

# ეკატერინე გვარამია

## მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
თბილისი, 0175, საქართველო  
მაისი, 2012 წელი

# საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

## ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერი, ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ეკატერინე გვარამიას მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: “მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში” და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

2012 წელი, 10 მაისი

ხელმძღვანელი: ტ.მ.დ., სრული პროფესორი  
ნინო ბერაია

---

რეცენზენტი: ტ.მ.კ., ასოც. პროფესორი  
რევაზ ჟვანია

---

რეცენზენტი: ტ.მ.კ., უფროსი მეცნიერ მუშაკი  
სოსო როგავა

---

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012 წელი

ავტორი: ეკატერინე გვარამია  
დასახელება: მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების  
თვისებების კვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების  
პირობებში

ფაკულტეტი: ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების  
ხარისხი: დოქტორი  
სხდომა ჩატარდა: 10 მაისი

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ შემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით პირის გადაღებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცულ მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიკურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

## რეზიუმე

**კვლევის აქტუალობა.** ტექნიკური სისტემების მართვის ამოცანები ქვეამოცანების სახით შეიცავენ ადეკვატური მათემატიკური მოდელების მიღებას, აგრეთვე, სისტემის ფუნქციონირების ოპტიმალური პირობების ძიებას. ამ საკითხების გადაწყვეტისათვის ფართოდ გამოიყენება ექსპერიმენტის მათემატიკური დაგეგმვის მეთოდები, რომლებიც მნიშვნელოვნად ამცირებენ სისტემის შესასწავლად საჭირო დროსა და დანახარჯებს, ამადლებენ კვლევის უტყუარობას, ახდენენ მკვლევარის შრომის გაინტენსიურებას, გვაძლევენ საშუალებას მივიღოთ შესასწავლი ფაქტორების ზემოქმედების რაოდენობრივი შეფასებები, მათემატიკური მოდელები, აგრეთვე, სისტემები ხარისხის მაღალი მახასიათებლებით.

ექსპერიმენტის დაგეგმვაში საკუთრივ ექსპერიმენტი განიხილება როგორც კვლევისა და ოპტიმიზაციის ობიექტი. შესასწავლი სისტემის შესახებ ინფორმაციის შესაბამისად ხორციელდება ექსპერიმენტის ოპტიმალური მართვა, კვლევის სტრატეგიის შეცვლა ყოველი ობიექტისათვის ოპტიმალური სტრატეგიის არჩევით.

თუმცა, რეალობაში გეგმების ოპტიმალურობის მახასიათებლები მახინჯდება. ეს განპირობებულია იმითაც, რომ ოპტიმალური გეგმების რეალიზაცია საჭიროებს გამოსაკვლევ ფაქტორების ზუსტი დონეების დაყენებას, დაყენება კი ხორციელდება საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომლებიც ხასიათდებიან გარკვეული ცდომილებებით.

რაც უფრო მეტია გაზომვის საშუალებების ცდომილებები გამოსაკვლევ ფაქტორების დონეების დაყენებისას, მით უფრო მეტად ირღვევა ოპტიმალურობის მახასიათებლები. ამიტომ გარკვეულ ინტერესს ბადებს გეგმის ამა თუ იმ თვისებებზე გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევა.

**სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი მიზანი.** წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომის მიზანია მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული და ეკონომიური როტატაბელური გეგმების კვლევა ორი და სამი ფაქტორის შემთხვევაში გაზომვის საშუალებათა ცდომილებების გათვალისწინებით; ამ გეგმების შედარებითი ანალიზი ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში.

**ძირითადი ამოცანები.** ზემოჩამოყალიბებული მიზნების შესასრულებლად სამუშაო ითვალისწინებს შემდეგი ძირითადი ამოცანების გადაწყვეტას: ალგორითმის და შესაბამისი პროგრამების დამუშავებას Matlab-ში იმისათვის, რომ მოხდეს საკვლევ გეგმების კოორდინატებზე ცდომილებების ზედდების იმიტაცია; საზომი საშუალებებისათვის დამახასიათებელი ცდომილებების გავლენისას მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების თვისებების ცვლილების გამოკვლევას; ექსპერიმენტის შეცდომების შემთხვევაში ყველა საკვლევ გეგმისათვის თითოეული თვისების გაუარესების ხარისხის განსაზღვრას; ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის დეფორმირებული როტატაბელური გეგმების შედარებით ანალიზს.

**ძირითადი პრაქტიკული ღირებულება და გამოყენებითი ასპექტი:** ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული ძირითადი შედეგები შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ შემდეგი სახით:



1. მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების შესასწავლად დამუშავებულია ალგორითმები და დაწერილია შესაბამისი პროგრამები Matlab-ში.

2. დეტალურად არის შესწავლილი ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული და ეკონომიური როტატაბელური გეგმების  $D$ -,  $A$ -,  $E$ -,  $G$ -,  $Q$ - ოპტიმალურობის და ორთოგონალურობის თვისებები საზომი საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებების გათვალისწინებით.

3. ექსპერიმენტის სხვადასხვა შეცდომის შემთხვევაში გამოკვლეულია სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია როგორც რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან, ასევე მიღებული მოდელის დახმარებით გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

4. მეორე ჯგუფის კრიტერიუმებზე საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის შესწავლისას მიღებულია რეზულტატები სხვადასხვა სიდიდის კვადრატის და კუბის მქონე სხვადასხვა საკვლევი არისათვის.

5. ცდომილებების გავლენის შესწავლისას მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმის თითოეულ გამოსაკვლევ თვისებაზე განისაზღვრება კრიტერიუმების მნიშვნელობების ზედა და ქვედა საზღვრები, რის შედეგადაც მივიღეთ თვისებების გაბნევის კორიდორი.

6. მოყვანილია შედარებითი ანალიზი ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სიმეტრიული თექვსმეტწერტილიანი და ეკონომიური თორმეტწერტილიანი როტატაბელური გეგმებისათვის.

7. წარმოდგენილია მონაცემები სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის რვა როტატაბელური გეგმის შედარებითი ანალიზის შესახებ.

8. კვლევის შედეგად მიღებული მონაცემები ექსპერიმენტატორს აძლევს საშუალებას შეაფასოს როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების ხარისხი, რომლებიც დაკავშირებულია როგორც შესაბამისი რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან, ასევე აგებული მოდელის მეშვეობით გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

*ჩატარებული სამუშაოს პრაქტიკული ღირებულება ისაა, რომ იგი მოიცავს ექსპერიმენტატორისათვის განკუთვნილ საჭირო მონაცემებს, მეთოდოლოგიას და რეკომენდაციებს. იგი უნდა დაეხმაროს მას ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებთან მუშაობაში სხვადასხვა საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომელთაც ახასიათებს სხვადასხვა ცდომილებები, ასევე ოპტიმალური გეგმების ფაქტორების დონეების დაყენებაში.*

## Abstract

**Topicality of the research.** Tasks of management of engineering systems include creation of appropriate mathematical models and research of optimal conditions for system operation. Methods of mathematical planning of experiment are widely used for carrying out these tasks.

In practice, specifications of optimal plans are distorted. Realization of optimal plans requires assignment of precise levels of researched parameters. Assignment is made by means of measuring devices which are characterized by certain inaccuracy.

When levels of researched parameters are assigned, higher inaccuracy of measuring devices conditions higher distortion of specifications of optimality. Therefore, research of impact of inaccuracies of measuring devices upon certain characteristics of plan is interesting.

**The main aim of the dissertation.** The objective of presented dissertation is to research third-rank, compositional, symmetrical, economical and rotatability plans in the case of two and three factors taking into consideration inaccuracies of measuring devices.

The practical value of the work is that it includes necessary data, techniques and recommendations.

**The main objectives.** The main objectives include development of algorithm and corresponding program in Matlab for imitation of overlap of inaccuracies on coordinates of researched plans; for studying of changes of different characteristics of third-rank compositional rotatability plans under the influence of specifications of inaccuracies of measuring devices; for determination of level of degradation of characteristics of researched plans in consideration of the errors of experiment; for comparative analysis of third-rank, deformed, rotatability plans with two and three variables.

**The main value of practical and applied aspects:**

1. Algorithms and corresponding programs of Matlab are developed for studying the changes of characteristics of third-rank rotatability plans

2. Specifications of D-, A-, E-, G-, Q-optimality and orthogonality, of third-rank compositional, symmetrical and economical rotatability plans with two variables are studied details in consideration of different inaccuracies of measuring devices

3. Characteristics of third-rank compositional rotatability plans are studied for three variables. Study is linked to precise determination of regression coefficients and precise prediction of values of response by means of derived model with different errors of experiment.

4. The influence of inaccuracies of measuring devices on criteria of second group is studied and the results are derived in different fields as cubes and squares of different size.

5. On the basis of studies of influence of inaccuracies on each specification of third-rank rotatability plan, limits of corresponding values of criteria are determined and therefore, corridors of dissipation of characteristics are derived.

6. Comparative analysis is made for symmetrical 16-point and economical 12-point rotatability plans with two variables.

7. Data of comparative analysis of eight third-rank rotatability plans with three variables is given

8. The results of study enable experimenter to estimate levels of degradation of specifications of rotatability plans, which are linked to precision of estimation of

coefficients of corresponding equation of regression and to precision of predictions of values of response with constructed model.

**The practical value of the work lies.** The practical value of the work is that it includes necessary data, techniques and recommendations for experimenters. They must help experimenters in the work with third-rank rotatability plans with two and three variables, when they assign levels of parameters of optimal plans by means of measuring devices with different inaccuracies.

შინაარსი

თავი 1. ექსპერიმენტის კომპოზიციური დაგეგმვის თანამედროვე მდგომარეობის ლიტერატურული მიმოხილვა ..... 20

თავი 2. ექსპერიმენტის შეცდომის არსებობის შემთხვევაში მესამე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების გამოკვლევა ..... 31

2.1. ორცვლადიანი მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული, როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმების გამოკვლევა ..... 31

2.1.1. სიმეტრიული გეგმების თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან ..... 33

2.1.2. გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით დაკავშირებული სიმეტრიული გეგმების თვისებების გამოკვლევა ..... 43

2.2. ორცვლადიანი მესამე რიგის ეკონომიური კომპოზიციური როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმების გამოკვლევა ..... 52

2.2.1. ეკონომიური გეგმების თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან ..... 53

2.2.2. გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით დაკავშირებული სიმეტრიული გეგმების თვისებების გამოკვლევა ..... 62

2.3. გაზომვის საშუალებების ცდომილებების არსებობისას ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების შედარებითი ანალიზი..... 70

თავი 3. ექსპერიმენტის შეცდომის არსებობის შემთხვევაში მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების გამოკვლევა ..... 72

3.1.  $D_1D_4$  (I) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა ..... 73

3.1.1.  $D_1D_4$ (I) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან ..... 74

3.1.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_1D_4$  (I) გეგმების თვისებების გამოკვლევა ..... 80

3.2.  $D_2D_3$  (II) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა ..... 85

3.2.1.  $D_2D_3$  (II) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან ..... 86



თვისებების გამოკვლევა .....	146
3.8. $D_3D_6$ (VIII) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა .....	151
3.8.1. $D_3D_6$ (VIII) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან .....	152
3.8.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული $D_3D_6$ (VIII) გეგმების თვისებების გამოკვლევა .....	157
3.9. გაზომვის საშუალებების ცდომილებების არსებობისას სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების შედარებითი ანალიზი.....	162
ძირითადი დასკვნები .....	164
ლიტერატურა .....	166













<b>ცხრილი 3.59.</b> სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_3D_6(VIII)$ გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცლომილებების ზედდებისას .....	154
<b>ცხრილი 3.60.</b> სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_3D_5(V)$ გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცლომილებების ზედდებისას.....	156
<b>ცხრილი 3.61.</b> $D_3D_6(VIII)$ გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე $\mathbf{z}$ საკვლევე არეში ზომით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ .....	158
<b>ცხრილი 3.62.</b> $D_3D_6(VIII)$ გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე $\mathbf{z}$ საკვლევე არეში ზომით $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ .....	159
<b>ცხრილი 3.63.</b> $D_3D_6(VIII)$ გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე $\mathbf{z}$ საკვლევე არეში ზომით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ .....	161
<b>ცხრილი 3.64.</b> $D_3D_6(VIII)$ გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე $\mathbf{z}$ საკვლევე არეში ზომით $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ .....	161
<b>ცხრილი 3.65.</b> სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %.....	163

## ნახაზების ნუსხა

ნახ.1.1. მესამე რიგის კომპოზიციური გეგმის გეომეტრიული ილუსტრაცია.....	22
ნახ.1.2. მესამე რიგის კომპოზიციური გეგმის გეომეტრიული ილუსტრაცია.....	24
ნახ.1.3. არადეფორმირებულ (ა) და დეფორმირებულ (ბ) გეგმებში პირველი რიგის გეგმის წერტილების კოორდინატები.....	29
ნახ.2.1. ორცვლადიანი მესამე რიგის მრავალდეფორმირებული სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გრაფიკული ილუსტრაცია.....	31
ნახ.2.2. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის $D$ -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$ .....	33
ნახ.2.3. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის $A$ -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$ .....	35
ნახ.2.4. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის $E$ -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$ .....	37
ნახ.2.5. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის ორთოგონალურობა, როცა $a=0.5$ .....	40
ნახ.2.6. საკვლევი არის სკანირების პრინციპი ა) სექტორის და ბ) კვადრატის შემთხვევაში.....	43
ნახ.2.7. ორცვლადიანი მესამე რიგის მრავალდეფორმირებული ეკონომიური სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გრაფიკული ილუსტრაცია.....	51
ნახ.2.8. მესამე რიგის თორმეტწერტილიანი გეგმის $D$ -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$ .....	52
ნახ.2.9. მესამე რიგის თორმეტწერტილიანი გეგმის $A$ -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$ .....	55
ნახ.2.10. მესამე რიგის თორმეტწერტილიანი გეგმის $E$ -ოპტიმალურობა, როცა $a=0.5$ .....	57
ნახ.2.11. მესამე რიგის თორმეტწერტილიანი გეგმის ორთოგონალურობა, როცა $a=0.5$ .....	60
ნახ.3.1. გრაფიკული ილუსტრაცია ა) სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის არადეფორმირებული კომპოზიციური როტატაბელური გეგმებისათვის; ბ) სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის დეფორმირებული კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების სიმრავლეებისთვის.....	73
ნახ.3.2. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $D$ -ოპტიმალურობა.....	75
ნახ.3.3. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $A$ -ოპტიმალურობა.....	76
ნახ.3.4. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $E$ -ოპტიმალურობა.....	77
ნახ.3.5. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის ორთოგონალურობა.....	79
ნახ.3.6. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ .....	80
ნახ.3.7. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ .....	82
ნახ.3.8. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ .....	83
ნახ.3.9. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_1D_4$ (I) გეგმის $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ .....	83
ნახ.3.10. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_2D_3$ (II) გეგმის $D$ -ოპტიმალურობა.....	86
ნახ.3.11. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_2D_3$ (II) გეგმის $A$ -ოპტიმალურობა.....	88
ნახ.3.12. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_2D_3$ (II) გეგმის $E$ -ოპტიმალურობა.....	89
ნახ.3.13. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_2D_3$ (II) გეგმის ორთოგონალურობა.....	90
ნახ.3.14. სამცვლადიანი მესამე რიგის $D_2D_3$ (II) გეგმის $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ .....	92





## თ ა ვ ი 1. ექსპერიმენტის კომპოზიციური დაგეგმვის თანამედროვე მდგომარეობის ლიტერატურული მიმოხილვა

თანამედროვე ტექნიკის განვითარება უშუალოდ არის დამოკიდებული არსებულის დახვეწასა და ახალი ტექნოლოგიური პროცესების შექმნასთან. მათი დამუშავების და ოპტიმიზაციის საფუძველს წარმოადგენს ექსპერიმენტი. ექსპერიმენტული კვლევების და ინჟინრული გადაწყვეტილებების ეფექტურობის ზრდა წარმოუდგენელია ექსპერიმენტის დაგეგმვის მათემატიკური მეთოდის გარეშე.

ექსპერიმენტის დაგეგმვის თანამედროვე მეთოდების აღმოცენება დაკავშირებულია რ. ფიშერის შრომებთან. 1935 წელს გამოვიდა ფიშერის მონოგრაფია ექსპერიმენტის დაგეგმვის შესახებ “The Design of Experiments” [1], რამაც მისცა სახელი მთელ მიმართულებას. ამ ნაშრომით საფუძველი დაედო ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდებს.

ექსპერიმენტის ფაქტორული დაგეგმვის მეთოდმა ფართო გამოყენება ჰპოვა მას შემდეგ, რაც იეიტრმა დაამუშავა მარტივი გამომთვლელი სქემა ამ მეთოდისათვის, ფინნმა შემოიყვანა ფაქტორული ექსპერიმენტიდან წილადური რეპლიკის განაყოფის გამოძახილები [2] და პლეკეტმა და ბერმენმა შემოიტანეს გაჯერებული ფაქტორული გეგმები [3].

ექსპერიმენტის დაგეგმვის განვითარების შემდგომ ეტაპს წარმოადგენს 1951 წელს უილსონის და ბოქსის მიერ გაწეული შრომა [4], სადაც განხილულია მრავალფაქტორული ექსპერიმენტული ამოცანების კვლევის მეთოდოლოგია. ამ ნაშრომმა გარკვეულწილად შეაჯამა მანამდე ჩატარებული სამუშაოები. მასში ნათლადაა ჩამოყალიბებული და გადმოცემული პრაქტიკული რეკომენდაციების დონეზე ოპტიმალური პირობების თანმიმდევრობითი ექსპერიმენტული განსაზღვრის იდეა.

1959 წელს ყალიბდება კიფერის კონცეფცია ერთობლივი ეფექტური შეფასებების შესახებ [5]. ამ მიდგომაში ეფექტურობა განპირობებულია როგორც წერტილების განლაგებით დამოუკიდებელი ცვლადების სივრცეში, ასევე დაკვირვების შედეგების დამუშავების ოპტიმალური საშუალებებით [6-13].



ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდები წარმატებით ვითარდებოდა ისეთი მეცნიერების შრომებში, როგორებიც იყვნენ: ვ.ვ. ნადიმოვი [14, 15], ი.პ. ადლერი [16, 17, 18], გ.კ. კრუგი [19, 20], ე.ვ. მარკოვა [21], ვ.ზ. ბროდსკი [22], ვ.გ. გორკი [23], ვ.ი. დენისოვი [24], ფ.ს. ნოვიკი [25], ვ.ვ. ფედოსოვი [26], ი.გ. ზედგინიძე [27], ვ.ი. ასატურიანი [28].

ექსპერიმენტის დაგეგმვაში საკუთრივ ექსპერიმენტი განიხილება როგორც ოპტიმიზაციის და კვლევის ობიექტი. შესასწავლი ობიექტის შესახებ ინფორმაციიდან გამომდინარე ხდება მისი შემოყვანა, ხორციელდება მისი ოპტიმალური მართვა. კონკრეტული შემთხვევისათვის ხდება კვლევის სტრატეგიის ცვლა ოპტიმალური სტრატეგიის მიგნებამდე. ყველაზე დიდი გამოყენება ჰპოვა ექსპერიმენტის კომპოზიციურმა გეგმებმა, სადაც შედარებით მაღალი რიგის გეგმის ასაგებად გამოიყენება დაბალი რიგის გეგმის წერტილები [29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36].

წინა მდებარე სამუშაოს მიზანია ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გათვალისწინებით, რომელიც გამოიყენება ფაქტორების დონეების დაყენებისას გეგმის შესაბამისად.

გეგმას ეწოდება როტატაბელური (ინგლისური სიტყვიდან *rotatable*, რაც ნიშნავს ბრუნვის უნარის მქონეს), თუ რეგრესიული ფუნქციის დისპერსიის შეფარდება დამოკიდებულია მხოლოდ ექსპერიმენტის ცენტრიდან მანძილზე და არ არის დამოკიდებული მიმართულებაზე. ასეთი გეგმა საშუალებას იძლევა მივიღოთ ერთნაირი ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტე ყველა იმ წერტილისათვის, რომელიც თანაბრადაა დაშორებული ცენტრიდან.

$$\sigma^2\{\hat{y}\} = \sigma^2\{y\}N^{-1}d(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\{y\}N^{-1}\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{f}(\mathbf{x}) = const \quad (1.1)$$

როცა 
$$\rho^2 = \sum_{i=1}^k \tilde{x}_i^2 = const,$$

სადაც 
$$d(\mathbf{x}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{f}(\mathbf{x}),$$

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = \left[ 1, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_k, \tilde{x}_1^2, \dots, \tilde{x}_k^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{k-1}\tilde{x}_k \right],$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\mathbf{M}(\boldsymbol{\varepsilon})}{N} = \frac{\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}}}{N} \quad \text{და } \tilde{\mathbf{X}} - \text{დაგეგმვის მატრიცა.}$$

როგორც დისპერსიას, ასევე ინფორმაციას, რომელსაც შეიცავს რეგრესიის განტოლება (ინფორმაციის საზომად მიიღება სიდიდე ფაქტორული სივრცის ყველა ეკვიდისტრანციური წერტილისათვის, როტატაბელურ გეგმებში) აქვს ერთი და იგივე მნიშვნელობა, ამიტომ ინფორმაციული კონტურები - მრუდები (ორი განზომილებისათვის) და ზედაპირები (უფრო მეტი განზომილებისათვის) შესაბამისად ტოლი ინფორმაციისათვის წარმოადგენენ კონცენტრულ სიმრგვალებებს ან სფერულ ზედაპირებს [37, 38, 39, 40].

მესამე რიგის კომპოზიციურ როტატაბელურ გეგმებში ორი ცვლადისათვის თავდაპირველად რეალიზდება  $\mathbf{D}_1$  გეგმის ის ნაწილი, რომლის ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზეც ხდება საკვლევი პროცესის აღწერა მეორე რიგის პოლინომის მეშვეობით. მაგალითად, ავიღოთ მეორე რიგის როტატაბელური გეგმა:

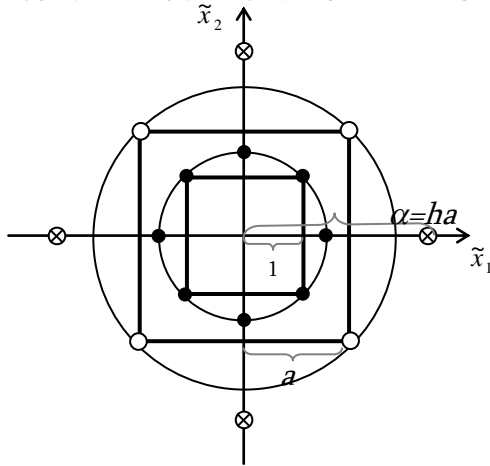
$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ +\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & +\sqrt{2} \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

მხოლოდ მისი არაადეკვატურობის შემთხვევაში იმისთვის, რომ შეფასდეს მესამე რიგის პოლინომის ყველა (ათი) კოეფიციენტი, მას ემატება გეგმის მეორე ნაწილი, რომელიც ავსებს პირველს სიმეტრიულად განლაგებული წერტილებით. პოლინომს აქვს შემდეგი სახე:

$$\hat{y} = b_0 + b_1\tilde{x}_1 + b_2\tilde{x}_2 + b_{11}\tilde{x}_1^2 + b_{22}\tilde{x}_2^2 + b_{12}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + b_{111}\tilde{x}_1^3 + b_{222}\tilde{x}_2^3 + b_{122}\tilde{x}_1\tilde{x}_2^2 + b_{112}\tilde{x}_1^2\tilde{x}_2. \quad (1.3)$$

მეორე ნაწილი აგრეთვე წარმოდგენილია მეორე რიგის გეგმის სახით, რომლის ცენტრიც ემთხვევა პირველი ნაწილის ცენტრს (ნახ. 1.1), სადაც ოთხი წერტილი (O) კოორდინატებით  $(\pm a, \pm a)$  განლაგებულია კვადრატის წვეროებში  $2a$ -ს მხრიდან, ოთხი აქსიალური - ე.წ. ვარსკვლავური წერტილი (⊗), განლაგებულია წყვილ-წყვილად საკოორდინატო ღერძების გასწვრივ და დაშორებულია ცენტრიდან შესაბამისად  $\alpha_1 = \pm ha$  და  $\alpha_2 = \pm ha$  მანძილებით.  $h$  წარმოადგენს მასშტაბურ მამრავლს, რომელიც განსაზღვრავს

აქსიალური წერტილის დაშორებას ახალი კვადრატის მხრიდან. განსახილველი სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმებისათვის  $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$ .



$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -a & -a \\ -a & +a \\ +a & -a \\ +a & +a \\ -ha & 0 \\ +ha & 0 \\ 0 & -ha \\ 0 & +ha \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

ნახ. 1.1 მესამე რიგის კომპოზიციური გეგმის გეომეტრიული ილუსტრაცია

რადგანაც როტატაბელურ გეგმებში დისპერსიას  $\sigma^2\{y\}$  გააჩნია ერთი და იგივე მნიშვნელობა ფაქტორული არის ყველა კვადრატული წერტილისათვის, ინფორმაციული კონტურები უნდა წარმოადგენდნენ კონცენტრულ წრეწირებს. მისი მიღწევა შესაძლებელი იქნება, თუ მასშტაბური მამრავლი ტოლი იქნება  $\sqrt{2}$ -ის.

ამრიგად, საკვლევ მესამე რიგის კომპოზიციურ გეგმას ორი ცვლადისათვის აქვს შემდეგი სახე:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ +\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & +\sqrt{2} \\ -a & -a \\ -a & +a \\ +a & -a \\ +a & +a \\ -\sqrt{2}a & 0 \\ +\sqrt{2}a & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}a \\ 0 & +\sqrt{2}a \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

გეგმის ისეთი თვისებები, როგორცაა  $D$ -,  $A$ -,  $E$ -ოპტიმალურობა და ორთოგონალურობა, ერთმანეთთან დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტით, რომლებიც განისაზღვრება მატრიცულ ფორმაში ჩაწერილი შემდეგი გამოსახულებით

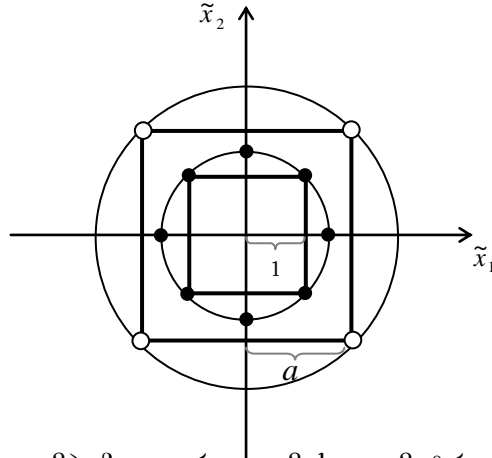
$$\mathbf{B} = (\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{Y}, \quad (1.6)$$

სადაც  $\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}}$  წარმოადგენს ფიშერის ინფორმაციულ მატრიცას,  $(\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  – კოვარიაციულ მატრიცას, ხოლო  $\tilde{\mathbf{X}}$  – დაგეგმვის მატრიცას, რომელიც მიიღება საკვლევი სიმეტრიული გეგმის გაფართოებით შესაბამისი სვეტებით, რაც განსაზღვრავს მესამე რიგის პოლინომის (1.3) ყველა კოეფიციენტს. მას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_0 & \tilde{x}_1^2 & \tilde{x}_2^2 & \tilde{x}_1 \tilde{x}_2 & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_1^3 & \tilde{x}_1 \tilde{x}_2^2 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_2^3 & \tilde{x}_2 \tilde{x}_1^2 \\ 1 & 1 & 1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & (-\sqrt{2})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & +\sqrt{2} & (+\sqrt{2})^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2} & (-\sqrt{2})^3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\sqrt{2} & (+\sqrt{2})^3 & 0 \\ \hline 1 & a^2 & a^2 & a^2 & -a & -a^3 & -a^3 & -a & -a^3 & -a^3 \\ 1 & a^2 & a^2 & -a^2 & -a & -a^3 & -a^3 & +a & +a^3 & +a^3 \\ 1 & a^2 & a^2 & -a^2 & +a & +a^3 & +a^3 & -a & -a^3 & -a^3 \\ 1 & a^2 & a^2 & a^2 & +a & +a^3 & +a^3 & +a & +a^3 & +a^3 \\ 1 & 2a^2 & 0 & 0 & -\sqrt{2}a & (-\sqrt{2})^3 a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2a^2 & 0 & 0 & +\sqrt{2}a & (+\sqrt{2})^3 a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2}a & (-\sqrt{2})^3 a^3 & 0 \\ 1 & 0 & 2a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\sqrt{2}a & (+\sqrt{2})^3 a^3 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.7)$$

ვინაიდან ორი ცვლადისათვის მესამე რიგის (1.3) მოდელში შესაფასებელი კოეფიციენტების რაოდენობა (10) გაცილებით ნაკლებია ცდების რაოდენობაზე ( $N=16$ ), გეგმა არაა გაჯერებული და ტყუილუბრალოდ იხარჯება ცდების დიდი რაოდენობა. ამიტომ ამ ქვეთავში განხილულია უფრო ეკონომიური მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული გეგმა ორი ცვლადისათვის.

ამ გეგმაში ბოქსის მეორე რიგის როტატაბელური გეგმის ერთ წრეწირზე განლაგებულ რვა წერტილს ემატება ოთხი წერტილი კვადრატის წვეროებში კოორდინატებით  $\pm a$  (ნახ.1.2).



ნახ. 1.2. მესამე რიგის კომპოზიციური გეგმის გეომეტრიული ილუსტრაცია

ამრიგად, საკვლევ მესამე რიგის ეკონომიკურ კომპოზიციურ გეგმას ორი ცვლადისათვის აქვს შემდეგი სახე:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -\sqrt{2} & 0 \\ +\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & +\sqrt{2} \\ -a & -a \\ -a & +a \\ +a & -a \\ +a & +a \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

მესამე რიგის სამცვლადიან კომპოზიციურ როტატაბელურ გეგმებში თავდაპირველად რეალიზდება გეგმის ის ნაწილი, რომლის ექსპერიმენტული მონაცემებით საკვლევ სისტემა შეიძლება აღიწეროს მეორე რიგის პოლინომით და მხოლოდ მისი არაადეკვატურობის შემთხვევაში ემატება გეგმის მეორე ნაწილი და ორივე ნაწილის მონაცემებით სისტემა აღიწერება მესამე რიგის პოლინომით. დამტკიცებულია, რომ მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების ყველა წერტილი, ცენტრალურის გამოკლებით, ქმნის სულ მცირე ორ სფეროსებრ დაშორებას სხვადასხვა არანულოვანი რადიუსებით. ასეთი სფეროსებრი დაშორებების სახით შეიძლება მივიღოთ მეორე რიგის როტატაბელური გეგმები.

ქვემოთ მოცემულია მეორე რიგის როტატაბელური გეგმები სამი ცვლადისათვის, რომლებიც გამოიყენება მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების აგების დროს.

<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>2</sub></b>	<b>D<sub>3</sub></b>
(±a, ±a, ±a)	(±a <sub>1</sub> , ±a <sub>1</sub> , ±a <sub>1</sub> )	(±f, ±f, 0)
(±c <sub>1</sub> , 0, 0)	(±a <sub>2</sub> , ±a <sub>2</sub> , ±a <sub>2</sub> )	(±f, 0, ±f)
(0, ±c <sub>1</sub> , 0)	(±c, 0, 0)	(0, ±f, ±f)
(0, 0, ±c <sub>1</sub> )	(0, ±c, 0)	(±c <sub>1</sub> , 0, 0)
(±c <sub>2</sub> , 0, 0)	(0, 0, ±c)	(0, ±c <sub>1</sub> , 0)
(0, ±c <sub>2</sub> , 0)		(0, 0, ±c <sub>1</sub> )
(0, 0, ±c <sub>2</sub> )		(±c <sub>2</sub> , 0, 0)
		(0, ±c <sub>2</sub> , 0)
		(0, 0, ±c <sub>2</sub> )
<b>D<sub>4</sub></b>	<b>D<sub>5</sub></b>	<b>D<sub>6</sub></b>
(±f, ±f, 0)	(±p, ±q, ±q)	(±p, ±q, ±q)
(±f, 0, ±f)	(±q, ±p, ±q)	(±q, ±p, ±q)
(0, ±f, ±f)	(±q, ±q, ±p)	(±q, ±q, ±p)
(±a, ±a, ±a)	(±a, ±a, ±a)	(±c, 0, 0)
(±c, 0, 0)		(0, ±c, 0)
(0, ±c, 0)		(0, 0, ±c)
(0, 0, ±c)		

სამგანზომილებიან ვარიანტში ცნობილია მესამე რიგის რამდენიმე როტატაბელური გეგმა, რომლებიც მიიღება მეორე რიგის როტატაბელური განლაგებების კომბინირებით:

<b>I</b>	<b>D<sub>1</sub></b> <b>D<sub>4</sub></b>	a=1, c <sub>1</sub> =c <sub>2</sub> =2 <sup>1/2</sup> f=2 <sup>1/2</sup> , a=1, c=2	<b>II</b>	<b>D<sub>2</sub></b> <b>D<sub>3</sub></b>	a <sub>1</sub> =a <sub>2</sub> =1, c=2 c <sub>1</sub> =c <sub>2</sub> =f=2 <sup>1/2</sup>
<b>III</b>	<b>D<sub>2</sub></b> <b>D<sub>4</sub></b>	a <sub>1</sub> =0.5578, a <sub>2</sub> =0.4097, c=1 f=0.7201, a=0, c=0.8564	<b>IV</b>	<b>D<sub>3</sub></b> <b>D<sub>4</sub></b>	f=c <sub>1</sub> =c <sub>2</sub> =1 f=0.9357, a=0.8646, c=1.5653
<b>V</b>	<b>D<sub>3</sub></b> <b>D<sub>5</sub></b>	f=c <sub>1</sub> =c <sub>2</sub> =1 p=1.4078, q=0.5112, a=0.7832	<b>VI</b>	<b>D<sub>3</sub></b> <b>D<sub>5</sub></b>	f=c <sub>1</sub> =c <sub>2</sub> =1 p=1.5205, q=a=0.5980
<b>VII</b>	<b>D<sub>3</sub></b> <b>D<sub>5</sub></b>	f=1, c <sub>1</sub> =2 <sup>1/2</sup> , c <sub>2</sub> =0 p=1.5167, q=0.6037, a=0.5042	<b>VIII</b>	<b>D<sub>3</sub></b> <b>D<sub>6</sub></b>	f=c <sub>1</sub> =c <sub>2</sub> =1 p=0.9848, q=0.5748, c=1.4453

ასეთი გეგმების მონაცემებით შეგვიძლია შევაფასოთ შესაბამისი მესამე რიგის პოლინომის ოცი კოეფიციენტი

$$\hat{y} = b_0 + b_1\tilde{x}_1 + b_2\tilde{x}_2 + b_3\tilde{x}_3 + b_{12}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + b_{13}\tilde{x}_1\tilde{x}_3 + b_{23}\tilde{x}_2\tilde{x}_3 + b_{11}\tilde{x}_1^2 + b_{22}\tilde{x}_2^2 + b_{33}\tilde{x}_3^2 + b_{111}\tilde{x}_1^3 + b_{222}\tilde{x}_2^3 + b_{333}\tilde{x}_3^3 + b_{112}\tilde{x}_1^2\tilde{x}_2 + b_{122}\tilde{x}_1\tilde{x}_2^2 + b_{133}\tilde{x}_1\tilde{x}_3^2 + b_{113}\tilde{x}_1^2\tilde{x}_3 + b_{223}\tilde{x}_2^2\tilde{x}_3 + b_{233}\tilde{x}_2\tilde{x}_3^2 + b_{123}\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3. \quad (1.9)$$

ნაშრომში განხილული მეორე და მესამე რიგის კომპოზიციური რატაბელური გეგმების ოპტიმალურობის კრიტერიუმები შეიძლება დავყოთ შემდეგ ჯგუფებად:

პირველ ჯგუფს განეკუთვნება კრიტერიუმები, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასებების სიზუსტესთან. მათ მიეკუთვნება გეგმების ისეთი თვისებები, როგორცაა მათი ორთოგონალურობა, *D*-, *A*-, *E*-ოპტიმალურობა და სხვა. ამ კრიტერიუმებს შეიძლება მიეცეთ გეომეტრიული ინტერპრეტაცია  $b_0, b_1, \dots, b_k$  და ა.შ. კოეფიციენტების სივრცეში. რეგრესიის განტოლება

$$\eta = \beta_0 + \sum_{1 \leq i \leq k} \beta_i \tilde{x}_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} \beta_{ij} \tilde{x}_i \tilde{x}_j \quad (1.10)$$

ამ კოეფიციენტების შეფასებები, როგორც ცნობილია, წარმოადგენენ შემთხვევით სიდიდეებს, ამიტომ გააჩნიათ გაბნევა, რომელიც შეიძლება დახასიათდეს შეფასებების გაბნევის ელიფსოიდით. ელიფსოიდის ორიენტაცია, ფორმა და მოცულობა მთლიანად განისაზღვრება ექსპერიმენტის ამორჩეული გეგმით, უფრო ზუსტად კი ინფორმაციული ან კოვარიაციული მატრიცების აგებით. განვიხილოთ ამ ჯგუფის ზოგიერთი კრიტერიუმი.

*D-ოპტიმალურობა.* *D*-ოპტიმალურია (იწარმოება ინგლისური სიტყვიდან *determinant*, რაც ნიშნავს მსაზღვრელს) გეგმა, თუ მას შეესაბამება კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\varepsilon})$  მინიმალური მსაზღვრელი, ანუ, რაც იგივეა, ინფორმაციული მატრიცის  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\varepsilon})$ -ის მაქსიმალური მსაზღვრელი. კოვარიაციული მატრიცის მსაზღვრელი პროპორციულია გაბნევის ელიფსოიდის მოცულობისა. შესაბამისად, *D*-ოპტიმალური გეგმა ამინიმიზირებს კოეფიციენტების შეფასებების გაბნევის ელიფსოიდის მოცულობას. ოპტიმალურობის ამ კრიტერიუმს მიეძღვნა სამუშაოების საკმაოდ დიდი რაოდენობა [41-58].

*A-ოპტიმალურობა.* *A*-ოპტიმალურია (იწარმოება ინგლისური სიტყვიდან *average variance*, ანუ საშუალო დისპერსია) გეგმა, თუ მას შეესაბამება კოვარიაციული მატრიცის კვალის  $Tr(\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\varepsilon}))$  მინიმალური მნიშვნელობა (ანუ დიაგონალური ელემენტების ჯამი). გამომდინარე იქიდან, რომ კოვარიაცი-

ული მატრიცის დიაგონალებზე განლაგებულია კოეფიციენტების შეფასებების დისპერსიები,  $A$ -ოპტიმალურობა უზრუნველყოფს ამ შეფასებების დისპერსიების ჯამის მინიმუმს მათი კოვარიაციის გათვალისწინების გარეშე, ანუ საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ უცნობი კოეფიციენტების შეფასებები მინიმალური საშუალო დისპერსიით. ამასთან გაბნევის ელიფსოიდს გააჩნია ღერძების სიგრძეების კვადრატების მინიმალური ჯამი და აქვს მართკუთხედის დიაგონალის უმცირესი სიგრძე, რომელიც აღიწერება ელიფსოიდის გვერდით [59, 60, 61, 62].

*E-ოპტიმალურობა.*  $E$ -ოპტიმალურია გეგმა (ინგლისური სიტყვიდან *eigen value*, ანუ საკუთარი მნიშვნელობა), თუ მას შეესაბამება კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\epsilon})$  უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი მნიშვნელობა (მახასიათებელი რიცხვი)

$$\min_{\boldsymbol{\epsilon}} \max_i \lambda_i[\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\epsilon})],$$

ანუ, რაც იგივეა, ინფორმაციული მატრიცის  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\epsilon})$  მაქსიმალურად მინიმალური საკუთარი რიცხვი.  $E$ -ოპტიმალური გეგმა ამინიმიზირებს შეფასებების კოეფიციენტების გაბნევის ელიფსოიდის მაქსიმალური ღერძის სიგრძეს. ე.ი. არ აძლევს ელიფსოიდს საშუალებას, რომ მიიღოს ზომაზე მეტად გაწელილი ფორმა. სტატიკური თვალსაზრისით ეს კრიტერიუმი ზღუდავს კოეფიციენტების ცალკეული შეფასებების დისპერსიებს და კოვარიაციებს [63-65].

*ორთოგონალურობა.* გეგმა ორთოგონალურია, თუ მას შეესაბამება დიაგონალური კოვარიაციული მატრიცა  $\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\epsilon})$  (ან დიაგონალური ინფორმაციული მატრიცა  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\epsilon})$ ). ორთოგონალური გეგმებისათვის კოეფიციენტების ყველა შეფასება არაკორელირებულია. რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლობა საშუალებას იძლევა გავამარტივოთ ან გავართულოთ მოდელი ახალი კოეფიციენტების დამატებით ან ძველის გამოკლებით. ექსპერიმენტის რეზულტატების დამუშავებისას, რომელიც ოპტიმალურია ამ კრიტერიუმით, საჭიროა გამოთვლების მინიმალური რაოდენობა. გაბნევის ელიფსოიდი ისეა ორიენტირებული,



რომ მისი ძირითადი ღერძების მიმართულება ემთხვევა საკოორდინატო ღერძების მიმართულებას კოეფიციენტების სივრცეში [66].

მეორე ჯგუფის ოპტიმალურობის კრიტერიუმები მოდელის აგების (1.3 ან 1.9) მეშვეობით განსაზღვრავენ გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტეს. მეორე ჯგუფს მიეკუთვნება გეგმის ისეთი მახასიათებლები, როგორიცაა: როტატაბელურობა, უნიფორმალურობა,  $G$ -და  $Q$ -ოპტიმალურობა, ექსტრემუმის კოორდინატების შეფასების მაქსიმალური სიზუსტე და ა.შ.

განვიხილოთ მეორე ჯგუფის ზოგიერთი კრიტერიუმი.

*G-ოპტიმალურობა.*  $G$  ოპტიმალურია გეგმა (იწარმოება ინგლისური სიტყვიდან *general variance* - საერთო დისპერსია), თუ ის ამინიმიზირებს ჩვენთვის საინტერესო არეში  $\mathbf{z}$  რეგრესიული განტოლების წინასწარმეტყველების მაქსიმალურად შესაძლო დისპერსიას.

$$\max_{\mathbf{z}} d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \min_{\mathbf{z}} \max_{\mathbf{z}} d(\mathbf{x}, \mathbf{z}),$$

სადაც

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{z})\mathbf{f}(\mathbf{x})$$

ამ კრიტერიუმის გამოყენებით ექსპერიმენტატორი უზრუნველყოფილია წერტილებით, რომელთაც გააჩნიათ გამოძახილის ფუნქციის შეფასების საკმაოდ დაბალი სიზუსტე [67-69].

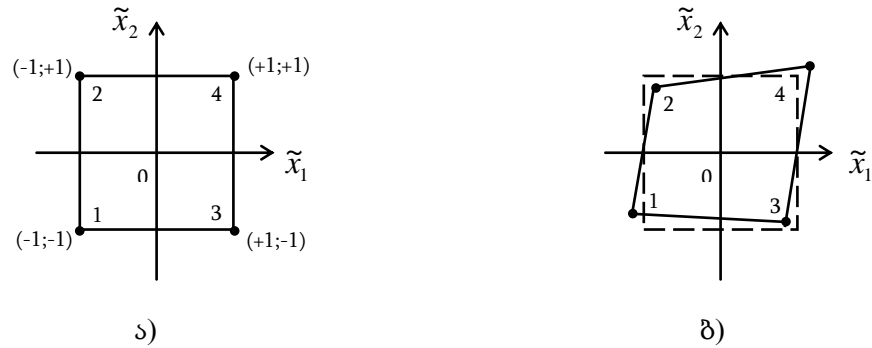
*Q-ოპტიმალურობა.* გეგმა  $Q$  ოპტიმალურია, თუ ის ამინიმიზირებს რომელიმე  $\mathbf{z}$  არეში წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიას [70]

$$\int_{\mathbf{z}} d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})d\mathbf{x} = \min_{\mathbf{z}} \int_{\mathbf{z}} d(\mathbf{x}, \mathbf{z})d\mathbf{x} = \min_{\mathbf{z}} Q[\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{z})].$$

კომპოზიციური გეგმების რეალიზაცია მოითხოვს გამოსაკვლევი ფაქტორების ზუსტი დონეების დაყენებას. დაყენება ხორციელდება საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომელთაც გააჩნიათ გარკვეული ცდომილებები. ცდომილებების ზედდების შედეგად თეორიული გეგმები პრაქტიკულად დეფორმირდება (ნახ. 1.3).

აქედან გამომდინარე იცვლება როგორც ექსპერიმენტის გეგმა, ასევე დაგეგმვის მატრიცა, ინფორმაციული და კოვარიაციული მატრიცები, შესა-

ბამისად გეგმის მახასიათებლები, როგორცაა  $D$ -,  $A$ -,  $E$ -,  $G$ -,  $Q$ -ოპტიმალურობები, ორთოგონალობა და სხვ [71-76].



ნახ.1.3. არადეფორმირებულ (ა) და დეფორმირებულ (ბ) გეგმებში პირველი რიგის გეგმის წერტილების კოორდინატები

რაც უფრო მეტია გაზომვის საშუალებების ცდომილებები გამო-საკვლევი ფაქტორების დონეების დაყენებისას, მით უფრო მეტად ირღვევა ოპტიმალურობის მახასიათებლები. ამიტომ გარკვეულ ინტერესს ბადებს გეგმის ამა თუ იმ თვისებებზე გაზომვის საშუალებების ცდომილებების გავლენის გამოკვლევა.

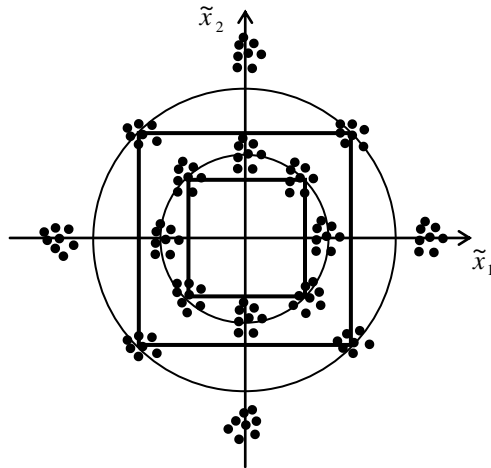
## თ ა ვ ი 2. ექსპერიმენტის შეცდომის არსებობის შემთხვევაში მესამე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების გამოკვლევა

### 2.1. ორცვლადიანი მესამე რიგის კომპოზიციური სიმეტრიული, როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმების გამოკვლევა

რეალობაში გეგმების ოპტიმალურობის მახასიათებლები მახინჯდება. ეს განპირობებულია იმითაც, რომ ოპტიმალური გეგმების რეალიზაცია საჭიროებს გამოსაკვლევ ფაქტორების ზუსტი დონეების დაყენებას, დაყენება კი ხორციელდება საზომი საშუალებების გამოყენებით, რომლებიც ხასიათდებიან გარკვეული ცდომილებებით. რაც უფრო დიდია საზომი საშუალებების ცდომილებები, რომლებიც გამოიყენება საკვლევ ფაქტორების დონეების დასაყენებლად, მით მეტია გეგმების დამახინჯება და მით უფრო მეტად ირღვევა ოპტიმალურობის მახასიათებლები.

ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გამოკვლევას ექსპერიმენტის შეცდომების გათვალისწინებით ხორციელდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის იმიტაცია. ეს მიიღწეოდა გეგმის წერტილების კოორდინატებზე შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით, რომლებიც განაწილებული იყვნენ ნორმალური კანონით. ასეთი რიცხვების ფორმირება ხდებოდა შემთხვევითი რიცხვების სტანდარტული პროგრამის მეშვეობით, რომელსაც გააჩნდა ნულოვანი საშუალო არითმეტიკული და  $\sigma=0.33$  საშუალო კვადრატული გადახრა, მათი 100-ზე გაყოფით მიიღებოდა 1%-იანი ცდომილებების ეკვივალენტი, ხოლო სხვადასხვა ცდომილებების იმიტაციისათვის 1%-იანი ეკვივალენტი მრავლდებოდა  $\psi$ -ზე:  $\xi = \psi \frac{\varepsilon}{100}$ .

მრავალჯერადი გენერირების შედეგად, არადეფორმირებული გეგმის თითოეული წერტილის გარშემო მიიღებოდა წერტილების ღრუბელი (ნახ.2.1), საიდანაც შეიძლება წარმოქმნილიყო დეფორმირებული გეგმის ნებისმიერი კონფიგურაცია.



