

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

თამარ კვიციანი

უწყვეტი კოდები ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბით. აგება და  
მასხასიათებლების კვლევა

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად  
წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

სადოქტორო პროგრამა “ტელეკომუნიკაცია” შიფრი 0402

თბილისი  
2014 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტში  
ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტი  
რადიოტექნიკისა და მაუწყებლობის დეპარტამენტი

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: პროფესორი - ნოდარ უღრელიძე

რეცენზენტები:

1. კიბერნეტიკის ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ტექნ. მეცნ. დოქტორი გულაბერ ანანიაშვილი
2. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის პროფესორი თამაზ კუპატაძე

დაცვა შედგება 2015 წლის ” \_\_\_\_ ” თებერვალს, \_\_\_\_\_ საათზე საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე, კორპუსი VIII, აუდიტორია \_\_\_\_

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატისა – სტუ-ს ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი,

ტ.მ.დ., პროფესორი

გ. ხელიძე

## ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

**პრობლემის აქტუალობა.** თანამედროვე რადიო და სატელეკომუნიკაციო სისტემები წარმოადგენენ გლობალური ქსელის ისეთ შემადგენელ ნაწილს, რომლებიც მნიშვნელოვნად განსაზღვრავენ მის ეფექტურობას. ამ დროს ორი ასპექტია ძირითადი: ენერგეტიკული რესურსი ანუ გადამცემთა სიმძლავრე და ინფორმაციის გადაცემის სიჩქარე. აქ მინიმალური კრიტერიუმის შესრულებას განსაზღვრავს სიგნალებისა და კოდების ოპტიმალური შერჩევა, რასაც ეძღვნება წინამდებარე სადისერტაციო ნაშრომი. კერძოდ, განხილულია ახალი კლასის ხვეულა კოდების აგების საკითხი ალფაბეტური სიჭარბის მქონე კოდების ბაზაზე. დღეისათვის ამ მიმართულებით მხოლოდ რამდენიმე ნაშრომი გამოქვეყნებული [25, 26], რაც ცხადია არ არის საკმარისი.

**სამუშაოს მიზანი.** დამუშავდეს შესაბამისი მეთოდები და აიგოს კონკრეტული ახალი კოდები და გამოთვლილი იქნას მათი მახასიათებლები. ამ მიზნით შესრულდა გარკვეული სამუშაოები, რომლებიც მოიცავს შემდეგი *ამოცანების გადაწყვეტას:*

1. ჩატარდა ლიტერატურის ანალიზი მოცემული მიმართულებით უკვე არსებული შედეგების გამოვლენის მიზნით.
2. შეირჩა ახალი ხვეულა კოდების დეკოდირების ალგორითმი.
3. შეირჩა ახალი ხვეულა კოდების ძებნის და მისი პარამეტრების ანგარიშის მეთოდები. დამუშავდა შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფა.
4. დამუშავდა მანძილის მიმართ ინვარიანტული სისტემების აგების მეთოდი.
5. ნაპოვნი იქნა ახალი ხვეულა კოდები და მათ ბაზაზე აგებულ იქნა სიგნალ-კოდური სისტემები.

**კვლევის მეთოდები.** დასმული ამოცანების გადასაწყვეტად გამოყენებული იქნა სასრული ავტომატების თეორია, სასრული ველების (გალუას) თეორია, კოდირების თეორია, სიგნალების თეორია, ალბათობათა თეორია.

**ძირითადი შედეგები და მეცნიერული სიახლე.** ნაშრომში მიღებულია შემდეგი ახალი შედეგები:

1. ნაჩვენებია, რომ ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდები წარმოადგენენ უწყვეტი კოდების უფრო მაღალ საფეხურს, ვიდრე ცნობილი კლასიკური ხვეულა კოდები.
2. მოყვანილია გალუას ველთა იმ არითმეტიკის ნაწილი, რომელიც საჭიროა ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდების ასაგებად. წარმოდგენილია შესაბამისი ცხრილები.
3. წარმოდგენილია ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდების ძებნის და მისი პარამეტრების განსაზღვრის ალგორითმები შესაბამისი პროგრამული რეალიზაციებით.
4. წარმოდგენილია მანძილის მიმართ ინვარიანტული ხვეულა კოდების აგების მეთოდი.
5. ნაპოვნია მაღალეფექტური ახალი ხვეულა კოდები და მოყვანილია მათი მახასიათებლები.

**პრაქტიკული ღირებულება და შედეგების რეალიზაცია.** ვინაიდან ახალი კოდები და სიგნალ-კოდური სისტემები არ ხასიათდებიან სიჩქარის მაღალი პარამეტრებით (ნაიკვისტის საზღვარი), მაგრამ აქვთ მაღალი ენერგეტიკული ეფექტურობა (5-6 დბ), ჩვენი რეკომენდაცია იქნება გამოყენებული იქნან ისინი თანამგზავრული და განსაკუთრებით შორეული კოსმოსური კავშირის სისტემებში.

**ნაშრომის აპრობაცია.** ნაშრომის ძირითადი შედეგები განხილული და მოხსენებულ იქნა:

1. პირველ და მეორე თემატურ სემინარებზე (თბილისი, სტუ, 2011-2014 წ.)
2. საერთაშორისო სამეცნიერო სიმპოზიუმზე - IEEE 11-th International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC '14). Timisoara, Romania, November 14-15, 2014.

**პუბლიკაციები.** დისერტაციის ძირითადი შედეგები ასახულია 5 ნაშრომის სახით რეცენზირებად ჟურნალებში. (მათი ჩამონათვალი მოცემულია ავტორეფერატის ბოლოს).

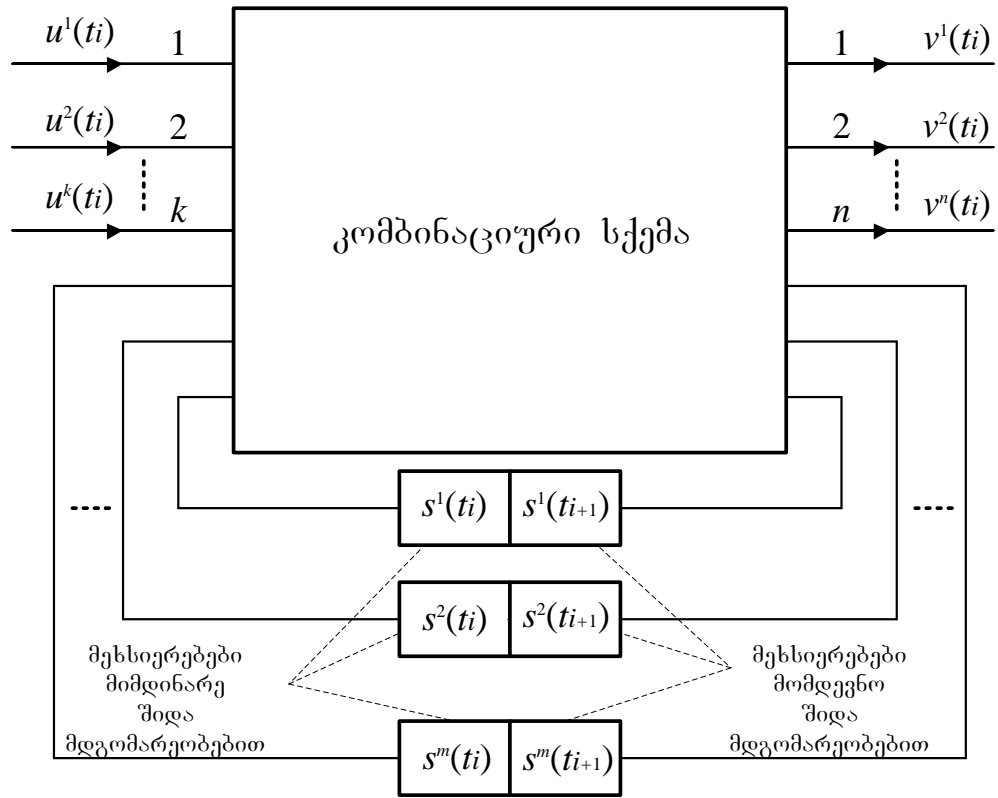
**სადისერტაციო ნაშრომის სტრუქტურა.** ნაშრომი შედგება შესავალის, სამი თავის, დასკვნის, გამოყენებული ლიტერატურის და ორი დანართისაგან. მთელი მოცულობა შეადგენს 108 გვერდს, მათ შორის 79 ძირითადი ტექსტია 26 ნახაზით და 22 ცხრილით. გამოყენებული ლიტერატურის სია შეიცავს 43 დასახელებას.

## ნაშრომის შინაარსი

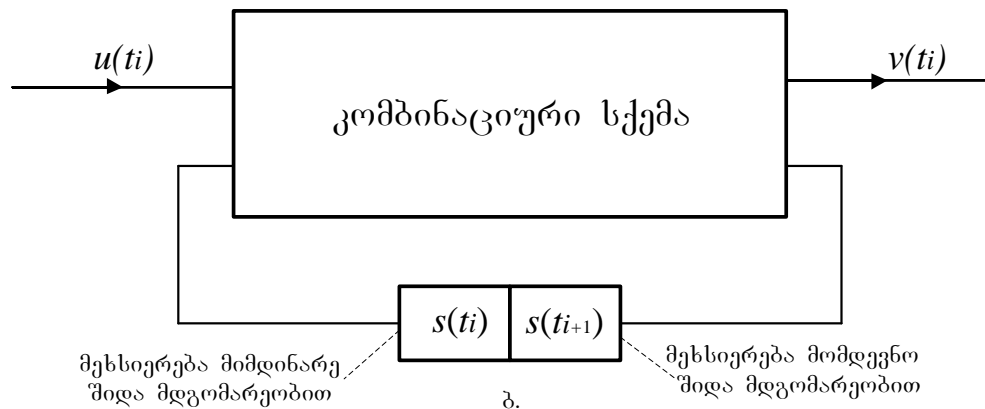
*პირველ თავში* განხილულია კლასიკური ხვეულა კოდები, რომლის წარმოდგენისათვის გამოყენებულია სასრული ავტომატის მოდელი, სადაც საინფორმაციო და კოდური მიმდევრობები წარმოდგებიან დაყოვნების ოპერატორებით.

