



ინფორმატიკის, მათემატიკისა და საბუნებისმეტყველო  
მეცნიერებათა სკოლა (ფაკულტეტი)

კომპიუტერული ტექნოლოგიები და მათემატიკური  
მოდელირება

მაია გოგიაშვილი

ინფორმატიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად  
წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომი

ფორმალური ნეირონის ადაპტაციის მოდელები

დოქტორანტის სამეცნიერო ხელმძღვანელი  
ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი

*ოლეგ ნამიჩეიშვილი*

თბილისი

2014

## სარჩევი

შესავალი .....	9
ლიტერატურის მიმოხილვა.....	19
<b>თავი I. ფორმალური ნეირონის მოდელი .....</b>	<b>31</b>
§ 1.1. კვლევის ობიექტის აღწერა .....	31
§ 1.2. განზოგადებული მანძილის მეთოდი.....	35
§ 1.3. ენტროპიული მიდგომა .....	46
§ 1.4. კავშირი სხვადასხვა მეთოდით განსაზღვრულ წონათა შორის.....	47
§ 1.5. ფორმალური ნეირონის ადაპტაციის სახეთა კლასიფიკაცია .....	49
<b>თავი II. ფორმალური ნეირონის ციკლური ადაპტაცია .....</b>	<b>51</b>
§ 2.1. ზოგადი შენიშვნები .....	51
§ 2.2. ციკლური ადაპტაცია უკუკავშირის გარეშე .....	51
§ 2.3. ციკლური ადაპტაცია უკუკავშირით .....	57
<b>თავი III. ფორმალური ნეირონის უწყვეტი ადაპტაცია .....</b>	<b>63</b>
§ 3.1. წინასწარი შენიშვნები .....	63
§ 3.2. ადაპტაცია უკუკავშირის გარეშე უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით.....	64
§ 3.3. ადაპტაცია უკუკავშირით უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით.....	72
§ 3.4. უნიფიცირებული წახალისება და ინდივიდუალური დასჯა.....	73
<b>თავი IV. ფორმალური ნეირონის სარელეო ადაპტაცია .....</b>	<b>80</b>
§ 4.1. წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზი .....	80
§ 4.2. მდგომარეობის სენსორთა დუბლირება.....	93
დასკვნა .....	103
ლიტერატურა.....	112
დანართი A.1.....	130
დანართი A.2.....	135
ნაწილი პირველი.....	135
ნაწილი მეორე .....	137

## ანოტაცია

ნაშრომში შეისწავლება ფორმალური ნეირონის ადაპტაციის მეთოდები ამ ნეირონის გამოყენებისას ბინარული სიგნალის აღმდგენად.

იგულისხმება, რომ ფორმალური ნეირონის შესასვლელებს მიეწოდება სხვადასხვა საიმედოობის არხით ერთისა და იმავე ბინარული სიგნალის სხვადასხვა ვერსია და ნეირონით უნდა მოხდეს სწორი საწყისი სიგნალის აღდგენა ამ ვერსიათა საფუძველზე.

ამის განსახორციელებლად აუცილებელი ხდება ფორმალური ნეირონის ადაპტაცია. იგი ინტერპრეტირდება როგორც ნეირონის შესასვლელების წონათა მართვის პროცესი ამ წონების მოსაყვანად შესაბამისობაში შემომავალი არხების შეცდომათა მიმდინარე ალბათობებთან.

ასეთი მართვის ამოცანას წარმოადგენს უფრო საიმედო შესასვლელისათვის მეტი გავლენის უზრუნველყოფა მისაღებ გადაწყვეტილებაზე (ე.ი. სწორი სიგნალის აღდგენაზე) ნაკლებად საიმედო შესასვლელებთან შედარებით. ამასთან ერთად ადაპტაცია შეიძლება სხვადასხვა მეთოდით, სხვადასხვა ალგორითმით ხორციელდებოდეს.

დისერტაციაში შესწავლილია საკითხები, რომლებიც დაკავშირებულია გამომთვლელი და სატელეკომუნიკაციო ორობითი არხების საიმედოობის უზრუნველყოფასთან ადაპტირებადი ფორმალურ ნეირონის საშუალებით.

სახელდობრ:

\* სახეთა გამოცნობის თეორიის საფუძველზე დადგენილია ზღურბლური ორგანოს შეცდომის ალბათობის ზუსტი მნიშვნელობის გამოთვლის ალგორითმი, რომლის საფუძველზე შედგენილია შესაბამისი კომპიუტერული პროგრამა;

\* მოცემულია კონსტრუქციული მეთოდი, რომლითაც ციკლური ადაპტაციის პირობებში (უკუკავშირის გამოყენებლად) ხდება გარკვეული არხის ორობითი სიგნალის გარედან მიწოდებულ სწორ პასუხთან შედარებათა რაოდენობის დადგენა ამ არხის შეცდომის ალბათობის შესაფასებლად და სათანადო წონის დასაყენებლად;

\* დამტკიცებულია, რომ უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაცია, რომელიც არხის ორობითი სიგნალის გამომავალ გადაწყვეტილებასთან შედარებით ხორციელდება, მდგრადია და სიგნალი ზღურბლური ორგანოს გამოსასვლელზე შეიძლება გამოვიყენოთ მისი შესასვლელების საიმედოობის დასადგენად და შესაბამისი წონების დასაყენებლად;

\* დამტკიცებულია, რომ უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით განხორციელებული უწყვეტი ადაპტაციის შემთხვევაში მყარდება მაკალანობის მანძილისათვის მაქსიმუმის მიმნიჭებელ სიდიდეთა პროპორციული წონები;

\* დამტკიცებულია, რომ უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით განხორციელებული უწყვეტი ადაპტაციის შემთხვევაში (უკუკავშირის გამოყენებლად) მყარდება ენტროპიული მგრძობელობის კრიტერიუმთან შეთანხმებული წონები;

\* უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით განხორციელებული უკუკავშირიანი უწყვეტი ადაპტაციის პირობებში შესწავლილია მანქანური ექსპერიმენტით წონათა შემთხვევითი «ხეტიალის» («ყიალის») პროცესი, რომელიც ზღურბლური ორგანოს შეცდომის ალბათობის შესაბამის სტატისტიკურ განაწილებას განაპირობებს;

\* გადაწყვეტილია ზღურბლური ორგანოს სარელეო ადაპტაციის პროცესის მდგრადობის უზრუნველყოფი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზის ამოცანა და ნაჩვენებია მისი დასმის კორექტულობა, როცა ადაპტაციის სტრატეგია უკუკავშირს არ იყენებს;

\* როცა ზღურბლური ორგანო მხოლოდ იმ არხის ადაპტაციას ახორციელებს, რომელიც კრიტიკულ მდგომარეობაში არ იმყოფება, ნაპოვნია ზღურბლური ორგანოს შემავალ არხთა კრიტიკული მდგომარეობის სენსორთა დუბლირების სტრუქტურები, რომლებსაც მოცემულ პირობებში მტყუნებათა მინიმალური ალბათობები გააჩნია.

## Аннотация

В работе изучаются методы адаптации формального нейрона при его использовании в качестве устройства, восстанавливающего правильное значение двоичного сигнала. Подразумевается, что на вход формального нейрона по каналам с различной надёжностью подаются разные версии одного и того же двоичного сигнала, а нейрон должен восстановить истинное значение исходного сигнала по этим версиям.

Для осуществления этого становится необходимой адаптация формального нейрона. Адаптация интерпретируется как процесс управления весами входов формального нейрона для приведения этих весов в соответствие с текущими вероятностями ошибок входных каналов.

Задачей такого управления является обеспечение более надёжным входам большего влияния на принимаемое нейроном решение (т.е. на восстанавливаемый нейроном сигнал) по сравнению с менее надёжными входами. Вместе с тем адаптация может осуществляться различными методами, по различным алгоритмам.

В диссертации изучены вопросы, которые связаны с обеспечением надёжности вычислительных и телекоммуникационных двоичных каналов с помощью адаптируемого формального нейрона.

В частности:

- на основе теории распознавания образов установлен алгоритм расчёта точного значения вероятности ошибки формального нейрона при восстановлении бинарного сигнала, и этот алгоритм реализован программно;
- дан конструктивный метод выбора необходимого при циклической адаптации без обратной связи количества сравнений, производимых некоторым входным каналом нейрона с подаваемым извне правильным ответом для оценки вероятности ошибки на этом входе и её последующего использования с целью установки соответствующего веса;
- доказано, что циклическая адаптация с обратной связью, осуществляемая сравнением двоичного сигнала с решением на выходе нейрона, устойчива, а сигнал на

выходе нейрона может быть использован для определения надёжности его входов и установки соответствующих весов;

- доказано, что в случае непрерывной адаптации без обратной связи по алгоритму Widrow - Hoff устанавливаются веса, пропорциональные тем, которые доставляют максимум расстоянию Mahalanobis;
- доказано, что в случае непрерывной адаптации без обратной связи по алгоритму унифицированного поощрения и индивидуального наказания веса устанавливаются на уровнях, согласованных с критерием энтропийной чувствительности;
- в машинных экспериментах изучен процесс случайного блуждания весов при непрерывной адаптации по алгоритму унифицированного поощрения и индивидуального наказания - этот процесс определяет соответствующее распределение вероятности ошибок восстанавливающего нейрона;
- решена задача синтеза линейной цепи с постоянными параметрами, которая обеспечивает устойчивость процесса релейной адаптации восстанавливающего нейрона и показывается корректность постановки задачи;
- решена задача оптимального дублирования сенсоров критического состояния входных каналов восстанавливающего нейрона при его релейной адаптации.

## Abstract (Summary)

We study methods of adaptation of formal neuron when it is used as a device that restores the correct value of the binary signal. Means that the formal neuron with varying reliability are different versions of the same binary signal and neuron should restore the true value of the initial signal for these versions.

This becomes a necessary adaptation of formal neuron. Adaptation is interpreted as a process of control weights inputs formal neuron weights to bring these into line with the current error probability input channels.

The task of the control is to ensure a more reliable inputs for greater impact on accepted neuron (i.e. to the recovering neuron signal) compared to less secure entrances. However, adaptation can be implemented in different ways, under different algorithms.

The thesis explored issues related to the reliability of the computing and telecommunication channels by using Adaptive binary formal neuron.

In particular:

- on the basis of the theory of pattern recognition algorithm of calculation is set to the exact value of the likelihood of formal neuron when recovering a binary signal, and the algorithm is implemented programmatically;
- a constructive method of selection of the cyclical adjustment without feedback the number of comparisons made some input neuron with channel filed outside the correct answer to assess probability of error at the entrance and its subsequent use for the installation of appropriate weight;
- shown that cyclic adaptation with feedback by comparing binary signal from the output of a neuron, is stable, and the signal at the output of a neuron can be used to determine the reliability of its inputs and set the appropriate scales;
- it is proved that in the case of continuous adaptation without feedback according to Widrow-Hoff weight shall be in proportion to those which deliver maximum Mahalanobis

distance;

- it is proved that requires continuous adaptation without feedback algorithm standardized and individual punishment weights are set at levels consistent with the criterion of entropic sensitivity;
- in machine experiments studied the process of random walk in the continuous adaptation of the weights according to uniform promotion and individual punishment-this process determines the appropriate probability distributions of errors and reducing the neuron;
- solved the problem of synthesis of linear circuit with constant parameters, which ensures the sustainability of relay neuron reestablishes the adaptation and demonstrates the correctness of the task;
- the problem of optimal redundancy sensor input channels and reducing the critical state of the neuron when his relay adaptation



## შესავალი

თემის აქტუალობა. ელემენტთა სიჭარბის მეთოდით ინფორმაციული არხების საიმედოობის უზრუნველყოფა დღეისათვის ტექნიკური სისტემებისა და მათი მართვის მოწყობილობათა დაპროექტების ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს ფაქტორად გვევლინება. ბოლო წლებში საიმედოობის თეორიის მიმართ ყურადღების გამახვილება გამოწვეულია ავიაციაში, კოსმოსურ ტექნიკაში, ენერგეტიკაში და ტრანსპორტზე მტყუნებათა თავიდან აცილების სურვილით, ამან, თავის მხრივ, განსაზღვრა გამოთვლით ტექნიკაში ელემენტთა სიჭარბის შემოტანის გზით მუშაუნარიანობის გაზრდისა და მმართველ სისტემათა საიმედოობის ამაღლების აუცილებლობა. ტექნოლოგიის განვითარების მიმდინარე მომენტისათვის გამოთვლით მოწყობილობებში ელემენტთა სიჭარბის შეტანის მეთოდები დამყარებულია შემდეგი პრინციპების გამოყენებაზე:

- გადაწყვეტილებათა მიღების სტატისტიკურ თეორიაზე დაფუძნებული კენჭისმყრელი ორგანოები და მოწყობილობები,
- სპეციალური არქიტექტურის მქონე სარელეო ტიპის სქემები,
- შეერთებათა რთული შინაგანი სტრუქტურის მქონე სქემები,
- კოდირების თეორია,
- ლოგიკური სტაბილიზაცია.

ამის მიუხედავად, საიმედო ლოგიკური სტრუქტურებისა და სიჭარბის მქონე ორობითი (ბინარული) საინფორმაციო არხების დაპროექტების პრობლემა მაინც შეუსწავლელი და აქტუალური რჩება. კონკრეტულად, დამატებით განხილვას და შესწავლას მოითხოვს საკითხი ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების შესახებ, ე.ი. საკითხი ფორმალური ნეირონის შესასვლელთა წონების მართვის შესახებ ამ წონების მოსაყვანად შესაბამისობაში შესასვლელთა უმტყუნო მუშაობის მიმდინარე ალბათობებთან. უკიდურესად აუცილებელია ასეთი მართვის სხვადასხვა სტრატეგიის თავისებურებათა გამომჟღავნება, რადგან ხსენებული მართვის ამოცანას წარმოადგენს უფრო საიმედო შესასვლელებისათვის მეტი გავლენის უზრუნველყოფა მისაღებ

გადაწყვეტილებაზე ნაკლებად საიმედო შესასვლელებთან შედარებით. უკანასკნელი კი იმას ნიშნავს, რომ დროის ყოველ მომენტში ნეირონის ნებისმიერი შესასვლელის წონა უნდა განისაზღვრებოდეს ამ შესასვლელის შეცდომის ალბათობით დროის ხსენებულ მომენტში. მაგრამ იმის გამო, რომ ჩვენ არ გაგვაჩნია ამა თუ იმ ფიზიკური მოვლენის გამოყენებით მოქმედი შეცდომათა ალბათობების სენსორები, ფაქტობრივად შესაძლებელია ამ ალბათობების მხოლოდ სტატისტიკური შეფასებების მიღება საინფორმაციო არხიდან მოხსნილი სიგნალის განსხვავებით ან გამოსაცნობად მიწოდებული ორობითი ცვლადის ჭეშმარიტ მნიშვნელობასთან, ან ნეირონის მიერ მიღებულ გადაწყვეტილებასთან (ე.ი. მის მიერ ამ სიგნალის აღდგენილ მნიშვნელობასთან). არჩეული სტრატეგიის მიხედვით საქმე აქვთ ადაპტაციის ორ ტიპთან, როცა შედარება ხდება ან გარედან მიწოდებულ სწორ პასუხთან, ან გადაწყვეტილებასთან ნეირონის გამოსასვლელზე. ამ სტრატეგიათა შედარებითი ანალიზი ლიტერატურაში პრაქტიკულად არ მოიპოვება.

არ არის სიცხადე წონათა კორექციის ალგორითმისადმი მიდგომის საკითხშიც, რადგან დამოუკიდებლად იმისა, არის თუ არა განხორციელებული უკუკავშირი, ადაპტაციის პროცესში შეიძლება დაფიქსირდეს დაკვირვებათა (შედარებათა) რიცხვი სატაქტო მომენტებში და შესასვლელთა წონები დაყენდეს გარკვეული ციკლების დასრულებისას, ან ყოველ შესასვლელზე შეცდომათა ალბათობების შესაფასებლად გამოყენებული იქნეს მოწყობილობები, რომლებიც აკორექტირებს წონებს აგრეთვე დროის სატაქტო მომენტებში ჩატარებული ყოველი შედარების შემდეგ. მაგრამ წონების ციკლური და უწყვეტი კორექციით მიმდინარე ადაპტაციის კონსტრუქციული თეორიები აგრეთვე არ მოიპოვება.

უნდა აღინიშნოს, რომ კორექციის განსახორციელებლად სატაქტო მომენტის ფიქსაციის მიხედვით შეიძლება ადაპტაციის ისეთი ტიპიც დავასახელოთ, როცა წონათა ცვლილებები დროის შემთხვევით მომენტებში ხდება ორობითი არხის მიერ გარკვეული კრიტიკული მდგომარეობის მიღწევისას. ადაპტაციის ხსენებული სახის თეორიული საფუძვლები სამეცნიერო ლიტერატურაში არც კი არის წარმოდგენილი.

ამრიგად, ცნობები იმ შესაძლებლობებზე, რომლებიც ჩნდება ადაპტირებადი ფორმალური (ხელოვნური) ნეირონების გამოყენებისას სიგნალის აღმდგენ სისტემებში

მაღზე შეზღუდულია. სრულებით არ მოიპოვება წყაროებიც ასეთი ნეირონების ადაპტაციის სხვადასხვა სტრატეგიის კომპიუტერული მოდელირების პროგრამული უზრუნველყოფის შესახებ. ამ ამოცანის გადაწყვეტისას წამოჭრილი სიმნელები დაკავშირებულია, პირველ რიგში, იმ გარემოებასთან, რომ არ მოიპოვება კომპიუტერული მოდელირებისათვის მოხერხებული აღმდგენი (ადაპტირებადი) ფორმალური ნეირონის შეცდომის ალბათობის გამომანგარიშების ალგორითმები.

სრულიად შეუსწავლელია ისეთი ნეირონის მახასიათებლების მიღების პრობლემაც, რომელშიც განხორციელებულია შემთხვევითი ადაპტაცია და წონათა დაყენება (აწყობა) ხორციელდება შემთხვევიდან შემთხვევამდე მუშაობისა და ადაპტაციის ინტერვალების მონაცვლეობით ამ ინტერვალების ალბათური განაწილების პირობებში.

დაბოლოს, ურთულესი პრობლემები წამოიჭრება ზღურბლური წესით დარეზერვებული ორობითი საინფორმაციო არხების საიმედოობის ძირითადი მახასიათებლების კვლევისას, როცა ცალკეული არხის კრიტიკული მდგომარეობის სენსორი გამოიყენება. კერძოდ, აქ პირველხარისხოვანი მნიშვნელობა ენიჭება ასეთი სენსორების შეერთებათა დუბლირებული სტრუქტურების სინთეზს, რომლითაც უზრუნველყოფილია ნეირონული სისტემის სარელეო ადაპტაციის მდგრადობა.

ადაპტირებადი ფორმალური ნეირონის გამოყენება ბინარული სიგნალის სწორი მნიშვნელობის აღმდგენად ჩამოთვლილი ფაქტორების გაუთვალისწინებლად იწვევს ხარჯების გაუმართლებელ ზრდას და, გარდა ამისა, ბადებს დაუსაბუთებელ სტრუქტურულ გადაწყვეტილებებს. ამიტომ საიმედო ორობითი არხების დაპროექტება სიჭარბით, ადაპტირებადი აღმდგენი ნეირონების გამოყენების პირობებში, იმსახურებს სათანადო ყურადღებას, ხოლო თემის აქტუალობა და სპეციალური მეცნიერული კვლევის აუცილებლობა ეჭვს არ იწვევს.

**კვლევის ობიექტი და საგანი.** კვლევის ობიექტს ნაშრომში წარმოადგენს ფორმალური (ხელოვნური) ნეირონი, ხოლო კვლევის საგანია ასეთი ნეირონის ადაპტაციის სტრატეგიები ბინარული საინფორმაციო ქსელების დარეზერვების სტრუქტურაში გამოყენებისას.

**ნაშრომის მიზანი.** სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების თეორიის განვითარება, ასევე ნეირონული ტიპის ადაპტირებადი აღმდგენი ორგანოების კომპიუტერული კვლევის ალგორითმებისა და მამოდელირებელი პროგრამების შექმნა ციფრულ სისტემათა საიმედოობის უზრუნველსაყოფად.

**კვლევის მეთოდები.** დასმულ ამოცანა სავსებით შეესაბამება კვლევის მეთოდები.

კერძოდ, ქარბი ინფორმაციის სანდოობის ანალიზი ჩატარებულია გადაწყვეტილებათა მიღების სტატისტიკური თეორიის საფუძველზე, აგრეთვე ენტროპიული მიდგომისა და განზოგადებული (მაჰალანობისის) მანძილის მინიმიზაციის გამოყენებით.

იმდენად, რამდენადაც ამ შემთხვევაში იგულისხმება, რომ ორობით ინფორმაციულ არხებში შეცდომათა გაჩენის პროცესები სტაციონარულია, ხოლო საკუთრივ შეცდომები – დამოუკიდებელი, ნეირონული აღმდგენი ორგანოს გამოსასვლელზე გადაწყვეტილება წარმოადგენს დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეების ჯამის ფუნქციას. ამ ჯამის თვისებები დგინდება კომპოზიციის თეორიის საშუალებით.

გარდა ამისა, ფართოდ გამოიყენება სახეთა გამოცნობის თეორია და აპოსტერიორული კვლევის მეთოდები.

დაბოლოს, ძირითადი შედეგები, რომლებიც ნეირონული ტიპის ადაპტირებადი აღმდგენი ორგანოების ქცევას ეხება, მონტე-კარლოს (სტატისტიკურ გამოცდათა) მეთოდსა და განაწილებათა თეორიას ეყრდნობა.

**კვლევის ამოცანები.** სამუშაოს მიზნიდან გამომდინარე, მასში დასმულია შემდეგი ძირითადი ამოცანები:

- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს შესასვლელთა ოპტიმალური წონების დასადგენად ახალი მათემატიკური მოდელების დამუშავება და მათ საფუძველზე განსაზღვრულ წონათა შორის არსებული კავშირების გამოვლენა;
- კონსტრუქციული მეთოდის შექმნა ადაპტაციის ციკლში ჩასატარებელ შედარებათა (დაკვირვებათა) რაოდენობის დასადგენად, როცა ციკლური ადაპტაცია უკუკავშირს არ იყენებს;

- უკუკავშირირიანი ციკლური ადაპტაციის მდგრადობის (მედეგობის) შესწავლა;
- უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით მიმდინარე უწყვეტი ადაპტაციის კანონზომიერებათა დადგენა;
- უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით მიმდინარე უწყვეტი ადაპტაციის თავისებურებათა დადგენა;
- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს სარელეო ადაპტაციის მეთოდის დამუშავება და ასეთი ადაპტაციის პროცესის მდგრადობის (მედეგობის) უზრუნველყოფი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის იმპულსური მახასიათებლის დადგენა;
- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს სარელეო ადაპტაციის პროცესის მდგრადობის (მედეგობის) უზრუნველყოფი კონკრეტული მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზი;
- სარელეო ადაპტაციისათვის ნეირონში შემავალი ბინარული არხების კრიტიკული მდგომარეობის საინდიკაციო სენსორთა ოპტიმალური დუბლირება.

**მეცნიერული სიახლე.** დისერტაციაში მიღებული შედეგების მეცნიერული სიახლე ვლინდება როგორც მეთოდურ, ასევე გამოყენებით ასპექტში. ხსენებული სიახლე დაკავშირებულია ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების პრინციპით აგებული ციფრული ტექნიკის საიმედოობის პრობლემის მიმართ ერთიანი მიდგომის რეალიზაციასთან და ასეთი დარეზერვების განხორციელებისას მანქანური ექსპერიმენტის ეფექტურად გამოყენების მიზნით მოდელირების რიცხვითი მეთოდების შექმნასთან.

***მეთოდურ ასპექტში:***

- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს შესასვლელისათვის ოპტიმალური წონების დასადგენად გამოყენებულია ენტროპიული მიდგომა, აგრეთვე განზოგადებული (მაკალანობისის) მანძილის მეთოდი და დამყარებულია მათ შორის კავშირი;

- უკუკავშირის გამოყენებლად მიმდინარე ციკლური ადაპტაციის პროცესისათვის – გარედან მოცემული სწორი პასუხისა და ფორმალურ ნეირონზე არხით მიწოდებული სიგნალის შედარებათა საჭირო რაოდენობის ასარჩევად, ასევე ამ არხის შეცდომის ალბათობის შესაფასებლად – დამუშავებულია კონსტრუქციული მეთოდი;
- უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაციისათვის, რომელიც ხორციელდება შემავალი არხის ორობითი (ბინარული) სიგნალის შედარებით ფორმალური ნეირონის მიერ მიღებულ გადაწყვეტილებასთან (ე.ი. აღდგენილ სიგნალთან ნეირონის გამოსასვლელზე), დამტკიცებულია პროცესის მდგრადობა;
- დადგენილია განზოგადებული (მაჰალანობისის) მანძილისათვის მაქსიმუმის მიმნიჭებელ წონათა ჯამის აბსოლუტური სიდიდის შეზღუდვის აუცილებლობა იმისათვის, რომ უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაციის პროცესში ზღურბლური ორგანოს შეცდომის ალბათობის გადახრა ოპტიმალურ მნიშვნელობიდან არ აღემატებოდეს დასაშვებ სიდიდეს;
- დამტკიცებულია, რომ ორობითი სიგნალის აღმდგენ ნეირონულ სისტემაში, სადაც უკუკავშირი არ გამოიყენება, ადაპტაციის განხორციელებისას წონათა უწყვეტი ნამატის (ნაზრდის) უიდროუ-ჰოფის სტრატეგიით (ამ წონათა ჯამის შეზღუდვისას მოცემული რიცხვით), წონათა დამყარებული მნიშვნელობები განზოგადებულ მანძილს მაქსიმუმს ანიჭებს;
- დამტკიცებულია, რომ უკუკავშირიანი უწყვეტი ადაპტაციისას უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით საჭიროა გარკვეული უტოლობების გათვალისწინება დამყარებული წონების გადახრის სიდიდის შესაფასებლად იმ მნიშვნელობებიდან, რომლებიც უკუკავშირის გარეშე განხორციელებული პროცესისათვის არის დამახასიათებელი;
- დამუშავებულია ფორმალური ნეირონის უწყვეტი ადაპტაციის სტრატეგია უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით;
- დამტკიცებულია, რომ ფორმალური ნეირონის უწყვეტი ადაპტაციისას უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით

უკუკავშირის გამოუყენებლად წონათა ისეთი მნიშვნელობები მყარდება, რომლებიც შეთანხმებულია ენტროპიულ კრიტერიუმთან;

- უწყვეტი ადაპტაციის უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის სტრატეგიისათვის შესწავლილია ადაპტირებადი აღმდგენი ნეირონის შესასვლელთა წონების შემთხვევითი «ხეტიალის» («ყიალის») პროცესი;
- გადაწყვეტილია ისეთი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზის ამოცანა (ე.ი. იმპულსური მახასიათებლის პოვნის ამოცანა), რომელიც აღმდგენი ორგანოს სარელეო ადაპტაციის პროცესის მდგრადობას (მედეგობას) უზრუნველყოფს უკუკავშირის გამოუყენებლად;
- სარელეო ადაპტაციისათვის გადაწყვეტილია არხების კრიტიკული მდგომარეობის საინდიკაციო სენსორთა ოპტიმალურად დუბლირების ამოცანა.

**გამოყენებით ასპექტში:**

- შექმნილია ნეირონული აღმდგენი ორგანოების ადაპტაციის სხვადასხვა სტრატეგიათა მოდელირების პროგრამული საშუალებანი;
- სარელეო ადაპტაციისათვის, რომელიც უკუკავშირს არ იყენებს, სინთეზირებულია მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედი, რომლის იმპულსური მახასიათებელი მკაცრადაა წინასწარ დასაბუთებული.

**ნაშრომის მეცნიერული მნიშვნელობა.** დისერტაციაში მიღებული შედეგების მეცნიერული მნიშვნელობა ისაა, რომ მათი ერთობლიობა შეიძლება კვალიფიცირებული იქნეს ციფრული გამომთვლელი და სატელეკომუნიკაციო ტექნიკის სფეროში ახალი მიმართულების განვითარებად, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების ერთიანი მიდგომით და მანქანური ექსპერიმენტის გამოყენებით გამოვიკვლიოთ და გადავჭრათ ამ ტექნიკის საიმედოობის ოპტიმალური უზრუნველყოფის პრობლემები.

**ძირითადი მეცნიერული დებულებების უტყუარობა.** ძირითადი მეცნიერული დებულებებისა და შედეგების უტყუარობა გარანტირებულია იმით, რომ:

- ყველა შედეგი მიღებულია ერთიანი მიდგომით, რომელიც დაფუძნებულია საიმედოობის თეორიის ამოცანების გადაჭრისას კარგად შემოწმებულ და აპრობირებულ მეთოდებზე;
- თეორიული დასკვნები სრულ თანხმობაშია კომპიუტერული ექსპერიმენტების მონაცემებთან;
- ჩატარებულია სხვადასხვა მეთოდითა და სხვადასხვა ავტორის მიერ მიღებული მსგავსი ამოცანების ამოხსნათა შედარებითი ანალიზი.

**ავტორის პირადი წვლილი.** დისერტაციაში წარმოდგენილი ძირითადი შედეგები ავტორის მიერ მიღებულია დამოუკიდებლად. სხვებთან ერთად შესრულებულ ნაშრომებში დისერტანტი იდეის ინიციატორი და აქტიური შემსრულებელია. მას ეკუთვნის ამოცანის ფორმულირება, ძირითადი დებულებებისა და კერძო საკითხების გადაჭრისადმი ზოგად მიდგომათა ალგორითმების დამუშავება, აგრეთვე მიღებული შედეგების ინტერპრეტაცია და ანალიზი, მათი შედარება სხვა ავტორების მიერ (ან სხვა მეთოდებით) მიღებულ შედეგებთან და საბოლოო დასკვნები.

**პრაქტიკული მნიშვნელობა.** ნაშრომის პრაქტიკულ მნიშვნელობას განსაზღვრავს:

- გამომთვლელ და სატელეკომუნიკაციო სისტემებში ბინარული საინფორმაციო არხების ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების გამოყენებით ამ სისტემათა საიმედოობის უზრუნველყოფის პრობლემისადმი მანქანურ ექსპერიმენტზე დაფუძნებული მიდგომის განვითარება, სრულყოფა და დამკვიდრება;
- ადაპტირებადი ნეირონული აღმდგენი ორგანოებისა და მათი ფუნქციონირების სტრატეგიათა მოდელირების პროგრამული საშუალებების დამუშავება;
- ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების ზოგიერთი გამოყენებითი ამოცანის ერთიანი მიდგომით გადაწყვეტა;
- ინჟინერთა შრომის ნაყოფიერებისა და მწარმოებლურობის გაზრდა ნეირონული ტიპის ადაპტირებად აღმდგენ ორგანოებზე აგებული საინფორმაციო არხების საიმედოობის უზრუნველყოფის პროცესში;



- წარმოდგენილი შედეგების გავრცობის შესაძლებლობა ბიოლოგიურ, სოციალურ და ნებისმიერ სხვა სისტემაზე, რომელშიც ჭარბი ორობითი ინფორმაციის საფუძველზე ალტერნატიურ გადაწყვეტილებათა მიღების პრობლემა დგას.

#### **სადისერტაციო ნაშრომის როლი სასწავლო პროცესში:**

- სადისერტაციო ნაშრომი უშუალოდაა დაკავშირებული საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების კომპიუტერული ინჟინერიის დეპარტამენტში მიმდინარე კვლევით სამუშაოებთან;
- სადისერტაციო ნაშრომში გადმოცემული მასალა გამოიყენება საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტზე სალექციო კურსებში მაგისტრების მოზადებისას კომპიუტერულ ტექნოლოგიებში, ასევე სპეციალური ლაბორატორიული სამუშაოების ჩატარებისას დოქტორანტებისათვის.

**ნაშრომის აპრობაცია.** დისერტაციის ცალკეული შედეგი მოსმენილ იქნა სხვადასხვა სემინარზე, კოლოკვიუმსა და კონფერენციაზე. მათ შორისაა:

- International Conference on Mathematical Methods, Mathematical Models and Simulation in Science and Engineering (MMSSE 2014), Interlaken, Switzerland, February 22-24, 2014: «Two Methods of Obtaining a Minimal Upper Estimate for the Error Probability of the Restoring Formal Neuron»;
- ინდივიდუალური სასწავლო გეგმით გათვალისწინებული 2013 და 2014 წლის ორი კოლოკვიუმი, ასევე თემატური სემინარი 2014 წელს.

**პუბლიკაციები.** დისერტაციაში მიღებული ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია ხუთ სამეცნიერო ნაშრომში, საიდანაც ორი გამოსულია საზღვარგარეთ. მათი სია დისერტაციას ერთვის ბოლოში [180-184] .

**დისერტაციის სტრუქტურა და მოცულობა.** დისერტაციის სტრუქტურა განსაზღვრულია კვლევის დასმული ამოცანითა და მიზნებით. იგი შედგება:

- შესავლისაგან, რომელიც მოიცავს ნაშრომის ზოგად დახასიათებას, ამოცანის დასმას, დაცვაზე გასატანი დებულებების ფორმულირებას, კვლევის მიმართულებათა თანამედროვე მიმოხილვას;
- შინაარსის შემცველი ოთხი თავისაგან;
- უმნიშვნელოვანეს შედეგთა შემაჯამებელი დასკვნისაგან;
- ლიტერატურის სიისაგან;
- მათემატიკური და პროგრამული დანართებისაგან.

დისერტაციის სრული მოცულობა შეადგენს 138 გვერდს და მოიცავს 19 ნახაზს 18 გვერდზე, 8 ცხრილს 6 გვერდზე, 184 დასახელების ლიტერატურის სიას 18 გვერდზე და 2 დანართს 9 გვერდზე.

**დასაცავად გასატანი შედეგები. დასაცავად გაიტანება:**

- ადაპტირებადი ნეირონული დარეზერვების პრინციპი მოდელირების იმ რიცხვით მეთოდებთან ერთად, რომლებიც ციფრულ სისტემათა საიმედოობის კომპიუტერული კვლევის ჩატარებისას მანქანური ექსპერიმენტის გამოყენების ეფექტურ საშუალებას იძლევა;
- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს ციკლური ადაპტაციის მოდელი;
- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს უწყვეტი ადაპტაციის მოდელი მანქანურ ექსპერიმენტში ამ მოდელის კვლევის ალგორითმთან ერთად;
- ნეირონული აღმდგენი ორგანოს სარელეო ადაპტაციის მოდელი მანქანურ ექსპერიმენტში მისი შესავლელელების კრიტიკული მდგომარეობის ინდიკაციის დუბლირებულ სენსორთა სტრუქტურის ანალიზთან ერთად.

## ლიტერატურის მიმოხილვა

იმდენად, რამდენადაც ნაშრომში განზოგადებულია ციფრული გამომთვლელი და სატელეკომუნიკაციო სისტემების ნეირონული დარეზერვების თეორია, მიზანშეწონილია მოკლედ მიმოვიხილოთ ამ საკითხის გარშემო არსებული ლიტერატურა.

ცხადია, რომ მოცემულ პარაგრაფში მოყვანილია იმ ძირითადი შედეგების არც თუ ისე ამომწურავი, მაგრამ საკმაოდ ფართო მიმოხილვა, რომლებმაც განსაზღვრა ყველაფერი ის, რაც სრული უფლებით შეიძლება მივიჩნიოთ ნეირონულ დარეზერვებად ციფრულ სისტემებში.

ფუძემდებლურ წყაროდ პირველ რიგში უნდა დასახელდეს ჯონ ფონ ნეიმანის სტატია [1]. მასში განხილულია სიჭარბის მქონე ორი სქემა. ერთ-ერთ მათგანში სიჭარბე იზრდება მაჩვენებლიანი კანონით ე.წ. «ლოგიკური სიღრმის» მიხედვით. ასეთი სქემის გამოყენება მიკროელექტრონიკის განვითარების თანამედროვე დონეზე კი გარკვეულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული. მეორე სქემაში, რომელსაც მრავალჯერადი, ანუ მულტიპლექსური ეწოდება, სიგნალის გადასაცემად გამოიყენება საინფორმაციო არხების სისტემა. სისტემაში განთავსებულია ერთისა და იმავე ორობითი სიგნალის დამოუკიდებლად გამოთვლილი რამდენიმე ვერსია. თითოეული ლოგიკური ოპერაციის შემდეგ სქემაში გამოიყენება ე.წ. აღმდგენი ორგანო, რომელსაც საინფორმაციო არხების სისტემის შესასვლელზე ჭარბი ინფორმაციის დამუშავება აკისრია ამ სისტემის გამოსასვლელზე უფრო საიმედო ინფორმაციის მისაღებად. ჯონ ფონ ნეიმანის მიერ განხილულიც კი იყო ლოგიკური სქემები, რომლებიც ამ აღმდგენ ფუნქციას ასრულებს. მათ შორისაა მაჟორიტარული ელემენტი. ამ უკანასკნელში გამომავალი სიგნალი განისაზღვრება შემავალი სიგნალების «კენჭისყრით», როცა გადაწყვეტილების მიღება უმრავლესობის პრინციპით ხორციელდება.

დარეზერვების თეორიას საფუძველი ჩაუყარა შ. ბებიაშვილმა თავის სტატიაში [2], სადაც ჯონ ფონ ნეიმანისაგან დამოუკიდებლად და მასთან თითქმის ერთდროულად დაამტკიცა რაგინდ საიმედო სისტემის შექმნის შესაძლებლობა, რაგინდ არასაიმედო კომპონენტების გამოყენებით.

სიჭარბის შემცველ სტრუქტურათა დაპროექტების თეორიაში დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ე.ფ. მურისა და კ.ე. შენონის სტატიას [3], რომლის შედეგები სარელო სქემების განხილვის საფუძველზეა მიღებული. სარელო სქემის თავისებურებას სიგნალის ორმხრივი გატარება წარმოადგენს, მაშინ როცა ლოგიკურ მოწყობილობებში ინფორმაციის გატარება მხოლოდ ერთი მიმართულებით ხდება. მიუხედავად ამისა, ხსენებული ნაშრომის შედეგები შეიძლება გამოვიყენოთ სიჭარბის შემცველი ლოგიკური სქემების დაპროექტებისას.

მაჟორიტარული ლოგიკისა და მის ბაზაზე ციფრული ელექტრონული მოწყობილობების საიმედოობის გაზრდის კონცეფცია განიხილება რ. მილერის ნაშრომში [4], აგრეთვე რ. ვასერმანის, უ. ბროუნისა და ჯ. ტერნის გამოკვლევაში [5]. აქ ფონ ნეიმანის მხოლოდ იმ იდეათა შეჯერება ხდება, რომლებიც უმრავლესობის წესსა და გასამმაგების პრინციპს ეხება.

