საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ზურაბ აბაშიძე

დრეკად-პლასტიკური შებრუნებული ამოცანები

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი

2014 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის გამოყენებითი მათემატიკის დეპარტამენტში

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: ასოც. პროფ. ფიქრია ღურწკაია

რეცენზენტები: ფიზ. მათ. მეცნიერ. დოქტორი, პროფ. ნუგზარ შავლაყაძე

ფიზ. მათ. მეცნიერ. დოქტორი, პროფ. დაზმირ შულაია

დაცვა შედგება 2014 წლის „-----“, „---------------“, „-------“ საათზე,
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე,
კორპუსი _____ , აუდიტორია ______
მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ-ს ბიბლიოთეკაში,
ხოლო ავტორეფერატის - სტუ-ს ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი:

სრული პროფესორი თინათინ კაიშაური

ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

თემის აქტუალობა. ფირფიტებს გააჩნიათ სხვადასხვა სახის გამოყენება პრაქტიკული მიზნებისათვის. მრეწველობის მრავალი დარგი წარმოუდგენელია ფირფიტების გარეშე. გამოყენებისას პრაქტიკული მიზნებიდან გამომდინარე ხშირად საჭირო ხდება ფირფიტას ჰქონდეს გარკვეული ფორმის ხვრელი (მაგალითად, წარმოუდგენელია თვითმფრინავი ილუმინატორის გარეშე), რაც ცხადია ცვლის ფირფიტის სიმტკიცეს. კონსტრუქციის საიმედოობა, ეკონომიურობა და მისი სხვა მექანიკური თვისებები მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული მასში შემავალი ფირფიტებისა და ამ ფირფიტების ხვრელების ფორმაზე. ამიტომ ფირფიტისა და ამ ფირფიტის ხვრელის ოპტიმალური ფორმის მოძებნის ამოცანებს დიდი გამოყენებითი მნიშვნელობა აქვთ.

დიდი დატვირთვების შემთხვევაში ფირფიტაში ჩნდება პლასტიური არე, რომელიც ხვრელის არსებობის შემთხვევაში ვრცელდება სწორედ ხვრელის საზღვრიდან. აქედან გამომდინარე, ცხადია, დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ფირფიტის ხვრელის ისეთი ფორმის მოძებნას, როდესაც პლასტიური დეფორმაციის აღძვრისას პლასტიურობის არე მოიცავს ხვრელის მთელ კონტურს. ამ პირობებში, როცა საზღვარზე ხახუნი არ გვაქვს და მოქმედებს ნორმალის გასწვრივ მოქმედი ძალები, ნორმალური ტანგენციალური ძაბვა მუდმივია. ასეთი კონსტრუქცია წარმოადგენს თანაბრადმტკიცე კონსტრუქციას.

თანაბრადმტკიცე ხვრელების მქონე კონსტრუქციებს აქვთ ბევრი შესანიშნავი თვისება. მათ შორის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი თვისებაა, რომ თანაბრადმტკიცე ხვრელების მქონე კონსტრუქციებს აქვთ ნაკლები წონა არათანაბრადმტკიცე ხვრელების მქონე ანალოგიურ კონსტრუქციებთან შედარებით. ამრიგად, თანაბრადმტკიცე ხვრელების ამოცანები წარმოადგენს ფორმების ოპტიმალურად შერჩევის ამოცანებს.

მაშასადამე, დრეკად-პლასტიური ამოცანების გამოკვლევა წარმოადგენს აქტუალურ პრობლემას და აქვს, დიდი პრაქტიკული და თეორიული ინტერესი.

ნაშრომის მიზანი და კვლევის ამოცანა. ზოგიერთი კლასის დრეკად-პლასტიური ამოცანის გამოკვლევა, კერძოდ, ხვრელების მქონე სასრული და უსასრულო ფირფიტებისათვის დრეკად-პლასტიური ამოცანების ზუსტი და ეფექტური ამონახსნების აგება ციკლური სიმეტრიის შემთხვევაში. ხვრელების უცნობი ან ნაწილობრივ უცნობი საზღვრის მოძებნა.

კვლევის მეთოდები. ხვრელის მქონე უსასრულო ფირფიტებისათვის დრეკად-პლასტიური ამოცანები კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიისა და კონფორმულ გადასახვათა თეორიის მეთოდების გამოყენებით დაიყვანება ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანებზე მარტივადბმული არეებისათვის ან კიდევ ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის შერეულ სასაზღვრო ამოცანებზე სიბრტყისათვის, რომელიც გაჭრილია წრეწირის რკალების გასწვრივ.

ამოცანები წესიერი n კუთხედის ფორმის მქონე ფირფიტისათვის n ერთნაირი ხვრელით ან კვადრატის ფორმის მქონე ფირფიტისათვის კვადრატის ფორმისვე ხვრელით დაიყვანება რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე წრისათვის უბან-უბან მუდმივი კოეფიციენტებით.

მეცნიერული სიახლე. ნაშრომის მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს შემდეგში: მოცემულია წვეროებში ამონაჭრების მქონე კვადრატული ფორმის ხვრელებით შესუსტებული უსასრულო ფირფიტის დრეკად-პლასტიური ამოცანების ეფექტური ამოხსნები ფირფიტის კუმშვისა და ღუნვის შემთხვევაში, როდესაც ხვრელების ამონაჭრების უცნობი კონტურები იმყოფებიან პლასტიურ მდგომარეობაში და პლასტიურობა არ აღწევს ფირფიტის სიღრმეში.

მიღებულია n ერთნაირი ხვრელით შესუსტებული წესიერი n კუთხედის შემთხვევაში დრეკად-პლასტიური ამოცანების ეფექტური ამოხსნები, როცა ადგილი აქვს ციკლურ სიმეტრიას. ხვრელების კონტურები

პლასტიურ მდგომარეობაშია. მოცემულია წვეროებში ამონაჭრების მქონე კვადრატული ფორმის მქონე ერთი ხვრელით შესუსტებული კვადრატული ფირფიტის კუმშვის ამოცანის ეფექტური ამოხსნა, როდესაც ხვრელის ამონაჭრების კონტურები პლასტიურ მდგომარეობაშია.

ნაშრომის აპრობაცია. დისერტაციის ძირითადი შინაარსი მოხსენებული იყო ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის დრეკადობის თეორიის განყოფილების სემინარებზე, ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის გამოყენებითი მათემატიკის დეპარტამენტის სამეცნიერო სემინარებზე, საერთაშორისო სიმპოზიუმზე „მყარი დეფორმირებადი სხეულის მექანიკა“, თბილისი, 1998 წ, 4-6 ნოემბერი, საერთაშორისო კონფერენციაზე "International Conference Lie Groups, Differential Equations and Geometry", ბათუმი, 2013 წ. 10-22 ივნისი.