სასრული ავტომატი, წარმოდგენილი სქემის სახით,  $k$  შესასვლელით,  $m$  მესხიერებითა და  $n$  გამოსასვლელით მოყვანილია ნახ. 1 ა-ზე, ხოლო მისი განზოგადოებული სახე მოყვანილია ნახ. 1 ბ-ზე. მოცემულ შემთხვევაში სასრული ავტომატის მესხიერება განხილულია როგორც წყვილ უჯრედიანი ძვრის რეგისტრის ელემენტი. კომბინაციური სქემის მეშვეობით ხორციელდება შესასვლელი და მესხიერებაში არსებული სიმბოლოების გარკვეული წესით ურთიერთქმედება. მესხიერებაში და გამოსასვლელზე არსებული შესაძლო სიმბოლოები მიეკუთვნებიან შემდეგ შესაბამის სიმრავლეებს (აღფაბეტებს):  $U^1, U^2, \dots, U^k; S^1, S^2, \dots, S^m; V^1, V^2, \dots$

.,  $V^n$ ; ხოლო ზოგადად ავტომატის შესასვლელი, შიდა და გამოსასვლელი ალფაბეტები განისაზღვრებიან, როგორც დეკარტეს ნამრავლები შესაბამისი ალფაბეტებისა:  $U = U^1 \times U^2 \times \dots \times U^k$ ;  $S = S^1 \times S^2 \times \dots \times S^k$ ;  $V = V^1 \times V^2 \times \dots \times V^n$ .



ა.

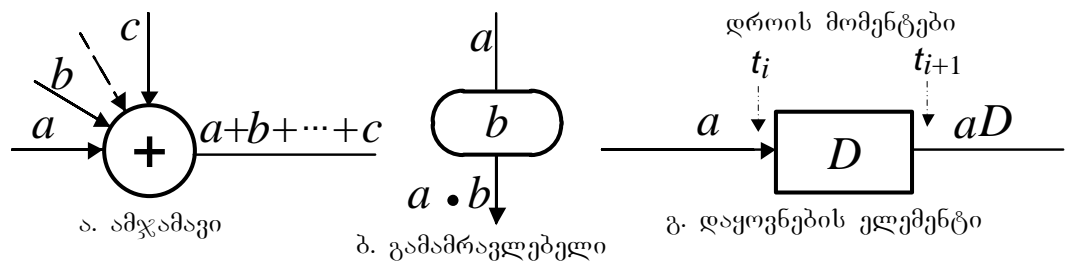


ბ.

ნახ. 1. სასრული ავტომატი (ა) და მისი ზოგადი სახე (ბ).

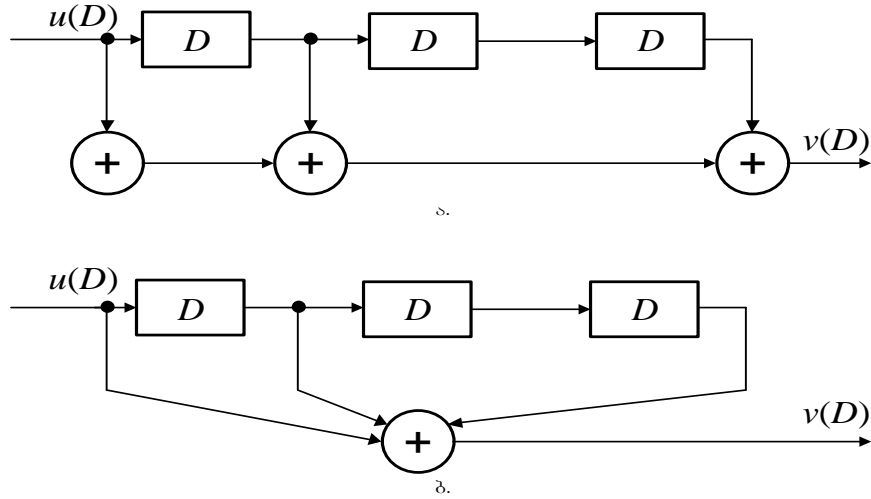
სასრული A ავტომატი ხასიათდება ხუთეულით  $A = (U, S, V, \varphi, \Psi)$ , სადაც  $\varphi$ -ს უწოდებენ ავტომატის გადასვლების ფუნქციას, რომლის შესაბამისადაც  $s(t_{i+1}) = \varphi(u(t_i), s(t_i))$ ; ეს იმას ნიშნავს, რომ ავტომატის შიდა მდგომარეობა  $t_{i+1}$  დროის მომენტში განისაზღვრება დროის  $t_i$  მომენტში შესასვლელზე არსებული და იმავე დროის მომენტში მესხიერებაში არსებული სიმბოლოებით.  $\Psi$ -ს უწოდებენ გამოსასვლელების ფუნქციას და  $v(t_i) = \Psi(u(t_i), s(t_i))$ , შესაბამისად ავტომატის გამოსასვლელზე,  $t_i$  მომენტში არსებული სიმბოლოები განისაზღვრება დროის იმავე მომენტში ავტომატის მესხიერებაში და შესასვლელზე არსებული სიმბოლოებით; ასეთ ავტომატს მიღის ავტომატს უწოდებენ. იმ შემთხვევაში, თუ ავტომატის გამოსასვლელზე არსებული სიმბოლოების განსაზღვრისათვის საკმარისია მხოლოდ მის მესხიერებაში არსებული სიმბოლოები ე.ი.  $v(t_i) = \Psi(s(t_i))$ , ავტომატს მურის ავტომატი ეწოდება.

ნახ. 2 ა-ზე მოყვანილია ამჯამავი, ხოლო ნახ. 2 ბ-ზე მოყვანილია გამამრავლებელი, ორივე შემთხვევაში შეკრებისა და გამრავლების ოპერაციები ხორციელდება შესაბამის ალგებრულ სტრუქტურაში (ჯგუფი, რგოლი, ველი, ...). ნახ. 2 გ-ზე ნაჩვენებია დაყოვნების ელემენტი, რომელსაც აქვს მესხიერება როგორც შესასვლელის, ასევე გამოსასვლელის მხრიდან (ფაქტობრივად ის წარმოადგენს ძვრის რეგისტრის ორ უჯრედს) და ახორციელებს სიმბოლოს დაყოვნებას ერთი ტაქტური ინტერვალით.



ნახ. 2. სასრული ავტომატის შესაძლო შემადგენელი ელემენტები.

ნახ. 3-ზე, მოყვანილია მაგალითი ციფრული სასრული ავტომატისა იმპულსური რეაქციით  $I=1,1,0,1$ .



ნახ. 3. სასრული ავტომატის მაგალითი (ა) და მისი გამარტივებული სახე (ბ).

აქ ავტომატის გამარტივებული სახით წარმოდგენა ეყრდნობა იმ ფაქტს, რომ ავტომატის შესასვლელზე, მესხიერებაში და გამოსასვლელზე არსებული სიმბოლოები ეკუთვნიან ისეთ ალგებრულ სტრუქტურას (ჯგუფს, რგოლს და ა.შ.), სადაც ადგილი აქვს შეკრების ასოციაციურობას. სიმარტივის მიზნით, მიმდევრობები შეგვიძლია გამოვსახოთ მძიმეების გარეშე და გვექნება  $I = 1101$ ; თუ ვისარგებლებთ დაყოვნების ოპერატორით, მაშინ  $I(D)=1+D+D^3$ . დაყოვნების ოპერატორის გამოყენების გვექნება:

$$v_j D^j = \sum_{i=0}^j u_i D^i \cdot I_{j-i} D^{j-i} = \sum_{i=0}^j u_i \cdot I_{j-i} D^j ;$$

$$\sum_{j=0}^{L+1} v_j D^j = \sum_{i=0}^{L+1} \sum_{j=0}^j u_i \cdot I_{j-i} D^j ,$$



აქედან ჩანს, რომ ნახ. 3-ზე მოყვანილი სქემა უზრუნველყოფს ორი  $u(D)$  და  $I(D)$  მრავალწევრის ერთმანეთზე გამრავლებას. აქვე შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ  $I(D)$  არის ავტომატის გადაცემის ფუნქციაც. ე.ი. საბოლოოდ ვასკენით, რომ თუ მოცემულია ავტომატის გადაცემის ფუნქცია მრავალწევრის სახით, მაშინ მის მიხედვით შეგვიძლია მოვახდინოთ მრავალწევრთა გამამრავლებელი შესაბამისი სქემის შედგენა ანუ სინთეზი.

როგორც მოყვანილი მაგალითებიდან ჩანს, ჩვენს მიერ განხილული სასრული ავტომატები მათ შესასვლელზე არსებულ სიმბოლოთა მიმდევრობას, გარკვეული წესით, გარდაქმნის გამოსასვლელზე არსებულ სიმბოლოთა მიმდევრობაში ანუ კოდურ მიმდევრობაში. აღნიშნულ პროცესს კოდირების პროცესი ანუ მოკლედ კოდირება ეწოდება, ხოლო შესაბამის სასრულ ავტომატს კოდერი. კოდური მიმდევრობების სიმრავლეს კოდი ეწოდება. იმ შემთხვევაში, თუ კოდი მიიღება სასრული ავტომატის შესასვლელზე არსებული სიმბოლოებისა და ავტომატის იმპულსური რეაქციის ხვევის (რასაც ჩვენს მიერ განხილულ შემთხვევაში ჰქონდა ადგილი) შედეგად, მას ხვეულა კოდი ეწოდება. მესხიერების ელემენტების რაოდენობას კოდერში ხშირად აღნიშნავენ  $K$ -თი და მას მაკოდირებელი რეგისტრის სიგრძეს უწოდებენ.

ხვეულა კოდის კოდერის  $i$ -ური შესასვლელისათვის რეაქციის სიგრძე არის სიდიდე

$$\gamma_i = \max_j [\deg G_{ij}(D)];$$

მოყვანილ გამოსახულებაში  $i$  არის  $G(D)$  მატრიცის სტრიქონის ნომერი, ხოლო  $j$  სვეტის ნომერია.

