

გიორგი ქოქრაშვილი

დieleქტრიკული ფენებისა და მეტალური ჩანართებისაგან შედგენილი
ბრტყელი და ცილინდრული ფორმის გარსმდენების ელექტროდინამიკა და
მათი ინჟინრული ანგარიში

წარდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის

მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თბილისი 0175 საქართველო

ივლისი, 2013 წელი

© საავტორო უფლება გიორგი ქოქრაშვილი, 2013 წელი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით გიორგი ქოქრაშვილის მიერ შესრულებულ სადოქტორო ნაშრომს დასახელებით დიელექტრიკული ფენებისა და მეტალური ჩანართებისაგან შედგენილი ბრტყელი და ცილინდრული ფორმის გარსმდენების ელექტროდინამიკა და მათი ინჟინრული ანგარიში და ვამღებთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ენერგეტიკისა და ტელეკომუნიკაციის ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

ხელმძღვანელი: სრული პროფესორი

გურამ ქევანიშვილი

რეცენზენტი

რეცენზენტი

რეცენზენტი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2013 წელი

ავტორი:	გიორგი ქოქრაშვილი
დასახელება:	დიელექტრიკული ფენებისა და მეტალური ჩანართებისაგან შედგენილი ბრტყელი და ცილინდრული ფორმის გარსმდენების ელექტროდინამიკა და მათი ინჟინრული ანგარიში
ფაკულტეტი:	ენერგეტიკა და ტელეკომუნიკაცია
აკადემიური ხარისხი:	დოქტორი
სხდომა ჩატარდა:	2013 წელს

ინდივიდუალური პიროვნების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მირებულია სამეცნიერო შრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

საანტენო ტექნიკაში ფართოდ გამოიყენება ე.წ. ანტენათა გარსაცმები. მათი დანიშნულებაა ანტენების დაცვა გარეშე ფიზიკური და რადიაციული ზემოქმედებისგან.

გარსაცმების სახით გამოიყენება სხვადასხვა კონსტრუქციები, მათ შორის ბრტყელი, ცილინდრული, სფერული და სხვა დიელექტრიკული ფენები. მექანიკური მდგრადობის შენარჩუნების მიზნით ასეთ ფენებში ჩამონტაჟებულია მეტალური სხეულები, ან ასეთი სხეულებისგან შედგენილი პერიოდული მესრები.

ცხადია, დიელექტრიკული ფენები და მათში ჩამონტაჟებული მეტალური სხეულები საგრძნობლად ცვლის ანტენის ძირითად მახასიათებლებს. იმისათვის რომ გარსმდენებმა თვითონ არ გამოიწვიონ ანტენათა პარამეტრების, კერძოდ გამოსხივების დიაგრამის, მიმართულებითი ქმედების კოეფიციენტის, შესასვლელი წინააღობის და სხვათა ცვლილება, საჭიროა წინასწარ ჩატარდეს ანტენის შემცველი გარსმდენის ელექტროდინამიკური ანალიზი და დადგინდეს ის პირობები, როდესაც გარსმდენის გავლენა ანტენის ფუნქციონირებაზე უმნიშვნელო აღმოჩნდება, რთული კონსტრუქციის ანტენებისა და არასაკორდინატო ფორმის გარსმდენებისათვის ასეთი ანალიზის ჩატარება მათემატიკური გზით შეუძლებელია. ამ შემთხვევაში პრობლემა უნდა გადაწყდეს რიცხვითი მეთოდებით (კომპიუტერის გამოყენებით) ანდა ექსპერიმენტალური გზით, რაც დროის დიდ დანაკარგებთანაა დაკავშირებული.

დისერტაციაში შემოთავაზებული კონსტრუქციები საკოორდინატო ფორმის სისტემაშია (ბრტყელი და ცილინდრული); გამსხივებლები კი განმხოლოებულ ხაზოვან ანტენებს წარმოადგენენ. ეს კი შესაძლებლობას იძლევა გარსმდენების ელექტროდინამიკული კვლევა ანალიზური მეთოდებით ჩატარდეს.

ყველა ამოცანა, რომლებიც დისერტაციაშია შემოთავაზებული ორიგინალური და ახალია, ასევე ისინი სრულ თანხმობაში არიან თანამედროვე გარსმდენების მიმართ პრაქტიკულ და თეორიულ მოთხოვნებთან.

დისერტაციაში დასმული ამოცანების გადაწყვეტისათვის გამოყენებულია მაქსველის ელექტროდინამიკური აპარატი, მათემატიკური ანალიზის მეთოდები და ცილინდრულ ფუნქციათა თეორიის ელემენტები.

I თავში განვითარებულია ერთფენოვანი დიელექტრიკული გარსმდენის ელექტროდინამიკური თეორია, რომელშიც იდეალურად გამტარი წვრილი ცილინდრული ღეროებისგან შედგენილი (შექმნილი) პერიოდული მესერია ჩამონტაჟებული (ნახ.1). ნაჩვენებია, რომ იმ შემთხვევაში როცა $r_0/\lambda \ll 1$ (r_0

დერის რადიუსია, λ მუშა ტალღის სიგრძე), ხოლო მესრის მთავარი პარამეტრი $D' = \sqrt{\epsilon}d/\lambda$ (d - მესრის პერიოდია, ϵ გარსმდენის დიელექტრიკული შეღწევადობა), მესერი მთლიანად გამჭვირვალე ხდება დაცემული ტალღის მიმართ და არავითარ ელექტროდინამიკურ ზემოქმედებას არ ახდენს გარსაცმის ფუნქციონირებაზე. მისი როლი შემოიფარგლება მხოლოდ გარსმდენის მექანიკური სიმტკიცის გაზრდაში, რისთვისაც იგი ჩაამონტაჟეს მასში.

ამ შემთხვევაში გარსმდენიდან გაჟონილი ტალღის გამჭვირვალობის კოეფიციენტი T ასეთი ფორმულით გამოისახება:

$$T = \frac{\sqrt{2} \cos [k(l_1 \sqrt{\epsilon} - l_2)]}{\sqrt{(\epsilon+1) + (\epsilon-1) \cos [k(l_1 \sqrt{\epsilon} - l_2)]}} \quad (1)$$

სადაც l_1 და l_2 -ის გეომეტრიული მნიშვნელობები ნახ.1-ზეა აღნიშნული.

(1) თანაფარდობიდან გამომდინარეობს მთავარი შედეგი:

გარსმდენი აბსოლუტურად გამჭვირვალეა ($|T|=1$), თუ შესრულდება ერთდროულად ორი პირობა:

$$l_1 = \frac{v\lambda}{\sqrt{\epsilon}-1} \quad (v=1,2,3,\dots) \quad (3)$$

და

$$l_2 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \left[\frac{v}{\sqrt{\epsilon}-1} - (2m+1) \right] \lambda \quad (4)$$

$$(v > (2m+1)(\sqrt{\epsilon}-1)) \quad (5)$$

ამ დროს გარსმდენის სიგანე შეიძლება ვიანგარიშოთ თანაფარდობიდან:

$$L = L_{vm} = \left[\frac{v}{\sqrt{\epsilon}-1} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \right) - (2m+1) \right] \lambda \quad (6)$$

II თავში განიხილება ანალოგიური ამოცანა, ოღონდ ახლა გარსმდენი შეიცავს ორ ერთმანეთის პარალელურად ჩამონტაჟებულ სავსებით იდენტურ მესერს. მეორე მესრის ჩართვა გამოწვეულია გარსმდენის მექანიკური სიმტკიცის შემდგომი გაზრდის მიზნით. ნაჩვენებია, რომ გარსმდენის განვლადობის კოეფიციენტი T მაქსიმუმს აღწევს, როცა $l_1 = \frac{\lambda}{4} \frac{2n+1}{\sqrt{\epsilon}}$.

III თავში რთული სტრუქტურის გარსმდენის ელექტროდინამიკური ანალიზია შემოთავაზებული. მისი განივი კვეთი ნახ.3-ზეა წარმოდგენილი (XYZ) სწორკუთხა კოორდინატთა სისტემაში. გარსმდენი მოთავსებულია ვაკუუმში, რომელიც ემიჯნება გარსმდენს S_1 და S_4 ზედაპირებით. (A_2) არეში რომელიც (A_1) და (A_3) არეებს ემიჯნება S_2 და S_3 ზედაპირებით, ჩამონტაჟებულია პერიოდული მესერი, რომელიც შედგება a რადიუსის ურთიერთპარალელური იდეალურად გამტარი წრიული კვეთის

ცილინდრებისგან. ნახაზზე M არის დაკვირვების წერტილი, რომლის ცილინდრული კოორდინატები r და φ . ეს წერტილი შეიძლება მდებარეობდეს სივრცის ნებისმიერ არეში.

ჩვენი კვლევის ფუნდამენტური შედეგი ასეთია: იმისათვის, რომ გარსმდენმა იფუნქციონიროს ოპტიმალურ რეჟიმში, როდესაც მისი გავლის კოეფიციენტის მნიშვნელობა (T) მაქსიმალური იყოს აუცილებელია შესრულდეს სამი პირობა:

$$d = \frac{\mu\lambda}{\sqrt{\epsilon_2}}, \left(\frac{h}{2} + d_3\right) = \frac{q\lambda}{\sqrt{\epsilon_3}} \text{ და } d_1 = \frac{s\lambda}{\sqrt{1}} \quad (8)$$

($\mu, q, s = 1, 2, 3, \dots$), d -მესრის პერიოდია.

IV თავი ეთმობა ცილინდრული ფორმის გარსმდენების ელექტროდინამიკურ ანალიზს. გარსმდენის ორიენტაცია სწორკუთხა XYZ კოორდინატთა სისტემაში ნახ.4-ზეა ნაჩვენები. Z-ღერძის გასწვრივ, რომელიც გადის გარსმდენის სიმეტრიის ღერძზე განთავსებულია გადამცემი ანტენა (დიპოლი), რომლის სიმაღლეა H . იგი თავისი ბოლოებით მიბჯენილია ცილინდრის ფუძეებზე, რომლებიც იდეალურ გამტარებს წარმოადგენენ, ამიტომ დიპოლის ბოლოებზე მუხტების დაგროვება არ ხდება და სარკული გამოსახულების პრინციპის თანახმად ანტენაში აღძრული დენი არ იქნება დამოკიდებული Z კოორდინატზე.

ამოცანის ამოხსნის და გამარტივების შედეგად, გარსმდენის გამჭვირვალობის კოეფიციენტისათვის $|T|$ მიღებულია ასეთი გამოსახულება:

$$|T| \approx 1 - e^{-\gamma k\Delta} \equiv f(k\Delta), (\Delta=a-b), (k=2\pi/\lambda) \quad (10)$$

სადაც $\gamma = -\frac{\eta}{2}\sqrt{\epsilon}$, η არის (II) არეში დიელექტრიკული კარგვების კუთხის ტანგენსი, ϵ ამავე არეში კომპლექსური დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური ნაწილი. ნახ.5-ზე აგებულია $f(k\Delta)$ - ფუნქციის თვისობრივი გრაფიკები γ პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის. გრაფიკებიდან ჩანს, რომ განვლადობის კოეფიციენტი, მოკლე ტალღების შემთხვევაში (ე.ი. როდესაც ცვლადი $k\Delta$ დიდია რიცხვობრივად) ახლოს არის ერთთან, ფაქტიურად $\lim_{k\Delta \rightarrow 0} |T| = 1$, ხოლო გრძელი ტალღების დიაპაზონში ($k\Delta \ll 1$), გამჭვირვალობის მოდული $|T|$ ახლოს არის ნულთან, ანუ $\lim_{k\Delta \rightarrow \infty} |T| = 0$.

V თავში კვლავ ორფენოვანი გარსაცმის ელექტროდინამიკა განიხილება, ოღონდ ახლა დიელექტრიკული რგოლის ფენაში ჩამონტაჟებულია c -რადიუსის მქონე წრეწირზე ($b < c < a$) წრიული პერიოდული მესერი, მისი მექანიკური სიმტკიცის გაზრდის მიზნით.

ნახ. 6–ზე წარმოდგენილია გარსმდენის განივი კვეთი XOY სიბრტყეში. M არის დაკვირვების წერტილი, რომლის ცილინდრული კოორდინატებია r და φ.

მიღებული შედეგების ანალიზიდან ჩანს, რომ K კოეფიციენტი უკუპროპორციულია მესერში განთავსებულ გამტართა რაოდენობის ($K \sim 1/N$), შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ მესრის გავლენა გარსმდენის ელექტროდინამიკურ ფუნქციონირებაზე უმნიშვნელო იქნება.

გარდა ამისა, დადგენილია, რომ თუ $N \geq 25$, მაშინ სრულდება პირობაც

$$c \geq \frac{2\lambda}{\sqrt{\epsilon_2\pi}} \quad (14)$$

ეს თანაფარდობა საშუალებას გვაძლევს შევარჩიოთ წრეწირის რადიუსი c–რომელზედაც უნდა განთავსდეს მესერი, ისე რომ დაცული იყოს პირობა $b \leq c \leq a$.

VI თავში განიხილება ელექტროდინამიკური ამოცანა, რომელიც უკავშირდება გარსმდენის ფუნქციონირებას მიმღები ანტენის როლში, რასაც გარკვეული პრაქტიკული ინტერესი აქვს. ნახ.7–ზე ნაჩვენებია გარსმდენის განივი კვეთი XOY სიბრტყეში. გარსმდენი ორი დიელექტრიკული ფენისგან შედგება. (III)–შიდა არე შეიცავს თავის ცენტრში მიმღებ ხაზოვან ანტენას.

ჩვენი ამოცანა იმით განსხვავდება კლასიკურისგან, რომ ახლა ცილინდრის ღერძზე ხაზოვანი მიმღები ანტენაა განთავსებული და ძირითადი ამოცანა იმაში მდგომარეობს, რომ განისაზღვროს ამ ანტენის ზედაპირზე აღძრული აქსიალური დენის მნიშვნელობა. აქსიალური დენისთვის მიღებულია ასეთი თანაფარდობა

$$I_Z = \frac{b\bar{A}_0}{\pi k a \sqrt{\epsilon_3} r_0 \xi [H_0^{(2)}(ka) f_0^{(6)} - H_1^{(2)}(ka) f_0^{(5)}]}$$

სადაც $k=2\pi/\lambda$, λ –ტალღის სიგრძეა, $\xi=120\pi$ (Ω), $H_0^{(2)}(ka)$ და $H_1^{(2)}(ka)$ ჰანკელის მეორე გვარის ნულოვანი და პირველი რიგის ფუნქციებია სათანადოდ, \bar{A}_0 დაცემული (პირველადი) ტალღის ამპლიტუდაა. $f_0^{(6)}$ და $f_0^{(5)}$ მოცემული სიდიდეებია, რომლებიც დამოკიდებული არიან პარამეტრებზე k_2b , k_2a , k_3r_0 , k_3b (იხ. დისერტაციის (VI.30) და (VI.31) ფორმულები).

Resume

In antenna techniques so called antenna radomes are widely used, being aimed on the protection of the antennas against any physical and radioactive influences.

Very different constructions are used as the radomes, including plane, cylinder, spherical and other kinds of the dielectric layers. In order to maintain the physical durability the metal bodies as well, as the periodic gratings formed of such the bodies are inserted into these layers.

As a matter of fact, the dielectric layers and the metal bodies placed inside sufficiently change the main characteristics of an antenna. Naturally, the radome has to be constructed in such a way that electrodynamics of the radome do not change sufficiently the parameters of the antenna. For this reason, to maintain the values and structure of the radiated diagram, directed action coefficient, input resistance, and etc. it's mandatory to perform radome's electromagnetic analyses, in advance, and find the numeric values of the parameters and the conditions, when the effect of radome to the antenna propagation diagram will be minimum. For complex form antennas, and non-coordinate form radomes, this kind of analyses is impossible by mathematical operations. In this case the problem should be solved by numeric methods (using computer), or by try-and-error, or experimental method, which needs a long time.

In this dissertation, proposed models are the coordinate-form systems (flat and cylindrical) and radiators are linear antennas. Which gives us the ability to perform the electro-dynamic research by analyses method.

All problems proposed in the dissertation are new and original, and also they are in complete consent with modern radome practical and theoretical requirements.

For solving the problems, proposed in the dissertation, Maxwell electro-dynamic apparatus, mathematical analyzing methods, and the elements of the theory of cylindrical functions are used.

In I chapter, the theory of single-layer dielectric radome is developed, in which periodic grating is installed constructed with ideally conducted, thin, cylindrical bars (Fig.1). It's shown, that in the case, when $r_0/\lambda \ll 1$ (r_0 is the radius of the bar, λ is the wavelength), and the main parameter of the grating $D' = \sqrt{\epsilon}d/\lambda$ (d - period of the grating, ϵ – dielectric penetration of the radome), the grating becomes absolutely transparent for the falling wave, and have no electromagnetic effect on radome functionality. And the grating only increases the mechanical parameters of the radome.

In this case transparency coefficient for the transferred wave in the radome T will be:

$$T = \frac{\sqrt{2}\cos [k(l_1\sqrt{\varepsilon}-l_2)]}{\sqrt{(\varepsilon+1)+(\varepsilon-1)\cos [k(l_1\sqrt{\varepsilon}-l_2)]}} \quad (1)$$

where geometric values of l_1 and l_2 are shown in Fig.1.

From (1) expression the main result is that the radome is absolutely transparent ($|T|=1$), if two conditions are met:

$$l_1 = \frac{v\lambda}{\sqrt{\varepsilon}-1} \quad (v=1,2,3,\dots) \quad (3)$$

and

$$l_2 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left[\frac{v}{\sqrt{\varepsilon}-1} - (2m+1) \right] \lambda \quad (4)$$

$$(v > (2m+1)(\sqrt{\varepsilon}-1)) \quad (5)$$

width of the radome can be calculated from the expression

$$L = L_{vm} = \left[\frac{v}{\sqrt{\varepsilon}-1} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} \right) - (2m+1) \right] \lambda \quad (6).$$

In chapter II, similar problem is described, but now with two parallel identical gratings. The role of the second grating is to increase mechanical firmness of the radome even more. It's shown, that radome transparency coefficient T is maximum, when $l_1 = \frac{\lambda}{4} \frac{2n+1}{\sqrt{\varepsilon}}$.

In Chapter III, complex form radome electro-dynamic analysis is proposed. Cross section of the radome in XYZ plain coordinate system is shown in Fig.3. Radome is placed in vacuum, which borders radome on S_1 and S_4 surfaces. In (A_2) area, which borders (A_1) and (A_3) areas by S_2 and S_3 surfaces, periodic grating is installed, which is consisted by parallel, ideally conducted cylinders, with radius a . M is the observation point, which has coordinates r and φ . This point can be in anywhere in the space.

The fundamental finding of our research is that, for achieving maximum value of the transparency coefficient, three conditions should be fulfilled:

$$d = \frac{\mu\lambda}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left(\frac{h}{2} + d_3 \right) = \frac{q\lambda}{\sqrt{\varepsilon_3}} \text{ and } d_1 = \frac{s\lambda}{\sqrt{1}} \quad (8)$$

($\mu, q, s = 1, 2, 3, \dots$), d -period of the grating.

In chapter IV, cylindrical form radome is observed. Placement of the radome in XYZ rectangle coordinate system is shown on Fig.4. Along Z axis, which passes

symmetric axes of the radome, transmission antenna (dipole) is placed, with H height. It connects cylinders bases by its terminations, which represent ideal conductors, and therefore there is no effect of accumulation of charges on dipole terminations, and due to the effect of mirroring, raised current in the antenna will not be dependent on Z coordinate.

After solving and simplification of the problem, we get following expression for the transparency coefficient T:

$$|T| \approx 1 - e^{-\gamma k\Delta} \equiv f(k\Delta), (\Delta=a-b), (k=2\pi/\lambda) \quad (10)$$

where $\gamma = -\frac{\eta}{2}\sqrt{\epsilon}$, η is the di-electrical losses angle's tangencies, in area II, and ϵ is the real part of the complex dielectric penetration, in the same area. On Fig.5 is constructed the characteristics of $f(k\Delta)$ function, for different values of γ parameter.

From the graphs, it's evident that transparency coefficient for short waves (when $k\Delta$ is large number) is very close to one, $\text{Lim}_{\lambda \rightarrow 0} |T| = 1$, and for long waves ($k\Delta \ll 1$), module of transparency coefficient $|T|$ is close to zero, $\text{Lim}_{\lambda \rightarrow \infty} |T| = 0$.

In Chapter V, again two layer radome is observed. But in this case in dielectric ring, circular periodic grating, in c-radial circle is installed for increasing the mechanical firmness of the model ($b < c < a$). On Fig.6 cross section of the radome in XOY plain is shown. M is the observation point, with cylindrical coordinates r and φ .

From the analyses of results, it's seen that coefficient K is inversely proportional to the number of conductors placed in the grating ($K \sim 1/N$), and we can suppose that the effect of the grating on the electrodynamic functionality of the radome will be insignificant.

Despite that, it's established that if $N \geq 25$, than

$$c \geq \frac{2\lambda}{\sqrt{\epsilon_2}\pi} \quad (14)$$

and this expression gives us the ability to choose radius of the circle c, on which the grating should be placed, such that the condition $b \leq c \leq a$ will be satisfied as well.

In Chapter VI, electrodynamic problem is examined, which relates to the functionality of the radome in the role of the receiver antenna, which has practical implications as well. On Fig.7 radome's cross section is shown in XOY plain. Radome is consisted from two dielectric layers. Inner (III) area includes in its center linear receiver antenna.

Our task is different from the classical one, that now on the cylinder axis, receiver antenna is placed, and the basic problem is to define axial currents arised on the surface of this antenna. For the axial current we get the following expression:

$$I_Z = \frac{b\bar{A}_0}{\pi k a \sqrt{\varepsilon_3} r_0 \xi [H_0^{(2)}(ka) f_0^{(6)} - H_1^{(2)}(ka) f_0^{(5)}]}$$

where $k=2\pi/\lambda$, λ -wavelength, $\xi=120\pi$ (Ω), $H_0^{(2)}(ka)$ and $H_1^{(2)}(ka)$ are Hankel's first and second kind zero and first kind functions, respectively, \bar{A}_0 is fallen (initial) wave amplitude, $f_0^{(6)}$ and $f_0^{(5)}$ are given values, which are dependent on parameters k_2b , k_2a , k_3r_0 , k_3b (see dissertation formulae (VI.30) and (VI.31)).

შინაარსი

ანოტაცია	xiv
შესავალი	15
I თავი - პერიოდული მესრის შემცველი ერთფენოვანი გარსმდენის ელექტროდინამიკა	22
§1. ამოცანის ფურმულირება	22
§2. ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა ცალკეულ არეებში	24
§3. ამოცანის სასაზღვრო პირობები და გამჭვირვალობის კოეფიციენტი	25
დასკვნები I თავისათვის	30
II თავი - ორმესრიანი ერთფენოვანი გარსმდენის ელექტროდინამიკა	32
§1. ორმესრიანი პერიოდული სტრუქტურა თავისუფალ სივრცეში (დამხმარე ამოცანა)	32
§2. ორმესრიანი ერთფენოვანი გარსმდენი	36
§3. ამოცანის სასაზღვრო პირობები	39
§4. მიღებული შედეგების ანალიზი	42
დასკვნები II თავისათვის	45
III თავი - პერიოდული მესრის შემცველი სამფენოვანი გარსმდენი	46
§1. ამოცანის ფურმულირება	46
§2. ველის სტრუქტურა გარსმდენის ცალკეულ არეებში	47
§3. სასაზღვრო პირობები და ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემა	49
§4. განტოლებათა სისტემის ამონახსნი და რიცხვითი შედეგები	54
დასკვნები III თავისათვის	63
IV თავი - ცილინდრული გარსმდენის ელექტროდინამიკა	64
შესავალი	64
§1. ერთფენოვანი ცილინდრული გარსმდენი	65
1.1 ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა ცალკეულ არეებში	65
1.2 სასაზღვრო პირობები და ალგებრულ განტოლებათა სისტემა	67
§2. ორფენოვანი გარსმდენი, რიცხვითი შედეგები	71
დასკვნები IV თავისათვის	73
V თავი - მეტალური ჩანართის მქონე კოაქსიალური, ორფენოვანი გარსმდენის ელექტროდინამიკა და ანგარიში	74

§1. შესავალი და ამოცანის დასმა	74
§2. ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა გარსმდენის ცალკეულ არეებში	75
§3. სასაზღვრო პირობები და ველის კოეფიციენტების განსაზღვრა	77
§4. მესრის გავლენა გარსმდენის ფუნქციონირებაზე და რიცხვითი შედეგები.....	80
დასკვნები V თავისათვის	83
VI თავი - ერთფენოვანი ცილინდრული გარსმდენი მიმღები ანტენის როლში.....	84
შესავალი	84
§1. ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა სივრცის ცალკეულ არეებში	85
§2. ამოცანის სასაზღვრო პირობები და ალგებრულ განტოლებათა სისტემა	87
§3. ანტენის ზედაპირზე აღძრული აქსიალური დენის აგნარიში	91
დასკვნები VI თავისათვის	95
საერთო დაკვნები	96
დანართი I	99
დანართი II	100
დანართი III	102
გამოყენებული ლიტერატურა	103

ნახაზების ნუსხა

ნახაზი 1	15
ნახაზი 2	16
ნახაზი 3	16
ნახაზი 4	22
ნახაზი 5	33
ნახაზი 6	36
ნახაზი 7	46
ნახაზი 8	59
ნახაზი 9	64
ნახაზი 10	65
ნახაზი 11	71
ნახაზი 12	74
ნახაზი 13	84

ანოტაცია

დისერტაციაში განიხილება სხვადასხვა სახის საანტენო გარსმდენები, რომელთა ელექტროდინამიკური ანალიზი და ინჟინრული ანგარიში დღემდე არ ჩატარებულა; განხილულია აგრეთვე ისეთი ამოცანებიც, რომლებიც საჭიროებენ დამატებით კვლევებსაც.

ახალი ტიპის გარსმდენებია: ერთ დიელექტრიკულ ფენაში ჩამონტაჟებული ერთი და ორმაგ მესრიანი გარსმდენი, ორფენოვანი კოაქსიალური დიელექტრიკული ცილინდრი, რომლის გარეთა ფენაში წრიული მეტალური მესერია ცართული, სამფენოვანი გარსმდენი, როდესაც ცენტრალურ ფენაში განთავსებულია მეტალური ჩანართი პერიოდული მესრის სახით.

ნაშრომში ჩატარებულია გარსმდენების ელექტროდინამიკური ანალიზი და ინჟინრული ანგარიში. ამისათვის გამოყენებულია მკაცრი მათემატიკური აპარატი და ზოგიერთი ორიგინალური გათვლები.

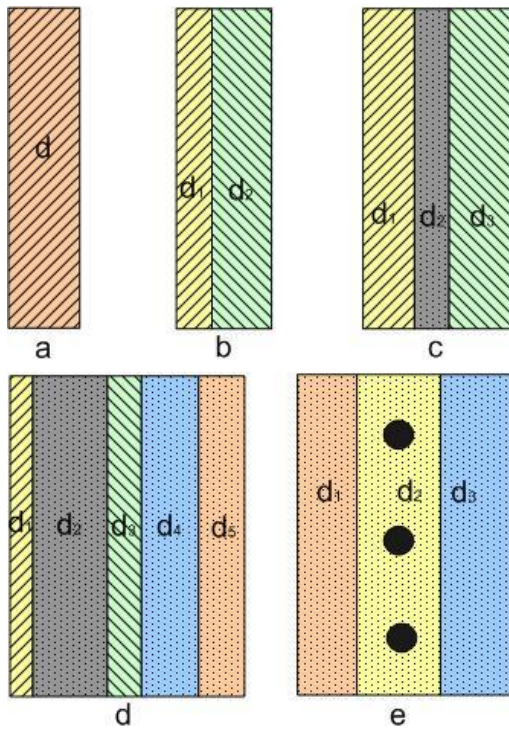
დადგენილია პირობები, რომლის დროსაც გარსმდენის ფუნქციონირება ოპტიმალურ რეჟიმში უნდა მიმდინარეობდეს.

შესავალი (ამოცანის დასმა და მიზანი, თემატიკის აქტუალობა, კვლევის

მეთოდები, პრაქტიკული ღირებულება)

საანტენო გარსმდენების დანიშნულებაა ანტენების დაცვა გარეშე ზემოქმედებებისგან. ასეთებია ქარი, წვიმა, ყინვა, ტემპერატურის ცვლილება და სხვა.

ფიზიკურად, გარსმდენი არის დიელექტრიკული მასალებისგან შედგენილი ჩაფხუტი, რომლის შიგნით ანტენაა განთავსებული. იგი შეიძლება



ფუნქციონირებდეს როგორც გადამცემი, ისევე მიძღვება ანტენის როლში.

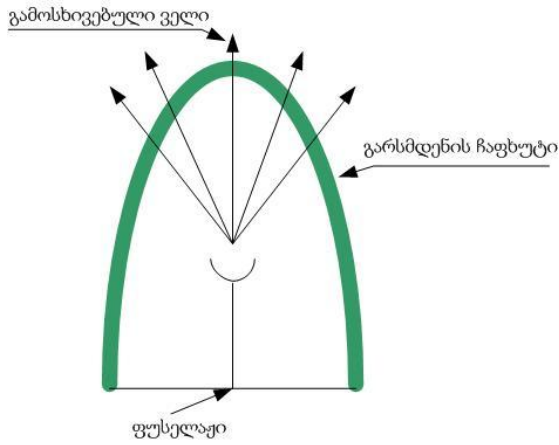
გარსმდენები შეიძლება ორ კატეგორიად დავყოთ: პირველი – ბრტყელი დიელექტრიკული ფენებისაგან შედგენილი ნაკეთობები (ნახ.1) და მეორე, მრუდეკედლებიანი (ცილინდრული, კონუსური, სფერული) დიელექტრიკებისგან შედგენილი ჩაფხუტები (ნახ.2, ნახ.3).