პუბლიკაციები: დისერტაციის ძირითადი შედეგები ასახულია 6 სამეცნიერო ნაშრომში, ჩამონათვალი მოყვანილია ავტორეფერატის ბოლოს.

ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა. დისერტაციის სრული მოცულობა შეადგენს 114 გვერდს. სადისერტაციო ნაშრომი შედგება რეზიუმესაგან (ქართულ და ინგლისურ ენებზე), შესავლის, სამი თავის, ცხრა ქვეთავის, ზოგადი დასკვნების, გამოყენებული (რაოდენობა 64) ლიტერატურისა და ავტორის მიერ გამოქვეყნებული შრომების სიისაგან.

ნაშრომის მოკლე შინაარსი. პირველ თავში მოყვანილია დრეკადობის ბრტყელი თეორიის, ფირფიტის ღუნვის მიახლოებითი თეორიისა და პლასტიურობის მათემატიკური თეორიის ის საკითხები, ფორმულები და დამოკიდებულებანი, რომელთაც უშუალო გამოყენება აქვთ მომდევნო თავებში და ძირითადად მათზე დაყრდნობით დასმული ამოცანები მიყვანილია ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ცნობილ ამოცანებზე.

მეორე თავში განხილულია დრეკად-პლასტიური და თხელი ფირფიტის ღუნვის ამოცანები ორი სიმეტრიული ხვრელით შესუსტებული უსასრულო ფირფიტისათვის.

§2.1-ში ვიხილავთ ერთგვაროვან, იზოტროპულ უსასრულო ფირფიტას,

შესუსტებულს გლუვი კონტურებით შემოსაზღვრული ორი ერთნაირი ხვრელით. ვთქვათ $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეში ფირფიტის მიერ დაკავებული S არე სიმეტრიულია საკოორდინატო ღერძების მიმართ.

ფირფიტა იმყოფება დაძაბულ მდგომარეობაში უსასრულობაში მთავარი ძაბვებისა და ხვრელების კონტურებზე თანაბრად განაწილებული ნორმალური ძალების მოქმედებით. გარდა ამისა ხვრელების $L = L_1 \bigcup L_2$ კონტურებზე მხები ძაბვა მიჩნეულია ნულის ტოლად.

$$\sigma_x^\infty = A, \qquad \sigma_y^\infty = B, \qquad \tau_{xy}^\infty = 0 \qquad (1)$$

$$\sigma_n = -p, \qquad \tau_{tn} = 0, \qquad t \in L \qquad (2)$$

დასმულია შემდეგი ამოცანა: განვსაზღვროთ ხვრელების უცნობი კონტურები და ფირფიტის დაძაბული მდგომარეობა იმ პირობით, რომ ხვრელების კონტურები იმყოფება პლასტიურ მდგომარეობაში, პლასტიური მდგომარეობა მოიცავს მხოლოდ ხვრელების კონტურებს და არ აღწევს ფირფიტის სიღრმეში.

$$(\sigma_t - \sigma_n)^2 + 4\tau_{tn}^2 = 4k^2, \qquad t \in L \qquad (3)$$

σ_t ტანგენციალური ნორმალური ძაბვაა. კოლოსოვ-მუსხელიშვილის კომპლექსური პოტენციალებისთვის მივიღებთ ტოლობებს:

$$\Phi(z) = a, \qquad a = \frac{(A+B)}{4} = \frac{k-p}{2}, \qquad z \in S \qquad (4)$$

$$e^{2i\alpha(t)}\Psi(t) = b, \qquad b = \frac{A+B}{2} + p = k, \qquad t \in L \qquad (5)$$

$\alpha(t)$ წარმოადგენს t წერტილში L კონტურის გარე ნორმალსა და OX

ღერძს შორის კუთხეს. განვიხილოთ S არეს $(\operatorname{Re} z \geq 0)$ ნაწილი, აღვნიშნოთ იგი S_1-ით.

D-თი აღვნიშნავთ ζ სიბრტყის ერთეულრადიუსიანი წრეხაზის გარე არეს, გაჭრილს ნამდვილი ღერძის გასწვრივ $\zeta = c$ $(c > 1)$ წერტილიდან უსასრულობამდე. ვთქვათ $z = -i\sqrt{\omega(\zeta)}$ ფუნქცია კონფორმულად ასახავს S_1 არეს D არეზე. ვღებულობთ, რომ $\Psi_0(\zeta)$ $\left(\Psi_0(\zeta) = \Psi\left(-i\sqrt{\omega(\zeta)}\right)\right)$ ანალიზური ფუნქციაა $|\zeta| > 1$ არეში.

შემოვიღოთ $W(\zeta)$ ფუნქცია, განსაზღვრული შემდეგნაირად:

$$W(\zeta) = \begin{cases} -b \cdot \overline{\omega'\left(\dfrac{1}{\bar{\zeta}}\right)} \cdot \overline{\sqrt{\dfrac{\dfrac{1}{\bar{\zeta}} - c}{\omega\left(\dfrac{1}{\bar{\zeta}}\right)}}} \cdot \sqrt{\zeta - c}, & |\zeta| < 1 \\ \zeta^2 \Psi_0(\zeta) \cdot \omega'(\zeta) \cdot \sqrt{\dfrac{\zeta - c}{\omega(\zeta)}} \cdot \overline{\sqrt{\dfrac{1}{\bar{\zeta}} - c}}, & |\zeta| > 1 \end{cases} \tag{6}$$

$W(\zeta)$ წარმოადგენს ანალიზურ ფუნქციას მთელს ζ კომპლექსურ სიბრტყეში და უსასრულოდ დაშორებულ წერტილში აქვს მეორე რიგის პოლუსი. ამიტომ ლიუვილის განზოგადოებული თეორემის ძალით მეორე რიგის პოლინომია

$$W(\zeta) = C_0 + C_1\zeta + C_2\zeta^2 \tag{7}$$

(6) და (7) ტოლობების საფუძველზე საბოლოოდ ვღებულობთ კონტურის განტოლებას, რომელსაც აქვს სახე:

$$z = -i\sqrt{\omega(\zeta)} = \frac{i}{2b} \cdot \int_{1}^{\zeta} \frac{\left(\overline{C_0} + \frac{\overline{C_1}}{\zeta} + \frac{\overline{C_2}}{\zeta^2} \right) d\zeta}{\sqrt{\zeta - c} \cdot \sqrt{\frac{1}{\overline{\overline{\zeta}}} - c}} + A_1 \qquad (8)$$

§2.2-ში განხილულია ერთგვაროვანი, იზოტროპული, უსასრულო ფირფიტა, რომელიც შესუსტებულია კვადრატის ფორმის ორი ერთნაირი ხვრელით. წარმოვიდგინოთ, რომ ხვრელში ჩადგმულია აბსოლუტურად ხისტი კვადრატის ფორმის მქონე შაიბა და ხახუნი უგულებელვყოთ. ვთქვათ ფირფიტა იკუმშება უსასრულობაში მოქმედი მთავარი ძაბვების მოქმედებით. ასეთ პირობებში, როგორც ცნობილია, კვადრატის (ხვრელის) წვეროებში დაძაბულობებს ექნებათ განსაკუთრებულობა. ამიტომ, ფირფიტას შეიძლება გაუჩნდეს ბზარი სწორედ ამ წერტილებში.

