

502. / 2  
1940



სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალის

მ ლ ა მ ბ ე

ტომი I № 9 -

С О О Б Щ Е Н И Я

ГРУЗИНСКОГО ФИЛИАЛА АКАДЕМИИ НАУК СССР

ТОМ I № 9

MITTEILUNGEN

DER GEORGISCHEN ABTEILUNG DER AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN DER USSR

BAND I № 9

თბილისი 1940 ТБИЛИСИ  
TBILISSI



С. Н. Джанашиа. Иван Александрович Джавахишвили (некролог) . . . . . 647

მათემატიკა—МАТЕМАТИКА—MATHEMATIK

И. Н. Векуа и Д. Ф. Харазов. Замечания по поводу метода Фурье . . . . . 647  
 \* ი. ვეკუა და ხარაზოვი. ფურიეს მეთოდის შესახებ . . . . . 649

მათემატიკური ფიზიკა—МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА—MATHEMATISCHE PHYSIK

Н. П. Векуа. О предельном переходе от динамических процессов к стационарным в граничных задачах теплопроводности . . . . . 651  
 \* N. Vesoua. Über den Grenzübergang von den dynamischen Prozessen zu den stationären in Randproblemen der Wärmeleitung . . . . . 657

ჰიდროდინამიკა—ГИДРОДИНАМИКА—HYDRODYNAMIK

Д. Е. Долидзе. Об одной нелинейной задаче гидродинамики . . . . . 659  
 \* D. Dolidze. Über ein nichtlineares Problem der Hydrodynamik. . . . . 664

მათემატიკის ფუნდამენტური საკითხები—ПРОБЛЕМЫ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ—GRUNDLAGENFRAGEN DER MATHEMATIK

Л. П. Гокиели. О так называемых «содержательных аксиомах» математической логики. Сообщение второе . . . . . 665

ასტრონომია—АСТРОНОМИЯ—ASTRONOMIE

М. А. Вашакидзе и Е. К. Харадзе. Об одном способе определения колориндексов слабых звезд . . . . . 673

გეოლოგია—ГЕОЛОГИЯ—GEOLOGIE

Н. Иоселиани. О рудистах из меловых отложений Грузии . . . . . 677  
 ივ. იოსელიანი. ლეჩხუმის ზედა ექინოკორისიანი ჰორიზონტის ასაკის საკითხისათვის . 679  
 \* И. Качаравა. К вопросу о возрасте верхнего эхинокорисового горизонта Лечхуми . . . . . 681

ბოტანიკა—БОТАНИКА—BOTANIK

V. Л. Менабде. Ботанико-систематические данные о хлебных злаках древней Колхиды . . . . . 683  
 \* V. Menabde. Botanico-systematical data on cereals of ancient Colchis . . . . . 688  
 Н. А. Анели. О зависимости урожая зерна кукурузы от интервала времени между выносом метелки и початка . . . . . 691  
 \* N. Aneli. On the dependency of the maize grain crop on the time interval between the coming out of the panicle and the spadix . . . . . 695

ზოოლოგია—ЗООЛОГИЯ—ZOOLOGIE

В. Kurashvili. New forms of worm-parasites of birds in Georgia . . . . . 697  
 \* Б. Е. Курашвили. Новые формы червей, паразитирующих в птицах Грузии . . 702

ენათმეცნიერება—ЯЗЫКОВЕДЕНИЕ—SPRACHWISSENSCHAFT

В. Н. Панчвидзе. К вопросу о взаимоотношении диалектов удийского языка. Сообщение первое . . . . . 703  
 Исправление погрешностей . . . . . 712

\* ვარსკვლავით აღნიშნული სათაური ეკუთვნის წინა წერილის რეზუმეს ან თარგმანს.  
 \* Заглавие, отмеченное звездочкой, относится к резюме или к переводу предстоящей статьи.  
 \* Die mit einem Stern versehenen Titel betreffen die Zusammenfassung oder Übersetzung des vorangehenden Artikels.



აკად. ნ. ა. ჯავახიშვილი

502 19  
1940  
Институт языка, истории и материальной культуры им. Марра Грузинского Филиала АН СССР  
1940

**ИВАН АЛЕКСАНДРОВИЧ ДЖАВАХИШВИЛИ**

18 ноября с. г., в 9 час. 45 мин. вечера, в гор. Тбилиси, на публичном заседании Ученого Совета Института языка, истории и материальной культуры им. Марра Грузинского Филиала АН СССР внезапно скончался выдающийся деятель советской исторической науки, действительный член АН СССР, член Президиума Верховного Совета Грузинской ССР, профессор Иван Александрович Джавахишвили.

Скончался выдающийся ученый и общественный деятель во время чтения своего доклада «Задачи грузинской филологии и истории древнегрузинской художественной литературы».

Смерть была моментальна.

Академик Иван Александрович Джавахишвили принадлежал к числу современных крупнейших советских историков, являясь основоположником научного изучения древней истории Грузии и авторитетным исследователем древностей ряда сопредельных с Грузией стран.

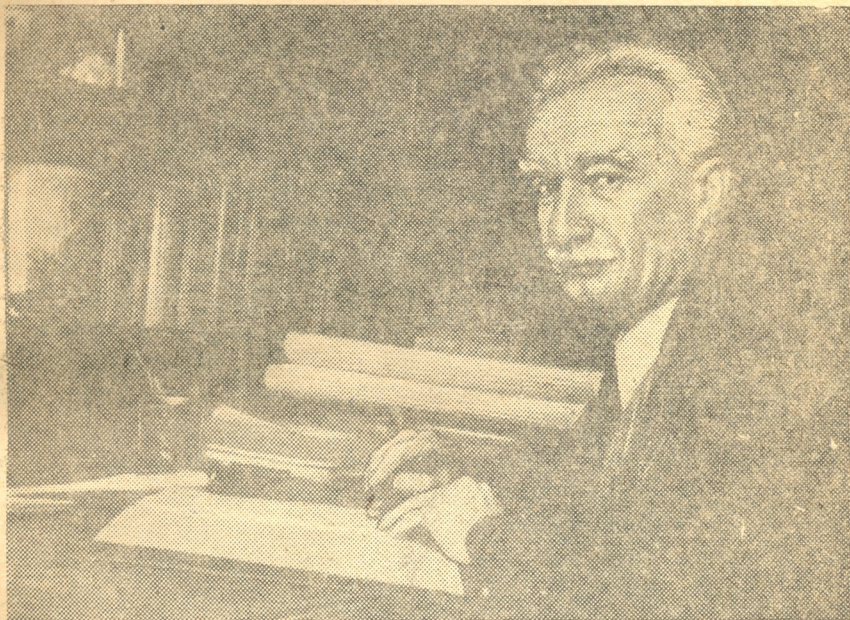
Иван Александрович родился в Тбилиси, 11 апреля 1876 г. Среднее образование он получил в Тбилисской I гимназии, по окончании которой поступил в б. Петербургский университет, на факультет восточных языков по армяно-грузино-персидскому разряду; Петербургский университет окончил в 1899 г. и там же был оставлен для подготовки к профессорскому званию. В 1900 г., сдав экзамены на магистра, был с научной целью командирован в Германию, где работал у известного ученого Ад. Гарнака. В 1902 г. был послан, вместе с акад. Марром, Петербургским университетом в Аравию, на Синай, для описания хранящихся там грузинских рукописей, что и было выполнено с успехом. Осенью того же года был избран приват-доцентом Петербургского университета по кафедре армяно-грузинской филологии и с 1 января 1903 г. начал читать лекции по истории Грузии и Армении. В 1906 г. защитил диссертацию («Государственный строй древней Грузии и древней Армении», СПб, 1905 г.) и получил степень магистра армяно-грузинской филологии. В 1917 г. был избран доцентом. В 1918 г., с открытием Тбилисского университета, был избран профессором и деканом Философского факультета названного университета.



В последующие годы, особенно и преимущественно—после установления советской власти в Грузии деятельность акад. Джавахишвили становится исключительно многогранной и продуктивной.

Научно-исследовательской работой Иван Александрович стал заниматься еще со студенческой скамьи. Так, будучи студентом Петербургского (н. Ленинградского) университета И. А. Джавахишвили знакомит русское общество с замечательным памятником древне-грузинской письменности— «Мудрость Балавара» (1897 г.), а представленная им, тогда же, в качестве конкурсной, работа: «Проповедническая деятельность апост. Андрея и св. Нины в Грузии» была награждена советом профессоров того же университета золотой медалью (1898). Эта работа чрезвычайно характерна для научных интересов и всей дальнейшей деятельности автора: студент III курса факультета восточных языков, т. е. по существу питомец филологической школы, поставил тут важнейшую задачу науки истории Грузии, задачу научной критики источников, отмечая наивно-благочестивое, националистическое отношение ко всякого рода, безразлично, памятникам родной древней письменности, являвшееся одним из главных препятствий к научному освещению прошлого грузинского народа. Этот источниковедческий интерес никогда потом не покидает автора и порождает огромный его труд, имеющий по своему замыслу и выполнению мало аналогий в исторической литературе— «Задачи, источники и методы истории в древности и теперь», представленный (не будучи доведенным до конца) в 4 книгах (все на грузин. яз.): 1) «Древне-грузинская историческая письменность» (1916); 2) «Грузинская нумизматика и метрология» (1925), 3) «Грузинская палеография» (1926) и 4) «Грузинская дипломатика» (всего около 1000 стр.). В данном труде автор впервые кладет основание вспомогательным дисциплинам науки истории Грузии и научно-критическому изучению источников грузинской истории, а на основании этой критики— фактическому изучению всего разнообразия различных категорий данных источников. Свою задачу в предисловии к «Древне-грузинской исторической письменности» автор определял так: ...«выяснить как личность каждого летописца и историка,—именно, к какой среде и направлению принадлежал он, носителем какого мировоззрения и точки зрения он являлся,— а также установить, что ставил он себе целью и что хотел, когда начинал писать свое сочинение. Вместе с тем я всегда пытался узнать, какие и насколько достоверные источники имел каждый из них и каким путем и средствами желали они осуществить и осуществили свою цель». Рассмотрение с этой точки зрения основного источника истории Грузии, знаменитого сборника древних летописных и исторических сочинений, «Картлис Цховреба», и существующей о нем литературы привело автора к взгляду, что до сих пор по отношению к этому сборнику «господствовала больше внешняя критика, чем изучение источников по существу и со всех сторон...

При рассмотрении любого древнего исторического сочинения, исследователь должен составить себе представление не только о времени деятельности автора, но и об его личности, образовании, мышлении и партийности, о характере его источников, о его манере и методах письма... Точка зрения, сословность и партийность писателя кладет на историческое сочинение свою сильную печать и волей-неволей определяет степень беспристрастия». С этой точки зрения, «Картлис Цховреба» для акад. И. А. Джавахишвили есть полуофициальный сборник авторов, стоявших на точке зрения интересов центральной царской власти. Другая положительная черта акад.



И. А. Джавахишвили, как ученого историка — сознание необходимости изучать историю Грузии в тесной связи с историей сопредельных стран и народов, — заставляет его распространить свой критический метод и на иностранные источники истории Грузии не только с точки зрения интересов истории Грузии, но и с точки зрения истории соответствующих народов. В этом деле акад. И. А. Джавахишвили оказывает большое содействие знание соответствующих древних языков: армянского, персидского, греческого, латинского, сирийского. Таким образом возникает, в частности, критика персидских (в университетском курсе) и армянских источников; по последним акад. И. А. Джавахишвили публикует (1935): «Древнеармянская историческая литература», т. I (на груз. яз.).

Столь сильный интерес к источникам, сопровождаемый соответствующей исследовательской работой и неутомимыми поисками, приводит к



открытию целого ряда неизвестных до того, чрезвычайно важных источников и рукописей; таковы: 1) древнейший список «Картлис Цховреба» («Анасеули»), 2) третий историк ц. Тамары, Василий Эзосмодзгвари, 3) летопись эпохи Лаша Георгия, 4) продолжение «Картлис Цховреба», составленное комиссией ц. Вахтанга VI (вышло в издании ЯИМК Груз. Филиала АН СССР в 1940 г.), 5) т. н. «Ханметные» тексты, древнейшие памятники груз. письменности, открытие которых составляет целую эпоху в истории груз. литературы, и т. д.

Овладев огромным фактическим историческим материалом, освещенным светом указанной критики, акад. И. А. Джавахишвили начинает разрабатывать историю грузинского народа, следуя предварительно выработанному плану, с совершенно исключительной методичностью, систематичностью и упорством. Так возникают его капитальные труды: 1) «История грузинского народа», в трех томах (более 1000 страниц), 2) «История грузинского права», в трех книгах (более 1000 страниц), законченное исследование и 3) первые два тома «Экономической истории Грузии» (около 1200 стр.).

Общественные взгляды акад. И. А. Джавахишвили стали формироваться под влиянием народно-освободительного движения, охватившего Грузию с шестидесятых годов прошлого века. Идеи этого движения провозглашают труды акад. И. А. Джавахишвили. С самого начала своей деятельности акад. И. А. Джавахишвили выступает энтузиастом и практическим организатором дела распространения научных, в частности, исторических, знаний на грузинском языке и внедрения новейшей науки и научно-исследовательской работы на родной почве. Большинство исследований акад. И. А. Джавахишвили, еще до революции и в бытность его доцентом С.-П. «Императорского» Университета, были написаны им на грузинском языке. Тому же делу служили его частые научные публичные лекции в Грузии. Вместе с тем акад. И. А. Джавахишвили открыто выступает против национализма в науке («Патриотизм и наука», 1904 г.). Завершением указанной деятельности была практическая подготовка к созданию национального университета, начавшаяся еще в дореволюционный период, но получившая свое осуществление лишь в условиях, созданных Великой Октябрьской Социалистической Революцией: разумеется открытие Тбилисского Государственного Университета в 1918 году, главным инициатором и организатором чего и явился акад. И. А. Джавахишвили. С 1919 г. по 1926 г. акад. И. А. Джавахишвили состоит ректором этого университета и проводит большую работу по его дальнейшему расширению и укреплению.

В общественной стороне деятельности акад. И. А. Джавахишвили привлекает внимание его отзывчивость на развитие освободительного движения, на развитие русской революции, находящая отражение в его научной работе. 1905 году акад. Джавахишвили отвечает исследованием

«Политическое и социальное движение в Грузии в XIX в.». Это издание было уничтожено цензурой. Накануне первой русской революции акад. Джавахишвили занимается историей демократического движения в древней Грузии. Специально социальной истории посвящены также его работы: «Страница из истории крестьянского движения в древней Армении» (1923), впервые указавшая на значение древне-армянского историка Ст. Орбеляна с данной точки зрения, и монография «История социальной борьбы в Грузии в IX—XIII вв.» (1934).

С установлением советской власти в Грузии деятельность акад. И. А. Джавахишвили становится еще более обширной и активной, как ректора университета, профессора того же университета, председателя Государственного Ученого Совета, председателя Грузинского Историко-Этнографического общества, члена многих других научных обществ, активного участника разработки грузинской научной терминологии, унификации литературных и орфографических норм грузинского языка. За работу по военной терминологии акад. Джавахишвили получил от Наркома обороны СССР благодарственную грамоту. Большую работу И. А. Джавахишвили вел и по подготовке кадров, руководя до самой смерти аспирантами по истории Грузии. Огромную работу вел акад. Джавахишвили также по консультации всех заинтересованных лиц и учреждений. Большую работу акад. Джавахишвили провел по организации юбилейной выставки Руставели (1937 г.) и самого Музея Руставели, директором которого он состоял.

Большая часть исследований акад. И. А. Джавахишвили, в том числе и самые крупные, появилась целиком при советской власти. Поистине изумительная разносторонность научных и общественных интересов акад. И. А. Джавахишвили нашла свое полное выражение и осуществление лишь при советской власти. В 1938 г. вышли из печати специальная монография по истории грузинской музыки и большое исследование по вопросу родства картвельских и кавказских языков («Первоначальный строй и родство грузинского и кавказских языков»). В последние годы под непосредственным руководством акад. Джавахишвили был собран и подготовлен к печати огромный материал для истории кустарной промышленности Грузии. Покойный готовил для сдачи в печать почти законченную «Историю быта и материальной культуры древней Грузии» и критические издания ряда древне-грузинских историков.

Советский народ и советская власть достойным образом оценили заслуги И. А. Джавахишвили: в связи с двадцатилетием Тбилисского Гос. Университета им. Сталина он был награжден орденом Трудового Красного Знамени, а 12 июня 1938 г. грузинский народ избрал его депутатом Верховного Совета Грузинской ССР; Верховный Совет, в свою очередь, избрал акад. И. А. Джавахишвили членом своего Президиума.



В 1939 г. Иван Александрович был избран действительным членом Академии Наук СССР.

С конца 1938 г. Иван Александрович был руководителем беспрецедентных по своему масштабу для Закавказья археологических работ, которые ведет в Мцхета-Самтавро Институт языка, истории и материальной культуры им. Марра Грузинского Филиала АН СССР.

Окруженный всеобщим почетом и любовью, акад. Джавахишвили продолжал свою работу без устали, не щадя сил, буквально до последней минуты своей жизни. Он был полон новых замыслов, он торопился с окончанием своих ранее начатых работ. Беспредельная любовь к народу и своему делу, верность гражданскому и научному долгу воодушевляли этого обремененного физическими недугами большого человека на подвиг, имеющих не много примеров в истории науки.

Смерть сразила его на боевом посту... Умер ученый неиссякаемой энергии, негибаемой воли, колоссальной эрудиции...

Огромную потерю понесли советский народ и его передовая наука. Но имя Ивана Александровича Джавахишвили останется навеки в истории родного народа, который сохранит его богатейшее научное наследство.

С. Н. Джанашиа

И. Н. ВЕКУА и Д. Ф. ХАРАЗОВ

ЗАМЕЧАНИЯ ПО ПОВОДУ МЕТОДА ФУРЬЕ

При изучении некоторых дифференциальных уравнений математической физики, в случае круговой области, решения ищутся в виде суммы и функций вида:

$$f(r) \varphi(\vartheta),$$

где  $r$  и  $\vartheta$  — полярные координаты точки на плоскости. При этом во многих случаях остается открытым вопрос: представляются ли все решения дифференциального уравнения в таком виде, или мы находим таким образом только лишь частный класс решений.

Выяснение этого вопроса является особенно важным при исследовании собственных колебаний, так как в литературе почти всегда остается открытым вопрос о полноте полученных фундаментальных функций.

Пользуясь работами И. Н. Векуа, представляется возможным решить этот вопрос в общем случае, для дифференциального уравнения следующего вида:

$$\Delta^n u + a_1 \Delta^{n-1} u + \dots + a_{n-1} \Delta u + a_n u = 0, \tag{1}$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — постоянные коэффициенты, а функция  $u$  зависит от двух переменных.

Это дифференциальное уравнение представляет особый интерес, так как к изучению частных видов уравнения (1) приводят очень многие вопросы математической физики. Так, например, изучение колебания мембраны приводит к уравнению:

$$\Delta u + \lambda^2 u = 0, \quad \lambda = \text{const.},$$

изучение колебания пластинки приводит к уравнению:

$$\Delta \Delta u - k^4 u = 0, \quad k = \text{const.}$$

Как известно, общее представление всех вещественных решений уравнения (1) имеет вид [1]

$$u(x, y) = \Gamma_n(\zeta, \bar{\zeta}) - \int_{\tilde{\zeta}_0}^{\tilde{\zeta}} d\tilde{\zeta} \int_{\tilde{\zeta}_0}^{\tilde{\zeta}} \sum_{i=1}^n d_i J_0(\lambda_i r) \Gamma_n(\zeta, \bar{\zeta}) d\bar{\zeta}, \tag{2}$$



где  $z = x + iy$ ,  $z_0 = x_0 + iy_0$ ,  $r^2 = (z - \zeta)(\bar{z} - \bar{\zeta})$ ,  $J_0(\lambda_i r)$  — функция Бесселя нулевого порядка,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  — корни уравнения<sup>1)</sup>  $\chi^{2n} - a, \chi^{2n-2} + \dots + (-1)^n a_n = 0$ ,  $d_1, d_2, \dots, d_n$  — постоянные, которые определяются из уравнений:

$$d_1 \lambda^{2k} + d_2 \lambda_2^{2k} + \dots + d_n \lambda_n^{2k} = (-1)^k 2^{2k} c_k, \quad (k=0, 1, \dots, n-1)$$

Постоянные  $c_k$  даются рекуррентными формулами:

$$c_0 = b_1, \quad c_m = b_{m+1} + \sum_{k=c}^{n-1} b_{k+1} c_{m-k-1}, \quad \text{при } m=1, \dots, n-1$$

и

$$c_m = \sum_{k=0}^{n-1} b_{k+1} c_{m-k-1}, \quad \text{при } m \geq n,$$

где

$$b_k = \frac{a_k}{2^{2k}}, \quad k=1, 2, \dots, n.$$

Функция  $\Gamma_n(z, \bar{z})$  — так называемая  $n$ -гармоническая функция, имеющая вид:

$$\Gamma_n(z, \bar{z}) = \sum_{k=0}^{n-1} [\bar{\lambda}^k \bar{\varphi}_k(\bar{z}) + \bar{\lambda}^k \varphi_k(z)],$$

где  $\varphi_k(z)$  — аналитические функции в некоторой односвязной области.