ნახ.1. ბრტყელი გარსმდენების სტრუქტურები

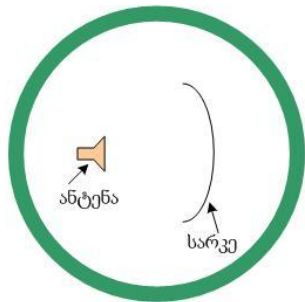
- a- ერთფენოვანი; b- ორფენოვანი;
- C- სამფენოვანი; d- ხუთფენოვანი;
- e- სამფენოვანი, მეტალური ჩანართით

საანტენო ტექნიკის განვითარების ადრეულ პერიოდში, 1953 წლიდან 1966 წლებამდე, რადიოტალღების გასხივება უმთავრესად ხაზოვანი ანტენების

საშუალებით ხდებოდა. ამ შემთხვევაში, თუ ანტენის დაშორება გარსმდენის კედლიდან მეტი ან ტოლია ტალღის სიგრძის მეოთხედზე გარსმდენის ელექტროდინამიკური ანალიზი საგრძნობლად მარტივდება. იმიტომ, რომ ამ შემთხვევაში გარსმდენი კედელზე დაცემული სფერული ტალღა შეიძლება ჩავთვალოთ როგორც ბრტყელი.



ნახ.2. ღერძულად სიმეტრიული განიერი გარსაცმი



ნახ.3. ცილინდრულ გარსმდენში მოთავსებული სარკული ანტენა რუპორული მიმსხივებით

თუ \bar{A}_0 სიმბოლოთი აღვნიშნავთ დაცემული ტალღის ამპლიტუდას, ხოლო A -თი გასული ტალღისას მაშინ სიდიდეს

$$R = \frac{A}{\bar{A}_0}$$

(1)

არეკვლის კოეფიციენტი ეწოდება. შეფარდება

$$T = \frac{B}{\bar{A}_0}$$

(2)

კი გვამღევს გარსმდენის გამჭვირვალობის კოეფიციენტს,

სადაც B არის გარსმდენიდან გასული ტალღის ამპლიტუდა.

R და T კოეფიციენტებს შორის კავშირი ასეთია:

$$R=1-T, \text{ ან } T=1-R \tag{3}$$

ორივე სიდიდე კომპლექსურია და დამოკიდებულია გარსმდენის ფენების სისქეზე, მუშა ტალღის სიგრძესა და ფენების დიელექტრიკულ შეღწევადობებზე ϵ_j , რომელიც კომპლექსურ სიდიდეს წარმოადგენს. იგი შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$\epsilon_j = \epsilon_j^{(1)} + i\epsilon_j^{(2)} \quad (j=1,2,3,\dots) \tag{4}$$

სადაც $\epsilon_j^{(1)}$ წარმოადგენს სიელექტრიკული შეღწევადობის რეალურ ნაწილს ($\epsilon_j^{(1)} = Re\epsilon_j$), ხოლო $\epsilon_j^{(2)}$ კი არის დიელექტრიკული შეღწევადობის წარმოსახვითი ნაწილი ($\epsilon_j^{(2)} = Im\epsilon_j$).

ასე რომ ფორმალურად, არეკვლისა და გამჭვირვალობის კოეფიციენტები შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ:

$$R=R(d_j, \epsilon_j, \lambda) \quad (5)$$

$$T=T(d_j, \epsilon_j, \lambda) \quad (6)$$

გარსმდენების ელექტროდინამიკური ანალიზის მიზანია, ამ ფუნქციონალური დამოკიდებულებებიდან ერთერთი მათგანის ანალიზური სახით წარმოდგენა.

ვთქვათ, ეს მოხერხდა T ფუნქციის მიმართ, რომელიც შეიძლება ასე ჩავწეროთ

$$T(d_j, \epsilon_j, \lambda) = |T(d_j, \epsilon_j, \lambda)|e^{i\varphi(d_j, \epsilon_j, \lambda)} \quad (7)$$

სადაც $|T|$ არის არეკვლის კოეფიციენტის მოდული, ხოლო $\varphi=\arctg(\text{Im}T)/(\text{Re}T)$ გამჭვირვალობის მკოეფიციენტის ფაზა.

დამახასიათებელია, რომ ფუნქცია $T(d_j, \epsilon_j, \lambda)$, d_j/λ პარამეტრთან მიმართებაში, ფიქსირებული ϵ_j –სათვის ქროზადი ოსცილაციის ხასიათს ატარებს და მაქსიმუმის მრავალი მნიშვნელობა გააჩნია. ისინი ასეთი წესით არიან განლაგებული

$$|T_{max}^{(1)}| > |T_{max}^{(2)}| > |T_{max}^{(3)}| > \dots$$

აქედან, ცხადია, რომ სიდიდე $|T_{max}^{(1)}| \approx 1$ განსაზღვრავს გარსმდენის ოპტიმალური ფუნქციონირების რეჟიმს; ფიქსირებული ϵ_j –სათვის, d_j/λ პარამეტრის მნიშვნელობები $(d_j/\lambda)_v$ ($v=1,2,3,\dots$), უზრუნველყოფენ გამჭვირვალობის კოეფიციენტის მაქსიმუმებს.

$T(d_j, \epsilon_j, \lambda)$ ფუნქციების რიცხვითი გამოთვლების პროცესში აუცილებელია გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ სიდიდე ϵ_j კომპლექსურია და უპრიანია მისი წარმოდგენა ასეთი სახით:

$$\varepsilon_j = \varepsilon_j^{(1)}(1 + i \tan \gamma_j) \quad (8)$$

შეფარდებას $\gamma_j = \varepsilon_j^{(2)} / \varepsilon_j^{(1)}$, კარგვების კუთხე ეწოდება, ხოლო სიდიდეს $\tan \gamma_j$ – კარგვების კუთხის ტანგენსი.

ტერმინი „კარგვები“ იმის მანიშნებელია, რომ დიელექტრიკში ელექტრომაგნიტური ტალღების გავლისას, მისი ენერგია სითბურ ენერგიაში გადადის, რომლის არსებობა გაპირობებულია დიელექტრიკული შეღწევადობის წარმოსახვითი ნაწილით.

ლიტერატურაში (იხ.მაგ. [1]), არსებობს ცხრილები, სადაც შეტანილია კარგვების კუთხის ტანგენსის მნიშვნელობები სხვადასხვა სახის დიელექტრიკებისათვის (ფიქსირებულ სიხშირეებზე).

განვიხილოთ ახლა, თუ როგორ უნდა მოხდეს მეორე კატეგორიის, ე.ი. მრუდე ზედაპირების მქონე გარსმდენების ფუნქციონირების ეფექტურობის შეფასება; ასეთ შემთხვევებში ანტენებს რთული სტრუქტურა აქვთ (იხ.ნახ. 2 და 3), ისეთები როგორებიც არიან სფერული და პარაბოლური სარკიანი ანტენები, ლინზური და კასეგრენის ტიპის ანტენები, ამიტომ ამ ანტენების ზედაპირულ დენებზე, მრუდი ზედაპირის მქონე გარსმდენებიდან არეკლილი ტალღები, ცვლიან ანტენის ზედაპირული დენების სტრუქტურას, რაც იწვევს მათი გამოსხივების დიაგრამების შეცვლას [6,7,8]. ეს კი იმის მანიშნებელია, რომ გარსმდენი თავისი შიგთავსი ანტენიანად გარდაიქმნა ახალ, დამოუკიდებელ ანტენად, რომელსაც გააჩნია ყველა ის მახასიათებელი პარამეტრი, რაც უდნა ქონდეს ნებისმიერ ანტენას, ოღონდ ახლა გარსმდენიანი ანტენის ყველა პარამეტრი განსხვავებული იქნება შიგთავსი (პირველადი) ანტენის პარამეტრებისაგან და მოცემული მიმართულებით გასხივებული სიმძლავრეებითაც, რომლებიც შეიძლება გამოვითვალოთ ცნობილი ფორმულებით:

$$P(\theta_1, \zeta, \varepsilon) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V [\vec{E}(\theta, \zeta, \varepsilon) \vec{H}(\theta, \zeta, \varepsilon)] dv \quad (9)$$

$$P_0(\theta_1, \eta) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V [\vec{E}_0(\theta, \eta) \vec{H}_0(\theta, \eta)] dv \quad (10)$$

სადაც $P(\theta_1, \zeta)$ არის შორეულ ზონაში გარსმდენის მიერ გასხივებული სიმძლავრის მნიშვნელობა მოცემული θ_1 მიმართულებით, ხოლო $P_0(\theta_1, \eta)$ კი ანტენის მიერ გასხივებული სიმძლავრის მნიშვნელობა იმავე მიმართულებით. ζ და η არიან რაიმე წინასწარ შერჩეული ფარდობითი გეომეტრიული პარამეტრების მნიშვნელობები, ხოლო ε კი გარსმდენის ფარდობითი დიელექტრიკული მუდმივაა.

თუ ჩავთვლით, რომ

$$P(\theta_1, \zeta, \varepsilon) = P_0(\theta_1, \eta) \quad (11)$$

მაშინ მივიღებთ განტოლებას, რომელიც ერთმანეთთან დააკავშირებს ζ და η პარამეტრებს. თუ ამ კავშირს ფორმალურად ასე აღვნიშნავთ:

$$\zeta = F(\theta_1, \zeta, \varepsilon) \quad (12)$$

მაშინ, წინასწარ ფიქსირებული η -სთვისა და ε -სათვის, შეიძლება განვსაზღვროთ ζ პარამეტრის რიცხვითი მნიშვნელობა. ასე რომ (12) თანაფარდობა შეიძლება მივიჩნიოთ იმ კრიტერიუმად, რომელიც უზრუნველყოფს გარსმდენის ფუნქციონირების ოპტიმალურ რეჟიმს მოცემული მიმართულებით.

ნაშრომის მიზანია შემოთავაზებული ახალი კონსტრუქციის გარსმდენების ოპტიმალური რეჟიმების კვლევა და მათი ინჟინრული ანგარიშის ჩატარება.

თემატიკის აქტუალობა

რადიოკავშირი ელექტრომაგნიტური ტალღების საშუალებით ხორციელდება. ამ ტალღებს ცალკეული (ინდივიდუალური), ან რთული კონსტრუქციის საანტენო სისტემები ასხივებენ. პრაქტიკამ აჩვენა, რომ ანტენებზე გარეშე ზემოქმედების (ქარის, წვიმის, ყინვისა და სხვათა)

შედეგად მათი ძირითადი ელექტროდინამიკური პარამეტრები იცვლებიან, რითაც ირღვევა ანტენათა ფუნქციონირების ოპტიმალური რეჟიმი, რის გამოც იცვლება გადაცემული სიგნალის ფორმა და უარესდება თვით კავშირგაბმულობის ხარისხიც და ზოგჯერ იგი წყდება კიდევ.

ამის გამო საჭირო გახდა ანტენების დაცვა გარეშე ფაქტორებისაგან. ამ მიზნით შეიქმნა ე.წ. საანტენო გარსმდენები, რომლებიც წარმოადგენენ დიელექტრიკული მასალებისგან შედგენილ დამცველ ჩაფხუტებს, რომელთა შიგნით ხდება ანტენების განთავსება.

იმისათვის, რომ გარსმდენებმა თვითონ არ გამოიწვიონ ანტენათა პარამეტრების, კერძოდ გამოსხივების დიაგრამის, მიმართულების ქმედების კოეფიციენტის, შესასვლელი წინაღობის და სხვათა ცვლილება, საჭიროა წინასწარ ჩატარდეს ანტენის შემცველი გარსმდენის ერთიანი ელექტროდინამიკური ანალიზი და ამის საფუძველზე დადგინდეს ის პირობები, როდესაც გარსმდენის გავლენა ანტენის ფუნქციონირებაზე უმნიშვნელო აღმოჩნდება.

დისერტაციაში დასმული ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება ახალი ტიპის გარსმდენების ელექტროდინამიკურ ანალიზს, სრულ თანხმობაშია ზემოთ აღნიშნულ პრობლემასთან, ამიტომ დისერტაციის თემატიკის აქტუალობა ეჭვს არ იწვევს.

კვლევის მეთოდები

დისერტაციაში დასმული ამოცანების გადაწყვეტის მიზნით გამოყენებულია მაქსველის ელექტროდინამიკის მათემატიკური აპარატი და აგრეთვე მათემატიკური ანალიზის მეთოდები [18,19].

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება

დისერტაციის პრაქტიკული ღირებულება შეიძლება ორი თვალსაზრისით განვიხილოთ: მეთოდური და გამოყენებითი. პირველი მათგანი ეხება მათემატიკური აპარატის ორიგინალურ გამოყენებას, რამაც შესაძლებელი გახადა კონკრეტული ამოცანების ამონახსნების ანალიზური სახით წარმოდგენა.

პრაქტიკული თვალსაზრისით მიღებული შედეგების ღირებულება იმაში მდგომარეობს, რომ დამპროექტებლებს მიეწოდებათ რაოდენობრივი თანაფარდობები (მუშა ფორმულების სახით) და გრაფიკები, რომელთა საშუალებებითაც ისინი შეძლებენ ეფექტურად (ადვილად) ჩაატარონ სხვადასხვა (სასურველი) ზომებისა და დანიშნულების გარსმდენების ინჟინრული ანგარიში.

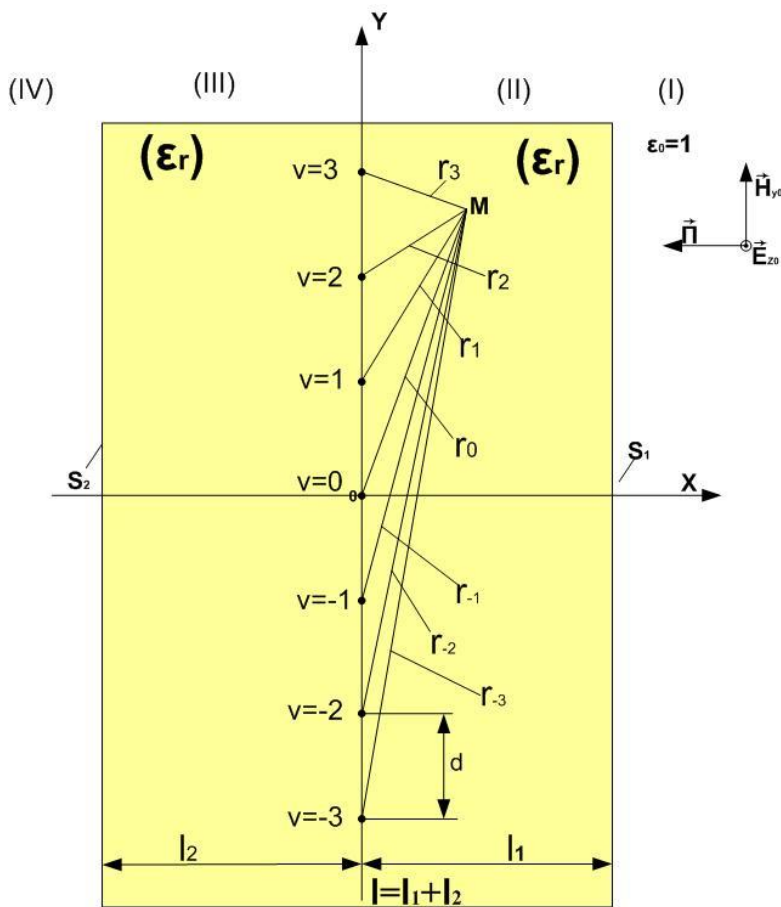
I თავი

პერიოდული მესრის შემცველი ერთფენოვანი გარსმდენის

ელექტროდინამიკა

§1. ამოცანის ფურმულირება

გარსმდენის განივი კვეთი ნახ.4-ზეა წარმოდგენილი. იგი შედგება I სისქის დიელექტრიკული (ϵ_r) ფენისგან, რომელშიც ფენის მარჯვენა S_1



ნახ.4. ერთფენოვანი დიელექტრიკული გარსმდენი მეტალური ჩანართით

ზედაპირიდან l_1 მანძილის დაშორებით ჩართულია (ჩამონტაჟებულია) წვრილი მავთულებისაგან (ტალლის სიგრძესთან მიმართებაში) შედგენილი მესერი პერიოდით d .

მესრის დანიშნულებაა გარსმდენის მექანიკური სიმტკიცის გაზრდა;

ხელსაყრელია, რომ მესრის თითოეულ ელემენტს მივუსადაგოთ ნომერი v და XYZ კოორდინატთა სისტემაში კოორდინატთა სათავე ავირჩიოთ $v=0$ გამტარის შუაში. ამ სისტემაში მესერი განთავსებულია $x=0$ სიბრტყეში ე.ი. Y ღერძის გასწვრივ; დანარჩენი ელემენტების ნომრები იქნება $v=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ როგორც ეს ნახაზზეა ნაჩვენები; პერიოდული მესრის გამტარები

მიმართული არიან Z - ღერძის პარალელურად (ნახაზის სიბრტყის მართობულად). ჩვენ ჩავთვლით, რომ მესრის ელემენტების რადიუსია r_0 , რომელიც გაცილებით ნაკლებია მუშა ტალღის სიგრძეზე ($r_0/\lambda \ll 1$). გარსმდენს გარს აკრავს თავისუფალი სივრცე ($\epsilon_0=1$), რომელშიც ბრტყელი ელექტრომაგნიტური E პოლარიზებული ტალღა მარჯვნიდან ($X>0$) ნორმალურად ეცემა გარსმდენის S_1 ზედაპირს. დაცემული ტალღის ელექტრული ვექტორი \vec{E} პარალელურია Z ღერძისა და მხოლოდ ვერტიკალური E_{z0} მდგენელი გააჩნია. დაცემული ტალღის მაგნიტური ვექტორი \vec{H} Y -ღერძის პარალელურად არის მიმართული და ერთადერთი H_{y0} მდგენელი აქვს. ამ ტალღის წყარო არის ანტენა, რომელიც S_1 - ზედაპირიდან შორეულ ზონაში იმყოფება. გარსაცმზე დაცემის შემდეგ ტალღის ნაწილი აირეკლება S_1 -ზედაპირიდან, ნაწილი კი გადავა გარსმდენში და დაეცემა მესერს. ამ ტალღის ნაწილი აირეკლება მესრიდან, ნაწილი კი გაძვრება მესერში და დაეცემა გარსმდენის S_2 -ზედაპირს, აქაც გამეორდება დაცემა-არეკვლის ეფექტი და ბოლოს ტალღის ნაწილი აღმოჩნდება გარსმდენს მიღმა.

აღწერილი პროცესის მათემატიკური ანალიზის ჩასატარებლად ხელსაყრელია მთელი არე (სივრცე) სამ ნაწილად დავყოთ:

(I)-არე იყოს სივრცე, რომელიც გარსაცმის მარჯვნივ მდებარეობს. იგი არის თავისუფალი სივრცე, რომელშიც განთავსებულია გარსმდენი. ამ არეში დაკვირვების წერტილის (M) კოორდინატები იცვლება ასეთ საზღვრებში: $-\infty < x < l_1, -\infty < y < \infty$.

(II)-არე არის სივრცე რომელიც მოქცეულია S_1 და S_2 სიბრტყეებს შორის, რომელშიც ჩასმულია მესერი ($l_2 \leq x \leq l_1, -\infty < y < \infty$).

(III)-არე არის თავისუფალი სივრცე, რომლისთვისაც $-\infty < x \leq -l_2, -\infty < y < \infty$.

ჩვენი ამოცანაა ვიპოვოთ ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა ზემოთ აღნიშნულ არეებში და ამის შემდეგ განვსაზღვროთ მესრიდან არეკლილი და გასული ტალღების ამპლიტუდები.

§2. ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა ცალკეულ არეებში

(I)-არეში ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა განისაზღვრება დაცემული და არეკლილი ტალღების სუპერპოზიციით, ანუ:

$$E_{z1} = E_0 e^{ikx} + A e^{-ikx}, \quad x \geq l_1$$

(I.1)

სადაც E_0 დაცემული ტალღის ამპლიტუდაა, ხოლო A , S_1 -ზედაპირიდან არეკლილი ტალღის ამპლიტუდა, $k=2\pi/\lambda$, λ -მუშა ტალღის სიგრძეა; E_0 ცნობილი სიდიდეა, ხოლო A კი უცნობია.

(II) არეში ველის სტრუქტურის განსაზღვრისათვის უნდა ვისარგებლოთ შემდეგი მოსაზრებით: მესრის გარეშე ველის სტრუქტურა ელექტრული მდგენელებისათვის ასეთი იქნებოდა

$$E'_{z2} = C e^{ik_2 x} + D e^{-ik_2 x}$$

(I.2)

სადაც C და D უცნობი კოეფიციენტებია, ხოლო $k_2 = k\sqrt{\epsilon_{2r}}$ არის II გარემოს ტალღური რიცხვი, ϵ_{2r} კი ამავე გარემოს კომპლექსური დიელექტრიკული შეღწევადობა.

მესრის ჩართვის შემდეგ (I.3) ველს უდნა დაემატოს მესრიდან არეკლილი ველი. თუ მესრის შემადგენელი გამტარების რადიუსი r_0 აკმაყოფილებს ძლიერ უტოლობას $|k_2 r_0| \ll 1$, მაშინ მესრიდან გაბნეული ველი შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ [17]:

$$E''_{Z2} = M \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d|x|\sqrt{m^2-Dr^2}} e^{i2\pi d^{-1}ym}}{\sqrt{m^2-Dr^2}}$$

(I.3)

სადაც $D' = D\sqrt{\epsilon_{2r}}$, $D=d/\lambda$, (M უცნობი სიდიდეა)

(I.4)

ასე რომ (II) არეში ელექტრული ველის დამაბულობა ასე უნდა ჩაიწეროს

$$E_{Z2} = C e^{ik_2x} + D e^{-ik_2x} + MF(x, D')$$

(I.5)

სადაც

$$F(x, D') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1}|x|\sqrt{m^2-Dr^2}}}{\sqrt{m^2-Dr^2}} e^{i2\pi md^{-1}y}, (l_2 \leq x \leq l_1, -\infty < y < \infty)$$

(I.6)

და ბოლოს (III) არეში ველის დამაბულობას ასეთი სახე ექნება

$$E_{Z3} = B e^{ikx}, (-\infty < x \leq -l_2)$$

(I.7)

კოეფიციენტები A , B , C , D და M საჭიროებენ განსაზღვრას, რათა ველის გამოსახულებები (I.1), (I.5) და (I.7) გახდნენ ცალსახად წარმოდგენილი.

§3. ამოცანის სასაზღვრო პირობები და გამჭვირვალობის კოეფიციენტი

აღნიშნული კოეფიციენტების განსაზღვრა უნდა მოხდეს ამოცანის სასაზღვრო პირობებიდან, რომლის თანახმადაც ელექტრული ველის მნიშვნელობები და მისი წარმოებულები უნდა იყვნენ უწყვეტი ცალკეულ არეთა საზღვრებზე ე.ი. S_1 და S_2 ზედაპირებზე, გარდა ამისა ელექტრული დამაბულობის მნიშვნელობა მესრის ნებისმიერი ელემენტის ზედაპირზე უნდა იყოს ნულის ტოლი.

ეს სასაზღვრო პირობები ასეთია

$$\left. \begin{array}{l} E_{Z1}=E_{Z2} \\ \frac{\partial E_{Z1}}{\partial x}=\frac{\partial E_{Z2}}{\partial x} \end{array} \right\} \text{როცა } x= l_1 \quad (\text{I.8})$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{Z2}=E_{Z3} \\ \frac{\partial E_{Z2}}{\partial x}=\frac{\partial E_{Z3}}{\partial x} \end{array} \right\} \text{როცა } x=- l_2$$

(I.9)

$$E_{Z2} = 0 \text{ როცა } x=r_0, y=0$$

(I.10)

თუ ამ გამოსახულებებში ჩავსვამთ ელექტრული ველის დამახულობების მნიშვნელობებს მივიღებთ შემდეგ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას

$$\alpha_1 + \bar{\alpha}_1 R = \alpha'_1 C + \bar{\alpha}'_1 D + MF(\ell_1, D')$$

(I.11)

$$ik\alpha_1 - ik\bar{\alpha}_1 R = ik\alpha'_1 C - ik\bar{\alpha}'_1 D + MF'(\ell_1, D')$$

(I.12)

$$\alpha'_2 C + \bar{\alpha}'_2 D + MF(-\ell_2, D') = -ik\alpha_2 T$$

(I.13)

$$ik_1\alpha'_2 C - ik_1\bar{\alpha}'_2 D - MF'(-\ell_2, D') = ik\alpha_2 T$$

(I.14)

$$\beta_1 C + \bar{\beta}_1 D = -MF(r_0 D')$$

(I.15)

საიდანაც გამორიცხვის მეთოდით შეიძლება ყველა უცნობი კოეფიციენტის R, C, D, M და T-ს განსაზღვრა. აქ ჩვენ შემოვიღეთ აღნიშვნები

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1=e^{ik\ell_1}, \bar{\alpha}_1=e^{-ik\ell_1}, \alpha'_1=e^{ik_1\ell_1}, \bar{\alpha}'_1=e^{-ik_1\ell_1} \\ \alpha'_2=e^{-ik_1\ell_2}, \bar{\alpha}'_2=e^{ik_1\ell_2}, \alpha_2=e^{-ik\ell_2}, \beta_1=e^{ik_1 r_0}, \bar{\beta}_1=e^{-ik_1 r_0} \end{array} \right\}$$

(I.16)

$$F(r_0 D') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1} r_0 \sqrt{m^2 - D'^2}}}{\sqrt{m^2 - D'^2}}$$

(I.17)

გავაკეთოთ ახლა ერთი მნიშვნელოვანი შენიშვნა, რომელსაც დიდი პრაქტიკული ინტერესი აქვს: (I.15)-დან გვაქვს

$$M = -\frac{\beta_1 C + \bar{\beta}_1 D}{F(r_0 D')} \quad (I.18)$$

ჩვენი მთავარი მიზანია გამჭვირვალობის კოეფიციენტისათვის T საანგარიშო ფორმულის მიღება და მისი საშუალებით ამ კოეფიციენტის მნიშვნელობაზე გარსმდენის კომპლექსური დიელექტრიკული შეღწევადობის გავლენის ხარისხის შესწავლა.

ვიდრე ამას გავაკეთებდეთ ჩავატაროთ ზოგიერთი სასარგებლო გამოთვლები.

გვაქვს

$$D' = D\sqrt{\epsilon_r} \quad (I.19)$$

მაგრამ

$$\epsilon_r = \epsilon_1 + i\epsilon_2 \quad (I.20)$$

სადაც ϵ_1 დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური, ხოლო ϵ_2 წარმოსახვითი ნაწილებია.

(I.20) ასე წარმოვადგინოთ

$$\epsilon_r = \epsilon_1 \left(1 + i \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right) = \epsilon_1 (1 + i \tan \gamma) = \epsilon_1 (1 + i\eta) \quad (I.21)$$

სადაც γ არის კარგვების კუთხე, ხოლო $\eta = \tan \gamma$ - კარგვების კუთხის ტანგენსი.

ხელსაყრელია (I.21)-ს ასეთი სახე მივცეთ

$$\epsilon_r = \sqrt{1 + \eta^2} e^{i\eta} \epsilon_1 \simeq \left(1 + \frac{1}{2}\eta^2\right) \epsilon_1 e^{i\eta}$$

აქედან

$$\sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\eta^2\right)\sqrt{\varepsilon_1}e^{i\eta/2}}$$

ასე რომ

$$D' = D \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\eta^2\right)\sqrt{\varepsilon_1}e^{i\eta/2}} \simeq D \sqrt{1 + \frac{1}{4}\eta^2\sqrt{\varepsilon_1}}$$

ჩვენ ჩავთვალეთ, რომ η -ს სიმცირის გამო ($\eta \ll 1$) $e^{i\eta/2} \simeq 1$

$$\text{ასე რომ } D'^2 \simeq D^2 \varepsilon_1 \left(1 + \frac{1}{4}\eta^2\right)$$

ხოლო

$$1 - D'^2 \simeq 1 - D^2 \varepsilon_1 \left(1 + \frac{1}{4}\eta^2\right) = 1 - D^2 \varepsilon_1 + \frac{1}{4}\eta^2 D^2 \varepsilon_1$$

აქედან

$$\sqrt{1 - D'^2} = \sqrt{1 - (D^2 \varepsilon_1 + \frac{1}{4}\eta^2 D^2 \varepsilon_1)}$$

(I.22)

მივმართოთ ახლა (I.17) მწკრივს და მას ასეთი სახე მივცეთ

$$F(r_0 D') = \frac{1}{iD'} e^{-ikr_0} + \frac{e^{-2\pi r_0 d^{-1} \sqrt{1-D'^2}}}{\sqrt{1-D'^2}} + 2 \sum_{m=2}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1} r_0 \sqrt{m^2 - D'^2}}}{\sqrt{m^2 - D'^2}}$$

აქედან გამოვყოთ შუა წევრი

$$f(D') = \frac{e^{-\alpha \sqrt{1-D'^2}}}{\sqrt{1-D'^2}}, \quad (\alpha = 2\pi r_0 d^{-1} \ll 1)$$

(I.23)

სადაც (I.22)-ის თანახმად

$$\sqrt{1 - D'^2} = \sqrt{1 - D^2 \varepsilon_1 - \frac{\eta^2}{4} D^2 \varepsilon_1}$$

თუ აქ დავუშვებთ, რომ $D^2 \varepsilon_1 = 1$, მაშინ დაგვრჩება, რომ

$$f(D') = \frac{e^{i\alpha\eta/2}}{-i\eta/2} \approx \frac{2i}{\eta}$$

რომლის მოდულია

$$|f(D')| = \frac{2}{\eta}$$

გარსმდენებში გამოყენებული დიელექტრიკებისათვის კარგების კუთხის ტანგენსი იცვლება საზღვრებში [1]

$$0.005 \leq \eta \leq 0.015,$$

ასე, რომ პირველ შემთხვევაში $|f(D')| = 400$, ხოლო მეორე შემთხვევაში კი $|f(D')| \approx 133$, ამიტომ (I.18)–ის თანახმად $|M| \ll 1$ ყოველთვის.

