alpha}.$$

Далее имеем изоморфизм

$$(\Lambda^r_{0\alpha}/H^r_{0\alpha}) \Big/ (Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha)/H^r_{0\alpha} = \Lambda^r_{0\alpha}/H^r_{0\alpha}, \tag{8:12}$$

а так как из

$$\mathfrak{A}/\mathfrak{B} = \mathfrak{C}$$

всегда следует

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{A}'/\mathfrak{C}',$$

то из (8:12) выводим

$$((Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha)/H^r_{0\alpha})' = (\Lambda^r_{0\alpha}/H^r_{0\alpha})' \Big/ (\Lambda^r_{0\alpha}/(Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha))'$$

и значит

$$((Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha)/H^r_{0\alpha})' = Z^r_{0\alpha}/C^r_{0\alpha},$$

ч. т. д.

Остается доказать лемму.

Пусть $z_{0\alpha} \in C^r_{0\alpha}$, $\zeta_{0\alpha} \in Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha$. Обозначая ориентированные симплексы комплексов $K_{0\alpha}$ и K_α соответственно через t^r_{0j} и t^r_i, и предполагая, что $z_{0\alpha} = K_{0\alpha} z$, имеем:

$$z_{0\alpha} \zeta_{0\alpha} = \sum_j z_{0\alpha}(t^r_{0j}) \cdot \zeta_{0\alpha}(t^r_{0j}) = \sum_j z(t^r_i) \zeta_{0\alpha}(t^r_i) = 0,$$

(т. к. $\zeta_{0\alpha} \in H^r_\alpha = (\Lambda^r_\alpha, Z^r_\alpha)$).

Пусть теперь $\xi^r_{0\alpha}$ элемент группы $\Lambda^r_{0\alpha}$, не содержащийся в $Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha$ и, следовательно, как легко видеть, не содержащийся в H^r_α. Так как

$H^r_\alpha = (\Lambda^r_\alpha, Z^r_\alpha)$, то существует такой ∇-цикл $\zeta^r_\alpha \varepsilon Z^r_\alpha$, что $\zeta^r_\alpha \cdot \xi^r_{0\alpha} \neq 0$. Но так как $\xi^r_{0\alpha} \varepsilon \Lambda^r_{0\alpha}$, то $K_{0\alpha} \zeta^r_\alpha \cdot \xi^r_{0\alpha} = \zeta^r_\alpha \cdot \xi^r_{0\alpha} \neq 0$, ч. т. д.

9. Группы $\Delta^r(\sum, A)$ и $\Delta^r(\sum_0, \sum, A)$. Симплициальные отображения S^β_α порождают гомоморфизм ρ^β_α группы Λ^r_β, Z^r_β, H^r_β соответственно в Λ^r_α, Z^r_α, H^r_α, причем [1], если S^β_α и S'^β_α—две различные проекции K_β в K_α и $\zeta^r_\beta \varepsilon Z^r_\beta$, то

$$\rho^\beta_\alpha \zeta^r_\beta - \rho'^\beta_\alpha \zeta^r_\beta \varepsilon H^r_\alpha.$$

Поэтому, все проекции S^β_α определяют один и тот же гомоморфизм ρ^β_α группы $\Delta^r_\beta = Z^r_\beta / H^r_\beta$ в $\Delta^r_\alpha = Z^r_\alpha / H^r_\alpha$, так что имеем обратный ряд гомоморфизмов, предельная группа которого обозначается через $\Delta^r(\sum, A)$ и двойственна группе $\nabla^r(\sum, \mathfrak{A})$.

Для спектра $\sum_0$, наряду с группой $\Delta^r(\sum_0, A)$, двойственной группе $\nabla^r(\sum_0, \mathfrak{A})$, имеем еще группу $\Delta^r(\sum_0, \sum, A)$, определяемую как предельную группу обратного ряда гомоморфизмов [1] ρ^β_α групп $(Z^r_{0\alpha} \circ H^r_\alpha)/H^r_{0\alpha}$. Так как [1] группа $\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$ может быть определена как предельная группа прямого ряда гомоморфизмов σ^α_β групп $Z^r_{0\alpha}/C^r_{0\alpha}$ и так как гомоморфизмы ρ^β_α и σ^α_β—сопряженные, то из теоремы [8:1] следует:

Теорема [9:1]. *Группы* $\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$ *и* $\Delta^r(\sum_0, \sum, A)$ *двойственны между собою.*

10. Группы $L^r_{g\alpha}$, $Z^r_{g\alpha}$, $H^r_{g\alpha}$. Обозначим через $L^r_{g\alpha}$ подгруппу L^r_α, состоящую из всех элементов группы L^r_α, равных нулю на $K_{0\alpha}$ (т. е. из цепей комплекса K_α, равных нулю на $K_{0\alpha}$ и на Q_α). Элементы $L^r_{g\alpha}$, являющиеся ∇-циклами, образуют подгруппу $Z^r_{g\alpha}$ группы $L^r_{g\alpha}$; элементы группы $Z^r_{g\alpha}$, являющиеся ∇-границами каких-либо элементов группы $L^{r-1}_{g\alpha}$, образуют подгруппу $H^r_{g\alpha}$ группы $Z^r_{g\alpha}$.

Замечание. Можно было бы доказать предложение:

Теорема [10:1]. *Группа* $Z^r_{0\alpha}/C^r_{0\alpha}$ *изоморфна группе* $(Z^{r+1}_{g\alpha} \circ H^{r+1}_\alpha)/H^{r+1}_{g\alpha}$.

Эта теорема является частным случаем гораздо более общего предложения, которое мы докажем в следующей заметке.

11. Группы $\nabla^r(\sum \cdot\cdot \sum_0, \mathfrak{A})$ и $\nabla^r_g(\sum \cdot\cdot \sum_0, \mathfrak{A})$. При гомоморфизме σ^α_β группы L^r_α в L^r_β, группы $L^r_{g\alpha}$, $Z^r_{g\alpha}$, $H^r_{g\alpha}$ отображаются соответственно в $L^r_{g\beta}$, $Z^r_{g\beta}$, $H^r_{g\beta}$. При этом [1], если S^β_α и S'^β_α—две проекции комплекса K_α в K_β, то для всякого $\zeta^r_{g\alpha} \varepsilon Z^r_{g\alpha}$ имеем $\sigma^\alpha_\beta \zeta^r_{g\alpha} - \sigma'^\alpha_\beta \zeta^r_{g\alpha} \varepsilon H^r_{g\beta}$.

Назовем два ∇-цикла $\zeta^r_{g\alpha} \varepsilon Z^r_{g\alpha}$ и $\zeta^r_{g\alpha'} \varepsilon Z^r_{g\alpha'}$ принадлежащими к одному и тому же r-мерному ∇-классу спектра $\sum$ относительно $\sum_0$, если существует $\beta \geqq \alpha, \alpha'$ так, что

$$\sigma^\alpha_\beta \zeta^r_{g\alpha} - \sigma^{\alpha'}_\beta \zeta^r_{g\alpha'} \varepsilon H^r_{g\beta}.$$

L^r_α bilden die ∇-Zyklen eine Untergruppe Z^r_α, die L^r_α—∇-Ränder eine Untergruppe H^r_α. Analog werden für $K_{0\alpha}$ und $\underset{\sim}{Q}_{0\alpha}=K_{0\alpha}\circ \underset{\sim}{Q}_\alpha$ die Gruppen $L^r_{0\alpha}\supseteq Z^r_{0\alpha}\supseteq H^r_{0\alpha}$ definiert. Die simplizialen Abbildungen S^β_α rufen die Homomorphismen σ^α_β, $\sigma^{0\alpha}_{0\beta}$ von L^r_α bzw. $L^r_{0\alpha}$ in L^r_β bzw. $L^r_{0\beta}$ hervor: für ein orientiertes $t^r_\beta \varepsilon K_\beta$ ist der Wert von $\sigma^\alpha_\beta x^r_\alpha$, $x^r_\alpha \varepsilon L^r_\alpha$, gleich dem Wert von x^r_α auf $S^\beta_\alpha t^r_\beta$. Der Homomorphismus σ^α_β kommutiert mit ∇.

Sodann gehören $\zeta^r_\alpha \varepsilon L^r_\alpha$, $\zeta^r_{\alpha'} \varepsilon L^r_{\alpha'}$ zu derselben ∇-Klasse des Spektrums $\sum$, wenn für ein $\beta>\alpha, \alpha'$

$$\sigma^\alpha_\beta \zeta^r_\alpha - \sigma^{\alpha'}_\beta \zeta^r_{\alpha'} \varepsilon H^r_\beta$$

ist. Die r-dimensionalen ∇-Klassen bilden die Gruppe $\nabla^r(\sum, \mathfrak{A})$.

6–9. Die Kette $x^r_\alpha \varepsilon L^r_\alpha$, betrachtet nur auf $K_{0\alpha}$, ist eine Kette $x^r_{0\alpha} \varepsilon L^r_{0\alpha}$, genannt $K_{0\alpha} x^r_\alpha$. Diejenigen $\zeta^r_{0\alpha} \varepsilon Z^r_{0\alpha}$, für die es ein $\zeta^r_\alpha \varepsilon Z^r_\alpha$ mit $\zeta^r_{0\alpha}=K_{0\alpha}\zeta^r_\alpha$ gibt, bilden eine Untergruppe $C^r_{0\alpha}$ von $Z^r_{0\alpha}$, wobei $Z^r_{0\alpha}\supseteq C^r_{0\alpha}\supseteq H^r_{0\alpha}$ ist. Es ist $Z^r_{0\alpha}/C^r_{0\alpha}$ zu $(\mathrm{Z}^r_{0\alpha}\circ \mathrm{H}^r_\alpha)/\mathrm{H}^r_{0\alpha}$ dual; dabei ist Z^r_α bzw. $\mathrm{Z}^r_{0\alpha}$ die Gruppe der r-dimensionalen ∇-Zyklen mod Q_α des Koeffizientenbereiches A von K_α bzw. $K_{0\alpha}$, und H^r_α bzw. $\mathrm{H}^r_{0\alpha}$ die Untergruppe der mod Q_α berandenden Elemente von Z^r_α bzw. $\mathrm{Z}^r_{0\alpha}$.

Es gehören definitionsgemäss $\zeta^r_{0\alpha} \varepsilon Z^r_{0\alpha}$ und $\zeta^r_{0\alpha'} \varepsilon Z^r_{0\alpha'}$ zu derselben C-Klasse, wenn für ein gewisses $\beta \geqq \alpha, \alpha'$ gilt: $\sigma^\alpha_\beta \zeta^r_{0\alpha} - \sigma^{\alpha'}_\beta \zeta^r_{0\alpha'} \varepsilon C^r_{0\beta}$.

Die r-dimensionalen C-Klassen bilden die Gruppe $\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$. Die zu $\nabla^r_c(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$ duale Gruppe $\nabla^r(\sum_0, \sum, \mathfrak{A})$ ist als inverser Limes von $(\mathrm{Z}^r_{0\alpha}\circ \mathrm{H}^r_\alpha)/\mathrm{H}^r_{0\alpha}$ leicht zu konstruieren.

10—11. Die auf $K_{0\alpha}$ verschwindenden Elemente von L^r_α, bzw. Z^r_α bilden die Gruppe $L^r_{g\alpha}$, bzw. $Z^r_{g\alpha}$; in $Z^r_{g\alpha}$ ist die Gruppe $H^r_{g\alpha}$ der $(L^r_{g\alpha}, \nabla)$ — Ränder enthalten. Es gehören $\zeta^r_{g\alpha}$ und $\zeta^r_{g\alpha'}$ zu derselben g-Klasse, wenn für ein $\beta>\alpha, \alpha'$

$$\sigma^\alpha_\beta \zeta^r_{g\alpha} - \sigma^{\alpha'}_\beta \zeta^r_{g\alpha'} \varepsilon H^r_{g\beta}$$

ist. Somit zerfällt die Menge aller ζ^r_α, bzw. die Menge aller zum Nullelement von $\nabla^r(\sum, \mathfrak{A})$ gehörenden ζ^r_α in g-Klassen, welche die Gruppe $\nabla^r(\sum \cdot\cdot \sum_0, \mathfrak{A})$, bzw. die Gruppe $\nabla^r_0(\sum \cdot\cdot \sum_0, \mathfrak{A})$ bilden.

Georgische Abteilung
d. Akad. d. Wiss. d. USSR
Mathematisches Institut
Tbilissi

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ZITIERTE LITERATUR

1. П. С. Александров. Общая теория гомологии. Ученые Записки Московского университета, 45, 1940, стр. 1—60.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

MATHEMATIK

ZUR ADDITIVEN ZAHLENTHEORIE. VII

Zweite Mitteilung

Von ARNOLD WALFISZ

Es soll Abschätzung (18) der ersten Mitteilung, von $r=3$ ausgehend, durch Induktion nachgewiesen werden.

Es sei

$$T_r(n)=\sum_{p\leqq n}(n-p)^{r-1}\log^{-r}(n+2-p)\,S_r(n-p). \tag{38}$$

Hierin gilt nach (6), (1)

$$S_r(n-p)-\sum_{q\leqq\sqrt{n}}\left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r\sum_{a=1}^{q}E(p-n)=\sum_{q>\sqrt{n}}\left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r\sum_{a=1}^{q}E(p-n)$$

$$=B\sum_{q>\sqrt{n}}\{\varphi(q)\}^{1-r}=B\sum_{q>\sqrt{n}}q^{\frac{3}{2}-r}=Bn^{\frac{5}{4}-\frac{r}{2}},$$

so dass

$$T_r(n)-\sum_{p\leqq n}(n-p)^{r-1}\log^{-r}(n+2-p)\sum_{q\leqq\sqrt{n}}\left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r\sum_{a=1}^{q}E(p-n)$$

$$=B\sum_{p\leqq n}(n-p)^{r-1}\,n^{\frac{5}{4}-\frac{r}{2}}=Bn^{r-1+1+\frac{5}{4}-\frac{r}{2}}$$

$$=Bn^{\frac{r}{2}+\frac{5}{4}}=Bn^{r-\frac{1}{4}},$$

$$T_r(n)=\sum_{q\leqq\sqrt{n}}\left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r\sum_{a=1}^{q}E(-n)\sum_{p\leqq n}(n-p)^{r-1}\log^{-r}(n+2-p)\,E(p)$$

$$+\,Bn^{r-\frac{1}{4}}$$

$$= \sum_{q \leqq \sqrt{n}} \left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r \sum_{a=1}^{q}{}' E(-n) \sum_{s=1}^{q} E(s) \sum_{p \leqq n}{}' (n-b)^{r-1} \log^{-r}(n+2-p) \qquad (39)$$

$$+Bn^{r-\frac{1}{4}}.$$

Ferner ist

$$\int_p^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, du - (r-1)^{-1}(n-p)^{r-1} \log^{-r}(n+2-p)$$

$$= B\int_p^n (n-u)^{r-1}(n+2-u)^{-1} \log^{-r-1}(n+2-u)\, du$$

$$= B\int_p^n n^{r-1-1} \log^{-r-1} n\, du = Bn^{r-1} \log^{-r-1} n,$$

also

$$(n-p)^{r-1} \log^{-r}(n+2-p) = (r-1)\int_p^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, du$$

$$+Bn^{r-1} \log^{-r-1} n.$$

Mit Rücksicht auf (3), folgt hieraus

$$\sum_{p \leqq n}{}' (n-p)^{r-1} \log^{-r}(n+2-p)$$

$$= (r-1)\sum_{p \leqq n}{}' \int_p^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, du + Bn^{r-1} \log^{-r-1} n\pi(n;\ q,\ s)$$

$$= (r-1)\int_2^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, \pi(u;\ q,\ s)\, du \qquad (40)$$

$$+Bn^{r-1} \log^{-r-1} n\, \pi(n;\ q,\ s).$$

(40) in (39) eingesetzt, ergibt, wegen (2), (3), (8),

$$T_r(n) - (r-1) \sum_{q \leqq \sqrt{n}} \left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r \sum_{a=1}^{q}{}' E(-n) \times$$

$$\times \sum_{s=1}^{q} E(s) \int_2^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\pi(u;\ q, s)\, du$$

$$=Bn^{r-1}\log^{-r-1}n\cdot\sum_{q\leqq\sqrt{n}}\{\varphi(q)\}^{1-r}\sum_{s=1}^{q}\pi(n;\,q,\,s)+Bn^{r-\frac{1}{4}}$$

$$=Bn^{r-1}\pi(n)\log^{-r-1}n\cdot\sum_{q=1}^{\infty}\{\varphi(q)\}^{-2}+Bn^{r-\frac{1}{4}}$$

$$=Bn^{r}\log^{-r-2}n. \tag{41}$$

Für nicht teilerfremde s, q ist $\pi(u;\,q,\,s)\leqq 1$. Lasse ich daher in (41) die s mit $(s,\,q)>1$ weg, so entsteht ein Fehler

$$B\sum_{q\leqq\sqrt{n}}\{\varphi(q)\}^{1-r}\sum_{s=1}^{q}1\cdot\int_2^n n^{r-2}\,du=Bn^{r-1}\sum_{q\leqq\sqrt{n}}q\{\varphi(q)\}^{-2}$$

$$=Bn^{r}\log^{-r-2}n.$$

Somit ist

$$T_r(n)=(r-1)\sum_{q\leqq\sqrt{n}}\left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r\sum_{a=1}^{q}E(-n)\times$$

$$\times\sum_{s=1}^{q}{}'E(s)\int_2^n(n-u)^{r-2}\log^{-r}(n+2-u)\,\pi(u;\,q,\,s)\,du$$

$$+Bn^{r}\log^{-r-2}n.$$

Lasse ich hier die $q>Q$ weg, so ist, wegen (2), (3), (8), der Fehler

$$B\sum_{Q<q\leqq\sqrt{n}}\{\varphi(q)\}^{1-r}\sum_{s=1}^{q}\int_2^n n^{r-2}\log^{-r}n\,\pi(n;\,q,\,s)\,du$$

$$=B\sum_{q>Q}\{\varphi(q)\}^{-2}\pi(n)n^{r-1}\log^{-r}n=B\sum_{q>Q}q^{-\frac{3}{2}}n^{r}\log^{-r-1}n$$

$$=BQ^{-\frac{1}{2}}n^{r}\log^{-r-1}n,$$

so dass

$$T_r(n)=(r-1)\sum_{q=1}^{Q}\left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^r\sum_{a=1}^{q}E(-n)\times$$

$$\times\sum_{s=1}^{q}{}'E(s)\int_2^n(n-u)^{r-2}\log^{-r}(n+2-u)\,\pi(u;\,q,\,s)\,du$$

$$+Bn^{r}\log^{-r-2}n+BQ^{-\frac{1}{2}}n^{r}\log^{-r-1}n.$$

Wird hierin $\pi(u;\, q,\, s)$ durch $\dfrac{u}{\varphi(q)\log u}$ ersetzt, so ist der Fehler, nach (9),

$$B_Q \sum_{q=1}^{Q} \{\varphi(q)\}^{1-r} \sum_{s=1}^{q}{}' \int_2^n n^{r-2} \log^{-r} n \cdot n \log^{-2} n \, du$$

$$= B_Q n^r \log^{-r-2} n.$$

Man hat daher

$$T_r(n) = (r-1) \sum_{q=1}^{Q} \frac{(\mu(q))^r}{(\varphi(q))^{r+1}} \sum_{a=1}^{q} E(-n) \times \tag{42}$$

$$\times \sum_{s=1}^{q}{}' E(s) \int_2^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, u \log^{-1} u \cdot du$$

$$+ B_Q n^r \log^{-r-2} n + BQ^{-\frac{1}{2}} n^r \log^{-r-1} n.$$

Wird auf einen Augenblick zur Abkürzung

$$\psi(u) = \int_2^u (n-v)^{r-2} v \log^{-r}(n+2-v)\, dv \qquad (2 \leqq u \leqq n) \tag{43}$$

gesetzt, so ist

$$\psi(u) = B \int_2^u n^{r-2} v \log^{-r} n \, dv = B n^{r-2} u^2 \log^{-r} n,$$

und daher

$$\int_2^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, u \log^{-1} u \cdot du = \frac{\psi(n)}{\log n} + \int_2^n \frac{\psi(u)}{u \log^2 u}\, du$$

$$= \frac{\psi(n)}{\log n} + B \int_2^n n^{r-1} \log^{-r-2} n \, du$$

$$= \frac{\psi(n)}{\log n} + B n^r \log^{-r-2} n. \tag{44}$$

Hierin ist nach (43)

$$\psi(n) = \int_2^n (n-v)^{r-2} v \log^{-r}(n+2-v)\, dv$$

$$= \int_0^{n-2} u^{r-2}(n-u) \log^{-r}(u+2)\, du$$

$$= \int_0^{n-2} \frac{d}{du}\left(\frac{u^{r-1}(n-u)}{r-1} + \frac{u^r}{r(r-1)}\right) \log^{-r}(u+2)\, du$$

$$= \frac{n^r \log^{-r} n}{r(r-1)} + Bn^r \log^{-r-1} n.$$

Also ergibt (44)

$$\int_2^n (n-u)^{r-2} \log^{-r}(n+2-u)\, u \log^{-1} u \cdot du$$

$$= \frac{n^r \log^{-r-1} n}{r(r-1)} + Bn^r \log^{-r-2} n$$

und sodann (42), mit Rücksicht auf (10),

$$rT_r(n) = n^r \log^{-r-1} n \cdot \sum_{q=1}^{Q} \frac{(\mu(q))^r}{(\varphi(q))^{r+1}} \sum_{a=1}^{q} E(-n) \sum_{s=1}^{q}{}' E(s)$$

$$+ B_Q n^r \log^{-r-2} n + BQ^{-\frac{1}{2}} n^r \log^{-r-1} n$$

$$= n^r \log^{-r-1} n \cdot \sum_{q=1}^{Q} \left(\frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\right)^{r+1} \sum_{a=1}^{q} E(-n) \tag{45}$$

$$+ B_Q n^r \log^{-r-2} n + BQ^{-\frac{1}{2}} n^r \log^{-r-1} n.$$

Lasse ich jetzt q über alle natürlichen Zahlen laufen, so ist der Fehler

$$Bn^r \log^{-r-1} n \cdot \sum_{q>Q} \{\varphi(q)\}^{-r} = BQ^{-\frac{1}{2}} n^r \log^{-r-1} n,$$

so dass aus (45), (6) folgt

$$rT(n) = n^r \log^{-r-1} n \cdot S_{r+1}(n) + B_Q n^r \log^{-r-2} n + BQ^{-\frac{1}{2}} n^r \log^{-r-1} n. \tag{46}$$

Ist $\varepsilon > 0$ vorgegeben, so sei Q die kleinste natürliche Zahl mit $Q^{-\frac{1}{2}} \leqq \varepsilon$ und sodann n_0 die kleinste natürliche Zahl mit

$$n_0 \geqq 3, \quad n_0 > Q^2, \quad |B_Q| \leqq \varepsilon \log n_0$$

für das in (46) vorkommende B_Q. Dann gilt für $n \geqq n_0$

$$rT_r(n) = n^r \log^{-r-1} n \cdot S_{r+1}(n) + B\,\varepsilon\, n^r \log^{-r-1} n,$$

und dies besagt:

$$rT_r(n) = n^r \log^{-r-1} n \cdot S_{r+1}(n) + o(n^r \log^{-r-1} n). \tag{47}$$

Nun sei (18) für ein gewisses r erfüllt, also

$$N_r(n) = \frac{1}{(r-1)!}\, n^{r-1} \log^{-r}(n+2) \cdot S_r(n) + o(n^{r-1} \log^{-r} n).$$

Im Hinblick auf (5), (38), (2), (8), (47), folgt hieraus

$$\begin{aligned} N_{r+1}(n) &= \sum_{p \leqq n} N_r(n-p) \\ &= \frac{T_r(n)}{(r-1)!} + o(n^{r-1}\pi(n) \log^{-r} n) \\ &= \frac{1}{r!}\, n^r \log^{-r-1} n \cdot S_{r+1}(n) + o(n^r \log^{-r-1} n), \end{aligned}$$

womit nachgewiesen ist, dass (18) auch für $r+1$ gilt.

Georgische Abteilung
d. Akad. d. Wiss. d. USSR
Mathematisches Institut
Tbilissi

(Eingegangen am 6. Januar 1941.)

МАТЕМАТИКА

А. З. ВАЛЬФИШ

АДДИТИВНАЯ ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ. VII

Сообщение второе

Резюме

Для числовой функции (5) первого сообщения [1] доказывается методом индукции оценка (18), исходя из теоремы И. М. Виноградова, соответствующей $r = 3$.

Грузинский Филиал АН СССР
Тбилисский Математический Институт

ZITIERTE LITERATUR—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. Walfisz. Zur additiven Zahlentheorie. VII. Erste Mitteilung. Mitteilungen der Akademie der Wissenschaften der Georgischen SSR, Bd. II, Nr. 1—2, 1941.

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲛᲑᲔ, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

МАТЕМАТИКА

В. Д. КУПРАДЗЕ

К ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИНТЕГРАЛОМ В СМЫСЛЕ ГЛАВНОГО ЗНАЧЕНИЯ ПО КОШИ

Сообщение второе[1]

Рассматривая интегральные уравнения

$$K\varphi(s) \equiv a(s)\,\varphi(s) - \lambda b(s) \int \left[\frac{1}{t-s} + A(s,t)\right] \varphi(t)\,dt = f(s), \tag{1}$$

$$\bar{K}\bar{\varphi}(s) \equiv a(s)\,\bar{\varphi}(s) + \lambda \int b(t) \left[\frac{1}{t-s} - A(t,s)\right] \bar{\varphi}(t)\,dt = 0, \tag{2}$$

мы доказали в первом сообщении теорему C:

Теорема C: *Необходимым и достаточным условием разрешимости уравнения* (1) *является соблюдение* $\bar{k}$ *условий*

$$\int\limits_{\gamma} f(s)\,\bar{\varphi}_i(s)\,ds = 0,$$

где $\bar{\varphi}_1(s), \bar{\varphi}_2(s), \ldots, \bar{\varphi}_{\bar{k}}(s)$ *суть* $\bar{k}$ *линейно-независимых решений уравнения* (2).

С помощью этой теоремы теперь будет доказана

Теорема D: *Если* k *и* $\bar{k}$ *суть числа линейно-независимых решений уравнений*

$$K\varphi(s) = 0 \text{ и } \bar{K}\bar{\varphi}(s) = 0,$$

то

$$k - \bar{k} = 2n,$$

где

$$n = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\gamma} d \log \frac{a(s) + \lambda\pi i\, b(s)}{a(s) - \lambda\pi i\, b(s)}$$

есть индекс уравнения.

Пусть

$$a^2(s) + \lambda^2\pi^2 b^2(s) \neq 0.$$

[1] Сообщение первое см. в «Сообщениях Академии Наук Грузинской ССР», т. II, № 1—2, стр. 23.

Составим два союзных сингулярных уравнения

$$L\omega(s) \equiv a(s)\omega(s) + \lambda b(s) \int \frac{\omega(t)}{t-s}\, dt = 0, \tag{4}$$

$$\overline{L}\overline{\omega}(s) \equiv a(s)\overline{\omega}(s) - \lambda \int b(t) \frac{\overline{\omega}(t)}{t-s}\, dt = 0. \tag{5}$$

Простые вычисления показывают, что

$$LK\varphi(s) \equiv [a^2(s) + \lambda^2\pi^2 b^2(s)]\varphi(s) + \lambda \int_\gamma K^*(s, t)\, \varphi(t)\, dt = 0, \tag{6}$$

где

$$K^*(s, t) = \frac{a(t)\, b(t) - a(s)\, b(s)}{t-s} - a(s)\, b(s)\, A(s, t) - \lambda b(s)\, [B(s, t) + C(s, t)],$$

$$B(s, t) = \frac{1}{t-s} \left\{ \int \frac{b(\tau)}{\tau - s}\, d\tau + \int \frac{b(\tau)}{t-\tau}\, d\tau \right\} = \frac{\Phi(s) - \Phi(t)}{t-s};$$

$$C(s, t) = \int \frac{A(\tau, t)\, b(\tau)}{\tau - s}\, d\tau.$$

Пользуясь приемом, указанным Carleman'ом [1], покажем, что (4) эквивалентно задаче Римана:

Найти кусочно-голоморфную [1] на плоскости $z = x + iy$ функцию $\Psi(z)$, удовлетворяющую на γ граничному условию

$$\Psi_a(s) = \frac{a(s) + \lambda\pi i\, b(s)}{a(s) - \lambda\pi i\, b(s)}\, \Psi_i(s), \tag{7}$$

значки a и i при функции $\Psi(z)$ указывают на предельные значения соответственно извне и изнутри.

Ищем $\Psi(z)$ в виде

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{\varphi(t)}{t-z}\, dt,$$

тогда, на основании известных свойств интегралов типа Коши:

$$\Psi_i(z) = \frac{1}{2}\varphi(s) + \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{\varphi(t)}{t-s}\, dt,$$

$$\Psi_a(z) = -\frac{1}{2}\varphi(s) + \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{\varphi(t)}{t-s}\, dt,$$

[1] Термин введен Н. И. Мусхелишвили. Кусочно-голоморфной называем функцию голоморфную на всей плоскости, за исключением точек γ, и непрерывно продолжимую вплоть до контура изнутри и извне.

условие (7) непосредственно приводит для $\varphi(s)$ к интегральному уравнению (4). Очевидно также и обратное: имея решение задачи Римана, будем иметь в виде разности

$$\Psi_i(s)-\Psi_a(s)=\varphi(s)$$

также и решение уравнения (4) [1]

Известно, что указанная здесь задача Римана решается элементарно и имеет [2]

1° только нулевое решение, если $n<0$,

2° $2n$ линейно независимых решений, если $n\geqq 0$.