ხარისხობრივად ახალი ეტაპი დაკავშირებულია ჯ. ტრაიონის სახელთან, რომელმაც [6] და [7] შრომებში წამოაყენა სიჭარბის შემოტანის იდეა გაოთხმაგების ლოგიკით. ჯ. ტრაიონის მეთოდში აღმდგენი ორგანოები არ გამოიყენება. მტყუნებებით გამოწვეული ყველა განმხოლოებული და ზოგიერთი მრავალჯერადი შეცდომის გასწორება ლოგიკური ელემენტებისა შემავალი სიგნალების გაოთხმაგებით ხდება გარკვეული ტიპის ელემენტთა შემცველი ფენების ხისტი მონაცვლეობის პირობებში. მეთოდის იდეა ეფუძნება იმ უბრალო ფაქტს, რომ განსხვავებული ტიპის შეცდომები სხვადასხვაგვარად მოქმედებენ სხვადასხვა ტიპის ელემენტებზე (ასიმეტრიის პრინციპი). ამიტომ შეცდომა, რომელიც ერთი ტიპის ელემენტთა ფენაში წარმოიქმნა, შეიძლება გასწორდეს სხვა, მკაცრად განსაზღვრული, ტიპის ელემენტთა მომდევნო ფენაში. თავდაპირველად და, ან, არა ბაზისში განსახორციელებლად შექმნილი მეთოდი ჯ. ტრაიონმა და-არა და ან-არა ბაზისებზე გაავრცელა, სადაც ასეთი ხერხის ეფექტიანობა გაცილებით მაღალია.

ახალი მიდგომა, რომელიც ეყრდნობოდა გადაწყვეტილებათა მიღების სტატისტიკურ თეორიას, განავითარა უ. პირსმა 1960-1962 წლებში სტენფორდის უნივერსიტეტის მყარი ტანის ელექტრონიკის ლაბორატორიაში შესრულებულ გამოკვლევებში. მათი შინაარსი ასახულია [8-11] შრომებში, ხოლო საბოლოო შედეგი წარმოდგენილია წიგნში [12].

ჯონ ფონ ნეიმანის იდეათა განვითარების მიზნით იმ შემთხვევისათვის, როდესაც დარეზერვებული საინფორმაციო არხების საიმედოობა განსხვავებულია ერთმანეთისაგან, უ. პირსმა ე.წ. ზღურბლური, ანუ კვორუმული აღმდგენი ელემენტების გამოყენება მიიჩნია საჭიროდ. ზღურბლურ ელემენტში, ისევე როგორც მაჟორიტარულშიც, გამომავალი სიგნალი აღდგება შემავალი სიგნალების «კენჭისყრით». მაგრამ ამასთან ერთად ხმათა წონები აუცილებლად ერთნაირი შეიძლება არც იყოს. როგორც ცნობილია, თუ შემავალი სიგნალების აწონილ მნიშვნელობათა ჯამი აღემატება გარკვეულ ზღურბლს (კვორუმს), მაშინ გამომავალ სიგნალს ლოგიკური ერთიანის მნიშვნელობა ეძლევა, ხოლო წინააღმდეგ შემთხვევაში მას ლოგიკური ნულის ტოლად მიიჩნევენ. ბუნებრივია, რომ აღმდგენ ორგანოში უფრო საიმედო არხს მეტი წონა უნდა ენიჭებოდეს. რა თქმა უნდა, ერთნაირი საწყისი საიმედოობის მქონე საინფორმაციო არხების შერჩევა პრობლემას არ წარმოადგენს, მაგრამ დროთა განმავლობაში თითოეული არხის საიმედოობა სხვადასხვაგვარად იცვლება. ამიტომაც წამოიჭრება არხთა წონების შესაბამისი ცვლილების საკითხი. ამიტომ წარმოიქმნება ხმათა წონების შესაბამისი ცვლილების აუცილებლობა. ამ მიზნით უ. პირსმა წამოაყენება ადაპტირებადი აღმდგენი ორგანოების გამოყენების იდეა, რომლებშიც წონების მინიჭება ხდება ორობითი საინფორმაციო არხის შეცდომის ალბათობის ცვლილების შესაბამისად. ამ ალბათობის განსაზღვრას უ. პირსი გვთავაზობს შესაბამისი საინფორმაციო არხიდან მოხსნილი სიგნალის აღმდგენი ორგანოს გამოსასვლელიდან მიღებულ სიგნალთან (ეგრეთ წოდებულ «გადაწყვეტილებასთან») ან რაიმე ხერხით ამ აღმდგენი ორგანოს გარეთ რაიმე სხვა წესით ფორმირებულ სწორ პასუხთან თანხედრის სიხშირის გაზომვით. ადაპტირებადი აღმდგენი ორგანოს გამოყენება უზრუნველყოფს სწორი გადაწყვეტილების მიღებას მაშინაც კი, როცა შეცდომას დარეზერვებული ორობითი არხების მნიშვნელოვანი რაოდენობა ერთდროულად უშვებს.

თავდაპირველად, ჯონ ფონ ნეიმანის მიერ შემოტანილი აღმდგენი ორგანოს ცნების პირსისეულმა გაფართოებამ დიდი როლი შეასრულა იმ შინაგანი ერთიანობის გაგებაში, რომელიც ფონ ნეიმანისა და ტრაიონის მიდგომებისათვის არის დამახასიათებელი, თუმცა ტრაიონის სქემაში აპარატურის მოცულობა ექსპონენციალურად არ იზრდება ლოგიკური დონის მიხედვით და, გარდა ამისა, მასში არც გადაწყვეტილებათა მიმღები

ელემენტები გამოიყენება. ეს ერთიანობა იმაში ვლინდება, რომ ორივე მიდგომა ცალკეულ არხთა შეცდომების გასწორების საშუალებას იძლევა. ამ თვალსაზრისით, მნიშვნელოვანია ო. ლოუენშუსის ნაშრომი [13], რომელშიც სიჭარბის შემცველი ავტომატებისთვის აღმდგენი ორგანოს კონსტრუქცია განზოგადებულია K-ნიშნა ლოგიკის შემთხვევაში. აგრეთვე, აღსანიშნავია უ. მანის [14] და [15] შრომები, რომლებიც ეძღვნება ლოგიკური სქემების დარეზერვების მეთოდებს და სიჭარბის შემცველ გამომთვლელ სისტემებში აღდგენის პროცესების შესწავლას. მიუხედავად ზემოთქმულისა, ფონ ნეიმანისა და ტრაიონის მიდგომათა გაერთიანებაში ძირითადი წვლილი მიუძღვის სიჭარბის შემცველ სტრუქტურათა ლოგიკური დაპროექტების თეორიას, რომელიც უ. პირსის [12] მონოგრაფიაშია გადმოცემული. ამ მეთოდის არსი ისაა, რომ სიჭარბით დასაპროექტებელი სქემის არაჭარბი ვარიანტის თითოეული ელემენტი აიგება როგორც გარკვეული მოდიფიცირებული ელემენტი, რომლის შესასვლელელებზე  $n$ -ჯერ მეტი (სიჭარბის სიდიდე) სიგნალი მიეწოდება. ასეთი მიდგომის განხორციელება საშუალებას გვაძლევს თავიდან ავიცილოთ შეცდომების გარკვეული რაოდენობა, რომელიც დამოკიდებულია  $n$  პარამეტრზე. ამრიგად, შეცდომების გასწორება იქ ხდება, სადაც ლოგიკური ფუნქციები სრულდება. სქემაში ელემენტთა რიცხვი კი არ იზრდება, არამედ მათი “სირთულე”, რომელიც პირობითად შეიძლება შეფასდეს ელემენტზე მიწოდებული შემავალი სიგნალების რაოდენობით.

უ. პირსის ლოგიკური დაპროექტების თეორიაში წამოიჭრება პრობლემა, რომელიც დაკავშირებულია ამგვარი სიჭარბის შემცველ ლოგიკურ ელემენტებს შორის ურთიერთკავშირის ორგანიზაციასთან. იმ შემთხვევებში, როცა თითოეულ «ჭარბ» ლოგიკურ ელემენტს ყველა სიგნალი არ მიეწოდება, კავშირების სტრუქტურა ძალიან რთულდება. ასეთ შემთხვევაში ჭარბი სიგნალები ასაგებ სტრუქტურაში ისე უნდა აირიოს, რომ მათ შორის მაქსიმალური სტატისტიკური დამოუკიდებლობა დამყარდეს. ხსენებული თავისებურების გამო უ. პირსი თავის თეორიას კავშირების («ხლართის») ლოგიკას უწოდებს. შეცდომათა ამრიგი (გამსწორებელი) ჭარბი ლოგიკური სქემების აგების ამ მეთოდს ბევრი საერთო აქვს როგორც ტრაიონის ხერხთან, ასევე ფონ ნეიმანის აღმდგენი ორგანოს სქემასთან.

სიჭარბის შეტანით გამომთვლელი მოწყობილობების საიმედოობის უზრუნველყოფის ცალკეული პრობლემა საკმარისად არის გაშუქებული ავტომატების მატრიცული თეორიისადმი მიძღვნილ ვ.ი. ლევინის წიგნში [16].

მიმართულება, რომელიც დაკავშირებულია გამომთვლელი სისტემების საიმედოობის გაზრდასთან ინფორმაციის ჭარბი კოდირების გზით, სათავეს იღებს დ. არსტრონგის შრომიდან [17]. ამ პრობლემის მრავალი ასპექტი გადმოცემულია ი.ა. ხეთაგუროვისა და ი.პ. რუდნევის მონოგრაფიაში [18], აგრეთვე ი.ლ. საგალოვიჩის წიგნში [19].

კავშირგაბმულობის ტექნიკაში დამუშავებული შეცდომების აღმომჩენი და გამსწორებელი კოდები [20] წარმატებით გამოიყენება საინფორმაციო არხების საიმედოობის ამაღლებისათვის. ხმარობენ აგრეთვე ჯ. ვოზენკრაფტისა და ბ. რეიფენის ნაშრომში [21] აღწერილ სპეციალურ კოდებს, რომლებიც სწრაფი კოდირებისა და დეკოდირების მიზნით გამოიყენება. თუმცა ბ. დილონისა და ჩ. სინგჰის მონოგრაფიაში [22] აღნიშნულია, რომ ასეთი სისტემების ღირებულება 1.5-ჯერ აღემატება ჩვეულებრივ სისტემათა ღირებულებას.

დაბოლოს, გამომთვლელ მოწყობილობებში (ლოგიკურ ქსელებში) სიჭარბის შეტანის გზით საიმედოობის გაზრდის დღეისათვის ცნობილ მეთოდებს შორის საჭიროა ლ.მ. ვერბიკის მიერ აღმოჩენილი [23] ლოგიკური სტაბილიზაციის მითითება.

ლოგიკური სტაბილიზაცია ეწოდება ისეთი ლოგიკური სტრუქტურის (სქემის) სინთეზს, რომელიც სწორ სიგნალს იძლევა გამოსასვლელზე იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ამ სტრუქტურის ლოგიკური წრედები არ შეიძლება ცალსახად აღიწეროს ბულის რომელიმე ფუნქციით [12, გვ. 18]. ლ.მ. ვერბიკის მიერ დამტკიცებულია ლოგიკურად სტაბილური სქემების აგების შესაძლებლობა, მაგრამ მათი სინთეზის თეორია ჯერ კიდევ ემბრიონულ მდგომარეობაშია.

ზღურბლური მოდელის თეორიის განვითარება ლოგიკურ სისტემებთან მიმართებაში ჯონ ფონ ნეიმანის ნაშრომის [1] გამოქვეყნების შემდეგ მრავალი მიმართულებით ხდებოდა. მათ შორის აღსანიშნავია:

\* სქემათა სინთეზი ზღურბლური და მაჟორიტარული ელემენტების გამოყენებით;

- \* მაჟორიტარულ ელემენტთა თვისებების შესწავლა მათ მიმართ მოთხოვნების დასადგენად მთელი სისტემისათვის მოცემული საიმედოობის მახასიათებლების საფუძველზე;
- \* სისტემაში მაჟორიტარული აღმდგენი ორგანოების ოპტიმალური განლაგება;
- \* ადაპტირებადი ზღურბლური ელემენტის დაპროექტება;
- \* სხვადასხვა მაჟორიტარული მოდელის საიმედოობის შესწავლა და მათი შედარებითი ანალიზი;
- \* მაჟორიტარული ელემენტების სქემათა ანალიზი და დაპროექტება.

აქ ჩამოთვლილ მიმართულებებიდან პირველი წარმოდგენილია ვ.ი. ვარშავსკის, მ. დერტოუზოსის, ი.ნ. ბოგოლუბოვის, ბ.ლ. ოვსიევიჩის, ლ.ი. როზენბლუმის, ა.დ. ზაკრევსკის, ე.ნ. ვავილოვის, ბ.მ. ეგოროვის, ვ.ს. ლანცევის, ვ.გ. ტოცენკოს, მ. კონის, რ. ლინდემანისა და სხვა ავტორთა ფუნდამენტურ შრომებში [24-33]. მაჟორიტარული ელემენტების თვისებათა შესწავლასთან დაკავშირებული მეორე მიმართულება კი მკაფიოდ იკვეთება გ.ნ. გრიბანოვის გამოკვლევაში [34].

მაჟორიტარულ ელემენტთა ოპტიმალური განლაგების ამოცანის გადაჭრის მცდელობა განხორციელებულია უ. პირსის მონოგრაფიაში [12] მიმდევრობითი სტრუქტურის კერძო შემთხვევისათვის.

ადაპტირებადი მაჟორიტარული ელემენტის დამუშავების პრობლემას ეძღვნება ს.მ. დომანიცკის ნაშრომი [35]. ამ მიმართულებით ზოგიერთი მნიშვნელოვანი შედეგი მიღებულია უ. პირსის მიერაც.

მეხუთე მიმართულების სათავედ რ.ე კანის სტატია [36] უნდა მივიჩნიოთ. მაჟორიტარულ ელემენტთა დაპროექტების ტექნიკური გადაწყვეტილებები კი დაწვრილებით არის განხილული ნ.ი. პაკულოვის, ვ.ფ. უხანოვისა და პ.ნ. ჩერნიშევის წიგნში [37].

რაც შეეხება წინამდებარე დისერტაციას, მასში შეისწავლება ადაპტირებადი ნეირონული მოდელები და ნეირონული აღმდგენი ორგანოს გამოყენება ბინარული



არხების დარეზერვების სტრატეგიაში. საკითხთა ეს კომპლექსი განიხილება გადაწყვეტილებათა მიღებისა და სახეთა გამოცნობის თეორიის საფუძველზე. ამიტომ ა.ა. ხარკევიჩის, გ.ს. სებესტიანის, ა.ა. გორელიკის, ვ.ი. ვასილიევის, კ.ს. ფუს, ნ.გ. ზაგორუიკოს, ი.ლ. ბარაბაშის, ლ.ა. რასტრიგინის, რ.ხ. ერინშტეინის, რ.ა. ჰოვარდისა და სხვა ავტორთა გამოკვლევები [38-54], რომლებიც ეძღვნება კოლექტიური სტატისტიკური გადაწყვეტილებების მიღებისა და გამოცნობის ამოცანებს, იდეათა დონეზე მჭიდროდ უკავშირდება მოცემულ ნაშრომს.

საჭიროა აღინიშნოს, რომ თანამედროვე ეტაპზე გამომთვლელი და ციფრული საკომუნიკაციო სისტემების საიმედოობის ამაღლების პერსპექტიულ გზად მიჩნეულია აგრეთვე ინფორმაციის დამუშავების მულტიპროცესორულ მოწყობილობებზე და მათი პარალელურად მუშაობის პროცესის რაციონალურ ორგანიზაციაზე გადასვლა [55, 56]. მზადდება ხარისხობრივი ნახტომი გამოთვლითი პროცესის ორგანიზაციის ახალი მოდელების შესაქმნელად, რაც ნათლად ჩანს ბ.ვ. ანისიმოვის, ე.პ. ბალაშოვის, ვ.ი. ვარშავსკის, ე.ვ. ევრეინოვის, დ.ა. პოსპელოვის, ი.ვ. ფრანგიშვილის, ვ.ბ. სმოლოვისა და სხვა მკვლევართა შრომებიდან [131-138].

ამოცანები, რომლებიც ნაშრომშია დასმული, განსაკუთრებით ახლოსაა გ.ვ. ქანთარიას [139-141], გ.ს. ცირამუას [142], ვ.ი. ლევინის [143], ვ.ი. პოტაპოვის [144], ს.მ. დომანიცკისა [145] და ა.ს. სტეპანოვის [146-147] მიერ განხილულ პრობლემებთან.

მაგალითად, გრიგოლ ცირამუას ნაშრომი [142] ეძღვნება სტრუქტურული ორგანიზაციის ახალი პრინციპის კვლევას. მისი არსი მდგომარეობს გამომთვლელი სისტემების საიმედოობისა და სიცოცხლისუნარიანობის (ცხოველუნარიანობის, ცხოველმოსილობის, გამძლეობის) ასამაღლებლად მრავალფუნქციურ ელემენტთა ფუნქციური სიჭარბისა და ადაპტაციის გამოყენებაში.

ყოველი ასეთი ელემენტი დროის ნებისმიერ ინტერვალზე ასრულებს მხოლოდ ერთ გარკვეულ ფუნქციას მოცემული სიმრავლიდან, მაგრამ იმ შემთხვევაში, როცა ზოგიერთი მათგანი დაკარგავს მუშაობის უნარს, მოხდება სისტემის გადაწყობა და ფუნქციათა გადანაწილება შემადგენელ კომპონენტებს შორის.

ამ პრინციპის განსახორციელებლად ავტორის მიერ შექმნილია საიმედოობის სინთეზისა და შეფასების მეთოდები, აგრეთვე კომბინატორიკის სხვადასხვა კანონის შესაბამისად ადაპტური გადაწყობის ხერხები და ტექნიკური საშუალებები.

ზემოთ აღინიშნა, რომ საიმედო ლოგიკური სქემების სინთეზის ნებისმიერი მეთოდი, რომელიც ჯონ ფონ ნეიმანის, ე. მურისა და კლოდ შენონის იდეებს იყენებს, ინფორმაციის დაგროვების პრინციპს ეყრდნობა, რისთვისაც სისტემაში შეაქვთ სიჭარბე არასაიმედო მოდულების განმეორებადი რგოლების სახით და შემდეგ ამ სიჭარბის «დამუშავებას» აწარმოებენ ინფორმაციის აღმდგენი ორგანოს საშუალებით. ხაზი გაესვა იმ გარემოებასაც, რომ ინფორმაციის ასეთი დაგროვება კომბინაციურ და მიმდევრობით ლოგიკურ სქემებში შეიძლება განხორციელდეს დაბრკოლებათა მიმართ მედეგი კოდირებით, ან საკონტროლო-შემმოწმებელი ტესტებისა და სამუშაო პროგრამების ხელოვნური გართულებით. სახელდობრ, კომბინაციურ მოწყობილობებში ცალკეულ ელემენტთა შეცდომების გასწორება თვითკორექტირებადი კოდების გამოყენებით ხორციელდება ა.დ. ზაკრევსკისა [31, 148] და ტ.ა. ფრანცისის [149] იდეათა საფუძველზე. მაკორექტირებელი კოდების გამოყენებისას საიმედოობის გაზრდის ხარისხის შეფასება მოცემულია ი.პ. რუდნევის [150] მიერ. მეხსიერებიან ლოგიკურ სქემებში თვითკორექტირებადი კოდების გამოყენების იდეა კი პირველად მ.ა. გავრილოვმა წამოაყენა [151]. ალტერნატიული მიდგომით, რომელსაც ვ.ი. ლევინი მიმართავს თავის სადოქტორო ნაშრომში, არასაიმედოობის ეფექტი ინტერპრეტირებულია, როგორც შემთხვევითი სიგნალის ურთიერთქმედება შემთხვევით დაბრკოლებასთან, ხოლო ინფორმაციის დაგროვება განიხილება როგორც შემთხვევითი ამონაკრები (ამონარჩევი), რომლის საფუძველზე საჭიროა სწორი პასუხის აღდგენა. ასეთი მიდგომის სიახლე მდგომარეობს, აპოსტერიორულთან ერთად, აპრიორული ინფორმაციის ფართოდ გამოყენებაში. აღნიშნული თავისებურებიდან გამომდინარე, ავტორი აგებს ლოგიკური ავტომატების საიმედოობის სტატისტიკური ანალიზის მეთოდებს და წარმატებითაც იყენებს გ.ნ. ცერცვაძის იდეას [152], რომლის თანახმად სასრული ავტომატი ალბათურ ავტომატად განიხილება. ასეთი ავტომატის აღწერა რთულ პრობლემას წარმოადგენს და მატრიცული აღრიცხვის გამოყენებას მოითხოვს. ამოცანის გასამარტივებლად ან მიახლოებით მეთოდს მიმართავენ, ან დისკრეტულ ფუნქციონალურ გარდაქმნას ახორციელებენ.

სასრული ავტომატის განხილვა ალბათურ ავტომატად საშუალებას აძლევს ვ.ი. ლევინს განსაზღვროს ისეთი მახასიათებლები, როგორცაა სწორი მდგომარეობის ალბათობა, შემავალ სიგნალთა  $M$  ცვლილების შემდეგ გამოსასვლელზე სწორი სიგნალის მიღების ალბათობა, აგრეთვე, ალბათობა იმისა, რომ შემავალ სიგნალთა  $M$  ცვლილების შემდეგ ავტომატი ერთ-ერთ შესაძლო მდგომარეობაში აღმოჩნდება. ზოგჯერ საინტერესოა ავტომატის მუშაობის სტატისტიკური მახასიათებლების დადგენა მასში დაზიანებათა გაჩენის შემდეგაც. ხსენებული ჯგუფის ამოცანათა გადაჭრის გზები განხილულია ა.ნ. სკლიარევიჩის მიერ [153].

ს.მ. დომანიცკის მიერ განხილულია ისეთი აღმდგენი ორგანო, რომელშიც შემავალი სიგნალების წონები ერთნაირია, მაგრამ გარეშე პირობების ცვლილებისას მისი ზღურბლი ადაპტაციას განიცდის, რისთვისაც აღმდგენ ორგანოში უწყვეტად ან დისკრეტულად შედის აპოსტერიორული ინფორმაცია. ეს იდეა განხორციელებულია «მცურავი» ზღურბლის მქონე აღმდგენ ორგანოებში. ასეთი ორგანოს ერთ-ერთ ვარიანტში რეალიზებულია ზღურბლის უშუალო ცვლილების ალგორითმი, ხოლო მეორეში – ზღურბლის ირიბი მართვა. ავტორის მიერ აღწერილია შესაბამისი მეთოდიც ხსენებული ტიპის ადაპტირებად ორგანოებზე აგებული და სიჭარბის შემცველი სქემების გასაანგარიშებლად.

ი.ა. კუროჩკინისა და ა.ს. სმირნოვის [146] ნაშრომში მოყვანილია პ.პ. პარხომენკოსა და ე.ს. სოგომონიანის [154] მიერ შემოთავაზებული თვითშემოწმებადი ჭარბი სტრუქტურის საინტერესო შედარება გასამმაგებულ მაჟორიტარულ სქემასთან. საიმედოობის გაანგარიშების ლ.ბ. გროსბერგის, მ.დ. ლინდენბაუმისა [155] და ე.ნ. მათიჩკინის [156] მეთოდების გამოყენებით ავტორებმა დაამტკიცეს, რომ, თუ დისკრეტული მოწყობილობის გამოსასვლელთა რაოდენობა მეტია ორზე და გამომავალი ფუნქციები დამოუკიდებლად ხორციელდება, მაშინ გასამმაგებულ მაჟორიტარულ სტრუქტურას უფრო დიდი საიმედოობა გააჩნია, ვიდრე თვითშემოწმებად ჭარბ სქემას. ამით ცალსახად განისაზღვრა აღნიშნული ორი კლასის სტრუქტურათა გამოყენების მიზანშეწონილობის არე.

ნაშრომში [147] განზოგადებულია ს.მ. დომანიცკის მიერ [157]-ში წამოყენებული არააღდგენად დისკრეტულ მოწყობილობათა საიმედოობის შეფასების პრინციპი მათი

სტრუქტურის გათვალისწინებით. კერძოდ, ავტორებმა დაადგინეს ფუნქციონალურ და ინფორმაციულ საიმედოობას შორის არსებული კავშირის ხასიათი და მიიღეს ჭარბი სტრუქტურის მქონე კომბინაციური დისკრეტული მოწყობილობის გამომავალი სიგნალის შეუცდომლად აღდგენის ალბათობის გამოსახულება.

მეთოდებიდან, რომლებიც დაკავშირებულია გადასაცემ სიგნალში საინფორმაციო\_დროითი სიჭარბის შეტანასთან, ჩვენ მხოლოდ ჭარბი კოდირების რამდენიმე ხერხს შევხეთ. მაგრამ არანაკლებ საინტერესოა დროითი დარეზერვების თეორია, რომელიც გ.ნ. ჩერკესოვს ეკუთვნის [158]. გამომთვლელ სისტემათა სამიედოობის ასამაღლებლად დროითი სიჭარბის გამოყენების შესაძლებლობა დაკავშირებულია მათი აგების სტრუქტურულ თავისებურებებთან.

სტრუქტურული სიჭარბით, რომელიც თანამედროვე გამომთვლელ სისტემებშია ჩადებული, დროის სხვადასხვა ინტერვალზე შეიძლება ვისარგებლოთ. ამასთან ერთად ცხადია, რომ უნდა არსებობდეს დროის გარკვეული მარაგი («რეზერვი») მოცემულ ფუნქციათა შესასრულებლად. დროის ეს რეზერვი სამუშაო პროგრამის მრავალჯერ განმეორების ან მისი შესრულების მსვლელობის იმდაგვარი ცვლილების საშუალებას იძლევა, რომ გამოვლინდეს მტყუნება და მოისპოს მისი გავლენა.

დროითი სიჭარბის მქონე გამომთვლელ სისტემათა ორგანიზაციის ორი ხერხი არსებობს:

- \* შეზღუდულია ყოველი მტყუნების შემდეგ მოცდენის დრო [159];
- \* შეზღუდულია მოცდენათა მხოლოდ ჯამური დრო [160].

განსაკუთრებულ კლასად შეიძლება მივიჩნიოთ ნეირონზე მრავალი ცვლადის ბულის ფუნქციის რეალიზაციის ამოცანა [161]. საყოველთაოდ მიღებული ტერმინოლოგიით ეს ამოცანა შეიძლება განვიხილოთ მრავალფენიან პერცეპტრონზე ბულის ვექტორ-ფუნქციის აღდგენის პრობლემად. ამ პერცეპტრონში ზღურბლური ელემენტი (ფორმალური, ანუ ხელოვნური) ნეირონი წარმოადგენს ელემენტარულ რგოლს. ამ მიმართულებას ხელოვნური ნეირონული ქსელების თეორიაში უკანასკნელი ათი წლის განმავლობაში გამოქვეყნებული მრავალი ნაშრომი ეძღვნება. მაგალითის სახით

შეიძლება დავიმოწმოთ დ.ე. გურიევის ნაშრომი [162]. ხსენებულ პრობლემას ასევე ეხება რ.პ. ლიპმანის მიმოხილვითი სტატიაც [163].

მაგრამ წინამდებარე დისერტაციაში განხილულ ამოცანებთან განსაკუთრებულ იდეურ სიახლოვეშია [164-176, 178-179] ნაშრომებში განვითარებული მიდგომები.

აღნიშნულ კვლევებში შესწავლილია ნეირონული ტიპის დარეზერვების გამოყენებით ციფრული არხების საიმედოობის უზრუნველყოფასთან დაკავშირებული საკითხები. სახელდობრ:

- წამოყენებულია და პროგრამულად რეალიზებულია ნეირონული აღმდგენი ორგანოს შეცდომის ალბათობის ზუსტი მნიშვნელობის გამოთვლის ალგორითმი;
- მიღებულია მინიმალური ზედა შეფასება სიგნალის აღდგენის შეცდომის ალბათობისათვის ორობითი არხების ნეირონული დარეზერვების პირობებში ციფრული ინფორმაციის გადაცემისას;
- დადგენილია სიგნალის აღდგენის შეცდომის ალბათობის ასიმპტოტური ქცევის ხასიათი არხების დარეზერვებისას მაჟორიტარული პრინციპით, როცა ამ არხების რაოდენობა უსასრულოდ იზრდება;
- სამი სხვადასხვა მეთოდით შესწავლილია არხების წონათა ოპტიმიზაციის პრობლემა ამ არხების ნეირონული დარეზერვების პირობებში და ჩატარებულია მიღებული შედეგების შედარებითი ანალიზი;
- არხების ნეირონული დარეზერვებისათვის დამტკიცებულია სიგნალის აღდგენის შესაძლებლობა შეცდომის მინიმალური რისკით და დადგენილია ამისათვის აუცილებელი წონები და ზღურბლი;
- დადგენილია წონათა განაწილების კანონები და მათი რიცხვითი მახასიათებლები ნეირონის შესასვლელეებზე შეცდომათა ალბათობების სტატისტიკური გაბნევის პირობებში;
- დადგენილია მოცემული ბულის ფუნქციის ერთ ნეირონზე რეალიზებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები გარკვეული არაუარყოფითი მიზნობრივი

ფუნქციის ნულოვანი მინიმუმის არსებობის ფორმით და შექმნილია ასეთი ნეირონის მასინთეზირებელი პროგრამა, რომელიც იყენებს მრავალი ცვლადის ფუნქციის მინიმუმის ძებნის ჰუკისა და ჯივსის მოდიფიცირებულ პირდაპირ მეთოდს [177].

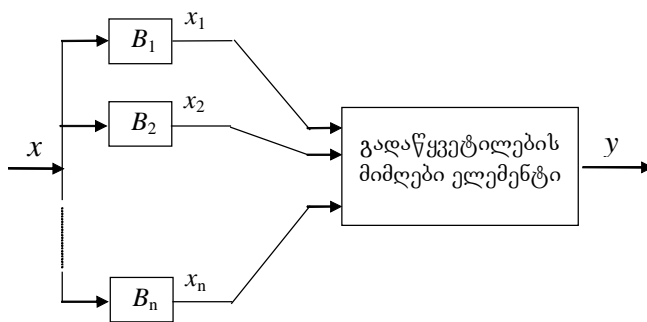
საიმედოობის ამაღლების მეთოდების გაუმჯობესება და შემდგომი განვითარება უშუალოდაა დაკავშირებული ბიოლოგიური სისტემების ორგანიზაციის პრინციპების, ფორმალური ნეირონული ქსელებისა და ადაპტაციის ფართო გამოყენებასთან.

წყაროების ნაწილი გამოყენებულია მნიშვნელოვან საცნობო მასალად წინამდებარე დისერტაციაზე მუშაობისას, ხოლო საკუთრივ უკანასკნელში წარმოდგენილი შედეგები საკმარისად სრულად ასახულია ჩემს ნაშრომებში [180-184].

# თავი I. ფორმალური ნეირონის მოდელი

## § 1.1. კვლევის ობიექტის აღწერა

დავუშვათ, რომ  $x$  ორობითი სიგნალი, რომელიც კოდირებულია  $(+1)$ -ით ან  $(-1)$ -ით, მიეწოდება  $n$  ერთგვაროვან  $B_1, B_2, \dots, B_n$  ინფორმაციულ არხს ანუ ბინარულ სენსორს. სენსორების შესაძლო მტყუნებათა გამო, გამოსასვლელზე  $x$  ცვლადის მნიშვნელობა ფორმირდება როგორც  $x_1, x_2, \dots, x_n$  სიმრავლე, ანუ გვაქვს  $x$  ცვლადის  $n$  შესაძლო რეალიზაცია. ცხადია, თითოეული  $x_i (i = \overline{1, n})$  თავის მხრივ წარმოადგენს ორობით ცვლადს, რომელიც აგრეთვე  $+1$  ან  $-1$  მნიშვნელობებს იღებს. ეს ჭარბი ინფორმაცია



ნახ. 1.1.1 გადაწყვეტილების მიმღები ელემენტის მოდელი

რომელიც გადაწყვეტილებას, ანუ  $y$  გამომავალი სიგნალის მნიშვნელობას, განსაზღვრავს შესასვლელზე მიწოდებული  $x_1, x_2, \dots, x_n$  სიგნალების საფუძველზე. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, გადაწყვეტილების მიმღები ელემენტი წარმოადგენს გადამრთველ სქემას, რომელიც  $n$  ორობითი არგუმენტის

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.1.1)$$

ბინარული ფუნქციის რეალიზაციას ახდენს.

გადაწყვეტილების მიმღები ორგანოს საიმედოობა არსებითადაა დამოკიდებული მის მიერ რეალიზებული (1.1.1) ფუნქციის სახეზე. ცხადია, რომ იდეალურ შემთხვევაში ასეთი ელემენტის მიერ მიღებული  $y$  გადაწყვეტილება უნდა ემთხვეოდეს  $x$  ორობითი ცვლადის მნიშვნელობას.

გადაწყვეტილების მიმღებ ელემენტს, რომელიც

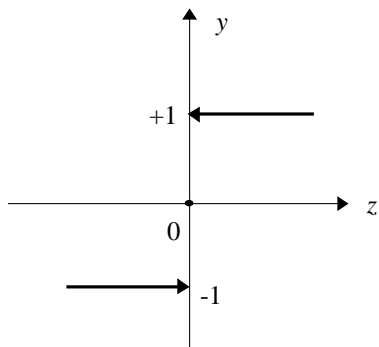
$$y = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (1.1.2)$$

ფუნქციას ახორციელებს, მაჟორიტარული ეწოდება, თუ

$$\operatorname{sgn} z = \begin{cases} -1, & \text{როცა } z < 0 \\ 0, & \text{როცა } z = 0 \\ +1, & \text{როცა } z > 0 \end{cases} \quad (1.1.3)$$

აქ ნულით აღნიშნულია განუსაზღვრელი (გაურკვეველი) მდგომარეობა, რაც ნიშნავს, რომ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ცვლადების კონკრეტული კომბინაცია არარეალიზებადია (ნატურალური  $n$  რიცხვი  $z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  ჯამში კენტი), ან კიდევ  $z = 0$  შემთხვევაში გადაწყვეტილება არ მიიღება.

$y = \operatorname{sgn} z$  ფუნქციის გრაფიკი მოტანილია ნახ. 1.1.2-ზე. ისრებით მითითებულია ის ფაქტი, რომ ხაზის დაბოლოება გრაფიკს არ ეკუთვნის, ხოლო კოორდინატთა სათავეში დასმული წერტილი გამომავალი ცვლადის განუსაზღვრელ მნიშვნელობას შეესაბამება.



ნახ. 1.1.2  $y = \operatorname{sgn} z$ -ის გრაფიკი

ნახ. 1.1.3-ზე გამოსახული მაჟორიტარული ელემენტის ძირითადი კომპონენტებია:

ა) ამჯამავე მოწყობილობა, რომლის გამოსასვლელიდან

$$z = \sum_{i=1}^n x_i$$

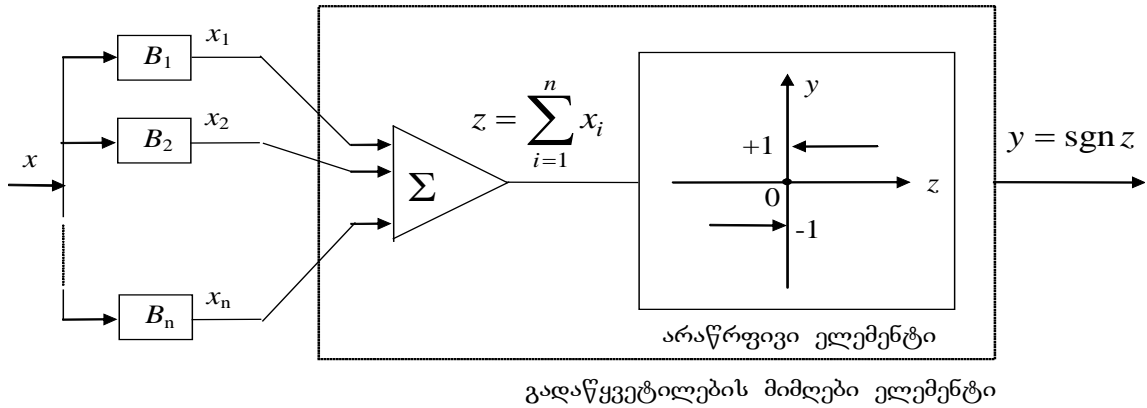
სიგნალი იხსნება;

ბ) არაწრფივი ორპოლუსა  $y = \operatorname{sgn} z$  მახასიათებლით.

ცხადია, რომ ასეთი ელემენტი  $y$  გადაწყვეტილებას გამოიმუშავებს შესასვლელეებზე მიწოდებული სიგნალების მნიშვნელობებიდან უმრავლესობის პრინციპის თანახმად. ამიტომ მას ხმის დამთვლელსაც უწოდებენ. მაჟორიტარული კანონი პირველად აღწერი-



ლი იყო ჯონ ფონ ნეიმანის მიერ [1], ხოლო დარეზერვებულ ანალოგურ სისტემებზე იგი ვ.ი. ვარშავსკიმ განავრცო [25]. ასეთი ელემენტი გამოკვლეული იქნა სხვა ასპექტშიც,



ნახ. 1.1.3 მაკროიტარული ელემენტის მოდელი

რომელსაც აქ არ ვეხებით.

მაკროიტარულ პრინციპზე მომუშავე გადაწყვეტი ელემენტით აღჭურვილი აღმდგენი ორგანოს ფუნქციონირება არ შეიძლება დამაკმაყოფილებლად ჩაითვალოს, თუ  $B_1, B_2, \dots, B_n$  ორობითი სენსორების შეცდომათა  $q_1, q_2, \dots, q_n$  ალბათობები სხვადასხვაა. ამიტომ აუცილებელია თითოეულ საინფორმაციო შესასვლელს, ე.ი. ორობით სენსორს, მივაწეროთ თავისი  $a_i (i = \overline{1, n})$  წონა, სადაც  $a_i$  ნამდვილი რიცხვია ( $-\infty < a_i < \infty$ ). ასეთ შემთხვევაში  $y$  გადაწყვეტილება მიიღება აწონილი შემავალი სიგნალების საფუძველზე შემდეგი თანაფარდობის გამოყენებით:

$$y = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^n a_i x_i - \Theta \right), \quad (1.1.4)$$

სადაც  $\Theta$  - ელემენტის ე.წ. ზღურბლია (კვორუმი). ამის გამო ასეთი პრინციპით მომუშავე ელემენტებს ზღურბლურს უწოდებენ, თუმცა შესაძლებელია გვეწოდებინა მათთვის გადაწყვეტილების აწონილად მიმღებიც.

