

ალექსანდრე კეკენაძე

სინერგეტიკის მეთოდების გამოყენება  
ეკონომიკური სისტემების კვლევაში

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის  
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი  
თბილისი, 0175, საქართველო  
იანვარი, 2012

საავტორო უფლება © 2012, ალექსანდრე კეკენაძე

## საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

### ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით ალექსანდრე კეკელიძის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: "სინერგეტიკის მეთოდების გამოყენება ეკონომიკური სისტემების კვლევაში" და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

ხელმძღვანელი:

ვალიდა სესაძე

---

რეცენზენტი:

ჰამლეტ მელაძე

---

რეცენზენტი:

ალექსანდრე სიჭინავა

---

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2012

ავტორი: ალექსანდრე კეკელიძე  
დასახელება: სინერგეტიკის მეთოდების გამოყენება  
ეკონომიკური სისტემების კვლევაში  
ფაკულტეტი : ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების  
ფაკულტეტი  
აკადემიური ხარისხი: დოქტორი  
სხდომა ჩატარდა:

ინდივიდუალური პროგრამების ან ინსტიტუტების მიერ ზემოთმოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

---

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

**დისერტაციას ვუძღვნი ჩემს მეუღლეს და შვილს, ერეკლეს.**

## რეზიუმე

ახალი ათასწლეულის დასაწყისი კაცობრიობის განვითარებაში უდიდესი მნიშვნელობის ცვლილებებით ხასიათდება. ისტორიაში პირველად ჩამოყალიბდა ერთიანი მსოფლიო სისტემა, რომელიც მნიშვნელოვან ზემოქმედებას ახდენს ცალკეული ქვეყნის განვითარებაზე. ამ პროცესების შედეგია ის, რომ თანამედროვე ეტაპზე სწრაფად ვითარდება ახალი დისციპლინათშორისი მიმართულება თვითორგანიზაციის პროცესების შესახებ. საერთაშორისო მათემატიკურ ლიტერატურაში ამ ფუნდამენტალურ მიმართულებას უწოდებენ “არაწრფივ მეცნიერებას” (nonlinear science), ხოლო ჩვენში - “არაწრფივ დინამიკას”. სინერგეტიკის არსს წარმოადგენს სხვადასხვა ბუნების (ეკონომიკური, ფიზიკური, ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკოლოგიური, ტექნიკური და ა.შ.) არაწრფივ დინამიკურ სისტემებში უნივერსალური კანონზომიერებების გამოვლენა. თვითორგანიზაციის ზოგადი პრინციპები ეფუძნება სისტემურ მიდგომას.

სინერგეტიკის ძირითად ცნებებია: ბიფურკაცია, დაქვემდებარება, წესრიგის პარამეტრი, მართვის პარამეტრი და ატრაქტორი. მმართველი პარამეტრების ცვლილების შედეგად არაწრფივმა სისტემამ შეიძლება დაკარგოს წონასწორობა და სინერგეტიკულ სისტემებში წარმოიქმნას, როგორც მოწესრიგებული, ასევე ქაოსური რხევები. სწორედ თვითორგანიზაცია წარმოადგენს ზემოთ ჩამოთვლილი მრავალფეროვანი სისტე-

მების საერთო თვისებას, რომლებიც შედგებიან ელემენტებისაგან და სხვადასხვა ბუნების ქვესისტემებისაგან. თვითორგანიზაცია საშუალებას გვაძლევს შევისწავლოთ ბუნებით განსხვავებული დინამიკური სისტემების თვისებები ერთიანი მათემატიკური პოზიციებიდან და ერთიანი ცნებებით. თანამედროვე ეკონომიკური პრობლემების გადაწყვეტა დაკავშირებულია ეკონომიკის მოდერნიზაციის აუცილებლობასა და განვითარების ახალ ინოვაციურ ტრაექტორიაზე გადასვლასთან.

თემის აქტუალურობა განპირობებულია იმ ფაქტით, რომ შეუძლებელია ეკონომიკური პროცესების კვლევის ტრადიციული მეთოდების გამოყენება, რადგანაც თანამედროვე ეკონომიკა არაწრფივია, ეკონომიკური გარემო იცვლება ძალზე სწრაფად და გრძელვადიანი პროგნოზირება არააქტუალურია. სინერგეტიკული ეფექტების არსებობა ეკონომიკაში მოითხოვს პროგნოზირების, დაგეგმარების, რეგულირების ახალ მიდგომების ძიებას ცალკეული ფირმის ეკონომიკის დონიდან ქვეყნის ეკონომიკამდე.

სადისერტაციო ნაშრომი ეძღვნება ახალი ინტეგრირებული მეცნიერების, სინერგეტიკის პრინციპების გამოყენებას თანამედროვე ეკონომიკური სისტემების თვითორგანიზაციის პროცესების კვლევაში.

სინერგეტიკის იდეების გამოყენებას ეკონომიკური სისტემების კვლევაში ეძღვნება ბ.ზანგის, ი.ფრანგიშვილის,

ე.პეტერსის, ტ.პუს, ვ.არნოლდის, ს.კურდიუმოვის, გ.მალინეცკის და სხვათა ფუნდამენტალური შრომები.

**სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი მიზანია** სინერგეტიკული პარადიგმის გამოყენებით გავაანალიზოთ სინერგეტიკული ეფექტების გამოვლენა ეკონომიკის განვითარების თვითორგანიზების პროცესში. ვაჩვენოთ სინერგეტიკის ცალკეული თვისებრივი მეთოდის, კონკრეტულად კატასტროფებისა და ბიფურკაციების თეორიის გამოყენების შესაძლებლობა ეკონომიკურ კვლევებში.

**ნაშრომის მიზნიდან გამომდინარე დისერტაციის ძირითადი ამოცანებია:**

1. გამოვავლინოთ განსხვავება სინერგეტიკულ და ტრადიციულ მიდგომებს შორის ეკონომიკის მდგრადი განვითარების პრობლემების კვლევაში;

2. განვიხილოთ სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენების აუცილებლობა თანამედროვე ეკონომიკის მდგრადი განვითარების პრობლემების კვლევაში სინერგეტიკული პარადიგმის მიხედვით;

3. ეკონომიკური სისტემების მდგრადი განვითარების პრობლემის კვლევაში გამოვიყენოთ სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტები, კერძოდ: სტუქტურული დინამიკის თანამედროვე თეორია – კატასტროფებისა და

ბიფურკაციების თეორია, არაწრფივი დინამიკური სისტემების კვლევის მეთოდი;

4. სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტების გამოყენებით გამოვიკვლიოთ ეკონომიკური სისტემების მდგრადი განვითარების შემდეგი პრობლემები:

- კომპანიათა შერწყმისა და შთანთქმის პროცესი;
- ფირმის ფინანსური კრიზისული პროცესები;
- ეკონომიკური კრიზისის პროცესები.

**კვლევის მეთოდები:** მართვის კლასიკური მეთოდები, არაწრფივი სისტემების მართვის მეთოდები, სინერგეტიკის პრინციპები.

სადისერტაციო ნაშრომის მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს ეკონომიკური სისტემების მდგრადობის თეორიული და მეთოდოლოგიური დებულებების კომპლექსის დამუშავებაში. კვლევის ძირითადი შედეგები, რომლებიც წარმოადგენს დისერტაციის მეცნიერულ სიახლეს მდგომარეობს შემდეგში:

1. ეკონომიკის მდგრადი განვითარების პრობლემების კვლევაში გამოვლენილია განსხვავება სინერგეტიკულ და ტრადიციულ მიდგომებს შორის. ნაჩვენებია, რომ ტრადიციული მიდგომებისაგან განსხვავებით, სინერგეტიკული მიდგომის მიხედვით ეკონომიკური სისტემა არის ღია სისტემა. მას გააჩნია არაწონასწორული, შეუქცევადი და არაწრფივი ხასიათი, რომლის საბოლოო ეკონომიკური მიზანიც არაცალსახაა;



2. გამოკვეთილია თანამედროვე ეკონომიკური პროცესების ანალიზში სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენების აუცილებლობა, რადგანაც სინერგეტიკული პარადიგმის მიხედვით ეკონომიკა განიხილება როგორც დინამიკური, ორგანული და მუდმივად განვითარებადი პროცესი;

3. შესწავლილია სისტემების კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტები ეკონომიკური სისტემების მდგრადი განვითარების პრობლემის კვლევაში, კერძოდ: სტრუქტურული დინამიკის თანამედროვე თეორია – კატასტროფებისა და ბიფურკაციის თეორია, არაწრფივი დინამიკური სისტემების კვლევის მეთოდი;

4. გამოკვლეულია ეკონომიკური სისტემების მდგრადი განვითარების შემდეგი პრობლემები:

- კომპანიათა შერწყმისა და შთანთქმის პროცესი;
- ფირმის ფინანსური კრიზისული პროცესები;
- ეკონომიკური კრიზისის პროცესები.

5. სინერგეტიკული პარადიგმის გამოყენებით გაანალიზებულია სინერგეტიკული ეფექტების გამოვლენა ეკონომიკის განვითარების თვითორგანიზების პროცესში.

**პრაქტიკული ღირებულება.** სადისერტაციო ნაშრომი შეიცავს ყველა საჭირო მონაცემებს, მეთოდიკას, რეკომენდაციებს და პროგრამებს ეკონომიკური პროცესების ზრდის მდგრადი განვითარების პრობლემების ანალიზში. ნაჩვენებია სინერ-

გეტიკის ცალკეული თვისებრივი მეთოდის, კონკრეტულად კატასტროფებისა და ბიფურკაციის თეორიის, გამოყენების შესაძლებლობა ეკონომიკურ კვლევებში. სადისერტაციო ნაშრომში განხილული ამოცანები შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს სასწავლო პროცესში მართვის თანამედროვე პრობლემების შესწავლის მიზნით.

**სადისერტაციო ნაშრომის მოცულობა და სტრუქტურა.** დისერტაციაში დასმული ძირითადი ამოცანების ნუსხის მიხედვით შედგენილია დისერტაციის სტრუქტურაც, კერძოდ: პირველი თავი შეიცავს კვლევას და შედეგებს, რომლებიც პასუხობენ ნუსხის პირველ და მეორე პუნქტებს, მეორე თავი – ჩამონათვალის მესამე პუნქტს, ხოლო მესამე თავი ეძღვნება მეოთხე პუნქტში ჩამოყალიბებულ საკითხებს.

სადისერტაციო ნაშრომი მოიცავს 143 გვერდს. იგი შედგება შესავლის, ლიტერატურის მიმოხილვის, შედეგების განსჯისა და დასკვნითი ნაწილისაგან. ნაშრომს თან ერთვის გამოყენებული ლიტერატურის ნუსხა.

## Abstract

The beginning of the new millennium, humanity is characterized by alternations in the development of great significance. For the first time in history the united world system has been formed, which has a significant impact on the individual country's development. The solution of contemporary economic problems is connected with the need for economic modernization and development of innovative new trajectory. The result of these processes is that, on the modern stage the new interdisciplinary direction is growing rapidly in natural science-the science about self-organizing processes. In the international mathematical literature this fundamental direction is called "nonlinear science", but we call it "nonlinear dynamics".

The essence of synergetics is to display universal regularities in nonlinear dynamical systems of different nature (economic, physical, chemical, biological, ecological, technical, etc.). General principles of self-organization are based on a systematic approach.

Main concepts of synergetics are: bifurcation, subordination, order parameters, control parameters and attractors. As a result of changing parameters, the nonlinear system may lose its balance and a well-organized as well as chaotic pressure fluctuations may emerge in synergetic systems.

The self-organization itself represents main traits of above mentioned diverse systems, which are composed of various elements and subsystems of different nature. Self-organization allows us to explore the dynamic nature of systems with different properties of the mathematical concepts and common positions.

This urgency is due to the fact, that traditional methods cannot be used in the processes of the economic research, as environment is changing very fast and long-term prognosis is not actual. The existence of synergetic effects in economy requires forecasting, planning and searching for new

approaches of regulation in economics from the level of individual firms, up to the economy of the country.

This is dedicated to the new integrated science, to the usage of synergetic systems in the study of modern economic system self-organization. To the use of synergetic concepts for the research of economic systems fundamental works by B.Zang, I.Prangishvili, E.Peters, T.Pue, V.Arnold, S.Kurdiumov and others is dedicated.

These aims to analyze the use of paradigm of synergetic in the process of self-organization of economic development. To show some qualitative methods, specifically the theory of catastrophes, in the use of the possibility of economic research.

Main tasks of the thesis can be laid out as follows :

1. To reveal the difference between synergetic and traditional approaches in the research of stable development of economics :
2. To discuss the necessity of using synergetic approach in the research of stable development of modern economy according synergetic paradigm.
3. To use synergetic instruments in the research of stable development in the study of the problems of the stable economic systems, namely : structural dynamics of the modern theory, theory of catastrophes, nonlinear dynamic systems research methods;
4. To research economic systems and stable development, and concentrate on the problems of stability by the research of synergetic instruments, in particular, by using the theory of catastrophe:
  - The process of absorption and mergers of companies and their economic growth;
  - The firms financial-economic crisis situation;
  - The process of economic crisis.
5. The structure of the thesis is drawn up according to the list of main tasks, namely:

The first chapter contains a survey and the results, which meet a list of the first and second points, the second chapter is devoted to the issues set in the fourth paragraph.

Research methods: the classical methods of control, nonlinear systems, management methods, principles of synergetic.

The main results of the thesis are presented in the following conclusions:

1. In the study of stable development of economy differences are revealed between the synergetic and traditional approach. It is shown, that unlike traditional approaches, economic system is open according to synergetic system. It is unbalanced, irrevocable and nonlinear by nature, the ultimate economic goal of which is not unilateral.
2. Modern economic analysis has identified the necessity of using synergetic approach, because synergetic paradigm based economy is viewed as a dynamic, organic and ever-developing process;
3. Synergetic instruments are used in the research of the problems of the stable development of economy, namely: structural dynamics of the modern theory, theory of catastrophes, nonlinear dynamic systems research methods;
4. Problems of the stable development of economic systems are investigated based on the theory of catastrophes, including:
  - Mergers and absorption process of companies is analyzed and its economic growth;
  - The processes of firms financial-economic crisis is analyzed;The practical value. Thesis contains all the necessary data, methods, processes, recommendations and programs for the analysis of problems for economic growth and stable development.

Thesis consists of three chapters, a conclusion and the list of literature

## შ ი ნ ა ა რ ს ი

ცხრილების ნუსხა;

შესავალი;

ნაწილი I. ლიტერატურის მიმოხილვა;

თავი I. თანამედროვე ეკონომიკური პროცესების ანალიზში სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენების აუცილებლობა;

- 1.1 სინერგეტიკული პარადიგმების არსი;
- 1.2 ეკონომიკური სისტემების სინერგეტიკული კვლევის საფუძვლები;
- 1.3 ბიზნესის გლობალიზაცია სინერგეტიკის თვალსაზრისით;
- 1.4 თვითორგანიზაცია და თერმოდინამიკის კანონები ეკონომიკაში;

ნაწილი II შედეგები და მათი განსჯა;

თავი II სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტები;

- 2.1 კატასტროფების თეორიის ელემენტები;
- 2.2 სისტემების სტრუქტურული მდგრადობის კვლევა კატასტროფების თეორიის გამოყენებით;
- 2.3 ბიფურკაცია არაწრფივ დინამიკურ სისტემებში;
- 2.4 არაწრფივი დინამიკური სისტემების კვლევის მეთოდი;

თავი III სინერგეტიკული ეფექტების გამოვლენა ეკონომიკაში;

- 3.1 კომპანიათა შერწყმისა და შთანთქმის პროცესის ანა-

ლიზი სინერგეტიკის ინსტრუმენტების გამოყენებით;

3.2 ფირმის ფინანსური კრიზისის ანალიზი სინერგეტიკის ინსტრუმენტების გამოყენებით ;

3.3 ეკონომიკური კრიზისის პროცესების ანალიზი სინერგეტიკის ინსტრუმენტების გამოყენებით;

დასკვნა;

გამოყენებული ლიტერატურის სია .

## ნახაზების ნუსხა

ნახ. 2.1	სფეროს სიბრტყეზე პროექტირების ნაკეცი.....	58
ნახ. 2.2	ზედაპირის სიბრტყეზე დაგეგმარების ნაოჭები.....	59
ნახ. 2.3	$X$ მდგომარეობის ცვლადის დამოკიდებულება $a$ და $b$ მმართველ პარამეტრებზე.....	63
ნახ. 2.4.	(2.2.8) განტოლების $\xi$ ამონახსნის დამოკიდებულება $\lambda$ პარამეტრზე).....	65
ნახ. 2.5	ფაზური სიბრტყე.....	67
ნახ. 2.6	ციკლის დაბადების ბიფურკაცია.....	68
ნახ. 2.7	წონასწორობის მდგრადობის „რბილად“ დაკარგვა .....	69
ნახ. 2.8	წონასწორობის მდგრადობის „ხისტად“ დაკარგვა .....	70
ნახ. 2.9	კრიტიკული წერტილების სახეები როცა $n = 1$ . .....	72
ნახ. 2.10	კრიტიკული წერტილების სახეები როცა $n = 2$ . .....	73
ნახ. 2.11	$f(x) = x^3$ ფუნქციის ყოფაქცევა აღმფოთების შედეგად.....	75
ნახ. 2.12	$f(x) = x^4$ ფუნქციის ყოფაქცევა აღმფოთების შედეგად..	75
ნახ. 2.13	$f(x) = x^5$ ფუნქციის ყოფაქცევა აღმფოთების შედეგად..	75
ნახ. 2.14	წონასწორობის კვანძის ტიპის წერტილი.....	80
ნახ. 2.15	ფაზურ სიბრტყეზე განსაკუთრებული წერტილების მდებარეობა. ა) მდგრადი კვანძი, ბ) არამდგრადი კვანძი.....	82
ნახ. 2.16	ფაზურ სიბრტყეზე განსაკუთრებული წერტილების მდებარეობა. ა) $\xi, \eta$ კანონიკურ კოორდინატების სიბრტყეში, ბ) ფაზურ სიბრტყეში.....	82
ნახ. 2.17	ბიფურკაციული მრუდების განლაგება სიბრტყეზე.....	84
ნახ. 2.18	ბიფურკაცია „უნაგირა კვანძი“ .....	88
ნახ.2.19	ბიფურკაციული დიაგრამა.....	89



ნახ.2.20	ბიფურკაციული დიაგრამის სიმეტრიული ფორმა.....	89
ნახ.2.21	ანდრონოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია .....	91
ნახ.2.22	არაწრფივი დინამიკური მოდელების აგების და ანალიზის სქემა.....	93
ნახ.3.1	(3.1.4) ÷ (3.1.6) განტოლებათს სისტემაში $\bar{y}$ სტაციონალური მნიშვნელობის დამოკიდებულება $b$ პარამეტრზე $A_1 = 0,3; \gamma = 11; \alpha = 0,8; \beta = 0,5$ .....	107
ნახ.3.2	პოტენციალური ფუნქციის დამოკიდებულება $u=B/L$ -ზე, სადაც $B$ ჯამური ხელფასია აღნიშნულ პერიოდში, $L$ - შრომის ანაზღაურების ფონდია, $M$ - მატერიალური დანახარჯებია.....	110
ნახ.3.3	იერარქიული მეთოდის სქემა.....	114
ნახ.3.4	მრუდები უწყვეტად ცვლად $t$ დროში $(Q,t)$ პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.....	116
ნახ.3.5	ნაკვეცის ტიპის კატასტროფა.....	120
ნახ.3.6	პოტენციალური ფუნქციის ცვლილების გრაფიკი.....	123
ნახ.3.7	ნაკვეცის ტიპის კატასტროფის უბნები.....	125
ნახ.3.8	$\xi(D)$ ფუნქციის გრაფიკი, როდესაც $D_0 = 1.61, D_k = 1.86, B_k = \pm 0.4, \eta = 0.25$ .....	129
ნახ.3.9	$\xi(D)$ ფუნქციის გრაფიკი, როდესაც $D_0 = 1.61,$ როდესაც: $D_k = 1.86, \eta = 0.25, B_k = -0.4$ .....	129
ნახ.3.10	$\eta(D)$ სეპარატრისის გრაფიკი, როცა $B_k = 0.4$ .....	132
ნახ.3.11	$\eta(D)$ სეპარატრისის გრაფიკი, როცა $B_k = -0.4$ .....	132

## შესავალი

ახალი ათასწლეულის დასაწყისი კაცობრიობის განვითარებაში უდიდესი მნიშვნელობის ცვლილებებით ხასიათდება. ისტორიაში პირველად ჩამოყალიბდა ერთიანი მსოფლიო სისტემა, რომელიც მნიშვნელოვან ზემოქმედებას ახდენს ცალკეული ქვეყნის განვითარებაზე. ამ პროცესების შედეგია ის, რომ თანამედროვე ეტაპზე სწრაფად ვითარდება ახალი დისციპლინათმორისი მიმართულება თვითორგანიზაციის პროცესების შესახებ. საერთაშორისო მათემატიკურ ლიტერატურაში ამ ფუნდამენტალურ მიმართულებას უწოდებენ “არაწრფივ მეცნიერებას” (nonlinear science), ხოლო ჩვენში - “არაწრფივ დინამიკას”. სინერგეტიკის არსს წარმოადგენს სხვადასხვა ბუნების (ეკონომიკური, ფიზიკური, ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკოლოგიური, ტექნიკური და ა.შ.) არაწრფივ დინამიკურ სისტემებში უნივერსალური კანონზომიერებების გამოვლენა. თვითორგანიზაციის ზოგადი პრინციპები ეფუძნება სისტემურ მიდგომას.

სინერგეტიკის ძირითად ცნებებია: ბიფურკაცია, დაქვემდებარება, წესრიგის პარამეტრი, მართვის პარამეტრი და ატრაქტორი. მმართველი პარამეტრების ცვლილების შედეგად არაწრფივმა სისტემამ შეიძლება დაკარგოს წონასწორობა და სინერგეტიკულ სისტემებში წარმოიქმნას, როგორც მოწესრიგებული, ასევე ქაოსური რხევები. სწორედ თვითორგანიზაცია

წარმოადგენს ზემოთ ჩამოთვლილი მრავალფეროვანი სისტემების საერთო თვისებას, რომლებიც შედგებიან ელემენტებისაგან და სხვადასხვა ბუნების ქვესისტემებისაგან. თვითორგანიზაცია საშუალებას გვაძლევს შევისწავლოთ ბუნებით განსხვავებული დინამიკური სისტემების თვისებები ერთიანი მათემატიკური პოზიციებიდან და ერთიანი ცნებებით. თანამედროვე ეკონომიკური პრობლემების გადაწყვეტა დაკავშირებულია ეკონომიკის მოდერნიზაციის აუცილებლობასა და განვითარების ახალ ინოვაციურ ტრაექტორიაზე გადასვლასთან.

**აქტუალურობა** განპირობებულია იმ ფაქტით, რომ შეუძლებელია ეკონომიკური პროცესების კვლევის ტრადიციული მეთოდების გამოყენება, რადგანაც თანამედროვე ეკონომიკა არაწრფივია, ეკონომიკური გარემო იცვლება ძალზე სწრაფად და გრძელვადიანი პროგნოზირება არააქტუალურია. სინერგეტიკული ეფექტების არსებობა ეკონომიკაში მოითხოვს პროგნოზირების, დაგეგმარების, რეგულირების ახალ მიდგომების ძიებას ცალკეული ფირმის ეკონომიკის დონიდან ქვეყნის ეკონომიკამდე. დისერტაციის

**ეძღვნება** ახალი ინტეგრირებული მეცნიერების, სინერგეტიკის პრინციპების გამოყენებას თანამედროვე ეკონომიკური სისტემების თვითორგანიზაციის პროცესების კვლევაში.

სინერგეტიკის იდეების გამოყენებას ეკონომიკური სისტემების კვლევაში ეძღვნება ბ.ზანგის, ი.ფრანგიშვილის,

ე.პეტერსის, ტ.პუს, ვ.არნოლდის, ს.კურდიუმოვის, გ.მალინეცკის და სხვათა ფუნდამენტალური შრომები.

**ძირითადი მიზანია** სინერგეტიკული პარადიგმის გამოყენებით გავაანალიზოთ სინერგეტიკული ეფექტების გამოვლენა ეკონომიკის განვითარების თვითორგანიზების პროცესში. ვაჩვენოთ სინერგეტიკის ცალკეული თვისებრივი მეთოდის, კონკრეტულად კატასტროფებისა და ბიფურკაციების თეორიის გამოყენების შესაძლებლობა ეკონომიკურ კვლევებში.

**ძირითადი ამოცანებია:**

1. გამოვავლინოთ განსხვავება სინერგეტიკულ და ტრადიციულ მიდგომებს შორის ეკონომიკის მდგრადი განვითარების პრობლემების კვლევაში;

2. განვიხილოთ სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენების აუცილებლობა თანამედროვე ეკონომიკის მდგრადი განვითარების პრობლემების კვლევაში სინერგეტიკული პარადიგმის მიხედვით;

3. ეკონომიკური სისტემების მდგრადი განვითარების პრობლემის კვლევაში გამოვიყენოთ სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტები, კერძოდ: სტუქტურული დინამიკის თანამედროვე თეორია – კატასტროფებისა და ბიფურკაციების თეორია, არაწრფივი დინამიკური სისტემების კვლევის მეთოდი;

4. სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტების გამოყენებით გამოვიკვლიოთ ეკონომიკური სისტემების მდგრადი განვითარების შემდეგი პრობლემები:

- კომპანიათა შერწყმისა და შთანთქმის პროცესი;
- ფირმის ფინანსური კრიზისული პროცესები;
- ეკონომიკური კრიზისის პროცესები.

**პრაქტიკული ღირებულება.** სადისერტაციო ნაშრომი შეიცავს ყველა საჭირო მონაცემებს, მეთოდიკას, რეკომენდაციებს და პროგრამებს ეკონომიკური პროცესების ზრდის მდგრადი განვითარების პრობლემების ანალიზში. ნაჩვენებია სინერგეტიკის ცალკეული თვისებრივი მეთოდის, კონკრეტულად კატასტროფებისა და ბიფურკაციის თეორიის, გამოყენების შესაძლებლობა ეკონომიკურ კვლევებში. სადისერტაციო ნაშრომში განხილული ამოცანები შესაძლებელია გამოყენებულ იქნეს სასწავლო პროცესში მართვის თანამედროვე პრობლემების შესწავლის მიზნით.

monografiis პირველი თავი შეიცავს კვლევას და შედეგებს, რომლებიც პასუხობენ ნუსხის პირველ და მეორე პუნქტებს, მეორე თავი – ჩამონათვალის მესამე პუნქტს, ხოლო მესამე თავი ეძღვნება მეოთხე პუნქტში ჩამოყალიბებულ საკითხებს.

სადისერტაციო ნაშრომი მოიცავს 143 გვერდს. იგი შედგება შესავლის, ლიტერატურის მიმოხილვის, შედეგების განსჯისა და

დასკვნითი ნაწილისაგან. ნაშრომს თან ერთვის გამოყენებული  
ლიტერატურის ნუსხა.

**თავი 1. თანამედროვე ეკონომიკური პროცესების ანალიზში  
სინერგეტიკული მიდგომის გამოყენების  
აუცილებლობა**

თანამედროვე პირობებში ძალიან ძნელია გამოყენებულ იქნას ეკონომიკური პროცესების ანალიზის ტრადიციული მეთოდები, რაგანაც დღევანდელი ეკონომიკა ატარებს არაწრფივ ხასიათს. ეკონომიკური გარემოსათვის დამახასიათებელია სწრაფი ცვალებადობა, არააქტუალური ხდება გრძელვადიანი პროგნოზები. ამ პირობებში ეფექტურ ძალად გვევლინება ტრანსნაციონალური კომპანიები და ინფორმაციული სისტემები.

