

ეკატერინე ბოჭორიძე

სიმპლექსზე გეგმების მახასიათებლების კვლევა კომპონენტების გაზომვათა განუსაზღვრელობის პირობებში

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
მაისი, 2012 წელი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ეკატერინე ბოჭორიძის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: **”სიმპლექსზე გეგმების მახასიათებლების კვლევა კომპონენტების გაზომვათა განუსაზღვრელობის პირობებში”** და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

2012 წელი, 10 მაისი

ხელმძღვანელები: ტ.მ.დ., სრული პროფესორი

ირაკლი ზედგინიძე

ტ.მ.დ., სრული პროფესორი

ნინო ბერაია

რეცენზენტი: ტ.მ.კ., უფროსი მეცნიერ-მუშაკი

სოსო როგავა

რეცენზენტი: ტ.მ.კ., ასოცირებული პროფესორი

ნოდარ აბელაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012 წელი

ავტორი: ეკატერინე ბოჭორიძე

დასახელება: სიმპლექსზე გეგმების მახასიათებლების კვლევა
კომპონენტების გაზომვითა განუსაზღვრელობის
პირობებში

ფაკულტეტი : ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: 10 მაისი, 2012

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ
ზემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის
შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების
უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც
მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან
სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი
ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო
უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა
ის მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ
მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია
სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს
პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

კვლევის აქტუალობა. ბუნებაში არსებული და ტექნიკაში გამოყენებული ნივთიერებების მეტი წილი წარმოადგენს სხვადასხვაგვარი კომპონენტების ნარევს. ასეთია, მაგალითად, სამთო ქანები, მინერალები, სამშენებლო მასალები, ტექნიკური შენადნობები, მინები და სხვა.

ასეთი ნარევების თვისებები დამოკიდებულია პირველ რიგში ძირითადი კომპონენტების ბუნებაზე და მათ ფარდობით შემცველობაზე, მაგრამ ასევე დამოკიდებულია ისეთ პირობებზე, როგორცაა ტემპერატურა, წნევა, ნივთიერების ფიზიკური მდგომარეობა და გამხსნელებისა და მინარევების არსებობა.

ცალკეული კომპონენტების პროპორციების (ფარდობითი შემცველობის) ცვლილებით, ესე იგი სისტემის შემადგენლობის ცვლილებით ნარევს შეიძლება მივანიჭოთ ჩვენთვის სასურველი თვისებები. მაგრამ იდეალური გეგმებისათვის ცალკეული კომპონენტების პროპორციების განსაზღვრა ხდება საზომი საშუალებებით, რომლებიც როგორც ცნობილია, ხასიათდებიან განსაზღვრული ცდომილებებით. ყოველივე ეს კი იწვევს თეორიულად მიღებული გეგმების დამახინჯებას. ამასთან, რაც უფრო დიდია ცდომილებები, მით უფრო მეტად დეფორმირდება როგორც გეგმები, ასევე სასურველი თვისებებიც. აქედან გამომდინარე მნიშვნელოვანია გეგმის ამა თუ იმ თვისებაზე გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევა.

სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი მიზანი. წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების თვისებების კვლევა სამი, ოთხი და ხუთი ცვლადისათვის გაზომვათა განუსაზღვრელობის პირობებში.

ძირითადი ამოცანები. ზემოჩამოყალიბებული მიზნების შესასრულებლად სამუშაო ითვალისწინებს შემდეგი ძირითადი ამოცანების გადაწყვეტას: ალგორითმის და შესაბამისი პროგრამების დამუშავება Matlab პროგრამულ გარემოში იმისათვის, რომ მოხდეს საკვლევი გეგმების კოორდინატებზე ცდომილებების ზედდების იმიტაცია; საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების პირობებში პირველი, მეორე, არასრული კუბური, მესამე და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთი კომპონენტის სიმპლექს-გისოსური გეგმების თვისებების ცვლილების გამოკვლევა; გაზომვათა განუსაზღვრელობის პირობებში ყველა საკვლევი გეგმისათვის თითოეული თვისების გაუარესების ხარისხის განსაზღვრა.

ძირითადი პრაქტიკული ღირებულება და გამოყენებითი ასპექტი:

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული ძირითადი შედეგები შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი სახით:

1. შემოთავაზებულია და აღწერილია პრინციპი, რომელიც გამოიყენება განსახილველ სიმპლექს-გისოსურ გეგმებში საზომი საშუალებების ცდომილებების იმიტაციისათვის.

2. თითოეული იდეალური გეგმისათვის ილუსტრირებულია წერტილების „ღრუბლები“, რომლებიც მიიღება არადეფორმირებული გეგმების მრავალჯერადი გენერირების რეზულტატში, რომელთა მიხედვითაც შესაძლებელია ნებისმიერი კონფიგურაციის დეფორმირებული გეგმის მიღება.

3. გამოკვლეულია განსახილველ გეგმებში საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენა A-ოპტიმალურობის თვისებაზე.

4. შესწავლილია და გაანალიზებულია ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში D-ოპტიმალურობის თვისების ცვლილება განსახილველი გეგმებისათვის.

5. საკვლევ გეგმებში მიღებულია შეცდომების დერეფანი, კოვარიაციული მატრიცის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილებისათვის.

6. განსაზღვრულია სიდიდეები, რომელთა დროსაც უარესდება პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებები.

7. ნაჩვენებია საკვლევი არის სკანირების პრინციპი გეგმების თვისებებზე ცდომილებების გავლენის შესასწავლად, რომლებიც დამოკიდებულია გამოძახილის მნიშვნელობის ზუსტ წინასწარმეტყველებასთან, შემდგომისდაგვარად მცირე შეცდომების მქონე მოდელების აგების საშუალებით.

8. პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმების საკვლევი არეებისათვის გამოკვლეულია G-ოპტიმალურობის ცვლილება.

9. დეტალურადაა გამოკვლეული პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტიანი Q-ოპტიმალური გეგმების მახასიათებლების ცვლილება, კოორდინატებზე საზომი საშუალებების ცდომილებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების ზედდებისას.

ჩატარებული სამუშაოს პრაქტიკული ღირებულება მდგომარეობს იმაში, რომ იგი მოიცავს საჭირო მონაცემებს, მეთოდიკას და რეკომენდაციებს, რომლებიც განკუთვნილია ექსპერიმენტატორისათვის, რომელთა გათვალისწინებითაც მას შეუძლია შეაფასოს განსახილველ სიმპლექს-გეგმაში საინტერესო თვისების გაუარესების ხარისხი, რის საფუძველზეც შესაძლებელია ცდომილებების შემცველი საზომი საშუალებების კომპონენტების დონეების განსაზღვრა.

პირველად არის გამოკვლეული სხვადასხვა რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების თვისებებზე სხვადასხვა სიდიდის ცდომილებების გავლენა. ექსპერიმენტატორს ეძლევა პრაქტიკული რეკომენდაციები გამოსაკვლევი გეგმის თითოეული ცნობილი თვისების გაუარესების ხარისხის დასადგენად.

Abstract

Relevance of the research. The greater shares of the various components of the mixture of the substances are used in nature and technology. For example these are mountain rocks, minerals, construction materials, technical alloys, glasses and others.

The properties of such mixtures depend primarily on the nature of the main components and also on their relative content. But it also depends on conditions such as temperature, pressure, substance or physical conditions and also on the impurity's existence.

A proportion of the individual components (relative content) changes and it changes the composition of the mixture of the system, so that we can assign the desired properties. Plans of the components for the ideal proportions are given by the measuring means, which as defined are characterized by the error. This will theoretically lead to distortion of the plans. In addition the greater error means the more deformation of the plans, as well as the desired properties. Therefore it is important for plans for the measurement errors of the means of influence research.

The aim of the thesis. The aim of the thesis is the first, second, incomplete cube, third and fourth row simplex- trellised plans to research the properties of three, four and five for under conditions of the uncertainly.

The main tasks. In order to set the above mentioned objectives this work includes some following and main tasks to be solved: Matlab - processing algorithms and corresponding programs in order to study the plans and coordinates imitation; the characteristics of errors in the first, second, incomplete cube, third and fourth row of three, four and five component simplex- trellised plans of measuring means for their properties to be studied; to study each plan and its properties under conditions of the uncertainty to determinate the degree of deterioration (error).

The practical value of basic and applied aspects:

The main results of the survey results can be built up in the following way:

1. The principle is proposed and described, which used to be considered simplex-trellised plans in the measuring errors of the means to imitate.
2. There "sky" of outlets is illustrated for each ideal plan, which is given as the result of the generation of multiple non deformed plans, which can be deformed in any configuration of the plan.
3. The plans are investigated in the measuring means errors on the influence on the properties of A-optimality.
4. The experimental errors of D-optimality plans for the property changes are studied and analyzed.
5. The corridors of errors are got in the studied plans, for the least possible number of covariance matrix for characteristic changes.
6. Defined values, which deteriorates the first, second, incomplete cubic, cubic and forth row of three, four and five component simplex-trellised orthogonality properties.
7. To study the influence of the errors on the scanning features of the plans must be researched, which depend on the exact meaning of the prophecy, which may be small errors in the construction of models.
8. The first, second, incomplete cubic, cubic and fourth row of three, four and five component G-optimality characteristics for areas of research are investigated.

9. The first, second, incomplete cubic, cubic and fourth row of three, four and five component Q-optimality characteristics of the change in plans are studied, coordinates for the typical error of measurement means.

The work's practical value lies in the fact that it includes the necessary data, methods and recommendations that are intended by experimenter, which can be considered to access the degree of deterioration simplex plan with interested features, which may contain measurement errors of the means to determine the levels of components.

For the first time the different simplex-trellised plans and their influences of the errors are researched. Practical recommendations are given to the experimenters examined the features of the plan to determine the degree of deterioration.

შინაარსი

თავი 1. სიმპლექს დაგეგმვის თანამედროვე მდგომარეობის ლიტერატურული მიმოხილვა.....	20
1.1. ექსპრიმენტის დაგეგმვა შემადგენლობა–თვისებების დიაგრამის აგებისას.....	22
1.2. სიმპლექს–გისოსური დაგეგმვა.....	25
1.3. დაყვანილ პოლინომებში კოეფიციენტების შეფასება.....	31
1.5. გეგმების ოპტიმალურობის კრიტერიუმები.....	37
თავი 2. სიმპლექს–გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარეგებისათვის.....	40
2.1. პირველი, მეორე, არასრული, მესამე და მეოთხე რიგის არადეფორმირებული სიმპლექს–გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარეგებისათვის.....	40
2.2. სიმპლექს–გისოსური გეგმების გამოკვლევა შეცდომების პირობებში...	44
თავი 3. სამკომპონენტის გეგმების გამოკვლევა.....	49
3.1. სამკომპონენტის პირველი რიგის გეგმა.....	49
3.1.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის პირველი რიგის გეგმისათვის.....	49
3.1.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის პირველი რიგის გეგმისათვის.....	54
3.2. სამკომპონენტის მეორე რიგის გეგმა.....	59
3.2.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის მეორე რიგის გეგმისათვის.....	60
3.2.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის მეორე რიგის გეგმისათვის.....	63
3.3. სამკომპონენტის არასრული კუბური რიგის გეგმა.....	66
3.3.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის.....	67
3.3.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის.....	70
3.4. სამკომპონენტის კუბური რიგის გეგმა.....	73
3.4.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტის კუბური რიგის გეგმისათვის.....	74

ცხრილების ნუსხა

- ცხრილი 1.** სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას51
- ცხრილი 2.** სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას52
- ცხრილი 3.** სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....54
- ცხრილი 4.** წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტო უმცირეს გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას58
- ცხრილი 5.** წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სამკომპონენტო უმცირეს გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....59
- ცხრილი 6.** სამკომპონენტო მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....62
- ცხრილი 7.** სამკომპონენტო მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება63
- ცხრილი 8.** წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტო უმცირეს გეგმის მეორე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას65
- ცხრილი 9.** სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას68
- ცხრილი 10.** სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება70
- ცხრილი 11.** წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტო უმცირეს გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას72
- ცხრილი 12.** სამკომპონენტო კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას75

ცხრილი 13. წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვით გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	79
ცხრილი 14. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვით გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	80
ცხრილი 15. სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.....	83
ცხრილი 16. სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	84
ცხრილი 17. წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვით გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	87
ცხრილი 18. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვით გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	88
ცხრილი 19. ოთხკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	90
ცხრილი 20. ოთხკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	91
ცხრილი 21. წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	94
ცხრილი 22. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	97
ცხრილი 23. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	99
ცხრილი 24. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება.....	100
ცხრილი 25. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის მეორე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	103

ცხრილი 39. ხუთკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	135
ცხრილი 40. ხუთკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება	136
ცხრილი 41. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეორე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	138
ცხრილი 42. ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას	141
ცხრილი 43. წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეორე რიგის არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას	145
ცხრილი 44. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეორე რიგის არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	146
ცხრილი 45. ხუთკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას	148
ცხრილი 46. წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეორე რიგის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	152
ცხრილი 47. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეორე რიგის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	153
ცხრილი 48. ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	155
ცხრილი 49. წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	159
ცხრილი 50. წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას.....	160

ნახაზების ნუსხა

ნახ.1. სიმპლექსურ საკოორდინატო სისტემაზე გადასვლის ილუსტრაცია....	23
ნახ. 2. ზოგიერთი {q,n}-გისოსი.....	28
ნახ. 3. გისოსებს შორის კავშირის ილუსტრაცია სხვადასხვა რიგისათვის....	29
ნახ. 4. სიმპლექს-გისოსის წერტილებში ამოძახილების აღნიშვნა.....	31
ნახ. 5. სიმპლექს კოორდინატთა სისტემა მონაკვეთისათვის.....	40
ნახ. 6. სიმპლექს (სამკუთხა) კოორდინატთა სისტემა.....	40
ნახ. 7. სიმპლექს (პირამიდა) კოორდინატთა სისტემა	41
ნახ. 8. სიმპლექს კოორდინატთა სისტემის ილუსტრაცია ხუთი კომპონენტისათვის	41
ნახ. 9. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე ე) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორკომპონენტური ნარევისათვის.....	42
ნახ. 10. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე ე) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები სამკომპონენტური ნარევისათვის.....	42
ნახ. 11. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე ე) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ოთხკომპონენტური ნარევისათვის	43
ნახ. 12. პირველი ა) და მეორე ბ) რიგის გეგმების გრაფიკული იმიტაცია ხუთი საკვლევი კომპონენტის შემთხვევაში სიბრტყეზე.....	43
ნახ. 13. ორკომპონენტური ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე დ) რიგის დეფორმირებული გეგმები	44
ნახ. 14. სამკომპონენტური ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), არასრული კუბური გ), მესამე დ) და მეოთხე ე) რიგის დეფორმირებული გეგმები	45
ნახ. 15. ოთხკომპონენტური ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), არასრული კუბური გ), მესამე დ) და მეოთხე ე) რიგის დეფორმირებული გეგმები	45
ნახ. 16. ხუთი საკვლევი კომპონენტის შემთხვევაში პირველი და მეორე რიგის გეგმებისათვის დეფორმირებული გეგმის გრაფიკული იმიტაცია სიბრტყეზე	46
ნახ. 17. სიმპლექს-გეგმაში ბოლო და შიდა წერტილების წარმოქმნის ალგორითმი ორი ცვლადის შემთხვევაში.....	47
ნახ. 18. დეფორმირებული პირველი რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს-გეგმაში წერტილების წარმოქმნის ალგორითმის ფრაგმენტი.....	48
ნახ. 19. ღრუბელში შემავალი წერტილების კოორდინატების მიღება სამკომპონენტური სიმპლექს-გეგმაში	48
ნახ. 20. სამკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	50

ნახ. 21. სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა	52
ნახ. 22. სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა.....	53
ნახ. 23. სამკომპონენტო პირველი რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	56
ნახ. 24. სამკომპონენტო პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	57
ნახ. 25. სამკომპონენტო მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	60
ნახ. 26. სამკომპონენტო მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა	61
ნახ. 27. სამკომპონენტო მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	62
ნახ. 28. სამკომპონენტო მეორე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი..	64
ნახ. 29. სამკომპონენტო მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	66
ნახ. 30. სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	67
ნახ. 31. სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა.....	69
ნახ. 32. სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	71
ნახ. 33. სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	73
ნახ. 34. სამკომპონენტო კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	74
ნახ. 35. სამკომპონენტო კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა.....	76
ნახ. 36. სამკომპონენტო კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	77
ნახ. 37. სამკომპონენტო კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	78
ნახ. 38. სამკომპონენტო მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	82
ნახ. 39. სამკომპონენტო მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა.....	84

ნახ. 40. სამკომპონენტოანი მეოთხე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი ..	86
ნახ. 41. სამკომპონენტოანი მეოთხე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	87
ნახ. 42. ოთხკომპონენტოანი პირველი რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა	90
ნახ. 43. ოთხკომპონენტოანი პირველი რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	93
ნახ. 44. ოთხკომპონენტოანი პირველი რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა	95
ნახ. 45. ოთხკომპონენტოანი მეორე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	96
ნახ. 46. ოთხკომპონენტოანი მეორე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა	98
ნახ. 47. ოთხკომპონენტოანი მეორე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი...	101
ნახ. 48. ოთხკომპონენტოანი მეორე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	102
ნახ. 49. ოთხკომპონენტოანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა	106
ნახ. 50. ოთხკომპონენტოანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	107
ნახ. 51. ოთხკომპონენტოანი არასრული კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	108
ნახ. 52. ოთხკომპონენტოანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	109
ნახ. 53. ოთხკომპონენტოანი კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	111
ნახ. 54. ოთხკომპონენტოანი კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა	113
ნახ. 55. ოთხკომპონენტოანი კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	114
ნახ. 56. ოთხკომპონენტოანი კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	115
ნახ. 57. ოთხკომპონენტოანი მეოთხე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა	121
ნახ. 58. ოთხკომპონენტოანი მეოთხე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	122

ნახ. 59. ოთხკომპონენტური მეოთხე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი	123
ნახ. 60. ოთხკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	125
ნახ. 61. ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	126
ნახ. 62. ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა	128
ნახ. 63. ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	131
ნახ. 64. ხუთკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	133
ნახ. 65. ხუთკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას	138
ნახ. 66. ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	140
ნახ. 67. ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა.....	142
ნახ. 68. ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	143
ნახ. 69. ხუთკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა	147
ნახ. 70. ხუთკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა.....	149
ნახ. 71. ხუთკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა.....	150
ნახ. 72. ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა.....	156
ნახ. 73. ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა	157

მადლიერება

დიდი პატივისცემით მინდა გავიხსენო და მადლიერება გამოვხატო თემის პირველი ხელმძღვანელის, პროფესორ ირაკლი ზედგინიძის მიმართ, რომელმაც საკუთარი პროფესიული ხედვა და დიდი გამოცდილება გამიზიარა თემაზე მუშაობის საწყის ეტაპზე, რაც მეტად მნიშვნელოვანი იყო ჩემი ნაშრომის შემდგომი ჩამოყალიბებისათვის. მის მიერ მითითებული რჩევები და კონსულტაციები იყო ჩემთვის მნიშვნელოვანი და საგულისხმო, რასაც ვითვალისწინებდი მთელი სამეცნიერო კვლევითი მუშაობის პერიოდში. იგი იყო გამორჩეული მაღალი პროფესიონალიზმით, შრომისმოყვარეობით, გულისხმიერებით და პასუხისმგებლობის გრძნობით.

სამწუხაროა, რომ ავადმყოფობის გამო მასთან მომიწია თანამშრომლობა ხანმოკლე დროის განმავლობაში. ბატონი ირაკლი ყოველთვის დარჩება ჩემს მეხსიერებაში როგორც დიდი მეცნიერი და უანგარო პედაგოგი.

თავი 1. სიმპლექს დაგეგმვის თანამედროვე მდგომარეობის ლიტერატურული მიმოხილვა

ბუნებაში არსებული და ტექნიკაში გამოყენებული ნივთიერებების მეტი წილი წარმოადგენს სხვადასხვაგვარი კომპონენტების ნარევს. ასეთია მაგალითად, სამთო ქანები, მინერალები, სამშენებლო მასალები, ტექნიკური შენადნობები, მინები და სხვა.

ასეთი ნარევების (მრავალკომპონენტური სისტემების) თვისებები დამოკიდებულია პირველ რიგში ძირითადი კომპონენტების ბუნებაზე და მათ ფარდობით შემცველობაზე, მაგრამ ასევე დამოკიდებულია ისეთ პირობებზე, როგორცაა ტემპერატურა, წნევა, ნივთიერების ფიზიკური მდგომარეობა და გამხსნელებისა და მინარევების არსებობა [4-6, 8, 9].

ცალკეული კომპონენტების პროპორციების (ფარდობითი შემცველობის) ცვლილებით, ესე იგი სისტემის შემადგენლობის ცვლილებით ნარევს შეიძლება მივანიჭოთ ჩვენთვის სასურველი თვისებები.

ასეთი სისტემების კვლევის მიზანს წარმოადგენს რაოდენობრივი დამოკიდებულებების დადგენა ცალკეული კომპონენტების პროპორციებსა და ნარევის თვისებებს შორის („შემადგენლობა–თვისებების“ ფუნქციონალური დამოკიდებულების ძიება, „შემადგენლობა–თვისებების“ დიაგრამის აგება), აგრეთვე, იმ წერტილების კოორდინატების დადგენა, რომლებიც უზრუნველყოფენ ამა თუ იმ თვისებების ოპტიმიზაციას (მაქსიმიზაციას ან მინიმიზაციას) დასმული ამოცანის მიხედვით [16-19].

რადგანაც „შემადგენლობა–თვისებების“ დიაგრამის აგება კვლევის ტრადიციული მეთოდებით, ექსპერიმენტული სტრატეგიის ლოგიკური მოწესრიგების უქონლობის გამო, დაკავშირებულია ძალიან დიდი რაოდენობის ცდებთან, მნიშვნელოვნად პერსპექტიულია ამ მნიშვნელოვანი კლასის ამოცანების გადაწყვეტა ექსპერიმენტის მათემატიკური დაგეგმვის მეთოდების გამოყენებით.

ექსპერიმენტის დაგეგმვა საშუალებას იძლევა დავადგინოთ დასმული ამოცანის გადაწყვეტისათვის აუცილებელი და საკმარისი რაოდენობის ცდების ჩატარების პირობები. იგი საშუალებას გვაძლევს შევიმუშავოთ კვლევის ისეთი სტრატეგია, რომელიც ეფუძნება თანმიმდევრულ, მკაფიო, ლოგიკურად გააზრებულ ოპერაციებს, რის შედეგადაც გამოირიცხება დიდი რაოდენობის ზედმეტი ცდების ჩატარება და ამით მნიშვნელოვნად შემცირდება დასახული მიზნის გადაწყვეტის ვადა.

ექსპერიმენტის დაგეგმვა ნარევებთან მიმართებაში დღეისათვის ვითარდება ორი მიმართულებით: პირველი – ნარევის ოპტიმალური შემადგენლობის შერჩევა, მეორე – თვით შემადგენლობა–თვისებების დიაგრამის შესწავლა [1-3].

პირველი მიმართულებისათვის დამახასიათებელია ფაქტორული სივრცის ლოკალური არეების კვლევა – გამოძახილის ზედაპირის უბნების ლოკალური აღწერა ჩვეულებრივი ფაქტორული გეგმების საშუალებით, მაგალითად, ბოკსის უილსონის გეგმებით – და ა. შ. აქ სისტემის აღწერისას, ჩვეულებრივ დაშვებულია ერთი კომპონენტი – ნარევის საფუძველი (მაგალითად, გამხსნელი) და დანარჩენი კომპონენტებისათვის, რომლებიც შეიცავენ შედარებით მცირე პროპორციებს, გამოიყენება მთელი, წილადი, ასევე სხვა ტიპის ფაქტორული გეგმები. ასეთი გეგმები, რათქმაუნდა აღმოჩნდება შეუძლებელი, თუ კონცენტრაციის ზედა დონეების ჯამი $q-1$ მცირე კომპონენტებისათვის აღემატება ერთეულს.

მეორე მიმართულებისათვის დამახასიათებელია სისტემის სრული აღწერა. ამ დროს დამოუკიდებელი ცვლადების ჯამის ნორმირების პირობა
$$\sum_{i=1}^q x_i = 1$$
 (ყველა კომპონენტის ჯამი ტოლია 100%) დაიყვანება ფაქტორების კორელირებაზე. ამ შემთხვევისათვის საჭირო ხდება სპეციალური სახით აირჩეს მათემატიკური მოდელი და გამოყენებული იქნას სპეციალური დაგეგმვა.

1.1. ექსპრიმენტის დაგეგმვა შემადგენლობა–თვისებების დიაგრამის აგებისას

შემადგენლობა–მდგომარეობის და შემადგენლობა–თვისებების დიაგრამების აგებისათვის დამახასიათებელია სისტემის სრული აღწერა, რომლის დროსაც ვითვალისწინებთ დამოუკიდებელი ცვლადების ჯამის ნორმირების პირობას (ყველა კომპონენტის ჯამი არის 100%).

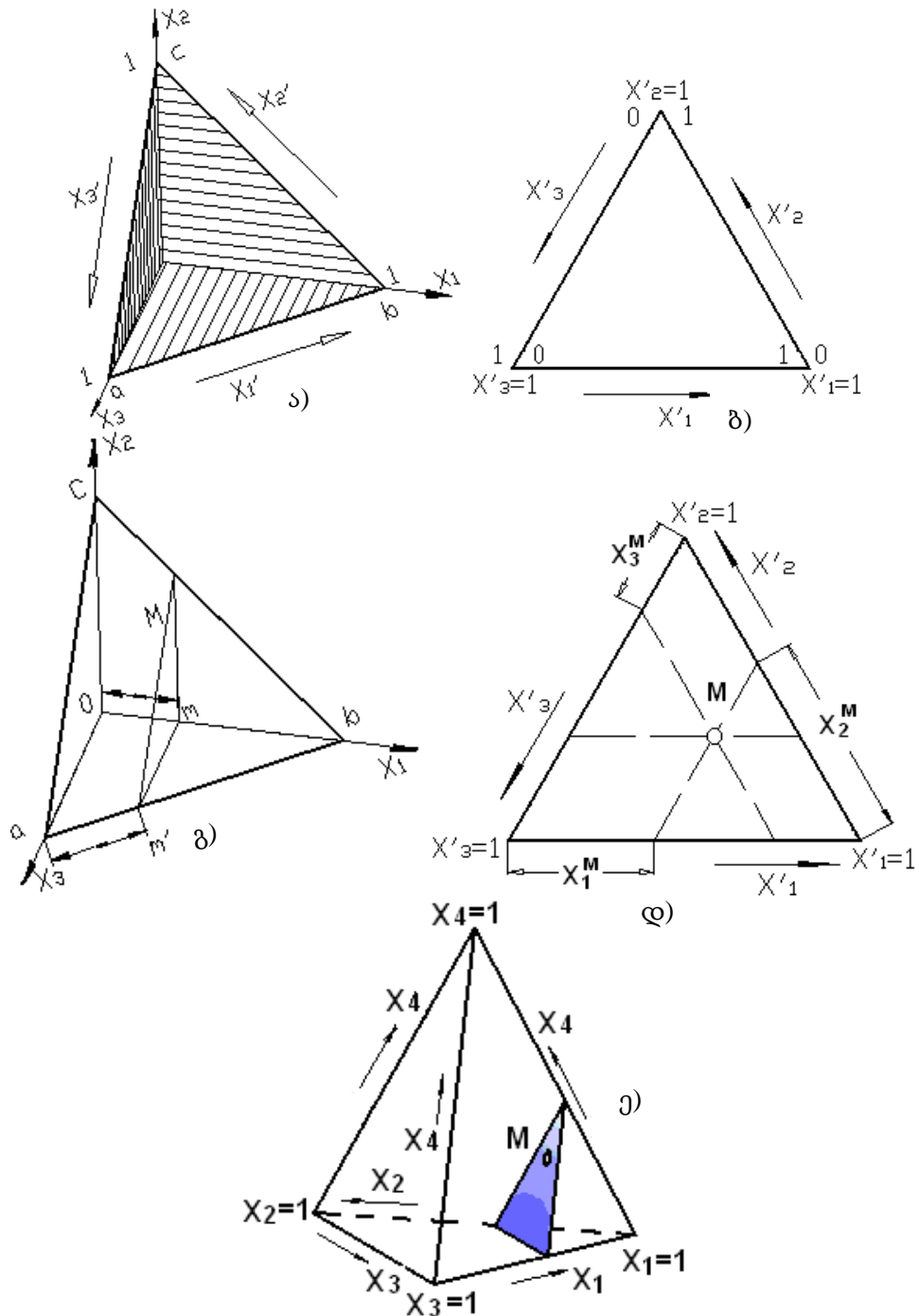
$$x_1 + x_2 + \dots + x_q = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, q) \quad (1.1)$$

(1.1) პირობის დამაკმაყოფილებელი წერტილების გეომეტრიულ ადგილს წარმოადგენს (q-1) განზომილებიანი წესიერი სიმპლექსი (q=3–ისთვის სამკუთხედი, q=4–ისთვის ტეტრაედრი (ნახ. 1) და ა. შ). ასეთი სიმპლექსის თითოეულ წერტილს შეესაბამება სრულიად განსაზღვრული შემადგენლობის ნარევი და პირიქით, x_i კომპონენტების ნებისმიერი ღონის ნაკრებს, რომელიც აკმაყოფილებს (1.1) პირობას, შეესაბამება სიმპლექსის განსაზღვრული წერტილი.

ამრიგად, შემდგომში შემადგენლობა–თვისებების დიაგრამის აგებისას საჭირო ხდება სიმპლექსის სახის ფაქტორული სივრცით ოპერირება, რომელშიც მიზანშეწონილი ხდება კომპონენტების კოორდინატების განსაზღვრა არა ჩვეულებრივ საკოორდინატო სისტემაში, არამედ სპეციალურში – სიმპლექსურში, რომელშიც თითოეული კომპონენტის პროპორცია გადაიზომება სიმპლექსის შესაბამისი წახნაგის (წიბოს) გასწვრივ.

ორ საკოორდინატო სისტემას შორის კავშირი – ჩვეულებრივსა და სამკუთხას შორის, სამკომპონენტიანი ნარევისათვის ილუსტრირებულია ნახ. 1–ზე. აქ პირველი კომპონენტის x_1 ფარდობითი შემცველობის ცვლილებას 0–დან 1–მდე x_1 ღერძის გასწვრივ (მონაკვეთის სიგრძიდან წილი, რომლის სიგრძე 1–ის ტოლია) შეესაბამება კოორდინატების $x'_1 (x'_1 = \sqrt{2} x_1)$ პროპორციული ცვლილება a წერტილიდან ab წახნაგის (წიბოს) გასწვრივ (სიგრძე $\sqrt{2}$). a წერტილში x_1 კომპონენტის შემცველობა

არის ნული, ხოლო b წერტილში 1, რაც ნიშნავს, რომ b წერტილში ნარევი შედგება მხოლოდ პირველი კომპონენტისაგან [23].



ნახ.1. სიმპლექსურ საკოორდინატო სისტემაზე გადასვლის ილუსტრაცია

უნდა აღვნიშნოთ, რომ 1-ის ტოლი სიგრძის ab მონაკვეთის x_1 წილი (ნაწილი) ტოლია $\sqrt{2}$ სიგრძის ab მონაკვეთის x'_1 წილის ($x'_1 = \sqrt{2}x_1$), ე. ი. ფარდობითი შემცველობა (პროპორცია) $x_1 = x'_1$. ამიტომ შემდგომში, სიმპლექსის განხილვისას ფორმულებში შტრიხს გამოვტოვებთ, აღვნიშნავთ

რა წახნაგებზე კომპონენტების ფარდობით შემცველობას უბრალოდ x_i –ის სახით.

ანალოგიურად, წერტილის გადაადგილებას x_2 საკოორდინატო ღერძის გასწვრივ საკოორდინატო სისტემის ცენტრიდან წერტილისაკენ, რომლის კოორდინატია $x_2=1$, შეესაბამება წერტილის პროპორციული გადაადგილება bc წახნაგის გასწვრივ b წერტილიდან, სადაც მეორე კოორდინატი არ არსებობს, c წერტილთან კი გვაქვს მხოლოდ მეორე კომპონენტი. სამკუთხა დიაგრამაზე (ნახ. 1. ბ) მესამე კომპონენტი გადაიზომება ca წიბოს გასწვრივ, დაწყებული მოცემული კომპონენტის ნულოვანი შემცველობის c წერტილიდან a წერტილამდე, სადაც $x_3=1$.

სამკომპონენტიანი ნარევის შემთხვევაში, ჩვეულებრივ საკოორდინატო სისტემაში ნარევის რაიმე M წერტილის შესაბამისი პირველი კომპონენტის პროპორციის განსაზღვრისათვის საკმარისია ავიღოთ x_3 ღერძზე om მონაკვეთი [20, 21], ხოლო სამკუთხა საკოორდინატო სისტემაში ეს იმის ანალოგიურია, რომ M წერტილზე გატარდეს x_3 (ca) წახნაგის პარალელური წრფე და ავიღოთ მონაკვეთი $x_1=am'$ (ნახ. 1. გ, დ).

M წერტილის მეორე კოორდინატის განსაზღვრისათვის, უბრალოდ ამ წერტილზე უნდა გავატაროთ x_1 წახნაგის პარალელური წრფე და ავიღოთ bc წახნაგზე მოკვეთილი x_2 მონაკვეთი. ანალოგიურად, მესამე კომპონენტის პროპორცია განისაზღვრება M წერტილზე x_2 წახნაგის პარალელური წრფის გატარებით (ნახ. 1. დ).

ოთხკომპონენტიანი სისტემის შემთხვევაში სამგანზომილებიანი სიმპლექსის – წესიერი ტეტრაედრის რაიმე M წერტილის შესაბამისი x_1 კოორდინატის განსაზღვრისათვის საჭიროა M წერტილზე გავატაროთ ტეტრაედრის ორგანზომილებიანი წახნაგის $x_2x_3x_4$ პარალელური სიბრტყე, რომლის წიბო პროპორციულია მესამე კომპონენტის x_3 და უნდა ავიღოთ ამ სიბრტყით x_1 ღერძზე წაკვეთილი x_1^M მონაკვეთი (ნახ. 1. ე).

1.2. სიმპლექს-გისოსური დაგეგმვა

ნარევთა თვისებების აღწერისათვის 3. შეფუთვებში შემოგვთავაზა არა n ხარისხის ჩვეულებრივი პოლინომები

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq q} b_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} b_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} b_{ijk} x_i x_j x_k + \dots + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq q} b_{i_1 i_2 \dots i_n} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n} \quad (1.2)$$

არამედ დაყვანილი პოლინომები, რომლებიც მიიღება (1.2)–დან დამოუკიდებელი ცვლადების ჯამის ნორმირების პირობის გათვალისწინებით (1.1). ასეთ შემთხვევაში მნიშვნელოვნად მცირდება კოეფიციენტების რაოდენობა. თუ q დამოუკიდებელი ცვლადის შემცველ n ხარისხის პოლინომს აქვს C_{q+n}^n კოეფიციენტი, დაყვანილ პოლინომს ექნება C_{q+n-1}^n , კოეფიციენტი.