თუ განვიხილავთ ასეთივე ფირფიტას, მაგრამ კვადრატის წვეროებში გლუვი წირის გასწვრივ ამონაჭრებით, ძაბვების კონცენტრაცია შეიცვლება. ცხადია, რომ ძაბვების განაწილება ხვრელების კონტურის გასწვრივ დამოკიდებულია ამონაჭრების ფორმასა და ზომაზე. განვიხილოთ ასეთი ფირფიტა და $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეში მის მიერ დაკავებული არე აღვნიშნოთ S-ით. გლუვი წირები, რომელთა გასწვრივ ამოვჭერით ფირფიტა, წარმოადგენს საზღვრის საძიებელ ნაწილს და აღვნიშნოთ იგი l_1-ით, ხოლო საზღვრის დანარჩენი სწორხაზოვანი ნაწილი მოცემული წირებია და აღვნიშნოთ იგი l_0-ით. ფირფიტის მთელი საზღვარი აღვნიშნოთ l-ით. ვიგულისხმოთ, რომ $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეში l_0 წირი შედგება, OX და OY ღერძების პარალელური მონაკვეთებისაგან და S არე სიმეტრიულია საკოორდინატო წრფეების მიმართ.

ვთქვათ უსასრულობაში მოქმედი ძაბვები მოცემულია

$$\sigma_x^\infty = A, \qquad \sigma_y^\infty = B, \qquad \tau_{xy}^\infty = 0 \qquad (9)$$

უცნობი საზღვარი თავისუფალია დატვირთვისაგან და საზღვრის წრფივ ნაწილზე ნორმალური გადაადგილება მუდმივია.

$$\sigma_n = 0, \qquad t \in l_1 \tag{10}$$

$$u_n = const, \qquad t \in l_0 \tag{11}$$

მთელს საზღვარზე ხახუნი უგულებელყოფილია

$$\tau_{tn} = 0, \qquad t \in l \tag{12}$$

განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: მოცემულ (9)-(12) პირობებში განვსაზღვროთ მოცემული ფირფიტის ხვრელების კონტურების l_1 ნაწილის ფორმა და ფირფიტის დაძაბული მდგომარეობა იმ დამატებითი პირობით, რომ საზღვრის უცნობი l_1 ნაწილი იმყოფება პლასტიურ მდგომარეობაში და პლასტიური მდგომარეობა არ ვრცელდება ფირფიტის სიღრმეში.

$$(\sigma_t - \sigma_n)^2 + 4\tau_{tn}^2 = 4k^2, \qquad t \in l_1 \tag{13}$$

σ_t ტანგენციალური ნორმალური დაძაბულობაა. კოლოსოვ-მუსხელიშვილის კომპლექსური პოტენციალებისთვის მივიღებთ:

$$\Phi(z) = p, \qquad p = \frac{k}{2} \tag{14}$$

$$e^{2i\alpha(t)}\Psi(t) = b, \quad b = k, \qquad t \in l_1' \tag{15}$$

$$\operatorname{Im} e^{2i\alpha(t)}\Psi(t) = 0, \qquad t \in l_0' \tag{16}$$

სადაც l_0' და l_1' შესაბამისად l_0 და l_1 წირების D არეში მდებარე ნაწილებია (D წარმოადგენს S არის $\operatorname{Re} z > 0$ ნაწილს). l წირის კუთხური წერტილები აღვნიშნოთ A_k-თი (k=1;2…8). $\alpha(t)$ t წერტილში l კონტურის გარე ნორმალსა და OX ღერძს შორის კუთხეა.

(15), (16)-თან ერთად განვიხილოთ l_0' კონტურის განტოლება

$$\operatorname{Re}\left(te^{-i\alpha(t)}\right)=\operatorname{Re}\left(A(t)\cdot e^{-i\alpha(t)}\right), \quad \text{სადაც } A(t)=A_k \tag{17}$$

აღვნიშნოთ D_1-ით ζ სიბრტყის ერთეულრადიუსიანი წრის (ცენტრით $\zeta=0$ წერტილში) გარე არე, გაჭრილი ნამდვილი ღერძის გასწვრივ $\zeta=m$ წერტილიდან $(m>1)$ უსასრულობამდე.

ვთქვათ $z=-i\sqrt{\omega(\zeta)}$ ფუნქცია კონფორმულად ასახავს D არეს D_1 არეზე. აღვნიშნოთ l_0' და l_1' კონტურების სახეები შესაბამისად L_0 და L_1-ით.

ვღებულობთ, რომ $\Psi_0(\zeta)$ ფუნქცია $\left(\Psi_0(\zeta)=\Psi\left(-i\sqrt{\omega(\sigma)}\right)\right)$ ანალიზურია $|\zeta|=1$ წრის გარეთ.

მოცემული კონფორმული ასახვისას $e^{2i\alpha}$-ს სახის გათვალისწინებით და (17)-დან დიფერენცირებით (15)-(17) ტოლობებიდან მივიღებთ

$$\frac{-\sigma^2 i\omega'(\sigma)}{2\sqrt{\omega(\sigma)}}\cdot\Psi_0(\sigma)=b\cdot\frac{\overline{i\omega'(\sigma)}}{2\overline{\sqrt{\omega(\sigma)}}} \qquad \sigma\in L_1 \tag{18}$$

$$\operatorname{Im}\left(\sigma\cdot\left(\frac{-i\omega'(\sigma)}{2\sqrt{\omega(\sigma)}}\right)\cdot e^{-i\alpha_0(\sigma)}\right)=0 \qquad \sigma\in L_0 \tag{19}$$

$$\operatorname{Im}\left(e^{2i\alpha_0(\sigma)}\Psi_0(\sigma)\right)=0 \qquad \sigma\in L_0 \tag{20}$$

განვიხილოთ ფუნქცია:

$$F(\zeta)=\begin{cases}\dfrac{-\zeta^2 i\omega'(\zeta)}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{\zeta-m}{\omega(\zeta)}}\cdot\Psi_0(\zeta)\cdot\overline{\sqrt{\dfrac{1}{\bar\zeta}-m}} & |\zeta|>1\\[2ex] \dfrac{bi\overline{\omega'\left(\dfrac{1}{\bar\zeta}\right)}}{2}\cdot\overline{\sqrt{\dfrac{\dfrac{1}{\bar\zeta}-m}{\omega\left(\dfrac{1}{\bar\zeta}\right)}}}\cdot\sqrt{\zeta-m} & |\zeta|<1\end{cases}\qquad(21)$$