**1.1. სინერგეტიკული პარადიგმის არსი**

სინერგია (synergeia) ბერძნული წარმოშობის სიტყვაა და ნიშნავს თანამშრომლობას, თანამეგობრობას. ეკონომიკურ პრაქტიკაში ტერმინი „სინერგიზმი“ წარმოგვიდგება, როგორც მოვლენა საქმიან პრაქტიკაში, როდესაც საერთო შედეგი მეტია, ვიდრე ცალკეული ეფექტების ჯამი. ტერმინი „sinergetyc“-ის გამომგონებელია შტუტგარტის უნივერსიტეტის პროფესორი, თეორიული ფიზიკის და სინერგეტიკის ინსტიტუტის დირექტორი გერმან ჰაკენი [40]. აღნიშნული ტერმინი გ. ჰაკენმა პირველად გამოიყენა 1973 წელს თავის მოხსენებაში „კოოპერატიული მოვლენები ძლიერ უწონასწორო და არაფიზიკურ სისტემებში“.

გ. ჰაკენის მიხედვით, სინერგეტიკა შეისწავლის სისტემებს, რომლებიც შედგებიან დიდი (ძალიან დიდი) რაოდენობის ნაწი-

ლებისაგან, კომპონენტებისაგან, ქვესისტემებისაგან, ანუ ერთმანეთზე მჭიდროდ ურთიერთდაკავშირებული დეტალებისაგან, რომლებიც შეთანხმებულად ფუნქციონირებენ და გამოვლინდებიან სისტემის, როგორც მთლიანის ქცევაში.

დღეს, ცოდნის თითქმის ყველა სფეროში კვლევები ტარდება სინერგეტიკის რუბრიკით. სინერგეტიკის თემაზე პუბლიკაციებისათვის დამახასიათებელია ის, რომ მათში ავტორები იძლევიან სინერგეტიკის პრინციპების თავისებურ განმარტებებს. ამასთან, ეს განმარტებები საკმაოდ მრავლადაა, თუმცა ყოველთვის არ არის არგუმენტირებული. ამის მიზეზი კი არის ის, რომ არ არსებობს სინერგეტიკის ძირითადი დებულებების საკმარისი განსაზღვრულობა.

როგორც აღვნიშნეთ, ტერმინი „სინერგეტიკა“ შემოიტანა გ.ჰაკენმა დისციპლინათშორისი მიმართულების გამოსახატავად, რომელშიც ლაზერებისა და უწონასწორო ფაზური გადასვლების თეორიის მიხედვით მისი კვლევის შედეგებს უნდა გამხდარიყო ცოდნის სხვადასხვა სფეროების მკვლევართა ნაყოფიერი ურთიერთთანამშრომლობის საფუძველი. როგორც ჩანს, ცოდნის სხვადასხვა სფეროების მეთოდოლოგია იმდენად განსხვავებულია, რომ მათი ერთიანობის რეალიზება შესაძლებელი გახდა მხოლოდ კონცეპტუალურ დონაზე. მიუხედავად ამისა, გ.ჰაკენის წამოწყება ნაყოფიერი იყო იმ მხრივ, რომ სინერგეტიკის გაგება ბუნებრივად ასოცირდება თვითორგანიზაციასთან [40].

სინერგეტიკა - სინთეზური მეცნიერებაა, რომელიც ეფუძნება სხვადასხვა ბუნების დინამიკური სისტემების თვით-



ორგანიზაციის ზოგად კონცეფციას. მისი კანონები ზოგადი ფიზიკური იდეებისა და მათემატიკური მეთოდების ერთობლიობა კი არ არის, არამედ ახალი კონცეპტუალური ხედვაა მეცნიერებაზე. სინერგეტიკული მიდგომა მეცნიერებაში მოგვაგონებს სისტემურ მიდგომას, სინერგეტიკას გააჩნია მნიშვნელოვანი შეხების წერტილები სისტემების ზოგად თეორიასთან. სინერგეტიკისათვის ისევე როგორც სისტემების თეორიისათვის მნიშვნელოვანია, სხვადასხვა ბუნების მქონე მოვლენებს შორის არა მხოლოდ ზედაპირული ანალოგიები, არამედ განსახილველი სისტემის შემადგენელ კომპონენტებს შორის საკმაოდ მკაცრი შესაბამისობები. სინერგეტიკულ მიდგომაში ზოგადი სისტემური მიდგომისაგან განსხვავებით შეისწავლება ბუნებრივი და ტექნიკური სისტემების თვითკონსტრუირების კონკრეტული პრინციპები და მექანიზმები. სხვანაირად რომ ვთქვათ, სისტემების ზოგადი თეორიისაგან განსხვავებით, სინერგეტიკა ამახვილებს ყურადღებას რთულ არაწრფივ სისტემებში წარმოშობილ კოოპერატიულ, კოგერენტულ და თვითშეთანხმებულ პროცესებზე [17,18].

აუცილებელია ავღნიშნოთ, რომ როგორც სისტემების ზოგადი თეორიისათვის-კიბერნეტიკისათვის, ასევე, სინერგეტიკისათვის გამაერთიანებელ ცნებას წარმოადგენს სისტემების ცნება. თუმცა სინერგეტიკულ მიდგომაში საერთო სისტემური კონცეპციის ფორმირების-თვითორგანიზაციის გარდა აუცილებელი ხდება კონკრეტული ფიზიკური, (ბიოლოგიური, ქიმიური) მოვლენებისა პროცესების გათვალისწინება. მეცნიერების კლასიკურ გაგებას ყოველთვის საფუძვლად უდევს ექსპე-

რიმენტალური შედეგების ერთგვარი ერთობლიობა და მეცნიერთა მიერ გამოთქმული პრინციპები და ჰიპოთეზები. სინერგეტიკა არ არის მეცნიერება ამ სიტყვის კლასიკური გაგებით, არამედ ახალი კონცეფციაა, რომელიც ემყარება სისტემის თვითორგანიზაციის თეორიას. სინერგეტიკული მიდგომა პირველ რიგში მიისწრაფის გამოავლინოს ამა თუ იმ პროცესის მაკროსკოპული თვისება (მაგ. პოპულაციის წარმოქმნის პროცესი და ა.შ). მითითებული მიდგომა არ გამოყოფს ერთი არსების ან ნაწილაკის ყოფაქცევას, როგორც ეს კეთდება კლასიკურ მექანიკაში, მისთვის უფრო მეტად მნიშვნელოვანს წარმოადგენს ცალკეული კომპონენტების რაოდენობა, რომელიც გაერთიანებულია საერთო სისტემაში. სინერგეტიკულ მიდგომა ვარაუდობს, რომ თვით ეს რაოდენობა-წესრიგის პარამეტრი-მართავს სისტემის თითოეული კომპონენტის (არსების, ნაწილაკის და ა.შ.) ყოფაქცევას [14].

თვითორგანიზებად პროცესებს საფუძვლად უდევს დაქვემდებარების სინერგეტიკული პრინციპი, რომლის თანახმადაც საწყისი რთული სისტემა შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს იერარქიული სისტემების სახით, რომელიც შედგება დინამიკური ქვესისტემების ერთობლობისაგან, რომლებიც ექვემდებარებიან ერთმანეთს და იმყოფებიან ერთმანეთთან გარკვეულ დინამიკურ ურთიერთკავშირში.

სინერგეტიკას რთულ წრფივ დინამიკურ სისტემებში საფუძვლად უდევს თვითორგანიზაციის ფუნდამენტალური მოვლენა. თუმცა სინერგეტიკაში ჯერ არ შეუქმნიათ ზოგადი და ერთიანი თვითორგანიზაციის თეორია, რომელიც სამართლიანი

იქნება ყველა სახის ბუნებრივი და ტექნიკური სისტემებისათვის, ამიტომ, სინერგეტიკული მიდგომა იძენს განმასხვავებელ თავისებურებებს და შინაარსს. ამასთან დაკავშირებით, ჩვენ შეგვიძლია ვილაპარაკოთ სინერგეტიკულ მიდგომაზე, როგორც შესაბამისი მეცნიერების ერთგვარ მმართველ კონცეფციაზე. სინერგეტიკა გადაიქცა ევოლუციურ ბუნებისმეტყველების დარგად, რომელიც გვაძლევს საშუალებას სხვადასხვა ბუნებრივი და ტექნიკური მოვლენების ერთგვარ საფუძველზე აიგოს სხვადასხვა ბუნებრივი და ტექნიკური მოვლენების მეცნიერული კონცეფციის ერთიანი ენა.

თავისი იდეოლოგიით სინერგეტიკასთან ახლოს არის ისეთი ფუნდამენტალური მეცნიერება, როგორცაა მართვის თეორია, რომელიც შეისწავლის არაწრფივი დინამიკური სისტემების ქცევას მმართველი პარამეტრის ცვლილებისას წონასწორობის მდგომარეობიდან მოშორებით. ამასთან დაკავშირებით, მართვის თეორიის განვითარებისათვის საჭიროა სინერგეტიკული სისტემების ძირითადი მეთოდების გადატანა არაწრფივი ტექნიკური ობიექტების მართვის სისტემების კონსტრუირებაზე. თუმცა ამ მეცნიერებების მიდგომებში არსებობენ გარკვეული განსხვავებები. ასე მაგალითად, ამტკიცებენ, რომ როგორც კიბერნეტიკა ისე სინერგეტიკა პირველხარისხოვან მნიშვნელობას ანიჭებს მართვის ცნებას, თუმცა თითოეული ისახავს სხვადასხვა მიზანს. კიბერნეტიკა ამუშავებს ალგორითმების და მეთოდების, რომელიც გვაძლევს საშუალებას ვმართოთ სისტემა, რათა იგი ფუნქციონირებდეს წინასწარ დასახული წესით. სინერგეტიკაში კი ჩვენ ვცვლით მმართველ პარამეტრებს წინასწარ განუსა-

ზღვრელი წესით და შევისწავლით ამ პროცესში სისტემის თვითორგანიზაციას [20,7].

საბოლოოდ, ნებისმიერი მეცნიერების, მათ შორის სინერგეტიკის არსია ადამიანის მიერ მისი გარემომცველი სამყაროსა და საკუთარი თავის შემეცნება და მიღებული ცოდნის კონსტრუქციულად გამოყენება. კიბერნეტიკა და შესაბამისად მართვის თეორია, ასახავს თანამედროვე შეხედულებას მეცნიერებაზე, როგორც გარკვეულ კონსტრუქციულ საწყისზე, და არა როგორც პასიურ დაკვირვებას ბუნებრივი პროცესებსა და მოვლენებზე.

მართვის კლასიკურმა თეორიამ წარმატებულად გამოიყენება ობიექტებზე გარეგანი ზემოქმედების შესწავლის მეთოდები, თუმცა მართვის ამოცანების გადაწყვეტაში მნიშვნელოვანია, აგრეთვე, სინერგეტიკის თვითორგანიზაციის იდეაზე გადასვლა. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, წარმოიშვა აუცილებლობა შეიქმნას ურთიერთქმედების შინაგანი ძალების ფორმირებისა და მოქმედების მექანიზმები, რომელთა მეშვეობითაც სისტემის ფაზურ სივრცეში წარმოიშვება სისტემების ფიზიკური (ეკონომიური, ქიმიური, ბიოლოგიური) არსის ადექვატური მყარი დისიპატიური სტრუქტურები.

გამოვეოთ სინერგეტიკის შემდეგი მეთოდოლოგიური დებულებები, რომლებიც პრინციპულად მნიშვნელოვანია თანამედროვე სინერგეტიკული გამოყენებითი მართვის თეორიის სინერგეტიკული საფუძვლების ფორმირებისათვის [32]:

- სისტემის მოძრაობა როგორც წესი უნდა მიმდინარეობდეს მისი სივრცის არაწრფივ არეში;

- სისტემა უნდა იყოს გახსნილი, რაც ნიშნავს ენერჯის ან ნივთიერების (შესაძლოა ინფორმაციისაც) გარემომცველ გარემოსთან გაცვლის შესაძლებლობას;
- სისტემებში მიმდინარე პროცესები უნდა აკმაყოფილებდნენ კოგერენტულობის თვისებას;
- არაწონასწორული თერმოდინამიკური სიტუაციის არსებობა, რომლის თანახმადაც ენერჯის მოდინება სისტემისკენ საკმარისი უნდა იყოს არამარტო ენტროპიის ზრდის შესაჩერებლად, არამედ მისი შემცირებისთვისაც, რაც გააძლიერებს სისტემაში წესრიგს;
- მოძრაობის საფინიშო ეტაპზე უნდა არსებობდეს სისტემის ევოლუციის რამოდენიმე გზა, რომელიც აღიწერება წესრიგის პარამეტრების მიმართ ტიპური განტოლებებით.

თვითორგანიზაციის ეს ნიშნები გვიჩვენებს, რომ სინერგეტიკა შინაარსით ახლოსაა ფიზიკის, მართვის თეორიის არაკლასიკურ პროცესებთან და მოვლენებთან.

სინერგეტიკა მეცნიერული მიმართულებაა, რომელიც შეისწავლის პროცესების წარმოქმნას და ობიექტების (ელემენტების, ქვესისტემების) მასიურ (კოლექტურ) ურთიერთქმედებას. ამგვარად, არსებული ტრადიციებისა და გ. ჰაკინის ფუძემდებლური მოსაზრებების საფუძველზე სინერგეტიკა შეიძლება განიმარტოს შემდეგნაირად [40]:

1. სინერგეტიკის იდეა ჭეშმარიტია მხოლოდ გახსნილი სისტემებისთვის უწონასწორო პირობებში;

2. სინერგეტიკის იდეას თან ახლავს ქვესისტემების ნივთიერებათა და ენერგიის ინტენსიური ცვლა სისტემასა და გარემოსშორის;
3. სინერგეტიკის იდეის შედეგია: მოწესრიგებულობა, თვითორგანიზაცია, ენტროპიის შემცირება, სისტემის ევოლუცია.

შესაძლებელია სინერგეტიკამ, როგორც დისციპლინათშორისი ცოდნის სფერომ, დაკარგოს მეცნიერული სტატუსი, რადგანაც, საზოგადოებრივ აზროვნებაში სინერგეტიკა შეიძლება ჩამოყალიბდეს როგორც ზოგად მსოფლმხედველობის კონცეფცია. მეორეს მხრივ, არსებობს ტენდენცია იმისა, რომ სინერგეტიკა გაიგივდეს ფიზიკის, სისტემათა თეორიის ვიწრო მიმართულებებისა და გამოყენებითი კვლევების სფეროებთან.

ყოველივე ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს, რომ სინერგეტიკას გააჩნია პრობლემური და დისციპლინათშორისი ხასიათი. მრავალი კვლევებისა და აზრთა სხვაობის მიუხედავად, მეცნიერული შეცნობისათვის სინერგეტიკას გააჩნია პროდუქტიული სისტემაწარმომქმნელი მნიშვნელობა და სამეცნიერო საზოგადოებაზე ახდენს პროგრესულ ზეგავლენას.

არსებობს სინერგეტიკის შემდეგი განმარტებები [16,17].  
სინერგეტიკა არის:

- მეცნიერება ფიზიკური, ბიოლოგიური და სოციალური სისტემების თვითორგანიზაციის შესახებ;
- მეცნიერება ბუნების სხვადასხვა სისტემების კოლექტიური, კოგერენტული ქცევის შესახებ;

- წონასწორობის მდგომარეობიდან შორს მყოფი ღია სისტემების თერმოდინამიკა;
- სისტემის განვითარების (კატასტროფების) შემდგომ წარმოქმნილი არამდგრადი მდგომარეობის შესახებ;
- მეცნიერება ბუნებაში და საზოგადოებაში ევოლუციის უნივერსალური კანონების შესახებ.

სინერგეტიკის, როგორც მეცნიერების შესწავლის ისტორიაში ჩამოყალიბებულია რამოდენიმე მეცნიერული სკოლა, რომელთა შორის გამორჩეულია ნობელის პრემიის ლაურეატის ი.რ.პრიგოჯინის [33,34] ბრიუსელის სკოლა. მან შეიმუშავა დისიპატიური სტრუქტურის თეორია, აღმოაჩინა თვითორგანიზაციის თეორიის მსოფლმხედველობის საფუძვლები და ისტორიული წანამძღვრები.

ინტენსიურად მუშაობს გ.ჰაკენის [40] სკოლა, რომელსაც საფუძველი ჩაუყარეს რუსმა მათემატიკოსმა ვ.ი.არნოლდმა და ფრანგმა მათემატიკოსმა რ.ტომმა [2,12,28]. მათ კლასიკური შრომებში წარმოდგენილია მათემატიკური აპარატი, რომლებიც აღწერენ კატასტროფულ სინერგეტიკულ პროცესებს. ამ თეორიას ხშირად მოიხსენიებენ როგორც კატასტროფების თეორიას, განსაკუთრებულობის ან ბიფურკაციის თეორიას.

ცნობილია, აკადემიკოს ი.ფრანგიშვილის [29,30,31,32] შრომები, რომლებშიც მოცემულია სისტემური მიდგომისა და უნივერსალური სისტემური კანონზომიერებების პრინციპები და მეთოდები, რომლებსაც ექვემდებარებიან უმეტესი ბუნებრივი და საზოგადოებრივი სისტემები.

რუს სწავლულთა შორის აღსანიშნავია რუსეთის მეცნიერებათა აკადემიის წევრ-კორესპოდენტი ს.პ. კურდიუმოვი [16,17] და აკადემიკოსი ვ.პ. მილოვანოვი [23,24]. მათი სკოლა მატემატიკური მოდელების და გამოთვლითი ექსპერიმენტების ბაზაზე ამუშავებს თვითორგანიზაციისა და ღია (არაწრფივ) გარემოში (სისტემებში) შედარებით მდგრადი სტრუქტურების წარმოშობისა და ევოლუციის თეორიას, ამ სკოლამ წამოაყენა მთელი რიგი ორიგინალური იდეები.

ამგვარად, მეცნიერული სკოლების მიმართულებებისა და იდეების მრავალფეროვნება ადასტურებს, რომ სინერგეტიკა უფრო მეტად პარადიგმაა, ვიდრე თეორია. ეს ნიშნავს, რომ იგი განასახიერებს სამეცნიერო საზოგადოებაში საყოველთაოდ მიღებულ ზოგად კონცეპტუალურ ჩარჩოებს, მცირერიცხოვან ფუნდამენტალურ იდეებს და მეცნიერული კვლევის მეთოდებს.



## 1.2. ეკონომიკური სისტემების სინერგეტიკული კვლევის საფუძვლები

სინერგეტიკის ძირითად ცნებებია: ბიფურკაცია, დაქვემდებარება, წესრიგის პარამეტრი, მართვის პარამეტრი და ატრაქტორი. წონასწორობის დაკარგვის წრფივ მიახლოებაში წესრიგის პარამეტრების წარმოშობასა და დაქვემდებარების პრინციპის რეალიზაციას შორის მნიშვნელოვანი შინაგანი ურთიერთკავშირია. მმართველი პარამეტრების ცვლილების შედეგად არაწრფივი სისტემა კარგავს წონასწორობას წრფივ მიახლოებაში. ასეთ მმართველ პარამეტრს წარმოადგენს პარამეტრი  $\lambda_1$ . მისი ცვლილების შედეგად  $\text{Re}(\lambda_1)$  სიდიდემ შესაძლოა მიიღოს მცირე მნიშვნელობა ან შეიცვალოს ნიშანი და გახდეს სისტემის არამდგრადობის მაჩვენებელი წრფივ მიახლოებაში. ასეთ შემთხვევებში გამოიყენება დაქვემდებარების პრინციპი.

აქედან გამომდინარეობს, რომ ბიფურკაციის წერტილებში (სადაც ხდება სტრუქტურული ცვლილებები), სისტემის ყოფაცევა განისაზღვრება მხოლოდ წესრიგის პარამეტრებით. დაქვემდებარების პრინციპს, წესრიგის პარამეტრებსა და წონასწორობის დაკარგვას შორის კავშირი სხვადასხვა ბუნების არაწრფივ დინამიკური სისტემების წრფივ მიახლოებაში საშუალებას გვაძლევს გამოვავლინოთ საერთო ანალოგიები, რომელიც არ წარმოადგენს პრინციპიალურ სიახლეს და უკვე დიდი ხანია გამოიყენება არაწრფივ მექანიკაში, ქიმიასა და სხვა მეცნიერებებში. ეს მიდგომები წარმოადგენენ დაქვემდებარების პრინციპის, სინერგეტიკის საბაზო პრინციპის დასაბუთებას. ამ პრინ-

ციპზე აგებულია დინამიკური სისტემების არაწრფივი თვით-ორგანიზაციის თეორია [9,21].

ცნებებს – სინერგეტიკა, თვითორგანიზება, თვითგანვითარება, ევოლუცია – გააჩნიათ საერთო შინაარსი. სინერგეტიკასთან განსაკუთრებით ასოცირდება თვითორგანიზაცია, რომელიც სინერგეტიკის მახასიათებლების ერთ-ერთი ძირითადი კომპონენტია. სწორად ეს კომპონენტი ანიჭებს ცნება „სინერგეტიკას“ განსაკუთრებულობას. ამდენად იგი ძალზე მნიშვნელოვანი და ყურადსაღებია.

აღსანიშნავია, რომ თვითორგანიზაციის შედეგებს, პირობებს, მიზეზებს და მამოძრავებელ ძალებს აქვთ ალტერნატივა. მაგალითად, ი.პრიგოჟინი [33,34] დისიპატიური სტრუქტურების განხილვისას საუბრობს კოგერენტული თვითორგანიზაციის შესახებ, რომლის ალტერნატივა არის ინდივიდუალური მიკრო-სისტემების კონტინუალური თვითორგანიზაცია. კონტინუალური“ თვითორგანიზაციის საშუალებით შესაძლებელია თვითორგანიზაციის და თვითგანვითარების კავშირის განხილვა. ასეთი შეხედულებების შესაბამისად პროგრესული ევოლუციის არსი მდგომარეობს ცალკეული ობიექტების თვითორგანიზაციის თვითგანვითარებაში. თვითგანვითარების და პროგრესული ევოლუციის უნარი ბუნებრივად გააჩნიათ მხოლოდ თვითორგანიზაციის ინდივიდუალურ მიკროობიექტებს.

სისტემის ზოგიერთი მმართველი პარამეტრის ცვლილების, სისტემის კომპონენტების რიცხვის შეცვლისა და აგრეთვე სისტემის ახალ მდგომარეობაში გადასვლის შედეგად შეიძლება წარმოიშვას არაწრფივი თვითორგანიზაცია.

ზემოთ ჩამოყალიბებული მოსაზრებები გვაძლევენ საშუალებას გავაკეთოთ მნიშვნელოვანი დასკვნა: ვითარდება ახალი ინტეგრალური მეცნიერება - სინერგეტიკა, რომელიც სწავლობს კოლექტიური თვითორგანიზაციის პროცესებს და პრაქტიკულად მოიცავს თანამედროვე მეცნიერების ყველა დარგს. ეს განზოგადოებული მეცნიერება დაფუძნებულია შეუქცევადი პროცესების არაწრფივ დინამიკასა და თერმოდინამიკაზე, როგორც საბაზო მეცნიერულ დისციპლინებზე [17].

კვლევის ტრადიციული მიდგომები არ განიხილავენ საწარმოს პოტენციალს, როგორც ერთიანს და მთლიანს. მხოლოდ ცალკეული ელემენტების დახმარებითაა შესაძლებელი მიღებულ იქნას საფინანსო-სამეურნეო საქმიანობის მახასიათებლები. ფინანსური ანალიზის ტრადიციული მეთოდები ეკონომიკურ სისტემას განიხილავდნენ დიალექტიკის კანონების მიხედვით. სინერგეტიკა არ უარყოფს დიალექტიკის კანონებს, მაგრამ განიხილავს თვითორგანიზების კანონზომიერებებს და პრინციპებს, როგორც სისტემის ფუნქციონირების პროცესებს ბიფურკაციის წერტილებთან მიახლოების ან დაცილების მდგომარეობაში. ისეთი მეცნიერული მიმდინარეობა როგორც სინერგეტიკაა, გვაძლევს შესაძლებლობას ახლებურად შევხედოთ ეკონომიკურ სისტემებში მიმდინარე პროცესებს. სისტემის თვითორგანიზებას სინერგეტიკა წარმოგვიდგენს მოწესრიგებული სივრცობრივ-დროითი სტრუქტურების წარმოქმნის პროცესის სახით, რომელიც შორსაა წონასწორული მდგომარეობისაგან და ახლოა განსაკუთრებულ კრიტიკულ წერტილებთან (ბიფურკაციის წერტილი), სადაც სისტემის ქცევა ხდება არამდგრადი [13].

ორთოდოქსალური ეკონომიკის ამოსავალ საწყისებს წარმოადგენს:

- ადამიანები მიისწრაფიან მიზნისაკენ: მომხმარებელი მიისწრაფის მიიღოს მაქსიმალური სარგებელი, მწარმოებელი კი მიისწრაფის მიიღოს მაქსიმალური მოგება.
- მოძრაობა მიზნისაკენ წინასწარგანსაზღვრული, ცალსახად პროგნოზირებადი და უნივერსალური პროცესია, (ე.ი. ერთნაირი ყველა ქვეყანაში). პროცესის შედეგია წონასწორული ბაზარი, რომელიც აგრეთვე ცალსახაა.
- მოძრაობა წონასწორული ბაზრისაკენ მიმდინარეობს თვითნებურად და ამისათვის სახელმწიფო კონტროლი არ არის საჭირო, უფრო მეტიც არც არის სასურველი.

სინერგეტიკული მიდგომის საფუძველს წარმოადგენს შემდეგი დებულებები [13]:

- ეკონომიკა განვითარებადი სისტემაა და უნდა აიგოს განვითარებადი სისტემების პრონციპების გათვალისწინებით.
- მიზნისკენ მოძრაობის პროცესში შეიძლება აღიძვრეს არამდგრადი ქაოსური სტადიები არაწრფივი უკუკავშირების არსებობის გამო, რასაც თავის მხრივ მიყვავართ წონასწორული ბაზრის ერთმანეთისაგან განსხვავებულ საბოლოო მდგომარეობებამდე. თანამედროვე მეცნიერებას შეუძლია შეაფასოს შესაძლო ვარიანტების ალბათობა, მაგრამ არ შეუძლია მოგვცეს ცალსახა პასუხი, თუ კონკრეტულად რომელი მდგომარეობაში შეიძლება აღმოჩნდეს სისტემა. ამიტომაც, თანამედროვე მეცნიერება უარს

ამბობს პროგნოზირებაზე და ამით განსხვავდება იგი ორთოდოქსალური ეკონომიკისაგან.

- რამოდენიმე წონასწორული მდგომარეობის არსებობისას რთულდება მიზნის შერჩევის პრობლემა, რომელიც არ შეიძლება გადაწყვეტილ იქნეს თვითნებურად. იგი უნდა გადაწყდეს სახელმწიფოს მიერ ქვეყნის ნაციონალური ინტერესებიდან გამომდინარე.

ეკონომიკური ანალიზის მეთოდოლოგიურ ორიენტირებს სინერგეტიკის ჩარჩოში წარმოადგენს შემდეგი თვისებები [13]:

1. ეკონომიკური სისტემა როგორც გახსნილი სისტემა.

ნებისმიერი სახელმწიფოს ეკონომიკური სისტემა წარმოადგენს ღია სისტემას - მასში მუდმივად ცირკულირებს ფულის, რესურსების, ინფორმაციის და ა.შ. ნაკადები. უნდა აღინიშნოს, რომ ნებისმიერი გახსნილი რთული სისტემა ბადებს არაწრფივი ეფექტების სპექტრს, რომლებიც ჯერ კიდევ არ არის დამუშავებული ეკონომიკის თეორიაში.

2. ეკონომიკური პროცესების არაწონასწორული ხასიათი.

თვითორგანიზაციის პროცესში სისტემის ერთ-ერთ მახასიათებელს წარმოადგენს სისტემის უწონასწორობა. ჰაკენის განმარტებით, სისტემა, რომელიც იმყოფება მდგრადობას ზღვრულ მდგომარეობაში, წყვეტს განვითარებას. ზედმეტად სტაბილური ფორმები-ტუპიკური ფორმებია, რომელთა ევოლუციაც შეწყვეტილია. წონასწორული სისტემების მოდელები საბოლოოდ წარმოადგენენ უსიცოცხლო კონსტრუქციებს.

3. ეკონომიკური ევოლუციის შეუქცევადობა.

ევოლუციური განვითარების განტოტვის წერტილზე გავლისას ევოლუციის ტრაექტორიის “შერჩევა” გამორიცხავს ყველა ალტერნატიულ გზას და პროცესი დებულობს შეუქცევად ხასიათს.