Заметим, что решения могут быть выписаны в явном и замкнутом виде при помощи интегралов типа Коши [2].

Рассмотрим случай 1°:

$$\operatorname{ind} K=n=\frac{1}{2\pi i}\int d\log\frac{a(s)+\lambda\pi i\, b(s)}{a(s)-\lambda\pi i\, b(s)}<0. \tag{8}$$

Тогда, на основании сказанного об эквивалентности уравнения (4) и задачи Римана, которая в этом случае имеет только тривиальное решение, заключаем, что уравнение

$$L\omega(s)=0$$

имеет единственное решение $\omega(s)\equiv 0$.

Уравнение (5) же теперь будет иметь $|2n|$ решений; в самом деле, сделав замену

$$\tau(s)=b(s)\,\overline{\omega}(s) \tag{9}$$

в (5), приведем его к виду:

$$a(s)\,\tau(s)-\lambda b(s)\int_\gamma\frac{\tau(t)}{t-s}\,dt=0. \tag{10}$$

Но это уравнение есть уравнение (4), в котором λ заменено на $-\lambda$. Следовательно, индекс уравнения (10)

$$n'=\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma d\log\frac{a(s)-\lambda\pi i\, b(s)}{a(s)+\lambda\pi i\, b(s)}=-n>0 \tag{11}$$

и уравнение (10), а вместе с ним и (5), имеют $2n'=|2n|$ решений.

Очевидно, уравнения $K\varphi(s)=0$ и $LK\varphi(s)=0$ эквивалентны; ибо если бы последнее имело решение $\varphi^*(s)$, не являющееся решением первого, то мы имели бы

$$L\omega^*(s)=0,$$

где

$$\omega^*(s)=K\varphi^*(s)\neq 0,$$

[1] Речь идет, конечно, о решениях, удовлетворяющих условию Hölder'a.

что противоречит условию об отсутствии нетривиальных решений у

$$L\omega(s)=0.$$

Поэтому, на основании легко проверяемого равенства

$$\overline{LK}=\overline{K}\overline{L}\ [1],$$

заключаем, что уравнение Фредгольма

$$\overline{K}\overline{L}\psi(s)=0$$

имеет k решений

$$\psi_i(s),\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ k.$$

Так как $\overline{L}\psi(s)=0$ имеет $|2n|$ решения, очевидно

$$k\geqq|2n|.$$

Пусть $k>|2n|$ и пусть последние $|2n|$ функции

$$\psi_i(s),\ i=k+1-|2n|,\ k+2-|2n|,\ \ldots,\ k$$

суть решения уравнения $\overline{L}\psi(s)=0$, тогда

$$\overline{L}\psi_i(s)=\sum_{j=1}^{\bar{k}}\alpha_j^i\bar{\varphi}_j(s),\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ k-|2n|. \tag{12}$$

Так как $k-|2n|$ функции $\psi_i(s)$, $i=1,\ 2,\ \ldots,k-|2n|$ линейно независимы, они не могут быть выражены в виде линейного агрегата меньшего числа линейно независимых функций, следовательно из (12) следует:

$$\bar{k}\geqq k-|2n|.$$

Пусть $\bar{\varphi}_{k-|2n|+1}(s)$ есть какое-либо решение уравнения

$$\overline{K}\bar{\varphi}(s)=0,$$

рассмотрим уравнение

$$\overline{L}\psi^*(s)=\bar{\varphi}_{k-|2n|+1}(s). \tag{13}$$

Необходимые и достаточные условия разрешимости этого уравнения выполнены согласно теореме С (см. первое сообщение), так как уравнение $L\omega(s)=0$ имеет только нулевое решение; но, найдя функцию $\psi^*(s)$ из (13), мы могли бы присоединить ее к решениям уравнения $\overline{K}\overline{L}\psi(s)=0$, которое, таким образом, имело бы не k, а $k+1$ решений:

$$\psi_1(s),\quad \psi_2(s),\ \ldots,\ \psi_k(s),\quad \psi^*(s),$$

причем, очевидно, $\psi^*(s)$ не есть линейная комбинация предшествующих функций.

[1] Чертой над заглавными буквы указывается на транспозицию переменных в ядре.

Из этого противоречия вытекает, что

$$\bar{k} = k - |2n|$$

или

$$k - \bar{k} = |2n|. \tag{14}$$

Доказательство теоремы в случае 2° $n > 0$, как легко видеть, сводится к уже рассмотренному случаю.

Мы все же укажем здесь вкратце на особое доказательство для этого случая, представляющее, таким образом, другое доказательство теоремы D.

Пусть теперь $n > 0$, тогда уравнение $L\omega(s) = 0$ имеет $2n$ решений, а $\bar{L}\bar{\omega}(s) = 0$ не имеет вовсе ненулевых решений.

Рассмотрим уравнение $KL\omega(s) = 0$ (в отличие от композиции LK, которою пользовались в случае 1°). Легко убедиться, что композиция KL также регулярна и типа Фредгольма. Это уравнение имеет $2n + k$ линейно независимых решений: $2n$ из них—это известные решения уравнения $L\omega(s) = 0$ (решения задачи Римана). Рассмотрим уравнение

$$L\omega_i^*(s) = \varphi_i(s), \quad i = 1, 2, \ldots, k.$$

Вследствие теоремы C (см. первое сообщение) эти уравнения разрешимы и k функции $\omega_i^*(s)$, найденные отсюда, будут остальными решениями уравнения $KL\omega(s) = 0$. Следовательно, уравнение $\overline{KL}\phi(s) = \bar{L}\bar{K}\phi$ тоже имеет $2n + k$ решений; с другой стороны, это уравнение допускает только $\bar{k}$ решений, ибо $\bar{L}\bar{\omega}(s) = 0$ имеет только нулевое решение; следовательно,

$$\bar{k} = 2n + k$$

или

$$\bar{k} - k = 2n. \tag{15}$$

Объединяя равенства (14) и (15) в одно равенство

$$\bar{k} - k = 2n, \tag{16}$$

где n целое положительное или отрицательное число, мы получаем теорему D.

В заключении заметим, что доказательства теорем C и D, принадлежащие Нетеру, неприменимы к ядрам рассмотренного нами типа.

В самом деле, Неттер изучает ядра вида

$$\operatorname{ctg} \frac{t - t_0}{2} + A(t_0, t),$$

предполагая ограниченность выражения

$$\iint \left[A(t_0, t) \right]^2 dt dt_0.$$

Очевидно, это условие не выполнено в нашем случае, ибо

$$\iint\left[\frac{1}{t-t_0}-\operatorname{ctg}\frac{t-t_0}{2}\right]^2 dt\,dt_0$$

есть расходящийся интеграл. На это же обстоятельство указывает также Carleman [1].

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 6.3.1941)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. T. Carleman. Sur une certaine classe d'équations intégrales singulières. Ark. för Mat., Astr., och Physik, 16, 1922.
2. Ф. Д. Гахов. Линейные краевые задачи теории функций комплексного переменного. Изв. Казанск. Университета, т. X, сер. 3, 1938.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

МАТЕМАТИКА

Н. П. ВЕКУА и Д. А. КВЕСЕЛАВА

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

В настоящей работе мы даем элементарное, но вместе с тем полное решение линейной краевой задачи Riemann'а (1,1) со многими неизвестными функциями, для одного частного случая.

§ 1. Пусть L—простая, замкнутая, гладкая кривая, лежащая в конечной части плоскости комплексного переменного z. Конечную область, ограниченную кривой L, обозначим через S^+, а бесконечную, дополняющую S^+ до полной плоскости, через S^-.

Функцию $\varphi(z)$, определенную в области S^+ (или S^-), мы называем непрерывно продолжимой на точку $z=x$ контура L со стороны S^+ (или S^-), если существует предел $\lim \varphi(z)$, $z \subset S^+$ (или S^-) при стремлении z к точке x по любому пути. В случае, когда функция $\varphi(z)$ непрерывно продолжима на каждую точку кривой L, мы называем ее непрерывно продолжимой на контур L.

Следуя акад. Н. И. Мусхелишвили [1], функцию, голоморфную на полной плоскости z, за исключением точек контура L, и непрерывно продолжимую на L с обеих сторон, мы называем кусочно-голоморфной функцией. Такую функцию мы обозначаем единым символом $\varphi(z)$; причем, в случае необходимости, части функции $\varphi(z)$, определенные в S^+ или S^-, мы соответственно обозначаем через $\varphi^+(z)$ и $\varphi^-(z)$. Следовательно, знаки $+$ и $-$ при $\varphi(z)$ означают, что z принадлежит соответственно S^+ или S^-.

Для обозначения граничных значений этих функций мы пользуемся также обозначениями $\varphi^+(x)$ и $\varphi^-(x)$

$$\lim_{z \to x} \varphi^+(z) = \varphi^+(x), \quad \lim_{z \to x} \varphi^-(z) = \varphi^-(x).$$

Неоднородная линейная краевая задача Riemann'а с n неизвестными кусочно-голоморфными функциями формулируется в следующем виде:

Пусть дано $n(n+1)$ функций

$$a_{ik}(x), \quad b_i(x) \quad (i,\ k=1,\ 2,\ldots,\ n),$$

определенных на кривой L и удовлетворяющих условию Hölder'a

$$|a_{ik}(x_1)-a_{ik}(x_2)|\leqq A|x_1-x_2|^\lambda ,$$

$$|b_i(x_1)-b_i(x_2)|\leqq A|x_1-x_2|^\lambda ,$$

где $0<\lambda\leqq 1$, A—некоторая постоянная.

Требуется найти n кусочно-голоморфных функций $\varphi_i(z)$ $(i=1, 2, \ldots, n)$, удовлетворяющих на контуре линейным условиям вида:

$$\begin{aligned}
&\varphi_1^+(x)=a_{11}(x)\,\varphi_1^-(x)+a_{12}(x)\,\varphi_2^-(x)+\ldots+a_{1n}(x)\,\varphi_n^-(x)+b_1(x)\\
&\varphi_2^+(x)=a_{21}(x)\,\varphi_1^-(x)+a_{22}(x)\,\varphi_2^-(x)+\ldots+a_{2n}(x)\,\varphi_n^-(x)+b_2(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\varphi_n^+(x)=a_{n1}(x)\,\varphi_1^-(x)+a_{n2}(x)\,\varphi_2^-(x)+\ldots+a_{nn}(x)\,\varphi_n^-(x)+b_n(x).
\end{aligned}\tag{1,1}$$

В случае, когда $b_i(x)\equiv 0$ $(i=1, 2, \ldots, n)$, имеем однородную задачу:

$$\begin{aligned}
&\varphi_1^+(x)=a_{11}(x)\,\varphi_1^-(x)+\ldots+a_{1n}(x)\,\varphi_n^-(x)\\
&\varphi_2^+(x)=a_{21}(x)\,\varphi_1^-(x)+\ldots+a_{2n}(x)\,\varphi_n^-(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\varphi_n^+(x)=a_{n1}(x)\,\varphi_1^-(x)+\ldots+a_{nn}(x)\,\varphi_n^-(x).
\end{aligned}\tag{1,2}$$

Однородная задача (1,2) рассмотрена Plemelj [2], который получил следующий результат:

Если однородная задача (1,2) не имеет решения, то имеет решение задача:

$$\begin{aligned}
&\varphi_1^-(x)=a_{11}(x)\,\varphi_1^+(x)+\ldots+a_{1n}(x)\,\varphi_n^+(x)\\
&\varphi_2^-(x)=a_{21}(x)\,\varphi_1^+(x)+\ldots+a_{2n}(x)\,\varphi_n^+(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\varphi_n^-(x)=a_{n1}(x)\,\varphi_1^+(x)+\ldots+a_{nn}(x)\,\varphi_n^+(x)
\end{aligned}\tag{1,3}$$

и обратно, если не имеет решения задача (1,3), то имеет решение задача (1,2).

Задачу (1,3) Plemelj назвал «сопутствующей» (begleitende) задаче (1,2).

Неоднородную задачу (1,1) впервые рассмотрел Ф. Д. Гахов [3], который, как и Plemelj, приводит задачу к интегральному уравнению и получает аналогичный результат альтернативного характера.

Как известно, в случае $n=1$ задача совершенно элементарно и вместе с тем исчерпывающе решается в квадратурах [1].

Введем функции [2]:

$$\chi_{ik}^{+}(z)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int\frac{\log\left[t^{-m_{ik}}a_{ik}(t)\right]}{t-z}\,dt\right\},$$

$$\chi_{ik}^{-}(z)=z^{-m_{ik}}\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int\frac{\log\left[t^{-m_{ik}}a_{ik}(t)\right]}{t-z}\,dt\right\}, \tag{1,4}$$

где

$$m_{ik}=\operatorname{ind}a_{ik}(x)=\frac{1}{2\pi i}\int d\left[\log a_{ik}(t)\right].$$

Заметим, что $\chi_{ik}^{-}(z)$ имеет на бесконечности нуль порядка m_{ik} при $m_{ik}>0$ и полюс порядка $-m_{ik}$ при $m_{ik}<0$.

§ 2. Рассмотрим однородную задачу (1,2).

Предположим, что $a_{ik}(x)$ нигде в нуль не обращаются и удовлетворяют условию Hölder'а. Кроме того, в дальнейшем мы будем предполагать, что детерминант

$$\Delta(x)=\left|\left|a_{ik}(x)\right|\right|\neq 0.$$

Все эти требования являются вполне естественными.

Основное ограничение, которое мы накладываем на коэфициенты $a_{ik}(x)$, следующее:

Пусть коэфициенты одного из уравнений (1,2), например, $a_{1k}(x)$ $(k=1, 2, \ldots, n)$ произвольны, а все другие связаны с ними соотношениями

$$a_{ik}(x)=\omega_{ik}(x)\,a_{1k}(x)\quad(i=2,\ 3,\ldots,n;\ k=1,\ 2,\ldots,n), \tag{2,1}$$

где $\omega_{ik}(x)$—контурные значения функций, голоморфных внутри области S^{+}, непрерывных в $S^{+}+L$ и не обращающихся в нуль в $S^{+}+L$.

Легко видеть, что при этих условиях

$$m_{ik}=m_{1k}\ (i,\ k=1,\ 2,\ldots,n).$$

В дальнейшем мы будем пользоваться обозначениями

$$m_{11}=m_1,\ m_{12}=m_2,\ \ldots,\ m_{1n}=m_n.$$

---

[1] См., напр., [1] и [3].

[2] Здесь и во всем дальнейшем интегралы берутся по кривой L в положительном направлении; для облегчения письма при знаке интеграла символ L опускается.

Случай 1. $\operatorname{Ind} a_{ik}(x) = m_k \geqq 0$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$.

Можно доказать[1], что решение задачи (2,2) в этом случае имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&\varphi_1^+(z) = P_{m_1}(z)\,\chi_{11}^+(z) + P_{m_2}(z)\,\chi_{12}^+(z) + \ldots + P_{m_n}(z)\,\chi_{1n}^+(z)\\
&\varphi_2^+(z) = P_{m_1}(z)\,\chi_{21}^+(z) + P_{m_2}(z)\,\chi_{22}^+(z) + \ldots + P_{m_n}(z)\,\chi_{2n}^+(z)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\varphi_n^+(z) = P_{m_1}(z)\,\chi_{n1}^+(z) + P_{m_2}(z)\,\chi_{n2}^+(z) + \ldots + P_{m_n}(z)\,\chi_{nn}^+(z)\\
&\varphi_1^-(z) = P_{m_1}(z)\,\chi_{11}^-(z)\\
&\varphi_2^-(z) = P_{m_2}(z)\,\chi_{22}^-(z)\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\varphi_n^-(z) = P_{m_n}(z)\,\chi_{nn}^-(z),
\end{aligned}
\tag{2,2}
$$

где $P_{m_k}(z)$—произвольный полином порядка m_k с коэфициентом при старшем члене $c_k = \varphi_k^-(\infty)$, а функции $\chi_{ik}(z)$ определяются формулами (1,4).

Нетрудно установить, что полученное решение представляет общее решение нашей задачи в рассматриваемом случае.

Случай 2. $\operatorname{Ind} a_{ik}(x) = m_k < 0$ $(i, k = 1, 2, \ldots, n)$.

Легко доказать, что в этом случае задача (2,2) имеет только тривиальное решение

$$\varphi_1(z) = \varphi_2(z) = \ldots = \varphi_n(z) \equiv 0.$$

Случай 3. $\operatorname{Ind} a_{ik}(x) = m_k$ $(i, k = 1, 2, \ldots, n)$ имеют разные знаки.

В этом случае решение нашей задачи (2,2) дается формулами (2,2), если условиться считать $P_{m_k}(z) \equiv 0$ при $m_k < 0$.

§ 3. Перейдем к рассмотрению неоднородной задачи (1,1). Мы будем опять предполагать, что функции $a_{ik}(x)$, $b_i(x)$ $(i, k = 1, 2, \ldots, n)$ удовлетворяют всем перечисленным выше условиям.

Кроме того, на этот раз будем искать такие кусочно-голоморфные функции, которые на бесконечности обращаются в нуль.

Рассмотрим опять отдельно три случая.

Случай 1. $\operatorname{Ind} a_{ik}(x) = m_k \geqq 0$ $(i, k = 1, 2, \ldots, n)$.

---

[1] Доказательство этого и следующих предложений будет дано в работе, печатаемой в Трудах Тбилисского Математического Института АН Грузинской ССР, т. IX.

Решение имеет вид:

$$\varphi_1^+(z)=\frac{\chi_{11}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+\ldots+\frac{\chi_{1n}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt+\sum_{k=1}^{n}P_{m_k-1}(z)\,\chi_{1k}^+(z)$$

$$\varphi_2^+(z)=\frac{\chi_{21}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+\ldots+\frac{\chi_{2n}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt+\sum_{k=1}^{n}P_{m_k-1}(z)\,\chi_{2k}^+(z)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_n^+(z)=\frac{\chi_{n1}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+\ldots+\frac{\chi_{nn}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt+\sum_{k=1}^{n}P_{m_k-1}(z)\,\chi_{nk}^+(z)$$

$$\varphi_1^-(z)=\frac{\chi_{11}^-(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+P_{m_1-1}(z)\,\chi_{11}^-(z) \tag{3,1}$$

$$\varphi_2^-(z)=\frac{\chi_{22}^-(z)}{2\pi i}\int\frac{B_2(t)}{t-z}\,dt+P_{m_2-1}(z)\,\chi_{22}^-(z)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_n^-(z)=\frac{\chi_{nn}^-(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt+P_{m_n-1}(z)\,\chi_{nn}^-(z),$$

где

$$B_k(x)=\frac{\begin{vmatrix}\chi_{11}^+(x), & \ldots, & \chi_{1,k-1}^+(x), & b_1(x), & \chi_{1,k+1}^+(x), & \ldots, & \chi_{1n}^+(x)\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \chi_{n1}^+(x), & \ldots, & \chi_{n,k-1}^+(x), & b_n(x), & \chi_{n,k+1}^+(x), & \ldots, & \chi_{nn}^+(x)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\chi_{11}^+(x), & \chi_{12}^+(x), & \ldots, & \chi_{1n}^+(x)\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \chi_{n1}^+(x), & \chi_{n2}^+(x), & \ldots, & \chi_{nn}^+(x)\end{vmatrix}};$$

$P_{m_k-1}(z)$ — произвольный полином порядка m_k-1, а $\chi_{ik}(z)$ определяются формулами (1,4).

Заметим, что в силу $\Delta(x)\neq 0$ детерминант

$$\begin{vmatrix}\chi_{11}^+(x), & \ldots, & \chi_{1n}^+(x)\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ \chi_{n1}^+(x), & \ldots, & \chi_{nn}^+(x)\end{vmatrix}$$

нигде на L в нуль не обращается.

Полученное решение есть общее решение задачи (1,1) в рассматриваемом случае.

Случай 2. $\operatorname{Ind} a_{ik}(x)=m_k<0$ $(i, k=1, 2, \ldots, n)$.

Равенства (1,1) удовлетворяются функциями:

$$\varphi_1^+(z)=\frac{\chi_{11}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+\ldots+\frac{\chi_{1n}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt$$

$$\varphi_2^+(z)=\frac{\chi_{21}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+\ldots+\frac{\chi_{2n}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt \tag{3,1}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_n^+(z)=\frac{\chi_{n1}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt+\ldots+\frac{\chi_{nn}^+(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt$$

$$\varphi_1^-(z)=\frac{\chi_{11}^-(z)}{2\pi i}\int\frac{B_1(t)}{t-z}\,dt$$

$$\varphi_2^-(z)=\frac{\chi_{22}^-(z)}{2\pi i}\int\frac{B_2(t)}{t-z}\,dt \tag{3,2}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_n^-(z)=\frac{\chi_{nn}^-(z)}{2\pi i}\int\frac{B_n(t)}{t-z}\,dt.$$

Для удовлетворения требования на бесконечности $[\varphi_k^-(\infty)=0]$, необходимо и достаточно выполнение следующих условий

$$\frac{1}{2\pi i}\int t^k B_1(t)\,dt=0 \quad (k=0,\ 1,\ \ldots,\ |m_1|-1)$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int t^k B_2(t)\,dt=0 \quad (k=0,\ 1,\ \ldots,\ |m_2|-1)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int t^k B_n(t)\,dt=0 \quad (k=0,\ 1,\ldots,\ |m_n|-1).$$

При этих условиях полученное решение единственно.

Случай 3. $\operatorname{Ind} a_{ik}(x)=m_k$ $(k=1, 2, \ldots, n)$ имеют разные знаки.

Можно установить, что для существования решения задачи необходимо и достаточно, чтобы при $m_j<0$

$$\frac{1}{2\pi i}\int t^k B_j(t)\,dt=0 \quad (k=0,\ 1,\ \ldots,\ |m_j|-1).$$

Если эти условия выполнены, то общее решение задачи (1,1) в рассматриваемом случае будет иметь вид (3,1), если условиться считать $P_{m_k-1}(z)\equiv 0$ при $m_k<0$.

В заключении сделаем несколько замечаний:

1. Если функции $\omega_{ik}(x)$, фигурирующие в (2,1), являются контурными значениями голоморфных в области S^- функций, непрерывных в S^-+L и не обращающихся в нуль, то совершенно аналогичными рассуждениями можно решить задачу, «сопутствующую» задаче (1,1).

2. Если условия (2,1) заменить условиями

$$a_{ik}(x)=\omega_{ik}(x)\,a_{i1}(x)\quad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ n;\ k=2,\ 3,\ \ldots,\ n),$$

где $\omega_{ik}(x)$—контурные значения функций, голоморфных в области S^+ (или S^-), непрерывных в S^++L (или S^-+L) и не обращающихся в нуль, то совершенно аналогично получим решение задачи (1,1) (или ей «сопутствующей»).

3. В случае, когда все $a_{ik}(x)$ являются контурными значениями функций, голоморфных в S^+ (или S^-), то одновременно решается данная задача (1,1) и ей «сопутствующая».

Наконец, отметим, что полученные выше результаты находят приложения в вопросе регуляризации некоторых систем сингулярных интегральных уравнений. Этому вопросу мы имеем в виду посвятить отдельную статью.

Академия Наук Грузинской ССР
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 18.3.1941)

MATHEMATIK

ÜBER EIN RANDWERTPROBLEM DER KOMPLEXEN FUNKTIONENTHEORIE

Von D. KWESSELAWA und N. VECOUA

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit geben wir eine elementare, und zugleich vollständige Lösung des linearen Riemannschen Randwertproblems (1,1) mit mehreren unbekannten Funktionen, in einem Spezialfall.

Sei L eine einfache geschlossene glatte Kurve, die in einem endlichen Teil der Ebene einer komplexen Veränderlichen z liegt. Das endliche, von der Kurve L begrenzte Gebiet, bezeichnen wir mit S^+; das unendliche Gebiet, welches S^+ zur vollen Ebene ergänzt, heisse S^-.

Eine in der ganzen Ebene, mit Ausschluss der Punkte von L, reguläre und an L stetig fortsetzbare Funktion nennen wir nach N. Muskhelisvili [1] stückweise regulär. Eine solche Funktion bezeichnen wir einheitlich mit $\varphi(z)$; hierbei werden nach Bedarf die in S^+ oder S^- definierten Teile von $\varphi(z)$ mit $\varphi^+(z)$ und $\varphi^-(z)$ bezeichnet. Die oberen Zeichen $+$ und $-$ bei $\varphi(z)$ bedeuten somit, dass z dem Gebiet S^+ oder S^- angehört.

Zur Bezeichnung der Randwerte dieser Funktionen benutzen wir auch die Bezeichnungen $\varphi^+(x)$, $\varphi^-(x)$:

$$\lim_{z \to x} \varphi^+(z) = \varphi^+(x), \quad \lim_{z \to x} \varphi^-(z) = \varphi^-(x).$$

Das inhomogene lineare Riemannsche Randwertproblem mit n unbekannten stückweise regulären Funktionen wird folgendermassen formuliert:

Seien $n(n+1)$ auf der Kurve L definierte Funktionen

$$a_{ik}(x), \quad b_i(x) \quad (i, k = 1, 2, \ldots, n)$$

gegeben, die der Hölderschen Bedingung genügen. Es sollen n stückweise reguläre Funktionen $\varphi_i(z)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ gefunden werden, die auf L den n linearen Bedingungen (1,1) genügen.

Im Falle $b_i(x) \equiv 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ haben wir das homogene Problem (1,2).

Bekanntlich ist für $n = 1$ die Aufgabe (1,1) in geschlossener Form vollständig lösbar.

In der vorliegenden Arbeit geben wir auch die vollständige Lösung von (1,1) und (1,2) in Quadraturen. Hierbei wird angenommen, dass die Koeffizienten $a_{ik}(x)$, neben einigen durchaus naturgemässen Forderungen, den Bedingungen (2,1) genügen, wo die $\omega_{ik}(x)$ Randwerte von Funktionen bilden, die im Gebiete S^+ regulär, im abgeschlossenen Gebiete $S^+ + L$ stetig und von Null verschieden sind.

Wir bemerken, dass die erhaltenen Ergebnisse eine interessante Anwendung auf das Problem der Regularisierung einiger Systeme singulärer Integralgleichungen gestatten. Dieser Frage beabsichtigen wir eine besondere Arbeit zu widmen.

Akademie d. Wiss. d. Georgischen SSR
Mathematisches Institut
Tbilissi

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ZITIERTE LITERATUR

1. Н. И. Мусхелишвили. Интегралы типа Коши и некоторые их приложения. Изд. АН СССР (готовится к печати).
2. I. Plemelj. Riemannsche Funktionenscharen mit gegebener Monodromiegruppe. Monatshefte für Mathematik und Physik. Bd. 19, 1908, S. 211—246.
3. Ф. Д. Гахов. Линейные краевые задачи теории функций комплексного переменного. Известия Казанского Физико-Математического Общества, т. 10, сер. 3, 1938, стр. 39—79.

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲛᲑᲔ, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ФИЗИКА

В. И. МАМАСАХЛИСОВ

КВАДРУПОЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ

Во всех, известных автору, работах по рассеянию света предполагается, что длина волны очень велика по сравнению с размерами атомной системы. Вследствие этого в разложении функции

$$e^{i\frac{\omega}{c}z} = 1 + i\frac{\omega}{c}z + \frac{1}{2}\left(i\frac{\omega}{c}z\right)^2 + \cdots$$

ограничиваются первым членом, полагая тем самым $\frac{\omega}{c}z \approx \frac{a}{\lambda} \approx 0$, где a по порядку величины соответствует размерам атомной системы, а λ—длина волны света. Известно, однако, что по Бору $\frac{a}{\lambda} \approx \frac{v}{c}$, где v — скорость электрона в атоме, а c—скорость света. Поэтому все члены приведенного разложения, начиная с третьего, имеют релятивистский смысл и не могут быть, следовательно, учтены в нерелятивистской теории.

На основании сказанного имеет смысл при рассмотрении задачи в нерелятивистском приближении с самого начала положить

$$e^{i\frac{\omega}{c}z} = 1 + i\frac{\omega}{c}z.$$

Известно, что в теории испускания и поглощения света учет второго члена приводит к квадрупольным эффектам. Квадрупольным членом, как слишком малым по сравнению с дипольным, можно пренебречь лишь в том случае, когда дипольный член отличен от нуля. Но имеются, как известно, специальные случаи, когде в силу правил отбора, дипольный член равен нулю. В этом случае рассматриваемый переход может быть обусловлен квадрупольным членом. Цель настоящей работы заключается в том, чтобы вычислить вероятность рассеяния света с учетом квадрупольного члена.

Энергия взаимодействия электрона с излучением в нерелятивистском приближении имеет, как известно, вид

$$V = \frac{e^2}{2mc^2}A^2 + \frac{e}{2mc}\vec{P}\cdot\vec{A} + \frac{eh}{2mc}\vec{\sigma}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{A},$$

где e—заряд электрона, m—масса электрона, $\vec{A}$—вектор-потенциал возмущающей световой волны, P—импульс электрона, h—постоянная Планка, поделенная на 2π и $\vec{\sigma}$—спиновый момент количества движения электрона. Так как мы интересуемся квадрупольным рассеянием, в дальнейшем не будем учитывать спина электрона, тем более, что учет спина при рассеянии нами проведен в предыдущей работе [1].

Число квантов, обладающих частотой, лежащей внутри интервала от ω_α до $\omega_\alpha + d\omega_\alpha$, с направлением распространения, лежащем внутри телесного угла $d\Omega$ и с данной поляризацией обозначим через n_α. Будем эти кванты называть квантами колебания α.

Явление рассеяние света заключается, как известно, в том, что электрон поглощает квант колебания α и, затем, испускает квант колебания β, перейдя при этом из начального состояния в некоторое конечное состояние.

Введем две системы координат x, y, z и x', y', z' для квантов колебания α и β соответственно, причем оси z и z' направим вдоль волновых векторов поглощенного и рассеянного квантов.

