



საქართველოს საპატრიარქოს წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის

ქართული უნივერსიტეტი

**ფიზიკა-მათემატიკის და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სკოლის  
(ფაკულტეტი) კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და მათემატიკური  
მოდელირების მიმართულება**

ხელნაწერის უფლებით

**ნუგზარ კერესელიძე**

**ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება**

კომპიუტერული მეცნიერებები - 04.01.04  
ინფორმატიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად  
წარმოდგენილი ნაშრომის  
ავტორეფერატი

თბილისი  
2012

სადისერტაციო ნაშრომი შესრულებულია წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სკოლის (ფაკულტეტის) კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და მათემატიკური მოდელების მიმართულეზაზუე.

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: **თემურ ჩილაჩავა**, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.

ოფიციალური რეცენზენტები: **ილია თავხელიძე**, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.  
**ბესარიონ დოჭვირი**, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.  
**თამაზ ოზგაძე**, ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი

დისერტაციის დაცვა შედგება 2012 წლის 24 სექტემბერს 16<sup>00</sup> საათზე, საქართველოს საპარტიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სკოლის (ფაკულტეტის) სადისერტაციო კომისიის სხდომაზე.

მისამართი: 0162, თბილისი, ილია ჭავჭავაძის №53<sup>ა</sup>. სხდომათა დარბაზში.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება საქართველოს საპარტიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის სამეცნიერო ბიბლიოთეკაში

ავტორეფერატი დაიგზავნა 2012 წლის 28 ივნისს

სადისერტაციო საბჭოს სწავლული მდივანი

**მანანა კაჭახიძე**  
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,  
პროფესორი

## ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

**კვლევითი თემის აქტუალობა.** მსოფლიოში მაღალი ტემპით მიმდინარე გლობალურმა ტექნოლოგიურმა ცვლილებებმა და ინფორმატიზაციამ წარმოშვა სახელმწიფოთა შორის ახალი ტიპის დაპირისპირება - ინფორმაციული ომი. წამყვანმა ქვეყნებმა ამ მძლავრი დაპირისპირების საპასუხოდ შექმნეს ინფორმაციული ომის ნაციონალური დოქტრინები. ამ დოქტრინებში, სახელმწიფოს ინფორმაციული უსაფრთხოების მიზნით სათანადო ყურადღება ექცევა ინფორმაციული ომის კვლევის თემას, მათ შორის მათემატიკური მეთოდებით. ინფორმაციული ომის შესწავლა მათემატიკური მეთოდებით წარმოადგენს ძალზედ პერსპექტიულ მიმართულებას. კერძოდ კი ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება, რომელიც გულისხმობს მათემატიკური თანაფარდობებით მოდელის შექმნის, შემდგომ მისი ალგორითმიზაციის და ბოლოს შესაბამისი პროგრამების შედგენის ეტაპს, წარმოადგენს კვლევებისთვის მეტად მოქნილ, უნივერსალურ და არაძვირ ინსტრუმენტს, მეთოდს. მათემატიკური მოდელირების ეს ტრიადა იძლევა საშუალებას გამოთვლითი ექსპერიმენტების ჩატარებით მოხდეს მოდელის ადეკვატურობის შეფასება რეალობასთან, და დადებითი დასკვნის შემდეგ შესაძლებელია მოდელზე სხვადასხვა ექსპერიმენტის ჩატარება, რათა მიღებულ იქნას შესასწავლი ობიექტის რაოდენობითი და ხარისხობრივი მახასიათებლები.

ინფორმაციული ომის, ან მასთან ახლოს მდგომი თემების მათემატიკური მეთოდებით კვლევის საქმეში მიღებული შედეგების თვალსაზრისით აღსანიშნავია სხვადასხვა ქვეყნის მეცნიერთა მოღვაწეობა: ა. ბოგდანოვი, კ. იზმოდენოვა, ჯ. კარესი, ნ. მარევეცვა, ა. მიხაილოვი, ვ. მოხორი, ე. პუგაჩევა, ა. სამარსკი, კ. სოლოვენკო, თ. ჩილაჩავა, ვ. ჯარმო, ჯ. ჯორმაკა და სხვები. პროფ. თემურ ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებულია ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულება – ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელირება.

**ნაშრომის მიზანია** ინფორმაციული ომის ადეკვატური მათემატიკური მოდელირების აგება და გამოკვლევა, მოდელირების ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების პოვნა, ინფორმაციული ომის გამძაფრებისა და ჩაქრობის პირობების დადგენა.

დასახული მიზნის მისაღწევად ნაშრომში დიფერენციალური და სხვაობრივი განტოლებების მათემატიკური თეორიის, რიცხვითი, ოპტიმიზაციის, ოპტიმალური მართვის ამოცანის და კომპიუტერული მეთოდების

გამოყენებით ხდება იმ მეცნიერული ამოცანების კვლევა, რაც დაკავშირებულია გამოსაკვლევი მოდელების ანალიზთან.

### **დაცვაზე გამოტანილი ძირითადი შედეგები.**

1. ინფორმაციულ ომში ორი მხარის მიერ ინფორმაციული ნაკადების საშუალებით წარმოებული დაპირისპირების უწყვეტი წრფივი და არაწრფივი მათემატიკური მოდელები მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მონაწილეობით.

2. ინფორმაციულ ომში ორი მხარის მიერ ინფორმაციული ნაკადების საშუალებით წარმოებული დაპირისპირების წრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელები მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მონაწილეობით.

3. ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების კვლევის შედეგები ინფორმაციული ომის დასრულების თუ გამძაფრების პირობების (რეჟიმების) არსებობის თვალსაზრისით.

4. ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების პარამეტრების ზეგავლენის კვლევის შედეგები ინფორმაციული ომის ოპტიმალურად დასრულებაზე.

### **მეცნიერული სიახლე.**

1) ინფორმაციულ ომში ორი მხარის მიერ ინფორმაციული ნაკადების საშუალებით წარმოებული დაპირისპირების უწყვეტი წრფივი და არაწრფივი მათემატიკური მოდელების სიახლეა მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მონაწილეობის ჩართვა.

2) ინფორმაციულ ომში ორი მხარის მიერ ინფორმაციული ნაკადების საშუალებით წარმოებული დაპირისპირების დისკრეტული წრფივი მათემატიკური მოდელების სიახლეა მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მონაწილეობის ჩართვა.

3) ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების კვლევის შედეგად პირველად დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების თუ გამძაფრების პირობები.

4) მიღებულია ინფორმაციულ ომში მონაწილე მხარეთა აქტიურობის ანალიზური და რიცხვითი გამოსახულებები.

**თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა.** ინფორმაციული ომის წარმოდგენილი განზოგადოებული მათემატიკური მოდელები თეორიული თვალსაზრისით საინტერესო არიან იმიტაც, რომ თანამედროვე მსოფლიოს ჩართულობის გათვალისწინებით ინფორმაციული ომის მოდელში განხილულია დაპირისპირებულ - ანტაგონისტურ მხარეებთან ერთად სამშვიდობო მხარის აქტიურობაც. პრაქტიკული თვალსაზრისით,

შემოთავაზებული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების საშუალებით შესაძლებელია დაკვირვებისა და მოვლენების გაანალიზების შედეგად ინფორმაციული ომის ადრეულ სტადიაზე მოწინააღმდეგე მხარეების განზრახვების დადგენა და მოსალოდნელი დაპირისპირების ჩახშობა. კერძოდ ინფორმაციული ომის ადრეულ სტადიაზე დაკვირვების საფუძველზე შესაძლებელია მოდელის პარამეტრების მნიშვნელობათა დადგენა ( აგრესიულობის ინდექსის, სამშვიდობო მზადყოფნის, სამშვიდობო აქტიურობის) და შემდეგ უკვე მოდელის ამოხსნების საშუალებით ინფორმაციული ომის განვითარების დადგენა (ე.ი განსახილველია შებრუნებული ამოცანა). ნებისმიერი ინფორმაციული ომის შეწყვეტა არის შესაძლებელი იმ შემთხვევაში, თუ მხარეებს შორის ჩაერევა საერთაშორისო ორგანიზაციები და ოპერატიულად იქნება მიღებული სამშვიდობო მოწოდებები. მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მოქმედების სტრატეგია და ტაქტიკა უნდა ეფუძნებოდეს იმ რეკომენდაციებსა და ანალიზს, რასაც ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელები იძლევიან.

**კვლევის მეთოდები.** ნაშრომში დასმული მიზნების მისაღწევად გამოყენებულ იქნა მათემატიკური მოდელების აგების პრინციპები და მეთოდები; წრფივი და არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის მეთოდები; წრფივი სხვაობიანი განტოლებების ამოხსნის მეთოდები; რიცხვითი და ოპტიმიზაციის მეთოდები; ოპტიმალური მართვის ამოცანის ამოხსნის მაქსიმუმის პრინციპი. შექმნილია პროგრამული პროდუქტები Matlab-ის გარემოში და მისივე გამოყენებითი პროგრამების პაკეტების საშუალებით ხდება იმ რიცხვითი თუ ოპტიმალური მეთოდების ალგორითმების რეალიზაცია, რომელთა საშუალებით შესაძლებელია მოდელის მხარეთა აქტიურობის აგება და სამშვიდობო მხარისთვის განსაკუთრებული პირობების დადგენა.

**საიმედოება და საფუძვლიანობა.** მიღებული შედეგების საიმედოება და საფუძვლიანობა განპირობებულია აპრობირებული ანალიზური, რიცხვითი, ოპტიმიზაციისა და ოპტიმალური მართვის მათემატიკური თეორიის მეთოდების გამოყენებით.