4. ეკონომიკური გარდაქმნების არაწრფივი ხასიათი.

ზოგადად სისტემის არაწრფივობა მდგომარეობს იმაში, რომ მისი რეაქცია გარე და შიგა ცვლილებებზე პროპორციულია ამ ცვლილებისა. ეკონომიკურ სისტემებს გააჩნიათ ისეთი თვისება, რომ კანონები, რომლებიც მართავენ მოცემული სისტემის განვითარებას იცვლებიან მყისიერად, შუალედური გადასვლების გარეშე. სხვა სიტყვებით, დგება ისეთ მომენტი, როდესაც ეკონომიკური სისტემა უეცრად ხდება “სხვანაირი” და ამ გადასვლების აღწერა ეკონომიკური თეორიას არ ძალუძს.

5. ეკონომიკური მიზნის არაერთმნიშვნელოვნება

არაწრფივ გარემოში ერთდროულად შეიძლება არსებობდეს განვითარების რამოდენიმე გზა. სინერგეტიკის თვალსაზრისით სისტემის ევოლუცია ალბათური და არაცაღსახაა, მაგრამ ამასთან იგი არ შეიძლება იყოს ნებისმიერიც. სინერგეტიკის მეთოდების ცოდნა ნიშნავს სისტემის მნიშვნელოვანი პარამეტრების შერჩევას და შეფასებას. სხვაობა რეალისტურ და უტოპიურ პროექტებს შორის არის არა იმაში, რომ პირველი შეიძლება განხორციელდეს ცხოვრებაში, მეორე კი-არა. უტოპია არის საშიში იმის გამო, რომ მისი განხორციელება შესაძლებელია. მაგალითად, ომით აშენებული სოციალიზმი და მის ნანგრევებზე საბაზრო “სამოთხის” მოლოდინი.

სინერგეტიკა გვაძლევს საშუალებას დავინახოთ მსოფლიო სხვა საკოორდინატო სისტემაში. ეს ხედვა იწვევს მსოფლმხედველობის ცვლილებას სტატიკური მდგომარეობიდან ზრდისაკენ, სტრუქტურიდან ევოლუციისაკენ. ტრადიციული მიდგომა ღირებულია მხოლოდ სტაციონალური მდგომარეობისათვის. მაგრამ გარე სამყაროს სირთულე და არაპროგნოზირებადობა იწვევს დინამიკური გადაწყვეტილებების მიღების აუცილებლობას. სინერგეტიკული მიდგომა “ეკონომიკას განიხილავს არა როგორც დეტერმინირებულ, პროგნოზირებად და მექანიკურ სისტემას, არამედ როგორც დინამიკურს (process-dependent), ორგანულს და მუდმივად განვითარებადს” [42,43].

მართვის სინერგეტიკული მიდგომის მიხედვით არსებობს სისტემის განვითარების მრავალი გზა, მაგრამ აუცილებელია სასურველ ატრაქტორზე გასვლა. თუ ვფლობთ ატრაქტორზე გასვლის ალგორითმს, მაშინ იზოგება დრო და მცირდება მატერიალური დანახარჯები.

ეკონომიკის მდგრადი განვითარების კვლევაში სინერგეტიკულ და ტრადიციულ მიდგომებს შორის განსხვავება მოცემულია შემდეგ ცხრილში.

	სინერგეტიკული მიდგომა	ტრადიციული მიდგომა
დინამიკა	ღია დინამიკური, არაწრფივი სისტემა. არაწონასწორული	ჩაკეტილი, სტატიკური. იმყოფება წონასწორულ მდგომარეობაში.
აგენტები	მოდელირება ხდება ინდივიდუალურად. გააჩნიათ არასრული ინფორმაცია. შეუძლიათ შეცდომის	მოდელირება ხდება კოლექტიურად. გამოიყენება გადაწყვეტილებების მიღების დედუქციური მე-

	დაშვება, ადაპტირება. წარმოადგენენ ჰეტეროგენურ აგენტებს	თოდი. არ შეუძლიათ შეცდომის დაშვება. არ არის ადაპტაციის აუცილებლობა (სრულყოფილობის გამო) წარმოადგენენ ჰომოგენურ აგენტებს
სოციალური ქსელი	სისტემის აგენტებს შორის ორმხრივი ურთიერთობა. დინამიკური ქსელები	აგენტები ურთიერთქმედებენ ერთმანეთზე საბაზრო მექანიზმების მეშვეობით
“ემერჯიულობა”	არ არის განსხვავება მიკრო/მაკროეკონომიკას შორის. მაკრო პატერნები წარმოადგენენ მიკროდონეზე ემერჯიული ყოფაქცევისა და ურთიერთქმედებების შედეგს	მიკრო/მაკროეკონომიკა განსხვავებული დისციპლინებია.
ევოლუცია	ევოლუციური პროცესის ცვლილება, შერჩევა და განვითარება უზრუნველყოფს სიახლის წარმოქმნას და განსაზღვრავს სისტემის სირთულის ხარისხს	არ არის სიახლის ენდოგენური წარმოქმნისა და სისტემის სირთულის ხარისხის ზრდის მექანიზმები
უპირატესობები	უპირატესობა იკავებს ცენტრალურ ადგილს ადამიანები ყოველთვის არა არიან ეგოისტები	უპირატესობა განსაზღვრულია და ცენტრალურ ადგილს ადამიანები ყოველთვის არიან ეგოისტები



თეორიის წყაროები	ეყრდნობა ბიოლოგიას (სტრუქტურა, პატერნი და თვითორგანიზაცია)	ეყრდნობა მე-19 საუკუნის ფიზიკას (წონასწორობა, მდგრადობა და დეტერმი- ნირებული დინამიკა)
ელემენტები	პატერნები და შესაძლებ- ლობები	ფასი და მოცულობა

სინერგეტიკოსების დასკვნა ხშირ შემთხვევაში მოულოდ-  
ნელია. სწორედ ასეთი მსოფლმხედველობა გვაძლევს საშუალე-  
ბას დავინახოთ ის, რისი დანახვაც შეუძლებელია ტრადიციულ  
ჩარჩოებში. დროულად მივუთითოთ იმ საშიშროებებზე, რომლის  
წინაშეც დგება საზოგადოება განვითარების გზაზე და ბიფურ-  
კაციულ მომენტში მიღებული იქნეს დასაბუთებული გადაწყვე-  
ტილებები.

### 1.3. ბიზნესის გლობალიზაცია სინერგეტიკის თვალსაზრისით

საერთაშორისო ბიზნესში, მიზნის გლობალური თვალთახედვიდან გამომდინარე, აუცილებელია მისი შესაბამისობის გათვალისწინება ცვალებად საერთაშორისო და საშინაო გარემოსთან. ეს ცვალებადობა უკავშირდება გლობალიზაციას, რომელიც მსოფლიოს ეკონომიკას ხდის სულ უფრო განუჭვრეტელს და არაპროგნოზირებადს. ნებისმიერი კომპანია ცვლის თანაფარდობას გლობალურ და ლოკალურ სტრატეგიებს შორის პროდუქციის სახის, მიზნის, ქვეყნის გათვალისწინებით. ერთის მხრივ, გლობალური სტრატეგია უნდა იყოს საკმარისად მოქნილი, რათა რეაგირება მოახდინოს ახალ შესაძლებლობებზე, მეორე მხრივ კი - უარყოფილ იქნას ნაკლებად მომგებიანი საქმიანობები. საწყის ეტაპზე კომპანიას ვერ ჰყოფნის გამოცდილება უცხოური ბაზრების ათვისების ოპტიმალური სტრატეგიის შემუშავებისათვის. კომპანია უბრალოდ ახერხებს რეაგირებას შექმნილ შესაძლებლობებზე, რომელთა დიდი ნაწილი ხელსაყრელი ხდება [39]. კომპანია Ford-მა მხოლოდ 1977 წელს შექმნა მსოფლიოს სხვა ქვეყნების პოლიტიკის ანალიზის სპეციალური განყოფილება, რომელმაც 90-იანი წლების შუახანებში დაისახა მიზნად გამხდარიყო გლობალური საავტომობილო კორპორაცია. დაერღვია ეროვნული და რეგიონალური ბარიერები, რომლებიც მას ხელს უშლიდნენ მსოფლიო ბაზარზე ორიენტირებული „უნივერსალური“ მოდელების შექმნის გზაზე. ამრიგად გლობალურ

ბიზნესზე შესაძლებელია ლაპარაკი იმ შემთხვევაში, როდესაც კომპანია ერთდროულად ითვალისწინებს მსოფლიო ბაზარზე ქცევის შემდეგ მოთხოვნებს:

- უნდა ჰქონდეს ბაზრის და კონკურენციის გლობალური ხედვა (გამომდინარე მისი უნარიდან სწრაფად მოახდინოს რეაგირება წარმოებისა და გასაღების პირობების ცვლილებებზე საზღვარგარეთ);

- კარგად უნდა იცნობდეს კონკურენტებს;

- უნდა აკონტროლებდეს საკუთარ ოპერაციებს მსოფლიო მასშტაბით, ეგრეთწოდებული ტრიალის ქვეყნების (აშშ, ევროპა, იაპონია) ფარგლებში მაინც;

- უნდა იქცეოდეს, როგორც “გლობალური მოთამაშე”, ანუ მყისიერად უნდა ცვლიდეს მუშაობის მანერას, როცა იქმნება ბაზრიდან კონკურენტის მიერ მისი შევიწროების საფრთხე;

- თავისი წარმოება უნდა განაღავოს იქ, სადაც ის მეტად რენტაბელურია ფარდობითი დანახარჯების კანონის და წარმოებითი ურთიერთგაცვლის პრინციპის შესაბამისად;

ამგვარი გლობალური სტრატეგიის ნათელი მაგალითია მაკომპლექტებელის და თვით ავტომობილ “ford-escort”-ის დაზღვევის გლობალური ქსელი. მაკომპლექტებლები იწარმოება ფირმის ქარხნებში, რომლებიც 15 ქვეყანაშია განლაგებული, ხოლო მათი აწყობა კი მიმდინარეობს დიდი ბრიტანეთსა და გერმანიაში განლაგებულ ქარხნებში.

გლობალური საერთაშორისო მარკეტინგული სტრატეგიის შემუშავება მოიცავს მრავალდონიან (მრავალწახნაგოვან) აზ-

როვნებას. როგორც წესი, ფირმა უნდა იყენებდეს შემდეგ პრინციპებს: იფიქრე გლობალურად, იმოქმედე ლოკალურად. მაგალითად, ყურადღება ექცევა სპეციფიკური მოთხოვნილებების მქონე მომხმარებლების სეგმენტს, რომლებიც გადანაწილებულია მთელ გეოგრაფიულ ბაზარზე. მიუხედავად იმისა, რომ აღნიშნული სეგმენტები შესაძლოა იყოს ვიწრო ლოკალურად, მათი ჯამობრივი მოცულობა რეგიონულ და საერთაშორისო დონეზე შესაძლოა აღმოჩნდეს ძალზე მნიშვნელოვანი და მან მოუტანოს ფირმას მასშტაბის ეკონომია.

ამ აზრით გლობალური აზროვნება მიეკუთვნება ძირითადად საქონლის კონცეფციას, მაგრამ ვერ ეხება მარკეტინგის ისეთ ინსტრუმენტებს, როგორცაა კომუნიკაცია, ფასი და გასაღება. ადგილობრივ პირობებთან ადაპტირებულ გლობალური საქონლის მაგალითს წარმოადგენს ფირმა Microsoft (Windows, Word, Excel) პოპულარული პროგრამული პროდუქტები. ისინი არსებობენ მრავალი ეროვნული ვერსიით. საწარმოს საგარეო ეკონომიკური საქმიანობის სწარავ განვითარებას განაპირობებს სხვადასხვა მიზეზი, რომელთაგან მნიშვნელოვანია [48]:

- სწრაფვა საბოლოო მოგების ზრდისაკენ;
- საწარმოო ძალების მოდერნიზაციის და სრულყოფის აუცილებლობა;
- ვიწრო შიდა ბაზრიდან გასვლის სურვილი;
- ეროვნული ბუნებრივი რესურსების უკმარისობის დაძლევის შესაძლებლობა;
- თანამედროვე ეფექტური ტექნოლოგიების მიღების წესი;

- სამრეწველო პროდუქციის სასიცოცხლო ციკლის გაზრდის მოთხოვნილება.
- უცხოური პარტნიორის დახმარებით რისკისა და ახალი საწარმოს დაფუძნების ხარჯების განაწილება.

ამრიგად, საგარეო ეკონომიკური კავშირები თავის მხრივ ააქტიურებს ფინანსურ კაპიტალს, რომელიც უცხოური საწარმოს დაფინანსების პირობებთან ადაპტაციისათვის თვითონვე ხდება ინტერნაციონალური ქმნის რა საბანკო ფილიალების უცხოურ ქსელს. სოლიდურმა კომპანიებმა კონკურენტულ ბრძოლაში გამარჯვება საკუთარ სტრატეგიაში მხოლოდ საგარეო ეკონომიკური კავშირების გამოყენებით შეძლეს. მაგალითს წარმოადგენს ამერიკული ფირმა Stanly Works, რომელიც აწარმოებდა მჭრელ და საზომ ინსტრუმენტებს 1843 წლიდან. მეოცე საუკუნის 80-იან წლებში კონკურენტთა ზეგავლენით ფირმამ განახორციელა სასწრაფო ღონისძიებები წარმოების ხარჯების შემცირების მიმართულებით. ამ მიზნით წარმოების ნაწილი გადატანილ იქნა მექსიკაში, ქალაქ პუებლოს ქარხანაში, სადაც სამუშაო ძალა საკმაოდ იაფი იყო. მექსიკაში დამზადებული ინსტრუმენტები კონკურენციას უწევდნენ ანალოგიურ ინსტრუმენტებს ჩინეთიდან. შემდგომ წლებში ფირმამ ინტერნალიზაციის უპირატესობის გამოსაყენებლად მონათესავე სამრეწველო საწარმოები გახსნა საფრანგეთში, დიდ ბრიტანეთში, ტაივანში. ამის შედეგად ფირმის პირდაპირმა საზღვარგარეთულმა ინვესტიციებმა 90 მილიონიანი ბიუჯეტის 25% შეადგინა, ხოლო შემოსავლებმა კი ფირმის მთლიანი შემოსავლების 30%. სამრეწველო განვითარების მაღალი ტემპების მქონე სახელ-

მწიფოთა გამოცდილება ცხადყოფს, რომ საგარეო ეკონომიკური საქმიანობა ახდენს მასში მონაწილე ფირმის ეკონომიკაზე შემდეგ სახის ზეგავლენას [39]:

- უცხოური, ან შერეული საწარმოს მიერ პროდუქციის გაყიდვა მიმდებ ქვეყანაში უზრუნველყოფს საერთო სავაჭრო ბალანსის საღდოს გამოთანაბრებას, რადგან ამ პროდუქციის ასორტიმენტში შედის ის პროდუქცია, რომელიც ადრე იმპორტირდებოდა;
- უცხოური საწარმოები ქმნიან ახალ სამუშაო ადგილებს მიმდებ ქვეყანაში, ხელს უწყობენ საქმიანი აქტიურობის გამოცოცხლებას;
- მიმდებ ქვეყანაში ბაზრის პროდუქციით გაჯერება იწვევს ინფლაციის ტემპების შემცირებას;
- ადგილობრივი სამრეწველო კომპანიები ცდილობენ დაჩქარებული ტემპებით აამაღლონ წარმოების ტექნიკურ-ეკონომიკური დონე უცხოური საწარმოების შესაბამის მაჩვენებლებამდე.

წარმოების ინტერნაციონალიზაცია მჭიდროდ უკავშირდება შრომის საერთაშორისო დანაწილებას (საწარმოთა დარგთაშორისი სპეციალიზაციიდან შიდადარგობრივ სპეციალიზაციამდე და ბოლოს კი უმაღლესი ხარისხის სპეციალიზაციამდე, სადაც ნათლად გამოვლინდა ერთეულოვანი სპეციალიზაციის – საგნობრივი, ქსელური, ტექნოლოგიური, ტიპური ნიშნები). ვიწრო სპეციალიზაცია წარმოადგენდა ახალი ტიპის საწარმოთა და ისეთი დარგების წარმოქმნის პირველად მიზეზს, რომლებიც უშვებენ ორგანულად ერთიანი ტექნოლოგიური ციკლის ნომენკლატურის ნახევარფაბრიკატებს, კვანძებს, დეტა-

ლებს. ასეთი ტიპის საწარმოებია საჩამომსხმელო, სამჭედლო, ინსტრუმენტული ქარხნები, რომელთა პროდუქცია გათვალისწინებულია სხვადასხვა ქვეყნის ინდუსტრიული დარგების მოთხოვნათა დასაკმაყოფილებლად. ასეთი ტიპის შრომის დანაწილება უკავშირდება სამეცნიერო-საწარმოო კოოპერაციაში მონაწილე ვიწრო სპეციალიზირებული საწარმოთა წარმოების დანახარჯების მინიმიზაციას, კომბინატისაგან განსხვავებით, სადაც მზა პროდუქციის ყველა დეტალის წარმოების ორგანიზაცია ემყარება შრომის საოპერაციო და ფუნქციონალურ დანაწილებას. მრეწველობის მეცნიერებატევადი დარგების შიდა და გარე ბაზარზე კონკურენტულ ბრძოლაში დიდი მნიშვნელობა აქვს არა მხოლოდ სტანდარტული პროდუქციის გაიაფებას, არამედ ტექნოლოგიისა და მოწყობილობათა მუდმივ მოდერნიზაციას პროდუქციის ხარისხის ამაღლების მიზნით. სწრაფვა მაღალტექნოლოგიური პროდუქციის გამოშვებისაკენ აიხსნება წარმოებისა და გასაღების ეფექტიანობით. 80-იან წლებში აშშ, დას.ევროპის, იაპონიის უმსხვილესი კომპანიების მიერ ტრადიციული სამრეწველო საქონლის (შავი და ფერადი ლითონი, საფეიქრო, ქაღალდი და ცელულოზა, სამრეწველო ნედლეული) გაყიდვებმა შეადგინა 3,7%, ხოლო ახალი მეცნიერებატევადი საქონლის (ქიმიური ტექნოლოგიის პროდუქცია, კავშირგაბმულობის მოწყობილობის ელექტრული სისტემები, საოფისე მოწყობილობა, ფარმაცევტული საქონელი) რეალიზაციის შესაბამისმა მაჩვენებელმა 5,1%-ს მიაღწია. მაღალტექნოლოგიურ დარგებში საგარეო ეკონომიკური კავშირების გაფართოებამ განაპირობა სამეცნიერო-კვლევითი და საცდელ-

საკონსტრუქტორო სამუშაოების გაძვირება და გართულება. კერძოდ, ფარმაცევტულ მრეწველობაში ახალი სამკურნალო პრეპარატის დანერგვა წარმოებაში 70-იან წლებში შეფასებული იყო 16 მლნ.დოლ. და მოიცავდა 4-5 წელს. 90-იან წლებში Imperial Chemical Industries (დიდი ბრიტანეთი). სტატისტიკური მონაცემებით საცდელი სამუშაოებიდან დაწყებული მსოფლიო ბაზარზე გასვლით დამთავრებული პროცესი ღირს 250 მლნ.დოლ. და მოიცავს 12 წელს. აღნიშნული სახსრების დასაფარავად უმსხვილესი ფარმაცევტული კომპანიები თანამშრომლობენ საზღვარგარეთელ კოლეგებთან. ხშირია შემთხვევები, როდესაც საერთაშორისო თანამშრომლობა საგარეო სავაჭრო გარაგებებით, ლიცენზიების გაცვლიდან დაწყებული მთავრდება ერთობლივი საწარმოების შექმნით, ძლიერი პარტნიორობის მიერ სუსტების შთანთქმით [46].

მრეწველობის მაღალტექნოლოგიურ დარგებში საგარეო სავაჭრო კავშირების სპეციფიკა იწვევს მსოფლიო ბაზარზე კომპიუტერულ სისტემებზე მოთხოვნის ზრდას. ეს განსაკუთრებით შეიმჩნა მეოცე საუკუნის უკანასკნელ მეოთხედში შექმნილ ახალ დარგთაშორის საერთაშორისო კომპლექსის შექმნის პროცესებში, რომლის შიგნითაც ხორციელდება მნიშვნელოვანი მოცულობის სამუშაოები მრეწველობის სხვადასხვა დარგის ინფორმაციული უზრუნველყოფისათვის. საგარეო ეკონომიკური კავშირები დიდ როლს თამაშობენ მსოფლიო მასშტაბით მცირე კომპანიების მნიშვნელობის ზრდაში, კერძოდ, აშშ-ში 150 ათასი მცირე კომპანიაზე მოდის ქვეყნის ექსპორტის 20%. მრავალი მათგანი ჩართულია ინტერნაციონალიზაციის



პროცესში, რაც მათ სიცოცხლისუნარიანობის საფუძველია. პირველ ეტაპზე მსგავსი ფირმები დებენ საზღვარგარეთულ ფირმებთან გარიგებას სამეცნიერო-კვლევითი საქმიანობის, ლიცენზიების გაცვლის შესახებ. შემდეგ კი აყალიბებენ ერთობლივ საერთაშორისო საწარმოებს. ლიცენზიების გაყიდვა მცირე კომპანიებს აძლევს მნიშვნელოვანი მოგების მიღების შესაძლებლობას ერთჯერადი გადასახდელების ფორმით საზღვარგარეთ მათი პროდუქციის წარმოების უფლების გადაცემისათვის. მაგალითად, 80-იან წლებში ამერიკულმა ფირმებმა ორჯერ გაზარდეს შემოსავლები საზღვარგარეთ ლიცენზიების გაყიდვიდან – 1979 წელს 6,2 მლრდ. დოლარიდან 12 მლრდ. დოლარამდე 1997 წელს [46].

დღეს, როდესაც გლობალიზაცია გვევლინება როგორც მსოფლიო თანამეგობრობის განვითარების ინსტრუმენტი, ბუნებრივია, გლობალური კომპანიების მოქმედი საინფორმაციო სისტემა აღმოჩნდა არაშედეგობრივი იმის გამო, რომ ძირეულად შეიცვალა თვით მისი გამოყენების ობიექტი. აუცილებელი გახდა შეიქმნას მათი ობიექტების იერარქია. ამასთან, მთავარ მოქმედ პირს წარმოადგენს გლობალური კომპანიების ხელმძღვანელი. 2000 წელს მსოფლიოში 40 ათასზე მეტი ტრანს-ეროვნული კომპანია ითვლებოდა. აღნიშნული კომპანიების ხელმძღვანელები ფლობენ რა ტოპ-მენეჯერისათვის საერთო მმართველის თვისებების მინიმუმს, წარმოადგენენ პიროვნებებს გამოკვეთილი ინდივიდუალური თვისებებით. შესაბამისად მცდელობა შეიქმნას ინფორმაციული უზრუნველყოფის უნივერსალური ალგორითმი, რომელიც მაინც აუცილებელია მართვის

პროცედურის განსაზღვრული დონისათვის, ადრე თუ გვიან შეეჯახება კომპანიის პირველი პირის სპეციფიკის და ინდივიდუალური თვისებების გათვალისწინების აუცილებლობას. გავიხსენოთ 1970 წლის კონფლიქტი iakokas-სა და ford-ს შორის. იქმნებოდა შთაბეჭდილება, რომ კომპანია “კრაისლერში” წასვლის შემდეგ კომპანია “ფორდი” ვერ იარსებებდა. მიუხედავად ამისა, ეს კომპანია დღესაც ლიდერთა რიგებშია, ხოლო კომპანია “krisler” შეერწყა “კომპანია dimlers”. საქმე იმაში კი არ არის ვინ იყო დამნაშავე მათ პერსონალურ კონფლიქტში, არამედ იმაში, რომ [19,48,49]:

1. სწორად აგებული მექანიზმი შესაძლებელია წარმატებით მუშაობდეს კომპანიის პირველი პირის სერიოზული შეცდომების შემთხვევაში;

2. ford-ი იმ პერიოდში განიცდიდა ინფორმაციული სისტემის, ანუ ისეთი სისტემის ნაკლებობას, რომელიც გაითვალისწინებს კომპანიის ხელმძღვანელთა ინდივიდუალურ თვისებებს.

ობიექტის იერარქიის შემდეგი დონე მოიცავს გლობალური კომპანიის წამყვანი მენეჯერების, ვიცე-პრეზიდენტის ჯგუფს, რომლებიც წარმოადგენენ ძირითად საზღვარგარეთულ განყოფილებათა ხელმძღვანელებს. ინფორმაციის მიმწოდებელმა პრეზიდენტზე უკეთ უნდა იცოდეს რა სურს პრეზიდენტს, სხვა შემთხვევაში იაკოკა-ფორდის ტიპის კონფლიქტი გარდაუვალია.

ასეთი მიდგომა იწვევს სპეციალური ინფორმაციული ბიულეტენების როლის ამაღლების აუცილებლობას, რომელთა თვისებას წარმოადგენს ბიზნესში მიმდინარე პროცესების არა ანალიზური ასახვა, არამედ სპეციალურად შერჩეული ინფორ-

მაციული ბლოკები, მათი რანჟირება, შენახვა თავმოყრა. ასეთი თავმოყრის დინამიკა წარმოადგენს ახალი თაობის საინფორმაციო მუშაკთა საქმიანობის საგანს. ახალი მოთხოვნები გლობალური კომპანიების ინფორმაციული უზრუნველყოფისადმი იწვევს მოქმედი ინფორმაციული სისტემის რესტრუქტურისაციას და რიგი ახალი სპეციალიზირებულ დაწესებულებათა წარმოქმნას, რომლებიც წარმოადგენენ მსოფლიო საინფორმაციო დარგის გარდაქმნის მოდელს.

#### 1.4 თვითორგანიზაცია და თერმოდინამიკის კანონები ეკონომიკაში

თანამედროვე პირობებში ეკონომიკურმა თეორიამ მიაღწია შთამბეჭდავ პროგრესს, მაგრამ ავტორიტეტული მკვლევარების თანამედროვე დონეს ახასიათებენ როგორც კრიზისულს. ეკონომიკური თეორიის საფუძველია წონასწორობის პრინციპი, რომელიც ეკონომიკური წონასწორობის ზოგადი თეორიის საფუძველს წარმოადგენს. კლასიკური თეორიის ფუძემდებელმა ადამ სმიტმა ნაშრომში “ხალხთა სიმდიდრე” წონასწორობის პრინციპი წარმოადგინა “უჩინარი ხელის” მეტაფორის სახით, რომელიც მოქმედებს იდეალური კონკურენციის პირობებში. ლ.ვალრასის მიწოდება-მოთხოვნის ბალანსირების

საბაზრო მექანიზმში წონასწორობის პრინციპს წარმოადგენს ფასი. წონასწორული მდგომარეობიდან გადახრა განაპირობებს ისეთი ძალების წარმოშობას, რომლებიც იწვევენ სისტემის დაბრუნებას საწყის მდგომარეობაში [5,13].

ეკონომიკური წონასწორობის მათემატიკური მოდელის დამუშავებასთან ერთად წონასწორობის პრინციპი პოსტულატებიდან გადაიქცა მკაცრად მტკიცებად დებულებებად. სარგებლიანობის ფუნქციის მაქსიმიზაცია წარმოადგენს დინამიკური სისტემის პოტენციალის ანალოგს. ეკონომისტებისათვის სარგებლიანობის ფუნქცია არ არის ცხადი სახით წარმოდგენილი განსხვავებით მექანიკაში ლაგრანჟის ფუნქციისაგან. ხშირ შემთხვევაში, საერთო ეკონომიკური წონასწორობის მოდელები ადექვატურნი არიან რეალურ ეკონომიკაში მიმდინარე პროცესებისა. გამონაკლისს წარმოადგენს სფეროები, როგორებიცაა: საფონდო და ფინანსური ბაზრები, ფულადი მიმოქცევა და კრედიტი, რადგანაც ამ ტიპის ეკონომიკური სისტემები შეიძლება განუსაზღვრელი დროის განმავლობაში არაწონასწორულ მდგომარეობაში.

