

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ლალი ყორღანაშვილი

გარსების გაანგარიშება პლასტიკური დეფორმაციების
გათვალისწინებით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად
სადოქტორო პროგრამა „მშენებლობა“ შიფრი 0406

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
9 ივლისი, 2015 წელი

საავტორო უფლება © 2015 წელი, ლალი ყორღანაშვილი

სამუშაო შესრულებულია საინჟინრო მექანიკის მშენებლობის
ტექნიკური ექსპერტიზის დეპარტამენტი

ხელმძღვანელი: სრული პროფესორი რ. ცხვედაძე

რეცენზენტები: ასოც. პროფესორი ნ. მურღულია
ასოც. პროფესორი ლ. ქაჯაია

დაცვა შედგება 2015 წლის ” 09 ” ივლისს, 15.00 საათზე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის
სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე, კორპუსი I, სასწავლო,
სამეცნიერო და საექსპერტო ლაბორატორია III სართული.

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 68.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატისა - ფაკულტეტის ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭო მდივანი
სრული პროფესორი

დ. ტაბატაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სამშენებლო ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ყორღანაშვილი ლალის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „გარსების გაანგარიშება პლასტიკური დეფორმაციების გათვალისწინებით“ ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

თარიღი 09.07.2015

ხელმძღვანელი: სრული პროფესორი	რ. ცხვედაძე
რეცენზენტი: ასოც. პროფესორი	ნ. მურდულია
რეცენზენტი: ასოც. პროფესორი	ლ. ქაჯაია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2015 წელი

ავტორი: ყორღანაშვილი ლალი

დასახელება: გარსების გაანგარიშება პლასტიკური დეფორმაციების
გათვალისწინებით

ფაკულტეტი : სამშენებლო

ხარისხი: დოქტორი

ინდივიდუალური პროფნებების ან ინსტიტუტების მიერ
ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის
შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების
უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც
მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან
სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი
ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო
უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა
ის მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ
მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია
სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს
პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების ამოცანები, როდესაც ვითვალისწინებთ არადრეკად დეფორმაციებს, დაკავშირებულია მნიშვნელოვან სიძნელეებთან, რაც განპირობებულია არაწრფივ დამოკიდებულებებით ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის. ამგვარი ამოცანების ამოხსნისათვის ყველაზე უფრო მოსახერხებელია რიცხვითი რეალიზაციის თვალსაზრისით ა. ილიუშინის მცირე დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების თეორია. თუმცა მიუხედავად შედარებითი სიმარტივისა გამოთვლით მიღებული სიხისტეები იმდენად მნიშვნელოვანია რომ რეალური რიცხვითი შედეგების მიღება განსაკუთრებით ძლიერი ფიზიკური არაწრფივობის შემთხვევაში შესაძლებელია მხოლოდ გარკვეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების შემთხვევაში.

ნაშრომში განხილულია დამრეცი ცილინდრული გარსი, რომლის ორი მოპირდაპირე მრუდწირული კიდე დაყრდნობილია სახსრულად, დანარჩენი ორი კი ჩამაგრებულია ხისტად. დატვირთვა თანაბრად განაწილებულია ნორმალური შუა ზედაპირის მიმართ, ხოლო დატვირთვის პროცესი მარტივი.

იგულისხმება, რომ დეფორმაციის პროცესში გარსი რჩება იზოტროპული. ძაბვა-დერორმაციის დამოკიდებულება ერთნაირია გაჭიმვა კუმშვის შემთხვევაში ხოლო დეფორმაციები მცირე. ამოცანის ფიზიკური არაწრფივობა აისახება გადამწყვეტ განტოლებათა სისტემაში დამოკიდებულებებით, რომლებიც აკავშირებენ ძალებსა და მომენტებს დეფორმაციებთან. ეს დამოკიდებულებები მიღებულია ა. ილიუშინის მიერ.

უშუალო შეტანა ძალებისა და მომენტების წონასწორობის განტოლებებში და უწყვეტობის პირობებში გვაძლევს ორი განტოლებისგან შემდგარ შერეული ტიპის კერძო წარმოებულნიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, რომლის ზუსტი ამოხსნა შეუძლებელია.

მიახლოებითი ამოხსნის გზა ემყარება ა. ილიუშინის დრეკადი ამოხსნების მეთოდს, რომელიც გარსთა თეორიაში გამოიყენა ი.ს ცურკოვმა.

განსახილავ დამრეც ცილინდრულ გარსში მოქმედი ყოველი ძალა და მომენტი წარმოდგინდება ორი შესაკრების სახით, რომელთაგან ერთი ისეთივეა როგორც წრფივად დეფორმადი სხეულებისთვის, მეორე კი გამოსახავს სხვაობას სრულ და წრფივ კომპონენტებს შორის. ასეთი წარმოდგენის შედეგად გადამწყვეტ განტოლებათა სისტემის თითოეული განტოლება იყოფა ორ ნაწილად; წრფივი და არაწრფივი წევრების დაზუსტება ხდება მიმდევრობითი მიახლოების ხერხით.

Abstract

Calculation tasks of the thin-walled structures', when taking into account non-flexible deformations, are associated with important difficulties, which is conditioned with non-linear attitudes between stresses and deformations. For solving such tasks, the most convenient in terms of numerical realization is small flexible – plastic deformations theory of A. Ilyushin. However, rigidities obtained through relative simplicity calculation are so important that obtaining of real numerical results in case of especially strong physical nonlinearity is available only in case of boundary tasks of a certain type.

The work reviews the sloping cylindrical shell, two opposite curve-circular edges of which are hingedly leaned, and the rest two are rigidly fixed. The load is evenly distributed towards the normal middle surface, but the process of the load is simple.

It means that during the deformation process the shell remains isotropic. Voltage – deformation dependence is the same in case of stretching and compression, but the deformations – minor (low). Physical non-rectilinear of the task reflects in crucial simultaneous equations with dependencies, which connect the strengths and moments with the deformations. These relations are obtained by A. Ilyushin.

Direct inputting of strengths and moments into the equilibrium equations and in the terms of continuity results a mixing type consisting of two equations, a system of private derivative differential equations, exact solution of which is impossible. The way of an approximate solution is based on A. Ilyushin flexible solutions method, which was used by the shell theory by I. S. Tsurkov.

In steep cylindrical shell under discussion each active strength and moment are presented in a form of assembly point, one of which is the same as for the linear reformative bodies, but the second one reflects the difference between full

and linear components. Because of such crucial equations system each equation divides into two parts: specification of linear and nonlinear members is carried out by the approximate method.

შინაარსი

ცხრილების ნუსხა	11
ნახაზების ნუსხა	12
გრაფიკების ნუსხა	13
შესავალი	14
ნაშრომის საერთო დახასიათება	19
ლიტერატურის მიმოხილვა	23

თავი 1

დრეკადობის ფარგლებს გარეთ მომუშავე დამრეცი
ცილინდრული გარსისთვის ძირითადი დამოკიდებულებები

1.1. წონასწორობის განტოლებები. გეომეტრიული დამოკიდებულებები	27
1.2. ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებები	28
1.3. დამრეცი ცილინდრული გარსის ძირითადი სისტემის დიფერენციალური განტოლებები დრეკადობის ფარგლებს გარეთ	32
1.4. ძირითადი დიფერენციალური განტოლების საერთო ამონახსნი	34

თავი II

ცილინდრული დამრეცი გარსის ანგარიში წრფივი
განმტკიცების კანონის მხედველობაში მიღებით

2.1. წრფივი დრეკადი გარსებისთვის გადაადგილებების დეფორმაციების და ძალების განსაზღვრა	43
2.2. სისტემის განსაზღვრა პლასტიკურ და დრეკად-პლასტიკურ შრეებში წრფივი განმტკიცების კანონის გათვალისწინებით	47

თავი III

ცილინდრული კვადრატული გარსის ანგარიში
დრეკადობის ფარგლებს გარეთ

3.1. ცილინდრული კვადრატული გარსისთვის მიღებული ანალიზური ფორმულების ჩაწერა უგანზომილებო პარამეტრებში	55
--	----

3.2. რიცხვითი რეალიზება ელექტრო-გამომთვლელი	
მანქანების დახმარებით	61
ძირითადი დასკვნები	97
გამოყენებული ლიტერატურა	98
დისერტაციის ძირითადი შინაარსი გამოქვეყნებულია შემდეგ ნაშრომებში	102

ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1	64
ცხრილი 2	65
ცხრილი 3	66
ცხრილი 4	67
ცხრილი 5	68
ცხრილი 6	69
ცხრილი 7	70
ცხრილი 8	71
ცხრილი 9	72

ნახაზების ნუსხა

ნახ. 1	33
ნახ. 2	43
ნახ. 3	47
ნახ. 4	50
ნახ. 5	51
ნახ. 6	52
ნახ. 7	53
ნახ. 8	54
ნახ. 9	55
ნახ. 10	62
ნახ. 11	63

გრაფიკების ნუსხა

გრაფიკი 1	73
გრაფიკი 2	74
გრაფიკი 3	75
გრაფიკი 4	76
გრაფიკი 5	78
გრაფიკი 6	80
გრაფიკი 7	81
გრაფიკი 8	82
გრაფიკი 9	84
გრაფიკი 10	85
გრაფიკი 11	86
გრაფიკი 12	88
გრაფიკი 13	89
გრაფიკი 14	90
გრაფიკი 15	91
გრაფიკი 16	92
გრაფიკი 17	93
გრაფიკი 18	94
გრაფიკი 19	95
გრაფიკი 20	96

შესავალი

თხელკედლიანი გარსოვანი კონსტრუქციები გამოიყენებიან ტექნიკის სხვადასხვა სფეროში: მანქანათმშენებლობაში, ავიამშენებლობაში, კოსმოსურ მშენებლობაში, გემთმშენებლობაში მათ ფართო გამოყენება ჰპოვეს.

გემთმშენებლობის განვითარება დაკავშირებულია არსებულის დახვეწასა და ისეთი ახალი თხელკედლიანი კონსტრუქციების შექმნასთან, რომლებიც შეიცავენ გარსებს, ფირფიტებს, ლეროებს – შემაგრებითი წიბოების სახით, ხვრეტებით, ჭრილებით, წერტილოვანი საყრდენებით, რომლებიც ფართოდ გამოიყენება გემების პროექტირებისა და კონსტრუქციის დროს. აღნიშნული არარეგულირების ჯგუფებს მიღებულია ვუწოდოთ წყვეტილი პარამეტრები.

სივრცითი კონსტრუქციების სიმტკიცის ამაღლება ყველაზე ბუნებრივად ხორციელდება წიბოების ჩადგმით. ხვრეტის კიდეების გასწვრივ ადგილობრივი დატვირთვების დროს მიზანშეწონილია სივრცითი კონსტრუქციების გამაგრება შესაბამისი სიგრძის წიბოების საშუალებით. ამ წიბოების განლაგება და ჩამაგრების სახე გავლენას ახდენს კონსტრუქციის ყოფაქცევაზე დეფორმაციის დროს.

თხელკედლიან კონსტრუქციებში გეომეტრიული და ფიზიკური პარამეტრების არარეგულარობა იწვევს ძაბვების მნიშვნელოვან კონცენტრაციას და ქმნის ბზარების ან პლასტიკური დეფორმაციების გავრცელების საშიშ ზონებს. უმეტეს შემთხვევაში მათი მზიდუნარიანობა განისაზღვრება სიმტკიცის პირობებით ან ძაბვების კონცენტრაციის ზონაში მდგრადობის დაკარგვით.

რეგულარობის დარღვევის ადგილებში ძაბვათა კონსტრუქციის ზონები არსებით გავლენას ახდენენ თხელკედლიანი კონსტრუქციების ზიდვის უნარზე და მდგრადობაზე. ამ დროს ცნობილი ტრადიციული ანალიზური და რიცხვითი მეთოდები თხელკედლიანი კონსტრუქციების

დაძაბულ–დეფორმირებული მდგომარეობის გამოსაკვლევად ნაკლებად ეფექტურია. ამიტომ საჭირო ხდება აღნიშნული კლასის ამოცანების ამოხსნის ახალი ეფექტური მეთოდების შემუშავება.

გარსთა ზოგადი თეორიის ფორმირების პროცესთან ერთად საჭიროა განტოლებების ამოხსნის მეთოდების ძიება და შედეგების დაყვანა რიცხვებთან, აგრეთვე გარსთა მუშაობის ანალიზი სხვადასხვა პარამეტრებთან დამოკიდებულებაში, რომლებიც ახასიათებენ გარსის გეომეტრიას და მასზე მოქმედ დატვირთვას ანალიზური გადაწყვეტების, რიცხვითი მეთოდების და ექსპერიმენტების საფუძველზე, რომლებიც ხორციელდებოდა გარსებზე და მათ მოდელებზე.

დეფორმაციისა და მდგრადობის პირობებში წყვეტილ–პარამეტრებიანი თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების მეთოდის შექმნა, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე კონსტრუქციის დაძაბულ–დეფორმირებული მდგომარეობის უტყუარ ასახვას გაანგარიშების მინიმალური ხარჯებით.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა:

დისერტაცია შედგება შესავლის, სამი თავის, ძირითადი დასკვნების და გამოყენებული ლიტერატურისაგან. სადისერტაციო ნაშრომი შედგება 102 გვერდისგან.

პირველ თავში გადმოცემულია ძირითადი დამოკიდებულებები, რომლებიც ასახავენ დამრეცი ცილინდრული გარსის წონასწორობას დრეკადობის ფარგლებს გარეთ. წონასწორობის განტოლებების, გეომეტრიული და ძაბვა-დეფორმაციის დამოკიდებულებების საფუძველზე, რომლებიც მიღებულია პლასტიკურობის დეფორმაციული თეორიის გათვალისწინებით, მიღებულია გადამწყვეტ განტოლებათა ორი დიფერენციალური განტოლება, რომელიც შედგება შერეული ტიპის კერძო წარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისგან. ამ განტოლებათა სისტემის ზუსტი ამოხსნა შეუძლებელია მისი ამოხსნა

ხორციელდება ა.ა. ილიუშინის დრეკადი ამონახსნების მეთოდით. გარსთა თეორიაში ეს მეთოდი გამოყენებული აქვს პროფესორ ი. ს. ცურკოვს.

მეორე თავში გადმოცემულია ძირითადი სისტემის გადაწყვეტა, დამრეცი გარსისა, რომელსაც ორი მოპირდაპირე მხარე ჩამაგრებული აქვს ხისტად და დარჩენილი ორი მხარე - სახსროვნად. იგულისხმება, რომ დეფორმაციის პროცესში გარსი არის იზოტროპული. ძაბვა-დეფორმაციის დამოკიდებულება ერთნაირია გაჭიმვა-კუმშვის შემთხვევაში, ხოლო დეფორმაციები მცირე.

ამოცანის ფიზიკური არაწრფივობა აისახება გადამწყვეტ განტოლებათა სისტემაში დამოკიდებულებით, რომლებიც აკავშირებენ ძალებსა და მომენტებს დეფორმაციებთან. ეს დამოკიდებულებები მიღებულია ა.ა. ილიუშინის მიერ. ისინი იძლევიან თითოეული კვეთისთვის სამ სიხისტეს გაჭიმვა-კუმშვაზე, ღუნვაზე და შერეულ სიხისტეს, რომლითაც ღუნვისა და გრეხის დეფორმაციები გავლენას ახდენენ გრძივ და მხებ ძალებზე, ხოლო გაჭიმვა-კუმშვისა და ძვრის დეფორმაციები მღუნავ და მგრეხ მომენტებზე, სწრაფად დეფორმადი სხეულებისთვის გვაქვს მხოლოდ პირველი და მეორე სიხისტე. მოყვანილია ძირითადი დამოკიდებულებები უგანზომილებო პარამეტრებში.

მესამე თავში მოყვანილია ცილინდრულ კვადრატული გარსისთვის გეომეტრიული პარამეტრების, დატვირთვისა და წრფივი განმტკიცების კანონის დიაგრამის გათვალისწინებით რიცხვითი გაანგარიშების მაგალითი გარსის სახასიათო ცხრა წერტილი.

დისერტაციის ბოლოს მოყვანილია დისერტაციიდან გამომდინარე ძირითადი დასკვნები და ლიტერატურა.

მეცნიერული სიახლე:

- ვსარგებლობთ ილიუშინის თეორიით და ძირითადი დიფერენციალური განტოლების ამოხნით ვსწავლობთ დამრეცი გარსის დრეკად-პლასტიკურ წონასწორობას.

- შევიმუშავეთ ალგორითმი და შევადგინეთ ბლოკ-სქემა ცილინდრული გარსის გადასაწყვეტად, რომლის ორი მოპირდაპირე მხარე ჩამაგრებულია ხისტად, ხოლო დარჩენილი ორი - სახსროვნად.

მიღებული შედეგების პრაქტიკული გამოყენება:

- განხილული მეთოდით ელექტრონულ გამომთვლელი მანქანების გამოყენებით შესაძლებელი იქნება ამ სახის ამოცანების გადაწყვეტა.
- დისერტაციაში მოყვანილია ფორმულები და გრაფიკები დამრეცი გარსის მახასიათებელი წერტილებისთვის.
- მიღებული შედეგებით შეიძლება ისარგებლონ მკვლევარებმა დამრეცი ცილინდრული გარსის გაანგარიშების დროს.

ნაშრომის აპრობაცია და გამოქვეყნებული პუბლიკაციები:

სადისერტაციო ნაშრომის, როგორც ცალკეული ისე ძირითადი შედეგები მოხსენიებული იქნა სადოქტორო პროგრამით გათვალისწინებულ 2 სემინარზე, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სტუდენტთა ღია საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე. გარდა ამისა სადისერტაციო ნაშრომის მასალების მიხედვით გამოქვეყნებულია 3 სტატია.

შედეგების უტყუარობა განპირობებულია იმით, რომ გადამწყვეტი განტოლებების ფორმირებისას გამოიყენება საყოველთაოდ მიღებული ჰიპოთეზები და დაშვებები, რომელთა კორექტულობა დამტკიცებულია; ამოხსნების კრებადობა თეორიულადაა დამტკიცებული და ყოველ პრაქტიკულ შემთხვევაში შეიძლება რიცხობრივად იქნას გამოკვლეული; უტყუარობა მტკიცდება აგრეთვე სხვადასხვა ავტორების მიერ მიღებული თეორიული და ექსპერიმენტული შედეგების დამაკმაყოფილებელი თანდამთხვევით.

დაცვაზე გამოგვაქვს:

1. დამრეცი ცილინდრული გარსის დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის დრეკადობის ფარგლებს გარეთ გაანგარიშების მეთოდოლოგია;
2. გაანგარიშების შედეგად მიღებული მონაცემების მიხედვით ძაღვების დიაგრამები. გაანგარიშების ახალი მეთოდების ძიება მიმდინარეობს დღესაც, რომლებიც უკეთესად ასახავენ კონსტრუქციის მუშაობის რეალურ სურათს დრეკადობის ფარგლებში და დრეკადობის ფარგლებს გარეთ. ამასთანავე ძაღვს მინიმუმამდე დაიყვანოს გამოთვლითი პროცესი.

