

ნანა კურკუმული

საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის
მათემატიკური მოდელირება და ოპტიმიზაცია

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
ივნისი, 2012

საავტორო უფლება © 2012, კურკუმული ნანა

ნანა კურკუმული

საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის
მათემატიკური მოდელირება და ოპტიმიზაცია

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
ივნისი, 2012

საავტორო უფლება © 2012, კურკუმული ნანა

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით კურკუმული ნაწას მიერ შესრულებულ სადოქტორო ნაშრომს დასახელებით: „საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური მოდელირება და ოპტიმიზაცია“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის საგამოცდო კომისიაში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

20 აპრილი, 2012 წ.

ხელმძღვანელები: ნოდარ ჯიბლაძე
ლელა გაჩეჩილაძე

კონსულტანტი: თენგიზ მაგრაქველიძე

რეცენზენტი: კონსტანტინე კამკამიძე

რეცენზენტი: გულაბერ ანანიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012 წ.

ავტორი: კურკუმული ნანა

დასახელება: საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის

მათემატიკური მოდელირება და ოპტიმიზაცია

ფაკულტეტი: ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების

ფაკულტეტი

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: ივნისი, 2012 წელი

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ ზემომოყვანილი დასახელების ნაშრომის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა ის მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

ვუძღვნი ჩემ მშობლებს და და-ძმას!

რეზიუმე

საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემა უკანასკნელი ოთხი ათეული წლის განმავლობაში, როგორც ცნობილია, მკვეთრად დეფიციტური იყო, რაც განპირობებული იყო იმ არასწორი ენერგეტიკული პოლიტიკით, რომელიც ჩვენ ქვეყანაში წლების მანძილზე ტარდებოდა. მიუხედავად იმისა, რომ უკანასკნელ წლებში გარკვეულწილად გაუმჯობესდა ქვეყნის ელექტროენერგით მომარაგება, უმძიმესი კრიზისი, რომელიც გასული საუკუნის 90-იან წლებიდან დაიწყო, არ შეიძლება ჩაითვალოს დაძლეულად. ამის საილუსტრაციოდ საკმარისია აღინიშნოს, რომ ამჟამად საქართველოს მიერ ყოველწლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია შეადგენს დაახლოებით 9 მილიარდ კილოვატსაათს, ხოლო ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ენერგია - 1700 კილოვატსაათს წელიწადში, მაშინ როდესაც ევროპის განვითარებულ ქვეყნებში ერთი სულის მიერ წლიური მოხმარებული ენერგია 5000÷10000 კილოვატსაათის ფარგლებშია.

სადისერტაციო ნაშრომში, დღეისათვის არსებული ტექნიკურ-ეკონომიკური მონაცემების საფუძველზე, შემუშავებულია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის საოპტიმიზაციო მათემატიკური მოდელი, რომელიც გათვალისწინებულია ყოველწლიურად 45 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერგიის გამოსამუშავებლად და ერთი სულის მიერ 7÷8 ათასი კილოვატსაათი ენერგიის მოხმარებისათვის.

საოპტიმიზაციო მათემატიკური მოდელის გადასაწყვეტად ნაშრომში გამოყენებულია ოპტიმიზაციის ახალი იტერაციული ალგორითმები და დადგენილია საქართველოს ენერგოსისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა, რომლის პრაქტიკული რეალიზაცია შესაძლებელია ადგილობრივი ენერგორესურსებით.

Abstract

It is well known fact that energy system in Georgia has been significantly deficient the last four decades that was conditioned by the wrong economic policies which was performed in our country. Despite the fact that provision by energy in our country has been improved in the last years, the gravest crisis, which started in 90s, should not be considered as overcome. To illustrate this it is enough to mentioned that nowadays the energy consumed by Georgia amounts to 9 billion KWh but the energy consumed by one person amounts to 1700 kilowatt in a year whereas the consumed energy by a person in European countries amounts to 5000÷10000 kilowatt in a year.

On the bases on the technical economic data existing, the optimization mathematical model of energy system of Georgia is elaborated in the theses, which is considered for production of the energy amounting to 45 billion KWh in each year and for consumption of 7÷8 thousands of kilowatt energy by a person.

For resolution of the optimization mathematical model in the theses, we have used new interseeve algorithms and it is ascertained optimal structure of energy system of Georgia the practical realization of which is possible by the local resources.

შინაარსი

შესავალი	132
1. საქართველოს ელექტროენერგეტიკის პრობლემები.....	13
1.1. ისტორიული მიმოხილვა.....	13
1.2. ენერგეტიკული რესურსები	22
1.3. ჰიდროენერგეტიკული რესურსები	26
1.4. თბოსადგურები	35
1.5. ენერგეტიკული უსაფრთხოებისა და ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმიზაციის ზოგიერთი საკითხი.....	37
2. ოპტიმიზაციის ამოცანები და მათი გადაწყვეტის მეთოდები.....	43
2.1. ამოცანის დასმა.....	43
2.2. ოპტიმიზაციის ამოცანებისა და მათი გადაწყვეტის მეთოდების კლასიფიკაცია	47
2.3. ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები ოპტიმიზაციის ამოცანებში	53
2.4. ექსტრემუმის ძებნის დეტერმინირებული მეთოდები	55
2.5. აბსოლუტური ექსტრემუმის ძებნის მეთოდები.....	66
2.6. მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდები.....	78
2.7. წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადაწყვეტის იტერაციული ალგორითმები.....	84
2.8. პირველი იტერაციული ალგორითმის ეფექტურობის შეფასება.....	99
2.9. მეორე იტერაციული ალგორითმის ეფექტურობის შეფასება.....	135
3. საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის განსაზღვრა.....	109
3.1. ელექტროენერგეტიკული სისტემის ანალიზი.....	139
3.2. ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური მოდელირება..	117
3.3. ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმიზაცია.....	126
დასკვნა.....	11030
გამოყენებული ლიტერატურა	1332

ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1.1 – საქართველოში ქარის ენერგეტიკული პოტენციალი;

ცხრილი 1.2 – საქართველოს ჰიდროელექტროსადგურები;

ცხრილი 1.3 – საქართველოს მცირე სიმძლავრის ჰიდროელექტროსადგურები;

ცხრილი 1.4 – ერთ სულ მოსახლეზე გამომუშავებული ელექტროენერჯია ყოფილი საბჭოთა კავშირის ქვეყნებში;

ცხრილი 3.1 – საქართველოს ჰიდრორესურსები;

ცხრილი 3.2 – საქართველოს ორგანული სათბობის რესურსები;

ცხრილი 3.3 – საქართველოს არატრადიციული რესურსები;

ცხრილი 3.4 – მათემატიკურ მოდელში გათვალისწინებული ტიპიური ელექტროსადგურები.

ნახაზების ნუსხა

- ნახ. 1.1 – ელექტროენერჯის მოხმარებლებზე მიწოდება 2007–2011 წლებში;
- ნახ. 1.2 – ელექტროენერჯის 2007–2011 წლების ფაქტიური ბალანსი;
- ნახ. 2.1 – მეორე იტერაციული ალგორითმის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია;
- ნახ. 2.2 – პირველი იტერაციული ალგორითმისა და სიმპლექს-მეთოდის ეფექტურობის შეფასება სწრაფქმედების მიხედვით;
- ნახ. 2.3 – მეორე იტერაციული ალგორითმისა და სიმპლექს-მეთოდის ეფექტურობის შეფასება სწრაფქმედების მიხედვით;
- ნახ. 3.1 – ბაზისური და პიკური ელექტროენერჯების თანაფარდობა დღე-ღამური მოხმარების გრაფიკის ჭრილში;
- ნახ. 3.2 – საქართველოს ელექტროსადგურების ოპტიმალური სტრუქტურა (სიმძლავრეები);
- ნახ. 3.3 – საქართველოს ელექტროსადგურების ოპტიმალური სტრუქტურა (გამომუშავებული ენერჯია).

დისერტაციაში გამოყენებული აბრევიატურები

ჰესი – ჰიდროელექტროსადგური;

თესი – თბოელექტროსადგური;

მ³ – კუბური მეტრი;

კვტ – კილოვატი;

კვტსთ – კილოვატსაათი

მლნ – მილიონი;

მლრდ – მილიარდი;

დოლ – დოლარი.

მადლიერება

უპირველეს ყოვლისა, უდიდესი მადლიერება მინდა გამოვხატო ჩემი სამეცნიერო ხელმძღვანელის, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორის, სრული პროფესორის ნოდარ ჯიბლაძის მიმართ, რომლის პროფესონალიზმმა, მომთხოვნილებამ და პრინციპულობამ მნიშვნელოვნად განსაზღვრა სადისერტაციო ნაშრომის სახე და შინაარსი.

განსაკუთრებული მადლიერება მინდა გამოვხატო ჩემი სამეცნიერო კონსულტანტის, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორის თენგიზ მაგრაქველიძის მიმართ გაწეული კონსულტაციებისა და რჩევისათვის.

დიდი მადლობა მინდა გადავუხადო ასოცირებულ პროფესორს ლელა გაჩეჩილაძეს, რომელმაც მნიშვნელოვანი დახმარება გამიწია სადისერტაციო ნაშრომის საბოლოო სახის მიცემაში.

დიდ მადლობას ვუძღვნი ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის ავტომატიზაციისა და მართვის სისტემების მიმართულების ყველა თანამშრომელს მხარდაჭერისა და გვერდში დგომისათვის.

შესავალი

ელექტროენერგეტიკა ქვეყნის ეკონომიკის ჯანსაღი ფუნქციონირების სასიცოცხლო პირობაა. იგი ქვეყნის ეკონომიკური განვითარების ძირითადი საფუძველია. ქვეყნის ეკონომიკური განვითარების დონის ერთ-ერთ ძირითად მახასიათებლად მიღებულია ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია. განვითარებული ქვეყნებისათვის, როგორცაა, მაგალითად, აშშ, კანადა, ნორვეგია, შვეცია და სხვ., ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია ბევრად აჭარბებს 10 000 კილოვატსაათს. ევროპის განვითარებული ქვეყნებისათვის ეს მაჩვენებელი 5 000÷10 000 კილოვატსაათის ფარგლებშია.

საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემა უკანასკნელი ოთხი ათეული წლის განმავლობაში, როგორც ცნობილია, მკვეთრად დეფიციტური იყო, რაც განპირობებული იყო იმ არასწორი ენერგეტიკული პოლიტიკით, რომელიც წლების განმავლობაში ქვეყანაში ხორციელდებოდა. ასეთი პოლიტიკის შედეგად საქართველოს ელექტროენერგეტიკა დიდწილად დაფუძნებული იყო იმპორტულ ორგანულ სათბობზე, ხოლო ადგილობრივი ენერგორესურსებიდან ათვისებული იყო ჰიდრორესურსების მხოლოდ მცირე ნაწილი. ყოველივე ეს ეკონომიკურად გამართლებულად ითვლებოდა ყოფილ საბჭოთა კავშირის პირობებში ორგანული სათბობების უაღრესად დაბალი, ძირითადად პოლიტიკური მოსაზრებიდან გამომდინარე, ხელოვნურად დაწეული ფასების გამო.

მიუხედავად იმისა, რომ უკანასკნელ წლებში გარკვეულწილად გაუმჯობესდა ქვეყნის ელექტროენერგით მომარაგება, უმძიმესი კრიზისი, რომელიც გასული საუკუნის 90-იან წლებიდან დაიწყო, არ შეიძლება ჩაითვალოს დაძლეულად. ამის საილუსტრაციოდ საკმარისია აღინიშნოს, რომ ამჟამად საქართველოს მიერ ყოველწლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია შეადგენს დაახლოებით 9 მილიარდ კილოვატსაათს, ხოლო ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ენერგია - 1700 კილოვატსაათს წელიწადში. შევნიშნავთ, რომ მე-20 საუკუნის 80-იანი წლების ბო-

ლოს საქართველოს ელექტროსადგურებში გამომუშავებული ელექტროენერგია შეადგენდა დაახლოებით 15 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში.

დღევანდელ პირობებში, როცა ორგანულ სათბობებზე ფასები კატასტროფულად იზრდება, ხოლო, მსოფლიოში ორგანული სათბობების მარაგი, მსოფლიო ენერგეტიკული საბჭოს მონაცემებით, მნიშვნელოვნად მცირდება, ცხადია, იმპორტულ სათბობზე დაფუძნებული ენერგეტიკა სრულიად გაუმართლებელია როგორც ეკონომიკური, ისე დამოუკიდებელი ქვეყნის უსაფრთხოების თვალსაზრისით.

აღნიშნულის გათვალისწინებით, დღეისათვის დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ქვეყანაში ჰიდროენერგორესურსების ათვისებას.

თემის აქტუალურობა. საქართველო, როგორც ცნობილია, მდიდარია ჰიდროენერგეტიკული რესურსებით. საქართველოს მდინარეების მთლიანი ჰიდროენერგეტიკული პოტენციალი შეადგენს დაახლოებით 320 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. აქედან ტექნიკური პოტენციალი დაახლოებით 90 მილიარდი კილოვატსაათია წელიწადში, ხოლო ეკონომიკურად გამართლებული პოტენციალი კი - 45÷50 მილიარდი კილოვატსაათი წელიწადში. აღსანიშნავია, რომ დღეისათვის ათვისებულია ტექნიკური ჰიდროენერგეტიკული პოტენციალის მხოლოდ 12%.

საქართველოში არსებობს, აგრეთვე, ქვანახშირისა და მურა ნახშირის საკმაოდ მნიშვნელოვანი მარაგი. ასევე, ქვეყანას გააჩნია ენერჯის ე.წ. არატრადიციული რესურსები, როგორცაა ქარი, მზე, გეოთერმული წყლები, ბიოენერჯია და სხვ. ცხადია, ენერგეტიკული უსაფრთხოების თვალსაზრისით, აუცილებელია შემუშავდეს ისეთი ენერგეტიკული პოლიტიკა, რომლის რეალიზაცია უზრუნველყოფს ადგილობრივი ენერგორესურსების რაციონალურ გამოყენებასა და ქვეყნის ელექტროენერჯით დაკმაყოფილებას.

ენერგეტიკული პოლიტიკის შემუშავებაში დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ეკონომიკურ საკითხებსაც, რომლის გარეშეც პრაქტიკულად შეუძლებელია ამა თუ იმ ენერგორესურსის კონკურენტუნარიანობის განსაზღვრა. ამასთან დაკავშირებით, დღეისათვის აქტუალურია საქართველოს ელექტროენერგე-

ტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის დადგენა, რაც აღნიშნული სისტემის ყოველმხრივი ანალიზის, მათემატიკური მოდელირებისა და ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდების საშუალებით შეიძლება განხორციელდეს.

სამუშაოს მიზანი. სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური მოდელის შემუშავება და ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდების საშუალებით მისი ოპტიმალური სტრუქტურის განსაზღვრა. ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალურ სტრუქტურაში იგულისხმება სხვადასხვა ტიპისა და სიმძლავრის ელექტროსადგურების ერთობლიობა, რომელიც უზრუნველყოფს ელექტროენერგიით ქვეყნის დაკმაყოფილებას, რისთვისაც აუცილებელია, რომ საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მიერ ყოველწლიურად გამომუშავებული ელექტროენერგია ერთ სულ მოსახლეზე იყოს თანამედროვე საშუალო ევროპული დონის (დაახლოებით $7 \div 8$ ათასი კილოვატსაათი წელიწადში), ხოლო საერთო წლიური გამომუშავება – 45 მილიარდი კილოვატსაათი.

კვლევის ობიექტი და მეთოდები. კვლევის ობიექტია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემა და მისი მათემატიკური მოდელი, აგრეთვე, ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები. კვლევისათვის გამოყენებულია ოპტიმიზაციის თეორია, კერძოდ, წრფივი და არაწრფივი ოპტიმიზაციის მეთოდები.

ნაშრომის ძირითადი შედეგები და მეცნიერული სიახლე. შემუშავებულია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური საოპტიმიზაციო მოდელი, რომლის გადაწყვეტამ საშუალება მოგვცა დაგვედგინა მისი ოპტიმალური სტრუქტურა, კერძოდ, დაგვედგინა ტიპი და სიმძლავრე იმ ელექტროსადგურებისა, რომელთა ექსპლუატაციაში შესვლიდან მათი რენტაბელობაზე გადასვლის დროის მონაკვეთისათვის, კაპიტალური დაბანდებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების ჯამი მინიმალურია და, ამასთან, უზრუნველყოფენ წელიწადში 45 მილიარდი კილოვატსაათი ენე-

რგის საერთო წლიურ გამომუშავებას; შემუშავებულია არაწრფივი ოპტიმიზაციის ცნობილი მეთოდების (სიმძიმის ცენტრებისა და მუდმივბიჯიანი გრადიენტული მეთოდების) საფუძველზე წრფივი დაპროგრამების ორი სხვადასხვა იტერაციული ალგორითმი და მათი შესაბამისი პროგრამული რეალიზაცია, რომლებიც საინჟინრო პრაქტიკაში დასაშვები სიზუსტით უზრუნველყოფენ წრფივი ამოცანების მარტივად და სწრაფად გადაწყვეტას; წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში შემუშავებული იტერაციული ალგორითმების გამოყენების ეფექტურობა შეფასებულია სწრაფქმედების მიხედვით და ამ კრიტერიუმის მიხედვით ისინი შედარებულია სიმპლექს-მეთოდთან. შედარების საფუძველზე სიბრტყეზე გამოყოფილია აღნიშნული მეთოდების ეფექტური გამოყენების არეები, რომლებიც განსაზღვრულია ამოცანის განზომილებითა და შეზღუდვების რაოდენობით.

ნაშრომის აპრობაცია. დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენებულ და განხილულ იქნა საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე „ენერგეტიკა: რეგიონული პრობლემები და განვითარების პერსპექტივები“ (ქუთაისი, ა.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, 2010 წლის 21-22 მაისი), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის ენერგეტიკის პრობლემების განყოფილებისა და საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სამეცნიერო სემინარებზე.

სადისერტაციო ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა. სადისერტაციო ნაშრომი შედგება შესავლის, სამი თავის, დასკვნისა და გამოყენებული ლიტერატურის ჩამონათვლისაგან. ნაშრომის საერთო მოცულობა შეადგენს 135 გვერდს. მასში წარმოდგენილია, აგრეთვე, 8 ნახაზი, 8 ცხრილი და 55 დასახელების ციტირებული ლიტერატურის პირველწყარო.

შესავალში დასაბუთებულია დისერტაციის პრობლემატიკის აქტუალურობა და ფორმულირებულია ნაშრომის ძირითადი მიზნები და ამოცანები.

პირველ თავში განხილულია საქართველოს ელექტროენერგეტიკის პრობლემები, გაანალიზებული და შეფასებულია მისი ენერგეტიკული პოტენციალი. აღნიშნულია, რომ ბუნებრივ სიმდიდრებს შორის პირველობა წყალსა და წყალთან დაკავშირებულ რესურსებს ეკუთვნის. საქართველოს ჰიდროენერგეტიკული პოტენციალი (მდინარეები, ტბები, წყალსაცავები, მყინვარები, მიწისქვეშა წყლები, ჭაობები), მისი ფართობის გათვალისწინებით, მსოფლიოში ერთ-ერთ პირველ ადგილზეა.

მართალია, საქართველოს ბუნებრივ სიმდიდრებს შორის პირველობა წყალთან დაკავშირებულ რესურსებს ეკუთვნის, მაგრამ მას გააჩნია, აგრეთვე, ქვანახშირისა და მურა ნახშირის საკმაოდ მნიშვნელოვანი მარაგიც, რაც ქვეყნის ენერგოსისტემაში თბოსადგურების გამოყენებას უზრუნველყოფს.

დღევანდელ პირობებში, წიაღისეული ენერგორესურსების შემცირების ფონზე, აქტუალურია ქარის, მზის, გეოთერმული წყლების, ბიოგაზისა და სხვა ეკოლოგიურად სუფთა ენერჯის წყაროების გამოყენება ელექტროენერჯის წარმოებისათვის, თუმცა მათი პოტენციალი ჯერჯერობით ნაკლებადაა გამოყენებული.

პირველი თავის ბოლოს განხილულია ენერგეტიკული უსაფრთხოებისა და ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმიზაციის საკითხები. ნაჩვენებია, რომ ენერგეტიკული უსაფრთხოების უზრუნველსაყოფად, უპირველეს ყოვლისა, საჭიროა ძირითადი აქცენტი გაკეთდეს ადგილობრივ ენერგორესურსებზე. ამასთან ერთად, არც თუ შორეული პერსპექტივისთვის, ელექტროენერჯის გენერაციის საორიენტაციო ნიშნულად მიღებულ იქნეს განვითარებული ქვეყნების თუნდაც დღეისათვის არსებული მაჩვენებელი - ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად გამომუშავებული ელექტროენერჯია (დაახლოებით $7\div 8$ ათასი კილოვატსაათი), რაც ქვეყნის მასშტაბით შეადგენს დაახლოებით $40\div 45$ მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. აქვე დასაბუთებულია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური მოდელის შემუშავების აუცილებლობა ადგილობრივი რესურ-

სების რაციონალურად გამოყენებისა და ეკონომიკურად გამართლებული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის დასადგენად.

მეორე თავში განხილულია სტატიკური ოპტიმიზაციის ამოცანები და მათი გადაწყვეტის მეთოდები და ალგორითმები. ოპტიმიზაციის მეთოდების მოკლე მიმოხილვაში განხილული და გაანალიზებულია როგორც უპირობო, ისე პირობითი ოპტიმიზაციის მრავალგანზომილებიანი დეტერმინირებული მეთოდები, მათ შორის წრფივი და არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდები. მიმოხილვაში აღნიშნულია არსებითი ხასიათის ის შემზღუდავი პირობებიც (უნიმოდალურობა, უწყვეტობა, ამოხსნეილობა, დიფერენცირებადობა და ა.შ.), რომლის დროსაც ადგილი აქვს ამა თუ იმ მეთოდის კრებადობას.

განხილული მეთოდების საფუძველზე შემუშავებულია წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადაწყვეტის ორი იტერაციული ალგორითმი და შეფასებულია მათი გამოყენების ეფექტურობა. აღნიშნული ალგორითმების გამოყენება განსაკუთრებით მიზანშეწონილია დიდი განზომილების წრფივი ამოცანების შემთხვევაში, სადაც საინჟინრო პრაქტიკაში დასაშვები სიზუსტით მარტივად და სწრაფად უზრუნველყოფენ ოპტიმალური ამონახსნის მოძებნას.

მესამე თავი ეძღვნება საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის განსაზღვრას, რისთვისაც გამოყენებულია მეორე თავში შემუშავებული ოპტიმიზაციის იტერაციული ალგორითმები.

საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური სა-ოპტიმიზაციო მოდელი შემუშავებულია საქართველოს ენერგეტიკისა და ბუნებრივი რესურსების სამინისტროს მონაცემების საფუძველზე. მასში გათვალისწინებულია დღეისათვის არსებული, მშენებარე და პერსპექტივაში ასაშენებელი ელექტროენერჯის გენერაციის 13 სხვადასხვა ტიპისა და სიმძლავრის ელექტროსადგური, რომელთა ერთობლივმა ფუნქციონირებამ უნდა უზრუნველყოს ყოველწლიურად 45 მილიარდი კილოვატსაათი ენერგი-

ის გამომუშავება, მათ შორის 30 მილიარდი ბაზისური და 15 მილიარდი პიკური ელექტროენერგია.

ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის დასადგენად გადაწყვეტილია შემდეგი ამოცანა: განვსაზღვროთ თუ რა ტიპის და რა სიმძლავრის ელექტროსადგურები უნდა აშენდეს საქართველოში, რომ დროის გარკვეული საანგარიშო პერიოდისათვის, მაგალითად, სადგურის ექსპლუატაციაში შესვლიდან მისი რენტაბელობაზე გადასვლის დროის მონაკვეთისათვის, კაპიტალური დაბანდებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების ჯამი იყოს მინიმალური და, ამასთან, საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მიერ ყოველწლიურად გამომუშავებული ელექტროენერგია ერთ სულ მოსახლეზე იყოს საშუალო ევროპული დონის (დაახლოებით $7 \div 8$ ათასი კილოვატსაათი წელიწადში), ხოლო საერთო წლიური გამომუშავება – 45 მილიარდი კილოვატსაათი.

დასკვნაში ფორმულირებულია სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი სამეცნიერო და პრაქტიკული შედეგები.

1. საქართველოს ელექტროენერგეტიკის პრობლემები¹⁾

1.1. ისტორიული მიმოხილვა

ისტორიულ წყაროებზე დაყრდნობით დადგენილია, რომ საქართველოს ელექტროენერგეტიკული ისტორიის განვითარება XIX საუკუნის 80-იან წლებში იწყება. 1884 წლის 20 ნოემბერს ცნობილმა საზოგადო მოღვაწემ ნიკო ნიკოლაძემ ქალაქის საბჭოში წინადადება შეიტანა, რომლის მიხედვითაც თბილისის ქუჩების განათება ნავთის ფანრების ნაცვლად ბუნებრივი აირით ან ელექტროენერგიით უნდა განხორციელებულიყო. თუმცა წინადადება წინადადებადვე დარჩა და საზოგადოებამ კიდევ დიდხანს ვერ მიიღო გადაწყვეტილება აირის თუ ელექტროენერგიის საშუალებით განათებას დაედაქალაქი. 1903 წლამდე თბილისის ქუჩები ნავთის ფანრებით ნათდებოდა.

საქართველოში ელექტროენერგიის წარმოება პირველად 1887 წელს დაიწყო. ილია ჭავჭავაძის მოთხოვნით, ქალაქ თბილისის დრამატული თეატრის გასანათებლად თბური ძრავები დაამონტაჟეს, რომლის ტექნიკური სამუშაოებიც ჩაატარა შვედურმა კომპანია “ზლანშემ”.

1897 წელს, რუსეთის მეფის მიხეილ რომანოვის განკარგულებით, ლიკანის სასახლის ელექტროენერგიით უზრუნველყოფის საკითხის მოგვარება დაევალა ბორჯომის მინერალური წყლების ქიმიური ლაბორატორიის ხელმძღვანელსა და დირექციის წევრს მოლდენგაუერს, რომლის ხელმძღვანელობით 1898 წელს ბორჯომის ახლოს მდებარე ბორჯომულას ხეობაში აშენდა და ექსპლუატაციაში გაშვებულ იქნა პირველი ჰიდროელექტროსადგური 103 კილოვატი სიმძლავრით.

1913 წლის ბოლოსათვის საქართველოში მუშაობდა შვიდი მცირე ჰიდროელექტროსადგური და რამდენიმე ათეული თბოძრავიანი ელექტროსა-

1) გამოყენებულია საქართველოს ენერგეტიკისა და ბუნებრივი რესურსების სამინისტროს 2007-2011 წლების მონაცემები.

დგური, რომელთა ჯამური სიმძლავრე შეადგენდა 9 მეგავატს, ხოლო წლიური გამომუშავება თითქმის 216 ათას კილოვატსაათს.

XX საუკუნის 20-იანი წლებიდან საქართველოში დაიწყო ჰიდროელექტროსადგურების ფართო მშენებლობა. 1927 წელს აშენდა ზემო ავჭალის ჰიდროელექტროსადგური (ზაჰესი), 1928 წელს - აბჰესი, 1934 წელს - რიონჰესი. 1941 წლისათვის საქართველოს ელექტროსადგურების საერთო სიმძლავრე 180 მეგავატს შეადგენდა. 1945-1960 წლებში ექსპლუატაციაში შევიდა დამატებით 11 ჰიდროელექტროსადგური.

საქართველოში ელექტროენერგიაზე არსებულმა დიდმა დეფიციტმა და ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის ზრდამ ქართველ მეცნიერებსა და ინჟინრებს საშუალება მისცა, უცხოელ სპეციალისტებთან ერთად, განეხორციელებინათ ქვეყნისათვის ისეთი მნიშვნელოვანი და უნიკალური ჰიდროელექტროსადგურის დაპროექტება და მშენებლობა, როგორცაა ენგურჰესი, რომელიც ექსპლუატაციაში 1978 წელს შევიდა.

ქვანახშირის საბადოების ფართომასშტაბიანმა დამუშავებამ და ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის ზრდამ შექმნა თბოელექტროსადგურების მშენებლობის წინაპირობა. 1938 წელს ჩაირთო ტყვარჩელის თბოსადგურის პირველი აგრეგატები და თბილისის თბოელექტროსადგური.

საქართველოში ენერგეტიკის განვითარების ახალი ეტაპი დაიწყო 1960 წელს, როცა თბილისის სრესის (რაიონული თბოელექტროსადგურის) მშენებლობა გადაწყდა. 1963 წელს ექსპლუატაციაში გაიშვა თბილსრესის პირველი ბლოკი, ხოლო 1972 წელს, თბილსრესის მერვე ბლოკის გაშვების შემდეგ, მისმა ჯამურმა სიმძლავრემ 1250 ათასი კილოვატი შეადგინა.

90-იან წლებში განხორციელდა თბილსრესის შემდგომი გაფართოება: 1990 წელს ექსპლუატაციაში შევიდა მეცხრე ენერგობლოკი, ხოლო 1994 წელს - მეათე ენერგობლოკი, რომელთა ერთობლივი სიმძლავრე შეადგენდა 600 ათას კილოვატს.

ელექტროსადგურების პარალელურად შენდებოდა 110 კილოვოლტიანი ელექტროგადამცემი ხაზი ზაჰესი-რიონჰესი. ზაჰესის, რიონჰესისა და

აბჰესის პარალელური მუშაობის ორგანიზება დაიწყო 1934 წელს, რითაც დასაბამი მიეცა საქართველოს ენერგოსისტემის შექმნას.

ელექტროსადგურების მშენებლობასთან ერთად განხორციელდა ელექტროგადამცემი ხაზებისა და ელექტროქვესადგურების მშენებლობის პროექტები. 60-იანი წლებიდან ინტენსიურად მიმდინარეობდა 220 კილოვოლტიანი ქვესადგურების მშენებლობა და ექსპლოატაციაში გაშვება. 1973 წელს საქართველოში აგებულ იქნა 500 კილოვოლტიანი 187.5 კმ სიგრძის ელექტროგადამცემი ხაზი "ქართლი" თბილსრესსა და ქვესადგურ დიდ ზესტაფონს შორის.

შემდგომ ეტაპზე აშენდა და ექსპლუატაციაში გაიშვა 500 კილოვოლტიანი ელექტროგადამცემი ხაზი "იმერეთი". შიდა ელექტროქსელის გაფართოებასთან ერთად, მნიშვნელოვანი კავშირები დამყარდა მეზობელი ქვეყნების ელექტროსისტემებთან.

ტრადიციულად, საქართველოს ენერგეტიკული ბაზის განვითარება ყოველთვის ჩამორჩებოდა ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის ზრდის ტემპებს. ქვეყნის ენერგეტიკული ბალანსი ყალიბდებოდა როგორც საკუთარი წყაროების წარმოებით (75±90%), ისე მეზობელი ქვეყნების ენერგოსისტემებიდან ელექტროენერჯის შემოდინებით (25±10%). ქვეყანაში ელექტროენერჯის დეფიციტი შემოდგომა-ზამთრის პერიოდში 25±40 %-ს აღწევდა. მიუხედავად ასეთი დეფიციტისა, მეზობელი ქვეყნების ენერგოსისტემებთან პარალელური მუშაობის პირობებში, საქართველოს ენერგოსისტემის მდგრადი მუშაობა უზრუნველყოფილი იყო მათთან არსებული სიმძლავრეების რეზერვებით.

დამოუკიდებლობის მოპოვების შემდეგ, ენერგეტიკის რეაბილიტაციის მიზნით, საქართველოში განხორციელდა ენერგეტიკული სექტორის რეორგანიზაცია, რის შედეგადაც ელექტროენერგეტიკული სისტემა ცალკე დამოუკიდებელ სტრუქტურად ჩამოყალიბდა [35].

1.2. ენერგეტიკული რესურსები

საქართველოს ბუნებრივ სიმდიდრეებს შორის პირველობა წყალსა და წყალთან დაკავშირებულ რესურსებს ეკუთვნის. საქართველოს ჰიდროენერგეტიკული პოტენციალი (მდინარეები, ტბები, წყალსაცავები, მყინვარები, მიწისქვეშა წყლები, ჭაობები) მისი ფართობის გათვალისწინებით მსოფლიოში ერთ-ერთ პირველ ადგილზეა. საქართველოს ტერიტორიაზე დათვლილია 26 060 მდინარე, რომელთა საერთო სიგრძეა დაახლოებით 60 ათასი კილომეტრია. საქართველოს მტკნარი წყლის საერთო მარაგი, რომელიც შედგება მყინვარების, ტბებისა და წყალსაცავების წყლის მარაგებისაგან, შეადგენს 96,5 კმ³-ს. მდინარეთა საერთო რაოდენობიდან ენერგეტიკული მნიშვნელობით გამოირჩევა 300-მდე მდინარე, რომელთა წლიური ჯამური პოტენციური სიმძლავრე 15 ათასი მეგავატის ეკვივალენტურია, ხოლო საშუალო წლიური ენერგია – 50 მილიარდი კილოვატსაათის ეკვივალენტური [1,18,52].

საქართველოს მდინარეების სპეციფიკურობიდან გამომდინარე, რომელთაც ახასიათებს მკვეთრად გამოხატული სეზონურობა [20], ამ რესურსების გადანაწილება წლიურ ან მრავალწლიურ ასპექტში შესაძლებელია მხოლოდ მარეგულირებელი წყალსაცავებიანი ელექტროსადგურების მშენებლობის გზით. თუმცა ეკოლოგიური თვალსაზრისით ასეთი სადგურების მშენებლობა გართულებულია. ამიტომ ძირითადი აქცენტი კეთდება მცირე წყალსაცავიანი ჰიდროელექტროსადგურების მშენებლობაზე.

მთავრობის დადგენილებით დამტკიცებულია სახელმწიფო პროგრამა „განახლებადი ენერგია 2008“, რომელშიც წარმოდგენილია საქართველოში პოტენციური ასაშენებელი ჰიდროელექტროსადგურების სია და გაწერილია წესები და პროცედურები მათი მშენებლობისათვის. მიმდინარე პერიოდისათვის აღნიშნული პროგრამის ფარგლებში საქართველოს მთავრობასა და ინვესტორებს შორის გაფორმებულია შემორანდუმები ისეთი პროექტების განხორციელებაზე, როგორცაა ხუდონჰესი 750 მეგავატი დადგმული სიმძ-

ლავრითა და 1,5 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერჯის გამომუშავებით, ნამახვანჰესების კასკადი 450 მეგავატი დადგმული სიმძლავრითა და 1 670 მილიონი კილოვატსაათი ელექტროენერჯის გამომუშავებით, ფარავანჰესი 78 მეგავატი დადგმული სიმძლავრითა და 425 მილიონი კილოვატსაათი გამომუშავებით, ჰიდროელექტროსადგურების კასკადი, ჯამში 21 სადგურის რაოდენობით, მდინარეებზე ჭოროხისწყალი, ლუხუნი, ტეხურა, გუბაზეული, მტკვარი, ბახვისწყალი და სხვებზე 1 583 მეგავატი საერთო სიმძლავრითა და 5,5 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერჯის გამომუშავებით. განსახორციელებელი ინვესტიციების მოცულობაა 2,4 მილიარდი აშშ დოლარი.

მართალია, საქართველოს ბუნებრივ სიმდიდრეებს შორის პირველობა წყალთან დაკავშირებულ რესურსებს ეკუთვნის, მაგრამ მას გააჩნია, აგრეთვე, ქვანახშირისა და მურა ნახშირის საკმაოდ მნიშვნელოვანი მარაგიც. ქვანახშირის სამრეწველო მარაგი ძირითადად თავმოყრილია ტყიბული-შაორისა და ტყვარჩელის აუზებში; მურა ნახშირის სამრეწველო მარაგის საკმარისი რაოდენობაა, აგრეთვე, ვალე-ახალციხის აუზშიც [5].

წიაღისეული ენერგორესურსების შემცირების ფონზე აქტუალური გახდა ქარის, მზის, გეოთერმული წყლების, ბიოგაზისა და სხვა ეკოლოგიურად სუფთა ენერჯის წყაროების გამოყენება ელექტროენერჯისა წარმოებისა და სხვა პრაქტიკული დანიშნულებისათვის.

საქართველოს გააჩნია ქარის ენერჯის მნიშვნელოვანი პოტენციალი [2], რომლის მეშვეობით ელექტროენერჯის საშუალო წლიური გამომუშავება საორიენტაციოდ 4 მილიარდი კილოვატსაათით, ხოლო დადგმული სიმძლავრე 1450 მეგავატით არის შეფასებული (იხ. ცხრილი 1.1).

ქარის ენერგეტიკული ბუნებრივი პოტენციალის მიხედვით [2] საქართველოს ტერიტორია დარაიონებულია ოთხ ზონად, სადაც ქარის სიჩქარე წელიწადში 2,5 მ/წმ-დან 9,0 მ/წმ-მდე მერყეობს, ხოლო სამუშაო დროის ხანგრძლივობა წელიწადში 4000 ÷ 5000 საათს შეადგენს. ეს ზონებია:

1. მაღალი სიჩქარეების ზონა, რომელიც მოიცავს ტერიტორიას: სამხრეთ საქართველოს მთიანეთი, კახაბერის ვაკე და კოლხეთის დაბლობის ცენტრალური ნაწილი;
2. ნაწილობრივ მაღალსიჩქარიანი და დაბალსიჩქარიანი ზონა, რომელიც მოიცავს ტერიტორიას: მტკვრის ხეობა მცხეთიდან რუსთავამდე, ჯავახეთის სამხრეთი ნაწილი, შავი ზღვის სანაპირო ზოლი ფოთიდან კახაბერის ვაკემდე;

ცხრილი 1.1

#	ადგილმდებარეობა	სიმძლავრე (მეგავატი)	ენერჯის წლიური გამომუშავება (მლნ კვტ.სთ)
1	ფოთი	50	110
2	ჭოროხი	50	120
3	ქუთაისი	100	200
4	მთა საბუეთი 1	150	450
5	მთა საბუეთი 2	600	2000
6	გორი - კასპი	200	500
7	ფარავანი	200	500
8	სამგორი	50	130
9	რუსთავი	50	150
ჯამი		1450	4160

3. დაბალსიჩქარიანი ქედების ეფექტიანი ექსპლუატაციის ზონა, რომელიც მოიცავს ტერიტორიას: გაგრის ქედი, კოლხეთის დაბლობი და აღმოსავლეთ საქართველოს დაბლობები;
4. დაბალსიჩქარიანი ქედების შეზღუდული გამოყენების ზონა, რომელიც მოიცავს ტერიტორიას: იორის ზეგანი და სიონის წყალსაცავი.

