საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

მურმან კინწურაშვილი

ჰაარის ნულ-სიმრავლეთა წარმომქმნელებისა და მათი ზოგიერთი გამოყენების შესახებ

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

სადოქტორო პროგრამა „მათემატიკა“   შიფრი 0501

თბილისი

2015 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის

ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის

მათემატიკის დეპარტამენტში

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: **გოგი ფანცულაია**,
ფიზ.-მათ. მეცნიერებათა დოქტორი,
სრული პროფესორი

რეცენზენტები: **გრიგოლ სოხაძე,**
ფიზ.-მათ. მეცნიერებათა დოქტორი,
სრული პროფესორი

ზურაბ ქვათაძე,
მათემატიკის დოქტორი,
ასოცირებული პროფესორი

დაცვა შედგება 2015 წლის 30 ივნისს, 16^{00} საათზე საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე, კორპუსი I, სერგო თოფურიას სახელობის აუდიტორია № 559 ა

მისამართი: კოსტავას 77, თბილისი 0175

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,

დისერტაციის ავტორეფერატის სტუ-ს ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი
სრული პროფესორი **თინათინ კაიშაური**

ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

თემის აქტუალურობა. დაკვირვებადი სტოქასტური პროცესის განმსაზღვრელი პარამეტრისათვის უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასების აგების ამოცანები და მასთან დაკავშირებული პრობლემები განხილული იყო ჯ. ვონ ნეიმანის (1935), ს. კაკუტანის (1943), ვ. სუდაკოვის (1959), ჯ. ფელდმანის (1966), ი. როზანოვის (1968), ხი დაო ხინგის (1972), ა. სკოროხოდის (1975), ჰ. შიმომურას (1975) და სხვათა ნაშრომებში. ეჭვს არ იწვევს ის გარემოება, ჰაარის ემბივალენტის ცნების საშუალებით ჩვენს მიერ შემუშავებული მიდგომა საშუალებას მოგვცემს ასეთ შეფასებათა კლასში გავმიჯნოთ ერთმანეთისაგან სუბიექტური და ობიექტური უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასებები. ამის გამო საკვლევი პრობლემა მეტად აქტუალურია დაკვირვებადი სტაციონარული სტოქასტური პროცესების მახასიათებელი პარამეტრების შეფასების საიმედოობის გაზრდის კუთხით.

სამუშაოს მიზანი. ნაშრომში ”ჰაარის ნულ-სიმრავლეთა წარმომქმნელებისა და მათი ზოგიერთი გამოყენების შესახებ“ განხილულია ”ჰაარის ნულ სიმრავლეთა ზოგადი თეორიის ზოგიერთი ასპექტი და მათი ზოგიერთი გამოყენება.

ნაშრომში განხილულია სიმრავლეთა თეორიის, ზომის თეორიის, ალბათობის თეორიის, მათემატიკური სტატისტიკის, მათემატიკური ანალიზისა და ფუნქციონალური ანალიზის ის ძირითადი ცნებები და დამხმარე დებულებები, რომლებიც არსებითად გამოიყენება აღნიშნულ კვლევებში.

დისერტაციის გარკვეული ნაწილი ეთმობა ჰაარის ნულ სიმრავლეთა თეორიის მეთოდების გამოყენებით სტაციონარული სტატისტიკური სტრუქტურების ძირითადი მახასიათებელი პარამეტრების ძალდებული შეფასებების კლასის სტრუქტურის შესწავლას. კერძოდ, განიხილება ამოცანა, რატომაა რომ ”თითქმის ყველა” უსასრულო შერჩევისათვის ხდება ნულ ჰიპოთეზის უარყოფა მაქსიმალური დასაჯერობის ნულ ჰიპოთეზის ტესტის საშუალებით.

მოყვანილია იაკობ კოენის [Cohen, Jacob., The Earth Is Round ($p < .05$), *American Psychologist*, **49 (12)**(1994), 9971003] და ჯან ნუნალის [Nunnally, Jum.,The place of statistics in psychology, *Educational and Psychological Measurement*, **20 (4)** (1960), 641-650] მოსაზრებების მართებულობის დასაბუთება წრფივი ერთ-განზომილებიანი სტოქასტური მოდელის მაგალითზე. კერძოდ, ჰაარის ნულ სიმრავლეების ტექნიკის, კერძოდ "გავრცელების" ტერმინებში ახსნილია თუ რატომაა ნულ ჰიპოთეზა უარყოფილი "თითქმის ყველა" უსასრულო შერჩევისათვის. აღნიშნული ამოცანის გადასაჭრელად შემოღებულია სუბიექტური და ობიექტური უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებათა ცნებები და ნაჩვენებია, რომ წრფივი ერთ-განზომილებიანი სტოქასტური მოდელის შემთხვევაში, როცა თეთრი ხმაურისათვის არსებობს პირველი რიგის მომენტი, უსასრულო შერჩევითი საშუალო წარმოადგენს სასარგებლო სიგნალის სუბიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებას. განიხილება [Zerakidze Zurab., Pantsulaia Gogi., Saatashvili Gimzer., On the separation problem for a family of Borel and Baire *G*-powers of shift-measures on R, *Ukrainian Mathematical Journal,* v. 65, issue 4 (2013), 470–485] ნაშრომში აგებული სტატისტიკა, რომელიც წარმოადგენს წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში სასარგებლო სიგნალის უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებას იმ შემთხვევაშიც, როცა თეთრი ხმაურისათვის არ არსებობს პირველი რიგის მომენტი. აქ არსებითად გამოიყენება [0,1 ინტერვალზე უნიფორმულად განაწილებულ ნამდვილ რიცხვთა მიმდევრობების ტექნიკა. ჰაარის ემბივალენტობის ერთი საკმარისი პირობის გამოყენებით დამტკიცებულია, რომ ეს სტატისტიკა წარმოადგენს სასარგებლო სიგნალის ობიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებას.

[G.Pantsulaia, On a certain partition of the non-locally compact Abelian Polish group R^{∞}, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, Vol. 149 (2009), 75–86]

კვლევის ობიექტი და მეთოდები. ნაშრომში აგებული R^{∞} სივრცის ჰაარის ემბივალენტებად დახლეჩის საშუალებით წრფივ ერთ-

განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში აგებულია სასარგებლო სიგნალის ობიექტური უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასება იმ შემთხვევაში, როცა თეთრი ხმაურისათვის არსებობს პირველი რიგის მომენტი. ამავე მოდელში ნაჩვენებია, რომ ყოველთვის არის შესაძლებელი სასარგებლო სიგნალის სუბიექტური უსასრულო შერჩევითი ძალდებულ შეფასების ისეთი მოდიფიკაცია, რომელიც წარმოადგენს სასარგებლო სიგნალის ობიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებას.