მთლიანობაში, შესასვლელათვის, კოდერის რეაქციის სიგრძე  $\gamma = \sum_{i=1}^k \gamma_i$ ; ხშირად ამ სიდიდეს კოდური შეზღუდვის სიგრძესაც უწოდებენ.

კოდს, როცა ნებისმიერი  $i$  და  $j$ -თვის სრულდება პირობა,

$$\gamma_0 = \max_{i,j} [\deg G_{ij}(D)] \leq 1,$$

ეწოდება ერთეულოვანი მესხიერების მქონე კოდი. კოდერისთვის, რომელსაც აქვს  $k$  შესასვლელი

$$K = \gamma + k$$

მოცემულ მეტრიკაში  $l$  რიგის სვეტური მანძილი განისაზღვრება როგორც მინიმალური მანძილი, კოდური ხის ძირიდან გამოსულ განსხვავებული პირველი წიბოების მქონე,  $l+1$  რაოდენობის საინფორმაციო სიმბოლოს შესაბამის კოდურ მიმდევრობებს შორის.

ქვემოთ მოყვანილია (7,5) ხვეულა კოდის კოდური კომბინაციები, რომლებიც ყოველი  $l$ -ისათვის გაყოფილი არიან ორ ჯგუფად და ამ ჯგუფებს განსხვავებული აქვთ ხის ძირიდან გამომავალი პირველივე წიბოები. მანძილთა ერთობლიობას  $d=(d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, \dots)$  ხვეულა კოდის დისტანციურ პროფილს უწოდებენ. მოყვანილი მაგალითისათვის ჰემინგის მეტრიკაში  $d=(2, 3, 3, 4, 4, \dots)$ .

ხვეულა კოდის მინიმალური მანძილი არის სვეტური მანძილი  $l = \gamma$  შემთხვევისათვის ანუ  $\gamma$  რიგის სვეტური მანძილი. მას აღნიშნავენ  $d_{\min}$ -ით და  $q$ -ობითი კოდისათვის

$$d_{\min} \leq \left\lfloor \left( (q-1)/q \right) \cdot (n / (q^{R-n} - 1) + L) \right\rfloor$$

და აღნიშნავს  $x$ -ზე ნაკლებ ან ტოლ უდიდეს მთელ რიცხვს, ხოლო

$$L = (\gamma_0 + 1)n.$$

ზოგჯერ ამ სიდიდესაც კოდური შეზღუდვის სიგრძეს უწოდებენ.

თავისუფალი ჰემინგის მანძილის ზედა საზღვარი  $R=1/n$  სიჩქარიანი ორობითი ხვეულა კოდებისათვის მიღებული იქნა ჰელერის მიერ, რომელიც  $R$ -ის რაციონალური მნიშვნელობებისათვის მოდიფიცირებული იქნა შემდეგი სახით:

$$d_{free} \leq \min_{l \leq i} \left[ (2^{i-1} / (2^i - 1)) \cdot (K + i - k) \cdot (n / k) \right],$$

$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$
00	0000	000000	00000000	0000000000
	0011	000011	00000011	0000000011
11		001110	00001110	0000001110
$d_0 = 2$	1110	001101	00001101	0000001101
	1101		00111011	0000111011
		111011	00111000	0000111000
	$d_1 = 3$	111000	00110101	0000110101
		110101	00110110	0000110110
		110110		0011101100
			11101100	0011101111
		$d_2 = 3$	11101111	0011100010
			11100010	0011100001
			11100001	0011010111
			11010111	0011010100
			11010100	0011011001
			11011001	0011011010
			11011010	
				1110110000
			$d_3 = 4$	1110110011
				1110111110
				1110111101
				1110001011
				1110001000
				1110000101
				1110000110
				1101011100
				1101011111
				1101010010
				1101010001
				1101100111
				1101100100
				1101101001
				1101101010
				$d_4 = 4$

ხვეულა კოდის  $r$  რიგის სტრიქონული მანძილი განისაზღვრება როგორც მინიმალური მანძილი კოდის გისოსზე იმ წყვილ გზების შესაბამის კოდურ მიმდევრობებს შორის, რომლებიც ჯერ იყოფიან, ხოლო  $r$  შტოს შემდეგ ისევ ერწყმიან ერთმანეთს. მას ჩვენ აღვნიშნავთ  $d_r$  სიმბოლოთი.

კატასტროფული კოდების გამოყენება დეკოდირებისას გვაძლევს შეცდომების უსასრულო რაოდენობას, როცა არხში შეცდომების რაოდენობა სასრულია.

დავუშვათ  $R=k/n$  სიჩქარიანი კოდის წარმომქმნელი  $G$  მატრიცა შეიცავს  $C_n^k$  რაოდენობის  $k \times n$  ზომის  $G_e$  ქვემატრიცებს ( $e=1,2,\dots,C_n^k$ ). ვთქვათ, თითოეული მატრიცის დეტერმინანტია  $\det G_e$ ; მაშინ ხვეულა კოდი არ იქნება კატასტროფული, თუ

$$GCD[\det G_e, e=1,2,\dots,C_n^k]=D^a,$$

სადაც  $a$  ნებისმიერი მთელი არაუარყოფითი რიცხვია.

თუ  $R=1/n$ , მაშინ ხვეულა კოდის არაკატასტროფულობის პირობა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$GCD[G_1(D), G_2(D), \dots, G_n(D)]=D^a.$$

ჩვენ, სპეციალურად დაწვრილებით განვიხილეთ დეკოდირების მაქსიმალური დამაჯერებლობის პრინციპი (რომელიც რეალიზებულია ვიტერბის ალგორითმით), რადგანაც იგივე პრინციპით იქნება დეკოდირებული აგებული ახალი კოდები, რომლებიც ეფუძნებიან ხვეულა კოდებს ალფაბეტური სიჭარბით.

დეკოდირების მეთოდი მაქსიმალური დამაჯერებლობის პრინციპით წარმოადგენს დეკოდირების ტიპურ ალგორითმს, რომელიც დაფუძნებულია მიღებული სიმბოლოების ალბათურ მახასიათებლების

გამოყენებაზე. ალგორითმი ფართოდ გამოიყენება მოკლე ხვეულა კოდების დეკოდირებისას. დეკოდირების ალგორითმი განხილულია ხვეულა კოდის მაგალითზე სიჩქარით  $R=1/n$ .

არხში კოდის თითოეულ სიმბოლოს შეესაბამება სიგნალი, რომელიც შეიძლება წარმოდგენილი როგორც  $S_t = (S_t^{(0)} S_t^{(1)} \dots S_t^{(N)})$  კოორდინატთა ერთობლიობა. იქ მასზე მოქმედებს ადიტიური ხმაური და შესაბამისად დეკოდერის შესასვლელზე გვაქვს მიმდევრობა  $X_L = S_L + n_L$ , სადაც  $S_L = (S_0 S_1 \dots S_{L-1})$ ,  $n_L = (n_0 n_1 \dots n_L)$ ,  $n_t = (n_t^{(0)} n_t^{(1)} \dots n_t^{(N)})$  არის  $N$  სიგრძის ხმაურის ვექტორი. დეკოდირების პროცესი წარმოადგენს გზის ამორჩევას კოდურ გისოსზე მაქსიმალური აპოსტერიული ალბათობის პრინციპით. დეკოდირებისას გზა შეგვიძლია ავირჩიოთ რამოდენიმე მეთოდით: კოდური გზის შემადგენელი შტოების წონათა (შეფასებათა) ერთობლიობით  $\hat{a}_L = (\hat{a}_0 \hat{a}_1 \dots \hat{a}_{L-1})$ ; კოდერის მდგომარეობათა მიმდევრობით  $\hat{\omega}_L = (\hat{\omega}_0 \hat{\omega}_1 \dots \hat{\omega}_{L-1})$ ; ან კოდერის შესასვლელზე არსებული სიმბოლოთა მიმდევრობით  $\hat{u}_L = (\hat{u}_0 \hat{u}_1 \dots \hat{u}_{L-1})$ , რომელიც ემთხვევა კოდერის მდგომარეობის პირველ სიმბოლოს.  $X_L$  მიმდევრობა დეკოდირდება შეცდომათა მინიმალური ალბათობით, თუ ყველა შესაძლო გზიდან ავირჩევთ  $\hat{a}_L$  შეფასებას, რომლისთვისაც მაქსიმალურია აპოსტერიული ალბათობა  $P(\hat{a}_L / X_L)$ .  $\hat{a}_L$  სიმბოლოთა ერთობლიობის ყველა შესაძლო ვარიანტის გადაცემა ითვლება თანაბარალბათურად. ასეთ შემთხვევაში დეკოდირება მაქსიმალური აპოსტერიული ალბათობის კრიტერიუმით ექვივალენტურია დეკოდირებისა მაქსიმალური დამაჯერებლობის კრიტერიუმით, როცა არჩეულია  $\hat{a}_L$  შეფასება, რომელიც უზრუნველყოფს  $P(X_L / \hat{a}_L) = \max$  პირობას. არხში, მეხსიერების გარეშე პირობითი ალბათობა  $P(X_L / \hat{a}_L)$  პროპორციულია სიგნალისა და ხმაურის ჯამის პირობით ალბათობათა სიმკვრივის ნამრავლის.

$$p(X_L / S_L) = \prod_{t=0}^{L-1} p(X_t / S_t) = \prod_{t=0}^{L-1} p(X_t^{(0)} X_t^{(1)} \dots X_t^{(N)} / S_t^{(0)} S_t^{(1)} \dots S_t^{(N)}) \quad (1)$$

გაუსის არხში,  $N_0$  სპექტრალური სიმკვრივის მქონე თეთრი ხმაურის ზემოქმედებისას (1)-ს აქვს სახე:

$$p(X_L / S_L) = (1/\sqrt{\pi N_0})^N \exp\{-[\sum_{i=1}^N (X_i^{(i)} - S_i^{(i)})^2]/2N_0\}.$$

მაქსიმუმის საპოვნელად გამოვიყენოთ გალოგარიტმება:

$$\begin{aligned} \ln p(X_L / S_L) &= \ln \prod_{l=0}^{L-1} (1/\sqrt{\pi N_0})^N \times \exp\{-[\sum_{l=1}^N (X_l^{(l)} - S_l^{(l)})^2]/2N_0\} = \\ &= NL \ln(1/\sqrt{\pi N_0}) - \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{i=1}^N (X_l^{(l)} - S_l^{(l)})^2 / 2N_0 \sum_{i=1}^N (X_l^{(l)} - S_l^{(l)})^2 / 2N_0. \end{aligned}$$

დეკოდირების პროცესში ირჩევენ სიგნალის მიმდევრობას  $\hat{S}_L = (\hat{s}_0 \hat{s}_1 \dots \hat{s}_{L-1})$  და მასთან ერთმნიშვნელოვნად დაკავშირებულ შტოთა მიმდევრობას  $\hat{a}_L = (\hat{a}_0 \hat{a}_1 \dots \hat{a}_{L-1})$ , რომელიც უზრუნველყოფს ჯამის მინიმუმს

$$PM = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{i=1}^N (X_l^{(l)} - S_l^{(i)})^2 = \min; \quad (2)$$

ქვემოთმოყვანილ ნახ. 4-ზე ნაჩვენებია დეკოდირების პროცესის განვითარება 1/2 სიჩქარის მქონე ხვეულა კოდისათვის, რეგისტრების რაოდენობით  $K = 3$ . კოდერის შესასვლელზე არსებობს სიმბოლოთა შემდეგი წყვილები: 11 10 00 11 01 . . . (განიხილება დეკოდირება ხისტი გადაწყვეტილებით).