$F(\zeta)$ ფუნქცია ანალიზურია $|\zeta|=1$ წრის შიგნით და გარეთ, ხოლო წრეწირის ნაწილებზე აკმაყოფილებს შემდეგ ტოლობებს:

$$F^+(\sigma)=F^-(\sigma)\qquad\qquad \sigma\in L_1\qquad(22)$$

$$\operatorname{Im}\frac{F^+(\sigma)}{\sigma}e^{i\alpha}=0\qquad\qquad \sigma\in L_0\qquad(23)$$

$$\operatorname{Im}\frac{F^-(\sigma)}{\sigma}e^{-i\alpha}=0\qquad\qquad \sigma\in L_0\qquad(24)$$

განვსაზღვროთ $F_*(\zeta)$ ფუნქცია შემდეგნაირად:

$$F_*(\zeta)=\overline{F\left(\frac{1}{\bar\zeta}\right)}=\begin{cases}\dfrac{i\overline{\omega'\left(\dfrac{1}{\bar\zeta}\right)}}{2\zeta^2}\cdot\overline{\sqrt{\dfrac{\dfrac{1}{\bar\zeta}-m}{\omega\left(\dfrac{1}{\bar\zeta}\right)}}}\cdot\overline{\Psi_0\left(\dfrac{1}{\bar\zeta}\right)}\cdot\sqrt{\zeta-m}, & |\zeta|<1\\[2ex] \dfrac{-bi\omega'(\zeta)}{2}\cdot\sqrt{\dfrac{\zeta-m}{\omega(\zeta)}}\cdot\overline{\sqrt{\dfrac{1}{\bar\zeta}-m}}, & |\zeta|>1\end{cases}\qquad(25)$$

და განვიხილოთ $W(\zeta)$ და $W_*(\zeta)$ ფუნქციები განსაზღვრული შემდეგი ტოლობებით:

$$W(\zeta)=\frac{1}{\zeta}F(\zeta); \qquad W_*(\zeta)=\overline{W\left(\frac{1}{\overline{\zeta}}\right)} \tag{26}$$

შემოვიღოთ $\Omega(\zeta)$ და $T(\zeta)$ ფუნქციები შემდეგნაირად

$$\Omega(\zeta)=W(\zeta)+W_*(\zeta); \qquad T(\zeta)=W(\zeta)-W_*(\zeta) \tag{27}$$

(21)-(27) ტოლობების გათვალისწინებით ამოცანა მიდის L_0 წრის ნაწილზე გაჭრილ ζ სიბრტყეში ანალიზური $\Omega(\zeta)$ და $T(\zeta)$ ფუნქციების მოძებნაზე შემდეგი სასაზღვრო პირობებით:

$$\Omega^+(\sigma)=-\Omega^-(\sigma), \qquad \sigma\in a_3a_4\cup a_7a_8 \tag{28}$$

$$T^+(\sigma)=-T^-(\sigma), \qquad \sigma\in a_1a_2\cup a_5a_6 \tag{29}$$

(28), (29) ამოცანები წარმოადგენენ წრფივი შეუღლების სასაზღვრო ამოცანის კერძო შემთხვევებს ნაწყვეტი გლუვი სასაზღვრო წირის შემთხვევისათვის. კერძოდ, ამოცანის კოეფიციენტი $G(\sigma)=-1$. ვეძებთ h_0 კლასის ამონახსნებს. ამოცანის ინდექსი ორივე შემთხვევაში 2-ის ტოლია და ამონახსნები მიიღება შემდეგი სახით:

$$\Omega(\zeta)=\chi_1(\zeta)\cdot\left(\frac{c_0'}{\zeta}+c_1'+c_2'\zeta+\overline{c_1'}\zeta^2+\overline{c_0'}\zeta^3\right) \tag{30}$$

$$T(\zeta)=\chi_2(\zeta)\cdot\left(\frac{c_0''}{\zeta}+c_1''+c_2''\zeta+\overline{c_1''}\zeta^2+\overline{c_0''}\zeta^3\right) \tag{31}$$

ამის შემდეგ, რადგან ვიცით $\Omega(\zeta)$ და $T(\zeta)$ ფუნქციები, (21), (26), (27) ტოლობების ძალით ვიპოვით $F(\zeta)$ ფუნქციას. გვეცოდინება რა $F(\zeta)$ ფუნქცია (21), (25) ტოლობების დახმარებით ვიპოვით $f'(\zeta)$ და $\Psi_0(\zeta)$ ფუნქციებს $\left(z = f(\zeta) = -i\sqrt{\omega(\zeta)}\right)$.

ამრიგად, განვსაზღვრეთ $\Psi_0(\zeta)$ და მასთან ერთად $\Psi(z)$, რომელიც $\Phi(z)$ ფუნქციასთან ერთად აღწერს ფირფიტის დაძაბულ მდგომარეობას.

§2.3-ში განხილულია ერთგვაროვანი, იზოტროპული, უსასრულო ფირფიტა, შესუსტებული კვადრატის ფორმის მქონე ორი ხვრელით. ხვრელების კონტურები კვადრატის წვეროებში მომრგვალებულია და წარმოადგენს საზღვრის საძიებელ ნაწილს. კვადრატის გვერდები მოცემული წირებია და აღვნიშნოთ იგი l_1-ით, საზღვრის საძიებელი ნაწილი აღვნიშნოთ l_2-ით. ფირფიტის მთელი საზღვარი $l_1 \bigcup l_2$ აღვნიშნოთ l-ით. ვთქვათ ფირფიტის შუა სიბრტყეს $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეში უჭირავს OX და OY ღერძების მიმართ სიმეტრიული S არე და ამავე დროს l_1 კონტურის შემადგენელი წირები OX და OY ღერძების პარალელურია.

ვთქვათ უსასრულობაში მოქმედი ნორმალურად მღუნავი მომენტები მოცემულია და მგრეხავი მომენტი ნულის ტოლია.

$$M_x^\infty = M_1, \qquad M_y^\infty = M_2, \qquad M_{xy}^\infty = 0 \tag{32}$$

l კონტურზე გვაქვს შემდეგი პირობები

$$\frac{\partial W(t)}{\partial n} = d_k, \qquad d_k = tg\beta_k; \qquad N(t) = 0, \qquad t \in l_1 \tag{33}$$

$$M_n(t) = 0, \qquad M_{ns}(t) = 0; \qquad N(t) = 0, \qquad t \in l_2 \tag{34}$$

სადაც n გარე ნორმალია, β_k მუდმივებია (მობრუნების კუთხეები),

$N(t)$ წარმოადგენს გადამჭრელ ძალას, $M_n(t)$ ნორმალურად მღუნავი მომენტია, $M_{ns}(t)$ მგრეხავი მომენტია. t კონტურის წერტილია. $W(x;y)$ წარმოადგენს ფირფიტის ჩაღუნვას $(x;y)$ წერტილში.

განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: ვიპოვოთ ფირფიტის ჩაღუნვა და საზღვრის უცნობი ნაწილი, l_2 წირი იმ პირობით, რომ მასზე ტანგენციალური ნორმალური მომენტი მუდმივი სიდიდეა.

$$M_s(t) = k, \qquad t \in l_2 \tag{35}$$

$\Phi(z)$ კომპლექსური პოტენციალისთვის ვღებულობთ

$$\Phi(z) = P, \qquad P = -\frac{k}{4D(1+\sigma)} \tag{36}$$

სადაც D ფირფიტის ცილინდრული სიხისტეა, σ პუასონის კოეფიციენტია. $\Psi(z)$ ანალიზური ფუნქციისათვის მივიღებთ ტოლობებს:

$$e^{2i\alpha(t)}\Psi(t) = b, \qquad t \in l_2' \tag{37}$$

$$\operatorname{Im} e^{2i\alpha(t)}\Psi(t) = 0, \qquad t \in l_1' \tag{38}$$

$$\operatorname{Re}\left(t \cdot e^{-i\alpha(t)}\right) = \operatorname{Re}\left(A(t) \cdot e^{-i\alpha(t)}\right), \qquad t \in l_1' \tag{39}$$

სადაც $b = P \cdot (1-\varkappa)$, $\varkappa = \dfrac{\sigma+3}{\sigma-1}$. ამრიგად, ამოცანა მიყვანილია 2.2 პარაგრაფში მიღებულ ამოცანამდე.

მესამე თავში განხილულია სასრული არის შემთხვევები.

§3.1-ში განხილულია ერთგვაროვანი, იზოტროპული, წესიერი n კუთხედის ფორმის ფირფიტა, შესუსტებული აპოთემების მიმართ

სიმეტრიული n ერთნაირი ხვრელით. ვთქვათ $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეში ფირფიტის მიერ დაკავებული არეა S ისე, რომ მრავალკუთხედის ცენტრი დაემთხვეს $z = 0$ წერტილს, ხოლო ერთ-ერთი აპოთემა მდებარეობდეს OX ღერძზე. აღვნიშნოთ L_0-ით გარე საზღვარი (ტეხილი), ხოლო $L = \bigcup_{k=1}^{n} L_k$-ით შიგნითა საზღვარი (უცნობ კონტურთა ერთობლიობა). S წარმოადგენს $z = 0$ წერტილის მიმართ ციკლურად სიმეტრიულ არეს.

განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: განვსაზღვროთ ხვრელების კონტურების ფორმა და ფირფიტის დაძაბული მდგომარეობა იმ პირობებით, რომ ფირფიტის მიერ დაკავებული არის გარე საზღვარზე, ნორმალური გადაადგილება მუდმივია და მხები ძაბვა ნულის ტოლია

$$u_n = const, \qquad \tau_{tn} = 0, \qquad t \in L_0 \tag{40}$$

ხვრელების კონტურებზე მოქმედებს მუდმივი ნორმალური ძაბვები და მხები ძაბვა ნულის ტოლია

$$\sigma_n = -p, \qquad \tau_{tn} = 0, \qquad t \in L \tag{41}$$

ხვრელების კონტურები იმყოფება პლასტიურ მდგომარეობაში, პლასტიური მდგომარეობა არ ვრცელდება ფირფიტის სიღრმეში

$$(\sigma_t - \sigma_n)^2 + 4\tau_{tn}^2 = 4k^2, \qquad t \in L \tag{42}$$

σ_t ტანგენციალური ნორმალური დაძაბულობაა. ჩავთვალოთ, რომ L_k კონტურები გლუვი წირებია. $\Phi(z)$ ფუნქციისათვის ვღებულობთ ტოლობას

$$\Phi(z) = a, \qquad a = \frac{\sigma_n + \sigma_t}{4} = \frac{k - p}{2}, \qquad z \in S \tag{43}$$

დასმული ამოცანის ციკლურად სიმეტრიულობის გამო, აპოთემებსა და რადიუსებზე ნორმალური გადაადგილება და მხები ძაბვა იქნება ნულის ტოლი, ამიტომ საკმარისია განვიხილოთ S არის ნაწილი, შემოსაზღვრული რადიუსითა და აპოთემით, აღვნიშნოთ იგი D-თი.

$\Psi(z)$ ანალიზური ფუნქციისათვის მივიღებთ სასაზღვრო პირობებს:

$$e^{2i\alpha(t)} \cdot \Psi(t) = b, \qquad t \in L_1' \tag{44}$$

$$\operatorname{Im} e^{2i\alpha(t)} \cdot \Psi(t) = 0, \qquad t \in L_2 \tag{45}$$

სადაც $b = k$. L_1' წარმოადგენს L_1 კონტურის ნაწილს, ხოლო L_2 არის ტეხილი $A_1A_2A_3A_4A_5$. $\alpha(t)$ უბან-უბან მუდმივი ფუნქციაა L_2-ზე, ხოლო L_1'-ზე უწყვეტი უცნობი ფუნქციაა.

(44), (45) ტოლობებთან ერთად განვიხილოთ L_2 კონტურის განტოლება, რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:

$$\operatorname{Re}\left(t \cdot e^{-i\alpha(t)}\right) = \operatorname{Re}\left(A(t) \cdot e^{-i\alpha(t)}\right), \quad A(t) = A_k \text{, როცა } t \in A_kA_{k+1} \tag{46}$$

აღვნიშნოთ D_1-ით ζ სიბრტყის ერთეულრადიუსიანი ნახევარწრე, ცენტრით $\zeta = 0$ წერტილში. $D_1 = \{\zeta : |\zeta| < 1, \operatorname{Im}\zeta > 0\}$.