Рассмотрим теперь решение уравнения (1) в некоторой круговой области с центром в начале координат.

Тогда функции  $\varphi_k(z)$  можно представить рядами Тэйлора:

$$\varphi_k(z) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m^{(k)} z^m, \quad (k=0, 1, \dots, n-1). \quad (3)$$

Функция Бесселя  $J_0(\lambda_i r)$  представляется следующей суммой:

$$J_0(\lambda_i \sqrt{(z-\zeta)(\bar{z}-\bar{\zeta})}) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\left(\frac{\lambda_i}{2}\right)^{2m} (z-\zeta)^m (\bar{z}-\bar{\zeta})^m}{m!^2}. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2) и полагая  $z_0 = 0$ , после простых выкладок легко покажем, что

<sup>1)</sup> Мы предполагаем, что это уравнение имеет лишь простые корни. Получаемый ниже результат остается справедливым, как это легко видеть, и в том случае, когда у уравнения имеются кратные корни.

$$\begin{aligned}
 u(x, y) = & \left[ \sum_{m=0}^{\infty} a_m^{(0)} \bar{\chi}^m + \sum_{m=0}^{\infty} \bar{a}_m^{(0)} \bar{\chi}^m \right] H_0(r) + \\
 & + \left[ \bar{\chi} \sum_{m=0}^{\infty} a_m^{(1)} \bar{\chi}^m + \bar{\chi} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{a}_m^{(1)} \bar{\chi}^m \right] H_1(r) + \dots + \\
 & \dots + \left[ \bar{\chi}^{n-1} \sum_{m=0}^{\infty} a_m^{(n-1)} \bar{\chi}^m + \bar{\chi}^{n-1} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{a}_m^{(n-1)} \bar{\chi}^m \right] H_{n-1}(r),
 \end{aligned} \quad (5)$$

где  $H_k(r)$ ,  $k=0, 1, \dots, n-1$  — функции, зависящие только от  $r$ .

Переходя в (5) к полярным координатам:  $\bar{\chi} = r e^{i\theta}$ , замечаем, что решение уравнения (1) примет следующий вид:

$$u(r, \theta) = F_0(r) + \sum_{m=1}^{\infty} F_m(r) \cos m\theta + \Psi_m(r) \sin m\theta.$$

Следовательно доказано, что все решения уравнения (1) действительно представимы в указанном выше виде.

Грузинский Филиал АН СССР  
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 25.10.1940)

მათემატიკა

О. შავაშვილი და დ. ხარაზიანი

ფუნქციის მეთოდის შესახებ

რეზიუმე

მათემატიკური ფიზიკის ზოგიერთი დიფერენციალური განტოლებების შესწავლის დროს ამოხსნას ეძებენ როგორც ჯამს შემდეგი სახის ფუნქციებისას:

$$f(r) \varphi(\theta),$$

სადაც  $r$  და  $\theta$  — წერტილის პოლარული კოორდინატებია სიბრტყეში. ამავე დროს ხშირად გაურკვევლად რჩება საკითხი, შეიძლება თუ არა ყოველი ამოხსნის ასე წარმოდგენა. ამ საკითხზე დადებითი პასუხის მიღება განსაკუთრებით მნიშვნე-

3697

ლოვანია საკუთრივი რხევების თეორიაში, რადგანაც ლიტერატურაში, თითქმის ყოველთვის, ღიად რჩება საკითხი ფურიეს მეთოდით მიღებული ფუნდამენტალური ფუნქციების სისრულის შესახებ.

ავტორები, ი. ვეკუას მიერ წინეთ მიღებული ელიფსურ განტოლებათა ზოგადი წარმოდგენის გამოყენებით, ამტკიცებენ, რომ ფურიეს მეთოდი, იმ შემთხვევაში, როცა ამოხსნას ეძებენ ზემოთნაჩვენები სახით, გვაძლევს ყველა ამოხსნას დიფერენციალური განტოლებისას:

$$\Delta^n u + a_1 \Delta^{n-1} u + \dots + a_n u = 0,$$

სადაც  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — მუდმივებია.

სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალი  
 თბილისის მათემატიკური ინსტიტუტი

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ციტირებული ლიტერატურა

1. Илья Векуа. Комплексное представление решений эллиптических уравнений...  
 Тр. Тбил. Мат. Инст., т. VII, 1939, стр. 184.

Н. П. ВЕКУА

О ПРЕДЕЛЬНОМ ПЕРЕХОДЕ ОТ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
 К СТАЦИОНАРНЫМ В ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧАХ  
 ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

§ 1. Рассматривается область  $G$ , ограниченная плоским замкнутым контуром  $C$  с непрерывной касательной и кривизной. Известно, что внутренняя задача Дирихле для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (1.1)$$

где  $k$  обозначает коэффициент теплопроводности, приводится к рассмотрению интегрального уравнения:

$$\varphi(s, t) + \frac{1}{\pi} \int_C d\alpha \int_0^t \frac{\varphi(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} e^{-\frac{r_{\sigma s}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s}^2 d\tau = \frac{f(s, t)}{\pi}, \quad (1.2)$$

где  $r_{\sigma s}$  есть расстояние от некоторой точки контура  $p(s)$  до точки интегрирования  $p(\sigma)$ ,  $d\alpha$  — угол, под которым виден элемент дуги  $d\sigma$  контура  $C$  из точки  $p(s)$ ,  $\left( d\alpha = \frac{\cos(r_{\sigma s}, n_\sigma)}{r_{\sigma s}} d\sigma \right)$ ,  $n_\sigma$  — внутренняя нормаль в точке  $p(\sigma)$ ,

$f(s, t)$  представляет заданный температурный режим вдоль кривой  $C$ ; при этом предполагается что  $f(s, t)$  непрерывна в отношении обоих аргументов.

С помощью уравнения (1.2) решение задачи Дирихле дается в виде:

$$\Phi = \int_C d\alpha' \int_0^t \frac{\varphi(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} e^{-\frac{r_{\sigma s'}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s'}^2 d\tau \quad (1.3)$$

(см. [1]), где  $p(s')$  есть внутренняя точка области  $G$  и

$$d\alpha' = \frac{\cos(r_{\sigma s'}, n_\sigma)}{r_{\sigma s'}} d\sigma.$$



С другой стороны известно, что внутренняя задача Дирихле для уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (1.4)$$

приводит к интегральному уравнению:

$$\mu(s) + \frac{1}{\pi} \int_C \mu(\sigma) d\alpha = \frac{f(s)}{\pi}, \quad (1.5)$$

где  $d\alpha$  имеет то же значение, что и в (1.2),  $f(s)$  представляет заданную на  $C$  непрерывную функцию.

Решение задачи Дирихле, как известно, выражается потенциалом двойного слоя:

$$F = \int_C \mu(\sigma) d\alpha', \quad (1.6)$$

где  $d\alpha'$  имеет то же значение, что и в (1.3). В предлагаемой заметке мы доказываем, что если функция  $f(s, t)$  имеет непрерывный предел  $f(s)$  при  $t \rightarrow \infty$ , тогда решение интегрального уравнения (1.2) имеет непрерывный предел при  $t \rightarrow \infty$  и этот предел равен решению интегрального уравнения (1.5). Кроме того, предел выражения (1.3) при  $t \rightarrow \infty$  совпадает с выражением (1.6).

Задача эта впервые была поставлена В. Мюнтцем [1], который по этому поводу пишет: «Было бы чрезвычайно желательно дать общее доказательство того очень вероятного закона, что устанавливающийся процесс всегда стремится к соответствующему стационарному, поскольку последний действительно существует. Как ни наглядно выражение этого закона, доказательство его является далеко не очевидным».

§ 2. Пусть существует непрерывный предел функции  $f(s, t)$  при  $t \rightarrow \infty$ . Допустим, что решение уравнения (1.2)  $\varphi(s, t)$  имеет предел при  $t \rightarrow \infty$  и пусть этот предел есть непрерывная функция  $\varphi(s)$ . Докажем, что тогда  $\varphi(s)$  совпадает с решением уравнения (1.5) и что предел выражения (1.3) при  $t \rightarrow \infty$  совпадает с выражением (1.6).

Рассмотрим выражение

$$J(\sigma, s, t) = \int_0^t \frac{\varphi(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} e^{-\frac{r_{\sigma s}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s}^2 d\tau.$$

При помощи подстановки  $\omega = \frac{r_{\sigma s}^2}{4k(t-\tau)}$  имеем:

$$J(\sigma, s, t) = \int_{\frac{r_{\sigma s}^2}{4kt}}^{\infty} \varphi\left(\sigma, t - \frac{r_{\sigma s}^2}{4k\omega}\right) e^{-\omega} d\omega = \int_{\frac{r_{\sigma s}^2}{2kt}}^{\infty} \varphi\left(\sigma, t - \frac{r_{\sigma s}^2}{4k\omega}\right) e^{-\omega} d\omega +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{r^2}{2kt} \\
 & + \int_{\frac{r^2}{4kt}}^{\frac{r^2}{\sigma s}} \varphi \left( \sigma, t - \frac{r^2}{4k\omega} \right) e^{-\omega} d\omega.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Пусть  $t > A$ , где  $A$  достаточно большое число. Обозначим:  $\text{Max } |\varphi| = M'$ ; легко показать, что второй член правой части равенства (2.1) по абсолютному значению меньше  $M'\epsilon'$ , где  $\epsilon'$  произвольно малое положительное число, если только  $A$  достаточно большое.

Ясно, что предел выражения:

$$J^*(\sigma, s, t) = \int_{\frac{r^2}{2kt}}^{\infty} \varphi(\sigma) e^{-\omega} d\omega \text{ при } t \rightarrow \infty \text{ есть } \varphi(\sigma).$$

Оценим разность:

$$\begin{aligned}
 J(\sigma, s, t) - J^*(\sigma, s, t) &= \int_{\frac{r^2}{2kt}}^{\infty} \left[ \varphi \left( \sigma, t - \frac{r^2}{4k\omega} \right) - \varphi(\sigma) \right] e^{-\omega} d\omega + \\
 & \frac{r^2}{2kt} \\
 & + \int_{\frac{r^2}{4kt}}^{\frac{r^2}{\sigma s}} \varphi \left( \sigma, t - \frac{r^2}{4k\omega} \right) e^{-\omega} d\omega.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

В первом слагаемом правой части (2.2) имеем  $t - \frac{r^2}{4k\omega} \cong \frac{1}{2}t$ ; поэтому, принимая во внимание, что  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(\sigma, s, t) = \varphi(\sigma)$ , легко получим:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} J(\sigma, s, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} J^*(\sigma, s, t) = \varphi(\sigma).$$

Если теперь перейти к пределу в обеих частях уравнения (1.2), при  $t \rightarrow \infty$ , получим:

$$\varphi(s) + \frac{1}{\pi} \int \varphi(\sigma) d\alpha = \frac{f(s)}{\pi},$$

что совпадает с уравнением (1.5). В силу теоремы единственности,  $\varphi(s) = \mu(s)$ . Из уравнения (1.3) имеем:





$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi = \int_G \varphi(\sigma) d\alpha' = \int_G \mu(\sigma) d\alpha' = F.$$

Таким образом, остается доказать существование непрерывного предела решения уравнения (1.2)  $\varphi(s, t)$  при  $t \rightarrow \infty$ .

§ 3. Рассмотрим совокупность функций  $\varphi(s, t)$  [ $p(s)$  есть точка области  $G$ ,  $t$  меняется в интервале  $(0, \infty)$ ], непрерывных в отношении  $s$  и  $t$  и имеющих непрерывные пределы  $\varphi(s)$  при  $t \rightarrow \infty$ . Обозначим совокупность функций  $\varphi(s, t)$  и их пределов при  $t \rightarrow \infty$  через  $M$ . Функции  $\varphi(s, t) \in M$  ограничены для любых  $t$ . Назовем нормой функции  $\varphi(s, t)$   $\text{Max} |\varphi(s, t)|$  и обозначим через  $||\varphi||$ . Легко видеть, что имеют место следующие аксиомы:

$$1^\circ. ||\varphi|| = 0 \text{ тогда и только тогда, когда } \varphi \equiv 0.$$

$$2^\circ. ||c\varphi|| = |c| ||\varphi||, \text{ где } c \text{ — вещественное число.}$$

$$3^\circ. ||\varphi_1 + \varphi_2|| \leq ||\varphi_1|| + ||\varphi_2||.$$

Расстоянием между элементами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  пространства  $M$  мы называем норму  $||\varphi_1 - \varphi_2||$ , так что по определению  $\rho(\varphi_1, \varphi_2) = ||\varphi_1 - \varphi_2||$ . Очевидно, соблюдены все аксиомы метрического пространства. Мы скажем, что последовательность элементов  $\{\varphi_n\}$  пространства  $M$  ограничена, если ограничена числовая последовательность  $\{||\varphi_n||\}$ . Далее последовательность элементов  $\{\varphi_n\}$  сходится к функции  $\varphi(s, t) \in M$ , если:

$$||\varphi - \varphi_n|| \rightarrow 0, \text{ когда } n \rightarrow \infty$$

Имеет место предложение: необходимое и достаточное условие, для того чтобы последовательность элементов  $\{\varphi_n\}$  пространства  $M$  сходилась к функции  $\varphi(s, t) \in M$ , состоит в том, чтобы для всякого произвольно малого положительного числа  $\epsilon$  можно было указать натуральное число  $N(\epsilon)$  такое, что:

$$||\varphi_n - \varphi_m|| < \epsilon, \text{ когда } n > N \text{ и } m > N.$$

Рассмотрим далее преобразование  $T$ , которое сопоставляет функции  $\varphi(s, t) \in M$  функцию  $T(\varphi) \in M$  и удовлетворяет следующим условиям:

$$1^\circ. T(c\varphi) = cT(\varphi), \text{ где } c \text{ — вещественное число;}$$

$$2^\circ. T(\varphi_1 + \varphi_2) = T(\varphi_1) + T(\varphi_2);$$

$$3^\circ. ||T(\varphi)|| \leq c' ||\varphi||,$$

где  $c'$  — положительная постоянная, зависящая только от преобразования  $T$ . Из определения  $T$  вытекает, что оно переводит ограниченную последовательность в ограниченную, и сходящуюся в сходящуюся. Мы скажем, что последовательность  $\{\varphi_n\}$  компактна, если любая ее подпоследовательность содержит сходящуюся последовательность. Оператор, преобразующий ограниченную последовательность в компактную, назовем вполне непрерывным оператором. Рассмотрим преобразование  $B = E - \lambda A$ ,

где  $E$ —тождественное преобразование,  $A$ —вполне непрерывный оператор,  $\lambda$ —параметр.

Рассмотрим уравнение:

$$B(\varphi) = f(s, t), \quad (3.1)$$

где  $f(s, t) \in M$ .

Пользуясь методом Рисса [2], можно доказать следующие теоремы:

1. Если существует решение (3.1) в пространстве  $M$  для всякой функции  $f \in M$ , тогда это решение единственно.

2. Либо уравнение (3.1) имеет решение в пространстве  $M$  для всякой  $f \in M$ , либо соответствующее однородное уравнение имеет в пространстве  $M$  ненулевое решение.

§ 4. Чтобы распространить свойства уравнения (3.1) на уравнение (1.2), достаточно показать, что интегральный оператор:

$$H(\varphi) = \int_C d\alpha \int_0^t \frac{\varphi(\sigma, \varepsilon)}{4k(t-\varepsilon)^2} e^{-\frac{r^2_{\sigma s}}{4k(t-\tau)}} r^2_{\sigma s} d\tau \quad (4.1)$$

есть вполне непрерывный оператор типа  $T$ . Из рассуждений § 2 вытекает, что оператор (4.1) преобразует пространство  $M$  в самого себя; кроме того очевидны все три свойства оператора  $T$ .

Остается доказать, что  $H$  является вполне непрерывным оператором. Возьмем ограниченную последовательность функции  $\{\varphi_n\}$  из  $M$ . Обозначим  $H(\varphi_n) = H_n(s, t)$ . Согласно предложению Арцела [2], достаточно показать, что последовательность  $\{H_n\}$  равномерно непрерывна. Выберем на контуре  $C$  точку  $s_2$  произвольно и в направлении положительного обхода кривой отметим соседнюю точку  $s_1$  так, чтобы длина дуги  $\widetilde{s_2 s_1}$  равнялась  $\eta^3$ , где  $\eta$ —малое положительное число. Затем отложим дугу  $s_1 s_1^*$  в положительном направлении так, чтобы расстояние от  $s_1$  до произвольной точки дуги  $s_1 s_1^*$  было меньше или равно  $\eta^2$ . Аналогично в отрицательном направлении от точки  $s_2$  отложим дугу  $s_2 s_2^*$ . Обозначим дугу  $s_2^* s_2 s_1 s_1^*$  символом  $C_\eta$ . Оценим разность  $H_n(s_2, t) - H_n(s_1, t)$ . Легко получить, что:

$$H_n(s_2, t) - H_n(s_1, t) = J_1 + J_2 + J_3, \quad \text{где} \quad (4.2)$$

$$J_1 = \int_{C-C_\eta} d\alpha_2 \int_0^t \frac{\varphi_n(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} \left( e^{-\frac{r^2_{\sigma s_2}}{4k(t-\tau)}} r^2_{\sigma s_2} - e^{-\frac{r^2_{\sigma s_1}}{4k(t-\tau)}} r^2_{\sigma s_1} \right) d\tau,$$

$$J_2 = \int_{C_\eta} d\alpha_2 \int_0^t \frac{\varphi_n(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} \left( e^{-\frac{r^2_{\sigma s_2}}{4k(t-\tau)}} r^2_{\sigma s_2} - e^{-\frac{r^2_{\sigma s_1}}{4k(t-\tau)}} r^2_{\sigma s_1} \right) d\tau, \quad (4.3)$$



$$J_3 = \int_C \left( d\alpha_2 - d\alpha_1 \right) \int_0^t \frac{\varphi_n(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} e^{-\frac{r_{\sigma s_1}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s_1}^2 d\tau, \text{ где:} \quad (4.4)$$

$$d\alpha_1 = \frac{\cos(r_{\sigma s_1}^2, n_\sigma)}{r_{\sigma s_1}^2} d\sigma, \quad d\alpha_2 = \frac{\cos(r_{\sigma s_2}, n_\sigma)}{r_{\sigma s_2}} d\sigma.$$

Пусть  $\varepsilon$  — произвольно малое положительное число. Мы можем  $\eta$  выбрать настолько малым, чтобы  $|J_2| < \varepsilon$ .  $J_1$  представим в следующем виде:  $J_1 = J_1' + J_1''$ , где:

$$J_1' = \int_{C-C_\eta} d\alpha_2 \int_0^{t-\eta} \frac{\varphi_n(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} e^{-\frac{r_{\sigma s_2}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s_2}^2 \left( 1 - e^{-\frac{r_{\sigma s_2}^2 - r_{\sigma s_1}^2}{4k(t-\tau)}} \cdot \frac{r_{\sigma s_1}^2}{r_{\sigma s_2}^2} \right) d\tau, \quad (4.5)$$

$$J_1'' = \int_{C-C_\eta} d\alpha_2 \int_{t-\eta}^t \frac{\varphi_n(\sigma, \tau)}{4k(t-\tau)^2} \left( e^{-\frac{r_{\sigma s_2}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s_2}^2 - e^{-\frac{r_{\sigma s_1}^2}{4k(t-\tau)}} r_{\sigma s_1}^2 \right) d\tau. \quad (4.6)$$

В правой части равенства (4.5) имеем:

$$|r_{\sigma s_2}^2 - r_{\sigma s_1}^2| = |r_{\sigma s_2} - r_{\sigma s_1}| |r_{\sigma s_2} + r_{\sigma s_1}|,$$

$$r_{\sigma s_2} < r_{\sigma s_1} + \eta^3 \text{ и } r_{\sigma s_1} < r_{\sigma s_2} + r^3$$

таким образом,

$$|r_{\sigma s_2} - r_{\sigma s_1}| < r^3,$$

$$t - \tau \cong \eta \text{ и } 1 - \eta < \frac{r_{\sigma s_1}}{r_{\sigma s_2}}, \quad 1 + \eta,$$

поэтому, очевидно,  $|J_1'| < \varepsilon$ , если только  $\eta$  выбрана соответствующим образом.

(4.6) дает:

$$|J_1''| \cong M_1 \int_{C-C_\eta} d\alpha_2 \left( \int_{\frac{r_{\sigma s_2}^2}{4k\eta}}^{\infty} e^{-\omega} d\omega + \int_{\frac{r_{\sigma s_1}^2}{4k\eta}}^{\infty} e^{-\omega} d\omega \right) = M_1 \int_{C-C_\eta} \left( e^{-\frac{r_{\sigma s_2}^2}{4k\eta}} + e^{-\frac{r_{\sigma s_1}^2}{4k\eta}} \right) d\alpha_2.$$

Неравенства  $r_{\sigma s_2}^2 > \sqrt{\eta}$  и  $r_{\sigma s_1}^2 > \sqrt{\eta}$  имеют место всюду вдоль дуги  $C$ , кроме ее малой части, на которой интеграл достаточно мал; в силу этого заключаем, что  $|J_1''| < \varepsilon$  при достаточно малом  $\eta$ . Остается оценить выражение (4.4), которое также легко дает, что при достаточно малых  $\eta$   $|J_3| < \varepsilon$ .