$i$ -ური ბიჯის დასაწყისში დეკოდერის მეხსიერებაში ჩაწერილია წინა ეტაპზე მიღებული მდგომარეობათა მეტრიკა  $SM^{i-1}(00)$ ,  $SM^{i-1}(01)$ ,  $SM^{i-1}(10)$   $SM^{i-1}(11)$ . არსიდან მიღებული სიმბოლოების მიხედვით ხდება შტოთა მეტრიკის გამოთვლა  $BM^i(00)$ ,  $BM^i(11)$ ,  $BM^i(10)$ ,  $BM^i(01)$  და ასევე, ოთხი მდგომარეობის  $SM^i(00)$ ,  $SM^i(10)$ ,  $SM^i(01)$ ,  $SM^i(11)$  ფორმირება შემდეგი წესით: ყოველ შემდეგ მდგომარეობამდე მიდის ორი გზა (მაგალითად 00 მდგომარეობამდე გზა მიდის წინა 00 და 01

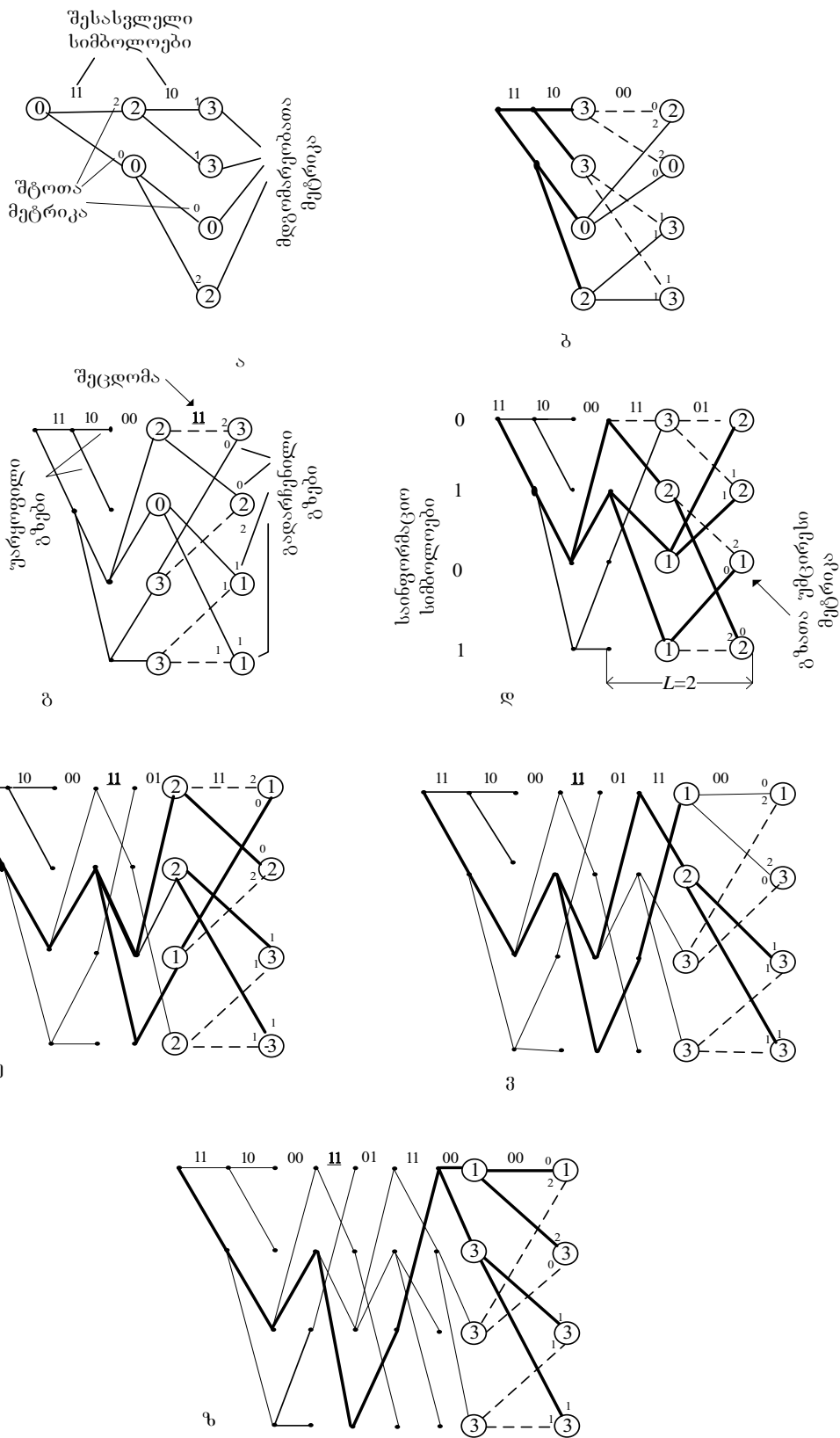
მდგომარეობებიდან), დეკოდირების  $i$ -ურ ნაბიჯზე გზის მეტრიკას დეკოდერი გამოთვლის როგორც წინა მდგომარეობათა მეტრიკისა და შემავალი შტოთა მეტრიკის ჯამს:

$$SM^i(00) \begin{cases} PM^i(00) = SM^{i-1}(00) + BM^i(00) \\ PM^i(00) = SM^{i-1}(01) + BM^i(11), \end{cases}$$

$$SM^i(01) \begin{cases} PM^i(01) = SM^{i-1}(10) + BM^i(10) \\ PM^i(01) = SM^{i-1}(11) + BM^i(01), \end{cases}$$

$$SM^i(10) \begin{cases} PM^i(10) = SM^{i-1}(00) + BM^i(11) \\ PM^i(10) = SM^{i-1}(01) + BM^i(00), \end{cases}$$

$$SM^i(11) \begin{cases} PM^i(11) = SM^{i-1}(10) + BM^i(01) \\ PM^i(11) = SM^{i-1}(11) + BM^i(10), \end{cases}$$

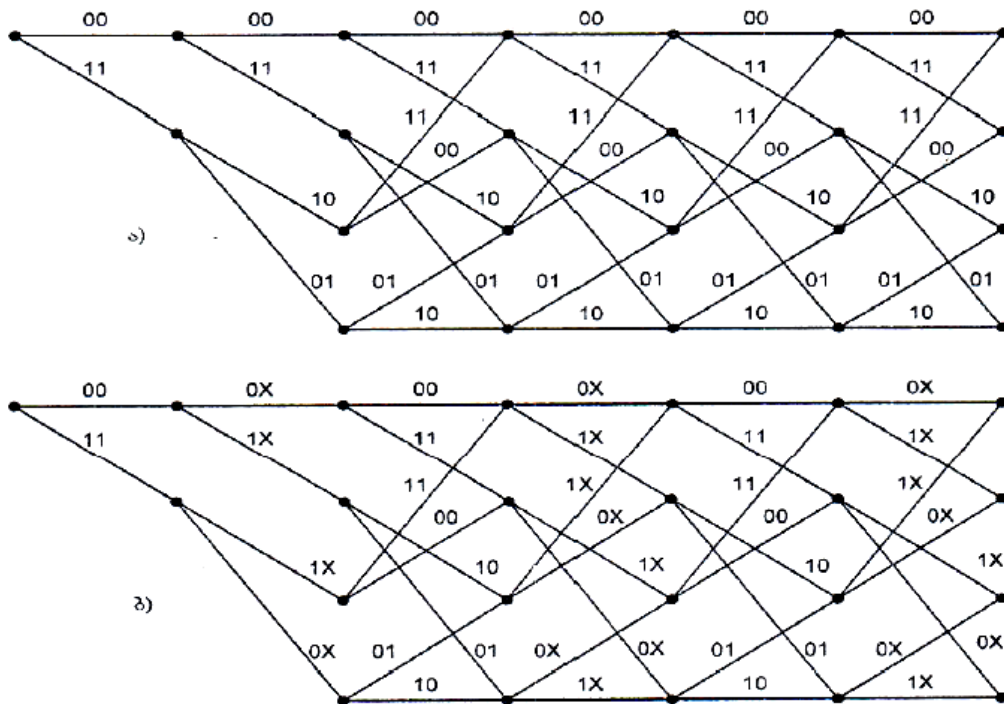


ნახ. 4. ვიტერბის პროცედურა



**მეორე თავში** განხილულია კოდები სიმბოლურ-ალფაბეტური სიჭარბით. მოყვანილია მათი აღწერა და დადებითი მხარეები. გადაწყვეტილია, რომ საუკეთესო კოდები უნდა შეირჩეს კომპიუტერული ძიების მეთოდით და ამ დროს თავისუფალი მანძილის განსაზღვრისათვის გამოყენებული იქნას დეიქსტრის ალგორითმი.