ეს გარემოება იმის საშუალებას გვაძლევს, რომ (I.11)–(I.15) სისტემაში უკუვაგდოთ M-კოეფიციენტის შემცველი წევრები. რის შემდეგაც დაგვრჩება გამარტივებული სისტემა, რომლის ამონახსნი T-ს მიმართ ასეთია

$$T = \frac{1 + e^{-ik\ell_1(\sqrt{\epsilon_r} - 1)}}{(\sqrt{\epsilon_r} - 1)e^{-ik(\ell_1 + \ell_2\sqrt{\epsilon_r})} - (\sqrt{\epsilon_r} - 1)e^{-ik\ell_1(\sqrt{\epsilon_r} - 1)}} \quad (I.24)$$

რადგანაც

$$\sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{1 + \eta^2} e^{i\varphi}, \quad \varphi = \arctan \frac{\sqrt{1 + \eta^2} - 1}{\sqrt{1 + \eta^2} + 1}$$

და $\eta \ll 1$, ამიტომ ვწერთ მიახლოებით

$$\sqrt{\epsilon_r} \approx \sqrt{\epsilon_1}, \quad \varphi \approx 0,$$

ასე რომ (I.24) ფორმულაში დასაშვებია შეცვლა $\sqrt{\epsilon_r} \rightarrow \sqrt{\epsilon_1}$

T-ს მოდული (I.24)–ის თანახმად ასეთია:

$$|T| = \frac{\sqrt{2} \cos[k\ell_1/2(\sqrt{\epsilon_1}-1)]}{\sqrt{(\epsilon_1+1)+(\epsilon_1-1) \cos\{k(\ell_1-\ell_2\sqrt{\epsilon_1})\}}}$$

(I.25)

ამ თანაფარდობის მარტივი ანალიზიდან ვარკვევთ, რომ

1. გარსმდენი აბსოლუტურად გაუმჭვირვალეა ($|T|=0$), თუ სრულდება ტოლობა

$$\frac{k\ell_1}{2}(\sqrt{\epsilon_1}-1) = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \text{ ანუ } \ell_1 = (2n+1)\lambda/2(\sqrt{\epsilon_1}-1) (n=0,1,2,\dots)$$

(I.26)

2. გარსმდენი აბსოლუტურად გამჭვირვალეა ($|T|=1$), თუ ერთდროულად სრულდება ორი პირობა $k(\ell_1 - \ell_2\sqrt{\epsilon_1}) = (2n+1)\pi$ და
- (I.27)

$$k\ell_1(\sqrt{\epsilon_1}-1) = 2\pi\nu, \text{ ანუ } \ell_1 = \nu\lambda/(\sqrt{\epsilon_1}-1), (\nu=1,2,3,\dots)$$

(I.28)

რომლის ჩასმა (I.26)-ში გვაძლევს

$$\ell_2 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} \left[\frac{\nu}{\sqrt{\epsilon_1}-1} - (2m+1) \right] \lambda, (\nu > (2m+1)(\sqrt{\epsilon_1}-1)),$$

(I.29)

გარსმდენის სიგანე ოპტიმალურ რეჟიმში ასეთი უნდა იყოს

$$L_{vm} = \left[\frac{\nu}{\sqrt{\epsilon_1}-1} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1}} \right) - (2m+1) \right] \lambda = \ell_1 + \ell_2$$

(I.30)

დასკვნები I თავისათვის

ფორმულები: $D^2\epsilon_1 = 1$, (I.27) და (I.29) საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ გარსმდენის ფუნქციონირების ოპტიმალური რეჟიმები, როდესაც გამჭვირვალობის კოეფიციენტი $T=1$. ფორმულა $D^2\epsilon_1 = 1$,

სადაც $D=d/\lambda$, d -მესრის პერიოდია, ითვალისწინებს ე.წ. ვუდის ანომალიის ეფექტს დიელექტრიკულ გარემოში ჩამონტაჟებული პერიოდული მესრისათვის [2,3], რომლის დროსაც თავისუფალ გარემოში ($\epsilon_1 = 1$) მესრიდან ტალღების არეკვლა არ ხდება.

ნაშრომებში [4,5], ციტირებული ნაშრომისგან განსხვავებით, ამოცანა განხილულია ზოგადი სიტუაციისათვის, როდესაც მესერში ცილინდრების რადიუსის (r_0) შეფარდება ტალღის სიგრძესთან (r_0/λ) ნებისმიერი შეიძლება იყოს, ხოლო მესერი ჩართულია გარსმდენის შუაში ($\ell_1 = \ell_2$)

აღნიშნულ ნაშრომებში მოცემულია მესრისა და არა გარსმდენის გამჭვირვალობის კოეფიციენტის (d/λ)–თან დამოკიდებულების გრაფიკები, როდესაც $\epsilon_1=1$; 2.1 და 5.4. რაც არ იძლევა სრულ ინფორმაციას გარსმდენის ელექტროდინამიკური თვისებების შესახებ, რის გამოც შეუძლებელია გარსმდენის ოპტიმალური ფუნქციონირების რეჟიმის დადგენა.

მეთოდი, რომელიც ჩვენ ახლა გამოვიყენეთ ერთფენოვანი, პერიოდული მესრის შემცველი გარსმდენის ელექტროდინამიკური ანალიზისთვის, განეკუთვნება პირველ კატეგორიას, სადაც მთავარ როლს ასრულებს სასაზღვრო პირობების გამოყენება. ამ მეთოდს დიდი პოპულარობა ჰქონდა 1953–1966 წლების პერიოდში დაუტვირთავი გარსმდენების ელექტრომაგნიტური თვისებების კვლევისას [9–16].

უკანასკნელი ორი ათეული წლის განმავლობაში გამოქვეყნებული შრომებიდან, რომლებიც ციტირებულია ინტერნეტში 2008 წელს, რომლებიც ეხება გარსმდენების თეორიასა და პრაქტიკას მნიშვნელოვანია პუბლიკაციები [35,36].

II თავი

ორმესრიანი ერთფენოვანი გარსმდენის

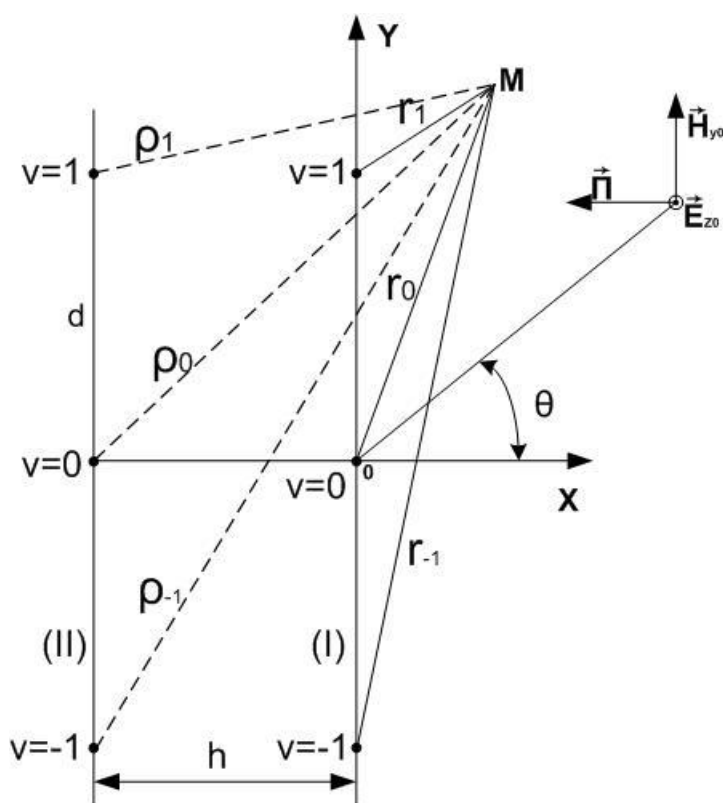
ელექტროდინამიკა

§1. ორმესრიანი პერიოდული სტრუქტურა თავისუფალ სივრცეში

(დამხმარე ამოცანა)

ამ პარაგრაფში ჩვენ განვიხილავთ ორი პერიოდული მესერის ერთობლიობას (ნახ.5), რომლებიც შედგებიან ცილინდრული ფორმის მეტალური გამტარებისგან, რომელთა რადიუსია r_0 .

მესრები ერთმანეთისგან h -მანძილით არიან დაშორებული, აქვთ ერთნაირი



პერიოდი d და მათი

შემადგენელი

მოპირდაპირე

გამტარები ერთ სწორ

ხაზზე იმყოფებიან,

რომელიც X -ღერძის

პარალელურია.

საკუთრივ მესრები

განლაგებული არიან Y

ღერძის

მიმართულებით.

M - სიმბოლოთი

აღვნიშნოთ

დაკვირვების წერტილი,

რომელიც შეიძლება

ნახ.5. ორმაგმესრიანი სტრუქტურა.
 v -არის მესრის ნომერი ($v=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

იმყოფებოდეს მესრების გარეთ, ან მათ შორის. ნახ.5-ზე წარმოდგენილია მესერთა განივი კვეთი X0Y სიბრტყეში (Z-ღერძი მიმართულია ნახაზისადმი მართობულად მესერთა გამტარების პარალელურად).

ახლა დავუშვათ, რომ (I)-მესერს X-ღერძის საწინააღმდეგო მიმართულებიდან θ კუთხით ეცემა E-პოლარიზებული ტალღა, რომლის ელექტრული ვექტორის \vec{E}_0 ერთადერთი E_{z0} მდგენელი, ასე გამოისახება

$$E_{z0} = E_0 e^{ikx \cos \theta + iky \sin \theta} \quad (\text{II.1})$$

სადაც $k=2\pi/\lambda$, λ -ტალღის სიგრძეა თავისუფალ სივრცეში, E_0 ტალღის მოცემული ამპლიტუდაა.

შემდეგში ჩვენ დავუშვებთ, რომ მესრების შემადგენელი გამტარების რადიუსი r_0 გაცილებით ნაკლებია მუშა ტალღის სიგრძეზე (λ) ($r_0/\lambda \ll 1$), რაც საშუალებას გვაძლევს დასაშვები მიახლოებით, ანალიზური სახით წარმოვადგინოთ I-მესრიდან გასხივებული ელექტრული ველის დამაბულობის მდგენელი [17]

$$E_Z^{(I)} = \frac{iX_0}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi m d^{-1} y \sin \theta + ky \sin \theta} \frac{e^{-2\pi d^{-1} |x| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} \quad (\text{II.2})$$

ანალოგიურად ვწერთ II- მესრისათვის

$$E_Z^{(II)} = \frac{iY_0}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi m d^{-1} y \sin \theta + ky \sin \theta} \frac{e^{-2\pi d^{-1} |x+h| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} e^{iky \sin \theta} \quad (\text{II.3})$$

სადაც X_0 და Y_0 უცნობი კოეფიციენტების ($D=d/\lambda$).

საერთო ველი განათებულ არეაში ($x \geq 0$) ასეთ სახეს მიიღებს

$$E_Z = E_0 e^{ikx \cos \theta + iky \sin \theta} + X_0 E_Z^{(1)} + Y_0 E_Z^{(2)} + A e^{-ikx \cos \theta + iky \sin \theta} \quad (\text{II.4})$$

სადაც ბოლო წევრი I მესრიდან არეკლილი (სარკული) ტალღაა, ხოლო

$$E_Z^{(1)} = \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi m d^{-1} y + iky \sin \theta} \frac{e^{-2\pi d^{-1} |x| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} \quad (\text{II.5})$$

$$E_Z^{(2)} = \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi m d^{-1} y + iky \sin \theta} \frac{e^{-2\pi d^{-1} |x+h| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} \quad (\text{II.6})$$

ამგავრად განათებულ არეში ($x \geq 0$) ველის გამოსახულება შეიცავს ორ უცნობ კოეფიციენტს X_0 და Y_0 , რომლებიც ერთმანეთთან უნდა დავაკავშიროთ ორი სასაზღვრო პირობით:

$$E_Z^{(1)} + E_Z^{(2)} = 0 \text{ I-მესრის ნულოვანი მესრის ელემენტზე (ე.ი. როცა } x=r_0) \text{ და}$$

$$E_Z^{(1)} + E_Z^{(2)} = 0 \text{ II-მესრის ნულოვანი ნომრის ელემენტზე, როცა } x=-(h+r_0) \text{ ადვილი დასადგენია, რომ აქედან გამომდინარე}$$

$$X_0 = -Y_0$$

$$(\text{II.7})$$

ასე, რომ $x \geq 0$ არეში ველის მნიშვნელობა (II.4)-ის თანახმად ასეთ სახეს მიიღებს

$$E_Z = E_0 e^{ikx \cos \theta + iky \sin \theta} + X_0 (E_Z^{(1)}(x, y) - E_Z^{(2)}(x, y)) + A e^{-ikx \cos \theta + iky \sin \theta} \quad (\text{II.8})$$

ეს გამოსახულება კი უნდა აკმაყოფილებდეს ნულოვან სასაზღვრო პირობას I-მესრის $v=0$ ნომრის გამტარზე, ანუ

$$E_Z = 0, \text{ როცა } x=r_0 \text{ და } y=0$$

ცხადი სახით კი გვექნება

$$E_0 e^{ikr_0 \cos \theta} = -\frac{iX_0}{\pi} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1} r_0 \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1} |h+r_0| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} \right\} \quad (\text{II.9})$$

აქედან ვპოულობთ X_0 -ის მნიშვნელობას

$$X_0 \simeq -\frac{\pi E_0}{i} / \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(D, \theta), \quad (\text{II.10})$$

სადაც

$$F_m(D, \theta) = \frac{e^{-2\pi d^{-1} r_0 \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} - e^{-2\pi d^{-1} |h+r_0| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} \quad (\text{II.11})$$

(II.4) გამოსახულება (II.5) და (II.6)-ის გათვალისწინებით ასე გადავწეროთ

$$E_Z = E_0 e^{ikx \cos \theta + iky \sin \theta} + X_0 \{ e^{ikx \cos \theta + ik \sin \theta} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(x, y, D, \theta) \} \quad (\text{II.12})$$

სადაც (')-ნიშნავს, რომ $m \neq 0$

$$F_m(x, y, D, \theta) = e^{i2\pi d^{-1} y \sin \theta} \left[\frac{e^{-2\pi d^{-1} |x| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} - \frac{e^{-2\pi d^{-1} |h+x| \sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}}}{\sqrt{(m+D \sin \theta)^2 - D^2}} \right] \quad (\text{II.13})$$

(II.12) გამოსახულებიდან გამოვყოთ ძირითადი ტალღა (როცა $m=0$)

$$\tilde{E}_Z = E_0 e^{ikx \cos \theta + iky \sin \theta} + X_0 e^{-ikx \cos \theta + iky \sin \theta} = E_0 (e^{ikx \cos \theta + iky \sin \theta} R e^{-ikx \cos \theta + iky \sin \theta}) \quad (\text{II.14})$$

სადაც სიდიდე

$$R = X_0 / E_0 \quad (\text{II.15})$$

არის ძირითადი ტალღის (სარკული ტალღის) არეკვლის კოეფიციენტი.

თუ (II.15)-ში ჩავსვამთ X_0 -ის გამოსახულებას (II.10)-დან, მივიღებთ, რომ არეკვლის კოეფიციენტი შეიცავს წევრს (შესაკრებს), რომელიც პროპორციულია სიდიდისა

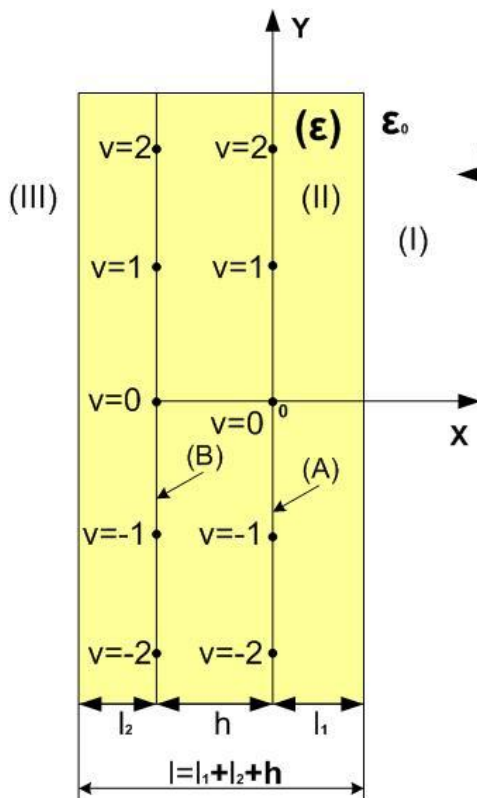
$$\frac{1}{\sqrt{(1-D \sin \theta)^2 - D^2}}$$

თუ ახლა D -ს ისე შევარჩევთ, რომ მოცემული დაცემის კუთხისათვის θ სრულდება ტოლობა

$$D = \frac{1}{1 - \sin \theta} \quad (II.16)$$

მაშინ არეკვლის კოეფიციენტის მნიშვნელობა ნულის ტოლი ხდება და მაშასადამე მესერი გამჭვირვალე ხდება დაცემული ტალღის მიმართ.

§2. ორმესრიანი ერთფენოვანი გარსმდენი



ნახ.6

ნახ.6-ზე წარმოდგენილია გარსმდენის განივი კვეთი (XYZ) კოორდინატა სისტემის $Z=0$ სიბრტყეში (Z -ღერძი მიმართულია ნახაზისადმი მართობულად). ამავე ღერძის პარალელურად დიელექტრიკულ ფენაში ჩამონტაჟებულია ორი იდენტური მესერი. ისინი შედგებიან პარალელური, იდეალურად გამტარი ცილინდრული ფორმის გამტარებისგან. გარსმდენის ზომები Y და Z ღერძების

მიმართულებით უსასრულოა. მესრებს შორის მანძილი აღნიშნულია h -ასოთი. მანძილი (A) მესრიდან გარსმდენის S_1 ზედაპირამდე აღნიშნულია l_1 სიმბოლოთი, ხოლო მანძილი B მესრიდან გარსმდენის S_2 -ზედაპირამდე არის l_2 . გარსმდენის სისქე $l = l_1 + l_2 + h$.

მესრების ელემენტები ჰორიზონტალური წრფეების გასწვრივ არიან განთავსებული X-ღერძის პარალელურად. მესერთა ცალკეული ელემენტები დანომრილია v სიმბოლოთი. ცხადია $v=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ კოორდინატა სათავე არჩეულია (A) მესრის $v=0$ ღერძზე.

სივრცის მტელი არე სამ ქვეარედ დავყოთ. (I) და (III) არე გარსმდენს ორივე მხრიდან ეკვრის. ეს ორი არე სიცარიელა ($\epsilon_0=1$). (II) არე უჭირავს გარსმდენს, რომლის ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა ϵ . ეს უკანასკნელი კომპლექსური სიდიდეა, ანუ $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2$, სადაც ϵ_1 და ϵ_2 რეალური და წარმოსახვითი ნაწილებია.

ახლა დავუშვათ, რომ გარსმდენს მარჯვნიდან ($x>0$) ნორმალურად ეცემა ბრტყელი E-პოლარიზებული ელექტრომაგნიტური ტალღა, რომელსაც ელექტრული ვექტორის ერთადერთი E_z და ერთადერთი მაგნიტური H_x მდგენელი

$$E_{z_{დაც}} = E_0 e^{ikx}, H_{x_{დაც}} = \frac{E_0}{Z_0} e^{ikx}, Z_0 = 120\pi \text{ (ომი)}$$

(III.1)

გარსმდენის S_1 ზედაპირიდან არეკლილი ტალღა იქნება

$$E_{z_{არ}} = A e^{-ikx}, H_{x_{არ}} = \frac{A}{Z_0} e^{-ikx},$$

(III.1')

ამ ტალღის ნაწილი შეაღწევს გარსმდენში და განიბნევა ორმაგ მესერზე.

თუ გამოვიყენებთ [17]-ში შემოთავაზებულ მეთოდებს მესრებიდან გაბნეული ველები შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ:

(A)-მესრიდან გაზნეული ველი იქნება

$$E_Z^{(A)} = X_0 \left\{ \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'x} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi m d^{-1} y} \frac{e^{-2\pi|x|d^{-1}} \Gamma_m}{\Gamma_m} \right\}$$

(III.2)

ხოლო (B)-მესრისთვის გვექნება

$$E_Z^{(B)} = Y_0 \left\{ \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'(x+h)} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi|x+h|d^{-1}} \Gamma_m}{\Gamma_m} \right\}$$

(III.3)

სადაც X_0 და Y_0 -უცნობი კოეფიციენტებია

$$\Gamma_m = \sqrt{m^2 - D'^2}, \quad k' = k\sqrt{\varepsilon}, \quad k = 2\pi/\lambda$$

(III.4)

$D' = D\sqrt{\varepsilon}$, $D = d/\lambda$, d - მესრების პერიოდია, λ -მუშა ტალღის სიგრძე, ε - გარსმდენის კომპლექსური დიელექტრიკული შეღწევადობაა.

ახლა საჭიროა გავითვალისწინოთ შემდეგი გარემოება: გარსმდენი თავისუფალი რომ ყოფილიყო მესრებისგან, მაშინ მასში აღიძრებოდა ტალღა

$$\tilde{E}_Z = M e^{ik'x} + N e^{-ik'x}$$

(III.5)

გარსმდენში გარეშე სხეულების არ არსებობის პირობებში. M და N უცნობი კოეფიციენტებია.

ამგვარად, ახლა სრული ველი გარსმდენში ასეთი იქნება

$$E_Z = M e^{ik'x} + N e^{-ik'x} + X_0 F_1(x) + Y_0 F_2(x),$$

(III.6)

სადაც $F_1(x)$ არის ფიგურული ფრჩხილები (III.2)-ში, ხოლო $F_2(x)$ კი ფიგურული ფრჩხილები (III.3)-ში.

გარსმდენიდან გასული ველი შეინარჩუნებს დაცემული ტალღის ფორმას, ოღონდ მას ექნება E_0 -სგან განსხვავებული კოეფიციენტი, ასე, რომ გვექნება

$$E_{Z3} = D e^{ikx} \quad (-\infty \leq x \leq -(h+l_2),$$

(III.7)

სადაც D უცნობი კოეფიციენტია.

ამგვარად, მოცემულ სიტუაციაში ელექტრომაგნიტური ველი გარსაცმის შიგნით და გარეთ ერთად, შეიცავს ხუთ უცნობ კოეფიციენტს X_0, Y_0, M, N და D .

§3. ამოცანის სასაზღვრო პირობები

პირველ რიგში შევნიშნოთ, რომ ახლა, ჩვენი მთავარი ამოცანაა აღნიშნული კოეფიციენტების განსაზღვრა. ამ მიზნით საჭიროა, რომ ველის მდგენელები უნდა აკმაყოფილებდნენ ქვემოთმოყვანილ სასაზღვრო პირობებს:

$$\left. \begin{aligned} E_Z=0 \text{ (A) მესრის ელემენტზე ნორმით } \nu=0; (x=r_0, y=0) \\ E_Z=0 \text{ (B) მესრის ელემენტზე ნორმით } \nu=0; (x=-(h-r_0), y=0) \end{aligned} \right\}$$

(III.8)

$$\left. \begin{aligned} E_Z = E_{Z\text{დაც}} + E_{Z\text{არ}} \\ \frac{\partial E_Z}{\partial x} = \frac{\partial E_{Z\text{დაც}}}{\partial x} \end{aligned} \right\} S_1 \text{ ზედაპირზე } (x = l_1, -d \leq y \leq d)$$

(III.9)

$$\left. \begin{aligned} E_Z = E_{Z3} \\ \frac{\partial E_Z}{\partial x} = \frac{\partial E_{Z3}}{\partial x} \end{aligned} \right\} S_2 \text{ ზედაპირზე } (x = -(h+l_2), -d \leq y \leq d)$$

(III.10)

პირველ რიგში (III.8) პირობები ჩავწეროთ ცხადი სახით

$$Me^{ik'r_0} + Ne^{-ik'r_0} + X_0 \left\{ \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'r_0} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi r_0 d^{-1} \Gamma_m}}{\Gamma_m} \right\} + Y_0 \left\{ \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'(h+r_0)} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1}(h+r_0) \Gamma_m}}{\Gamma_m} \right\} = 0$$

(III.11)

$$(\Gamma_m = \sqrt{m^2 - D'^2})$$

$$Me^{ik'(h-r_0)} + Ne^{-ik'(h-r_0)} + X_0 \left\{ \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'(h-r_0)} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi r_0 d^{-1} \Gamma_m}}{\Gamma_m} \right\} + Y_0 \left\{ \frac{1}{\pi D'} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1} r_0 \Gamma_m}}{\Gamma_m} \right\} = 0$$

(III.12)

(III.11) და (III.12) ფორმალურად განვიხილოთ როგორც ორუცნობიანი ალგებრულგანტოლებათა სისტემა X_0 და Y_0 უცნობებისათვის. გადავწეროთ ეს სისტემა შემოკლებული სახით

$$\left. \begin{aligned} X_0 a_{11} + Y_0 a_{12} &= C_1 \\ X_0 a_{21} + Y_0 a_{22} &= C_2 \end{aligned} \right\} \quad (III.12')$$

სადაც ჩვენ შემოვიღეთ აღნიშვნები:

$$a_{11} = \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'r_0} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi r_0 d^{-1} \Gamma_m}}{\Gamma_m},$$

$$a_{12} = \frac{1}{\pi D'} e^{-ik'(h+r_0)} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1}(h+r_0) \Gamma_m}}{\Gamma_m}$$

(III.13)

$$a_{21} = \frac{1}{\pi D'} e^{ik'(h-r_0)} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1}(h-r_0) \Gamma_m}}{\Gamma_m}$$

(III.14)

$$a_{22} = \frac{1}{\pi D'} e^{ik'r_0} + \frac{i}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\pi d^{-1} r_0 \Gamma_m}}{\Gamma_m}$$

(III.15)

$$C_1 = -[Me^{-ik'r_0} + Ne^{ik'r_0}], \quad C_2 = -[Me^{-ik'(h-r_0)} + Ne^{ik'(h-r_0)}]$$

(III.16)

(III.12') სისტემის ამონახსნებია

$$X_0 = -\frac{c_1 a_{22} + c_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, Y_0 = -\frac{c_2 a_{11} - c_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}$$

(III.17)

ვიდრე ამ ამონახსნების ანალიზზე გადავიდოდეთ დავადგინოთ Γ_m სიდიდის თვისებები. გვაქვს $\Gamma_m = \sqrt{m^2 - D'^2}$, სადაც

$$D' = D\sqrt{\varepsilon} = D\sqrt{\varepsilon_1 + i\varepsilon_2} = D\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{1 + i\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = D\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{1 + i\eta}, \eta = \tan\gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

განვიხილოთ წევრი

$\sqrt{1 + i\eta}$, სადაც η -ს ეწოდება კარგვების კუთხის ტანგენსი, კარგვების კუთხეა $\gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$.

გვაქვს

$$\sqrt{1 + i\eta} = \alpha + i\beta$$

ადვილად მტკიცდება, რომ

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \eta^2}} \text{ და } \beta = \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \eta^2}}$$

მაგრამ პრაქტიკულად დიელექტრიკების უმრავლესობისათვის, რომლებიც გარსმდენებში არიან გამოყენებული $\eta \ll 1$ [1], ამიტომ

$$\alpha \approx 1, \beta \approx 0.$$

$D' \approx D\sqrt{\varepsilon_1}$, და მაშასადამე

$$\Gamma_m \approx \sqrt{m^2 - D^2 \varepsilon_1}$$

(III.18)

აქედან კი გამომდინარეობს, რომ (III.13), (III.14) და (III.15) გამოსახულებებში Γ_m -ის ნაცვლად უნდა ჩაისვას მისი მნიშვნელობა (III.18).

ვთქვათ, ახლა პარამეტრი D ისეა შერჩეული, რომ სრულდება ტოლობა $= m'$ ($m=1,2,3,\dots$), მაშინ პარამეტრი $\Gamma_m = 0$, ამიტომ (III.13), (III.14) და (III.15) მწკრივებში დომინირებს წევრი, რომლისთვისაც $D\sqrt{\varepsilon_1}$ ახლოს არის m' -თან; ამ შემთხვევაში წევრებს a_{11} , a_{12} , a_{21} , და a_{22} ერთნაირი რიგი $\sim \frac{1}{\sqrt{m'^2 - D^2\varepsilon_1}} \gg 1$ ექნებათ და (III.17) ასეთ სახეს მიიღებს

$X_0, Y_0 \approx \sqrt{m'^2 - D^2\varepsilon_1} \approx 0$ და მაშასადამე მესრები გარსმდენში ელექტროდინამიკურ ფუნქციონირებას წყვეტენ და უზრუნველყოფენ (აძლიერებენ) მხოლოდ გარსმდენის მექანიკურ სიმტკიცეს.

§4. მიღებული შედეგების ანალიზი

დავუბრუნდეთ ახლა (III.9) და (III.10) და ჩავწეროთ ისინი ცხადი სახით.

