

შორენა ოკუჯავა

პროდუქციის წარმოების ხარჯების მინიმიზაცია  
წარმოებული პროდუქციის ხარისხის მაჩვენებლის  
გათვალისწინებით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
თბილისი, 0175, საქართველო  
ივნისი, 2012

საავტორო უფლება © 2012, „შორენა ოკუჯავა“

# საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

## „ინფორმატიკის და მართვის სისტემების ფაკულტეტი“

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით შორენა ოკუჯავას მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „წარმოების პროცესის ხარჯების მინიმიზაცია, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის მაჩვენებლის გათვალისწინებით“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის „ინფორმატიკის და მართვის სისტემების ფაკულტეტის“ სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

2012

ხელმძღვანელი	<u>სრული პროფესორი თამარ ლომინაძე</u>
რეცენზენტი:	<u>სრული პროფესორი ეკატერინე თურქია</u>
რეცენზენტი:	<u>სრული პროფესორი რუსუდან ქუთათელაძე</u>

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012

ავტორი: შორენა ოკუჯავა  
დასახელება: წარმოების პროცესის ხარჯების მინიმიზაცია  
წარმოებული პროდუქციის ხარისხის  
მაჩვენებლის გათვალისწინებით“  
ფაკულტეტი : ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების  
ხარისხი: დოქტორი  
სხდომა ჩატარდა: 2012

ინდივიდუალური პროცენტების ან ინსტიტუტების მიერ შემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა ის მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

## რეზიუმე

დღევანდელი საბაზრო ეკონომიკისა და კონკურენტული გარემოს პირობებში, როცა ბაზარი გაჯერებულია პროდუქციით და ხასიათდება შედარებით სტაბილური ფასებით, ბიზნეს-ორგანიზაციის ეფექტური ფუნქციონირების ერთ-ერთ ძირითად მიმართულებას მოგების მაქსიმიზაციის პარალელურად პროდუქციის წარმოებასა და შენახვასთან დაკავშირებული დანახარჯების მინიმიზაცია წარმოადგენს. დისერტაციაში მოცემულია კვლევები ხარჯების ოპტიმიზაციის საკითხებთან დაკავშირებით და ასევე დამუშავებულია ოპტიმიზაციის ამოცანა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, რაც უაღესად აქტუალურ საკითხს წარმოადგენს დღევანდელ კონკურენტულ გარემოში. წარმოების ოპტიმიზაცია პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით განსაკუთრებით აქტუალურია საკვები და მალ-ფუჭებადი პროდუქციის მწარმოებელი ფირმებისათვის, რადგან დროის ფაქტორი განსაკუთრებით მწვავედ მოქმედებს აღნიშნული ტიპის პროდუქციაზე და დროის გასვლასთან ერთად მათი ხარისხი უარესდება, რაც იწვევს აღნიშნულ პროდუქტზე საბაზრო ფასის შემცირებას, ეს ყველაფერი კი საბოლოოდ ფირმის მოგებაზე აისახება. ამიტომ საწარმოო პროცესების დაგეგმვისას ოპტიმიზაციის პროცესში აუცილებელია მოხდეს ამ ფაქტის გათვალისწინება. შევნიშნოთ, რომ თემაში დამუშავებულია საწარმოო პროცესის ოპტიმიზაცია ორი მიმართულებით: ვახდენთ როგორც წრმოებისა და შენახვის ხარჯების ოპტიმიზაციას, რაც ამ შემთხვევაში გულისხმობს აღნიშნული ხარჯების მინიმიზაციას, ასევე ვახდენთ საწარმოს მოსალოდნელი მოგების ოპტიმიზაციას, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, ამ შემთხვევაში ოპტიმიზაცია ხდება მოგების მაქსიმიზაციის კუთხით. ორივე საკითხი არის საკვანძო მანევრებელი ნებისმიერი ბიზნეს ორგანიზაციისათვის, აქედან გამომდინარე, ვფქირობ, თემაში განხილული საკითხები არის საკმაოდ აქტუალური და ყურადსადები, განსაკუთრებით, დღევანდელი მწვავე კონკურენციის პირობებში. ოპტიმიზაციის ამოცანების გადასატრელად ვიყენებთ მათემატიკურ და გრაფულ მოდელებს.

მიუხედავად წარმოებული პროდუქციის მრავალფეროვანი ხასიათისა, საწარმოო პროცესები შესაძლებელია დაჯგუფდეს ისეთნაირად, რომ დიდი ჯგუფისათვის შემუშავებული იქნას საერთო პრინციპებზე აგებული მოდელები, რომელთა ეფექტურად და დროულად გამოყენება ინფორმაციულად უზრუნველყოფს მომავალი საქმიანობის დაგეგმვასთან დაკავშირებულ ვარიანტების ანალიზსა და გადაწყვეტილების მიღების პროცესებს. დისერტაციაში განხილულია მოდელები პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად, მინიმალური ხარჯებით დაკმაყოფილების სფეროში. მათი გამოყენება გადაწყვეტილების მიღებ პირს, მენეჯერს, საშუალებას აძლევს განახორციელოს ვარიანტული ანალიზი პროდუქციის წარმოების ხარჯების, შენახვის ხარჯების ან წარმოებისა და შენახვის ერთობლივი ხარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმების გათვალისწინებით და ასევე მოახდინოს მოგების მაქსიმიზაცია, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გაუარესებით გამოწვეული

დანაკარგების გათვალისწინებით. დამუშავებული მოდელების გამოყენება განსაკუთრებით ეფექტურია მცირე და საშუალო ბიზნეს სეგმენტში მოღვაწე საწარმოებისათვის, რადგან მათ უნდა შეძლონ დინამიური მოთხოვნის ცვლილებაზე სწრაფი და ეფექტური რეაგირების მოხდენა.

სამუშაოს მიზანს წარმოადგენს ისეთი მოდელების კრებულის დამუშავება, რომელიც უზრუნველყოფს პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების პრაქტიკული ამოცანებისათვის შემდეგი პირობების დაცვას:

1. მოდელი რეალობის ადექვატურია და საწარმოო ფაქტორების სხვადასხვა კომბინაციებისათვის იძლევა ეფექტური გამოთვლების განხორციელების საშუალებას.

2. მოდელი უზრუნველყოფს გამოთვლების ჩატარებას სხვადასხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით. რამდენადაც კრიტერიუმები, როგორც წესი, კონფლიქტურნი არიან, უნდა იყოს შესაძლებლობა ამონახსნთა ალტერნატიული ვარიანტების წარმოქმნისა და მათი შედარებითი შეფასებისათვის.

3. მოდელზე მიღებული კონკურენტული ამონახსნების სიმრავლე გადაწყვეტილების მიმღები პირისათვის უნდა იძლეოდეს პრაგმატულ ინფორმაციას.

ზემოთ მოყვანილი მიზნების მიღწევა მოითხოვს კვლევითი და ექსპერიმენტული სამუშაოების ჩატარებას როგორც რეალური საწარმოო ობიექტის ფორმალიზებულად აღწერისა და ოპტიმიზაციის მათემატიკური მოდელის შედგენის, ისე შედგენილი მოდელისათვის ეფექტური გამოთვლითი მეთოდების და პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავების მიმართულებით.

რადგან პროდუქციის წარმოების პროცესი დაკავშირებულია სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულობებთან, საჭირო ხდება დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხების განხილვა მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორიცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლო მყოფი რამდენიმე არაოპტიმალური ამონახსნის ჩამოთვლა მრავალკრიტერიუმიანი ანალიზისა და ამონახსნთა მდგრადობის გამოკვლევის მიზნით.

ხარისხის განსხვავებული მაჩვენებლების მიხედვით მოხდა წარმოებული პროდუქციის დაჯგუფება სამ ნაწილად და თითოეული მათგანისათვის გამოკვლეულ იქნა ხარისხის კრიტერიუმის ცვლილება დროში, შედეგად დადგინდა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი და მისი გავლენა საბაზრო ფასზე. ამის შემდეგ კი მოხდა მოგების ოპტიმიზაცია ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტის გათვალისწინებით.

ზემოთმოყვანილი მიზნების მიღწევისა და ამოცანების კომპლექსურად გადაწყვეტისათვის შემუშავებულ იქნა პროცესის დისკრეტულად წარმოდგენის სქემა, რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო საწარმოო პროცესის ბუნებრივ დისკრეტულობებს, არამედ სწრაფი გამოთვლების შესაძლებლობას.

1. ფორმალიზებულ იქნა პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციის დამოკიდებულება წარმოებულ პარტიის ზომაზე, საწარმოო უბნის სიმძლავრეზე და მოსამზადებელ-

დამამთვარებელ სამუშაოებზე. რამდენადაც მიღებული ფუნქცია წყვეტილია, მიღებულ იქნა გადაწყვეტილება მათი ცხრილებით წარმოდგენის შესახებ (თუმცა ეს ერთი მხრივ ოდნავ აუხეშებს მოდელს, მეორე მხრივ იგი დიდად ასწრაფებს ვარიანტების წარმოქმნის პროცესს და მათ ანალიზს).

2. ჩამოყალიბებული იქნა მოდელის სიმრავლე რომლებიც განსხვავდებიან მიზნობრივი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლისა და შეზღუდვების გათვალისწინების წესებით.

3. ყველა დამუშავებული მოდელი იყენებს გამოთვლით სქემას, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში უმოკლესი გზის ან K-უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმზე.

4. კვლევების შედეგად მოხდა სხვადასხვა ტიპის პროდუქციის დაჯგუფება ხარისხის კოეფიციენტის გაუარესების მიხედვით 3 მთავარ ჯგუფად და თითოეული კატეგორიის პროდუქციისათვის დადგინდა ხარისხისა და დროის ურთიერთკავშირი, რომელიც დისერტაციაში ნაჩვენებია როგორც გრაფიკული, ასევე ცხრილური სახით.

5. ოპტიმიზირებულ იქნა საწარმოს მოგება, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, ამ შემთხვევაში მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანის გადასაჭრელად გამოყენებულ იქნა ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმი.

გამოყენებული ალგორითმების გამოყენება ხდება ერთჯერად ან რეკურენტულად ამოცანის ტიპის მიხედვით.

ჩატარებული კვლევის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია სამეცნიერო ჟურნალებში და მოხსენებულ იქნა მასწავლებელთა და სტუდენტთა სამეცნიერო კონფერენციებზე. კვლევაში და კვლევის შედეგების სათანადო სახით წარმოდგენაში მონაწილეობდნენ სტუდენტები. დამუშავებული მოდელები დანერგილია სასწავლო პროცესში მენეჯერული ეკონომიკის საგნებში.

დამუშავებული ოპტიმიზაციის მოდელები ადვილად შეიძლება გამოყენებულ იქნას მცირე და საშუალო ბიზნესის ორგანიზაციების საქმიანობაში.

## Abstract

In today's competitive environment and market economy when there are lots of similar goods on consumption market, characterized with relatively constant price, the main direction for business organizations to become more successful and obtain competitive advantage is maximize its profit, I parallel with minimizing its production and storage costs. In this dissertation it is discussed cases about minimizing firms' production and storage costs, and about maximizing firms' profit taking into account the quality criteria of a produced good. These issues are very important and critical in today's competitive market economy. Optimization with quality criteria of a product is especially important for firms which are producing food products, or some other products with short shelf time, because time affect on a quality of those products and the poor the quality becomes price on such goods and thus the profit of a firm reduces. So it is very important to take into account quality criteria of a product when solving the optimization case. In the dissertation it is discussed optimization problems in two directions: First we are making optimization by minimizing production and storage costs of goods and then we are making optimization of firm's expected profit that is maximizing firm's profit taking into account quality coefficient of a product. Both problems of optimization are very crucial for any business organization and this research will be helpful for small businesses or individual entrepreneurs to optimize their production process and thus gain more profit. For solving optimization cases we are using mathematical models based on graphs.

In spite of large number of produced goods, production processes can be classified so that for each type of production process can be built a model based on common principles and using these models we can solve the cases of optimization. We are discussing cases of satisfying dynamic demand on a given product with minimal production and storage costs. Using the developed models will help to decision maker person to analyze all available variants of optimization according production cost, storage cost or production and storage costs together and also make maximization of expected profit taking into account quality criteria of a product and the losses caused by quality reduction of a product. Using the developed models are especially useful for small business organizations, because they have to react quickly on dynamic demand of a product.

The goal of this work is to develop such array of models which will ensure the problem of optimal satisfaction of dynamic demand of a product. Models must satisfy several conditions:

1. Models must be adequate to the real production situation and must give certain results for different production factors.
2. Models must ensure to process calculations for several different criteria, and since these criterias are controversial, models must give several alternative results for further discussion.
3. Results generated by using the given models must carry realistic information for decision maker person.

In order to reach above mentioned goals, it is needed to make some researches and experimental works for developing mathematical models of optimization, which will be based on a real production situation and then developing effective algorithm and software for the given models.

Because the process of production is discrete, it is need to solve the case of discrete optimization, taking into account the factors dealing with discretization, like existence of multi optimal solutions, optimal solutions and several solutions near to optimal one for further discussion.

According to different quality characteristics produced goods were divided into three main groups and it was identified the change in quality for each type of a product in time. Thus the diminishing quality criteria of a product was identified and its influence upon the firm's profit. After that it was solved the case of maximizing firm's profit taking into accounts the quality coefficient of a product.

For solving all above mentioned problems and cases, we decided to introduce processes in discrete form.

1. It was formalized a function of production and storage costs, depending on a lot size of a product, capacities of a production station and preparation and covering works.
2. It was formulated an array of models, which differ from each other with a rules of calculating a meaning of goal function and with the rules of taking into account different limitations.
3. All developed models are using calculating scheme, which is based on finding the shortest path and K amount of shortest paths in an oriental graph.
4. Based on market researches, products were divided into 3 main groups according how their quality was changing in time. There was also identified a relationship between time and quality coefficient and these relationships are given both in forms of tables and functions.
5. It was optimized firm's profit according to quality criteria of a produced product, this case was solved by maximizing profit, using the algorithm of finding the longest path in an oriented graph.

Models of optimization developed in this dissertation can be used by small business organizations in order to optimize their production process, minimize production and storage costs and therefore maximize expected profit.



## შინაარსი

ცხრილების ნუსხა.....	12
ნახაზების ნუსხა.....	13
მადლიერება .....	15
შესავალი .....	16
<b>თავი I პროდუქციაზე მოთხოვნის დაკმაყოფილების მართვაში ოპტიმიზაციის მოდელების გამოყენების შესაძლებლობები -----</b>	<b>21</b>
1.1. პროდუქციის წარმოების პროცესისა და წარმოებული პროდუქციის შენახვის ხარჯებზე მოქმედი ფაქტორები .....	23
1.1.1. ამოცანის წარმოდგენა დისკრეტული ფორმით .....	23
1.1.2. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების დამოკიდებულება წარმოებული პროდუქციის პარტიის ზომაზე .....	24
1.1.3. წარმოების პროცესისათვის საჭირო საწარმოო უბნის სიმძლავრე .....	27
1.1.4. საწარმოო უბნის გახსნა-დახურვის ხარჯები .....	30
1.2. გამოთვლითი პროცედურები .....	32
1.2.1. მონაცემთა სტრუქტურა გრაფის წარმოდგენისათვის .....	32
1.2.2. უმოკლესი გზის პოვნის კლასიკური ალგორითმები.....	35
1.2.3. გრაფში უმოკლესი გზების ძიების .....	40
<b>თავი 2. პროდუქციის წარმოების პროცესისა და შენახვის ხარჯების მინიმიზაციის საკითხები შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრეების შემთხვევაში .....</b>	<b>46</b>
2.1. პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა .....	46
2.2. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა წარმოების პროცესის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმებით .....	49
2.3. პროდუქციაზე არსებული დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა შენახვის ხარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით .....	54

2.4. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ჯამური დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანა .....	58
<b>თავი 3. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის დანახარჯების მინიმიზაცია სიმძლავრეებზე შეზღუდვების გათვალისწინებით .....</b>	<b>59</b>
3.1. მოთხოვნის მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი საწარმოო სიმძლავრეებზე შეზღუდვის შემთხვევაში .....	62
3.2. პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალური დაკმაყოფილების ამოცანა შენახვის უბნის სიმძლავრეზე შეზღუდვების არსებობის შემთხვევაში .....	63
3.3. პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილება წარმოებისა და შენახვის ჯამური ღირებულების კრიტერიუმებით და წარმოებასა და შენახვაზე შეზღუდვების გათვალისწინებით .....	65
<b>თავი 4. პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანა საწარმოო უბნების გახსნის, მუშა რეჟიმის შენარჩუნებისა და დახურვის დანახარჯების გათვალისწინებით .....</b>	<b>67</b>
4.1. წარმოების ხარჯების მინიმიზაცია .....	70
4.2. შენახვის ხარჯების მინიმიზაცია .....	72
<b>თავი 5. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით .....</b>	<b>74</b>
5.1. პროდუქციის ხარისხის მაჩვენებლის ოპტიმიზაციის პროცესში გათვალისწინების მნიშვნელობა .....	74
5.2 ხარისხის სტანდარტები .....	83
5.3. წარმოებული პროდუქციის სასიცოცხლო ხანგრძლივობები .....	85
5.4 ოპტიმიზაციის ამოცანა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით .....	89
5.4.1. გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმი .....	100
<b>თავი 6. მოგების მაქსიმიზაციის გამოთვლის პრაქტიკული ამოცანა .....</b>	<b>106</b>

დასკვნა .....	116
გამოყენებული ლიტერატურა .....	118

## ცხრილების ნუსხა:

1. ცხრილი 5.4.1 - - - - - ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება მოკლევადიანი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის.
2. ცხრილი 5.4.2 - - - - - ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება საშუალო სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის.
3. ცხრილი 5.4.3- - - - - ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება მოკლევადიანი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის.
4. ცხრილი 5.4.4 - - - - - ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება უცვლელი ხარისხის მქონე მქონე პროდუქტებისათვის.
5. ცხრილი 6.1. - - - - - პროდუქციის მოთხოვნის, ფასის, ხარისხის კოეფიციენტისა და დროის ინტერვალის ცხრილი.
6. ცხრილი 6.2. - - - - - პარტიის ზომისა და პარტიის ზომის დანახარჯების ურთიერთდამოკიდებულება.
7. ცხრილი 6.3. - - - - - მარაგების ზომისა და შენახვის ხარჯების ურთიერთდამოკიდებულება.

ნახაზების ნუსხა:

1. ნახ.1	24
2. ნახ.1.1.	27
3. ნახ.1.2.	30
4. ნახ.1.3.	33
5. ნახ. 1.2.1.	35
6. ნახ. 1.2.2.	39
7. ნახ. 1.2.3.	44
8. ნახ. 2.2.1.	52
9. ნახ. 2.2.2.	55
10. ნახ.2.3.1.	57
11. ნახ. 2.3.2	58
12. ნახ. 3.1.	63
13. ნახ. 4.1.	71
14. ნახ.4.1.1.	73
15. ნახ. 5.3.	89
16. ნახ. 5.4.1.	92
17. ნახ. 5.4.2.	94

18. БҮб.5.4.3. -----	96
19. БҮб.5.4.4. -----	98
20. БҮб.5.4.1. -----	106
21. БҮб.6.1. -----	108
22. БҮб.6.2. -----	108
23. БҮб.6.3. -----	109
24.БҮб.6.4. -----	111
25.БҮб.6.5 -----	112
26.БҮб.6.6.-----	112
27. БҮб.6.7. -----	114
28.БҮб.6.8. -----	115

## მადლიერება

განსაკუთრებული პატივისცემა და მადლიერება მინდა გამოვხატო ჩემი სამეცნიერო ხელმძღვანელის სრული პროფესორის ქნ. თამარ ლომინაძისა და ეკონომიური ინფორმატიკის დეპარტამენტის ხელმძღვანელის, სრული პროფესორის ნოდარ ლომინაძის მიმართ, რომელთა თანამოაზრობისა და თანადგომის გარეშე დოქტორანტურაში განსწავლა ჩემთვის ვერ იქნებოდა წარმატებული.

## შესავალი

### დისერტაციის თემის აქტუალობა:

დღევანდელი საბაზრო ეკონომიკისა და კონკურენტული გარემოს პირობებში, როცა ბაზარი გაჯერებულია პროდუქციით და ხასიათდება შედარებით სტაბილური ფასებით, ბიზნეს-ორგანიზაციის ეფექტური ფუნქციონირების ერთ-ერთ ძირითად მიმართულებას მოგების მაქსიმიზაციის პარალელურად პროდუქციის წარმოებასა და შენახვასთან დაკავშირებული დანახარჯების მინიმიზაცია წარმოადგენს. ბაზარზე მოწინავე პოზიციების მოსაპოვებლად ძალზედ მნიშვნელოვანია საწარმომ მოახდინოს წარმოების პროცესის დაგეგმვა და განხორციელება ისე რომ, მის ხელთ არსებული რესურსების გამოყენება მოხდეს მაქსიმალურად ოპტიმალურად და ასევე მოახდინოს საწარმოო და შენახვის ხარჯების მაქსიმალური მინიმიზაცია. საბაზრო ეკონომიკის განვითარებასთან ერთად სულ უფრო და უფრო აქტიურად ხდებოდა აღნიშნული საკითხების შესწავლა და ამასთან დაკავშირებით მრავალი ნაშრომია გამოქვეყნებული. დისერტაციის ბოლოს გამოყენებულ ლიტერატურაში ჩამოთვლილია ყველა ის წყარო რომლებზე დაყრდნობითაც მოვახდინეთ ოპტიმიზაციის საკითხების კვლევა და ასევე დავამუშავეთ ოპტიმიზაციის ამოცანა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, რაც, ასევე უაღესად აქტუალურ საკითხს წარმოადგენს დღევანდელ კონკურენტულ გარემოში. წარმოების ოპტიმიზაცია წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით განსაკუთრებით აქტუალურია საკვები და მალ-ფუჭებადი პროდუქციის მწარმოებელი ფირმებისათვის, რადგან დროის ფაქტორი განსაკუთრებით მწვავედ მოქმედებს აღნიშნული ტიპის პროდუქციაზე და დროის გასვლასთან ერთად მათი ხარისხი უარესდება, რაც იწვევს აღნიშნულ პროდუქტზე საბაზრო ფასის შემცირებას, ეს ყველაფერი კი საბოლოოდ ფირმის მოგებაზე აისახება, ამიტომ საწარმოო პროცესების დაგეგმვისას ოპტიმიზაციის პროცესში



აუცილებელია მოხდეს ამ ფაქტის გათვალისწინება. შევნიშნოთ, რომ თემაში დამუშავებულია საწარმოო პროცესის ოპტიმიზაცია ორი მიმართულებით: ვახდენთ როგორც წრმოებისა და შენახვის ხარჯების ოპტიმიზაციას, რაც ამ შემთხვევაში გულისხმობს აღნიშნული ხარჯების მინიმიზაციას, ასევე ვახდენთ საწარმოს მოსალოდნელი მოგების ოპტიმიზაციას, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, ამ შემთხვევაში ოპტიმიზაცია ხდება მოგების მაქსიმიზაციის კუთხით. ორივე საკითხი არის საკვანძო მანევრებელი ნებისმიერი ბიზნეს ორგანიზაციისათვის, აქედან გამომდინარე, ვფქირობ, თემაში განხილული საკითხები არის საკმაოდ აქტუალური და ყურადსადები, განსაკუთრებით, დღევანდელი მწვავე კონკურენციის პირობებში. ოპტიმიზაციის ამოცანების გადასაჭრელად ვიყენებთ მათემატიკურ და გრაფულ მოდელებს.

მიუხედავად წარმოებული პროდუქციის მრავალფეროვანი ხასიათისა, საწარმოო პროცესები შესაძლებელია დაჯგუფდეს ისეთნაირად, რომ დიდი ჯგუფისათვის შემუშავებული იქნას საერთო პრინციპებზე აგებული მოდელები, რომელთა ეფექტურად და დროულად გამოყენება ინფორმაციულად უზრუნველყოფს მომავალი საქმიანობის დაგეგმვასთან დაკავშირებული ვარიანტების ანალიზსა და გადაწყვეტილების მიღების პროცესებს. დისერტაციაში განხილულია მოდელები პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად, მინიმალური ხარჯებით დაკმაყოფილების სფეროში. მათი გამოყენება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს, მენეჯერს, საშუალებას აძლევს განახორციელოს ვარიანტული ანალიზი პროდუქციის წარმოების ხარჯების, შენახვის ხარჯების ან წარმოებისა და შენახვის ერთობლივი ხარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმების გათვალისწინებით და ასევე მოახდინოს მოგების მაქსიმიზაცია, წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გაუარესებით გამოწვეული დანაკარგების გათვალისწინებით. დამუშავებული მოდელების გამოყენება განსაკუთრებით ეფექტურია მცირე და საშუალო ბიზნეს სეგმენტში მოღვაწე საწარმოებისათვის, რადგან მათ შეძლონ დინამიური მოთხოვნის ცვლილებაზე სწრაფი და ეფექტური რეაგირების მოხდენა.

**ძირითადი ამოცანები:** სამუშაოს მიზანია ისეთი მოდელების კრებულის დამუშავება, რომელთა გამოყენება უზრუნველყოფს პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების საკითხის ეფექტურად გადაჭრას. ამასთან შემუშავებული მოდელები უნდა აკმაყოფილებდნენ შემდეგი პირობებს:

1. მოდელი უნდა იყოს რეალობის ადეკვატური და საწარმოო ფაქტორების სხვადასხვა კომბინაციებისათვის უნდა იძლეოდეს ეფექტური გამოთვლების განხორციელების საშუალებას.

2. მოდელმა უნდა უზრუნველყოს გამოთვლების ჩატარება სხვადასხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით. რამდენადაც კრიტერიუმები, როგორც წესი, კონფლიქტურნი არიან, უნდა იყოს შესაძლებლობა ამონახსნთა ალტერნატიული ვარიანტების წარმოქმნისა და მათი შედარებითი შეფასებისათვის.

3. მოდელზე მიღებული კონკურენტული ამონახსნების სიმრავლე უნდა იძლეოდეს პრაგმატულ ინფორმაციას გადაწყვეტილების მიმღები პირისათვის.

აღნიშნული მიზნების მიღწევა მოითხოვს მთელი რიგი კვლევითი და ექსპერიმენტალური სამუშაოების ჩატარებას, რეალური საწარმოო სიტუაციის ფორმალიზებულად აღწერისა და ოპტიმიზაციის მათემატიკური მოდელის შედგენას, და შემდეგ შედგენილი მოდელისათვის ეფექტური პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავების მიმართულებით.

როგორც წესი, პროდუქციის წარმოების პროცესი დაკავშირებულია სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულობებთან, ამიტომ საჭირო ხდება დისკრეტული ოპტიმიზაციის საკითხების განხილვა მათთვის დამახასიათებელი ისეთი ფაქტორებით, როგორიცაა მრავალი ოპტიმალური ამონახსნის არსებობა, ოპტიმალური და მასთან ახლოს მყოფი რამდენიმე არაოპტიმალური ამონახსნის ჩამოთვლა მრავალკრიტერიუმიანი ანალიზისა და ამონახსნთა მდგრადობის გამოკვლევის მიზნით.

აღნიშნული მიზნების მიღწევისა და ამოცანების კომპლექსურად გადაწყვეტისათვის შემუშავებულ იქნა პროცესის დისკრეტულად წარმოდგენის სქემა, რომელიც ითვალისწინებს არა მარტო საწარმოო

პროცესის ბუნებრივ დისკრეტულობებს, არამედ სწრაფი გამოთვლების შესაძლებლობას.

ფორმალიზებულ იქნა პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციის დამოკიდებულება წარმოებულ პარტიის ზომაზე, საწარმო უბნის სიმკლავრეზე და მოსამზადებელ-დამამთვარებელ სამუშაოებზე. რადგან მიღებული ფუნქცია წყვეტილია, მიღებულ იქნა გადაწყვეტილება მათი ცხრილებით წარმოდგენის შესახებ.

ხარისხის განსხვავებული მაჩვენებლების მიხედვით მოხდა წარმოებული პროდუქციის დაჯგუფება სამ ნაწილად და თითოეული მათგანისათვის გამოკვლეულ იქნა ხარისხის კრიტერიუმის ცვლილება დროში, შედეგად დადგინდა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი და მისი გავლენა საბაზრო ფასზე. ამის შემდეგ კი მოხდა მოგების ოპტიმიზაცია ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტის გათვალისწინებით.

შემუშავებულ იქნა მოდელის სიმრავლე, რომლებიც ერთმანეთისგან განსხვავდებიან მიზნობრივი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლის და შეზღუდვების გათვალისწინების წესებით.

საწარმოო და შენახვის ხარჯების მინიმიზაციის ამოცანის ამოსახსნელად ჩამოყალიბებული მოდელები იყენებენ გამოთვლით სქემას, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში უმოკლესი გზის ან K-უმოკლესი გზების პოვნის ალგორითმზე. ხოლო საწარმოს მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანის გადასაწყვეტად ჩამოყალიბებული მოდელი, დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმზე.

ალგორითმების გამოყენება ხდება ერთჯერად ან მრავალჯერადად ამოცანის ტიპის მიედვით.

ჩატარებული კვლევის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია სამეცნიერო ჟურნალებში [31],[32],[33] და სამეცნიერო კონფერენციაზე [34]. კვლევის შედეგების სათანადო სახით წარმოდგენაში მონაწილეობდნენ სტუდენტები და დამუშავებული მოდელები დანერგილია სასწავლო პროცესში მენეჯერული ეკონომიკის საგნებში.

დამუშავებული ოპტიმიზაციის მოდელების გამოყენებება  
განსაკუთრებით ეფექტურია მცირე და საშუალო ბიზნესის  
დაწესებულებათა საქმიანობაში.