ხვეულა კოდების სიჭარბის გაზრდა შეიძლება კოდური სიმბოლოების ამოგდებით წინასწარ განსაზღვრული წესით. თუ ავიღებთ  $R=1/2$  სიჭარიან ხვეულა კოდს და კოდური მიმდევრობიდან ყოველ მეოთხე სიმბოლოს ამოვაგდებთ, მივიღებთ პერფორირებულ კოდს, რომლის სიჭარვა  $R=2/3$ . ამ შემთხვევაში კოდს ექნება იგივე სირთულე, რაც  $1/2$  სიჭარიან კოდს, მაშინ როცა ჩვეულებრივი  $2/3$  სიჭარიანი კოდი გაცილებით რთულია. ამ შემთხვევაში ვგულისხმობთ კოდის შესაბამისი გისოსის სირთულეს, რომელზეც ხორციელდება ოპტიმალური დეკოდირების პროცედურა ვიტერბის ალგორითმის გამოყენებით



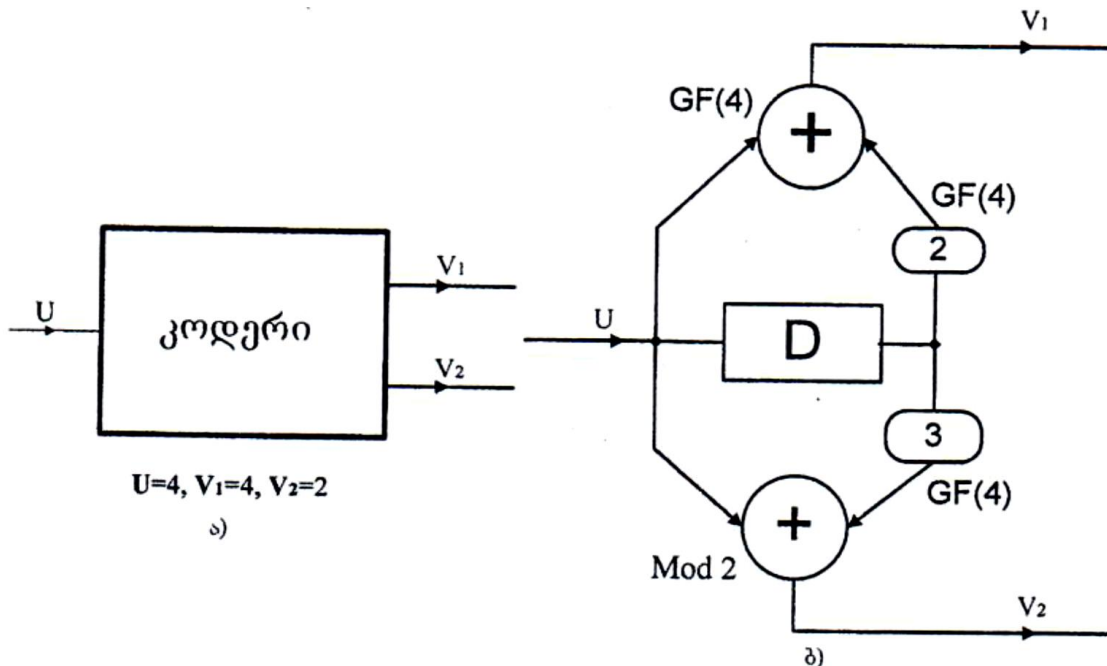
**ნახ. 5.** ხვეულა (7,5) კოდის გისოსის ფრაგმენტი  $1/2$  სიჭარისათვის (ა) და იგივე, სიმბოლოთა ამოგდების გზით მიღებული,  $2/3$  სიჭარიანი კოდისათვის (ბ)

$M$ -ობითი ხვეულა კოდის სიჩქარე ზოგადად  $R=k/n$ . დეკოდირების სირთულე ფაქტიურად განისაზღვრება იმ არითმეტიკული ოპერაციების რაოდენობით რომლებიც გამოყენებულია დეკოდირების პროცესში.

ცხადია, ამ შემთხვევაში, ერთი დეკოდირებული ბიტისათვის  $N = (\frac{M^v}{k})$ .

$(M^{k+1} - 1)$  ვინაიდან პერფორირებული კოდების შემთხვევაში  $K=1$  სიმარტივის თვალსაზრისით, ჩვეულებრივ მაღალსიჩქარიან ხვეულა კოდებთან შედარებით, მათი უპირატესობა აშკარაა.

სიმბოლურ-ალფაბეტური სიჭარბის კოდის კოდერებს აქვს  $k$  შესასვლელი და  $n$  გამოსასვლელი. შესასვლელი და გამოსასვლელი სიმბოლოების ალფაბეტის ზომები შეიძლება იყოს სხვადასხვა და უფრო მეტიც, სხვადასხვა შეიძლება იყოს როგორც ცალკეულ შესასვლელზე, ისე ცალკეულ გამოსასვლელზე არსებული სიმბოლოების ალფაბეტის ზომები.



**ნახ. 6.** პერფორირებული კოდის ანალოგი, კოდი სიმბოლურ-ალფაბეტური სიჭარბით; ა) კოდერის ზოგადი სქემა, ბ) კონკრეტული კოდერი

კოდის თავისუფალი მანძილი ჰემინგის მეტრიკაში  $d_f = 4$  ხოლო ბიჯზე დეკოდირების ორობითი სიმბოლოების რაოდენობა ჩვენი შემთხვევისათვის  $S=4$ ,  $B=4$ ,  $n=3$ ,  $k=1$ ,  $M=4$  და მაშინ  $2N=76$ ; იგივეა  $d_f$ -ის მქონე პერფორირებული კოდისთვის  $2N=96$ .

ვინაიდან არ არსებობს ხვეულა კოდების აგების რაიმე რეგულარული ალგორითმი, ამიტომ ჩვენ კოდებს მოვიპოვებთ კომპიუტერული ძიების გზით და ამ დროს მნიშვნელოვანია შევარჩიოთ მისი თავისუფალი მანძილის განსაზღვრის ალგორითმი. გავაკეთოთ არჩევანი დეიქსტრის ალგორითმზე მისი სიმარტივის გამო.

კონკრეტული კოდისათვის განხილულია ალგორითმის მუშაობის პროცედურა. განსაზღვრულია, რომ ერთნაირი თავისუფალი მანძილის მქონე ხვეულა კოდებიდან საუკეთესოს შერჩევა განხორციელდეს მისი მანძილთა სპექტრის მიხედვით. აღწერილია სპექტრის განსაზღვრის ალგორითმი.

რამდენიმე ერთნაირი თავისუფალი მანძილის მქონე კოდიდან საუკეთესოს ამორჩევა ხორციელდება კოდის მანძილთა სპექტრის მიხედვით. მისი განსაზღვრის ალგორითმი დაიყვანება კოდის წარმომქმნელი ფუნქციის განსაზღვრის ალგორითმზე და ეფუძნება  $n \times n$  ზომის მომიჯნავეობის  $M_N$  მატრიცის გამოყენებას, რომლის ელემენტები წარმოდგენილნი არიან ფორმალური  $D^{\circ}N^u$ .

*მესამე თავში* ჩამოყალიბებულია მეთოდი, რომელიც საკმარისია მანძილის მიმართ ინვარიანტული კოდებისა და სიგნალ-კოდური სისტემების ასაგებად.

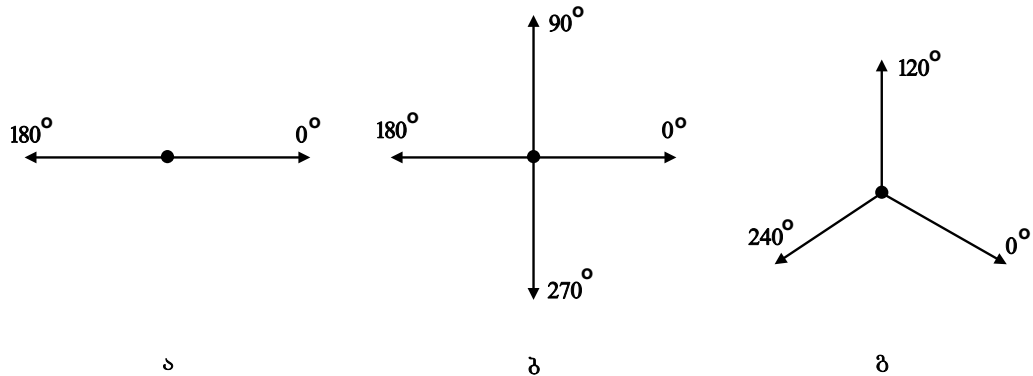
კოდირების თეორიაში უმეტესწილად განიხილება შემთხვევები, როცა კოდურ ვექტორთა შორის მანძილები განისაზღვრება ჰემინგის მეტრიკაში. ამასთან ერთად იშვიათად, მაგრამ მაინც გვხვდება სისტემები, რომლებიც იყენებენ ე.წ. რგოლურ ანუ ლის მეტრიკას; ცნობილია ისიც,

რომ ორობით და სამობით შემთხვევაში ეს მეტრიკები იდენტურია ანუ ერთიმეორეს ემთხვევა.

ბოლო პერიოდში, ალფაბეტური სიჭარბის მქონე კოდების გამოჩენა აძლიერებს ინტერესს ისეთი სისტემებისადმი, რომლებიც წარმოადგენენ წრფივი არაორობითი და სხვადასხვა (მათ შორის არაწრფივი) კოდის კოდერების გაერთიანებას, კასკადს.

განხილულია ლის მეტრიკის გამოყენებით მანძილის მიმართ ინვარიანტული სისტემების აგება. მართალია, ნაშრომის დასაწყისში, ის განიხილება არაორობით-ორობით სისტემის მაგალითზე ან უფრო კონკრეტულად ლი-ჰემინგის მეტრიკისათვის, შემდგომში შედეგი გაზოგადოებულია ლი-სა და ეკლიდეს მეტრიკისათვის. მეთოდი საკმარისად ზოგადია (მარტივიც) და მისი გამოყენება შეიძლება როგორც ჰემინგის მანძილის მიმართ ინვარიანტული ხვეულა კოდების ასაგებად, ასევე იმ სხვა მსგავსი კონსტრუქციებისათვისაც, სადაც გამოიყენებიან ხვეულა კოდები და სიგნალები; ბოლოს მოყვანილი მაგალითიც ამას ადასტურებს და თუ მოვახდენთ ზემოთ მოყვანილის რეზიუმირებას შეგვიძლია ზოგადად ვთქვათ:  $Q$ -ობითი ხვეულა კოდი ლის მეტრიკით,  $d_A \in \{\text{perms}(af)\}$ ,  $a > 0$  შემთხვევაში წარმოქმნის ნებისმიერი  $A$  მეტრიკისათვის დისტანციურად ინვარიანტულ სისტემას.