ნაშრომის საერთო დახასიათება

თემის აქტუალობა: ცივილიზაციის განვითარებასთან ერთად იზრდება მოთხოვნილება დიდმალიან სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობაზე, რომლებშიც გამოიყენება სივრცითი კონსტრუქციები, კერძოდ დამრეცი გარსები. ასეთი კონსტრუქციები იძლევიან მასალის დიდ ეკონომიას, კონსტრუქციის სამშენებლო სიმაღლისა და შენობის მოცულობის შემცირების საშუალებას. სივრცითი კონსტრუქციების თაღოვან და გუმბათოვან ნაგებობათა პრიორიტეტების გამოყენებას ხუროთმოძღვრები მიმართავდნენ ჯერ კიდევ უძველეს დროში, მაგრამ სამშენებლო ტექნიკის დაბალი დონე, ადგილობრივი მასალის მცირე სიმტკიცე, სამშენებლო მექანიკის კანონების არცოდნა და სხვა, ცხადია საგრძნობლად ზღუდავდნენ გარსული ნაგებობების განვითარებას.

დღევანდელ დღეს მათემატიკური ხერხებისა და პროგრამირების მეთოდების დამუშავებამ საშუალება მოგვცა ვეძებოთ უფრო ეფექტური ალგორითმები.

დამრეცი თხელკედლიანი კონსტრუქციები უმეტესწილად წარმოადგენს მთავარ მზიდ ელემენტებს, რომლებიც ხშირად გამოიყენება მშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, თვითმფრინავმშენებლობაში, გემთმშენებლობასა და ტექნიკის სხვა დარგებში. ანგარიში ასეთი გარსული ელემენტებისა წრფივი-დრეკადი თეორიის ფარგლებში კარგადაა შესწავლილი, მაგრამ გამოკვლევები მათი დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობისა დრეკადობის ფარგლებს გარეთ ნაკლებადაა შესწავლილი და მოითხოვს შემდგომ გაანგარიშებასა და კვლევას. მათი ანგარიში საკმაოდ რთული და შრომატევადია. გამოკვლევები ამ მიმართულებით ეყრდნობა პლასტიკურობის დეფორმაციულ თეორიას.

ამოცანები წრფივი დრეკადი თეორიის ფარგლებში ანუ ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებას პლასტიკური დატვირთვისა და განტვირთვის შემთხვევაში. ეს კანონები ერთ მთლიან თეორიად

ჩამოაყალიბა აკადემიკოსმა ა. ილიუშინმა და გარსთა მეთოდი ეს თეორია გამოიყენება პროფესორმა ი. ცურკოვმა.

ფუნდამენტური გამოკვლევები და მეთოდები შესრულებული აქვთ როგორც უცხოელ, ასევე ქართველ მეცნიერებს.

საზღვარგარეთელი მეცნიერების ნაშრომებში, როგორცაა ა.ილიუშინი, ვ. ვლასოვი, ს. ამბარცუმიანი, ა. გვოზდევნი, ვ. ბალოტინი, ა.გოლდენვეიზერი, ვ.სოკოლოვსკი, ი. რაბოტნოვი, ი. ცურკოვი, პ. ლუკაში, ა. რჟანიცინი, ა. ჩირასი და სხვა.

ქართველი მეცნიერებიდან აღსანიშნავია ფუნდამენტალური კვლევები შესრულებული შემდეგი მეცნიერების მიერ: ი. ვეკუა, ვ. კუპრაძე, ო.ონიაშვილი, შ.მიქელაძე, მ. მიქელაძე, ა. კაკუშაძე, თ. გეგელია, მ.ბაშალეიშვილი, თ. ბურჭულაძე, თ. ვაშაყმაძე და სხვა.

აღნიშვნის ღირსია გარსის ტიპის ამოცანების კვლევები შესრულებული შემდეგი მკვლევარების მიერ: თ. ბაციკაძე, გ. გაბრიჩიძე, ლ. მუხაძე, ზ. გედენიძე, რ. ცხვედაძე, მ. ყალაბეგაშვილი, გ. ყიფიანი, ო. მხეიძე, დ. ტაბატაძე, ი. კაკუტაშვილი, დ. ჯანყარაშვილი და სხვა.

ნაშრომში განხილულია დამრეცი ცილინდრული გარსი, რომლის ორი მოპირდაპირე მრუდწირული კიდე დაყრდნობილია სახსრულად, დანარჩენი ორი კი ჩამაგრებულია ხისტად. დატვირთვა თანაბრად განაწილებულია ნორმალური შუა ზედაპირის მიმართ, ხოლო დატვირთვის პროცესი მარტივი.

იგულისხმება, რომ დეფორმაციის პროცესში გარსი რჩება იზოტროპული. ძაბვა-დეფორმაციის დამოკიდებულება ერთნაირია გაჭიმვა კუმშვის შემთხვევაში, ხოლო დეფორმაციები მცირე.

ამოცანის ფიზიკური არაწრფივობა აისახება გადამწყვეტ განტოლებათა სისტემაში დამოკიდებულებებით, რომლებიც აკავშირებენ ძალებსა და მომენტებს დეფორმაციებთან. ეს დამოკიდებულებები მიღებულია ა. ილიუშინის მიერ. ისინი იძლევიან თითოეული კვეთისათვის სამ სიხისტეს, რომლითაც ღუნვისა და გრეხის დეფორმაციები გავლენას

ახდენენ გრძივ და მხებ ძალებზე, ხოლო გაჭიმვა-კუმშვისა და ძვრის დეფორმაციები მლუნავ და მგრეხ მომენტებზე.

აღნიშნული სიხისტეები წარმოადგენს ცვლად ფუნქციებს. თითოეული მათგანი ჩაწერილია გარსის თითოეული წერტილისათვის, როგორც ფუნქცია დეფორმაციის ინტენსივობისა. ამ ფუნქციის სახე დამოკიდებულია გაჭიმვა-კუმშვის დიაგრამაზე. ამ სიხისტეების გამოსახულებანი თითოეული მასალისათვის მიღებული უნდა იყოს დამოუკიდებლად.

განსაკუთრებით რთულდება ამოცანა, როდესაც ძაბვა დეფორმაციის მრუდი შეიცავს საწყის დრეკად უბანს. აქ საჭირო ხდება ხუთი სახის დეფორმირებული მდგომარეობის განხილვა.

სამი მათგანი მიეკუთვნება ზონებს, სადაც ღუნვისა და გრეხის დეფორმაციები მნიშვნელოვნად აღემატება გაჭიმვა-კუმშვის და ძვრის დეფორმაციებს და ორი კი ზონებს, სადაც პირიქით, გაჭიმვა-კუმშვის და ძვრის დეფორმაციები მნიშვნელოვნად სჭარბობს ღუნვისა და გრეხის დეფორმაციებს.

უშუალო შეტანა ძალებისა და მომენტებისა წონასწორობის განტოლებებში და უწყვეტობის პირობებში გვაძლევს ორი განტოლებისგან შემდგარ შერეული ტიპის კერძო წარმოებულნიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, რომლის ზუსტი ამოხსნა შეუძლებელია. მიახლოებითი ამოხსნის გზა ემყარება ა.ა. ილიუშინის დრეკადი ამონახსნების მეთოდს, რომელიც გარსთა თეორიაში გამოიყენა ი.ს. ცურკოვმა.

დისერტაციის მიზანია: თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების ამოცანები, როდესაც ვითვალისწინებთ არადრეკად დეფორმაციებს, დაკავშირებულია მნიშვნელოვან სიძნელეებთან, რაც განპირობებულია არაწრფივი დამოკიდებულებებით ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის.

კონსტრუქციებში ზღვრული მდგომარეობის მიღწევამდე საგრძნობლად ადრე უკვე არსებობს ცალკეული დაქსაქსული პლასტიკური

არები, რომელთა გავლენა ჯერ კიდევ უმნიშვნელოა და კონსტრუქცია კვლავაც შეიძლება ჩაითვალოს ხისტად. დატვირთვის ზრდასთან ერთად იწყება პლასტიკური არეების გაფართოება და როდესაც გარე ძალები მიაღწევენ გარკვეულ ზღვრულ მნიშვნელობას ანუ ზიდვის უნარს.

ლიტერატურის მიმოხილვა

ფილების და გარსების თეორია წარმოადგენს მყარი დეფორმადი ტანის მექანიკის ვრცელ განშტოებას, რომელსაც გააჩნია რთული სტრუქტურა და მისი გაანგარიშების საკითხი, როგორც მკაცრი საინჟინრო დისციპლინის, დაიწყო მე-19 საუკუნის პირველი ნახევრიდან, ლ. ნავიეს, ო.კოშისა და ს. პუასონის შრომების გამოქვეყნებით. ამჟამად ფილების და გარსების თეორიას ეძღვნება მრავალი ნაშრომი. გამოქვეყნებული ლიტერატურის მოკლე ანოტაციები მოცემულია ო. ონიაშვილის, გ. ჯანელიძის, და სხვა შრომებში. ცნობილია, რომ ფილების და გარსების პრაქტიკაში გამოყენებამ. ინჟინრები კონკრეტული პროექტების შესრულებისას ქმნიდნენ გამარტივებულ მოდელებს და ამის საფუძველზე გაანგარიშებები დაჰყავთ რიცხვით ფორმებზე. მეორეს მხრივ, იქმნებოდა თხელი ფილების და გარსების ზოგადი წრფივი თეორია.

ქართველ მეცნიერებს შორის გარსების თეორიაში დიდი ღვაწლი მიუძღვით ნ. მუსხელიშვილს, შ. მიქელაძეს, მ. მიქელაძეს, ა. კაკუშაძეს. ო.ონიაშვილს და სხვებს.

XX საუკუნის 20-50-იან წლებში დაიწყო ფილებისა და გარსების თეორიის შექმნის შემდეგი ეტაპი. იგი ვითარდება სხვადასხვა, ხშირად გადამკვეთი მიმართულებებით. განიხილება ისეთი კონსტრუქციული თავისებურებებიც, როგორცაა შრეების, წიბოების, დიაფრაგმების, კონტურის ელემენტების, ნახვრეტების არსებობა. განვითარდა ფილების თეორიის საკონტაქტო ამოცანა და ლოკალური ზემოქმედების გავლენის შეფასება. განიხილება მასალის უფრო რთული თვისებები: არაწრფივი დრეკადობა, ანიზოტროპულობა, პლასტიკურობა, სიბლანტე. მცირე დეფორმაციების განხილვიდან გადავიდნენ დიდ გადაადგილებებზე. ვითარდება გეომეტრიულად არაწრფივი თეორია და მის ბაზაზე კონსტრუქციის ყოფაქცევა - როგორც სტატიკური ისე დინამიკური ზემოქმედებისას.

საკმაოდ გაფართოვდა მათემატიკური აპარატის გამოყენება როგორც უკვე არსებული პრობლემების რეალიზაციისათვის, ასევე ახალი პრობლემების უზრუნველსაყოფად. თეორიულს პარალელურად გამოიყენება კვლევის ექსპერიმენტალური გზა. რთული პრობლემების რიცხვით შედეგებამდე მიყვანა შესაძლებელი გახდა კომპიუტერების ფართოდ გამოყენებამ რიცხვითი მეთოდების და დისკრეტული საანგარიშო მოდელების განვითარების პირობებში.

დრეკადი სხეულებისათვის დამახასიათებელი თვისებაა წრფივი დამოკიდებულება ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის. დრეკადობის ზღვარზე ეს დამოკიდებულება ხშირად ირღვევა. იგი იცვლება მრუდწირული კანონით, მაგრამ აქ შესაძლებელია საქმე გვექონდეს ორ გარემოებასთან: ნელი განტვირთვისას სახრული ან დაუბრუნდება თავის პირვანდელ მდგომარეობას, ან ადგილი ექნება ნარჩენ, ანუ პლასტიკურ დეფორმაციას. საზოგადოდ, მყარი სხეულების დეფორმაცია შედგება ორი ნაწილისაგან - დრეკადი და პლასტიკური დეფორმაციები. შესაძლებელია ვითარდებოდეს დრეკადი დეფორმაციები და შემდეგ პლასტიკური (ფოლადი), ან ორივე დეფორმაციას ერთდროულად ჰქონდეს ადგილი (ბეტონი).

პლასტიკურობის თეორია სწავლობს პლასტიკური სხეულების დეფორმირებულ და ძაბვით მდგომარეობას. ის ადგენს პლასტიკური დეფორმაციების და ძაბვების წარმოშობის ზოგად კანონებს.

როგორც დრეკადობის თეორიაში, აქაც დგება ზოგადი განტოლებები, რომლებიც ერთიმეორესთან აკავშირებს დეფორმაციებს და ძაბვებს (დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციების თეორია), ან დეფორმაციების სიჩქარეებს და ძაბვებს (პლასტიკური დენადობის თეორია). პლასტიკურობის თეორიაც იყოფა ორ ნაწილად: პლასტიკურობის მათემატიკური თეორია და პლასტიკურობის გამოყენებითი თეორია (სრულიად იმ სახით, როგორც იყოფა დრეკადობის თეორია).

სხეულების დეფორმირებულ და ძაბვით მდგომარეობას განსაზღვრავს არა მარტო დრეკადი და პლასტიკური თვისებები (ძირითადად ესენია მთავარი თვისებები), არამედ მნიშვნელობა აქვს დროის ფაქტორსაც.

ნავიეს მემუარებში, სადაც მოცემული იყო დრეკადობის თეორიის წონასწორობის ზოგადი დიფერენციალური განტოლებანი. იმავე პერიოდს ეკუთვნის პუასონის, კოშის და ოსტროგრადსკის შრომები. 1822 წელს. ის იხილავდა დრეკადობის თეორიის მრავალ საკითხს, რომლებიც განხილული ჰქონდა დრეკადობის ზოგადი თეორია.

1837 წელს გრინმა ენერჯის შენახვის პრინციპის გამოყენების საფუძველზე საბოლოოდ დაადგინა, რომ დრეკადობის დამოუკიდებელი მუდმივების რიცხვი არია 21. გრინმა აქ შემოიტანა დრეკადი პოტენციალის ცნება, რომლის არსებობის დამტკიცება მოგვცა კელვინმა 1855 წელს.

ცნობილია, რომ ჰუკმა 1660 წ. აღმოაჩინა კანონი, რომელიც მის სახელს ატარებს, ხოლო იუნგმა 1807 წელს შემოიღო დრეკადობის მოდულის ცნება. ერთი მხრივ ამ ფაქტების გამოყენებამ და მეორე მხრივ იმ გარემოებამ, რომ დრეკადობის თეორიის საფუძვლები უკვე მოცემული იყო, საშუალება მისცა სტოკსს (1845 წ.) განესაზღვრა იზოტროპული სხეულების წინაღობის ძირითადი სახეები. აქ მან შემოიტანა მოცულობითი კუმშვის და ძვრის მოდულის ცნებები.

საერთოდ, დრეკადობის თეორიის განვითარების საქმეში განსაკუთრებული ღვაწლი მიუძღვის სენ-ვენანს. მან მოგვცა გრეხისა და ღუნვის ამოცანების ზუსტი ამოხსნა (1855 წ.), ჩამოაყალიბა პრინციპი, რომელიც მის სახელს ატარებს. ტრესკას (1868 წ.) ექსპერიმენტული გამოკვლევების საფუძველზე სენ-ვენანმა პირველმა თეორიულად დაადგინა პლასტიკურობის პირობა. სენ-ვენანს ეკუთვნის დრეკადობის თეორიის სხვა ბევრი საკითხის შესწავლა. 1850 წელს კირჰოფმა დაამუშავა თხელი ფილების გაანგარიშების თეორია. მანვე 1859 წ. მოგვცა გრეხისა და ღუნვის განსაკუთრებული შემთხვევების ამოხსნა.

XX საუკუნის 20 წლების შემდეგ დამუშავდა ბრტყელი ამოცანების ამოხსნის ზოგადი მეთოდები კომპლექსური ცვლადის ფუნქციების გამოყენებით (მუსხელიშვილი და მისი სკოლა); ვარიაციული მეთოდები (გ.ი. ჯანელიძე, ო.დ. ონიაშვილი, ა.მ. კაკუშაძე და სხვ); თხედვედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშების თეორია (ვ.ზ. ვლასოვი, ვ.ვ. სოკოლოვსკი და სხვა), ანიზოტროპული სხეულების დრეკადობის თეორია (ს.გ. ლეხნიცკი და სხვა), სქელი და თხელი ფილების გაანგარიშების მეთოდები (გალიორკინი, პაპკოვიჩი, ა.ო. ლურიე, ლ.გ. მადნარაძე, ი.ა. შიმანსკი, ა.ს. კალმანოვიჩი, ს.ა. გერშგორიანი და სხვა); დრეკად ფუძეზე მდებარე ფილების გაანგარიშების თეორია (მ.ი. გორბუნოვ-პოსადოვი, გოჩკინი და სხვები).

მე-19 საუკუნის მეორე ნახევრიდან დრეკადობის თეორიის გვერდით ვითარდებოდა პლასტიკურობის თეორიაც. გაანგარიშების ზოგადი მეთოდები მოგვცეს მხოლოდ საბჭოთა კავშირის მეცნიერებმა. ა.ა. ილიუშინის, ვ.ვ. სოკოლოვსკის, ლ.მ. კაჩანოვის, ა.ა. გვოზდევის და სხვების შრომების საფუძველზე შეიქმნა პლასტიკურობის თეორია ისეთივე სახით, როგორც დრეკადობის თეორია და ამოიხსნა მრავალი ამოცანა, რომელთა ამოხსნა მხოლოდ დრეკად მდგომარეობაში იყო ცნობილი. ილიუშინის მიერ დამუშავებული იქნა პლასტიკურობის ამოცანების ამოხსნის სქემები დრეკადობის თეორიის მეთოდების გამოყენებით. ამით მოხდა დრეკადობისა და პლასტიკურობის თეორიის დაახლოება. ასეთივე დაახლოება წარმოებს სამშენებლო მექანიკის სხვა დარგებისა დრეკადობის თეორიასთან. ამ მხრივ აღსანიშნავია ბ.ნ.ჟემოჩკინის და მ.გ.ფილონენკო-ბოროდიჩის გამოკვლევები (დრეკად ნახევარსივრცეში თუ ნახევარსიბრტყეზე მდებარე ფილების და კოჭების გაანგარიშება), გვოზდევის და რჟანიცინის შრომები (პლასტიკურობის თეორიის და სამშენებლო მექანიკის მეთოდების შერწყმა) და სხვა.

თავი I

დრეკადობის ფარგლებს გარეთ მომუშავე დამრეცი ცილინდრული გარსისთვის ძირითადი დამოკიდებულებები

1.1. წონასწორობის განტოლებები. გეომეტრიული დამოკიდებულებები

წონასწორობის განტოლებებს მცირე გადაადგილებების დროს აქვს სახე

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} - Q_1 = 0;$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial y} - Q_2 = 0;$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial y} + \frac{T_1}{R} + q = 0,$$

სადაც T_1, T_2, S არის გრძივი და მხები ძალები;

Q_1, Q_2 – განივი ძალები;

M_1, M_2 – მღუნავი მომენტი;

H – გრეხის მომენტი;

q – ნორმალური დატვირთვა.

u, v, w გადაადგილებებსა და გარსის შუა ზედაპირის დეფორმაციებს $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega$ შორის დამოკიდებულებები. იქნება

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\omega}{R};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y};$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}.$$

ამ ფორმულებიდან მივიღებთ

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}.$$

1.2. ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის დამოკიდებულებები

ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის, როდესაც პუასონის კოეფიციენტი $\nu = 0,5$ გვაქვს შემდეგი დამოკიდებულებები:

$$T_1 = \frac{4}{3} \left[\left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right) I_1 + \left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right) I_2 \right];$$

$$T_2 = \frac{4}{3} \left[\left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \right) I_1 + \left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \right) I_2 \right];$$

$$S = \frac{1}{3} (\omega I_1 + 2\tau_2);$$

$$M_1 = \frac{4}{3} \left[\left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right) I_2 + \left(\varkappa_1 + \frac{1}{2} \varkappa_2 \right) I_3 \right];$$

$$M_2 = \frac{4}{3} \left[\left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \right) I_2 + \left(\varkappa_2 + \frac{1}{2} \varkappa_1 \right) I_3 \right];$$

$$H = \frac{1}{3} (\omega I_2 + 2\tau I_3),$$

სადაც $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ არის გარსის შუა ზედაპირის გაჭიმვა-კუმშვის დეფორმაციები;

ω – ძვრის დეფორმაცია;

\varkappa_1, \varkappa_2 – ღუნვის დეფორმაცია;

τ – გრების დეფორმაცია;

I_1, I_2, I_3 – სიხისტეები.