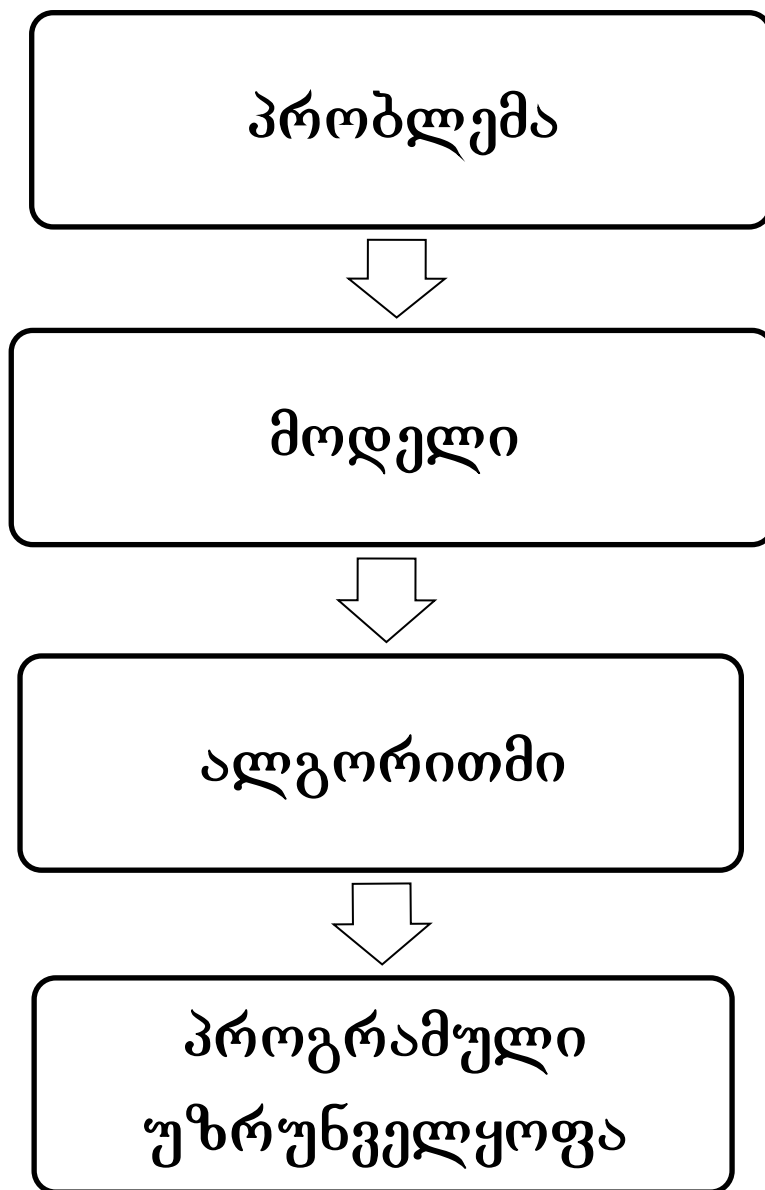
## თავი I

### პროდუქციაზე მოთხოვნის დაკმაყოფილების მართვაში ოპტიმიზაციის მოდელების გამოყენების შესაძლებლობები

ზოგადად, როგორც ცნობილია, მართვაში ინფორმაციული ტექნოლოგიების საშუალებათა ეფექტურად გამოყენებისათვის საჭიროა მთელი რიგი სამეცნიერო და ინჟინრული სამუშაოების ჩატარება, რომელთა შორის ერთ-ერთი უმთავრესია მართვის ობიექტის ადეკვატური მათემატიკური და ინფორმაციული მოდელის შექმნა, და ამ მოდელისათვის ეფექტური გამოთვლითი სქემის და პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავება. ამის შესაბამისად, ნაშრომის პირველ თავში განხილულია ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ პროდუქციის წარმოების ხარჯებზე და ასახულ უნდა იქნან ოპტიმიზაციის მოდელებში (პარაგრაფი 1.1) და ასევე ნაჩვენებია ძირითადი გამოთვლითი სქემა, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში ერთი ან რამდენიმე გზის ძიებაზე (პარაგრაფი 1.2)

როგორც ზემოთ ავლნიშნეთ, კომბინატორული თუ სხვა ტიპის ამოცანების გადასაჭრელად საჭიროა შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა, რომელიც, კონკრეტული მონაცემების საფუძველზე მოგვცემს კონკრეტულ ოპტიმალურ ან მასთან მიახლოებულ პასუხებს. თუმცა, ეფექტური პროგრამული უზრუნველყოფის შემუშავებისათვის, პირველ რიგში საჭიროა მოხდეს არსებული პრობლემის სწორად აღმოჩენა და დიაგნოსტიკა, ამის შემდეგ, ხდება რეალური სიტუაციის ადეკვატური და საჭიროების მიხედვით გამარტივებული მათემატიკური და ინფორმაციული მოდელის შექმნა და მისი ოპტიმალურად გადაჭრისათვის შესაბამისი ალგორითმების

განსახილვრ, რომლის საფუძველზეც უკვე შესაძლებელია მაღალი დონის დაპროგრამების ენაზე პროგრამული უზრუნველყოფის დაწერა. მოქმედებების თანამიმდევრობა ნახვენებია ქვემოთ მოცემულია ნახ.1-ზე:  
[2]



ნახ.1

# 1.1. პროდუქციის წარმოების პროცესისა და წარმოებული პროდუქციის შენახვის ხარჯებზე მოქმედი ფაქტორები

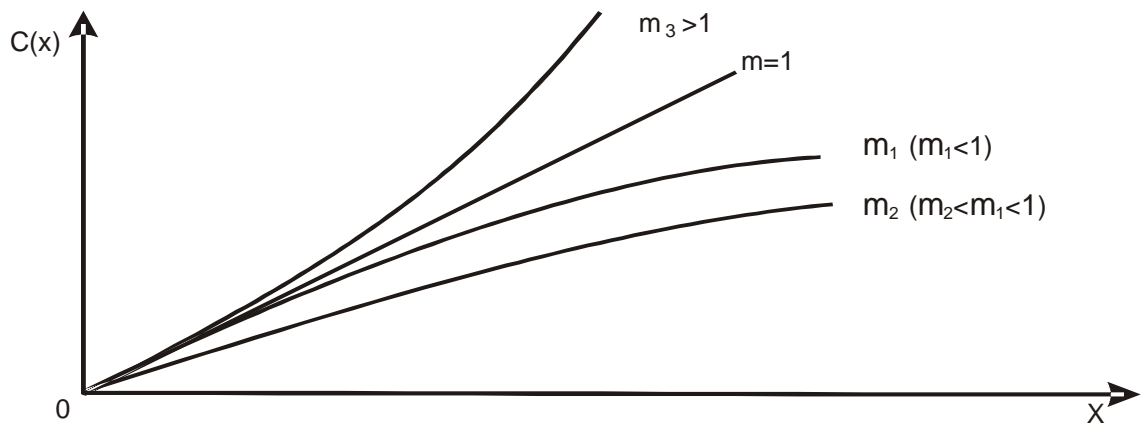
## 1.1.1. ამოცანის წარმოდგენა დისკრეტული ფორმით

დისერტაციაში განხილულია ისეთი საწარმოო სიტუაციები, როდესაც პროდუქციის წარმოება ხდება ეტაპობრივად, მიღებული შეკვეთების მიხედვით, ასე რომ მწარმოებლებისათვის წინასწარ არის ცნობილი პროდუქციაზე არსებული მოთხოვნა დაგეგმვის მიმდინარე და მის შემდგომ რამდენიმე ინტერვალზე. ჩემს მიერ ჩატარებული კვლევები დაფუძნებულია დროის დისკრეტიზაციაზე, წარმოების პროცესის დაგეგმვის  $T$  ინტერვალი დაყოფილია  $n$  ქვეინტერვალებად, ანუ პერიოდებად ნომრებით  $1, 2, \dots, n$ . თითოეული პერიოდისათვის ცნობილია მოთხოვნა პროდუქციაზე  $r_1, r_2, \dots, r_n, r_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$  და  $i$ -ურ პერიოდში შეიძლება წარმოებულ იქნას პროდუქცია მოცულობით  $x_i, x_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$ . თუ წარმოებული პროდუქცია აღემატება მოთხოვნას, მაშინ ინტერვალებში იქმნება მარაგები მომდევნო ინტერვალებისათვის მოცულობით  $y_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$ . ხოლო დაგეგმვის ინტერვალი და პერიოდების ზომა დამოკიდებულია კონკრეტული პროდუქციის თვისებაზე და შეიძლება მერყეობდეს დიდ დიაპაზონში. მაგალითად, მალფუჭებადი პროდუქციისათვის დაგეგმვის ინტერვალი შეიძლება იყოს ერთი დღე, ხოლო პერიოდები კი დღის საათები. ანალოგიურად, შეიძლება გვქონდეს კვირა და კვირის დღეები, თვე და თვის დღეები და ა.შ.

## 1.1.2. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების დამოკიდებულება წარმოებული პროდუქციის პარტიის ზომაზე

ზოგადად ეკონომიკური თეორიის მიხედვით, პროდუქციის პარტიის ხარჯები არაწრფივად და დამოკიდებული პარტიის ზომაზე, თუმცა, რიგ შემთხვევებში ადგილი აქვს წრფივ დამოკიდებულებას. ნახ 1.1 ა) გვაძლევს ამის შესახებ გრაფიკულ წარმოდგენას, ჯამური დანახარჯები განისაზღვრება ფუნქციით  $C(x)=a \cdot x^m$ . როცა  $m=1$ , მაშინ გვაქვს წრფივი დამოკიდებულება და  $a$  არის ერთეული პროდუქციის ხარჯები, თუ  $m < 1$ , მაშინ არაწრფივობა მიუთითებს ჯამური ხარჯების პარტიის ზომაზე დამოკიდებულების ხარისხზე და შედეგად პროდუქციის ერთეულთან დაკავშირებული ხარჯები მცირდება პარტიის ზომის ზრდასთან ერთად (ნახ.1.1 ბ). რაც შეეხება შემთხვევას  $m > 1$ , მსგავსი შემთხვევა იშვიათად გვხვდება სტაბილურ ეკონომიკურ სიტუაციებში, როცა აზრი არ აქვს პროდუქციის მარაგის შექმნას.

მსგავს დამოკიდებულებებს აქვს ადგილი პროდუქციის მარაგების შექმნის შემთხვევაში.

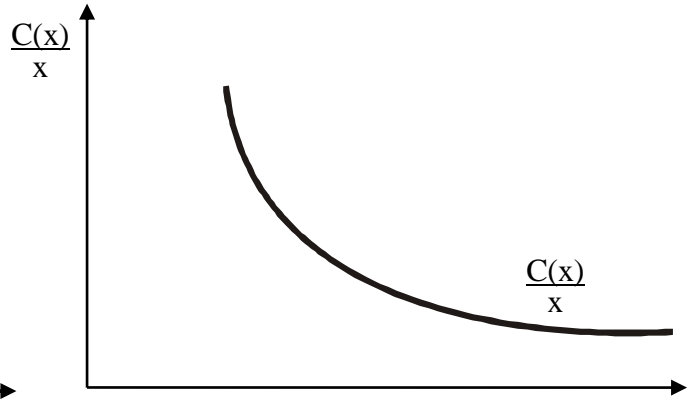
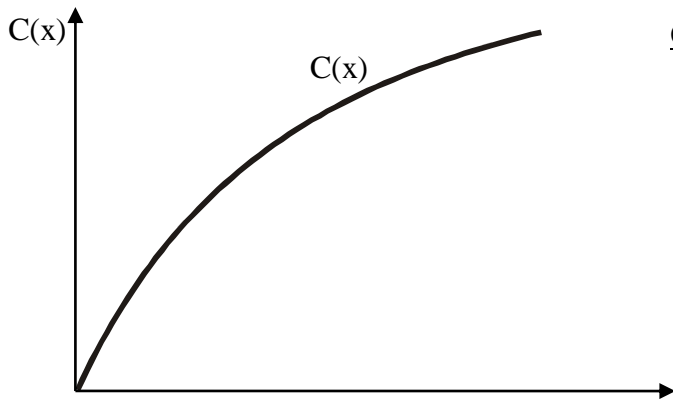


$x$  – პარტიის ზომა  
 $C(x)$  - პროდუქციის  $x$  ზომის პარტიის დანახარჯები  
 $C(x)=a \cdot x^m$

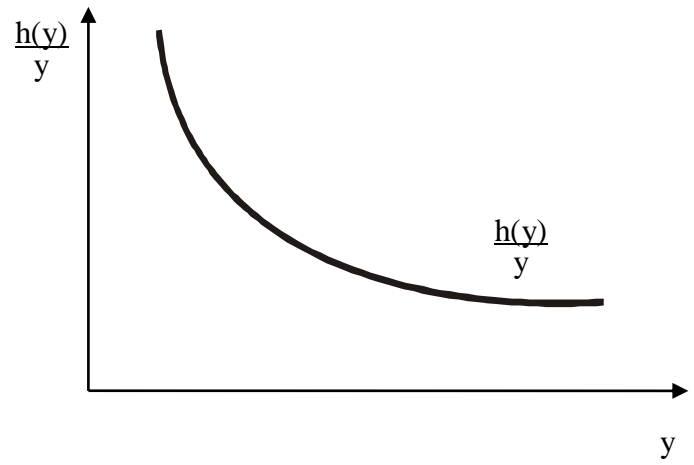
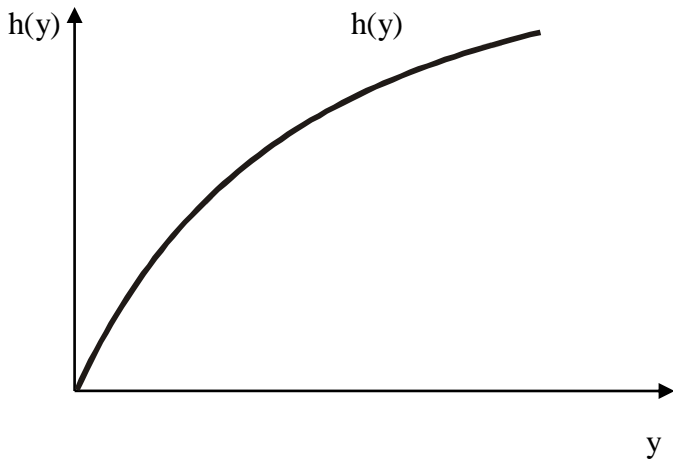
ა)

პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების დამოკიდებულება წარმოებული პროდუქციის პარტიის ზომაზე





$C(x)/x$  - პროდუქციის ერთეულზე მოსული ხარჯები  
 ბ)



$y$  - მარაგის მოცულობა  
 $h(y)$  -  $y$  მოცულობის მარაგის შენახვის ღირებულება  
 $h(y)/y$  - მარაგის ერთეულის შენახვის ღირებულება  
 გ)

ნახ.1.1.

მარაგის შექმნა დაკავშირებულია მისი შენახვის ხარჯებთან და ზოგად შემთხვევაში წარმოდგენს მოთხოვნის დაკმაყოფილებასთან დაკავშირებულ ხარჯების ძირითად სახეობას. თუ მარაგის სიდიდეს ავლნიშნავთ  $y$ -ით, ხოლო მის შენახვასთან დაკავშირებულ ხარჯებს  $h(y)$ -ით, პროდუქციის შენახვის ხარჯების არაწრფივი დამოკიდებულება მოცემულია ნახ.1.1 გ)-ზე  $h(y)$  და  $h(y)/y$  ფუნქციების გრაფიკების სახით.

უნდა აღინიშნოს, რომ, თუმცა ამოცანის ჩამოყალიბებასა და აღწერაში ვიყენებთ ფუნქციებს, რეალურ გამოთვლებში იგულისხმება, რომ ეს ფუნქციები მოცემულია ცხრილების სახით. ფუნქციის ცხრილებით გამოსახვას ორი მნიშვნელოვანი უპირატესობა გააჩნია: აადვილებს ნებიემიერი ფორმის ფუნქციის მოცემას; ასწრაფებს ალგორითმებს, რადგან ფუნქციის მნიშვნელობის მრავალგზის გამოთვლის საჭიროება შეცვლილია ცხრილიდან ელემენტის არჩევის მარტივი ოპერაციით. ანალოგიურად არის წარმოდგენილი პროდუქციის შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციებიც. [5]

### 1.1.3. წარმოების პროცესისათვის საჭირო საწარმოო უბნის სიმძლავრე

პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების საკითხი მნიშვნელოვნადაა დაკავშირებული იმაზე, თუ რა ხასიათისაა საწარმოო უბნის სიმძლავრე.

რიგ შემთხვევებში საწარმოო უბანს ისეთი სიმძლავრე აქვს, ან იმდენად მარტივია სიმძლავრის გაზრდა, რომ მისი ოპტიმიზაციის ამოცანაში გათვალისწინება აუცილებელი არ არის, პარტიის ზომამ შეიძლება მიიღოს პრაქტიკულად ნებისმიერი მნიშვნელობა, თეორიულად ეს ნიშნავს, რომ გვაქვს  $0 < x < \infty$ , როგორც ნახ 1.2. ა) გვიჩვენებს.



ა)

$$0 \leq x < \infty$$

საწარმოს სიმძლავრე იმდენად დიდია, რომ პარტიის ზომაზე შეზღუდვა არ არსებობს

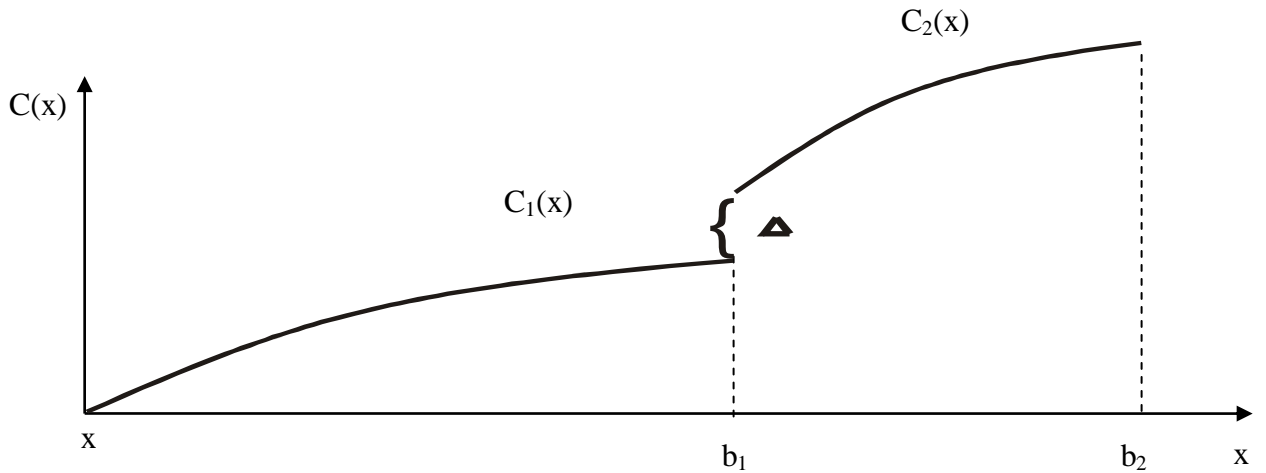


$$0 \leq x \leq b$$

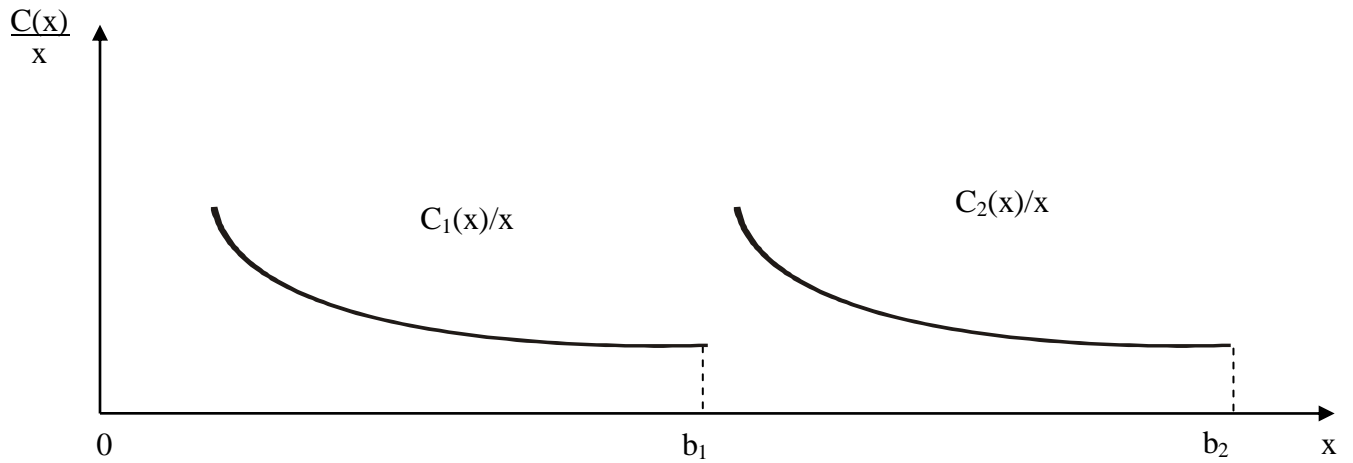
ბ)

გამოშვებული პარტიის ზომისათვის დადგენილია მაქსიმალური მნიშვნელობა  $b$

ნახ 1.2 ბ) გვიჩვენებს, რომ არსებული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში, მეწარმეს უუღძლია აწარმოოს პროდუქციის რამოდენობა 0 დან  $b$  ინტერვალში.



$0 \leq x \leq b_1$  ინტერვალში  $\longrightarrow C_1(x)$   
 $b_1 < x \leq b_2$  ინტერვალში  $\longrightarrow C_2(x)$



გ)  
 სიმძლავრის გაზრდა იწვევს პროდუქციის ერთეულის ხარჯების გაზრდას

ნახ.1.2.

იმ შემთხვევაში, როცა საწარმოს სიმძლავრე მკაცრად შეზღუდულია, იგი ვრცელდება პარტიის ზომაზე და ვლემულობთ ნახ.1.2

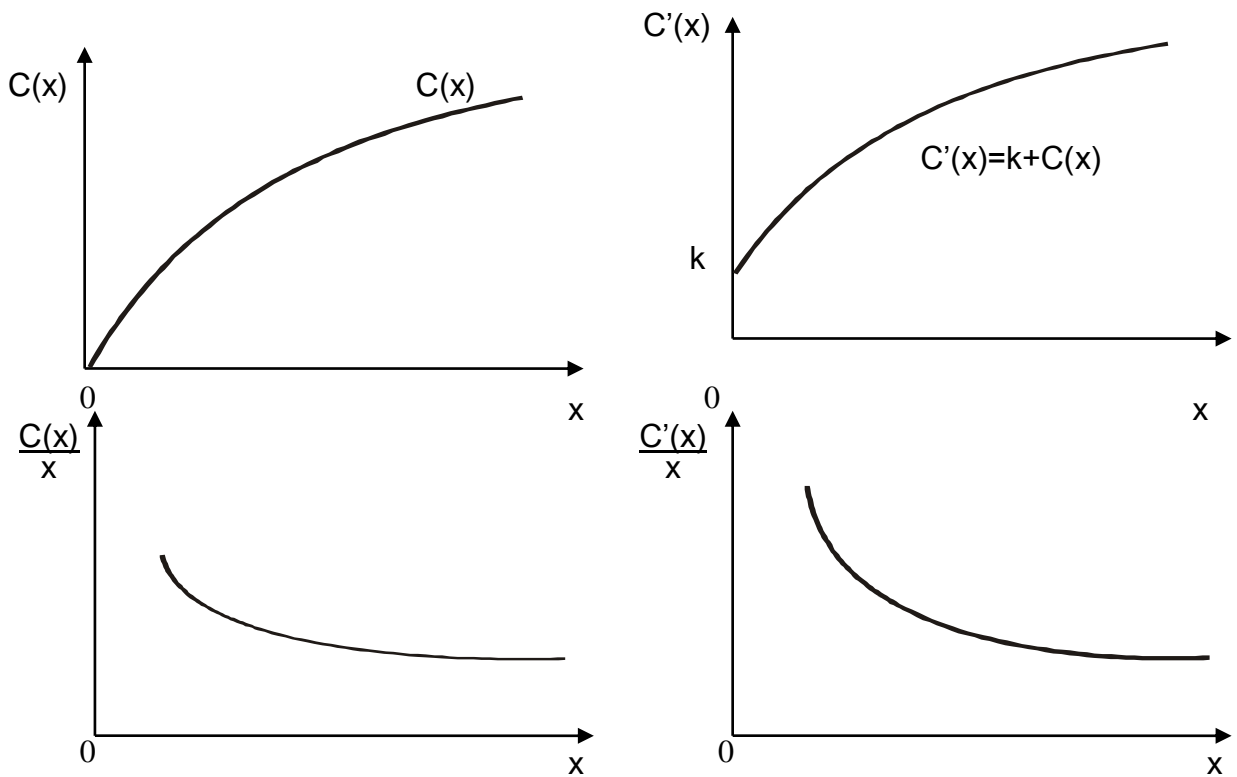
ბ)-ზე მოცემულ სურათს. ეს შეზღუდვა, ცხადია, მნიშვნელოვნად ცვლის გამოთვლით პროცესს.

უფრო ზოგად შემთხვევას აღწერს ნახ.1.2. გ) აქ იგულისხმება, რომ ყოველთვის გვაქვს  $x_1$  სიმძლევრის მქონე საწარმოო უბანი და თუ  $0 \leq x \leq x_1$ , პარტიის დანახარჯები გამოითვლება ფუნქციით  $C_1(x)$ . ამავე დროს  $x \leq x_1$  შეზღუდვა არამკაცრია და შესაძლებელია სიმძლავრის გაზრდა  $x_2 - x_1$  სიდიდით ოპერატიულად, საჭიროების მიხედვით. თუ ამ სიდიდით სიმძლავრის გაზრდის ფიქსირებულ ხარჯებს ავლნიშნავთ  $\Delta$ , მაშინ გვექნება  $C_2(x)$  ფუნქცია და ერთეულ პროდუქციაზე მოსული ხარჯების გამომსახველი ფუნქციაც შეიცვლება (გაიზრდება, ზევით აიწევს).

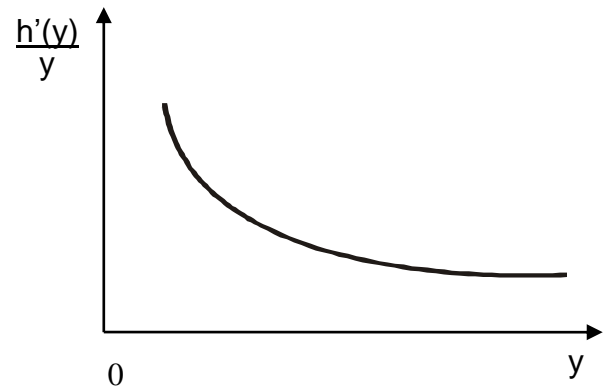
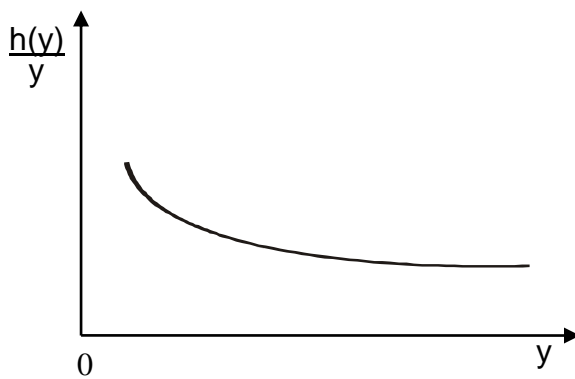
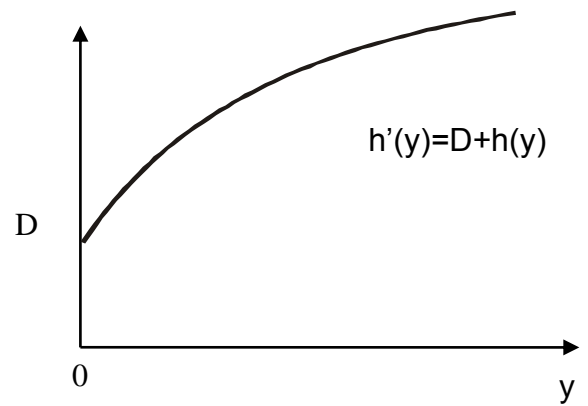
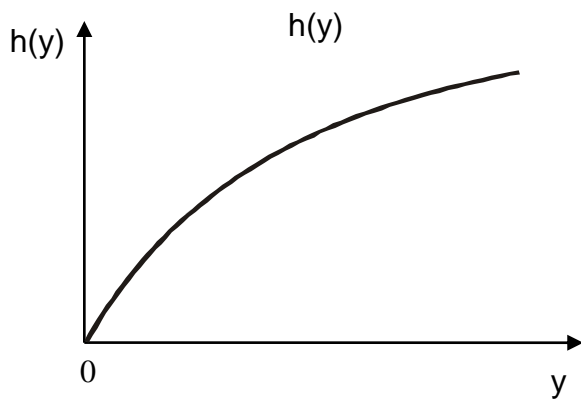
ცხადია, ამგვარი პირობის ოპტიმიზაციის მოდელში გათვალისწინება მოითხოვს სათანადო ცვლილებებს გამოთვლით სქემაში.

### 1.1.4. საწარმოო უბნის გახსნა-დახურვის ხარჯები

წარმოების ხასიათის მიხედვით, ზოგჯერ საწარმოო უბნის სამუშაოდ მომზადებას მნიშვნელოვანი ხარჯები არ ახლავს, ასევე არაა დაკავშირებული ხარჯებთან მომუშავე უბნის დახურვა. ბევრ შემთხვევაში კი სამუშაო უბნის სამუშაოდ გახსნა-დახურვასთან მნიშვნელოვანი დანახარჯებია დაკავშირებული. განსაკუთრებით ეს ეხება ტემპერატურული რეჟიმის შექმნასა და სხვადასხვა სახის სიმძლავრეების მობილიზებას. ასეთ შემთხვევებში გვაქვს უბნის სამუშაო მდგომარეობაში მოყვანისა და მისი დახურვის  $K$  და  $D$  დანახარჯები, როგორც ამას ნახ 1.3. უჩვენებს.



ა)



ბ)

ნახ.13.

ეს ხარჯები შეიძლება არსებობდეს როგორც წარმოების, ისე შენახვის შემთხვევაში და ისინი თავისი შინაარსით ერთმანეთს გვანან (ორივეგან შეიძლება გვქონდეს გახსნა-დახურვის ოპერაციები და მათთან დაკავშირებული ხარჯები).