ადვილი შესამჩნევია, რომ მაკროიტარული გადაწყვეტილების მიმღები ელემენტი წარმოადგენს ზღურბლურ ელემენტს  $a_i = 1 (i = \overline{1, n})$  წონითი კოეფიციენტებითა და

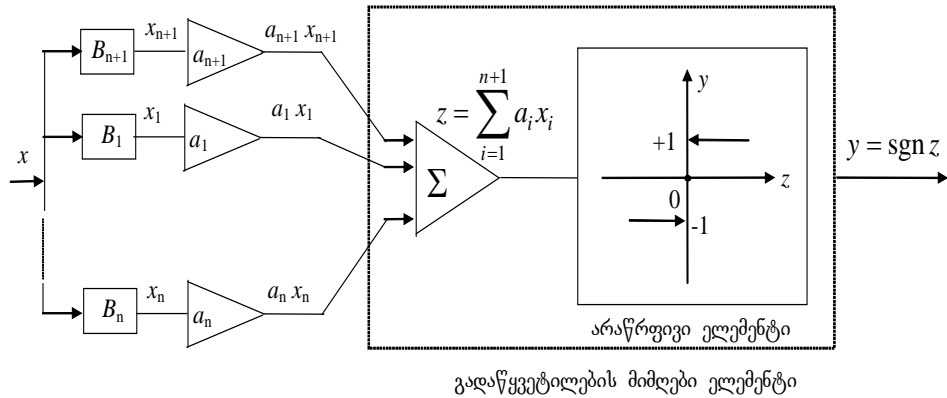
$\Theta = 0$  ზღურბლით იმ პირობით, რომ  $B_i$  სენსორების შესასვლელზე  $x$  სიგნალის  $+1$  და  $-1$  მნიშვნელობები მიეწოდება ერთნაირი  $1/2$  აპრიორული ალბათობით.

ფორმალურად დავუშვათ, რომ  $\Theta \equiv a_{n+1}$ , ხოლო  $x_{n+1} \equiv -1$ , რაც ნიშნავს, რომ  $B_{n+1}$  ორობითი სენსორი  $x$  შემავალი სიგნალის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის მუდამ  $x_{n+1} \equiv -1$  სიგნალს გამოიმუშავებს. მაშინ (1.1.4) თანაფარდობას შეიძლება შემდეგი სახე მივცეთ:

$$y = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^{n+1} a_i x_i \right). \quad (1.1.5)$$

ამ გამოსახულების შესაბამისი გადაწყვეტილების მიმღები ორგანო მოტანილია ნახ. 1.1.4-ზე. შემოთავაზებული მოდელის აუცილებლობა გამოწვეულია იმით, რომ, თუ დროის საწყისი მომენტისათვის ორობითი სენსორების მტყუნების ალბათობები კიდევ შესაძლებელია ვუზრუნველვყოთ პრაქტიკულად ერთნაირ დონეზე, გარკვეული შუალედის შემდეგ მათში განსხვავება მაინც იჩენს თავს.

ზღურბლური ლოგიკა ლიტერატურაში განხილულია საკმაოდ ფართოდ [29]. ძირითადი შედეგები ეხება ზღურბლური ელემენტის სინთეზის პრობლემას, ანუ მოცემული  $n$  ორობითი ცვლადის გადამრთველი ფუნქციის რეალიზაციას ერთ ზღურბლურ ელემენტზე და შესასვლელისათვის აუცილებელი წონებისა და ზღურბლის შერჩევას. ზღურბლურ ელემენტებზე ქსელების აგების საკითხი გადაჭრილია მხოლოდ სქემების ძალზე ვიწრო კლასისათვის. მიუხედავად ჩატარებული სამუშაოს მოცულობისა, ყურადღების გარეშე დატოვებული ზღურბლური დარეზერვების ისეთი მნიშვნელოვანი პრობლემა, როგორცაა ორობითი სენსორების დარეზერვებისას ჭეშმარიტი სიგნალის აღდგენის ოპტიმალურ სტრატეგიათა დამუშავება. გადაწყვეტილების მიმღები ორგანოს ზღურბლური მოდელი ჭეშმარიტი სიგნალის აღდგენის სისტემაში კი სწორედ ამ კუთხითაა საინტერესო და წარმოადგენს ჩვენი შესწავლის ობიექტს.



ნახ. 1.1.4. ზღურბლური ორგანოს მოდელი

ზღურბლურ ლოგიკას, როგორც დავრწმუნდით წყაროთა მიმოხილვიდან, საკმარისად დიდი რაოდენობის ლიტერატურა ეძღვნება [29]. ძირითადი შედეგები ეხება ზღურბლური ელემენტის სინთეზს, ესე იგი ორობითი ცვლადის მოცემული გადამრთველი ფუნქციის რეალიზებადობას ერთ ნეირონზე, ასევე ამ ფუნქციის შესრულების უზრუნველმყოფი აუცილებელი წონებისა და ზღურბლის პოვნას. გადაწყვეტილია აგრეთვე ნეირონული ქსელების სინთეზის ამოცანა სქემათა ძალიან შეზღუდული კლასისათვის. მაგრამ მთლიანობაში აღნიშნული კვლევები არ ეხება ნეირონული ლოგიკის პრობლემებს გარკვეული აზრით ოპტიმალური გადაწყვეტილებების მიღების ასპექტში ბინარული საინფორმაციო არხების დარეზერვებისას ჭეშმარიტი სიგნალის აღდგენის მისაღწევად. შესაბამისი ორგანოს ფუნქციონირების ნეირონული მოდელი ორობითი სიგნალის სწორად აღდგენის სისტემაში, უპირველეს ყოვლისა, წარმოადგენს ინტერესს ამ თვალსაზრისით და ამიტომაც ხდება შესწავლის საგანი ამ ნაშრომში.

## § 1.2. განზოგადებული მანძილის მეთოდი

განვიხილოთ ოპტიმალური წონების მინიჭების საკითხი ნეირონული გადამწყვეტი ორგანოს შესასვლელებისათვის განზოგადებული მანძილის მეთოდის საფუძველზე.

დასმული პრობლემის გადაწყვეტისას შევთანხმდეთ განვიხილოთ იგი კლასიფიკაციის ამოცანად, როდესაც  $x$  შემავალი სიგნალი უნდა მიეკუთვნოს  $\Omega_1$  ან  $\Omega_2$  კლასს ამ სიგნალის  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ვერსიათა საფუძველზე. ამ ვერსიათა რიცხვი  $n$ -ს შეადგენს.

ასეთი მიდგომისას აღსადგენი სიგნალი  $x$  რეალიზაციების მქონე  $X$  შემთხვევით სიდიდედ უნდა განიხილებოდეს. ამ სიდიდის მახასიათებლად  $n$  შემთხვევითი  $X_1, X_2, \dots, X_n$  სიდიდე გვევლინება. მიზანშეწონილია მათი სიმრავლის მიჩნევა შემთხვევით ვექტორად. სხვანაირად რომ ვთქვათ, უნდა ხდებოდეს სვეტის სახით მოცემული  $n$  რიცხვის მოწესრიგებული ერთობლიობის განხილვა:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = (X_1, X_2, \dots, X_n)',$$

სადაც «'» ტრანსპონირების ნიშნად გვევლინება. ამრიგად, თითოეული  $X_i (i = \overline{1, n})$  ელემენტი შემთხვევითი ვექტორის კომპონენტს წარმოადგენს.

შემთხვევითი  $\vec{X}$  ვექტორის რეალიზაცია ჩაიწერება დაკვირვებათა ვექტორის ფორმით:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$$

სადაც  $\vec{x}$  ვექტორის კომპონენტები  $X_1, X_2, \dots, X_n$  შემთხვევითი სიდიდეების  $x_1, x_2, \dots, x_n$  რეალიზაციებია.

$X_1, X_2, \dots, X_n$  კომპონენტების შემცველი  $\vec{X}$  ვექტორი აღიწერება განაწილების ერთობლივი ფუნქციით:

$$f(x) = \text{Prob}\{X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n\},$$

სადაც  $x_i (i = \overline{1, n})$  სიდიდეთა შესაძლო მნიშვნელობებია  $-1$  და  $+1$ .

ადვილი შესამჩნევია, რომ  $\Omega_1$  კლასში  $\vec{X}$  ვექტორს შემდეგი განაწილება გააჩნია:

$$f_1(\vec{x}) = \prod_{i=1}^n q_i^{\frac{1-x_i}{2}} \cdot (1-q_i)^{\frac{x_i+1}{2}}, \quad (1.2.1)$$

$\Omega_2$  კლასში კი -

$$f_2(\vec{x}) = \prod_{i=1}^n q_i^{\frac{x_i+1}{2}} \cdot (1-q_i)^{\frac{1-x_i}{2}}. \quad (1.2.2)$$

მოტანილი თანაფარდობები სამართლიანია მხოლოდ მაშინ, როცა  $\bar{X}$  ვექტორის  $X_1, X_2, \dots, X_n$  კომპონენტები დამოუკიდებელია.

ნებისმიერი  $X_i$  კომპონენტის  $\mu_i = M[X_i]$  მათემატიკური ლოდინი  $X_i$  სიდიდეთა კერძო განაწილებების საშუალებით მიიღება. ხსენებული  $n$  მათემატიკური ლოდინის ერთობლიობა საშუალო მნიშვნელობების  $\bar{\mu}$  ვექტორის სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\bar{\mu} = M[\bar{X}] = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)'$$

კერძოდ,  $\Omega_1$  კლასში  $\bar{X}$  ვექტორის ალბათობათა განაწილების ცენტრი

$$\vec{\mu}_1 = (\mu_{11}, \mu_{12}, \dots, \mu_{1n})' \quad (1.2.3)$$

ვექტორით განისაზღვრება, ხოლო  $\Omega_2$  კლასში ხსენებული მახასიათებლისათვის გვაქვს:

$$\vec{\mu}_2 = (\mu_{21}, \mu_{22}, \dots, \mu_{2n})' \quad (1.2.4)$$

სადაც

$$\left. \begin{aligned} \mu_{1i} &= 1 - 2q_i \\ \mu_{2i} &= 2q_i - 1 \\ i &= \overline{1, n} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.5)$$

$X_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) სიდიდეთა კერძო განაწილებების საფუძველზე ამ შემთხვევითი სიდიდეების  $\sigma_i^2$  დისპერსიებს ადგენენ, ხოლო  $X_i$  და  $X_j$  კომპონენტთა ერთობლივი განაწილება ამ სიდიდეთა  $\sigma_{ij}$  კოვარიაციას განსაზღვრავს:

$$\Sigma_{ij} = M\left[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)\right] = \begin{cases} \sigma_i^2, & \text{როცა } i = j \\ \sigma_{ij}, & \text{როცა } i \neq j \end{cases} \quad (1.2.6)$$

აღსანიშნავია, რომ  $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$  დისპერსიებისა და  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  კოვარიაციების ერთობლიობა შეადგენს კოვარიაციულ მატრიცას, რომელიც ერთგანზომილებიანი შემთხვევითი სიდიდის დისპერსიის ცნების განზოგადებას წარმოადგენს:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}.$$

რადგან ჩვენ იმ შემთხვევას ვიხილავთ, როცა  $\bar{X}$  ვექტორის  $X_1, X_2, \dots, X_n$  კომპონენტები ურთიერთდამოუკიდებელია, ამიტომ  $\sigma_{ij} = 0$  ყველა  $i \neq j$  შემთხვევაში და ამასთან ერთად  $\Sigma$  დიაგონალურ მატრიცას წარმოადგენს:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}.$$

ადვილად შეიძლება ვუჩვენოთ, რომ ორივე კლასში  $\sigma_i^2$  დისპერსიები ერთნაირია და განსაზღვრულია შემდეგი გამოსახულებით:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{(1)i}^2 = \sigma_{(2)i}^2 \equiv \sigma_i^2 = 4q_i(1-q_i) \\ i = \overline{1, n} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.7)$$

მაშასადამე, კოვარიაციული მატრიცებიც ერთნაირია:

$$\Sigma_1 = \Sigma_2 \equiv \Sigma. \quad (1.2.8)$$

ამრიგად, ზღურბლური ელემენტის შესწავლისას შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ  $\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2$  და  $\Sigma$  პარამეტრები მოცემულია. მისი მუშაობის პრინციპიდან კი გამომდინარეობს, რომ ზღურბლურ ორგანოში დაკვირვებათა წრფივი კომბინაცია განიხილება:

$$z = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n.$$

ამ გამოსახულებას წრფივი დისკრიმინანტული ფუნქცია ეწოდება. დაკვირვებათა  $\bar{x}$  ვექტორს მიაკუთვნებენ  $\Omega_1$  კლასს, თუ  $z > \Theta$ , და  $\Omega_2$  კლასს, თუ  $z < \Theta$ . ხოლო როცა  $z = 0$ , გადაწყვეტილება არ მიიღება.

შემოვიტანოთ განსახილველად  $Z$  შემთხვევითი სიდიდე და განვსაზღვროთ იგი შემდეგი თანაფარდობით:

$$Z = \sum_{i=1}^n a_i X_i, \quad (1.2.9)$$

ან, რაც იგივეა,

$$Z_i = \sum_{i=1}^n Z_i, \quad (1.2.10)$$

სადაც

$$Z_i = a_i X_i. \quad (1.2.11)$$

თუ  $\vec{x}$  დაკვირვება  $\Omega_1$  კლასის შემთხვევაში განხორციელდა, მაშინ (1.2.9) ჯამს

$$F_1(z) = \underset{i=1}{*}^n f_{1i}(z_i) \quad (1.2.12)$$

განაწილება ექნება, სადაც \* - კომპოზიციის (კონვოლუციის, ნახვევის) ოპერაციის ნიშანია, ხოლო

$$f_{1i}(z_i) = q_i^{\frac{a_i - z_i}{2a_i}} (1 - q_i)^{\frac{z_i + a_i}{2a_i}}. \quad (1.2.13)$$

აქ  $z_i$  სიდიდე ან  $+a_i$ , ან  $-a_i$  მნიშვნელობებს იძენს.

$Z$  შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი გამოითვლება ფორმულით:

$$m_1 = \sum_{i=1}^n a_i \mu_i = \sum_{i=1}^n a_i (1 - 2q_i). \quad (1.2.14)$$

ამის მსგავსად, როცა  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$  დაკვირვება  $\Omega_2$  კლასს მიეკუთვნება,  $Z$  სიდიდის ალბათობათა განაწილება განისაზღვრება ფორმულით:

$$F_2(z) = \underset{i=1}{*}^n f_{2i}(z_i), \quad (1.2.15)$$

სადაც

$$f_{2i}(z_i) = q_i^{\frac{z_i + a_i}{2a_i}} (1 - q_i)^{\frac{a_i - z_i}{2a_i}} \quad (1.2.16)$$

და  $z_i$  სიდიდის შესაძლო მნიშვნელობებია  $+a_i$  და  $-a_i$ .

თუ  $\bar{x}$  დაკვირვება  $\Omega_2$  კლასიდან გაჩნდა, მაშინ  $Z$  შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი განისაზღვრება ფორმულით:

$$m_2 = \sum_{i=1}^n a_i \mu_{2i} = \sum_{i=1}^n a_i (2q_i - 1). \quad (1.2.17)$$

თუ (1.2.14) და (1.2.17) თანაფარდობებს შევადარებთ, ადვილად დავასკვნით, რომ

$$m_1 = m_2. \quad (1.2.18)$$

(1.2.13) და (1.2.16) ფორმულების გაანალიზების შედეგად კი ვადგენთ:

$$\left. \begin{aligned} f_{2i}(z_i) &= f_{1i}(-z_i) \\ i &= \overline{1, n} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.19)$$

მაშასადამე,

$$F_2(z) = F_1(-z). \quad (1.2.20)$$

$Z$  შემთხვევითი სიდიდის  $\sigma_z^2$  დისპერსია ორივე შემთხვევაში ერთნაირია და განისაზღვრება ფორმულით:

$$\sigma_z^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i \sigma_{ij} a_j, \quad (1.2.21)$$

რაც (1.2.7) თანაფარდობების გათვალისწინებით  $\sigma_{ij} = 0$  შემთხვევაში გვაძლევს:

$$\sigma_z^2 = \sum_{i=1}^n 4a_i^2 q_i (1 - q_i). \quad (1.2.22)$$

ევრისტიკული მოსაზრებებიდან გამომდინარე,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  წონები ისე უნდა შევარჩიოთ, რომ  $m_1$  და  $m_2$  მათემატიკური ლოდინის სიდიდეები რაც შეიძლება მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდნენ ერთმანეთისაგან, ხოლო  $\sigma_z^2$  დისპერსია მინიმალური იყოს.

ამისათვის საკმარისია ავირჩიოთ მიზნობრივ ფუნქციად განზოგადებული (მაჰალანობისის) მანძილი [59]:



$$\rho = \frac{(m_1 - m_2)^2}{\sigma_z^2}, \quad (1.2.23)$$

რომელსაც ჩვენი ამოცანის პირობებში შემდეგი სახე აქვს:

$$\rho = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n a_i (\mu_{1i} - \mu_{2i}) \right]^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i \sigma_{ij} a_j}. \quad (1.2.24)$$

$a_i (i = \overline{1, n})$  წონები, რომლებიც ამ გამოსახულებას მაქსიმუმს ანიჭებენ, განტოლებათა შემდეგ სისტემას აკმაყოფილებენ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial a_i} &= 0 \\ i &= \overline{1, n} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.25)$$

(1.2.24) გამოსახულების გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\frac{\mu_{1s} - \mu_{2s}}{\sum_{j=1}^n \sigma_{sj} a_j} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i (\mu_{1i} - \mu_{2i})}{\sum_{i=1}^n a_i \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} a_j}. \quad (1.2.26)$$

ყოველი  $(a_1, a_2, \dots, a_n)'$  ვექტორი, რომელიც განტოლებათა

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} a_j &= k (\mu_{1s} - \mu_{2s}) \\ s &= \overline{1, n} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.27)$$

სისტემას აკმაყოფილებს, სადაც  $k$  - ნებისმიერი (თავისუფალი) მუდმივაა, (1.2.26) განტოლებათა სისტემის ამონახსნიც იქნება.

თუ (1.2.23) სისტემაში გავითვალისწინებთ, რომ  $\sigma_{ij} = 0$ , როცა  $i \neq j$ , ხოლო  $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ , მივიღებთ:

$$\left. \begin{aligned} a_s \sigma_s^2 &= k (\mu_{1s} - \mu_{2s}) \\ s &= \overline{1, n} \end{aligned} \right\},$$

საიდანაც

$$a_s = k \frac{\mu_{1s} - \mu_{2s}}{\sigma_s^2} \left. \vphantom{a_s} \right\}_{s=1, n} \quad (1.2.28)$$

(1.2.5) და (1.2.7) გამოსახულებების გათვალისწინებით კი საბოლოოდ გვექნება:

$$a_i = k \frac{1 - 2q_i}{2q_i(1 - q_i)} \left. \vphantom{a_i} \right\}_{i=1, n} \quad (1.2.29)$$

თუ  $q_i < 1/2$  შემთხვევაში სასურველია დადებითი წონის არსებობა, ხოლო  $q_i > 1/2$  შემთხვევაში უარყოფითისა, მაშინ  $k$  მუდმივა  $0 < k < \infty$  პირობას უნდა აკმაყოფილებდეს.

ასეთი წონების არჩევისას  $\rho$  მანძილი  $m_1$  და  $m_2$  მახასიათებლების სხვაობათა აბსოლუტური სიდიდის ტოლია, სადაც, როგორც ეს უკვე აღინიშნა,  $m_i (i=1,2)$  წარმოადგენს  $Z$  ჯამის მათემატიკურ ლოდინს  $\Omega_i$  კლასისთვის:

$$\rho = (m_1 - m_2) \left( = \sum_{i=1}^n \frac{(1 - 2q_i)^2}{q_i(1 - q_i)} \right) \quad (1.2.30)$$

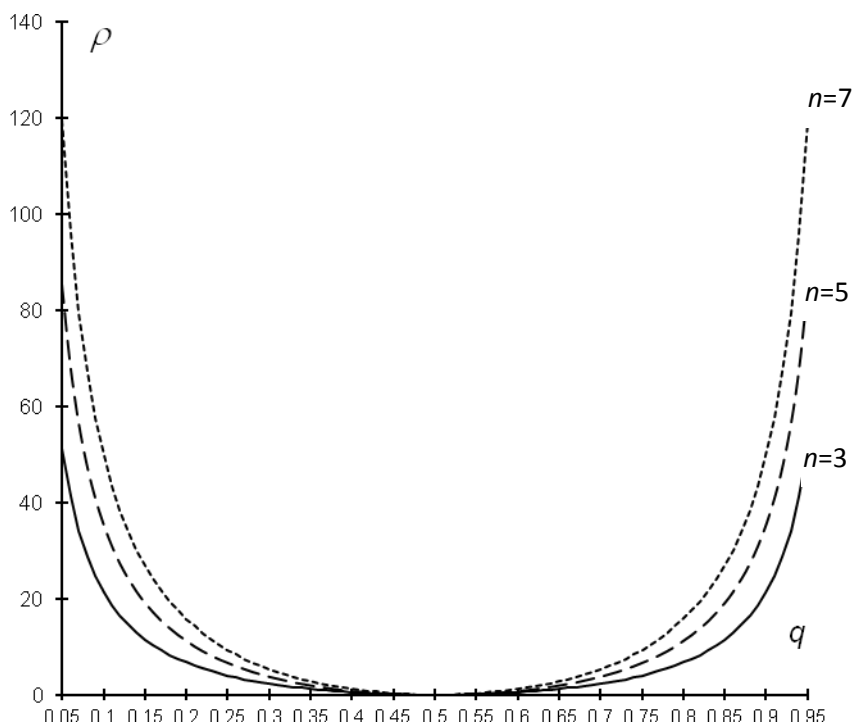
ამრიგად, თუ  $a_i$  წონებს (1.2.29) თანაფარდობების შესაბამისად ავირჩევთ, მაშინ ადგილი ექნება შემდეგ ტოლობას:

$$\frac{\sigma_z^2}{(m_1 - m_2)} = 1. \quad (1.2.31)$$

(1.2.30) ფორმულიდან ჩანს, რომ ზღურბლური ელემენტის შესასვლელთა  $n$  რიცხვის გადიდება, თუ შეცდომათა ალბათობები ამ შესასვლელებზე არ უდრის  $1/2$ -ს, იწვევს განზოგადებული  $\rho$  მანძილის მონოტონურ ზრდასაც და, მაშასადამე, ახდენს გადამწყვეტი ორგანოს მიერ სიგნალის არასწორი აღდგენის ალბათობის შემცირებას. კერძოდ, მაჟორიტარულ ელემენტში, სადაც  $q_1 = q_2 = \dots = q_n \equiv q$ , განზოგადებული  $\rho$  მანძილისათვის გვაქვს:

$$\rho = \frac{(1-2q)^2}{q(1-q)} \cdot n. \quad (1.2.32)$$

$\rho(q)$  დამოკიდებულებების ოჯახი  $n$  სიდიდის რიგი მნიშვნელობისათვის მოტანილია ნახ. 1.2.1-ზე.



ნახ. 1.2.1 მაჰალანობის მანძილის დამოკიდებულება მაჟორიტარული ელემენტის შესასვლელების შეცდომათა ალბათობაზე ამ შესასვლელთა რაოდენობის ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის

$\Theta \equiv a_{n=1}$  ზღურბლის დასადგენად განვიხილოთ ნახ. 1.2.2, რომელზეც ნაჩვენებია  $Z$  შემთხვევითი სიდიდის ორი ( $F_1(z)$  და  $F_2(z)$ ) განაწილება  $\Theta$  მუდმივას მიმართ.

თუ  $x=1$ , ე.ი. თუ დაკვირვებათა  $\bar{x}$  ვექტორი ეკუთვნის  $\Omega_1$  კლასს, მაგრამ  $z < \Theta$ , მაშინ  $y = -1$  გადაწყვეტილება მიიღება და ადგილი ექნება შეცდომას, რომლის

$$Q_1 = \text{Prob}\{Y = -1/x = +1\} = \text{Prob}\{Z < \Theta/x = +1\}$$

ალბათობა განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$Q_1 = \sum_{z < \Theta} F_1(z). \quad (1.2.33)$$

თუ  $x = -1$ , ე.ი. თუ დაკვირვებათა  $\bar{x}$  ვექტორი ეკუთვნის  $\Omega_2$  კლასს, მაგრამ  $Z$  შემთხვევითი სიდიდის რეალიზაცია მეტია ზღურბლზე ( $z > \Theta$ ), მაშინ დაშვებული იქნება შეცდომა, რომლის

$$Q_2 = \text{Prob}\{Y = +1/x = -1\} = \text{Prob}\{Z > \Theta/x = -1\}$$

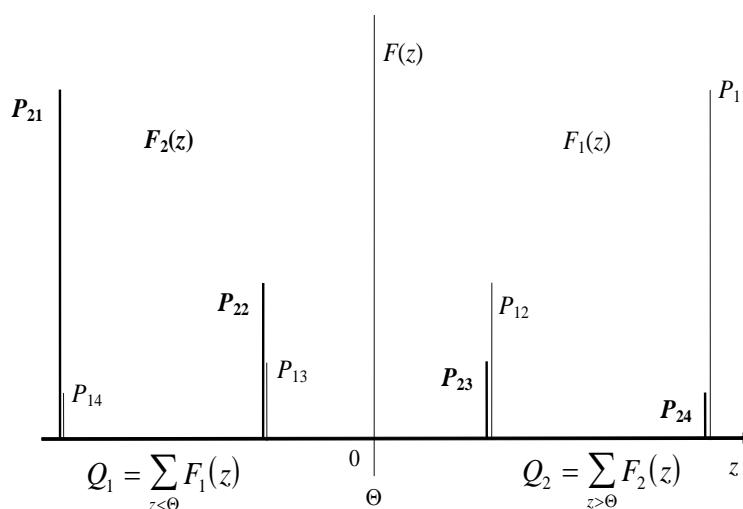
ალბათობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$Q_2 = \sum_{z > \Theta} F_2(z) = \sum_{z < -\Theta} F_1(z). \quad (1.2.34)$$

გამართლებულია  $\Theta$  ზღურბლი მოიძებნოს ისე, რომ  $Q_1$  და  $Q_2$  ალბათობათა  $Q_1 + Q_2$  ჯამი მინიმალური აღმოჩნდეს. ეს პირობა მაშინ დაკმაყოფილდება, თუ  $\Theta$  ზღურბლი ერთნაირი მანძილით იქნება დაშორებული  $m_1$  და  $m_2$  საშუალო მნიშვნელობებიდან. სხვანაირად რომ ვთქვათ,

$$\Theta = \frac{m_1 + m_2}{2},$$

რაც (1.2.18) თანაფარდობის საფუძველზე  $\Theta$  სიდიდისათვის ნულის ტოლ მნიშვნელობას იძლევა.



ნახ. 1.2.2  $Z$  შემთხვევითი ჯამის  $F_1(z)$  და  $F_2(z)$  დისკრეტული განაწილებები  $\Omega_1$  და  $\Omega_2$  კლასებისათვის

ამიტომ

$$Q_2 = \sum_{z>0} F_2(z) = \sum_{z>0} F_1(-z) = \sum_{-z<0} F_1(-z) \equiv \sum_{w<0} F_1(w) = Q_1. \quad (1.2.34')$$

ზღურბლური გადამწყვეტი ორგანოს მიერ სიგნალის არასწორი აღდგენის  $Q$  ალბათობა შეიძლება დადგინდეს სრული ალბათობის ფორმულის საფუძველზე:

$$Q = q_{n+1} \cdot Q_1 + (1 - q_{n+1}) \cdot Q_2 = Q_1 = Q_2, \quad (1.2.35)$$

სადაც  $q_{n+1}$  სიდიდე წარმოადგენს აპრიორულ ალბათობას იმისა, რომ გამოსაცნობად მიწოდებული იქნება  $\Omega_1$  კლასი, ე.ი. აპრიორულ ალბათობას იმისა, რომ  $X$  სიგნალს  $x = +1$  მნიშვნელობა ექნება.

ამრიგად,

$$Q = \sum_{z<0} F_1(z) = \sum_{z<0} \prod_{i=1}^{n+1} f_{1i}(z_i), \quad (1.2.35')$$

სადაც  $f_{1i}(z_i)$  განისაზღვრება (1.2.13) ფორმულით, ხოლო აჯამვა ხდება  $z$  ცვლადის ყველა უარყოფითი მნიშვნელობისათვის.  $z$  ცვლადის დისკრეტულ მნიშვნელობათა სრული რაოდენობა კი  $2^{n+1}$  სიდიდეს შეადგენს, რადგან

$$z = \tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_n + \tilde{a}_{n+1},$$

სადაც  $\tilde{a}_i$  უდრის ან  $+a_i$  სიდიდეს, ან მას  $-a_i$  მნიშვნელობა აქვს.

(1.2.35') ფორმულის თანახმად,  $z$  სიდიდის ყოველ დისკრეტულ მნიშვნელობას შეესაბამება რაღაც  $Q_j$  შესაკრები, რომელიც წარმოადგენს  $(q_1, q_2, \dots, q_n, q_{n+1})$  ალბათობებით ნაწარმოებ გარკვეულ ნამრავლს:

$$Q_j \equiv F_1(z) = \prod_{i=1}^{n+1} f_{1i}(z_i) \equiv \tilde{q}_1 \cdot \tilde{q}_2 \cdot \dots \cdot \tilde{q}_n \cdot \tilde{q}_{n+1} \left. \vphantom{Q_j} \right\},$$

$$j = \overline{1, 2^{n+1}}$$

სადაც

$$\tilde{q}_k = \begin{cases} q_k, & \text{თუ } z_k = -a_k \\ 1 - q_k, & \text{თუ } z_k = +a_k \end{cases} .$$

$Q$  ალბათობის დასადგენად საკმარისია მხოლოდ იმ  $Q_j$  ნამრავლთა შეკრება, რომლებიც შეესაბამება  $z$  სიდიდის უარყოფით მნიშვნელობებს. სხვანაირად რომ ვთქვათ:

$$Q = \sum_{z < 0} Q_j = \sum_{z < 0} \tilde{q}_1 \cdot \tilde{q}_2 \cdot \dots \cdot \tilde{q}_n \cdot \tilde{q}_{n+1} . \quad (1.2.35'')$$

გამოთვლების თვალსაზრისით (1.2.35'') ალგორითმი განსხვავდება [12] ნაშრომში უ. პირსის მიერ  $Q$  ალბათობის დასადგენად აღწერილ ალგორითმს, რომელიც ამასთან ერთად მხოლოდ მიახლოებითია.

### § 1.3. ენტროპიული მიდგომა

ნეირონში, როგორც გადამწყვეტ ორგანოში,  $n+1$  საინფორმაციო  $B_1, B_2, \dots, B_n, B_{n+1}$  არხის სისტემა შეიძლება  $E$  ენტროპიის მქონე ორობითი ინფორმაციის გარკვეულ წყაროდ მივიჩნიოთ. ხსენებული ენტროპია განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$E = \sum_{i=1}^n E_i, \quad (1.3.1)$$

სადაც  $E_i (i = \overline{1, n+1})$  - დისკრეტული შემთხვევითი  $X \cdot X_i$  სიდიდის ენტროპიაა. ამ სიდიდის განაწილება განსაზღვრულია  $q_i$  და  $(1 - q_i)$  ალბათობათა ერთობლიობით და თითოეული მათგანი  $x \cdot x_i = -1$  და  $x \cdot x_i = +1$  რეალიზაციებს შეესაბამება.

მაშასადამე,

$$E_i = k \cdot [-(1 - q_i) \cdot \ln(1 - q_i) - q_i \cdot \ln q_i], \quad (1.3.2)$$

სადაც  $k (0 < k < \infty)$  - ნებისმიერი მუდმივია (მანორმირებელი მამრავლი).

ამიტომ

$$E = k \cdot \sum_{i=1}^{n+1} [-(1 - q_i) \cdot \ln(1 - q_i) - q_i \cdot \ln q_i]. \quad (1.3.3)$$

დავუშვათ რომ  $B_i$  და  $B_j$  საინფორმაციო არხების შეცდომათა ორივე  $q_i$  და  $q_j$  ალბათობამ ერთნაირი  $\Delta q_i$  და ცვლილება  $\Delta q_j$  განიცადა:

$$\Delta q_i = \Delta q_j.$$

ჩავთვალოთ აგრეთვე, რომ ამან  $E$  ენტროპიის ორი სხვადასხვა  $(\Delta E)_i$  და  $(\Delta E)_j$  ცვლილება გამოიწვია. მაშინ, ბუნებრივია, მივაწეროთ მეტი წონა იმ საინფორმაციო არხს, რომელმაც ენტროპიის მეტი ცვლილება განაპირობა. სხვანაირად რომ ვთქვათ,  $a_i$  წონა უნდა იხმარებოდეს ორობითი წყაროს (ე.ი. ორობითი არხების ერთობლიობის) ენტროპიის შემფოთების ზომად  $q_i$  ალბათობაში ნაზრდის წარმოქმნისას:

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{\partial E}{\partial q_i} \\ i &= 1, n+1 \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.4)$$

$E$  ენტროპიის (1.3.3) გამოსახულების გათვალისწინებით ამ ფორმულებიდან მივიღებთ:

$$a_i = k \cdot \ln \frac{1 - q_i}{q_i}, \quad (1.3.5)$$

რაც ემთხვევა შედეგს, რომელიც მიღებულია ნაშრომში [12] სრულიად სხვა მეთოდით, რომელიც იყენებს ბაიესის მიდგომას.

#### § 1.4. კავშირი სხვადასხვა მეთოდით განსაზღვრულ წონათა შორის

აღვნიშნოთ  $a_{im}$  სიმბოლოთი (1.2.29) თანაფარდობებით განსაზღვრული წონები, რომლებიც მაქსიმუმს ანიჭებს განზოგადებულ (ე.წ. მაჰალანობისის) მანძილს:

$$k \cdot \frac{1 - 2q_i}{2q_i(1 - q_i)} = a_{im}. \quad (1.4.1)$$

ის წონები კი, რომლებიც ენტროპიული მიდგომის საფუძველზე გამოითვლება,  $a_{ie}$  სიმბოლოთი აღვნიშნოთ:

$$k \cdot \ln \frac{1 - q_i}{q_i} = a_{ie}. \quad (1.4.2)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ

$$a_{im} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left( \frac{1-q_i}{q_i} - \frac{q_i}{1-q_i} \right). \quad (1.4.3)$$

მეორე მხრივ,

$$\left. \begin{aligned} \frac{1-q_i}{q_i} &= \exp\left(\ln \frac{1-q_i}{q_i}\right) = \exp\left(\frac{1}{k} \cdot a_{ie}\right) \\ \frac{q_i}{1-q_i} &= \exp\left(-\ln \frac{1-q_i}{q_i}\right) = \exp\left(-\frac{1}{k} \cdot a_{ie}\right) \end{aligned} \right\}. \quad (1.4.4)$$

თუ (1.4.3) ფორმულაში (1.4.4) თანაფარდობას გავითვალისწინებთ, მივიღებთ:

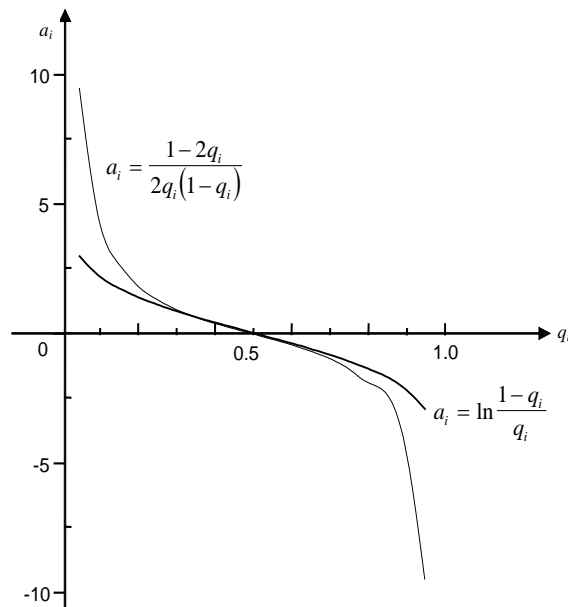
$$a_{im} = k \cdot sh\left(\frac{1}{k} \cdot a_{ie}\right). \quad (1.4.5)$$

კერძოდ, თუ  $k=1$ , მაშინ

$$a_{im} = sh(a_{ie}). \quad (1.4.6)$$

ამრიგად, თუ მანორმირებული  $k$  მამრავლი ერთის ტოლად იქნება მიჩნეული, მაშინ (1.4.1) წონები, რომლებიც მაქსიმუმს ანიჭებს მაჰალანობისის მანძილს, დაკავშირებული აღმოჩნდება ენტროპიული მიდგომის საფუძველზე განსაზღვრულ (1.4.2) წონებთან (1.4.6) მონოტონური გარდასახვით ჰიპერბოლური სინუსის შესაბამისად.

ეს შედეგები გრაფიკულად ილუსტრირებულია ნახ.1.4.1-ით.



ნახ. 1.4.1  $a_i$  წონის  $q_i$  ალბათობაზე დამოკიდებულება  $k=1$  შემთხვევისათვის (1.4.1) და (1.4.2) თანაფარდობების შესაბამისად



## § 1.5. ფორმალური ნეირონის ადაპტაციის სახეთა კლასიფიკაცია

წინამდებარე ნაშრომში ადაპტაცია ინტერპრეტირდება როგორც ნეირონის შესასვლელების წონათა მართვის პროცესი ამ წონების მოსაყვანად შესაბამისობაში შესასვლელთა შეცდომების მიმდინარე ალბათობებთან.

ასეთი მართვის ამოცანას წარმოადგენს უფრო საიმედო შესასვლელებისათვის მეტი გავლენის უზრუნველყოფა მისაღებ გადაწყვეტილებაზე (ე.ი. სწორი სიგნალის აღდგენაზე) ნაკლებად საიმედო შესასვლელებთან შედარებით.

მაშასადამე, დროის ყოველ  $t$  მომენტში ნეირონის  $i$ -ური შესასვლელის  $a_i$  ( $-\infty < a_i < +\infty$ ) წონა უნდა განისაზღვრებოდეს ამ შესასვლელის  $q_i(t)$  შეცდომის ალბათობით დროის ხსენებულ მომენტში:

$$a_i = f_a(q_i(t)).$$

წონათა მართვის პროცესი გართულებულია იმ გარემოებით, რომ ჩვენ არ გაგვაჩნია ამა თუ იმ ფიზიკური მოვლენის გამომყენებელი შეცდომათა  $q_i(t)$  ალბათობების გადამწოდები (სენსორები). შესაძლებელია ამ ალბათობების მხოლოდ სტატისტიკური შეფასებების მიღება  $B_i$  საინფორმაციო არხიდან მოხსნილი  $X_i$  სიგნალის შეუთანხმებლობით ან გამოსაცნობად მიწოდებული ორობითი (ვთქვათ,  $\pm 1$ -ით კოდირებული)  $X$  ცვლადის ჭეშმარიტ მნიშვნელობასთან, ან ნეირონის მიერ მიღებულ  $Y$  გადაწყვეტილებასთან.