სარგებლიანობის ფუნქციის მაქსიმისაზიის პრინციპი შესაძლოა განხილულ იქნას არა მარტო როგორც ჰამილტონის პრინციპის ანალოგი მექანიკაში, არამედ როგორც ენტროპიის მაქსიმიზაცია თერმოდინამიკაში: მექანიკურ და თერმოდინამიკურ მიდგომებს შორის განსხვავების მიუხედავად „აბსტრაქტული თვალსაზრისით, ნებისმიერი წონასწორობის თეორია იგივეა რაც კრიტიკული წერტილების ასახვის თეორია, ე.ი. წარმოადგენს დიფერენციალური ტოპოლოგიის ნაწილს“.

ამრიგად, თერმოდინამიკური მეტაფორა აღმოჩნდა მისაღები, რადგანაც შესაძლებელია იგი გამოყენებულ იქნას სისტემის შესახებ ინფორმაციის არასრული ცოდნის პირობებში [12, 33,34].

მექანიკური მეტაფორისგან განსხვავებით, თერმოდინამიკურ მეტაფორაში წონასწორობა ნიშნავს არა დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის განსაკუთრებული წერტილის ანუ პოტენციალური ფუნქციის ექსტრემუმის არსებობას, არამედ პფაფის განტოლების ინტეგრალურ ზედაპირზე (მდგომარეობის განტოლებათა ზედაპირზე) გადაადგილებას [33,34]. წონასწორობის თერმოდინამიკურ მეტაფორაზე დაყრდნობილ მიდგომებს გააჩნიათ შეზღუდვები.

ამასთან, შესაძლებელი აღმოჩნდა შეიქმნას ეკონომიკური წონასწორობის მათემატიკური თეორია სარგებლიანობის ცნებაზე დაყრდნობის გარეშე. ეკონომიკური თეორია, რომელიც ემყარება წონასწორობის პრინციპს (როგორც მექანიკურის, ისე თერმოდინამიკური), აღმოჩნდა არაადექვატური თვითორგანიზების ეკონომიკური პროცესების აღწერის მცდელობისას. ეკონომიკურ სისტემათა თვითორგანიზების პროცესში კლასიკური თეორია უსუსურია წინასწარ განჭვრიტოს, აღწეროს მიმდინარე ცვლილებები. დისციპლინათაშორისი მიმართულება, რომელიც იწოდება თვითორგანიზაციის თეორიად, ჩამოყალიბდა შემდეგი მიმართულებათა ბაზაზე: კიბერნეტიკა, შეუქცევადი პროცესების თერმოდინამიკა, ქიმიური რეაქციების კინემატიკური თეორია, ეკოლოგია, ფაზური გადასვლების ფიზიკური თეორია, ფრაქტალური გეომეტრია. აღმოჩნდა, რომ ზემოთ ჩა-

მოთვლილ სფეროებში, მათი მრავალფეროვნების მიუხედავად, არატრიალური სივრცობრივი ან დროითი სტრუქტურების ჩამოყალიბების პროცესები თვისობრივად აღიწერება მსგავსი განტოლებათა სისტემებით. სწორედაც სინერგეტიკა გადმოგვცემს მათემატიკური ფორმალიზმს უფრო მაღალ დონეზე, ვიდრე ეს ხდება კონკრეტული სფეროებში. უკანასკნელ პერიოდში სინერგეტიკის, როგორც მულტიდისციპლინალური მეცნიერების წარმატებამ განაპირობა მისი გამოყენება საბუნებისმეტყველო, საზოგადოებრივ მეცნიერებებში, მათ შორის ეკონომიკაშიც.

კლასიკურ საბუნებისმეტყველო მეცნიერებაში სისტემის მდგომარეობის ცვლილების მიზეზი იძებნება სისტემის გარეთ, თვითორგანიზაციის თეორია კი მიზეზებს ეძებს სისტემის იმანენტურ თვისებებში. კლასიკური მსოფლმხედველობით სისტემა შედგება მარტივი ელემენტებისაგან. თვითორგანიზაციის თეორიის მიხედვით სისტემა წარმოადგენს იერარქიულ ქსელში მოწესრიგებულ ავტონომიურ ქვესისტემათა ერთობლიობას, რომელიც ღიაა რეორგანიზაციისათვის. კლასიკური მოსაზრებით რთული პროცესების ანალიზი დაიყვანება ცალსახა მიზეზშედევობრივობაზე, ხოლო თვითორგანიზაციის ჩარჩოებში კი მიზეზები და შედეგები დამოკიდებულნი არიან ერთმანეთთან ციკლში, რაც იწვევს ინდეტერმინიზმს ან ალბათურ დეტერმინიზმს.

კლასიკურ შემთხვევებში არსებობს ერთი აბსოლუტური დრო, ხოლო თვითორგანიზაციის შემთხვევაში სისტემა საკუთარი შიდა პროცესების კოორდინაციას ახდენს საკუთარი

დროის შესაბამისად (სისტემური დროის რელატივიზმი). ამიტომაც სინერგეტიკის იდეების გამოყენება ეკონომიკაში არ დაიყვანება მხოლოდ ჩვეულებრივი კვლევის მეთოდების ფრაქტალური ანალიზით შეესებაზე, არამედ მოიცავს მკვლევართა პარადიგმალური წარმოდგენების ცვლილებას, ანუ მიმდინარეობს ახალი პრინციპების შერჩევა, რომელთა საფუძველზეც მომავალში განვითარდება ეკონომიკური თეორიის ახალი ვარიანტები.

უნდა ავლნიშნოთ, რომ სინერგეტიკული და თერმოდინამიკური მიდგომა გამოიყენება განსხვავებული ხასიათის სისტემებისთვის. თერმოდინამიკური მიდგომა კორექტულია იმ შემთხვევებში, როდესაც სისტემა შედგება ერთგვარი ელემენტებისაგან, რომელთა შორისაც არსებობს თვისობრივად მსგავსი კავშირები. ამ ტიპის სისტემებისთვის ჭეშმარიტია თერმოდინამიკის მეორე კანონი (მსგავსი სისტემის მაგალითს წარმოადგენს იდეალური გაზი). მაგრამ რთული ფიზიკური, მათ შორის სოციალურ-ეკონომიკური სისტემებისთვის მოწესრიგებულობის დონის განსაზღვრა შენონის ცნობილი ფორმულის გამოყენებით უაზროა ან ატარებს ფორმალურ ხასიათს [29,35,37].

განვიხილოთ სინერგეტიკული სისტემა, რომელიც აღწერილია შემდეგი დიფერენციალური განტოლებით:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F(U) + D\Delta U \quad (1)$$

სადაც:  $U$  - ელემენტალური მოცულობის მდგომარეობის ვექტორია (საწარმოთა, ფულის, რესურსების, აქციების რაოდენობის ვექტორი).

დენობაა ფართობის ერთეულზე).  $D$ - გადატანის კოეფიციენტების მატრიცა (ენერჯის, ინფორმაციის, ფინანსების).  $F(U)$  - ურთიერთქმედების სიჩქარის არაწრფივი ფუნქცია (კონკურენციის, ქიმიური რეაქციების, რესურსების) ელემენტალურ მოცულობაში.

აღნიშნულ პირობათა არარსებობის შემთხვევაში არ მოხდება არავითარი თვითორგანიზაცია და პირიქით.

მნიშვნელოვანია განვსაზღვროთ ეკონომიკური თვითორგანიზაციის ცნება. ტრადიციული აზროვნების მიხედვით თვითორგანიზაციას ზოგადად უწოდებენ ფასების საბაზრო დაბალანსების პროცესს. სინერგეტიკული მიდგომის მიხედვით კი ეს პროცესი განიხილება არა როგორც თვითორგანიზაცია, არამედ ეკონომიკური სისტემის მიერ წონასწორული მდგომარეობის მიღწევა მასზე უკუკავშირის მოქმედების შედეგად. სინამდვილეში “ბაზრის უჩინარი ხელი” ვერ ქმნის სივრცობრივ-დროით სტრუქტურებს (განსხვავება ფასებში, მოგების ნორმაში და სხვ.). პირიქით მათ იგი უგულვებელყოფს. მკაცრი განმარტებით თვითორგანიზაცია ეკონომიკაში საბაზრო რეგულაციის თვითნებური რღვევის პროცესია რომელსაც თან ახლავს ეკონომიკურ სისტემის სხვადასხვა ნაწილებში ამა თუ იმ პარამეტრებს შორის მდგრადი სხვაობის წარმოქმნა [13]. მსგავსი მოვლენებს მიეკუთვნება საქმიანი კონიუქტურის ციკლები (რყევის რეჟიმი), თეორიულ-წონასწორული მნიშვნელობიდან ვალუტის გაცვლითი კურსის მდგრადი გადახრა, საბირჟო პანიკები (ქაოსური რეჟიმი) და ა.შ.



მსგავსი სინერგეტიკული ეფექტები ტრადიციული თვალთახედვით წარმოადგენს არასასურველს საზოგადოებისათვის (ფასების ცვლილებით გამოწვეული ინფორმაციის დამახინჯება). იმისათვის რომ ეს აღმოიფხვრას ეს მოვლენები, უნდა გაირკვეს თუ რა უდევს ამ პროცესს საფუძვლად. ნეოკლასიკური მიკროეკონომიკური თეორია აქ უძლურია ამ პრობლემის გადაჭრისათვის მისი პარადიგმალური შეზღუდვების გამო. უნდა აღინიშნოს, რომ სინერგეტიკული ეფექტები ეკონომიკურ სისტემას სძენს ისეთ თვისებებს, როგორცაა ეკონომიკური ტრანსაქციების გაშლადობა დროსა და სივრცეში.

რამდენადაც სინერგეტიკული ეკონომიკა იკვლევს ეკონომიკის ევოლუციას, იგი წარმოადგენს ეკონომიკური დინამიკის თეორიის ნაწილს, რომელიც მოიცავს აგრეთვე საქმიანი ციკლების თეორიას, ეკონომიკური ზრდის თეორიას და სხვა ანალიზურ მეთოდებს. ყველა ეს მეთოდი მიეკუთვნება ეკონომიკური დინამიკის ტრადიციულ თეორიებს. სინერგეტიკული ეკონომიკა კი განაზოგადებს ეკონომიკური დინამიკის ტრადიციული თეორიას [13].

შეიძლება დავასკვნათ, რომ სინერგეტიკული თეორია ეკონომიკაში შესაძლებელს ქმნის არა მარტო განმარტოს, არამედ წინასწარ განჭვრიტოს დინამიკური ეკონომიკური პროცესები, რომლებიც ვერ აიხსნება ტრადიციული თეორიითა და მეთოდებით. სინერგეტიკული ეკონომიკა ახალი იმედისომცემი მიმართულებაა რთული ეკონომიკური მოვლენების ანალიზში.

## თავი 2

### სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტები

ცივილიზაციის განვითარების თანამედროვე ეტაპზე შეიძლება გამოვეყნოთ ფაქტორების სიმრავლე, რომლებმაც შეიძლება გამოიწვიოს გლობალური კატასტროფა დადებითი და უარყოფითი შედეგებით. ასეთი კატასტროფების რიგს მიეკუთვნება დემოგრაფიული აფეთქება, ენერგეტიკული, ეკონომიკური, ნედლეულის კრიზისები, სოციალურ-ეკონომიკური და სამეცნიერო კრიზისული სიტუაციები, მოსახლეობის ფენებს შორის ცხოვრების დონის განსხვავებულობის გაზრდა, ქვეყნის განვითარებაში მყისიერი ნახტომი და სხვა მოვლენები და პროცესები. შესაძლებელია თუ არა ამ სიტუაციებში გამოყენებულ იქნეს კატასტროფების მათემატიკური აპარატი?

დისერტაციის ამ თავის მიზანს წარმოადგენს ელემენტალური კატასტროფების და ბიფურკაციების თეორიის ძირითადი დებულებების გადმოცემა და მისი გამოყენება სოციალური, ეკონომიკური სისტემების კვლევაში.

## 2.1. კატასტროფების თეორიის ელემენტები

სისტემაში, რომელზედაც მოქმედებს ბუნების სხვადასხვა ფაქტორები, მიმდინარეობს არა მარტო გლუვი, არამედ ნახტომისებური ცვლილებები. ამ მოსაზრების მიხედვით, თანამედროვე ეკონომიკა წარმოადგენს რთულ სისტემას, რომელშიც მიმდინარე მოულოდნელი ცვლილებები რთულად ექვემდებარებიან ანალიზისა და პროგნოზის შესწავლის მეთოდებს. ასეთი სისტემები აღიწერებიან არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებით, რომელთა ამოხსნაც დაკავშირებულია სირთულეებთან და გამოყენებით ამოცანებში მკვლევარს უხდება ურთიერთობა არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებებთან.

სხვადასხვა ხასიათის (მექანიკური, თერმოდინამიკური, ეკოლოგიური, სოციალური, ეკონომიკური და სხვ.) მოდელირება, რომლებშიც პარამეტრების მდორე ცვლილება იწვევს სისტემის მდგომარეობის ნახტომისებრ შეცვლას, გვაძლევს საშუალებას აღვწეროთ სისტემის ყოფაქცევა რომელიმე ფუნქციის საშუალებით. ასეთი ფუნქციის როლში გვევლინება სრული ენერგია, პოტენციალური ენერგია, სარგებლიანობის ფუნქცია (ბიოლოგია), საწარმოო (ეკონომიკა) და ა.შ.

ასი წლის წინ გამოჩენილმა ფრანგმა მეცნიერმა ანრი პუანკარემ გამოთქვა იდეა, რომ უმეტეს შემთხვევაში აუცილებელი არ არის ამ განტოლებების ამოხსნა, დასკვნისათვის საკმარისია ამ სისტემის ამოხსნების თვისობრივი ხასიათის ცოდნა მისი ყოფაქცევის შესახებ. პუანკარეს იდეა მომავალში

გადაიზარდა დიფერენციალური განტოლებების ზოგად თვისობრივ თეორიაში, ანუ დინამიკური სისტემების თეორიაში.

დავუშვათ დინამიკური სისტემა განისაზღვრება ერთი მდგომარეობის  $x$  ცვლადით, მაშინ შესაბამისი დიფერენციალური განტოლება, რომელიც აღწერს ნაწილაკის მოძრაობას პოტენციურ ველში, ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial V(x,a)}{\partial x}$$

$V$ -პოტენციალი დამოკიდებულია  $a$  პარამეტრზე.  $a$  პარამეტრს უწოდებენ მმართველ პარამეტრს. შემდგომში, რომ შევისწავლოთ ნაწილაკის მოძრაობა ველის კრიტიკული წერტილის მახლობლობაში,  $V$  ფუნქცია უნდა დაიშალოს ამ წერტილის არეში ტეილორის მწკრივად. ამ შემთხვევაში იფარგლებიან დაშლის მხოლოდ რამდენიმე წევრით. კატასტროფების თეორიის მიზანია შეისწავლოს  $V(x,a)$  ფუნქცია მისი კრიტიკული წერტილების არეში. კერძოდ, ასეთი ფუნქციები დავიყვანოთ კოორდინატების შესაფერისი გარდაქმნით კანონიკურ ფორმებზე.

კატასტროფების თეორია აღმოცენდა მათემატიკის ორი ნაწილის-დინამიკური სისტემების თვისობრივი თეორიის და გლუვი ასახვის თავისებურების თეორიის პირაპირობაზე. განსაკუთრებულობები, ბიფურკაციები და კატასტროფები-ტერმინებია, რომლებიც აღწერენ უწყვეტი სტრუქტურებიდან დისკრეტულ სტრუქტურების წარმოქმნას.

თანამედროვე კატასტროფების თეორიის ფუძემდებელად გვევლინება რენე ტომი, რომელმაც 1972 წელს შემოგვთავაზა დინამიკური სისტემების ტოპოლოგიური თეორია გამოგვეყენე-

ბინა ბუნებრივ მოვლენებში წყვეტილი ცვლილებების მოდელირებისათვის. სახელწოდება „კატასტროფა“ შემოიტანა ე.ზიმანმა. რ.ტომმა დაისახა ამოცანა დაემუშაებინა ისეთი მათემატიკური ბაზა, რომლითაც შეიძლებოდა ბუნების სხვადასხვა მოვლენებში ნახტომისებური, უცაბედი ცვლილებების შესწავლა. თეორიის შესწავლისას მან გამოიყენა დინამიკური სისტემების თვისობრივი შესწავლის ერთ-ერთი ძირითადი ცნება-ცნება სტრუქტურული მდგრადობის შესახებ. მეორე მნიშვნელოვანი ცნება, რომელიც კატასტროფების თეორიას დაედო საფუძვლად არის ცნება ასახვის კანონიკური ფორმის შესახებ. საქმე იმაშია, რომ არსებული შეუზღუდავი მარაგის სხვადასხვა ასახვის მაგიერ, გამოყენებული ყოფილიყო (მცირე განზომილებების სივრცეში მაინც) მათი კანონიკური ფორმის ნაკრები. ასე მაგალითად, თუ სისტემა განისაზღვრება მდგომარეობის მხოლოდ ერთი ცვლადით, ხოლო მმართველი პარამეტრების რიცხვი ორზე მეტი არ არის, მაშინ ასეთი სისტემა შეიძლება აღიწეროს ოთხი სტანდარტული კანონიკური ფორმით. ამ სტანდარტული ფორმებიდან ერთ-ერთი წარმოადგენს ფუნქციას არაკრიტიკული წერტილის არეში, ხოლო ბოლო ორი-შესაბამისი ოჯახისათვის. ამ ორ სტანდარტულ ფორმას რ. ტომმა უწოდა ელემენტარული კატასტროფები: ნაკეცის კატასტროფა და ნაოჭის კატასტროფა [1,2,8,51].

კიდევ ერთი ცნება-კატასტროფების ასახვა-შესასწავლი დინამიკური სისტემის წონასწორობის ზედაპირის პროექტირებისას მმართველი პარამეტრის სივრცეზე. მხოლოდ ამ ასახვას შეიძლება ჰქონდეს თავისებურებები. შესაბამის სახეს

მმართველი პარამეტრის სივრცეში ეწოდება ბიფურკაციული სიმრავლე. როდესაც სისტემის პარამეტრები მდორედ იცვლებიან, გადაკვეთენ ბიფურკაციულ სიმრავლეს, მაშინ სისტემა ნახტომით გადადის ერთი მდგრადი წონასწორული მდგომარეობიდან მეორეში, მოხდება კატასტროფა.

კატასტროფების თეორიის ობიექტს წარმოადგენს სისტემების ნახტომისებური გადასვლა ერთი მდგომარეობიდან მეორეში, სისტემის ყოფაქცევაში წარმოქმნილი მყისიერი ხარისხობრივი ცვლილებები. კატასტროფების თეორიის წყაროს წარმოადგენს უიტნის გლუვი გარდასახვის თეორია და პუანკარეს და ანდრონოვის დინამიკური სისტემების ბიფურკაციების თეორია [1,2,8].

განასხვავებენ კატასტროფის შემდეგ თვისებებს:

- მოდალურობა-სისტემის ობიექტის თვისებაა, რომელიც მდგომარეობს მმართველი პარამეტრების რომელიმე მნიშვნელობისათვის სისტემის რამოდენიმე წონასწორული მდგომარეობის (რამოდენიმე მოდა) არსებობაში;
- მიუღწევადობა-სისტემაში საერთოდ არ მიიღწევა წონასწორული მდგომარეობა;
- კატასტროფული ნახტომები-სისტემის ნახტომისებური გადასვლა წონასწორობის ერთი მდგომარეობიდან მეორეში;
- ჰისტერეზისი-მმართველი პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის სისტემის გადასვლა ერთი წონასწორული მდგომარეობიდან მეორეში და პირიქით;

- განშლადობა-პარამეტრების სივრცეში ტრაექტორიის მცირე ცვლილება იწვევს სისტემის გადასვლას ხარისხობრივად განსხვავებულ საბოლოო მდგომარეობაში.

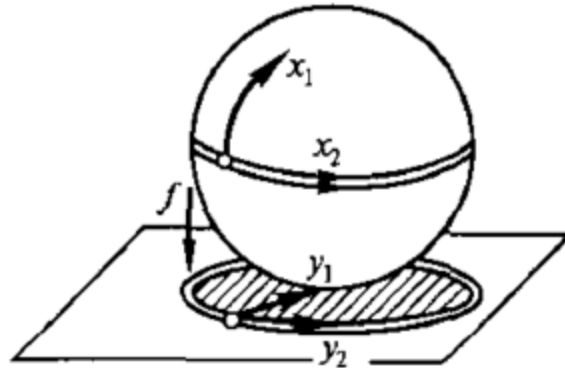
როგორც ცნობილია, ეკონომიკური სისტემა საფეხუროვანი, მრავალდონიანი სისტემაა. დაბალ დონეზე სისტემაში შემავალი პარამეტრების ნებისმიერი განუზღვრელობა ან შემთხვევითობა უფრო მაღალი დონის ქვესისტემაში (ან სისტემაში მთლიანად) იწვევს სისტემის გამოსასვლელი პარამეტრების განუზღვრელობას და შემთხვევითობას. ასეთი ხასიათის სისტემები შეიცავენ კატასტროფას.

მეოცე საუკუნის სამოციანი წლების დასაწყისში ამერიკელმა მეცნიერმა ხ.უიტნიმ გამოაქვეყნა ნაშრომი, სადაც შეისწავლებოდა ზედაპირის სიბრტყეზე ასახვა, რომელიც გახდა საფუძველი გლუვი ასახვის თავისებურების თეორიისა. უიტნიმ შენიშნა, რომ სამგანზომილებიან სივრცეში ტიპური სახით გვხვდება თავისებურების მხოლოდ ორი სახე: ნაკეცი და ნოჭი. ყველა სხვა განსაკუთრებულობა საპროექტო ზედაპირის მცირე ცვლილებისას გაიფანტება ნაკეცებად და ნოჭებად [8].

რადგანაც ნებისმიერი ეკონომიკური სისტემის ამოცანას წარმოადგენს ოპტიმიზაცია, რომლის მიზანიცაა მოგების მაქსიმიზაცია ან დანახარჯების მინიმიზაცია, ამიტომაც ასეთი სისტემებისთვის მიზანშეწონილია უიტნის განსაკუთრებულობის თეორიის გამოყენება. უიტნის თეორიაში განიხილება გარდასახვები, რამოდენიმე ცვლადის ფუნქციათა სიმრავლე.

წარმოქმნილ სპეციალურ გეომეტრიულ გარდასახვებს რ.ტომმა უწოდა ელემენტარული კატასტროფები. ასეთ გეომეტ-

რიულ გარდასახვებს მიეკუთვნება ზედაპირის გარდასახვა სიბრტყეზე-ზედაპირის ნებისმიერი წერტილისათვის სიბრტყის წერტილის შესაბამისობა.



ნახ. 2.1 სფეროს სიბრტყეზე პროექტირების ნაკეცი

თუ წერტილი ზედაპირზე მოცემულია  $(x_1, x_2)$  კოორდინატებით, ხოლო სიბრტყის წერტილი-კოორდინატებით  $(y_1, y_2)$  სიბრტყეზე, მაშინ გარდასახვა მოიცემა შემდეგი ორი ფუნქციის საშუალებით:  $y_1 = (x_1, x_2)$ ,  $y_{12} = f(x_1, x_2)$ . უიტნიმ დაამტკიცა, რომ ზედაპირის სიბრტყეზე ასახვა მცირე ცვლილებისას იშლება ნაოჭისა და ნაკეცის ფორმებად:

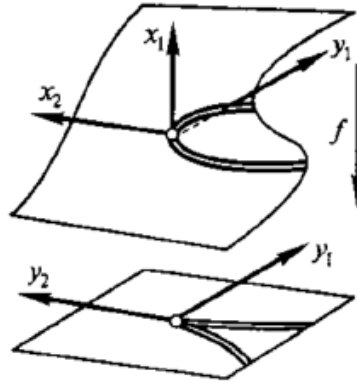
- უიტნის ნაკეცი-წარმოიქმნება ეკვატორის წერტილებში სფეროს ზედაპირზე პროექტირებისას და მოიცემა ფორმულით (ნახ.2.1):

$$y_1 = x_1^2, \quad y_2 = x_2$$

- უიტნის ნაოჭი – მიიღება ზედაპირის სიბრტყეზე დაგეგმარებისას (ნახ.2.2) და მოიცემა ფორმულით:

$$y_1 = x_1^3 + x_1 x_2, \quad y_2 = x_2$$





ნახ.2.2 ზედაპირის სიბრტყეზე დაგეგმარების ნაოჭები

აქ თვალნათლად არის წარმოდგენილი სისტემის კატასტროფული ყოფაქცევის თვისობრივი განსაკუთრებანი.  $y_1$  და  $y_2$  ღერძებზე გადაზომილია დამოუკიდებელი ცვლადების მნიშვნელობები, ხოლო  $x_1$  -ზე დამოკიდებული ცვლადები. ამ ზედაპირის სიბრტყის პროექცია სიბრტყეზე გვაძლევს ბიფურკაციულ (bifurcus-ორად გაყოფა) მრუდს ჰორიზონტალურ სიბრტყე-პროექციაში, გამოყოფილი ნახევრად კუბური პარაბოლა დაბრუნების წერტილით კოორდინატთა სათავეში. ეს მრუდი ჰყოფს ჰორიზონტალურ სიბრტყეს ორ ნაწილად: მცირედად და დიდად. მცირე ნაწილის წერტილებს აქვთ სამი საწყისი სახე (მასში პროექტირდება ზედაპირის სამი წერტილი). დიდი ნაწილების წერტილებს თითო – თითო, მრუდის წერტილებს ორი-ორი. უმცირესი ნაწილიდან მრუდთან მიახლოებისას ორი პირველსახე (სამიდან) შეერწყმიან ერთმანეთს და ქრებიან (ამ ადგილას გვაქვს განსაკუთრებული ნაკეცი). წვეროსთან მიახლოებისას სამივე პირველსახე ერთმანეთს შეერწყმის [28,52].

ნებისმიერი სისტემის ევოლუციური პროცესი, მათ შორის ეკონომიკურიც, მათემატიკურად ფაზურ სივრცეში აღიწერება ვექტორული ველით. ფაზური სივრცის წერტილები განსაზღვრავენ სისტემის მდგომარეობას. ამ წერტილში მოდებული ვექტორი მიუთითებს სისტემის მდგომარეობის ცვლილების სიჩქარეზე. ზოგიერთ წერტილში ვექტორი შეიძლება იყოს ნულის ტოლი. ასეთ წერტილებს უწოდებენ წონასწორობის მდგომარეობას. ამ წერტილებში სისტემის მდგომარეობა დროში არ იცვლება.

როგორც ზემოთ უკვე ავლნიშნეთ, კატასტროფების თეორიის ფუძემდებლად გვევლინება რ.ტომი. კატასტროფების თეორია ჩამოყალიბდა უიტნის გლუვი გარდასახვის განსაკუთრებულობების კვლევისა და პუანკარესა და ანდრონოვის დინამიკური სისტემების ბიფურკაციის თეორიის ბაზაზე. მცირე ინფორმაცია კატასტროფების თეორიის შესახებ [2,51]:

დავუშვათ სისტემა აღიწერება შემდეგი სახის განტოლებათა სისტემით:

$$F_i (X_j, C_\alpha) = 0, \\ 1 \leq i \leq N; 1 \leq j \leq N; 1 \leq \alpha \leq k \quad (2.1.1)$$

სადაც:  $C_\alpha$  - პარამეტრია

კატასტროფების თეორია ეყრდნობა (2.1.1) განტოლების ამონახსნის ხარისხობრივ დამოკიდებულებას  $C_\alpha$  პარამეტრის მნიშვნელობებზე,

(2.1.1) განტოლების  $X_j$  ამონახსნი აღწერს სისტემის მდგომარეობას, ამიტომაც მათ უწოდებენ მდგომარეობის ცვლადებს.

(2.1.1) განტოლება დამოკიდებულია  $C_\alpha$  პარამეტრებზე, რომლებსაც მმართველ პარამეტრებს უწოდებენ. განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს გრადიენტული დინამიკური სისტემების მდგომარეობის წონასწორობის განტოლება, რომლებიც შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი სახით:

$$F_i(X_i, C_\alpha) = \frac{\partial v(X_j, C_\alpha)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1.2)$$

(2.1.2) გამოსახულებაში  $V(X_j, C_\alpha)$  ფუნქციას უწოდებენ პოტენციალურ ფუნქციას. კატასტროფების ელემენტარული თეორია წარმოადგენს მეცნიერებას იმის შესახებ, თუ როგორ იცვლება პოტენციალური ფუნქციის წონასწორობის მდგომარეობა  $X_i(C_\alpha)$  მმართველი პარამეტრის ცვლილების დროს.

