საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

შორენა ოკუჯავა

პროდუქციის წარმოების ხარჯების მინიმიზაცია წარმოებული პროდუქციის ხარისხის მაჩვენებლის გათვალისწინებით

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

წარდგენილი დისერტაციის

ა ვ ტ ო რ ე ფ ე რ ა ტ ი

თბილისი

2012 წელი

სამუშაო შესრულებულია საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის

ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის

ეკონომიური ინფორმატიკის მიმართულებაზე

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: **სრული პროფესორი თამარ ლომინაძე**

რეცენზენტები: **სრული პროფესორი ეკატერინე თურქია**

სრული პროფესორი რუსუდან ქუთათელაძე

დაცვა შედგება 2012 წლის 7 ივნისს 4 საათზე

საქართველოს ტექნიკური უნვერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს კოლეგიის სხდომაზე,

კორპუსი VI, აუდიტორია 311ა

მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77.

დისერტაციის გაცნობა შეიძლება სტუ–ს ბიბლიოთეკაში,

ხოლო ავტორეფერატისა – სტუ–ს ვებგვერდზე

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი სრული პროფ. **თინათინ კაიშაური**

ნაშრომის ზოგადი დახასიათება

კვლევის აქტუალობა: დღევანდელი საბაზრო ეკონომიკისა და კონკურენტული გარემოს პირობებში, როცა ბაზარი გაჯერებულია პროდუქციით და ხასიათდება შედარებით სტაბილური ფასებით, ბიზნეს-ორგანიზაციის ეფექტური ფუნქციონირების ერთ-ერთ ძირითად მიმართულებას მოგების მაქსიმიზაციის პარალელურად პროდუქციის წარმოებასა და შენახვასთან დაკავშირებული დანახარჯების მინიმიზაცია წარმოადგენს. დისერტაციაში მოცემულია კვლევები ხარჯების ოპტიმიზაციის საკითხებითან დაკავშირებით და ასევე დამუშავებულია ოპტიმიზაციის ამოცანა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, რაც უაღესად აქტუალურ საკითხს წარმოადგენს დღევანდელ კონკურენტულ გარემოში. წარმოების ოპტიმიზაცია წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით განსაკუთრებით აქტუალურია საკვები და მალ-ფუჭებადი პროდუქციის მწარმოებელი ფირმებისათვის, რადგან დროის ფაქტორი განსაკუთრებით მწვავედ მოქმედებს აღნიშნული ტიპის პროდუქციაზე და დროის გასვლასთან ერთად მათი ხარისხი უარესდება, რაც იწვევს აღნიშნულ პროდუქტზე საბაზრო ფასის შემცირებას, ეს ყველაფერი კი საბოლოოდ ფირმის მოგებაზე აისახება, ამიტომ საწარმოო პროცესების დაგეგმვისას ოპტიმიზაციის პროცესში აუცილებელია მოხდეს ამ ფაქტის გათვალისწინება. შევნიშნოთ, რომ თემაში დამუშავებულია საწარმოო პროცესის ოპტიმიზაცია ორი მიმართულებით: ვახდენთ როგორც წრმოებისა და შენახვის ხარჯების ოპტიმიზააციას, რაც ამ შემთხვევაში გულისხმობს აღნიშნული ხარჯების მინიმიზაციას, ასევე ვახდენთ საწარმოს მოსალოდნელი მოგების ოპტიმიზაციას, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, ამ შემთხვევაში ოპტიმიზაცია ხდება მოგების მაქსიმიზაციის კუთხით. ორივე საკითხი არის საკვანძო მაჩვენებელი ნებისმიერი ბიზნეს ორგანიზაციისათვის, აქედან გამომდინარე, ვფქირობ, თემაში განხილული საკითხები არის საკმაოდ აქტუალური და ყურადსაღები, განსაკუთრებით,

დღევანდელი მწვავე კონკურენციის პირობებში. ოპტიმიზაციის ამოცანების გადასაჭრელად ვიყენებთ მათემატიკურ და გრაფულ მოდელებს.

მიუხედავად წარმოებული პროდუქციის მრავალფეროვანი ხასიათისა, საწარმოო პროცესები შესაძლებელია დაჯგუფდეს ისეთნაირად, რომ დიდი ჯგუფისათვის შემუშავებული იქნას საერთო პრინციპებზე აგებული მოდელები, რომელთა ეფექტურად და დროულად გამოყენება ინფორმაციულად უზრუნველყოფს მომავალი საქმიანობის დაგეგმვასთან დაკავშირებული ვარიანტების ანალიზსა და გადაწყვეტილების მიღების პროცესებს. დისერტაციაში განხილულია მოდელები პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად, მინიმალური ხარჯებით დაკმაყოფილების სფეროში. მათი გამოყენება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს, მენეჯერს, საშუალებას აძლევს განახორციელოს ვარიანტული ანალიზი პროდუქციის წარმოების ხარჯების, შენახვის ხარჯების ან წარმოებისა და შენახვის ერთობლივი ხარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმების გათვალისწინებით და ასევე მოახდინოს მოგების მაქსიმიზაცია, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გაუარესებით გამოწვეული დანაკარგების გათვალისწინებით. დამუშავებული მოდელების გამოყენება განსაკუთრებით ეფექტურია მცირე და საშუალო ბიზნეს სეგმენტში მოღვაწე საწარმოებისათვის, რადგან მათ შეძლონ დინამიური მოთხოვნის ცვლილებაზე სწრაფი და ეფექტური რეაგირების მოხდენა.

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი მიზანი. სამუშაოს მიზანს წარმოადგენს ისეთი მოდელების კრებულის დამუშავება, რომელიც უზრუნველყოფს პროდუქციაზე დინამიკური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების პრაქტიკული ამოცანებისათვის შემდეგი პირობების დაცვას:

1. მოდელი რეალობის ადექვატურია და საწარმოო ფაქტორების სხვადასხვა კომბინაციებისათვის იძლევა ეფექტური გამოთვლების განხორციელების საშუალებას.

2. მოდელი უზრუნველყოფს გამოთვლების ჩატარებას სხვადასხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით. რამდენადაც კრიტერიუმები, როგორც წესი, კონფლიქტურნი არიან, უნდა იყოს შესაძლებლობა ამონახსნთა ალტერნატიული ვარიანტების წარმოქმნისა და მათი შედარებითი შეფასებისათვის.

3. მოდელზე მიღებული კონკურენტული ამონახსნების სიმრავლე გადაწყვეტილების მიმღები პირისათვის უნდა იძლეოდეს პრაგმატულ ინფორმაციას.

კვლევის ამოცანები. ზემოთ მოყვანილი მიზნების მიღწევა მოითხოვს კვლევითი და ექსპერიმენტული სამუშაოების ჩატარებას როგორც რეალური საწარმოო ობიექტის ფორმალიზებულად აღწერისა და ოპტიმიზაციის მათემატიკური მოდელის შედგენის, ისე შედგენილი მოდელისათვის ეფექტური გამოთვლითი მეთოდების პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავების მიმართულებით.

კერძოდ, რადგან პროდუქციის წარმოების პროცესი დაკავშირებულია სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულობებთან, საჭირო ხდება დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხების განხილვა მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორიცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლო მყოფი რამდენიმე არაოპტიმალური ამონახსნის ჩამოთვლა მრავალკრიტერიუმიანი ანალიზისა და ამონახსნთა მდგრადობის გამოკვლევის მიზნით.

ხარისხის განსხვავებული მაჩვენებლების მიხედვით მოხდა წარმოებული პროდუქციის დაჯგუფება სამ ნაწილად და თითოეული მათგანისათვის გამოკვლეულ იქნა ხარისხის კრიტერიუმის ცვლილება დროში, შედეგად დადგინდა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი და მისი გავლენა საბაზრო ფასზე. ამის შემდეგ კი მოხდა მოგების ოპტიმიზაცია ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტის გათვალისწინებით.

მეცნიერული სიახლე. ზემომოყვანილი მიზნების მიღწევისა და ამოცანების კომპლექსურად გადაწყვეტისათვის შემუშავებულ იქნა პროცესის დისკრეტულად წარმოდგენის სქემა, რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო საწარმოო პროცესის ბუნებრივ დისკრეტულობებს, არამედ სწრაფი გამოთვლების შესაძლებლობას.

კერძოდ:

1. ფორმალიზებულ იქნა პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციის დამოკიდებულება წარმოებულ პარტიის ზომაზე, საწარმოო უბნის სიმძლავრეზე და მოსამზადებელ-დამამთვარებელ სამუშაოებზე. რამდენადაც მიღებული ფუნქცია წყვეტილია, მიღებულ იქნა გადაწყვეტილება მათი ცხრილებით წარმოდგენის შესახებ (თუმცა ეს ერთი მხრივ ოდნავ აუხეშებს მოდელს, მეორე მხრივ იგი დიდად ასწრაფებს ვარიანტების წარმოქმნის პროცესს და მათ ანალიზს).

2. ჩამოყალიბებული იქნა მოდელების სიმძლავრე, რომლებიც განსხვავდებიან მიზნობრივი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლისა და შეზღუდვების გათვალისწინების წესებით.

3. ყველა დამუშავებული მოდელი იყენებს გამოთვლით სქემას, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში უმოკლესი გზის ან K-უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმზე.

4. კვლევების შედეგად მოხდა სხვადასხვა ტიპის პროდუქციის დაჯგუფება ხარისხის კოეფიციენტის გაუარესების მიხედვით 3 მთავარ ჯგუფად და თითოეული კატეგორიის პროდუქციისათვის დადგინდა ხარისხისა და დროის ურთიერთ-კავშირი, რომელიც დისერტაციაში ნაჩვენებია როგორც გრაფიკული, ასევე ცხრილური სახით.

5. ოპტიმიზირებულ იქნა საწარმოს მოგება, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, ამ შემთხვევაში მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანის გადასაჭრელად გამოყენებულ იქნა ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმი.

გამოყენებული ალგორითმების გამოყენება ხდება ერთჯერად ან რეკურენტულად ამოცანის ტიპის მიხედვით.

მიღებული შედეგები წარმოადგენს ორიგინალურს, რამდენადაც ამ კლასის ამოცანების შესახებ ინფორმაცია სამეცნიერო-საინჟინრო ლიტერატურაში იშვიათად გვხდება.

შედეგების გამოყენების სფერო. ჩატარებული კვლევის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია სამეცნიერო ჟურნალებში და მოხსენებული იქნა მასწავლებელთა და სტუდენტთა სამეცნიერო კონფერენციებზე. კვლევაში და კვლევის შედეგების სათანადო სახით წარმოდგენაში მონაწილეობდნენ სტუდენტები. დამუშავებული მოდელები დანერგილია სასწავლო პროცესში მენეჯერული ეკონომიკის საგნებში.

დამუშავებული ოპტიმიზაციის მოდელები ადვილად შეიძლება გამოყენებულ იქნას მცირე და საშუალო ბიზნესის ორგანიზაციების საქმიანობაში.