**ნაშრომის აპრობაცია.** დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენებულ და განხილულ იქნენ: საქართველოს მათემატიკოსთა მეხუთე ყრილობაზე (ბათუმი/ქუთაისი, 9-12 ოქტომბერი, 2009, გვ. 85); საერთაშორისო კონფერენციაზე ”ინფორმაციული და გამოთვლითი ტექნოლოგიები” მიძღვნილი ინფორმატიკის ქართული სამეცნიერო სკოლის თვალსაჩინო

წარმომადგენლების, პროფესორების: ელენე დევანოსიძის და მურმან წულაძის ხსოვნისადმი (თბილისი, 2-6 მაისი, 2010 წელი, პროგრამა, გვ. 6); სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის აკადემიური პერსონალის სამეცნიერო კონფერენციაზე (პროგრამა, თბილისი, მაისი-ივნისი, 2010 გვ. 14, 15); საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის I საერთაშორისო კონფერენციაზე (ბათუმი, 12-19 სექტემბერი, 2010, სამუშაო პროგრამა გვ. 17); აკადემიკოს ი. ფრანგიშვილის დაბადების 80 წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე "საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება, მართვა" (თბილისი, 1-4 ნოემბერი, 2010 წ., მოხსენებათა თეზისები გვ. 39, 196); მე-18-ე საერთაშორისო კონფერენციაზე "რთული სისტემების უსაფრთხოების მართვის პრობლემები" (მოსკოვი, 21,22 დეკემბერი, 2010 წელი, შრომები გვ. 221); საქართველოს საპატრიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის სამეცნიერო-მეთოდურ სემინარზე "ინფორმაციული ტექნოლოგიები და კომპიუტერული მოდელირება" (თბილისი 27 ივნისი, 2011); საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის 70 წლისთავისადმი და მისი პირველი პრეზიდენტის ნიკოლოზ მუსხელიშვილის დაბადების 120 წლისთავისადმი მიძღვნილ საერთაშორისო კონფერენციაზე "უწყვეტი ტანის მექანიკის და მასთან დაკავშირებული ანალიზის ამოცანები" (თბილისი, 9-14 სექტემბერი, 2011 წელი, თეზისები გვ. 153); საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის II საერთაშორისო კონფერენციაზე (ბათუმი, 15-19 სექტემბერი, 2011 წელი, პროგრამა გვ. 12); მე-19-ე საერთაშორისო კონფერენციაზე "რთული სისტემების უსაფრთხოების მართვის პრობლემები" (მოსკოვი, დეკემბერი 2011 წელი, შრომები გვ. 185); საქართველოს საპატრიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის და ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკოსთა სამეცნიერო კონფერენციაზე მიძღვნილ პროფესორ რევაზ აბსავას ხსოვნისადმი (თბილისი, 9-10 თებერვალი, 2012 წელი, პროგრამა გვ. 6); საქართველოს საპატრიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის სამეცნიერო-მეთოდურ სემინარზე "ინფორმაციული ტექნოლოგიები და კომპიუტერული მოდელირება" (თბილისი, 21 მაისი 2012 წელი).

**ავტორის პუბლიკაციები დისერტაციის თემაზე.** დისერტაციის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია 13 პუბლიკაცია - სტატიაში, მათ შორის ოთხი გამოსულია უცხოეთში (ერთი აშშ-ში, სამი რუსეთში). სტატიები გამოქვეყნებულია ჩვეულებრივ და ელექტრონულ რეფერირებად და რეცენზირებად სამეცნიერო ჟურნალებში.

**ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა.** დისერტაცია შედგება შესავალის, ოთხი თავის, დასკვნის, გამოყენებული ლიტერატურის სიისა და 4 დანართისაგან. ძირითადი ტექსტი (შესავალი, ოთხი თავი, დასკვნა) გამოცემულია 119 გვერდზე. სულ დამატებთანად ნაშრომი მოიცავს 178 გვერდს. დანართში მოცემულია 21 ლისტინგი და 86 ნახატი, რომლებიც ახდენენ შედეგების ილუსტრირებას. გამოყენებული ლიტერატურის სია მოიცავს 46 დასახელებას.

## ნაშრომის მოკლე შინაარსი

**შესავალში** განხილულია კვლევითი თემის აქტუალობა და მნიშვნელობა; დასახულია კვლევის მიზანი და დასმულია ამოცანები; მოყვანილია თავების ჩამონათვალი და მოკლედ აღწერილია მიღებული შედეგები და პრაქტიკული მნიშვნელობები; განხილულია კვლევითი თემის გარშემო არსებული პუბლიკაციები.

**პირველი თავის - ინფორმაციული ომის წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელები - 1.1 პარაგრაფში** აგებულია ინფორმაციული ომის ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის სახით, განხილულია მისი მდგრადობის, ანუ სამშვიდობო სტაბილიზაციის პირობები.

$N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ფუნქციები პირველი-ორი ანტაგონისტური და მესამე მშვიდობისმყოფელი მხარეების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა აღინიშნება დროის  $t$  მომენტში.  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3 \geq 0, \gamma_i \geq 0$

$i = \overline{1,3}$   $\alpha_2, \beta_1$  - მუდმივი სიდიდეებია. საწყისი პირობებია

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30}, \quad (1)$$

ინფორმაციული ომის პროცესი აღიწერება სისტემით

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \beta_1 N_1(t) + \beta_2 N_2(t) - \beta_3 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) + \gamma_3 N_3(t) \end{cases} \quad (2)$$

(1)-(2) სისტემისთვის დადგენილია, რომ კოეფიციენტის მატრიცა

არაა გურვიცის და არ ხდება ინფორმაციული ომის სტაბილური დასრულება: ანუ არაა სამართლიანი  $N_1(t), N_2(t), N_3(t) \rightarrow 0$ , როცა  $t \rightarrow \infty$ .

დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები:

**თეორემა. (1)-(2) ინფორმაციული ომი იმ პირობებში, როცა  $D < 0$ ,**

$$\varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_i^1 < 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

**სრულდება, სამივე  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ინფორმაციული ომი მთავრდება.**

(1) სისტემის მახასიათებელი განტოლების დისკრიმინანტია  $D$ ,  $C_i = \varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0)$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  საკუთრივი მნიშვნელობებია,  $\nu_j^i$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  საკუთრივი ვექტორების კოორდინატებია. რიცხვითი მეთოდებით ნაპოვნია ინფორმაციული ომის დასრულება კონკრეტული საწყისი პირობებისთვის და მოდელის კონკრეტული პარამეტრებისთვის. განხილულია ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელის შემთხვევა ცხრიდან ექვსი განსხვავებული კოეფიციენტებისათვის და ნაპოვნია მათემატიკური მოდელის, კომის ამოცანის ზუსტი ანალიზური ამოხსნები.

**1.2 პარაგრაფში** განხილულია ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული მათემატიკური მოდელი, როგორც კერძო შემთხვევა ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელისა, სადაც  $\alpha_3 = \beta_3 = \beta$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\alpha_2 = \beta_1 = \gamma_3 = 0$  და  $N_{30} = 0$ .  $\alpha$  - აგრესიულობის მაჩვენებელია,  $\beta$  და  $\gamma$  - სამშვიდობო მზაობის და აქტიურობის.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

ამოხსნილია (4) სისტემა საწყისი პირობებისთვის, დადგენილია პირობები, რომლისთვისაც მშვიდობისმყოფელ მხარეს შეუძლია მოახდინოს ანტაგონისტურ მხარეებზე ზემოქმედება, რათა მათ დაასრულონ ინფორმაციული ომი. ამის გარდა განსაზღვრულია მოდელის ზოგიერთი პარა-



მეტრის მნიშვნელობათა ის სიმრავლე, რომლისათვისაც ინფორმაციული ომი არ დასრულდება. აღნიშნული პირობები შესწავლილია პროგრამულ დონეზე Matlab-ის გარემოში: შედგენილია პროგრამების ტექსტები, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, რაც წარმოდგენილია ნაშრომის დანართში. ყველა სხვა შემთხვევაშიც პროცესების კომპიუტერული შესწავლა მოხდა Matlab-ის გარემოში, შედგენილია პროგრამების ტექსტები.

**1.3 პარაგრაფში** კვლევა ჩატარდა ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის პრევენციული შემთხვევისთვის  $N_{30} > 0$ . დადგენილია პირობები ანუ მოდელის ზოგიერთი პარამეტრის მნიშვნელობათა ის სიმრავლე, რომლისთვისაც მშვიდობისმყოფელ მხარეს შეუძლია მოახდინოს ანტაგონისტურ მხარეებზე ზემოქმედება, რათა მათ დაასრულონ ინფორმაციული ომი. კერძოდ თუ კი  $D =$

$$\alpha^2 - 8\beta\gamma > 0, N_{10} = N_{20}, N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}, \text{ სადაც } \lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2},$$

ანუ საერთაშორისო ორგანიზაციები პრევენციის რა-

ოდენობას  $N_{30}$  გარკვეული სიდიდისაა, მაშინ 3-ვე  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაციული ომი დასრულდება. თუ კი, ანტაგონისტურ მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ, მაგალითად  $N_{10} > N_{20}$ , თუ

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_1 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) \right) e^{\sqrt{D}t} - \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) \right) \right]$$

მაშინ დამტკიცებული

**ლემა 1.** არსებობს  $N_{30}$  ისეთი მნიშვნელობები, რომლისთვისაც  $F(t)$  ფუნქცია  $t_0$  - მინიმუმის წერტილში არადადებითია:  $F(t_0) \leq 0$  -ის საფუძველზე, როცა  $N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta}$   $\lambda_1 = \bar{N}_{30}$ , სამივე

მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს -  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ფუნქციები გადიან ნულზე. თუ კი ( $N_{10} < N_{20}$ ), მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  - სთვის.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  და  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$  შემთხვევისთვისაც განსაზღვრულია პირობები პრევენციაზე და სამშვიდობო აქტიურობაზე. დადგენილია, რომ, ინფორმაციული ომი დასრულდება -  $N_1(t), N_2(t)$  და  $N_3(t)$  ფუნქციები ნულზე გადიან შესაბამისი  $N_{30}$  (პრევენციის) და  $\gamma$  (სამშვიდობო აქტიურობის) შერჩევით. აღნიშნული პირობები და მხარეთა აქტიურობა ინფორმაციულ ომში შესწავლილია პროგრამულ დონეზე Matlab -ის გარემოში, გათვლები წარმოებულა საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, რომლებიც წარმოდგენილია სადისერტაციო ნაშრომის შესაბამის დანართში.