შეგხერდეთ უფრო დაწვრილებით  $V$  პოტენციალური ფუნქციის ფუნქციონალური თვისებების შესწავლაზე. წერტილებში, რომლებშიც სრულდება პირობა  $V_i = \frac{\partial v}{\partial x_i} = 0$  უწოდებენ კრიტიკულს. იმ შემთხვევაში, როდესაც კრიტიკულ წერტილებში სრულდება პირობა  $\det V_{ij} \neq 0$ ;  $(V_{ij} = \frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_j})$ , კრიტიკულ წერტილებს უწოდებენ მორსისებურს, და თუ სრულდება პირობა  $\det V_{ij} = 0$  -მაშინ მათ უწოდებენ არამორსისებურს.

მომავალში, ჩვენ განვიხილავთ ერთი ცვლადის შემთხვევას  $i = 1$  და  $X_1 = X$ . ტომის თეორემის მიხედვით, არსებობს ცვლადების ისეთი მდორე ცვლილება, რომ არამორსის ტიპის კრიტიკული წერტილის მიდამოში  $V$  შეიძლება ჩაიწეროს კანონიკური სახით,  $(C_\alpha = 0)$ :

$$V = X^{k+1} \quad (2.13)$$

ფუნქციას  $X^{k+1} = CG(1)$  უწოდებენ  $A_k$  ტიპის კატასტროფის ჩანასახს. კატასტროფის ჩანასახი წარმოადგენს  $X$  არამორსოვისებრ ფუნქციას. მმართველი  $C_\alpha$  პარამეტრების გათვალისწინებით არამორსოვისებრი კრიტიკული წერტილის მიდამოში (2.2.3) მიიღებს სახეს:

$$V = \frac{1}{k+1} X^{k+1} + \sum_{\alpha=1}^{k-1} C_\alpha X^\alpha = Cat(1, k). \quad (2.14)$$

მოხერხებულობის გამო კატასტროფის ჩანასახში გამოვეყავით თანამამრავლი  $1/k + 1$ . ფუნქციას  $Cat(1, k)$  უწოდებენ კატასტროფის ფუნქციას, ან უბრალოდ კატასტროფას.

შემდგომში შემოვიფარგლოთ შემთხვევით  $A_3 (k=3)$ , ამ შემთხვევისათვის პოტენციალური ფუნქცია მიიღებს სახეს:

$$V = \frac{1}{4} X^4 + \frac{a}{2} X^2 + bX. \quad (2.15)$$

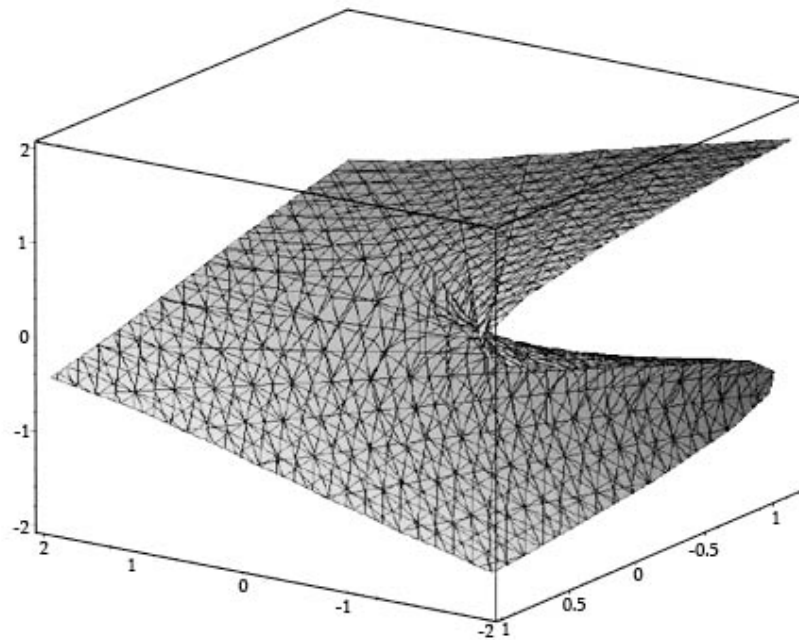
მოხერხებულობისათვის (2.2.5)-ში დაეუშვით, რომ  $C_2 = a/2, C = b$

$A_3$ -ტიპის კატასტროფას უწოდებენ ნაოჭის ტიპის კატასტროფას, რომელიც აღწერილია (2.15) ფუნქციათა ოჯახით და დამოკიდებულია ორ მმართველ  $a$  და  $b$  პარამეტრზე. ნებისმიერი წერტილი  $(a, b) \in R^2$  სივრციდან, გარდა სეპარატრისის წერტილებისა

$$\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 0 \quad (2.16)$$

პარამეტრიზაციას უკეთებს ფუნქციას ერთი ან სამი იზოლირებული კრიტიკული წერტილებით. კრიტიკული წერტილების მდებარეობას ძებნიან შემდეგი კუბური განტოლების ამოხსნის გზით:

$$\frac{\partial V}{\partial X} = X^3 + aX + b = 0 \quad (2.1.7)$$

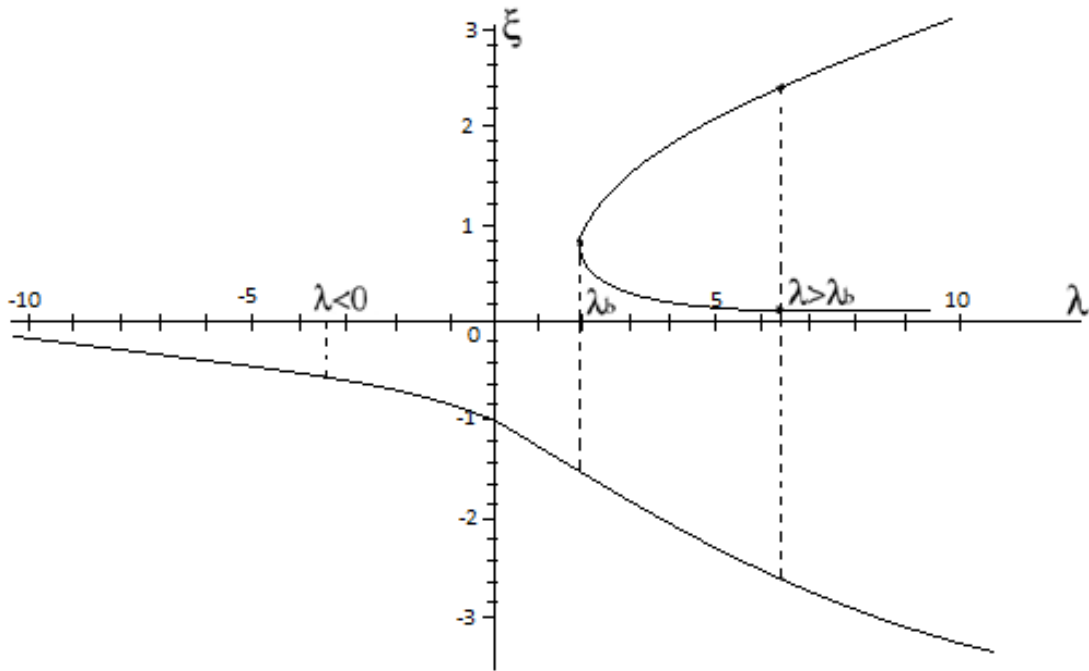


ნახ.2.3.  $X$  მდგომარეობის ცვლადის დამოკიდებულება  $a$  და  $b$  მმართველ პარამეტრებზე

(2.1.7) განტოლება განსაზღვრავს ორგანზომილებიან მრავალსახეობას, რომელიც განლაგებულია სამგანზომილებიან სივრცეში საკოორდინატო ღერძებით  $X - a - b$ . გრაფიკულად წარმოდგენილია ნახ.2.3-ზე.  $A_3$  კატასტროფას უწოდებენ ნაოჭის კატასტროფას.

გამოვიკვლიოთ  $A_3$  კატასტროფა სტანდარტული კვლევისაგან განსხვავებული წესით. (2.1.7)-ში მდგომარეობის ცვლადი შევცვალოთ  $X = b^{1/3}\xi$ , განტოლება დადის შემდეგ სახემდე:

$$\xi^2 + \frac{1}{\xi} = \lambda, \quad \lambda = \frac{a}{b^{2/3}} \quad (2.1.8)$$



ნახ. 2.4. (2.2.8) განტოლების  $\xi$  ამონახსნის დამოკიდებულება  $\lambda$  პარამეტრზე

$(a, b)$  მმართველი პარამეტრების მაგიერ გვექნება  $(\lambda, b)$ , ამასთან  $X$ -ის დამოკიდებულება  $b$ -ზე დაიყვანება მაშტაბის შემცირებაზე  $X = b^{1/3}\xi$ .  $\xi = \lambda - b$ . ახალ ცვლადებში პარამეტრი  $\lambda$  ხდება მნიშვნელოვანი, რომელიც განსაზღვრავს  $\xi$ -ის  $\lambda$ -ზე დამოკიდებულების ხასიათს. (2.1.8) განტოლება გვაძლევს უკვე

ერთგანზომილებიან მრავალსახოვნებას სიბრტყეზე საკოორდინატო ღერძებით  $\xi, \lambda$ .  $\xi(\lambda)$  ფუნქციის გრაფიკი მოცემულია ნახ.2.4-ზე.

ბიფურკაციის წერტილი  $\lambda = \lambda_b = \sqrt[3]{\frac{27}{4}}$  წარმოადგენს სეპარატრისას, რომელიც ყოფს (2.1.7), (2.1.8) განტოლების ნამდვილ ფესვებს. როცა  $\lambda < \lambda_b$ , მაშინ ჩვენ გვაქვს ერთი ნამდვილი ფესვი, და როცა  $\lambda > \lambda_b$ -მაშინ სამი ნამდვილი ფესვი. სეპარატრისის განტოლება  $\lambda = \lambda_b$  ადვილად შეგვიძლია დავიყვანოთ (2.1.6) სახემდე. (2.1.7) განტოლების ფესვების ანალიზური სახე მოცემულია ნაშრომში [28]. ბიფურკაციის  $\lambda_b$  წერტილში (2.1.8) განტოლების ფესვებია  $\xi_1 = -\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ ,  $\xi_2 = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ . ამასთან ამ წერტილში  $X$  მდგომარეობის ცვლადი განიცდის ნახტომს.

$$\Delta X_b = b^{1/3}(\xi_1 - \xi_{2,3}) = -\frac{3}{\sqrt[3]{2}}b^{1/3}. \quad (2.1.9)$$

ნახ.2.4-დან ჩანს, რომ  $\lambda = 0$  კრიტიკული წერტილი და ბიფურკაციის წერტილი  $\lambda_b$  არ ემთხვევიან, როცა  $b \neq 0$ .

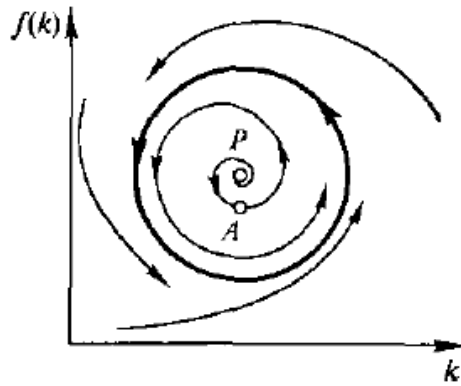
ამრიგად, ყოველივე ზემოთთქმულიდან გამომდინარეობს, რომ კატასტროფების თეორიის ობიექტს წარმოადგენს სისტემის ნახტომისებრი გადასვლა ერთი მდგომარეობიდან მეორეში, რაც ანალოგიურია სისტემაში მიმდინარე მყისიერი ცვლილებებისა. როდესაც სისტემა ხასიათდება მდგომარეობის მხოლოდ

ერთი ცვლადით და მმართველი პარამეტრების რიცხვი ორზე მეტი არ არის, მაშინ ასეთი სისტემა შეიძლება აისახოს ოთხი სტანდარტული კანონიკური ფორმით, რომლებსაც ელემენტალური კატასტროფები ეწოდებათ.

## 2.2. სისტემების სტრუქტურული მდგრადობის კვლევა კატასტროფების თეორიის გამოყენებით

ნებისმიერი სისტემის ევოლუციური პროცესი, მათ შორის ეკონომიკურიც, მათემატიკურად აღიწერება ფაზურ სივრცეში ვექტორული ველით. ფაზური სივრცის წერტილები განსაზღვრავენ სისტემის მდგომარეობას. ამ წერტილში მოდებული ვექტორი მიუთითებს სისტემის მდგომარეობის ცვლილების სიჩქარეზე. ზოგიერთ წერტილში ვექტორი შეიძლება იყოს ნულის ტოლი. ასეთ წერტილებს უწოდებენ წონასწორობის მდგომარეობას. ამ წერტილებში სისტემის მდგომარეობა დროში არ იცვლება [26].

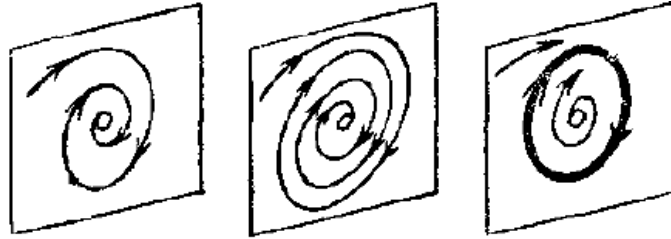




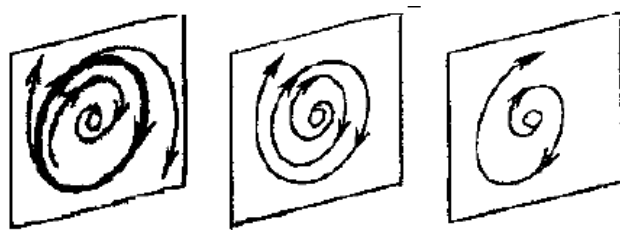
ნახ.25. ფაზური სიბრტყე

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ნებისმიერი სისტემის ევოლუცია აღიწერება ფაზურ სიბრტყეში ვექტორული ველით. ფაზური სიბრტყის წერტილი აღწერს სისტემის მდგომარეობას და ამ წერტილში მოდებული ვექტორი სისტემის მდგომარეობის ცვლილებას მიუთითებს. ზოგიერთ წერტილში ვექტორი შეიძლება იყოს ნულის ტოლი. ასეთ წერტილებს უწოდებენ წონასწორობის მდგომარეობას და ამ მდგომარეობაში სისტემის მდგომარეობა დროში არ იცვლება. ნებისმიერი ეკონომიკური სისტემა არ შეიძლება იმყოფებოდეს ხანგრძლივად წონასწორობის მდგომარეობაში. მასზე მოქმედებს სხვადასხვა ფაქტორები, ამიტომაც შეიძლება აღიძვრეს არაწონასწორული მდგომარეობა (რხევები), ე.ი. სისტემა შეიძლება გახდეს არამდგრადი. დამყარებული რხევები გამოისახება შეკრული მრუდებით – ფაზურ სიბრტყეზე ზღვრული ციკლებით. სისტემის ფაზური სიბრტყის მაგალითი მოცემულია ნახ.25-ზე.

1) პარამეტრის ცვლილებისას წარმოიქმნება ზღვრული ციკლი. წონასწორობის მდგრადობა გადადის ციკლში. თვითონ წონასწორობა ხდება არამდგრადი.



2) წონასწორობის მდგომარეობაში ქრება არამდგრადი ზღვრული ციკლი. წონასწორობის მდგომარეობის მიზიდვის არე მცირდება ნულამდე, ხოლო მისი არამდგრადობა გადაეცემა წონასწორულ მდგომარეობას

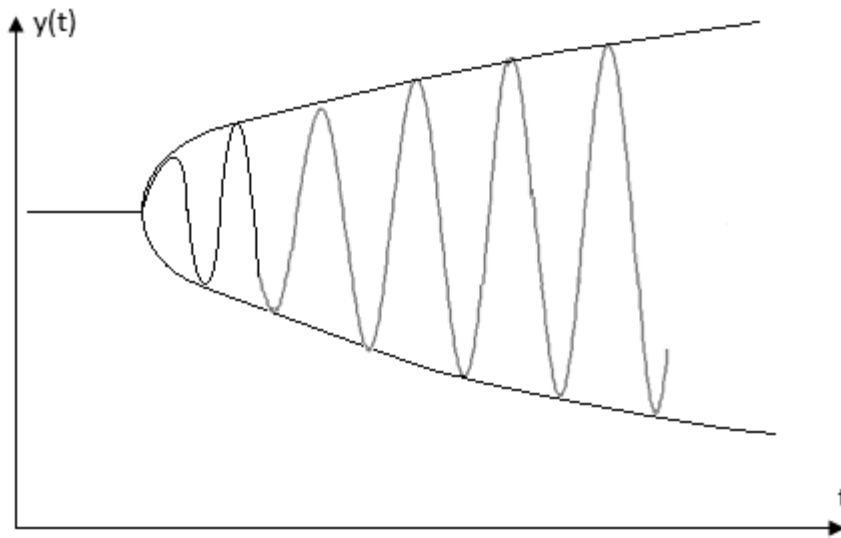


ნახ.2.6. ციკლის დაბადების ბიფურკაცია

ნებისმიერ სისტემაში შესაძლებელია სიბრტყეზე ფაზური პორტრეტის შეცვლის შემდეგი ვარიანტები (ნახ.2.6). ამ შემთხვევებში მდგრადობის დაკარგვა არ შეიმჩნევა.

როდესაც წონასწორობის მდგომარეობა წარმოადგენს დამყარებულ რეჟიმს რეალური სისტემებში, მაშინ სისტემების ყოფაქცევაში შეიმჩნევა შემდეგი მოვლენები:

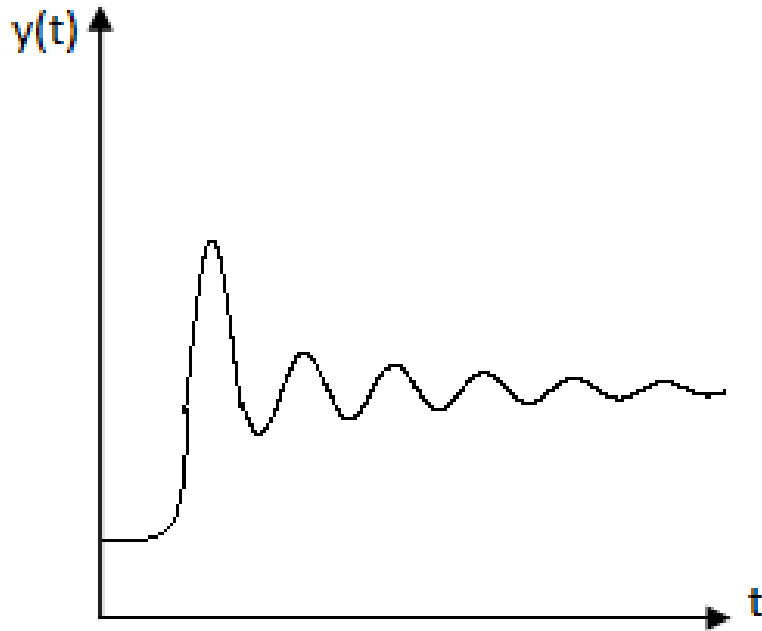
1. მდგრადი წონასწორობის დაკარგვის შემდეგ მდგრადი დამყარებული რეჟიმს წარმოადგენს რხევითი პერიოდული რეჟიმი. მდგრადობის დაკარგვის ასეთ სახეს უწოდებენ მდგრადობის “რბილად” დაკარგვას (ნახ.2.7)



ნახ.2.7. წონასწორობის მდგრადობის “რბილად” დაკარგვა

2. ვიდრე დამყარებული რეჟიმის მიერ მდგრადობის აკარგვამდე, ამ რეჟიმის მიზიდვის არე მცირდება და არსებულ შემთხვევით ზემოქმედებას გამოყავს სისტემა ამ არიდან მანამდე, ვიდრე ეს მიზიდვის არე მთლიანად გაქრება. მდგრადობის დაკარგვის ასეთ სახეს უწოდებენ მდგრადობის “ხისტად” დაკარგვას. ამასთან სისტემა სტაციონალური რეჟიმიდან ნახტომით და გადადის ნახტომით სხვა მდგომარეობაში.

დამყარებული რეჟიმი შეიძლება იყოს სხვა მდგრადი სტაციონალური რეჟიმი, ან მდგრადი რხევები, ან უფრო სხვა რთული მოძრაობები. მოძრაობის ასეთ რეჟიმებს უწოდებენ ატრაქტორებს, რადგანაც ისინი “მიიზიდავენ” მეზობელ რეჟიმებს (გარდამავალი პროცესები).



ნახ.2.8. წონასწორობის მდგრადობის “ხისტად” დაკარგვა

ატრაქტორები (ინგლ.სიტყვს to attract - მიზიდვა) დინამიკური სისტემის მიზიდვის სიმრავლეა. ფაზური სივრცის კომპაქტური ინვარიანტული ქვესიმრავლეა, რომელიც ასიმპტოტურად მდგრადია, იგი მდგრადია ლიაპუნოვის მიხედვით, და ყველა სხვა ტრაექტორია მისი რომელიმე არიდან მიისწრაფის მისკენ, როდესაც  $t \rightarrow \infty$ .

წონასწორობის მდგომარეობის მდგრადობის დაკარგვა დამოკიდებულია ბიფურკაციასთან. სისტემამ შეიძლება აკარგოს წონასწორობა თვითშემაკავებელი რხევების გაზრდის შედეგად.

ნებისმიერი სისტემის (მათ შორის ეკონომიკური) ნახტომისებური გადასვლის გამოკვლევის ძირითადი მეთოდი ეფუძნე-

ბა გლუვი ნამდვილი ფუნქციისათვის ისეთი კრიტიკული წერტილების მოძებნას, რომლებშიც წარმოებული ნულის ტოლია. გლუვი ფუნქციების კრიტიკული წერტილების გამოკვლევა მნიშვნელოვანია შემდეგი მოსაზრების გამო: თუ სისტემის რომელიმე ფუნქცია აღიწერება ფუნქციით  $f$ , რომელსაც აქვს პოტენციალური ენერჯიის შინაარსი, მაშინ ყველა შესაძლო გადაადგილებებიდან ჭეშმარიტი იქნებიან ისინი, რომლებისთვისაც  $f$ -ს ექნება მინიმუმი (ლაგრანჟის ფუნდამენტალური თეორემის მიხედვით სისტემის სრული პოტენციალური ენერჯიის მინიმუმი წარმოადგენს მდგრადობის საკმარის პირობას).

გარკვეული ფაქტორების ზემოქმედებისას ეკონომიკური სისტემა იმყოფება მდგრად წონასწორულ მდგომარეობაში, თუ პოტენციალურ ფუნქციას გააჩნია მკაცრი მინიმუმი. როდესაც მოქმედი ფაქტორები გადააჭარბებენ განსაზღვრულ მნიშვნელობას, სისტემა მდორედ შეიცვლის მდგომარეობას, თუ კრიტიკული წერტილი გადაუგვარებელია. დატვირთვის გაზრდისას კრიტიკული წერტილი ხდება გადაგვარებული, გადაგვარებული კრიტიკული წერტილი როგორც სტრუქტურულად არამდგრადი იშლება, ან საერთოდ ქრება. ამ დროს სისტემა ნახტომისებურად გადადის ახალ მდგომარეობაში (მდგრადობის დაკარგვა, დანგრევა, პლასტიკური დეფორმაცია და სხვ.).

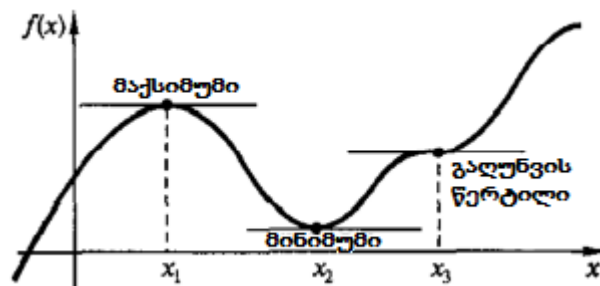
განსაკუთრებულობები, ბიფურკაციები, კატასტროფები (ნახტომები) წარმოიქმნებიან ექსტრემუმის მოძებნის, ოპტიმიზაციის, მართვისა და გადაწყვეტილებების მიღების ამოცანებში.

ზოგადად, სისტემის კვლევისათვის, კატასტროფების თეორიაში დამუშავებულია შემდეგი მიდგომა:  $f$  ფუნქცია იშლება

ტილორის მწკრივად. განსაზღვრული რაოდენობის მმართველი პარამეტრებისათვის მოითხოვება მწკრივის იმ რაოდენობის წევრების მოძებნა, რომლებიც ადექვატურად ასახავენ სისტემის მდგომარეობას კრიტიკული წერტილების მახობლობაში. გამოთვლების სიზუსტე დამოკიდებულია ტილორის მწკრივების წევრების სწორად უგულებელყოფაში და “უფრო მნიშვნელოვანი” წევრების გათვალისწინებაში. გლუვი ფუნქციისათვის ყველაზე მეტად გავრცელებული კრიტიკული წერტილების სახეებია: ლოკალური მინიმუმი, მაქსიმუმი და გადაღუნვის წერტილები. ორი და მეტი ცვლადების შემთხვევაში ამოცანა რთულდება გეომეტრიული შესაძლებლობების ფართო დიაპაზონის გამო.

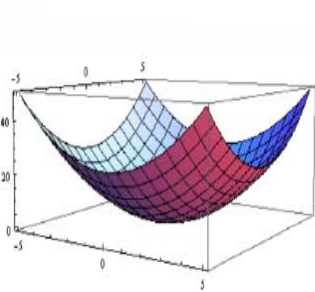
კატასტროფების თეორიის მათემატიკურ საფუძველს წარმოადგენს კრიტიკული წერტილების ტიპების კლასიფიკაცია [26].

დავუშვათ  $f : R^n \rightarrow R$  გლუვი ფუნქციაა. წერტილებს  $u \in R^n$  უწოდებენ კრიტიკულ წერტილებს  $f$  ფუნქციისთვის, თუ  $\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_u = 0, i = 1 \dots n$ . ფუნქციის გრაფიკს კრიტიკულ წერტილებში აქვს ჰორიზონტალური მხები (ნახ.2.9).

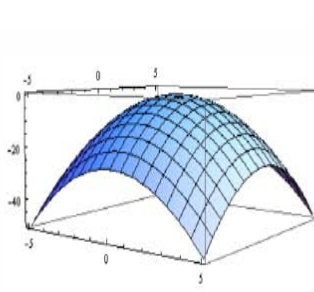


ნახ.2.9 კრიტიკული წერტილების სახე, როცა  $n=1$

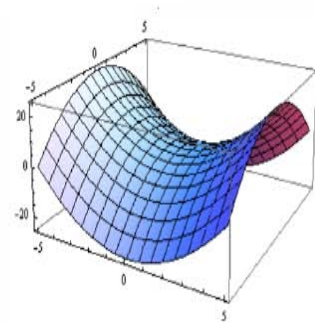
$x_0$  კრიტიკულ წერტილს უწოდებენ იზოლირებულს, თუ მოიძებნება მისი ისეთი მიდამო, რომელშიც არ იქნება სხვა კრიტიკული წერტილი (ნახ.2.10). ნახ.2.10 ა-გ-ზე კრიტიკული წერტილები არიან იზოლირებულნი, ხოლო ნახ.2.10 დ,ე-ზე მდებარეობენ წრფეზე (კრიტიკულ წერტილთა სიმრავლე).