ნახ. 13.ა) და ბ) გვიჩვენებს თუ როგორ გავლენას ახდენს ხარჯებზე უბნის სამუშაოდ მომზადების (გახსნის) დანახარჯები პროდუქციის პარტიისა და ერთეულის ხარჯებზე. [7]

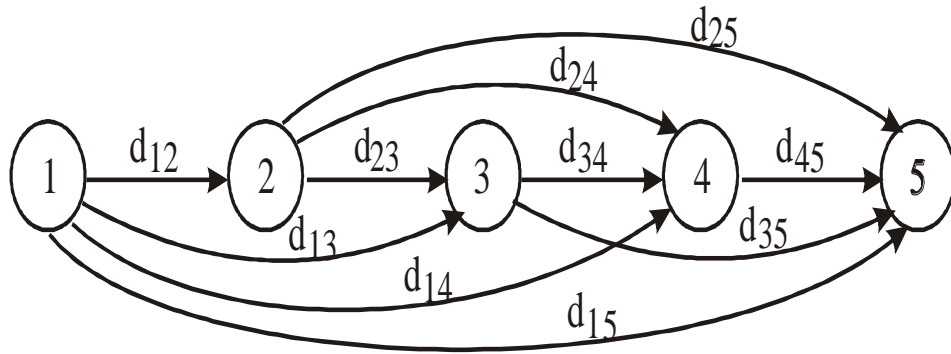
## 1.2. გამოთვლითი პროცედურები

ზემოთ აღწერილი ანალიზის საფუძველზე დამუშავებულ იქნა გამოთვლითი პროცედურები, რომლებიც გრაფულ მოდელებზეა დაფუძნებული და გამოთვლების ერთგვაროვნებას და სწრაფქმედებას უზრუნველყოფენ.

### 1.2.1. მონაცემთა სტრუქტურა გრაფის წარმოდგენისათვის

განხილული ამოცანების ამოსახსნელად ძირითადად გამოყენებულია მეთოდები, რომლებიც დაფუძნებულია სპეციფიკური სტრუქტურის გრაფულ მოდელებზე და ასევე, დამუშავებულია გრაფული მონაცემების დამახსოვრებისათვის აუცილებელი მონაცემთა სტრუქტურა. კერძოდ,  $n$  პერიოდიანი დაგეგმვის ინტერვალისათვის განსაზღვრულია  $n+1$  წვეროიანი გრაფი, რომლის კვანძები შეერთებულია რკალებით შემდეგნაირად: რკალი  $i$ -ურ და  $j$ -ურ კვანძებს შორის ( $i < j$ ) აღნიშნავს, რომ  $i$ -ურ ინტერვალში ხდება იმ რაოდენობის პროდუქციის გამოშვება, რაც საკმარისია  $i, i+1, \dots, j-1$  ინტერვალების მოთხოვნათა ზუსტად დასაკმაყოფილებლად. ამგვარად, ზოგად შემთხვევაში გრაფს აქვს ნახ. 1.2.1 ნაჩვენები სახე (სადაც  $n=4$ ).





ნახ. 1.2.1.

აქ მესუთე კვანძში შემოდის 4 რკალი, მეოთხეში სამი და ა.შ. ზოგადად  $n+1$  კვანძში შემოდის  $n$  რკალი,  $n$ -ურში  $n-1$  და ა.შ.

შესაძლებელია გრაფის წარმოდგენა მატრიცის  $D[1:n,1:n+1]$  სახით, მაშინ გრაფის შესახებ მონაცემები გამოისახება მატრიცით:

		1	2	3	4	5
$D[1:n,1:n+1] =$	1	0,	$d_{12},$	$d_{13},$	$d_{14},$	$d_{15}$
	2	0,	0,	$d_{23},$	$d_{24},$	$d_{25}$
	3	0,	0,	0,	$d_{34},$	$d_{35}$
	4	0,	0,	0,	0,	$d_{45}$

ცხრილი 1.2.1.

ამ მატრიცაში ელემენტები განმარტებულია ისეთი  $(i,j)$  წყვილისათვის, რომლისთვისაც კმაყოფილდება  $i < j$ . მატრიცის დანარჩენი ელემენტები წარმოდგენილია პირობითად ნულით.

მატრიცის ის ელემენტები, რომელთა მისამართები  $(i,j)$ , აკმაყოფილებენ პირობას  $j \leq I$ , წარმოდგენილია რიცხვით 0 და ამგვარად, მატრიცის ელემენტთა ნახევარზე მეტი არაინფორმაციულია. გრაფის წარმოდგენა მატრიცის სახით ამარტივებს ალგორითმის გადატანას მაღალი დონის პროგრამირების ენაზე, მაგრამ დაკავშირებულია მესხიერების უჯრედების არაეფექტურ გამოყენებასთან დიდი რაოდენობის არაინფორმაციული მონაცემების დამახსოვრების გამო.

გრაფის შესახებ მონაცემები ასევე შეიძლება წარმოდგენილ იქნას ერთგანზომილებიანი მასივის სახით:

$$D1[1 : 10] = (\underbrace{d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{15}}_4, \underbrace{d_{23}, d_{24}, d_{25}}_3, \underbrace{d_{34}, d_{35}}_2, \underbrace{d_{45}}_1)$$

ზოგადად მასივს ექნება განზომილება  $A\left[1 : \frac{n(n+1)}{2}\right]$  ხოლო  $(i,j)$

რკალის შესაბამისი ელემენტი,  $d_{ij}$ , განისაზღვრება მისამართზე:

$$K = n(i-1) - \frac{(i-2)(i-1)}{2} + (j-1), \text{ ანუ}$$

$$d_{ij} = A[K]$$

მონაცემთა წარმოდგენის ასეთ მოდელში ადგილი არ აქვს მესხიერების უქმად გამოყენებას, მაგრამ, სამაგიეროდ საჭირო ხდება ინდექსის გამოანგარიშება მასივზე ყოველი მიმართვისას. გამოთვლების საბოლოო ეფექტურობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად რაციონალურად ხდება ციკლების ორგანიზაცია.

მონაცემების წარმოდგენის შესახებ საბოლოო გადაწყვეტილება დამოკიდებულია კომპიუტერის გამოთვლით სიმძლავრეზე, თუმცა,

ქვემოთმოყვანილ მსჯელობებში გამოვიყენებთ მონაცემების მატრიცული სახით წარმოდგენას, აღწერის სიმარტივის გათვალისწინებით.

## 1.2.2. უმოკლესი გზის პოვნის ალგორითმი

როგორც ავღნიშნეთ, გრაფში კვანძების ნუმერაცია აკმაყოფილებს მოთხოვნას  $i < j$  (კვანძი ნომრით  $i$  გრაფში წინ უსწრებს კვანძს ნომრით  $j$ ) და ორიენტირებული რკალი  $(i, j)$  არსებობს ნებისმიერი  $i$  და  $j$  კვანძებისათვის თუ  $i < j$ , კვანძში შემომავალი რკალების მაქსიმალური რაოდენობით, შესაძლებელია გრაფის ბმულობის ხარისხის განსაზღვრა. (ზოგადად,  $n$  პერიოდის შემთხვევაში ბმულობის ხარისხი უდრის  $n-1$ ). რადგანაც გრაფში გზის სიგრძე ადიტიურია, იგი უდრის გზაში შემავალ რკალთა სიგრძეების ჯამს. გარდა ამისა, მინიმალური (ოპტიმალური) გზა აკმაყოფილებს ე.წ. ბელმანის ოპტიმალობის პირობას: თუ ოპტიმალური გზა საწყისი 1 კვანძიდან საბოლოო  $n$  კვანძამდე,  $Path(1, n)$ , გადის  $k$ -ურ კვანძში, მაშინ ამ გზის მონაკვეთები  $Path(1, k)$  და  $Path(k, n)$  უმოკლესებია  $(1, k)$  და  $(k, n)$  კვანძთა წყვილებს შორის არსებულ გზებს შორის. ამ თვისების გამოყენებით თვითოეულ კვანძს შევუსაბამოთ 1 კვანძიდან ამ კვანძამდე უმოკლესი მანძილის შეფასება  $d_1, d_2, \dots, d_n$ . თავიდან  $d_1=0$ , ხოლო დანარჩენების მნიშვნელობები გამოითვლებიან გამოთვლების მსვლელობაში. კერძოდ, რამდენადაც მეორე კვანძში შემოდის ერთი რკალი  $(1, 2)$ ,  $d_2$ -თვის გვექნება  $d_2=d_1+d_{12}$ . ანალოგიურად,  $d_3=\min(d_2+d_{23}, d_{13})$  და ა.შ. ზოგადად,

$$d_j = \min(d_1 + d_{1j}, d_2 + d_{2j}, \dots, d_{j-1} + d_{j-1,j})$$

$$j = 2, 3, \dots, n+1$$

მაგალითად, ნახ. 1.2.2 ა) ნახააზზე ნახევნები გრაფის შემთხვევაში  $d_1=0$ ,  $d_2=\min(0+2)=2$ ,  $d_3=\min(0+3, 2+2)=3$ ,  $d_4=\min(0+6, 2+3, 3+3)=5$ ,  $d_5=\min(0+7, 2+4, 3+5, 5+3)=6$ .

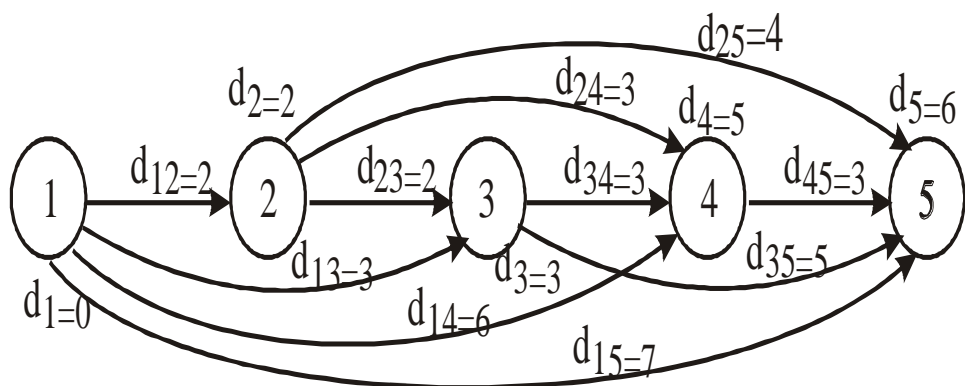
ამგვარად, ნახ. 1.2.2. მოცემულ შემთხვევაში უმოკლესი გზის სიგრძეა  $d_5=6$ . ნახაზზე მოყვანილი მონაცემები საშუალებას იძლევა განხორციელდეს ნაბიჯები უკან და განსაზღვრულ იქნას ოპტიმალური გზა ნომერ 1 და 5 კვანძებს შორის. პირველ რიგში განისაზღვრება ოპტიმალურ გზაში შემავალი ბოლო რკალი. ამისათვის უნდა მოიძებნოს  $e$ -ს ისეთი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც ადგილი აქვს ტოლობას:

$$d_e + d_{e,5} = 6; \quad e=1,2,\dots,4$$

ჩვენს შემთხვევაში ტოლობა მიიღწევა  $e=2$  მნიშვნელობისათვის, რაც ნიშნავს, რომ ოპტიმალური გზის ბოლო რკალია (2,5). ესლა მსგავსი გამოთვლები უნდა ჩავატაროთ და ვიპოვოთ უმოკლესი გზა ნომერ 1 კვანძიდან ნომერ 2 კვანძამდე. ეს არის რკალი (1,2). საბოლოოდ, ოპტიმალური გზა მოიცემა კვანძებისა და რკალების შემდეგი მიმდევრობით:

$$1, (1,2), 2, (2,5), 5$$

როგორც ამაზე ნახ 1.2.2. მიუთითებს.



ა)

$$D[1:4;1:5]$$

	1	2	3	4	5
1	0	2	3	6	7
2	0	0	2	3	4
3	0	0	0	3	5
4	0	0	0	0	3

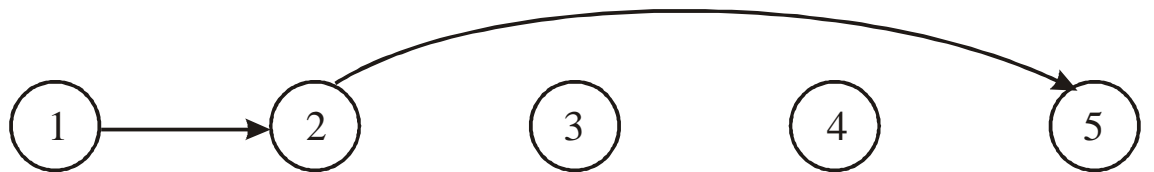
$$A[i,j]$$

	2	3	4	5
1	<u>2</u>	<u>3</u>	6	7
2		4	<u>5</u>	<u>6</u>
3			6	8
4				8

$d_4=5, d_5=6$

$d_1=0, d_2=2, d_3=3,$

б)



в)

б.1.2.2.

ზოგადად, ცნობილია გრაფში უმოკლესი გზის პოვნის რამდენიმე კლასიკური ალგორითმი, რომლებიც წარმატებით გამოიყენება ოპტიმიზაციის ამოცანების ამოხსნის საქმეში. ერთერთი ასეთი ალგორითმია ე.წ. კომპოზიციური ამოცანა, რომელიც გრაფში უმოკლესი კონტურის საპოვნელად გამოიყენება. კონტური, ეს არის, ისეთი გზა, რომელიც გრაფის ყველა მწვერვალს მხოლოდ ერთხელ გაივლის და რომლის საწყისი და საბოლოო მწვერვალებიც ერთი და იგივეა. კომპოზიციური ამოცანის ერთ-ერთი აპლიკაციაა დისტრიბუტორის მარშუტის დადგენის საკითხი, რომელსაც ევალება ყველა არსებულ სავაჭრო ობიექტში მისვლა, ისე რომ მის მიერ გავლილი საერთო გზა და შესაბამისად დახარჯული დრო იყოს მინიმალური.

კომპოზიციური ამოცანის ამოსახსნელად შემოღებულ იქნა ე.წ. მიახლოების ალგორითმი, რომელიც შეიძლება დაიყოს ორ ტიპად: კონსტრუქციულ და სრულყოფის ალგორითმებად. კონსტრუქციული ალგორითმის საშუალებით მინიმალური გზის პოვნა ნაბიჯ-ნაბიჯ ხდება, ხოლო სრულყოფის ალგორითმი ცდილობს არსებული გზის გაუმჯობესებას, მასში შემავალი რკალების სხვა რკალებით (რომლებიც არ შედიან გზაში) შეცვლის მეთოდით. ორივე ალგორითმი პირველ რიგში გრაფში ეძებს ეილერის ქვეგრაფს, იმის გათვალისწინებით, რომ გრაფის სიგრძის ფუნქცია აკმაყოფილებს ე.წ. სამკუთხედის უტოლობას, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: გრაფის ყველა  $i, j, k$  წერტილებისთვის  $i$  წერტილიდან  $k$  წერტილამდე პირდაპირი გზით წასვლა უფრო მოკლეა ვიდრე სხვა რომელიმე  $j$  წერტილის გავლით. ანუ,  $d_{ik} \leq d_{ij} + d_{jk}$ . ეილერის ქვეგრაფი კი არის კომპოზიციურის ისეთი გზა, რომელიც გრაფის ყველა მწვერვალისაგან შედგება და მასში მწვერვალებისა და რკალების რაოდენობა თანაბარია, ამასთან აღნიშნული გზა გრაფის თითოეულ მწვერვალს მხოლოდ ერთხელ გაივლის. ამის შემდეგ, კონსტრუქციული ალგორითმი შეკუმშვის, ხოლო გაუმჯობესების ალგორითმი კი, გრაფში

არსებული ორი ან ორზე მეტი რკალის სხვა რკალების ჩანაცვლების მეთოდით ახდენენ გრაფში კომპოზიციის, ანუ უმოკლესი გზის დადგენას.

უმოკლესი გზის პოვნის მეორე გავრცელებული ალგორითმია ე.წ. ბელმან-ფორდის ალგორითმი. ბელმან-ფორდის ალგორითმი ორიენტირებულ შეწონილ გრაფში ეძებს უმოკლეს გზას, ეს ალგორითმი გამოიყენება იმ შემთხვევაშიც, როდესაც გრაფის რკალებს აქვს უარყოფითი სიგრძეები. ალგორითმს აღნიშნული სახელი ეწოდა მისი შემქმნელების, ამერიკელი მეცნიერების - რიჩარდ ბელმანისა და ლესტერ ფორდის პატივსაცემად.

ალგორითმი შედგება რამოდენიმე ფაზისაგან, თითოეულ ფაზაში განიხილება გრაფის ყველა რკალი და ნაბიჯ-ნაბიჯ ხდება რკალების რელაქსაცია, ნებისმიერი  $c$  ღირებულების მქონე  $(a,b)$  რკალის რელაქსაცია, ეს არის  $b$  მწვერვალის მნიშვნელობის  $a$  მწვერვალის მნიშვნელობას  $+ c$  - თი გაუმჯობესების მცდელობა. ანუ ხდება  $b$  მწვერვალის მნიშვნელობის გაუმჯობესება მისი ინციდენტური  $(a,b)$  რკალის საშუალებით. დადგენილია, რომ საკმარისია  $n-1$  რაოდენობის ფაზის შესრულება, იმისათვის რომ მოხდეს ყველა მწვერვალის შეფასება და მათ შორის უმოკლესი მანძილების დადგენა. ( $n$  გრაფში არსებული მწვერვალების რაოდენობა).

დაიქსტრას ალგორითმიც ასევე ეფექტურად გამოიყენება გრაფში უმოკლესი გზის ძიებისას. ეს ალგორითმი პოულობს უმოკლეს გზას ერთ რომელიმე მწვერვალსა და დანარჩენ მწვერვალებს შორის, არაუარყოფითი სიგრძის რკალების მქონე შეწონილ, ორიენტირებულ გრაფში. ალგორითმის არსი მდგომარეობს შემდეგში: პირველ რიგში თითოეულ მწვერვალს მივანიჭებთ იმ სიდიდეს, რა მანძილითაც იგი დაშორებულია საწყის მწვერვალს. ამის შემდეგ ალგორითმი სათითაოდ გაივლის საწყის მწვერვალსა და ყველა დანარჩენ მწვერვალს შორის არსებულ ყველა შესაძლო დამაკავშირებელ გზებს და ირჩევს მათ

შორის უმოკლესს. და შესაბამისად მწვერვალებს მიანიჭებს ახალ გაუმჯობესებულ მნიშვნელობებს. ამგვარად ხდება გრაფის საწყის მწვერვალსა და დანარჩენ მწვერვალებს შორის უმოკლესი გზების დადგენა. [20]

### 12.3. გრაფში უმოკლესი გზების ძიების ალგორითმი

განხილული სკალარული ოპტიმიზაციის მოდელში ამოცანა დაიყვანება გრაფში უმოკლესი გზის ძიებაზე. იმ შემთხვევაში, როდესაც ამოცანა სინამდვილეში არის მრავალკრიტერიუმიანი, მაგრამ მის მოდელში გათვალისწინებულია ოპტიმიზაცია ერთ-ერთი კრიტერიუმით, ვარიანტული ანალიზის პრობლემა იჩენს თავს: ერთი მაჩვენებლის ოპტიმიზაცია, როგორც წესი, იწვევს სხვა (მასთან კონფლიქტური) მაჩვენებლის გაუარესებას. ასეთ შემთხვევებში არის სამი ძირითადი შესაძლებლობა:

1. მოხდეს ამოცანის ამოხსნა ყველა მაჩვენებლით ცალ-ცალკე. შედეგად მივიღებთ იმდენ ამონახსნს, რამდენი მაჩვენებელიც არის. თითოეული ამონახსნისათვის უნდა განისაზღვროს ყველა მაჩვენებლის მნიშვნელობა, რაც მოგვცემს შეფასებათა ვექტორებს. მიღებული ვექტორების სიმრავლე წარმოადგენს პარეტო-ოპტიმალურს და საბოლოო არჩევანის გასაკეთებლად იგი წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს.
2. მოხდეს მაჩვენებელთა სისტემის (ვექტორული მაჩვენებლის) სკალარიზაცია, ანუ დაყვანილ იქნას ერთ ფუნქციაზე მაჩვენებელთა წონითი კოეფიციენტების შემოტანის (ან რომელიმე სხვა მეთოდის) საფუძველზე და ამოიხსნას მიღებული სკალარული ოპტიმიზაციის ამოცანა.



3. ჩამოყალიბდეს ოპტიმიზაციის ამოცანა ერთ-ერთი კრიტერიუმის გამოყენებით და მოიძებნოს როგორც მისი ოპტიმალური ამონახსენი, ისევე გარკვეული რაოდენობის ხარისხით მომდევნო ამონახსნები. ცხადია, ასეთი მიდგომა განსაკუთრებით ეფექტურია დისკრეტული ოპტიმიზაციის შემთხვევაში და მას K-უმოკლესი ამონახსნის ძიების მეთოდი ეწოდება. მიღებული K-რაოდენობის ამონახსნებისათვის ცალ-ცალკე განისაზღვრება ყველა მაჩვენებლის მნიშვნელობა და, ამგვარად ვღებულობთ შეფასებათა ვექტორების სიმრავლეს. ამ სიმრავლიდან გამოირიცხება ყველა დაქვემდებარებული ვექტორი (ერთი ვექტორი არის მეორისადმი დაქვემდებარებული, თუ ის ყველა კრიტერიუმით არაუკეთესია მეორეზე), რაც იძლევა პარეტო-ოპტიმალურ ამონახსნთა სიმრავლეს და იგი წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს. ზოგიერთ შემთხვევაში, შესაძლებელია ამონახსნის ძიების პროცესი უფრო მეტად ავტომატიზებული გახდეს, თუ გამოვიყენებთ მაჩვენებელთა აწონის ან ლექსიკოგრაფიული ოპტიმიზაციის ტექნიკას ერთ-ერთი ამონახსნის ამორჩევის მიზნით.

ქვემოთ განხილული მოდელები დაფუძნებულია K-უმოკლესი ამონახსნის ძიების მეთოდის გამოყენებაზე მრავალკრიტერიუმიანი ოპტიმიზაციის ამოცანებისათვის.

განვიხილოთ გრაფში K-უმოკლესი ამონახსნის ძიების ალგორითმი კონკრეტულ მაგალითზე. დავუშვათ გვაქვს ოთხი პერიოდი,  $n=4$ , და რკალების სიგრძეების მატრიცას აქვს სახე:

$$D[1:4;1:5]$$

	1	2	3	4	5
1	0	2	3	6	7
2	0	0	2	3	4
3	0	0	0	3	5
4	0	0	0	0	3

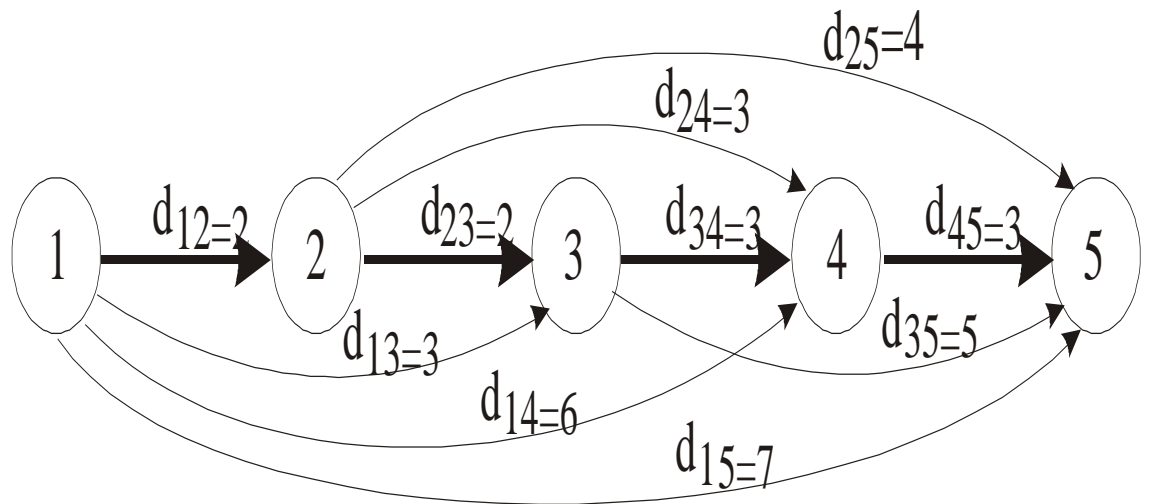
ა)

$$A[i,j]$$

	2	3	4	5
1	<u>2</u>	<u>3</u>	6	7
2		4	<u>5</u>	<u>6</u>
3			6	8
4				8

ბ)

გადავიტანოთ ეს მონაცემები გრაფზე:



ბ)

ნახ.1.2.3.

გრაფზე გზების ძიების ალგორითმი ორი ეტაპისაგან შედგება. პირველ ეტაპზე ხორციელდება ნაბიჯები წინ კვანძების შეფასებათა დასადგენად, ხოლო მეორე ეტაპზე კეთდება ნაბიჯები უკან გზების დასადგენად. ცხადია, აქ იგულისმება გზები 1 და 5 კვანძებს შორის.

ამ შემთხვევაში ჩვენს მიზანს წარმოადგენს გრაფის საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის  $K$  რაოდენობის საუკეთესო გზების ჩამოთვლა. რადგანაც კვანძები დანომრილია ზრდადი ნომრებით  $1, 2, \dots, n+1$ ,  $j$ -ურ კვანძში შემავალი რკალების რაოდენობა ( $j=2, 3, \dots, n+1$ ) უდრის  $(j-1)$ -ს. შევადგინოთ მატრიცა  $A[1:n; 2:j+1]$  როგორც ეს ნახ. 1.2.3. ბ)-ზეა ნაჩვენები. მისი ელემენტი  $a_{ij}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ,  $j=2, 3, \dots, n+1$ , პირობით  $j \geq i$  (წინააღმდეგ შემთხვევაში მატრიცის ელემენტი გამოთვლებში არ მონაწილეობს, იგი განუსაზღვრელია). ნებისმიერ კვანძში ნომრით  $j$  მასში შემოდის რკალი კვანძებიდან ნომრებით  $i=1, 2, \dots, j-1$ , დაეწყოთ ნახ.ბ)-ზე მოცემული მატრიცის ელემენტთა მნიშვნელობების შევსება შემდეგნაირად:

1.  $j=2$ . განვიხილოთ ყველა რკალი, რომელიც შემოდის მეორე კვანძში. ასეთია ერთადერთი რკალი (1,2) სიგრძით  $d_{1,2}=2$ . შევიტანოთ  $A(1,2)=2$  და განვსაზღვროთ  $d_2=d_1+d_{1,2}=0+2=2$ . (გვულისხმობთ, რომ  $d_0=0$ , როგორც საწყისი მნიშვნელობა).
2.  $j=3$ . გვაქვს ორი შემავალი რკალი:
  - ა) (1,3) რკალისათვის  $A(1,3)=d_1+d_{1,3}=3$
  - ბ) (2,3) რკალისათვის  $A(2,3)=d_2+d_{2,3}=2+2=4$
 განვსაზღვროთ  $d_3=\min(A(1,3), A(2,3))=\min(3,4)=3$
3.  $j=4$ . გვაქვს სამი შემავალი რკალი:
  - ა) (1,4) რკალისათვის  $A(1,4)=d_1+d_{1,4}=0+6=6$
  - ბ) (2,4) რკალისათვის  $A(2,4)=d_2+d_{2,4}=2+3=5$
  - გ) (3,4) რკალისათვის  $A(3,4)=d_3+d_{3,4}=3+3=6$
 განვსაზღვროთ  $d_4=\min(A(1,4), A(2,4), A(3,4))=5$
4.  $j=5$ . გვაქვს ოთხი შემავალი რკალი:
  - ა) (1,5) რკალისათვის  $A(1,5)=d_1+d_{1,5}=7$

ბ) (2,5) რკალისათვის  $A(2,5) = d_2 + d_{2,5} = 2 + 4 = 6$

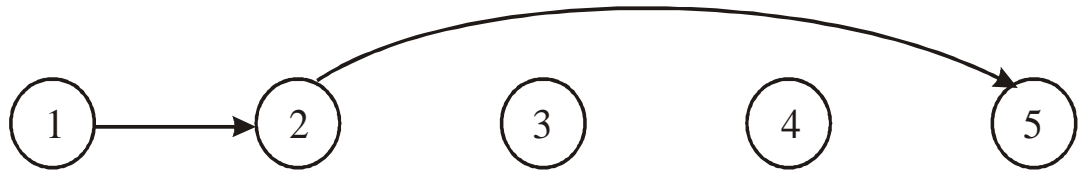
გ) (3,5) რკალისათვის  $A(3,5) = d_3 + d_{3,5} = 3 + 5 = 8$

დ) (4,5) რკალისათვის  $A(4,5) = d_4 + d_{4,5} = 8$

განვსაზღვროთ  $d_5 = \min(A(1,5), A(2,5), A(3,5), A(4,5)) = 6$ .

ამგვარად, უმოკლესი გზის სიგრძე უდრის 6, ხოლო დანარჩენი გზების სიგრძეებია 7, 8 და 8.

1. რადგან  $A(2,5) = 6$ , ეს ნიშნავს, რომ მინიმალური გზის ბოლო რკალია (2,5). კვანძში ნომრით 2 შემოდის ერთი რკალი და გვექნება რკალი (1,2). საბოლოოდ მინიმალური სიგრძის გზა მოიცემა როგორც 1, (1,2), 2, (2,5), 5.



გ)

ნახ.1.2.3.

2. ხარისხით მეორე გზას შეესაბამება სიგრძე 7 და  $A(1,5) = 7$ . აქ გზა მოიცემა მიმდევრობით 1, (1,5), 5.
3. აგრეთვე გვაქვს ხარისხით მამდევნო ორი გზა სიგრძით 8:

ა) რადგან  $A(3,5) = 8$ , სათანადო გზის ბოლო რკალია (3,5). რომ ვიპოვოთ მესამე კვანძში შემომავალი რკალი, ავირჩიოთ უმცირესი  $A(1,3)$  და  $A(2,3)$  შორის, რაც გვაძლევს რკალს (1,3). საბოლოოდ, შესაბამისი გზა მოიცემა როგორც 1, (1,3), 3, (3,5).