Известно, что лишь квадратичный относительно вектор-потенциала член в выражении энергии взаимодействия дает отличный от нуля матричный элемент непосредственно двухквантового перехода из начального состояния в конечное состояние, учитываемого первым приближением теории возмущения.

Для вектор-потенциала волны, в результате взаимодействия с которой осуществляется непосредственный двухквантовый переход, мы можем написать, если ограничиться одной поляризацией ξ и ξ' квантов α и β соответственно

$$\vec{A} = \frac{c}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ \sqrt{\frac{hdK}{2\omega_\alpha}}\, \vec{n}_x \left(\xi e^{i\frac{\omega_\alpha}{c}z} + \xi^* e^{-i\frac{\omega_\alpha}{c}z} \right) \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\, \vec{n}_{x'} \left(\xi' e^{i\frac{\omega_\beta}{c}z'} + \xi'^* e^{-i\frac{\omega_\beta}{c}z'} \right) \right\}$$

или, если разложить показательные функции и ограничиться первыми двумя членами,

$$\vec{A} = \frac{c}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ \sqrt{\frac{hdK}{2\omega_\alpha}}\, \vec{n}_x \left[(\xi + \xi^*) + i\frac{\omega_\alpha}{c} z(\xi - \xi^*) \right] \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\, \vec{n}_{x'} \left[(\xi' + \xi'^*) + i\frac{\omega_\beta}{c} z'(\xi' - \xi'^*) \right] \right\},$$

где $\vec{n}_x$ и $\vec{n}_{x'}$—единичные вектора, взятые вдоль осей x и x',

$$dK=\frac{\omega_\alpha^2}{c^3}\,d\omega_\alpha\,d\Omega,\qquad dK'=\frac{\omega_\beta}{c^3}\,d\omega_\beta\,d\Omega',$$

а ξ и ξ' следующим образом связаны с координатой и импульсом радиационного осциллятора

$$\xi=\frac{\dfrac{p}{\sqrt{m}}-i\sqrt{m}\,\omega q}{\sqrt{2h\omega}},$$

$$\xi'=\frac{\dfrac{p'}{\sqrt{m}}-i\sqrt{m}\,\omega' q'}{\sqrt{2h\omega'}}.$$

Из всех членов, содержащихся в квадрате вектор-потенциала, отличными от нуля матричными элементами рассматриваемого двухквантового перехода будут обладать лишь члены вида: $(\xi+\xi^*)(\xi'+\xi'^*)$, $\zeta(\xi-\xi^*)(\xi+\xi'^*)$, $\zeta'(\xi'-\xi'^*)(\xi+\xi^*)$ и $\zeta\zeta'(\xi-\xi^*)(\xi'-\xi'^*)$.

Если учесть и множители, стоящие перед этими членами, то легко видеть, что последний член будет по порядку величины равен $\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2$, вследствие чего в рассматриваемом приближении он должен быть опущен.

Так как

$$\xi+\xi^*=\sqrt{\frac{2}{mh\omega}}\,p$$

и

$$\xi-\xi^*=-i\sqrt{\frac{2m\omega}{h}}\,q,$$

то, воспользовавшись известными выражениями для матричных элементов координаты и импульса осциллятора, легко найдем метричные элементы для рассматриваемого перехода. Например.

$$(\xi-\xi^*)_{n_\alpha,\,n_\alpha-1}(\xi'+\xi'^*)_{n_\beta,\,n_\beta+1}=\sqrt{n_\alpha(n_\beta+1)}.$$

В результате для матричного элемента квадратичного члена энергии взаимодействия получим

$$\left(00\left|\frac{e^2A^2}{2mc^2}\right|ik\right)=\frac{e^2h}{16\pi^2m}\sqrt{\frac{dKdK'}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}}\sqrt{n_\beta(n_\beta+1)}\cos(xx')\left\{\delta_{0i}+\frac{i\omega_\alpha}{c}(0|\zeta|i)\right.$$

$$\left.-\frac{i\omega_\beta}{c}(0|\zeta'|i)\right\}.$$

Линейный относительно вектор-потенциала член в выражении для энергии взаимодействия обусловливает, как известно, одноквантовые переходы и, следовательно, в явлении рассеяния играет роль лишь при одноквантовых переходах через промежуточные состояния во втором приближении теории возмущения.

Для составляющей вектор-потенциала падающей и рассеянной волны мы можем соответственно написать

$$A_x=\frac{c}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK}{2\omega_\alpha}}\left[(\xi+\xi^*)+iz\frac{\omega_\alpha}{c}(\xi-\xi^*)\right],$$

$$A_{x'}=\frac{c}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hd'K}{2\omega_\beta}}\left[(\xi'+\xi^*)+iz'\frac{\omega_\beta}{c}(\xi'-\xi'^*)\right].$$

Рассмотрим сперва одну последовательность перехода: сперва испускается квант колебания β и, затем, поглощается квант колебания α.

В случае испускания кванта колебания β имеем:

$$\frac{e}{mc}\vec{P}\cdot\vec{A}=\frac{e}{mc}P_{x'}A_{x'}=\frac{c}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\left\{\frac{e}{mc}\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x'}(\xi'+\xi'^*)\right.$$

$$\left.+\frac{eh\omega_\beta}{2mc^2}\frac{\partial}{\partial x'}z'(\xi'-\xi'^*)\right\}.$$

Как известно, второй член может быть разбит на симметричную и антисимметричную части, причем симметричный член приводит к квадрупольному моменту электрона, а антисимметричный член—к орбитальному моменту количества движения электрона. А именно

$$\frac{e}{mc}\vec{P}\cdot\vec{A}=\frac{c}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\left\{\frac{e}{mc}\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x'}(\xi'+\xi'^*)\right.$$

$$\left.+\frac{ie\omega_\beta}{2mc^2}(\xi'-\xi'^*)\left[\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x'}z'+\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial z'}x'\right]-\frac{i\omega_\beta}{c}(\xi'-\xi'^*)\,M_{y'}\right\},$$

где $M_{y'}$—составляющая орбитального магнитного момента электрона на направление y', т. е.

$$M_{y'}=-\frac{e}{2mc}\left[\vec{r},\frac{h}{i}\nabla\right]_{y'}.$$

Для матричного элемента, соответствующего испусканию кванта колебания β, будем иметь

$$\left(oo\left|\frac{e}{mc}\vec{P}\vec{A}\right|je\right)=\frac{c}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\left\{\frac{e}{c}(o|\dot{x}'|j)\,(o|\xi'+\xi^*|l)+\right.$$

$$+\frac{ie\omega_\beta}{2mc^2}(0|\xi'-\xi'|l)\left(0\left|z'\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x'}+x'\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial z'}\right|i\right)$$

$$-\frac{i\omega_\beta}{c}(0|\xi'-\xi'^*|l)\;(0|M_{y'}|j)\Big\}$$

или, так как

$$\left(0\left|z'\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x'}+x'\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial z'}\right|i\right)=\frac{m\omega_{0j}}{i}(0|x'z'|j),$$

$$(0|\xi'+\xi'^*|l)=i\sqrt{n_\beta+1},\quad (0|\xi'-\xi'^*|l)=-i\sqrt{n_\beta+1},$$

$$(0|\dot{x}'|j)=i\omega_{0j}(0|x'|j),$$

причем $\omega_{0j}=\dfrac{E_0-E_j}{h}$ —частота перехода,

$$\left(00\left|\frac{e}{mc}\vec{P}\vec{A}\right|jl\right)=-\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\Big\{\omega_{0j}(0|D_{x'}|j)$$

$$+\frac{i\omega_\beta\,\omega_{0j}}{2c}(0|Q_{x'z'}|j)+\omega_\beta(0|M_{y'}|j)\Big\},$$

где $D_{x'}=ex'$ и $Q_{x'z'}=ex'z'$.

При втором этапе перехода, соответствующем поглощению кванта колебания α, для матричного элемента аналогично получим

$$\left(jl\left|\frac{e}{mc}\vec{P}\vec{A}\right|ik\right)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK}{2\omega_\alpha}}\sqrt{n_\alpha}\Big\{\omega_{ji}(j|D_x|i)$$

$$-\frac{i\omega_\alpha\,\omega_{ji}}{2c}(j|Q_{xz}|i)-\omega_\alpha(j|M_y|i)\Big\}.$$

Рассматривая другую последовательность перехода, при которой вначале поглощается квант колебания α и затем испускается квант колебания β, для соответствующих матричных элементов будем иметь

$$\left(00\left|\frac{e}{mc}\vec{P}\vec{A}\right|jl\right)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK}{2\omega_\alpha}}\sqrt{n_\alpha}\Big\{\omega_{0j}(0|D_x|j)$$

$$-\frac{i\omega_\alpha\,\omega_{0j}}{2c}(0|Q_{xz}|j)-\omega_\alpha(0|M_y|j)\Big\},$$

$$\left(jl\left|\frac{e}{mc}\vec{P}\vec{A}\right|ik\right)=-\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sqrt{\frac{hdK'}{2\omega_\beta}}\sqrt{n_\beta+1}\left\{\omega_{ji}(j|D_{x'}|i)\right.$$

$$\left.+\frac{i\omega_\beta\,\omega_{ji}}{2c}(j|Q_{x'y'}|i)+\omega_\beta(j|M_{y'}|i)\right\}.$$

При первой последовательности перехода имеем

$$h\omega_\beta = E'_l - E'_0,$$

$$-h\omega_\alpha = E'_k - E'_l,$$

а при другой последовательности

$$-h\omega_\alpha + E'_l - E'_0,$$

$$h\omega_\beta = E'_k - E'_l.$$

Так как мы интересуемся лишь квадрупольным рассеянием, то в дальнейшем будем предполагать, что осуществляются лишь такие переходы, при которых матричные элементы дипольного момента, как и орбитального момента электрона, равны нулю. Это может произойти, например, в том случае, когда изменение азимутального квантового числа удовлетворяет условию $\Delta l \geqq 2$.

Если подставить полученные выражения для матричных элементов в известную формулу для вероятности рассеяния, получим, учитывая лишь квадрупольные моменты электрона,

$$P=\frac{dK\,dK'}{128\pi^5 h^2}\frac{n_\alpha(n_\beta+1)}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\delta(\omega_\beta-\omega_\alpha-\omega_{0i})\left|\frac{e^2h}{m}\cos(xx')\delta_{0i}\right.$$

$$\left.-\frac{\omega_\alpha\,\omega_\beta}{4c^2}\sum_j\omega_{0j}\,\omega_{ji}\left\{\frac{(0|Q_{x'y'}|j)(j|Q_{xz}|i)}{\omega_\beta-\omega_{0j}}-\frac{(0|Q_{xz}|j)(j|Q_{x'z'}|i)}{\omega_\alpha+\omega_{0j}}\right\}\right|^2.$$

Так как

$$\omega_{0i}=\omega_{0j}-\omega_{ij},$$

то на основании закона сохранения энергии

$$\omega_\beta-\omega_\alpha-\omega_{0i}=0$$

имеем

$$\omega_\beta-\omega_{0j}=\omega_\alpha-\omega_{ij}.$$

Легко, кроме того, показать, что

$$\omega_{0j}\,\omega_{ji}=-\omega_\alpha\,\omega_\beta\left\{1-\frac{(\omega_\alpha-\omega_{ij})(\omega_\alpha+\omega_{0j})}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\right\}.$$

Поэтому

$$\sum_j=-\omega_\alpha\,\omega_\beta\sum_j\left[\frac{(0|Q_{x'z'}|j)(j|Q_{xz}|i)}{\omega_\alpha-\omega_{ij}}-\frac{(0|Q_{xz}|j)(j|Q_{x'z'}|i)}{\omega_\alpha+\omega_{0j}}\right]+$$

$$+\sum_j [(\omega_\alpha+\omega_{0j})\,(0|Q_{x'z'}|j)\,(j|Q_{xz}|i)-(\omega_\alpha-\omega_{ij})\,(0|Q_{xz}|j)\,(j|Q_{x'z'}|i)].$$

Последняя сумма может быть представлена в виде:

$$\omega_\alpha\,(0|Q_{x'z'}Q_{xz}-Q_{xz}Q_{x'z'}|i)+\frac{1}{i}\,(0|\dot{Q}_{x'z'}Q_{xz}-Q_{xz}\dot{Q}_{x'z'}|i),$$

так как

$$(0|\dot{Q}_{x'z'}|j)=i\omega_{0j}(0|Q_{x'z'}|j).$$

Первый член последней суммы обращается в нуль вследствие коммутативности $Q_{x'z'}$ с Q_{xz}, и формула для вероятности квадрупольного рассеяния принимает вид

$$P=\frac{dK\,dK'}{128\pi^5h^2}\,\frac{n_\alpha\,(n_\beta+1)}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\,\delta\,(\omega_\beta-\omega_\alpha-\omega_{0i})\left|\frac{e^2h}{m}\cos(xx')\,\delta_{0i}\right.$$

$$+\frac{\omega_\alpha^2\,\omega_\beta^2}{4c^2}\left\{\sum_j\left[\frac{(0|Q_{x'z'}|j)\,(j|Q_{xz}|i)}{\omega_\alpha-\omega_{ij}}-\frac{(0|Q_{xz}|j)\,(j|Q_{x'z'}|i)}{\omega_\alpha+\omega_{0j}}\right]\right.$$

$$\left.\left.+\frac{i}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\,(0|\dot{Q}_{x'z'}Q_{xz}-Q_{xz}\dot{Q}_{x'z'}|i)\right\}\right|^2.$$

Предположим, что частота падающего кванта очень велика по сравнению с частотами перехода атомной системы, т. е.

$$\omega_\alpha\gg|\omega_{0j}|\ \text{ и }\ \omega_\alpha\gg|\omega_{ji}|.$$

В этом случае мы можем положить

$$\frac{1}{\omega_\alpha-\omega_{ij}}=\frac{1}{\omega_\alpha}+\frac{\omega_{ij}}{\omega_\alpha^2},$$

$$\frac{1}{\omega_\alpha+\omega_{0j}}=\frac{1}{\omega_\alpha}-\frac{\omega_{0j}}{\omega_\alpha^2}.$$

Сумма, входящая в последнюю формулу, принимает вид

$$\sum_j=\frac{1}{\omega_\alpha}\sum_j\,[(0|Q_{x'z'}|j)\,(j|Q_{xz}|i)-(0|Q_{xz}|j)\,(j|Q_{x'z'}|i)]$$

$$+\frac{1}{\omega_\alpha^2}\sum_j\,[\omega_{0j}(0|Q_{xz}|j)\,(j|Q_{x'z'}|i)-\omega_{ji}(0|Q_{x'z'}|j)\,(j|Q_{xz}|i)].$$

Первая сумма, равная матричному элементу

$$(0|Q_{x'z'}Q_{xz}-Q_{xz}Q_{x'z'}|i),$$

равна нулю, ввиду коммутативности величин $Q_{x'z'}$ и Q_{xz}.

Вторая сумма равна матричному элементу

$$\frac{1}{i}(0|Q_{xz}\dot{Q}_{x'z'}-Q_{x'z'}\dot{Q}_{xz}|i).$$

Поэтому в рассматриваемом случае для вероятности рассеяния будем иметь

$$P=\frac{dK\,dK'}{128\pi^5h^2}\,\frac{n_\alpha(n_\alpha+1)}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\,\delta(\omega_\beta-\omega_\alpha-\omega_{0i})\left|\frac{e^2h}{m}\cos(xx')\,\delta_{0i}\right.$$

$$\left.+\frac{i\omega_\alpha\,\omega_\beta}{4c^2}(0|\dot{Q}_{x'z'}Q_{xz}-Q_{xz}\dot{Q}_{x'z'}|i)\;-\frac{i\omega_\beta^2}{4c^2}(0|\dot{Q}_{xz}Q_{x'z'}-Q_{x'z'}\dot{Q}_{xz}|i)\right|^2.$$

Вследствие коммутативности Q_{xz} и $Q_{x'z'}$ последние два матричных элемента, как не трудно видеть, равны друг другу.

Поэтому

$$P=\frac{dK\,dK'}{128\pi^5h^2}\,\frac{n_\alpha(n_\beta+1)}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\,\delta(\omega_\beta-\omega_\alpha-\omega_{0i})\left|\frac{e^2h}{m}\cos(xx')\,\delta_{0i}\right.$$

$$\left.+\frac{i\omega_\beta}{4c^2}(\omega_\alpha-\omega_\beta)\,(0|\dot{Q}_{xz}Q_{x'z'}-Q_{x'z'}\dot{Q}_{xz}|i)\right|^2.$$

При когерентном рассеянии $\delta_{0i}=1$ и $\omega_\alpha=\omega_\beta$, и формула принимает обычный вид

$$P=\frac{dK\,dK'}{128\pi^5h^2}\,\frac{n_\alpha(n_\beta+1)}{\omega_\alpha\,\omega_\beta}\,\delta(\omega_\beta-\omega_\alpha)\left|\frac{e^2h}{m}\cos(xx')\right|^2.$$

При некогерентном рассеянии $\delta_{0i}=0$

В этом случае для вероятности рассеяния имеем

$$P=\frac{dK\,dK'}{128\pi^5h^2}n_\alpha(n_\beta+1)\frac{\omega_\beta}{16c^4\omega_\alpha}(\omega_\alpha-\omega_\beta)^2|(0|\dot{Q}_{xz}Q_{x'z'}$$

$$-Q_{x'z'}\dot{Q}_{xz}|i)|^2\,\delta(\omega_\beta-\omega_\alpha-\omega_{0i}).$$

При некогерентном рассеянии, но без изменения частоты ($\omega_\alpha=\omega_\beta$), вероятность рассеяния в рассматриваемом приближении и при сделанных выше допущениях равна нулю.

Тбилисский Государственный Университет
имени Сталина

(Поступило в редакцию 24.2.1941)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Мамасахлисов. К теории рассеяния света. Сообщения Академии Наук Грузинской ССР, т. II, № 1—2, стр. 59, 1941.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ქიმია

ი. თავზარიძე

მანგანუმის ეთილატიდან ჰიდროლიზით მიღებული ჟანგეულების ზოლების მდგრადობის შესახებ

მანგანუმის ჟანგების შესანიშნავი ქიმიური თვისებები დიდი ხანია იქცევენ მკლევართა ყურადღებას. განსაკუთრებით შესანიშნავია ჟანგეულობის უდიდესი როლი კატალიზურ რეაქციებში და თვალსაჩინოდ გამოსახული ადსორბციის უნარი. თუ მანგანუმის ჟანგეულების კოლოიდურ ხსნარებს მოვამზადებთ, მაშინ აქ ეს თვისებები კიდევ მეტი სიძლიერით მჟღავნდებიან.

ქვემდებარე შრომის უმთავრეს მიზანს შეადგენს მანგანუმის ეთილატის ჰიდროლიზით მიღებული მანგანუმის ჰიდროჟანგების ზოლების მდგრადობის შესწავლა სხვადასხვა პირობებთან დაკავშირებით. რადგანაც ჩვენ მიერ ხმარებული მეთოდით მიღებული მანგანუმის ჰიდროჟანგების ზოლების ბუნებრივ მინარევებს წარმოადგენენ ელექტროლიტები NaCl, $MnCl_2$ და არაელექტროლიტი ეთილის სპირტი, ამიტომ პირველ რიგში ჩვენი კვლევა-ძიება ამ მინარევების გავლენის შესწავლით შემოიფარგლა. გაშინჯული იქნა აგრეთვე სხვა ელექტროლიტების გავლენაც ზოლის მდგრადობაზე.

მანგანუმის ჟანგეულის ზოლების მიღების მრავალი მეთოდი არსებობს, მაგრამ ყველა მათ ის ნაკლი ახასიათებს, რომ ეს ზოლები დიდი ოდენობით შეიცავენ მინარევებს, არა მდგრადნი არიან და ვერ იტანენ ხანგრძლივ დიალიზს მფარველი კოლოიდების გარეშე.

ჩვენ ზოლებს ვღებულობდით მანგანუმის ეთილატის ჰიდროლიზის

$$Mn(C_2H_5O)_2 + 2H_2O \rightarrow Mn(OH)_2 + 2C_2H_5OH$$

შედეგად. თვით მანგანუმის ეთილატს ვღებულობდით უწყლო $MnCl_2$-ის და C_2H_5ONa-ის რეაქციით აბსოლუტურ ეთილის სპირტში.

ამ რეაქციის წარმატებით ჩატარება მოითხოვს პრეპარატების გულდასმით მომზადებას და განსაკუთრებით სინესტისაგან მორიდებას, რაც დაწვრილებით აღწერილი გვაქვს სხვა წერილში [1].

რადგანაც სინესტის აბსოლუტური გამორიცხვა გამოსავალი პროდუქტებიდან პრაქტიკულად შეუძლებელია, ამიტომ მანგანუმის ეთილატი (სპირტიანი ხსნარი) კარგად თავდახურულ ჭურჭელშიც კი განიცდის ნელ დაშლას, რის მიზეზიც უთუოდ წყლის მცირე მინარევის კატალიზურ მოქმედებაში უნდა ვეძიოთ, რადგანაც შეუძლებელია ეთილატის აბსოლუტურ სპირტიან ხსნარში

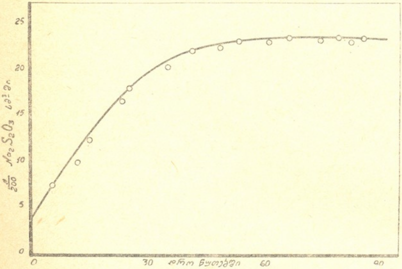
წყლის იმდენ შეცულობაზე ვიფიქროთ, რამდენიც შეესაბამება დაშლის შედეგად წარმოშობილ ნალექის ოდენობას. ალბათ ადგილი აქვს შემდეგ რეაქციებს:

$$Mn(C_2H_5O)_2 + 2H_2O \rightarrow Mn(OH)_2 + 2C_2H_5OH,$$

$$2\,Mn(OH)_2 + O_2 \rightarrow 2\,MnO_2 + 2\,H_2O \text{ და ა. შ.}$$

მაშასადამე, საჭიროა ეთილატის დაცვა არა მარტო სინესტისაგან, არამედ ჟანგბადისაგანაც.

ზოლების მისაღებად ვსარგებლობდით მანგანუმის ეთილატის დაახლოებით 1%-იანი სპირტიანი ხსნარით, რომელსაც შემდეგ ვანზავებდით აბსოლუტურ სპირტში 4-5-ჯერ და მისი წვეთ-წვეთობით მიმატებით წყალში, ძლიერი შენჯღრევის შემდეგ ვღებულობდით ჟანგეულთა ჰიდროზოლებს. ზოლი მით უფრო არა მდგრადია, რაც მეტია მასში ჟანგეულთა კონცენტრაცია. იგი ჰაერზე სწრაფ დაჟანგვას განიცდის, რასაც თან სდევს ზოლის ფერის ცვალებადობა თეთრ-მოყვითალოდან რუხ-მიხაკისფრამდე. ეს პროცესი ჰაერზე დაახლოებით 1,5 საათის განმავლობაში თავდება. ჩვენ ვაწარმოებდით ზოლის ჰაერზე დაჟანგვის კინეტიკის შესწავლას, რისთვისაც პერიოდულად ზოლიდან ვიღებდით გარკვეულ შინჯს და ვაწარმოებდით მასში აქტიური ჟანგბადის განსაზღვრას ბუნზენის ხერხით. საანალიზო შინჯს ვხსნიდით HCl-ის და KI-ის ნარევში და გამოყოფილ იოდს ვტიტრავდით $N/200$ $Na_2S_2O_3$-ის ხსნარით, რომლის რაოდენობის ზრდაც დროის მიხედვით გვიჩვენებდა დაჟანგვის სიჩქარეს. (ნახ. 1).



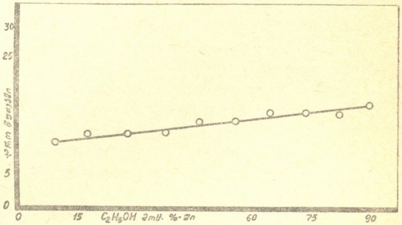
ნახ. 1.

აქტიური ჟანგბადის მთლიანად MnO_2-ზე გადაანგარიშების შემთხვევაში ვნახეთ, რომ ამ უკანასკნელის რაოდენობა ჰაერზე დაჟანგვის ძირითადად დასრულების შემდეგ მანგანუმის საერთო ოდენობის 62%-ს აღწევს.

მსგავსად სხვა მეთოდებით მომზადებულ ზოლებისა, ჩვენი მეთოდით მომზადებულ ზოლებშიც შედის მინარევები, მაგრამ შედარებით მცირე რაოდენობით, მაგ. $NaCl$, $MnCl_2$ და ეთილის სპირტი. პირველი ორის მოცილება შეიძლება ეთილატის გადაკრისტალებით ან ზოლის დიალიზით; სპირტის მოცილება კი — დიალიზით, ან ზოლში ჰაერის ნაკადის ხანგრძლივი გატარებით. დადგენილ იქნა, რომ სპირტის კონცენტრაციის ზრდა ხელს უწყობს ზოლის მდგრადობას. ეს აშკარად ჩანს მე-2 ნახ-ზე, სადაც

აბსცისზე გადაზომილია სპირტის %-ული შეცულობა ზოლში და ორდინატზე ზოლის დალექვის დრო წუთებში.

საერთოდ ამ მეთოდით მიღებული მანგანუმის ჟანგების ზოლები ნაკლებად მდგრადნი არიან და მათი მინარევებისაგან განმათავისუფლებელ ოპერაციებისათვის (დიალიზი, ჰაერის გატარება) საჭიროებენ წინა-წარ სტაბილიზაციას.



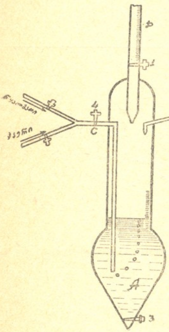
ნახ. 2.

ჩვენ მიერ უკეთეს სტაბილიზატორად ნახული იქნა ჟელატინი. სხვა მეთოდებით მიღებულ მანგანუმის ჟანგეულების ზოლებისაგან განსხვავებით ამ მეთოდით მიღებულ ზოლებს ის უპირატესობა აქვთ, რომ ჟელატინის მცირე კონცენტრაცია მათ საკმაოდ ასტაბილიზებს. ასე მაგ., ზოლი, რომელიც 0,26 გრ MnO_2-ს შეიცავდა ლიტრში, 0,05 გრ/ლიტ. ჟელატინით იმდენად სტაბილიზირდება, რომ დაულექავად უძლებს მასში ჰაერის ძლიერი ნაკადის გატარებას მთელ იდლის განმავლობაში; მეორე მხრივ ის კარგად იტანს დიალიზს და შესაძლებელია ამ მეთოდით მისი ელგამტარობის დაყვანა 10^{-5} Ω^{-1}-მდე ზოლის დაულექავად. ჟელატინის ეს მცირე მინარევი ვერ ახდენს ზოლის სხვა თვისებების (ადსორბცია, ელექტროლიტებით კოაგულაცია, კატალიზი) მკაფიოდ შეცვლას და ამდენად ის პრაქტიკულად დასაშვებია.

იმ გარემოებამ, რომ ამგვარად სტაბილიზებული და შემდეგ დიალიზებული ზოლის ელექტროლიტებით კოაგულაციის დროს ანიონები გაცილებით უფრო ძლიერად მოქმედებენ, ვიდრე კატიონები, საშუალება მოგვცა ზოლის დადებითი მუხტის შესახებ დაგვესკვნა.

ჩატარებული იქნა ცდები უჟანგბადო არეში ზოლის მიღებისა, მისი მდგრადობის გამორკვევისა დაჟანგვის სხვადასხვა საფეხურზე და აგრეთვე მიღებული ზოლების ელექტროლიტებით კოაგულაციაზე. ამ მიზნით კონსტრუირებული იქნა მე-3 ნახ-ზე ნაჩვენები მარტივი აპარატი, რომლის აგებულებაც დაწვრილებით აღწერას არ მოითხოვს. ამ აპარატში ვახდენდით ზოლის მომზადებას D ბიურეტიდან წყალში ეთილატის სპირტ-ხსნარის წვეთობით მიმატებით. ამ ოპერაციის დაწყებისას წყალი წინასწარ თავისუფლდებოდა ჟანგბადისაგან დუღილით და შემდეგ მასში წყალბადის დენის ხანგრძლივი გატარებით. შემდეგ ზოლში ჰაერის დენის სხვადასხვა ოდენობით გატარებით ვაღწევდით მის სხვადასხვა ხარისხით დაჟანგვას, რასაც ვამოწმებდით ონკან 3-დან აქტიურ ჟანგბადზე საანალიზო სინჯის აღებით. ბოლოს, თუ საჭიროება

მოითხოვდა, B ძაბრიდან ვუმატებდით ელექტროლიტის სხვადასხვა რაოდენობას (წყალბადის დენის ქვეშ, რომლის დროსაც მოშლიფულ ბიურეტს ხელით ცოტათი ზევით ვწევდით, რომ წყალბადისათვის გასასვლელი მიგვეცა), ვკეტავდით ყველა ონკანს და ვაკვირდებოდით ზოლის კოაგულაციის პირობით დროს. ზოლის კონცენტრაცია და მექანიკური შენჯღრევის ეფექტი ყველა ცდაში ერთნაირი გვქონდა. ცდის შედეგებმა დაგვარწმუნეს, რომ დაჟანგვის დაბალ საფეხურზე ზოლის მდგრადობა უფრო მეტია, ვიდრე მაღალზე. ეს გრაფიკულად ნაჩვენებია მე-4 ნახ-ზე. წინასწარი ცდებით ნაპოვნი იქნა ერთი და იგივე მოცულობის და კონცენტრაციის, ჰაერზე დაჟანგული და არა დიალიზირებული ზოლის კოაგულაციის პირობითი ზღვარი (ე. ი. ჩვენს შემთხვევაში ნახაზზე დასახელებული ელექტროლიტების ის ოდენობა, რომელიც ზუსტად ერთი საათის შემდეგ იწვევდა კოაგულაციას). ნახაზზე ნაჩვენებია იგივე ელექტროლიტების იმავე ოდენობათა მოქმედების ეფექტი დაჟანგვის სხვადასხვა საფეხურზე.