**მეორე თავში - ინფორმაციული ომის დისკრეტული წრფივი მოდელები** - აგებულია დისკრეტული მოდელები და განხილულია ცალ-ცალკე ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების დისკრეტული მათემატიკური მოდელის:

$$x_0, y_0, z_0, z_n \Big|_{n=1} = z_1, \quad z_1 = \gamma(x_0 + y_0) \quad (5)$$

საწყისი პირობების და

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha x_n - \beta z_n \\ y_{n+1} - y_n = \alpha y_n - \beta z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma(x_n + y_n) \end{cases} \quad (6)$$

სხვაობიანი განტოლებათა სისტემის სახით, არაპრევენციული (2.1 პარაგრაფი  $z_0 = 0$ ) და პრევენციული (2.2 პარაგრაფი  $z_0 > 0$ ) შემთხვევები. ამოხსნილია სხვაობიანი განტოლებათა სისტემა (6) პრევენციული და არაპრევენციული შემთხვევებისთვის.  $z_0 > 0$  სთვის და ფუნქციისთვის

$$F(t) = \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right),$$

დამტკიცებულია

**ლემა 2.** არსებობს  $z_0$  -ის ისეთი მნიშვნელობები, რომლისთვისაც  $F(t)$  ფუნქცია  $t_0$  - მინიმუმის წერტილში უარყოფითია:  $F(t_0) < 0$ ; და მისი

საშუალებით დადგენილია ყველაზე მაღალი აგრესიულობის შემთხვევაში ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები:  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და  $(x_0 > y_0)$  -სთვის, თუ კი პრევენციისთვის სამართლიანია

$$z_0 > \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} + \frac{x_0 - y_0}{2\beta} \sqrt{D} \log_{\lambda_1/\lambda_2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) = \bar{z}_0 \quad (7)$$

ამ შემთხვევაში პირველი მხარე, ისევე როგორც მეორე და მესამე მხარეები, ასრულებს ინფორმაციულ ომს. განხილულია სხვადასხვა აგრესიულობის დონის შემთხვევაში ინფორმაციული ომის დასრულების პირობებში. კერძოდ,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  შემთხვევაში ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით  $(x_0 > y_0)$ ,

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0)a^t - \left( \beta z_0 - \frac{2\beta\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \right) t \left( \frac{2}{\alpha + 2} \right) \text{-სთვის}$$

დამტკიცებულია **ლემა 3. არსებობს ისეთი  $t^*$ , რომლისთვისაც  $F(t^*) < 0$** ; ლემის საშუალებით დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები. ეს უკანასკნელი და მხარეთა აქტიურობა შესწავლილია პროგრამულ დონეზე Matlab-ის გარემოში, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, რომლებიც წარმოდგენილია სადისკრეტაციო ნაშრომის დანართში.

**მესამე თავში** განხილულია ინფორმაციული ომის არაწრფივი უწყვეტი მოდელები. აგებულია ინფორმაციული ომის ორი არაწრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი; **3.1 პარაგრაფში** მოწინააღმდეგის იგნორირების მოდელისთვის

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_1(t)N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_2(t)N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha, \beta, \gamma > 0 \quad N_1(0) = N_{10} \geq 0, N_2(0) = N_{20} \geq 0, N(0) = N_{30} \geq 0 \quad (9)$$

ანალიზურად შესწავლილია შესაბამისად დასმული კომის ამოცანები, ნაპოვნია მისი ზუსტი ამონახსნები:

$$N_3(t) = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)}, \quad N_1(t) = N_{10}(C - 1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2},$$

$$N_2(t) = N_{20}(C - 1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2}, \quad C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} \text{ და}$$

$$k = \sqrt{(\beta N_{30} - \alpha)^2 + 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20})} > 0$$

$k > |N_{30}\beta - \alpha|$ . ნაჩვენებია, რომ ინფორმაციული ომი სრულდება ნებისმიერი პრევენციისთვის, ხოლო მხარეთა აქტიურობა, პიკზე გასვლა, განიხილება პირობით; როცა  $N_{30} < \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს

მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად ზემოდან უახლოვდება ნულს. კოორდინატა სათავის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი. იგივე პროცესი სრულდება მეორე მხარისთვის;

თუ კი,  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta}$  როცა  $|C| > 1$ ,  $N_1(t)$ , ისევე როგორც  $N_2(t)$  თავიდანვე

იწყებს კლებას და ასიმპტოტურად ზემოდან უახლოვდება ნულს. ინფორმაციული ომის დასრულების ხასიათი, მხარეთა აქტიურობა შესწავლილია პროგრამულ დონე-ზე Matlab-ის გარემოში, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, რომლებიც წარმოდგენილია სადისერტაციო ნაშრომის შესაბამის დანართში.

**3.2 პარაგრაფში** აგებულია და შესწავლილია ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების ინფორმაციული ომის მთემატიკური მოდელი.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) + \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (10)$$

სადაც  $\alpha, \delta, \beta, \gamma$  მათემატიკური მოდელის პარამეტრებია,

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N(0) = N_{30} \quad (11)$$

ინფორმაციული ომის საწყისი პირობებია.

თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t}$$

$$\varphi(t) \equiv N_1(t) + N_2(t) = \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta X$$

$$X \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = (\alpha - \delta\varphi(t))N_1(t) + \delta N_1^2(t) - \beta N_3(t) \quad (13)$$

განტოლება (13) ამოიხსნება Matlab-ის გარემოში ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების (სისტემის) ამომხსნელი (სოლვერი) ode45 -ის საშუალებით, რომელიც რუნგე-კუტას მე-4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთიჯიან ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული. ამის შემდეგ (12) -დან მოიძებნება მეორე მხარის აქტიურობა.

თუ კი მესამე მხარე მიმართავს არასაკმარისი დონის პრევენციას და სრულდება პირობა  $N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2}$ , მაშინ არცერთი მხარე არ

ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ კი ადგილი ექნება პირობას

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (14)$$

მაშინ შესაძლებელია, რომ დასრულდეს ინფორმაციული ომი:

$N_1(t) + N_2(t) \rightarrow -\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ . მსგავსი სურათია თუ  $D =$

$\alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , ან  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$  -ებისთვის, მაშინ ვლდებულობთ ზემოთ მიღებული შედეგების ანალოგიურ შედეგებს კონკრეტული პირობებისთვის

**მეოთხე თავში განხილულია** ექსტრემალური ამოცანები, რომლებიც წარმოიშვება ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში. ექსტრემალური ამოცანები მიზნად ისახავენ სამშვიდობო პროცესით ინფორმაციული ომის დასრულებას მინიმალურ დროში ან მცირე ეკონომიკური რესურსების გამოყენების პირობებში. **4.1 პარაგრაფში** დასმულია და გა-

დაწყვეტილია მინიმიზაციის ამოცანა ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის ერთი შემთხვევისათვის

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right] \rightarrow \inf \quad (15)$$

შეზღუდვებით არგუმენტებზე

$$\frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < N_{30} \leq M \quad (16)$$

$$0 < \gamma \leq K \quad (17)$$

სადაც  $M$ ,  $K$  დადებითი ნამდვილი რიცხვებია. ლემა 5-ის ძალით (14)-(16) ამოცანა წარმოიდგინება მინიმიზაციის ამოცანად მართკუთხა არეზე და ამოხსნილია ოპტიმიზაციის მეთოდით Matlab-ის გარემოში არაწრფივი მინიმიზაციის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით.

**4.2 პარაგრაფში**, დასმულია ინფორმაციული ომის დასრულების ამოცანა მცირე დანახარჯებისთვის დინამიური პროცესისთვის

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) - b_1u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) - b_2u_2(t) \end{cases} \quad (18)$$

$$x_1(0) = x_{10}; x_2(0) = x_{20} \quad (19)$$

სადაც  $u(t)$  მართვაა. განხილულია ასევე ინფორმაციული ომის უსწრაფესად დასრულების მართვის ამოცანა, მაქსიმუმის პრინციპის გამოყენებით მიღებულია ოპტიმალური მართვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები კონკრეტული შემთხვევებისათვის.

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + v_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + v_2 \end{cases} \quad (19)$$

განხილულია სინთეზის ამოცანა (19) სისტემისათვის, სადაც შემოტანილია ახალი მართვა  $v_1 = -b_1u_1(t)$ ;  $v_2 = -b_2u_2(t)$ . ნაჩვენებია, თუ რა შემთხვევაში შეიძლება ამა თუ იმ საწყისი მდგომარეობიდან კოორდინატთა სათავეში მოხვედრა - გამოკვლეულია სისტემის მართვადობა.

ნაჩვენებია, რომ ოპტიმალური მართვის ამოცანა ინფორმაციული

ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელირების შემთხვევაში, სადაც მართვად სისტემას აქვს სახე:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \alpha x_1(t) - \beta u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha x_2(t) - \beta u_2(t) \end{cases} \quad (20)$$

ვერ გადაწყდება მაქსიმუმის პრინციპით, მაშინ როცა ეს საკითხი გადაწყვეტილია პირველ თავში, სადაც დინამიური პროცესი - ინფორმაციული ომი აღიწერება ორიგინალური მათემატიკური მოდელით. ამდენად შეიძლება ითქვას, რომ პირველ და მეოთხე თავებში შემოთავაზებული მიდგომები ერთმანეთს ავსებენ.

## დასკვნა

სადისერტაციო ნაშრომში მიღწეულია დასახული მიზნები - გადაწყვეტილია რიგი ამოცანა პროფ. თემურ ჩილაჩავას მიერ შემოთავაზებული ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულებიდან - ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელები.

ნაშრომში აგებულია ორ ანტაგონისტურ მხარეთა შორის ინფორმაციული ომის ზოგადი, წრფივი და არაწრფივი უწყვეტი; დისკრეტული მათემატიკური მოდელები. ინფორმაციული ომის პროცესების კვლევამ მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელებით, ანალიზური და რიცხვითი მეთოდებით, აჩვენა, რომ სამშვიდობო ორგანიზაციები, რომელთა ჩართულობაც ინფორმაციულ ომში აღწერილია მოდელში, მიმართავენ საკმარისი რაოდენობის პრევენციას ან გაზრდიან სამშვიდობო აქტიურობის მაჩვენებელს, შეუძლიათ თავისი მოქმედებით ჩააქრონ ყველაზე უფრო მძაფრი ინფორმაციული ომი. კერძოდ, როცა ინფორმაციული ომის პრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და ანტაგონისტურ მხარეებს არათანაბარი სასტატო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ), თუკი

მესამე მხარე მიმართავს პრევენციას  $N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 =$

$N_{30}$ , მაშინ 3-ვე  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ

ინფორმაციული ომი დასრულდება. ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები, სათანადო პრევენციის შერჩევით მიღებულია შემოთავაზებული მოდელებისთვის ინფორმაციული ომის დაწყების სხვადასხვა რეჟიმების გათვალისწინებით. ამასთან გამოკვლეულია, რომ თუ კი სამშვიდობოები არ მიმართავენ პრევენციას, მაგალითად მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციულ წრფივ უწყვეტ და დისკრეტულ მოდელებში, ინფორმაციული ომის ჩაქრობა ვერ ხერხდება.

კომპიუტერული გათვლები და გამოთვლითი ექსპერიმენტები ჩატარებულია MATLAB-ის გარემოში. გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის, მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, ისინი წარმოდგენილი არიან ნაშრომის ოთხ დანართში.