(III.9)-დან გვაქვს

$$\left. \begin{aligned} Me^{ik'\ell_1} + Ne^{-ik'\ell_1} = E_0 e^{ik'\ell_1} + Ae^{-ik'\ell_1} \\ - ik' M e^{ik'\ell_1} - ik' N e^{-ik'\ell_1} = -ik' A e^{-ik'\ell_1} + ik' E_0 e^{ik'\ell_1} \end{aligned} \right\} \quad (III.19)$$

ეს ალგებრულ განტოლებათა სისტემა ფორმალურად ამოვხსნათ M და N კოეფიციენტების მიმართ, შედეგად მივიღებთ:

$$M = -\alpha_1 E_0 - \alpha_2 A, \quad N = \alpha_3 E_0 - \alpha_4 A \quad (III.20)$$

სადაც

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 = ik'\sigma_1\sigma_2 + ik'\bar{\sigma}_1\sigma_2, \alpha_2 = -i(k'\sigma_1\sigma_2 - ik'\bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2) \\ \sigma_1 = e^{-ik'\ell_1}, \sigma_2 = e^{ik'\ell_1}, \bar{\sigma}_1 = e^{ik'\ell_1}, \bar{\sigma}_2 = e^{-ik'\ell_1} \\ \alpha_3 = i\sigma_1\sigma_2(k-k'), \alpha_4 = i\sigma_1\bar{\sigma}_2(k+k') \end{aligned} \right\} \quad (III.21)$$

მივმართოთ (III.10) სასაზღვრო პირობებს და ისინი ასე წარმოვადგინოთ

$$\left. \begin{aligned} M\beta_1 + N\bar{\beta}_1 = \kappa D \\ ik'\beta_1 - ik'\bar{\beta}_1 N = ik'\kappa D \end{aligned} \right\} \quad (III.22)$$

სადაც

$$\beta_1 = e^{-ik'(h+\ell_2)}, \bar{\beta}_1 = e^{ik'(h+\ell_2)}, \kappa = e^{-ik(h+\ell_2)}$$

(III.23)

ახლა საჭიროა (III.21)–ში ჩავსვათ M და N–ის მნიშვნელობები (III.19)–დან, რის შემდეგ A და D უცნობებისათვის მივიღებთ განტოლებათა სისტემას

$$\left. \begin{array}{l} \kappa D + \gamma_2 A = \gamma_1 E_0 \\ k \kappa D - k' \gamma_4 A = -k' \gamma_3 E_0 \end{array} \right\}$$

(III.24)

სადაც

$$\gamma_1 = -\beta_1 \alpha_1 + \bar{\beta}_3 \alpha_3, \quad \gamma_2 = -\beta_1 \alpha_2 + \bar{\beta}_1 \alpha_4, \quad \gamma_3 = i(\beta_1 \alpha_1 - \bar{\beta}_1 \alpha_3), \quad \kappa = e^{-ik(h+\ell_2)},$$

$$\gamma_4 = i(\beta_1 \alpha_2 + \bar{\beta}_1 \alpha_4)$$

(III.25)

(III.24) სისტემის ამონახსნია

$$D = \frac{k' E_0}{\Delta} [-\gamma_1 \gamma_4 + \gamma_2 \gamma_3]$$

(III.26)

$$A = \frac{\kappa E_0}{\Delta} [k' \gamma_3 + k \gamma_1]$$

(III.27)

სადაც

$$\Delta = -\kappa(k' \gamma_4 + k \gamma_2) \tag{III.28}$$

ჩვენი მთავარი მიზანი D და A კოეფიციენტების განსაზღვრა იყო. ისინი ახლა (III.26) და (III.27) თანაფარდობებით არიან წარმოდგენილი. პრაქტიკული თვალსაზრისით ინტერესს წარმოადგენს გამჭვირვალობის და არეკვლის კოეფიციენტების საანგარიშო ფორმულების ანალიზი. ესენია

$$T = \frac{D}{E_0} = \frac{k'}{\Delta} [\gamma_2 \gamma_3 - \gamma_1 \gamma_4] \text{ გამჭვირვალობის კოეფიციენტი} \tag{III.29}$$

და

$$R = \frac{A}{E_0} = - \frac{\kappa}{\Delta} (k' \gamma_3 + k \gamma_2) \text{ არეკვლის კოეფიციენტი} \quad (\text{III.30})$$

ამ მიზნით ვისარგებლოთ აღნიშვნებით (III.25) და გავითვალისწინოთ (III.21) თანაფარდობაც, შედეგად მივიღებთ

$$(\gamma_2 \gamma_3 - \gamma_1 \gamma_4) = i(\beta_1 \alpha_1 - \bar{\beta}_1 \alpha_3)(\beta_1 \alpha_2 - \bar{\beta}_1 \alpha_4), \text{ სადაც}$$

$$\beta_1 \alpha_1 - \bar{\beta}_1 \alpha_3 = \left[\cos \tau_- + \cos \tau_+ + i(\sin \tau_- + \sin \tau_+) \right] i k e^{-i k \sqrt{\varepsilon} (h + \ell_2)} \quad (\text{III.31})$$

$$\tau_- = k \ell_1 (\sqrt{\varepsilon} - 1), \tau_+ = k \ell_1 (\sqrt{\varepsilon} + 1) \quad (\text{III.32})$$

პრაგმატული მნიშვნელობა აქვს გამჭვირვალობის კოეფიციენტის მოდულს. (III.29)–სა და (III.31)–ის თანახმად

$$|T| = \frac{k'}{|\Delta|} |\beta_1 \alpha_1 - \bar{\beta}_1 \alpha_3| * |\beta_1 \alpha_2 - \bar{\beta}_1 \alpha_4|, \text{ მაგრამ}$$

$$|\beta_1 \alpha_1 - \bar{\beta}_1 \alpha_3| = \sqrt{2} \sqrt{1 - \cos(\tau_- + \tau_+)} = 2 \sin\left(\frac{\tau_- + \tau_+}{2}\right) = 2||$$

საბოლოოდ

$$|T| = \frac{2k'}{|\Delta|} |\sin k \ell_1 \sqrt{\varepsilon}| * |\beta_1 \alpha_2 - \bar{\beta}_1 \alpha_4| \quad (\text{III.33})$$

$$|\beta_1 \alpha_2 - \bar{\beta}_1 \alpha_4| \leq 1$$

(III.33)–დან გამომდინარეობს, რომ გამჭვირვალობის კოეფიციენტი თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას მიაღწევს როცა

$$\sin(k \ell_1 \sqrt{\varepsilon}) = 1, \text{ ანუ როცა}$$

$$k \ell_1 \sqrt{\varepsilon} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \text{ აქედან } \ell_1 = \frac{\lambda (2n+1)}{4 \sqrt{\varepsilon}} = \frac{\lambda_\varepsilon}{4} (2n + 1) \text{ (n=1,2,3,...)}$$

$$(\text{III.34})$$

სადაც $\lambda_\varepsilon = \lambda / \sqrt{\varepsilon}$ ტალღის სიგრძეა დიელექტრიკში.

ცხადია აგრეთვე, რომ თუ $k\ell_1\sqrt{\varepsilon} = n\pi$ ($n=1,2,3,\dots$), ანუ

$$\ell_1 = \frac{2n\lambda\varepsilon}{4} \quad (\text{III.34}')$$

მაშინ გარსმდენი აბსოლუტურად გაუმჭვირვალე ხდება.

დასკვნები II თავისთვის

როგორც მოსალოდნელი იყო ერთფენოვან გარსმდენში ორი პერიოდული მესრის არსებობის დროს კვლევის მათემატიკური პროცედურა გაცილებით რთული აღმოჩნდა, ვიდრე ეს იყო ერთი პერიოდული მესრის შემთხვევაში. სამაგიეროდ ორ-მესრიან სისტემას (გარსმდენს) უფრო მეტი მექანიკური სიმტკიცე გააჩნია და ამ მხრივ ენიჭება მას უპირატესობაც.

ორივე შემთხვევაში ვუდის ანომალიები ძირითადად განაპირობებენ გარსმდენის ფუნქციონირების ოპტიმალური რეჟიმის განხორციელებას.

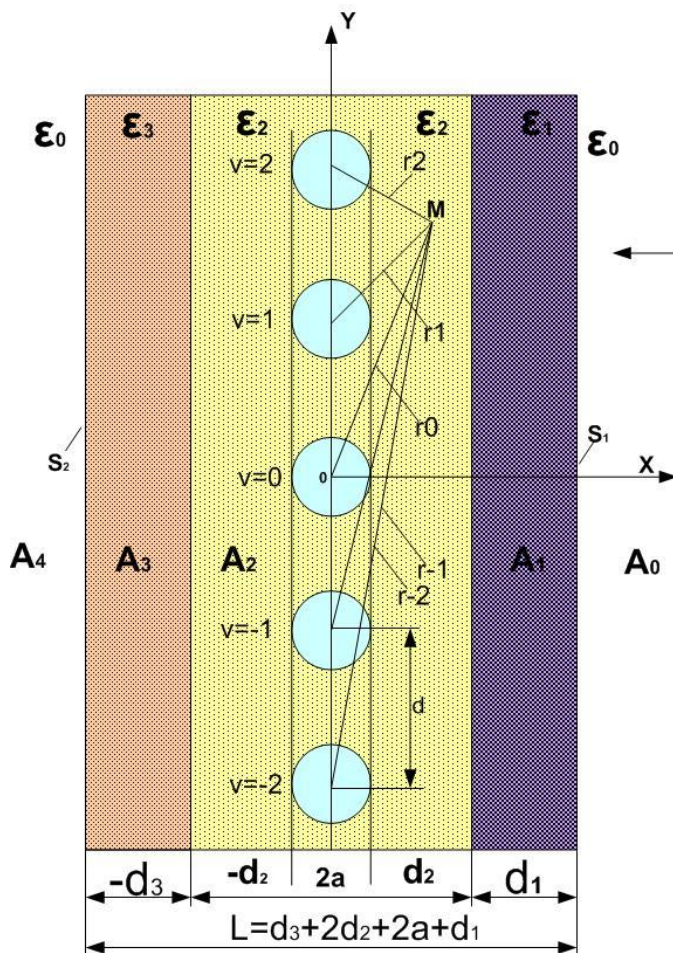
III თავი

პერიოდული მესრის შემცველი სამფენოვანი გარსმდენი

§1. ამოცანის ფურმულირება

ნახ.7–ზე წარმოდგენილია გარსმდენის განივი კვეთი XOY სიბრტყეში (ანუ Z=0 სიბრტყეში). მისი სტრუქტურა ასეთია:

1. (A₁)–ფენა, მისი ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა ϵ_1 , სისქე – d_1 ,
2. (A₂)–ფენა, შუა ნაწილში ჩართულია პერიოდული მესერი, რომელიც



ნახ.7. გარსმდენის განივი კვეთი XOY სიბრტყეში

შედგება a -რადიუსის მქონე წრიული კვეთის, იდეალურად გამტარი ცილინდრებისგან. მესრის პერიოდი Y-ღერძის გასწვრივ აღნიშნულია d -სიმბოლოთი, ცილინდრების რაოდენობა უსასრულოა, თითოეულ მათგანს აქვს ნომერი $v=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ სწორკუთხა XYZ სისტემის სათავე მდებარეობს $v=0$ ნომრის ცილინდრის ღერძზე. ამ

ფენის სისქეა $2d_2$, ხოლო დიელექტრიკული შეღწევადობაა ϵ_2 .

3. (A₃)–ფენა მდებარეობს (A₂)–ფენის მარცხნივ, აქვს სისქე d_3 და ϵ_3 დიელექტრიკული შეღწევადობა. მთელი გარსმდენის სიგანეა

$L=d_3+2d_2+d_1$. მესრის განლაგების სიბრტყე ($x=0$) (A_2)-ფენის საზღვრებიდან დაშორებულია $\pm h/2$ მანძილებით.

გარსმდენს მარჯვნიდან და მარცხნიდან ესაზღვრება სიცარიელე (A_0) და (A_1) არეებით, რომელთა ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა $\epsilon_0=1$.

ახლა დავუშვათ, რომ გარსმდენს მარჯვნიდან ($x>0$) ნორმალურად ეცემა E-პოლარიზებული ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა, რომლის \vec{E} ვექტორი Z-ღერძის (ნახაზის სიბრტყის) პარალელურია და მამასადამე, ერთადერთი E_{z0}^* მდგენელი გააჩნია

$$E_{z0}^* = E_0 e^{-ikx} \quad (III.1)$$

სადაც E_0 მოცემული ამპლიტუდაა, $k=2\pi/\lambda$, λ - მუშა ტალღის სიგრძეა სიცარიელეში.

ამ ტალღის ნაწილი აირეკლება S_1 ზედაპირიდან და ნაწილი შეიჭრება გარსმდენში, მისი გარკვეული ნაწილი განჭოლავს გარსმდენს და გავრცელდება ისევ თავისუფალ სივრცეში ბრტყელი E-პოლარიზებული ტალღის სახით

$$\vec{E}_{z0} = B e^{-ikx} \quad (III.2)$$

რომლის ამპლიტუდის (B) განსაზღვრა ჩვენი კვლევის მთავარი ამოცანაა.

§2. ველის სტრუქტურა გარსმდენის ცალკეულ არეებში

ცალკეულ არეებში, რომლებიც ჩვენ A_j -სიმბოლოთი აღვნიშნეთ ($j=0,1,2,3,4$) ელექტრული ველის დამახულობები E_{zj} , უნდა აკმაყოფილებდნენ ჰელმჰოლცის ერთგვაროვან განტოლებებს

$$\frac{\partial^2 E_{Zj}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{Zj}}{\partial y^2} + k_j^2 E_{Zj} = 0, (j=0,1,2,3,4)$$

(III.3)

სადაც k_j არის j -ური ფენის ტალღური რიცხვი, $k_j = k\sqrt{\epsilon_j}$, აქ ϵ_j შესაბამისი ფენის ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა.

(A₀) არეში (III.3) განტოლების ამონახსნია

$$E_{Z0} = E_{Z0}^* + \sum_{p=-\infty}^{\infty} F_p e^{-ih_p x + ig_p y}, (x \geq h/2 + d_1, -\infty \leq y < \infty)$$

(III.4)

აქ F_p ($p=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) უცნობ კოეფიციენტთა მიმდევრობაა, $h_p = \sqrt{k^2 - g_p^2}$, $g_p = 2\pi p/d$. ჩვენ მხედველობაში მივიღეთ, რომ გარსმდენიდან არეკლილი ტალღა Y ღერძის გასწვრივ უნდა იყოს პერიოდული, პერიოდით d .

(III.4) გამოსახულება წარმოადგენს ჰელმჰოლცის განტოლების ამონახსნს ფურიეს მწკრივის სახით.

დანარჩენ არეებშიც, ველის სტრუქტურა, ასევე ფურიეს მწკრივების სახით უნდა იქნას წარმოდგენილი

$$E_{Z1} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (C_p e^{ih_p^{(1)} x} + D_p e^{-ih_p^{(1)} x}) e^{ig_p y} \quad (h/2 \leq x \leq h/2 + d_1), \quad -\infty < y < \infty$$

(III.5)

$$E_{Z2} = \tilde{E}_Z + \sum_{p=-\infty}^{\infty} (G_p e^{ih_p^{(2)} x} + Q_p e^{-ih_p^{(2)} x}) e^{ig_p y}, \quad (-h/2 \leq x \leq h/2), \quad -\infty < y < \infty$$

(III.6)

$$E_{Z3} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (R_p e^{ih_p^{(3)} x} + S_p e^{-ih_p^{(3)} x}) e^{ig_p y}, \quad (-h/2 \geq x \geq -(h/2 + a)), \quad -\infty < y < \infty$$

(III.7)

$$E_{Z4} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} T_p e^{ih_p x + ig_p y}, \quad x \geq -(h/2 + d_3), \quad -\infty < y < \infty$$

(III.8)

$$h_p^{(j)} = \sqrt{k^2 \varepsilon_j - g_p^2} \quad (\text{Im} h_p^{(j)} < 0)$$

(III.9)

სიდიდე \tilde{E}_Z , რომელიც (III.6)-ში ფიგურირებს, წარმოადგენს მესრიდან გაბნეული ველის დაძაბულობას შესაბამის არეში, იგი შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ [5]

$$\tilde{E}_Z = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m H_m^{(2)}(k_2 r_\nu) e^{im\varphi_\nu},$$

(III.10)

სადაც $r_\nu = \sqrt{x^2 + (y - \nu d)^2}$ (იხ.ნახ.7), $\varphi_\nu = \arctg(\frac{x}{r_\nu})$, $k_2 = k\sqrt{\varepsilon_2}$.

ამგვარად, გამოსახულებები III.4)–(III.10) წარმოადგენენ ცალკეულ არეებში ელექტრული ველის დაძაბულობების ფორმალურ სრტუქტურას, რომლებიც შეიცავენ უცნობ კოეფიციენტებს: $F_p, C_p, D_p, G_p, Q_p, R_p, T_p$ და X_m , რომლებიც უნდა აკმაყოფილებდნენ ცალკეულ არეთა გამყოფ ზედაპირებზე და მესრის ელემენტებზე ელექტრომაგნიტური ველის უწყვეტობის პირობებს.

§3. სასაზღვრო პირობები და ფუნქციონალურ განტოლებათა სისტემა

ველის უცნობი კოეფიციენტები უნდა განისაზღვროს ამოცანის ადეკვატური სასაზღვრო პირობებიდან, რომლებიც ითვალისწინებენ ცალკეულ არეთა საზღვრებზე ველის ელექტრული მდგენელისა და მისი წარმოებულის უწყვეტობას და აგრეთვე მესრის შემადგენელ ელემენტებზე ტანგენციალური მდგენელის გაქრობას.

ეს პირობები ასე გამოიყურებიან

$$\left. \begin{aligned} E_{Z0} &= E_{Z1} \\ \frac{\partial E_{Z0}}{\partial x} &= \frac{\partial E_{Z1}}{\partial x} \end{aligned} \right\} S_1 \text{ ზედაპირზე, როცა } x=h/2+d_1, -\infty < y < \infty$$

(III.11)

$$\left. \begin{aligned} E_{Z1} &= E_{Z2} \\ \frac{\partial E_{Z1}}{\partial x} &= \frac{\partial E_{Z2}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \text{როცა } x=h/2, -\infty < y < \infty$$

(III.12)

$$\left. \begin{aligned} E_{Z2} &= E_{Z3} \\ \frac{\partial E_{Z2}}{\partial x} &= \frac{\partial E_{Z3}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \text{როცა } x=-h/2, -\infty < y < \infty$$

(III.13)

$$\left. \begin{aligned} E_{Z3} &= E_{Z4} \\ \frac{\partial E_{Z3}}{\partial x} &= \frac{\partial E_{Z4}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \text{როცა } x=-(h/2+ d_3), -\infty < y < \infty$$

(III.14)

$E_Z^2 = 0$ ($\nu=0$ ნომრის ცილინდრის ზედაპირზე, როცა $x = a \cos \varphi, y = a \sin \varphi$)

(III.15)

(მოცემულ ამოცანაში, წინა შემთხვევებისგან განსხვავებით, ცილინდრების რადიუსების შეფარდება ტალღის სიგრძესთან (a/λ) შეიძლება ნებისმიერი იყოს).

ვიდრე ამ სასაზღვრო პირობებს ანალიზური ფორმით წარმოვადგენდეთ საჭიროა სპეციალური შენიშვნის გაკეთება, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს:

როგორც უკვე აღნიშნეთ (III.10) გამოსახულება აღწერს მესრიდან გაბნეულ ტალღას, ცხადია იგი პერიოდული უნდა იყოს y კოორდინატის მიმართ, პერიოდით d , ამიტომ შესაძლებელია მისი გაშლა ფურიეს მწკრივად. მონოგრაფიაში [5] ნაჩვენებია, რომ

$$\tilde{E}_Z = \left\{ \begin{aligned} \sum_{P=-\infty}^{\infty} A_P^{(-)} e^{-ih_P^{(2)}x + ig_P y}, \text{ როცა } (a \leq x \leq \frac{h}{2}) \\ \sum_{P=-\infty}^{\infty} A_P^{(+)} e^{ih_P^{(2)}x + ig_P y}, \text{ როცა } (-\frac{h}{2} \leq x \leq -a) \end{aligned} \right\}$$

(III.15)

სადაც

$$A_p^{(\pm)} = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{D'^2 - p^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m i^{\pm m} e^{\pm im\varphi_p}, & (p < D') \\ \frac{1}{\pi\sqrt{p^2 - D'^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m e^{\pm m\varphi'_p}, & (p > D') \\ \frac{1}{\pi\sqrt{p^2 - D'^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m X_m e^{\pm m\varphi'_p}, & (p < -D') \end{cases}$$

(III.16)

$$\varphi_p = \arctg\left(\frac{p}{\sqrt{D'^2 - p^2}}\right), \varphi'_p = \arctg(\sqrt{p^2 - D'^2}/|p|, D' = D\sqrt{\varepsilon_{2r}}, D=d/\lambda.$$

ახლა (III.11)-ის ნაცვლად ვწერთ

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \sum_{p=-\infty}^{\infty} F_p \alpha_p e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p \alpha_p^{(1)} e^{igpy} + D_p \bar{\alpha}_p e^{igpy} \\ ik\alpha - \sum_{p=-\infty}^{\infty} h_p \alpha_p F_p e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} [h_p^{(1)} \alpha_p^{(1)} C_p - h_p^{(1)} \bar{\alpha}_p D_p] e^{igpy} \end{aligned} \right\}$$

(III.17)

სადაც

$$\alpha = e^{ik(\frac{h}{2} + d_1)}, \alpha_p = e^{-ih_p(\frac{h}{2} + d_1)}, \alpha_p^{(1)} = e^{-ih_p(\frac{h}{2} + d_1)}, \bar{\alpha}_p = 1/\alpha_p,$$

$$h_p = \sqrt{k^2 - g_p^2}, h_p^{(1)} = \sqrt{k^2 \varepsilon_1 - g_p^2}.$$

(III.12) სასაზღვრო პირობა ანალიზური სახით ასე ჩაიწერება

$$\left. \begin{aligned} \sum_{p=-\infty}^{\infty} (C_p \beta_p^{(1)} + D_p \bar{\beta}_p^{(1)}) e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p^{(-)} \beta_p^{(2)} e^{igpy} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} (G_p \beta_p^{(2)} + Q_p \bar{\beta}_p^{(2)}) e^{igpy} \\ \sum_{p=-\infty}^{\infty} (C_p \beta_p^{(1)} h_p^{(1)} - D_p \bar{\beta}_p^{(1)} h_p^{(1)}) e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} A_p^{(-)} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} (\beta_p^{(2)} h_p^{(2)} G_p - \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} Q_p) e^{igpy} \end{aligned} \right\}$$

(III.18)

სადაც

$$\beta_p^{(1)} = e^{ih_p^{(1)} \frac{h}{2}}, \bar{\beta}_p^{(1)} = 1/\beta_p^{(1)}, \beta_p^{(2)} = e^{ih_p^{(2)} \frac{h}{2}} = 1/\bar{\beta}_p^{(2)}, \bar{\beta}_p^{(2)} = 1/\beta_p^{(2)}, h_p^{(2)} = \sqrt{k^2 \varepsilon_2 - g_p^2}$$

(III.13)-დან გვაქვს

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{p=-\infty}^{\infty} \bar{\beta}_p^{(2)} A_p^{(+)} e^{igpy} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} (\bar{\beta}_p^{(2)} G_p + \beta_p^{(2)} Q_p) e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (R_p \gamma_p^{(3)} + S_p \bar{\gamma}_p^{(3)}) e^{igpy} \\ & \sum_{p=-\infty}^{\infty} \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} A_p^{(+)} e^{igpy} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} (\bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} G_p - \beta_p^{(2)} h_p^{(2)} Q_p) e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (R_p \bar{\gamma}_p^{(3)} h_p^{(3)} - S_p \gamma_p^{(3)} h_p^{(3)}) e^{igpy} \end{aligned} \right\} \quad (III.19)$$

სადაც

$$\bar{\gamma}_p^{(3)} = e^{-ih_p^{(3)} \frac{h}{2}}, \gamma_p^{(3)} = 1/\bar{\gamma}_p^{(3)}, h_p^{(3)} = \sqrt{k^2 \varepsilon_3 - g_p^2}$$

და ბოლოს (III.14)–ის ნაცვლად გვექნება

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{p=-\infty}^{\infty} (R_p \delta_p^{(3)} + S_p \bar{\delta}_p^{(3)}) e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} T_p \bar{X}_p e^{igpy} \\ & \sum_{p=-\infty}^{\infty} (\delta_p^{(3)} h_p^{(3)} R_p - \bar{\delta}_p^{(3)} h_p^{(3)} S_p) e^{igpy} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} T_p X_p h_p e^{igpy} \end{aligned} \right\} \quad (III.20)$$

სადაც

$$\delta_p^{(3)} = e^{ih_p^{(3)} (\frac{h}{2} + d_3)}, \bar{\delta}_p^{(3)} = 1/\delta_p^{(3)}, X_p = e^{-ih_p (\frac{h}{2} + d_3)}, \bar{X}_p = 1/X_p$$

(III.17)-(III.20) ფუნქციონალური განტოლებების მარცხენა და მარჯვენა ნაწილები ფურიეს მწკრივებს წარმოადგენენ, ამიტომ ფურიეს ცნობილი თეორემის [18,19] თანახმად ამ მწკრივების კოეფიციენტები ერთმანეთის ტოლები არიან, საიდანაც გამომდინარეობს ქვემოთ მოყვანილი ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

$$\left. \begin{aligned} & \alpha \delta_{p0} + \alpha_p F_p = C_p \alpha_p^{(1)} + D_p \bar{\alpha}_p^{(1)} \\ & k \alpha \delta_{p0} - \alpha_p h_p F_p = C_p h_p^{(1)} \alpha_p^{(1)} - D_p h_p^{(1)} \bar{\alpha}_p^{(1)} \end{aligned} \right\}, \delta_{p0} = \begin{cases} 0, & \text{როცა } p \neq 0 \\ 1, & \text{როცა } p = 0 \end{cases} \quad (III.21)$$

$$\left. \begin{aligned} & \beta_p^{(1)} C_p + \bar{\beta}_p^{(1)} D_p = \bar{\beta}_p^{(2)} A_p^{(-)} + \beta_p^{(2)} G_p + Q_p \bar{\beta}_p^{(2)} \\ & \beta_p^{(1)} h_p^{(1)} C_p - \bar{\beta}_p^{(1)} h_p^{(1)} D_p = \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(1)} A_p^{(-)} + \beta_p^{(2)} h_p^{(2)} G_p - \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} Q_p \end{aligned} \right\} \quad (III.22)$$

$$\left. \begin{aligned} & \bar{\beta}_p^{(2)} A_p^{(+)} + \bar{\beta}_p^{(2)} G_p + \beta_p^{(2)} Q_p = \gamma_p^{(3)} R_p + \bar{\gamma}_p^{(3)} S_p \\ & \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} A_p^{(+)} + \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} G_p - \beta_p^{(2)} h_p^{(2)} Q_p = \gamma_p^{(3)} h_p^{(3)} R_p - \bar{\gamma}_p^{(3)} h_p^{(3)} S_p \end{aligned} \right\} \quad (III.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_p^{(3)} R_P + \overline{\delta_p^{(3)}} S_P = \overline{X_P} T_P \\ \delta_p^{(3)} h_p^{(3)} R_P - \overline{\delta_p^{(3)}} h_p^{(3)} R_P = X_P h_P T_P \end{aligned} \right\}$$

(III.24)

აღებრულ განტოლებათა ამ სისტემას უნდა დაემატოს (III.15) პირობიდან მიღებული სისტემა, რომელიც შეიცავს სამ უცნობს X_m , G_p და Q_p -ს. ამ სისტემის მისაღებად უნდა ვისარგებლოთ შეკრების თეორემით ცილინდრული ფუნქციებისათვის [20,21], რომელსაც ჩვენი შემთხვევისთვის ასეთი სახე აქვს

$$H_m^{(2)}(k' r_\nu) e^{im\varphi_\nu} = \begin{cases} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^{m-s} I_s(k'a) H_{m-s}^{(2)}(k'|\nu|d) e^{is\varphi}, (\nu < 0) \\ (-1)^{m-s} I_s(k'a) H_{m-s}^{(2)}(k'\nu d), (\nu > 0) \end{cases}$$

(III.25)

ასე, რომ (III.15)-ის ნაცვლად გვექნება

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m F_m(\alpha', \varphi) = f(\alpha', \varphi), \alpha' = k'a = ka\sqrt{\varepsilon_2}$$

(III.26)

სადაც

$$F_m(\alpha', \varphi) = H_m^{(2)}(\alpha') e^{im\varphi} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} I_s(\alpha') Z_{m-s}(\beta') e^{is\varphi}$$

(III.27)

$$f(\alpha', \varphi) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} [G_p e^{ih_p^{(2)} a \cos \varphi} + Q_p e^{-ih_p^{(2)} a \cos \varphi}] e^{ig_p a \sin \varphi}$$

(III.28)

$$Z_{m-s}(\beta') = i^{m-s} \sum_{j=1}^{\infty} [1 + (-1)^{m-s}] H_{m-s}^{(2)}(\beta' \nu)$$

(III.29)

$$\nu' = k'a, \beta' = k'd, k' = k\sqrt{\varepsilon_2}.$$

(III.26) ფუნქციონალური განტოლების მარცხენა მხარეში მყოფი ოპერატორი შეიძლება ნაწილობრივ შევაცვიოთ. ამ მიზნით გამოვიყენოთ პროექციული მეთოდი [25]. ბაზისური ფუნქციების სახით შევარჩიოთ $e^{-in\varphi}$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), რომელიც უნდა გამრავლდეს (III.26)-ის ორივე მხარეზე და ჩავატაროთ

ინტეგრირება φ -ცვლადით ინტერვალში $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, რადგანაც სრულდება ტოლობა

$$\int_0^{2\pi} e^{i(m-n)\varphi} d\varphi = 2\pi\delta_{mn}$$

ამიტომ საბოლოოდ გვექნება

$$X_n H_n^{(2)}(\alpha') + I_n(\alpha') \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m Z_{m-n}(\beta') = 2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{in\varphi_n} (G_p + Q_p) I_p(\alpha'),$$

(III.30)

ამგვარად, ჩვენ მივიღეთ ცხრა უცნობიანი ($F_p, C_p, D_p, A_p^{(-)}, A_p^{(+)}, G_p, S_p, R_p$ და X_n) ალგებრულ განტოლებათა სისტემა, რომელიც შეიძლება ამოიხსნას გამორიცხვის მეთოდით.