გამოქვეყნებული სტატიების ჩამონათვალი:

1. თ. ლომინაძე, ლ. გოჩიტაშვილი, შ. ოკუჯავა მომხმარებლის ქცევა და პროდუქციაზე მოთხოვნის ფუნქციის შეფასება // საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა. ელიაშვილის სახელობის მართვის სისტემების ინსტიტუტი, თბილისი, 2009;
2. შ. ოკუჯავა წარმოებული პროდუქციის ხარისხი, როგორც ბიზნესორგანიზაციის წარმატების წინაპირობა // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2012;
3. თ. ლომინაძე, შ. ოკუჯავა მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმისა და სასიცოცხლო ვადების გათვალისწინებით // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2012;
4. შ. ოკუჯავა, თ. ლომინაძე, თ. ასათიანი პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ოპტიმიზაციის ამოცანა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2010;

კონფერენციები:

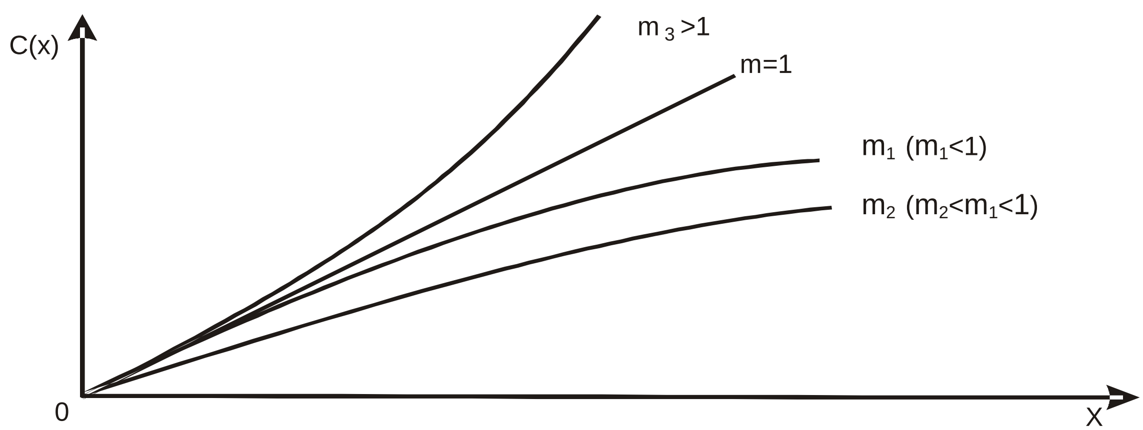
1. Sh. Okujava Problem of Determining Optimal Lot Size with Respect to the Production, Storage and Quality Criteria // // Preceedings of the 3rd international conference on Europian computing conference of computational inteligence (SE’09) I. Javakhishvili State University , Tbilisi, Georgia, 2009

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა: სადისერტაციო ნაშრომი შედგება 121 გვერდისგან, 28 ნახაზისგან და 7 ცხრილისგან.

სადოქტორო ნაშრომის შინაარსი

დისერტაციის შესავალში განხილულია საბაზრო ეკონომიკისა და ბაზრის მიერ დადგენილი სტაბილური ფასების პირობებში წარმოების მინიმიზაციის საქმეში ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელების გამოყენების აუცილებლობისა და შესაძლებლობების საკითხები. განხილულია წარმოებისა და შენახვის ხარჯების ფუნქციების განსაზღვრისა და მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ძირითადი მოდელები საწარმოო უბანზე სხვადასხვა ტიპის შეზღუდვების გათვალისწინებით.

პირველ თავში განხილულია ოპტიმიზაციის ამოცანის ინფორმაციული უზრუნველყოფისა და ძირითადი გამოთვლითი ალგორითმების დამუშავების საკითხები.



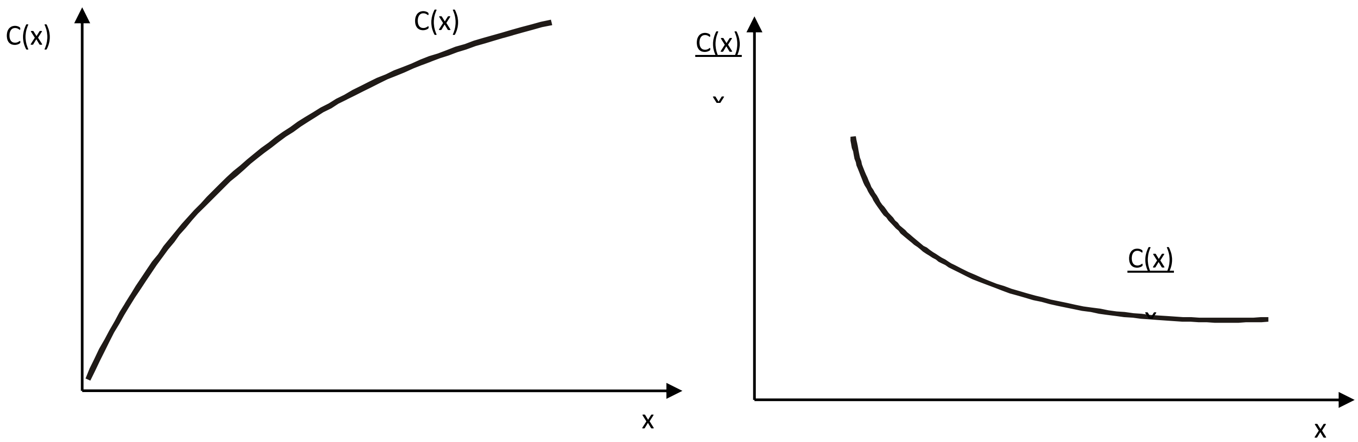
x – პარტიის ზომა

C(x) - პროდუქციის x ზომის პარტიის დანახარჯები

ა)

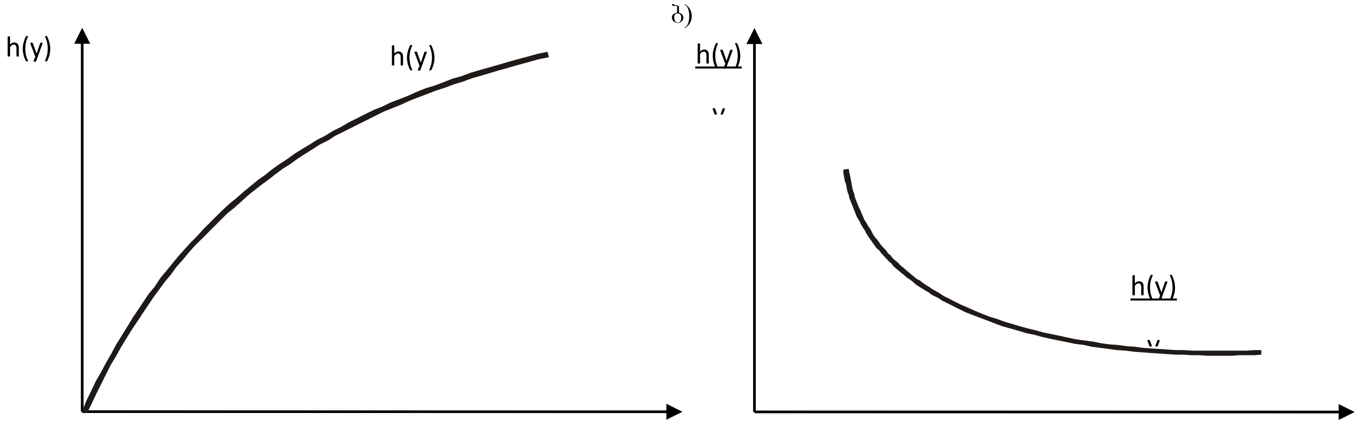
$C(x)=a.x^m$

პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების დამოკიდებულება წარმოებული პროდუქციის პარტიის ზომაზე



C(x)/x - პროდუქციის ერთეულზე მოსული ხარჯები

ბ)



y – მარაგის მოცულობა

h(y) - y მოცულობის მარაგის შენახვის ღირებულება

h(y)/y – მარაგის ერთეულის შენახვის ღირებულება

გ)

ნახ. 1.

ეკონომიკური თეორია ზოგად შემთხვევაში მიუთითებს, რომ პროდუქციის პარტიის ხარჯები არაწრფივადაა დამოკიდებული პარტიის ზომაზე, თუმცა, რიგ შემთხვევებში ადგილი აქვს წრფივ დამოკიდებულებას. ნახ. 1. ა) გვაძლევს ამის შესახებ გრაფიკულ წარმოდგენას, როცა ჯამური დანახარჯები განისაზღვრება ფუნქციით $C(x)=a.x^m$. როცა m=1, მაშინ გვაქვს წრფივი დამოკიდებულება და a არის ერთეული პროდუქციის ხარჯები, თუ m<1, მაშინ არაწრფივობა მიუთითებს ჯამური ხარჯების პარტიის ზომაზე დამოკიდებულების ხარისხზე და შედეგად პროდუქციის ერთეულთან დაკავშირებული ხარჯები მცირდება პარტიის ზომის ზრდასთან ერთად (ნახ. 1. ბ). რაც შეეხება შემთხვევას m>1, მსგავსი შემთხვევა იშვიათად გვხვდება სტაბილურ ეკონომიკურ სიტუაციებში, როცა აზრი არ აქვს პროდუქციის მარაგის შექმნას.

მსგავს დამოკიდებულებებს აქვს ადგილი პროდუქციის მარაგების შექმნის შემთხვევაში.

მარაგის შექმნა დაკავშირებულია მისი შენახვის ხარჯებთან და ზოგად შემთხვევაში წარმოადგენს მოთხოვნის დაკმაყოფილებასთან დაკავშირებულ ხარჯების ძირითად სახეობას. თუ მარაგის სიდიდეს ავღნიშნავთ y-ით, ხოლო მის შენახვასთან დაკავშირებულ ხარჯებს h(y)-ით, პროდუქციის შენახვის ხარჯების არაწრფივი დამოკიდებულება მოცემულია ნახ. 1. გ)-ზე h(y) და h(y)/y ფუნქციების გრაფიკების სახით.

უნდა აღინიშნოს, რომ, თუმცა ამოცანის ჩამოყალიბებასა და აღწერაში ვიყენებთ ფუნქციებს, რეალურ გამოთვლებში იგულისხმება, რომ ეს ფუნქციები მოცემულია ცხრილების სახით. ფუნქციის ცხრილებით გამოსახვას ორი მნიშვნელოვანი უპირატესობა გააჩნია: აადვილებს ნებისმიერი ფორმის ფუნქციის მოცემას; ასწრაფებს ალგორითმებს, რადგან ფუნქციის მნიშვნელობის მრავალგზის გამოთვლის საჭიროება შეცვლილია ცხრილიდან ელემენტის არჩევის მარტივი ოპერაციით. ანალოგიურად არის წარმოდგენილი პროდუქციის შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციებიც.