დეფორმაციებს აქვთ სახე:

$$\varkappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2};$$

$$\varkappa_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2};$$

$$\tau = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

სიხისტეები:

$$I_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} dz;$$

$$I_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z dz;$$

$$I_3 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z^2 dz.$$

როდესაც დრეკადი ამონახსნი გვაქვს: $I_1 = Eh$; $I_2 = 0$; $I_3 = \frac{Eh^3}{12}$;

ძაბვასა და დეფორმაციას შორის გვაქვს შემდეგი დამოკიდებულება

$$\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i).$$

დეფორმაციის ინტენსივობა

$$\varepsilon_{io} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{P_\varepsilon + 2zP_{\Sigma\alpha} + z^2P_\alpha};$$

$$P_\varepsilon = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2 + \frac{1}{4}\omega^2;$$

$$P_{\alpha\alpha} = \varepsilon_1\alpha_1 + \varepsilon_2\alpha_2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_1\alpha_2 + \varepsilon_2\alpha_1) + \frac{1}{2}\omega\tau;$$

$$P_\alpha = \alpha_1^2 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2 + \tau^2.$$

დრეკადობის ფარგლებში ძაბვებს აქვს სახე:

$$t_1 = \frac{4}{3}Eh \left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_2 \right);$$

$$t_2 = \frac{4}{3}Eh \left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\varepsilon_1 \right)$$

$$S = \frac{1}{3} Eh\omega;$$

$$m_1 = \frac{Eh^3}{9} \left(\alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_2 \right);$$

$$m_2 = \frac{Eh^3}{9} \left(\alpha_2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \right),$$

$$h_0 = \frac{Eh^3}{18} \tau.$$

ძირითადი განტოლებების მიღების დროს გამოვსახოთ ძალები, როგორც დრეკადი და არადრეკადი გამოსახულებების ჯამად:

$$T_1 = t_1 - \Delta T_1; \quad M_1 = m_1 - \Delta M_1;$$

$$T_2 = t_2 - \Delta T_2; \quad M_2 = m_2 - \Delta M_2;$$

$$S = S - \Delta S; \quad H = h_0 - \Delta H,$$

სადაც

$$\Delta T_1 = \frac{4}{3} \left[(Eh - I_1) \left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right) - \left(\alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_2 \right) I_2 \right];$$

$$\Delta T_2 = \frac{4}{3} \left[(Eh - I_1) \left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \right) - \left(\alpha_2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \right) I_2 \right];$$

$$\Delta S = \frac{1}{3} [(Eh - I_1)\omega - 2d_2];$$

$$\Delta M_1 = \frac{4}{3} \left[\left(\frac{Eh^3}{12} - I_3 \right) \left(\alpha_1 + \frac{1}{2} \alpha_2 \right) - \left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \right) I_2 \right];$$

$$\Delta M_2 = \frac{4}{3} \left[\left(\frac{Eh^3}{12} - I_3 \right) \left(\alpha_2 + \frac{1}{2} \alpha_1 \right) - \left(\varepsilon_2 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 \right) I_2 \right];$$

$$\Delta H = \frac{2}{3} \left[\left(\frac{Eh^3}{12} - I_3 \right) \tau - \frac{1}{2} \omega I_2 \right].$$

**1.3. დამრეცი ცილინდრული გარსის ძირითადი სისტემის
დიფერენციალური განტოლებების დრეკადობის ფარგლებს
გარეთ**

დამრეცი ცილინდრული გარსის ძირითად სისტემას დრეკადობის ფარგლებს გარეთ აქვს სახე:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \nabla^2 W(x, y) - \frac{9}{Eh^2 R} \frac{\partial^2 F}{\partial y} = \frac{9}{Eh^3} [q + \Phi_1(x, y)] \\ \nabla^2 \nabla^2 F(x, y) + \frac{E}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial y} = \frac{1}{h} \Phi_2(x, y) \end{array} \right. \quad (1)$$

სადაც

$$\Phi_1(x, y) = -\frac{\partial^2 \Delta M_1}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Delta M_2}{\partial y^2}$$

$$\Phi_2(x, y) = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\Delta T_2 - \frac{1}{2} \Delta T_1 \right) - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\Delta T_1 - \frac{1}{2} \Delta T_2 \right) + 3 \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial x \partial y}.$$

ფუნქცია $\Phi_1(x, y)$, $\Phi_2(x, y)$ გამოხატავს ფიზიკურ არაწრფივობას. ამ ძირითადი სისტემის ამოხსნა ხდება თანდათანობით მიახლოების მეთოდით. სისტემა მერვე რიგისაა. მისი ამოხსნა მოითხოვს სასაზღვრო პირობების ცოდნას.

ზემოთ მოყვანილ ფორმულებში ∇^2 არის ლაპლასის ოპერატორი, რომელიც შემოყვანილია ჩაწერის გამარტივების მიზნით

$$\nabla^2(\dots) = \frac{\partial^2(\dots)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\dots)}{\partial y^2};$$

$$\nabla_k^2(\dots) = \frac{1}{R_1} \frac{\partial^2(\dots)}{\partial y^2} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial^2(\dots)}{\partial x^2}.$$

ჩვენ დაწვრილებით განვიხილავთ შემთხვევას, როდესაც გარსი განიცდის მხოლოდ ნორმალური დატვირთვის ქმედებას $q_1 = q_2 = 0$, T_1 , T_2 და S ძალები ძაბვის F ფუნქციის დახმარებით და M_1 , M_2 , H ჩაღუნვის w ფუნქციის დახმარებით გამოისახება ფორმულებით

$$T_1 = -\frac{\partial^2 F}{\partial y^2};$$

$$T_2 = -\frac{\partial^2 F}{\partial x^2};$$

$$S = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y};$$

$$M_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right);$$

$$M_2 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right);$$

$$H = -(1-\nu)D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

სადაც $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$;

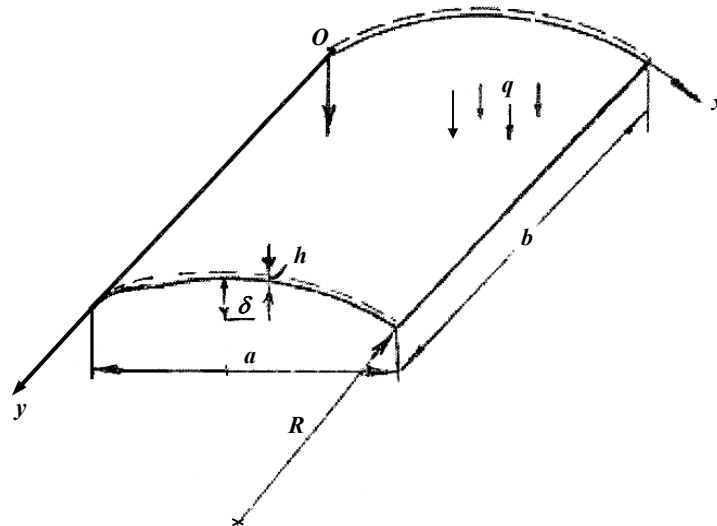
D – ცილინდრული სიხისტე;

ν – პუასონის კოეფიციენტი.

ΔT_1 , ΔT_2 , ΔS , ΔM_1 , ΔM_2 , ΔH – ეს სიდიდეები არადრეკადია.

1.4. ძირითადი დიფერენციალური განტოლების საერთო ამონახსნი

განვიხილოთ ცილინდრული გარსი, რომელსაც ($y = 0$; $y = b$)
სახსროვნადაა დაყრდობილი, ხოლო ორი მოპირდაპირე ($x = 0$; $x = a$)
ხისტადაა ჩამაგრებული.



ნახ. 1

საერთო ამონახსნს ვეძებთ მარტივი ტრიგონომეტრიული მწკრივის
სახით

$$W(x, y) = \sum f_n(x) \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$F(x, y) = \sum \theta_n(x) \sin \frac{n\pi y}{b},$$

სადაც

$$f_n(x) = f_{0n}(x) + f_{1n}(x) + f_{2n}(x),$$

$$\theta_n(x) = \theta_{0n}(x) + \theta_{1n}(x) + \theta_{2n}(x),$$

$f_{0n}(x)$, $\theta_{0n}(x)$ – საერთო ამონახსნია ერთგვაროვანი განტოლებათა სისტემის;

$f_{1n}(x)$, $\theta_{1n}(x)$ – კერძო ამონახსნია სისტემისა, q დატვირთვების გათვალისწინებით;

$f_{2n}(x)$, $\theta_{2n}(x)$ – კერძო ამონახსნია სისტემისა, Φ_1 და Φ_2 ფუნქციის გათვალისწინებით.

საერთო ამონახსნი ერთგვაროვანი სისტემისა შეიძლება მივიღოთ შემდეგი სახით

$$f_{0n}(x) = A\Psi_{1n}(x) + B\Psi_{2n}(x) + C\Psi_{3n}(x) + D\Psi_{4n}(x) +$$

$$+ A_1\varphi_{1n}(x) + B_1\varphi_{2n}(x) + C_1\varphi_{3n}(x) + D_1\varphi_{4n}(x);$$

$$\theta_{0n}(x) = \frac{Eh^3}{3} [B\Psi_{1n}(x) - A\Psi_{2n}(x) + D\Psi_{3n}(x) + C\Psi_{4n}(x) -$$

$$- B_1\varphi_{1n}(x) + A_1\varphi_{2n}(x) + D_1\varphi_{3n}(x) - C_1\varphi_{4n}(x)],$$

სადაც

$$\Psi_{1n}(x) = ch(cx) \cos(dx); \quad \varphi_{1n}(x) = ch(ex) \cos(gx);$$

$$\Psi_{2n}(x) = sh(cx) \sin(dx); \quad \varphi_{2n}(x) = sh(ex) \sin(gx);$$

$$\Psi_{3n}(x) = sh(cx) \cos(dx); \quad \varphi_{3n}(x) = sh(ex) \cos(gx);$$

$$\Psi_{4n}(x) = ch(cx) \sin(dx); \quad \varphi_{4n}(x) = ch(ex) \sin(gx).$$

$$c = \frac{\pi n}{a\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(1-\alpha)^2 + \alpha^2} + (1-\alpha)};$$

$$d = \frac{\pi n}{a\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(1-\alpha)^2 + \alpha^2} - (1-\alpha)};$$

$$e = \frac{\pi n}{a\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(1-\alpha)^2 + \alpha^2} + (1-\alpha)};$$

$$g = \frac{\pi n}{a\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(1-\alpha)^2 + \alpha^2} - (1-\alpha)},$$

$$\alpha = \frac{a\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{Rh}}.$$

კერძო ამონახსნი $f_{1n}(x)$, $\theta_{1n}(x)$ ჩავწეროთ როდესაც $q = const$, მაშინ

$W_1(x, y)$ და $F_1(x, y)$ მივიღოთ შემდეგი სახით

$$W_1 = \sum f_{1n} \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$F_1 = \sum \theta_{1n} \sin \frac{n\pi y}{b},$$

აქ f_{1n} , θ_{1n} – მუდმივებია.

დატვირთვა $q = const$, ასევე წარმოვადგინოთ მწკრივის სახით

$$q = \sum q_n \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$q_n = \frac{4q}{\pi n}.$$

ბოლო ფორმულების ჩასმით მივიღებთ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას f_{1n} , θ_{1n} –ის განსაზღვრისთვის

$$\frac{n^4 \pi^4}{b^4} f_{1n} + \frac{9}{Eh^2 R} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \theta_{1n} = \frac{9}{Eh^3} q_n,$$

$$\frac{n^4 \pi^4}{b^4} \theta_{1n} - \frac{E}{R} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} f_{1n} = 0.$$

აქედან

$$f_{1n} = \frac{9}{Eh^2} \frac{q_n}{\left(\frac{n^4 \pi^4}{b^2} + \frac{9}{h^2 R^2} \right)} = \frac{36b^4}{\pi^5 n^5 E h^3} \frac{9}{1 + \frac{9b^4}{n^4 \pi^4 R^2 h^2}};$$

$$\theta_n = \frac{Eb^2}{n^2 \pi^2 R} f_{1n}.$$

იმ შემთხვევაში, თუ დატვირთვას წარმოვადგენთ შემდეგი სახით

$$q = q_0 \sin \frac{\pi y}{b}$$

მაშინ ბოლო ორი ფორმულა მიიღებს სახეს

$$f_1 = \frac{9b^4}{\pi^4 E h^3} \frac{9}{\left(1 + \frac{9b^4}{\pi^4 R^2 h^2}\right)},$$

$$\theta_1 = \frac{E b^2}{\pi^2 R} f_{1n}.$$

იმისათვის, რომ მივიღოთ ძირითადი სისტემის კერძო ამონახსნი, რომელიც შეესაბამება $\Phi_1(x, y)$ და $\Phi_2(x, y)$ ფუნქციებს, წარმოვადგინოთ ისინი ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივების საშუალებით

$$\Phi_1(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$\Phi_2(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} L_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

კერძო ამონახსნიც შესაბამისად წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$W_2(x, y) = \sum \sum r_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$hF_2(x, y) = \sum \sum l_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

ამ ბოლო ფორმულების ჩასმით ძირითად სისტემაში გვექნება:

$$D \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) r_{mn} + \frac{h}{R} \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 l_{mn} = K_{mn};$$

$$\left(\frac{m^2\pi^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)l_{mn} - \frac{E}{R}\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 r_{mn} = \frac{1}{n}L_{mn}.$$

აქედან

$$r_{mn} = \frac{\alpha K_{mn} - \frac{\beta}{h}L_{mn}}{D\alpha^2 + \frac{E}{h}\beta^2};$$

$$l_{mn} = \frac{\frac{E}{h}\beta K_{mn} + \frac{D\alpha}{h}L_{mn}}{D\alpha^2 + \frac{E}{h}\beta^2},$$

სადაც

$$\alpha = \left(\frac{m^2\pi^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{b^2}\right)^2;$$

$$\beta = \frac{h}{R}\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2;$$

$$D = \frac{Eh^3}{9}.$$

კერძო ამონახსნი შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად

$$W_2(x, y) = \sum f_{2n}(x) \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$F_2(x, y) = \frac{1}{h} \sum \theta_{2n}(x) \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$f_{2n}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} r_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a};$$

$$\theta_{2n}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} l_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a};$$

$$K_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b \Phi_1(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy;$$

$$L_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b \Phi_2(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy.$$

ეს ფორმულები ინტეგრირების და გამარტივების შემდეგ შეიძლება

ჩაიწეროს შემდეგი სახით

$$K_{mn} = -\frac{4}{ab} (K_{1,mn} + 2K_{2,mn} + K_{3,mn});$$

$$L_{mn} = -\frac{4}{ab} (L_{1,mn} - 3L_{2,mn} + L_{3,mn}),$$

სადაც

$$\begin{aligned} K_{1,mn} &= \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \Delta M_1}{\partial x^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = \\ &= \frac{m\pi}{a} \int_0^b [\Delta M_1(a, y) + \Delta M_1(0, y)] \sin \frac{n\pi y}{b} dy - \\ &- \left(\frac{m\pi}{a} \right) \int_0^a \int_0^b \Delta M_1(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{2,mn} &= \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial x \partial y} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = \\
&= \frac{mn\pi^2}{ab} \int_0^a \int_0^b \Delta H(x, y) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} dx dy ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{3,mn} &= \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \Delta M_2}{\partial y^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = \\
&= \frac{n\pi}{a} \int_0^a [\Delta M_2(x, b) + \Delta M_2(x, 0)] \sin \frac{m\pi x}{a} dx - \\
&\quad - \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \int_0^a \int_0^b \Delta M_2(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{1,mn} &= \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\Delta T_2 - \frac{1}{2} \Delta T_1 \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = \\
&= \frac{m\pi}{a} \int_0^b \left\{ \Delta T_2(a, y) + \Delta T_2(0, y) - \frac{1}{2} [\Delta T_1(a, y) + \Delta T_1(0, y)] \right\} \sin \frac{n\pi y}{b} dy - \\
&\quad - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \int_0^a \int_0^b \left[\Delta T_2(x, y) - \frac{1}{2} \Delta T_1(x, y) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{2,mn} &= \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \Delta S}{\partial x \partial y} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = \\
&= \frac{3mn\pi^2}{2ab} \int_0^a \int_0^b \Delta S(x, y) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} dx dy ;
\end{aligned}$$

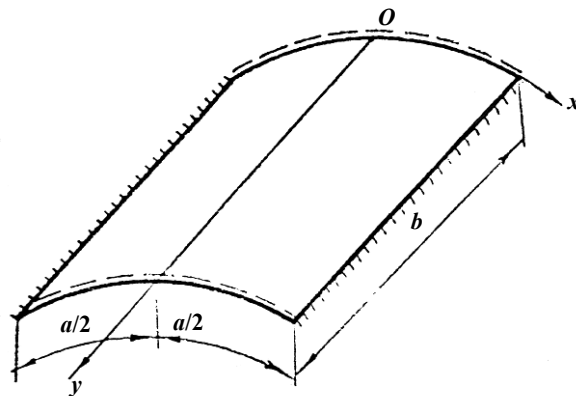
$$\begin{aligned}
L_{3,mn} &= \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\Delta T_1 - \frac{1}{2} \Delta T_2 \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy = \\
&= \frac{m\pi}{b} \int_0^b \left\{ \Delta T_1(x,b) + \Delta T_1(x,0) - \frac{1}{2} [\Delta T_2(x,b) + \Delta T_2(x,0)] \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} dx - \\
&\quad - \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \int_0^a \int_0^b \left[\Delta T_1(x,y) - \frac{1}{2} \Delta T_2(x,y) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy.
\end{aligned}$$

თავი II

ცილინდრული დამრეცი გარსის ანგარიში წრფივი განმტკიცების კანონის მხედველობაში მიღებით

2.1. წრფივი დრეკადი გარსებისთვის გადაადგილებების დეფორმაციების და ძალების განსაზღვრა

პირველ თავში მიღებული დამოკიდებულებების საფუძველზე განვიხილავთ ამოცანას: დამრეცი ცილინდრული გარსის ორი კიდე ($y = 0$; $y = b$) ჩამაგრებულია სახსროვად და ორი მოპირდაპირე ($x = a/2$; $x = -a/2$) ჩამაგრებულია ხისტად.