§4. განტოლებათა სისტემის ამონახსნი და რიცხვითი შედეგები

პირველ რიგში მივმართოთ (III.24) სისტემას და ამოვხსნათ იგი S_p და R_p კოეფიციენტების მიმართ.

სისტემის დეტერმინანტია

$$\Delta_p^{(3)} = \begin{vmatrix} \delta_p^{(3)} \bar{\delta}_p^{(3)} & \\ h_p^{(3)} \delta_p^{(3)} - h_p^{(3)} \bar{\delta}_p^{(3)} & \end{vmatrix} = -2h_p^{(3)}$$

(III.31)

ასე, რომ გვექნება

$$R_p = \frac{1}{\Delta_p^{(3)}} \begin{vmatrix} \bar{X}_p T_p \bar{\delta}_p^{(3)} & \\ X_p h_p T_p - \bar{\delta}_p^{(3)} h_p^{(3)} & \end{vmatrix} = -\frac{1}{\Delta_p^{(3)}} [-\bar{X}_p \delta_p^{(3)} h_p^{(3)} - \bar{\delta}_p^{(3)} X_p h_p] T_p$$

(III.32)

ანუ შემოკლებულად

$$R_p = \Gamma_p^{(1)} T_p$$

(III.33)

სადაც

$$\Gamma_p^{(1)} = \frac{\bar{\delta}_p^{(3)}}{\Delta_p^{(3)}} (\bar{X}_p h_p^{(3)} + X_p h_p) \quad (\text{III.34})$$

ანალოგიურად ვპოულობთ

$$S_p = \Gamma_p^{(2)} T_p \quad (\text{III.34}')$$

სადაც

$$\Gamma_p^{(2)} = \frac{\delta_p^{(3)}}{\Delta_p^{(3)}} (X_p h_p - \bar{X}_p h_p^{(3)}) \quad (\text{III.35})$$

ახლა საჭიროა (III.32) და (III.35) ჩავსვათ (III.23)–ის მარჯვენა მხარეში, რის შემდეგ (III.23) დაიყვანება ასეთ სახეზე

$$\left. \begin{aligned} \bar{\beta}_p^{(2)} G_p + \beta_p^{(2)} Q_p = \Gamma_p^{(3)} T_p - \bar{\beta}_p^{(2)} A_p^{(+)} \\ \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} G_p - \beta_p^{(2)} h_p^{(2)} Q_p = h_p^{(3)} \Gamma_p^{(4)} T_p - \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} A_p^{(+)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.36})$$

სადაც

$$\Gamma_p^{(3)} = \gamma_p^{(3)} \Gamma_p^{(1)} + \bar{\gamma}_p^{(3)} \Gamma_p^{(2)}, \quad \Gamma_p^{(4)} = \gamma_p^{(3)} \Gamma_p^{(1)} - \bar{\gamma}_p^{(3)} \Gamma_p^{(2)} \quad (\text{III.37})$$

(III.36)–სისტემის ამონახსნი შეიძლება ასეთ სახეზე დავიყვანოთ

$$G_p = -\Gamma_p^{(5)} T_p - A_p^{(+)} \quad (\text{III.38})$$

$$Q_p = \Gamma_p^{(6)} T_p - \Gamma_p^{(7)} A_p^{(+)} \quad (\text{III.39})$$

სადაც

$$\Gamma_p^{(5)} = \frac{\beta_p^{(2)}}{\Delta_p^{(2)}} (h_p^{(2)} \Gamma_p^{(3)} + h_p^{(3)} \Gamma_p^{(4)}), (\Delta_p^{(2)} = -2h_p^{(2)})$$

(III.40)

$$\Gamma_p^{(7)} = (\bar{\beta}_p^{(2)})^2$$

(III.41)

შემდეგი პროცედურა ასეთია (III.38) და (III.39) უნდა ჩავსვათ (III.22)–ის მარჯვენა მხარეში და მიღებული ახალი სისტემა ასე გადავწეროთ

$$\beta_p^{(1)} C_P + \bar{\beta}_p^{(1)} D_P = \Gamma_p^{(8)} T_P + \bar{\beta}_p^{(2)} A_P^{(-)} - [\beta_p^{(2)} + (\bar{\beta}_p^{(2)})^3] A_P^{(+)}$$

(III.42)

$$\beta_p^{(1)} h_p^{(1)} C_P - \bar{\beta}_p^{(1)} h_p^{(1)} D_P = \Gamma_p^{(9)} T_P + \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(1)} A_P^{(-)} + [\beta_p^{(2)} + (\bar{\beta}_p^{(2)})^3] h_p^{(2)} A_P^{(+)}$$

(III.43)

სადაც

$$\Gamma_p^{(8)} = -\beta_p^{(2)} \Gamma_p^{(5)} + \bar{\beta}_p^{(2)} \Gamma_p^{(6)}, \Gamma_p^{(9)} = -\beta_p^{(2)} \Gamma_p^{(5)} + \bar{\beta}_p^{(2)} h_p^{(2)} \Gamma_p^{(6)}$$

(III.44)

(III.42)–(III.43) სისტემის ამონახსნია

$$C_P = \Gamma_p^{(10)} T_P + \Gamma_p^{(11)} A_P^{(-)} + \Gamma_p^{(12)}$$

(III.45)

$$D_P = \Gamma_p^{(13)} T_P + \Gamma_p^{(14)} A_P^{(+)}$$

(III.46)

სადაც

$$\Gamma_p^{(10)} = -\frac{1}{\Delta_p^{(1)}} (h_p^{(1)} \bar{\beta}_p^{(1)} \Gamma_p^{(8)} - \bar{\beta}_p^{(1)} \Gamma_p^{(9)}), \Gamma_p^{(11)} = -\bar{\beta}_p^{(1)} \bar{\beta}_p^{(2)}$$

(III.47)

$$\Gamma_p^{(12)} = \frac{\beta_p^{(1)}}{\Delta_p^{(1)}} (\bar{\beta}_p^{(1)} (\beta_p^{(2)} + (\beta_p^{(2)})^3 (h_p^{(1)} + h_p^{(2)}))$$

$$\Gamma_p^{(13)} = \frac{1}{\Delta_p^{(1)}} (\beta_p^{(1)} \Gamma_p^{(9)} + \beta_p^{(1)} h_p^{(1)} \Gamma_p^{(8)}) \quad , \quad \Gamma_p^{(14)} = \frac{\beta_p^{(1)}}{\Delta_p^{(1)}} [\beta_p^{(2)} + (\beta_p^{(2)})^3] (h_p^{(2)} - h_p^{(1)})$$

(III.48)

$$\Delta_p^{(1)} = -2h_p^{(1)}$$

(III.45) და (III.46)–ის ჩასმა (III.21) სისტემის მარჯვენა მხარეში გვაძლევს საბოლოო სისტემას¹

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_p^{(15)} T_P - \alpha_P F_P &= \alpha \delta_{P0} \\ \Gamma_p^{(16)} T_P + \alpha_P h_P F_P &= k \alpha \delta_{P0} \end{aligned} \right\}$$

(III.49)

სადაც

$$\Gamma_p^{(15)} = (\alpha_p^{(1)} \Gamma_p^{(10)} + \bar{\alpha}_p^{(1)} \Gamma_p^{(13)})$$

(III.50)

$$\Gamma_p^{(16)} = h_p^{(1)} (\alpha_p^{(1)} \Gamma_p^{(10)} - \bar{\alpha}_p^{(1)} \Gamma_p^{(13)})$$

(III.51)

(III.49) სისტემის ამონახსნი F_p -ს მიმართ ასეთია

$$F_P = \frac{\alpha \delta_{P0}}{\Delta_P} (k - h_p^{(1)}) (\alpha_p^{(1)} \Gamma_p^{(10)} + \bar{\alpha}_p^{(1)} \Gamma_p^{(13)}) = \frac{\alpha \delta_{P0}}{\Delta_P} (k - h_p^{(1)}) \Psi_P$$

(III.52)

სადაც

$$\Psi_P = \left\{ \alpha_P \left[-\frac{1}{\Delta_p^{(1)}} (\beta_p^{(1)} h_p^{(1)} \Gamma_p^{(8)} - \beta_p^{(1)} \Gamma_p^{(9)}) \right] - \frac{\alpha_p^{(1)}}{\Delta_p^{(1)}} [\beta_p^{(1)} \Gamma_p^{(9)} + \beta_p^{(1)} \Gamma_p^{(8)}] \right\}$$

(III.53)

(III.52) გამოსახულება დაიყვანება ასეთ სახეზე

¹ (IV.49) სისტემის გამოყვანისას ჩვენ დავუშვებთ, რომ $A_p^{(-)} = 0$ და $A_p^{(+)} = 0$, რაც ქვემოთ არის დასაბუთებული

$$F_p = \frac{2\alpha\delta p_0}{\Delta_p^{(3)}\Delta_p} \left\{ \Gamma_p^{(21)} X_p h_p \cos\left[h_p^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_2\right)\right] + \Gamma_p^{(22)} \bar{X}_0 h_p^{(3)} \sin\left[h_p^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_2\right)\right] \right\}$$

(III.54)

სადაც

$$\Delta_p = \alpha_p (\Gamma_p^{(15)} h_p + \Gamma_p^{(16)}), \Delta_p^{(3)} = -2h_p^{(3)}.$$

$\Gamma_p^{(21)}$ და $\Gamma_p^{(22)}$ მოცემული სიდიდეები არიან (იხ.ქვემოთ).

(III.4) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ F_p სიდიდეები არიან გარსმდენის S_1 ზედაპირიდან არეკლილი ველის ფურიეს კოეფიციენტები, რომლებიც ქმნიან ე.ქ. დიფრაქციულ სპექტრს. ამ სპექტრში ძირითადი ტალღის ამპლიტუდა F_0 -წარმოადგენს გარსმდენის არეკვლის კოეფიციენტს, რომელიც (III.54)-ის თანახმად ასე გამოისახება

$$F_0 = \frac{2\alpha\delta p_0}{\Delta_0^{(3)}\Delta_0} \left\{ \Gamma_0^{(21)} X_0 h_0 \cos\left[h_0^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_2\right)\right] + \Gamma_0^{(22)} \bar{X}_0 h_0^{(3)} \sin\left[h_0^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_2\right)\right] \right\}$$

(III.55)

ახლა შევნიშნოთ, რომ ჩვენ ჯერ კიდევ არ გამოგვიყენებია (III.30) სასაზღვრო პირობა, რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს X_m , G_p და Q_p კოეფიციენტებს.

(III.38) და (III.39)-ის თანახმად (III.30) ასეთ სახეს მიიღებს

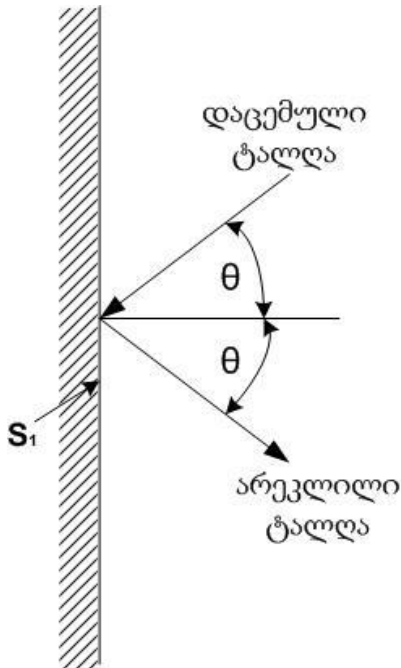
$$X_n [H_n^{(2)}(\alpha') + I_n(\alpha') Z_0(\beta')] + I_n(\alpha') \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m Z_{m-n}(\beta') = 2[(1 + \Gamma_0^{(6)} A_p^{(+)} + \Gamma_0^{(7)} - \Gamma_0^{(6)} T P)] I_n(\alpha'),$$

(III.56)

($\alpha' = \alpha\sqrt{\varepsilon_2}$, $\beta' = kd\sqrt{\varepsilon_2}$, $\alpha = ka$), (') ნიშნავს, რომ $m \neq n$.

მარჯვენა მხარეში ფიგურირებს T_p , რომელიც არის (III.49) სისტემის ამონახსნი, მისი ცხადი სახე ჩვენ აქ არ მოგვყავს, საბოლოოდ (III.56) უსასრულო ალგებრულ განტოლებათა სისტემა დაიყვანება შემდეგ სახეზე

$$X_n \left[H_n^{(2)}(\alpha') + I_n(\alpha') Z_0(\beta') \right] + I_n(\alpha') \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m Z_{m-n}(\beta') = 2I_n(\alpha') \sum_{m=-\infty}^{\infty} (q_p A_p^{(+)} + \bar{q}_p A_p^{(-)} + r_p) \quad (\text{III.57})$$



ნახ.8. (θ დაცემის კუთხეა)

სადაც

q_p, \bar{q}_p და r_p ცნობილი კოეფიციენტებია, (') ნიშნავს, რომ $m \neq n$.

ახლა გავითვალისწინოთ, რომ (III.58)-ის ნაცვლად $X_n \sim I_n(\alpha')$, ამიტომ α' -ის მცირე მნიშვნელობებისათვის შესრულდება ძლიერი უტოლობა

$$X_n \ll X_0 \quad (n \neq 0) \quad (\text{III.58}')$$

და შესაძლებელია (III.58)-ში ჯამური წევრის უგულვებელყოფა, რის შემდეგ გვრჩება

$$X_n \left[H_n^{(2)}(\alpha') + I_n(\alpha') Z_0(\beta') \right] \approx 2I_0(\alpha') \sum_{p=-\infty}^{\infty} (q_p A_p^{(+)} + \bar{q}_p A_p^{(-)} + r_p) \quad (\text{III.59})$$

(IV.4) გამოსახულებაში ჯამური წევრი წარმოადგენს S_1 ზედაპირიდან არეკლილი ტალღის ფურიეს მწკრივს, რომელშიც კოეფიციენტები F_p ქმნიან ე.წ. დიფრაქციულ სპექტრს, ამ სპექტრში დომინირებს ძირითადი ტალღა $F_0 e^{-ih_0 x}$, სადაც F_0 წარმოადგენს არეკლილი სარკული ტალღის ამპლიტუდას (ნახ.8). ნორმალური დაცემის შემთხვევაში, როცა დაცემის კუთხე $\theta=0$, არეკლილი ტალღის მიმართულება დაცემული ტალღის საწინააღმდეგოდ იქნება მიმართული.

თუ ახლა (III.59)-ის მარჯვენა მხარეში შევინარჩუნებთ მხოლოდ ძირითად წევრს, რომლისთვისაც $p=0$, მაშინ (III.59) შეიძლება შევცვალოთ ასეთი გამოსახულებით.

$$X_n [H_n^{(2)}(\alpha') + I_n(\alpha')Z_0(\beta')] = 2I_0(\alpha')[q_0 A_0^{(+)} + \bar{q}_0 A_0^{(-)} + r_0] \quad (\text{III.60})$$

(n=0, ±1, ±2,...)

აქედან გვექნება

$$X_0 [H_0^{(2)}(\alpha') + I_0(\alpha')Z_0(\beta')] = 2I_0(\alpha')[q_0 A_0^{(+)} + \bar{q}_0 A_0^{(-)} + r_0] \quad (\text{III.61})$$

$A_0^{(+)}$ და $A_0^{(-)}$ სიდიდეები უნდა განისაზღვროს (III.16)-დან იმის გათვალისწინებით, რომ $X_0 \gg X_m$ ($m \neq 0$), ამიტომ გვექნება

$$A_0^{(-)} = A_0^{(+)} = \frac{X_0}{\pi D'}$$

რომლებიც უნდა ჩავსვათ (III.61) და მიღებული გამოსახულებიდან განვსაზღვროთ X_0 , რის შემდეგ მივიღებთ

$$X_0 = 2 \frac{I_0(\alpha')[(q_0 + \bar{q}_0)\sqrt{\pi D'} + r_0]}{H_0^{(2)}(\alpha') + I_0(\alpha')Z_0(\beta')} \quad (\text{III.62})$$

ცნობილია [22], რომ $Z_0(\beta')$ ფუნქცია ასე გამოისახება

$$Z_0(\beta') = \sum_{\nu=1}^{N-1} H_0^{(2)}(\nu\beta') - \frac{e^{-i[(2N-1)\pi D' + \pi/4]}}{2\pi \sin(\pi D')\sqrt{ND'}} \quad (\text{III.63})$$

($N \gg 1$)

საიდანაც ჩანს, რომ თუ $D' = \mu$ ($\mu = 1, 2, 3, \dots$), მაშინ $Z_0(\beta') = \infty$ და მაშასადამე მესრიდან არეკლილ დიფრაქციული სპექტრის ყველა მდგენელი ქრება, ანუ გარსმდენში ჩამონტაჟებული მესერი მთლიანად ატარებს მასზე დაცემულ ტალღას და არავითარ გავლენას არ ახდენს (ელექტროდინამიკური თვალსაზრისით) გარსმდენის ფუნქციონირებაზე და მხოლოდ ზრდის მის მექანიკურ სიმტკიცეს.

დავუბრუნდეთ ახლა განტოლებათა სისტემას (III.21)–(III.24) და იქიდან ამოვადგოთ $A_p^{(-)}$ და $A_p^{(+)}$ კოეფიციენტების შემცველი წევრები, ამავე დროს გავითვალისწინოთ, რომ (III.2) გამოსახულება უნდა შევცვალოთ წევრით

$$\tilde{E}_{z0} = B e^{-ikx} + B' e^{ikx}$$

სადაც მეორე წევრი წარმოადგენს გარსმდენის S_1 -ზედაპირიდან არეკლილ ტალღას. ახალი ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამონახსნი B' -ის მიმართ იძლევა ასეთ გამოსახულებას

$$B' = \frac{2\alpha B}{\Delta_0^{(3)} \Delta_0} \left\{ \Gamma_0^{(21)} X_0 h_0 \cos \left[h_0^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_2 \right) \right] + \Gamma_0^{(22)} \bar{X}_0 h_0^{(3)} \sin \left[h_0^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_3 \right) \right] \right\}$$

(III.64)

მარჯვენა მხარე მინიმალურ მნიშვნელობას იძენს ორ შემთხვევაში

$$h_0^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_3 \right) = (2q + 1) \frac{\pi}{2} \quad (q=0, 1, 2, \dots)$$

(III.65)

ან

$$h_0^{(3)} \left(\frac{h}{2} + d_3 \right) = q' \pi \quad (q'=0, 1, 2, \dots)$$

(III.66)

განვიხილოთ მეორე შემთხვევა, მაშინ (III.64)–დან დაგვრჩება

$$B' = \frac{2\alpha B}{\Delta_0^{(3)} \Delta_0} \Gamma_0^{(21)} X_0 h_0 (-1)^{q'}$$

(III.67)

სადაც

$$\Gamma_0^{(21)} = \Gamma_0^{(19)} \left(\gamma_0^{(3)} + \Gamma_0^{(20)} \bar{\gamma}_0^{(3)} \right) = \left(\gamma_0^{(3)} + \Gamma_0^{(20)} \bar{\gamma}_0^{(3)} \right) \left(\Gamma_0^{(17)} \beta_0^{(2)} - \Gamma_0^{(19)} \frac{\bar{\beta}_0^{(2)}}{\Delta_0^{(2)}} h_0^{(2)} \right)$$

$$\Gamma_0^{(17)} = \frac{\beta_0^{(2)}}{2} \left(-\alpha_0^{(1)} \bar{\beta}_0^{(1)} - \bar{\alpha}_0^{(1)} \beta_0^{(1)} \right) - \frac{h_0^{(2)}}{\Delta_0^{(1)}} \left(\alpha_0^{(1)} \bar{\beta}_0^{(1)} - \bar{\alpha}_0^{(1)} \beta_0^{(1)} \right)$$

$$\Gamma_0^{(18)} = \frac{\bar{\beta}_0^{(2)}}{2} \left(-\alpha_0^{(1)} \bar{\beta}_0^{(1)} + \bar{\alpha}_0^{(1)} \bar{\beta}_0^{(1)} \right) + \frac{h_0^{(2)} \bar{\beta}_0^{(2)}}{\Delta_0^{(1)}} \left(\alpha_0^{(1)} \bar{\beta}_0^{(1)} - \bar{\alpha}_0^{(1)} \beta_0^{(1)} \right)$$

ამათი ჩასმა (III.67)–ში გვაძლევს

$$B' = \frac{iX_0 \alpha h_0}{\Delta_0^{(3)} \Delta_0} (\beta_0^{(2)})^2 \left(\gamma_0^{(3)} + \Gamma_0^{(20)} \bar{\gamma}_0^{(3)} \right) \sin(k\sqrt{\varepsilon_1} d_1)$$

(III.68)

საიდანაც ჩანს, რომ გარსმდენიდან არეკლილი ტალღის ამპლიტუდა B' ნულის ტოლი გახდება, თუ შესრულდება პირობა

$$k\sqrt{\varepsilon_1} d_1 = s\pi, \quad (s=1, 2, 3, \dots)$$

სიდიდეს

$$|R| = \left| \frac{B'}{B} \right| = \frac{i2\alpha X_0 h_0}{\Delta_0^{(3)} \Delta_0} (\beta_0^{(2)})^2 \left(\gamma_0^{(3)} + \Gamma_0^{(20)} \bar{\gamma}_0^{(3)} \right) \sin(k\sqrt{\varepsilon_1} d_1)$$

(III.69)

გარსმდენის არეკვლის კოეფიციენტი ექოდება, ხოლო

$$|T| = 1 - |R|$$

(III.70)

წარმოადგენს გარსმდენის გამჭვირვალობის კოეფიციენტს.

ოპტიმალური ფუნქციონირების რეჟიმში გარსმდენის გამჭვირვალობის კოეფიციენტი $|T| = 1$.

ამ რეჟიმის რეალიზაცია მაშინ მოხდება, თუ ერთდოულად სრულდება სამი პირობა

$$d = \mu \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_2}}, \quad \left(\frac{h}{2} + d_3 \right) = q \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_3}}, \quad d_1 = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_2}} S$$

(III.71)

სადაც $\mu=1, 2, 3, \dots$, $q=1, 2, 3, \dots$ და $s=1, 2, 3, \dots$, ამ სიდიდეების შერჩევა შეიძლება ნებისმიერად. შეიძლება მაგალითად ისინი ემთხვეოდეს ერთმანეთს ე.ი. $\mu=q=s$, ან $\mu=2$, $q=3$, $s=1$ და ა.შ.

დასკვნები III თავისთვის

(III.71) ფორმულები წარმოადგენენ მოცემული თავის მთავარ შედეგებს. ისინი საშუალებას იძლევიან მარტივად მოხდეს გარსმდენის ოპტიმალური ფუნქციონირების რეჟიმების შერჩევა იმ ფენის ფიქსირებული დიელექტრიკული მუდმივასათვის, რომელშიც მესერია ჩამონტაჟებული, ოღონდ უნდა იყოს პირობა $ka\sqrt{\epsilon_2} \ll 1$.

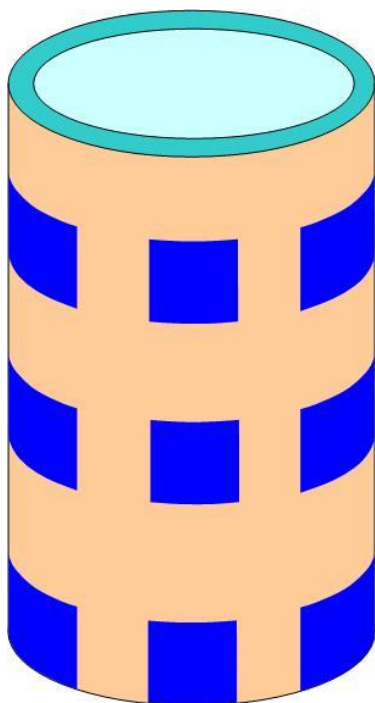
IV თავი

ცილინდრული გარსმდენის ელექტროდინამიკა

შესავალი

ცილინდრული ფორმის გარსმდენების ელექტროდინამიკური თვისებების შესახებ სამეცნიერო შრომების რაოდენობა ძალზე მცირეა, რაც, ალბათ იმიტომ გამოწვეულია, რომ ასეთი ანტენების გამოყენებას პრაქტიკაში ნაკლებად ვხვდებით.

ამ მიმართულებით სერიოზული შედეგებია გამოქვეყნებული სტატიებში [6, 34]; მაგალითად [6]-ში შესწავლილია ერთფენოვანი ცილინდრული გარსმდენის ელექტროდინამიკური თვისებები, როდესაც მის შიგნით სარკული ანტენაა მოთავსებული, რომელიც რუპორული ანტენით იკვებება (ნახ.3). ამ ნაშრომში რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით აგებულია ანტენის გამოსხივების დიაგრამების დიდი რაოდენობა და ჩატარებულია ფიზიკური შედეგების ინტერპრეტაცია.



ნახ.9

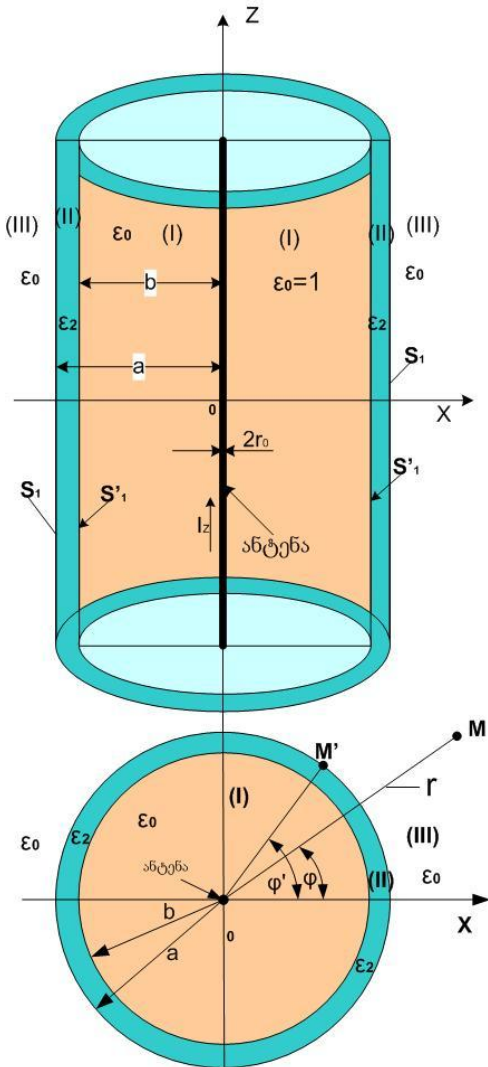
ნაშრომში [34] შესწავლილია რთული კონსტრუქციის ცილინდრული გარსმდენის (ნახ.9) ფიზიკური თვისებები, როდესაც გარსმდენის ზედაპირი პერფორირებულია. ამ შემთხვევაშიც წარმოდგენილია დიდი რიცხვითი მასალა გამოსხივების დიაგრამების სახით.

მოცემულ ტავში შემოთავაზებულია ერთი და ორფენოვანი ცილინდრული გარსმდენების ელექტროდინამიკა და აგრეთვე განხილულია წრიული პერიოდული ჩანართის მქონე ორფენოვანი გარსმდენის ელექტროდინამიკაც.

ყველა შემთხვევაში გარსმდენები შეიცავენ ხაზოვან ანტენებს.

§1. ერთფენოვანი ცილინდრული გარსმდენი

1.1 ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა ცალკეულ არეებში



ნახ.10

ნახ.10–ზე წარმოდგენილია მარტივი ცილინდრული გარსმდენი, რომლის კედელი არის ერთფენოვანი დიელექტრიკი. გარსმდენის შიდა რადიუსია b , ხოლო გარეთა კი a , ასე, რომ დიელექტრიკული ფენის სისქეა $\Delta = a - b$.

გარსმდენის ზედა და ქვედა ფუძე არის იდეალურად გამტარი ფენა, რომლებსაც ეყრდნობა ხაზოვანი ანტენა, რომელშიც მუდმივი ამპლიტუდის მქონე ცვლადი დენი გადის. სარკული გამოსახულების მეთოდის [21] თანახმად გარსმდენის სიგრძე შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ უსასრულოა.

ნახ.10–ზე წარმოდგენილია გარსმდენის განივი კვეთი XOY სიბრტყეში.

შემდგომი კვლევის გამარტივების მიზნით, მთელი არე დავყოთ სამ ნაწილად. პირველი არე აღვნიშნოთ (I) სიმბოლოთი, რომელშიც M დაკვირვების წერტილის რადიალური კოორდინატი r იცვლება საზღვრებში $r_0 \leq r \leq b$, სადაც r_0 ანტენის რადიუსია. (II)–არე წარმოადგენს დიელექტრიკულ ფენას, რომლისთვისაც $b \leq r \leq a$, ხოლო (III)–ფენა არის გარეთა თავისუფალი სივრცე, რომლისთვისაც $a \leq r < \infty$.