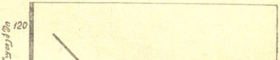


ნახ.. 3.

ამ შედეგებს გაზომვის არა უნაკლო მეთოდიკის ხმარებისა და მისი ნაკლები სიზუსტის გამო შეიძლება ნახევრად ოდენობრივი მნიშვნელობა მივცეთ, მაგრამ საკითხის თვისობრივი მხარე დიაგრამაზე აშკარად გარკვეულია.

ჰაერზე ბოლომდე დაჟანგული, ჟელატინით სტაბილიზებული და კარგად დიალიზებული ზოლის სხვადასხვა ელექტროლიტით კოაგულაციით დადგენილი იქნა ანიონების შემდეგი ლიოტროპული რიგი, შედგენილი მათი მკოაგულირებელი ძალის ზრდის მიხედვით:

$$Cl' < NO_3' \lesssim Cr_2O_7'' \lesssim CrO_4'' < SO_4'' < PO_4''' < Fe(CN)_6''' < Fe(CN)_6''''.$$



ნახ. 4.

ჩატარებული იქნა ცდები აგრეთვე სხვადასხვა ელექტროლიტის მკოაგულირებელი აქტივობის ცვლილებაზე ზოლში სპირტის კონცენტრაციის ცვლილებასთან დაკავშირებით. ამ მხრივ მიღებული შედეგები მეტად მრავალ-

ფეროვანი აღმოჩნდა, რამაც არ მოგვცა საშუალება გაგვეკეთებია რაიმე გარკვეული ხასიათის დასკვნები. თვით ლიტერატურული მონაცემებიც ამ საკითხზე მეტად ბუნდოვანია და ხშირად ურთიერთ საწინააღმდეგო, რაც მოწმობს საკითხის მეტისმეტ სირთულეს.

დაინტერესებულ მკითხველს მივუთითებთ დაწვრილებითი ცნობებისა და შედეგების განსჯისათვის ძირითად შრომაზე [2]. აქ გავაკეთებთ მოკლე დასკვნას:

1. მიღებულია ახალი ნაერთი, მანგანუმის ეთილატი და მისი ჰიდროლიზით მომზადებულია მანგანუმის, ჟანგეულების ჰიდროზოლები.

2. კოაგულაციის ზღვარის განსაზღვრის მეთოდით შესწავლილია ამ ზოლების მდგრადობა დამოკიდებულებით ა) ზოლში მიმდინარე დაჟანგვითი პროცესებისაგან, ბ) სხვადასხვა ელექტროლიტების გავლენისაგან და გ) ეთილის სპირტის კანცენტრაციის გავლენისაგან ელექტროლიტებთან ერთად და მათ გარეშე.

3. დადგენილია ზოლის დადებითი ელექტრო-მუხტი, მისი სუსტი მდგრადობა და სტაბილიზაციის დიდი უნარი ჟელატინის მცირე ოდენობის მიმატებით.

4. დაჟანგვის დაბალ საფეხურზე ზოლის მდგრადობა უფრო მეტია, ვიდრე მაღალზე.

5. ჰაერზე დაჟანგული და დიალიზებული ზოლის ელექტროლიტებით კოაგულაცია ძირითადად ემორჩილება შულცე-ჰარდის ვალენტიანობის წესს.

დასასრულ, ღრმა მადლობას ვუცხადებ პროფ. ბ. კანდელაკს თემის დამუშავების საქმეში ხელმძღვანელობის გაწევისათვის.

სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალი
თბილისის ქიმიური ინსტიტუტი
კოლოიდური ლაბორატორია

(შემოვიდა რედაქციაში 3.2.1941)

ХИМИЯ

И. Д. ТАВБЕРИДЗЕ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГИДРОЗОЛЕЙ ОКИСЛОВ МАРГАНЦА, ПОЛУЧЕННЫХ ГИДРОЛИЗОМ ЭТИЛАТА МАРГАНЦА

Резюме

1. Получено новое соединение—этилат марганца и его гидролизом приготовлены гидрозоли окислов марганца.

2. Путем измерения порога коагуляции изучена устойчивость этих золей в зависимости от: а) протекающих в золе окислительных процессов, б) влияния различных электролитов и в) влияния концентрации спирта в отсутствии и присутствии электролитов.

3. Установлены положительный заряд золя, его малая устойчивость и большая способность к стабилизации от прибавления малых количеств желатины.

4. При низкой степени окисления устойчивость золя больше, чем при более высокой.

5. Коагуляция электролитами окисленного па воздухе и диализированного золя, в основном, подчиняется правилу валентности Шульце-Гарди.

Грузинский Филиал АН СССР
Тбилисский Химический Институт
Коллоидная лаборатория

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Канделаки, И. Сеташвили и И. Тавберидзе. Этилат марганца и его гидролиз. Труды Тбилисск. Хим. Инст., I, 1937, стр. 105.
2. ი. თავბერიძე. მარგანეცის ეთილატის ჰიდროლიზით მიღებული მარგანეცის ჟანგების ზოლების მდგრადობის შესახებ. დისერტაცია (ხელთნაწერი).

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

გეოლოგია

აკადემიკოსი ალ. ჯანელიძე

სამეგრელოს ცენტრული ნაწილის გეოლოგიური აგებულება

სამეგრელოს ბუნებრივი საზღვრები შემდეგნაირად შეიძლება შემოვხაზოთ: ჩრდილოეთით მდ. ხოფის და ტეხურის სათავეები; აღმოსავლეთით წყალგამყოფი ქედი ტეხურსა და ჯონოულს შუა და ასხის მთა აღმოსავლეთი კალთების გამოკლებით, ხოლო შემდეგ (სოფ. ნოღიდან) მდ. ცხენის წყალი შესართავამდე; სამხრეთით მდ. რიონი; დასავლეთით შავი ზღვა და მდ. ენგური ლარაკვაკვის შესართავამდე.

ამ ფარგლებში მოთავსებული მხარე გეოლოგიური თვალსაზრისით მკაფიოდ იყოფა სამ ნაწილად:

ა) ჩრდილო-აღმოსავლეთით კავკასიონის კირქვიანი და პორფირიტული წინამთები. ამ ზოლის სამხრეთი საზღვარი ბუმბუას ხიდიდან დაწყებული სალხინოს, კურზუს, მუხურის და ენგურის ჯვარის ჩრდილოეთით გაივლის.

ბ) მესამეულის გორაკებით მოფენილი შუა ნაწილი და, დასასრულ,

გ) სამხრეთით კოლხეთის ალუვიური ველი.

სამეგრელოს მესამეულის გავრცელების ფართობის მთავარი ნაწილი სამხრეთით შემოფარგლული არის რკალური ქედით, რომლის ნაწილები არიან თამაკონის მთა, აბედათის მთა და ეკის მთა, და ურთით, რომელიც მორფოლოგიურად ამავე რკალის გაგრძელებას წარმოადგენს. ამ რკალსა და კავკასიონის კირქვიან წინამთებს შუა მოქცეულ ფართობს შეიძლება ვუწოდოთ სამეგრელოს ცენტრული ნაწილი.

უკანასკნელის გეოლოგიური თავისებურობა მკაფიოდ ჩანს უკვე სიმონოვიჩისა და სოროკინის რუკაზე [1]. ეს არის ნეოგენის წრული აუზი, ცარცისა და პალეოგენის ზღუდით გარშემოვლებული. უკანასკნელი მხოლოდ დასავლეთისკენ არის ფართოდ გახსნილი.

მეფერტმა [3] ეს წარმოდგენა სავსებით გაიზიარა და დააზუსტა. კერძოდ, ნეოგენში, რომელიც ძველი ავტორების მიხედვით მხოლოდ სარმატულით იყო წარმოდგენილი, მან თანამედროვე შეხედულებათა თანახმად გაარჩია მთელი რიგი სართულები და მათ შორის მეოტური, პონტური და კიმერიული; თამაკონ-ეკის რკალში აღნიშნა რამდენიმე გუმბათი, და სხვა.

არსებითი კი ისევ რჩება: დასავლეთისკენ გაშლილი ფართო სინკლინი. უკანასკნელის არსებობას მეფერტი უფრო ხაზგასმით აღნიშნავს, მას სამეგრელოს სინკლინს უწოდებს და უპირდაპირებს ეკის მთის სამხრეთით მდებარე ალუვიურ ვაკეს, რომელსაც „რიონის ფილაქანზე“ ათავსებს.

ეს კონცეპცია სავსებით ეწინააღმდეგება ფურნიესას [2]. უკანასკნელი ცენტრულ სამეგრელოს დანაოჭებულ და გუმბათური ტექტონიკით დახასიათებულ ზოლს მიაკუთვნებს, ხოლო ეკის მთის სამხრეთით სინკლინს ჰგულისხმობს. სამწუხაროდ, სამეგრელოს გეოლოგიური რუკა, ასხის მთის კომპლექსისა და მისი არშიის გარდა, ფურნიეს არ მოუცია.

„სამხრეთ სამეგრელოს კირქვიანი ზოლი“ ბოლო დროს აგეგმა ი. კაჭარავამ, რომელსაც ამ მხარის საკმაოდ დეტალურად შესწავლა მოუხდა [4,5], ხოლო თვით ნეოგენის აუზს ეხება მ. ძველაიას გამოკვლევები [6].

გასული ზაფხულის მუშაობის დროს მე განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიმექცია თამაკონ-ეკის რკალისთვის. ჯერ ერთი იმიტომ, რომ მისი მნიშვნელობა სამეგრელოს გეოლოგიური აგებულობისთვის სავსებით ცხადი არის, და შემდეგ კიდევ იმიტომ, რომ იგი შედარებით უფრო მისაწვდომია და უკვე მორფოლოგიურად კარგად გამოვლინებული. შესამოწმებელი იყო, კერძოდ, მეფერტის მიერ აღნიშნული შესხლეტა, რომელიც ამ ზოლს ორჯერ უნდა ჰკვეთდეს, გუმბათების არსებობა და სხვა.

ხანმოკლე დავლამ საშუალება მომცა დავრწმუნებულიყავ, რომ ი. კაჭარავას რუკა ძირითადად სწორი არის. სწორი იქნებოდა მეფერტის რუკაც, რომ ზემოხსენებული შესხლეტა არ ყოფილიყო. სინამდვილეში ეს შესხლეტა არც აქ აღმოჩნდა [8], ხოლო წყებათა ბუნებრივი კონტურები რუკაზე მის გამო არსებითად შეცვლილი არიან.

გუმბათების კონცეპცია სწორად უნდა ჩაითვალოს იმ აუცილებელი შესწორებით, რომ ეს არის არა ნამდვილი გუმბათები, არამედ მოკლე ნაოჭები.

ამათგან პირველი იქნება აბედათის ანტიკლინი, რომელიც აღმოსავლეთისკენ უშუალოდ ებმის მატელის ქედს (აბჰესთან), ხოლო დასავლეთისკენ თითქო პერიკლინურად თავდება. ნაოჭის თაღი ეოცენის და ზედა ცარცის კირქვებით არის შეკრული და ამის გამო ნაოჭი მორფოლოგიურადაც მშვენივრად არის გამოჩინებული. თუმცა ანტიკლინის სამხრეთი ფრთა გაწყვეტილი არ არის, მაგრამ გადახრა აქეთკენ მაინც აშკარაა.

შემდეგი ნაოჭი იქნება ნაქალაქევის ბრაქიანტიკლინი. მეფერტის და კაჭარავას რუკაზე მას თითქმის იზოდიამეტრული ფორმა აქვს. ნამდვილად ესეც ნორმული ფორმის ნაოჭი არის SW—NO მიმართულებით წაგრძელებული. აღმოსავლეთით ის პერიკლინურად თავდება სოფ. აბედათში და, მაშასადამე, აბედათის ანტიკლინის სამხრეთით, უშუალოდ მის გვერდით. დასავლეთითაც ნაქალაქევის ანტიკლინი თავისუფლად არის დაბოლოვებული [3,5].

სამხრეთ-დასავლეთისკენ მას მსგავსსავე პირობებში მოჰყვება დადიანის ტახტის (მთაა) პატარა ანტიკლინი და შემდეგ ეკის მთის ანტიკლინი. ყველა ეს ნაოჭები ასიმეტრიული არიან, სამხრეთისაკენ გადახრილი ან გადაწოლილიც კი (ეკის ანტიკლინი). მდ. ცივის მარჯვენა ნაპირზე ეკის მთის ზოლი გადარეცხილია და ალუვიონით დაფარული.

მიუხედავად ნაოჭთა მრავლობისა, აბედათ-ეკის რკალის ერთობლივობა ტექტონიკურადაც ისევე აშკარა არის, როგორც მორფოლოგიურად. საქმე გვაქვს

ნაოჭთა დაჯგუფებასთან, მაგრამ არა ვირგაციის წესით, არამედ შ ე ნ ა-ც ვ ლ ე ბ ი თ.

პირველი შეხედვით ურთის მთის რკალი თითქო აბედათ-ეკის რკალის გაგრძელებას უნდა წარმოადგენდეს, მაგრამ როგორც მეფერტის, ისე კაჭარავას რუკის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ეს ახალი, პირველისაგან დამოუკიდებელი რკალი არის, მის შიგნით მოქცეული. ეს სავსებით ცხადი შეიქნება, თუ მეფერტის რუკიდან ზემოხსენებულ შესხლეტას მოვხსნით. მდ. ცივამდე ანტიკლინის მიმართულება კარგად ჩანს, ხოლო უფრო აღმოსავლეთით საკითხის გასარკვევად დამატებითი კვლევა არის აუცილებელი. ორში ერთი: ან ურთის ანტიკლინი აბედათისას გადაებმის, როგორც ეს მეფერტის რუკიდან გამომდინარეობს, ანდა იგი ბოლომდე დამოუკიდებელი დარჩება და ალბათ მუხურის ნაოჭს დაუკავშირდება სალხინოსთან.

ურთის ანტიკლინის ასეთი ხასიათი ბუნებრივად ბადებს კითხვას, ხომ არ არის სამეგრელოს „სინკლინში“ კიდევ სხვა მსგავსი ნაოჭები? ეს კითხვა მით უფრო ბუნებრივი არის, რომ ამ ნაწილში მეფერტის რუკა არის არა აგეგმვის შედეგი, არამედ მხოლოდ გარკვეული კონცეპციის თეორიული გამოხატულება, რასაც თვით ავტორი გარკვეულად აღნიშნავს. კერძოდ, დობერაზენის სინკლინი, რომელიც ასხის კომპლექსში ისე მკაფიოდ არის გამოსახული [7], სამეგრელოს შესამეული აუზისაკენ განსაკუთრებით ინტენსიურად არის დანაოჭებილი, და ძნელი წარმოსადგენია მას აქეთ გაგრძელება არ ჰქონდეს. ასეთ შემთხვევაში მის სამხრეთით ანტიკლინსაც უნდა მოველოდეთ.

რაკი სამეგრელოს მესამეულის აუზში მე არ მიმუშავნია, ამ ჰიპოთეზის შემოწმება მხოლოდ ლიტერატურული წყაროების მიხედვით შემეძლო.

მ. ძველაიას შრომის გაცნობამ [6] ჩემი წარმოდგენა საკმაოდ დაადასტურა. ურთის რკალის ჩრდილოეთით ამ ავტორს გამოსახული აქვს მკაფიო ანტიკლინი, რომლის გულში გაშიშვლებული არის შუა და, შეიძლება, ქვედა სარმატულიც. უკანასკნელს იქეთ-აქეთ სიმეტრიულად მოჰყვება ზედა სარმატული და მეოტური. ზედ, ალაგ, განლაგებული არის ტრანსგრესიული კიმერიული. ნაოჭის მიმართულება ურთის რკალის პარალელური არის.

მ. ძველაიას რუკა ცენტრული სამეგრელოს ნაწილს წარმოადგენს მხოლოდ. მეორე მხრით სტრატიგრაფიის სირთულე ტექნიკურ სურათსაც რამდენადმე ბუნდოვანს ხდის და ამიტომ ამ ნაოჭის (მას შეიძლება სარაქონის ანტიკლინი ვუწოდოთ) გაგრძელება აღმოსავლეთით და დასავლეთით გამოურკვეველი რჩება. წინასწარი ვარაუდით და უკვე ხსენებული ნაოჭების ანალოგიურად აღმოსავლეთისაკენ ეს ანტიკლინი დობერაზენის სინკლინის სამხრეთ ფრთას უნდა უკავშირდებოდეს, ე. ი. აქაც NO-სკენ გადახრას უნდა ჰქონდეს ადგილი. ხოლო რაც შეეხება დასავლეთ მიმართულებას, აღსანიშნავი არის, რომ ზუგდიდის ჩრდილოეთით, ი. კაჭარავას ზეპირი გადმოცემის თანახმად, კირქვების გამოსავალი უნდა არსებობდეს. ეს კირქვები სწორედ სარაქონის ანტიკლინის გაგრძელებას უნდა დაემთხვეს, და, თუ ასე იქნება, ამით მტკიცდება, რომ ნაოჭი საკმაოდ შორს გრძელდება და მის შედგენილობაში ნეოგენზე უფრო ძველი ნალექებიც ღებულობენ მონაწილეობას: ანალოგია ზემოთ

აღწერილ ორ რკალთან კიდევ უფრო ცხადი ხდება. საფიქრებელია აგრეთვე, რომ აქაც საქმე გვაქვს ნაოჭთა დაჯგუფებასთან და არა ერთ ნაოჭთან.

ამ რაიონის შესახებ სხვა მასალების უქონლობის გამო ახლა საჭირო იქნება ჩვენი ყურადღება ცენტრული სამეგრელოს გარეთ მდებარე აღმოსავლეთ სამეგრელოს სინკლინზე შევაჩეროთ. ესეც ნეოგენური აუზი არის და გელავერ-ბუმბუას სინკლინის [7] გაფართოვებულ გაგრძელებას წარმოადგენს. ჩრდილოეთისა და ჩრდილო-დასავლეთისაკენ მას საზღვრავს ჯერ ასხის მთის კომპლექსის კირქვების მუხლი (გელავერ-ბუმბუას სინკლინის ჩრდილო ფრთის გაგრძელება) და შემდეგ თამაკონ-ეკის რკალი. ორივე ნაოჭი სინკლინისკენ არის გადმოხრილი. სამხრეთ-აღმოსავლეთ საზღვარს წარმოადგენს ქედი, რომელიც ბუმბუას ხიდიდან მათხოჯამდე ცხენისწყლის მარცხენა ნაპირს მიჰყვება, როგორც გელავერ-ბუმბუას სინკლინის სამხრეთი ფრთის გაგრძელება. ამ ქედს ანტიკლინური აგებულობა აქვს. მისი დასავლეთი ფერდი დაფარულია 60°-ით NW-სკენ დაქანებული და ცარცის ვულკანოგენურ წყებაზე ტრანსგრესიულად განლაგებული ეოცენის კირქვებით და ნაწილობრივ ზედა ეოცენის მერგელებით. ამ კირქვების გაკვლევამ გამოარკვია, რომ ისინი მათხოჯის მონასტრამდე გრძელდებიან და იქ პერიკლინურად უხვევენ აღმოსავლეთისკენ: ანტიკლინი პერიკლინურად თავდება. თვით მონასტერი მოთავსებული არის ვიწრო სინკლინში, რომელშიაც ზედა ეოცენის მერგელებს მოჰყვება მაიკოპური თიხები და ჩოკრაკული კირქვა. მონასტრის SW-ით სინკლინის მეორე ფრთას, რომელშიაც მაიკოპური და ზედა ეოცნი ისევ მეორდება, მოჰყვება ეოცენის კირქვების ახალი გამოსავალი. სწორედ ამ კირქვებზე არის აგებული ძველი ციხე, რომლის ნანგრევებს დღემდე მოუღწევია.

ამრიგად, აქ ახალი ანტიკლინი გვაქვს, რომლისა მხოლოდ მცირე ნაწყვეტი გადარჩენია გადარეცხვას: ხსენებული გორაკის ძირიდან უკვე ალუვიური ველი იწყება. იმავე დროს ეს არის ახალი რკალის დასაწყისი და მისი მოხაზულობა უდავოდ იმეორებს აბედათ-ეკის რკალისას. აღსანიშნავია, რომ ნაოჭთა დაკავშირება აქაც შენაცვლების წესით ხდება.

ყველა ამ რკალის აგებულობის თავისებურება, სახელდობრ, ინტენსიურად დანაოჭებული ბრაქიანტიკლინები, ნაოჭების დაჯგუფება შენაცვლებითი წესით, გვაფიქრებინებს, რომ ჩვენს წინაშე ზეწრული ნაოჭები უნადა იყოს. დანაოჭება რომ დიდ სიღრმეზე ვრცელდებოდეს და, მაშასადამე, დანაოჭებაში ნალექების დიდი კომპლექსი იღებდეს მონაწილეობას, პატარა ნაოჭების ასეთი თავისუფალი განვითარება შეუძლებელი იქნებოდა. ვერც ეკის მთის დაწოლილი ანტიკლინი წარმოიშობოდა.

ზეწრული დანაოჭების იდეას ამართლებს ნალექების ხასიათიც. უზარმაზარი სისქის წყებები, რომელთაც ასხის მთაზე ვხვდებით, აქ უკვე აღარ არიან და თხელ ბაქნურ ფაციესებს უთმობენ ადგილს. ეკის მთის კირქვების სისქე 100-ოდე მეტრს არ აღემატება.

დასასრულ, ანტიკლინების უეცარი გადასვლა ჰორიზონტულ შრეებში საბოლოოდ ადასტურებს მათ ზეწრულ ხასიათს. მაგალითად, ბუმბუა-მათხოჯის ანტიკლინის NW ფრთის ეოცენის კირქვები 60°-ით არიან ცხენისწყლისკენ და-

ქანებული და ამ დაქანებით ჩადიან მდინარის კალაპოტამდე. მდინარის მეორე ნაპირზე კი, ბორნის ზემოთ, ჰორიზონტული ლიროლეპისიანი მერგელებიც ჩანან მაიკოპს ქვეშ, რაც იმას ნიშნავს, რომ მათ ქვეშ ეოცენის კირქვებიც ჰორიზონტული უნდა იყვნენ. ასევე არის სინკლინის ჩრდილო ფრთაც, რომელიც გადმობრუნებულიც კია, ხოლო ცხენისწყლის დონეზე ჰორიზონტულ შრეებს უკავშირდება. ამრიგად, ანტიკლინებისა და სინკლინების ჩვეულებრივი მორიგეობის ნაცვლად ჩვენ გვაქვს ანტიკლინებისა და დაუნაოჭებელი შრეების მორიგეობა.

ნაოჭთა რკალების სამხრეთისკენ მიმართული გამოზნექილობა და თვით ნაოჭების გადახრა იმავე მიმართულებით ნათლად მოწმობს, რომ მოძრაობა ჩრდილოეთიდან, კავკასიონიდან მოდიოდა.

რაც შეეხება დანაოჭების ასაკს, კიმერიული ნალექების უთანხმო განლაგება ნეოგენის სხვადასხვა სართულზე გვიჩვენებს, რომ დანაოჭება ადრე დაწყებულა, მაგრამ მთავარი ფაზისი გაცილებით უფრო ახალგაზრდა არის. მართლაც, კიმერიული ნალექების გავრცელება გვიჩვენებს, რომ კიმერიული აუზი მთელ ცენტრულ და სამხრეთ სამეგრელოს ჰფარავდა. იმდროინდელი კავკასიონიდან ჩამომდინარე ტეხური ამ აუზს კურზუსთან ერთვოდა. საკმაოა თუნდაც 1:200000-იან ტოპოგრაფიულ რუკას და მეფერტის გეოლოგიურ რუკას დავაკვირდეთ, რათა დავრწმუნდეთ, რომ კურზუს სამხრეთით მდებარე კუთხის ჰიდროგრაფია ცხადად მოწმობს, რომ აქ კიმერიული ნალექები ტეხურის დელტას წარმოადგენენ. დელტის მორფოლოგია განსაზღვრავს მრავალრიცხოვანი ღელეების მიმართულებას. ცხადია, ამ დროს სოფ. კურზუს სამხრეთით მდ. ტეხური არ არსებობდა.

შემდეგმა აწევამ, რომელიც კავკასიონიდან მომდინარეობდა, კიმერიული აუზი დააშრო და რელიეფს სამხრეთული დაქანება მისცა. წარმოიშვა ტეხურის ქვემო წელი დობერაზენიდან რიონამდე, დაახლოვებით თანამედროვე მიმართულებით. დობერაზენთან მდინარე ნეოგენ-ოლიგოცენის ფხვიერი ქანებისა და დასავლეთისაკენ დაქანებული ეოცენის კირქვების საზღვარს გაჰყვა და ამრიგად თავის დელტას გვერდით მოუარა. ასე წარმოიშვა ამ კუთხის ორიგინალური ჰიდროგრაფია. უფრო სამხრეთით მდინარის მიმართულება ნალექების ხასიათთან დაკავშირებული აღარ არის და, ჩანს, საერთო დაქანებას გაჰყვა.

თუ ახლა გეოლოგიურ რუკას დავაკვირდებით, დავინახავთ, რომ ნაქალაქევთან ტეხური აბედათ-ეკის ქედს გარდი-გარდმო ჰკვეთს სწორედ იქ, სადაც ნაქალაქევის ეოცენისა და ზედა ცარცის კირქვების გუმბათი არის და ტოპოგრაფიულადაც ქედი უფრო მაღალია. ვიწრო კლდეკარი დაახლოვებით გუმბათის დიამეტრ'ს მიჰყვება. მდინარეს არ უსარგებლია არც სამხრეთ-დასავლეთის გზით, საითაც მდ. ცივის სისტემა სინკლინურად მოთავსებულ თიხიან-ქვიშიან ქანებს მიჰყვება, და არც აღმოსავლეთისკენ ბრაქიანტიკლინის დაძირვით წარმოშობილი დადაბლებით.

ხეობის ასეთი ხასიათი მხოლოდ მისი ეპიგენეტური ბუნებით შეიძლება აიხსნას. მაშინ, როდესაც ტეხურმა სამხრეთისაკენ გზა გაიკვლია, ნაქალაქევის გუმბათი არ არსებობდა, ან, თუ არსებობდა, მხოლოდ ჩანასახის სახით.

შემდეგ მოხდა დანაოჭება-აწევა და მდინარემ ადგილზევე გააღრმავა თავისი კალაპოტი. მან გუმბათი კი არ გადაჰკვეთა, შიგ ჩაღრმავდა.

აშკარაა, რომ ეს უნდა მომხდარიყო კიმერიული დროის შემდეგ. მაშასადამე, არა უადრეს ვალახური ოროგენეტიური ფაზისისა.

ამით ერთხელ კიდევ მტკიცდება ახალგაზრდა ოროგენეტიურ მოძრაობათა დიდი ინტენსივობა კავკასიაში.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემია
გეოლოგიური ინსტიტუტი
თბილისი

(შემოვიდა რედაქციაში 19.3.1941)

ГЕОЛОГИЯ

Академик А. И. ДЖАНЕЛИДЗЕ

К ВОПРОСУ О ГЕОЛОГИЧЕСКОМ СТРОЕНИИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТИ МЕГРЕЛИИ

Резюме

Центральная часть Мегрелии выполнена неогеновыми осадками и ограничивается с одной стороны известняковыми предгориями Большого Кавказа, а с другой—известняковой грядой, протягивающейся с перерывами от г. Матела до г. Урта. Взгляды различных исследователей на геологическое строение этой части Западной Грузии сильно расходятся между собой. Автор приходит к выводу, что характерной чертой геологического строения центральной части Мегрелии является развитие покровных складок (plis de couverture), что дает возможность считать этот район частью Грузинской глыбы.

С другой стороны оформление сложной дуги Матела—Урта относится к послекиммерийскому времени (Валахская фаза) и свидетельствует об интенсивности молодых орогенетических движений на Кавказе.

Академия Наук Грузинской ССР
Геологический Институт
Тбилиси

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С. Симонович и А. Сорокин. Геологическая карта части Кутаисской губ. Изд. Управл. горной частью. Тифлис, 1887.
2. E. Fournier. Description géologique du Caucase central. Paris—Marseille, 1896.
3. Б. Мефферт. Геологические исследования в Мингрелии. Тр. Г. I.-Р. У., вып. 64, Ленинград, 1931.
4. ი. კაჭარავა. სამეგრელოს სამხრეთი კირქვიანი ზოლის ნაწილის გეოლოგია. საქ. გეოგრაფ. საზ. შრომები, I, თბილისი, 1939.
5. ი. კაჭარავა. სამეგრელოს სამხრეთი კირქვიანი ზოლის გეოლოგია. (ხელნაწერი, რუკით).
6. მ. ძველაია. სარმატის ნალექები სამეგრელოში (ხელნაწერი).
7. ა. ჯანელიძე. ასხის მთის გეოლოგიური კომპლექსი. საქართველოს სსრ მეცნ. აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 1—2, თბილისი, 1941.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ТЕХНИКА

Академик К. С. ЗАВРИЕВ

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ МОСТОВЫХ СВОДОВ НА СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ

Как известно, расчет сооружений на сейсмостойкость сводится к тому, что к каждому элементу сооружения и действующей на него нагрузки прилагаются горизонтальные силы инерции, составляющие некоторую долю от весов, причем коэфициент, на который помножаются веса— так называемый коэфициент сотрясения—зависит от бальности данного района: для районов IX баллов он равен $^1/_{10}$, для районов VIII баллов— $^1/_{20}$ и для районов VII баллов—$^1/_{40}$. От действия этих сейсмических сил инерции подсчитываются напряжения в частях сооружения и прибавляются к тем напряжениям, которые получаются при эксплоатации данного сооружения в нормальных условиях.