Резюмируя наше исследование, можем сказать, согласно (4.2), что для всякого произвольно малого положительного числа  $\varepsilon$  можно найти

такое  $\eta'$ , что при  $|s_2 - s_1| < \eta'$  имеет место  $|H_n(s_2, t) - H_n(s, t)| < \epsilon$  независимо от  $t$  и при всяком  $n$ .

Кроме этого, последовательность  $\{\lim_{t \rightarrow \infty} H_n(s, t)\}$  компактна, т. к. оператор  $\int_G \varphi d\alpha$  преобразует ограниченную последовательность в компактную [2].

Следовательно, последовательность  $H_n(s, t)$  компактна для всякого  $t$  и компактность сохраняется в пределе при  $t \rightarrow \infty$ , т. е. эта последовательность компактна в смысле § 3.

Этим доказано, что оператор (4.1) вполне непрерывен; поэтому, согласно теоремам 1 и 2 § 3 можем утверждать, что уравнение (1; 2) имеет единственное решение в пространстве  $M$ , ибо соответствующее однородное уравнение имеет только нулевое решение для всякого конечного  $t$  [1] и для  $t \rightarrow \infty$ . [Т. к. при этом это уравнение обращается в однородное уравнение, соответствующее уравнению (1.5)].

Грузинский Филиал АН СССР  
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 10.10.1940)

MATHEMATISCHE PHYSIK

## ÜBER DEN GRENZÜBERGANG VON DEN DYNAMISCHEN PROZESSEN ZU DEN STATIONÄREN IN RANDPROBLEMEN DER WÄRMELEITUNG

Von N. VECOUA

Zusammenfassung

Bekanntlich führt das innere Dirichletsche Randwertproblem bei der Wärmeleitungsgleichung auf die Integralgleichung (1.2) und bei der Laplace'schen Gleichung auf die Gl. (1.5).

In der vorliegenden Note wird bewiesen: Bedeutet in der Gl. (1.2)  $f(s, t)$  eine stetige Funktion, die für  $t \rightarrow \infty$  einem stetigen Grenzwert  $f(s)$  zustrebt, so hat die Lösung der Integralgleichung (1.2) einen stetigen Grenzwert, der mit der Lösung der Integralgleichung (1.5) zusammenfällt. Ausserdem wird bewiesen, dass der Ausdruck (1.3) für  $t \rightarrow \infty$  gegen den Ausdruck (1.6) strebt.

Georgische Abteilung  
d. Akad. d. Wiss. d. USSR  
Mathematisches Institut  
Tbilissi

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ZITIERTE LITERATUR

1. Г. М ю н ц. Интегральные уравнения. Ленинград, 1934.
  2. F. Riesz. Über lineare Funktionalgleichungen. Acta Mathematica, t. 41, 1918.
42. „მცოდნე“, ტ. I, № 9.



ГИДРОДИНАМИКА

Д. Е. ДОЛИДЗЕ

ОБ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ГИДРОДИНАМИКИ

Пусть вязкая несжимаемая жидкость, заполняющая плоскую односвязную область  $D$ , ограниченную замкнутым регулярным контуром  $c$ , находится в состоянии неустановившегося движения. Пусть  $t$ —время,  $x, y$ —координаты точки,  $\nu$ —кинематический коэффициент вязкости,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ .

«Первая краевая задача» определения движения сводится, при отсутствии объемных сил, к определению функции тока  $\psi(x, y, t)$ , удовлетворяющей уравнению

$$\nu \Delta \Delta \psi - \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y}, \quad (1)$$

и следующим предельным условиям: в начальный момент ( $t=0$ ) задается  $\psi$ , а на границе при  $t > 0$ —частные производные  $\psi$  по координатам. При этом область считается неизменной.

Такого рода задачи имеют место в случае неподвижного контура, а также, когда жидкость ограничена окружностью, вращающейся вокруг своего центра по заданному закону.

В статье [1] мы дали решение соответствующей линейной задачи, т. е. когда в уравнении (1) правая часть заменяется нулем. В настоящей работе рассмотрим случай внутренней области и покажем, что при некоторых предположениях относительно граничной скорости существует решение рассматриваемой нелинейной задачи, которое можно получить последовательными приближениями. При этом мы считаем известным решение соответствующей линейной задачи.

Пусть  $P(x, y)$  и  $M(\xi, \eta)$ —две точки области,  $r$ —расстояние между ними.

Рассмотрим функцию  $h(P, M, t)$ , которая при  $t > 0$  регулярна внутри области, удовлетворяет уравнению

$$\Delta h = \frac{1}{2\pi\nu t} e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}, \quad (2)$$



обращается в нуль на границе, а в начальный момент равняется нулю при  $r \neq 0$ .

Далее, пусть  $H_0(P, M, t)$  — регулярное решение уравнения

$$\nu \Delta \Delta H_0 - \frac{\partial \Delta H_0}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

которое во всей области обращается в нуль в начальный момент, а на границе удовлетворяет условиям:

$$\frac{\partial H_0}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial x}, \quad \frac{\partial H_0}{\partial y} = -\frac{\partial h}{\partial y}. \quad (4)$$

Определяя  $h$  из уравнения (2) по указанным предельным условиям, найдем  $H_0$ , как решение известной нам линейной задачи. При этом, условие существования  $H_0$ , а именно равенство нулю потока скорости сквозь граничный контур, здесь будет обеспечено в силу условий (4).

Введем теперь функцию

$$H(P, M, t) = h(P, M, t) + H_0(P, M, t).$$

При  $t > 0$  она регулярна во всей области, удовлетворяет уравнению

$$\nu \Delta \Delta H - \frac{\partial \Delta H}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

обращается в нуль на границе, а в начальный момент равна нулю при  $r \neq 0$ ; если же  $r = 0$ , то  $H$  имеет сингулярность при  $t = 0$ .

Назовем эту функцию функцией Грина уравнения (1). С помощью этой функции можно построить решение нелинейной задачи пользуясь способом Ф. К. Г. Odqvist'a [2], примененным им для установившейся задачи.

Обозначим  $\frac{1}{\nu} = \lambda$ , а правую часть уравнения (1) — через  $f(P, t)$  и перепишем его в следующем виде:

$$\Delta \Delta \phi - \frac{1}{\tau} \frac{\partial \Delta \phi}{\partial t} = \lambda f(P, t). \quad (6)$$

Считая пока  $f(P, t)$  заданной функцией, построим решение уравнения (6), удовлетворяющее нулевым предельным условиям. Для этого заметим, что

$$\Phi = \lambda \int_0^t d\tau \int_D f(M, \tau) \Delta h(P, M, t - \tau) dD_M$$

есть частное решение неоднородного уравнения

$$\Delta\Phi - \frac{1}{\nu} \frac{\partial\Phi}{\partial t} = \lambda f(P, t),$$

которое в начальный момент обращается в нуль. В силу этого легко показать, что искомое решение  $\psi_1$  с нулевыми предельными условиями можно представить в виде:

$$\psi_1(P, t) = \lambda \int_0^t d\tau \int_D f(M, \tau) H(P, M, t - \tau) dD_M. \quad (7)$$

В самом деле, функция  $H$  регулярна и удовлетворяет нулевым предельным условиям, когда  $M$  не совпадает с  $P$ ; в последнем же случае она имеет такую же сингулярность, как и  $h$ , ибо  $H_0$  регулярна везде при всех значениях  $t$ . Беря оператор  $\Delta$  от обеих частей уравнения (7), получим

$$\Delta\psi_1 = \lambda \int_0^t d\tau \int_D f(M, \tau) \Delta h(P, M, t - \tau) dD_M + \lambda \int_0^t d\tau \int_D f(M, \tau) \Delta H_0(P, M, t - \tau) dD_M,$$

и в силу уравнения (3), будем иметь

$$\Delta\Delta\psi_1 - \frac{1}{\nu} \frac{\partial\Delta\psi_1}{\partial t} = \lambda f(P, t).$$

Пусть  $\psi_0$  — решение линейной задачи, удовлетворяющее заданным предельным условиям. Искомое решение уравнения (1) представим в виде суммы  $\psi_0 + \psi_1$ ; будем иметь

$$\psi(P, t) = \lambda \int_0^t d\tau \int_D \left( \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \frac{\partial\Delta\psi}{\partial\xi} - \frac{\partial\psi}{\partial\xi} \frac{\partial\Delta\psi}{\partial\eta} \right) H(P, M, t - \tau) dD_M + \psi_0(P, t). \quad (8)$$

Введем обозначения:

$$u_1 = -\frac{\partial\psi}{\partial\xi}, \quad u_2 = \frac{\partial\psi}{\partial\eta}, \quad v_1 = \frac{\partial\Delta\psi}{\partial\xi}, \quad v_2 = \frac{\partial\Delta\psi}{\partial\eta}.$$

Дифференцируя равенство (8), получим для определения неизвестных  $u_1, v_1, u_2, v_2$  следующую систему нелинейных интегральных уравнений:

$$u_1 + \lambda \int_0^t d\tau \int_D (u_1 v_2 + v_1 u_2) \frac{\partial H}{\partial x} dD_M = -\frac{\partial\psi_0}{\partial x},$$

$$u_2 - \lambda \int_0^t d\tau \int_D (u_1 v_2 + v_1 u_2) \frac{\partial H}{\partial y} dD_M = \frac{\partial\psi_0}{\partial y},$$



$$v_1 - \lambda \int_0^t d\tau \int_D (u_1 v_2 + v_1 u_2) \frac{\partial \Delta H}{\partial x} dD_m = \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x},$$

$$v_2 - \lambda \int_0^t d\tau \int_D (u_1 v_2 + v_1 u_2) \frac{\partial \Delta H}{\partial y} dD_m = \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y}.$$

Решение системы (9) можно получить в виде рядов

$$u_i = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k u_{ik}, \quad v_i = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k v_{ik}. \quad (10)$$

Подставляя в систему (9), получим для определения членов ряда в рекуррентные формулы:

$$u_{10} = -\frac{\partial \psi_0}{\partial x}, \quad u_{20} = \frac{\partial \psi_0}{\partial y}, \quad v_{10} = \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial x}, \quad v_{20} = \frac{\partial \Delta \psi_0}{\partial y},$$

$$u_{1(k+1)} = - \int_0^t d\tau \int_D \sum_{n=1}^k \left[ u_{1n} v_{2(k-n)} + v_{1n} u_{2(k-n)} \right] \frac{\partial H}{\partial x} dD_m,$$

$$u_{2(k+1)} = \int_0^t d\tau \int_D \sum_{n=1}^k \left[ u_{1n} v_{2(k-n)} + v_{1n} u_{2(k-n)} \right] \frac{\partial H}{\partial y} dD_m,$$

$$v_{1(k+1)} = \int_0^t d\tau \int_D \sum_{n=1}^k \left[ u_{1n} v_{2(k-n)} + v_{1n} u_{2(k-n)} \right] \frac{\partial \Delta H}{\partial x} dD_m,$$

$$v_{2(k+1)} = \int_0^t d\tau \int_D \sum_{n=1}^k \left[ u_{1n} v_{2(k-n)} + v_{1n} u_{2(k-n)} \right] \frac{\partial \Delta H}{\partial y} dD_m.$$

С целью доказательства сходимости рядов (10) заметим, что для оценки последних интегралов достаточно оценить выражение

$$J = \int_0^t d\tau \int_D f(M, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \Delta h(P, M, t-\tau) dD_m.$$

Выполняя дифференцирование и меняя порядок интегрирования, получим

$$J = -\frac{1}{4\pi\nu^2} \int_D \frac{x-\xi}{r^2} dD_m \int_0^t f(\xi, \eta, \tau) e^{\frac{r^2}{4\nu(t-\tau)}} \frac{r^2 d\tau}{(t-\tau)^2}.$$

Внутренний интеграл последней формулы ограничен, если  $f$  ограничена и, следовательно, существуют такие числа  $\alpha$  и  $\beta$ , что выполняются неравенства:



$$\left| \int_0^t d\tau \int_D f \frac{\partial H}{\partial x} dD \right| < \alpha F, \quad \left| \int_0^t d\tau \int_D \frac{\partial H}{\partial y} dD \right| < \alpha F;$$

$$\left| \int_0^t d\tau \int_D f \frac{\partial \Delta H}{\partial x} dD \right| < \beta F, \quad \left| \int_0^t d\tau \int_D \frac{\partial \Delta H}{\partial y} dD \right| < \beta F,$$

где  $F$  — максимальное значение  $f$ .

Обозначим через  $A_0$  и  $B_0$  постоянные, такие что

$$|u_{i0}| < A_0, \quad |v_{i0}| < B_0,$$

и рассмотрим мажорантные ряды

$$A = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k A_k, \quad A_{k+1} = \alpha \sum_{n=0}^k A_n B_{k-n},$$

$$B = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k B_k, \quad B_{k+1} = \beta \sum_{n=0}^k A_n B_{k-n}.$$

Далее, возьмем ряд

$$R = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k R_k, \quad (11)$$

где

$$R_k = \sum_{n=0}^k A_n B_{k-n}.$$

Легко проверить, что

$$A = A_0 + \alpha \lambda R, \quad B = B_0 + \beta \lambda R. \quad (12)$$

Перемножая эти два равенства, будем иметь

$$\alpha \beta \lambda^2 R^2 + [\lambda (\alpha B_0 + \beta A_0) - 1] R + A_0 B_0 = 0,$$

откуда, принимая во внимание, что  $R > 0$ , получаем

$$R = -\frac{1}{2\alpha\beta\lambda^2} \left\{ \lambda (\alpha B_0 + \beta A_0) - 1 + \sqrt{[\lambda (\alpha B_0 + \beta A_0) - 1]^2 - 4\lambda^2 \alpha \beta A_0 B_0} \right\}. \quad (13)$$

Последняя формула показывает, что в окрестности  $\lambda = 0$  ряд (11) сходится для всех  $\lambda$ , меньших, чем корень уравнения

$$[\lambda_0 (\alpha B_0 + \beta A_0) - 1]^2 - 4\lambda_0^2 \alpha \beta A_0 B_0 = 0,$$

т. е. для

$$\lambda < \frac{1}{(V \alpha B_0 + V \beta A_0)^2}. \quad (14)$$

Величины  $A_0$ ,  $B_0$  зависят от граничных значений компонентов скорости; значения  $\alpha$  и  $\beta$  обусловлены размерами и формой рассматриваемой области. Следовательно, для заданной области всегда можно взять настоль-



ко малое значение граничной скорости, чтобы выполнялось условие (14). Таким образом, критерий сходимости рядов (10) дается в виде определенной зависимости между формой и размером области, граничной скоростью и коэффициентом вязкости, т. е. условие существования решения рассматриваемой нелинейной задачи можно характеризовать значением числа Reynolds'a.

Тбилисский Государственный Университет  
 имени Сталина

(Поступило в редакцию 19.10.1940)

HYDRODYNAMIK

## ÜBER EIN NICHTLINEARES PROBLEM DER HYDRODYNAMIK

Von D. DOLIDZE

Zusammenfassung

Es wird das ebene Randwertproblem der nichtstationären Bewegung einer inkompressiblen zähen Flüssigkeit für ein invariables Gebiet betrachtet, das durch eine reguläre geschlossene Kurve begrenzt ist. Es wird eine Methode angegeben, die Stromfunktion  $\psi$  zu finden, sobald die Anfangs- und Randwerte der Geschwindigkeit bekannt sind.

Die Lösung dieser Aufgabe führt auf ein System von nichtlinearen Integralgleichungen, welches im Fall eines inneren Gebietes mit der Methode der sukzessiven Approximationen gelöst wird. Für diesen Prozess wird ein Konvergenzkriterium angegeben, welches die Konvergenz in eine bestimmte Abhängigkeit von der Gestalt und den Dimensionen des Gebietes, der Grenzgeschwindigkeit und dem Zähigkeitskoeffizienten bringt.

Staatliche J. Stalin-Universität  
 Tbilissi

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—ZITIERTER LITERATUR

1. Д. Е. Долидзе. Краевая задача линеаризованной системы гидродинамических уравнений на плоскости и в симметричном пространстве. Труды Тбилисского Математического Института, т. VII, 1940, стр. 65.
2. F. K. G. Odqvist. Über die Randwertaufgaben der Hydrodynamik zäher Flüssigkeiten. Mathematische Zeitschrift, B. 32, 1930, S. 329.

ПРОБЛЕМЫ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Л. П. ГОКИЕЛИ

О ТАК НАЗЫВАЕМЫХ «СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ АКСИОМАХ»  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Сообщение второе<sup>1</sup>

При аксиоматизации логики приходится вводить особую аксиому, на которой должна базироваться возможность получения логических выводов. В частности, в теории Гильберта эта аксиома известна под названием «схемы вывода» («Schlußschema»). Она включается в группу так называемых «содержательных аксиом», так же как и «правило подстановки», критическое рассмотрение которого мы дали в предыдущем сообщении. Здесь мы хотим то же самое проделать для «схемы вывода», и, продолжив таким образом нашу критику, продемонстрировать, в связи с рассмотрением «содержательных аксиом», несостоятельность попыток аксиоматизации логики.

Поскольку «формальные» аксиомы математической логики не могут обеспечить фактического получения вывода, апеллируют к особой «содержательной аксиоме» — «схеме вывода», которую тем не менее опять приходится включать в строй формальной теории.

«Схема вывода» декретирует возможность, при соблюдении предпосылки  $\mathcal{A}$  и вывода  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ , отдельно утверждать заключение  $\mathcal{B}$  и записы-

вается таким образом  $\frac{\mathcal{A} \quad \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}}{\mathcal{B}}$ . Здесь пытаются аксиоматизировать процесс

вывода. Но это именно невозможно. Возможность делать в том или ином случае выводы нельзя базировать на особой аксиоме о возможности делать выводы и получать в качестве результата и вывода из самой этой, выставяемой в качестве соответствующей предпосылки, аксиомы. Само отношение между предпосылкой и выводом нельзя аксиоматизировать и выставлять в виде особой предпосылки, иначе придется до этого, для возможности использовать саму эту предпосылку, ввести опять особую «схему вывода» и т. д. Получим регресс в бесконечность.

В аксиоматизированной логике отдельно имеется понятие вывода:  $A \rightarrow B$  (если  $A$ , то  $B$ ) и отдельно «схема вывода», в которую пытаются вло-

<sup>1</sup> Сообщение первое см. в «Сообщениях Груз. Фил. АН СССР», т. I, № 6, стр. 421—428.



жить следующий смысл: «если  $\mathcal{A}$  и если  $\mathcal{A}$  то  $\mathcal{B}$ , то  $\mathcal{B}$ »,<sup>(1)</sup> второе прибавляется к первому с той целью, чтобы при соблюдении предпосылки  $\mathcal{A}$  сделать возможным отделить вывод и освободить его от связанного и условного положения, в котором он находится в утверждении  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ . Но «схема вывода» имеет такой же условный вид и не может процессу вывода придать более категорического характера (мы здесь ведь опять имеем: *если  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ , то  $\mathcal{B}$* ). Если возможность получения вывода не заключается в самом понятии вывода  $A \rightarrow B$  (в нем именно говорится, что *если  $A$  имеет место, то имеет место и  $B$* ), то уже никакая «схема вывода» не сумеет помочь, так как и в этом случае дело придется выразить в условном виде и использовать *то же самое* «если». Именно само понятие: «если» дает возможность получать вывод («если  $A$ , то  $B$ » выражает как раз то, что, при наличии  $A$ ,  $B$ , как таковое, будет иметь место) и для того, чтобы: «если  $A$ , то  $B$ » выражало вывод, вовсе не надо прибавлять к нему утверждение того, что, при  $A \rightarrow B$ , *если  $A$  имеет место, то имеет место и  $B$* . То, что «из  $A$  вытекает  $B$ », не может служить в качестве особого условия для того, чтобы иметь возможность выразить то же: из  $A$  вытекает  $B$ . Надо у  $A \rightarrow B$  отнять свой смысл, чтобы считать, что для получения настоящего вывода надо выставить особое условное утверждение, в котором  $A \rightarrow B$  является лишь некоторым составным элементом. Ведь  $A \rightarrow B$  именно выражает: *если  $A$ , то  $B$* , а не само становится опять лишь в подчиненное положение от этого «если» и т. д. Иначе получится, что вывод, вместо того, чтобы функционировать, сам становится в положение предпосылки опять для вывода и т. д.

Мы не можем, говоря о выводе  $B$  из  $A$ , здесь же не использовать настоящий и единый смысл понятия вывода и откладывать его применение до выставления «схемы вывода». На базе такой аксиомы не только нельзя вскрыть характера понятия вывода, но, наоборот, попытка в получаемом таким путем понятии видеть проявление понятия вывода приводила бы к логической порочности, создавала бы логический круг. Выходило бы, что вывод характеризуется с помощью того же понятия вывода. Если скажут, что для вывода требуется кроме  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  то, чтобы имела место и пред-

посылка  $\mathcal{A}$  и потому нужна особая «схема вывода»  $\frac{\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}}{\mathcal{B}}$ , то на это от-

ветим, что сам смысл вывода  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  заключается именно в том, что если  $\mathcal{A}$  имеет место, то имеет место и  $\mathcal{B}$ , и здесь не может понадобиться особый дополнительный принцип, начинающийся с того же: *если имеет место  $\mathcal{A}$  («если имеет место  $\mathcal{A}$  и если из  $\mathcal{A}$  вытекает  $\mathcal{B}$ , то имеет место и  $\mathcal{B}$ )*.