ნახ. 2.1. ორცვლადიანი მესამე რიგის მრავალდეფორმირებული სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გრაფიკული ილუსტრაცია

საზომი საშუალებების ცდომილებების გამო მესამე რიგის სიმეტრიული გეგმის კოორდინატები იცვლება შემდეგნაირად:

$$D = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1+\xi & -1+\xi \\ -1+\xi & +1+\xi \\ +1+\xi & -1+\xi \\ +1+\xi & +1+\xi \\ -\sqrt{2}+\xi & 0+\xi \\ +\sqrt{2}+\xi & 0+\xi \\ 0+\xi & -\sqrt{2}+\xi \\ 0+\xi & +\sqrt{2}+\xi \\ -a+\xi & -a+\xi \\ -a+\xi & +a+\xi \\ +a+\xi & -a+\xi \\ +a+\xi & +a+\xi \\ -\sqrt{2}a+\xi & 0+\xi \\ +\sqrt{2}a+\xi & 0+\xi \\ 0+\xi & -\sqrt{2}a+\xi \\ 0+\xi & +\sqrt{2}a+\xi \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმვის და თვისებების მატრიცაც.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმებისათვის, კვადრატის სხვადასხვა ზომებით  $a=0.5$  და  $1.5$ , განისაზღვრებოდა ყველა გამოსაკვლევი კრიტერიუმის მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლეები და ყოველი მათგანისათვის არსებული სხვადასხვა ცდომილებების არსებობისას გამოყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ქმნიდნენ დერეფანს. ყველა კვლევა ტარდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებებისათვის 0.01%-დან 10%-მდე.

2.1.1. სიმეტრიული გეგმების თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** *D-ოპტიმალურთან* მიახლოებული მესამე რიგის ორცვლადიანი სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმის კვლევისას გეგმის დამახინჯება მიიღწეოდა თითოეულ მის ელემენტზე შემთხვევითი სიდიდის დამატებით. დამახინჯება შეესაბამებოდა 0.01-0.09%-ს (პირველ დიაპაზონში), 0.1-0.9%-ს (მეორე დიაპაზონში) და 1-10%-ს (მესამე დიაპაზონში).

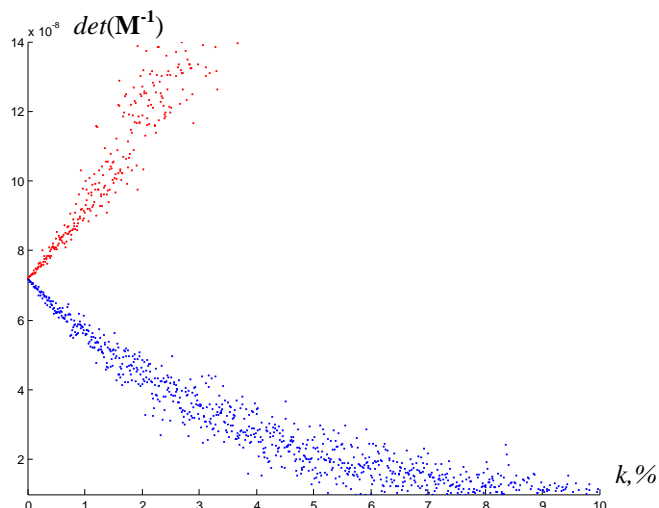
მიმართვა ხორციელდებოდა შემთხვევით რიცხვებთან ასჯერ. ასი მიღებული მნიშვნელობიდან აირჩეოდა მინიმალური და მაქსიმალური, რის მიხედვითაც იგებოდა შეცდომების დერეფანი. იმის გამო, რომ რიცხვების გენერირება ყოველ ჯერზე ხდებოდა შემთხვევითი სახით, ზოგიერთ ქვემომოყვანილ ცხრილში ცდომილების ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის შეინიშნება მცირედი "ამოვარდნები", თუმცა ეს გავლენას ვერ ახდენს ცდომილებების გაზრდით გეგმის თვისებების გაუარესების საერთო ტენდენციაზე.

ნახ. 2.2-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის  $k$  ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებთან მიახლოებულ სიმეტრიულ გეგმებზე, კვადრატის ზომებით  $a=0.5$ .

ცხრილებში მოყვანილია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე  $a$  კვადრატის სხვადასხვა ზომებისათვის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით იზრდება აგრეთვე შეცდომების დერეფანი.

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად *D-ოპტიმალურობა*, როცა კვადრატის ზომაა  $a=0.5$  ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.17%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 2.10%-მდე, ხოლო 5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 12.30%-მდე.



ნახ. 2.2. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა, როცა  $a=0.5$

ცხრილი 2.1

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-007 *</b>				
0.01	0.71802694	0.72060557	0.71911891	0.00059675
0.02	0.71536169	0.72236580	0.71893891	0.00139745
0.03	0.71340667	0.72504802	0.71905013	0.00199676
0.04	0.71438374	0.72522383	0.71930441	0.00243920
0.05	0.71030007	0.72718675	0.71885692	0.00360990
0.06	0.70751769	0.72749343	0.71941315	0.00417481
0.07	0.70732366	0.73168621	0.71960600	0.00497661
0.08	0.70355729	0.73353301	0.71932484	0.00579081
0.09	0.70259532	0.73215104	0.71952919	0.00556949
<b>1.0e-007 *</b>				
0.1	0.70934906	0.73524918	0.72023217	0.00597926
0.2	0.68347635	0.75343059	0.71854755	0.01395743
0.3	0.66506652	0.78190926	0.71980731	0.01998496
0.4	0.67424619	0.78381258	0.72250601	0.02465706
0.5	0.63693534	0.80537069	0.71849896	0.03596578
0.6	0.61246533	0.80900417	0.72440618	0.04159375
0.7	0.61095680	0.85693403	0.72691653	0.05039475
0.8	0.57978304	0.87905259	0.72466676	0.05817766
0.9	0.57169237	0.86293379	0.72665429	0.05561160
<b>1.0e-007 *</b>				
1.0	0.62865349	0.90102357	0.73420701	0.06126639
2.0	0.43499122	1.15382747	0.72879931	0.14180630
3.0	0.33324339	1.67866223	0.75711476	0.21546444
<b>1.0e-007 *</b>				
4.0	0.38281554	1.72901476	0.80508396	0.29566435
5.0	0.22549303	2.27487078	0.80755434	0.41290296
<b>1.0e-007 *</b>				
10	0.20502346	8.19133048	1.28976532	1.23469330

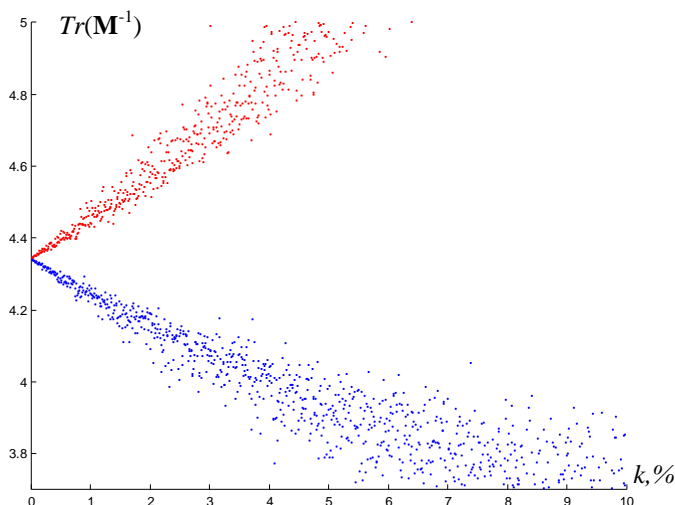
თექვსმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	<b>1.0e-014 *</b>			
0.01	0.85287409	0.85605283	0.85472082	0.00065582
0.02	0.85090650	0.85833348	0.85476996	0.00121158
0.03	0.85087944	0.86038647	0.85468667	0.00177757
0.04	0.84855879	0.86163074	0.85473810	0.00247385
0.05	0.84642662	0.86340772	0.85446186	0.00302084
0.06	0.84397824	0.86639373	0.85493118	0.00394425
0.07	0.84533163	0.86482556	0.85398090	0.00400439
0.08	0.84464694	0.86487636	0.85475633	0.00454760
0.09	0.84156999	0.86878097	0.85485321	0.00528478
	<b>1.0e-014 *</b>			
0.1	0.83711687	0.86884602	0.85543936	0.00656024
0.2	0.81802706	0.89229559	0.85598796	0.01212359
0.3	0.81778275	0.91387907	0.85524560	0.01785497
0.4	0.79574462	0.92722947	0.85593070	0.02474721
	<b>1.0e-014 *</b>			
0.5	0.77593564	0.94683320	0.85332274	0.03028105
0.6	0.75432193	0.98023294	0.85839958	0.03981692
0.7	0.76621448	0.96218821	0.84889949	0.04000669
0.8	0.76001945	0.96234164	0.85688222	0.04579063
0.9	0.73288960	1.00704565	0.85829204	0.05333663
	<b>1.0e-014 *</b>			
1.0	0.69512163	1.00843644	0.86504845	0.06607788
2.0	0.55341719	1.31940991	0.87635587	0.12426525
3.0	0.55279473	1.67699014	0.87860899	0.19378999
4.0	0.42069681	1.95206729	0.90257233	0.26468781
5.0	0.32557921	2.48437115	0.89359219	0.34384002
	<b>1.0e-014 *</b>			
10	0.11438033	4.66625877	1.26540704	1.01627752

$a=1.5$  კვადრატის ზომისათვის  $D$ -ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების გაზრდისას იზრდება. 0.01%-დან 0.1%-მდე ზრდით ოპტიმალურობა უარესდება 0.08%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე – ოპტიმალურობა უარესდება 1.21%-მდე, ხოლო 5%-იანი ცვლილებისას გაუარესება აღწევს 4.55%-ს.

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 2.3-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია კვადრატის ზომისათვის  $a=0.5$ , რომელიც მიიღებოდა ორცვლადიანი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმასთან მაქ-

სიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას.



ნახ. 2.3. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის  $A$ -ოპტიმალურობა, როცა  $a=0.5$

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება. ცხრილ 2.3-ში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ცხრილი 2.3

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	4.34243481	4.34455062	4.34336082	0.00041833
0.02	4.34007028	4.34529980	4.34317490	0.00091737
0.03	4.34103692	4.34720769	4.34343065	0.00125050
0.04	4.33917757	4.34814122	4.34298935	0.00182036
0.05	4.33787218	4.34773394	4.34301675	0.00198442
0.06	4.33730963	4.35039590	4.34343106	0.00248712
0.07	4.33638629	4.35082397	4.34341820	0.00293739
0.08	4.33574514	4.35076620	4.34320728	0.00340062
0.09	4.33144627	4.35515253	4.34377310	0.00408479
0.1	4.33448493	4.35561907	4.34370269	0.00418162
0.2	4.31112243	4.36319910	4.34193506	0.00916742
0.3	4.32086562	4.38257807	4.34461252	0.01253800
0.4	4.30243428	4.39208890	4.34039431	0.01818845
0.5	4.28968896	4.38828300	4.34095712	0.01980423
0.6	4.28532125	4.41544736	4.34539199	0.02494987
0.7	4.27539867	4.42041021	4.34558651	0.02947873
0.8	4.26962772	4.41917124	4.34384595	0.03410185
0.9	4.22869345	4.46896634	4.35018299	0.04100233



2.3 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	4.28375667	4.44920389	4.35343661	0.03577248
2.0	4.11864526	4.58391499	4.35400913	0.08520863
3.0	4.04926792	4.70699895	4.37454611	0.12273719
4.0	4.06452353	4.97062112	4.39782619	0.16840444
5.0	3.91148689	5.06666493	4.39888317	0.21359376
10	4.02903620	6.24679824	4.75895344	0.44199845

ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.1% დიაპაზონში განსახილველი გეგმისათვის თვისებების ცვლილება არ არის დიდი. ამ შემთხვევაში *A*-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება მხოლოდ 0.008%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე – ოპტიმალურობა უარესდება 0.23%-მდე, ხოლო 5%-იანი ცვლილებისას გაუარესება აღწევს 1.28%-ს.

2.4 ცხრილში მოყვანილია  $a=1.5$  კვადრატისათვის რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც მიიღებოდა ორცვლადიანი სიმეტრიული კომპოზიციური როტატაბელურ გეგმებთან მიახლოებული *A*-ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას.

ცხრილი 2.4

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=1.5$ )

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.67363775	1.67429371	1.67395779	0.00014350
0.02	1.67310113	1.67473183	1.67396687	0.00032879
0.03	1.67268227	1.67510540	1.67392874	0.00047396
0.04	1.67241716	1.67597223	1.67392593	0.00063616
0.05	1.67229909	1.67557907	1.67398829	0.00075771
0.06	1.67100282	1.67650877	1.67391049	0.00095083
0.07	1.67183451	1.67636544	1.67404062	0.00088267
0.08	1.67114921	1.67680643	1.67413727	0.00102307
0.09	1.66967860	1.67722544	1.67418197	0.00144497
0.1	1.66998920	1.67712909	1.67399693	0.00152586
0.2	1.66665564	1.68119674	1.67433076	0.00270394
0.3	1.66352906	1.68549100	1.67401841	0.00438080
0.4	1.65813337	1.68671471	1.67388279	0.00550862
0.5	1.65927559	1.69822565	1.67395430	0.00690925
0.6	1.64694202	1.70363709	1.67423586	0.00910561
0.7	1.65035484	1.70049593	1.67222215	0.00958012
0.8	1.65073518	1.69903968	1.67424565	0.01118713
0.9	1.64197020	1.70230048	1.67424495	0.01237523

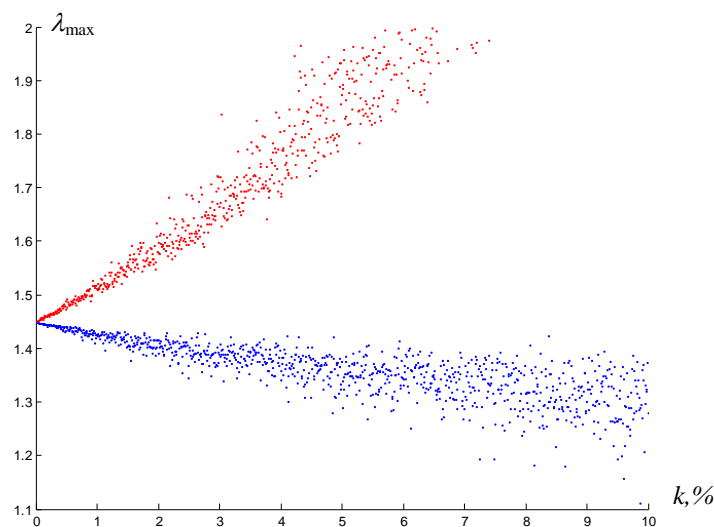
2.4 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	1.63576482	1.70659203	1.67489769	0.01528840
2.0	1.60612808	1.75072816	1.67982361	0.02705034
3.0	1.58153546	1.80059275	1.67894676	0.04423085
4.0	1.52980636	1.83020515	1.68133631	0.05541984
5.0	1.54729634	1.97556595	1.68687133	0.07232157
10	1.39438515	2.28604220	1.74636920	0.17389532

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%,  $A$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.014%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს, უარესდება 0.015%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 0.72%-ით.

$E$ -ოპტიმალურობა. როტატაბელურ სიმეტრიულ გეგმებთან მიახლოებულ  $E$ -ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას შეცდომების დერეფანი მიიღებოდა შემდეგნაირად: ყველა საკვლევი ცდომილებისათვის ვახდენდით გეგმის გენერირებას 100-ჯერ შემთხვევითი სახით და თითოეულისთვის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვიდან  $\lambda$  (მახასიათებელი რიცხვი) ვირჩევდით მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს.

მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 2.4 ნახაზზე კვადრატის ზომისათვის  $a=0.5$ .



ნახ. 2.4. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა, როცა  $a=0.5$

ცხრილში 2.5 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცლომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცლომილებების ზედდებისას.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცლომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%-იანი ცლომილების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.00016529, 0.1%-იანი ცლომილების ზედდებისას უკვე აღწევს 0.00165500. 1%-მდე ზრდით 0.1%-იან ზრდასთან შედარებით გაბნევა იზრდება 10.18-ჯერ (იგი შეადგენს 0.01685343, ხოლო ცლომილების 10%-იანი ზრდისას გაბნევამ შეადგინა 0.24035147).

ცხრილი 2.5

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცლომილებების ზედდებისას ( $a=0.5$ )

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.44771401	1.44850572	1.44806905	0.00016529
0.02	1.44736820	1.44921521	1.44822634	0.00033955
0.03	1.44749357	1.44978431	1.44843823	0.00048985
0.04	1.44673827	1.45010902	1.44853859	0.00066330
0.05	1.44676583	1.45056679	1.44868879	0.00087618
0.06	1.44656595	1.45165125	1.44895279	0.00096621
0.07	1.44621630	1.45277204	1.44911853	0.00114883
0.08	1.44559651	1.45444679	1.44926105	0.00153705
0.09	1.44495778	1.45636998	1.44933404	0.00180056
0.1	1.44625405	1.45418461	1.44981117	0.00165500
0.2	1.44283857	1.46142367	1.45141233	0.00340387
0.3	1.44411325	1.46711907	1.45358444	0.00492873
0.4	1.43676234	1.47047772	1.45464937	0.00667123
0.5	1.43697555	1.47532008	1.45620701	0.00881870
0.6	1.43492852	1.48651063	1.45902761	0.00974663
0.7	1.43149813	1.49892689	1.46076838	0.01173035
0.8	1.42582646	1.51668218	1.46239557	0.01574392
0.9	1.41978527	1.53799141	1.46340386	0.01842170
1.0	1.43218537	1.51265144	1.46833855	0.01685343
2.0	1.40178617	1.60191460	1.48728140	0.03524791
3.0	1.41311019	1.65851264	1.51468425	0.05327165
4.0	1.36038195	1.72133087	1.53283110	0.07258250
5.0	1.36305843	1.80025862	1.55526121	0.09599044
10	1.41458681	2.63237440	1.81378112	0.24035147

2.6 ცხრილში მოყვანილია შედეგები, რომლებიც მიღებული იქნა ანალოგიური კვლევებისას, როცა კვადრატის ზომა იყო  $a=1.5$ .

როგორც ცხრილის ანალიზი გვიჩვენებს, ცდომილების ზრდით 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი თვისება უარესდება 0.02%-ით. ცდომილების ზრდა 1%-მდე იწვევს 0.17%-იან გაუარესებას, ხოლო 5%-იანი გაუარესება – 3.71%-იან ცვლილებას. 10%-იანი ცდომილებისას გაუარესება შეადგენს 15.73%-ს.

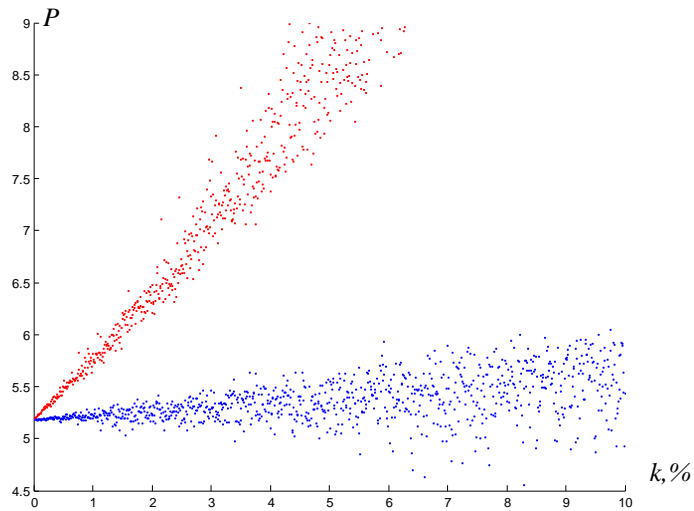
ცხრილი 2.6

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	0.55586045	0.55615995	0.55600527	0.00006185
0.02	0.55563906	0.55630589	0.55600740	0.00013639
0.03	0.55538800	0.55659271	0.55599391	0.00020752
0.04	0.55536190	0.55691709	0.55599374	0.00027316
0.05	0.55528620	0.55671339	0.55602610	0.00033474
0.06	0.55462740	0.55727894	0.55597353	0.00043225
0.07	0.55524131	0.55704326	0.55604903	0.00037826
0.08	0.55500224	0.55719451	0.55611338	0.00046117
0.09	0.55433053	0.55753511	0.55611635	0.00061305
0.1	0.55424405	0.55729820	0.55598994	0.00064055
0.2	0.55269280	0.55939245	0.55618827	0.00120476
0.3	0.55080483	0.56039119	0.55609338	0.00195037
0.4	0.54963310	0.56106084	0.55604014	0.00229790
0.5	0.55035576	0.56653263	0.55623589	0.00313105
0.6	0.54500781	0.56797290	0.55637628	0.00401060
0.7	0.54569679	0.56873849	0.55571234	0.00432953
0.8	0.54627926	0.56737051	0.55668972	0.00505691
0.9	0.54355425	0.56785843	0.55678289	0.00533406
1.0	0.53936948	0.57193528	0.55697375	0.00647583
2.0	0.52831077	0.59361105	0.56230060	0.01282134
3.0	0.50921661	0.61225367	0.56432559	0.02041451
4.0	0.50611371	0.64927699	0.57012986	0.02523705
5.0	0.50972827	0.69730664	0.57663270	0.03646617
10	0.47396394	1.11135624	0.64345924	0.10022181

ორთოგონალურობა. ორი ცვლადის მქონე მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}^{-1}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული გრაფიკული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომი-

ლებისას  $a=0.5$  კვადრატის ზომისათვის წარმოდგენილია ნახ.2.5 ნახაზზე, ხოლო 2.7 და 2.8 ცხრილებში მოყვანილია რიცხვითი მონაცემები  $a=0.5$  და  $a=1.5$  კვადრატების ზომებისათვის.



ნახ. 2.5. მესამე რიგის თექვსმეტწერტილიანი გეგმის ორთოგონალურობა, როცა  $a=0.5$

ცხრილში მოყვანილი მონაცემების შესაბამისად, როცა კვადრატის ზომაა  $a=0.5$ , ორცვლადიანი მესამე რიგის როტატაბელურ სიმეტრიულ-თან მიახლოებული გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. ასე მაგალითად,  $a=0.5$  კვადრატისათვის 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.44%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 4.41%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 20.32%-ით.

ცხრილი 2.7

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება, როცა  $a=0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	5.18021941	5.18551258	5.18268727	0.00105621
0.02	5.18081963	5.19128419	5.18533031	0.00203837
0.03	5.18218688	5.19818329	5.18821282	0.00330227
0.04	5.18103763	5.20091751	5.19029539	0.00399922
0.05	5.18054950	5.20450443	5.19306765	0.00516541
0.06	5.18285290	5.21333794	5.19663127	0.00627705
0.07	5.17902244	5.21791552	5.19932677	0.00762228
0.08	5.18359085	5.23099738	5.20235963	0.00914010
0.09	5.17731797	5.23582732	5.20540998	0.01056378

2.7 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.1	5.18408240	5.23705931	5.20880130	0.01057871
0.2	5.19014188	5.29574205	5.23527855	0.02046000
0.3	5.20371418	5.36271152	5.26422030	0.03314399
0.4	5.19201635	5.39312882	5.28523315	0.04027515
0.5	5.18749117	5.42693743	5.31302783	0.05194681
0.6	5.21116954	5.51801784	5.34899782	0.06330005
0.7	5.17132863	5.56954138	5.37650432	0.07752071
0.8	5.21790782	5.70619815	5.40733823	0.09360039
0.9	5.15531635	5.75860975	5.43863112	0.10828262
1.0	5.22168817	5.75516491	5.47298345	0.10751079
2.0	5.28776642	6.44925084	5.74422922	0.21446219
3.0	5.41451624	6.95049744	6.05134156	0.35021649
4.0	5.27907040	7.56235424	6.28691154	0.44419349
5.0	5.28909013	7.87531809	6.58514965	0.56692471
10	5.60273173	13.17329374	8.71354768	1.44721032

ცხრილი 2.8

კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება, როცა  $a=1.5$

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.52703868	1.52852929	1.52763426	0.00029483
0.02	1.52690002	1.53044694	1.52836010	0.00059818
0.03	1.52684218	1.53145983	1.52881437	0.00088225
0.04	1.52662105	1.53283073	1.52961838	0.00123039
0.05	1.52735576	1.53372000	1.53028327	0.00141023
0.06	1.52734515	1.53578912	1.53123580	0.00181715
0.07	1.52735733	1.53649898	1.53154161	0.00190641
0.08	1.52701656	1.53905251	1.53278667	0.00254104
0.09	1.52705010	1.54094778	1.53327519	0.00252922
0.1	1.52832793	1.54333426	1.53429851	0.00295926
0.2	1.52693145	1.56271907	1.54157603	0.00601572
0.3	1.52643550	1.57288348	1.54613808	0.00889656
0.4	1.52422143	1.58752525	1.55422960	0.01242162
0.5	1.53133307	1.59527996	1.56086935	0.01425161
0.6	1.53145604	1.61624693	1.57049651	0.01841837
0.7	1.53158725	1.62427600	1.57347176	0.01929593
0.8	1.52762005	1.65251944	1.58619472	0.02607829
0.9	1.52853621	1.67042554	1.59103292	0.02573110
1.0	1.54030623	1.70085664	1.60154346	0.03075775
2.0	1.52540405	1.91778777	1.67652781	0.06401271
3.0	1.52845923	2.02584800	1.72458320	0.09753312
4.0	1.50614753	2.28678773	1.81171774	0.13906587
5.0	1.55474580	2.27656239	1.87920193	0.16212934
10	1.58478646	4.86413904	2.38544993	0.50272149

$a=1.5$  კვადრატისათვის შეინიშნება ანალოგური სურათი. პირველ დიაპაზონში ორთოგონალურობის თვისების გაუარესება შეადგენს 0.34%-ს, მეორეში 3.70%-ს, ხოლო მესამეში 17.34%-ს.

ამრიგად, მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმის ყველა გამოკვლეული კრიტერიუმისათვის შეინიშნება შეცდომების დერეფნის გაფართოების ტენდენცია, შესაბამისად შეინიშნება საზომი საშუალებების ცდომილებების ზრდით ყველა განსახილველი ცვლილების გაუარესება.

**2.12. გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით დაკავშირებული სიმეტრიული გეგმების თვისებების გამოკვლევა**

ამ განყოფილებაში განხილულია  $\mathbf{D}$  ტიპის მეორე რიგის თექვსმეტწერტილიანი როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით აგებული მოდელის (1.3) მეშვეობით – ასეთია  $G$  და  $Q$  ოპტიმალურობები.

ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია

$$\sigma^2\{\hat{y}\} = \sigma^2\{y\}N^{-1}\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\alpha)\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sigma^2\{y\}N^{-1}d(\mathbf{x},\alpha), \quad (2.2)$$

$$d(\mathbf{x},\alpha) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\mathbf{A}^{-1}(\alpha)\mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad (2.3)$$

სადაც 
$$\mathbf{A} = N^{-1}(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}}),$$

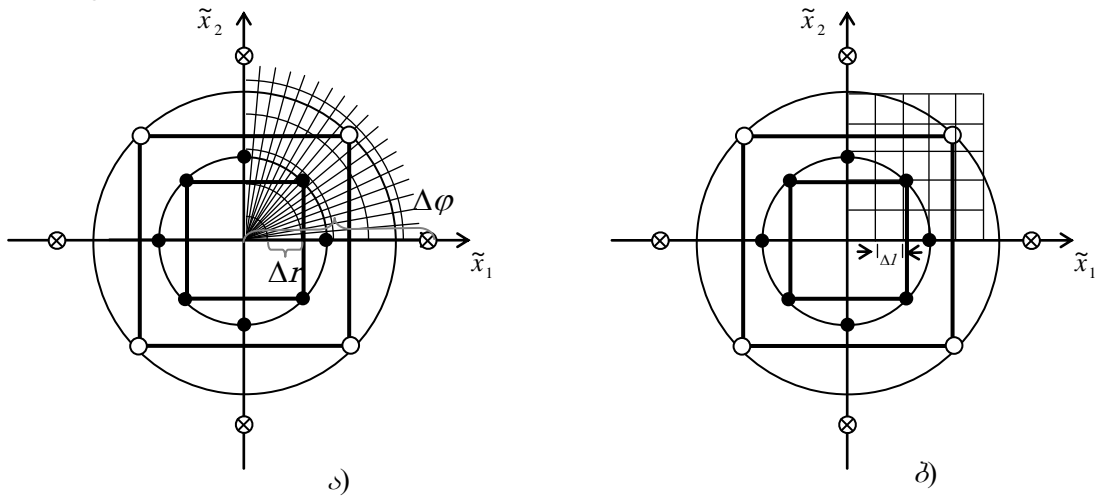
$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = [1, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_1^2, \tilde{x}_2^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1^3, \tilde{x}_2^3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2]. \quad (2.4)$$

ჩვენს მიერ საკვლევი ორფაქტორიანი მესამე რიგის პოლინომიალური რეგრესიის შემთხვევაში.

ცვლადების  $\mathbf{z}$  არის რომელიმე უბნის სკანირებისას (ნახ. 2.6 ა და ბ) სათითაოდ მიიღებოდა წერტილების კოორდინატები  $(\tilde{x}_1^{(i)}, \tilde{x}_2^{(i)})$ .

2.2 და 2.3-ში ამ წერტილების დაყენებით განისაზღვრებოდა საკვლევი  $\mathbf{z}$  არის გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების დისპერსიები. სკანირების რადიუსის ( $\Delta r=0.1$ ) შედარებით მცირე ბიჯით ცვლილებისას, ასევე მცირე ბიჯით კუთხის ( $\Delta\phi=1^\circ$ ) ცვლილებისას მიიღებოდა

ა) მცირე ბიჯიანი ბადის ( $\Delta l=0.1$ ) და ბ) შემთხვევაში მონაცემების დიდი მასივი.



ნახ. 2.6. საკვლევი არის სკანირების პრინციპი ა) სექტორის და ბ) კვადრატის შემთხვევაში

ცალკე განვიხილოთ ამ ჯგუფის ისეთი თვისებები, როგორცაა  $G$ - და  $Q$ -ოპტიმალურობები – ორი ცვლადის მქონე მესამე რიგის თექვსმეტ-წერტილიანი როტატაბელური გეგმის შემთხვევაში, როცა საკვლევი არის აქვს სხვადასხვა ზომის კვადრატების სახე.

$G$ -ოპტიმალურობა.  $G$ -ოპტიმალურად მიიჩნევა (1.5) ტიპის გეგმები, რომლებიც ამინიმიზირებენ გარკვეულ საკვლევი არეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალურ დისპერსიას ( $d_{max}$ ).

წინა პუნქტში აღწერილი ალგორითმით გენერირებული დამახინჯებული გეგმებისათვის განისაზღვრებოდა განსახილველი კრიტერიუმის მნიშვნელობათა სიმრავლეები, გამოიყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც წარმოქმნიდნენ კორიდორს. ყველა კვლევა, რომლის დროსაც შეისწავლებოდა ცდომილებების გაგლენა  $G$ -ოპტიმალურობაზე, ტარდებოდა სხვადასხვა სახის არეების შემთხვევაში საზომის საშუალებების ყველაზე დამახასიათებელი ცდომილებებისათვის.

რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც მიიღებოდა ცდომილებების გაგლენის კვლევისას (1.5) გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობაზე,  $a=0.5$  და  $a=1.5$  კვადრატებისთვის მოყვანილია 2.9 და 2.10 ცხრილებში;  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კვადრატს ზომით  $0.5 \times 0.5$ .



ცხრილი 2.9

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომებით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	6.29529883	6.29795938	6.29679235	0.00055450
0.02	6.29369216	6.29919484	6.29680991	0.00114698
0.03	6.29141373	6.30198841	6.29684826	0.00184917
0.04	6.29121745	6.30220955	6.29661879	0.00224088
0.05	6.29097119	6.30423984	6.29692558	0.00280603
0.06	6.28821086	6.30670589	6.29669698	0.00337331
0.07	6.28769292	6.30426286	6.29733103	0.00361373
0.08	6.28590590	6.30487943	6.29662894	0.00396006
0.09	6.28536797	6.30892568	6.29698060	0.00553977
0.1	6.28151184	6.30811826	6.29644865	0.00554290
0.2	6.26569879	6.32055103	6.29668067	0.01145776
0.3	6.24320529	6.34860367	6.29716404	0.01849290
0.4	6.24069631	6.35113879	6.29499970	0.02240920
0.5	6.24027222	6.37249062	6.29827554	0.02805876
0.6	6.21278226	6.39738217	6.29613414	0.03371058
0.7	6.20442070	6.37271398	6.30274709	0.03637887
0.8	6.18773068	6.38329530	6.29617380	0.03965281
0.9	6.18609865	6.42046525	6.30012985	0.05532381
1.0	6.14530267	6.41135467	6.29483118	0.05526575
2.0	6.01310327	6.54873599	6.30277441	0.11376743
3.0	5.88214593	6.83099241	6.31830568	0.18480155
4.0	5.74347665	6.89309311	6.30990238	0.22695079
5.0	5.70737952	7.22488039	6.36827283	0.28499621
10	5.70950632	8.25569737	6.58170127	0.52645119

ცხრილი 2.10

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომებით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	8.60378993	8.60858445	8.60618055	0.00097066
0.02	8.60180112	8.61106332	8.60628135	0.00199754
0.03	8.59870489	8.61635317	8.60591788	0.00332395
0.04	8.59612444	8.62183944	8.60584163	0.00459300
0.05	8.59555871	8.61972677	8.60690373	0.00551497
0.06	8.58253612	8.62394655	8.60656862	0.00703525
0.07	8.59030698	8.62434962	8.60702923	0.00679709
0.08	8.58088793	8.62319569	8.60712490	0.00855272
0.09	8.58211971	8.62800043	8.60712717	0.00947883
0.1	8.57795071	8.63019289	8.60648287	0.01146381
0.2	8.54765787	8.65042051	8.60705056	0.02068694
0.3	8.52403494	8.68430540	8.60333636	0.03162723
0.4	8.51712339	8.69311914	8.60364163	0.03853496

მე-2.10 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.5	8.46927564	8.71358567	8.60499072	0.04990248
0.6	8.50152704	8.77295848	8.61485165	0.06591094
0.7	8.43972532	8.81484661	8.59768771	0.07641383
0.8	8.32615948	8.82685834	8.60837805	0.09180836
0.9	8.36627106	8.82065437	8.60669307	0.09047550
1.0	8.33367191	8.85493099	8.61109032	0.11511221
2.0	8.05504749	9.07393871	8.62431400	0.20506282
3.0	7.87058849	9.47660102	8.60398411	0.31490663
4.0	7.82158358	9.56800972	8.62732727	0.37105237
5.0	7.43179630	9.90936113	8.67624107	0.50044225
10	7.00432180	14.90021880	9.19253713	1.36158549

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კვადრატის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 0.5x0.5 ( $a=0.5$ ), ორი ცვლადის მქონე მეორე რიგის როტაბელური გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.003%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.06%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 1.17%-ით. ანალოგიური სურათი მიიღებოდა, როცა  $a=1.5$ . აღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.01%-ით, 0.002%-ით და 0.76%-ით.

2.11 და 2.12 ცხრილებში წარმოდგენილია მიღებული მნიშვნელობებისათვის მინიმალური და მაქსიმალური სიდიდეები, ასევე საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და საშუალო კვადრატული გადახრა კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5, როცა  $a=0.5$  და  $a=1.5$  შესაბამისად.

კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის 1.5x1.5 ცდომილებების ცვლილების დიაპაზონში 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.01%-ით ( $a=0.5$ ), 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში უარესდებოდა 0.20%-ით, ხოლო 1% და 5%-მდე ცვლილებისას უარესდებოდა 3.16%-ით. კვადრატის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5 ( $a=1.5$ ) ცდომილებების გაზრდით 0.01%-დან 0.1%-მდე ორი ცვლადის მქონე მეორე რიგის როტაბელური გეგმის  $G$ -

ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.01%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 1%-მდე უარესდებოდა 0.48%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 2.11%-ით.

ცხრილი 2.11

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე Z საკვლევი არეში ზომებით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	247.48593162	247.89911728	247.70625110	0.09614449
0.02	247.22319891	248.10203095	247.71838303	0.18268180
0.03	247.21622478	248.51495599	247.73010184	0.29622447
0.04	246.81512250	248.57301295	247.69771139	0.35694731
0.05	246.72829700	248.79432556	247.65143830	0.44538675
0.06	246.28222432	249.17942270	247.71695800	0.52357945
0.07	246.27233949	249.16990880	247.75611523	0.70379521
0.08	246.24573827	250.11492651	247.72542845	0.77072084
0.09	245.47555471	250.15740166	247.73785862	0.89565186
0.1	245.58377480	249.71600590	247.78141322	0.96148862
0.2	242.98921747	251.77394283	247.90867676	1.82761566
0.3	242.91481384	255.97203825	248.03775729	2.97036238
0.4	238.98046650	256.60000802	247.72536129	3.56587143
0.5	238.17914030	258.90613956	247.27889108	4.44577363
0.6	233.94058497	262.98949168	247.95261300	5.23273990
0.7	233.80384760	262.80145866	248.38400835	7.05820320
0.8	233.61985342	273.11869401	248.11560100	7.75157674
0.9	226.27453777	273.49732040	248.28894703	8.98101450
1.0	225.24524982	273.80246142	248.20406920	8.72172910
2.0	210.11004196	293.19495167	250.28730843	20.33025276
3.0	199.59069447	360.32986205	250.96437060	29.92806871
4.0	164.92278390	386.44011464	253.72185962	41.11918991
5.0	145.49880374	386.27845226	256.04250794	50.31144755
10	106.87343826	568.34830848	282.35244658	107.82885322

ცხრილი 2.12

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე z საკვლევი არეში ზომებით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=1.5$ ) სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	13.01011985	13.02475100	13.01795039	0.00309528
0.02	13.00500127	13.03091230	13.01803257	0.00592718
0.03	12.99684605	13.04564384	13.01773409	0.00966902
0.04	12.97023798	13.05024483	13.01470789	0.01351067
0.05	12.97777335	13.07819476	13.01836745	0.01835861
0.06	12.95745241	13.06209358	13.01765884	0.02109455
0.07	12.96168802	13.06189708	13.01642831	0.02260688
0.08	12.96518040	13.09929279	13.02073051	0.02695534
0.09	12.95519929	13.09934665	13.01842529	0.03140487

მე-2.12 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო ართმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.1	12.92118481	13.09380274	13.01938469	0.03283094
0.2	12.86704036	13.18532007	13.02194443	0.06496838
0.3	12.75572180	13.24617033	13.01184857	0.08892283
0.4	12.72726488	13.44303249	12.99958456	0.13518065
0.5	12.54613950	13.40098821	12.98878416	0.16801037
0.6	12.52527216	13.55519100	13.03243806	0.18457312
0.7	12.26884281	13.78945608	13.00915176	0.23355124
0.8	12.34457308	13.79843409	12.98902534	0.27495412
0.9	12.48111720	13.86694196	13.03446352	0.32101136
1.0	12.32274420	13.78193010	13.08132812	0.31033557
2.0	11.89612635	14.52715498	13.11042254	0.60683544
3.0	11.25943142	16.29758265	13.11500228	0.97979229
4.0	9.424654273	16.88790225	12.88200944	1.32339785
5.0	10.01720988	21.62796103	13.35725219	2.02079314
10	8.74887296	23.66391119	14.35423078	3.38167191

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (1.5) ტიპის გეგმები, რომლებიც ამინიმიზირებენ წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიას კვლევის გარკვეულ არეში.

წინა პუნქტში აღწერილი ალგორითმით გენერირებული დამახინჯებული გეგმებისათვის განისაზღვრებოდა განსახილველი კრიტერიუმის მნიშვნელობათა სიმრავლეები, გამოიყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც წარმოქმნიდნენ კორიდორს. ყველა კვლევა, რომლის დროსაც შეისწავლებოდა ცდომილებების გავლენა Q-ოპტიმალურობაზე, ტარდებოდა სხვადასხვა სახის არეების შემთხვევაში საზომი საშუალებების ყველაზე დამახასიათებელი ცდომილებებისათვის.

რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას (1.5) გეგმის Q-ოპტიმალურობაზე  $a=0.5$  და  $a=1.5$  კვადრატებისათვის მოყვანილია 2.13 და 2.14 ცხრილებში.

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევ არეში ზომებით  $0.5 \times 0.5$ , როცა  $a=0.5$ , Q-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა შემდგენაირად: შემფოთებების ზრდით 0.09%-მდე Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა მცირედ – 0.003%-ით, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენდა 0.96%-ს.

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემოფოტებების ზედღებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	5.07568702	5.07747884	5.07649325	0.00033440
0.02	5.07511112	5.07814523	5.07648174	0.00065035
0.03	5.07373811	5.07908805	5.07656296	0.00090184
0.04	5.07342226	5.07959866	5.07645479	0.00126779
0.05	5.07249476	5.08010861	5.07651897	0.00141991
0.06	5.07208753	5.08084417	5.07630645	0.00188999
0.07	5.07239889	5.08164664	5.07691479	0.00204114
0.08	5.07165562	5.08165425	5.07650924	0.00239388
0.09	5.07037518	5.08527619	5.07665057	0.00302719
0.1	5.06823222	5.08614970	5.07627795	0.00334261
0.2	5.06254297	5.09307223	5.07621271	0.00650505
0.3	5.04894339	5.10247036	5.07710093	0.00902979
0.4	5.04598149	5.10761658	5.07613711	0.01267918
0.5	5.03708958	5.11306042	5.07694144	0.01418454
0.6	5.03355188	5.12075337	5.07498155	0.01883207
0.7	5.03788366	5.12907530	5.08124813	0.02046023
0.8	5.02876704	5.13075293	5.07759977	0.02404574
0.9	5.01813736	5.16704743	5.07931702	0.03034150
1.0	4.99685235	5.17616057	5.07578782	0.03333771
2.0	4.94637374	5.27218092	5.08013595	0.06555192
3.0	4.82230352	5.36040171	5.09668907	0.09298475
4.0	4.79667046	5.45109546	5.09934118	0.12998987
5.0	4.75353606	5.55511335	5.12444724	0.14968166
10	4.51516536	6.72712133	5.24735679	0.39518489

კვლევები რომლებიც ტარდებოდა იგივე არისათვის, ოღონდ  $a=1.5$ -თვის გვიჩვენებდა, რომ 0.01%-0.09%-იან დიაპაზონში  $Q$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.014%-მდე, 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენდა 0.16%-ს, ხოლო 1%-5%-იან დიაპაზონში შეადგენდა 0.5%-ს.

2.15 და 2.16 ცხრილებში მოყვანილია რიცხვითი მნიშვნელობები წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილების კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=0.5$  და  $a=1.5$  შესაბამისად).

როგორც 2.15 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში  $Q$ -ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.01%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.19%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.96%-ს.

ცხრილი 2.14

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემფოთებების ზედღებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	8.16439816	8.16890552	8.16679792	0.00086896
0.02	8.16289190	8.17082792	8.16687198	0.00185029
0.03	8.15905676	8.17643637	8.16657421	0.00296723
0.04	8.15644825	8.18145559	8.16647520	0.00414952
0.05	8.15629918	8.17909733	8.16727777	0.00495983
0.06	8.14529455	8.18398236	8.16682295	0.00634089
0.07	8.15377495	8.18134232	8.16751225	0.00586524
0.08	8.14620012	8.18182791	8.16794494	0.00720183
0.09	8.14308625	8.18865923	8.16796908	0.00867968
0.1	8.14229620	8.18734475	8.16623216	0.00868694
0.2	8.12751557	8.20676245	8.16705083	0.01850862
0.3	8.08960000	8.26378299	8.16420271	0.02970357
0.4	8.06457918	8.31535757	8.16337600	0.04158892
0.5	8.06313290	8.29081442	8.17158562	0.04967659
0.6	7.95582891	8.34072269	8.16733015	0.06325035
0.7	8.04136727	8.31416425	8.17418536	0.05865317
0.8	7.96840367	8.31957105	8.17917277	0.07187301
0.9	7.93443132	8.39043400	8.17954012	0.08706632
1.0	7.92918984	8.38069965	8.16936269	0.09886031
2.0	7.75263572	8.63798854	8.18982677	0.17909903
3.0	7.50324665	8.95241021	8.17054065	0.28648341
4.0	7.39813166	8.95415920	8.16955288	0.33628212
5.0	7.19827261	9.60582801	8.21039693	0.44895530
10	6.51170984	12.48206024	8.47068484	1.13751980

ცხრილი 2.15

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემფოთებების ზედღებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	21.15178349	21.17721015	21.16540486	0.00620381
0.02	21.13253063	21.19286302	21.16590317	0.01205038
0.03	21.12841414	21.21554579	21.16687231	0.01875846
0.04	21.10994039	21.21504520	21.16515960	0.02243235
0.05	21.09959246	21.24401926	21.16251541	0.02920227
0.06	21.06952034	21.25866916	21.16638639	0.03395085
0.07	21.06671895	21.26272301	21.16774694	0.04612185
0.08	21.06952697	21.33124340	21.16775070	0.04956126
0.09	21.02826714	21.32213972	21.16779459	0.05685564
0.1	21.03491972	21.28894931	21.17061863	0.06204224
0.2	20.84489211	21.44806939	21.17615080	0.12059587
0.3	20.80505028	21.68046805	21.18688250	0.18815822
0.4	20.62525450	21.67774111	21.17082653	0.22413442

მე-2.15 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.5	20.52515877	21.98016214	21.14617397	0.29183933
0.6	20.24239068	22.13537261	21.18672099	0.33896276
0.7	20.21552903	22.19591387	21.20380672	0.46290985
0.8	20.24840763	22.93116559	21.20680004	0.49920638
0.9	19.85917415	22.82651170	21.21163269	0.57063856
1.0	19.93526996	22.45507434	21.24316785	0.62153495
2.0	18.26556380	24.32659357	21.35348048	1.22102896
3.0	17.98924045	27.29657954	21.56755210	1.95722244
4.0	16.64975357	27.58993390	21.51445108	2.27032213
5.0	15.88955839	32.09733244	21.44815349	2.99159833
10	13.61101316	41.89652999	24.21443528	7.08551727

ცხრილი 2.16

თექვსმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემოფოტებების ზედღებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.68681935	7.68937237	7.68811791	0.00059617
0.02	7.68509466	7.69073259	7.68814472	0.00110047
0.03	7.68358796	7.69260711	7.68797741	0.00179226
0.04	7.68246257	7.69311580	7.68795529	0.00214715
0.05	7.68083685	7.69545386	7.68806320	0.00279474
0.06	7.68130822	7.69732431	7.68853598	0.00364467
0.07	7.67981644	7.70056506	7.68765297	0.00417027
0.08	7.67412669	7.69851638	7.68801314	0.00482235
0.09	7.67517768	7.69832218	7.68818867	0.00478820
0.1	7.67533004	7.70087572	7.68827715	0.00596227
0.2	7.65826159	7.71460837	7.68860794	0.01099959
0.3	7.64358446	7.73371304	7.68702832	0.01789835
0.4	7.63257374	7.73895839	7.68692729	0.02142752
0.5	7.61726697	7.76280906	7.68824090	0.02789380
0.6	7.62130631	7.78271967	7.69320513	0.03657817
0.7	7.60703477	7.81584085	7.68462318	0.04162880
0.8	7.55620055	7.79621756	7.68858712	0.04815243
0.9	7.56285604	7.79498603	7.69061794	0.04768805
1.0	7.56644367	7.82399583	7.69225568	0.05973846
2.0	7.41314071	7.97464060	7.70179870	0.10986683
3.0	7.30050482	8.20560736	7.69538718	0.17832602
4.0	7.21399681	8.28095940	7.70620742	0.21293459
5.0	7.09059406	8.56458015	7.74307330	0.27887345
10	6.92676100	10.39170694	7.98693029	0.68384905

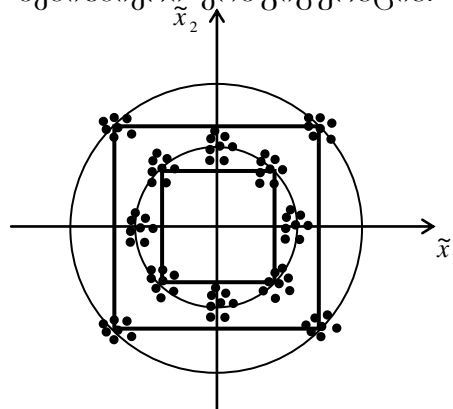
2.16 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5$ , როცა  $a=1.5$ , განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.001%-ს. პირველი საკვლევი დიაპაზონისათ-

ვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.03%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 0.66%-ს.

## 2.2. ორცვლადიანი მესამე რიგის ეკონომიური კომპოზიციური

### როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმების გამოკვლევა

მრავალჯერადი გენერირების შედეგად არადეფორმირებული თორმეტწერტილიანი გეგმის თითოეული წერტილის გარშემო მიიღებოდა წერტილების ღრუბელი (ნახ. 2.7), საიდანაც შეიძლება წარმოქმნილიყო დეფორმირებული გეგმის ნებისმიერი კონფიგურაცია.