მეორე ხარისხის პოლინომს ზოგად შემთხვევაში თუ აქვს სახე

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + \\ & + b_{23} x_2 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

დაყვანილ ფორმაში ნორმირების პირობის გათვალისწინებით

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \quad (1.4)$$

იგი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\hat{y} = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3. \quad (1.5)$$

დაყვანილ ფორმაზე (1.5) გადასვლის დროს b_0 მუდმივი წევრი (1.3) განტოლებიდან გამორიცხული იქნა (1.4) განტოლების ორივე მხარის b_0 -ზე გამრავლების გზით

$$b_0 x_1 + b_0 x_2 + b_0 x_3 = b_0 \quad (1.6)$$

და მიღებული შედეგების (1.3) განტოლებაში ჩასმით:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & (b_0 + b_1) x_1 + (b_0 + b_2) x_2 + (b_0 + b_3) x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + \\ & + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

(1.3) განტოლებიდან კვადრატული წევრების გამორიცხვა ხორციელდება (1.7) განტოლებაში x_1^2 , x_2^2 და x_3^2 სიდიდეების ნაცვლად შემდეგი მნიშვნელობების ჩასმით:

$$\begin{aligned}
x_1^2 &= x_1 - x_1x_2 - x_1x_3, \\
x_2^2 &= x_2 - x_1x_2 - x_2x_3, \\
x_3^2 &= x_3 - x_1x_3 - x_2x_3,
\end{aligned}
\tag{1.8}$$

რომლებიც მიიღება (1.4) განტოლების ორივე მხარის გამრავლებით შესაბამისად x_1 , x_2 და x_3 -ზე:

$$\begin{aligned}
\hat{y} &= (b_0 + b_1 + b_{11})x_1 + (b_0 + b_2 + b_{22})x_2 + (b_0 + b_3 + b_{33})x_3 + \\
&+ (b_{12} - b_{11} - b_{22})x_1x_2 + (b_{13} - b_{11} - b_{33})x_1x_3 + (b_{23} - b_{22} - b_{33})x_2x_3
\end{aligned}
\tag{1.9}$$

$\beta_1 = b_0 + b_1 + b_{11}$, $\beta_2 = b_0 + b_2 + b_{22}$ და ა. შ. აღნიშვნების შემოტანის შემდეგ (1.3) განტოლება მიიღებს (1.5) განტოლების სახეს.

q – განზომილებიან შემთხვევაში პირველი ხარისხის ($n=1$) პოლინომის

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq q} b_i x_i
\tag{1.10}$$

დაყვანილ ფორმაში

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i
\tag{1.11}$$

წარმოდგენა ხორციელდება b_0 თავისუფალი წევრის შემდეგნაირად ჩანაცვლებით

$$b_0 = b_0x_1 + b_0x_2 + \dots + b_0x_q
\tag{1.12}$$

მეორე ხარისხის ($n=2$) პოლინომის

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq q} b_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} b_{ij} x_i x_j
\tag{1.13}$$

დაყვანილ ფორმაში

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j
\tag{1.14}$$

წარმოდგენისათვის, (1.12) ჩასმის გარდა ხორციელდება, აგრეთვე $b_{ii}x_i^2$ წევრებში x_i^2 სიდიდის შემდეგი სიდიდით ჩანაცვლება

$$x_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^q x_i x_j.
\tag{1.15}$$

ხოლო მესამე ხარისხის ($n=3$) პოლინომის

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq q} b_i x_i + \sum_{1 \leq i \leq j \leq q} b_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i \leq j \leq k \leq q} b_{ijk} x_i x_j x_k \quad (1.16)$$

დაყვანილ ფორმაში

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \gamma_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijk} x_i x_j x_k \quad (1.17)$$

წარმოდგენისათვის (1.12) და (1.15) ჩასმების გარდა უნდა

განვახორციელოთ x_i^3 სიდიდის ჩანაცვლება შემდეგი სიდიდით:

$$x_i - \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^q \left[3x_i x_j + x_i x_j (x_i - x_j) - \sum_{k=1}^q x_i x_j x_k \right] \quad (1.18)$$

და $x_s^2 x_t$ სიდიდის ($b_{ij} x_i^2 x_j$ და $b_{ijj} x_i x_j^2$ წევრებში $i < j$ -სათვის)

ჩანაცვლებით შემდეგი სიდიდით

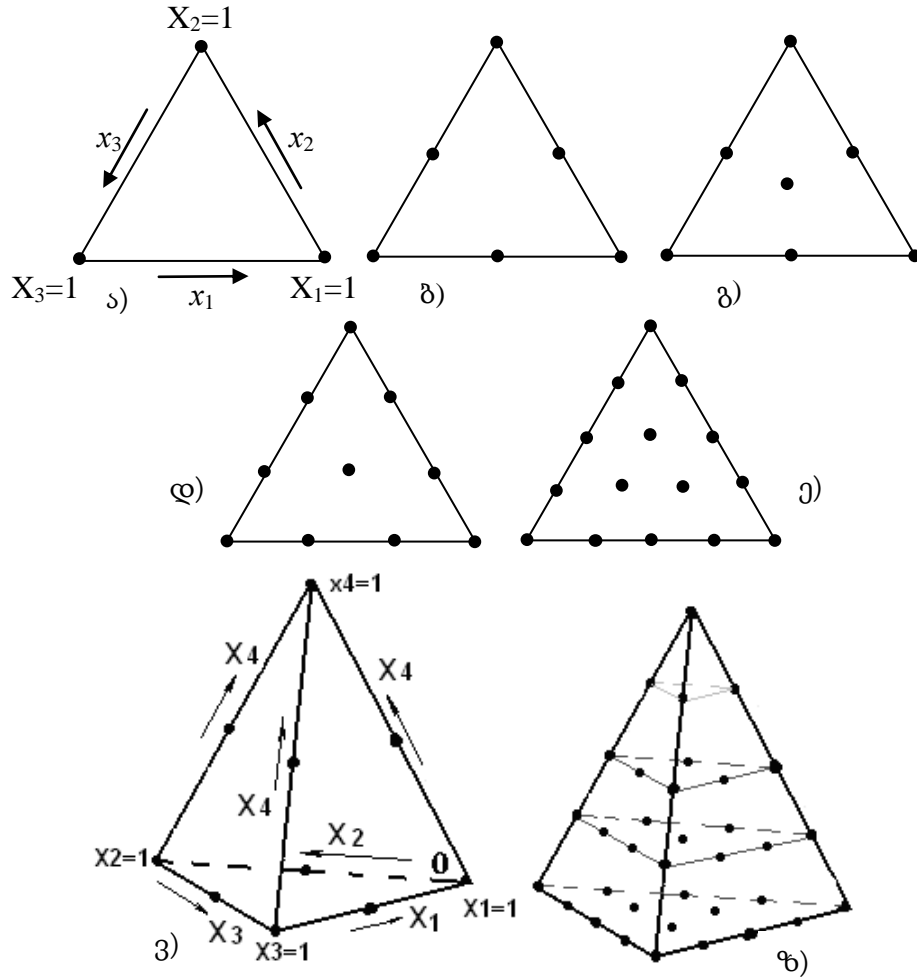
$$\frac{1}{2} \left[x_s x_t + x_s x_t (x_s - x_t) - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq s, t}}^q x_s x_t x_k \right], \quad (s \neq t). \quad (1.19)$$

(1.14) და (1.17) განტოლებებში β_{ij} კოეფიციენტების რიცხვი ტოლია $q(q-1)/2$, ხოლო γ_{ij} კოეფიციენტების რაოდენობა იგივეა რაც β_{ijk} კოეფიციენტების რაოდენობა (1.17)-ში და ტოლია $q(q-1)(q-2)/6$.

n ხარისხის დაყვანილი პოლინომის C_{q+n-1}^n კოეფიციენტების შეფასებისათვის შემოთავაზებულია გეგმები, რომლებიც უზრუნველყოფენ ექსპერიმენტული წერტილების თანაბარ გაფანტვას $(q-1)$ განზომილებიან სიმპლექსში $\{q, n\}$ სიმპლექს-გისოსის კვანძებში ცდების რეალიზაციის გზით.

$\{q, n\}$ სიმპლექსურ გისოსში თითოეული ფაქტორისათვის გამოიყენება $n+1$ თანაბრად განაწილებული მნიშვნელობები 0-დან 1-მდე ($x_i=0, 1/n, 2/n, \dots, 1$) და მათი ყველა შესაძლო კომბინაცია. ასე მაგალითად, კვადრატული გისოსისათვის ($\{q, 2\}$), რომელიც უზრუნველყოფს გამოძახილის ზედაპირის მიახლოებას მეორე ხარისხის პოლინომთან ($n=2$), გამოყენებული უნდა იქნეს ყოველი ფაქტორისათვის შემდეგი მნიშვნელობები: 0, 1/2 და 1, კუბურისათვის ($n=3$) – 0, 1/3, 2/3 და 1 და ა. შ.

ზოგიერთი $\{q,n\}$ -გისოსი ნაჩვენებია ნახ. 2-ზე. სახელდობრ, $q=3$ -ის დროს: წრფივი (იხ. ნახ. 2, ა), კვადრატული (იხ. ნახ. 2, ბ), არასრულ-კუბური (იხ. ნახ. 2, გ), კუბური (იხ. ნახ. 2, დ) და მეოთხე ხარისხის (იხ. ნახ. 2, ე); $q=4$ -ის დროს: კვადრატული (იხ. ნახ. 2, ვ) და კუბური (იხ. ნახ. 2, ზ).



ნახ. 2. ზოგიერთი $\{q,n\}$ -გისოსი

ამ გეგმების ანალიზით ადვილია შევნიშნოთ, რომ თითოეული მათგანი წარმოადგენს თანმიმდევრულად აგებულს (კომპოზიციურს). არასრულ-კუბური გისოსი მიიღება კვადრატულზე მხოლოდ ერთი წერტილის დამატებით სიმპლექსის სიმძიმის ცენტრში. ამ წერტილის კოორდინატები იქნება $1/3, 1/3, 1/3$. არასრულ-კუბური გისოსის მონაცემები გამოიყენება კუბურ და მეოთხე ხარისხის გისოსებში.

სიმპლექს-გისოსის ექსპერიმენტული წერტილების რაოდენობა, q და n კომპონენტების რაოდენობიდან გამომდინარე, ჩვეულებრივ გამოითვლება ფორმულით:

$$k = C_{q+n-1}^n = \frac{(q+n-1)!}{n!(q-1)!} = \frac{q(q+1)\dots(q+n-1)}{1 \cdot 2 \dots n} \quad (1.20)$$

როგორც ჩანს, ტოლია n რიგის დაყვანილი პოლინომის კოეფიციენტების რაოდენობის. გამონაკლისს წარმოადგენს მხოლოდ ეგრეთწოდებული არასრულ-კუბური გისოსები, რომელთა ექსპერიმენტული წერტილების რაოდენობა

$$k = \frac{q(q+1)}{2} + \frac{q(q-1)(q-2)}{6} \quad (1.21)$$

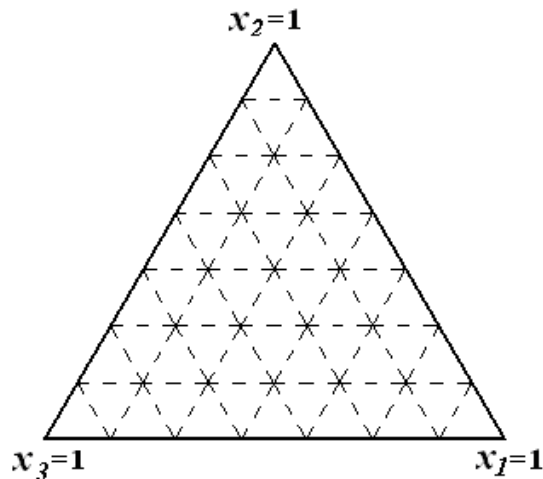
ტოლია არასრული კუბური განტოლების (1.22) კოეფიციენტების რაოდენობის

$$y = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijk} x_i x_j x_k \quad (1.22)$$

ჩვეულებრივი პოლინომების ნაცვლად დაყვანილის გამოყენება საშუალებას იძლევა, რომ შემცირდეს ცდების რაოდენობა, რადგანაც ამ შემთხვევაში რეგრესიული განტოლების უფრო ნაკლები რაოდენობის კოეფიციენტებია შესაფასებელი

$$C_{q+n}^n - C_{q+n-1}^n = C_{q+n-1}^q, \quad (1.23)$$

რაც მეტია q და n , მით მეტია შემცირებული ცდების რაოდენობა.



ნახ. 3. გისოსებს შორის კავშირის ილუსტრაცია სხვადასხვა რიგისათვის

სხვადასხვა n ხარისხის გისოსებს შორის ფიქსირებული q დროს არსებობს სრულიად განსაზღვრული კავშირი. სახელდობრ, n -ური ხარისხის გისოსის შიდა ნაწილი წარმოადგენს $m=n-q$ ხარისხის გისოსს. მაგალითად, თუ $q=3$, მაშინ მეშვიდე ხარისხის სიმპლექსური ბადის შიდა

ნაწილი იქნება მეოთხე ხარისხის (ნახ. 3). ამ უკანასკნელის შიდა ნაწილი კი, თავის მხრივ, წარმოადგენს პირველი ხარისხის გისოსს.

თუ ამოვწერთ სიმლექსური გისოსის წერტილების კოორდინატებს, მივიღებთ ექსპერიმენტის გეგმას. ცდების რეალიზაციის რეზულტატები გეგმის თანახმად ეთანხმება გამომდახილების სვეტს და აღნიშნება γ^0 -ით. γ^0 -ში იგულისხმება როგორც ცალკეული განსაზღვრა, ასევე რამოდენიმე განსაზღვრის საშუალო.

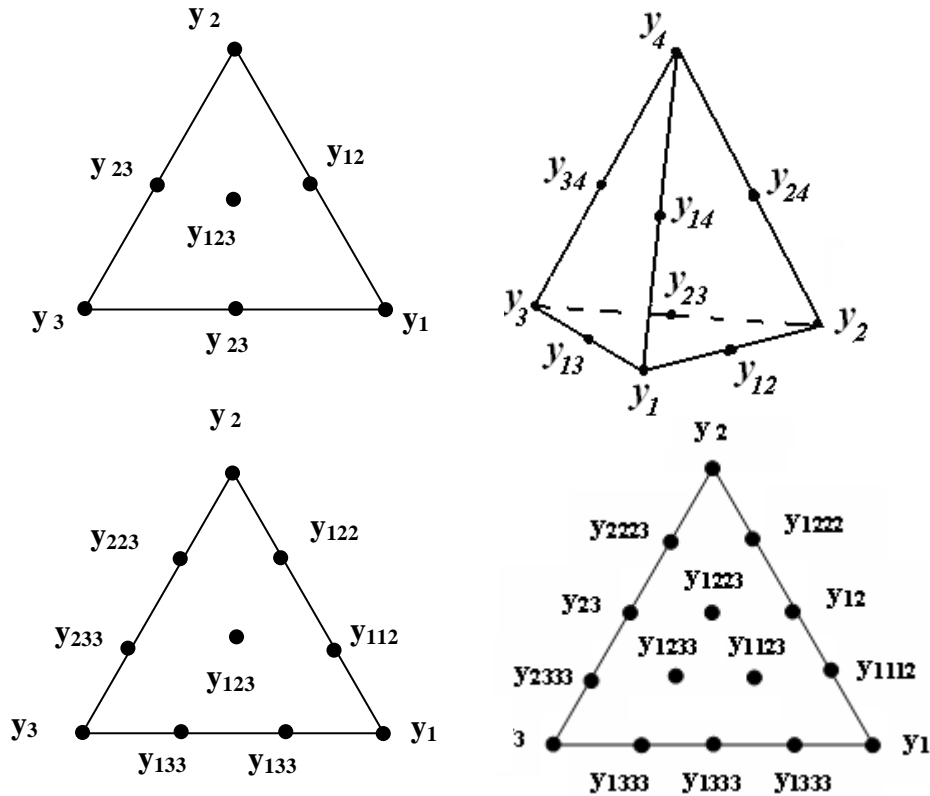
სიმპლექს-გისოსის წერტილებში გამომდახილის ტერმინალებზე დაყვანილი პოლინომის კოეფიციენტების გამოსათვლელად, მოსახერხებელია შემოვიღოთ ამ გამომდახილებისათვის სპეციალური აღნიშვნები (მაგალითად ნახ. 4).

თავისუფალი კომპონენტისათვის გამომდახილი (სიმპლექსის წვერო, ე. ი. წერტილი კოორდინატებით $((0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0))$ აღვნიშნოთ y_i^0 -ით, გამომდახილი 1:1 ბინარული ნარევის i და j კომპონენტებისათვის – $y_{ij}^0 (i < j)$, გამომდახილი 1:1:1 სამმაგი ნარევის i, j, k კოეფიციენტებისათვის – $y_{ijk}^0 (i < j < k)$, გამომდახილი 2:1 და 1:2 ბინარული ნარევის i და j შესაბამისად y_{ij}^0 და $y_{ijj}^0 (i < j)$ ა. შ.

ზოგადი სახით γ^0 გამომდახილის ინდექსებში გათვალისწინებულია, რომ: ა) მათი საერთო რაოდენობა ტოლი იყოს წილადის მნიშვნელის (ე. ი. მიუთითებდეს გეგმის ტიპზე); ბ) არაერთნაირი ინდექსების რიცხვი მიუთითებს ნაერთის შემადგენელი კომპონენტების რაოდენობას; გ) ინდექსში ერთნაირი ციფრების რაოდენობა უჩვენებს ფარდობით პროპორციას.

მაგალითად, აღნიშვნაში y_{1123}^0 გამომდახილის ოთხი ინდექსი მიუთითებს წერტილების კომბინაციის გამოყენებაზე, რომელთაც გააჩნიათ კოორდინატი $\frac{1}{4} \cdot i (i=0, 1, 2, 3, 4)$, ანუ ($n=4$) გისოსის რიგი; სამი სხვადასხვა ინდექსი მიუთითებს სამკომპონენტო სისტემაზე $1/2$ პროპორციით 1

კომპონენტისათვის ($1/4+1/4$ – ინდექს 1-ის ორჯერადი გამეორება) და $1/4$ ყოველი 2 და 3 კომპონენტისათვის.



ნახ. 4. სიმპლექს-გისოსის წერტილებში ამოძახილების აღნიშვნა

1.3. დაყვანილ პოლინომებში კოეფიციენტების შეფასება

დაყვანილი პოლინომების β კოეფიციენტები, რომლებიც განსაზღვრულია C_{q+n-1}^n განტოლების დამოუკიდებელი ფარდობითი გამოძახილებით, წარმოადგენენ გამოძახილების წრფივ კომბინაციებს, სიმპლექს-გისოსის დასაკვირვებელ წერტილებში.

მაგალითად, $x_1=0, \dots, x_i=1, \dots, x_q=0$ კომბინაციისათვის (როგორც ცნობილია, მოცემული კომბინაციის შესაბამისი გამოძახილი გამოისახება y_i^0) (1.14) და (1.17) განტოლებები მიიღებს სახეს:

$$y_i^0 = \beta_i \quad (1.24)$$

მაშასადამე, β_i კოეფიციენტები აღმოჩნდება i -ური თავისუფალი კომპონენტების გამოძახილების ტოლი.

{q,2} სიმპლექს-გისოსის გეგმის β_{ij} კოეფიციენტების გამოსათვლელად (1.14)-ში ჩავსვათ ფაქტორების დონეების კომბინაციები $x_i=x_j=1/2$, ხოლო დანარჩენი კოორდინატები – ნულის ტოლი. ასეთი ჩასმის შედეგად მივიღებთ განტოლებას:

$$y_{ij}^0 = \frac{1}{2}\beta_i + \frac{1}{2}\beta_j + \frac{1}{4}\beta_{ij} \quad (1.25)$$

აქედან (1.24)-ის გათვალისწინებით β_{ij} -თვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$\beta_{ij} = 4y_{ij}^0 - 2y_i^0 - 2y_j^0 \quad (1.26)$$

სამივე წერტილი, რომლებიც განსაზღვრავენ β_{ij} კოეფიციენტს, მდებარეობს ერთ წიბოზე (იხ. ნახ. 2. ბ).

{q,3} სიმპლექს-გისოსური გეგმის β_{ij} კოეფიციენტების გამოსათვლელად (1.17)-ში თავდაპირველად ჩავსვათ $x_i=2/3$ და $x_j=1/3$, ხოლო შემდეგ – $x_i=1/3$ და $x_j=2/3$, რის შედეგადაც (1.17) განტოლება შესაბამისად მიიღებს სახეს:

$$y_{iij}^0 = \frac{2}{3}\beta_i + \frac{1}{3}\beta_j + \frac{2}{9}\beta_{ij} + \frac{2}{27}\gamma_{ij} \quad (1.27)$$

და

$$y_{ijj}^0 = \frac{1}{3}\beta_i + \frac{2}{3}\beta_j + \frac{2}{9}\beta_{ij} - \frac{2}{27}\gamma_{ij} \quad (1.28)$$

შევკრიბოთ მიღებული განტოლებები. (1.24)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\beta_{ij} = \frac{9}{4}(y_{iij}^0 + y_{ijj}^0 - y_i^0 - y_j^0) \quad (1.29)$$

(1.27)-დან (1.28)-ის გამოკლებით მივიღებთ γ_{ij} კოეფიციენტის გამოსათვლელ გამოსახულებას:

$$\gamma_{ij} = \frac{9}{4}(3y_{iij}^0 - 3y_{ijj}^0 - y_i^0 + y_j^0) \quad (1.30)$$

ოთხივე წერტილი, რომლებიც განსაზღვრავენ β_{ij} და γ_{ij} კოეფიციენტებს, ასევე მდებარეობს ერთ წიბოზე (ნახ. 2. დ).

(1.17)–ში ჩავსვათ $x_i = x_j = x_k = 1/3$ და შესაბამისი გამოძახილი აღვნიშნოთ y_{ijk}^0 ($i < j < k$), (1.24) გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\beta_{ijk} = 27y_{ijk}^0 - 9(y_i^0 + y_j^0 + y_k^0) - 3(\beta_{ik} + \beta_{ij} + \beta_{jk}) \quad (1.31)$$

(1.31)–ში (1.26) გამოსახულების ჩასმა საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ β_{ijk} კოეფიციენტის, როგორც არასრულ–კუბური ზადის გამოძახილის ფუნქცია:

$$\beta_{ijk} = 27y_{ijk}^0 - \frac{4}{3}(y_{ij}^0 + y_{ik}^0 + y_{jk}^0) - 3(y_i^0 + y_j^0 + y_k^0) \quad (1.32)$$

ხოლო (1.29) გამოსახულების გათვალისწინებით (1.31)–დან შეიძლება მივიღოთ i, j და k კომპონენტებიანი სამმაგი სინერგიზმის ეგრეთწოდებული კუბური კოეფიციენტების შეფასებისათვის გამოსახულება:

$$\beta_{ijk} = 27y_{ijk}^0 - \frac{27}{4}(y_{ij}^0 + y_{ij}^0 + y_{ik}^0 + y_{ik}^0 + y_{jk}^0 + y_{jk}^0) + \frac{9}{2}(y_i^0 + y_j^0 + y_k^0) \quad (1.33)$$

ზემოხსენებულის გათვალისწინებით $n \leq 4$ ხარისხის დაყვანილი პოლინომების კოეფიციენტების გამოსათვლელად ფორმულებს ექნება სახე:

I. პირველი რიგის მოდელი

ა) სამკომპონენტიანი ნარევისათვის:

$$\hat{y} = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3, \quad (1.34)$$

სადაც $\beta_1 = y_1^0, \beta_2 = y_2^0, \beta_3 = y_3^0$;

ბ) q – კომპონენტიანი ნარევისათვის:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i, \quad (1.35)$$

სადაც $\beta_i = y_i^0$.

II. მეორე რიგის მოდელი

ა) სამკომპონენტიანი ნარევისათვის:

$$\hat{y} = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3, \quad (1.36)$$

სადაც $\beta_1 = y_1^0, \beta_2 = y_2^0, \beta_3 = y_3^0$

$$\beta_{12} = 4y_{12}^0 - 2y_1^0 - 2y_2^0,$$

$$\beta_{13} = 4y_{13}^0 - 2y_1^0 - 2y_3^0,$$

$$\beta_{23} = 4y_{23}^0 - 2y_2^0 - 2y_3^0;$$

ბ) q-კომპონენტური წარმართვის:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j \quad (1.37)$$

სადაც $\beta_i = y_i^0, \beta_{ij} = 4y_{ij}^0 - 2y_i^0 - 2y_j^0.$

III. არასრული კუბური მოდელი

ა) სამკომპონენტური წარმართვის:

$$\hat{y} = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3, \quad (1.38)$$

სადაც $\beta_1 = y_1^0, \beta_2 = y_2^0, \beta_3 = y_3^0,$

$$\beta_{12} = 4y_{12}^0 - 2y_1^0 - 2y_2^0, \beta_{13} = 4y_{13}^0 - 2y_1^0 - 2y_3^0, \beta_{23} = 4y_{23}^0 - 2y_2^0 - 2y_3^0,$$

$$\beta_{123} = 27y_{123}^0 - 12(y_{12}^0 + y_{13}^0 + y_{23}^0) + 3(y_1^0 + y_2^0 + y_3^0);$$

ბ) q-კომპონენტური წარმართვის:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijk} x_i x_j x_k, \quad (1.39)$$

სადაც $\beta_i = y_i^0, \beta_{ij} = 4y_{ij}^0 - 2y_i^0 - 2y_j^0,$

$$\beta_{ijk} = 27y_{ijk}^0 - 12(y_{ij}^0 + y_{ik}^0 + y_{jk}^0) + 3(y_i^0 + y_j^0 + y_k^0).$$

IV. მესამე რიგის მოდელი

ა) სამკომპონენტური წარმართვის:

$$\hat{y} = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \gamma_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2) +$$

$$+ \gamma_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3) + \gamma_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3) + \beta_{123} x_1 x_2 x_3, \quad (1.40)$$

სადაც $\beta_1 = y_1^0, \beta_2 = y_2^0, \beta_3 = y_3^0$

$$\beta_{12} = \frac{9}{4}(y_{112}^0 + y_{122}^0 - y_1^0 - y_2^0),$$

$$\beta_{13} = \frac{9}{4}(y_{113}^0 + y_{133}^0 - y_1^0 - y_3^0),$$

$$\beta_{23} = \frac{9}{4}(y_{223}^0 + y_{233}^0 - y_2^0 - y_3^0),$$

$$\gamma_{12} = \frac{9}{4}(3y_{112}^0 - 3y_{122}^0 - y_1^0 + y_2^0),$$

$$\begin{aligned}\gamma_{13} &= \frac{9}{4}(3y_{113}^0 - 3y_{133}^0 - y_1^0 + y_3^0), \\ \gamma_{23} &= \frac{9}{4}(3y_{223}^0 - 3y_{233}^0 - y_2^0 + y_3^0), \\ \beta_{123} &= 27y_{123}^0 - \frac{27}{4}(y_{112}^0 + y_{122}^0 + y_{133}^0 + y_{223}^0 + y_{233}^0) + \frac{9}{2}(y_1^0 + y_2^0 + y_3^0)\end{aligned}$$

ბ) q-კომპონენტური წარმართვის:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \gamma_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijk} x_i x_j x_k, \quad (1.41)$$

სადაც $\beta_i = y_i^0$,

$$\begin{aligned}\beta_{ij} &= \frac{9}{4}(y_{ij}^0 + y_{ijj}^0 - y_i^0 - y_j^0), \quad \gamma_{ij} = \frac{9}{4}(3y_{ij}^0 - 3y_{ijj}^0 - y_i^0 + y_j^0), \\ \beta_{ijk} &= 27y_{ijk}^0 - \frac{27}{4}(y_{ijj}^0 + y_{ijj}^0 + y_{iik}^0 + y_{ikk}^0 + y_{jjk}^0 + y_{jkk}^0) + \frac{9}{2}(y_i^0 + y_j^0 + y_k^0)\end{aligned}$$

V. მეოთხე რიგის მოდელი

ა) სამკომპონენტური წარმართვის:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \gamma_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2) + \\ &+ \gamma_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3) + \gamma_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3) + \delta_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2)^2 + \delta_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3)^2 + \\ &+ \delta_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3)^2 + \beta_{1123} x_1^2 x_2 x_3 + \beta_{1223} x_1 x_2^2 x_3 + \beta_{1233} x_1 x_2 x_3^2,\end{aligned} \quad (1.42)$$

სადაც $\beta_1 = y_1^0, \beta_2 = y_2^0, \beta_3 = y_3^0$,

$$\begin{aligned}\beta_{12} &= 4y_{12}^0 - 2y_1^0 - 2y_2^0 \text{ და ა. შ.}, \\ \gamma_{12} &= \frac{8}{3}(-y_1^0 + 2y_{1112}^0 - 2y_{1222}^0 + y_2^0), \\ \gamma_{13} &= \frac{8}{3}(-y_1^0 + 2y_{1113}^0 - 2y_{1333}^0 + y_3^0), \\ \gamma_{23} &= \frac{8}{3}(-y_2^0 + 2y_{2223}^0 - 2y_{2333}^0 + y_3^0), \\ \delta_{12} &= \frac{8}{3}(-y_1^0 + 4y_{1112}^0 - 6y_{12}^0 + 4y_{1222}^0 - y_2^0), \\ \delta_{13} &= \frac{8}{3}(-y_1^0 + 4y_{1113}^0 - 6y_{13}^0 + 4y_{1333}^0 - y_3^0), \\ \delta_{23} &= \frac{8}{3}(-y_2^0 + 4y_{2223}^0 - 6y_{23}^0 + 4y_{2333}^0 - y_3^0), \\ \beta_{1123} &= 32(3y_{1123}^0 - y_{1223}^0 - y_{1233}^0) + \frac{8}{3}(6y_1^0 - y_2^0 - y_3^0) - \\ &- 16(y_{12}^0 + y_{13}^0) - \frac{16}{3}(5y_{1112}^0 + 5y_{1113}^0 - 3y_{1222}^0 - 3y_{1333}^0 - y_{2223}^0 - y_{2333}^0)\end{aligned}$$

$$\beta_{1223} = 32(3y_{1223}^0 - y_{1123}^0 - y_{1233}^0) + \frac{8}{3}(6y_2^0 - y_1^0 - y_3^0) -$$

$$-16(y_{12}^0 + y_{23}^0) - \frac{16}{3}(5y_{1222}^0 + 5y_{2223}^0 - 3y_{1112}^0 - 3y_{2333}^0 - y_{1113}^0 - y_{1333}^0),$$

$$\beta_{1233} = 32(3y_{1233}^0 - y_{1123}^0 - y_{1223}^0) + \frac{8}{3}(6y_3^0 - y_1^0 - y_2^0) -$$

$$-16(y_{13}^0 + y_{23}^0) - \frac{16}{3}(5y_{1333}^0 + 5y_{2333}^0 - 3y_{1113}^0 - 3y_{2223}^0 - y_{1112}^0 - y_{1222}^0);$$

ბ) q – კომპონენტის ნარევისათვის:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \gamma_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \delta_{ij} x_i x_j (x_i - x_j)^2 +$$

$$+ \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijk} x_i^2 x_j x_k + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijjk} x_i x_j^2 x_k +$$

$$+ \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijkk} x_i x_j x_k^2 + \sum_{1 \leq i < j < k \leq q} \beta_{ijkl} x_i x_j x_k x_l, \quad (1.43)$$

სადაც $\beta_i = y_i^0$, $\beta_{ij} = 4y_{ij}^0 - 2y_i^0 - 2y_j^0$,

$$\gamma_{ij} = \frac{8}{3}(-y_i^0 + 2y_{iij}^0 - 2y_{ijj}^0 + y_j^0),$$

$$\delta_{ij} = \frac{8}{3}(-y_i^0 + 4y_{iij}^0 - 6y_{ij}^0 + 4y_{ijj}^0 - y_j^0),$$

$$\beta_{ijk} = 32(3y_{ijk}^0 - y_{ijk}^0 - y_{ijk}^0) + \frac{8}{3}(6y_i^0 - y_j^0 - y_k^0) - 16(y_{ij}^0 + y_{ik}^0) -$$

$$- \frac{16}{3}(5y_{iij}^0 + 5y_{iik}^0 - 3y_{ijj}^0 - 3y_{ikk}^0 - y_{ijjk}^0 - y_{jkkk}^0),$$

$$\beta_{ijjk} = 32(3y_{ijjk}^0 - y_{ijjk}^0 - y_{ijkk}^0) + \frac{8}{3}(6y_j^0 - y_i^0 - y_k^0) - 16(y_{ij}^0 + y_{jk}^0) -$$

$$- \frac{16}{3}(5y_{ijj}^0 + 5y_{ijjk}^0 - 3y_{iij}^0 - 3y_{jkkk}^0 - y_{iik}^0 - y_{ikk}^0),$$

$$\beta_{ijkk} = 32(3y_{ijkk}^0 - y_{ijjk}^0 - y_{ijjk}^0) + \frac{8}{3}(6y_k^0 - y_i^0 - y_j^0) -$$

$$- 16(y_{ik}^0 + y_{jk}^0) - \frac{16}{3}(5y_{ikk}^0 + 5y_{jkkk}^0 - 3y_{iik}^0 - 3y_{ijjk}^0 - y_{iij}^0 - y_{ijj}^0),$$

$$\beta_{ijkl} = 256y_{ijkl}^0 - 32(y_{iijk}^0 + y_{iijl}^0 + y_{iikl}^0 + y_{ijjk}^0 + y_{ijjl}^0 + y_{jjkl}^0 +$$

$$+ y_{ijkk}^0 + y_{ikk}^0 + y_{jkk}^0 + y_{ijll}^0 + y_{jkl}^0 + y_{ikll}^0) + \frac{32}{3}(y_{iij}^0 + y_{iik}^0 +$$

$$+ y_{iil}^0 + y_{ijj}^0 + y_{ijjk}^0 + y_{ijjl}^0 + y_{ikk}^0 + y_{jkkk}^0 + y_{kkkl}^0 + y_{iil}^0 + y_{jll}^0 + y_{kll}^0).$$

1.5. გეგმების ოპტიმალურობის კრიტერიუმები

გეგმების შეფასებისა და შედარებისათვის გამოიყენება ოპტიმალურობის მათემატიკური კრიტერიუმები, რომელთაც აკავშირებენ კოვარიაციული მატრიცის აღნაგობასთან ან ცდების ჩატარების ორგანიზაციასა და რიგთან.

გეგმის ოპტიმალურობის კრიტერიუმები და ექსპერიმენტის ორგანიზაციის ხერხები იყოფა ორ ძირითად ჯგუფად [7-15, 22].

პირველ ჯგუფში შედის რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან დაკავშირებული კრიტერიუმები. როგორც ცნობილია, რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასება ხორციელდება განტოლების მიხედვით, რომელიც გამოისახება მატრიცული ფორმით $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$, სადაც X – არის შესაბამისი დაგეგმვის მატრიცა; Y – ცდების რეზულტატების ვექტორ-სვეტი; $X^T X$ – ფიშერის ინფორმაციული მატრიცა; $(X^T X)^{-1}$ – კოვარიაციული მატრიცა (ჩვეულებრივ აღინიშნება M^{-1}).

აქ უნდა აღინიშნოს გეგმების ისეთი თვისებები, როგორცაა ორთოგონალურობა, A-, D-, E- ოპტიმალურობა და სხვა. ამ კრიტერიუმებს შეიძლება მიეცეს გეომეტრიული ინტერპრეტაცია b_0, b_1, \dots, b_k კოეფიციენტების სივრცეში. ამ კოეფიციენტების შეფასებები, როგორც ცნობილია, შემთხვევითი სიდიდეებია და ამდენად აქვთ გაფანტვა, რომელიც შეიძლება დახასიათდეს შეფასებების გაზნევის ელიფსოიდით. ელიფსოიდის ორიენტირება, ფორმა და მოცულობა მთლიანად ხასიათდება ექსპერიმენტის შერჩეული გეგმით, უფრო ზუსტად საინფორმაციო $A = X^T X$ ან $A^{-1} = (X^T X)^{-1}$ კოვარიაციული მატრიცის აღნაგობით.

A - ოპტიმალურობა. A - ოპტიმალურია (ინგლისური გამოთქმის average variance, ე. ი. საშუალო დისპერსია საწყისი ასოს მიხედვით) გეგმები, რომელთაც შეესაბამება კოვარიაციული მატრიცის კვალის (ე. ი. დიაგონალური ელემენტების ჯამის) $T_r(A^{-1})$ მინიმალური მნიშვნელობა. ვინაიდან კოვარიაციული მატრიცის დიაგონალზე იმყოფება კოეფიციენტების

შეფასებების დისპერსიები, A - ოპტიმალურობა უზრუნველყოფს ამ შეფასებების დისპერსიების ჯამის მინიმუმს მათი კოვარიაციების გათვალისწინების გარეშე. სხვანაირად რომ ვთქვათ, A - ოპტიმალური გეგმები საშუალებას გვაძლევენ მივიღოთ უცნობი კოეფიციენტების შეფასებები მინიმალური საშუალო დისპერსიით. ამ დროს გაბნევის ელიფსოიდს გააჩნია ღერძების სიგრძის კვადრატების მინიმალური ჯამი.

D - ოპტიმალურობა. D - ოპტიმალურია (ინგლისური სიტყვა determinant-ის ანუ მსაზღვრელის საწყისი ასოს მიხედვით) გეგმები, რომელთაც შეესაბამება კოვარიაციული $(X^T X)^{-1}$ მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელი ან საინფორმაციო $X^T X$ მატრიცის მაქსიმალური მსაზღვრელი. კოვარიაციული მატრიცის მსაზღვრელი გაბნევის ელიფსოიდის მოცულობის პროპორციულია. მაშასადამე, D - ოპტიმალური გეგმა მინიმუმამდე ამცირებს კოეფიციენტების შეფასებების გაბნევის ელიფსოიდის მოცულობას.

შიდილება შევადგინოთ გეგმები, რომლებიც უზრუნველყოფენ არა ყველა, არამედ კოეფიციენტების შეფასებათა მხოლოდ ნაწილის მინიმუმს. ასეთ გეგმებს წაკვეთილი D - ოპტიმალური გეგმები ეწოდება. ამ შემთხვევაში ხდება არა კოვარიაციული $(X^T X)^{-1}$ მატრიცის განსაზღვრა, არამედ ამ მატრიცის ჩვენთვის სასურველი პარამეტრების შესაბამისი ქვემატრიცის მსაზღვრელის მინიმიზაცია.

E - ოპტიმალურობა. E - ოპტიმალურია (ინგლისური გამოთქმის eigen value, ე. ი. საკუთარი მნიშვნელობა საწყისი ასოს მიხედვით) გეგმები, რომელთაც შეესაბამება კოვარიაციული $(X^T X)^{-1}$ მატრიცის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი მნიშვნელობა (მახასიათებელი რიცხვი) ანუ, რაც იგივეა, საინფორმაციო $X^T X$ მატრიცის უდიდესი მინიმალური საკუთარი რიცხვი. E - ოპტიმალური გეგმა მინიმუმამდე ამცირებს კოეფიციენტების შეფასებების გაბნევის ელიფსოიდის მაქსიმალური ღერძის სიგრძეს, ე. ი. არ აძლევს მას საშუალებას მიიღოს ძალიან გაწელილი ფორმა. სტატისტიკური თვალსაზრისით ეს კრიტერიუმები არ უშვებს, რომ კოეფიციენტების

ცალკეულ შეფასებებს ჰქონდეთ მეტად დიდი დისპერსიები და კოვარიაციები.