Когда речь идет о расчете мостовых сводов, то возникает вопрос о методе определения напряжений при действии горизонтальных нагрузок, направление которых может быть как поперек моста, так и вдоль его. При этом в обоих случаях опасным является пятовое сечение.

Расчет сводов на действие сейсмических сил, направленных поперек моста, аналогичен расчету их на действие ветра и центробежной силы. В Технических Условиях проектирования мостов дается приближенный метод определения напряжений в пятовом сечении от действия ветра и центробежной силы, согласно которому напряжения определяются соответственно изгибающему моменту, который равен сумме моментов, вычисляемых для двух случаев:

а) для горизонтальной балки, заделанной концами, пролетом, равным пролету свода, равномерно нагруженной по всей длине нагрузками от ветра и центробежной силы—

$$M_1 = \frac{q_1 l^2}{12};$$

б) для вертикальной балки, заделанной одним концом, пролетом, равным расчетной стреле подъема свода, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой от давления ветра на половину пролетного строения и сосредоточенной силой на свободном конце от действия ветра на полосу подвижного состава и от центробежной силы

$$M_2 = q_2 \frac{f^2}{2} + Q_2 f.$$

Вопрос о расчете сводов на действие горизонтальных нагрузок, направленных поперек моста, научно разрабатывался проф. E. Mörsch'ем [1], проф. В. А. Гастевым [2] и А. Г. Назаровым [3].

Сопоставляя полученные ими результаты точного расчета с результатами приближенного расчета по Техническим Условиям, А. Г. Назаров пришел к заключению, что приближенный расчет дает приемлемую для практики точность. Правда, это заключение идет в разрез с противоположным мнением В. А. Гастева. Однако, А. Г. Назаров показал, что заключение Гастева получилось в результате случайной ошибки, вкравшейся в формулу. Кроме того, А. Г. Назаров дает и другой простой способ определения изгибающего момента в пяте от действия горизонтальных сил, направленных поперек моста, которым он рекомендует заменить приближенный способ, предлагаемый Техническими Условиями. Способ заключается в том, что изгибающий момент в пяте определяется как момент всех горизонтальных сил, приложенных к полусводу относительно радиуса кривизны оси свода в пятовом сечении.

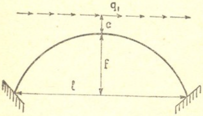
Таким образом, расчет мостового свода на действие горизонтальной нагрузки, направленной поперек моста, на данный момент являетея достаточно разработанным. Указанные методы расчета могут быть вполне применимы и к действию сейсмических сил. Остается решить вопрос относительно напряжений, возникающих в том случае, когда сейсмические силы направлены вдоль моста. В некоторой степени расчет на действие таких сил аналогичен расчету на силы торможения в железнодорожных мостах. Однако, здесь аналогия неполная и, кроме того, в литературе и Технических Условиях нет указаний относительно метода расчета на силы торможения. На практике пользуются слишком грубым расчетом, не имеющим достаточного теоретического обоснования. Поэтому мы поставили перед собой задачу восполнить пробел в этом отношении.

Прежде всего займемся вопросом о действии на свод горизонтальной продольной нагрузки, равномерно распределенной по горизонтальной прямой, расположенной выше оси свода (черт. 1). За лишние неизвестные принимаем внутренние силы в замке (черт. 2).

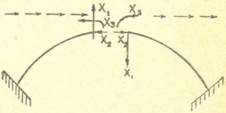
Канонические уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta_{m_1} + X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{21} + X_3 \delta_{31} &= 0, \\ \delta_{m_2} + X_1 \delta_{12} + X_2 \delta_{22} + X_3 \delta_{32} &= 0, \\ \delta_{m_3} + X_1 \delta_{13} + X_2 \delta_{23} + X_3 \delta_{33} &= 0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь значки при δ соответствуют четырем группам сил, действующих на основную статически-определимую систему: (m)—заданные силы q_1, (1)—силы $X_1=1$, (2)—силы $X_2=1$, (3)—силы $X_3=1$. Ввиду того, что в геомет-



Черт. 1.



Черт. 2.

рическом отношении основная система симметричная, группы же сил (2) и (3) симметричны, а (m) и (1) асимметричны, можем сразу записать:

$$\delta_{m_2}=\delta_{m_3}=\delta_{12}=\delta_{13}=0.$$

Подставляя в уравнение (1), имеем:

$$\delta_{m_1}+X_1\,\delta_{11}=0,$$

$$X_2\,\delta_{22}+X_3\,\delta_{32}=0,$$

$$X_2\,\delta_{23}+X_3\,\delta_{33}=0,$$

откуда

$$X_2=X_3=0,$$

$$X_1=-\frac{\delta_{m_1}}{\delta_{11}}. \tag{2}$$

Таким образом, требуется только определить X_1. Для этого имеем:

$$\delta_{m_1}=\int\frac{M_m M_1\,ds}{EJ}+\int\frac{N_m N_1\,ds}{EF}$$

$$=-2\int_0^{l/2}\frac{q_1x^2(c+y)\,ds}{EJ}+2\int_0^{l/2}\frac{q_1\,x\cos\alpha\sin\alpha\,ds}{EF},$$

$$\delta_{11}=\int\frac{M_1^2\,ds}{EJ}+\int\frac{N_1^2\,ds}{EF}=2\int_0^{l/2}\frac{x^2\,ds}{EJ}+2\int_0\frac{\sin^2\varphi\,ds}{EF}.$$

Подставляя в (2), получаем

$$X_1=q_1\frac{\displaystyle\int_0^{l/2}\frac{x^2(c+y)\,ds}{EJ}-\int_0^{l/2}\frac{x\cos\alpha\sin\alpha\,ds}{EF}}{\displaystyle\int_0^{l/2}\frac{x^2\,ds}{EJ}+\int_0^{l/2}\frac{\sin^2\varphi\,ds}{EF}}. \tag{3}$$

Практика расчетов показывает, что при действии на свод таких сил, которые, в основном, вызывают изгиб свода, влиянием продольных сил на деформации можно пренебречь. В данном случае мы как раз с таким случаем и имеем дело. Поэтому достаточно точные результаты получатся, если мы в выражении (3) для X_1 откинем вторые члены числителя и знаменателя, как выражающие влияние продольных сил. Тогда получим

$$X_1 = q_1 \left[c + \frac{\int_0^{l/2} \frac{x^2 y\, ds}{J}}{\int_0^{l/2} \frac{x^2\, ds}{J}} \right]. \tag{4}$$

Формула (4) пригодна для точных расчетов и применение ее не вызывает затруднений. Однако, расчет на продольные горизонтальные силы, как-то: силы торможения, сейсмические силы инерции может быть произведен упрощенно, с более существенной погрешностью в запас прочности. С этой целью мы делаем следующие допущения: во-первых, полагаем

$$ds = \frac{dx}{\cos\alpha} \simeq dx.$$

Во-вторых, очертание оси свода принимаем параболическим, т. е.

$$y = \frac{4f}{l^2}\, x^2$$

и, в-третьих, приводим расчет свода к расчету бруса постоянного сечения, имеющего некоторое осредненное значение момента инерции J. Тогда

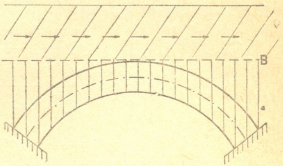
$$X_1 = q_1 \left[c + \frac{\frac{4f}{l^2}\int_0^{l/2} x^4\, dx}{\int_0^{l/2} x^2\, dx} \right] = q_1\,(c + 0{,}6\, f). \tag{5}$$

При этом получается весьма простое выражение для изгибающего момента в пятовом сечении

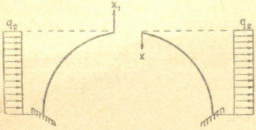
$$M_n = \pm \left[X_1 \frac{l}{2} - q_1 \frac{l}{2}\,(c + f) \right] = \mp\, 0{,}2\, q_1 f l. \tag{6}$$

Практика расчетов показывает, что, применяя формулу (6), мы получаем погрешность в запас прочности не свыше 15%, что для упрощенного расчета является приемлемым. Формула же (4) дает весьма большую точность (погрешность не превосходит $1^0/_0$).

К силам торможения вполне применима схема, представленная на черт. 1. Поэтому расчет на действие этих сил может быть произведен по формуле (6). Что же касается сейсмических сил инерции, то они распределены по всему объему свода и надсводной нагрузки. Однако, мы их можем разбить на две группы. К первой группе относим все силы, расположенные выше горизонтальной плоскости *AB*, проведенной через верхнее ребро сечения в замке (черт. 3). К этой группе сил относятся сейсмические силы, как соответствующие части надсводного строения, так и соответствующие подвижной нагрузке. Ко второй группе относим сейсмические силы, соответствующие самому своду и той части надсводного строения, которая расположена ниже плоскости *AB*. К первой группе сил вполне применимы выведенные нами выражения (3), (5), (6). Что касается второй группы сил, то, как показывают некоторые подсчеты, эти силы можно принять равномерно распределенными по вертикальной проекции оси свода. В случае сквозного надсводного строения такое предположение близко к действительности. Для сплошного надсводного строения оно дает весьма грубое приближение; но в таких случаях вопрос о расчете свода на продольные сейсмические силы инерции имеет менее актуальное значение. Кроме того, влияние второй группы сил мало по сравнению с влиянием сил первой группы, и поэтому учет их действия может быть грубо приближенным.



Черт. 3.



Черт. 4.

Обращаясь к черт. 4, имеем:

$$\delta_{m_1} = \int \frac{M_m M_1\, dx}{EJ} = -\, 2 \int\limits_0^{l/2} \frac{1}{EJ} \frac{q_2 y^2}{2}\, x\, dx,$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1^2\, dx}{EJ} = 2 \int\limits_0^{l/2} \frac{x^2\, dx}{EJ}.$$

Отсюда

$$X_1 = q_2 \frac{\int_0^{l/2} \frac{y^2 x\,dx}{2J}}{\int_0^{l/2} \frac{x^2\,dx}{J}}.$$

Считая ось параболической и, кроме того, вынося за знак интеграла осредненное значение J, имеем:

$$X_1 = q_2 \frac{\int_0^{l/2} \frac{16 f^2}{l} \frac{x^5\,dx}{2}}{\int_0^{l/2} x^2\,dx} = 0{,}5\, q_2 \frac{f^2}{l}. \tag{7}$$

Изгибающий момент в пятовом сечении

$$M_n = \pm \left[X_1 \frac{l}{2} - q_2 \frac{f^2}{2} \right] = \mp 0.25\, q_2 f^2. \tag{8}$$

Окончательно, суммируя (6) и (8), имеем

$$M_n = \mp (0{,}2\, q_1 fl + 0{,}25\, q_2 f^2) = \mp 0{,}2\, fl \left(q_1 + 1{,}25\, q_2 \frac{f}{l} \right). \tag{9}$$

Если мы учтем, что, вообще говоря,

$$q_1 > q_2$$

и, кроме того, $\frac{f}{l}$ существенно меньше единицы, то придем к выводу, что влияние второго члена невелико, и то допущение о законе распределений второй группы сейсмических сил, которое было нами сделано по черт. 4, не отразится на правильности результатов приближенного расчета.

Академия Наук Грузинской ССР

(Поступило в редакцию 4.3.1941)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. E. Mörsch. Der Eisenbetonbau. II. Band, 3. Teil, 1936.
2. В. А. Гастев. Расчет сводов на действие горизонтальных нагрузок.
3. А. Г. Назаров. Вопросы теории расчета мостовых сводов. Тифлис, 1934.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

БОТАНИКА

Т. А. КЕЗЕЛИ

О ВЛИЯНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РАЗВИТИЕ КАРТОФЕЛЯ

Работами акад. Т. Д. Лысенко установлено, что явление вырождения картофеля на юге СССР является следствием неблагоприятного воздействия высокой температуры на развитие клубней. На основе изучения этого явления акад. Лысенко разработал прием поздней посадки картофеля, уводящей его от влияния высокой температуры.

Вместе с тем имеются сведения, что среди сортов картофеля, культивируемых в Грузии, существуют и такие, которые, как будто, не показывают вырождения, хотя и культивируются из года в год самым обыкновенным способом. Одним из таких сортов называют сорт «Асуретский» (Лимертин), который благодаря этой своей особенности обратил на себя внимание акад. Лысенко.

Если действительно в Грузии имеются «невырождающиеся» сорта картофеля, то следует, конечно, их выявить, собрать, и вместе с тем изучить и выяснить такую хозяйственно ценную особенность.

Задачей нашего исследования являлось изучение физиологических особенностей подобного картофеля, путем сравнения с обычным, «вырождающимся» картофелем. Так как практически ценным у картофеля являются клубни, то основное внимание должно было быть обращено на развитие клубней. А так как явление вырождения, согласно работам Лысенко, связано с неблагоприятной высокой температурой, то естественно, что развитие картофеля должно было быть изучено в увязке с температурным режимом развития растений.

Объектами для исследования нами были взяты два резко отличных по требованию к температурной обстановке местных сорта картофеля: «Асуретский»—сравнительно низинный, не вырождающийся и «Розенбергский»—с высоких местностей, культивирующийся в Цалкинском районе[1]. Известно, что и на юге поздние сорта картофеля труднее поддаются вырождению; поэтому в опыт включен именно «Асуретский» сорт, так как он отнюдь не является поздним сортом (см. табл. 1).

[1] По сравнению с Асурети, в Цалкинском районе среднемесячная температура в период клубнеобразования в 1,3 раз меньше, а осадков 1,2 раз больше.

Характеристика взятых сортов

Таблица 1

Сорт	Сроки посева	Нормы посева в центнерах	Сроки выемки для хозяйствен. нужд	Сроки выемки для будущих посадок зимнего хранения	Урожай в центнерах
Асуретский	25.II—10.III	20—23	25.V—1.VI	20.VII—5.VIII	250 поливн. 100—170 неполив.
Розенбергский	15.IV—10.V	16—18	1.VIII—1.IX	1.X—15.X	93—126 неполивн.

К этой характеристике следует добавить, что в засушливый 1938 год «Асуретский» сорт на поливных участках дал 1087% урожая, на неполивных—275%, а в более богатом осадками 1939 году на поливных—870%, а на неполивных—675%. Здесь намечается тенденция к выравниванию урожая при одновременном понижении его на поливных участках и повышении на неполивных. «Розенбергский» картофель дает урожай в среднем 735%.

Взятые для опыта сорта картофеля были разбиты на четыре группы. Три из них выращивались при различном водоснабжении, последняя же—водная культура—в свою очередь была разделена на две группы, которые выращивались при различной температуре. Первые три группы были следующие: 1) высаженные в грунт (20 гнезд) с достаточным поливом; 2) высаженные в прикопанные вазоны (120 гнезд) с несколько затрудненным водоснабжением; 3) водные культуры (24 сосуда). Четвертая группа включала 16 сосудов, из коих 6 развивались при температуре 20—40°, а 10 при температуре 15—21°, в специально устроенных баках с водой, в первом случае с электрообогревом, во втором—с протоком водопроводной воды.

Посадочный материал был привезен из Асуретского совхоза им. Л. П. Берия и из Розенбергского колхоза им. «Германской Компартии». Посадка была начата 28 апреля 1939 года в грунт, затем в вазоны (23.V) и позднее в вегетационные сосуды (1.VI). Высаженный картофель частично погиб, причем наиболее пострадали водные культуры. Таким образом, сроки посадки, число реальной повторности и некоторые другие даты опытов приведены в таблицах 2 и 3.

Отметим, что «Асуретский» сорт во всех условиях, созданных нами для произрастания (грунт, вазоны и водные культуры), несмотря на большую разность температурных и почвенных условий, дал проростки на 12-й день, тогда как «Розенбергский» дает в прорастании некоторое колебание.

Даты опытов

Таблица 2

Вариант опыта	Сорта	Высажено	Осталось	% выпада	Срок посадки	Начало прорастания	Начало цветения	Уборка
Грунт	Асуретский	10	10	0	28.IV	10.V	9.VI	15.X
	Розенбергский	10	10	0		16.V	13.VI	
Вазоны	Асуретский	60	58	3,3	29.V	10.VI	7.VII	16.X
	Розенбергский	60	59	1,7				
Водные культуры	Асуретский	20	7	65	1.VI	13.VI	22.VIII [1]	22.X
	Розенбергский	20	14	30		10.VI	25.VIII [2]	

Температурные условия опыта в лаборатории

Таблица 3

	Июль			Август			Сентябрь			Октябрь		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
1. Грунтовая культура (на глубине 17 см)	—	23,28	23,9	23,2	23,55	21,6	20,52	19,4	16,5	15,65	13,88	—
2. Водная культура: контр.						27,1	21,85	24,59	22,17	17,77	15,85	
тепл.		27,53	27,66	24,74	26,52	39,4	39,7	29,2	26,8	25,1	20,1	—
холодн.						20,96	19,58	21,4	20,04	16,1	14,7	—
Разность между «теплым» и «холодным» вариант.						18,4	20,1	7,8	6,8	9,0	5,4	—

Цифровые результаты опыта сведены в таблицах 4 и 5.

Урожай при различной культуре

Таблица 4

Вариант опыта	Сорта	Посажено		Убрано		Прибавка в %	
		Колич. клубней	Вес в г	Колич. клубней	Вес в г	Колич. клубней	Вес в г
В грунту	Асуретский	9	1570,9	179	4348,0	1877	277
	Розенбергский	20	1512,0	217	9315,8	1085	616
В вазонах	Асуретский	34	1969,0	189	2412,3	556	123
	Розенбергский	32	1612,7	191	2346,4	597	145
В водных культурах (контрольн. сосуды)	Асуретский	1	34,90	12	90,10	1200	251
	Розенбергский	4	154,60	40	194,10	1000	126

[1] Теплая ванна.

[2] Холодная ванна.

Урожай в «теплом» и «холодном» вариантах опыта
(среднее для одного растения)

Таблица 5

Сорта	Вариант опыта	Вес посажен. клубней		Воздушно сухой вес надземн. частей	Воздушно сухой вес корней	Воздушно сухой вес столонов	Сырой вес клубней		Число столонов	Число клубней	
		в г	кол				в г	% от посадки		Абс.	% от посадки
Асуретский	тепл.	38,77	1	9,48	2,43	0,72	45,27	116,76	12,7	21,0	2100
	холод.	57,55	1	8,93	3,88	0,90	49,7	131,02	9,3	6,75	675
отн.	тепл./холод.	1,0325	1	1,0616	0,626	0,8	0,9108	0,891	1,365	3,11	3,11
Розенбергский	тепл.	38,13	1	11,3	3,08	1,38	46,37	121,61	14	12,0	1200
	холод.	37,63	1	13,9	5,18	1,53	53,12	141,17	15	17,5	1750
отн.	тепл./холод.	1,0133	1	0,813	0,595	0,902	0,873	0,862	0,933	0,685	0,685

При рассмотрении результатов опыта следует иметь в виду, что они имеют лишь приближенное значение, так как повторности в опыте не были достаточными и результаты опыта не дают сглаженности. Тем не менее тенденцию в характерном для взятых сортов направлении установить все же возможно.

Прежде всего отметим, что «Розенбергский» сорт в условиях опыта с почвой давал более высокий урожай, чем «Асуретский». Разница особенно сильно выражена при культуре в грунту. В горшечной культуре различие между ними значительно сглажено.

Развитие растений в водных культурах было очень слабое и сопровождалось большим отпадом, который был сильнее у «Асуретского» сорта. Культура в теплой ванне сильнее угнетала «Розенбергский», хотя и здесь урожай (проц. прибавки веса) его был выше «Асуретского». Теплая ванна особенно сильно сказалась на уменьшении веса надземной массы, числе столонов и числе клубней.

Проведенный опыт позволяет нам сделать следующие выводы:

1. В условиях опыта «Асуретский» сорт картофеля не проявил своего превосходства над «Розенбергским» в смысле урожайности.

2. Более высокая температура сильнее сказывается на «Розенбергском» сорте. Асуретский показал бóльшую стойкость.

3. У розенбергского картофеля высокая температура отрицательно сказывается на числе столонов, числе клубней и особенно на развитии надземной массы.

4. Напротив, у асуретского картофеля при высокой температуре лучше развивается надземная масса, образуется больше столонов и клубней, чем при более низкой температуре.

Грузинский Филиал АН СССР
Тбилисский Ботанический Институт
Отдел анатомии и физиологии растений

(Поступило в редакцию 7.12.1940)

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ЗООЛОГИЯ

Я. Д. КИРШЕНБЛАТ

НОВЫЙ ЛЕНТОЧНЫЙ ЧЕРВЬ ИЗ ЗАКАВКАЗСКИХ ПОЛЕВОК

Andrya (s. str.) montana, sp. n.

Диагноз вида: длина тела до 65 мм, максимальная ширина около 3 мм. Самая длинная целая стробила состояла из 185 члеников. Передние членики сильно поперечные, их ширина почти в 4 раза превышает длину; средние членики постепенно становятся длиннее, их ширина лишь в 3 или 2 раза больше длины; ближе к заднему концу членики расширяются, и отношение длины к ширине снова становиться 1:4; наконец, самые последние членики, содержащие зрелые яйца, постепенно делаются продольными.

Сколекс небольшой, шаровидный, со слабо выступающими присосками (рис. 1). Диаметр сколекса 0,365 мм, его длина 0,265—0,332 мм. Диаметр присосок 0,182 × 0,116 мм. Длина шейки 0,830—0,979 мм, толщина шейки в самом узком месте 0,249—0,315 мм.

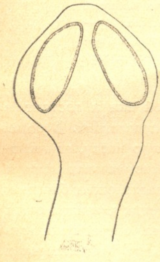


Рис. 1 *Andrya montana*, sp. n. Сколекс.

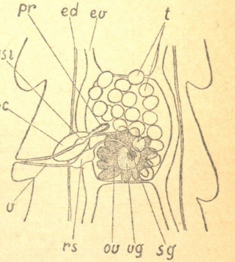


Рис. 2. Проглоттида из передней части стробилы (графическая реконструкция). *t*—семенники, *pr*—prostata, *bc*—bursa cirri, *vsi*—vesicula seminalis interna, *ov*—яичник, *vg*—желточник, *sg*—скорлуповая железа, *rs*—receptaculum seminis, *v*—vagina, *ed*—дорзальный выделительный канал, *ev*—вентральный выделительный канал.

Зачатки половых органов закладываются в самых передних члениках. Все половые отверстия расположены по одну сторону стробилы. Семенники в более молодых члениках (рис. 2) расположены преимущественно в передней части проглоттид, занимая все пространство впереди яичника между выделительными каналами; часть семенников заходит по апоральной стороне членика и в заднюю часть проглоттиды почти до уровня заднего края яичника. В более зрелых члениках, где сильно развит яичник, а матка уже приобретает мешковидную форму, все семенники расположены в апоральной половине членика, дорзально, впереди и апорально от яичника, причем часть из них значительно заходит за уровень вентральных выделительных каналов (рис. 3). Количество семенников варьирует от 20 до 25 в члениках одной и той же стробилы. Диаметр семенников 0,058—0,007 мм. Семепровод не образует наружного семенного пузырька. Имеется трубчатая простатическая железа, расширяющаяся к своему слепому концу; она впадает в семепровод перед вхождением его в bursa cirri. Максимальная длина простатической железы 0,116 мм. Длина bursa cirri 0,131 мм при ширине в 0,070 мм, длина vesicula seminalis interna 0,066 мм, при ширине в 0,046 мм.

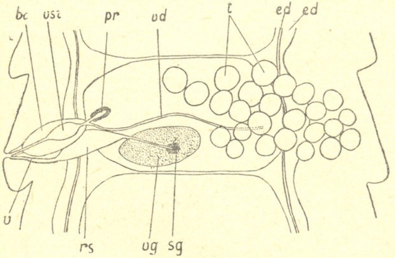


Рис. 3. Зрелая проглоттида. (Графическая реконструкция. Яичник и матка не изображены). *t*—семенники, *vd*—vas deferens, *pr*—prostata, *bc*—bursa cirri, *vsi*—vesicula seminalis interna, *vg*—желточник, *sg*—скорлуповая железа, *rs*—receptaculum seminis, *v*—vagina, *ed*—дорзальный выделительный канал, *ev*—вентральный выделительный канал.

Яичник в более молодых члениках имеет лопастной вид и состоит из 12—15 лопастей, радиально расходящихся во всех направлениях. В более зрелых члениках лопасти сливаются в общую полукруглую массу, занимающую почти все среднее поле проглоттиды (рис. 4). Максимальная ширина яичника 0,431 мм. Желточник, шириною в 0,183 мм, расположен ближе к поральной стороне членика. Receptaculum seminis в зрелых члениках очень большой, грушевидный, длиною в 0,216 мм, расположен впереди желточника и значительно заходит вбок за уровень вентральных выделительных каналов. Влагалище расположено позади bursa cirri, в одной плоскости с ним, его стенки покрыты снаружи железистыми клетками. Матка в члениках, не достигших зрелости, сетчатая, позднее же становится мешковидной. Диаметр яиц 0,046—0,050 мм, длина грушевидного аппарата 0,027—0,035 мм, его ширина 0,019 мм.

Вентральные выделительные каналы имеют в диаметре до 0,035 мм, доразальные выделительные каналы—0,0075 мм; поперечные перемычки очень тонкие.

Хозяева: *Microtus arvalis transcaucasicus* Sat. и *Chionomys nivalis* Mart.

Локализация: тонкие кишки.

Географическое распространение: Грузия; сел. Кошкатала, Башкичетского района (найден Зоологическим отрядом Грузинского Филиала АН СССР в июле и августе 1939 г. у четырех *Microtus arvalis transcaucasicus* Sat.); Армения: окр. сел. Налбанд, Спитакского района (у одной *Chionomys nivalis* Mart., 16.IX.1936. Я. Киршенблат).

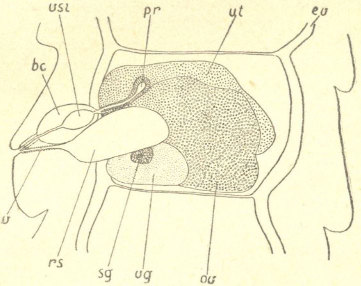


Рис. 4. Зрелая проглоттида с вполне развитым яичником. (Графическая реконструкция. Семенники и дорзальные выделительные каналы не изображены). *pr*—prostata, *bc*—bursa cirri, *vsi*—vesicula seminalis interna, *ov*—яичник, *vg*—желточник, *sg*—скорлуповая железа, *rs*—receptaculum seminis, *v*—влагалище, *ut*—матка, *ev*—вентральный выделительный канал.

Andrya montana очень близка к американскому виду *Andrya primordialis* Douthitt (1915), паразитирующему у *Sciurus hudsonica*, *Evotomys gapperi galei*, *Microtus pensylvanicus* и *Peromyscus* sp. Она отличается от него формой сколекса и меньшим количеством семенников. От европейских видов—*Andrya rhopalocephala* (Riehm) и *A. cuniculi* (Blanchard), паразитирующих у зайцев и кроликов и также относящихся к подроду *Andrya s. str.* Kirschenblatt (1938), *A. montana* sp. n. отличается гораздо меньшей длиной и шириной стробилы, меньшими размерами bursa cirri и значительно меньшим количеством семенников.

Ленинградский Государственный Университет
Кафедра Зоологии

(Поступило в редакцию 10.3.1941)

ZOOLOGIE

EIN NEUER BANDWURM DER TRANSKAUKASISCHEN WÜHLMÄUSE

Von J. D. KIRSCHENBLATT

Zusammenfassung

Andrya (*s. str.*) *montana*, sp. n. Länge bis 65 mm. Maximale Breite beinahe 3 mm. Scolex klein, kugelförmig, 0,365 mm im Durchmesser. Durchmesser der Saugnäpfe 0,182×0,116 mm. Geschlechtsöffnungen unilateral. Zahl der Hoden schwankt von 20 bis 25. Bursa cirri 0,131 mm lang und 0,070 mm breit. Rohrförmige prostatische Drüse vorhanden. Uterus in unreifen Gliedern netzförmig, später sackförmig. Durchmesser der Eier 0,046—0,050 mm.

Im Dünndarm von *Microtus arvalis transcaucasicus* Sat. und *Chionomys nivalis* Mart. in Georgien und Armenien. Mit *Andrya primordialis* Douthitt nahe verwandt, unterscheidet sich durch die Form des Scolex und durch die geringere Hodenzahl.

Leningrader Staatliche Universität

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲛᲑᲔ, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ЗООЛОГИЯ

А. А. САРКИСОВ

О ГЕОГРАФИЧЕСКОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ OVIS OPHION ARMENIANA NAS.

Наши наблюдения над распространением армянийской расы *Ovis ophion* Blyth ограничиваются районами его обитания в горах юго-восточного Закавказья (Армянская ССР и Нах. АССР) и территорией северо-западного Ирана (провинция Иранский Азербайджан).

Н. В. Насонов [3] считает горы Восточного Закавказья северной границей обитания этой расы, принимая за центр ее распространения Баязетский санджак в Турции. Мы же, на основании наших исследований [5], склонны думать, что центром ареала распространения *Ovis ophion armeniana* Nas. являются горы Макино-хойского района в Иране (северо-восточный Азербайджан), а Баязетский санджак является лишь одним из углов северо-западной части площади обитания животного.

В Турции дикие бараны встречаются на Агридагском хребте, причем до Карсского плато животные не доходят. По словам К. А. Сатунина [7], на западных склонах Агридагского хребта дикие бараны бывают только зимой.