ნახ. 2.7. ორცვლადიანი მესამე რიგის მრავალდეფორმირებული ეკონომიური სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმების გრაფიკული ილუსტრაცია საზომი საშუალებების ცდომილებების გამო მესამე რიგის სიმეტრიული გეგმის კოორდინატები იცვლება შემდეგნაირად:

$$D = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 & \tilde{x}_2 \\ -1+\xi & -1+\xi \\ -1+\xi & +1+\xi \\ +1+\xi & -1+\xi \\ +1+\xi & +1+\xi \\ -\sqrt{2}+\xi & 0+\xi \\ +\sqrt{2}+\xi & 0+\xi \\ 0+\xi & -\sqrt{2}+\xi \\ 0+\xi & +\sqrt{2}+\xi \\ -a+\xi & -a+\xi \\ -a+\xi & +a+\xi \\ +a+\xi & -a+\xi \\ +a+\xi & +a+\xi \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმვის მატრიცაც.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმებისათვის, კვადრატის სხვადასხვა ზომებით  $a=0.5$  და  $1.5$  განისაზღვრებოდა ყველა გამოსაკვლევი კრიტერიუმის მნიშვნელობების შესაბამისი სიმრავლეები და ყოველი მათგანისათვის არსებული სხვადასხვა ცდომილებების არსებობისას გამოიყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც



ქმნიდნენ დერეფანს. ყველა კვლევა ტარდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებებისათვის 0.01%-დან 10%-მდე.

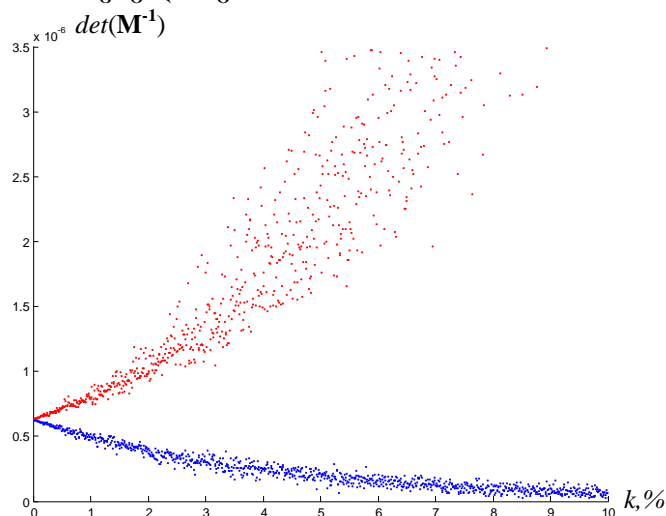
2.2.1. ეკონომიური გეგმების თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** D-ოპტიმალურთან მიახლოებული მესამე რიგის ორცვლადიანი სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმის კვლევისას გეგმის დამახინჯება მიიღწეოდა თითოეულ მის ელემენტზე შემთხვევითი სიდიდის დამატებით. დამახინჯება შეესაბამებოდა 0.01-0.09%-ს (პირველ დიაპაზონში), 0.1-0.9%-ს (მეორე დიაპაზონში) და 1-10%-ს (მესამე დიაპაზონში).

მიმართვა ხორციელდებოდა შემთხვევით რიცხვებთან ასჯერ. ასი მიღებული მნიშვნელობიდან აირჩეოდა მინიმალური და მაქსიმალური, რის მიხედვითაც იგებოდა შეცდომების დერეფანი.

2.8 ნახაზზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის  $k$  ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებთან მიახლოებულ ეკონომიურ გეგმებზე, კვადრატის ზომებით  $a=0.5$ .

2.17-2.18 ცხრილებში მოყვანილია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე  $a$  კვადრატის სხვადასხვა ზომებისათვის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.



ნახ. 2.8. მესამე რიგის თორმეტწევრიანი გეგმის D-ოპტიმალურობა, როცა  $a=0.5$

თორმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-006 *</b>				
0.01	0.62890959	0.63163197	0.63042261	0.00051376
0.02	0.62747638	0.63309993	0.63042241	0.00118132
0.03	0.62593632	0.63676389	0.63047209	0.00202365
0.04	0.62333159	0.63774691	0.63036692	0.00257541
0.05	0.62466719	0.64091942	0.63056796	0.00304709
0.06	0.62182205	0.63696889	0.63016385	0.00339010
0.07	0.61615676	0.64064494	0.63083485	0.00511209
0.08	0.61878558	0.64351558	0.63088348	0.00484127
0.09	0.61435821	0.64245502	0.63077202	0.00586053
<b>1.0e-006 *</b>				
0.1	0.61568732	0.64286638	0.63068388	0.00513641
0.2	0.60182582	0.65802722	0.63077558	0.01181027
0.3	0.58724971	0.69733780	0.63148701	0.02038580
0.4	0.56318826	0.70800806	0.63066437	0.02570122
0.5	0.57535287	0.74435751	0.63289821	0.03087661
0.6	0.55000336	0.69972834	0.62911480	0.03365493
0.7	0.50175943	0.74177705	0.63691799	0.05063368
0.8	0.52437515	0.77540467	0.63718028	0.04922519
0.9	0.48823337	0.76241751	0.63705160	0.05925688
<b>1.0e-006 *</b>				
1.0	0.49786310	0.76716344	0.63562659	0.05152062
2.0	0.39814092	0.97799424	0.64610778	0.12092208
3.0	0.31325598	1.81022725	0.67809815	0.24006952
4.0	0.20575366	2.05391840	0.69162741	0.29277321
5.0	0.25134233	3.55061967	0.75004845	0.44972140
<b>1.0e-006 *</b>				
10	0.06130920	4.88253088	1.00090775	0.90803548

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით იზრდება აგრეთვე შეცდომების დერეფანი.

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად  $D$ -ოპტიმალურობა, როცა კვადრატის ზომაა  $a=0.5$  ცდომილებების ზედდებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.04%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 0.83%-მდე, ხოლო 5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 18.98%-მდე.

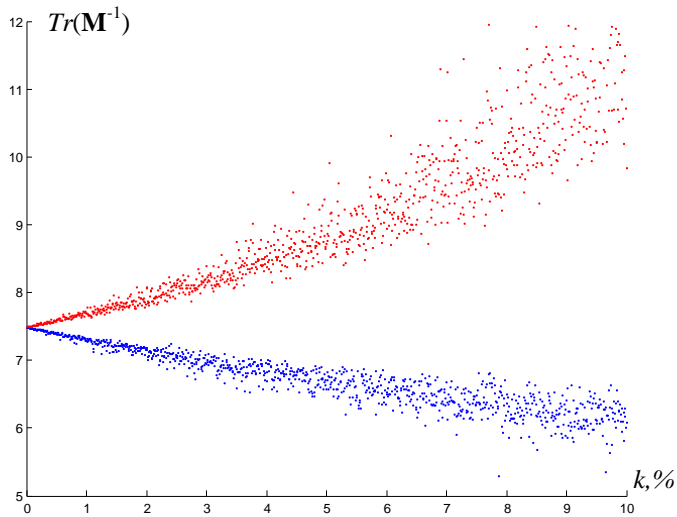
$a=1.5$  კვადრატის ზომისათვის  $D$ -ოპტიმალურობის თვისება ცდომილებების გაზრდისას იზრდება 0.01%-დან 0.1%-მდე, ოპტიმალურობა უარესდება 0.06%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე – ოპტიმალურობა უარესდება 0.55%-მდე, ხოლო 5%-იანი ცვლილებისას გაუარესება აღწევს 12.18%-ს.

თორმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-010 *</b>				
0.01	0.63500019	0.63822350	0.63638040	0.00060066
0.02	0.63355619	0.63933537	0.63638755	0.00107677
0.03	0.63157539	0.64035706	0.63611584	0.00172596
0.04	0.63115434	0.64070250	0.63646842	0.00210654
0.05	0.63172867	0.64184520	0.63624424	0.00245135
0.06	0.62830107	0.64288830	0.63658899	0.00323005
0.07	0.62864162	0.64444077	0.63638218	0.00364993
0.08	0.62418578	0.64688712	0.63681524	0.00487265
0.09	0.62543433	0.64564652	0.63653153	0.00464959
<b>1.0e-010 *</b>				
0.1	0.61896921	0.64780999	0.63673640	0.00539070
0.2	0.61153237	0.65766847	0.63719100	0.00952373
0.3	0.58935973	0.67356350	0.63624974	0.01777412
0.4	0.56458998	0.69149980	0.63610782	0.02276971
0.5	0.57111753	0.69871726	0.63790453	0.02715985
0.6	0.56886590	0.70480670	0.63475145	0.03298016
0.7	0.53773707	0.73682148	0.63871275	0.03913439
0.8	0.53215604	0.77552071	0.64233915	0.04084755
0.9	0.52578655	0.76676606	0.63851696	0.04815078
<b>1.0e-010 *</b>				
1.0	0.48973051	0.79816397	0.63986290	0.05458272
2.0	0.41561800	0.89891037	0.63886273	0.09637504
3.0	0.290717322	2.00859956	0.69166450	0.22542576
4.0	0.19385843	1.41659972	0.71133363	0.22318435
5.0	0.14418112	1.91715805	0.71392340	0.35592587
<b>1.0e-010 *</b>				
10	0.04912384	6.19918204	0.99787005	1.06492749

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 2.9-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია კვადრატის ზომისათვის  $a=0.5$ , რომელიც მიიღებოდა ორცვლადიანი მესამე რიგის ეკონომიური როტატაბელურ გეგმასთან მაქსიმალურად მიახლოებული სიმეტრიული კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  კვალის კვლევისას.

როგორც ნახაზიდან ჩანს, ცდომილებების გაზრდით შეცდომების დერეფანი იზრდება. 2.19 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.



ნახ. 2.9. მესამე რიგის თორმეტწერტილიანი გეგმის A-ოპტიმალურობა, როცა  $a=0.5$

ცხრილი 2.19

თორმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.48371296	7.48671649	7.48533437	0.00068101
0.02	7.48192074	7.48879434	7.48536988	0.00157198
0.03	7.47966729	7.49298721	7.48539590	0.00266712
0.04	7.47797033	7.49137215	7.48492250	0.00306608
0.05	7.47658285	7.49660050	7.48551325	0.00381200
0.06	7.47632113	7.49714625	7.48527214	0.00484395
0.07	7.47009215	7.50007290	7.48576548	0.00650184
0.08	7.46935662	7.50198112	7.48585151	0.00654441
0.09	7.46450720	7.49966726	7.48607289	0.00737906
0.1	7.46957629	7.49958187	7.48573915	0.00680075
0.2	7.45179950	7.52074930	7.48623772	0.01572937
0.3	7.43025915	7.56405059	7.48671423	0.02674175
0.4	7.41439988	7.54670205	7.48236339	0.03054121
0.5	7.39949752	7.60087596	7.48856590	0.03822585
0.6	7.39850150	7.60694950	7.48698767	0.04849892
0.7	7.33774919	7.63751914	7.49272656	0.06534665
0.8	7.33524620	7.65545605	7.49346898	0.06525798
0.9	7.28652567	7.63238425	7.49676910	0.07354600
1.0	7.33677991	7.63484348	7.49399202	0.06721260
2.0	7.17284697	7.88823188	7.51347443	0.15993306
3.0	6.93005559	8.49532081	7.54130908	0.28080381
4.0	6.86208822	8.19101590	7.53566694	0.30399209
5.0	6.70893002	8.94458089	7.63267380	0.42115792
10	6.44585253	10.10272454	8.06730811	0.78446015

ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.1% დიაპაზონში განსახილველი გეგმისათვის თვისებების ცვლილება არ არის დიდი. ამ შემთხვევაში A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება მხოლოდ 0.003%-ით, ცდო-

მიღების ცვლილებისას 1%-მდე – ოპტიმალურობა უარესდება 0.11%-მდე, ხოლო 5%-იანი ცვლილებისას გაუარესება აღწევს 1.97%-ს.

2.20 ცხრილში მოყვანილია  $a=1.5$  კვადრატისათვის რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც მიიღებოდა ორცვლადიანი სიმეტრიული კომპოზიციური როტატაბელურ გეგმებთან მიახლოებული  $A$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას.  $a=1.5$ -თვის.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%,  $A$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.001%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს, უარესდება 0.08%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 1.84%-ით.

ცხრილი 2.20

თორმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=1.5$ )

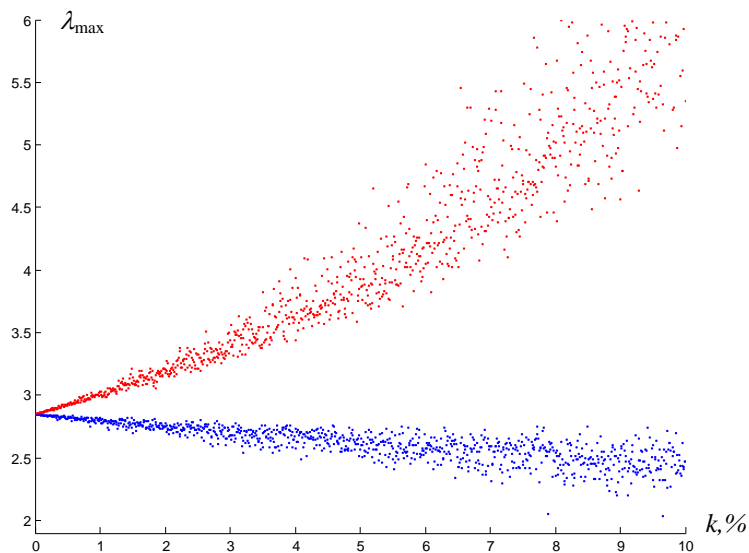
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	3.34363432	3.34530900	3.34459417	0.00032658
0.02	3.34312388	3.34608022	3.34461720	0.00064044
0.03	3.34158819	3.34677566	3.34458655	0.00110818
0.04	3.33962503	3.34756962	3.34448564	0.00135674
0.05	3.34082439	3.34856869	3.34466750	0.00165176
0.06	3.34057278	3.34899831	3.34454348	0.00199431
0.07	3.33825070	3.35116805	3.34465026	0.00243972
0.08	3.33871698	3.35278326	3.34517838	0.00252909
0.09	3.33753743	3.34978748	3.34463770	0.00283968
0.1	3.33525516	3.35199874	3.34483595	0.00326576
0.2	3.33035944	3.35976122	3.34514682	0.00640274
0.3	3.31510826	3.36707547	3.34498715	0.01104467
0.4	3.29596389	3.37509942	3.34414764	0.01352618
0.5	3.30754069	3.38545426	3.34622763	0.01655158
0.6	3.30606780	3.39151316	3.34537014	0.01996839
0.7	3.28295790	3.41424838	3.34673964	0.02450882
0.8	3.28957520	3.43163658	3.35264358	0.02555729
0.9	3.27753424	3.39867678	3.34743455	0.02844222
1.0	3.26028722	3.43748316	3.34747971	0.03354164
2.0	3.19370017	3.48792044	3.35228704	0.06614085
3.0	3.08562296	3.94734602	3.38433765	0.11999416
4.0	3.10739359	3.87598084	3.41673576	0.13595951
5.0	2.86159466	4.04639125	3.40891149	0.19535806
10	2.70880996	5.22783488	3.69410953	0.51552649

$E$ -ოპტიმალურობა. ეკონომიურ როტატაბელურ სიმეტრიულ გეგმებთან მიახლოებული  $E$ -ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის

კვლევისას შეცდომების დერეფანი მიიღებოდა ყველა საკვლევი ცდომილებისათვის ასჯერ შემთხვევითი სახით გენერირებული გეგმიდან თითოეულისათვის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვიდან  $\lambda$  (მახასიათებელი რიცხვი) მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობების ამორჩევით.

მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 2.10 ნახაზზე კვადრატის ზომისათვის  $a=0.5$ .

ცხრილში 2.21 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას.



ნახ. 2.10. მესამე რიგის თორმეტწერტილიანი გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა, როცა  $a=0.5$

როგორც ცხრილიდან ჩანს, უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის მინიმალურ და მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის გაბნევა ცდომილებების გაზრდის შედეგად შესაბამისად იზრდება. ასე მაგალითად, თუ 0.01%-იანი ცდომილებების ზედდებისას იგი წარმოადგენს 0.00038248, 0.1% ცდომილებების ზედდებისას უკვე აღწევს 0.00383165. პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%,  $E$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.13%-ით, მეორე დიაპაზონში (0.1-0.9%) უარესდება 1.34%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 9.00%-ით.

ცხრილი 2.21

თორმეტწერტილიანი გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.84648285	2.84828866	2.84736840	0.00038248
0.02	2.84605733	2.84996683	2.84788524	0.00080572
0.03	2.84505414	2.85156267	2.84834879	0.00140050
0.04	2.84522032	2.85306681	2.84865230	0.00150397
0.05	2.84475572	2.85442828	2.84935408	0.00199952
0.06	2.84491424	2.85613815	2.84995829	0.00255791
0.07	2.84338036	2.85870120	2.85077935	0.00362606
0.08	2.84314093	2.86028661	2.85068128	0.00349886
0.09	2.84278272	2.85888453	2.85102522	0.00364452
0.1	2.84289549	2.86098024	2.85173489	0.00383165
0.2	2.83874742	2.87809675	2.85695580	0.00811704
0.3	2.82876131	2.89452432	2.86168879	0.01414412
0.4	2.83220268	2.90978853	2.86488390	0.01518506
0.5	2.82579218	2.92384668	2.87205126	0.02039303
0.6	2.82773555	2.94205683	2.87841993	0.02605679
0.7	2.81242766	2.97164795	2.88709462	0.03720453
0.8	2.81169270	2.98828441	2.88590620	0.03559923
0.9	2.80935625	2.97147890	2.88995942	0.03713802
1.0	2.81017171	2.99393474	2.89702457	0.03906315
2.0	2.77971075	3.20187642	2.95504702	0.08822807
3.0	2.67969142	3.46871941	3.01399350	0.15914978
4.0	2.72847608	3.60056812	3.06283568	0.17156923
5.0	2.65317654	4.08683322	3.15769379	0.26447728
10	2.67699552	5.67107933	3.61229977	0.59844315

2.22 ცხრილში მოყვანილია შედეგები, რომლებიც მიღებული იქნა ანალოგიური კვლევებისას, როცა კვადრატის ზომა იყო  $a=1.5$ .

ცხრილი 2.22

თორმეტწერტილიანი გეგმის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.11580336	1.11661628	1.11618078	0.00014834
0.02	1.11558738	1.11694172	1.11633333	0.00028368
0.03	1.11526443	1.11907817	1.11656711	0.00048763
0.04	1.11544255	1.11792229	1.11671890	0.00058087
0.05	1.11483929	1.11839052	1.11677039	0.00078327
0.06	1.11507014	1.12004408	1.11711241	0.00090438
0.07	1.11500430	1.11998673	1.11718938	0.00106621
0.08	1.11352259	1.12078912	1.11723556	0.00122718
0.09	1.11357071	1.12099364	1.11739573	0.00137484

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.1	1.11394560	1.12207529	1.11769568	0.00149046
0.2	1.11176699	1.12543807	1.11926801	0.00285764
0.3	1.10874002	1.14754816	1.12168365	0.00496193
0.4	1.11063237	1.13588144	1.12332106	0.00592853
0.5	1.10439149	1.14033656	1.12397158	0.00794828
0.6	1.10699022	1.15827742	1.12763663	0.00934807
0.7	1.10647883	1.15699328	1.12848192	0.01106223
0.8	1.09166948	1.16633305	1.12928083	0.01279065
0.9	1.09215360	1.16797367	1.13103999	0.01434126
1.0	1.09841738	1.18094041	1.13451333	0.01573931
2.0	1.07834516	1.23277288	1.15520169	0.03141790
3.0	1.06415468	1.55055511	1.18830415	0.06275409
4.0	1.08483757	1.60293699	1.22008956	0.08123839
5.0	1.00360137	1.56491267	1.24169952	0.10239800
10	0.94734328	2.77871306	1.53827414	0.37505531

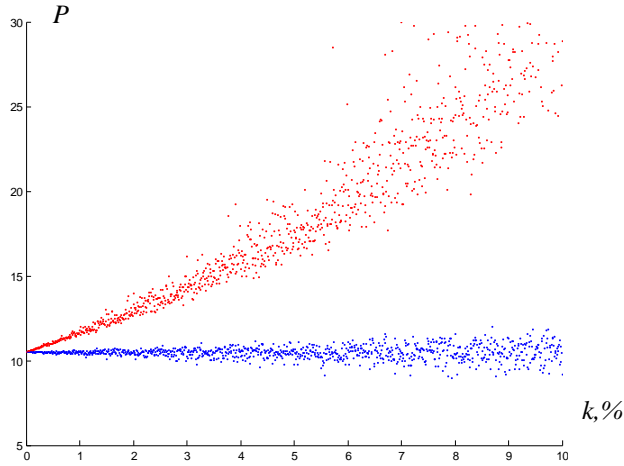
როგორც ცხრილის ანალიზი გვიჩვენებს, ცდომილების ზრდით 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი თვისება უარესდება 0.11%-ით. ცდომილების ზრდა 1%-მდე იწვევს 1.64%-იან გაუარესებას, ხოლო 5%-იანი გაუარესება იწვევს 11.24%-იან ცვლილებას.

ორთოგონალურობა. ორი ცვლადის მქონე მესამე რიგის თორმეტწევრიანი როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}^{-1}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული გრაფიკული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას  $a=0.5$  კვადრატის ზომისათვის წარმოდგენილია 2.11 ნახაზზე, ხოლო 2.23 და 2.24 ცხრილებში მოყვანილია  $a=0.5$  და  $a=1.5$  კვადრატის ზომებისათვის რიცხვითი მონაცემები.

2.23 ცხრილში მოყვანილი მონაცემების შესაბამისად, როცა კვადრატის ზომაა  $a=0.5$ , ორცვლადიანი მესამე რიგის ეკონომიურ როტატაბელურ სიმეტრიულთან მიახლოებული გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. ასე მაგალითად,  $a=0.5$  კვადრატისათვის 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეად-



გენს 0.38%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 3.85%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 21.03%-ით.



ნახ. 2.11. მესამე რივის თორმეტწერტილიანი გეგმის ორთოგონალურობა, როცა  $a=0.5$

ცხრილი 2.23

თორმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება, როცა  $a=0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	10.48804015	10.49662046	10.49138688	0.00189039
0.02	10.48896180	10.51243205	10.49678384	0.00458409
0.03	10.48181349	10.51691617	10.50234807	0.00643872
0.04	10.48835160	10.52543856	10.50576192	0.00804791
0.05	10.48214973	10.55458912	10.51225947	0.01171447
0.06	10.48756091	10.55940369	10.51600464	0.01526055
0.07	10.48438597	10.56910416	10.52503650	0.01820495
0.08	10.48889439	10.58937463	10.52808726	0.01910375
0.09	10.48537335	10.58754449	10.53142132	0.01952622
0.1	10.50546506	10.59116341	10.53890425	0.01892440
0.2	10.51464967	10.75074838	10.59310785	0.04612821
0.3	10.44306751	10.79582860	10.64887731	0.06493172
0.4	10.50807583	10.88645849	10.68342091	0.08138637
0.5	10.44480492	11.19187553	10.74893724	0.11913501
0.6	10.49956565	11.21863991	10.78721462	0.15443834
0.7	10.46889630	11.33386124	10.87970402	0.18666038
0.8	10.51814413	11.53814023	10.90928124	0.19428030
0.9	10.48001804	11.52863662	10.94493854	0.20041719
1.0	10.688265	11.54124239	11.01831861	0.19180849
2.0	10.785555	13.26225552	11.58754413	0.49439918
3.0	10.051208	13.91728536	12.17340133	0.72933143
4.0	10.651604	15.31477528	12.58055285	0.93071066
5.0	9.9815916	20.60250422	13.33537994	1.49888200
10	12.20682786	32.01310437	16.99025368	3.11995030

$a=1.5$  კვადრატისათვის შეინიშნება ანალოგიური სურათი (ცხრილი 2.24). პირველ დიაპაზონში ორთოგონალურობის თვისების გაუარესება შეადგენს 0.38%-ს, მეორეში 3.85%-ს, ხოლო მესამეში 21.03%-ს.

ცხრილი 2.24

თორმეტწერტილიანი გეგმის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება როცა  $a=1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო ართიმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.75503646	2.75891332	2.75642724	0.00077803
0.02	2.75553629	2.76387538	2.75892568	0.00162219
0.03	2.75577275	2.76876911	2.76132995	0.00249104
0.04	2.75804239	2.78077707	2.76385316	0.00324278
0.05	2.75729978	2.77691264	2.76562098	0.00345373
0.06	2.75909726	2.78188248	2.76890512	0.00498217
0.07	2.75838686	2.79170513	2.77116442	0.00607617
0.08	2.76158838	2.79013593	2.77378701	0.00661517
0.09	2.76357368	2.79485223	2.77576147	0.00681296
0.1	2.76538070	2.80435473	2.77929175	0.00780694
0.2	2.77043909	2.85437525	2.80433943	0.01629577
0.3	2.77287908	2.90115570	2.82847241	0.02508630
0.4	2.79495463	3.02699544	2.85397171	0.03294347
0.5	2.78736623	2.98779930	2.87167120	0.03502187
0.6	2.80471433	3.03848330	2.90508012	0.05082633
0.7	2.79784780	3.13977401	2.92752289	0.06164437
0.8	2.82882584	3.12141588	2.95445359	0.06819947
0.9	2.85052077	3.17279962	2.97403630	0.07024411
1.0	2.87047458	3.28134483	3.01098333	0.08073474
2.0	2.98074592	3.82831124	3.28127251	0.16946029
3.0	3.00760574	4.45865711	3.55298093	0.28189941
4.0	3.13170528	6.07349298	3.86400479	0.41080685
5.0	3.03729551	5.67240033	4.08062438	0.45183960
10	3.76280356	12.58065470	6.18638110	1.80569110

ამრიგად, მესამე რიგის სამცვლადიანი ეკონომიკური როტატაბელურთან მიახლოებული გეგმის ყველა გამოკვლევული კრიტერიუმისათვის შეინიშნება შეცდომების დერეფნის გაფართოების ტენდენცია, შესაბამისად შეინიშნება საზომი საშუალებების ცდომილებების ზრდით ყველა განსახილველი ცვლილების გაუარესება.

**2.2.2. გამოდახილის მნიშვნელობების ნაწინასწარმეტყველები სიზუსტით დაკავშირებული სიმეტრიული გეგმების თვისებების გამოკვლევა**

ამ პუნქტში განხილულია ისეთი **D** ტიპის მეორე რიგის თორმეტწერტილიანი როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირე-

ბულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველები სიზუსტით აკებული მოდელის (1.3) მეშვეობით. ასეთია  $G$  და  $Q$  ოპტიმალურობები.

ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (2.3) ფორმულით საკვლევი ორფაქტორიანი მესამე რიგის პოლინომიალური რეგრესიის მიხედვით.

$z$  არის სკანირება ხდებოდა 2.1.1 პუნქტში აღწერილი მეთოდის თანახმად.

$G$ -ოპტიმალურობა.  $G$ -ოპტიმალურად მიიჩნევა (1.8) ტიპის გეგმები, რომლებიც ამინიმიზირებენ გარკვეულ საკვლევ არეში წინასწარმეტყველების მაქსიმალურ დისპერსიას ( $d_{max}$ ).

წინა პუნქტში აღწერილი ალგორითმით გენერირებული დამახინჯებული გეგმებისათვის განისაზღვრებოდა განსახილველი კრიტერიუმის მნიშვნელობათა სიმრავლეები, გამოიყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც წარმოქმნიდნენ კორიდორს. ყველა კვლევა, რომლის დროსაც შეისწავლებოდა ცდომილებების გავლენა  $G$ -ოპტიმალურობაზე, ტარდებოდა სხვადასხვა სახის არეების შემთხვევაში საზომის საშუალებების ყველაზე დამახასიათებელი ცდომილებებისათვის.

2.25 და 2.26 ცხრილებში მოყვანილია შეცდომების დერეფანი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას (2.11) გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობაზე  $a=0.5$  და  $a=1.5$  კვადრატების ზომებით.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კვადრატის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=0.5$ ), ორი ცვლადის მქონე მეორე რიგის ეკონომიური როტატაბელური გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.001%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.04%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 1.60%-ით, ანალოგიური სურათი მიიღებოდა როცა  $a=1.5$ . აღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.007%-ით, 0.09%-ით და 2.06%-ით.

ცხრილი 2.25

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომებით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	9.17443245	9.17888122	9.17647049	0.00072509
0.02	9.17305425	9.18021035	9.17659672	0.00153849
0.03	9.17033293	9.18311190	9.17694289	0.00222555
0.04	9.16918395	9.18474404	9.17738775	0.00305048
0.05	9.16854215	9.18529176	9.17679847	0.00369180
0.06	9.16652447	9.18645260	9.17607662	0.00437357
0.07	9.16338554	9.18891014	9.17629177	0.00525619
0.08	9.16573031	9.19198448	9.17736432	0.00600234
0.09	9.15707337	9.19002590	9.17660115	0.00623465
0.1	9.15604036	9.20049925	9.17649424	0.00725225
0.2	9.14231838	9.21327719	9.17780286	0.01539062
0.3	9.11449399	9.24185273	9.18148523	0.02220579
0.4	9.10050911	9.25858299	9.18602961	0.03070335
0.5	9.09405178	9.26568952	9.18054689	0.03698854
0.6	9.08418212	9.27327402	9.17353193	0.04336484
0.7	9.04977228	9.30264322	9.17629732	0.05292321
0.8	9.06952330	9.33146786	9.18798411	0.06018660
0.9	8.98106285	9.32982767	9.18050081	0.06227853
1.0	8.99018969	9.350151397	9.16959541	0.07019516
2.0	8.75572209	9.665881834	9.20959454	0.16478627
3.0	8.59174373	9.769099260	9.23295743	0.24846020
4.0	8.28092101	10.18708406	9.21974462	0.33286907
5.0	8.19680768	10.74481428	9.31642346	0.44518145
10	7.64592851	13.91491425	9.86278544	1.20646234

ცხრილი 2.26

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომებით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	9.02720842	9.03540766	9.03097948	0.00175336
0.02	9.02238543	9.03983124	9.03116125	0.00403671
0.03	9.01669258	9.04209060	9.03106521	0.00545756
0.04	9.01419256	9.05038622	9.03201465	0.00702094
0.05	9.00749658	9.05098100	9.03135987	0.00919064
0.06	8.99761974	9.05389429	9.02940921	0.01100494
0.07	9.00055743	9.05837038	9.03164465	0.01266783
0.08	8.98836455	9.07367756	9.03521862	0.01514343
0.09	8.98774530	9.06714390	9.03163471	0.01667103
0.1	8.98123296	9.07942507	9.02822156	0.01684292
0.2	8.94483623	9.15125077	9.03057287	0.04077726
0.3	8.89977229	9.18977897	9.03271027	0.05619395
0.4	8.79315031	9.23052705	9.03471316	0.07912815

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.5	8.84850632	9.29351194	9.02624110	0.08917539
0.6	8.80874697	9.26615741	9.03470223	0.11407005
0.7	8.74541783	9.39539880	9.04036257	0.13334554
0.8	8.66847476	9.40205064	9.02951799	0.16109214
0.9	8.55230593	9.49906054	9.02931337	0.17485295
1.0	8.55593066	9.54605067	9.01086526	0.16850832
2.0	8.23790895	10.3327709	9.05741301	0.41368327
3.0	7.88059450	11.0366746	9.11150253	0.58196268
4.0	7.89179695	11.6537341	9.21289174	0.79047570
5.0	7.55446365	13.0193092	9.19604161	0.96800373
10	6.44204287	18.85284974	10.04770507	2.11646650

2.27 და 2.28 ცხრილებში წარმოდგენილია მიღებული მნიშვნელობებისათვის მინიმალური და მაქსიმალური სიდიდეები, ასევე საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და საშუალო კვადრატული გადახრა კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისთვის ზომებით 1.5x1.5, როცა  $a=0.5$  და  $a=1.5$  შესაბამისად.

ცხრილი 2.27

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომებით 0.5x0.5 ( $a=0.5$ )

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	278.96837386	279.55530452	279.28039627	0.11200530
0.02	278.67396975	279.79078203	279.32752512	0.21638465
0.03	278.32511975	280.16464403	279.34509837	0.39249081
0.04	277.92628685	280.34546853	279.27126283	0.50735712
0.05	277.73575466	280.96429507	279.36103452	0.67387288
0.06	277.46404042	281.23378116	279.35399883	0.71253063
0.07	277.11164981	282.12890126	279.32478255	0.94469564
0.08	276.68588684	280.97528335	279.20675724	0.94487839
0.09	276.74278260	282.25160212	279.44878984	1.14244062
0.1	276.99540770	282.65053971	279.27852126	1.26765082
0.2	274.50425147	285.70467074	279.29459400	2.12366733
0.3	271.55428012	286.48348533	278.88256849	3.29330631
0.4	268.58416409	289.96755645	279.07409612	4.59960888
0.5	266.12410586	293.40169540	278.27385351	6.31033338
0.6	260.73397234	298.51223393	278.34264727	7.23570691
0.7	261.25554167	298.41588421	280.10216839	7.92913929
0.8	254.84875228	305.91813684	276.79119474	9.68373599
0.9	255.72186015	304.77244602	279.28591840	10.7488322
1.0	254.46444874	314.79082073	282.16925992	10.53580687
2.0	221.02681720	347.88725443	281.11338188	23.56699299
3.0	191.43461410	373.45456935	286.70658984	36.51678331
4.0	172.85871117	440.75196817	277.59042235	50.01147295
5.0	169.88472311	469.10380241	289.28459225	65.09216130
10	115.33740547	698.82428143	333.91082615	119.99943189

კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის 1.5x1.5 ცდომილებების ცვლილების დიაპაზონში 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.06%-ით ( $a=0.5$ ), 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში უარესდებოდა 0.002%-ით, ხოლო 1% და 5%-მდე ცვლილებისას უარესდებოდა 2.52%-ით. კვადრატის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5 ( $a=1.5$ ) ცდომილებების გაზრდით 0.01%-დან 0.1%-მდე ორი ცვლადის მქონე მეორე რიგის ეკონომიკური როტატაბული გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.14%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 1%-მდე უარესდებოდა 1.61%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 10.36%-ით.

ცხრილი 2.28

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომებით 1.5x1.5 ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	14.68271536	14.70207099	14.69394191	0.00410875
0.02	14.67559303	14.71482425	14.69522038	0.00874045
0.03	14.67021447	14.72527710	14.69929462	0.01144442
0.04	14.65417488	14.74479907	14.70284055	0.01631308
0.05	14.65559866	14.75087774	14.70132409	0.01984285
0.06	14.64421762	14.76063282	14.70161917	0.02320390
0.07	14.64546632	14.79676183	14.70622113	0.02710017
0.08	14.63578298	14.77599351	14.70695227	0.02977455
0.09	14.63754391	14.79456403	14.70721445	0.03622632
0.1	14.60244903	14.79606741	14.71453399	0.04111545
0.2	14.53136713	14.92830358	14.72842407	0.08785501
0.3	14.47897087	15.05870723	14.77159983	0.11498678
0.4	14.32629179	15.23347086	14.81022039	0.16285562
0.5	14.35363636	15.30303036	14.79797665	0.19801587
0.6	14.22782376	15.40027300	14.80515487	0.23296284
0.7	14.24144955	15.78709588	14.85313043	0.27335648
0.8	14.14435858	15.57703072	14.86355373	0.30155421
0.9	14.17024570	15.76635698	14.87003177	0.36475911
1.0	13.90719807	15.78819739	14.95175145	0.41212157
2.0	13.46986481	17.43294152	15.15907872	0.90099156
3.0	13.10129431	19.57305638	15.77646706	1.26130032
4.0	11.86259736	21.76946730	16.25836809	1.80833722
5.0	12.13702677	23.15213290	16.50100227	2.06268301
10	11.52468282	37.78094067	20.74966414	5.64160131

Q-ოპტიმალურობა. Q-ოპტიმალურად მიიჩნევა (1.8) ტიპის ეკონომიური გეგმები, რომლებიც ამინიმიზირებენ წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიას კვლევის გარკვეულ არეში.

რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 2.29 და 2.30 ცხრილებში ( $a=0.5$  და  $a=1.5$ ;  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კვადრატს ზომით  $0.5 \times 0.5$ ).

როგორც მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არეში ზომებით  $0.5 \times 0.5$ , როცა  $a=0.5$ , Q-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა შემდგენაირად: შემფოთებების ზრდით 0.09%-მდე Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა მცირედად – 0.001%-ით, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენდა 0.014%-ს, 1%-5%-იან დიაპაზონში კი – 1.00%.

ცხრილი 2.29

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემფოთებების ზედდებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.50384916	7.50702549	7.50534492	0.00060928
0.02	7.50291542	7.50810329	7.50553588	0.00120892
0.03	7.50092488	7.51048518	7.50575588	0.00165327
0.04	7.49999718	7.51238194	7.50540962	0.00259310
0.05	7.49445728	7.51688438	7.50536780	0.00356965
0.06	7.49889944	7.51216424	7.50571461	0.00327856
0.07	7.49401229	7.51652508	7.50559109	0.00423739
0.08	7.49126389	7.51746067	7.50487670	0.00456067
0.09	7.49198890	7.52534850	7.50544204	0.00559535
0.1	7.49001462	7.52053261	7.50489262	0.00636546
0.2	7.47622551	7.53682178	7.50575111	0.01257164
0.3	7.45815855	7.56033957	7.50803856	0.01992816
0.4	7.43499982	7.56979522	7.50715352	0.02697554
0.5	7.43966766	7.57820028	7.50659306	0.02984803
0.6	7.42486040	7.59315837	7.50838989	0.03419239
0.7	7.41480078	7.61134710	7.50743982	0.03928679
0.8	7.38936638	7.67575382	7.50550125	0.05167969
0.9	7.39509598	7.66045818	7.50593720	0.05641105
1.0	7.34773072	7.64913118	7.50923758	0.06053190
2.0	7.31939931	7.85605535	7.52601628	0.12613225
3.0	7.04385917	8.08860285	7.53821856	0.20664123
4.0	7.06848435	8.19774777	7.51767447	0.26078096
5.0	6.93168644	8.58960151	7.58419978	0.32011851
10	6.10327457	10.63875260	7.85209506	0.85495674

კვლევები რომლებიც ტარდებოდა იგივე არისათვის, ოღონდ  $a=1.5$ -თვის გვიჩვენებდა, რომ 0.01%-0.09%-იან დიაპაზონში  $Q$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.008%-მდე, 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენდა 0.03%-ს, ხოლო 1%-5%-იან დიაპაზონში შეადგენდა 2.01%-ს.

ცხრილი 2.30

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემოფოტებების ზედდებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5$  ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.69899987	7.70523020	7.70221926	0.00131039
0.02	7.69607246	7.70884607	7.70238255	0.00294450
0.03	7.69275807	7.71244195	7.70226974	0.00395076
0.04	7.68831087	7.71609280	7.70262418	0.00522092
0.05	7.68446393	7.71711390	7.70245030	0.00680884
0.06	7.68132747	7.71837629	7.70127017	0.00791460
0.07	7.67966832	7.72585109	7.70287073	0.00937047
0.08	7.67094849	7.73095617	7.70559145	0.01125859
0.09	7.66896234	7.73309756	7.70290414	0.01222988
0.1	7.66617580	7.73004846	7.70062258	0.01174498
0.2	7.63266500	7.78995671	7.70173701	0.02994581
0.3	7.60154263	7.81840562	7.70393616	0.04270517
0.4	7.57046649	7.84702294	7.70569995	0.05638107
0.5	7.55478328	7.86001177	7.69878033	0.06612551
0.6	7.56270809	7.87473068	7.71108817	0.07915654
0.7	7.46028687	7.96854436	7.70717322	0.10344776
0.8	7.42885627	7.98065482	7.70112100	0.11849751
0.9	7.31550990	8.12436880	7.70297502	0.12564186
1.0	7.36174591	8.01169175	7.69376585	0.11741722
2.0	7.08543278	8.67218776	7.72719774	0.30392576
3.0	6.82569529	9.16482958	7.78243494	0.44206418
4.0	6.68050750	9.69680791	7.86173246	0.58085578
5.0	6.48714404	10.2682547	7.84830107	0.72261735
10	5.55715592	14.99090718	8.38588804	1.49687844

რიცხვითი მნიშვნელობები კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის  $1.5 \times 1.5$  ზომებით  $a=0.5$  და  $a=1.5$  შემთხვევების მოყვანილია 2.31 და 2.32 ცხრილებში შესაბამისად.

როგორც 2.31 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში  $Q$ -ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.04%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.52%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 2.74%-ს.



ცხრილი 2.31

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემოფოტებების ზედღებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=0.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	21.27900073	21.31088718	21.29598530	0.00630559
0.02	21.26280797	21.32580370	21.29877637	0.01224274
0.03	21.24590276	21.34742416	21.29959970	0.02203581
0.04	21.21356843	21.35674464	21.29555516	0.02833353
0.05	21.21435445	21.39307047	21.30032196	0.03772755
0.06	21.18891429	21.40221586	21.29921387	0.04047592
0.07	21.17615849	21.46178047	21.29936499	0.05250812
0.08	21.14389943	21.39665411	21.29264477	0.05242147
0.09	21.16695858	21.44937886	21.30524925	0.06263467
0.1	21.12029903	21.43917087	21.28943355	0.06302416
0.2	20.96084241	21.59060872	21.31789766	0.12255134
0.3	20.79820173	21.81160309	21.32767003	0.22096369
0.4	20.49168516	21.91133500	21.28884969	0.28291585
0.5	20.49836356	22.28950912	21.33934038	0.37731015
0.6	20.25404719	22.39250655	21.32962527	0.40517535
0.7	20.13158397	23.04785883	21.33563044	0.52846313
0.8	19.85188917	22.32753405	21.26931590	0.52000216
0.9	20.06261085	22.93443413	21.40093264	0.62948064
1.0	19.95442232	23.28509249	21.46821309	0.58476573
2.0	18.19646306	25.34499548	21.41815660	1.32844683
3.0	16.32358488	26.77184877	21.80407174	2.08442855
4.0	15.69477730	31.12426911	21.41532943	2.91397095
5.0	15.23088773	32.37340137	22.05580563	3.68960876
10	13.37357580	49.32498825	25.24821569	6.78279439

ცხრილი 2.32

თორმეტწერტილიანი გეგმის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება სხვადასხვა შემოფოტებების ზედღებისას კვადრატის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევ არეში ზომით  $1.5 \times 1.5$  ( $a=1.5$ )

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	8.94459651	8.94855494	8.94665233	0.00080398
0.02	8.94168406	8.95028796	8.94669100	0.00170646
0.03	8.93996477	8.95194378	8.94690285	0.00242552
0.04	8.93897112	8.95354220	8.94674482	0.00301416
0.05	8.93768965	8.95522426	8.94663071	0.00410599
0.06	8.93476512	8.95787825	8.94624584	0.00446586
0.07	8.93342287	8.96171019	8.94659676	0.00594102
0.08	8.93121020	8.96604795	8.94779632	0.00671173
0.09	8.92854264	8.96240481	8.94680124	0.00676693
0.1	8.92808439	8.96763077	8.94579471	0.00821561
0.2	8.90369967	8.99149268	8.94616299	0.01703368
0.3	8.89908108	9.03394233	8.94995870	0.02246508
0.4	8.89598542	9.03612296	8.95401589	0.02906460

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.5	8.84279869	9.03697248	8.94495763	0.04188884
0.6	8.83136390	9.04543313	8.94775461	0.04887898
0.7	8.83400274	9.11391872	8.95289612	0.05992593
0.8	8.81223844	9.09127925	8.94973595	0.06531867
0.9	8.73901463	9.11234924	8.94668470	0.07596068
1.0	8.77751265	9.17148972	8.94615549	0.08179231
2.0	8.55689267	9.46139791	8.97267414	0.17503578
3.0	8.61093877	10.0454267	9.04809483	0.23821701
4.0	8.55424070	10.1436777	9.14233906	0.31246733
5.0	8.17483545	10.5516202	9.11321239	0.44421850
10	7.84813211	13.65371020	9.70673881	1.07200994

2.32 მონაცემებზე დაყრდნობით კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5$ , როცა  $a=1.5$ , განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.002%-ს. პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.01%–ს, ხოლო 1%-5% -იან შუალედისათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 1.87%-ს.

*2.3. გაზომვის საშუალებების ცდომილებების არსებობისას ორი ცვლადის შემცველი მესამე რივის როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების შედარებითი ანალიზი B*

2.33 ცხრილში მოყვანილია მონაცემები, რომლებიც გვიჩვენებენ თუ რამდენი პროცენტით უარესდება თითოეული თვისება შესაბამისად თორმეტწერტილიანი და თექვსმეტწერტილიანი ორი ცვლადის შემცველი მესამე რივის როტატაბელური გეგმებისათვის.

როგორც ანალიზი გვიჩვენებს, ცდომილებების გაზრდისას ყველაზე მეტად მახინჯდება ორთოგონალური როტატაბელური გეგმები. ეს დამახინჯება მით უფრო თვალში საცემია საზომი საშუალებების მაღალი ცდომილებების შემთხვევაში.

ამ მხრივ საუკეთესო არის  $A$ -ოპტიმალური როტატაბელური გეგმა, რომლის თვისებების დამახინჯება უმნიშვნელოა ცდომილებების განსახილველი დიაპაზონების თვით მესამე ნაწილშიც კი.

მცირე ცდომილებების დროს ასევე უმნიშვნელოა  $D$ -ოპტიმალურობის თვისებების ცვლილებაც. მაგრამ 1%-ზე მაღალი ცდომილებების შემთხვევაში უკვე შეიმჩნევა ამ თვისების მკვეთრი გაუარესება, რომე-

ლიც უფრო მკაფიოდ გამოიხატება თორმეტწერტილიანი როტატაბელურთან მიახლოებულ გეგმებში.

უმნიშვნელო ცვლილებებს განიცდიან აგრეთვე თვისებები, რომლებიც აგებული მოდელის მეშვეობით დაკავშირებული არიან გამოძახილის მნიშვნელობების შეფასების სიზუსტესთან. სურათი პრაქტიკულად იგივეა, როგორც საკვლევი არისათვის, რომელსაც აქვს კვადრატის ფორმა ზომებით 0.5×0.5, ასევე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5×1.5.

ცხრილი 2.33

მესამე რივის ორი ცვლადის შემცველი სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

ბმება	კვადრატის ზომა	ცდომილებების დიაპაზონები	კრიტერიუმები							
			D	A	E	Ort	G		Q	
							0.5x0.5	1.5x1.5	0.5x0.5	1.5x1.5
თექვსმეტწერტილიანი	a=0.5	I	0.05	0.01	0.09	0.44	0.003	0.01	0.003	0.01
		II	0.89	0.15	0.94	4.41	0.06	0.002	0.96	0.19
		III	9.99	1.04	5.92	20.32	1.17	0.76	0.96	0.96
	a=1.5	I	0.02	0.01	0.02	0.34	0.01	0.004	0.014	0.001
		II	0.33	0.02	0.14	3.70	0.20	0.12	0.16	0.03
		III	3.29	0.72	3.52	17.34	3.16	2.11	0.50	0.66
თორმეტწერტილიანი	a=0.5	I	0.06	0.01	0.13	0.38	0.001	0.06	0.001	0.04
		II	1.01	0.15	1.34	3.85	0.04	0.002	0.01	0.52
		III	18.00	1.85	9.00	21.03	1.60	2.52	1.00	2.74
	a=1.5	I	0.02	0.001	0.11	0.38	0.007	0.14	0.008	0.002
		II	0.28	0.08	1.19	3.85	0.09	1.61	0.03	0.01
		III	11.57	1.84	9.45	21.03	2.06	10.36	2.01	1.87

გამოკვლევების საფუძველზე შეგვიძლია მივიღოთ გადაწყვეტილება, მიზანშეწონილია თუ არა საზომი საშუალებების მცირე ცდომილებების შემთხვევაში ზოგიერთ შემთხვევაში უფრო ეკონომიური თორმეტწერტილიანი გეგმის გამოყენება, რადგანაც ამ დროს თვისებების ცვლილება თითქმის იგივეა რაც ორი ცვლადის შემცველი მესამე რივის როტატაბელურ გეგმებში.