ბ) ამ შემთხვევაში  $A(4,5)=8$ . ე.ი. გზის ბოლო რკალია (4,5). მეოთხე კვანძში შემავალი რკალის საპონენლად ვიპოვოთ უმცირესი ელემენტი  $j=4$ -ის შესაბამის სვეტში. ეს არის  $A(2,4)=5$ , რაც გვაძლევს მეორე რკალს (2,4), ხოლო  $j=2$  სვეტის ანალიზი იძლევა რკალს (1,2). ამგვარად, გზას ექნება სახე 1, (1,2), 2, (2,4), 4, (4,5), 5.

ზემოთმოყვანილი გამოთვლები ზოგად შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

- $n$ -არის კვანძების (პერიოდების) რაოდენობა, დანომრილი როგორც: 1,2, . . . , $n$ .
- გვაქვს მატრიცა  $D[1:n, 2:n+1]$ , რომლის  $D[i,j]$  ელემენტი განსაზღვრულია, როცა  $j>i$ .
- გამოთვლები სწარმოებს იტერაციულად  $j=2,3, \dots, n+1$ .

ა) ვითვლით კვანძამდე უმოკლესი გზის სიგრძეს:

$$d_1=0,$$

$$d_j = \min_{1 \leq i \leq j-1} (d_i + d_{ij})$$

ბ)  $i=1,2, \dots, j-1$ . განვსაზღვრავთ მატრიცის  $A[i,j]$  ელემენტს შემდეგნაირად  $A[i,j] = (d_i + d_{ij})$

- $n+1$  სვეტში ვპოულობთ მინიმალურ ელემენტს პირობით:

$$A(i^*, n+1) = \min_i A(i, n+1)$$

რაც გვაძლევს რკალს  $(i_1, n+1)$

- სვეტში ნომრით  $i_1$  ვსაზღვრავთ მინიმალურ ელემენტს  $i_2$  პირობიდან:  $A(i_2, i_1) = \min_i A(i, i_1)$

- ვპოულობთ გზის მონაკვეთს  $i_2, (i_2, i_1), i_1, (i_1, n+1)$

და ა.შ., სანამ ნაპოვნი ნომერი უდრის 1-ს.

ზემოთ აღწერილი პროცედურის გამოყენებით შესაძლებელია ნებისმიერი ელემენტისათვის  $K$  რაოდენობის უმოკლესი გზის პოვნა.

## **თავი 2. პროდუქციის წარმოების პროცესისა და შენახვის ხარჯების მინიმიზაციის საკითხები შეუზღუდავი საწარმოო სიმძლავრეების შემთხვევაში**

ქვემოთ მოცემულ მოდელებში იგულისხმება, რომ წარმოებული და შენახული პროდუქციის მოცულობაზე შეზღუდვები არ არსებობს. დაგეგმვის პერიოდის ნებისმიერ ინტერვალში შესაძლებელია მოხდეს ნებისმიერი რაოდენობის პროდუქციის წარმოება; ასევე, დაგეგმვის თითოეულ პერიოდში შეიძლება წარმოებული პროდუქციის მარაგის შენახვა ნებისმიერი მოცულობით.

### **2.1. პროდუქციაზე სტატიკური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა**

განვიხილოთ პროდუქციაზე მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა შემდეგი წინაპირობით:

1. პროდუქციაზე მოთხოვნის დაკმაყოფილებაში არ მონაწილეობენ სხვა, მაგრამ მსგავსი სახეობის პროდუქციები. შესაბამისად, მოცემული პროდუქციის წარმოების მოცულობაზე მოქმედებს მხოლოდ არსებული მოთხოვნა.
2. დროის გარკვეული თანაბარი შუალედებისათვის პროდუქციაზე მოთხოვნა მუდმივია.
3. პროდუქციის გამოშვება ხდება პარტიებად ისე, რომ პროდუქციის ერთი პარტია საკმარისია რამდენიმე ერთმანეთის მომდევნო ინტერვალის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. პროდუქციის

წარმოებისათვის საწარმოო უბნის მომზადება დაკავშირებულია ფიქსირებულ ხარჯებთან და არ არის დამოკიდებული პარტიის ზომაზე.

პროდუქციის პარტიაში ჩაშვებისათვის აუცილებელი მოსამზადებელი სამუშაოების დანახარჯები აღვნიშნოთ  $k$ , ხოლო პროდუქციის ერთეულის წარმოებისათვის საჭირო ხარჯები –  $c$ . თუ პარტიის ზომა არის  $x$ , მაშინ წარმოების დანახარჯები იქნება  $c \cdot x$ , ხოლო პარტიის მთლიანი დანახარჯები  $(k + c \cdot x)$ . ავღნიშნოთ  $r$ -ით ინტერველში მუდმივი მოთხოვნის სიდიდე. ამ მოთხოვნის  $x$  ზომის პარტიებით დასაკმაყოფილებლად საჭირო იქნება პროდუქციის წარმოებაში ჩაშვება  $r/x$ -ჯერ. ამგვარად, მოთხოვნის დაკმაყოფილების მთლიანი დანახარჯები გამოისახება როგორც:

$$\frac{r}{x}(k + c \cdot x) \quad (1)$$

წარმოებული პროდუქციის  $x$  ზომის პარტია ინახება საწყობში და ხდება მოთხოვნის თანდათანობით დაკმაყოფილება ამ მარაგების ხარჯზე. როცა მარაგი მიიღევა, ხდება პროდუქციის ახალი პარტიის წარმოება და ეს პროცესი მეორდება სანამ ეს მუდმივი მოთხოვნა არ შეიცვლება. რადგან საწყობიდან პროდუქციის ხარჯვა თანაბრად ხდება, საწყობში შენახული პროდუქციის ღირებულება იცვლება  $(k + c \cdot x)$  - დან 0-მდე და, ამგვარად, შენახული პროდუქციის საშუალო ღირებულება იქნება:

$$\rho \frac{(k + c \cdot x)}{2} \quad (2)$$

ხოლო პროდუქციის როგორც წარმოების, ისე შენახვის ხარჯებს, ერთდროულად გათვალისწინებისას მთლიანი ხარჯები  $f(x)$  გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$f(x) = \rho \cdot \frac{k + c \cdot x}{2} + \frac{r}{x}(k + c \cdot x) \quad (3)$$

სადაც კოეფიციენტი  $\rho$  განსაზღვრავს შენახვის ხარჯს, როგორც შენახული პროდუქციის ღირებულების ნაწილს.

ფუნქცია (1) კლებადია და ექსტრემუმის წერტილი არ გააჩნია. აქედან გამომდინარე, საჭიროა გამოიშვას პარტია მაქსიმალური ზომით. რადგან მოთხოვნა  $r$ -ის ტოლია, ამიტომ პარტიის ოპტიმალური ზომა მხოლოდ წარმოების ხარჯების გათვალისწინებით იქნება:

$$x^* = r \quad (4)$$

იმ შემთხვევაში თუ, მოვახდენთ მხოლოდ შენახვის ხარჯების მინიმიზაციას და გამოვიყენებთ ფორმულას (2), რომელიც ზრდად ფუნქციას იძლევა, მივიღებთ ოპტიმალურ მნიშვნელობას (რადგან  $x \geq 0$ )

$$x^* = 0 \quad (5)$$

რაც გამორიცხავს მოთხოვნის დაკმაყოფილების შესაძლებლობას. რეალურად ეს ნიშნავს, რომ მოთხოვნის დაკმაყოფილება უნდა ხდებოდეს პირდაპირ საწარმოდან, საწყობის გვერდის ავლით, თუმცა აღნიშნული მოდელი არ შეესაბამება რეალობას.

რაც შეეხება ფუნქციას  $f(x)$ , მას აქვს მინიმუმის შესაბამისი ოპტიმუმის წერტილი. წარმოებულის ნულთან გატოლება გვაძლევს პარტიის ზომის ოპტიმალურ მნიშვნელობას [7]

$$x^* = \sqrt{\frac{2 \cdot r \cdot K}{\rho c}} \quad (6)$$



## 2.2. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა წარმოების პროცესის დანახარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმებით

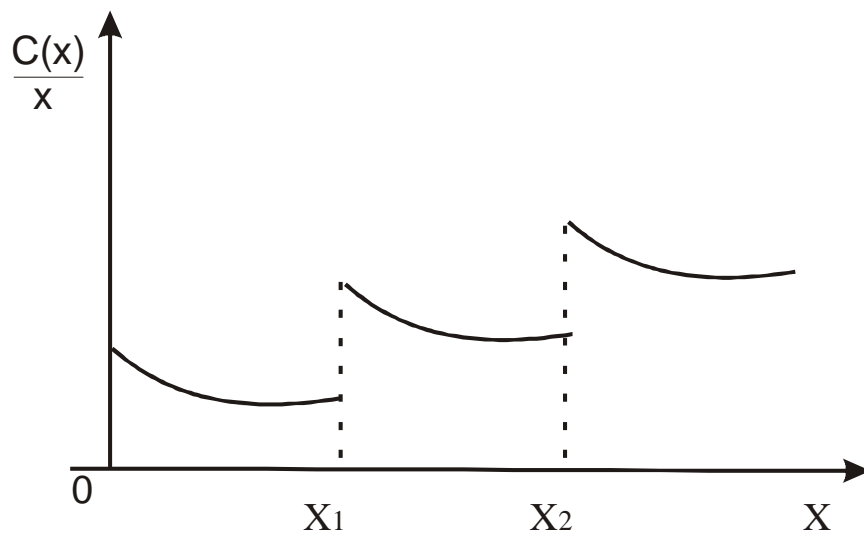
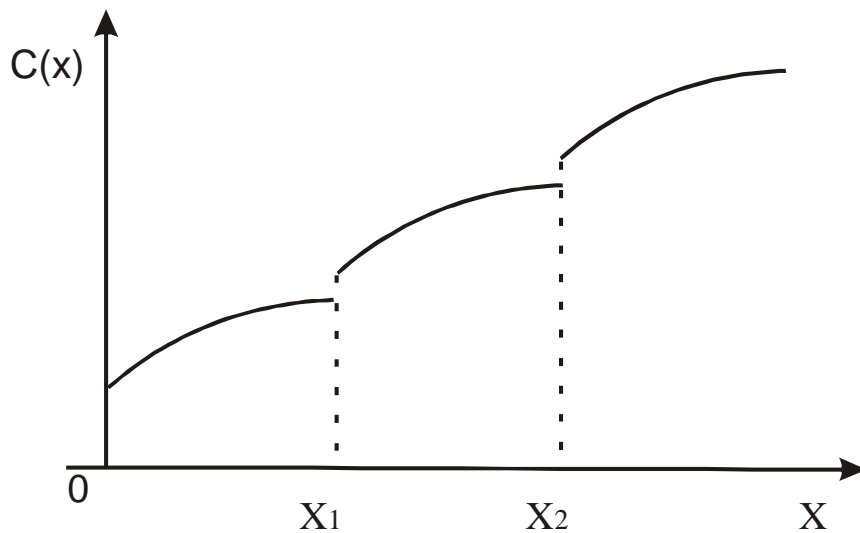
განვიხილოთ ისეთი შემთხვევა, როდესაც საჭიროების შემთხვევაში შესაძლებელია საწარმოო უბნის სიმძლავრის შეიცვლა, რაც შესაბამისად გამოიწვევს პროდუქციის წარმოების ხარჯების შეცვლას. ზოგად შემთხვევაში  $x$  რაოდენობის პროდუქციის წარმოების დანახარჯების  $C(x)$  ფუნქციას ექნება ნახ.2.2.1-ზე მოცემული სახე.

საწარმოო უბნის სიმძლავრე  $(0, x_1]$  ინტერვალში მუდმივია და შესაბამისად ამ დიაპაზონში წარმოების მოცულობის ზრდისას ერთეული პროდუქციის დანახარჯები მცირდება. ამგვარად, რაც დიდია პარტიის ზომა, მით მეტია წარმოების ეფექტურობა. არსებული სიმძლავრის შემთხვევაში პროდუქციის პარტიის მაქსიმალური ზომა  $x_1$ -ის ტოლია. რაც შეეხება ინტერვალს  $(x_1, x_2]$ , აქ ადგილი აქვს საწარმოო სიმძლავრის ზრდას, რაც დაკავშირებულია კაპიტალურ ხარჯებთან. კაპიტალური ხარჯების გადანაწილება გამოშვებულ პროდუქციაზე იწვევს ერთეული პროდუქციის გამოშვებასთან დაკავშირებული ხარჯების ზრდას, თუმცა პარტიის ზომის ზრდასთან ერთად ერთეულ პროდუქციაზე მოსული ხარჯები მცირდება.

ამ შემთხვევაში პარტიის ზომა შეიძლება იცვლებოდეს ინტერვალში  $(0, x_2]$ . რაც შეეხება ინტერვალს  $(x_2, \infty)$ , აქაც ადგილი აქვს საწარმოო სიმძლავრეების ზრდას, რაც თავის მხრივ დაკავშირებულია ახალ კაპიტალდაბანდებებთან.

ამგვარად, ზოგადად საჭიროა მოიძებნოს კომპრომისი ორ ძირითად შესაძლებლობას შორის: დაკმაყოფილდეს პროდუქციაზე მოთხოვნა უცვლელი საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში პატარა პარტიებით; მოხდეს მოთხოვნის დაკმაყოფილება დიდი პარტიებით სიმძლავრეების

სათანადო ზრდისა და შესაბამისი კაპიტალდაბანდების გაწევის შემთხვევაში.



ნახ.2.2.1.

ოპტიზაციის ამოცანა შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგნაირად:

- ერთი სახეობის პროდუქციაზე დინამიური (ცვალებადი) მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანა დგება გარკვეული დაგეგმვის ინტერვალისათვის (მაგ.თვისათვის), რომელიც დაყოფილია  $n$  პერიოდად (მაგალითად დღეებად).

2. თითოეული პერიოდისათვის ცნობილია მოთხოვნა პროდუქციაზე  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , სადაც  $r_i$  არის  $i$ -ურ პერიოდში პროდუქციაზე მოთხოვნის სიდიდე.
3. თითოეულ პერიოდში შესაძლებელია პროდუქციის წარმოება იმ რაოდენობით, რაც საკმარისი იქნება მიმდინარე პერიოდის და რამდენიმე მომდევნო პერიოდის ჯამური მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. თუ  $x_i$  ავნიშნავთ  $i$ -ურ პერიოდში წარმოებული პროდუქციის რაოდენობას, მაშინ  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ვექტორით გამოსახული წარმოების გეგმა იქნება დასაშვები, თუ ყველა პერიოდის მოთხოვნა დაკმაყოფილებულია.

დავუშვათ, რომ პროდუქციის გამოშვება ხდება  $i$ -ურ პერიოდში მოცულობით, რომელიც განკუთვნილია პროდუქციაზე რამდენიმე მომდევნო პერიოდის მოთხოვნების დასაკმაყოფილებლად,  $j$ -ური პერიოდის ჩათვლით,  $j \geq i$  მაშინ,  $i$ -ურ პერიოდში გამოშვებული პროდუქციის რაოდენობა იქნება:

$$\sum_{k=i}^j r_k$$

ხოლო მომდევნო პერიოდებისათვის გვექნება

$$x_{i+1}=0, x_{i+2}, \dots, x_j=0$$

შესაბამისად, მოცემული პერიოდებისათვის პროდუქციის წარმოების ხარჯები გამოისახება სიდიდით:

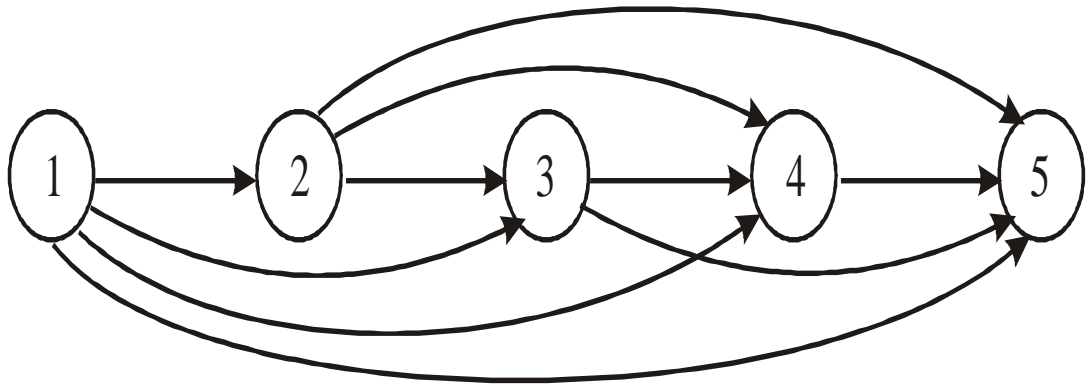
$$C\left(\sum_{k=i}^j r_k\right)$$

( $i, j$ ) წყვილის ყველა შესაძლო კომბინაციის განხილვის შედეგად, მივიღებთ ორიენტირებულ გრაფს, რომელიც ნახ.2.2.2.-ზეა გამოსახული. ნახაზზე 1,2,3,4 პერიოდების ნომრებია, ხოლო კვანძი №5 დამხმარეა. რკალი (2,4), მაგალითად, აღნიშნავს, რომ №2 პერიოდში ხდება პროდუქციის გამოშვება რაოდენობით, რაც საკმარისია 2 და 3

პერიოდების მოთხოვნათა დასაკმაყოფილებლად, ანუ  $x_2=r_2+r_3$ . ამგვარად, გრაფის რკალის სიგრძე  $d_{2,4}=C(r_2+r_3)$ . თუ ანალოგიურ გამოთვლებს ჩავატარებთ ყველა რკალის შესაბამის პერიოდებისათვის, მივიღებთ ორიენტირებულ გრაფს, რომელშიც უმოკლესი გზა განსაზღვრავს წარმოების ოპტიმალურ გეგმას, ხოლო ამ გზის სიგრძე არსებული დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურ დაკმაყოფილებასთან დაკავშირებულ ხარჯებს. მაგალითად, თუ მინიმალური სიგრძის გზა მოცემულია ნახ.2.2.2. ბ) განსაზღვრული რკალებით, მაშინ პირველ პერიოდში იწარმოება  $x_1=r_1+r_2$  მოცულობის პროდუქცია, ხოლო მესამეში  $x_3=r_3+r_4$  მოცულობის. თუ მინიმალური გზა მოცემულია ნახ.2.2.2. გ) ნახაზზე განსაზღვრული რკალებით, მაშინ ყოველ ინტერვალში ხდება ამავე ინტერვალისათვის არსებული მოთხოვნის ტოლი რაოდენობის პროდუქციის გამოშვება.

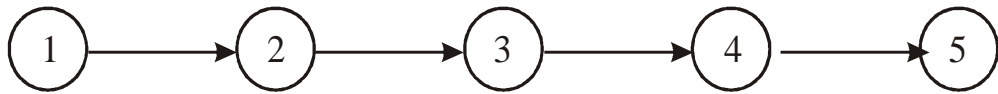
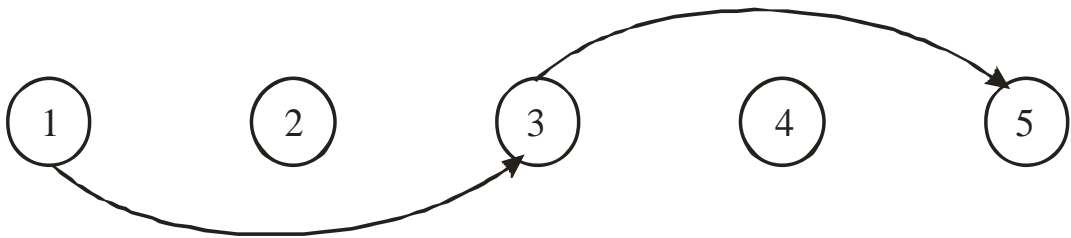
მიღებულ გრაფში  $K$ -უმოკლესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენება საშუალებას იძლევა მიღებულ იქნას რამდენიმე ამონახსნი, მათ შორის ოპტიმალური, რომელთა შორის ერთ-ერთის საბოლოო ამორჩევა ხდება სხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ. [11]

$$d_{25} = C(r_2 + r_3 + r_4)$$



$$d_{15} = C(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)$$

δ)



δ)

б.б. 2.2.2.

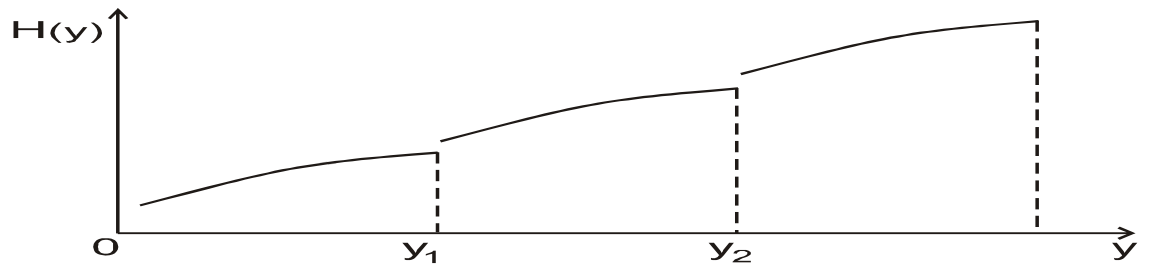
### 2.3. პროდუქციაზე არსებული დინამიური მოთხოვნის დაკმაყოფილების ამოცანა შენახვის ხარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით

ხშირად პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის ეფექტურად დაკმაყოფილების ამოცანებში ძირითად პრობლემას პროდუქციის შენახვასთან დაკავშირებული სამუშაოები ქმნის. ეს განსაკუთრებით აქტუალურია ისეთ სიტუაციაში, როდესაც მეწარმე მოთხოვნის დაკმაყოფილებას ახდენს პარტიებად შექმნილი პროდუქციის ხარჯზე. ზოგადად, პროდუქციის შენახვის ხარჯები დამოკიდებულია მის სახეობაზე და იცვლება დიდ დიაპაზონში სახეობის მიხედვით.

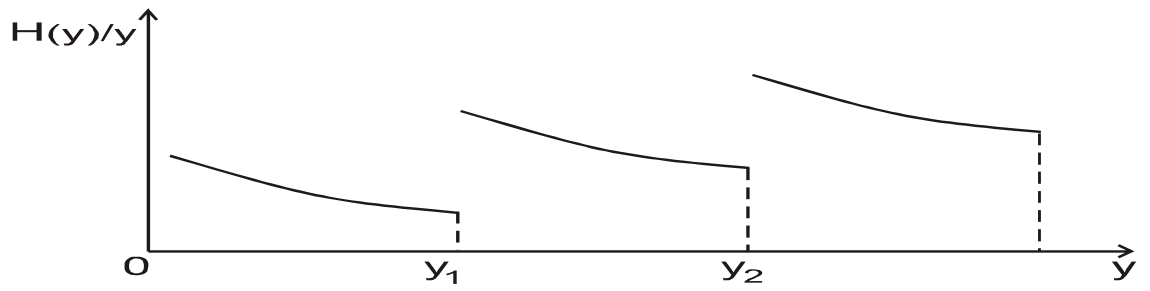
$i$ -ურ პერიოდში  $y$  რაოდენობის პროდუქციის შენახვასთან დაკავშირებული ხარჯები  $H_i(y)$  წარმოადგენს შეზნექილ ფუნქციას, როგორც ეს ნახ.2.3.1.-ზეა გამოსახული. ინტერვალში  $(0, y_1)$  საწარმოს გააჩნია ფიქსირებული სიმძლავრის შემნახველი უბანი. თუ შესანახი პროდუქციის მოცულობა აჭარბებს  $y_1$ , მაშინ აუცილებელი ხდება შემნახველი უბნის სიმძლავრის გაზრდა, რაც დაკავშირებულია დამატებით დანახარჯებთან და ზრდის შენახვის ხარჯებს, ანალოგიური სიტუაცია იქმნება, როცა შესანახი პროდუქციის მოცულობა აღემატება  $y_2$ .

ქვემოთ განხილული მოდელი ითვალისწინებს იმას, რომ პროდუქციის წარმოება (შექმნა) ხდება მხოლოდ იმ პერიოდში, რომლისთვისაც პროდუქციის მარაგი ნულის ტოლია. თუ  $y_i$  ავდნიშნავთ პროდუქციის მარაგს  $i$ -ურ პერიოდში, ხოლო  $x_i$ -ით  $i$ -ურ პერიოდში წარმოებული (შექმნილი) პროდუქციის რაოდენობას, მაშინ ზემოთ მოყვანილი პირობა მიიღებს სახეს:

$$x_i \cdot y_i = 0$$

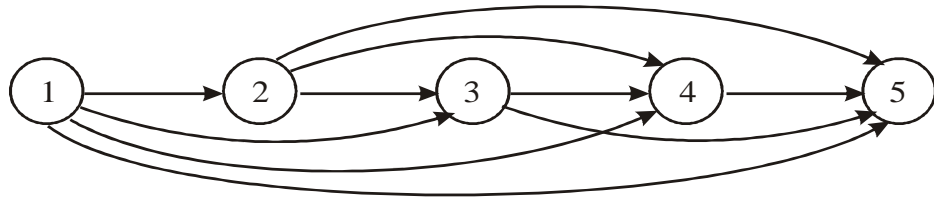


δ)

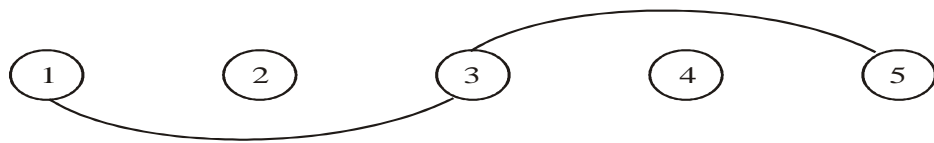


δ)

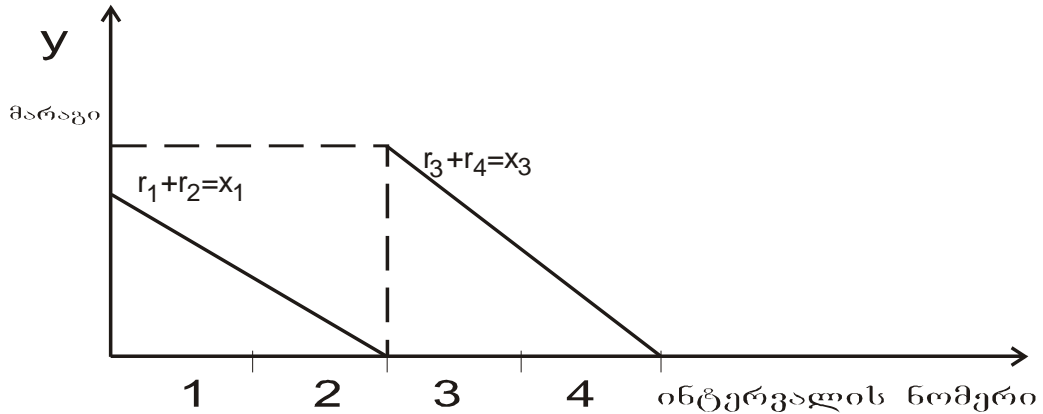
бδб.2.3.1.



δ)



δ)



გ) ნახ. 2.3.2.

ეს პირობა ნიშნავს, რომ თუ მარაგი გვაქვს,  $y_i > 0$ , მაშინ ამ პერიოდში პროდუქციის წარმოება (შექმნა) არ ხდება,  $x_i = 0$ . თუ მარაგი არ არის,  $y_i = 0$ , მაშინ  $x_i > 0$ . თუ  $i$ -ურ ინტერვალში მოთხოვნა არ არის  $r_i = 0$ , მაშინ შეიძლება მოხდეს, რომ  $x_i = 0$  და  $y_i = 0$ .

დავუშვათ, რომ მესამე პერიოდში გამოშვებული (შექმნილი) იქნა პროდუქცია, რომელიც განკუთვნილია მესამე, მეოთხე და მეხუთე პერიოდების დასაკმაყოფილებლად, ანუ  $x_3 = r_3 + r_4 + r_5$ . მაშინ, მესამე ინტერვალში იქნება მარაგი  $y_3 = r_3 + r_4 + r_5$  შენახვის დანახარჯებით  $h_3(r_3 + r_4 + r_5)$ , მეოთხეში გვექნება მარაგი  $r_4 + r_5$  შენახვის დანახარჯებით  $h_4(r_4 + r_5)$ , ხოლო მეხუთეში – მარაგი  $r_5$  შენახვის ფასით  $h_5(r_5)$ . შენახვის ჯამური დანახარჯები განისაზღვრება როგორც  $h_3(\cdot) + h_4(\cdot) + h_5(\cdot)$ . ზოგადად, თუ  $i$ -ურ პერიოდში წარმოებული პროდუქცია განკუთვნილია  $i, \dots, j$  ( $j \geq i$ ) ინტერვალებისათვის, მაშინ შენახვის ჯამური დანახარჯები გამოითვლება როგორც:

$$\sum_{k=i}^j h_k \left( \sum_{e=k}^j r_e \right)$$



აღრე განხილული მოდელების მსგავსად, გავნიხილოთ გრაფი  $n+1$  კვანძით, სადაც რკალი  $(i,j)$  აღნიშნავს, რომ  $i$ -ურ პერიოდში გამოშვებული პროდუქცია საკმარისია  $i, i+1, \dots, j-1$ , პერიოდისათვის მოთხოვნათა დასაკმაყოფილებლად. რკალის სიგრძე  $d_{i,j}$  ტოლია ამ შემთხვევის შესაბამისი შენახვის ხარჯებისა,

$$d_{i,j} = \sum_{k=i}^j h_k \left( \sum_{e=k}^j r_e \right)$$

ამგვარად,  $d_{i,j}$  განისაზღვრება ყველა რკალისათვის და პროდუქციის შენახვის ჯამური დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანა დაიყვანება გრაფში მინიმალური გზის პოვნის ამოცანამდე (ნახ.2.3.2 ა). თუ მინიმალურ გზას აქვს ნახ.2.3.2. ბ)-ზე მოცემული სახე, მაშინ შესაბამისი მარაგების შექმნისა და ხარჯვის სქემა მოცემულია ნახ.2.3.2. გ)-ზე. [16]

## 2.4. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ჯამური დანახარჯების მინიმიზაციის ამოცანა

ზემოთ განხილულ ამოცანებში, ხდებოდა ან წარმოების ჯამური დანახარჯების მინიმიზაცია, ან მარაგების შენახვის ჯამური დანახარჯების მინიმიზაცია, თუმცა შესაძლებელია ოპტიმიზაციის საკითხის გადაჭრა ერთდროულად ორივე მაჩვენებლით, ამისათვის უნდა მოვახდინოთ მათი გაერთიანება ერთ სინთეზურ მაჩვენებელში. რამდენადაც ორივე შემთხვევაში საქმე გვაქვს დანახარჯებთან, კრიტერიულად შეიძლება აღებულ იქნას პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის დანახარჯების ჯამი:

$$\sum_{i=1}^n C_i(x_i) + h_i(y_i)$$

ამგვარად, ოპტიმიზაციის ამოცანა შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება: მინიმიზებული იქნას:

$$\sum_{i=1}^n C_i(x_i) + h_i(y_i)$$

როცა,

$$y_i = \sum_{j=1}^i (x_j - r_j) \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$r_i, x_i, y_i \geq 0; \quad x_i \cdot y_i = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$d_{i,j} = C_i \left( \sum_{k=1}^j r_k \right) + \sum_{k=1}^j h_k \left( \sum_{e=k}^j r_e \right)$$

### თავი 3. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის დანახარჯების მინიმიზაცია სიმძლავრეებზე შეზღუდვების გათვალისწინებით

ზემოთ განხილულ მოდელებში იგულისხმებოდა პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის შესაძლებლობები ნებისმიერი მოცულობებით. ეს მიღწეული იყო საჭიროების შემთხვევაში საწარმოო და შემნახავი უბნების სიმძლავრის გაზრდით, რაც გულისხმობდა დანახარჯებს ინვესტიციებზე და ამგვარად, ერთეულ პროდუქციასთან დაკავშირებულ დანახარჯების ზრდას. იმ შემთხვევებში, როცა სიმძლავრეების ამგვარი ზრდა შეუძლებელია ან მიზანშეუწონელია, წარმოიშევა პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანა არსებული სიმძლავრეების პირობებში.