ნაშრომის გარკვეული ნაწილი ეთმობა უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასების აგებას უსასრულო კომბინატორიკის მეთოდებით. არსებითად გამოიყენება უსასრულო შერჩევათა R^{∞} სივრცის ისეთი მაქსიმალური (სიმძლავრის თვალსაზრისით) დახლეჩის აგება, რომლის ყოველი ელემენტი ჰაარის ემზივალენტია. გამოიყენება კონკრეტული სეპარაბელური ბანახის სივრცეების სპეციფიკური თვისებები ანალოგიური დახლეჩის ასაგებად. აქ არსებითად გამოიყენება კონკრეტულ სეპარაბელურ ბანახის სივრცეებში კომპაქტების სტრუქტურული თვისებები(მაგალითად, არცელას თეორემა, კოლმოგოროვის თეორემა, ჰილბერტის თეორემა, რისის თეორემა და სხვა).

ნაშრომის ძირითადი შედეგები და მეცნიერული სიახლე.

- უსასრულო განზომილებიანი სეპარაბელური ტოპოლოგიური ვექტორული V სივრცის უნივერსალურად ზომადი X სიმრავლე არის ჰაარის ემზივალენტი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ნებისმიერი ჰაარის ნულ-სიმრავლეების μ წარმომქნელისათვის ერთდროულად სრულდება შემდეგი ორი პირობა $\mu(X) > 0$ და $\mu(V \setminus X) > 0)$;
- უარყოფითად არის გაცემული პასუხი ტეფერ გილის ერთ შეკითხვაზე თუ რამდენადაა შესაძლებელი უსასრულო განზომილებიან სეპარაბელურ ბანახის სივრცეზე განსაზღვრული გაუსის ზომების აღწერა ლებეგის ზომის კერძო ანალოგების ტერმინებში. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ არ არსებობს ამავე სივრცეზე განსაზღვრული გაუსის ზომა λ და ხარაზიშვილი-იამასაკის ზომა μ, ისეთი რომ შესრულდეს ტოლობა

$$(\forall X)(X \in \mathrm{B}(B) \to \lambda(X) = \int_X e^{-\pi\|x\|^2} d\mu(x)).$$

- ჰაარის ემზივალენტის ცნების საშუალებით წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში შემუშავებულია ერთი მიდგომა, რომელიც საშუალებას იძლევა სასარგებლო სიგნალის ყველა უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებებათა კლასის დაყოფას სუბიექტურ და ობიექტურ შეფასებებად;
- როცა თეთრი ხმაურისათვის არსებობს პირველი რიგის მომენტი, წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში დამტკიცებულია, რომ უსასრულო შერჩევითი საშუალო წარმოადგენს სასარგებლო სიგნალის სუბიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებას.
- უსასრულო კომბინატორიკის მეთოდების გამოყენებით აგებულია უსასრულო შერჩევათა R^∞ სივრცის მაქსიმალური (სიმძლავრის თვალსაზრისით) დახლეჩა ჰაარის ემზივალენტებად.
- R^∞ სივრცის ჰაარის ეზვივალენტებად დახლეჩის გამოყენებით წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში მოცემულია სასარგებლო სიგნალის ობიექტურ და ძლიერად ობიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებათა აგების არაეფექტური კონსტრუქცია.
- შემუშავებულია ეფექტური მეთოდი წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში სასარგებლო სიგნალის ობიექტურ და ძლიერად ობიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებათა ასაგებად.
- ზოგიერთი ბანახის სივრცის სპეციფიკური თვისებების გამოყენებით უნივერსალურად ზომადი სიმრავლისათვის დადგენილია საკმარისი პირობა, რომელიც უზრუნველყოფს მის ჰაარის ემზივალენტობას. ეს მეთოდი გამოიყენება ამავე სივრცეების ჰაარის ემზივალენტებად მაქსიმალური (სიმძლავრის თვალსაზრისით) დახლეჩების ასაგებად

შედეგების გამოყენების სფერო. ნაშრომში მოყვანილი საკვლევი პრობლემები ფუნდამენტური ხასიათისაა და მისი გამოყენების არეალი საკმარისად ფართოა. ერთის მხრივ, ნაშრომში წარმოდგენილი თეორიული სახის შედეგები შეიძლება იქნას გამოყენებული როგორც მათემატიკური

სტატისტიკის აქტუალური საკითხების შემდგომი კვლევისას, ასევე მათემატიკის აღნიშნული დარგის თანამედროვე კურსის წაკითხვის პროცესში. მეორეს მხრივ, შესაძლებელია აღნიშნული შედეგების წარმატებით გამოყენება იმ ელემენტარული მიზეზის გამო, რომ დაკვირვებადი ფიზიკური, ქიმიური, ბიოლოგიური, სამედიცინო თუ სხვა შემთხვევითი პროცესების უმრავლესობა წარმოადგენს სტაციონარულ სტოქასტურ პროცესს.

ნაშრომის აპრობაცია. დისერტაციაში გადმოცემული შედეგების პრეზენტაციას დაეთმო:

1) ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის (თსუ) ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის (გმი) სემინარის XXVIII გაფართოებული სხდომები, 22-24 აპრილი, 2014.(ხელმძღვანელი: საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის წევრ-კორესპოდენტი პროფესორი ელიზბარ ნადარაია);

2) ზომის თეორიის სიმრავლურ-თეორიული ასპექტები (ხელმძღვანელი: პროფესორი გ. ფანცულაია)

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტის სასწავლო-სამეცნიერო სემინარი (ხელმძღვანელი: პროფესორი დ. ნატროშვილი).

ამასთანავე, შედეგები ასახულია ავტორის პუბლიკაციებში და მოხსენებული იქნა როგორც საერთაშორისო, ასევე ადგილობრივი მნიშვნელობის კონფერენციებზე.

ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა. დისერტაცია შედგება შესავლის, 7 თავის, 24 ქვეთავისა და დასკვნისაგან. იგი მოიცავს 150 ნაბეჭდ გვერდს. ნაშრომს თან ერთვის 36 დასახელების გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხა.