ორთოგონალურობა. გეგმა ორთოგონალურია, თუ მას შეესაბამება დიაგონალური კოვარიაციული ან საინფორმაციო მატრიცა. ორთოგონალური გეგმების შემთხვევაში კოეფიციენტების ყველა შეფასება არაკორელირებულია. რეგრესიის ყველა კოეფიციენტის ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი შეფასება საშუალებას გვაძლევს გავამარტივოთ ან გავართულოთ მოდელები კოეფიციენტების ნაწილის გამორიცხვით ან ახალი კოეფიციენტების დამატებით უკვე მოძებნილი კოეფიციენტების ხელახალი გაანგარიშების გარეშე. ამ კრიტერიუმის მიხედვით ოპტიმალური ექსპერიმენტის შედეგების დამუშავებისას გვჭირდება გამოთვლების მინიმალური რაოდენობა. გაბნევის ელიფსოიდი ისეა ორიენტირებული, რომ მისი მთავარი ღერძების მიმართულება ემთხვევა კოეფიციენტების სივრცეში საკოორდინატო ღერძების მიმართულებას.

მეორე ჯგუფის ოპტიმალურობის კრიტერიუმები განსაზღვრავენ აგებული მოდელით გამოძახილის მნიშვნელობათა წინასწარმეტყველების სიზუსტეს. ამ ჯგუფს მიეკუთვნება პირველ რიგში გეგმების ისეთი თვისებები, როგორცაა G- და Q- ოპტიმალურობა და სხვა.

G - ოპტიმალურობა. G - ოპტიმალურია (ინგლისური გამოთქმის general variance, ე. ი. საერთო დისპერსია) გეგმა უზრუნველყოფს ჩვენთვის Ω სასურველ არეში რეგრესიული განტოლებით წინასწარმეტყველების მაქსიმალურად შესაძლო დისპერსიის მინიმიზაციას, ე. ი.

$$\max_{\Omega} d(X, \xi) = \min_{\xi} \max_{\Omega} d(X, \xi),$$

სადაც $d(X, \xi) = f^T(X)A^{-1}(\xi)f(X)$. ამ კრიტერიუმის გამოყენებისას ექსპერიმენტატორი თავს იზღვევს წერტილებისაგან, რომელთაც გააჩნია გამოძახილის ფუნქციის შეფასების დაბალი სიზუსტე.

Q - ოპტიმალურობა. Q - ოპტიმალური გეგმით ხდება გარკვეულ Ω არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაცია

$$\int_{\Omega} d(X, \xi)dX = \min_{\Omega} \int_{\Omega} d(X, \xi)dX = \max_{\Omega} Q[A^{-1}(\xi)]$$

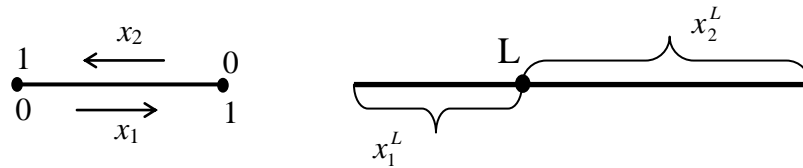
თავი 2. სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარევისათვის

2.1. პირველი, მეორე, არასრული, მესამე და მეოთხე რიგის არადეფორმირებადი სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარევისათვის

ჩვენ განვიხილეთ პირველი, მეორე, არასრული, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი, სამი, ოთხი და ხუთ კომპონენტის ნარევისათვის.

ორი გამოსაკვლევი კომპონენტის პროპორციების ყველა შესაძლო კომბინაციას შეესაბამება წერტილები, რომლებიც მდებარეობენ კონცენტრაციული მონაკვეთის წახნაგზე, რომელიც ნაჩვენებია ნახ. 5-ზე, ანუ წერტილები რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას:

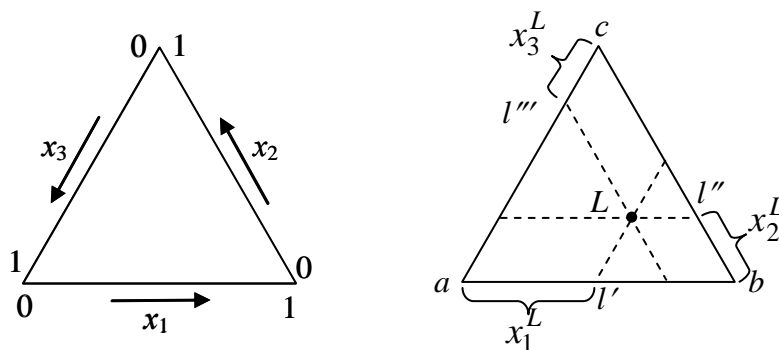
$$x_1 + x_2 = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2) \quad (2.1)$$



ნახ. 5. სიმპლექს კოორდინატა სისტემა მონაკვეთისათვის

სამი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის პროპორციების ყველა შესაძლო კომბინაციას შეესაბამება წერტილები, რომლებიც მდებარეობენ კონცენტრაციული სამკუთხედის საზღვრებზე და მის შიგნით, ნაჩვენებია ნახ. 6-ზე, ამასთან წერტილები აკმაყოფილებენ პირობას:

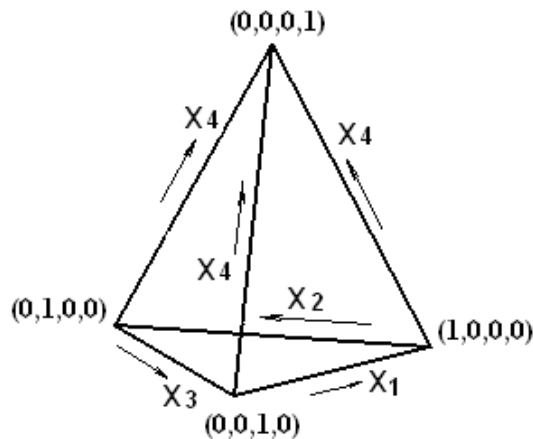
$$x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.2)$$



ნახ. 6. სიმპლექს (სამკუთხა) კოორდინატა სისტემა

ოთხი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის პროპორციების ყველა შესაძლო კომბინაციას შეესაბამება წერტილები, რომლებიც მდებარეობენ კონცენტრაციული პირამიდის საზღვრებზე და მის შიგნით, მოცემულია ნახ. 7-ზე, ამასთან წერტილები აკმაყოფილებენ პირობას:

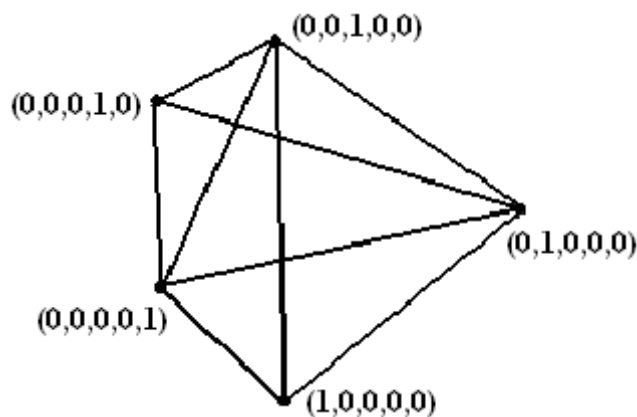
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2.3)$$



ნახ. 7. სიმპლექს (პირამიდა) კოორდინატთა სისტემა

ხოლო ხუთი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის პროპორციების ყველა შესაძლო კომბინაციას შეესაბამება წერტილები, რომლებიც მდებარეობენ კონცენტრაციული ფიგურის საზღვრებზე და მის შიგნით, რომლის ზუსტად გამოსახვაც შეუძლებელია (ნახ. 8), მაგრამ აქაც აუცილებლად შენარჩუნებულია პირობა:

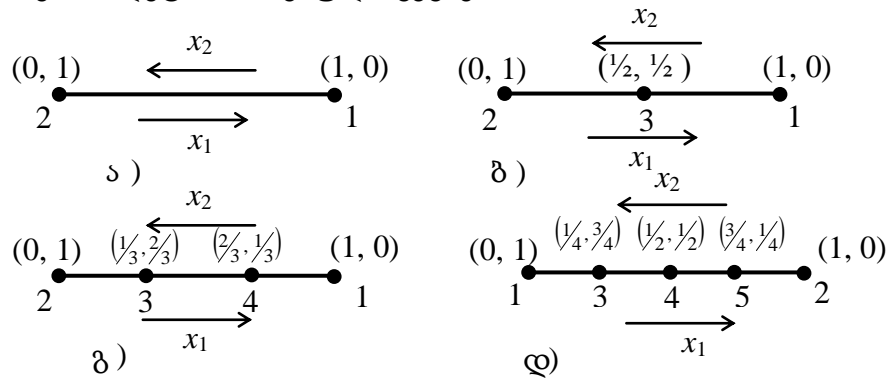
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (2.4)$$



ნახ. 8. სიმპლექს კოორდინატთა სისტემის ილუსტრაცია ხუთი კომპონენტისათვის

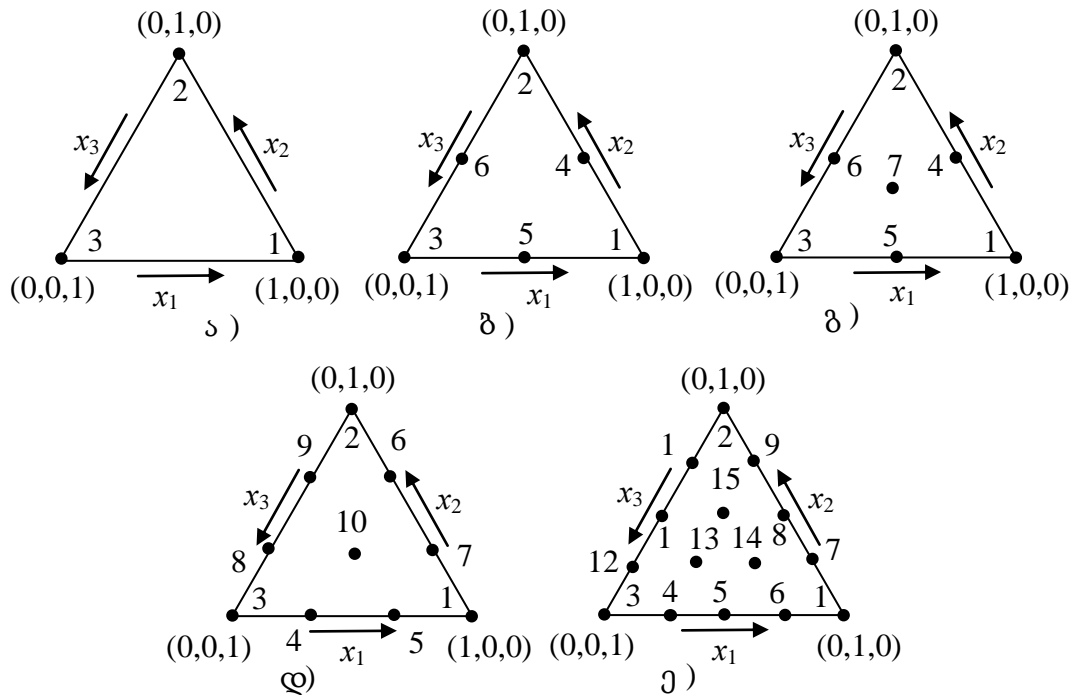
პირველი, მეორე, მესამე და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის მოითხოვს დაკვირვებას

გეგმის შემდეგ წერტილებში, რომლებიც გრაფიკულად გამოსახულია ნახ. 9 ა, ბ, გ, დ-ზე (არადეფორმირებული გეგმები)



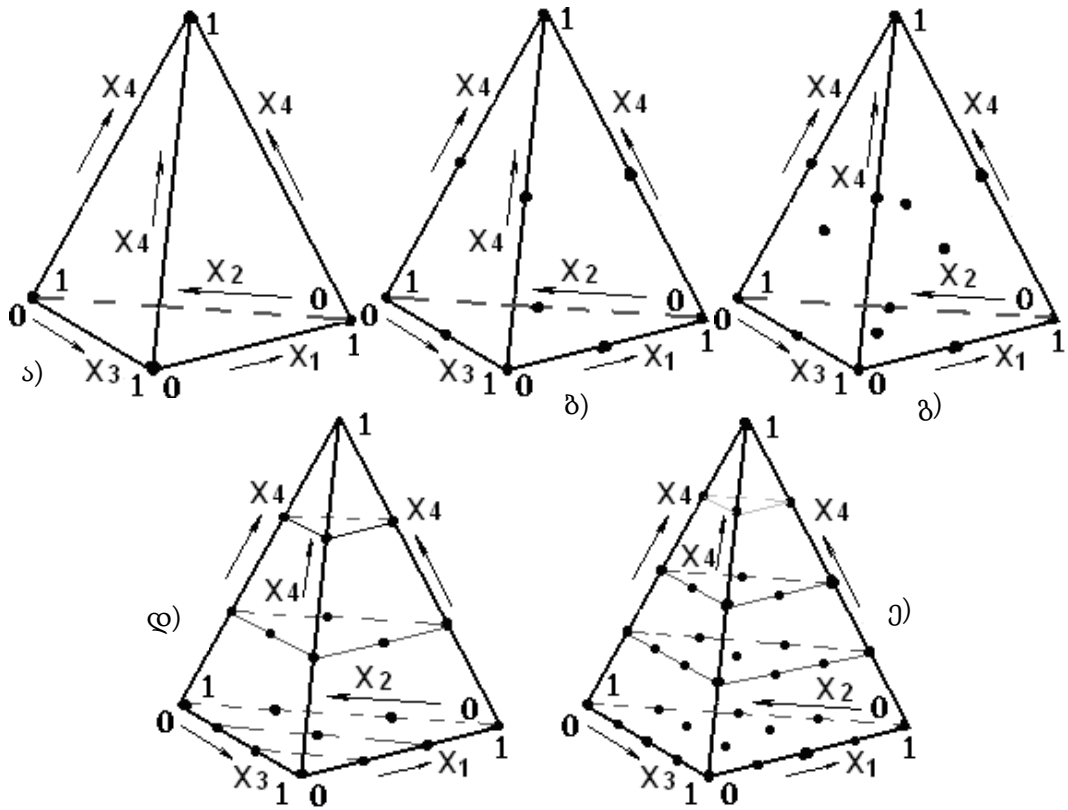
ნახ. 9. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე გ) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ორკომპონენტური ნარევისათვის

სამი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის საჭიროა დაკვირვება სამკუთხედის წერტილებში, რომელიც გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახ. 10 ა), ბ), გ), დ) და ე).



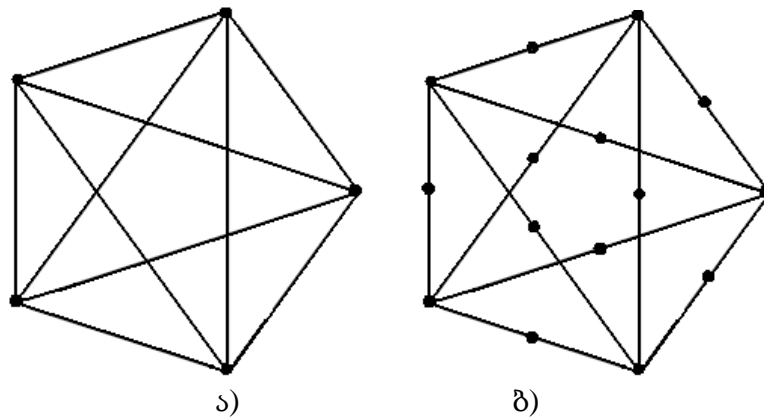
ნახ. 10. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე გ) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები სამკომპონენტური ნარევისათვის

ოთხი გამოსაკვლევი კომპონენტისათვის საჭიროა დაკვირვება პირამიდის წერტილებში, რომელიც გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახ. 11 ა), ბ), გ), დ) და ე).



ნახ. 11. პირველი ა) მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე გ) რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმები ოთხკომპონენტანი ნარევისათვის

ხუთი გამოსაკვლავი კომპონენტისათვის გეგმების გრაფიკული იმიტაცია გრაფიკულად ნაჩვენებია ნახ. 12-ზე.



ნახ. 12. პირველი ა) და მეორე ბ) რიგის გეგმების გრაფიკული იმიტაცია ხუთი საკვლავი კომპონენტის შემთხვევაში სიბრტყეზე

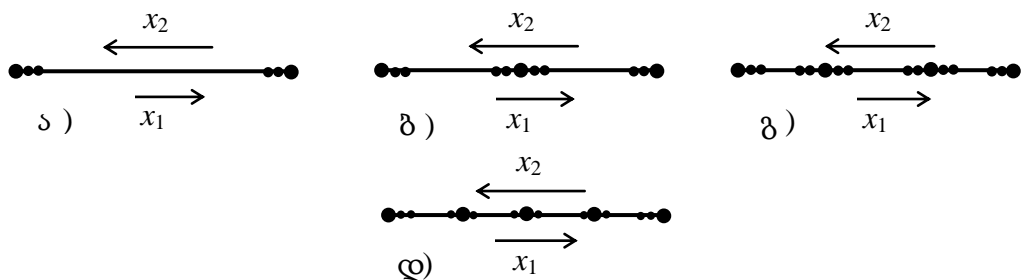
2.2. სიმპლექს-გისოსური გეგმების გამოკვლევა შეცდომების პირობებში

გეგმები კარგია თუ იდეალურად სრულდება კომპონენტების წილის განსაზღვრა, მაგრამ რეალურად ეს ასე ვერ ხერხდება. გეგმების რეალიზაციისას ნარევის ცალკეული კომპონენტების გაზომვა ხდება სხვადასხვა საზომი საშუალებებით (მაგალითად, სიზუსტის სხვადასხვა კლასის ანალიზური ან ტექნიკური სასწორი და. ა. შ), რომლებიც ჩვეულებრივ ხასიათდებიან განსაზღვრული ცდომილებებით, ამიტომ ზუსტი პროპორციების შენარჩუნება გეგმების შესაბამისად ვერ ხერხდება და გეგმები დეფორმირდება.

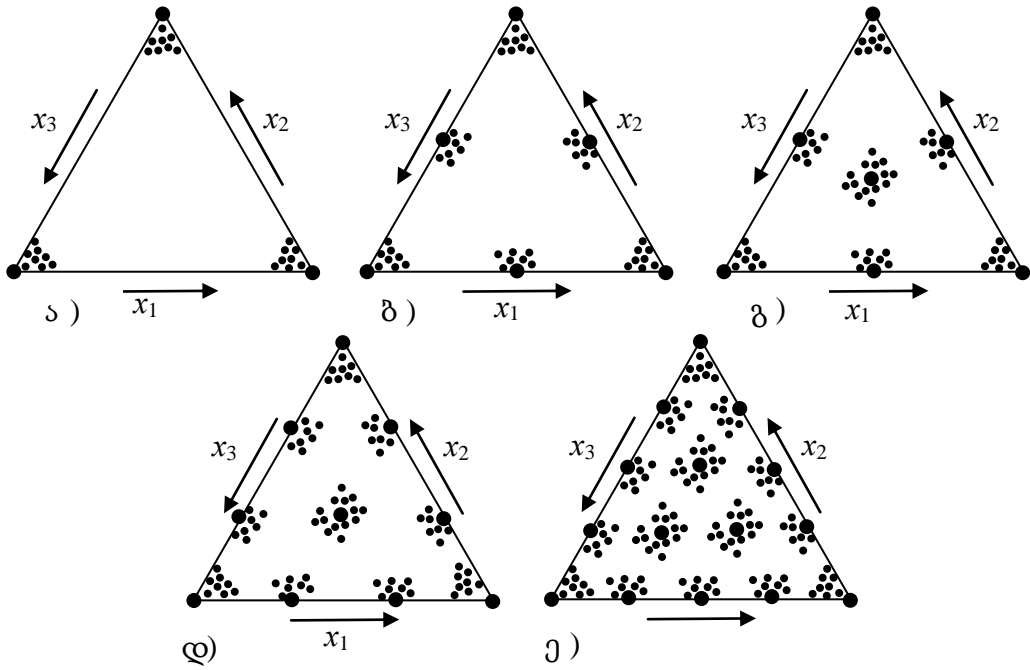
ამასთან, რაც უფრო დიდია საზომი საშუალებების ცდომილებები, მით უფრო მეტად დეფორმირდება გეგმები და შესაბამისად ოპტიმალურობის მახასიათებლები მით უფრო მეტად ირღვევა.

ზემოგანხილული სხვადასხვა რიგის სიმპლექს-გეგმების ოპტიმალურობის მნიშვნელოვანი კრიტერიუმების მნიშვნელობების ცვლილებაზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოსაკვლევად მოვახდინეთ ცდომილებების იმიტაცია და არადეფორმირებული გეგმების ყოველი წერტილის გარშემო მივიღეთ წერტილების ღრუბლები.

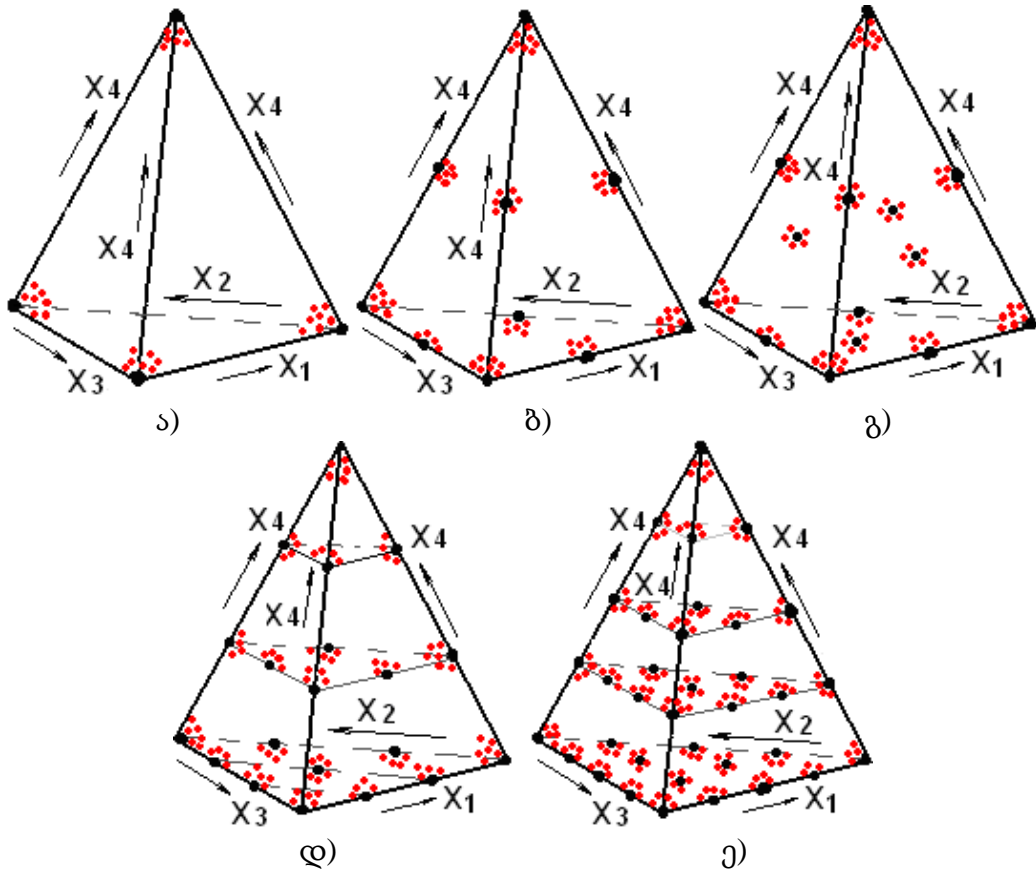
მაგალითად, ცდომილებების იმიტაციის რეზულტატში დეფორმირებული გეგმების მიღებული წერტილები ორი, სამი, ოთხი და ხუთი ცვლადისათვის ნაჩვენებია ნახ.13, ნახ. 14, ნახ. 15 და ნახ. 16-ზე.



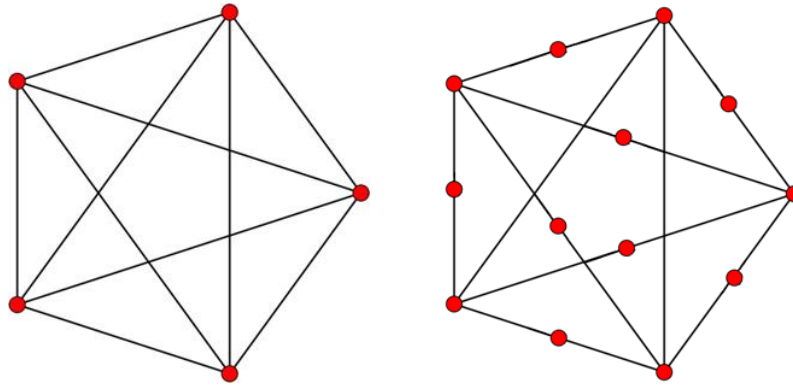
ნახ. 13. ორკომპონენტური ნარევისათვის პირველი ა), მეორე ბ), მესამე გ) და მეოთხე დ) რიგის დეფორმირებული გეგმები



ნახ. 14. სამკომპონენტანი წარვესათვის პირველი ა), მეორე ბ), არასრული კუბური გ), მესამე დ) და მეოთხე ე) რიგის დეფორმირებული გეგმები



ნახ. 15. ოთხკომპონენტანი წარვესათვის პირველი ა), მეორე ბ), არასრული კუბური გ), მესამე დ) და მეოთხე ე) რიგის დეფორმირებული გეგმები



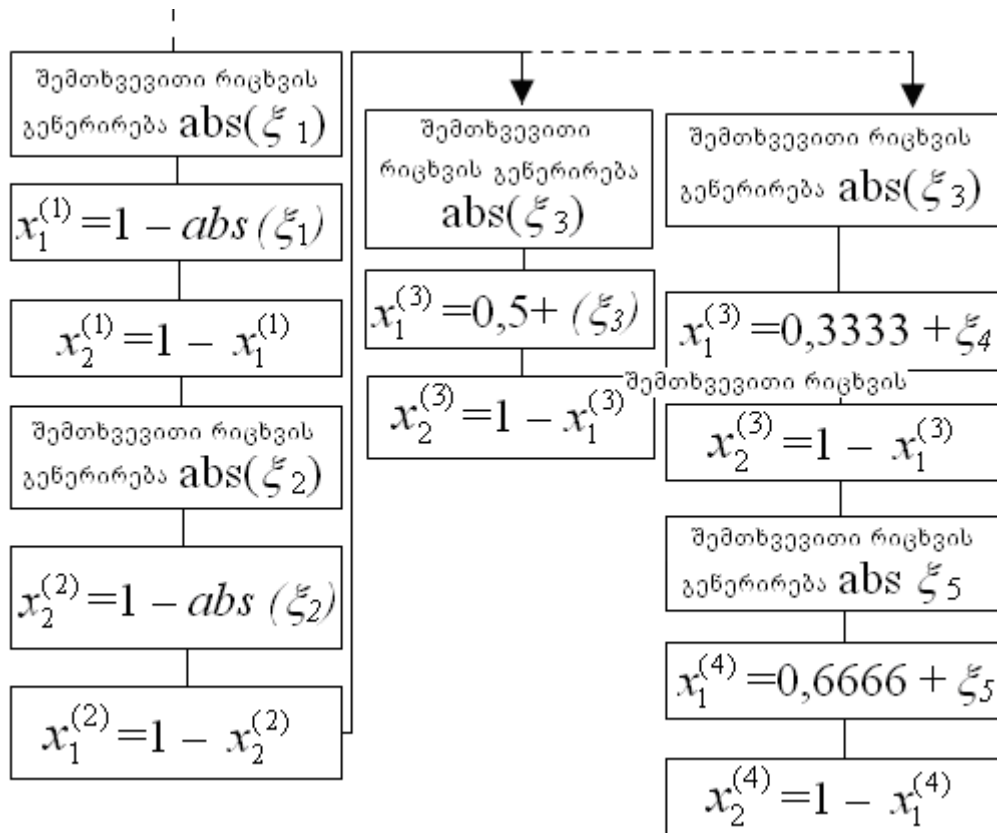
ნახ. 16. ხუთი საკვლევი კომპონენტის შემთხვევაში პირველი და მეორე რიგის გეგმებისათვის დეფორმირებული გეგმის გრაფიკული იმიტაცია სიბრტყეზე ჩვენი ამოცანაა შევისწავლოთ საზომი მოწყობილობების ცდომილებათა ზეგავლენა გეგმების ძირითად თვისებებზე, როგორცაა A-, D-, E-, ორთოგონალურობა, Q- და G- ოპტიმალურობა, მოვძებნოთ გაუარესების ხარისხი თითოეული ამ კრიტერიუმის მიხედვით. ამისათვის საჭიროა შეიქმნას სპეციალური იმიტაციური პროგრამა, რომელიც მოგვცემს ამის საშუალებას.

ასეთი მაიმუტირებელი დასაშვები ცდომილებების შესაბამისი წერტილების მიღება ხდება შემდეგნაირად: დამახინჯება გეგმების სხვადასხვა წერტილებისათვის, რომელიც ხდება გენერირებული შემთხვევითი რიცხვების ზედდების გზით, ხორციელდება სიმპლექს-კოორდინატთა სისტემის სპეციფიკის გათვალისწინებით.

მაგალითად, წერტილები, რომლებიც მდებარეობენ მონაკვეთის ბოლოებში $((1,0); (0,1))$ (ნახ. 17) შესაძლოა დეფორმირდნენ მონაკვეთის შიდა მხარეს; ხოლო წერტილებისათვის, რომლებიც მდებარეობენ მონაკვეთის შიგნით, შემთხვევით განაწილებული წერტილების ზედდება შიდა წერტილების კოორდინატებზე შესაძლოა მოხდეს ამ წერტილებიდან ორივე მხარეს.

სამი ცვლადის სიმპლექს-გეგმებში კი წერტილების კოორდინატების მისაღებად აუცილებელია გათვალისწინებული იყოს, რომ წერტილები არ შეიძლება გამოვიდნენ კონცენტრაციული სამკუთხედის საზღვრებს გარეთ.

განვიხილოთ უფრო დეტალურად სამი ცვლადის სიმპლექს წრფივ გეგმაში კოორდინატების მიღების ალგორითმის ფრაგმენტი (ნახ. 18), ხოლო ერთი წერტილის დამახინჯება (ნახ. 19).



ნახ. 17. სიმპლექს-გეგმაში ბოლო და შიდა წერტილების წარმოქმნის ალგორითმი ორი ცვლადის შემთხვევაში

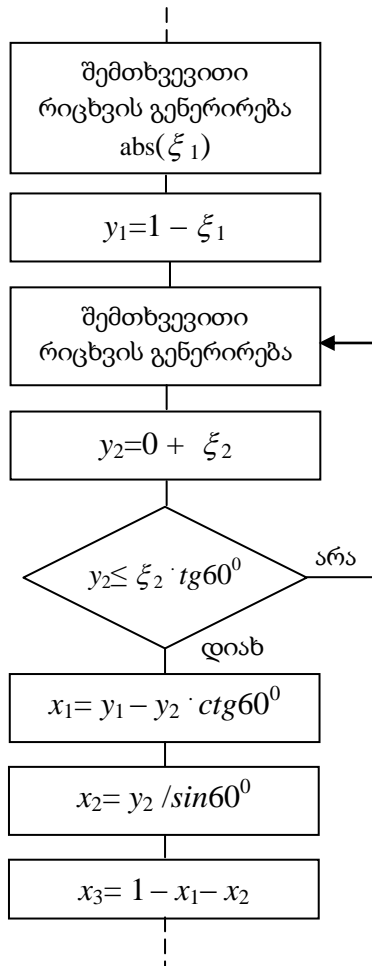
შესწავლის შედეგად, MATLAB-ში შექმნილი პროგრამის მიხედვით მივიღეთ შედეგები.

თითოეული გამოსაკვლევი ცდომილებისათვის მიმართვა შემთხვევით რიცხვებთან ხდებოდა მრავალჯერ, გეგმის თითოეული წერტილის გარშემო მიიღებოდა წერტილების ღრუბელი და თითოეული ცდომილებისათვის მიღებული იქნა მრავალჯერადი შემთხვევითი სახის გენერირებული გეგმა. გეგმის წერტილების მისაღებად გამოიყენებოდა ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი რიცხვები.

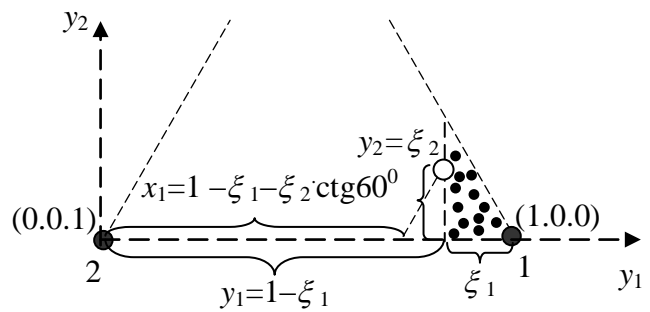
ამ რიცხვების ფორმირება განხორციელდა სტანდარტული პროგრამის საშუალებით ε შემთხვევითი რიცხვების გენერირებით, რომელთაც გააჩნიათ ნულოვანი საშუალო არითმეტიკული და $\sigma=0.33$ საშუალო კვადრატული გადახრა. მათი 100-ზე გაყოფით მიიღებოდა 1%-იანი

ცდომილებების ექვივალენტი, ხოლო საზომი საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებების იმიტაციისათვის 1%-იანი ექვივალენტი მრავლდებოდა ψ -ზე: $\xi = \psi \frac{\varepsilon}{100}$.

თითოეული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა ოპტიმალურობის კრიტერიუმების შესაბამისი მნიშვნელობები, არჩეული იქნა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომელთა საშუალებითაც აგებულია შეცდომების დერეფანი. ასევე განსაზღვრული იქნა მიღებული მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული – დერეფანის საშუალო ხაზი და საშუალო კვადრატული გადახრა.



ნახ. 18. დეფორმირებული პირველი რიგის სამკომპონენტთან სიმპლექს-გეგმაში წერტილების წარმოქმნის ალგორითმის ფრაგმენტი



ნახ. 19. ღრუბელში შემავალი წერტილების კოორდინატების მიღება სამკომპონენტთან სიმპლექს-გეგმაში

თავი 3. სამკომპონენტური გეგმების გამოკვლევა

3.1. სამკომპონენტური პირველი რიგის გეგმა

სამკომპონენტური ნარევის პირველი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \quad (3.2)$$

3.1.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის

სიმპლექს-გეგმების თვისებების უმრავლესობა, როგორცაა A-, D-, E-ოპტიმალურობა და ორთოგონალურობა დაკავშირებული არიან რეგრესიის კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტით, რომლებიც განისაზღვრება მატრიცულ ფორმაში ჩაწერილი შემდეგი გამოსახულებით

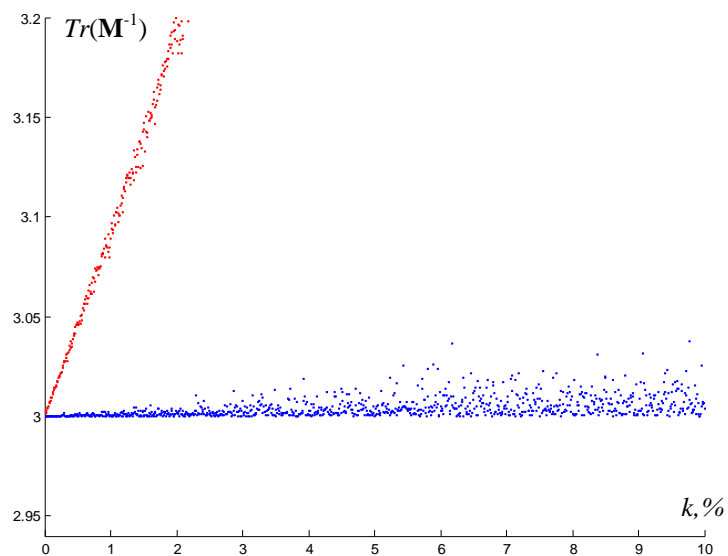
$$B = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T Y \quad (3.3)$$

სადაც, $\tilde{X}^T \tilde{X}$ წარმოადგენს ფიშერის ინფორმაციულ მატრიცას, $(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ – კოვარიაციულ მატრიცას (ჩვეულებრივ აღინიშნება M^{-1}), ხოლო \tilde{X} – დაგეგმარების მატრიცას, რომელიც მიიღება საკვლევი სიმეტრიული გეგმის გაფართოებით შესაბამისი სვეტებით, შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმარების და თვისებების მატრიცაც, Y – ცდების რეზულტატების ვექტორ-სვეტი.

მიმართვა ხორციელდებოდა შემთხვევით რიცხვებთან ასჯერ. ასი მიღებული მნიშვნელობიდან აირჩეოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რის მიხედვითაც იგებოდა შეცდომების დერეფანი. იმის გამო, რომ რიცხვების გენერირება ყოველ ჯერზე ხდებოდა შემთხვევითი სახით, ზოგიერთ ქვემოთ მოყვანილ ცხრილში, ცდომილების ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის შეინიშნება მცირე "ამოვარდნები", თუმცა ეს გავლენას

ვერ ახდენს ცდომილებების გაზრდით გეგმის თვისებების გაუარესების საერთო ტენდენციაზე.

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 20-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღება სამკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კვალის კვლევასა. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 20. სამკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

1-ელ ცხრილში წარმოდგენილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია სამკომპონენტანი სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგის A-ოპტიმალურობაზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის კვლევის შედეგად, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%, A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.11%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს,

უარესდება 1.08%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებისას უარესდება 7.05%-ით.

ცხრილი 1.