ავღნიშნოთ  $i$ -ურ პერიოდში საწარმოო უბნის სიმძლავრე  $b_i$ -ით. მაშინ ვექტორი  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$  წარმოადგენს პერიოდების მიხედვით საწარმოო სიმძლავრეების ვექტორს,  $b_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$ . ანალოგიურად თუ  $a_i$ -ით ავღნიშნავთ შემნახავი უბნის სიმძლავრეს  $i$ -ურ პერიოდში, მაშინ სიმძლავრეების სისტემა პერიოდების მიხედვით წარმოდგება ვექტორით  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $a_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$ .

ისევე, როგორც წინა მოდელებში, ვგულისხმობთ, რომ  $i$ -ურ ინტერვალში წარმოებული პროდუქციის მოცულობა გამიზნულია ერთი ან რამდენიმე მომდევნო ინტერვალისათვის. ამასთან პროდუქციის წარმოების სტრატეგია აკმაყოფილებს პირობას:

$$x_i \cdot y_i = 0$$

ეს ნიშნავს, რომ თუ  $x_i > 0$ , მაშინ  $y_i, y_{i+1}, \dots$  არაუარყოფითია და  $x_i = 0, y_i = 0$  დასაშვებია მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ  $r_i = 0$ , ანუ  $i$ -ურ პერიოდში პროდუქციაზე მოთხოვნა არ არსებობს.

ისევე, როგორც ადრე განხილული მოდელების შემთხვევაში, განვიხილოთ ორიენტირებული გრაფი  $n+1$  კვანძით. თითოეული  $(i,j)$  რკალისათვის პროდუქციის წარმოება ხდება  $i$ -ურ ინტერვალში და წარმოების მოცულობა ტოლია:

$$X_i = \sum_{k=i}^{j-1} r_k$$

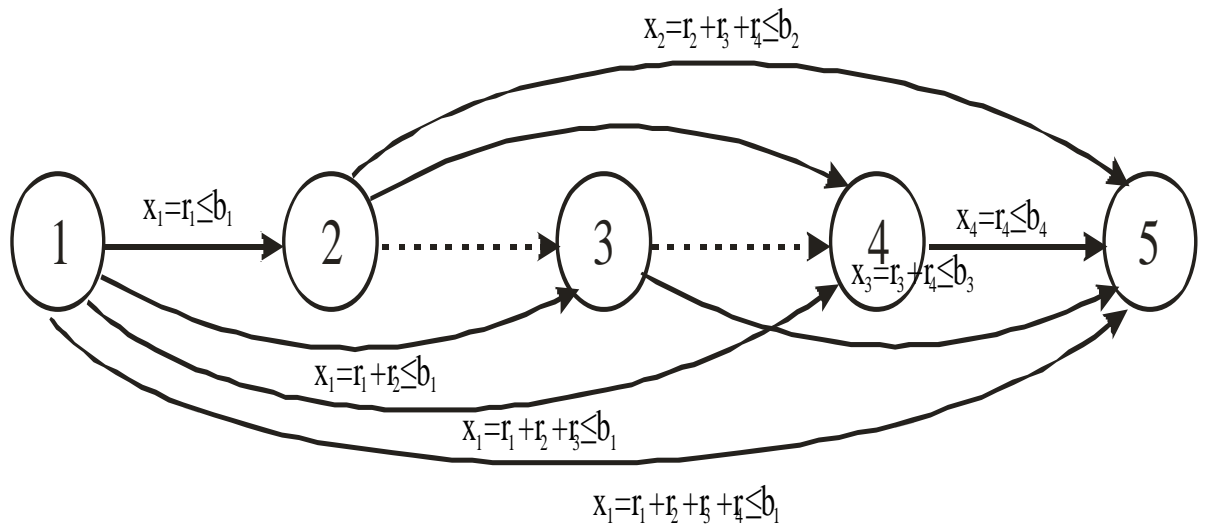
შეზღუდვა წარმოების სიმძლავრეზე:

$$x_i \leq b_i \quad i=1, 2, \dots, n$$

მიღებული სიტუაცია მოყვანილია ნახ.3.1. ოთხინტერვალის დაგეგმვის პერიოდისათვის. თუ კმაყოფილდება პირობა  $x_i \leq b_i$ , მაშინ რკალის სიგრძე  $d_{i,j}$  შეიძლება განსაზღვრულ იქნას როგორც წარმოების და ნახარჯები, ან შენახვის დანახარჯები, ან წარმოების და შენახვის ჯამური დანახარჯები გამოყენებული მოდელის მიხედვით. თუ  $x_i > b_i$ , მაშინ ამ რკალის შესაბამისი წარმოების პოლიტიკა დაუშვებელია  $(i,j)$  რკალის სიგრძე  $d_{i,j}$  განისაზღვრება როგორც

$$d_{i,j} = \infty$$

რკალის სიგრძეთა ამგვარად განმარტების შემდეგ ხდება გრაფში  $K$ -უმოკლესი გზების ძიების ალგორითმის გამოყენება. თუ აღმოჩნდა, რომ უმოკლესი გზის სიგრძე ნაკლებია  $\infty$ -ზე, მაშინ ამოცანას ამონახსნი აქვს. წინააღმდეგ შემთხვევაში ამოცანას ამონახსნი არ აქვს. [11]



$$(i, j) \rightarrow x_i = \sum_{k=i}^{j-1} r_k \leq b_i \begin{cases} \text{ძი} \\ \text{არა} \end{cases} \quad d_{i,j} = \begin{cases} C_i(i) \\ \sum h_i(i) \\ C_i(i) + \sum h_i(i) \end{cases}$$

$$d_{i,j} = \infty$$

სამი მოდელი:	$C_i(i)$	$\sum h_i(i)$	$C_i(i) + \sum h_i(i)$
შეზღუდვის სახე	შეზღუდვა წარმოებაზე	შეზღუდვა შენახვაზე	შეზღუდვა ორივეზე

ნახ.3.1.

### 3.1. მოთხოვნის მინიმალური დანახარჯებით დაკმაყოფილების მოდელი საწარმოო სიმძლავრეებზე შეზღუდვის შემთხვევაში

ამ შემთხვევაში მხედველობაში მიიღება წარმოების სიმძლავრეებზე არსებული შეზღუდვების ვექტორი  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , ხოლო შემნახავი უბნის სიმძლავრე შეზღუდული არ არის. რკალ  $(i,j)$  შევეუსაბამოდ სიგრძე  $d_{i,j}$  შემდგენიარად:

$$d_{i,j} = \begin{cases} c_i \left( \sum_{k=1}^{j-1} r_k \right), & \text{თუ } \sum_{k=1}^{j-1} r_k \leq b_i \\ \infty, & \text{თუ } \sum_{k=1}^{j-1} r_k > b_i \end{cases}$$

მიღებულ გრაფში ნებისმიერი გზა საწყისი და ბოლო კვანძებს შორის, რომლის სიგრძე ნაკლებია  $\infty$ , გვაძლევს დასაშვებ ამონახსნს, ხოლო  $K$  უმოკლეს ამონახსნთა სიმრავლე გზის სასრულო სიგრძეებით იძლევა ამონახსნთა სიმრავლეს, რომელიდანაც ამოირჩევა ერთ-ერთი გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ დამატებითი მონაცემების გამოყენების საფუძველზე.

### 3.2. პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალური დაკმაყოფილების ამოცანა შენახვის უბნის სიმპლავრეზე შეზღუდვების არსებობის შემთხვევაში

ამ მოდელში მხედველობაში მიიღება შენახვის უბანზე არსებული შეზღუდვათა ვექტორი  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , სადაც  $a_i$  არის  $i$ -ურ ინტერვალში შენახული პროდუქციის მაქსიმალური (შესაძლო) რაოდენობა. ისევე, როგორც წინა შემთხვევაში, განვიხილოთ ორიენტირებული გრაფი, რომელშიაც  $i$ -ურ პერიოდში იწარმოება პროდუქცია რაოდენობით  $x_i$ , რაც ქმნის მარაგს რამდენიმე მომდევნო პერიოდის მოთხოვნათა დასაკმაყოფილებლად. ამგვარად რკალი  $(i,j)$ -ს შეესაბამება წარმოების მოცულობა

$$X_i = \sum_{k=i}^{j-1} r_k, \text{ რაც ქმნის მარაგებს } y_i, y_{i+1}, \dots \text{ მომდევნო პერიოდებისათვის:}$$

$$y_i = \sum_{k=i}^{j-1} r_k$$

$$y_{i+1} = \sum_{k=i+1}^{j-1} r_k$$

-----  
 $y_{j-1} = r_{j-1}$

$i$ -ურ ინტერვალში პროდუქციის  $x_i$  მოცულობით წარმოება დასაშვებია, თუ კმაყოფილდება შეზღუდვების სისტემა

$$\begin{cases} y_i \leq a_i \\ y_{i+1} \leq a_{i+1} \\ \vdots \\ y_{i-1} \leq a_{i-1} \end{cases}$$

თუ ამ სისტემაში ერთ-ერთი შეზღუდვა დარღვეულია, მაშინ  $x_i$  ვექტორი დასაშვები არ არის. ამ შემთხვევაში  $(i,j)$  რკალის სიგრძე  $d_{i,j}=\infty$ . თუ ყველა შეზღუდვა დაკმაყოფილებულია, მაშინ რკალის სიგრძე გამოითვლება როგორც  $\sum_{k=i}^{j-1} h_k(y_k)$ . ამგვარად, საბოლოოდ  $d_{i,j}$  განისაზღვრება ფორმულით:

$$d_{i,j} = \begin{cases} \sum_{k=i}^{j-1} h_k \left( \sum_{k=1}^{j-1} r_k \right) & \text{თუ კმაყოფილებულია} \\ \infty, & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში} \end{cases}$$



### 3.3. პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილება წარმოებისა და შენახვის ჯამური ღირებულების კრიტერიუმებით და წარმოებისა და შენახვაზე შეზღუდვების გათვალისწინებით

ამ მოდელში მხედველობაში მიიღება შეზღუდვები როგორც საწარმო სიმძლავრეებზე ( $b_1, b_2, \dots, b_n$ ), ისე შენახვაზე ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ), ხოლო ოპტიმიზაციის კრიტერიუმად გამოიყენება პროდუქციის წარმოებისა და მარაგების შენახვის ჯამური დანახარჯები. გრაფის ( $i, j$ ) რკალს შეესაბამება პროდუქციის წარმოება  $x_i$  მოცულობით, რაც წარმოქმნის მარაგებს  $i, i+1, \dots, j-1$  პერიოდებისათვის.  $x_i$  –იური დასაშვებია, თუ კმაყოფილდება შემდეგი ორი პირობა:

$$1) x_i \leq b_i \quad (1)$$

2) მარაგებისათვის გვაქვს

$$\left. \begin{array}{l} y_i \leq a_i \\ y_{i+1} \leq a_{i+1} \\ \text{-----} \\ y_{j-1} \leq a_{j-1} \end{array} \right\} \quad (2)$$

თუ ზემოთმოყვანილი შეზღუდვათაგან ერთ-ერთი არ კმაყოფილდება, მაშინ რკალის სიგრძე  $d_{i,j} = \infty$ ; წინააღმდეგ შემთხვევაში იგი განისაზღვრება, როგორც

$$d_{i,j} = C_i(x_i) + \sum_{e=i}^{j-1} h_e \left( \sum_{k=e}^{j-1} r_k \right)$$

ამგვარად, ზოგად შემთხვევაში რკალის სიგრძე განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$d_{i,j} = \begin{cases} C_i(x_i) + \sum_{e=i}^{j-1} h_e \left( \sum_{k=e}^{j-1} r_k \right) & \text{თუ კმაყოფილდება (1) და (2) შეზღუდვათა} \\ \infty, & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში} \end{cases} \text{ სისტემა}$$

აგებულ გრაფში უმოკლესი გზა იძლევა ოპტიმალურ ამონახსნს, თუ მისი სიგრძე ნაკლებია  $\infty$ , ხოლო  $K$ -უკეთესი ამონახსნი – ამონახსნთა სიმრავლეს გადაწყვეტილების მიმღები პირისათვის. [12]

**თავი 4. პროდუქციაზე მოთხოვნის ოპტიმალურად  
დაკმაყოფილების ამოცანა საწარმოო უბნების გახსნის,  
მუშა რეჟიმის შენარჩუნებისა და დახურვის დანახარჯების  
გათვალისწინებით**

მოდელის ამ კლასში იგულისხმება, რომ  $i$ -ურ პერიოდში ხდება საწარმოო უბნის სამუშაოდ გახსნა (მომზადება), რაც დაკავშირებულია ხარჯებთან  $K_i$ , შემდეგ ხდება რამდენიმე პერიოდის მანძილზე მისი სამუშაო მდგომარეობაში შენარჩუნება, რაც დაკავშირებულია დანახარჯებთან  $P_i, P_{i+1}, \dots, P_j$ , ხოლო  $j$ -ურ ინტერვალში ხდება მისი დახურვა, რაც, თავის მხრივ, დაკავშირებულია დანახარჯებთან  $L_j$ . ამგვარად, მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული სამუშაო უბნის გახსნის დანახარჯები, გამოსახული ვექტორით  $(K_1, K_2, \dots, K_n)$ , უბნის მუშა მდგომარეობაში შენარჩუნების დანახარჯების ვექტორი  $(P_1, P_2, \dots, P_n)$  და უბნის დახურვასთან დაკავშირებული დანახარჯების ვექტორი  $(L_1, L_2, \dots, L_n)$ .

ამ ამოცანისათვის გრაფული მოდელის შესადგენად განვიხილოთ რკალი  $(i, j)$  შემდეგნაირად:

1.  $i$ -ურ პერიოდში ხდება სამუშაო უბნის სამუშაოდ გახსნა, რის გამოც ადგილი აქვს დანახარჯებს  $K_i$ ;
2. სამუშაო უბანი შეიძლება დაიხუროს ნებისმიერ პერიოდში ნომრით  $K, K=i, i+1, \dots, j-1$ , და ადგილი ექნება დახურვის დანახარჯებს  $L_k$ ;
3. ინტერვალში  $i, i+1, \dots, K$  ხდება საწარმოო უბნის შენარჩუნება მუშაობისათვის მზადყოფნის მდგომარეობაში, რაც, თავის მხრივ, დაკავშირებულია დანახარჯებთან  $\sum_{e=i}^k P_e$

ამგვარად, საწარმოო უბნის მხოლოდ ამგვარად მართვასთან დაკავშირებული და (i,j) რკალის შესაბამისი დანახარჯები შეადგენს

$$K_i + \sum_{e=i}^k P_e + L_k, \quad (1)$$

$$i \leq K \leq j-1$$

ცხადია, ამ გამოსახულების მნიშვნელობა დამოკიდებულია K-ზე (i,j) რკალის სიგრძის განსაზღვრისათვის უნდა არჩეულ იქნას K-ისეთი მნიშვნელობა, რომელიც იძლევა დანახარჯების უმცირეს სიდიდეს, როგორც ეს ქვემოთაღწერილ მოდელებშია აღწერილი. ცხადია, თუ  $P_i = P$ ,  $i=1,2,\dots,n$ , მაშინ ფორმულა (1) მიიღებს სახეს:

$$K_i + (j-K+1)P + L_k \quad (2)$$

რომ განისაზღვროს (i,j) რკალის სიგრძე  $d_{i,j}$ , განვიხილოთ სიტუაცია, მოცემული ნახ. 4.1. აქ საწარმოო უბანი იხსნება i-ურ პერიოდში, ხდება მისი მუშა მდგომარეობაში შენარჩუნება K პერიოდამდე (ჩათვლით), ხოლო ამის შემდეგ (j-1) ინტერვალამდე (ჩათვლით) იგი დახურულია წარმოებისათვის. რაც შეეხება მოთხოვნებს i-დან (K-1) პერიოდებისათვის შენარჩუნებულია რეალური მოთხოვნები  $r_i, \dots, r_{k-1}$ , ხოლო k-ური ინტერვალისათვის წარმოქმნილია აგრეგირებული მოთხოვნა

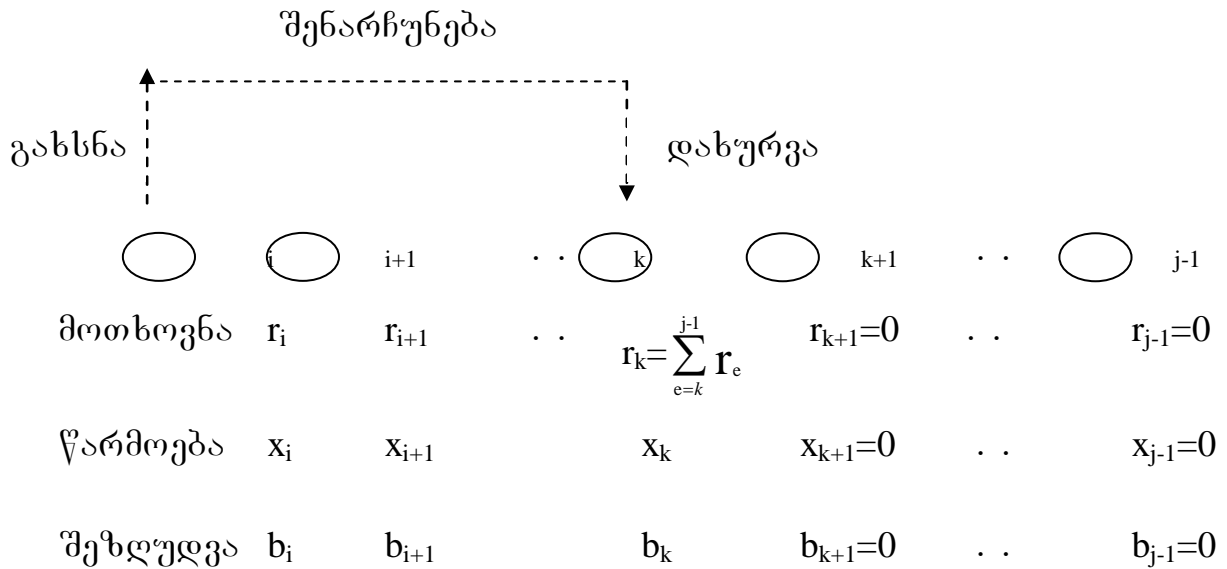
$$r_k = \sum_{e=k}^{j-1} r_e$$

მომდევნო ინტერვალისათვის გვაქვს მოთხოვნები  $r_{k+1}=0, \dots, r_{j-1}=0$ .

ამგვარად, ფიქსირებული K-თვის გვაქვს ქვეამოცანა, განსაზღვრული (i, i+1, ..., j) პერიოდებისათვის და იგი ამოიხსნება ადრე აღწერილი სტანდარტული გრაფული მოდელებით. ავლნიშნოთ ამ დამხმარე ამოცანაში უმოკლესი გზის სიგრძე როგორც  $d_{i,k,j}$  მაშინ (i,j) რკალის სიგრძე  $d_{i,j}$  განისაზღვრება როგორც:

$$d_{i,j} = \min_{\substack{k \\ i \leq k \leq j-1}} d_{i,k,j} \quad (3)$$

ფორმულა (3) თანახმად, ხდება  $d_{i,k,j}$  სიდიდის განსაზღვრა  $K$ -ს ყოველი დასაშვები მნიშვნელობისათვის და აირჩევა ამონახსნი მინიმალური დანახარჯებით. მას შემდეგ, რაც გამოთვლები ჩატარებულია ყველა რკალისათვის, მიღებულ ორიენტირებულ გრაფში ვპოულობთ უმოკლეს გზას ( $k$ -უმოკლესი გზებს), რომლის სიგრძე იძლევა მიზნობრივი ფუნქციის მინიმალურ მნიშვნელობას, ხოლო მინიმალურ გზაში შემავალი რკალები საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ სათანადო პერიოდების შიგნით სამუშაოს უბნის გახსნასა და დახურვის ოპტიმალური ინტერვალები.



ნახ.4.1.

#### 4.1. წარმოების ხარჯების მინიმიზაცია

განვიხილოთ ამოცანის ამოხსნის პროცედურა წარმოების ხარჯების მინიმიზაციის კრიტერიუმით. გამოთვლების პირველ ეტაპზე საჭიროა განისაზღვროს (i,j) რკალების შესაბამისი  $d_{i,j}$  სიდიდეების მნიშვნელობები. თავის მხრივ  $d_{i,j}$  განსაზღვრა მოითხოვს  $d_{i,k,j}$  სიდიდეების ამორჩევას. ნახ. 4.1.1 მოცემულია დამხმარე გრაფი და მისი მახვენებლები. გრაფი მოიცავს კვანძებს ნომრებით  $i, i+1, \dots, k$ , ხოლო კვანძი (k+1) ამ შემთხვევაში გამოდის დამხმარის როლში. აქ რკალის სიგრძეებისათვის გვექნება:

$$d_{i,i+1} = C_i (r_i)$$

$$d_{i,k} = C_i \left( \sum_{e=i}^{k-1} r_e \right)$$

.....

და ა.შ. როგორც ეს §1.2.2. და 2.2.-შია აღწერილი.

ამგვარად, მიღებული გრაფი აგებულია ემთხვევა ადრე განხილულ გრაფებს სათანადო კრიტერიუმის შემთხვევაში. ამ გრაფში უმოკლესი გზის სიგრძე გვაძლევს წარმოების ხარჯების უმცირეს მნიშვნელობას. თუ ამ მნიშვნელობას ავღნიშნავთ როგორც Value(i,k,j), მაშინ  $d_{i,k,j}$  მნიშვნელობა საწარმოო უბნის მუშა მდგომარეობაში შენარჩუნებასა და დახურვის ხარჯების გათვალისწინებით იქნება:

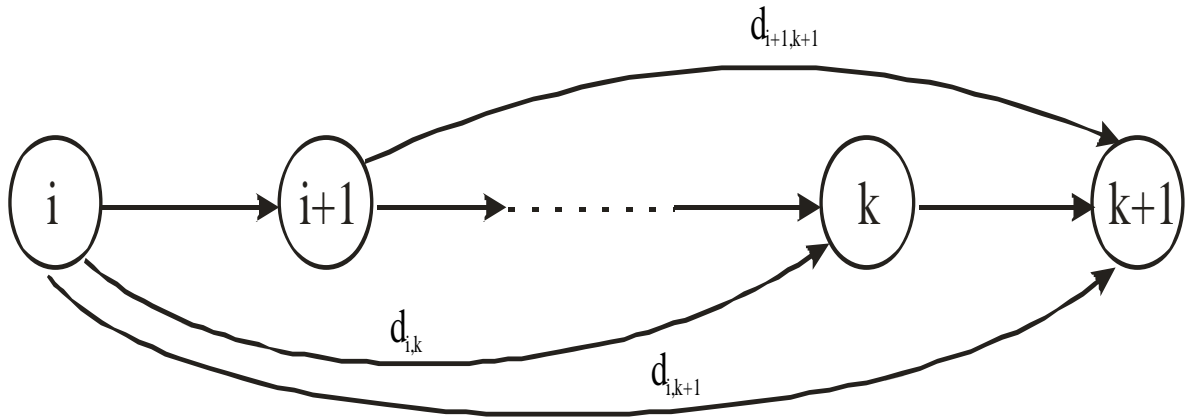
$$d_{i,k,j} = \text{Value} (i,k,j) + \sum_{e=i}^k P_e + L_k$$

თუ ამ გამოთვლებს ჩავატარებთ ყველა დასაშვები K-თვის ( $i \leq k \leq j-1$ ) და ავირჩევთ უმცირეს მნიშვნელობას, გვექნება:

$$d_{i,j} = K_i + \min_k \left( \text{Value} (i,k,j) + \sum_{e=i}^k P_e + L_k \right)$$

მას შემდეგ, რაც გამოთვლები ჩატარებულია ყველა (i,j) რკალისათვის, ხდება მიღებულ ორიენტიერებულ გრაფში უმოკლესი (K-უმოკლესი

სი) გზების პოვნა და მათი საშუალებით საწყისი ამოცანის ამოხსნის განსახდერა.



ნახ. 4.1.1.

## 4.2. შენახვის ხარჯების მინიმიზაცია

წინა მოდელისაგან განსხვავებით, როცა გამოიყენებოდა კვანძები ნომრებით  $i, i+1, \dots, k, k+1$ , და კვანძებს ნომრებით  $k+1, k+2, \dots, j-1$ , შეესაბამებოდა ნულოვანი მოცულობის წარმოება, ამ მოდელში მარაგები შეიძლება არსებობდეს ყველა ინტერვალში, და ამგვარად, დამხმარე გრაფს ექნება ნახ. 4.2.1.-ზე მოცემული სახე. აქ, რამდენადაც  $k$ -ურ ინტერვალში გვაქვს მომდევნო ინტერვალების მოთხოვნათა ჯამის ტოლი მარაგი, ისინი განისაზღვრებიან როგორც  $y_{k+1} = \sum_{e=k+1}^j r_e, \dots, y_j = r_j$ . ამგვარად, ამ პერიოდებისათვის გვაქვს შენახვის ჯამური დანახარჯები:

$$H_{k+1}^j = \sum_{e=k+1}^j h_e(y_e)$$

რაც შეეხება ინტერვალებს  $i, i+1, \dots, k-1$ , მათთვის მინიმალური დანახარჯები  $H_i^K$  განისაზღვრებიან § 2.3.-ში განხილული მოდელის მიხედვით.

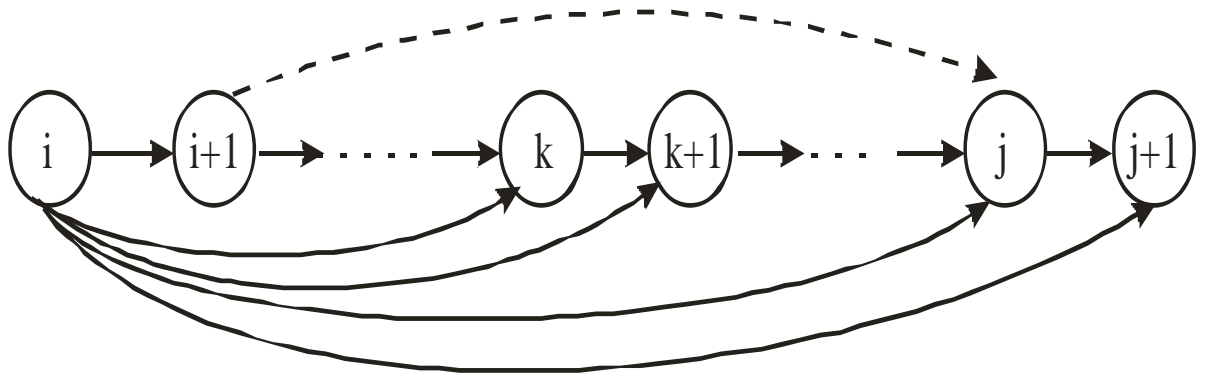
საბოლოოდ, შენახვის მთლიანი ხარჯებისათვის გვექნება გამოსახულება:

$$H_i^j + H_i^K + H_{k+1}^j$$

მას შემდეგ, რაც განსაზღვრულია გრაფის ყველა რკალის სიგრძე, ხდება მასში მინიმალური ( $K$ -უკეთესი) გზის ძიება და საბოლოოდ ოპტიმალური ამონახსნის აგება.

$$y_{k+1} = \sum_e^j r_e \qquad y_{k-1} = \sum_{e=j}^{j+1} r_j \qquad y_j = r_j$$





бсб. 4.2.1.

**თავი 5. პროდუქციაზე დინამიური მოთხოვნის  
ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანა ხარისხის  
კრიტერიუმის გათვალისწინებით**

**5.1. პროდუქციის ხარისხის მაჩვენებლის ოპტიმიზაციის  
პროცესში გათვალისწინების მნიშვნელობა**

ჩვენ უკვე განვიხილეთ პროდუქციაზე არსებული დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანა, წარმოების ხარჯების, შენახვის ხარჯებისა და ასევე წარმოებისა და შენახვის ჯამური დანახარჯების კრიტერიუმების მინიმიზაციის მიხედვით, როგორც შეუზღუდავი, ისე შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეების პირობებში და ასევე ჩამოვყალიბეთ პროდუქციაზე არსებული დინამიური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების ამოცანის გადაჭრის ალგორითმები.