საქართველოს ტერიტორიის დანარჩენი ნაწილის ქედები ქარის ელექტროსადგურების ექსპლუატაციისათვის არ გამოდგება.

ჩატარებული კვლევების შედეგად გამოვლენილია ქარის ეფექტური ელექტროსადგურების პერსპექტიული მშენებლობის რამდენიმე მოედანი, რომელიც წარმოდგენილია ცხრილში 1.1.

საქართველოში ქარის ელექტროსადგურის მშენებლობა 2013 წლისთვის იგეგმება. საქართველოს ენერგეტიკისა და ბუნებრივი რესურსების სამინისტროს ინფორმაციით [35], ფარავნის ქარის ელექტროსადგურს ჩეხური კომპანია "Wind Energy Invest" ააშენებს. მისი დადგმული სიმძლავრე 50 მეგავატი იქნება, ხოლო წლიური გამომუშავება - 170 მილიონი კილოვატსაათი.

გეოგრაფიული მდებარეობის გათვალისწინებით, მზის ეფექტური გამოსხივება საქართველოში საკმაოდ მაღალია. უმეტეს რაიონებში მზის ნათების წლიური ხანგრძლივობა 250-დან 280 დღემდე მერყეობს, რაც წელიწადში დაახლოებით 1900 ÷ 2200 საათს შეადგენს. მზის ენერჯის სრული წლიური პოტენციალი საქართველოში შეფასებულია 108 მეგავატით, რაც წლიურად 34 ათასი ტონა პირობითი სათბობის ეკვივალენტურია [35].

გასული საუკუნის ბოლოდან საქართველოში ფართო გავრცელება ჰპოვა მზის ენერჯით წყლის გამაცხელებელმა სისტემებმა. ჩვენ პირობებში მზის ენერჯია საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ 40÷50⁰C ტემპერატურის წყალი. საქართველოში მზის გარდამქმნელების გამოყენება ელექტროენერჯის წარმოებისათვის, მათი მაღალი კუთრი ღირებულებიდან გამომდინარე, მიზანშეწონილია მხოლოდ მთაგორიან ადგილებში, ძნელად მისასვლელი და მცირედ დასახლებული ადგილების ენერგომომარაგებისათვის.

საქართველოს ტერიტორიის გეოთერმული შესწავლის დონის მიხედვით, წიაღში არსებული თერმული წყლების პროგნოზული რესურსია 200÷250 მლნ.მ³/წელიწადში. დღეისათვის ცნობილია 250-მდე ბუნებრივი და ხელოვნური ჭაბურღილი, რომლებშიც თერმული წყლის ტემპერატურა 30⁰C-დან 110⁰C-ის ფარგლებში მერყეობს, ხოლო მთლიანი დებიტი შეადგენს 160 ათას მ³-ს დღე-ღამეში. გეოთერმული საბადოების 80%-ზე მეტი განლაგებულია დასავლეთ საქართველოში, ზუგდიდი-ცაიშის გეოთერმულ

ველზე. საქართველოს თერმული წყლების შედარებით დაბალი ტემპერატურა არ იძლევა საშუალებას მათი ელექტროენერჯის წარმოების მიზნით გამოყენებისათვის. მიუხედავად ამისა, ენერგეტიკული თვალსაზრისით ამ რესურსის გამოყენებას ქალაქებისა და დასახლებული პუნქტების ცხელი წყლით მომარაგებისათვის უდიდესი მნიშვნელობა აქვს, როგორც ძვირადღირებული იმპორტირებული ენერგომომცველების დაზოგვის თვალსაზრისით.

დღეისათვის საქართველოში არსებული განახლებადი ენერჯის წყაროების პოტენციალი ნაკლებად არის გამოყენებული. მეტი ინვესტიციების მოზიდვით შესაძლებელია განახლებადი ენერჯის წყაროებით წარმოებული ელექტროენერჯის რაოდენობის გაზრდა და, ამავე დროს, რეგიონალური მასშტაბით სათბური გაზების (ნახშირორჟანგის, ნახშირჟანგის, აზოტისორჟანგის) ემისიის შემცირება.

საქართველოს გააჩნია, აგრეთვე, ბიომასიდან 2 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერჯის გამომუშავების პოტენციალი წელიწადში, თუმცა მუნიციპალური მყარი ნარჩენების, ნარჩენი წყლების, კანალიზაციის და ბიომასისგან გაზის მიღების შესახებ გეგმები საქართველოში ჯერ არ არსებობს.

1.3. ჰიდროენერგეტიკული რესურსები

ჰიდროენერგეტიკული რესურსი, სხვა ენერგეტიკული წყაროებისგან (ნახშირი, ნავთობი, ბუნებრივი აირი და სხვ.) განსხვავებით, ენერჯის განახლებად წყაროს წარმოადგენს, რაც მის განსაკუთრებულ ღირებულებას განაპირობებს [22,23].

დღეისათვის საქართველოში ჰიდროენერგორესურსების საშუალებით ბაზისურ ენერჯიას გამოიმუშავებს სხვადასხვა საპროექტო სიმძლავრის ჰიდროელექტროსადგურები, რომელთა საპასპორტო მონაცემები მოცემულია ქვემოთ (იხ. ცხრილი 1.2).

#	ჰესის დასახელება	საპროექტო სიმძლავრე (მეგავატი)	ენერჯის წლიური გამომუშავება (მლნ კვტ. სთ.)	შენიშვნა
1	აწჰესი	16,0	85	
2	ჩითახევჰესი	21,0	110	
3	გუმათჰესი 1	44,0	249	
4	გუმათჰესი 2	22,8	127	
5	ლაჯანურჰესი	112,5	438	
6	რიონჰესი	48,0	325	
7	შაორჰესი	38,4	114	
8	ძევრულაჰესი	80,0	117	
9	ბჟუჟაჰესი	12,24	50	
10	ენგურჰესი	1300,0	3800	
11	ჟინვალჰესი	134,0	350	
12	ორთაჭალჰესი	18,0	80	
13	საცხენისიჰესი	14,0	50	
14	სოხუმჰესი	18,9	100	
15	ზაჰესი	36,8	160	
16	ვარციხეჰესი	64,0	250	
17	ვარციხეჰესი 2	64,0	250	
18	ვარციხეჰესი 3	64,0	250	
19	ვარციხეჰესი 4	64,0	250	
20	ვარდნილჰესი 1	220,0	663	
21	ვარდნილჰესი 2	40,0	120	არ მუშაობს
22	ვარდნილჰესი 3	40,0	120	არ მუშაობს
23	ვარდნილჰესი 4	40,0	120	არ მუშაობს
	ჯამი	2512,64	8178	

1.3.1. აწვესი.

აწვესი სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია, რომელიც აჭარაში, ბათუმთან ახლოს, 30 კმ-ის დაშორებით, მდინარე აჭარისწყალზე მდებარეობს. ჰესის დადგმული სიმძლავრეა 16 მეგავატი, ხოლო საშუალო წლიური გამომუშავება – 85 მილიონი კილოვატსაათი. აწვესი ექსპლუატაციაში 1941 წელს შევიდა.

1.3.2. ჩითახევჰესი.

ჩითახევჰესი სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია. იგი მდებარეობს მდინარე მტკვარზე, სოფელ დვირთან (ბორჯომის რაიონი). ჰესის დადგმული სიმძლავრეა 21 მეგავატი. ჩითახევჰესის საშუალო წლიური გამომუშავება 110 მილიონი კილოვატსაათია. ჰესი ექსპლუატაციაში 1949-51 წლებში შევიდა.

1.3.3. გუმათჰესების კასკადი.

გუმათჰესების კასკადის შემადგენელი ჰიდროელექტროსადგურები გუმათჰესი 1 და გუმათჰესი 2 ითვალისწინებს მდინარე რიონის შუა წელის ენერგეტიკულ გამოყენებას 12 კმ მონაკვეთზე სოფელ ჟონეთიდან რიონჰესის წყალსაცავამდე. ქ. ქუთაისიდან 7 კილომეტრის დაშორებით, ჩრდილო-დასავლეთის მიმართულებით, მდინარე რიონზე აგებულია 30 მეტრი სიმაღლის ბეტონის გრავიტაციული კაშხალი, რომელიც ქმნის 13 მლნ მ³ სასარგებლო მოცულობის წყალსაცავს.

გუმათჰესი 1 დღე-ღამური რეგულირების, კაშხალთანმდებარე ტიპის ჰიდროელექტროსადგურია. იგი ექსპლუატაციაში 1958 წელს შევიდა. მისი დადგმული სიმძლავრეა 44 მეგავატია, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება 249 მილიონ კილოვატსაათს შეადგენს.

გუმათჰესი 2 დერივაციული ტიპის ჰიდროელექტროსადგურია და იგი გუმათჰესების კასკადის მეორე საფეხურს წარმოადგენს. სადგური მუშაობს გუმათჰეს 1-ის მიერ ტურბინებში გატარებულ წყალზე, რომელიც გუმათჰეს 2-ს მიეწოდება. სადგური ექსპლუატაციაში 1956 წელს შევიდა. მისი დადგ-

მული სიმძლავრეა 22,8 მეგავატი, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება – 127 მილიონი კილოვატსაათი.

1.3.4. ლაჯანურჰესი.

ლაჯანურჰესი განთავსებულია ცაგერის მახლობელ ტერიტორიაზე. იგი წარმოადგენს მდინარე ლაჯანურაში მდინარე ცხენისწყლის გადმოგდებით მიღებულ საერთო წყალჩამონადენზე აშენებულ ჰიდროელექტროსადგურს 25 მილიონი მ³ წყალსაცავით. მიწისქვეშა ჰიდროელექტროსადგური დეკადური რეგულირებისაა. მისი საპროექტო დადგმული სიმძლავრეა 112,5 მეგავატი, ხოლო საშუალო წლიური გამომუშავება - 438 მილიონი კილოვატსაათი. ლაჯანურჰესი ექსპლუატაციაში 1960 წელს შევიდა.

1.3.5. რიონჰესი.

რიონჰესი წარმოადგენს დერივაციული ტიპის ჰიდროელექტროსადგურს. სადგურზე გამოიყენება მდინარე რიონისა და მდინარე ცხენისწყლის საერთო წყალჩამონადენი. სათავე ნაგებობა განთავსებულია იმ მიდამოებში, სადაც მდინარე რიონი ქ. ქუთაისის საზღვრებში შედის, ხოლო ძალური კვანძი - რკინიგზის სადგურ „რიონის“ მახლობელ ტერიტორიაზე. ელექტროსადგური ექსპლუატაციაში გადაეცა 1933 წელს. მისი დადგმული სიმძლავრეა 48 მეგავატი, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება – 325 მილიონი კილოვატსაათი

1.3.6. შაორჰესი.

შაორჰესი წლიური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია და იგი შაორ-ტყიბულის ჰესების კასკადის პირველ საფეხურს წარმოადგენს. სადგურზე გამოიყენება მდინარე შაორის წყალი. წყალსაცავს ქმნის შაორის ტაფობში, სოფელ ხორგას მიდამოებში აგებული კაშხალი. ძალური კვანძი განთავსებულია ქ. ტყიბულში. სადგური ექსპლუატაციაში გადაეცა 1955 წელს. მისი დადგმული სიმძლავრეა 38.4 მეგავატი, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება – 114 მილიონი კილოვატსაათი.

1.3.7. ძვერულაჰესი (ტყიბულჰესი).

ძვერულაჰესი წლიური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია. იგი შაორ-ტყიბულის ჰესების კასკადის მეორე საფეხურს წარმოადგენს. სადგურზე გამოიყენება შაორჰესის ნამუშევარი წყლის მდინარე ტყიბულაში გადაგდებით მიღებული ერთობლივი წყალჩამონადენი. 82 მილიონი მ³ მოცულობის წყალსაცავს ქმნის ახალსოფლის ტაფობში აგებული კაშხალი. ძალური კვანძი განთავსებულია თერჯოლის რაიონში. სადგური ექსპლუატაციაში გადაეცა 1956 წელს. მისი დადგმული სიმძლავრეა 80 მეგავატი, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება – 117 მილიონი კილოვატსაათი.

1.3.8. ბჟუჟაჰესი.

სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგური ბჟუჟაჰესი მდებარეობს ოზურგეთის რაიონში, მდინარე ბჟუჟაზე. მისი დადგმული სიმძლავრეა 12,24 მეგავატი. ჰესის საშუალო წლიური გამომუშავება 50 მილიონი კილოვატსაათია. ბჟუჟაჰესი ექსპლუატაციაში შევიდა 1956 წელს.

1.3.9. ენგურჰესი.

ენგურჰესი მდინარე ენგურის წყალჩამონადენზე აშენებული, მიწისქვეშა მდებარე, სეზონური რეგულირების, 1,093 მილიარდი კუბური მეტრი ტევადობის წყალსაცავის მქონე ჰიდროელექტროსადგურია, რომლის დადგმული სიმძლავრე 1 300 მეგავატია, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება – 3.8 მილიარდი კილოვატსაათი. ელექტროსადგური ექსპლუატაციაში შევიდა 1978 წელს. ენგურჰესის წყალსაცავი მდებარეობს მდინარე ენგურის დინების გასწვრივ, 5 კილომეტრის მოშორებით, ღრმა ხეობაში, დაბა ჯვრის მიმდებარე ტერიტორიაზე. ელექტროსადგური კი განთავსებულია კაშხლიდან 15 კილომეტრის მოშორებით, გალის რაიონის სოფელ საბერიოს ტერიტორიაზე.

1.3.10. ჟინვალჰესი.

ჟინვალჰესი წლიური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია, რომელიც მდებარეობს დუშეთის რაიონის დაბა ჟინვალში, მდინარე არაგვზე. მისი

დადგმული სიმძლავრეა 134 მეგავატი, ხოლო საშუალო წლიური გამომუშავება – 350 მილიონი კილოვატსაათი. აღსანიშნავია, რომ ჟინვალჰესის წყალსაცავიდან ხდება ქ. თბილისის სასმელი წყლით მომარაგება. ჰესი ექსპლუატაციაში შევიდა 1985 წელს.

1.3.11. ორთაჭალჰესი.

ორთაჭალჰესი სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია, რომელიც მდებარეობს ქ.თბილისში, ორთაჭალაში, მდინარე მტკვარზე. მისი დადგმული სიმძლავრეა 18 მეგავატი. ჰესის საშუალო წლიური გამომუშავება 80 მილიონი კილოვატსაათია. "ორთაჭალჰესი" ექსპლუატაციაში შევიდა 1954 წელს.

1.3.12. საცხენისიჰესი.

საცხენისიჰესი წლიური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია, რომელიც მდებარეობს გარდაბნის რაიონის სოფელ სააკაძეში. მუშაობს ზემო სამგორის სარწყავი სისტემის მაგისტრალურ არხზე. მისი დადგმული სიმძლავრეა 14 მეგავატი. ჰესის საშუალო წლიური გამომუშავება 50 მილიონი კილოვატსაათია. საცხენისიჰესი ექსპლუატაციაში შევიდა 1952 წელს.

1.3.13. სოხუმჰესი.

სოხუმჰესი სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია, რომელიც მდებარეობს აფხაზეთში, სოხუმიდან 23 კმ-ის დაშორებით, მდინარე დასავლეთ გუმისთას მარცხენა ნაპირზე. მისი დადგმული სიმძლავრე 18,9 მეგავატია. ჰესის საშუალო წლიური გამომუშავება 100 მილიონი კილოვატსაათია. სოხუმჰესი ექსპლუატაციაში შევიდა 1948-1951 წლებში.

1.3.14. ზაჰესი.

ზაჰესი სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია, რომელიც მდებარეობს მცხეთის რაიონის დაბა ზაჰესში, მდინარე მტკვარზე. მისი დადგმული სიმძლავრეა 36,8 მეგავატი, ხოლო საშუალო წლიური გამომუშავება - 160 მილიონი კილოვატსაათი. ჰესი ექსპლუატაციაში შევიდა 1927-43 წლებში.

1.3.15. ვარციხეჰესების კასკადი.

ვარციხის ჰიდროელექტროსადგურების კასკადში გაერთიანებულია 4 ჰესი: ვარციხე 1, ვარციხე 2, ვარციხე 3 და ვარციხე 4. მათ ასაშენებლად გამოყენებულია მდინარე რიონის 27 კილომეტრიანი მონაკვეთი სოფელ ვარციხიდან მდინარე გუბისწყლის სათავემდე. საერთო წყალსაცავის კაშხალი მდებარეობს მდინარე რიონთან, მდინარე ყვირილასა და მდინარე ხანისწყლის შესართავის მახლობელ ტერიტორიაზე. ჰიდროტექნიკური ნაგებობები განლაგებულია მდინარის მარჯვენა ნაპირზე. ისინი წარმოადგენენ იდენტური სიმძლავრისა და გამომუშავების დერივაციული ტიპის უნიფიცირებულ ჰიდროელექტროსადგურებს. ყოველი მათგანის საპროექტო დადგენილი სიმძლავრეა 64 მეგავატი, ხოლო გამომუშავება – 250 მილიონი კილოვატსაათი. ვარციხეჰესი 1 ექსპლუატაციაში შევიდა 1976 წელს, ვარციხეჰესი 2 - 1978 წელს, ვარციხეჰესი 3 - 1980 წელს, ხოლო ვარციხეჰესი 4 - 1987 წელს.

1.3.16. ვარდნილჰესი 1.

ვარდნილჰესი 1 წარმოადგენს მდინარე ერისწყლის მიდამოებში, ქ. გალის ჩრდილოეთით გაშენებულ, სეზონური რეგულირების, 146 მილიონი მ³ ტევადობის წყალსაცავის მქონე კაშხალთან მდებარე ჰიდროელექტროსადგურს. მისი საპროექტო დადგენილი სიმძლავრეა 220 მეგავატი, ხოლო საშუალო წლიური გამომუშავება - 663 მილიონი კილოვატსაათი. ჰესი ექსპლუატაციაში შევიდა 1971 წელს. ვარდნილჰესი 1-ის წყალსაცავი მდებარეობს მდინარე ერისწყალზე, ენგურჰესის წყალგამყვანი გვირაბის ბოლოს.

1.3.17. ვარდნილჰესების კასკადი.

კასკადის შემადგენლობაშია სამი იდენტური სიმძლავრისა და გამომუშავების, ენგურჰესის წყალგამყვან არხზე განთავსებული დერივაციული ტიპის უნიფიცირებული ჰიდროელექტროსადგურები: ვარდნილჰესი 2, ვარდნილჰესი 3 და ვარდნილჰესი 4. ისინი ვარდნილჰესი 1-დან დაშორებულია, შესაბამისად, 5,5 კმ, 10,1 კმ და 14,9 კმ-ით. თითოეული ჰესის საპროექტო დადგენილი სიმძლავრეა 40 მეგავატი, ხოლო გამომუშავება – 120 მილიონი კილოვატსაათი. ვარდნილჰესი 2 ექსპლუატაციაში შევიდა 1971 წელს, ხოლო ვარ-

დნილჰესი 3 და ვარდილჰესი 4 - 1972 წელს. კასკადი მდებარეობს ქართულ-აფხაზური კონფლიქტის ზონაში. ისინი ამჟამად არ მუშაობენ. მათი მდგომარეობა შეუსწავლელია.

1.3.18. ხადორჰესი.

ხადორჰესი სეზონური რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია. იგი მდებარეობს ახმეტის რაიონში, მდინარეების ალაზნისა და სამყურისწყლის შესართავთან. ჰესის დადგმული სიმძლავრეა 24 მეგავატი, ხოლო საშუალო წლიური გამომუშავება – 100 მილიონი კილოვატსაათი. ხადორჰესი ექსპლუატაციაში 2004 წელს შევიდა.

1.3.19. ხრამჰესი 1.

ხრამჰესი 1 წარმოადგენს ხრამჰესების კასკადის პირველ საფეხურს. იგი სეზონური რეგულირების, შერეული ტიპის მაღალდაწნევიანი ჰიდროელექტროსადგურია. სადგურზე გამოიყენება მდინარე ხრამის წყალჩამონადენი. სათავე ნაგებობა განთავსებულია წალკის ხეობის დასაწყისში, ხოლო ელექტროსადგურის ძალური კვანძი აშენებულია მდინარე ხრამის ყოფილ კალაპოტში. ჰესის დადგმული სიმძლავრეა 112,8 მეგავატი, ხოლო საპროექტო საშუალო წლიური გამომუშავება – 184 მილიონი კილოვატსაათი. სადგური ექსპლუატაციაში გადაეცა 1947 წელს.

1.3.20. ხრამჰესი 2.

ხრამჰესი 2 წარმოადგენს ხრამჰესების კასკადის მეორე საფეხურს. იგი დერივაციული ტიპის სადღეღამისო რეგულირების ჰიდროელექტროსადგურია. სადგურზე გამოიყენება ხრამჰეს 1-ის მიერ გადამუშავებული წყლის, ხრამჰეს 1-ის და ხრამჰეს 2-ის კაშხლებს შორის მდინარე ხრამის დამატებითი დინების, მდინარე ყარაბულახისა და მდინარე ჭოჭიანის ერთობლივი წყალჩამონადენი. ხრამჰესი 2-ის სათავე ნაგებობა განთავსებულია წალკის ხეობის დასაწყისში, ხოლო ძალური კვანძი აშენებულია მდინარე ხრამის ხეობის მარჯვენა ფერდობზე, მდინარე ყარაბულახის შესართავიდან 2 კმ-ის დაშორებით. მისი დადგმული სიმძლავრეა 110 მეგავატი, ხოლო საპროექტო

საშუალო წლიური გამომუშავება 184 მილიონი კილოვატსაათი. სადგური ექსპლუატაციაში გადაეცა 1963 წელს.

ზემოთ აღნიშნული ჰიდროელექტროსადგურები შეადგენს საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ძირითად ბირთვს.

გარდა ზემოთ ჩამოთვლილი ჰიდროელექტროსადგურებისა, საქართველოში ფუნქციონირებს 45-მდე მცირე სიმძლავრის ჰესი, რომელთა საპროექტო სიმძლავრე საქართველოს ჰიდროელექტროსადგურების ჯამური საპროექტო სიმძლავრის მხოლოდ 3,5 %-ს შეადგენს (იხილე ცხრილი 1.3).

ცხრილი 1.3

#	ჰესის დასახელება	ადგილმდებარეობა	საპროექტო სიმძლავრე (მეგავატი)
1	მაშავერაჰესი	ბოლნისი	0,8
2	აბჰესი	მარტვილის რ-ნი	2,0
3	სქურიჰესი	წალენჯიხის რ-ნი	1,02
4	მისაქციელი	მცხეთის რ-ნი	3,0
5	დაშბაშჰესი	წალკის რ-ნი	1,26
6	ალგეთიჰესი	თეთრიწყაროს რ-ნი	1,25
7	თეთრიხევჰესი	თბილისი, ორხევი	12,4
8	რიცეულაჰესი	ამბროლაურის რ-ნი	6,1
9	ინწობაჰესი	ყვარლის რ-ნი	1,65
10	ხერთვისიჰესი	ასპინძის რ-ნი	0,6
11	ჩალაჰესი	ყვარლის რ-ნი	1,5
12	ფარავანჰესი	ახალქალაქის რ-ნი	0,594
13	ყაზბეგიჰესი	ყაზბეგის რ-ნი	0,38
14	მაჭახელაჰესი	ხელვაჩაურის რ-ნი	1,6
15	სანალიაჰესი	ხულოს რ-ნი	5,0
16	ღორეშაჰესი	ხარაგაულის რ-ნი	0,15
17	აჭიჰესი	ოზურგეთის რ-ნი	1,0

#	ჰესის დასახელება	ადგილმდებარეობა	საპროექტო სიმძლავრე (მეგავატი)
18	ალაზანჰესი	გურჯაანის რ-ნი	4,8
19	ბჟუჯაჰესი	ოზურგეთის რ-ნი	12,24
20	იგოეთიჰესი	კასპის რ-ნი	1,05
21	კეხვიჰესი	ცხინვალის რ-ნი	1,0
22	კახარეთიჰესი	ახალციხე	2,0
23	სიონჰესი	გარდაბნის რ-ნი	9,14
24	მარტყოფიჰესი	გარდაბნის რ-ნი	3,86
25	დმანისიჰესი	დმანისის რ-ნი	0,5
26	რუსთავიჰესი	ასპინძის რ-ნი	1,5
27	კაბალჰესი	ლაგოდეხის რ-ნი	1,5
28	ჩხოროწყუჰესი	ჩხოროწყუს რ-ნი	3,35
29	კინკიშაჰესი	ქობულეთი	1,4
30	სულორჰესი	ვანის რ-ნი	0,8
31	ბოლდოდაჰესი	თელავის რ-ნი	2,5
32	ოკამიჰესი	კასპის რ-ნი	1,6
33	ტირიფონჰესი	გორის რ-ნი	2,4
34	ზვარეთიჰესი	ამბროლაური	0,26
ჯამი			90,204

1.4. თბოსადგურები

ენერგეტიკის საკითხი უაღრესად მნიშვნელოვანია საქართველოსთვის. მიუხედავად იმისა, რომ ქვეყანა განსაკუთრებით მდიდარია ჰიდროენერგორესურსებით, იგი გამუდმებით განიცდიდა სათბობ-ენერგეტიკული რესურსების ნაკლებობას და მათი მნიშვნელოვანი ნაწილი გარედან შემოჰქონდა.

ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის ზრდამ თბოელექტროსადგურების მშენებლობის წინაპირობა შექმნა. ამჟამად საქართველოში ფუნქციონირებს რამდენიმე თბოელექტროსადგური, რომელთა მონაცემები წარმოდგენილია ქვემოთ.

1.4.1. მტკვარი ენერგეტიკა

შპს "მტკვარი ენერგეტიკას" პირველი და მეორე ენერგობლოკები ნახევრად პიკურ რეჟიმში მუშაობს. ისინი განთავსებულია ქ. გარდაბანიდან აღმოსავლეთით, 2 კილომეტრით დაშორებულ თბილსრესის ტერიტორიაზე. "მტკვარი ენერგეტიკას" მეორე ენერგობლოკი (ძველი დასახელებაა თბილსრესის მე-10 ენერგობლოკი) 2002 წელს თბოსადგურის საქვაბეზე მომხდარი აფეთქების შედეგად დღემდე არ ფუნქციონირებს "მტკვარი ენერგეტიკას" ენერგობლოკების დადგმული სიმძლავრე 300 მგვტ-ს შეადგენს.

1.4.2. თბილსრესი

თბილსრესი რაიონული კონდენსაციური ტიპის ელექტროსადგურია, რომელიც მუშაობს ნახევრად პიკურ რეჟიმში. იგი განთავსებულია ქ. გარდაბანიდან აღმოსავლეთით, 2 კილომეტრით დაშორებულ ტერიტორიაზე. სადგურის პირველი ენერგობლოკი ექსპლუატაციაში გადაეცა 1963 წელს (ამჟამად დემონტირებულია), ხოლო მერვე ენერგობლოკი – 1972 წელს.

1.4.3. ჯი ფაუერი

გარდაბნის აირტურბინული ელექტროსადგური "ჯი ფაუერი" (ყოფილი "ენერჯი ინვესტი") უახლესი ენერგეტიკული ტექნოლოგიების დანერგვის პირველი წარმატებული მცდელობაა საქართველოში. იგი FT8 ტიპის აირტურბინების ბაზაზე აშენებულ ენერგეტიკულ ობიექტს წარმოადგენს. ელექტროსადგურის ნომინალური სიმძლავრე 110 მეგავატია, თუმცა გარდაბნის აირტურბინული ელექტროსადგური წარმოადგენს კომბინირებული ციკლით მომუშავე ორთქლაირული ელექტროსადგურის აირტურბინულ ზედნაშენს, ამიტომ მისი გამომუშავება ახალი ინვესტიციის შემთხვევაში შეიძლება კიდევ გაიზარდოს. გარდაბნის აირტურბინული ელექტროსადგური ექსპლუატაციაში 2006 წელს შევიდა.

საქართველოს ენერგეტიკისა და ბუნებრივი რესურსების სამინისტროს ცნობით [35], უახლეს პერიოდში ქ. გარდაბანში საქართველოში ყველაზე დიდი სიმძლავრის თბოელექტროსადგურის მშენებლობა იწყება. იგი ტყიბულში მოპოვებულ ნახშირზე იმუშავებს და მისი დადგმული სიმძლავრე 160 მეგავატი იქნება. აღნიშნული თბოელექტროსადგური წელიწადში 1 მილიარდ კილოვატსაათ ელექტროენერგიას გამოიმუშავებს, რომელიც განკუთვნილი იქნება როგორც შიდა მოხმარებისთვის, ისე საექსპორტოდ. მშენებლობას თურქული კომპანია განახორციელებს. ინვესტიციების მოცულობა, სავარაუდოდ, 100 მლნ აშშ დოლარს გადააჭარბებს.

1.5. ენერგეტიკული უსაფრთხოებისა და ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმიზაციის ზოგიერთი საკითხი

ენერგოაღჭურვილობა, როგორც ცნობილია, წარმოადგენს ქვეყნის ეკონომიკური განვითარების ერთ-ერთ ძირითად საფუძველს. საერთო ენერგომომარაგებაში, ცხადია, ძალზე მნიშვნელოვანია ელექტროენერგიის წილი. ეკონომიკური განვითარების დონის ერთ-ერთ ძირითად მახასიათებლად მიღებულია ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია. დიდად განვითარებული ქვეყნებისათვის, როგორცაა, მაგალითად, აშშ, კანადა, ნორვეგია, შვეცია და სხვ., ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია ბევრად აჭარბებს 10 000 კილოვატსაათს. ევროპის განვითარებული ქვეყნებისათვის ეს მაჩვენებელი 5000÷10000 კილოვატსაათის ფარგლებშია [16].

ამ მხრივ საქართველოს მდგომარეობა ფრიად არასახარბიელოა. ცხადია, რომ ამის ერთ-ერთ მიზეზად შეიძლება ჩაითვალოს უკანასკნელ ორ ათეულ წელიწადში მიმდინარე მოვლენები, რის გამოც საქართველოს ენერგოენერგეტიკულმა სისტემამ განვითარების ნაცვლად განიცადა მკვეთრი რეგრესი. საკმარისია აღინიშნოს, რომ გასული საუკუნის 80-იანი წლების ბოლოს საქართველოში ერთ სულ მოსახლეზე მოსული გამოიმუშავებული

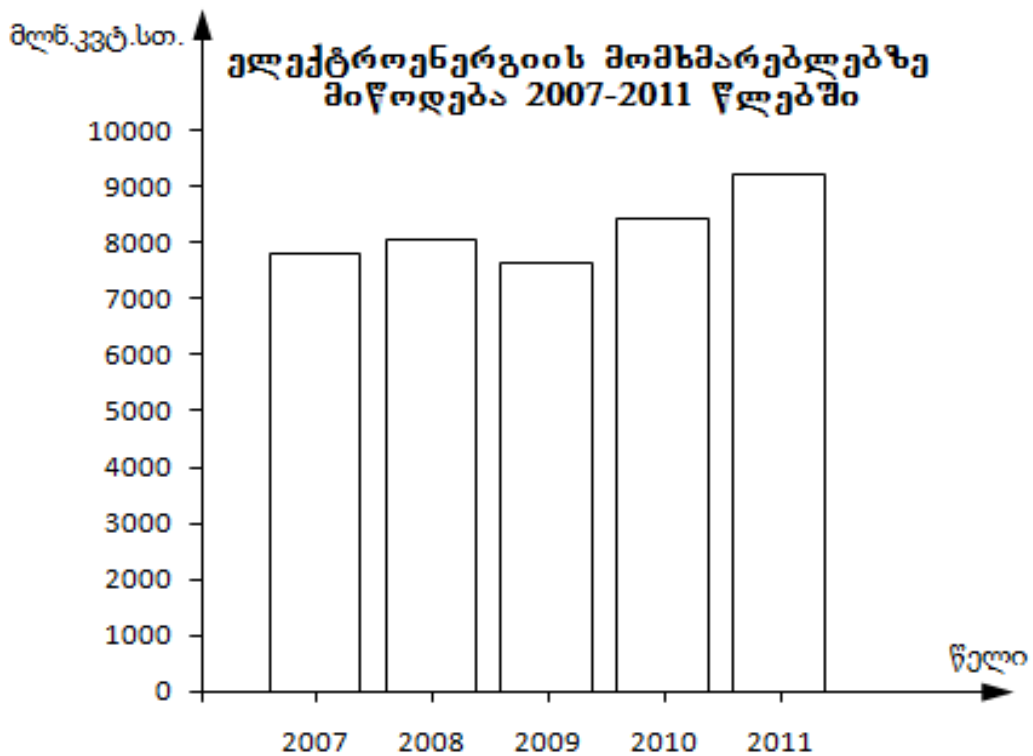
ელექტროენერგია შეადგენდა დაახლოებით 3000 კილოვატსაათს წელიწადში, ხოლო 2008 წელს – 1673 კილოვატსაათს წელიწადში, თითქმის 1.8-ჯერ ნაკლებს. ინტერესს იმსახურებს მონაცემები [16], რომლებიც ასახავს ყოფილი საბჭოთა კავშირის ქვეყნების მდგომარეობას ელექტროენერგიის გამომუშავების მხრივ 2008 წლისათვის (იხ. ცხრილი 1.4).

ცხრილი 1.4

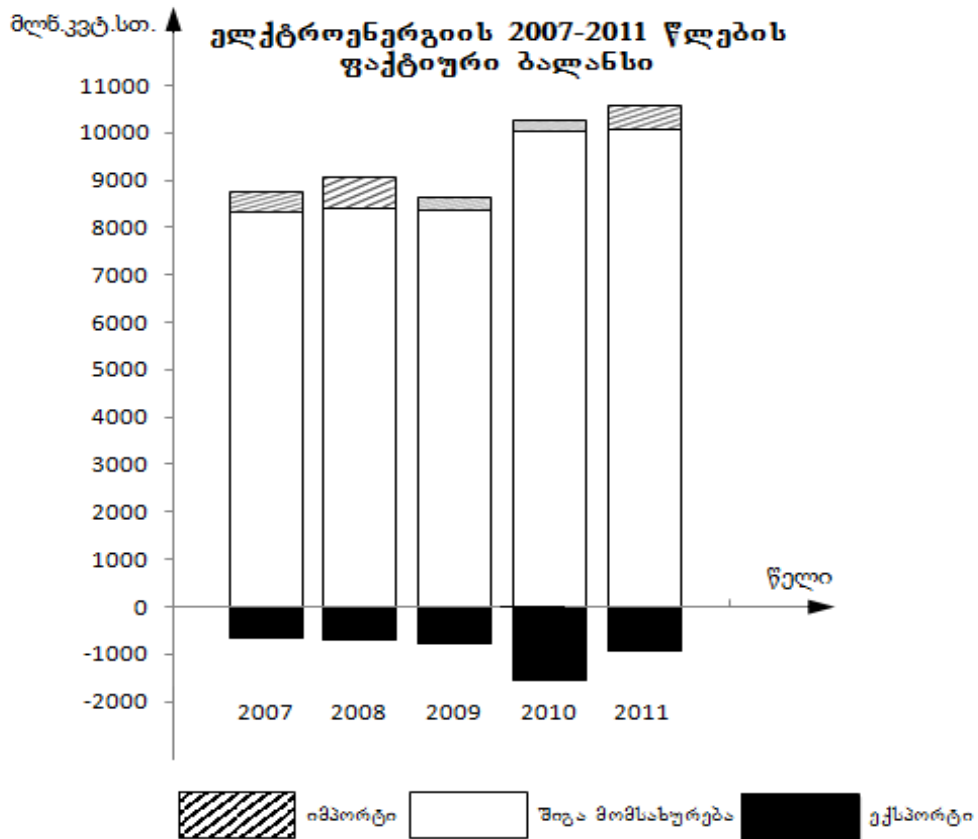
#	ქვეყანა	ერთ სულ მოსახლეზე გამომუშავებული ელექტროენერგია კვტ.სთ/წელიწადში
1	ესტონეთი	8 932
2	რუსეთი	7 496
3	ყაზახეთი	5 051
4	უკრაინა	3 831
5	ლიტვა	3 420
6	ბელარუსი	3 124
7	თურქმენეთი	3 102
8	ყირგიზეთი	2 856
9	აზერბაიჯანი	2 222
10	ტაჯიკეთი	2 111
11	ლატვია	2 096
12	სომხეთი	1 881
13	საქართველო	1 673
14	უზბეკეთი	1 593
15	მოლდოვა	850

როგორც ცხრილიდან ჩანს, საქართველო ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად გამომუშავებული ელექტროენერგიის ოდენობით ყოფილი საბჭოთა კავშირის ქვეყნებიდან უსწრებს მხოლოდ უზბეკეთს და მოლდავეთს. ცხადია, რომ საქართველოს ელექტროენერგეტიკა სულ რამდენიმე წლის წინ უაღრესად მძიმე კრიზისში იმყოფებოდა.

უკანასკნელ წლებში გარკვეულწილად გაუმჯობესდა ქვეყნის ელექტროენერგიით მომარაგება, თუმცა, უმძიმესი კრიზისი, რომელიც გასული საუკუნის 90-იან წლებიდან დაიწყო, არ შეიძლება ჩაითვალოს დაძლეულად. ამის საილუსტრაციოდ, საკმარისია აღინიშნოს, რომ ამჟამად საქართველოს მიერ წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია შეადგენს დაახლოებით 9 მილიარდ კილოვატსაათს (იხ. ნახ. 1.1), მაშინ როდესაც მე-20 საუკუნის 80-იანი წლების ბოლოს საქართველოს ელექტროსადგურებში გამოშვებული ელექტროენერგია შეადგენდა დაახლოებით 15 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. ამასთან ერთად, ქვეყნის ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად საჭირო იყო ყოველწლიურად დაახლოებით 4 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერგიის იმპორტი. შევნიშნავთ, რომ ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად, ბოლო 5 წლის მანძილზე, ყოველწლიურად დაახლოებით 0,7÷1,5 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერგიის იმპორტი ხორციელდებოდა (იხ. ნახ. 1.2).



ნახ. 1.1



ნახ. 1.2

ამ უმძიმესი ენერგეტიკული კრიზისის გამომწვევი მიზეზი, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, იყო არასწორი ენერგეტიკული პოლიტიკა, რომელიც წლების განმავლობაში საქართველოში ხორციელდებოდა. ასეთი პოლიტიკის შედეგად საქართველოს ელექტროენერგეტიკა დიდწილად დაფუძნებული იყო იმპორტულ ორგანულ სათბობებზე, ხოლო საქართველოს ჰიდროენერგორესურსების მხოლოდ მცირე ნაწილი იყო ათვისებული. ყოველივე ეს ეკონომიკურად გამართლებულად ითვლებოდა საბჭოთა კავშირის პირობებში ორგანული სათბობების უადრესად დაბალი, ძირითადად, პოლიტიკური მოსაზრებიდან გამომდინარე, ხელოვნურად დაწეული ფასების გამო.