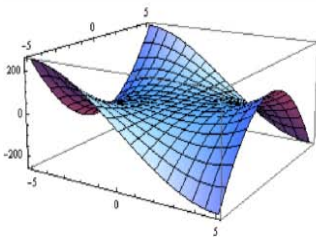
ა) მინიმუმი  
 $f(x,y) = x^2 + y^2$



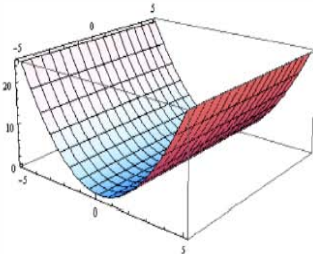
ბ) მაქსიმუმი  
 $f(x,y) = -x^2 - y^2$



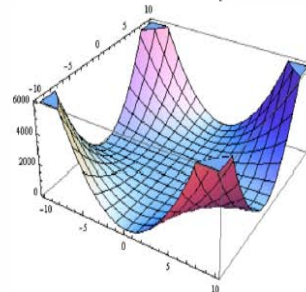
გ) უნაგირი  
 $f(x,y) = x^2 - y^2$



დ) მაიმუნის უნაგირი  
 $f(x,y) = 3 - 3xy^2$



ე) ღარი  
 $f(x,y) = x^2$



ვ) ჯვარედინი ღარები  
 $f(x,y) = x^2y^2$

ნახ.2.10. კრიტიკული წერტილების სახეები როცა  $n = 2$

მოცემულ წერტილში ფუნქციის ყველა მეორე რიგის წარმოებულის მატრიცას უწოდებენ ჰესეს მატრიცას, რომელიც გამოისახება შემდეგნაირად:

$$Hf|_{x_0} = (\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j)|_{x_0}.$$

კრიტიკულ წერტილებს ანსხვავებენ გადაგვარებულობის პრინციპის მიხედვით.  $f : R^n \rightarrow R$  გარდასახვის  $x_0$  კრიტიკულ წერტილს უწოდებენ გადაუგვარებელს, თუ სრულდება პირობა  $Df|_{x_0} = 0$  და  $\det(Hf|_{x_0}) \neq 0$  და უწოდებენ გადაგვარებულს, თუ  $Df|_{x_0} = 0$  და  $\det(Hf|_{x_0}) = 0$ .

გადაუგვარებელი კრიტიკული წერტილები არიან იზოლირებულნი. შებრუნებული მტკიცება კი არ არის მართებული.

სტრუქტურული მდგრადობის ცნება დიფერენციალური განტოლებათა თეორიაში პირველად შემოიტანა ა.ანდრონოვმა და ლ.პონტრიაგინმა. რენე ტომმა მიუთითა სტრუქტურული მდგრადობის მნიშვნელობაზე, მის არამგრძობიარობაზე მცირე ზემოქმედებების მიმართ [26].

$f$  ფუნქცია სტრუქტურულად მდგრადია, თუ ყოველი საკმარისად გლუვი  $f$  და  $f + p$  ფუნქციისათვის  $p$  კრიტიკული წერტილები არიან ერთი და იგივე ტიპის. მაგალითისათვის განვიხილოთ ფუნქცია  $f(x) = x^2$  და  $p = 2\epsilon x$  სადაც  $\epsilon$  - მცირე კონსტანტაა. აღშფოთებული ფუნქცია მიიღებს სახეს:

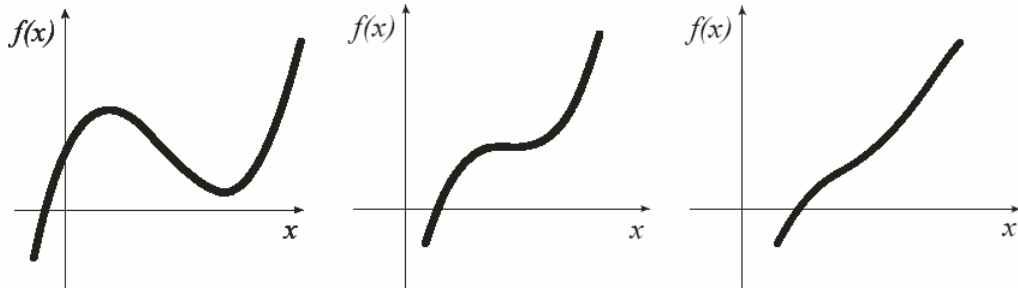
$$f(x) = x^2 + 2\epsilon x = (x + \epsilon)^2 - \epsilon^2$$

კრიტიკული წერტილი გადაადგილდა (ამასთან გადაადგილების სიდიდე მდორედ არის დამოკიდებული  $\epsilon$ -ზე, მაგრამ არ შეუცვლია ფორმა. რაც მეტია  $n$ , უფრო მეტად მახინჯდება  $x^n$ .

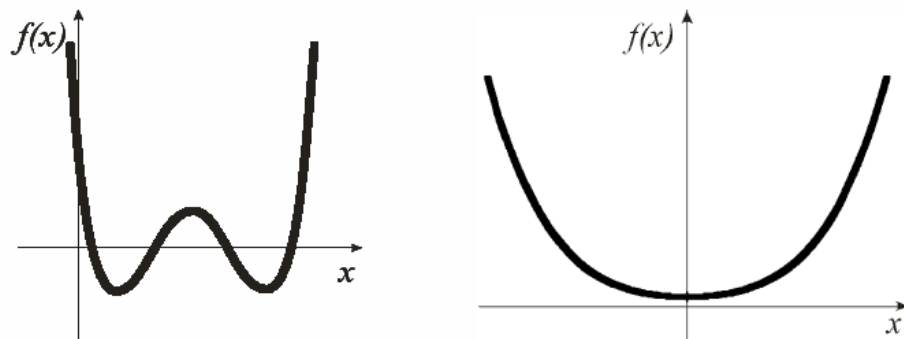
აღშფოთება  $f(x) = x^5$  გვაძლევს 4 კრიტიკულ წერტილს (ორ



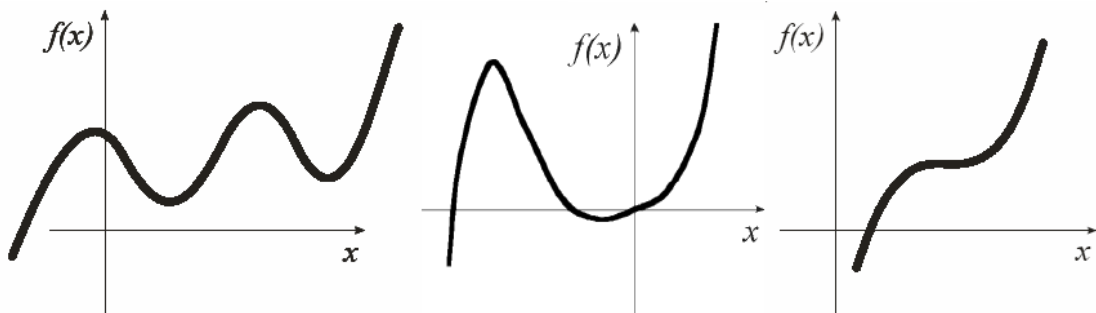
მინიმუმს და ორ მაქსიმუმს), იმისდა მიუხედავად რამდენად მცირეა  $\varepsilon$  (ნახ. 2.5-2.7).



ნახ. 2.11  $f(x) = x^3$  ფუნქციის ყოფაქცევა აღშფოთების შედეგად



ნახ. 2.12.  $f(x) = x^4$  ფუნქციის ყოფაქცევა აღშფოთების შედეგად



ნახ. 2.13.  $f(x) = x^5$  ფუნქციის ყოფაქცევა აღშფოთების შედეგად

ეკონომიკური სისტემების მოდელირებისას დიდ ინტერესს იწვევს სისტემის ყოფაქცევა მათზე გარე ზემოქმედებების მოქმედებისას. ამ საკითხებს შეისწავლის მდგრადობის თეორია. მდგრადობის თეორიისადმი მიძღვნილ კლასიკურ ნაშრომებში ანალიზი კეთდება სისტემაზე საწყის მომენტში მომქმედ აღმშფოთ ზემოქმედებებზე. თანამედროვე მიდგომების მიხედვით აღმშფოთი ზემოქმედება შეისწავლება თვით სისტემის სტრუქტურაში. ორივე შემთხვევაში სისტემის მდგომარეობის შესწავლის მიზანია განისაზღვროს, შეიცვლება თუ არა სისტემის ყოფაქცევა სისტემაში მართვის პროცესში აღძრული მოულოდნელი ცვლილებებისას. ასეთი კვლევების პრაქტიკული ღირებულება მდგომარეობს სისტემის სტრუქტურაში შეუსაბამობის დროული წინასწარმეტყველება, კრიტიკულ არეში მოხვედრის მომენტის განსაზღვრა, რაც დაგეხმარება დროულად განვახორციელოთ ღონისძიებები, რომლებიც არ დაუშვებენ ობიექტის ეფექტიურობის ვარდნას.

ჩამოვყალიბოთ ლიაპუნოვის მიხედვით მდგრადობის მკაცრი განსაზღვრებები [26].

ამისათვის განვიხილოთ სისტემა, რომელიც აღიწერება ორი მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლებით:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dY_1}{dt} = f_1(Y_1, Y_2), \\ \frac{dY_2}{dt} = f_2(Y_1, Y_2). \end{array} \right. \quad (2.2.1)$$

სადაც  $f_1(Y_1, Y_2)$  და  $f_2(Y_1, Y_2)$  უწყვეტი ფუნქციებია, რომლებიც განსაზღვრული არიან რომელიმე  $G$  ევკლიდურ

სივრცეში და გააჩნიათ ამ არეში უწყვეტი მეორე რიგის წარმობებულები. ცვლადები  $Y_1, Y_2$  დროში ცვლილებისას აღწერენ სისტემის მდგომარეობას.

წონასწორული მდგომარეობა მდგრადია, თუ მოცემულ  $G$  არეში წონასწორობის მდგომარეობიდან დასაშვები გადახრებისათვის შეგვიძლია მივუთითოთ არე, რომელიც მოიცავს  $G$  არეს და გააჩნია თვისება, რომ ამ ტრაექტორიის გამომსახველი წერტილი რომელიც მოძრაობს  $G$  არეში, არასოდეს გადაკეთოს მის საზღვრებს.

სისტემის მდგრადობის ანალიზი ეფუძნება ტოპოლოგიურ მეთოდებით ანალიზის მეთოდებსა და სისტემის ფაზური პორტრეტის სახით წარმოდგენაზე. განვიხილოთ ფაზური სიბრტყე, რომლის საკოორდინატო დერძებზე გადაზომილია  $Y_1, Y_2$ . ამ ფაზური სიბრტყის ყველა  $K(Y_1, Y_2)$  წერტილს შეესაბამება სისტემის გარკვეული მდგომარეობა. ასეთ სიბრტყეს უწოდებენ ფაზურ სიბრტყეს, ხოლო  $K$  წერტილს გამომსახველ წერტილს.  $K(Y_1, Y_2)$  წერტილების სიმრავლეს უწოდებენ ფაზურ ტრაექტორიას.

ფაზური სიბრტყე, რომელიც დაყოფილია ტრაექტორიებით, გვაძლევს საშუალებას მოვიცვათ  $(Y_1, Y_2)$  ცვლადების ცვლილება ყველა შესაძლო საწყისი პირობებისათვის. მდგრადობის კვლევის ეს მეთოდი საშუალებას გვაძლევს (2.2.1) სისტემის ამოხსნის გარეშე გამოვიკვლიოთ სისტემის მდგრადობა, ავაგოთ მხოლოდ მისი ფაზური პორტრეტი. ტოპოლოგიური მეთოდებით სისტემის მდგრადობის კვლევისას არ მოითხოვება დიფერენცი-

აღური განტოლებათა სისტემის ამოხსნა დროის ცხადი ფუნქციების სახით, არამედ ვაგებთ მის ინტეგრალურ მრუდებს ფაზურ სიბრტყეზე. ამ შემთხვევაში განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია სისტემის წონასწორობის პირობა, რომელიც შეესაბამება განსაკუთრებულ წერტილებს.

განვიხილოთ განსაკუთრებული წერტილების კლასიფიკაცია ინტეგრალურ მრუდებთან დამოკიდებულებით, ე.ი. (2.2.1) განტოლებათა სისტემის მახასიათებელ განტოლებების ფესვების სახეთა მიხედვით. იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ განსაკუთრებული წერტილები (2.2.1) განტოლების მახასიათებელი განტოლების ფესვების მიხედვით, შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$Z_1 = Y_1 * Y_{1(s)} \quad Z_2 = Y_2 * Y_{2(s)}$$

სადაც  $Y_{1(s)}$  არის  $Y_1$ -ის სტაციონალური მნიშვნელობა. დაეშალოთ  $f(Y_1, Y_2)$  ტეილორის მწკრივად სტაციონალური წერტილი მიდამოში:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(Y_1, Y_2) = f_1(Y_{1(s)} - Y_{2(s)}) + \frac{df_1}{dY_1}(Y_{1(s)} - Y_{2(s)}) + \frac{df_1}{dY_1} + \dots \\ f_2(Y_1, Y_2) = f_2(Y_{1(s)} - Y_{2(s)}) + \frac{df_2}{dY_1}(Y_{1(s)} - Y_{2(s)}) + \frac{df_2}{dY_1} + \dots \end{array} \right. \quad (2.2.2)$$

რადგანაც  $f_1(Y_{1(s)}, Y_{2(s)}) = 0$ ,  $f_2(Y_{1(s)}, Y_{2(s)}) = 0$ , მაშინ (2.2.3) განტოლების გამარტივებით მივიღებთ:

$$f_1(Y_1, Y_2) = aZ_1 + bZ_2$$

$$f_1(Y_1, Y_2) = aZ_1 + bZ_2 \quad (2.2.3)$$

$$a = \frac{df_1}{dY_1}, \quad b = \frac{df_1}{dY_2}, \quad c = \frac{df_2}{dY_1}, \quad d = \frac{df_2}{dY_2}$$

(2.3.3)-ის გათვალისწინებით (2.3.1) სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dZ_1}{dt} = aZ_1 + bZ_2, \\ \frac{dZ_2}{dt} = cZ_1 + dZ_2. \end{cases} \quad (2.2.4)$$

დისიპატიური და კონსერვატიული სისტემების თვისების გამოყენებით გამოვიკვლიოთ შემდეგი სახის ოპერატორი:

$$L = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad (2.2.5)$$

ცნობილია, რომ ნებისმიერი კონსერვატიული სისტემისთვის არსებობს ჰამილტონიანი, რომლის გათვალისწინებითაც სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{dt} &= f_1(Y_1, Y_2) = \frac{\partial H}{\partial Y_1} \\ \frac{dY_2}{dt} &= f_2(Y_1, Y_2) = \frac{\partial H}{\partial Y_2} \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

წრფივი მიახლოების არეში მივიღებთ:

$$\frac{\partial f_1}{\partial Y_1} = \frac{\partial^2 H}{\partial Y_1 \partial Y_2} = \frac{\partial f_2}{\partial Y_2}$$

თუ (2.2.6) განტოლებაში გამოვრიცხავთ ერთ-ერთ ცვლადს

და შემოვიტანოთ აღნიშვნას  $a + d = -2\xi$ ;  $ab - dc = \omega_0^2$ , მაშინ მივიღებთ ჩვენთვის ცნობილ მე-2 რიგის დიფერენციალურ განტოლებას:

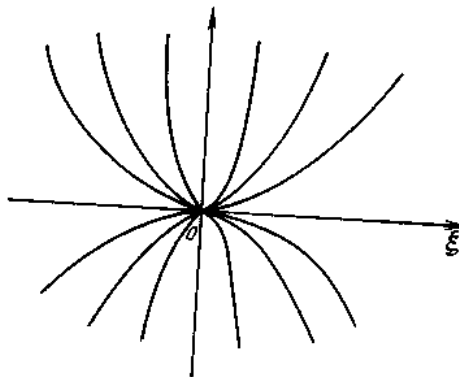
$$\frac{d^2 Y_1}{dt^2} + 2\xi \frac{dY_1}{dt} + \omega_0^2 = 0 \quad (2.2.7)$$

რომელიც წარმოადგენს (2.2.6) განტოლების გაწრფივებულ განტოლებას და ამ განტოლების საშუალებით შეგვიძლია დავადგინოთ არაწრფივი სისტემის განსაკუთრებული წერტილები ფაზურ სიბრტყეზე და ავაგოთ ფაზური ტრაექტორიები.

(2.2.7) დიფერენციალური განტოლების მახასიათებელი განტოლება იქნება:

$$s^2 + 2\xi s + \omega_0^2 = 0 \quad (2.2.8)$$

საიდანაც:  $s_{1,2} = -\xi \pm \sqrt{\xi^2 - \omega_0^2}$



ნახ. 2.14. წონასწორობის კვანძის ტიპის წერტილი

თუ (2.1.8) განტოლების ფესვები  $(\xi_1 > 1, \xi^2 > \omega_0^2)$ .  
 $s_1 = -a, s_2 = -\beta$ , ნამდვილი და უარყოფითია, მაშინ ამონახსნი

ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$Y_1 = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 e^{-\beta t}$$

$$Y_2 = \frac{dx}{dt} = A_1 \alpha e^{-\alpha t} + A_2 \beta e^{-\beta t}.$$

როგორც უკანასკნელი განტოლებებიდან ჩანს ფაზური ტრაექტორიები წარმოადგენს პარაბოლას, რომლებიც წონასწორობის წერტილს უახლოვდებიან სხვადასხვა მხრიდან. წონასწორობის ამ წერტილს ვუწოდებთ კვანძს (ნახ.2.18)

იმ შემთხვევაში, როდესაც  $\xi < -1$  და  $\xi^2 > \omega_0^2$ , (2.2.7) მახასიათებელი განტოლების ფესვები იქნება ნამდვილი და დადებითი. ფაზური ტრაექტორიები სცილდებიან წონასწორობის წერტილს, ე.ი. საქმე გვაქვს არამდგრად კვანძთან (ნახ. 2.15, 2.16).  $\alpha$ -ს მცირე მნიშვნელობის შემთხვევაში (2.2.8) განტოლებას აქვს სახე:

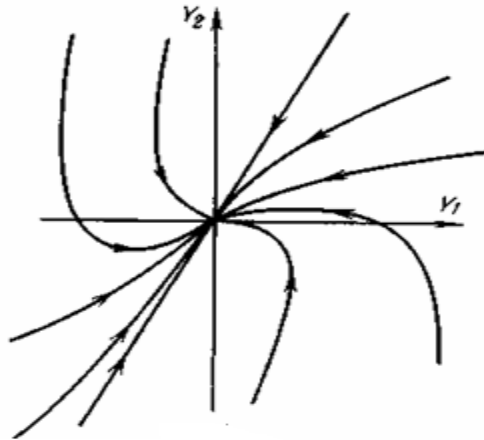
$$\frac{dY_1}{dt} - \omega_0^2 Y_1 = 0 \quad (2.2.9)$$

მისი ინტეგრირებით და ახალ ცვლადებზე გადასვლის შემდეგ, მივიღებთ:

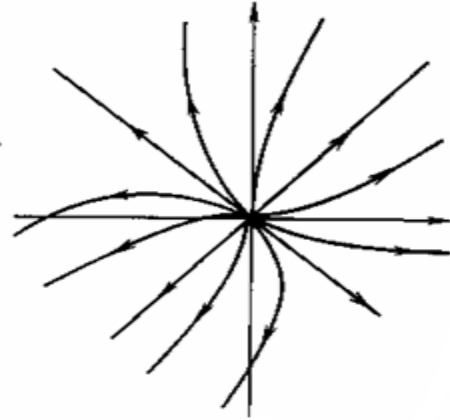
$$\frac{Y_1^2}{a^2} - \frac{Y_2^2}{b^2} = 1, \quad \text{სადაც } a = A/\omega_0, b = A.$$

ნებისმიერი ფაზური ტრაექტორია, უახლოვდება რა წონასწორობის წერტილს, სცილდება მას და მიდის უსასრულობაში. ასეთ წერტილებს უწოდებენ უნაგირის ტიპის განსაკუთრებულ წერტილს.

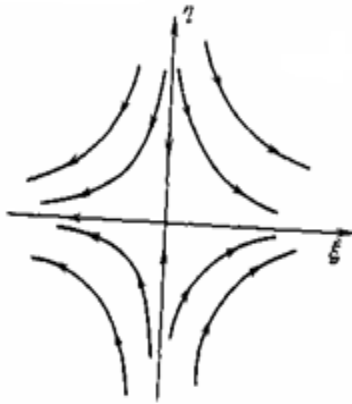
ა)



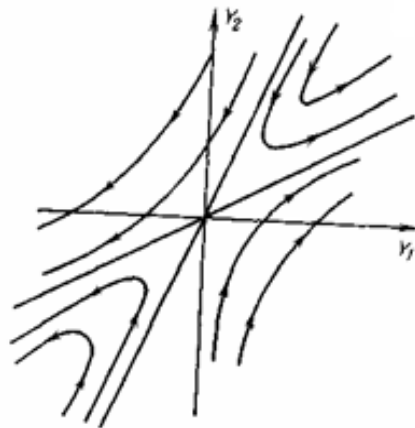
ბ)



ნახ.2.15. ფაზურ სიბრტყეზე განსაკუთრებული წერტილების მდებარეობა. ა) მდგრადი კვანძი, ბ) არამდგრადი კვანძი



ა)



ბ)

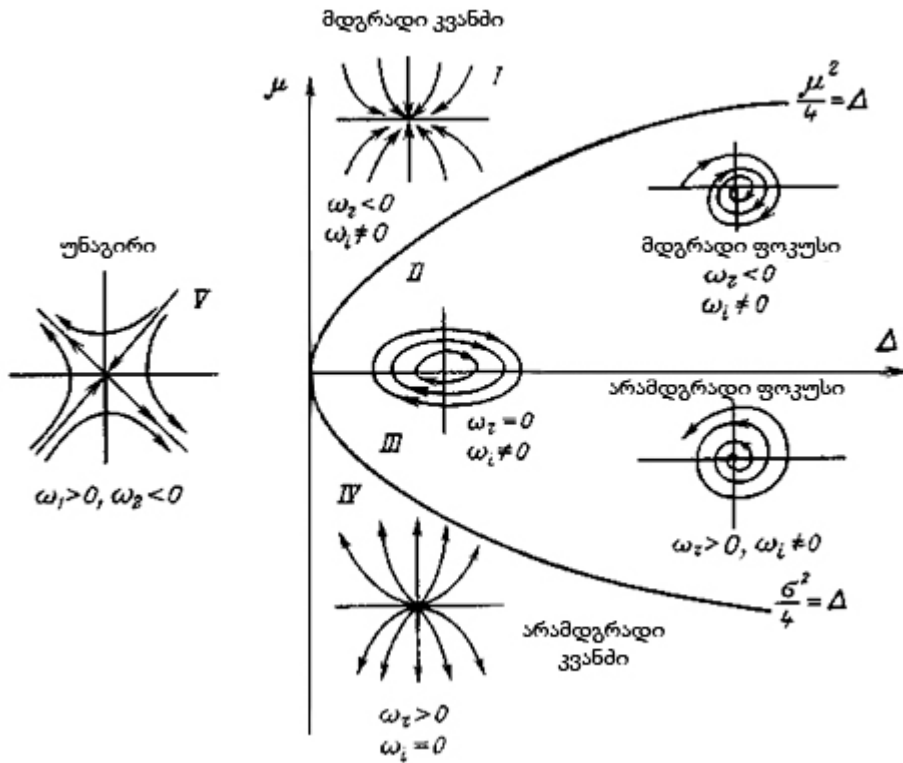
ნახ.2.16. ფაზურ სიბრტყეზე განსაკუთრებული წერტილების მდებარეობა. ა)  $\xi, \eta$  კანონიკურ კოორდინატების სიბრტყეში, ბ) ფაზურ სიბრტყეში



ცხრილში მოცემულია განსაკუთრებული წერტილების კლასიფიკაცია მახასიათებელი განტოლების ფესვების მიხედვით:

მახასიათებელი განტოლების ფესვები	განსაკუთრებული წერტილების ტიპები	
	მდგრადი	არამდგრადი
1. $\omega_1$ და $\omega_2$ ნამდვილი სიდიდეებია ა) $\omega_1, \omega_2 < 0$	კვანძი	
ბ) $\omega_1, \omega_2 > 0$		კვანძი
2. $\omega_1$ და $\omega_2$ ნამდვილი სიდიდეებია ა) $\omega_1 > 0, \omega_2 < 0$ ბ) $\omega_1 < 0, \omega_2 > 0$		უნაგირი
3) $\omega_1, \omega_2$ - კომპლექსური სიდიდეებია ა) $\operatorname{Re} \omega > 0$		ფოკუსი
ბ) $\operatorname{Re} \omega < 0$	ფოკუსი	
$\omega_1, \omega_2$ - სუფთად წარმოსახვითი სიდიდეებია	ცენტრი	

თუ (2.2.5) წრფივი ოპერატორის კოეფიციენტები დამოკიდებული არიან  $\xi_1, \xi_2$  პარამეტრებზე, მაშინ მათი ცვლილების შედეგად სისტემის ფაზური პორტრეტის დეფორმაცია, რომელსაც აქვს სახე (იხ. ნახ. 2.17.):



ნახ.2.17. ბიფურკაციული მრუდების განლაგება სიბრტყეზე.

ამრიგად, შეიძლება დავასკვნათ:

1. ოპტიმიზაციის ამოცანებში (მოგების ფუნქციის მაქსიმიზაცია, დანახარჯთა ფუნქციის მინიმიზაცია) წარმატებით გამოიყენება უიტნის განსაკუთრებულობის თეორია;
2. კატასტროფების თეორია შეიძლება გამოვიყენოთ როგორც კვლევის მეთოდი ეკონომიკური სისტემების ნახტომისებური გადასვლების, გარღვევების, უეცარი თვისობრივი ცვლილებების შემთხვევაში;
3. ამ ტიპის ამოცანების გადაწყვეტაში მნიშვნელოვანია ფუნქციის სტრუქტურული მდგრადობის ცნება ან სისტემის არამგრძობიარობა მცირე აღშფოთებების მიმართ.

## 2.3 ბიფურკაცია არაწრფივ დინამიკურ

### სისტემებში

წესრიგის პარამეტრები წარმოადგენს მრავალკომპონენტურ მაკროცვლადს, რომელიც აღწერს სისტემის ფაზურ გადასვლებს გარკვეულ მოწესრიგებულ მოძრაობაში. ის ასახავს კომპონენტებს შორის კორელაციას და რაც უფრო ძლიერია კორელაცია, მით მეტია წესრიგის ხარისხი მაკროსისტემაში. მოცემული წესრიგი სისტემაში წარმოიქმნება შესაბამისი შინაგანი და გარეგანი ძალების მოქმედებით მისი ენერჯის ცვლადებით.

თუმცა წესრიგის პარამეტრი ასახავს არა წესრიგის წარმოქმნის საზომს სისტემაში რაიმე ფაზური გადასვლის შედეგად, არამედ აღწერს მიკროსისტემის საფინიშო მოწესრიგებული მდგომარეობის უმნიშვნელოვანეს თვისებებს. მას მივეყვართ სისტემის განზომილების მნიშვნელოვან შემცირებამდე ე.ი. ხდება თავისუფლების ხარისხის მაჩვენებელი რიცხვის რედუქცია. წესრიგის პარამეტრები მჭიდროდ არის დაკავშირებული სისტემის შინაგან სტრუქტურასთან, რომელიც წარმოიქმნება მისი ევოლუციის შედეგად. არსებობს მჭიდრო დინამიკური კავშირი სისტემის წესრიგსა და სიმეტრიას შორის [51].

გადავიდეთ ზემოთ ნახსენები სინერგეტიკის საბაზო ცნებების მათემატიკურ აღწერაზე, არაწრფივი სისტემების ტიპური, ევოლუციური განტოლებების ტიპურ მაგალითებზე, რომელთაც გააჩნიათ სპონტანური თვითორგანიზაციის უნარი.

მოკლედ განვიხილოთ არაწრფივი სისტემების ბიფურკაციის თეორიის ძირითადი ცნებები.

არაწრფივი დინამიკური სისტემების ბიფურკაციის თვისებას სწრაფად განვითარებადი თანამედროვე არაწრფივი მეცნიერებისათვის გააჩნია ფუნდამენტალური მნიშვნელობა, რომელიც სულ უფრო და უფრო მეტი ხარისხით აღწევს დარგებში - ღია სისტემების ფიზიკიდან, ბიოლოგიიდან და მათემატიკიდან ფსიქოლოგიამდე, ეკონომიკამდე და სოციოლოგიამდე. მითუმეტეს ეს ცნება მნიშვნელოვანია როგორც გამოყენებითი მეცნიერებისა და ტექნიკის სხვადასხვა სფეროებისათვის, ასევე მართვის თეორიისათვის.