ნახ. 2

ვთქვათ ვერტიკალური დატვირთვა „ q “ არის თანაბრად განაწილებული. სასაზღვრო პირობებიდან გამომდინარე. შეგვიძლია დავწეროთ

$$W\left(\frac{a}{2}, y\right) = 0,$$

$$\frac{\partial W}{\partial x}\left(\frac{a}{2}, y\right) = 0,$$

$$T_1\left(\frac{a}{2}, y\right) = 0,$$

$$S\left(\frac{a}{2}, y\right) = 0.$$

ან თუ ჩავსვავთ სასაზღვრო პირობებში გამოსახულებებს, გვექნება:

$$A\Psi_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) + B\Psi_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) + A_1\varphi_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) + B_1\varphi_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) = -f_{1n};$$

$$A\Psi'_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) + B\Psi'_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) + A_1\varphi'_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) + B_1\varphi'_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) = 0;$$

$$-A\Psi_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) + B\Psi_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) + A_1\varphi_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) - B_1\varphi_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) = -\theta_{1n};$$

$$-A\Psi'_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) + B\Psi'_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) + A_1\varphi'_{2n}\left(\frac{a}{2}\right) - B_1\varphi'_{1n}\left(\frac{a}{2}\right) = 0.$$

ამ სისტემიდან განისაზღვრება მუდმივები A, B, A_1, B_1 ; საბოლოოდ

$W(x, y)$ და $F(x, y)$ ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$W(x, y) = \sum [f_{on}(x) + f_{1n}] \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$F(x, y) = \sum [\theta_{on}(x) + \theta_{1n}] \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

W და F -ის საფუძველზე ჩაწეროთ დეფორმაციების და ძალების გამოსახულებებს წრფივი დრეკადი გარსისთვის.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{Eh} \left(T_1 - \frac{1}{2} T_2 \right) = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) = \\ &= -\frac{1}{E} \sum \left\{ \frac{n^2 \pi^2}{b^2} [\theta_{on}(x) + \theta_{1n}] + \frac{1}{2} \theta_{on}''(x) \right\} \sin \frac{n\pi y}{b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{1}{Eh} \left(T_2 - \frac{1}{2} T_1 \right) = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) = \\ &= \frac{1}{E} \sum \left\{ \theta_{on}''(x) + \frac{1}{2} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} [\theta_{on}(x) + \theta_{1n}] \right\} \sin \frac{n\pi y}{b}; \end{aligned}$$

$$\omega = \frac{3}{Eh} S = -\frac{3}{E} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{3}{E} \sum \frac{n^3 \pi^2}{b^2} \theta_{on}'(x) \cos \frac{n\pi y}{b};$$

$$\alpha_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum f_{on}''(x) \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$\alpha_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \sum \frac{n^2 \pi^2}{b^2} [f_{on}(x) + f_{1n}] \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$\tau = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -\sum \frac{n\pi}{b} f'_{on}(x) \cos \frac{n\pi y}{b};$$

$$T_1 = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\sum \frac{n^2 \pi^2}{b^2} [\theta_{on}(x) + \theta_{1n}] \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$T_2 = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \sum \theta''_{on}(x) \sin \frac{n\pi y}{b};$$

$$S = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\sum \theta'_{on}(x) \cos \frac{n\pi y}{b};$$

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{Eh^3}{9} \left(\mathfrak{a}_1 + \frac{1}{2} \mathfrak{a}_2 \right) = \\ &= \frac{Eh^3}{9} \sum \left\{ -f''_{on}(x) + \frac{1}{2} \frac{n^2 \pi^2}{b^2} [f_{on}(x) + f_{1n}] \right\} \sin \frac{n\pi y}{b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{Eh^3}{9} \left(\mathfrak{a}_2 + \frac{1}{2} \mathfrak{a}_1 \right) = \\ &= \frac{Eh^3}{9} \sum \left\{ \frac{n^2 \pi^2}{b^2} [f_{on}(x) + f_{1n}] - \frac{1}{2} f''_{on}(x) \right\} \sin \frac{n\pi y}{b}; \end{aligned}$$

$$H = -\frac{Eh^3}{18} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial x} = -\frac{Eh^3}{18} \sum \frac{n\pi}{b} f'_{on}(x) \cos \frac{n\pi y}{b};$$

$$\Psi'_1 = c\Psi_3 - d\Psi_4; \quad \varphi'_1 = e\varphi_3 - g\varphi_4;$$

$$\Psi''_1 = (c^2 - d^2)\Psi_1 - 2dc\Psi_2; \quad \varphi''_1 = (e^2 - d^2)\varphi_1 - 2eg\varphi_2;$$

$$\Psi_2' = c\Psi_4 + d\Psi_3;$$

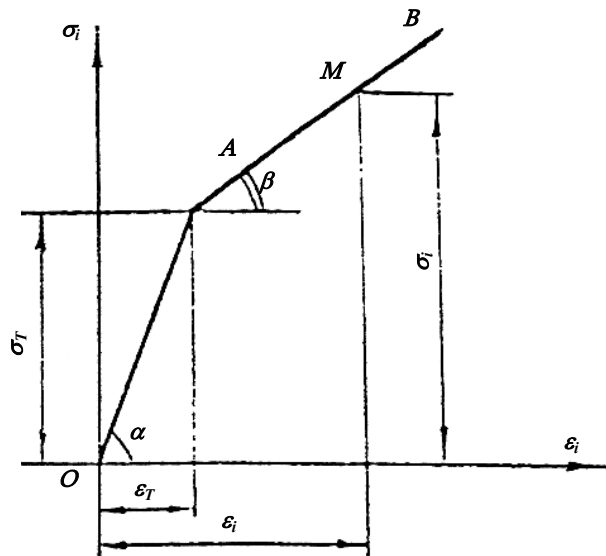
$$\varphi_2' = e\varphi_4 + g\varphi_3;$$

$$\Psi_2'' = (c^2 - d^2)\Psi_2 + 2dc\Psi_1;$$

$$\varphi_2'' = (e^2 - g^2)\varphi_2 + 2eg\varphi_1.$$

2.2. სისტემის განსაზღვრა პლასტიკურ და დრეკად- პლასტიკურ შრეებში წრფივი განმტკიცების კანონის გათვალისწინებით

ვთვლით, რომ მასალა, რომლისგანაც შესრულებულია ცილინდრული გარსი ემორჩილება წრფივი განმტკიცების კანონს. დიაგრამა „ $\sigma_i - \varepsilon_i$ “ ასეთი მასალისთვის, გამოხაზულია ნახ. 3-ზე



ნახ. 3

ძაბვის და დეფორმაციის ინტენსივობა ერთმანეთთან დაკავშირებულია შემდეგი დამოკიდებულებით

$$\sigma_i = E\varepsilon_i \left[1 - \lambda \left(1 - \frac{E_T}{\varepsilon_i} \right) \right]; \quad \varepsilon_i \geq \varepsilon_T;$$

$$\sigma_i = E\varepsilon_i; \quad \varepsilon_i \geq \varepsilon_T.$$

განმტკიცების პარამეტრი

$$\lambda = \frac{E - E_1}{E};$$

$$E = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$E_1 = \operatorname{tg} \beta.$$

I_1, I_2, I_3 სიხისტეების განსაზღვრისას გვაქვს სამი დეფორმაციის ინტენსივობა

$$\varepsilon_{i1} = \varepsilon_i \left(-\frac{h}{2} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{P_\varepsilon - hP_{\varepsilon\alpha} + \frac{h^2}{4} P_\alpha};$$

$$\varepsilon_{i2} = \varepsilon_i \left(-\frac{h}{2} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{P_\varepsilon + hP_{\varepsilon\alpha} + \frac{h^2}{4} P_\alpha};$$

$$\varepsilon_{i0} = \varepsilon_i(z_0) \sqrt{P_\varepsilon - \frac{P_{\varepsilon\alpha}^2}{P_\alpha}}; \quad z_0 = -\frac{P_{\varepsilon\alpha}}{P_\alpha}.$$

$P_\varepsilon, P_{\varepsilon\alpha}, P_\alpha$ – დეფორმაციებისგან შემდგარი კვადრატული ფორმაა.

კოორდინატა z_0 შეიძლება მდებარეობდეს როგორც კვეთის ფარგლებში

$$\frac{h}{2} > z_0 > -\frac{h}{2},$$

ასევე შეიძლება გავიდეს კვეთის გარეთ

$$z_0 > \frac{h}{2} \text{ ან } z_0 < -\frac{h}{2}.$$

სიხისტეების განმსაზღვრელ ფორმულებს აქვს სახე:

$$I_1 = \frac{Eh}{\mu_1 + \mu_2} B;$$

$$I_2 = \frac{Eh^2}{(\mu_1 + \mu_2)^2} \left[A - \frac{1}{2}(\mu_2 - \mu_1)B \right];$$

$$I_3 = \frac{Eh^3}{(\mu_1 + \mu_2)^3} \left[C + \frac{1}{4}(\mu_2 - \mu_1)^2 B + (\mu_2 - \mu_1)^2 A \right];$$

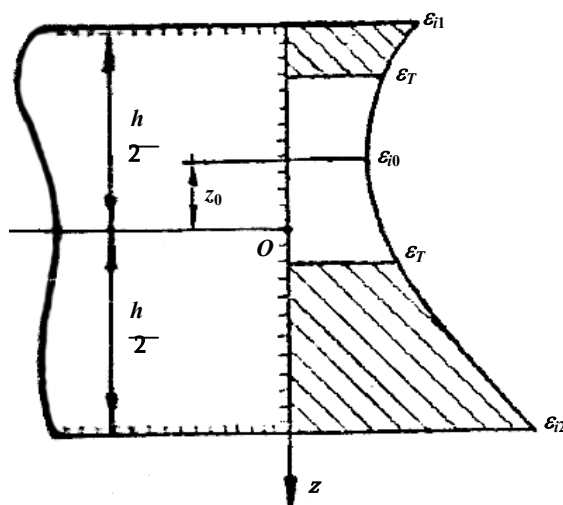
სადაც

$$\mu_1 = \sqrt{\varepsilon_{i1}^2 - \varepsilon_{i0}^2}; \quad \mu_2 = \sqrt{\varepsilon_{i2}^2 - \varepsilon_{i0}^2}.$$

მუდმივები A , B , C დამოკიდებულია $\varepsilon_i(z)$ ფუნქციის განაწილებაზე კვეთის სიმაღლეზე.

განიხილება ხუთი შემთხვევა:

$$1) \varepsilon_{i1} > \varepsilon_T; \quad \varepsilon_{i2} > \varepsilon_T; \quad |z_0| \leq \frac{h}{2};$$



ნახ. 4

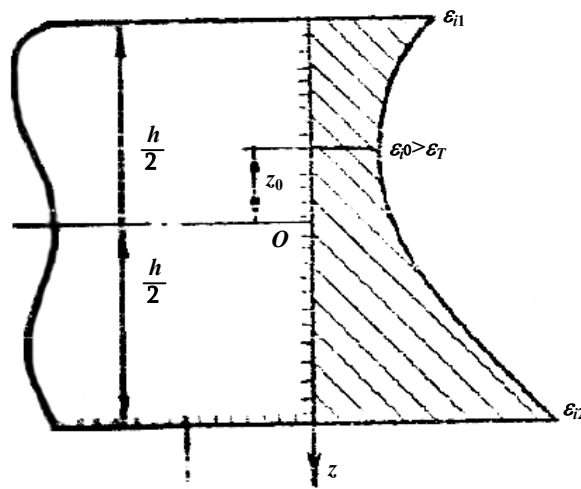
$$A = \frac{1}{2}(\varepsilon_{i2}^2 - \varepsilon_{i1}^2) - \frac{\lambda}{2}[\varepsilon_{i2}^2 - \varepsilon_{i1}^2 - 2\varepsilon_T(\varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1})];$$

$$B = (1 - \lambda)(\mu_1 + \mu_2 - 2\mu_0) + 2\mu_0 + \lambda\varepsilon_T \ln \Omega$$

$$C = \frac{1 - \lambda}{3}(\mu_1^3 + \mu_2^3) + \frac{2}{3}\lambda\mu_0^3 + \frac{\lambda\varepsilon_T}{2}(\varepsilon_{i1}\mu_1 + \varepsilon_{i2}\mu_2 - 2\varepsilon_T\mu_0 - \varepsilon_{i0}^2 \ln \Omega);$$

$$\mu_0 = \sqrt{\varepsilon_T^2 - \varepsilon_{i0}^2}; \quad \Omega = \frac{(\varepsilon_{i1} + \mu_1)(\varepsilon_{i2} + \mu_2)}{(\varepsilon_T + \mu_0)^2}.$$

$$2) \varepsilon_{i0} > \varepsilon_T; \quad |z_0| \leq \frac{h}{2};$$



б.б. 5

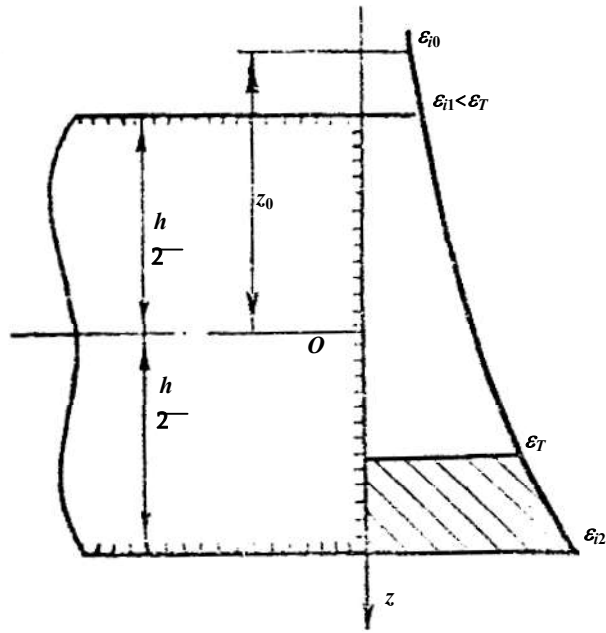
$$A = \frac{1-\lambda}{2}(\varepsilon_{i2}^2 - \varepsilon_{i1}^2) + \lambda \varepsilon_T (\varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1});$$

$$B = (1-\lambda)(\mu_1 + \mu_2) + \lambda \varepsilon_T \ln \Omega;$$

$$C = \frac{1-\lambda}{3}(\mu_1^3 + \mu_2^3) + \frac{1}{2} \lambda \varepsilon_T (\varepsilon_{i1} \mu_1 + \varepsilon_{i2} \mu_2 - \varepsilon_{i0}^2 \ln \Omega);$$

$$\Omega = \frac{(\varepsilon_{i1} + \mu_1)(\varepsilon_{i2} + \mu_2)}{\mu_{i0}^2}.$$

$$4) \varepsilon_{i1} < \varepsilon_T; \quad \varepsilon_{i2} > \varepsilon_T; \quad |z_0| > \frac{h}{2};$$



Бдб. 7

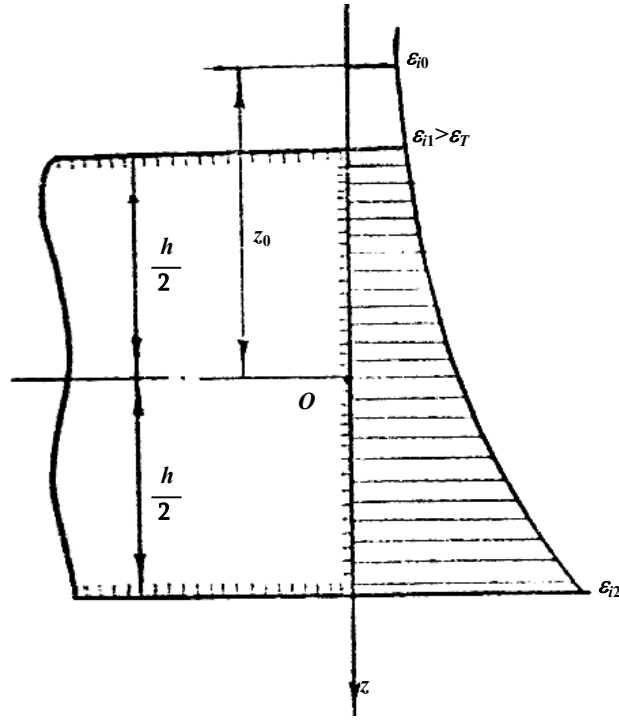
$$A = \frac{\varepsilon_T^2 - \varepsilon_{i1}^2}{2} + \frac{1 - \lambda}{2} (\varepsilon_{i2}^2 - \varepsilon_T^2) + \lambda \varepsilon_T (\varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1});$$

$$B = \mu_0 - \mu_1 + (1 - \lambda)(\mu_2 - \mu_0) + \lambda \varepsilon_T \ln \Omega;$$

$$C = \frac{\mu_0^3 + \mu_1^3}{3} + \frac{1 - \lambda}{3} (\mu_2^3 - \mu_0^3) + \frac{\lambda \varepsilon_T}{2} (\varepsilon_{i2} \mu_2 - \varepsilon_T \mu_0 - \varepsilon_{i0}^2 \ln \Omega)$$

$$\Omega = \frac{\varepsilon_{i2} + \mu_2}{\varepsilon_T + \mu_0}.$$

$$5) \varepsilon_{i1} > \varepsilon_T; \quad \varepsilon_{i2} > \varepsilon_T; \quad |z_0| > \frac{h}{2}$$



Биб. 8

$$A = \frac{1-\lambda}{2}(\varepsilon_{i2}^2 - \varepsilon_{i1}^2) + \lambda \varepsilon_T (\varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1});$$

$$B = (1-\lambda)(\mu_1 + \mu_2) + \lambda \varepsilon_T \ln \Omega;$$

$$C = \frac{1-\lambda}{3}(\mu_1^3 + \mu_2^3) + \frac{1}{2} \lambda \varepsilon_T (\varepsilon_{i2} \mu_2 - \varepsilon_{i1} \mu_1 - \varepsilon_{i0}^2 \ln \Omega)$$

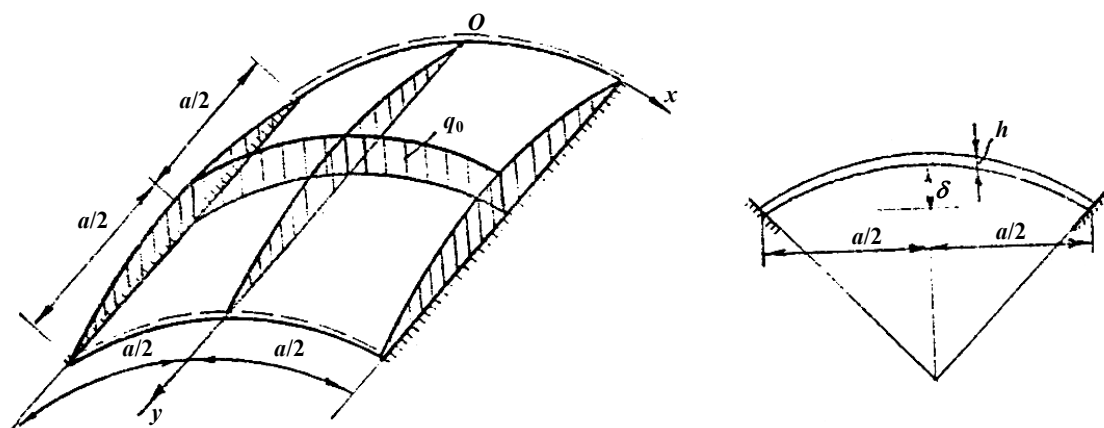
$$\mu_0 = \sqrt{\varepsilon_T^2 - \varepsilon_{i0}^2}; \quad \Omega = \varepsilon \frac{\varepsilon_{i2}^2 + \mu_2}{\varepsilon_{i1} + \mu_1}.$$

თავი III

ცილინდრული კვადრატული გარსის ანგარიში დრეკადობის ფარგლებს გარეთ

3.1. ცილინდრული კვადრატული გარსისთვის მიღებული ანალიზური ფორმულების ჩაწერა უგანზომილებო პარამეტრებში

რიცხვითი შედეგების მისაღებად მიღებული ძირითადი ფორმულები ჩავწერთ უგანზომილებო ფუნქციებში და პარამეტრებში. გასაანგარიშებელი გარსი გრაფიკულად გამოხაზულია ნახ. 5-ზე.