დღევანდელ პირობებში, ორგანულ სათბობებზე ფასების ზრდის არნახული ტემპების პირობებში, განსაკუთრებით დიდ მნიშვნელობას იძენს ჰიდროენერგორესურსების ათვისება. საქართველო, როგორც ცნობილია, მდიდარია ჰიდროენერგეტიკული რესურსებით, თუმცა დღეისათვის ათვისებულია ტექნიკური ჰიდროენერგეტიკული პოტენციალის მხოლოდ 12%.

საერთო ჰიდროენერგეტიკულ პოტენციალში, ცხადია, გარკვეული ადგილი უჭირავს მცირე ჰიდროენერგეტიკულ პოტენციალს, რომლის ტექნიკური რესურსი, უკანასკნელი მონაცემებით, აჭარბებს 20 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში [18]. აქედან ეკონომიკურად გამართლებული პოტენციალი შეიძლება შეფასებულ იქნეს წელიწადში 12÷14 მილიარდი კილოვატსაათის ოდენობით.

როგორც უკვე იყო აღნიშნული, საქართველოში არსებობს, აგრეთვე, ქვანახშირისა და მურა ნახშირის საკმაოდ მნიშვნელოვანი მარაგები. ასევე, ჩვენ ქვეყანას გააჩნია ენერჯის ე.წ. არატრადიციული რესურსები (ქარი, მზე, გეოთერმული წყლები, ბიოენერჯია და სხვა).

ცხადია, რომ ენერგეტიკული უსაფრთხოების უზრუნველსაყოფად, უპირველეს ყოვლისა, ძირითადი აქცენტი უნდა გაკეთდეს ზემოთ ჩამოთვლილ ენერგორესურსებზე. ამასთან ერთად, არც თუ შორეული პერსპექტივისთვის, ელექტროენერჯის გენერაციის საორიენტაციო ნიშნულად უნდა მივიღოთ განვითარებული ქვეყნების თუნდაც დღეისათვის არსებული მაჩვენებელი - ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად გამომუშავებული ელექტროენერჯია (დაახლოებით 7÷8 ათასი კილოვატსაათი), რაც ქვეყნის მასშტაბით შეადგენს დაახლოებით 40÷45 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში.

როგორც მარტივი ანალიზი გვიჩვენებს, ასეთი დონის მისაღწევად, ძირითადად ადგილობრივ რესურსებზე დაყრდნობით, აუცილებელი იქნება ჰიდროენერგორესურსების მაქსიმალური გამოყენება როგორც პიკური, ისე ბაზისური ელექტროენერჯის მისაღებად [9,15]. ამისათვის, ჩვენი აზრით, საჭირო იქნება წყალსაცავიანი ჰესების აგება, რომლებიც ბაზურ რეჟიმში იმუშავებს. წყალსაცავების ასაგებად მაქსიმალურად უნდა იქნეს გამოყენებული არსებული ტბები, ნატბევები და უწყლო ან მცირემდინარიანი ხევები.

ამკარაა, რომ საქართველოს ნორმალურად განვითარებისა და საშუალო ევროპული დონის ქვეყნების რიგში ჩადგომისათვის, უპირველეს ყოვლისა,

აუცილებელია ელექტროენერგეტიკის მკვეთრი განვითარება. ამასთან, ენერგეტიკული უსაფრთხოების საკითხებიდან გამომდინარე, ეს განვითარება უნდა დაეფუძნოს ადგილობრივ რესურსებს [21].

ცხადია, ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის დადგენისათვის დიდი მნიშვნელობა ენიჭება ეკონომიკურ საკითხებსაც, რომლის გარეშეც პრაქტიკულად შეუძლებელია ამა თუ იმ ენერგორესურსის კონკურენტუნარიანობის დადგენა.

ამასთან დაკავშირებით, მიგვაჩნია, რომ მიზანშეწონილია შემუშავდეს საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის მათემატიკური მოდელი, რომლის საფუძველზეც, ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოყენებით, დადგინდება სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა [8–12,15,17,24,39,45].

2. ოპტიმიზაციის ამოცანები და მათი გადაწყვეტის მეთოდები

2.1. ამოცანის დასმა

პრაქტიკული მოღვაწეობის ერთ-ერთი ძირითადი პრინციპია მოცემულ პირობებში საუკეთესო გადაწყვეტილების მიღება. იმ სფეროებში, სადაც შესაძლებელია შესაბამისი ამოცანების ფორმალიზაცია, აღნიშნული პრინციპის რეალიზაცია, როგორც წესი, დაკავშირებულია ოპტიმიზაციის ამოცანებთან [3,28,31,36–38,41,49,51].

ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაწყვეტა, ზოგად შემთხვევაში, მრავალი ცვლადის რიცხვითი ფუნქციის ექსტრემუმის მოძებნას ითვალისწინებს.

დავუშვათ, მოცემულია დამოუკიდებელი ცვლადის რიცხვითი ფუნქცია $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, რომელიც განსაზღვრულია ევკლიდეს n -განზომილებიანი სივრცის რაღაც Ω სიმრავლეზე, ე.ი. $\Omega \subset R^n$. $f(x)$ -ს მიზნის ფუნქციას ან, უბრალოდ, საოპტიმიზაციო ფუნქციას უწოდებენ, ხოლო Ω -ს დასაშვებ ამონახსნების სიმრავლეს ან, მოკლედ, დასაშვებ სიმრავლეს.

ოპტიმიზაციის ამოცანა შემდეგში მდგომარეობს: საჭიროა დასაშვები Ω სიმრავლის ელემენტებს შორის შევარჩიოთ ისეთი ამონახსნი $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, რომლის დროსაც მიზნის $f(x)$ ფუნქცია თავის ექსტრემალურ (მაქსიმალურ ან მინიმალურ) მნიშვნელობას მიაღწევს. გარკვეულობისათვის დავუშვათ, რომ ვეძებთ $f(x)$ ფუნქციის მინიმუმს. ამგვარად, იმისათვის, რომ Ω სიმრავლეზე $f(x)$ ფუნქციის მინიმიზაციის ამოცანა გადავწყვიტოთ, საჭიროა ვიპოვოთ ისეთი $x^* \in \Omega$ ვექტორი და მისი შესაბამისი $f^* = f(x^*)$, რომლის დროსაც ადგილი ექნება შემდეგი პირობის შესრულებას:

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in \Omega. \quad (2.1.1)$$

x^* -ს ოპტიმალურ ამონახსნს უწოდებენ, ხოლო $f(x^*)$ ოპტიმუმს. ის ფაქტი, რომ x^* ამონახსნი ოპტიმალურია, რომლის დროსაც $f(x)$ ფუნ-

ქცის მნიშვნელობა Ω სიმრავლეზე თავის დასაშვებ მინიმალურ მნიშვნელობას აღწევს, შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$f(x^*) = \min_{x \in \Omega \subset R^n} f(x), \quad (2.1.2)$$

ხოლო სასრულგანზომილებიან სივრცეში მინიმიზაციის ამოცანის მათემატიკური ფორმულირებისათვის გვექნება

$$\min \{ f(x) \mid x \in \Omega \subset R^n \}. \quad (2.1.3)$$

თუ არსებობს x^* წერტილის ისეთი მიდამო $\Omega_\varepsilon(x^*)$, $\varepsilon > 0$, სადაც (2.1.1) უტოლობა სამართლიანია აღნიშნული მიდამოს ყველა $x \in \Omega \cap \Omega_\varepsilon(x^*)$ წერტილისათვის, მაშინ x^* ლოკალური მინიმუმის წერტილს წარმოადგენს, ხოლო თუ (2.1.1) უტოლობას ადგილი აქვს Ω სიმრავლის ყველა $x \in \Omega$ წერტილისათვის, მაშინ - აბსოლუტური (გლობალური) მინიმუმის წერტილს.

ლოკალური მინიმუმის წერტილი აბსოლუტური მინიმუმის წერტილს ყოველთვის არ ემთხვევა. ლოკალური და აბსოლუტური მინიმუმის წერტილების დამთხვევას ადგილი აქვს განსაკუთრებულ შემთხვევაში. აღნიშნული შემთხვევის განხილვამდე შემოვიტანოთ რამდენიმე განსაზღვრება.

განსაზღვრება 2.1. $f(x)$ მონოტონურ ფუნქციას წარმოადგენს, თუ ნებისმიერი x_1 და x_2 წერტილებისთვის, სადაც $x_1 \leq x_2$, სამართლიანია ერთ-ერთი შემდეგი უტოლობა:

$$f(x_1) \leq f(x_2) - \text{მონოტონურად ზრდადი ფუნქციებისთვის,}$$

$$f(x_1) \geq f(x_2) - \text{მონოტონურად კლებადი ფუნქციებისთვის.}$$

განსაზღვრება 2.2. $f(x)$ ფუნქცია უნიმოდალურია $a \leq x \leq b$ მონაკვეთზე, თუ ამ მონაკვეთის ერთადერთი ოპტიმალური x^* წერტილის ორივე მხარეს იგი მონოტონურია.

$f(x)$ ფუნქციის უნიმოდალურობის შემთხვევაში ადგილი აქვს ლოკალური და გლობალური ექსტრემუმების დამთხვევას. თუ ფუნქცია არ არის

უნიმოდალური, მაშინ შეიძლება მას რამდენიმე ლოკალური მინიმუმის წერტილი გააჩნდეს.

უნიმოდალურობა ფუნქციის განსაკუთრებული თვისებაა, რომელსაც ფართო გამოყენება აქვს საოპტიმიზაციო გამოკვლევებში. სამწუხაროდ, მისი განსაზღვრება საშუალებას არ გვაძლევს ფუნქციის უნიმოდალურობა უშუალოდ შევამოწმოთ. სამაგიეროდ, ოპტიმიზაციის თეორიაში გამოიყოფა უნიმოდალური ფუნქციების მნიშვნელოვანი კლასი, კერძოდ, ამოზნექილი და ჩაზნექილი ფუნქციების კლასი, რომელიც აღნიშნული შემოწმების ჩატარების საშუალებას იძლევა.

განსაზღვრება 2.3. Ω სიმრავლე ამოზნექილია, თუ ამ სიმრავლის ნებისმიერი ორი $x^{(1)}$ და $x^{(2)}$ ვექტორის საშუალებით განსაზღვრული $x = \lambda x^{(1)} + (1 - \lambda)x^{(2)}$ ვექტორი $\lambda \in [0; 1]$ პარამეტრის ნებისმიერი მნიშვნელობის დროს ამავე სიმრავლეს ეკუთვნის. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, Ω სიმრავლე ამოზნექილია, თუ მისი ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი წრფე ამავე სიმრავლეს ეკუთვნის.

განსაზღვრება 2.4. ამოზნექილ Ω სიმრავლეზე განსაზღვრულ n ცვლადის $f(x)$ ფუნქციას ამოზნექილი ეწოდება მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ამ სიმრავლის ნებისმიერი ორი $x^{(1)}$ და $x^{(2)}$ წერტილისათვის სამართლიანია უტოლობა

$$f[\lambda x^{(1)} + (1 - \lambda)x^{(2)}] \leq \lambda f(x^{(1)}) + (1 - \lambda)f(x^{(2)}), \quad (2.1.4)$$

სადაც $0 \leq \lambda \leq 1$.

განსაზღვრება 2.5. Ω სიმრავლეზე განსაზღვრული $f(x)$ ფუნქცია ჩაზნექილია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $-f(x)$ ფუნქცია ამოზნექილია ამავე Ω სიმრავლეზე.

ამოზნექილი ფუნქციები გარკვეული თვისებებით ხასიათდება, რომელთაგან აღსანიშნავია:

1. ამოზნექილი ფუნქციის შესაბამისი წირის ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი ქორდა ამ წერტილებს შორის ინტერვალში ყოველთვის წირის ზემოთ მდებარეობს;
2. $f(x)$ ფუნქციის მხების დახრის კუთხის ტანგენსი ($f(x)$ -ის პირველი რიგის წარმოებული) x -ის ზრდასთან ერთად იზრდება ან, ყოველ შემთხვევაში მაინც, არ მცირდება;
3. მოცემულ ინტერვალში $f(x)$ ფუნქციის მეორე რიგის წარმოებული ყოველთვის არაუარყოფითია;
4. $x^{(0)}$ წერტილში $f(x)$ ფუნქციის გრადიენტი ნებისმიერი x -სთვის აკმაყოფილებს შემდეგი სახის ფუნდამენტურ უტოლობას:

$$f(x) \geq f(x^{(0)}) + \nabla f(x^{(0)})(x - x^{(0)}), \quad (2.1.5)$$

სადაც $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ფუნქციის გრადიენტი განისაზღვრება როგორც ვექტორი

$$\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}(x), \frac{\partial f}{\partial x_2}(x), \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(x) \right]^T. \quad (2.1.6)$$

განსაზღვრება 2.6. $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ფუნქციის ჰესეს მატრიცა $n \times n$ განზომილების შემდეგი სახის სიმეტრიული მატრიცაა:

$$G_f(x) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(x) \right]_{i=1, \dots, n}^{j=1, \dots, n} = \nabla^2 f(x). \quad (2.1.7)$$

ჰესეს G_f მატრიცა $f(x)$ ფუნქციის ამოზნექილობისა და ჩაზნექილობის განსაზღვრის საშუალებას იძლევა, კერძოდ, $f(x)$ ფუნქცია ამოზნექილია, თუ მისი ჰესეს მატრიცა დადებითად განსაზღვრული ან დადებითად ნახევრადგანსაზღვრულია x_1, x_2, \dots, x_n ყველა მნიშვნელობისთვის, ხოლო თუ ჰესეს მატრიცა უარყოფითად განსაზღვრული ან უარყოფითად ნახევრადგანსაზღვრულია x_1, x_2, \dots, x_n ყველა მნიშვნელობისთვის, მაშინ $f(x)$ ფუნქცია ჩაზნექილია.

ამგვარად, ზემოთ აღნიშნულის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ლოკალური და აბსოლუტური მინიმუმის წერტილების დამთხვევას ადგილი აქვს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა $\Omega \subset R^n$ ამოზნექილი სიმრავლეა, ხოლო ამ სიმრავლეზე განსაზღვრული $f(x)$ ფუნქცია - ამოზნექილი ფუნქცია.

ვეიერშტრასის თეორემის თანახმად, ოპტიმიზაციის (2.1.3) ამოცანას იმ შემთხვევაში გააჩნია ოპტიმალური ამონახსნი, როცა მიზნის $f(x)$ ფუნქცია უწყვეტია ჩაკეტილ და შემოსაზღვრულ დასაშვებ $\Omega \subset R^n$ სიმრავლეზე. წინააღმდეგ შემთხვევაში ოპტიმალური ამონახსნის განსაზღვრა შეუძლებელია.

2.2. ოპტიმიზაციის ამოცანებისა და მათი გადაწყვეტის

მეთოდების კლასიფიკაცია

2.2.1. ოპტიმიზაციის ამოცანების კლასიფიკაცია.

ოპტიმიზაციის ამოცანების კლასიფიკაცია, ძირითადად, დაკავშირებულია დასაშვებ ამონახსნების Ω სიმრავლესთან, რომელიც შემდეგნაირად შეიძლება იყოს განსაზღვრული: $\Omega = R^n$ ან $\Omega \neq R^n$.

პირველ შემთხვევაში ადგილი აქვს უპირობო მინიმიზაციის ამოცანას [3,28,31], რომელშიც საჭიროა მოიძებნოს ისეთი $x^* \in R^n$ წერტილი, სადაც (2.1.1) უტოლობა სამართლიანია R^n სიმრავლის ყველა წერტილისათვის შეზღუდვების გარეშე. მეორე შემთხვევაში კი საქმე გვაქვს პირობითი მინიმიზაციის ამოცანასთან, სადაც დასაშვები Ω სიმრავლე გარკვეული სახის შეზღუდვებითაა განსაზღვრული.

თუ Ω სიმრავლე მოცემულია შემდეგი სახით:

$$\Omega = \{x \in R^n \mid g_i(x) \leq 0, i = \overline{1, m}; h_j(x) = 0, j = \overline{1, k}\}, \quad (2.2.1)$$

სადაც ყველა რიცხვითი g_i და h_j ფუნქცია განსაზღვრულია R^n -ზე, მაშინ ოპტიმიზაციის სტატიკური ამოცანა მათემატიკური დაპროგრამების ამოცა-

ნას წარმოადგენს [3,29,44,46]. ამ კლასის ამოცანებს შორის განასხვავებენ ამოცანებს უტოლობებით მოცემული შეზღუდვებით, სადაც Ω სიმრავლეს აქვს (2.2.1) სახე და $k = 0$; ამოცანებს ტოლობებით მოცემული შეზღუდვებით, როცა (2.2.1)-ში $m = 0$; ამოცანებს შერეული სახის შეზღუდვებით, როცა $m \neq 0$ და $k \neq 0$.

ამგვარად, მათემატიკური დაპროგრამების ზოგადი ამოცანა მდგომარეობს დამოუკიდებელი x_1, x_2, \dots, x_n ცვლადების ისეთი მნიშვნელობების მოძებნაში, რომლის დროსაც მიზნის $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ფუნქცია დასაშვებ Ω სიმრავლეზე თავის მინიმალურ მნიშვნელობას მიაღწევს. ფორმულირებული ამოცანა კომპაქტურად შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\min \{ f(x) \mid g(x) \leq 0; h(x) = 0; x \in R^n \}. \quad (2.2.2)$$

მათემატიკური დაპროგრამების (2.2.2) ამოცანის ძირითად თავისებურებებს, რომელიც მას კლასიკური ანალიზის ექსტრემალური ამოცანებისგან განასხვავებს, შეზღუდვებში არსებული უტოლობათა სისტემა განაპირობებს. აღნიშნულის გამო, შეუძლებელი ხდება პირობითი მინიმიზაციის ამოცანების გადასაწყვეტად ლაგრანჟის თანამამრავლების საფუძველზე შემუშავებული ცნობილი მეთოდების გამოყენება.

იმის მიხედვით, თუ როგორი სახითაა წარმოდგენილი $f(x)$, $g(x)$ და $h(x)$ ფუნქციები, ადგილი აქვს მათემატიკური დაპროგრამების სხვადასხვა ამოცანას. თუ $f(x)$, $g(x)$ და $h(x)$ წრფივი ფუნქციებია, მაშინ (2.2.2) ამოცანას წრფივი დაპროგრამების ამოცანას უწოდებენ [6,7,30,44].

წრფივი დაპროგრამების ამოცანები მათემატიკური დაპროგრამების ყველაზე მარტივი და დეტალურად შესწავლილი ამოცანებია. აღნიშნული ამოცანებიდან პრაქტიკაში განსაკუთრებული ინტერესის საგანს შეადგენს წრფივი დაპროგრამების სტანდარტული ამოცანა:

$$\min \{ f(x) = c^T x \mid Ax \leq b; x \geq 0 \} \quad (2.2.3)$$

და კანონიკური ამოცანა

$$\min \{f(x) = c^T x \mid Ax = b; x \geq 0\}, \quad (2.2.4)$$

სადაც

$c = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T$ მიზნის ფუნქციის კოეფიციენტების ვექტორია;

$b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ - შეზღუდვების ვექტორი;

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - დამოუკიდებელი ცვლადი ვექტორი;

$A = [a_{ij}]$ - მუდმივკოეფიციენტებიანი $m \times n$ განზომილების მატრიცა.

საჭიროა აღინიშნოს, რომ წრფივი შეზღუდვებით განსაზღვრული დასაშვები Ω სიმრავლე, რომელიც სასრული რაოდენობის ნახევარსივრცეებისა და ჰიპერსიბრტყეების თანაკვეთას წარმოადგენს, ამოზნექილი მრავალწახნაგიანი ჩაკეტილი სიმრავლეა და მინიმუმის წერტილი ამ სიმრავლის ერთ-ერთ წვეროში მდებარეობს. თუ Ω სიმრავლე ცარიელია ან არაა შემოსაზღვრული, მაშინ წრფივი დაპროგრამების ამოცანას ამონახსნი არ გააჩნია.

მათემატიკური დაპროგრამების ყველაზე უფრო ზოგად და ფართო კლასს არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანები შეადგეს. ამ კატეგორიის ამოცანებს მიეკუთვნება ყველა ის ამოცანა, რომელსაც ერთი მაინც არაწრფივი შეზღუდვა ან არაწრფივი მიზნის ფუნქცია გააჩნია.

არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანებიდან ცალკე შეიძლება გამოვყოთ კვადრატული დაპროგრამების ამოცანები. ასეთ ამოცანებში მიზნის $f(x)$ ფუნქცია დადებითად ნახევრადგანსაზღვრული კვადრატული ფორმითაა წარმოდგენილი, ხოლო შეზღუდვები წრფივი ფუნქციებია. ზოგად შემთხვევაში, კვადრატული დაპროგრამების ამოცანას აქვს შემდეგი სახე:

$$\min \{f(x) = c^T x + x^T D x \mid Ax \leq b; x \geq 0\}, \quad (2.2.5)$$

სადაც $D = [d_{ij}]$ მუდმივკოეფიციენტებიანი $n \times n$ განზომილების სიმეტრიული მატრიცაა.

არაწრფივ დაპროგრამებაში განსაკუთრებული ადგილი უკავია ამოზნექილი და არამოზნექილი დაპროგრამების ამოცანებს.

ამოზნეილი დაპროგრამების ამოცანებში $f(x)$ და $g(x)$ ამოზნეილი ფუნქციებია, ხოლო $h(x)$ შეზღუდვა - წრფივი ფუნქცია. აღნიშნული ფუნქციების ამოზნეილობა დასაშვები ამონახსნების Ω სიმრავლის ამოზნეილობას განსაზღვრავს, რაც ლოკალური ექსტრემუმის აბსოლუტურობას უზრუნველყოფს.

არაამოზნეილი დაპროგრამების ამოცანები არაწრფივი დაპროგრამების ყველაზე რთული ამოცანებია. სირთულე ძირითადად განპირობებულია $f(x)$, $g(x)$ და $h(x)$ ფუნქციების არაწრფივი, არაამოზნეილი ხასიათით და იგი აბსოლუტური ექსტრემუმის განსაზღვრასთანაა დაკავშირებული. გარდა ამისა, პრობლემას კიდევ უფრო ართულებს და ამძიმებს ის შემთხვევა, როცა მიზნის ფუნქცია არაგლუვია და შეიძლება გააჩნდეს არა მარტო წყვეტის წერტილები, არამედ კრიტიკული წერტილების ისეთი სიმრავლე, როგორცაა „ხევი“, „ქედი“, „პლატო“ და სხვ.

2.2.2. ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაწყვეტის

მეთოდების კლასიფიკაცია.

საზოგადოდ, გამოთვლითი მეთოდების ამა თუ იმ კლასიფიკაციას ის ამოცანები განსაზღვრავს, რომლის გადაწყვეტისთვისაც ეს მეთოდებია ორიენტირებული. აქედან გამომდინარე, ოპტიმიზაციის ამოცანების გადაწყვეტის მეთოდები შეიძლება დავყოთ ორ დიდ კლასად. პირველი კლასი აერთიანებს ექსტრემუმის ძებნის მეთოდებს, რომელიც განკუთვნილია ოპტიმიზაციის უპირობო ამოცანების გადასაწყვეტად [3,28,31], ხოლო მეორე კლასი - მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდებს, რომელიც უზრუნველყოფს პირობითი ოპტიმიზაციის ისეთი მნიშვნელოვანი ამოცანების გადაწყვეტას, როგორცაა წრფივი [3,30] და არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანები [44,46].

ექსტრემუმის ხასიათის მიხედვით განასხვავებენ ლოკალური და გლობალური ექსტრემუმის ძებნის მეთოდებს. ლოკალური მეთოდების გამოყენება მიზანშეწონილია იმ შემთხვევაში, თუ ცნობილია, რომ მიზნის $f(x)$ ფუნქცია უნიმოდალური ან ამოზნეილია. ყველა სხვა შემთხვევაში საჭი-

როა გლობალური მეთოდების გამოყენება. ვინაიდან ოპტიმიზაციის რეალურ სისტემებში ლოკალური ექსტრემუმის შესახებ აპრიორული ინფორმაცია პრაქტიკულად არ არსებობს, ამიტომ ოპტიმიზაციის ამოცანაში ძებნა, ძირითადად, მიმართულია აბსოლუტური ექსტრემუმის განსაზღვრისათვის.

ექსტრემუმის ძებნის მეთოდების კლასიფიკაცია შესაძლებელია განვახორციელოთ საოპტიმიზაციო ცვლადების რაოდენობის საფუძველზეც. ამ ნიშნის მიხედვით განარჩევენ ოპტიმიზაციის ერთგანზომილებიან და მრავალგანზომილებიან მეთოდებს.

ექსტრემუმის ძებნის მეთოდების უმრავლესობის არსი საწყისი ამონახსნის თანდათანობით გაუმჯობესებაში მდგომარეობს. იმის მიხედვით, თუ რა წესით ხორციელდება ექსტრემუმთან ყოველი მიახლოება, აღნიშნული მეთოდები შეიძლება ორ ჯგუფში გავაერთიანოთ. პირველ ჯგუფს შეადგენს ექსტრემუმის ძებნის დეტერმინირებული მეთოდები, ხოლო მეორე ჯგუფს - შემთხვევითი ძებნის მეთოდები.

ექსტრემუმის ძებნის დეტერმინირებულ მეთოდებში ექსტრემუმთან ყოველი მიახლოება გარკვეულ კანონზომიერებას ემორჩილება. ამ კანონზომიერების თანახმად, ადგილი აქვს წერტილთა ისეთ $x^{(0)}, x^{(1)}, \dots, x^{(k)}, \dots$ მიმდევრობის განსაზღვრას, რომელიც უზრუნველყოფს მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობების მონოტონურად კლებას

$$f(x^{(0)}) \geq f(x^{(1)}) \geq \dots \geq f(x^{(k)}) \geq \dots$$

ექსტრემუმის ძებნის თითქმის ყველა დეტერმინირებული მეთოდი იტერაციული ხასიათისაა, სადაც ექსტრემუმთან მიახლოების სტრატეგია განისაზღვრება შემდეგი რეკურენტული ფორმულის საფუძველზე:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.2.7)$$

სადაც $d^{(k)} \in R^n$ გადაადგილების მიმართულებაა, ხოლო λ_k - გადაადგილების ბიჯის სიდიდე. როგორც (2.2.7) ფორმულიდან ჩანს, $x^{(k)}$ წერტილიდან

$x^{(k+1)}$ წერტილში გადაადგილების სიდიდე დამოკიდებულია როგორც λ_k რიცხვზე, ისე $d^{(k)}$ ვექტორზე.

ფორმალურად, ექსტრემუმის ძებნის სხვადასხვა დეტერმინირებული მეთოდი ერთმანეთისაგან λ_k რიცხვისა და $d^{(k)}$ ვექტორის შერჩევის წესით განსხვავდება. თუ λ_k და $d^{(k)}$ -ს განსაზღვრისათვის საკმარისია მხოლოდ $f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობების გამოთვლა, მაშინ შესაბამის მეთოდებს უწოდებენ ნულოვანი რიგის მეთოდებს ან, უბრალოდ, ძებნის მეთოდებს. პირველი რიგის მეთოდები, აღნიშნულის გარდა, საჭიროებს, აგრეთვე, $f(x)$ ფუნქციის პირველი რიგის წარმოებულების განსაზღვრას. თუ მეთოდებში გათვალისწინებულია $f(x)$ ფუნქციის მეორე რიგის წარმოებულების გამოყენება, მაშინ ასეთი მეთოდები მეორე რიგის მეთოდებს განეკუთვნება.

პირობითი ოპტიმიზაციის ანუ მათემატიკური დაპროგრამების ის მეთოდები, რომელიც უზრუნველყოფს წრფივი ფუნქციის მინიმიზაციას წრფივი შეზღუდვების დროს, შეადგენს წრფივი დაპროგრამების მეთოდებს. მათემატიკური დაპროგრამების ყველა დანარჩენი მეთოდი გაერთიანებულია არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდებში.

არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდებიდან საჭიროა ცალკე გამოვყოთ:

- ◆ კვადრატული დაპროგრამების მეთოდები, რომელიც წრფივი შეზღუდვების დროს კვადრატული ფორმის მიზნის ფუნქციის მინიმიზაციას უზრუნველყოფს;
- ◆ ამოხსნილი დაპროგრამების მეთოდები, რომელიც წრფივი ან არაწრფივი ამოხსნილი შეზღუდვების დროს უნიმოდალური ფუნქციის მინიმიზაციას უზრუნველყოფს;
- ◆ არამოხსნილი დაპროგრამების მეთოდები, რომელიც წრფივი ან არაწრფივი შეზღუდვების დროს მულტიმოდალური ფუნქციის მინიმიზაციას უზრუნველყოფს.

2.3. ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები ოპტიმიზაციის ამოცანებში

განვიხილოთ უპირობო მინიმიზაციის შემდეგი ამოცანა:

$$\min \{ f(x) \mid x \in R^n \}. \quad (2.3.1)$$

ცხადია, (2.3.1) ამოცანაში საჭიროა ვიპოვოთ ისეთი $x^* \in R^n$ წერტილი, რომლის დროსაც ადგილი აქვს შემდეგი პირობის შესრულებას: $f(x^*) \leq f(x) \forall x \in R^n$. ე.ი. ამ შემთხვევაში ადგილი აქვს R^n სიმრავლეზე განსაზღვრული $f(x)$ ფუნქციის აბსოლუტური მნიშვნელობის განსაზღვრას.

თუ ნებისმიერი $x \in R^n$ წერტილისათვის, სადაც $x \neq x^*$, სრულდება მკაცრი უტოლობა $f(x^*) < f(x)$, მაშინ x^* აბსოლუტური მინიმუმის ერთადერთ წერტილს წარმოადგენს.

ოპტიმიზაციის უპირობო ამოცანების ამოხსნის კლასიკური თეორია აბსოლუტური ექსტრემუმის მოძებნის კონკრეტულ საშუალებებს ვერ განსაზღვრავს. იგი მხოლოდ ლოკალური ექსტრემუმის შეფასების საშუალებას იძლევა. შემოვიტანოთ შემდეგი

განსაზღვრება 2.7. x^* წერტილს დიფერენცირებადი $f(x)$ ფუნქციის სტაციონარულ წერტილს უწოდებენ, თუ იგი აკმაყოფილებს შემდეგ პირობას:

$$\nabla f(x^*) = 0. \quad (2.3.2)$$

დავუშვათ, რომ $f(x)$ ფუნქცია უწყვეტია და მას ნებისმიერ $x \in R^n$ წერტილში უწყვეტი პირველი და მეორე რიგის კერძო წარმოებულები გააჩნია: $\partial f / \partial x$ და $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$. მაშინ ლოკალური მინიმუმის არსებობის აუცილებელ და საკმარის პირობებს განსაზღვრავს თეორემები, რომელსაც ქვემოთ დაუმტკიცებლად მოვიყვანოთ.

თეორემა 2.1. R^n სიმრავლეზე $f(x)$ ფუნქციის მინიმუმის x^* წერტილის არსებობისათვის აუცილებელია, რომ

ა) x^* წარმოადგენდეს $f(x)$ ფუნქციის სტაციონარულ წერტილს;

ბ) $\nabla^2 f(x^*) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(x^*) \right]$ წარმოადგენდეს დადებითად ნახევრადგანსაზღვრულ მატრიცას.

თეორემა 2.2. R^n სიმრავლეზე $f(x)$ ფუნქციის მინიმუმის x^* წერტილის არსებობისათვის საკმარისია, რომ

ა) x^* წარმოადგენდეს $f(x)$ ფუნქციის სტაციონარულ წერტილს;

ბ) $\nabla^2 f(x^*) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(x^*) \right]$ წარმოადგენდეს დადებითად განსაზღვრულ მატრიცას.

შევნიშნავთ, რომ მატრიცის დადებითად ნახევრადგანსაზღვრულობისა და დადებითად განსაზღვრულობის პირობები შესაბამისად შემდეგია:

$$x^T \nabla^2 f(x^*) x \geq 0 \quad \forall x \in R^n, \quad (2.3.3)$$

$$x^T \nabla^2 f(x^*) x > 0 \quad \forall x \in R^n. \quad (2.3.4)$$

თუ R^n სიმრავლეზე განსაზღვრულ R^n ფუნქციას x^* წერტილში აბსოლუტური მინიმუმი გააჩნია, მაშინ, ცხადია, x^* წერტილში იგი ლოკალური ოპტიმალობის ზემოთ განხილულ პირობებსაც დააკმაყოფილებს. ამიტომ $f(x)$ ფუნქციის აბსოლუტური მინიმუმის მოსაძებნად საჭიროა მის ყველა სტაციონარულ წერტილში ფუნქციის f მნიშვნელობის გამოთვლა და მათ შორის უმცირესის ამორჩევა.

რაც შეეხება ოპტიმალობის პირობებს პირობითი ოპტიმიზაციის ანუ მათემატიკური დაპროგრამების ამოცანებში, აქ ექსტრემუმის არსებობის აუცილებელ პირობებს განსაზღვრავს კუნ-ტაკერის ცნობილი თეორემა [44], რომელიც ლაგრანჟის მამრავლების კლასიკური მეთოდის გარკვეული განზოგადებაა იმ შემთხვევისათვის, როცა ამოცანის შეზღუდვების სისტემა როგორც ტოლობებით, ისე უტოლობებითაა წარმოდგენილი. ექსტრემუმის

არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები დაწვრილებით არის გაშუქებული ლიტერატურაში [44].

2.4. ექსტრემუმის ძებნის დეტერმინირებული მეთოდები

განვიხილოთ უპირობო ოპტიმიზაციის მრავალგანზომილებიანი დეტერმინირებული ამოცანა

$$\min \{ f(x) \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \}, \quad (2.4.1)$$

სადაც x საოპტიმიზაციო ცვლადი პარამეტრების n -განზომილებიანი ვექტორია. იგულისხმება, რომ საოპტიმიზაციო $f(x)$ ფუნქცია უნიმოდალურია და, ამასთან, უწყვეტად დიფერენცირებადი.

2.4.1. ნულოვანი რიგის მეთოდები

მრავალგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის დეტერმინირებული მეთოდები, რომლებიც (2.4.1) ამოცანის გადასაწყვეტად საოპტიმიზაციო ფუნქციის მხოლოდ მნიშვნელობებს იყენებს, შეადგენს ნულოვანი რიგის მეთოდებს. ქვემოთ განვიხილავთ ნულოვანი რიგის ზოგიერთ მეთოდს.

მრავალგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის დეტერმინირებულ მეთოდებს შორის ალგორითმის სიმარტივით გამოირჩევა რელაქსაციის ანუ კოორდინატული დაშვების მეთოდი [3,28,31]. ტექნიკურ ლიტერატურაში იგი გაუს-ზეიდელის სახელითაა ცნობილი. ალგორითმის თანახმად, გადაადგილების $d^{(k)}$ მიმართულებად აირჩევა კოორდინატთა ღერძების პარალელური მიმართულება. თავდაპირველად გადაადგილება განხორციელდება Ox_1 ღერძის მიმართულებით, შემდეგ - Ox_2 ღერძის მიმართულებით და ა.შ. ბოლო Ox_n ღერძამდე.

აღვნიშნოთ $e^{(i)}$ -ით R^n სივრცის i -ური ორტი. ვთქვათ, $x^{(0)}$ საწყისი წერტილია, ხოლო λ_0 - რაღაც დადებითი რიცხვი. მაშინ $x^{(1)}$ წერტილი შემდეგნაირად განისაზღვრება. $x = x^{(0)} + \lambda_0 e^{(1)}$ წერტილში გამოითვლება $f(x)$ ფუნქცია და შემოწმდება უტოლობა

$$f(x^{(0)} + \lambda_0 e^{(1)}) < f(x^{(0)}). \quad (2.4.2)$$

თუ უტოლობა სამართლიანია, მაშინ ეს იმის მანიშნებელია, რომ Ox_1 ღერძის მიმართულებით საოპტიმიზაციო ფუნქციის მნიშვნელობა შემცირდა და ამიტომ გვექნება $x^{(1)} = x^{(0)} + \lambda_0 e^{(1)}$, $\lambda_1 = \lambda_0$. თუ (2.4.2) უტოლობა მცდარია, მაშინ გადაადგილება განხორციელდება საწინააღმდეგო მიმართულებით და შემოწმდება უტოლობა

$$f(x^{(0)} - \lambda_0 e^{(1)}) < f(x^{(0)}). \quad (2.4.3)$$

(2.4.3) უტოლობის სამართლიანობის შემთხვევაში გვექნება $x^{(1)} = x^{(0)} - \lambda_0 e^{(1)}$, $\lambda_1 = \lambda_0$. იმ შემთხვევაში, როცა (2.4.2) და (2.4.3) უტოლობებიდან ორივე მცდარია, მაშინ ჩაითვლება $x^{(1)} = x^{(0)}$, $\lambda_1 = \lambda_0$.

მეორე ბიჯი Ox_2 კოორდინატთა ღერძის მიმართულებით განხორციელდება: თუ $f(x^{(1)} + \lambda_1 e^{(2)}) < f(x^{(1)})$, მაშინ $x^{(2)} = x^{(1)} + \lambda_1 e^{(2)}$, $\lambda_2 = \lambda_1$, ხოლო თუ უკანასკნელი უტოლობა მცდარია, მაშინ შემოწმდება უტოლობა $f(x^{(1)} - \lambda_1 e^{(2)}) < f(x^{(1)} - \lambda_1 e^{(2)}) < f(x^{(1)})$, რომლის შესრულების შემთხვევაში ჩაითვლება $x^{(2)} = x^{(1)} - \lambda_1 e^{(2)}$, $\lambda_2 = \lambda_1$. იმ შემთხვევაში, როცა არც ერთი უტოლობა არ სრულდება, მაშინ $x^{(2)} = x^{(1)}$, $\lambda_2 = \lambda_1$. ანალოგიური პროცედურები ჩატარდება კოორდინატთა ღერძების ყველა n მიმართულებით და ამით პირველი იტერაცია დამთავრდება. ამგვარად, მე- n ბიჯზე მიიღება რაღაც $x^{(n)}$ წერტილი. თუ $x^{(n)} \neq x^{(0)}$, მაშინ ანალოგიურად შესრულდება მეორე იტერაცია, ხოლო თუ $x^{(n)} = x^{(0)}$, მაშინ გადაადგილების ბიჯის სიდიდე შემცირდება: $\lambda_{n+1} = \lambda_n / 2$ და შემდეგი იტერაცია ახალი ბიჯის მნიშვნელობის გათვალისწინებით შესრულდება.