### თ ა ვ ი 3. ექსპერიმენტის შეცდომის არსებობის შემთხვევაში მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების გამოკვლევა

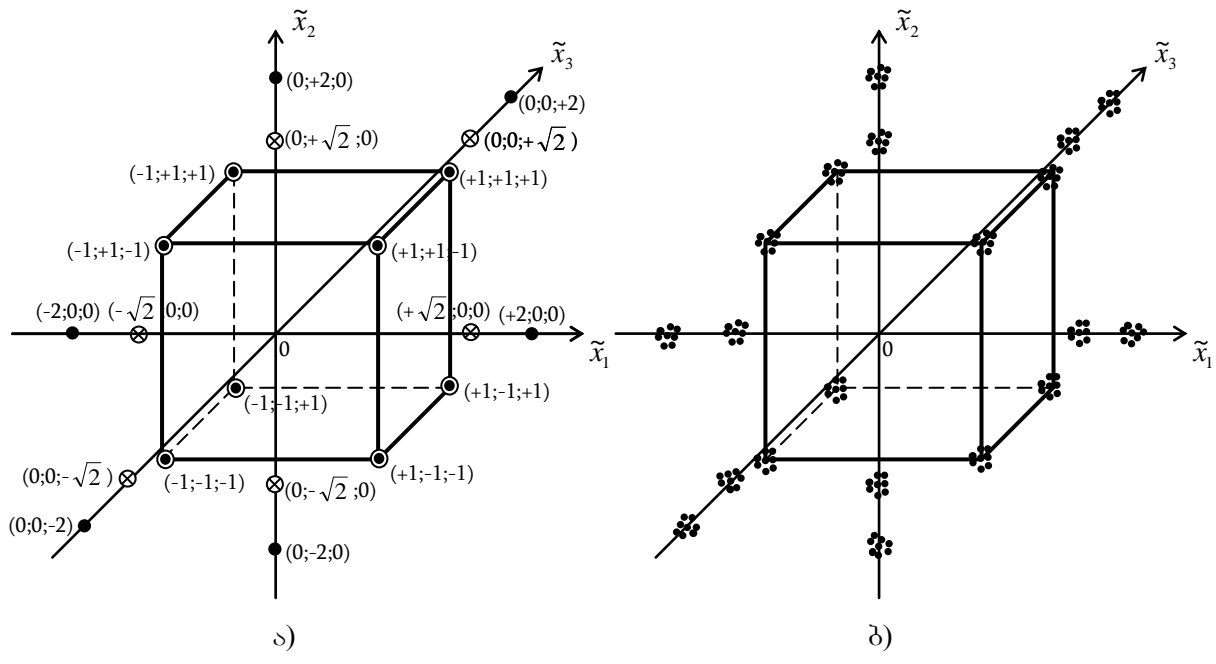
სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების გამოკვლევას ექსპერიმენტების შეცდომების გათვალისწინებით, ისევე, როგორც ადრე იყო აღწერილი, ხორციელდებოდა საზომი საშუალებების ცდომილებების გავლენის იმიტაცია, რაც მიიღწეოდა გეგმის წერტილების კოორდინატებზე ნორმალური კანონით განაწილებული შემთხვევითი რიცხვების ზედდებით. ასეთი რიცხვების ფორმირება ხდებოდა შემთხვევითი რიცხვების  $\varepsilon$  სტანდარტული პროგრამის მეშვეობით, რომელსაც გააჩნდა ნულოვანი საშუალო არითმეტიკული და  $\sigma=0.33$ . საშუალო კვადრატული გადახრა. მათი 100-ზე გაყოფით მიიღებოდა 1%-იანი ცდომილებების ეკვივალენტი, ხოლო სხვადასხვა  $\psi$  ცდომილებების იმიტაციისათვის 1%-იანი ეკვივალენტი მრავლდებოდა  $\psi$ -ზე:

$$\xi = \psi \frac{\varepsilon}{100}.$$

მრავალჯერადი გენერირების შედეგად არადეფორმირებული გეგმის (ნახ.3.1,ა) თითოეული წერტილის გარშემო მიიღებოდა წერტილების ღრუბელი (ნახ.3.1,ბ), საიდანაც შეიძლება წარმოქმნილიყო დეფორმირებული გეგმის ნებისმიერი კონფიგურაცია.

გაზომვის საშუალებებში ცდომილებების არსებობის გამო სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის კოორდინატები იცვლება, შესაბამისად იცვლება გეგმების დაგეგმვის და კოვარიაციული მატრიცებიც.

ასეთი სახით გენერირებული გეგმებისათვის განისაზღვრებოდა ყველა გამოსაკვლევი კრიტერიუმის შესაბამისი სიმრავლეები და ყოველი მათგანისათვის არსებული სხვადასხვა ცდომილებების არსებობისას გამოიყოფოდა მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, რომლებიც ქმნიდნენ დერეფანს. ყველა კვლევა ტარდებოდა გაზომვის საშუალებების ყველაზე დამახასიათებელი ცდომილებებისათვის.



ნახ.3.1. გრაფიკული ილუსტრაცია ა) სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის არადეფორმირებული კომპოზიციური როტატაბელური გეგმისათვის; ბ) სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის დეფორმირებული კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების სიმრავლეებისთვის

ცალ-ცალკე განვიხილოთ ზოგიერთი მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია როგორც რეგრესიული განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან, ასევე აგებული მოდელით გამოძახილის წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

**3.1.  $D_1D_4$  (I) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა**

ამ პუნქტში განხილულია ერთ-ერთი მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_1 \\ D_4 \end{cases},$$

სადაც

<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>4</sub></b>
(±1, ±1, ±1)	(±√2, ±√2, 0)
(±√2, 0, 0)	(±√2, 0, ±√2)
(0, ±√2, 0)	(0, ±√2, ±√2)
(0, 0, ±√2)	(±1, ±1, ±1)
(±√2, 0, 0)	(±2, 0, 0)
(0, ±√2, 0)	(0, ±2, 0)
(0, 0, ±√2)	(0, 0, ±2)
N=20	N=26

ასეთი **D** გეგმა, რომელიც მოიცავს  $N=46$  წერტილს, განსაზღვრავს შესაბამისი მესამე რიგის პოლინომის ოც კოეფიციენტს.

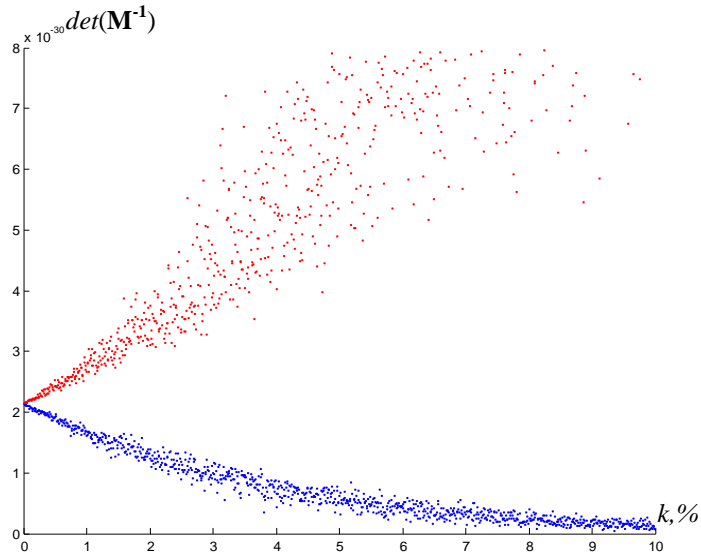
3.1.1.  $D_1D_4$  (I) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** *D-ოპტიმალურთან* მიახლოებული მესამე რიგის სამცვლადიანი სიმეტრიული კომპოზიციური გეგმის  $D_1D_4$  (I) კვლევისას გეგმის დამახინჯება მიიღწეოდა თითოეულ მის ელემენტზე შემთხვევითი სიდიდის დამატებით ისე, როგორც ადრე იყო აღწერილი.

ნახ. 3.2-ზე წარმოდგენილია  $\mathbf{M}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის  $k$  ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელურ გეგმებთან მიახლოებულ სიმეტრიულ გეგმებზე.

3.1 ცხრილში მოყვანილია მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_1D_4$  (I) როტატაბელური გეგმის *D-ოპტიმალურობის* თვისება უარესდებოდა 0.09%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.77%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 9.57%-ით.



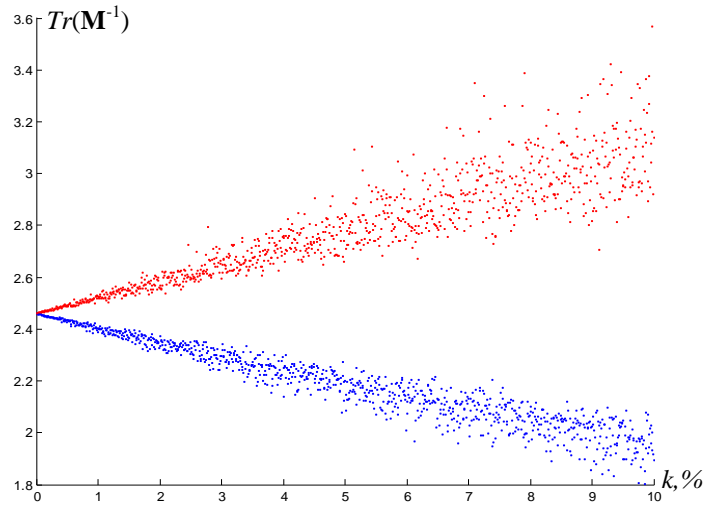
ნახ. 3.2. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4$  (I) გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა ცხრილი 3.1

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4$  (I) გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსახვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-029 *</b>				
0.01	0.21324497	0.21410166	0.21369528	0.00019263
0.02	0.21209058	0.21491846	0.21370896	0.00045330
0.03	0.21214458	0.21573421	0.21374147	0.00061162
0.04	0.21078969	0.21629853	0.21377448	0.00084387
0.05	0.21053375	0.21632324	0.21384620	0.00117064
0.06	0.21010960	0.21678946	0.21356441	0.00130938
0.07	0.21041492	0.21649311	0.21365288	0.00145432
0.08	0.21022561	0.21859041	0.21381955	0.00158172
0.09	0.20920430	0.21982079	0.21384431	0.00212407
<b>1.0e-029 *</b>				
0.1	0.20916487	0.21772652	0.21363296	0.00192483
0.2	0.19810308	0.22611750	0.21377620	0.00452882
0.3	0.19859164	0.23486182	0.21408578	0.00611812
0.4	0.18617995	0.24102785	0.21441185	0.00848779
0.5	0.18379839	0.24096059	0.21519996	0.01170892
0.6	0.18021671	0.24633079	0.21231418	0.01294077
0.7	0.18268576	0.24284001	0.21314295	0.01444083
0.8	0.18082218	0.26753922	0.21475566	0.01600297
0.9	0.17220473	0.28244212	0.21527939	0.02150951
<b>1.0e-029*</b>				
1.0	0.17151889	0.25684572	0.21282561	0.01909827
2.0	0.09917761	0.36454005	0.21489325	0.04575785
3.0	0.10094110	0.53543104	0.21630216	0.06372216
4.0	0.05061091	0.67522816	0.21933952	0.09659229
5.0	0.04241819	0.57480396	0.23256476	0.12019034
<b>1.0e-029 *</b>				
10	0.01380219	2.43081007	0.26265987	0.38003378

**A-ოპტიმალურობა.** 3.3 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კორიღორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი

კომპოზიციური როტაბელური გეგმების  $A$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.2 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.



ნახ. 3.3. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4$  (I) გეგმის  $A$ -ოპტიმალურობა

ცხრილი 3.2

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4$  (I) გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

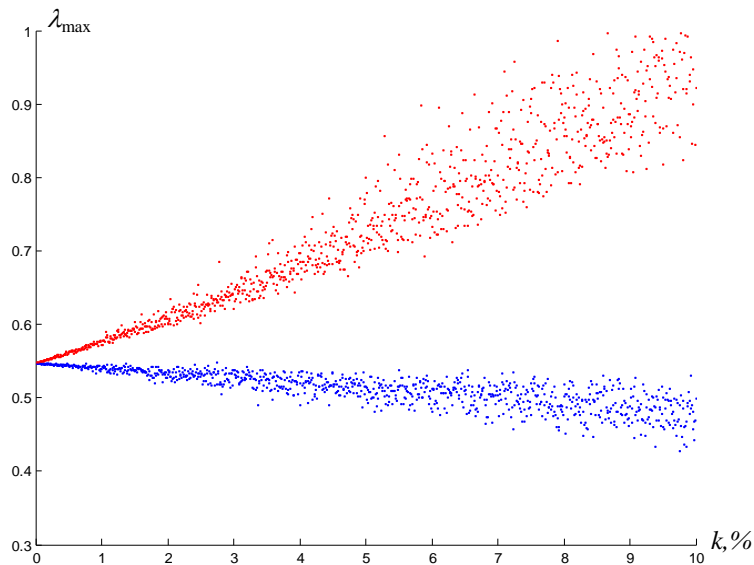
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.45922967	2.46035421	2.45978810	0.00021373
0.02	2.45822620	2.46146157	2.45981474	0.00053486
0.03	2.45815853	2.46123461	2.45986186	0.00072721
0.04	2.45733479	2.46218901	2.45984601	0.00089023
0.05	2.45643768	2.46278788	2.45993005	0.00121122
0.06	2.45640197	2.46379263	2.45966416	0.00142936
0.07	2.45563995	2.46362669	2.45979605	0.00161450
0.08	2.45498458	2.46389674	2.45986215	0.00188239
0.09	2.45583951	2.46690746	2.45991080	0.00227035
0.1	2.45391594	2.46516240	2.45948535	0.00213628
0.2	2.44392713	2.47634437	2.45974823	0.00535307
0.3	2.44328548	2.47399877	2.46020313	0.00726765
0.4	2.43504578	2.48375232	2.46002129	0.00889044
0.5	2.42619335	2.48930801	2.46087453	0.01212718
0.6	2.42541566	2.49953827	2.45814171	0.01428945
0.7	2.41862703	2.49787917	2.45938427	0.01615430
0.8	2.41239993	2.50137437	2.46000131	0.01883662
0.9	2.42063243	2.53265735	2.46046428	0.02282276
1.0	2.40196455	2.51455932	2.45618218	0.02125409
2.0	2.30666922	2.63761329	2.45843227	0.05389962
3.0	2.30375285	2.60776958	2.46124175	0.07198419
4.0	2.22135042	2.72404861	2.45709887	0.08725384
5.0	2.15103783	2.72211212	2.46654791	0.12077930
10	2.10690869	2.88059646	2.51646758	0.20621535



როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%, A-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.005%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს, უარესდება 0.04%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 3.72%-ით.

**E-ოპტიმალურობა.** სამცვლადიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების E-ოპტიმალურობაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას შეცდომების დერეფანი მიიღებოდა ყველა საკვლევი ცდომილებებისათვის ასჯერ შემთხვევითი სახით გენერირებული გეგმიდან თითოეულისათვის უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვიდან  $\lambda$  (მახასიათებელი რიცხვი) მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობების ამორჩევით.

მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.4 ნახაზზე.



ნახ. 3.4. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის E-ოპტიმალურობა

ცხრილში 3.3 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას.

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად E-ოპტიმალურობა ცდომილებების ზედღებით 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.14%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე ოპტიმალურობა უარესდება 1.63%-მდე, ხოლო 5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი აღის 10.88%-მდე.

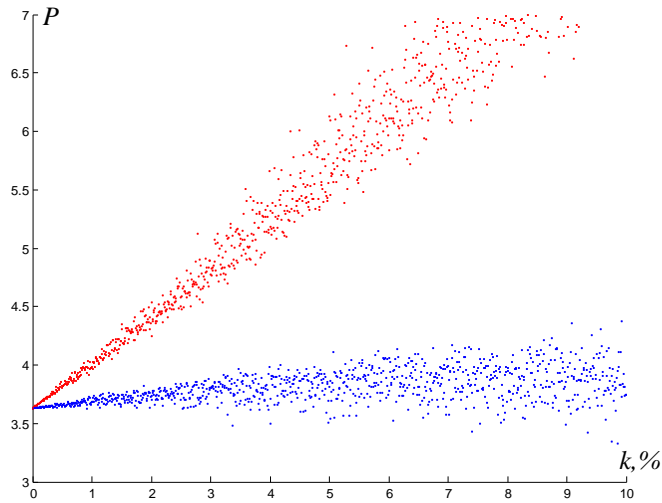
სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცლომილებების ზედღებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიომეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	0.54681523	0.54714874	0.54694848	0.00006237
0.02	0.54656546	0.54757562	0.54705542	0.00016008
0.03	0.54666760	0.54779114	0.54716641	0.00022831
0.04	0.54667400	0.54810658	0.54726672	0.00024750
0.05	0.54643053	0.54834099	0.54738491	0.00036244
0.06	0.54626978	0.54873930	0.54740147	0.00044284
0.07	0.54646030	0.54854576	0.54753715	0.00042228
0.08	0.54630103	0.54902348	0.54761488	0.00060010
0.09	0.54637310	0.54966511	0.54780742	0.00064126
0.1	0.54643700	0.54974355	0.54773699	0.00062267
0.2	0.54393576	0.55407960	0.54881044	0.00161135
0.3	0.54491936	0.55629398	0.54993403	0.00230129
0.4	0.54496166	0.55953190	0.55096698	0.00251267
0.5	0.54237283	0.56236492	0.55217993	0.00369174
0.6	0.54099273	0.56618610	0.55236523	0.00450560
0.7	0.54277850	0.56385830	0.55371638	0.00429610
0.8	0.54127336	0.57019048	0.55456517	0.00613810
0.9	0.54201936	0.57625866	0.55645846	0.00658778
1.0	0.54307448	0.57689371	0.55583797	0.00633720
2.0	0.51942092	0.62753525	0.56722566	0.01753885
3.0	0.52869021	0.65624672	0.57956084	0.02504720
4.0	0.52366257	0.69757431	0.59235698	0.02943992
5.0	0.49410747	0.75655300	0.60646991	0.04417658
10	0.49724482	0.90634201	0.63740723	0.08271146

**ორთოგონალურობა.** სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის როტატაბელური  $D_1D_4(I)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცლომილებების გაგლეწის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $M^{-1} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული გრაფიკული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცლომილებისას წარმოდგენილია 3.5 ნახაზზე, ხოლო 3.4 ცხრილებში მოყვანილია რიცხვითი მნიშვნელობები.

ცხრილში მოყვანილი მონაცემების შესაბამისად, სამცვლადიანი მესამე რიგის როტატაბელური  $D_1D_4(I)$  გეგმის ორთოგონალურობა ცლომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცლომილების გაზრდით უარესდება. ასე მაგალითად, 0.01%-0.09%-იან ცლომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.47%-ს. მეორე 0.1-0.9%-

იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 4.63%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 22.32%-ით.



ნახ. 3.5. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის ორთოგონალურობა

ცხრილი 3.4

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო ართიმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	3.62992473	3.63282798	3.63142147	0.00056036
0.02	3.63037978	3.63695931	3.63358948	0.00133952
0.03	3.63124818	3.63956095	3.63563997	0.00181235
0.04	3.63072837	3.64348335	3.63815535	0.00242306
0.05	3.63335929	3.65258726	3.64009484	0.00343306
0.06	3.63241325	3.65349709	3.64177938	0.00359863
0.07	3.63551724	3.65265519	3.64395998	0.00392548
0.08	3.63269063	3.65689894	3.64588008	0.00507005
0.09	3.63465558	3.66462252	3.64837904	0.00542756
0.1	3.63403940	3.66316599	3.64901908	0.00561388
0.2	3.63838465	3.70493847	3.67067541	0.01348916
0.3	3.64701157	3.73150404	3.69115051	0.01830691
0.4	3.64100789	3.77063321	3.71622967	0.02447197
0.5	3.66764141	3.86456460	3.73564167	0.03491838
0.6	3.65738143	3.87334249	3.75198662	0.03678522
0.7	3.68707118	3.86097918	3.77368118	0.04012611
0.8	3.65901044	3.90894152	3.79284988	0.05209196
0.9	3.67979738	3.98428686	3.81767200	0.05583140
1.0	3.67236324	3.97307695	3.82322623	0.05722805
2.0	3.69625228	4.43806343	4.03654494	0.14440581
3.0	3.77830554	4.76162395	4.23607783	0.20117274
4.0	3.64764360	5.13000562	4.47390302	0.26672598
5.0	3.88092831	6.39452410	4.66460624	0.40531105
10	3.86732706	7.42025698	5.30096609	0.69461164

**3.12. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_1D_4(I)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა**

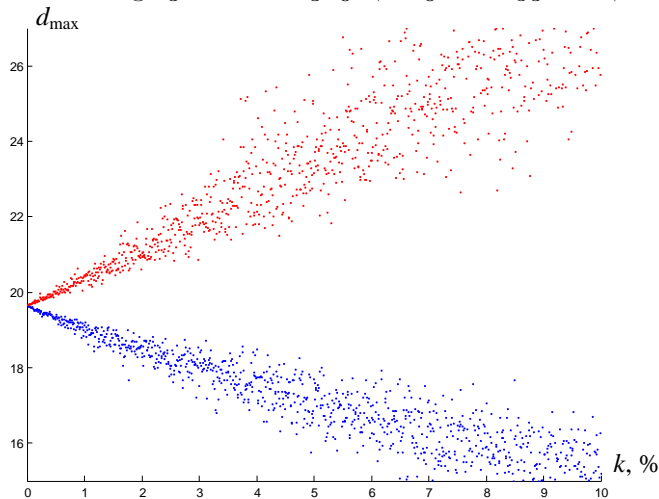
ამ პუნქტში განხილულია ისეთი  $D_1D_4(I)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებული არიან გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტით აგებული მოდელის (3.1) მეშვეობით – როგორცაა  $G$  და  $Q$  ოპტიმალურობები.

ზოგად შემთხვევაში წინასწარმეტყველების მნიშვნელობის დისპერსია გამოითვლება (2.9) ფორმულის თანახმად, სადაც

$$\mathbf{f}^T(\mathbf{x}) = [1, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_3, \tilde{x}_1^2, \tilde{x}_2^2, \tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1^3, \tilde{x}_2^3, \tilde{x}_3^3, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1^2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2^2\tilde{x}_3, \tilde{x}_2\tilde{x}_3^2, \tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3]. \quad (3.2)$$

$\mathbf{z}$  არის სკანირება ხდებოდა 2.1.1 პუნქტში აღწერილი მეთოდის თანახმად.

**G-ოპტიმალურობა.** 3.6 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორილორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობაზე.  $\mathbf{z}$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.5 ცხრილში.



ნახ.3.6. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.03%-ით, ცდომილებების გაზ-

რდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.59%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 1.70%-ით.

ცხრილი 3.5

$D_1D_4(I)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	Min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	19.63561862	19.64982288	19.64184842	0.00270408
0.02	19.62934997	19.65476313	19.64178899	0.00569487
0.03	19.62700091	19.66231441	19.64327862	0.00773623
0.04	19.61308885	19.67938445	19.64336654	0.01275031
0.05	19.60896328	19.69230638	19.64216826	0.01615425
0.06	19.59421416	19.70320661	19.63997193	0.02014084
0.07	19.58543312	19.69230576	19.64210520	0.02306917
0.08	19.57192634	19.72178589	19.64446792	0.02513553
0.09	19.57574769	19.71924945	19.64707832	0.02702119
0.1	19.59007097	19.72470252	19.64569963	0.02871168
0.2	19.52375528	19.73146181	19.65170357	0.04667184
0.3	19.45964164	19.80354359	19.64065697	0.09229039
0.4	19.44807123	19.83327411	19.63940394	0.10144542
0.5	19.36574201	19.97315597	19.65390023	0.15245947
0.6	19.40658732	19.99221273	19.70838418	0.15751094
0.7	19.35019417	19.94903200	19.65361221	0.15422382
0.8	19.22883672	20.41699174	19.68114828	0.26676977
0.9	19.13343265	20.34278893	19.76201140	0.27546852
1.0	19.17627025	20.61674414	19.76461247	0.35545969
2.0	18.55755892	20.94619488	19.91860788	0.58578332
3.0	18.00549440	21.45556814	19.44464808	0.86055190
4.0	18.52096365	21.81383452	19.73018992	0.83825193
5.0	16.88912557	26.04235678	20.10039945	1.73708612
10	15.56683657	29.95281002	20.37841331	2.84267547

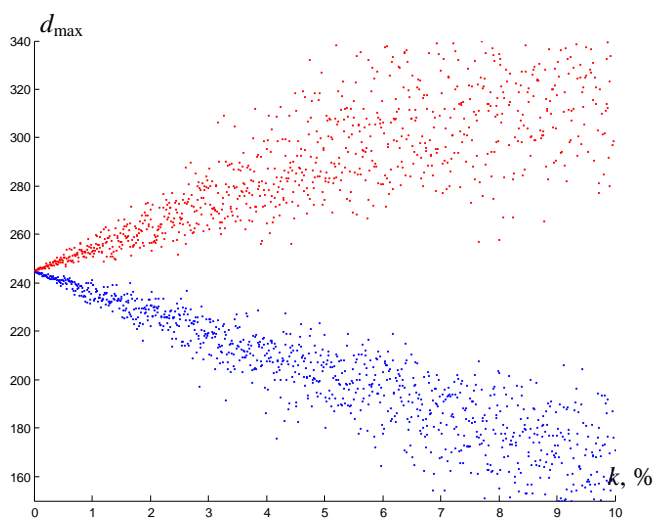
ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . 3.7 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კორიდორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.6 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.

ცხრილი 3.6

$D_1D_4(I)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	244.66020957	244.90550009	244.79717827	0.05286302
0.02	244.56855641	244.99656324	244.79035320	0.09413161
0.03	244.42688152	245.17178376	244.78255231	0.14338003
0.04	244.20808580	245.14926129	244.80443061	0.20079777

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.05	244.30832822	245.49874147	244.78094769	0.24240605
0.06	244.08005328	245.65689896	244.78051509	0.30235016
0.07	243.91292234	245.58919123	244.79572181	0.35335782
0.08	243.65001805	245.68394365	244.81332100	0.37180717
0.09	243.41860528	245.98369300	244.82185668	0.48226756
0.1	243.41821225	245.86912958	244.78418633	0.52826590
0.2	242.51009531	246.78056328	244.71420716	0.94029378
0.3	241.11301604	248.54335397	244.63347578	1.43301410
0.4	238.89312556	248.27077587	244.84800978	2.00283819
0.5	239.90592720	251.82776730	244.60956633	2.43457700
0.6	237.66791952	253.56849133	244.59666378	3.02249348
0.7	236.01743822	252.78029303	244.74554771	3.53265679
0.8	233.61558266	253.72646113	244.90117557	3.70339479
0.9	231.37510881	256.65507465	244.98298343	4.81405910
1.0	231.64719869	257.67952169	245.16154165	5.16970975
2.0	221.60201398	272.08431069	243.68326807	9.87322130
3.0	217.86791400	289.44104625	246.18375622	15.6264358
4.0	196.47678500	284.98680409	242.35828149	18.0742031
5.0	198.55160752	291.53038750	246.15038886	22.1792605
10	181.37645286	356.39971951	247.13815360	48.81891535

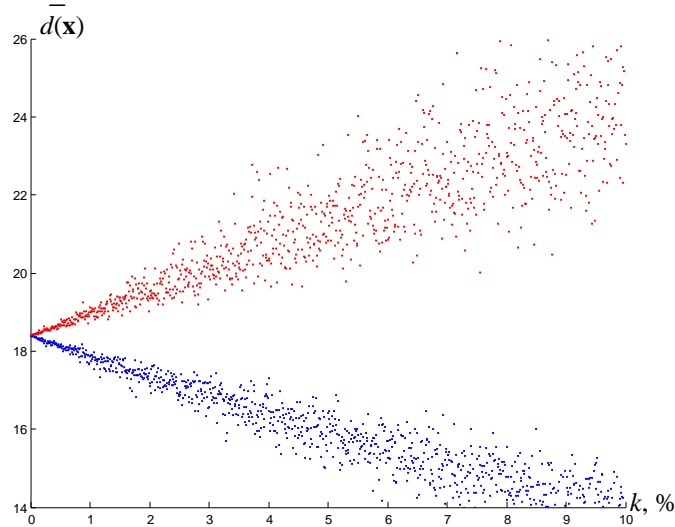


ნახ.3.7. სამცხლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

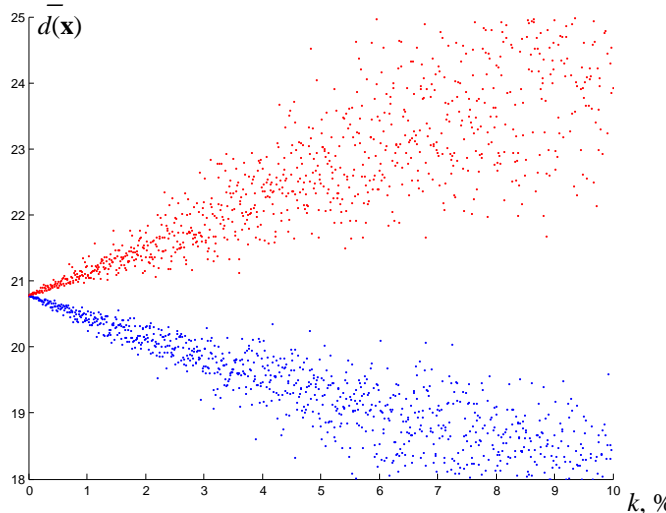
ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.01%-ით, 0.08%-ით და 0.40%-ით შესაბამისად.

**Q-ოპტიმალურობა.**  $Q$ -ოპტიმალურად მიიჩნევა  $D_1D_4(I)$  გეგმა, რომელიც ამინიმიზირებენ წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიას კვლევის გარკვეულ არეში.

3.8 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების დერეფანი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობაზე, როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , ხოლო 3.9 ნახაზზე – როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.7 და 3.8 ცხრილებში შესაბამისად.



ნახ.3.8. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$



ნახ.3.9. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_1D_4(I)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცხრილი 3.7

$D_1D_4(I)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	18.38788189	18.39996451	18.39364233	0.00227884
0.02	18.38239474	18.40305680	18.39353017	0.00497273

3.7 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.03	18.38029956	18.40809784	18.39463782	0.00681289
0.04	18.36617927	18.42241179	18.39424550	0.01028909
0.05	18.36787705	18.42522900	18.39383768	0.01268651
0.06	18.35251834	18.44449831	18.39166009	0.01576311
0.07	18.35324511	18.43216308	18.39325905	0.01819260
0.08	18.33905642	18.45158832	18.39482123	0.02108651
0.09	18.34492826	18.46320243	18.39702528	0.02180547
0.1	18.33568258	18.45653873	18.39317119	0.02278088
0.2	18.28124450	18.48732329	18.39199036	0.04971240
0.3	18.26053072	18.53769677	18.40283596	0.06802650
0.4	18.12217993	18.68318991	18.39882182	0.10290603
0.5	18.13648447	18.71083851	18.39472451	0.12730725
0.6	17.99093875	18.91021571	18.37246726	0.15754494
0.7	17.99163248	18.78887860	18.38835989	0.18187632
0.8	17.85677688	18.99360604	18.40360636	0.21116031
0.9	17.91736357	19.09893681	18.42452253	0.21905416
1.0	18.03798670	18.96426781	18.40811356	0.27574612
2.0	17.53951327	19.10161034	18.36780119	0.44845207
3.0	16.89781670	20.01100210	18.34620248	0.72605167
4.0	17.36540403	21.65291371	18.76543220	1.12035786
5.0	17.12697827	20.41985868	18.65954968	1.02692849
10	15.00740073	26.56436564	18.79525479	2.83765412

ცხრილი 3.8

$D_1D_4(I)$  გვერდებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	20.77657252	20.78628211	20.78153515	0.00177972
0.02	20.77166046	20.79017491	20.78129085	0.00354181
0.03	20.76979221	20.79425054	20.78137109	0.00528724
0.04	20.76333106	20.79918041	20.78187345	0.00747373
0.05	20.76261307	20.80836969	20.78112055	0.00966803
0.06	20.74755441	20.81651980	20.78035470	0.01172777
0.07	20.74684005	20.81069359	20.78134667	0.01297749
0.08	20.74298427	20.81600928	20.78267140	0.01453248
0.09	20.73156144	20.82938187	20.78341393	0.01647974
0.1	20.73638164	20.83996376	20.78301769	0.01929133
0.2	20.69781479	20.88183183	20.78200965	0.03672862
0.3	20.62061482	20.94771409	20.78417810	0.06006152
0.4	20.61010424	20.93925816	20.77985708	0.07623667
0.5	20.58838119	21.11750060	20.78790771	0.09977526
0.6	20.45674347	21.01025556	20.79247670	0.10947218
0.7	20.44740854	21.05778713	20.77972784	0.12353557
0.8	20.39849773	21.12436929	20.79858730	0.15407207
0.9	20.34813034	21.17322180	20.79523580	0.15762396



3.8 ცხრილის გაგრძელება

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	20.29234188	21.26653118	20.78307069	0.17658946
2.0	19.86883113	21.66925595	20.76293081	0.34934833
3.0	19.72899884	22.12506658	20.77211403	0.52229577
4.0	19.13092671	22.63959273	20.83567310	0.72821342
5.0	18.70037869	24.13365971	20.79595307	1.00579093
10	16.83769234	25.67452910	20.84900704	1.63100127

როგორც 3.7 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას

0.01%-0.09%-იან შუალედში *Q*-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.02%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.17%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 1.37%-ს.

3.8 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5, განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.001%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.06%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედი-სათვის *Q*-ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს ასევე 0.06%-ს.

3.2.  $D_2D_3$  (II) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური ერთ-ერთი გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_2 \\ D_3 \end{cases}, \quad \text{სადაც}$$

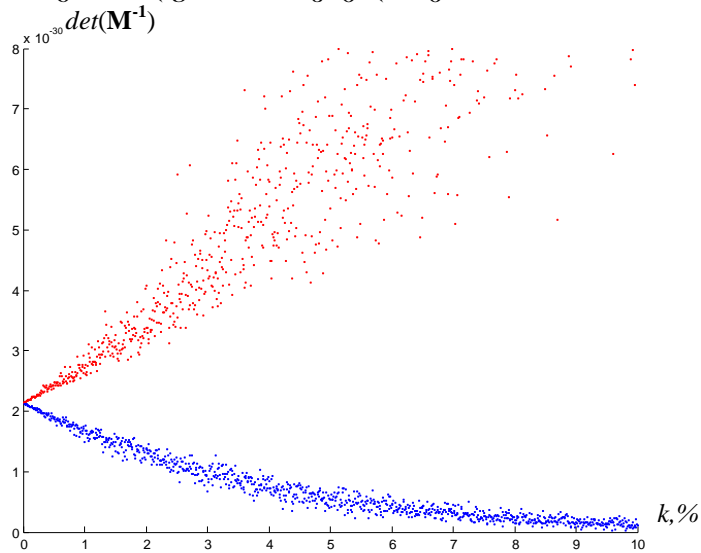
$D_2$	$D_3$
(±1, ±1, ±1)	(±√2, ±√2, 0)
(±1, ±1, ±1)	(±√2, 0, ±√2)
(±2, 0, 0)	(0, ±√2, ±√2)
(0, ±2, 0)	(±√2, 0, 0)
(0, 0, ±2)	(0, ±√2, 0)
	(0, 0, ±√2)
	(±√2, 0, 0)
	(0, ±√2, 0)
	(0, 0, ±√2)
<i>N</i> =22	<i>N</i> =24

ასეთი გეგმა მოიცავს  $N=46$  წერტილს.  
 3.2.1.  $D_2D_3(II)$  გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც

დაკავშირებული არიან რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.10-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის  $k$  ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმებზე.

ცხრილებში მოყვანილია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.



ნახ. 3.10. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა

ცხრილი 3.9

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	<b>1.0e-029 *</b>			
0.01	0.21304079	0.21418119	0.21369943	0.00022966
0.02	0.21275865	0.21464639	0.21374015	0.00042593
0.03	0.21194759	0.21513784	0.21369411	0.00065910
0.04	0.21157504	0.21652800	0.21381452	0.00087987
0.05	0.21081976	0.21657929	0.21365793	0.00108928
0.06	0.20987974	0.21639998	0.21360911	0.00149505
0.07	0.21073704	0.21784582	0.21373363	0.00151894
0.08	0.21059181	0.21712260	0.21389493	0.00152284
0.09	0.20804338	0.21936263	0.21390503	0.00204492

3.9 ცხრილის გაგრძელება

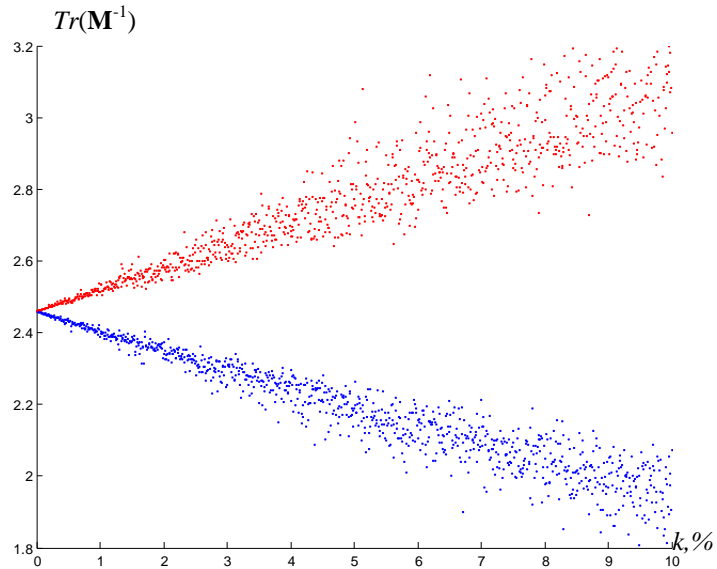
ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო ართმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	<b>1.0e-029 *</b>			
0.1	0.20717071	0.21852990	0.21367699	0.00229420
0.2	0.20441766	0.22330532	0.21407915	0.00426384
0.3	0.19673813	0.22841244	0.21362325	0.00656533
0.4	0.19326571	0.24355771	0.21483589	0.00887028
0.5	0.18635258	0.24387647	0.21324877	0.01088196
0.6	0.17813220	0.24181276	0.21288855	0.01482924
0.7	0.18521992	0.25834789	0.21398723	0.01537671
0.8	0.18406065	0.24997353	0.21549915	0.01537524
0.9	0.162840526	0.27598543	0.21577863	0.02042568
	<b>1.0e-029*</b>			
1.0	0.15729649	0.26195758	0.21248430	0.02458585
2.0	0.13934291	0.36239355	0.21437550	0.04519874
3.0	0.11825213	0.37503420	0.21885176	0.05895359
4.0	0.06030741	0.59896945	0.22254287	0.09306767
5.0	0.05325229	0.66482124	0.22521311	0.12149287
	<b>1.0e-029 *</b>			
10	0.02337846	0.95168239	0.23761750	0.21440608

როგორც ცხრილიდან ჩანს, პირველ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილებებისათვის 0.01-0.09%, *D*-ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.10%-ით, მეორე დიაპაზონში, როცა ცდომილებები აღწევს 0.1-0.9%-ს, უარესდება 0.98%-ით, ხოლო მესამე დიაპაზონში 1%-5%-იანი ცდომილებებისათვის უარესდება 5.99%-ით.

***A*-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.11-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_2D_3(II)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 3.10 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ცხრილში მოყვანილი მონაცემების შესაბამისად, სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის *A*-ოპტიმალურობა ცდომილების თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება. ასე მაგალითად, 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.007%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში

კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.06%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცლომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 1.93%-ით.



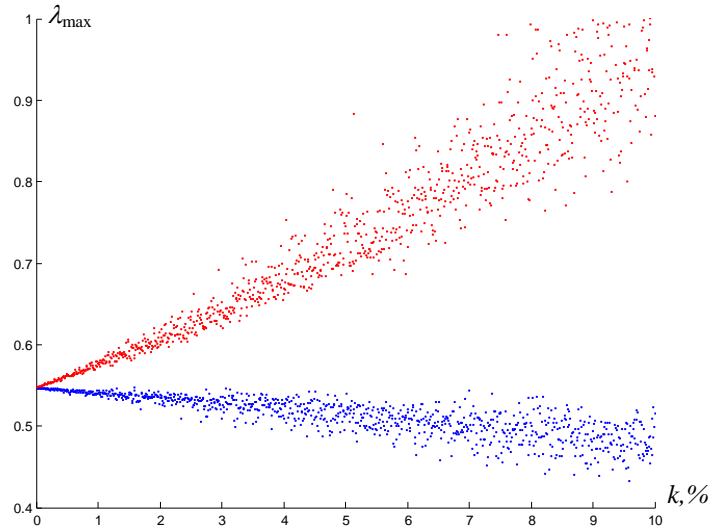
ნახ. 3.11. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $A$ -ოპტიმალურობა

ცხრილი 3.10

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცლომილებების ზედებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.45919872	2.46038097	2.45980558	0.00024217
0.02	2.45873621	2.46112227	2.45984617	0.00047522
0.03	2.45790006	2.46156826	2.45978672	0.00074262
0.04	2.45745090	2.46230755	2.45999701	0.00096156
0.05	2.45766323	2.46308177	2.45982061	0.00111424
0.06	2.45589301	2.46270429	2.45972592	0.00152685
0.07	2.45636535	2.46382804	2.45987859	0.00174535
0.08	2.45534979	2.46411802	2.45995057	0.00174661
0.09	2.45349822	2.46470830	2.45996810	0.00212460
0.1	2.45359106	2.46541903	2.45965964	0.00242121
0.2	2.44898458	2.47287601	2.46004959	0.00475254
0.3	2.44058480	2.47729869	2.45945305	0.00742001
0.4	2.43619237	2.48471552	2.46153757	0.00963122
0.5	2.43851672	2.49217451	2.45971385	0.01113080
0.6	2.42104246	2.48883134	2.45879378	0.01524858
0.7	2.42523460	2.49901234	2.46022360	0.01746737
0.8	2.41539565	2.50285994	2.46095727	0.01745395
0.9	2.39801145	2.50861654	2.46105358	0.02112912
1.0	2.39582411	2.50837500	2.45801867	0.02538671
2.0	2.36111955	2.56563641	2.45994105	0.04989837
3.0	2.29797078	2.61961823	2.46217480	0.06489969
4.0	2.20834314	2.67059180	2.46059932	0.09122853
5.0	2.19081043	2.84309123	2.46720938	0.11533229
10	2.04018129	3.12463606	2.47168784	0.25138541

**E-ოპტიმალურობა.** ცხრილში 3.11 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდო-მილებების ზედდებისას  $D_2D_3(II)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.12 ნახაზზე.



ნახ. 3.12. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა

ცხრილი 3.11

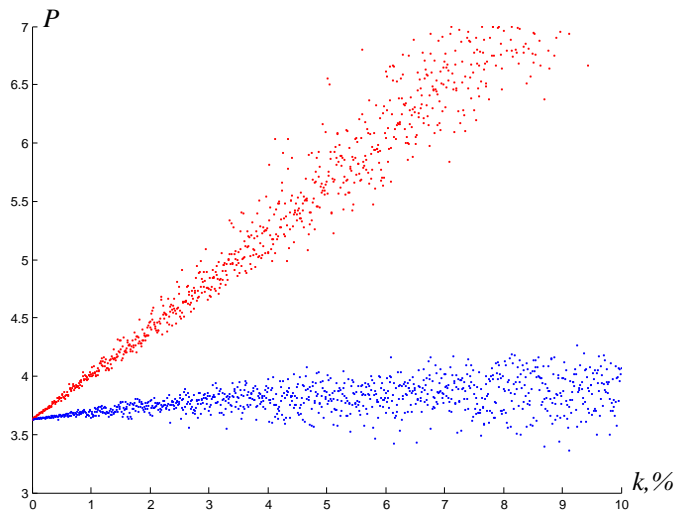
სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	0.54674852	0.54713673	0.54696199	0.00006757
0.02	0.54676859	0.54748737	0.54706193	0.00014097
0.03	0.54655695	0.54766398	0.54715634	0.00021770
0.04	0.54664345	0.54801185	0.54729819	0.00025496
0.05	0.54672551	0.54813029	0.54733072	0.00030505
0.06	0.54623446	0.54840417	0.54748036	0.00044347
0.07	0.54656922	0.54862738	0.54760908	0.00048081
0.08	0.54598242	0.54922927	0.54772853	0.00052898
0.09	0.54576624	0.54941622	0.54785574	0.00064231
0.1	0.54581558	0.54961057	0.54786098	0.00068086
0.2	0.54594164	0.55319856	0.54887444	0.00142050
0.3	0.54382480	0.55499287	0.54983794	0.00219005
0.4	0.54468631	0.55865789	0.55126889	0.00258804
0.5	0.54554410	0.55976050	0.55158831	0.00308853
0.6	0.54062727	0.56249666	0.55314455	0.00452400
0.7	0.54374420	0.56517105	0.55444694	0.00492356
0.8	0.53815861	0.57079974	0.55576120	0.00530516
0.9	0.53674502	0.57315437	0.55706299	0.00660585
1.0	0.53619700	0.57530153	0.55704489	0.00702400
2.0	0.53807851	0.61800671	0.56772346	0.01531556

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
3.0	0.51740595	0.63875123	0.57870166	0.02333389
4.0	0.52586095	0.68978457	0.59476514	0.03009580
5.0	0.52997870	0.69692615	0.59617715	0.03500752
10	0.43271215	0.85419003	0.64643210	0.08777201

როგორც ცხრილის ანალიზი გვიჩვენებს, ცდომილების ზრდით 0.01%-დან 0.09%-მდე განსახილველი თვისება უარესდება 0.16%-ით. ცდომილების ზრდა 1%-მდე იწვევს 1.84%-იან გაუარესებას, ხოლო 5%-იანი გაუარესება იწვევს 9.00%-იან ცვლილებას. 10%-იანი ცდომილები-სას გაუარესება შეადგენს 18.19%-ს.

**ორთოგონალურობა.** სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გაგლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $M^{-1}=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომი-ლებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.13 ნახაზზე და 3.12 ცხრილში.



ნახ. 3.13. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის ორთოგონალურობა

ცხრილში მოყვანილი მონაცემების შესაბამისად სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის ორთოგონალურობა ცდომილების თითო-ეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.48%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში

კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 4.79%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 19.73%-ით.

ცხრილი 3.12

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

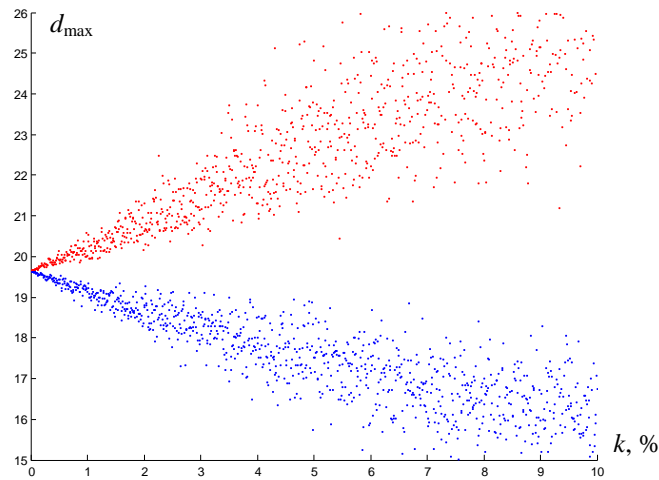
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო ართიმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	3.62991078	3.63282963	3.63148339	0.00062298
0.02	3.63107267	3.63738698	3.63364478	0.00133238
0.03	3.62994199	3.63983168	3.63590105	0.00191337
0.04	3.63192324	3.64447926	3.63780405	0.00252692
0.05	3.63469541	3.64987233	3.63966769	0.00270130
0.06	3.63179194	3.65034660	3.64182776	0.00369362
0.07	3.63633017	3.65572712	3.64441873	0.00459563
0.08	3.63554052	3.65733299	3.64661946	0.00466753
0.09	3.63673257	3.66557759	3.64907620	0.00611975
0.1	3.63387895	3.66318160	3.64964105	0.00624664
0.2	3.64538127	3.70911088	3.67122580	0.01343063
0.3	3.63388371	3.73294961	3.69371507	0.01926936
0.4	3.65348593	3.78057633	3.71281943	0.02559540
0.5	3.68115241	3.83330594	3.73103912	0.02741879
0.6	3.65145358	3.83962096	3.75266143	0.03771717
0.7	3.69474401	3.89523209	3.77838725	0.04713047
0.8	3.68870749	3.91042737	3.80054422	0.04738993
0.9	3.70170036	3.99820429	3.82462238	0.06293047
1.0	3.66897306	3.97368299	3.82969641	0.06415841
2.0	3.77302668	4.46617945	4.04171366	0.14466281
3.0	3.63993040	4.71455110	4.25624107	0.20647578
4.0	3.81739057	5.22738802	4.45240908	0.28886779
5.0	4.02625651	5.55019040	4.58540686	0.31301319
10	3.77529559	7.79876107	5.36438747	0.77659775

**3.2.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_2D_3(II)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა**

ამ პუნქტში განხილულია ისეთი  $D_2D_3(II)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტით აგებული მოდელის (3.1) მეშვეობით, როგორცაა  $G$  და  $Q$  ოპტიმალურობები.

**G-ოპტიმალურობა.** 3.14 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაკლების კვლევისას

$D_2D_3(II)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობაზე.  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ . რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.13 ცხრილში.