სადისერტაციო ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის მათემატიკის დეპარტამენტში.

შესავალი

ნაშრომი ეხება ჰაარის აზრით ნულ-სიმრავლეთა წარმომქმნელების თეორიის აქტუალურ საკითხებს და მათ ზოგიერთ გამოყენებას სტატისტიკურ გადაწყვეტილებათა მიღების თეორიაში.

საკვლევი პრობლემის აღწერა. კარგადაა ცნობილი, რომ ინფორმაცია "ალბათობით ერთი", მთელ რიგ შემთხვევებში, არის მეტად ღარიბი რაც შეიძლება ჩაითვალოს არათავსებადი სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღების ერთ-ერთ ძირითად მიზეზად.

მართლაც, ვთქვათ $\mathbf{V}$ წარმოადგენს უსასრულო-განზომილებიან ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეს და m წარმოადგენს ბორელის სიგმა-სასრულ (კერძოდ, ალბათურ) ზომას $\mathbf{V}$-ზე.

მოდით გავაანალიზოთ, თუ რა სახის ინფორმაციას იძლევა შემდეგი წინადადება:

'' $\mathbf{V}$ სივრცის m -თითქმის ყველა ელემენტი აკმაყოფილებს P პირობას'',

სადაც P აღნიშნავს რაიმე წინადადებას, რომელიც გამოთქმულია $\mathbf{V}$ სივრცის ელემენტების ტერმინებში.

უპირველეს ყოვლისა შევნიშნოთ, რომ ყოველი სიგმა-სასრული ბორელის ზომა m თავმოყრილია $\mathbf{V}$-ში კომპაქტურ $\{F_k : k \in N\}$ ქვესიმრავლეთა თვლად გაერთიანებაზე და არსებობს ისეთი ვექტორი $e \in B$, რომ ამ ვექტორით წარმოქმნილი $L = L(e)$ წრფის ყოველი ტრანსლიატის $\cup\{F_k : k \in N\}$ სიმრავლესთან თანაკვეთა შეიცავს არაუმეტეს ერთ წერტილს. შესაბამისად, $\cup\{F_k : k \in N\}$ არის ეგრეთ წოდებული shy-სიმრავლე; ამასთან დაკავშირებით, იხილეთ:

[B.R. Hunt, T. Sauer, J.A. Yorke, *Prevalence: A Translation-Invariant "Almost Every" On Infinite-Dimensional Spaces,* Bulletin of the American Mathematical Society (New Series), vol. 27, n. 2, 1992, pp.217–238],

სადაც ეს ცნება არის შემოტანილი და განხილული.

ამგვარად, m ზომის მატარებელი (მზიდი) შეიძლება განხილულ იქნას როგორც “ზედაპირი’’ e ვექტორის მიმართულებით, რომელიც მის ზომადობასთან ერთად გვაძლევს საშუალებას დავასკვნათ, რომ ზემოთაღნიშნული წინადადებით გადმოცემული ინფორმაცია, საზოგადოდ, შეიძლება იყოს ძალიან მწირი (რა თქმა უნდა, თუ m არის $\mathbf{V}$-ზე განსაზღვრული არანულოვანი სიგმა-სასრულო ბორელის ზომა). ამ მიზეზის გამო, ძალიან ხშირად სხვადასხვა სისტემების ყოფაქცევის შესწავლა უსასრულო-განზომილებიან ტოპოლოგიურ ვექტორულ $\mathbf{V}$ სივრცეზე განსაზღვრული სიგმა-სასრულო ბორელის ზომის ტერმინებში არ არის დამაკმაყოფილებელი და ის საჭიროებს მის შეცვლას აღნიშნულ სივრცეებში “მცირე” (ზომის თვალსაზრისით) სიმრავლეთა კონცეფციის უფრო ფაქიზი ანალიზით. ამ გარემოებებს აუცილებლად მივყავართ ზომის თეორიის “ნული ზომის” და “თითქმის ყველგან’’ ტერმინების გადახედვისა და მოდიფიკაციისაკენ. ასეთი გადახედვა და მოდიფიკაცია შესაძლებელია განხორციელდეს გარკვეული სპეციფიკური ბორელის ზომების განხილვით, რომლებიც არ არიან კონცენტრირებული სასრულ-განზომილებიანი ტოპოლოგიური ვექტორული სივრცეების ღარიბ (ამა თუ იმ თვალსაზრისით) სიმრავლეებზე ან ბორელის ალბათურ ზომათა გარკვეული ოჯახების საშუალებით. ამ გარემოებას თავის დროზე ყურადღება მიაქციეს ქრისტენსენმა (1972), ჰანტმა, საუერმა და იორკემ (1992), დიოტლიმ (1992) და სხვა კარგად ცნობილმა მათემატიკოსებმა. მსგავსად სასრულ-განზომილებიან ვექტორულ სივრცეში ”ლებეგის ზომის მიმართ თითქმის ყველგან” კონცეფციისა, მათ მიერ უსასრულო-განზომილებიან ტოპოლოგიურ-ვექტორულ სივრცეებში შემოტანილი *”გავრცელება”* არის ძვრების მიმართ ინვარიანტული. აღნიშნულ სივრცეებში სპეციფიკური ზომის არ არსებობის მიუხედავად, მათი ცნება ‘‘*გავრცელება”* არის განსაზღვრული კომპაქტური მზიდის მქონე ბორელის ალბათური ზომების ტერმინებში და ის წარმოადგენს shy-სიმრავლის, ან რაც იგივეა, ჰაარის ნულ სიმრავლის დამატებას. უსასრულო-განზომილებიან ტოპოლოგიურ ვექტორულ