იტერაციები გრძელდება მანამ, სანამ არ შესრულდება პროცესის დამთავრების პირობები

$$\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| \leq \delta \quad \text{ან} \quad |f(x^{(k+1)}) - f(x^{(k)})| \leq \varepsilon, \quad (2.4.4)$$

სადაც δ და ε რაღაც დადებითი რიცხვებია, რომლებიც ახასიათებს მინიმიზაციის (2.4.1) ამოცანის გადაწყვეტის სიზუსტეს. მეთოდის კრებადობა მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია საწყისი წერტილისა და კოორდინატთა სისტემის შერჩევაზე. მიუხედავად ამისა, ალგორითმის სიმარტივე, რაც მის ღირსებას წარმოადგენს, განაპირობებს რელაქსაციის მეთოდის პრაქტიკულ გამოყენებას.

კოორდინატული დაშვების ანალოგიური იდეაა რეალიზებული **პაუელის მეთოდში** [3,28], მაგრამ იმ განსხვავებით, რომ $x^{(k)}$ წერტილიდან $x^{(k+1)}$ წერტილში გადასვლის მომენტში ადგილი აქვს λ_k სიდიდის ისეთი მნიშვნელობის შერჩევას, რომელიც უზრუნველყოფს საოპტიმიზაციო $f(x)$ ფუნქციის მაქსიმალურ შემცირებას. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, λ_k განისაზღვრება ერთცვლადიანი $f(x^{(k)} + \lambda e^{(i)})$ ფუნქციის მინიმიზაციის პირობიდან

$$f(x^{(k)} + \lambda_k e^{(i)}) = \min_{\lambda} f(x^{(k)} + \lambda e^{(i)}),$$

რაც საშუალებას გვაძლევს ექსტრემუმის წერტილს ბიჯების მინიმალური რაოდენობით მივაღწიოთ. ვინაიდან თითოეული ბიჯის შესრულება ერთცვლადიანი ფუნქციის მინიმიზაციის ამოცანასთანაა დაკავშირებული, ამიტომ აღნიშნული მეთოდი დამატებითი შრომატევადობით ხასიათდება. შევნიშნავთ, რომ პაუელის მეთოდი კრებადია დადებითად განსაზღვრული კვადრატული ფუნქციების (მკაცრად ამოზნექილი ფუნქციების) შემთხვევაში.

ნულოვანი რიგის მეთოდებს შორის თავისი ორიგინალობით გამოირჩევა სპენდლის, ჰექსტის და ჰიმსვორთის მიერ შემუშავებული **სიმპლექს-მეთოდი** [3,28,31], რომლის ძირითადი იდეა შემდეგში მდგომარეობს. ამოზნექილი სწორი მრავალწახნაგას (სწორი სიმპლექსის) წვეროებში გამოთვლილი $f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობების მიხედვით განისაზღვრება გადაადგილების ის მიმართულება, სადაც საოპტიმიზაციო ფუნქციის უკეთესი მნი-

შენელობა მიიღება. იმ შემთხვევაში, როცა სიმპლექსის გეომეტრიული ზომები მცირეა, აღნიშნული მიმართულება $f(x)$ ფუნქციის ანტიგრადიენტის მიმართულებას ემთხვევა.

სიმპლექს-ალგორითმით ექსტრემუმის ძებნის პროცესი იტერაციულია, რომლის თითოეულ ბიჯზე, გარდა პირველისა, $f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობა მხოლოდ ერთხელ გამოითვლება. ალგორითმი ეკონომიურობით გამოირჩევა და ზოგიერთ შემთხვევაში ეფექტურ შედეგებსაც იძლევა, რადგან ამოცანის განზომილების გაზრდა ძებნის პროცესზე გაწეული დანახარჯების მნიშვნელოვან ზრდას არ იწვევს. ამასთან, განხილული ალგორითმი ხასიათდება ისეთი არასასურველი მოვლენით, როგორცაა “დაციკლება” ანუ ორი ან მეტი სიმპლექსის ციკლური მოძრაობა. ასეთ შემთხვევაში, როგორც წესი, აუცილებელია სიმპლექსის გეომეტრიული ზომების შემცირება. ძებნის პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ სიმპლექსის გეომეტრიული ზომები ან მის წევრობებში გამოთვლილი ფუნქციის მნიშვნელობებს შორის სხვაობის მოდული დასაშვებ ε სიდიდეზე ნაკლები არ გახდება.

ნელდერ-მიდის მეთოდი [3,,28,31] სიმპლექს-მეთოდის გარკვეული მოდიფიკაციაა, რომელშიც ექსტრემუმისკენ მოძრაობა არასწორი სიმპლექსებით ხორციელდება. მეთოდის დამახასიათებელ თავისებურებას წარმოადგენს ის, რომ ყოველ იტერაციაზე სიმპლექსის კონფიგურაცია იცვლება და იგი დეფორმაციას განიცდის. ამიტომ ტექნიკურ ლიტერატურაში აღნიშნული მეთოდი დეფორმირებადი სიმპლექსის სახელით არის ცნობილი.

ნულოვანი რიგის დეტერმინირებულ მეთოდებს შორის **ჰუკი-ჯივსის მეთოდი** [3,28,31,49] ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული და ეფექტური მეთოდია. სიმპლექს-მეთოდისგან განსხვავებით, აქ ადგილი აქვს წინა ეტაპზე მიღებული ინფორმაციის გამოყენებას, რაც კრებადობის დაჩქარებას უზრუნველყოფს. არსებითად მეთოდი შემდეგი ძირითადი პროცედურებისგან შედგება:

- ა) საბაზისო წერტილის მიდამოს გამოკვლევა;

ბ) ნიმუშის მიხედვით ძებნა.

საბაზისო წერტილის მიდამოს გამოკვლევა, ფაქტობრივად, ორიენტირებულია ძებნის საუკეთესო მიმართულების განსაზღვრაზე, ხოლო აღნიშნული გამოკვლევის საფუძველზე მიღებული ინფორმაცია ექსტრემუმთან საუკეთესო მიახლოების მისაღებად გამოიყენება.

საბაზისო წერტილის მიდამოს გამოკვლევისათვის საჭიროა თითოეული საკოორდინატო მიმართულებისათვის შევირჩიოთ ბიჯის სიდიდე, რომელიც ძებნის პროცესში შეიძლება შეიცვალოს. გამოკვლევა იწყება რომელიღაც საწყის წერტილში. თუ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა საცდელ წერტილში არ აღემატება ფუნქციის მნიშვნელობას საწყის წერტილში, მაშინ ძებნის ბიჯი განიხილება როგორც წარმატებული. წინააღმდეგ შემთხვევაში საჭიროა უკან დავბრუნდეთ და ბიჯი საწინააღმდეგო მიმართულებით გადავდგათ. ანალოგიური გამოკვლევა ჩატარდება ყველა n საკოორდინატო მიმართულებით, რის შედეგად განისაზღვრება მოცემული მიდამოს საუკეთესო წერტილი, რომელსაც საბაზისო წერტილს უწოდებენ.

ნიმუშის მიხედვით ძებნა ითვალისწინებს საბაზისო წერტილიდან გადაადგილებას იმ წრფის მიმართულებით, რომელიც მოცემულ საბაზისო წერტილს წინა ეტაპზე განსაზღვრულ საბაზისო წერტილთან აერთებს. ახალი წერტილი განისაზღვრება შემდეგი ფორმულის საფუძველზე:

$$x_p^{(k+1)} = x^{(k)} + (x^{(k)} - x^{(k-1)}).$$

მიღებული $x_p^{(k+1)}$ წერტილი დაფიქსირდება როგორც საბაზისო წერტილი და მისი მიდამო, წინა შემთხვევის ანალოგიურად, კვლავ დაექვემდებარება გამოკვლევას და ა.შ. აღნიშნული პროცესის მიმდინარეობის დროს შეიძლება შეიქმნას ისეთი სიტუაცია, როცა საცდელ წერტილში ფუნქციის მნიშვნელობა აღარ შემცირდება. ასეთ შემთხვევაში საჭიროა ბიჯის სიდიდის შემცირება და საბაზისო წერტილის მიდამოს გამოკვლევის განახლება. ძებნის პროცესი დამთავრდება მაშინ, როცა ბიჯის სიდიდე დასაშვებ ε სიდიდეზე ნაკლები გახდება.

2.4.2. პირველი რიგის დეტერმინირებული მეთოდები

ექსტრემუმის ძებნის პირველი რიგის მეთოდებში გადაადგილების მიმართულების $d^{(k)}$ ვექტორი საოპტიმიზაციო ფუნქციის გრადიენტის საშუალებით განისაზღვრება და ამიტომ მათ გრადიენტულ მეთოდებს [3,28, 31,46,49] უწოდებენ. $f(x)$ ფუნქციის მინიმიზაციის შემთხვევაში გვაქვს $d^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)})$ და ამიტომ (2.2.7) ფორმულა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \lambda_k \nabla f(x^{(k)}), \quad \lambda_k > 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4.5)$$

λ_k ბიჯის შერჩევის წესის მიხედვით განასხვავებენ გრადიენტული მეთოდის სხვადასხვა მოდიფიკაციას. საჭიროა შევნიშნოთ, რომ როცა λ_k ძალიან მცირე სიდიდეა, მაშინ, მართალია, ადგილი აქვს საოპტიმიზაციო ფუნქციის კლებას

$$f(x^{(k+1)}) = f(x^{(k)} - \lambda_k \nabla f(x^{(k)})) < f(x^{(k)}), \quad (2.4.6)$$

მაგრამ მოთხოვნილი სიზუსტით ექსტრემუმის მისაღწევად იტერაციების ძალიან დიდი რაოდენობაა საჭიროა. მეორე მხრივ, λ_k ბიჯის შედარებით დიდ მნიშვნელობას შეუძლია გამოიწვიოს (2.4.6) პირობის დარღვევა.

მეთოდების აღნიშნული ოჯახიდან საჭიროა გამოვყოთ გრადიენტული მეთოდი მუდმივი ბიჯით, სადაც $\lambda_k = \lambda > 0$. ექსტრემუმისკენ მოძრაობა ხორციელდება შემდეგი რეკურენტული ფორმულის საფუძველზე:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \lambda \frac{\nabla f(x^{(k)})}{\sqrt{\nabla f(x^{(k)})^T \nabla f(x^{(k)})}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4.7)$$

უკანასკნელი ფორმულით გადაადგილებას ადგილი აქვს მანამ, სანამ (2.4.6) პირობა არ დაირღვევა. პირობის დარღვევის შემთხვევაში ალგორითმით გათვალისწინებულია $x^{(k)}$ წერტილში დაბრუნება და ამ წერტილიდან ანტიგრადიენტის მიმართულებით გადაადგილება შემცირებული $\lambda/2$ ბიჯით. ბიჯის შემცირებას ადგილი აქვს მანამ, სანამ მისი მნიშვნელობა რაგინდ მცირე $\delta > 0$ სიდიდეზე ნაკლები არ აღმოჩნდება.

გამოთვლის პროცესის დამთავრების კრიტერიუმად, (2.4.4) უტოლობების გარდა, შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს შემდეგი სახის პირობა:

$$\|\nabla f(x^{(k)})\| \leq \varepsilon, \quad (2.4.8)$$

სადაც $\varepsilon > 0$ დასაშვები ცდომილების აბსოლუტური ზღვრული მნიშვნელობაა.

უსწრაფესი დაშვების მეთოდი [3,28,31,46] ჩვეულებრივი გრადიენტული მეთოდის გარკვეული სახესხვაობაა და მისგან იმით განსხვავდება, რომ $\lambda_k > 0$ ბიჯის სიდიდე შეირჩევა შემდეგი პირობიდან:

$$f(x^{(k)} - \lambda_k \nabla f(x^{(k)})) = \min_{\lambda} f(x^{(k)} - \lambda \nabla f(x^{(k)})). \quad (2.4.9)$$

უკანასკნელი პირობის თანახმად, ანტიგრადიენტის მიმართულებით მოძრაობა გრძელდება მანამ, სანამ $f(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობა მცირდება. როგორც კი ფუნქციის შემცირება შეწყდება, განისაზღვრება ახალი მიმართულება და პროცესი ანალოგიურად წარიმართება მანამ, სანამ გამოთვლების დამთავრების (2.4.4) ან (2.4.8) პირობები არ დაკმაყოფილდება. ჩვეულებრივი გრადიენტული მეთოდისგან განსხვავებით, აღნიშნულ მეთოდს ექსტრემუმის წერტილის მისაღწევად ნაკლები რაოდენობის იტერაციები სჭირდება, რის გამოც იგი შედარებით უფრო სწრაფქმედაა.

შევნიშნავთ, რომ „ხევის“ ტიპის ცუდად განსაზღვრული სისტემების დროს გრადიენტული მეთოდები შენელებული კრებადობით ხასიათდება.

ექსტრემუმის ძებნის პირველი რიგის დეტერმინირებულ მეთოდებს შორის **შეუღლებული მიმართულებების მეთოდი** [3,28] ყველაზე გავრცელებული მეთოდია. აღნიშნულ მეთოდში ექსტრემუმთან ყოველი მიახლოება შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda_k \{d^{(k)}\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.4.10)$$

სადაც $\{d^{(k)}\}$ შეუღლებული მიმართულებების რაღაც სისტემაა, რომელიც შემდეგი სახის იტერაციული პროცესით განისაზღვრება:

$$d^{(0)} = -\nabla f(x^{(0)}),$$

$$d^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)}) + \beta_{k-1}d^{(k-1)}, \quad k=1,2,\dots,n-1, \quad (2.4.11)$$

სადაც

$$\beta_{k-1} = \frac{(\nabla f(x^{(k)}), \nabla f(x^{(k)}))}{(\nabla f(x^{(k-1)}), \nabla f(x^{(k-1)}))}, \quad k=1,2,\dots,n-1. \quad (2.4.12)$$

ხოლო რაც შეეხება λ_k ბიჯის შერჩევას, იგი $\varphi_k(\lambda) = f(x^{(k)} + \lambda d^{(k)})$ ერთ-ცვლადიანი ფუნქციის მინიმუმის პირობიდან გამოითვლება. შევნიშნავთ, რომ კვადრატული საოპტიმიზაციო ფუნქციის შემთხვევაში, აღნიშნული მეთოდი ოპტიმალური ამონახსნის მიღებას დაახლოებით n რაოდენობის იტერაციის შედეგად უზრუნველყოფს, სადაც n დამოუკიდებელი ცვლადების რაოდენობაა.

შეუღლებული მიმართულებების მეთოდი, სადაც β_{k-1} კოეფიციენტი (2.4.12) ფორმულით განისაზღვრება, ცნობილია როგორც **ფლეთჩერ-რიგის მეთოდი**.

პოლაკ-რიბერის მეთოდი [47] ზემოთ განხილული მეთოდის მოდიფიკაციას წარმოადგენს და მისგან იმით განსხვავდება, რომ β_{k-1} პარამეტრის განსაზღვრისათვის შემდეგი ფორმულა გამოიყენება:

$$\beta_{k-1} = \frac{(\nabla f(x^{(k)}), \nabla f(x^{(k)}) - \nabla f(x^{(k-1)}))}{(\nabla f(x^{(k-1)}), \nabla f(x^{(k-1)}))}, \quad k=1,2,\dots,n-1. \quad (2.4.13)$$

აღნიშნული მეთოდები განკუთვნილია არაკვადრატული, არაწრფივი საოპტიმიზაციო ფუნქციების მინიმიზაციისათვის.

2.4.3. მეორე რიგის დეტერმინირებული მეთოდები

მეორე რიგის დეტერმინირებული მეთოდები ოპტიმიზაციის ამოცანების გადასაწყვეტად იყენებს საოპტიმიზაციო ფუნქციის როგორც პირველ, ისე მეორე რიგის წარმოებულებს.

ექსტრემუმის ძებნის მეორე რიგის დეტერმინირებული მეთოდებიდან აღსანიშნავია ნიუტონის მეთოდი [46], რომელიც ზემოთ განხილულ ყველა

მეთოდთან შედარებით კრებადობის მაღალი სიჩქარით გამოირჩევა. ექსტრემუმისკენ მოძრაობის ტრაექტორია შემდეგი იტერაციული ფორმულით განისაზღვრება:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - [\nabla^2 f(x^{(k)})]^{-1} \nabla f(x^{(k)}), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4.14)$$

სადაც $[\nabla^2 f(x^{(k)})]^{-1}$ მეორე რიგის წარმოებულების მატრიცის (ჰესეს მატრიცის) შებრუნებული მატრიცაა $x^{(k)}$ წერტილში. (2.4.14)-ში იგულისხმება, რომ მატრიცა $\nabla^2 f(x^{(k)})$ არაგანსაკუთრებულია და ამიტომ მისი შებრუნებული მატრიცა არსებობს.

ნიუტონის მეთოდის კრებადობა საწყისი $x^{(0)}$ წერტილის შერჩევაზე დამოკიდებული. თუ საწყისი წერტილი ექსტრემუმის x^* წერტილის მიდამოში მდებარეობს, მაშინ ნიუტონის მეთოდის კრებადობა გარანტირებულია. ვინაიდან ასეთი წერტილის შერჩევა პრაქტიკულად შეუძლებელია, ამიტომ შემუშავებულ იქნა **ნიუტონის მოდიფიცირებული მეთოდი** [46], რომლის კრებადობა საწყისი მიახლოების შერჩევაზე არ არის დამოკიდებული.

ნიუტონის მოდიფიცირებულ მეთოდში ექსტრემუმთან მიახლოების ყოველი წერტილი გამოითვლება შემდეგი განზოგადებული ფორმულით:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \lambda_k [\nabla^2 f(x^{(k)})]^{-1} \nabla f(x^{(k)}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.4.15)$$

სადაც λ_k სიდიდე შეირჩევა ფუნქციის მინიმიზაციის პირობიდან:

$$\begin{aligned} f\left(x^{(k)} - \lambda_k [\nabla^2 f(x^{(k)})]^{-1} \nabla f(x^{(k)})\right) = \\ = \min_{\lambda} \left\{ f\left(x^{(k)} - \lambda [\nabla^2 f(x^{(k)})]^{-1} \nabla f(x^{(k)})\right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.4.16)$$

შევნიშნავთ, რომ ნიუტონის მეთოდი და მისი მოდიფიკაცია გარკვეული შრომატევადობით გამოირჩევა, რაც დაკავშირებულია ჰესეს მატრიცის გამოთვლასთან. ვინაიდან პრაქტიკაში საოპტიმიზაციო $f(x)$ ფუნქციას, უმეტეს შემთხვევაში, საკმაოდ რთული ფორმა გააჩნია, ამიტომ აღნიშნული

მატრიცის გამოთვლა მხოლოდ მეორე რიგის სასრული სხვაობებითაა შესაძლებელი, რაც განაპირობებს თითოეულ იტერაციაზე $f(x)$ ფუნქციის $n(n+1)/2$ -ჯერ განსაზღვრას, სადაც n დამოუკიდებელი ცვლადების რაოდენობაა.

ჰესეს მატრიცის გამოთვლასთან დაკავშირებული პრობლემების გადასაწყვეტად შემუშავებულ იქნა მთელი რიგი კვაზინიუტონური მეთოდები, რომლებსაც ცვლადი მეტრიკის მეთოდებსაც უწოდებენ [3,28]. აღნიშნულ მეთოდებში $[\nabla^2 f(x)]^{-1}$ მატრიცა მისი მააპროქსიმებული, დადებითად განსაზღვრული H_k მატრიცითაა შეცვლილი, რაც საშუალებას გვაძლევს თავიდან ავიცილოთ ჰესეს მატრიცის შებრუნებასთან და მეორე რიგის კერძო წარმოებულების გამოთვლასთან დაკავშირებული შრომატევადი პროცედურები. აღნიშნული ცვლილების გათვალისწინებით, ექსტრემუმის ძებნის რეკურენტული ფორმულა მიიღებს სახეს

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \lambda_k H_k \nabla f(x^{(k)}), \quad (2.4.17)$$

სადაც λ_k ბიჯის სიდიდე $\varphi(\lambda) = f(x^{(k)} - \lambda H_k \nabla f(x^{(k)}))$ ფუნქციის მინიმუმაციის პირობიდან შეირჩევა, ხოლო H_k მატრიცა შემდეგი იტერაციული ფორმულით განისაზღვრება:

$$H_{k+1} = H_k + H_k^{(c)}, \quad (2.4.18)$$

სადაც $H_k^{(c)}$ მაკორექტირებელი მატრიცაა და იგი ტოლია

$$H_k^{(c)} = \frac{(\delta_k - H_k \gamma_k) (\delta_k - H_k \gamma_k)^T}{\gamma_k^T (\delta_k - H_k \gamma_k)}. \quad (2.4.19)$$

უკანასკნელ გამოსახულებაში მიღებულია, რომ $\delta_k = x^{(k+1)} - x^{(k)}$, $\gamma_k = \nabla f(x^{(k+1)}) - \nabla f(x^{(k)})$, ხოლო H_k მატრიცის საწყის მნიშვნელობად შეიძლება მიღებულ იქნეს $H_0 = I$, სადაც I ერთეულოვანი მატრიცაა.

H_k მატრიცის წარმოდგენის მრავალი ფორმულა არსებობს. ძირითადი პირობა, რომელიც ამ უკანასკნელმა უნდა დააკმაყოფილოს, შემდეგია:

$$H_k \left[\nabla f(x^{(k)}) - \nabla f(x^{(k-1)}) \right] = x^k - x^{k-1}. \quad (2.4.20)$$

როცა

$$H_{k+1} = H_k + \frac{\delta_k \delta_k^T}{\delta_k^T \gamma_k} - \frac{H_k \gamma_k \gamma_k^T H_k}{\gamma_k^T H_k \gamma_k}, \quad (2.4.21)$$

მაშინ ადგილი აქვს დევიდონ-ფლეთჩერ-პაუელის ალგორითმს [16], ხოლო როცა

$$H_{k+1} = H_k + \left[1 + \frac{\gamma_k^T H_k \gamma_k}{\delta_k^T \gamma_k} \right] \frac{\delta_k \delta_k^T}{\delta_k^T \gamma_k} - \frac{\delta_k \gamma_k^T H_k + H_k \gamma_k \delta_k^T}{\delta_k^T \gamma_k}, \quad (2.4.22)$$

მაშინ გვექნება **ბროიდენ-ფლეთჩერ-გოლდფარბ-შენოს ალგორითმი** [3,28].

ზემოთ განხილულ პირველი და მეორე რიგის დეტერმინირებულ მეთოდებში გრადიენტისა და ჰესეს მატრიცის ელემენტები ანალიზურად მოცემული $f(x)$ ფუნქციის საფუძველზე გამოითვლება. მაგრამ საინჟინრო პრაქტიკაში გრადიენტის ანალიზური გამოსახულების მიღება, ხშირ შემთხვევაში, სერიოზულ პრობლემებთანაა დაკავშირებული. ამიტომ აღნიშნული მეთოდების პრაქტიკული გამოყენებისათვის საჭიროა გრადიენტის მიახლოებითი განსაზღვრა, რისთვისაც შეიძლება გამოყენებულ იქნეს სასრულ-სხვაობიანი ფორმულები:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_j} \approx \frac{\Delta f(x)}{\Delta x_j} = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_j + \Delta x_j, \dots, x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)}{\Delta x_j},$$

სადაც Δx_j არის x_j პარამეტრის ნაზრდის სიდიდე, რომელზეც უშუალოდ დამოკიდებულია $\Delta f(x)$ ვექტორ-გრადიენტის განსაზღვრის სიზუსტე. შევნიშნავთ, რომ Δx_j -ის განსაზღვრისათვის არავითარი აპრიორული ინფორმაცია არ არსებობს. თითოეულ კონკრეტულ შემთხვევაში იგი ემპირიულად განისაზღვრება.

მრავალგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის დეტერმინირებული მეთოდების შედარებით სრული მიმოხილვა მოცემულია მონოგრაფიებში და სახელმძღვანელოებში [3,28,37,41, 44,48].

2.5. აბსოლუტური ექსტრემუმის ძებნის მეთოდები

განვიხილოთ მინიმიზაციის შემდეგი ამოცანა

$$\min \{ f(x) \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega \subset R^n \} , \quad (2.5.1)$$

სადაც $f(x)$ მულტიმოდალური ფუნქციაა.

მრავალი ცვლადის ფუნქციის აბსოლუტური ანუ გლობალური ექსტრემუმის მოძებნის (2.5.1) ამოცანა ბევრად უფრო რთული და შრომატევადია, ვიდრე ლოკალური ექსტრემუმის განსაზღვრის ამოცანა. ამიტომ აღნიშნული ამოცანები შედარებით ნაკლებადაა შესწავლილი და მათი გადაწყვეტის მეთოდების შემუშავება ჯერ კიდევ აქტუალურ პრობლემათა სფეროს განეკუთვნება.

აბსოლუტური ექსტრემუმის ძებნის მეთოდების უმრავლესობას სტატისტიკური ხასიათი გააჩნია. განვიხილოთ ზოგიერთი მათგანი.

2.5.1. ძებნის სტატისტიკური მეთოდები

აბსოლუტური ექსტრემუმის ძებნის სტატისტიკური მეთოდებიდან უმარტივესია შემთხვევითი გადარჩევის მეთოდი [28], რომელიც ε სიზუსტით კრებადობას მხოლოდ $N \rightarrow \infty$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდების საფუძველზე უზრუნველყოფს. აღნიშნული მეთოდით პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტა დიდი რაოდენობის ცდების ჩატარებას ითვალისწინებს, რაც გამოთვლითი ხასიათის მნიშვნელოვან შრომატევადობასთანაა დაკავშირებული. ამიტომ შემთხვევითი გადარჩევის მეთოდს აქვს შეზღუდული გამოყენება.

ნაშრომში [28] განხილულია მეთოდი, რომლის არსი მულტიმოდალური ფუნქციის განსაზღვრის არის თანდათანობით შემცირებაში მდგომარეობს. ვთქვათ, $f(x)$, $x \in R^n$ ფუნქციის აბსოლუტური მინიმუმი თავდაპირველად იძებნება n -განზომილებიან კუბში

$$a_j \leq x_j \leq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.5.2)$$

ალგორითმის თანახმად, k -ურ ეტაპზე ჩატარდება $N^{(k)}$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდების სერია და საუკეთესო შედეგს დაიმახსოვრებენ. სხვა სი-

ტყვეებით რომ ვთქვათ, (2.5.2) არეში შემთხვევითი წესით გენერირებული წერტილებიდან შეირჩევა ის $x_0^{(k)}$, რომელსაც საოპტიმიზაციო ფუნქციის მინიმალური $f_0^{(k)}$ მნიშვნელობა შეესაბამება. $(k+1)$ -ე ეტაპზე სტატისტიკური ცდები ჩატარდება ჰიპერკუბში, რომლის ცენტრი დამახსოვრებულ $x_0^{(k)}$ წერტილშია, ხოლო წიბო $c > 1$ -ჯერ შემცირებულია. მიღებულ არეში შემთხვევითი წერტილების გენერირება შემდეგი ფორმულის საფუძველზე განხორციელდება:

$$x_j^{(k+1)} = x_{0j}^{(k)} - \frac{1}{c} \cdot \frac{b_j^{(k)} - a_j^{(k)}}{2} (1 - 2\xi_j), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.5.3)$$

სადაც ξ_j თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვია $[0; 1]$ ინტერვალში. შემდეგ იტერაციებში, c კოეფიციენტის გაზრდის საფუძველზე, ძებნის (2.5.2) არე კვლავ შემცირდება და პროცესი გაგრძელდება მანამ, სანამ არ შესრულდება კრებადობის პირობა

$$|b_j - a_j| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.5.4)$$

განხილული ალგორითმი გარკვეული სიზუსტით უზრუნველყოფს აბსოლუტური ექსტრემუმის მოძებნას, მაგრამ იმ პირობით, თუ (2.5.2) არის შემცირების პროცესში საძებნი აბსოლუტური ექსტრემუმი არ დაიკარგება. ამ პირობის შესრულება მხოლოდ $N^{(k)} \rightarrow \infty$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდების ჩატარებით არის შესაძლებელი.

საინჟინრო პრაქტიკაში გამოყენება ჰპოვა აბსოლუტური მინიმუმის ძებნის იტერაციულმა მეთოდმა [3,28], რომლის არსი შემდეგში მდგომარეობს. k -ურ იტერაციაზე ექსტრემუმის ძებნის დასაშვებ არეში განისაზღვრება ჰიპერკონუსი წვეროთი $x^{(k)}$ წერტილში, წვეროსთან $\varphi \equiv const$ კუთხით და მიმართულების რაღაც $W^{(k)}$ ვექტორით. $x^{(k)}$ წერტილში განისაზღვრება, აგრეთვე, r რადიუსიანი ჰიპერსფერო. ჰიპერკონუსისა და ჰიპერსფეროს თანაკვეთა წარმოქმნის მრავალსახეობას, რომელშიც განხორციელდება თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი წერტილების გენერირება. შემთხვევით მიღებულ წერტილებში გამოითვლება საოპტიმიზაციო ფუნქციის მნიშ-

ვნელობები და განისაზღვრება ის $x_0^{(k)}$ წერტილი, რომელსაც ფუნქციის მინიმალური $f_0^{(k)}$ მნიშვნელობა შეესაბამება. $x^{(k)}$ და $x_0^{(k)}$ წერტილების შემდგომად ერთეულ წრფეზე განხორციელდება მუშა ბიჯი და განისაზღვრება ახალი $x^{(k+1)}$ წერტილი და მიმართულების ახალი $W^{(k+1)}$ ვექტორი. $(k+1)$ -ე და შემდგომი იტერაციებიც ანალოგიურად შესრულდება.

აბსოლუტური ექსტრემუმის ძებნის მეთოდებს შორის პრაქტიკაში ფართოდ გამოყენება ჰპოვა დეტერმინირებული და შემთხვევითი ძებნის კომბინირებულმა მეთოდებმა [28]. მეთოდების ასეთი კომბინაცია კრებადობის პროცესის დაჩქარების საშუალებას იძლევა.

განვიხილოთ აბსოლუტური მინიმუმის ძებნის კომბინირებული მეთოდების ერთ-ერთი მოდიფიკაცია, რომლის არსი შემდეგში მდგომარეობს. პირველ ეტაპზე, დასაშვებ Ω არეში, შემთხვევითი წესით შეირჩევა $x_{(1)}$ წერტილი, საიდანაც ძებნის რომელიმე დეტერმინირებული მეთოდით განისაზღვრება ლოკალური მინიმუმის $x_{(1)}^*$ წერტილი და საოპტიმიზაციო ფუნქციის შესაბამისი $f_{(1)}^*$ მნიშვნელობა. მეორე ეტაპზე განხორციელდება ჩვეულებრივი შემთხვევითი ძებნა იმ $x_{(2)}$ წერტილისა, რომლისთვისაც სამართლიანია უტოლობა $f_{(2)} < f_{(1)}^*$. უკანასკნელი იმის მანიშნებელია, რომ $x_{(2)}$ წერტილი მეორე ლოკალური მინიმუმის მიზიდულობის ზონაშია. $x_{(2)}$ -დან განხორციელებული დეტერმინირებული ძებნა მიგვიყვანს ახალ $x_{(2)}^*$ ლოკალურ წერტილამდე, სადაც $f_{(2)}^* < f_{(1)}^*$ და ა.შ. რამდენიმე ეტაპის ჩატარების შემდეგ, ლოკალური მინიმუმების მიღებული წერტილებიდან შეირჩევა ყველაზე საუკეთესო.

2.5.2. სიმძიმის ცენტრების მეთოდი

საზოგადოდ, ოპტიმიზაციის მრავალგანზომილებიანი ამოცანების გადაწყვეტა სერიოზულ პრობლემებთანაა დაკავშირებული. ჩვეულებრივ, ეს განპირობებულია, ჯერ-ერთი, ამოცანის საკმაოდ დიდი განზომილებით და მეორე - რეალური პროცესებისათვის დამახასიათებელი არსებითი არაწრ-

ფიგურით. პრობლემას კიდევ უფრო ამძიმებს ის შემთხვევა, როცა საოპტიმიზაციო ფუნქცია მულტიმოდალურია და საჭიროა აბსოლუტური ექსტრემუმის მოძებნა.

ოპტიმიზაციის ამოცანების აქტუალობამ, ერთი მხრივ, და გამოთვლითი ხასიათის პრობლემებმა, მეორე მხრივ, ოპტიმიზაციის მრავალი მეთოდის შემუშავება განაპირობა. მაგრამ მათი უმრავლესობა ამოხსნის კრებადობას უზრუნველყოფს საკმაოდ არსებითი ხასიათის შემზღუდავი პირობების დროს, როგორცაა საოპტიმიზაციო ფუნქციის უნიმოდალურობა, ამოხსნეჟილობა, უწყვეტობა, დიფერენცირებადობა და ა.შ. ცხადია, აღნიშნული პირობები საინჟინრო პრაქტიკაში ყოველთვის არ სრულდება და ამიტომ ხშირად ადგილი აქვს მცდარი ექსტრემუმის მოძებნას. გარდა ამისა, ამოცანის განზომილების ოდნავ გაზრდის შემთხვევაში მრავალი მეთოდის გამოყენების ეფექტურობა მნიშვნელოვნად მცირდება.

სიმძიმის ცენტრების მეთოდი [27,28] ყველა ზემოთ აღნიშნული შეზღუდვისაგან თავისუფალია. იგი, პრაქტიკულად, ნებისმიერი სირთულისა და განზომილების საოპტიმიზაციო ფუნქციის აბსოლუტური ექსტრემუმის მოძებნის საშუალებას იძლევა შედარებით მარტივად და სწრაფად.

სიმძიმის ცენტრების მეთოდი შემუშავებულია იმ ფაქტის მტკიცების საფუძველზე, რომ მულტიმოდალური $f(x)$ ფუნქციის ლეხეგის დაყოფის შედეგად წარმოქმნილი ერთმანეთში ჩალაგებული შემოსაზღვრული და ჩაკეტილი Ω_p , $p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}$, სიმრავლეების სიმძიმის ცენტრების $\{x_p\}$ მიმდევრობა კრებადია აბსოლუტური ექსტრემუმის x^* წერტილში.

განვიხილოთ მაქსიმიზაციის შემდეგი ამოცანა:

$$\max \{ f(x) \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega \subset R^n \}. \quad (2.5.5)$$

სადაც $f(x)$ მულტიმოდალური ფუნქციაა, რომელიც განსაზღვრულია შემოსაზღვრულ და ჩაკეტილ $\Omega \subset R^n$ სიმრავლეზე. დავუშვათ, რომ

$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \in \Omega$ აბსოლუტური ექსტრემუმის წერტილია, სადაც $f(x^*) > f(x) \quad \forall x \in \Omega$.

$f(x)$ ფუნქციის ლებეგის დაყოფით ფუნქციის მნიშვნელობათა ცვლილების $[\inf f(x), \sup f(x)]$ ინტერვალი დავანაწილოთ ტოლი სიდიდის შუალედებად ისე, რომ შესრულდეს პირობა

$$\inf f(x) = \zeta_1 < \zeta_2 < \dots < \zeta_p < \dots < \zeta_{\mathfrak{R}} = \sup f(x), \quad (2.5.6)$$

$$\zeta_{p+1} - \zeta_p = \Delta \zeta,$$

სადაც \mathfrak{R} ლებეგის დონეების რიცხვია.

აღნიშნული დაყოფის შედეგად წარმოიქმნება სიმრავლეების $\{\Omega_p(\zeta)\}$ მიმდევრობა, სადაც

$$\Omega_p(\zeta) = \{x \mid f(x) \geq \zeta_p\} \subset \Omega, \quad p = \overline{1, \mathfrak{R}}. \quad (2.5.7)$$

მტკიცდება, რომ როცა $\zeta \rightarrow \zeta_{\mathfrak{R}}$, სადაც $\zeta_{\mathfrak{R}} = \sup f(x)$, მიიღება უწყვეტი მიმდევრობა ერთმანეთში ჩალაგებული შემოსაზღვრული და ჩაკეტილი $\Omega_p(\zeta)$ სიმრავლეებისა, რომელთა ზომა ნულისკენ მიისწრაფვის. მაშინ, ფუნქციონალური ანალიზის ცნობილი თეორემის თანახმად, აღნიშნულ სიმრავლეებს ერთადერთი საერთო წერტილი გააჩნია. რადგან $x^* \in \Omega^* = \{x \mid f(x) \geq \zeta_{\mathfrak{R}} = \sup f(x)\}$, ამიტომ ამ ერთადერთ წერტილს წარმოადგენს $f(x)$ ფუნქციის აბსოლუტური ექსტრემუმის x^* წერტილი

$$\bigcap_p \Omega_p(\zeta) = x^*. \quad (2.5.8)$$

ვინაიდან $\Omega_p(\zeta)$ სიმრავლის ნებისმიერი წერტილიც მიისწრაფვის x^* -სკენ, ამიტომ ეს უკანასკნელი შეიძლება განსაზღვრულ იქნეს როგორც $\Omega_p(\zeta)$, $p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}$, სიმრავლეების სიმძიმის ცენტრების $\{x_p(\zeta)\}$ მიმდევრობის ზღვარი, როცა $\zeta \rightarrow \zeta_{\mathfrak{R}}$, ე.ი.

$$x^* = \lim_{\zeta \rightarrow \zeta_{\mathfrak{R}}} \{x_p(\zeta)\}, \quad (2.5.9)$$

სადაც

$$x_p(\zeta) = \frac{\int \dots \int_{\Omega_p} x [f(x) - \zeta_p]^2 dx}{\int \dots \int_{\Omega_p} [f(x) - \zeta_p]^2 dx}. \quad (2.5.10)$$

(2.5.10) გამოსახულების ანალიზური გამოთვლა რთულ ამოცანას წარმოადგენს. უმეტეს შემთხვევაში, მისი რეალიზაცია პრაქტიკულად შეუძლებელია, რადგან ინტეგრირების Ω_p არის ცხადი სახით განსაზღვრა ვერ ხერხდება. ამიტომ შემოტანილია შემდეგი მახასიათებელი ფუნქცია:

$$\theta(x, \zeta_p) = \begin{cases} 1, & f(x) \geq \zeta_p, \\ 0, & f(x) < \zeta_p, \end{cases} \quad (2.5.11)$$

რომლის გათვალისწინებით გვექნება

$$x_p(\zeta) = \frac{\int \dots \int_{\Omega} x [f(x) - \zeta_p]^2 \theta(x, \zeta_p) dx}{\int \dots \int_{\Omega} [f(x) - \zeta_p]^2 \theta(x, \zeta_p) dx}. \quad (2.5.12)$$

სიმძიმის ცენტრების კოორდინატების გამოსათვლელად გამოყენებულია მონტე-კარლოს მეთოდი [40]. ეს უკანასკნელი რიცხვითი მეთოდია, რომელიც მათემატიკურ ამოცანებს შემთხვევითი სიდიდეების მოდელირების საშუალებით გადაწყვეტს. იგი გამოიყენება ყველგან, სადაც, ამოცანის მკაცრად დეტერმინირებული შინაარსის მიუხედავად, შესაძლებელია გამოსაკვლევი პროცესის თეორიულ-ალბათური აღწერა.