ნახ.3.14. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცხრილი 3.13

$D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	19.63406921	19.64899759	19.64167248	0.00297851
0.02	19.62938525	19.65446381	19.64190172	0.00533868
0.03	19.61431905	19.66229862	19.64045595	0.00931271
0.04	19.61780578	19.67955052	19.64412772	0.01182232
0.05	19.60591282	19.67692720	19.64342332	0.01449937
0.06	19.59284742	19.68923753	19.64220139	0.01907973
0.07	19.59153313	19.71011078	19.64236965	0.02290855
0.08	19.59571920	19.70459465	19.64658069	0.02254336
0.09	19.58539185	19.69447536	19.64414007	0.02523267
0.1	19.56691485	19.71640774	19.64295395	0.02979992
0.2	19.52039622	19.77136895	19.64513915	0.05344723
0.3	19.37221562	19.85032873	19.63062148	0.09294919
0.4	19.40634305	20.02743597	19.66709740	0.11864225
0.5	19.28762750	19.99960559	19.65963403	0.14488789
0.6	19.15959287	20.12496483	19.64776520	0.19069339
0.7	19.19478221	20.34093608	19.64960798	0.22861185
0.8	19.17867264	20.28664112	19.69097622	0.22577228
0.9	19.08633274	20.16912946	19.66716241	0.24946613
1.0	18.89388410	20.40744281	19.65740812	0.30059671
2.0	18.46845260	21.29620692	19.72177812	0.53490873
3.0	17.31457325	21.87740638	19.64411220	0.88132747
4.0	17.72199102	24.06547229	20.09849907	1.15044308
5.0	16.46463630	23.62725525	19.98257591	1.35048324
10	14.22701928	28.90802832	20.11050678	2.77706246

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას  $0.09\%$ -მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომე-



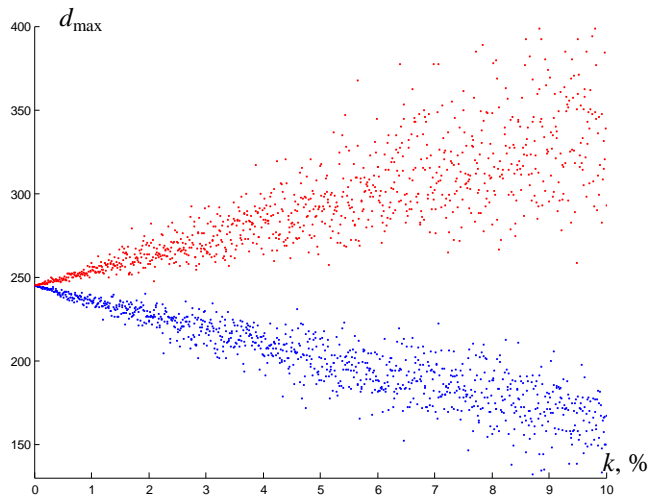
ბით 0.5x0.5x0.5, სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.01%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.12%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 1.65%-ით.

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5. 3.15 ნახაზზე ნახვენებია შეცდომების კორიდორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.14 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.

ცხრილი 3.14

$D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით 1.5x1.5x1.5

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	244.65028098	244.95577523	244.79921228	0.05835578
0.02	244.54899744	245.10272977	244.79870014	0.09703924
0.03	244.50744095	245.18018441	244.78680783	0.15246866
0.04	244.42735794	245.37124312	244.80372358	0.17971710
0.05	244.13860058	245.50644233	244.78196065	0.23039886
0.06	244.07174337	245.66301685	244.77653146	0.32528701
0.07	244.03573347	245.51766966	244.77287920	0.32635043
0.08	243.82710435	245.86533329	244.87315498	0.38272783
0.09	244.04262886	245.82554111	244.81887092	0.40083524
0.1	243.32004649	246.37209203	244.80491893	0.58356625
0.2	242.31321888	247.85974355	244.79705230	0.97082195
0.3	241.86638881	248.63462944	244.67676148	1.52448107
0.4	241.09908050	250.59582508	244.84125158	1.79638256
0.5	238.24937870	251.94866126	244.61015595	2.30377569
0.6	237.62501997	253.61441335	244.56469641	3.24651661
0.7	237.29379640	252.06236995	244.50442492	3.26385873
0.8	235.26768372	255.68383271	245.52562166	3.83578012
0.9	237.51437510	255.14797800	244.93961235	4.00621330
1.0	230.50705701	257.10343467	245.24950754	5.42970430
2.0	220.75376068	267.27929790	245.27728807	8.51873188
3.0	207.54589813	281.31723960	245.91842771	14.6660067
4.0	202.10969050	291.98366445	244.79859818	19.2402400
5.0	197.39187277	307.79943912	245.65563081	25.0489723
10	139.92370558	450.49607001	250.92579123	60.77831090



ნახ.3.15. სამცხლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.008%-ით, 0.06%-ით და 0.17%-ით შესაბამისად.

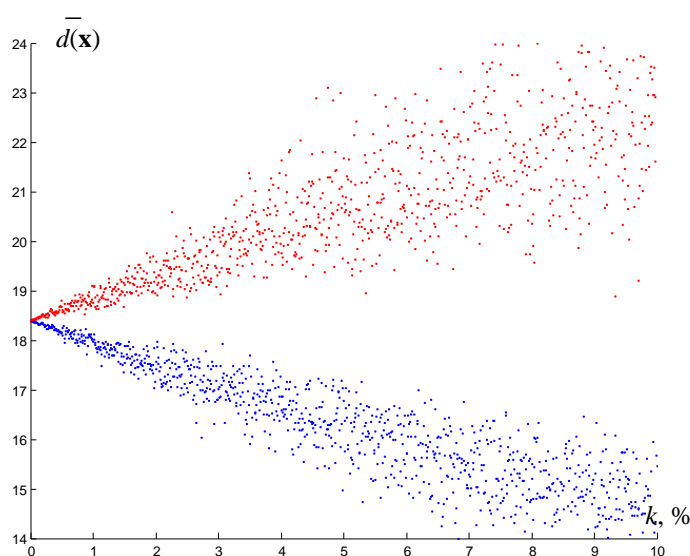
**Q-ოპტიმალურობა.** 3.16 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიღორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობაზე, როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , ხოლო 3.17 ნახაზზე – როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.15 და 3.16 ცხრილებში შესაბამისად.

ცხრილი 3.15

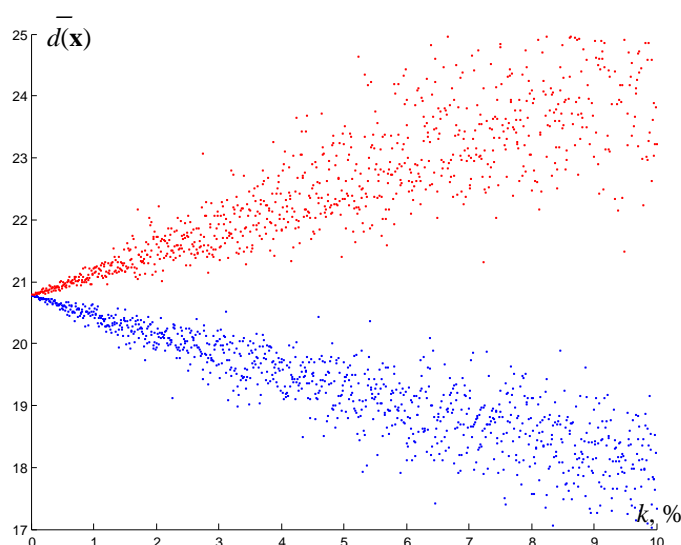
$D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	18.38687906	18.40006150	18.39358258	0.00251375
0.02	18.38113396	18.40634626	18.39378022	0.00458753
0.03	18.37077237	18.41083256	18.39245400	0.00779944
0.04	18.37111443	18.42226537	18.39539740	0.00967902
0.05	18.36480366	18.42342297	18.39445623	0.01161136
0.06	18.35179128	18.42440438	18.39340956	0.01539011
0.07	18.35835910	18.44339770	18.39341346	0.01878362
0.08	18.35297574	18.44299265	18.39633948	0.01846480
0.09	18.34954949	18.43413325	18.39488018	0.02025223
0.1	18.32553217	18.45751814	18.39256635	0.02514360
0.2	18.26834006	18.52075478	18.39442341	0.04590801
0.3	18.16628292	18.56575270	18.38109522	0.07780589
0.4	18.16939351	18.68291785	18.41021408	0.09704853
0.5	18.10531295	18.69070288	18.40030951	0.11596959
0.6	17.98052514	18.70208775	18.38977698	0.15367322

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.7	18.03927409	18.89248037	18.38947858	0.18836190
0.8	17.98296886	18.89735517	18.41846466	0.18461944
0.9	17.95825214	18.79182942	18.40256241	0.20137527
1.0	17.71223114	18.90900052	18.38580523	0.25577396
2.0	17.38003842	19.83083402	18.37293468	0.54015405
3.0	16.83146765	20.41045845	18.46500723	0.68985918
4.0	16.51402291	20.06082993	18.37484271	0.86951134
5.0	15.55533223	22.88128878	18.52218433	1.28999924
10	13.80317825	27.05755561	18.59298062	2.51460403



ნახ.3.16. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$



ნახ.3.17. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_3(II)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

$D_2D_3(II)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	20.77640221	20.78648068	20.78145911	0.00211258
0.02	20.77194280	20.79415119	20.78164968	0.00362843
0.03	20.76790317	20.79292230	20.78074528	0.00567674
0.04	20.76747787	20.79944265	20.78222933	0.00710156
0.05	20.76190141	20.80608977	20.78137118	0.00833624
0.06	20.75451059	20.80808072	20.78113557	0.01212622
0.07	20.75146047	20.81204746	20.78091970	0.01234100
0.08	20.74380609	20.81639110	20.78443262	0.01443574
0.09	20.74825590	20.81897449	20.78219225	0.01434474
0.1	20.75682245	20.82286723	20.78613041	0.01678300
0.2	20.75211801	20.85896634	20.79974374	0.03166780
0.3	20.64079417	20.86686658	20.77135017	0.06013606
0.4	20.63718777	20.86482733	20.76305737	0.06831186
0.5	20.66830958	20.96647732	20.79929282	0.07586026
0.6	20.52335531	20.99521542	20.78199691	0.13613434
0.7	20.56738442	21.07759144	20.80409175	0.12168839
0.8	20.59868258	21.10282282	20.78727401	0.15895842
0.9	20.64527028	20.99463436	20.79260605	0.10031552
1.0	20.59306687	21.23517554	20.89355366	0.20974146
2.0	20.22858974	21.41758207	20.75791716	0.38729526
3.0	19.96821292	21.35537620	20.73065653	0.44592000
4.0	19.93786792	21.21164044	20.54589034	0.42578768
5.0	19.45216705	23.01751173	21.06373303	1.06001001
10	19.33377694	26.29366277	21.89523980	2.23428616

როგორც 3.15 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში  $Q$ -ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.007%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.05%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.74%-ს.

3.16 მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ , განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.004%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.03%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედი-სათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 0.82%-ს.

3.3.  $D_2D_4$  (III) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_2 \\ D_4 \end{cases},$$

სადაც  $a_1=0.5578, a_2=0.4097, c=1$   
 $f=0.7201, a=0, c=0.8564$

$D_2$	$D_4$
$(\pm 0.5578, \pm 0.5578, \pm 0.5578)$	$(\pm 0.7201, \pm 0.7201, 0)$
$(\pm 0.4097, \pm 0.4097, \pm 0.4097)$	$(\pm 0.7201, 0, \pm 0.7201)$
$(\pm 1, 0, 0)$	$(0, \pm 0.7201, \pm 0.7201)$
$(0, \pm 1, 0)$	$(\pm 0, \pm 0, \pm 0)$
$(0, 0, \pm 1)$	$(\pm 0.8564, 0, 0)$
	$(0, \pm 0.8564, 0)$
	$(0, 0, \pm 0.8564)$
$N=22$	$N=26$

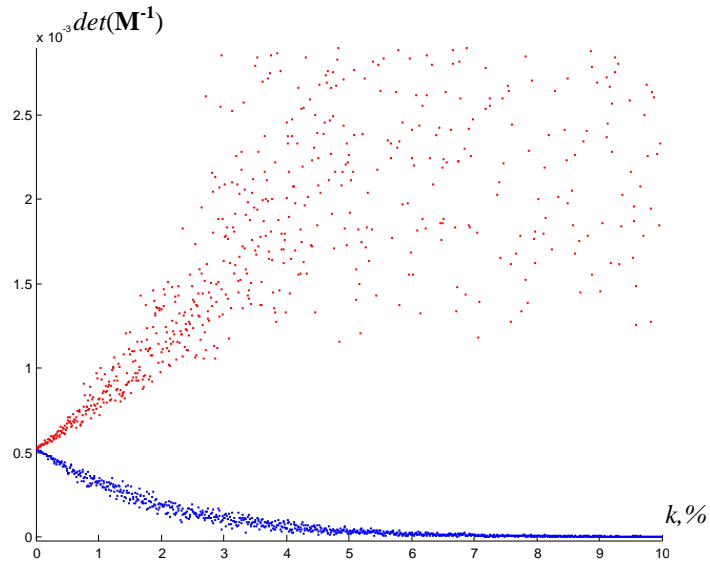
ასეთი გეგმა მოიცავს  $N=48$  წერტილს.

3.3.1.  $D_2D_4$ (III) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.18-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის  $k$  ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის  $D_2D_4$ (III) გეგმებზე.

3.17 ცხრილებში მოყვანილია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.

მიღებული მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედდებით  $D$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.34%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდება 2.62%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 13.59%-მდე.



ნახ. 3.18. სამცველადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა

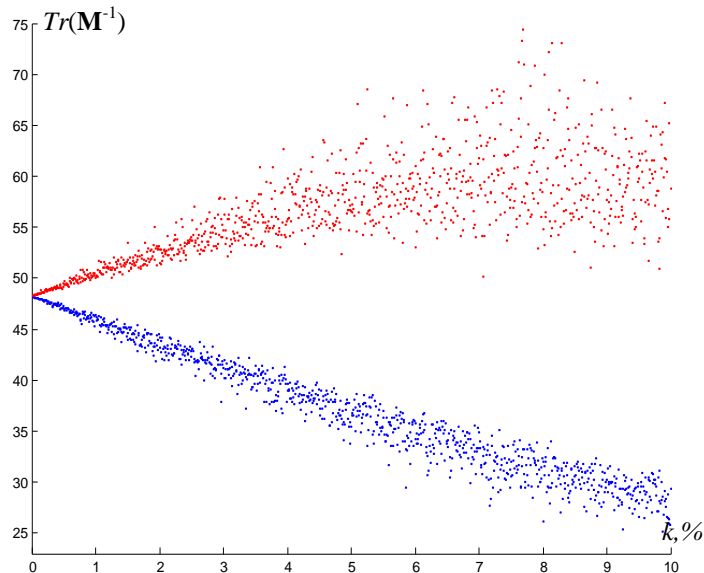
ცხრილი 3.17

სამცველადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება ცლომილებების ზედღებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	<b>1.0e-003 *</b>			
0.01	0.51914468	0.52478478	0.52131656	0.00103638
0.02	0.51640313	0.52602013	0.52148663	0.00186275
0.03	0.51555586	0.52787558	0.52129195	0.00295800
0.04	0.51188847	0.53173046	0.52150665	0.00382865
0.05	0.50660989	0.53384392	0.52112272	0.00546549
0.06	0.50872171	0.53584781	0.52178350	0.00548128
0.07	0.49993946	0.54231634	0.52046197	0.00741094
0.08	0.50316912	0.53776742	0.52049337	0.00727957
0.09	0.50538054	0.54657994	0.52307984	0.00848425
	<b>1.0e-003 *</b>			
0.1	0.50045116	0.55762810	0.52190490	0.01038792
0.2	0.47408864	0.57070390	0.52345679	0.01867399
0.3	0.46630851	0.59082571	0.52132787	0.02964279
0.4	0.43393748	0.63326912	0.52310497	0.03854199
0.5	0.38886405	0.65851671	0.51961614	0.05444268
0.6	0.40621191	0.68076838	0.52451765	0.05571556
0.7	0.33940095	0.76393485	0.51206642	0.07443879
0.8	0.36119372	0.70112848	0.51062708	0.07215256
0.9	0.37482545	0.82177199	0.53559684	0.08919733
	<b>1.0e-003 *</b>			
1.0	0.41856672	0.67435869	0.51120871	0.08043668
2.0	0.20833049	0.71346116	0.36347708	0.14028076
3.0	0.19613478	1.00809755	0.48624971	0.23625801
4.0	0.12991126	1.91438914	0.50202405	0.56089090
5.0	0.09291562	1.83166078	0.58066198	0.59708470
	<b>1.0e-003 *</b>			
10	0.00358849	4.37239045	0.60339221	1.37146268

A-ოპტიმალურობა. ნახ. 3.19-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_2D_4(III)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 3.18 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.03%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.17%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 4.23%-ით.



ნახ. 3.19. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმის A-ოპტიმალურობა

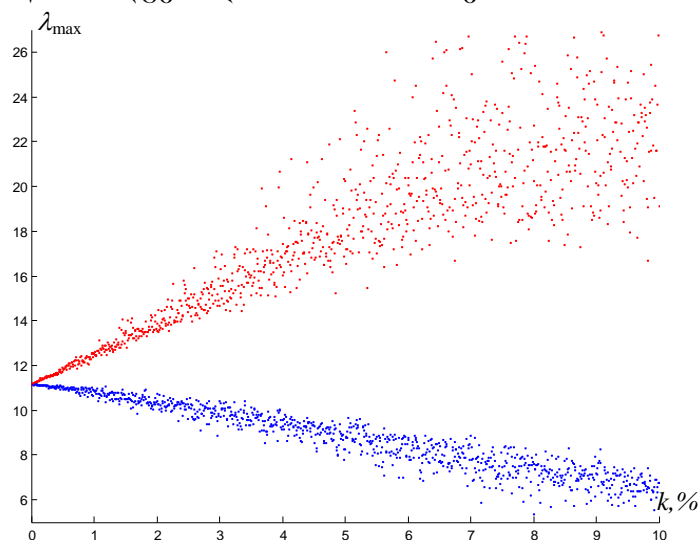
ცხრილი 3.18

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	48.20423238	48.25515107	48.23050844	0.00997145
0.02	48.18626850	48.27595882	48.23141029	0.01942844
0.03	48.17722754	48.30770138	48.23061553	0.02570826
0.04	48.13787475	48.31120585	48.23023245	0.03651815
0.05	48.11813046	48.34910857	48.23102437	0.04786051
0.06	48.07893752	48.38807309	48.23947262	0.05277453
0.07	48.03717630	48.39962516	48.22118304	0.07333423
0.08	48.06825895	48.38303119	48.22014610	0.06998793
0.09	48.04298588	48.45334670	48.24703971	0.08332056

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.1	48.07984800	48.47100217	48.23494086	0.08687526
0.2	47.68811108	48.66577634	48.19122036	0.22097248
0.3	47.59624665	48.82756241	48.23574121	0.27581060
0.4	47.31709303	49.14249794	48.20656627	0.41548420
0.5	47.32606454	48.96945146	48.20464335	0.41121176
0.6	47.30471007	49.77516639	48.16445036	0.54282562
0.7	46.58937244	49.56126284	48.19727761	0.68391215
0.8	46.48780613	49.76140926	48.09158573	0.68255006
0.9	46.54513909	50.01623618	48.31687747	0.81045295
1.0	47.23317057	48.10818602	47.64121208	0.42836837
2.0	46.18564857	50.77722710	47.95693680	1.77487572
3.0	41.05054010	47.62536750	45.43242814	2.56684066
4.0	43.24198735	48.34456556	45.41378129	2.17659243
5.0	39.49110025	62.16025647	49.65634206	8.11838534
10	41.38840315	57.49680219	49.86937892	8.08804944

***E-ოპტიმალურობა.*** ცხრილში 3.19 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{max}$ ) ცვლილებას განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას  $D_2D_4(III)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.20 ნახაზზე.



ნახ. 3.20. სამცვლადიანი მესამე რივის  $D_2D_4(III)$  გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედდებით  $E$ -ოპტიმალურობა, 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.34%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე  $E$ -ოპტიმალურობა უარესდება 4.10%-მდე, ხოლო 5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი აღის 7.18%-მდე.



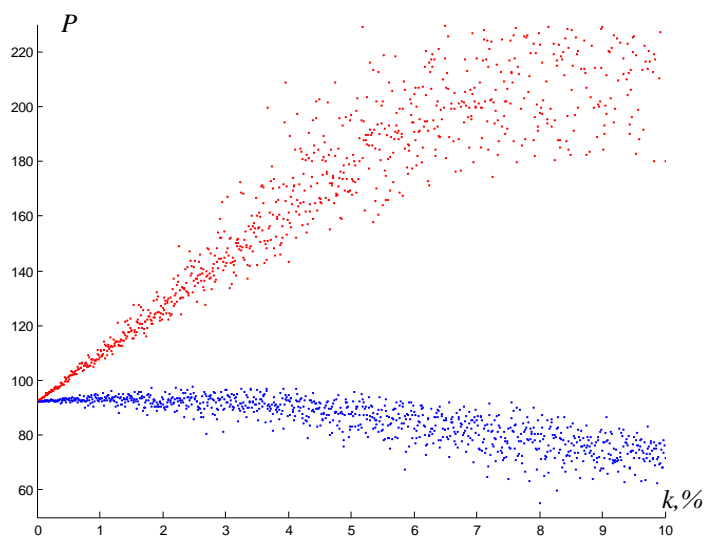
სამცვლადიანი მესამე რიგის D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	11.14850182	11.16484579	11.15750199	0.00321320
0.02	11.14718886	11.18689548	11.16297963	0.00659787
0.03	11.14680719	11.18770998	11.16658616	0.00926415
0.04	11.14011974	11.20453767	11.17047983	0.01194210
0.05	11.14492553	11.22008292	11.17521903	0.01622208
0.06	11.12320092	11.23209899	11.18395762	0.01726705
0.07	11.13498642	11.24776537	11.18438385	0.02484530
0.08	11.13339089	11.25466754	11.18588908	0.02542515
0.09	11.13543268	11.26162738	11.19890402	0.02879294
0.1	11.10552747	11.27009614	11.19580398	0.03225410
0.2	11.09274582	11.49620438	11.24980384	0.06707639
0.3	11.08339517	11.50376881	11.28426712	0.09434946
0.4	11.01461553	11.67096499	11.32012876	0.12186573
0.5	11.04426088	11.84050152	11.36543079	0.16704904
0.6	10.83433626	11.94584434	11.44836763	0.17778823
0.7	10.93692886	12.08713965	11.44809750	0.25745178
0.8	10.93288655	12.15036914	11.45544231	0.26366849
0.9	10.98062992	12.26857322	11.58202604	0.29875394
1.0	10.80601589	12.40626181	11.61484497	0.35583439
2.0	10.70656157	14.37346490	11.96437745	0.65456768
3.0	10.15591956	16.02980459	12.27496526	1.21538368
4.0	9.282022931	16.79063388	12.21767720	1.55522952
5.0	8.381613282	17.45045582	11.95831438	1.59812245
10	7.04604523	25.91334970	12.11913112	3.96548834

**ორთოგონალურობა.** სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}^{-1}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას (*P*). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.21 ნახაზზე და 3.20 ცხრილში.

თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით თვისება უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.81%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 7.66%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების

გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 22.80%-ით.



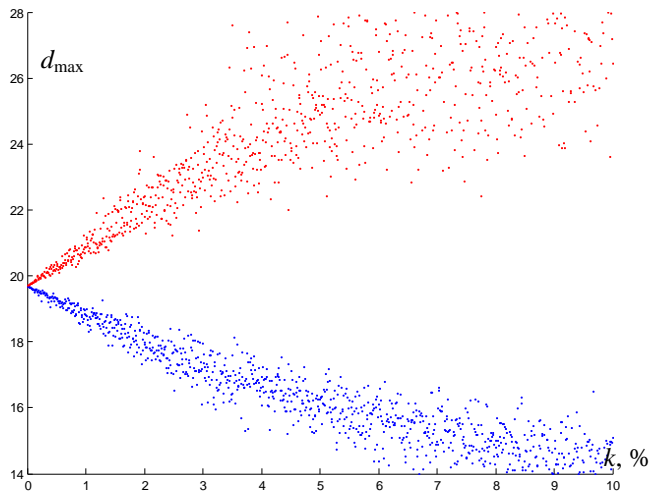
ნახ. 3.21. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმის ორთოგონალურობა

ცხრილი 3.20  
სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	92.14320643	92.29506694	92.21643946	0.03350835
0.02	92.20144885	92.52437007	92.31315212	0.06186549
0.03	92.18129633	92.61171829	92.40292151	0.08708762
0.04	92.23874687	92.83517105	92.48292471	0.11551372
0.05	92.24546971	92.92559844	92.57339583	0.15312339
0.06	92.13761964	93.17157970	92.69677221	0.17326408
0.07	92.23538936	93.34581135	92.75203668	0.23515290
0.08	92.38452378	93.47694043	92.80789047	0.23647849
0.09	92.24537768	93.56945512	92.96274844	0.25636272
0.1	92.20800684	93.73994320	92.94434511	0.33662330
0.2	92.78098128	96.06837730	93.89977526	0.62932131
0.3	92.58470910	96.87405717	94.77658430	0.88521373
0.4	93.06384745	99.17707142	95.54488131	1.18668641
0.5	92.96814085	100.1400516	96.41514217	1.57930791
0.6	91.91072881	102.5784929	97.59807457	1.79216113
0.7	92.73539368	104.4898450	98.08535725	2.45968227
0.8	94.20075953	105.4544446	98.56701196	2.47052764
0.9	93.21643508	106.2046602	100.0591994	2.65609661
1.0	92.16910052	108.68735674	99.82482583	3.511986108
2.0	94.91270618	135.51154045	108.0403999	7.274148087
3.0	92.93775116	143.87649242	114.3951495	10.09508867
4.0	93.60677547	158.38550210	118.0733476	14.05567932
5.0	80.91730369	176.28564363	122.5805815	18.64348148
10	64.93015858	209.68760357	122.87885667	28.57023814

**3.3.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_2D_4(III)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა**

**G-ოპტიმალურობა.** 3.22 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაფლენის კვლევისას  $D_2D_4(III)$  გეგმის G-ოპტიმალურობაზე.  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ . რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.21 ცხრილში.



ნახ.3.22. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცხრილი 3.21  
 $D_2D_4(III)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

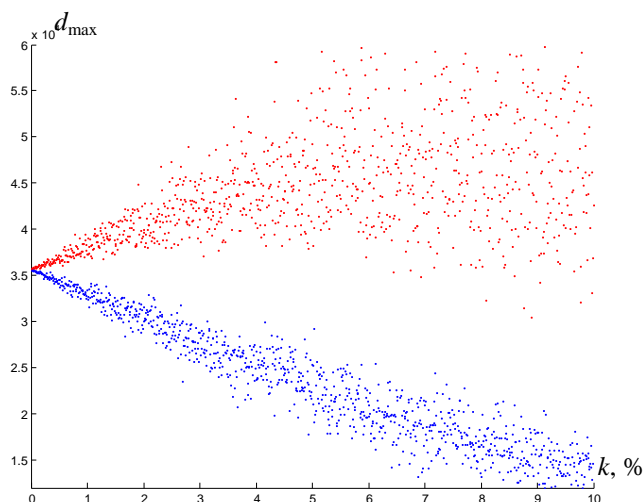
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო ართიმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	19.67292528	19.69323474	19.68342803	0.00403892
0.02	19.66170672	19.71180477	19.68513788	0.00902808
0.03	19.65547118	19.71480039	19.68822134	0.01401942
0.04	19.65059664	19.73438040	19.68720697	0.01737266
0.05	19.63419369	19.75801225	19.69261312	0.02288372
0.06	19.61837594	19.75903507	19.69574941	0.02798261
0.07	19.62547405	19.78160244	19.69268382	0.02871081
0.08	19.60465419	19.79579631	19.69737600	0.03418915
0.09	19.58996881	19.79835207	19.69531184	0.04354126
0.1	19.59417353	19.79677892	19.69782297	0.04031911
0.2	19.47930101	19.98459583	19.71367536	0.09064323
0.3	19.41384777	20.00838665	19.74199047	0.14093739
0.4	19.37808185	20.21091882	19.72881279	0.17385474
0.5	19.20396035	20.42834830	19.77925515	0.22912164
0.6	19.04321124	20.48148060	19.80609681	0.28240953
0.7	19.06805944	20.71029847	19.76794809	0.28836761
0.8	18.93913622	20.76799191	19.80793738	0.34029679
0.9	18.70677758	20.84413563	19.77835877	0.43736881

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	18.87628822	20.84145870	19.79773193	0.39874111
2.0	17.59478568	23.13115928	19.85375938	0.93506605
3.0	16.89378296	23.03701474	19.93590479	1.36096578
4.0	16.04834998	24.34095270	19.54516974	1.62023654
5.0	15.90522761	25.47550869	19.82092782	2.02271558
10	13.32205997	27.93125002	19.91605792	2.86902679

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 0.5x0.5x0.5, სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმის G-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.06%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.41%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 0.12%-ით.

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5. 3.23 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კორიდორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების G-ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.22 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.

ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში G-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.13%-ით, 0.16%-ით და 5.90%-ით შესაბამისად.



ნახ.3.23. სამცვლადიანი მესამე რიგის D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით 1.5x1.5x1.5

D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე **z** საკვლევი არეში ზომით 1.5x1.5x1.5

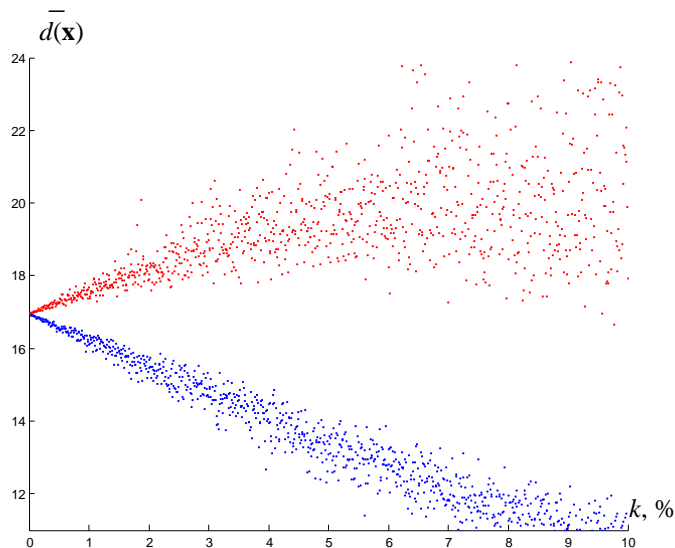
ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+004 *			
0.01	3.55677955	3.56390701	3.56099367	0.00149145
0.02	3.55512580	3.56957493	3.56157420	0.00295261
0.03	3.55057805	3.57013791	3.56111094	0.00422661
0.04	3.55095997	3.57440834	3.56112027	0.00509619
0.05	3.53977766	3.57909730	3.56092022	0.00714683
0.06	3.54060193	3.58054311	3.55967066	0.00860648
0.07	3.53787891	3.58725351	3.55939769	0.01007222
0.08	3.53556116	3.58637610	3.56003522	0.00956152
0.09	3.52934476	3.58391237	3.56157481	0.01145059
	1.0e+004 *			
0.1	3.52548118	3.58706396	3.56301867	0.01399371
0.2	3.47691092	3.61946349	3.55634320	0.03107835
0.3	3.47132812	3.68376763	3.56179855	0.04486768
0.4	3.45911364	3.73308240	3.57986657	0.05849632
0.5	3.38935648	3.69406541	3.56032017	0.07055921
0.6	3.39105501	3.74350119	3.55755418	0.08659432
0.7	3.38756244	3.79699240	3.57513970	0.08557509
0.8	3.36017751	3.78057296	3.53390310	0.10216328
0.9	3.34012890	3.77624385	3.56864274	0.11809294
	1.0e+004 *			
1.0	3.42920316	3.74558128	3.63695587	0.13638184
2.0	3.16862538	3.53716673	3.35071555	0.14711419
3.0	3.16520689	3.97819210	3.60537417	0.34331833
4.0	2.79406238	3.41118826	3.20882305	0.24099806
5.0	2.66150522	6.12926915	3.85163743	1.38166452
	1.0e+004 *			
10	1.73438594	7.49491139	3.86210648	2.17072984

**Q-ოპტიმალურობა.** 3.24 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორილორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაგენის კვლევისას D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმის Q-ოპტიმალურობაზე, როცა **z** საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 0.5x0.5x0.5, ხოლო 3.25 ნახაზზე – როცა **z** საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 1.5x1.5x1.5. სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.23 და 3.24 ცხრილებში შესაბამისად..

როგორც 3.23 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.02%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.05%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 1.82%-ს.

D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე z საკვლევი არეში ზომით 0.5x0.5x0.5

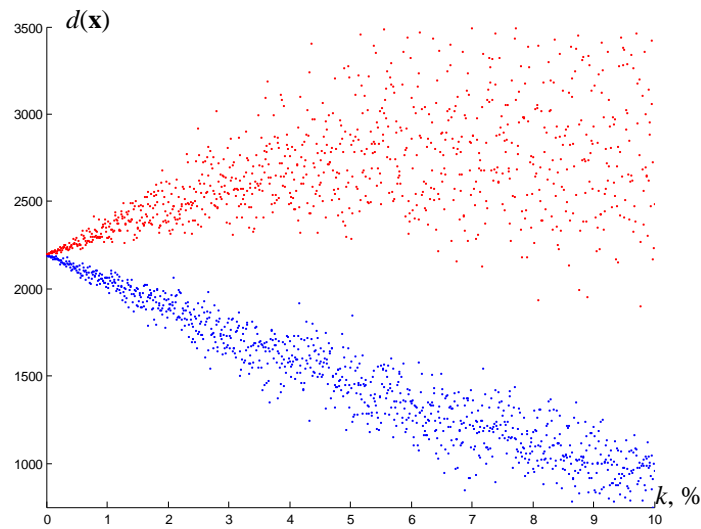
ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	16.93462628	16.95046250	16.94340091	0.00314506
0.02	16.92525603	16.95866372	16.94271192	0.00619992
0.03	16.92498005	16.96486039	16.94342038	0.00886115
0.04	16.90908107	16.96811085	16.94293333	0.01255726
0.05	16.90469252	17.00031947	16.94423457	0.01683959
0.06	16.89342778	16.98359614	16.94426830	0.01799131
0.07	16.88808084	17.01071157	16.94175244	0.02035838
0.08	16.87458519	17.00375464	16.94224913	0.02228535
0.09	16.88481144	17.01545422	16.94761648	0.02780420
0.1	16.85532917	17.01316684	16.94237541	0.03136276
0.2	16.76062238	17.09497281	16.93436470	0.06215476
0.3	16.75930552	17.15730301	16.93928307	0.08893194
0.4	16.60098799	17.17820005	16.93166553	0.12562482
0.5	16.55496527	17.50455580	16.94143055	0.16780431
0.6	16.43489056	17.31438225	16.93644849	0.17996406
0.7	16.37229071	17.63275953	16.90704640	0.20293602
0.8	16.23610167	17.50847670	16.90554625	0.22075620
0.9	16.33162212	17.62174933	16.95041399	0.27926548
1.0	16.48300558	17.18735426	16.87385123	0.22332600
2.0	16.01669029	17.63047707	16.72063978	0.56478642
3.0	14.10297686	18.32742180	16.42334749	1.47590595
4.0	15.09190104	19.27906588	16.59321750	1.37876276
5.0	14.89704280	19.15223565	17.18082337	1.35903515
10	15.77259835	18.79774358	17.28517096	2.13910071



ნახ.3.24. სამცვლადიანი მესამე რიგის D<sub>2</sub>D<sub>4</sub>(III) გეგმის Q-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით 0.5x0.5x0.5

3.24 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5, განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.02%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის,

0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.15%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 2.16%-ს.



ნახ.3.25. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_2D_4(III)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცხრილი 3.24

$D_2D_4(III)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+003 *			
0.01	2.19153820	2.19552203	2.19391336	0.00085766
0.02	2.19016288	2.19901704	2.19421114	0.00170574
0.03	2.18772624	2.19905638	2.19390152	0.00242819
0.04	2.18834851	2.20136062	2.19399484	0.00297405
0.05	2.18242825	2.20346415	2.19385570	0.00402268
0.06	2.18232029	2.20431968	2.19311934	0.00497581
0.07	2.17995306	2.20711392	2.19292585	0.00577310
0.08	2.17855804	2.20805125	2.19325576	0.00552143
0.09	2.17534059	2.20694927	2.19426002	0.00651646
	1.0e+003 *			
0.1	2.17535997	2.21013223	2.19528447	0.00813905
0.2	2.14670630	2.22591061	2.19124716	0.01765544
0.3	2.13703609	2.26093177	2.19376877	0.02532612
0.4	2.13423242	2.29651812	2.20461025	0.03446614
0.5	2.09190114	2.26747642	2.19299642	0.04017527
0.6	2.08429432	2.29732948	2.18990773	0.05006561
0.7	2.10686328	2.32503718	2.20226496	0.04937256
0.8	2.07983480	2.32426924	2.17902897	0.06046168
0.9	2.06169111	2.31074938	2.19867371	0.06769975
	1.0e+003 *			
1.0	2.09381022	2.28023673	2.17630441	0.07642031
2.0	1.90637616	2.31708438	2.14158526	0.13709377
3.0	1.96262343	2.53420143	2.15137164	0.17973831
4.0	1.48702938	2.26402758	1.86948400	0.25624252
5.0	1.24362455	3.26485876	2.22322035	0.66957389
	1.0e+003 *			
10	1.12358299	1.48200647	1.24911830	0.15919631

3.4.  $D_3D_4$  (IV) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_3 \\ D_4 \end{cases},$$

სადაც  $f=c_1=c_2=1$   
 $f=0.9357, a=0.8646, c=1.5653$

$D_3$	$D_4$
(±1, ±1, 0)	(±0.9357, ±0.9357, 0)
(±1, 0, ±1)	(±0.9357, 0, ±0.9357)
(0, ±1, ±1)	(0, ±0.9357, ±0.9357)
(±1, 0, 0)	(±0.8646, ±0.8646, ±0.8646)
(0, ±1, 0)	(±1.5653, 0, 0)
(0, 0, ±1)	(0, ±1.5653, 0)
(±1, 0, 0)	(0, 0, ±1.5653)
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
$N=24$	$N=26$

ასეთი გეგმა მოიცავს  $N=50$  წერტილს.

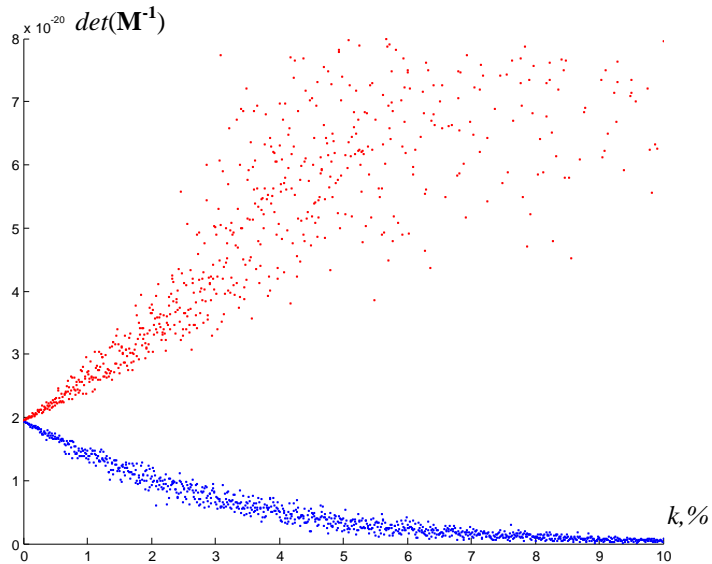
3.4.1.  $D_3D_4$ (IV) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.26-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები, რომლებიც მიიღება სხვადასხვა სიდიდის  $k$  ცდომილებების ზედდებით სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_3D_4$ (IV) გეგმებზე.

3.25 ცხრილებში მოყვანილია საშუალო არითმეტიკული – დერეფნის საშუალო ხაზი და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა, ასევე მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები.

მიღებული მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედდებით  $D$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.13%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდება 1.05%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 6.73%-მდე.





ნახ. 3.26. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა

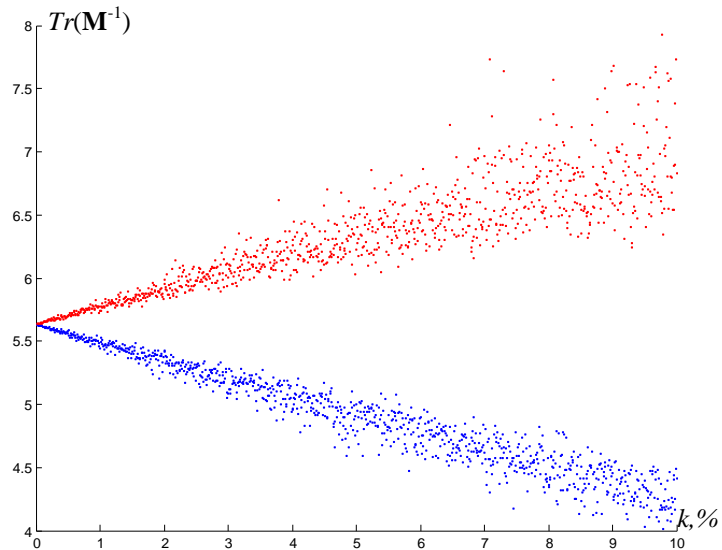
ცხრილი 3.25

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსახდვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	<b>1.0e-019 *</b>			
0.01	0.19372774	0.19507159	0.19445170	0.00026237
0.02	0.19355740	0.19586112	0.19450430	0.00042953
0.03	0.19212478	0.19578205	0.19432764	0.00073147
0.04	0.19228503	0.19633119	0.19431176	0.00089776
0.05	0.19200127	0.19713940	0.19438932	0.00115970
0.06	0.19036389	0.19805940	0.19431768	0.00146659
0.07	0.19106275	0.19797724	0.19447834	0.00163827
0.08	0.18930549	0.20031935	0.19447190	0.00181144
0.09	0.18796119	0.19881879	0.19469835	0.00214241
	<b>1.0e-019 *</b>			
0.1	0.18734271	0.20074658	0.19448217	0.00262320
0.2	0.18560329	0.20899117	0.19497789	0.00432044
0.3	0.17224902	0.20787242	0.19320035	0.00722918
0.4	0.17371565	0.21384542	0.19297179	0.00892804
0.5	0.17098967	0.22276761	0.19369843	0.01163240
0.6	0.15675985	0.23309707	0.19296345	0.01447793
0.7	0.16209255	0.23147214	0.19448410	0.01642171
0.8	0.14823723	0.26055134	0.19423782	0.01807504
0.9	0.13758628	0.24154922	0.19652058	0.02130944
	<b>1.0e-019 *</b>			
1.0	0.12500044	0.23611642	0.19087011	0.02334789
2.0	0.10723236	0.32492473	0.19557715	0.04826734
3.0	0.07266821	0.36102836	0.19265378	0.06518215
4.0	0.05665966	0.47556480	0.18994958	0.09505029
5.0	0.02978131	0.68733724	0.20363886	0.14304638
	<b>1.0e-019 *</b>			
10	0.01307348	0.62234231	0.24049514	0.23914348

**A-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.27-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_3D_4(IV)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 3.26 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.01%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.07%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 0.10%-ით.



ნახ. 3.27. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის A-ოპტიმალურობა

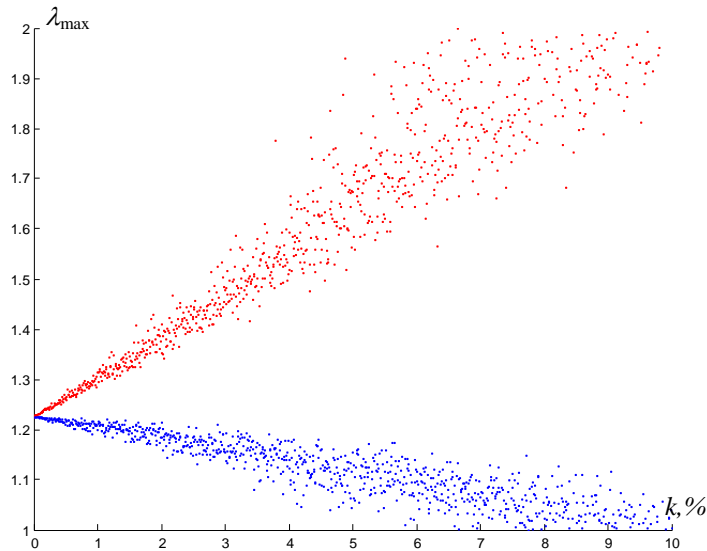
ცხრილი 3.26

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედლებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	5.62955740	5.63299601	5.63169697	0.00063132
0.02	5.62944708	5.63548280	5.63169170	0.00101930
0.03	5.62618933	5.63510434	5.63137556	0.00168183
0.04	5.62638747	5.63679030	5.63129623	0.00206917
0.05	5.62495366	5.63982792	5.63148908	0.00282817
0.06	5.62153020	5.63891541	5.63148018	0.00364846
0.07	5.62192562	5.64271752	5.63168504	0.00438993
0.08	5.61905243	5.64009338	5.63175667	0.00444312
0.09	5.61190431	5.64357554	5.63226453	0.00563253

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.1	5.61073878	5.64511944	5.63208226	0.00631371
0.2	5.60934408	5.67007184	5.63193517	0.01018397
0.3	5.57729098	5.66599505	5.62863234	0.01679353
0.4	5.57915441	5.68296331	5.62761912	0.02065951
0.5	5.56462216	5.71472441	5.62932611	0.02829118
0.6	5.52995286	5.70462020	5.62894262	0.03633596
0.7	5.53295008	5.74165788	5.63077655	0.04389130
0.8	5.50841483	5.71403712	5.63087765	0.04425336
0.9	5.43855826	5.74632706	5.63582229	0.05571240
1.0	5.59270218	5.70785909	5.63705641	0.04126481
2.0	5.38605362	5.84284805	5.62704786	0.13536265
3.0	5.46193237	6.10425374	5.74442035	0.19660683
4.0	5.07897490	5.85168175	5.44793312	0.24761165
5.0	5.29675861	6.05143117	5.64242148	0.22995081
10	4.92327402	6.46286338	5.73227385	0.56556615

***E-ოპტიმალურობა.*** ცხრილში 3.27 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედდებისას  $D_3D_4(IV)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.28 ნახაზზე.



ნახ. 3.28. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის *E-ოპტიმალურობა*

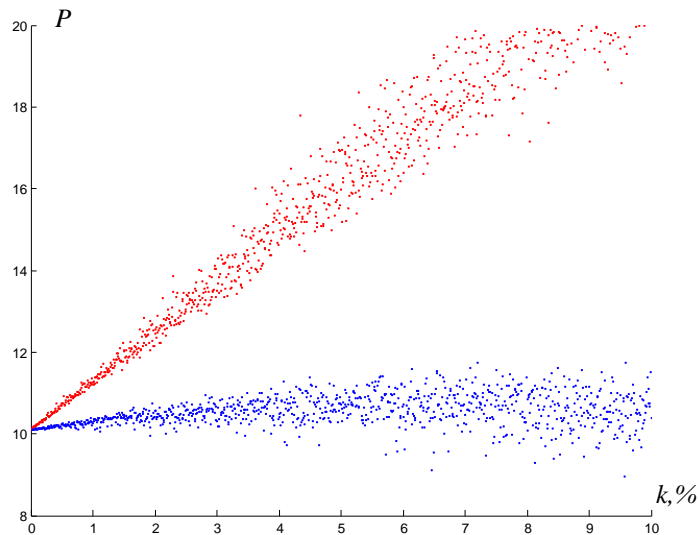
ცხრილის მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედდებით *E-ოპტიმალურობა*, 0.01%-დან 0.1%-მდე უარესდება 0.20%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 1%-მდე *E-ოპტიმალურობა* უარესდება 2.18%-მდე, ხოლო 5%-იანი ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 9.09%-მდე.

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.22488365	1.22578600	1.22542267	0.00018757
0.02	1.22494267	1.22645573	1.22567327	0.00027432
0.03	1.22480165	1.22697940	1.22583820	0.00051663
0.04	1.22460134	1.22782207	1.22611262	0.00068343
0.05	1.22451669	1.22949194	1.22650679	0.00091337
0.06	1.22341992	1.22933999	1.22674060	0.00112472
0.07	1.22376291	1.23053329	1.22688429	0.00135912
0.08	1.22380761	1.23066613	1.22731458	0.00148470
0.09	1.22268736	1.23121578	1.22765673	0.00161551
0.1	1.22254113	1.23156397	1.22790379	0.00188068
0.2	1.22309496	1.23828747	1.23038342	0.00275448
0.3	1.22166245	1.24328548	1.23199986	0.00519885
0.4	1.21975450	1.25210226	1.23467772	0.00689493
0.5	1.21885988	1.27007985	1.23856460	0.00932307
0.6	1.20777054	1.26770176	1.24090072	0.01136649
0.7	1.21030649	1.28163711	1.24232350	0.01394770
0.8	1.21155510	1.28125574	1.24641014	0.01513392
0.9	1.19979058	1.28678204	1.24990021	0.01651967
1.0	1.20023897	1.29121424	1.25207189	0.01931149
2.0	1.20114468	1.36089897	1.27391498	0.02890560
3.0	1.18867955	1.45482191	1.28640231	0.05578039
4.0	1.17200774	1.51368538	1.30454516	0.07388875
5.0	1.15586701	1.84213355	1.33678540	0.11244467
10	0.91697634	1.85549724	1.39404361	0.22094847

**ორთოგონალურობა.** სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $M^{-1}=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.29 ნახაზზე და 3.28 ცხრილში.

თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით თვისება უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.53%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 5.19%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 20.92%-ით.



ნახ. 3.29. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის ორთოგონალურობა

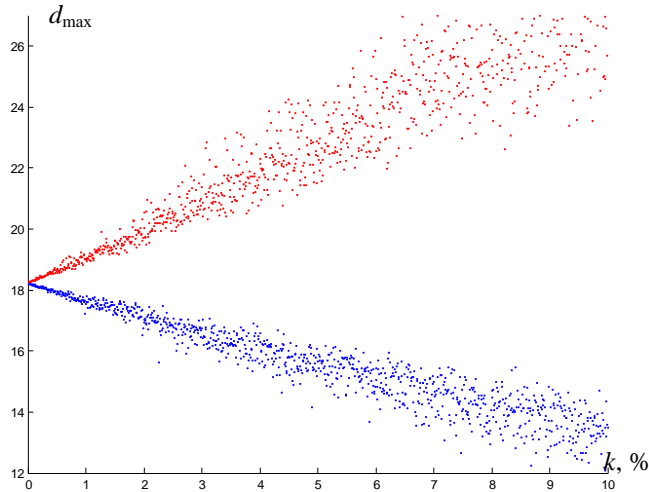
ცხრილი 3.28

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცლომილებების ზედღებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	10.10420259	10.11470057	10.10806536	0.00196990
0.02	10.10779181	10.12453068	10.11453465	0.00354630
0.03	10.10802717	10.13733994	10.12085582	0.00565781
0.04	10.10445850	10.14539847	10.12764153	0.00765739
0.05	10.11408264	10.15961642	10.13509389	0.00949492
0.06	10.10820026	10.16644161	10.14205239	0.01179414
0.07	10.11440358	10.18477438	10.14717409	0.01383800
0.08	10.10902934	10.20184557	10.15562056	0.01537206
0.09	10.11766543	10.20353032	10.16146649	0.01751740
0.1	10.13321994	10.23872636	10.17213438	0.01977418
0.2	10.16792726	10.33668525	10.23646972	0.03554199
0.3	10.17125723	10.46378651	10.29898317	0.05689017
0.4	10.13317849	10.54741565	10.36607107	0.07714185
0.5	10.23095247	10.68965601	10.43920501	0.09624547
0.6	10.16922713	10.75743642	10.50830299	0.11945301
0.7	10.22592654	10.94027263	10.55826872	0.14168054
0.8	10.18194712	11.12216505	10.64081799	0.15671212
0.9	10.24507062	11.13830351	10.69972504	0.17957008
1.0	10.38487455	11.48971173	10.80174220	0.20504389
2.0	10.60357690	12.40962286	11.40411012	0.36469589
3.0	10.65290527	13.48391292	11.94510611	0.59724283
4.0	10.15024520	14.62716441	12.50484858	0.81609621
5.0	11.07043628	16.78528428	13.05612317	1.07864057
10	10.14425080	23.35377929	15.22957250	2.45562097

**3.4.2. გამოდახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_3D_4(IV)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა**

**G-ოპტიმალურობა.** 3.30 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_3D_4(IV)$  გეგმის G-ოპტიმალურობაზე.  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ . რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.29 ცხრილში.



ნახ.3.30. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცხრილი 3.29

$D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

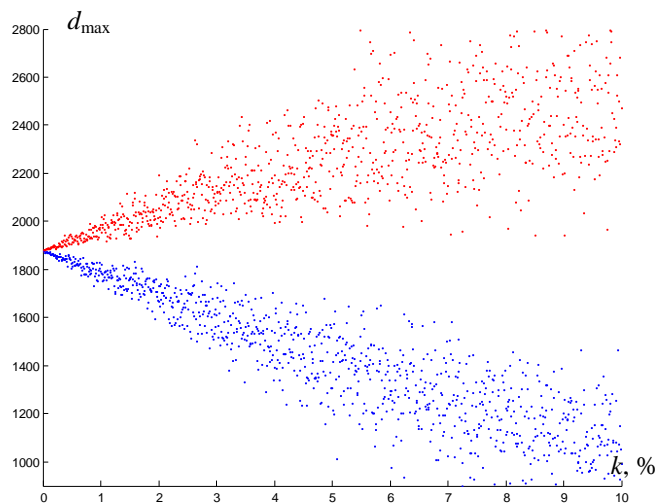
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	18.21779085	18.23300595	18.22699636	0.00295312
0.02	18.21434461	18.23828631	18.22633145	0.00488433
0.03	18.20628094	18.24325926	18.22542137	0.00842630
0.04	18.19884229	18.25117612	18.22758090	0.01054288
0.05	18.19792030	18.27607134	18.22784150	0.01435354
0.06	18.17744665	18.26896989	18.22817644	0.01694967
0.07	18.18266614	18.28823804	18.23058666	0.02193683
0.08	18.16668075	18.31525806	18.22604020	0.02520793
0.09	18.12449445	18.30699344	18.23585824	0.02817106
0.1	18.14353055	18.29544545	18.23536872	0.02956067
0.2	18.11954085	18.34850890	18.23022540	0.04817642
0.3	18.02951675	18.42193412	18.22831919	0.08073383
0.4	18.00897704	18.47381340	18.24987763	0.10343955
0.5	17.96659586	18.73842413	18.26167830	0.14277415
0.6	17.84276778	18.65212952	18.27065964	0.16568459
0.7	17.88398839	18.90187183	18.30305760	0.22280333
0.8	17.68158545	19.15110577	18.26389790	0.24450688
0.9	17.36109521	19.06068048	18.36002178	0.27201382

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	17.45371469	19.02328189	18.36187358	0.29587493
2.0	17.29884732	19.65153875	18.34001184	0.47781713
3.0	16.55662702	20.82955097	18.33278118	0.79862485
4.0	16.22714085	20.65571143	18.45279045	0.98268515
5.0	15.81210036	24.96556171	18.55306938	1.55368822
10	13.76771584	28.43778768	18.83922309	2.85013212

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 0.5x0.5x0.5, სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $DD_4(IV)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.05%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.95%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 1.04%-ით.

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კვადრატის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5. 3.31 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კორიდორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.30 ცხირლში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.

ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.03%-ით, 0.21%-ით და 3.33%-ით შესაბამისად.



ნახ.3.31. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით 1.5x1.5x1.5

$D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+003 *			
0.01	1.87424016	1.87778406	1.87660260	0.00059467
0.02	1.87432408	1.87933858	1.87670811	0.00096795
0.03	1.87305324	1.88018474	1.87646135	0.00163978
0.04	1.87123233	1.88011047	1.87600438	0.00185679
0.05	1.86943112	1.88268688	1.87638616	0.00258761
0.06	1.87040181	1.88639722	1.87649423	0.00316638
0.07	1.86623235	1.88538045	1.87649318	0.00331166
0.08	1.86427193	1.88805993	1.87651874	0.00466088
0.09	1.86654118	1.88692922	1.87717460	0.00442698
	1.0e+003 *			
0.1	1.86734745	1.89036225	1.87852864	0.00498460
0.2	1.85098128	1.89593383	1.87607924	0.01052633
0.3	1.83524383	1.91523946	1.87335351	0.01523383
0.4	1.81775875	1.90790369	1.87768337	0.01967775
0.5	1.82585548	1.93280247	1.87619697	0.02562314
0.6	1.81548789	1.97819104	1.88457358	0.03492853
0.7	1.77390361	1.99241367	1.88045251	0.03914350
0.8	1.78319420	1.96485359	1.87627195	0.04178120
0.9	1.76735953	1.98612818	1.88252243	0.04978115
	1.0e+003 *			
1.0	1.79967741	1.94485489	1.87446577	0.04556123
2.0	1.71048099	2.03605376	1.89789872	0.09894713
3.0	1.54856464	2.10735328	1.86485937	0.20235972
4.0	1.52947498	2.14805547	1.88563834	0.17515847
5.0	1.47169609	2.31104574	1.93684502	0.20368022
	1.0e+003 *			
10	1.31905947	3.06940173	1.97695054	0.50745256

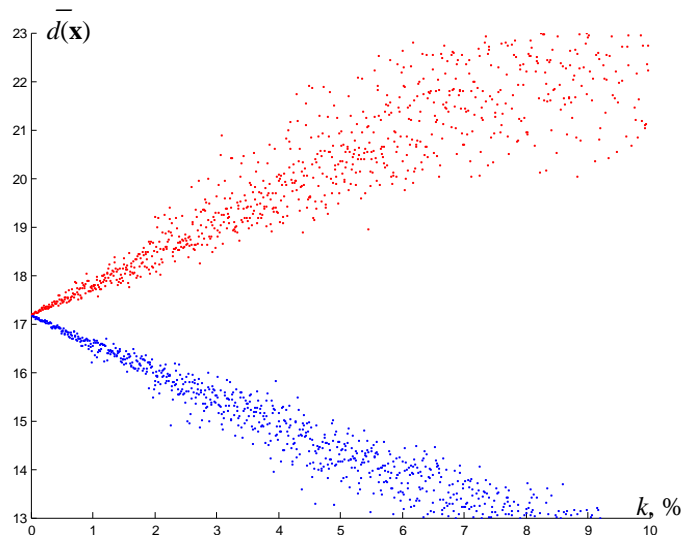
**Q-ოპტიმალურობა.** 3.32 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიღორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაველის კვლევისას  $D_3D_4(IV)$  გეგმის Q-ოპტიმალურობაზე, როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , ხოლო 3.33 ნახაზზე – როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.31 და 3.32 ცხრილებში შესაბამისად.

როგორც 3.31 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.03%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.26%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.36%-ს.



$D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

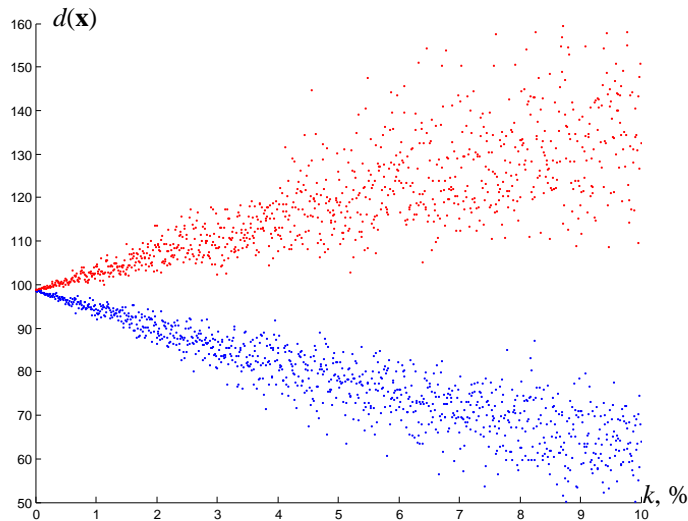
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	17.17011253	17.18470268	17.17815121	0.00248699
0.02	17.16831110	17.18905733	17.17741067	0.00422144
0.03	17.16089351	17.19113160	17.17591328	0.00725887
0.04	17.15813627	17.19782628	17.17737341	0.00869450
0.05	17.15012590	17.21659087	17.17734692	0.01217100
0.06	17.13274122	17.21539576	17.17696851	0.01487363
0.07	17.13434748	17.22098590	17.17772118	0.01753510
0.08	17.12065793	17.24230682	17.17562135	0.02112225
0.09	17.08808168	17.24154853	17.18306611	0.02404921
0.1	17.10020641	17.24609454	17.18035221	0.02488382
0.2	17.08235645	17.29017359	17.17262741	0.04221885
0.3	17.00836350	17.30857552	17.15733381	0.07240990
0.4	16.98053359	17.37565948	17.17107782	0.08648285
0.5	16.90469985	17.57069430	17.17017826	0.12228984
0.6	16.73852801	17.55738572	17.16549883	0.14770453
0.7	16.74642528	17.60979079	17.17281385	0.17557418
0.8	16.62135013	17.84004533	17.15063745	0.21058178
0.9	16.30196148	17.81071287	17.22422806	0.23899374
1.0	16.69973421	17.78867782	17.14356757	0.24352188
2.0	16.02138057	18.37653431	17.11731430	0.48382009
3.0	15.42222372	20.43348585	17.02002603	0.72378452
4.0	14.57288070	21.44551284	17.10840530	1.02407108
5.0	14.67836060	21.17892697	17.20542703	1.28808278
10	14.37345954	24.43768645	17.58719509	2.94052828



ნახ.3.32. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

3.32 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ , განსახილველი თვისების გა-

უარესება შეადგენს 0.03%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.29%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 1.08%-ს.



ნახ.3.33. სამცხლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_4(IV)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცხრილი 3.32

$D_3D_4(IV)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	98.59258009	98.75295279	98.69629394	0.02618868
0.02	98.57904116	98.81639578	98.70149874	0.04308329
0.03	98.51736791	98.85169358	98.68806999	0.07395263
0.04	98.45303084	98.87954807	98.67225007	0.08116938
0.05	98.38749020	98.93504677	98.68811533	0.11293459
0.06	98.37122997	99.13177763	98.69083286	0.13889302
0.07	98.26437183	99.06606102	98.69539885	0.14312878
0.08	98.14677102	99.17392033	98.69194289	0.20274048
0.09	98.22082351	99.13579140	98.72572370	0.19731777
0.1	97.66826530	99.26804313	98.69984442	0.26170235
0.2	97.52989418	99.90094663	98.74964402	0.43062022
0.3	96.91355593	100.2429004	98.61291014	0.73903279
0.4	96.27794874	100.5240169	98.44906284	0.80996624
0.5	95.63277571	101.0673567	98.60214049	1.12497259
0.6	95.43114862	103.1202643	98.62471165	1.38404513
0.7	94.45648512	102.4389003	98.66212659	1.42360977
0.8	93.32902748	103.5227557	98.62318300	2.02410001
0.9	94.00526824	103.0202242	98.95211130	1.97582550
1.0	97.19668973	105.51078804	99.71929426	2.45722514
2.0	92.74267266	100.09527993	95.66024299	2.43505006
3.0	92.05335773	117.07754585	101.9676834	7.87867200
4.0	87.77544945	116.18243830	100.5714436	8.89186664
5.0	85.48683306	117.25071126	100.7967559	10.7028560
10	84.88750255	141.05498214	107.99312841	17.83509377

3.5.  $D_3D_5(V)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_3 \\ D_5 \end{cases},$$

სადაც  $f=c_1=c_2=1$

$p=1.4078, q=0.5112, a=0.7832$

$D_3$	$D_5$
(±1, ±1, 0)	(±1.4078, ±0.5112, ±0.5112) (±0.5112, ±1.4078, ±0.5112) (±0.5112, ±0.5112, ±1.4078) (±0.7832, ±0.7832, ±0.7832)
(±1, 0, ±1)	
(0, ±1, ±1)	
(±1, 0, 0)	
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
(±1, 0, 0)	
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
$N=24$	

ასეთი გეგმა მოიცავს  $N=56$  წერტილს.

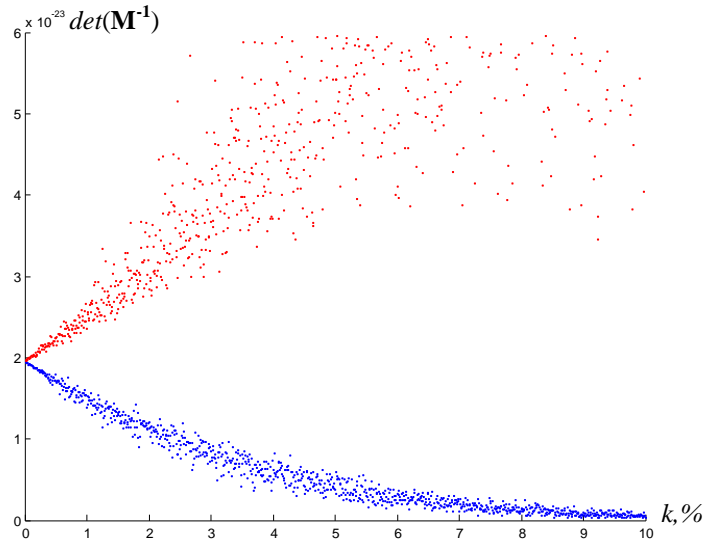
3.5.1.  $D_3D_5(V)$  გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომელიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.34-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმისთვის.

3.33 ცხრილებში მოყვანილია შესაბამისი რიცხვითი მონაცემები, რომელთა თანახმად  $D$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.18%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდება 1.45%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 26.59%-მდე.

**A-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.35-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_3D_5(V)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 3.34 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმა-

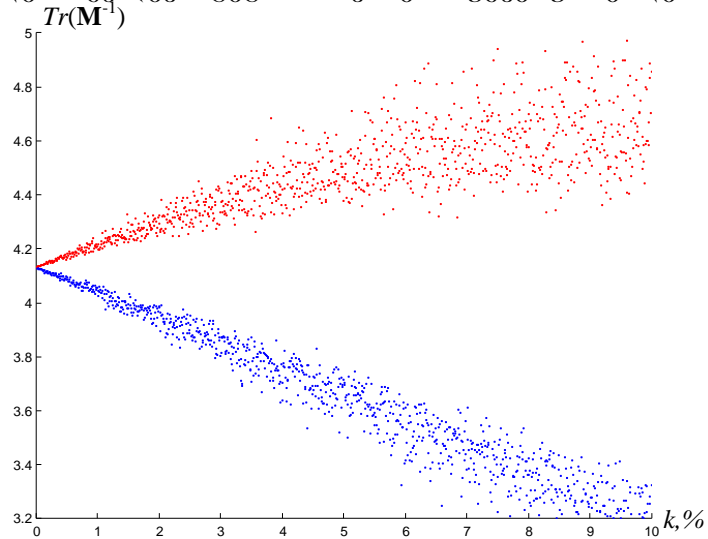
ლური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბ-  
ნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.



ნახ. 3.34. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა  
ცხრილი 3.33  
სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის  
მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-022 *</b>				
0.01	0.19481638	0.19578534	0.19532428	0.00021794
0.02	0.19431865	0.19653263	0.19533744	0.00044215
0.03	0.19366873	0.19695880	0.19538089	0.00068054
0.04	0.19302057	0.19699289	0.19533372	0.00083744
0.05	0.19276378	0.19846427	0.19547329	0.00105129
0.06	0.19258049	0.19928583	0.19553740	0.00129729
0.07	0.19207859	0.20036285	0.19539573	0.00136444
0.08	0.19093116	0.20023905	0.19550792	0.00180580
0.09	0.19209766	0.20167731	0.19567851	0.00191795
<b>1.0e-022 *</b>				
0.1	0.19003007	0.19968877	0.19505158	0.00217707
0.2	0.18520104	0.20738416	0.19515900	0.00441434
0.3	0.17901087	0.21186176	0.19556168	0.00679467
0.4	0.17303370	0.21205953	0.19499630	0.00828432
0.5	0.17061981	0.22814055	0.19632091	0.01059683
0.6	0.16860241	0.23750085	0.19685990	0.01326971
0.7	0.16388379	0.25023140	0.19519166	0.01386966
0.8	0.15452973	0.24832477	0.19639803	0.01816311
0.9	0.16378716	0.26582263	0.19787237	0.01984273
<b>1.0e-022 *</b>				
1.0	0.16190316	0.22417815	0.19013410	0.02176972
2.0	0.12984031	0.23294089	0.17234640	0.03418036
3.0	0.13411016	0.28577728	0.18858554	0.04342654
4.0	0.06630875	0.30914578	0.16552408	0.08352268
5.0	0.10152969	0.43423409	0.24068057	0.10318347
<b>1.0e-022 *</b>				
10	0.04748863	0.43591240	0.24831620	0.16288608

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.005%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.04%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 0.94%-ით.



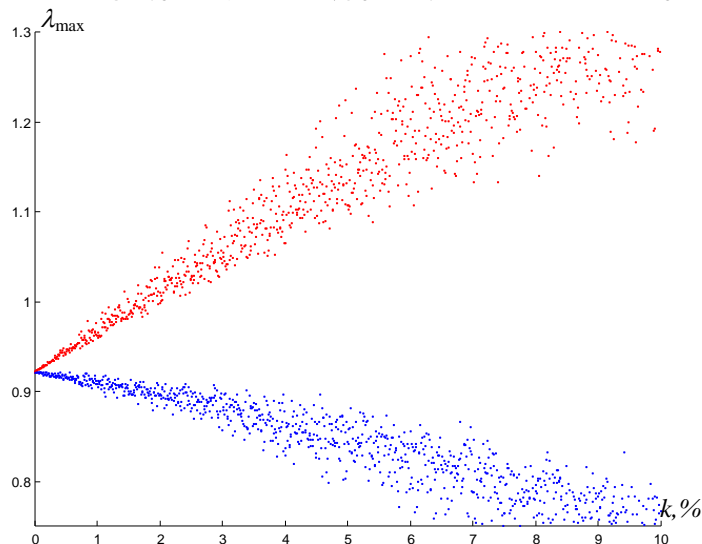
ნახ. 3.35. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის A-ოპტიმალურობა

ცხრილი 3.34

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	4.13009010	4.13175027	4.13093187	0.00037259
0.02	4.12913294	4.13277845	4.13093694	0.00074961
0.03	4.12820412	4.13325921	4.13098826	0.00112639
0.04	4.12730583	4.13416726	4.13096236	0.00142360
0.05	4.12702111	4.13450437	4.13112715	0.00169609
0.06	4.12676584	4.13766470	4.13114655	0.00206902
0.07	4.12452189	4.13906960	4.13092494	0.00236473
0.08	4.12309067	4.13867295	4.13116764	0.00281552
0.09	4.12485352	4.14110264	4.13112547	0.00325664
0.1	4.12068589	4.13958422	4.13055906	0.00345055
0.2	4.11427522	4.14689827	4.12983821	0.00629418
0.3	4.10112814	4.16397148	4.13008676	0.01127769
0.4	4.09222808	4.17707140	4.12951181	0.01405458
0.5	4.09456737	4.17354702	4.13357833	0.01710550
0.6	4.08422618	4.17693908	4.12963548	0.02038115
0.7	4.06670939	4.18698750	4.12854602	0.02549365
0.8	4.05671978	4.20609494	4.13094439	0.03090647
0.9	4.05412247	4.20990908	4.13229954	0.02856522
1.0	4.07225857	4.15092666	4.10568069	0.02778742
2.0	4.06178549	4.20725330	4.14007876	0.04895497
3.0	3.98331672	4.24683703	4.10160520	0.09935551
4.0	3.86657725	4.40168606	4.07270487	0.18400670
5.0	3.97714001	4.40658249	4.14440172	0.13765338
10	3.60246074	4.82868237	4.29218550	0.44349888

**E-ოპტიმალურობა.** ცხრილში 3.35 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცლომილებების ზედღებისას  $D_3D_5(V)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.36 ნახაზზე.



ნახ. 3.36. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა

ცხრილი 3.35

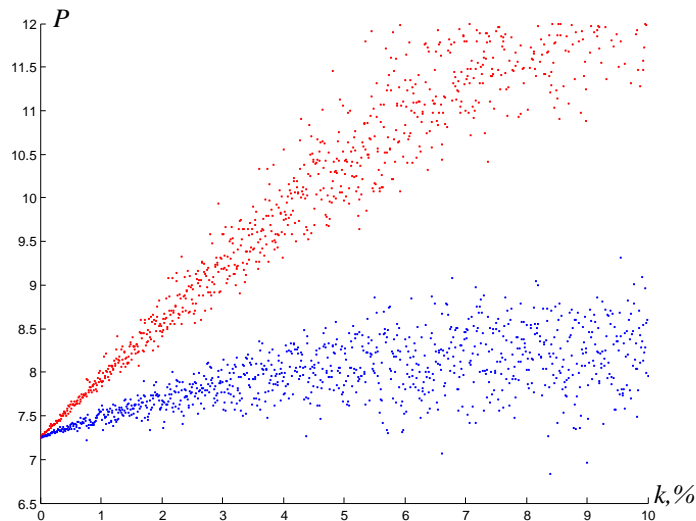
სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცლომილებების ზედღებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	0.92185515	0.92258880	0.92210251	0.00012391
0.02	0.92182693	0.92271833	0.92225275	0.00021132
0.03	0.92158639	0.92332685	0.92238222	0.00032098
0.04	0.92158521	0.92407980	0.92263403	0.00043894
0.05	0.92147138	0.92427947	0.92279121	0.00061632
0.06	0.92090295	0.92504527	0.92286079	0.00070527
0.07	0.92090474	0.92540559	0.92310809	0.00084641
0.08	0.92061309	0.92571049	0.92319322	0.00094796
0.09	0.92148826	0.92585201	0.92337435	0.00092655
0.1	0.92030369	0.92644381	0.92355517	0.00116553
0.2	0.91949109	0.93112433	0.92505395	0.00222877
0.3	0.91711095	0.93618302	0.92696456	0.00401230
0.4	0.91746633	0.93805153	0.92823240	0.00462497
0.5	0.91802008	0.94428898	0.93010725	0.00554079
0.6	0.91856962	0.94974084	0.93246302	0.00639096
0.7	0.91231672	0.96033562	0.93285203	0.00767586
0.8	0.91002377	0.95944040	0.93520900	0.00880344
0.9	0.91415902	0.96472678	0.93649065	0.01109174

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	0.91526102	0.99099270	0.93971138	0.01274324
2.0	0.91141567	1.00262260	0.95190280	0.02136934
3.0	0.88362912	1.05246440	0.95943085	0.03314112
4.0	0.87577480	1.07956532	0.97372841	0.04405494
5.0	0.85995273	1.13863184	0.98300371	0.06082179
10	0.78001744	1.47890818	0.99612795	0.12860386

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედდებით  $E$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.14%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე – 1.40%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე – 4.61%-მდე.

**ორთოგონალურობა.** სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $M^{-1}=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.37 ნახაზზე და 3.36 ცხრილში.



ნახ. 3.37. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის ორთოგონალურობა

ოთოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით თვისება უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.49%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 4.76%-ს,

ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 19.25%-ით.

ცხრილი 3.36

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.25398099	7.26071417	7.25644214	0.00114145
0.02	7.25636391	7.26800199	7.26078166	0.00227462
0.03	7.25695892	7.27418353	7.26501593	0.00357951
0.04	7.25892304	7.28103241	7.27020445	0.00467463
0.05	7.25943605	7.28801855	7.27458718	0.00646685
0.06	7.26020581	7.30182523	7.27808953	0.00716824
0.07	7.26133878	7.30148955	7.28404826	0.00802549
0.08	7.26472189	7.31081227	7.28804779	0.00895941
0.09	7.26953284	7.32319711	7.29210502	0.00964768
0.1	7.27457053	7.34223791	7.29920505	0.01145465
0.2	7.29815607	7.41466125	7.34231695	0.02280784
0.3	7.30290597	7.47639842	7.38410684	0.03598276
0.4	7.32365441	7.54286539	7.43534696	0.04709001
0.5	7.32761266	7.61693034	7.47847549	0.06544641
0.6	7.33264051	7.75862248	7.51241338	0.07304245
0.7	7.34160985	7.74474526	7.56988981	0.08113109
0.8	7.37083219	7.83989452	7.60825005	0.09086332
0.9	7.41891610	7.97310665	7.64680420	0.09779045
1.0	7.46953867	8.17645107	7.71697196	0.11836419
2.0	7.67959589	8.82922584	8.11450447	0.23294159
3.0	7.59192465	9.43768676	8.46493946	0.37292221
4.0	7.94042283	10.01140948	8.87756317	0.48911814
5.0	7.80290678	10.87779914	9.20260198	0.68898340
10	8.06067615	14.57311327	10.35171661	1.31417604

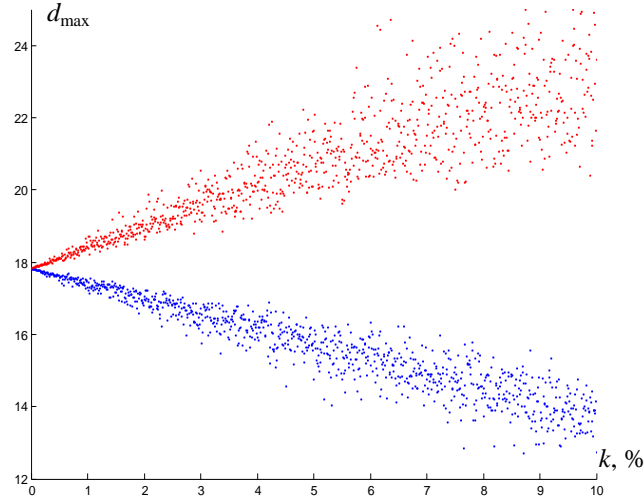
3.5.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_3D_5(V)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა

**G-ოპტიმალურობა.** 3.38 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიღორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გადღენის კვლევისას  $D_3D_5(V)$  გეგმის G-ოპტიმალურობაზე.  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ . რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.37 ცხრილში.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის



G-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.02%-ით, ცლომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.25%-ით, ხოლო ცლომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 0.35%-ით.



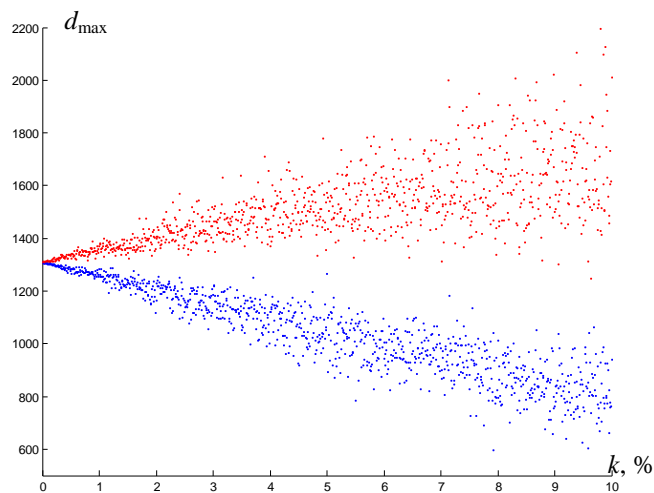
ნახ.3.38. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცხრილი 3.37

$D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	17.81414639	17.82616553	17.81987925	0.00223904
0.02	17.80797702	17.83351662	17.82036202	0.00424184
0.03	17.80373592	17.83897747	17.82028946	0.00664341
0.04	17.79517290	17.84926544	17.82221812	0.00950172
0.05	17.79641065	17.85469320	17.81990576	0.01199897
0.06	17.78953440	17.85629210	17.82384750	0.01385903
0.07	17.76850470	17.86023427	17.82147076	0.01748123
0.08	17.76491921	17.86215828	17.82278906	0.02011103
0.09	17.77555915	17.90244998	17.82271880	0.01964195
0.1	17.77286041	17.89310204	17.83012670	0.02242935
0.2	17.71118800	17.96617350	17.83480611	0.04247795
0.3	17.66968739	18.02379511	17.83528792	0.06576965
0.4	17.59441791	18.12776129	17.85527400	0.09389392
0.5	17.59471930	18.18176679	17.83663852	0.11844258
0.6	17.53587362	18.19209453	17.87918385	0.13947907
0.7	17.37128287	18.23175133	17.85491313	0.17029276
0.8	17.33017765	18.25781440	17.87454274	0.19112719
0.9	17.38234017	18.65949014	17.87455965	0.19574639
1.0	17.35932120	18.44968372	17.92325916	0.23331506
2.0	16.61195098	18.99110404	17.91505488	0.47945405
3.0	16.10194222	19.60725778	17.98148599	0.71204869
4.0	15.96675569	21.33209130	17.95702251	0.85814363
5.0	15.24230928	20.89955475	17.98635899	1.10831783
10	15.16282217	21.71913086	18.36020334	2.01268874

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5. 3.39 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კორიდორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.38 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.



ნახ.3.39. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით 1.5x1.5x1.5

ცხრილი 3.38

$D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით 1.5x1.5x1.5

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+003 *			
0.01	1.30729369	1.30858625	1.30792702	0.00026699
0.02	1.30676852	1.30924160	1.30798435	0.00058110
0.03	1.30605935	1.31008689	1.30792480	0.00081591
0.04	1.30556526	1.31052136	1.30807517	0.00106323
0.05	1.30410190	1.31097279	1.30803309	0.00132015
0.06	1.30457407	1.31188232	1.30808380	0.00176313
0.07	1.30417200	1.31314395	1.30823791	0.00194379
0.08	1.30137849	1.31314514	1.30775322	0.00235077
0.09	1.30227547	1.31658470	1.30830215	0.00292550
	1.0e+003 *			
0.1	1.30118380	1.31410565	1.30749127	0.00267077
0.2	1.29595820	1.32068048	1.30802176	0.00580818
0.3	1.28882366	1.32923666	1.30737331	0.00815657
0.4	1.28396498	1.33360516	1.30875067	0.01066431
0.5	1.26958365	1.33749979	1.30820213	0.01317973
0.6	1.27403775	1.34647946	1.30853099	0.01760867
0.7	1.26859736	1.36027169	1.30985549	0.01946704
0.8	1.24260754	1.35882626	1.30502846	0.02336734
0.9	1.25070801	1.39508317	1.31024618	0.02959156

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+003 *			
1.0	1.25894094	1.36587289	1.30311843	0.02605702
2.0	1.20452618	1.38955730	1.30581519	0.05073155
3.0	1.09052994	1.45699272	1.30196816	0.09119789
4.0	1.10433467	1.47382279	1.29446039	0.09114362
5.0	1.11620295	1.56488365	1.32014616	0.11759808
	1.0e+003 *			
10	1.06511318	1.57512110	1.33391057	0.18081663

ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში *G*-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.03%-ით, 0.21%-ით და 3.31%-ით შესაბამისად.

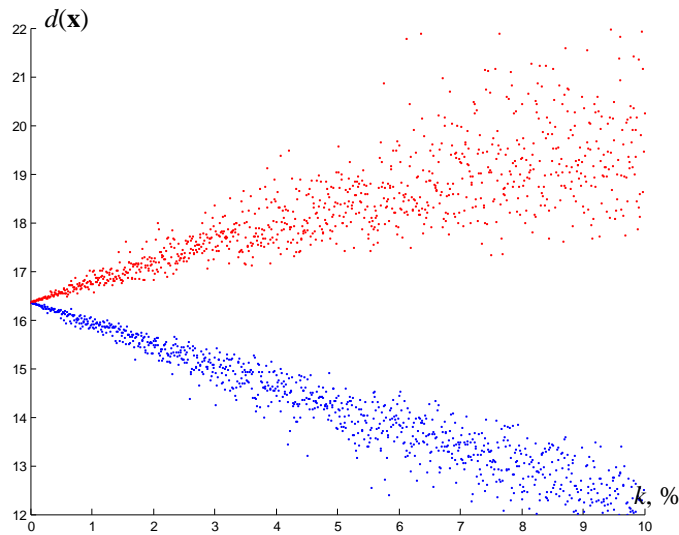
***Q*-ოპტიმალურობა.** 3.40 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_3D_5(V)$  გეგმის *Q*-ოპტიმალურობაზე, როცა *z* საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 0.5x0.5x0.5, ხოლო 3.41 ნახაზზე – როცა *z* საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 1.5x1.5x1.5. სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.39 და 3.40 ცხრილებში შესაბამისად.

ცხრილი 3.39

$D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე *z* საკვლევი არეში ზომით 0.5x0.5x0.5

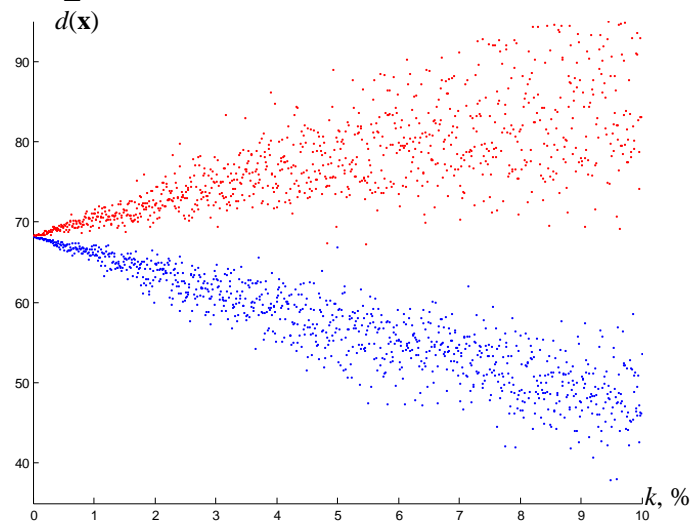
ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	16.35034972	16.35984036	16.35472600	0.00191679
0.02	16.34565680	16.36224002	16.35450177	0.00374521
0.03	16.34128006	16.37461703	16.35444648	0.00591420
0.04	16.33694861	16.37200998	16.35525065	0.00742212
0.05	16.33448015	16.37660523	16.35525795	0.00898090
0.06	16.33371625	16.38113982	16.35456509	0.01164727
0.07	16.32759074	16.38216018	16.35416992	0.01294973
0.08	16.31241586	16.39180772	16.35400324	0.01720585
0.09	16.31107126	16.40226804	16.35508657	0.01705007
0.1	16.30877193	16.39114499	16.35199695	0.01740481
0.2	16.27855924	16.48657731	16.35519430	0.03962412
0.3	16.21814038	16.48448648	16.34547513	0.05389623
0.4	16.17680021	16.52092619	16.35889996	0.07992707
0.5	16.16090559	16.56588975	16.35930239	0.09190565
0.6	16.10839462	16.61812165	16.36282777	0.11532909
0.7	16.10565840	16.61572073	16.33147982	0.13015615
0.8	16.04272163	16.65420315	16.33837006	0.14414515
0.9	16.02973110	16.66217232	16.35862075	0.17397079

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	15.94132722	16.70248030	16.33690685	0.19528824
2.0	15.41497806	17.83908155	16.26970101	0.51984234
3.0	15.42037896	16.83836191	16.18124888	0.40607267
4.0	14.20195887	17.31097847	16.31107655	0.69000890
5.0	14.25323533	18.53182152	16.57666717	1.20012087
10	16.35922713	20.39444986	17.59044195	1.62540270



ნახ.3.40. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

როგორც 3.39 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში  $Q$ -ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.002%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.04%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.47%-ს.



ნახ.3.41. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

$D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	68.18406933	68.23808157	68.21023122	0.01158537
0.02	68.15722126	68.25947588	68.21297991	0.02424331
0.03	68.13082123	68.30766603	68.21157643	0.03621299
0.04	68.10770585	68.33302077	68.21752873	0.04659512
0.05	68.03908877	68.34572772	68.21575007	0.05734602
0.06	68.07228200	68.38115713	68.21899346	0.07619932
0.07	68.06061134	68.48198038	68.22400532	0.08531402
0.08	67.94652720	68.44807078	68.20274140	0.10356149
0.09	68.01150470	68.54961892	68.22396634	0.12496490
0.1	67.92901853	68.46905252	68.18965042	0.11586404
0.2	67.66210034	68.68372700	68.21569255	0.24232045
0.3	67.40048003	69.17194299	68.20003880	0.36192319
0.4	67.17035767	69.42687944	68.25510178	0.46747033
0.5	66.49854319	69.53497240	68.23357034	0.57308321
0.6	66.79409248	69.88384546	68.25972221	0.76157364
0.7	66.64317987	70.95528320	68.30254085	0.85651059
0.8	65.58343847	70.54534355	68.09109421	1.03048920
0.9	66.19425756	71.64490481	68.29462177	1.26486823
1.0	64.90088034	69.24794039	67.52569737	1.30806160
2.0	64.83953063	70.47948598	67.71892432	2.16629561
3.0	60.46497778	72.83135005	67.05337934	3.29498239
4.0	61.81481646	75.32367456	68.44730670	4.87569120
5.0	60.81200229	81.79735640	69.15209907	6.03886760
10	44.31817167	102.09464541	69.37056821	20.81494437

3.40 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ , განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.02%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.15%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 2.41%-ს.

### 3.6. $D_3D_5(VI)$ სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_3 \\ D_5 \end{cases},$$

სადაც  $f=c_1=c_2=1$ ;  
 $p=1.5205, q=a=0.5980$ .

$D_3$	$D_5$
(±1, ±1, 0)	(±1.5205, ±0.5980, ±0.5980) (±0.5980, ±1.5205, ±0.5980) (±0.5980, ±0.5980, ±1.5205) (±0.5980, ±0.5980, ±0.5980)
(±1, 0, ±1)	
(0, ±1, ±1)	
(±1, 0, 0)	
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
(±1, 0, 0)	
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
$N=24$	$N=32$

ასეთი გეგმა მოიცავს  $N=56$  წერტილს.

3.6.1.  $D_3D_5(VI)$  გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

***D-ოპტიმალურობა.*** ნახ. 3.42-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები სამცხლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმისთვის.

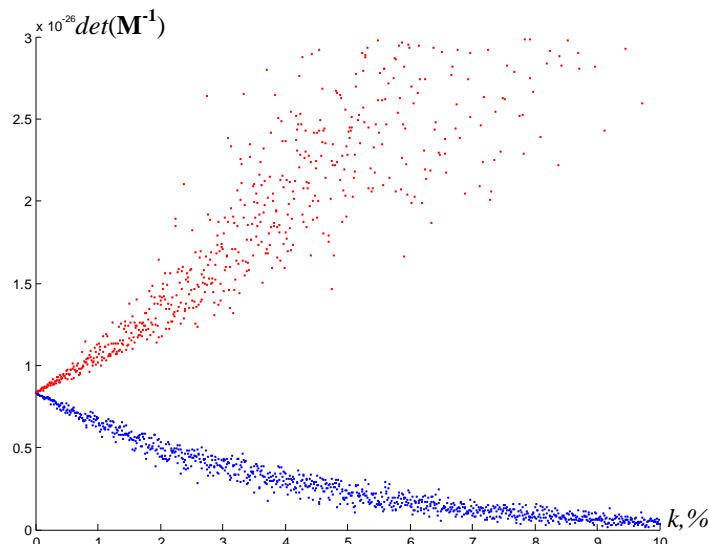
3.41 ცხრილებში მოყვანილია შესაბამისი რიცხვითი მონაცემები, რომელთა თანახმად *D-ოპტიმალურობა* 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.15%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდება 1.53%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 8.08%-მდე.

ცხრილი 3.41

სამცხლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-026*</b>				
0.01	0.83081003	0.83463095	0.83282294	0.00087014
0.02	0.82862596	0.83769241	0.83289496	0.00179089
0.03	0.82605649	0.83927539	0.83302079	0.00269770
0.04	0.82410051	0.83906718	0.83281019	0.00334530
0.05	0.82267200	0.84496424	0.83344488	0.00414259
0.06	0.82222761	0.84926110	0.83353934	0.00520312
0.07	0.81942628	0.85451993	0.83315062	0.00547788
0.08	0.81581504	0.85246840	0.83364595	0.00704931
0.09	0.82012775	0.85894649	0.83407613	0.00778796
<b>1.0e-025 *</b>				
0.1	0.08119227	0.08500361	0.08318453	0.00086917
0.2	0.07907538	0.08815956	0.08325786	0.00178932
0.3	0.07662823	0.08982816	0.08338774	0.00269246
0.4	0.07482841	0.08953770	0.08316901	0.00331705
0.5	0.07352507	0.09602838	0.08380372	0.00417274

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.6	0.07306566	0.10096848	0.08391185	0.00530248
0.7	0.07052572	0.10734107	0.08347486	0.00558963
0.8	0.06749151	0.10473902	0.08403425	0.00711401
0.9	0.07107804	0.11272976	0.08445289	0.00805678
<b>1.0e-025 *</b>				
1.0	0.06404094	0.11011555	0.08314743	0.00893090
2.0	0.04676384	0.13582998	0.08412227	0.01796355
3.0	0.03615200	0.13508966	0.08205616	0.02339262
4.0	0.02932506	0.24195152	0.08720483	0.03662713
5.0	0.02514006	0.36398431	0.08986963	0.05418404
<b>1.0e-025 *</b>				
10	0.00519379	0.86590160	0.09207370	0.12005966

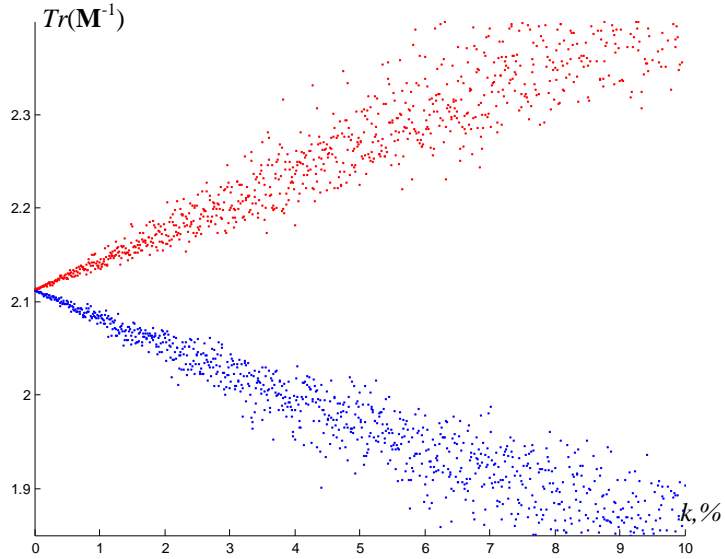


ნახ. 342. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა

**A-ოპტიმალურობა.** ნახ. 343-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_3D_5(VI)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 342 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.004%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.04%-ს,

სოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 0.26%-ით.



ნახ. 3.43. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის  $A$ -ოპტიმალურობა

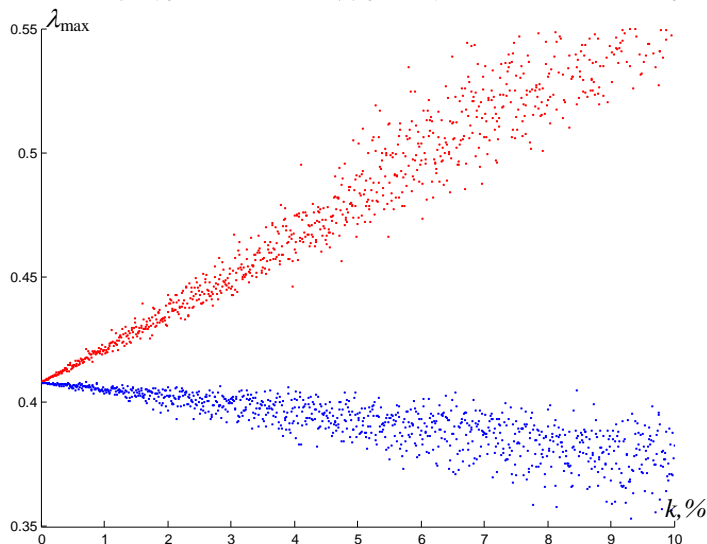
ცხრილი 3.42

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.11206841	2.11262339	2.11234538	0.00013079
0.02	2.11170655	2.11302324	2.11235387	0.00026527
0.03	2.11146524	2.11321661	2.11236838	0.00038569
0.04	2.11123552	2.11346174	2.11236283	0.00047973
0.05	2.11100546	2.11381082	2.11242979	0.00058332
0.06	2.11083518	2.11457386	2.11241041	0.00074056
0.07	2.11036628	2.11557257	2.11238235	0.00082621
0.08	2.10984971	2.11488682	2.11247505	0.00097401
0.09	2.11029721	2.11620038	2.11242486	0.00114927
0.1	2.10945539	2.11500770	2.11222354	0.00130847
0.2	2.10586950	2.11900484	2.11230712	0.00265069
0.3	2.10341405	2.12098547	2.11245836	0.00385580
0.4	2.10118083	2.12337592	2.11239662	0.00479538
0.5	2.09886857	2.12697178	2.11305821	0.00583783
0.6	2.09721773	2.13459057	2.11288819	0.00741806
0.7	2.09225191	2.14476300	2.11256444	0.00827580
0.8	2.08775556	2.13786075	2.11354242	0.00973748
0.9	2.09175498	2.15084059	2.11300869	0.01154253
1.0	2.08066288	2.14564820	2.11207282	0.01320848
2.0	2.05243898	2.17198138	2.11321981	0.02566911
3.0	2.03144883	2.19261899	2.11254828	0.03581830
4.0	2.00800934	2.23581679	2.11729399	0.04695845
5.0	1.99322036	2.30123581	2.11749096	0.06233358
10	1.89281485	2.60308940	2.13365020	0.13005494



***E-ოპტიმალურობა.*** 3.43 ცხრილში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{\max}$ ) ცვლილებას ცომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას  $D_3D_5(VI)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.44 ნახაზზე.