ვთქვათ $z = \omega(\zeta)$ ფუნქცია კონფორმულად ასახავს $z = x + iy$ სიბრტყის D არეს ζ სიბრტყის D_1 არეზე. მოცემული კონფორმული ასახვისას (44)-(46) ტოლობების საფუძველზე მივიღებთ

$$\overline{\omega'(\sigma)\Psi_0(\sigma)} = b \cdot \omega'(\sigma), \qquad \sigma \in l_1 \tag{47}$$

$$\operatorname{Im} e^{-i\alpha_0(\sigma)} \sigma\omega'(\sigma) = 0, \qquad \sigma \in l_2 \tag{48}$$

$$\operatorname{Im} e^{2i\alpha_0(\sigma)}\Psi_0(\sigma)=0, \qquad \sigma\in l_2 \tag{49}$$

შემოვიღოთ ფუნქცია

$$W(\zeta)=\begin{cases} b\omega'(\zeta) & |\zeta|<1, \quad \operatorname{Im}\zeta>0 \\ \\ \overline{\omega'(\overline{\zeta})}\cdot\overline{\Psi_0(\overline{\zeta})} & |\zeta|<1, \quad \operatorname{Im}\zeta<0 \end{cases} \tag{50}$$

(47) ტოლობის ძალით $W(\zeta)$ ანალიზური ფუნქციაა $|\zeta|<1$ წრეში და აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობას:

$$\operatorname{Im} e^{-i\alpha_0(\sigma)}\sigma\cdot W^{+}(\sigma)=0, \qquad \sigma\in l \tag{51}$$

სადაც l წარმოადგენს $|\zeta|=1$ წრეხაზს.

შემოვიღოთ ფუნქცია

$$F(\zeta)=\begin{cases} \zeta\cdot W(\zeta) & |\zeta|<1 \\ \\ \dfrac{1}{\zeta}\cdot\overline{W\left(\dfrac{1}{\overline{\zeta}}\right)} & |\zeta|>1 \end{cases} \tag{52}$$

$F(\zeta)$ ფუნქცია ანალიზურია ერთეულრადიუსიანი წრის შიგნით და გარეთ და (51)-ის ძალით აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობას

$$F^{+}(\sigma)=e^{2i\alpha_0(\sigma)}\cdot F^{-}(\sigma), \qquad \sigma\in l \tag{53}$$

ეს ამოცანა წარმოადგენს წრფივი შეუღლების სასაზღვრო ამოცანას ერ-

თეულრადიუსიანი წრისათვის, უბან-უბან მუდმივი კოეფიციენტებით.

(53) ამოცანის ამონახსნისათვის ვღებულობთ

$$F(\zeta) = \chi(\zeta)\left(c_1\zeta^2 + \overline{c_1}\zeta\right) \tag{54}$$

სადაც $\chi(\zeta)$ იმავე (53) ამოცანის კანონიკური ამონახსნია.

საძიებელი კონტურისათვის მივიღებთ შემდეგ განტოლებას:

$$t = \omega(\sigma) = \frac{1}{b} \cdot \int_{-1}^{\sigma} \chi(\zeta)\left(c_1\zeta + \overline{c_1}\right) d\zeta + C \tag{55}$$

ვიცით რა $\omega(\zeta)$, (50)-დან შეგვიძლია განვსაზღვროთ $\Psi_0(\zeta)$ და მასთან ერთად $\Psi(z)$ ფუნქცია, რომელიც $\Phi(z)$ ფუნქციასთან ერთად განსაზღვრავს ფირფიტის დაძაბულ მდგომარეობას.

§3.2-ში განხილულია წესიერი ექვსკუთხედის ფორმის ფირფიტა. ზოგადი შემთხვევისაგან განსხვავებით შესაძლებელი ხდება განვიხილოთ ფირიფიტის კიდევ უფრო მარტივი ნაწილი. ამოცანა მიდის რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე ერთეულრადიუსიანი წრისათვის, მიღებულია ამოხსნა ცხადი სახით და ხვრელის უცნობი კონტურის განტოლება.

§3.3-ში განხილულია ერთგვაროვანი, იზოტროპული, კვადრატის ფორმის ფირფიტა, შესუსტებული კვადრატის ფორმის ხვრელით. ხვრელის კონტური წვეროებში მომრგვალებულია (აქვს ამონაჭრები) და წარმოადგენს ფირფიტის საზღვრის საძიებელ ნაწილს. აღვნიშნოთ იგი l_0-ით. ხვრელის კონტურის დანარჩენი ნაწილი, კვადრატის გვერდები, მოცემული წირებია და აღვნიშნოთ იგი L_0-ით. ფირფიტის საზღვრის დარჩენილი ნაწილი (გარეთა კვადრატის საზღვარი) აღვნიშნოთ L_1-ით. აღვნიშნოთ S-ით $z = x + iy$ კომპლექსურ სიბრტყეში ფირფიტის მიერ დაკავებული ნაწილი. ვიგულისხმოთ, რომ შიდა და გარე კვადრატის გვერდები ერთმანეთის პარალელურია და S არე სიმეტრიულია საკოორდინატო ღერძების მიმართ.

S წარმოადგენს $z=0$ წერტილის მიმართ ციკლურად სიმეტრიულ არეს.

განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: განვსაზღვროთ ხვრელის კონტურის უცნობი ნაწილების ფორმა და ფირფიტის დაძაბული მდგომარეობა იმ პირობებით, რომ ფირფიტის მიერ დაკავებული S არეს გარე საზღვარზე ნორმალური გადაადგილება მუდმივია და მხები ძაბვა ნულის ტოლია

$$u_n = const, \qquad \tau_{tn} = 0, \qquad t \in L_1 \tag{56}$$

ხვრელის კონტურის წრფივ ნაწილებზეც ნორმალური გადაადგილება მუდმივია და მხები ძაბვა ნულის ტოლია

$$u_n = const, \qquad \tau_{tn} = 0, \qquad t \in L_0 \tag{57}$$

ხვრელის კონტურის უცნობი ნაწილები თავისუფალია დატვირთვისაგან და მხები ძაბვა საზღვრის ამ ნაწილზეც ნულის ტოლია

$$\sigma_n = 0, \qquad \tau_{tn} = 0, \qquad t \in l_0 \tag{58}$$

ფირფიტის საზღვრის უცნობი ნაწილები იმყოფება პლასტიურ მდგომარეობაში, პლასტიური მდგომარეობა მოიცავს მხოლოდ l_0 წირს და არ ვრცელდება ფირფიტის სიღრმეში

$$(\sigma_t - \sigma_n)^2 + 4\tau_{tn}^2 = 4k^2, \qquad t \in l_0 \tag{59}$$

σ_t ტანგენციალური ნორმალური დაძაბულობაა. დასმული ამოცანის ციკლურად სიმეტრიულობის გამო OX და OY საკოორდინატო ღერძების იმ ნაწილებზე, რომლებიც S არეში მოექცევიან ნორმალური გადაადგილება და მხები ძაბვა იქნება ნულის ტოლი, ამიტომ საკმარისია განვიხილოთ S არეს ნაწილი, შემოსაზღვრული OX და OY ღერძების დადებითი ნაწილებით, აღ-

ვნიშნოთ იგი D-თი. კოლოსოვ-მუსხელიშვილის კომპლექსური პოტენციალებისთვის ვღებულობთ ტოლობებს

$$\Phi(z) = a, \qquad a = \frac{k}{2}, \qquad z \in S \tag{60}$$

$$e^{2i\alpha(t)} \cdot \Psi(t) = b, \qquad t \in l_0' \tag{61}$$

$$\operatorname{Im} e^{2i\alpha(t)} \cdot \Psi(t) = 0, \qquad t \in L' \tag{62}$$