ამდენად ნაშრომში მიღებული შედეგებიდან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ მშვიდობისმყოფელების როლი ინფორმაციული ომის ჩაქრობაში არსებითია და თუ ისინი სათანადო დონის (ამ სათანადო დონის განსაზღვრა კი შესაძლებელია წარმოდგენილი ნაშრომის საფუძველზე) აქტიურობას წარმოაჩენენ, მათ შეუძლიათ ყველაზე მძაფრი ინფორმაციული ომის ჩაქრობაც კი. მათემატიკურმა მოდელებმა აჩვენა, რომ სწორედ საერთაშორისო ორგანიზაციების ძალისხმევის შედეგად შესაძლებელია ორ ანტაგონისტურ სახელმწიფოს შორის საინფორმაციო ომის შეჩერება, რათა შემდგომში მოვლენები ცხელ ფაზაში, ანუ საბრძოლო ვითარებაში არ გადაიზარდოს. ამდენად, ზუსტი მათემატიკური კვლევების შედეგებმა აჩვენეს, რომ იმ შემთხვევაში, თუ საერთაშორისო ორგანიზაციები აღმოჩნდებიან მოწოდების სიმალლეზე და ომის ცხელ ფაზაში გადაზრდის საშიშროებამდე შეიმუშავენ პრევენციულ ზომებს, წინასწარ გააკეთებენ დამამშვიდებელ განცხადებებს, შესაძლებელია შეიარაღებული დაპირისპირების თავიდან აცილება.



## დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებული ნაშრომების ჩამონათვალი

1. ჩილაჩავა თ., კერესელიძე ნ. „აგრესორი–მსხვერპლის“ ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი. ცხუმ–აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომების კრებული, ტ.2, 2011, გვ. 5-15.
2. ჩილაჩავა თ., კერესელიძე ნ. საინფორმაციო ომის მათემატიკური მოდელირება. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2010|No. 1(24), გვ. 78-105.
3. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Математическое моделирование информационных войн. Журнал Информационные войны. 2011. №1(17), стр. 28-35.
4. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Нелинейная математическая модель информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 19-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2011 г, стр. 185-188.
5. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Оптимизационная задача математической модели информационной войны. Тезисы докладов. Международная научная конференция «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление» посвященная 80-летию со дня рождения И.В. Прангишвили. Грузия, Тбилиси, 01-04 ноября, 2010, стр. 196 – 197.
6. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Оптимизационная задача непрерывной математической модели превентивной информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 18-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2010 г, стр. 221-226.
7. Chilachava T., Kereselidze N. About one mathematical model of the information warfare. Fifth congress of mathematicians of Georgia. Abstracts of contributed talks. Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, p. 85.
8. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 113 – 141.
9. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous nonlinear mathematical model of information warfare. International conference continuum mechanics and related problems of analysis to Celebrate the 70th Anniversary of the

- Georgian National Academy of Sciences & the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Tbilisi, September 9 – 14, 2011, p. 155-156.
10. Chilachava T., Kereselidze N. General continuous linear mathematical model of information warfare. Abstracts II International conference of Georgian mathematical union, Dedicated to the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences & the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Batumi, September 15 – 19, 2011, p. 117-118
  11. Chilachava T., Kereselidze N. Mathematical and computer model of preventive information warfare. Georgian mathematical union. First international conference. Book of abstracts. Batumi, September 12-19, 2010, p. 75 – 76.
  12. Chilachava T., Kereselidze N. Non-preventive continuous linear mathematical model of information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 91 – 112.
  13. Chilachava T., Kereselidze N. Optimizing problem of mathematical model of preventive information warfare. Informational and Communication Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili. USA, Imprint: Nova, 2011, [https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=26035&osCsid=23686bd53ba0b01ecf51093491912c37](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=26035&osCsid=23686bd53ba0b01ecf51093491912c37)

Грузинский университет им. Св. Андрея Первозванного при  
Патриархии Грузии  
Школа (факультет) физико-математическая и компьютерных  
наук  
Направление компьютерных технологий и математического  
моделирования

На правах рукописи

Нугзар Кереселидзе

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ВОЙН

Компьютерные науки 04.01.04

**Автореферат**

научной работы, представленной на соискание академической  
степени доктора информатики

Тбилиси  
2012

Диссертационная работа выполнена в Грузинском Университете им. Св. Андрея Первозванного при Патриархии Грузии, в школе (на факультете) физико-математической и компьютерных наук, по направлению компьютерные технологии и математическое моделирование

Научный руководитель: **Темур Чилачава**, доктор физико-математических наук, профессор.  
Официальные рецензенты: **Илья Тавхелидзе**, доктор физико-математических наук, профессор.  
**Виссарион Дочвири**, доктор физико-математических наук, профессор.  
**Тамаз Обгадзе**, доктор технических наук

Защита диссертации состоится 24 сентября 2012 г. в 16<sup>00</sup> часов на заседании диссертационной комиссии школы (факультета) физико-математической и компьютерных наук, Грузинского Университета им. Св. Андрея Первозванного при Патриархии Грузии.

Адрес: 0162, г. Тбилиси, ул. Ильи Чавчавадзе д. 53<sup>а</sup>, в зале заседаний.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Грузинского Университета им. Св. Андрея Первозванного при Патриархии Грузии, по адресу: 0162, г. Тбилиси, ул. Ильи Чавчавадзе д. 53<sup>а</sup>.

Автореферат разослан 28 июня 2012 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета

**Манана Качахидзе**  
доктор физико-математических наук, профессор

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** Высокие темпы глобальных технологических изменений и информатизации в мире, породили информационные войны - новый тип противостояния между государствами. На этот вызов ведущие мировые державы стали разрабатывать и принимать национальные доктрины информационных войн. В них, с целью информационной безопасности уделяется должное внимание вопросам научного исследования разных сторон информационных войн и различными методами. Исследование информационных войн математическими методами является весьма перспективным и эффективным. В частности, математическое моделирование информационных войн, которое подразумевает создание модели с помощью математических соотношений на первом этапе, далее ее алгоритмизацию и наконец, создание соответствующих программ, что является недорогим, но универсальным и эффективным инструментом для исследователя. Эта триада математического моделирования, позволяет с помощью вычислительного эксперимента оценить адекватность созданной математической модели информационных войн с реальностью, и при положительном результате, возможно получения количественных и качественных показателей исследуемого объекта в результате компьютерного эксперимента с моделью.

В исследовании математическими методами информационных войн, либо близких к ней тем, следует отметить научные достижения ученых всего мира: Богданов А. М., Джармо В., Джормака Дж., Измоденова К. В., Карес Дж., Маревцева Н. А., Михайлов А. П., Мохор В.В., Пугачева Е. Г., Самарский А. А., Соловенко К. Н. , Чилачава Т. И. и др. Профессором Темуром Чилачава предложено новое направление в моделировании информационных войн – математические модели информационных потоков.

**Целью работы** является построение адекватной математической модели информационных войн и ее исследование, нахождение аналитических и численных решений моделей, установление условий обострения и погашения информационной войны. Для достижения поставленной цели в работе решаются задачи анализа математических моделей компьютерными и математическими методами теории дифференциальных и разностных уравнений, оптимизации, численного анализа, теории оптимального уп-

равления.

#### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Непрерывные линейные и нелинейные математические модели противостояния двух сторон информационными потоками в информационной войне при участии третьей – миротворческой стороны.

2. Линейные дискретные математические модели противостояния двух сторон информационными потоками в информационной войне при участии третьей – миротворческой стороны.

3. Результаты исследований математических моделей информационных войн на наличие режимов (условия) обострения либо затухания информационных войн.

4. Результаты исследований по оценке влияния параметров математических моделей информационных войн на оптимальное решение завершения информационной войны.

#### **Научная новизна:**

1. Включение третьей – миротворческой стороны в непрерывные линейные и нелинейные математические модели противостояния двух сторон информационными потоками в информационной войне.

2. Включение третьей – миротворческой стороны в линейные дискретные математические модели противостояния двух сторон информационными потоками в информационной войне.

3) При исследовании математических моделей информационных войн впервые установлены условия обострения и затухания информационных войн.

4) Получены аналитические и численные выражения решений активности сторон в информационной войне.

**Теоритическая и практическая значимость.** Представленные в общем виде математические модели информационных войн, в теоретическом плане интересны и тем, что с учетом заинтересованности и включенности международных сообществ в преодолении и предотвращении кризисов, в моделях помимо антагонистических сторон включена и миротворческая сторона, которая призывает стороны к уменьшению агрессии. С помощью предлагаемых математических моделей информационных войн, на основе наблюдений и анализа, уже на ранней стадии информационных атак, возможно, установить истинные намерения каждой из сторон, характер развития или подавления информационной войны. В частности, на основе наблюдений за информационной войной на ранней стадии, возможно

установление значений параметров модели (индексов агрессивности, миротворческой готовности и активности). Математическая модель информационной войны позволяет сделать важный вывод о том, что международные организации, которые постоянно бдительны и оперативно контролируют свои действия, могут потушить любую информационную войну, которая ведется между странами, пусть даже по мощи и информационному оружию очень разных. При этом стратегия и тактика третьей миротворческой стороны должны основываться на результатах анализа и рекомендаций математической модели информационных войн.

**Методы исследования.** В работе для решения поставленных задач применялись методы и принципы построения математических моделей; методы решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений, разностных линейных уравнений, оптимизаций и численного решения; принципа максимума оптимального управления. Разработаны программные продукты в среде Matlab, с помощью которых устанавливается активность сторон, и выводятся особые условия подавления информационной войны для миротворческой стороны.

**Достоверность и обоснованность.** Достоверность и обоснованность полученных результатов основаны на использование апробированных аналитических, численных, оптимизационных методов и математической теории оптимального управления.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации и отдельные приложения обсуждались и докладывались на: Пятом съезде математиков Грузии (Батуми/Кутаиси, 9-10 октября, 2009 г., тезисы, стр. 85); Международной конференции «Информационные и вычислительные технологии», организованной Институтом Вычислительной Математики им. Н. Мухелишвили, Грузинским университетом им. Св. Андрея Первозванного при Патриархии Грузии, посвященной памяти ярких представителей Грузинской научной школы по информатике Елены Деканосидзе и Мурмана Цуладзе (Тбилиси, 2-6 май 2010 г. программа, стр. 6); Научной конференции сотрудников Сухумского государственного университета (Тбилиси, май-июнь, 2010 г., программа, стр. 14,15); I международной конференции союза математиков Грузии (Батуми, 12-19 сентября, 2010 г. Программа, стр. 17); Посвященной 80-летию со дня рождения академика И. Прангишвили международной научной конференции «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление» (Тбилиси, 1-4 ноября, 2010 г.