ნახ. 9

გარსის გეომეტრიასა და პარამეტრებს შორის დამოკიდებულება გამოვსახოთ შემდეგნაირად:

$$\eta = \frac{a}{h}; \quad \beta = \frac{a}{R}.$$

უგანზომილებო კერძო ამონახსნს ექნება სახე:

$$\bar{f}_1 = \frac{f_1}{q_0 a/E} = \frac{9\eta^3}{\pi^4 + 9\eta^2 \beta^2};$$

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\theta_1}{q_0 a^2} = \frac{\beta}{\pi^2} \bar{f}_1.$$

უგანზომილებო გამოსახულება სისტემაში შემავალი მუდმივებისა იქნება:

$$\bar{A} = \frac{A}{q_0 a/E};$$

$$\bar{B} = \frac{B}{q_0 a/E};$$

$$\bar{A}_1 = \frac{A_1}{q_0 a/E};$$

$$\bar{B}_1 = \frac{B_1}{q_0 a/E}.$$

ჩაღუნვისა და ძაბვის ფუნქციები გამოსახულებას ექნება სახე:

$$\bar{W} = \frac{\omega}{q_0 a/E} = \bar{f}(x) \sin \frac{n\pi y}{a};$$

$$\bar{F} = \frac{F}{q_0 a^2} = \bar{\theta}(x) \sin \frac{n\pi y}{a},$$

სადაც

$$\bar{f}(x) = \frac{f(x)}{q_0 a/E} = \bar{A}\Psi_1 + \bar{B}\Psi_2 + \bar{A}_1\phi_1 + \bar{B}_1\phi_2 + f_1;$$

$$\bar{\theta}(x) = \frac{\theta(x)}{q_0 a^2} = \frac{1}{3\eta}(-\bar{A}\Psi_2 + \bar{B}\Psi_1 + \bar{A}_1\phi_2 - \bar{B}_1\phi_1) + \bar{\theta}_1$$

უგანზომილებო სიდიდეებში წარმოებული $f(x)$ და $\theta(x)$ ჩაიწერება

შემდეგნაირად:

$$f'(x) = \frac{f'(x)}{q_0/E} = a(\bar{A}\Psi_1' + \bar{B}\Psi_2' + \bar{A}_1\phi_1' + \bar{B}_1\phi_2');$$

$$f''(x) = \frac{f''(x)}{q_0/Ea} = a^2(\bar{A}\Psi_1'' + \bar{B}\Psi_2'' + \bar{A}_1\phi_1'' + \bar{B}_1\phi_2'');$$

$$\bar{\theta}'(x) = \frac{\theta'(x)}{q_0 a} = \frac{a}{3\eta}(-\bar{A}\Psi_2' + \bar{B}\Psi_1' + \bar{A}_1\phi_2' - \bar{B}_1\phi_1'),$$

$$\bar{\theta}''(x) = \frac{\theta''(x)}{q_0} = \frac{a^2}{3\eta}(-\bar{A}\Psi_2'' + \bar{B}\Psi_1'' + \bar{A}_1\phi_2'' - \bar{B}_1\phi_1'').$$

ანალოგიურად ჩავწერთ დეფორმაციებს, ძალებსა და მომენტებს:

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) = -\frac{1}{E} \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \theta(x) + \frac{1}{2} \theta''(x) \right] \sin \frac{\pi y}{a} =$$

$$= -\frac{q_0}{E} \left[\pi^2 \bar{\theta}(x) + \frac{1}{2} \bar{\theta}''(x) \right] \sin \frac{\pi y}{a};$$

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{q_0}{E} \left[\bar{\theta}''(x) + \frac{1}{2} \pi^2 \bar{\theta}(x) \right] \sin \frac{\pi y}{a};$$

$$\omega = -3 \frac{q_0}{E} \pi \bar{\theta}'(x) \cos \frac{\pi y}{a};$$

$$\bar{\mathfrak{a}}_1 = -h \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = -h f''(x) \sin \frac{\pi y}{a} = -\frac{q_0}{E} \frac{1}{\eta} \bar{f}''(x) \sin \frac{\pi y}{a};$$

$$\bar{\mathfrak{a}}_2 = -h \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = h \frac{\pi^2}{a^2} f(x) \sin \frac{\pi y}{a} = \frac{q_0}{E} \frac{\pi^2}{\eta^2} \bar{f}(x) \sin \frac{\pi y}{a};$$

$$\tau = -h \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -h \frac{\pi}{a} f'(x) \cos \frac{\pi y}{a} = -\frac{q_0}{E} \frac{\pi}{\eta} \bar{f}'(x) \cos \frac{\pi y}{a};$$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{\sigma_T h} \left(h \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) = -\frac{q_0 \pi^2}{\sigma_T} \bar{\theta}(x) \sin \frac{\pi y}{a};$$

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{\sigma_T h} \left(h \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) = \frac{q_0}{\sigma_T} \bar{\theta}''(x) \sin \frac{\pi y}{a};$$

$$\bar{S} = \frac{1}{\sigma_T h} \left(-h \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right) = -\frac{q_0}{\sigma_T} \pi \bar{\theta}'(x) \cos \frac{\pi y}{a};$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= \frac{M_1}{\sigma_T h^2} = \frac{1}{\sigma_T h^2} \frac{E h^3}{9} \left(\mathfrak{a}_1 + \frac{1}{2} \mathfrak{a}_2 \right) = \\ &= \frac{q_0}{\sigma_T} \frac{1}{9 \eta} \left[-\bar{f}''(x) + \frac{\pi^2}{2} \bar{f}(x) \right] \sin \frac{\pi y}{a}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{M}_2 &= \frac{M_2}{\sigma_T h^2} = \frac{1}{\sigma_T h^2} \frac{Eh^3}{9} \left(\mathfrak{a}_2 + \frac{1}{2} \mathfrak{a}_1 \right) = \\ &= \frac{q_0}{\sigma_T} \frac{1}{9\eta} \left[\pi^2 \bar{f}(x) - \frac{1}{2} \bar{f}''(x) \right] \sin \frac{\pi y}{a};\end{aligned}$$

$$\bar{H} = \frac{H}{\sigma_T h^2} = -\frac{1}{\sigma_T h^2} \frac{Eh^2}{18} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \frac{q_0}{\sigma_T} \frac{\pi}{18\eta} \bar{f}'(x) \cos \frac{\pi y}{a}.$$

კვადრატული ფორმები იქნება:

$$\begin{aligned}\bar{P}_\varepsilon &= \frac{P_\varepsilon}{\varepsilon_T^2} = \frac{3}{4} \left(\frac{q_0}{\sigma_T} \right)^2 \left\{ \left[\pi^4 \bar{\theta}(x)^2 + \bar{\theta}''(x)^2 + \pi^2 \bar{\theta}(x) \cdot \bar{\theta}''(x) \right] \sin^2 \frac{\pi y}{a} + \right. \\ &\quad \left. + 3\pi^2 \bar{\theta}'(x)^2 \cos^2 \frac{\pi y}{a} \right\};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{\mathfrak{a}\varepsilon} &= \frac{P_{\mathfrak{a}\varepsilon} h}{\varepsilon_T^2} = \frac{3\pi^2}{4\eta} \left(\frac{q_0}{\sigma_T} \right)^2 \left\{ \left[-\bar{\theta}(x) \bar{f}''(x) + \bar{\theta}''(x) \bar{\theta}(x) \cdot \bar{f}'(x) \right] \sin^2 \frac{\pi y}{a} + \right. \\ &\quad \left. + 6\bar{\theta}'(x) \cos^2 \frac{\pi y}{a} \right\};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{\mathfrak{a}} &= \frac{P_{\mathfrak{a}} h^2}{\varepsilon_T^2} = \frac{1}{\eta^2} \left(\frac{q_0}{\sigma_T} \right)^2 \left\{ \left[\bar{f}''(x)^2 - \pi^2 \bar{f}(x) \bar{f}''(x) \cdot \pi^4 \bar{f}(x)^2 \right] \sin^2 \frac{\pi y}{a} + \right. \\ &\quad \left. + \pi^2 \bar{f}'(x)^2 \cos^2 \frac{\pi y}{a} \right\}.\end{aligned}$$

დეფორმაციის ინტენსიობები:

$$\frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_T} = \frac{\varepsilon_i\left(-\frac{h}{2}\right)}{\varepsilon_T} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{P}_\varepsilon - \bar{P}_{\varepsilon\varepsilon} + \frac{1}{4}\bar{P}_\varepsilon};$$

$$\frac{\varepsilon_{i2}}{\varepsilon_T} = \frac{\varepsilon_i\left(\frac{h}{2}\right)}{\varepsilon_T} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{P}_\varepsilon + \bar{P}_{\varepsilon\varepsilon} + \frac{1}{4}\bar{P}_\varepsilon};$$

$$\frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T} = \frac{\varepsilon_i(z_0)}{\varepsilon_T} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{P}_\varepsilon - \frac{\bar{P}_{\varepsilon\varepsilon}^2}{\bar{P}_\varepsilon}};$$

$$z_0 = -h \frac{\bar{P}_{\varepsilon\varepsilon}}{\bar{P}_\varepsilon},$$

ხოლო მუდმივების განმსაზღვრელ განტოლებათა სისტემას ექნება სახე:

$$\bar{A}\Psi_1\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{B}\Psi_2\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{A}_1\varphi_1\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{B}_1\varphi_2\left(\frac{a}{2}\right) = -\bar{f}_1;$$

$$\bar{A}\Psi_1'\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{B}\Psi_2'\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{A}_1\varphi_1'\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{B}_1\varphi_2'\left(\frac{a}{2}\right) = 0;$$

$$-\bar{A}\Psi_2\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{B}\Psi_1\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{A}_1\varphi_2\left(\frac{a}{2}\right) - \bar{B}_1\varphi_1\left(\frac{a}{2}\right) = -\bar{\theta}_1;$$

$$-\bar{A}\Psi_2'\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{B}\Psi_1'\left(\frac{a}{2}\right) + \bar{A}_1\varphi_2'\left(\frac{a}{2}\right) - \bar{B}_1\varphi_1'\left(\frac{a}{2}\right) = 0.$$

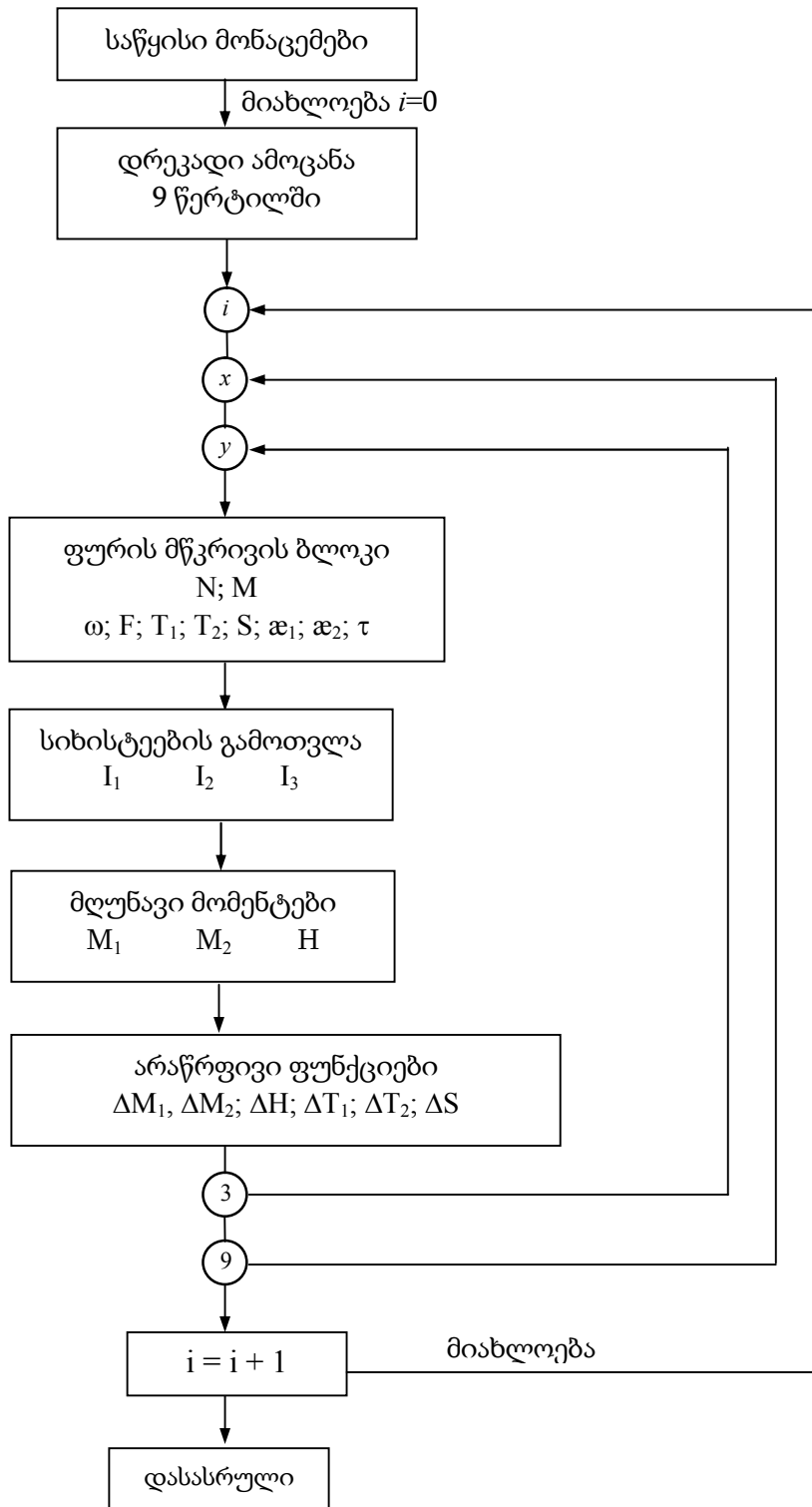
3.2. რიცხვითი რეალიზება ელექტრო-გამომთვლელი მანქანების დახმარებით

განხილული მეთოდის საშუალებით შესრულებულია გაანგარიშება.

პროგრამის ბლოკ-სქემა, რომლის საშუალებითაც მიიღება რიცხვითი მნიშვნელობები, ნაჩვენებია ქვემოთ ნახაზ 6-ზე.

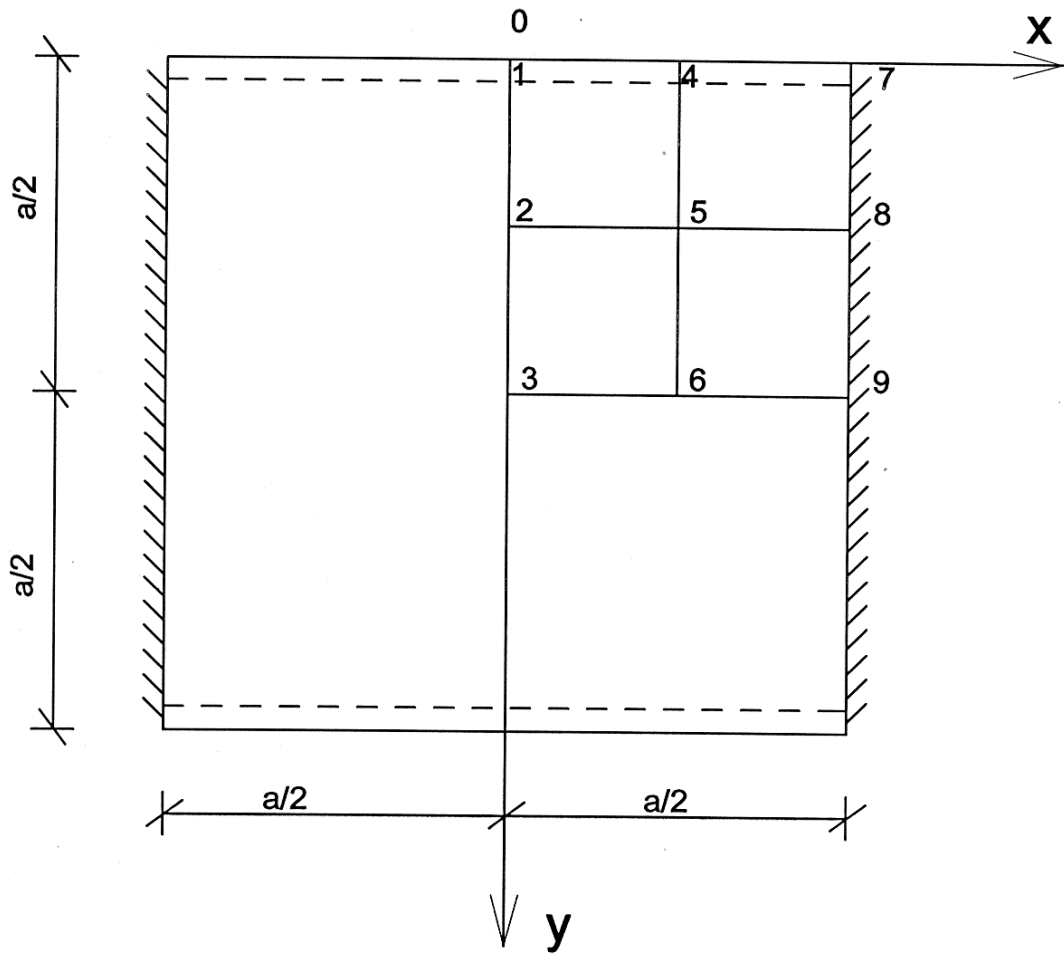
აღნიშნულ ბლოკსქემაში გამომთვლელ მანქანას მიეწოდება საწყისი მონაცემები. **ნულოვან** მიახლოებაში ჩაწერილია დრეკადი ამოცანა გარსის სახასიათო ცხრა წერტილში. **პირველ** მიახლოების დროს თითოეული წერტილისათვის გამოითვლება ფურიეს მწკრივით, ძირითადი და არაწრფივი ელემენტები საძიებელ ცხრავე წერტილში. შემდეგი მიახლოების დროს გრძელდება და ზუსტდება გამოთვლები რაიმე ε სიზუსტემდე.