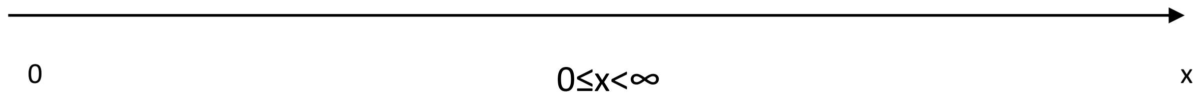
რიგ შემთხვევებში საწარმოო უბანს ისეთი სიმძლავრე აქვს, ან იმდენად მარტივია სიმძლავრის გაზრდა, რომ მისი ოპტიმიზაციის

ამოცანაში გათვალისწინება აუცილებელი არ არის, პარტიის ზომამ შეიძლება მიიღოს პრაქტიკულად ნებისმიერი მნიშვნელობა, თეორიულად ეს ნიშნავს, რომ გვაქვს $0<x<\infty$, როგორც ნახ. 2. ა) გვიჩვენებს.

იმ შემთხვევაში, როცა საწარმოს სიმძლავრე მკაცრად შეზღუდულია, იგი ვრცელდება პარტიის ზომაზე და ვღებულობთ ნახ. 2. ბ)-ზე მოცემულ სურათს. ეს შეზღუდვა, ცხადია, მნიშვნელოვნად ცვლის გამოთვლით პროცესს.

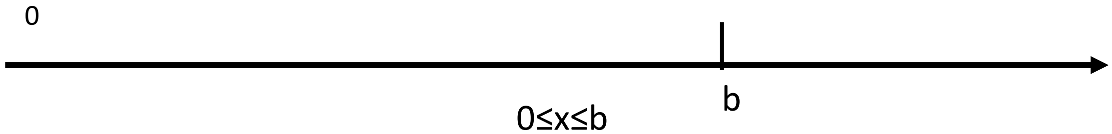
უფრო ზოგად შემთხვევას აღწერს ნახ. 2. გ). აქ იგულისხმება, რომ ყოველთვის გვაქვს b_1 სიმძლავრის მქონე საწარმოო უბანი და თუ $0 \le x \le b_1$, პარტიის დანახარჯები გამოითვლება ფუნქციით $C_1(x)$. ამავე დროს $x \le b_1$ შეზღუდვა არამკაცრია და შესაძლებელია სიმძლავრის გაზრდა b_2-b_1 სიდიდით ოპერატიულად, საჭიროების მიხედვით. თუ ამ სიდიდით სიმძლავრის გაზრდის ფიქსირებულ ხარჯებს ავღნიშნავთ Δ, მაშინ გვექნება $C_2(x)$ ფუნქცია და ერთეულ პროდუქციაზე მოსული ხარჯების გამომსახველი ფუნქციაც შეიცვლება (გაიზრდება, ზევით აიწევს).

პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების საკითხი მნიშვნელოვნადაა დაკავშირებული იმაზე, თუ რა ხასიათისაა საწარმოო უბნის სიმძლავრე.



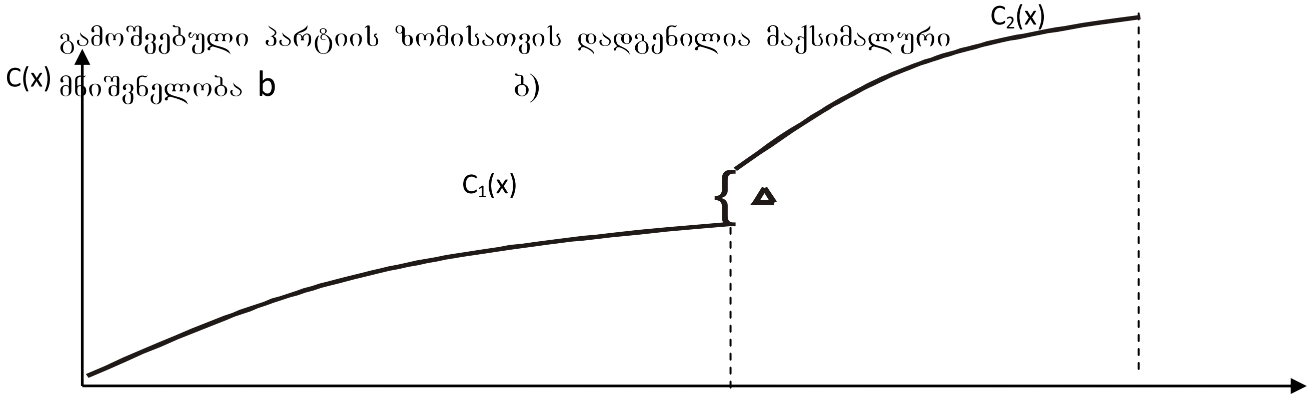
ა)

საწარმოს სიმძლავრე იმდენად დიდია, რომ პარტიის ზომაზე შეზღუდვა არ არსებობს



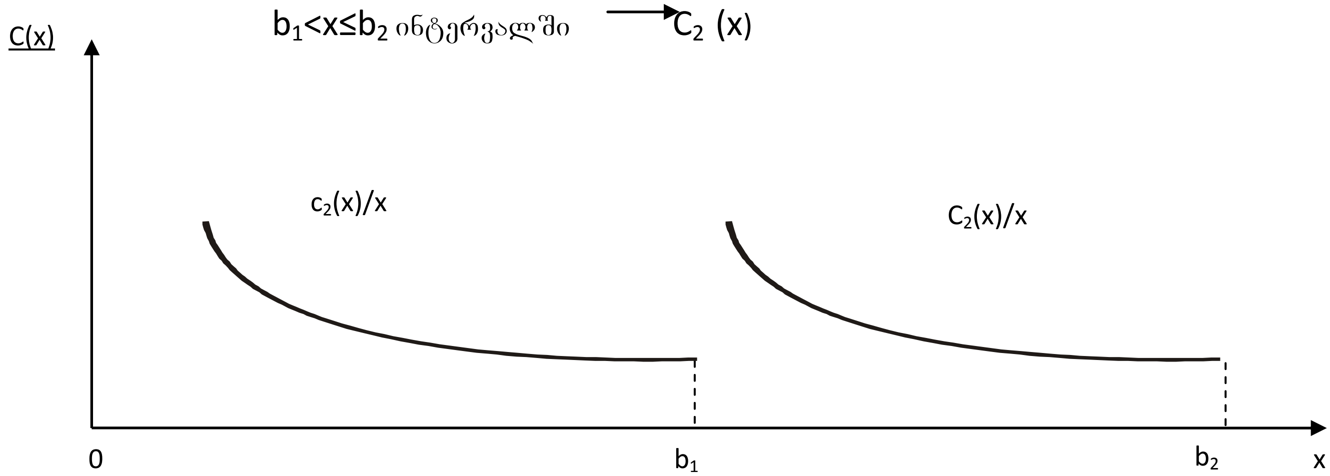
გამოშვებული პარტიის ზომისათვის დადგენილია მაქსიმალური მნიშვნელობა b

ბ)



$0 \le x \le b_1$ ინტერვალში $\longrightarrow C_1(x)$

$b_1 < x \le b_2$ ინტერვალში $\longrightarrow C_2(x)$



გ)

სიმძლავრის გაზრდა იწვევს პროდუქციის ერთეულის ხარჯების გაზრდას

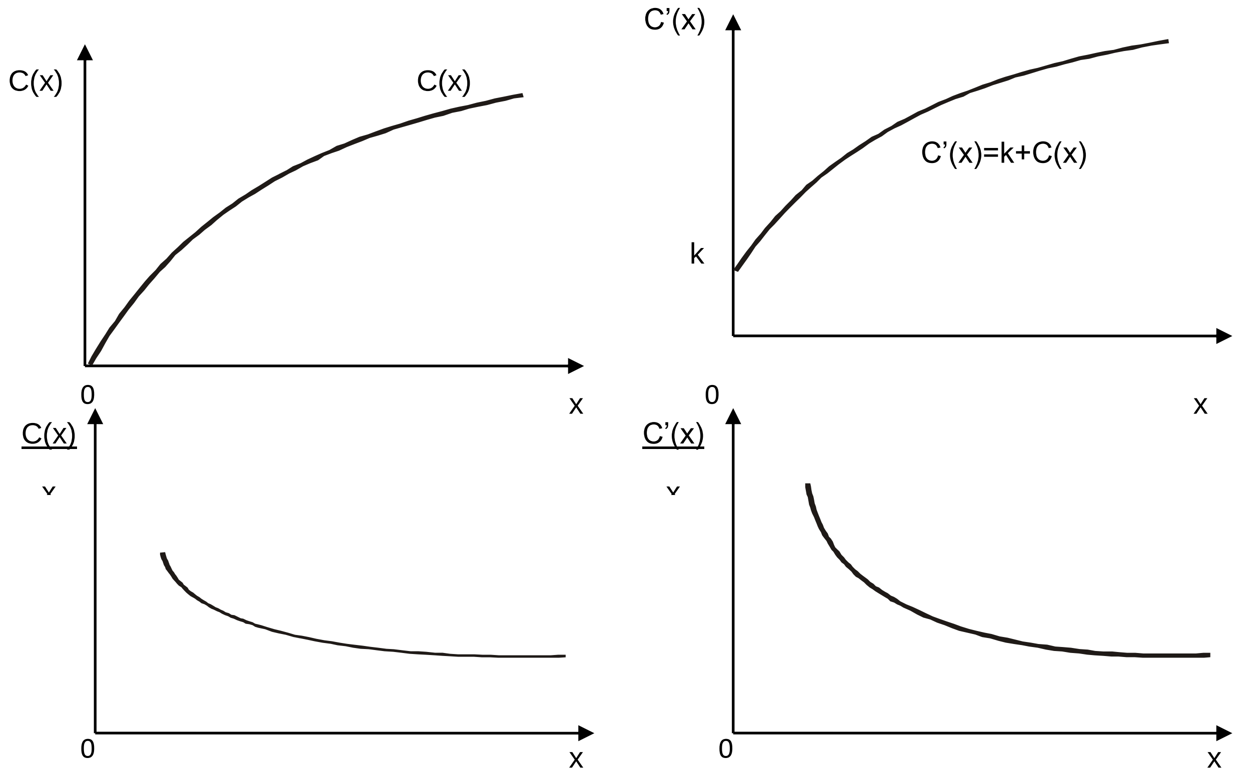
ნახ.2

ცხადია, ამგვარი პირობის ოპტიმიზაციის მოდელში გათვალისწინება მოითხოვს სათანადო ცვლილებებს გამოთვლით სქემაში.