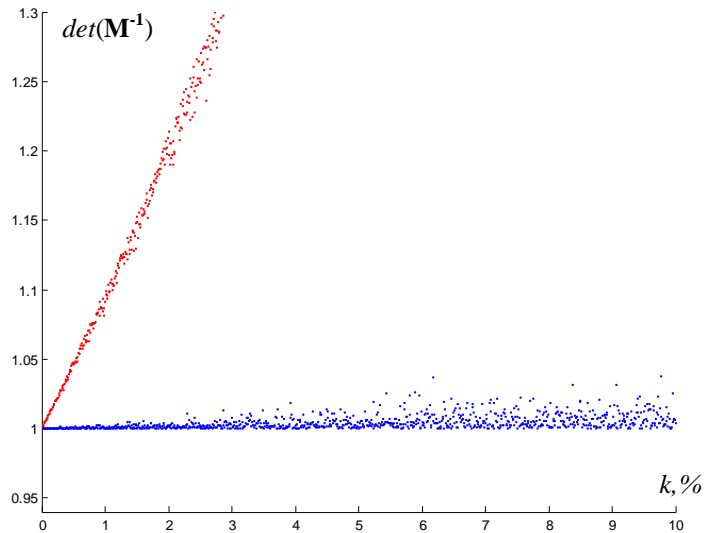
სამკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	3.00000187	3.00085379	3.00040238	0.00025079
0.03	3.00001970	3.00278739	3.00141154	0.00081331
0.05	3.00002871	3.00445636	3.00205884	0.00122638
0.07	3.00007332	3.00604739	3.00272061	0.00159788
0.09	3.00014015	3.00798704	3.00372313	0.00228430
0.1	3.00012254	3.00870184	3.00450813	0.00234957
0.3	3.00009063	3.02582410	3.01273535	0.00769968
0.5	3.00016859	3.04570910	3.02329838	0.01262972
0.7	3.00017406	3.06306733	3.02942878	0.01569615
0.9	3.00046380	3.08165297	3.03708521	0.02306838
1.0	3.00122596	3.08967487	3.04600640	0.02422471
2.0	3.00031747	3.19349749	3.09364289	0.05261292
3.0	3.00090656	3.28321708	3.13586033	0.08436213
4.0	3.00479484	3.42916312	3.17615787	0.10705440
5.0	3.00168694	3.54102792	3.26075742	0.14852157
10	3.01231512	4.26920098	3.57894114	0.34237058

D-ოპტიმალურობა. D-ოპტიმალურთან მიახლოებული პირველი რიგის სამცვლადიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმის კვლევისას გეგმის დამახინჯება მიიღწეოდა თითოეულ მის ელემენტზე შემთხვევითი სიდიდის დამატებით. დამახინჯება შეესაბამებოდა 0.01-0.09%-ს (პირველ დიაპაზონში), 0.1-0.9%-ს (მეორე დიაპაზონში) და 1-10%-ს (მესამე დიაპაზონში).

ნახ. 21-ზე წარმოდგენილია $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის მქონე პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე.

მე-2 ცხრილში მოცემულია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.



ნახ. 21. სამკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

ცხრილი 2.

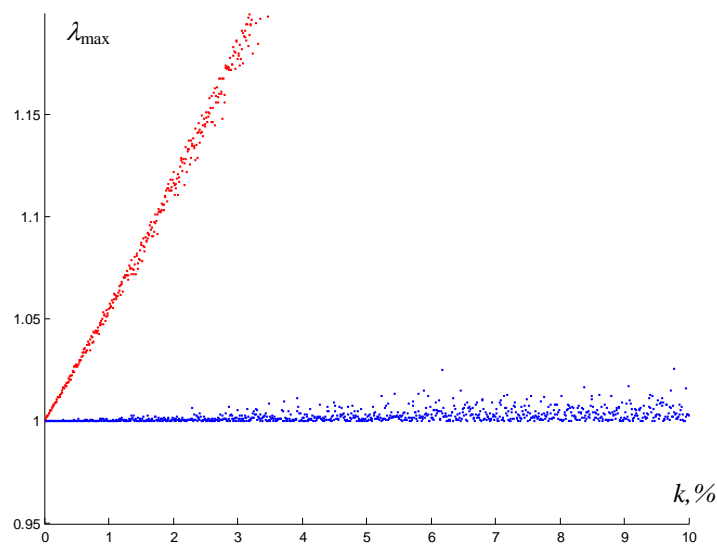
სამკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.00001225	1.00086779	1.00044997	0.00023430
0.03	1.00000906	1.00256120	1.00126612	0.00076365
0.05	1.00001686	1.00450482	1.00230688	0.00124517
0.07	1.00001741	1.00617688	1.00290665	0.00153921
0.09	1.00004637	1.00795001	1.00364722	0.00225240
0.1	1.00012254	1.00872048	1.00451425	0.00235451
0.3	1.00009063	1.02598611	1.01278589	0.00774339
0.5	1.00016860	1.04621553	1.02346246	0.01276042
0.7	1.00017407	1.06398912	1.02968863	0.01591400
0.9	1.00046384	1.08320506	1.03753429	0.02348178
1.0	1.00122629	1.09165342	1.04664583	0.02474683
2.0	1.00031750	1.20251805	1.09635956	0.05486109
3.0	1.00090676	1.30262168	1.14164545	0.08951628
4.0	1.00480019	1.47304225	1.18607520	0.11707903
5.0	1.00168757	1.61119586	1.28156208	0.16616283
10	1.01234891	2.66119554	1.68387076	0.44034742

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდების შედეგად გაუარესდა. 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების პირობებში უარესდება 0.32%-ით, 0.1%-დან 0.9%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 3.29%-ით, ხოლო 1%-5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი იზრდება 22.44%-მდე.

E-ოპტიმალურობა. სამკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას შეცდომების დერეფანი მიიღებოდა ყველა საკვლევი ცდომილებისათვის ასჯერ შემთხვევითი სახით გენერირებული გეგმიდან თითოეულისათვის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვიდან λ (მახასიათებელი რიცხვი) მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობების ამორჩევით.

მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 22-ზე, ხოლო მე-3 ცხრილში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{max}) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.



ნახ. 22. სამკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

როგორც გვიჩვენა მონაცემების ანალიზმა, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%–0.9%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.19%, 0.1%–0.9% ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 2.27%, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%–5%-იანი ცდომილების დროს უკვე უარესდება 12.70%-ით.

სამკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.00000651	1.00051664	1.00024316	0.00015199
0.03	1.00001079	1.00166230	1.00084006	0.00048359
0.05	1.00001976	1.00272298	1.00122937	0.00073179
0.07	1.00004846	1.00339292	1.00160974	0.00094336
0.09	1.00008146	1.00473491	1.00218694	0.00133010
0.1	1.00011404	1.00532334	1.00265397	0.00150846
0.3	1.00014982	1.01692874	1.00793180	0.00410335
0.5	1.00013734	1.02615389	1.01373891	0.00712463
0.7	1.00159625	1.03726193	1.01725468	0.01011755
0.9	1.00122336	1.04898657	1.02538607	0.01369871
1.0	1.00067260	1.05296565	1.02696488	0.01385176
2.0	1.00016250	1.11247141	1.05510176	0.03128654
3.0	1.00054308	1.17814118	1.08419488	0.05275111
4.0	1.00294093	1.25639136	1.10501073	0.06405698
5.0	1.00108394	1.33425501	1.15741395	0.09045196
10	1.00081341	1.00081341	1.35023529	0.22267321

3.1.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის

ექსპერიმენტის დაგეგმვის აქტუალურ საკითხებს შორის განსაკუთრებულ ადგილს იკავებს გეგმების თვისებები, რომლებიც დამოკიდებულია გამოძახილის მნიშვნელობის ზუსტ წინასწარმეტყველებასთან, შეძლებისდაგვარად მცირე შეცდომების მქონე მოდელების აგების საშუალებით.

ასეთი გეგმების რიცხვს მიეკუთვნება G- ოპტიმალურობა, რომელიც უზრუნველყოფს წინასწარმეტყველების მაქსიმალურად შესაძლო დისპერსიის მინიმიზაციას კვლევის განსაზღვრულ არეში და Q- ოპტიმალურობა, რომლის საშუალებითაც ხდება წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაცია.

რამდენადაც ასეთი გეგმების განსაზღვრას გააჩნია დიდი მნიშვნელობა პროგნოზირების ამოცანის გადაწყვეტისას, იმდენად განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ასეთი გეგმების თვისებების გაუარესების ხარისხის კვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში.

მოცემულ პუნქტში განხილულია პირველი რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის G- და Q- ოპტიმალურობის თვისებებზე შეცდომების გავლენა.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (3.2) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია

$$\sigma^2\{\hat{y}\} = \sigma^2\{y\}N^{-1}f^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}f(\mathbf{x}) = \sigma^2\{y\}N^{-1}d(\mathbf{x}), \quad (3.4)$$

სადაც
$$d(\mathbf{x}) = f^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}f(\mathbf{x}), \quad (3.5)$$

$$\mathbf{A} = N^{-1}(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}}),$$

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3\|$$

ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური პირველი რიგის რეგრესია სამკომპონენტური გეგმისათვის.

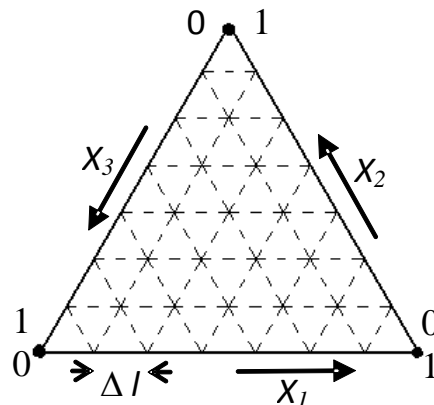
ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში სამკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის ზემოხსენებული თვისების გამოსაკვლევად ხორციელდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის იმიტაცია გეგმის წერტილების კოორდინატებზე შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით, რომლებიც განაწილებული არიან ნორმალური კანონით. ამ რიცხვების ფორმირება განხორციელდა სტანდარტული პროგრამის საშუალებით ε შემთხვევითი რიცხვების გენერირებით, რომელთაც გააჩნიათ ნულოვანი საშუალო არითმეტიკული და $\sigma=0.33$ საშუალო კვადრატული გადახრა. მათი 100-ზე გაყოფით მიიღებოდა 1%-იანი ცდომილებების ექვივალენტი, ხოლო საზომი საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებების იმიტაციისათვის 1%-იანი ექვივალენტი მრავლდებოდა ψ -

ზე:
$$\xi = \psi \frac{\varepsilon}{100}.$$

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ. 23).

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)-ში და (3.5)-ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. საზომი საშუალებების ცდომილების არსებობის გამო იცვლებოდა განსახილველი გეგმის კოორდინატები, რამაც გამოიწვია თავის მხრივ კოვარიაციული მატრიცის ცვლილება $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$, სადაც \tilde{X} – დაგეგმვის მატრიცაა.



ნახ. 23. სამკომპონენტანი პირველი რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

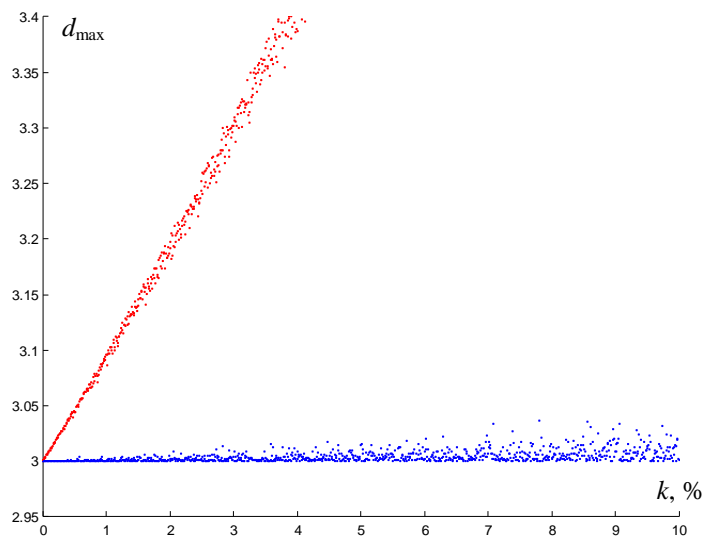
თითოეული კრიტერიუმისათვის ცდომილების სხვადასხვა მნიშვნელობის შემთხვევაში გამოყოფილი იქნა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ქმნიან დერეფანს. ყველა გამოკვლევა ტარდებოდა საზომი საშუალებების 0.01%-დან 10%-მდე ცდომილებისათვის.

ამრიგად, სამკომპონენტანი შეფუძეს გეგმის პირველი რიგისათვის G-ოპტიმალურობის კვლევისას გეგმის დამახინჯება მიღწეული იქნა თითოეულ მის ელემენტზე შემთხვევითი სიდიდის დამატებით, შესა-

ბამისად 0.01-0.09%-იანი (პირველ დიაპაზონში), 0.1-0.9%-იანი (მეორე დიაპაზონში) და 1-10%-იანი (მესამე დიაპაზონში) ცდომილებით.

შემთხვევით რიცხვებთან მიმართვა ხორციელდებოდა ასჯერადად. ასჯერ მიღებული მნიშვნელობებიდან ხდებოდა მინიმალურისა და მაქსიმალურის ამორჩევა, რის შედეგადაც აგებული იქნა შეცდომების დერეფანი. განვიხილოთ ცალ-ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.1) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას. ნახ. 24-ზე წარმოდგენილია მაქსიმალური დისპერსიის ცვლილების გრაფიკული რეზულტატი, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილების ზედდებით სამკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგისათვის.



ნახ. 24. სამკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია მე-4 ცხრილში, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაზნევა.

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის პირველი რიგისათვის გაუარესდა 0.11%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-0.9%-მდე უარესდებოდა 1.09%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 7.13%-ით.

ცხრილი 4.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	3.00001225	3.00086762	3.00044992	0.00023425
0.03	3.00000906	3.00255978	3.00126570	0.00076328
0.05	3.00001686	3.00450045	3.00230548	0.00124405
0.07	3.00001741	3.00616950	3.00290446	0.00153740
0.09	3.00004637	3.00793764	3.00364341	0.00224886
0.1	3.00012254	3.00870334	3.00450881	0.00235004
0.3	3.00009063	3.02584144	3.01274313	0.00770613
0.5	3.00016859	3.04576492	3.02331933	0.01264519
0.7	3.00017406	3.06321850	3.02946302	0.01572586
0.9	3.00046381	3.08189952	3.03713755	0.02310944
1.0	3.00122603	3.08983402	3.04607720	0.02427445
2.0	3.00031747	3.19453640	3.09396551	0.05287016
3.0	3.00090659	3.28529034	3.13674297	0.08511857
4.0	3.00479572	3.43454999	3.17735346	0.10820708
5.0	3.00168707	3.54909281	3.26337390	0.15059667
10	3.01232187	4.30031763	3.59010252	0.35169164

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.1) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმუმისა.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია მე-5 ცხრილში.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდ-

ბოდა 0.06%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.64%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 4.21%-ს.

ცხრილი 5.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.65000398	1.65028197	1.65014622	0.00007613
0.03	1.65000295	1.65083188	1.65041134	0.00024805
0.05	1.65000548	1.65146250	1.65074924	0.00040428
0.07	1.65000566	1.65200477	1.65094388	0.00049959
0.09	1.65001507	1.65257921	1.65118400	0.00073079
0.1	1.65003983	1.65282816	1.65146522	0.00076365
0.3	1.65002945	1.65839387	1.65414003	0.00250322
0.5	1.65005479	1.66485890	1.65757441	0.00410621
0.7	1.65005657	1.67051239	1.65956818	0.00510463
0.9	1.65015074	1.67656136	1.66205840	0.00750091
1.0	1.65039845	1.67915098	1.66495957	0.00787720
2.0	1.65010318	1.71295218	1.68046646	0.01712263
3.0	1.65029463	1.74216237	1.69426768	0.02750974
4.0	1.65155842	1.78982957	1.70737535	0.03489252
5.0	1.65054827	1.82630976	1.73502840	0.04845968
10	1.65400333	2.06353202	1.83916414	0.11191927

3.2. სამკომპონენტური მეორე რიგის გეგმა

სამკომპონენტური ნარევის მეორე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

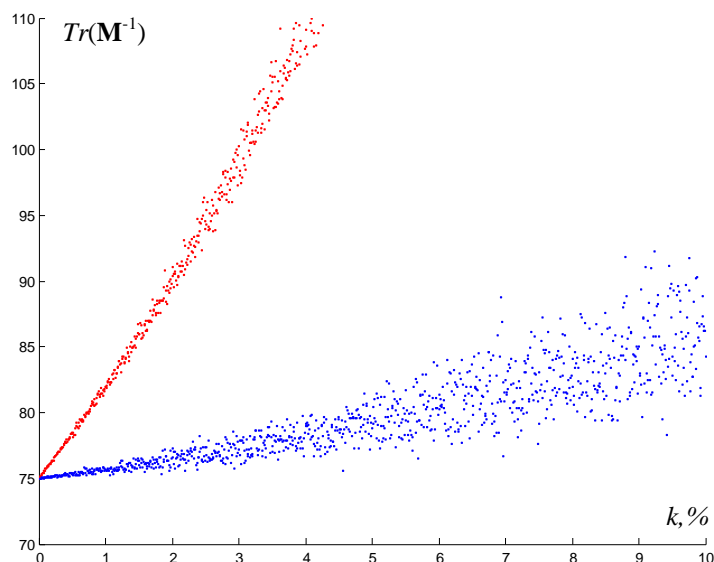
შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 \quad (3.7)$$

3.2.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური მეორე რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 25-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა სამკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კვალის კვლევისას.

კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ საზომი საშუალების 0.01–0.09%-მდე ცდომილების დროს A-ოპტიმალურობა უარესდება 0.41%-ით, მეორე დიაპაზონში ცდომილების 0.1%-დან 0.9%-მდე გაზრდა იწვევს 4.26%-იან ცვლილებას, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%–5%-მდე კი 26.18%-ით გაუარესებას.

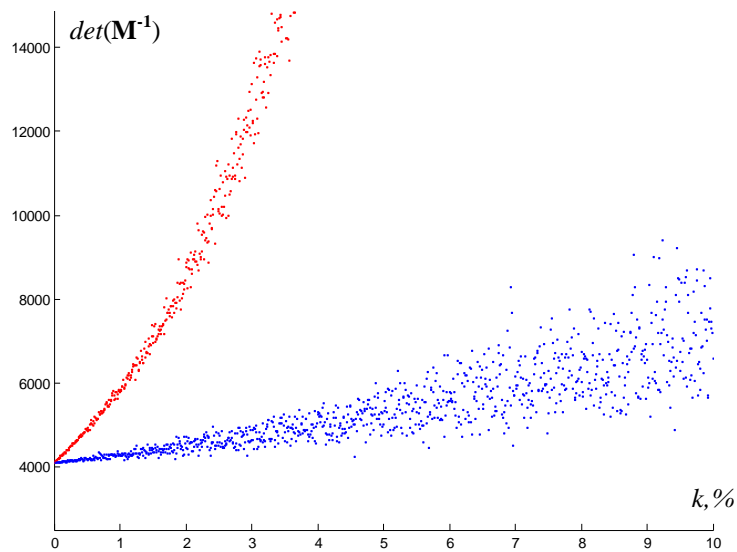


ნახ. 25. სამკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

D-ოპტიმალურობა. ნახ. 26-ზე ილუსტრირებულია გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიღებულია სამი ცვლადის მქონე მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებული გეგმების კოვარიაციული მატრიცის მსაზღვრელზე სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების გავლენის კვლევის შედეგად.

განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა,

რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით უარესდება.



ნახ. 26. სამკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ საზომი საშუალებების 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების პირობებში D-ოპტიმალურობა უარესდება 1.71%-ით, 0.1%-დან 0.9%-მდე ცდომილების პირობებში უარესდება 15.91%-ით, ცდომილების შემდგომი გაზრდით მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, ასე მაგალითად უკვე 5%-იანი ცდომილებისას ის შეადგენს $0.5013 \cdot 10^4$.

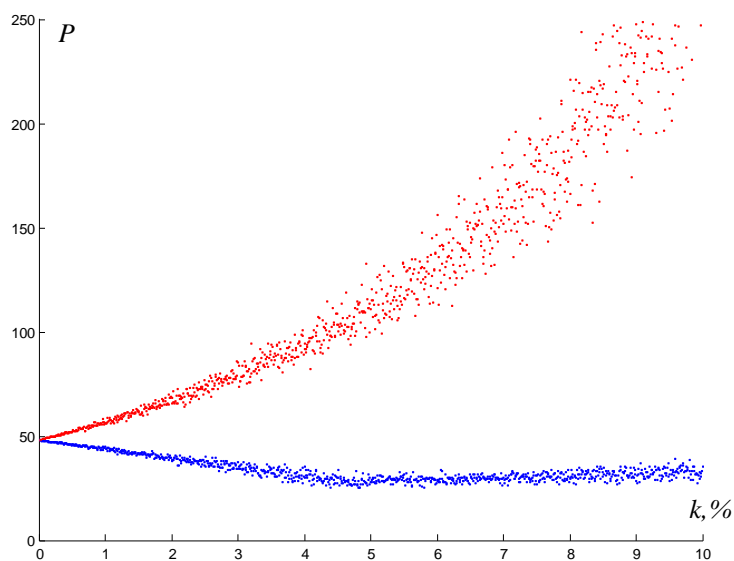
E-ოპტიმალურობა. სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას სამკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს – გისოსურ გეგმის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{\max}) ცვლილებაზე დაკვირვების შედეგად მიღებული რიცხვითი მონაცემები მოცემულია მე-6 ცხრილში.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. მაგალითად, თუ 0.01%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.33%-ს, 0.1% ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 3.46%, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილების დროს უარესდება 21.70%-ით.

სამკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	32.49861814	32.54146877	32.51930297	0.01170899
0.03	32.47728279	32.61908408	32.54519600	0.03733163
0.05	32.45562393	32.67188853	32.56924542	0.05321059
0.07	32.43346312	32.76926151	32.58572887	0.06814839
0.09	32.44446439	32.83342400	32.62635130	0.09600657
0.1	32.41633959	32.84665530	32.62340633	0.11756934
0.3	32.20660467	33.64604394	32.88844363	0.37837928
0.5	31.99701637	34.20011808	33.13877903	0.54400918
0.7	31.78511175	35.26628719	33.31521768	0.70290539
0.9	31.90245296	35.97592548	33.75259437	1.00224087
1.0	31.62983080	36.13755884	33.73414722	1.22715217
2.0	30.56192381	40.54982063	35.19679193	2.46287060
3.0	29.86651071	47.01561041	37.11208937	4.41687336
4.0	29.62415241	51.03628175	37.67816343	5.29234806
5.0	29.19273669	56.47489114	41.05369696	7.11231590
10	31.37393567	122.87663924	62.95973476	21.09203765

ორთოგონალურობა. სამკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას, გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 27-ზე და მე-7 ცხრილში მოყვანილია მათი რიცხვითი მონაცემები.



ნახ. 27. სამკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

ცხრილში მოცემული მონაცემების შესაბამისად სამკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.37%-ს, მეორე 0,1-0,9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 3.89%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 18.38%-ით.

ცხრილი 7.

სამკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	47.95794088	48.08084010	48.01792304	0.03181538
0.03	47.86381156	48.27614119	48.06168338	0.10080025
0.05	47.77664829	48.38635857	48.09619830	0.14068661
0.07	47.67973199	48.66044929	48.11410146	0.17936601
0.09	47.68088771	48.80149259	48.19637436	0.26038583
0.1	47.57904290	48.81448029	48.18026255	0.31954078
0.3	46.63555129	50.83054394	48.62810144	1.02261190
0.5	45.76240235	51.99886145	48.98607588	1.43961232
0.7	44.78580270	54.99928644	49.17588529	1.85112559
0.9	44.77973431	56.59170038	50.05532546	2.72506246
1.0	43.74746556	56.79346573	49.91049893	3.34341473
2.0	38.40401671	67.53388637	52.19322528	6.83023267
3.0	33.84294702	84.97975297	55.59684065	12.02490931
4.0	30.81205248	96.28675096	55.08446619	15.14224183
5.0	26.96040163	106.80118832	61.15165481	18.72440442
10	28.61331899	287.35612938	98.72138740	55.69704418

3.2.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური მეორე რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია სამკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით

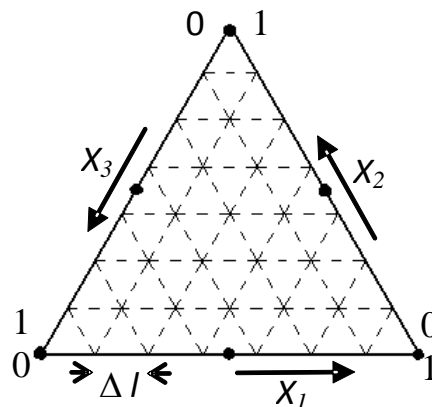
აგებული მოდელის (3.7) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (3.7) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\|$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური მეორე რიგის რეგრესია სამკომპონენტიანი გეგმისთვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით. სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ. 28).



ნახ. 28. სამკომპონენტიანი მეორე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)-ში და (3.5)-ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის Δl მცირე ზიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა.

განვიხილოთ ცალ-ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.6) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (dmax) მინიმიზაციას.

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია მე-8 ცხრილში, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაზრდა. მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01–0.09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი გეგმისათვის გაუარესდა 0.42%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-0.9%-მდე უარესდებოდა 4.49%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევ თვისება უარესდებოდა 29.56%-ით.

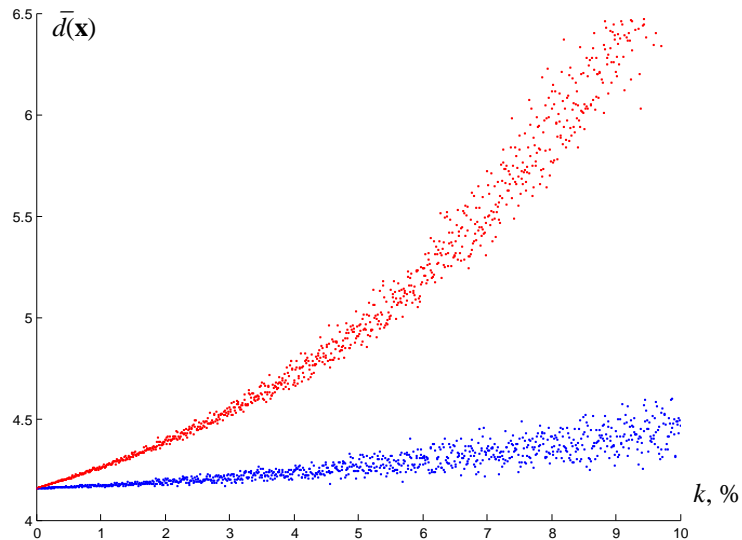
ცხრილი 8.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის მეორე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	6.00084548	6.00546341	6.00308233	0.00097529
0.03	6.00174333	6.01663728	6.00956068	0.00337345
0.05	6.00562888	6.02608670	6.01546941	0.00519298
0.07	6.00735952	6.03826149	6.02054559	0.00682044
0.09	6.00982594	6.04922780	6.02853881	0.00937041
0.1	6.00847695	6.05508554	6.03101026	0.00983170
0.3	6.01768549	6.17079779	6.09743443	0.03456557
0.5	6.05756183	6.27083230	6.15938533	0.05405608
0.7	6.07467205	6.40687849	6.21398301	0.07215310
0.9	6.10037180	6.52926660	6.30158827	0.10090644
1.0	6.08700705	6.59910989	6.32965278	0.10682320
2.0	6.09489983	7.31295211	6.69399254	0.25574957
3.0	6.20297842	8.25756420	7.18683697	0.45091998
4.0	6.55220136	8.85677205	7.50286515	0.48462168
5.0	6.71701881	10.0949098	8.20092384	0.84992715
10	7.12910534	23.20440935	12.86733453	3.13975386

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.6) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების

საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას. ნახ. 29–ზე წარმოდგენილია შეცდომების დერეფანი, რომელიც მიღებული იქნა შეფხვს სამკომპონენტანი მეორე რიგის გეგმების Q-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას.



ნახ. 29. სამკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში განსახილველი გეგმის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.11%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 1.19%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 8.94%-ს.

3.3. სამკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის გეგმა

სამკომპონენტანი ნარევის არასრული კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (3.8)$$

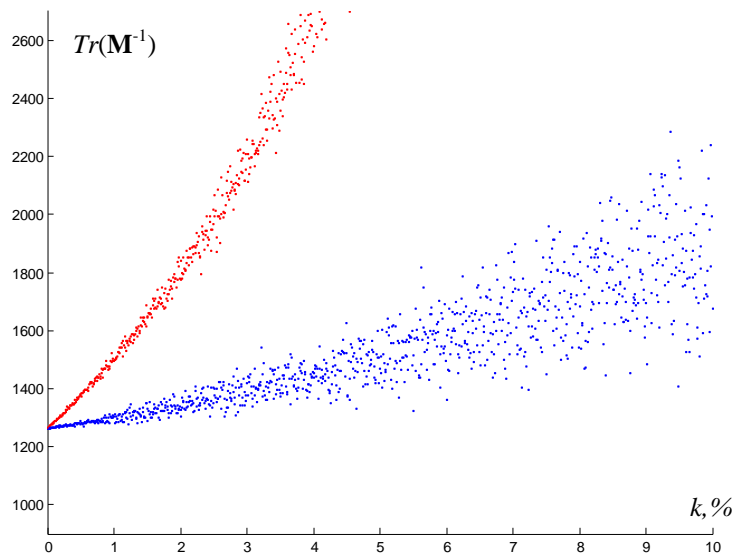
შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \quad (3.9)$$

3.3.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 30–ზე ილუსტრირებულია სამკომპონენტური სიმპლექს–გისოსური გეგმების არასრული კუბური რიგისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ მნიშვნელობაზე ცდომილების გავლენის გრაფიკული შედეგები.

როგორც გვიჩვენა ჩატარებული კვლევის ანალიზმა, სამკომპონენტური სიმპლექს–გისოსური გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის ცდომილების 0.01%–დან 0.09%–მდე ცვლილების დიაპაზონში შეინიშნება განსახილველი გეგმის A-ოპტიმალურობის თვისების გაუარესება 0.86%–ით, 0.1%–დან 0.9%–მდე დიაპაზონში ეს გაუარესება შეადგენს უკვე 9.17%–ს, მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, მაგალითად უკვე 1%–იან ცდომილებისას ის შეადგენს $0.0377 \cdot 10^3$.



ნახ. 30. სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

D-ოპტიმალურობა. მე-9 ცხრილში მოცემულია შეცდომების მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ მსაზღვრელის ცვლილებების შესაძლო მინიმალური და

მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია არასრული კუბური რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმებზე საზომი საშუალებების მახასიათებელი ცდომილებების გავლენის კვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – შეცდომების დერეფნის საშუალო ხაზი და გაფანტვა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

განსახილველ გეგმაზე ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდებისას გაუარესდა. 0.01%-დან 0.1%-მდე ცდომილების ზედდებისას D-ოპტიმალურობა უარესდება 2.51%-ით, ხოლო ცდომილების 1%-მდე გაზრდით ოპტიმალურობა უარესდება 29.09%-მდე. ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

ცხრილი 9.

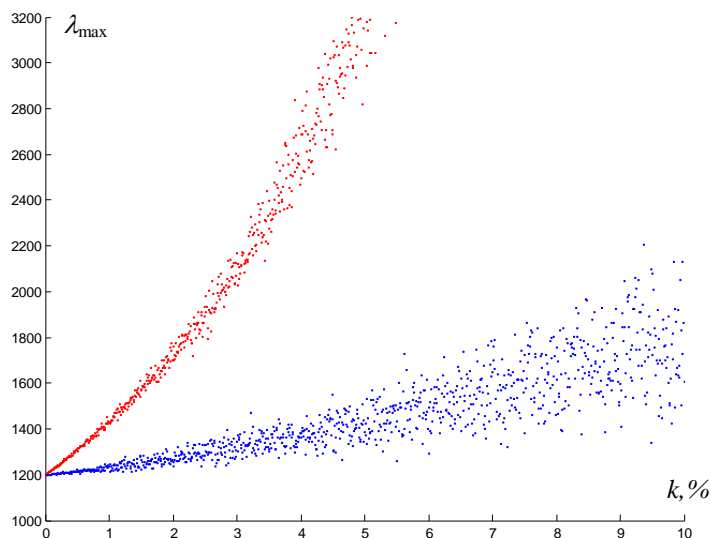
სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+006 *			
0.01	2.98865262	3.00146666	2.99499647	0.00284336
0.03	2.99287022	3.03595605	3.01220857	0.00780855
0.05	2.99281644	3.05866508	3.03142447	0.01452660
0.07	3.00735875	3.10515044	3.04816783	0.01863724
0.09	3.00660996	3.13151598	3.07023624	0.02770386
	1.0e+006 *			
0.1	3.01283347	3.01283347	3.07759415	0.02922958
0.3	3.05568414	3.05568414	3.26108338	0.08524642
0.5	3.05635216	3.05635216	3.48018354	0.16622955
0.7	3.21073515	3.21073515	3.68373089	0.22775942
0.9	3.20469211	3.20469211	3.97297284	0.35836632
	1.0e+007 *			
1.0	0.32717250	0.50462580	0.40733612	0.03887038
2.0	0.36918960	0.85351392	0.55929337	0.10337451
3.0	0.37759383	1.73245867	0.77806402	0.22856555
4.0	0.44519631	2.78789737	1.20596637	0.45694527
5.0	0.39444166	4.06053695	1.74823993	0.84133137
	1.0e+009 *			
10	0.00923706	1.41514245	0.20411567	0.24112891

E-ოპტიმალურობა. სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების

გავლენის კვლევისას მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 31-ზე.

ჩატარებული კვლევის ანალიზმა გვიჩვენა, რომ უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%-0.09% ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.87%-ს, მეორე 0.1%-0.9% დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და აღწევს 9.44%, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 39.14%-ით.



ნახ. 31. სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

ორთოგონალურობა. სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას, გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული შედეგების რიცხვითი მონაცემები მოცემულია მე-10 ცხრილში. ცხრილში მოცემული მონაცემების შესაბამისად სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 1.44%-ს, ხოლო

საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდით საკვლევი გეგმის თვისება კიდევ უფრო მკვეთრად უარესდება.

ცხრილი 10.

სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+002 *			
0.01	4.26238211	4.27250710	4.2672210,	0.00205571
0.03	4.26667918	4.30054677	4.28126569	0.00632383
0.05	4.26542948	4.31781322	4.29653183	0.01096267
0.07	4.27804514	4.35521959	4.31077803	0.01447977
0.09	4.27819533	4.37375069	4.32860606	0.02069320
	1.0e+002 *			
0.1	4.28390646	4.38671592	4.33280975	0.02084696
0.3	4.32737795	4.68252737	4.47819853	0.06627490
0.5	4.31503828	4.87375464	4.64136373	0.11742909
0.7	4.44515561	5.30824928	4.80006787	0.16088733
0.9	4.44775564	5.53609435	5.00570726	0.23644655
	1.0e+002 *			
1.0	4.50793541	5.70979027	5.05279891	0.24078206
2.0	4.76135992	7.56431637	6.01791075	0.56095198
3.0	4.99402569	10.9671848	7.16372892	1.10037051
4.0	5.52397524	13.4452929	8.79680350	1.59742584
5.0	4.90312299	16.5275455	10.6073787	2.60043005
	1.0e+002 *			
10	8.15139309	99.25511677	32.34151347	19.25363585

3.3.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის

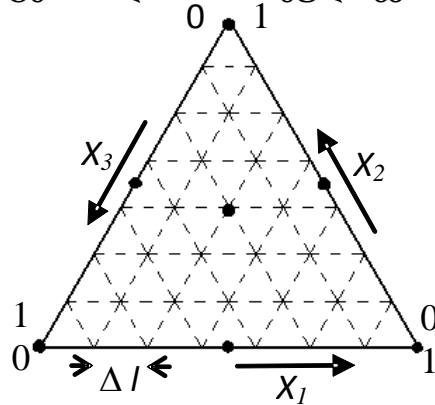
ამ თავში განხილულია სამკომპონენტო არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (3.9) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (3.9) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\|$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური არასრული კუბური რიგის რეგრესიას სამკომპონენტისათვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით. სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ. 32).



ნახ. 32. სამკომპონენტის არასრული კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში ან (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა.

განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.8) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (dmax) მინიმიზაციას.

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 11-ე ცხრილში, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაბნევა.

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%-დან 0,09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი სამკომპონენტური შეფუთვების არასრული კუბური რიგისათვის გაუარესდა 0.73%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 8.05%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 64.74%-ით.

ცხრილი 11.