სივრცეებში ტერმინი"*გავრცელება"* არის უფრო მისაღები ვიდრე ცნებები "*ღია და მკვრივი"* ან *"უნივერსალური"* როცა სასურველია ფუნქციათა გარკვეულ კლასში რაიმე თვისების გარშემო ალბათური შედეგის ჩამოყალიბება. იმის გამო, რომ shy-სიმრავლის, ან რაც იგივეა, ჰაარის ნულ სიმრავლის ცნება არსებით როლს თამაშობს "*გავრცელების"* განსაზღვრაში, ამიტომ თავის დროზე დაისვა საკითხი თუ რომელი ზომა წარმოადგენს shy-სიმრავლეთა გენერატორს, ან რაც იგივეა, ჰაარის ნულ სიმრავლეების წარმომქნელს რის ქვეშაც იგულისხმება ისეთი ბორელი ზომა რომლის მიმართაც ყოველი ნულ ზომადი ბორელის ქვესიმრავლე იმავდროულად წარმოადგენს shy-სიმრავლეს. შევნიშნოთ, რომ პოლონური ტოპოლოგიური ვექტორული სივრცეებისათვის *shy-სიმრავლეთა გენერატორის ცნება* პირველად შემოტანილი იყო გ. ფანცულაიას მიერ [25] ნაშრომში. იმავე ნაშრომში მოცემული იყო მათი ზოგიერთი საინტერესო გამოყენება. სახელდობრ, ნაჩვენები იყო რომ პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებზე განსაზღვრული *shy*-სიმრავლეთა გენერატორების კლასი შეიცავს სპეციფიკურ ზომებს რომლებიც ნატურალურად წარმოქმნიან ადრე "*ბრმად"* შემოტანილ *shy*--სიმრავლეთა კლასის ქვეკლასებს. უფრო მეტიც, ნაჩვენები იყო რომ ასეთი ზომები (σ-სასრული ზომებისაგან განსხვავებით) ფლობენ საინტერესო, ზოგჯერ მოულოდნელ, გეომეტრიულ თვისებებს.

[1] ნაშრომში, პოლონური ტოპოლოგიური ვექტორული სივრცის შემთხვევაში, პირველად იქნა შემოტანილი ეგრეთწოდებული ჰაარის *ემბივალენტის* ცნება, რომელიც მეტად სასარგებლო აღმოჩნდა ანალიზის მთელი რიგი საკითხების კვლევისას. ამიტომ მეტად აქტუალურია საკითხი იმის შესახებ შესაძლებელია თუ არა ჰაარის *ემბივალენტობის* დახასიათება პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეზე განსაზღვრული *shy*-სიმრავლეთა გენერატორების კლასის ტერმინებში.

ქვემოთ ჩვენ მოვიყვანთ გარკვეულ მსჯელობას, რომელიც მიუთითებს ჰაარის ემბივალენტის ცნების მნიშვნელობაზე ობიექტური სტატისტიკების ცნების შემოტანისას.

კარგადაა ცნობილი, რომ დაკვირვებადი ზოგიერთი (ფიზიკური, ბიოლოგიური, ქიმიური და სხვა) შემთხვევითი პროცესის რიცხვითი მახასიათებლები არ იცვლება დროის დინების მიუხედავად. ასეთი პროცესები აღიწერებიან ეგრეთ წოდებული სტაციონარული სტოქასტური პროცესებით (იხილეთ [17]), ხოლო ამ პროცესებით წარმოქმნილ შესაბამის ალბათურ ზომებს უწოდებენ სტაციონარულ ალბათურ ზომებს.

ვთქვათ, Θ არის ტიხონოვის ტოპოლოგიით აღჭურვილი უსასრულო-განზომილებიანი ტოპოლოგიური $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ ვექტორული სივრცის ვექტორული ქვესივრცე.

ინფორმაციის გადაცემის მათემატიკურ თეორიაში განხილვის ობიექტია შემდეგი ერთ-განზომილებიანი წრფივი სტოქასტური სისტემა

$$(\xi_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}} = (\theta_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}} + (\Delta_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}}, \qquad (1)$$

სადაც $(\theta_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}} \in \Theta$ არის სასარგებლო სიგნალი, $(\Delta_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}}$ არის $(\Omega, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ ალბათურ სივრცეზე განსაზღვრულ ერთნაირად განაწილებულ დამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეთა მიმდევრობა (ეგრეთ წოდებული ”თეთრი ხმაური”) და $(\xi_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}}$ არის გარდაქმნილ სიგნალთა მიმდევრობა. ვთქვათ, μ არის $\mathbf{R}$ ღერძზე განსაზღვრული ალბათური ზომა, რომელიც წარმოქმნილია Δ_1 შემთხვევითი სიდიდით. მაშინ ალბათური μ ზომის $\mathbf{N}$-ხარისხი $\mu^{\mathbf{N}}$ ემთხვევა ‘‘თეთრი ხმაურით” განსაზღვრულ ალბათურ ზომას, ე.ი.

$$(\forall \mathbf{X})(\mathbf{X} \in \mathbf{B}(\mathbf{R}^{\mathbf{N}}) \to \mu^{\mathbf{N}}(\mathbf{X}) = \mathbf{P}(\{\omega : (\Delta_{\mathbf{k}}(\omega))_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}} \in \mathbf{X}\})),$$

სადაც $\mathbf{B}(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$ აღნიშნავს $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$-სივრცის ბორელის აზრით ზომად ქვესიმრავლეთა σ-ალგებრას.

ინფორმაციათა გადაცემის თეორიის ძირითადი დაშვებაა, რომ ბერის ზომა λ, განსაზღვრული გარდაქმნილი $(\xi_{\mathbf{k}})_{\mathbf{k}\in\mathbf{N}}$ ხმაურით, ემთხვევა $\mu^{\mathbf{N}}$ ზომის გარკვეულ $(\mu^{\mathbf{N}})_{\theta_0}$ ძვრას, ე.ი.,

$$(\forall X)(X \in B(R^N) \to \lambda(X) = (\mu^N)_{\theta_0}(X)), \qquad (2)$$

სადაც $(\mu^{\mathbf{N}})_{\theta_0}(\mathbf{X}) = \mu^{\mathbf{N}}(\mathbf{X} - \theta_0)$ როცა $\mathbf{X} \in \mathbf{B}(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$.

ჩვენ განვიხილავთ კერძო შემთხვევას როცა სასარგებლო სიგნალთა ვექტორულ ქვესივრცეს აქვს შემდეგი სახე

$$\boldsymbol{\Theta = \{(\theta,\theta,\cdots) : \theta \in R\}.}$$

$\boldsymbol{\theta \in R}$ პარამეტრისათვის $\boldsymbol{\mu_\theta^N}$ ზომას ეწოდება $\boldsymbol{\mu}$ ზომის $\boldsymbol{\theta}$ ძვრის (რომელიც აღინიშნება $\boldsymbol{\mu_\theta}$-ით და განისაზღვრება

$$\boldsymbol{(\forall X)(X \in B(R) \to \mu_\theta(X) = \mu(X - \theta_0))}$$

ფორმულით) $\mathbf{N}$-ური ხარისხი.