ნახ. 3.44. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის *E-ოპტიმალურობა*

ცხრილი 3.43

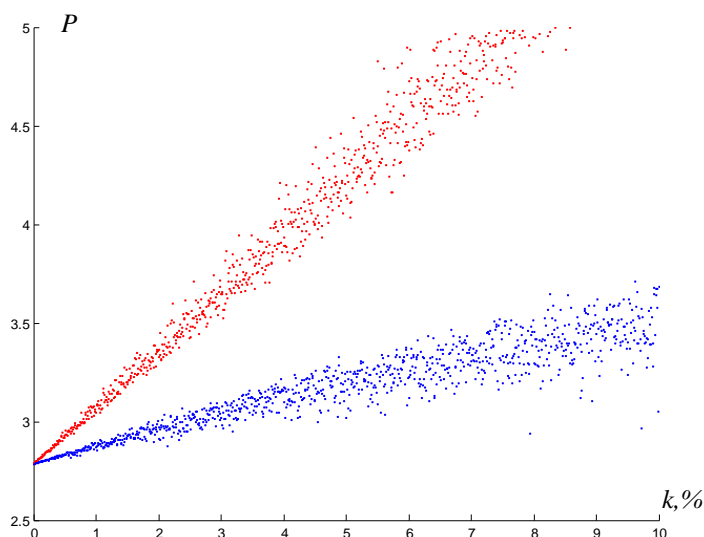
სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	0.40782020	0.40801754	0.40791149	0.00004368
0.02	0.40778607	0.40815402	0.40795163	0.00007237
0.03	0.40774580	0.40826548	0.40800723	0.00011378
0.04	0.40781800	0.40834759	0.40806010	0.00012747
0.05	0.40773399	0.40844823	0.40810139	0.00015415
0.06	0.40779510	0.40869069	0.40816752	0.00019053
0.07	0.40756204	0.40892979	0.40819814	0.00021491
0.08	0.40767938	0.40886641	0.40826726	0.00024492
0.09	0.40770854	0.40911092	0.40830920	0.00030202
0.1	0.40773204	0.40971537	0.40841405	0.00033902
0.2	0.40767565	0.41035476	0.40884153	0.00060836
0.3	0.40686464	0.41183075	0.40925298	0.00088050
0.4	0.40717177	0.41426211	0.40999607	0.00126564
0.5	0.40640318	0.41421235	0.41043885	0.00174303
0.6	0.40547060	0.41740893	0.41064087	0.00199931
0.7	0.40499653	0.41711343	0.41128163	0.00240949
0.8	0.40397178	0.41874428	0.41177491	0.00272069
0.9	0.40707069	0.41974328	0.41243763	0.00276401

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	0.40644243	0.42711804	0.41344870	0.00348163
2.0	0.40584648	0.43304245	0.41774098	0.00616752
3.0	0.39837619	0.44894491	0.42177367	0.00919371
4.0	0.40266126	0.47468975	0.42912425	0.01337098
5.0	0.39294040	0.47438887	0.43385127	0.01875617
10	0.38565207	0.63790476	0.46318053	0.04416775

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედდებით  $E$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.10%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე – 0.98%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე – 4.94%-მდე.

**ორთოგონალურობა.** სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}^{-1}=(\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.45 ნახაზზე და 3.44 ცხრილში.



ნახ. 3.45. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის ორთოგონალურობა

თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით თვისება უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.52%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 5.16%-ს, ხოლო

მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 23.32%-ით.

ცხრილი 3.44

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

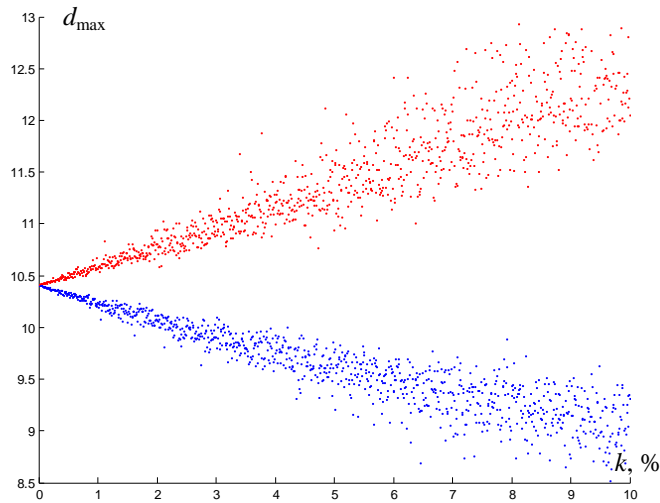
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.78645495	2.78836121	2.78718767	0.00036100
0.02	2.78747521	2.79156508	2.78892235	0.00074959
0.03	2.78777296	2.79358272	2.79060429	0.00120881
0.04	2.78915856	2.79656622	2.79270963	0.00145594
0.05	2.79029819	2.79946963	2.79435940	0.00202798
0.06	2.79091820	2.80327383	2.79577760	0.00229148
0.07	2.79087127	2.80429294	2.79809558	0.00274262
0.08	2.79114317	2.80743637	2.79963833	0.00302843
0.09	2.79320726	2.81276222	2.80170785	0.00325298
0.1	2.79658840	2.81575116	2.80392601	0.00361915
0.2	2.80671816	2.84783067	2.82124622	0.00752042
0.3	2.80958562	2.86818787	2.83801837	0.01215979
0.4	2.82353860	2.89754680	2.85905461	0.01470045
0.5	2.83441216	2.92647277	2.87549283	0.02056015
0.6	2.84012223	2.96718674	2.88962429	0.02327212
0.7	2.83936404	2.97401630	2.91262419	0.02771467
0.8	2.84255608	3.00697745	2.92788194	0.03073285
0.9	2.86150148	3.06321141	2.94845777	0.03305158
1.0	2.89627172	3.09778606	2.97058789	0.03711903
2.0	2.98975338	3.42100486	3.14074019	0.07766988
3.0	3.00976605	3.64314558	3.30314314	0.12851163
4.0	3.15937878	3.87618575	3.50746238	0.15957102
5.0	3.20763161	4.19874389	3.66338490	0.22994529
10	3.68596429	6.30239393	4.50033698	0.47292296

3.6.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_3D_5(VI)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა

**G-ოპტიმალურობა.** 3.46 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გადღენის კვლევისას  $D_3D_5(VI)$  გეგმის G-ოპტიმალურობაზე. z კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 0.5x0.5x0.5. რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.45 ცხრილში.

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 0.5x0.5x0.5, სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის

G-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.005%-ით, ცლომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.05%-ით, ხოლო ცლომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 0.45%-ით.



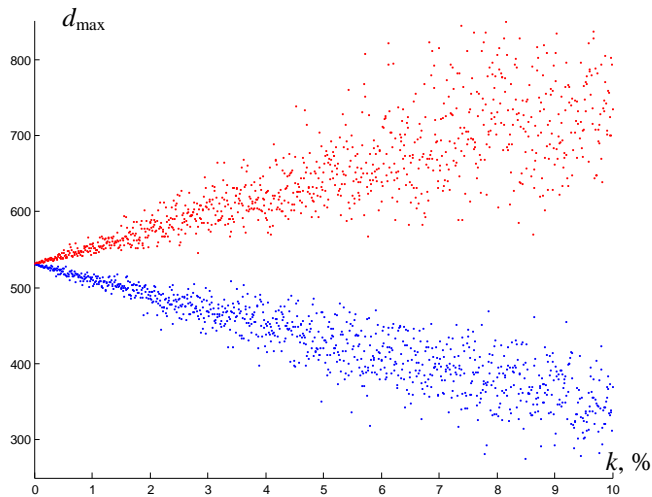
ნახ.3.46. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცხრილი 3.45

$D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	10.40341827	10.40643867	10.40497950	0.00072883
0.02	10.40128912	10.40862125	10.40500869	0.00182098
0.03	10.39844170	10.41217578	10.40475977	0.00227927
0.04	10.39608139	10.41247443	10.40522503	0.00308862
0.05	10.39397585	10.41462869	10.40506583	0.00390599
0.06	10.39527567	10.41639904	10.40496475	0.00497347
0.07	10.39043737	10.41680562	10.40407952	0.00537458
0.08	10.38813990	10.42127110	10.40530623	0.00694187
0.09	10.38647025	10.43348302	10.40546833	0.00732559
0.1	10.38943208	10.41961417	10.40502637	0.00729148
0.2	10.36818255	10.44151040	10.40531718	0.01821334
0.3	10.34033481	10.47767395	10.40282574	0.02271978
0.4	10.31684301	10.48044896	10.40758610	0.03089703
0.5	10.29658764	10.50112739	10.40589403	0.03898331
0.6	10.30837794	10.52044132	10.40501318	0.04977691
0.7	10.26170805	10.52496947	10.39612809	0.05369385
0.8	10.23767714	10.56806869	10.40848252	0.06905276
0.9	10.22540759	10.69836937	10.41047702	0.07341864
1.0	10.16776718	10.57439896	10.40544801	0.07666606
2.0	10.09023664	10.81560247	10.40608044	0.15854044
3.0	9.684898851	11.00158041	10.44270489	0.23751562
4.0	9.872177413	11.16661915	10.47492514	0.28142984
5.0	9.706687847	11.36942820	10.45259282	0.38518992
10	8.98549382	12.56890387	10.68720397	0.71623468

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5. 3.47 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების კორიდორის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.46 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.



ნახ.3.47. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით 1.5x1.5x1.5

ცხრილი 3.46

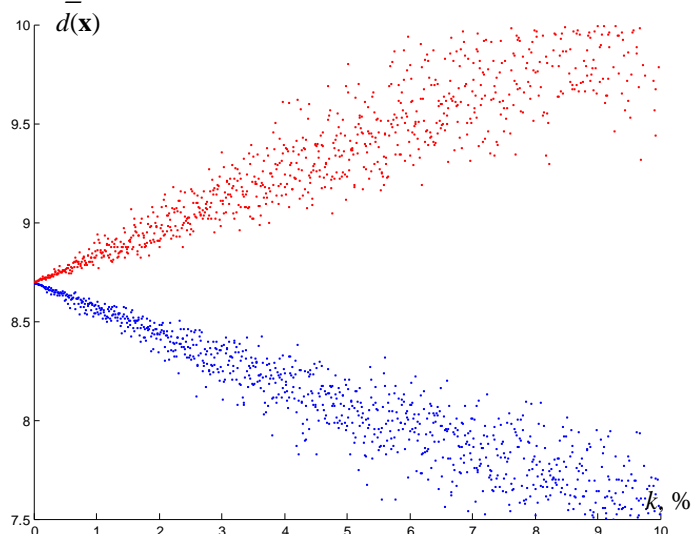
$D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით 1.5x1.5x1.5

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	531.22794211	531.71759252	531.46210995	0.10778542
0.02	530.95897785	531.98668999	531.48604057	0.22018732
0.03	530.71763081	532.26338539	531.47157491	0.32555749
0.04	530.73855762	532.46735686	531.51008873	0.42102662
0.05	530.23595411	532.71348474	531.49510833	0.50432243
0.06	530.08387361	533.03989249	531.51738673	0.67749556
0.07	530.02857416	533.24757637	531.56261364	0.75300121
0.08	529.05223328	533.79828882	531.40576186	0.89187563
0.09	529.36020342	534.47648837	531.61601151	1.13099262
0.1	528.95378723	533.85503042	531.29281277	1.07827903
0.2	526.29139265	536.55745640	531.53003858	2.20082027
0.3	523.88348989	539.34096166	531.38667109	3.25722232
0.4	524.12305608	541.38729550	531.76425340	4.22046206
0.5	519.10039354	543.83200338	531.60233888	5.03053065
0.6	517.65706093	547.19670519	531.81705589	6.76696005
0.7	516.86094273	549.44267391	532.25223544	7.53925351
0.8	507.71247099	554.83415175	530.72200994	8.90054991
0.9	510.79978930	562.12730987	532.82649206	11.4236270
1.0	510.54204938	557.34446357	532.55101158	10.77502960
2.0	474.20101177	590.50930012	529.54966133	22.16000611

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
3.0	467.43343062	639.35956079	535.94580731	38.98635284
4.0	398.51847276	626.97305331	523.69428730	46.91156958
5.0	420.36471274	704.00884586	537.52200584	53.27218270
10	323.07607025	805.29992945	537.87255569	106.22423091

ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში *G*-ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.03%-ით, 0.29%-ით და 0.93%-ით შესაბამისად.

***Q*-ოპტიმალურობა.** 3.48 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_3D_5(VII)$  გეგმის *Q*-ოპტიმალურობაზე, როცა *z* საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 0.5x0.5x0.5, ხოლო 3.49 ნახაზზე – როცა *z* საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით 1.5x1.5x1.5. სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.47 და 3.48 ცხრილებში შესაბამისად.



ნახ.3.48. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის *Q*-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით 0.5x0.5x0.5

როგორც 3.47 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში *Q*-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.002%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.03%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.32%-ს.

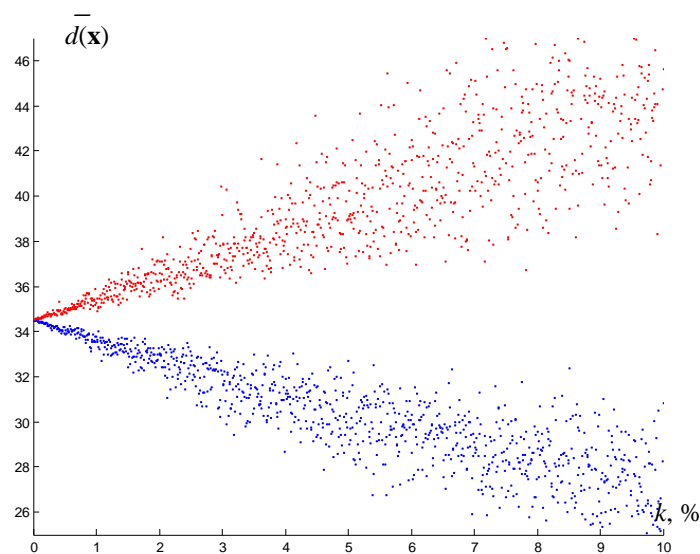
3.48 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5, განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.02%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის,

0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.17%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის  $Q$ -ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 0.41%-ს.

ცხრილი 347

$D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	8.69314266	8.69597981	8.69449510	0.00058433
0.02	8.69136462	8.69797694	8.69450981	0.00130704
0.03	8.69050436	8.69802342	8.69483603	0.00175577
0.04	8.68883670	8.70107460	8.69432495	0.00228968
0.05	8.68611050	8.70293648	8.69390344	0.00346948
0.06	8.68328331	8.70342998	8.69421114	0.00396512
0.07	8.68401735	8.70774963	8.69475017	0.00471539
0.08	8.68324267	8.70748927	8.69360124	0.00476748
0.09	8.68281125	8.70747080	8.69471402	0.00513263
0.1	8.68055942	8.70714657	8.69429652	0.00560531
0.2	8.66699254	8.72159462	8.69365252	0.01240373
0.3	8.65169835	8.75973666	8.69319464	0.01809677
0.4	8.63621973	8.74420322	8.69551415	0.02237550
0.5	8.61730123	8.77171943	8.69610726	0.02834417
0.6	8.62584476	8.78251403	8.69263416	0.03614848
0.7	8.60020978	8.77642585	8.69121601	0.04039858
0.8	8.56057872	8.81606675	8.69523968	0.05386341
0.9	8.56153672	8.85695402	8.69714886	0.05563106
1.0	8.52103828	8.83330826	8.69350287	0.05982595
2.0	8.44337010	9.10321042	8.69626800	0.12282892
3.0	8.19296707	9.28439565	8.72182919	0.18380194
4.0	8.20865705	9.25149357	8.73962629	0.21993186
5.0	8.12735694	9.55955970	8.72091136	0.29809960
10	7.60030652	10.51283464	8.77900549	0.58804977



ნახ.349. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VI)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

$D_3D_5(VI)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	34.48666334	34.50853374	34.49725485	0.00466085
0.02	34.47331209	34.51825419	34.49841562	0.00930484
0.03	34.46544114	34.52672126	34.49820992	0.01435805
0.04	34.46508518	34.54540844	34.49974847	0.01886822
0.05	34.43717145	34.55086256	34.49917112	0.02215608
0.06	34.43539208	34.57230449	34.50084082	0.02969494
0.07	34.43883983	34.59551054	34.50243374	0.03295806
0.08	34.39951515	34.60419123	34.49470146	0.03948960
0.09	34.40747830	34.62058199	34.50268916	0.04868477
0.1	34.38304952	34.60191874	34.48880811	0.04661381
0.2	34.25084593	34.69973565	34.50046260	0.09298961
0.3	34.17242145	34.78637457	34.49871875	0.14361367
0.4	34.17048233	34.97348944	34.51410386	0.18917734
0.5	33.89124250	35.02806911	34.50840717	0.22110275
0.6	33.87290614	35.24649609	34.52525332	0.29694140
0.7	33.90246885	35.49166306	34.54109137	0.33057539
0.8	33.53524278	35.57237409	34.46552532	0.39438961
0.9	33.60620751	35.75654614	34.54641891	0.49227735
1.0	33.37661711	35.82073755	34.54461495	0.49790116
2.0	32.79239165	37.42979721	34.53294799	1.04624283
3.0	30.98955135	37.30327676	34.46896325	1.36755303
4.0	30.84238622	39.45325831	34.66415125	1.98338587
5.0	29.31681919	42.83699356	34.68739901	2.66076934
10	25.26597015	49.10148077	35.10385940	4.98550590

3.7.  $D_3D_5(VII)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_3 \\ D_5 \end{cases},$$

სადაც  $f=1, c_1=2^{1/2}, c_2=0$   
 $p=1.5167, q=0.6037, a=0.5042.$

$D_3$	$D_5$
$(\pm 1, \pm 1, 0)$	
$(\pm 1, 0, \pm 1)$	
$(0, \pm 1, \pm 1)$	$(\pm 1.5167, \pm 0.6037, \pm 0.6037)$
$(\pm \sqrt{2}, 0, 0)$	$(\pm 0.6037, \pm 1.5167, \pm 0.6037)$
$(0, \pm \sqrt{2}, 0)$	$(\pm 0.6037, \pm 0.6037, \pm 1.5167)$
$(0, 0, \pm \sqrt{2})$	$(\pm 0.5042, \pm 0.5042, \pm 0.5042)$
$(0, 0, 0)$	
$(0, 0, 0)$	
$(0, 0, 0)$	
$N=24$	$N=32$



ასეთი გეგმა მოიცავს N=56 წერტილს.

3.7.1. D<sub>3</sub>D<sub>5</sub>(VII) გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

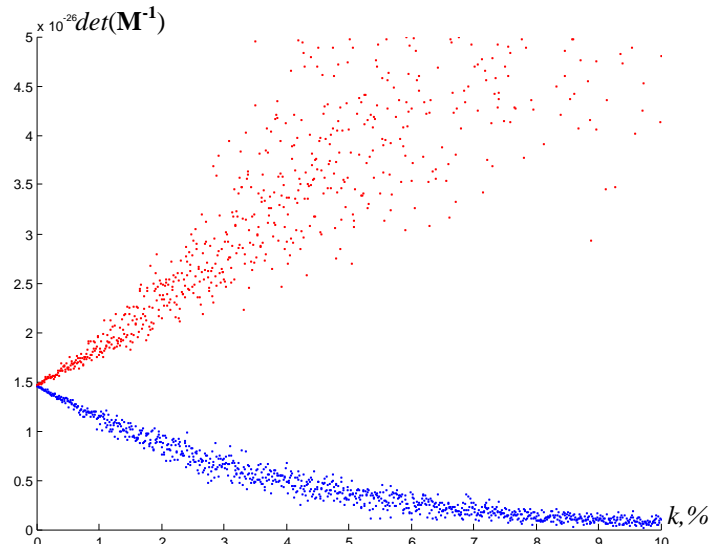
**D-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.50-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები სამცვლადიანი მესამე რიგის D<sub>3</sub>D<sub>5</sub>(VII) გეგმისთვის.

3.49 ცხრილებში მოყვანილია შესაბამისი რიცხვითი მონაცემები, რომელთა თანახმად D-ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.14%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდება 1.28%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 2.59%-მდე.

ცხრილი 3.49

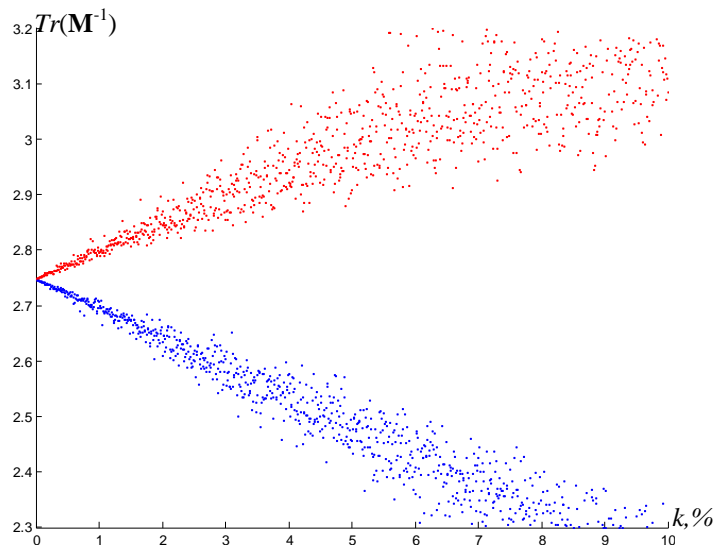
სამცვლადიანი მესამე რიგის D<sub>3</sub>D<sub>5</sub>(VII) გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
<b>1.0e-025*</b>				
0.01	0.14561784	0.14627810	0.14596442	0.00015388
0.02	0.14517688	0.14682781	0.14597845	0.00031670
0.03	0.14477166	0.14712892	0.14600104	0.00047170
0.04	0.14446932	0.14704219	0.14597025	0.00058806
0.05	0.14413625	0.14815271	0.14607598	0.00072924
0.06	0.14406861	0.14874447	0.14608275	0.00092249
0.07	0.14353014	0.14986156	0.14603243	0.00096513
0.08	0.14302599	0.14936802	0.14612027	0.00123020
0.09	0.14366864	0.15063448	0.14617041	0.00136583
<b>1.0e-025 *</b>				
0.1	0.14234898	0.14893481	0.14578002	0.00153723
0.2	0.13807894	0.15459452	0.14591568	0.00316344
0.3	0.13420994	0.15775311	0.14613446	0.00470937
0.4	0.13141183	0.15668586	0.14579649	0.00583840
0.5	0.12838242	0.16886689	0.14682973	0.00734238
0.6	0.12765935	0.17560372	0.14689690	0.00937290
0.7	0.12280059	0.18915482	0.14627418	0.00984930
0.8	0.11843830	0.18296736	0.14722562	0.01239952
0.9	0.12379181	0.19837965	0.14764016	0.01411749
<b>1.0e-025 *</b>				
1.0	0.11005236	0.19317705	0.14548770	0.01575163
2.0	0.08111823	0.23914584	0.14633769	0.03123302
3.0	0.06352735	0.23186929	0.14200824	0.04084138
4.0	0.04913569	0.41698637	0.14839844	0.06256298
5.0	0.04199453	0.55896848	0.14925689	0.08789094
<b>1.0e-025 *</b>				
10	0.00998784	1.20695722	0.15107303	0.18893179



ნახ. 3.50. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის  $D$ -ოპტიმალურობა

**A-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.51-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_3D_5(VI)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $\mathbf{M}=(\tilde{\mathbf{X}}^T\tilde{\mathbf{X}})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 3.50 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.



ნახ. 3.51. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის  $A$ -ოპტიმალურობა

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.004%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.07%-ს,

სოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცლომილებების გაზომვით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 0.11%-ით.

ცხრილი 3.50

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცლომილებების ზედებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	2.74672462	2.74771721	2.74720690	0.00023104
0.02	2.74614174	2.74830745	2.74721839	0.00046911
0.03	2.74578673	2.74862212	2.74722684	0.00064017
0.04	2.74516110	2.74953172	2.74726939	0.00080920
0.05	2.74510666	2.74970699	2.74734317	0.00099434
0.06	2.74450528	2.75065154	2.74735575	0.00123171
0.07	2.74302470	2.75229334	2.74722922	0.00145633
0.08	2.74232689	2.75129635	2.74741673	0.00175637
0.09	2.74343852	2.75370499	2.74731587	0.00186371
0.1	2.74119331	2.75042194	2.74661206	0.00189055
0.2	2.73429183	2.75427802	2.74644289	0.00404095
0.3	2.73397784	2.76280672	2.74751516	0.00553243
0.4	2.72472464	2.76677285	2.74593937	0.00791989
0.5	2.71839639	2.77215133	2.74523149	0.01248397
0.6	2.71492943	2.79472561	2.74516685	0.01382764
0.7	2.70267106	2.77956362	2.74559882	0.01449895
0.8	2.71451975	2.78854878	2.74410916	0.01640864
0.9	2.70025383	2.80561906	2.74846161	0.01879684
1.0	2.70464159	2.78836748	2.75021020	0.02439056
2.0	2.65844947	2.77495622	2.73322339	0.04321672
3.0	2.62235861	2.84694623	2.73229727	0.05788262
4.0	2.57479422	2.92248696	2.74814305	0.09588714
5.0	2.53847711	2.91745397	2.75333564	0.11894347
10	2.47821947	2.96319812	2.78721175	0.17183135

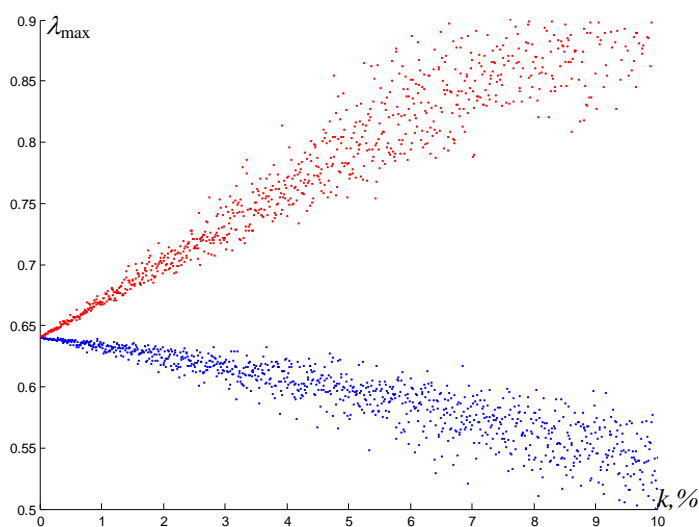
**E-ოპტიმალურობა.** 3.51 ცხრილში მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{max}$ ) ცვლილებას ცლომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცლომილებების ზედებისას  $D_3D_5(VI)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.52 ნახაზზე.

ცხრილი 3.51

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცლომილებების ზედებისას

ცლომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	0.64003728	0.64043680	0.64018097	0.00007408
0.02	0.63995738	0.64065521	0.64026482	0.00013883
0.03	0.63980613	0.64079394	0.64034881	0.00018505

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.04	0.63986801	0.64108204	0.64054784	0.00026325
0.05	0.63973737	0.64155123	0.64061442	0.00038962
0.06	0.63965407	0.64181499	0.64068152	0.00041691
0.07	0.63954992	0.64210951	0.64076746	0.00053990
0.08	0.63944442	0.64217458	0.64087336	0.00059987
0.09	0.63949130	0.64263438	0.64102794	0.00063322
0.1	0.63992987	0.64394849	0.64137161	0.00074081
0.2	0.63910560	0.64614010	0.64220167	0.00139231
0.3	0.63760816	0.64753087	0.64301851	0.00186011
0.4	0.63813281	0.65036472	0.64498909	0.00266000
0.5	0.63688411	0.65515143	0.64563261	0.00393953
0.6	0.63603347	0.65794100	0.64626046	0.00422649
0.7	0.63492782	0.66078728	0.64705763	0.00548214
0.8	0.63389022	0.66143232	0.64808504	0.00611183
0.9	0.63428490	0.66539144	0.64957466	0.00642652
1.0	0.63844882	0.68034008	0.65293465	0.00767171
2.0	0.62998143	0.70250209	0.66000621	0.01443090
3.0	0.61455351	0.71680006	0.66585765	0.01939824
4.0	0.61093037	0.74128953	0.68270589	0.02878371
5.0	0.60936761	0.78616223	0.68601897	0.04184733
10	0.56353883	1.00644339	0.71608585	0.08819744

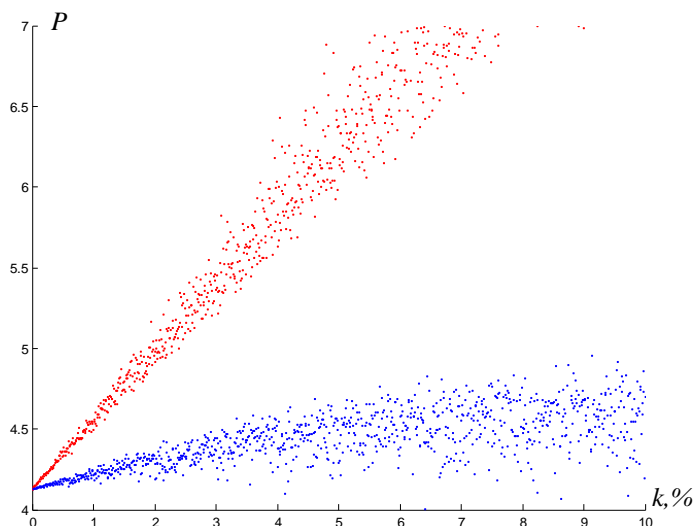


ნახ. 3.52. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედლებით  $E$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.07%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე – 1.28%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე – 5.07%-მდე.

ორთოგონალურობა. სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის

კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $M^{-1}=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.53 ნახაზზე და 3.52 ცხრილში.



ნახ. 3.53. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის ორთოგონალურობა

ცხრილი 3.52

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედლებისას

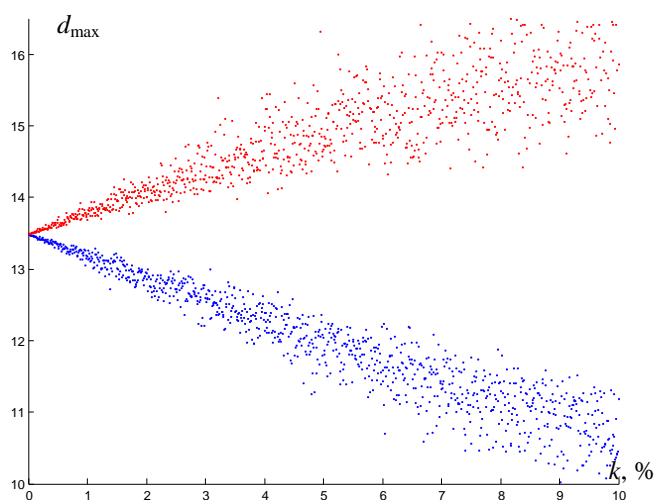
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიომეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	4.12902537	4.13251538	4.13023376	0.00067342
0.02	4.13030620	4.13619162	4.13260650	0.00126148
0.03	4.12990669	4.13996351	4.13485833	0.00191307
0.04	4.13294065	4.14525048	4.13813382	0.00249382
0.05	4.13246054	4.14797648	4.14024945	0.00340331
0.06	4.13329179	4.15158964	4.14206574	0.00372885
0.07	4.13143201	4.15625261	4.14532527	0.00512323
0.08	4.13665309	4.16136751	4.14747461	0.00518387
0.09	4.13451973	4.16594849	4.15055426	0.00567259
0.1	4.14194712	4.17707461	4.15405904	0.00675688
0.2	4.15459380	4.21377414	4.17766377	0.01267764
0.3	4.15034193	4.25113732	4.19997489	0.01923321
0.4	4.18068284	4.30356997	4.23260058	0.02522216
0.5	4.17490472	4.33229022	4.25342883	0.03453447
0.6	4.18326809	4.37041403	4.27119005	0.03793482
0.7	4.16338415	4.41310651	4.30325133	0.05182648
0.8	4.21585721	4.46775727	4.32420606	0.05292440
0.9	4.19129777	4.51546134	4.35446881	0.05759998

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	4.26349222	4.63945929	4.38939589	0.06983391
2.0	4.37641975	4.99529111	4.61154751	0.13217175
3.0	4.31100655	5.32869855	4.81010295	0.20080519
4.0	4.60354323	5.80762594	5.11207551	0.27590824
5.0	4.47850109	6.18599945	5.27755560	0.38288687
10	4.77412097	9.37305066	6.20755755	0.83308131

თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით თვისება უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.49%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 4.82%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 20.23%-ით.

3.7.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_3D_5(VII)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა

**G-ოპტიმალურობა.** 3.54 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაუარესების კვლევისას  $D_3D_5(VII)$  გეგმის G-ოპტიმალურობაზე.  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ . რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.53 ცხრილში.



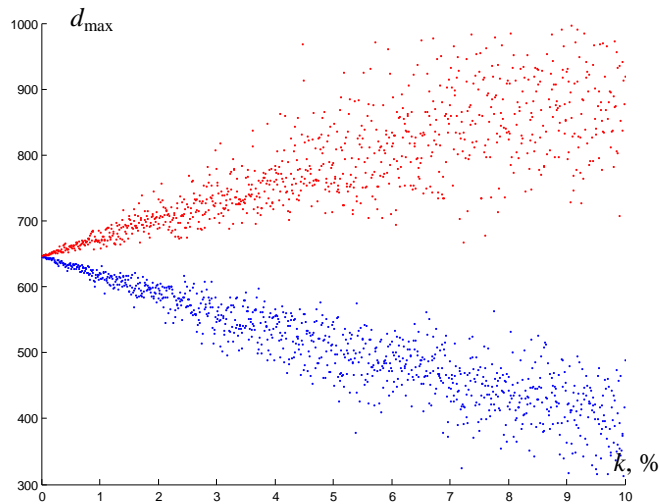
ნახ.3.54. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

$D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	13.47932864	13.48576084	13.48230975	0.00133455
0.02	13.47482731	13.48987138	13.48241496	0.00315044
0.03	13.47424321	13.49303429	13.48223819	0.00391720
0.04	13.46939543	13.49725603	13.48197060	0.00540650
0.05	13.46715198	13.49719477	13.48217833	0.00584090
0.06	13.46125635	13.50200092	13.48244907	0.00818542
0.07	13.45601320	13.50832029	13.48026123	0.00964008
0.08	13.46175089	13.51451772	13.48340587	0.01139896
0.09	13.44666094	13.52481678	13.48336388	0.01253763
0.1	13.45319632	13.51754712	13.48291821	0.01335184
0.2	13.40836311	13.55849559	13.48381567	0.03150747
0.3	13.40227227	13.59098339	13.48180500	0.03917211
0.4	13.35333684	13.63043146	13.47887719	0.05397559
0.5	13.33250409	13.63162071	13.48030120	0.05824076
0.6	13.27295576	13.67966296	13.48276321	0.08171719
0.7	13.22265526	13.74594295	13.45991487	0.09623028
0.8	13.27265048	13.81113656	13.49067368	0.11425077
0.9	13.13252839	13.91922154	13.49058694	0.12618047
1.0	13.21668640	13.85828318	13.48295001	0.12932303
2.0	12.81849348	14.17288449	13.46082263	0.26866385
3.0	12.65803674	14.35253822	13.44965853	0.37397436
4.0	12.35037712	14.82970059	13.47197389	0.46078035
5.0	12.03162471	15.22880104	13.50179785	0.67098143
10	9.95598222	15.45692319	13.55972750	1.37032292

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.008%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.06%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 0.14%-ით.

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . 3.55 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.54 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.



ნახ.3.55. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცხრილი 3.54

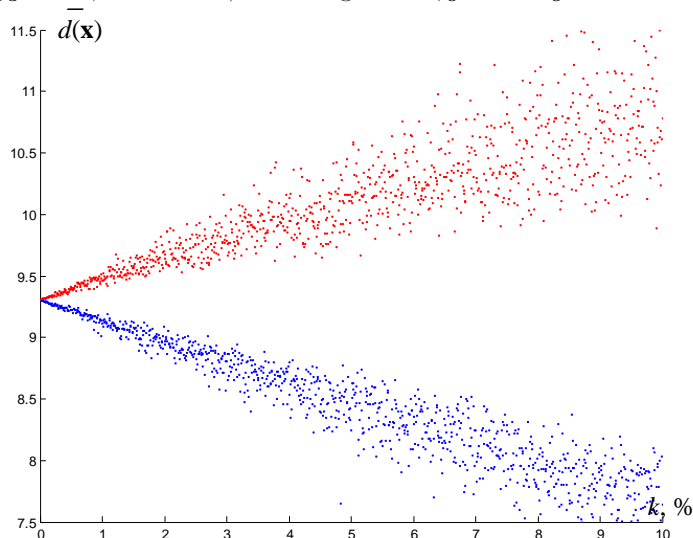
$D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	645.50825682	646.20069919	645.85232717	0.14748825
0.02	645.16207255	646.51736507	645.88650558	0.30635644
0.03	644.88627399	646.96842179	645.85122774	0.43672950
0.04	644.83070156	647.22412440	645.91018349	0.56643003
0.05	644.08189681	647.59864366	645.88089196	0.70372364
0.06	643.80453527	647.91684216	645.91096639	0.94987416
0.07	643.60700715	648.21044580	645.95525158	1.04549105
0.08	642.37408367	648.92052518	645.76176104	1.21511599
0.09	642.69094856	649.81664695	646.09499591	1.54733382
0.1	642.18725392	649.11155858	645.62179617	1.47555614
0.2	638.76384251	652.28761695	645.95451809	3.06127641
0.3	635.99459482	656.81654652	645.59169737	4.36794083
0.4	635.43871467	659.40261003	646.15729036	5.68018889
0.5	627.96020077	663.08789401	645.82261842	7.01882157
0.6	625.37206892	666.22085266	646.10075525	9.47880631
0.7	623.05084748	669.35527947	646.48302049	10.4499415
0.8	611.67158467	676.39566730	644.57860924	12.1111822
0.9	614.75594391	686.21252193	647.84177951	15.6545562
1.0	613.10796321	696.16980057	644.01060066	15.77296088
2.0	575.70685509	732.88723463	644.57332827	30.04381652
3.0	549.12758453	808.18911744	642.61135355	48.54648945
4.0	463.56311732	809.04889553	645.31681065	64.98871644
5.0	456.44514513	804.45387228	648.77819050	71.48450330
10	384.55256826	1048.31346458	650.36995566	178.62395502

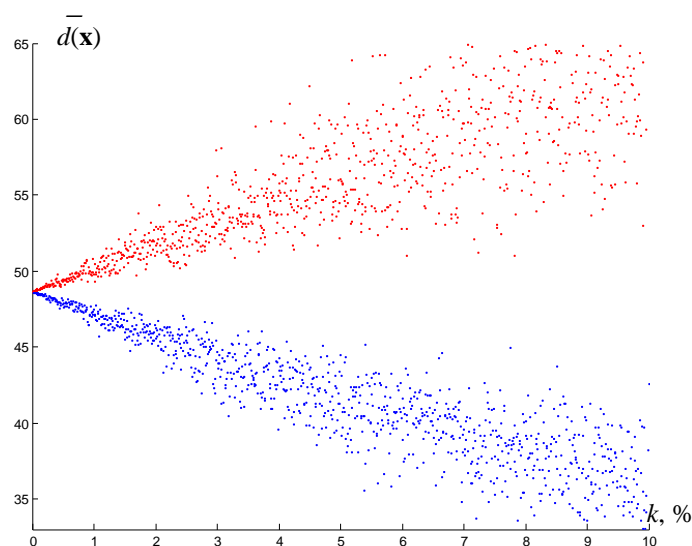
ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდება 0.04%-ით, 0.34%-ით და 0.74%-ით შესაბამისად.



**Q-ოპტიმალურობა.** 3.56 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაგენის კვლევისას  $D_3D_5(VII)$  გეგმის Q-ოპტიმალურობაზე, როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , ხოლო 3.57 ნახაზზე – როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.55 და 3.56 ცხრილებში შესაბამისად.



ნახ.3.56. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის Q-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$



ნახ.3.57. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(VII)$  გეგმის Q-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

როგორც 3.55 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში Q-ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.001%-ით, 0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.02%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 0.47%-ს.

$D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიომეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	9.30283480	9.30629455	9.30443216	0.00073053
0.02	9.29920376	9.30793998	9.30427684	0.00171484
0.03	9.29838643	9.31025889	9.30471178	0.00226109
0.04	9.29766115	9.31090789	9.30457875	0.00316232
0.05	9.29503712	9.31517670	9.30396219	0.00416431
0.06	9.29071194	9.31893130	9.30412662	0.00518674
0.07	9.29212348	9.32101531	9.30467125	0.00556491
0.08	9.28667641	9.31860997	9.30306852	0.00618575
0.09	9.28792870	9.32599835	9.30455748	0.00681691
0.1	9.28583511	9.32335807	9.30493779	0.00738667
0.2	9.26646744	9.35207102	9.30429342	0.01759535
0.3	9.25993855	9.37957144	9.30375133	0.02335475
0.4	9.23298967	9.37477999	9.30194158	0.03021922
0.5	9.21849582	9.39179792	9.30347857	0.03394664
0.6	9.18919188	9.42343932	9.30276513	0.04547978
0.7	9.15492119	9.42676059	9.29486232	0.05353664
0.8	9.18658773	9.46887094	9.30929197	0.06419541
0.9	9.14165965	9.49970729	9.30702740	0.06927252
1.0	9.11417098	9.51106127	9.30200185	0.07641694
2.0	9.00417634	9.66047320	9.30415134	0.11810263
3.0	8.73707900	9.78194418	9.26717136	0.24646779
4.0	8.74446619	9.98760172	9.26171217	0.28745846
5.0	8.53698710	10.2475736	9.34549299	0.37011307
10	7.40892626	11.13537683	9.39474536	0.93783116

$D_3D_5(VII)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევე არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიომეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	37.60101300	37.62672225	37.61341790	0.00546713
0.02	37.58459521	37.63776759	37.61486970	0.01120472
0.03	37.57655754	37.64754743	37.61414999	0.01660284
0.04	37.57562293	37.67110469	37.61613710	0.02200959
0.05	37.54531611	37.67867861	37.61527112	0.02637568
0.06	37.53987255	37.69576391	37.61701071	0.03593404
0.07	37.53415477	37.72213552	37.61870758	0.03913397
0.08	37.49203130	37.73610076	37.61013211	0.04615262
0.09	37.51372632	37.76318132	37.62087395	0.05753374
0.1	37.47941168	37.73668973	37.60326147	0.05468316
0.2	37.31701843	37.84766388	37.61764386	0.11194695
0.3	37.23648906	37.94488787	37.61045465	0.16600818
0.4	37.22647973	38.18422676	37.62987563	0.22075913
0.5	36.93308747	38.25904814	37.62043971	0.26314147
0.6	36.86800761	38.43046547	37.63764226	0.35897375
0.7	36.80857157	38.70586107	37.65334321	0.39194911

ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.8	36.42240181	38.84234828	37.56904574	0.46044898
0.9	36.61776368	39.14114470	37.67558296	0.58293202
1.0	36.46273420	39.18377908	37.66800607	0.56017639
2.0	34.76937652	40.72670895	37.49510875	1.14514750
3.0	34.39860795	43.02352295	37.80082370	2.00137127
4.0	31.28870103	42.48046880	37.19999447	2.45572724
5.0	32.37308332	46.83733574	37.77978476	2.70720228
10	27.42877592	52.51278571	37.92919397	5.39411710

3.56 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5, განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.02%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.19%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის *Q*-ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 0.30%-ს.

3.8.  $D_3D_6$  (VIII) სამცვლადიანი მესამე რიგის სიმეტრიული როტატაბელური გეგმების გამოკვლევა

ამ პუნქტში განხილულია მესამე რიგის სამცვლადიანი როტატაბელური გეგმა, რომელიც მიღებულია მეორე რიგის ორცვლადიანი როტატაბელური გეგმების კომბინირებით

$$D = \begin{cases} D_3 \\ D_6 \end{cases},$$

სადაც  $f=c_1=c_2=1$   
 $p=0.9848, q=0.5748, c=1.4453$

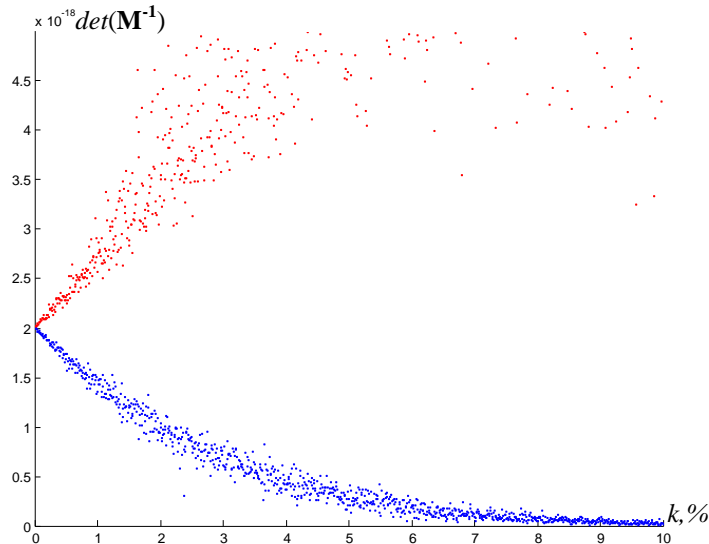
$D_3$	$D_6$
(±1, ±1, 0)	(±0.9848, ±0.5748, ±0.5748) (±0.5748, ±0.9848, ±0.5748) (±0.5748, ±0.5748, ±0.9848) (±1.4453, 0, 0) (0, ±1.4453, 0) (0, 0, ±1.4453)
(±1, 0, ±1)	
(0, ±1, ±1)	
(±1, 0, 0)	
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
(±1, 0, 0)	
(0, ±1, 0)	
(0, 0, ±1)	
(0, ±1, ±1)	
$N=24$	$N=30$

ასეთი გეგმა მოიცავს  $N=54$  წერტილს.

3.8.1.  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის თვისებების გამოკვლევა, რომლებიც დაკავშირებულია რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების შეფასების სიზუსტესთან

**D-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.58-ზე წარმოდგენილია  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  შეცდომების მატრიცის მსაზღვრელის ცვლილებების გრაფიკული შედეგები სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმისთვის.

3.57 ცხრილებში მოყვანილია შესაბამისი რიცხვითი მონაცემები, რომელთა თანახმად D-ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.16%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდება 1.40%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე ზრდით ეს მაჩვენებელი ადის 30.42%-მდე.

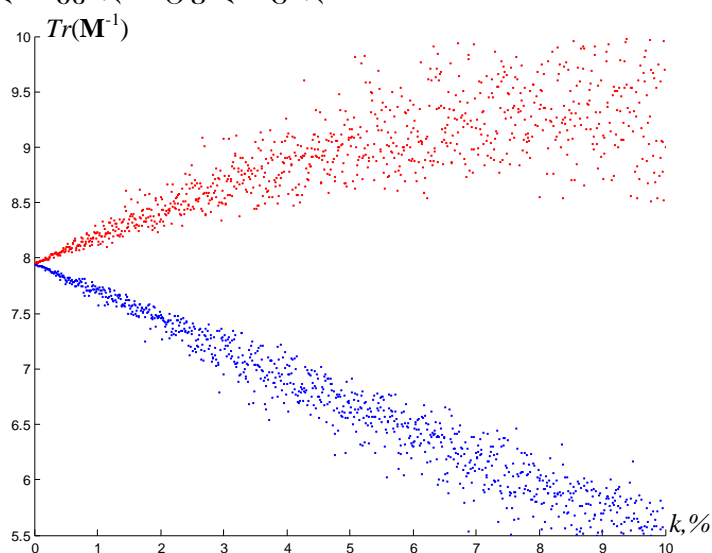


ნახ. 3.58. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის D-ოპტიმალურობა (ცხრილი 3.57 სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმისთვის კოვარიაციული მატრიცის მინიმალური მსაზღვრელის ცვლილება ცდომილებების ზედდებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	<b>1.0e-017 *</b>			
0.01	0.20015817	0.20130471	0.20072348	0.00025851
0.02	0.19919676	0.20185320	0.20069254	0.00045875
0.03	0.19890261	0.20392597	0.20063480	0.00081244
0.04	0.19820718	0.20378985	0.20072878	0.00095906
0.05	0.19775017	0.20362260	0.20085161	0.00140080
0.06	0.19701881	0.20524675	0.20083468	0.00162858
0.07	0.19669562	0.20489307	0.20085006	0.00186649
0.08	0.19600389	0.20543000	0.20065343	0.00215567
0.09	0.19584263	0.20697855	0.20104231	0.00229395
	<b>1.0e-017 *</b>			
0.1	0.19261476	0.20647684	0.20073088	0.00266316
0.2	0.18795781	0.21595437	0.20089467	0.00495836

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.3	0.18048794	0.21794263	0.19997928	0.00674544
0.4	0.17908886	0.23402821	0.20214328	0.01062690
0.5	0.16564380	0.23339111	0.19983920	0.01260385
0.6	0.15180717	0.23633405	0.20027407	0.01704084
0.7	0.15973680	0.25589115	0.20241521	0.01859170
0.8	0.15565578	0.25961263	0.19704296	0.02072826
0.9	0.15161886	0.27466961	0.20153036	0.02160807
<b>1.0e-017 *</b>				
1.0	0.17633537	0.21406272	0.19218548	0.01110911
2.0	0.12363972	0.21964102	0.16885859	0.03611017
3.0	0.08083055	0.26618025	0.16750514	0.05986613
4.0	0.05607365	0.33449612	0.12475903	0.08173656
5.0	0.02281867	0.75825949	0.25064661	0.20298677
<b>1.0e-017 *</b>				
10	0.01902450	0.97032180	0.32937032	0.40599282

**A-ოპტიმალურობა.** ნახ. 3.59-ზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომელიც მიიღებოდა  $D_3D_6(VIII)$  სამცვლადიანი მესამე რიგის გეგმის კოვარიაციული მატრიცის  $M=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  კვალის კვლევისას. 3.58 ცხრილში მოყვანილია ზოგიერთი საკვლევი ცდომილებისათვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები, ასევე მათი საშუალო არითმეტიკული და გაბნევა – საშუალო კვადრატული გადახრა.