<sup>(1)</sup> Было бы наивно думать, что раз в записи «схемы вывода»  $\frac{\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}}{\mathcal{B}}$  внешне не видно понятие «если», то тем самым оно перестает участвовать в деле.

Если «схему вывода» обосновывают тем, что в случае вывода  $A \rightarrow B$  при соблюдении  $A$  имеет место и  $B$ , то последнее указание представляет лишь повторение понятия вывода, а не мотив, подтверждающий необходимость понятие вывода дополнить «схемой вывода».

В «схеме вывода» нельзя видеть лишь невинное повторение самого понятия вывода. Попытка регулировать понятие «если», с помощью принципа, который сам не идет дальше того же «если» и вызывает таким образом необходимость повторения проблемы и т. д., создает именно логически порочное положение. Перемена обозначений вовсе не меняет смысла и характера соответствующих понятий, и обращение, напр., к готическим обозначениям не может внести корректив в соответствующие понятия и создать новую логическую ситуацию.

Может быть скажут, что в «схеме вывода» предполагается действительное соблюдение предпосылки и говорится, что если  $\mathcal{A}$  действительно имеет место и т. д. Но разве в самом понятии вывода этого нет? Когда мы имеем утверждение: если  $A$ , то  $B$ , разве это не означает, что если  $A$  действительно имеет место, то действительно имеет место и  $B$ ? В утверждении: «если  $A$  имеет место, то имеет место и  $B$ » — « $A$  имеет место» означает то, что и сказано, т. е. имеет место действительно, и в «если  $A$  имеет место» «если» именно касается « $A$  имеет место», а не искажает задним числом его смысл (контекст, в котором участвует « $A$  имеет место», не может заранее же изменить его смысла и когда мы говорим: «если  $A$  имеет место», это именно означает: «если  $A$  имеет место» а не: если имеет место обставленное опять условием  $A$ ). Но с другой стороны *это* выражение: « $A$  имеет место», именно как таковое, а не как-либо искаженное и измененное, участвует в утверждении: «если  $A$  имеет место, то имеет место и  $B$ » и здесь нельзя пытаться аннулировать роль этого «если» и думать, что раз оно касается «имеет место  $A$ », то оно должно исчезнуть. «Если» именно касается «имеет место  $A$ », но касается своим настоящим смыслом, делающим свое дело. Таким образом, для того, чтобы иметь возможность применять вывод  $A \rightarrow B$ , вовсе не требуются дополнительные манипуляции в виде привлечения «схемы вывода». «Схема вывода» не только не избавляет нас от «если», но сама же принуждена дополнительно обращаться к тому же «если» и таким образом лишь создает логически ненормальное положение для применения этого «если».

Мы указывали, что если для получения вывода дополнительно требуется особая схема, то, для обеспечения вывода  $\mathcal{B}$  из  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  в «схеме вывода» потребуются опять особая схема и т. д. Затем, сама «схема вывода» фигурирует в качестве одной из предпосылок в соответствующей аксиоматической теории и для того, чтобы можно было из этой предпосылки делать выводы, будем нуждаться, если вообще для вывода требуется



особая дополнительная схема, опять в некоторой схеме для обеспечения самой возможности применения «схемы вывода» и т. д. Может быть нам теперь скажут, что сама «схема вывода» может служить основанием для обеспечения возможности получения выводов и в отношении самой «схемы вывода». На это мы ответим следующее: здесь стоит вопрос о дополнительном обеспечении возможности применения «схемы вывода» и сама «схема вывода» не может быть основанием для такой возможности.

Дело в том, что если для получения вывода дополнительно нуждаемся в особой «схеме», то тогда придется такую схему иметь заранее до самой «схемы вывода» для возможности пользоваться этой схемой и т. д. Здесь получим регресс и бесконечность. Надо не заранее же исходить из законности «схемы вывода» и думать, что сама же эта схема может служить основанием для обеспечения возможности своего же применения, а, наоборот, именно видеть в соответствующем аргументе подтверждение логической несостоятельности выставления «схемы вывода». Дело не в том, что «схема вывода» будто бы сама же обеспечивает свою действительность, а в том, что если бы нужно было обратиться к «схеме вывода», то она понадобилась бы еще до этого и т. д. и получили бы регресс в бесконечность и логическую невозможность.

Выставляя определенный общий принцип в виде «схемы вывода», аксиоматическая теория логики будет нуждаться в обеспечении возможности его применения в отдельных случаях. Поскольку аксиоматическая теория логики для всего ищет соответствующее формальное основание, придется выставить особый «принцип подстановки» в отношении самих «содержательных аксиом» и в частности «схемы вывода», и мы в данном случае можем повторить аргументы, родственные вышеприведенным, но уже в отношении «аксиомы подстановки» (см. первое сообщение). Получится, что для «содержательных аксиом» заранее же требуются опять особые «содержательные аксиомы» и т. д.

Может быть нам скажут, что «схема вывода» представляет общий принцип, разрешающий общее понятие вывода применять к отдельным случаям, но в таком случае здесь мы имели бы попытку вставить некоторый промежуточный агент между общим и отдельным, что выражает точку зрения отрыва общего и отдельного. Здесь можно использовать ту критику, которую мы привели в предыдущем сообщении. Также соответствующее место из этого сообщения можно использовать для критики попыток оправдать «схему вывода» путем указания, что здесь ставится целью не содержательная характеристика положения, а лишь описание соответствующих голых «действий» и т. д.

При критике «схемы вывода» можно сослаться в частности на высказывания, встречающиеся в «Логике» Канта, а также и у В. Гамильтона, ко-

торые можно использовать с нужной для нас целью<sup>(1)</sup>. Касаясь гипотетических и разделительных силлогизмов (среди них умозаключений вида: «если  $A$  есть, то  $B$  есть; но  $A$  есть, значит  $B$  есть»), Гамильтон указывает, что они неправильно понимались логиками и в действительности представляют лишь модификацию или искажение некоторых прямых умозаключений. «Они, пишет он в одном из своих черновых набросков [1], имеют только два термина и получают третье предложение лишь путем привлечения общего правила умозаключения..., замаскированного, правда, под большую посылку. Мы могли бы, конечно, предпослать общее правило всякому непрямому умозаключению; но в таком случае силлогизм имел бы четыре предложения, или в крайнем случае две посылки были бы соединены в одно сложное предложение». Таков характер аргументации Гамильтона<sup>(2)</sup>. В действительности, из аргумента Гамильтона, применительно к формальному принципу: «если  $A$  есть, то  $B$  есть; но  $A$  есть, значит  $B$  есть» вытекает невозможность его выставления в качестве базы для вывода. В самом деле, в качестве посылки мы не можем выставлять принцип о возможности при наличии вывода от посылки переходить к заключению. Здесь дело не в том, чтобы отвергнуть один формальный принцип в пользу другого, дело именно в невозможности соответствующей формализации логики. Гамильтон исходит из догматически принятого значения числа три в логике, в связи с теорией силлогизмов, и критикует соответствующее обстоятельство тем, что получится вместо трех четыре элемента, между тем как аргумент Гамильтона объективно говорит именно против формализации логики, говорит о том, что если выставить соответствующий формальный принцип: «если  $A$  есть, то  $B$  есть; но  $A$  есть, значит  $B$  есть», то

<sup>(1)</sup> После того, как у меня оформились вышеприведенные соображения относительно «схемы вывода», я стал в философской литературе искать аргументы, высказанные по какому-либо поводу и по своему смыслу родственные выставленным мною, и обратил внимание на ряд высказываний различных философов, в которых за соответствующей внешней оболочкой можно увидеть аргументы, объективно говорящие против выставления особой аксиомы в виде «схемы вывода» (ей в старой формальной логике соответствует *modus ponens*), хотя здесь дело авторами этих аргументов не доводится до конца и не устанавливается истинный адресат этих аргументов. Делаются другие заключения, а не те, которые вытекают из них и говорят о невозможности базировать логический вывод на особой аксиоме: «если  $A$  есть, то  $B$  есть; но  $A$  есть, значит  $B$  есть». Эти аргументы, независимо от намерений их авторов, говорят именно против формализации логики, а не в пользу замены одного формалистического подхода другим. Они говорят не против логики, а против формализации логики, которая именно не соответствует настоящему характеру логики.

<sup>(2)</sup> Ср. со следующим высказыванием из «Логики» Канта относительно гипотетического вывода [2]: «... он собственно не является умозаключением, но скорее лишь непосредственным ...выводом. Каждое умозаключение должно быть доказательством. Но гипотетическое содержит только *основание* доказательства. Следовательно, ясно, что оно не может быть умозаключением».



придется до этого такой же принцип выставлять для него самого и т. д. Дело приведется не к четырем предложениям, но получим именно регресс в бесконечность. Здесь дело не в том, что вместо трех получим четыре, а в выступлении соответствующего негативного обстоятельства, в том, что получаем угрозу бесконечного регресса. Дело не в числах 3 или 4, а в том логическом обстоятельстве, что саму возможность делать выводы мы не можем базировать на особой предпосылке о возможности делать выводы и получить как вывод из этой предпосылки. Правило «если  $A$  есть, то  $B$  есть; но  $A$  есть, значит  $B$  есть» не скрыто подразумевается при аргументации в качестве общего правила всякой аргументации, но в ту или иную аргументацию явно не включается, чтобы не нарушать традиционного значения числа три (как думает Гамильтон), но соответствующее обоснование говорит о логической невозможности рассматривать: «если  $A$  есть, то  $B$  есть; но  $A$  есть, значит  $B$  есть» в качестве особой аксиомы логики, хотя бы и явно не выраженной.

Мы сошлемся еще на один аргумент, приводимый в данном случае Динглером и объективно говорящий, несмотря на то, что автор пытается дать ему совершенно другое направление, о порочности (проявляющейся и при выставлении «содержательных аксиом»: «правила постановки», «схемы вывода» и т. д.) попыток формализации процесса логического умозаключения. В связи с анализом применения модуса Barbara в том или ином частном случае, Динглер указывает на следующее [3]: «Во всех случаях, когда имеет место: все  $M$  суть  $P$ ,  $S$  есть  $M$ , можно заключить: следовательно,  $S$  есть  $P$ . Наличный случай по своей форме именно таков. Следовательно, и в этом случае можно заключить:  $S$  есть  $P$ . Но это, продолжает Динглер, само есть опять применение модуса Barbara. Чтобы опять его применить (он у нас обозначен через  $B$ ), должны были бы выставить следующее ( $B'$ ): «Все случаи  $B$  дают вывод:  $S$  есть  $P$ . Существует такой случай, следовательно...». Но так как это представляет опять модус Barbara, то если бы хотели его применить и это могло бы быть сделано с помощью только логического вывода, нуждались бы в новом выводе  $B''$  и т. д. без конца. Таким образом, общее требование осуществить применение соответствующих правил с помощью только логического вывода, приводит к регрессу в бесконечность». Динглер здесь хочет дискредитировать значение логического вывода, в то время как приводимый им аргумент говорит не против логического вывода а против возможности его формализации, что определяется учетом самого характера логического вывода. Видя в аргументе, говорящем против формализации логического вывода, опорочение самого логического вывода, Динглер тем самым последний неразрывно связывает с необходимостью формализации, между тем как соответствующий аргумент говорит именно о невозможности формализации логического вывода. Динглер делает неправильное заключение из приводимого им аргумента. Вместо того, чтобы



заклЮчить о невозможности формализации логики, он приходит к выводу о приоритете слепого «действия» над логикой, об иррациональном характере соответствующих процессов, о невозможности придать логике содержательный характер. Здесь искажается понятие действия, оно противопоставляется осмысленному познанию действительности и такое «действие» ничего общего не имеет с правильно понимаемой практикой. Динглер отрывает логику от действительности и затем критикует такую логику. В действительности, его критика бьет не по настоящей логике, которая неразрывно связана с действительностью, а по попытке формализовать логику, лишитъ ее предметно-содержательного характера. Не вдаваясь в подробную критику концепции Динглера, укажем, что в своей же аргументации он принужден использовать аппарат содержательной логики, пытаясь вскрыть определенную логическую ошибку, в связи с указанием на регресс в бесконечность и т. д. Аргумент, приводимый Динглером, в действительности говорит лишь против возможности формализации логики. Невозможность же формализации логики не только не говорит против логики и ее содержательности, но именно, учитывая смысл и характер логики, мы заключаем о невозможности ее формализации.

Может быть относительно нашей критики «схемы вывода» скажут, что не обязательно  $A \rightarrow B$  понимать как вывод, его можно понимать как: или не- $A$  или  $B$  ( $\overline{A} \vee B$ ) и при таком понимании «схема вывода» сохраняет свое значение. Относительно такого возможного возражения скажем следующее: Если  $A \rightarrow B$  выражает не- $A$  или  $B$ , то в этом случае вовсе не требуется дополнительно какая-либо аксиома, которая будет утверждать, что при  $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  имеет место либо не- $\mathcal{A}$ , либо  $\mathcal{B}$  и значит раз не- $\mathcal{A}$  не имеет места, то имеет место  $\mathcal{B}$ . Это заключается в самом понятии: «или», которое при рассматриваемой трактовке  $A \rightarrow B$  использовано в нем, и для того, чтобы обеспечить этому понятию свой настоящий смысл, достаточно иметь его самого и не требуется какая-либо дополнительная аксиома, в которой то же «или» будет участвовать, точно так же, как и понятие вывода не требует особой дополнительной аксиомы в виде «схемы вывода».

Таким образом, мы видим, что наша критика «схемы вывода» и аргументация этой критики целиком остается в силе и при других трактовках  $A \rightarrow B$ . Здесь важен общий смысл аргумента, одинаково применимый как к случаю одной, так и другой трактовки (ср. с рассмотренными выше соображениями Гамильтона относительно гипотетического и разделительного силлогизмов).

Теперь, быть может, нам скажут, что в аксиоматической логике  $A \rightarrow B$  выражает не настоящий вывод, а лишь его формалистическую обработку, так что нельзя критиковать «схему вывода», навязывая аксиоматической логике настоящий, содержательный вывод. «Схема вывода», могут сказать, связана не с настоящим выводом, а его формализацией. На это



ответим следующее: в том то и дело, что здесь стоит вопрос об *об* формализации и наши аргументы говорят как раз о том, что эта формализация невозможна. Торжественное заявление и «соглашение» о том, чтобы в данном случае подчиняться не обычной, предметной, а особой аксиоматизированной логике, не избавляет от объективной обязательности настоящей логики (ср. сообщение первое, стр. 424—425). Наоборот, в самом этом «соглашении» проявляется определенная философская и логическая порочность. Когда для оправдания формализации логики говорят, что, напр., в «схеме вывода» имеется в виду не настоящий, а формализованный вывод и т. д., то здесь заранее же исходят из возможности формализации логики, в то время как соответствующие аргументы, в частности в связи с критикой «схемы вывода», говорят именно о невозможности *формализации* логики. Констатация различия между настоящей и формализованной логикой не только не является оправданием формализации логики, но при такой констатации заранее же исходят из возможности формализации логики, что и является предметом соответствующей критики. Когда для оправдания возможности формализации логики говорят, что соответствующая формальная схема и не есть настоящая логика, то на это отвечаем, что для нас не является новостью, что эта схема не есть и не может быть настоящей логикой. Мы хорошо знаем, что попытка считать эти схемы отвечающими логике приводит к логической порочности. Но именно это и говорит о невозможности формализации *логики*. Ведь именно ее имеют в виду, когда ставят вопрос об ее формализации (ставят вопрос о формализации логики, а не уже формализованной логики) и раз успели иметь с ней дело, уже поздно говорить о том, что мы и не имеем в виду ее, как таковую.

Теперь легко ответить и на такие возражения против нашей критики «схемы вывода»: применяемые в «схеме вывода» термины: «если», «получим» и т. д. (*если A и A→B, то получим B*) применяются не в своем настоящем смысле, а в некотором специфическом, связанном с проблемой аксиоматизации логики. Дело в том, что здесь применяются определенные *понятия*: если, получим и т. д. и примененные к чему бы то ни было, они могут применяться лишь в своем общем и настоящем значении. Конечно, одно дело, что при аксиоматизации логики не могут освободиться от предметно-содержательного характера соответствующих понятий и нельзя им придать какой-либо «условный» «творческий» смысл, но другое дело, что в теориях аксиоматизации логики это и пытаются сделать и именно здесь проявляется порочность этих теорий.

В следующем сообщении мы дадим дальнейшее развитие нашей критики «схемы вывода» и рассмотрим некоторые общие проблемы, связанные с попыткой аксиоматизации логики.

Грузинский Филиал АН СССР  
Тбилисский Математический Институт

(Поступило в редакцию 29.10.1940)

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. Hamilton. Lectures on Logic, v. II, third ed., 1874, p. 385.
2. I. Kant. Logik (Immanuel Kants Werke, B. VIII, Berlin, 1922), § 75.
3. H. Dingler. Philosophie der Logik und Arithmetik, 1931, S. 54.

М. А. ВАШАКИДЗЕ и Е. К. ХАРАДЗЕ

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛОРИНДЕКСОВ СЛАБЫХ ЗВЕЗД

В связи с предпринятой Абастуманской Обсерваторией работой по составлению каталога колориндексов звезд, авторы настоящей заметки разрабатывали методику определения цветовых показателей и испытали, при этом, ряд различных способов как новых, так и известных, но модифицированных.

Исследования обнаружили значительные преимущества одного нового метода массового определения колориндексов слабых звезд. Настоящая заметка посвящается изложению этого метода, указаний на который авторы не встречали в литературе.

Предлагаемый нами способ относится к группе относительных методов определения цветовых показателей. На панхроматической или ортохроматической пластинке получается два изображения звезд исследуемой звездной области: одно—в синих лучах, сквозь синий светофильтр, а другое—в желтых лучах, через желтый светофильтр (в нашем случае через светофильтры Schott'a BG<sub>3</sub> и GG<sub>11</sub>, соответственно). При этом два изображения, соответствующие двум последовательным и разным экспозициям, получаются при надлежащем передвижении кассеты так, чтобы каждая звезда представлялась как бы двойной. Мера передвижения кассеты определяется яркостью звезд и необходимостью иметь изображения, неперекрывающие друг друга и свободные от вуали, вызванной яркостью звезды. Если два изображения исследуемых звезд не получаются пригодными для измерения на микрофотометре, то с помощью диафрагм меняется площадь объекта инструмента.

Совершенно аналогично и при тех же условиях производится фотографирование стандартной площадки NPS.

Разность в фотографических эффектах двух изображений данной звезды следует считать цветовым эквивалентом. Поэтому для звезд Полярной Последовательности, колориндексы которых известны, можно построить характеристическую кривую [ $C. I.$ ;  $\Delta E$ ], координатами которой по од-



ной оси явятся известные значения колориндексов ( $C. I.$ ), а по другой, — вычисляемые — по данным фотометрической обработки — разности отсчетов микрофотометра на двух изображениях звезды, т. е.  $\Delta E = E_{ph} - E_{vis}$ , где  $E_{ph}$  и  $E_{vis}$  — отсчеты микрофотометра, соответствующие фотографическим и визуальным лучам. При этом под отсчетом микрофотометра подразумевается следующее выражение:

$$E = 1000 \frac{n_* - n_0}{n_f - n_0},$$

где  $n_*$  и  $n_f$  означают отсчеты гальванометра при наведении на звезду и фон пластинки, соответственно, а  $n_0$  есть отсчет гальванометра, соответствующий темноте (имея в виду обработку на объективном микрофотометре).

Характеристическую кривую можно строить также, пользуясь в качестве второй координаты не разностями  $\Delta E$ , а отношениями  $\rho = \frac{E_{ph}}{E_{vis}}$ .

Пользуясь характеристической кривой [ $C. I.$ ;  $\Delta E$ ] или [ $C. I.$ ;  $\rho$ ], легко получить значение колориндекса любой звезды в исследуемой области, определив для нее  $\Delta E$  или  $\rho$  путем трех фотометрических измерений (двух изображений и фона).

Опытные определения колориндексов показали, что при построении одной характеристической кривой по звездам разных величин имеет место значительная дисперсия точек, т. е. выступает «уравнение яркости», и в нашем случае последнее более заметно в связи со значительной абберацией используемых объективов. Но ошибки яркости можно избежать, если построить характеристические кривые по отдельности для нескольких отдельных интервалов звездных величин, проводя при этом кривые и для промежуточных значений яркости путем простой графической интерполяции. Опыт показал, что эта мера способна обеспечить достаточно высокую точность.

Но из сказанного следует, что для пользования характеристическими кривыми необходимо заранее знать величины звезд, что создает некоторую трудность, которой, однако, легко избежать, если характеристические кривые стандартной площадки строить не по признаку звездных величин, а по признаку значений  $E$ .