სამეულს $\boldsymbol{(R^N, B(R^N), \mu_\theta^N)_{\theta\in R}}$ ეწოდება ერთ-განზომილებიანი წრფივი სტოქასტური (1) სისტემის აღმწერი სტატისტიკური სტრუქტურა.

ვთქვათ, $S(\Theta)$ არის Θ-სიმრავლის წერტილოვანი სიმრავლეებით წარმოქმნილი მინიმალური სიგმა-ალგებრა. $(B(R^\infty), S(\Theta))$-ზომად ასახვას $T : R^N \to \Theta$ ეწოდება $\boldsymbol{\theta}$ პარამეტრის უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასება $\boldsymbol{(\mu_\theta^N)_{\theta\in R}}$ ოჯახისათვის, თუ სრულდება შემდეგი პირობა

$$\mu_\theta^N(\{(x_k)_{k\in N} : (x_k)_{k\in N} \in R^N \,\&\, T\ ((x_k)_{k\in N}) = \theta\}) = 1$$

ყოველი $\boldsymbol{\theta \in R}$ პარამეტრისათვის.

თუ პარამეტრების ოჯახი თვლადია, ე.ი. $\Theta = \{\theta_k : k \in N\}$ და $T : R^N \to \Theta$ არის $\boldsymbol{\theta}$ პარამეტრის უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასება $(\mu_\theta^N)_{\theta\in\Theta}$ ოჯახისათვის,მაშინ

$$A_k = \{(x_k)_{k\in N} : (x_k)_{k\in N} \in R^N \,\&\, T\ ((x_k)_{k\in N}) = \theta_k\}$$

იქნება $H_0 : \theta = \theta_k$ ჰიპოთეზის მიღების არე, ხოლო $(A_k)_{k\in N}$ იქნება R^N სივრცის დახლეჩა. ამ შემთხვევაში ბუნებრივად ისმის ამოცანა იმის შესახებ, თუ რამდენადაა შესაძლებელი ჰაარის ნულ სიმრავლეთა თეორიის გამოყენება θ პარამეტრის “კარგი” შეფასებების კლასის სტრუქტურის შესასწავლად. შევნიშნოთ, რომ შეუძლებელია რომ $(A_k)_{k\in N}$ ოჯახის ყოველი ელემენტი იყოს ჰაარის ნულ სიმრავლე, ვინაიდან წინააღმდეგ შემთხვევაში $R^N = \cup_{k\in N} A_k$ წარმოდგენის გამო მივიღებდით, რომ R^N სივრცე წარმოადგენს ჰაარის ნულ სიმრავლეს. ამის გამო ჩვენ ვასკვნით,

რომ არსებობს $k_0 \in N$ ისეთი, რომ A_{k_0} არ არის ჰაარის ნულ სიმრავლე. თუ A_{k_0} ‘‘გავრცელებაა“, მაშინ ყოველი $A_k (k \neq k_0)$ იქნება ჰაარის ნულ სიმრავლე და ჩვენ აღმოვაჩენთ, რომ პრაქტიკულად ‘‘თითქმის ყველა“ შერჩევისათვის მოხდება $H_0 : \theta = \theta_{k_0}$ ჰიპოთეზის მიღება, რის გამოც წინასწარ სრულად უგულებელყოფილია სხვა ალტერნატიული ჰიპოთეზები. სხვა სიტყვებით, θ_{k_0} პარამეტრი სხვა პარამეტრებთან მიმართებაში ჩაყენებულია ‘‘პრივილეგირებულ მდგომარეობაში“, რაც მიუთითებს $T : R^N \to \Theta$ სტატისტიკის ‘‘სუბიექტურობაზე“. იმისათვის, რომ ამგვარი ‘‘სუბიექტურობის“ ფაქტორი იყოს გამორიცხული, საჭიროა რომ A_{k_0} არ წარმოადგენდეს ‘‘გავრცელებას“. ამგვარად მივიღეთ, რომ A_{k_0} არ უნდა იყოს ჰაარის ნულ სიმრავლე და არც ‘‘გავრცელება“, რაც ნიშნავს, რომ A_{k_0} სიმრავლე უნდა იყოს ჰაარის ემბივალენტი. იმის გამო, რომ არც ერთი პარამეტრი ან უნდა იყოს ჩაყენებული ‘‘პრივილეგირებულ“ მდგომარეობაში სხვა პარამეტრთან მიმართებით, ჩვენ ვასკვნით, რომ A_k უნდა იყოს ჰაარის ემბივალენტი ყოველი ნატურალური k რიცხვისათვის. ამიტომ ბუნებრივია, რომ ასეთ სტატისტიკებს ვუწოდოთ ‘‘ობიექტური“ სტატისტიკები.

საკვლევი პრობლემის აქტუალობა. დაკვირვებადი სტოქასტური პროცესის განმსაზღვრელი პარამეტრისათვის უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასების აგების ამოცანები და მასთან დაკავშირებული პრობლემები განხილული იყო ჯ. ვონ ნეიმანის (1935), ს. კაკუტანის (1943), ვ. სუდაკოვის (1959), ჯ. ფელდმანის (1966), ი. როზანოვის (1968), ხი დაო ხინგის (1972), ა. სკოროხოდის (1975), ჰ. შიმომურას (1975) და სხვათა ნაშრომებში. ეჭვს არ იწვევს ის გარემოება, ჰაარის ემბივალენტის ცნების საშუალებით ჩვენს მიერ შემუშავებული მიდგომა საშუალებას მოგვცემს ასეთ შეფასებათა კლასში გავმიჯნოთ ერთმანეთისაგან სუბიექტური და ობიექტური უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასებები. ამის გამო საკვლევი პრობლემა მეტად აქტუალურია დაკვირვებადი სტაციონარული

სტოქასტური პროცესების მახასიათებელი პარამეტრების შეფასების საიმედოობის გაზრდის კუთხით.