ანტენის მიერ გასხივებული ველი აღიწერება სიმეტრიული ცილინდრული ფუნქციების საშუალებით, კერძოდ (I)–არეში ელექტრომაგნიტური ველის მდგენელები შეიძლება ასე გამოვსახოთ

$$\left. \begin{aligned} E_Z^{(1)} &= \bar{A}_0 H_0^{(2)}(kr) + A J_0(kr) + B N_0(kr) \\ H_\phi^{(1)} &= -k \bar{A}_0 H_1^{(2)}(kr) - k J_0(kr) + k N_0(kr) B \end{aligned} \right\} r_0 \leq r \leq b, \quad (IV.1)$$

$$(IV.2)$$

სადაც $E_Z^{(1)}$ ელექტრული დამაბულობის ვექტორის $\vec{E}^{(1)}$ ვერტიკალური მდგენელია, ხოლო $H_\phi^{(1)}$ მაგნიტური დამაბულობის ვექტორის $\vec{H}^{(1)}$ აზიმუტალური მდგენელია ($k=2\pi/\lambda$, λ მუშა ტალღის სიგრძეა). A და B უცნობი კოეფიციენტებია. ჩვენ ჩავთვლით, რომ \bar{A}_0 მოცემული სიდიდეა (იხილეთ დანართი III).

(II)–არეში ანალოგიური მდგენელები შეიძლება შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ

$$\left. \begin{aligned} E_Z^{(2)} &= C J_0(k_2 r) + D N_0(k_2 r) \\ H_\phi^{(2)} &= -k_2 C J_1(k_2 r) - k_2 D N_1(k_2 r) \end{aligned} \right\} b \leq r \leq a, \quad (IV.3)$$

$$(IV.4)$$

სადაც $k_2 = k\sqrt{\epsilon_2}$, ϵ_2 -II გარემოს დიელექტრიკული შეღწევადობაა.

და ბოლოს (III)–არეში გასული ელექტრომაგნიტური ტალღის მათემატიკური ფორმით ჩაწერისას, უნდა გავითვალისწინოთ რომ იგი უნდა იყოს უსასრულობაში მიმავალი მსრბოლი ტალღა.

თუ ელექტრომაგნიტური ველის მდგენელების დროზე დამოკიდებულებას ავირებთ როგორც პროპორციულს $e^{-i\omega t}$, სადაც ω –ველის წრიული სიხშირეა, მაშინ ამ მსრბოლი ტალღის აღსაწერად ჰანკელის ნულოვანი რიგის ფუნქცია ავირჩიოთ, ანუ (იხ. დანართი I)

$$\left. \begin{aligned} E_Z^{(3)} &= M H_0^{(2)}(kr) \\ H_\phi^{(3)} &= k M H_1^{(2)}(kr) \end{aligned} \right\} a \leq r < \infty, \quad (IV.5)$$

$$(IV.6)$$

სადაც M ამ ტალღის ამპლიტუდაა, რომელიც უცნობი სიდიდეა.

ამგვარად, (IV.1)–(IV.6) ფორმულები იძლევიან მოცემული გარსმდენის ცალკეულ არეებში ელექტრომაგნიტური მდგენელების მხოლოდ ფორმალურ სტრუქტურას, იმიტომ, რომ კოეფიციენტები A , B , C , D და M ჯერჯერობით ნებისმიერ სიდიდეს წარმოადგენენ და აღნიშნული მდგენელები არ არიან ცალსახად წარმოდგენილი.

1.2 სასაზღვრო პირობები და ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

აღნიშნული კოეფიციენტები ისე უდნა განისაზღვროს, რომ მათ დააკმაყოფილონ რეალური (ადეკვატური) სასაზღვრო პირობები, რომლებიც ფორმალურად ასე შეიძლება ჩავწეროთ

$$\left. \begin{aligned} E_Z^{(1)} &= E_Z^{(2)} \\ H_\phi^{(1)} &= H_\phi^{(2)} \end{aligned} \right\} S_1 \text{ ზედაპირზე, როცა } r=b$$

(IV.7)
(IV.8)

$$\left. \begin{aligned} E_Z^{(2)} &= E_Z^{(3)} \\ H_\phi^{(2)} &= H_\phi^{(3)} \end{aligned} \right\} S_2 \text{ ზედაპირზე, როცა } r=a$$

(IV.9)
(IV.10)

ამ პირობებს უდა დაემატოს აუცილებელი პირობა

$$E_Z^{(1)} = 0 \text{ ანტენის ზედაპირზე, როცა } r=r_0$$

(IV.11)

ეს პირობა სამართლიანია იმ შემთხვევაში, როდესაც ანტენის ზედაპირი უსასრულო გამტარებლობით ხასიათდება.

ჩავწეროთ ახლა ზემოთ მოყვანილი სასაზღვრო პირობები ცხადი სახით.

(IV.9)–დან ვწერთ

$$\left. \begin{aligned} A_0 H_0^{(2)}(kb) + A J_0(kb) + B N_0(kb) &= C J_0(k_2 b) + D N_0(k_2 b) \\ H_1^{(2)}(kb) A_0 + J_1(kb) A + N_1(kb) &= \sqrt{\varepsilon_2} [J_1(k_2 b) C + N_1(k_2 b) D] \end{aligned} \right\}$$

(IV.12)

(IV.10)-დან გვაქვს

$$\left. \begin{aligned} C J_0(k_2 a) + D N_0(k_2 a) &= M H_0^{(2)}(ka) \\ \sqrt{\varepsilon_2} [J_1(k_2 a) C + N_1(k_2 a) D] &= H_1^{(2)}(ka) M \end{aligned} \right\}$$

(IV.13)

ეს სისტემა ფორმალურად ამოვხსნათ C და D-ს მიმართ. სისტემის დეტერმინანტია

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} J_0(k_2 a) & N_0(k_2 a) \\ \sqrt{\varepsilon_2} J_1(k_2 a) & \sqrt{\varepsilon_2} N_1(k_2 a) \end{vmatrix} = \sqrt{\varepsilon_2} [J_0(k_2 a) N_1(k_2 a) - J_1(k_2 a) N_0(k_2 a)]$$

(IV.14)

ამის შემდეგ ვმოქმედებთ სტანდარტულად

$$C = \frac{1}{\Delta_1} \begin{vmatrix} M H_0^{(2)}(ka) & N_0(k_2 a) \\ M H_1^{(1)}(ka) & \sqrt{\varepsilon_2} N_1(k_2 a) \end{vmatrix} = \frac{M}{\Delta_1} [\sqrt{\varepsilon_2} H_0^{(2)}(ka) N_1(k_2 a) - N_0(k_2 a) H_1^{(1)}(ka)]$$

(IV.15)

$$D = \frac{1}{\Delta_1} \begin{vmatrix} J_0(k_2 a) & M H_0^{(2)}(ka) \\ \sqrt{\varepsilon_2} J_1(k_2 a) & M H_1^{(2)}(ka) \end{vmatrix} = \frac{M}{\Delta_1} [J_0(k_2 a) H_1^{(2)}(ka) - \sqrt{\varepsilon_2} J_1(k_2 a) H_0^{(2)}(ka)]$$

(IV.16)

ხელსაყრელია ეს თანაფარდობები შემოკლებულად ჩავწეროთ

$$C = \frac{M}{\Delta_1} f_1(ka, k_2 a)$$

(IV.17)

$$D = \frac{M}{\Delta_1} f_2(ka, k_2 a)$$

(IV.18)

სადაც

$$f_1(ka, k_2a) = \sqrt{\varepsilon_2} H_0^{(2)}(ka) N_1(k_2a) - N_0(k_2a) H_1^{(1)}(ka)$$

(IV.19)

$$f_2(ka, k_2a) = J_0(k_2a) H_1^{(2)}(ka) - \sqrt{\varepsilon_2} J_1(k_2a) H_0^{(2)}(ka)$$

(IV.20)

შემდეგი პროცედურა ასეთია: (IV.17) და (IV.18) უნდა ჩავსვათ (IV.12)-ის მარჯვენა ნაწილში, რის შემდეგაც მივიღებთ:

$$A_0 H_0^{(2)}(kb) + A J_0(kb) + B N_0(kb) = [J_0(k_2b) f_1(ka, k_2a) + N_0(k_2b) f_2(ka, k_2a)] \frac{M}{\Delta_1}$$

(IV.21)

$$A_0 H_1^{(2)}(kb) + A J_1(kb) + B N_1(kb) = \sqrt{\varepsilon_2} [J_1(k_2b) f_1(ka, k_2a) + N_1(k_2b) f_2(ka, k_2a)] \frac{M}{\Delta_1}$$

(IV.22)

ეს სისტემა გადავწეროთ შემოკლებულად

$$\left. \begin{aligned} A_0 H_0^{(2)}(kb) + A J_0(kb) + B N_0(kb) &= \frac{M}{\Delta_1} f_3(ka, k_2a, k_2b) \\ A_0 H_1^{(2)}(kb) + A J_1(kb) + B N_1(kb) &= \frac{M}{\Delta_1} \sqrt{\varepsilon_2} f_4(ka, k_2a, k_2b) \end{aligned} \right\}$$

(IV.23)

სადაც

$$f_3(ka, k_2a, k_2b) = J_0(k_2b) f_1(ka, k_2a) + N_0(k_2b) f_2(ka, k_2a)$$

(IV.24)

$$f_4(ka, k_2a, k_2b) = J_1(k_2b) f_1(ka, k_2a) + N_1(k_2b) f_2(ka, k_2a)$$

(IV.25)

ახლა საჭიროა (IV.23) სისტემა ფორმალურად ამოვხსნათ A და B-ს მიმართ.

სისტემის დეტერმინანტია

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} J_0(kb) & N_0(kb) \\ J_1(kb) & N_1(kb) \end{vmatrix} = -\frac{2}{\pi kb}$$

(IV.26)

ამიტომ

$$A = \frac{1}{\Delta_2} \begin{vmatrix} \frac{M}{\Delta_1} f_3 - A_0 H_0^{(2)}(kb) & N_0(kb) \\ \frac{M}{\Delta_1} f_4 - A_0 H_1^{(2)}(kb) & N_1(kb) \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta_2} \left\{ N_1(kb) \left(\frac{M}{\Delta_1} f_3 - A_0 H_0^{(2)}(kb) \right) - \right.$$

$$N_0(kb) \left(\frac{M}{\Delta_1} f_4 - A_0 H_1^{(2)}(kb) \right) \left. - N_1(kb) H_0^{(2)}(kb) - H_1^{(2)}(kb) N_0(kb) \right\} -$$

$$A_0 = 1 \Delta_2 M \Delta_1 f_5 + P A_0$$

(IV.27)

$$f_5 = (N_1(kb) f_3 - N_0(kb) f_4), P = t \frac{2i}{\pi kb}$$

(IV.28)

ანალოგიურად

$$B = \frac{1}{\Delta_2} \begin{vmatrix} J_0(kb) & \frac{M}{\Delta_1} f_3 - A_0 H_0^{(2)}(kb) \\ J_1(kb) & \frac{M}{\Delta_1} f_4 - A_0 H_1^{(2)}(kb) \end{vmatrix} =$$

$$\frac{1}{\Delta_2} \left\{ J_0(kb) \left(\frac{M}{\Delta_1} f_4 - A_0 H_1^{(2)}(kb) \right) - J_1(kb) \left(\frac{M}{\Delta_1} f_3 - A_0 H_0^{(2)}(kb) \right) \right\} =$$

$$\frac{1}{\Delta_2} \left\{ \frac{M}{\Delta_1} (J_0(kb) f_4 - J_1(kb) f_3) - (J_0(kb) H_1^{(2)}(kb) - J_1(kb) H_0^{(2)}(kb)) A_0 \right\} =$$

$$\frac{1}{\Delta_2} \left\{ \frac{M}{\Delta_1} f_6 + P A_0 \right\}, \quad (IV.29)$$

სადაც

$$f_6 = (J_0(kb) f_4 - J_1(kb) f_3) \quad (IV.30)$$

მივმართოთ ახლა (IV.11) განტოლებას, რომელიც (IV.1)–ის თანახმად ასე ჩაიწერება

$$A_0 H_0^{(2)}(kr_0) + A J_0(kr_0) + B N_0(kr_0) = 0 \quad (IV.31)$$

(IV.27) და (IV.29)–ის გათვალისწინებით ამ განტოლებიდან ადვილად მივიღებთ თანაფარდობას

$$M = -A_0 \frac{\Delta_1 \Delta_2 H_0^{(2)}(kr_0)}{J_0(kr_0) f_5 + N_0(kr_0) f_6} \quad (IV.32)$$

სიდიდე $|T| = \frac{|M|}{A_0}$ შეიძლება გამოვიყენოთ გარსმდენიდან გასული ტალღის შეფასებისთვის. მომდევნო პარაგრაფში ეს შეფასება გაკეთებულია იმ სიტუაციისთვის, როდესაც ანტენას აკრავს ϵ_1 -დიელექტრიკული შეღწევადობის ფენა.

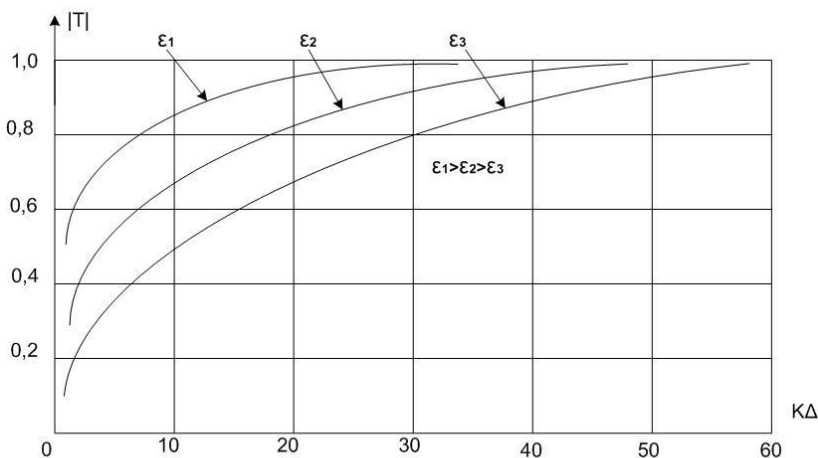
§2. ორფენოვანი ცილინდრული გარსმდენი. რიცხვითი შედეგები

წინა შემთხვევისგან განსხვავებით ამ პუნქტში განვიხილავთ სიტუაციას, როდესაც გარსმდენის ცენტრალური ნაწილი, რომელშიც ანტენაა განთავსებული, არის დიელექტრიკი და მისი დიელექტრიკული მუდმივა ϵ_1 - აგრეთვე კომპლექსურია.

ამ შემთხვევაში (IV.32) ფორმულაში, ყველგან სადაც ფიგურირებს k -ტალღური რიცხვი, უდნა მოხდეს შენაცვლება $k \rightarrow k\sqrt{\epsilon_1}$.

მაშინ განვლადობის ფუნქცია ასეთ სახეს მიიღებს ((IV.32)-ის თანახმად)

$$|T| = \left| \frac{\Delta_1 \Delta_2 H_0^{(2)}(k_1 r_0)}{J_0(kr_0) f_5(k_1 a, k_2 a, k_2 b) + N_0(k_1 r_0) f_6(k_1 a, k_2 a, k_2 b)} \right| \quad (IV.33)$$



ნახ.11

ნახ. 10, 11, 12, 13 აგებულია გრაფიკები, რომლებიც იძლევიან $|T|$ -ის

დამოკიდებულებას $k\Delta$ -ზე როცა b და a პარამეტრები დაფიქსირებულია და აგრეთვე $\text{Re}\varepsilon_1=1.2$, $\eta=0.003$, $\text{Re}\varepsilon_2=4.2$, $\eta=0.014$.

გრაფიკებიდან ჩანს, რომ განვლადობის კოეფიციენტი $|T|$ მოკლე ტალღების შემთხვევაში ახლოს არის ერთთან. λ -ს ზრდის კვალობაზე იგი მონოტონურად მცირდება და მიისწრაფის ნულისკენ, რაც სავსებით ბუნებრივია და კომენტარს აღარ საჭიროებს.

იმისათვის, რომ შევაფასოთ, თუ რომელი ტალღის სიგრძიდან იწყება გარსმდენის ფუნქციონირება ოპტიმალურ რეჟიმში, განვიხილოთ ნახ.11-ზე წარმოდგენილი თვისობრივი გრაფიკი, რომელიც იძლევა ოპტიმიზაციის კოეფიციენტის $|T|$ -ს დამოკიდებულებას $k\Delta$ პარამეტრზე. ε -ის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის ($\Delta=a-b$), ეს დამოკიდებულება შეიძლება ასეთი აპროქსიმაციის სახით წარმოვადგინოთ

$$|T| = 1 - e^{-\frac{\eta}{2}\sqrt{\varepsilon}k\Delta},$$

(IV.33)

სადაც η კარგვების კუთხის ტანგენსია, ხოლო ε ფენის დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური ნაწილი.

ვთქვათ ახლა β შეადგენს $|T|$ -ს ოპტიმალურ მნიშვნელობას, რომელიც ცხადია ახლოს უდნა იყოს ერთთან. მაშინ (IV.33)-დან ვწერთ

$$\beta = 1 - e^{-\frac{\eta}{2}\sqrt{\varepsilon}k\Delta}$$

აქედან

$$k\Delta = \frac{2 \ln\left(\frac{1}{1-\beta}\right)}{\eta\sqrt{\varepsilon}}, \quad k\Delta = 2\pi \frac{a}{\lambda}$$

და მაშასადამე

$$\Delta = \frac{\ln\left(\frac{1}{1-\beta}\right)}{\eta\pi\sqrt{\varepsilon}} \lambda$$

(IV.34)

ეს ფორმულა ერთმანეთთან აკავშირებს გარსმდენის სისქესა და ტალღის სიგრძეს მოცემული η და ε -სათვის.

მოვიყვანოთ რიცხვითი მაგალითი: E-მინის შემცველი ორგანული ფენოვანი მასალის, ე.წ. „სელექშენ-5003“ [1] დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური ნაწილია $\varepsilon=4.2$, ხოლო $\eta=0.014$, თუ ჩავთვლით, რომ $\beta=0.2$, მაშინ (IV.34)-დან ვპოულობთ $\Delta \approx 2.33\lambda$, აქედან გამოდის, რომ სანტიმეტრულ დიაპაზონში ($2.33 \leq \Delta \leq 23.3$) სმ, ხოლო დეციმეტრულში კი ($2.33 \leq \Delta \leq 23.3$) დმ.

დასკვნები IV თავისთვის

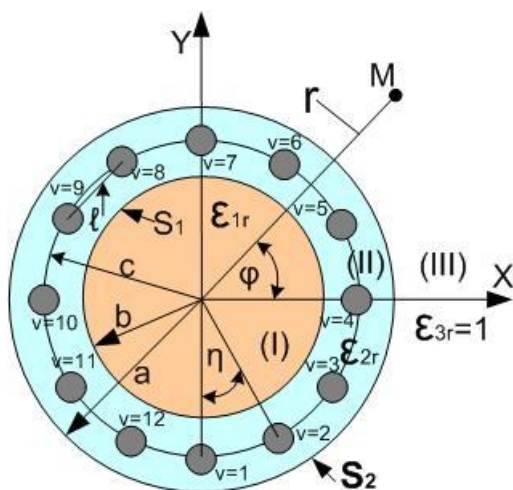
მიუხედავად იმისა, რომ ერთფენოვანი გარსმდენი კონსტრუქციული თვალსაზრისით ძალიან მარტივია და ადვილად დასამზადებელი, მისი ელექტროდინამიკური ანალიზი მოსალოდნელზე ოფრუ რთული აღმოჩნდა, ამაზე მეტყველებს ოპტიმიზაციის პარამეტრისთვის მიღებული ფორმულა (IV.33), რომელსაც ძალზე რთული სტრუქტურა აქვს და ამის გამო მისი ფიზიკური გააზრება გაძნელებულია. საღი აზრიდან გამომდინარე ჩვენ მოვახდინეთ ამ ფორმულის აპროქსიმაცია (IV.33), რამაც გაადვილა ოპტიმიზაციის პარამეტრის რიცხვითი ანგარიშის პროცესი. იგი ძალიან ხელსაყრელი აღმოჩნდება დამპროექტებლებისათვის.

V თავი

მეტალური ჩანართის მქონე კოაქსიალური ორფენოვანი გარსმდენის ელექტროდინამიკა და ანგარიში

§1. შესავალი და ამოცანის დასმა

მოცემულ თავში ჩვენ განვიხილავთ ისეთ სიტუაციას, როდესაც ორფენოვან დიელექტრიკულ გარსმდენში ჩამონტაჟებულია მეტალური წრიული კვეთის ცილინდრებისაგან შედგენილი მესერი, რომელიც განთავსებულია c -რადიუსის წრეწირზე ისე, რომ $b < c < a$, სადაც b შიდა ცილინდრის რადიუსია, ხოლო a -კი გარსმდენის რადიუსი (ნახ.12).



ნახ. 12. გარსმდენის განივი კვეთი XOY სიბრტყეში

მეტალური ჩანართი გაკეთებულია გარსმდენის მექანიკური სიმტკიცის გაზრდის მიზნით.

ნახ.12 წარმოადგენს გარსმდენის განივ კვეთს XOY , ანუ $Z=0$ სიბრტყეში. Z ღერძი წარმოადგენს გარსმდენის სიმეტრიის ღერძს, რომლის გასწვრივაც ჩართულია გარსმდენის მკვებავი ხაზოვანი ანტენა. ჩვენ, ისევე, როგორც წინა თავში ჩავთვლით, რომ

გარსმდენის ფუძეები უსასრულოდ დიდი გამტარებლობის მქონე თხელი ფირფიტები არიან.

რა თქმა უნდა მესერული ჩანართი იწვევს იმ ფუნქციონალური (ელექტროდინამიკური) რეჟიმის შეცვლას, რომელიც მესრის ჩართვამდე არსებობდა გარსმდენში.

ჩვენი მთავარი ამოცანაა შევარჩიოთ მესრის პარამეტრები (ჩართვის რადიუსი c , შემადგენელი ცილინდრების რადიუსი ρ_0 , მანძილი

ცილინდრებს შორის b , ცილინდრების რაოდენობა N) ისე, რომ მესერმა ან არ შეცვალოს არსებული რეჟიმი, ანდა შეცვალოს დასაშვებ ფარგლებში.

§2. ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა გარსმდენის ცალკეულ არეებში

გავითვალისწინოთ ის გარემოება, რომ ველს გარსმდენის ყველა შიდა არეში და აგრეთვე მის გარეთ მხოლოდ ერთადერთი ვერტიკალური E_{zj} მდგენელი აქვს, სადაც j არეთა ნომერია ($j=1, 2, 3$). ეს მდგენელები უნდა აკმაყოფილებდნენ ჰელმჰოლცის განტოლებას ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში

$$\frac{\partial^2 E_{zj}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_{zj}}{\partial r} + k_j E_{zj} = 0, \quad (j=1, 2, 3) \quad (V.1)$$

სადაც $k_j = k\sqrt{\varepsilon_j}$, $k=2\pi/\lambda$, ε_j არის j -ური არეს კომპლექსური (ფარდობითი) დიელექტრიკული შეღწევადობა.

(I)–არეში რომელშიც ანტენაა ჩამონტაჟებული ამ განტოლების ამონახსნია

$$E_{z1} = A_0 H_0^{(2)}(k_1 r) + A I_0(k_1 r) + B N_0(k_1 r), \quad (\rho_0 \leq r \leq b) \quad (V.2)$$

სადაც A_0 დაცემული ტალღის ამპლიტუდაა, ხოლო A და B უცნობი კოეფიციენტებია. $H_0^{(2)}(k_1 r)$, $I_0(k_1 r)$, $N_0(k_1 r)$ არიან ჰანკელის მეორე გვარისა და ნულოვანი რიგის, ბესელისა და ნეიმანის ნულოვანი რიგის ფუნქციები, შესაბამისად. r დაკვირვების M წერტილის რადიალური კოორდინატია (ნახ.12).

(II) არეში (V.1) განტოლების ამონახსნია

$$E_{z2} = D I_0(k_2 r) + M N_0(k_2 r) + \tilde{E}_{z2} \quad (V.3)$$

სადაც $k_2 = k\sqrt{\varepsilon_2}$, ε_2 (II) არეს კომპლექსური დიელექტრიკული შეღწევადობაა, D და M უცნობი კოეფიციენტებია, ხოლო \tilde{E}_{z2}

$$\tilde{E}_{z2} = K \sum_{v=1}^N H_0^{(2)}(k_2 r_v) \quad (V.4)$$

არის ჩამონტაჟებული პერიოდული მესრის მიერ გამოსხივებული ველი, სადაც K, D და M კოეფიციენტებთან ერთად არის უცნობი სიდიდე

$$r_v = \sqrt{r^2 + c^2 + 2rc \cos(\varphi - \varphi_v)}, \quad (V.5)$$

აქ $v=1, 2, 3, \dots, N$ მესრის შემადგენელი ცილინდრის ნომერია, r_v არის v -ნომრის ცილინდრიდან მანძილი დაკვირვების M წერტილამდე; $\varphi_v = v\eta$, η -კუთხეა ორი მეზობელი ცილინდრის რადიალურ მიმართულებებს შორის (ნახ.12), N არის ცილინდრთა რაოდენობა მესერში. ჩვენ ჩავთვლით, რომ N ლუწი რიცხვია.

(V.4) გამოსახულება შეიძლება დავიყვანოთ რიცხვითი ანგარიშისთვის ხელსაყრელ ფორმაზე. ამ მიზნით ვისარგებლოთ შეკრების თეორემით ცილინდრული ფუნქციებისთვის [20, 21], რომელიც ჩვენს შემთხვევაში ასე ჩაიწერება

$$H_0^{(2)}(k_2 r_v) = \begin{cases} \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^s I_s(k_2 r) H_s^{(2)}(k_2 c) e^{is(\varphi - v\eta)}, (r < c) \\ \sum_{s=-\infty}^{\infty} i^s I_s(k_2 c) H_s^{(2)}(k_2 r) e^{is(\varphi - v\eta)}, (r > c) \end{cases} \quad (V.6)$$

თუ ახლა (V.6) და (V.7)-ს ჩავსვამთ (V.4)-ში მივიღებთ

$$\tilde{E}_{z2}(k_2 r, N) = \begin{cases} E_{z2}^{(+)}(k_2 r, N) = K \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N) I_s(k_2 c) H_s^{(2)}(k_2 r), (r > c) \\ E_{z2}^{(-)}(k_2 r, N) = K \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N) I_s(k_2 r) H_s^{(2)}(k_2 c), (r < c) \end{cases}$$

(V.8)

(V.9)

სადაც

$$F_s(N) = \sum_{v=1}^N e^{isv\eta} = e^{-i\frac{N-1}{2}\eta} \frac{\sin(\frac{N}{2}\eta s)}{\sin(\frac{1}{2}\eta s)}$$

(V.10)

(III)-არეში (გარსმდენის გარეთ) ელექტრული ველის დაძაბულობა ანუ (V.1) განტოლების ამონახსნია

$$E_{z3} = M^* H_0^{(2)}(kr) \quad (a \leq r < \infty)$$

(V.11)

სადაც M^* აგრეთვე უცნობი სიდიდეა.

§3. სასაზღვრო პირობები და ველის კოეფიციენტების განსაზღვრა

უცნობ კოეფიციენტთა რაოდენობა, რომლებიც ველის ზემოთმოყვანილ გამოსახულებებში ფიგურირებენ ჩვენი ამოცანის ადეკვატურ სასაზღვრო პირობებიდან უნდა განისაზღვროს. ეს პირობები მოითხოვენ ცალკეულ არეთა გამყოფ ზედაპირებზე ელექტრული ველის დამაბულობებისა და მათი წარმოებულების ტოლობას. მათ ასეთი ფორმალური სახე აქვთ

$$E_z = 0, \text{ როცა } r = \rho_0 \tag{V.12}$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z1} = E_{z2} \\ \frac{\partial E_{z1}^*}{\partial r} = \frac{\partial E_{z2}^*}{\partial r} \end{aligned} \right\} \text{ როცა } r = b \tag{V.13}$$

$$\tag{V.14}$$

სადაც

$$E_{z1}^* = [AI_0(k_1 r) + BN_0(k_1 r)]_{r=b} \tag{V.15'}$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z2} = E_{z3} \\ \frac{\partial E_{z2}}{\partial r} = \frac{\partial E_{z3}}{\partial r} \end{aligned} \right\} \text{ როცა } r = a \tag{V.15}$$

$$\tag{V.16}$$

ეს სასაზღვრო პირობები ცხადი სახით ასე გამოიყურება

$$A_0 H_0^{(2)}(k_1 \rho_0) + AI_0(k_1 \rho_0) + BN_0(k_1 \rho_0) = 0 \tag{V.17}$$

$$AI_0(k_1 b) + BN_0(k_1 b) = DI_0(k_2 b) + MN_0(k_2 b) + K\Psi_1(k_2 b, k_2 c)$$

(V.18)

$$k_1 AI_1(k_1 b) + k_1 BN_1(k_1 b) = k_2 DI_1(k_2 b) + k_2 MN_1(k_2 b) + Kk_2 \Psi_2(k_2 b, k_2 c)$$

(V.19)

$$DI_0(k_2a) + MN_0(k_2a) + K\Psi_3(k_2c, k_2a) = M^*H_0^{(2)}(ka)$$

(V.20)

$$k_2DI_1(k_2a) + k_2N_1(k_2a) + Kk_2\Psi_4(k_2c, k_2a) = kM^*H_1^{(2)}(ka)$$

(V.21)

$$DI_0(k_2r_0) + MN_0(k_2r_0) + K\Psi_5(k_2r_0, k_2c) = 0$$

(V.22)

სადაც

$$\Psi_1(k_2b, k_2c) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N)I_s(k_2b)H_s^{(2)}(k_2c)$$

(V.23)

$$\Psi_2(k_2b, k_2c) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N)I'_s(k_2b)H_s^{(2)'}(k_2c)$$

(V.24)

$$\Psi_3(k_2b, k_2c) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N)I_s(k_2c)H_s^{(2)}(k_2a)$$

(V.25)

$$\Psi_4(k_2b, k_2c) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N)I_s(k_2c)H_s^{(2)}(k_2b)$$

(V.26)

$$\Psi_5(k_2b, k_2c) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_s(N)I_s(k_2r_0)H_s^{(2)}(k_2c)$$

(V.26')

(V.24)–ში ნიშნული (')–ნიშნავს გაწარმოებას არგუმენტით.