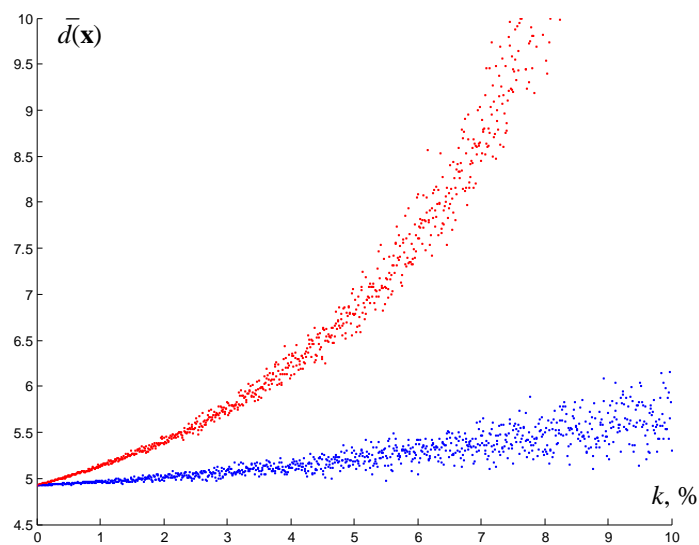
წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვების არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.00212023	7.00808704	7.00614296	0.00125105
0.03	7.00643600	7.02425300	7.01881951	0.00456127
0.05	7.00496096	7.04051744	7.03150989	0.00703813
0.07	7.01669913	7.05704015	7.04430029	0.00990756
0.09	7.01536943	7.07334737	7.05747969	0.01443201
0.1	7.02128332	7.08180875	7.06200777	0.01271729
0.3	7.06494894	7.25150762	7.19394494	0.04805088
0.5	7.04993197	7.43037884	7.33097332	0.07605747
0.7	7.17123038	7.62439154	7.47526411	0.11126932
0.9	7.15952267	7.81867228	7.63023304	0.16658377
1.0	7.22114873	7.918793821	7.68181773	0.14981172
2.0	7.57754497	9.215941493	8.56533925	0.40485052
3.0	7.71272515	10.90775015	9.66507932	0.81314174
4.0	8.33517549	12.97982515	10.9086924	0.96855025
5.0	7.53374758	16.53866636	12.6712557	1.76469996
10	10.38108192	71.24724192	30.14444370	10.81219436

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.8) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმუმისა.

ნახ. 33–ზე წარმოდგენილია შეცდომების დერეფანი, რომელიც მიიღებოდა შეფხვს სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის გეგმების Q-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, განსახილველი გეგმის ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.19%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 2.10%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 17.55%-ს.



ნახ. 33. სამკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

3.4. სამკომპონენტური კუბური რიგის გეგმა

სამკომპონენტური ნარევის კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

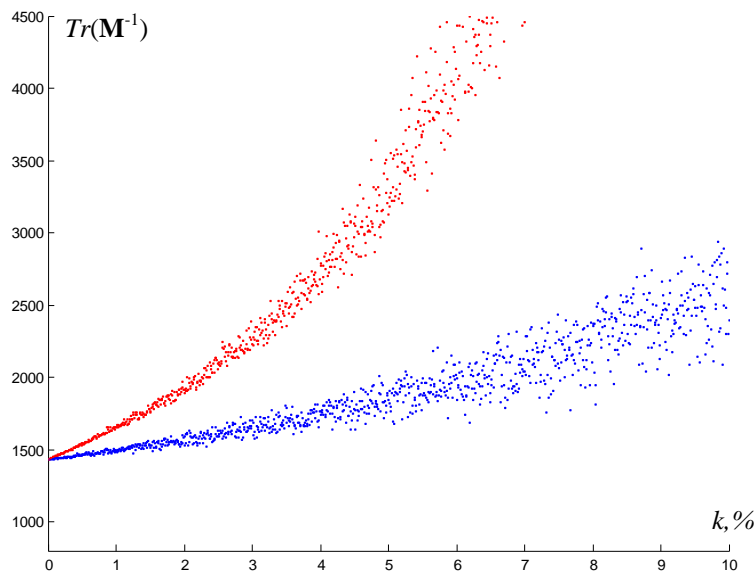
$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \\ 2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (3.10)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + b_{123}x_1x_2x_3 \quad (3.11)$$

3.4.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტიანი კუბური რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 34-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა სამკომპონენტიანი მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კვალის კვლევისას. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 34. სამკომპონენტიანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად განსახილველი გეგმის ოპტიმალურობის მახასიათებელი ცდომილების გაზრდით უარესდება. საზომი საშუალების 0.01–0.09%-მდე ცდომილების დროს A-ოპტიმალურობა უარესდება 0.76%-ით, მეორე დიაპაზონში ცდომილების 0.1%-დან 0.9%-მდე გაზრდა იწვევს 8.18%-იან ცვლილებას, ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე

გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, მაგალითად 1%-იანი ცდომილებისას ის უკვე შეადგენს 32.5.

D-ოპტიმალურობა. შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ ცვლილების რიცხვითი შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვა-დასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე, წარმოდგენილია მე-12 ცხრილში.

ცხრილი 12.

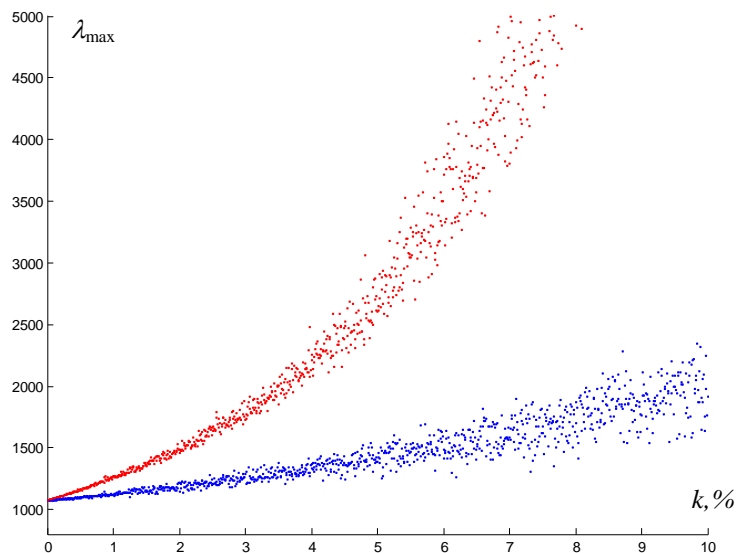
სამკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+011 *			
0.01	5.73715653	5.76944707	5.75311759	0.00896461
0.03	5.75964902	5.86854839	5.80874851	0.02692150
0.05	5.77517522	5.97676030	5.87403972	0.04472196
0.07	5.82104313	6.08758203	5.93029821	0.06204487
0.09	5.78842309	6.18139922	5.99638041	0.08143779
	1.0e+012 *			
0.1	0.58418678	0.61795893	0.60074187	0.00936804
0.3	0.60765643	0.73339993	0.66241587	0.03077927
0.5	0.62460055	0.88220076	0.74298340	0.05701852
0.7	0.67713447	1.06490011	0.82079641	0.08728802
0.9	0.64047752	1.24486653	0.92315260	0.12674024
	1.0e+013 *			
1.0	0.07019252	0.12409234	0.09438077	0.01481198
2.0	0.07908457	0.30982984	0.17136315	0.05068207
3.0	0.10692963	0.76388814	0.29438740	0.14117605
4.0	0.12984052	1.99772309	0.57807911	0.36780246
5.0	0.15056290	6.83926256	1.32837699	1.24156455
	1.0e+016 *			
10	0.00059161	1.28990545	0.09841975	0.18600995

ცხრილის მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით უარესდება. საზომი საშუალებების 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების ცვლილების დიაპაზონში დაკვირვებმა გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება გაუარესდა 4.23%-ით, ხოლო 0.1%-0.9%-მდე ეს გაუარესება შეადგენს უკვე 34.92%-ს.

E-ოპტიმალურობა. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 35-ზე.

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. 0.01%-0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.86%, 0.1%-0.9%-მდე ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 9.18%, ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მნიშვნელოვნად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

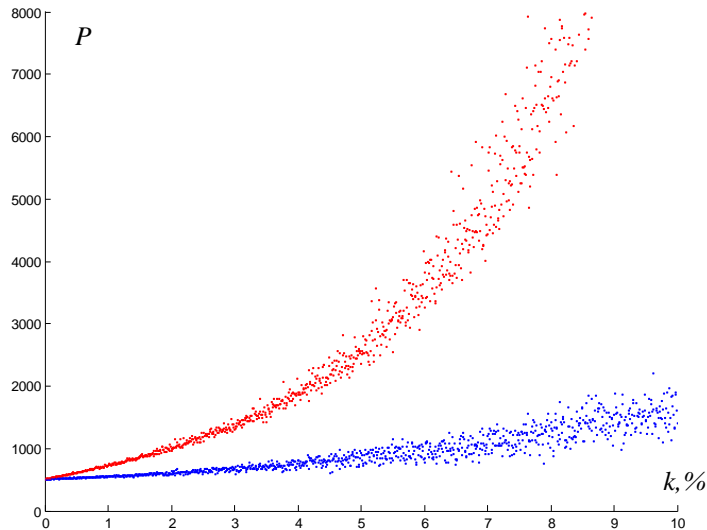


ნახ. 35. სამკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

ორთოგონალურობა. მესამე რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 36-ზე.

კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად სამკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 1.87%-ს. მეორე

0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 19.99%-ს, ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის და 1%-იანი ცდომილებისას ის უკვე აღწევს 43.13.



ნახ. 36. სამკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

3.4.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური კუბური რიგის გეგმისათვის

ამ ნაწილში განხილულია სამკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (3.11) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q- ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (3.11) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

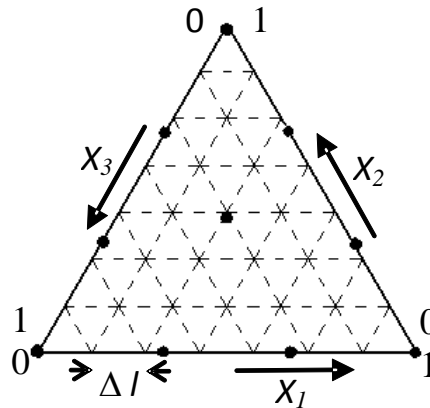
$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\|$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური კუბური რიგის რეგრესიას სამკომპონენტურისათვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.37).

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)-ში და (3.5)-ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა.



ნახ. 37. სამკომპონენტანი კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

განვიხილოთ ცალ-ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.10) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას.

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 13-ე ცხრილში, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაბნევა.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება
სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების
ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	11.52700141	11.53470872	11.53051968	0.00172508
0.03	11.53081128	11.55925910	11.54453911	0.00619640
0.05	11.53322546	11.58506462	11.56011209	0.01094696
0.07	11.54114843	11.61347860	11.57498930	0.01360181
0.09	11.54685059	11.63363916	11.58882568	0.01914166
0.1	11.56209116	11.63951319	11.59715426	0.01743849
0.3	11.60349158	11.89747121	11.74351819	0.06433209
0.5	11.62314273	12.18000772	11.91327378	0.11422396
0.7	11.71461643	12.51305330	12.08349674	0.14902488
0.9	11.77617513	12.73869066	12.24187025	0.21313977
1.0	11.98095197	12.81777043	12.34403580	0.19529850
2.0	12.27493260	14.86754981	13.52718531	0.60957484
3.0	12.97771290	18.35943990	15.26164812	1.06486357
4.0	13.40841311	22.84865981	17.83061740	1.90720690
5.0	16.22618222	31.49720605	21.32461094	3.28590201
10	24.14465757	174.60422605	62.80599166	30.57607191

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის კუბური რიგისათვის ცდომილების გაზრდისას 0.09%-მდე გაუარესდა 0.51%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 5.56%-ით, მესამე განსახილველ დიაპაზონში G-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება.

ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში. მაგალითად, თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაბნევა შეადგენდა 0.19529850, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 3.28590201.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.10) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

გამოსაკვლევ გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია ცხრილ 14-ში.

ცხრილი 14.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	8.66938666	8.67095715	8.67010465	0.00038956
0.03	8.66912478	8.67481429	8.67214413	0.00116587
0.05	8.67000605	8.67969448	8.67466872	0.00214213
0.07	8.67138418	8.68445501	8.67695422	0.00283126
0.09	8.67225497	8.68952956	8.67932162	0.00370118
0.1	8.67186594	8.68793335	8.67921629	0.00392273
0.3	8.67080785	8.72980399	8.70193011	0.01198013
0.5	8.68171548	8.78706454	8.73214961	0.02270034
0.7	8.70625789	8.85038230	8.76218965	0.03025985
0.9	8.71303390	8.91041344	8.79729011	0.04198882
1.0	8.70927623	8.90885591	8.80074395	0.04333927
2.0	8.80270912	9.26951749	9.03212835	0.10903994
3.0	8.86152257	9.79090737	9.29926405	0.18695799
4.0	9.03973113	10.6540658	9.72681210	0.32763796
5.0	9.23339924	11.8934907	10.3167794	0.52930756
10	10.85084049	30.07455232	16.86163959	3.71617146

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში, განსახილველი სამკომპონენტური შეფუთვების გეგმის კუბური რიგისათვის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.11%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 1.36%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 17.23%-ს.

3.5. სამკომპონენტური მეოთხე რიგის გეგმა

სამკომპონენტური ნარევის მეოთხე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 & 0 \\ 3/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \\ 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} & & & \end{matrix} \quad (3.12)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

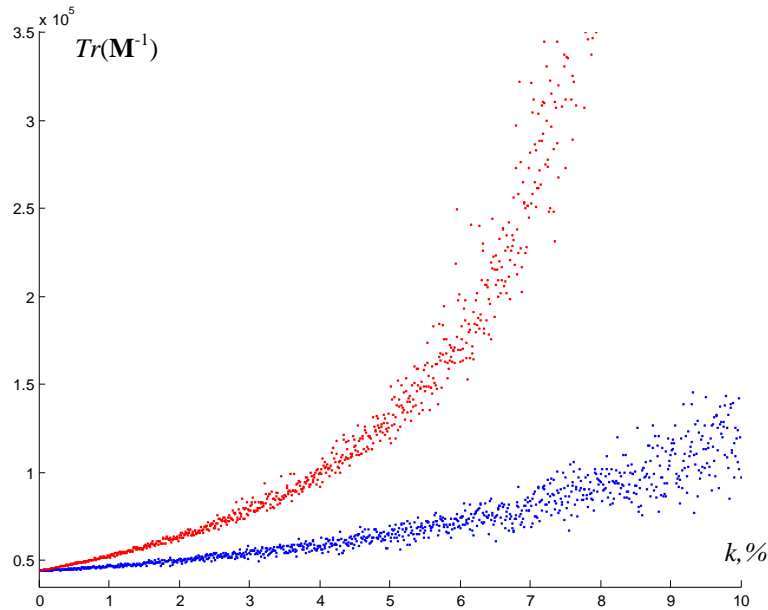
$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + \\ & + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \\ & + \delta_{12}x_1x_2(x_1 - x_2)^2 + \delta_{13}x_1x_3(x_1 - x_3)^2 + \delta_{23}x_2x_3(x_2 - x_3)^2 + \\ & + b_{1123}x_1^2x_2x_3 + b_{1223}x_1x_2^2x_3 + b_{1233}x_1x_2x_3^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.5.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური მეოთხე რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 38-ზე ნაჩვენებია სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის კვალის კვლევისას მიღებული შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია. სურათიდან ნათლად ჩანს, რომ ცდომილებების გაზრდით ასევე იზრდება შეცდომების დერეფანი.

მეოთხე რიგის განსახილველი სიმპლექს-გეგმის A-ოპტიმალურობის თვისება საზომი საშუალებების ცდომილების პირობებში შეიცვალა

შემდეგი სახით: პირველ განსახილველ დიაპაზონში 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილებისას შეინიშნებოდა გაუარესება 0.93%-ით, დიაპაზონში 0,1%-დან 1%-მდე გაუარესება გახდა 10.12%, მესამე განსახილველ დიაპაზონში A-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება. მაგალითად თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაბნევა შეადგენდა 0.01270324, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 0.12877595.



ნახ. 38. სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

D-ოპტიმალურობა. 15-ე ცხრილში წარმოდგენილია მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია მეოთხე რიგის სამკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმებზე საზომი საშუალებების მახასიათებელი ცდომილებების გავლენის კვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და საშუალო კვადრატული გადახრა.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 7.81%-ით, ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე განსახილველი თვისების მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა.

სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+027 *			
0.01	2.45255938	2.48170433	2.46641545	0.00566097
0.03	2.47278250	2.55071054	2.51672694	0.01832189
0.05	2.48764559	2.63387441	2.56043227	0.03015042
0.07	2.51615660	2.70046320	2.60453159	0.04620254
0.09	2.53362753	2.77272884	2.65903413	0.05557336
	1.0e+027 *			
0.1	2.54477209	2.86445987	2.69314850	0.06180903
0.3	2.76527789	3.77720549	3.30882449	0.23963499
0.5	2.94179015	5.22861168	3.95825165	0.47427809
0.7	3.31002131	6.74297894	4.75759314	0.85620465
0.9	3.57777443	8.86059992	5.92519226	1.24099560
	1.0e+031 *			
1.0	0.00037272	0.00124345	0.00067968	0.00015774
2.0	0.00066654	0.00466166	0.00212667	0.00099348
3.0	0.00095102	0.02571580	0.00806969	0.00576045
4.0	0.00127095	0.22492484	0.02992313	0.03227935
5.0	0.00221513	1.60073443	0.12616892	0.23366780
	1.0e+037 *			
10	0.00000007	4.38247904	0.06100928	0.44711798

E-ოპტიმალურობა. 16-ე ცხრილში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{max}) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.

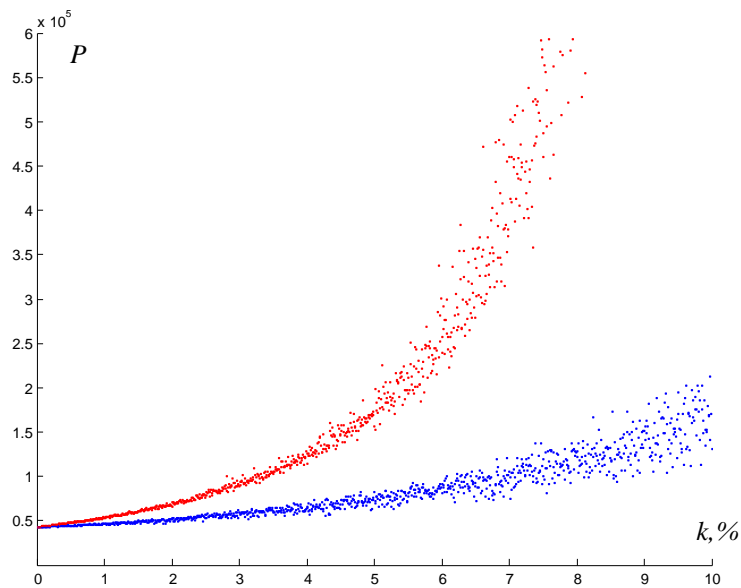
როგორც გვიჩვენა მონაცემების ანალიზმა, E-ოპტიმალურობის თვისება სამკომპონენტური გეგმების მეოთხე რიგისათვის მნიშვნელოვნად გაუარესდა ცდომილების გაზრდის შედეგად.

ცდომილების გაზრდისას 0.01–0.09%-მდე განსახილველი თვისება გაუარესდა 1.24%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე გაუარესდა 13.54%-ით, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში E -ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება. ეს ნათლად ჩანს მონაცემებშიც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+004 *			
0.01	1.99727031	2.00017296	1.99895433	0.00061736
0.03	2.00022851	2.01018508	2.00534116	0.00183977
0.05	2.00467037	2.01757709	2.01111610	0.00309325
0.07	2.00786654	2.02550816	2.01633108	0.00407904
0.09	2.00782689	2.03825611	2.02368393	0.00559419
	1.0e+004 *			
0.1	2.00977233	2.03931687	2.02691672	0.00626303
0.3	2.04054475	2.14392107	2.09347045	0.01928609
0.5	2.08776622	2.22687739	2.15606735	0.03346643
0.7	2.12363129	2.31975868	2.21531359	0.04496471
0.9	2.13232634	2.47152674	2.30128580	0.06451918
	1.0e+004 *			
1.0	2.13647798	2.49028966	2.34189238	0.07278691
2.0	2.31287677	3.15176479	2.76697737	0.18047762
3.0	2.59718594	4.30593725	3.39541718	0.33252989
4.0	3.00999257	5.40128888	4.09217423	0.52068425
5.0	3.58871792	7.35706827	5.03177017	0.90647626
	1.0e+007 *			
10	0.00689445	6.17614603	0.21178955	0.74982960

ორთოგონალურობა. გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 39-ზე.



ნახ. 39. სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 1.15%-ს, მეორე 0,1-0,9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 13.11%-ს, ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, ასე მაგალითად 1%-იანი ცდომილებისას ის უკვე შეადგენს 0.153637.

3.5.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა სამკომპონენტური მეოთხე რიგის გეგმისათვის

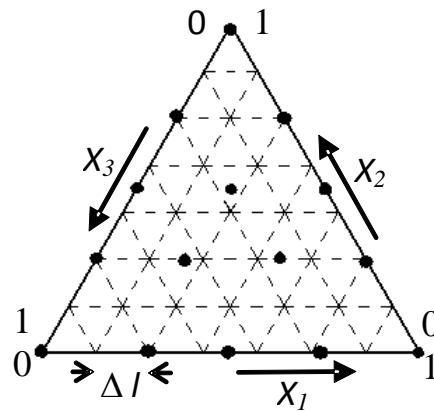
ამ პუნქტში განხილულია სამკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებული არიან გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (3.13) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (3.13) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2)^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3)^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3)^2, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3^2\|$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური მეოთხე რიგის რეგრესია სამკომპონენტური გეგმისთვის. ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ზადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.40).

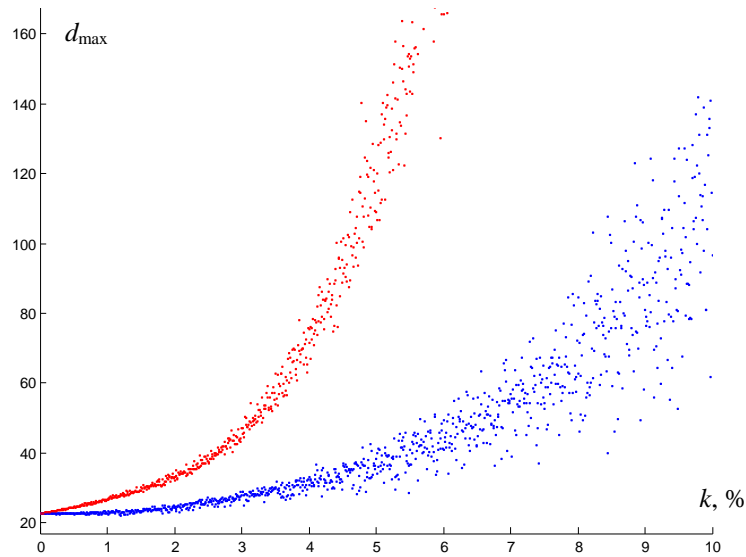


ნახ. 40. სამკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ამ წერტილების კოორდინატების (2.4)–ში ან (2.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ზადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.12) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას. ნახ. 41–ზე წარმოდგენილია მაქსიმალური დისპერსიის ცვლილების გრაფიკული რეზულტატი, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილების ზედდებით სამკომპონენტანი სიმპლექს–გისოსური გეგმის მეორე რიგისათვის.

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 17–ე ცხრილში, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაზნევა.



ნახ. 41. სამკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

ცხრილი 17.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება სამკომპონენტანი შეფუფეს გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	22.60814330	22.64018409	22.62575583	0.00690784
0.03	22.61848657	22.71318305	22.66417229	0.02064957
0.05	22.61308992	22.76982578	22.69554016	0.03464386
0.07	22.60241521	22.85300512	22.73486402	0.05482313
0.09	22.64208443	22.90756067	22.76251616	0.05711077
0.1	22.61337333	22.93833952	22.79088713	0.07015012
0.3	22.75336737	23.71055718	23.20523414	0.21235804
0.5	22.77080605	24.38684396	23.57107612	0.36563118
0.7	22.61064064	25.46819738	24.05289804	0.60636652
0.9	22.99396477	26.15561661	24.45324553	0.65543587
1.0	22.88479882	26.83376568	24.83079215	0.83006633
2.0	25.22063535	32.69642892	28.66679112	1.71836256
3.0	28.61766297	42.79944594	35.56471351	3.45442289
4.0	33.63729776	67.63882330	46.08357473	7.53944865
5.0	37.72575165	102.3680358	59.62195240	13.42759348
10	79.59824212	1.0e+004 *		
		6.98870475	0.31471250	0.95035988

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი სამკომპონენტანი შეფუფეს გეგმის მეოთხე რიგისათვის გაუარესდა 0.60%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 7.29%-

ით. ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (3.12) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას. გამოსაკვლევი შეფუფეს სამკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია ცხრილში 18.

ცხრილი 18.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სამკომპონენტანი შეფუფეს გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	16.14178246	16.14670942	16.14430703	0.00107803
0.03	16.13782360	16.15885583	16.14759479	0.00406777
0.05	16.14002074	16.16219490	16.15040327	0.00533963
0.07	16.13636056	16.17816136	16.15281320	0.00805151
0.09	16.13021555	16.18255964	16.15783693	0.01025336
0.1	16.13460832	16.18351805	16.15951214	0.01076870
0.3	16.11233592	16.31617726	16.20478898	0.04045390
0.5	16.15641845	16.37667896	16.25438344	0.05435580
0.7	16.12226931	16.56083968	16.31330684	0.08492337
0.9	16.10859964	16.70852905	16.41519192	0.10839402
1.0	16.24484871	16.78127288	16.46708667	0.11466243
2.0	16.21830669	17.84959574	17.19021600	0.31647428
3.0	17.06340381	19.88612676	18.43054253	0.62892231
4.0	17.29400803	23.22750069	20.09142526	1.11444956
5.0	18.71072174	27.36789368	22.39898485	1.85380905
	1.0e+003 *			
10	0.02871977	6.41658765	0.32380760	0.88630480

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში სამკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმების Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.08%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 1.58%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 36.02%-ს.

თავი 4. ოთხკომპონენტური გეგმების გამოკვლევა

4.1. ოთხკომპონენტური პირველი რიგის გეგმა

ოთხკომპონენტური ნარევის პირველი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 \quad (4.2)$$

4.1.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. 19-ე ცხრილში წარმოდგენილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგის A-ოპტიმალურობაზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

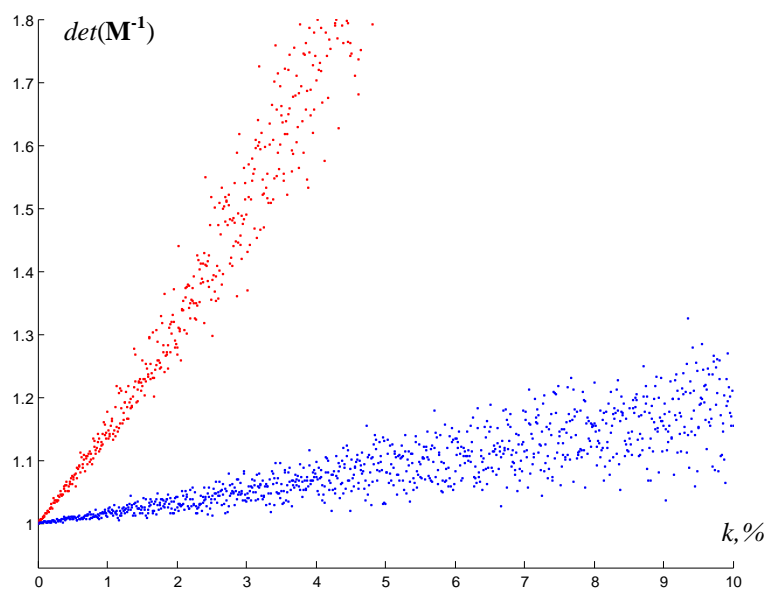
ჩატარებული კვლევის ანალიზმა გვიჩვენა, რომ შეცდომების გაზრდით უარესდება განსახილველი გეგმის ოპტიმალურობის მახასიათებელი.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%, A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.13%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს, ოპტიმალურობა უარესდება 1.28%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 6.67%-ით.

ოთხკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	4.00013163	4.00121123	4.00064324	0.00023644
0.03	4.00051617	4.00422417	4.00179578	0.00076947
0.05	4.00136244	4.00720145	4.00297796	0.00108431
0.07	4.00072245	4.00807514	4.00447630	0.00168485
0.09	4.00221921	4.01107258	4.00565980	0.00205025
0.1	4.00131730	4.01214907	4.00644636	0.00237281
0.3	4.00516816	4.04280459	4.01807416	0.00778640
0.5	4.01367698	4.07328210	4.03009689	0.01105813
0.7	4.00724487	4.08323621	4.04546757	0.01732440
0.9	4.02232678	4.11443232	4.05771895	0.02121270
1.0	4.01327549	4.12529149	4.06589613	0.02459781
2.0	4.04079695	4.23881253	4.12868171	0.04849783
3.0	4.05233900	4.49334629	4.19337244	0.08824252
4.0	4.09279924	4.67153998	4.27173105	0.11511876
5.0	4.14224878	4.88615046	4.33724070	0.13696594
10	4.14385370	5.80877553	4.85103395	0.37700665

D-ოპტიმალურობა. ნახ. 42-ზე წარმოდგენილია შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით ოთხი ცვლადის მქონე პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით იზრდება აგრეთვე შეცდომების დერეფანი.



ნახ. 42. ოთხკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების ანალიზის მიხედვით D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.5%-ით, მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდე უფრო იზრდება და შეადგენს 5.19%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 28.47%-ით.

E-ოპტიმალურობა. ოთხკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას შეცდომების დერეფანი მიიღებოდა ყველა საკვლევი ცდომილებისათვის ასჯერ შემთხვევითი სახით გენერირებული გეგმიდან თითოეულისათვის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვიდან λ (მახასიათებელი რიცხვი) მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობების ამორჩევით.

მე-20 ცხრილში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{max}) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.

ცხრილი 20.

ოთხკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.00017017	1.00067324	1.00038946	0.00012714
0.03	1.00029914	1.00246062	1.00105479	0.00043575
0.05	1.00071323	1.00362635	1.00176768	0.00062190
0.07	1.00050553	1.00572503	1.00256518	0.00101745
0.09	1.00102214	1.00627517	1.00326932	0.00114462
0.1	1.00087915	1.00666786	1.00366337	0.00129625
0.3	1.00205429	1.02501290	1.01062082	0.00444087
0.5	1.00688052	1.03714135	1.01791665	0.00638044
0.7	1.00539372	1.05948099	1.02616034	0.01057910
0.9	1.01019958	1.06546777	1.03350746	0.01200088
1.0	1.00859083	1.06969007	1.03765504	0.01363951
2.0	1.02181409	1.16395698	1.07545127	0.02876444
3.0	1.02080518	1.29805281	1.11571860	0.05230203
4.0	1.05602621	1.38098592	1.16008885	0.06888916
5.0	1.07209092	1.48429645	1.20647522	0.08506495
10	1.09107373	2.19792951	1.52048085	0.24498582

როგორც გვიჩვენა მონაცემების ანალიზმა, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%–09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.29%-ს, 0.1%–0.9% ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 2.97%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილების დროს უარესდება 16.27%-ით.

4.1.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ოთხკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (4.1) მეშვეობით, როგორცაა G- ოპტიმალურობა, რომელიც უზრუნველყოფს წინასწარმეტყველების მაქსიმალურად შესაძლო დისპერსიის მინიმიზაციას კვლევის განსაზღვრულ არეში და Q- ოპტიმალურობა, რომლის საშუალებითაც ხდება წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაცია.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (4.1) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

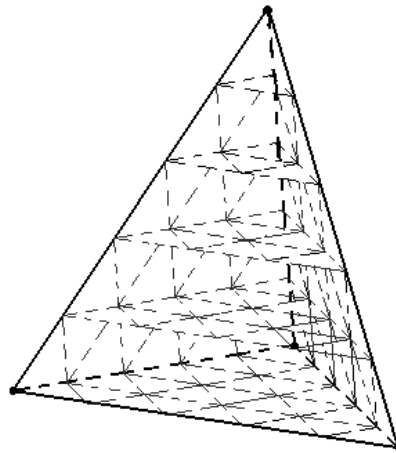
$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4\|$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური პირველი რიგის რეგრესია ოთხკომპონენტური გეგმისთვის.

ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში ოთხკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის ზემოხსენებული თვისების გამოსაკვლევად ხორციელდება საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის იმიტაცია გეგმის წერტილების კოორდინატებზე შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით,

რომლებიც განაწილებული არიან ნორმალური კანონით. ამ რიცხვების ფორმირება განხორციელდა სტანდარტული პროგრამის საშუალებით შემთხვევითი რიცხვების ε გენერირებით.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით. სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.43).



ნახ. 43. ოთხკომპონენტური პირველი რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში და (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა.

საზომი საშუალებების ცდომილების არსებობის გამო იცვლებოდა განსახილველი გეგმის კოორდინატები, რამაც გამოიწვია, თავის მხრივ, კოვარიაციული მატრიცის ცვლილება $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$, სადაც \tilde{X} – დაგეგმვის მატრიცაა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q- ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.1) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური

დისპერსიის (dmax) მინიმიზაციას. განსახილველი გეგმის G-ოპტი-
 მალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას
 მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 21-ე ცხრილში, სადაც
 წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინი-
 მალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო
 არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაბნევა.

ცხრილი 21.

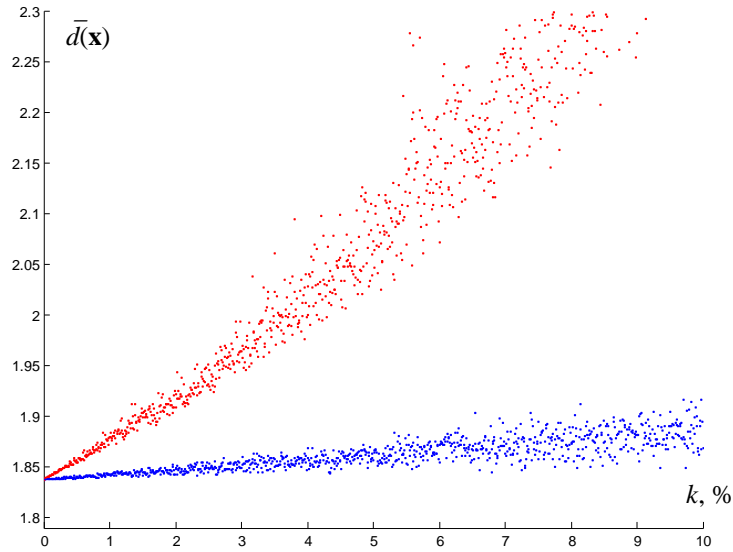
წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება
 ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა
 ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	4.00028158	4.00232351	4.00115662	0.00041827
0.03	4.00066237	4.00884184	4.00330449	0.00143228
0.05	4.00220161	4.01264112	4.00564655	0.00209930
0.07	4.00176993	4.02079085	4.00800149	0.00335051
0.09	4.00281120	4.02099596	4.01029958	0.00392145
0.1	4.00281745	4.02334342	4.01159818	0.00420334
0.3	4.00663260	4.08996775	4.03332199	0.01455704
0.5	4.02211882	4.12973347	4.05724049	0.02157264
0.7	4.01776830	4.21656499	4.08164910	0.03484676
0.9	4.02829860	4.21912861	4.10561878	0.04112546
1.0	4.02833787	4.24474608	4.11927416	0.04418208
2.0	4.06498782	4.56525237	4.23774763	0.09755033
3.0	4.06723125	5.08342835	4.36365552	0.17273317
4.0	4.16572827	5.16314942	4.51139941	0.21548518
5.0	4.23193452	5.72754323	4.66277005	0.28946728
10	4.30067224	8.35227570	5.65388778	0.78868501

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების
 გაზრდისას 0.01%-დან 0.09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსა-
 ხილველი ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის პირველი რიგისათვის
 გაუარესდა 0.23%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე
 უარესდებოდა 2.34%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე
 საკვლევი თვისება უარესდებოდა 13.19%-ით.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.1) ტიპის გეგმები,
 რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების
 საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას. ნახ. 44-ზე წარმოდგენილია შეცდომე-

ბის დერეფანი, რომელიც მიიღებოდა შეფუფეს ოთხკომპონენტანი პირველი რიგის გეგმების Q-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას.



ნახ. 44. ოთხკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა

როგორც გვიჩვენა მიღებული მონაცემების ანალიზმა, ცდომილების გაზრდისას იზრდება შეცდომების დერეფანი, კერძოდ, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში განსახილველი გეგმის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.08%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.78%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 4.17%-ს.

4.2. ოთხკომპონენტანი მეორე რიგის გეგმა

ოთხკომპონენტანი ნარევის მეორე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

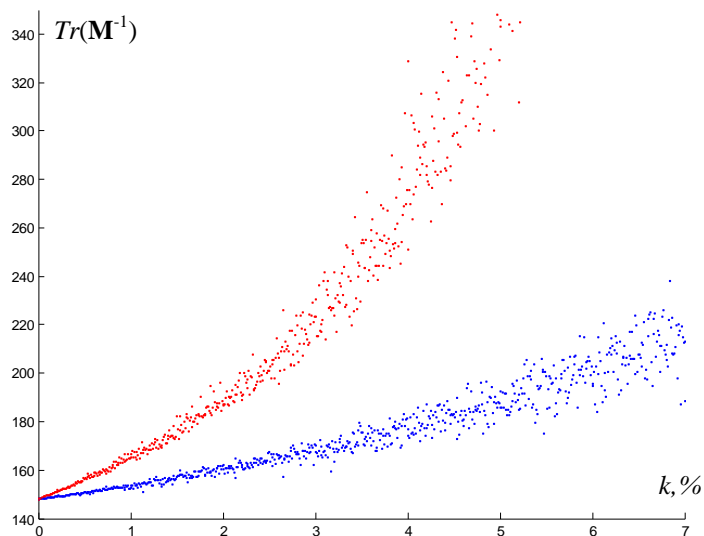
$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (4.3)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 \quad (4.4)$$

4.2.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტური მეორე რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 45-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კვალის კვლევისას. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 45. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

22-ე ცხრილში წარმოდგენილია მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის მეორე რიგის A-ოპტიმალურობაზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და საშუალო კვადრატული გადახრა.

ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	148.05261354	148.14234063	148.09346318	0.01933605
0.03	148.15347687	148.48069608	148.28595687	0.05762806
0.05	148.29358608	148.78960906	148.47278469	0.10290127
0.07	148.35590566	149.06925130	148.66016712	0.13750432
0.09	148.44414991	149.28666710	148.84864724	0.17587202
0.1	148.53139470	149.43535152	148.94409158	0.19521377
0.3	149.59891765	152.99566232	150.95021975	0.59317869
0.5	151.06568551	156.33597710	152.99232973	1.08559807
0.7	151.89649694	159.85131877	155.09514835	1.49025127
0.9	152.60383401	162.44784402	157.36270261	2.00632799
1.0	153.87132176	163.64767578	158.46724582	2.18044728
2.0	161.05333663	192.05416157	172.01362032	6.04452682
3.0	171.83603046	225.44270942	189.62384849	9.32002018
4.0	182.17358889	264.17866272	213.54489394	18.0492220
5.0	196.37040167	360.36305438	248.22964757	34.4888467
	1.0e+007 *			
10	0.00002957	5.12114600	0.05146709	0.51208905

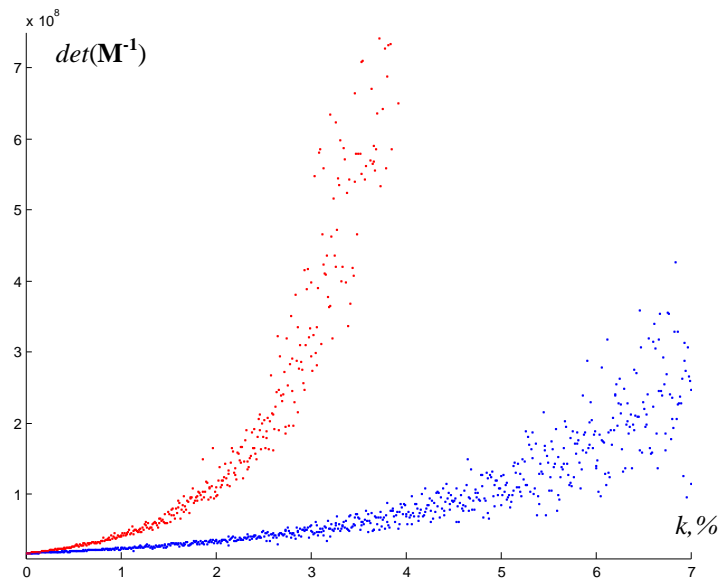
მიღებული მონაცემებიდან ჩანს, რომ განსახილველი გეგმის ოპტიმალურობის მახასიათებელი ცდომილების გაზრდით უარესდება.

საზომი საშუალების 0.01–0.09%-მდე ცდომილების დროს A-ოპტიმალურობა უარესდება 0.51%-ით, მეორე დიაპაზონში ცდომილების 0.1%-დან 0.9%-მდე გაზრდა იწვევს 5.65%-იან ცვლილებას, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში A-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება. ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

D-ოპტიმალურობა. ნახ. 46-ზე წარმოდგენილია $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით ოთხი ცვლადის მქონე მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით იზრდება აგრეთვე შეცდომების დერეფანი.

მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით უარესდება.

საზომი საშუალებების 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების პირობებში D-ოპტიმალურობა უარესდება 4.74%-ით, ხოლო საზომი საშუალებების ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ასე მაგალითად, თუ 0.1%-იან ცდომილებაზე გაზრდა შეადგენდა 0.01891489, უკვე 1%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 0.00332373-ს.



ნახ. 46. ოთხკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

E-ოპტიმალურობა. მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{max}) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას მოცემულია 23-ე ცხრილში.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაზრდა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%-0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.03%, 0.1%-0.9%-იანი ცდომილების ზედდებისას აღწევს 0.36%, ხოლო მესამე დიაპაზონში ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	40.58063416	40.63826352	40.60446029	0.01073006
0.03	40.53080983	40.71688144	40.61091962	0.03585280
0.05	40.49621091	40.73830308	40.61026417	0.05540423
0.07	40.40117868	40.81834615	40.60747657	0.07859543
0.09	40.41050290	40.86617538	40.61599720	0.09892805
0.1	40.35997093	40.84816167	40.62453510	0.11517903
0.3	39.85366170	41.76015328	40.64467142	0.38240895
0.5	39.29780999	42.80433869	40.61250391	0.66286844
0.7	39.19628584	42.70954501	40.78993445	0.78895176
0.9	38.54117712	43.40294050	40.76976951	1.04108921
1.0	38.56428441	43.84882116	40.96309528	1.14100495
2.0	37.55241315	49.02499438	42.09404432	2.59803880
3.0	35.79861999	61.37840037	44.33813571	3.82703674
4.0	38.22438569	93.51415534	50.51019412	8.09009227
5.0	38.88541907	117.2102674	61.81596724	13.5490295
	1.0e+007 *			
10	0.00000833	5.12106886	0.05142384	0.51208562

ორთოგონალურობა. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული რიცხვითი შედეგები მოცემულია 24-ე ცხრილში.

ცხრილში მოცემული მონაცემების შესაბამისად ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება.

0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.06%-ს, მეორე 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.99%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 23.45%-ით.

ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	143.87583262	144.03678410	143.96647055	0.05333072
0.03	143.48841225	144.13763880	143.85764754	0.21017771
0.05	143.17103339	144.42489587	143.83340825	0.34806071
0.07	143.25240309	144.82263423	143.84320923	0.47619427
0.09	142.93924260	145.12078289	144.05366353	0.75922836
0.1	143.01780899	144.73195046	143.75347353	0.52148084
0.3	141.72659463	144.57566350	142.76916914	0.93686542
0.5	135.87717853	145.99665061	140.99900427	3.28701086
0.7	137.52434974	148.36756907	142.71305949	3.54674684
0.9	139.50285911	161.99718601	145.17943399	6.63125688
1.0	131.74665577	151.74746082	140.62156395	5.34642479
2.0	108.75973276	145.03556651	130.14381267	10.67961732
3.0	93.58239243	199.14926831	135.44991861	23.74639667
4.0	86.39191301	290.98068922	157.28778437	44.44193266
5.0	118.58388045	271.79054541	173.59668979	41.29166592
10	1.0e+006 *			
	0.00015629	157.77869007	1.58159831	15.77748622

4.2.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტური მეორე რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (4.4) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (4.4) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

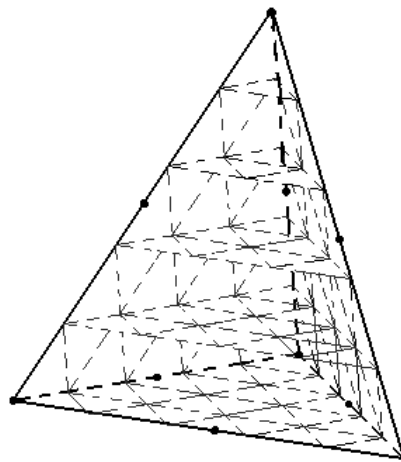
$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_4\|$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური მეორე რიგის რეგრესია ოთხკომპონენტური გეგმისთვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.47).

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)-ში და (3.5)-ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის Δl მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ-ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

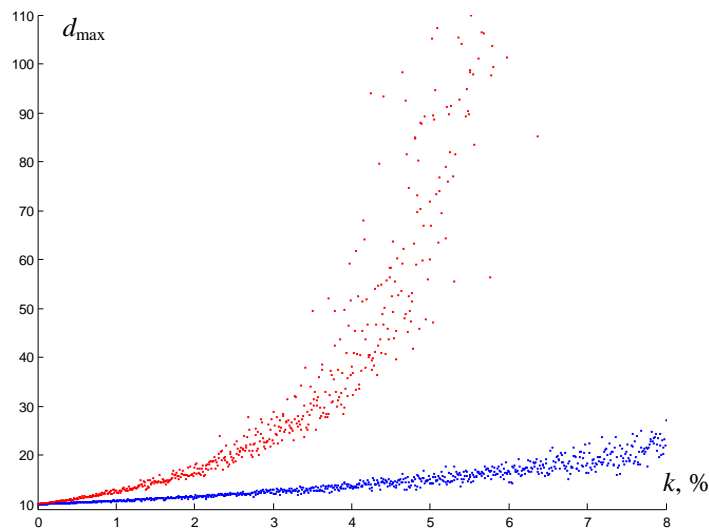


ნახ. 47. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.3) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას.

ნახ. 48-ზე წარმოდგენილია მაქსიმალური დისპერსიის ცვლილების გრაფიკული რეზულტატი, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილების ზედდებით ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის მეორე რიგისათვის.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ოთხკომპონენტური შეფუთვების მეორე რიგისათვის გაუარესდა 0.97%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 11.12%-ით, მესამე განსახილველ დიაპაზონში G-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება. მაგალითად თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაბნევა შეადგენდა 0.37040601, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 10.8391328.



ნახ. 48. ოთხკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.3) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილში 25.

როგორც გვიჩვენა მიღებული მონაცემების ანალიზმა, საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში განსახილველი ოთხკომპონენტური შეფუთვების მეორე რიგისათვის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.18%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 2.29%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 34.47%-ს.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფუთვის გეგმის მეორე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	5.97375241	5.97488066	5.97428612	0.00025556
0.03	5.97535368	5.97948619	5.97697811	0.00073144
0.05	5.97714655	5.98338232	5.97962674	0.00130754
0.07	5.97845425	5.98759782	5.98224250	0.00179175
0.09	5.97907169	5.99097619	5.98497006	0.00236012
0.1	5.98079210	5.99217654	5.98625995	0.00261812
0.3	5.99930829	6.04311609	6.01602919	0.00784920
0.5	6.02058127	6.08750970	6.04872949	0.01480096
0.7	6.03429237	6.15358071	6.08244649	0.02210764
0.9	6.03875780	6.20972572	6.12333956	0.03336726
1.0	6.06843903	6.21438552	6.14079673	0.03542409
2.0	6.18178472	6.80755776	6.40721393	0.11141805
3.0	6.46678765	7.43636301	6.78969987	0.20589815
4.0	6.53897942	8.52992783	7.35985778	0.44253119
5.0	6.81576003	11.75095535	8.25723290	0.91270026
10	8.62117704	1.0e+005 *		
		13.53726230	0.13614611	1.35364911

4.3. ოთხკომპონენტური არასრული კუბური რიგის გეგმა

ოთხკომპონენტური ნარევის არასრული კუბური რიგის გეგმას გააჩნია

შემდეგი სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 \quad (4.6)$$

4.3.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. 26-ე ცხრილში წარმოდგენილია ოთხკომპონენტიანი სიმპლექს-გისოსური გეგმების არასრული კუბური რიგისათვის ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ცხრილი 26.

ოთხკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+003 *			
0.01	4.90484207	4.91298523	4.90877234	0.00177168
0.03	4.91214843	4.93667239	4.92562559	0.00493928
0.05	4.92587863	4.97046737	4.94714034	0.00961432
0.07	4.93767913	4.99926562	4.96410518	0.01117672
0.09	4.94289693	5.02716280	4.98276332	0.01686194
	1.0e+003 *			
0.1	4.94918382	5.03279910	4.98900737	0.01811819
0.3	5.03097862	5.28441300	5.16750405	0.05251859
0.5	5.18292040	5.67859646	5.40957840	0.10801351
0.7	5.30571249	6.05823264	5.61434877	0.13354492
0.9	5.37191813	6.43726409	5.85304880	0.21073809
	1.0e+005 *			
1.0	0.05478003	0.06600299	0.05939544	0.00232668
2.0	0.06308879	0.09150293	0.07505222	0.00641415
3.0	0.07247568	0.13517005	0.09464242	0.01275349
4.0	0.08310350	0.30331904	0.13381330	0.03611388
5.0	0.11415023	1.92308318	0.28106533	0.24737115
	1.0e+008 *			
10	0.00015319	8.23897875	0.09607156	0.82532389

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09% A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 1.51%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1%-0.9%-ს, უარესდება 17.32%-ით, ხოლო ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად განსახილველი თვისება კიდევ უფრო მკვეთრად უარესდება.

D-ოპტიმალურობა. 27-ე ცხრილში ნაჩვენებია მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია არასრული კუბური რიგის ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმებზე საზომი საშუალებების მახასიათებელი ცდომილებების გავლენის კვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა-საშუალო კვადრატული გადახრა.

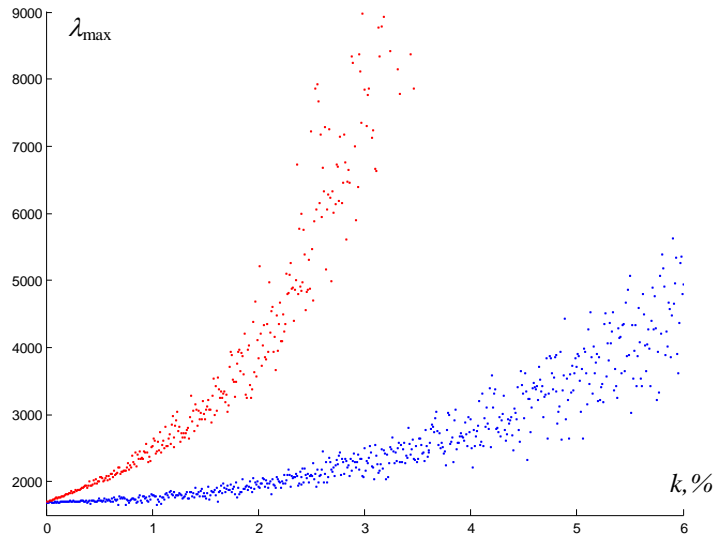
ცხრილი 27.

ოთხკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+018 *			
0.01	4.77719616	4.82787339	4.80182368	0.01130079
0.03	4.86103631	5.00025813	4.92825395	0.03463581
0.05	4.95034378	5.25074241	5.08596979	0.06446647
0.07	5.01681462	5.46446896	5.22004657	0.08169360
0.09	5.04025676	5.77415931	5.37031068	0.12500678
	1.0e+019 *			
0.1	0.51766061	0.57140846	0.54058997	0.01501704
0.3	0.64448230	0.77350604	0.70937855	0.05022542
0.5	0.88895716	1.13982997	0.97978173	0.08151165
0.7	0.91769095	1.55973545	1.19947155	0.17738362
0.9	1.15639026	1.82378860	1.35859712	0.20166863
	1.0e+024 *			
1.0	0.00001101	0.00003445	0.00001944	0.00000492
2.0	0.00002792	0.00044220	0.00010193	0.00006338
3.0	0.00007828	0.00273487	0.00056218	0.00053615
4.0	0.00017635	0.07167608	0.00501153	0.00945486
5.0	0.00094923	7.43100775	0.29545366	1.01258471
	1.0e+029 *			
10	0.00000007	2.57166855	0.02947461	0.25798181

როგორც ვიხილავთ კვლევის შედეგებში, ცდომილების გაზრდისას იზრდება აგრეთვე შეცდომების დერეფანი. ოთხკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმების არასრული კუბური რიგისათვის D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 11.84%-ით, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში D-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება, მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

E-ოპტიმალურობა. ოთხკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 49-ზე.



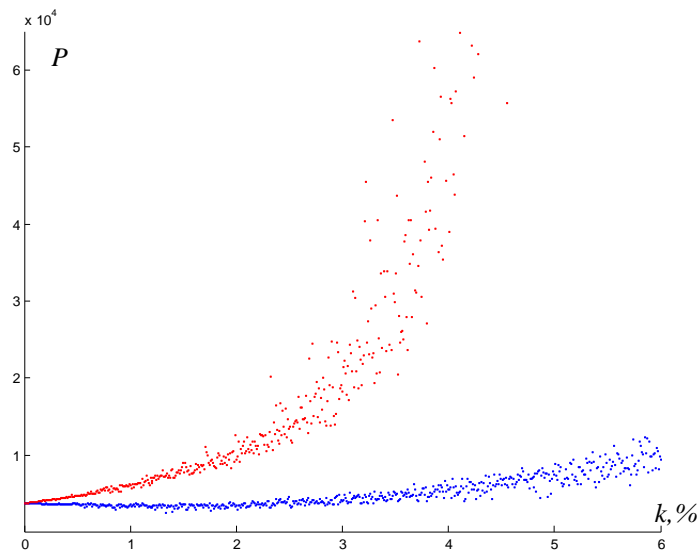
ნახ. 49. ოთხკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

ჩატარებული კვლევის ანალიზის შესაბამისად განსახილველი გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%-0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 1.47%-ს, მეორე 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და აღწევს 17.82%-ს, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში E-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება.

ორთოგონალურობა. ოთხკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს - გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 50-ზე.

მონაცემების ანალიზის შესაბამისად ოთხკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების

გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 1.71%-ს, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში აღწევს 19.89%-ს, ცდომილებების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, მაგალითად თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაბნევა შეადგენდა 0.19529850, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 3.28590201.



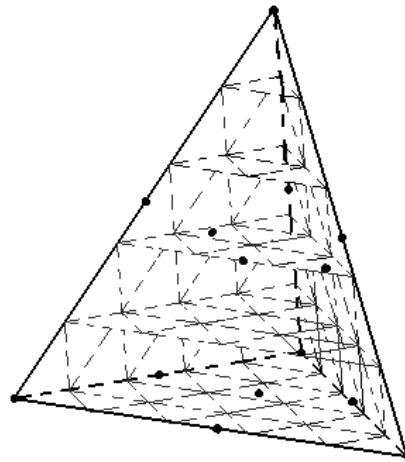
ნახ. 50. ოთხკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

4.3.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ოთხკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (4.6) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q- ოპტიმალურობები. ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (4.6) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \\ \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4\|$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური არასრული კუბური რიგის რეგრესიას ოთხი კომპონენტისათვის. სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ზადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ. 51). ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში ან (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევ სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ზადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევ თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

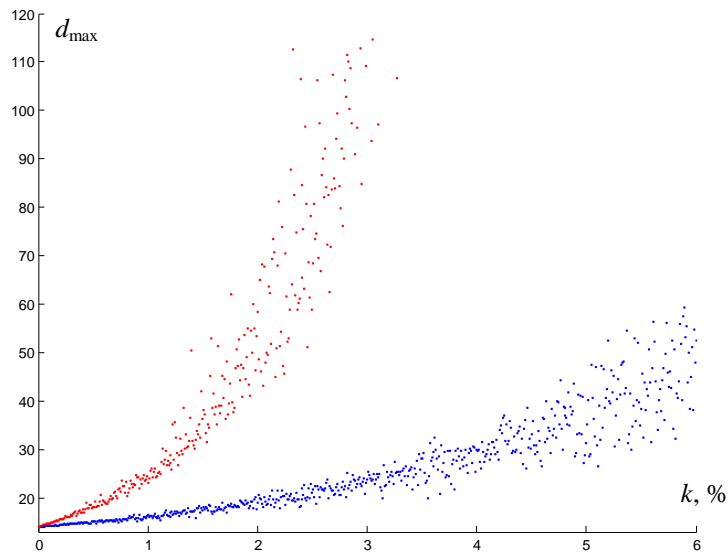


ნახ. 51. ოთხკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.5) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას. ნახ. 52–ზე წარმოდგენილია მაქსიმალური დისპერსიის ცვლილების გრაფიკული რეზულტატი, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილების ზედდებით ოთხკომპონენტანი სიმპლექს–გისოსური გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის.

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%–0.09%–მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი

ოთხკომპონენტანი შეფუფეს გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის გაუარესდა 2.33%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 29.51%-ით, ცდომილების შემდგომში გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, ასე მაგალითად 1%-იანი ცდომილებისას ის უკვე აღწევს 1.60200706-ს.



ნახ. 52. ოთხკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.5) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 28-ე ცხრილში.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში განსახილველი გეგმის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.43%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 5.45%-ით, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში Q-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება. ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფუვის გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	8.86481040	8.86933740	8.86707344	0.00093404
0.03	8.86876406	8.88113193	8.87577015	0.00256398
0.05	8.87571272	8.89793234	8.88662680	0.00486063
0.07	8.88173607	8.91435670	8.89555571	0.00581472
0.09	8.88490786	8.93101688	8.90534027	0.00886767
0.1	8.88539872	8.93203596	8.90817029	0.00959367
0.3	8.93532094	9.06434367	9.00363622	0.02772873
0.5	9.01928345	9.27683017	9.13490613	0.05651798
0.7	9.08019559	9.49095780	9.25256095	0.07289933
0.9	9.12253229	9.76214666	9.39374617	0.11887231
1.0	9.18765221	9.83894726	9.44340981	0.13261067
2.0	9.66722255	11.43924414	10.43641806	0.40260415
3.0	10.29735057	14.55322201	11.78686922	0.83739956
4.0	11.07888263	29.25989339	14.66160486	2.69484007
5.0	13.26067429	140.31007247	25.70792743	18.3320573
10	18.11170813	1.0e+005 *		
		6.78359952	0.07719027	0.67897138

4.4. ოთხკომპონენტური კუბური რიგის გეგმა

ოთხკომპონენტური ნარევის კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

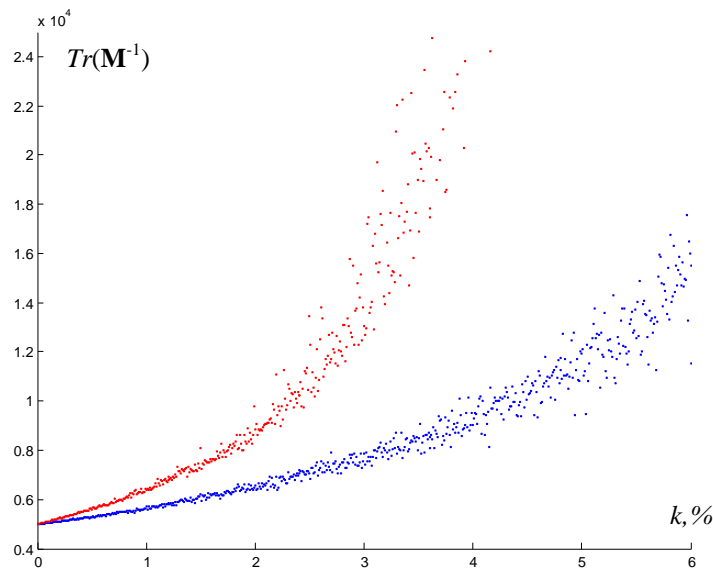
$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (4.7)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 \\ & + b_{34}x_3x_4 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \\ & + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) \\ & + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.4.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტური კუბური რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 53-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა ოთხკომპონენტური მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კვალის კვლევისას. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 53. ოთხკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

ჩატარებული კვლევის ანალიზის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად განსახილველი გეგმის A-ოპტიმალურობის მახასიათებელი ცდომილების გაზრდით უარესდება. საზომი საშუალების 0.01–0.09%-მდე ცდომილების დროს ოპტიმალურობა უარესდება 1.37%-ით, მეორე დიაპა-

ზონში ცდომილების 0.1%-დან 0.9%-მდე გაზრდა იწვევს 15.93%-იან ცვლილებას. ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

D-ოპტიმალურობა. განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემები ნაჩვენებია 29-ე ცხრილში.

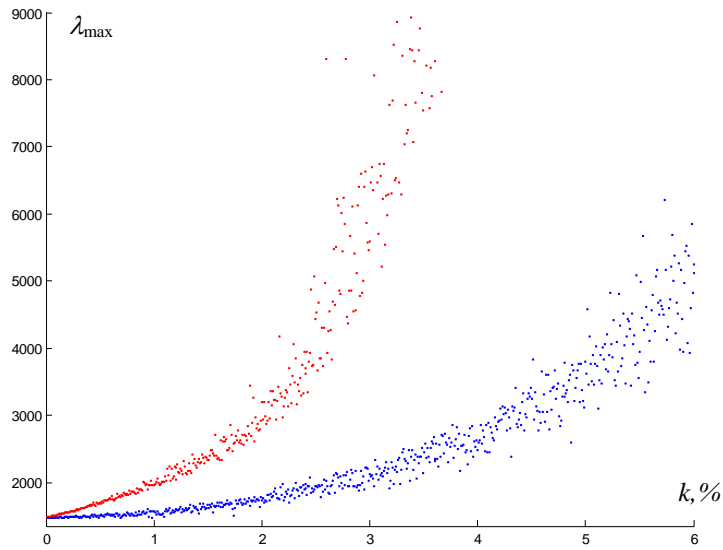
ცხრილი 29.

ოთხკომპონენტანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+029 *			
0.01	1.77002581	1.79487405	1.78140322	0.00627589
0.03	1.81629358	1.92455336	1.86384859	0.01837309
0.05	1.89280137	2.03753557	1.95162544	0.03024807
0.07	1.95039555	2.15106768	2.04452260	0.04644418
0.09	1.99354424	2.30963585	2.14530003	0.06623678
	1.0e+030 *			
0.1	0.20420751	0.23493516	0.21791693	0.00775877
0.3	0.26543894	0.47812843	0.34631412	0.03516124
0.5	0.40464488	0.85847172	0.56058797	0.09070356
0.7	0.56547017	1.52662570	0.92453394	0.22221907
0.9	0.70374453	3.34312287	1.58157814	0.53434195
	1.0e+033 *		1.0e+037 *	
1.0	0.00090010	0.00000040	0.00000019	0.00000008
2.0	0.00649704	0.00003977	0.00000395	0.00000467
3.0	0.02001274	0.00233717	0.00009881	0.00025394
4.0	0.08471717	0.17825647	0.00822695	0.02790927
5.0	2.34414965	215.598641	4.14189503	24.8416019
	1.0e+038 *		1.0e+050 *	
10	6.72238066	7.65969447	0.11754295	0.80281237

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით უარესდება. საზომი საშუალებების 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების ცვლილების დიაპაზონში დაკვირვებამ გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება გაუარესდა 20.43%-ით. ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ნათლად ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

E-ოპტიმალურობა. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 54-ზე.



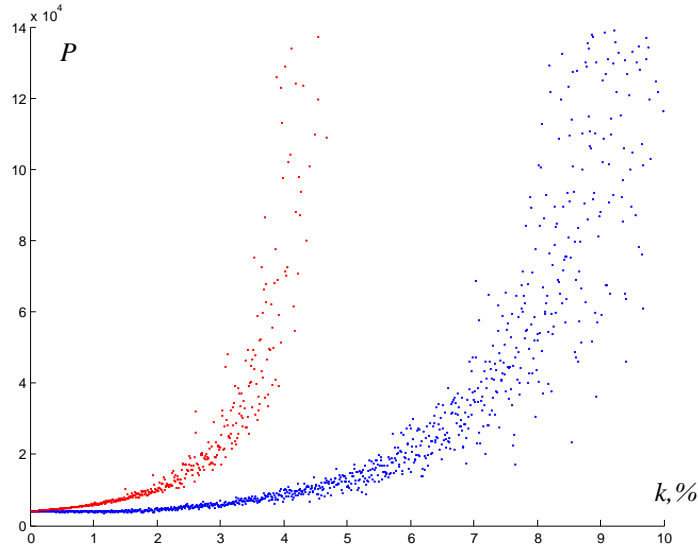
ნახ. 54. ოთხკომპონენტანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

როგორც გვიჩვენა დაკვირვების შედეგებმა, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. 0.01%-0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 1.26%, 0.1%-0.9%-მდე ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 15.27%, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

ორთოგონალურობა. მესამე რიგის ოთხკომპონენტანი სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებოდით $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას (P). გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 55-ზე.

კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად ოთხკომპონენტანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების

დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 1.47%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 18.26%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება მკვეთრად უარესდება.



ნახ. 55. ოთხკომპონენტანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

4.4.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტანი კუბური რიგის გეგმისათვის

ამ ნაწილში განხილულია ოთხკომპონენტანი მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (4.8) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q- ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (4.8) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2),$$

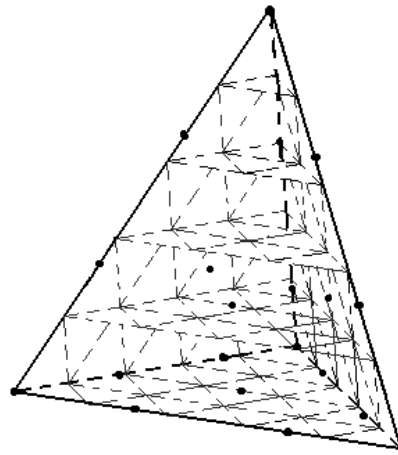
$$\tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4),$$

$$\tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4\|$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური კუბური რიგის რეგრესიას ოთხი კომპონენტისათვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.56).



ნახ. 56. ოთხკომპონენტანი კუბური რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)-ში და (3.5)-ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ-ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G - და Q - ოპტიმალურობა.

G -ოპტიმალურობა. G -ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.7) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას.

განსახილველი გეგმების G -ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია ცხრილში 30, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების

მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაზნევა.

ცხრილი 30.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	23.08609248	23.14452676	23.11147749	0.01331500
0.03	23.13740022	23.38986365	23.24210657	0.04289970
0.05	23.23104599	23.71664051	23.38067172	0.08429799
0.07	23.29969787	23.79751476	23.51712617	0.09620532
0.09	23.36811735	24.05969649	23.66552457	0.14309771
0.1	23.44969339	24.06408833	23.71473585	0.13957766
0.3	24.01817714	26.98194627	25.16656614	0.50249501
0.5	25.06369118	31.64243643	26.90214368	1.12072881
0.7	25.89402928	33.21942105	28.77538200	1.38722117
0.9	26.74613497	38.24141042	31.14201418	2.29569060
1.0		1.0e+004 *		
2.0	27.80065569	0.00380264	0.00319106	0.00022777
3.0	36.89225886	0.01161153	0.00529261	0.00120882
4.0	46.76186187	0.03073074	0.00855918	0.00388205
5.0	52.55033799	0.51310573	0.02959874	0.05966934
	88.42339453	2.17915703	0.10327933	0.26418281
10		1.0e+007 *		
	795.60971566	13.68544257	0.20598126	1.37294095

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის კუბური რიგისათვის ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე გაუარესდა 2.40%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 31.32%-ით, მესამე განსახილველ დიაპაზონში G-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება. ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში. მაგალითად თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაზნევა უკვე შეადგენდა 2.2777.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.7) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმუმისა.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილში 31.

ცხრილი 31.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფუთვით გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	15.81256885	15.82013863	15.81580922	0.00178562
0.03	15.82160319	15.84739889	15.83356697	0.00513094
0.05	15.82925487	15.86737366	15.85032686	0.00829471
0.07	15.83789518	15.90247251	15.86877749	0.01199545
0.09	15.84834969	15.93303266	15.88790651	0.01805993
0.1	15.85838344	15.93585966	15.89138860	0.01842080
0.3	15.96205712	16.25143529	16.09094065	0.05644868
0.5	16.09028899	16.52644900	16.30561983	0.09769026
0.7	16.20860357	16.99226214	16.56478185	0.14931814
0.9	16.34742124	17.53130174	16.86313099	0.24388844
1.0	16.52579892	17.56449936	16.95276530	0.26361591
2.0	17.89204065	21.65631966	19.31747309	0.91849312
3.0	19.08061417	30.78881505	22.87416196	2.24979591
4.0	20.56955475	288.6505766	35.43538722	28.8907041
5.0	23.94493060	2.0303e+003	84.95408653	208.974700
10	92.96083054	4.9746e+006	9.0082e+004	5.0969e+005

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში განსახილველი გეგმის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.46%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 6.11%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედში ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

4.5. ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმა

ოთხკომპონენტანი წარევის მეოთხე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 3/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 3/4 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \end{bmatrix} & & & & & \begin{bmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 & 0 \\ 3/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 3/4 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4.9)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + \\ & + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \\ & + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \\ & + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) + \delta_{12}x_1x_2(x_1 - x_2)^2 + \delta_{13}x_1x_3(x_1 - x_3)^2 + \\ & + \delta_{14}x_1x_4(x_1 - x_4)^2 + \delta_{23}x_2x_3(x_2 - x_3)^2 + \delta_{24}x_2x_4(x_2 - x_4)^2 + \\ & + \delta_{34}x_3x_4(x_3 - x_4)^2 + b_{1123}x_1^2x_2x_3 + b_{1124}x_1^2x_2x_4 + b_{1134}x_1^2x_3x_4 + b_{1223}x_1x_2^2x_3 + \\ & + b_{1224}x_1x_2^2x_4 + b_{3224}x_3x_2^2x_4 + b_{1233}x_1x_2x_3^2 + b_{1433}x_1x_4x_3^2 + \\ & + b_{2433}x_2x_4x_3^2 + b_{1244}x_1x_2x_4^2 + b_{2344}x_2x_3x_4^2 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4 \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.5.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. 32-ე ცხრილში მოცემულია კოვარიაციული მატრიცის კვალის საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები სხვადასხვა ცდომილების პირობებში.

ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+005 *			
0.01	2.515367030	2.51822655	2.51689858	0.00059081
0.03	2.521535228	2.53333483	2.52699025	0.00204587
0.05	2.530375829	2.54471518	2.53727166	0.00299275
0.07	2.537957237	2.55840999	2.54726062	0.00459534
0.09	2.544975392	2.56850642	2.55750032	0.00507879
	1.0e+005 *			
0.1	2.54651530	2.57582003	2.56226959	0.00610151
0.3	2.61582912	2.74264018	2.67303327	0.02203584
0.5	2.71636561	2.88456882	2.79632592	0.03505744
0.7	2.81307588	3.06103369	2.92760351	0.05613213
0.9	2.93388832	3.21279533	3.07972974	0.06727792
	1.0e+005 *		1.0e+009 *	
1.0	2.94217622	0.00033480	0.00031556	0.00000909
2.0	3.62203804	0.00057683	0.00042368	0.00003318
3.0	4.93760015	0.00422209	0.00071241	0.00037697
4.0	6.45384093	0.12592130	0.00614731	0.01775112
5.0	11.05789761	808.40257004	8.17978352	80.83206030
	1.0e+005 *		1.0e+010 *	
10	98.36811910	194.53478344	4.93937033	27.48607044

მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ A-ოპტიმალურობის თვისება საზომი საშუალებების ცდომილების პირობებში შეიცვალა შემდეგი სახით: პირველ განსახილველ დიაპაზონში 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილებისას შეინიშნებოდა ოპტიმალურობის გაუარესება 1.61%-ით, დიაპაზონში 0.1%-დან 1%-მდე გაუარესება გახდა 20.20%, ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ნათლად ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

D-ოპტიმალურობა. 33-ე ცხრილში წარმოდგენილია მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია მეოთხე რიგის ოთხკომპონენტანი სიმპლექს-გისოსური გეგმებზე საზომი საშუალებების მახასიათებელი ცდომილებების გავლენის კვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და საშუალო კვადრატული გადახრა.

ჩატარებული კვლევის ანალიზმა გვიჩვენა რომ შეცდომების გაზრდის შედეგად ასევე გაუარესდა განსახილველი გეგმის ოპტიმალურობის მახასიათებელი. ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე D-ოპტიმალურობა უარესდება 34.50%-ით, საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

ცხრილი 33.

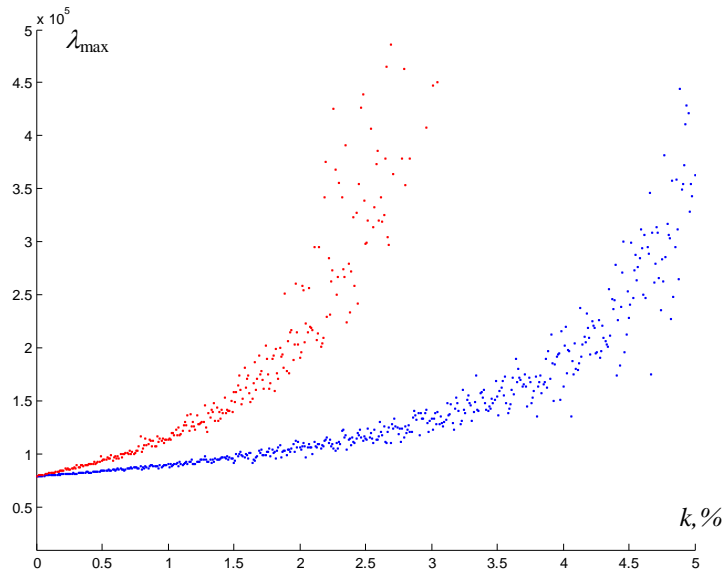
ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+082 *			
0.01	3.04595159	3.09804399	3.07282217	0.01679615
0.03	3.25351684	3.40748678	3.32649492	0.04220231
0.05	3.43281917	3.76645568	3.57772463	0.11019126
0.07	3.56109040	4.12019182	3.86252540	0.18328387
0.09	3.72569940	4.45213276	4.13308253	0.19869453
	1.0e+084 *			
0.1	0.03908824	0.04726843	0.04282925	0.00248059
0.3	0.07955812	0.11666390	0.09727790	0.01188339
0.5	0.15179999	0.32432404	0.21312484	0.05509311
0.7	0.39364788	0.81771327	0.57135684	0.14667236
0.9	0.55598226	2.50165982	1.20225841	0.57382092
1.0	8.5015e+083	9.5540e+084	2.6907e+084	1.5403e+084
2.0	3.2130e+085	1.4633e+088	9.1847e+086	1.8172e+087
3.0	6.0054e+087	3.9894e+092	7.1727e+090	4.0669e+091
4.0	4.4357e+089	1.0167e+098	3.4520e+096	1.4993e+097
5.0	2.4096e+092	3.3538e+104	4.9729e+102	3.4903e+103
	1.0e+102 *		1.0e+115 *	
10	8.76376293	8.05278270	0.10437519	0.82052611

E-ოპტიმალურობა. ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევის შედეგად მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 57-ზე.