Южная граница до сих пор еще не выяснена, но нам известно, что дикие бараны водятся на Решид-даге у восточного берега оз. Ван (Турция), в районе Чатаха (Турция, южный берег оз. Ван), на Авин-даге (Иран, район Ханасур), Перхин-даге (Иран, западный берег оз. Урмия) и совершенно не встречаются южнее района Хане (Иран, Курдистан).

Трудно согласиться с Н. В. Насоновым, что восточную границу ареала распространения *Ovis ophion armeniana* Nas. составляют окрестности гор. Хой (Иран), ибо типичные армянийские муфлоны водятся не только восточнее гор. Хой (район Салмаста, горы близ селений Файаджук, Автван и др.), но и в горах восточного берега оз. Урмия вплоть до возвышенности Саанд-даг, находящейся южнее гор. Тавриз. Южнее гор. Мараги (Иран) диких баранов нет, но по всему северо-западному Ирану, как было сказано, от местности Хане до правого берега р. Аракса распространен типичный *Ovis ophion armeniana* Nas.

По левому берегу р. Аракса муфлоны держатся в окрестностях гор. Ордубата и Джульфы, а в Иране на правом берегу реки—только в Дарашамских горах (западная часть Карадагской горной системы), дальше на восток, ни в Карадагских горах, ни на Савалан-даге бараны вообще не встречаются. Указание Н. В. Насонова [3] относительно распространения в горах Карадага и Савалана двух рас вида *Ovis gmelini* Blyth, а именно *O. gmelini erskinei* Ley и *O. gmelini urmiana* Guenth. подлежит серьезной проверке.

В Зоологическом Музее Академии Наук СССР существует один левый рог (футляр и стержень) за № 12180 с этикеткой—«♂ Персия, Савалан, кочевки Верхних Андов, *O. urmiana erskinei* Ley коллектор Фон-Вик». Видимо, этот рог послужил для Н. В. Насонова основой предположения о распространении дикого барана *O. gmelini erskinei* Ley на горе Савалан. Но, во-первых, кочевки Верхних Андов находятся не в районе горы Савалан-даг, а недалеко от сел. Сераб на Карадагских горах, а во-вторых, в этом районе встречаются дикие бараны редко, притом только животные расы *Ovis ophion armeniana* Nas., и указанный рог двухлетнего самца есть типичный экземпляр для армениской расы, а не для *O. gm. erskinei* Ley. Считаем не вполне точным предположение Н. В. Насонова, созданное на основании исследования этого материала, о наличии в Савалан-даге дикого барана *O. gmelini erskinei* Ley.

Далее, *Ovis gmelini urmiana* Guenth.—исключительно островная форма, которая живет только на о-ве Коюн-даг (Иран, оз. Урмия). Она отличается от соседних рас диких баранов сравнительно небольшим ростом, окраской, менее развитой гривой и иным направлением роговой спирали. Возможно, что эта раса образовалась вследствии выпуска на указанный остров различных форм диких баранов в целях создания охотничьего хозяйства для царских охот. Подобное разведение дичи в замкнутых хозяйствах Ирана практикуется до настоящего времени (заповедник на склоне г. Демавенда, севернее гор. Тегерана, является местом шахской охоты, куда выпускается пойманная и доставленная сюда дичь из разных районов Ирана).

Урмийский дикий баран—*O. gmelini urmiana* Guenth. требует более детального изучения, так как он совершенно не похож на тех диких баранов, которые водятся в северо-западном Иране.

На отрогах Савалан-дага, т. е. в районе Ардебиля (Иран), бараны вообще не встречаются; они появляются только на Эльбурцском хребте (в Гиляне), но уже резко отличаются от армениских муфлонов; это—*O. gm. erskinei.*

Ovis ophion armeniana Nas. встречается еще в значительном количестве в районе гор. Маранда и Тавриз (Иран). Здесь наиболее населенными муфлонами местностями считаются те же западные отроги Карадагских гор от Иранской Джульфы до гор. Маранда и северные ветви Саанд-дага, окружающие гор. Тавриз.

Как было сказанно, Н. В. Насонов [3] считает, что уже на правом берегу р. Аракса в районах Карадага живет совершенно другой вид барана, а именно *O. gm. erskinei* Ley, и предполагает, что река Аракс является препятствием между районами распространения этих двух видов диких баранов. По мнению автора, муфлоны якобы «боятся» реки и поэтому не сообщаются с противоположным берегом. Мы же считаем, что река Аракс не служит преградой для общения карадагских муфлонов с закавказскими, ибо через реку ежегодно переправляются большие стада диких баранов в ту и другую сторону. Эти кочевки носят регулярно-сезонный характер. Подобные массовые кочевки через реку Аракс нам известны из двух пунктов: 1) муфлоны недалеко от сел. Джейранлы переправляются через реку Аракс в Иран и двигаются на Дарашамские горы (Карадаг) и 2) переправляясь через реку Аракс, попадают частью на Кареинское плато (Иран, Макинский район), частью направляются на южные склоны горы Арарат и частью на равнины Баязетского санджака. Такие же переселения муфлонов нами отмечены в Иране [5] в районе Техаргана (Марага, восточный берег Урмийского озера). Возможно, что эти кочевки вызываются более суровыми климатическими условиями зимнего периода в местностях, в которых обитают муфлоны в Армении и Нах. АССР, по сравнению с таковыми же условиями, существующими южнее в районах Ирана и Турции. С другой стороны, ведь та же река Аракс, протекающая у подошвы Агридагского хребта, не препятствовала распространению *Ovis ophion armeniana* Nas. как на территории Турции, так и Закавказья, на что указывает сам Н. В. Насонов.

В нашей работе [6] мы указываем что как карадагские, так и вообще муфлоны, населяющие северо-западный Иран, тождественны с армянской расой, и поэтому считаем, что среди них искать представителей вида *O. gmelini* Blyth. неправильно.

Что касается нахождения муфлонов у горы Алагез (сел. Мастара, Армянской ССР), как об этом сообщает Н. В. Насонов [3], доводящий, таким образом, северную границу распространения *Ovis ophion armeniana* до горы Алагез, то вопрос этот требует основательной проверки: по крайней мере, жители этого района не имеют представления о диком баране, и никаких конкретных данных, подтверждающих его наличие там, не имеется.

Материал (череп с рогами, № 11504) Зоологического Музея Академии Наук СССР, доставленный Е. В. Пфиценмайером из села Мастара, на чем основывался Н. В. Насонов при описании ареала распространения *Ovis ophion armeniana* Nas., является не убедительным.

Наиболее северным пунктом распространения дикого барана в Закавказьи следует считать возвышенность Айдохмаз (Армянская ССР).

Основным местонахождением *Ovis ophion armeniana* Nas. в Закавказье является Сарайбулагский хребет в Вединском районе, начиная от горы Айдохмаз, а также хребет Западно-Даралагезский и Приараксинские горы в пределах Нах. АССР. Звеном, соединяющим места обитания муфлонов в Армении и в Нах. АССР, является ущелье Курт-баба, сходящееся, как известно, с ущельем притоков реки Восточного Арпачая, и идущего до пастбищного массива Казань-яйла, где соединяется своими ответвлениями с ущельем Каракуш в Нах. АССР.

Нужно отметить, что чем ближе к юго-востоку, тем численность муфлонов возрастает. На территории Армянской ССР и Нах. АССР муфлоны больше всего водятся в районах Каракуша, Чалхана и на Сары-даге. Летом, когда самцы уходят к западу и поднимаются на возвышенности, самок с ягнятами можно еще найти близ сел. Лизбюрд, Бузгоф и др.

Флора области распространения *Ovis ophion armeniana* Nas., по А. А. Гроссгейму [1], состоит из следующих растительных группировок:

1. Полынная полупустыня (Artemisetum, преимущественно Henseniamae).
2. Солянковая полупустыня из более галофильных солянок (преимущественно *Salsola crassa*, *Gamantus pilosus*, *Petrosimonia brachiata* и др.).
3. Солянковая полупустыня на предгорных склонах (*Artemisieto-salsoletum nodulosae*).
4. Ксерофильная растительность типа гариги и фреганы.
5. Горно-степная растительность со злаковым дерном и большой примесью ксерофитов.
6. Субальпийская и альпийская растительность.

Муфлоны вообще менее оседло живущие животные, чем безоаровые козы (*Capra aegagrus blythi* Humme). Они, как правило, избегают субальпийских и альпийских лугов, чаще всего держатся в районах горно-степной и ксерофильной растительности.

Необходимо отметить также, что в районах лиственных лемов (Мегры), никогда не было случая появления муфлонов даже в период суровых зим, когда животные, отыскивая себе корм, спускаются с гор.

Муфлоны постоянно ищут новые места с лучшими кормами, с более прохладным летом и с более теплой зимой и, таким образом, переходят с места на место. Обычно муфлоны живут в наиболее отдаленных от человеческих поселений высокогорных участках. Они предпочитают горные полупустыни и, как правило, избегают глубоких ущелий и скал. Поэтому, неправильно мнение охотников о том, что муфлоны живут на скалах вместе с безоаровыми козлами.

Летом, в знойную пору, муфлоны поднимаются в область горных вершин; зимою же спускаются в предгорья, нередко используя при этом озимые поля в качестве временного пастбища. Глубокие снега заставляют иногда муфлонов подходить близко к поселениям, причем бывают случаи, когда они забираются в села и даже в города. Наблюдались случаи, когда зимою муфлоны присоединялись к стадам домашних овец.

Для описанной области верхней границей вертикального распространения муфлона является, вероятно, область вечных снегов. На территории расселения *Ovis aphion armeniana* Nas. находятся следующие горы, склоны которых в большинстве случаев являются местом обитания диких баранов: Большой Арарат (5155), Малый Арарат (3914), Саанд-даг (3545), Яглу-дара (3856), Перхин-даг (3700), Авин-даг (3470), Решид-даг (3800), Дарашам (2000), Багарсаг (1986), Сардарбулаг (2290), Каракуш (2617), Курт-баба (2488).

Муфлоны водятся на высоте от 1954 м над уровнем моря (г. Дары-даг) до 3856 м (Яглу-дара). Нижней границей распространения муфлона является, повидимому, средняя высота Садаракской равнины (около 850 м над уровнем моря).

Согласно утверждению Н. Я. Динника [2], в Зорских горах муфлон доходит до 4575 м над уровнем моря.

Вполне возможно, что дикий баран летом забирается даже в область вечных снегов, как на это указывает Г. И. Радде [4].

Выводы

Ovis ophion armeniana Nas.—один из трех географических рас кипрского дикого барана *Ovis ophion* Blyth.

Н. В. Насонов считает горы юго-восточного Закавказья северной границей распространения этой расы, принимая за центр ареала Баязетский санджак в Турции. Далее указанный автор находит, что на правом берегу реки Аракса (в Иране) живут две расы дикого барана Гмелина, а именно *Ovis gmelini erskinei* Ley и *Ovis gmelini urmiana* Guenth. Для *Ovis ophion armeniana* Nas. Н. В. Насонов определяет крайним северным пунктом распространения гору Алагез.

Наши исследования показали:

1. Центр распространения *Ovis ophion armeniana* Nas. есть Макинохойский район в Иранском Азербайджане, а Баязетский санджак является одним из мест обитания этой расы.

2. На правом берегу реки Аракс по всему северо-западному Иранскому Азербайджану живет типичный *Ovis ophion armeniana* Nas. Животные из Иранского Азербайджана тождественны с таковыми же в Турции, Армении и Нах. АССР.

3. Река Аракс не является преградой для общения меж собой иранских диких баранов с закавказскими, так как ежегодно большие стада диких баранов кочуют через реку Аракс в Иран и обратно в Закавказье.

4. *Ovis gmelini erskinei* Ley в Иране появляется только на Эльбурцском хребте (в Гиляне, Мазандеране), на горе же Савалан-даг его нет.

5. *Ovis gmelini urmiana* Guenth. есть строго островная форма, живущая только на о-ве Коюн-даге в Урмийском озере, и многим отличается от тех видов и форм, которые распространены в Северном Иране.

6. Крайним северо-западным пунктом распространения расы *Ovis ophion armeniana* Nas. есть гора Айдохмаз на Сарайбулагском хребте в Армянской ССР. Что касается горы Алагез, то там диких баранов нет.

Дикие бараны ежегодно совершают массовые кочевки, вызываемые климатическими условиями и кормовыми ресурсами.

Нам удалось констатировать три пункта массовых кочевок диких баранов.

Дикие бараны держатся отдаленно от населенных пунктов и, как правило, предпочитают места с горно-степной и ксерофильной растительностью.

Вертикальное распространение *Ovis ophion armeniana* Nas. следует считать от 850 м над уровнем моря до области вечных снегов.

Грузинский Институт
Экспериментальной Ветеринарии
Тбилиси

(Поступило в редакцию 3.12.1940)

ZOOLOGIE

ÜBER DIE GEOGRAPHISCHE VERBREITUNG DER OVIS OPHION ARMENIANA NAS.

Von A. SARKISOFF

Zusammenfassung

Ovis ophion armeniana Nas. bildet eine der drei geographischen Rassen des wilden Hammels *Ovis ophion* Blyth von Cypern.

N. Nasonoff betrachtet die Berge des südöstlichen Transkaukasiens als die nördliche Verbreitungsgrenze dieser Rasse, wobei er als Mittelpunkt des Areals den Sandschak Bajazeth in der Türkei annimmt. Weiter findet dieser Verfasser, dass am rechten Ufer des Araxes (im Iran) zwei Rassen des wilden Hammels von Gmelin leben, und zwar: *Ovis gmelini erskinei* Ley und *Ovis gmelini urmiana* Guent. Für *Ovis ophion armeniana* Nas. bestimmt N. Nasonoff als äussersten nördlichen Punkt der Verbreitung den Berg Alagös.

Die Untersuchungen des Verf. ergaben:

1. Der Mittelpunkt der Verbreitung von *Ovis ophion armeniana* Nas. ist das Gebiet von Makin-choi im Iraner Aserbeidschan; der Sandschak von Bajazeth bildet einen der Wohnorte dieser Rasse.

2. Am rechten Ufer des Araxesflusses im ganzen nordwestlichen Iraner Aserbeidschan lebt die typische *Ovis ophion armeniana* Nas. Die Tiere aus dem Iraner Aserbeidschan sind mit denjenigen aus der Türkei, Armenien und des Nachitschewaner autonomen Gebiets identisch.

3. Der Araxesfluss bildet kein Hindernis für den Verkehr der Iraner wilden Hämmel mit den transkaukasischen, da alljährlich grosse Herden der wilden Hämmel durch den Araxes nach dem Iran und zurück nach Transkaukasien wandern.

4. *Ovis gmelini erskinei* Ley. tritt im Iran nur auf dem Bergrücken von Elburs (in Giljan, Masanderan) auf und fehlt am Sawalan-Dag-Berge.

5. *Ovis gmelini urmiana* Guenth. ist eine streng insularische Form, die nur auf der Insel Kojun-Dag im Urmisee lebt und in vielem von denjenigen Arten und Formen abweicht, die im Nordiran verbreitet sind.

6. Der äusserste westliche Verbreitungspunkt der Rasse *Ovis ophion armeniana* Nas. ist der Berg Aidochmas auf dem Bergrücken von Saraibulag in der Armenischen SSR. Was den Alagösberg betrifft, so gibt es dort keine wilden Hämmel.

Die wilden Hämmel unternehmen jährlich grosse Wanderungen, die durch klimatische Verhältnisse und Futtermittel verursacht werden.

Es ist dem Verf. gelungen, drei Stellen dieser Massenwanderungen festzustellen.

Die wilden Hämmel halten sich von den bewohnten Orten fern und bevorzugen Orte mit gebirgs-steppenartigem und xerophilen Pflanzenwuchs.

Die vertikale Verbreitung der *Ovis armeniana* Nas. ist von 850 M. ü. d. M. bis zu den Gebieten des ewigen Schnees zu halten.

Institut experimentellen Tierheilkunde
der Georgischen SSR
Tbilissi

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ZITIERTE LITERATUR

1. А. А. Гроссгейм. Краткий очерк растительного покрова ССР Армении, 1928.
2. Н. Я. Динник. Звери Кавказа. Зап. Кавк. Отд. Географ. Общ., кн. XXVII, 1910.
3. Н. В. Насонов. Географическое распространение диких баранов Старого Света, 1923.
4. Г. И. Радде. Die Sammlungen des Kaukasischen Museum. Museum Caucasica, I, 1899.
5. А. А. Саркисов. Армениийский муфлон Насонова (рукопись).
6. А. А. Саркисов. Копытные Малого Кавказа (рукопись).
7. К. А. Сатунин и Н. В. Туркин. Звери России, 1904.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ისტორია

ი. სურგულაძე

საგვარეულო წყობილების ორგანოების აღმნიშვნელი ტერმინები ძველ ეგვიპტურ ენაში. III[1]

უძველესი ეგვიპტის სოციალური და პოლიტიკური ევოლუციის ცალკე საფეხურების აღდგენის თვალსაზრისით საგულისხმო დასკვნების მიღება შეიძლება იმ საპატიო თუ თანამდებობრივ სახელწოდებათა განხილვის გზით, რომლითაც ისტორიულ პერიოდში გაერთიანებული ეგვიპტური სამეფოს ნომთა მმართველები იყვნენ აღჭურვილი. ამ ტიტულატურის შესწავლას განსაკუთრებული მნიშვნელობა იმიტომ აქვს, რომ ყველაზე მეტად საალბათო ჰიპოთეზის თანახმად, სწორედ ნომი წარმოადგენდა ტერიტორიულ ერთეულს, რომლის მასშტაბითაც გაიშალა ძველი ვგვიპტური საზოგადოების პოლიტიკური ფორმირების პირველადი პროცესი[2], ვიდრე იგი ხანგრძლივი ისტორიული ცვალებადობის გზით ერთი მთლიანი სამეფოს შექმნამდე მივიდოდა; ბუნებრივია, რომ ამ ისტორიული პროცესის ცალკე ეტაპები ამა თუ იმ ფორმით უნდა ასახულიყვნენ სოციალური ფუნქციის თუ თანამდებობრივი მდგომარეობის აღმნიშვნელ ცნებებში, რომელნიც ნაწილობრივ წინა კლასობრივი პერიოდიდან არიან შემონახული, ნაწილობრივ-კი პირველადი კლასობრივი საზოგადოების წიაღში აღმოცენდნენ. და რადგანაც დინასტიური პერიოდის ნომარქები პირდაპირ დამოუკიდებელი ნომების (resp. ნომთა კონფედერაციების) მეთაურთა ისტორიული მემკვიდრეები იყვნენ, ხოლო არაპირდაპირ-კი საგვარეულო წყობილების გარკვეულ ორგანოს უკავშირდებოდნენ, ეგვიპტური საზოგადოების უძველესი სოციალური და პოლიტიკური ევოლუციის თითოეულმა ეტაპმა სწორედ ამ თანამდებობაზე დასტოვა თავისი კვალი სამსახურებრივი კომპეტენციის თუ საპატიო ტიტულის გამომხატველი ტერმინების სახით. ეს უკანასკნელნი, ამგვარად, სოციალური სინამდვილის ამსახველი წარმოდგენების და ცნებათა ქრონოლოგიური თანმიმდევრობით გამომუშავებულ კომპლექსს გვიჩვენებს, რომლის თითოეული შრე ეგვიპტური საზოგადოების პოლიტიკური განვითარების ცალკე საფეხურის შესახებ გარკვეული და მნიშვნელოვანი დასკვნებისათვის იძლევა საფუძველს.

---

[1] შრომის I და II ნაწილი იხ. „მოამბის“ I ტ., ნაკვ. 8, (გვ. 629—636) და ნაკვ. 10, (გვ. 771—778).

[2] ეს საკითხი სპეციალურ განხილვას მოითხოვს და მასზე აქ ვერ შევჩერდებით. ჩვენ განზრახული გვაქვს ახლო მომავალში მას სპეციალური ნარკვევი მივუძღვნათ, რომელშიც ზევით მოყვანილი დებულების დასაბუთების ცდა იქნება მოცემული.

ის, რაც ბერძნულ ენაზე ნომარქის სახელწოდებით აღინიშნებოდა, ძველ ეგვიპტურში ერთ შესატყვის ტერმინს არ პოულობს; პირიქით, ნომის მმართველის თანამდებობის აღსანიშნავად აქ მრავალ ტერმინს ვხვდებით, რომელნიც სემანტიკური ნიშნის მხრივ აშკარად განსხვავდებიან ერთმანეთისაგან და ამასთან ერთად, მათი წარმოშობის მიხედვით გარკვეულ თანმიმდევრობას გვიჩვენებენ. მაგ., ისეთი ტიტულები, როგორიცაა tpj ḳhr nswt („მეფის შემდეგ პირველი“) ([1], გვ. 123), s'mr w'·tj („ერთადერთი მეგობარი“ მეფისა) ([2], [3]; [4], გვ. 269—270; [5], გვ. 174), ḥḳ3 nswt („მეფის მმართველი“), რომლებსაც ნომარქები ატარებდნენ ვითარცა ḥḳ3 ḥt ʿ3t sp·t („ნომის მმართველები“) ([6], გვ, 243) აშკარად მთლიანი სამეფოს წარმოშობის შემდეგ არიან აღმოცენებული, ე. ი. ეგვიპტური საზოგადოების პოლიტიკური განვითარების შედარებით მოგვიანო საფეხურს ასახავენ, ვინაიდან მათში უკვე ნაგულისხმევია ფარაონის განსაკუთრებული მდგომარეობა სახელმწიფოს თეოკრატულ-დესპოტური პოლიტიკური სისტემის შიგნით და ნომების საბოლოო გადასვლა მთლიანი სამეფოს უბრალო ადმინისტრაციულ-ტერიტორიული ერთეულის მდგომარეობაში. დაახლოებით ამავე პერიოდს შეიძლება მივაკუთვნოთ აგრეთვე ტერმინი s'ǩm t3 („მხარეს მმართველი“), რომელიც თუმცა პირდაპირ არ მიუთითებს ფარაონის შეუზღუდველ ხელისუფლებაზე, მაგრამ თავისი შინაარსით უდავოდ გულისხმობს უკანასკნელისადმი დაქვემდებარებულს სახელმწიფო მოხელეს, რომელიც მთლიანი სამეფოს ტერიტორიის მხოლოდ გარკვეულ ნაწილს მართავს.

მეორე წყების ტერმინები, რომელნიც აგრეთვე ნომარქის მთლიან ტიტულატურაში შედიოდნენ, უკვე სხვა ხასიათისა არიან; ისინი არ გულისხმობენ მთლიანი ეგვიპტის მასშტაბით მომქმედი ხელისუფლების არსებობას და ამიტომ წარმოშობის დროის მხრივ ეგვიპტური საზოგადოების განვითარების იმ ადრინდელ საფეხურს უკავშირდებიან, როდესაც ნომი დამოუკიდებელ პოლიტიკურ გაერთიანებას წარმოადგენდა. ასეთია ტერმინები ʿḏ mr და imj-r3 ḥt wrt. პირველი მათგანი ნომის ფარგლებში გაშლილ საირიგაციო სისტემის [1] მზრუნველსა და მეთაურს ნიშნავდა. თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ, როგორც ნომის იეროგლიფური დამწერლობის დროს გამოყენებული დეტერმინატივიდან (სივრცე, პერპენდიკულარულად გამკვეთი ხაზებით დასერილი, რომელთაც, როგორც ცნობილია, სარწყავი არხების ქსელი უნდა წარმოედგინათ) ჩანს, საირიგაციო მიწათმოქმედების განვითარების ის საფეხური, რომელმაც ძველი ეგვიპტური საზოგადოების პოლიტიკური გაფორმების პროცესში ძალზე მნიშვნელოვანი როლი ითამაშა, ნომების მასშტაბით ტომთა გაერთიანების სტადიას ხვდება, შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ ზევით დასახელებული ტიტულის წარმოშობა, რომელიც თავისი შინაარსით სწორედ ირიგაციის განვითარებულ მდგომარეობას გულისხმობდა, ამავე პერიოდს უნდა ეკუთვნოდეს. ამ სახელწოდების წარმოშობის არქაულობას ისიც ადასტურებს, რომ მასში შემავალი სიტყვა ʿḏ (მზრუნველი) გვხვდება როგორც ძირი ʿnḏ·tj`-ს სახელში ([6], გვ. 92), ეს უკანასკნელი კი ნომთა ადრინდელი, ე. ი. იმ პერიოდის კონფედერაციის მეთაური

[1] mr ნომის ფარგლებში ირიგაციის მთავარ არხს ნიშნავდა (იხ. [6], გვ. 51 და 92).

იყო, როდესაც ნომთა პოლიტიკური თავისთავადობის კვალი ჯერ კიდევ ცხოველი იყო და ʿnḏ·tj იმ ხელისუფლების და სათანადო სახელწოდებათა უშუალო მემკვიდრე იყო, რომლებსაც მთლიანი პოლიტიკური განცალკევებულობის პერიოდში ცალკე ნომების მეთაურნი ატარებდენ.

ამგვარად, ტერმინის ʿḏ mr განხილვას დინასტიური პერიოდიდან საგვარეულო წყობილების საზღვრამდე მივყავართ; მაგრამ შეიძლება კიდევ შორს წასვლა, და გარკვეული დამაჯერებლობით იმ აზრის დაცვა, რომ ეს ტერმინი საგვარეულო წყობილების შიგნით, მაგრამ მისი რღვევის პერიოდში უნდა იყოს აღმოცენებული. ამის სასარგებლოდ ლაპარაკობს ერთი მხრივ ის, რომ ძველ ეგვიპტეში საგვარეულო საზოგადოების რღვევა სწორედ საირიგაციო მიწათმოქმედების განვითარებით იყო გააქტივებული და შესატყვისი სოციალური ფუნქციის აღმნიშვნელი სახელწოდებაც ამ პერიოდში უნდა აღმოცენებულიყო, ხოლო მეორე მხრივ ეს ტერმინი თავისი შინაარსით სრულებით არ ასახავს ბატონობა-დაქვემდებარების ურთიერთობას, არამედ გარკვეული სოციალური კოლექტივის ინტერესებში შესრულებულ საზოგადოებრივ სამსახურს გამოხატავს და ამიტომ მისი წარმოშობის დროის მხრივ საგვარეულო საზოგადოების ტრადიციებთან უფრო შეხამებული, ვიდრე უკვე საბოლოოდ პოლიტიკურად გაფორმებულ საზოგადოებასთან, რომელშიც დომინანტური არა საზოგადოებრივი სამსახურის, არამედ საჯარო ხელისუფლების იდეა ხდება.

დაახლოებით ამავე პერიოდისათვის შეგვიძლია ვივარაუდოთ წარმოშობა მეორე ტერმინისა—i'mj rꜣ ḥt, wrt'ის, რომელიც ნომარქს ახასიათებდა როგორც ნომის სასამართლოს ხელმძღვანელს. თუ ამ სახელწოდების პირველი ნაწილი[1] უკვე დინასტიურ პერიოდზე მიუთითებს და სათანადო სოციალური ინსტიტუტის შემდგომ ისტორიულ მოდიფიკაციას გამოხატავს, მისი მეორე ნაწილი (ḥt wrt—„დიდებულთა დარბაზი“) საგვარეულო წყობილების რღვევის პირობებში სოციალურად უკვე შეცვლილ უხუცესთა საბჭოს (srw) უნდა წარმოადგენდეს, რასაც, სხვათა შორის, ორივე ტერმინის (sr და wr) იეროგლიფური დამწერლობისას ერთი და იგივე დეტერმინატივის გამოყენება ადასტურებს ([7], გვ. 289, [8]).

მაგრამ საკმაო არქაულობის მიუხედავად, რომელსაც ეს ორი სახელწოდება გვიჩვენებს, ისინი მაინც მხოლოდ საგვარეულო წყობილების რღვევის პერიოდს უკავშირდებიან და თვით გვაროვნული საზოგადოებისათვის დამახასიათებელი არ არიან; ამიტომ ამ უკანასკნელის შესწავლისათვის ისინი პირდაპირ მითითებებს არ იძლევიან.

ზევით უკვე განხილული სახელწოდებების გვერდით ნომარქის ისტორიული პერიოდის მთლიან ტიტულატურაში ჩვენ კიდევ ორ ტერმინს ვხვდებით, რომელნიც უხსოვრობის კვალს აშკარად ატარებენ და საგვარეულო წყობილების გადმონაშთს უნდა წარმოადგენდენ. ეს ტერმინებია ḥꜣtj-ʿ და r-pʿ·t. ზეტე, რომელმაც ამ ტერმინების არქაულობას ყურადღება მიაქცია, ფიქრობს, რომ

[1] imj-rꜣ—სიტყვა-სიტყვით ნიშნავს „პირში მყოფს“ (ე. ი. იმას, რაც პირში არის, სიტყვებისაგან imj—„შიდ მყოფი“ და rꜣ—„პირი“), ე. ი. ენას, გადატანილი მნიშვნელობით კი—მეფის სახელით მეტყველს. იხ. ([7], გვ. 48, 124), ([6], გვ. 157).