სადაც $b = 2a = k$, l_0' წარმოადგენს l_0 კონტურის ნაწილს, ხოლო L' არის $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ ტეხილი. $\alpha(t)$ უბან-უბან მუდმივი ფუნქციაა L' კონტურზე, ხოლო l_0'-ზე უცნობი ფუნქციაა. (61), (62) ტოლობებთან ერთად განვიხილოთ L' კონტურის განტოლება, რომელსაც აქვს სახე

$$\operatorname{Re}\left(te^{-i\alpha(t)}\right) = \operatorname{Re}\left(A(t)e^{-i\alpha(t)}\right), \qquad A(t) = A_k, \qquad t \in L' \tag{63}$$

აღვნიშნოთ D_1-ით ζ კომპლექსური სიბრტყის ერთეულრადიუსიანი ნახევარწრე $|\zeta| < 1$, $\operatorname{Im}\zeta > 0$. ვთქვათ $z = \omega(\zeta)$ ფუნქცია კონფორმულად ასახავს z კომპლექსური სიბრტყის D არეს ζ სიბრტყის D_1 არეზე, ამასთან ისე, რომ L' წირი აისახებოდეს ნახევარწრეწირში.

მოცემული კონფორმული ასახვისას (61)-(63) ტოლობების საფუძველზე მივიღებთ

$$\overline{\omega'(\sigma)} \cdot \overline{\Psi_0(\sigma)} = b\omega'(\sigma), \qquad \sigma \in l \tag{64}$$

$$\operatorname{Im} e^{-i\alpha_0(\sigma)} \sigma\omega'(\sigma) = 0, \qquad \sigma \in L \tag{65}$$

$$\mathrm{Im}\, e^{2i\alpha_0(\sigma)}\Psi_0(\sigma) = 0\,, \qquad \sigma \in L \tag{66}$$

სადაც l -ით და L -ით აღნიშნულია $z = \omega(\zeta)$ კონფორმული ასახვისას, შესაბამისად l_0' და L' კონტურების ანასახები.

განვსაზღვროთ ახალი $W(\zeta)$ ფუნქცია შემდეგნაირად

$$W(\zeta) = \begin{cases} b\omega'(\zeta) & |\zeta| < 1, \quad \mathrm{Im}\,\zeta > 0 \\ \\ \overline{\omega'(\overline{\zeta})} \cdot \overline{\Psi_0(\overline{\zeta})} & |\zeta| < 1, \quad \mathrm{Im}\,\zeta < 0 \end{cases} \tag{67}$$

(64) ტოლობის საფუძველზე დავასკვნით, რომ $W(\zeta)$ ანალიზური ფუნქციაა მთელს $|\zeta| < 1$ წრეში და აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობას:

$$\mathrm{Im}\, e^{-i\alpha_0(\sigma)}\sigma \cdot W^+(\sigma) = 0\,, \qquad \sigma \in L \tag{68}$$

ამ შემთხვევაში L წარმოადგენს $|\zeta| = 1$ წრეწირს.

განვსაზღვროთ $F(\zeta)$ ახალი ფუნქცია შემდეგი წესით

$$F(\zeta) = \begin{cases} \zeta \cdot W(\zeta), & |\zeta| < 1 \\ \\ \dfrac{1}{\zeta} \cdot \overline{W\left(\dfrac{1}{\overline{\zeta}}\right)}, & |\zeta| > 1 \end{cases} \tag{69}$$

$F(\zeta)$ ფუნქცია ანალიზური იქნება L წირის შიგნით და გარეთ და (68) ტოლობის საფუძველზე აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობას.

$$F^+(\sigma) = e^{2i\alpha_0(\sigma)}F^-(\sigma), \qquad \sigma \in L \tag{70}$$

ეს ამოცანა წარმოადგენს წრფივი შეუღლების სასაზღვრო ამოცანას ერთეულრადიუსიანი წრისათვის, უბან-უბან მუდმივი კოეფიციენტებით.

(70) ამოცანის ამონახსნისათვის ვღებულობთ

$$F(\zeta)=\chi(\zeta)\left(c_1\zeta^4+c_2\zeta^3+\overline{c_2}\zeta^2+\overline{c_1}\zeta\right) \tag{71}$$

სადაც $\chi(\zeta)$ იმავე (70) ამოცანის კანონიკური ამონახსნია.

საძიებელი კონტურის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$t=\omega(\sigma)=\frac{1}{b}\int_{-1}^{\sigma}\chi(\zeta)\left(c_1\zeta^3+c_2\zeta^2+\overline{c_2}\zeta+\overline{c_1}\right)d\zeta+C \tag{72}$$

ვიცით რა $\omega(\zeta)$, (67)-დან განვსაზღვრავთ $\Psi_0(\zeta)$ და მასთან ერთად $\Psi(z)$ ფუნქციას, რომელიც $\Phi(z)$ ფუნქციასთან ერთად განსაზღვრავს ფირფიტის დაძაბულ მდგომარეობას.

§3.4-ში ამოხსნილია ამოცანა წესიერი მრავალკუთხედის ფორმის მქონე ფირფიტისათვის, რომელიც შესუსტებულია ციკლურად სიმეტრიულად განლაგებული უცნობსაზღვრიანი ხვრელებით. ამ შემთხვევაში უკვე განხილულია ხვრელების სხვა განლაგება, მათი კონტურები სიმეტრიული არიან მოცემული წესიერი მრავალკუთხედის რადიუსების მიმართ. მოცემულ შემთხვევაშიც ციკლურად სიმეტრიულობის გამოყენებით განხილულია მრავალკუთხედის ნაწილი. ხვრელების კონტურები იმყოფებიან პლასტიურ მდგომარეობაში, ისე, რომ პლასტიურობა არ ვრცელდება ფირფიტის სიღრმეში. ამოცანა მიყვანილია რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე ერთეულრადიუსიანი წრისათვის. დაწერილია ხვრელის უცნობი კონტურის განტოლება და ნაპოვნია კოლოსოვ-მუსხელიშვილის კომპლექსური პოტენციალები, რომლებიც თავის მხრივ განსაზღვრავენ ფირფიტის დაძაბულ მდგომარეობას.