ხემოთ განხილულ მოდელებში ოპტიმიზაციას ვახდენდით პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების მინიმიზაციის საშუალებით, თუმცა ბაზარზე ჩატარებულმა კვლევებმა ცხადყო, რომ პროდუქტზე არსებული მოთხოვნის მაქსიმალურად ეფექტურად დაკმაყოფილების საკითხების განხილვისას, საჭიროა გათვალისწინებულ იქნას კიდევ ერთი – წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმი. რადგან სამომხმარებლო ბაზარზე პროდუქტის ხარისხი არის ერთ-ერთი მთავარი უპირატესობა, რაზედაც დღევანდელი მომხმარებელი აქცენტს აკეთებს, ხოლო მწარმოებელი ორგანიზაციის ძირითად მიზანს, როგორც წესი, მაქსიმალური მოგების მიღება წარმოადგენს, ამიტომ, საჭიროა წარმოების პროცესის დაგეგმვა, ისე, რომ წარმოებული პროდუქციის

რაოდენობა, მისი ხარისხი და ვარგისიანობის ვადა იყოს მაქსიმალურად ოპტიმალურად კომბინირებული.

ამგვარად, ზემოთ მოყვანილ ოპტიმიზაციის ამოცანებში, უკვე განხილულ კრიტერიუმებთან ერთად, ასევე საჭიროა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებაც.

ზოგადად, ამა თუ იმ პროდუქციის წარმატება სამომხმარებლო ბაზარზე, მისი მასშტაბური გასაღება და მომხმარებელთა მხრიდან პროდუქტისადმი ნდობისა და მიჯაჭვულობის მოპოვება, მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული წარმოებული პროდუქტის ხარისხზე. ხარისხი წარმოადგენს ბაზარზე პოზიციონირების ერთ-ერთ უმთავრეს ინსტრუმენტს. იგი მყიდველის კმაყოფილებაზე პირდაპირ გავლენას ახდენს, ასე რომ ხარისხს პროდუქციის წარმატებასთან მჭიდრო კავშირი აქვს.

ხარისხი ეს არის პროდუქტის მახასიათებელი ნიშანი, რომლის მიზანს ამ პროდუქციის მომხმარებელთა მოთხოვნებისა და მოლოდინების მაქსიმალურად ეფექტურად დაკმაყოფილება წარმოადგენს. მომხმარებელთა კმაყოფილების მაღალი კოეფიციენტისა და ზოგადად ბაზარზე წარმატების მისაღწევად, წარმოების პროცესში პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინება ერთ-ერთი აუცილებელი პირობაა. ხარისხის განსაზღვრის პარამეტრები და მახასიათებლები სხვადასხვა პროდუქტებისათვის სხვადასხვაგვარია. მაგალითად ფარმაცევტული პროდუქტებისათვის ხარისხის მახასიათებლად ითვლება მათი ქიმიური და ფიზიკური ნიშან-თვისებები, სამედიცინო ეფექტი, ტოქსიკურობის დონე, სასიცოცხლო ვადა და ა.შ. საკვები პროდუქტებისათვის ესენია: გემო, უსაფრთხოება, ტექსტურა, სასიცოცხლო ვადა და ა.შ.

ზოგადად, პროდუქციის ხარისხს ორი განზომილება გააჩნია – დონე და თანამიმდევრულობა. პროდუქტის განვითარებისას, პრიველ რიგში საჭიროა განისაზღვროს მისი ხარისხის დონე, რაც პროდუქციის

მიზნობრივ ბაზარზე პოციზიების დამკვიდრებისათვის არის მნიშვნელოვანი. ამ შემთხვევაში პროდუქციის ხარისხი ნიშნავს პროდუქტის ფუნქციონირების ხარისხს, ანუ პროდუქტის უნარს შეასრულოს თავისი დანიშნულება. რაც უფრო მაღალია პროდუქციის ხარისხის დონე, მით მეტია მისი საბაზრო ღირებულება, თუმცა ასევე დიდია მომხმარებლის მიერ აღნიშნული პროდუქტისგან მიღებული კმაყოფილების ხარისხი.

ხარისხის თანამიმდევრულობა ეს არის პროდუქციის მახასიათებელი, რომელიც უკვე არჩეულ ხარისხის დონესა და სტანდარტების მაქსიმალურად მაღალ დონეზე შენარჩუნებაზე აგებს პასუხს.

ზოგადად, ორგანიზაციამ პროდუქციის ხარისხის სტანდარტების დადგენისას, საჭიროა გაითვალისწინოს შემდეგი ასპექტები:

- მომხმარებელთა სურვილები და საჭიროებები;
- პროდუქციის უსაფრთხოებისა და მისი მომხმარებელთა ჯანმრთელობასთან თავსებადობის სტანდარტები;
- ეროვნული და საერთაშორისო ხარისხის მარეგულირებელი ორგანიზაციების მიერ შემუშავებული რეკომენდაციები;
- კონკურენტი პროდუქტების სპეციფიკაციები, საბაზრო უპირატესობის მოპოვების თვალსაზრისით;
- ორგანიზაციის ზოგადი ხედვა, მიზნები და მოლოდინები.

მას შემდეგ, რაც საწარმო განსაზღვრავს, თუ რა ხარისხის სტანდარტების შესაბამის პროდუქციას აწარმოებს, საჭიროა მოხდეს აღნიშნული სტანდარტების ზედმიწევნით ზუსტად დაცვა, რათა წარმოებული პროდუქტი იყოს ხარისხიანი და შესაბამისად კონკურენტუნარიანი არსებულ მრავალფეროვან სამომხმარებლო ბაზარზე. ამისათვის აუცილებელია ხარისხის კონტროლის განხორციელება წარმოების პროცესის ყველა ეტაპზე. პრიველ რიგში უნდა მოხდეს სათანადო ხარისხის რესურსებისა და ნედლეულის

მოზიდვა, რადგან ხარისხიანი პროდუქციის საწარმოებლად აუცილებელია ხარისხიანი ნედლეულის ქონა. გარდა ამისა, წარმოების პროცესში უნდა მოხდეს ყველა იმ სანიტარულ-ჰიგიენური ნორმების დაცვა, რაც საერთაშორისო სტანდარტებითაა გათვალისწინებული. ხოლო წარმოების პროცესის დასრულების შემდეგ, აუცილებელია ინსპექციის, კონტროლის ჩატარება იმის დასადგენად, თუ რისი წარმოება იგეგმებოდა და რა მივიღეთ. ხარისხის შემოწმების მეთოდები სხვადასხვაგვარია და დამოკიდებულია შესამოწმებელი პროდუქციის ტიპზე. ნებსმიერი ტიპის პროდუქტისათვის ხარისხის კონტროლის ორგანიზაციების მიერ შემუშავებულია ინსპექციის ჩატარების მეთოდები და ფორმები, რომელთა მიხედვითაც საწარმოები ახდენენ წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კონტროლს. კერძოდ, საჭიროა ჩატარდეს პროდუქციის მიკრობიოლოგიური, ფიზიკური, ქიმიური და სენსორული ანალიზი მისათვის, რომ დადგინდეს მისი ხარისხის ნორმებთან შესაბამისობა.

თუმცა, იმისათვის, რომ მომხმარებელმა მიიღოს მაქსიმალურად მაღალი ხარისხის მქონე პროდუქტი, მხოლოდ წარმოების პროცესში ხარისხის მართვა არ არის საკმარისი. ასევე ძალზედ მნიშვნელოვანია განხორციელდეს ხარისხის მენეჯმენტი იმ სარეალიზაციო და სასაწყობო ობიექტებშიც, სადაც აღნიშნული პროდუქცია წარმოების შემდეგ თავსდება. ხარისხის შენარჩუნების მიზნით, აუცილებელია დაცულ იქნას პროდუქტის შენახვისათვის დადგენილი გარემო პირობები, ტემპერატურული რეჟიმები, სხვა პროდუქტებთან თავსებადობის შესაძლებლობები და სხვა. ცხადია აღნიშნული პირობები სხვადასხვა პროდუქტებისათვის განსხვავებულია. მაგალითად, საკვები პროდუქტებისათვის აუცილებელია განსაკუთრებული ტემპერატურული რეჟიმის შენარჩუნება, სამშენებლო მასალებისათვის საჭიროა სათანადო ატმოსფერული პირობების შექმნა, ესა თუ ის ქიმიური პროდუქტი კი

აუცილებლად უნდა მოთავსდეს სინათლის სხივისაგან დაცულ ადგილას და ა.შ.

ამა თუ იმ პროდუქციის მწარმოებელი ფირმებისათვის არსებულ კონკურენტულ გარემოში წარმატებული პოზიციების მოსაპოვებლად და შესანარჩუნებლად, ძალზედ მნიშვნელოვანია ხარისხიანი პროდუქციის წარმოება, რადგან მათ მიერ წარმოებული პროდუქტის ხარისხზე მნიშვნელოვად არის დამოკიდებული გაყიდული პროდუქციისგან მიღებული შემოსავლი და შესაბამისად ფირმის წარმატებული საქმიანობა. ამიტომ წარმოების მართვაში აუცილებლად უნდა მოხდეს ხარისხთან დაკავშირებული სხვადასხვა ასპექტების გათვალისწინება, როგორებიცაა: პროდუქციის ოპტიმალური ხარისხის დონის განსაზღვრა, განსაზღვრული ხარისხის დონის შეარჩუნების ხარჯებისა და სარგებლის გაანალიზება, ხარისხის გაუარესებით გამოწვეული შედეგების გაანალიზება და ა.შ.

პროდუქციის ხარისხი შეიძლება ჩაითვალოს როგორც აღნიშნული პროდუქციის მომხმარებლების მოლოდინების საუკეთესოდ დაკმაყოფილების საშუალება. რაც უფრო მაღალ ხარისხიანია წარმოებული პროდუქტი მით უფრო მაღალია მომხმარებლების კმაყოფილების დონე, რაც საბოლოო ჯამში იწვევს პროდუქციის გაყიდვების ზრდას და შესაბამისად იზრდება ფირმის მოგებაც.

მომხმარებლის მოლოდინები შეიძლება დაიყოს სხვადასხვა კატეგორიებად, რომელთა მიხედვითაც იგი არფასებს შექმნილი პროდუქციის ხარისხს. პროდუქციის ხარისხი ხშირად განისაზღვრება ე.წ. “ ხარისხის 8 განზომილების” მიხედვით, ესენია:

1. პროდუქციის სარგებლიანობის დონე – ანუ რამდენად ეფექტურია ამა თუ იმ პროდუქტის გამოყენება მისი დანიშნულების მიხედვით.
2. ესთეტიკა – აქ იგულისხმება პროდუქციის ვიზუალური მხარე, სუნი, გემო, ფაქტურა და ა.შ.

3. განსაკუთრებული თვისებები – ანუ ის დამატებითი მახასიათებლები, რომლებიც გამოარჩევს კონკრეტულ პროდუქტს მისი მსგავსი სხვა პროდუქტებისაგან;
4. შესაბამისობა – რამდენად კარგად შეესაბამება პროდუქტი ბაზარზე არსებულ ტენდენციებს, მოთხოვნებს;
5. სანდოობა – პროდუქციის მოხმარების პირობებთან და წესებთან შესაბამისობა;
6. ხანგრძლივობა – პროდუქციის მოხმარებისათვის ვარგისობის ვადა;
7. საზოგადოებრივი აზრი, ხარისხი – ხარისხის არაპირდაპირი შეფასება (მაგ. პროდუქციის რეპუტაცია)
8. განახლებადობა – პროდუქტის შეკეთების ან გარემონტების შესაძლებლობები.

პროდუქციის მწარმოებელი ფირმებისათვის უმნიშვნელოვანესია იმის გაანალიზება, თუ რა ზიანს მოუტანს პროდუქციის ხარისხის გაუარესება მათ ფირმას, დაბალ ხარისხიანი პროდუქციის წარმოება იწვევს მომხარებლების ნდობის დაკარგვას, რაც თავის მხრივ იწვევს გაყიდვების შემცირებას და ზოგ სიტუაციებში შესაძლებელია ფირმა სრულიად გამოეთიშოს ბაზარს, გარდა ამისა, დაბალ ხარისხიანი პროდუქციის მწარმოებელი ფირმები ხდებიან სახელმწიფო თუ სხვა ტიპის მარეგულირებელი ორგანიზაციების მხრიდან განსაკუთრებული სიმკაცრის და კონტროლის ობიექტები, უხარისხო პროდუქციის წარმოებისათვის შესაძლოა ფირმა დაჯარიმდეს ან ჩამოერთვას ლიცენზია აღნიშნული პროდუქტის წარმებაზე.

ორგანიზაციებმა განსაკუთრებულად უნდა იზრუნონ საკუთარი იმიჯისა და სანდოობის მოპოვებასა და შენარჩუნებაზე, ამ კუთხითაც, წარმოების პროცესში ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინება არის უმნიშვნელოვანესი, რადგან მაღალხარისხიანი პროდუქციის წარმოება მომხმარებლების ნდობის მოპოვების ერთ-ერთი მთავარი წინაპირობაა.

მაღალ ხარისხიანი პროდუქციის წარმოებას დიდი სარგებელი მოაქვს მწარმოებელი ფირმისათვის, რადგან პირველ რიგში ეს იწვევს მომხარებელთა მოზიდვას და საერთო გაყიდვების მოცულობის გაზრდას, ამის შედეგად კი იზრდება ორგანიზაციის წილი საერთო ბაზარზე, იზრდება პროდუქციის რეალიზაციიდან მიღებული შემოსავალი და შესაბამისად იზრდება ფირმის წმინდა მოგებაც.

ზოგადად ორგანიზაციის ყველა წევრი არის პასუხისმგებელი პროდუქციის ხარისხზე, მარგამ უმეტესად ხარისხის კრიტერიუმის განსაზღვრასა და შენარჩუნებაზე პასუხს აგებენ მწარმოებელი ორგანიზაციის შემადგენელი შემდეგი რგოლები:

- მაღალი რგოლის მენეჯმენტი – ორგანიზაციის ამ რგოლს ყველაზე მეტი პასუხისმგებლობა ეკისრება ხარისხის განსაზღვრასთან დაკავშირებით, რადგან ამ რგოლის მენეჯერები ადგენენ თუ რა ტიპის პროდუქციას აწარმოებენ, როგორია მათი ხარისხი, რა გზებით შეეცდებიან განსაზღვრული ხარისხის სტანდარტების მიღწევას და შემდეგ შენარჩუნებას და ა.შ.
- დიზაინი – პროდუქტის ხარისხიანობის შემოწმება იწყება მისი დიზაინის შეფასებით, აქ იგულისხმება არა მხოლოდ მისი ვიზუალური მხარე, არამედ პროდუქციის შექმნის პროცესის მართვა.
- უზრუნველყოფა – ხარისხის უზრუნველყოფის დეპარტამენტი ნებისმიერ ორგანიზაციაში უნდა არსებობდეს, იგი ფირმაში არსებული ხარისხის სტანდარტების მაქსიმალურად მაღალ დონეზე შენარჩუნებაზე აგებს პასუხს.
- წარმოება/ოპერაციები – ძალზედ მნიშვნელოვანია ხარისხის სტანდარტების დაცვა უშუალოდ პროდუქციის წარმოების პროცესში. ამისათვის უნდა მოხდეს პროცესის მუდმივი მონიტორინგი და ტესტირება.
- ხარისხის დაზღვევა – ეს პროცესი პასუხს აგებს წარმოების პროცესის შემაფერხებელი და პრობლემის შემქმნელი სხვადასხვა



შესაძლო ინფორმაციისა და მონაცემების მოგროვებასა და დამუშავებაზე.

- შეფუთვა და მომარაგება – ეს დეპარტამენტი პასუხს აგებს პროდუქტის შეფუთვისა და მომარაგებაზე ისე რომ, არ მოხდეს მისი დაზიანება და ხარისხის გაუარესება წარმოების პროცესის დასრულებიდან მომხმარებლამდე.
- მარკეტინგი და გაყიდვები – ორგანიზაციის ეს რგოლი განსაზღვრავს მომხმარებლების სურვილებსა და საჭიროებებს, რომელთა ეფექტურად დაკმაყოფილება შემდგომში უდნა მოხდეს ხარისხიანი პროდუქციის წარმოებით, ამიტომ ძალზედ მნიშვნელოვანია სწორად იქნას გაანალიზებული თუ რა მოთხოვნა და საჭიროება არსებობს მიზნობრივ ბაზარზე.
- მომხმარებელთა სერვისი – ეს განყოფილება უშუალოდ ურთიერთობს წარმოებული პროდუქციის მომხმარებელთან, შესაბამისად მეტ ინფორმაცია ფლობს მათი სურვილებისა და საჭიროებების, ასევე პრეტენზიების შესახებ, ამიტომ მნიშვნელოვანია, მოახდინოს არსებული ინფორმაციის წარმოების პროცესის თუ სხვა რგოლი მენეჯერებისათვის დროულად გადაცემა.

გარდა ამისა, გასათვალისწინებელია ის ფაქტიც, რომ ნებისმიერი საკითხი დაკავშირებული ხარისხის გაუმჯობესებასთან ან ზოგადად წარმოებული პროდუქციის ხარისხთან, დაკავშირებულია გარკვეულ დანახარჯებთან. ზოგადად ეს დანახარჯები შეიძლება დაჯგუფდეს სამ ჯგუფად:

- ხარისხის შეფასების დანახარჯები – ეს დანახარჯები დაკავშირებულია წარმოების პროცესის შემოწმებასთან, რომლის მიზანს წარმოადგენს სხვადასხვა სახის დეფექტის დროული აღმოჩენა და წარმოების პროცესში არსებული ხარვეზების დროული აღმოფხვრა.

- პრევენციის დანახარჯები - ეს ხარჯები მოიცავს ისეთ ხარჯებს, რომელთა გაღება საჭიროა პრევენციის, ანუ შესაძლო პრობლემების თავიდან აცილებისათვის. მაგალითად ამა თუ იმ პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნის ხარჯი, რომელიც უზრუნველყოფს დაგეგმვის და ადმინისტრირების პროცესის გაუმჯობესებას და ა.შ.
- დეფექტური პროდუქციის ხარჯი - აქ იგულისხმება ის დანახარჯები, რომლებიც დეფექტური და წუნდადებული პროდუქციის აღმოჩენისას წარმოიქმნება.

ასე რომ, წარმოების პროცესის დაგეგმვის ეტაპზე აუცილებელია აღნიშნული დანახარჯების ოპტიმიზაციის პროცესში გათვალისწინება.

## 5.2 ხარისხის სტანდარტები

80-იანი წლებიდან საერთაშორისო ურთიერთობებისა და ვაჭრობის განვითარებასთან ერთად საჭირო გახდა საერთაშორისო ხარისხის სტანდარტების შემოღება, რომლებიც ბაზარზე წარმოდგენილი პროდუქციის ხარისხის გარანტიას როლს შეასრულებდნენ. 1987 წელს ხარისხის სტანდარტების საერთაშორისო ორგანიზაციამ (ISO) გამოაქვეყნა ხარისხის მართვის სტანდარტების პირველი დებულებები რომელსაც ISO 9000 ეწოდა, სადაც მოცემულია ხარისხის შეფასების სხვადასხვა კრიტერიუმები და სტანდარტები, რომელთა დაკმაყოფილების შემთხვევაში აღნიშნული ორგანიზაცია გასცემს ISO ხარისხის გარანტიის საერთაშორისო სერტიფიკატს. დღეისათვის ორგანიზაციის წარმატებისა და მომხმარებლების მოზიდვის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი პირობაა ISO ხარისხის საერთაშორისო სერტიფიკატის ფლობა, რაც არის დასტური იმისა რომ აღნიშნული საწარმოს მიერ შემოთავაზებული პროდუქტი არის მაღალხარისხიანი და აკმაყოფილებს ხარისხის საერთაშორისო მოთხოვნებს.

2000 წლის დეკემბერში ISO 9000 ხარისხის სტანდარტების ჩამონათვალში განხორციელდა გარკვეული ცვლილებები და შემოთავაზებულ იქნა ახალი საერთაშორისო სტანდარტები 3 სხვადასხვა მიმართულებით:

- ISO 9000:2000 – აქ განსაზღვრულია ხარისხის უზრუნველყოფის ძირითადი ფუნდამენტალური საკითხები და სტანდარტები, განმარტებულია სხვადასხვა ტერმინები და განსაზღვრებები.
- ISO 9001:2000 – ეს არის ხარისხის სტანდარტების ჩამონათვალი, რომლის მიხედვითაც განისაზღვრება ორგანიზაციის მართვის დონე, მართვისა და ზოგადად ორგანიზაციის ფუნქციონირების ხარისხის შესაბამისობა მომხმარებლებისთვის მისაღებ სტანდარტებთან და მოლოდინებთან.

- ISO 9004:2000 აქ ჩამოთვლილია ორგანიზაციის ფუნქციონირების ხარისხის გაუმჯობესების დირექტივები და რჩევები მომხმარებელთა მოთხოვნის უკეთ დაკმაყოფილების მიზნით.

ISO ხარისხის გარანტიის საერთაშორისო სერტიფიკატის მისაღებად ორგანიზაციამ უნდა წარადგინოს მთელი რიგი დოკუმენტები, რომლებიც ასახავენ მისი ფუნქციონირების ხარისხის დონეს ორგანიზაციის სტრუქტურის ყველა რგოლში. განაცხადის შეტანის შემდეგ ISO ხარისხის სტანდარტების საერთაშორისო ორგანიზაცია აგზავნის თავის აუდიტორს იმ კონკრეტულ ორგანიზაციაში, რომელსაც სურს აღნიშნული სერტიფიკატის მიღება და ახდენს მისი ფუნქციონირების დეტალურ შესწავლას. ეს პროცესი 18 დან 24 თვემდე გრძელდება და რპოცესის წარმატებით დასრულების შემდეგ საწარმო იღებს ხარისხის გარანტიის საერთაშორისო სერტიფიკატს, 3 წლის ვადით. დღეისათვის 40 000ზე მეტ ორგანიზაცია მსოფლიოს მასშტაბით ფლობს ხარისხის სტანდარტების საერთაშორისო სერტიფიკატს.

### 5.3. წარმოებული პროდუქციის სასიცოცხლო ხანგრძლივობები

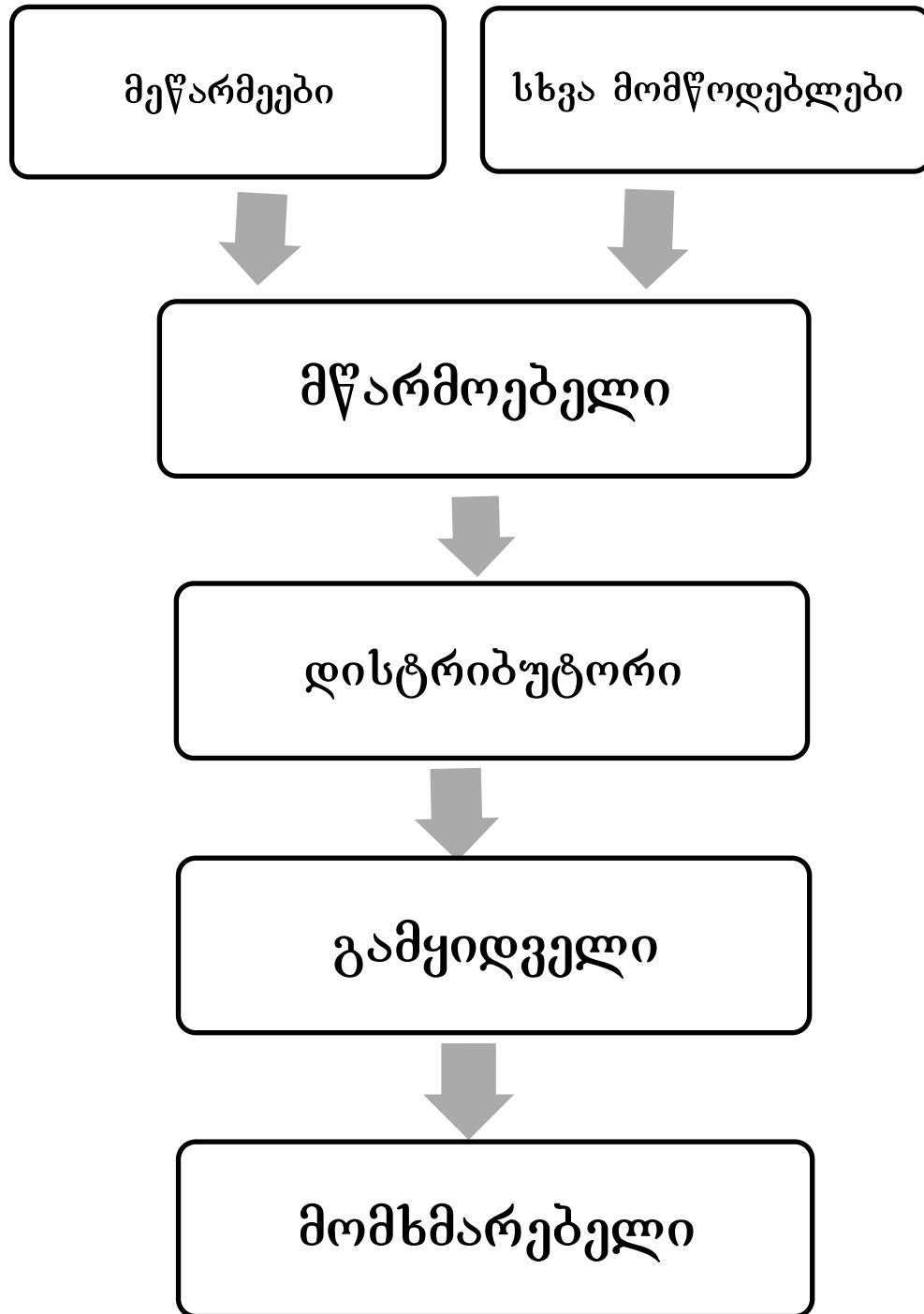
იმისათვის, რომ მომხმარებელმა მიიღოს მაქსიმალურად მაღალხარისხიანი პროდუქტი, საჭიროა სწორად განისაზღვროს ამა თუ იმ პროდუქციის სასიცოცხლო ვადა, ანუ დროის ის მონაკვეთი, რომლის მანძილზეც პროდუქტი ინარჩუნებს მაღალ ხარისხს და არის მოხმარებისათვის უსაფრთხო. სასიცოცხლო ვადის ამოწურვის შედეგად აუცილებელია პროდუქტის რეალიზაციიდან ამოღება.

პროდუქციის სასიცოცხლო ხანგრძლივობა სხვადასხვა პროდუქტებისათვის სხვადასხვაგვარია, მაგალითად საკვები პროდუქტებისათვის ეს შეიძლება მერყეობდეს რამდენიმე დღიდან რამდენიმე თვემდე, ამა თუ იმ საყოფაცხოვრებო მოხმარების საგნების სასიცოცხლო ხანგრძლივობა შეიძლება შეადგენდეს რამდენიმე წელს, ხოლო ზოგიერთ პროდუქტს სასიცოცხლო ვადებზე შეზღუდვა საერთოდ არ გააჩნიათ, ისინი წარმოების მომენტიდან უსასრულოდ ინარჩუნებენ მაღალ ხარისხს ან მხოლოდ უმნიშვნელოდ კარგავენ მას.

ზოგადად, პროდუქტის სასიცოცხლო ხანგრძლივობა ეს არის დროის მონაკვეთი მისი გამოშვების თარიღიდან ვარგისიანობის ვადის ამოწურვამდე. ვარგისიანობის ვადა, როგორც წესი პროდუქტებს შეფუთვაზე აქვთ მითითებული. თუმცა აღსანიშნავია ის გარემოება, რომ პროდუქტი ინარჩუნებს ხარისხის თვისებებს მისი სასიცოცხლო ხანგრძლივობის განმავლობაში, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც იგი ინახება კონკრეტულად ამ პროდუქტისათვის განსაზღვრული შენახვის პირობებისა და ნორმების სრული დაცვით.

სასიცოცხლო ხანგრძლივობისა და ხარისხის გაუარესების კავშირის მიხედვით, მიხედვით პროდუქტი იყოფა ორ ნაწილად, პირველი, როდესაც პროდუქტს შეფუტვაზე მიეთითება წარწერა “საუკეთესოა რომელიმე კონკრეტულ თარიღამდე” , რაც ნიშნავს იმას, რომ პროდუქტი ინარჩუნებს საუკეთესო ხარისხს მისი გამოშვებიდან შეფუთვაზე მითითებულ თარიღამდე, თუმცა ამ ვადის გასვლის შემდეგ პროდუქტი მაინც რჩება უსაფრთხოდ მოხმარებისათვის. მეორე ტიპის პრიდუქტებს, შეფუთვაზე მიეთითებათ წარწერა “ვარგისია რომელიმე კონკრეტულ თარიღამდე” რაც ნიშნავს იმას, რომ პროდუქტი მოხმარებისათვის უსაფრთხოა გამოშვების მომენტიდან მხოლოდ შეფუთვაზე მითითებულ თარიღამდე.

პროდუქციის სასიცოცხლო ხანგრძლივობაზე სხვადასხვა ფაქტორები ახდენენ გავლენას. რომელთა დაჯგუფება შესაძლებელია როგორც ადამიანური და მატერიალური გავლენის მომხდენი ფაქტორები. ადამიანური ფაქტორების იერარქიული დამოკიდებულება პროდუქტის სასიცოცხლო ხანგრძლივობაზე გავლენის მოხდების კუთხით ნახ.5.3-ზეა მოცემული:



ნახ. 5.3

ხოლო ქვემოთ ჩამოთვლილია ის მატერიალური ფაქტორები, რომლებიც გავლენას ახდენენ პროდუქციის სასიცოცხლო სანგრძლივობაზე:

- პროდუქციის დამცავი ტექნოლოგიების გამოყენება (პასტერიზაცია, სტერილიზაცია);
- შესაფუთი მასალა;
- სინათლის ზემოქმედება;
- პროდუქციის შემადგენლობის ხარისხი და კონსისტენცია;
- ინგრედიენტების კომბინაცია;
- წარმოებისა და შენახვის პირობები;
- ატმოსფერული პირობები;
- “ჰკვიანი” და სხვა მესამე თაობის შეფუთვები.