ამგვარად, (V.17)–(V.22) გამოსახულებები იძლევიან ექვსუცნობიან განტოლებათა სისტემას, რომლიდანაც უნდა განისაზღვრონ A, B, D, M, K და M* კოეფიციენტები.

აღნიშნული სისტემა შეიძლება ამოიხსნას გამორიცხვის მეთოდით; მისი გამოყენებით M* კოეფიციენტისათვის, რომელიც გარსმდენიდან გასული ტალღის ამპლიტუდაა, მივიღეთ ასეთი გამოსახულება

$$M^* = -A_0 \frac{\Delta_1 \Delta_2}{I_0(k_1 \rho_0) \varphi_5 + N_0(k_1 \rho_0) \varphi_6}$$

(V.27)

სადაც $\Delta_1 = -2\pi/a$, $\Delta_2 = -2\pi/b$

$$\varphi_5 = [kN_1(k_1 b)\alpha_1 - k_2 N_0(k_1 b)\alpha_2] [\beta_4 H_0^{(2)}(ka)k_2 - \beta_2 H_1^{(2)}(ka)k] + [kN_1(kb)\alpha_2 - k_2 N_0(k_1 b)\alpha_4 \beta_1 k H_1^{(2)}ka - k_2 \beta_3 H_1^{(2)}ka]$$

(V.28)

$$\varphi_6 = [k_2 \alpha_2 I_0(k_1 b) - k_1 \alpha_1 I_1(k_1 b)] [\beta_4 H_0^{(2)}(ka)k_2 - \beta_2 H_1^{(2)}(ka)k] + [k_2 \alpha_4 I_0(k_1 b) - k_1 \alpha_2 I_1(k_1 b) \beta_1 k H_1^{(2)}ka - k_2 \beta_3 H_0^{(2)}ka]$$

(V.29)

ამ გამოსახულებებში

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= I_0(k_1 b) - \sigma \Psi_1, & \alpha_2 &= N_0(k_2 b) - \varkappa \Psi_1 \\ \alpha_3 &= I_1(k_2 b) - \sigma \Psi_2, & \alpha_4 &= N_1(k_2 b) - \varkappa \Psi_2 \end{aligned} \right\}$$

(V.30)

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= I_0(k_2 a) - \sigma \Psi_3, & \beta_2 &= N_1(k_2 a) - \varkappa \Psi_3 \\ \beta_3 &= I_1(k_2 a) - \sigma \Psi_4, & \beta_4 &= N_1(k_2 a) - \varkappa \Psi_4 \end{aligned} \right\}$$

(V.31)

$$\sigma = I_0(k_2 r_0) / \Psi_5, \quad \varkappa = N_0(k_2 r_0) / \Psi_5$$

(V.32)

$$k_1 = k\sqrt{\varepsilon_1}, \quad k_2 = k\sqrt{\varepsilon_2}, \quad k = 2\pi/\lambda$$

(V.33)

ასე, რომ (V.27) ფორმულის მარჯვენა მხარე შეიძლება, კომპიუტერის საშუალებით, ადვილად გამოვითვალოთ რიცხობრივად გარსმდენის ნებისმიერი გეომეტრიული პარამეტრისა, დიელექტრიკული

შელწევადობებისა ε_1 , ε_2 და ტალღის სიგრძის λ ფიქსირებული რიცხვითი მნიშვნელობებისათვის.

§4. მესრის გავლენა გარსმდენის ფუნქციონირებაზე და რიცხვითი შედეგები

მესრის მისერ გარსმდენში შექმნილი ველი (V.4) ფორმულითაა მოცემული, რომელშიც ამპლიტუდური კოეფიციენტი K , შეიძლება წარმოვადგინოთ ასეთი სახით (იხ. ფორმ. (V.22))

$$K = -[DI_0(k_2r_0) + MN_0(k_2r_0)]/\Psi_5(k_2r_0, k_2c) \quad (V.34)$$

თუ აქ მოვითხოვთ, რომ შესრულდეს პირობა

$$N_0(k_2r_0) = 0 \quad (V.35)$$

ანუ

$k_2r_0 = X_0^{(n)}$ ($n=1,2,3,\dots$), სადაც $X_0^{(n)}$ – (V.35) განტოლების ფესვებია, კერძოდ

$X_0^{(1)} = 0.885$, $X_0^{(2)} = 3.96$, $X_0^{(3)} = 7.1$, ..., მაშინ (V.34)–ის ნაცვლად გვექნება

$$K = -D \frac{I_0(X_0^{(n)})}{\Psi_5(X_0^{(n)}, k_2c)}, \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (V.36)$$

მაშასადამე K კოეფიციენტმა შეიძლება მიიღოს ნებისმიერი რაოდენობის დისკრეტული მნიშვნელობები.

(V.36) ფორმულა იმ შემთხვევაშია სამართლიანი, თუ დიელექტრიკული ფენებისათვის უგულებელყოფილია დანაკარგები სითბოზე, ე.ი. მათი დიელექტრიკული მუდმივები მხოლოდ რეალური რიცხვებია.

$\Psi_5(X_0^{(n)}, k_2 c)$ ფუნქცია მოცემულია (V.26') ფორმულით, რომელიც ახლა ხელსაყრელია წარმოვადგინოთ ასეთი სახით

$$\Psi_5(X_0^{(n)}, k_2 c) = F_0(N)I_0(X_0^{(n)})H_0^{(2)}(k_2 c) + F_1(N)I_1(X_0^{(n)})H_1^{(2)}(k_2 c) + \dots \quad (V.37)$$

სადაც

$$F_0(N) = \tau_N N, F_1(N) = \tau_N \frac{\sin(\frac{N}{2}\eta)}{\sin(\frac{\eta}{2})}, F_2(N) = \tau_N \frac{\sin(N\eta)}{\sin \eta} + \dots, (\tau_N = e^{-i\frac{N-1}{2}\eta})$$

საიდანაც ჩანს, რომ თუ ცილინდრების რიცხვი მესერში $N \geq 4$, მაშინ (V.37) მწკრივში დომინირებს პირველი წევრი და შეგვიძლია ჩავწეროთ მიახლოებითი ტოლობა

$$\Psi_5(X_0^{(n)}, k_2 c) \approx \tau_N N I_0(X_0^{(n)})H_0^{(2)}(k_2 c) \quad (N \geq 4)$$

ასე, რომ K ასეთ სახეს მიიღებს

$$K = -\frac{D}{\tau_N H_0^{(2)}(k_2 c)}, \quad (V.38)$$

რომლის მოდული

$$|K| = \frac{|D|}{N \sqrt{I_0^{(2)}(k_2 c) + N_0^{(2)}(k_2 c)}}, \quad (V.39)$$

N-ის დიდი მნიშვნელობებისათვის იგი გახდება ერთთან შედარებით ძალიან მცირე სიდიდე ($N \ll 1$); ამიტომ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაში (V.17)–(V.21) შეიძლება K-ს შემცველი წევრების უგულებელყოფა, რის შემდეგ აღნიშნული სისტემა მიიღებს იმ სახეს, რომელიც ჩვენ უკვე გვქონდა წინა თავში (იხ. (IV.12)–(IV.13)).

(V.39) ფორმულასთან დაკავშირებით გავაკეთოთ ერთი, პრაქტიკულად საინტერესო შენიშვნა: თუ, მაგალითად პარამეტრი k_2c ისე იქნება შერჩეული, რომ ბესელის ფუნქცია იღებს თავის მაქსიმალურ მნიშვნელობას $|J_0^{(2)}(k_2c)| = 0.4$, რომელიც რეალიზდება მაშინ, როცა $k_2c = 4$, ხოლო ამ შემთხვევაში $N_0(4) \approx 0$, ამიტომ (V.39) მიიღებს ასეთ სახეს

$$|K| = \frac{|D|}{0.4N} \quad (V.40)$$

სიდიდე $|D| \leq 1$, ამიტომ აქედან გამომდინარეობს, რომ

$$|K| = \frac{1}{0.4N}$$

თუ ჩავთვლით, რომ $|K|=0.1$ დამაკმაყოფილებელი სიზუსტეა, მაშინ მესერში ცილინდრების რაოდენობა უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$N \geq 25 \quad (V.41)$$

მაგრამ არ უნდა დაგვავიწყდეს ის გარემოებაც, რომ ეს თანაფარდობა სამართლიანი მხოლოდ მაშინაა, თუ $k_2c = 4$, აქედან

$$\frac{c}{\lambda} \geq \frac{2}{\pi\sqrt{\epsilon_2}}, \text{ ანუ} \quad c \geq \frac{2}{\pi\sqrt{\epsilon_2}} \lambda \quad (V.42)$$

ეს ფორმულა საშუალებას იძლევა გარსმდენის გარსის (II-ფენა) ფიქსირებული დიელექტრიკული შეღწევადობისა და ტალღის სიგრძისთვის, შევარჩიოთ მესრის განთავსების წრეწირის რადიუსი, ხოლო ამის შემდეგ ვიზრუნოთ გარსმდენის შიდა b და გარეთა a - რადიუსების შერჩევაზე ისე, რომ კმაყოფილდებოდეს პირობა

$$b < c < a \quad (V.43)$$

ამჟამად გარსმდენში გამოყენებული ფენებისათვის დიელექტრიკული განვლადობის რიცხვითი მნიშვნელობა იცვლება ინტერვალში $1.03 \leq \epsilon \leq 9.2$, ასე რომ (V.42) თანაფარდობის თანახმად c -ს მნიშვნელობა უნდა იცვლებოდეს ასეთ საზღვრებში

$$(0.21\lambda \leq c \leq 0.58\lambda)$$

მაგალითად, დეციმეტრული დიაპაზონისთვის

$$(2.1 \text{ დმ} \leq c \leq 5.8 \text{ დმ})$$

დასკვნები V თავისთვის

გარსმდენის კონსტრუქციამ და მისმა სიმარტივემ შეიძლება გარკვეული ინტერესი გამოიწვიოს სპეციალისტთა წრეში, რომლებიც გარსმდენების პროექტირებით არიან დასაქმებული. ამას ხელს შეუწყობს ის გარემოებაც, რომ მესრის მთავარი პარამეტრები: განთავსების რადიუსი c და მესრის შემადგენელი ცილინდრების რადიუსი r_0 ადვილად შეიძლება გამოვითვალოთ ფორმულებით

$c = \frac{2}{\pi\sqrt{\epsilon_2}}\lambda$, $r_0 = -\frac{1}{\pi\sqrt{\epsilon_2}}$, $X_0^{(1)} = \frac{0.885}{\pi\sqrt{\epsilon_2}}$, ($X_0^{(1)} = 0.885$), რომლებიც V თავის კვლევის ძირითადი შედეგებია.

VI თავი

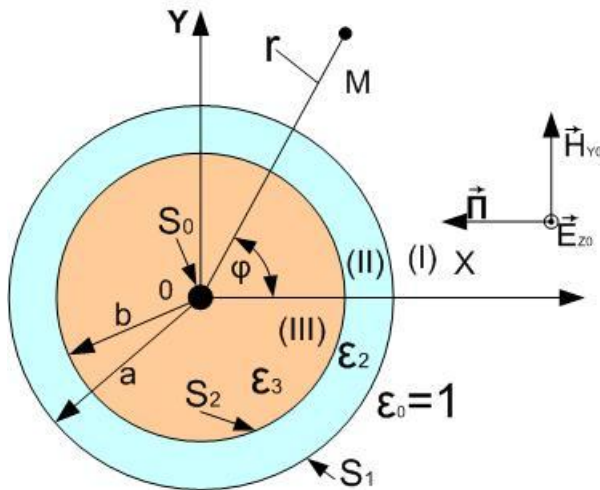
ერთფენოვანი ცილინდრული გარსმდენი მიმღები ანტენის როლში

შესავალი

ჩვენ აქამდე განვიხილავდით გარსმდენებს, რომლებიც იცავდნენ გარეშე ზემოქმედებისგან გადამცემ ანტენებს. ხშირად ეს ანტენები გამოდიან მიმღები ანტენების როლში, რომლებიც აგრეთვე საჭიროებენ დაცვას. ასეთ შემთხვევაში საჭირო ხდება ორი ამოცანის გადაწყვეტა:

1. განისაზღვროს ანტენის შემცველ ფენაში გარედან შემოსული ველის სიმძლავრე, და
2. ანალიზური სახით იქნას წარმოდგენილი ანტენის ზედაპირზე წარმოქმნილი აქსიალური დენის ხასიათი.

მოცემულ თავში ჩვენ განვიხილავთ ისეთ შემთხვევას, როდესაც ერთფენოვან გარსმდენს, რომლის განივკვეთი XOY სიბრტყეში ნახ.13–ზეა



ნახ.13

წარმოდგენილი, დადებითი X -ების საწინააღმდეგო მიმართულებიდან ეცემა E -პოლარიზებული ელექტრომაგნიტური ტალღა

$$E_{z0} = E_0 e^{ikr \cos \varphi} \quad (VI.1)$$

სადაც E_0 მოცემული ამპლიტუდაა, $k = 2\pi/\lambda$, λ – ტალღის სიგრძეა სივრცეში,

ანუ (I) არეში, რომელშიც მოთავსებულია გარსმდენი.

ეს ტალღა ნაწილობრივ აირეკლება გარსმდენის S_1 - გარეთა ზედაპირიდან, ნაწილი ტალღისა კი შეაღწევს გარსაცმის (II) და (III) ფენებში, ელექტრომაგნიტურად ალაგზნებს მიმღებ წრიული კვეთის, r_0 რადიუსის

მქონე მიმღებ ანტენას, რომლის საშუალებითაც მიღებული სიგნალი გადაეცემა მიმღებ მოწყობილობას.

§1. ელექტრომაგნიტური ველის სტრუქტურა სივრცის ცალკეულ არეებში

ჩვენ ცალკ-ცალკე განვიხილავთ ელექტროდინამიკურ სივრცეებს შემდეგ არეებში:

(I)– არე სიცარიელე, რომელიც გარს აკრავს გარსმდენს, მისი ფარდობითი დიელექტრიკული განვლადობაა $\epsilon_0=1$,

(II)– არე დიელექტრიკული რგოლი შიდა b და გარეთა a რადიუსებით, მისი ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობაა $\epsilon_2>1$,

(III)– არე, რომელშიც ანტენაა განთავსებული. ამ არეს დიელექტრიკული შეღწევადობაა $\epsilon_3>1$.

ნახ.13–ზე M დაკვირვების წერტილია, რომელიც შეიძლება მოთავსებული იყოს სივრცის ყველა არეში, მათ შორის გარსმდენის შიგნითაც. ამ წერტილის პოლარული (რადიალური) კოორდინატია r . (I)– არეში იგი იღებს მნიშვნელობებს ინტერვალში $a \leq r < \infty$, (II)– არეში $b \leq r \leq a$, (III)– არეში $r_0 \leq r \leq b$.

თუ j – სიმბოლოთი ($j=1, 2, 3$) აღვნიშნავთ არეთა ნომრებს, მაშინ შესაბამის არეებში ელექტრული ველის დამაბულობების მდგენელები Z - ღერძის გასწვრივ შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

(I)– არეში

$$E_{Z1} = \bar{A}_0 e^{ikr \cos \varphi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(2)}(kr) e^{im\varphi}, \quad (\infty > r \geq a)$$

(VI.2)

(II)– არეში

$$E_{Z2} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m I_m(k_2 r) + C_m N_m(k_2 r)] e^{im\varphi}, (b \leq r \leq a)$$

(VI.3)

(III)– არეში

$$E_{Z3} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [D_m I_m(k_3 r) + P_m N_m(k_3 r)] e^{im\varphi}, (r_0 \leq r \leq b)$$

(VI.4)

სადაც A_m, B_m, C_m, D_m, P_m უცნობი კოეფიციენტები არიან.

მაგნიტური ველის აზიმუტალური მდგენელები $H_{\varphi j}$, შეიძლება ვიანგარიშოთ მაქსველის განტოლებებიდან

$$rot \vec{E}_j = -i\omega\mu_0 \vec{H}_j$$

სადაც $\mu_0 = 4\pi * 10^7 \text{ ჰნ/მ}$, ω – წრიული სიხშირეა. ჩავთვლით, რომ ყველა გარემო (არე) არამაგნიტურია. მაშინ სხვადასხვა არეებში აზიმუტალური მაგნიტური ველის მდგენელები ასე ჩაიწერება

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi 1} &= -\frac{1}{i\omega\mu_0} rot \vec{E} = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_{Z1}}{\partial r} \\ H_{\varphi 2} &= -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_{Z2}}{\partial r} \\ H_{\varphi 3} &= -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_{Z3}}{\partial r} \end{aligned} \right\}$$

(VI.5)

თუ ამ გამოსახულებაში ჩავსვამთ E_{Zj} -ს მნიშვნელობებს (VI.2)–(VI.5)–დან მივიღებთ

$$H_{\varphi 1} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial r} e^{ikr \cos \varphi} + \frac{k}{i\omega\mu_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(2)'}(kr) e^{im\varphi}$$

(VI.6)

$$H_{\varphi 2} = \frac{k_2}{i\omega\mu_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m I'_m(k_2 r) + C_m N'_m(k_2 r)] e^{im\varphi}$$

(VI.7)

$$H_{\varphi 3} = \frac{k_3}{i\omega\mu_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [D_m I'_m(k_3 r) + P_m N'_m(k_3 r)] e^{im\varphi}$$

(VI.8)

სიდიდეები k_j ($j=1, 2, 3$) ისევე, როგორც ადრე, წარმოადგენენ შესაბამისი არეების ტალღურ რიცხვებს $k_j = k\sqrt{\epsilon_j}$, სადაც ϵ_j არის j -ნომრის არეს ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობა.

ახლა ჩვენი პირველადი ამოცანაა უცნობი კოეფიციენტების (A_m, B_m, C_m, D_m, P_m) განსაზღვრა.

§2. ამოცანის სასაზღვრო პირობები და ალგებრულ განტოლებათა სისტემა

უცნობი კოეფიციენტები უნდა განისაზღვროს ცალკეულ არეთა გამყოფ ზედაპირებზე ველის უწყვეტობის პირობებით, კერძოდ ელექტრული და მაგნიტური ველების ტანგენციალურ მდგენელთა უწყვეტობით აღნიშნულ ზედაპირებზე.

ფორმალურად ეს პირობები ასეთი სახისაა:

$$\left. \begin{array}{l} E_{Z1}=E_{Z2} \\ H_{\varphi 1}=H_{\varphi 2} \end{array} \right\} S_1 \text{ ზედაპირზე, როცა } r=a, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

(VI.10)

$$\left. \begin{array}{l} E_{Z2}=E_{Z3} \\ H_{\varphi 2}=H_{\varphi 3} \end{array} \right\} S_2 \text{ ზედაპირზე, როცა } r=b, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

(VI.11)

$$E_{Z3} = 0, \text{ ანტენის } S_0 \text{ ზედაპირზე, როცა } r=r_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

(VI.12)

თუ ამ პირობებში ჩავსვამთ ველის მდგენელთა შესაბამის გამოსახულებებს, მივიღებთ ფუნქციონალურ განტოლებათა შემდეგ სისტემას

$$\left. \begin{array}{l} e^{ika \cos \varphi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(2)}(ka) e^{im\varphi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m I_m(k_2 a) + C_m N_m(k_2 a)] e^{im\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial r} [e^{ikr \cos \varphi}]_{r=a} + k \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m H_m^{(2)'}(ka) e^{im\varphi} = k_2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m I_m'(k_2 a) + C_m N_m'(k_2 a)] e^{im\varphi} \end{array} \right\}$$

(VI.13)

$$\left. \begin{aligned} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m I_m(k_2 b) + C_m N_m(k_2 b)] e^{im\varphi} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} [D_m I_m(k_3 b) + P_m N_m(k_3 b)] e^{im\varphi} \\ k_2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m I'_m(k_2 b) + C_m N'_m(k_2 b)] e^{im\varphi} &= k_3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} [D_m I'_m(k_3 b) + P_m N'_m(k_3 b)] e^{im\varphi} \end{aligned} \right\}$$

(VI.14)

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} [D_m I_m(k_3 r_0) + P_m N_m(k_3 r_0)] e^{im\varphi} = 0$$

(VI.15)

ფუნქციონალურ განტოლებათა ეს სისტემა შეიძლება დავიყვანოთ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე პროექციული მეთოდის [25] გამოყენებით.

ვიდრე ამ სისტემის ანალიზზე გადავიდოდეთ გავითვალისწინოთ ცნობილი თანაფარდობა

$$\int_0^{2\pi} e^{ika \cos \varphi - in\varphi} d\varphi = 2\pi i^n I_n(ka)$$

(VI.16)

სასაზღვრო პირობებში (VI.13), (VI.14) და (VI.15) შემავალი ჯამური წევრები არიან ფურიეს მწკრივები. ჯამების ქვეშ მყოფი წევრები φ - კუთხის მიმართ პერიოდული ფუნქციები არიან პერიოდით 2π . ეს ჯამური ოპერატორები შეიძლება მთლიანად შევაქციოთ. ამისათვის საჭიროა ყველა განტოლების ორივე მხარე გავამრავლოთ ბაზისურ ფუნქციებზე $e^{-in\varphi}$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) და მოვახდინოთ მიღებული შედეგის ინტეგრირება φ ინტერვალში $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, რის შემდეგ (VI.16)–სა და თანაფარდობის

$$\int_0^{2\pi} e^{i(m-n)\varphi} d\varphi = 2\pi \delta_{mn}, \text{ სადაც } \delta_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{როცა } m = n \\ 0, & \text{როცა } m \neq n \end{cases}$$

გამოყენებით მივიღებთ ასეთ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას

$$\left. \begin{aligned} i^m I_m(ka) \bar{A}_0 + A_m H_m^{(2)}(ka) &= B_m I_m(k_2 a) + C_m N_m(k_2 a) \\ i^m I'_m(ka) \bar{A}_0 + A_m H_m^{(2)'}(ka) &= \sqrt{\varepsilon_2} B_m I'_m(k_2 a) + C_m N'_m(k_2 a) \end{aligned} \right\}$$

(VI.17)

$$\left. \begin{aligned} I_m(k_2 b) B_m + C_m N_m(k_2 b) &= D_m I_m(k_3 b) + P_m N_m(k_3 b) \\ \sqrt{\varepsilon_2} [I'_m(k_2 b) B_m + C_m N'_m(k_2 b)] &= \sqrt{\varepsilon_3} [D_m I'_m(k_3 b) + P_m N'_m(k_3 b)] \end{aligned} \right\}$$

(VI.18)

$$D_m I_m(k_3 r_0) + P_m N_m(k_3 r_0) = 0$$

(VI.19)

(VI.19)-დან ვწერთ $D_m = N_m(k_3 r_0) R_m$, $P_m = -I_m(k_3 r_0) R_m$, სადაც R_m ახალი იცნობებია. თუ ამ სიდიდეებს (VI.18)-ის მარჯვენა მხარეში ჩავსვამთ მივიღებთ ახალ სისტემას

$$\left. \begin{aligned} I_m(k_2 b) B_m + C_m N_m(k_2 b) &= R_m f_m^{(1)} \\ \sqrt{\varepsilon_2} [I'_m(k_2 b) B_m + C_m N'_m(k_2 b)] &= R_m f_m^{(2)} \end{aligned} \right\}$$

(VI.20)

სადაც ჩვენ შემოვიღეთ აღნიშვნები

$$\left. \begin{aligned} f_m^{(1)} &= N_m(k_3 r_0) I_m(k_3 b) - I_m(k_3 r_0) N_m(k_3 b) \\ f_m^{(2)} &= N_m(k_3 r_0) I'_m(k_3 b) - I_m(k_3 r_0) N'_m(k_3 b) \end{aligned} \right\}$$

(VI.21)

ახლა ფორმალურად ამოვხსნათ (VI.20) სისტემა B_m და C_m კოეფიციენტების მიმართ. შედეგად მივიღებთ

$$B_m = \frac{R_m}{\Delta} \left[N'_m(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_2} f_m^{(1)} - \sqrt{\varepsilon_3} N'_m(k_2 b) f_m^{(2)} \right]$$

(VI.21')

$$C_m = \frac{R_m}{\Delta} \left[I_m(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_3} f_m^{(2)} - \sqrt{\varepsilon_2} I'_m(k_2 b) f_m^{(1)} \right]$$

(VI.22)

$$(\Delta = 2/\pi k b)$$

(VI.21) და (VI.22) შემოკლებულად გადავწეროთ

$$B_m = \frac{R_m}{\Delta} f_m^{(3)}, \quad C_m = \frac{R_m}{\Delta} f_m^{(4)}$$

(VI.23)

სადაც

$$\left. \begin{aligned} f_m^{(3)} &= N'_m(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_2} f_m^{(1)} - \sqrt{\varepsilon_3} N'_m(k_2 b) f_m^{(2)} \\ f_m^{(4)} &= I_m(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_3} f_m^{(2)} - \sqrt{\varepsilon_2} I'_m(k_2 b) f_m^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (VI.24)$$

ახლა (VI.23) ჩავსვათ (VI.17)-ის მარჯვენა მხარეში, რის შემდეგ მივიღებთ სისტემას A_m და R_m კოეფიციენტების მიმართ

$$\left. \begin{aligned} A_m H_m^{(2)}(ka) - \frac{R_m f_m^{(5)}}{\Delta} &= -i^m I_m(ka) \bar{A}_0 \\ A_m H_m^{(2)'}(ka) - \frac{R_m f_m^{(6)}}{\Delta} &= -i^m I_m'(ka) \bar{A}_0 \end{aligned} \right\} \quad (VI.25)$$

სადაც

$$f_m^{(5)} = I_m(k_2 a) f_m^{(3)} + N_m(k_2 a) f_m^{(4)} \quad (VI.26)$$

$$f_m^{(6)} = \sqrt{\varepsilon_2} I_m'(k_2 a) f_m^{(3)} + N_m'(k_2 a) f_m^{(4)} \quad (VI.27)$$

(VI.25) სისტემის ამონახსნებია

$$A_m = -\bar{A}_0 i^m \frac{I_m(ka) f_m^{(6)} - I_m'(ka) f_m^{(5)}}{H_m^{(2)}(ka) f_m^{(6)} + H_m^{(2)'}(ka) f_m^{(5)}} \quad (VI.28)$$

$$R_m = \bar{A}_0 \frac{b}{a} \frac{i^m}{H_m^{(2)}(ka) f_m^{(6)} + H_m^{(2)'}(ka) f_m^{(5)}} \quad (VI.29)$$

თუ მხედველობაში მივიღებთ (VI.24) და (VI.21) თანაფარდობებს, $f_m^{(5)}$ და $f_m^{(6)}$ სიდიდეები, რომლებიც (VI.26) და (VI.27) გამოსახულებებით არიან წარმოდგენილი, ასე შეიძლება ჩავწეროთ

$$\begin{aligned} f_m^{(5)} [I_m(k_2 a) N_m'(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_2} - I_m'(k_2 b) N_m(k_2 a) \sqrt{\varepsilon_2}] [N_m(k_3 r_0) I_m(k_3 b) - \\ I_m(k_3 r_0) N_m(k_3 b)] - \\ f_m^{(6)} [I_m'(k_2 a) N_m'(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_2} - I_m'(k_2 b) N_m'(k_2 a) \sqrt{\varepsilon_2}] [N_m(k_3 r_0) I_m(k_2 b) - \\ I_m(k_3 r_0) N_m(k_3 b)] - \\ \sqrt{\varepsilon_3} [\sqrt{\varepsilon_2} I_m'(k_2 a) N_m(k_2 b) - N_m'(k_2 a) I_m(k_2 b)] [N_m(k_3 r_0) I_m'(k_3 b) - \\ N_m(k_3 r_0) I_m'(k_3 b)] \end{aligned} \quad (VI.30)$$

$$\begin{aligned} f_m^{(6)} [I_m'(k_2 a) N_m'(k_2 b) \sqrt{\varepsilon_2} - I_m'(k_2 b) N_m'(k_2 a) \sqrt{\varepsilon_2}] [N_m(k_3 r_0) I_m(k_2 b) - \\ I_m(k_3 r_0) N_m(k_3 b)] - \\ \sqrt{\varepsilon_3} [\sqrt{\varepsilon_2} I_m'(k_2 a) N_m(k_2 b) - N_m'(k_2 a) I_m(k_2 b)] [N_m(k_3 r_0) I_m'(k_3 b) - \\ N_m(k_3 r_0) I_m'(k_3 b)] \end{aligned}$$

$$I_m(k_3 r_0) N'_m(k_3 b)]$$

$$(VI.31)$$

§3. ანტენის ზედაპირზე აღზრული აქსიალური დენის ანგარიში

გავაკეთოთ ახლა შენიშვნა, რომელსაც არსებითი მნიშვნელობა აქვს ჩვენი შემდგომი კვლევებისთვის:

ფუნქციები $f_m^{(5)}$ და $f_m^{(6)}$ მამრავლების სახით შეიცავენ ნეიმანისა ($N_m(x)$) და ბესელის ($I_m(x)$) ფუნქციებს, რომელთა არგუმენტია $x = k_3 r_0 = k \sqrt{\epsilon_3} r_0 = 2\pi \sqrt{\epsilon_3} \frac{r_0}{\lambda}$. გარსმდენებში გამოყენებული ფენების დიელექტრიკული შეღწევადობა იცვლება ინტერვალში ($1.03 \leq \epsilon \leq 9.2$) და თუ მხედველობაში მივიღებთ, რომ პრაქტიკულად $\frac{r_0}{\lambda} \approx 10^{-3}$ რიგისაა, მივიღებთ, რომ $x \ll 1$. ამიტომ, ჩვენ შეგვიძლია ბესელისა და ნეიმანის ფუნქციები შევცვალოთ მათი ასიმპტოტიკური გამოსახულებებით მცირე არგუმენტებისთვის [24]

$$N_m(x) = \frac{2^m m!}{\pi x^m}, I_m(x) = \frac{x^m}{2^m m!},$$

აქედან ცხადად ჩანს, რომ

$$N_0(x) \gg N_m(x)|_{m \neq 0} \text{ და } I_0(x) \gg I_m(x)|_{m=0}$$

$$(VI.32)$$

ეს კი იმის საშუალებას იძლევა, რომ იგივე შეფასება მივცეთ (VI.28) და (VI.29) თანაფარდობებს, კერძოდ

$$|A_0| \gg |A_m|_{m \neq 0} \text{ და } |R_0| \gg |R_m|_{m=0}$$

$$(VI.33)$$

ამის გამო (VI.2) და (VI.8) მწკრივებში შეიძლება შევინარჩუნოთ მხოლოდ სიმეტრიული ტალღები ინდექსით $m=0$, ანუ ჩავწეროთ

$$E_{z1} = \bar{A}_0 e^{ikr \cos \varphi} + A_m H_m^{(2)}(kr), (r \geq a)$$

(VI.34)

$$H_{\varphi 3} = -\frac{k_3}{i\omega\mu_0} [D_0 I_1(k_3 r) + P_0 N_1(k_3 r)] =$$

$$-\frac{k_3}{i\omega\mu_0} R_0 [I_1(k_3 r) N_0(k_3 r_0) - N_1(k_3 r) I_0(k_3 r_0)] \quad (VI.35)$$

თუ ამ ფორმულეებში გავითვალისწინებთ (VI.28) და (VI.29) თანაფარდობებს, მივიღებთ

$$E_{z1} = \bar{A}_0 e^{ikr \cos \varphi} + A_0 \frac{I_0(ka)f_0^{(6)} + I_1(ka)f_0^{(5)}}{H_0^{(2)}(ka)f_0^{(6)} - H_1^{(2)}(ka)f_0^{(5)}} H_0^{(2)}(kr),$$

(VI.36)

$$H_{\varphi 3} = -\frac{b}{a\xi} A_0 \frac{I_1(k_3 r) N_0(k_3 r_0) - N_1(k_3 r) I_0(k_3 r_0)}{H_0^{(2)}(ka)f_0^{(6)} - H_1^{(2)}(ka)f_0^{(5)}}$$

(VI.37)

$$\xi = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi(\Omega)$$

ამ გამოსახულების ფიზიკური არსი ასეთია: მეორე წევრი (VI.36)–ში არის გარსმდენიდან არეკლილი სიმეტრიული ტალღა, ხოლო (VI.37) იძლევა (III) არეში, რომელშიც ანტენაა ჩამაგრებული, მდგარი ცილინდრული ტალღის მნიშვნელობას. სწორედ ამ ტალღის ველში ხდება გარსმდენში ჩამონტაჟებული ანტენის ელექტროდინამიკური აღზნება, როცა მის ზედაპირზე გარედან მოსული ინფორმაცია აქსიალური დენის წარმოქმნით აღიქმება. ამ დენის მნიშვნელობა I_z შეიძლება ვიანგარიშოთ (VI.37) ფორმულიდან, თუ იქ დავუშვებთ, რომ $r=r_0$, ანუ

$$H_{\varphi} |_{r=r_0} = I_z = \frac{b\bar{A}_0}{a\pi k \sqrt{\epsilon_3} r_0 \xi} \frac{1}{H_0^{(2)}(ka)f_0^{(6)} - H_1^{(2)}(ka)f_0^{(5)}}$$

(VI.38)

ეს დენი იმოქმედებს რა მიმღებ მოწყობილობაზე, აღძრავს ე.მ. ძალას, რომელიც გადმოცემული ინფორმაციის შესაბამისი იქნება.