მეთოდის პრაქტიკული ღირებულება იმაში მდგომარეობს, რომ მისი საშუალებით ნატურალური ექსპერიმენტის ნაცვლად ადგილი აქვს შემთხვევით სიდიდეებზე გამოთვლების ჩატარებას, რის გამოც პროცესის საჭირო მახასიათებლები ამ პროცესის აღმწერი განტოლებების ამოხსნის გარეშე განისაზღვრება.

მონტე-კარლოს მეთოდს სტატისტიკური ცდების მეთოდსაც უწოდებენ. მის ძირითად ამოცანას მრავალჯერგანმეორებადი ცდების შედეგების საფუძველზე შემთხვევითი სიდიდეების ნებისმიერი ხდომილობის ალბათობებისა და საშუალო მნიშვნელობების განსაზღვრა წარმოადგენს.

მეთოდის ლოგიკური საფუძველია ცენტრალური ზღვრული თეორემა, რომლის თანახმად, ნებისმიერი უცნობი m სიდიდე შეიძლება განვიხილოთ როგორც რომელიღაც შემთხვევითი ξ სიდიდის მათემატიკური მოლოდინი, ე.ი. $M\xi = m$. აღნიშნული თეორემის საფუძველზე ადგილი აქვს შემდეგ თანაფარდობას

$$P\left\{\left|\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N\xi_i - m\right| < 3\sqrt{\frac{D[\xi]}{N}}\right\} \approx 0.997, \quad (2.5.13)$$

სადაც $\xi_i, i=1,2,\dots,N$ შემთხვევითი ξ სიდიდის მნიშვნელობებია, რომელიც მას N რაოდენობის ცდების ჩატარებისას მიენიჭება, ხოლო $D[\xi]$ - დისპერსია. უკანასკნელი თანაფარდობა საკმაოდ დიდი N -სთვის ერთთან მიახლოებული ალბათობით განსაზღვრავს უცნობ m სიდიდეს და, ამავდროს, გვაძლევს ცდომილების შეფასებასაც. საჭიროა შევნიშნოთ, რომ მონტე-კარლოს მეთოდი, თავისი ზოგადობისა და რეალიზაციის სიმარტივის გამო, თითქმის ერთადერთ საშუალებას წარმოადგენს დიდი განზომილების ჯერადი ინტეგრალების გამოსათვლელად.

სიმძიმის ცენტრების კოორდინატების მონტე-კარლოს მეთოდით გამოსათვლელად საჭიროა (2.5.12) გამოსახულების სასრული ჯამების სახით წარმოდგენა:

$$\overline{x_p(\zeta)} = \frac{\sum_{i=1}^L x^{(i)} [f(x^{(i)}) - \zeta_p]^2 \theta(x^{(i)}, \zeta_p)}{\sum_{i=1}^L [f(x^{(i)}) - \zeta_p]^2 \theta(x^{(i)}, \zeta_p)}, \quad (2.5.14)$$

სადაც L რაოდენობაა იმ სტატისტიკური ცდებისა, სადაც $f(x) \geq \zeta_p$.

(2.5.14) ფორმულის საშუალებით განსაზღვრული $\overline{x(\zeta)}$ ფუნქცია შეიძლება ჩაითვალოს როგორც სკალარული ζ არგუმენტის შემთხვევითი ფუნქცია და დიდი რიცხვების ცენტრალური ზღვრული თეორემის თანახმად, ერთთან მიახლოებული ალბათობით, გვექნება

$$x_p(\zeta) \approx \overline{x_p(\zeta)}. \quad (2.5.15)$$

სიმძიმის ცენტრების მეთოდი მიახლოებითაა. იგი მრავალი ცვლადის მულტიმოდალური ფუნქციის აბსოლუტურ ექსტრემუმს $\approx 1/\sqrt{N}$ სიზუსტით განსაზღვრავს, სადაც N სტატისტიკური ცდების რაოდენობაა. მეთოდის ცდომილებას ძირითადად $x_j(\zeta)$, $j = 1, 2, \dots, n$, ფუნქციური დამოკიდებულებების ცდისეული წერტილების განსაზღვრა და მათი აპროქსიმაცია განაპირობებს, ვინაიდან $f(x)$ ფუნქციის ზედაპირის სხვადასხვა კონფიგურაციის დროს აღნიშნული ფუნქციები შეიძლება არასაკმარისი სიგლუვით დახასიათდეს და ემპირიული წერტილების აპროქსიმაციის შედეგად ცდომილებები წარმოიქმნას.

$x_j(\zeta)$ ფუნქციების აპროქსიმაცია უშუალოდ არის დაკავშირებული ამ ფუნქციების შესაბამისი ემპირიული წერტილების მოგლუვების ამოცანასთან და იგი პოლინომების საშუალებით გადაწყდება. რადგან მოგლუვების ამოცანაში საჭიროა, ერთი მხრივ, რაც შეიძლება ზუსტად აისახოს (x_j, ζ) დამოკიდებულებების საერთო ტენდენციები და, მეორე მხრივ, შეძლებისდაგვარად “გასწორდეს” მონტე-კარლოს მეთოდით სიმძიმის ცენტრების გამოთვლის შედეგად გამოწვეული შემთხვევითი გადახრები, ამიტომ აპროქსიმაციისათვის მიზანშეწონილია მეორე რიგის პოლინომების გამოყენება. ეს გამართლებულია იმ მოსაზრებითაც, რომ, მაღალი რიგის პოლინომებისგან განსხვავებით, მათ უკეთესი ექსტრაპოლაციური თვისებები გააჩნია.

ფუნქციების პარაბოლური აპროქსიმაციისათვის ალგორითმში გამოყენებულია უმცირეს კვადრატთა მეთოდი [40], რომელიც შემდეგი სახის წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნას ითვალისწინებს

$$\begin{aligned}
 a_2 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^4 + a_1 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^3 + a_0 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^2 &= \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^2 x_{pj}, \\
 a_2 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^3 + a_1 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^2 + a_0 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p &= \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p x_{pj}, \\
 a_2 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p^2 + a_1 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} \zeta_p + a_0 \mathfrak{R} &= \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} x_{pj}.
 \end{aligned} \tag{2.5.19}$$

(2.5.19) სისტემის გასამარტივებლად და იმისათვის, რომ გამოირიცხოს დიდ რიცხვებზე მოქმედებები, $\overline{x_j(\zeta)}$ ფუნქციების პარაბოლური აპროქსიმაციის ნაცვლად შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს $\overline{x_j(p)}$ ფუნქციების აპროქსიმაცია, სადაც არგუმენტი p განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$p = (\zeta - \zeta_1) / (\Delta\zeta) + 1. \quad (2.5.20)$$

აქ ζ_1 აპროქსიმაციის საწყისი კვანძია, ხოლო $\Delta\zeta$ - აპროქსიმაციის ბიჯი. უკანასკნელი გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ ζ სიდიდის სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს p სიდიდე მიიღებს მთელრიცხვით მნიშვნელობებს: $p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}$.

(2.5.20)-ის გათვალისწინებით, წრფივ განტოლებათა (2.5.19) სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} a_2 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^4 + a_1 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^3 + a_0 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^2 &= \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^2 x_{pj}, \\ a_2 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^3 + a_1 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^2 + a_0 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p &= \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p x_{pj}, \\ a_2 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p^2 + a_1 \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} p + a_0 \mathfrak{R} &= \sum_{p=1}^{\mathfrak{R}} x_{pj}. \end{aligned} \quad (2.5.21)$$

ცხადია, გამოთვლების თვალსაზრისით (2.5.21) სისტემა, (2.5.19) სისტემასთან შედარებით, უფრო მარტივია და მოსახერხებელი, რაც ალგორითმის პროგრამული რეალიზაციის დროს კომპიუტერში თანრიგების შესაძლო გადავსების არასასურველი შემთხვევების თავიდან აცილების საშუალებას იძლევა.

(2.5.20) გამოსახულების გათვალისწინებით გარკვეულ კორექციას განიცდის (2.5.17) ამოცანაც, რომელიც საბოლოოდ მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\max \{ f[x(p)] \mid p \in [\mathfrak{R} - \Delta\mathfrak{R}, \mathfrak{R} + \Delta\mathfrak{R}] \}. \quad (2.5.22)$$

სტრუქტურული თვალსაზრისით, მულტიმოდალური ფუნქციის ექსტრემუმის ძებნის განხილული ალგორითმი ძირითადად სამ ეტაპს მოიცავს.

პირველ ეტაპზე განისაზღვრება ლებეგის დონეების დისკრეტული მნიშვნელობები $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_p, \dots, \zeta_{\mathfrak{R}}$, რისთვისაც საჭიროა შედარებით მცირე S რაოდენობის წინასწარი სტატისტიკური ცდების ჩატარება. პრაქტიკული მოსაზრებიდან გამომდინარე, შეიძლება მივიღოთ $S = 0.1N$, სადაც N ძირითადი სტატისტიკური ცდების რაოდენობაა. წინასწარი ცდების ამ სერი-აში ადგილი აქვს ცვლადების სხვადასხვა შემთხვევითი მნიშვნელობების დროს საოპტიმიზაციო ფუნქციის $f(x^{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, S$ მნიშვნელობების გამოთვლას და მათ შორის მინიმალური $f_H = \min_i \{f_i\}$ და მაქსიმალური $f_B = \max_i \{f_i\}$ მნიშვნელობების დამახსოვრებას. ეტაპის დასასრულს განისაზღვრება:

- ლებეგის დონეების ბიჯი

$$\Delta\zeta = \frac{1}{\mu}(f_B - f_H), \quad (2.5.23)$$

სადაც $\mu > 0$ კოეფიციენტია, რომელიც ახასიათებს ლებეგის დონეების სიმკვრივეს;

- ლებეგის დონეების მნიშვნელობები

$$\zeta_p = \frac{f_B + f_H}{2} + p\Delta\zeta, \quad p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}, \quad (2.5.24)$$

სადაც \mathfrak{R} ლებეგის დონეების რაოდენობაა, $\mathfrak{R} \leq \mu$.

მეორე ეტაპზე ტარდება N რაოდენობის ძირითადი სტატისტიკური ცდების სერია, რომელშიც (2.5.14) ფორმულის საფუძველზე განისაზღვრება $\overline{x_j(\zeta)}$, $j = 1, 2, \dots, n$, ფუნქციების ემპირიული წერტილები.

მესამე ეტაპზე ადგილი აქვს მიღებული მონაცემების დამუშავებას, კერძოდ, უმცირეს კვადრატთა მეთოდით მათემატიკური პოლინომების განსაზღვრას

$$x_j(p) = \alpha_j p^2 + \beta_j p + \gamma_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.5.25)$$

და ერთგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის ნებისმიერი მეთოდით (2.5.22) ამოცანის გადაწყვეტას, რომლის ამონახსნი გარკვეული მიახლოებით შეესაბამება (2.5.5) ამოცანის ოპტიმალურ ამონახსნს.

2.5.3. სიმძიმის ცენტრის მეთოდის ალგორითმი

სიმძიმის ცენტრების მეთოდის ალგორითმი წარმოადგენს შემდეგი ოპერაციების და პროცედურების თანმიმდევრობას [28].

ბიჯი 1. შეირჩევა პროგრამული პარამეტრები:

- სტასისტიკური ცდების რაოდენობა N ;
- ლებეგის დონეების რაოდენობა \mathfrak{R} ;
- სიმკვრივის კოეფიციენტი μ ;
- დასაშვები ცდომილების აბსოლუტური ზღვრული მნიშვნელობა ε ;

ბიჯი 2. თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების პროგრამული გენერატორის საშუალებით გამომუშავდება $x^{(i)} \in \Omega$;

ბიჯი 3. გამოითვლება საოპტიმიზაციო ფუნქცია $f(x^{(i)})$;

ბიჯი 4. დაფიქსირდება $f_H = \min_i \{f_i\}$ და $f_B = \max_i \{f_i\}$;

ბიჯი 5. 2-4 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება S -ჯერ, როცა $i = S$, მაშინ გადავალთ მე-6 ბიჯზე;

ბიჯი 6. (2.5.24) ფორმულის საშუალებით განისაზღვრება ლებეგის დონეების მნიშვნელობები $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{\mathfrak{R}}$;

ბიჯი 7. თანაბრად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების პროგრამული გენერატორის საშუალებით გამომუშავდება $x^{(i)} \in \Omega$;

ბიჯი 8. გამოითვლება საოპტიმიზაციო ფუნქცია $f(x^{(i)})$;

ბიჯი 9. ფუნქციის $f(x^{(i)})$ მნიშვნელობა შემოწმდება პირობაზე $f(x) \geq \zeta_p$. თუ უტოლობა სამართლიანია მაშინ გადავალთ მე-10 ბიჯზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში - მე-12 ბიჯზე;

ბიჯი 10. გამოითვლება და შეჯამდება

$$\sum_{i=1}^N [f(x^{(i)}) - \zeta_p]^2 \theta(x^{(i)}, \zeta_p),$$

$$\sum_{i=1}^N x_j^{(i)} [f(x^{(i)}) - \zeta_p]^2 \theta(x^{(i)}, \zeta_p), \quad j=1, 2, \dots, n;$$

ბიჯი 11. 9-10 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება ζ_p , $p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}$, სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს. როცა $p = \mathfrak{R}$, მაშინ გადავალთ მე-12 ბიჯზე;

ბიჯი 12. 7-11 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება N -ჯერ. როცა $i = N$, მაშინ გადავალთ მე-13 ბიჯზე;

ბიჯი 13. (2.5.14) ფორმულის საშუალებით გამოითვლება

$$\overline{x_j(\zeta_p)}, \quad p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}; \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

ბიჯი 14. $\{x_1, p\}, \{x_2, p\}, \dots, \{x_n, p\}$ მიმდევრობების ემპირიული წერტილების პარაბოლური აპროქსიმაციის შედეგად განისაზღვრება მათემატიკური (2.5.25) პოლინომები;

ბიჯი 15. როცა $p = \mathfrak{R}$ მათემატიკური პოლინომების საშუალებით გამოითვლება სავარაუდო ექსტრემუმის კოორდინატები

$$\overline{x_j^*} = x_j(\mathfrak{R}) = \alpha_j \mathfrak{R}^2 + \beta_j \mathfrak{R} + \gamma_j, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

და საოპტიმიზაციო ფუნქციის შესაბამისი მნიშვნელობა:

$$\overline{f^*} = f[x(\mathfrak{R})];$$

ბიჯი 16. ერთგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის (2.5.22) ამოცანის გადაწყვეტის შედეგად განისაზღვრება მაქსიმალური p^* , რომლის (2.5.25) პოლინომებში ჩასმის შედეგად გამოითვლება საწყისი (2.5.5) ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ და

$$f^* = f(x^*);$$

ბიჯი 17. მეზნის დასასრული.

2.6. მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდები

როგორც ცნობილია, მათემატიკური დაპროგრამების ზოგადი ამოცანა მდგომარეობს დამოუკიდებელი x_1, x_2, \dots, x_n ცვლადების ისეთი მნიშვნელობების მოძებნაში, რომლის დროსაც საოპტიმიზაციო $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ფუნქცია, რომელსაც მიზნის ფუნქციას უწოდებენ, უტოლობებით ან

ტოლობებით განსაზღვრულ დასაშვებ Ω სიმრავლეზე თავის მინიმალურ მნიშვნელობას მიაღწევს. ფორმულირებული ამოცანა კომპაქტურად შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\min \{ f(x) \mid g(x) \leq 0; h(x) = 0; x \in R^n \}. \quad (2.6.1)$$

მათემატიკური დაპროგრამების (2.6.1) ამოცანის ძირითად თავისებურებებს, რომელიც მას კლასიკური ანალიზის ექსტრემალური ამოცანებისგან განასხვავებს, შეზღუდვებში არსებული უტოლობათა სისტემა განაპირობებს.

იმის მიხედვით, თუ როგორი სახითაა წარმოდგენილი $f(x)$, $g(x)$ და $h(x)$ ფუნქციები, ადგილი აქვს მათემატიკური დაპროგრამების სხვადასხვა ამოცანას. თუ $f(x)$, $g(x)$ და $h(x)$ წრფივი ფუნქციებია, მაშინ (2.6.1) ამოცანას წრფივი დაპროგრამების ამოცანას უწოდებენ, წინააღმდეგ შემთხვევაში ადგილი აქვს არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანას.

2.6.1. წრფივი დაპროგრამების მეთოდები

წრფივი დაპროგრამების ამოცანები არ შეიძლება ამოვხსნათ კლასიკური მათემატიკური ანალიზის მეთოდებით, რადგან მათი გამოყენება მხოლოდ იმ შემთხვევაშია შესაძლებელი, როცა ექსტრემალური წერტილი დასაშვებ ამონახსნების არეში მდებარეობს. წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში კი მიზნის $f(x)$ ფუნქცია თავის ოპტიმალურ მნიშვნელობას აღწევს შეზღუდვებით განსაზღვრული მრავალწახნაგიანი დასაშვები არის წვეროებში ანუ იმ წერტილებში, სადაც წარმოებულეები ნულისგან განსხვავებულია.

აღნიშნული ამოცანებიდან პრაქტიკაში განსაკუთრებული ინტერესის საგანს შეადგენს წრფივი დაპროგრამების სტანდარტული ამოცანა:

$$\min \{ f(X) = CX \mid AX \leq B; X \geq 0 \} \quad (2.6.2)$$

და კანონიკური ამოცანა

$$\min \{ f(X) = CX \mid AX = B; X \geq 0 \}, \quad (2.6.3)$$

სადაც

$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ მიზნის ფუნქციის კოეფიციენტების ვექტორია;

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - დამოუკიდებელი ცვლადი ვექტორი;

$A = (A_1, A_2, \dots, A_n) = [a_{ij}]_{m \times n}$ - პირობების მატრიცა;

$A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})$, $j = 1, 2, \dots, n$ - პირობების ვექტორი;

$B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ - შეზღუდვების ვექტორი;

საჭიროა აღინიშნოს, რომ წრფივი შეზღუდვებით განსაზღვრული დასაშვები Ω სიმრავლე, რომელიც სასრული რაოდენობის ნახევარსივრცეებისა და ჰიპერსიბრტყეების თანაკვეთას წარმოადგენს, ამოზნექილი მრავალწახნაგიანი ჩაკეტილი სიმრავლეა და მინიმუმის წერტილი ამ სიმრავლის ერთ-ერთ წვეროში მდებარეობს. თუ Ω სიმრავლე ცარიელია ან არაა შემოსაზღვრული, მაშინ წრფივი დაპროგრამების ამოცანას ამონახსნი არ გააჩნია.

წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადასაწყვეტად შემუშავებულია მთელი რიგი მეთოდები, რომლებიც შეიძლება დავეყთ სასრულ [42,44,] და იტერაციულ მეთოდებად [53].

სიმპლექს-მეთოდი [42], რომელიც შემუშავებულია ამერიკელი მეცნიერის ჯ. დანციგის მიერ, სასრული მეთოდების რიცხვს მიეკუთვნება. იგი დღეისათვის ყველაზე გავრცელებული მეთოდია.

განვიხილოთ წრფივი დაპროგრამების კანონიკური (2.6.3) ამოცანა. საჭიროა შევნიშნოთ, რომ წრფივი დაპროგრამების ნებისმიერი ამოცანა შეიძლება დაყვანილ იქნეს კანონიკურ სახეზე. დავუშვათ, რომ მატრიცის რანგი ცნობილია და იგი ტოლია r .

განსაზღვრება 2.8. წრფივი დაპროგრამების $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ამონახსნს საყრდენ ამონახსნს უწოდებენ, თუ მისი დადებითი კომპონენტების ($x_j > 0$) შესაბამისი A_j პირობების ვექტორების სისტემა დამოუკიდებელია.

განსაზღვრება 2.9. m წრფივად დამოკიდებული პირობების ვექტორების სისტემას საყრდენი ამონახსნების ბაზისს უწოდებენ, თუ იგი საყრდენი ამონახსნის დადებითი კომპონენტების შესაბამისი ყველა A_j ვექტორს შეიცავს.

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, წრფივი დაპროგრამების დამახასიათებელ თავისებურებას შეადგენს ის, რომ საყრდენი ამონახსნი დასაშვები არის წვეროს შეესაბამება. ამიტომ თუ (2.6.3) ამოცანას ოპტიმალური ამონახსნი გააჩნია, მაშინ მისი განსაზღვრა დაკავშირებულია შემოსაზღვრული მრავალწახნაგა დასაშვები არის წვეროების (საყრდენი ამონახსნების) გადარჩევის სასრულ პროცესთან.

საყრდენი ამონახსნების გადარჩევის ანალოგიური პროცესია რეალიზებული სიმპლექს-მეთოდშიც, მაგრამ იმ განსხვავებით, რომ აქ ადგილი აქვს მიზანმიმართულ გადარჩევას, რაც მიზნის $f(x)$ ფუნქციის მხოლოდ საუკეთესო მნიშვნელობების შერჩევაში გამოიხატება.

დავუშვათ, რომ ცნობილია რაღაც საყრდენი X ამონახსნი, რომლის ბაზისია $A_{s_1}, A_{s_2}, \dots, A_{s_r}$. მაშინ პირობების ნებისმიერი A_j ვექტორი და შეზღუდვების B ვექტორი ბაზისის ვექტორების მიმართ შეიძლება გავშალოთ:

$$A_j = \sum_{i=1}^r A_{s_i} x_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, n, \quad (2.6.4)$$

$$B = \sum_{i=1}^r A_{s_i} x_{i0}, \quad (2.6.5)$$

სადაც $x_{i0} = x_{s_i}$ ბაზისის i -ურ პოზიციაში მოთავსებული A_{s_i} ვექტორის შესაბამისი საბაზისო ცვლადია.

აღვნიშნოთ $A_0 = B$, მაშინ გვექნება საერთო ფორმულა:

$$A_j = \sum_{i=1}^r A_{s_i} x_{ij}, \quad j=1, 2, \dots, n. \quad (2.6.6)$$

სიმპლექს-მეთოდი იტერაციული ხასიათისაა და თითოეული იტერაცია ორი ეტაპისგან შედგება. პირველ ეტაპზე ადგილი აქვს საყრდენი ამონახსნის ოპტიმალობის პირობაზე შემოწმებას, რისთვისაც გამოითვლება შეფასების პარამეტრები:

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^r c_{s_i} x_{ij} - c_j, \quad j=1, 2, \dots, n. \quad (2.6.7)$$

აქ განიხილება სამი შემთხვევა:

1. თუ $\Delta_j \leq 0$, $j=1,2,\dots,n$, მაშინ საყრდენი ამონახსნი ოპტიმალურ X^* ამონახსნს წარმოადგენს;
2. თუ ზოგიერთი j -სთვის $\Delta_j > 0$ და ამ ინდექსის შესაბამისი $\forall x_{ij} \geq 0$, $i=1,2,\dots,r$, მაშინ (2.6.3) ამოცანას ამონახსნი არ გააჩნია;
3. თუ ზოგიერთი j -სთვის $\Delta_j > 0$ და ამ ინდექსის შესაბამისი ერთი x_{ij} ელემენტი მაინც უარყოფითია, მაშინ საჭიროა ახალი საყრდენი ამონახსნის განსაზღვრა.

ალგორითმის მეორე ეტაპი ახალი საყრდენი ამონახსნის გამოთვლას ითვალისწინებს, რაც დაკავშირებულია ბაზისში შესაბამისი ვექტორების შენაცვლების პროცესთან: ბაზისში ჩაენაცვლება ის A_k ვექტორი, რომლისთვისაც $\Delta_k > 0$, ხოლო ბაზისიდან გამოირიცხება ის A_{s_i} ვექტორი, რომლისთვისაც

$$\theta_0^{(i)} = \min_i (x_{i0} / x_{ik}), \quad x_{ik} > 0. \quad (2.6.8)$$

ამგვარად, თუ (2.6.8) მინიმალური მნიშვნელობისაა, როცა $i = q$, მაშინ A_k ვექტორმა ბაზისში A_{s_q} ვექტორის პოზიცია უნდა დაიკავოს. ბაზისში ვექტორების შენაცვლების პროცესს უზრუნველყოფს ელემენტარული გარდაქმნების შემდეგი სახის ფორმულები:

$$x'_{ij} = \begin{cases} x_{ij} - (x_{qj} / x_{qk}) x_{ik}, & i \neq q, \\ x_{qj} / x_{qk}, & i = q, \end{cases} \quad (2.6.9)$$

$$i = 1, 2, \dots, r+1, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n,$$

რომლებიც სიმპლექს-მეთოდის ძირითად არსს შეადგენს.

ზემოთ აღნიშნული იტერაციები გრძელდება მანამ, სანამ ოპტიმალური ამონახსნი არ მიიღება. მიუხედავად იმისა, რომ სიმპლექს-მეთოდი სიმარტივით გამოირჩევა, მისი გამოთვლითი შრომატევადობა შედარებით მაღალია. იტერაციების რიცხვი, რომელიც პირდაპირ კავშირშია კომპიუტერული დროის დანახარჯებთან, პრაქტიკაში მერყეობს m -დან $2(n+m)$ -მდე,

სადაც n ცვლადების რაოდენობაა, ხოლო m - შეზღუდვების რაოდენობა. ამასთან, კომპიუტერული დრო, რომელიც საჭიროა წრფივი დაპროგრამების ამოცანის გადასაწყვეტად, დაახლოებით m^3 -ის პროპორციულად იცვლება [53].

სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება წრფივი დაპროგრამების დიდი განზომილების ამოცანებში არაეფექტური და ძვირად ღირებულია, რადგან, გარდა იმისა, რომ საჭიროებს კომპიუტერული დროის მნიშვნელოვან დანახარჯებს, მოითხოვს დიდი ზომის სიმპლექს-ცხრილების შენახვასა და გადამუშავებას. ამიტომ შემუშავებულ იქნა **სიმპლექს-მეთოდის მოდიფიცირებული ვარიანტი** [53], რომელიც გამოთვლით პროცესს შედარებით უფრო ეფექტურად წარმართავს.

წრფივი დაპროგრამების **იტერაციული მეთოდების** შემუშავება თამაშთა თეორიის ზოგიერთი ამოცანის გადაწყვეტის მოთხოვნილებამ განაპირობა. კავშირი წრფივ დაპროგრამებასა და თამაშთა თეორიას შორის, როგორც ჯ. დანციგი მიუთითებს, საშუალებას გვაძლევს წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადასაწყვეტად იტერაციული ხასიათის სათამაშო მეთოდები გამოვიყენოთ. წრფივი დაპროგრამების სასრული მეთოდებისგან განსხვავებით, აღნიშნული მეთოდების თითოეული ბიჯი შედარებით ნაკლები გამოთვლითი შრომატევადობით ხასიათდება, მაგრამ დასაშვები სიზუსტით ოპტიმალური ამონახსნის მისაღებად მნიშვნელოვანი რაოდენობის იტერაციების ჩატარებაა საჭირო.

2.6.2. არაწრფივი დაპროგრამების მეთოდები

არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანები მათემატიკური დაპროგრამების ყველაზე უფრო ზოგად და ფართო კლასს შეადგეს. ამ კატეგორიის ამოცანებს მიეკუთვნება ყველა ის ამოცანა, რომელსაც ერთი მაინც არაწრფივი შეზღუდვა ან არაწრფივი მიზნის ფუნქცია გააჩნია.

არაწრფივი დაპროგრამების ამოცანები იმდენად რთული და მრავალფეროვანია, რომ მათი გადაწყვეტის უნივერსალური და ეფექტური მეთოდი

ბ) წარმოადგენს არაუარყოფით სიდიდეებს, ე. ი.

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0; \quad (2.7.2)$$

გ) უზრუნველყოფს მიზნის ფუნქციის მაქსიმალურ (მინიმალურ) მნიშვნელობას

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \rightarrow \max. \quad (2.7.3)$$

ნებისმიერ ამონახსნს, რომელიც (2.7.1)-(2.7.2) უტოლობათა სისტემებს აკმაყოფილებს, უწოდებენ დასაშვებ ამონახსნს, ხოლო დასაშვები ამონახსნი, რომელზედაც (2.7.3) მიზნის ფუნქციას მაქსიმალური მნიშვნელობა გააჩნია, წარმოადგენს ოპტიმალურ ამონახსნს.

წრფივი დაპროგრამების ამოცანების დამახასიათებელ თავისებურებაა ის, რომ (2.7.1), (2.7.2) შეზღუდვებით განსაზღვრული დასაშვებ ამონახსნების სიმრავლე

$$\Omega = \left\{ x \mid \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (2.7.4)$$

ამოხსნეილ მრავალწახნაგას წარმოადგენს, ოპტიმალური წერტილი კი ამ მრავალწახნაგას წვეროში მდებარეობს. აღნიშნული თავისებურება იმაზე მიუთითებს, რომ ოპტიმალური ამონახსნის მოსაძებნად საჭიროა (2.7.4) მრავალწახნაგას წვეროების გადარჩევა, თითოეულ წვეროში მიზნის ფუნქციის გამოთვლა და მათ შორის საუკეთესოს შერჩევა.

წრფივი დაპროგრამების ამოცანების ამოხსნა არც ისე მარტივია, როგორც ეს პირველი შეხედვით შეიძლება მოგვეჩვენოს. სირთულე იმაში მდგომარეობს, რომ რეალურ ამოცანებში (განსაკუთრებით ეკონომიკურ ამოცანებში) საპროექტო პარამეტრების რაოდენობა ასობით და ათასობით განისაზღვრება. აქედან გამომდინარე, დიდი განზომილების ამოცანებში Ω ამოხსნეილი მრავალწახნაგას წვეროების რიცხვი იმდენად დიდი შეიძლება იყოს, რომ თითოეული წვეროს გადარჩევა და ამ წერტილებში მიზნის ფუნქციის გამოთვლა პრაქტიკულად შეუძლებელ ამოცანად გადაიქცეს.

წრფივი დაპროგრამების ამოცანების ამოხსნის ერთ-ერთი ყველაზე ეფექტური და გავრცელებული მეთოდი სიმპლექს-მეთოდია [42,53], რომე-

ლიც ოპტიმალური ამონახსნის მისაღებად, გადარჩევის მეთოდისგან განსხვავებით, შედარებით ნაკლები რაოდენობის იტერაციებს საჭიროებს.

სიმპლექს-მეთოდის იდეა შემდეგში მდგომარეობს. დავუშვათ, საწყის მიახლოებად არჩეულია დასაშვებ ამონახსნთა მრავალწახნაგას რომელიღაც წვეროს კოორდინატები. მეთოდის თანახმად, უნდა განვსაზღვროთ ამ წვეროდან გამომავალი ყველა წიბო და ვიმოდრაოთ იმ წიბოს გასწვრივ, რომელზედაც წრფივი მიზნის ფუნქცია იზრდება. არჩეული მიმართულებით მოძებნება მრავალწახნაგას ახალი წვერო და კვლავ განისაზღვრება მისგან გამომავალი ყველა წიბო. გადაადგილება განხორციელდება იმ წიბოს გასწვრივ, რომელზედაც მიზნის ფუნქცია იზრდება და ა. შ. საბოლოოდ განისაზღვრება ისეთი წვერო, საიდანაც გამომავალი ყველა წიბოს გასწვრივ მიზნის ფუნქცია შემცირდება. ამგვარად, მიზნის ფუნქციის მაქსიმუმი მიღწეულია, რაც იმას ნიშნავს, რომ უკანასკნელი წვეროს კოორდინატები საძიებელი საპროექტო პარამეტრების ოპტიმალურ მნიშვნელობებად ჩაითვლება.

შევნიშნავთ, რომ ვინაიდან f წრფივი ფუნქციაა, ხოლო დასაშვებ ამონახსნთა სიმრავლე - ამოზნექილი მრავალწახნაგა, ამიტომ ზემოთ აღნიშნული გამოთვლითი პროცესი კრებადია, რაც ნიშნავს, რომ ოპტიმალური ამონახსნი სასრული რაოდენობის k იტერაციის შედეგად მიიღწევა. მოცემულ შემთხვევაში იგი n -ური რიგისაა, ე. ი. მნიშვნელოვნად ნაკლებია, ვიდრე იტერაციების რიცხვი წვეროების მარტივი გადარჩევის მეთოდის შემთხვევაში, სადაც k შეიძლება იყოს 2^n რიგის. მიუხედავად ამისა, დიდი განზომილების წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადასაწყვეტად სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება, როგორც ცნობილია, გარკვეულ სირთულეებთანაა დაკავშირებული.

წრფივი დაპროგრამების დიდი განზომილების ამოცანების გადასაწყვეტად ნაშრომში შემოთავაზებულია სიმძიმის ცენტრების მეთოდი [33], რადგან მისი გამოყენება ექსტრემუმის ძებნაზე გაწეული დანახარჯების მნიშვნელოვან შემცირებას განაპირობებს. სიმძიმის ცენტრების მეთოდის საფუძველზე შემუშავებულმა მიახლოებითმა ალგორითმებმა ფართო გამოყენება

ჰპოვა თანამედროვე საინჟინრო დაპროექტებისა და მართვის სისტემებში, ვინაიდან რთული ექსტრემალური ამოცანების გადაწყვეტას ისინი მარტივად, სწრაფად და კომპიუტერული დროის მინიმალური დანახარჯებით უზრუნველყოფენ.

განვიხილოთ წრფივი დაპროგრამების (2.7.1) - (2.7.3) ამოცანა. დავუშვათ, რომ (2.7.1), (2.7.2) შეზღუდვებით განსაზღვრული (2.7.4) სიმრავლე შემოსაზღვრულია და, ამასთან, მოცემულ ამოცანას ერთადერთი ამონახსნი გააჩნია. ცხადია, ამ შემთხვევაში მიზნის $f(x)$ ფუნქციის ლოკალური და აბსოლუტური მაქსიმუმის წერტილები ერთმანეთს ემთხვევა. მაშასადამე, წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში $f(x)$ მიეკუთვნება უნიმოდალური ფუნქციების კლასს.

რადგან $f(x)$ უნიმოდალურია, ხოლო დასაშვებ ამონახსნების Ω სიმრავლე - შემოსაზღვრული და ჩაკეტილი, ამიტომ სიმძიმის ცენტრების მეთოდის თანახმად, მიზნის ფუნქციის ლეხვის დაყოფის შედეგად წარმოქმნილი ერთმანეთში ჩალაგებული $\Omega_p \subset \Omega$, $p = 1, 2, \dots, L$ სიმრავლეებისათვის გვექნება $\bigcap_p \Omega_p = x^*$, სადაც x^* ოპტიმალური წერტილია. ხოლო მიღებული სიმრავლეების სიმძიმის ცენტრების მიმდევრობისათვის ადგილი ექნება შემდეგ კანონზომიერებას $\lim_{p \rightarrow L} x_p = x^*$.

ვინაიდან სიმძიმის ცენტრების მეთოდის ალგორითმის თანახმად,

$$\begin{aligned} \Omega_p &= \{x \mid f(x) \geq \zeta_p\} \subset \Omega = \\ &= \left\{ x \mid \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \right\}, \end{aligned} \quad (2.7.5)$$

ამიტომ

$$\Omega_p = \left\{ x \mid f(x) \geq \zeta_p; \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \right\}. \quad (2.7.6)$$

ამგვარად, (2.7.6) გამოსახულების საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში სიმძიმის ცენტრების მეთოდის გა-

მოყენება შესაძლებელია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ დამოუკიდებელი x ცვლადების შემთხვევითი წესით გამომუშავება დასაშვებ ამონახსნების (2.7.4) სიმრავლეში განხორციელდება. აღნიშნული მტკიცების პრაქტიკული რეალიზაციის უმარტივესი საშუალებაა გადარჩევა იმ შემთხვევითი x ცვლადებისა, რომლებიც დააკმაყოფილებენ მოცემული ამოცანის (2.7.1), (2.7.2) შეზღუდვებს. ცვლადების დასაშვები მნიშვნელობების ასეთი წესით განსაზღვრა დიდი რაოდენობის სტატისტიკური ცდების ჩატარებას ითვალისწინებს და დაკავშირებულია კომპიუტერული დროის მნიშვნელოვან დანაკარგებთან.

დანაკარგების შემცირებისა და მეთოდის ეფექტურობის გაზრდის მიზნით შეიძლება გამოყენებულ იქნეს იტერაციული ალგორითმი [33], რომელშიც დასაშვები ამონახსნების მისაღებად გამოყენებულია n -განზომილებიანი ევკლიდეს სივრცის ნებისმიერი წერტილი.

ალგორითმის იდეა შემდეგში მდგომარეობს. მოცემული ამოცანის შეზღუდვათა სისტემის თითოეული უტოლობა განიხილება როგორც n -განზომილებიანი ევკლიდეს სივრცის ქვესივრცე, რომელიც შემოსაზღვრულია შესაბამისი ჰიპერსიბრტყით. აღნიშნული სივრცის ნებისმიერი $x^{(0)} \notin \Omega$ წერტილიდან, რომელიც დასაშვებ ამონახსნების არეში არ მდებარეობს, თანმიმდევრობით განხორციელდება ორთოგონალური დაშვება ყველა იმ ჰიპერსიბრტყეზე, რომლის შესაბამისი უტოლობაც არ კმაყოფილდება. ამგვარად, დასაშვებ ამონახსნების მრავალწახნაგას ზედაპირზე მიიღება წერტილები, რომლებიც დააკმაყოფილებენ შეზღუდვათა მოცემულ სისტემას. გამოვიყვანოთ აღნიშნული პროცედურის ანალიზური გამოსახულება.

შეზღუდვათა (2.7.1) სისტემის i -ური უტოლობის შესაბამისი ჰიპერსიბრტყის განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i = 0. \quad (2.7.7)$$

(2.7.7) განტოლება დავიყვანოთ ნორმალურ სახეზე, რისთვისაც იგი გავამრავლოთ ნორმირების მამრავლზე $\frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}}$. მივიღებთ:

$$\sum_{j=1}^n x_j \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}} - \frac{b_i}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}} = 0. \quad (2.7.8)$$

როგორც ანალიზური გეომეტრიის კურსიდან ცნობილია, სიდიდეები

$$\frac{b_i}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}} = d \quad \text{და} \quad \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}} = \cos \alpha_j$$

შესაბამისად წარმოადგენს საკოორდინატო სიბრტყის სათავიდან მოცემულ ჰიპერსიბრტყეზე დაშვებული პერპენდიკულარის სიგრძეს და საკოორდინატო ღერძების მიმართ ამ პერპენდიკულარის დახრის კუთხის მიმმართველ კოსინუსებს.