В хорошо известном методе Seares'a [1] оценка желтого изображения в цепочке синих изображений является цветовым эквивалентом и, в то же самое время, она соответствует определенному «отношению экспозиций». Но изменением экспозиций в случае метода Seares'a разброс точек, связанный с «уравнением яркости», увеличивается ввиду того, что при разных экспозициях показатель  $p$  в формуле Schwarzschild'a [2] получает разные значения для звезд разной яркости.

В случае же нашего способа, при котором экспозиция не меняется, разброс точек соответственно уменьшается.

Редукция за зенитное расстояние, при нашем способе, несколько отличается от обычной.

Применяя известную формулу учета поправки за зенитное расстояние к фотографическим и визуальным лучам, мы можем написать:

$$\Delta m_{ph} = \alpha_{ph} \{F(\chi_2) - F(\chi_1)\},$$

$$\Delta m_{vis} = \alpha_{vis} \{F(\chi_3) - F(\chi_1)\}.$$

Здесь  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  и  $\chi_3$  означают зенитные расстояния, относящиеся к полюсу и к средним моментам фотографирования в фотографических и визуальных лучах, соответственно;  $\alpha_{ph} = 2,5 \text{ g} |p_{ph}$ ;  $\alpha_{vis} = 2,5 \text{ g} |p_{vis}$ . Значения  $F(\chi)$  берутся из известной таблицы Вемпорад'а, а для  $p_{ph}$  и  $p_{vis}$  в нашем случае принимаются значения 0,776 и 0,876, соответственно.

После простых преобразований двух приведенных уравнений, можно написать:

$$\Delta(C. I.) = 0,28F(\chi_2) - 0,14F(\chi_3) - 0,21.$$

Последняя формула и выражает редукцию за зенитное расстояние, причем она дает непосредственно поправку к значению колориндекса.

При наличии двух параллельных камер, можно заметно повысить точность определения колориндексов данным способом, уменьшая ошибки путем одновременного фотографирования на двух камерах, но с разной последовательностью фильтров.

В настоящее время, по окончании опытной обработки некоторой области, нами ведется проверка описанного метода на обширном материале.

Особенность нашего метода заключается в том, что для вывода колориндексов он вовсе не требует определения фотографических и визуальных величин; колориндексы непосредственно связываются со значениями  $\Delta E$  или  $\rho$ .

Эту особенность, при массовых определениях цветовых показателей, следует рассматривать одновременно и как преимущество.

К другим преимуществам данного метода относятся следующие характеристики, обуславливающие большие удобства в обработке негативного материала:

1. Сравнительная быстрота обработки, достигаемая благодаря наличию в поле зрения микрофотометра обоих изображений данной звезды;
2. Сокращение вдвое наведений на фон пластинки, — в силу соседнего расположения двух изображений, что также ускоряет обработку;
3. Уменьшение случайных ошибок неправильного отождествления звезд.



Недостатки нашего метода относятся к наблюдательной части и выражаются в следующем:

1. Необходимость последовательных, а не одновременных, экспозиций в двух лучах (при наличии двух параллельных камер соответствующие ошибки устранимы, как это отмечалось и выше).

2. Удвоенная продолжительность наблюдения площадки.

При массовых определениях цветовых показателей звезд предпочтнее следует отдавать удобствам обработки при неуменьшенной точности, и в этом отношении наш метод стоит выше ряда других.

Грузинский Филиал АН СССР  
Горная Астрофизическая Обсерватория  
(гора Канобили)  
Абастумани

(Поступило в редакцию 11.11.1940)

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. F. H. Seares. A simple method for determining the colors of the stars. Mt Wilson Comm. No 33, 1916, p. 1.
  2. Курс Астрофизики и Звездной Астрономии, ч. I, 1934, стр. 61.
-



НИНА ИОСЕЛИАНИ

## О РУДИСТАХ ИЗ МЕЛОВЫХ ОТЛОЖЕНИЙ ГРУЗИИ

Как известно, нижний отдел мела характеризуется фауной Chamidae, а «собственно рудисты» сосредоточены в верхнем мелу.

Формы нижнего мела *Requienia*, *Monopleura* и др. достаточно часто упоминаются уже старыми исследователями геологии Грузии [1, 5, 6]. Но из верхнего мела Грузии рудисты были менее известны. Хотя Абих [1] и говорит о нахождении рудистов в окрестностях Кутаиси, но изучение этой важной для стратиграфии верхнего мела группы пока никем у нас не производилось.

Мне представилась возможность обработать небольшую коллекцию рудистов, имеющуюся в Научно-исследовательском геологическом институте Грузии. Сохранность материала оставляет желать лучшего. К тому же некоторые формы представлены единичными неполными экземплярами, что весьма затрудняет видовое определение представителей этой своеобразной и изменчивой группы. Но все-таки мне в некоторых случаях удалось установить, правда лишь приближенно, несколько форм как из нижнего, так и из верхнего мела.

Рудисты нижнего горизонта собраны в ургоне в долине рр. Дзирула и Чхеримела (Зап. Грузия). Среди них мною определены: *Requienia Zlatarskii* Raquver, *Requienia ammonia* Goldf., *Monopleura* sp. nov., характерные для верхнего баррема.

Таким образом, мнение о барремском возрасте ургонских известняков указанного района [2,3], основанное на их залегании под нижним аптом, получает фаунистическое подтверждение.

Из верхнего мела рудисты собраны в сел. Удзлоури (Цулукидзевский район) и в окрестностях Кутаиси.

В Удзлоури они найдены в вулканогенной свите верхнего мела (свита «Мтавари» Мефферта), которая в этом месте богата колониями рудистов, представленными пока единственным видом *Radiolites socialis* d'Orb. Эта форма характерна для среднего турона [7], что позволяет, повидимому, отнести вмещающие их осадки к упомянутой части турона. Однако, вопрос осложняется тем обстоятельством, что в той же толще встречен *In. Lamarcki* Park.



хорошей сохранности (проф. А. Джанелидзе). При этом, к сожалению, не известно, найдены ли эти формы на одном или на разных уровнях вулканогенной толщи.

В окрестностях Кутаиси рудисты сосредоточены в слое плотных известняков, богатых кварцем и залегающих в верхах той же вулканогенной свиты. Отсюда мною определены: *Durania aff. Gacensis* Dacqué, *Durania* sp. n. ex. gr. *cornu-pastoris* Des Moulins, *Durania* sp., *Sauvagesia* sp. nov.

Стратиграфическое значение этих форм сильно ограничивается отсутствием точных идентификаций. Несомненным является лишь их туронский возраст.

Кроме упомянутых районов рудисты найдены еще в районе Садахло (Южная Грузия). Здесь рудисты встречаются в известняках, залегающих в вулканогенной толще мела в виде мощных линз. Многочисленная фауна из этого района, к сожалению, представлена только внутренними ядрами, что весьма затрудняет их определение. Одно время я их принимала за ядра представителей рода *Agria*. Но дополнительные сборы из окрестностей Садахло, где рудисты встречены в верхних горизонтах мраморовидных известняков (Садахлинский мрамор), показали, что на самом деле отмеченные внутренние ядра принадлежат отличающемуся от *Agria* роду *Eoradiolites* Douv., развитому в основном в среднем мелу (альб, сеноман). К сожалению, плохая сохранность образцов не позволяет сделать видовые определения. Поэтому для использования рудистов этого района с целью точной стратиграфии необходимы дополнительные наблюдения и сборы.

Тбилисский Государственный Университет  
им. Сталина  
Геологический Институт

(Поступило в редакцию 12.7.1940)

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Abich. Aperçu de mes voyages en Transcaucasie en 1864, Moscou, 1865.
2. П. Гамкрелидзе. Геологическое описание части рр. Дзирула и Чхеримела. საქ. გეოლ. ინ-ტის მოამბე, ტ. I. ნაკვ. 2. თბილისი, 1932.
3. პ. გამყრელიძე და ს. ჩიხელიძე. ძირულის ხეობის ნაწილის გეოლოგიისათვის. საქ. გეოლ. ინ-ტის მოამბე, ტ. I. ნაკვ. 2. თბილისი, 1932.
4. H. Douville. Etudes sur les Rudistes. Mém. Soc. Géol. de Fr. Pal., № 41, 1910.
5. E. Fournier. Description géologique du Caucase central. Marseille, 1896.
6. А. Сорокин и С. Симонович. К геологии Кутаисской губ. Шорачанский уезд. Материалы для геологии Кавказа. Тифлис, 1885 и 1886.
7. A. Thoussas. Etudes sur les Radiolitides. Mém. Soc. Géol. de Fr. Pal., № 36, 1910.





მ. კახარავა

ლექსუმის ზედა ექინოკორისიანი ჰორიზონტის ასაკის საკითხისათვის

ბ. მეფერტმა ლექსუმის სინკლინის სამხრეთ ფრთაზე ეოცენის ნუმულიტიან და დისკოციკლიან კირქვებს ქვეშ დანიური სართული გამოჰყო, რომელშიაც შემდეგი ფორმები აღნიშნა: *Echinocorys* sp., *Linthia*, *Schizaster*, *Conoclypeus*, *Nautilus* sp., *Terebratula lens* Nils. და მიკროფორამინიფერები. დანიური კირქვების სისქე ამ ავტორის მიხედვით 50 მ-ს უდრის. ნამარხების დიდი უმრავლესობა (*Echinocorys* sp., *Terebratula lens* და სხვა) ნაპოვნი არის წყების სულ ზედა 3 მ-ში. ბ. მეფერტს შესაძლებლადაც კი მიაჩნია, რომ დანიურს მხოლოდ ეს ექინოკორისიანი ჰორიზონტი გამოსახედეს. ამ შემთხვევაში ხსენებული კირქვების დანარჩენი ნაწილი მასტროხტულს უნდა მიეკუთვნოს ([1], გვ. 23), ამ ექინოკორისიან კირქვებს შეიძლება ეწოდოს ლექსუმის ზედა ექინოკორისიანი ჰორიზონტი, რადგან ქვედა კირქვებშიაც არის ექინოკორისები, მათ შორის *Echinocorys ovatus* Leske. მეფერტის მიერ ფაქტიური მასალის მიხედვით მიღებულ დასკვნას თითქოს უმართებულოდ ვერ ჩავთვლით, მით უფრო, რომ შემდეგში პანტელევემა მეფერტის მიერ დანიურად (s. str.) მიჩნეული კირქვების სულ ქვედა ნაწილიდან, რომელსაც ქვედა ნუმულიტიან და დისკოციკლიან ჰორიზონტს უწოდებს, *Discocyclus Seunesi* Douv. აღწერა [2]. მაგრამ ეს ფორმა პანტელევეს აღნიშნული აქვს შრებიდან, რომლებიც უშუალოდ ზღვის ზღარბების (*Echinocorys* sp.) შემცველ კირქვის ქვეშ მდებარეობს. აქედან კი, თუ ავტორის მიერ დასახელებულ ფორმის განსაზღვრა სწორია, მხოლოდ ის შეიძლება დავასკვნათ, რომ დანიურს უნდა მივაკუთვნოთ კირქვები ექინოკორისიან ჰორიზონტამდე, ხოლო უკანასკნელის ასაკის საკითხი ღია რჩება. მეორე მხრივ ზონოვი, რომლის მასალა დასამუშავებლად ჰქონდა პანტელევეს, უკანასკნელის დასკვნას არ იზიარებს, რადგან ლექსუმის აღნიშნული ნალექებისა და აფხაზეთის ანალოგიური ნალექების სტრატეგრაფიული შედარებისას შეუსაბამობას ვხედავთ, რაც საკმაოდ მოულოდნელი არის, თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ ლექსუმი და აფხაზეთი ორივე ერთ გეოტექტონიკურ ერთეულში შედის, რომელშიაც ზ. ცარცი და ქვ. პალეოგენი ერთნაირი ფაციესით არის წარმოდგენილი [4].

1938 წელს რაჭა-ლექსუმში ჩემი მუშაობის დროს გაირკვა, რომ ლექსუმის ზედა ცარცის და ქვედა პალეოგენის სტრატეგრაფია დასახელებულ ავტორებს სწორად არა აქვთ გაგებული. ამ დებულების საილუსტრაციოდ აქვე

მომყავს სარეწკელის კლდეკარის (ცხენის წყლის ხეობა) კრილის აღწერა (ქვევიდან ზევით):

1. მდ. ჯონოლის შესართავთან გაშიშვლებულია მოთეთრო ფერის მკვრივი კირქვები, კამბანური ასაკის (*Jnoc. balticus* Böschm).

2. ამათ თავზე ადევს მასივური კირქვები, რომლებშიაც თითქმის მხოლოდ ოსტრეიდები გვხვდება. წყების ზედა შრეებში ყურადღებას იპყრობს *Gryphaea similis* Pusch. დანიური ფორმა, რომელიც პალეოცენშიაც გადადის. მასიური კირქვები მასტრიხტულ-დანიურს უნდა მიეკუთვნონ, რაც გასაგები იქნება, თუ მხედველობაში მივიღებთ ნალექების თანხმობით განლაგებას (უთანხმოება არ ჩანს) და მომდევნო ნალექების ასაკს.

3. 5 m-ის დაცილებით იმ შრიდან, რომელშიაც უკანასკნელი *Gr. similis* გვხვდება, მარმარილოსებურ კირქვაში ბლომად არის: *Ostrea*, *Cucullaea volgensis* Barb. და *Cardita pectuncularis* var. *euxinica*. ეს ორი უკანასკნელი ფორმა პალეოცენის დამახასიათებელია. მათ ხშირად ასახელებენ აღმოსავლეთ ევროპის პალეოცენში.

4. შემდეგ იწყება შედარებით რბილი თეთრი ფერის კირქვები. ნამარხებიდან მნიშვნელოვანია მიკროფორამინიფერები (*Miliolidae*) და *Lithothamnium* (აქვე პროფ. ალ. ჯანელიძემ ნუმულიტი იპოვა).

5. თეთრ კირქვებს ზედა ნაწილში მწვანე კირქვები ერევა და შემდეგ მხოლოდ მწვანე კირქვებია განვითარებული ერთხანს. აქ გვხვდება *Echinocorys* sp., *Micraster* sp. (დოც. ი. რუხაძის განსაზღვრით) და კრინოიდების მალეები. ეს არის მეფერტის დანიური (s. str.).

6. ზევით მოდის კირქვები, რომლებშიაც ერთ ხანს მხოლოდ დისკოციკლინებია (*D. Archiaci* Schlum.) და შემდეგ კი დიდი ფორამინიფერების მდიდარი ფაუნა (შუა ეოცენი).

როგორც ვხედავთ, სარეწკელაში ე. წ. ქვედა ნუმულიტიანი და დისკოციკლინიანი ჰორიზონტი არ გამოიყოფა. იგი არც ბ. მეფერტს აქვს აღნიშნული. ამით, რასაკვირველია, ლეჩხუმში ქვედა ნუმულიტიანი და დისკოციკლინიანი ჰორიზონტის უარისყოფა არ შეიძლება. მოსალოდნელია, რომ ის ჩვენ გამოგვჩა. პანტელევს, შესაძლებელია, ფორამინიფერები ჩვენი 4. შრეებიდან ჰქონდეს აღებული. ყოველ შემთხვევაში მის მიერ აღწერილი ფორმებიდან ნალექების დასათარიღებლად მხოლოდ *D. Seunesi* გამოდგება. დანარჩენები ან ახალი სახეებია, ან თვითონ ავტორის აზრით საეჭვოდ განსაზღვრული. მაგრამ რა ითქმის *D. Seunesi*-ის შესახებ? აქ ჩვენ დაგვკმაყოფილებდით ჰ. დუვილიეს გაფრთხილებით, რომ *D. Seunesi* Douv. იმდენად გავს *D. Archiaci*-ს, რომ მათი ერთი მეორისაგან გარჩევა დიდ სიძნელეს წარმოადგენს ([5], გვ. 65, 66). ჰ. დუვილიეს *D. Seunesi* უდავოდ დანიური ნალექებიდან აქვს აღწერილი, მაგრამ ამ სახეს პოულობენ პატარა ტანის ნუმულიტებთანაც, რომელთაც პალეოცენურად სთვლიან ([5], გვ. 65). რაც შეეხება Ter. lens-ს, ეს ფორმა ავტორის მხოლოდ მიახლოებულად აქვს განსაზღვრული, როგორც თვითონ აღნიშნავს ([1], გვ. 23), და ამიტომ, როდესაც ნალექების ასაკის დადგენაზე არის ლაპარაკი, მას მხედველობაში ვერ მივიღებთ.

ყოველივე თქმულის შემდეგ შეუძლებელია ბ. მეფერტის მიერ დანიურად მიჩნეული კირქვების ასაკი სწორად დადგენილად ჩავთვალოთ. ბ. მეფერტის დანიური პალეოცენის პელეციპოდებიანი კირქვების თავზე გამოდის. ლეჩხუმის ზედა ექინოკორისიანი კირქვები მხოლოდ პალეოცენი შეიძლება იყოს.

ის გარემოება, რომ ლეჩხუმში ექინოკორისები მესამეულში გადადიან, საერთოდ ახალი ამბავი როდია. უკანასკნელად ამას აღნიშნავენ აფხაზეთისა [3] და ყირიმისათვის (ვ. მენერი), ადრე კი ეს ცნობილი იყო სამხრეთ საფრანგეთისათვის (მცირე პირენეები), სადაც ცარცული ფორმების მაგვარი ზღვის ზღარბები (მათ შორის *Echinocorys* და *Micraster*) ნამარხიანი მონსურის თავზე განლაგებულ ნალექებში მოიპოვებიან. ზევით კი მათ თანეტური სცვლის.

სტალინის სახელობის თბილისის  
სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
გეოლოგიური ინსტიტუტი

(შემოვიდა რედაქციაში 11.11.1940)

ГЕОЛОГИЯ

И. КАЧАРАВА

## К ВОПРОСУ О ВОЗРАСТЕ ВЕРХНЕГО ЭХИНОКОРИСОВОГО ГОРИЗОНТА ЛЕЧХУМИ

Резюме

Автор касается вопроса о возрасте известняков, принятых Б. Меффертом в Лечхуми за датский ярус. Известняки эти имеют мощность в 50 м. Б. Мефферт допускает и возможность отнесения к дате только верхов толщи, мощностью около 3—4 м, содержащих *Echinocorys* sp., *Terebratula lens* и др. [1]. С. Пантелеев к дате же относит и нижележащие известняки, в которых он по материалам, собранным Зоновым, обнаружил *Discocyclina Seunesi* Douv. [2].

Возраст эхинокорисового горизонта определяется только присутствием в горизонте *Terebratula*, не совсем уверенно отнесенной автором к *T. lens*. Nils. ([1], стр. 23).

Наша работа 1938 г. выяснила, что в Лечхуми «датские» известняки авторов лежат выше слоев с палеоценовыми *Cucullaea volgensis* Warb. и *Cardita pectuncularis* Desh. var. *euxinica* Schw. Повидимому, под названием

*D. Seunesi* в Лечхуми определена другая форма, возможно, *D. Archiaci* Schlum., в большом количестве встречающаяся здесь в эоцене и трудно отличимая от *D. Seunesi* Douv.

Тбилисский Государственный Университет  
имени Сталина  
Геологический Институт

ციტირებული ლიტერატურა—ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Мефферт. Геологический очерк Лечхума. Мат. по общ. и прикл. геол., В. 140, 1930.
2. С. Пантелеев. *Discocyclus*, *Operculina* u *Nummulites* датских слоев Зап. Грузии. Бюл. МОИП, XI (4), 1933.
3. Н. Зонов. Материалы по геологии фосфоритовых отложений Кавказа. Агрон. руды СССР, т. II, ч. 2, 1934.
4. М. Швецов. Палеоценовые и смежные с ними слои Сухума. Тр. Геол. Научно-иссл. Ин-та при Физ.-мат. фак. МГУ, 1929.
5. Н. Douvillé. Révision des *Orbitoides*. Bull. SGF, 4 sér, t. X, 1922.

В. Л. МЕНАБДЕ

## БОТАНИКО-СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ О ХЛЕБНЫХ ЗЛАКАХ ДРЕВНЕЙ КОЛХИДЫ

Колхида—древнее наименование страны, занимавшей в основном Черноморское побережье Грузии. Страна эта была хорошо известна древним народам (египтянам, грекам, римлянам), имевшим с Колхидой оживленную обменную связь (главным образом торговую, военную, культурную). Очевидно, в этой стране земледельческая культура была широко развита и, по всей вероятности, была представлена многими основными культурами Старого Света:

Так, еще Ксенофонт (V век до н. э.) указывал на два вида пшеничных растений, возделываемых в Колхиде. Видимо, тогда же хорошо было развито виноградарство (и виноделие). Геродот (V век до н. э.) упоминал о возделывании льна и о способе приготовления полотна. Продукция льна служила объектом широкого экспорта (в Грецию, Египет).

Фест Авиен (IV век н. э.) в своем сочинении «Описание земного круга» весьма лестно отзываясь о колхах, называя их «деятельными колхами», в связи с их усердной обработкой под культурные растения крутизи высоких гор.