тезисы стр. 39,196); «Проблемы управления безопасностью сложных систем» 18-ая Международная конференция (Москва, декабрь 2010 г. Труды стр. 221); Научно-методическом семинаре «Информационные технологии и математическое моделирование» Грузинского университета им. Св. Андрея Первозванного при Патриархии Грузии (Тбилиси, 27 июня 2011 г.); Международной конференции «Механика сплошной среды и связанные с нею вопросы», посвященной 70-и летию Академии Наук Грузии и 120-и летию ее первого Президента Нико Мухелишвили (Тбилиси, 9-14 сентября, 2011 г. Тезисы стр. 153); II международной конференции Союза математиков Грузии (Батуми, 15-19 сентября 2011г. Программа стр. 153); «Проблемы управления безопасностью сложных систем» 19-ая Международная конференция (Москва, декабрь 2011 г. Труды стр. 185); Научно-методическом семинаре «Информационные технологии и математическое моделирование» Грузинского университета им. Св. Андрея Первозванного при Патриархии Грузии (Тбилиси, 21 мая 2012 г.);

**Публикации автора по теме диссертации.** Основные результаты диссертации опубликованы в 13 статьях, в том числе 4 за рубежом (в США и России). Статьи опубликованы в обычных и электронных рецензируемых и реферируемых научных журналах.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы, четырех приложений. Основной текст (введение, четыре главы, заключение) изложен на 119 страницах. В целом, с учетом приложения, диссертация изложена на 178 страницах. В приложениях 21 листинга, 86 рисунков, иллюстрирующих полученные результаты. Список использованной литературы включает 46 наименований.

## Краткое содержание работы

**Во введении** рассмотрена актуальность и значимость темы исследования, сформулированы цели и задачи исследования. Приводится краткое описание глав диссертации, полученных основных результатов и их практическое значение; Рассмотрены публикации касательно исследуемой темы.



**В §1.1. первой главы – линейные непрерывные математические модели информационной войны** – построена общая линейная непрерывная математическая модель информационной войны в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, исследована ее устойчивость – условия миротворческой стабилизации. Функции  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  означают количество распространенной информации первыми двумя антагонистическими и третьей – миротворческой сторонами в момент времени  $t$ .  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3 \geq 0, \gamma_i \geq 0 \quad i = \overline{1,3}$   $\alpha_2, \beta_1$  – постоянные величины. Начальные условия:

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30}, \quad (1)$$

Процесс информационной войны описывается системой

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \beta_1 N_1(t) + \beta_2 N_2(t) - \beta_3 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) + \gamma_3 N_3(t) \end{cases} \quad (2)$$

Для системы (2) установлено, что ее матрица не является Гурвицевой и следовательно, не происходит стабильное завершение информационной войны т.е. не выполняются  $N_1(t), N_2(t), N_3(t) \rightarrow 0$ , при  $t \rightarrow \infty$ .

Установлены условия завершения информационной войны:

**Теорема. Информационная война (1)-(2) при условии, что  $D < 0$  и**

$$\varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_i^1 < 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

**завершается, т.е. все три функции  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  выходят на нуль.**

$D$  является дискриминантом характеристического уравнения системы (1),  $C_i = \varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0)$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  собственные значения,  $\nu_j^i$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  координаты собственных векторов. Для конкретных значений начальных условий и параметров модели, численными методами установлены условия прекращения информационной войны сторонами. Для

общей линейной непрерывной математической модели информационной войны, при независимо подбираемых шести коэффициентов из девяти, найдены точные аналитические решения соответствующей задачи Коши.

В §1.2 рассмотрена математическая модель непревентивной информационной войны игнорирования противника, как частный случай общей линейной непрерывной математической модели, где  $\alpha_3 = \beta_3 = \beta$ ,

$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\alpha_2 = \beta_1 = \gamma_3 = 0$  и  $N_{30} = 0$ .  $\alpha$  - показатель агрессивности,  $\beta$  и  $\gamma$  - миротворческой готовности и активности.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

Найдены точные аналитические решения системы (4) для начальных условий; выведены условия при которых миротворческая сторона способна так воздействовать на антагонистические стороны, чтобы они завершили информационную войну. Для некоторых параметров модели определены множества их значений, при которых информационная война не завершается. Условия завершения или продолжения информационной войны исследованы на программном уровне в среде Matlab. Составлены программы, произведены расчеты для различных начальных условий и значений параметров модели. Полученные результаты визуализированы, они представлены в приложении номер один диссертации.

В §1.3 исследование проведено для математической модели превентивной информационной войны игнорирования противоположной стороны, когда  $N_{30} > 0$ . Установлены условия для превенции, а для некоторых параметров модели определены множества их значений, при которых миротворческая сторона может повлиять на антагонистические стороны, в плане принуждения их к завершению информационной войны. В

частности, если  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ ,  $N_{10} = N_{20}$ ,  $N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$ , где  $\lambda_1 =$

$$\frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \text{ т.е. количество превенции}$$

определенная величина -  $N_{30}$ , то все три функции  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  выходят на нуль – информационная война завершается. Если у антагонистических сторон неравные стартовые позиции, например  $N_{10} > N_{20}$ , и

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_2 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) \right) e^{\sqrt{D}t} - \right.$$

$\left. - \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) \right) \right]$  тогда в силу доказанной

**Леммы 1. Существует такое значение для  $N_{30}$ , при которой функция**

**$F(t)$  в точке минимума  $t_0$  - неположительна:  $F(t_0) \leq 0$ , когда  $N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 = \bar{N}_{30}$ , все три стороны завершают инфор-**

**мационную войну - функции  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  выходят на нуль. Если ( $N_{10} < N_{20}$ ), то стороны меняются ролями и имеем схожие результаты для**

**$N_1(t)$  и  $N_2(t)$ . Для случаев  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  и  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$  определены условия для превенции и миротворческой активности:**

**информационная война завершается – функции  $N_1(t), N_2(t)$  и  $N_3(t)$  выходят на нуль, при подборе соответствующих  $N_{30}$  (превенции) и  $\gamma$**

**(миротворческой активности). Условия завершения или продолжения информационной войны исследованы на программном уровне в среде Matlab – составлены программы, произведены расчеты при различных начальных условиях и значениях параметров модели, полученные результаты визуализированы и помещены в приложениях диссертации.**

**Во второй главе – дискретные линейные математические модели информационной войны – построены дискретные модели и по отдельности рассмотрены для математической модели информационной войны игнорирования противника: - с начальными условиями**

$$x_0, y_0, z_0, z_n|_{n=1} = z_1, z_1 = \gamma(x_0 + y_0) \quad (5)$$

**и системой разностных уравнений**

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha x_n - \beta z_n \\ y_{n+1} - y_n = \alpha y_n - \beta z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma(x_n + y_n) \end{cases} \quad (6)$$

непревентивные (§2.1  $z_0 = 0$ ) и превентивные (§2.2  $z_0 > 0$ ) случаи. Найдены решения системы разностных уравнений (6) для превентивного и непревентивного случая. Для  $z_0 > 0$  и функции

$$F(t) = \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right), \text{ доказана Лемма 2.}$$

**Существует такое значение для  $z_0$ , при котором функция  $F(t)$  в точке минимума  $t_0$  отрицательна:**  $F(t_0) < 0$ ; и с ее помощью установлено, что при самой высокой агрессивности сторон, условием завершения информационной войны является, выполнение неравенства для превенции

$$z_0 > \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} + \frac{x_0 - y_0}{2\beta} \sqrt{D} \log_{\lambda_1/\lambda_2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) = \bar{z}_0 \quad (7)$$

при  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  и  $(x_0 > y_0)$ . При этом первая сторона, также, как и остальные две, завершает информационную войну. Рассмотрены также условия завершения информационной войны для различных уровней агрессивности: в частности при  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , если антагонистические стороны начали информационную войну при различных стартовых позициях  $(x_0 > y_0)$ , то для функции

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0)a^t - \left( \beta z_0 - \frac{2\beta\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \right) t \left( \frac{2}{\alpha + 2} \right)$$

доказана **Лемма 3. Существует такое  $t^*$ , при которой  $F(t^*) < 0$** ; С помощью Леммы 3 установлены условия завершения информационной войны. Условия завершения или продолжения информационной войны исследованы на программном уровне в среде Matlab – составлены программы, произведены расчеты при различных начальных условиях и значениях параметров модели, полученные результаты визуализированы и помещены в приложении 2 диссертации.

**В третьей главе – непрерывные нелинейные математические модели**

**информационной войны** – построены две непрерывные нелинейные математические модели. В § 3.1 для модели игнорирования противника

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_1(t)N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_2(t)N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha, \beta, \gamma > 0 \quad N_1(0) = N_{10} \geq 0, N_2(0) = N_{20} \geq 0, N_3(0) = N_{30} \geq 0 \quad (9)$$

аналитически исследована соответствующая задача Коши и найдены точные решения:

$$N_3(t) = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)}, \quad N_1(t) = N_{10}(C - 1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2},$$

$$N_2(t) = N_{20}(C - 1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2}, \quad C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} \gg 1$$

$$k = \sqrt{(\beta N_{30} - \alpha)^2 + 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20})} > 0$$

$k > |N_{30}\beta - \alpha|$ . Показано, что информационная война завершается при любой превенции, однако выход на пик активности определяется условием: когда  $N_{30} < \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $N_1(t)$  начинает расти, достигает максимума

активности, а затем убывает, в близости начала координат график имеет своеобразную петлю. Тот же процесс наблюдается и для второй стороны.

Если  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta}$ , когда  $|C| > 1$ ,  $N_1(t)$ , также как и  $N_2(t)$  с самого начала

уменьшается и сверху асимптотически приближается к нулю. Условия завершения или продолжения информационной войны исследованы на программном уровне в среде Matlab – составлены программы, произведены расчеты при различных начальных условиях и значениях параметров модели, полученные результаты визуализированы и помещены в приложении 3 диссертации.

**В §3.2** построена и исследована математическая модель сильного и

слабого соперников.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) + \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (10)$$

где  $\alpha, \delta, \beta, \gamma$  параметры математической модели,

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_3(0) = N_{30} \quad (11)$$

начальные условия информационной войны.