საანგარიშო ბლოკ-სქემა



ნახ. 10

რიცხვითი მახალოთი



ნახ. 11

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \eta = \frac{a}{h} = 100; \quad \frac{\sigma_i}{\sigma_T} = 4,5;$$

$$\lambda = 0,95;$$

$$\bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_T} = 0,0061$$

ცხრილი 1

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_T} = 0,0061; \quad \lambda = 0$$

№№	$\bar{W} = \frac{\omega \varepsilon_T h}{a^2}$	$\bar{\varepsilon}_{i1} = \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_T}$	$\bar{\varepsilon}_{i2} = \frac{\varepsilon_{i2}}{\varepsilon_T}$	$\bar{\varepsilon}_{i0} = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T}$
1.	0	0	0	0
2.	0,051	0,445	1,181	0,022
3.	0,112	0,592	1,588	0,048
4.	0	1,022	1,699	0
5.	0,048	1,380	1,253	1,005
6.	0,064	0,677	1,481	0,035
7.	0	0	0	0
8.	0	3,602	3,324	2,008
9.	0	5,981	7,972	2,170

ცხრილი 2

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_\tau} = 0,061; \quad \lambda = 0;$$

№№	$\bar{T}_1 = \frac{T_1}{\sigma_\tau h}$	$\bar{T}_2 = \frac{T_2}{\sigma_\tau h}$	$\bar{S} = \frac{S}{\sigma_\tau h}$
1	0	0	0
2	-0,487	-0,871	0
3	-0,795	-1,273	0
4	0	0	0,605
5	-0,281	-0,254	0,421
6	-0,366	-0,463	0
7	0	0	0
8	0	2,007	0
9	0	2,673	0

ცხრილი 3

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_\tau} = 0,061 \quad \lambda = 0;$$

№№	$\bar{M}_1 = \frac{M_1}{\sigma_\tau h}$	$\bar{M}_2 = \frac{M_2}{\sigma_\tau h}$	$\bar{H} = \frac{H}{\sigma_\tau h}$
1	0	0	0
2	0,042	0,052	0
3	0,051	0,088	0
4	0	0	0,029
5	0,145	0,091	0,018
6	0,202	0,141	0
7	0	0	0
8	-0,671	-0,255	0
9	-0,815	-0,411	0

ცხრილი 4

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_T} = 0,0061; \quad \lambda = 0,95.$$

№№	$\bar{W} = \frac{\omega \varepsilon_T h}{a^2}$	$\bar{\varepsilon}_{i1} = \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_T}$	$\bar{\varepsilon}_{i2} = \frac{\varepsilon_{i2}}{\varepsilon_T}$	$\bar{\varepsilon}_{i0} = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T}$
1.	0	0	0	0
2.	0,058	0,503	1,208	0,048
3.	0,099	0,711	1,702	0,061
4.	0	1,046	1,817	0
5.	0,052	1,402	1,427	0,178
6.	0,071	0,822	1,621	0,033
7.	0	0	0	0
8.	0	3,478	3,477	2,043
9.	0	6,012	6,013	2,910

ცხრილი 5

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_\tau} = 0,0061; \quad \lambda = 0,95;$$

№№	$\bar{T}_1 = \frac{T_1}{\sigma_\tau h}$	$\bar{T}_2 = \frac{T_2}{\sigma_\tau h}$	$\bar{S} = \frac{S}{\sigma_\tau h}$
1	0	0	0
2	-0,613	-0,825	0
3	-0,921	-1,407	0
4	0	0	0,816
5	-0,438	-0,309	0,671
6	-0,507	-0,412	0
7	0	0	0
8	0	2,021	0
9	0	2,902	0

ცხრილი 6

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_r} = 0,0061 \quad \lambda = 0,95;$$

№№	$\bar{M}_1 = \frac{M_1}{\sigma_r h}$	$\bar{M}_2 = \frac{M_2}{\sigma_r h}$	$\bar{H} = \frac{H}{\sigma_r h}$
1	0	0	0
2	0,042	0,072	0
3	0,061	0,096	0
4	0	0	0,041
5	0,178	0,104	0,032
6	0,312	0,170	0
7	0	0	0
8	-0,621	-0,291	0
9	-0,822	-0,411	0

ცხრილი 7

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_T} = 0,0061; \quad \lambda = 0,95$$

№№	$\bar{\varepsilon}_{i1} = \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_T}$	$\bar{\varepsilon}_{i2} = \frac{\varepsilon_{i2}}{\varepsilon_T}$	$\bar{\varepsilon}_{i0} = \frac{\varepsilon_{i0}}{\varepsilon_T}$
1.	0	0	0
2.	0,781	2,031	0,299
3.	2,599	4,661	0,801
4.	3,611	6,210	0
5.	2,215	3,215	2,085
6.	1,390	5,702	0,213
7.	0	0	0
8.	9,641	9,641	8,872
9.	17,042	17,042	14,887

ცხრილი 8

$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_r} = 0,0061; \quad \lambda = 0,95$$

№№	$\bar{T}_1 = \frac{T_1}{\sigma_r h}$	$\bar{T}_2 = \frac{T_2}{\sigma_r h}$	$\bar{S} = \frac{S}{\sigma_r h}$
1	0	0	0
2	-0,711	-1,208	0
3	-0,920	-1,599	0
4	0	0	0,907
5	-0,432	-0,072	0,712
6	-0,501	-0,161	0
7	0	0	0
8	0	1,582	0
9	0	1,831	0

ცხრილი 9

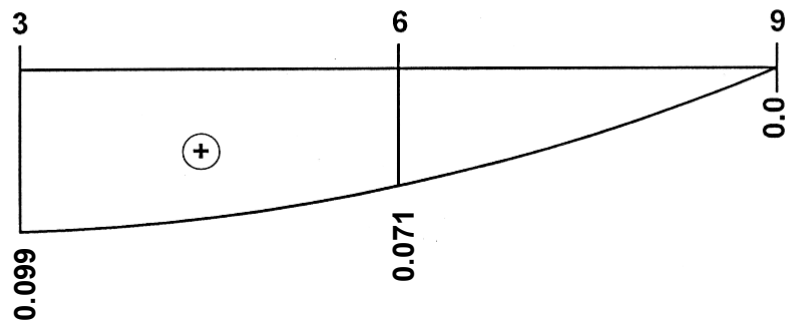
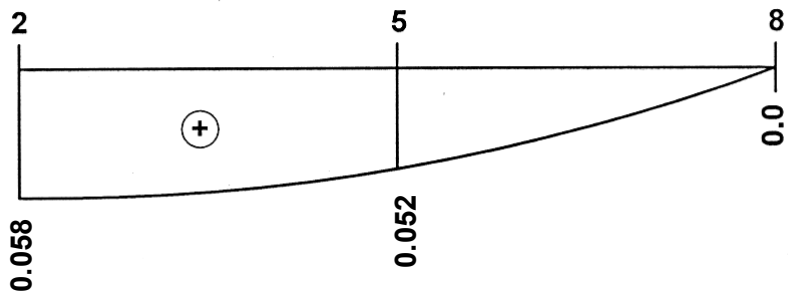
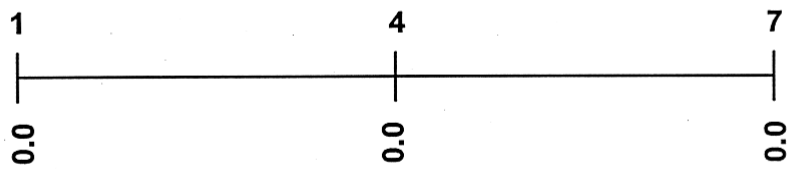
$$\frac{f}{h} = 10; \quad \frac{a}{h} = 100; \quad \bar{q} = \frac{q_0}{\sigma_r} = 0,0061; \quad \lambda = 0,95$$

№№	$\bar{M}_1 = \frac{M_1}{\sigma_r h}$	$\bar{M}_2 = \frac{M_2}{\sigma_r h}$	$\bar{H} = \frac{H}{\sigma_r h}$
1	0	0	0
2	0,048	0,653	0
3	0,061	0,960	0
4	0	0	0,051
5	0,251	0,215	0,030
6	0,316	0,211	0
7	0	0	0
8	-0,507	-0,352	0
9	-0,811	-0,419	0

ჩალუნვების გრაფიკები

$$\bar{W} = \frac{W \varepsilon_T h}{a^2}$$

OX ღერძზე

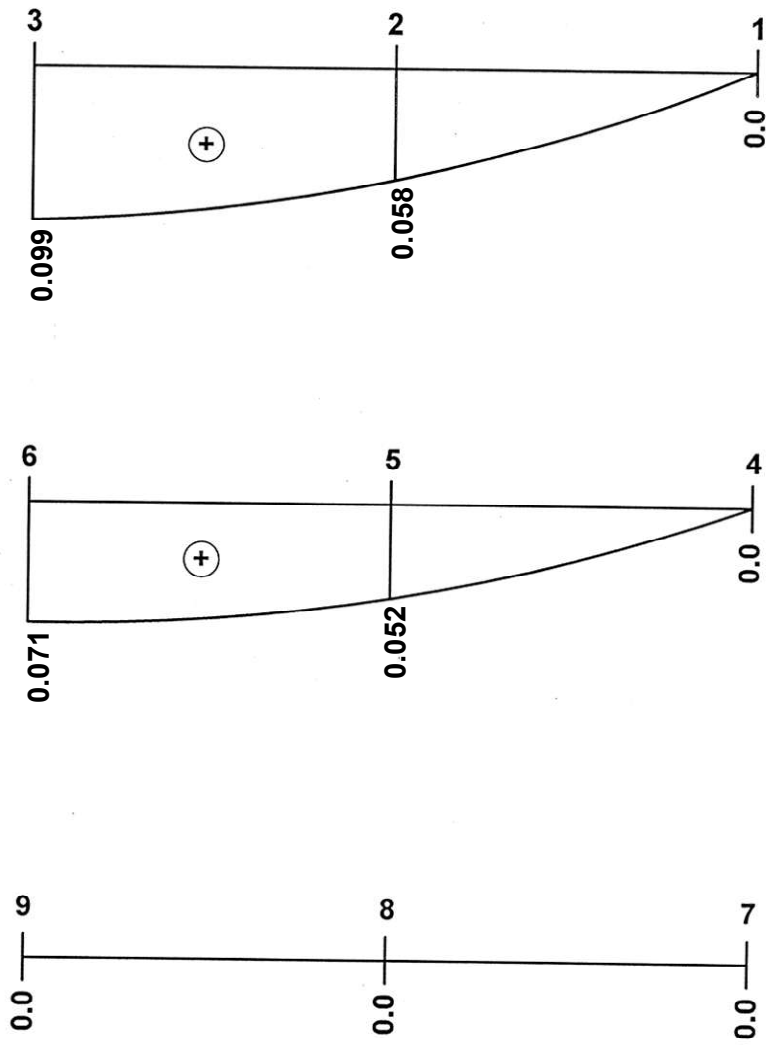


გრაფიკი 1

ჩაღუნვების გრაფიკები

$$\overline{W} = \frac{W \varepsilon_T h}{a^2}$$

Oy ღერძზე

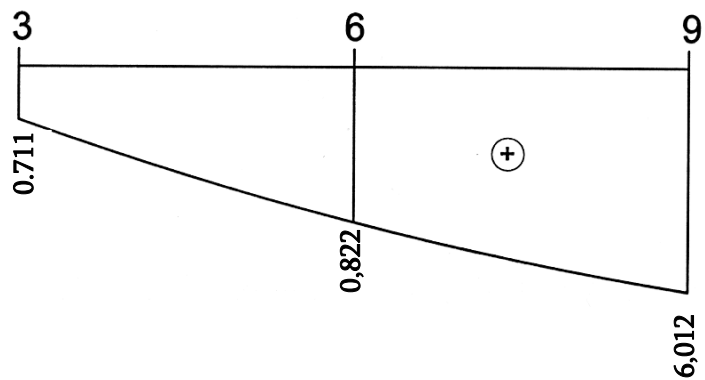
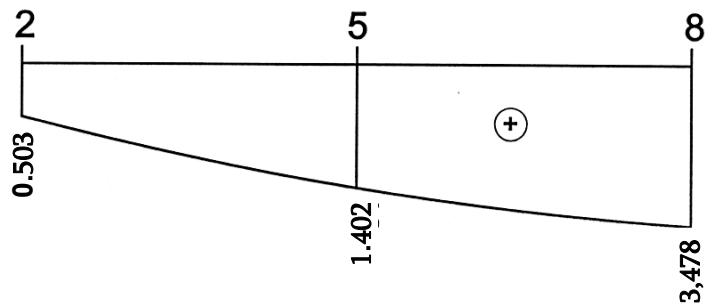
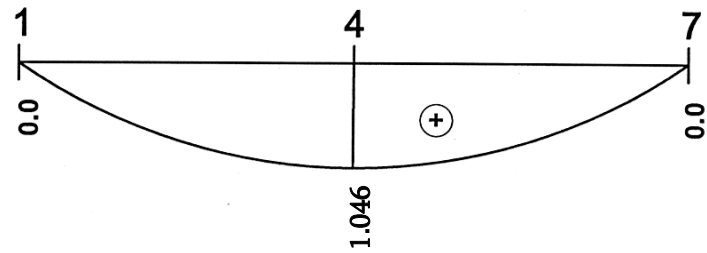


გრაფიკი 2

შუა ზედაპირის დეფორმაციების გრაფიკები

$$\epsilon_{i1} = \frac{\epsilon_{i1}}{\epsilon_T}$$

OX ღერძზე

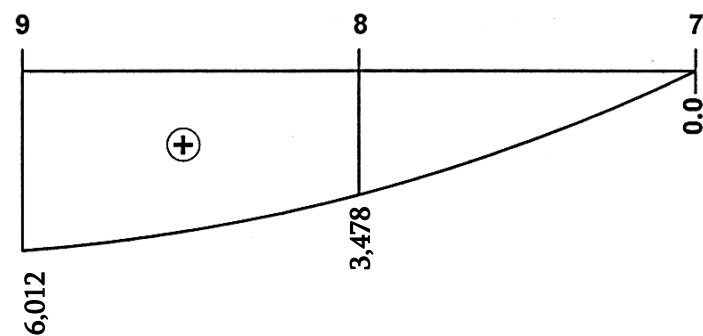
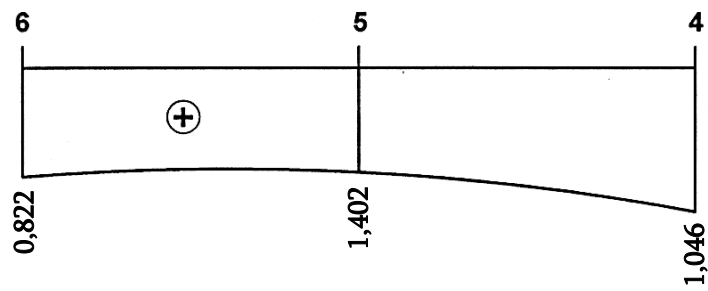
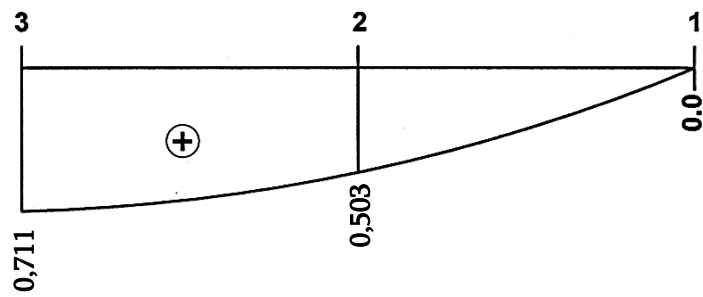


გრაფიკი 3

შუა ზედაპირის დეფორმაციების გრაფიკები

$$\bar{\epsilon}_{i1} = \frac{\epsilon_{i1}}{\epsilon_T}$$

Oy ღერძზე

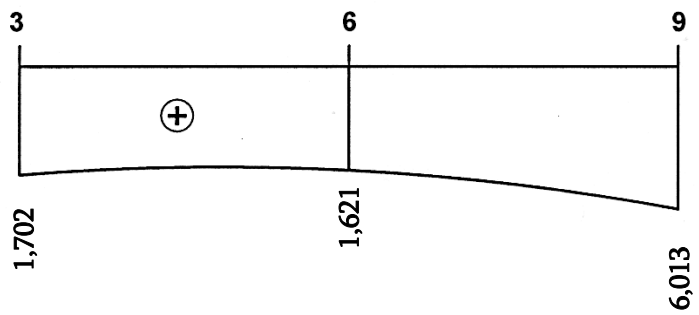
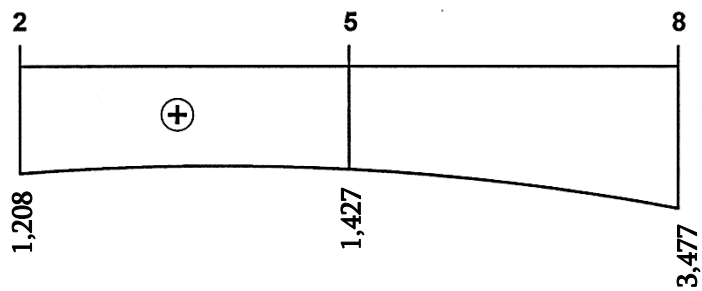
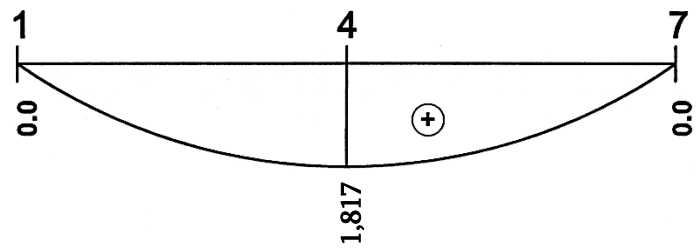


გრაფიკი 4

შუა ზედაპირის დეფორმაციების გრაფიკები

$$\bar{\epsilon}_{i2} = \frac{\epsilon_{i2}}{\epsilon_T}$$

OX ღერძზე

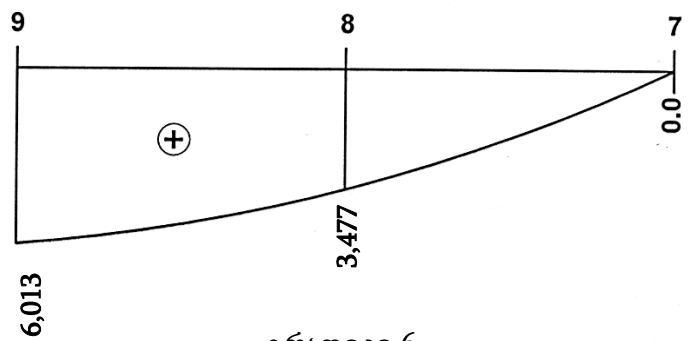
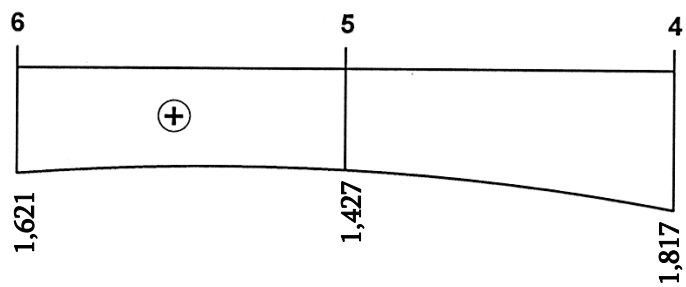
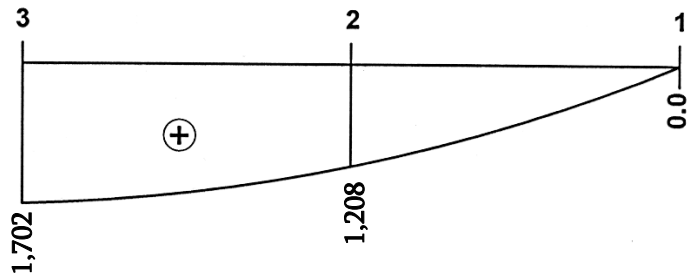


გრაფიკი 5

შუა ზედაპირის დეფორმაციების გრაფიკები

$$\sigma_{i2} = \frac{\epsilon_{i2}}{\epsilon_T}$$

Oy ღერძზე

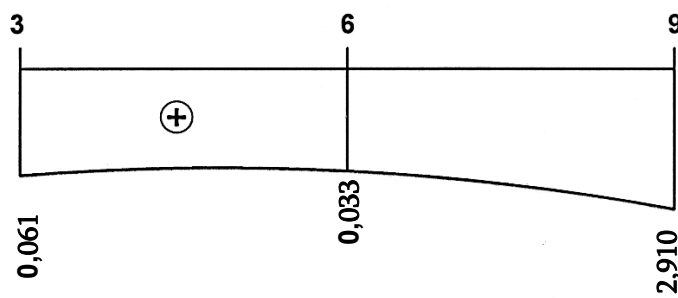
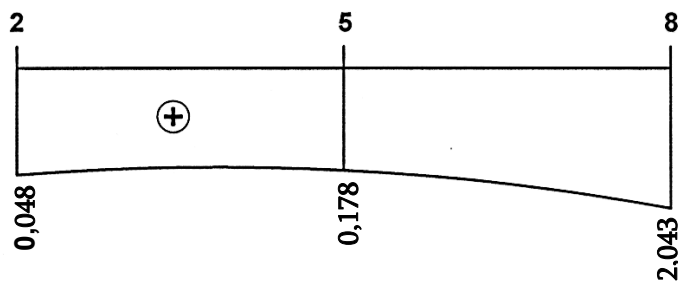
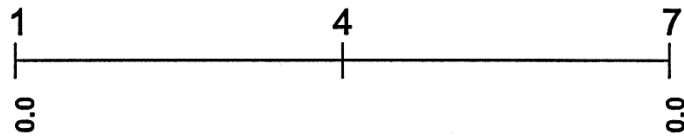