До наших дней дошли документы, значительно обогащающие литературные сведения о материальной культуре Колхиды и вместе с тем позволяющие анализировать состав данной культуры. Так, в результате деятельных археологических исследований, планомерно проводимых Институтом языка, истории и материальной культуры им. акад. Н. Я. Марра Груз. Филиала АН СССР, вскрыт целый ряд ценнейших памятников материальной культуры древней Грузии. В данном сообщении мы даем описание растительных остатков из археологических раскопок кургана Диди-Гудзуба (Мегрелия, Зугдидский район).

Культурные слои данного кургана хронологически окончательно еще не дифференцированы, но установлено, что они содержат предметы деятельности человека эпохи конца неолита вплоть до остатков культуры греческих колоний: каменные зернотерки, костяные шилы, кремневые наконец-



ники стрел, кремневые пилки, каменные молоты, черепки и сосуды черной керамики.

Археологический материал по культурным растениям, переданный в ТБИН Зугдидским Краеведческим музеем (А. Чантурия), был взят из верхних слоев кургана. Поэтому весь растительный материал этих слоев следует отнести к периоду деятельности народов, населяющих древнюю Колхиду.

Археологический материал (всего 27 образцов) состоит из обугленных колосков, семян и плодов. Некоторые же образцы состоят из прессованной (асбестообразной) массы растительных остатков (семян).

Весь материал нами разбит на 2 группы: в первую группу мы включили лесные растения, плоды которых, очевидно, заготавливались как продукт питания. В образцах обнаружены плоды: 1) каштана (*Castanea sativa* Mill.), 2) бука (*Fagus orientalis* Lipsk.), 3) дуба (*Quercus imeretina?* Stev.), 4) лещины (*Corylus avellana* L.).

Во вторую группу включены возделываемые хлебные растения, которые по своему ботаническому составу делим в свою очередь на две подгруппы:

а) просовидные хлеба и б) колосовые хлеба.

Из просовидных хлебов в образцах обнаружены:

1. *Panicum miliaceum* L.—ჟგჭვო—просо.
2. *Setaria italica* ssp. *mocharium* Alf.—ჟგბობო—могар.

Пять образцов, принадлежащих к просовидным растениям, по морфологическим признакам не поддаются дифференциации ввиду их асбестообразной формы. Среди образцов просовидных растений имеются весьма мелко-семянные формы, по размеру сильно уступающие современным формам могоара.

Среди колосовых хлебов в образцах установлены:

1. Голозерная пшеница—*Triticum vulgare* Will.?
2. Пшеница маха:  $\left\{ \begin{array}{l} \textit{Triticum macha} \text{ Dek. et Men.} \\ \textit{Triticum palaco-colchicum} \text{ Men.} \end{array} \right.$
3. Многорядный ячмень.—*Hordeum sativum* ssp. *vulgare*. L.

Рожь, как и следовало ожидать, в образцах не обнаружена.

Среди хлебных злаков в образцах преобладают просовидные хлеба, затем пшеница и, наконец, ячмень.

Значительный интерес представляет нахождение обугленных колосков пшеницы, бесспорно принадлежащих к грузинскому эндему *Triticum macha* Dek. et Men., в настоящее время уцелевшему лишь на полях предгорья Зап. Грузии. В других областях Грузии эти формы неизвестны. Отсутствуют они во всех других странах света.

Некоторые исследователи (А. К. Фляксбергер) рассматривают пшеницу маха как молодой гибридный вид, культуру позднюю, возникшую позже



*Triticum vulgare* Will. (вида высококультурной пшеницы) и сформированную в результате гибридизации уже существовавших культурных видов пшеницы (провизорно полагая виды—*Triticum vulgare* и *Triticum dicoccum*).

Это допущение вызывает целый ряд возражений. Как известно, пшеница маха является носителем целого ряда свойств, чрезвычайно напоминающих природу дикой пшеницы. В этом растении (в пшенице маха) наиболее резко выражены основные биологические свойства дикаря: резко выраженная ломкость колосового стержня и склонность к самообсеменению. Поэтому во время созревания колосья пшеницы маха распадаются на отдельные колоски и осыпаются на землю. На корню же остаются стебли, на которых торчат лишь одни оставшиеся нижние колоски. Обычно такое поле усыпано колосками пшеницы маха, а потому во избежание потери она убирается в два приема: сначала отламываются колосья прямо в корзины и потом лишь жнут солому. Также сложна дальнейшая техника обмолаота. Одним словом, пшеница эта по своей природе мало чем отличается от диких пшениц. Поэтому трудно представить (как это допускают другие), чтобы более или менее развитой земледелец ввел бы в культуру такой примитивный вид, как пшеница маха, имея уже высококультурные (как *Tr. vulgare*) формы пшеницы. По нашему убеждению, пшеница маха—вид примитивный, носящий в себе (и в настоящее время) многие черты диких пшениц. Поэтому мы склонны ее считать основным, первоначальным видом, видом переходным от диких к культурным типам пшеницы. Нам представляется, что пшеница маха—аборигенное растение древней Колхиды, не вышедшее за пределы начальной родины. Ареал ее, по всей вероятности, был очерчен областью, занятой в настоящее время Турцией и Грузинской ССР (долинные и предгорные районы Зап. Грузии).

Таким образом, ареал ее находится в основной зоне (Малая Азия и Закавказье) формообразования рода *Triticum* L. Нам неизвестен язык колхов, но на чанском диалекте до сих пор сохранилось пшеничное растение под названием «моха». Так, акад. Н. Я. Марр в чано-русском словаре приводит чанское название особого вида пшеницы: «моха—особый вид пшеницы». Нам думается, что вид «моха» аналогичен виду «маха»<sup>1</sup>. На мегрельском диалекте известно слово «маха». В Мегрелии и в настоящее время имеются села: «Маха-ши» и «Моха-ши». Там же встречается мужское имя «Маха». В литературе имеется указание о мегрельском происхождении пшеницы маха (И. Л. Бахтадзе). Быть может, филологи нам помогут расшифровать значение слова «маха». Нам в Мегрелии пытались объяснить его как выражение приятного, радостного («махариа»). Весьма возможно, что это пшеничное растение в своей первооснове определялось как приятное растение, дающее пищу, растение пищевое.

<sup>1</sup> Это предположение может быть подтверждено лишь путем изучения хлебных растений Лазистана (Турция).



В настоящее время пшеница маха сохранилась лишь на полях средней горной части Колхиды (Лечхуми, Верхн. Имеретия).

Ботаническое изучение пшеницы маха позволило установить в ее составе две обособленные ветви пшеницы. Первая из них наиболее полиморфна и состоит из целой серии групп, содержащих в себе формы подобные как диким, так и более или менее культурным типам пшеницы. В ботанической литературе данная группа получила видовое название—*Triticum macha* Dek. et Men., передающее в латинской транскрипции грузинское название этой пшеницы. Вторая из этих ветвей исключительно мономорфна и носит в себе некоторые черты культурной пшеницы. Данная группа, по целому ряду признаков отличаясь от основной первой группы (*Triticum macha*), предварительно была введена в состав вида *Triticum dicoccum* как *grex georgicum* Dek. et Men.

Проф. К. А. Фляксбергер, исходя из эколого-географической монотипности форм пшеницы маха, а также базируясь на общности некоторых морфологических признаков у них (*Tr. macha* и *Tr. dicoccum grex georgicum*), считает нужным объединить их в один сборный вид—*Triticum macha* Dek. et Men.

Мы не можем принять схему классификации пшеницы маха, предложенную проф. К. А. Фляксбергером.

Подтверждая общность некоторых морфологических признаков, мы не можем не отметить целый ряд хорошо отличимых морфологических, иммунологических и кариологических признаков. Отличия эти настолько резки, что нет никаких оснований их игнорировать. Только по одним морфологическим признакам мы без всяких затруднений отличаем эти две ветви друг от друга, не говоря о других (иммунитет, кариология) признаках.

Таким образом, в одной и той же эколого-географической зоне мы имеем две обособленные систематические ветви, которые нам представляется необходимым расчленить на два самостоятельных вида, разместив их в соответствующие секции (*Congregatio tetraploides* Flaksb. и *Congr. hexaploidea* Flaksb.) рода *Triticum* L.

За одним из этих видов мы считаем нужным сохранить данное ему в свое время название *Triticum macha* Dek. et Men., а второй вид предлагаем назвать—*Triticum palaeo-colchicum* Men.,—в честь древней Колхиды, одним из реликтов которой он нами и рассматривается.

*Triticum palaeo-colchicum* Men. (nomen novum).

(Synon. *Triticum dicoccum* ssp. *georgicum* Dek. et Men.).

1. var. *chvamlicum* Supat.—Spica lutea, glabra, caryopsis rubra.

2. var. *rubidum* Men.—Spica rubida, glabra, caryopsis rubra.

Tota planta (vaginae et laminae foliorum) dense villosa (pili velutini breves). Spica plano-compressa, dense compacta, d=40--50, fusiformis, maturitate lutea vel rubida, glabra, ad 6,0—8,0 cm longa, 12—15 mm lata, breviaristata



(ad 4,5—6,5 cm). Rachis maturitate fragilis, rachidis articuli pilosi. Spiculae 3—4 flore, flosculus tertius raro fertilis, quarto tantum sterili. Glumella glumis multo longior. Glumae abbreviatae ad 10 mm longae, membranaceae, unicarinatae, carina bene evoluta, unidentate, dentibus abbreviatis ad 1—1,5 mm longae. Rachidis articuli brevissimi (ad 1,5—2 mm) et angustissimi (ad 1,4—1,6 mm) Caryopsis paleata, rubra. Planta hiberna vel subhiberna ad 100—110 cm altum.

Habitat: Georgia, provincia Letchchumi et Imerethi. Herbarium et collectio seminum in Instituto Botanico Tphilisiensi, Tphilisi.

По нашим экспериментальным данным (о чем будет сообщено в следующей работе), в пределах своей секции каждый из описываемых нами видов (*Triticum macha* и *Triticum palaeo-colchicum*) скрещивается лучше, чем эти виды между собою, что в свою очередь подтверждает их дивергенцию.

### Выводы

1. Колхида—древнейший очаг земледельческой культуры—является первичной областью формообразования основных грузинских пшениц эндемов.

2. Основная родина пшеницы, как рода, видимо, наиболее тесно связана с Закавказьем. Ибо именно здесь обнаружено наибольшее число как диких (Армения, Нах. АССР), так и культурных видов пшеницы (Грузия, Армения). Здесь, в основном, в своем многообразии представлен видообразовательный процесс рода *Triticum* L.

3. Начальная эволюция культурной пшеницы, как подсказывает нам фактический материал, тесно связана прежде всего с колхидской культурой. Здесь, на примере живых реликтов Колхиды, мы наблюдаем в относительной сохранности почти все этапы эволюции рода *Triticum* L. Так, один из грузинских эндемов (*Triticum Timopheevi* Zhuk.) находится в тесной генетической связи с дикими пшеницами, в настоящее время уцелевшими еще в местах, мало доступных для агрокультуры (в Армении, Нах. АССР). Другой вид—*Triticum macha* Dek. et Men.—по целому ряду признаков представляет переходное звено в эволюции культурной пшеницы рода *Triticum* L. Вид этот имеет весьма сложный популяционный состав, среди которого мы легко различаем сильно ломкие, полуломкие и даже неломкие, а также пленчатые и полупленчатые формы. Многие из них, находясь в стадии заметной дивергенции, можно сказать, являются кандидатами в новый вид.

4. В настоящее время в составе пшеницы маха мы различаем два ботанических вида: *Triticum macha* Dek. et Men. и *Triticum palaeo-colchicum* Men. Начальная стадия дивергенции их возникла еще в древней Колхиде, в чем нас убеждает описываемый нами археологический материал.



5. Представителями колхидской культуры в современной Грузии являются также *Panicum miliaceum* L., *Setaria italica* ssp. *mocharium* Alf., *Hordeum sativum* Lessen, *Trit. vulgare* Will.<sup>1</sup>

6. Разнообразие культурных растений древней Колхиды указывает на то, что в то время земледелие находилось в данной стране на высоком уровне развития.

Грузинский Филиал АН СССР  
Тбилисский Ботанический Институт  
Отдел культурной флоры

(Поступило в редакцию 25.10.1940)

BOTANY

## BOTANICO-SYSTEMATICAL DATA ON CEREALS OF ANCIENT COLCHIS

By V. MENABDE

Summary

1. Colchis is the ancient name for the Black Sea coast of Georgia. This country, inhabited by the Colchs, was well known to the ancient Egyptians, Greeks, Romans and other nations who maintained with Colchis a lively inter-communication (chiefly commercial, military and cultural). According to ancient authors (Herodotus, Xenophon, Fest Avien etc.), husbandry was also well developed in this country.

2. Old documents are still preserved which considerably enrich literary data on the material culture of ancient Georgia (Colchis) and serve to analyze the composition of this culture.

3. In the present paper the author gives a description of vegetative remnants found at the archaeological excavation of the tumulus Didi-Khudzuba (Western Georgia, Megrelia—one of the provinces of Colchis).

4. The cultural layers of the said tumulus are as yet not definitely dated, but it is already established that they contain objects of human activity of the end of the neolithic age up to remnants of the ancient greek culture: stone grain-graters, bone awls, flint arrow-heads, small flint saws, stone hammers, potsherds and vessels of black ceramics.

The archaeological material of the remnants of cultured plants has been obtained (A. Chanturia) from the upper layers of the tumulus. Therefore the whole material of these layers certainly dates from the period of the activity of nations which populated Colchis.

<sup>1</sup> Сюда следует еще включить особую форму озимого льна (*Grex prostrata* Vav.), сохранившуюся еще в Мегрелии.

The whole material is divided into two groups. The first one includes forest plants, the fruits of which were evidently preserved as food products. Among these samples we discovered fruits of the following trees: 1) the chestnut (*Castanea sativa* Mill.), 2) the beech (*Fagus orientalis* Lipsk), 3) the oak (*Quercus imeretina* Stev.?), 4) the hazel (*Corylus avellana* L.). The second group includes cultured cereals, viz.: 1) *Panicum miliaceum* L., 2) *Setaria italica* ssp. *mocharium* Alf., 3) *Triticum vulgare* Will., 4) *Triticum macha* Dek. et Men., 5) *Hordeum sativum* ssp. *vulgare* L.

5. The discovery of charred wheat ears belonging undoubtedly to the Georgian endemic wheat *Triticum macha* roused a great interest. It confirms the old age of this wheat species which furthermore can be now localized at the place of its origin. At present *Tr. macha* is found only on fields of the mountain part of Colchis (Lechkhumi, Imeretia). It is unknown in other Georgian provinces as well as in other countries of the world. Evidently it did not spread beyond the limits of the area of its formation (Colchis) owing to its small economic value. It bears a number of qualities which are very close to the nature of wild wheat—sharply expressed fragility of the ear-scape, susceptibility to spontaneous falling off.

6. The botanical study of *Triticum macha* established two separate branches of the wheat: *Triticum macha* Dek. et Men. (2n—42 chromosomes) and *Triticum palaeo-colchicum* Men. (species nova, 2n—28 chromosomes). They differ by a number of morphological, physiological and caryological characters. The author takes them to be relics of the Colchian culture preserved up to our days on the fields of Western Georgia. *Triticum macha* Dek. et Men. is considered as one of the first basal species of the genus *Triticum* L. According to the author's view, *Panicum miliaceum* L., *Setaria italica* ssp. *mocharium* Alf., *Hordeum sativum* Lessen. and *Trit. vulgare* Will.<sup>(1)</sup> are also representatives of the Colchian culture in Georgia.

Akademy of Sciences of USSR  
 Georgian Branch  
 Botanical Institute  
 Tbilissi

(<sup>1</sup> We must include here also the peculiar flatly stretching form of the flax (*Grex prostrata* Vav.) which is still found in this part of Western Georgia. According to Herodotus, this culture was widely spread in ancient Colchis.)

Н. А. АНЕЛИ

## О ЗАВИСИМОСТИ УРОЖАЯ ЗЕРНА КУКУРУЗЫ ОТ ИНТЕРВАЛА ВРЕМЕНИ МЕЖДУ ВЫНОСОМ МЕТЕЛКИ И ПОЧАТКА

На основе опытов 1939 года над кукурузой «Миннесота 13 экстра» [1, 2] было, между прочим, указано, что короткому промежутку времени между выносом метелки и початка соответствует высокий урожай. Это положение в упомянутых работах не было шире интерпретировано, так как оно не относилось к основной теме. Указанное положение специально проверено опытами в 1940 году, где учет был доведен до каждого растения, тогда как в предыдущем году учет производился по группам. Вместе с этим в опыты кроме «Миннесота 13 экстра» был включен сорт «Аджаметский белый». Если в 1939 году опытные растения выращивались в вазонах, то в 1940 году растения выращивались прямо в грунту.

### Опыты 1939 года

Разберем вкратце данные 1939 года [1, 2], на основе которых составлена таблица 1. Из таблицы видно, что у тех растений, у которых интервал между выносом метелки и початка (в дальнейшем для удобства будем пользоваться термином «интервал») колеблется от 9—15 дней, в большинстве случаев выход урожая зерна больше, чем у растений с колебанием интервала от 17—31 дней. Растения по характеру опыта расположены по группам. В каждой группе 7 растений. Таким образом, в опыте было всего 147 растений. Из них, у 63-х растений колебание интервала выражалось от 9 до 15 дней, а у остальных 84-х—от 17 до 31 дней. Если общий урожай зерна на одну группу растений с большим интервалом (в среднем 21 день) принять за 100%, то тогда у растений с коротким интервалом (в среднем 12 дней) урожай равен 581%. Опыт был начат 14.V, сбор урожая закончен к 23.IX.

### Опыты 1940 года

1. «Миннесота 13 экстра». Посевной материал тот же, что и в предыдущем году. Таким образом, семена, полученные из опытов 1939 года, нами не были использованы. Опыт начался 20.IV, сбор урожая закончен



к 15.VIII. В начале на учете было 40 растений, но в дальнейшем 5 растений погибло и осталось в опыте 35 растений. Результаты см. в таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что, если для тех растений, у которых интервал больше (в среднем 13 дней), урожай зерна принять за 100%, то для растений с коротким интервалом (в среднем 6 дней) урожай определяется в 190,8%.

Таблица 1. «Миннезота 13 экстра». Урожай 1940 г.

Интервал от 9—15 дней			Интервал от 17—31 дней		
Группы	Число дней от образования метелки до образования початка (интервал)	Урожай зерна в %	Группы	Число дней от образования метелки до образования початка (интервал)	Урожай зерна в %
1	12	111,5	1	18	3,0
2	12	50,6	2	21	0
3	10	95,2	3	19	17,9
4	14	56,9	4	31	0,5
5	10	20,8	5	17	11,1
6	15	40,6	6	21	7,6
7	12	77,9	7	17	35,7
8	9	27,7	8	20	30,9
9	13	64,1	9	24	1,9
			10	19	3,9
			11	17	14,3
			12	30	0
Всего	107	552,3	Всего	254	126,8
В среднем на 1 группу растений	12	61,36	В среднем на 1 группу растений	21	10,56
61,36—581%;			10,56—100%		

2. «А джаметский белый». На учет было взято 30 растений. Из них с коротким интервалом (в среднем 6 дней) оказалось 24 растения, а с большим интервалом (в среднем 12 дней)—6. Опыт начался 28.IV, сбор урожая закончен к 10.IX. Результаты учета даны в таблице 3. Из таблицы 3 видно, что урожай зерна растений с малым интервалом (в среднем 6 дней) значительно превышает (475,3%) урожай зерна тех растений, у которых интервал колеблется от 9 до 15 дней.

Как видно из приведенных таблиц, величина интервала (большой и меньший) меняется соответственно сорту и условиям воспитания растений. Так, для растений, выращенных в вазонах («Миннезота 13 экстра»), меньшим интервалом приняты сроки от 9 до 15 дней, а для растений, выращенных на участке—1—9 дней, так как в этих интервалах получен нами

максимальный урожай. Что касается «Аджаметского белого» (который выращивался также на участке), то для него малый интервал будет от 3 до 8 дней. Предполагаем, что одной из причин неурожайности и малоурожайности кукурузы в горшечных культурах является увеличение интервала. Сокращения интервала можно добиться облучением семян в течение 24-х часов в период развития coleoptilia, белым и фиолетовым светом [2].

Таблица 2. «Миннезота 13 экстра». Урожай 1940 г.

Интервал от 1—9 дней			Интервал от 10—19 дней		
№№ по пор.	Число дней от образования метелки до образования початка (интервал)	Урожай зерна в %	№№ по пор.	Число дней от образования метелки до образования початка (интервал)	Урожай зерна в %
1	6	96,0	1	13	41,8
2	7	127,7	2	10	49,2
3	1	130,1	3	14	33,0
4	9	162,1	4	12	66,7
5	3	113,7	5	10	81,7
6	8	130,0	6	13	53,7
7	3	79,3	7	10	63,0
8	9	126,8	8	15	45,5
9	7	131,1	9	16	20,4
10	6	127,9	10	15	33,6
11	3	122,8	11	13	72,0
12	3	166,4	12	10	120,3
13	6	120,1	13	19	124,6
14	3	135,3	14	14	110,7
15	8	121,0	15	13	83,6
16	5	137,0	16	13	75,2
17	7	131,7	17	10	86,3
			18	11	80,8
Всего 102		2239,1	Всего 231		1242,1
В среднем на 1 растение 6		131,7	В среднем на 1 растение 13		69,0
131,7—190,8%			69—100%		

Следовательно, из полученных нами данных намечаются некоторые возможности изменения величины интервала путем предпосевной стимуляции и изменением условий воспитания растений.