ნახ. 3.59. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის A-ოპტიმალურობა

ანალიზმა გვიჩვენა, რომ 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.02%-ს. მეორე 0.1-0.9%-

იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 0.09%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება ასევე უარესდება 0.09%-ით.

ცხრილი 3.58

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის კვალის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	7.94603785	7.94983005	7.94800838	0.00093041
0.02	7.94237444	7.95252951	7.94782972	0.00189726
0.03	7.93850766	7.96111225	7.94779353	0.00358279
0.04	7.93733019	7.95801935	7.94809720	0.00364662
0.05	7.93755461	7.95747034	7.94849565	0.00496609
0.06	7.92848699	7.96131389	7.94756443	0.00595776
0.07	7.92887807	7.96312930	7.94791305	0.00720058
0.08	7.92900908	7.96459688	7.94802823	0.00858039
0.09	7.92748118	7.96696180	7.94920306	0.00863321
0.1	7.92176398	7.98155963	7.94816366	0.00988294
0.2	7.90407006	7.99674026	7.94529259	0.02176706
0.3	7.87108829	8.01173754	7.94490003	0.02966553
0.4	7.85785261	8.03619419	7.95082454	0.04010277
0.5	7.80074806	8.12729308	7.95755903	0.05287039
0.6	7.76114322	8.09492077	7.94210642	0.06072089
0.7	7.74364669	8.16166079	7.94137210	0.08249939
0.8	7.72933457	8.11907460	7.94262564	0.07940174
0.9	7.75972175	8.19277245	7.95534661	0.08666465
1.0	7.86805258	7.99221313	7.92212312	0.03888201
2.0	7.55604509	8.12691064	7.88558926	0.20838895
3.0	7.20921380	8.36812056	7.78390890	0.36016580
4.0	7.00949471	8.47699919	7.59295351	0.46037534
5.0	7.41855893	8.30020757	7.92917786	0.30197825
10	7.22153082	8.84155413	8.10035980	0.81873460

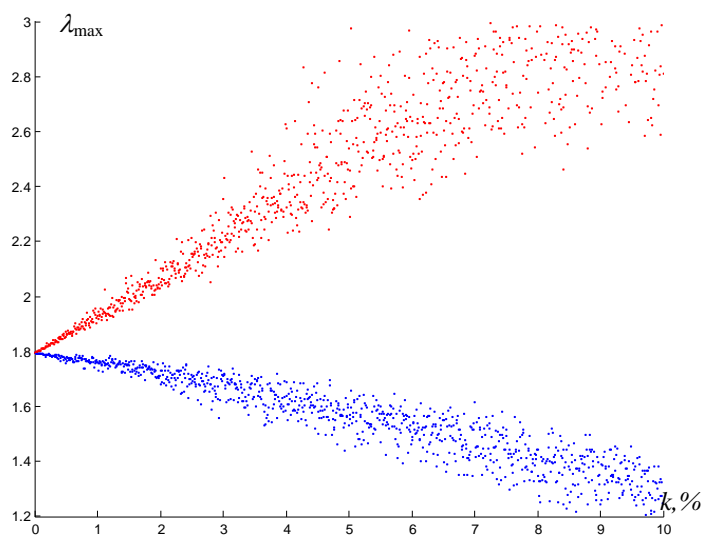
**E-ოპტიმალურობა.** ცხრილში 3.59 მოცემულია მონაცემები, რომლებიც ახასიათებენ უმცირესი მაქსიმალური საკუთარი რიცხვის ( $\lambda_{max}$ ) ცვლილებას ცდომილებების განსახილველ დიაპაზონში სხვადასხვა ცდომილებების ზედღებისას  $D_3D_6(VIII)$  გეგმისთვის. მიღებული შედეგების გრაფიკული გამოსახულება წარმოდგენილია 3.60 ნახაზზე.

ცხრილი 3.59

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმებისთვის უმცირესი მაქსიმალური მახასიათებელი რიცხვის ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	1.79362564	1.79502835	1.79442702	0.00030032
0.02	1.79313118	1.79661461	1.79494120	0.00073458

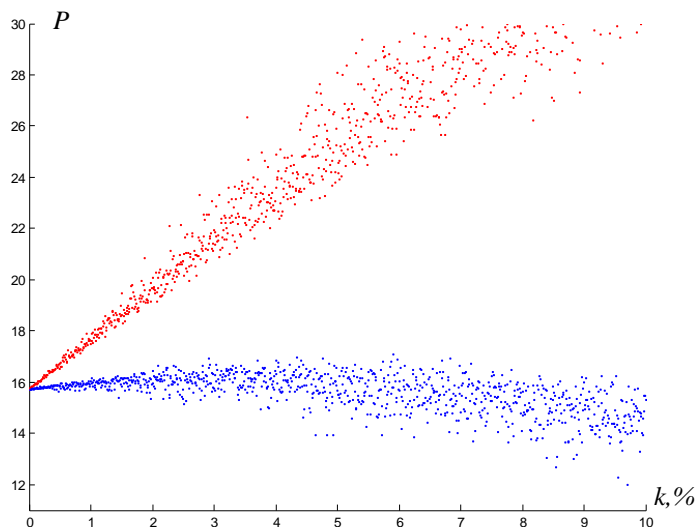
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.03	1.79330521	1.79861957	1.79550452	0.00105020
0.04	1.79142615	1.79872878	1.79594836	0.00146830
0.05	1.79200538	1.80114158	1.79617996	0.00178933
0.06	1.79293570	1.80209144	1.79677573	0.00209319
0.07	1.79211648	1.80293197	1.79689671	0.00219672
0.08	1.79086790	1.80421638	1.79732507	0.00235360
0.09	1.79175701	1.80592967	1.79795900	0.00272871
0.1	1.79016401	1.80425630	1.79822438	0.00301357
0.2	1.78499805	1.82018408	1.80329993	0.00740444
0.3	1.78678536	1.84050759	1.80878938	0.01061950
0.4	1.76782874	1.84121656	1.81323230	0.01483774
0.5	1.77316626	1.86691454	1.81526087	0.01818595
0.6	1.78087796	1.87505251	1.82092012	0.02154431
0.7	1.77408380	1.88702604	1.82181366	0.02260067
0.8	1.76073886	1.89615219	1.82573143	0.02397382
0.9	1.76908726	1.91683335	1.83160635	0.02796902
1.0	1.74970353	1.89827874	1.83411285	0.03111473
2.0	1.67467155	2.08252743	1.87721134	0.07898475
3.0	1.67362112	2.26642699	1.91468809	0.11452214
4.0	1.51262411	2.25790380	1.95298840	0.15636307
5.0	1.57544857	2.55445539	1.94256332	0.20239047
10	1.15153956	3.09222501	1.97163249	0.36834664



ნახ. 3.60. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის  $E$ -ოპტიმალურობა

ცხრილის მონაცემების შესაბამისად ცდომილებების ზედღებით  $E$ -ოპტიმალურობა 0.01%-დან 0.09%-მდე უარესდება 0.14%-ით, ცდომილების ცვლილებისას 0.1%-დან 0.9%-მდე – 1.84%-მდე, ხოლო 1%-დან 5%-მდე – 5.91%-მდე.

ორთოგონალურობა. სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის ორთოგონალურობის თვისებაზე ცდომილებების გავლენის კვლევისას ვაკვირდებით კოვარიაციული მატრიცის  $M^{-1}=(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}$  არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების ცვლილებას ( $P$ ). მიღებული შედეგები გაზომვის საშუალებების სხვადასხვა ცდომილებისას წარმოდგენილია შესაბამისად 3.61 ნახაზზე და 3.60 ცხრილში.



ნახ. 3.61. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის ორთოგონალურობა ცხრილი 3.60

სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_5(V)$  გეგმებისთვის კოვარიაციული მატრიცის არადიაგონალური ელემენტების აბსოლუტური მნიშვნელობების ჯამების მინიმუმების ცვლილება ცდომილებების ზედღებისას

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	15.72082713	15.73675739	15.72967402	0.00342986
0.02	15.72437660	15.76471660	15.74092322	0.00710934
0.03	15.72344363	15.77743198	15.75094389	0.01002092
0.04	15.71510001	15.79787056	15.76266950	0.01569367
0.05	15.73072772	15.80767889	15.77227198	0.01729225
0.06	15.74191439	15.83317396	15.78270356	0.02088004
0.07	15.74005123	15.85151025	15.79044438	0.02317103
0.08	15.73021025	15.87764593	15.80385523	0.02437089
0.09	15.74179008	15.88290600	15.81402763	0.02837689
0.1	15.73355331	15.89379380	15.82239473	0.03442533
0.2	15.76770482	16.17815262	15.93395737	0.07177837
0.3	15.75773453	16.30469632	16.03211258	0.10124167
0.4	15.67257405	16.50230832	16.14917263	0.15954672
0.5	15.81912983	16.60623294	16.24105179	0.17670501
0.6	15.92642809	16.85050428	16.34077115	0.21493084
0.7	15.89332598	17.05147131	16.41281994	0.23830811
0.8	15.79595252	17.33595178	16.54177606	0.24945956
0.9	15.91536565	17.36639831	16.63649913	0.29230324

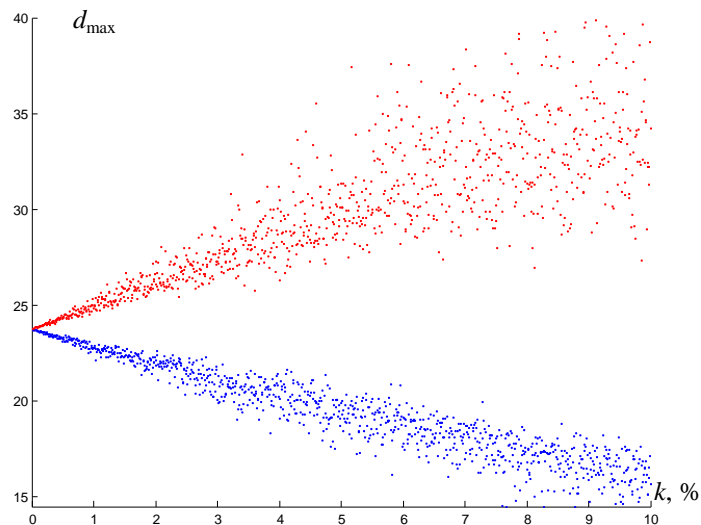


ცდომილება <i>k</i> , %	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
1.0	15.79799014	17.48709299	16.71984767	0.35594964
2.0	15.93457569	20.85357130	17.72510836	0.78077378
3.0	15.88809875	21.68159432	18.46895097	1.09215345
4.0	14.91380592	24.18154763	19.52343770	1.77852394
5.0	15.70678013	25.11257162	19.95132959	2.07197215
10	13.20565901	30.24124043	21.35111646	3.65873769

თითოეულ განსახილველ დიაპაზონში ცდომილების გაზრდით თვისება უარესდება შემდეგნაირად: 0.01%-0.09%-იან ცდომილების დიაპაზონში განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.54%-ს. მეორე 0.1-0.9%-იან დიაპაზონში კიდევ უფრო იზრდება და შეადგენს 5.14%-ს, ხოლო მესამე დიაპაზონში საზომი საშუალებების ცდომილებების გაზრდით 1%-5%-მდე საკვლევი გეგმის თვისება უკვე უარესდება 19.32%-ით.

3.8.2. გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან დაკავშირებული  $D_3D_6(VIII)$  გეგმების თვისებების გამოკვლევა

**G-ოპტიმალურობა.** 3.62 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გაფენის კვლევისას  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის G-ოპტიმალურობაზე.  $z$  კვლევის არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ . რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.61 ცხრილში.



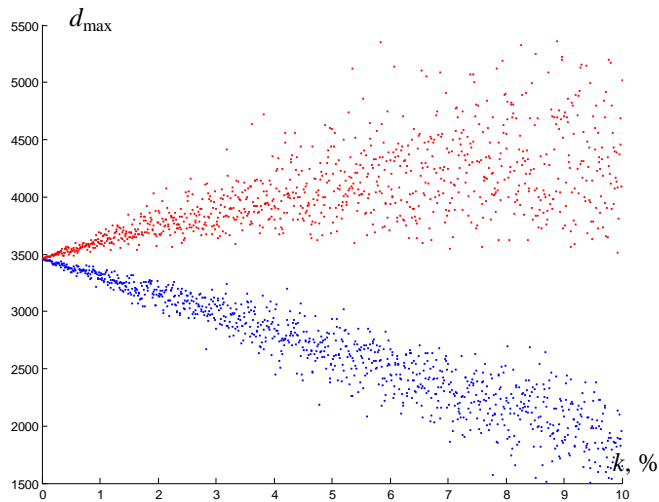
ნახ.3.62. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის G-ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

$D_3D_6(VIII)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$

ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	23.72088588	23.74547559	23.73589652	0.00486609
0.02	23.71337785	23.77458721	23.73535624	0.01088453
0.03	23.70275430	23.77663718	23.73767013	0.01412364
0.04	23.69024837	23.79674741	23.73933153	0.02127394
0.05	23.65854225	23.79623173	23.73764465	0.02820809
0.06	23.65693214	23.81929680	23.74114802	0.03098302
0.07	23.66560316	23.82360788	23.74124398	0.03422316
0.08	23.65823564	23.84423074	23.75025065	0.03661994
0.09	23.66319234	23.87298389	23.74429552	0.04103332
0.1	23.60366712	23.84912035	23.74893080	0.04819860
0.2	23.54259257	24.14116995	23.74789260	0.10585469
0.3	23.41629272	24.18615651	23.77343317	0.14220975
0.4	23.31088714	24.36052042	23.79225040	0.21189598
0.5	23.01934953	24.37545525	23.77607589	0.28277862
0.6	23.00316653	24.58281456	23.81000157	0.30711057
0.7	23.06866324	24.65423378	23.80683966	0.34097036
0.8	23.00381463	24.88282473	23.89611669	0.36962436
0.9	23.04782532	25.14425102	23.83215354	0.41359248
1.0	22.65745779	25.12603507	23.90985961	0.50637518
2.0	20.93874655	25.87199424	23.87458766	1.01719950
3.0	21.08634116	27.43404505	24.05611065	1.36670121
4.0	20.19965552	32.07305613	24.20261942	2.34178705
5.0	18.86424411	28.68075220	24.09868678	1.86481447
10	16.23163108	34.43492415	24.10105164	3.78833565

როგორც მიღებული მონაცემების ანალიზმა გვიჩვენა, ცდომილებების გაზრდისას 0.09%-მდე, კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.04%-ით, ცდომილებების გაზრდისას 0.1%-დან 0.9%-მდე უარესდებოდა 0.35%-ით, ხოლო ცდომილებების გაზრდით 1%-დან 5%-მდე საკვლევი თვისება უარესდებოდა 0.79%-ით.

ანალოგიური სურათი მიიღებოდა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომებით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . 3.63 ნახაზზე ნაჩვენებია შეცდომების დერეფნის გრაფიკული ილუსტრაცია, რომლებიც მიიღებოდა სამცვლადიანი კომპოზიციური როტატაბელური გეგმების  $G$ -ოპტიმალურობის თვისების კვლევისას. 3.62 ცხრილში მოყვანილია სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები.



ნახ.3.63. სამცველადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის  $G$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

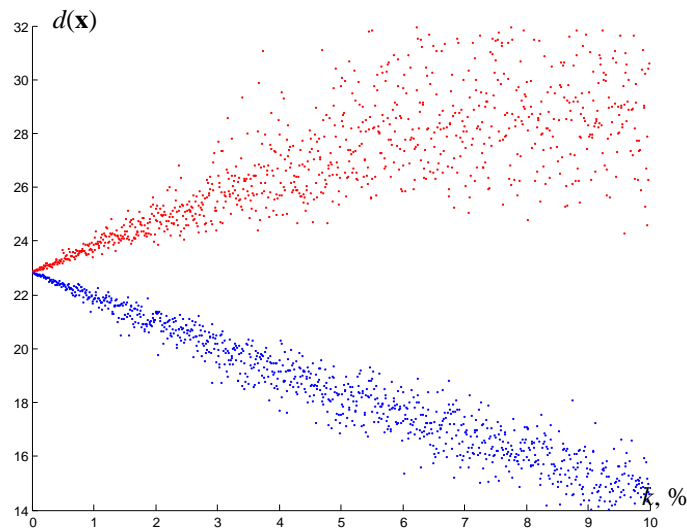
ცხრილი 3.62

$D_3D_6(VIII)$  გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების მაქსიმალური დისპერსიის მინიმუმის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე  $z$  საკვლევი არეში ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

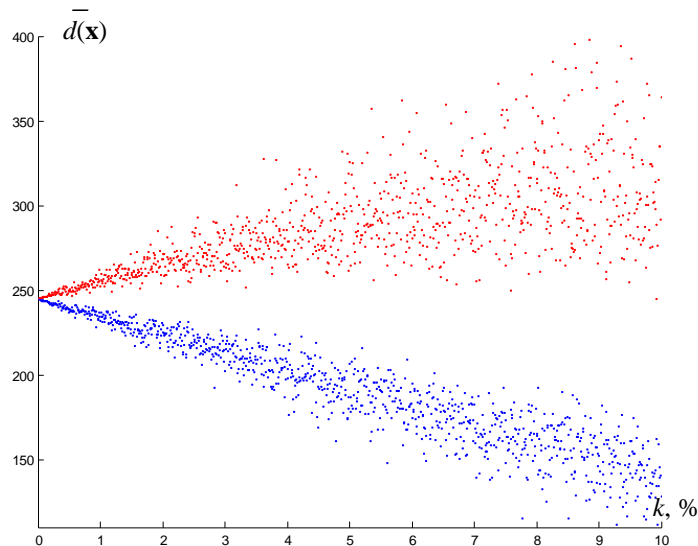
ცდომილება $k, \%$	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
	1.0e+003 *			
0.01	3.45987194	3.46406810	3.46186170	0.00085818
0.02	3.45724054	3.46610404	3.46159368	0.00185637
0.03	3.45610938	3.46669616	3.46202570	0.00234450
0.04	3.45172262	3.47066395	3.46215326	0.00379013
0.05	3.44923645	3.47162707	3.46097739	0.00444895
0.06	3.45188538	3.47453581	3.46063900	0.00483152
0.07	3.44573691	3.47896935	3.46169923	0.00630061
0.08	3.44107639	3.48029827	3.46153562	0.00614369
0.09	3.44493287	3.48418615	3.46252336	0.00858442
	1.0e+003 *			
0.1	3.43570246	3.47412437	3.46242329	0.00878974
0.2	3.44243732	3.49411787	3.46466812	0.01451698
0.3	3.39848774	3.50542595	3.45444617	0.02505853
0.4	3.41707432	3.51770914	3.46738891	0.02407013
0.5	3.38880111	3.55099140	3.46107931	0.04335905
0.6	3.36646304	3.54403104	3.45843605	0.04547664
0.7	3.34098294	3.56484973	3.45226154	0.05766391
0.8	3.33274932	3.60454309	3.46135861	0.06424487
0.9	3.33536514	3.63604854	3.48854628	0.07567748
	1.0e+003 *			
1.0	3.38530782	3.58087112	3.45106823	0.08049095
2.0	3.37085798	3.71857250	3.49262220	0.13202653
3.0	3.42137996	3.98724484	3.59899892	0.22409506
4.0	2.76702081	3.52600079	3.27690002	0.33344876
5.0	3.31499118	4.04456874	3.55460837	0.29218092
	1.0e+003 *			
10	2.46561070	4.32509711	3.67306871	0.82516590

ზემოაღნიშნულ დიაპაზონებში  $G$ -ოპტიმალურობის თვისება უარესდებოდა 0.02%-ით, 0.75%-ით და 3.00%-ით შესაბამისად.

**Q-ოპტიმალურობა.** 3.64 ნახაზზე წარმოდგენილია შეცდომების კორიდორი, რომელიც მიიღებოდა ცდომილებების გავლენის კვლევისას  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობაზე, როცა  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ , ხოლო 3.65 ნახაზზე  $z$  საკვლევი არე წარმოადგენდა კუბს ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$ . სათანადო რიცხვითი მნიშვნელობები მოყვანილია 3.63 და 3.64 ცხრილებში შესაბამისად.



ნახ.3.64. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $0.5 \times 0.5 \times 0.5$



ნახ.3.65. სამცვლადიანი მესამე რიგის  $D_3D_6(VIII)$  გეგმის  $Q$ -ოპტიმალურობა კუბის ფორმის საკვლევი არისათვის ზომით  $1.5 \times 1.5 \times 1.5$

როგორც 3.39 ცხრილიდან ჩანს, ცდომილებების ცვლილებისას 0.01%-0.09%-იან შუალედში  $Q$ -ოპტიმალურობა უარესდებოდა 0.004%-ით,

0.1%-0.9%-იან შუალედში უარესდებოდა 0.11%-ით, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის გაუარესება შეადგენდა 2.02%-ს.

ცხრილი 3.63

D<sub>3</sub>D<sub>6</sub>(VIII) გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე z საკვლევი არეში ზომით 0.5x0.5x0.5

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	22.82830169	22.84718888	22.83899673	0.00389853
0.02	22.82190435	22.86580288	22.83906971	0.00841447
0.03	22.80700064	22.88224001	22.83846975	0.01507176
0.04	22.80633278	22.89161755	22.83927500	0.01571471
0.05	22.79749171	22.88737644	22.84135643	0.02107177
0.06	22.76520975	22.89583863	22.83638698	0.02444802
0.07	22.76757631	22.90350131	22.83726039	0.02858641
0.08	22.74441200	22.91455387	22.83953954	0.03128596
0.09	22.74065808	22.92116659	22.83993189	0.03582634
0.1	22.71495218	22.93142029	22.83865385	0.04204707
0.2	22.63258548	23.06637145	22.83380031	0.08991674
0.3	22.54084436	23.14525550	22.80736675	0.13041810
0.4	22.34503086	23.33136354	22.86915090	0.20207733
0.5	22.37915312	23.45056007	22.81929507	0.21337159
0.6	22.20588765	23.53171963	22.83721376	0.25222961
0.7	22.30670305	23.81714380	22.82333613	0.27035084
0.8	21.96162940	23.89355355	22.81294939	0.37214065
0.9	22.02573920	23.67112283	22.86345981	0.35212082
1.0	22.19067561	23.43836872	22.85742958	0.37852930
2.0	20.82215682	23.52983165	22.47006620	0.78917769
3.0	20.29610690	25.06014764	22.35343754	1.31144466
4.0	19.93065803	24.78173022	22.74149176	1.26709507
5.0	20.09495707	30.18281522	23.31933505	2.74665728
10	19.98329493	30.94689701	24.99730904	4.53843171

ცხრილი 3.64

D<sub>3</sub>D<sub>6</sub>(VIII) გეგმებისთვის წინასწარმეტყველების საშუალო დისპერსიის ცვლილება კუბის ფორმის მქონე z საკვლევი არეში ზომით 1.5x1.5x1.5

ცდომილება k, %	min	max	საშუალო არიტმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.01	179.66681950	179.87601914	179.76289585	0.04433804
0.02	179.50123910	179.95382531	179.75256413	0.09500130
0.03	179.49903610	180.02021342	179.77058783	0.11753739
0.04	179.25658852	180.24039895	179.78403366	0.19507462
0.05	179.08277099	180.30107956	179.72240158	0.23241011
0.06	179.20213261	180.39516132	179.70845680	0.24398029
0.07	178.92661457	180.68205347	179.76100828	0.32197677
0.08	178.66934174	180.67677754	179.74421915	0.31718114
0.09	178.81546707	180.91646494	179.80912048	0.44785912
0.1	178.90215796	180.18732427	179.65938742	0.34545369
0.2	177.03645207	181.04277984	179.72269423	0.88301134
0.3	176.61568451	183.16297693	179.77716466	1.48923658

ცდომილება <i>k, %</i>	min	max	საშუალო არითმეტიკული	საშუალო კვადრატული გადახრა
0.4	176.78399694	184.23229333	179.67855473	1.90370602
0.5	174.67539032	186.26061275	180.25147564	2.64161311
0.6	174.07961422	187.27056563	180.13977048	2.75401322
0.7	172.59901555	184.41328531	178.50140442	2.88457579
0.8	172.07873460	188.28893796	178.35794892	3.62312795
0.9	172.14375975	186.41397775	180.14581067	2.98534531
1.0	174.39496770	186.78622818	180.70739993	4.37135916
2.0	161.16059516	192.53765548	175.58505756	10.3040124
3.0	146.78579429	182.32719264	167.21985140	12.3080141
4.0	161.10136169	236.27628783	183.95702623	22.3338740
5.0	168.45506685	210.97508897	187.56908983	11.5906152
10	174.13064224	225.62308310	190.78245635	23.51513556

3.64 ცხრილის მონაცემებზე დაყრდნობით კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არისათვის ზომებით 1.5x1.5x1.5, განსახილველი თვისების გაუარესება შეადგენს 0.03%-ს პირველი საკვლევი დიაპაზონისათვის, 0.1%-0.9%-იან დიაპაზონში გაუარესება შეადგენს 0.27%-ს, ხოლო 1%-5%-იან შუალედისათვის *Q*-ოპტიმალურობის გაუარესება შეადგენს 3.80%-ს.

*3.9. გაზომვის საშუალებების ცდომილებების არსებობისას სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების შედარებითი ანალიზი*

3.1 – 3.8 პუნქტებში მიღებული მონაცემების საფუძველზე ჩატარებულია მესამე რიგის სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევის შედარებითი ანალიზი.

როგორც 3.65 ცხრილის მონაცემებიდან ჩანს, ყველაზე მეტად უარესდება საკვლევი გეგმების ორთოგონალურობის თვისება. გაუარესება თვალში საცემია მცირე ცდომილებებისას თვით პირველ დიაპაზონშიც კი, სადაც ცდომილებების პროცენტი ყველაზე დაბალია და შეადგენს 0.01%-0.09%-ს. ცდომილებების გაზრდით გაუარესება კიდევ უფრო შესამჩნევია. იმ შემთხვევაში, როცა ფაქტორების დონეების დაყენებისას საჭიროა საზომი საშუალებები 1-5%-იანი ცდომილებით, სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის ორთოგონალურ როტატაბელურ გეგმების გამოყენება არ არის უკვე მიზანშეწონილი.

დიდი ცდომილებების დროს ასევე მკვეთრად უარესდება სამფაქტორიანი *D*-ოპტიმალური როტატაბელური გეგმების თვისებებიც. ეს განსაკუთრებით ეხება  $D_3D_5$  (V) და  $D_3D_5$  (VIII) გეგმებს.

საუკეთესო თვისებები გააჩნიათ *E*- და განსაკუთრებით *A*-ოპტიმალურ გეგმებს. ცდომილებების მესამე დიაპაზონშიც კი გაუარესება განსაკუთრებით *A*-ოპტიმალურობისათვის უმნიშვნელოა და ზოგიერთი საკვლევი გეგმისათვის არ შეადგენს 0.1%-ზე მეტს.

ცხრილი 3.65

სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სამფაქტორიანი როტატაბელური გეგმების მახასიათებლების გაუარესება, %

გეგმა	ცდომილებების დიაპაზონები	კრიტერიუმები							
		D	A	E	Ort	G		Q	
						0.5x0.5	1.5x1.5	0.5x0.5	1.5x1.5
I	I	0.09	0.005	0.15	0.47	0.03	0.01	0.02	0.001
	II	0.77	0.04	1.59	4.63	0.59	0.08	0.17	0.06
	III	9.57	3.72	9.11	22.32	1.70	0.40	0.37	0.06
II	I	0.10	0.007	0.16	0.48	0.01	0.008	0.007	0.004
	II	0.98	0.06	1.68	4.79	0.12	0.06	0.05	0.03
	III	5.99	7.93	7.02	19.73	1.65	0.17	0.74	0.82
III	I	0.34	0.03	0.37	0.81	0.06	0.13	0.02	0.02
	II	2.62	0.17	3.45	7.66	0.41	0.16	0.05	0.15
	III	13.59	4.23	2.95	22.80	0.12	5.90	1.82	2.16
IV	I	0.13	0.01	0.18	0.53	0.05	0.03	0.03	0.03
	II	1.05	0.07	1.79	5.19	0.95	0.21	0.26	0.29
	III	6.73	0.10	6.76	20.92	1.04	3.33	0.36	1.08
V	I	0.18	0.005	0.14	0.49	0.02	0.03	0.002	0.02
	II	1.45	0.04	1.40	4.76	0.25	0.21	0.04	0.15
	III	26.59	0.94	4.61	19.25	0.35	3.31	0.47	2.41
VI	I	0.15	0.004	0.10	0.52	0.005	0.03	0.002	0.02
	II	1.53	0.04	0.98	5.16	0.05	0.29	0.03	0.17
	III	8.08	0.26	4.94	23.32	0.45	0.93	0.32	0.41
VII	I	0.14	0.004	0.07	0.49	0.008	0.04	0.001	0.02
	II	1.28	0.07	1.28	4.82	0.06	0.34	0.02	0.19
	III	2.59	0.11	5.07	20.23	0.14	0.74	0.47	0.30
VIII	I	0.16	0.02	0.14	0.54	0.04	0.02	0.004	0.03
	II	1.40	0.09	1.84	5.14	0.35	0.75	0.11	0.27
	III	30.42	0.09	5.91	19.32	0.79	3.00	2.02	3.80

რაც შეეხება თვისებებს, რომლებიც დაკავშირებულია წინასწარმეტყველების გამოძახილის სიზუსტესთან, მათი გაუარესება ცდომილებების მცირე დიაპაზონში უმნიშვნელოა. მაგრამ საკვლევი არის გაზრდისას მესამე დიაპაზონში *G*- და *Q*-როტატაბელური გეგმების მახასიათებლები შედარებით უარესდება.

ჩატარებული კვლევები განკუთვნილია ექსპერიმენტატორებისათვის და ეხმარება მათ ამორჩეული როტატაბელური გეგმებისათვის ამა თუ იმ თვისებების გაუარესების ხარისხის შეფასებაში, რაც თავის მხრივ განისაზღვრება სხვადასხვა ცდომილებების მქონე საზომი საშუალებების გამოყენებისას გეგმის შესაბამისი ფაქტორების დონეების დაყენებით.

### ძირითადი დასკვნები

1. გაანალიზებულია ორი და სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების აგების პრინციპები.
2. საზომი საშუალებების ცდომილებების არსებობის პირობებში, რომელთა მიხედვითაც ხდება გეგმის შესაბამისად ფაქტორების დონეების დაყენება, ნაჩვენებია რეალური ექსპერიმენტის დაგეგმვის დამახინჯების პრინციპი.
3. შემოთავაზებულია გეგმის კოორდინატებზე შემთხვევითი სიდიდეების ზედდების მეთოდით, რომლებიც, თავის მხრივ, წარმოადგენენ გაზომვის საშუალებების ცდომილებების იმიტაციას.
4. მესამე რიგის ორფაქტორიანი კომპოზიციური სიმეტრიული როტატაბელური გეგმებისათვის გამოკვლეულია სხვადასხვა ცდომილებების გავლენა *D*-, *A*-, *E*- ოპტიმალურობასა და ორთოგონალურობაზე.
5. კვადრატის ფორმის მქონე სხვადასხვა სიდიდის საკვლევი არეებისათვის გამოკვლეულია ცდომილებების გავლენა ისეთ კრიტერიუმებზე, როგორცაა *G*- და *Q*- ოპტიმალურობა.
6. ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის ეკონომიური როტატაბელური გეგმებისათვის დეტალურად არის შესწავლილი ცდომილებების გავლენა მსაზღვრელის მნიშვნელობაზე, კვალზე, მაქსიმალურ საკუთარ რიცხვსა და კოვარიაციული მატრიცის ელემენტების ჯამზე.
7. დადგენილია ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის ეკონომიური როტატაბელური გეგმების თვისებების გაუარესების ხარისხი რომელიც დაკავშირებულია სხვადასხვა ზომის კვადრატის ფორმის მქონე საკვლევი არეში მინიმუმების, აგრეთვე, მაქსიმალური და საშუალო დისპერსიების განსაზღვრასთან.



8. მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების თვისებების კვლევისას მათზე ცდომილებების გავლენის შესწავლისას განსაზღვრულია კრიტერიუმების შესაბამისი მნიშვნელობებისათვის ქვედა და ზედა საზღვრები, რის შედეგადაც მიიღება თვისებების გაბნევის დერეფანი.

9. ორი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის სიმეტრიული და ეკონომიური როტატაბელური გეგმებისათვის მოყვანილია ყველა საკვლევი თვისების გაუარესების შედარებითი ანალიზი.

10. ჩატარებული კვლევების საფუძველზე გაკეთდა დასკვნა და გამოტანილ იქნა რეკომენდაციები ზოგიერთ შემთხვევაში საზომი საშუალებების მცირე ცდომილებების დროს შედარებით ეკონომიური თორმეტწერტილიანი გეგმების გამოყენების მიზანშეწონილობის შესახებ.

11. დეტალურად არის განხილული სამი ცვლადის შემცველი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის თვისებები, რომლებიც დაკავშირებულია შესაბამისი რეგრესიის განტოლების კოეფიციენტების განსაზღვრის სიზუსტესთან.

12. სხვადასხვა სიდიდის კუბის ფორმის მქონე საკვლევი არეებში სამფაქტორიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმებისათვის გაანალიზებულია თვისებების გაუარესების ხარისხი, რომლებიც აგებული მოდელის მეშვეობით დაკავშირებულია გამოძახილის მნიშვნელობების წინასწარმეტყველების სიზუსტესთან.

13. სამი ცვლადის მქონე მესამე რიგის როტატაბელური გეგმების ყველა გამოკვლეული თვისებისათვის მოყვანილია შედარებითი ანალიზის მონაცემები.

14. ექსპერიმენტატორს მიეწოდება ინფორმაცია თითოეული სამფაქტორიანი მესამე რიგის როტატაბელური გეგმის თვისების გაუარესების ხარისხის შესახებ, რაც დაეხმარება მას პრაქტიკაში საზომი საშუალებების ამორჩევას, რომლებიც, თავის მხრივ, გამოიყენება გეგმის შესაბამისად ფაქტორების დონეების დასაყენებლად.

15. ექსპერიმენტატორს ეძლევა კონკრეტული რეკომენდაციები საზომი საშუალებების ცდომილებების სხვადასხვა დიაპაზონში ოპტიმალური გეგმების გამოყენების შესახებ.

## ლიტერატურა

1. Fisher R.A., Mackenzie W.A., Studies in Crop Variation, The Manual Response of Different Pateto Varieties, Journal of Agricultural Science, 1923, 13, 311.
2. Finney D.J., The Fractional Replication of Factorial Arrangements, Annals of Eugenics, 1945, 12, N4, 291.
3. Plackett R.L., Burman J.P., The Design of Optimum Multifactorial Experiments, Biometrika, 1946, 33, N4, 305.
4. Box G.E.P., Wilson K.B., On the Experimental Attainment of Optimum Conditions, Journal of the Royal Statistical, Society, Series B, 1951, 13, N1, 1.
5. Kiefer J. Optimum Experimental Designs, Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1959, 21, №2, 272.
6. Бююль А., Цефель П. SPSS: Искусство обработки информации. М. – Спб.: ДиаСофтЮП, 2002, 608 с.
7. Вапник В.Н., Глазкова Т.А., Кощев В.А., Михальский А.И., Червоненки А.Я. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей. М.: Наука, 1984, 815 с.
8. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: «Статистика», 1973, 392 с.
9. Енюков И.С. Методы, алгоритмы, программы многомерного статистического анализа. М.: «Финансы и статистика», 1986, 232 с.
10. Иванов Г.А., Кривошеев И.А. Статистические методы обработки экспериментальных данных при восстановлении зависимости. Владивосток: Дальнаука, 1998, 133 с.
11. Кендал М. Дж., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды / Под ред. А.Н. Колмогорова и Ю.В. Прохорова. М.: Наука, 1976, 736 с.
12. Прикладной статистический анализ данных / Алексахин С.В., Баллин А.В., Криницин В.В. и др. Кн.1 / Под ред. Криницина В.В. М.: ПРИОР, 1998, 336 с.
13. Прикладной статистический анализ данных / Алексахин С.В., Баллин А.В., Криницин В.В. и др. Кн.2 / Под ред. Криницина В.В. М.: ПРИОР, 1998, 352 с.
14. Налимов В.В. Теория эксперимента, в сб. «Новые идеи в планировании эксперимента», М.: Наука, 1969, 9.
15. Налимов В.В. Еще раз о сравнении случайного поиска с методом градиента в симплекс-планировании, «Заводская лаборатория», 1966, 32, №7, 854.
16. Адлер Ю.П. Предпланирование эксперимента. М.: Знание, 1978, 72 с.
17. Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. М.: Металлургия, 1969.
18. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976, 279 с.
19. Вучков И.Н., Круг Г.К., Применение непрерывного планирования для получения D-оптимального плана. - В кн.: «Проблемы планирования эксперимента». М.: Наука, 1969.
20. Круг Г.К., Сосулин Ю.А., Фатуев В.А. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. – М.: Наука, 1977.
21. Маркова Е.В., Лисенков А.Н. Планирование эксперимента в условиях неоднородностей. М.: Наука, 1973, 219 с.
22. Бродский В.З. Введение в факторное планирование эксперимента. М.: Наука, 1976, 224 с.
23. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов. М.: Металлургия, 1974, 264 с.
24. Денисов В.И. Математическое обеспечение системы ЭВМ-экспериментатор. М.: Наука, 1977, 251 с.
25. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. М.: Машиностроение, 1980, 303 с.
26. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента (Планирование регрессионных экспериментов), М.: Наука, 1971.
27. Зедгинидзе И.Г., Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем. М.: Наука, 1976, 390 с.
28. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента, М.: Радио и связь, 1983, 248.

29. Box G.E.P., Hunter J.S., Multifactor Experimental Designs for Exploring Response Surfaces, *Annals of Mathematical Statistics*, 1957, 28, N1, 195.
30. Голикова Т.И., Панченко Л.А., Фридман М.З. Каталог планов второго порядка. М., Изд-во МГУ, 1974, т. I, 388 с.; т. II, 384 с.
31. Голикова Т.И., Федоров В.В., Николаева Л.С., Чернова Н.А. Сравнение композиционных планов второго порядка, построенных на  $n$ -мерном шаре, в сб. «Новые идеи в планировании эксперимента» (под ред. Налимова В.В.), М.: Наука, 1969, 154.
32. Davies O.L., Editor, *The Design and Analysis of Industrial Experiments*, 2nd edition, Oliver and Boyd, London and Edinburgh, 1956, 490 p.
33. Зедгинидзе И.Г. Исследование симметричных неортогональных центральных композиционных планирований второго порядка, *Труды ГПИ им. В.И.Ленина*, Тб., 1968, №6 (126), 64.
34. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. М.: Машиностроение, 1980, 303 с.
35. Рохваргер А.Е., Шевяков А.Ю. Математическое планирование технических исследований. М.: Наука, 1975, 440 с.
36. Cochran W.G., Cox G.M., *Experimental Designs*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1957, 350 p.
37. Вепхвадзе Н.А., Зедгинидзе И.Г. Ротатабельные планы четвертого порядка, *Труды проблемной лаборатории АВТ ГПИ, «Техническая кибернетика»*, №3, Тб., 1972, 17.
38. Draper Norman R., Pukelsheim Fridrich. Another look at rotatability. *Technometrics.*, 1990, 32, №2, p.195-202.
39. Panda Rajendranath, Roy Archana Das. Analysis of fourth order rotatability in  $k$ -dimensions. *Calcutta Statist. Assoc. Bull.* 1990. 39, №4, p. 195-200.
40. Huda S. On a problem of increasing the efficiency of second-order rotatable designs. *Biom. J.* – 1990. 32, №4, p. 427-433.
41. Берая Н.О. Исследование наиболее близких к  $D$ -оптимальным симметричных композиционных планов второго порядка при наличии ошибок. *Georgian Engineering News*, 2003, №2, с. 42-46.
42. Берая Н.О., Зедгинидзе И.Г. Несимметричные планы второго порядка. Тбилиси: Технический университет, 2000, 191.
43. Берая Н.О. Исследование симметричных композиционных планов второго порядка. Тбилиси: Технический университет, 2003, 116 с.
44. Берая Н.О., Зедгинидзе И.Г. Исследование близких к  $D$ -оптимальным специально ориентированных планов второго порядка для трех переменных. *Georgian Engineering News*, 2002, №3, с.36-40.
45. Вучков И.Н. Каталог последовательно генерируемых планов. София: Изд-во Высшего химико-технологического института, 1978.
46. Вучков И.Н., Круг Г.К., Применение непрерывного планирования для получения  $D$ -оптимального плана.- В кн.: «Проблемы планирования эксперимента». М.: Наука, 1969.
47. Голикова Т.И., Микешина Н. Г., Свойства  $D$ -оптимальных планов и методы их построения.- В кн.: «Новые идеи в планировании эксперимента». М.: Наука, 1969, 21-58.
48. Donev A.N. , Atkinson A.C. An adjustment algorithm for the construction of exact  $D$ -optimum experimental designs. *Technometrics.*, 1988, 30, №4, p.429-433.
49. Kiefer J. Optimum Experimental Designs, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 1959, 21, №2, 272.
50. Кирилица В.П. Точные  $D$ - и  $A$ -оптимальные планы для линии регрессии. – Вести Белорусского университета, серия 1, 1990, №2, с. 36-38.
51. Кирилица В.П.  $D$ -оптимальные планы для линии регрессии с неравноточными наблюдениями. Пробл. компьютер. анал. данных и моделир.: Матер. докл. Респ. науч. конф. «Мат. и прогр. обеспеч. анал. данных», Минск, дек., 1990. Минск, 1991, с.68-72.
52. Kolyva-Machera F.  $D$ -optimality in  $3k$ - designs for  $N \equiv 1 \pmod 9$  observations. – *J. Statist. Plann. and Inferense.*, 1989, 22, №1, p. 95-103.

53. Lee Carl M. - S. D-optimal designs for polynomial regression when lower degree parameters are more important. *Util. Math.*, 1988, 34, №Nov., p.53-63.
54. Mandal Nripes Kumar. D-optimal designs for estimating the optimum point in a quadratic response surface-rectangular region. – *J. Statist. Plann. and Inference*. 1989. 23, №2, p. 243-252.
55. Meyer Ruth K., Nachtsheim Cristopher J. Constructing exact D-optimal experimental designs by simulated annealing. *Amer. J. Math. and Manag. Sci.*, 1988. 8, №3-4, p. 329-359.
56. Robertazzi T.G., Schwartz S.C. An accelerated sequential algorithm for producing. – *J. Sci and Statist. Comput.*, 1989, 10, №2, p. 341-358.
57. Huda S. On performance of D- and A-optimal second-order designs in spherical regions under model variations. *Calcutta Statist. Assoc. Bull.* 1990. 39, №4, p. 185-193.
58. Huda S., Mukerjee Rahul. D-optimal measures for fourth-order rotatable designs. – *Statistics*. 1989, 20, №3, p. 353-356.
59. ბერაია ნ.ო. A-ოპტიმალურთან მიახლოებული მეორე რიგის ორფაქტორიანი არასიმეტრიული გეგმების კვლევა ექსპერიმენტის შეცდომების პირობებში. *პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“*, 1(15), 2003, გვ. 47-50.
60. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О. Разработка близких к A-оптимальным специально ориентированных несимметричных композиционных планов второго порядка для двух переменных. *Georgian Engineering News*, 1998, №5, с.13-16.
61. Marrero Osvaldo, Raghavarao Damaraju. Overall A-optimal balanced incomplete block designs. – *J. Statist. Plann. and Inference*. 1989. 21, №1, p. 125-127.
62. Налимов В.В. Теория эксперимента, в сб. «Новые идеи в планировании эксперимента», М.: Наука, 1969, 9.
63. Bagchi S., van Berkum E.E.M. On the optimality of a new class of adjusted orthogonal designs. *J. Statist. Plann. and Inference*. 1991. 28, №1, p.61-65.
64. Bagiatis C. E-optimal  $2^k$  saturated designs. *Statistics*. 1990. 21, №1, p.35-44.
65. Берая Н.О., Зедгинидзе И.Г. Синтез наиболее близких к E-оптимальным специально ориентированных несимметричных композиционных планов второго порядка для двух переменных. *Georgian Engineering News*, 1998, №5, с. 17-20.
66. Берая Н.О. Исследование близких к ортогональным специально ориентированных несимметричных композиционных планов второго порядка для двух переменных при наличии ошибок. *Georgian Engineering News*, 2002, №4, с.71-74.
67. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О. Синтез наиболее близких к G-оптимальным несимметричных специально ориентированных планов второго порядка. *Georgian Engineering News*, 1998, №2(6), с.28-32.
68. ბერაია ნ.ო. G- და Q-ოპტიმალური მეორე რიგის სიმეტრიული ცენტრალური კომპოზიციური გეგმების სინთეზი კვადრატებსა და კუბებზე. *პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“*, 2 (16), 2003, გვ. 59-62.
69. Берая Н.О. Исследование близких к G-оптимальным симметричных композиционных планов второго порядка для трех переменных в октанте шара. *Georgian Engineering News*, 2003, №1, с.47-51.
70. Берая Н.О., Зедгинидзе И.Г. Синтез наиболее близких к Q-оптимальным несимметричных специально ориентированных планов второго порядка, *Science Revival Foundation “Intellect” Collected Papers*, 1998, №3, с. 33-36.
71. Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О. «К вопросу исследования свойств планов первого и второго порядка при наличии ошибок эксперимента». *პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი ‘ინტელექტი’* 2 (19), 2004, 30-33.
72. Берая Н.О., Зедгинидзе И.Г. Изучение влияния погрешностей средств измерения на Q-оптимальные симметричные композиционные планы второго порядка для четырех переменных. *პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“*, 3 (23), 2005, 54-57.
73. Берая Н.О. Исследование наиболее близких к D-оптимальным симметричных композиционных планов второго порядка при наличии ошибок. *Georgian Engineering News*, 2003, №2, с. 42-46.

74.Берая Н.О., Зедгинидзе И.Г. «Сравнение симметричных и несимметричных планов опыта при учете погрешностей средств измерения». М.: Электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптических частот, 2003, том XI, выпуск 2-4(38), с. 5-11.

75.Берая Н.О. Исследование планов второго порядка при наличии ошибок эксперимента. Тбилиси: Технический университет, 2005, 338 с.

76.Бакрадзе Г.Г., Зедгинидзе И.Г., Берая Н.О. Исследование влияния погрешностей средств измерения на свойства планов второго порядка. «Измерительная техника», 2006, N2

77.Гварамя Е.Г. Берая Н.О. Исследование изменения свойства D-оптимальности некоторых из ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных при наличии ошибок эксперимента. შრომები მართვის ავტომატიზებული სისტემები, 2011, 1(10), с.86-88.

78.Берая Н.О., Гварамя Е.Г. Исследование влияния погрешностей средств измерения на свойство ортогональности ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных. Georgian Engineering News, 2011, №2, с. 30-32.

79.Берая Н.О., Гварамя Е.Г. Исследование свойства D-оптимальности трехфакторного композиционного ротатабельного плана третьего порядка в условиях ошибок эксперимента. perioduli samecniero Jurnalі "inteleqti", 2011, 1(39), gv. 157-160.

80.Берая Н.О., Гварамя Е.Г. Влияние характерных для измерительных средств погрешностей на некоторые свойства одного из ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных. (Материалы V Международной научно-практической конференции), М.:Спутник, 2011, с.325-330.

81.Гварамя Е.Г., Берая Н.О. Изучение влияния погрешностей средств измерения на свойство G-оптимальности некоторых ротатабельных планов третьего порядка для трех переменных. Georgian Engineering News, 2011, №3 с.76-78.

82.Берая Н.О., Гварамя Е.Г. Исследование свойств, связанных с точностью предсказаний значений отклика с помощью построенной модели двухфакторных ротатабельных ротатабельных планов третьего порядка в условиях ошибок эксперимента. (Материалы II Международной научно-практической конференции «В мире научных открытий»), М.:Спутник, 2012.