გრაფიკი 6

შუა ზედაპირის დეფორმაციების გრაფიკები

$$\bar{\epsilon}_{i0} = \frac{\epsilon_{i0}}{\epsilon_T}$$

OX ღერძზე

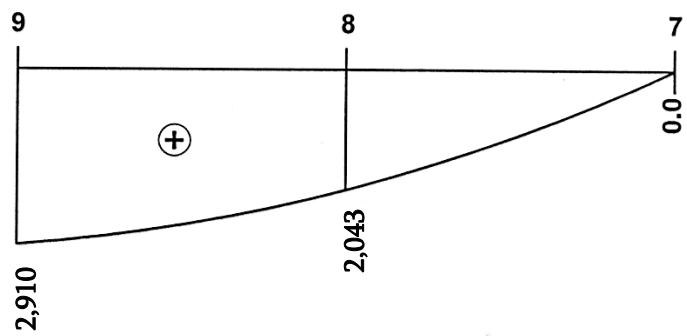
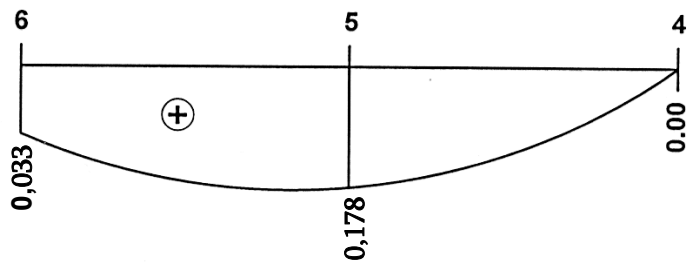
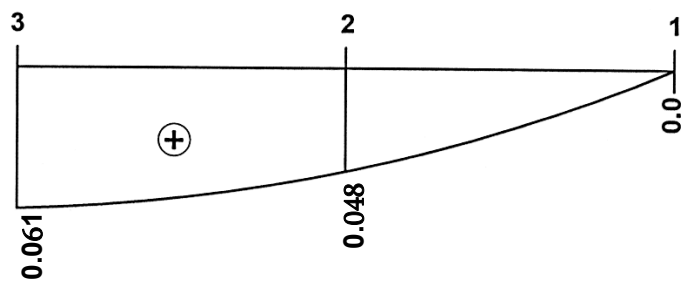


გრაფიკი 7

შუა ზედაპირის დეფორმაციების გრაფიკები

$$\bar{\epsilon}_{i0} = \frac{\epsilon_{i0}}{\epsilon_T}$$

Oy ღერძზე

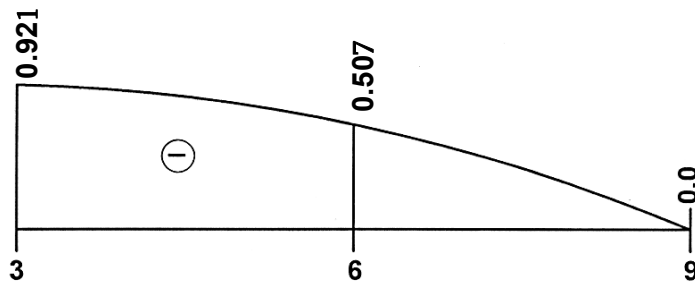
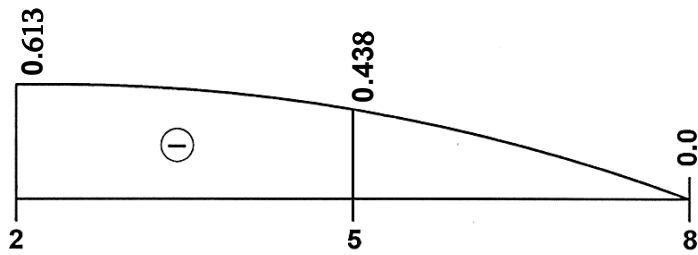
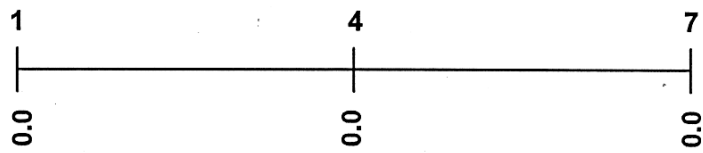


გრაფიკი 8

ნორმალური ძალის გრაფიკები

$$\bar{T}_1 = \frac{T_1}{\sigma_T h}$$

OX ღერძზე

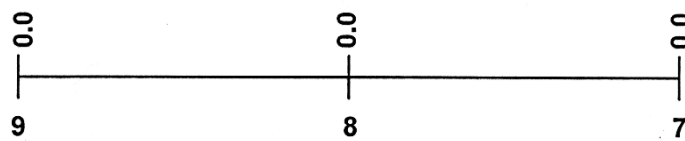
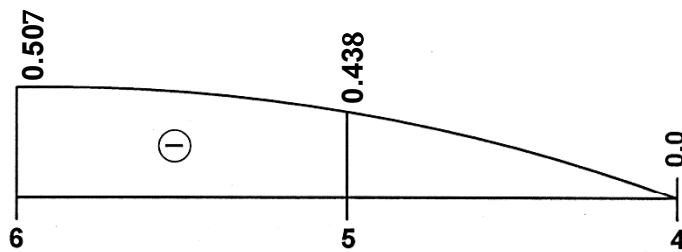
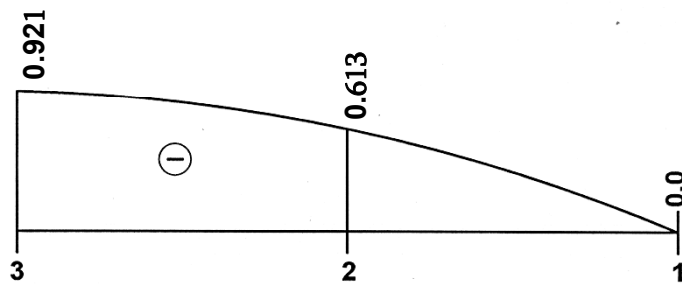


გრაფიკი 9

ნორმალური ძალის გრაფიკები

$$\bar{T}_1 = \frac{T_1}{\sigma_T h}$$

Oy ღერძზე

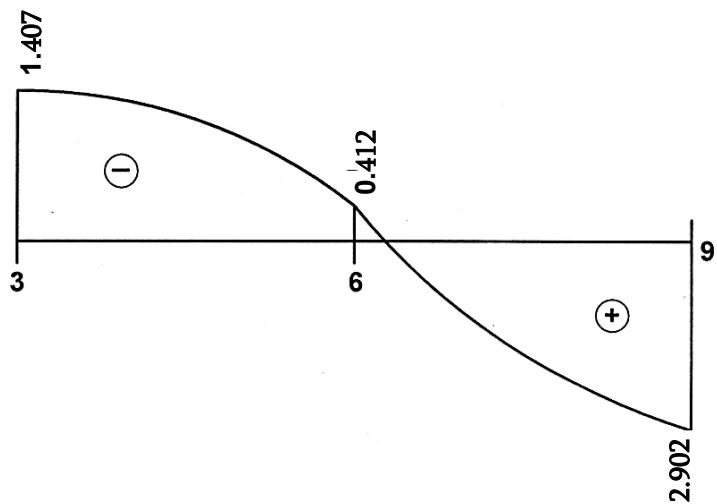
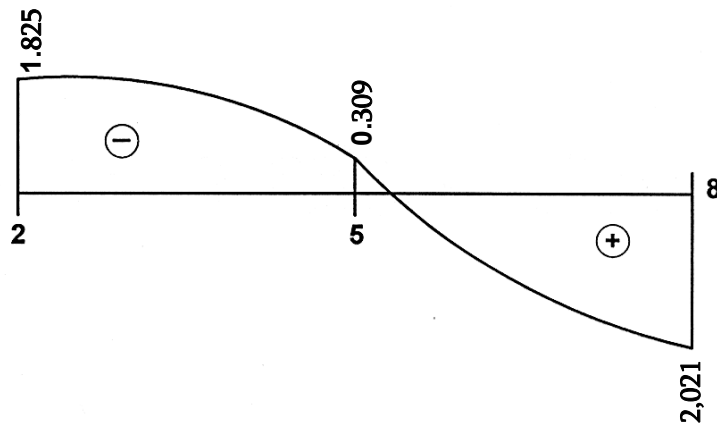
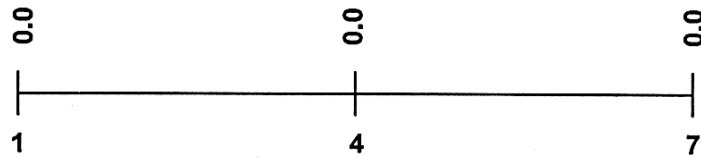


გრაფიკი 10

ნორმალური ძალის გრაფიკები

$$\bar{T}_2 = \frac{T_2}{\sigma_T h}$$

OX ღერძზე

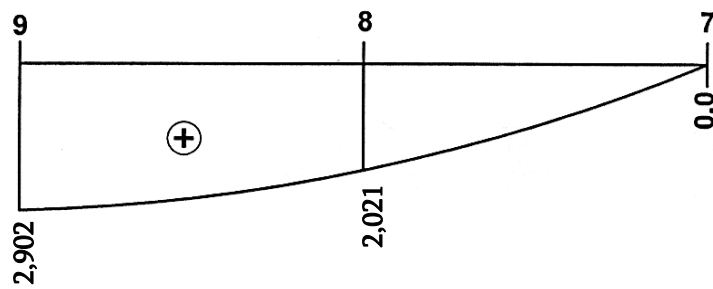
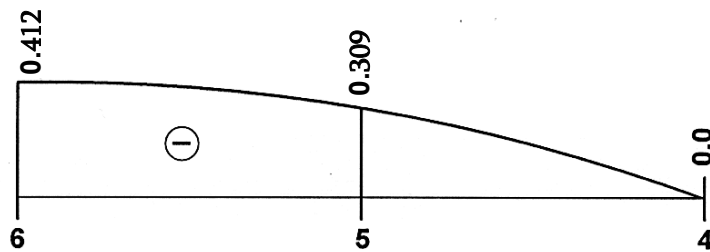
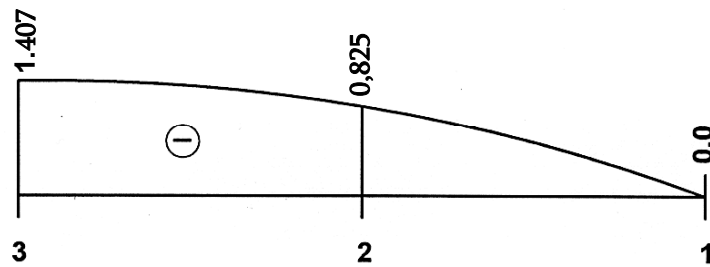


გრაფიკი 11

ნორმალური ძალის გრაფიკები

$$\bar{T}_2 = \frac{T_2}{\sigma_T h}$$

Oy ღერძზე

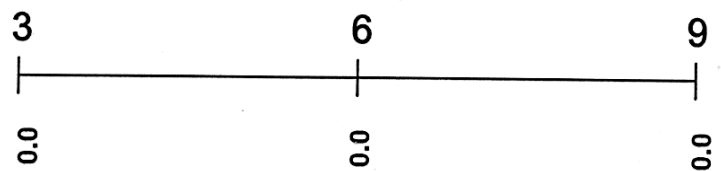
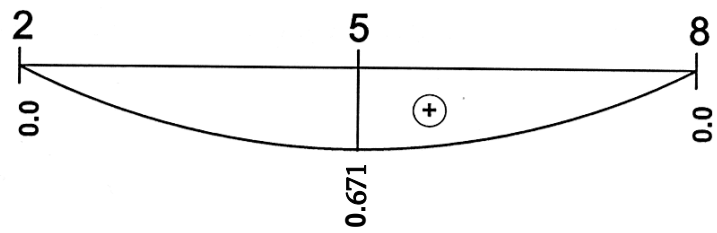
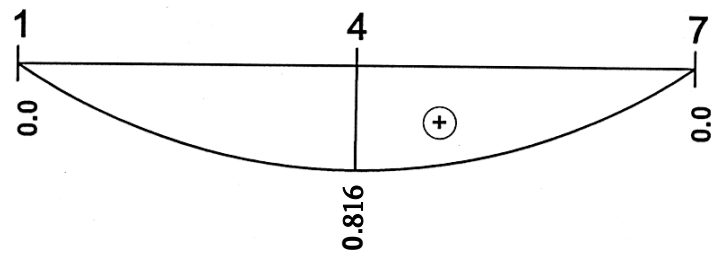


გრაფიკი 12

ძვრის ძალის გრაფიკები

$$\bar{s} = \frac{s}{\sigma_T h}$$

OX ღერძზე

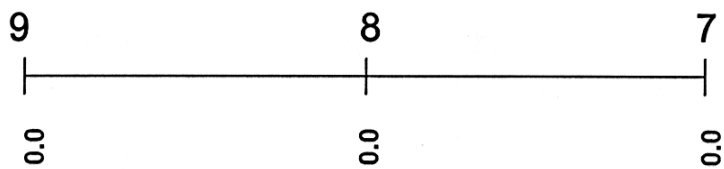
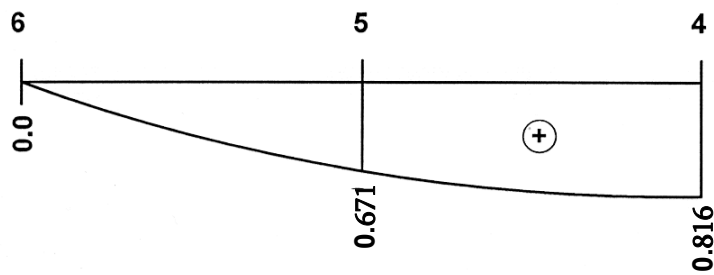
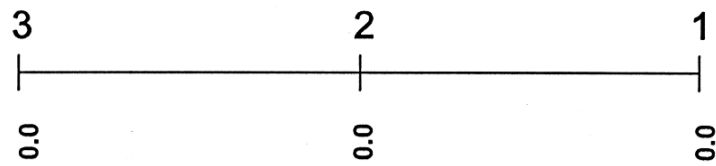


გრაფიკი 13

ძვრის ძალის გრაფიკები

$$\bar{s} = \frac{s}{\sigma_T h}$$

Oy ღერძზე

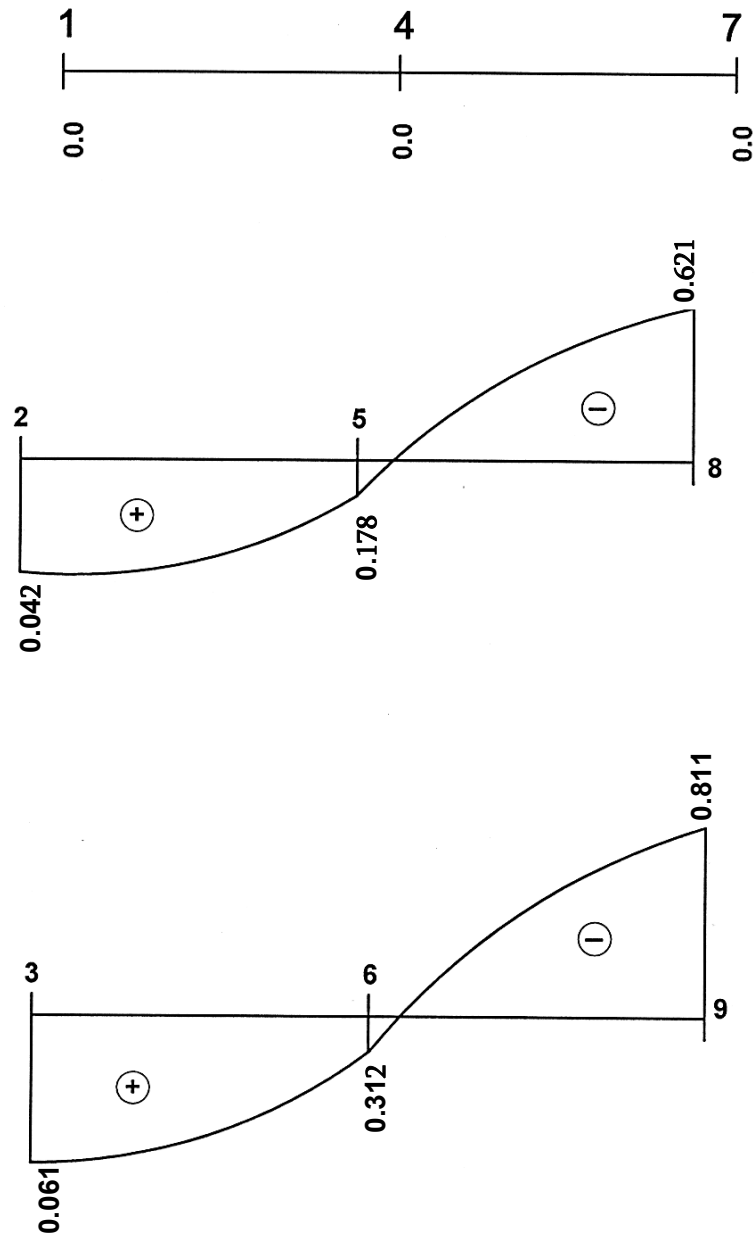


გრაფიკი 14

მლუნავი და გრები მომენტების გრაფიკები

$$\bar{M}_1 = \frac{M_1}{\sigma_T h^2}$$

OX ღერძზე

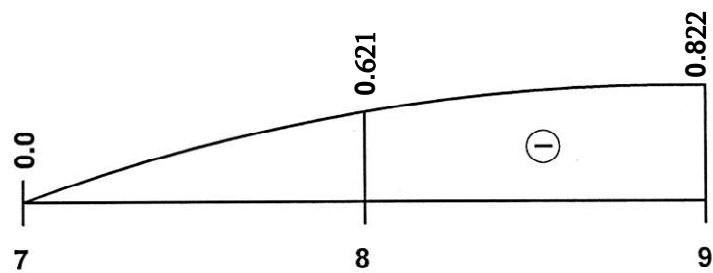
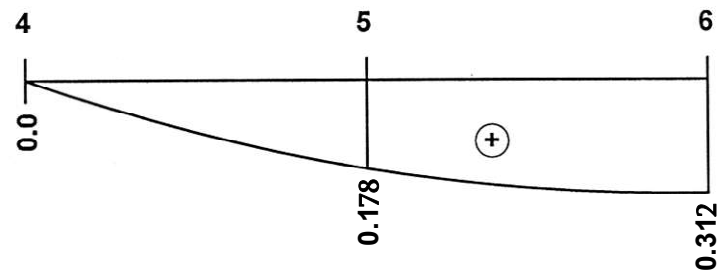
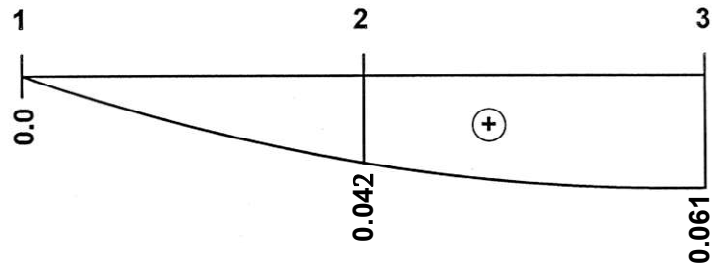