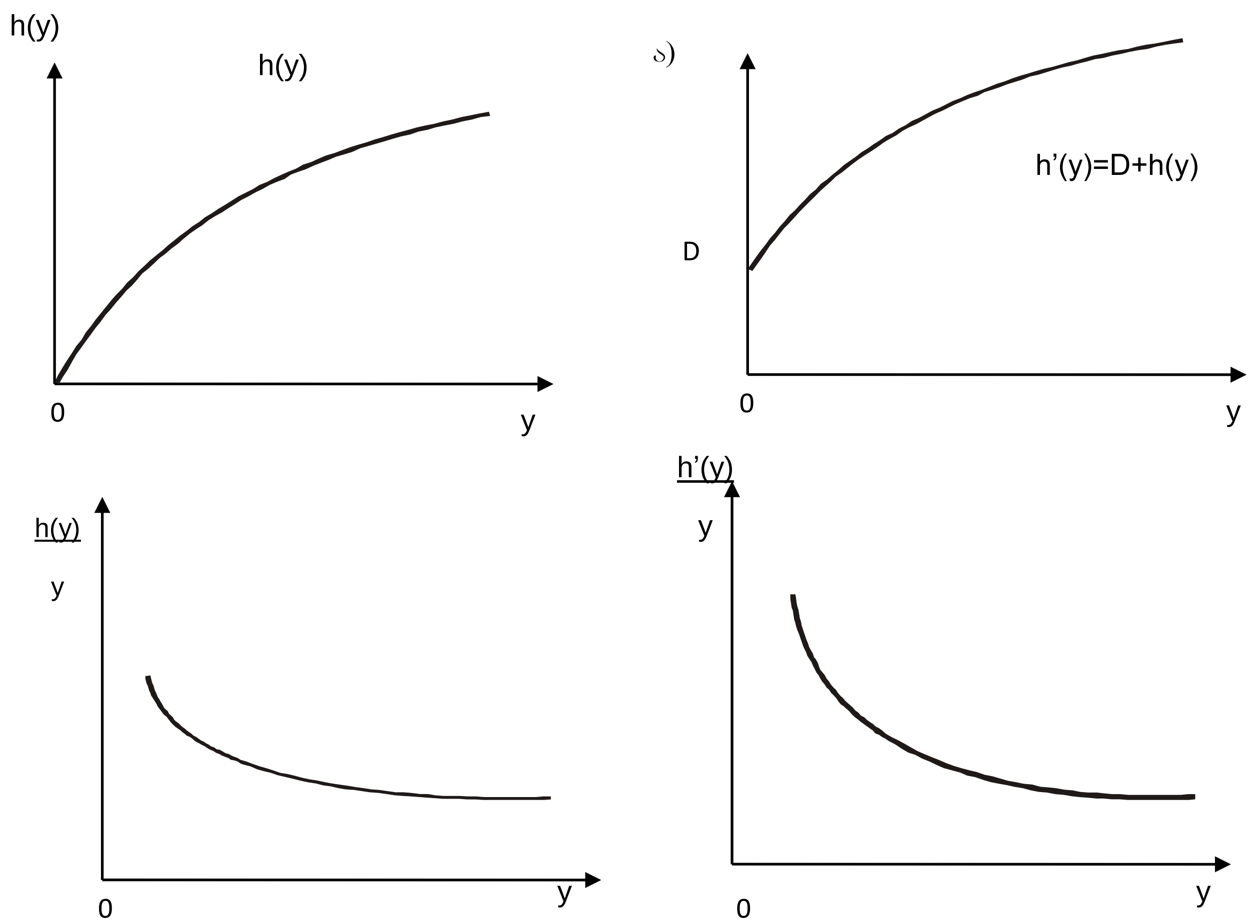
წარმოების ხასიათის მიხედვით, ზოგჯერ საწარმოო უბნის სამუშაოდ მომზადებას მნიშვნელოვანი ხარჯები არ ახლავს, ასევე არაა დაკავშირებული ხარჯებთან მომუშავე უბნის დახურვა. ბევრ შემთხვევაში კი სამუშაო უბნის სამუშაოდ გახსნა-დახურვასთან მნიშვნელოვანი დანახარჯებია დაკავშირებული. განსაკუთრებით ეს ეხება ტემპერატურული რეჟიმის შექმნასა და სხვადასხვა სახის სიმძლავრეების მობილიზებას. ასეთ შემთხვევებში გვაქვს უბნის სამუშაო მდგომარეობაში მოყვანისა და მისი დახურვის k და d დანახარჯები, როგორც ამას ნახ. 3. უჩვენებს.

ეს ხარჯები შეიძლება არსებობდეს როგორც წარმოების, ისე შენახვის შემთხვევაში და ისინი თავისი შედგენილობით ერთმანეთს ჰგვანან (ორივეგან შეიძლება გვქონდეს გახსნა-დახურვის ოპერაციები და მათთან დაკავშირებული ხარჯები).

ნახ. 3. ა) და ბ) გვიჩვენებს თუ როგორ გავლენას ახდენს ხარჯებზე უბნის სამუშაოდ მომზადების (გახსნის) დანახარჯები პროდუქციის პარტიისა და ერთეულის ხარჯებზე



ა)



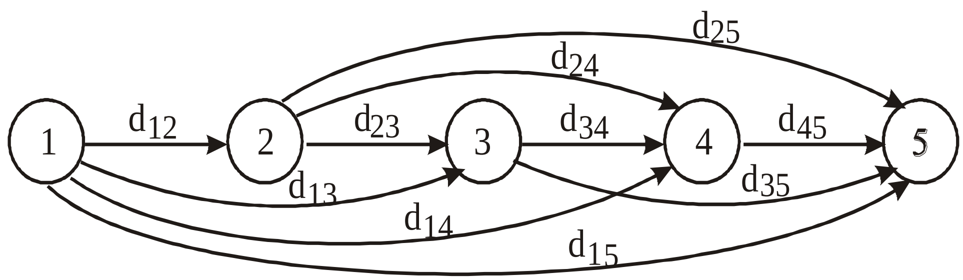
ბ)

ნახ..3.

დისერტაციაში მოცემული კვლევები დაფუძნებულია დროის დისკრეტიზაციაზე, როცა დაგეგმვის T ინტერვალი დაყოფილია n ქვეინტერვალებად, ანუ პერიოდებად ნომრებით 1,2, . . ., n. თვითოეული პერიოდისათვის ცნობილია მოთხოვნა პროდუქციაზე $r_1, r_2, \ldots, r_n$, $r_i \geq 0$, i=1,2, . . .,n და i-ურ პერიოდში შეიძლება წარმოებულ იქნას პროდუქცია მოცულობით x_i, $x_i \geq 0$, i=1,2, . . .,n. თუ წარმოებული პროდუქცია აღემატება მოთხოვნას, მაშინ ინტერვალებში იქმნება მარაგები მომდევნო ინტერვალებისათვის მოცულობით $y_i \geq 0$, i=1,2, . . .,n.

რაც შეეხება დაგეგმვის ინტერვალის და პერიოდების ზომას, ეს დამოკიდებულია კონკრეტული პროდუქციის თვისებაზე და შეიძლება იცვლებოდეს დიდ დიაპაზონში. მაგალითად, მალფუჭებადი პროდუქციისათვის დაგეგმვის ინტერვალი შეიძლება იყოს ერთი დღე, ხოლო პერიოდები კი დღის საათები. ანალოგიურად, შეიძლება გვქონდეს კვირა და კვირის დღეები, თვე და თვის დღეები და ა.შ.

განხილული ამოცანების ამოხსნის მეთოდები ძირითადად დაფუძნებულია სპეციფიკური სტრუქტურის გრაფულ მოდელებზე და, შესაბამისად, დამუშავებულია გრაფული მონაცემების დამახსოვრებისათვის აუცილებელი მონაცემთა სტრუქტურა. კერძოდ, n პერიოდიანი დაგეგმვის ინტერვალისათვის განსაზღვრულია n+1 წვეროიანი გრაფი, რომლის კვანძები შეერთებულია რკალებით შემდეგნაირად: რკალი i-ურ და j-ურ კვანძებს შორის ($i<j$) აღნიშნავს, რომ i-ურ ინტერვალში ხდება პროდუქციის გამოშვება იმ რაოდენობით, რაც საკმარისია i, i+1, . . . , j-1 ინტერვალების მოთხოვნათა ზუსტად დასაკმაყოფილებლად. ამგვარად, ზოგად შემთხვევაში გრაფს აქვს ნახ. 4. ნაჩვენები სახე (n=4 შემთხვევისათვის).



ნახ. 4

აქ მეხუთე კვანძში შემოდის 4 რკალი, მეოთხეში სამი და ა.შ. ზოგადად n+1 კვანძში შემოდის n რკალი, n-ურში n-1 და ა.შ.

თუ გრაფს წარმოვადგენთ მატრიცა D[1:n,1:n+1] სახით, მაშინ გრაფის შესახებ მონაცემები გამოისახება მატრიცით:

$$D[1:n,1:n+1] = \begin{array}{c|lllll|} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0, & d_{12}, & d_{13}, & d_{14}, & d_{15} \\ 2 & 0, & 0, & d_{23}, & d_{24}, & d_{25} \\ 3 & 0, & 0, & 0, & d_{34}, & d_{35} \\ 4 & 0, & 0, & 0, & 0, & d_{45} \\ & & & & & \end{array}$$

ამ მატრიცაში ელემენტები განმარტებულია ისეთი (i,j) წყვილისათვის, რომლისთვისაც კმაყოფილდება i<j. მატრიცის დანარჩენი ელემენტები წარმოდგენილია პირობითად ნულით.

მატრიცის ელემენტები მისამართით (i,j), სადაც j≤i ინიციალიზებულია რიცხვით 0 და ამგვარად, მატრიცის ელემენტთა ნახევარზე მეტი არაინფორმაციულია. გრაფის შესახებ მონაცემების მატრიცული ჩაწერა ამარტივებს ალგორითმის გადატანას მაღალი დონის პროგრამირების ენაზე, მაგრამ დაკავშირებულია მეხსიერების უჯრედების

არაეფექტურ გამოყენებასთან დიდი რაოდენობის არაინფორმაციული მონაცემების დამახსოვრების გამო.

იგივე გრაფის შესახებ მონაცემები შეიძლება წარმოდგენილ იქნას როგორც ერთგანზომილებიანი მასივი:

$$D1[1:10] = (\underbrace{d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{15}}_{4}, \underbrace{d_{23}, d_{24}, d_{25}}_{3}, \underbrace{d_{34}, d_{35}}_{2}, \underbrace{d_{45}}_{1})$$

ზოგადად მასივს ექნება განზომილება $A\left[1:\frac{n(n+1)}{2}\right]$ ხოლო (i,j) რკალის შესაბამისი ელემენტი d_{ij}, განისაზღვრება მისამართზე:

$$K = n(i-1) - \frac{(i-2)(i-1)}{2} + (j-i)\text{, ანუ}$$

$$d_{ij} = A[K]$$

მონაცემთა წარმოდგენის ასეთ მოდელში ადგილი არ აქვს მეხსიერების უქმად გამოყენებას, მაგრამ, სამაგიეროდ საჭირო ხდება ინდექსის გამოანგარიშება მასივზე ყოველი მიმართვისას. გამოთვლების საბოლოო ეფექტურობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად რაციონალურად ხდება ციკლების ორგანიზაცია.