საკვლევი პრობლემის პრაქტიკული მნიშვნელობა. ნაშრომში მოყვანილი საკვლევი პრობლემები ფუნდამენტური ხასიათისაა და მისი გამოყენების არეალი საკმარისად ფართოა. ერთის მხრივ, ნაშრომში წარმოდგენილი თეორიული სახის შედეგები შეიძლება იქნას გამოყენებული როგორც მათემატიკური სტატისტიკის აქტუალური საკითხების შემდგომი კვლევისას, ასევე მათემატიკის აღნიშნული დარგის თანამედროვე კურსის წაკითხვის პროცესში. მეორეს მხრივ, შესაძლებელია აღნიშნული შედეგების წარმატებით გამოყენება იმ ელემენტარული მიზეზის გამო, რომ დაკვირვებადი ფიზიკური, ქიმიური, ბიოლოგიური, სამედიცინო თუ სხვა შემთხვევითი პროცესების უმრავლესობა წარმოადგენს სტაციონარულ სტოქასტურ პროცესს.

ახლა ჩვენ მოვიყვანთ ნაშრომის მოკლე დახასიათებას თავებისა და ქვეთავების მიხედვით.

თავი I. ძირითადი კონცეფციები. ამ თავში მოცემულია სიმრავლეთა თეორიის, ზომის თეორიის, ალბათობის თეორიის, მათემატიკური სტატისტიკის, მათემატიკური ანალიზისა და ფუნქციონალური ანალიზის ზოგიერთი ცნება და დამხმარე დებულება.

თავი II. ჰაარის ნულ სიმრავლეების გენერატორები და მათი ზოგიერთი თვისება - შედგება ექვსი ქვეთავისაგან. 2.1 ქვეთავში განხილულია shy- სიმრავლეები პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში და დადგენილია ამ სიმრავლეებისაგან შედგენილი კლასის ზოგიერთი თვისება. 2.2 ქვეთავში განხილულია უსასრულო-განზომილებიან პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში shy-სიმრავლეთა გენერატორების არსებობისა და ერთადერთობის საკითხები. ასევე, განხილულია shy-სიმრავლეთა გენერატორებისზოგიერთი მაგალითი.

2.3 ქვეთავში განხილულია shy-სიმრავლეთა კვაზიგენერატორები პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში და დადგენილია, რომ

მათ მიერ წარმოქმნილი shy-სიმრავლეთა გენერატორები წარმოადგენენ კვაზი-ფინიტურ ზომებს. 2.4 ქვეთავში მოცემულია ხარაზიშვილის shy-სიმრავლეთა კვაზიგენერატორისათვის ტეფერ გილის მიერ დასმული ერთი ამოცანის ამოხსნა. 2.5 ქვეთავში განხილულია კვაზიფიტურობის პრობლემა გაუსის shy-სიმრავლეთა გენერატორებისათვის. 2.6 ქვეთავში მოცემულია ჰაარის ემზივალენტის დახასიათება shy- სიმრავლეთა გენერატორების ტერმინებში. კერძოდ, shy-სიმრავლეთა გენერატორების ტერმინებში მოცემულია ჰაარის ემზივალენტების დახასიათება.

თავი III. ძვრა-ზომათა N-ხარისხების ოჯახის განცალებადობის შესახებ R^{∞} სივრცეში. 3.1 ქვეთავში მოცემულია ა. სკოროხოდის მიერ [17] ნაშრომში შემოტანილი კლასიფიკაცია, რომელიც შეეხება (E,S) ზომად სივრცეზე განსაზღვრულ ალბათურ ზომათა ორთოგონალურ ოჯახებს. 3.2 ქვეთავში მოყვანილია ზოგიერთი დამხმარე დებულება სტაციონარულ ალბათურ ზომათა ოჯახების ძლიერად განცალებადობის შესახებ, რომელთა დამტკიცებისას არსებითად გამოიყენება დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონი და ინტერვალზე უნიფორმულად განაწილებული მიმდევრობების თვისებები.

თავი IV. ჰაარის ემზივალენტის გამოყენება წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში სასარგებლო სიგნალის უსასრულო-შერჩევითი ძალდებული შეფასებების კლასიფიკაციისათვის.

4.1 ქვეთავი ეთმობა უსასრულო შერჩევებისთვის სტატისტიკური გადაწყვეტილების კონცეფციების შემუშავებას და იმის დასაბუთებას, თუ რამდენად არის მართებული იაკობ კოენისა და ჯან ნუნალის მიერ

- Cohen, Jacob., The Earth Is Round (p <.05), {\it American Psychologist},{\bf 49 (12)}(1994), 997–1003.
- Nunnally, Jum.,}The place of statistics in psychology, Educational and Psychological Measurement, 20 (4)(1960)641–650.

ნაშრომებში მოყვანილი მოსაზრებები ნულ ჰიპოთეზის დასაჯერობის ტესტირების არ არსებობის შესახებ .

4.2 ქვეთავში, იაკობ კოენისა და ჯან ნუნალის მოსაზრებების მართებულობის საჩვენებლად, წრფივ ერთ-ანზომილებიან სტოქასტურ მოდელში უსასრულო შერჩევითი საშუალოს გამოყენებით აგებულია ნულ ჰიპოთეზის ისეთი ტესტი, რომ I და II გვარის შეცდომების ჯამი ნულის ტოლია და ჰაარის ნულ სიმრავლეთა კონცეფციის საშუალებით ახსნილია თუ რატომ ხდება ნულ ჰიპოთეზის უარყოფა "თითქმის ყველა" უსასრულო შერჩევისათვის.

თავი V. სასარგებლო სიგნალის ობიექტურ და ძლიერად ობიექტურ უსასრულო შერჩევით ძალდებულ შეფასებათა მაგალითები წრფივ ერთ-განზომილებიან სტოქასტურ მოდელში.

5.1 ქვეთავი ეთმობა მეხუთე თავში მიღებული შედეგების მოკლე აღწერას.

5.2 მოცემულია ფუნქციონალური ანალიზის, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის ზოგიერთი ცნება და დამხმარე დებულება.

5.3 ქვეთავში ამორჩევის აქსიომის გამოყენებით მოცემულია ერთ-ერთ მოდელში სასარგებლო სიგნალის ობიექტური უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასების კონსტრუქცია.

5.4 ქვეთავში მოყვანილია ობიექტური უსასრულო შერჩევითი ძალდებული შეფასების აგების ეფექტური კონსტრუქცია.

5.5 ქვეთავში ნაჩვენებია, რომ [36] ნაშრომში აგებული შეფასება წარმოადგენს ობიექტურ შეფასებას.