## 5.4. ოპტიმიზაციის ამოცანა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით

ოპტიმიზაციის ამოცანა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით შეიძლება ჩამოყალიბებულ იქნას სხვადასხვაგვარად. ჩვენ განვიხილავთ ისეთ შემთხვევას, როდესაც მწარმოებელი ორგანიზაციის მიზანს მოგების მაქსიმიზაცია და ასევე პროდუქციის ხარისხის ეტაპობრივად გაუარესებით გამოწვეული ხარჯების მინიმიზაცია წარმოადგენს. აღსანიშნავია, რომ ამ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნას ვახდენთ იმ პირობის გათვალისწინებით, რომ მწარმოებელი არ არის შეზღუდული საწარმოო სიმძლავრეებში და შეუძლია ნებისმიერი რაოდენობის პროდუქციის წარმოება. ოპტიმიზაცია ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია იმ საწარმოებისათვის, რომლებიც ისეთი ტიპის პროდუქციას აწარმოებენ, რომლებსაც ლიმიტირებული ვარგისიანობის ვადა გააჩნიათ და ამ ვადის ამოწურვის შემდეგ პროდუქტი ხდება უვარგისი და საჭიროა მისი რეალიზაციიდან ამოღება. ასეთი ტიპის პროდუქციაზე მოთხოვნა მისი სასიცოცხლო პერიოდის მატებასთან ერთად, თანდათანობით იკლებს, რადგან თუ არის არჩევანი, მომხმარებელი უპირატესობას ყოველთვის ანალოგიურ, მაგრამ უფრო ახალ პროდუქციას მიანიჭებს.

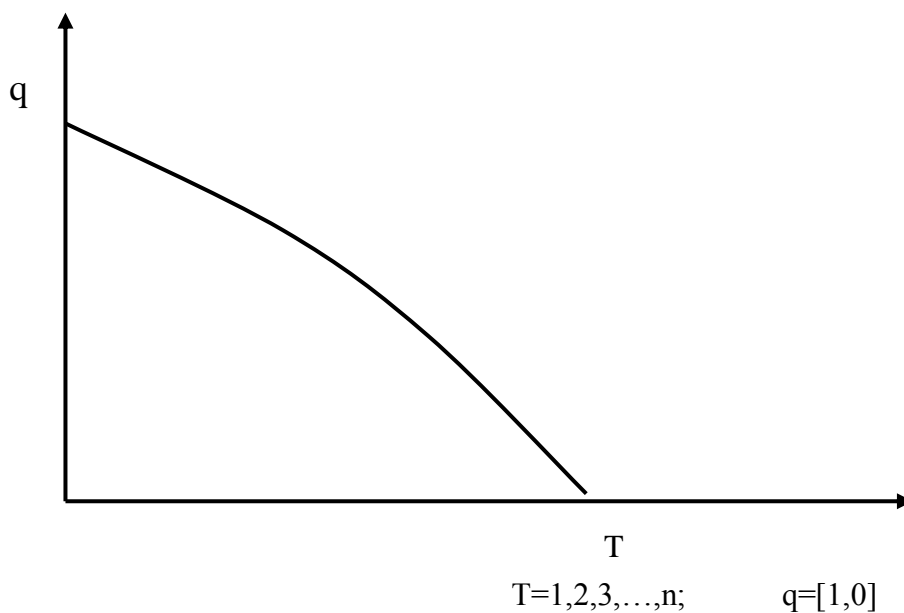
ზოგადად, პროდუქციის ხარისხი მისი სასიცოცხლო ვადის უკუპროპორციულია და პროდუქტის გამოშვების მომენტიდან, დროის გასვლასთან ერთად უარესდება. თუმცა უფრო ზუსტი კავშირი ამ ორ პარამეტრს შორის დამოკიდებულია იმაზე, თუ რა ტიპის პროდუქტს განვიხილავთ. მაგალითად, ზოგიერთ შემთხვევებში პროდუქტის ხარისხი დროის გასვლასთან ერთად ნელ-ნელა იკლებს, ხოლო ზოგიერთი პროდუქტის ხარისხი მისი ვარგისიანობის ვადის განმავლობაში არ იცვლება, თუმცა ამ ვადის ამოწურვისთანავე, მომენტალურად ხდება

უხარისხო და შესაბამისად უვარგისი სარეალიზაციოდ. თავის მხრივ, ის პროდუქტები, რომელთა ხარისხი ნელ-ნელა უარესდება დროში, შეიძლება დაჯგუფდეს შემდეგნაირად:

1. ხანმოკლე სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტები;
2. საშუალო სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტები;
3. ხანგრძლივი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტები.

განვიხილოთ ოპტიმიზაციის ამოცანა თითოეული ზემოთ ჩამოთვლილი პროდუქტის ტიპის შემთხვევაში:

ხანმოკლე სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტების ვარგისიანობა სულ რამდენიმე დღეს გრძელდება და შესაბამისად, ასეთი ტიპის პროდუქტის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი ყოველდღიურად, მნიშვნელოვნად მცირდება. გრაფიკულად ხარისხისა და დროის დამოკიდებულება ნახვენებია ნახ.5.4.1-ზე



ნახ. 5.4.1

სადაც  $q$  არის პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი, ხოლო  $T$  – დრო.

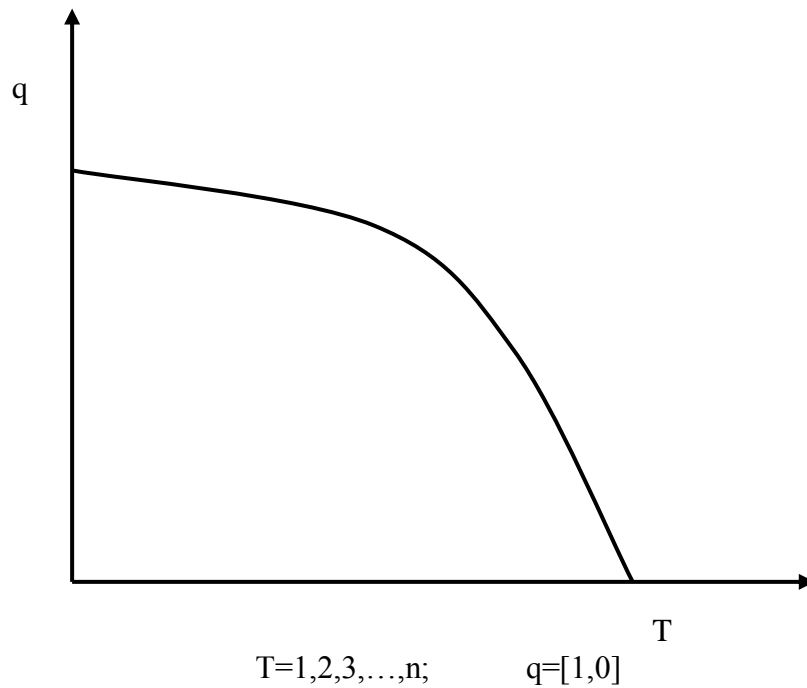
ამ ორ პარამეტრს შორის ურთიერთდამოკიდებულება ასევე შესაძლებელია ასახულ იქნას ცხრილის სახით. მაგალითისთვის განვიხილოთ პროდუქტი, რომლის ვარგისიანობის ვადა არის 5 დღე, ხოლო ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი, პროდუქტის გამოშვების პირველ დღეს უდრის 1-ს, დროის მატებასთან ერთად მცირდება და პროდუქტის სასიცოცხლო ვადის მეხუთე დღს 0-ს უტოლდება.

<b>T</b>	<b>q</b>
1	1
2	0.8
3	0.6
4	0.3
5	0

ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება მოკლევადიანი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის.

ცხრილი 5.4.1

საშუალო სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტების ვარგისიანობის ვადა, როგორც წესი, რამდენიმე თვიდან წლამდე გრძელდება. ასეთი ტიპის პროდუქციის ხარისხი დროთა განმავლობაში ნელ-ნელა ეტაპობრივად უარესდება, ხარისხის გაუარესება უფრო შესაძინევი ხდება პროდუქციის სასიცოცხლო ვადის ბოლო პერიოდში. ამ შემთხვევაში პროდუქციის ხარისხის მაჩვენებლისა და დროის გრაფიკული დამოკიდებულება ნაჩვენებია ნახ.5.4.2.-ზე



ნახ. 5.4.2

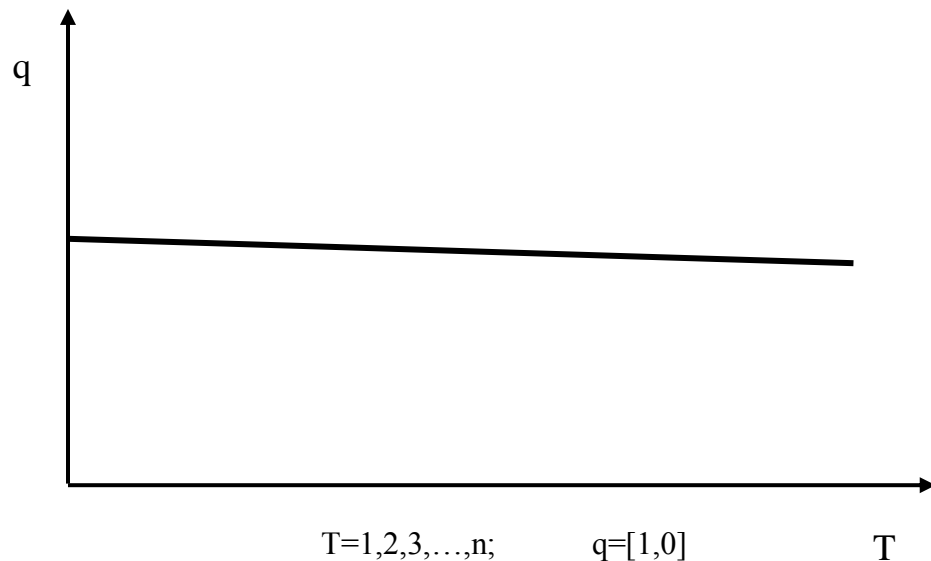
ხოლო ცხრილი 5.4.2-ზე ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება საშუალო სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის მოცემულია ცხრილის სახით, დროის ერთეული ამ შემთხვევაში არის თვე.

<b>T</b>	<b>q</b>
1	1
2	1
3	1
4	0.9
5	0.8
6	0.6
7	0.5
8	0.3
9	0.1
10	0

ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება საშუალო სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის. ცხრილი 5.4.2.

ხანგრძლივი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებს, კონკრეტული ლიმიტირებული ვარგისიანობის ვადა არ გააჩნიათ, მაგრამ მიუხედავად ამისა, მათი ხარისხი დროთა განმავლობაში უმნიშვნელოდ მაგრამ მაინც მცირდება, ამ ტიპის პროდუქციის მაგალითად შეიძლება დასახელდეს ხის მასალა, სხვადასხვა მეტალის ხელსაწყო-დანადგარები და ასე შემდეგ. მსგავსი პროდუქტები წლების მანძილზე შეიძლება იყოს ვარგისი სარეალიზაციოდ, თუმცა გარემო პირობებისა თუ სხვა ფაქტორების გავლენით მათი ხარისხი ზოგჯერ უფრო ნაკლებად ზოგჯერ უფრო მეტად, მაგრამ მაინც უარესდება.

ამ ტიპის პროდუქციისათვის ხარისხისა და დროის გრაფიკულ ურთიერთდამოკიდებულებას ექნება ნახ.5.4.3.-ზე მოცემული სახე:



ნახ.5.4.3

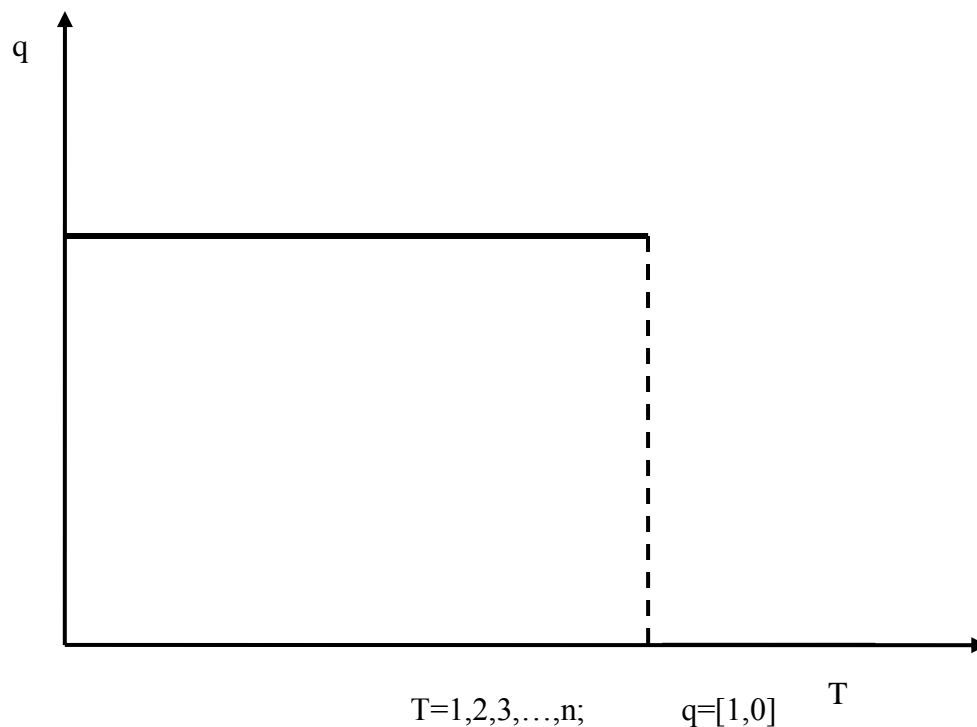
ხანგრძლივი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის ხარისხისა და დროის დამოკიდებულება ცხილის სახით ნაჩვენებია ცხრილი 5.4.3-ზე. სადაც დროის ერთეულს წარმოადგენს წელიწადი

<b>T</b>	<b>q</b>
1	1
2	1
3	0.9
4	0.9
5	0.8
6	0.8
7	0.7
8	0.7
9	0.6
10	0.6

ხარისხისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება მოკლევადიანი სასიცოცხლო ვადის მქონე პროდუქტებისათვის.  
ცხრილი 5.4.3.

გარდა ზემოთ განხილული პროდუქციის ტიპებისა, არსებობენ ისეთი პროდუქტებიც, რომელთა ხარისხის მაჩვენებელი მათი სასიცოცხლი ვადის განმავლობაში თითქმის არ იცვლება, თუმცა ამ ვადის ამოწურვისთანავე პროდუქტი ხდება უვარგისი. ასეთი ტიპის პროდუქციის მაგალითად შეიძლება დასახელდეს სხვადასხვა მედიკამენტური საშუალებები, ქიმიური ნივთიერებები, და ა.შ.

ამ შემთხვევაში, ხარისხისა და დროის გრაფიკულ დამოკიდებულებას ექნება ნახ.5.4.4.-ზე ნაჩვენები სახე:



ნახ.5.4.4.



ცხრილი 5.4.4-ზე კი ნაჩვენებია ამ ტიპის პროდუქციის ხარისხისა და დროის უერთიერთ დამოკიდებულება ცხრილის სახით:

<b>T</b>	<b>q</b>
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	0.9
7	0.9
8	0.9
9	0.8
10	0

ხარისხისა და დროის უერთიერთდამოკიდებულება უცვლელი ხარისხის მქონე მქონე პროდუქტებისათვის.

ცხრილი 5.4.4

მიუხედავად იმისა რომ, ხარისხის კრიტერიუმის გაუარესების მიხედვით პროდუქტების სხვადასხვა ტიპები არსებობს, რომლებიც ზემოთ უკვე განვიხილეთ, ოპტიმიზაციის ამოცანის ამოხსნა ყველა ამ ტიპის პროდუქციისათვის ერთნაირად ხდება.

წარმოებისა და შენახვის ხარჯების კრიტერიუმით ოპტიმიზაციისაგან განსხვავებით, პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმით ოპტიმიზაციის ამოხსნისას მაქსიმიზაციის ამოცანის გადაწყვეტა საჭირო. ოპტიმიზაციას ვახდენთ მოგების მაქსიმიზაციის მიხედვით, სადაც გათვალისწინებული უნდა იყოს  $q$  ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი, რომელიც თავის მხრივ გავლენას ახდენს პროდუქციის სარეალიზაციო ფასზე და ამგვარად აისახება საწარმოს მოგებაზე. როგორც ვიცით, საწარმოს მოგება განისაზღვრება როგორც სხვაობა მის სრულ შემოსავალსა და სრულ დანახარჯებს შორის, რაც ფორმულის სახით შემდგენიარად ჩაიწერება:  $\pi = TR - TC$ , ხოლო სრული შემოსავალი ეს არის გაყიდული პროდუქტის რაოდენობისა და ერთეულის ფასის ნამრავლი. პროდუქციის ხარისხის გაუარესება დროში კი იწვევს მისი გასაყიდი ფასის შემცირებას და შესაბამისად მცირდება საწარმოს მოგებაც. ამიტომ მწარმოებელი ორგანიზაციის მიზანია, პროდუქტის გაუარესებული ხარისხის შედეგად შემცირებული სარეალიზაციო ფასისა და გაყიდვების რაოდენობის პირობებში, მოახდინოს მოსალოდნელი მოგების მაქსიმიზაცია.

ამგვარად, აღნიშნული ოპტიმიზაციის ამოცანა შემდეგნაირად ჩამოყალიბდება:

მაქსიმიზირებულ იქნას

$$\pi = \sum_{i=1}^n (r_i q_i p_i - (C_i(x_i) + h_i(y_i)))$$

გამოსახულების მნიშვნელობა,

$$\begin{aligned} \text{როცა,} \quad & y_i = \sum_{i=1}^{n_i} (x_i - r_i) \geq 0; & i=1,2,\dots,n \\ & r_i, x_i, y_i \geq 0, & x_i \cdot y_i = 0 \\ & q_i = [1,0] \\ & i = 1,2,\dots,n \end{aligned}$$

სადაც,  $r_i$  არის პროდუქციაზე არსებული მოთხოვნა დაგეგმვის ინტერვალში;  $q_i$  არის პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი სასიცოცხლო ციკლის თითოეულ ინტერვალში;  $p$  არის პროდუქციის ერთეულის გასაყიდი ფასი;  $C_i(x_i)$  წარმოადგენს  $x_i$  პარტიის წარმოების დანახარჯებს, ხოლო  $h_i(x_i)$  კი  $x_i$  პარტიის შენახვის ღირებულებას;  $x_i$  არის წარმოებული პროდუქციის პარტიის ზომა,  $y_i$  კი პროდუქციის მარაგი დაგეგმვის ინტერვალში.

ოპტიმიზაციის ამოცანის მიზანია შესაძლო მოგების მაქსიმიზაცია, პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯებისა და დროში პროდუქციის ხარისხის გაუარესებასთან დაკავშირებული დანაკარგების გათვალისწინებით.

ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი დაფუძნებულია ორიენტირებულ გრაფში უდიდესი გზის ძიების ალგორითმზე. გრაფში შესაძლებელია  $K$ -უდიდესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენება, რაც საშუალებას იძლევა განისაზღვროს რამდენიმე ამონახსნი, მათ შორის ოპტიმალური,

რომელთა შორის ერთ-ერთის საბოლოო ამორჩევა ხდება სხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით გადაწყვეტილების მიმღები პირის მიერ. [5],[10]

#### 5.4.1 გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმი

როგორც უკვე ავნიშნეთ, ხარჯების მინიმიზაციის ამოცანის ამოსახსნელად ვიყენებდით გრაფში უმოკლესი გზის პოვნის ალგორითმებს, თუმცა როდასაც საქმე ეხება მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანას, ამ შემთხვევაში, საჭიროა მოხდეს ოპტიმიზაცია გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმის საშუალებით.

ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ალგორითმი არის ისეთივე, როგორც ეს იყო უმოკლესი გზის პოვნის შემთხვევაში, მხოლოდ იმ განსხვავებით, რომ თითოეული რკალის შეფასებისას, მათ ვანიჭებთ უარყოფით სიდიდეებს და მხოლოდ ამის შემდეგ ვპოულობთ უმოკლეს გზას.

განვიხილოთ გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ამოცანა კონკრეტულ მაგალითზე.

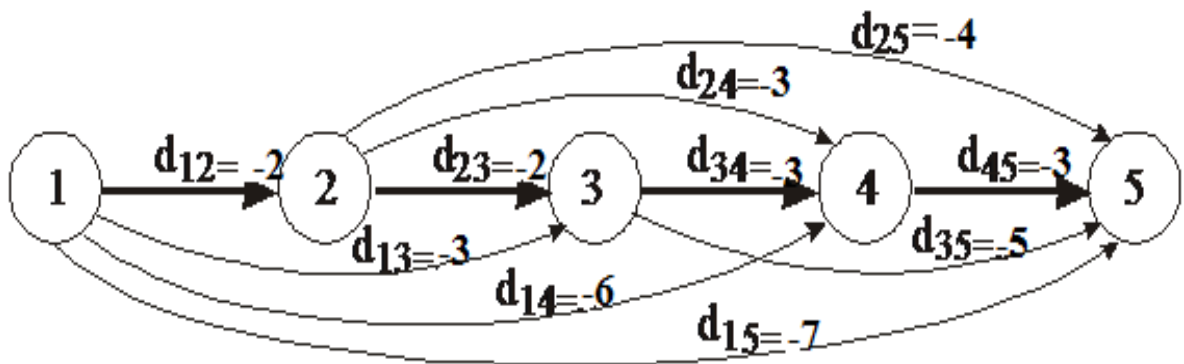
დავუშვათ გვაქვს დაგეგმვის ოთხი პერიოდი,  $n=4$ , და რკალების სიგრძეების მატრიცას აქვს სახე:

$D[1:4,2:5] =$

	2	3	4	5
1	-2	-3	-6	-7
2		-2	-3	-4
3			-3	-5
4				-3

ა)

გადავიტანოთ ეს მონაცემები გრაფზე:



ბ)

გრაფზე გზების ძიების ალგორითმი გულისხმობს ორი ეტაპის განხორციელებას. პირველ ეტაპზე ხორციელდება ნაბიჯები წინ კვანძების შეფასებათა დასადგენად, ხოლო მეორე ეტაპზე კეთდება ნაბიჯები უკან გზების დასადგენად. ცხადია, აქ იგულისხმება გზები 1 და 5 კვანძებს შორის.

ამ შემთხვევაში მიზანს წარმოადგენს გრაფში  $K$  რაოდენობის საუკეთესო გზების ჩამოთვლა საწყის და საბოლოო კვანძებს შორის.

1. პირველი კვანძი,  $j=1$ , რადგან იგი წარმოადგენს საწყის წერტილს, ავლნიშნოთ ნულით, მაშასადამე, პირველი კვანძის შეფასება –  $d_1=0$  ანალოგიურად უნდა მოხდეს დანარჩენი კვანძების შეფასებაც, ამისათვის უნდა განვიხილოთ თითოეული კვანძი ცალ-ცალკე:

2.  $j=2$ , განვიხილოთ ყველა რკალი, რომელიც შემოდის მეორე კვანძში. ასეთია ერთადერთი რკალი (1,2) სიგრძით  $d_{1,2}=2$ . შევიტანოთ  $A(1,2)=2$  და განვსაზღვროთ  $d_2=d_1+d_{1,2}=0+2=2$ . (გულისხმობთ, რომ  $d_0=0$ , როგორც საწყისი მნიშვნელობა).

3.  $j=3$ , ამ კვანძში გვაქვს ორი შემავალი რკალი:

ა. (1,3) რკალისათვის  $A(1,3)=d_1+d_{1,3}=3$

ბ. (2,3) რკალისათვის  $A(2,3)=d_2+d_{2,3}=2+2=4$

განვსაზღვროთ  $d_3=\min(A(1,3), A(2,3))=\min(3,4)=3$

4.  $j=4$  კვანძში გვაქვს სამი შემავალი რკალი:

ა) (1,4) რკალისათვის  $A(1,4)=d_1+d_{1,4}=0+6=6$

ბ) (2,4) რკალისათვის  $A(2,4)=d_2+d_{2,4}=2+3=5$

გ) (3,4) რკალისათვის  $A(3,4)=d_3+d_{3,4}=3+4=7$

განვსაზღვროთ  $d_4=\min(A(1,4), A(2,4), A(3,4))=5$

5.  $j=5$ . ამ კვანძში გვაქვს ოთხი შემავალი რკალი:

ა) (1,5) რკალისათვის  $A(1,5)=d_1+d_{1,5}=7$

ბ) (2,5) რკალისათვის  $A(2,5)=d_2+d_{2,5}=2+4=6$

გ) (3,5) რკალისათვის  $A(3,5) = d_3 + d_{35} = -4 - 5 = -9$

ე) (4,5) რკალისათვის  $A(4,5) = d_4 + d_{45} = -7 - 3 = -10$

განვსაზღვროთ  $d_5 = \min(A(1,5), A(2,5), A(3,5), A(4,5)) = -10$

ამგვარად განხილულ გრაფში უმოკლესი გზის სიგრძე უდრის -10, ხოლო დანარჩენი სიგრძეებია: -9, -7 და -6

ა. რადგან  $A(4,5) = -10$ , ეს ნიშნავს, რომ მინიმალური გზის ბოლო რკალია (4,5). კვანძში ნომრით 4 შემოდის სამი რკალი:  $A(1,4) = d_1 + d_{1,4} = 0 - 6 = -6$   $A(2,4) = d_2 + d_{2,4} = -2 - 3 = -5$  და  $A(3,4) = d_3 + d_{3,4} = -4 - 3 = -7$  აქედან მინიმალურია  $A(3,4)$  ამიტომ აღნიშნული რკალიც წარმოადგენს გრაფში მინიმალური გზის შემადგენელ ნაწილს,  $A(3,4)$  რკალი გამოდის  $j=3$  კვანძიდან, რომელშიც თავის მხრივ შემოდის ორი რკალი:  $A(1,3) = d_1 + d_{1,3} = -3$  და  $A(2,3) = d_2 + d_{2,3} = -2 - 2 = -4$ , რომელთა შორის მინიმალური სიგრძის რკალია  $A(2,3)$ . ეს რკალი გამოდის  $j=2$  კვანძიდან, რომელშიც თავის მხრივ შედის ერთი  $A(1,2)$  რკალი.

ამრიგად სახეზე გვაქვს გრაფში უმოკლესი გზა, რომელიც შემდეგ კვანძებსა და რკალებზე გაივლის:  $d_5; d_{45}; d_4; d_{34}; d_3; d_{23}; d_2; d_{12}; d_1$

ვინაიდან საწყის მონაცემებად აღებულ იქნა რკალების უარყოფითი სიგრძეები, ამიტომ ამ მონაცემებზე დაყრდნობით მიღებული უმოკლესი გზა წარმოადგენს გრაფის უგრძეს გზას.



გ)

ნახ. 5.4.1

ზემოთმოყვანილი გამოთვლები ზოგად შემთხვევაში მიიღებს სახეს:

- $n$ -არის კვანძების (პერიოდების) რაოდენობა, დანომრილი როგორც:  $1, 2, \dots, n$ .
- გვაქვს მატრიცა  $D[1:n, 2:n+1]$ , რომლის  $D[i, j]$  ელემენტი განსაზღვრულია, როცა  $j > i$ .
- გამოთვლები სწარმოებს იტერაციულად  $j=2, 3, \dots, n+1$ .

ა) ვითვლით კვანძამდე უმოკლესი გზის სიგრძეს:

$$d_1 = 0,$$

$$d_j = \min_{1 \leq i < j} (d_i + d_{ij}) \quad (1)$$

ბ)  $i=1, 2, \dots, j-1$ . განვსაზღვრავთ მატრიცის  $A[i, j]$  ელემენტს შემდეგნაირად  $A[i, j] = (d_i + d_{ij})$  (2)

- $n+1$  სვეტში ვპოულობთ მინიმალურ ელემენტს პირობით:

$$A(i^*, n+1) = \min_i A(i, n+1) \quad (3)$$

რაც გვაძლევს რკალს  $(i_1, n+1)$

- სვეტში ნომრით  $i_1$  ვსაზღვრავთ მინიმალურ ელემენტს  $i_2$  პირობიდან:  $A(i_2, i_1) = \min_i A(i, i_1)$

- ვპოულობთ გზის მონაკვეთს  $i_2, (i_2, i_1), i_1, (i_1, n+1)$

და ა.შ., სანამ ნაპოვნი ნომერი უდრის 1-ს.



მსგავსი პროცედურა ტარდება ნებისმიერი ელემენტისათვის  $K$  რაოდენობის უგრძესი გზის საპოვნელად.

მიღებული  $k$  რაოდენობის ამონახსნთა სიმრავლე წარედგინება გადაწყვეტილების მიმღებ პირს, რომელიც სხვა დამატებითი კრიტერიუმების გათვალისწინებით მოახდენს საბოლოო არჩევანს, იმის შესახებ, თუ კონკრეტულად რომელი ამონახსნი არის საწარმოო სიტუაციისათვის უფრო მეტად ოპტიმალური და საუკეთესო. [20]

## თავი 6. მოგების მაქსიმიზაციის გამოთვლის პრაქტიკული ამოცანა

განვიხილოთ მოგების მაქსიმიზაციის პრაქტიკული ამოცანა, ჯერ ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით და შემდეგ აღნიშნული კრიტერიუმის გათვალისწინების გარეშე და მიღებული შედეგების მიხედვით შევძლებთ ვიმსჯელოთ, თუ რამდენად მნიშვნელოვანია საწარმოო პროცესის დაგეგმვისას, მოგების მაქსიმიზაციის გამოთვლის დროს წარმოებული პროდუქტის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტის გათვალისწინება.

განვიხილოთ საწარმოო სიტუაცია, როდესაც ინდივიდუალური მეწარმე ფერმერულ მეურნეობაში აწარმოებს კვების პროდუქტის – მაწონს. წარმოება ხდება მიღებული შეკვეთების საფუძველზე, ასე რომ მოთხოვნა დაგეგმვის ინტერვალის თითოეულ პერიოდში არის ცნობილი, მაგრამ ცვლადი, ხოლო ერთეული პროდუქციის ფასი მუდმივია. ცნობილია ასევე პროდუქციის ხარისხის დროში გაუარესების კოეფიციენტი –  $q$ . მეწარმის მიზანს წარმოადგენს განსაზღვროს დაგეგმვის რომელ პერიოდებში აწარმოოს მიღებული შეკვეთების დასაკმაყოფილებლად საკმარისი პროდუქციის რაოდენობა, ისე რომ მიიღოს მაქსიმალური მოგება ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტის, წარმოებისა და შენახვის ხარჯების გათვალისწინებით.