საბოლოო გადაწყვეტილება წარმოდგენის შესახებ დამოკიდებულია კომპიუტერის გამოთვლით სიმძლავრეზე, თუმცა, ქვემოთ მოყვანილ მსჯელობებში გამოიყენება მატრიცული წარმოდგენა აღწერის სიმარტივის გათვალისწინებით.

რადგანაც კვანძების ნუმერაცია აკმაყოფილებს მოთხოვნას $i<j$ (კვანძი ნომრით i გრაფში წინ უსწრებს კვანძს ნომრით j) და ორიენტირებული რკალი (i,j) არსებობს ნებისმიერი i და j კვანძებისათვის თუ $i<j$, გრაფის ბმულობის ხარისხი განისაზღვრება კვანძში შემომავალი რკალების მაქსიმალური რაოდენობით, (ზოგადად, n პერიოდის შემთხვევაში ბმულობის ხარისხი უდრის n-1). რადგანაც გრაფში გზის სიგრძე ადიტიურია, იგი უდრის გზაში შემავალ რკალთა სიგრძეების ჯამს. გარდა ამისა, მინიმალური (ოპტიმალური) გზა აკმაყოფილებს ე.წ. ბელმანის ოპტიმალობის პირობას: თუ ოპტიმალური გზა საწყისი 1 კვანძიდან საბოლოო n კვანძამდე, Path(1,n), გადის k–ურ კვანძში, მაშინ ამ გზის მონაკვეთები Path(1,k) და Path(k,n) უმოკლესებია (1,k) და (k,n)

კვანძთა წყვილებს შორის არსებულ გზებს შორის. ამ თვისების გამოყენებით თვითოეულ კვანძს შევუსაბამოთ 1 კვანძიდან ამ კვანძამდე უმოკლესი მანძილის შეფასება $d_1, d_2, \ldots, d_n$. თავიდან $d_1=0$, ხოლო დანარჩენების მნიშვნელობები გამოითვლება გამოთვლების მსვლელობაში. კერძოდ, რამდენადაც მეორე კვანძში შემოდის ერთი რკალი (1, 2), d_2-თვის გვექნება $d_2=d_1+d_{12}$. ანალოგიურად, $d_3=\min(d_2+d_{23}, d_{13})$ და ა.შ. ზოგადად,

$$d_j=\min(d_1+d_{1j}, d_2+d_{2j}, \ldots, d_{j-1}+d_{j-1,j})$$
$$j= 2,3, \ldots, n+1$$

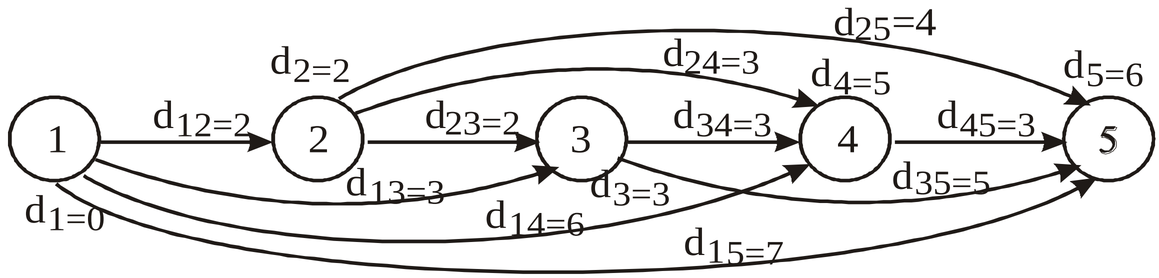
მაგალითად, ნახ. 5 შემთხვევაში $d_1=0$, $d_2=\min(0+2)=2$, $d_3=\min(0+3, 2+2)=3$, $d_4=\min(0+6, 2+3, 3+3)=5$, $d_5=\min(0+7, 2+4, 3+5, 5+3)=6$.

ამგვარად, ნახ. 5. ა) მოცემულ შემთხვევაში უმოკლესი გზის სიგრძეა $d_5=6$. ნახაზზე მოყვანილი მონაცემები საშუალებას იძლევა განხორციელდეს ნაბიჯები უკან და განსაზღვრულ იქნას ოპტიმალური გზა ნომერ 1 და 5 კვანძებს შორის. პირველ რიგში განისაზღვრება ოპტიმალურ გზაში შემავალი ბოლო რკალი. ამისათვის უნდა მოიძებნოს e-ს ისეთი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც ადგილი აქვს ტოლობას:

$$d_e + d_{e,5} = 6; \qquad e=1,2,\ldots,4$$

ჩვენს შემთხვევაში ტოლობა მიიღწევა e=2 მნიშვნელობისათვის, რაც ნიშნავს, რომ ოპტიმალური გზის ბოლო რკალია (2,5). ეხლა მსგავსი გამოთვლები უნდა ჩავატაროთ და ვიპოვოთ უმოკლესი გზა ნომერ 1 კვანძიდან ნომერ 2 კვანძამდე. ეს არის რკალი (1, 2). საბოლოოდ, ოპტიმალური გზა მოიცემა კვანძებისა და რკალების შემდეგი მიმდევრობით:

1, (1, 2), 2, (2, 5), 5როგორც ამაზე ნახ. 5. გ) მიუთითებს.

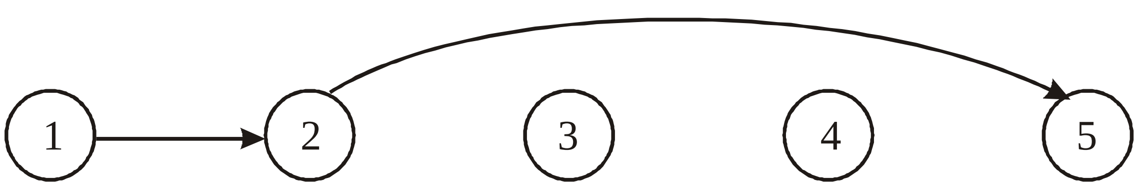


ა)

$$
D[1:4;1:5] = \begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & 0 & 2 & 3 & 6 & 7 \\
2 & 0 & 0 & 2 & 3 & 4 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3
\end{array}
\qquad
A[i,j] = \begin{array}{c|cccc}
 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \underline{2} & \underline{3} & 6 & 7 \\
2 & & 4 & \underline{5} & \underline{6} \\
3 & & & 6 & 8 \\
4 & & & & 8
\end{array}
$$

$d_1=0$, $d_2=2$, $d_3=3$, $d_4=5$, $d_5=6$

ბ)



გ)

ნახ. 5

განხილულ სკალარული ოპტიმიზაციის მოდელში ამოცანა დაიყვანება გრაფში უმოკლესი გზის ძიებაზე. თუ ამოცანა სინამდვილეში მრავალკრიტერიუმიანია, მაგრამ მის მოდელში გათვალისწინებულია ოპტიმიზაცია ერთ-ერთი კრიტერიუმით, ვარიანტული ანალიზის პრობლემა რჩება: ერთი მაჩვენებლის ოპტიმიზაცია, როგორც წესი, იწვევს სხვა (მასთან კონფლიქტური) მაჩვენებლის გაუარესებას. ასეთ შემთხვევებში სამი ძირითადი შესაძლებლობაა:

1. ამოიხსნას ამოცანა ყველა მაჩვენებლით ცალ-ცალკე, რაც მოგვცემს იმდენ ამონახსნს, რამდენი მაჩვენებელიც არის. თვითეული ამონახსნისათვის განისაზღვროს ყველა მაჩვენებლის მნიშვნელობა, რაც მოგვცემს შეფასებათა ვექტორებს. ვექტორების ეს სიმრავლე პარეტო-ოპტიმალურია და იგი წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს საბოლოო არჩევანისათვის.
2. მოხდეს მაჩვენებელთა სისტემის (ვექტორული მაჩვენებლის) სკალარიზაცია, ანუ დაყვანილ იქნას ერთ ფუნქციაზე მაჩვენებელთა წონითი კოეფიციენტების შემოტანის (ან რომელიმე სხვა მეთოდის) საფუძველზე და ამოიხსნას მიღებული სკალარული ოპტიმიზაციის ამოცანა.

3. ჩამოყალიბდეს ოპტიმიზაციის ამოცანა ერთ-ერთი კრიტერიუმის გამოყენებით და მოიძებნოს როგორც მისი ოპტიმალური ამონახსენი, ისევე გარკვეული რაოდენობის ხარისხით მომდევნო ამონახსნები. ცხადია, ასეთი მიდგომა განსაკუთრებით ეფექტურია დისკრეტული ოპტიმიზაციის შემთხვევაში და მას K–უმოკლესი ამონახსნის ძიების მეთოდი შეიძლება ეწოდოს. მიღებული K–რაოდენობის ამონახსნები-სათვის თვითოეულისათვის განისაზღვრება ყველა მაჩვენებლის მნიშვნე-ლობა და, ამგვარად ვღებულობთ შეფასებათა ვექტორების სიმრავლეს. ამ სიმრავლიდან გამოირიცხება ყველა დაქვემდებარებული ვექტორი (ერთი ვექტორი არის მეორისადმი დაქვემდებარებული, თუ ის ყველა კრიტერიუმით არაუკეთესია მეორეზე), რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს და იგი წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს. საჭიროების შემთხვევაში ამონახსნის ძიების პროცესი შეიძლება

უფრო მეტად ავტომატიზებული გახდეს თუ გამოვიყენებთ მაჩვენებელთა აწონის ან ლექსიკოგრაფიული ოპტიმიზაციის ტექნიკას ერთ-ერთი ამონახსნის ამორჩევის მიზნით.

შემდგომში, განხილული მოდელები დაფუძნებულია K–უმოკლესი ამონახსნის ძიების მეთოდის გამოყენებაზე მრავალკრიტერიუმიანი ოპტიმიზაციის ამოცანებისათვის.