პირველი მათგან ძველი ეგვიპტის სინამდვილეში პირველადი სახელმწიფოების—სახელმწიფო ქალაქების (Stadtstaaten) ხელისუფალთა სახელწოდებას აღნიშნავდა, მეორე-კი ნომებთა მთავრების (Gaufürsten) ტიტულს ნომთა პოლიტიკური თავისთავადობის პერიოდში ([5], გვ. 4, 61). არსებობს მოსაზრებები, რომელნიც საფუძველს იძლევიან დასკვნისათვის, რომ აღნიშნული ტერმინების პირველი წარმოშობა უფრო ადრინდელ საფეხურს—საგვარეულო საზოგადოების არსებობის პერიოდს უკავშირდება. ამას არაპირდაპირ ის გარემოება მოწმობს, რომ განსხვავებით სხვა, ნომარქის სამოხელო ფუნქციების აღმნიშვნელ სახელწოდებებისაგან, რომელნიც სახელმწიფოს პირველადი ფორმების წარმოშობის შემდეგ ან საგვარეულო წყობილების რღვევის პერიოდში არიან აღმოცენებული (როგორიცაა ზევით განხილული ტერმინები ḥkɜ ḥt ʿɜt sp·t და ʿ*d* mr) და რომელნიც თავისი შინაარსით უკვე აშკარად გულისხმობენ ტერიტორიულ მომენტს, როგორც კლასობრივი საზოგადოების ორგანიზაციის ერთ-ერთ არსებით პრინციპს, ტერმინ hɜtj—ʿ და r-pʿ·t'ის არც იეროგლიფურ დამწერლობაში და არც მათ სემანტიკურ ელემენტებში ტერიტორიული მომენტი წარმოდგენილი არ არის, რაც საეჭვოდ ხდის აღნიშნული ტერმინების დაკავშირებას კლასობრივი საზოგადოების პერიოდთან. მეორე მხრივ-კი ტერმინების შინაარსის უფრო დაკვირვებული განხილვა გარკვევით მიუთითებს მათ პირველად აღმოცენებაზე სწორედ საგვარეულო საზოგადოების შიგნით.

ტერმინი r-pʿ·t, როგორც ჯერ მასპერომ ([4], გვ. 264) და შემდეგ ზეტემ ([5], გვ. 61) დაადგინეს, კომპლექსური შემადგენლობისაა, და მისი ცალკე ნაწილები დამოუკიდებელ სიტყვებს წარმოადგენენ. ტერმინის პირველი ნაწილი rɜ კარგად არის ცნობილი და მისი პირდაპირი მნიშვნელობით პირს ნიშნავს; მაგრამ, თუ რა აზრი უნდა მიეცეს მას აქ მოცემულ კონტექსტში, ერთგვარად არ არის განმარტებული ორი ზევით დასახელებულ ავტორისაგან. მასპერო ამ კონკრეტ შემთხვევაში მას უფრო აზრის, ვიდრე პირდაპირი მნიშვნელობის მიხედვით სთარგმნის როგორც „მცველს ან მეთაურს (gardien, chef)“. უფრო მისაღებია ზეტეს თარგმანი, რომელიც უშუალობითაც ხასიათდება და ამავე დროს სიტყვის აზრს ზუსტად გადმოგვცემს. ზეტე საფუძვლიანად უთითებს, რომ ეს სიტყვა სავსებით გარკვეული მნიშვნელობით გვხვდება ისეთ გამოთქმებში, როგორიცაა „ბრძენი პირი“ (პირ. ტექსტ. § 1618 b, 1620 a), ან ტიტულის აღმნიშვნელ სახელწოდებებში, როგორიცაა „ნეჰენის მოსამართლე და პირი“, „P-ს (ბუტოს) ყველა მცხოვრებთა პირი“, „მთელი ქვეყნის უმაღლესი პირი“, „პირი, რომელიც მთელ ქვეყანაში ამშვიდებს“ და სხვ. ([5], გვ. 62). ადვილი შესამჩნევია, რომ ყველა აქ მოყვანილ გამოთქმებში სიტყვა rɜ გამოყენებულია ისეთი პიროვნების აღსანიშნავად, რომელიც ადამიანთა გარკვეული კოლექტივის ნებისყოფას და სურვილებს გამოხატავს.

ტერმინში შემავალი მეორე სიტყვა pʿ·t ზეტეს ნათარგმნი აქვს საერთოდ ადამიანის მნიშვნელობით და მისი აზრით მთლიანი გამოთქმა r-pʿ·t ნიშნავს „der Mund der Menschen“. ცხადია, რომ რამდენადაც ყველა ზევით მოყვანილ მაგალითებში სიტყვა rɜ გარკვეული სოციალური კოლექტივის ცნებასთან არის დაკავშირებული, ხოლო ყოველი კოლექტივი ადამიანებისაგან შესდგება, ზოგა-

დად შესაძლებელია ასეთი თარგმანიც; მაგრამ სიტყვის მნიშვნელობის მეტი სიზუსტით აღდგენისათვის საჭიროა იმის გარკვევაც, თუ რა კონკრეტ შინაარსს გამოხატავს ეს ტერმინი, ე. ი. ადამიანთა საზოგადოებრივი შეერთების რომელი კონკრეტი ფორმა არის ამ სიტყვით ნაგულისხმევი. ეს მით უმეტეს, რომ, როგორც ცნობილია, ადამიანის აბსტრაქტული ცნების აღსანიშნავად ძველ ეგვიპტურში ტერმინი pʿ·t კი არ იხმარებოდა, არამედ rmṯ, რომლის იეროგლიფურ დამწერლობაში დეტერმინატივის სახით მამაკაცის და დედაკაცის სქემატური სურათი იყო გამოყენებული ([7], გვ. 16,200).

ტერმინის კონკრეტი შინაარსის აღდგენის თვალსაზრისით პირველ რიგში მხედველობაში მისაღებია, რომ იგი პირამიდების ტექსტებში ღმერთების მიმართ არის გამოყენებული, რაც აშკარად მის არქაულობაზე მიუთითებს; მაგ., პირ. ტექსტ. 895c: „შენ ხარ ღმერთთა ენეადას სათავეში, როგორც გებ, ღმერთთა r-pʿ·t“; 1645a: „...გები, ბრძენი პირი, ღმერთთა r-pʿ·t“; 1620: „ოჰ გებ, შენ ბრძენო პირო, ღმერთთა r-pʿ·t“ (იხ. აგრეთვე 993c, 1465a) ([5], გვ. 58 და შემდ.; [4], გვ. 265). მეტად მნიშვნელოვანია, რომ ყველა აქ მითითებულ ტექსტში r-pʿ·t'ის სახელწოდებით აღნიშნულია მხოლოდ გები, რომელიც ერთ-ერთი უძველესი რელიგიური ტრადიციის თანახმად ღმერთების მამად და უფროსად ითვლებოდა (იხ. პირ. ტექსტ. 179a, 195c., 255b და სხვ.). თუ მივიღებთ მხედველობაში, რომ ღმერთთა ენეადა ყოველთვის გენეალოგიურად ერთმანეთთან დაკავშირებულ ღმერთების კრებადობას აღნიშნავდა[1], შეიძლება დავასკვნათ, რომ ტერმინი pʿ·t ყველა ზემოთმოყვანილ გამოთქმებში წარმოშობის საერთოობით შეკავშირებულ ღმერთთა ჯგუფის მიმართ არის გამოყენებული; და რადგანაც, როგორც ბევრ სხვა შემთხვევაში, ისე აქაც რელიგიურ იდეოლოგიის დარგში გამოყენებული ცნებები სოციალური მოვლენების აღმნიშვნელი ტერმინებიდან არიან ნასესხები, შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ სიტყვა pʿ·t სოციალური სინამდვილის მიმართ არა საერთოდ ადამიანებს, არამედ ერთი წარმოშობის, ე. ი. გენეალოგიურად ერთმანეთთან კავშირში მყოფ ინდივიდთა საზოგადოებას აღნიშნავდა ([4], გვ. 265). ასეთი დასკვნის სასარგებლოდ ლაპარაკობს აგრეთვე სიტყვა r-pʿ·t'ის იეროგლიფური დამწერლობის დროს გამოყენებული დეტერმინატივი—კვერცხი, რომელიც სხვა მნიშვნელობათა შორის შვილს, წარმოშობას ნიშნავს ([7], გვ. 34, 299), ხოლო მრავალ ინდივიდის მიმართ—წარმოშობის საერთოობას. ამ მოსაზრებებით ჩვენ ზუსტად მიგვაჩნია ტერმინი pʿ·t'ის თარგმნა მასპეროსაგან ერთი დი იგივე წარმოშობის ხალხის, კლანის, ე. ი. ტომის მნიშვნელობით.

ზემოთმოყვანილი მსჯელობის საფუძველზე შეიძლება ის დასკვნა გავაკეთოთ, რომ სახელწოდება r-pʿ·t პირდაპირი მნიშვნელობით „ტომის პირს“, ხოლო აზრის მიხედვით ტომის ბელადს, მის მეთაურს ნიშნავდა. ამიტომ მი-

[1] ეს მტკიცდება, სხვათა შორის, ჰორუსის მაგალითზე; მიუხედავად იმისა, რომ მისი კულტი ჰელიოპოლისშიც დამკვიდრდა სეტზე ჰორუსის გამარჯვების შემდეგ, ჰელიოპოლიტანურ ენეადაში იგი შეტანილი არ ყოფილა, ვინაიდან იგი, როგორც უცხო, გენეალოგიურად არ იყო დაკავშირებული ჰელიოპოლისის სხვა ღმერთებთან. იხ. ([5], გვ. 100).

სი პირველი აღმოცენება საგვარეულო წყობილების არსებობის პერიოდში უნდა ვიგულისხმოთ, ხოლო კლასობრივ საზოგადოებაში მისი ხმარება ისტორიული ინერციის ერთ-ერთ მაგალითს უნდა წარმოადგენდეს. ასეთი დასკვნის დამაჯერებლობას კიდევ მეტად ზრდის ის გარემოება, რომ აღნიშნულ სახელწოდების აზრში არ არის ნაგულისხმევი არც ტერიტორიის და არც იმპერიუმის ბატონობის ელემენტი; იგი, პირიქით, ავტორიტეტის იმ სპეციფიკურ ფორმას გამოხატავს, რომელიც საგვარეულო წყობილების ფარგლებში მეთაურის და თანამეტომეთა ნებისყოფის არსებითი იგივეობით ხასიათდებოდა. ადვილი შესამჩნევია, რომ სწორედ ეს უკანასკნელი მომენტი ტერმინ r-pʿ·t'ის სემანტიკურ შემადგენლობაში განსაკუთრებული თვალსაჩინობით არის წარმოდგენილი.

ის, თუ რა კონკრეტი ფუნქციების მატარებელი იყო ძველი ეგვიპტური ტომის ბელადი—r-pʿ·t, მხოლოდ ნაწილობრივ შეგვიძლია აღვადგინოთ ზოგიერთი იმ ტიტულების შესწავლის გზით, რომლებსაც ნომარქები თუმცა ისტორიულ პერიოდში ატარებდნენ, მაგრამ საგვარეულო წყობილების დროიდან არიან გადმოსული. ასეთია, მაგალითად, ზევით უკვე აღნიშნული სახელწოდება hȝtj—ʿ. ის გარემოება, რომ ეს უკანასკნელი ისტორიულ პერიოდში ჩვეულებრივ მჭიდროდ არის დაკავშირებული ტიტულ r-pʿ·t-თან, მის არქაულობას მოწმობს, ხოლო არაპირდაპირ ამას ისიც ადასტურებს, რომ r-pʿ-t'ის მსგავსად ტერმინი hȝtj—ʿ თავისი შინაარსით არ არის დაკავშირებული ტერიტორიის ცნებასთან და მხოლოდ გარკვეულ კოლექტივთან სპეციფიკური ურთიერთობის გამომხატველია. პირდაპირი აზრით იგი სათავეში ან, უფრო სწორად, წინ (და არა „ზევით“, ვინაიდან სიტყვის ძირი hȝt „წინ“, „წინა ნაწილს“ ნიშნავს, „ზევით“ კი სიტყვა hr-თი აღინიშნებოდა ეგვიპტურში) მდგომ პირს ნიშნავს, ხოლო იმის გასარკვევად, თუ საგვარეულო საზოგადოების შიგნით პიროვნების როგორი კონკრეტი სიტუაცია იყო ნაგულისხმევი ამ ტერმინით, მისაღებია მხედველობაში როგორც ის შინაარსი, რომელსაც ეს ტიტული ისტორიულ პერიოდში გამოხატავდა, ისე მისი პირდაპირი აზრი და იეროგლიფური დამწერლობის ფორმა.

ისტორიულ პერიოდში, როგორც ეს მასპეროს ციტირებულ ნარკვევში არის დადასტურებული, ტერმინი hȝtj—ʿ საერთოდ იმ პირს ნიშნავდა, რომელიც რაზმს უძღოდა, ხოლო ნომარქების მიმართ—მათ სამხედრო-ხელმძღვანელობით ფუნქციას. ძნელი დასაშვებია, რომ წინაისტორიულ პერიოდში ეს ტერმინი მთლიანად განსხვავებული შინაარსის გამომხატველი ყოფილიყოს; პირიქით, გაცილებით მეტის ალბათობით შეიძლება მათი შინაარსის თუ მთლიანი იგივეობის არა, გარკვეული ნათესაობის და მემკვიდრეობითობის მტკიცება, ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ტერმინი hȝtj—ʿ საგვარეულო საზოგადოების ფარგლებშიც საომარ საქმიანობასთან უნდა ყოფილიყო დაკავშირებული. ხოლო თუ ამასთან ერთად მხედველობაში იქნება მიღებული, რომ ისტორიულ პერიოდში ეს ტიტული მჭიდროდ იყო დაკავშირებული r-pʿ·t'ის სახელწოდებასთან და რომ, რამდენადაც ასეთი კავშირის დამყარებისათვის სახელმწიფოს წარმოშობის შემდეგ

არავითარი პირობები მოცემული არ ყოფილა, ეს კავშირი პირველად აღმოცენებულად საგვარეულო საზოგადოების შიგნით უნდა ვიგულისხმოთ, დიდის ალბათობით შეიძლება დასკვნის გაკეთება, რომ ტერმინი hꜣtj—ʿ ტომის ბელადს r-pʿ·t'ს აღნიშნავდა როგორც სამხედრო მეთაურს სატომთაშორისო საომარი ბრძოლების დროს. ამ ტერმინის პირვანდელი მხედრულ-საომარი იერი მტკიცდება როგორც მისი აზრით, ისე იეროგლიფური დამწერლობით; ტერმინის აზრი „წინ მდგომი", რამდენადაც იგი არა ღირსების ან სხვა მომენტის მიხედვით იერარქიულ სტრუქტურას, არამედ ადამიანთა სივრცეში განლაგებას გულისხმობს, საგვარეულო საზოგადოების ურთიერთობათა პირობებში ზუსტად სამხედრო წყობის სურათთან არის შეხამებული; ხოლო სიტყვის ძირის გამომხატველი იეროგლიფი—ლომის სხეულის წინა ნაწილი — პირველყოფილ-წარმოდგენითი აზროვნებისათვის ბრძოლის დროს მეთაურის აღმნიშვნელი უნდა ყოფილიყო.

საყოველთაოდ ცნობილი ფაქტი, რომ ტომის ბელადი ჩვეულებრივ რელიგიური კულტის მეთაურიც იყო, ძველ ეგვიპტურ საზოგადოებაშიც პოულობს დადასტურებას. დინასტიურ პერიოდში ნომარქების ერთ-ერთ ტიტულს mr ḥm·w—nṯr (ღვთის—იგულისხმება ნომის მთავარი ღმერთი—მსახურთა უფროსი, ე. ი. ნომის ღვთაების მთავარი ქურუმი) წარმოადგენდა; ადვილი გასაგებია, რომ რელიგიური სეპარატიზმი, რომელიც ნომარქის ამ ფუნქციის აუცილებელი წინაპირობა იყო, მთლიანი ეგვიპტური სამეფოს წარმოშობის შემდეგ ვერ აღმოცენდებოდა, ვინაიდან ამ პერიოდისათვის პოლიტიკური უნიფიკაციის პარალელურად საერთო კულტის შემოღება იყო დამახასიათებელი; ამიტომ იგი ბუნებრივად ნომების პოლიტიკური დამოუკიდებლობის პერიოდს უკავშირდება. მაგრამ ამ უკანასკნელის ფარგლებში ეს ფუნქცია პირველადია მხოლოდ მისი მოქმედების არეს მხრივ, ხასიათით კი საგვარეულო წყობილების გადმონაშთს უნდა წარმოადგენდეს. ასეთი დასკვნისათვის საფუძველს ის გარემოება იძლევა, რომ თითოეული ნომის ფარგლებში არა ერთი, არამედ რამდენიმე ღმერთი წარმოადგენდა რელიგიური რწმენის საგანს და რომ ამ პანთეონიდან ნომის მთავარი ღვთაების გამოყოფა ტომთა პოლიტიკური კონსოლიდაციის პროცესში (რომელმაც დასაწყისი მისცა უძველეს ეგვიპტეში პირველადი პოლიტიკური ფორმების წარმოშობას) ერთ-ერთი ტომის ხელმძღვანელობითი როლის და შემდგომი სუპრემატიის გამოხატულება უნდა ყოფილიყო; სახელდობრ, ნომის მთავარი ღვთაების ადგილი ბუნებრივად ამ მოწინავე ტომის ღმერთს უნდა დაეკავებინა, ხოლო დანარჩენ ტომთა რელიგიური რწმენის საგნები აგრეთვე შემონახული იყვნენ ნომის მთლიან თეოლოგიურ წარმოდგენათა სისტემაში ან დადებით ფორმაში (არამთავარი ღმერთების სახით)—როდესაც ტომთა გაერთიანება მშვიდობიან პროცესს წარმოადგენდა, ან, პირიქით, აშკარად ნეგატიურ ფორმაში—როდესაც ტომთა კონსოლიდაცია სისხლიანი ბრძოლების შედეგი იყო. მაგრამ როგორიც არ უნდა ყოფილიყო ტომთა პოლიტიკური გაერთიანების გზა, რამდენადაც იგი ძველ ეგვიპტეში არა გარეშე და უცხო, არამედ შინაგანი ძალების განვითარების შედეგი იყო, იგი ბუნებრივად აპირობებდა

დაწინაურებული ტომის ბელადის რელიგიური ფუნქციის გადასვლას ნომის-მეთაურზე და სწორედ ამიტომ ეს უკანასკნელი როგორც ქურუმთა კორპორაციის ხელმძღვანელი მხოლოდ ისტორიული მემკვიდრე იყო იმ საქმიანობისა, რომელსაც საგვარეულო წყობილების დროს ტომის ბელადი r-pʿ·t ასრულებდა.

სტალინის სახელობის თბილისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი
სახელმწიფოს და სამართლის ისტორიის
კათედრა

(შემოვიდა რედაქციაში 3.3.1941)

ИСТОРИЯ

И. А. СУРГУЛАДЗЕ

ТЕРМИНЫ, ОБОЗНАЧАЮЩИЕ ОРГАНЫ РОДОВОГО СТРОЯ В ДРЕВНЕЕГИПЕТСКОМ ЯЗЫКЕ. III

Резюме

Термины, которыми обозначались служебные или почетные титулы правителей номов в древнеегипетском государстве, в большинстве своем относятся к династическому периоду. Исключение составляют два термина — r-pʿ·t и ḥȝtj—ʿ, которые как по своему прямому смыслу, так и по другим косвенным данным должны быть отнесены к периоду существования родовых отношений в древнеегипетском обществе; в последнем ими, повидимому, обозначался племенной вождь.

Тбилисский Государственный Университет
имени Сталина
Кафедра истории государства и права

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. S. Pirenne. Histoire des Institutions et du droit privé de l'ancienne Égypte. I, 1932, Bruxelles.
2. E. de Rougé. Recherches sur les monuments, p. 57.
3. Brugsch. Hierat. Wörterbuch, S. 1230—31.
4. Maspero. Un manuel de hierarchie égyptienne. Journ. As., huit. série, t. XI.
5. Sethe. Urgeschichte und älteste Religion der Ägypter, 1930.
6. A. Moret. Le Nil et la civilisation égyptienne, Paris, 1926.
7. A. Erman. Ägyptische Grammatik. Berlin, 1911.
8. Fl. Petrie. Justice and revenue. Ancient Egypt, 1925, june, part. II, p. 48.

საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ЭТНОГРАФИЯ

Г. ЧИТАЯ

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ АБХАЗСКИХ ПАХОТНЫХ ОРУДИЙ

Сообщение первое

В существующей скудной этнографической литературе по материальной культуре Абхазии, в частности по земледельческим орудиям, мы имеем несколько ценных сведений, весьма важных для истории абхазских пахотных орудий. Эти сведения относятся ко второй половине XIX века и к началу XX.

В «Записках Кавказского общества сельского хозяйства» за 1868 год, в статье «Абхазия в сельскохозяйственном отношении», А. Пахомов писал:

«Употребляемый здесь (т. е. в Абхазии) плуг[1] похож на мингрельский. Это плоско обтесанная кривулина, коротким своим концом вставляется в трехугольную подошву, на которую в местах с тяжелым грунтом надевается железный конусообразный наконечник. Для большого удобства управления орудием в задней стороне его приделывается стойка с рукояткой, нижним концом укрепленная в подошве, а другим верхним, привязанная лыком или виноградной лозой или укрепленная деревянной перекладиной к углу или дуге, образуемых концами кривулины. На длинном конце кривулины, играющей роль дышла, делаются снизу зарубки, которыми дышло прикрепляется с помощью веревки к ярму».

Вместе с описанием у Пахомова даны два схематических рисунка пахотных орудий с соответствующими экспликациями. Достаточно бросить поверхностный взгляд на схематические рисунки Пахомова, чтобы заключить, что автор в своем описании имеет в виду две разновидности пахотных орудий. Эти две разновидности пахотных орудий у Пахомова даны в одном общем описании.

В объяснительном тексте к схематическим чертежам говорится следующее:

«Плуг № 1-й совершенно тождественный с тем, который встречается постоянно в Мингрелии, употребляется постоянно в низменной части Драндского округа и при том всегда с железным лемехом» (рис. 1).

---

[1] Нужно заметить, что это название для описываемых пахотных орудий неточно.

Относительно второго вида пахотного орудия у Пахомова читаем:

«Плуг № 2-й, напоминающий собою плуг Калабрийский, быть может занесенный сюда еще генуэзцами, чаще встречается в Пицундском округе, и так как грунт там более легкий и рыхлый, то употребление лемеха железного тамошние крестьяне считают излишним. При пахании плуг устанавливается так, чтобы подошва была совершенно параллельна плоскости поля и не дают ему глубоко зарываться, чтобы не мучить понапрасну животных. Обычно борозды не превышают глубины 3-х вершков на легких почвах, что для кукурузы было бы вполне достаточно» (рис. 2).

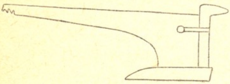


Рис. 1. По Пахомову.

У А. А. Миллера в 1907 г. относительно пахотных орудий в Абхазии зафиксированы следующие сведения: «Очищенное поле вспахивается сохой, запряженной буйволами. Простейшей сохой служит бревно, слегка лишь отесанное, с суком, на который надевается железный сошник. Сверху приделывается ручка (рис. 3, *a*). Другая соха, но с некоторыми усовершенствованиями, заимствованными у мингрельцев, также бытует у абхазцев. На дышле этого пахотного орудия имеется несколько отверстий, чтобы регулировать глубину вспашки, укрепляя ярмо в одном или другом месте» (рис. 3, *b*) [1].

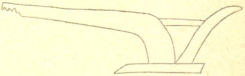


Рис. 2. По Пахомову.

Вышеприведенные данные позволяют установить три вида пахотных орудий в Абхазии XIX—XX вв.

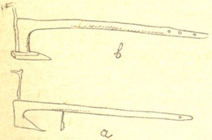


Рис. 3. По А. Миллеру.

Во-первых, пахотное орудие, у которого ручка приделана сверху к дышлу. Особо нужно отметить, что это пахотное орудие имеет резак.

Во-вторых, пахотное орудие с ручкой-стойкой, укрепленной в подошве нижним концом, а другим—привязанной лыком или виноградной лозой к дышлу.

В-третьих, пахотное орудие с ручкой-стойкой, верхним концом укрепленной специальной перекладиной к кривой части дышла.

Эти разновидности пахотных орудий по существу принадлежат к одному основному типу, который характеризуется изогнутым дышлом, всаженным в подошву. Этот тип во многих своих вариантах имеет широкое распространение по всему Кавказу и вместе с тем является специфическим пахотным орудием картвело-кавказских народов. Из вышеперечисленных трех разновидностей пахотных орудий, первые два являются общими для мегрело-абхазской этнической среды. Третья разновидность пока что известна только у абхазов.

В указанной выше работе Пахомов ставил вопрос о Калабрийском происхождении этой разновидности пахотного орудия и занесении ее в Абхазию генуезцами.

Но соответствует ли действительности это предположение?

Современная этнографическая литература различает несколько основных типов пахотных орудий.

Так, P. Leser в своей монографии Entstehund und Verbreitung des Pfluges, Münster i. W., 1931, выделяет три основных типа пахотных орудий:

1. Пахотное орудие с изогнутым дышлом (кривулиной—Pflüge mit Krumel).

2. Четырехстороннее пахотное орудие (vierseitige Pflüge).

3. Мотыжный плуг (Hackenpflüge).

Fr. Nopcsa делит пахотные орудия на два основных типа:

1. Пахотное орудие с прямым дышлом—Stabpflug.

2. Пахотное орудие с изогнутым дышлом—Hackenplug [2].

По R. Milke имеются следующие основные типы пахотных орудий:

1. Пахотное орудие—копалка—Grabstockpflug.

2. Пахотное орудие с подошвой—Sohlbalkenpflug.

3. Пахотное орудие—с отвалом—Wendepflug [2].

Как эти, так и другие классификации пахотных орудий сводятся к установлению в основном двух типов пахотных орудий—это, с одной стороны, Hackenpflug, а с другой—Stabpflug. Это деление в свою очередь основано на учете тех примитивных орудий, которые предполагаются родоначальниками того или иного типа пахотных орудий. Так, например, если постулируется происхождение пахотного орудия из мотыги, в классификации пахотных орудий имеется тип пахотного орудия—Hackenpflug, Charue-houe. В другом случае, когда постулируется происхождение пахотного орудия из заступа—в классификации пахотных орудий мы имеем—Stabpflug, Charue-bêche.

Действительно, если схематически представить себе основные элементы примитивного пахотного орудия—дышло, крюк (подошва) и рукоятку (см. схемы основных типов пахотных орудий, рис. 4) [3], можно предполагать два основных типа пахотных орудий:

I. Часто рукоятка и крюк (подошва) составляют одно целое, в которое продето дышло приблизительно под прямым углом. В некоторых случаях в этом типе пахотного орудия дышло может отсутствовать и быть замененным бичевкой (см. рис. 4, *B*). Такая комбинация основных элементов пахотного орудия создает впечатление, что данный тип пахотного орудия произошел из заступа.

II. Не менее часто встречается тот случай, когда дышло и крюк примитивного пахотного орудия составляют одно целое, образуя кривулину. При этом рукоятка прикрепляется к дуге кривулины (см. рис. 4, *C*). Такая комбинация основных элементов пахотного орудия создает впечатление происхождения данного типа пахотного орудия из мотыги.

Но нужно иметь в виду, что указанные признаки основных типов пахотных орудий зачастую могут быть обманчивы [4].

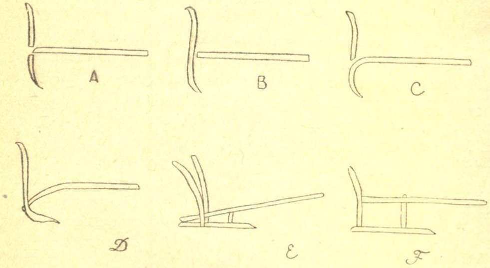


Рис. 4. По Montandon'у.

Первый случай. Пахотное орудие в принципе кажется пахотным орудием мотыжного происхождения, на самом деле мы имеем «плуг-заступ». В заблуждение вводит его дышло, имеющее изогнутую форму (см. рис. 4, *D*).

Второй случай. Рукоятка и дышло самостоятельны и прикрепляются к подошве скрещиваясь. При этом дышло совершенно прямое. Первое впечатление, что это «плуг-заступ» (см. рис. 4, *E*). Встречаются и другие смешанные формы и часто бывает трудно разобраться, с каким из основных плужных типов мы имеем дело. Еще труднее бывает определить то примитивное орудие труда, которое можно считать родоначальником пахотных орудий: заступ, мотыга, копалка, кирка или еще что другое.

Соответственно предложенным классификациям были выдвинуты теории о моно- и полигенетическом происхождении пахотного орудия. Одни предполагают (Leser [5], Bishop [4] и др.), что все формы пахотных орудий произошли из заступа, другие (Hahn [6], Braungart [7])—из мотыги, а третьи (Nopcsa [8], Montandon [3])—из мотыги и заступа.

Едва ли можем мы еще и теперь точно определить, как и когда именно появилось первое пахотное орудие. Но то, что оно могло возникнуть независимо (спонтанно) в более чем одном районе, кажется мало вероятным.

Ибо, для возникновения этого сложного элемента культуры нужен был целый ряд культурных предпосылок (культурные злаки, одомашненный скот, годный в качестве тяговой силы, система обработки поля и др.). Все на сегодняшний день известные исторические данные свидетельствуют о моногенетическом происхождении пахотного орудия. Выдвинутая Эдуар-

Рис. 5. По C. Woolley'ю.

дом Ганом в конце XIX века теория о происхождении пахотного орудия и плужной культуры в Месопотамии нашла дальнейшее подтверждение, благодаря открытиям последнего времени в области древнейшей месопотамской культуры.

Первое неоспоримое доказательство применения пахотного орудия мы имеем в архаических сумерских отпечатках за 3500 лет до н. э. из цар-

Рис. 6. По C. Woolley'ю.

ского могильника в Уре [9] (рис. 5 и 6). Принимая во внимание, что пахотные орудия, изображенные на Урских отпечатках, в некоторых своих частях более или менее развиты, мы вправе постулировать долгий предыдущий период его развития. Фактическое начало этого процесса должно восходить по крайней мере к началу 4-го тысячелетия до н. э. Известно, что в Урский период месопотамской культуры уже применялись животные в качестве тяговой силы, по крайней мере для колесных экипажей, а может быть и в земледелии [4].