დასკვნები და შედეგები

კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიისა და კონფორმულ გადასახვათა თეორიის მეთოდების გამოყენებით ნაშრომში ამოხსნილია ზოგიერთი კლასის დრეკად-პლასტიური ამოცანა, კერძოდ, ხვრელების მქონე სასრული და უსასრულო ფირფიტებისათვის დრეკად-პლასტიური ამოცანები ციკლური სიმეტრიის შემთხვევაში:

- ორი ერთნაირი ხვრელის მქონე უსასრულო ფირფიტისათვის დრეკად-პლასტიური ამოცანა კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიისა და კონფორმულ გადასახვათა თეორიის მეთოდების გამოყენებით დაყვანილია ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანაზე მარტივადბმული არესათვის და მიღებულია ამოცანის ამონახსნი და ხვრელების კონტურის განტოლება;
- მოცემულია წვეროებში ამონაჭრების მქონე კვადრატული ფორმის ხვრელებით შესუსტებული უსასრულო ფირფიტის დრეკად-პლასტიური ამოცანის ეფექტური ამოხსნა ფირფიტის კუმშვისა და ღუნვის შემთხვევაში, როდესაც ხვრელების ამონაჭრების უცნობი კონტურები იმყოფებიან პლასტიურ მდგომარეობაში და პლასტიურობა არ აღწევს ფირფიტის სიღრმეში.
- მიღებულია n ერთნაირი ხვრელით შესუსტებული წესიერი n კუთხედების შემთხვევაში დრეკად-პლასტიური ამოცანების ეფექტური ამოხსნები, როდესაც ადგილი აქვს ციკლურ სიმეტრიას. ხვრელების კონტურები პლასტიურ მდგომარეობაშია. ამოცანები დაიყვანება რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე წრისათვის უბან-უბან მუდმივი კოეფიციენტებით.
- მოცემულია წვეროებში ამონაჭრების მქონე კვადრატული ფორმის ერთი ხვრელით შესუსტებული კვადრატული ფირფიტის კუმშვის ამოცანის ეფექტური ამოხსნა, როდესაც ხვრელის ამონაჭრების კონტურები პლასტიურ მდგომარეობაშია.

პუბლიკაციები

1. Abashidze Z. On One Problem of Elasticity and Plasticity of the Plane Theory of Elasticity, Bulletin of the Georgian Academy of Sciences, 1996, 153, 2, 178-181

2. Abashidze Z. Problem of Elasticity and Plasticity for the Finite Plate, Bulletin of the Georgian Academy of Sciences, 1996, 153, 3, 359-362.

3. Abashidze Z. Puladze E. Problem of Elasticity and Plasticity for the Plate Weakened by Two Holes, Bulletin of the Georgian Academy of Sciences, 1996, 153, 3, 356-358.

4. Abashidze Z. Problem of Elasticity and Plasticity with Partially Unknown Boundary, Journal of Mathematical Sciences (Springer, New York), 2014, 199, 2.

5. Abashidze Z. Problem of Elasticity and Plasticity for a Plate with a Shape of Rectilinear n-angle which is Weakened by n Cyclic Symmetric Holes, Journal of Mathematical Sciences (Springer, New York), 2014, 199, 3.

6. Abashidze Z. Problem of Elasticity and Plasticity for a Plate with a Shape of n-angle Weakened by n Holes, Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 2014, vol. 8, no. 1, 27-31.

Summary

In the paper there are discussed the elastic-plastic problems for infinite and finite areas, which are weakened by the holes. The outlines of the holes are in plastic state and the area of plasticity doesn't extend within the boundary. The plates are used in different ways for practical purposes. In most cases plates with holes are used, but preferably the holes shouldn't reduce solidity of the plate and generally its reliability. Hence, it's important to choose the shape of the outlines of the holes in such a way that the characteristic features of solidity of the hole outlines were not reduced. Among the problems discussed in the paper one of the most important issues is to find the unknown or partly known boundary of the holes.

In case of the infinite plate being weakened by two similar holes the plastic area involves only the outlines of the hole just at the point. This kind of property has to the equally solid outlines, i.e. when the tangential strain over the whole outline is constant. Applying the theory of functions of complex variables and the methods of conforming reflections we can find the unknown boundary of the outlines and the strain state of the plate. There is also discussed the infinite plate with the similar holes having the shape of the weakened square. In case of a loading on this kind of plate the strains at the tops of holes become specific and that's why it is possible to appear a crack. If we discuss this kind of plate, weakened by the similar holes, but with the clippings having the equally solid outlines at the tops, the concentration of strain will change. Using the theory of functions of complex variables and conforming reflection the problem is brought to the boundary problem of the theory of analytical functions and we can find the unknown outlines of the clippings of the holes and the strained state.

Furthermore, the problem of bending for the infinite plate is discussed, which is weakened by two similar square holes having the clippings at the tops. Using the theory of functions of complex variables and conforming reflection the problem is brought to boundary problem of the theory of analytical functions

In the paper there is also discussed the cases of the finite area. There is discussed the plate having the shape of a regular polygon, which is weakened by the holes having the unknown boundary deployed cyclic symmetrically. The holes are deployed in such a way that the outline of each of them is symmetrical to the apothem of the polygon. Applying cyclic symmetry the problem is brought to the similar problem which is discussed not for the whole polygon but for one of its parts. The outlines of the holes are discussed here too. Due to above mentioned, the equally solid and derived plastic area involves the whole outline of the hole just at the time of emergence. It is important to discuss the case when the plastic area can't reach the depth of the plate, that's why in the problem the condition for the plasticity is shown only on the outline of the hole. By applying the conforming reflection on the part of the polygon, on which the problem was brought down to, it goes to one-sided tied area by the known boundary, and then applying the methods of the theory of functions of complex variable the problem is brought down to Riemann-Hilbert problem for the unit radius circle. The problem is obtained to be solved in explicit form and the equation of the unknown outline of the hole is found.

In case of the plate having the form of hexagon, in contrast to the general case, it becomes possible to discuss more simple part of the hexagon. As in the previous case the problem is brought to the Riemann-Hilbert problem for the one unit radius circle and explicit solution of the problem and the equation of the unknown outline of the hole are obtained.

There is solved the problem for the plate having the form of the regular hexagon which is weakened by the holes with unknown boundary deployed cyclically symmetrically. In this case there has already been discussed the other deployment of the holes, their outlines are symmetrical to the radiuses of given regular polygon. In the given case applying the cyclic symmetry there is discussed the part of the polygon. The outlines of the holes are in the plastic state in such a way that the plasticity doesn't reach the depth of the plate. The problem is brought to the Riemann –Hilbert problem for the one unit radius circle. There is written the equation of the unknown outline of the hole and found Kolosov-Muskhelishvili complex potentials which define the strained state of the plate.

The finite area is one case discussed in the paper which is the plate having the form of square, which is weakened by the hole having the form of a square. In order the clippings on the tops of the hole not to appear, the outline has the slot and we have to find exactly this slot. Taking the symmetry into account the problem is brought to the case of more simple area, and afterwards applying the methods of conforming reflection and the theory of complex variable functions the problem is brought to Riemann-Hilbert problem for the one unit radius circle. Explicit way of solving the task and the equation of the unknown outline is obtained.