დასმული ამოცანის ამოხსნას ვახდენთ ოპტიმიზაციის, კერძოდ კი მოგების მაქსიმიზაციის კრიტერიუმის მიხედვით, შემდეგი ფორმულის გამოყენებით: მაქსიმიზირებულ იქნას

$$\pi = \sum_{i=1}^n (r_i q_i p_i - (C_i(x_i) + h_i(y_i))) \quad (1)$$

გამოსახულების მნიშვნელობა,

როცა,  $y_i = \sum_{i=1}^{n_i} (x_i - r_i) \geq 0; \quad i=1,2,\dots,n$

$$r_i, x_i, y_i \geq 0, \quad x_i \cdot y_i = 0$$

$$q_i = [1,0]$$

$$i = 1,2,\dots,n$$

სადაც,  $r_i$  არის მოთხოვნა პროდუქციაზე დაგეგმვის თითოეულ პერიოდში;  $q_i$  არის პროდუქციის ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტი;  $p_i$ -ერთეული პროდუქციის ფასი;  $C_i(x_i)$  -  $x_i$  პარტიის წარმოების დანახარჯები;  $h_i(y_i) - y_i$  მარაგის შენახვის ხარჯი;  $x_i$  წარმოებულ პარტიის ზომა,  $y_i$  - მარაგების ზომა.

**ამოცანის ამოხსნა:**

**ნაბიჯი I.** ავიღოთ 4 პერიოდიანი დაგეგმვის ინტერვალი, სადაც თითოეული პერიოდს შეესაბამება 2 დღე.

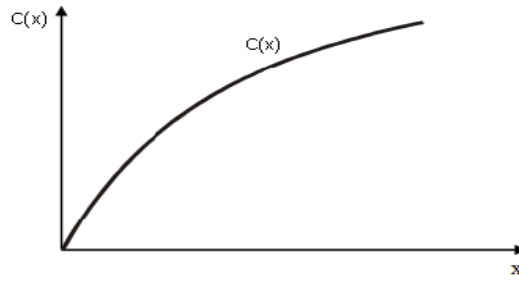
**ნაბიჯი II.** თითოეულ მაჩვენებელს პირობითად მივანიჭოთ რიცხვითი მნიშვნელობები:

$r_i$	$p_i$	$q_i$	$T$
$r_1=3$	$p_1=3$	$q_1=1$	0 – 2 (დღე)
$r_2=5$	$p_2=3$	$q_2=0.8$	3 – 6 (დღე)
$r_3=4$	$p_3=3$	$q_3=0.5$	7 – 9 (დღე)
$r_4=6$	$p_4=3$	$q_4=0$	10 - ∞ (დღე)

**ცხრილი 6.1.**

პროდუქციის მოთხოვნის, ფასის, ხარისხის კოეფიციენტისა და დროის ცხრილი

თითოეული პარტიის წარმოებისათვის საჭირო ხარჯებს გავიგებთ ნახ.6.1-ზე მოცემული გრაფიკის დახმარებით, სადაც ნაჩვენებია პარტიის ზომისა და წარმოების დანახარჯების ურთიერთდამოკიდებულება.



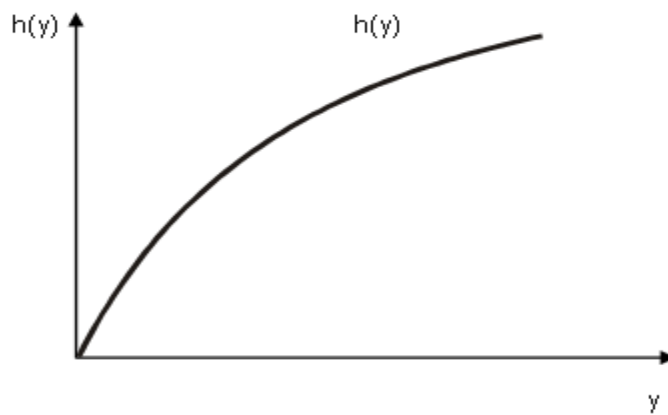
ნახ.6.1.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18
$c(x_i)$	1	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.2	5.5	5.8	6			7		8

ცხრილი 6.2.

პარტიის ზომისა და პარტიის დანახარჯების ურთიერთდამოკიდებულება

ანალოგიურად გავიგებთ მარეგების ზომისა და მარაგის შენახვის ხარჯების მნიშვნელობებს:



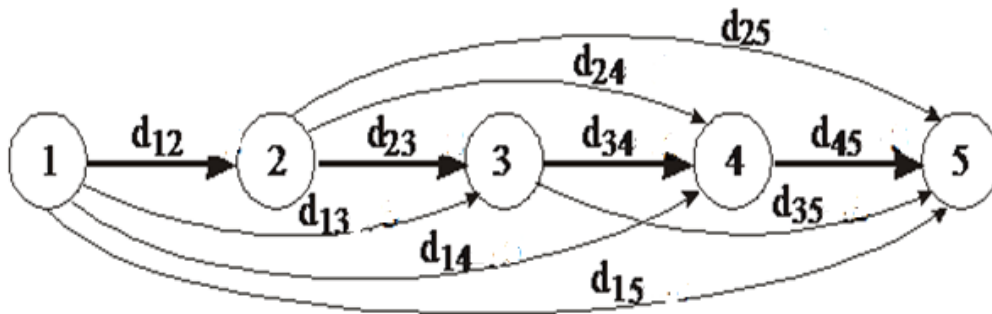
ნახ. 6.2.

$y_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
$h(y_i)$	0	0.5	2	2.5	3	3.5	4	4.2	4.5	5	6	6

ცხრილი 6.3.

მარაგების ზომისა და შენახვის ხარჯების ურთიერთდამოკიდებულება

**ნაბიჯი III.** ავაგოთ ორიენტრებული გრაფი და გამოვთვალოთ ყველა რკალის მნიშვნელობა (1) ფორმულაში შესაბამისი მნიშვნელობების ჩასმით:



ნახ. 6.3.

$$\pi = \sum_{i=1}^n (r_i q_i p_i - (C_i(x_i) + h_i(y_i)))$$

$$d_{12} = r_1 \times q_1 \times p_1 - (C(x_{12}) + h(y_{12}))$$

$$C(x_{12}) = C(r_1) = 2.5 \quad h(y_{12}) = h(r_1 - r_1) = 0$$

$$d_{12} = 3 \times 1 \times 3 - (2.5 + 0) = 6.5$$

$$d_{13} = (r_1 \times q_1 + r_2 \times q_2) \times p - (C(x_{13}) + h(y_{13}))$$

$$C(x_{13}) = C(r_1 + r_2) = C(8) = 5 \quad h(x_{13}) = h(r_2) = 3$$

$$d_{13} = (3 \times 1 + 5 \times 0.8) \times 3 - (5 + 3) = 13$$

$$d_{14} = (r_1 \times q_1 + r_2 \times q_2 + r_3 \times q_2) \times p - (C(x_{14}) + h(y_{14}))$$

$$C(x_{14})=C(r_1+r_2+r_3)=C(3+5+4)=6$$

$$h(y_{14})=h(r_2+r_3)+h(r_4)=h(5+4)+h(4)=4.5+2.5=7$$

$$d_{14}=(3 \times 1 + 5 \times 0.8 + 4 \times 0.8) \times 3 - (6 + 7) = 17.6$$

$$d_{15}=(r_1 \times q_1 + r_2 \times q_2 + r_3 \times q_2 + r_4 \times q_3) \times p - (C(x_{15}) + h(y_{15}))$$

$$C(x_{15})=C(r_1+r_2+r_3+r_4)=C(3+5+4+6)=8$$

$$h(y_{15})=h(r_2+r_3+r_4)+h(r_3+r_4)+h(r_4)=6+5+3.5=14.5$$

$$d_{15}=(3 \times 1 + 5 \times 0.8 + 4 \times 0.8 + 6 \times 0.5) \times 3 - (8 + 14.5) = 17.1$$

$$d_{23}=r_2 \times q_1 \times p - (C(x_{23}) + h(y_{23}))$$

$$C(x_{23})=C(r_2)=3.5 \quad h(y_{23})=0$$

$$d_{23}=5 \times 1 \times 3 - 3.5 - 0 = 11.5$$

$$d_{24}=(r_2 \times q_1 + r_3 \times q_2) \times p - (C(x_{24}) + h(y_{24}))$$

$$C(x_{24})=C(r_2+r_3)=C(5+4)=5.2$$

$$h(y_{24})=h(r_3)=h(4)=2.5$$

$$d_{24}=(5 \times 1 + 4 \times 0.8) \times 3 - (5.2 + 2.5) = 24.6 - 7.7 = 16.9$$

$$d_{25}=(r_2 \times q_1 + r_3 \times q_2 + r_4 \times q_2) \times p - (C(x_{25}) + h(y_{25}))$$

$$C(x_{25})=C(r_2+r_3+r_4)=C(15)=7$$

$$h(y_{25})=h(r_3+r_4)+h(r_4)=h(10)+h(6)=8.5$$

$$d_{25}=(5 \times 1 + 4 \times 0.8 + 6 \times 0.8) \times 3 - 7 - 8.5 = 23.5$$

$$d_{34}=r_3 \times q_1 \times p - (C(x_{34}) + h(y_{34}))$$

$$C(x_{34})=C(r_3)=3 \quad h(y_{34})=0$$

$$d_{34}=4 \times 1 \times 3 - 3 - 0 = 9$$

$$d_{35}=(r_3 \times q_1 + r_4 \times q_2) \times p - (C(x_{35}) + h(y_{35}))$$

$$C(x_{35})=C(r_3+r_4)=C(4+6)=5.5$$

$$h(y_{35})=h(r_4)=h(6)=3.5$$

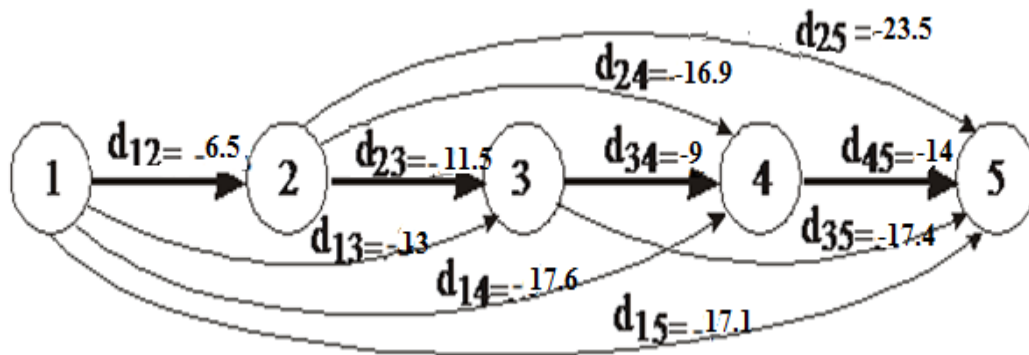
$$d_{35}=(4 \times 1+6 \times 0.8) \times 3-(5.5+3.5)=26.4-5.5-3.5=17.4$$

$$d_{45}=r_4 \times q_1 \times p-(C(x_{45})+h(y_{45}))$$

$$C(x_{45})=C(r_4)=4 \quad h(y_{45})=0$$

$$d_{45}=6 \times 1 \times 3-4-0=14$$

**ნაბიჯი IV.** მოგების მაქსიმიზაციისათვის საჭიროა გრაფში უგრძესი გზის პოვნის ამოცანის გადაჭრა, ამისათვის მოცემული რკალის შეფასებებს მივანიჭოთ უარყოფითი მნიშვნელობები და ვიპოვოთ უმოკლესი გზა:



ნახ. 6.4.

1.  $d_1=0$
2.  $d_2=d_1+d_{1,2}=0-6.5=-6.5$
3.  $d_3=\min(d_1+d_{13}; d_2+d_{23})=\min(0-13; -6.5-11.5)=\min(-13; -18)=-18$
4.  $d_4=\min(d_1+d_{14}; d_2+d_{24}; d_3+d_{34})=\min(0-17.6; -6.5-16.9; -18-9)=-27$
5.  $d_5=\min(d_1+d_{15}; d_2+d_{25}; d_3+d_{35}; d_4+d_{45})=\min(0-17.1; -6.5-23.5; -18-17.4; -27-14)=-41$

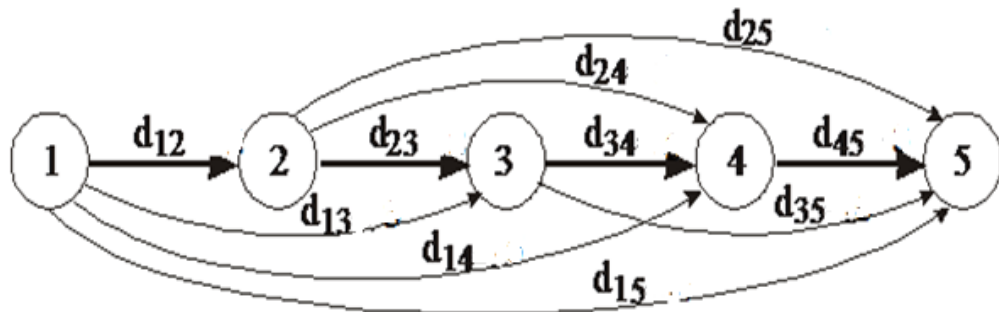
ამრიგად, გრაფში უგრძესი გზა გაივლის შემდეგ მწვერვალებს:



ნახ. 6.5.

ანუ, მეწარმემ დაგეგმვის ყოველ ახალ პერიოდში უნდა აწარმოოს მხოლოდ მიმდინარე პერიოდში არსებული მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად საჭირო პროდუქციის რაოდენობა, ასეთ შემთხვევაში იგი მიიღებს მაქსიმალურ მოგებას – 41 ლარს.

ანალოგიური ალგორითმისა და იგივე მოცემულობის გამოყენებით მოვახდინოთ მოგების მაქსიმიზაცია ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინების გარეშე:



ნახ. 6.6.

$$\pi = \sum_{i=1}^n (r_i p_i - (C_i(x_i) + h_i(y_i)))$$

$$d_{12} = r_1 \times p_1 - (C(x_{12}) + h(y_{12}))$$

$$C(x_{12}) = C(r_1) = 2.5 \quad h(y_{12}) = h(r_1 - r_1) = 0$$

$$d_{12} = 3 \times 3 - (2.5 + 0) = 6.5$$

$$d_{13} = (r_1 + r_2) \times p - (C(x_{13}) + h(y_{13}))$$



$$C(x_{13})=C(r_1+r_2)=C(8)=5 \quad h(x_{13})=h(r_2)=3$$

$$d_{13}=(3+5) \times 3-(5+3)=16$$

$$d_{14}=(r_1+r_2+r_3) \times p-(C(x_{14})+h(y_{14}))$$

$$C(x_{14})=C(r_1+r_2+r_3)=C(3+5+4)=6$$

$$h(y_{14})=h(r_2+r_3)+h(r_4)=h(5+4)+h(4)=4.5+2.5=7$$

$$d_{14}=(3+5+4) \times 3-(6+7)=23$$

$$d_{15}=(r_1+r_2+r_3+r_4) \times p-(C(x_{15})+h(y_{15}))$$

$$C(x_{15})=C(r_1+r_2+r_3+r_4)=C(3+5+4+6)=8$$

$$h(y_{15})=h(r_2+r_3+r_4)+h(r_3+r_4)+h(r_4)=6+5+3.5=14.5$$

$$d_{15}=(3+5+4+6) \times 3-(8+14.5)=31.5$$

$$d_{23}=r_2 \times p-(C(x_{23})+h(y_{23}))$$

$$C(x_{23})=C(r_2)=3.5 \quad h(y_{23})=0$$

$$d_{23}=5 \times 3-3.5-0=11.5$$

$$d_{24}=(r_2+r_3) \times p-(C(x_{24})+h(y_{24}))$$

$$C(x_{24})=C(r_2+r_3)=C(5+4)=5.2$$

$$h(y_{24})=h(r_3)=h(4)=2.5$$

$$d_{24}=(5+4) \times 3-(5.2+2.5)=24.6-7.7=19.3$$

$$d_{25}=(r_2+r_3+r_4) \times p-(C(x_{25})+h(y_{25}))$$

$$C(x_{25})=C(r_2+r_3+r_4)=C(15)=7$$

$$h(y_{25})=h(r_3+r_4)+h(r_4)=h(10)+h(6)=8.5$$

$$d_{25}=(5+4+6) \times 3-7-8.5=29.5$$

$$d_{34}=r_3 \times p-(C(x_{34})+h(y_{34}))$$

$$C(x_{34})=C(r_3)=3 \quad h(y_{34})=0$$

$$d_{34}=4 \times 3 - 3 - 0 = 9$$

$$d_{35}=(r_3+r_4) \times p - (C(x_{35})+h(y_{35}))$$

$$C(x_{35})=C(r_3+r_4)=C(4+6)=5.5$$

$$h(y_{35})=h(r_4)=h(6)=3.5$$

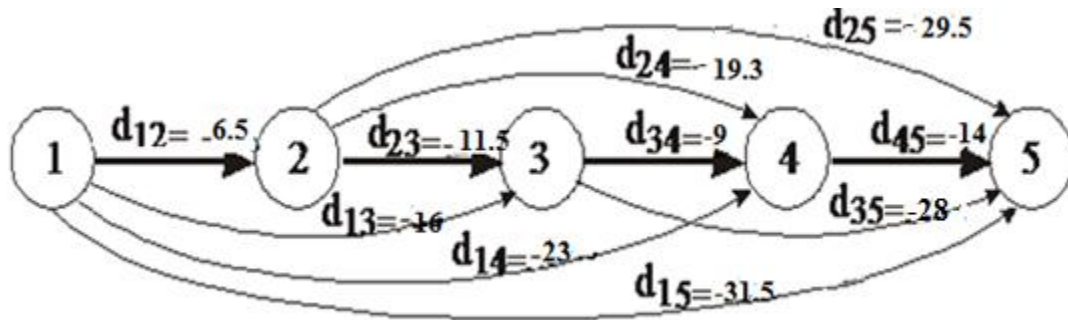
$$d_{35}=(4+6) \times 3 - (5.5+3.5)=28$$

$$d_{45}=r_4 \times p - (C(x_{45})+h(y_{45}))$$

$$C(x_{45})=C(r_4)=4 \quad h(y_{45})=0$$

$$d_{45}=6 \times 3 - 4 - 0 = 14$$

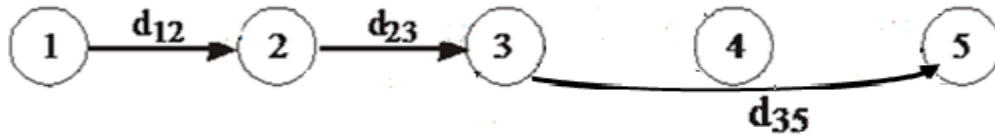
მოგების მაქსიმიზაციისათვის საჭიროა გრაფში უგრძესი გზის პოვნა, ამისათვის მოცემული რკალის შეფასებებს მივანიჭოთ უარყოფითი მნიშვნელობები და შემდეგ ვიპოვოთ გრაფში უმოკლესი გზა:



ნახ.6.7

1.  $d_1=0$
2.  $d_2=d_1+d_{1,2}=0-6.5=-6.5$
3.  $d_3=\min(d_1+d_{13}; d_2+d_{23})=\min(0-13; -6.5-11.5)=\min(-13; -18)=-18$
4.  $d_4=\min(d_1+d_{14}; d_2+d_{24}; d_3+d_{34})=\min(0-17.6; -6.5-16.9; -18-9)=-27$
5.  $d_5=\min(d_1+d_{15}; d_2+d_{25}; d_3+d_{35}; d_4+d_{45})=\min(0-17.1; -6.5-23.5; -18-28; -27-14)=-46$

ამრიგად, გრაფში უგრძესი გზა გაივლის შემდეგ მწვერვალებს:



ნახ.6.8

როგორც ზემოთ განხილული მაგალითებიდან ჩანს, ოპტიმიზაციის პროცესში ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინების შედეგად, მოცემულ საწარმოო სიტუაციაში ფერმერი მიიღებს მაქსიმალურ მოგებას – 46 ლარს იმ შემთხვევაში თუ აწარმოებს მიღებული შეკვეთების დასაკმაყოფილებლად საჭირო პროდუქციის რაოდენობას ყოველ ახალ პერიოდში მხოლოდ მიმდინარე პერიოდში არსებული მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად. ოპტიმიზაციის პროცესში ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინების გარეშე, ნაჩვენებია რომ მაქსიმალური მოგება არის 46 ლარი, თუმცა როგორც წინა მაგალითიდან დადგინდა, რეალურად მაქსიმალური შესაძლო მოგება შეადგენს 41 ლარს.

## დასკვნა

ამრიგად, ჩატარებული სამუშაოების შედეგად ჩამოყალიბებულ იქნა წარმოების პროცესის ოპტიმიზაციის, კერძოდ კი წარმოების ხარჯების მინიმიზაციისა და საწარმოს მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანები და განხილულ იქნა მათი გადაჭრის გზები. კერძოდ;

1. დამუშავებულია მოდელის კლასები, რომელიც უზრუნველყოფს პროდუქციაზე დინამიკური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილებას პრაქტიკული ამოცანებისათვის. მოდელი უზრუნველყოფს გამოთვლების ჩატარებას სხვადასხვა კრიტერიუმების გათვალისწინებით. რამდენადაც კრიტერიუმები, როგორც წესი, კონფლიქტურნი არიან, დამუშავებულია ამონახსნთა ალტერნატიული ვარიანტების წარმოქმნისა და მათი შედარებითი შეფასების მეთოდები.

2. სადისერტაციო ნაშრომში დამუშავებულია პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ხარჯების ამსახველი ფუნქციის დამოკიდებულება წარმოებულ პარტიის ზომაზე, საწარმო უბნის სიმძლავრეზე და მოსამზადებელ-დამამთავრებელ სამუშაოებზე. რამდენადაც მიღებული ფუნქცია წყვეტილია, ისინი წარმოდგენილია ცხრილების საშუალებით (თუმცა ეს ერთი მხრივ ოდნავ აუხეშებს მოდელს, მეორე მხრივ იგი დიდად ასწრაფებს ვარიანტების წარმოქმნის პროცესს და მათი ანალიზს).

3. დამუშავებულ იქნა მოდელის კლასები, რომლებიც განსხვავდებიან მიზნობრივი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლისა და შეზღუდვების გათვალისწინების წესებით.

4. დამუშავებულია გამოთვლითი სქემა ყველა წარმოქმნილი მოდელისთვის, რომელიც დაფუძნებულია სპეციალურად აგებულ ორიენტირებულ გრაფში უმოკლესი გზის ან K-უმოკლესი გზების პოვნის

ალგორითმზე. ამ ალგორითმის გამოყენება ხდება ერთჯერად ან რეკურენტულად ამოცანის ტიპის მიხედვით.

5. ნაშრომში ასევე დამუშავებულია წარმოების ოპტიმიზაციის პრობლემა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით, ამ შემთხვევაში განხილულ იქნა მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანა პროდუქციის ხარისხის გაუარესების შედეგად გამოწვეული ხარჯების გათვალისწინებით. პროდუქციის ხარისხის დროში გაუარესების მიხედვით მოხდა პროდუქციის 3 სხვადასხვა ტიპის გამოყოფა და თითოეული ტიპის პროდუქციისათვის დადგინდა ხარისხის გაუარესების კოეფიციენტისა და დროის ურთიერთდამოკიდებულება. ასევე მოხდა მოგების ოპტიმიზაცია ორიენტირებულ გრაფში უგრძესი გზის ძიების ალგორითმის გამოყენებით.

აღნიშნული საკითხების ოპტიმიზაცია ნებისმიერი ტიპის ბიზნეს ორგანიზაციისათვის უმნიშვნელოვანეს საკითხს წარმოადგენს და იმედს ვიტოვებ, რომ ეს ნაშრომი გარკვეულ წვლილს შეიტანს ოპტიმიზაციის საკითხებით დაინტერესებული ნებისმიერი კერძო თუ იურიდიული პირების წარმატებისა და ეფექტურად ფუნქციონირების საქმეში.

## გამოყენებული ლიტერატურა

1. ბასილაშვილი ზ.ა. ლომინაძე ნ.ნ. შარტავა ჟ.კ. შეკვეთების ოპტიმალური ქვესიმრავლის ამოცანის ამოხსნის გამოთვლითი სქემა // სპი-ის საპრობლემო ლაბორატორიის შრომები, N4, თბილისი, 1974;
2. Baumol N. Economic Theory and Operations Analysis // 3d edition, Englewood Cliffs, N. J.:Prentice-Hall, 1972;
3. Berndt E. The Practice of Econometrics // Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1991;
4. Гасс С. Линейное программирование // Физматгиз, Москва, 1961;
5. გოგიჩაიშვილი გ. შონია ო. ქართველიშვილი ი. ოპერაციათა კვლევა // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 1998;
6. Дубров, Лагоша, Хрусталева, Барановская Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе // изд. «Финансы и Статистика», Москва, 2003;
7. Keat P. Young P. Managerial Economics // 2d edition; Prentice Hall, Inc; New Jersey; 1996;
8. Kmenta J. Elements of Econometrics // 2d edition; New York; Macmillan; 1986;
9. Ломинадзе Н. Н. Шартава Ж. К. Алгоритм последовательного улучшения плана выполнения работ по параллельным рабочим местам // Труды проб. лаб. АВТ ГПИ им. Ленина N3, Тбилиси, 1972;
10. Ломинадзе Н. Н. Цулукидзе Т. В. Человеко-машинные процедуры решения задач оптимизации при векторных показателях качества // Тезисы докладов XVIII республиканской конференции. Тбилиси, Май, 1972;
11. ასათიანი თ. ლომინაძე ნ. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ჯამური ღირებულების მინიმიზაციის ამოცანა // საქართველოს

- ტექნიკური უნივერსიტეტი, მართვის პრობლემების ინსტიტუტი (ქ. მოსკოვი), სამეცნიერო შრომები, 1996;
12. ასათიანი თ. პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ჯამური ღირებულების ვექტორული ოპტიმიზაციის ამოცანა // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამეცნიერო შრომები, 2001;
  13. ასათიანი თ. პროდუქციაზე დინამიკური მოთხოვნის ოპტიმალურად დაკმაყოფილების მოდელები (ამოცანები) // პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი “ინტელექტი” N1, 2002;
  14. Lower. Optimal sequencing single machine subject to precedence constraints // Management science, v 19, N5, 1973;
  15. Макаров И. М. Виноградская Т. М. Рубчинский А.А. Соколов В. Б. Теория выбора и принятия решений // Изд. «Наука», Москва, 1982;
  16. Mansfield E. Managerial Economics // 3d edition; W.W. Norton & Company, Inc; New York; 1996;
  17. Maunder, Myer, Wall, Miller Economics Explained // 3d edition, Hammersmith, London, 1996;
  18. Nicholas C. Siropolis Small Business Management // Houghton mittlin company, Boston, 1986;
  19. Пападимитриу Х. Стайглиц Л. Комбинаторная оптимизация, алгоритмы и сложность // Изд. «Мир», Москва, 1985;
  20. Салуквадзе М. Е. Задача векторной оптимизации в теории управления // Изд. Мецниереба, Тбилиси, 1975;
  21. Salukvadze M.E. Topchishvili A.L. Weakly-efficient Solutions of Limiting Multicriteria Optimization Problems // Journal of Optimization Theory and Applications. – Vol. 77, No. 2, 1993;
  22. Star P. Economics: Principles in Action // 5<sup>th</sup> edition. Wadsworth, Inc. Belmont, California, 1988;

23. Таненбаум Э. Современные операционные системы // Изд. «Питер», Санкт-Петербург, 2004;
24. Трояновский Математическое моделирование в менеджменте // изд. «РДЛ», Москва, 2003;
25. ჩოგოვაძე გ. გოგიჩაიშვილი გ. სურგულაძე გ. შეროზია თ. შონია ო. მართვის ავტომატიზებული სისტემების დაპროექტება და აგება // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2001;
26. Шикин, Чхартишвили Математические методы и модели в управле нии // изд. «Дело», Москва, 2002;
27. Хант Э. Искусственный интеллект // Изд. «Мир», Москва, 1978;
28. ჯიბლაძე ნ. თოფჩიშვილი ა. სტატისტიკური ოპტიმიზაციის რიცხვითი მეთოდები // საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა. ელიაშვილის სახელობის მართვის სისტემების ინსტიტუტი, თბილისი, 2001;
29. Johnston J. Econometric Methods // 3d edition; New York; McGraw-Hill; 1984;
30. Howard R. Matheson J. The Principles and Applications of Decision Analyses // Melno Park, California, 1984;
31. თ. ლომინაძე, ლ. გოჩიტაშვილი, შ. ოკუჯავა მომხმარებლის ქცევა და პროდუქციაზე მოთხოვნის ფუნქციის შეფასება // საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა. ელიაშვილის სახელობის მართვის სისტემების ინსტიტუტი, თბილისი, 2009;
32. შ. ოკუჯავა წარმოებული პროდუქციის ხარისხი, როგორც ბიზნესორგანიზაციის წარმატების წინაპირობა // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2012;



33. თ. ლომინაძე, შ. ოკუჯავა მოგების მაქსიმიზაციის ამოცანა წარმოებული პროდუქციის ხარისხის კრიტერიუმისა და სასიცოცხლო ვადების გათვალისწინებით // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2012;
34. Sh. Okujava Problem of Determining Optimal Lot Size with Respect to the Production, Storage and Quality Criteria // Preceedings of the 3<sup>rd</sup> international conference on European computing conference of computational inteligence (SE'09) I. Javakhishvili State University , Tbilisi, Georgia, 2009
35. შ. ოკუჯავა, თ. ლომინაძე, თ. ასათიანი პროდუქციის წარმოებისა და შენახვის ოპტიმიზაციის ამოცანა ხარისხის კრიტერიუმის გათვალისწინებით // საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2010;