Если  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , то

$$\begin{aligned} N_3(t) &= \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \\ \varphi(t) \equiv N_1(t) + N_2(t) &= \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta X \\ &\quad X \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = (\alpha - \delta\varphi(t))N_1(t) + \delta N_1^2(t) - \beta N_3(t) \quad (13)$$

Уравнение (13) решено в среде Matlab, при помощи решателя (солвера) системы обыкновенных дифференциальных уравнений ode 45, который основан на одношаговом явном методе Рунге-Куты с точностью четвертого и пятого порядков. Затем из (12) находим активность второй стороны.

Если третья сторона прибегнет к недостаточной превенции и выполняется  $N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2}$ , то ни одна из сторон не завершает

информационную войну. Если же имеет место условие

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (14)$$

то, тогда возможно завершение информационной войны:

$$N_1(t) + N_2(t) \rightarrow -\infty, \quad \text{когда } t \rightarrow +\infty.$$

Аналогичная ситуация при

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , либо  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , тогда имеем аналогичные результаты с теми результатами, которые были получены выше.

**В четвертой главе – экстремальные задачи в математических моделях информационной войны** – рассмотрены экстремальные задачи, которые возникают в математических моделях информационной войны. Целью экстремальных задач является завершение информационной войны миротворческим процессом за минимальное время либо при использовании минимальных экономических ресурсов. В § 4.1 поставлена и решена задача минимизации для одного случая математической модели информационной войны игнорирования противника.

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right] \rightarrow \inf \quad (15)$$

При ограничениях для аргументов

$$\frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < N_{30} \leq M \quad (16)$$

$$0 < \gamma \leq K \quad (17)$$

где  $M, K$  положительные действительные числа. В силу леммы 5 задача (15)-(17), представляется задачей минимизации на прямоугольнике и решена методом оптимизации в среде Matlab программой нелинейной минимизации `fmincon`.

В §4.2 поставлена задачи завершения информационной войны при наименьших затратах для динамической системы

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) - b_1u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) - b_2u_2(t) \end{cases} \quad (18)$$

$$x_1(0) = x_{10}; x_2(0) = x_{20} \quad (19)$$

где  $u(t)$  вектор управления. Рассмотрена также задача оптимального управления - наискорейшего завершения информационной войны. Применяя метод максимума Понтрягина, получены необходимые и достаточные условия оптимального управления для конкретного случая.

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + v_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + v_2 \end{cases} \quad (20)$$

Для системы (20), в которую введены новые управления  $v_1 = -b_1 u_1(t)$ ;  $v_2 = -b_2 u_2(t)$  рассмотрена задача синтеза. Показано, при каких условиях возможно попадание в начало координат из определенной точки фазового пространства – исследована управляемость системы.

Показано, что задача оптимального управления для математической модели информационной войны игнорирования противника, где управляемая система имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \alpha x_1(t) - \beta u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha x_2(t) - \beta u_2(t) \end{cases} \quad (21)$$

не может быть решена с помощью принципа максимума Понтрягина, тогда как эта задача решена в первой главе, где динамическая система описывается оригинальной математической моделью. По сути, подходы, предложенные в первой и четвертой главах, дополняют друг друга.

## Заключение

В диссертации достигнуты поставленные цели. Решены ряд научных задач из предложенных профессором Темуром Чилачава нового направления в моделировании информационных войн – математические модели информационных потоков.

В диссертации построены общие линейные и нелинейные непрерывные, дискретные математические модели информационной войны. Исследование процессов информационной войны методами математического и компьютерного моделирования; аналитическими и численными методами, показало, что если миротворческие организации, включенность которых в информационной войне отражена в предлагаемых математических моделях, используют в своей активности достаточно – необходимое количество превенции, то они смогут погасить даже самую ожесточен-



ную информационную войну. В частности, когда у сторон высокая агрессивность и разные стартовые позиции в превентивной модели:  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  и ( $N_{10} \neq N_{20}$ ), то в том случае, когда миротворческая сторона прибегнет к такой превенции, что  $N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} +$

$$\frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 = \bar{N}_{30},$$

то тогда все три функции  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$

выходят на нуль, т.е. информационная война завершается.

Для предложенных математических моделей информационных войн получены условия завершения информационной войны, с помощью подбора соответствующей превенции с учетом различных режимов начала информационных атак. Вместе с тем исследовано, что если миротворческая сторона не прибегнет к превенции, например в линейных непрерывных и дискретных непревентивных математических моделях информационной войны игнорирования противника, то им не удастся погасить информационную войну.

Компьютерные расчеты и вычислительные эксперименты проведенные в среде MATLAB подтверждают возможности и принцип подавления информационной войны – с помощью увеличения превенции и миротворческой активности третьей стороной. Расчеты произведены для различных начальных условий и параметров модели; полученные результаты визуализированы и представлены в четырех приложениях.

Полученные результаты, изложенные в диссертации, позволяют заключить, что роль миротворцев в погашении информационной войны существенна и если они проявят в миротворческой деятельности соответствующий уровень активности (определение этого соответствующего уровня возможно на основе предложенной диссертации), то смогут погасить даже самую ожесточенную информационную войну. Математические модели показали, что усилиями международных организаций возможно прекращение информационной войны между антагонистическими государствами, чтобы развитие событий не переросло в «горячую» фазу, т.е. в боевые действия. Результаты точного математического исследования, показывают, что если международные организации окажутся на должной высоте, и до перерастания информационной войны в «горячую» фазу, прибегнут к превентивным мерам, своевременно и с необходимой настойчивостью призо-

вут антагонистические стороны к прекращению агрессивной риторики, то возможно предотвращение военного противостояния.

## **Список опубликованных работ на тему диссертации**

1. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н. Г. Нелинейная математическая модель информационной войны «агрессор - жертва». Сборник трудов Научной Академии Цхум-Абхазии. Т.2, 2011г. стр . 5-14, на грузинском языке.
2. Чилачава Т.И., Кереселидзе Н. Г. Математическое моделирование информационной войны. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2010|No. 1(24), pages 78-105. на грузинском.
3. Чилачава Т. И., Кереселидзе Н.Г. Математическое моделирование информационных войн. Журнал Информационные войны. 2011. №1(17), стр. 28-35.
4. Чилачава Т. И., Кереселидзе Н.Г. Нелинейная математическая модель информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 19-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2011 г, стр. 185-188.
5. Чилачава Т. И., Кереселидзе Н.Г. Оптимизационная задача математической модели информационной войны. Тезисы докладов. Международная научная конференция «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление» посвященная 80-летию со дня рождения И.В. Прангишвили. Грузия, Тбилиси, 01-04 ноября, 2010, стр. 196 – 197.
6. Чилачава Т. И., Кереселидзе Н.Г. Оптимизационная задача непрерывной математической модели превентивной информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 18-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2010 г, ст. 221-226.
7. Chilachava T., Kereselidze N. About one mathematical model of the information warfare. Fifth congress of mathematicians of Georgia. Abstracts of contributed talks. Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, pg. 85.
8. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 113 – 141.

9. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous nonlinear mathematical model of information warfare. International conference continuum mechanics and related problems of analysis to Celebrate the 70<sup>th</sup> Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences & the 120<sup>th</sup> birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Tbilisi, September 9 – 14, 2011, p. 155-156.
10. Chilachava T., Kereselidze N. General continuous linear mathematical model of information warfare. Abstracts II International conference of Georgian mathematical union, Dedicated to the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences & the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Batumi, September 15 – 19, 2011, p. 117-118
11. Chilachava T., Kereselidze N. Mathematical and computer model of preventive information warfare. Georgian mathematical union. First international conference. Book of abstracts. Batumi, September 12-19, 2010, p. 75 – 76.
12. Chilachava T., Kereselidze N. Non-preventive continuous linear mathematical model of information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 91 – 112.
13. Chilachava T., Kereselidze N. Optimizing problem of mathematical model of preventive information warfare. Informational and Communication Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80<sup>th</sup> Anniversary of I.V. Prangishvili. USA, Imprint: Nova, 2011,  
[https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=26035&osCsid=23686bd53ba0b01ecf51093491912c37](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=26035&osCsid=23686bd53ba0b01ecf51093491912c37)

**University of Georgia St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia  
School (Faculty) Physics and Mathematics and Computer Science  
The direction of computer technology and mathematical modeling**

on the manuscript

**Nugzar Kereselidze**

**MATHEMATICAL MODELING OF INFORMATION  
WARFARES**

Computer Science 04.01.04

author's abstract

scientific work presented for obtaining the academic degree of Doctor  
of Informatics

Tbilisi  
2012

The thesis is carried out at the Georgian University. St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia, in school (for faculty) Physics and Mathematics and Computer Science, in the direction of the computer program technology and mathematical modeling

Supervisor: **Temur Chilachava**, doctor of physical-mathematical sciences, professor.  
Official referees: **Ilia Tavkheldze**, doctor of physical-mathematical sciences, professor.  
**Bessarion Dochviri**, doctor of physical-mathematical sciences, professor  
**Tamaz Obgadze**, doctor of technical sciences, professor

The thesis will be 24 September 2012, 16 hours at a meeting of the thesis commission school (faculty) Physics and Mathematics and Computer Science, Georgia University. St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia. Address: 0162, Tbilisi, str. Ilia Chavchavadze 53a, Room №. 104

With the thesis can be found in the scientific library of the University of Georgia-it. St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia, at 0162, Tbilisi, str. Ilia Chavchavadze 53a.

Abstract sent "28 " June 2012

Scientific Secretary  
Dissertation Council

**Manana Kachakhidze**  
Doctor of Physical and Mathematical  
Sciences, Professor

**General characteristics of the**

**The relevance of the research topic.** The high pace of global technological change and information in the world, gave rise to information warfare - a new type of conflict between states. This call is the leading world powers have begun to develop and adopt national information warfare doctrine. They, with the goal of information security is given due attention to research various aspects of information warfare and the various methods. Investigation of mathematical methods of information warfare is a very promising and effective. In particular, mathematical modeling, information warfare, which involves the creation of the model with the aid of mathematical relationships in the first stage, then it algorithmization and finally, the creation of the program that is inexpensive, but versatile and efficient tool for the researcher. This triad of mathematical modeling, can with the aid of computer simulation to evaluate the adequacy of the established mathematical model of information warfare with reality, and if it could obtain quantitative and qualitative study of property as a result of computer simulation with the model.

In a study of mathematical methods of information warfare, or close to it so it should be noted scientific achievements of scientists around the world: Bogdanov, A., Jarmo V. Dzhormaka J. Izmodenova KV, J. Kares, Marevtseva N. Mikhailov, AP, Mokhorev V., Pugacheva E., G., AA Samarskii, Solovenko KN, Chilachava TI, etc. Professor Temur Chilachava suggested a new direction in the modeling of information warfare - mathematical models of information flows.