ახალი ხვეულა კოდები აგებულია ორობითი სიმეტრიული არხისათვის ( $q=2$ ); აქვე ნახვენებია, რომ ეს კოდები ოპტიმალურებია (მანძლითა მიხედვით) ორობითი და ოთხობითი ფაზამოდულირებული სიგნალებისათვის (ნახ. 7 ა, ბ); ხვეულა კოდები სამობითი გამოსასვლელით აგებულია სამობითი სიმპლექსური ფაზამოდულირებული სიგნალებისათვის (ნახ. 7 გ). აქ არხების სახით განხილულია არხები თეთრი გაუსის ხმაურით, რომელთაც აქვთ ნულოვანი დისპერსია და  $N_0$  სიმძლავრის სპექტრალური სიმკვრივე. თითოეული ვექტორის სიგრძე ნახ. 7-ზე ტოლია  $\sqrt{Es}$ , სადაც  $Es$  სიგნალის ენერჯიაა.



ნახ. 7. ორობითი (ა), ოთხობითი (ბ) და სამობითი (გ) ფაზამოდულირებული სიგნალები

ახალი ხვეულა კოდები მანძილის მიმართ ინვარიანტულია. ნაპოვნი იქნა ახალი, მანძილის მიმართ ინვარიანტული ხვეულა კოდები, რომლებიც მოყვანილი არიან პირველ და მეორე ცხრილებში. აქ ისინი წარმოდგენილი არიან თავიანთი მანძილის სპექტრებით, სადაც  $d$  ჰემინგის მანძილია (ე. ი.  $d = d_H$ ),  $d^2$  არის ეკლიდური მანძილის კვადრატი,  $a$  მოცემული მანძილის ( $d$  ან  $d^2$ ) მქონე გზების შესაბამისი გადაცემული ბიტების რაოდენობა,  $L$  იარუსების ის რაოდენობაა კოდურ გისოსზე, სადაც მანძილთა სპექტრში გვაქვს  $\max(d)$  ან  $\max(d^2)$ .

ცხრილ 1-ში მოყვანილი კოდები ოპტიმალურები არიან ორობითი სიმეტრიული არხისათვის, ისინი ოპტიმალურები იქნებიან გაუსის არხებისათვის ორობითი ( $M=2$ ) ფაზამოდულირებული სიგნალების (BPSK) გადაცემისას.

ცხრილ 2-ში მოყვანილია სამობითი, ალფაბეტური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდებისა ( $q=2$ ,  $Q=3$ ), და სამობითი სიმპლექსური ფაზამოდულირებული სიგნალის (TPSK) ბაზაზე აგებული სიგნალ-კოდური სისტემის დისტანციური მახასიათებლები.

**ცხრილი 1.** ხეუღლა კოდები ორობითი შესასვლელითა და ორობითი გამოსასვლელით

<b>3 1</b> <i>L=21</i>		<b>3 1 3</b> <i>L=46</i>		<b>3 3 1 3</b> <i>L=49</i>		<b>3 2 1 1 3</b> <i>L=68</i>		<b>3 1 3 1 1 3</b> <i>L=80</i>	
<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>
3	1	5	1	6	2	7	4	8	4
4	2	6	4	7	7	8	12	9	11
5	3	7	12	8	18	9	20	10	36
6	4	8	32	9	49	10	72	11	83
7	5	9	80	10	130	11	225	12	250
8	6	10	192	11	333	12	500	13	630
9	7	11	448	12	836	13	1324	14	1776
10	8	12	1024	13	2069	14	3680	15	4531
11	9	13	2304	14	5060	15	8967	16	11982
12	10	14	5120	15	12255	16	22270	17	30474
13	11	15	11264	16	29444	17	57403	18	78492
14	12	16	24576	17	70267	18	142234	19	198907
15	13	17	53248	18	166726	19	348830	20	504730
16	14	18	114688	19	393635	20	867106	21	1270141
17	15	19	245760	20	925334	21	2134239	22	3190906
18	16	20	524288	21	2166925	22	5205290	23	7978154
19	17	21	1114112	22	5057286	23	12724352	24	19903010
20	18	22	2359296	23	11767305	24	31022962	25	49491586
21	19	23	4980736	24	27305864	25	75250693	26	122799106
22	20	24	10485760	25	63207473	26	182320864	27	303950322
23	21	25	22020096	26	145986568	27	441125164	28	750869456

<b>3 2 0 3 3 1 3</b> <i>L=90</i>		<b>3 1 3 1 2 2 1 3</b> <i>L=93</i>		<b>3 1 3 3 2 1 0 1 3</b> <i>L=102</i>		<b>3 2 2 0 1 3 2 1 2 3</b> <i>L=110</i>		<b>3 1 3 3 0 3 2 2 0 1 3</b> <i>L=112</i>	
<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>	<i>d<sub>i</sub></i>	<i>a<sub>i</sub></i>
10	36	10	4	12	33	12	8	14	71
11	0	11	10	13	0	13	0	15	0
12	211	12	64	14	281	14	154	16	419
13	0	13	130	15	0	15	0	17	0
14	1404	14	318	16	2179	16	1064	18	3383
15	0	15	905	17	0	17	0	19	0
16	11633	16	2424	18	15035	18	7346	20	23484
17	0	17	6187	19	0	19	0	21	0
18	77433	18	17422	20	105166	20	52073	22	157716
19	0	19	44417	21	0	21	0	23	0
20	502690	20	113904	22	692330	22	347879	24	1048620
21	0	21	297764	23	0	23	0	25	0
22	3322763	22	763260	24	4580007	24	2308011	26	6914707
23	0	23	1934897	25	0	25	0	27	0
24	21292910	24	4933300	26	29692894	26	15074111	28	44725065
25	0	25	12557730	27	0	27	0	29	0
26	134365911	26	31730448	28	190453145	28	97031904	30	286678096
27	0	27	80015153	29	0	29	0	31	0
28	843425871	28	201670146	30	1208999091	30	619561390	32	1822054919
29	0	29	506533510	31	0	31	0	33	0
30	5245283348	30	1269364860	32	7622677693	32	3921984002	34	1149690804

**ცხრილი 2.** ხვეულა კოდები ორობითი შესასვლელითა და სამობითი გამოსასვლელით

<b>1 1</b> <i>L=21</i>		<b>1 1 2</b> <i>L=66</i>		<b>1 1 1 2</b> <i>L=57</i>		<b>1 1 1 2 2</b> <i>L=116</i>		<b>1 1 1 1 2 2</b> <i>L=83</i>	
$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$
3	1	4.5	3	6	6	7.5	5	9	17
4.5	2	6	15	7.5	6	9	42	10.5	39
6	3	7.5	58	9	58	10.5	135	12	187
7.5	4	9	201	10.5	118	12	727	13.5	683
9	5	10.5	655	12	507	13.5	3018	15	2741
10.5	6	12	2052	13.5	1284	15	12783	16.5	10322
12	7	13.5	6255	15	4323	16.5	51782	18	37096
13.5	8	15	18687	16.5	11846	18	210330	19.5	136834
15	9	16.5	54974	18	36009	19.5	835046	21	488901
16.5	10	18	159765	19.5	100844	21	3294834	22.5	1749291
18	11	19.5	459743	21	292830	22.5	12870612	24	6190259
19.5	12	21	1312200	22.5	821568	24	49963630	25.5	21803038
21	13	22.5	3719643	24	2330668	25.5	192707673	27	76377332
22.5	14	24	10482351	25.5	6509702	27	739596902	28.5	266343461
24	15	25.5	29391490	27	18219432	28.5	2825474756	30	925251279
25.5	16	27	82048737	28.5	50592106	30	10752036148	31.5	3202795872
27	17	28.5	228160495	30	140349045	31.5	40771803481	33	11052511705
28.5	18	30	632293452	31.5	387559772	33	154127275727	34.5	38033968207
30	19	31.5	1746896199	33	1068269069	34.5	581007132093	36	130555763220
31.5	20	33	4813063455	34.5	2935542798	36	2184683661144	37.5	447122121024
33	21	34.5	13228122758	36	8051416787	37.5	8195990895282	39	1528107655812

ა.