ვთქვათ, სიმძიმის ცენტრების მეთოდის ალგორითმის თანახმად, გამოშვებულია შემთხვევითი წერტილი $x^{(0)} \notin \Omega$, რომელიც არ მდებარეობს მოცემული შეზღუდვებით განსაზღვრულ დასაშვებ ამონახსნების არეში და იგი არ აკმაყოფილებს i -ურ უტოლობას. გამოვიყენოთ მიმმართველი კოსინუსები და $x^{(0)}$ წერტილიდან დავუშვათ პერპენდიკულარი შესაბამის ჰიპერსიბრტყეზე. თუ (2.7.8) განტოლებაში მიმდინარე კოორდინატების ნაცვლად $x^{(0)}$ წერტილის კოორდინატებს ჩავსვამთ, მაშინ განისაზღვრება პერპენდიკულარის სიგრძე

$$d = \sum_{j=1}^n x_j^{(0)} \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}} - \frac{b_i}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}}. \quad (2.7.9)$$

გარდა ამისა, თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ $\cos \alpha_j$ მიმმართველი კოეფიციენტია, მაშინ პერპენდიკულარის განტოლება შეიძლება ჩავწეროთ პარამეტრული სახით:

$$x_j^{(0)} - x_j^{(1)} = d \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2}}, \quad j=1,2,\dots,n, \quad (2.7.10)$$

სადაც $x^{(1)}$ წარმოადგენს პერპენდიკულარის (2.7.7) ჰიპერსიბრტყესთან გადაკვეთის წერტილს.

(2.7.9) და (2.7.10)-ის ერთობლივი ამოხსნისა და შემდგომი მარტივი გადაქმნების შედეგად მიიღება:

$$x_j^{(1)} = x_j^{(0)} - \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(0)} - b_i}{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2} a_{ij}, \quad j=1,2,\dots,n. \quad (2.7.11)$$

უკანასკნელი განტოლება საშუალებას გვაძლევს $x^{(0)}$ წერტილიდან განისაზღვროს $x^{(1)}$ წერტილი თავისი კოორდინატებით, რომელიც (2.7.7) ჰიპერსიბრტყეზე მდებარეობს და, მაშასადამე, იგი დააკმაყოფილებს შესაბამის უტოლობას.

მაგრამ, სიმბიძის ცენტრების მეთოდით წრფივი დაპროგრამების ამოცანის გადაწყვეტის პროცესში, შემთხვევითი წესით გამომუშავებულმა $x^{(0)} \notin \Omega$ წერტილმა შეიძლება არ დააკმაყოფილოს შეზღუდვათა სისტემის არა ერთი, არამედ რამდენიმე უტოლობა. მაშინ დასაშვები წერტილის მისაღებად აუცილებელია, რომ (2.7.11) განტოლება თანმიმდევრობით გამოყენებულ იქნეს თითოეული დაუკმაყოფილებელი უტოლობის მიმართ.

აღნიშნულის გათვალისწინებით, მოცემული ამოცანის დასაშვებ ამონახსნების განსაზღვრის ალგორითმი შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს შემდეგი რეკურენტული ფორმულის საშუალებით:

$$x_j^{(i+1)} = x_j^{(i)} - \beta_i \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(i)} - b_i}{\sum_{j=1}^n a_{ij}^2} a_{ij}, \quad j=1,2,\dots,n, \quad (2.7.12)$$

სადაც

$$\beta_i = \begin{cases} 0, & \text{თუ } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^{(i)} \leq b_i, \\ 1, & \text{თუ } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j^{(i)} > b_i. \end{cases} \quad (2.7.13)$$

ამგვარად, (2.7.12) და (2.7.13) ფორმულების საფუძველზე შემუშავებულია დასაშვებ ამონახსნის განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმი, რომელიც დამოუკიდებელი პროცედურის (ქვეპროგრამის) სახით წარმოდგენილია ქვემოთ.

2.7.1. დასაშვებ ამონახსნების განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმი

დამხმარე ალგორითმი წარმოადგენს შემდეგი ოპერაციებისა და პროცედურების თანმიმდევრობას.

- ბიჯი 1.** თანაბრადგანაწილებული შემთხვევითი რიცხვების პროგრამული გენერატორის საშუალებით გამომუშავდება $x^{(0)} \in R^n$ წერტილი;
- ბიჯი 2.** მიღებული $x^{(0)}$ წერტილი შემოწმდება შეზღუდვათა სისტემის i -ურ შეზღუდვაზე. თუ უტოლობა სამართლიანია, მაშინ $\delta_i = 0$, წინააღმდეგ შემთხვევაში გვექნება $\delta_i = 1$;
- ბიჯი 3.** რეკურენტული (2.7.12) ფორმულის საშუალებით განისაზღვრება დამოუკიდებელი $x^{(i)}$ ცვლადის მნიშვნელობა, რომელიც დააკმაყოფილებს i -ურ შეზღუდვას;
- ბიჯი 4.** 2–3 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება თითოეული $i = 1, 2, \dots, m$ შეზღუდვისათვის. როცა $i = m$, მაშინ გადავალთ მე-5 ბიჯზე;
- ბიჯი 5.** დამოუკიდებელი ცვლადი ვექტორის მიღებული მნიშვნელობა შემოწმდება მოცემულ შეზღუდვათა სისტემაზე. თუ ყველა უტოლობა დაკმაყოფილებულია, მაშინ გადავალთ მე-6 ბიჯზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში 2–4 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები კვლავ განმეორდება;

ბიჯი 6. ამგვარად, მიიღება დასაშვები $x \in \Omega$ ამონახსნი, რომელიც მოთავსებული იქნება დასაშვებ ამონახსნთა მრავალწახნაგას ზედაპირზე ან მრავალწახნაგას ზედაპირებით შემოსაზღვრულ არეში.

დასაშვებ ამონახსნების განსაზღვრის განხილული დამხმარე ალგორითმისა და სიმძიმის ცენტრების მეთოდის საფუძველზე შემუშავებულია პირველი იტერაციული ალგორითმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ოპტიმიზაციის წრფივი ამოცანები საინჟინრო პრაქტიკაში მისაღები სიზუსტით მარტივად და სწრაფად გადავწყვიტოთ.

2.7.2. პირველი იტერაციული ალგორითმი

პირველი იტერაციული ალგორითმი წარმოადგენს შემდეგი ოპერაციების და პროცედურების თანმიმდევრობას [33].

ბიჯი 1. შეირჩევა პროგრამული პარამეტრები:

- სტასისტიკური ცდების რაოდენობა N ;
- ლებეგის დონეების რაოდენობა \mathfrak{R} ;
- სიმკვრივის კოეფიციენტი μ ;
- დასაშვები ცდომილების აბსოლუტური ზღვრული მნიშვნელობა ε ;

ბიჯი 2. დასაშვებ ამონახსნების განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმის საშუალებით გამომუშავდება $x^{(i)} \in \Omega$;

ბიჯი 3. გამოითვლება მიზნის ფუნქცია $f(x^{(i)})$;

ბიჯი 4. დაფიქსირდება $f_H = \min_i \{f_i\}$ და $f_B = \max_i \{f_i\}$;

ბიჯი 5. 2-4 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება S -ჯერ, როცა $i = S$, მაშინ გადავალთ მე-6 ბიჯზე;

ბიჯი 6. (2.5.24) ფორმულის საშუალებით განისაზღვრება ლებეგის დონეების მნიშვნელობები $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{\mathfrak{R}}$;

ბიჯი 7. დასაშვებ ამონახსნების განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმის საშუალებით გამომუშავდება $x^{(i)} \in \Omega$;

ბიჯი 8. გამოითვლება მიზნის ფუნქცია $f(x^{(i)})$;

ბიჯი 9. ფუნქციის $f(x^{(i)})$ მნიშვნელობა შემოწმდება პირობაზე $f(x) \geq \zeta_p$. თუ უტოლობა სამართლიანია მაშინ გადავალთ მე-10 ბიჯზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში - მე-12 ბიჯზე;

ბიჯი 10. გამოითვლება და შეჯამდება

$$\sum_{i=1}^N [f(x^{(i)}) - \zeta_p]^2 \theta(x^{(i)}, \zeta_p),$$

$$\sum_{i=1}^N x_j^{(i)} [f(x^{(i)}) - \zeta_p]^2 \theta(x^{(i)}, \zeta_p), \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

ბიჯი 11. 9-10 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება ζ_p , $p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}$, სხვადასხვა მნიშვნელობების დროს. როცა $p = \mathfrak{R}$, მაშინ გადავალთ მე-12 ბიჯზე;

ბიჯი 12. 7-11 ბიჯებით გათვალისწინებული ოპერაციები განმეორდება N -ჯერ. როცა $i = N$, მაშინ გადავალთ მე-13 ბიჯზე;

ბიჯი 13. (2.5.14) ფორმულის საშუალებით გამოითვლება

$$\overline{x_j(\zeta_p)}, \quad p = 1, 2, \dots, \mathfrak{R}; \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

ბიჯი 14. $\{x_1, p\}, \{x_2, p\}, \dots, \{x_n, p\}$ მიმდევრობების ემპირიული წერტილების პარაბოლური აპროქსიმაციის შედეგად განისაზღვრება მათემატიკური (2.5.25) პოლინომები;

ბიჯი 15. როცა $p = \mathfrak{R}$, მათემატიკური პოლინომების საშუალებით გამოითვლება სავარაუდო ექსტრემუმის კოორდინატები

$$\overline{x_j^*} = x_j(\mathfrak{R}) = \alpha_j \mathfrak{R}^2 + \beta_j \mathfrak{R} + \gamma_j, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

და საოპტიმიზაციო ფუნქციის შესაბამისი მნიშვნელობა:

$$\overline{f^*} = f[\overline{x_1^*}, \overline{x_2^*}, \dots, \overline{x_n^*}];$$

ბიჯი 16. ერთგანზომილებიანი ოპტიმიზაციის (2.5.22) ამოცანის გადაწყვეტის შედეგად განისაზღვრება მაქსიმალური p^* , რომლის

(2.5.25) პოლინომებში ჩასმის შედეგად გამოითვლება საწყისი

(2.5.5) ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ და

$$f^* = f(x^*);$$

ბიჯი 17. ძეგნის დასასრული.

შემუშავებული ალგორითმი რეალიზებულია „სწრაფი ბეისიკის“ ალგორითმულ ენაზე და მისი საშუალებით გადაწყვეტილია წრფივი დაპროგრამების ამოცანები. ქვემოთ წარმოდგენილია ერთ-ერთი საილუსტრაციო მაგალითი

მაგალითი 2.1. პირველი იტერაციული ალგორითმის გამოყენებით გადაწყვეტოთ წრფივი დაპროგრამების შემდეგი ამოცანა:

$$f = 3x_1 - x_2 + 8x_3 + 2x_4 - x_5 + 9x_6 \rightarrow \max$$

$$-6x_1 + 9x_2 + 3x_3 - 2x_5 - x_6 \leq 12,$$

$$-4x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 - x_6 \leq 5,$$

$$2x_1 + 8x_2 - 5x_3 - 6x_4 - 8x_5 + 4x_6 \leq 20,$$

$$-x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 8x_4 + 4x_6 \leq 10,$$

$$5x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 9x_5 + 5x_6 \leq 24,$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.$$

ამოხსნა. მოცემული ამოცანის გადასაწყვეტად შერჩეულ იქნა პროგრამული პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობები: სტატისტიკური ცდების რაოდენობა $N = 200$, ლებეგის დონეების რიცხვი $L = 10$. მიღებულია ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი:

$$x_1^* = 0.16 \cdot 10^{-8}, \quad x_2^* = 0.54, \quad x_3^* = 3.48,$$

$$x_4^* = 0.28 \cdot 10^{-8}, \quad x_5^* = 0.11 \cdot 10^{-8}, \quad x_6^* = 3.30, \quad f^* = 57.0.$$

განხილული ამოცანა გადაწყვეტილ იქნა, აგრეთვე, სიმპლექს-მეთოდის საშუალებით და მიღებულ იქნა შემდეგი ოპტიმალური ამონახსნი:

$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = 0.538, \quad x_3^* = 3.484,$$

$$x_4^* = 0, \quad x_5^* = 0, \quad x_6^* = 3.299, \quad f^* = 57.023.$$

ამგვარად, სიმპლექს-მეთოდთან შედარებით, პირველი იტერაციული ალგორითმით აღნიშნული ამოცანის გადაწყვეტის ცდომილება შეადგენს 0.04 %-ს.

ოპტიმიზაციის წრფივ ამოცანებზე ჩატარებული მრავალრიცხოვანი ექსპერიმენტი საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ ზოგიერთი დასკვნა: მიუხედავად იმისა, რომ შემუშავებული პირველი იტერაციული ალგორითმი, ისევე როგორც სიმძიმის ცენტრების მეთოდის ძირითადი ალგორითმი, მიახლოებითია. დიდი განზომილების წრფივ ამოცანებში მისი გამოყენება შედარებით ზუსტ, მაგრამ შრომატევად მეთოდებთან შედარებით, ხშირ შემთხვევაში, გამართლებულია, ვინაიდან ხასიათდება ისეთი დადებითი თავისებურებებით, როგორცაა ალგორითმისა და პროგრამის სიმარტივე, სწრაფქმედება და, რაც მთავარია, მისი პროგრამული უზრუნველყოფა თავისუფალია სიმპლექს-მეთოდისათვის დამახასიათებელი ისეთი არასასიამოვნო მოვლენისაგან, როგორცაა “ჩაციკლვა”.

2.7.3. მეორე იტერაციული ალგორითმი

წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადასაწყვეტად ნაშრომში შემოთავაზებულია, აგრეთვე, მუდმივბიჯიანი გრადიენტული მეთოდის საფუძველზე შემუშავებული მეორე იტერაციული ალგორითმი, რომელიც რეალიზაციის სიმარტივით გამოირჩევა.

განვიხილოთ წრფივი დაპროგრამების (2.7.1) - (2.7.3) ამოცანა. დავუშვათ, რომ (2.7.1), (2.7.2) შეზღუდვებით განსაზღვრული (2.7.4) სიმრავლე შემოსაზღვრულია და, ამასთან, მოცემულ ამოცანას ერთადერთი ამონახსნი გააჩნია. ცხადია, ამ შემთხვევაში დასაშვებ ამონახსნთა არე ამოზნექილ მრავალწახნაგას წარმოადგენს და, ამასთან, მიზნის $f(x)$ ფუნქციის ლოკალური და აბსოლუტური მაქსიმუმის წერტილები ერთმანეთს ემთხვევა. მაშასადამე, წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში მიზნის $f(x)$ ფუნქცია მიეკუთვნება უნიმოდალური ფუნქციების კლასს. უნიმოდალური ფუნქციების შემთხვევაში კი გრადიენტული მეთოდი კრებადობით ხასიათდება.

მეორე იტერაციული ალგორითმის არსი შემდეგში მდგომარეობს. შეირჩევა დასაშვები საწყისი წერტილი $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$, სადაც მიზნის $f(x)$ ფუნქციის გრადიენტის საშუალებით განისაზღვრება ოპტიმალური წერტილისკენ გადაადგილების მიმართულება და განხორციელდება მოძრაობა შემდეგი რეკურენტული ფორმულის საფუძველზე:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda \frac{\nabla f(x^{(k)})}{\sqrt{\nabla f(x^{(k)})^T \nabla f(x^{(k)})}}, \quad (2.7.14)$$

სადაც $\lambda > 0$ რაღაც დადებითი სიდიდეა, ხოლო $k = 0, 1, 2, \dots$ იტერაციების რიცხვია.

თუ გავითვალისწინებთ, რომ წრფივი (2.7.3) ფუნქციის კერძო წარმოებულები მიზნის ფუნქციის შესაბამის ცვლადებთან მდგომი კოეფიციენტების ტოლია ანუ $\frac{df}{dx_1} = c_1, \frac{df}{dx_2} = c_2, \dots, \frac{df}{dx_n} = c_n$, მაშინ (2.7.14) გამოსახულება

ბა შეიძლება გავამარტივოთ და წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$x_j^{(k+1)} = x_j^{(k)} + \lambda \frac{c_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n c_j^2}}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.7.15)$$

ალგორითმის მიხედვით, გადაადგილების ყოველ ბიჯზე, საჭიროა მიღებული წერტილის შემოწმება შეზღუდვებზე. თუ მიღებული წერტილი მოცემულ შეზღუდვებს აკმაყოფილებს ანუ დასაშვებ ამონახსნთა არეშია, მაშინ ექსტრემუმისკენ მოძრაობა კვლავ გაგრძელდება (2.7.15) რეკურენტული ფორმულის საფუძველზე. წინააღმდეგ შემთხვევაში მოძრაობა განხორციელდება $f(x)$ ფუნქციის ანტიგრადიენტის მიმართულებით, რისთვისაც საჭიროა გამოვიყენოთ დასაშვებ ამონახსნის განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმი. ამ უკანასკნელის საშუალებით განსაზღვრული წერტილი დაბრუნდება დასაშვებ არეში (უფრო ზუსტად, დასაშვები არის ზედაპირზე), საიდანაც (2.7.15) ფორმულის საშუალებით კვლავ განხორციელდება გადაადგილება $f(x)$ ფუნქციის გრადიენტის მიმართულებით და ა.შ. პროცესი გაგრძელ-

დება მანამ, სანამ ადგილი ექნება მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობის გაზრდას. მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა როგორც კი შემცირდება, ალგორითმით გათვალისწინებულია $x^{(k)}$ წერტილში დაბრუნება და ამ წერტილიდან მოძრაობის განახლება შემცირებული $\lambda/2$ ბიჯით. ბიჯის შემცირებას ადგილი აქვს მანამ, სანამ მისი მნიშვნელობა რაგინდ მცირე $\delta > 0$ სიდიდეზე ნაკლები არ აღმოჩნდება.

მეორე იტერაციული ალგორითმით ოპტიმიზაციის პროცესის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია ორცვლადიანი ფუნქციის შემთხვევაში ილუსტრირებულია ნახ. 2.1-ზე.

ამგვარად, მეორე იტერაციული ალგორითმი წარმოადგენს შემდეგი ოპერაციების და პროცედურების თანმიმდევრობას.

ბიჯი 1. შეირჩევა პროგრამული პარამეტრები:

- გადაადგილების ბიჯის პროპორციულობის კოეფიციენტი $\lambda > 0$;
- დასაშვები ცდომილების ზღვრული მნიშვნელობები: $\varepsilon > 0$ და $\delta > 0$;

ბიჯი 2. დასაშვებ ამონახსნის განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმის საშუალებით გამოიმუშავდება $x^{(k)} \in \Omega$, სადაც $k = 0$;

ბიჯი 3. გამოითვლება მიზნის ფუნქცია $f(x^{(k)})$;

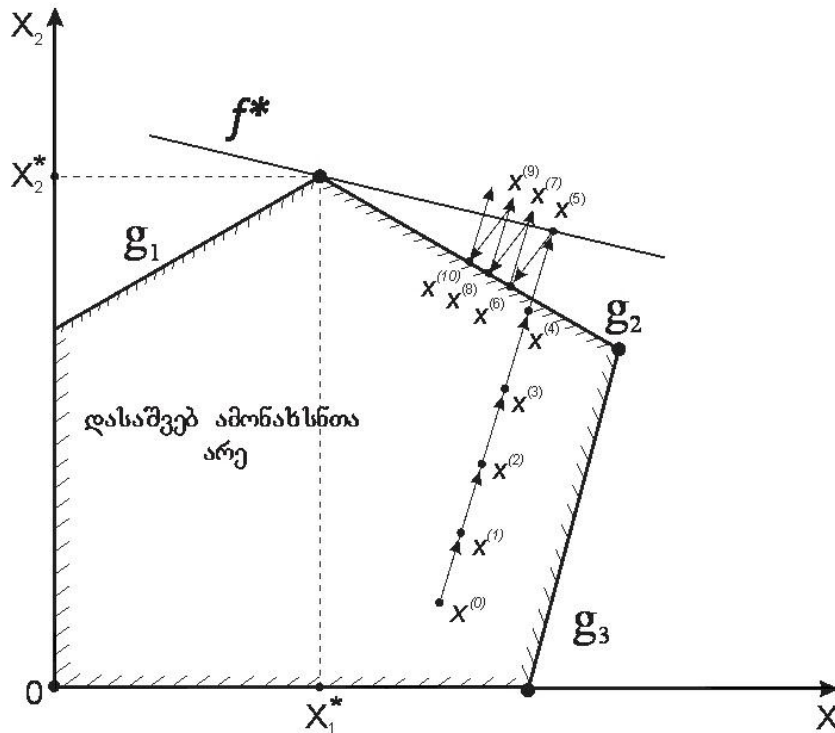
ბიჯი 4. (2.7.15) რეკურენტული ფორმულის საშუალებით განისაზღვრება ახალი წერტილი $x^{(k+1)}$, რომელიც შემოწმდება (2.7.1)–(2.7.2) შეზღუდვებზე;

ბიჯი 5. თუ შეზღუდვები დაკმაყოფილდება, მაშინ გამოითვლება მიზნის ფუნქცია $f(x^{(k+1)})$, განხორციელდება ალგორითმული შეჯამება $k = k + 1$ და გადავალთ მე-4 ბიჯზე; წინააღმდეგ შემთხვევაში გადავალთ მე-6 ბიჯზე;

ბიჯი 6. დასაშვებ ამონახსნის განსაზღვრის დამხმარე ალგორითმის საშუალებით განისაზღვრება $x^{(k+2)}$ წერტილი;

ბიჯი 7. გამოითვლება მიზნის ფუნქცია $f(x^{(k+2)})$;

ბიჯი 8. შემოწმდება უტოლობა $|f(x^{(k+2)}) - f(x^{(k+1)})| \leq \varepsilon$; თუ უტოლობა სამართლიანია, მაშინ გადავალთ მე-9 ბიჯზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში განხორციელდება ალგორითმული შეჯამება $k = k + 1$ და გადავალთ მე-4 ბიჯზე;



ნახ. 2.1

ბიჯი 9. ბიჯის პროპორციულობის კოეფიციენტი λ შემცირდება 2-ჯერ და შემოწმდება პირობა: $\lambda < \delta$. თუ უტოლობა სამართლიანია, მაშინ გადავალთ მე-10 ბიჯზე; წინააღმდეგ შემთხვევაში განხორციელდება ალგორითმული შეჯამება $k = k + 1$ და გადავალთ მე-4 ბიჯზე;

ბიჯი 10. დაიბეჭდება ოპტიმალური ამონახსნი x^* , $f^* = f(x^*)$ და იტერაციების რიცხვი k ;

ბიჯი 11. ძეგნის დასასრული

2.8. პირველი იტერაციული ალგორითმის ეფექტურობის შეფასება

წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში პირველი იტერაციული ალგორითმის გამოყენების ეფექტურობა შეიძლება შეფასდეს სხვადასხვა კრიტერიუმებით, მაგალითად, სიზუსტის, სწრაფქმედების, ეკონომიურობის და ა.შ. კრიტერიუმებით. ვინაიდან შემუშავებული ალგორითმი მიახლოებითი მეთოდების კლასს მიეკუთვნება, ამიტომ სიზუსტის მიხედვით მისი შეფასება წრფივი დაპროგრამების ისეთ სასრულ მეთოდთან, როგორც სიმპლექს-მეთოდია, არაკორექტულია. ამიტომ მეთოდის ეფექტურობის შესაფასებლად გამოყენებულია სწრაფქმედის კრიტერიუმი.

როგორც ცნობილია, კომპიუტერზე ამოცანის გადაწყვეტის დრო, უმეტეს შემთხვევაში, გამრავლების და გაყოფის ოპერაციების რიცხვით განისაზღვრება, რადგან დანარჩენი არითმეტიკული და ლოგიკური ოპერაციები ზესისწრაფით ხასიათდება. ამიტომ სწრაფქმედების კრიტერიუმის მიხედვით მეთოდების ეფექტურობის შესაფასებლად და ურთიერთშედარებისათვის მიზანშეწონილია გამრავლების და გაყოფის ოპერაციების საერთო რაოდენობის განსაზღვრა.

განვიხილოთ წრფივი დაპროგრამების სტანდარტული სახის ამოცანა

$$\max \left\{ f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \mid \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \right. \\ \left. x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \right\}. \quad (2.8.1)$$

(2.8.1) ამოცანის გადასაწყვეტად პირველი იტერაციული ალგორითმის გამოყენების ეფექტურობის შესაფასებლად საჭიროა მივიღოთ ზოგიერთი დაშვებები, კერძოდ:

- ა) მოცემული ამოცანის პირობების მატრიცა მთლიანად შევსებულია ანუ მატრიცის სისრულე (მატრიცის არანულოვანი ელემენტების ფარდობა მის ყველა $m \times n$ ელემენტზე) ერთის ტოლია;
- ბ) ალგორითმის მიხედვით $N + S = N + 0.1N = 1.1N$ რაოდენობის გამომუშავებული შემთხვევითი წერტილიდან $1.1N/2$ წერტილი შეზ-

ლუდვიათა სისტემას არ აკმაყოფილებს (დასაშვებ ამონახსნების არეში არ მდებარეობს) და თითოეული ასეთი წერტილი არ აკმაყოფილებს $m/2$ შეზღუდვას.

მიღებული დაშვებები, შესაძლოა, ძალიან გადაჭარბებულია, მაგრამ ექსპერიმენტები გვიჩვენებს, რომ აღნიშნული დაშვებების საფუძველზე მიღებული შედეგები კარგად ეთანადება პრაქტიკულ შედეგებს.

პირველ იტერაციულ ალგორითმში, გამოთვლების თვალსაზრისით, ყველაზე შრომატევადი პროცედურებია დამხმარე ალგორითმის (2.7.12) და (2.7.13) ფორმულებით დასაშვები წერტილების განსაზღვრა და ამ წერტილებში მიზნის ფუნქციის გამოთვლა. ეს პროცედურები ალგორითმის ძირითადი შემადგენელი ნაწილია და მათი პროგრამული რეალიზაცია საჭიროებს შემდეგი რაოდენობის გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების შესრულებას:

- წრფივი მიზნის $f(x)$ ფუნქციის გამოთვლისათვის საჭიროა შევასრულოთ n რაოდენობის გამრავლების ოპერაცია, $1.1N$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდის ჩასატარებლად კი საჭირო იქნება $1.1Nn$ რაოდენობის გამრავლების ოპერაცია;
- (2.7.12) და (2.7.13) ფორმულების საშუალებით დასაშვებ ამონახსნების მიღება საჭიროებს სხვადასხვა რაოდენობის გამრავლების ოპერაციას. როცა $\beta_i = 0$ ანუ იმ შემთხვევაში, როცა შემთხვევითი წერტილი დასაშვებ არეშია, საჭიროა mn რაოდენობის გამრავლების ოპერაცია, ხოლო როცა $\beta_i = 1$ საჭირო იქნება შევასრულოთ არაუმეტეს $\frac{m}{2}n + \frac{m}{2}(n+n) = \frac{m}{2}n + mn$ რაოდენობის გამრავლების ოპერაცია;
- გაყოფის ოპერაციას ადგილი აქვს მხოლოდ (2.7.2) ალგორითმის გამოყენების შემთხვევაში. როცა $\beta_i = 1$, მაშინ გაყოფის ოპერაციების რიცხვი ტოლია $\frac{m}{2}$;

- თუ გავითვალისწინებთ დაშვებას, რომლის თანახმად $1.1N$ რაოდენობის სტატისტიკური ცდის შედეგად გამომუშავებული შემთხვევითი წერტილიდან ნახევარი ამოცანის შეზღუდვათა სისტემას არ აკმაყოფილებს (დასაშვებ არეში არ მდებარეობს), მაშინ დასაშვებ ამონახსნების მისაღებად საჭირო გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების რიცხვი იქნება ტოლი: $\frac{1.1N}{2} \left(2mn + \frac{m}{2}n + \frac{m}{2} \right)$.

ზემოთ აღნიშნულის გათვალისწინებით, პირველი იტერაციული ალგორითმის პროგრამული რეალიზაცია საჭიროებს შემდეგი რაოდენობის გამრავლების და გაყოფის ოპერაციების შესრულებას:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 1.1Nn + \frac{1.1N}{2} \left(2mn + \frac{m}{2}n + \frac{m}{2} \right) = \\ &= 1.1N \left(n + 1.25mn + 0.25m \right), \end{aligned} \quad (2.8.2)$$

სადაც n დამოუკიდებელი ცვლადების რაოდენობაა, m - შეზღუდვების რაოდენობა, N - ძირითადი სტატისტიკური ცდების რაოდენობა.

ახლა შევაფასოთ სიმპლექს-მეთოდის შრომატევადობა გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების მიხედვით.

როგორც ცნობილია, სიმპლექს-მეთოდით წრფივი დაპროგრამების (2.8.1) სტანდარტული ამოცანის გადასაწყვეტად საჭიროა მისი დაყვანა კანონიკურ სახეზე, რისთვისაც შემოვიტანოთ დამატებითი ცვლადები x_{n+i} , $i = 1, 2, \dots, m$. მივიღებთ ეკვივალენტურ ამოცანას, რომელშიც გვექნება $n + m$ არაუარყოფითი ცვლადი და ტოლობებით წარმოდგენილი m პირობა-შეზღუდვა:

$$\max \left\{ f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \mid \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i, \right. \\ \left. i = 1, 2, \dots, m; \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n + m \right\}. \quad (2.8.3)$$

x_{n+i} , $i = 1, 2, \dots, m$ ცვლადებს შეესაბამება პირობების ერთეულოვანი ვექტორები, რომლებიც ჩაითვლება საწყის ბაზისად.

მივიღოთ, ისევე როგორც ზემოთ, ზოგიერთი დაშვებები, კერძოდ:

- ა) (2.8.3) ამოცანის პირობების მატრიცა, (2.8.1) ამოცანისგან განსხვავებით, ერთზე ნაკლებია, მაგრამ თუ გავითვალისწინებთ, რომ, სიმპლექს-მეთოდის გამოყენების უმეტეს შემთხვევაში, პირობების მატრიცა საკმაოდ სწრაფად ივსება, დავუშვათ, რომ მეთოდის ყველა იტერაციაში სიმპლექს-გარდაქმნების ოპერაციებში მონაწილეობს (2.8.3) ამოცანის პირობების მატრიცის ყველა a_{ij} ელემენტი;
- ბ) სიმპლექს-მეთოდით წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადასაწყვეტად საჭირო იტერაციების რაოდენობა, ჩვეულებრივ, იცვლება საზღვრებში m -დან $2.5m$ -მდე. ჩვენ შემთხვევაში დავუშვათ, რომ იტერაციების რიცხვი შეადგენს $2m$ -ს;
- გ) თითოეულ იტერაციაში ადგილი აქვს შუალედური ამონახსნების კონტროლს, რაც გულისხმობს ამონახსნის მნიშვნელობების ჩასმას შეზღუდვათა საწყის სისტემაში და შესაბამისი გამოთვლითი ოპერაციების შესრულებას. კონტროლის სწორედ ასეთი პროცედურებია რეალიზებული სიმპლექს-მეთოდის თითქმის ყველა სტანდარტულ პროგრამულ უზრუნველყოფაში;
- დ) წრფივი დაპროგრამების (2.8.3) ამოცანას გააჩნია ოპტიმალური ამონახსნი, რომელიც ერთადერთია.

შევაფასოთ სიმპლექს-მეთოდით წრფივი დაპროგრამების (2.8.3) ამოცანის გადაწყვეტის შრომატევადობა გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების მიხედვით.

სიმპლექს-მეთოდში ყველაზე შრომატევად პროცედურას (2.6.8) და (2.6.9) ფორმულების საშუალებით იტერაციის თითოეულ ბიჯზე განხორციელებული ელემენტარული სიმპლექს-გარდაქმნები წარმოადგენს.

გამრავლების ოპერაციას ადგილი აქვს სიმპლექს-გარდაქმნის შემდეგი ფორმულის გამოყენების დროს:

$$x'_{ij} = x_{ij} - \left(x_{qj} / x_{qk} \right) x_{ik}, \text{ თუ } i \neq q, \quad (2.8.4)$$

რომლის თანახმად, თითოეულ იტერაციაში საჭიროა შესრულდეს $m(n+m+1)$ რაოდენობის ოპერაცია.

გაყოფის ოპერაცია თითოეულ იტერაციაში გვხვდება ორჯერ: $\theta_0^{(i)}$, $i=1,2,\dots,m$ პარამეტრის გამოთვლისას შემდეგი ფორმულით:

$$\theta_0^{(i)} = \frac{x_{i0}}{x_{ik}}, \quad x_{ik} > 0 \quad (2.8.5)$$

და სიმპლექს-გარდაქმნის შემდეგი ფორმულის გამოყენებისას:

$$x'_{ij} = \frac{x_{qj}}{x_{qk}}, \quad \text{თუ } i = q. \quad (2.8.6)$$

(2.8.5)-ის თანახმად, საჭიროა m რაოდენობის გაყოფის ოპერაცია, ხოლო (2.8.6)-ის თანახმად აუცილებელია $n+m+1$ რაოდენობის გაყოფის ოპერაცია. ამგვარად, თითოეულ იტერაციაში გაყოფის ოპერაციების რაოდენობა არ აღემატება $n+2m+1$. ვინაიდან თითოეულ იტერაციაში გათვალისწინებულია შუალედური ამონახსნების კონტროლი, ამიტომ კონტროლის ოპერაციების შესასრულებლად აუცილებელია $m(n+m+1)$ რაოდენობის გამრავლება.

თუ გავითვალისწინებთ იმას, რომ იტერაციების რაოდენობაა $2m$, მაშინ (2.8.3) ამოცანის გადასაწყვეტად საჭირო გაყოფისა და გამრავლების ოპერაციების ჯამური რაოდენობა შეადგენს:

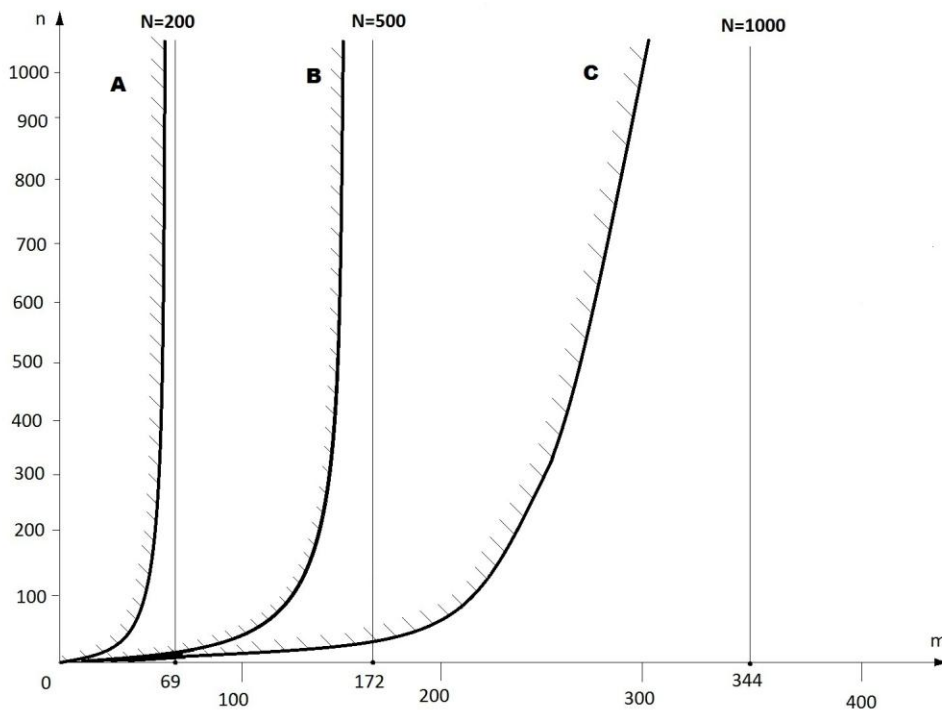
$$\begin{aligned} \mu_2 &= 2m[m(n+m+1) + n + 2m + 1 + m(n+m+1)] = \\ &= 4m^3 + 8m^2 + 2m + 4m^2n + 2mn. \end{aligned} \quad (2.8.7)$$

ზემოთ განხილული ალგორითმების სწრაფქმედების მიხედვით შესაძარებლად, (2.8.2) და (2.8.7) გამოსახულებები ერთმანეთს გავუტოლოთ და განვსაზღვროთ n -ის მიმართ. გვექნება

$$n = \frac{4m^3 + 8m^2 + (2 - 0.275N)m}{1.1N + (1.375N + 1)m - 4m^2}. \quad (2.8.8)$$

(2.8.8) დამოკიდებულების საფუძველზე, N -ის კონკრეტული მნიშვნელობის დროს, ამოცანაში მონაწილე ცვლადებისა და შეზღუდვების ის n

და m რაოდენობა განისაზღვრება, რომლის დროსაც გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების რიცხვი ორივე ალგორითმში თანაბარი იქნება. აღნიშნული დამოკიდებულების საფუძველზე აგებული წირების ოჯახი (იხილეთ ნახ. 2.2) საშუალებას გვაძლევს, კონკრეტული N -ის დროს, ვიმსჯელოთ იმის შესახებ, თუ წრფივი დაპროგრამების მოცემული ამოცანა რომელი მეთოდით უფრო სწრაფად გადაწყდება. ასე მაგალითად, როცა $N = 200$, მაშინ A წირის დაშტრიხული არე ამოცანის ისეთ პარამეტრებს შეესაბამება, როდესაც სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება უფრო მიზანშეწონილია. მის საპირისპირო არეში კი, უპირატესობა ეკუთვნის პირველ იტერაციულ ალგორითმს, რომელიც, როცა $m > 69$, ნებისმიერი განზომილების ამოცანას, სიმპლექს-მეთოდთან შედარებით, უფრო სწრაფად გადაწყვეტს.



ნახ. 2.2

როცა $N = 500$, მაშინ B წირის დაშტრიხული არე ამოცანის ისეთ პარამეტრებს შეესაბამება, რომლის დროსაც სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება, სწრაფქმედების მიხედვით, უფრო მიზანშეწონილია. მის საპირისპირო არეში კი, უპირატესობა პირველ იტერაციულ ალგორითმს ეკუთვნის, რომე-

ლიც, როცა $m > 172$, ცვლადების ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში ამოცანას უფრო სწრაფად გადაწყვეტს.

ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება დავასკვნათ, რომ როცა $N = 1000$, მაშინ C წირის დაუმტრიხავი არე ამოცანის ისეთ პარამეტრებს შეესაბამება, რომლის დროსაც პირველი იტერაციული ალგორითმის გამოყენება, სიმპლექს-მეთოდთან შედარებით, უფრო მიზანშეწონილია. ამასთან, როცა $m > 344$, ცვლადების ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში ამოცანას უფრო სწრაფად გადაწყვეტს.

2.9. მეორე იტერაციული ალგორითმის

ეფექტურობის შეფასება

ანალოგიურად, ისევე როგორც 2.8 პარაგრაფში, შევაფასოთ მეორე იტერაციული ალგორითმის ეფექტურობა გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების საერთო რაოდენობის მიხედვით.