ამის მიხედვით საქმე აქვთ ადაპტაციის ორ ტიპთან, როცა შედარება ხდება ან გარედან მოწოდებულ სწორ პასუხთან, ან გადაწყვეტილებასთან ნეირონის გამოსასვლელზე.

ფორმალურად მიიჩნევა, რომ ზღურბლი  $\Theta \equiv a_{n+1}$ , ხოლო სიგნალი  $X_{n+1} \equiv -1$ . უკანასკნელი გარემოება ნიშნავს, რომ არსებობს გარკვეული წარმოსახვითი საინფორმაციო  $B_{n+1}$  არხი, რომელსაც ყოველთვის გამოაქვს  $X_{n+1} \equiv -1$  სიგნალი, როგორც  $X$  სიგნალიც არ უნდა მიეწოდებოდეს მის შესასვლელს.

ამიტომ  $q_{n+1}$  სიდიდე არის ნეირონის შესასვლელზე  $X = +1$  სიგნალის მიწოდების აპრიორული ალბათობა.

უკუკავშირის არსებობისაგან დამოუკიდებლად, ადაპტაციის პროცესში შეიძლება ფიქსირდებოდეს ან სატაქტო მომენტებში ჩატარებულ დაკვირვებათა რიცხვი და ნეირონის შესასვლელების წონების დაყენება ხდებოდეს განსაზღვრული ციკლების ბოლოში, რომლებიც შეიცავს სატაქტო მომენტებში განხორციელებულ დაკვირვებათა მოცემულ რიცხვს, ან თითოეულ შესასვლელზე შეცდომათა ალბათობების შესაფასებლად შეიძლება გამოიყენებოდეს წონების მაკორექტირებელი

მოწყობილობები დროის სატაქტო მომომენტებში ნაწარმოები ყოველი შედარების შემდეგ.

ამ ნიშნიდან გამომდინარე, განასხვავებენ ადაპტაციას წონების ციკლური და უწყვეტი კორექციით.

სატაქტო მომენტის ფიქსაციის ხერხის მიხედვით კორექციის განსახორციელებლად შეიძლება აღინიშნოს ადაპტაციის მესამე ნაირსახეობაც, როცა წონების ცვლილებები ხდება დროის შემთხვევით მომენტებში საინფორმაციო არხების მიერ გარკვეული მდგომარეობების მიღწევისას.

კერძოდ,  $B_i$  არხის კრიტიკული მდგომარეობა შეიძლება განისაზღვრებოდეს შეცდომის  $q_i$  ალბათობის ზღვრულად დასაშვები მნიშვნელობით.

## თავი II. ფორმალური ნეირონის ციკლური ადაპტაცია

### § 2.1. ზოგადი შენიშვნები

ციკლური ადაპტაციის განხორციელებისას მოიცემა  $X_i (i = \overline{1, n+1})$  სიგნალის შედარებათა  $M$  რიცხვი ან გარედან მოწოდებულ  $X$  სწორ პასუხთან, ან ფორმალური ნეირონის მიერ მიღებულ  $Y$  გადაწყვეტილებასთან. ეს შედარებები ხორციელდება დროის სატაქტო მომენტებში და მოიცავს ციკლად წოდებულ გარკვეულ პერიოდს. ადაპტაციის ციკლის დასრულებისას რომელიმე  $i$ -ურ შესასვლელზე შეცდომების შემთხვევითი  $N_i$  რიცხვი იძლევა ან შესაბამის შესასვლელზე შეცდომის  $q_i$  ალბათობის  $\hat{q}_i = N_i / M$  შეფასებას, ან  $X_i$  სიგნალის  $Y$  გადაწყვეტილებასთან დაუმთხვევობის (არათანხვდომის)  $d_i$  ალბათობის  $\nu = \hat{d}_i$  შეფასებას, თუ, რა თქმა უნდა,  $M$  რიცხვი საკმარისად დიდია. ეს შეფასებები გამოიყენება შესასვლელების  $a_i$  წონათა დასაყენებლად ადაპტაციის ციკლის ბოლოში (დასასრულს). ახალი ციკლი იწყება მხოლოდ ხსენებული ოპერაციის შემდეგ და იგი კვლავ დაიყვანება  $M$  შედარებამდე სატაქტო მომენტებში. ამ შედარებების დროს გამოითვლება  $i$ -ურ შესასვლელზე  $X_i$  სიგნალის დაუმთხვევობის (არათანხვდომის) რიცხვი ან გარედან მოწოდებულ  $X$  სწორ პასუხთან, ან  $Y$  გადაწყვეტილებასთან ნეირონის გამოსასვლელზე. შესასვლელთა შეცდომების ალბათობათა ასეთნაირად განსაზღვრული სიდიდეები გამოიყენება ახალი წონების დასაყენებლად, რის შემდეგ მომდევნო ციკლი იწყება.

### § 2.2. ციკლური ადაპტაცია უკუკავშირის გარეშე

ადაპტაციის მეთოდებს უკუკავშირის გარეშე შეზღუდული გამოყენება აქვს გარედან სწორი პასუხის მიწოდების აუცილებლობის გამო. მათ, ძირითადად, გამოყენების ორი სფერო აქვს:

- მოწყობილობის საწყისი ადაპტაცია;

- წონათა პერიოდული შეწყობა ნეირონის შესასვლელთა შეცდომების ალბათობებთან ცნობილი პასუხების შემცველი საკონტროლო პროგრამების გამოყენებით.

შედარების ყოველი შედეგი ადაპტაციის ციკლში შეიძლება მოხდეს ორ ურთიერთგამომრიცხავ ჯგუფიდან მხოლოდ ერთ-ერთში. ამ ჯგუფების ფორმირება ხდება გაანალიზებული ორობითი სიგნალების დამთხვევისა (თანხვედრის) და დაუმთხვევობის (არათანხვდომის) ნიშნებით.

$A$  ხდომილობა, რომელიც იმაში მდგომარეობს, რომ შესადარებელი სიგნალები არ ემთხვევა ერთმანეთს, ჩავთვალოთ წარმატებად. შემოვიღოთ განსახილველად დისკრეტული  $N_i$  შემთხვევითი სიდიდე - წარმატებათა რიცხვი  $X_i$  სიგნალის  $M$  დამოუკიდებელი შედარების სერიაში გარედან მიწოდებულ სწორ პასუხთან. ამასთან ერთად აღვნიშნოთ  $n_i$  სიმბოლოთი  $N_i$  შემთხვევითი სიდიდის რეალიზაციები. ცხადია, რომ შესაძლო მნიშვნელობათა სიმრავლე დისკრეტული  $n_i$  რიცხვისათვის  $0, 1, 2, \dots, M$  ელემენტებს შეიცავს.

დავუშვათ, რომ  $q_i$  აღნიშნავს  $A$  ხდომილობის განხორციელების ალბათობას ყოველ შედარებაში (ცალკეული ციკლის  $M$  შედარებიდან). მაშინ ალბათობა იმისა, რომ  $M$  შედარებისას  $A$  ხდომილობას ადგილი ექნება ზუსტად  $n_i$ -ჯერ, ე.ი. ალბათობა იმისა, რომ  $N_i$  შემთხვევითი სიდიდე მიიღებს  $n_i$  მნიშვნელობას, განისაზღვრება ბინომური განაწილებით:

$$f_b(n_i; M, q_i) \equiv \Pr\{N_i = n_i\} = C_M^{n_i} \cdot q_i^{n_i} \cdot (1 - q_i)^{M - n_i}, \quad (2.2.1)$$

სადაც  $n_i = \overline{0, M}$  и  $0 \leq q_i \leq 1$ . ამიტომ

$$F_b(n_i; M, q_i) \equiv \Pr\{N_i < n_i\} = \sum_{k=1}^{n_i} C_M^k \cdot q_i^k \cdot (1 - q_i)^{M - k}. \quad (2.2.2)$$

$N_i$  შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი (საშუალო) და დისპერსია შეადგენს:

$$M[N_i] = M \cdot q_i, \quad (2.2.3)$$

$$D[N_i] = M \cdot q_i \cdot (1 - q_i). \quad (2.2.4)$$

წარმატებული შედეგით დასრულებულ შედარებათა  $N_i$  რიცხვის  $\hat{q}_i$  ფარდობა შედარებათა საერთო  $M$  რიცხვთან წარმოადგენს მაქსიმალური დამაჯერებლობის წაუნაცვლებელ შეფასებას  $q_i$  პარამეტრისათვის:

$$\hat{q}_i = \frac{N_i}{M}. \quad (2.2.5)$$

ცხადია, რომ ეს შეფასება თავად არის შემთხვევითი სიდიდე, რომელიც ემორჩილება ბინომურ კანონს

$$M[\hat{q}_i] = \frac{1}{M} \cdot M[N_i] = q_i \quad (2.2.6)$$

მათემატიკური ლოდინითა და

$$D[\hat{q}_i] = D\left[\frac{N_i}{M}\right] = \frac{1}{M^2} \cdot D[N_i] = q_i \cdot (1 - q_i) / M \quad (2.2.7)$$

დისპერსიით.

განვიხილოთ ალბათობა იმისა, რომ  $\hat{q}_i = N_i / M$  შემთხვევითი სიდიდის  $|\hat{q}_i - q_i|$  აბსოლუტური გადახრა ამავე შემთხვევითი სიდიდის  $M[\hat{q}_i] = q_i$  მათემატიკური ლოდინიდან აღემატება რაგინდ მცირე დადებით  $\varepsilon$  რიცხვს.

ჩებიშევის უტოლობა იძლევა ამ ალბათობის ზედა შეფასებას:

$$\Pr\{|\hat{q}_i - q_i| \geq \varepsilon\} \leq \frac{D[q_i]}{\varepsilon^2}. \quad (2.2.8)$$

ვინაიდან  $\hat{q}_i$  შემთხვევითი სიდიდეს გააჩნია ბინომური განაწილება (2.2.7) დისპერსიით,  $D[\hat{q}_i]$  გამოსახულების ჩასმით (2.2.8) უტოლობაში შემდეგ თანაფარდობას მვიღებთ:

$$\Pr\{|\hat{q}_i - q_i| \geq \varepsilon\} \leq \frac{q_i \cdot (1 - q_i)}{\varepsilon^2 \cdot M}. \quad (2.2.9)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ, საკმარისად დიდი  $M$ -ის არჩევისას შეიძლება ფორმალური ნეირონის მუშაობის უზრუნველყოფა შესასვლელთა თითქმის ოპტიმალური წონებით, როცა ნეირონის მიერ ბინარული სიგნალის მცდარი აღდგენის (ე.ი. მცდარი გადაწყვეტილების მიღების) ალბათობა პრაქტიკულად მინიმალურია.

თეორიული თვალსაზრისით ამოცანა მდგომარეობს ისეთი  $M$  რიცხვის განსაზღვრაში, რომლისთვისაც

$$\Pr\{|\hat{q}_i - q_i| \leq \varepsilon\} = \alpha, \quad (2.2.10)$$

სადაც  $\alpha$  არის ერთის მიდამოდან არჩეული ალბათობა იმის, რომ  $\hat{q}_i$  შეფასება გადახრილია  $q_i$  მნიშვნელობიდან არა უფრო მეტად, ვიდრე მოცემული მცირე  $\varepsilon$  სიდიდეა.

პრობლემის გადასაწყვეტად შეიძლება ვისარგებლოთ იმ ფაქტით, რომ  $M \rightarrow \infty$  პირობისას  $N_i$  შემთხვევითი სიდიდის ბინომური განაწილება დადის ნორმალურ განაწილებამდე  $\mu(N_i)$  და  $\sigma^2(N_i)$  პარამეტრებით, რომლებიც განისაზღვრება (2.2.3) და (2.2.4) ფორმულებით:

$$\mu(N_i) = M \cdot q_i,$$

$$\sigma^2(N_i) = M \cdot q_i \cdot (1 - q_i).$$

კრებადობა კარგია  $q_i = 0,5$  მნიშვნელობისათვის და ცუდი  $q_i < 1/(M+1)$ ,  $q_i > M/(M+1)$  შემთხვევაში, ასევე  $\pm 3\sigma(N_i)$  ზოლის გარეთ. ბინომური განაწილების ნორმალური განაწილებით წარმოდგენის სიზუსტის ანალიზი მოიპოვება [60, 61] ნაშრომებში.

ამრიგად, საკმარისად დიდი  $M$  რიცხვისა და არც თუ ძალიან მცირე  $q_i$  და  $(1 - q_i)$  ალბათობებისათვის შესაძლებელია ბინომური განაწილების აპროქსიმაცია ნორმალური განაწილებით.

პრაქტიკაში შეიძლება ჩაითვალოს, რომ ასეთი აპროქსიმაცია სასვებით მისაღებია, თუ  $M \cdot q_i$  და  $M \cdot q_i \cdot (1 - q_i)$  სიდიდეები აღემატება ხუთს, ან  $M \cdot q_i \cdot (1 - q_i) \geq 25$ . ამ პირობათა შესრულებისას ადვილად დასასაბუთებელია [62, 63], რომ

$$M = \frac{Z_{\alpha/2}^2}{4\varepsilon^2}, \quad (2.2.11)$$

სადაც  $Z_{\alpha/2}$  - სტანდარტული ნორმალური სტატისტიკაა  $\alpha$  ალბათობისათვის და იგი განისაზღვრება

$$\frac{\alpha}{2} = \Phi_0(Z_{\alpha/2}). \quad (2.2.12)$$

პირობით. აქ

$$\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (2.2.13)$$

წარმოადგენს ლაპლასის ნორმირებულ ფუნქციას, რომელსაც ზოგჯერ შეცდომათა ფუნქციასაც უწოდებენ და  $\text{erf}(t)$ . სიმბოლოთი აღნიშნავენ.

$Z_{\alpha/2}$  სიდიდის მნიშვნელობები ზოგიერთი  $\alpha$  სარწმუნო ალბათობისათვის ასახულია ცხრილში 2.2.1, რომელიც შედგენილია ზემოთ დამოწმებულ ნაშრომთა საფუძველზე.

### ცხრილი 2.2.1

$Z_{\alpha/2}$  სტანდარტული ნორმალური სტატისტიკის მნიშვნელობები მოცემულია  $\alpha$  სარწმუნო ალბათობისათვის

$\alpha$	0,80	0,90	0,95	0,99	0,997
$Z_{\alpha/2}$	1,29	1,65	1,96	2,58	2,97

$M$  რიცხვის გამოსაანგარიშებლად (2.2.11) ფორმულის საფუძველზე და ოპტიმალური ციკლური ადაპტაციის უზრუნველსაყოფად უკუკავშირის გარეშე წინასწარ საჭიროა  $\alpha$  და  $\varepsilon$  პარამეტრების მოცემა.

ცხრილში 2.2.2 მოცემულია  $M$  რიცხვის სიდიდეები  $\alpha$  და  $\varepsilon$  პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.  $M$  რიცხვის სიდიდეები გამოთვლილია (2.2.11) ფორმულის საშუალებით 2.2.1 ცხრილის მონაცემების საფუძველზე.

ცხრილი 2.2.2

$M$  -ის მინიმალური მნიშვნელობა  $q_i$  ალბათობის შესაფასებლად ციკლური ადაპტაციისას უკუკავშირის გარეშე

$\alpha$	$\varepsilon = 0,10$	$\varepsilon = 0,08$	$\varepsilon = 0,05$	$\varepsilon = 0,02$
0,80	42	65	166	1040
0,90	68	106	272	1702
0,95	96	150	384	2400
0,99	166	260	666	4160
0,997	220	344	882	5513



### § 2.3. ციკლური ადაპტაცია უკუკავშირით

უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაციის დროს წონათა დაყენება ხორციელდება ნეირონის გამოსასვლელზე მიღებული გადაწყვეტილების - და არა გარედან მიწოდებული სწორი პასუხის - გამოყენებით.

ადაპტაციის ციკლში, როცა სიგნალის მნიშვნელობა ყოველ შესასვლელზე  $M$ -ჯერ დარდება გადაწყვეტილებას გამოსასვლელზე დროის სატაქტო მომენტებში, გამოითვლება დაუმთხვევობათა (არათანხვდომათა)  $N_i$  რიცხვი და განისაზღვრება  $i$ -ური შემავალი სიგნალის  $Y$  გადაწყვეტილებასთან გაუთანხმოების  $\gamma_i$  სიხშირე. იგი გამოიყენება არა  $i$ -ური შესასვლელის შეცდომის ალბათობის, არამედ  $i$ -ურ შესასვლელზე სიგნალის  $Y$  გადაწყვეტილებასთან დაუმთხვევობის (არათანხვდომის)  $d_i$  ალბათობის შეფასებად:

$$M[\gamma_i] = d_i .$$

შეიძლება ჩაითვალოს, რომ  $\gamma_i$  შემთხვევითი სიდიდე დაკავშირებულია  $d_i$  ალბათობასთან

$$\gamma_i = d_i + \xi_i , \quad (2.3.1)$$

თანაფარდობით, სადაც  $\xi_i$  - შემთხვევითი ხმაურია ნულოვანი მათემატიკური ლოდინით, ე.ი.

$$M[\xi_i] = 0 .$$

(2.3.1) თანაფარდობა ფორმალურად შემდეგი სახით შეიძლება ჩაიწეროს:

$$\gamma_i = q_i + (d_i - q_i) + \xi_i . \quad (2.3.1')$$

ხაზი უნდა გავუსვათ კიდევ ერთხელ იმ გარემოებას, რომ  $q_i$  არის გამოსაცნობად მიწოდებულ  $X$  ორობით ცვლადთან  $i$ -ური შემავალი  $X_i$  სიგნალის დაუმთხვევობის (არათანხვდომის) ალბათობა, ხოლო  $d_i$  წარმოადგენს ამავე სიგნალის  $Y$  გადაწყვეტილებასთან შეუსატყვისობის (შეუსაბამობის) ალბათობას. ხსენებულ სიდიდეთა სხვაობის  $|d_i - q_i|$  აბსოლუტური სიდიდე, ცხადია,  $Q$  ალბათობის

პროპორციულია, რომლითაც ნეირონის  $Y$  გადაწყვეტილება (ე.ი. ნეირონის მიერ აღდგენილი სიგნალი) არ შეესაბამება აღსადგენი სიგნალის  $X$  მნიშვნელობას. სხვანაირად რომ ვთქვათ,

$$|d_i - q_i| = f_0(Q), \quad (2.3.2)$$

$$f_0(Q) = k_0 \cdot Q. \quad (2.3.3)$$

ვიპოვოთ  $k_0$  კოეფიციენტი და განვსაზღვროთ  $f_0(Q)$  ფუნქციის  $f_0^+(Q)$  საზღვარი, რომელიც აკმაყოფილებს

$$f_0^+(Q) \geq f_0(Q) \quad (2.3.4)$$

პირობას ყველა  $0 \leq Q \leq 1$ .

თუ  $Q = 0$ , მაშინ  $Y$  გადაწყვეტილება ყოველთვის ემთხვევა აღსადგენ  $X$  სიგნალს და, ამრიგად,  $d_i = q_i$ , ე.ი.

$$f_0^+(0) = f_0(0) = 0. \quad (2.3.5)$$

თუ  $Q = 1$ , მაშინ  $Y$  გადაწყვეტილება ყოველთვის წარმოადგენს აღსადგენი  $X$  სიგნალის ინვერტირებულ მნიშვნელობას და, ამრიგად,  $d_i$  ალბათობა, რომლითაც  $X$  სიგნალი  $i$ -ურ შესასვლელზე არ ემთხვევა  $Y$  გადაწყვეტილებას, უდრის აღსადგენ  $X$  სიგნალთან  $X_i$  სიგნალის თანხედომის  $1 - q_i$  ალბათობას, ე.ი.  $d_i = 1 - q_i$ . ამიტომ

$$f_0(1) = |1 - 2q_i| \leq 1. \quad (2.3.6)$$

მაშასადამე,

$$f_0(Q) = |1 - 2q_i| \cdot Q.$$

(2.3.6) თანაფარდობის საფუძველზე გონივრულია  $f_0^+(1)$  სიდიდის მნიშვნელობად ერთიანის აღება.

ამრიგად,  $f_0^+(Q)$  ფუნქცია ისეთნაირად უნდა შეირჩეს, რომ იგი აკმაყოფილებდეს შემდეგ პირობებს:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq f_0^+(Q) \leq 1 \\ f_0^+(Q) \geq f(Q) \\ 0 \leq Q \leq 1 \\ f_0^+(0) = 0 \\ f_0^+(1) = 1 \end{aligned} \right\} . \quad (2.3.7)$$

წრფივი ფუნქციების კლასში ამ მოთხოვნებს სავსებით პასუხობს

$$f_0^+(Q) = Q \quad (2.3.8)$$

დამოკიდებულება. მაშასადამე,

$$|d_i - q_i| \leq Q . \quad (2.3.9)$$

თუ ამ უტოლობას გავითვალისწინებთ (2.3.1') თანაფარდობაში, მივიღებთ:

$$q_i - Q + \xi_i \leq v_i \leq q_i + Q + \xi_i . \quad (2.3.1'')$$

ამიტომ  $M \rightarrow \infty$  ზღვარზე გადასვლისას, როცა  $v_i \rightarrow M[v_i] = d_i$ , გვექნება:

$$q_i - Q \leq d_i \leq q_i + Q . \quad (2.3.10)$$

თუ დავუშვებთ, რომ  $d_i$  ალბათობის გადახრა  $q_i$  სიდიდიდან დიფერენციალურად მცირე სიდიდეა, მივიღებთ:

$$dq_i = Q . \quad (2.3.11)$$

გარდა ამისა დავუშვათ, რომ აღმდგენი ფორმალური ნეირონის შეცდომის  $Q$  ალბათობის ანალიზური შეფასება ოპტიმალური წონების პირობებში განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით [12]:

$$Q = 2^{n+1} \cdot \prod_{i=1}^{n+1} \left[ \sqrt{q_i \cdot (1 - q_i)} \right] . \quad (2.3.12)$$

$M \rightarrow \infty$  პირობის განხორციელებისას, აღმდგენი ნეირონის გამოსასვლელზე შეცდომის ალბათობის  $dQ$  დამყარებული აბსოლუტური გადახრა  $Q$  ოპტიმალური მნიშვნელობიდან

$$dQ = \sum_{i=1}^{n+1} \left( \frac{\partial Q}{\partial q_i} \right) dq_i = Q \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \left( \frac{\partial Q}{\partial q_i} \right)$$

სიდიდეს შეადგენს. ფარდობითი გადახრისათვის კი გვექნება:

$$\frac{dQ}{Q} = \sum_{i=1}^{n+1} \left( \frac{\partial Q}{\partial q_i} \right). \quad (2.3.13)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ

$$\frac{\partial Q}{\partial q_i} = \frac{1-2q_i}{2 \cdot \sqrt{q_i \cdot (1-q_i)}} \cdot 2^{n+1} \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} \sqrt{q_j \cdot (1-q_j)}, \quad (2.3.14)$$

სადაც  $j \neq i$  პირობა ნამრავლის სიმბოლოსთან ასახავს  $i$  ინდექსიანი თანამამრავლის არარსებობას თანაფარდობაში.

თუ უკანასკნელი ტოლობის მარჯვენა ნაწილს გავამრავლებთ და გავყოფთ  $\sqrt{q_i \cdot (1-q_i)}$

სიდიდეზე, მივიღებთ:

$$\frac{\partial Q}{\partial q_i} = Q \cdot \frac{1-2q_i}{2 \cdot q_i \cdot (1-q_i)}. \quad (2.3.15)$$

დაბოლოს, (2.3.15) გამოსახულების გათვალისწინებით (2.3.13) ფორმულაში, შემდეგი თანაფარდობა გვექნება:

$$\frac{dQ}{Q} = Q \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1-2q_i}{2 \cdot q_i \cdot (1-q_i)}.$$

მაშასადამე, აღმდგენი ნეირონის შეცდომის ალბათობის ფარდობითი გადახრა  $Q$  ოპტიმალური მნიშვნელობიდან უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაციის პროცესში არ აღემატება

$$\Xi = Q \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1-2q_i}{2 \cdot q_i \cdot (1-q_i)} \quad (2.3.16)$$

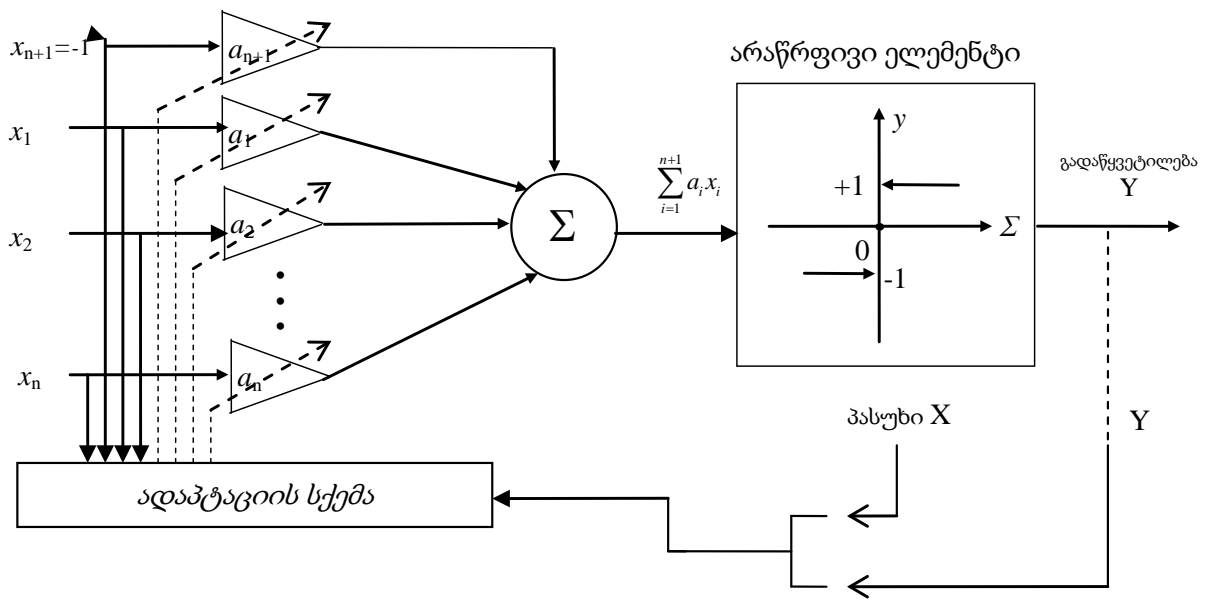
სიდიდეს. სხვანაირად რომ ვთქვათ,  $M \rightarrow \infty$  პირობის შესრულებისას დამყარებული, აღმდგენი ფორმალური ნეირონის შეცდომის ალბათობის ფარდობითი გადახრა

ოპტიმალური მნიშვნელობიდან განისაზღვრება ხსენებული მნიშვნელობის  $Q$  სიდიდით და იმ  $(1-2q_i)/[2q_i(1-q_i)]$  წონათა ჯამით, რომლებიც ანიჭებს მაქსიმუმს პირველ თავში გამოყენებულ მაჰალანობისის მანძილს [59]. თუ წონათა ეს ჯამი შეზღუდულია, ხოლო  $Q$  ალბათობა უმნიშვნელო ( $Q \rightarrow 0$ ), მაშინ  $\Xi$  ფარდობითი გადახრა შეიძლება რაგინდ მცირე გავხადოთ. ამრიგად, უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაცია, რომელიც ხორციელდება შემავალი არხის ორობითი სიგნალის შედარებით გადაწყვეტილებასთან გამოსასვლელზე, მდგრადია (მედეგია) და სიგნალი აღმდგენი ნეირონის გამოსასვლელზე შეიძლება გამოვიყენოთ მისი შესასვლელების საიმედოობის დასადგენად, ასევე შესაბამისი წონების დასაყენებლად.

ვინაიდან  $a_{im} = (1-2q_i)/[2q_i(1-q_i)]$  წონები, რომლებიც მაჰალანობისის მანძილს მაქსიმუმს ანიჭებს, დაკავშირებულია ენტროპიული მგრძნობიარობისა და მაქსიმალური აპოსტერიორული ალბათობის კრიტერიუმებთან შეთანხმებულ  $a_{ie} = \ln[(1-q_i)/q_i]$  წონებთან, მონოტონური გარდაქმნით  $a_{im} = \text{sh}(a_{ie})$ , კანონის შესაბამისად, როგორც ეს წინამდებარე ნაშრომის 1.4 პარაგრაფშია ნაჩვენები, ამიტომ (2.3.16) შედეგი შეიძლება წარმოდადგინოთ შემდეგი ფორმითაც:

$$\Xi = Q \cdot \sum_{i=1}^{n+1} a_{im} = Q \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \text{sh}(a_{ie}). \quad (2.3.17)$$

ადაპტაცია შეცდომის ალბათობის ციკლური გამოთვლით (როგორც სწორ პასუხთან, ასევე გამომავალ გადაწყვეტილებასთან შედარებისას) მოცემულია ნახაზზე 2.3.1.



ნახ. 2.3.1 ფორმალური ნეირონის ბლოკ-სქემა ციკლური ადაპტაციის მეთოდში (სწორ პასუხთან ან გამომავალ გადაწყვეტილებასთან შედარებისას)

## თავი III. ფორმალური ნეირონის უწყვეტი ადაპტაცია

### § 3.1. წინასწარი შენიშვნები

საკმაოდ ცხადია, რომ ძირითადად შესაძლებელია აღმდგენი ნეირონის ადაპტაციის ისეთი ორგანიზაცია, როცა შეცდომათა ალბათობების შეფასებისას მის შესასვლელელებზე ამ შესასვლელთა წონების გადაწყობა ხდება არა ციკლის დასრულებისას  $M$  შედარებათა შედეგების მიხედვით, არამედ პერმანენტულად, ყოველი შედარების შემდეგ.

მსგავსი ადაპტაციის ალგორითმი შეიძლება წარმოადგენდეს წახალისებისა და დასჯის ტიპის პროცედურას.

ასეთ შემთხვევაში ბიჯზე  $(k+1)$  ნომრით ალგორითმს სხვადასხვანაირად შეაქვს ცვლილებები წინა ბიჯის წონათა  $\vec{a}(k)$  ვექტორში, იმის მიხედვით, თუ როგორ იყო  $\vec{a}(k)$  ვექტორის საშუალებით კლასიფიცირებული სახე ადაპტაციის  $k$ -ურ ბიჯზე - სწორად ან არასწორად.

კერძოდ, თუ სახე კლასიფიცირებულია სწორად, მაშინ წახალისება შეიძლება მდგომარეობდეს იმაშიც, რომ წონათა ვექტორში საერთოდ არავითარი ცვლილება არ შედის, ხოლო სახის კლასიფიცირებისას შეცდომით აღმდგენი ნეირონი ისჯება წონათა ვექტორის გაზრდით ან შემცირებით.

ამ დროს დასკვნა  $B_1, B_2, \dots, B_n$  არხების მიერ  $X$  სიგნალის სწორად ან შეცდომით გამოცნობის შესახებ შეიძლება კეთდებოდეს შემავალი  $X_i (i = \overline{1, n})$  სიგნალების შედარებით როგორც გარედან მიწოდებულ სწორ  $X$  პასუხთან, ასევე აღმდგენი ნეირონის  $Y$  გადაწყვეტილებასთან.

ზოგჯერ  $X$  ან  $Y$  სიგნალების შედარების ნაცვლად ყოველ ცალკეულ  $X_i$  სიგნალთან, შეიძლება გამოიყენებოდეს შედარება მათი კოლექტიური ურთიერთქმედების შედეგთან, ესე იგი სიგნალთან, რომელიც მოხსნილია აღმდგენი ნეირონის სუმატორიდან.

### § 3.2. ადაპტაცია უკუკავშირის გარეშე უიდროლუ-ჰოფის ალგორითმით

დავუშვათ, რომ  $X$  სიგნალი წარმოადგენს  $+1$  და  $-1$  სიგნალების შემთხვევით მიმდევრობას ამ ორი კლასის გაჩენის  $q_{n+1} = P(\Omega_1)$  და  $1 - q_{n+1} = P(\Omega_2)$  აპრიორული ალბათობების შესაბამისად. ამ დროს აღმდგენი ნეირონის შესასვლელელებზე ჩნდება დაკვირვებათა  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})'$  ვექტორი შემდეგ ალბათურ კანონებთან თანხმობაში:

$$P(\vec{x} / \Omega_1) \equiv f_1(\vec{x}) = \prod_{i=1}^n q_i^{\frac{1-x_i}{2}} \cdot (1-q_i)^{\frac{x_i+1}{2}}, \quad (3.2.1)$$

$$P(\vec{x} / \Omega_2) \equiv f_2(\vec{x}) = \prod_{i=1}^n q_i^{\frac{x_i+1}{2}} \cdot (1-q_i)^{\frac{1-x_i}{2}}, \quad (3.2.2)$$

სადაც  $x_{n+1} \equiv -1$ .

დაკვირვებათა თითოეული  $\vec{x}$  ვექტორისათვის შემოვიტანოთ კლასიფიკაციის შემთხვევითი ცვლადი, ანუ  $Z$  ჭდე. იგი უნდა ხასიათდებოდეს შემდეგი თვისებებით:

$$Z = +m_0,$$

როცა  $\vec{x}$  ვექტორი შეესაბამება  $X = +1$  სიგნალს, ანუ  $\Omega_1$  კლასს, და

$$Z = -m_0,$$

როცა  $\vec{x}$  ვექტორი შეესაბამება  $X = -1$  სიგნალს, ანუ  $\Omega_2$  კლასს. ამისათვის საკმარისია  $Z$  ცვლადის ფორმირება განხორციელდეს შემდეგი თანაფარდობით:

$$Z = m_0 \cdot X. \quad (3.2.3)$$

მაშინ ადაპტაციის პროცესში მონაცემები წარმოდგენილი აღმოჩნდება

$$(\vec{x}(1), Z_1), (\vec{x}(2), Z_2), \dots, (\vec{x}(k), Z_k), \dots$$

წყვილების მიმდევრობით. (3.2.1) და (3.2.2) ფორმულათა გათვალისწინებით ზაიესის გამყოფ (დამცალკეველ, დამყოფ) ფუნქციას ასეთი სახე აქვს:



$$Y_0(\vec{x}) = \ln \frac{P(\vec{x} / \Omega_1)}{P(\vec{x} / \Omega_2)} = \sum_{i=1}^{n+1} x_i \cdot \ln \frac{1 - q_i}{q_i}. \quad (3.2.4)$$

ადაპტაციის მიზანი სწორედ ის არის, რომ, ჯერ ერთი, მოხდეს  $q_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) უცნობი პარამეტრების შემცველი  $Y_0(\vec{x})$  ფუნქციის აპროქსიმაცია

$$Y_0(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n+1} x_i \cdot a_i \quad (3.2.5)$$

სასრული მწკრივის საშუალებით; მეორეც და, განისაზღვროს  $\vec{a} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n, \hat{a}_{n+1})'$  წონითი კოეფიციენტი, რომელიც აპროქსიმაციის

$$\varepsilon_0^2 = M \left[ \left( \sum_{i=1}^{n+1} a_i x_i - Y_0(\vec{x}) \right)^2 \right] \quad (3.2.6)$$

საშუალო კვადრატ(იკ)ული შეცდომის მინიმიზაციას ახდენს.  $\varepsilon_0^2$  სიდიდის მინიმიზაციისათვის საკმარისია (3.2.4) ფორმულით განსაზღვრული და  $q_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) ალბათობათა უცნობი მნიშვნელობების შემცველი ბაიესის  $Y_0(\vec{x})$  გამყოფი ფუნქციის მოცემა.

ამ სიძნელეს გვერდი რომ ავუაროთ,  $Z$  ცვლადი განვიხილოთ  $Y_0(\vec{x})$  ფუნქციის ხმაურით დამახინჯებულ მნიშვნელობად. მაშინ წონათა  $\vec{a} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_n, \hat{a}_{n+1})'$  ვექტორი, რომელიც  $\varepsilon_0^2$  სიდიდეს მინიმუმს ანიჭებს, ასევე მოახდენს

$$J(\vec{x}, \vec{a}) = M \left[ \left( \sum_{i=1}^{n+1} a_i x_i - Z \right)^2 \right] \quad (3.2.7)$$

კრიტერიუმის ფუნქციის მინიმიზაციასაც. თუ ავიღებთ კრიტერიუმის ფუნქციის კერძო წარმოებულებს  $a_i$  წონებით, გვექნება:

$$G_{0i}(\vec{x}, \vec{a}) = \frac{\partial J(\vec{x}, \vec{a})}{\partial a_i} = M \left[ 2 \left( \sum_{j=1}^{n+1} a_j x_j - Z \right) \cdot x_i \right] \Bigg|_{i=1, n=1}$$

დავუშვათ, რომ  $G_{0i}(\vec{x}, \vec{a})$  ნამდვილი მნიშვნელობების ნაცვლად დაკვირვება ხდება ხმაურით დამახინჯებულ მათ

$$h_{0i}(\vec{x}, \vec{a}) = 2 \left( \sum_{j=1}^{n+1} a_j x_j - Z \right) \cdot x_i \Bigg\}_{i = \overline{1, n+1}} \quad (3.2.8)$$

მნიშვნელობებზე, რომლებიც აკმაყოფილებს

$$M[h_{0i}(\vec{x}, \vec{a})] = G_{0i}(\vec{x}, \vec{a}) \Bigg\}_{i = \overline{1, n+1}}$$

პირობას და ამასთან ერთად

$$\sigma_i^2(\vec{x}, \vec{a}) = M \left[ (G_{0i}(\vec{x}, \vec{a}) - h_{0i}(\vec{x}, \vec{a}))^2 \right] < L \Bigg\}_{i = \overline{1, n+1}}$$

$a_i (i = \overline{1, n+1})$  წონათა ყველა მნიშვნელობისათვის, სადაც  $L < \infty$  - დადებითი მუდმივაა.

მაშინ  $G_{0i}(\vec{x}, \vec{a}), i = \overline{1, n+1}$  ფუნქციის  $\hat{a}_i$  ნულის იტერაციულად განსაზღვრისათვის შესაძლებელი გახდება რობინს-მონროს ალგორითმის [64] გამოყენება.

აღვნიშნოთ  $a_i(1)$  სიმბოლოთი

$$G_{0i}(\vec{x}, \vec{a}) = 0$$

განტოლების ფესვის ნებისმიერი საწყისი შეფასება, ხოლო  $a_i(k)$ -თი - ამ ფესვის შეფასება, რომელიც მიღებულია იტერაციის  $k$ -ურ ბიჯზე. მაშინ წონათა კორექციის პროცედურა რობინს-მონროს ალგორითმის საშუალებით შემდეგი თანაფარდობით გამოისახება:

$$a_i(k+1) = a_i(k) - \beta_k \cdot h_{0i}(\vec{x}(k), \vec{a}(k)) \Bigg\}_{i = \overline{1, n+1}} \quad (3.2.9)$$

სადაც  $\beta_k$  - ისეთი დადებითი რიცხვების მიმდევრობის ელემენტია, რომლებიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \beta_k &= 0 \\ \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k &= \infty \\ \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^2 &< \infty \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.9')$$

ასეთი მიმდევრობის მაგალითია ჰარმონიული მწკრივი.