განვიხილოთ დიფერენციალური ვექტორული განტოლება

$$\dot{X}(t) = F_{\mu}(X, \mu), X \in \mathfrak{R}^n, \mu \in \mathfrak{R}^{\mu}, \mu \leq n, \quad (2.3.1)$$

რომელიც აღწერს სხვადასხვა ობიექტების ქცევას და მართვის სისტემებს. იგი შეიძლება ინტერპრეტირებული იქნეს როგორც რომელიღაც ავტონომიური ნაკადი ფაზურ სისტემებში  $\mathfrak{R}^n$ , რომელიც დამოკიდებულია გარკვეული  $\mu_k (k = 1, 2, \dots, k < n)$  ბიფურკაციული პარამეტრებზე. ფიზიკურად ამ პარამეტრებს შეიძლება წარმოადგენდნენ მაგ. ტემპერატურა, მოცულობა, კონცენტრაცია და ა.შ. (2.3.1) ნაკადის სტაციონალური რეჟიმი განისაზღვრება ალგებრული განტოლებების სისტემების ამონახსნებით

$$F_{\mu}(x, \mu) = 0, \quad (2.3.2)$$

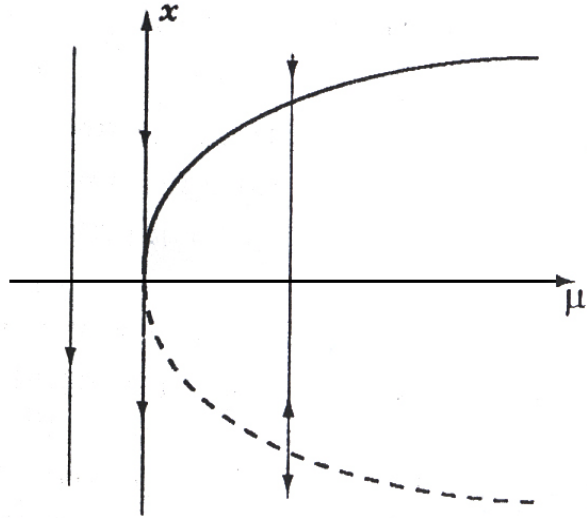
რომლებიც წამოადგენენ ნაკადის უძრავ სტაციონალურ წერტილებს. ნათელია რომ ნაკადს შეიძლება ქონდეს სხვა ამონახსნებიც – პერიოდული ტორები და ა.შ. ნახევნები ამონახსნები პარამეტრების სივრცეში  $\mu(\mu_1, \dots, \mu_k)$  შეიძლება წარმოვიდგინოთ გრაფიკის სახით, რომელიც ასახავს ზემოთ მოყვანილი განტოლებას (2.3.2). იგი იწოდება ბიფურკაციული პარამეტრ  $\mu$  ცვლადების მიმართ ამონახსნის შტოდ. მაშინ წერტილს პარამეტრების სივრცეში, რომლისგანაც იშლებიან შტოები, ეწოდება სისტემის ბიფურკაციის წერტილი. პარამეტრების სივრცის უმცირესი განზომილება, რომელშიც შესაძლებელია ბიფურკაცია, იწოდება შესაბამისი ტიპის კოგანზომილების ბიფურკაციად. ბიფურკაციის თეორიაში კოგანზომილების ცნების შემოტანით საშუალება გვეძლევა მოვახდინოთ აბსტრაქცირება სივრცის პარამეტრების კონკრეტული განზომილებიდან და გამოვიყენოთ მხოლოდ შესაბამისი სივრცის გეომეტრიული თვისებები.

განვიხილოთ ბიფურკაციის ტიპიური სახეები:

**ბიფურკაცია „უნაგირა კვანძი“.** ასეთ შემთხვევაში სისტემის ნორმალურ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{x}(t) = \mu - x^2, \quad (2.3.3)$$

მისი სტაციონალური ამონახსნი  $x_s = \pm\sqrt{\mu}$  განსაზღვრულია როცა  $\mu > 0$  და პირველად წარმოიქმნება პირობისას  $\mu = 0$ . როცა  $\mu < 0$  ამონახსნები არ არსებობს. ნახ.1.1-ზე ნახევნებია (2.3.3) განტოლების შესაბამისი  $\mu$  ბიფურკაციული დიაგრამა.



ნახ. 2.18 ბიფურკაცია „უნაგირა კვანძი“.

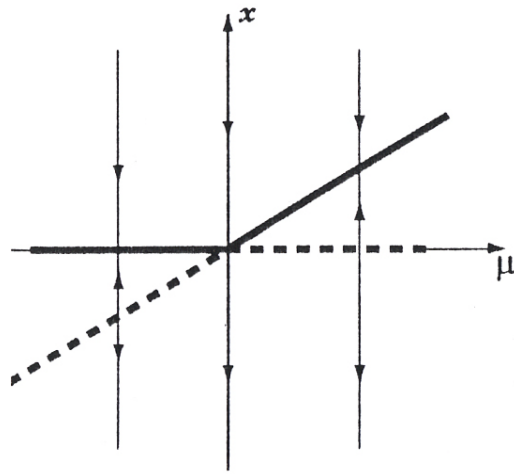
როგორც ნახ.2.18-დან ჩანს ბიფურკაციის  $(x=0, \mu=0)$  წერტილიდან გამოდის სტაციონალური მდგომარეობის ორი შტო, რომელთაგანაც ერთი მდგრადია (მთლიანი წირი), ხოლო მეორე არამდგრადი—(წყვეტილი წირი) [51].

**ტრანსკრიტიკული ბიფურკაცია.** ასეთ ტიპის ბიფურკაციისათვის სისტემის ნორმალურ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

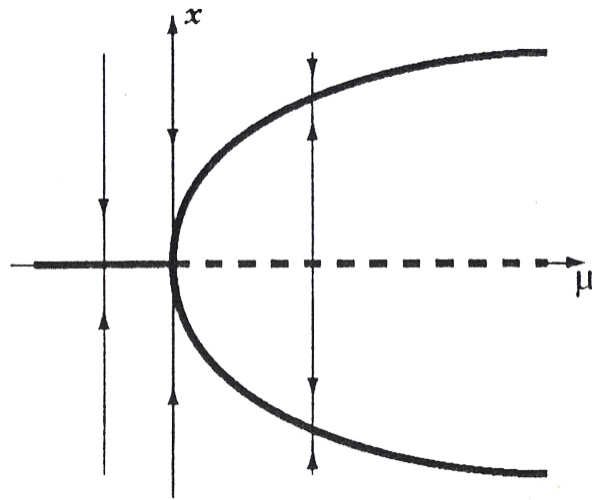
$$\dot{x}(t) = \mu x - x^2 \quad (2.3.4)$$

(2.3.4) განტოლებას გააჩნია  $x_s = 0$  და  $x_s = \mu$  ორი სტაციონალური ამონახსნი. პირველი ამონახსნი მდგრადია როცა  $\mu < 0$  და არამდგრადია, როცა  $\mu > 0$  მეორე ამონახსნისათვის-პირიქით. ორივე ამონახსნი მდგრადობას ცვლიან ბიფურკაციის წერტილში. ნახ.2.19-ზე ნახვენებია შესაბამისი ბიფურკაციული დიაგრამა. ნორმალური განტოლება

$$\dot{x}(t) = \mu x - x^3 \quad (2.3.5)$$



ნახ. 2.19 ბიფურკაციული დიაგრამა.



ნახ. 2.20 ბიფურკაციულ დიაგრამის სიმეტრიული ფორმა

ამ სახის ბიფურკაციისათვის არსებობს სამი სტაციონარული ამონახსნი  $x_s = 0$  და  $x_s = \pm\sqrt{\mu}$ . შესაბამის ბიფურკაციულ დიაგრამას გააჩნია სიმეტრიული ფორმა და წარმოდგენილია ნახ.2.20-ზე [51].

ანდრონოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია. შედარებით ამ რთულ შემთხვევაში ნორმალურ განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:

$$\dot{z}(t) = (\mu + iy)z - z|z|^2 \quad (2.3.6)$$

სადაც  $z$  კომპლექსური ცვლადია, ხოლო  $y$  - რომელიღაც კონსტანტაა, რომელიც არ თამაშობს ბიფურკაციული პარამეტრის როლს,  $i$  - არის წარმოსახვითი ერთიანი. განტოლება (2.3.6) წარმოადგენს „ჩანგლის“ (2.3.5) სახის კომპლექსურ ბიფურკაციის ანალოგს. იმისათვის რომ მოძებნილ იქნეს (2.3.6) განტოლების სტაციონალური ამონახსნები, მიზანშეწონილია გადავიდეთ ნამდვილ მართკუთხა ან პოლარულ ცვლადებზე, მაშინ, თუ დაგუშვებთ, რომ

$$z = x_1 + ix_2, \quad (2.3.7)$$

მივიღებთ ნამდვილი კოორდინატებიან ევოლუციური განტოლების ნორმალურ ფორმას:

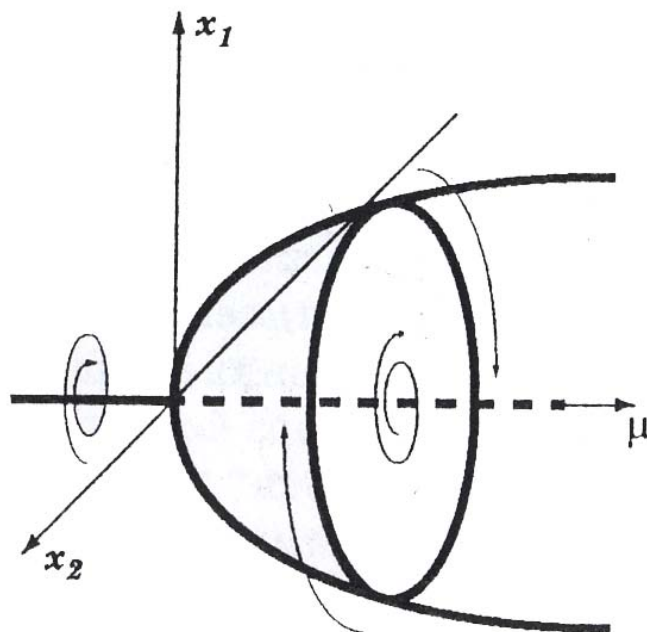
$$\dot{x}_1(t) = [\mu - (x_1^2 + x_2^2)]x_1 - yx_2; \quad \dot{x}_2(t) = yx_1 + [\mu - (x_1^2 + x_2^2)]x_2. \quad (2.3.8)$$

ევოლუციური განტოლებები (2.3.8) დაკავშირებული არიან ერთმანეთთან (2.3.7) კომპლექსური ცვლადის საშუალებით და გააჩნიათ შემდეგი ორი სახის სტაციონალური ამონახსნი

$$x_1 = x_2 = 0 \quad \text{თუ} \quad z = 0 \quad (2.3.9)$$

$$|z|^2 = x_1^2 + x_2^2 = \mu \quad (2.3.10)$$





ნახ. 2.21 ანდრონოვ-ჰოპფის ბიფურკაცია

პირველი ამონახსნი (2.3.9) წარმოადგენს არამდგრადს და ემთხვევა ბიფურკაციის წერტილებს, ხოლო მეორე ამონახსნი (2.3.10) განსაზღვრავს წრეწირის რკალს რადიუსით  $\sqrt{\mu}$ . ნახ.2.21-ზე გამოსახულია შესაბამისი ბიფურკაციული დიაგრამა, რომელზედაც ისრები უჩვენებენ სისტემის ვექტორული ველის ძალოვანი წირების მიმართულებას.

ზემოთ აღწერილი ბიფურკაციები ყველაზე უფრო გავრცელებულია სხვადასხვა ბუნების მქონე არაწრფივ მრავალგანზომილებიან დინამიკურ სისტემებში.

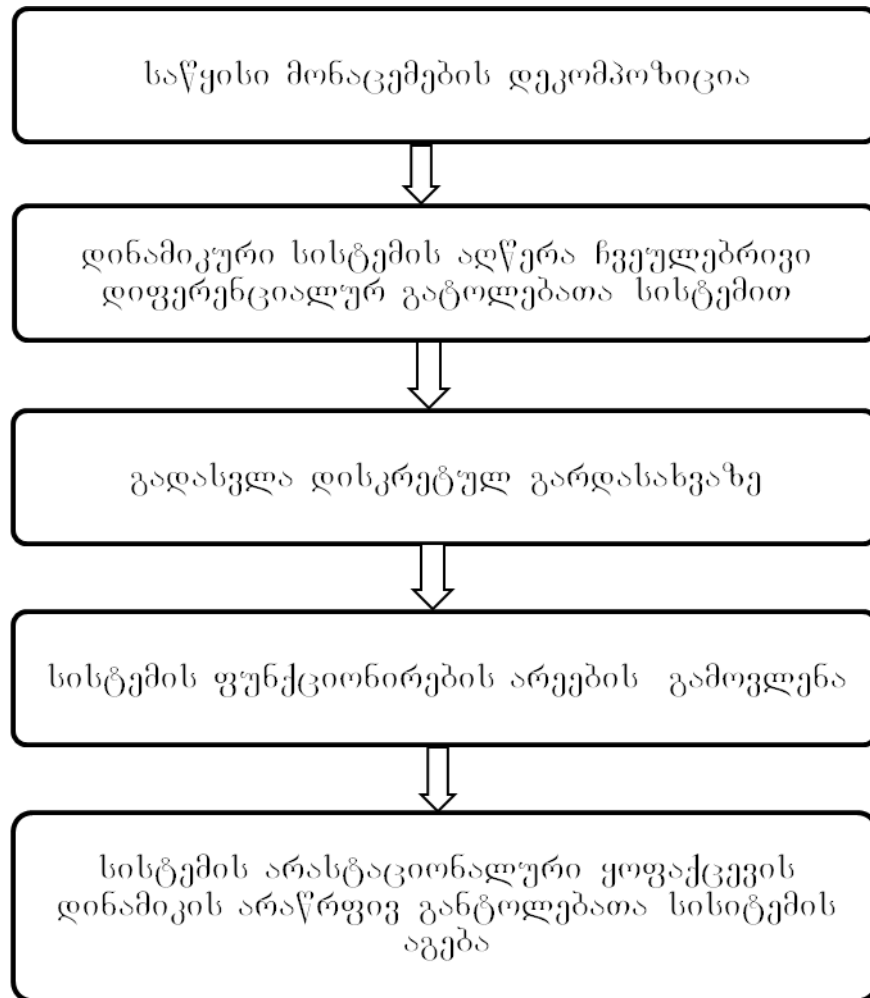
## 2.4. არაწრფივი დინამიკური სისტემების კვლევის მეთოდი

არაწრფივი დინამიკა გვთავაზობს დროითი მწკრივების ანალიზის ახალ მიდგომებს. იგი გვაძლევს აგრეთვე საშუალებას გამოვავლინოთ სისტემის იდენტიფიკაციისთვის ახალი მახასიათებლები. სტატისტიკური მეთოდებისაგან განსხვავებით, არაწრფივი დინამიკის მეთოდების გამოყენების დროს მნიშვნელოვანია სისტემის შინაგანი თვისებების გათვალისწინება, როდესაც სისტემაზე მოქმედი ყველა ფაქტორი განხილულია როგორც შემთხვევითი ან განუსაზღვრელი. თანამედროვე პირობებში არაწრფივი დინამიკის მეთოდებმა საშუალება მოგვცა დროითი მწკრივების ანალიზისათვის მოგვეძებნა ახალი მიდგომები, რომლებიც შემდგომში შეიძლება გამოყენებული იქნეს მათი იდენტიფიკაციისათვის.

ქვემოთ შექმნილი მოდელი არის ხისტი და არ ასახავს ეკონომიკური სისტემის ყოფაქცევის თავისებურებებს [13].

არაწრფივი არამდგრადი სისტემებისათვის დამახასიათებელია ისეთი რთული მოვლენა, როგორცაა რეგულარული ოსცილაციები და ქაოსი. ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ რთულად ორგანიზებული დროითი სტრუქტურები წარმოქმნიებიან ქაოსური მდგომარეობებიდან და ასეთ თვითორგანიზებად სისტემებში მდგრადობისა და ჰარმონიის ნაცვლად შეინიშნება ისეთი ევოლუციური პროცესები, რომლებსაც მივყევართ სტრუქტურების გართულებასთან და მათ მრავალსახეობასთან. ეკონომიკური

სისტემების მოდელიების საკმაოდ გავრცელებულ სქემაა: ტრენდის ტიპის მოდელის შექმნა+ციკლური მდგენელი+შემთხვევითი კომპონენტი.



ნახ.2.22. არაწრფივი დინამიკური მოდელების აგების და ანალიზის სქემა

არაწრფივი დინამიკის ძირითადი იდეაა პარამეტრების სივრცის მნიშვნელოვან არეებზე რთული სისტემების აღწერა რამოდენიმე ცვლადის - წესრიგის პარამეტრების საშუალებით. დისერტაციის ამ თავის მიზანია გავაანალიზოთ არაწონასწო-

რული დინამიკური სისტემის ყოფაქცევა პარამეტრების სივრცის მნიშვნელოვან არეებზე.

არაწრფივი მოდელების აგებისა და მათი ანალიზის სქემა გამოსახულია ნახ.2.20-ზე.

ექსპერიმენტალური მონაცემები, რომლებიც მონაწილეობენ ანალიზის პროცესში შეიძლება გამოკვლეულ იქნენ როგორც სრული მოცულობით, ასევე ნაწილ-ნაწილ. დეკომპოზიცია უნდა განხორციელდეს დეკომპოზიციის პრინციპის შესაბამისად: დროითი მწკრივის მონაცემები ხანგრძლივობით  $n$  იყოფა დროის  $m$  ზომის  $0...m-1, 1...m, 2...m+2, ..., n-m...n$ . ინტერვალებად. ექსპერიმენტალური მონაცემები იყოფა ჯგუფებად ლოკალური მინიმუმის ან მაქსიმუმის მოძებნის პრინციპის შესაბამისად, რომლის მიზანსაც წარმოადგენს

სისტემის ყოფაქცევის გამოკვლევა ამ მცირე ინტერვალებიან უბნებზე. ამასთან, ფიქსირდება ტენდენციის ცვლილების დროის მომენტი, რომელიც წარმოადგენს ახალი ინტერვალის დასაწყისს. შედეგად ვღებულობთ სხვადასხვა ხანგრძლივობის ინტერვალებს. ამრიგად, ექსპერიმენტალური მონაცემებით ვღებულობთ მოდელის ზუსტ აპროქსიმაციას დაყოფის თითოეულ უბანზე.

კვლევის მიზანს წარმოადგენს ობიექტის მათემატიკური აღწერა, რომელსაც უნდა გააჩნდეს შემდეგი თვისებები: ობიექტი ცალსახად უნდა ხასიათდებოდეს რიცხვების სასრულო სიმრავლით  $y_1, K, y_N$ ; ობიექტის მდგომარეობა უნდა იცვლებოდეს  $t$  დროში; ობიექტის ყოფაქცევა უნდა იყოს დეტერმინირებული; შესასწავლი ობიექტის მდგომარეობა უნდა იყოს დამოკი-

დებული მის წინა ისტორიაზე;  $y_1(t), K, y_N(t)$  ფუნქციები წარმოადგენენ  $t$  დამოუკიდებელი ცვლადის ფუნქციებს.

არაწრფივი დინამიკის ძირითადი იდეა მდგომარეობს რთული სისტემების აღწერაში რამოდენიმე ცვლადის საშუალებით, რომლებსაც უწოდებენ წესრიგის პარამეტრებს. პარამეტრების სივრცის იმ მნიშვნელოვან არეებში, რომლებშიც იცვლება ამონახსნების რაოდენობა და მდგრადობა, სისტემა შეიძლება აღიწეროს ერთი და იგივე დამოკიდებულებებით, რომელიც მოითხოვს სისტემის ყოფაქცევის ლოკალურ ანალიზს.

არაწრფივი დინამიკის უმარტივეს მათემატიკურ მოდელებს წარმოადგენენ მოდელები, რომლებიც აღწერენ დისიპატიურ სისტემებს ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით.

დავუშვათ ნოცემულია შემდეგი განტოლებათა სისტემა:

$$\dot{y} = \alpha * y - \beta * y^2 \tag{2.3.1}$$

$$\dot{y} = \alpha * y - \beta * y^2 - c \tag{2.3.2}$$

$$\dot{y} = \alpha * y - \beta * y^3 \tag{2.3.3}$$

$$\dot{y} = \alpha * y(t) - \beta * y(t) * y(t - \tau) \tag{2.3.4}$$

სადაც:  $\alpha, \beta, c$  - მოდელის პარამეტრებია;  $t$  - დროა,  $\tau$  - დაყოვნებაა. პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლებები (2.3.1), (2.3.2), (2.3.3), (2.3.4) შერჩეული არიან არაწრფივი სისტემის ევოლუციური განტოლებების შესაბამისად. ცნობილია, რომ დინამიკური სისტემის მდგომარეობის აღმწერი უმარტივეს მოდელი  $\dot{y} = k * y$ , რომელიც შემოთავაზებული იქნა მალთუსის

მიერ, აღწერს სისტემის მდგომარეობის ექსპონენციალურ ნაზრდს. სისტემის მდგომარეობის ექსპონენციალური ზრდა არ შეიძლება გაგრძელდეს უსასრულოდ, ამიტომაც შესაძლებელია მისი შეცვლა შემდეგი სახის მოდელით  $\dot{y} = k(y) * y$  უმარტივეს მაგალითს წარმოადგენს  $k(y) = \alpha - \beta * y$  დამოკიდებულება, რომელსაც მიყვებით ე.წ. (2.2.1) სახის ლოგისტიკურ მოდელამდე და რომელიც წარმოადგენს კატასტროფების თეორიის ძირითად სახეს – ნაკეცის ტიპის კატასტროფას. იგი აღიწერება შემდეგი სახის მესამე ხარისხის ჰამილტონიანით:

$$H(y) = \frac{\beta}{3} y^3 - \frac{\alpha}{2} y^2, \quad -\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial t}.$$

(2.3.2) განტოლებას შეესაბამება შემდეგი სახის ჰამილტონიანი:

$$H(y) = \frac{\beta}{3} y^3 - \frac{\alpha}{2} y^2 + cy,$$

რომელიც აგრეთვე აღწერს ნაკეცის ტიპის ზედაპირს.

(2.3.3) განტოლებას შეესაბამება ჰამილტონიანი:

$$H(y) = \frac{\beta}{4} y^4 - \frac{\alpha}{2} y^2,$$

და აღწერს ნოჭის ტიპის კატასტროფას. ერთი შეხედვით (2.3.4) განტოლების ანალიზი მარტივი არ არის.

დიფერენციალური განტოლებების ცნობილი თვისებებიდან გამომდინარე, მოდულები, რომლებზედაც (2.3.1) ÷ (2.3.4) დაიყვანება ტიპის განტოლებებზე, წარმოადგენენ დინამიკურ სისტემებს. ზოგიერთ შემთხვევაში სისტემებისა და მისი მდგომარეობის გამოკვლევა დროის ყველა მომენტში დაკავშირებულია სიძნელეებთან. ასეთ შემთხვევაში სასურველია გამოვიყენოთ

სისტემების დისკრეტული აღწერა პუნკარეს გარდასახვის გამოყენებით. ამ შემთხვევაში სისტემის დინამიკის აღწერა საკმაოდ მარტივდება, რადგანაც მოდელის განზომილება მცირდება და უწყვეტი დროის მაგიერ განიხილება მისი დისკრეტული მნიშვნელობების სიმრავლე. იმ შემთხვევაში, თუ დინამიკურ სისტემაში, რომელიც აღიწერება განტოლებათა სისტემით (2.3.1)÷(2.3.4), გვაქვს არამდგრადობა და მისი გამოკვლევა რიცხვითი მეთოდებით დიფერენციალური განტოლებათა პირდაპირი ამოხსნით, შესაძლებელია მხოლოდ დროის მცირე მნიშვნელობებზე. წინააღმდეგ შემთხვევაში რიცხვითი მეთოდები ასახავენ მხოლოდ დისკრეტულ სქემას. დისკრეტული გარდასახვების შედეგად გამოიკვლევა ამონახსნის მდგრადობისა და აგრეთვე პარამეტრების საწყის პირობებზე დამოკიდებულების ფაზური სივრცის სტრუქტურის საკითხი.

ცნობილია, რომ ნებისმიერი სისტემა შეიძლება აღვწეროთ დიფერენციალური განტოლებით (2.3.2), რომლის ამონახსნსაც წარმოადგენს გარდასახული ლოგისტიკური განტოლება (2.3.5).

$$\tilde{Y}(\alpha, \beta, c) = \frac{\sqrt{a^2 - 4\beta c} + a}{2\beta} \cdot \frac{\exp\left(\ln\left(\frac{\sqrt{a^2 - 4\beta c} + 2\beta y_0 - \alpha}{\sqrt{a^2 - 4\beta c} - 2\beta y_0 + \alpha} + \sqrt{a^2 - 4\beta c} t\right)\right)}{1 + \exp\left(\ln\left(\frac{\sqrt{a^2 - 4\beta c} + 2\beta y_0 - \alpha}{\sqrt{a^2 - 4\beta c} - 2\beta y_0 + \alpha} + \sqrt{a^2 - 4\beta c} t\right)\right)} \quad (2.3.5)$$

$$- \frac{\sqrt{a^2 - 4\beta c} + a}{2\beta} \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\ln\left(\frac{\sqrt{a^2 - 4\beta c} + 2\beta y_0 - \alpha}{\sqrt{a^2 - 4\beta c} - 2\beta y_0 - \alpha} + \sqrt{a^2 - 4\beta c} t\right)\right)}$$

$\tilde{Y}(\alpha, \beta, c)$  - დინამიკური სისტემის მდგომარეობის მახასიათებელი პარამეტრია  $t$  დროში.  $\tilde{Y}_0$  სისტემის შესასწავლი პარამეტრის მნიშვნელობაა საწყის მომენტში,  $\alpha, \beta, c$  - (2.3.2) დიფერენციალური განტოლების კოეფიციენტებია. მოცემული დიფერენციალური განტოლება არის ლოგისტიკური,  $t$  დრო არის უწყვეტი და იცვლება ინტერვალში  $0, \dots, n$ , სადაც  $n$  ამონაკრების განზომილებაა.

თანამედროვე პირობებში არაწრფივი დინამიკის მეთოდებმა საშუალება მოგვცა დროითი მწკრივების ანალიზისათვის მოგვეძებნა ახალი მიდგომები, რომლებიც შემდგომში შეიძლება გამოყენებული იქნეს მათი იდენტიფიკაციისათვის. წარმოდგენილი მეთოდი გვაძლევს ობიექტის სტატისტიკური მონაცემების შეფასების საშუალებას არაწრფივობის გათვალისწინებით, რომელმაც შესაძლებელი გახადა სისტემის ტექნიკური და ეკონომიკური ეფექტურობის ამაღლება და მდგრადი განვითარება.



### **თავი 3. სინერგეტიკული ეფექტების გამოვლენა ეკონომიკაში**

ფირმის საქმიანობის სტრატეგიული ანალიზის ძირითადი პრობლემა მდგომარეობს დროის ისეთი მომენტის შერჩევაში, როდესაც ფირმა იძულებულია მიიღოს გადაწყვეტილება ეკონომიკური საქმიანობის ცვლილების შესახებ. ამ თავში განხილულია ეკონომიკური სისტემების ზოგიერთი პრობლემა სისტემების მდგრადობის კვლევის სინერგეტიკული ინსტრუმენტის, კერძოდ კატასტროფების და ბიფურკაციების თეორიის გამოყენებით.