როგორც უკვე იყო აღნიშნული, მეორე იტერაციულ ალგორითმში ექსტრემუმისკენ მოძრაობა ხორციელდება (2.7.15) რეკურენტული ფორმულის საშუალებით და, ამასთან, ყოველი გადაადგილების შემდეგ, თითოეულ იტერაციაზე, ადგილი აქვს მიღებული ახალი წერტილის შეზღუდვებზე შემოწმებას. თუ მიღებული ახალი წერტილი შეზღუდვათა სისტემას დააკმაყოფილებს, მაშინ ექსტრემუმისკენ გადაადგილება (2.7.15) კანონით გაგრძელდება და ეს პროცესი კვლავ გამეორდება მანამ, სანამ მიღებულ წერტილთან მიმდევრობა დასაშვებ ამონახსნთა არეში იქნება მოთავსებული. როგორც კი მიღებული წერტილი აღარ დააკმაყოფილებს შეზღუდვათა სისტემას, რაც იმას ნიშნავს, რომ გადაადგილების შედეგად მიღებული წერტილი დასაშვები არის გარეთ მდებარეობს, მაშინ ამ წერტილიდან, (2.7.12) ფორმულის საშუალებით, განხორციელდება ორთოგონალური დაშვება დასაშვები არის ზედაპირზე და მიღებული დასაშვები წერტილიდან ექსტრემუმისკენ მოძრაობა კვლავ (2.7.15) რეკურენტული ფორმულით წარიმართება და ა.შ.

საჭიროა აღვნიშნოთ, რომ მეორე იტერაციული ალგორითმის იტერაციების რაოდენობაა დამოკიდებულია საწყისი წერტილის შერჩევაზე. ცხადია, თუ საწყისი წერტილი ექსტრემუმის მიდამოშია, მაშინ ოპტიმალური წერტილის მოსაძებნად იტერაციების ნაკლები რაოდენობა იქნება საჭირო, წინააღმდეგ შემთხვევაში კი იტერაციების რიცხვი მნიშვნელოვნად გაიზრდება. ამიტომ, თუ საწყისი წერტილი დასაშვებ არეშია, მიზანშეწონილია ექსტრემუმისკენ მოძრაობა განვახორციელოთ „დიდი ბიჯებით“, რისთვისაც (2.7.15) ფორმულაში საჭიროა λ –სთვის შედარებით დიდი რიცხვითი მნიშვნელობა შევარჩიოთ. აღნიშნული რეკომენდაციის მიხედვით ჩატარებულმა გამოთვლითმა ექსპერიმენტებმა დაადასტურა ჩვენი მოსაზრების სამართლიანობა, რის საფუძველზეც შეიძლება დავასკვნათ, რომ წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადასაწყვეტად მეორე იტერაციული ალგორითმის გამოყენების შემთხვევაში იტერაციების რიცხვი K მერყეობს შემდეგ საზღვრებში $K = 100 \div 500$.

მეორე იტერაციული ალგორითმის გამოყენების ეფექტურობის შესაფასებლად მივიღოთ ზოგიერთი დაშვებები, კერძოდ:

- ა) მოცემული ამოცანის პირობების მატრიცა მთლიანად შევსებულია ანუ მატრიცის სისრულე (მატრიცის არანულოვანი ელემენტების ფარდობა მის ყველა $m \times n$ ელემენტზე) ერთის ტოლია;
- ბ) ექსტრემუმისკენ მოძრაობის პროცესში თუ მიმდინარე წერტილი დასაშვები არის გარეთ აღმოჩნდება (ე.ი. წერტილი შეზღუდვათა სისტემას არ აკმაყოფილებს), მაშინ ჩავთვალოთ, რომ და თითოეული ასეთი წერტილი არ აკმაყოფილებს $m/2$ შეზღუდვას.

მიღებული დაშვებები, შესაძლოა, ძალიან გადაჭარბებულია, თუმცა ჩატარებულმა ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, რომ აღნიშნული დაშვებების საფუძველზე მიღებული შედეგები კარგად ეთანადება პრაქტიკულ შედეგებს.

მეორე იტერაციული ალგორითმის მიხედვით გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციებს ძირითადად ადგილი აქვს მიზნის ფუნქციის გამოთვლის, შეზღუდვათა სისტემაზე შემოწმების და, აგრეთვე, (2.7.12) და (2.7.15) ფორმულების გამოყენების პროცესში. ამ ოპერაციების საერთო ჯამური რაოდენობა ტოლია:

$$\mu_1 = K(5n + 1.5nm), \quad (2.9.1)$$

სადაც n დამოუკიდებელი ცვლადების რაოდენობაა, m - შეზღუდვების რაოდენობა, K - იტერაციების სავარაუდო რაოდენობა.

სიმპლექს-მეთოდის შრომატევადობა გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების მიხედვით, როგორც ეს ზემოთ იყო აღნიშნული, შეადგენს:

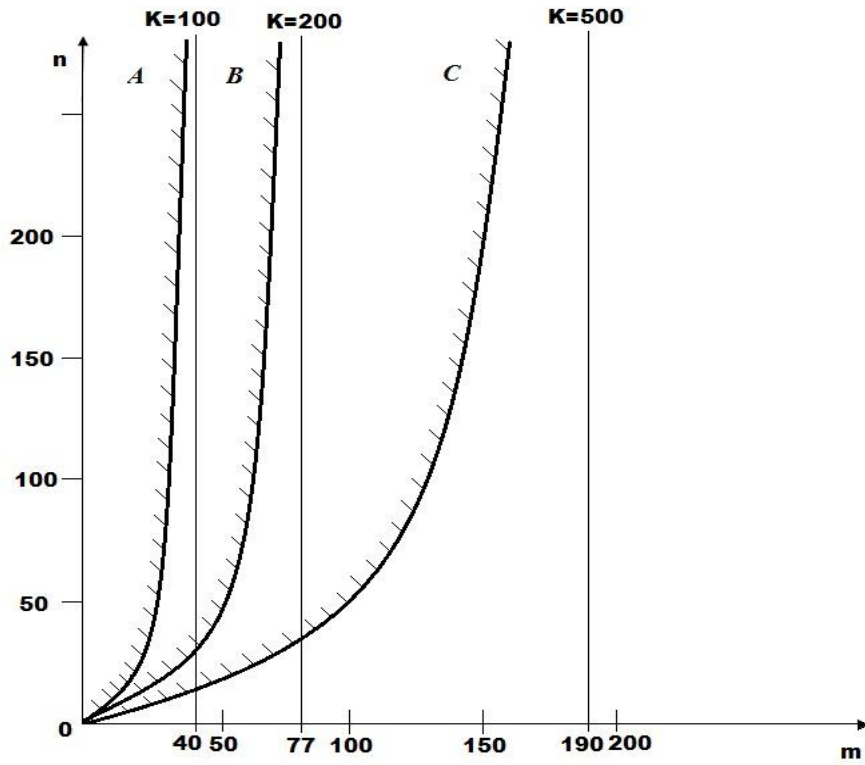
$$\mu_2 = 4m^3 + 8m^2 + 2m + 4m^2n + 2mn. \quad (2.9.2)$$

ალგორითმების სწრაფქმედების მიხედვით შესადარებლად, (2.9.1) და (2.9.2) გამოსახულებები ერთმანეთს გავუტოლოთ და განვსაზღვროთ n -ის მიმართ. გვექნება

$$n = \frac{4m^3 + 8m^2 + 2m}{5K + (1.5K - 2)m - 4m^2}. \quad (2.9.3)$$

(2.9.3) დამოკიდებულების საფუძველზე, K -ს კონკრეტული მნიშვნელობის დროს, ამოცანაში მონაწილე ცვლადებისა და შეზღუდვების ის n და m რაოდენობა განისაზღვრება, რომლის დროსაც გამრავლებისა და გაყოფის ოპერაციების რიცხვი ორივე ალგორითმში თანაბარი იქნება. აღნიშნული დამოკიდებულების საფუძველზე აგებული წირების ოჯახი (იხილეთ ნახ. 2.3) საშუალებას გვაძლევს, კონკრეტული K -ს დროს, ვიმსჯელოთ იმის შესახებ, თუ წრფივი დაპროგრამების მოცემული ამოცანა რომელი მეთოდით უფრო სწრაფად გადაწყდება. ასე მაგალითად, როცა $K = 100$, მაშინ A წირის დაშტრიხული არე ამოცანის ისეთ პარამეტრებს შეესაბამება, როდესაც სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება უფრო მიზანშეწონილია. მის საპირისპირო არეში კი, უპირატესობა ეკუთვნის მეორე იტერაციულ ალგორითმს, რომელიც, როცა $m > 40$, ნებისმიერი განზომილების ამოცანას, სიმპლექს-მეთოდთან შედარებით, უფრო სწრაფად გადაწყვეტს.

როცა $K = 200$, მაშინ B წირის დაშტრიხული არე ამოცანის ისეთ პარამეტრებს შეესაბამება, რომლის დროსაც სიმპლექს-მეთოდის გამოყენება, სწრაფქმედების მიხედვით, უფრო მიზანშეწონილია. მის საპირისპირო არეში კი, უპირატესობა მეორე იტერაციულ ალგორითმს ეკუთვნის, რომელიც, როცა $m > 77$, ცვლადების ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში ამოცანას უფრო სწრაფად გადაწყვეტს.



ნახ. 2.3

ანალოგიური მსჯელობით შეიძლება დავასკვნათ, რომ როცა $K = 500$, მაშინ C წირის დაუმტრიახავი არე ამოცანის ისეთ პარამეტრებს შეესაბამება, რომლის დროსაც მეორე იტერაციული ალგორითმის გამოყენება, სიმპლექს-მეთოდთან შედარებით, უფრო მიზანშეწონილია. ამასთან, როცა $m > 190$, ცვლადების ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში ამოცანას უფრო სწრაფად გადაწყვეტს.

3. საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის განსაზღვრა

3.1. ელექტროენერგეტიკული სისტემის ანალიზი

უკანასკნელი ოთხი ათეული წლის განმავლობაში საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემა, როგორც ცნობილია, მკვეთრად დეფიციტური იყო. კერძოდ, წარმოებდა როგორც ელექტროენერჯის, ისე ორგანული სათბობის იმპორტი. ამასთან, იმპორტირებული სათბობით მიღებული ელექტროენერჯია საერთო გამომუშავებულის თითქმის 50%-ს შეადგენდა. ამავე დროს, მინიმუმამდე იყო დაყვანილი ადგილობრივი, მათ შორის, ჰიდროენერგორესურსების გამოყენება ელექტროენერჯის მისაღებად. ცხადია, რომ აღნიშნული ვითარება განპირობებული იყო იმ არასწორი ენერგეტიკული პოლიტიკით, რომელიც ჩვენ ქვეყანაში წლების მანძილზე ტარდებოდა. ასეთი პოლიტიკის შედეგად, საქართველოს ელექტროენერგეტიკა დიდწილად დაფუძნებული იყო იმპორტულ ორგანულ სათბობებზე, ხოლო საქართველოს ჰიდროენერგორესურსების მხოლოდ მცირე ნაწილი იყო ათვისებული

საყოველთაოდ ცნობილია, რომ ენერგეტიკა ეკონომიკის საფუძველია. დამოუკიდებელი ქვეყნის განვითარება კი წარმოდგენელია იმპორტზე დაფუძნებული ენერგეტიკული ბაზით. ამიტომ აუცილებლობა მოითხოვს შემუშავდეს ისეთი ენერგეტიკული პოლიტიკა, რომლის პრაქტიკული რეალიზაცია უზრუნველყოფს საქართველოს ენერგომოთხოვნილების, ძირითადად, ადგილობრივი რესურსებით დაკმაყოფილებას.

აღნიშნული ენერგეტიკული პოლიტიკის შესამუშავებლად, ცხადია, აუცილებელია სათანადო მეცნიერული ბაზის არსებობა. ენერგეტიკული პოლიტიკის შემუშავების დროს, უპირველეს ყოვლისა, საჭიროა ქვეყანაში არსებული ენერგორესურსების გათვალისწინება და მაქსიმალურად მისი გამოყენება.

მიუხედავად იმისა, რომ უკანასკნელ წლებში გარკვეულწილად გაუმჯობესდა ქვეყნის ელექტროენერჯით მომარაგება, უმძიმესი კრიზისი, რო-

მელიც გასული საუკუნის 90-იან წლებიდან დაიწყო, არ შეიძლება ჩათვალოს დაძლეულად. ამის საილუსტრაციოდ საკმარისია აღინიშნოს, რომ ამჟამად საქართველოს მიერ წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია შეადგენს დაახლოებით 9 მილიარდ კილოვატსაათს, მაშინ როცა გასული საუკუნის 80-იანი წლების ბოლოს საქართველოს ელექტროსადგურებში გამოშვებული ელექტროენერგია შეადგენდა დაახლოებით 15 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. ამასთან ერთად, ქვეყნის ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად საჭირო იყო ყოველწლიურად დაახლოებით 4 მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერგიის იმპორტი.

დღევანდელ პირობებში, ორგანულ სათბობებზე ფასების კატასტროფული ზრდა იმის მანიშნებელია, რომ იმპორტულ სათბობზე დაფუძნებული ენერგეტიკა სრულიად გაუმართლებელია როგორც ეკონომიკური, ისე უსაფრთხოების თვალსაზრისით.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ მსოფლიო ენერგეტიკული საბჭოს მონაცემებით, რამდენიმე ათეულ წელიწადში შესაძენევი იქნება როგორც თხიერი, ისე აირული ორგანული სათბობების მარაგების დეფიციტი [54]. ეს გარემოება, ცხადია, კიდევ უფრო პრობლემატურს გახდის ორგანულ სათბობებზე დაფუძნებულ იმპორტულ ენერგეტიკას.

ენერგორესურსების შესწავლის თვალსაზრისით, დღეისათვის საქართველოში საკმაოდ მნიშვნელოვანი სამუშაოებია შესრულებული [18,52].

ცხრილებში 3.1, 3.2 და 3.3 წარმოდგენილია მონაცემები, რომლებიც ასახავს საქართველოს ენერგეტიკული რესურსების მარაგებს.

როგორც 3.1 ცხრილიდან ჩანს, საქართველოს გააჩნია ჰიდროენერგორესურსების მნიშვნელოვანი მარაგი. კერძოდ, საქართველოს მდინარეების სრული ენერგეტიკული პოტენციალი, ბოლო დროს დაზუსტებული მონაცემებით [18], შეადგენს დაახლოებით 320 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. აქედან, ტექნიკური პოტენციალი წელიწადში დაახლოებით 90 მილიარდი კილოვატსაათს უტოლდება. აღსანიშნავია, რომ საქართველოს ჰი-

დროენერგორესურსების ტექნიკური პოტენციალის ნახევარზე მეტი მოდის საქართველოს 5 ძირითად მდინარეზე:

- ა) მდ. რიონი – 19 მილიარდი კილოვატსაათი წელიწადში,
- ბ) მდ. ენგური – 13.4 მილიარდი კილოვატსაათი წელიწადში,
- გ) მდ. მტკვარი – 11.6 მილიარდი კილოვატსაათი წელიწადში,
- დ) მდ. კოდორი – 9.5 მილიარდი კილოვატსაათი წელიწადში,
- ე) მდ. ზზიფი – 4.7 მილიარდი კილოვატსაათი წელიწადში.

ეკონომიკურად გამართლებული პოტენციალი შეადგენს 45±50 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. უნდა აღინიშნოს, რომ დღეისათვის ათვისებულია ტექნიკური ჰიდროენერგეტიკული პოტენციალის მხოლოდ 12 %.

ცხრილი 3.1. საქართველოს ჰიდროენერგორესურსები

#	კატეგორია	მარაგი (მლრდ. კვტ. სთ/წ)
1	საერთო პოტენციალი	320
2	ტექნიკური პოტენციალი	90
3	ეკონომიკური პოტენციალი	50

საზოგადოდ, ტექნიკური პოტენციალის ქვეშ იგულისხმება ის რესურსი, რომლის ათვისებაც შესაძლებელია მოცემულ ეტაპზე არსებული ტექნიკური საშუალებებით, ხოლო ეკონომიკურად გამართლებული პოტენციალი არის ის რესურსი, რომლის ათვისებაც, სხვა ენერგორესურსებთან შედარებით, იაფი ჯდება.

3.2 ცხრილში წარმოდგენილი მონაცემების თანახმად, საქართველოს გააჩნია ქვანახშირისა და მურა ნახშირის საკმაოდ მნიშვნელოვანი მარაგი [52]. ბოლო შეფასებით, ქვანახშირისა და მურა ნახშირის საერთო მარაგი შეადგენს დაახლოებით 1 მილიარდ ტონას. ქვანახშირის მარაგი ძირითადი საბადოების მიხედვით შემდეგნაირადაა განაწილებული:

- ა) ტყიბული–შაორის საბადო – 340 მილიონი ტონა,

- ბ) ტყვარჩელის საბადო – 20 მილიონი ტონა,
- გ) ახალციხის საბადო (მურა ნახშირი) – 75 მილიონი ტონა,
- დ) ფარცხანაყანების საბადო – 150 მილიონი ტონა,
- ე) მაღაროსგონის საბადო – 60 მილიონი ტონა,
- ვ) გორდის საბადო – 70 მილიონი ტონა.

ცხრილი 3.2. საქართველოს ორგანული სათბობის რესურსები

#	კატეგორია	ქვანახშირი (მლნ.ტონა)	ნავთობი (მლნ.ტონა)	გაზი (მლრდ.მ ³)
1	სამრეწველო მარაგი	354	12.2	2.5
2	წინასწარ შეფასებული მარაგი	–	20.7	2.5
3	პერსპექტიული მარაგი	–	60	–
4	პროგნოზული მარაგი	700	460	90

აქედან ქვანახშირის სამრეწველო მარაგი თავმოყრილია ტყიბული-შაორისა და ტყვარჩელის აუზებში, საერთო რაოდენობით 360 მილიონი ტონა. მურა ნახშირის სამრეწველო მარაგის საკმარისი რაოდენობაა ვალე-ახალციხის აუზში, საერთო რაოდენობით 72 მილიონი ტონა. აღსანიშნავია, რომ ქვანახშირის პროგნოზული მარაგი 700 მილიონ ტონას აჭარბებს.

უნდა აღინიშნოს, რომ გასული საუკუნის 60-იან წლებში ქვანახშირის ყოველწლიური მოპოვება დაახლოებით 3 მილიონ ტონას შეადგენდა. დღეისათვის კი მისი მოპოვება მნიშვნელოვნადაა შემცირებული.

რაც შეეხება ნავთობისა და გაზის მარაგებს, ამ სათბობების შესახებ დღეისათვის ზუსტი მონაცემები არ არსებობს. 3.2 ცხრილში წარმოდგენილი მონაცემები განეკუთვნება შესწავლის დონეს, რომელიც გათვლილი იქნა გასული საუკუნის 90-იანი წლების დასაწყისში [52]. ამკარაა, რომ ეს მონაცემები სრულებითაც ვერ ასახავს რეალურ მდგომარეობას და სინამდვილეში გაზისა და ნავთობის მარაგები გაცილებით უფრო მეტია, ვიდრე ეს ცხრილში არის ნაჩვენები.

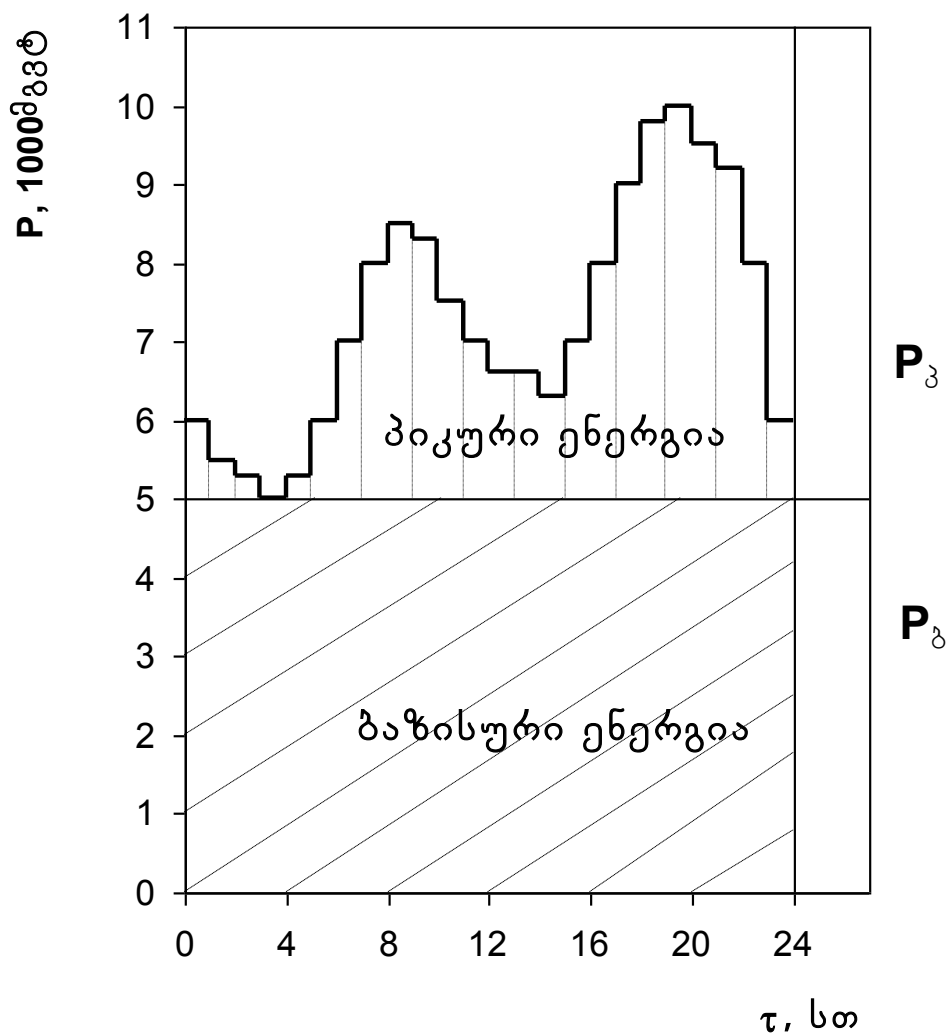
3.3 ცხრილში წარმოდგენილია ენერჯის არატრადიციული წყაროების (ქარი, მზე, გეოთერმული წყლები) მონაცემები [52]. საქართველოს ტერიტორიაზე მოსული მზის ენერჯის სრული პოტენციალი შეადგენს 10 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში. ქარის ენერჯის სრული პოტენციალი შეადგენს 10^{12} კილოვატსაათს წელიწადში. აქედან ლეალურად შეიძლება მივიღოთ $2\div 3$ მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერჯია. გეოთერმული წყლების პროგნოზული მარაგი არის $220\div 250$ მილიონ მ^3 წელიწადში.

ცხრილი 3.3. საქართველოს არატრადიციული რესურსები

N	კატეგორია	მზე (კვტ.სთ/წ)	ქარი (კვტ.სთ/წ)	გეოთერმული წყლები (მლნ.მ ³ /წ)
1	საერთო პოტენციალი	10^{14}	1.3×10^{12}	$220\div 250$
2	რეალური პოტენციალი	–	$(2\div 3)\times 10^9$	–

როგორც 3.1-3.3 ცხრილებში წარმოდგენილი მონაცემებიდან ჩანს, საქართველოს გააჩნია ჰიდროენერჯორესურსების მნიშვნელოვანი მარაგი, ხოლო ორგანული სათბობის რაოდენობა კი შედარებით შეზღუდულია. ამიტომ ელექტროენერჯეტიკის განვითარებისას ძირითადი აქცენტი უნდა გაკეთდეს ჰიდროენერჯორესურსების ათვისებაზე.

მართლაც, როგორც ეს ნაჩვენებია [9]-ში, თუ გავითვალისწინებთ საქართველოში ელექტროენერჯის მოხმარების გრაფიკის ხასიათს, რომლის მიხედვითაც ბაზისური ენერჯია შეადგენს მთელი მოხმარებული ელექტროენერჯის დაახლოებით $2/3$ წილს, ხოლო პიკური ენერჯია კი $1/3$ წილს (იხ. ნახ. 3.1), ცხადი გახდება, რომ ჰიდროენერჯეტიკას ქვეყნის საერთო ელექტროენერჯეტიკულ ბალანსში პრიორიტეტული როლი ექნება მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ბაზისური ელექტროენერჯის მისაღებად, თბოელექტროსადგურებთან ერთად (ატომური სადგურების საკითხი ამჟამად, ჯერ-ჯერობით, მოხსნილია) მაქსიმალურად იქნება გამოყენებული ჰიდროელექტროსადგურები.



ნახ. 3.1. ბაზისური და პიკური ელექტროენერგიების თანაფარდობა დღე-ღამური მოხმარების გრაფიკის ჭრილში.

ზემოთ აღნიშნულ ტრადიციულ სქემას, ცხადია, გააჩნია თავისი ტექნიკური და ეკონომიკური დასაბუთება. მაგრამ, ვფიქრობთ, ყოველი ქვეყანა, ენერგოუსაფრთხოების საკითხებიდან გამომდინარე, ვალდებულია ითვალისწინებდეს საკუთარ რესურსებს და სათანადო შესწორებები შეჰქონდეს აღნიშნულ სქემაში.

აქვე უნდა აღვნიშნოთ, რომ შესაძლებელია, აგრეთვე, ისეთი სქემის რეალიზაცია, რომლის მიხედვითაც საქართველოს ჰიდროელექტროსადგურები გამოიმუშავენ ჭარბ პიკურ ენერგიას და მოხდება მისი გაცვლა ბაზისურ ელექტროენერგიაში. მაგრამ, ჩვენი აზრით, იგივე ენერგოუსაფრთხო-

ების საკითხებიდან გამომდინარე, როგორც გაცვლის, ისე იმპორტის საგანს შეიძლება წარმოადგენდეს მოხმარებული ენერჯის მხოლოდ მცირე ნაწილი – 10÷15%. გარდა ამისა, საყურადღებოა ისიც, რომ აღნიშნული სქემის განხორციელებისათვის აუცილებელი საიმედო პარტნიორის გამონახვა სერიოზულ პრობლემებთანაა დაკავშირებული.

აღნიშნულის საილუსტრაციოდ, ნაშრომში [9] გაანალიზებულია მსოფლიოს 150-მდე ქვეყნის ელექტროენერგეტიკული მონაცემები. ანალიზის მიხედვით, ამ ქვეყნების უმეტესობა ამა თუ იმ სახეცვლილებით იყენებს ზემოთ აღნიშნულ ტრადიციულ სქემას, თუმცა არის ამ სქემიდან სრულიად რადიკალური გადახრებიც როგორც ერთ, ისე მეორე მხარეს. ასე მაგალითად, ისრაელი, კუვეიტი და ახლო აღმოსავლეთის კიდევ რამდენიმე ქვეყანა მათთვის საჭირო ელექტროენერჯიას ძალიანად თბოსადგურებში გამოიმუშავენ. ამის საპირისპიროდ, ნორვეგიის ელექტროენერგეტიკულ ბალანსში ჰიდროელექტროსადგურებს უჭირავს 99 %. ამასთან ერთად, არის ჰიდროენერგორესურსებით მდიდარი ისეთი ქვეყნები (შვეიცარია, კანადა, ბრაზილია, არგენტინა და სხვ.), რომელთა ელექტროენერგეტიკის საერთო ბალანსში ჰიდროენერგეტიკის წილი ბევრად აჭარბებს 50%-ს.

ამავე ანალიზიდან ნათლად ჩანს, რომ აღნიშნული ქვეყნების დიდ უმრავლესობაში ელექტროენერჯის იმპორტი არ აჭარბებს 15÷20%. გამონაკლისს წარმოადგენს მხოლოდ რამდენიმე ქვეყანა, მათ შორის, ძირითადად, ყოფილი საბჭოთა კავშირის შემადგენლობიდან გასული ქვეყნები.

იმის გამო, რომ საქართველოს მდინარეები ჩამონადენის დიდი არათანაბრობით ხასიათდება და იგი მნიშვნელოვნად მცირდება შემოდგომა-ზამთრის პერიოდში, ელექტროენერგეტიკული სისტემა არ შეიძლება დაფუძნებულ იყოს მხოლოდ ჰიდროენერგეტიკაზე. როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ბაზისური ენერჯის გამოიმუშავება უნდა წარმოებდეს როგორც ჰიდრო, ისე თბოელექტროსადგურებში. საწვავად მაქსიმალურად უნდა იქნეს გამოყენებული ადგილობრივი ორგანული სათბობი, როგორც მაზუთი და აირი, ისე ქვანახშირი და მურა ნახშირი. ამ უკანასკნელთა გამოყენება

დაფუძნებული უნდა იქნეს საზღვარგარეთ, კერძოდ, გერმანიასა და დიდ ბრიტანეთში დამუშავებულ ტექნოლოგიებზე, რომლებიც საშუალებას იძლევა ყოველგვარი პრობლემების გარეშე დაიწვას ისეთი ქვანახშირი და მურა ნახშირი, რომელთა ნაცრიანობა არის 60÷70%. აქვე შევნიშნავთ, რომ საქართველოში არსებული ქვანახშირისა და მურა ნახშირის ნაცრიანობის მაქსიმალური მნიშვნელობა არ აღემატება 60 %-ს, ხოლო საშუალო ნაცრიანობა 35÷40 %-ის ფარგლებშია.

საერთო ენერგეტიკულ ბალანსში არაგადამწყვეტი, მაგრამ საგრძნობი წვლილის შეტანა შეუძლია ენერჯის არატრადიციულ წყაროებს (ქარი, მზე, გეოთერმული წყლები, ნარჩენი სითბო და სხვ.) და მცირე ჰესებს.

ენერჯის არატრადიციული წყაროებიდან განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს ქარის ენერჯის გამოყენების პერსპექტივები. ასე მაგალითად, საქართველოს ტერიტორიაზე არსებული ქარის პოტენციალის სრული ათვისება, როგორც ზემოთ იყო ნაჩვენები (ცხრილი 3.3), წელიწადში 2÷3 მლრდ კვტ სთ ელექტროენერჯის გამომუშავების საშუალებას იძლევა. ამასთან, მნიშვნელოვანია ის გარემოება, რომ აღნიშნული ელექტროენერჯის 2/3 მოდის შემოდგომა-ზამთრის სეზონზე ანუ იმ პერიოდზე, როდესაც ელექტროენერჯის მოხმარება მაქსიმუმს აღწევს, ხოლო წყლის რაოდენობა მდინარეებში მინიმუმამდე მცირდება.

ახლო პერსპექტივაში როგორც მზის ენერჯის, ისე გეოთერმული ენერჯის გამოყენება ელექტროენერჯის მისაღებად ნაკლებადაა მოსალოდნელი ასეთი გზით მიღებული ელექტროენერჯის დიდი თვითღირებულების გამო. ამავ მიზეზით ახლო მომავალში, ალბათ, ვერ ჰპოვებს განვითარებას წყალბადის ენერგეტიკაც.

თუმცა, შედარებით შორეულ პერსპექტივაში, მსოფლიოში ორგანული სათბობის ფასის მნიშვნელოვნად გაზრდის ან მისი მარაგის ამოწურვისა და, განსაკუთრებით, მართულ თერმობირთვულ რეაქციასთან დაკავშირებული პრობლემების გადაუჭრელობის შემთხვევაში, როგორც მზის, ისე წყალბადის ენერგეტიკის როლი, ვფიქრობთ, მნიშვნელოვნად გაიზრდება. აქვე შევ-

ნიშნავთ, რომ წყალბადის პრაქტიკულად ამოუწურავი მარაგი არსებობს შავ ზღვაში გოგირდწყალბადის სახით, რომლის ათვისება აქტუალური იქნება ეკოლოგიური თვალსაზრისითაც.

ამასთან, გეოთერმული და მზის ენერჯის წყაროები წარმატებით შეიძლება იქნეს გამოყენებული გათბობისა და ცხელწყალმომარაგების სისტემებში, რაც ორგანული სათბობის საგრძნობ ეკონომიას მოგვცემს.

თავისთავად ცხადია, რომ ელექტროენერჯეტიკის განვითარების სტრატეგიის და ტექტიკის შემუშავებისას, ენერგოუსაფრთხოებისა და ტექნიკურ საკითხებთან ერთად, უპირველესი როლი ეკონომიკურ მაჩვენებლებს ენიჭება. ოპტიმალური ეკონომიკური მაჩვენებლების დადგენა შესაძლებელია მათემატიკური მოდელირების საშუალებით.

3.2. ელექტროენერჯეტიკული სისტემის

მათემატიკური მოდელირება

საქართველოს ელექტროენერჯეტიკული სისტემის მათემატიკური მოდელირება საჭიროა იმისათვის, რომ დავადგინოთ მისი ოპტიმალური სტრუქტურა. მათემატიკური მოდელის შედგენამდე განვსაზღვროთ, თუ რას ვგულისხმობთ ელექტროენერჯეტიკული სისტემის ოპტიმალურ სტრუქტურაში. ელექტროენერჯეტიკული სისტემის ოპტიმალურ სტრუქტურაში ჩვენ ვგულისხმობთ სხვადასხვა ტიპისა და სიმძლავრის ელექტროსადგურების ერთობლიობას, რომელიც უზრუნველყოფს ელექტროენერჯით ქვეყნის დაკმაყოფილებას, რისთვისაც აუცილებელია, რომ ყოველწლიურად გამოშვებული ელექტროენერჯია ერთ სულ მოსახლეზე იყოს თანამედროვე საშუალო ევროპული დონის (დაახლოებით $7 \div 8$ ათასი კილოვატსაათი წელიწადში), ხოლო საერთო წლიური გამომუშავება – 45 მილიარდი კილოვატსაათი.

ამგვარად, ჩვენი მიზანია შევადგინოთ მათემატიკური მოდელი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს დავადგინოთ, თუ რა ტიპის და რა სიმძლავრის

ელექტროსადგურები უნდა აშენდეს საქართველოში, რომ სისტემის თვისებრივი ან რაოდენობრივი კრიტერიუმი, გარკვეული შეზღუდვების დროს, აკმაყოფილებდეს ოპტიმალობის პირობებს.

აქ შესაძლებელია განხილულ იქნეს ოპტიმიზაციის სხვადასხვა ამოცანები, კერძოდ:

ა) ელექტროენერგეტიკულ სისტემაში შემავალი ელექტროსადგურების ჯამური სიმძლავრეების მაქსიმიზაციის ერთკრიტერიული ამოცანა;

ბ) ელექტროენერგეტიკულ სისტემაში შემავალი ელექტროსადგურების მიერ გამომუშავებული ჯამური ენერჯის მაქსიმიზაციის ერთკრიტერიული ამოცანა;

გ) ელექტროენერგეტიკულ სისტემაში შემავალი ელექტროსადგურების, ექსპლუატაციაში შესვლიდან მისი რენტაბელობაზე გადასვლის დროის მონაკვეთისათვის, კაპიტალური დაბანდებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების ჯამის მინიმიზაციის ერთკრიტერიული ამოცანა;

დ) ელექტროენერგეტიკულ სისტემაში შემავალი ელექტროსადგურების მიერ გამომუშავებული ჯამური ენერჯის მაქსიმიზაციისა და კაპიტალ-დაბანდებათა მინიმიზაციის ორკრიტერიული ამოცანა და სხვ.

განვიხილოთ ამოცანა, რომელშიც საჭიროა განვსაზღვროთ თუ რა ტიპის და რა სიმძლავრის ელექტროსადგურები უნდა აშენდეს საქართველოში, რომ დროის გარკვეული საანგარიშო პერიოდისათვის, მაგალითად, სადგურის ექსპლუატაციაში შესვლიდან მისი რენტაბელობაზე გადასვლის დროის მონაკვეთისათვის, კაპიტალური დაბანდებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების ჯამი იყოს მინიმალური და, ამასთან, საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის სტრუქტურა უზრუნველყოფდეს 45 მილიარდი კილოვატსაათი ენერჯის საერთო წლიურ გამომუშავებას.

აღნიშნული ამოცანის გადასაწყვეტად შევადგინოთ მათემატიკური მოდელი [15, 55], რისთვისაც განვიხილოთ ელექტროენერჯის გენერაციის ის ტიპიური სადგურები, რომელთა საქართველოში მშენებლობა და ექსპლუა-

ტაცია, ზემოთ აღნიშნული მოსაზრებების გათვალისწინებით, მიზანშეწონილია. ასეთი სადგურებია:

1. მცირე ჰიდროელექტროსადგური I;
2. მცირე ჰიდროელექტროსადგური II;
3. მცირე ჰიდროელექტროსადგური III;
4. საშუალო ჰიდროელექტროსადგური;
5. წყალსაცავიანი ბაზისური ჰიდროელექტროსადგური;
6. წყალსაცავიანი პიკური ჰიდროელექტროსადგური;
7. ადგილობრივ ქვანახშირზე მომუშავე თბოელექტროსადგური;
8. ადგილობრივ მურა ნახშირზე მომუშავე თბოელექტროსადგური;
9. ადგილობრივ მაზუთზე მომუშავე თბოელექტროსადგური;
10. ადგილობრივ (ბაქო–თბილისი–ერზერუმის) აირზე მომუშავე თბოელექტროსადგური;
11. ქარის ენერჯიაზე მომუშავე ელექტროსადგური;
12. იმპორტულ მაზუთზე მომუშავე თბოელექტროსადგური;
13. იმპორტულ აირზე მომუშავე თბოელექტროსადგური.

როგორც ვხედავთ, ჩვენ არ ვიხილავთ, ზემოთ აღნიშნული მოსაზრებების გათვალისწინებით, მზის, გეოთერმულ და წყალბადის ენერჯიაზე მომუშავე სადგურებს, ანალოგიურად არ ვიხილავთ ბირთვულ ენერჯიაზე მომუშავე სადგურებს, რადგან საქართველოში დღეისათვის მოხსნილია ატომური ელექტროსადგურების აშენების საკითხი.