თავი VI . არა-SHY - სიმრავლეობის ერთი საკმარისი პირობის შესახებ ბანახის ზოგიერთ კლასიკურ სივრცეში.

6.1 ქვეთავში განხილულია შის მიერ [20] ნაშრომში დასმული ამოცანა, რომელიც გულიხმობს ბანახის სივრცის სპეციფიკური თვისებების გამოყენებით იმის ჩვენებას, რომ ყოველი უსასრულო-განზომილებიანი სეპარაბელური ბანახის სივრცე არ აკმაყოფილებს თვლადი ჯაჭვების პირობას.

6.2 ქვეთავში მოყვანილია იმ ფაქტის დამტკიცება, რომ პოლონურ სივრცეზე განსაზღვრული ყოველი ბორელის ალბათური ზომა თავმოყრილია

კომპაქტების თვლად გაერთიანებაზე; დამტკიცებულია, რომ თუ სეპარაბელურ ბანახის X-სივრცის S ქვესიმრავლე შეიცავს ყოველი კომპაქტური ქვესიმრავლის რაიმე ტრანსლიატს (ძვრას), მაშინ ის არ არის shy-სიმრავლე; განხილულია აგრეთვე ჰაუსდორფის, არცელას, ჰილბერტის, რისის, კოლმოგოროვისა და სხვათა თეორემები, რომლებიც შეეხება სიმრავლის კომპაქტურობის პირობის დადგენას სხვადასხვა სეპარაბელურ ბანახის სივრცეში.

6.3 ქვეთავში ბანახის სივრცის სპეციფიკური თვისებების გამოყენებით დადგენილია საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სიმრავლის არა-shy-სიმრავლეობას.

თავი VII. ზოგიერთი კლასიკური ბანახის სივრცის დახლეჩა ჰაარის ემბივალენტებად

7.1 ქვეთავში აგებულია $\boldsymbol{C}^{\infty}[\mathbf{0},\mathbf{1}]$ ბანახის სივრცის ქვესიმრავლეთა მაქსიმალური (სიმძლავრის თვალსაზრისით) Φ= $\{A_J : J \subseteq N\}$ ოჯახი, ისეთი რომ ყოველი $J \subseteq N$ ქვესიმრავლისათვის კმაყოფილდება შემდეგი პირობები:

(i) $A_{J_1} \cap A_{J_2} = \varnothing$ ყოველი ორი განსხვავებული $J_1, J_2 \subseteq N$-თვის;

(ii) Φ ოჯახის ყოველი ელემენტი არის ჰაარის ემბივალენტი;

(iii) Card(Φ)=c, სადაც c აღნიშნავს კონტინუუმის სიმძლავრეს.

ამ ოჯახის გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ უსასრულო-განზომილებიანი ბანახის სივრცე $\boldsymbol{C}^{\infty}[\mathbf{0},\mathbf{1}]$ არ აკმაყოფილებს თვლადი ჯაჭვების პირობას.

7.2 ქვეთავში ნაჩვენებია, რომ უსასრულო-განზომილებიანი არასეპარაბელური ბანახის სივრცე l^{∞} ასევე არ აკმაყოფილებს თვლადი ჯაჭვების პირობას.

7.3 ქვეთავში ნაჩვენებია, რომ არსებობს $C_{\infty}(R)$-სივრცის ისეთი დახლეჩა ჰაარის ემბივალენტებად, რომლის სიმძლავრე $2^{\aleph_0}$ კარდინალური რიცხვის ტოლია.

7.4 ქვეთავში, არაზომადი კარდინალური T რიცხვის შემთხვევაში, აგებულია ღია სფეროების ოჯახი Φ=$\{A_j : J \subseteq T\}$, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

(i) $A_{J_1} \cap A_{J_2} = \varnothing$ ყოველი ორი განსხვავებული $J_1, J_2 \subseteq$ T ქვესიმრავლისათვის;

(ii) Φ-ოჯახის ყოველი ელემენტი არის ჰაარის ემბივალენტი;

(iii) Card(Φ)=$2^{card(T)}$;

ამ ოჯახის გამოყენებით აგებულია ბანახის $l^{\infty}(T)$ სივრცის მაქსიმალური (სიმძლავრის თვალსაზრისით) დახლეჩა ჰაარის ემბივალენტებად.

ძირითადი შედეგები ასახულია შემდეგ ნაშრომებში: [27], [28], [29]. მოხსენებები მიღებული შედეგების გარშემო გაკეთდა შემდეგ კონ-ფერენციებზე: [22],[23].

შენიშვნა. დოქტორანტი მურმან კინწურაშვილი არის ძირითადი მონაწილე შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ 2014 წელს ფუნდამენტური კვლევებისათვის გამოცხადებული სახელმწიფო სამეცნიერო გრანტების კონკურსში გამარჯვებული პროექტის ‘‘ალგებრულ-ტოპოლოგიურ სტრუქტურებზე განსაზღვრული ზომები და მათი გამოყენებები’’(პროექტის ხელმძღვანელი - ალექსი კირთაძე), რომელშიც ის გეგმავს დისერტაციაში განხილული თემატიკის გარშემო შემდგომი ფუნდამენტური კვლევების ჩატარებას.

სადისერტაციო ნაშრომში წარმოდგენილი შედეგები გამოქვეყნებულია 6 სამეცნიერო შრომაში:

1. Pantsulaia G.,Kintsurashvili M., Why is Null Hypothesis rejected for''almost every" infinite sample by some Hypothesis Testing of maximal reliability?, J. Stat., Adv. Theory Appl., Volume 11, Number 1(2014), 45-70.
2. Pantsulaia G., Kintsurashvili M., An effective construction of the strong objective infinite-sample well-founded estimate, *Proc. A. Razmadze Math. Inst. 166 (2014), 113–119.*
3. Pantsulaia G., Kintsurashvili M., An objective infinite-sample well-founded estimate of a useful signal in one-dimensional linear stochastic model, Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics Volume 28(2014), 90-93.
4. Kintsurashvili, Murman. On a certain sufficient condition of non-shyness in some Banach spaces. Tbilisi International Conference on Computer Science

and Applied Mathematics, Sokhumi State University, March 21-23, 2015, Tbilisi. http://www.ticcsam.sou.edu.ge