Представленные в архаических сумерских отпечатках пахотные орудия состоят из подошвы, изогнутого составного дышла и рукоятки. Этот тип пахотного орудия есть тот основной тип, который имеет широкое распространение по всей Передней Азии, в частности он является специфическим пахотным орудием картвело-кавказских народов. К этому типу относится и третья разновидность пахотного орудия абхазов.

Весьма показательно, что в древнейшем сумерийском письме знак, изображающий пахотное орудие, тождествен изображениям Урского плуга [10] (рис. 7). Мало того, подобное изображение «плуга» имеется в Китайском пиктографическом письме [10] (XII—XI и VI вв. до н. э.) и египетских иероглифах [10]. Br. Hrozny устанавливает заимствование пахотного орудия Урского типа из Сумер древним Египтом и древним Китаем в

Рис. 7. По Hrozny.

IV тысячелетии до н. э. (ср. сум. *apin* пахотное орудие, акадск. epinnu, epittu, египетск. hebi, кит. luâi, вавил. lĭ'u, lê' u, кит. liei—charue, labourer, вавил. liu, lu—taureau sauvage, boeuf) [10, 11]. Вместе с тем Hrozny отмечает, что достижение в области изобретения пахотного орудия отнюдь не является единственным вкладом народа-пионера, сумеров в сокровищницу мировой культуры, но что они, сумеры, являются создателями металлургии, плотничества, клинописи, а в земледелии, помимо пахотного орудия,—мотыги. Ими же, может быть, был приручен и дикий бык [10].

Вопрос о взаимосвязи древнейшего сумерского, картвело-кавказского и абхазского пахотных орудий будет рассмотрен в следующем сообщении.

Грузинский Филиал АН СССР
Институт языка, истории и материальной культуры
имени акад. Н. Я. Марра
Тбилиси

(Поступило в редакцию 11.2.1941).

ETHNOGRAPHIE

ZUR GENESE DER ABCHASISCHEN ACKERGERÄTE

Erste Mitteilung

Von G. TSCHITAIA

Zusammenfassung

Der Verfasser bestätigt, dass die in den Jahrhunderten XIX—XX in Abchasien bestehenden Ackergeräte im wesentlichen zum Grundtypus gehören, zum Ackergerät mit verbogener Deichsel, die in die Sohle eingesteckt ist.

Um die Frage der Entstehung dieses Typus von Ackergerät richtig zu lösen, wird die Frage von der poly- und monogenetischen Entstehung von Ackergeräten gestellt (Näheres im folgenden Bericht).

Georgische Abteilung
d. Akad. d. Wiss. d. USSR
N. J. Marrs Institut d. Sprache, d. Gesch. u. d. Materiell. Kultur
Tbilissi

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ZITIERTE LITERATUR

1. А. А. Миллер. Из поездки в Абхазию в 1907 г. Материалы по этнографии России, т. I, СПБ., 1910, стр. 74.
2. გ. ჩიტაია. ეთნოგრაფიულ მოგზაურობიდან ალბულახის რაიონში. საქ. მუზ. მოამბე, ტ. IV, გვ. 187.
3. G. Montandon. Traité d'ethnologie culturelle. Paris, 1934.
4. C. Bishop. Origin and early diffusion of the traction plow. Smithson. Report f. 1937, p. 532.
5. P. Leser. Entstehung und Verbreitung d. Pfluges, Münster i. W., 1931.
6. Ed. Hahn. Die Entstehung der Pflugkultur. Heidelberg, 1908.
7. R. Braungart. Die Urheimat der Landwirtschaft aller indogermanischen Völker, an der Geschichte der Kulturpflanzen und Ackerbaugeräte in Mittel- und Nordeuropa nachgewiesen. Heidelberg, 1912.
8. Fr. Nopcsa. Zur Genese der primitiven Pflugtypen. Zeitschr. 1. Ethnol., 51, 1919, S. 234—242.
9. C. Woolley. Ur Excavations, vol. 2. The royal cemetry, p. 336, T. 192, № 12, Ioint Exped. British. Mus. and Univ. Pensylvania.
10. Br. Hrozny. La charue en Sumer-Akkad, en Egypte et en Chine. Archiv Orientalny, 1938, v. 8, pp. 438—439.
11. Br. Hrozny. Sur quelque rapports entre Sumer-Akkad. et l'Egypte, au IV-e Millénaire avant J. C. Archiv Orientalny, 1938, v. 8, pp. 371—72.

ᲡᲐᲥᲐᲠᲗᲕᲔᲚᲝᲡ ᲡᲡᲠ ᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲔᲑᲐᲗᲐ ᲐᲙᲐᲓᲔᲛᲘᲘᲡ ᲛᲝᲐᲛᲑᲔ, ტ. II, № 3, 1941
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, Т. II, № 3, 1941
MITTEILUNGEN d. AKADEMIE d. WISS. d. GEORGISCHEN SSR, Bd. II, Nr. 3, 1941

ЛИНГВИСТИКА

МАКАР ХУБУА

О ПЕРСИДСКИХ РУКОПИСЯХ В ГРУЗИНСКОЙ ТРАНСКРИПЦИИ

История грузино-иранских культурных связей насыщена чрезвычайным обилием фактов из области лингвистики, истории, этнографии, материальной культуры и т. д., указывающих на существование тесных взаимоотношений между двумя древнейшими народами—грузинами и иранцами. Указанные связи наибольшей силы достигают в эпоху позднего средневековья, именуемого в истории Ирана эпохой Сефевидов—небезуспешно пытавшихся (подобно Сасанидам) установить свою культурную и политическую гегемонию на территории всего Ближнего Востока.

Для иллюстрации этого положения весьма полезными могут явиться, между прочим, и персидские рукописи, хранящиеся в Государственном Музее Грузии. Среди них наибольший интерес по части грузино-иранских связей представляют шахские фирманы и персидские рукописи в грузинской транскрипции. О большом значении этих рукописей имеются ценные высказывания у академиков Н. Я. Марра и И. А. Джавахишвили. В своем критическом обзоре трудов по историографии Грузии академик И. А. Джавахишвили отмечает тот факт, что «ученые мужи» Вахтанга VI при составлении Истории Грузии по различным первоисточникам (грузинским, армянским, персидским...) «не обратили внимания на персидские документы» [1]. Академик Н. Я. Марр первый указал на огромное научное значение персидского евангелия в грузинской транскрипции, как уникального памятника, почти в совершенстве передающего на своих страницах фонетическую сторону ново-персидского литературного языка.

Помимо этого памятника имеются и другие рукописи в грузинской транскрипции, лингвистический анализ которых мною уже закончен в 1940 году. На очереди обработка и подготовка к изданию персидских документов сефевидской эпохи—шахских фирманов (по преимуществу), также уникальных памятников по истории персидской дипломатики.

Из известных пока что персидских рукописей в грузинской транскрипции предметом лингвистического анализа послужили пять манускриптов из указанного фонда: A, B, C, D, E.

А. Первый из них представляет грузино-арабско-персидский словарь, оформленный (во второй половине XVII века) историком Фарсаданом Горгиджанидзе грузинскими буквами. Анализ памятника приводит к заключению, что персидские слова переданы по нормам живой разговорной (не литературной) речи.

Так, например:

1. Долгое а плюс н=о (как в начале слов, так и в конце): ასმონ asmon ʻнебоʼ, ონსარაჰ onsarah ʻтот мирʼ, რონ ron ʻбедроʼ...

2. Вторая буква персидского алфавита (б), смотря по комплексу соответствующих звуков, выступает то в виде ბ b (ბეჰშტ behšṭ ʻрайʼ), то в виде ფ p (სურფ surp ʻсвинецʼ, სიფ sip ʻяблокоʼ)...

3. Четвертая буква того же алфавита (თ t) также передается двояко (смотря по комплексу): посредством თ t (ჯვთ ǯvt ʻпара, четаʼ), или же при помощи ტ ṭ (დასტ dasṭ ʻрукаʼ, ბისტ bisṭ ʻдвадцатьʼ)...

4. 24-я буква (айн) в начале гласного звука (как и между гласными) исчезает (უდ ud ʻалоэʼ, თაამი დრუშტ taami drušṭ ʻжадныйʼ)...

В. Второй памятник представляет собою учебник персидского языка; относится к той же эпохе (вторая половина XVII века) и оформлен опять-таки по нормам живой разговорной речи:

1. რავთე ravte ʻушедшийʼ (вм. лит. რაჶთჱ rafté).

2. ფუსტ pusṭ ʻкожаʼ (вм. лит. ფუსთ pust).

3. ბეშტ || ბეჟტ bešṭ || bežṭ ʻрайʼ (вм. лит. behešt).

4. ვახტეს vaxṭes ʻвремя (есть)ʼ (вм. лит. vaxtast).

5. რავთეს ravtes ʻушедший естьʼ || ʻушел и пока не возвращалсяʼ (вм. лит, rafteast).

С. В отличие от первых двух, третий манускрипт представляет серьезную (первую?) попытку — передавать грузинскими буквами (в пределах возможности, довольно точно) графему и фонему персидского литературного языка.

Так, например:

1. Краткий гласный а передан через ა a, как правило (მარდომაან mardomaan ʻлюдиʼ დირამ diram ʻдиремʼ ნიგაღ nigaγ ʻвзглядʼ и т. д.).

2. Долгое а=აა aa (ხააჰი xaahi ʻхочешьʼ)...

3. Краткое е (зир)=ი i || ე e (ნიგაღ nigaγ, მეღმაან meγmaan ʻгостьʼ)...

4. Долгое i=იი ii (აზიიზ aziiz ʻдорогойʼ)...

5. Краткий гласный о=то ო o (სოხან soxan ʻсловоʼ), то უ u (სუხან suxan ʻсловоʼ)...

6. Восьмая буква древнегрузинского языка (ჱ η) использована, как правило, для оформления восьмой же буквы персидского письма (ჱაყყ ηakk 'истина'), но нередко ею передана и 31-ая буква того же персидского

ω ω

алфавита (ჱიმმათ ηimmat+'великодушие', 'энергия')...

7. 21-я буква персидского письма (айн) не получила в данном памятнике никакого оформления даже там, где она определенно является социальной фонемой (в начале согласных). Объясняется это, повидимому, тем, что автор не находит среди грузинских букв соответствующего знака. На эту мысль наводит следующее обстоятельство: кое-где в персидских (арабских) словах, при транскрибировании их грузинскими буквами, автор оставляет интервал между буквами там, где должна была быть поставлена специальная графема, соответствующая (при транслитерации) персидско (арабско)му айн (თა ათი უ ta ati u 'его благочестие')...

8. 22-я буква персидского письма всегда передана грузинским ღ γ.

9. Удвоенные согласные оформлены написанием подряд одного и то-

ω ω

го же согласного два раза (ჱიმმათ ηimmat)...

10. 23-я буква (фа) персидского алфавита все еще не находит точного транскрибирования в наших памятниках. В данной рукописи (Н 2290(а)) она оформлена знаком ჳ v (древнегрузинского алфавита). В одном слове персидское *фа* сперва было передано посредством ჲ (й) j (как это имеет место систематически в лексикологических работах Вахтанга VI), но затем это написание перечеркнуто и заменено вышеуказанным знаком.

D. Четвертая рукопись не дает картины точной или хотя бы приближенной передачи норм персидской литературной речи ни в отношении графем, ни в отношении фонем; но заслуживает внимания появление специального знака ֆ, использованного для изображения 23-й буквы (фа) საֆ saf (вм. sāf) 'чистый'.

E. Система полной транскрипции персидской литературной речи грузинскими буквами в наиболее развитом виде представлена на страницах объемистого (в семьсот с лишним страниц) памятника—E (S—16). В основном эта рукопись выступает как образец транскрибирования ново-персидской литературной речи (Исфаганской) и имеет много общего с транскрипцией третьей (по счету) рукописи C.

Так, например:

1. Краткое a (фатха)=(как правило) ა a (სად sad 'сто', მარდ mard 'человек, мужчина')..., но определенные слова имеют e (вм. a—ფედარ pedar 'отец' и т. д.).

2. Долгое a=აა aa (აანჰაა aanhaa ʿони')...

3. Беглое e (касра)=то ი i (ფიქრ fikr ʿмысль'), то ე e (ფექრ fekr, დელ del ʿсердце' ბედეღ bedeγ ʿотдай')...

4. Краткий гласный o=то ო o (სოხან soxan), то უ u (გუმაან gumaan ʿмнение, подозрение')...

5. Двойные согласные (подобно рукоп. C) переданы подряд двумя согласными, а знак удвоения все же ставится над ними (в отличие от рук. C)
ω ω
(ამმაა ammaa ʿно, однако')...

6. Автор старается возможно точнее передать фонетическую сторону ново-персидской литературной речи. Для подтверждения этой мысли следует остановиться на некоторых обстоятельствах:

а) В персидских словах, начинающихся гласными ა a, ი i, у природного перса нередко слышен звук неопределенного характера, вызванный смыканием и размыканием голосовых связок (как и в других языках — говорах: в грузинском, германском и т. д.); для обозначения такого явления автор использовал арабское hamra (ჸიისთაადა ბუდ ჸiistaada bud ʿстоял', დაანისთაჸამ daanistaჸam ʿзнаю || знающий есмь', ჸიინ ჸiin ʿэто')...

б) Одно из собственных имен (чаще всех употребляемое в евангелии)
ო o
передано сперва в виде იასუჱ iasuჱ, в последующих же частях надстрочный гласный упрощен и очень напоминает знак «брджгу» (впервые введенный каталикосом Антоном).

в) Ряд персидских слов в форме повелительного наклонения транскрибирован по нормам точного литературного произношения (правда, с некоторой шероховатостью в отношении передачи некоторых согласных в ауслауте): როვ rov ʿиди! ступай!' (следовало როჳ row)... გოფთ ბე ბეთროს დურ შოვ აზ მან ეიი შეიითაან goft be Betros dur šow az man eii šeiitaan ʿсказал Петру: удались от меня, эй, сатана!').

7. Автор памятника, безупречный знаток ново-персидского литературного языка, выступает перед нами как ученый лингвист, успешно разрешивший в первой половине восемнадцатаго века проблему транскрибирования грузинскими буквами языковых норм ново-персидской живой литературной речи. Этим самым памятник приобретает большое научное значение в связи с освещением в историческом аспекте различных сторон ново-персидского литературного языка. Подробный лингвистический анализ данной рукописи дает исчерпывающий ответ на вопрос, поставленный в свое время академиком Н. Я. Марром — о значении памятника для иранистов.

Оформление трех последних рукописей падает определенно на первую половину XVIII века: предшествует всем C, следует за ним D и последним оформляется (на основе предыдущих опытов) E (персидский четвероглав). Хронологически более уточненные даты даны в уже готовом для печати нашем исследовании, в котором нашли соответствующее освещение и другие стороны упомянутых рукописей.

Есть основание полагать, что памятники C и E вышли из одного и того же культурного центра и непосредственно примыкают друг к другу.

О данных, иллюстрирующих выставленное положение, речь будет особо; достаточно на сей раз привести образцы из указанных рукописей (C и E), чтобы сразу уловить сходство между ними.

C—სოხან გოჴთანი მარდომაანრაა გუშ დაარ soxan goɣtani mardomaanraa guš daar 'высказываниям людей внимай!';

— საქანდარ ქი ბაა შარყიიაან ცარბ დააშთ დარი ხეიმა გუიანდ დარ ღერბ დააშთ. Sakandar ki baa šarqiiaan ηarb daašt dari xeima guiand dar γerb daašt 'Александр [Македонский] когда воевал (имел войну) с восточными [странами], говорят, дверь [его] палатки (шатра) смотрела на запад (находилась на западе || имела направление на запад [чтобы уйти невредимым в случае каких-нибудь опасностей].

E—ფას სე სარ სააია ბე სააზიიმ იექიი ბარააიი თო იექიი ბარააიი მუსაა ვა იექიი ბარააიი ჸიილიიაა ვა დარ ცაალი ქი ბეთროს ჸიინ სოხანრაა მიიგოფთ აბრი როვშანიი სააია აფქანდ ბარ იიშაან ვა სადააიი აზ აბრ ბარ ხაასთ ქი ჸიინ ასთ ფესარი დუსთ დააშთაიი მან ქი ბე უ ხოშნუდამ... pas se sar saaia be saaziim iekii baraaii to iekii baraaii musaa va iekii baraaii ʿiiliiaa va dar ηaali ki Betros ʿiin soxanraa miigoft abri rovšanii saaia afkand bar iišaan va sadaaii az abr bar xaast ki ʿiin ast pesari dust daaštaii man ki be u xošnudam.

Наконец, в отношении рукописи E следует остановиться на ряде моментов. Лингвистический анализ текста установил, что:

a) Оригинал рукописного текста E, оформленного грузинскими буквами, был выполнен в арабском написании, ибо кое-где в текстах имеются явные искажения отдельных понятий, объяснимые только на почве

ო

смешения начертаний схожих между собой арабских букв: ჩუნ აამად იასუჲ ბე ჯაანიბი ყისაავიიააი ჶეიილბოს 60ა₉ MT. 16_{13} Čun aamad iasou', beǯ aanibi Q̣isaaviiaai Feiilbos следовало:—Q̣isaariiaai, налицо смешение арабских букв: pa и bal; этот географический термин в других частях памятника передан

ო

правильно—ვა ბიირუნ აამად იასუჲ ბაა შააგირდაანი ხოდ ბე ჯაანიბი დეცაათი

o

ყიისაარიიაიი ჶიილბოს 138ა₄ va biirum aamad iasu' baa šaagirdaani xod be ǯaanibi deηaati Q̣iisaariiaii Fiilbos и т. д.

б) Оригинал рукописного текста был выполнен на персидском языке, ибо кое-где в текстах имеются явные смысловые искажения, объяснимые только на почве написания персидских слов, и именно арабскими буквами (გოფთ ბე უ ეიი ფარზანდ თო ბაამან ბუდიი დარ ღარ ვაყთიი ვა აანჩი მან დაადამ [вм. დაარამ] ბარააიი თოსთ 244 МТ. 15_{31} goft be u eii farzand to baaman budii dar ɣar vaqtii va aanči man daadam [вм. daaram] baraaii tost сказал [отец] ему: эй, сын! ты со мною находился все время и то, что я имею [по тексту: «дал»] для тебя (это все); произошло смешение двух букв: د и ر, но синтаксически фраза все-таки правильна, к контексту же, конечно, неподходящая; и другой пример—ვა ბუდ დარ დოვრი [вм. დური!] ʿიიშაან გალლაი ხუგიი ქი მიიჩარიიდანდ $29_{ა1-2}$ МТ. 8_{30} va bud dar dovri [вм. duri] ʿiišaan gallai xugii ki miicariidand—смешение подчеркнутого слова с правильным оформлением, заключенного в квадратные скобки, могло произойти только на персидском языке и опять-таки в арабском написании, так как и то и другое понятие = 'вокруг' и 'далеко' по-персидски в арабском написании оформляются одинаково, но огласовка будет разная: доври ишāн 'вокруг них', дури ишāн (дур аз ишāн) 'далеко от них'. По контексту следовало иметь именно второе оформление; синтаксически же, по нормам живой персидской литературной речи, терпимы и то и другое выражение.

в) Автор—хороший знаток персидского языка, но недостаточно знаком с содержанием традиционного текста четвероглава. Это явно подтверждается только что приведенным примером смешения, ибо знай автор хорошо содержание такого памятника, или имей перед собой, в качестве контрольного руководства, текст аналогичного содержания, писанный каким-нибудь совершенным алфавитом (скажем грузинским, армянским и т. д.), —подобные искажения вряд ли могли иметь место. Во всяком случае, автор мыслит по-персидски, персидские языковые сочетания для него являются как бы родной стихией. Один маленький пример: თააიიფააჰაა გურუღიი ქი მიინიშასთანდ დარ თაარიქიი დიიდანდ ნურიი ʾაზიიმ ვა ბარააიი ნიშასთაგაან დარ ყასაბაიი საააიაიი ბარგ [вм. მარგ] ნურიი დარახშაან შოდ ბარ იიშაან $12_{აბ}$ МТ. 4_{16} taaiifaahaa guruɣii ki miinišastand dar taarikii diidand nurii ʾaziim va baraaii nišastaagaan dar qasabaii saaiaii barg [вм. marg] nurii daraxšaan šod bar iišaan.

Из двух подчеркнутых слов первое означает 'тень', второе 'лист (дерева)', по контексту следовало поставить «marg» 'смерть', начальный согласный которого -m- в арабско-персидском написании очень напоминает -b- при слиянии со следующим согласным. Но решающее значение при смешении этих согласных сыграло, очевидно, смешение соответствующих понятий ('смерть', 'лист'), из которых последнее легко могло ассоциироваться с 'тенью дерева' и т. д.

Грузинский Филиал АН СССР
Институт языка, истории и материальной культуры
имени акад. Н. Я. Марра
Тбилиси

(Поступило в редакцию 23.12.1940)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. ივ. ჯავახიშვილი. ისტორიის მიზანი, წყაროები და მეთოდები წინათ დაეხლა. 1916, გვ. 277.

Ответст енный редактор акад. Н. И. Мусхелишвили

Подписано к печати 15.4.1941 г. Объем 6 печ. листа. Авторских листов 7,75.
Колич. тип. зн. в 1 печ. листе 52 000. УЭ 19567. Заказ № 221.
Тираж 1000 экз.

Типография Академии Наук Грузинской ССР, Тбилиси, улица А. Церетели 7,

დამტკიცებულია
საქ. სსრ მეცნ. აკად. პრეზიდიუმის მიერ
8.4.1941

დებულება „საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბის“ შესახებ [1]

1. „მოამბეში“ იბეჭდება ფილიალის მეცნიერ მუშაკებისა და სხვა მეცნიერთა მოკლე წერილები, რომელიც შეიცავს მათი გამოკვლევების მთავარ შედეგებს.

2. „მოამბეს“ ხელმძღვანელობს სარედაქციო კოლეგია, რომელსაც ირჩევს საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის საერთო კრება.

3. „მოამბე“ გამოდის ყოველთვიურად (თვის ბოლოს), გარდა ივლის-აგვისტოს თვისა— ცალკე ნაკვეთებად დაახლოვებით 5 ბეჭდური თაბახის მოცულობით თვითეული. ერთი წლის ყველა ნაკვეთი (სულ 10 ნაკვეთი) შეადგენს ერთ ტომს.

4. წერილები იბეჭდება ერთერთს შემდეგ ენაზე: ქართულად, რუსულად, გერმანულად, ფრანგულად, ინგლისურად. ყველა წერილებს, გარდა წერილებისა ქართულ ენაზე, აუცილებლად უნდა დაერთოს რეზუმე ქართულ ენაზე. ქართულ წერილებს აუცილებლად უნდა დაერთოს რეზუმე რუსულ ენაზე. წერილებს შეიძლება დაერთოს აგრეთვე რეზუმე რომელიმე ზემოთდასახელებულ ენაზე, ავტორის სურვილის მიხედვით.

5. წერილის მოცულობა, რეზუმეს და ილუსტრაციების ჩათვლით, არ უნდა აღემატებოდეს ნახევარ საავტორო თაბახს (20 ათასი ბეჭდური ნიშანი). ძირითადი ტექსტისა და რეზუმეს მოცულობის შეფარდებას განსაზღვრავს თვით ავტორი. კერძოდ, რეზუმე შეიძლება შეცვლილი იყოს მთლიანი თარგმანით, თუ კი წერილის და თარგმანის საერთო ზომა არ აღემატება ზემოთაღნიშნულ ნორმას.

6. „მოამბეში“ დასაბეჭდი წერილები უნდა გადაეცეს რედაქციას; იმ ავტორებისათვის, რომლებიც სამეცნიერო აკადემიის ნამდვილი წევრები არიან, რედაქცია განსაზღვრავს მხოლოდ დაბეჭდვის მორიგეობას. დანარჩენი ავტორების წერილები კი, როგორც წესი, გადაეცემა რედკოლეგიის მიერ სარეცენზიოდ აკადემიის რომელიმე ნამდვილ წევრს ან სათანადო დარგის რომელიმე სხვა სპეციალისტს, რის შემდეგ დაბეჭდვის საკითხს გადასწყვეტს რედკოლეგია.

7. წერილები თავისი რეზუმეთი და ილუსტრაციებით წარმოდგენილი უნდა იქნეს ავტორის მიერ სავსებით გამზადებული დასაბეჭდად. ფორმულები მკაფიოდ უნდა იყოს ტექსტში ჩაწერილი ხელით, წერილის დასაბეჭდად მიღების შემდეგ ტექსტში არავითარი შესწორებისა და დამატების შეტანა არ დაიშვება.

8. ციტირებული ლიტერატურის შესახებ მონაცემები უნდა იყოს შეძლებისდაგვარად სრული: საჭიროა აღინიშნოს ჟურნალის სახელწოდება, ნომერი სერიისა, ტომისა, ნაკვეთისა, გამოცემის წელი, წერილის სრული სათაური; თუ ციტირებულია წიგნი, სავალდებულოა ჩვენება წიგნის სრული სახელწოდებისა, გამოცემის წლისა და ადგილისა.

9. ციტირებული ლიტერატურის დასახელება ერთვის წერილს ბოლოში სიის სახით. ლიტერატურაზე მითითებისას ტექსტში ან შენიშვნებში ნაჩვენები უნდა იქნეს ნომერი სიის მიხედვით, ჩასმული კვადრატულ ფრჩხილებში.

10. წერილის ტექსტისა და რეზუმეს ბოლოს ავტორმა უნდა აღნიშნოს სათანადო ენებზე დასახელება და ადგილმდებარეობა დაწესებულებისა, რომელშიაც შესრულებულია ნაშრომი. წერილი თარიღდება რედაქციაში შემოსვლის დღით.

11. ავტორს ეძლევა ერთი კორექტურა გვერდებად შეკრული მკაცრად განსაზღვრული ვადით (ჩვეულებრივად, არა უმეტეს ერთი დღისა). დადგენილ ვადისათვის კორექტურის წარმოუდგენლობის შემთხვევაში რედაქციას უფლება აქვს წერილი დაბეჭდოს ავტორის ვიზის გარეშე.

12. ავტორს უფასოდ ეძლევა მისი წერილის 50 ამონაბეჭდი და ერთი ცალი „მოამბის“ ნაკვეთისა, რომელშიაც მისი წერილია მოთავსებული.

რედაქციის მისამართი: თბილისი, მახარაძის ქ., 14

[1] ეს დებულება, წინანდელისაგან განსხვავებული, შედის ძალაში დაწყებული II ტომის მე-5 ნაკვეთიდან.

2/186

ფასი 3 მან.
ЦЕНА 3 РУБ.

УТВЕРЖДЕНО
Президиумом Академии Наук Грузинской ССР
8.4.1941

ПОЛОЖЕНИЕ О «СООБЩЕНИЯХ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР» [1]

1. В «Сообщениях» помещаются краткие статьи научных работников Академии Наук Грузинской ССР и других ученых, содержащие наиболее существенные результаты их исследований.

2. «Сообщениями» руководит Редакционная коллегия, избираемая Общим Собранием Академии Наук Грузинской ССР.

3. «Сообщения» выходят ежемесячно (в конце каждого месяца), за исключением июля и августа, выпусками около 5 печ. листов каждый. Совокупность выпусков за год (всего 10 выпусков) составляет один том.

4. Статьи печатаются на одном из следующих языков: грузинском, русском, немецком, французском, английском. Все статьи, кроме статей на грузинском языке, обязательно снабжаются резюме на грузинском языке. Статьи на грузинском языке обязательно снабжаются резюме на русском языке. Статьи могут быть также снабжены резюме на любом из вышеназванных языков, по желанию автора.

5. Размер статьи, включая резюме и иллюстрации, не должен превышать половины авторского листа (20 тыс. печ. знаков). Соотношение размеров основного текста и резюме определяется самим автором. В частности, резюме может быть заменено полным переводом, при условии, чтобы общий размер статьи и перевода не превышал указанной выше нормы.

6. Статьи, предназначаемые к напечатанию в «Сообщениях», направляются в Редакцию, которая для авторов, являющихся действительными членами Академии Наук, лишь устанавливает очередность публикации. Статьи же остальных авторов, как правило, передаются Редколлегией для отзыва одному из действительных членов Академии Наук или же какому-либо другому специалисту по данной области, после чего вопрос о напечатании статьи решается Редколлегией.

7. Статьи должны представляться автором в совершенно готовом для печати виде, вместе с резюме и иллюстрациями. Формулы должны быть четко вписаны от руки. Никакие исправления и добавления после принятия статьи к печати не допускаются.

8. Данные о цитируемой литературе должны быть возможно полными: необходимо указывать название журнала, номер серии, тома, выпуска, год издания, полное заглавие статьи; если цитируется книга, то необходимо указать полное заглавие, год и место издания.

9. Цитируемая литература должна приводиться в конце статьи в виде списка. При ссылке на литературу в тексте статьи или в подстрочных примечаниях, следует указывать номер по списку, включая его в квадратные скобки.

10. В конце статьи и резюме авторы должны указывать, на соответствующих языках, местонахождение и название учреждения, в котором проведена работа. Статья датируется днем поступления в редакцию.

11. Автору предоставляется одна корректура в сверстанном виде на строго ограниченный срок (обычно не более суток). В случае невозвращения корректуры к сроку, редакция вправе печатать статью без авторской визы.

12. Авторы получают бесплатно 50 оттисков своей статьи и выпуск «Сообщений», содержащий эту статью.

Адрес редакции: Тбилиси, ул. Махарадзе, 14

---

[1] Настоящее положение, отличающееся от прежнего, вступает в силу начиная с 5-го выпуска II тома.