როგორც გვიჩვენა მონაცემების ანალიზმა, E-ოპტიმალურობის თვისება ოთხკომპონენტანი გეგმების მეოთხე რიგისათვის მნიშვნელოვნად გაუარესდა ცდომილების გაზრდის შედეგად. ცდომილების გაზრდისას 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი თვისება

გაუარესდა 1.66%-ით, ცდომილების გაზრდა 0.1%-დან 0.9%-მდე იწვევს უფრო მნიშვნელოვან გაუარესებას და შეადგენს 21.27%-ს, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.



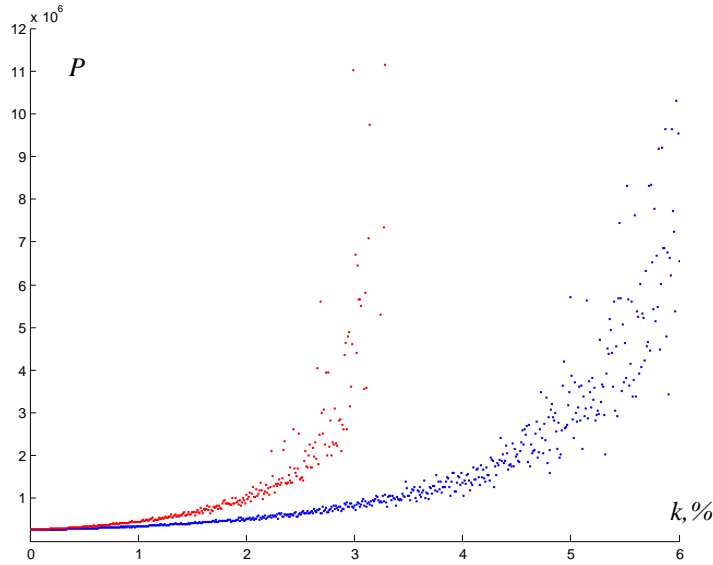
ნახ. 57. ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

ორთოგონალურობა. ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას (P).

გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 58–ზე.

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების შესაბამისად განსახილველი გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 2.18%-ს, მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 39.54%-ს. ცდომილების შემდგომი

გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.



ნახ. 58. ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

4.5.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (4.10) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q- ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (4.10) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

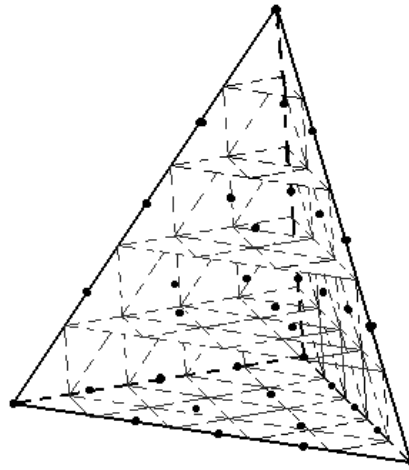
$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = & \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4), \\ & \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2)^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3)^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4)^2, \\ & \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3)^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4)^2, \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4)^2, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \\ & \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_2^2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_4\tilde{x}_3^2, \end{aligned}$$

$$\tilde{x}_2\tilde{x}_4\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4 \parallel$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლინომიალური მეოთხე რიგის რეგრესია ოთხკომპონენტური გეგმისთვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ (ნახ.59)



ნახ. 59. ოთხკომპონენტური მეოთხე რიგის გეგმის არის სკანირების პრინციპი

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში ან (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია.

ბადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.9) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (dmax) მინიმიზაციას.

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები

მოყვანილია ცხრილში 34, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე, საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაბნევა.

ცხრილი 34.

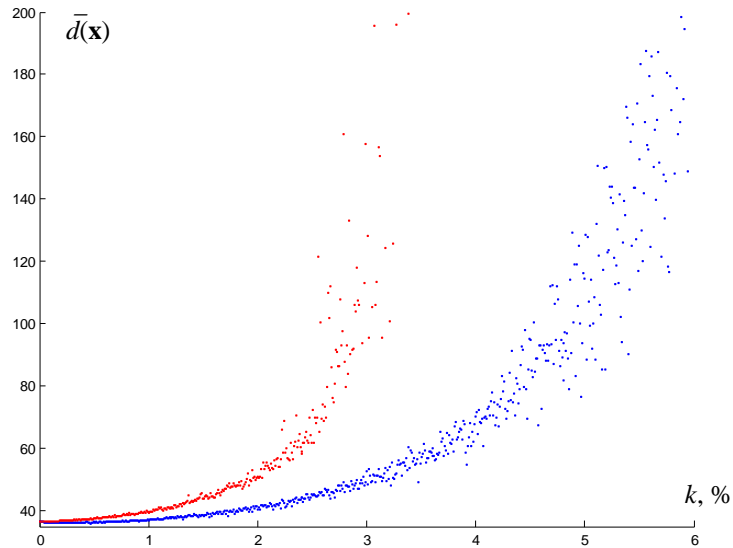
წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ოთხკომპონენტური შეფხვს გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	52.77001892	52.91639351	52.83257093	0.02995269
0.03	52.81053864	53.28700791	53.01961919	0.09761115
0.05	52.86529436	53.54068465	53.17512780	0.15415476
0.07	52.86332275	53.99950176	53.37991226	0.23974566
0.09	52.94731799	54.25743340	53.57609539	0.28205517
0.1	53.11044019	54.03407378	53.71218287	0.32684123
0.3	53.93910068	58.35502959	55.74506002	1.49989319
0.5	56.25573885	61.87800909	58.26147204	1.69056711
0.7	55.63508978	64.44316950	60.44418906	2.76415818
0.9	62.27451782	67.85786592	64.83626862	2.02541012
1.0	1.0e+007 *			
2.0	0.00000605	0.00000886	0.00000693	0.00000061
3.0	0.00000824	0.00002764	0.00001447	0.00000427
4.0	0.00001204	0.00654073	0.00010838	0.00065059
5.0	0.00002685	0.12667683	0.00297361	0.01463194
	0.00007206	119.065251	1.22869691	11.9053333
10	1.0e+009 *			
	0.00001652	6.91582600	0.16803367	0.99715434

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ოთხკომპონენტური შეფხვს გეგმის მეოთხე რიგისათვის გაუარესდა 1.41%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 20.71%-ით, ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (4.9) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

ნახ. 60-ზე წარმოდგენილია შეცდომების დერეფანი, რომელიც მიღებული იქნა შეფვეს ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმების Q-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას.



ნახ. 60. ოთხკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.05%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 4.20%-ით.

თავი 5. ხუთკომპონენტური გეგმების გამოკვლევა

5.1. ხუთკომპონენტური პირველი რიგის გეგმა

ხუთკომპონენტური ნარევის პირველი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი სახე:

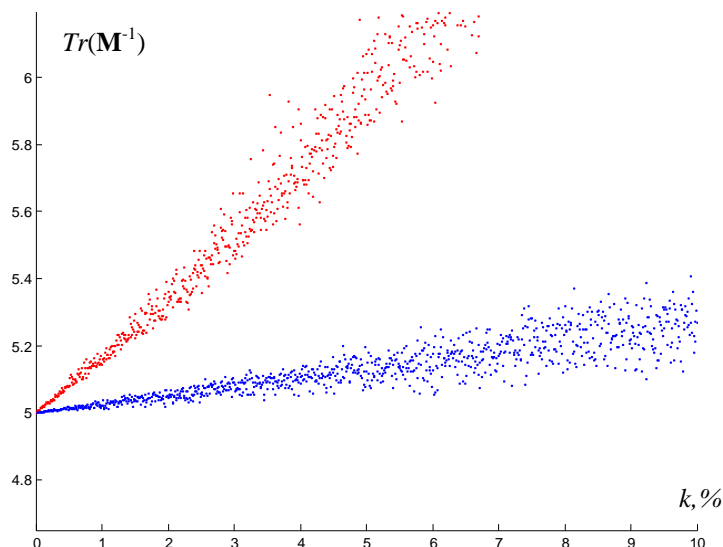
$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 \quad (5.2)$$

5.1.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტური პირველი რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 61-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფანის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $\mathbf{M}^{-1} = (\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1}$ კვალის კვლევისას. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 61. ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

35-ე ცხრილში წარმოდგენილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია ხუთკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის პირველი რიგის A-ოპტიმალურობაზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ცხრილი 35.

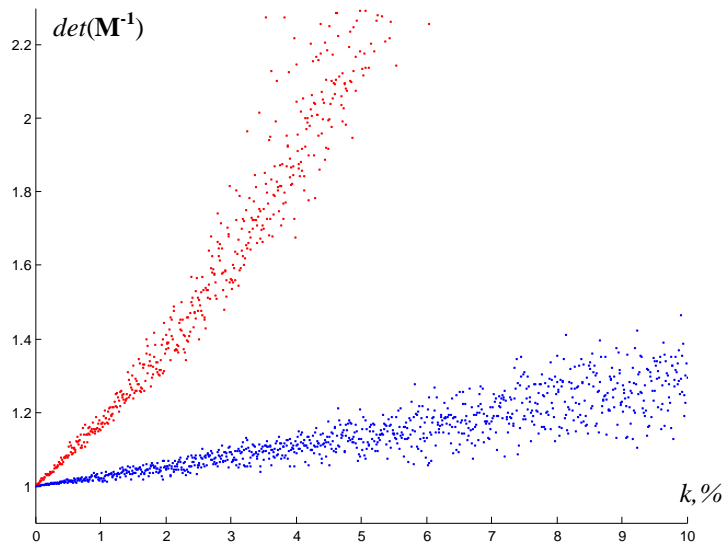
ხუთკომპონენტური პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	5.00025356	5.00152220	5.00077866	0.00028279
0.03	5.00052659	5.00492080	5.00230068	0.00077817
0.05	5.00126564	5.00727287	5.00400327	0.00123834
0.07	5.00069182	5.01160765	5.00559677	0.00200855
0.09	5.00180443	5.01757588	5.00734315	0.00276998
0.1	5.00253742	5.01526944	5.00780300	0.00283816
0.3	5.00527355	5.04990296	5.02315544	0.00787720
0.5	5.01269833	5.07370999	5.04046764	0.01260858
0.7	5.00693426	5.11955765	5.05684261	0.02065377
0.9	5.01811490	5.18172762	5.07488710	0.02870097
1.0	5.02555522	5.15759042	5.07971044	0.02944727
2.0	5.04939719	5.42187935	5.16948165	0.06473012
3.0	5.05351506	5.58139812	5.24772063	0.08973359
4.0	5.10044509	5.69448283	5.33656821	0.11573568
5.0	5.13133814	5.85081667	5.45451026	0.15364097
10	5.27528470	7.28254886	6.02322963	0.45765691

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%, A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.13%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს, უარესდება 1.34%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 7.38%-ით.

D-ოპტიმალურობა. ნახ. 62-ზე წარმოდგენილია $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების

ზედდებით ხუთი ცვლადის მქონე პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე.



ნახ. 62. ხუთკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა

ჩატარებული კვლევის შედეგად, მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ხუთკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.66%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1-0.9%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 6.86%-მდე, ხოლო 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი იზრდება 29.20%-ით.

E-ოპტიმალურობა. ხუთკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას შეცდომების დერეფანი მიიღებოდა ყველა საკვლევი ცდომილებისათვის ასჯერ შემთხვევითი სახით გენერირებული გეგმიდან თითოეულისათვის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვიდან λ მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობების ამორჩევით.

ცხრ. 36-ში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{max}) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაზნევა

ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%–0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.23%, 0.1%–0.9% ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 3.17%, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%–5%-იანი ცდომილების დროს უარესდება 18.86%-ით.

ცხრილი 36.

ხუთკომპონენტანი პირველი რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.00057477	1.00171497	1.00116979	0.00041231
0.03	1.00090165	1.00259817	1.00154744	0.00043508
0.05	1.00084600	1.00384582	1.00214235	0.00058499
0.07	1.00108735	1.00530389	1.00284114	0.00090915
0.09	1.00151479	1.00700858	1.00350950	0.00111017
0.1	1.00166746	1.00776404	1.00379455	0.00127829
0.3	1.00322034	1.02863095	1.01159106	0.00438046
0.5	1.00713515	1.03936565	1.02009054	0.00600460
0.7	1.00461623	1.05501438	1.02817768	0.01005076
0.9	1.00741533	1.07355932	1.03565990	0.01185485
1.0	1.01287785	1.08176578	1.03863211	0.01387693
2.0	1.02069345	1.23098020	1.08552766	0.03315491
3.0	1.03215182	1.35086160	1.12697981	0.05294447
4.0	1.04098990	1.40250786	1.17768657	0.06988793
5.0	1.07477394	1.52427967	1.23448069	0.08215132
10	1.14061285	2.58118702	1.53905552	0.26258528

5.1.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტანი პირველი რიგის გეგმისათვის

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (5.2) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5\|$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლონომიალური პირველი რიგის რეგრესია ხუთკომპონენტანი გეგმისთვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ზადის თითოეულ „კვანძში“ .

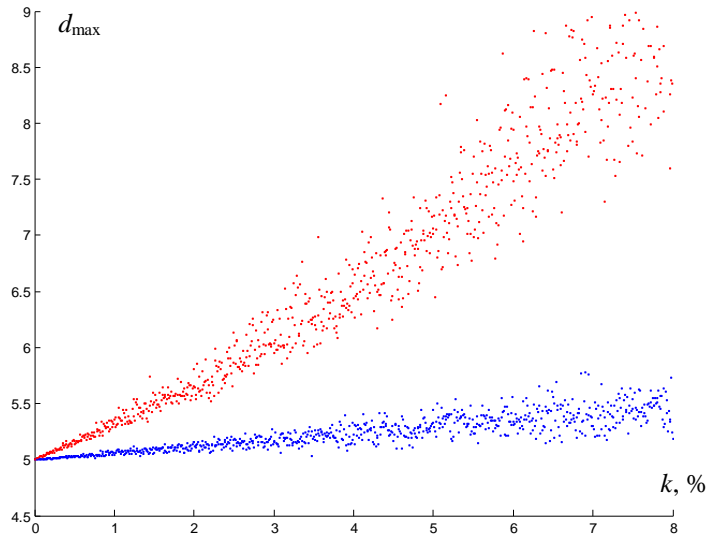
ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში და (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ზადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა.

შემთხვევით რიცხვებთან მიმართვა ხორციელდებოდა ასჯერადად. ასჯერ მიღებული მნიშვნელობებიდან ხდებოდა მინიმალურისა და მაქსიმალურის ამორჩევა, რის შედეგადაც აგებული იქნა შეცდომების დერეფანი. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G -ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.1) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას.

ნახ. 63–ზე წარმოდგენილია მაქსიმალური დისპერსიის ცვლილების გრაფიკული რეზულტატი, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილების ზედდებით ხუთკომპონენტური სიმპლექს–გისოსური გეგმის პირველი რიგისათვის.

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%–0.09%–მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ხუთკომპონენტური შეფუფეს გეგმის პირველი რიგისათვის გაუარესდა 0.25%–ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%–დან 0.9%–მდე უარესდებოდა 2.56%–ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%–დან 5%–მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 15.46%–ით.



ნახ. 63. ხუთკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.1) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

ცხრილი 37.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტიანი შეფხვს გეგმის პირველი რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.99350003	1.99381566	1.99362997	0.00007028
0.03	1.99356651	1.99467236	1.99400975	0.00019370
0.05	1.99375582	1.99524391	1.99443418	0.00030833
0.07	1.99360657	1.99632701	1.99483051	0.00049938
0.09	1.99388730	1.99782670	1.99526729	0.00068962
0.1	1.99407781	1.99724656	1.99538116	0.00070559
0.3	1.99474413	2.00599822	1.99921618	0.00196348
0.5	1.99664870	2.01177019	2.00354057	0.00314525
0.7	1.99514698	2.02324513	2.00762414	0.00514428
0.9	1.99797131	2.03891888	2.01215685	0.00716233
1.0	1.99991005	2.03288595	2.01335492	0.00734592
2.0	2.00559809	2.10016608	2.03598725	0.01621073
3.0	2.00673186	2.14275026	2.05579253	0.02270486
4.0	2.01853141	2.16914758	2.07832939	0.02944961
5.0	2.02697908	2.20841865	2.10850165	0.03913594
10	2.06420447	2.58094247	2.25571494	0.11844379

ხუთკომპონენტიანი პირველი რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 37-ე ცხრილში. როგორც

მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.08%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.84%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 4.73%-ს.

5.2. ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის გეგმა

ხუთკომპონენტანი ნარევის მეორე რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (5.3)$$

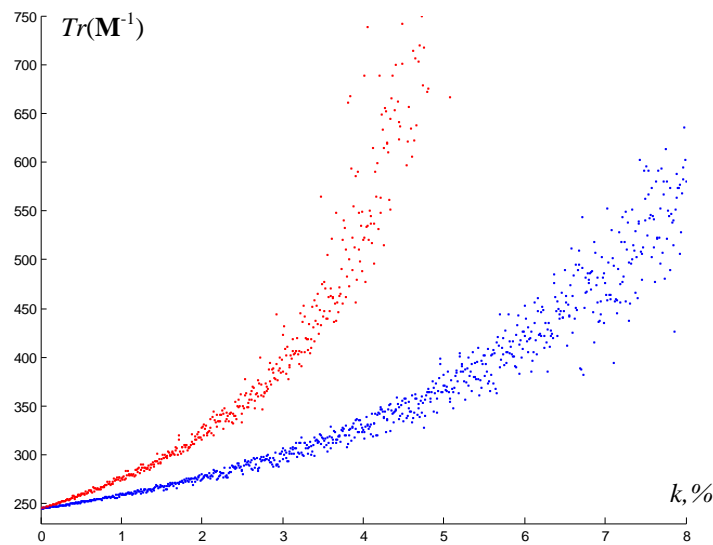
შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned}
 \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + \\
 & + b_{14}x_1x_4 + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + \\
 & + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + b_{45}x_4x_5
 \end{aligned} \quad (5.4)$$

5.2.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 64-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ კვალის კვლევისას.

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 64. ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

მიღებული მონაცემებიდან ჩანს, რომ განსახილველი გეგმის ოპტიმალურობის მახასიათებელი ცდომილების გაზრდით უარესდება. საზომი საშუალების 0.01–0.09%-მდე ცდომილების დროს A-ოპტიმალურობა უარესდება 0.62%-ით, მეორე დიაპაზონში ცდომილების 0.1%-დან 0.9%-მდე გაზრდა იწვევს 7.06%-იან ცვლილებას, ხოლო მესამე დიაპაზონში ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ნათლად ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

D-ოპტიმალურობა. განსახილველი ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემები ნაჩვენებია 65-ე ცხრილში.

38-ე ცხრილის მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით უარესდება. საზომი საშუალებების 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების პირობებში D-ოპტიმალურობა უარესდება 9.56%-ით, ხოლო საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად

იზრდება, აგრეთვე, გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

ცხრილი 38.

ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+012 *			
0.01	1.11117112	1.11524872	1.11302346	0.00142273
0.03	1.12768224	1.15744404	1.14157342	0.00762943
0.05	1.16064366	1.17914588	1.16818913	0.00660649
0.07	1.17564245	1.20559821	1.18807168	0.00898702
0.09	1.18679347	1.24011034	1.21937888	0.01583207
	1.0e+012 *			
0.1	1.21997267	1.25957164	1.23925203	0.01272084
0.3	1.48639099	1.67001821	1.56300868	0.06223429
0.5	1.88860588	2.45078971	2.13194286	0.20128510
0.7	2.03486626	3.41753397	2.55866642	0.41229777
0.9	2.63350177	3.73481513	3.21952758	0.33118740
	1.0e+017 *			
1.0	0.00002663	0.00006195	0.00003858	0.00000679
2.0	0.00005800	0.00037518	0.00016020	0.00006019
3.0	0.00018623	0.00417403	0.00075983	0.00053752
4.0	0.00065417	0.27667635	0.00731043	0.02778403
5.0	0.00203357	1.16108817	0.07000519	0.13743354
	1.0e+016 *		1.0e+027 *	
10	2.54820850	6.31956419	0.06701023	0.63183535

E-ოპტიმალურობა. 39-ე ცხრილში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის (λ_{max}) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაზრევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. 0.01%-0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.03%, 0.1%-0.9%-იანი ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 0.19%, ხოლო მესამე დიაპაზონში ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს

შორის. მაგალითად, თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაბნევა შეადგენდა 1.06658637, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 26.43516640.

ცხრილი 39.

ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	48.64755239	48.66036653	48.65297583	0.00525822
0.03	48.60719621	48.66417007	48.63514220	0.02071690
0.05	48.54768671	48.66773435	48.60043325	0.05152738
0.07	48.42834660	48.72380991	48.55397717	0.10843297
0.09	48.50973241	48.87079764	48.66596550	0.15864686
0.1	48.58826829	48.65267945	48.61484627	0.02721255
0.3	48.22644513	48.65430941	48.46099104	0.15956708
0.5	47.48631854	49.05367209	48.07625248	0.69669067
0.7	46.94530039	49.33353452	48.06505244	1.12288542
0.9	45.43449622	52.12377953	48.70912279	2.40418775
1.0	46.78241559	49.10475024	47.97859531	1.06658637
2.0	46.61261749	53.58861533	49.84684747	2.96090591
3.0	47.47247375	50.51418612	49.11571497	1.48347257
4.0	64.28712424	74.80318396	68.76719374	4.66469818
5.0	65.21601794	131.9399580	85.51242374	26.43516640
	1.0e+007 *			
10	0.00001427	4.75344564	0.08938638	0.50343373

ორთოგონალურობა. ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევის შესაბამისი რიცხვითი მონაცემები წარმოდგენილია 40-ე ცხრილში. მონაცემების შესაბამისად ხუთკომპონენტანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება.

0.01%-0.09%-იანი ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.04%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.43%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 32.81%-ით.

ხუთკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	319.70842055	319.88850195	319.79685006	0.07399850
0.03	319.02890933	319.57758994	319.43457669	0.27052819
0.05	318.50485991	319.84430898	319.25788401	0.56600809
0.07	317.72157935	318.61788982	318.28346373	0.41155856
0.09	317.69596852	321.68948129	319.92868511	1.67291518
0.1	317.06845271	318.87824385	317.95402644	0.74396972
0.3	310.07447830	315.68408135	314.18614862	2.74273893
0.5	304.61215481	318.54999134	312.32397832	5.87879901
0.7	296.10279223	305.59805366	302.13465585	4.42582974
0.9	295.40237845	338.13463746	319.32781148	17.8737490
1.0	280.37218144	331.29573493	302.51020292	12.57570607
2.0	236.92342256	324.13370701	277.58912147	22.54812174
3.0	205.89335757	431.65498257	273.78593789	48.86640304
4.0	224.93881475	526.04474543	303.67402184	55.44883940
5.0	242.76603959	637.36780936	401.77792291	89.66221279
10	1.0e+005 *			
	0.01399688	320.14182877	9.68218361	45.35159944

5.2.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტური მეორე რიგის გეგმისათვის

აქ განხილულია ხუთკომპონენტური მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (5.4) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (5.4) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$f^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_5, \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_4\tilde{x}_5\|$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლონომიალური მეორე რიგის რეგრესია ხუთკომპონენტური გეგმისთვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“.

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში და (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია.

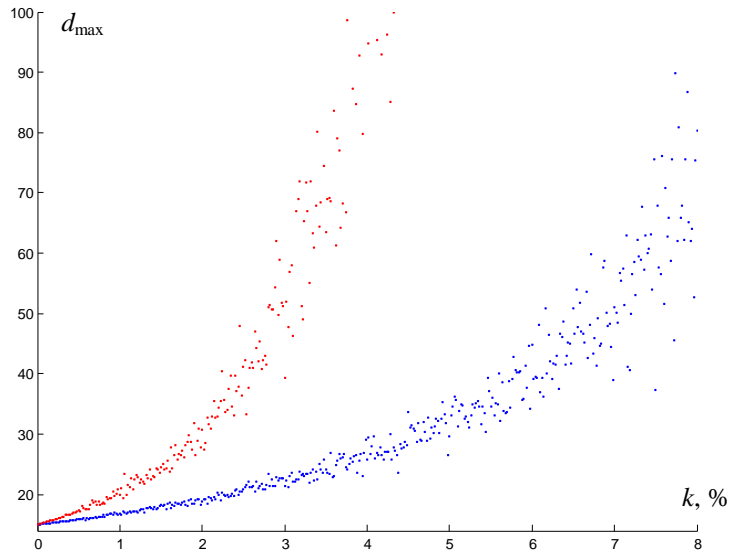
ბადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.3) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას.

ნახ. 65–ზე წარმოდგენილია მაქსიმალური დისპერსიის ცვლილების გრაფიკული რეზულტატი, რომელიც მიღებულია სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილების ზედდებით ხუთკომპონენტური სიმპლექს–გისოსური გეგმის მეორე რიგისათვის.

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01–0.09%–მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ხუთკომპონენტური შეფუფეს გეგმის მეორე რიგისათვის გაუარესდა 1.39%–ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%–დან 0.9%–მდე უარესდებოდა 16.62%–ით. საზომი საშუალებების ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. მაგალითად, თუ 1%–იან ცდომილებაზე გაზრდა

შეადგენდა 0.69447623, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 64.8507070.



ნახ. 65. ხუთკომპონენტიანი მეორე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობა ცდომილების არსებობისას

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.3) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

ცხრილი 41.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტიანი შეფვრის გეგმის მეორე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.90993365	7.91166695	7.91075802	0.00033653
0.03	7.91323032	7.91797116	7.91511661	0.00103107
0.05	7.91559440	7.92444199	7.91987459	0.00174339
0.07	7.91750347	7.92952119	7.92424544	0.00240722
0.09	7.92163831	7.93965050	7.92903027	0.00346396
0.1	7.92253496	7.94065388	7.93099077	0.00348889
0.3	7.95893078	8.01605617	7.98122908	0.01128186
0.5	7.99284427	8.09294702	8.04358010	0.02105791
0.7	8.02240808	8.18483875	8.10623929	0.03095043
0.9	8.07755494	8.34456532	8.18354901	0.04965964
1.0	8.11235354	8.38090845	8.22054172	0.05305055
2.0	8.34930920	9.21929364	8.76419087	0.16438435
3.0	8.86054888	10.9604473	9.58946015	0.40605893
4.0	9.43842791	17.5900429	10.95429047	1.10959673
5.0	10.2443647	29.6206698	13.86446996	3.13829195
10	15.60272323	9.6845e+005	2.0740e+004	1.0668e+005

გამოსაკვლევ გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 41-ე ცხრილში.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში განსახილველი მეორე რიგის ხუთკომპონენტური გეგმის Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.23%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 3.18%-ით. ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

5.3. ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის გეგმა

ხუთკომპონენტური ნარევის არასრული კუბური რიგის გეგმას გააჩნია

შემდეგი სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (5.5)$$

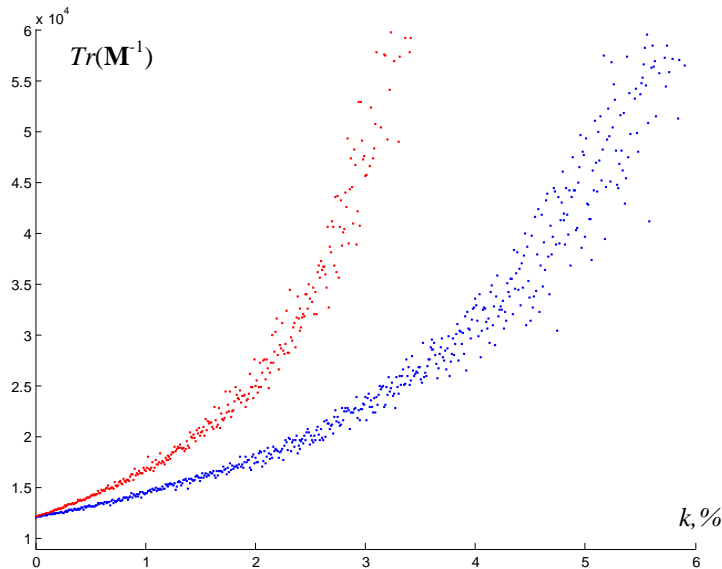
შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\hat{y} = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 +$$

$$\begin{aligned}
& + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + \\
& + b_{45}x_4x_5 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{125}x_1x_2x_5 + b_{134}x_1x_3x_4 + \\
& + b_{135}x_1x_3x_5 + b_{145}x_1x_4x_5 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{235}x_2x_3x_5 + \\
& + b_{245}x_2x_4x_5 + b_{345}x_3x_4x_5
\end{aligned} \tag{5.6}$$

5.3.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ.66–ზე ილუსტრირებულია ხუთკომპონენტური სიმპლექს–გისოსური გეგმების არასრული კუბური რიგისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ მნიშვნელობაზე ცდომილების გავლენის გრაფიკული შედეგები. როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება.



ნახ. 66. ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

როგორც გვიჩვენა კვლევის შედეგებმა, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01%-0.09%-მდე A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 1.82%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.9%-ს, უარესდება 20.08%-ით. საზომი საშუალებების ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

D-ოპტიმალურობა. 42-ე ცხრილში ნაჩვენებია მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც მიღებულია არასრული კუბური რიგის ხუთკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმებზე საზომი საშუალებების მახასიათებელი ცდომილებების გავლენის კვლევისას, ასევე საშუალო არითმეტიკული მიღებული მნიშვნელობებიდან – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა-საშუალო კვადრატული გადახრა.

ცხრილი 42.

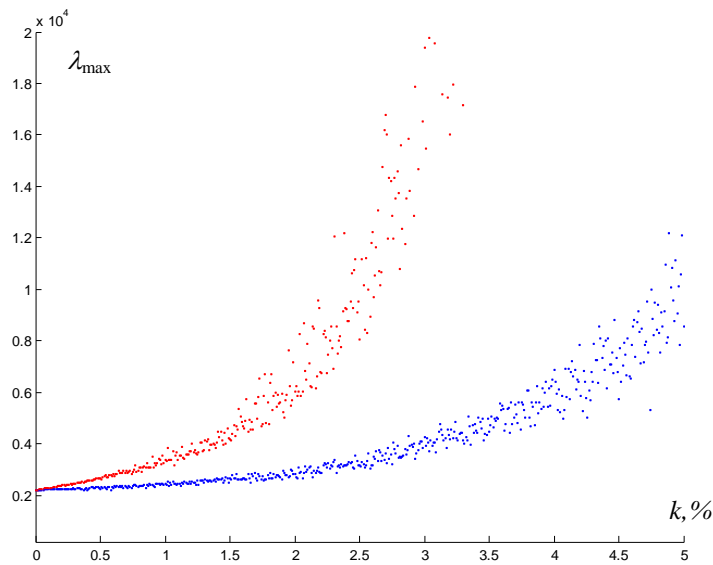
ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+040 *			
0.01	4.80297996	4.87051906	4.83131547	0.02018072
0.03	5.11895130	5.28977352	5.20205963	0.04930433
0.05	5.33372037	5.81380278	5.60244387	0.13122723
0.07	5.82029040	6.33693098	6.01775394	0.16013256
0.09	6.06372453	6.72501591	6.31681723	0.22384931
	1.0e+042 *			
0.1	0.06482573	0.06981030	0.06690429	0.00131080
0.3	0.11937839	0.16616635	0.14277840	0.01392395
0.5	0.18826195	0.41336760	0.28137734	0.06233863
0.7	0.42869525	1.04273908	0.64407163	0.23168951
0.9	0.80636688	2.90902676	1.29634110	0.63857876
1.0	7.1540e+041	7.4208e+042	2.1739e+042	1.0499e+042
2.0	1.4118e+043	6.6658e+044	1.7031e+044	1.6099e+044
3.0	3.8167e+044	3.9855e+047	4.2788e+046	8.2845e+046
4.0	3.9059e+045	8.5031e+051	1.7542e+050	9.7268e+050
5.0	8.6278e+047	6.0604e+055	1.0351e+054	6.5756e+054
	1.0e+054 *		1.0e+066 *	
10	2.14796649	1.32236607	0.02200751	0.14057993

როგორც მიღებული კვლევის შედეგებმა გვიჩვენა, ხუთკომპონენტური არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის D-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 23.52%-ით, ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

E-ოპტიმალურობა. ხუთკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 67-ზე.

მიღებული მონაცემების მიხედვით, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. 0.01%-0.09% ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 1.56%, მეორე 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და აღწევს 17.35%, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე საგრძნობლად უარესდება.

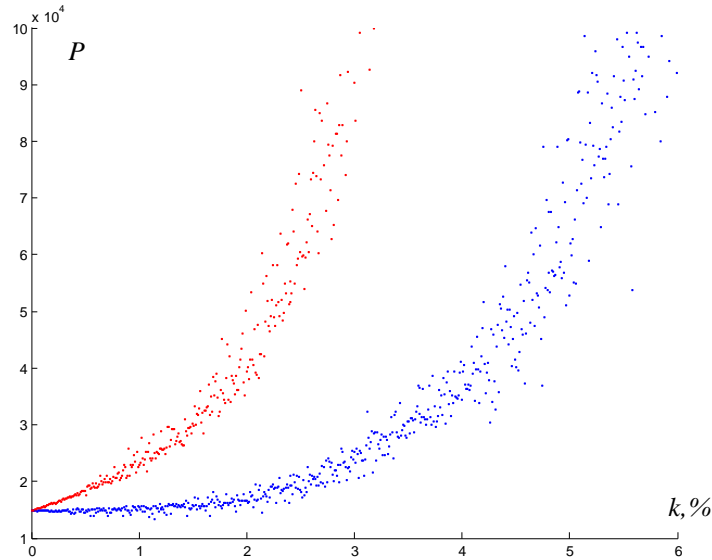


ნახ. 67. ხუთკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

ორთოგონალურობა. ხუთკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას, გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 102-ზე.

ჩატარებული კვლევის შედეგების შესაბამისად, ხუთკომპონენტანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 1.53%-ს, ხოლო საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდით საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 15.80%-ით.



ნახ. 68. ხუთკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

5.3.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ხუთკომპონენტიანი არასრული კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებული არიან გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (5.6) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (5.6) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \|\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_5,$$

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_5, \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_3\tilde{x}_4\tilde{x}_5 \parallel \end{aligned}$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლონომიალური არასრული კუბური რიგის რეგრესიას ხუთკომპონენტური გეგმისათვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“. ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში ან (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.5) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (d_{max}) მინიმიზაციას.

განსახილველი ხუთკომპონენტური სიმპლექს–გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 43–ე ცხრილში.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილების გაზრდისას 0.01%–დან 0.09%–მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ხუთკომპონენტური შეფუფეს გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის გაუარესდა 3.34%–ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%–დან 0.9%–მდე უარესდებოდა 29.91%–ით. ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება
ხუთკომპონენტური შეფუთვით გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა
ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	25.06290965	25.15144199	25.10172597	0.01993871
0.03	25.19188383	25.45629948	25.31782303	0.05349731
0.05	25.30991960	25.93489795	25.52302309	0.11161246
0.07	25.48130806	26.15894684	25.72238739	0.14981364
0.09	25.53929773	26.49218694	25.93954114	0.17380975
0.1	25.84430639	26.46584818	26.13533209	0.16540521
0.3	27.40176091	29.22100652	28.34146980	0.48955012
0.5	28.90748757	32.34532726	30.39104118	1.09521778
0.7	31.93645267	45.32510219	35.16082935	4.33682772
0.9	31.63222872	44.02706889	37.28648407	3.65979707
			1.0e+007 *	
1.0	32.64653573	0.00000499	0.00000396	0.00000040
2.0	42.83913193	0.00001287	0.00000739	0.00000174
3.0	72.21390809	0.00004185	0.00001489	0.00000556
4.0	108.74355767	0.02558631	0.00031466	0.00256093
5.0	237.82036873	15.0729401	0.15125489	1.50724203
8	2.2660e+003	2.7853e+007	1.0907e+006	3.5058e+006

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.5) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 44-ე ცხრილში.