მაშასადამე, წონათა რობინს-მონროს ალგორითმით განხორციელებული კორექციები წინა დაკვირვებიდან აღებული  $h_{0i}(\bar{x}(k), \bar{a}(k))$  მნიშვნელობის პროპორციულია. თუ (3.2.8) ფორმულას ზოგად (3.2.9) გამოსახულებაში ჩავსვამთ, გვექნება:

$$a_i(k+1) = a_i(k) + \rho_k \cdot x_i(k) \cdot \left[ Z_k - \sum_{j=1}^{n+1} a_j(k) x_j(k) \right], \quad i = \overline{1, n+1} \quad (3.2.10)$$

სადაც  $\rho_k = 2 \cdot \beta_k$ .

(3.2.10) თანაფარდობა, ფაქტობრივად, ასახავს კორექციის იმ ალგორითმს, რომელიც გამოიყენებოდა უიდროუსა და ჰოვის [65] ნაშრომში. ჩვენს შემთხვევაში კი  $i$ -ური წონის

$$\Delta a_i(k) = a_i(k+1) - a_i(k)$$

სტოქასტიკური ნაზრდისათვის, რომელიც იტერაციის  $(k+1)$  ნომრის მქონე ბიჯზე ხორციელდება, იგი შემდეგ სახეს შეიძენს:

$$\Delta a_i(k) = \rho_k \cdot X_i(k) \cdot \left[ m_0 X - \sum_{j=1}^{n+1} a_j(k) X_j(k) \right], \quad i = \overline{1, n+1} \quad (3.2.11)$$

მომდევნო კვლევა მიზნად ისახავს:

- (3.2.11) ნაზრდის სიდიდისათვის მათემატიკური ლოდინის განსაზღვრას;
- გამოსახულებათა მიღება დამყარებული მდგომარეობის შესაბამისი წონებისათვის, როცა ყველა (3.2.11) სიდიდის მათემატიკური ლოდინი ნულის ტოლია.

დავუშვათ, რომ შეცდომები აღმდგენი ნეირონის შესასვლელებზე დამოუკიდებელია და (3.2.11) ფორმულა შემდეგი სახით ჩავწეროთ:

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_i(k) = \rho_k m_0 X X_i(k) - \rho_k X_i(k) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k) \\ i = \overline{1, n+1} \end{aligned} \right\}$$

აქ

$$\sum_{j=1}^{n+1} a_j(k) X_j(k) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k) + a_i(k) X_i(k),$$

სადაც  $j \neq i$  პირობა ჯამის სიმბოლოსთან ნიშნავს ამ ჯამში  $i$  ინდექსიანი შესაკრების არარსებობას.

ამრიგად,

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_i(k) = m_0 \rho_k X X_i(k) - \rho_k \cdot X_i(k) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k) - \rho_k a_i(k) X_i^2(k) \\ i = \overline{1, n+1} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.12)$$

(3.2.12) თანაფარდობის მარჯვენა ნაწილის ცალკეული შესაკრების მათემატიკური ლოდინისათვის გვაქვს:

$$M[m_0 \rho_k X X_i(k)] = m_0 \rho_k [(1 - q_i) \cdot 1 + q_i \cdot (-1)] = m_0 \rho_k (1 - 2q_i), \quad (3.2.13)$$

$$M[\rho_k a_i(k) \cdot X_i^2(k)] = \rho_k a_i(k). \quad (3.2.14)$$

რაც შეეხება

$$\rho_k \cdot X_i(k) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k)$$

შესაკრების მათემატიკურ ლოდინს, იგი ცალ-ცალკე უნდა გამოითვალოს ორი  $X = +1$  და  $X = -1$  შემთხვევისათვის (პირობისათვის).

გვაქვს:

$$M \left[ \rho_k X_i(k) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k) \middle/ X = +1 \right] = \rho_k \cdot (1 - 2q_i) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j), \quad (3.2.15)$$

$$\begin{aligned} M \left[ \rho_k X_i(k) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k) \middle/ X = -1 \right] &= \rho_k \cdot (2q_i - 1) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) (2q_j - 1) = \\ &= \rho_k \cdot (1 - 2q_i) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j). \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

მაშასადამე, (3.2.15) და (3.2.16) გამოსახულებები ემთხვევა ერთმანეთს და შეიძლება ვამტკიცოთ, რომ გამოსაცნობად წარდგენილი ნებისმიერი კლასისათვის

$$M \left[ \rho_k X_i(k) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) X_j(k) \right] = \rho_k \cdot (1 - 2q_i) \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j). \quad (3.2.17)$$

(3.2.13), (3.2.14) და (3.2.17) თანაფარდობათა გათვალისწინებით გვექნება:

$$M [\Delta a_i(k)] = \rho_k \left\{ (1 - 2q_i) \cdot \left[ m_0 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j) \right] - a_i(k) \right\} \Bigg|_{i = \overline{1, n+1}}. \quad (3.2.18)$$

ვინაიდან აქ

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j) = \sum_{j=1}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j) - a_i(k) (1 - 2q_i),$$

უკანასკნელი გარემოების გათვალისწინებით (3.2.8) ფორმულაში შემდეგ გამოსახულებას მივიღებთ:

$$M [\Delta a_i(k)] = \rho_k \left\{ (1 - 2q_i) \cdot \left[ m_0 - \sum_{j=1}^{n+1} a_j(k) (1 - 2q_j) \right] + a_i(k) (1 - 2q_i)^2 - a_i(k) \right\} \Bigg|_{i = \overline{1, n+1}}.$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ

$$a_i(k) \cdot (1 - 2q_i)^2 - a_i(k) = -4a_i(k) \cdot q_i \cdot (1 - q_i).$$

მაშასადამე,

$$M[\Delta a_i(k)] = \rho_k \left\{ (1 - 2q_i) \cdot \left[ m_0 - \sum_{j=1}^{n+1} a_j(k)(1 - 2q_j) \right] - 4a_i(k) q_i (1 - 2q_i) \right\} \Bigg|_{i=\overline{1, n+1}}. \quad (3.2.19)$$

ვინაიდან რობინს-მონროს ალგორითმი კრებადია (3.2.9') პირობებში,  $k$  სიდიდის რაღაც სასრულ მნიშვნელობაზე წონები შეწყვეტს (საშუალოდ) ცვლილებას და ამ დამყარებულ მდგომარეობაში მოხდება

$$M[\Delta a_i(k)] = 0 \Bigg|_{i=\overline{1, n+1}} \quad (3.2.20)$$

ტოლობათა შესრულება. წონათა მნიშვნელობები, როცა ასეთი მდგომარეობა მიიღწევა,  $\hat{a}_i$  სიმბოლოთი აღვნიშნოთ. მაშინ  $\hat{a}_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) მახასიათებლებისათვის შემდეგი განტოლებები ექნებათ:

$$\hat{a}_i = \frac{1 - 2q_i}{2q_i(1 - q_i)} \cdot \frac{m_0 - \sum_{j=1}^{n+1} \hat{a}_j(1 - 2q_j)}{2} \Bigg|_{i=\overline{1, n+1}}. \quad (3.2.21)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ

$$a_{im} = \frac{1 - 2q_i}{2q_i(1 - q_i)} \Bigg|_{i=\overline{1, n+1}} \quad (3.2.22)$$

სიდიდეები წარმოადგენს ისეთ წონებს, რომლებიც ანიჭებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას განზოგადებულ (მაჰალანობისის) მანძილს

$$\Sigma = \sum_{j=1}^{n+1} a_j X_j$$

შემთხვევითი ჯამის მნიშვნელობათა ორ სიმრავლეს შორის  $\Omega_1$  და  $\Omega_2$  კლასებიდან, შესაბამისად. ბაიესის (ე.ი. აპოსტერიორული ალბათობის მაქსიმუმის) აზრით ოპტიმალურ

$$a_{ie} = \ln \frac{1-q_i}{q_i} \Bigg\}_{i=1, n+1} \quad (3.2.23)$$

წონებთან კი ისინი დაკავშირებულია შემდეგი თანაფარდობებით:

$$a_{im} = \frac{sh(a_{ie})}{i} \Bigg\}_{i=1, n+1}. \quad (3.2.24)$$

მაშასადამე, თუ შემოვიტანთ დამყარებულ წონათა სიდიდეზე დამოკიდებულ რაღაც  $\gamma$  მუდმივას, მივიღებთ:

$$\hat{a}_i = \gamma \cdot a_{im} = \gamma \cdot \frac{sh(a_{ie})}{i} \Bigg\}_{i=1, n+1}, \quad (3.2.25)$$

სადაც

$$\gamma = \frac{m_0 - \sum_{j=1}^{n+1} \hat{a}_j (1-2q_j)}{2}. \quad (3.2.26)$$

გამოსახულებას  $\gamma$  მუდმივასთვის შეიძლება უფრო კომპაქტური სახეც მიეცეს, თუ გავითვალისწინებთ, რომ  $\rho$  მაჰალანობისი მანძილის  $\rho_{\max}$  მაქსიმალური მნიშვნელობა განისაზღვრება

$$\rho_{\max} = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{(1-2q_j)^2}{q_j(1-q_j)} = 2 \cdot \sum_{j=1}^{n+1} a_{jm} (1-2q_j) \quad (3.2.27)$$

ტოლობით. მართლაც, (3.2.25) და (3.2.27) გამოსახულებათა გათვალისწინებით (3.2.26) ფორმულა შემდეგ სახეს იძენს:

$$\gamma = \frac{m_0 - \gamma \cdot \sum_{j=1}^{n+1} a_{jm} (1-2q_j)}{2} = \frac{m_0 - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \rho_{\max}}{2}.$$

აქედან

$$\gamma = \frac{2m_0}{4 + \rho_{\max}}. \quad (3.2.28)$$

თუ (3.2.28) გამოსახულებას ჩავსვამთ (3.2.25) ფორმულაში, მივიღებთ:

$$\hat{a}_i = \left. \frac{2m_0}{4 + \rho_{\max}} \cdot a_{im} = \frac{2m_0}{4 + \rho_{\max}} sh(a_{ie}) \right\}_{i=1, n+1} \quad (3.2.29)$$

ამრიგად, უწყვეტი ადაპტაციის პროცესში უკუკავშირის გარეშე მყარდება წონები, რომლებიც მაჰალანობისის მანძილისათვის მაქსიმუმის მიმნიჭებელი წონების პროპორციაა.

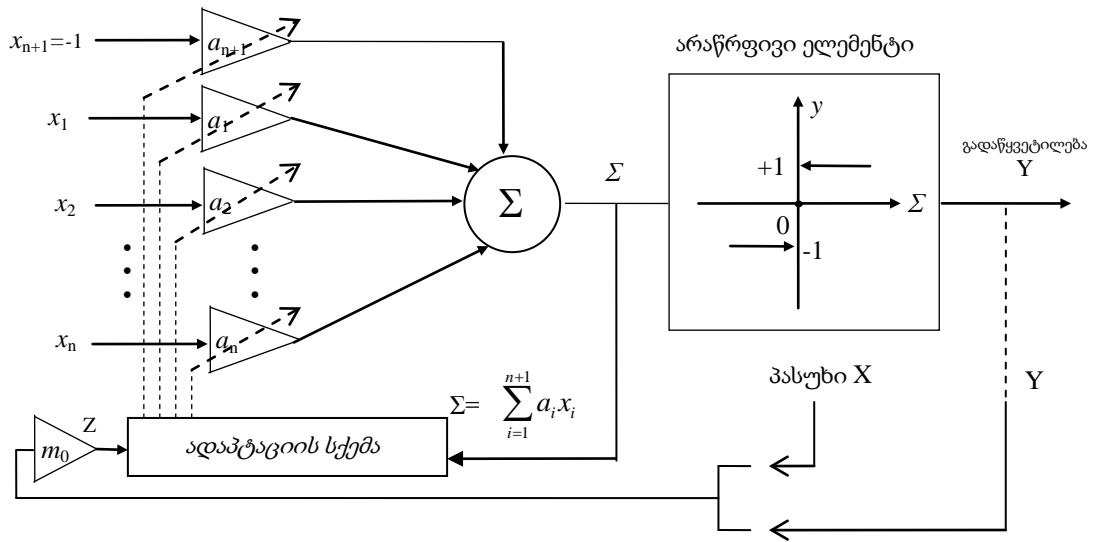
### § 3.3. ადაპტაცია უკუკავშირით უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით

უკუკავშირიანი უწყვეტი ადაპტაციის შემთხვევაში, როცა წონათა ნაზრდების (ნამატების) ფორმირება უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით ხდება,  $Z$  ჭდე გამოითვლება როგორც  $m_0 \cdot Y$  ნამრავლი, სადაც  $Y$  - გადაწყვეტილებაა აღმდგენი ნეირონის გამოსასვლელზე და  $i$ -ური შესასვლელის შეცდომის  $q_i$  ალბათობის ნაცვლად გვიხდება შემავალი  $X_i$  სიგნალის გამომავალ  $Y$  ცვლადთან გაუთანხმოების  $d_i$  ალბათობით ოპერირება. ამ დროს (3.2.29) ფორმულებით მოცემული მნიშვნელობებიდან დამყარებული წონების გადახრის სიდიდეთა შესაფასებლად საჭიროა შემდეგი უტოლობების გათვალისწინება:

$$\left. q_i - Q \leq d_i \leq q_i + Q \right\}_{i=1, n+1},$$

სადაც  $Q$  - არის აღმდგენი ნეირონის მიერ მიღებული  $Y$  გადაწყვეტილების აღსადგენი სიგნალის ჭეშმარიტ  $X$  მნიშვნელობასთან გაუთანხმოების (შეუსატყვისობის, შეუსაბამობის) ალბათობა. ნახ. 3.3.1-ზე მოცემულია უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით უწყვეტი ადაპტაციის მეთოდების რეალიზაციის ბლოკ-სქემა (როგორც უკუკავშირის გარეშე, ასევე უკუკავშირითაც).





ნახ. 3.3.1 უიდროუ-ჰოვის ალგორითმით უწყვეტი ადაპტაციის მეთოდების რეალიზაციის ბლოკ-სქემა (უკუკავშირის გარეშე და უკუკავშირით)

### § 3.4. უნიფიცირებული წახალისება და ინდივიდუალური დასჯა

უწყვეტი ადაპტაციის პროცესში უკუკავშირის გარეშე უიდროუ-ჰოვის ალგორითმით [65] იტერაციის ყოველ ბიჯზე წონათა ნაზრდის სიდიდე განისაზღვრება სხვაობით შემავალი სიგნალების შემთხვევით აწონილ ჯამსა და ამ ჯამზე დადებულ შეზღუდვას შორის. მაგრამ წონათა ნაზრდის სხვა ალგორითმი შეიძლება იყენებდეს აღმდგენი ნეირონის  $i$ -ური შესასვლელიდან მოხსნილი  $X_i$  სიგნალის უშუალო შედარებას გარედან მიწოდებულ სწორ  $X$  პასუხთან (ან  $Y$  გადაწყვეტილებასთან უკუკავშირის არსებობისას). მაგალითად, შეიძლება ვიხელმძღვანელოთ წახალისებისა და დასჯის (შოლტის ანუ მათრახისა და თაფლაკვერის) პრინციპით, პოლიტიკით (ინგლ. stick and carrot principle, policy), რომლის თანახმად ცვლილებები წონათა ვექტორში (რომელიც ერთ-ერთ კომპონენტად ზღურბლსაც შეიცავს) შეიტანება იტერაციის ყოველ ბიჯზე, მაგრამ შეცდომის არარსებობისას წონა იზრდება იტერაციის ნომერზე დამოკიდებული სიდიდით, ხოლო შეცდომის გამოვლინებისას იგი მცირდება როგორც იტერაციის ნომერზე, ასევე წონის მნიშვნელობაზეც დამოკიდებული სიდიდით. ამრიგად,  $i$ -ური წონის

$$\Delta a_i(k) = a_i(k+1) - a_i(k) \quad (3.4.1)$$

ნაზრდი, რომელიც იტერაციის  $(k+1)$  ნომრის მქონე ბიჯზე ხორციელდება, შეცდომის არარსებობისას იძენს რაღაც  $\beta_k$  მნიშვნელობას  $1-q_i$  ალბათობით, ხოლო შეცდომის პირობებში  $(-\beta_k \cdot e^{a_i(k)})$  მნიშვნელობას  $q_i$  ალბათობით:

$$\Delta a_i(k) = \begin{cases} \beta_k, & 1-q_i \text{ ალბათობით} \\ -\beta_k \cdot e^{a_i(k)}, & q_i \text{ ალბათობით} \end{cases}, \quad (3.4.2)$$

სადაც  $\beta_k \geq 0$ . ამასთან ერთად  $a_i(1) (i = \overline{1, n+1})$  საწყის წონებად შეიძლება ნებისმიერი სიდიდეების შემოტანა. ამრიგად, მოცემულ სტრატეგიაში წახალისება უნიფიცირებულია, იგი დამოკიდებული არ არის აღმდგენი ნეირონის შესასვლელზე და განისაზღვრება მხოლოდ იტერაციის ნომრით, დასჯა კი გამოიყენება მკაცრი ინდივიდუალური მიდგომით. ამ სტრატეგიას შეიძლება უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმი ვუწოდოთ.

$\Delta a_i(k)$  სიდიდის მათემატიკურ ლოდინს შემდეგი სახე აქვს:

$$M[\Delta a_i(k)] = \beta_k(1-q_i) - \beta_k e^{a_i(k)} q_i = \beta_k q_i \left( \frac{1-q_i}{q_i} - e^{a_i(k)} \right). \quad (3.4.3)$$

დავუშვათ, რომ დამყარებულ მდგომარეობაში

$$\left. \begin{aligned} M[\Delta a_i(k)] &= 0 \\ i &= \overline{1, n+1} \end{aligned} \right\}. \quad (3.4.4)$$

როგორც წინათ, წონათა მნიშვნელობები, რომლებისთვისაც მიიღწევა ასეთი მდგომარეობა, აღვნიშნოთ  $\hat{a}_i$  სიმბოლოთი. მაშინ  $\hat{a}_i (i = \overline{1, n+1})$  წონებისათვის მივიღებთ შემდეგ განტოლებებს:

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_i &= \ln \frac{1-q_i}{q_i} \\ i &= \overline{1, n+1} \end{aligned} \right\}. \quad (3.4.5)$$

ამრიგად, უწყვეტი ადაპტაციის პროცესში წონათა ნაზრდის (3.4.2) ალგორითმით და უკუკავშირის გარეშე, ეს წონები ყენდება (დგება) აპოსტერიორული ალბათობის მაქსიმუმისა და ენტროპიული მგრძნობიარობის კრიტერიუმებთან შეთანხმებულ

დონეებზე, თუ ადგილი აქვს (3.4.4) თანაფარდობებს. კერძოდ, ეს პირობა შესრულებული იქნება, თუ  $\beta_k$  სიდიდის მნიშვნელობა, რომელიც შეესაბამება იტერაციის ბიჯს  $(k+1)$  ნომრით, განისაზღვრება

$$\beta_k = \frac{1}{k}. \quad (3.4.6)$$

ფორმულით. შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ასეთი არჩევანი თანხმობაშია მე-[12] ნაშრომში აღწერილ ბაიესის მიდგომასთან, რომელიც  $\ln \frac{1-q_i}{q_i}$  წონის სტატისტიკური შეფასებისათვის

$$a_i = \ln \frac{M - n_i + 1}{n_i + 1} \quad (3.4.7)$$

სიდიდეს იძლევა, სადაც  $M$  - აღმდგენი ნეირონის  $i$ -ური შესასვლელის  $X_i$  სიგნალის შედარებათა რიცხვია გარედან მიწოდებულ სწორ  $X$  პასუხთან, ხოლო  $n_i$  - ამ პროცესში გამოვლენილ შეცდომათა რიცხვი. იგულისხმება, რომ  $\hat{q}_i = N_i/M$  შემთხვევითი სიდიდის აპრიორული განაწილება თანაბარია.

მართლაც, დავუშვათ, რომ

$$a_i(k) = \ln \frac{k - n_i + 1}{n_i + 1} \quad (3.4.8)$$

წარმოადგენს  $\ln \frac{1-q_i}{q_i}$  სიდიდის შეფასებას ადაპტაციის  $k$ -ურ ბიჯზე, ესე იგი გარედან მიწოდებულ სწორ  $X$  პასუხთან  $X_i$  სიგნალის  $k$  შედარების შედეგს, როცა გამოვლენილ შეცდომათა რიცხვი  $n_i$ -ის ტოლია. აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{k - n_i + 1}{n_i + 1} = e^{a_i(k)}, \quad (3.4.9)$$

$$\frac{1}{n_i + 1} = \frac{e^{a_i(k)}}{k - n_i + 1}. \quad (3.4.10)$$

მაშინ შემდეგ ბიჯზე, შედარების შედეგის მიხედვით, გვექნება:

$$a_i(k+1) = \ln\left(\frac{(k+1) - n_i + 1}{n_i + 1}\right) = \ln\left(\frac{k - n_i + 1}{n_i + 1} + \frac{1}{n_i + 1}\right) \quad (3.4.11)$$

თანაფარდობა სიგნალების თანხვდომისას და

$$a_i(k+1) = \ln\left(\frac{(k+1) - (n_i + 1) + 1}{(n_i + 1) + 1}\right) = \ln\left(\frac{k - n_i + 1}{n_i + 1}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{n_i + 1}\right) \quad (3.4.12)$$

გამოსახულება წინააღმდეგ შემთხვევაში.

თუ უკანასკნელ ფორმულაში გავითვალისწინებთ (3.4.9) და (3.4.10) გამოსახულებებს, მივიღებთ:

$$a_i(k+1) = \begin{cases} a_i(k) + \ln\left(1 + \frac{1}{k - n_i + 1}\right), & 1 - q_i \text{ ალბათობით} \\ a_i(k) - \ln\left(1 + \frac{e^{a_i(k)}}{k - n_i + 1}\right), & q_i \text{ ალბათობით} \end{cases} \quad (3.4.13)$$

თუ  $k \gg n_i \gg 1$ , მაშინ  $\ln(1+x) = x$  თანაფარდობის გამოყენებით, რომელიც სამართლიანია  $x \rightarrow 0$  პირობისათვის, გვექნება:

$$a_i(k+1) = \begin{cases} a_i(k) + \frac{1}{k}, & 1 - q_i \text{ ალბათობით} \\ a_i(k) - \frac{1}{k} \cdot e^{a_i(k)}, & q_i \text{ ალბათობით} \end{cases} \quad (3.4.13')$$

თუ აქ შემოვიტანთ (3.4.6) აღნიშვნას, მივიღებთ წონათა ნაზრდის წინა (3.4.2) ალგორითმს, რაც ადასტურებს ჩვენს აზრს.

ამრიგად, პირველ მიახლოებაში (3.4.2) ალგორითმი ეკვივალენტურია  $\ln \frac{1 - q_i}{q_i}$  წონათა

შეფასების  $\ln \frac{k - n_i + 1}{n_i + 1}$  თანაფარდობებით იტერაციის ყოველ ბიჯზე. ამიტომ არსებობს

$k$ -ური იტერაციის ნომრის (3.4.11) ფორმულით განსაზღვრული  $M$  მნიშვნელობა, რომელზეც შეცდომის  $q_i$  ალბათობის  $\hat{q}_i$  სტატისტიკური შეფასება გადახრილია ამ  $q_i$  ალბათობიდან არა უფრო მეტად, ვიდრე მოცემული მცირე  $\varepsilon$  სიდიდეა, თითქმის ერთის ტოლი  $\alpha$  ალბათობით. ვინაიდან ამ მდგომარეობის მიღწევამდე, როცა  $k \leq M$ ,

ადგილი აქვს  $\frac{1}{k} \geq \frac{1}{M}$ , თანაფარდობას, ადაპტაციის პროცესში  $\beta_k$  სიდიდის ნაცვლად წონათა მუდმივი - სიდიდით უფრო მცირე -  $\beta = \frac{1}{M}$  ნაზრდის გამოყენებამ არ შეიძლება დაარღვიოს პროცესის კრებადობა და დამყარებული მდგომარეობისაკენ მისწრაფება:

$$\beta_k \equiv \beta = \frac{1}{M}. \quad (3.4.14)$$

უკუკავშირიანი უწყვეტი ადაპტაციის დროს უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით წონათა დამყარებული მნიშვნელობები განისაზღვრება

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_i &= \ln \frac{1-d_i}{d_i} \\ i &= \overline{1, n+1} \end{aligned} \right\} \quad (3.4.15)$$

ფორმულებით, სადაც  $d_i$  სიდიდე ნეირონის გამოსასვლელზე  $Y$  გადაწყვეტილებასთან  $i$ -ური შესასვლელის  $X_i$  სიგნალის გაუთანხმოების (არათანხვდომის, დაუმთხვევობის) ალბათობაა.  $\ln \frac{1-q_i}{q_i}$  მნიშვნელობებიდან ამ წონათა გადახრების შესაფასებლად უნდა ვისარგებლოთ შემდეგი თანაფარდობებით:

$$\left. \begin{aligned} q_i - Q &\leq d_i \leq q_i + Q \\ i &= \overline{1, n+1} \end{aligned} \right\},$$

სადაც  $Q$  - აღმდგენი ნეირონის შეცდომის ალბათობაა.

წონათა შემთხვევითი «ხეტიალის» პროცესი უწყვეტი ადაპტაციის დროს განაპირობებს აღმდგენი ნეირონის შეცდომის  $Q$  ალბათობის შესაბამის სტატისტიკურ განაწილებას. ეს ალბათობა შეიძლება მივიჩნიოთ  $q_1, q_2, \dots, q_n, q_{n+1}$  გარე შემავალი და  $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$  შიდა შემავალი პარამეტრების ფუნქციად.

ვინაიდან

$$Q = Q(a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, q_1, q_2, \dots, q_n, q_{n+1})$$

დამოკიდებულება ჩვენთვის ცნობილია ალგორითმულად და შესაბამისი პროგრამის სახითაც, უკეთესია  $Q$  სიდიდის სტატისტიკური განაწილების შესწავლის ჩატარება მონტე-კარლოს მეთოდით [66-74]. ასეთი მიდგომის გამოყენებისას აღმდგენი ნეირონის  $Q$  მახასიათებელი უნდა განიხილებოდეს  $Q^*$  შემთხვევით სიდიდედ, რომელიც  $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$  შემთხვევითი არგუმენტებისა და  $q_i (i = \overline{1, n+1})$  მუდმივი პარამეტრების ფუნქციაა. ამ შემთხვევითი სიდიდის რეალიზაციებისათვის შემოვიღოთ  $\hat{Q} (0 \leq \hat{Q} \leq 1)$ .

$Q^*$  შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ჰისტოგრამის ან  $f_Q(\hat{Q})$  სიმკვრივის ცოდნა საშუალებას იძლევა განისაზღვროს ალბათობა იმისა, რომ  $Q^*$  რაღაც მაქსიმალურად დასაშვებ  $Q_0$  სიდიდეზე ნაკლებია:

$$P_0 = \Pr\{Q^* < Q_0\}.$$

თუ ამ ალბათობის მნიშვნელობას ერთის მიდამოშო ავირჩევთ, შეიძლება დადგინდეს წონათა ნაზრდის  $\beta$  მნიშვნელობა, რომელიც ამ მოთხოვნილ  $P_0$  ალბათობას უზრუნველყოფს.

ადაპტაციის პროცესში ასეთი აღმდგენი ნეირონის ქცევისა და ჩვენ მიერ შემოფარგლულ საკითხთა წრის მანქანური მოდელირებისათვის შექმნილია შესაბამისი პროგრამა. იგი უკუკავშირირიანი ადაპტაციის შესწავლის საშუალებას იძლევა უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით. მისი შემავალი მონაცემებია:

- $(0, 1)$  ინტერვალში თანაბრად განაწილებულ შემთხვევით რიცხვთა გენერატორის ამგზნები;
- აღმდგენი ნეირონის შემავალი არხების რაოდენობა;
- იმ შემავალი არხის ნომერი, რომლის წონის განაწილების მიღებაა სასურველი ადაპტაციის პროცესში;
- ადაპტაციის ბიჯების რიცხვი;

- $\beta$  სიდიდე, რომელიც წარმოადგენს წონათა ნაზრდის (ნამატის) ზომას ადაპტაციის ყოველ ბიჯზე;
- არხების მტყუნებათა ალბათობები და ამ არხების ნებისმიერად მოცემული საწყისი წონები;
- აღმდგენი ნეირონისათვის გამოსაცნობად +1 სიგნალის წარდგენის აპრიორული ალბათობა და ზღურბლის საწყისი სიდიდე.

გამომავალი ინფორმაცია შეიცავს შეტანილი მონაცემების ერთობლიობას, ასევე მომხმარებლისათვის საინტერესო შემავალი არხის წონისა და აღმდგენი ნეირონის შეცდომის ალბათობის განაწილებებს (ამ სიდიდეთა მნიშვნელობების ინტერვალებისა და ამ ინტერვალებში მათი მოხვედრის ალბათობათა მითითებით).

მანქანურ ექსპერიმენტში ჩვენ მიერ მიღებული იყო აღმდგენი ნეირონის შეცდომის ალბათობათა განაწილებები უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმისა და უკუკავშირის გამოყენების პირობებში, როცა აღმდგენი ნეირონის შეცდომის ალბათობის ზუსტი მნიშვნელობა წონებისა და ზღურბლის ოპტიმალური მნიშვნელობებისათვის შეადგენს რაღაც  $Q_{\min}$  სიდიდეს.

მიღებული შედეგებიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ (საწყისი წონების, ზღურბლისა და მათი ნაზრდის  $\beta$  სიდიდის სწორად შერჩევას) ადაპტაციის ბიჯების რაოდენობის ზრდისას მდგომარეობათა ალბათურ განაწილებათა მაქსიმუმები, რომლებსაც შეესაბამება აღმდგენი ნეირონის შეცდომათა სხვადასხვა ალბათობა, განიცდის წანაცვლებას მოცემულ პირობებში მინიმალური  $Q_{\min}$  მნიშვნელობისაკენ.

## თავი IV. ფორმალური ნეირონის სარელეო ადაპტაცია

### § 4.1. წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზი

ფორმალური ნეირონის სარელეო ადაპტაცია უკუკავშირის არარსებობისას გულისხმობს მისი შესასვლელების  $a_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) წონების მოყვანას შესაბამისობაში ამ წონათა შეცდომების  $q_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) ალბათობებთან შემდეგი სტრატეგიით.

წინასწარ მოიცემა  $B_1, B_2, \dots, B_n$  ორობითი შემავალი არხების დასაშვები კრიტიკული მნიშვნელობის  $q_0$  ალბათობა. თუ  $B_i$  ორობითი არხის შეცდომის  $q_i$  ალბათობა აღემატება ამ კრიტიკულ მნიშვნელობას, მაშინ  $i$ -ურ ორობით  $B_i$  არხს ენიჭება  $a_i$  წონა, რომელიც ნულს უდრის. ხოლო, თუ  $i$ -ური ორობითი არხის შეცდომის ალბათობა არ აღემატება  $q_0$  კრიტიკულ მნიშვნელობას, მაშინ მას ენიჭება ერთი ტოლი წონა. ამრიგად,

$$a_i = \begin{cases} 0, & \text{თუ } q_i > q_0 \\ 1, & \text{თუ } q_i \leq q_0 \end{cases}. \quad (4.1.1)$$

სხვანაირად რომ ვთქვათ, წონათა მნიშვნელობები მოიცემა სარელეო ფუნქციით

$$a_i = \text{sgn}(q_0 - q_i), \quad (4.1.1')$$

რაც ასეთი ადაპტაციისათვის შესაბამისი სახელწოდების შემოღების საფუძველს წარმოადგენს. აქ

$$\text{sgn}(Z) = \begin{cases} 1, & \text{თუ } Z \geq 0 \\ 0, & \text{თუ } Z < 0 \end{cases}.$$

ამასთან ერთად თითოეული  $B_i$  ორობითი არხის შეცდომის ალბათობა ფასდება როგორც ფორმალური ნეირონის  $i$ -ურ შესასვლელზე  $X_i$  სიგნალის შეუსაბამობა გარედან მიწოდებულ სწორ  $X$  პასუხთან.

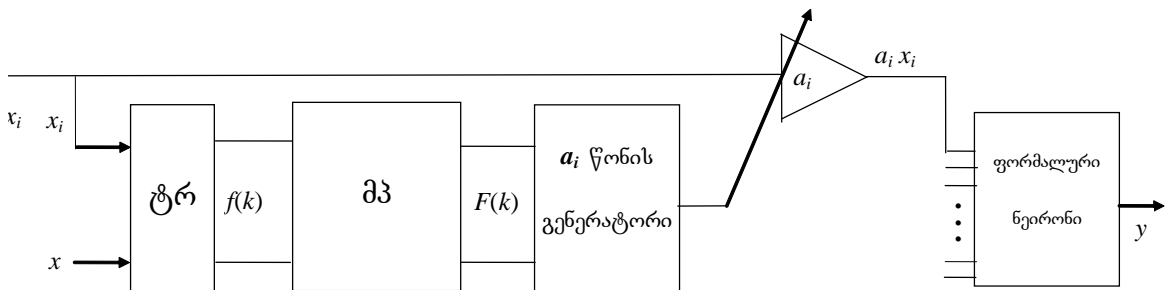


(4.1.1) სტრატეგიის განსახორციელებლად, ძირითადად, შესაძლებელია  $q_i$  სიდიდის გადიდებასთან ერთად მონოტონურად ზრდადი ნებისმიერი  $F_0$  ფუნქციის გამოთვლა და  $a_i$  წონების შესაბამისობაში მოყვანა შეცდომათა  $q_i$  ალბათობებთან, ე.ი. ადაპტაცია, შემდეგი თანაფარდობით:

$$a_i = \begin{cases} 0, & \text{თუ } F_0(q_i) > F_0(q_0) \\ 1, & \text{თუ } F_0(q_i) \leq F_0(q_0) \end{cases} \quad (4.1.2)$$

იგულისხმება, რომ შეუსაბამისობის შემოწმება  $X$  და  $X_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) სიდიდეებს შორის ხდება დროის ტოლი შუალედების (ტაქტების) გავლისას მთელრიცხვა  $k$  მომენტებში, სადაც  $k$  თანამიმდევრულად გარბის 0, 1, 2, და ა.შ. მნიშვნელობებს.

$F_0(q_i)$  მონოტონური დამოკიდებულების – ე.ი. წონის დაყენების პროცესის მმართველი სიგნალის – კონკრეტული რეალიზაციისათვის ვისარგებლოდ მუდმივი პარამეტრების მქონე წრფივი დისკრეტული წრედით (მპ), რომელიც სქემატურად ნაჩვენებია ნახ. 4.1.1-ზე. მისი იმპულსური მახასიათებლისათვის შემოვიღოთ



ნახ. 4.1.1 მუდმივპარამეტრიანი წრფივი წრედი ფორმალური ნეირონის სარელეო ადაპტაციის სქემაში

$g(k)$  აღნიშვნა.

მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის იმპულსური მახასიათებელი, როგორც ცნობილია, ეწოდება  $g(k) = F(k)$  გამომავალ თანამიმდევრობას ერთეულოვანი  $S_0(k)$  იმპულსის სახით მოცემული  $f(k)$  შემავალი მიმდევრობის პირობებში, სადაც

$$S_0(k) = \begin{cases} 1, & \text{როცა } k = 0 \\ 0, & \text{როცა } k \neq 0 \end{cases}$$

ნებისმიერი  $F(k)$  გამომავალი მიმდევრობა უდრის  $f(m)$  შემავალი მიმდევრობის კონვოლუციას (კომპოზიციას, ნახვევს) მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის იმპულსურ მახასიათებელთან:

$$F(k) = \sum_{m=-\infty}^k f(m) \cdot g(k-m). \quad (4.1.3)$$

შემოვიფარგლოთ ისეთი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული სქემის განხილვით, რომლის  $g(k)$  იმპულსური მახასიათებელი ნულს უდრის  $k < 0$  შემთხვევაში. მაშინ (4.1.3) პირობა შემდეგ სახეს იძენს:

$$F(k) = \sum_{m=0}^k f(m) \cdot g(k-m). \quad (4.1.3')$$

დავუშვათ, რომ იმ წრედით, რომელიც ნახ. 4.1.1-ზე აღნიშნულია «ტრ» სიმბოლოთი (სიტყვიდან ტრანსფორმატორი, ანუ გარდამქმნელი), ფორმირდება  $f(m)$  შემავალი სიგნალი და ამასთან ერთად

$$f(m) = f_m = \begin{cases} 1, & \text{თუ } t \text{ მომენტში } X_i \neq X \\ 0, & \text{თუ } t \text{ მომენტში } X_i = X \end{cases} \quad (4.1.4)$$

ამრიგად, მუდმივპარამეტრიან წრფივ დისკრეტულ წრედზე მიწოდებული  $f(m)$  შემავალი მიმდევრობა წარმოადგენს შემთხვევით იმპულსურ მიმდევრობას. დროის ყოველ ფიქსირებულ  $m$  მომენტში  $f_m$  ცვლადი გამოდის შემთხვევითი სიდიდის როლში, რომელიც იძენს ნულოვან მნიშვნელობას ფორმალური ნეირონის  $i$ -ურ შესასვლელზე შეცდომის არარსებობის  $1-q_i$  ალბათობით და ერთეულოვან მნიშვნელობას ამ შესასვლელზე შეცდომის არსებობის  $q_i$  ალბათობით. ამიტომ (4.1.3') ჯამის თითოეული

$$\varphi_m(k) = f(m) \cdot g(k-m) \quad (4.1.5)$$

შესაკრები ასევე არის დროის ნებისმიერ  $m$  მომენტში შემთხვევითი სიდიდე, რომელიც იძენს ნულოვან მნიშვნელობას  $1-q_i$  ალბათობით და  $g(k-m)$  მნიშვნელობას  $q_i$

ალბათობით. ამრიგად,  $\varphi_m(k)$  დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი განისაზღვრება ფორმულით

$$M[\varphi_m(k)] = 0 \cdot (1 - q_i) + g(k - m) \cdot q_i = q_i \cdot g(k - m). \quad (4.1.6)$$

მათემატიკური ლოდინი

$$F(k) = \sum_{m=0}^k \varphi_m(k)$$

ჯამის შეიძლება გამოითვალოს თანაფარდობით

$$M[F(k)] = \sum_{m=0}^k M[\varphi_m(k)]. \quad (4.1.7)$$

(4.1.6)-ს ჩასმისას (4.1.7)-ში, მივიღებთ:

$$M[F(k)] = q_i \cdot \sum_{m=0}^k g(k - m). \quad (4.1.8)$$

ამრიგად,  $k$  ტაქტის შესაბამის დროის მომენტში საშუალო სიგნალი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის გამოსასვლელზე განსაზღვრება (4.1.8) ფორმულით. თუ  $k$  საკმარისად დიდია, მაშინ

$$\lim_{k \rightarrow \infty} M[F(k)] \equiv F_0(q_i) = q_i \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \sum_{m=0}^k g(k - m) \right],$$

ან, რაც იგივეა,

$$F_0(q_i) = q_i \cdot \sum_{l=0}^{\infty} g(l). \quad (4.1.9)$$

ბუნებრივია მოთხოვნა, რომ მუდმივპარამეტრიანი დისკრეტული წრფივი წრედის გამომავალი სიგნალის მნიშვნელობა კრებადი იყოს ალბათობით და ემთხვეოდეს  $q_i$  სიდიდეს. ამით უზრუნველყოფილი იქნება ადაპტაციის პროცესის საჭირო მდგრადობა (მედეგობა) იმ შემთხვევისათვის, როცა  $f_m$  სიგნალის ფორმირება ხდება  $X_i$ -ის

შედარებით გარედან მიწოდებულ  $X$  პასუხთან სატაქტო  $m$  მომენტებში. უკანასკნელი გარემოება პირველ რიგში გვკარნახობს შემდეგი უტოლობის შესრულების აუცილებლობას:

$$\sum_{l=0}^{\infty} g(l) < \infty. \quad (4.1.10)$$

$\sum_{l=0}^{\infty} g(l) < \infty$  მწკრივი  $a_l = g(l)$  საერთო წევრით კრებადია, თუ, როგორც ეს კომის ინტეგრალური ნიშნიდან გამომდინარეობს,  $g(z)$  ფუნქცია მონოტონურად კლებულობს და არასაკუთარი

$$I_1 = \int_0^{\infty} g(z) dz$$

ინტეგრალი კრებადია. ეს პირობა ჩავწერთ შემდეგი ტოლობის სახით:

$$\int_0^{\infty} g(z) dz = A_0, \quad (4.1.11)$$

სადაც  $A_0$  – სასრული ნამდვილი დადებითი რიცხვია.