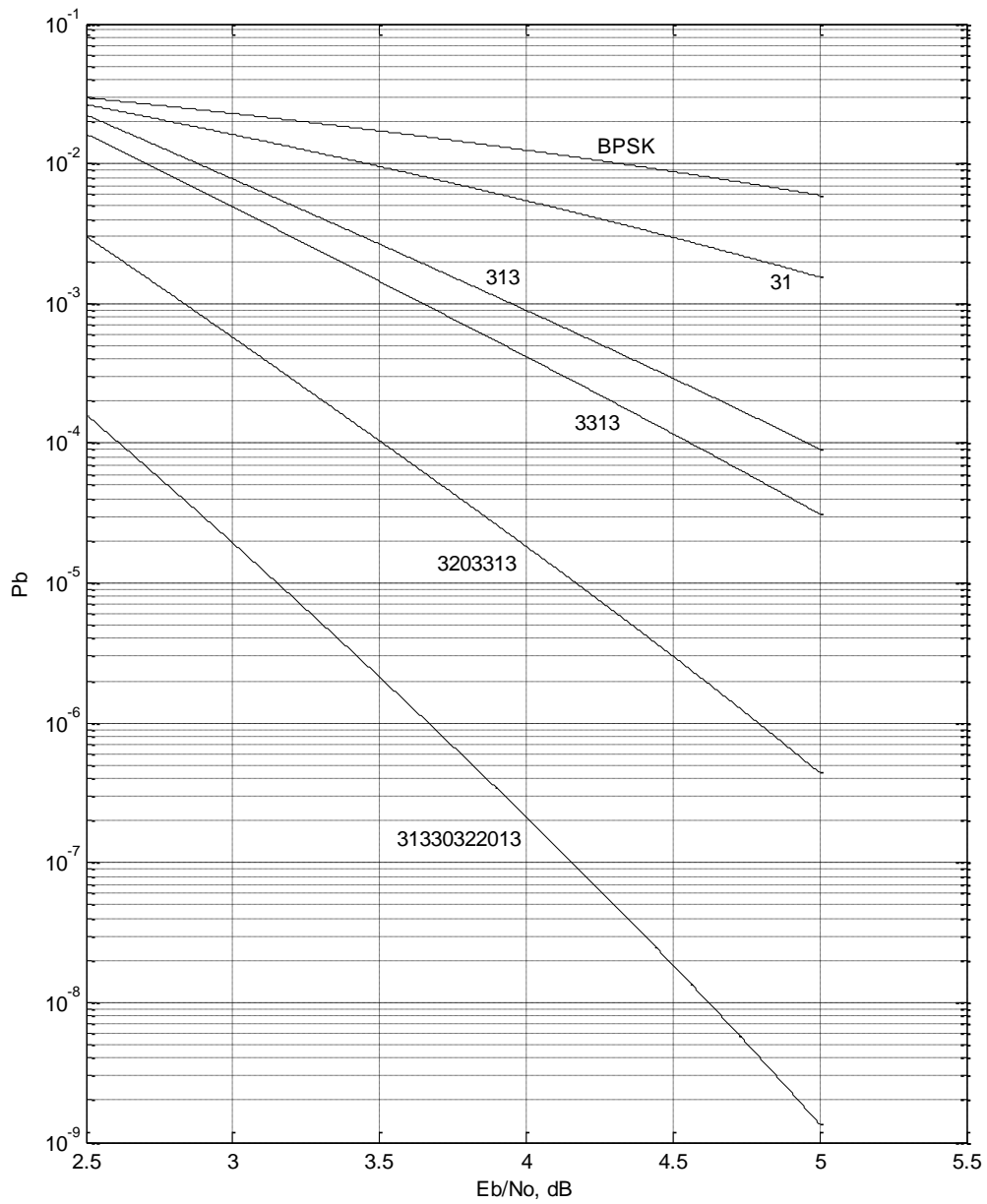
11111222 L=163		11011222 L=117		10111222 L=180		111221011 L=197		11011012222 L=159	
$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$	$d_i^2$	$a_i$
9	3	10.5	8	12	32	13.5	75	13.5	21
10.5	11	12	28	13.5	95	15	297	15	59
12	100	13.5	129	15	751	16.5	1306	16.5	336
13.5	295	15	634	16.5	2854	18	7290	18	1531
15	1557	16.5	3257	18	14105	19.5	33419	19.5	6661
16.5	6256	18	13549	19.5	64101	21	153429	21	30546
18	27000	19.5	57889	21	294704	22.5	708669	22.5	132964
19.5	108696	21	245965	22.5	1304178	24	3212938	24	579101
21	442192	22.5	1027205	24	5763673	25.5	14428284	25.5	2486497
22.5	1762717	24	4244525	25.5	25137830	27	64218919	27	10596909
24	7005217	25.5	17367881	27	109332756	28.5	283986883	28.5	44841232
25.5	27555165	27	70640257	28.5	471215062	30	1248820820	30	188442686
27	107912228	28.5	285414744	30	2022521534	31.5	5463283722	31.5	788745319
28.5	420128113	30	1147440092	31.5	8638086694	33	23801148162	33	3284832842
30	1628896996	31.5	4591770680	33	36748343314	34.5	103293194002	34.5	13626151524
31.5	6289690428	33	18300413810	34.5	155763088262	36	446741415859	36	56328749339
33	24204148568	34.5	72682354368	36	658167323756	37.5	1926344546847	37.5	232139114131
34.5	92850251450	36	287757299534	37.5	2773028465632	39	8283804419885	39	953988726757
36	355205342557	37.5	1136034224353	39	11653734622624	40.5	35535275442910	40.5	3910613200080
37.5	1355441391359	39	447536062828	40.5	48860808634532	42	152097360173159	42	15993716896091
39	5160549482108	40.5	17575524972785	42	204426787916078	43.5	649681793202754	43.5	65276103262934



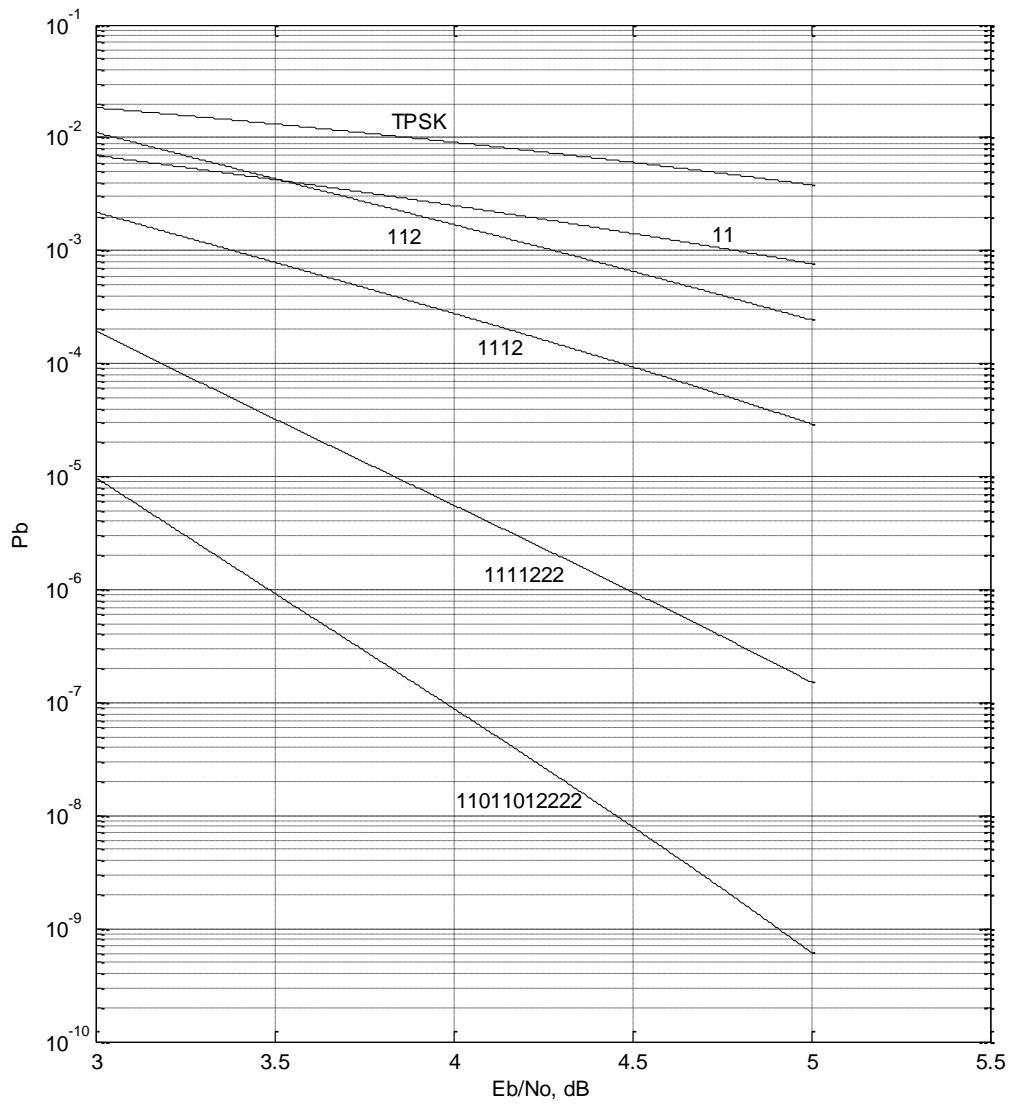
ორობით სიმეტრიული არხებისთვის ნაპოვნი ასალი ხვეულა კოდების მახასიათებლები ფასდებიან თავისუფალი ჰემინგის მანძილებით; ხოლო ისეთი გაუსის არხებისათვის, სადაც გამოიყენებიან ორობითი ( $M=2$ ) ფაზამოდულირებული სიგნალები (BPSK), სამობითი ( $M=3$ ) ფაზამოდულირებული სიგნალები (TPSK) და ოთხობითი ( $M=4$ ) ფაზამოდულირებული სიგნალები (QPSK) ეფექტურობის შესაფასებლად ვიყენებთ სიჩქარის  $\gamma$  მახასიათებელს და ბიტზე შეცდომის ალბათობათა ( $P_b$ ) მახასიათებლებს. აქ  $\gamma=R\log_2(M)$  ბიტი/სიმბოლო/ჰც; ხოლო  $P_b=f(E_b/N_0)$ , სადაც  $E_b/N_0$  ერთი საინფორმაციო ბიტის შესაბამისი სიგნალის ენერჯისა და გაუსის ხმაურის ენერჯის თანაფარდობაა. იმის გათვალისწინებით, რომ ჩვენს შემთხვევებში  $M=Q$ ,  $\gamma$  მახასიათებლისთვის გვაქვს:  $\gamma(\text{BPSK})=0.5$ ;  $\gamma(\text{TPSK})=\gamma(\text{QPSK})=1$  (ნაიკვისტის სიჩქარე). შესაბამისად  $P_b$ -ს ზედა ადიტიური საზღვრებისათვის:

$$P_b \leq (1/\log_2(M)) \sum_{i=1}^n (a_i) Q\{d^2 / 2N_0\};$$

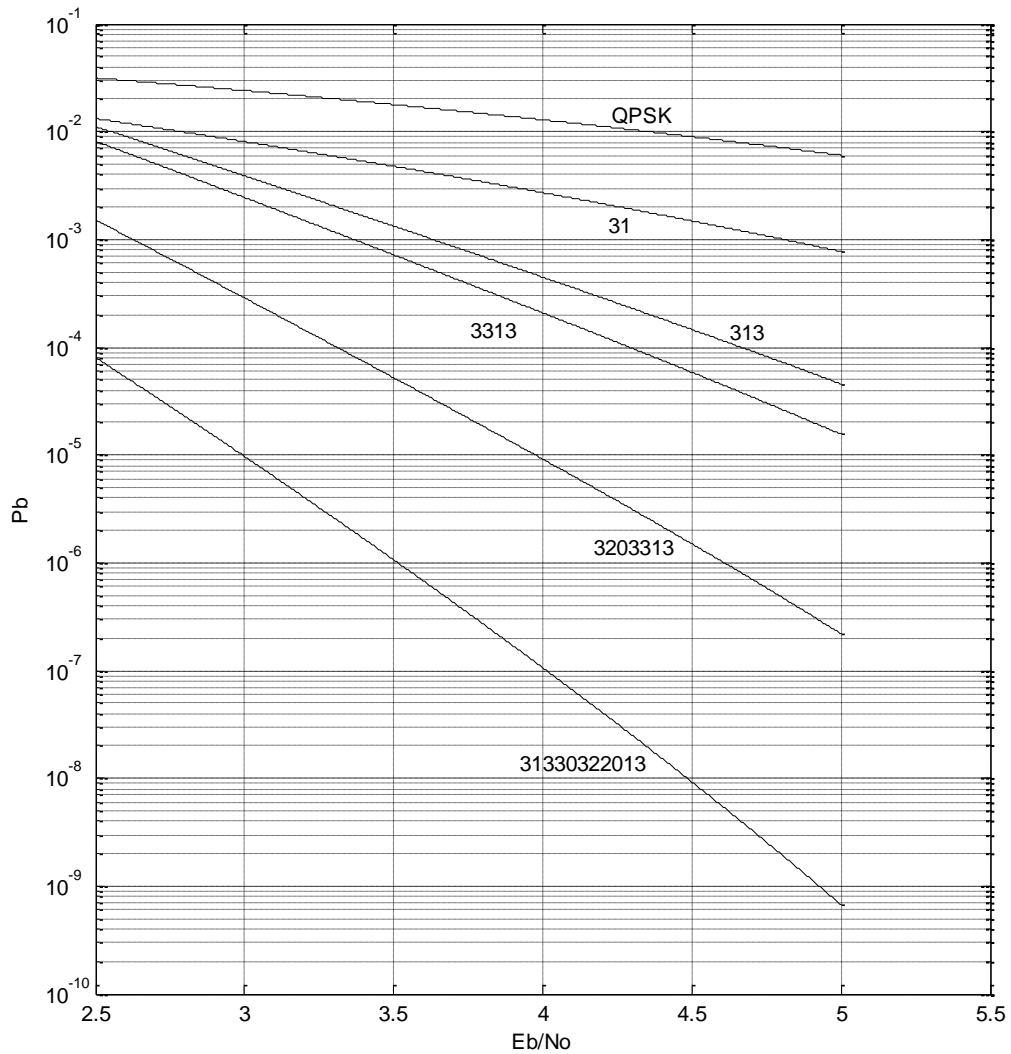
ზემოთ მოყვანილის და იმის გათვალისწინებით, რომ  $n=21$  და  $Q(x)=0.5\text{erfc}(x/\sqrt{2})$ , გვექნება ქვემოთ, ნახ. 8-10-ზე მოყვანილი შედეგები.



ნახ. 8. ალბათური მახასიათებლები კოდირებული BPSK-თვის



ნახ. 9. ალბათური მახასიათებლები კოდირებული TPSK-თვის



**ნახ. 10.** ალბათური მახასიათებლები კოდირებული QPSK-თვის

დეიქსტრის ალგორითმის გამოყენებით დამუშავებული პროგრამის საშუალებით განხორციელებულია კომპიუტერული ძებნა ახალი, ალფაბეტური სიჭარბის მქონე, მანძილის მიმართ ინვარიანტული, კოდების. ნაპოვნი კოდები ტაბულირებულია. ნაჩვენებია, რომ მოყვანილი ოთხობითი კოდები შეიძლება გამოყენებული იქნან როგორც ორობით სიმეტრიული არხებისთვის, ასევე გაუსის არხებისათვის ორობითი და ოთხობითი ფაზამოდულირებული სიგნალებით. აგებულია სამობითი სიგნალ-კოდური სისტემები სიმპლექსური სიგნალების გამოყენებით.

## სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი დასკვნები

სადისერტაციო ნაშრომში მიღებულია შემდეგი შედეგები:

1. ნაჩვენებია, რომ ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდები წარმოადგენენ უწყვეტი კოდების უფრო მაღალ საფეხურს, ვიდრე ცნობილი კლასიკური ხვეულა კოდები.
2. მოყვანილია გალუას ველთა იმ არითმეტიკის ნაწილი, რომელიც საჭიროა ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდების ასაგებად. წარმოდგენილია შესაბამისი ცხრილები.
3. წარმოდგენილია ალფაბეტურ-სიმბოლური სიჭარბის მქონე ხვეულა კოდების ძეხვის და მისი პარამეტრების განსაზღვრის ალგორითმები შესაბამისი პროგრამული რეალიზაციებით.
4. წარმოდგენილია მანძილის მიმართ ინვარიანტული ხვეულა კოდების აგების მეთოდი.
5. ნაპოვნია მაღალეფექტური ახალი ხვეულა კოდები და მოყვანილია მათი მახასიათებლები.

ვინაიდან ახალი კოდები და სიგნალ-კოდური სისტემები არ ხასიათდებიან სიჩქარის მაღალი პარამეტრებით (ნაიკვისტის საზღვარი), მაგრამ აქვთ მაღალი ენერგეტიკული ეფექტურობა (5-6 დბ), ჩვენი რეკომენდაცია იქნება გამოყენებული იქნან ისინი თანამგზავრულ და განსაკუთრებით შორეული კოსმოსური კავშირის სისტემებში.

## დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულ ნაშრომთა სია:

1. ნ. უღრელიძე, თ. კვიციანი და სხვ. დაბრკოლებები ინფორმაციის გადაცემის სისტემებში. ხმაური. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი "ინტელექტი". 2012, №1 (42), გვ. 129-132.
2. ნ. უღრელიძე, მ. სორდია, თ. კვიციანი. ღის მეტრიკის გამოყენება ინვარიანტული სისტემების ასაგებად. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის შრომები. №1, თბილისი, 2015 (მიღებულია დასაბეჭდად).

3. Ugrelidze N.A., Kvikvinia T. K., Kamkhadze T. I., Urushadze E.A. Multi-Amplitude Minimum Shift Keying Signals Designing. IEEE 11-th International Symposium on Electronics and Telecommunications (ISETC '14). Proceedings. Timisoara, Romania, November 14-15, 2014, pp.123-126.
4. უღრელიძე ნ. ა., კვიკვინია თ. ნ. კოდური კონსტრუქციები სიმპლექსური სიგნალების ბაზაზე. საქართველოს საინჟინრო სიახლენი. 2014, ტ. 72, №4, გვ.15-18.
5. კვიკვინია თ. ნ., ურუშაძე ე. ა. ახალი ალფაბეტური სიჭარბის მქონე კოდები. GESJ: Computer Sciences and Telecommunications // 2014 | No. 4(44), pp. 44-52 (<http://gesj.internet-academy.org.ge/download.php?id=2360.pdf>).

**ავტორის პირადი წვლილი.** გამოკვლევების თეორიული და პრაქტიკული შედეგები, ასევე მათგან გამომდინარე დასკვნები და რეკომენდაციები მიღებულია ავტორის მიერ სამეცნიერო ხელმძღვანელთან ერთად.

## Abstract

Usage of error controlling codes remains one of the main part in modern Radio and Telecommunication Systems for raising its efficiency. In space and satellite systems, where energetic resources are strictly limited, using such codes is significant prerequisite for designing high effective telecommunication systems. Especially convolutional codes are distinguished, which subclass is observed in this research. Specifically, codes with symbolic-alphabetic redundancy and signal-code systems depended on it, for space and satellite channels are observed and reviewed, where most appropriate model for channels is Gaussian model. Hereby should be mentioned that codes with symbolic-alphabetic redundancy is actually not studied for nowadays, especially in connection with signals and Gaussian channels.

In the introduction part actuality of the technical issue is eliminated, task to be resolved are described, hence ways to solve it is observed and that main states are presented that author is going to prove.

In first Chapter classic convolutional codes are described, with the finite-state machine model, where information and code sequence is presented with the delay operator. We observed maximum-likelihood decoding method in details (realized with Viterbi Algorithm), because with the same principle the new designed codes will be decoded, that is based to convolutional codes with alphabetic redundancy.

In the second chapter codes with the symbolic- alphabetic redundancy are observed. Its description, with advantages and disadvantages is given. It is decided that best codes should be chosen with computer searching method and for defining free distance Dijkstra's algorithm should be used. For the specific code the procedure how algorithm works is shown. It is defined that from the convolutional codes that have the same free distance, the best choice should be provided by its distance spectrum. Also description of spectrum of algorithm is presented.

In the beginning of the third chapter, the method is described, which is enough for designing distance-invariant codes and signal-code systems. Software is processing the computer searching for new distance-invariant codes with symbolic–alphabetic redundancy, using Dijkstra's algorithm, and that codes are tabulated. Here is shown that given 4-ary codes could be used as for the binary symmetric channels, also for Gaussian Channels with binary and quadrature phase modulated signals. Also triple signal-code systems are designed, that uses simplex signals.

Dissertation Contains two appendices, where software packets are presented, that helps to provide searching of the best codes with alphabetic redundancy, finding and reporting its characteristics.

Research gets the following important results:

1. Alphabetic-symbolic redundancy convolutional codes represents even higher level of continues codes then well-known classic convolutional codes.
2. The arithmetic part of the Galois field is presented, that is needed for designing Alphabetic-symbolic redundancy convolutional codes, and the suitable tables are given.
3. Algorithm of searching the Alphabetic-symbolic redundancy convolutional codes and describing its parameters are presented with the appropriate software realization.
4. Designing method of convolutional codes, invariant toward the distance is presented.
5. High effective new convolutional codes are found and is shown its characteristics.