მიღებული შედეგების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ საზომი საშუალებების ცდომილების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.58%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 7.69%-ით, საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ნათლად ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური შეფუთვების გეგმის არასრული კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	14.68054717	14.68810584	14.68362043	0.00151361
0.03	14.69387692	14.71637426	14.70506716	0.00447777
0.05	14.70762983	14.74163530	14.72562278	0.00719989
0.07	14.72739485	14.78369331	14.74602319	0.01001769
0.09	14.74318383	14.81363002	14.76891601	0.01312426
0.1	14.74919090	14.82658166	14.78062661	0.01547742
0.3	14.90074009	15.14175249	15.02052353	0.04809879
0.5	15.07893582	15.47173796	15.27901088	0.08377783
0.7	15.34520263	16.02234515	15.56413581	0.12365737
0.9	15.54341486	16.50522363	15.91779655	0.17730032
			1.0e+006 *	
1.0	15.59890633	0.00001673	0.00001612	0.00000022
2.0	17.28965042	0.00002058	0.00001873	0.00000072
3.0	19.96199455	0.00002933	0.00002382	0.00000214
4.0	23.23576083	0.00600762	0.00010547	0.00060176
5.0	30.77679188	3.99681873	0.04015589	0.39966318
			1.0e+005 *	
8	0.00152107	9.74106642	0.41021555	1.33897065

5.4. ხუთკომპონენტური კუბური რიგის გეგმა

ხუთკომპონენტური ნარევის კუბური რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

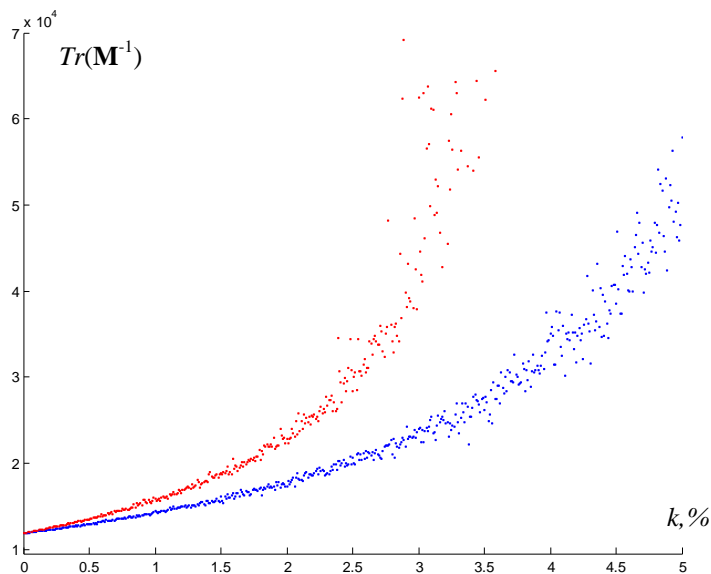
$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 2/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{matrix} & \begin{matrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{matrix} \end{matrix} \quad (5.7)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned}
 \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + \\
 & + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + \\
 & + b_{45}x_4x_5 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \\
 & + \gamma_{15}x_1x_5(x_1 - x_5) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \\
 & + \gamma_{25}x_2x_5(x_2 - x_5) + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) + \gamma_{35}x_3x_5(x_3 - x_5) + \\
 & + \gamma_{45}x_4x_5(x_4 - x_5) + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{125}x_1x_2x_5 + \\
 & + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{135}x_1x_3x_5 + b_{145}x_1x_4x_5 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{235}x_2x_3x_5 + \\
 & + b_{245}x_2x_4x_5 + b_{345}x_3x_4x_5
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

5.4.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტური კუბური რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 69-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფანის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა ხუთკომპონენტური მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის კვალის კვლევისას.



ნახ. 69. ხუთკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის A-ოპტიმალურობა

ჩატარებული კვლევის ანალიზმა გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის ოპტიმალურობის მახასიათებელი ცდომილების გაზრდით უარესდება. საზომი საშუალების 0.01–0.09%-მდე ცდომილების დროს A-ოპტიმალურობა უარესდება 1.68%-ით, მეორე დიაპაზონში ცდომილების 0.1%-დან

0.9%-მდე გაზრდა იწვევს ოპტიმალურობის 18.43%-ით გაუარესებას. ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრდა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. მაგალითად, თუ 1%-იან ცდომილებაზე გაზრდა შეადგენდა 0.00002896, უკვე 5%-იან ცდომილებაზე სიდიდე აღწევს 1.60465305.

D-ოპტიმალურობა. $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$ შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების რიცხვითი შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის k ცდომილებების ზედდებით ხუთი ცვლადის მქონე მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმებთან მიახლოებულ გეგმებზე წარმოდგენილია 45-ე ცხრილში.

ცხრილი 45.

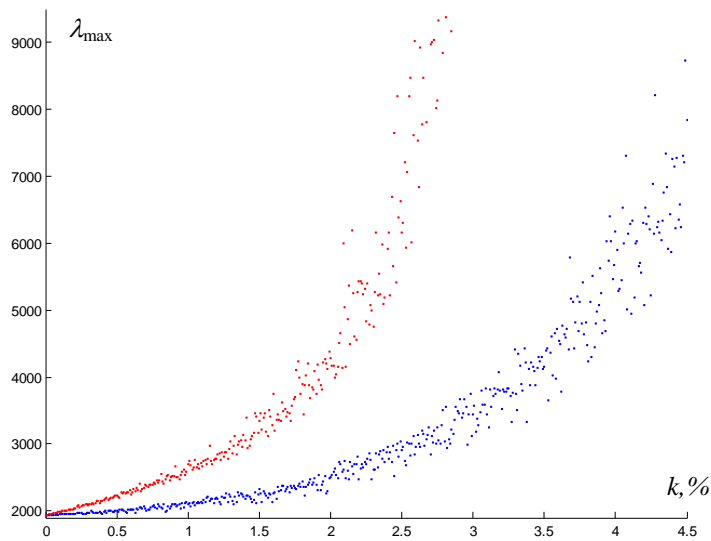
ხუთკომპონენტური კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+058 *			
0.01	1.99907018	2.01231725	2.00626116	0.00417597
0.03	2.19378582	2.30679462	2.25789598	0.03977449
0.05	2.33816477	2.59712439	2.50014965	0.07184362
0.07	2.69741566	2.94618784	2.82994202	0.07414847
0.09	2.86395246	3.22867370	3.08824898	0.11178959
	1.0e+060 *			
0.1	0.03016867	0.03826256	0.03361649	0.00166275
0.3	0.07963654	0.14299923	0.10685897	0.01446481
0.5	0.19690805	0.81448847	0.36819757	0.11407791
0.7	0.49076381	2.73680856	1.32194658	0.47708940
0.9	1.02572875	12.5443716	4.35210616	2.13756861
1.0	2.4294e+060	2.9718e+061	8.7693e+060	5.2315e+060
2.0	1.2443e+062	9.2127e+064	1.0683e+064	1.5205e+064
3.0	2.2834e+065	5.5041e+068	3.5024e+067	7.0657e+067
4.0	8.4797e+067	2.0053e+075	3.2838e+073	2.0731e+074
5.0	1.2093e+071	2.2536e+081	4.3969e+079	2.5058e+080
	1.0e+075 *		1.0e+087 *	
10	3.48685054	8.04783704	0.09484988	0.80960940

მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების ზედდებით უარესდება. საზომი საშუალებების 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილების ცვლილების დიაპაზონში დაკვირვებამ გვიჩვენა, რომ განსახილველი გეგმის D-ოპტი-

მაღურობის თვისება გაუარესდა 35.04%-ით, საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაბნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის, ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

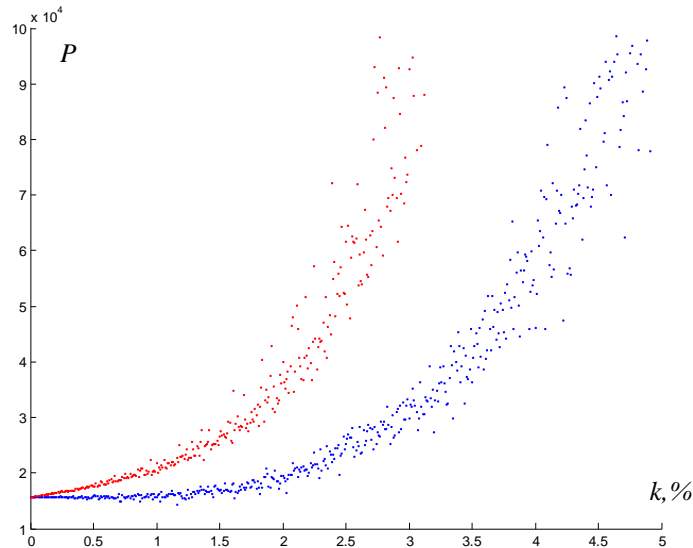
E-ოპტიმალურობა. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია ნახ. 70-ზე.



ნახ. 70. ხუთკომპონენტანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

როგორც გვიჩვენა მონაცემების ანალიზმა, განსახილველი გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. 0.01%-0.09%-იანი ცდომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 1.30%, 0.1%-0.9%-მდე ცდომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 9.95%-ს, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში E-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება.

ორთოგონალურობა. მესამე რიგის ხუთკომპონენტანი სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 71-ზე.



ნახ. 71. ხუთკომპონენტიანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

კვლევის ანალიზის შესაბამისად ხუთკომპონენტიანი კუბური რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.97%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 13.20%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების 1%-5%-მდე გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

5.4.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტიანი კუბური რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ხუთკომპონენტიანი მესამე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (5.8) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (5.8) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = & \| \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_5, \\ & \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4), \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_5(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_5), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_2\tilde{x}_5(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_5), \\ & \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_3\tilde{x}_5(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_5), \tilde{x}_4\tilde{x}_5(\tilde{x}_4 - \tilde{x}_5), \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_5, \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_3\tilde{x}_4\tilde{x}_5 \| \end{aligned}$$

წარმოადგენს ჩვენს მიერ განსახილველი პოლონომიალური კუბური რიგის რეგრესიას ხუთკომპონენტისათვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით.

სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“ .

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში და (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა.

განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.7) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (dmax) მინიმიზაციას.

განსახილველი გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 46–ე ცხრილში, სადაც წარმოდგენილია წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები,

ამ მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკული და ასევე საშუალო კვადრატული გადახრა ან გაზნევა.

ცხრილი 46.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ხუთკომპონენტური შეფუთვების გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	40.43772241	40.58745499	40.49927606	0.03058188
0.03	40.70466326	41.08884222	40.82871666	0.07755565
0.05	40.95755464	41.77369780	41.19659080	0.15625334
0.07	41.11137525	42.14067176	41.55286873	0.19930781
0.09	41.39346517	42.78901780	41.87787531	0.25014779
0.1	41.45397350	42.45948446	41.95783289	0.32438978
0.3	44.64185338	47.02026565	46.04179026	0.84812971
0.5	48.64080374	56.65746683	50.93460293	2.39636228
0.7	51.59583461	61.22165875	55.23675319	2.52229476
0.9	53.51023017	67.58902101	60.13835437	3.71994195
		1.0e+007 *	1.0e+005 *	1.0e+006 *
1.0	54.31510499	0.00000888	0.00065831	0.00000669
2.0	78.11652795	0.00004684	0.00131691	0.00004608
3.0	139.61240169	0.00013290	0.00306344	0.00018891
4.0	218.82697534	2.25651789	2.34868730	2.25615146
5.0	489.46607242	0.82459853	1.61063462	0.87121368
6	1.6821e+003	9.6738e+008	1.2035e+007	9.7135e+007

მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ G-ოპტიმალურობისთვის განსახილველი ხუთკომპონენტური შეფუთვების გეგმის კუბური რიგისათვის ცდომილების გაზრდისას 0.09%-მდე გაუარესდა 3.40%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 30.23%-ით, მესამე განსახილველ დიაპაზონში მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზნევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.7) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმიზაციას.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 81-ე ცხრილში.

ცხრილი 47.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური შეფუთვით გეგმის კუბური რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	25.35755977	25.37011912	25.36309334	0.00233838
0.03	25.39154823	25.41445981	25.40358514	0.00584667
0.05	25.41922168	25.47811921	25.44607892	0.01264674
0.07	25.44917684	25.52970212	25.49060730	0.01701572
0.09	25.46807293	25.58200771	25.52951595	0.02307907
0.1	25.49514749	25.62518870	25.55177221	0.02405585
0.3	25.87181641	26.14182773	26.01358532	0.06447248
0.5	26.22935020	27.00411337	26.56516853	0.15587140
0.7	26.72432484	27.73176707	27.21357875	0.21630605
0.9	26.94663201	28.55897768	27.85861151	0.31141070
			1.0e+005 *	
1.0	27.54978431	0.00029490	0.00028273	0.00000362
2.0	30.38347777	0.00039437	0.00033911	0.00001411
3.0	37.74820945	0.00068843	0.00045591	0.00004539
4.0	46.13710202	9.74465669	0.09975538	0.97426985
5.0	68.55478981	1.46907396	0.03929345	0.19080559
6	1.3668e+002	2.1022e+007	2.6845e+005	2.1123e+006

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდისას 0.01%-0.09%-მდე, Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.11%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 9.03%-ით, საზომი საშუალებების ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება აგრეთვე გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ნათლად ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

5.5. ხუთკომპონენტური მეთოდი რიგის გეგმა

ხუთკომპონენტური ნარევის მეთოდი რიგის გეგმას გააჩნია შემდეგი

სახე:

$$\mathbf{X} = \begin{matrix} & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 & & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 & \tilde{x}_4 & \tilde{x}_5 \\ \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 3/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 3/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 0 & 3/4 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 \\ 3/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 3/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 \\ 3/4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 3/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 3/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 \end{matrix} & \begin{matrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 1/2 & 0 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{matrix} \end{matrix} \quad (5.9)$$

შესაბამისი რეგრესიის განტოლება:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + \\ & + b_{15}x_1x_5 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + \\ & + b_{45}x_4x_5 + \gamma_{12}x_1x_2(x_1 - x_2) + \gamma_{13}x_1x_3(x_1 - x_3) + \gamma_{14}x_1x_4(x_1 - x_4) + \\ & + \gamma_{15}x_1x_5(x_1 - x_5) + \gamma_{23}x_2x_3(x_2 - x_3) + \gamma_{24}x_2x_4(x_2 - x_4) + \\ & + \gamma_{25}x_2x_5(x_2 - x_5) + \gamma_{34}x_3x_4(x_3 - x_4) + \gamma_{35}x_3x_5(x_3 - x_5) + \\ & + \gamma_{45}x_4x_5(x_4 - x_5) + \delta_{12}x_1x_2(x_1 - x_2)^2 + \delta_{13}x_1x_3(x_1 - x_3)^2 + \\ & + \delta_{15}x_1x_5(x_1 - x_5)^2 + \delta_{23}x_2x_3(x_2 - x_3)^2 + \delta_{24}x_2x_4(x_2 - x_4)^2 + \\ & + \delta_{14}x_1x_4(x_1 - x_4)^2 + \delta_{25}x_2x_5(x_2 - x_5)^2 + \delta_{34}x_3x_4(x_3 - x_4)^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \delta_{35}x_3x_5(x_3 - x_5)^2 + \delta_{45}x_4x_5(x_4 - x_5)^2 + b_{1123}x_1^2x_2x_3 + b_{1124}x_1^2x_2x_4 + \\
& + b_{1125}x_1^2x_2x_5 + b_{1134}x_1^2x_3x_4 + b_{1135}x_1^2x_3x_5 + b_{1145}x_1^2x_4x_5 + b_{1223}x_1x_2^2x_3 + \\
& + b_{1224}x_1x_2^2x_4 + b_{1225}x_1x_2^2x_5 + b_{3224}x_3x_2^2x_4 + b_{3225}x_3x_2^2x_5 + b_{4225}x_4x_2^2x_5 + \\
& + b_{1233}x_1x_2x_3^2 + b_{1433}x_1x_4x_3^2 + b_{1533}x_1x_5x_3^2 + b_{2433}x_2x_4x_3^2 + b_{2533}x_2x_5x_3^2 + \\
& + b_{4533}x_4x_5x_3^2 + b_{1244}x_1x_2x_4^2 + b_{1344}x_1x_3x_4^2 + b_{1544}x_1x_5x_4^2 + b_{2344}x_2x_3x_4^2 + \\
& + b_{2544}x_2x_5x_4^2 + b_{3544}x_3x_5x_4^2 + b_{1255}x_1x_2x_5^2 + b_{1355}x_1x_3x_5^2 + b_{1455}x_1x_4x_5^2 + \\
& + b_{1234}x_1x_2x_3x_4 + b_{1235}x_1x_2x_3x_5 + b_{1345}x_1x_3x_4x_5 + b_{2345}x_2x_3x_4x_5 + \quad (5.10)
\end{aligned}$$

5.5.1. რეგრესიული განტოლების სიზუსტის შეფასებასთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის გეგმისათვის

A-ოპტიმალურობა. 48-ე ცხრილში მოცემულია კოვარიაციული მატრიცის კვალის საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები სხვადასხვა ცდომილების პირობებში ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსურ გეგმის კვლევისას.

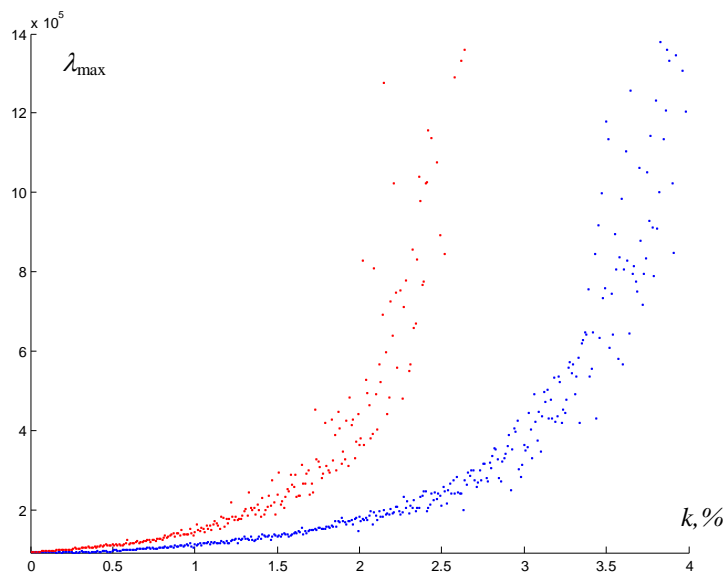
ცხრილი 48.

ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+005 *			
0.01	8.24941012	8.25669560	8.25361386	0.00156279
0.03	8.28930189	8.31885471	8.30157034	0.00516422
0.05	8.32821579	8.37472935	8.35125219	0.00891680
0.07	8.37285647	8.43478675	8.39926466	0.01193620
0.09	8.40913808	8.48847175	8.45034162	0.01533329
	1.0e+006 *			
0.1	0.84534907	0.85014939	0.84778999	0.00152765
0.3	0.89455738	0.90876988	0.90164925	0.00515050
0.5	0.96070797	0.98074931	0.96796369	0.00713358
0.7	0.99719215	1.04668356	1.02849935	0.01797578
0.9	1.06546744	1.11103439	1.09053246	0.01525972
	1.0e+007 *			
1.0	0.10866626	0.00000121	0.00011497	0.00000027
2.0	0.15653877	0.00000220	0.00018431	0.00000137
3.0	0.28325985	0.00015002	0.00073691	0.00017164
4.0	0.66564996	0.00539963	0.02702975	0.00818902
5.0	1.70083866	8.20440672	8.95437039	8.20081294
	1.0e+008 *			
6	1.24650387	2.05296385	0.04176404	0.21798442

A-ოპტიმალურობის თვისება საზომი საშუალებების ცდომილების პირობებში შეიცვალა შემდეგი სახით: პირველ განსახილველ დიაპაზონში 0.01%-დან 0.09%-მდე ცდომილებისას შეინიშნებოდა გაუარესება 2.38%-ით, დიაპაზონში 0.1%-დან 1%-მდე გაუარესება გახდა 22.26%, ხოლო მესამე განსახილველ დიაპაზონში A-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება.

E-ოპტიმალურობა. ნახ. 72-ზე წარმოდგენილია მონაცემები, რომლებიც მიღებულია ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევის შედეგად.

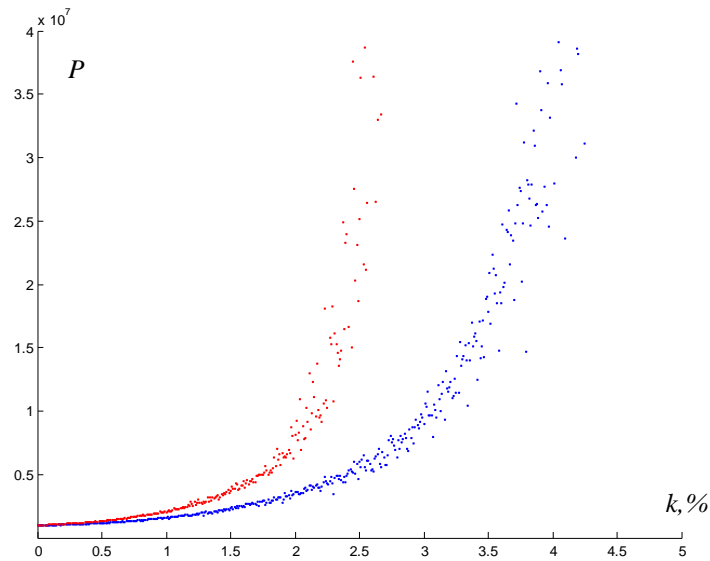


ნახ. 72. ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმის E-ოპტიმალურობა

როგორც გვიჩვენა მონაცემების ანალიზმა, E-ოპტიმალურობის თვისება ხუთკომპონენტური გეგმების მეოთხე რიგისათვის მნიშვნელოვნად გაუარესდა ცდომილების გაზრდის შედეგად. ცდომილების გაზრდისას 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი თვისება გაუარესდა 1.50%-ით, ცდომილების გაზრდა 0.1%-დან 0.9%-მდე იწვევს უფრო მნიშვნელოვან გაუარესებას და შეადგენს 19.13%-ს, მესამე დიაპაზონში E-ოპტიმალურობის თვისება მკვეთრად უარესდება.

ორთოგონალურობა. ხუთკომპონენტური მეოთხე რიგის სიმპლექს – გისოსური გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების

გავლენის კვლევისას, გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას მიღებული გრაფიკული შედეგები წარმოდგენილია ნახ. 73–ზე.



ნახ. 73. ხუთკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის ორთოგონალურობა

ჩატარებული კვლევის ანალიზმა გვიჩვენა, რომ პირველ განსახილველ დიაპაზონში 0.01%-0.09%, ორთოგონალობის თვისება გაუარესდა 2.18%-ით, ცდომილების გაზრდისას 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესდა 36.18%-ით, საზომი საშუალებების ცდომილების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.

5.5.2. აგებული მოდელის საშუალებით გამოძახილის მნიშვნელობის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული თვისებების გამოკვლევა ხუთკომპონენტანი მეოთხე რიგის გეგმისათვის

ამ პუნქტში განხილულია ხუთკომპონენტანი მეოთხე რიგის სიმპლექს–გისოსური გეგმის ის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (5.10) მეშვეობით, როგორცაა G- და Q-ოპტიმალურობები.

ასეთი გეგმებისათვის აგებულ მოდელს გააჩნია (5.10) სახე. ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (3.4) და (3.5) ფორმულით, სადაც

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = & \| \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_2\tilde{x}_5, \\ & \tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4), \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_5(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_5), \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3), \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_2\tilde{x}_5(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_5), \\ & \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4), \tilde{x}_3\tilde{x}_5(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_5), \tilde{x}_4\tilde{x}_5(\tilde{x}_4 - \tilde{x}_5), \tilde{x}_1\tilde{x}_2(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2)^2, \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_3(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_3)^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_4(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_4)^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_5(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_5)^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_3(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3)^2, \\ & \tilde{x}_2\tilde{x}_4(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_4)^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_5(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_5)^2, \tilde{x}_3\tilde{x}_4(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_4)^2, \tilde{x}_3\tilde{x}_5(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_5)^2, \\ & \tilde{x}_4\tilde{x}_5(\tilde{x}_4 - \tilde{x}_5)^2, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2\tilde{x}_5, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_3\tilde{x}_5, \\ & \tilde{x}_1^2\tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2\tilde{x}_5, \tilde{x}_3\tilde{x}_2^2\tilde{x}_4, \tilde{x}_3\tilde{x}_2^2\tilde{x}_5, \tilde{x}_4\tilde{x}_2^2\tilde{x}_5, \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_4\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_5\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_4\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_5\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_4\tilde{x}_5\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_4^2, \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_5\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_2\tilde{x}_5\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_3\tilde{x}_5\tilde{x}_4^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_5^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_5^2, \\ & \tilde{x}_1\tilde{x}_4\tilde{x}_5^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_5, \tilde{x}_1\tilde{x}_3\tilde{x}_4\tilde{x}_5, \tilde{x}_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4\tilde{x}_5 \| \end{aligned}$$

არის ჩვენს მიერ განსახილველი პოლონომიალური მეოთხე რიგის რეგრესია ხუთკომპონენტური გეგმისთვის.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმისათვის განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი კრიტერიუმების მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლე კვლევის იმ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით. სივრცის ამ არის სკანირების შედეგად, თანმიმდევრულად იქნა მიღებული წერტილების კოორდინატები ბადის თითოეულ „კვანძში“

ამ წერტილების კოორდინატების (3.4)–ში ან (3.5)–ში ჩასმის გზით განსაზღვრული იქნა გამოსაკვლევი სივრცის მოცემულ წერტილებში გამოძახილის წინასწარმეტყველების დისპერსია. ბადის ΔI მცირე ბიჯის დროს მიღებული იქნა მონაცემების მასივი, რომლის მიხედვითაც შესაძლებელი გახდა გეგმების გამოსაკვლევი თვისებების შესახებ მსჯელობა. განვიხილოთ ცალ–ცალკე ამ ჯგუფის თვისებები – G- და Q-ოპტიმალურობა.

G-ოპტიმალურობა. G-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.9) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ საკვლევ სივრცეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის (dmax) მინიმიზაციას.

წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება ხუთკომპონენტური შეფხვს გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	105.95071794	106.42747438	106.12729289	0.10819466
0.03	106.85814317	108.14518255	107.38578333	0.29652479
0.05	107.67516346	110.50671505	108.63429252	0.49559562
0.07	108.54866174	112.75387209	109.95035513	0.79568700
0.09	109.74806369	114.05660421	111.18636412	0.83840182
0.1	111.35886591	114.11012513	112.61577800	1.06429032
0.3	121.36566832	129.66272995	125.57607997	3.76146486
0.5	141.48045140	155.52664369	146.92574493	5.82054389
0.7	159.37670779	190.16687050	169.48393891	13.71540061
0.9	170.05401539	188.45897215	177.57027817	8.28222654
	1.0e+004 *	1.0e+010 *	1.0e+008 *	1.0e+009 *
1.0	0.01758577	0.00000004	0.00000237	0.00000004
2.0	0.03330127	0.00000055	0.00000904	0.00000059
3.0	0.16298072	0.00005006	0.00013732	0.00005067
4.0	0.42160923	0.00607884	0.01787248	0.00718833
5.0	5.99380066	6.37444615	6.76801740	6.37222289
6	2.1416e+005	5.5409e+009	1.6678e+008	6.7408e+008

განსახილველი ხუთკომპონენტური სიმპლექს-გისოსური გეგმის G-ოპტიმალურობის თვისებაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენის კვლევისას მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია 49-ე ცხრილში. მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ცდომილების გაზრდისას 0.01%-0,09%-მდე G-ოპტიმალურობის თვისება განსახილველი ხუთკომპონენტური შეფხვს გეგმის მეოთხე რიგისათვის გაუარესდა 4.77%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უკვე უარესდებოდა 36.58%-ით.

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (5.9) ტიპის გეგმები, რომლებიც ახდენენ კვლევის გარკვეულ არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის მინიმუმისა.

გამოსაკვლევი გეგმების Q-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომილების გავლენის შესწავლის შედეგად მიღებული რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 50-ე ცხრილში. როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-

ოპტიმალურობა უარესდებოდა 1.05%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 15.25%-ით, საზომი საშუალებების ცდომილებების შემდგომი გაზრდის შედეგად მკვეთრად იზრდება, აგრეთვე, გაზრევა მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის. ეს ჩანს მონაცემებიდანაც, რომლებიც წარმოდგენილია საშუალო კვადრატული გადახრის სვეტში.

ცხრილი 50.

წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება ხუთკომპონენტური შეფხვს გეგმის მეოთხე რიგისათვის სხვადასხვა ცდომილების ზედდებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	69.84978145	69.89811707	69.87315738	0.00856884
0.03	69.99158203	70.11953309	70.04863984	0.02506891
0.05	70.11053103	70.34992311	70.23653570	0.04823165
0.07	70.25607880	70.59102087	70.41176834	0.06654953
0.09	70.43852302	70.81262410	70.60367910	0.08200568
0.1	70.59574421	70.77169302	70.69409739	0.06489388
0.3	72.65026105	73.28091769	72.88046414	0.23712660
0.5	74.41899923	75.42783222	74.98907370	0.40890253
0.7	77.44257761	78.58570598	78.10875505	0.47549508
0.9	80.14202445	82.53842887	81.49592130	0.92230426
	1.0e+003 *	1.0e+009 *	1.0e+007 *	1.0e+008 *
1.0	0.08074045	0.00000009	0.00000843	0.00000001
2.0	0.10725315	0.00000015	0.00001240	0.00000009
3.0	0.19605193	0.00001043	0.00004621	0.00001047
4.0	0.35301222	0.00073215	0.00298606	0.00106692
5.0	2.17233635	1.20813065	1.28243391	1.20764912
6	1.1426e+004	1.5103e+008	3.9986e+006	1.7679e+007

დასკვნა

1. გაანალიზებულია ორი, სამი, ოთხი და ხუთი კომპონენტის შემცველი პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის იდეალურ სიმპლექს-გისოსური გეგმების აგების პრინციპები.
2. საზომი საშუალებების ცდომილებების არსებობის პირობებში, რომელთა მეშვეობითაც ხდება გეგმის შესაბამისად კომპონენტების დონეების დაყენება, ნაჩვენებია რეალურ პირობებში ექსპერიმენტის გეგმის დამახინჯების პრინციპი.
3. შემოთავაზებულია გეგმის კოორდინატებზე შემთხვევითი სიდიდეების ზედდების მეთოდის გამოყენება, რაც თავის მხრივ წარმოადგენს გაზომვის საშუალებების ცდომილებების იმიტაციას.
4. წარმოდგენილია ალგორითმების ფრაგმენტები დეფორმირებული გეგმების კოორდინატების მისაღებად, რომელთა საფუძველზეც Matlab-ის გარემოში დაწერილია და რეალიზებულია პროგრამები იდეალურ სიმპლექს-გისოსურ გეგმებში მახასიათებლების ცვლილებების შესასწავლად განუსაზღვრელობის პირობებში.
5. გამოსაკვლევი გეგმების თვისებებზე ცდომილებების გავლენის შესასწავლისას შერჩეული იქნა ზედა და ქვედა საზღვრები, რომელთა საფუძველზეც თითოეული განსახილველი კრიტერიუმისათვის მიღებული იქნა თვისებების გაფანტვის დერეფანი.
6. დეტალურადაა შესწავლილი საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენა კოვარიაციული მატრიცის მსაზღვრელის მნიშვნელობაზე პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტის სიმპლექს-გისოსური გეგმებისათვის.
7. ყველა საკვლევი გეგმისათვის ცდომილებების სხვადასხვა დიაპაზონში შერჩეულია სიდიდეები, რომლებითაც უარესდება A-ოპტიმალურობის თვისება.
8. დეტალურადაა შესწავლილი E-ოპტიმალურობის თვისებაზე ცდომ-

მიღებების გავლენა პირველი, მეორე, არასრული კუბური, კუბური და მეოთხე რიგის სიმპლექს-გისოსური გეგმებისათვის.

9. განუსაზღვრელობის პირობებში გამოკვლეულია ორთოგონალურობის თვისება საკვლევი სამი, ოთხი და ხუთკომპონენტის სიმპლექს-გისოსური გეგმებისათვის.

10. წარმოდგენილია სხვადასხვა საკვლევი არის სკანირების პრინციპი საკვლევი გეგმების თვისებებზე სხვადასხვა ცდომილებების გავლენის შესწავლის დროს, რომლებიც დამოკიდებულია გამოძახილის მნიშვნელობის ზუსტ წინასწარმეტყველებაზე, შეძლებისდაგვარად მცირე შეცდომების მქონე მოდელების აგების საშუალებით.

11. დეტალურადაა გამოკვლეული წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მნიშვნელობა საკვლევ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით, საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების პირობებში.

12. თითოეული განხილული გეგმისათვის საკვლევ არეში, რომელიც განსაზღვრულია თვით სიმპლექსით, შესწავლილია წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიაზე სხვადასხვა ცდომილების გავლენა.

13. შეცდომების თითოეულ დიაპაზონში ყველა კრიტერიუმისათვის გამოთვლილია სიდიდეები, რომლებზეც იცვლებიან გეგმების განსახილველი თვისებები.

14. ნაშრომში წარმოდგენილი მონაცემების საფუძველზე ექსპერიმენტატორს შეუძლია შეაფასოს გამოყენებულ სიმპლექს-გეგმაში მისთვის საინტერესო თვისების გაუარესების ხარისხი განსაზღვრული ცდომილებების მქონე საზომი საშუალებებისათვის კომპონენტების დონეების დასადგენად.

ლიტერატურა

1. Чемлева Т.А., Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при построении диаграмм состав-свойство. – В кн. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. М., Metallurgia, 1974, с. 11-42.
2. Зедгинидзе И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем. – М.: Наука, 1976. – 390с.
3. Зедгинидзе И.Г. Математическое планирование эксперимента для исследования и оптимизации свойств смесей. – Тбилиси: «Мецნიერება», 1971. – 152с.
4. Новик Ф.С. Математические методы планирования экспериментов в металловедении. Раздел IV. Планирование эксперимента при изучении диаграмм состав-свойство.: М., изд. МИСиС, 1971, 148с.
5. Гаскаров Д.В., Дахнович А.А. Оптимизация технологических процессов в производстве электронных приборов. – М.: Высшая школа, 1986. – 191 с.
6. Должанский Ю.М., Новик Ф.С., Чемлева Т.А. Планирование эксперимента при исследовании и оптимизации свойств сплавов. М.: ОНТИ ВИАМ, 1974, 132с.
7. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340с.
8. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. – М.: Машиностроение; София: Техника, 1980. – 304с.
9. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов: Пер. с нем. / Под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1977.
10. Гогоберидзе Н.В., Зедгинидзе И.Г. О планировании эксперимента при поиске экстремума на диаграммах состав-свойство. – В кн. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. М., Metallurgia, 1974, с. 95-102.

11. Горский В.Г., Бродский В.З. Некоторые вопросы применения симплекс-планов // Заводская лаборатория, 1968, т.34, №7, с. 838-842.
12. Зедгинидзе И.Г., Гогоберидзе Н.В. Поиск экстремума в многокомпонентных системах // Труды «Техническая кибернетика» ГПИ.: Тбилиси, 1972, №3, с. 279-290.
13. Зедгинидзе И.Г., Лобжанидзе Ш.С. Об одном алгоритме описания свойств смесей при наличии подкомпонентов. – «Труды проблемной лаборатории АВТ», Тбилиси, ГПИ, 1971, №3, с. 89-102.
14. Зедгинидзе И.Г., Новик Ф.С., Чемлева Т.А. Планирование эксперимента при исследовании многокомпонентных систем. – В кн. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. М., Metallurgy, 1974, с. 3-11.
15. Микешина Н.Г. Планирование экспериментов на симплексе (изучение свойств смеси). – В кн.: Новые идеи в планировании эксперимента. М.: Наука, 1969, с. 177-190.
16. Новик Ф.С. Использование статистических методов при изучении диаграмм состояний тройных систем. – В кн. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. М., Metallurgy, 1974, с. 113-127.
17. Новик Ф.С. Планирование экспериментов при изучении диаграмм состав-свойство металлических систем. – В кн. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. М., Metallurgy, 1974, с. 158-172.
18. Новик Ф.С., Минц Р.С., Малков Ю.С. Применение метода симплексных решеток для построения диаграмм состав-свойство // Заводская лаборатория. – 1967, - т.29, №7, с. 840-847.
19. Чемлева Т.А., Микешина Н.Г. Применение симплекс-решетчатого планирования при исследовании диаграмм состав-свойство. – В кн. Новые идеи в планировании эксперимента. М.: Наука, 1969, с. 191-208.

20. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. Сборник под ред. И.Г. Зедгинидзе, Ф.С. Новика, Т.А. Чемлевой, Г.Б. Преображенской. – М.: Металлургия, 1974. – 176с.
21. Чемлева Т.А., Маркова Е.В., Рубин В.С. Композиционное планирование для трехкомпонентных смесей с качественными факторами. – В кн. Применение математических методов для исследования многокомпонентных систем. М., Металлургия, 1974, с. 69-80.
22. Quenouille M.H. Experiments with mixtures // Journal of the Royal Statistical Society, - 1959, Series B, 21, №1, p. 201-202.
23. Scheffe H. Experiments with mixtures // Journal of the Royal Statistical Society, - 1958, Series B, 20, №2, p. 344-360.
24. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование D-оптимального свойства четырехкомпонентного симплекс-решетчатого плана первого порядка при учете погрешностей средств измерения. Georgian Engineering News, 2010, N4, с. 33-34.
25. Бочоридзе Е.В., Берая Н.О. Изучение свойств A- и E-оптимальности четырехкомпонентных симплексных планов в условиях ошибок эксперимента. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, 2011, 1(10), с.82-85.
26. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Изучение влияния ошибок эксперимента на свойства G- и Q-оптимальности симплексных планов второго порядка, Georgian Engineering News, 2011, №2 с.33-35.
27. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование свойства A- и E-оптимальности четырехкомпонентного симплекс-решетчатого плана первого и второго порядков в условиях ошибок эксперимента. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი “ინტელექტი“, 2011, 1(39), გვ. 160-163.
28. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование свойства D-оптимальности четырехкомпонентных симплексных планов в условиях ошибок эксперимента. (Материалы V Международной научно-практической конференции), М.:Спутник, 2011, с.330-338.

29. Бочоридзе Е.В., Берая Н.О. Исследование влияние погрешностей на свойство А-оптимальности пятикомпонентных симплексных планов. Georgian Engineering News, 2011, №3 с.79-81.
30. Берая Н.О., Бочоридзе Е.В. Исследование влияния погрешностей измерительных средств на свойство ортогональности трехкомпонентных симплекс-решетчатых планов. Материалы II Международной научно-практической конференции «В мире научных открытий», М.:Спутник, 2012, с..