**The aim is** to construct an adequate mathematical model of information warfare and its study, the finding of analytical and numerical solutions of the model, the establishment of acute conditions and repayment of the information war. To achieve this goal in the problem are solved by computer analysis of mathematical models and mathematical methods in the theory of differential and difference equations, optimization, numerical analysis, optimal control theory.

**Provisions are taken out on defense.**

1. Continuous linear and nonlinear mathematical model of confron-

tation on both sides of information flows in the information warfare, with third - party peace.

2. Linear discrete mathematical models of confrontation between the two sides of information flows in the information warfare, with third - party peace.

3. The results of the mathematical models of information warfare in the presence of modes (conditions), or acute attenuation of information warfare.

4. Results of studies on the impact parameter mathematical models of information warfare at the end of the optimal solution of the information warfare.

**Scientific novelty:**

1) The inclusion of third - party in peace continuous linear and nonlinear mathematical model of confrontation between the two sides information flows in the information warfare.

2) The inclusion of third - party peace in linear discrete mathematical model of confrontation between the two sides of information flows in the information warfare.

3) In the study of mathematical models of information warfare was first established conditions worsening and attenuation of information warfare.

4) The analytical and numerical solutions of the expression activity of a party in the information warfare.

**Theoretically and practical importance.** Presented in the general form the mathematical model, in terms of theoretical interest and the fact that, given the interest and involvement of international community in overcoming and preventing crises in the models included in addition to the antagonistic parties, and peacekeeping side, which encourages the parties to a decrease in aggression. By using the proposed mathematical models of information warfare, based on observations and analysis at an early stage of information attacks, possibly, to establish the true intentions of each party, the nature of development or suppression of the information curve. In particular, based on observations of the

information warfare in the early stages, perhaps setting the values of model parameters (indices of aggression, peace and readiness activities), then the model is determined by the decisions of the development of information warfare. Mathematical model of information warfare leads to an important conclusion is that international organizations are constantly vigilant and prompt control of their actions, can put out any information warfare being waged between the two countries; even for power and information weapons are very different. At the same strategy and tactics of peacekeeping third parties should be based on the results of the analysis and recommendations of the mathematical model of information warfare.

**Research methods.** In this paper for the task used the methods and principles of construction of mathematical models, methods for solving linear and nonlinear differential equations, difference equations of linear, optimization and numerical solutions, the maximum principle of optimal control. Developed software in an environment Matlab, which is established with the aid of the activity of the parties, and displays the special conditions of suppression of information warfare to peacekeeping side.

**The reliability and validity.** Reliability and validity of the results based on the use of proven analytical, numerical, and mathematical optimization methods in optimal control theory.

**Testing of work.** The main results of the thesis and the individual applications were discussed and presented at: Fifth Congress of Mathematicians of Georgia (Batumi / Kutaisi, October 9-10, 2009, Abstracts, p 85); the International Conference "Information and Computing Technologies", organized by the Institute of Computing Mathematics. N. Muskhelishvili, The Georgian university of them. St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia, in memory of prominent representatives of the Georgian scientific school of computer science Helen Dekanosidze and Murman Tsuladze (Tbilisi, 2-6 May 2010 program, page 6); Scientific Conference of employees of the Sukhumi State University (Tbilisi, May- June, 2010, the program, pp. 14,15); I



International Conference Mathematical Union of Georgia (Batumi, 12-19 September, 2010 Program, page 17); Dedicated to the 80th birthday of Academician I. Prangishvili Anniversary International Conference "Information and computer technology, simulation, and control" (Tbilisi, 1-4 November 2010 abstract p 39.196); "Problems of the safety management of complex systems" 18th International Conference (Moscow, December 2010 Proceedings p 221); Scientific-methodical seminar "Information technologies have and mathematical modeling" Georgia from the university to them. St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia (Tbilisi, June 27, 2011); International Conference "Continuum Mechanics and related matters", dedicated to the 70th anniversary and the Georgian Academy of Sciences and the 120-th anniversary and its first President Niko Muskhelishvili (Tbilisi , Sept. 9-14, 2011 Proceedings page 153); II International Conference of the Union of Mathematicians of Georgia (Batumi, September 15-19, 2011. Program p. 153); "Problems of the safety management of complex systems," 19th International Conference (Moscow , Proceedings of the December 2011 page 185); Scientific-methodical seminar "Information technology and mathematical modeling" of the Georgian Universita them. St. Andrew's in the Patriarchate of Georgia (Tbilisi, May 21, 2012);

**Publications of the author's thesis on the theme.** Main results of the dissertation published in 13 articles, including four overseas (in the U.S. and Russia). Articles published in the conventional and electronic peer-reviewed and refereed scientific journals.

**The structure and amount of work.** The dissertation consists of an introduction, four chapters, conclusion, bibliography, four appendix. Main text (introduction, four chapters, conclusion) is presented on 119 pages. In general, taking into account the application, thesis presented for 178 pages. The appendices listing 21, 86 drawings that illustrate the results. References include 46 items.

## **Summary of work**

**The introduction** discussed the relevance and significance of the research topic, formulate goals and objectives of the study. A brief description of the heads of the dissertation, the main results obtained and their practical importance are considered regarding the publication of the study subjects.

**In § 1.1.** the first chapter - of continuous linear mathematical models of information warfare - constructed a general linear mathematical model of continuous information warfare as a system of ordinary differential equations, investigated its stability - stability conditions for peace.

Functions  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  means the amount of information disseminated by the first two antagonistic and third - peace party in the time  $t$ .  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3 \geq 0, \gamma_i \geq 0 \quad i = \overline{1,3}$   $\alpha_2, \beta_1$  - constants. The initial conditions:

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30}, \quad (1)$$

The process is described by information warfare:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \beta_1 N_1(t) + \beta_2 N_2(t) - \beta_3 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) + \gamma_3 N_3(t) \end{cases} \quad (2)$$

For system (2) established that it is not a Hurwitz matrix, and therefore there is no consistent conclusion of the information warfare that is not performed  $N_1(t), N_2(t), N_3(t) \rightarrow 0$ , at  $t \rightarrow \infty$ . The conditions of complete information warfare:

**Theorem. Information warfare (1) - (2) provided that  $D < 0$  and**

$$\varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_i^1 < 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

**ends, i.e. all three functions  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  go to zero.**

$D$  is the discriminant of the characteristic equation of the system (1),  $C_i = \varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0)$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  the eigenvalues,  $v_j^i$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  coordinates of the eigenvectors.

For specific values of the initial conditions and parameters of the model, numerical methods, establish conditions for the termination of information warfare parties. For general continuous linear mathematical model of information warfare, the six coefficients to be selected regardless of the nine, we find the exact analytical solutions of the corresponding Cauchy problem.

**In § 1.2** the mathematical model is not a preventive information warfare, an ignoring the enemy, as a special case of the general linear mathematical model of continuous, where  $\alpha_3 = \beta_3 = \beta$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\alpha_2 = \beta_1 = \gamma_3 = 0$  and  $N_{30} = 0$ .  $\alpha$  - indicator of aggressiveness,  $\beta$  и  $\gamma$  - peace readiness and activities.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{array} \right. \quad (4)$$

Exact analytical solutions of the system (4) for the initial conditions, are derived the conditions under which the peacekeeping side can influence the way the antagonistic parties that they have completed the information war. For some parameters of the model defined set of values at which the information warfare not completed. Terms of the completion or continuation of information warfare studied at the programmatic level in the environment of Matlab. Compiled programs, calculations are made for different initial conditions the values of model parameters. The results are visualized; they are presented in appendix one's thesis.

**In § 1.3** we research conducted for the mathematical model of preventive information warfare ignore the other side, when  $N_{30} > 0$ .

The conditions for the prevention of, and for some model parameters are defined sets of values at which the peacekeeping side may affect the antagonistic parties, in terms of forcing them to complete the

information war. In particular, if  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ ,  $N_{10} = N_{20}$ ,  $N_{30} >$

$$\frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}, \text{ where } \lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \text{ , =, =, ie}$$

prevention of some value -  $N_{30}$ , then all three functions  $N_1(t), N_2(t),$

$N_3(t)$ , go to zero - the information warfare ends. If the antagonistic

sides unequal starting positions, such as  $N_{10} > N_{20}$ , and

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_1 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) \right) e^{\sqrt{D}t} - \right.$$

$\left. - \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) \right) \right]$  then by virtue of proven **Lemma 1**. There

exists a value  $N_{30}$ , for at which the function  $F(t)$  is at the minimum

$t_0$  - not positive:  $F(t_0) \leq 0$ , when  $N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 =$

$\bar{N}_{30}$ , all three parties complete the information warfare - a function

$N_1(t), N_2(t), N_3(t)$ , go to zero. If  $N_{10} < N_{20}$ , the parties switch roles and

have similar results for  $N_1(t)$  and  $N_2(t)$ . For the cases  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma$

$= 0$  and  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$  are defined conditions for the prevention and

peace-making activity: an information warfare ends, the function

$N_1(t), N_2(t)$  and  $N_3(t)$  go to zero, the selection of matching  $N_{30}$

(prevention) and  $\gamma$  (peacekeeping activity). Terms of the completion or

continuation of the information warfare studied at the programmatic

level in the environment of Matlab - made up of the program, made the

calculations for different initial conditions and values of model

parameters, the results are visualized and stored in the application's thesis.

**In the second chapter - the discrete linear mathematical models of information warfare**, we construct the discrete model and separately considered for mathematical model of information warfare ignore the enemy: - with the initial conditions

$$x_0, y_0, z_0, z_n|_{n=1} = z_1, \quad z_1 = \gamma(x_0 + y_0) \quad (5)$$

and a system of difference equations

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha x_n - \beta z_n \\ y_{n+1} - y_n = \alpha y_n - \beta z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma(x_n + y_n) \end{cases} \quad (6)$$

no preventive (§ 2.1) and preventive (§ 2.2) cases. Solutions of systems of difference equations (6) for preventive and not preventive case.