ადაპტაციის პროცესის მდგრადობის (მედეგობის) აუცილებლობა გარკვეულ პირობებს უყენებს  $F(k)$  შემთხვევითი სიგნალის  $D[F(k)]$  დისპერსიასაც.

მართლაც,  $\varphi_m(k)$  დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეების

$$F(k) = \sum_{m=0}^k \varphi_m(k)$$

ჯამის დისპერსია მათი დისპერსიების ჯამის ტოლია:

$$D[F(k)] = \sum_{m=0}^k D[\varphi_m(k)]. \quad (4.1.12)$$

აქ

$$D[\varphi_m(k)] = M[\varphi_m^2(k)] - \{M[\varphi_m(k)]\}^2. \quad (4.1.13)$$

ამასთან ერთად,

$$M[\varphi_m^2(k)] = 0^2 \cdot (1 - q_i) + g^2(k - m) \cdot q_i = q_i \cdot g^2(k - m). \quad (4.1.14)$$

თუ (4.1.14) და (4.1.6) გამოსახულებებს ჩავსვამთ (4.1.13) ფორმულაში, გვექნება:

$$D[\varphi_m(k)] = q_i \cdot g^2(k - m) - [q_i \cdot g(k - m)]^2 = q_i \cdot (1 - q_i) \cdot g^2(k - m). \quad (4.1.15)$$

ხოლო, თუ (4.1.15) ფორმულას (4.1.12) თანაფარდობაში გავითვალისწინებთ, მივიღებთ:

$$D[F(k)] = q_i \cdot (1 - q_i) \cdot \sum_{m=0}^k g^2(k - m). \quad (4.1.16)$$

საკმარისად მრავალი ტაქტის შემდეგ გვექნება:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{D[F(k)]\} \equiv D[F_0(q_i)] = q_i \cdot (1 - q_i) \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \sum_{m=0}^k g^2(k - m) \right],$$

ან, რაც იგივეა,

$$D[F_0(q_i)] = q_i \cdot (1 - q_i) \cdot \sum_{l=0}^{\infty} g^2(l). \quad (4.1.17)$$

განვიხილოთ მწკრივი:

$$S_1 = \sum_{l=0}^{\infty} l \cdot g(l)$$

და

$$S_2 = \sum_{l=0}^{\infty} g^2(l).$$

მათი წევრები დადებითია და დაწყებული  $l$ -ის რაღაც მნიშვნელობიდან  $l \cdot g(l)$  და  $g^2(l)$  სიდიდეები დააკმაყოფილებს  $l \cdot g(l) \geq g^2(l)$  პირობას, რადგან  $g(l)$  მონოტონურად კლებადი ფუნქციაა. ამიტომ  $S_1$  მწკრივის კრებადობიდან გამომდინარეობს  $S_2$  მწკრივისა და, მაშასადამე, (4.1.17) დისპერსიის კრებადობაც. რაც შეეხება  $S_1$  მწკრივის კრებადობის მოთხოვნას, ჩავწეროთ იგი კოშის ინტეგრალური ნიშნით ნაკარნახევი ფორმით:

$$\int_0^{\infty} z \cdot g(z) dz = \tau_0, \quad (4.1.18)$$

სადაც  $\tau_0$  – სასრული დადებითი რიცხვია.

$g(k)$  მახასიათებლის პოვნისა და ისეთი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზის პრობლემა, რომელიც უზრუნვეყოფს ადაპტაციის პროცესის მდგრადობას (მედეგობას), შეიძლება ჩამოყალიბდეს ვარიაციული აღრიცხვის იზოპერიმეტრული ამოცანის [58] სახით. ეს ნიშნავს, რომ იძებნება  $z$  არგუმენტის  $g$  ფუნქცია, რომლისთვისაც

$$I = \int_a^b \Phi(z, g) dz \quad (4.1.19)$$

ინტეგრალი იძენს მაქსიმალურ მნიშვნელობას შეზღუდვათა სახის მქონე (4.1.11) და (4.1.18) პირობებში. ესენია:

$$\int_a^b \Phi_1(z, g) dz = \beta_1 \quad (4.1.11')$$

და

$$\int_a^b \Phi_2(z, g) dz = \beta_2, \quad (4.1.18')$$

სადაც  $\beta_1, \beta_2$  – მოცემული მუდმივებია.

როგორც ცნობილია,  $I$  ინტეგრალისათვის მაქსიმუმის მიმნიჭებელი  $g(z)$  ფუნქცია განისაზღვრება, როგორც

$$\frac{\partial \Phi}{\partial g} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial \Phi_1}{\partial g} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial \Phi_2}{\partial g} = 0 \quad (4.1.20)$$

განტოლების ამონახსნი, სადაც  $\lambda_1$  და  $\lambda_2$  - ლაგრანჟის ეგრეთ წოდებული განუსაზღვრელი მამრავლების სახელს ატარებს. მათი პოვნა ხდება (4.1.20) დამოკიდებულებით დადგენილი  $g(z)$  დამოკიდებულების ჩასმით (4.1.11') და (4.1.18') თანაფარდობებში.

კონკრეტული შედეგის მისაღებად უნდა დავთქვათ  $\Phi(g)$ -ის სახე და გავითვალისწინოთ, რომ ჩვენს შემთხვევაში  $a = 0, b = \infty$ .

$\Phi(g)$ -ის არჩევის დასასაბუთებლად მივმართოთ ნახ. 4.1.2-ზე წარმოდგენილ გრაფიკებს და განვიხილოთ ორი მწკრივი:

$$S_2 = \sum_{l=0}^{\infty} g^2(l) \quad \text{და} \quad S_3 = -\sum_{l=0}^{\infty} g(l) \cdot \ln g(l).$$

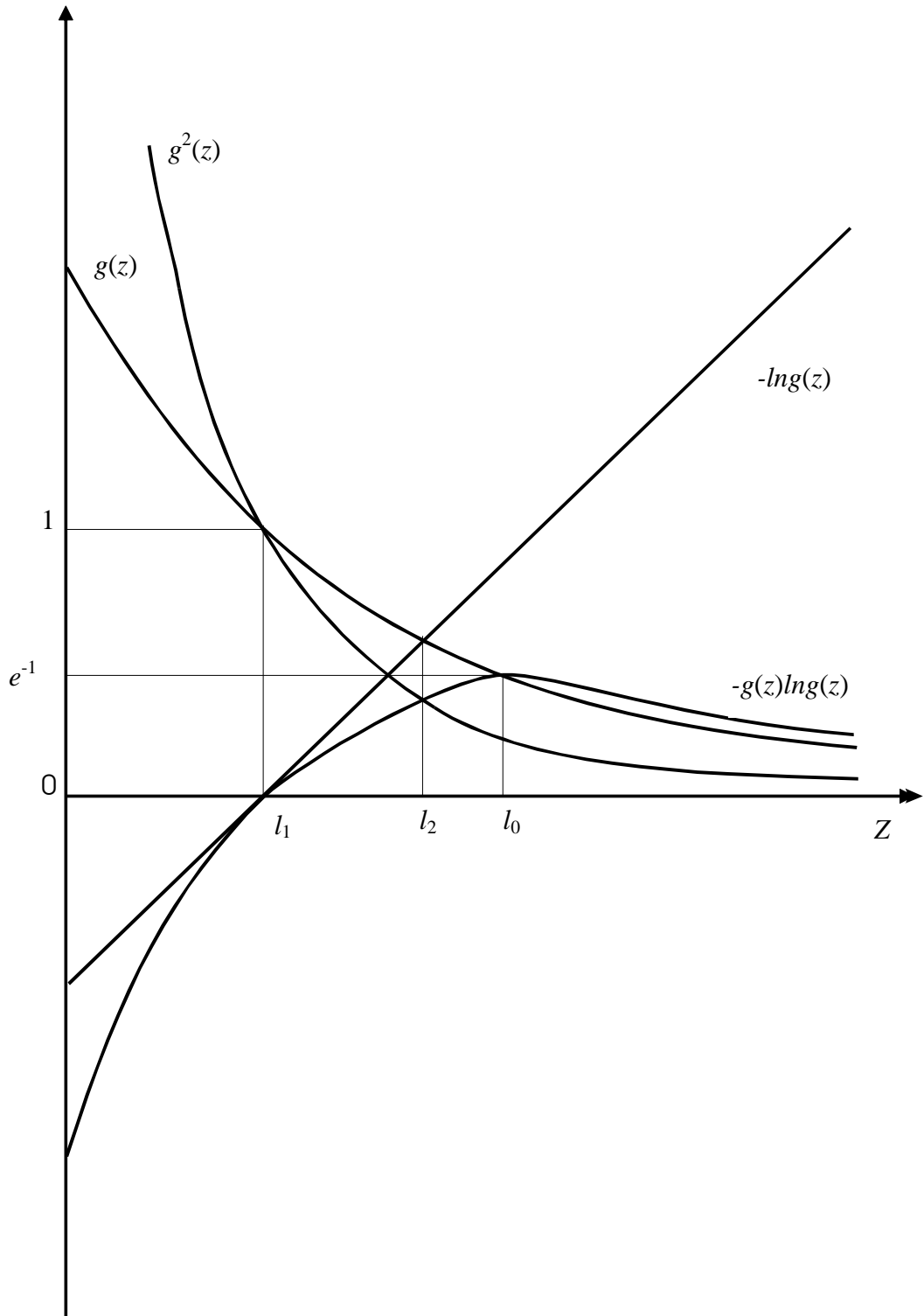
ამ მწკრივებში სასრული რაოდენობის საწყისი წევრების გადაგდება გავლენას არ მოახდენს მათ თვისებებზე და, კერძოდ, მათ კრებადობაზე. ამიტომ გადავადგოთ  $S_2$  და  $S_3$  უსასრულო ჯამებში საწყისი წევრები  $l$ -ის იმ  $l=l_0$  მნიშვნელობამდე, რომელზეც  $g(l) = e^{-1} \approx 0,3679$ , ხოლო  $(-g \cdot \ln g)$  აღწევს  $e^{-1}$ -ის ტოლ მაქსიმუმს. ამის შედეგად მივაღწეოთ «დამოკლებული» მწკრივების განხილვის აუცილებლობამდე:

$$S_2' = \sum_{l=l_0}^{\infty} g^2(l)$$

და

$$S_3' = -\sum_{l=l_0}^{\infty} g(l) \cdot \ln g(l).$$

$l \geq l_0$  შემთხვევაში მათ აქვს დადებითი წევრები, რომლებიც აკმაყოფილებს შემდეგ



ნახ. 4.1.2.  $\Phi(z, g)$  ფუნქციის არჩევის დასაბუთებისათვის



სრულიად გასაგებ პირობებს:

$$-g(l) \cdot \ln g(l) \geq g^2(l),$$

და ამასთან ერთად  $-g(z) \cdot \ln g(z)$  დამოკიდებულება  $z$ -ის გადიდებისას მონოტონურად მცირდება ნახ. 4.1.2-ის თანახმად, მაგრამ  $g(z)$ -ზე არანაკლები რჩება. ამიტომ  $S_3'$  მწკრივის კრებადობიდან გამომდინარეობს  $S_2'$  მწკრივისა და, საბოლოო ანგარიშით,  $S_2$  ჯამის კრებადობაც. კომის ინტეგრალური ნიშნის საფუძველზე კი  $S_3$  მწკრივი  $-g(z) \cdot \ln g(z)$  საერთო წევრით კრებადია, თუ  $-g(z) \cdot \ln g(z)$  გამოსახულება მონოტონურად კლებულობს და არასაკუთარი

$$-\int_C^\infty g(z) \cdot \ln g(z) dz$$

ინტეგრალი კრებადია. ამასთან ერთად ქვედა  $C$  ზღვარი შეიძლება ნებისმიერი იყოს, თუ  $-g(z) \cdot \ln g(z)$  გამოსახულება  $C < z < \infty$  პირობებში განსაზღვრული დარჩება და მას არ ექნება წყვეტები. ჩვენს შემთხვევაში შეიძლება დავუშვათ, რომ  $C = 0$ .

ამრიგად,  $S_2$  მწკრივის კრებადობის მოთხოვნა

$$-\int_0^\infty g \cdot \ln g \cdot dz = I,$$

პირობის ეკვივალენტურია, სადაც  $I$  სასრული ნამდვილი რიცხვია.

თუ მიღებულ ინტეგრალს გავაიგივებთ (4.1.19) თანაფარდობასთან, ადვილად აღმოვაჩინოთ, რომ

$$\Phi(z, g) = -g \cdot \ln g,$$

ხოლო მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზი დაიყვანება მისი იმპულსური მახასიათებლის განსაზღვრამდე

$$I = -\int_0^{\infty} g(z) \cdot \ln g(z) \cdot dz \quad (4.1.21)$$

გამოსახულების მაქსიმუმის პირობიდან (4.1.11') და (4.1.18') შეზღუდვების პირობებში.

ცხადია, რომ

$$\left. \begin{aligned} \Phi(z, g) &= -g \cdot \ln g \\ \frac{\partial \Phi}{\partial g} &= -(1 + \ln g) \\ \Phi_1(z, g) &= g \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial g} &= 1 \\ \Phi_2(z, g) &= z \cdot g \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial g} &= z \end{aligned} \right\} .$$

თუ ნაპოვნ გამოსახულებებს ჩავსვამთ (4.1.20) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$g = e^{\lambda_1 - 1} \cdot e^{\lambda_2 z} . \quad (4.1.22)$$

ვინაიდან  $g(z)$  მონოტონურად კლებადია  $z$  არგუმენტის ზრდისას, ამიტომ უნდა იყოს შესრულებული პირობა:

$$\lambda_2 < 0 . \quad (4.1.23)$$

თუ (4.1.22) მნიშვნელობას შევიტანთ (4.1.22) შეზღუდვაში და გავითვალისწინებთ (4.1.23) პირობას, ვიპოვით:

$$e^{\lambda_1 - 1} = -A_0 \cdot \lambda_2 . \quad (4.1.24)$$

ხოლო, თუ (4.1.24) და (4.1.22) გამოსახულებებს შევიტანთ (4.1.18) ტოლობაში, ასეთ შედეგს მივიღებთ:

$$\int_0^{\infty} -A_0 \cdot \lambda_2 \cdot z \cdot e^{\lambda_2 z} dz = \tau_0 ,$$

საიდანაც

$$\lambda_2 = -\frac{A_0}{\tau_0}, \quad (4.1.25)$$

და, მაშასადამე,

$$e^{\lambda_1 t} = -\frac{A_0^2}{\tau_0}. \quad (4.1.26)$$

თუ (4.1.26) და (4.1.25) გამოსახულებებს გავითვალისწინებთ (4.1.22) თანაფარდობაში, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$g(z) = A_0^2 \cdot \tau_0^{-1} \cdot \exp\left(-\frac{A_0}{\tau_0} \cdot z\right).$$

ამრიგად,

$$g(k) = \begin{cases} \frac{A_0}{T_s} \cdot e^{-\frac{k}{T_s}}, & \text{თუ } k \geq 0 \\ 0, & \text{თუ } k < 0 \end{cases}, \quad (4.1.27)$$

რაც წარმოადგენს დროის  $T_s = \tau_0 / A_0$  მუდმივას მქონე დაბალი სიხშირის ფილტრის იმპულსურ მახასიათებელს. როგორც ადვილად ვრწმუნდებით, მოცემულ შემთხვევაში

$$F_0(q_i) = q_i \cdot \frac{A_0}{T_s} \cdot \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{1}{T_s}\right)}.$$

თუ ამ დროს  $A_0$  პარამეტრი აკმაყოფილებს  $A_0 = 1$  პირობას, ხოლო დროის  $T_s$  მუდმივა დიდი, მაშინ

$$F_0(q_i) \rightarrow q_i. \quad (4.1.28)$$

რაც შეეხება მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის გამოსასვლელიდან მოხსნილი სიგნალის დისპერსიას, იგი განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$D[F_0(q_i)] = q_i \cdot (1 - q_i) \cdot \left(\frac{A_0}{T_s}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{2}{T_s}\right)}.$$

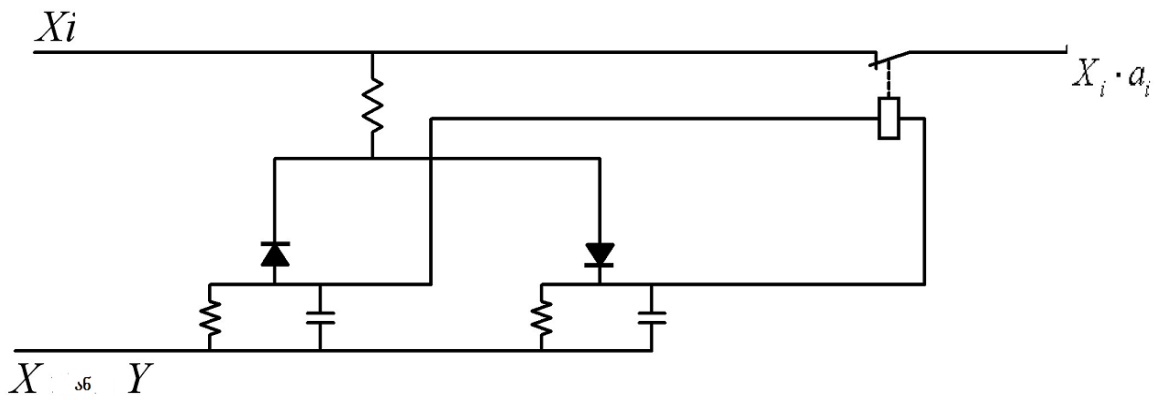
თუ  $T_s \rightarrow \infty$ , მაშინ

$$D[F_0(q_i)] \rightarrow 0. \quad (4.1.29)$$

ჩატარებული კვლევიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზის ამოცანა კორექტულად არის დასმული და მას ამონახსნიც გააჩნია. როცა ნეირონში არ გამოიყენება უკუკავშირი, ეს წრედი უზრუნველყოფს ამ ნეირონის სარელეო ადაპტაციის მდგრადობას (მედეგობას).

უკუკავშირიანი სარელეო ადაპტაციის დროს მოწმდება ნეირონის შესასვლელეებზე  $X_i$  სიგნალების შეუსაბამობა ამ ნეირონის მიერ მიღებულ  $Y$  გადაწყვეტილებასთან. ასეთი შეუსაბამობის  $d_i$  ალბათობა ანაცვლებს  $i$ -ური შესასვლელის შეცდომის  $q_i$  ალბათობას ზემოთ მიღებულ ყველა თანაფარდობაში, რომლებიც ძალაში რჩება უკუკავშირის არსებობის პირობებშიც. ვინაიდან  $q_i - Q \leq d_i \leq q_i + Q$  ( $i = \overline{1, n}$ ), ამიტომ ნეირონის მიერ სიგნალის აღდგენისას შეცდომის  $Q$  ალბათობის მცირე მნიშვნელობებისათვის  $F_0(d_i) \rightarrow q_i$ .

ნახაზზე 4.1.3 ნაჩვენებია  $i$ -ური შესასვლელის «აწონვის» სქემა სარელეო ადაპტაციის მეთოდში, რომელიც ხორციელდება მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის საშუალებით.



ნახ. 4.1.3  $i$ -ური შესასვლელის «აწონვის» სქემა სარელეო ადაპტაციის მეთოდში, რომელიც ხორციელდება მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის საშუალებით

ამ სქემაში გამოიყენება  $RC$ -წრედზე აგებული მეხსიერება. «ხმათა აწონვა» ხორციელდება რელეს მეშვეობით, რომლის ნორმალურად ჩაკეტილი კონტაქტების განრთვა ხდება, როცა ძაბვა რელეს მომჭერებზე აღემატება ფიქსირებულ ზღურბლს. ეს ზღურბლი შეცდომის კრიტიკული  $q_0$  ალბათობის სიდიდის პროპორციულია. «წონები» ბინარულ სიდიდეებს წარმოადგენს.

## § 4.2. მდგომარეობის სენსორთა დუბლირება

განვიხილოთ სარელეო ადაპტაციის ჩარჩოებში ფორმალური ნეირონის შემავალი არხების კრიტიკული მდგომარეობის სენსორთა დუბლირების პრობლემა დავით ლოიდისა (David K. Lloyd) და მირონ ლიპოვის (Miron Lipov) [75] ნაშრომის იდეებზე დაყრდნობით.

როდესაც ვლინდება არხის კრიტიკული მდგომარეობის მიღწევა, სენსორი რეაგირებს ამაზე და ნეირონის ის შემავალი არხი, რომელიც მისი კონტროლის საგანია, განირთვება.

სენსორს ორ შემთხვევაში შეუძლია მტყუნება:

1. არხის კრიტიკული მდგომარეობა მიღწეულია, მაგრამ იგი არ განირთვება (არსებობს კრიტიკული მდგომარეობა, მაგრამ მისი გამომჟღავნება არ ხდება);

2. არხის კრიტიკული მდგომარეობა მიღწეული არ არის, მაგრამ იგი განირთვება (კრიტიკულ მდგომარეობას ადგილი არ აქვს, მაგრამ იგი შეცდომით ფიქსირდება).

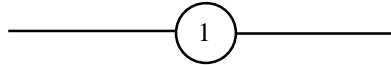
ზოგად შემთხვევაში კრიტიკული მდგომარეობის სენსორი მტყუნებას განიცდის მაშინ, როცა იგი ან არ რეაგირებს არსებულ კრიტიკულ მდგომარეობაზე, ან შეცდომით აფიქსირებს კრიტიკული მდგომარეობის არსებობას, როცა მას ადგილი არ აქვს. თუ კრიტიკული მდგომარეობა გამოვლენილია (სულ ერთია, შეცდომით ან ნამდვილად), ესე იგი თუ ნეირონში შემავალი ორობითი არხი განრთულია, მაშინ განგაში ცხადდება. ამრიგად, ნეირონში შემავალი არხის კრიტიკული მდგომარეობის სენსორის მტყუნება შეიძლება გამოიხატოს იმაში, რომ კრიტიკული მდგომარეობის არსებობისას არხი არ განირთვება ან კიდევ იმაში, რომ იგი განირთვება ასეთი მდგომარეობის არარსებობის პირობებში.

მაგრამ, თუ არხის მდგომარეობის ინდიკაციის წრედში მეორე სენსორიც არის წარმოდგენილი (ე.ი. თუ ადგილი აქვს არხის კრიტიკული მდგომარეობის სენსორის დუბლირებას), მაშინ ერთ-ერთი მათგანის მტყუნებამ შეიძლება არც კი გამოიწვიოს არხის კრიტიკული მდგომარეობის გამოვლენის მთელი წრედის დაზიანება. სწორედ ასეთ ვითარებაში წამოიჭრება კრიტიკული მდგომარეობის სენსორთა დუბლირების ოპტიმალურად განხორციელების ამოცანა.

ამ პრობლემის რაოდენობრივი ანალიზისა და დასაბუთებისათვის აღვნიშნოთ  $\alpha_0$  სიმბოლოთი არხის კრიტიკულ მდგომარეობაში აღმოჩენის აპრიორული ალბათობა. დავუშვათ, რომ  $q_{01}$  აღნიშნავს სენსორის მტყუნების ალბათობას კრიტიკულ მდგომარეობაში, ესე იგი შემავალი ორობითი საინფორმაციო არხის არგანრთვას მის კრიტიკულ მდგომარეობაში.  $q_{02}$  სიმბოლოთი კი აღვნიშნოთ ცალკეული სენსორის მტყუნების ალბათობა კრიტიკული მდგომარეობის არარსებობისას, ესე იგი არხის შეცდომით განრთვის ალბათობა.

მაშინ ორობითი ინფორმაციის გადაცემის წრედში ნახ. 4.2.1-ის შესაბამისად ჩართული ცალკეული სენსორის მტყუნების  $Q_1$  ალბათობა შემდეგი თანაფარდობით გამოისახება:

$$Q_1 = \alpha_0 q_{01} + (1 - \alpha_0) q_{02} . \quad (4.2.1)$$



ნახ. 4.2.1 სტრუქტურა ერთი სენსორით

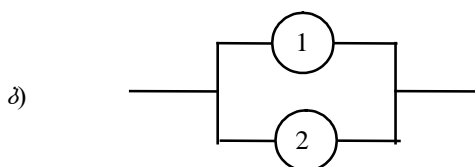
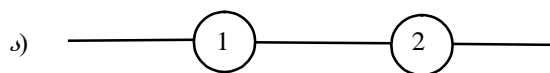
იმავე წერტილებს შორის მოთავსებული ორი სენსორის საშუალებით შედგენილი ყველანაირი წრედი ნაჩვენებია ნახ. 4.2.2-ზე.

განვიხილოთ, მაგალითად, ნახ.4.2.2-ის 2ა სქემა. ადვილი შესამჩნევია, რომ ასეთი სქემის მტყუნება ორი არათავსებადი წესით შეიძლება ხორციელდებოდეს:

- ჯერ ერთი,  $\alpha_0$  ალბათობით მიღწეულია კრიტიკული მდგომარეობა და შემავალი არხი მიერთებული რჩება ნეირონისადმი იმის გამო, რომ სენსორები, როგორც პირველი, ასევე მეორეც, ატარებს ინფორმაციას; ამ ხდომილობის ალბათობა  $\alpha_0 \cdot q_{01}^2$  გამოსახულებით განისაზღვრება;

- მეორე,  $(1 - \alpha_0)$  ალბათობით კრიტიკული მდგომარეობა არ არსებობს, მაგრამ შემავალი არხი მაინც არ აწოდებს ნეირონს ინფორმაციას იმის გამო, რომ ან პირველ, ან მეორე სენსორს ეს არხი განრთული აქვს; ამ ხდომილობის ალბათობა  $(1 - \alpha_0) \cdot [1 - (1 - q_{02})^2]$  გამოსახულებით განისაზღვრება.

მაშასადამე, იმის გამო, რომ ორივე ხდომილობა არათავსებადია, ნახ.4.2.2-ზე წარმოდგენილი 2ა სქემის მტყუნების  $Q_2$  ალბათობა ასეთი სახით ჩაიწერება:



ნახ.4.2.2 სტრუქტურა ორი სენსორით

$$Q_2 = \alpha_0 q_{01}^2 + (1 - \alpha_0) [1 - (1 - q_{02})^2],$$

რაც გამარტივების შედეგად

$$Q_2 = \alpha_0 q_{01}^2 + (1 - \alpha_0) q_{02} (2 - q_{02}) \quad (4.2.2)$$

თანაფარდობას იძლევა.

ამის მსგავსად შეიძლება ნახ.4.2.2-ზე წარმოდგენილი 2ბ სქემის განხილვა. მისი მტყუნება ასევე ორი არათავსებადი ხერხით შეიძლება ხორციელდებოდეს:

- ჯერ ერთი,  $\alpha_0$  ალბათობით მიღწეულია კრიტიკული მდგომარეობა და შემავალი არხი მიერთებული რჩება ნეირონისადმი იმის გამო, რომ ან პირველი, ან მეორე სენსორი არ განრთავს ამ არხს; ამ ხდომილობის ალბათობა  $\alpha_0 [1 - (1 - q_{01})^2]$  გამოსახულებით განისაზღვრება;

- მეორე,  $(1 - \alpha_0)$  ალბათობით კრიტიკული მდგომარეობა არ არსებობს, მაგრამ წრედი განრთულია იმის გამო, რომ ორივე სენსორს გათიშული აქვს შემავალი არხით ინფორმაციის მიწოდება ნეირონისადმი; ამ ხდომილობის ალბათობა  $(1 - \alpha_0) q_{02}^2$  გამოსახულებით განისაზღვრება.

ამრიგად,

$$Q_3 = \alpha_0 [1 - (1 - q_{01})^2] + (1 - \alpha_0) q_{02}^2,$$

ან, რაც იგივეა,

$$Q_3 = \alpha_0 q_{01} (2 - q_{01}) + (1 - \alpha_0) q_{02}^2. \quad (4.2.3)$$

შევუდგეთ 4.2.1, 4.2.2ა და 4.2.2ბ ნახაზთა სქემების შედარებით ანალიზს. სახელდობრ, გამოვარკვიოთ პირობები, რომლის დროსაც, მაგალითად,  $Q_2 \leq Q_1 \leq Q_3$ .

სახელდობრ,  $Q_2 \leq Q_1$  უტოლობა შემდეგი გამოსახულების ეკვივალენტურია:

$$\alpha_0 q_{01}^2 + (1 - \alpha_0) q_{02} (2 - q_{02}) \leq \alpha_0 q_{01} + (1 - \alpha_0) q_{02}.$$



ამრიგად,  $q_{02}$  ცვლადის მიმართ კვადრატული უტოლობა გვაქვს:

$$q_{02}^2 - q_{02} + \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) \geq 0. \quad (4.2.4)$$

$Q_1 \leq Q_3$  უტოლობისათვის კი გვაქვს:

$$\alpha_0 q_{01} + (1 - \alpha_0) q_{02} \leq \alpha_0 q_{01} (2 - q_{01}) + (1 - \alpha_0) q_{02}^2.$$

აქედან  $q_{02}$  ცვლადის მიმართ იგივე კვადრატული უტოლობა მიიღება:

$$q_{02}^2 - q_{02} + \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) \geq 0. \quad (4.2.4)$$

პირობა კი, რომლის შესრულებისას

$$Q_2 \leq Q_3,$$

შემდეგ უტოლობაზე დაიყვანება:

$$\alpha_0 q_{01}^2 + (1 - \alpha_0) q_{01} (2 - q_{02}) \leq \alpha_0 q_{01} (2 - q_{01}) + (1 - \alpha_0) q_{02}^2,$$

ან, რაც იგივეა,

$$q_{02}^2 - q_{02} + \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) \geq 0. \quad (4.2.4)$$

დაბოლოს, პირობა, რომლის დროსაც საწინააღმდეგო თანაფარდობებია  $Q_2$ ,  $Q_1$  და  $Q_3$  ცვლადებს შორის, მაგალითად,

$$Q_3 \leq Q_1,$$

შემდეგი უტოლობის ტოლფასია:

$$q_{02}^2 - q_{02} + \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) \leq 0 \quad (4.2.5)$$

ამ ანალიზიდან ვასკვნით, რომ 4.2.1, 4.2.2ა და 4.2.2ბ ნახაზთა სქემებს შორის პირველი არ არის 4.2.2ა ნახაზის სქემაზე უკეთესი, ამავე დროს იგი 4.2.2ბ ნახაზის სქემაზე უარესიც არ არის, და, პირიქით. მაშასადამე, არხის მდგომარეობის ინდიკაციის ორი

სენსორით შედგენილი სქემა ერთ ერთ სენსორზე აგებულ სქემაზე უკეთესი შეიძლება იყოს შეერთებათა სტრუქტურის სწორად არჩევის შემთხვევაში. სხვანაირად რომ ვთქვათ, რაც უფრო მეტია სენსორების რაოდენობა ინდიკაციის სისტემაში, მით უფრო საიმედო შეიძლება იგი გახდეს. ამრიგად, კვლევა საკმარისია შევზღუდოთ იმ არეთა მებნით, სადაც ან 4.2.2ა ნახაზის სტრუქტურა, ან 4.2.2ბ ნახაზის სტრუქტურა მტყუნების ნაკლებ ალბათობას იძლევა. მაგალითად, გამოვიკვლიოთ (4.2.4) თანაფარდობის შესატყვისი  $Q_2 \leq Q_3$  უტოლობის შესრულების პირობა.

ამისათვის განვიხილოთ კვადრატული სამწევრი

$$P(q_{02}) = q_{02}^2 - q_{02} + \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) \quad (1.2.6)$$

და შევადგინოთ მისი  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი:

$$D(\alpha_0, q_{01}) = 1 - 4 \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}). \quad (1.2.7)$$

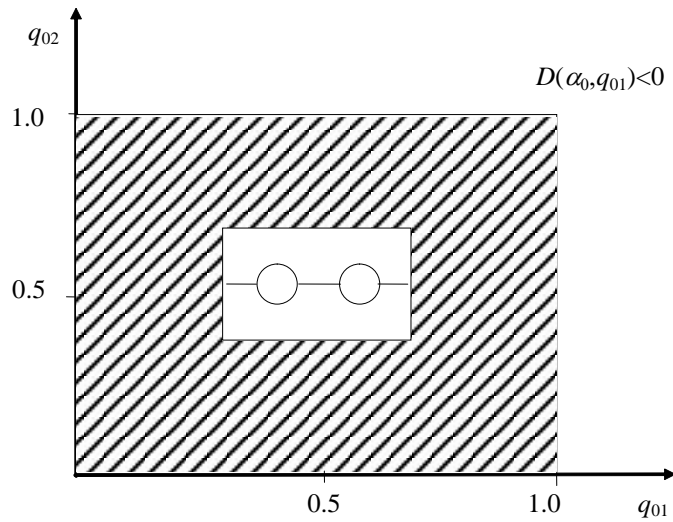
თუ

$$D(\alpha_0, q_{01}) < 0, \quad (1.2.8)$$

მაშინ  $P(q_{02})$  კვადრატული სამწევრი დადებითია  $q_{02}$  ალბათობის ყველა დასაშვები  $0 \leq q_{02} \leq 1$  მნიშვნელობისათვის და, ამრიგად, (4.2.4) თანაფარდობა იგივე უტოლობას წარმოადგენს. მაშასადამე, როცა

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq q_{02} \leq 1 \\ D(\alpha_0, q_{01}) < 0 \end{array} \right\} \quad (1.2.9)$$

არჩევანი უნდა შეჩერდეს მიმდევრობით სტრუქტურაზე, როგორც ეს ნახ.4.2.3-ზეა ნაჩვენები.



ნახ. 4.2.3 სენსორულ სქემათა უპირატესობის არეები  $D(\alpha_0, q_{01}) < 0$  შემთხვევაში

თუ

$$D(\alpha_0, q_{01}) = 0,$$

მაშინ  $P(q_{02})$  კვადრატული სამწევრი დადებითია  $q_{02}$  ალბათობის ყველა დასაშვები  $0 \leq q_{02} \leq 1$  მნიშვნელობისათვის,

$$q_{02}^0 = \frac{1}{2}$$

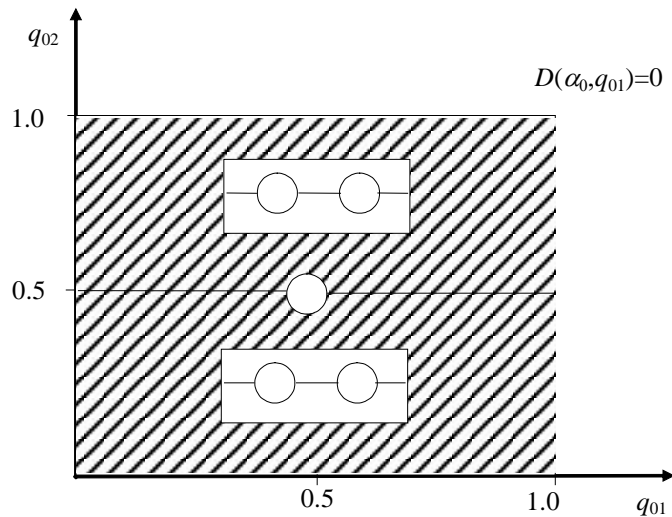
წერტილის გამოკლებით, სადაც  $P(q_{02}^0) = 0$ . მაშასადამე, როცა

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq q_{02} < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} < q_{02} \leq 1 \\ D(\alpha_0, q_{01}) = 0 \end{array} \right\},$$

უპირატესობა მიმდევრობით სტრუქტურას უნდა მიეცეს. თუკი  $q_{02} = \frac{1}{2}$ , მაშინ ორივე სტრუქტურა უმტყუნობის ერთნაირ ალბათობას უზრუნველყოფს, რომელიც ემთხვევა ერთ სენსორზე აგებული სქემის მტყუნების ალბათობას. ამიტომ, როცა

$$\left. \begin{aligned} q_{02} &= \frac{1}{2} \\ D(\alpha_0, q_{01}) &= 0 \end{aligned} \right\},$$

უპირატესობა ერთ სენსორზე აგებულ სქემას უნდა მიეცეს, ვინაიდან იგი უფრო ეკონომიურია (სხვანაირად, იაფფასიანია). განხილული შემთხვევა ილუსტრირებულია ნახ. 4.2.4-ით.