По наблюдениям Мусийко [3], чем больше разрыв между созреванием пыльцы и завязи, тем хуже происходит опыление, а с этим падает и урожайность. Поэтому, он рекомендует искусственное опыление. Мы думаем, что проведение этой операции не понадобится при условии подбора таких семян, из коих развившиеся растения будут иметь свойства одновременного созревания тычинок и завязи. Вопрос о продолжительности способности



зрелой завязи к оплодотворению в настоящем недостаточно исследован и требует дальнейшей проработки, хотя и имеются некоторые данные практиков, а также косвенные указания у Мусийко, на продолжительность оплодотворения у кукурузы от 5 до 7 дней.

Таблица 3. «Аджаметский белый». Урожай 1940 г.

Интервал от 3—8 дней			Интервал от 9—15 дней		
№№ по пор.	Число дней от образования метелки до образования початка (интервал)	Урожай зерна в т	№№ по пор.	Число дней от образования метелки до образования початка (интервал)	Урожай зерна в т
1	6	387,0	1	9	27,5
2	3	525,5	2	12	70,5
3	5	501,0	3	13	121,5
4	4	461,8	4	12	23,3
5	8	650,0	5	9	22,5
6	8	367,9	6	15	143,2
7	7	495,9	Всего 70 408,5		
8	8	439,0	В среднем на 1 растение 12 68,08		
9	6	575,7	68,08—100% 323,57—475,3%		
10	4	372,0			
11	6	248,0			
12	6	396,0			
13	7	311,6			
14	8	181,0			
15	4	78,7			
16	6	283,9			
17	3	263,5			
18	5	182,0			
19	7	134,7			
20	4	240,0			
21	1	330,5			
22	6	219,2			
23	7	186,2			
24	7	134,7			
Всего 136		7965,8			
В среднем на 1 растение 6		323,57			

Вышеуказанные данные наших опытов дают повод думать, что продолжительность интервала является характерным признаком для сорта, наследственно закрепленным. Поэтому при подготовке посевного материала нужно подбирать растения с значительно сокращенным интервалом, в то же время, конечно, учитывая его общее развитие, величину и вес початка и крупность зерна. Таким образом, в вопросе семеноводства намечается новый прием для получения высокоурожайных растений. Для окончательного утверждения выдвигаемого положения считаем необходимым провести, на зна-

чительно большем материале наблюдения на растениях, выращенных из семян, полученных с опытных растений 1940 года. Окончательное подтверждение нашего вывода даст новый ключ селекционеру для получения высокоурожайных сортов кукурузы.

### В ы в о д ы

1. Из наблюдений над кукурузами «Миннезота 13 экстра» и «Аджаметский белый» видно, что чем меньше период (в днях) между выносом метелки и початка, тем урожаем зерна больше.

2. Для получения высококачественных семян нужно подбирать семена с растений с наименьшим интервалом.

3. Сокращения интервала можно добиться путем предпосевной стимуляции и изменения условий воспитания растений.

4. На основании вышесказанного намечается новый метод получения высокоурожайной кукурузы.

Грузинский Филиал АН СССР  
Тбилисский Ботанический Институт  
Отдел анатомии и физиологии растений

(Поступило в редакцию 29.10.1940)

BOTANY

## ON THE DEPENDENCY OF THE MAIZE GRAIN CROP ON THE TIME INTERVAL BETWEEN THE COMING OUT OF THE PANICLE AND THE SPADIX

By N. ANELI

### Summary

Experiments carried out in 1939 and 1940 in the Section of Plant Anatomy and Physiology of the Tbilissi Botanical Institute on maize «Minnesota 13 extra» and «Adjameti White» lead to the following conclusions:

1. The shorter the period (in days) between the coming out of the panicle and the spadix, the richer is the grain crop.

2. In order to get seeds of high quality it is necessary to select them from plants showing the shortest period.

3. A decrease of the interval may be reached by way of stimulation before sowing and by changing the conditions of plant growing.

4. A new method of getting a highly fruitful maize is outlined.

Academy of Sciences of USSR  
Georgian Branch  
Botanical Institute  
Tbilissi



## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—REFERENCES

1. Н. А. Анели. Влияние цветного света на прорастание семян и последующее развитие растений. 1940. Диссертация, на грузинск. языке. Рукопись находится в Библ. Тбил. Госуд. Университета имени Сталина; стр. 186—235.
  2. Н. А. Анели. О развитии кукурузы в зависимости от воздействия цветным светом в различные периоды прорастания семян. Сообщ. Груз. Фил. АН СССР. Т. I, № 7, 1940, стр. 543—550.
  3. А. С. Мусийко. Искусственное опыление кукурузы. Сельхозгиз. Москва, 1937.
-

B. KURASHVILI

NEW FORMS OF WORM-PARASITES OF BIRDS IN GEORGIA

*Skrjabinocara*, gen. nov.

In working out the materials collected by the 115-th All-Union Helminthological Expedition, I came across the nematode described by Linstow as *Echinuria squamata*. Having the possibility of studying this form from my own original materials, I have come to the conclusion, that: 1) *Filaria squamata* Linstow, 1883, is not a representative of the genus *Echinuria*, where Cram incorrectly ranked it and 2) that this genus must be distinguished as a typical species of a new independent genus, I name *Skrjabinocara*, gen. nov. in honour of Skrjabin, the founder of our Soviet helminthology. The chief characteristics distinguishing this genus from *Echinuria* are:

1. The body of *Echinuria* is armed with rows of spines, absent in *Skrjabinocara*.

2. In *Skrjabinocara* from the place where the cervical cords merge into each other, one long unpaired cord extends from each lateral side, ending not far from the tail end; such an ornamentation is absent in species of *Echinuria*.

3. The common characteristics of both genera are the cervical cords joined to each other in pairs, but without turning back.

Besides the typical species *Skrjabinocara squamata* (Linstow, 1883) from a cormorant, I found a second species of this genus in my material, taken from the small intestines of an eagle, *Aquila* sp.

Diagnosis of the genus *Skrjabinocara*, n.

Acuariinae—a nematode with 4 cervical cords, which extend posteriorly along the sides of the body, and then are joined to each other in pairs, without turning back. Directly at the point where the cords are joined to each other, large cervical papillae are distributed along both sides of the body, in the form of tridents.

At this point lateral cords take their origin from each side and extend posteriorly, ending near the tail end of the body. There are no spines on the



cuticle of the body. There is a pharynx and two sections of an oesophagus: both a muscular and a glandular. The vulva is at the posterior part of the body, near the anal pore.

Males are unknown.

Typical species: *Skrjabinocara squamata* (Linstow, 1883).

### 1. *Skrjabinocara squamata* (Linstow).

*Phalacroxax carbo* L.--Glandular stomach—Tbilisi—In 1 case—3 specimens. Description of the species (according to the authors studies).

The nematodes are of a whitish colour, the body tapering anteriorly and widening posteriorly. The mouth has two rounded hyaline lateral lips, somewhat protruding. On the head there are two submedian head papillae on each side—four in all. The anterior end of the body is provided with 4 cervical cords, which extend posteriorly along the sides of the body and anastomise in pairs—0,630—0,870 mm from the head end, without turning back. These cervical cords are sharply striated transversely, they are formed of special annular bands, which appear at the margin in the form of spines, extending posteriorly. The width of these cords varies from 0,020 to 0,040 mm. Directly at the point of anastomosis of the cords, large cervical papillae are distributed on both sides of the body, in the form of a strident. From this point, on each side simple lateral cords originate, extending posteriorly and ending near the tail end. Between the mouth pore and the oesophagus, there is a pharynx, 0,320 mm long, with a maximum width of 0,040 mm. The oesophagus is twofold: both a muscular one and a glandular. The muscular—0,560 mm long and 0,080 mm wide, and the glandular, 1,360 mm long and 0,160 mm wide. I have only three females at my disposal. The males are unknown.

Female. Length of body 7,470—12,720 mm. Width of body near the posterior end of the glandular pharynx 0,262 mm. Length of oesophagus 1,920 mm, maximum width 0,160 mm. Length of cervical cords 0,630—0,870 mm. Width 0,020—0,040. Vulva situated at the posterior part of the body, near the anal aperture, 0,198—0,230 mm from the tail end. The anal aperture opens 0,080 mm from the tail end and 0,140 mm from the vulva. Eggs oval in form, 0,035 mm long and 0,024 mm wide.

### 2. *Skrjabinocara rostombekovi*, sp. n.

*Aquila* sp. (Eagle)—Small Intestine—Tbilisi—In 1 case 1 specimen.

The nematode is of whitish colour, its body tapers anteriorly and widens posteriorly. Mouth with two rounded hyaline lateral lips, somewhat protruding. On the head there are two submedian head papillae on each side, four in all. The anterior part of the body is provided with four cervical cords, which

extend posteriorly along the body sides and anastomise in pairs 0,598 mm from the head end, without turning back. These cervical cords are sharply striated transversely, being formed from special ringed bands, appearing on the margin as spines, extending posteriorly. The width of the cords is 0,050 mm. Directly at the place of anastomosis of the cords, large cervical papillae are symmetrically situated on both sides of the body in the form of a trident. From this point simple lateral cords originate on each side extending posteriorly and ending near the tail end of the body—1,300 mm from the tail end. Between the mouth pore and the oesophagus is the pharynx, 0,200 mm long, with a maximum width of 0,030 mm. The oesophagus is twofold: the muscular 0,480 mm long and 0,180 mm wide and the glandular—1,300 mm long and 0,190 mm wide.

(I have only one female).

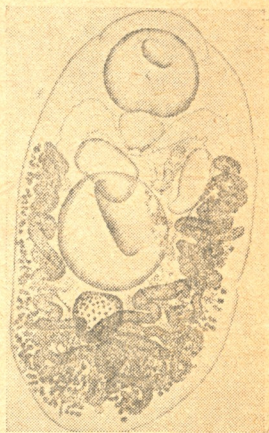
**Female.** Length of the body 12,998 mm, width 0,550 mm. Length of the pharynx 0,200 mm, maximum width 0,190 mm. Length of the cervical cords 0,598 mm, width 0,050 mm. Vulva situated at the posterior part of the body, near the anal pore, 0,280 mm from the tail end. The anal pore opens 0,090 mm from the tail end and 0,160 mm from the vulva. Eggs—oval in form, 0,037 mm long and 0,027 mm wide.

From *Skrjabinocara squamata* (Linstow), this species is distinguished by the length of its body, the length of its cervical cords (which are constant characteristics, being specially significant in the family Acuariidae) and according to hosts.

*Eumegacetes emendatus ibericus*, subsp. n.—*Passer domesticus* L.—Large section of the intestine. Tbilisi.

A representative of the genus *Eumegacetes* forming a new subspecies was discovered by me for the first time in the USSR from *Passer domesticus* L. (in the large section of the intestine).

The body appears as an ellipsoid, with wide anterior and posterior ends. Length 2,268 mm, maximum width 1,238 mm. Suckers large and muscular, the mouth-sucker smaller than the abdominal, situated subterminally on the ventral side, 0,470 mm long and 0,502 mm wide. Abdominal sucker nearly round, situated equatorially, 0,630 mm long and 0,614 mm wide. Praepharynx absent, pharynx powerful, jugformed, 0,182 mm long and 0,230 mm wide. Oesophagus absent. Branches of intestine long, originating from the pharynx, at first extending laterally—horizontally, upward, then turning at right angle backward, extending collaterally and



*Eumegacetes emendatus ibericus*, subsp. n.



ending somewhat before the posterior end of the body. Excretory pore situated subterminally to the posterior end of the body, 0,140 mm from the posterior end of the body. Sexual pore opens far in front of the abdominal sucker, near the posterior end of the pharynx. Testes elongated, oval in form, the right one nearly rectangular, the left one oval. Both testes are situated near the abdominal sucker; the posterior margin of the right one is situated dorsally from the abdominal sucker and shields it; the posterior margin of the left one extends nearly to the middle of the abdominal sucker. The anterior margins of the testes extend to the horizontal level of the intestine branches. The right testis is 0,358 mm long and 0,214 mm wide. The left testis is oval, with widened anterior and narrow posterior end, 0,358 mm long and 0,176 mm wide.

Bursa cirri oval in form, is situated to the left of the body midline, its anterior end extends nearly to the pharynx, the posterior terminates in the anterior margin of the abdominal sucker, on the left side.

The bursa cirri is situated between the anterior ends of the right and left testes. Its bottom (vesicula seminalis) is situated dorsally from the abdominal sucker.

The ovary is directly behind the abdominal sucker on the body midline, 0,374 mm forward from the posterior end of the body, roundish in form, 0,246 mm long, 0,246 mm wide. Mehlis's body is situated at the posterior margin of the abdominal sucker, somewhat to the left from the body midline, 0,750 mm from the posterior end. The uterus is situated chiefly behind the abdominal sucker and along the sides of the body. The loops of the uterus reach the level of the anterior margin of the testes. The vitellaria originate at the same level, forming dense accumulations of small follicles; they extend to the posterior end of the body, and there combine at the body midline. The uterus is filled with numerous mature eggs of oval form, 0.022 mm long and 0,013—0,016 mm wide.

#### Differential diagnosis.

At the present time 6 species of the genus *Eumegacetes* Looss, 1900, are known: 1) *Eumegacetes contribulans* Braun, 1901, (Germany); 2) *E. medioximus* Brn. 1901 (Brazile); 3) *E. emendatus* Brn., 1901, Syn. *E. triangularis* Looss, 1893, not Diesing, 1850 (Germany, Afrika); 4) *E. perodosus* Traw. 1912, (South America); 5) *E. artamia* Mehra, 1935, (India) and 6) *E. brauni* Mehra, 1935, (India).

My subspecies, owing to the original situation of its testes, vitellaria, uterus etc. is sharply distinguished from all known species of the genus *Eumegacetes*, excepting *E. emendatus* Brn., 1901. I therefore believe it to be more expedient, to compare our subspecies only with this one above mentioned species, to which the subspecies investigated, seems to be closely related: 1) in size of the body, 2) in size of the mouth sucker and the abdo-

minal sucker (the mouth sucker is smaller than the abdominal, according to data of Looss) possibly there may be significant the age of the parasite, 3) in size of the pharynx as well as the topography of the sexual organs. They differ in the following particulars: 1) The posterior margins of the testes of *E. emendatus* extend to the abdominal suckers, and in our subspecies they not only extend to it, but merge into the region of the anterior half of the abdominal sucker and lie at right angles to each other. The anterior margins of the testes extend to the horizontal branches of the intestine; 2) The vitellaria in our subspecies extend on the level of the anterior margin of the testes, forming dense accumulations of small folliculae, reach the posterior end of the body and there combine along the body midline, and in *E. emendatus* the vitellaria extend from the level of the posterior part of the testes and reach the posterior end of the body, but do not combine (according to figure); 3) In our subspecies the bottom of bursa cirri (ves. sem.) extends dorsally from the abdominal sucker. The posterior end of bursa cirri in *E. emendatus* does not extend to the abdominal sucker, while in our subspecies the posterior end of bursa cirri extends beyond the anterior margin of the abdominal sucker<sup>4</sup>. 4) The eggs in *E. emendatus* are smaller than in our subspecies.

### Genus *Eumegacetes* Loos.

#### Specification of species

1. (10) The vitellaria extend anteriorly to the level of the testes, or reach the mouth sucker.
2. (9) The loops of the uterus are narrow and along the whole distance nearly equally thick.
3. (6) The posterior margin of the testes is situated in the preequatorial zone.
4. (5) The bursa cirri does not extend to the abdominal sucker. . . . .  
 . . . . . *E. emendatus* Brn.
5. (4) The bursa cirri extends to the abdominal sucker and is overlapped by it  
 . . . . . *E. emendatus ibericus* Kur.
6. (3) The posterior margin of the testes is situated in the equatorial zone.
7. (8) The ovary is shifted from the posterior end of the body to the abdominal sucker. . . . .  
 . . . . . *E. medioximus* Braun.
8. (7) The ovary is situated at the posterior end of the body, its posterior margin lies at the level of the caecum ends of the intestine. . . . .  
 . . . . . *E. perodosus* Traw.
9. (2) The loops of the uterus are not equally thick, the end section consists of massive loops, in the form of sacks, the remaining loops are thin. . . . .  
 . . . . . *E. artamia* Mehsa.

<sup>4</sup> It must be noted that such a cramped situation of the testes and the bursa cirri is perhaps the result of conservation.



10. (1) The vitellaria do not extend to the level of the testes, they barely reach the middle of the posterior margin of the abdominal sucker.
11. (12) The testes are situated at the level of the pharynx. . . . . *E. brauni* Mehra.
12. (11) The testes are situated behind the pharynx. . . . . *E. contribulans* Braun.

The present work was carried out at the All-Union Institute of Helminthology named after Skrjabin. I wish to thank Academician K. I. Skrjabin for the material placed at my disposal, as well as for his kindness in directing and supervising my work.

All-Union Institute of Helminthology  
named after Skrjabin  
Moscow

(Received October 20, 1940)

ЗООЛОГИЯ

Б. Е. КУРАШВИЛИ

НОВЫЕ ФОРМЫ ЧЕРВЕЙ, ПАРАЗИТИРУЮЩИХ В ПТИЦАХ ГРУЗИИ

Резюме

В результате обработки материалов, собранных в Грузии как лично автором, так и 115-ой Всесоюзной Гельминтологической экспедицией, выявлено несколько неизвестных до сих пор форм; характеристика двух из них дается выше, а именно: *Skrjabinocara* (n. gen.) *rostombekovi*, sp. n. и *Eumegacetes emendatus ibericus*, subsp. n.

Кроме того, дана определительная таблица видов р. *Eumegacetes*.

Всесоюзный  
Гельминтологический институт  
имени акад. Скрябина  
Москва







Далее там же: «In den von Kovalensky gegebenen Notizen in Betreff der Aussprache dieser weicheren Vocale finde ich ausgezeichnet, dass *a* wie das *a* in dem Französischen *la*, *o* wie *eu* in dem Worte *heure* und *y* wie *u* in dem Worte *une* ausgesprochen werde...».

Также неправильно понимал сущность этих гласных А. Дирр ([2], стр. 1), повторяющий предположение А. Шифнера: «*a*, *o*, *y* занимают среднее место—первое между *a* и *ä*, второе между *o* и *ö*, третье между *y* и *yü*...».

Последующие авторы (Н. Трубецкой, К. Буда) также понимали сущность указанных звуков совершенно превратно. Н. Трубецкой впервые попытался приписать особенность этих гласных к согласным звукам. Исходя из неточной транскрипции и неправильной квалификации этих удинском языке Шифнера и А. Дирра, Н. Трубецкой предположил, что и в «эмфатически-муилированные» («эмфатически-смягченые») и «не муилированные» («не смягченные») ([7], стр. 50): эмфатически-муилированные согласные и вызывают особенности произношения гласных<sup>1</sup>.

Более решителен в этом слухе К. Буда<sup>2</sup>: «Die neue Fibel schreibt die emphatische Mouillierung der Konsonanten, ähnlich wie es in den modernen tschetschenischen und inguschischen Texten geschieht, mit dem Zeichen des Laryngals, den wir mit *ə* wiedergeben. Im absoluten Anlaut steht das *ə* nicht; ...Emphatisch-mouillierte Konsonanten begegnen vor allen Vokalen ausser *i* und *y*, womit der so umschriebene russische Vokal gemeint ist» ([9], стр. 61; подчеркнуто нами. В. П.).

<sup>1</sup> «Vorläufig möchten wir nur den Verdacht aussprechen, dass das Udische, ebenso wie das Lakkische und das Tschetschenische den Eigentongegensatz zwischen emphatisch-mouillierten und nicht-mouillierten Konsonanten kennt: Schreibungen wie ud. p'əx zwei, nəine gestern, nəain u. dgl. bei A. Dirr dürften wohl p'əa, nəaine, məain usw. darstellen, und die von A. Schiefner erwähnten «getrübten» Vokale *a*, *o*, *u*, die weder mit *a*, *o*, *u*, noch mit *ä*, *ö*, *ü* identisch sein sollen ([1], S. 8), dürften wohl durch die Mouillierung der Konsonanten sekundär verursachte Vokalnuaancen sein...» ([7], стр. 50; подчеркнуто нами. В. П.).

Это положение основывается на общих взглядах Н. Трубецкого, именно на принципах созданной им фонологии; распространяться об этих принципах и дать их критическую оценку здесь мы не имеем возможности.

<sup>2</sup> Автор этой статьи по некоторым другим фонетическим вопросам, как-будто самостоятельно, приходит почти к таким же выводам, которые даны в нашей работе 1937 г. «Удинский язык и его диалекты» [6] (на грузинском языке). Как видно из статьи, автор не знаком вообще с литературой по кавказским языкам на грузинском языке. Нужно отметить также, что К. Буда неправильно понимает написания «Удинской азбуки», когда знак *h* («Zeichen des Laryngals») относит к согласным, а не к гласным звукам, как это принято составителями азбуки. Неправильно также утверждение автора, что этот знак не встречается в «абсолютном анлауте» (ср. примеры здесь же, стр. 706).