მეორე თავში განხილულია პროდუქციის წარმოების და შენახვის ჯამური ხარჯების მინიმიზაციის ამოცანა წარმოების და შენახვის შეუზღუდავი სიმძლავრეების შემთხვევაში. ზემოთ მოყვანილ გრაფულ მოდელზე დაყვანის მიზნით ხდება ამოცანის დისკრეტული ფორმით წარმოდგენა შემდეგი დაშვებებით:

1. დაგეგმვის ინტერვალი დაყოფილია n პერიოდად (მაგალითად, თვე დღეებად, კვირა დღეებად, დღე საათებად).
2. თვითეული პერიოდისათვის ცნობილია პროდუქციაზე მოთხოვნა

   $r_1, r_2, \ldots, r_n, r_i \geq 0, i=1, 2, \ldots, n$. პროდუქციის სათანადო მინიმალური ერთეულის არჩევით, მოთხოვნა გამოსახულია მთელი რიცხვით.
3. პროდუქცია შეიძლება წარმოებულ იქნას ნებისმიერ პერიოდში რაოდენობით $x_i \geq 0$ და x_i – მნიშვნელობაზე ზემოთა ზღვარი არ არის დაწესებული (საწარმოო უბნის შემოუსაზღვრავი სიმძლავრე). ვექტორი $x=(x_1,x_2, \ldots ,x_n)$ გამოსახავს მოთხოვნის დაკმაყოფილების პოლიტიკას, თუ ყველა ინტერვალის მოთხოვნა კმაყოფილდება.
4. როცა ხდება n პროდუქციის გამოშვება რაოდენობით, რომელიც განკუთვნილია რამდენიმე მომდევნო ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად, მაშინ მომდევნო ინტერვალებში იქმნება პროდუქციის მარაგი, $y_i \geq 0$ რაც დაკავშირებულია შენახვის ხარჯებთან.
5. წარმოების და შენახვის ხარჯები C(x) და H(x) გამოისახებიან შეზნექილი ფუნქციებით, რაც ნიშნავს, რომ პარტიის ზომის

ზრდასთან ერთად ერთეულ პროდუქციაზე მოსული ხარჯები მცირდება.

6. წარმოების და შენახვის ხარჯები გამოსახულია ფულად ერთეულებში და მათი შეჯამება საერთო ხარჯებს გვაძლევს.

ოპტიმალური ამონახსნის ძიება წარმოებს ამონახსნთა სიმრავლეში, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას $x_i \cdot y_i=0$, $i=1,2,\ldots,n$. ეს ნიშნავს რომ თუ რომელიმე პერიოდში არსებობს მარაგი, მაშინ წარმოება არ ხდება. ანუ, ან $x_i>0$ და $y_i=0$, ან $x_i=0$ და $y_i\geq 0$. $x_i=0$ და $y_i=0$ შესაძლებელია როცა $r_i=0$.

დავუშვათ, რომ i-ურ ინტერვალში ხდება პროდუქციის წარმოება, მოცულობით x_i, რაც განკუთვნილია j-ურ პერიოდამდე ხარჯების დასაფარავად, ანუ $x_i=\sum_{k=i}^{j} r_k$. მაშინ გვექნება $x_{i+1}=0$, $x_{i+2},\ldots, x_j=0$. ამგვარად, i-ურ პერიოდში გაწეული წარმოების ხარჯების სიდიდე იქნება $C(x) = C(\sum_{k=i}^{j} r_k)$.

რამდენადაც i-ურ პერიოდში წარმოებული პროდუქცია ფარავს მომდევნო ინტერვალების მოთხოვნებს, მომდევნო პერიოდის მარაგებისათვის გვექნება სიდიდეები: $y_i = \sum_{k=i}^{j} r_k$, $y_{i+1} = \sum_{k=i+1}^{j} r_i, \ldots, y_j = r_j$. ამგვარად, შენახვის ხარჯებისთვის გვაქვს გამოსახულება $\sum_{k=i}^{j} h_k (\sum_{e=k}^{j} r_e)$. საბოლოოდ, როცა i-ურ პერიოდში წარმოებული პროდუქციით ხდება პერიოდების მოთხოვნათა დაკმაყოფილება, გვექნება დანახარჯები: $d_{i,j} = C_i (\sum_{k=1}^{j} r_k) + \sum_{k=1}^{j} h_k (\sum_{e=k}^{j} r_e)$.

ეხლა შეიძლება ავაგოთ ოპტიმიზაციის ამოცანის გრაფული მოდელი შემდეგნაირად:

1. პერიოდებს $1,2,\ldots,n$ შევუსაბამოთ გრაფის კვანძები ნომრებით $1,2,\ldots,n$ და კიდევ ერთი დამხმარე $n+1$ კვანძი.
2. d_{ij} ხარჯები წარმოადგენს (i,j) რკალის სიგრძეს.

3. ნებისმიერი გზა 1 კვანძიდან (n+1)-მდე წარმოადგენს ერთ-ერთ დასაშვებ ამონახსნს, ხოლო მათ შორის ერთი ან რამდენიმე – ოპტიმალურს.

ამგვარად, ზემოთ აგებული გრაფის ყველა რკალის სიგრძის განსაზღვრის შემდეგ ვპოულობთ მიმართულ გრაფში უმოკლეს გზას, ან K–უმოკლესი გზების სიმრავლეს. გზის სიგრძე გვაძლევს წარმოების და შენახვის ხარჯების ჯამური მნიშვნელობის მინიმუმს.

ზემოთ მოყვანილი გამოთვლები ზოგად შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

1. n – არის კვანძების (პერიოდების) რაოდენობა, დანომრილი როგორც:

   1, 2, . . .,n.

2. გვაქვს მატრიცა D[1:n, 2:n+1], რომლის D[i,j] ელემენტი განსაზღვრულია, როცა j>i.

3. გამოთვლები წარმოებს იტერაციულად j=2, 3,. . . , n+1.

   ა) ვითვლით კვანძამდე უმოკლესი გზის სიგრძეს:

$$d_1=0,$$

$$d_j = \min_{1\le i\le j-1}(d_i + d_{ij}) \qquad (1)$$

   ბ) i=1,2,. . . ,j-1. განვსაზღვრავთ მატრიცის A[i,j] ელემენტს შემდეგნა-
   ირად:

$$\mathbf{A[i,j] =} \ (d_i + d_{ij}) \qquad (2)$$

4. n+1 სვეტში ვპოულობთ მინიმალურ ელემენტს პირობით:

$$A(i^*, n+1) = \min_i A(i, n+1) \qquad (3)$$

   რაც გვაძლევს რკალს (i_1,n+1)

5. სვეტში ნომრით i_1 ვსაზღვრავთ მინიმალურ ელემენტს i_2 პირობიდან:

$$A(i_2, i_1) = \min_i A(i, i_1)$$

6. ვპოულობთ გზის მონაკვეთს i_2, (i_2,i_1), i_1, (i_1, n+1) და ა.შ., სანამ ნაპოვნი ნომერი უდრის 1-ს.

მსგავსი პროცედურა ტარდება ნებისმიერი ელემეტისათვის K რაოდენობის უმოკლესი გზის საპოვნელად.

მესამე თავში განხილულია ამოცანა, როცა როგორც საწარმოო, ისე შენახვის სიმძლავრეებზე შეზღუდვებია დაწესებული. კერძოდ, თუ i-ურ პერიოდში საწარმოო სიმძლავრეზე შეზღუდვას ავღნიშნავთ b_i, მაშინ უნდა კმაყოფილდებოდეს უტოლობა:

$$0 \le x_i \le b_i, \qquad i=1,2,\ldots,n$$

ანალოგიურად, თუ i-ურ ინტერვალზე შემნახავი უბნის სიმძლავრეს ავღნიშნავთ a_i, მაშინ გვექნება:

$$0 \le y_i \le a_i, \qquad i=1,2,\ldots,n.$$

ზოგადი გამოთვლითი მოდელი წინა თავში განხილულის ანალოგიურია, ოღონდ სხვანაირად ხდება (i,j) რკალის სიგრძის განსაზღვრა. კერძოდ:

$$d_{i,j} = \begin{cases} c_i(x_i) + \sum\limits_{k=i}^{j} h_k(y_k) & \text{თუ} \quad 0 \le x_i \le b_i, \quad 0 \le y_i \le a_i \\ \infty, & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში} \end{cases}$$

ამგვარად, შეზღუდვების გათვალისწინება ხდება ყოველი რკალის სიგრძის განსაზღვრისას. თუ ასეთ პირობებში გრაფში უმოკლესი გზის სიგრძე ტოლია ∞, ეს ნიშნავს, რომ ამოცანას ამონახსნი არ აქვს და საჭიროა საწარმოო ან შემნახავი უბნის სიმძლავრის გაზრდა იმისდა მიხედვით, თუ რომელი შეზღუდვა ირღვევა.

მეოთხე თავში განხილულია პროდუქციაზე დინამიკური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა, როცა მხედველობაში მიიღება საწარმოო უბნის სამუშაოდ გახსნის, მუშა რეჟიმში შენარჩუნებისა და დახურვის ხარჯები.

მოდელების ამ კლასში იგულისხმება, რომ i-ურ პერიოდში ხდება საწარმოო უბნის სამუშაოდ გახსნა (მომზადება), რაც დაკავშირებულია ხარჯებთან K_i, შემდეგ ხდება რამდენიმე პერიოდის მანძილზე მისი სამუშაო მდგომარეობაში შენარჩუნება, რაც დაკავშირებულია დანახარჯებთან P_i, P_{i+1}, . . . P_j, ხოლო j-ურ ინტერვალში ხდება მისი დახურვა, რაც, თავის მხრივ, დაკავშირებულია დანახარჯებთან L_j. ამგვარად, მხედველობაში უნ-

და იქნეს მიღებული სამუშაო უბნის გახსნის დანახარჯები, გამოსახული ვექტორით ($K_1, K_2, \ldots, K_n$), უბნის მუშა მდგომარეობაში შენარჩუნების დანახარჯების ვექტორი ($P_1, P_2, \ldots, P_n$) და უბნის დახურვასთან დაკავშირებული დანახარჯების ვექტორი ($L_1, L_2, \ldots, L_n$).

ამ ამოცანისათვის გრაფული მოდელის შესადგენად განვიხილოთ რკალი (i,j) შემდეგნაირად:

1. i-ურ პერიოდში ხდება სამუშაო უბნის სამუშაოდ გახსნა, რის გამოც ადგილი აქვს დანახარჯებს K_i;
2. სამუშაო უბანი შეიძლება დაიხუროს ნებისმიერ პერიოდში ნომრით k, $k=i, i+1, \ldots, j-1$, და ადგილი ექნება დახურვის დანახარჯებს L_k;
3. ინტერვალებში $i, i+1, \ldots, k$ ხდება საწარმოო უბნის შენარჩუნება მუშაობისათვის მზადყოფნის მდგომარეობაში, რაც, თავის მხრივ, დაკავშირებულია დანარჯებთან $\sum_{e=i}^{k} P_e$

ამგვარად, საწარმოო უბნის მხოლოდ ამგვარად მართვასთან დაკავშირებული და (i,j) რკალის შესაბამისი დანახარჯები შეადგენს

$$K_i + \sum_{e=i}^{k} P_e + L_k, \quad i \le k \le j-1 \qquad (4)$$

ცხადია, ამ გამოსახულების მნიშვნელობა დამოკიდებულია k–ზე. (i,j) რკალის სიგრძის განსაზღვრისათვის უნდა არჩეულ იქნას k–ისეთი მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა დანახარჯების უმცირეს სიდიდეს, როგორც ეს ქვემოთ აღწერილ მოდელებშია აღწერილი. ცხადია, თუ $P_i=P$, $i=1,2,\ldots,n$, მაშინ ფორმულა (4) მიიღებს სახეს:

$$K_i+(j-k+1)\,P+L_k \qquad (5)$$

რომ განისაზღვროს (i,j) რკალის სიგრძე $d_{i,j}$, განვიხილოთ სიტუაცია, მოცემული ნახ. 6. აქ საწარმოო უბანი იხსნება i-ურ პერიოდში, ხდება მისი მუშა მდგომარეობაში შენარჩუნება k პერიოდამდე (ჩათვლით), ხოლო ამის შემდეგ (j-1) ინტერვალამდე (ჩათვლით) იგი დახურულია წარმოებისათვის. რაც შეეხება მოთხოვნებს i-დან (k-1) პერიოდებისათვის შენარჩუნებულია რეალური მოთხოვნები $r_i, \ldots, r_{k-1}$, ხოლო k-ური ინტერვალებისათვის გვაქვს მოთხოვნები $r_{k+1}=0, \ldots, r_{j-1}=0$.