ნახ. 4.2.4 სენსორულ სქემათა უპირატესობის არეები  $D(\alpha_0, q_{01}) = 0$  შემთხვევაში

დაბოლოს, თუ

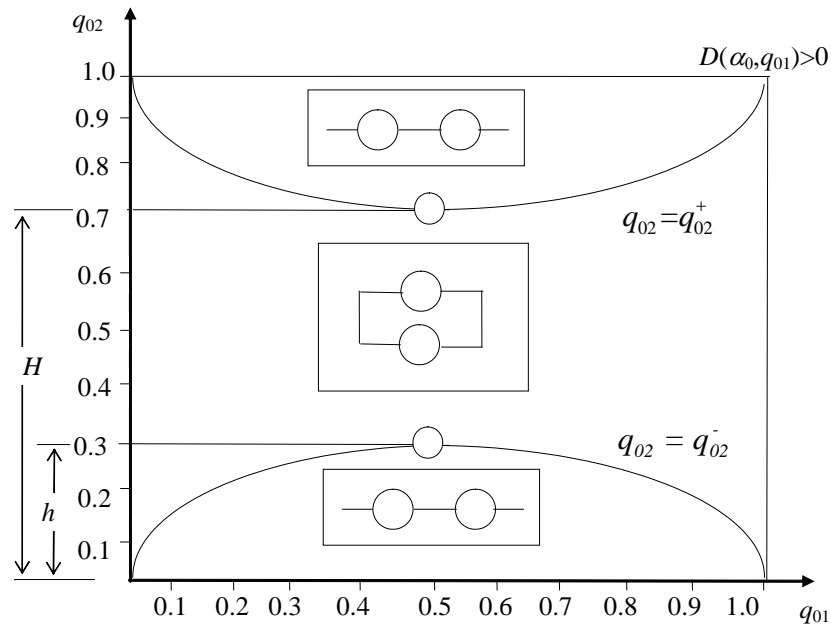
$$D(\alpha_0, q_{01}) > 0,$$

მაშინ  $P(q_{02})$  კვადრატული სამწვევრი დადებითია  $q_{02} > q_{02}^+$  და  $q_{02} < q_{02}^-$  არეებში, სადაც

$$\left. \begin{aligned} q_{02}^+ &= \frac{1 + [D(\alpha_0, q_{01})]^{1/2}}{2} \\ q_{02}^- &= 1 - q_{02}^+ = \frac{1 - [D(\alpha_0, q_{01})]^{1/2}}{2} \end{aligned} \right\}, \quad (1.2.10)$$

ხოლო  $q_{02}^- < q_{02} < q_{02}^+$  პირობის შესრულებისას იგი უარყოფითია. ამრიგად, როცა დისკრიმინანტი დადებითია,  $q_{02} > q_{02}^+$  და  $q_{02} < q_{02}^-$  უტოლობები იძლევა მიმდევრობითი სტრუქტურის უპირატესობის არეებს, ხოლო  $q_{02}^- < q_{02} < q_{02}^+$  უტოლობა – პარალელური სტრუქტურის უპირატესობის არეს. როცა  $q_{02} = q_{02}^+$  და  $q_{02} = q_{02}^-$ , თუ

დისკრიმინანტი დადებითია, მაშინ  $P(q_{02})$  კვადრატული სამწევრი ნულს უდრის და ამიტომ  $Q_2 = Q_3 = Q_1$ . მაშასადამე, უპირატესობა უნდა მიეცეს ერთ სენსორზე აგებულ სქემას, როგორც უფრო იაფფასიანს. ჩატარებული ანალიზის შედეგები  $D(\alpha_0, q_{01}) > 0$  შემთხვევისათვის წარმოდგენილია ნახ. 4.2.5-ზე.



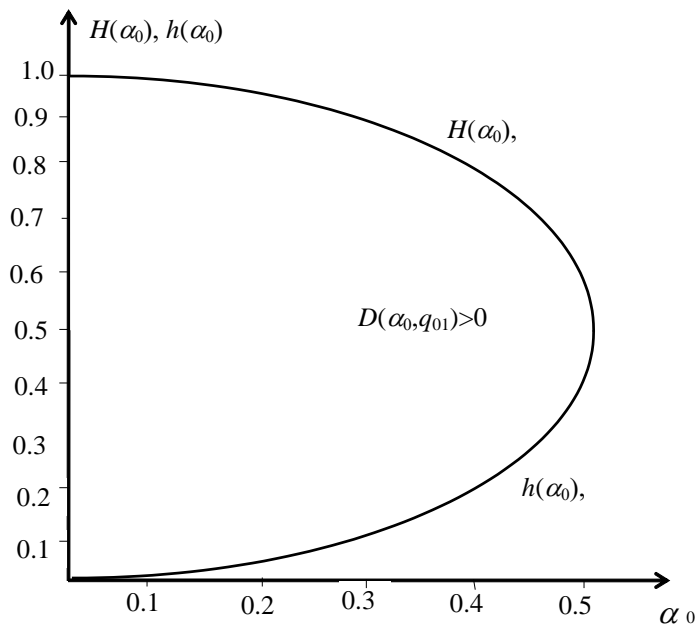
ნახ. 4.2.5 სენსორულ სქემათა უპირატესობის არეები  $D(\alpha_0, q_{01}) > 0$  შემთხვევაში

აქ

$$\left. \begin{aligned}
 H(\alpha_0) = q_{02}^+ \left( q_{01} = \frac{1}{2} \right) &= \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}}}{2} \\
 h(\alpha_0) = q_{02}^- \left( q_{01} = \frac{1}{2} \right) &= \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}}}{2}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.11)$$

და, მაშასადამე,  $H(\alpha_0) + h(\alpha_0) = 1$ .

$\alpha_0$  ცვლადის გაზრდისას  $0 < \alpha_0 < \frac{1}{2}$  საზღვრებში  $H(\alpha_0)$  სიდიდე კლებულობს, ხოლო  $h(\alpha_0)$  სიდიდე იზრდება. როცა  $\alpha_0 > \frac{1}{2}$ , დისკრიმინანტი უარყოფითი ხდება, ვინაიდან  $q_{01} = \frac{1}{2}$ , და ჩვენ ვცდებით განსახილველი შემთხვევის ფარგლებს.  $H(\alpha_0)$  და  $h(\alpha_0)$  დამოკიდებულებები  $0 < \alpha_0 < \frac{1}{2}$  შემთხვევისათვის ნაჩვენებია ნახ. 4.2.6-ზე.



ნახ. 4.2.6  $h(\alpha_0)$  და  $H(\alpha_0)$  დამოკიდებულებათა გრაფიკები

$D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტის დაწვრილებითი კვლევის შედეგები მოცემულია ამ ნაშრომის მათემატიკურ დანართში (იხ. დანართი A.1).

როცა სენსორთა რაოდენობა ორს აღემატება ( $n \geq 3$ ), შეუძლებელია ასეთივე ამომწურავი ანალიზური კვლევის ჩატარება და ამიტომ აუცილებელი ხდება რიცხვითი ანალიზისადმი მიმართვა. მისი რაციონალური ორგანიზაციისათვის უნდა აიგოს სენსორთა ლოგიკური შეერთების ყველა შესაძლო სტრუქტურა მოცემული  $n$  სიდიდისათვის და ყველა ეს სტრუქტურა გაანალიზდეს თუნდაც [130] წიგნში აღწერილი მეთოდებით.

## დასკვნა

ნაშრომში განხილულია ფორმალური ნეირონის ადაპტაციის საკითხი, ე.ი. მისი წონების მართვის საკითხი ამ წონების მოსაყვანად შესაბამისობაში შესასვლელელებზე შეცდომათა ალბათობებთან. ნეირონის ადაპტაციის ხასიათი მნიშვნელოვნად განისაზღვრება წონათა აწყობის სტრატეგიით, რომელიც შეიძლება ხორციელდებოდეს როგორც ციკლურად, შედარებათა გარკვეული რიცხვის შემდეგ, ასევე ყოველ სატაქტო მომენტში წონების ნამატით. გარდა ამისა, წონების აწყობას შეიძლება ადგილი ჰქონდეს დროის შემთხვევით მომენტებშიც ნეირონის შემავალი ხაზების მიერ გარკვეული კრიტიკული მდგომარეობის მიღწევისას.

მეორე მნიშვნელოვან ნიშანს წარმოადგენს უკუკავშირი. ორობითი სიგნალის აღდგენის ნეირონულ სისტემაში ნეირონში უკუკავშირის არსებობისას შეცდომის გამოვლენა ხდება  $i$ -ურ შესავლელზე  $X_i$  სიგნალის შეუსაბამობით ნეირონის მიერ მიღებულ  $Y$  გადაწყვეტილებასთან. უკუკავშირის არარსებობისას კი კონტროლი ხორციელდება შეუსაბამობით გარედან მოწოდებულ სწორ პასუხთან. ადაპტაციის სქემათა გამოყენება უკუკავშირის გარეშე შეზღუდულია წინაწარი აწყობის ამოცანებით და ამ აწყობათა პერიოდული (გეგმიური) ან შემთხვევითი დაყენებით მატესტირებელი პროგრამების საშუალებით.

ნეირონის ადაპტაციის ზემოთ ჩამოთვლილი კლასების გამოკვლევას მივყავართ ქვემოთ გადმოცემულ ძირითად შედეგებამდე.

I. ციკლურ ადაპტაციას უკუკავშირის გარეშე შეუძლია ნეირონზე აგებული აღმდგენი ორგანოს მუშაობის უზრუნველყოფა თითქმის ოპტიმალური წონებით, თუ შედარებათა რიცხვი ყოველ ციკლში ნაკლები არ არის შემდეგი თანაფარდობით განსაზღვრული რაღაც  $M$  სიდიდეზე

$$M = \frac{Z_{\alpha/2}^2}{4\varepsilon^2},$$

სადაც  $\alpha$  არის ერთის მახლობლად არჩეული იმის ალბათობა, რომ  $i$ -ურ შესავლელზე შეცდომის  $q_i$  ალბათობის სტატისტიკური  $\hat{q}_i$  შეფასების გადახრა  $q_i$  სიდიდისგან არ აღემატება მოცემულ მცირე  $\varepsilon$ -ს:

$$\Pr\left\{|\hat{q}_i - q_i| \leq \varepsilon\right\} = \alpha.$$

$Z_{\alpha/2}$  წარმოადგენს სტანდარტულ ნორმალურ სტატისტიკას  $\alpha$  ალბათობისათვის და შემდეგი პირობით განისაზღვრება:

$$\frac{\alpha}{2} = \Phi_0(Z_{\alpha/2}),$$

სადაც  $\Phi_0(t)$  - ლაპლასის ნორმირებული ფუნქციაა. სხვანაირად:

$$\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du.$$

II. უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაციისას ნეირონის გამოსასვლელიდან მოხსნილ  $Y$  გადაწყვეტილებასთან ამ ნეირონის  $i$ -ურ შესავლელზე  $X_i$  სიგნალის შეუსაბამობის  $d_i$  ალბათობა აკმაყოფილებს შემდეგ პირობას:

$$\left. \begin{array}{l} q_i - Q \leq d_i \leq q_i + Q \\ i = 1, n+1 \end{array} \right\},$$

სადაც  $q_i$  არის  $i$ -ური შესასვლელის შეცდომის ალბათობა, ხოლო  $Q$  წარმოადგენს ფორმალური ნეირონის მიერ მიღებული გადაწყვეტილების შეცდომის ალბათობას ოპტიმალური შემავალი წონების პირობებში.

III. წინა მტკიცებულებიდან გამომდინარეობს, რომ უკუკავშირიანი ციკლური ადაპტაციის დროს დამყარებულ რეჟიმში გადამწყვეტი ნეირონის შეცდომის ალბათობის გადახრა ამ ალბათობის ოპტიმალური  $Q$  მნიშვნელობიდან არ აღემატება შემდეგ სიდიდეს:



$$\Xi = Q \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1-2q_i}{2 \cdot q_i \cdot (1-q_i)}.$$

როცა  $Q \rightarrow 0$  და შეზღუდულია განზოგადებული (მაჰალანობისის) მანძილისათვის მაქსიმუმის მიმნიჭებელი

$$a_{im} = \left. \frac{1-2q_i}{2 \cdot q_i \cdot (1-q_i)} \right\}_{i=1, n+1}$$

წონების ჯამი, შესაძლებელი ხდება  $\Xi \approx 0$  «კვაზიოპტიმალური» რეჟიმის უზრუნველყოფა.

IV. უიდროუ-ჰოვის ალგორითმით უწყვეტი ადაპტაციისას უკუკავშირის გარეშე  $i$ -ური წონის

$$a_i(k) = a_i(k+1) - a_i(k)$$

შემთხვევითი ნამატი, რომელიც იტერაციის  $(k+1)$  ნომრის მქონე ბიჯზე ხორციელდება, განისაზღვრება მხოლოდ და მხოლოდ სხვაობით ნეირონში შემავალი სიგნალების აწონილ ჯამსა და ამ ჯამის სიდიდეზე დადებულ  $m_0$  შეზღუდვას შორის. ამიტომ ყოველ ბიჯზე წონათა ნამატის აბსოლუტური სიდიდე ერთნაირია ყველა შესასვლელისათვის. დამყარებულ რეჟიმში ამ ნამატების მათემატიკური ლოდინი ნულის ტოლია:

$$M[\Delta a_i(k)] = 0 \left. \right\}_{i=1, n+1}.$$

$\hat{a}_i$  წონები, რომელზეც მიიღწევა ასეთი მდგომარეობა, აკმაყოფილებს

$$\hat{a}_i = \left. \frac{2m_0}{4 + \rho_{\max}} \cdot a_{im} \right\}_{i=1, n+1}$$

პირობებს, სადაც

$$a_{im} = \frac{1-2q_i}{2q_i(1-q_i)} \left. \vphantom{a_{im}} \right\} \\ i = 1, n+1$$

წარმოადგენს იმ წონებს, რომლებიც მაჰალანობისის მანძილს მაქსიმუმს ანიჭებს, ხოლო  $\rho_{\max}$  მაჰალანობისის მანძილის მაქსიმალური მნიშვნელობაა:

$$\rho_{\max} = \sum_{j=1}^{n+1} \frac{(1-2q_j)^2}{q_j(1-q_j)}$$

ასეთი წონებით ფუნქციონირება თითქმის ოპტიმალურად შეიძლება იქნეს მიჩნეული.

Y. უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის («უწიდ») ალგორითმით უწყვეტი ადაპტაციისას უკუკავშირის გარეშე  $i$ -ური წონის  $\Delta a_i(k) = a_i(k+1) - a_i(k)$  ნამატი, რომელიც იტერაციის  $(k+1)$  ნომრიან ბიჯზე ხორციელდება, შეცდომის არასებობისას იძენს რაღაც  $\beta_k$  მნიშვნელობას  $(1-q_i)$  ალბათობით, ხოლო შეცდომის პირობებში  $(-\beta_k \cdot e^{a_i(k)})$  მნიშვნელობას  $q_i$  ალბათობით; ამასთან ერთად,  $\beta_k \geq 0$ , ხოლოს საწყისი  $a_i(1)$  წონები  $(i = \overline{1, n+1})$  ნებისმიერია.

YI. საკმარის პირობად ისეთი მდგომარეობის დასამყარებლად, როცა

$$M[\Delta a_i(k)] = 0 \left. \vphantom{M[\Delta a_i(k)]} \right\} \\ i = 1, n+1$$

და წონებს ოპტიმალური

$$\hat{a}_i = \ln \frac{1-q_i}{q_i} \left. \vphantom{\hat{a}_i} \right\} \\ i = \overline{1, n+1}$$

მნიშვნელობები აქვს, მიიჩნევა იტერაციის  $(k+1)$  ნომრიანი ბიჯის შესაბამისი  $\beta_k$  პარამეტრის არჩევა

$$\beta_k = \frac{1}{k}$$

თანაფარდობით.

**VII.** ასეთი არჩევანი თანხმობაშია ბაიესის მიდგომასთან, რომელიც  $\ln \frac{1-q_i}{q_i}$  წონის სტატისტიკური შეფასებისათვის

$$a_i(k) = \ln \frac{k - n_i + 1}{n_i + 1}$$

სიდიდეს იძლევა, სადაც  $n_i$  - შეცდომათა რიცხვია, რომლებიც გამოვლინდა ფორმალური ნეირონის  $i$ -ურ შესასვლელზე მოხსნილი  $X_i$  სიგნალის  $k$ -ჯერ შედარებისას გარედან მიწოდებულ სწორ პასუხთან.

**VIII.** უნიფიცებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმი პირველ მიახლოებაში ეკვივალენტურია  $\ln \frac{1-q_i}{q_i}$  წონათა შეფასების

$$\ln \frac{k - n_i + 1}{n_i + 1}$$

თანაფარდობით იტერაციის ყოველ ბიჯზე. ამიტომ იტერაციისათვის რაღაც  $k$  ნომრით არსებობს მოცემული დასკვნის პირველ პუნქტში მითითებული  $M$  მნიშვნელობა, რომლისთვისაც  $i$ -ური შესასვლელის შეცდომის  $q_i$  ალბათობის  $\hat{q}_i$  სტატისტიკური შეფასება გადაიხრება  $q_i$  სიდიდიდან - ერთთან საკმარის მახლობლობაში მდებარე  $\alpha$  ალბათობით - არა უფრო მეტად, ვიდრე მოცემული მცირე  $\varepsilon$  რიცხვია.

ვინაიდან ამ მდგომარეობის მიღწევამდე, ვიდრე  $k \leq M$ , ადგილი აქვს  $\frac{1}{k} \geq \frac{1}{M}$

თანაფარდობას, ადაპტაციის პროცესში  $\beta_k = \frac{1}{k}$  სიდიდის ნაცვლად წონების მუდმივი

ნამატის უფრო მცირე  $\beta = \frac{1}{M}$  მნიშვნელობის გამოყენებამ არ შეიძლება დაარღვიოს

პროცესის კრებადობა მდგომარეობისაკენ ოპტიმალური წონებით.

**IX.** წონების შემთხვევითი «ხეტიალი» უწყვეტი ადაპტაციისას უნიფიცირებული წახალისებისა და ინდივიდუალური დასჯის ალგორითმით განაპირობებს ნეირონის შეცდომის  $Q$  ალბათობის შესაბამის სტატისტიკურ განაწილებას. ეს ალბათობა შეიძლება განიხილებოდეს  $\hat{Q}$  რეალიზაციების მქონე  $Q^*$  შემთხვევით სიდიდედ, რომელიც წარმოადგენს  $a_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) შემთხვევითი არგუმენტებისა და საიმედოობის ფიქსირებული  $q_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) პარამეტრების შემთხვევით ფუნქციას.

პროგრამა, რომელიც შექმნილია ჩვენ მიერ ნეირონის ქცევის მოდელირებისათვის ადაპტაციის პროცესში, საშუალებას იძლევა:

- ვიპოვოთ  $Q^*$  შემთხვევითი სიდიდის განაწილების  $f_Q(\hat{Q})$  ჰისტოგრამა, როცა მოცემულია  $q_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) მნიშვნელობები და შემთხვევითი (ასაწყობი)  $a_i$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) წონების «ხეტიალის» კანონები;
- განვსაზღვროთ  $P_0 = \Pr\{Q^* < Q_0\}$  ალბათობა იმისა, რომ  $Q^*$  შემთხვევითი სიდიდე ნაკლებია რაღაც მაქსიმალურ დასაშვებ  $Q_0$  მნიშვნელობაზე;
- შევისწავლოთ  $\beta$  ნამატის სიდიდის გავლენა  $Q^*$  შემთხვევითი ცვლადის ალბათური განაწილების ხასიათზე.

**X.** ნეირონის სარელეო ადაპტაციისას უკუკავშირის გარეშე შესასვლელების წონები

$$a_i = \text{sgn}(q_0 - q_i),$$

თანაფარდობებით, სადაც  $q_0$  - შესასვლელების შეცდომათა ზღვრულად დასაშვები ალბათობაა, რომელიც მათ კრიტიკულ მდგომარეობას შეესაბამება. ამ სტრატეგიის სარეალიზაციოდ ზოგადად შესაძლებელია  $q_i$  ალბათობებზე მონოტონურად დამოკიდებული ნებისმიერი  $F_0$  ფუნქციის გამოთვლა, თუ განხორციელდება  $a_i$  წონების მოყვანა შესაბამისობაში  $q_i$  ალბათობებთან ფორმულებით:

$$a_i = \text{sgn}\left[F_0(q_0) - F_0(q_i)\right] \Bigg|_{i = \overline{1, n}}.$$

მონოტონური  $F_0(q_i)$  დამოკიდებულების კონკრეტული რეალიზაციის (ე.ი.  $a_i$  წონათა დაყენების პროცესის სამართავად სათანადო სიგნალის დადგენის) მიზნით შემოთავაზებულია წრფივი დისკრეტული წრედი მუდმივი პარამეტრებით. ასეთ პირობებში სარელეო ადაპტაციის პროცესის მდგრადობის (მედეგობის) საწყისი ამოცანა დადის შესაბამისი მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის სინთეზის ამოცანამდე, ე.ი. მისი იმპულსური  $g$  მახასიათებლის როგორც  $z$  არგუმენტის ისეთი ფუნქციის პოვნის პრობლემამდე, რომლისთვისაც

$$I = \int_a^b \Phi(z, g) dz$$

ინტეგრალი იძენს მაქსიმალურ მნიშვნელობას

$$\left. \begin{aligned} \int_a^b \Phi_1(z, g) dz &= \beta_1 \\ \int_a^b \Phi_2(z, g) dz &= \beta_2 \end{aligned} \right\},$$

შეზღუდვათა პირობებში, სადაც  $\beta_1$  და  $\beta_2$  - მოცემული მუდმივებია.

**XI.** წინა პუნქტში ჩამოყალიბებული ამოცანის ამონახსნს შემდეგი სახე აქვს:

$$g(k) = \begin{cases} \frac{A_0}{T_s} \cdot e^{-\frac{k}{T_s}}, & \text{თუ } k \geq 0 \\ 0, & \text{თუ } k < 0 \end{cases},$$

სადაც მთელრიცხვა  $k = 0, 1, 2, \dots$  მნიშვნელობები შეესაბამება დროის სატაქტო მომენტებს. ამრიგად,  $g(k)$  წარმოადგენს დაბალი სიხშირის ფილტრის იმპულსურ მახასიათებელს.

მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედიდან მოხსნილი სიგნალის მათემატიკური ლოდინი საკმარისად დაშორებულ დროის სატაქტო მომენტში გამოისახება თანაფარდობით

$$F_0(q_i) = q_i \cdot \frac{A_0}{T_s} \cdot \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{1}{T_s}\right)}.$$

თუ ასეთ პირობებში  $A_0 = 1$ , ხოლო ფილტრის დროის მუდმივა  $T_s \rightarrow \infty$ , მაშინ:

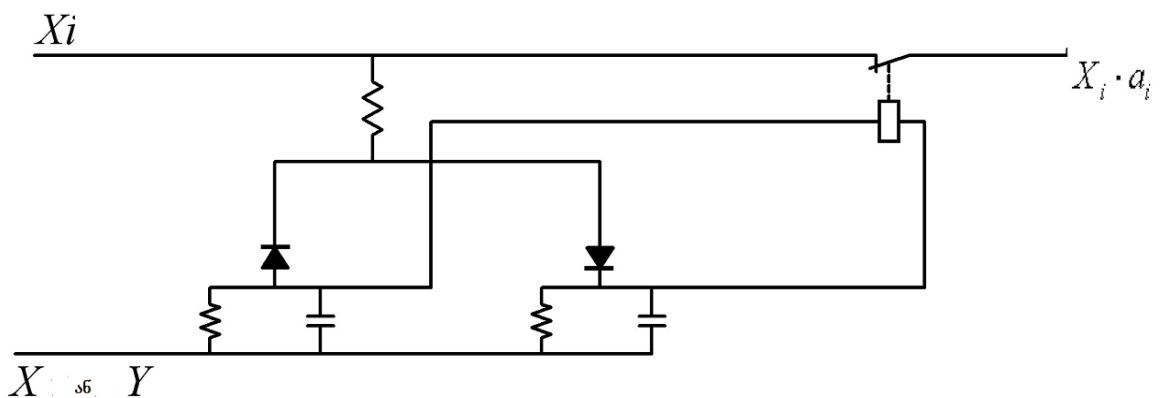
$$F_0(q_i) \rightarrow q_i.$$

მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედიდან მოხსნილი სიგნალის დისპერსია კი გამოითვლება ფორმულით:

$$D[F_0(q_i)] = q_i \cdot (1 - q_i) \cdot \left(\frac{A_0}{T_s}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{2}{T_s}\right)}$$

და, თუ  $T_s \rightarrow \infty$ , მაშინ  $D[F_0(q_i)] \rightarrow 0$ .

**XII.** დასაბუთებულია  $i$ -ური შესასვლელის «აწონვის» ერთ-ერთი შესაძლო სქემა სარელეო ადაპტაციის მეთოდში, რომელიც ხორციელდება მუდმივპარამეტრიანი წრფივი დისკრეტული წრედის საშუალებით (იხ. ნახ.).



ამ სქემაში გამოიყენება RC-წრედზე აგებული მეხსიერება. «ხმათა აწონვა» ხორციელდება რელეს მეშვეობით, რომლის ნორმალურად ჩაკეტილი კონტაქტების განრთვა ხდება, როცა ძაბვა ამ რელეს მომჭერებზე აღემატება ფიქსირებულ ზღურბლს. ეს ზღურბლი შეცდომის  $q_0$  კრიტიკული ალბათობის სიდიდის პროპორციულია. «წონები» ბინარულ სიდიდეებს წარმოადგენს.

**XIII.** სარელო ადაპტაციაში გამოსაყენებლად მიღებულია ზუსტი ამონახსნი ნეირონის შემავალი ბინარული არხების კრიტიკული მდგომარეობის საინდიკაციო სენსორთა ოპტიმალური დუბლირების ამოცანისათვის.

## ლიტერატურა

1. *Нейман Дж.* Вероятностная логика и синтез надёжных организмов из ненадёжных компонент // Автоматы: Пер. с англ.-М.: ИЛ, 1956.-С.68-139.
2. *Бебиашвили Ш.Л.* Основные вопросы теории резервирования // Известия АН СССР: ОТН.-1956.-№2.-С.69-74.
3. *Мур Э.Ф., Шеннон К.Э.* Надёжные схемы из ненадёжных реле // Кибернетический сборник: Пер. с англ.-М.: ИЛ, 1960.-Вып.1.-С.109-148.
4. *Miller R.* Majority Logic Analysis: Publ. №M-895 / Hermes Electr. Co.-Cambridge (Mass.), 1960.
5. *Wasserman R., Brown W.G., Tierney J.* Improvements of Electronic Computer Reliability through the use of Redundancy // Proc. Nat. Electron. Conf.-Chicago, 1961.-V.17.-P.341-359.
6. *Tryon J.G.* Redundant Logic Circuitry: U. S. Patent 2, 942,193.-1958.
7. *Трайон Дж.* Учетверённая логика // Методы введения избыточности для вычислительных машин: Пер. с англ.-М.: Сов. радио, 1966.-С.241-265.
8. *Pierce W.H.* A Proposed System of Redundancy to Improve the Reliability of Digital Computers: Tech. Rep. №1552-1 / Stanford Univ., Solid State Elektron. Lab.-1960.
9. *Pierce W.H.* Improving Reliability of Digital Systems by Redundancy and Adaptation: Tech. Rep.№1552-3 / Stanford Univ., Solid State Electron. Lab.-1962.
10. *Пирс У.* Адаптивные органы голосования повышают эффективность избыточности // Методы введения избыточности для вычислительных систем: Пер. с англ.-М.: Сов. радио, 1966.- С.266-288.
11. *Pierce W.H.* Adaptive Decision Elements to Improve the Reliability of Redundant Systems // IRE Intern. Convention Record.-1962.-V.10.-Pt 4.-P.124-131.
12. *Пирс У.* Построение надёжных вычислительных машин: Пер. с англ.-М.: Мир, 1968.-



270 с.

13. *Лоуэншусс О.* Восстанавливающие органы в избыточных автоматах // Кибернетический сборник: Пер. с англ.-М.:ИЛ, 1961.-Вып.2.-С.206-228.

14. *Манн W.C.* Systematically Introduced Redundancy in Logical Systems // IRE Intern. Convention Record.-1961.-V.9.-Pt 2.-P.241-263.

15. *Манн У.* Процессы восстановления в избыточных вычислительных системах // Методы введения избыточности для вычислительных систем: Пер. с англ.-М.: Сов. радио, 1966.-С.309-330.

16. *Левин В.И.* Элементы матричной теории надёжности автоматов.-Рига: Зинатне, 1973.-231 с.

17. *Armstrong D.B.* A General Method of Applying Error Correctio to Synchronous Digital Systems // Bell System Tech. J.-1961.-V.40.-P.577-597.

18. *Хетагуров Я.А., Руднев Ю.П.* Повышение надёжности цифровых устройств методами избыточного кодирования.-М.: Энергия, 1974.-271 с.

19. *Сагалович Ю.Л.* Кодирование состояний и надёжности автоматов.-М.: Связь, 1975.-205 с.

20. *Хэмминг Р.В.* Коды с обнаружением и исправлением ошибок // Коды с обнаружением и исправлением ошибок: Пер.с англ.-М.:ИЛ, 1956.-С.7-22.

21. *Возенкрафт Дж., Рейффен Б.* Последовательное декодирование: Пер. с англ.-М.: ИЛ, 1963.-153 с.

22. *Диллон Б., Сингх Ч.* Инженерные методы обеспечения надёжности систем: Пер. с англ.-М.: Мир, 1984.-318 с.

23. *Вербик Л. М.* Минимизация ошибки нейронных сетей // Принципы самоорганизации: Пер. с англ.-М.: Мир, 1966.-С.163-177.

24. *Варшавский В. И.* Некоторые вопросы теории логических сетей, построенных из

пороговых элементов // Вопросы теории математических машин.-М.: Физматгиз, 1962.- Вып.2.-С.52-106.

25. *Варшавский В. И.* Функциональные возможности и синтез пороговых элементов // Докл. АН СССР.-1961.-Т.139.-№5.-С.1071-1074.

26. *Mc Naughton R.* Unate Truth Functions // IRE Trans. on Electr. Computers.-1961.-V.10.- P.1-6.

27. *Paull M.C., Mc Cluskey E.J.* Boolean Functions Realizable with Single Threshold Devices // Proc. IRE.-1960.-V.48.-P.1335-1337.

28. *Stram O.B.* Arbitrary Boolean Functions of N Variable in Terms of Threshold Devices // Proc. IRE.-1961.-V.49.-P.210-220.

29. *Дертоузос М.* Пороговая логика: Пер. с англ.-М.: Мир, 1966.-344 с.

30. *Боголюбов И.Н., Овсиевич Б.Л., Розенблюм Л.Я.* Синтез схем из пороговых и мажоритарных элементов // Сети передачи информации и их автоматизация.- М.: Наука, 1965.-С.80-126.

31. *Закревский А.Д.* Методы синтеза функционально устойчивых автоматов // Докл. АН СССР.-1959.-Т.129.-№4. С.729-731.

32. *Кон М., Линдеман Р.* Аксиоматическая теория пороговой логики // Экспресс-информация: Вычислительная техника.-1961.-№30.-Реф.153.-С.1-11.

33. *Вавилов Е.Н., Егоров Б.М., Ланцев В.С., Тоценко В.Г.* Синтез схем на пороговых элементах.-М.: Сов. радио, 1970. -368 с.

34. *Грибанов Г.Н.* Построение избыточных одноктактных логических устройств с мажоритарным декодированием // Труды Уральского ордена Трудового Красного Знамени политехнического института им. С.М. Кирова.-1968.-№168.-С.119-124.

35. *Доманицкий С.М.* Построение надёжных логических устройств.-М.: Энергия. 1971.- 279 с.

36. *Kuehn R.E.* Computer Redundancy, Design, Performance and Future // IEEE Trans. Reliab.-1969.-V.R-18.-P.87-96.
37. *Пакулов Н.И., Уханов В.Ф., Чернышов П.Н.* Мажоритарный принцип построения надежных узлов и устройств ЦВМ.-М.: Сов.радио, 1974.-184 с.
38. *Харкевич А.А.* Оpozнание образов: Избранные труды.-М.: Наука, 1973.-Т.3.-С.456-468.
39. *Себестиан Г.С.* Процессы принятия решений при распознавании образов: Пер. с англ.-Киев: Техника, 1965.-151 с.
40. *Горелик А.Л., Скрипник В.А.* Методы распознавания.-М.: Высшая школа, 1977.-220 с.
41. *Васильев В.И.* Распознающие системы.-Киев: Наукова думка, 1969. -292 с.
42. *Фу К.* Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин: Пер. с англ.-М.: Наука, 1971.-156 с.
43. *Загоруйко Н.Г.* Методы распознавания и их применение.-М.: Сов. радио, 1972.-206 с.
44. *Барабаш Ю.Л.* Коллективные статистические решения при распознавании.-М.: Радио и связь, 1983.-224 с.
45. *Растрингин Л.А., Эринштейн Р.Х.* Метод коллективного распознавания.-М.: Энергоиздат, 1981.-80 с.
46. *Ховард Р.А.* Анализ решений: применение при статистическом выводе, принятии решения и планировании эксперимента // Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике: ТИИЭР: Пер. с англ.-М.: Мир, 1970.-Т.58.-№:5.-С.32-45.
47. *Фукунага К.* Введение в статистическую теорию распознавания образов: Пер. с англ.-М.: Наука, 1979.-369 с.
48. *Ту Дж., Гонсалес Р.* Принципы распознавания образов: Пер. с англ.-М.: Мир. 1978.-412 с.
49. *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образов и анализ сцен: Пер. с англ.-М.: Мир, 1976.-511 с.

50. *Моррис У.* Наука об управлении. Байесовский подход: Пер. с англ.-М.: Мир, 1971.-304 с.
51. *Фишер Р.* Статистические методы для исследователей: Пер. с англ.-М.: Госстатгиз, 1958.-268 с.
52. *Рао С.Р.* Линейные статистические методы и их применение: Пер. с англ.-М.: Наука, 1968.-574 с.
53. *Андерсон Т.* Введение в многомерный статистический анализ: Пер. с англ.-М.: Физматгиз, 1968.-500 с.
54. *Афифи А., Эизен С.* Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ: Пер. с англ.-М.: Мир, 1982.-488 с.
55. Мультипроцессорные системы и параллельные вычисления: Пер. с англ. / Под ред. *Ф.Г. Энслоу.*-М.: Мир, 1976.-383 с.
56. *Поспелов Д.А.* Введение в теорию вычислительных систем.-М.: Сов. радио, 1972.-280 с.
57. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с англ.-М.: Наука, 1977.-832 с.
58. *Голдман С.* Теория информации: Пер. с англ.-М.: ИЛ. 1957.- 446 с.
59. *Mahalanobis P.C.* On the Generalized Distance in Statistics // Proceedings of the National Institute of Sciences of India.-1936.-V.12.-P.49-55.
60. *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений.-М.:Наука, 1969.-511 с.
61. *Хальд А.* Математическая статистика с техническими приложениями: Пер. с англ.-М.: ИЛ, 1956.-664 с.
62. *Mize J.H., Cox J.G.* Essentials of Simulation.-New Jersey: Prentice-Hall, Inc.; Englewood Cliffs, 1968.
63. *Шенон Р.* Имитационное моделирование систем - искусство и наука: Пер. с англ.-М.:

Мир, 1978.-418 с.

64. *Robbins H., Monro S.* A Stochastic Approximation method // Ann. Math. Stat.-1951.-V.22.- P.400-407.

65. *Widrow B., Hoff M.* Adaptive Switching Circuits // IRE Wescon Convention Record.-1960.- Pt 4.-P.96-104.

66. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло.-М.: Наука, 1973.-311 с.

67. *Акоф Р.* Искусство решения проблем: Пер. с англ.-М.: Мир, 1982.-220 с.

68. *Полляк Ю.Г.* Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах.-М.: Сов. радио, 1971.-400 с.

69. *Яковлев Е.И.* Машинная имитация.-М.: Наука, 1975.-158 с.

70. *Ермаков С.М., Михайлов Г.А.* Статистическое моделирование.-М.: Наука, 1982.-296 с.

71. *Нейлор Т.* и др. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем: Пер. с англ.- М.: Мир. 1975.-500 с.

72. *Акоф Р., Сасиени М.* Основы исследования операций: Пер. с англ.-М.: Мир, 1971.-534 с.

73. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем.-М.: Наука, 1978.-400 с.

74. *Морс Ф.М., Кимбелл Д.Е.* Методы исследования операций: Пер. с англ.-М.: Сов. радио, 1956.-307 с.

75. *Ллойд Д., Липов М.* Надёжность: организация исследования, методы, математический аппарат: Пер. с англ.-М.: Сов. радио, 1964.-686 с.

76. *Уонг К.* Математические основы теории надёжности // Надёжность радиоэлектронных систем: Пер. с англ.-М.: Сов. радио, 1968.-С.16-47.

77. *Беккер П., Йенсен Ф.* Проектирование надёжных электронных схем: Пер. с англ.-М.: Сов.радио, 1977.-256 с.

78. *Смирнов Н.В.* Теория вероятностей и математическая статистика: Избранные труды.- М.: Наука, 1970.-С.117.
79. *Smirnov N.* Tables for Estimating the Goodness of Fit of Empirical Distributions // Ann. Nath. Stat-1948-V.19.-P.280-281.
80. *Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.* Математические методы в теории надёжности.-М.: Наука, 1965.-524 с.
81. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей: Пер. с англ.-М.: Мир, 1967.-Т.2.-752 с.
82. *Карлин С.* Основы теории случайных процессов : Пер. с англ.- М.: Мир, 1971.-536 с.
83. *Намицейшвили О.М.* Теория надёжности: На груз. яз. -Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1984.-237 с.
84. *Пакулов Н.И., Трусов В.А., Уханов В.Ф.* Оценка надёжности устройств ЦВМ при мажоритарном способе резервирования с одним восстанавливающим органом // Приборы и системы автоматизи. -Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1972.-Вып.24.-С.68-76.
85. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.-М.: Наука, 1967.-608 с.
86. *Dhillon B.S.* On Common-Cause Failures Bibliography // Microelectronics and Reliability.- 1978.-V.18.-P.533-534.
87. *Pleming R.N.* A Redundant Model for Common-Mode Failures in Redundant Safety Systems // Proceedings of the Sixth Pittsburgh Annual Modelling and Simulation Conference / Instrument Society of America.-Pittsburgh, 1975.-P.579-581.
88. *Dhillon B.S., Proctor C.L.* Common-Mode Failure Analysis of Reliability Networks // Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium / IEEE.-New York, 1977.-P.404-408.
89. *Kettelle Jr. J.D.* Least Cost Allocation of Reliability Investment // Ops Res.-1962.-V.10.-P.249-265.