Между тем анализ живого произношения с полной ясностью показывает, что согласные звуки не имеют отношения к этому явлению. В действительности мы имеем особый ряд гласных звуков; эти гласные звуки являются простыми звуками, при образовании которых язык передвигается назад, полость рта суживается и усиливается напряжение органов, особенно голосовых связок: получается гомогенный гласный звук — производящий особый акустический эффект. При этом нужно отметить, что образование этих гласных одинаково в обоих диалектах.

Например:

Варт., Нидж.:	ახლამ	—	‘гранат’
	ეჟ		‘лошадь’
	ბელსუნ	—	‘видеть’
	ბიბიზ		‘мост’
	ყიბსუნ		‘бояться’
	ბოლოფსუნ	—	‘искать’
	ბოყსუნ	—	‘собирать’
	უფლსუნ		‘пить’
	ვუჟ	—	‘семь’ и т. п.

Твердые согласные შა, ჟა, ჭა, ჯა, ჩა образуются передвижением языка назад, при этом передний язык задевает больше пространства, чем при обычном შ, ჟ и т. п. „Следует... подчеркнуть сильную напряженность органов при образовании «твердых»“ ([8], стр. 88). Например: შაჟმ — ‘хлеб’, ჟაე — ‘камень’, ჟაღდესუნ — ‘кипятить’, ჩაღ — ‘лицо’, ჭაღჭა — ‘красный’.

Дополнительно можно отметить, что в удинском вообще нет фонемы  $\text{d}$  ჯ, а в некоторых случаях отмечались смягченные сонорные ლ' ლ', ბ' ბ; в действительности эти последние не должны являться самостоятельными фонемами.

## II. Фонетические соответствия.

Сопоставляя лексику диалектов удинского языка с точки зрения фонетических соответствий, мы находим значительные расхождения в звуковом составе отдельных слов; при этом мы можем установить известную закономерность этих звуковых соответствий. А именно:

а) В аналауте слов в ниджском диалекте — в отличие от варташенского — перед гласным ა мы имеем ლ, а перед ე — ლ, ა. Например:

Варт.	Нидж.
აყსუნ:	ლაყსუნ — ‘взять, купить’
აღზესუნ:	ლაღზესუნ — ‘вставать’
ემა:	ლემა — ‘сколько’
ეყ:	ლეყ — ‘мясо’...

ბ) Слова с гласным исходом в ниджском говоре имеют наращение в виде полугласного **ჲ**. Например:

Варт.	Нидж.
ტლა-მაღა:	ტლაჲ-მაღაჲ — 'туда-сюда'
ოყალო:	ოყალოჲ — 'низкий'
ბაბა:	ბაბაჲ — 'отец'...

В связи с этим нужно отметить, что определение в форме родительного падежа в ниджском сохраняет падежное окончание **ჲ** (←**ი**), тогда как в варташенском оно отпадает. Например:

Варт.	Нидж.
შეტა (*შეტაჲ) წი:	შეტაჲ წი — 'его имя'
კოკოცლო (*კოკოცლოჲ) კოჯ:	კოკოცლოჲ კოჯ — 'курятник' ('дом кур')...

с) Варташенскому простому **ა** в ниджском соответствует **ჲ** (умлаутированный гласн. **ა**). Например:

Варт.	Нидж.
კაშა:	კაშჲ — 'палец'
აშ:	აშჲ — 'дело, работа'
აჩიფსუნ:	აჩიფსუნჲ — 'играть'...

д) Умлаутированные **ჲ**, **ჳ** в некоторых случаях в ниджском дают простые **ი**, **ე**. Например:

Варт.	Нидж.
სტატინ:	სიტინ — 'сперва'
გოლგო:	გელე — 'много, очень'

ф) Когда к основе с гласным исходом прибавляется аффикс с начальным гласным, между этими гласными в ниджском говоре вставляется полугласный **ჲ**. Например:

Варт.	Нидж.
ფ-ინ ხაშ:	ფი-ჲ-ინ იშინ — 'свет, глаз'
ხაგ ბულ:	ხაგჲ ბულ — 'голова собаки'
ნიკალა-ენ:	ნიკალა-ჲ-ენ (Ergat.) — 'Николай'
იჩ ქეხ (←*ქი-ახ):	იჩ ქი-ჲ-ე (←*ქიჲა) — 'в своей руке'
ხაურუნ:	ხა-ჲ-ურუნ (Pl.) — 'собаки'...

е) Гласные **ო** и **უ** и **ე** и **ი** часто переходят друг в друга (ср. [6], стр. 298). Ниджский диалект дает преимущество широким гласным, варташенский же узким. Например:

Варт.	Нидж.
ჯულაბ:	ჯოლაბ — 'ответ'
ხაურუნ:	ხაოუნ — 'собаки'
კუა:	კოა — 'в доме' (Dat.)
ილარუნ	ეღარუნ — 'жара'
იშყარ	ეშყარ — 'мужчина'...

g) Смычный **ბ**, особенно между гласными, в ниджском говоре переходит в спирант **ვ** || **ჳ**. Например:

Варт.	Нидж.
ბაბა:	ბავა    ბავაა — 'отец'
ჩუბუბ:	ჩუჳუბ (ჩუუბ) — 'женщина, жена'
ბებ ბახტინქ:	ბებ ვახტინ — 'для меня'
ზა თე-ზ-აბა:	ზუ თე-ზ-ავა — 'я не знаю'
აბუბ:	ავვბ — 'лишний...'

h) Согласный **ვ** в ниджском говоре в некоторых случаях переходит в **ჳ**. Например:

Варт.	Нидж.
ოსტავარ:	ოსტაჳარ — 'крепкий, крепко'
შავატ/თ:	შაჳატ — 'хороший, красивый'
უნ (*ვ-უნ) (Ср. Genet. ვი):	ჳუნ — 'ты'...

i) Заднеязычные **კ**, **გ**, **ქ** в комплексах с умлаутированными гласными (особенно с **ჳ**) в ниджском переходят в полугласный **ჲ**. Например:

Варт.	Нидж.
ქჳლჳგ:	ქჳლჳჲ — 'лес'
ქრმჳგ-ნე:	ქრმჳჲ-ნე — 'он помогает'
ჳგჳრ:	ჳჲგჳრ — 'если'
დჳლლჳქ:	დჳლლჳჲ — 'цирюльник'
ჳქჳნ:	ჳჲქჳნ (← ჳქჳნ ← ჳქჳნ) — 'завтра'...

j) Аффрикат **ჯ** в удинском языке встречается вообще редко (в большинстве случаев в заимствованных словах); в ниджском говоре и в этих случаях он часто заменяется спирантом **ჟ** || **ჲჟ**. Например:

Варт.	Нидж.
კოჯ:	კოჟ — 'дом'
ყოჯა:	ყოჟა — 'старый'
ჯეჯერ:	ჟეჟერ — 'губы'
ბორჯ — 'долг'	ბორჟლუ-ნე — 'он должен'
ბუნჯუბ:	ბიხაჟუბ — 'бог'...

Однако есть случаи, когда **ჯ** удерживается и в ниджском говоре. Например:

Варт.	Нидж.
ჯულაბ:	ჯოლაბ — 'ответ'
კონჯუბ:	კონჯუბ — 'хозяин'
ჯოკბაქსუნ:	ჯოკბაქსუნ — 'разделять'...

### III. Фонетические явления

Известные расхождения выявляются и по фонетическим процессам. Некоторые фонетические явления бытуют в варташенском диалекте, а в ниджском отсутствуют, или же наоборот. Наиболее характерны в этом отношении следующие явления:

а) В варташенском говоре широко распространена ассимиляция согласных особого типа (наряду с обычными явлениями ассимиляции согласных). Именно сонорный **б** уподобляется согласным **р, л, д, т, ш**, если они находятся в комплексе рядом: **лб** → **лл**, **рб** → **рр**, **дб** → **дд**, **тб** → **тт**, **шб** → **шт** || **шш** || **тт**... Эта ассимиляция играет значительную роль в морфологии (при склонении и спряжении), а также в словообразовании, так как некоторые аффиксы имеют в анлауте согласный **б** (См. [1], стр. 12—13; [2], стр. 6—7; [6], стр. 310).

В ниджском говоре другие виды ассимиляций: оглушение согласных, озвончение и т. п. распространены так же, как и в варташенском. Что же касается означенного особого типа ассимиляции, в ниджском он не имеет места. Имеем параллельные формы. Например:

Варт.

Нидж.

уьн аьткяллу (← аьткял-ьн):

шун аьткял-ьн — ‘ты скажешь’

уьн чяруьсся (← \*чяр-ьн-ься):

шун чяруьсся — ‘ты живешь’

вьяьн чяруьсся (← \*чяр-ьяьн-ься):

вьяьн чяруьсся — ‘вы живете’...

б) В удинском языке, повидимому, под влиянием азербайджанского языка, мы имеем т. н. гармонию гласных. Это явление более широко распространено в ниджском говоре: некоторые аффиксы в варташенском факультативно не поддаются гармонии, в ниджском и в этих случаях имеем полную гармонию гласных. Например:

Варт.

Нидж.

Dat. дьрвьн:

дьрвьн — ‘дыву’

„ ььнзьяьн — ‘крыло’:

шьнзьяьн — ‘делу’...

с) Редукция гласных более распространена в ниджском говоре, где место полного гласного обычно занимает иррациональный звук **з** (иногда с перемещением места в слове). Например:

Варт.

Нидж.

шю чяруьсся:

шю чяруьсся — ‘я живу’

альун:

альун — ‘верхний’

фяруьтшун:

фяруьтшун || фяруьтшун — ‘играть’ (на инструменте)...

d) Заслуживает особого внимания т. н. элизия гласных: в варташенском говоре как-будто выпадает гласный звук основы, в ниджском же нет. Это обстоятельство играет известную роль в морфологии. Например:

Варт.	Нидж.
ვებქ (← *ვა-იბქ):	ვაებაკ (ქ) — 'для тебя'
ვეყარებქ (← *ეყარ-ი-იბქ):	ეყარეებაკ — 'для мужчины'...

Таковы основные явления фонетического характера, в отношении которых ниджский диалект отличается от варташенского. Мы рассмотрели здесь наиболее важные явления, в частности такие, которые, как уже отмечалось, имеют значение и для морфологических явлений: фонетические различия в известной мере обуславливают и морфологические особенности этих диалектов.

Особенности ниджского и варташенского говоров и их взаимоотношения с морфологической точки зрения будут рассмотрены в следующем сообщении.

Грузинский Филиал АН СССР  
Институт языка, истории и материальной культуры  
имени акад. Н. Я. Марра  
Тбилиси

(Поступило в редакцию 25.10.1940)

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. Schiefner. Versuch über die Sprache der Uden. Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St.-Petersbourg, VII<sup>e</sup> série, t. VI, № 8. St. Petersburg, 1863.
2. А. Дирр. Грамматика удинского языка. Сб. МОМПК, XXXIII. Тифлис, 1903.
3. Удинская сказка: «Рустам». Сб. МОМПК, VI. Тифлис, 1888.
4. «Удинское евангелие». Перевод Г. Бежанова. Сб. МОМПК, XXX, Тифлис, 1902.
5. A. Dirr. Einführung in das Studium der Kaukasischen Sprachen. Leipzig, 1928.
6. ვლ. ფანჭიტიძე. უდაურის ენა და მისი კილოები. ენმეცნ. მოამბე. ტ. II. ტფილისი, 1937, გვ. 295—316.
7. N. Troubetskoj. Die Konsonantensysteme der ostkaukasischen Sprachen. «Caucasica», Fasc. 8. Leipzig, 1931.
8. Г. Ахведиани. Звуковые возможности кавказских языков. I. Принципы классификации согласных абхазского языка. Сообщения Груз. Фил. АН СССР, т. I, № 1. Тбилиси, 1940.
9. K. Bouda. Beiträge zur Kenntnis des Udischen auf Grund neuer Texte. Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft, Bd. 93. Leipzig, 1939.
10. Н. Яковлев. Языки и народы Кавказа. Записки. Тбилиси, 1930.

## ЗВУКОВОЙ СОСТАВ УДИНСКОГО ЯЗЫКА

(В порядке последовательности грузинского алфавита)

ა	a	ი	i	ოა	oa	ქ	k	ჭა	ča
ბ	b	იბ	ib	პ	p	ღ	ɣ	ხ	x
ც	a <sup>ა</sup>	ქ	k	ჯ	ž	ყ	q	ჩ	q
ძ	b	ლ	l	ჯბ	žb	შ	š	ჯ	š
გ	g	[მ' 1'] <sup>(1)</sup>		რ	r	შა	ša	ჯა	ša
დ	d	მ	m	ს	s	ჩ	č	ჰ	h
ე	e	ნ	n	ტ	t	ჩა	ča	უ	w
ეა	ea	[ბ' 1'] <sup>(1)</sup>		უ	u	ც	c	ფ	f
ვ	v	ი	j	ყ	ü	[d 3] <sup>(2)</sup>		ღ	ə
ზ	z	ო	o	უა	ua	წ	ç	უ'	'
თ	t	ბ	ö	პ	p	ქ	ç		

<sup>(1)</sup> Мягкие согласные, встречающиеся в некоторых печатных текстах.

<sup>(2)</sup> Засвидетельствован только в одном слове.





## Исправление погрешности

Рисунки № 26—32 в статье Н. А. Троицкого «Своеобразные особенности строения аппарата опыления у некоторых губоцветных», помещенной в сообщениях Груз. Фил. АН СССР, т. I, № 8, стр. 607, изображены в перевернутом виде.

---

პ/მგ. რედაქტორი ნ. მუსხელიშვილი.

ტექნედაქტორი ს. კაბაჩკოვი

---

გადაეცა წარმ. 4.11.40 წ.  
უე 4848

ხელმოწ. დასაბ. 12.12.40 წ.  
(заказ) შეკვეთის № 987

თაბახთა რაოდენობა 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>  
ტირაჟი (тираж) 1000

---

სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალის სტამბა, აკაკი წერეთლის ქ. № 7  
Типография Грузинского Филиала Академии Наук СССР, улица Церетели № 7



1. „მოამბეში“ იბეჭდება ფილიალის მეცნიერ მუშაკებისა და სხვა მეცნიერთა მოკლე წერილები, რომელიც შეიცავს მათი გამოკვლევების მთავარ შედეგებს.
2. „მოამბეს“ ხელმძღვანელობს სარედაქციო კოლეგია, რომელსაც ნიშნავს სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალის პრეზიდიუმი.
3. ყოველდღიურ სარედაქციო მუშაობას აწარმოებს რედკოლეგიის ბიურო, რომელიც შედგება პასუხისმგებელი რედაქტორის, მისი მოადგილისა და პასუხისმგებელი მდივნისაგან, რომელთაც აგრეთვე ნიშნავს სსრკ მეცნიერებათა აკადემიის საქართველოს ფილიალის პრეზიდიუმი.
4. „მოამბე“ გამოდის ყოველთვიურად (თვის ბოლოს); გარდა ივლის-აგვისტოს თვისა— ცალკე ნაკვეთებად 2-დან 6 ბეჭდურ თაბახამდე თვითფული. ერთი წლის ყველა ნაკვეთი (სულ 10 ნაკვეთი) შეადგენს ერთ ტომს.
5. წერილები იბეჭდება ერთერთს შემდეგ ენაზე: ქართულად, რუსულად, გერმანულად, ფრანგულად, ინგლისურად. ქართულ წერილებს აუცილებლად უნდა დაერთოს რეზუმე ერთ-ერთ დანარჩენ დასახელებულ ენაზე. წერილებს, ფრანგულ, გერმანულ და ინგლისურ ენებზე აუცილებლად ერთთვის რეზუმე ქართულ ან რუსულ ენაზე. რუსულ ენაზე გამოქვეყნებული წერილებისათვის რეზუმეს დართვა სავალდებულო არ არის, მაგრამ ავტორს შეუძლია დაურთოს იგი რომელიმე დანარჩენ დასახელებულ ენაზე.
6. წერილის მოცულობა, რეზუმეს ჩათვლით, არ უნდა აღემატებოდეს 20 ათას ბეჭდურ ნიშანს (ნახევარ სავეტ. თაბახს). ძირითადი ტექსტისა და რეზუმეს მოცულობის შეფარდებას განსაზღვრავს თვით ავტორი. კერძოდ, რეზუმე შეიძლება შეცვლილი იყოს მთლიანი თარგმანით, თუ კი წერილის და თარგმანის საერთო ხაზმა არ აღემატება ზემოთაღნიშნულ ნორმას.
7. „მოამბეში“ დასაბეჭდი წერილები უნდა გადაეცეს რედაქციას ან უშუალოდ ანდა რედკოლეგიის ერთერთ წევრის საშუალებით. წერილები დასაბეჭდად მიიღება მხოლოდ რედკოლეგიის ბიუროს დადგენილებით—რედკოლეგიის ერთერთი წევრის წერილობითი წარმოდგენის საფუძველზე, რომელიც ავტორთან ერთად პასუხისმგებელია წერილის შინაარსისათვის.
8. წერილები თავისი რეზუმეით წარმოდგენილი უნდა იქნეს ავტორის მიერ სავსებით გამზადებული დასაბეჭდად. ფორმულები მკაფიოდ უნდა იყოს ტექსტში ჩაწერილი ხელით წერილის დასაბეჭდად მიღების შემდეგ ტექსტში არავითარი შესწორებისა და დამატების შეტანა არ დაიშვება.
9. ციტირებული ლიტერატურის შესახებ მონაცემები უნდა იყოს შემღებისდაგვარად სრული: საჭიროა აღნიშნოს ჟურნალის სახელწოდება, ნომერი სერიისა, ტომისა, ნაკვეთისა, გამოცემის წელი, წერილის სრული სათაური; თუ ციტირებულია წიგნი, სახელდებულა ჩვენება წიგნის სრული სახელწოდებისა, გამოცემის წლისა და ადგილისა, აგრეთვე გამომცემლობისაც.
10. ციტირებული ლიტერატურის დასახელება ერთთვის წერილს ბოლოში სიის სახით. ლიტერატურაზე მითითებისას ტექსტში ან შენიშვნებში ნაჩვენები უნდა იქნეს ნომერი სიის მიხედვით, ჩასმული კვადრატულ ფრჩხილებში.
11. წერილის ტექსტისა და რეზუმეს ბოლოს ავტორმა უნდა აღნიშნოს სათანადო ენებზე დასახელება და ადგილმდებარეობა დაწესებულებისა, რომელშიაც შესრულებულია ნაშრომი.
- წერილის შემოსვლის თარიღი აღნიშნება რედკოლეგიის პასუხისმგებელი მდივნის ან რედკოლეგიის წევრის მიერ, იმისდა მიხედვით, თუ ვინ მიიღო წერილი.
12. ავტორს ეძლევა ერთი კორექტურა გვერდებად შეკრული მკაცრად განსაზღვრული ვადით (ჩვეულებრივად, არა უმეტეს ერთი დღისა). დადგენილ ვადისათვის კორექტურის წარმოუდგენლობის შემთხვევაში რედაქციას უფლება აქვს წერილი გადაიტანოს შემდეგ ნაკვეთში.
13. ავტორს უფასოდ ეძლევა მისი წერილის 50 ამონაბეჭდი და ერთი ცალი „მოამბის“ ნაკვეთისა, რომელსაც მისი წერილია მოთავსებული.

ფასი 3 მან.  
ЦЕНА 3 РУБ.

ფასი 3 —  
მს. მს. მს. მს.

61/225  
ქართული  
ენათმეცნიერება

სარედაქციო კოლეგია

წ.-კორ. გ. ახვლედიანი, აკად. ი. ბერიტაშვილი, პროფ. ლ. გოკიელი (პასუხისმგ. მდივანი),  
პროფ. ფ. ზაიცევი, პროფ. ბ. კანდელაკი, პროფ. ვ. კუპრაძე, პროფ. მ. მოსტკოვი, აკად. ნ. მუს-  
ხელიშვილი (პასუხისმგ. რედაქტორი), პროფ. მ. ნოდია, პროფ. დ. სოსნოვსკი, წ.-კორ. ა. შანიძე,  
აკად. ივ. ჯავახიშვილი, პროფ. ს. ჯანაშია (პასუხისმგ. რედაქტორის მოადგილე),  
პროფ. ა. ჯანელიძე.

Редакционная коллегия

Чл.-кorr. Г. С. Ахвеледиани, акад. И. С. Бериташвили, проф. Л. П. Гокиели (отв. секретарь),  
акад. И. А. Джавахишвили, проф. С. Н. Джанашиа (зам. отв. редактора), проф.  
А. И. Джанелидзе, проф. Ф. А. Зайцев, проф. Б. С. Канделаки, проф. В. Д. Купрадзе,  
проф. М. А. Мостков, акад. Н. И. Мухелишвили (отв. редактор), проф. М. З. Нодия,  
проф. Д. И. Сосновский, чл.-кorr. А. Г. Шанидзе.