გრაფიკი 15

მლუნავი მომენტების გრაფიკები

$$\bar{M}_1 = \frac{M_1}{\sigma_T h^2}$$

Oy ღერძზე

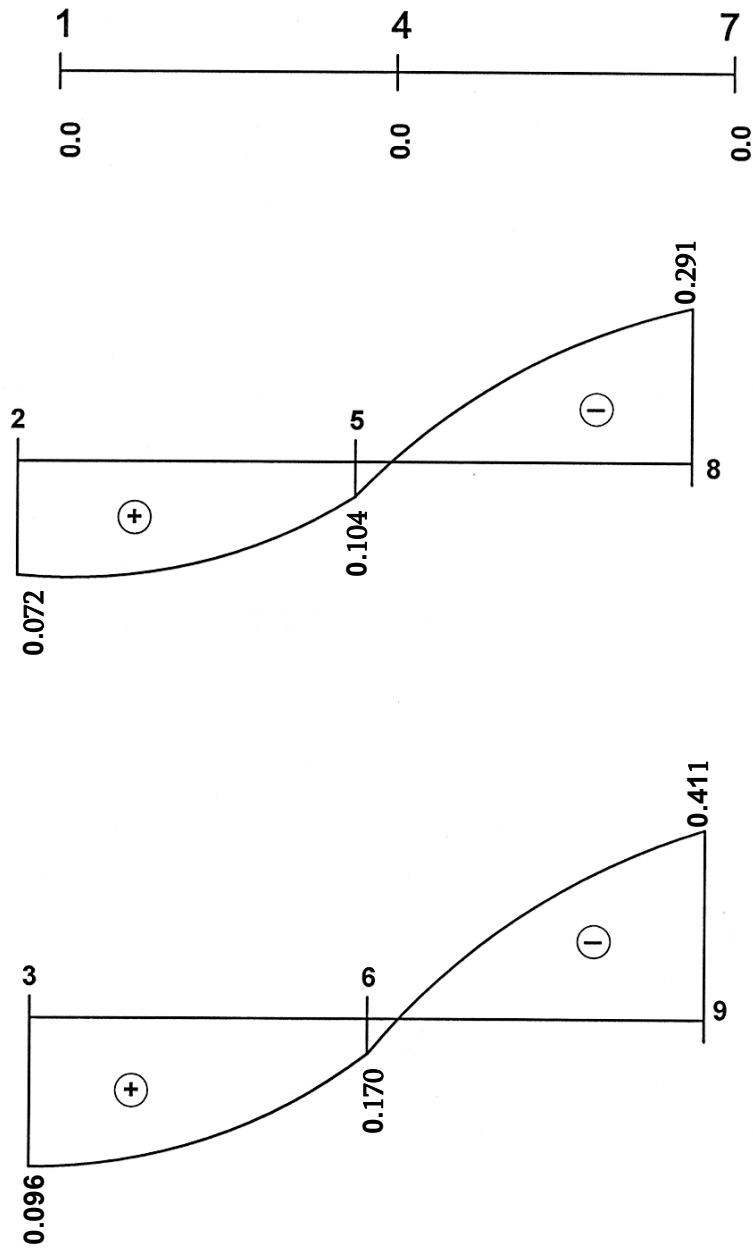


გრაფიკი 16

მლუნავი მომენტების გრაფიკები

$$\bar{M}_2 = \frac{M_2}{\sigma_T h^2}$$

OX ღერძზე

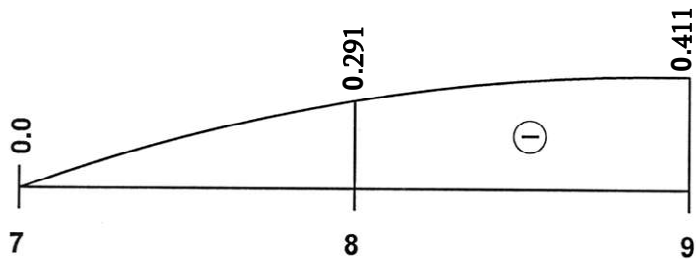
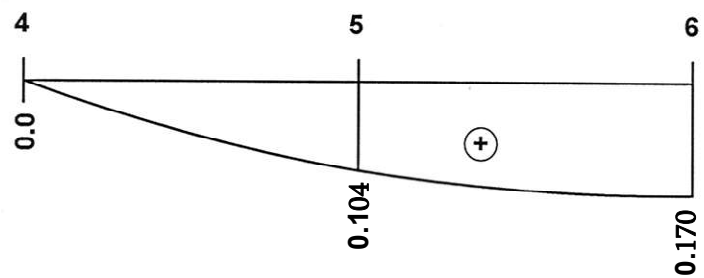
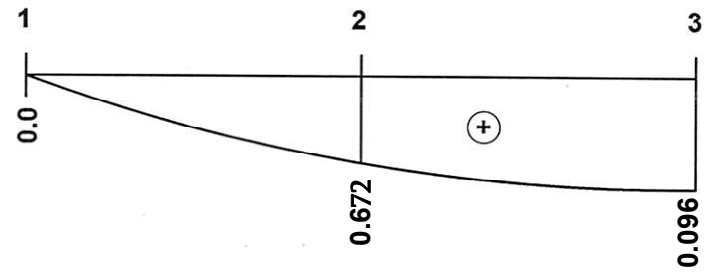


გრაფიკი 17

მლუნავი მომენტების გრაფიკები

$$\bar{M}_2 = \frac{M_2}{\sigma_T h^2}$$

Oy ღერძზე

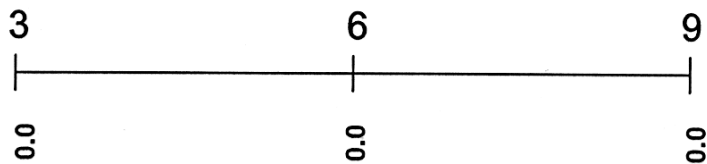
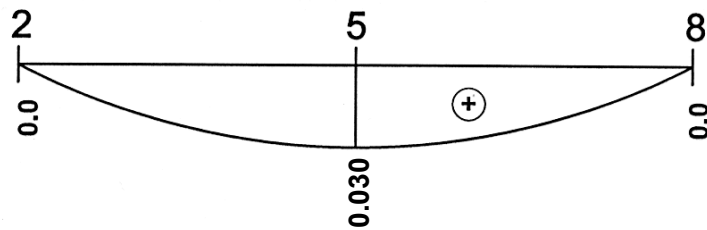
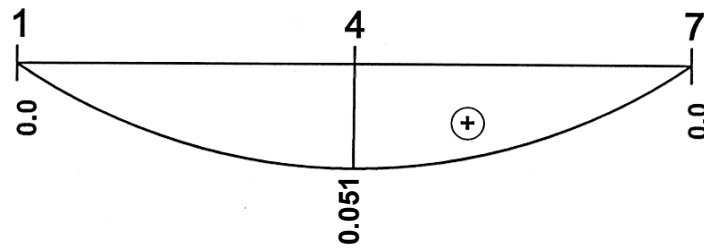


გრაფიკი 18

გრეხი მომენტების გრაფიკები

$$\bar{H} = \frac{H}{\sigma_T h^2}$$

OX ღერძზე

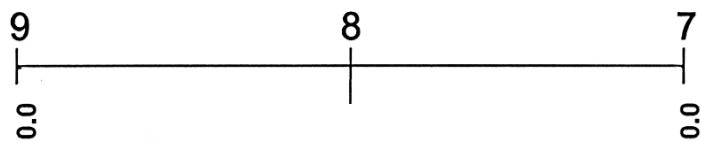
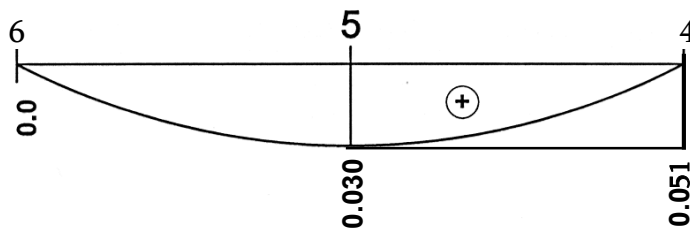
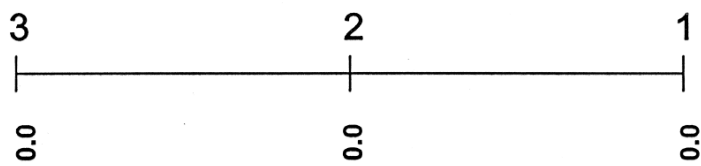


გრაფიკი 19

გრეხი მომენტების გრაფიკები

$$\bar{H} = \frac{H}{\sigma_T h^2}$$

Oy ღერძზე



გრაფიკი 20

ძირითადი დასკვნა

1. მცირე დრეკად-პლასტიკური დეფორმაციის თეორიის საფუძველზე ა.ა. ილიუშინის დრეკადი ამონახსნების მეთოდით, შედგენილია დამოკიდებულებები ძალებსა და დეფორმაციებს შორის დამრეცი ცილინდრული გარსისთვის დრეკადობის ფარგლებს გარეთ.
2. აგებულია არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა ჩალუნვისა და ძაბვის ფუნქციის მიმართ, რომლებიც ასახავენ დამრეცი ცილინდრული გარსის დრეკად-პლასტიკურ წონასწორობას დრეკადობის ფარგლებს გარეთ.

განსახილავ დამრეცი ცილინდრულ გარსში მოქმედი ყოველი ძალა და მომენტი წარმოდგინდება ორი შესაკრების სახით, რომელთაგან ერთი ისეთივეა, როგორც წრფივად დეფორმადი სხეულებისთვის, მეორე კი გამოსახავს სხვაობას სრულ და წრფივ კომპონენტებს შორის.

ასეთი წარმოდგენის შედეგად გადაძწყვეტ განტოლებათა სისტემის თითოეული განტოლება იყოფა ორ ნაწილად: წრფივად და არაწრფივად.

პირველი განტოლების არაწრფივი წევრი შეიცავს მღუნავი და მგრები მომენტების მეორე რიგის წარმოებულებს, მეორე განტოლების არაწრფივი წევრი შეიცავს გრძივი და ძვრის ძალების მეორე რიგის წარმოებულებს. არაწრფივი წევრების დაზუსტება ხდება მიმდევრობითი მიახლოვების ხერხით.

3. მიღებულია ε სიზუსტით გაანგარიშების;
4. დისერტაციის შედეგებით შეიძლება ისარგებლონ დამრეცი ცილინდრული გარსის დამპროექტებლებმა მშენებლობაში და აგრეთვე სხვა შესაბამისი დარგის სპეციალისტებმა.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., Наука, 1966.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Геотехиздат. 1948. 595 с.
3. Ильюшин А.А. О связи между напряжениями и деформациями в механике сплошных сред. Прикладная математика и механика. т. 18, вып. 6, 1954.
4. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. Изд-во МГУ, 1971.
5. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. Гостехиздат, М., 1949.
6. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы. Госстройиздат, М., 1958.
7. Тимошенко С.П., Войновский, Кригер. Пластинки и оболочки. Гостехиздат, М., 1966.
8. Соколовский В.В. Теория плотности. М., Высшая школа. 1969. с. 608.
9. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. «Наука», М., 1976.
10. Ониашвили О.Д. Расчет оболочек и других тонкостенных пространственных конструкций. Строительная механика в СССР. 1917-1967. М., Стройиздат, 1969.
11. Бубнов И.Г. Труды по теории пластин. М., Гостехтеориздат, 1953. 423 с.
12. Галеркин Б.Г. Упругие тонкие плиты. Л.-М.: Госстройиздат, 1933, 371 с.
13. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Т. II Москва, Изд. АН СССР, 1953.
14. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Т. III Москва, Изд. АН СССР, 1953.
15. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. Гостехиздат. 1956, 560 с.
16. Ржаницын А.Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. М., 1954. 485 с.
17. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. М., Стройиздат, 1986. 326 с.
18. Образцов И.Ф. К расчету тонкостенных стержней на устойчивость при изгибе. М. Оборонгиз. Труды МАИ, вып. 86, 1953. 87 с.

19. Михайлов Б.К. Пластины и оболочки с разрывными параметрами. Изд. ЛГУ, 1980.
20. Безухов Н.И. Теория упругости и пластичности. Гостехиздат, 1954.
21. Купрадзе В.Д., Гегелия Т.Г., Бурчуладзе Т.В., Башалейшвили М.О. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. Москва, Наука, 1976.
22. მ. მიქელაძე. პლასტიკურობის თეორია. თბილისი, „მეცნიერება“, 1990.
23. მ. მიქელაძე. ფილების ღუნვის თეორია. თბილისი, „განათლება“. 1976.
24. მ. მიქელაძე. იდეალურად დრეკად-პლასტიკური და პლასტიკურ-ხისტი სისტემების სტატისტიკა. თბილისი, „მეცნიერება“, 1980. 83 გვ.
25. Микедадзе М.Ш. Некоторые задачи строительной механики. М.-Л. 1948.
26. Микедадзе М.Ш. Уравнения упругого равновесия сборных цилиндрических пологих оболочек. Сообщения АН ГССР, № 88, № 2, 1977.
27. ა.მ. კაკუშაძე. დრეკადობის და პლასტიკურობის თეორია. ტ. 1-2, გამომცემლობა „ცოდნა“, თბილისი. 1959. 680 გვ.
28. Какуташвили И.Л., Табатадзе Д.В. К расчету упругих элементов сборных оболочек вращения типа куполов. Республиканская научно-практическая конференция молодых ученых, специалистов и работников производства, Тбилиси, 1984.
29. Какушадзе А.М. Установление граничных условий при расчете плит произвольного очертания. Тбилиси, 1959.
30. Мухадзе Л.Г. Решение некоторых задач теории упругих оболочек и висячих систем. Мецниереба, Тбилиси, 1973.
31. Кипиани Г.О. Теоретические решение и расчет сборных дорожных поерытий на основе исследования слоистых пластин с разрезами. Труды ГТУ, 2001. № 6(439), С. 71-74.
32. რ. ცხვედაძე, თ. ბაციკაძე, დ. ტაბატაძე. დრეკად ფუძეზე მდებარე ფილის ანგარიში ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებაში. თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების პრობლემებისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები. თბილისი. 4-5 ივლისი, 2000, გვ.91-95.

33. თ. ბაციკაძე, დ. დანელია, მ. წიქარიშვილი. მასალათა გამძლეობა. „ტექნიკური უნივერსიტეტი“. 2014.
34. Какуташвили И.Д. Изгиб цилиндрической панели за пределом упругости. ЦИНИС Госстроя СССР, «Строительство и архитектура», библиографический указатель депонированных рукописей, выпуск 4, М., 1980.
35. Какуташвили И.Д. Некоторые вопросы упруго-пластического равновесия пологих оболочек с прямоугольным планом. XXI республиканская научно-техническая конференция профессорско-преподавательского состава ГПИ им. В.И. Ленина, Тбилиси, 1978.
36. Калабегашвили М.Г. Упруго-пластический изгиб круговой цилиндрической оболочки ступенчато-постоянной толщины. Сб. трудов ГПИ им. В.И. Ленина, № 9(226), 1983.
37. Вашакмадзе Т.С. Теория упругих пластин. Успехи механики. т. II. 1988.
38. Геденидзе З.Ш., Суладзе Р.Г. Исследование статической работы цилиндрических перекрытий подземных машзалов зданий ГЭС с учетом упругих и хрупкопластичных свойств материала // Труды ГПИ им. В.И. Ленина. Строительные конструкции. 1988. № 7(336). с. 56-59.
39. Геденидзе З.Ш. Напряженно-деформированное состояние оболочечных гидротехнических конструкций и сооружений. Грузинский технический университет. Тбилиси, 2001.
40. ო. მხეიძე. ათი ლექცია სასრული ელემენტების მეთოდში. „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2009.
41. რ. ცხვედაძე, დ. ჯანყარაშვილი, დ. ტაბატაძე. კლასიკური სამშენებლო მექანიკის განვითარების ეტაპები. სტუ. თბილისი. 2013.
42. ნ. მურღულია, თ. ბაციკაძე, ჯ. ნიჟარაძე. ღია პროფილის თხელკედლიანი დეროების შეზღუდული გრეხა დრეკად-პლასტიკურ სტადიაში. სტუ-ს დაარსებიდან 90 წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენციის შრომები. თბილისი, 2012.

43. ნ. მურღულია, თ. ბაციკაძე. სქელკედლიანი ცილინდრული გარსების არადრეკადი დეფორმაციები მუდმივი ტემპერატურული გრადიენტის დაწნევის პირობებში. „ჰიდროინჟინერია“ სამეცნიერო ტექნიკური ჟურნალი №2(2). თბილისი, 2007.
44. ნ. მურღულია, თ. ბაციკაძე, ჯ. ნიჟარაძე. სფერული გარსის არადრეკადი დეფორმაციები მუდმივი ტემპერატურული გრადიენტის პირობებში. „მშენებლობა“ სამეცნიერო ტექნიკური ჟურნალი № 2(5). თბილისი, 2007.
45. რ. ცხვედაძე, ლ. ქაჯაია. გვირაბის სიმაგრის სისქის ცვლილების ოპტიმალური კანონის დადგენა მასალის პლასტიკურობის თვისებების გათვალისწინებით. სამეცნიერო ტექნიკური ჟურნალი „მშენებლობა“, №4(1), თბილისი, 2007. გვ. 64–68.
46. ლ. ქაჯაია. სამი გვერდით ხისტად ჩამაგრებული მართკუთხა ფირფიტის ღუნვის ამოცანა. „მეცნიერება და ტექნიკა“. № 1-2, 2005. გვ. 102-106.
47. ლ. ქაჯაია. სახსრულად ჩამაგრებული ტრაპეციის ფორმის ფირფიტის ღუნვის ამოცანის ამოხსნა კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიის გამოყენებით. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემია „მოამბე“. № 3, 2004. გვ. 553-556.
48. Арьков Д.П., Гуреева Н.А. Расчет оболочек вращения на основе МКЭ в смешанной формулировке с учетом физической нелинейности // Известия ВолгГТУ. Волгоград, 2010. № 4. с. 128-132.
49. Арьков Д.П., Гуреева Н.А. Решение плоской задачи теории пластичности на основе МКЭ в смешанной формулировке // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. М.: 2010. № 4. с. 32-37.

დისერტაციის ძირითადი შინაარსი გამოქვეყნებულია

შემდეგ ნაშრომებში:

1. ი. კაკუტაშვილი, ნ. ჯავახიშვილი, ლ. ყორღანაშვილი „მცირე დრეკად პლასტიკური დეფორმაციების განსაზღვრა დამრეც ცილინდრულ გარსში“. ჟურნალი „მშენებლობა“ N 2(29) 2013. გვ. 72-77.
2. 81-ე ღია საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი 2013.
3. 82-ე ღია საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია, ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი 2014.
4. ლ. ყორღანაშვილი. ტრიგონომეტრიული მწკრივების გამოყენება დამრეც გარსის წონასწორობის დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნისას ჟურნალი „მშენებლობა“ N1 (36) 2015. გვ. 132.
5. ლ. ყორღანაშვილი. დამრეც ცილინდრული გარსის ძაბვის ფუნქციის დიფერენციალური განტოლების მიღება ჟურნალი „მშენებლობა“ N1 (36) 2015. გვ. 123.