როგორც (VI.38) გამოსახულებიდან ჩანს, აქსიალური დენი უკუპროპორციულია ანტენასთან მიმდებარე ფენის დიელექტრიკული შეღწევადობისა, ამიტომ ხელსაყრელია ისეთი ფენის შერჩევა, რომლისთვისაც დიელექტრიკული მუდმივა ერთის რიგის იქნება. ასევე ხელსაყრელია, რომ მეორე ფენის სისქე $\Delta=a-b$ არ იყოს ძალიან დიდი.

დავუბრუნდეთ ახლა (VI.36) გამოსახულებას და გამოვყოთ მისგან ცალკე წევრი

$$R = \frac{A_0}{\bar{A}_0} = - \frac{I_0(ka)f_0^{(6)} + I_1(ka)f_0^{(5)}}{H_0^{(2)}(ka)f_0^{(6)} - H_1^{(2)}(ka)f_{0m}^{(5)}} \quad (VI.39)$$

რომელიც არის არეკლილი ტალღის ამპლიტუდის შეფარდება დაცემული ტალღის ამპლიტუდასთან.

ჩვენ ახლა ჩავატარებთ ამ ფორმულის ანალიზს; პირველ რიგში დავრწმუნდეთ მის სამართლიანობაში. ამისათვის ჩავთვალოთ, რომ ანტენას გარსმდენი აღარ აკრავს. მაშინ ყველა ფორმულაში უნდა დავუშვათ, რომ $a=b=r_0$, $\epsilon_2=\epsilon_3=1$ (ე.ი. $k_2=k_3=k$), ასეთ შემთხვევაში (VI.30)–დან ადვილად დავადგენთ, რომ $f_0^{(5)} = 0$ და (VI.39)–ში დაგვრჩება ასეთი გამოსახულება

$$R = - \frac{I_0(kr_0)}{H_0(kr_0)}$$

რაც კარგად ცნობილი ფორმულაა ლიტერატურიდან [32], იმ შემთხვევაში, როდესაც ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა დიფრარგირებს იდეალურად გამტარ ვერტიკალურ ცილინდრზე, რომლის რადიუსი r_0 გაცილებით ნაკლებია ტალღის სიგრძეზე.

დავუბრუნდეთ ახლა (VI.39) ფორმულას და გამოვითვალოთ $f_0^{(5)}$ და $f_0^{(6)}$ ფუნქციები ერთი კერძო შემთხვევისთვის, რომლის პრაქტიკული განხორციელება შესაძლებელია.

გარსმდენის ფენების დიელექტრიკული შეღწევადობები ϵ_2 და ϵ_3 ისე შევარჩიოთ, რომ მათი მნიშვნელობები ახლოს იყოს ერთთან. მაგალითად, გარსმდენებში გამოყენებული მასალებიდან უროტანს და პოლისტეროლს აქვთ დიელექტრიკული შეღწევადობები $\epsilon=1.16$, ხოლო ფენოლის შენაერთებიან NP-ნეილონის (3/16–9) დიელექტრიკული შეღწევადობა $\epsilon=1.03$ [1]. ასეთ შემთხვევაში, ცნობილი თანაფარდობის [24] გამოყენება

$$I_1(x)N_0(x) - I_0(x)N_1(x) = \frac{2}{\pi x}, (x=ka)$$

რომელიც ჩვენს შემთხვევაში სამართლიანია, თუ $b=na$, ($n \approx 1$), (VI.30)–ის თანახმად იძლევა, რომ $f_0^{(5)} = 0$, რის გამოც (VI.39) ფორმულა ძალიან მარტივდება და ასეთ სახეს იღებს

$$R \approx -\frac{I_0(ka)}{H_0^{(2)}(ka)} \quad (VI.40)$$

იმისათვის, რომ გარსმდენიდან არეკლილი ტალღის ამპლიტუდა ნულის ტოლი გახდეს, საჭიროა ka - პარამეტრის ისე შერჩევა, რომ იგი ბესელის ნულოვანი რიგირ ფუნქციის $I_0(x)$ ფესვებს გაუტოლდეს, ასეთი ფესვების რაოდენობა კი უსასრულოა. თუ ამ ფესვებს სიმბოლურად $X_0^{(v)}$, ($v=0, 1, 2, \dots$) ნიშნით აღვნიშნავთ, მაშინ გარსმდენის გარეთა რადიუსების ყველა მნიშვნელობისათვის, რომლებიც აკმაყოფილებენ ტოლობას

$$a = a_v = \frac{X_0^{(v)}}{2\pi} \lambda \quad (VI.40')$$

არეკვლის კოეფიციენტი, (VI.40)–ის თანახმად ნულის ტოლი აღმოჩნდება, რითაც უზრუნველყოფილი იქნება გარსმდენის ოპტიმალური ფუნქციონირების რეჟიმი.

ბესელის ფუნქციის $I_0(x)$ ფესვები მოცემულია მთელ რიგ ცნობარებში [20, 24]; მათი გამოთვლა ადვილია, თუ ვისარგებლებთ იმ გარემოებით, რომ თუ

$x > 1$, მაშინ ბესელის ფუნქცია შეიძლება შევცვალოთ მისი ასიმპტოტური გამოსახულებით

$$I_0(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos(x - \pi/4)$$

საიდანაც ადვილად ვპოულობთ, რომ ამ ფუნქციის ფესვებია

$$x_\nu \equiv X_0^{(\nu)} = \nu\pi + \frac{3}{4}\pi$$

ჩვენს შემთხვევაში (VI.40')-ის თანახმად

$$a_\nu = \frac{1}{8}(4\nu + 3)\lambda \quad (\nu=0, 1, 2, \dots)$$

(VI.41)

ამ ფორმულის საშუალებით ადვილად შეიძლება გამოვითვალოთ გარსმდენის გარეთა რადიუსის მნიშვნელობა ტალღის სიგრძის ფიქსირებული მნიშვნელობებისათვის.

დასკვნები VI თავისათვის

საანტენო გარსმდენები მიმღები ანტენების როლსაც ასრულებენ. ამ შემთხვევაში საჭიროა გარსმდენის გეომეტრიული და ელექტრული პარამეტრების ისე შერჩევა, რომ არეკლილი ტალღის ამპლიტუდა რაც შეიძლება მინიმალური იყოს. ამის დადგენა კი მაშინ არის შესაძლებელი, თუ ეს ამპლიტუდა ანალიზური სახით იქნება წარმოდგენილი. რთული კონსტრუქციის ანტენების (რუპორული, სარკული და ა.შ.) შემთხვევაში ამ ამოცანის გადაწყვეტა ანალიზურ ფორმაში შეუძლებელია.

ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ გარსმდენის მოდელისათვის, რომელშიც მიმღები ანტენის როლს ხაზოვანი ანტენა ასრულებს, შესაძლებელი გახდა ამოცანის ანალიზური სახით წარმოდგენა. მიღებული შედეგი კი წარმოდგენილია (VI.38), (VI.39) და (VI.41) თანაფარდობების სახით.

საერთო დასკვნები

მრავალფენოვან დიელექტრიკულ გარსმდენებში მეტალური ცანართების გამოყენების იდეა ახალი არ არის. ამ მიმართულებით სამეცნიერო შრომების [26, 27] არსებობა, ჯერ კიდევ [1]–შია მინიშნებული. ასეთ ჩანართებს იყენებენ არამარტო გარსმდენის მექანიკური სიმტკიცის გაზრდის მიზნით, არამედ სიხშირის ფართო ზოლში მისი ოპტიმალური ფუნქციონირების უზრუნველსაყოფადაც.

ამ მიმართულებით სამეცნიერო შრომების რაოდენობა მცირეა. ელექტროდინამიკის მათემატიკური აპარატის განვითარებამ შესაძლებელი გახადა ერთფენოვან დიელექტრიკულ გარემოში პერიოდული მესრების შემცველი გარსმდენების ფიზიკური თვისებების შესწავლა მკაცრი მათემატიკური მეთოდების გამოყენების საფუძველზე [4, 29, 30, 31]; თუმცა ამ შრომებში ყურადღება ექცევა მხოლოდ და მხოლოდ მესრების ელექტროდინამიკური ყოფაქცევის დადგენას – მისი არეკვლისა და განვლადობის კოეფიციენტების ანგარიშს, მაგრამ არ არის გარსმდენიდან გაჟონილი ტალღის გამჭვირვალობის კოეფიციენტის რაოდენობრივი თანაფარდობის ცხადი სახით წარმოდგენა გარსმდენის გეომეტრიულ პარამეტრებთან და ტალღის სიგრძესთან მიმართებაში.

მოცემულ (I თავში) ყურადღება ეთმობა ამ ფაქტორის შესწავლასა და მასთან დაკავშირებულ ინჟინრულ გათვლებს. დადგენილია თუ რა პირობებში პერიოდული მესერი არ შეცვლის ანტენის ფუნქციონირების იმ რეჟიმს, რომელიც მას მესრის გარეშე ჰქონდა.

სწორედ ამაში მდგომარეობს ნაშრომში მირებული სამეცნიერო სიახლე, რომელიც I თავშია აღწერილი.

(II) თავში დასმული და გადაწყვეტილი ამოცანა, რომელიც ეხება ორი პერიოდული მესრის შემცველ გარსმდენის ელექტროდინამიკას სრულიად ახალია, იქ მირებული შედეგების ჩათვლით. ჩვენ მხედველობაში გვაქვს

თანაფარდობები (II.32), (II.33) და (II.33'), რომელთაგანაც პირველი მათგანი იძლევა გარსმდენის ფუნქციონირების ოპტიმალური რეჟიმის დადგენის საშუალებას, ხოლო დანარჩენი თანაფარდობები კი ამ რეჟიმის რეალიზაციას.

პერიოდული მესრის შემცველი სამფენოვანი დიელექტრიკული გარსმდენის ელექტროდინამიკური თვისებების კვლევა პირველად სამეცნიერო ლიტერატურაში ჩვენს მიერ არის წარმოდგენილი.

კვლევის მათემატიკური აპარატი ძირითადად ეყრდნობა იმ შედეგებს რომლებიც მიღებულია ნაშრომში [5], სადაც განვითარებულია ნებისმიერი რადიუსის მქონე მეტალური ცილინდრებისგან შედგენილი პერიოდული მესრის მკაცრი ანალიზური თეორია. ჩვენს შემთხვევაში ეს თეორია მივუსადაგეთ დიელექტრიკულ ფენაში ჩამონტაჟებულ პერიოდულ მესერსა და ვუდის ანომალიის მოვლენას. ამ შემთხვევაში საშუალება მოგვეცა დაგვემყარებინა კავშირი მესრის პერიოდსა და ტალღის სიგრძეს შორის, რომელმაც უზრუნველყო გარსმდენის ფუნქციონირების რეჟიმის გათვლა.

ერთფენოვანი ცილინდრული გარსმდენის კვლევამ გამჭვირვალობის კოეფიციენტისთვის რთული სტრუქტურის მათემატიკური გამოსახულების მიღებამდე მიგვიყვანა, რაც არ იძლევა საშუალებას ჩატარდეს ამ შედეგის ფიზიკური გააზრება და გარსმდენის პროექტირებისთვის საანგარიშო ფორმულების მიღება. პროცესების გონივრულმა გააზრებამ განაპირობა მოგვეხდინა მიღებული რთული ფუნქციონალური დამოკიდებულების აპროქსიმაცია, რამაც საკმარისი დამაჯერებლობით მოხსნა ზემოთ აღნიშნული პრობლემა. ჩვენ მხედველობაში გვაქვს (IV.33) და (IV.34) ფორმულები და აგრეთვე ნახ.14-ზე წარმოდგენილი გრაფიკები.

ამოცანა, რომელიც ნაშრომის V თავშია დასმული, სავსებით ორიგინალურია და ამავე დროს ახალი. იგი ეხება ორფენოვანი დიელექტრიკული გარსმდენის ელექტროდინამიკურ ანალიზს იმ შემთხვევაში, როდესაც მასში ჩართულია გამტარი ცილინდრებისგან

შედგენილი წრიული პერიოდის მქონე მესერი. წრიული მესრის ელექტროდინამიკური ანალიზის პროცესში გადამწყვეტი როლი შეასრულა ცილინდრული ფუნქციების სთვის შეკრების თეორემის დროულმა და ეფექტურმა გამოყენებამ, რამაც ძალიან გააადვილა გარსმდენის ინჟინრული პროექტირების პროცესი. ეს გარემოება, ვფიქრობთ, რომ დააინტერესებს სპეციალისტებს. მირებული შედეგები ოპრიგინალურია როგორც მეცნიერულად ასევე მეთოდურადაც.

კიდევ ერთი ორიგინალური ელექტროდინამიკური ამოცანაა შემოთავაზებული ნაშრომის VI თავში.

ორიგინალურია იმიტომ, რომ ამ შემთხვევაში ცილინდრული ერთფენოვანი გარსმდენი ჩაყენებულია მიმღები ანტენის როლში. გამოთვლილია გარსმდენიდან არეკლილი ტალღის არეკვლის კოეფიციენტის მნიშვნელობა. საკმარისად რთულმა პროცედურულმა ანალიზმა შესაძლებლობა მოგვცა დაგვედგინა, თუ რა პირობებში იქნებოდა არეკვლის კოეფიციენტის მოდული უმცირესი. ამ შემთხვევაში გარსმდენზე დაცემული ელექტრომაგნიტური ენერგია თითქმის მთლიანად გადაეცემა გარსმდენში განთავსებულ მიმღებ ანტენას და აღძრავს მის ზედაპირზე აქსიალურ დენს (VI.38), რომელიც ადეკვატური იქნება მიღებული სიგნალისა.

დანართი I (IV.5) ფორმულის მიღება

გარსმდენის გარეთა S_1 ზედაპირზე აღძრული ექვივალენტური ელექტრული დენი, რომელიც აქსიალური მიმართულებისაა გამოითვლება ცნობილი ფორმულით [28]

$$I_z = H_{\varphi 3}, \text{ როცა } r=a$$

ცხადია, ჩვენს შემთხვევაში ეს დენი თანაბრად იქნება განაწილებული φ -კუთხესთან მიმართებაში (იხ.ნახ.9). ამ დენის მიერ გარეთა სივრცეში (სიცარიელეში) გასხივებული ელექტრული ველის ვერტიკალური მდგენელი E_{z3} შეიძლება ვიანგარიშოთ კოტლერ-კირხჰოპის ფორმულით [21], რომელსაც ასეთი სახე აქვს

$$E_{z3} = -\frac{i\omega\mu_0 a}{2} \int_0^{2\pi} I_z H_0^{(2)}(k\sqrt{r^2 + a^2 - 2ra \cos(\varphi - \varphi')}) d\varphi' \quad (\text{დ. 1(1)})$$

($\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$ ჰენრი/მეტრი), სადაც φ და φ' არიან გარეთა სივრცეში დაკვირვების M წერტილის და S_1 ზედაპირზე მდებარე M' წერტილის პოლარული კოორდინატები. ცილინდრული ფუნქციებისათვის შეკრების თეორემის თანახმად

$$H_0^{(2)}(k\sqrt{r^2 + a^2 - 2ra \cos(\varphi - \varphi')}) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} I_s(ka) H_s^{(2)}(kr) e^{i(\varphi - \varphi')s}$$

რომლის ჩასმა (დ.1(1))-ში და შემდგომი ინტეგრირება φ' -ით გვაძლევს

$$E_{z3} = H_0^{(2)}(kr) \quad (r \geq a)$$

სადაც

$$M = -\frac{i\omega\mu_0 a}{2}$$

რისი დამტკიცებაც გვინდოდა.

დანართი II (VI.20) და (VI.21) ფორმულების გამოყვანა

პირველ რიგში (VI.19)–დან ვწერთ

$$D_m I_m(k_3 r_0) + P_m N_m(k_3 r_0) = 0$$

რომელიც იგივეურად კმაყოფილდება, თუ დავუშვებთ, რომ

$$D_m = R_m N_m(k_3 r_0) \text{ და } P_m = -R_m I_m(k_3 r_0) \quad (\text{დ.2(1)})$$

სადაც R_m – ახალი უცნობი სიდიდეა. ეს გამოსახულებები ჩავსვით (VI.3)–ის მარჯვენა ნაწილში, რის შემდეგ მივიღებთ ახალ სისტემას B_m და C_m კოეფიციენტებისთვის

$$\left. \begin{aligned} I_m(k_2 b) B_m + C_m N_m(k_2 b) &= R_m F_m^{(1)} \\ \sqrt{\varepsilon_2} I'_m(k_2 b) B_m + C_m N'_m(k_2 b) &= R_m F_m^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{დ.2(2)})$$

სადაც

$$F_m^{(1)} = N_m(k_3 r_0) I_m(k_3 b) - I_m(k_3 r_0) N_m(k_3 b) \quad (\text{დ.2(3)})$$

$$F_m^{(2)} = N_m(k_3 r_0) I'_m(k_3 b) - I_m(k_3 r_0) N'_m(k_3 b) \quad (\text{დ.2(4)})$$

(დ.2(2))– სისტემის ფორმალური ამონახსნი B_m და C_m სიდიდეების მიმართ ასეთია

$$B_m = \frac{k}{\Delta_m} F_m^{(3)} R_m \quad (\text{დ.2(5)})$$

$$C_m = \frac{k}{\Delta_m} F_m^{(4)} R_m \quad (\text{დ.2(6)})$$

სადაც

$$F_m^{(3)} = \sqrt{\varepsilon_2} [F_m^{(1)} N'_m(k_2 b) - F_m^{(2)} N_m(k_2 b)] \quad (\text{დ.2(7)})$$

$$F_m^{(4)} = \sqrt{\varepsilon_3} [F_m^{(2)} I_m(k_2 b) - F_m^{(1)} I'_m(k_2 b)] \quad (\text{დ.2(8)})$$

ახლა საჭიროა B_m და C_m -ის მნიშვნელობები ჩავსვათ (VI.17) სისტემის მარჯვენა მხარეში, რაც მოგვცემს ასეთ სისტემას A_m და R_m უცნობებისათვის

$$\left. \begin{aligned} H_m^{(2)}(ka)A_m - k \frac{R_m}{\Delta_m} F_m^{(5)} &= -i^m I_m(ka) \bar{A}_0 \\ H_m^{(2)'}(ka)A_m - k \sqrt{\varepsilon_2} \frac{R_m}{\Delta_m} F_m^{(6)} &= -i^m I_m'(ka) \bar{A}_0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{დ.2(9)})$$

სადაც

$$F_m^{(5)} = I_m(ka)F_m^{(3)} + N_m(k_2 a)F_m^{(4)} \quad (\text{დ.2(10)})$$

$$F_m^{(6)} = I_m'(ka)F_m^{(3)} + N_m'(k_2 a)F_m^{(4)} \quad (\text{დ.2(11)})$$

ამ სისტემის ამონახსნია

$$A_m = \frac{ki^m \bar{A}_0}{\Delta_m \tilde{\Delta}_m} \left[\sqrt{\varepsilon_2} I_m(ka) F_m^{(6)} - I_m'(ka) F_m^{(5)} \right] \quad (\Delta_m = 2/\pi k b) \quad (\text{დ.2(12)})$$

$$R_m = -\frac{i^m \bar{A}_0}{\tilde{\Delta}_m} \left\{ H_m^{(2)}(ka) I_m'(ka) - H_m^{(2)'}(ka) I_m(ka) \right\} \quad (\text{დ.2(13)})$$

ფიგურულ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება არის ვრონსკიანი, იგი უდრის [24]

$$\{...\} = -2i/\pi k a \quad (\text{დ.2(14)})$$

$$\tilde{\Delta}_m = -k \left[\sqrt{\varepsilon_2} H_m^{(2)}(ka) F_m^{(6)} - H_m^{(2)'}(ka) F_m^{(5)} \right] \quad (\text{დ.2(15)})$$

დანართი III \bar{A}_0 - კოეფიციენტის განსაზღვრა

(IV.1) ფორმულაში წევრი $E_{z0} = \bar{A}_0 H_0^{(2)}(k_1 r)$ არის ცილინდრული ტალღა, რომელსაც ანტენის აქსიალური დენი I_{z0} ასხივებს (I)- გარემოში. ამ დენის სიდიდე უდრის

$$I_{z0} = H_{\phi 0}|_{r=r_0} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_{z0}}{\partial r} = \frac{k_1 \bar{A}_0}{i\omega\mu_0} H_1^{(2)}(kr_0), \quad k_1 = k\sqrt{\epsilon_r}$$

აქედან ადვილად ვპოულობთ $\bar{A}_0 = -iI_{z0}/\sqrt{\epsilon_r} H_1^{(2)}(kr_0)$, სადაც $\xi_0 = 120\pi$ (ომი), I_{z0} უნდა გაიზომოს ექსპერიმენტულად.

გამოყენებული ლიტერატურა

- 1.Справочник по радиолокации, редактор М.Сколник. Перевод с английского, под общей редакцией К.Н.Трофимова, т.2,Москва «СОВЕТСКОЕ РАДИО», 1977,с. 303-356.
- 2.Wood R.W. On a remarkable case of oneven distribution of a light in the diffraction grating problem. Phil. Mag., 1935, 102,4. Pp.396-400.
3. Wood R.W. Anomalis diffraction gratings. Phys.rev. 1935, 48.№12 pp.928-936.
- 4.Каплун В.А. Дифракция плоских электромагнитных волн на решетке из паралельных проводов помещенных в слое диэлектрика.Изв. вузов, радиофизика, 1965. Т.8 №4. с.743-759.
- 5.Богданов Ф.Г., Кеванишвили Г.Ш., дифракция волн на решетках и волноводных неоднородностях. Изд. «Самшобло», Тбилиси, 1994. С.95-106.
- 6.Yurchenko Y.B.,Altintas A. and Nosich A.I. Numerical opmiztation of a cylindrical reflectov – in a radome antennas system – IEEE, trans/ antennas and propagation, vol 47, №4,1999.
- 7.Abdel Moneum M.A., Shew Z., Volakis I.L. and Graham, Hylid PD-Mow analisis of larg axi symmtvic radomes – IEEE, Trans/ antennas and propagation, vol.49, №12, 2001.
- 8.Асанидзе А.В. Электродинамический анализ антенных оболочек и расчет их основных характеристик, Автореферат канд. Диссертации, Тбилиси ГТУ, 2005.
- 9.Iones E.M., Cohn S.B. and Robinson L.A. Waide bend rodomes mateched by reactiv walls. Pros OSU- WADC radome symp. V.1 p. 52-67, 1955.
10. Carpenter J.F. Reflection and transmishen of plane electromagnetic waves by a lossy multiply sandwich. Pros OSU-WADC radome symp. P.81-100, 1957.

11. Taylor W.C. Transmission and reflection of a dielectric sheet with complex permittivity continuously variable in transverse directions. Proc. OSU-WADC radome symp, p.75-80, 1957.
12. Gwinn C.W. and Bolds P.G. Application of the matrix method for evaluating the reflection and transmission properties of dielectric walls. Proc. OSU-WADC radome symp, p. 165-180, 1957.
13. Tice T. and Adney I. Transmission through a dielectric spherical shell. Ohio state Univ. Antenna lab. Rept 531-3, 1953.
14. Tricoles G. Application of a ray tracing method for predicting radome errors to a small radome. Proc. OSU-RTD symp. Electromagnetic windows. V.4, 2-4, 1964.
15. Bird W.W. Large air supported radomes for satellite windows. Ground stations. Proc. OSU-RTD symp. Electromagnetic windows, v.5 2-4, 1964.
16. Tice T.E. Techniques for airborn radome Design – AFAL- TR-66-391, v.1, p.239-273, 1966.
17. გ.ქევანიშვილი, ქ.კოტეტიშვილი, ი.ქევანიშვილი, გ.ჩიხლაძე.
გამოყენებითი ელექტროდინამიკა, სტუ.
18. Смирнов В.И., Курс высшей математики, т.3, гл. VI, Гостехиздат, М., 1949.
19. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, гл. XII? с.414-461. Изд. «НАУКА», №3, 1970.
20. Градштейн Н.С., Рыкин И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М., «НАУКА», с.1108, 1971.
21. Стретон ДЖ. Теория электричества, М., ОГИЗ, 1947.
22. Кеванишвили Г.Ш., Цагарейшвили О.П. Метод ортогонализации на решетке из цилиндров. Радиотехника и электроника, т. XXI, №3, М., 1976.

- 24.Справочник по специальным функциям (Под редакцией М. Абрамовича и Н. Стиган). М., «НАУКА» с.182, 1979.
- 25.Кеванишвили Г.Ш. и др. Обоснование проекционного решения функционального уравнения теории антенн и дифракции. GEN. №2, с. 15-20, 2001.
- 26.Walton J.D.(ed): Techniques for airborne radome design – AFAL – TR- 66-301, v.2, p.121-128, 1969.
27. Telew W. and Baitey R. Application of reactive mall-matching techniques to electromagnetic window design. Proc. ASD-OSU symp. Electromagnetic windows v.1, 1962.
- 28.Ваинштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., « Сов. Радио», 1975.
29. Каплун В.А. Обтекатели антенн СВЧ. М., «Сов. Радио» с.239, 1974.
30. Каплун В.А., Кулиш В.Г. Дифракция электромагнитных волн на решетке из цилиндрических полупроводящих стержней в плоском слое диэлектрика. Изв. ВУЗ-ов СССР, серия радиофизика, т.27, №5, с. 613-627, 1984.
- 31.Богданов Ф.Г., Кеванишвили Г.Ш. и др. Влияние проволочного каркаса защитных укрытии на электрические характеристики ассиметричных антенн. «Антенны» вып.37, с.5, М., изд. Радио и связь» 1990.
- 32Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. «Советское радио» с.389, М., 1956.
- 34.Aby E. Design of a near field protective dielectric radome window for a curved phased array antenna-circumferential polarization case, IEEE, trans, antennas propag. V.54,№11, p.3356-3366, 2006.