For  $z_0 > 0$  and functions

$$F(t) = \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \text{ proved Lemma 2.}$$

**There exists a value for  $z_0$ , which function  $F(t)$  at the minimum point  $t_0$  is negative:**  $F(t_0) < 0$ ; and with its aid found that at the highest aggressiveness of the parties, the condition of complete information warfare is the inequality for the prevention of

$$z_0 > \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} + \frac{x_0 - y_0}{2\beta} \sqrt{D} \log_{\lambda_1/\lambda_2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) = \bar{z}_0 \quad (7)$$

when  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  and  $(x_0 > y_0)$ . In this case the first party, as well as the other two, complete information warfare. We also consider

the conditions for completion of information warfare for the different levels of aggressiveness: in particular, for  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , if antagonistic parties began information warfare with different starting positions ( $x_0 > y_0$ ), then the function

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0)a^t - \left( \beta z_0 - \frac{2\beta\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \right) t \left( \frac{2}{\alpha + 2} \right) \text{ proved}$$

**Lemma 3. There exists  $t^*$ , in which  $F(t^*) < 0$ ;** Using Lemma 3 we establish conditions for complete information war. Terms of the completion or continuation of the information war studied at the programmatic level in the environment of Matlab - made up of the program, made the calculations for different initial conditions and values of model parameters, the results are visualized and placed in Annex 2 of the thesis.

**In the third chapter - the continuous non-linear mathematical models of information warfare** - built two continuous non-linear mathematical models. In § 3.1 for the model ignoring opponent

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_1(t) N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_2(t) N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha, \beta, \gamma > 0 \quad N_1(0) = N_{10} \geq 0, N_2(0) = N_{20} \geq 0, N(0) = N_{30} \geq 0 \quad (9)$$

studied analytically the corresponding Cauchy problem and the obtain exact solutions:

$$N_3(t) = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)}, \quad N_1(t) = N_{10}(C - 1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2},$$

$$N_2(t) = N_{20}(C - 1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2}, \quad C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} \gg 1$$

$$k = \sqrt{(\beta N_{30} - \alpha)^2 + 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20})} > 0$$

$k > |N_{30}\beta - \alpha|$ . It is shown that information warfare is ended when any prevention, but access to the peak of activity is determined by the condition when  $N_{30} < \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $N_1(t)$  it starts to grow, reaching a peak of activity, and then decreases in the vicinity the origin of coordinates the graph has a kind of loop. The same process is observed for the other party. If,  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta}$ , when  $|C| > 1$ ,  $N_1(t)$ , as well as  $N_2(t)$ , from the beginning decreases and from top to asymptotically approaches zero. Terms of the completion or continuation of information warfare studied at the programmatic level in the environment of Matlab - made up of the program, made the calculations for different initial conditions and parameters model that the results are visualized and placed in Annex 3 of the thesis.

**In § 3.2** we constructed and analyzed a mathematical model of strong and weak opponents

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) + \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (10)$$

where  $\alpha, \delta, \beta, \gamma$  the parameters of a mathematical model,

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N(0) = N_{30} \quad (11)$$

the initial conditions of information warfare.

If  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , then

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t}$$

$$\varphi(t) \equiv N_1(t) + N_2(t) = \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta X e^{\lambda_2 t}$$

$$X \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = (\alpha - \delta\varphi(t))N_1(t) + \delta N_1^2(t) - \beta N_3(t) \quad (13)$$

Equation (13) decided in the environment of Matlab, using the solver (solver), a system of ordinary differential equations, ode 45, which is based on the One Step explicit Runge-Kutta up the fourth and fifth orders. Then, from (12) we find the activity of the other party.

If a third party will resort to inadequate prevention and is satisfied,

$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2}$ , then neither of the parties does not complete the

information war. If the condition holds

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (14)$$

is then possible to finish the of information warfare:

$N_1(t) + N_1(t) \rightarrow -\infty$ , when  $t \rightarrow +\infty$ .

A similar situation with

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , or  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , then we have similar results with the results which were obtained above.

**In the fourth chapter - extremal problems in mathematical models of information warfare** - considered external problems that arise in mathematical models of information warfare. The aim is to complete the extreme challenges of information warfare peacekeeping process in the shortest time or with minimal use of research institutes of economic resources. **In § 4.1** and solved the problem of minimizing a single case of a mathematical model of an information warfare, ignoring the enemy.

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right] \rightarrow \inf \quad (15)$$

With the limitations of the arguments



$$\frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < N_{30} \leq M \quad (16)$$

$$0 < \gamma \leq K \quad (17)$$

where M,K the positive real numbers. By Lemma 5, the problem (15) - (17), is the problem of minimizing on the rectangle and solve the optimization method in Matlab nonlinear minimization program fmincon.

**In § 4.2** set the task of completing the of information warfare at the lowest cost for the dynamical system

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) - b_1u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) - b_2u_2(t) \end{cases} \quad (18)$$

$$x_1(0) = x_{10}; x_2(0) = x_{20} \quad (19)$$

where  $u(t)$  the vector control. Considered as an optimal control problem - the steepest end of information warfare. Applying the method of Pontryagin's maximum, we obtain necessary and sufficient conditions for the optimal control case.

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + v_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + v_2 \end{cases} \quad (20)$$

For the system (20), which introduced new controls  $v_1 = -b_1u_1(t)$ ,  $v_2 = -b_2u_2(t)$ ; , we consider the problem of synthesis. It is shown under what conditions may come into the origin of a particular point in phase space - was investigated manageability.

It is shown that the optimal control problem for a mathematical model of information warfare ignore the enemy, where the controlled system has the form

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \alpha x_1(t) - \beta u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha x_2(t) - \beta u_2(t) \end{cases} \quad (21)$$

can not be solved using the Pontryagin's maximum principle, whereas this problem was solved in the first chapter, where the dynamical system described by the original mathematical model. In fact, the approaches suggested in the first and fourth chapters complement each other.

## Conclusion

In the dissertation achieved its goal. Solved a number of scientific challenges of the proposed by Professor Temur Chilachava new research in the modeling of information warfare - mathematical models of information flows.

In the dissertation constructed general linear and nonlinear continuous, discrete mathematical models of information warfare. Research of processes of information warfare techniques of mathematical and computer modeling, analytical and numerical methods, showed that if the peacekeeping organization, whose involvement in the information warfare is reflected in the proposed mathematical models used in their activity is enough - the required number of prevention, they will be able to repay even the summit of a bitter information warfare. In particular, when the parties have high aggressiveness and different starting positions in the preventive model:

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  and  $(N_{10} \neq N_{20})$ , then when the peacekeeping side will resort to such prevention, that  $N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 = \bar{N}_{30}$ , then all three functions  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  go to

zero, i.e. information warfare ends.

For the proposed mathematical models of information warfare conditions are obtained for the completion of information warfare, with the selection of appropriate prevention, taking into account different modes of information attacks began. At the same time studied, that if the peacekeeping side does not resort to prevention, such as linear continuous and discrete mathematical models are not preventive war, ignoring the information of the enemy, they will not be able to repay the information warfare.

Computer simulations and computational experiments carried out in MATLAB confirm the possibility and the principle of suppression the information warfare - with the aid of increased prevention and peace-making activity by third parties. Calculations performed for different initial conditions and parameters of the model, the results are visualized and presented in four applications.

The results, presented in the dissertation we conclude that the role of peacekeepers in the repayment of information warfare is essential, and if they show at the appropriate level of peacekeeping activity (determination of the appropriate level possible on the basis of the proposed thesis), we will be able to repay even the most fierce information war. Mathematical models have shown that the efforts of international organizations are possible termination of information warfare between antagonistic states, that the development is not turned into a "hot" phase, i.e. in the fighting.

The results of the exact of mathematical research shows that if international organizations will be on the mark, and to the escalating of information warfare in the "hot" phase, will resort to preventive measures in a timely manner and with the urgency required will call for an end to the antagonistic parties aggressive rhetoric, it is possible to prevent a military confrontation.

### **List of published papers on the theme of dissertation**

1. Chilachava T.I., Kereselidze N.G. Nonlinear mathematical model of information warfare, "the aggressor - victim." Proceedings of the Academy of Science Tskhum-Abkhazia. Volume 2, 2011. Pages 5-15, the Georgian language.
2. Chilachava T.I., Kereselidze N.G. Mathematical modeling of information warfare. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2010 | No. 1 (24), pages 78-105. in Georgian language.
3. Chilachava TI, Kereselidze N. Mathematical modeling of information warfare. Journal of Information War. , 2011. № 1 (17), pp. 28-35. in Russian
4. Chilachava TI, Kereselidze N. A nonlinear mathematical model of information warfare. Issues of safety management of complex systems. Proceedings of the 19th International Conference. Moscow, December 2011, pp. 185-188. in Russian
5. Chilachava TI, Kereselidze N. Optimization problem of the mathematical model of information warfare. Abstracts. International Conference "Information and computer technology, simulation, control" on the 80th anniversary of the birth of IV Prangishvili. Georgia, Tbilisi, 01-04 November 2010, pp. 196 - 197. in Russian
6. Chilachava TI, Kereselidze N. Optimization problem of the continuous mathematical model of preventive information war. Problems of safety management of complex systems. Proceedings of the 18th of the International Conference. Moscow, December 2010, p. 221-226. in Russian
7. Chilachava T., Kereselidze N. About one mathematical model of the information warfare. Fifth congress of mathematicians of Georgia. Abstracts of contributed talks. Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, pg. 85.
8. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 113 – 141.

9. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous nonlinear mathematical model of information warfare. International conference continuum mechanics and related problems of analysis to Celebrate the 70<sup>th</sup> Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences & the 120<sup>th</sup> birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Tbilisi, September 9 – 14, 2011, p. 155-156.
10. Chilachava T., Kereselidze N. General continuous linear mathematical model of information warfare. Abstracts II International conference of Georgian mathematical union, Dedicated to the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences & the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Batumi, September 15 – 19, 2011, p. 117-118
11. Chilachava T., Kereselidze N. Mathematical and computer model of preventive information warfare. Georgian mathematical union. First international conference. Book of abstracts. Batumi, September 12-19, 2010, p. 75 – 76.
12. Chilachava T., Kereselidze N. Non-preventive continuous linear mathematical model of information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 91 – 112.
13. Chilachava T., Kereselidze N. Optimizing problem of mathematical model of preventive information warfare. Informational and Communication Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80<sup>th</sup> Anniversary of I.V. Prangishvili. USA, Imprint: Nova, 2011, [https://www.novapublishers.com/catalog/product\\_info.php?products\\_id=26035&osCsId=23686bd53ba0b01ecf51093491912c37](https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=26035&osCsId=23686bd53ba0b01ecf51093491912c37)

ნუგზარ კერესელიძე  
ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება  
ავტორეფერატი

Кереселидзе Нугзар Григорьевич  
Математическое моделирование информационных войн  
автореферат

Nugzar Kereselidze

Mathematical modeling of information warfare  
author's abstract

Georgia, Tbilisi 2012