ელექტროენერჯიის გენერაციის ზემოთ აღნიშნული 13 სხვადასხვა ტიპის სადგურის ერთობლივმა ფუნქციონირებამ, როგორც უკვე აღვნიშნეთ, უნდა უზრუნველყოს ყოველწლიურად 45 მილიარდი კილოვატსაათი ენერჯიის გამომუშავება. თუ გავითვალისწინებთ საქართველოში ელექტროენერჯიის მოხმარების გრაფიკის ხასიათს, რომლის მიხედვითაც ბაზისური ენერჯია შეადგენს მთელი მოხმარებული ელექტროენერჯიის დაახლოებით 2/3 ნაწილს, ხოლო პიკური ენერჯია კი 1/3 ნაწილს (იხ. ნახ. 3.1), მაშინ ბაზისური ელექტროენერჯიის გამომუშავება წელიწადში უნდა შეადგენდეს

$W_{03} = 45 \cdot \frac{2}{3} = 30$ მილიარდ კილოვატსაათს, ხოლო პიკური ენერჯის –

$W_{03} = 45 \cdot \frac{1}{3} = 15$ მილიარდ კილოვატსაათს. ვინაიდან ბაზისური ელექტრო-

სადგურები წელიწადში დაახლოებით მუშაობენ 6000 საათს, ხოლო პიკური ელექტროსადგურები დაახლოებით – 300(საათს, ამიტომ მოთხოვნილი ბაზისური სიმძლავრე უნდა შეადგენდეს $P_{03} = 30 \cdot 10^9 / 6 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^6$ კილოვატს, ხოლო მოთხოვნილი პიკური სიმძლავრე – $P_{03} = 15 \cdot 10^9 / 3 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^6$ კილოვატს. მაშასადამე, მოთხოვნილი ჯამური სიმძლავრე გვექნება: 10^7 კილოვატი.

აღვნიშნოთ ზემოთ წარმოდგენილი სადგურების ჯამური სიმძლავრეები, შესაბამისად, $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{13}$, ხოლო ამ სადგურების მუშაობის წლიური საათების რაოდენობა, შესაბამისად, $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{13}$.

აღნიშნულიდან გამომდინარე, შეიძლება შევადგინოთ მიზნის ფუნქციის გამოსახულება, რომელსაც ექნება სახე

$$F = \sum_{i=1}^{13} (Ea_i + C_i) P_i \rightarrow \min, \quad (3.1)$$

სადაც

P_i არის i -ური ტიპის სადგურის ჯამური სიმძლავრე;

a_i არის i -ური ტიპის სადგურის ერთეული სიმძლავრის ასაშენებლად სა-

ჭირო კაპიტალური დაბანდებები, დოლარი/კვტ;

C_i არის i -ური ტიპის სადგურის ერთეულ სიმძლავრეზე გაწეული წლიური საექსპლუატაციო დანახარჯები, დოლ/კვტ. წ;

E არის ნორმატიული კოეფიციენტი, რომელიც ნორმატიული ვადის შებენებულ სიდიდეა $E = 1/T$, ელექტროენერგეტიკაში მიღებულია $E = 0.12$.

(3.1) გამოსახულებაში C_i შეიძლება განვსაზღვროთ შემდეგი ფორმულების საშუალებით:

ა) ჰიდროელექტროსადგურებისა და ქარის სადგურებისათვის:

$$C_i = 0.03a_i, \quad (3.2)$$

ბ) თბოელექტროსადგურებისათვის:

$$C_i = 0.065a_i + k_i b_i \bar{c}_i t_i, \quad (3.3)$$

სადაც

b_i არის i -ური ტიპის სადგურში 1 ერთეული კილოვატსაათის მისაღებად საჭირო სათბობის რაოდენობა, კვ/კვტ.სთ (აირის შემთხვევაში მ³/კვტ.სთ). ცხადია, ჰესებისა და ქარის ელექტროსადგურების შემთხვევაში $b_i = 0$;

\bar{c}_i არის i -ური ტიპის სადგურისთვის 1 კვ სათბობის ღირებულება, დოლარი/კვ (აირის შემთხვევაში დოლარი/მ³).

k_i კოეფიციენტი, რომელიც ითვალისწინებს i -ური ტიპის სადგურისათვის სათბობის ტრანსპორტირებითა და სხვა გაუთვალისწინებელი გარემოებებით გამოწვეულ დანახარჯებს (ანუ ზარალს). აქედან გამომდინარე, ცხადია, შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ადგილობრივ სათბობებზე მომუშავე სადგურებისათვის $k_i = 1$, ხოლო იმპორტული სათბობის შემთხვევაში k_i -ის მნიშვნელობა იქნება $k_i > 1$.

$a_i, C_i, t_i, \bar{c}_i, b_i$ -ის მნიშვნელობები სხვადასხვა ტიპის სადგურებისთვის მოცემულია ცხრილში 3.4.

საოპტიმიზაციო მოდელის შესადგენად შემოვიტანოთ შემდეგი სახის შეზღუდვები:

1. ენერგოსისტემაში შესაყვანი ახალი პიკური ელექტროსადგურების და არსებულის ჯამური სიმძლავრე მეტი უნდა იყოს მოთხოვნილ პიკურ სიმძლავრეზე:

$$P_6 + \bar{P}_6 \geq P_{03}, \quad (3.4)$$

სადაც P_{03} არის მოთხოვნილი პიკური სიმძლავრე, ხოლო \bar{P}_6 არის არსებული პიკური სადგურების ჯამური სიმძლავრე, $\bar{P}_6 = 2 \cdot 10^6$;

ცხრილი 3.4

#	სადგურის ტიპი	a_i	C_i	t_i	\bar{c}_i	b_i
		დოლ/კვტ	დოლ/კვტწ	სთ/წ	დოლ/კვ, დოლ/მ ³	კვ/კვტ.სთ, მ ³ /კვტ.სთ,
P_1	მცირე ჰესი I	1500	45	4500	-	-
P_2	მცირე ჰესი II	1400	42	4500	-	-
P_3	მცირე ჰესი III	1300	36	4500	-	-
P_4	საშუალო ჰესი	1500	45	4500	-	-
P_5	წყალსაცავიანი ბაზისური ჰესი	2000	60	6000	-	-
P_6	წყალსაცავიანი პიკური ჰესი	1500	45	3000	-	-
P_7	ადგილობრივ ქვანახ- შირზე მომუშავე თესი	1100	71,5	6000	0,03	0,6
P_8	ადგილობრივ მურა ნახშირზე მომუშავე თესი	1100	71,5	6000	0,02	0,95
P_9	ადგილობრივ მაზუ- თზე მომუშავე თესი	700	45,5	6000	0,15	0,24
P_{10}	ადგილობრივ აირზე მომუშავე თესი	550	35,75	6000	0,1	0,22
P_{11}	ქარის ელექტროსად- გური	1000	30	5000	-	-
P_{12}	იმპორტულ მაზუთ- ზე მომუშავე თესი	700	45,5	6000	0,3	0,24
P_{13}	იმპორტულ აირზე მომუშავე თესი	700	45,5	6000	0,24	0,22

2. ენერგოსისტემაში შესაყვანი ახალი პიკური ელექტროსადგურების და არსებული პიკური სადგურების მიერ გამომუშავებული ენერგია მეტი უნდა იყოს მოთხოვნილ პიკურ ენერგიაზე:

$$t_6 P_6 \geq W_{03} - \bar{W}_3, \quad (3.5)$$

სადაც W_{03} არის მოთხოვნილი პიკური ენერგია, ხოლო \bar{W}_3 – არსებული პიკური სადგურების მიერ გამომუშავებული ენერგია, $\bar{W}_3 = 6 \cdot 10^9$;

3. ენერგოსისტემაში შესაყვანი ახალი ბაზისური ელექტროსადგურებისა და არსებული ბაზისური ელექტროსადგურების ჯამური სიმძლავრე უნდა აჭარბებდეს მოთხოვნას ბაზისურ სიმძლავრეზე:

$$\sum_{i=1, i \neq 6}^{13} P_i \geq P_{03} - \bar{P}_3, \quad (3.6)$$

სადაც P_{03} არის მოთხოვნილი ბაზისური სიმძლავრე, ხოლო \bar{P}_3 – არსებული ბაზისური მოქმედი სადგურების ჯამური სიმძლავრე, $\bar{P}_3 = 0.8 \cdot 10^6$;

4. ასაშენებელი ბაზისური სადგურების და არსებული ბაზისური სადგურების მიერ გამომუშავებული ჯამური ენერგია მეტი უნდა იყოს მოთხოვნილ ბაზისურ ენერგიაზე:

$$\sum_{i=1, i \neq 6}^{13} t_i P_i \geq W_{03} - \bar{W}_3, \quad (3.7)$$

სადაც W_{03} არის მოთხოვნილი ბაზისური ენერგია, ხოლო \bar{W}_3 – არსებული ბაზისური სადგურების მიერ გამომუშავებული ენერგია, $\bar{W}_3 = 4.8 \cdot 10^9$;

5. წყალსაცავიანი ბაზისური ელექტროსადგურების ჯამური სიმძლავრე ვერ გადააჭარბებს იმას, რისი შესაძლებლობაც არის საქართველოს მდინარეებზე:

$$P_5 \leq P_{05}, \quad (3.8)$$

დღევანდელი მონაცემებით $P_{05} \approx (2 \div 2.5) \cdot 10^6$ კვტ.

6. ადგილობრივ ქვანახშირზე მომუშავე თბოელექტროსადგურების მიერ გამომუშავებული ენერგია ვერ გადააჭარბებს იმ ენერგიას, რომლის გამომუშავებაც შესაძლებელია საქართველოში მოპოვებული ქვანახშირით:

$$t_7 P_7 \leq W_{07}. \quad (3.9)$$

ექსპერტთა შეფასებით, არც თუ შორეულ მომავალში, შესაძლებელია საქართველოში ქვანახშირის მოპოვება გაუტოლდეს 3 მილიონ ტონას წელიწად-

ში. ტყიბულის ქვანახშირის თბოუნარიანობის მიხედვით 1 კვტ. სთ ენერჯის გამომუშავებას სჭირდება დაახლოებით 0.6 კგ, რაც ნიშნავს

$$W_{07} \approx 5 \cdot 10^9 \text{ კვტ. სთ/წ.}$$

7. (3.9)-ის ანალოგიური შეზღუდვა შემოვიტანოთ ადგილობრივ მურა ნახშირზე მომუშავე თბოელექტროსადგურებისათვის:

$$t_8 P_8 \leq W_{08}. \quad (3.10)$$

ექსპერტთა შეფასებით, ახალციხის მურა ნახშირის მოპოვებამ შეიძლება შეადგინოს 1 მილიონი ტონა წელიწადში. მურა ნახშირის საშუალო თბოუნარიანობიდან გამომდინარე, 1 კვტ. სთ ელექტროენერჯის მისაღებად საჭიროა 0.95 კგ მურა ნახშირი. რაც ნიშნავს

$$W_{08} \approx 10^9 \text{ კვტ. სთ/წ.}$$

8. (3.9)-ის და (3.10)-ის ანალოგიური შეზღუდვა გვექნება ადგილობრივ მაზუთზე მომუშავე თბოელექტროსადგურებისათვის:

$$t_9 P_9 \leq W_{09}. \quad (3.11)$$

საქართველოს ნავთობგადამამუშავებელ ქარხნებში, ახლო მომავალში, შესაძლებელი იქნება გადამამუშავდეს როგორც ადგილობრივი, ისე ბაქო-სუფსა, ბაქო-თბილისი-ჯეიჰანის მაგისტრალებით გამავალი ნავთობის ნაწილი, დაახლოებით 4÷5 მილიონი ტონა წელიწადში. თანამედროვე ტექნოლოგიებით ამ რაოდენობის ნავთობის გადამამუშავების შედეგად შეიძლება მივიღოთ დაახლოებით 1 მილიონი ტონა მაზუთი წელიწადში. 1 კილოვატისათვის ელექტროენერჯის მისაღებად საჭიროა 0.25 კგ მაზუთი. აქედან გამომდინარე, 10^9 კგ მაზუთის დაწვით მივიღებთ $4 \cdot 10^9$ კვტ.სთ/წ ანუ

$$W_{09} \approx 4 \cdot 10^9 \text{ კვტ. სთ/წ.}$$

9. ადგილობრივ აირზე მომუშავე თბოელექტროსადგურებში გამომუშავებული ელექტროენერჯია ვერ გადააჭარბებს იმას, რის შესაძლებლობასაც მოგვცემს მოპოვებული აირი:

$$t_{10} P_{10} \leq W_{010}. \quad (3.12)$$

ექსპერტთა შეფასებით, ახლო მომავალში, საქართველოში შაკ-დენიზ-თურქეთის გაზსადენიდან საქართველოსთვის განკუთვნილი აირის ჩათვლით, შეიძლება მოპოვებულ იქნეს წელიწადში დაახლოებით 2 მილიარდი მ³ ბუნებრივი აირი. ამ რაოდენობის ბუნებრივი აირის დაწვით მიღებული ენერჯია შეადგენს დაახლოებით $7 \cdot 10^9$ კილოვატსაათს წელიწადში. აქედან ნახევარი გამომუშავებული იქნება არსებულ ენერგობლოკებში, ამიტომ შეიძლება დავწეროთ, რომ

$$W_{010} \approx 3.5 \cdot 10^9 \text{ კვტ სთ/წ.}$$

10. ქარის ელექტროსადგურების ჯამური სიმძლავრე ვერ გადააჭარბებს საქართველოში არსებული ქარის რეალურად გამოყენებად სიმძლავრეს:

$$P_{11} \leq P_{011}. \quad (3.13)$$

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ქარის ელექტროსადგურებიდან რეალურად შეიძლება მივიღოთ $2 \div 3$ მილიარდი კილოვატსაათი ელექტროენერჯია წელიწადში. თუ ჩავთვლით, რომ ქარის სადგურებისათვის $t_{11} = 5000$ სთ/წ, შეიძლება დავწეროთ:

$$P_{011} \approx 0.5 \cdot 10^6 \text{ კვტ.}$$

შეზღუდვებს არ ვუწესებთ მცირე და საშუალო ჰესებს, ვინაიდან ასეთი ჰესებისათვის საჭირო პოტენციალი გაცილებით მეტია იმ პოტენციალზე, რისი გამოყენებაც მცირე და საშუალო ჰესების საშუალებით ეკონომიკურად იქნება გამართლებული.

ასევე არ ვუწესებთ შეზღუდვებს იმპორტულ ორგანულ სათბობზე მომუშავე თბოელექტროსადგურებს, რადგანაც, პრაქტიკული თვალსაზრისით, არსებული კომუნიკაციები იძლევა იმის ტექნიკურ საშუალებას, რომ იმპორტული სათბობი ქვეყანაში შემოტანილ იქნეს იმდენი, რამდენის მოთხოვნაც იქნება.

ამგვარად, ზემოთ აღნიშნული (3.4) ÷ (3.13) შეზღუდვების პირობებში, საჭიროა განვსაზღვროთ თუ რა ტიპის და რა სიმძლავრის ელექტროსადგურები უნდა აშენდეს ქვეყანაში, რომ სადგურის ექსპლუატაციაში შესვლიდან

მის რენტაბელობაზე გადასვლამდე ან დროის გარკვეული, ჩვენთვის საინტერესო, პერიოდისათვის, მიზნის (3.1) ფუნქცია, რომელიც კაპიტალური დაბანდებებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების ჯამს გამოსახავს, იყოს მინიმალური.

როგორც ვხედავთ ფორმულირებული ამოცანა წარმოადგენს წრფივი დაპროგრამების ამოცანას. მისი ამოხსნისათვის ჩვენ მიერ გამოყენებულ იქნა მე-2 თავში შემუშავებული იტერაციული ალგორითმები, რომელთა საშუალებით მიღებული შედეგები თითქმის იდენტურია.

წრფივი დაპროგრამების (3.1), (3.4) ÷ (3.13) ამოცანის ამოხსნის შედეგად განსაზღვრულ იქნა საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა იმ შემთხვევისათვის, როცა ელექტროენერგიაზე წლიური მოხმარებაა $W_0 = 45$ მილიარდი კილოვატსაათი.

3.3. ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმიზაცია

ოპტიმიზაციის ამოცანის ამოხსნით მიღებული შედეგები წარმოდგენილია ქვემოთ. წარმოდგენილი მონაცემები შეესაბამება ელექტროენერგიის ღირებულების შემდეგ ტარიფს $T = 0.07$ დოლ/კვტ სთ.

წრფივი დაპროგრამების (3.1), (3.4) ÷ (3.13) ამოცანა გადაწყვეტილ იქნა არსებული შემდეგი სიმძლავრეების გათვალისწინებით:

$$P_5 = 0.33 \cdot 10^6 \text{ კვტ}, P_6 = 2.0 \cdot 10^6 \text{ კვტ}, P_{10} = 0.58 \cdot 10^6 \text{ კვტ}$$

და k კოეფიციენტის შემდეგი მნიშვნელობისას $k = 1$.

იტერაციული ალგორითმებით მიღებულ იქნა შემდეგი ოპტიმალური ამონახსნი:

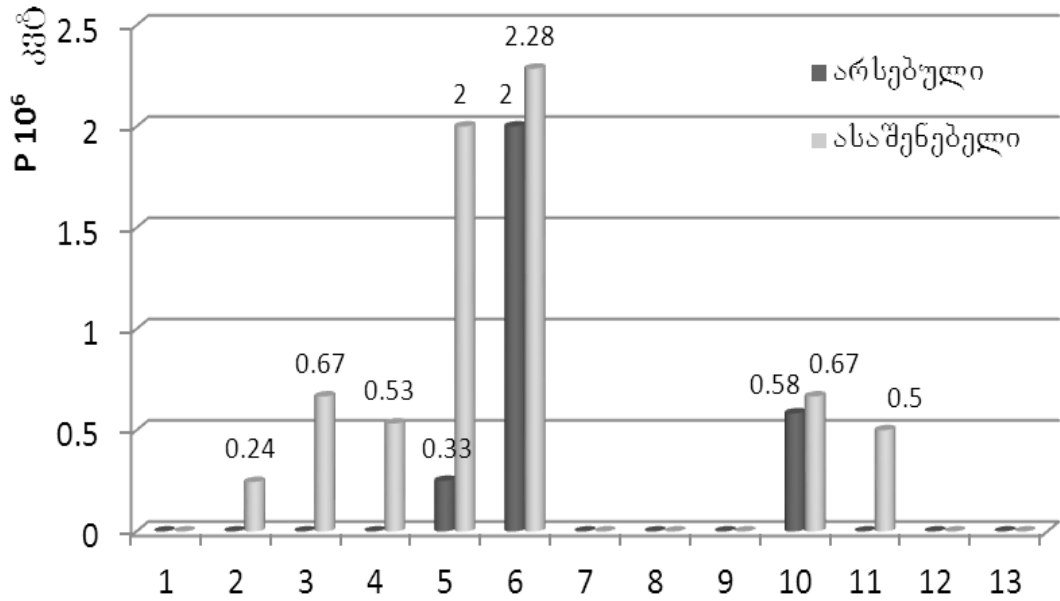
$$\begin{aligned} P_1^* &= 0, & P_2^* &= 0.24 \cdot 10^6, & P_3^* &= 0.67 \cdot 10^6, & P_4^* &= 0.53 \cdot 10^6, \\ P_5^* &= 2.00 \cdot 10^6, & P_6^* &= 2.28 \cdot 10^6, & P_7^* &= 0, & P_8^* &= 0, & P_9^* &= 0, \\ P_{10}^* &= 0.67 \cdot 10^6, & P_{11}^* &= 0.50 \cdot 10^6, & P_{12}^* &= 0, & P_{13}^* &= 0, \\ F^* &= 31416.93 \cdot 10^6. \end{aligned}$$

ამგვარად, 45 მილიარდი კილოვატსაათი ოდენობის ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად, როცა $k = 1$, საჭიროა შემდეგი სიმძლავრეების ექსპლუატაციაში შეყვანა:

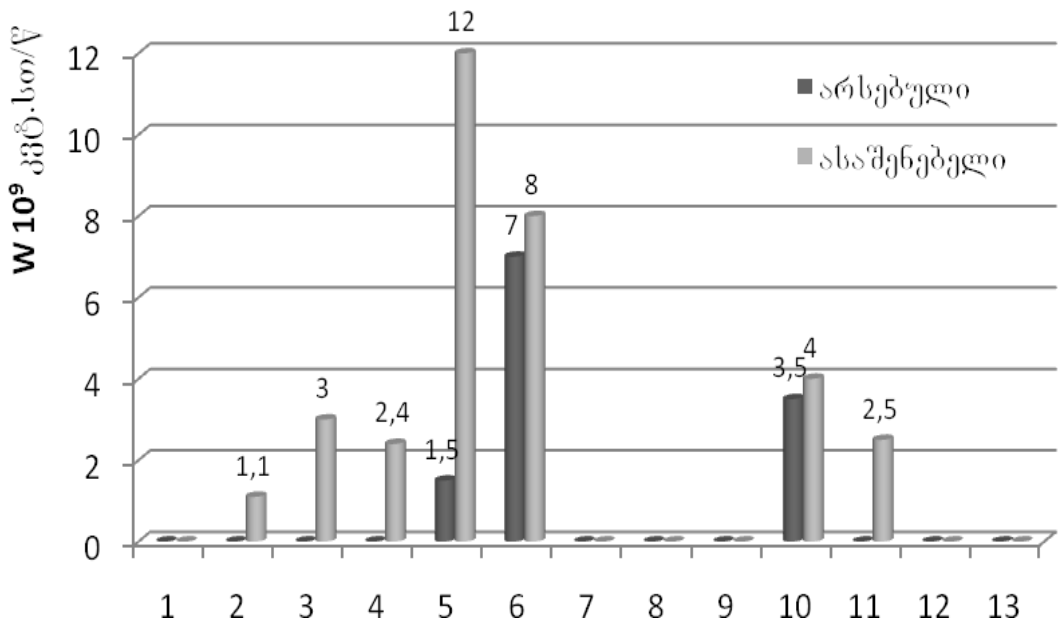
1. II ტიპის მცირე ჰიდროელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_2^* = 0.24 \cdot 10^6$ კილოვატი;
2. III ტიპის მცირე ჰიდროელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_3^* = 0.67 \cdot 10^6$ კილოვატი;
3. საშუალო ჰიდროელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_4^* = 0.53 \cdot 10^6$ კილოვატი;
4. წყალსაცავიანი ბაზისური ჰიდროელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_5^* = 2.00 \cdot 10^6$ კილოვატი;
5. წყალსაცავიანი პიკური ჰიდროელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_6^* = 2.28 \cdot 10^6$ კილოვატი;
6. ადგილობრივ (ბაქო-თბილისი-ერზერუმის) აირზე მომუშავე თბოელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_{10}^* = 0.67 \cdot 10^6$ კილოვატი;
7. ქარის ენერგიაზე მომუშავე ელექტროსადგურები ჯამური სიმძლავრით: $P_{11}^* = 0.50 \cdot 10^6$ კილოვატი;

საქართველოში ასეთი სტრუქტურის მისაღწევად კაპიტალური დაბანდებებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების საერთო რაოდენობა შეადგენს $F^* = 31416.93$ მილიონ დოლარს.

მიღებული შედეგების საფუძველზე ნახ. 3.2-ზე წარმოდგენილია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა იმ შემთხვევისათვის, როცა ელექტროენერგიაზე ქვეყნის მოთხოვნა შეადგენს არანაკლებ 45 მილიარდ კილოვატსაათს წელიწადში, ხოლო ნახ. 3.3-ზე წარმოდგენილია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა გამომუშავებული ენერჯის მიხედვით.



ნახ. 3.2. საქართველოს ელექტროსადგურების ოპტიმალური სტრუქტურა (სიმულაციები)



ნახ. 3.3. საქართველოს ელექტროსადგურების ოპტიმალური სტრუქტურა (გამომუშავებული ენერჯია)

როგორც წარმოდგენილი გრაფიკებიდან ჩანს, ორგანულ სათბობებზე არსებული ფასების პირობებში, სრულიად კონკურენტუნარიან იმპორტულ ენერგორესურსებზე მომუშავე თბოელექტროსადგურები.

ამრიგად, მიღებული შედეგების მიხედვით შეიძლება დავასკვნათ, რომ საქართველოს ელექტროენერგეტიკულ სისტემას პრაქტიკულად შეუძლია ელექტროენერგიაზე მოთხოვნის ადგილობრივი ენერგორესურსებით დაკმაყოფილება წელიწადში 45 მილიარდი კილოვატსაათის დონეზე.

დასკვნა

1. ელექტროენერგეტიკა ქვეყნის ეკონომიკური განვითარების ძირითადი საფუძველია. ეკონომიკური განვითარების დონის ერთ-ერთ ძირითად მახასიათებლად მიღებულია ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია. განვითარებული ქვეყნებისათვის, როგორცაა, მაგალითად, აშშ, კანადა, ნორვეგია, შვეცია და სხვ., ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია ბევრად აჭარბებს 10 000 კილოვატსაათს. ევროპის განვითარებული ქვეყნებისათვის ეს მაჩვენებელი $5\,000 \div 10\,000$ კილოვატსაათის ფარგლებშია;
2. უკანასკნელი ოთხი ათეული წლის განმავლობაში საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემა, როგორც ცნობილია, მკვეთრად დეფიციტური იყო, რაც განპირობებული იყო იმ არასწორი ენერგეტიკული პოლიტიკით, რომელიც ჩვენ ქვეყანაში წლების მანძილზე ტარდებოდა. მიუხედავად იმისა, რომ უკანასკნელ წლებში გარკვეულწილად გაუმჯობესდა ქვეყნის ელექტროენერგით მომარაგება, უმძიმესი კრიზისი, რომელიც გასული საუკუნის 90-იან წლებიდან დაიწყო, არ შეიძლება ჩაითვალოს დაძლეულად. ამის საილუსტრაციოდ საკმარისია აღინიშნოს, რომ ამჟამად საქართველოს მიერ ყოველწლიურად მოხმარებული ელექტროენერგია შეადგენს დაახლოებით 9 მილიარდ კილოვატსაათს, ხოლო ერთ სულ მოსახლეზე მოსული წლიურად მოხმარებული ენერგია - 1700 კილოვატსაათს წელიწადში.
3. დღეისათვის არსებული ტექნიკურ-ეკონომიკური მონაცემების საფუძველზე შემუშავებულია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის საოპტიმიზაციო მათემატიკური მოდელი, რომელმაც საშუალება მოგვცა დაგვედგინა აღნიშნული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა ანუ დაგვედგინა ელექტროგენერაციის ტიპი და სიმძლავრე იმ ელექტროსადგურებისა, რომელთა ექსპლუატაციაში შესვლიდან რენტაბელობაზე გადასვლის დროის მონაკვეთისათვის, კაპიტალური დაბანდებისა და საექსპლუატაციო ხარჯების ჯამი მინიმალურია და, ამასთან, უზრუნველ-

ყოფილია ელექტროენერჯის საერთო წლიური გამომუშავება 45 მილიარდი კილოვატსაათი, ხოლო მოსახლეობის ერთ სულზე მოსული ყოველწლიური ელექტროენერჯია - დაახლოებით $7 \div 8$ ათასი კილოვატსაათი.

4. შემუშავებულია არაწრფივი ოპტიმიზაციის ცნობილი მეთოდის - სიმპლის ცენტრების მეთოდის საფუძველზე წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადაწყვეტის პირველი იტერაციული ალგორითმი და შესაბამისი პროგრამული რეალიზაცია, რომელიც ოპტიმიზაციის დიდი განზომილების ამოცანების საინჟინრო პრაქტიკაში დასაშვები სიზუსტით მარტივად და სწრაფად გადაწყვეტის საშუალებას იძლევა;
5. შემუშავებულია მუდმივბიჯიანი გრადიენტული მეთოდის საფუძველზე წრფივი დაპროგრამების ამოცანების გადაწყვეტის მეორე იტერაციული ალგორითმი და შესაბამისი პროგრამული რეალიზაცია, რომელიც ოპტიმიზაციის საშუალო და დიდი განზომილების ამოცანების საინჟინრო პრაქტიკაში დასაშვები სიზუსტით მარტივად და სწრაფად გადაწყვეტის საშუალებას იძლევა;
6. წრფივი დაპროგრამების ამოცანებში შემუშავებული იტერაციული ალგორითმების გამოყენების ეფექტურობა შეფასებულია სწრაფქმედების მიხედვით და ამ კრიტერიუმის მიხედვით ისინი შედარებულია ცნობილ სიმპლექს-მეთოდთან. შედარების საფუძველზე სიბრტყეზე გამოყოფილია აღნიშნული მეთოდების ეფექტური გამოყენების არეები, რომლებიც განსაზღვრულია ამოცანის განზომილებითა და შეზღუდვების რაოდენობით.
7. ოპტიმიზაციის იტერაციული ალგორითმების გამოყენებით განსაზღვრულია საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურა, რომლის პრაქტიკული რეალიზაცია შესაძლებელია ადგილობრივი რესურსებით.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. რ. არველაძე, ნ. კერესელიძე. XX საუკუნის ენერგეტიკა – მისი შემდგომი პრობლემები და პერსპექტივები. ენერჯია, თბილისი, 4, 2000, გვ.3–12.
2. მ. გელოვანი, ვ. ერისთავი, ა. ზედგენიძე და სხვ. საქართველოს ქარის ენერგეტიკული ატლასი. თბილისი: ქარენერგო, 2004.
3. ა. გუგუშვილი, მ. სალუქვაძე, ვ. ჭიჭინაძე, ნ. ჯიბლაძე, ა. თოფჩიშვილი. ოპტიმიზაციის მეთოდები. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2002.
4. ა. ვარამაშვილი. ენერგოსისტემებში დღელამური დატვირთვის ოპტიმალური დაფარვის გამოკვლევა. აკადემიკოს ვახტანგ გომელაურის და არჩილ გომელაურის ხსოვნისადმი მიძღვნილი სამეცნიერო კონფერენციის მოხსენებათა კრებული „საქართველოს ენერგეტიკა – პრობლემები და პერსპექტივები. თბილისი, 18–19 მაისი, 2000. გვ. 22–25.
5. ნ. კერესელიძე, რ. ხაჩატურიანი. საქართველოს სათბობ–ენერგეტიკული კომპლექსის განვითარების გრძელვადიანი პროგნოზის მეცნიერული დასაბუთების შედეგები. ენერჯია, თბილისი, 4, 1999, გვ. 15–20.
6. დ. კურტანიძე. ეკონომიკურ–მათემატიკური მეთოდები დაგეგმვაში. თბილისი: თსუ, 1988.
7. ა. ლურსმანაშვილი. მათემატიკური დაპროგრამების ზოგიერთი საკითხი. თბილისი: თსუ, 1977.
8. თ. მშვიდლობაძე, ვ. მაისურაძე. ინფორმაციული ტექნოლოგიები ენერგოსისტემების ეკონომიკური ეფექტურობისათვის. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2009.
9. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, მ. ჯანიკაშვილი. საქართველოში ბაზისური ელექტროენერჯიის წარმოების ოპტიმალური ვარიანტი. ა.ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 1999. გვ. 86–90.
10. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე. საქართველოს ენერგორესურსების ელექტროენერგეტიკაში ოპტიმალურად გამოყენების ზოგიერთი საკითხის შესახებ. ა.ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 5, 2001. გვ. 71–78.
11. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, მ. ჯანიკაშვილი, ი. არჩუაძე. საქართველოს ჰიდროენერგორესურსების რაციონალურად გამოყენების გზების შესახებ. ა.ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 6, 2002. გვ. 72–75.
12. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე. საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის შესახებ, ორგანულ სათბობებზე

- ფასების ზრდის ტენდენციის გათვალისწინებით. ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 9, 2005. გვ. 106–110.
13. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, ი. არჩუაძე. მცირე ჰესების როლი საქართველოს ენერგეტიკაში. ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 10, 2006. გვ. 130–133.
 14. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, მ. ჯანიკაშვილი, ი. არჩუაძე, ჯ. რუსიშვილი. საქართველოს ენერგეტიკული რესურსების რაციონალურად გამოყენების ზოგიერთი საკითხის შესახებ. ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 13, 2009. გვ. 113–118.
 15. თ. მაგრაქველიძე, ვ. ჭიჭინაძე, ხ. ლომიძე, მ. ჯანიკაშვილი, ი. არჩუაძე, ნ. კურკუმული. საქართველოს ენერგეტიკული რესურსების ოპტიმალურად გამოყენებისა და ენერგეტიკული უსაფრთხოების პრობლემების შესახებ. ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 14, 2010. გვ. 131–136.
 16. თ. მაგრაქველიძე, ვ. ჭიჭინაძე, ხ. ლომიძე, ა. მიქაშაძე, მ. ჯანიკაშვილი, ი. არჩუაძე. საქართველოში ელექტროენერგეტიკის განვითარების ზოგიერთი აქტუალური საკითხის შესახებ. ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 15, 2011. გვ. 134–139.
 17. თ. მიქაშაძე. ელექტროენერგეტიკული სისტემების ოპტიმიზაციის ამოცანები და მეთოდები. დატვირთვების ოპტიმალური განაწილება თბოელექტროსადგურების დანადგარებს შორის. აკადემიკოს ვახტანგ გომელაურის და არჩილ გომელაურის ხსოვნისადმი მიძღვნილი სამეცნიერო კონფერენციის მოხსენებათა კრებული „საქართველოს ენერგეტიკა – პრობლემები და პერსპექტივები. თბილისი, 18–19 მაისი, 2000. გვ. 16–19.
 18. გ. სვანიძე. საქართველოს ჰიდროენერგეტიკული რესურსების გამოყენება. ენერჯია, თბილისი, 1, 1998. გვ. 36–45.
 19. ო. სოლომონია, მ. დადიანი, ნ. აბრამიშვილი. ენერგეტიკული სისტემის განვითარების ოპტიმალური სტრუქტურის მათემატიკური მოდელი. ენერჯია, თბილისი, 4, 1997. გვ. 35–39.
 20. ო. სოლომონია, მ. დადიანი, ნ. ცაბაძე, რ. პატარაია, ნ. აბრამიშვილი. საქართველოს მდინარეების მცირე ჰიდროენერგეტიკული ტექნიკური პოტენციალის კადასტრი. თბილისი, 2006.
 21. დ. ჩომახიძე. საქართველოს ენერგეტიკული უსაფრთხოება. სოციალურ-ეკონომიკური და რეგიონალური პრობლემების სამეცნიერო კვლევის ინსტიტუტი. თბილისი, 2003.
 22. დ. ჩომახიძე. საქართველოს ენერგეტიკის ბალანსი. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2007.

23. ი. ჩომახიძე. საქართველოს ენერგეტიკული რესურსები და მათი ათვისება. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2006.
24. ვ. ჭიჭინაძე, ა. ვარამაშვილი. საქართველოს ენერგოსისტემის განვითარების ოპტიმალური სტრუქტურა. ა.ელაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 1998. გვ. 82–88.
25. ვ. ჭიჭინაძე, თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, ი. არჩუაძე. საქართველოს ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმალური სტრუქტურის დადგენა ელექტროენერგიაზე მოთხოვნილებისა და მდინარეთა ჩამონადენის სეზონური ცვლილებების გათვალისწინებით. ა.ელაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 11, 2007. გვ. 111–118.
26. ვ. ჭიჭინაძე, თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, ნ. ბანცაძე, მ. ჯანიკაშვილი, ი. არჩუაძე. ჰიდროენერგორესურსების როლი საქართველოს ენერგეტიკაში. ა.ელაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 12, 2008. გვ. 118–123.
27. ნ. ჯიბლაძე. ოპტიმიზაციის სტატისტიკური ამოცანების გადაწყვეტა სიმძიმის ცენტრების მეთოდით. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ფონდის სამეცნიერო პერიოდული ჟურნალი „ინტელექტი“, თბილისი, 3, 1998.
28. ნ. ჯიბლაძე, ა. თოფჩიშვილი. სტატისტიკური ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები. თბილისი, 2001.
29. ნ. ჯიბლაძე, ა. თოფჩიშვილი. სიმძიმის ცენტრების მეთოდის ეფექტურობის შეფასება. ა.ელაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 5, 2001. გვ. 30–38.
30. ნ. ჯიბლაძე, ა. გაბელაია, ნ. ნარიმანაშვილი. წრფივი დაპროგრამება. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2004.
31. ნ. ჯიბლაძე, ა. გაბელაია, ნ. ნარიმანაშვილი. უპირობო ოპტიმიზაციის მეთოდები. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2004.
32. ნ. ჯიბლაძე, ლ. გაჩეჩილაძე, ნ. კურკუმული. ალგორითმიზაციის საფუძვლები. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2004.
33. ნ. ჯიბლაძე, ნ. კურკუმული. წრფივი დაპროგრამების ამოცანების მიახლოებითი გადაწყვეტის ალგორითმის შესახებ. ა.ელაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, 15, 2011. გვ. 67–72.
34. ნ. ჯიბლაძე, ნ. კურკუმული, ვ. ასკურავა. ოპტიმიზაციის მეთოდების ლაბორატორიული სამუშაოები. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2012.
35. საქართველოს ენერგეტიკისა და ბუნებრივი რესურსების სამინისტროს ვებ-გვერდი: <http://www.menr.gov.ge/>

36. Б. Банди. Методы оптимизации. М.: Связь, 1988.
37. Ф. П. Васильев. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
38. О. В. Васильев. Лекции по методам оптимизации. Иркутск, 1994.
39. В. А. Веников, В. Г. Журавлев, Т. А. Филиппова. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем. М.: Энергоатомиздат, 1990.
40. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969.
41. Ф. Гилл, У. Мюррей. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.
42. Дж. Данциг. Линейное программирование, его обобщения и применения. М.: Прогресс, 1966.
43. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1963.
44. М. Мину. Математическое программирование. М.: Наука, 1990.
45. А. Михалевич. Задачи оптимизации в энергетике. Сборник докладов международной научной конференции „Проблемы управления и энергетики“. Тбилиси, Институт систем управления им. А.Элиашвили, 2004. стр.229-243.
46. В. Д. Ногин и др. Основы теории оптимизации. М.: Высшая школа, 1986.
47. Е. Полак. Численные методы оптимизации. М.: Мир, 1974.
48. Б. Т. Поляк. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
49. Г. Реклейтис и др. Оптимизация в технике, т. 1, М.: Мир, 1986.
50. А. Фиакко, Г. Мак-кормик. Нелинейное программирование. М.: Мир, 1972.
51. В. К. Чичинадзе. Решение невыпуклых нелинейных задач оптимизации. М.: Наука, 1983
52. Энергетические ресурсы Грузии и проблемы их рационального использования. Тбилиси: Мецниереба, 1992.
53. Д. Б. Юдин, Е.Г. Гольштейн. Линейное программирование. М.: Наука, 1969.
54. Д. Б. Вольфберг. Современное состояние и перспективы развития энергетики мира. Теплоэнергетика, 8, 1999, стр. 5-12.
55. თ. მაგრაქველიძე, ხ. ლომიძე, ა. მიქაშავიძე, მ. ჯანიკაშვილი, ი. არჩუაძე, ნ. კურკუმული. საქართველოს ენერგეტიკული უსაფრთხოებისა და ელექტროენერგეტიკული სისტემის ოპტიმიზაციის ზოგიერთი საკითხის შესახებ. საერთაშორისო სამეცნიერო-მეთოდური კონფერენცია „ენერგეტიკა: რეგიონული პრობლემები და განვითარების პერსპექტივები.“ მოხსენებების კრებული. ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქ. ქუთაისი, 21-22 მაისი, 2010.