5. Murman Kintsurashvili, Tengiz Kiria and Gogi Pantsulaia, On objective and strong objective consistent estimates of unknown parameters for statistical structures in a Polish group admitting an invariant metric, http://arxiv.org/submit/1210772/pdf
6. M.Kintsurashvili, T.Kiria and G.Pantsulaia, On Moore-Yamasaki-Kharazishvili type measures and the infinite powers of Borel diffused probability measures on R, *(Submitted in Ukrainian Mathematical Journal)*

სადისერტაციო ნაშრომში მოყვანილი შედეგები მოხსენებული იყო შემდეგ საერთაშორისო და ადგილობრივი მნიშვნელობის კონფერენციებზე:

1. მ. კინწურაშვილი. ერთგანზომილებიან სტოქასტურ მოდელში სასარგებლო სიგნალის უსასრულო შერჩევებით განსაზღვრულ ძალდებულ შეფასებათა კლასიფიკაცია ჰაარის ნულ სიმრავლეთა და ”გავრცელების” ტერმინებში, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის (თსუ) ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის (გმი) სემინარის XXVIII გაფართოებული სხდომები , 22-24 აპრილი, 2014.
2. G.Pantsulaia and M.Kintsurashvili, ***On some applications of Haar ambivalents in mathematical statistics,*** The 43th Winter School in Abstract Analysis , January 10 - 17 (2015), Svratka, Czech https://www.researchgate.net/publication/270794954_On_some_applications_of_Haar_ambivalents_in_mathematical_statistics
3. Kintsurashvili, Murman. On a certain sufficient condition of non-shyness in some Banach spaces. Tbilisi International Conference on Computer Science and Applied Mathematics, Sokhumi State University, March 21-23, 2015, Tbilisi. http://www.ticcsam.sou.edu.ge

SUMMARY

In the thesis "On generators of shy-sets and some of their applications" there are considered some topics of the theory of Haar-nul sets and some of their applications.

There are considered such main notions and auxiliary statements from the set theory, measure theory, probability theory, mathematical statistics, mathematical analysis and functional analysis, which are applied essentially in these investigations.

The main part of the thesis is devoted in studying the structure of well-founded estimates of characteristic parameters of stationary statistical structures.In particular, there is considered a question asking why is the null hypothesis rejected for "almost every" infinite sample by some hypothesis testing of maximal reliability.

There are given the confirmation Jacob Cohen [Cohen, Jacob., The Earth Is Round (p < .05), *American Psychologist*, **49 (12)**(1994), 9971003] and Jum Nunnally [Nunnally, Jum.,The place of statistics in psychology, *Educational and Psychological Measurement*, **20 (4)** (1960), 641-650] conjectures by the example of one-dimensional stochastic model. In particular, by using the technique of the theory of Haar null sets, it is explained why the null hypothesis is sometimes rejected for "almost every" infinite sample by some hypothesis testing of maximal reliability. In order to resolve this problem there are introduced notions of subjective and objective infinite-sample well-founded(consistent) estimates and it is shown that in the linear one-dimensional stochastic model when expectation of the white noice exists, an infinite-sample average is a subjective infinite-sample well-founded estimate of a useful signal. It is considered an estimate constructed in [Zerakidze Zurab., Pantsulaia Gogi., Saatashvili Gimzer., On the separation problem for a family of Borel and Baire G-powers of shift-measures on R, *Ukrainian Mathematical Journal,* v. 65, issue 4 (2013), 470–485] which is an infinite-sample well-founded estimate of the useful signal in the linear one-dimensional stochastic model when expectation of the white noice does not exist.

This approact uses the technique of uniformly distributed (on the interval [0,1]) real-valued sequences. By using a certain sufficient condition under which a set is Haar ambivalent, it is proved that this estimate is an objective infinite-sample well-founded estimate of the useful signal in the same model.

By using the partition of the space R^{∞} into Haar ambivalents, constructed in [G.Pantsulaia, On a certain partition of the non-locally compact Abelian Polish group R^{∞}, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, Vol. 149 (2009), 75–86] , an example of an objective infinite-sample well-founded estimate of a useful signal is constructed in the linear one-dimensional stochastic model when expectation of the white noice does not exist. By using this approach it is demonstrated that an arbitrary subjective infinite-sample well-founded estimate has a modification which is objective.

Main part of the thesis is devoted to construction of infinite-sample well-founded estimates by using methods of infinite combinatorics. There is used a construction of the maximal(in the sense of cardinality) partition of infinite sample space R^{∞} into Haar ambivalents. There are used specific properties of infinite-dimensional Banach spaces for a construction of analogous partitions.

We use structural properties of compact sets in some separable Banach spaces (Artcela theorem, Colmogorov theorem, Hilbert theorem, Riss theorem and so on) In the present thesis the following results are obtained:

- It is proved that an universally measurable set X in a infinite-dimensional Polish topological vector space V is Haar ambivalent if and only if for an arbitrary generator of shy sets μ in V the following two conditions $\mu(x) > 0$ and $\mu(V \setminus X) > 0$ hold true simultaneously;
- It answered negatively Tepper Gill's question asking whether there is possible to describe Gaussian measures in terms of partial analogs of the Lebesgue measure in infinite-dimensional separable Banach spaces. In particular, it is established that there does not exist Gaussian measure λ and Yamasaki-Kharazishvili measure μ, such that

$$(\forall X)(X \in \mathrm{B}(B) \to \lambda(X) = \int_X e^{-\pi\|x\|^2} d\mu(x)).$$

- By virtue the notion of the Haar ambivalent a certain approach is introduced in the case of a linear one-dimensional stochastic model which allows us a possibility to partitate the class of all infinite-sample well-founded estimates into subjective and objective estimates;
- It is proved that when there exists an expectation for a white noice in the linear one-dimensional stochastic model, then an infinite-sample average is a subjective infinite-sample well-founded estimate of a useful signal.
- By virtue methods of infinite combinatorics it is constructed a maximal (in the sense of cardinality) partition of the infinite-sample space R^{∞} into Haar ambivalents;
- By using a partition of the space R^{∞} into Haar ambivalents, it is given non-effective constructions of objective and strong objective infinite-sample well-founded estimates of a useful signal in the linear one-dimensional stochastic model;
- It is elaborated an effective method for a construction of objective and strong objective infinite-sample well-founded estimates of a useful signal in the linear one-dimensional stochastic model;.
- By using specific properties of some Banach spaces, for a universally measurable set it is established a sufficient condition under which this set is Haar ambivalent. This approach is used for a construction of maximal (in the sense of cardinality) partitions into Haar ambivalents of these spaces.