90. *Everett H.* Generalized Lagrange Multiplier Method for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources // *Ops Res.*-1963.-V.11.-P.399-417.
91. *Aggarwal K.K.* Minimum Cost System with Specified Reliability // *IEEE Trans. Reliab.*-1977.-V.R-26.-P.166-167.
92. *Aggarwal K.K., Gupta J.S.* On Minimizing the Cost of Reliability Systems // *IEEE Trans. Reliab.*-1975.-V.R-24.-P.205.
93. *Misra K.B., Ljubojevic M.D.* Optimal Reliability Design of a system - a New Look // *IEEE Tran. Reliab.*-1973.-V.R-22.-P.256.
94. *Tillman F.A., Ewang C.I., Fan L.T., Lal K.C.* Optimal Reliability of a Complex System // *IEEE Trans. Reliab.*-1970.-V.R-19.-P.95-100.
95. *Tillman F.A., Hwang C.L., Kuo W.* Optimization Techniques for System Reliability with Redundancy-a Review // *IEEE Trans. Reliab.*-1977.-V.R-26.-P.148-155.
96. *Mc Nichols R.J., Messer Jr. G.H.* A Cost Based Availability Allocation Algorithm // *IEEE Trans. Reliab.*-1971.-V.R-20.-P.178-182.
97. *Lambert B.K., Walvekar A.G., Hirmas J.P.* Optimal Redundancy and Availability Allocation in Multistage System // *IEEE Trans. Reliab.*-1971.-V.R-20.-P.182-185.
98. *Majumder D.D., Pal S.K., Chaudhri B.B.* Fast Algorithm for Reliability and Cost of a Complex Network // *IEEE Trans. Reliab.*-1976.-V.R-25.-P.256.
99. *Fratta L., Montanari V.C.* Synthesis of Available Network // *IEEE Trans. Reliab.* -1976.-V.R-25.-P.81-87.
100. *Govil K.K.* Selection Factor Algorithm for Reliability and Maintainability Tradeoff to Optimize Availability Allocation Subject to Cost Constraint // *Microelectronics and Reliability.*-1984.-V.24.-P.411-413.
101. *Govil K.K.* Simplified Algorithm for Optimum Availability Allocation and Redundancy Optimization Subject to Cost Constraint // *Microelectronics and Reliability.*-1984.-V.24.-P.935-958.

102. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М.* Некоторые вопросы оптимального резервирования // Сообщения АН ГССР.-1965.-Т.37.-№3.-С.551-558.
103. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М.* Об оценке "цены надёжности" сложных систем // Радиотехника.-1966.-Т.21.-№1.-С.73-74.
104. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Хускивадзе А.П.* Определение структуры и надёжности избыточных систем с высокой эффективностью // Известия Ленинградского ордена Ленина электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина).-1966.-Вып.56.-Ч.4.-С.40-42.
105. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Хускивадзе А.П.* О среднем времени безотказной работы сложной системы с учётом "важности" е. элементов и плановых профилактических ремонтов // Известия АН СССР: Техническая кибернетика.-1967.-12.-С.60-65.
106. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М.* Об одном критерии целесообразности плановых профилактических мероприятий // Известия Ленинградского ордена Ленина электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина).-1968.-Вып.71.-С.119-121.
107. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М.* Оптимальное резервирование элементов с двумя типами отказов // Известия Ленинградского ордена Ленина электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина).-1968.-Вып.71.-С.151-152.
108. *Намичейшвили О.М., Лавров А.Н.* О некоторых свойствах ресурса надёжности // Известия АН СССР: Техническая кибернетика.-1968.-№2.-С.112-116.
109. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М.* Некоторые аспекты проблемы оптимального резервирования // Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета: Серия физических наук.-1969.-Т.133.-С.115-129.
110. *Намичейшвили О.М.* О законе распределения времени восстановления радиорелейных линий связи // Электросвязь.-1969.-№8.-С.-77-80.
111. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Киквилашвили Г.Б.* Некоторые вопросы



анализа надёжности невосстанавливаемых систем произвольной структуры при независимых отказах её элементов // Республиканская научно-техническая конференция по основным вопросам теории и практики стандартизации: Тез. докл.-Тбилиси, 1970.-С.18-19.

112. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Гугушвили Дж.Ф., Магалашвили Г.З.* К вопросу синтеза оптимальных сложных систем с восстанавливаемыми элементами // Труды III Всесоюзной межвузовской научно-технической конференции по проблемам повышения надёжности электро- и радиотехнических изделий, посвященной 100-летию со дня рождения В.И. Ленина.-Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1970.-Вып.1.-С.5-6.

113. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Гугушвили Дж.Ф., Магалашвили Г.З.* К вопросу оптимального синтеза восстанавливаемых систем // Известия АН СССР: Техническая кибернетика.-1971.-№2.-С.56-58.

114. *Бебиашвили Ш.Л., Гаскаров Д.В., Гугушвили Дж.Ф., Намичейшвили О.М.* Некоторые результаты прогнозирования состояний полупроводниковых триодов по шумовым признакам на основе статистической теории распознавания образов // Сообщения АН ГССР.-1973.-Т.71.-№1.-С.81-84.

115. *Байдашвили О.П., Намичейшвили О.М.* Асимптотическая оценка вероятности ошибки мажоритарного элемента // Известия АН СССР: Техническая кибернетика.-1971.-№2.-С.75-76.

116. *Амаглобели Н.С., Иоселиани Ц.И., Намичейшвили О.М., Пицхелаури Т.Г., Устиашвили И.А., Шудра О.С.* Измерительная система обработки стереофотоснимков с пузырьковых камер и метод оценки её надёжности // Сообщения АН ГССР.-1974.-Т.73.-№2.-С.305-308.

117. *Намичейшвили О.М., Гугушвили Дж.Ф., Пицхелаури Т.Г.* К вопросу надёжности пороговых элементов // Четвёртая Всесоюзная межвузовская конференция "Надёжность систем и средств управления": Тез. докл.-Л: Изд-во ЛЭТИ, 1975.-Ч.2.-С.16-19.

118. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Хомасуридзе К.Н.* Модели надёжности

необслуживаемых систем с вероятностями переходов, зависящими от состояния системы: На груз. яз. // Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета. Серия "Физика, кибернетика" .-1976.-Т.168.-С.105-109.

119. *Намичейшвили О.М., Гугушвили Дж.Ф., Ревешвили Ш.Ш., Хомасуридзе К.Н.* К вопросу резервирования схем защиты систем автоматического регулирования // Оценка характеристик качества сложных систем и системный анализ: Тез. докл. Всесоюзного н.-т. семинара.-М., 1978.-С.238-240.

120. *Бардавелидзе Б.М., Гугушвили Дж.Ф., Намичейшвили О.М.* О надёжности и эффективности решающих систем, обрабатывающих двоичные и непрерывные сигналы на основе порогового принципа // Оценка характеристик качества сложных систем и системный анализ: Тез. докл. Всесоюзного н.-т. семинара.-М., 1980.-С.34.

121. *Ревешвили Ш.Ш., Намичейшвили О.М.* Исследование параметрической надёжности делителя напряжения с помощью ЭВМ // Исследование некоторых вопросов вычислительной техники.- Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1981.-Вып.3.-С.31-52.

122. *Бериташвили М.И., Намичейшвили О.М., Ревешвили Ш.Ш.* Идентификация случайных импульсных потоков с равномерным распределением мгновенных значений амплитуд // Исследование некоторых вопросов вычислительной техники.-Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1981.-Вып.3.-С.83-101.

123. *Бебиашвили Ш.Л., Кобуладзе Н.С., Намичейшвили О.М.* Вычисление вероятности выполнения условий работоспособности электронной схемы методом дискретной свёртки // XXXVII Всесоюзная научная сессия НТОРЭС им. А.С. Попова, посвящённая Дню радио: Тез. докл.-М.: Радио и связь, 1982.-Ч.1.-С.73.

124. *Намичейшвили О.М., Гугушвили Дж.Ф.* Математические модели функционирования решающего органа в системе автоматизированного проектирования электронных схем // Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета: Кибернетика. Прикладная математика.-1984.-Т.251.-С.35-80.

125. *Кобуладзе Н.С., Намичейшвили О.М.* Определение гистограммы непрерывной случайной величины методом дискретной свёртки // Труды Тбилисского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета: Физика.-1985.-Т.253.-№18.-С.180-181.
126. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Бардавелидзе Б.М., Кобуладзе Н.С., Кучава Г.А., Ревшвили Ш.Ш.* Комплекс программ для определения функции распределения случайной величины методом дискретной свёртки.-ГФАП СССР.-1985.-Инв.номер 50850000888.-22 с. // Информационный бюллетень: Алгоритмы и программы.-1986.-№4.-С.46-47.
127. *Бардавелидзе Б.М., Гугушвили Дж.Ф. Намичейшвили О.М.* Пороговое резервирование в вычислительных системах // IX симпозиум по проблеме избыточности в информационных системах: Тез. докл.-Л.: Изд-во ЛИАП, 1986.-Ч.3.-С.143-145.
128. *Бебиашвили Ш.Л., Намичейшвили О.М., Бардавелидзе Б.М., Кобуладзе Н.С., Кучава Г.А., Ревшвили Ш.Ш.* Подпрограмма вычисления вероятности ошибки порогового органа.-ГФАП СССР.-1986.-Инв. номер 50860000718.-20 с. // Информационный бюллетень: Алгоритмы и программы.-1987.-№3.-С.17.
129. *Намичейшвили О.М.* Пороговое резервирование логических схем // Радиотехника.-1986.-№11.-С.47-51.
130. *Намичейшвили О.М.* Пороговое резервирование в управляющих вычислительных системах.-Тбилиси: Ганатлеба, 1988.-142 с.
131. *Анисимов Б.В., Четвериков В.Н.* Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин.-М.: Высшая школа, 1970.-575 с.
132. *Балашов Е.П., Кноль А.И.* Многофункциональные запоминающие устройства.-Л.: Энергия. 1972.-143 с.
133. *Варшавский В.И.* и др. Однородные структуры.-М.: Энергия,1973.-151 с.
134. *Евреинов Э.В.* Однородные вычислительные системы, структуры и среды.-М.: Радио

и связь, 1981.-208 с.

135. *Еврейнов Э.В., Прангишвили И.В.* Цифровые автоматы с настраиваемой структурой (Однородные среды) .-М.: Энергия, 1971.-240 с.

136. *Балашов Е.П., Смоллов В.Б., Петров Г.А., Пузанков Д.В.* Многофункциональные регулярные вычислительные структуры.-М.: Советское радио, 1978.-288 с.

137. *Прангишвили И.В.* и др. Однородные микроэлектронные ассоциативные процессоры.-М.: Советское радио, 1973.-280 с.

138. *Прангишвили И.В.* и др. Микроэлектроника и однородные структуры для построения логических и вычислительных устройств.-М.: Наука, 1967.-280 с.

139. *Кантария Г.В.* Параллельное микропрограммирование и принципы проектирования устройств управления ЦВМ // Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика.-1962.-№5.-С.140-143.

140. *Кантария Г.В.* Оптимальный двухуровневый компромиссно-согласованный выбор // Сообщения АН Груз. ССР.-1976.-Т.81.-№3.-С.581-584.

141. *Кантария Г.В.* Оптимальный выбор с согласованием альтернативных гипотез // Сообщения АН Груз. ССР.-1972.-Т.68.-№3.-С.553-556.

142. *Цирамуа Г.С.* Основы теории адаптивно перестраиваемых вычислительных систем на базе многофункциональных элементов: Автореферат диссертации на соискание уч.ной степени доктора технических наук.-Л.: Изд-во ЛЭТИ, 1980.-49 с.

143. *Левин В.И.* Вероятностные методы исследования надёжности и точности конечных автоматов: Автореферат диссертации на соискание уч.ной степени доктора технических наук.-Рига, 1971.-44 с.

144. *Потапов В.И.* Анализ и синтез высоконадёжных цифровых вычислительных и логических структур из пороговых модулей.- Новосибирск, 1977.-76 с.

145. *Доманицкий С.М.* Методы построения избыточных структур с восстанавливающими органами.-Киев, 1968.-35 с.

146. *Курочкин О.А., Смирнов А.С.* О построении самовосстанавливаемых структур // Автоматика и телемеханика. 1984.-№1.-С.135-138.
147. *Курочкин О.А., Смирнов А.С., Степанов В.А.* Информационная и функциональная надёжность дискретных устройств // Автоматика и телемеханика. 1983.-№6.-С.163-168.
148. *Закревский А.Д.* Функциональная устойчивость релейных схем // Труды Сибирского физико-технического института.-Томск: Изд-во Томского университета- 1961.-Вып.40.-170 с.
149. *Францис Т.А., Янбых Г.Ф.* Избыточность в электронных дискретных устройствах.-Л.: Энергия, 1969.-248 с.
150. *Руднев Ю.П.* Оценка степени улучшения надёжности при применении корректирующих кодов // Кибернетика.-1966.-13.-С.67-71.
151. *Гаврилов М.А.* Структурная избыточность и надёжность работы релейных устройств // Труды 1-го международного конгресса ИФАК.-М.: Изд-во АН СССР, 1961.-Т.3.-108 с.
152. *Церцвадзе Г.Н.* Стохастические автоматы и задачи построения надёжного автомата из ненадёжных элементов // Автоматика и телемеханика. 1964.-№2.-С.347-353.
153. *Скляревич А.Н.* Надёжность систем с накоплением нарушений.- Рига: Зинатне, 1969.-211 с.
154. *Пархоменко П.П., Согомонян Е.С.* Основы технической диагностики: Оптимизация алгоритмов диагностирования. Аппаратурные средства.-М.: Энергоиздат, 1981.-319 с.
155. *Гройсберг Л.Б., Линденбаум М.Д.* Расчёт надёжности систем с произвольной структурой при общем кворумном резервировании // Изв. Академии Наук СССР. Техническая кибернетика.-1974.-№2.-С.66-70.
156. *Митичкин Е.Н.* Учёт функциональной связи элементов при расчёте мажоритарной структуры // Изв. Академии Наук СССР. Техническая кибернетика.-1975.-№5.-С.124-128.
157. *Доманицкий С.М.* Расчёт надёжности логических элементов и одноконтурных систем управления // Автоматика и телемеханика. 1965.-№5.-С.898-905.

158. *Черкесов Г.Н.* Надёжность технических систем с временной избыточностью.-М.: Советское радио, 1974.-295 с.
159. *Шишонов Н.А.* Эксплуатационная работоспособность систем длительного пользования и потребный ЗИП // Лекции по теории надёжности.-Киев: Изд-во КВИРТУ, 1968.-110 с.
160. *Соловьёв А.Д.* Распределение времени суммарной наработки // Вопросы радиоэлектроники: серия XII (Общетехническая).-1967.-Вып.7.-С.211.
161. *Логинов В.И.* Реализация логических функций на одном пороговом элементе // Изв. Академии Наук СССР. Техническая кибернетика.-1966.-№1.-С.35-41.
162. *Гурьев Д.Е.* Нейронные сети Хопфилда и сложные логические задачи // Приборостроение.-1994.-№3-4.-С.63-73.
163. *Lippman R. P.* "An Introduction to Computing with Neural Nets" // IEEE ASSP Magazine.-1987.-V.4.- №4.-P.4-22.
164. *ნამიჩიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი ჟ.გ., ყანდაშვილი ვ.ვ.* ზღურბლური ელემენტების მანქანური სინთეზი მიზნობრივი ფუნქციის მინიმიზაციის მეთოდით // დეპონირებული ხელნაწერი. საქართველოს სამეცნიერო-ტექნიკური ინფორმაციისა და ტექნიკურ-ეკონომიკურ გამოკვლევათა სამეცნიერო ინსტიტუტი (ტექინფორმი), № 1139-97, 17.04.97, სიფ.-13 გვ.
165. *ნამიჩიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი ჟ.გ., ყანდაშვილი ვ.ვ.* ორობითი არხების ზღურბლური დარე-ზერვება // დეპონირებული ხელნაწერი. საქართველოს სამეცნიერო-ტექნიკური ინფორმაციისა და ტექნიკურ-ეკონომიკურ გამოკვლევათა სამეცნიერო ინსტიტუტი (ტექინფორმი), № 1138-97, 17.07.97, სიფ.-10 გვ.
166. *ნამიჩიშვილი ო.მ., დალაქიშვილი კ.მ., გოგიაშვილი ჟ.გ.* მტვირთავი მანქანის დაპროექტების მინიმალური ამოცანა // დეპონირებული ხელნაწერი. საქართველოს სამეცნიერო-ტექნიკური ინფორმაციისა და ტექნიკურ-ეკონომიკურ გამოკვლევათა სამეცნიერო ინსტიტუტი (ტექინფორმი), № 1034-95, 6.09.95, სიფ.-26 გვ.

167. *Намичейшвили О.М., Далакишвили К.М., Гогиашвили Ж.Г., Чихрадзе Г.Ш.* Математическая модель для показателя серийнопригодности электронных схем // Депонированная рукопись. Грузинский НИИ научно-технической информации и технико-экономических исследований (ТЕХИНФОРМ), №1035-95 от 6.09.95 СИФ.- 32 с.
168. *Намичейшвили О.М., Далакишвили К.М., Гогиашвили Ж.Г., Чихрадзе Г.Ш.* Задача проектирования серийнопригодных электронных схем // Депонированная рукопись. Грузинский НИИ научно-технической информации и технико-экономических исследований (ТЕХИНФОРМ), №1036-95 от 6.09.95 СИФ.- 48 с.
169. *Gogiashvili J., Dalakishvili K., Namicheishvili O.* Threshold Redundancy of Binary Channels // Bulletin of the Georgian Academy of Sciences.-1998.-V.157.-№1.-P.38-41.
170. *ნამიჩეიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი ჟ.გ.* კვორუმული (ზღურბლური) ელემენტების მანქანური სინთეზი მიზნობრივი ფუნქციის მინიმიზაციის მეთოდით // მეცნიერება და ტექნიკა.-1998.- №1-3.-გვ.50-56.
171. *Гогиашвили Ж.Г., Далакишвили К.М., Намичейшвили О.М.* Минимальная верхняя оценка вероятности ошибки восстановления сигнала при пороговом резервировании двоичных каналов // Радиотехника.-1999.-№2.-С.8-11.
172. *ნამიჩეიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი ჟ.გ., რევიშვილი შ.შ.* კომბინაციური ლოგიკური სქემების დაპროექტება.-თბილისი: თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 1991.- 228 გვ.
173. *ნამიჩეიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი ჟ.გ., დალაქიშვილი კ.მ.* ფიზიკური მოვლენების მათემატიკური მოდელირება, ნაწილი II: ლექციების კურსი.-თბილისი: თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა, 1994.-184 გვ.
174. *Гогиашвили Ж.Г., Далакишвили К.М., Намичейшвили О.М.* Лабораторный практикум по моделированию физических явлений.-Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1966.-195 с.
175. *Далакишвили К.М., Намичейшвили О.М., Гогиашвили Ж.Г.* Алгоритм проектирования серийнопригодных электронных схем // Тез. докл. н.-т. конф. «Повышение качества и

надёжности продукции, программного обеспечения ЭВМ и технических средств обучения». Политехнический институт г. Куйбышева, сентябрь 1989.-С.27.

176. *Намичейшвили О.М., Гогиашвили Ж.Г., Далакишвили К.М.* Интеллектуальная система для оптимального проектирования серийнопригодных электронных схем // Тез. докл. Всесоюзного н.-т. семинара: «Создание интеллектуальных САПР СБИС и электронных средств».-Москва, 1990.-С.83.

177. *Hooke R., Jeeves T. A.* «Direct Search» Solution of Numerical and Statistical Problems // Journ. of Assoc. Comp. Mach.-1961.-V.8.- №4.-P.212-229.

178. *Гогиашвили Ж.Г.* Исследование порогового элемента для радиофизических применений: Автореферат диссертации на соискание уч, ной степени кандидата физико-математических наук.-Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1998.-32 с.

179. *არჩილ ფრანგიშვილი, ოლეგ ნამიჩეიშვილი, არჩილ ელიზბარაშვილი* ნეირონული ქსელები.-თბილისი: გამომცემლობა «ტექნკური უნივერსიტეტი», 2007.-164 გვ.

180. *ფრანგიშვილი ა.ი., ნამიჩეიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი მ.ა.* ფორმალური ნეირონის ადაპტაცია უიდროუ-ჰოფის ალგორითმით, საქართველოს საინჟინრო სიახლენი, ISSN 1502-0287, თბილისი, 2013, ტ. 68, № 3, გვ. 16-22

181. *ფრანგიშვილი ა.ი., ნამიჩეიშვილი ო.მ., გოგიაშვილი მ.ა.* აღმდგენი ფორმალური ნეირონის შეცდომის ალბათობის მინიმალური ზედა შეფასების მიღება ორი მეთოდით, საქართველოს საინჟინრო სიახლენი, ISSN 1502-0287, თბილისი, 2013, ტ. 68, № 4, გვ. 11-18

182. *Прангишвили А.И., Намичейшвили О.М., Гогиашвили М.А.* Модели адаптации формального нейрона, Грузинские Электронные Научные Журналы (ГЭНЖ) : Компьютерные науки и телекоммуникации, Издательский дом «Технический университет», редакция электронной меди, ISSN 1512-1232, Тбилиси, 2013, № 3 (39), с. 118-152: <http://gesj.internet-academy.org.ge/download.php?id=2200.pdf>

183. *Prangishvili A.I., Namicheishvili O.M., Gogiasvili M.A.* Two Methods of Obtaining a Minimal Upper Estimate for the Error Probability of the Restoring Formal Neuron, Recent



Advances in Mathematical Methods, Mathematical Models and Simulation in Science and Engineering, Proceedings of the 2014 International Conference on Mathematical Methods, Mathematical Models and Simulation in Science and Engineering (MMSSE 2014), Interlaken, Switzerland, February 22-24, 2014, pp. 37-41.

184. *Prangishvili A.I., Namicheishvili O.M., Gogiashvili M.A.* Two Methods of Obtaining a Minimal Upper Estimate for the Error Probability of the Restoring Formal Neuron, International Journal of Engineering & Technical Research - IJETR, Volume 02, Issue 02, February 2014, pp. 64-68: [http://www.erpublication.org/IJETR/vol\\_issue.php?abc1=20](http://www.erpublication.org/IJETR/vol_issue.php?abc1=20)

$D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტის თვისებები

სენსორთა დუბლირების შესწავლისას (იხ. პარაგრაფი 4.2), არსებითად გამოიყენებოდა  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი. აქ შევუდგეთ ამ დეტერმინანტის დაწვრილებით შესწავლას.

რადგან იგი დამოკიდებულია  $\alpha_0$  და  $q_{01}$  და ცვლადებზე,  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტის დადებითობა, უარყოფითობა თუ ნულისადმი ტოლობა, ფაქტობრივად, ნიშნავს  $\alpha_0$  და  $q_{01}$  სიდიდეებზე გარკვეული პირობების დადებას.

შემთხვევა პირველი:  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი დადებითია და, ამრიგად,  $D(\alpha_0, q_{01}) > 0$ . მაშასადამე,

$$1 - 4 \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) > 0,$$

საიდანაც

$$q_{01}^2 - q_{01} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} > 0. \tag{A.1.1}$$

ამრიგად,  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი მაშინაა დადებითი, როცა (A.1.1) უტოლობა სრულდება. ამ უტოლობის დისკრიმინანტს შემდეგი სახე გააჩნია:

$$d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0}. \tag{A.1.2}$$

(A.1.1) უტოლობა სამ შემთხვევაშია სამართლიანი, სახელდობრ:

1. როცა ამ კვადრატული უტოლობის  $d(\alpha_0)$  დისკრიმინანტი უარყოფითია და, ამრიგად,

$$d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0} < 0,$$

საიდანაც  $\alpha_0 < \frac{1}{2}$ . მაშინ (A.1.1) გამოსახულება იგივე უტოლობას წარმოადგენს და იგი

$q_{01}$  ცვლადის ნებისმიერი მნიშვნელობისთვისაა სამართლიანი:  $\alpha_0 < \frac{1}{2}; 0 \leq q_{01} \leq 1$ .

2. როცა ხსენებული კვადრატული უტოლობის  $d(\alpha_0)$  დისკრიმინანტი ნულის ტოლია და, ამრიგად,

$$d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0} = 0,$$

საიდანაც  $\alpha_0 = \frac{1}{2}$ . მაშინ (A.1.1) გამოსახულება სამართლიანია ყველა  $q_{01}$  სიდიდისათვის

$q_{01} = \frac{1}{2}$  მნიშვნელობის გამოკლებით, რადგან  $\alpha_0 = q_{01} = \frac{1}{2}$  პირობებში

$$q_{01}^2 - q_{01} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = 0.$$

ამრიგად, (A.1.1) უტოლობა სამართლიანია, თუ  $\alpha_0 = \frac{1}{2}; 0 \leq q_{01} < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < q_{01} \leq 1$ .

3. როცა  $d(\alpha_0)$  დისკრიმინანტი დადებითია და, ამრიგად,

$$d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0} > 0,$$

საიდანაც  $\alpha_0 > \frac{1}{2}$ . მაშინ (A.1.1) გამოსახულება სამართლიანია ნებისმიერი  $q_{01} > q_{01}^+$  და

$q_{01} < q_{01}^-$  მნიშვნელობისათვის. აქ

$$\left. \begin{aligned} q_{01}^+ &= \frac{1 + \sqrt{d(\alpha_0)}}{2} \\ q_{01}^- &= \frac{1 - \sqrt{d(\alpha_0)}}{2} \end{aligned} \right\}. \quad (\text{A.1.3})$$

ამრიგად, (A.1.1) უტოლობა მაშინაც სამართლიანია, როცა  $\alpha_0 > \frac{1}{2}$ ,  $q_{01} > q_{01}^+$ ,  $q_{01} < q_{01}^-$ , სადაც  $q_{01}^+$  და  $q_{01}^-$  (A.1.3) ფორმულებით განისაზღვრება, ხოლო  $d(\alpha_0)$  - (A.1.2) თანაფარდობით მოიცემა.

*შემთხვევა მეორე:*  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი უარყოფითია და, ამრიგად,  $D(\alpha_0, q_{01}) < 0$ . მაშასადამე,

$$1 - 4 \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) < 0,$$

საიდანაც

$$q_{01}^2 - q_{01} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} < 0. \quad (\text{A.1.4})$$

ამრიგად,  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი მაშინაც უარყოფითი, როცა (A.1.4) კვადრატული ( $q_{01}$  ცვლადის მიმართ) უტოლობა სრულდება. ამისათვის კი (A.1.4) უტოლობის  $d(\alpha_0)$  დისკრიმინანტი დადებითი უნდა იყოს:

$$d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0} > 0,$$

საიდანაც  $\alpha_0 > \frac{1}{2}$ . ამასთან ერთად  $q_{01}$  ცვლადის მნიშვნელობები უნდა აკმაყოფილებდეს

შემდეგ პირობას:

$$q_{01}^- < q_{01} < q_{01}^+.$$

აქ  $q_{01}^-$  და  $q_{01}^+$  სიდიდეთა განსაზღვრა კვლავ (A.1.3) და (A.1.2) თანაფარდობებით ხდება.

*შემთხვევა მესამე:*  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი ნულის ტოლია და, ამრიგად,  $D(\alpha_0, q_{01}) = 0$ . მაშასადამე,

$$1 - 4 \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} q_{01} (1 - q_{01}) = 0,$$

საიდანაც

$$q_{01}^2 - q_{01} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = 0. \quad (\text{A.1.5})$$

ამრიგად,  $D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტი მაშინაა უარყოფითი, როცა (A.1.5) კვადრატული ( $q_{01}$  ცვლადის მიმართ) განტოლობა სრულდება.

1. სახელდობრ, თუ  $d(\alpha_0) > 0$ , ესე იგი, თუ  $\alpha_0 > \frac{1}{2}$ . მაშინ (A.1.5) განტოლებას ორი განსხვავებული ნამდვილი ფესვი გააჩნია:

$$\left. \begin{aligned} q_{01} &= q_{01}^+ = \frac{1 + \sqrt{d(\alpha_0)}}{2} \\ q_{01} &= q_{01}^- = \frac{1 - \sqrt{d(\alpha_0)}}{2} \end{aligned} \right\},$$

$$\text{სადაც } d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0} > 0.$$

2. თუ  $d(\alpha_0) = 0$ , ესე იგი, თუ  $\alpha_0 = \frac{1}{2}$ , მაშინ (A.1.5) განტოლებას ორი ერთნაირი ნამდვილი ფესვი გააჩნია:

$$q_{01} = q_{01}^+ = \frac{1 + \sqrt{d(\alpha_0)}}{2} = q_{01}^- = \frac{1 - \sqrt{d(\alpha_0)}}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\text{ვინაიდან } d(\alpha_0) = 1 - \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0 - 1}{\alpha_0} = 0.$$

3. თუ  $d(\alpha_0) < 0$  ესე იგი, თუ  $\alpha_0 < \frac{1}{2}$ , მაშინ (A.1.5) განტოლებას ორი კომპლექსურად შეუღლებული ფესვი გააჩნია:

$$\left. \begin{aligned} q_{01} &= q_{01}^+ = \frac{1 + i\sqrt{|d(\alpha_0)|}}{2} \\ q_{01} &= q_{01}^- = \frac{1 - i\sqrt{|d(\alpha_0)|}}{2} \end{aligned} \right\},$$

სადაც  $d(\alpha_0) = 1 - \frac{1-\alpha_0}{\alpha_0} = \frac{2\alpha_0-1}{\alpha_0} < 0$ , მაგრამ ეს შემთხვევა მოკლებულია ინტერესს  $q_{01}$  სიდიდის არსიდან გამომდინარე. იგი ალბათობას წარმოადგენს და, მაშასადამე,  $0 \leq q_{01} \leq 1$ .

მიღებული შედეგები თავმოყრილია (A.1.1) ცხრილში.

ცხრილი A.1.1

$D(\alpha_0, q_{01})$  დისკრიმინანტის კვლევის შედეგები

$D(\alpha_0, q_{01})$ დისკრიმინანტი		
დადებითია, თუ:	უარყოფითია, თუ:	ნულის ტოლია, თუ:
$\alpha_0 < \frac{1}{2}, 0 \leq q_{01} \leq 1$	$\alpha_0 > \frac{1}{2}, q_{01}^- < q_{01} < q_{01}^+$	$\alpha_0 > \frac{1}{2}, q_{01} = q_{01}^+, q_{01} = q_{01}^-$
$\alpha_0 = \frac{1}{2}, 0 \leq q_{01} < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < q_{01} \leq 1$		$\alpha_0 = \frac{1}{2}, q_{01} = \frac{1}{2}$
$\alpha_0 > \frac{1}{2}, q_{01} > q_{01}^+, q_{01} < q_{01}^-$		

### ნაწილი პირველი

#### Qალბათობის ზუსტი გაანგარიშების ალგორითმი

დავუშვათ, რომ

$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_n + v_{n+1} = (\widetilde{a_1}) + (\widetilde{a_2}) + \dots + (\widetilde{a_n}) + (\widetilde{a_{n+1}}),$$

სადაც  $v_i = (\widetilde{a_i})$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ) უდრის  $+(a_i)$ -ს ან  $-(a_i)$ -ს. ამიტომ არსებობს  $v$  სიდიდის  $2^{n+1}$  სხვადასხვა  $j$  ნომრის მქონე ( $j = \overline{1, 2^{n+1}}$ ) მიმდევრობა (მწკრივი)  $n+1$  სიგრძით (შესაკრებით) თითოეული. სხვანაირად რომ ვთქვათ, არსებობს  $v$  სიდიდის  $2^{n+1}$  სხვადასხვა რიცხვითი მნიშვნელობა - ზოგი დადებითი და ზოგი კიდევ უარყოფითი.

$v$ -ის თითოეულ დისკრეტულ მნიშვნელობას  $j$  ნომრით ( $j = \overline{1, 2^{n+1}}$ ) შეესაბამება  $Q_j$  წევრი, რომელიც  $q_k$  და  $1 - q_k$  ალბათობათა ნამრავლს წარმოადგენს:

$$Q_j = \left( \widetilde{q_1} \cdot \widetilde{q_2} \cdot \dots \cdot \widetilde{q_n} \cdot \widetilde{q_{n+1}} \right)_j, \quad j = \overline{1, 2^{n+1}}$$

სადაც ნებისმიერი  $\widetilde{q_k}$  არგუმენტის არჩევა ( $k = \overline{1, n+1}$ ) ხდება შემდეგი თანაფარდობით:

$$\widetilde{q_k} = \begin{cases} q_k, & \text{თუ } v_k = -(a_k) \\ 1 - q_k, & \text{თუ } v_k = +(a_k) \end{cases}.$$

ამრიგად,

$$Q = \sum_{v < 0} Q_j = \sum_{v < 0} (\widetilde{q_1} \cdot \widetilde{q_2} \cdot \dots \cdot \widetilde{q_n} \cdot \widetilde{q_{n+1}}). \quad (*)$$

#### საკონტროლო მაგალითი ალგორითმის რეალიზაციის შესამოწმებლად

ამ ალგორითმის გამოყენების საჩვენებლად განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $n = 3$ ;  $q_1 = q_2 = q_3 \equiv q$ ,  $q_4 = 1/2$ ;  $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ ,  $a_4 \equiv \Theta = 0$  (სამშესასვლელიანი მაქორიტარული ელემენტი).

ამ შემთხვევაში სამართლიანია  $Q = 3q^2(1 - q) + q^3$  ფორმულა.

$q$ -ს რომელიმე რიცხვითი მნიშვნელობისათვის ზუსტი (\*) ალგორითმით გამოთვლილი  $Q$  ალბათობა შეიძლება შედარდეს  $Q = 3q^2(1-q) + q^3$  ფორმულით გამოთვლილ სიდიდეს და გაკეთდეს დასკვნა ამ ალგორითმის უნივერსალობის შესახებ.

### ცხრილი A.2.1

სამშესასვლელიანი მაკორიტარული ელემენტისათვის  $Q$  ალბათობის განგარიშება (\*) ალგორითმით

$j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$	$Q_j = \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 \tilde{q}_3 \tilde{q}_4$
1	2	3	4	5	6	7
1	$-a_1 = -1$	$-a_2 = -1$	$-a_3 = -1$	$-a_4 = 0$	-3	$q_1 q_2 q_3 q_4$
2	$-a_1 = -1$	$-a_2 = -1$	$-a_3 = -1$	$+a_4 = 0$	-3	$q_1 q_2 q_3 (1 - q_4)$
3	$-a_1 = -1$	$-a_2 = -1$	$+a_3 = +1$	$-a_4 = 0$	-1	$q_1 q_2 (1 - q_3) q_4$
4	$-a_1 = -1$	$-a_2 = -1$	$+a_3 = +1$	$+a_4 = 0$	-1	$q_1 q_2 (1 - q_3)(1 - q_4)$
5	$-a_1 = -1$	$+a_2 = +1$	$-a_3 = -1$	$-a_4 = 0$	-1	$q_1 (1 - q_2) q_3 q_4$
6	$-a_1 = -1$	$+a_2 = +1$	$-a_3 = -1$	$+a_4 = 0$	-1	$q_1 (1 - q_2) q_3 (1 - q_4)$
7	$-a_1 = -1$	$+a_2 = +1$	$+a_3 = +1$	$-a_4 = 0$	+1	
8	$-a_1 = -1$	$+a_2 = +1$	$+a_3 = +1$	$+a_4 = 0$	+1	
9	$+a_1 = +1$	$-a_2 = -1$	$-a_3 = -1$	$-a_4 = 0$	-1	$(1 - q_1) q_2 q_3 q_4$
10	$+a_1 = +1$	$-a_2 = -1$	$-a_3 = -1$	$+a_4 = 0$	-1	$(1 - q_1) q_2 q_3 (1 - q_4)$
11	$+a_1 = +1$	$-a_2 = -1$	$+a_3 = +1$	$-a_4 = 0$	+1	
12	$+a_1 = +1$	$-a_2 = -1$	$+a_3 = +1$	$+a_4 = 0$	+1	
13	$+a_1 = +1$	$+a_2 = +1$	$-a_3 = -1$	$-a_4 = 0$	+1	
14	$+a_1 = +1$	$+a_2 = +1$	$-a_3 = -1$	$+a_4 = 0$	+1	
15	$+a_1 = +1$	$+a_2 = +1$	$+a_3 = +1$	$-a_4 = 0$	+3	
16	$+a_1 = +1$	$+a_2 = +1$	$+a_3 = +1$	$+a_4 = 0$	+3	



## ნაწილი მეორე

ცხრილი A.2.2

### სიმულაციის პროგრამის სტრუქტურა

პროგრამაში შესატანი სიდიდეები	
აღმდგენი ნეირონის შესასვლელების რიცხვი	$n$
ნეირონის შესასვლელთა შეცდომის ალბათობები	$q_i \quad (i = \overline{1, n+1})$
ნეირონის შესასვლელთა წონები	$a_i \quad (i = \overline{1, n+1})$
იტერაციათა რიცხვი აღმდგენი ნეირონის ფუნქციონირების სიმულირებისას	$N$

ცხრილი A.2.3

ზოგადი გამოსატანი სიდიდეები	
სიმულაციის შედეგების სიზუსტე	$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{N}}$
ნეირონის შეწვდომის $Q$ ალბათობის მინიმალური ზედა შეფასება	$Q_{\min}^+ = 2^{n+1} \cdot \prod_{i=1}^{n+1} [\sqrt{q_i(1-q_i)}]$

ცხრილი A.2.4

სიმულაციის პროცესში მიღებული შედეგების გამოტანა	
ნეირონის შეცდომის ალბათობა შეტანილი წონების საფუძველზე	$Q$ -ს სიდიდე შეტანილი $a_i \quad (i = \overline{1, n+1})$ წონების გამოყენებით
ნეირონის შეცდომის ალბათობა ენტროპიული წონების საფუძველზე	$Q$ -ს სიდიდე ენტროპიული $a_i = \ln \frac{1-q_i}{q_i} \quad (i = \overline{1, n+1})$ წონების გამოყენებით
ნეირონის შეცდომის ალბათობა მაჰალანობისური წონების საფუძველზე	$Q$ -ს სიდიდე მაჰალანობისური $a_i = \frac{1-2q_i}{2q_i(1-q_i)} \quad (i = \overline{1, n+1})$ წონების გამოყენებით

ზუსტი ალგორითმით მიღებული შედეგების გამოტანა	
ნეირონის შეცდომის ალბათობა შეტანილი წონების საფუძველზე	$Q$ -ს სიდიდე შეტანილი $a_i$ ( $i = \overline{1, n+1}$ ) წონების გამოყენებით
ნეირონის შეცდომის ალბათობა ენტროპიული წონების საფუძველზე	$Q$ -ს სიდიდე ენტროპიული $a_i = \ln \frac{1-q_i}{q_i}$ ( $i = \overline{1, n+1}$ ) წონების გამოყენებით
ნეირონის შეცდომის ალბათობა მაჰალანობისური წონების საფუძველზე	$Q$ -ს სიდიდე მაჰალანობისური $a_i = \frac{1-2q_i}{2q_i(1-q_i)}$ ( $i = \overline{1, n+1}$ ) წონების გამოყენებით