ამგვარად, ფიქსირებული k-თვის გვაქვს ქვეამოცანა, განსაზღვრული (i, i+1, . . ., j) პერიოდებისათვის და იგი ამოიხსნება ადრე აღწერილი სტანდარ-ტული გრაფული მოდელებით. ავღნიშნოთ ამ დამხმარე ამოცანაში უმოკლე-სი გზის სიგრძე როგორც $d_{i,k,j}$ მაშინ (i,j) რკალის სიგრძე $d_{i,j}$ განისაზღვრება როგორც:

$$d_{i,j} = \min_{K} d_{i,k,j} \qquad i \le k \le j-1 \qquad (6)$$

ფორმულა (6) თანახმად, ხდება $d_{i,k,j}$ სიდიდის განსაზღვრა k-ს ყოვე-ლი დასაშვები მნიშვნელობისათვის და აირჩევა ამონახსნი მინიმალური დანახარჯებით. მას შემდეგ, რაც გამოთვლები ჩატარებულია ყველა რკა-ლისათვის, მიღებულ ორიენტირებულ გრაფში ვპოულობთ უმოკლეს გზას (K-უმოკლეს გზებს), რომლის სიგრძე იძლევა მიზნობრივი ფუნქციის მინი-მალურ მნიშვნელობას, ხოლო მინიმალურ გზაში შემავალი რკალები სა-შუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ სათანადო პერიოდების შიგნით სა-მუშაოს უბნის გახსნის და დახურვის ოპტიმალური ინტერვალები.

ნაშრომის მეხუთე თავში განხილულია საწარმოს მოგების მაქსიმიზაციის ამოცაა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, სწორედ აღნიშნული კვლევები წრმოადგენს სიახლეს დღემდე არსებულ კვლევებს შორის, და არის უაღრესად აქტუალური საკითხი მალფუჭებადი და კვებითი პროდუქტების მწარმოებელი ფირმებისათვის. კვლევების შედეგად მოხდა ზოგადად ბაზარზე არსებული პროდუქციის, ხარისხის კრიტერიუმის მიხედვით, 3 ძირითად ჯგუფად დაყოფა, ესენია:

1. ხანმოკლე სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტები;
2. საშუალო სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტები;
3. ხანგრძლივი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტები.

თითოეული ამ ჯგუფის პროდუქტებისათვის დადგინდა დროისა და ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტის ურთიერთ-დამოკიდებულება, რაც დისერტაციაში ასახულია როგორც გრაფიკულად, ასევე ცხრილების სახით. ამის შემდეგ გადაწყვეტილია ოპტიმიზაციის ამოცანა, კერძოდ კი

საწარმოს მოგების მაქსიმიზაცია, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით.

წარმოებისა და შენახვის ხარჯების კრიტერიუმით ოპტიმიზაციისაგან განსხვავებით, პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმით ოპტიმიზაციის ამოხსნისას მაქსიმიზაციის ამოცანის გადაწყვეტაა საჭირო. ოპტიმიზაციას ვახდენთ მოგების მაქსიმიზაციის მიხედვით, სადაც გათვალისწინებული უნდა იყოს q ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი, რომელიც თავის მხრივ გავლენას ახდენს პროდუქციის სარეალიზაციო ფასზე და ამგვარად აისახება საწარმოს მოგებაზე. როგორც ვიცით, საწარმოს მოგება განისაზღვრება როგორც სხვაობა მის სრულ შემოსავალსა და სრულ დანახარჯებს შორის, რაც ფორმულის სახით შემდეგნაირად ჩაიწერება: $\pi = TR - TC$, ხოლო სრული შემოსავალი ეს არის გაყიდული პროდუქტის რაოდენობისა და ერთეულის ფასის ნამრავლი. პროდუქციის ხარისხის გაუარესება დროში კი იწვევს მისი გასაყიდი ფასის შემცირებას და შესაბამისად მცირდება საწარმოს მოგებაც. ამიტომ მწარმოებელი ორგანიზაციის მიზანია, პროდუქტის გაუარესებული ხარისხის შედეგად შემცირებული სარეალიზაციო ფასისა და გაყიდვების რაოდენობის პირობებში, მოახდინოს მოსალოდნელი მოგების მაქსიმიზაცია.

ამგვარად, აღნიშნული ოპტიმიზაციის ამოცანა შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

მაქსიმიზირებულ იქნას

$$\pi = \sum_{i=1}^{n}(r_i\, q_i\, p_i - (C_i(x_i) - h_i(x_i))$$

გამოსახულების მნიშვნელობა,

როცა, $y_i = \sum_{i=1}^{ni}(x_i - r_i) \geq 0;$ $i=1,2,\ldots,n$

$r_i, x_i, y_i \geq 0,$ $x_i \,.\, y_i = 0$

$q_i = [1,0]$

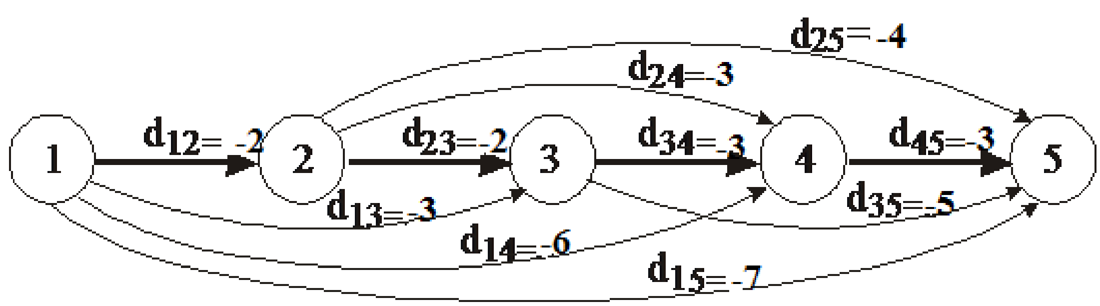
$i = 1,2,\ldots,n$

სადაც, r_i არის პროდუქციაზე არსებული მოთხოვნა დაგეგმვის ინტერვალში; q_i არის პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი სასიცოცხლო ციკლის თითოეულ ინტერვალში; p არის პროდუქციის ერთეულის გასაყიდი ფასი; $C_i(x_i)$ წარმოადგენს x_i პარტიის წარმოების დანახარჯებს, ხოლო $h_i(x_i)$ კი x_i პარტიის შენახვის ღირებულებას; x_i არის წარმოებული პროდუქციის პარტიის ზომა, y_i კი პროდუქციის მარაგი დაგეგმვის ინტერვალში.

ოპტიმიზაციის ამოცანის მიზანია შესაძლო მოგების მაქსიმიზაცია, პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯებისა და დროში პროდუქციის ხარისხის გაუარესებასთან დაკავშირებული დანაკარგების გათვალისწინებით.

ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი დაფუძნებულია ორიენტირებულ გრაფში უდიდესი გზის ძიების ალგორითმზე. გრაფში შესაძლებელია K-უდიდესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენება, რაც საშუალებას იძლევა განისაზღვროს რამდენიმე ამონახსნი, მათ შორის ოპტიმალური, რომელთა შორის ერთ-ერთის საბოლოო ამორჩევა ხდება სხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ.

ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის აგლორითმი არის ისეთივე, როგორც ეს იყო უმოკლესი გზის პოვნის შემთხვევაში, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ თითოეული რკალის შეფასებისას, მათ ვანიჭებთ უარყოფით სიდიდეებს და მხოლოდ ამის შემდეგ ვპოულობთ უმოკლეს გზას.



ა)

გრაფზე გზების ძიების ალგორითმი გულისხმობს ორი ეტაპის განხორციელებას. პირველ ეტაპზე ხორციელდება ნაბიჯები წინ კვანძების შეფასებათა დასადგენად, ხოლო მეორე ეტაპზე კეთდება ნაბიჯები უკან გზების დასადგენად. ცხადია, აქ იგულისმება გზები 1 და 5 კვანძებს შორის.

ამ შემთხვევაში მიზანს წარმოადგენს გრაფში K რაოდენობის საუკეთესო გზების ჩამოთვლა საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის.

1. პირველი კვანძი, j=1 , რადგან იგი წარმოადგენს საწყის წერტილს, ავღნიშნოთ ნულით, მაშასადამე, პრიველი კვანძის შეფასება – $d_1=0$

ანალოგიურად უნდა მოხდეს დანარჩენი კვანძების შეფასებაც, ამისათვის უნდა განვიხილოთ თითოეული გვანძი ცალ-ცალკე:

2. j=2, განვიხილოთ ყველა რკალი, რომელიც შემოდის მეორე კვანძში. ასეთია ერთადერთი რკალი (1,2) სიგრძით $d_{1,2}=-2$. შევიტანოთ A(1,2)=-2 და განვსაზღვროთ $d_2=d_1+d_{1,2}=0-2=-2$. (ვგულისხმობთ, რომ $d_0=0$, როგორც საწყისი მნიშვნელობა).

3. j=3, ამ კვანძში გვაქვს ორი შემავალი რკალი:
   ა) (1,3) რკალისათვის $A(1,3)= d_1+d_{1,3}=-3$
   ბ) (2,3) რკალისათვის $A(2,3)= d_2+d_{2,3}=-2-2=-4$
   განვსაზღვროთ $d_3=\min (A(1,3), A(2,3))=\min(-3,-4)=-4$

4. j=4 კვანძში გვაქვს სამი შემავალი რკალი:
   ა) (1,4) რკალისათვის $A(1,4)= d_1+d_{1,4}=0-6=-6$
   ბ) (2,4) რკალისათვის $A(2,4)= d_2+d_{2,4}=-2-3=-5$
   გ) (3,4) რკალისათვის $A(3,4)= d_3+d_{34}=-4-3=-7$
   განვსაზღვროთ $d_4=\min (A(1,4), A(2,4), A(3,4))=-7$

5. j=5. ამ კვანძში გვაქვს ოთხი შემავალი რკალი:
   ა) (1,5) რკალისათვის $A(1,5)= d_1+d_{1,5}=-7$
   ბ) (2,5) რკალისათვის $A(2,5)= d_2+d_{2,5}=-2-4=-6$
   გ) (3,5) რკალისათვის $A(3,5)= d_3+d_{35}=-4-5=-9$

დ) (4,5) რკალისათვის $A(4,5)= d_4+d_{45}=-7-3=-10$

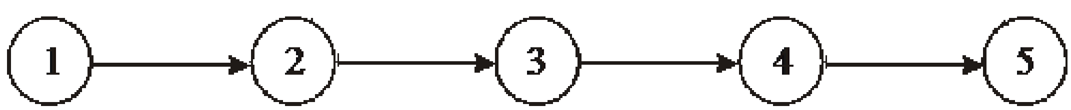
განვსაზღვროთ $d_5=\min(A(1,5), A(2,5), A(3,5), A(4,5))=-10$

ამგვარად განხილულ გრაფში უმოკლესი გზის სიგრძე უდრის -10, ხოლო დანარჩენი სიგრძეებია: -9, -7 და -6

ა) რადგან A(4.5)=-10, ეს ნიშნავს, რომ მინიმალური გზის ბოლო რკალია (4,5). კვანძში ნომრით 4 შემოდის სამი რკალი: $A(1,4)= d_1+d_{1,4}=0-6=-6$ $A(2,4)= d_2+d_{2,4}=-2-3=-5$ და $A(3,4)= d_3+d_{34}=-4-3=-7$ აქედან მინიმალურია A(3,4) ამიტომ აღნიშნული რკალიც წარმოადგენს გრაფში მინიმალური გზის შემადგენელ ნაწილს, A(3,4) რკალი გამოდის j=3 კვანძიდან, რომელშიც თავის მხრივ შემოდის ორი რკალი: $A(1,3)= d_1+d_{1,3}=-3$ და $A(2,3)= d_2+d_{2,3}=-2-2=-4$, რომელთა შორის მინიმალური სიგრძის რკალია A(2,3). ეს რკალი გამოდის j=2 კვანძიდან, რომელშიც თავის მხრივ შედის ერთი A(1,2) რკალი.

ამრიგად სახეზე გვაქვს გრაფში უმოკლესი გზა, რომელიც შემდეგ კვანძებსა და რკალებზე გაივლის: $d_5;d_{45};d_4;d_{34};d_3;d_{23};d_2;d_{12};d_1$

ვინაიდან საწყის მონაცემებად აღებულ იქნა რკალების უარყფითი სიგრძეები, ამიტომ ამ მონაცემებზე დაყრდნობით მიღებული უმოკლესი გზა წარმოადგენს გრაფის უგრძეს გზას.



ბ)

ნახ. 6

ზემოთმოყვანილი გამოთვლები ზოგად შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

1) n–არის კვანძების (პერიოდების) რაოდენობა, დანომრილი როგორც: 1,2,. . .,n.
2) გვაქვს მატრიცა D[1:n, 2:n+1], რომლის D[i,j] ელემენტი განსაზღვრულია, როცა j>i.
3) გამოთვლები სწარმოებს იტერაციულად j=2,3,. . . ,n+1.

ა) ვითვლით კვანძამდე უმოკლესი გზის სიგრძეს:

$d_1=0$,

$$dj = \min_{1 \le i \le j-1}(di + dij) \qquad (1)$$

ბ) i=1,2,. . . ,j-1. განვსაზღვრავთ მატრიცის A[i,j] ელემენტს შემდეგნაირად $A[i,j] = (d_i+d_{ij})$ (2)

4) n+1 სვეტში ვპოულობთ მინიმალურ ელემენტს პირობით:

$$A(i^*, n+1) = \min_i A(i, n+1) \qquad (3)$$

რაც გვაძლევს რკალს $(i_1,n+1)$

5) სვეტში ნომრით i_1 ვსაზღვრავთ მინიმალურ ელემენტს i_2 პირობიდან: $A(i_2, i_1) = \min_i A(i, i_1)$
6) ვპოულობთ გზის მონაკვეთს i_2, (i_2,i_1), i_1, $(i_1, n+1)$

და ა.შ., სანამ ნაპოვნი ნომერი უდრის 1-ს.

მსგავსი პროცედურა ტარდება ნებისმიერი ელემეტისათვის K რაოდენობის უგრძესი გზის საპოვნელად.

მიღებული k რაოდენობის ამონახსნთა სიმრავლე წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს, რომელიც სხვა დამატებითი კრიტერიუმიბის გათვალისწინებით მოახდენს საბოლოო არჩევანს, იმის შესახებ, თუ კონკრეტულად რომელი ამონახსნი არის არსებული საწარმოო სიტუაციისათვის უფრო მეტად ოპტიმალური და საუკეთესო.

ნაშრომის მეექვსე თავში მოცემულია მოგების მაქსიმიზაციის საკითხის პრაქტიკული გამოყენება, კერძოდ განხილულია კონკრეტული საწარმოო სიტუაცია, რომლის მიხედვითაც ჩატარებულია მოეგბის მაქსიმიზაცია ჯერ წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის

გათვალისწინებით, შემდეგ კი აღნიშნული კრიტერიუმის გათვალისწინების გარეშე. მიღებული შედეგების მიხედვით შეგვიძლია ვიმსჯელოთ, თუ რადენად მნიშვნელოვანი და სასარგებლოა ამა თუ იმ საწარმოო სიტუაციაში, წარმოების პროცესის ოპტიმიზაციის, კერძოდ კი მოგების მაქსიმიზაციის საკითხის გადაწყვეტისას წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინება.

დასკვნა

1. დამუშავებულია მოდელების კლასები, რომელიც უზრუნველყოფს პროდუქციაზე დინამიკური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილებას პრაქტიკული ამოცანებისათვის. მოდელი უზრუნველყოფს გამოთვლების ჩატარებას სხვადასხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით. რამდენადაც კრიტერიუმები, როგორც წესი, კონფლიქტურნი არიან, დამუშავებულია ამონახსნთა ალტენატიული ვარიანტების წარმოქმნისა და მათი შედარებითი შეფასების მეთოდები.

2. სადისერტაციო ნაშრომში დამუშავებულია პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციის დამოკიდებულება წარმოებულ პარტიის ზომაზე, საწარმო უბნის სიმძლავრეზე და მოსამზადებელ-დამამთავრებელ სამუშაოებზე. რამდენადაც მიღებული ფუნქცია წყვეტილია, ისინი წარმოდგენილია ცხრილების საშუალებით (თუმცა ეს ერთი მხრივ ოდნავ აუხეშებს მოდელს, მეორე მხრივ იგი დიდად ასწრაფებს ვარიანტების წარმოქმნის პროცესს და მათი ანალიზს).

3. დამუშავებულ იქნა მოდელების კლასები, რომლებიც განსხვავდებიან მიზნობრივი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლისა და შეზღუდვების გათვალისწინების წესებით.

4. დამუშავებულია გამოთვლითი სქემა ყველა წარმოქმნილი მოდელისთვის, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში უმოკლესი გზის ან K-უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმზე. ამ ალგორითმის გამოყენება ხდება ერთჯერად ან რეკურენტულად ამოცანის ტიპის მიხედვით.

5. ნაშრომში განხილულია წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გავლენა როგორც პროდუქციის რეალიზაციის მოცულობასა და სარეალიზაციო ფასზე, ისე ზოგადად წარმოების პროცესზე.

განსაზღვრულია პორდუქციის სხვადასხვა ტიპები მათი ხარისხის დროში გაუარესების კოეფიციენტის მიხედვით და აღნიშნული კოეფიციენტის გათვალისწინებით გადაწყვეტილია საწარმოს მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანა, რომლის გადაჭრის ტექნიკად გამოყენებულია ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმი.

Abstract

In today's competitive environment and market economy when there are lots of similar goods on consumption market, characterized with relatively constant price, the main direction for business organizations to become more successful and obtain competitive advantage is maximize its profit, I parallel with minimizing its production and storage costs. In this dissertation it is discussed cases about minimizing firms' production and storage costs, and about maximizing firms' profit taking into account the quality criteria of a produced good. These issues are very important and critical in today's competitive market economy. Optimization with quality criteria of a product is especially important for firms which are producing food products, or some other products with short shelf time, because time affect on a quality of those products and the poor the quality becomes price on such goods and thus the profit of a firm reduces. So it is very important to take into account quality criteria of a product when solving the optimization case. In the dissertation it is discussed optimization problems in two directions: First we are making optimization by minimizing production and storage costs of goods and then we are making optimization of firm's expected profit that is maximizing firm's profit taking into account quality coefficient of a product. Both problems of optimization are very crucial for any business organization and this research will be helpful for small businesses or individual entrepreneurs to optimize their production process and thus gain more profit. For solving optimization cases we are using mathematical models based on graphs.

In spite of large number of produced goods, production processes can be classified so that for each type of production process can be built a model based on common principles and using these models we can solve the cases of optimization. We are discussing cases of satisfying dynamic demand on a given product with minimal production and storage costs. Using the developed models will help to decision maker person to analyze all available variants of optimization according production cost, storage cost or production and storage costs together and also make maximization of expected profit taking into account quality criteria of a product and the losses caused by quality reduction of a product. Using the developed models are especially useful for small business organizations, because they have to react quickly on dynamic demand of a product.

The goal of this work is to develop such array of models which will ensure the problem of optimal satisfaction of dynamic demand of a product. Models must satisfy several conditions:

1. Models must be adequate to the real production situation and must give certain results for different production factors.
2. Models must ensure to process calculations for several different criteria, and since these criterias are controversial, models must give several alternative results for further discussion.
3. Results generated by using the given models must carry realistic information for decision maker person.

In order to reach above mentioned goals, it is needed to make some researches and experimental works for developing mathematical models of optimization, which will be

based on a real production situation and then developing effective algorithm and software for the given models.

Because the process of production is discrete, it is need to solve the case of discrete optimization, taking into account the factors dealing with discretization, like existence of multi optimal solutions, optimal solutions and several solutions near to optimal one for further discussion.

According to different quality characteristics produced goods were divided into three main groups and it was identified the change in quality for each type of a product in time. Thus the diminishing quality criteria of a product was identified and its influence upon the firm's profit. After that it was solved the case of maximizing firm's profit taking into accounts the quality coefficient of a product.

For solving all above mentioned problems and cases, we decided to introduce processes in discrete form.

1. It was formalized a function of production and storage costs, depending on a lot size of a product, capacities of a production station and preparation and covering works.
2. It was formulated an array of models, which differ from each other with a rules of calculating a meaning of goal function and with the rules of taking into account different limitations.
3. All developed models are using calculating scheme, which is based on finding the shortest path and K amount of shortest paths in an oriental graph.
4. Based on market researches, products were divided into 3 main groups according how their quality was changing in time. There was also identified a relationship between time and quality coefficient and these relationships are given both in forms of tables and functions.
5. It was optimized firm's profit according to quality criteria of a produced product, this case was solved by maximizing profit, using the algorithm of finding the longest path in an oriented graph.

Models of optimization developed in this dissertation can be used by small business organizations in order to optimize their production process, minimize production and storage costs and therefore maximize expected profit.