#### **3.1. კომპანიათა შერწყმისა და შთანთქმის პროცესის ანალიზი სინერგეტიკის ინსტრუმენტების გამოყენებით**

უკანასკნელ ხანებში აქტუალურია სოციალურ-ეკონომიკური სისტემის მართვის სინერგეტიკული მოდელების კვლევა. სინერგეტიკული თეორიის მიხედვით ეკონომიკური სისტემების განვითარება წარმოადგენს სისტემის კომპონენტების კოოპერატიული ურთიერთქმედების შედეგად მისი სტრუქტურის და ფუნქციონირების ხარისხობრივ ცვლილებას. სხვა რთული სისტემების მსგავსად ეკონომიკური სისტემაც გადის წესრიგისა და

ქაოსის სტადიას. ეკონომიკური სისტემები და მისი კომპონენტები არამდგრად მდგომარეობაში განიცდიან ფლუქტუაციებს, რომელთა განეიტრალებასაც ეკონომიკა ახერხებს გარკვეულ საზღვრამდე, რასაც შეესაბამება სისტემის სტრუქტურის მდგრადობა ევოლუციის განმავლობაში. ფლუქტუაციის პარამეტრების მიერ კრიტიკული მნიშვნელობების გადაჭარბების შემთხვევაში, ხდება ეკონომიკის ხარისხობრივად სხვა მდგომარეობაში, განვითარების სხვა ტრაექტორიაზე ნახტომისებური გადასვლა, რომელსაც უწოდებენ ბიფურკაციის წერტილს ანუ განვითარების ტრაექტორიის განტოტვის წერტილს.

ამრიგად, გარეგანი პირობების ცვლილებისას სისტემის ევოლუცია წარმოადგენს სხვადასხვა ატრაქტორების თანმიმდევრობას, რომლებზედაც გადასვლა ხორციელდება არამდგრადი მდგომარეობებიდან ბიფურკაციებამდე. სოციალურ-ეკონომიკური სისტემის ანალიზისა და სინთეზის დროს სინერგეტიკული მოდელები შესაძლებლობას იძლევიან ხდიან გამოვლინდეს სისტემის ევოლუციაში წარმოქმნილი “ვიწრო ადგილები”. ადეკვატური მოდელების აგების შემთხვევაში შესაძლებელია ანალიზი გაუკეთდეს ალტერნატიულ ეკონომიკურ სტრატეგიებს და მოცემულ იქნეს სისტემის განვითარების პროგნოზი სხვადასხვა მმართველი ზემოქმედების შემთხვევაში. შინერგეტიკული მოდელები იძლევა ეკონომიკური მოვლენებისა და პროცესების არსში ღრმა წვდომისა და ამ გზით სხვადასხვა ეკონომიკური კანონის მოქმედების მექანიზმის სრული შემეცნების საშუალებას, მიუხედავად იმისა, რომ სინერგეტიკული მოდელების დახმარებით საკვლევი პროცესი აღიწერება მხოლოდ ხარისხობრივად,

მათი საშუალებით შესაძლებელია გამოვავლინოთ საკვლევი პროცესის არაწრფივი ბუნება, რაც შეუძლებელია განხორციელდეს იმიტაციური მოდელირების ჩარჩოში. გარდა ამისა, ამ მოდელის უპირატესობა მდგომარეობს იმაშიც, რომ მათი საშუალებით შესაძლებელი ხდება საკვლევი სისტემის არაწრფივი ტრაექტორიის ქცევაზე გამოვიკვლიოთ სხვადასხვა ენდოგენური და ეგზოგენური ფაქტორების ზეგავლენა.

ეკონომიკაში თეორიული კვლევები სინერგეტიკული მოდელირების სფეროში სხვადასხვა მიმართულებით ხორციელდება. ამასთან, ყველა დინამიკური მოდელი შეიძლება პირობითად დაიყოს ორ ჯგუფად: ეკონომიკური ზრდისა და ეკონომიკური ციკლის მოდელები, ფართო გაგებით ეკონომიკური რყევების მოდელები. თუმცა რხევითი დინამიკა შეესაბამება რეალურ პროცესებს ეკონომიკის ზრდის მოდელებთან შედარებით.

უნდა აღინიშნოს რომ, შთანთქმა და შერწყმა თანამედროვე პერიოდში წარმოადგენს ჩვეულებრივ, პრაქტიკულ ყოველდღიურობას, რომელთაც იყენებს დღეს წარმატებულ კომპანიათა უმეტესობა. ვიდრე გადავიდოდეთ იმ საკითხების გარკვევაზე, შევეხოთ ტერმინოლოგიას. არსებობს განხსვავება. შერწყმის ცნების განმარტებაში საზღვარგარეთულ თეორიასა და პრაქტიკაში და საქართველოს კანონმდებლობაში.

საქართველოს კანონმდებლობით (საქართველოს კანონი მეწარმეთა შესახებ, 2009 წლის 1 თებერვლის მდგომარეობით) შერწყმაში იგულისხმება იურიდიული პირის რეორგანიზაცია, რომლის დროსაც თითოეული მათგანის უფლებები და მოვალეობები გადასაცემი აქტის შესაბამისად გადადიან ახლად შექ-

მნილ იურიდიულ პირზე. მაგალითად, თუ  $A$  კომპანია უერთდება  $B$  და  $C$  კომპანიებს, შედეგად ბაზარზე იქმნება  $D = A + B + C$  ახალი კომპანია, დანარჩენი კომპანიები კი ლიკვიდირდება. საზღვარგარეთულ პრაქტიკაში კი შერწყმაში იგულისხმება რამდენიმე ფირმის გაერთიანება, რომლის შედეგად ერთი მათგანი ცოცხლობს, ხოლო დანარჩენი კი კარგავს დამოუკიდებლობას, წყვეტს არსებობას  $A = A + B + C$ .

საზღვარგარეთულ პრაქტიკაში შერწყმა და შთანთქმა არ არის მკაფიოდ გამიჯნული, როგორც ეს ჩვენს კანონმდებლობაშია. კომპანიის შთანთქმა მასზე კონტროლის, საკუთრების აბსოლუტური ან ნაწილობრივი უფლების მოპოვებაა. სინერგეტიკული მოდელი ითვალისწინებს შემდეგ პირობებს:

1. ორი ჯგუფის კომპანიათა არსებობა. ერთ ნაწილს ვუწოდებთ “კომპანია მსხვერპლს”, ხოლო მეორე ნაწილს “კომპანია მტაცებელს”. მათ განასხვავებს ის, რომ “კომპანია მსხვერპლი” ფლობს ძირითადი კაპიტალის მცირე ნაწილს.

2. “კომპანია-მტაცებელის” არარსებობის შემთხვევაში კაპიტალის დაგროვების სიჩქარე “კომპანია მსხვერპლში” აღიწერება ლოჯისტიკური ფუნქციით.

3. “კომპანია მტაცებელი” შეიძლება იმყოფებოდეს ან “კომპანია-მსხვერპლის” მიერთების ან განვითარების (ზრდის) - მდგომარეობაში “კომპლექს-კომპანიის” სახით, რომლებიც იქმნება ამ უკანასკნელთა მიერთებით პირველთან. გარკვეული დროის შემდეგ ეს უკანასკნელიც აღმოჩნდება “კომპანია მსხვერპლის” მიერთების მდგომარეობაში.

4. კაპიტალის დაგროვება “კომპლექს-კომპანიებში” მიმდინარეობს სოლოუს ერთსექტორიანი მოდელის შესაბამისად შრომითი რესურსების გამოყენებაში სინერგეტიკული ეფექტის გათვალისწინებით.

საკვლევი მოდელი აღწერს კომპანიათა როგორც მეგობრულ, ისე არამეგობრულ შერწყმას ან შთანთქმას ინტეგრაციის ნებისმიერი ფორმის დროს (ჰორიზონტალური, ვერტიკალური და ა.შ.). ჰორიზონტალური შერწყმა - ერთი დარგის კომპანიათა გაერთიანებაა, რომლებიც ერთსა და იმავე ნაკეთობას აწარმოებენ და ახორციელებენ წარმოების ერთსა და იმავე სტადიას; ვერტიკალური შერწყმა-სხვადასხვა დარგის კომპანიათა გაერთიანებაა, რომლებიც დაკავშირებულნი არიან მზა პროდუქციის წარმოების ტექნოლოგიური პროცესით, კომპანიამყიდველის საქმიანობის გაფართოება ნედლეულის მოპოვებიდან საბოლოო პროდუქციის დამზადებამდე.

საკვლევი მოდელი ითვალისწინებს კომპანიების როგორც მეგობრულ, ისე არამეგობრულ შერწყმა-შთანთქმას, მათი ინტეგრაციის ნებისმიერი (ჰორიზონტალური, ვერტიკალური) ფორმის დროს და წარმოადგენენ ვოლტერის სისტემის ნაირსახეობას. შერწყმისა და შთანთქმის შედეგად მიმდინარეობს კაპიტალის სრული ან ნაწილობრივი გადასვლა ერთი ფორმიდან მეორეში და გამოიყენება იმ კომპანიებისათვის, რომლებიც ქმნიან კლასტერებს, პოლდინგებს და სხვ.

შესასწავლი მოდელის განტოლებათა საწყისი სისტემა ჩაიწერება სახით:

$$\dot{x} = A + \lambda x(1 - x/N) - \theta xy \quad (3.1.1)$$

$$\dot{y} = -\theta xy + s/\tau_r F(K, z \times L)/L - \lambda y \quad (3.1.2)$$

$$\dot{k} = sf(k, z) - (\delta + n)k \quad (3.1.3)$$

სადაც,  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{k}$  - წარმოებულებია დროის მიხედვით და ახასიათებს შესაერთებელი კომპანიებში ძირითადი კაპიტალის დაგროვებას -  $x$  “კომპანია მსხვერპლში”, -  $y$  “კომპანია მტაცებელში”, -  $k$  “კომპანია კომპლექსში”, რომელიც მიიღება პირველის მიერთებით მეორესთან. (3.1.1)÷(3.3.3) განტოლებებში  $x$ ,  $y$ ,  $k$  ცვლადები წარმოადგენენ შესაბამისი კომპანიების კაპიტალის დაგროვების ენდოგენურ ზღვრულ მაჩვენებლებს. ამასთან:  $x = X / L_1$ ,  $y = Y / L_2$ ,  $k = K / L$  .

სადაც:  $X, Y, K$  - შესაბამისი კომპანიების ძირითადი კაპიტალის აბსოლუტური მაჩვენებლებია,  $L_1, L_2, L = L_1 + L_2$  - ამ კომპანიებში დასაქმებულთა რიცხვია  $L = L_0 \times \exp(nt)$ , სადაც  $n$  - დასაქმებულთა რიცხვის წლიური მატების ტემპია. (3.1.1) განტოლება აღწერს ობიექტის ევოლუციას შეზღუდული რესურსებისა და კონკურენციის პირობებში, რაც ზღუდავს ეკონომიკურ ზრდას.  $A$  მუდმივა - წარმოადგენს კაპიტალის დაგროვების აბსოლუტურ სიჩქარეს “კომპანია-მსხვერპლში”, რომელიც დამოკიდებულია ბაზარზე ახალი კომპანიების გამოჩენასთან.  $\lambda$  - ამ კომპანიათა კაპიტალის მატების სიჩქარეა,  $N$  - კაპიტალის ბაზრის მოცულობაა. განტოლების უკანასკნელი წევრი აღწერს “კომპანია” მსხვერპლის მიერთების პროცესს “კომპანია მტაცებელთან”. (3.1.1) განტოლება აღწერს “კომპანია

მსხვერპლის” მიერთებას “კომპანია მტაცებელთან”,  $\theta$  - კომპანიათა მიერთების ზღვრული სიჩქარეა.

(3.1.2) განტოლებაში პარამეტრი  $s$  - “კომპანია კომპლექსში” კაპიტალის დაგროვების ნორმაა  $0 < s < 1$ ;  $\tau_R$  - კომპანია მსხვერპლთა ორ თანამიმდევრულ მიერთების აქტებს შორის ამ კომპანიათა სასიცოცხლო ციკლია.

კომპლექსის საწარმოო ფუნქცია გამოისახება გამოსახულებით  $F(K, z \times L)/L = f(k, z) = k^\alpha z^{1-\alpha}$ , სადაც  $k = K/L$ , კომპანია, რომელიც ახასიათებს პროდუქციის გამოშვებას ღირებულებით გამოსახულებაში. ვთვლით, რომ შერწყმის და შთანთქმის პროცესის სინერგეტიკული ეფექტი მდგომარეობს შრომითი რესურსების და ადამიანური კაპიტალის რაციონალურ გამოყენებაში. პარამეტრი  $z$  - შრომითი რესურსების გამოყენების სინერგეტიკული პარამეტრია, ამასთან პირობა  $z > 1$  სრულდება დადებითი სინერგეტიკული ეფექტის დროს, კომპანიათა შეერთების შედეგად და  $0 < z < 1$  პირობა სრულდება უარყოფითი სინერგეტიკული ეფექტის დროს. (3.1.2) განტოლების უკანასკნელი წევრი აღწერს კომპანია მსხვერპლის მიერთებაში მონაწილე კომპანია მტაცებელთა კაპიტალის კლებას, რაც დაკავშირებულია რესურსებისა და კონკურენციის არარსებობასთან.  $\mu$  - ამ პროცესის აბსოლუტური სიჩქარეა.

როგორც ზემოთ ავლენიშნეთ, (3.1.3) განტოლება აღწერს კომპანია კომპლექსის კაპიტალის დაგროვებას სოლოუს ერთსექტორიანი მოდელის შესაბამისად. ამ განტოლებაში

გამოიყენება შემდეგი ეგზოგენური მაჩვენებლები:  $s$  - ძირითადი კაპიტალის დაგროვების ნორმა,  $\delta$  - ძირითადი კაპიტალის გასვლის ხვედრითი წილი ( $0 < \delta < 1$ );  $n$ -დასაქმებულთა რიცხოვნობის მატების წლიური ტემპია ( $-1 < n < 1$ ).

თუ  $t$  დროს გავზომავთ  $1/\mu$  ერთეულში,  $x$  -  $N$  ერთეულში,  $y = m/\theta$  ერთეულში,  $k = (m/s^{1-\alpha}) \times z$  ერთეულში, საბოლოოდ განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

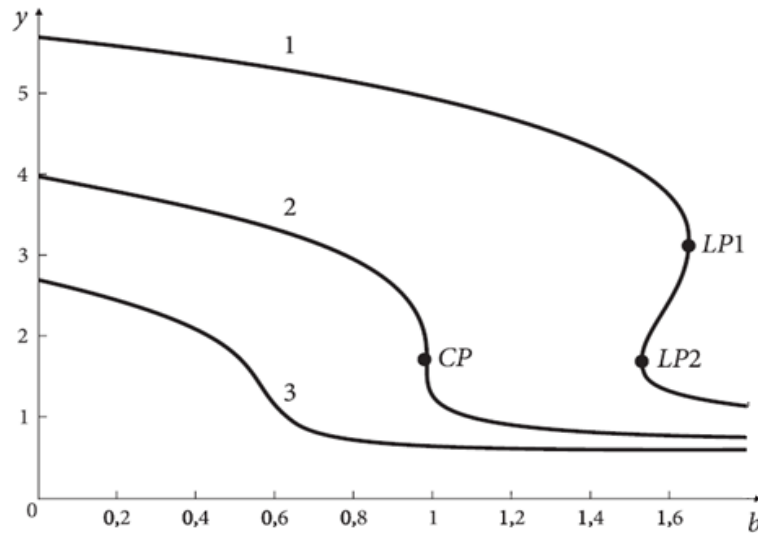
$$\dot{x} = A + bx(1-x) - \theta xy \quad (3.14)$$

$$\dot{y} = -\mu xy + Ck^\alpha - y \quad (3.15)$$

$$\dot{k} = k^\alpha - \beta * k \quad (3.16)$$

$$A_1 = A/N_\mu, \quad b = \lambda/\mu, \quad C = 1/\tau_k \theta z^{1-\alpha} / \mu^2, \quad \beta = (\delta + n)(\mu/s)^{1-\alpha} / (\mu z)$$

წარმოადგენენ მუდმივ სიდიდეებს.  $C \sim z^{1-\alpha}$ -ს ვუწოდებთ “კომპანია მტაცებლის” ეფექტური განვითარების პარამეტრს.





ნახ.3.1. (3.1.4)÷(3.1.6) განტოლებათა სისტემაში  $\bar{y}$  სტაციონარული მნიშვნელობის დამოკიდებულება  $b$  პარამეტრზე  
 $A_1 = 0,3; \gamma = 11; \alpha = 0,8; \beta = 0,5;$

(3.1.4) ÷(3.1.6) განტოლებათა სისტემის სტაციონარული ამოხსნის მნიშვნელოვან თავისებურებას წარმოადგენს, ის, რომ მას შეუძლია აღწეროს ნაოჭის ტიპის კატასტროფა. ეს ნიშნავს, რომ  $\bar{x}, \bar{y}$  სტაციონარული ამონახსნები განსაზღვრულ პირობებში ფლობენ ბისტაბილურობის თვისებას. (3.4)-(3.6) განტოლებათა სისტემის ბიფურკაციული ანალიზი ჩატარდა Maple პროგრამულ პროდუქტში

$\bar{y}$  სტაციონალური მნიშვნელობის დამოკიდებულება  $b$  პარამეტრზე “კომპანია მტაცებლის” ზრდის ეფექტურობის ეფექტურობის პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობის დროს (ნახ.3.1).

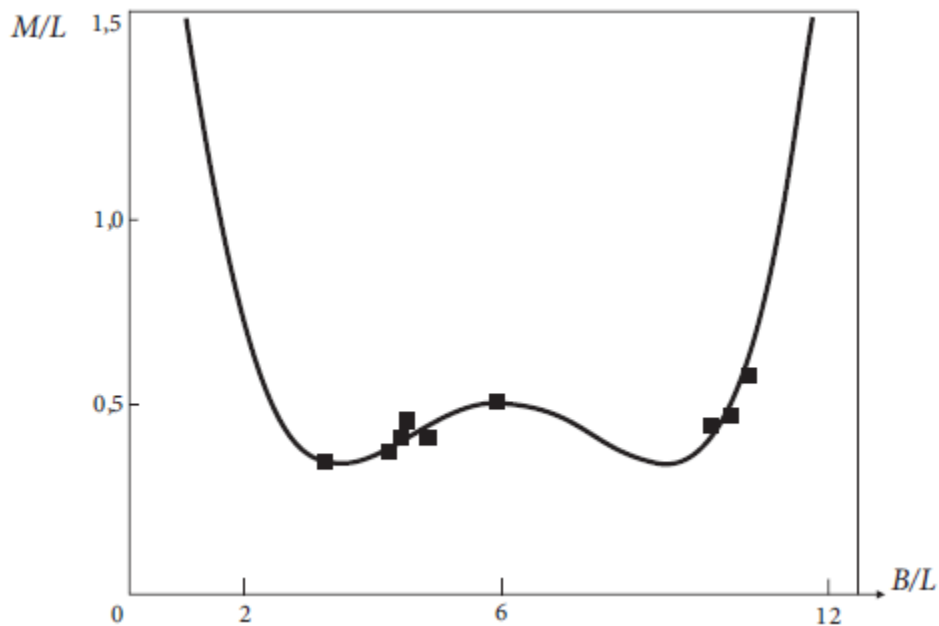
“კომპანია მსხვერპლში” კაპიტალის მატების ტემპის აბსოლუტური სიჩქარის  $b$  ზრდასთან ერთად მუდმივად მცირდება შთანთქმისა და შერწყმის ხვედრითი წილი  $\bar{y}$  შრომითი რესურსების ერთეულზე ცვლილებების მთელ ველში  $C < C_C$  მნიშვნელობისას (“კომპანია მსხვერპლების” ეფექტური ზრდისას ისინი გაურბიან მეგობრულ შეერთებებს). როცა  $C < C_C$  კომპანია-მსხვერპლთა ეფექტური განვითარების დროს ისინი გვერდს უვლიან მეგობრულ შეერთებასაც კი. როცა სრულდება პირობა  $C > C_C$ , მაშინ  $\bar{y}$ -ის შემცირება მიმდინარეობს უწყვეტად მხოლოდ  $b$  მნიშვნელობამდე, რაც შეესაბამება მობრუნების წერტილს (წერტილი  $LP1$ ) გზის ჰისტერეზისულ ნაწილ-

ში. მნიშვნელობის შემდეგი შემცირების დროს სრულდება ნახტომი,  $\bar{y}$  მნიშვნელობა ეცემა სტაციონარული მნიშვნელობის ქვედა ტოტამდე. უკუმიმართულებით ჰისტერეზისული მრუდზე მოძრაობისას ნახტომი სრულდება  $LP2$  წერტილში.

ამრიგად, “კომპანია-მსხვერპლთა” ეფექტური განვითარების ზრდა იწვევს შერწყმისა და შთანთქმის პროცესების ხვედრითი წილის უწყვეტ შემცირებას “კომპანია-მტაცებლების” ეფექტური განვითარების პარამეტრების  $C \approx z^1$  – კრიტიკულ მნიშვნელობაზე ნაკლები სიდიდის დროს მათი კაპიტალის მატების აბსოლუტური სიჩქარის მნიშვნელობათა მთელ არეზე. როდესაც იგი გადააჭარბებს კრიტიკულ დონეს, ბისტაბილურობის შედეგად იწყება შერწყმისა და შთანთქმის ნახტომისებური შემცირება, რაც ნიშნავს, რომ ეკონომიკა გადადის ხარისხობრივად ახალ მდგომარეობაში, განვითარების ახალ ტრაექტორიაზე. შესაბამისი კრიტიკული წერტილი წარმოადგენს ნაოჭის ტიპის წერტილს (წერტილი  $CP$ , ნახ. 3.1). უნდა ავლნიშნოთ, რომ  $CP$  წერტილი წარმოადგენს ბიფურკაციის წერტილს კოგანზომილებით ორი, ხოლო წერტილები  $LP1$  და  $LP2$  წარმოადგენენ ბიფურკაციის წერტილებს კოგანზომილებით ერთი. ჰისტერეზისულ მრუდზე ამ წერტილებს შორის არე წარმოადგენს არამდგრადი მდგომარეობების არეს, ხოლო არე, რომელიც მდებარეობს  $LP1$  წერტილს ზემოთ და  $LP2$  წერტილს ქვემოთ წარმოადგენს მდგრადი მდგომარეობათა არეს.

იმის გათვალისწინებით, რომ უკანასკნელი ათწლეულის განმავლობაში გაიზარდა საწარმოთა შთანთქმა და შერწყმა.

(3.1)–(3.3) განტოლებები აღწერენ ეკონომიკური ზრდის “მოდერნიზებულ” მოდელს, რომელიც შესაძლებელია გამოყენებულ იქნას გამოყენებითი კვლევის დროს, მაგალითად, ცალკეული დარგების, რეგიონების ფონდშიარადების დინამიკის შესწავლისას. ამიტომ საინტერესოა გაანალიზდეს მოცემული მოდელის ეკონომიკური ინტერპრეტაცია. შამწუხაროდ, (3.1.1)–(3.1.3) განტოლებათა უშუალო გამოყენება ცალკეული დარგების ან რეგიონის მრეწველობის ეკონომიკური ზრდის იმიტაციის მიზნებისათვის შეუძლებელია მოდელის პარამეტრიზაციასთან დაკავშირებულ სიძნელეების გამო (სტატისტიკური მონაცემების სიმცირე).



ნახ.3.2. პოტენციალური ფუნქციის დამოკიდებულება  $u=B/L$ -ზე,  $B$  - ჯამური ხელფასია აღნიშნულ პერიოდში,  $L$  - შრომის ანაზღაურების ფონდია,  $M$  - მატერიალური დანახარჯებია

თუმცა ნაშრომში [49] გამოკვლეულია სტაციონალური მდგომარეობის მდგრადობა კატასტროფების თეორიის გამო-

ყენებით, რომელიც გვაძლევს საშუალებას სტატისტიკური მონაცემების საფუძველზე შეფასდეს ეკონომიკური ობიექტის მიმდინარე მდგრალობა, განვითარების დეტერმინირებულ შტოზე განისაზღვროს წონასწორობის წერტილი და შესწავლილია პოტენციალური ფუნქციის დეფორმაცია დროში. ამ შემთხვევაში თეორიულ საფუძველს წარმოადგენს სინერგეტიკისა და კატასტროფების თეორიის არაწრფივი მათემატიკური მეთოდები.

ექსპერიმენტალური მონაცემების დამუშავება განხორციელდა უმცირეს კვადრატთა მეთოდით, რომელიც გამოყენებული იქნა კატასტროფების თეორიაში. პოტენციალურ ფუნქციის სახით გამოყენებული იქნა მატერიალური დანახარჯების  $M$  ფარდობა ხელფასთან  $B$ . ეს პოტენციალური ფუნქცია დამუშავებული იქნა შემდეგი სახის მეოთხე ხარისხის პოლინომით [53]:

$$M/B = d_0 + d_1 + d_2 u^2 + d_3 u^3 + d_4 u^4 \quad (3.1.7)$$

სადაც  $d_0 \div d_4$  განისაზღვრება სტატისტიკური მონაცემებიდან. კატასტროფების თეორიის მიხედვით ამ სახის პოლინომი გვაძლევს წონასწორობის სამ წერტილს, რომელთაგან ორი არის მდგრადი.

$M/B$  სამინიმიზირებელ ფუნქციას გააჩნია ორი მდგრადი მინიმუმი, რომლებიც დაახლოებით ერთმანეთის ტოლია. მარჯვენა მინიმუმი შეესაბამება სისტემის წონასწორობის პირობას, როდესაც შრომის ანაზღაურების ფონდი მცირეა. შევნიშნოთ, რომ მინიმუმის მდებარეობა შეესაბამება ბიფურკაციის წერტილების მდებარეობას  $LP1$  და  $LP2$  (ნახ.3.2). მინიმალური

მნიშვნელობებიდან გადახრა შეესაბამება წონასწორობის მდგომარეობას.

თანამედროვე ეკონომიკაში შეიმჩნევა პროცესების ნახტომისებური განვითარება. შეერთება შთანთქმის ბაზარი აღმოსავლეთ ევროპაში 2006 წელს შეადგენს თითქმის 70%..

ახალი ინფორმაციული ტექნოლოგიების და ინტერნეტის ქსელის გამოყენება გვიჩვენებს, რომ აზროვნება რომელიც დაფუძნებულია ძველი ეკონომიკურ პარადიგმებზე არ არის საიმედო. ეკონომიკის არაწრფივი ბუნება სულ უფრო ცხადია. შეიქმნა აუცილებლობა ახალი საშუალებების მოძებნა ეკონომიკის რეგულირებისათვის მისი არაწრფივობის გათვალისწინებით. ამიტომაც ეკონომიკაში არაწრფივი პროცესების გამოკვლევა და მათზე მოქმედი ფაქტორების გათვალისწინება, განსაკუთრებით აქტუალურია.

ეკონომიკური ზრდის მოდელი (სოლოუს მოდელი) სინერგეტიკული მოდერნიზებული მიდგომის, შეერთება შტანთქმის გათვალისწინებით, გავაკეთეთ დასკვნა, რომ ამ პროცესში ადგილი აქვს ბისტაბილურობას და ნახტომისებური გადასვლას ერთი წონასწო-რული მდგომარეობიდან მეორეში (ბიფურკაციული პროცესი).

### 3.2. ფირმის ფინანსური კრიზისის ანალიზი სინერგეტიკის ინსტრუმენტების გამოყენებით გამოყენებით

ფირმის მდგარდობის მაჩვენებლებზე დიდ გავლენას ახდენს სხვადასხვა ფაქტორები: ფირმის მდგომარეობა ბაზარზე, კონკურენციული გარემოს წნეხი, გარე კრედიტორებზე და ინვესტორებზე დამოკიდებულების ხარისხი, სამეურნეო და საფინანსო ოპერაციების ეფექტურობა და ა.შ. ნებისმიერი ეკონომიკური სისტემა, მათ შორის საწარმოც არ შეიძლება იმყოფებოდეს ხანგრძლივი დროის განმავლობაში წონასწორულ მდგომარეობაში. მათზე მოქმედებენ სხვადასხვა ფაქტორები, ამიტომაც შეიძლება წარმოიქმნეს არაწონასწორული მდგომარეობები (რხევები), ე.ი. სისტემა შეიძლება გახდეს არამდგრადი.

საწარმო წარმოადგენს რთულ სისტემას, რომელშიც მიმდინარე მოულოდნელი ცვლილებების პროგნოზირება და ანალიზი შეუძლებელია კლასიკური მათემატიკური მეთოდებით. ასეთ სისტემებში უეცარი ცვლილებები შეიძლება შესწავლილ იქნეს კატასტროფების თეორიის საშუალებით. მეთოდი გვაძლევს საშუალებას დადგინდეს იქნეს ზოგადი კანონზომიერებები იმ შემთხვევაში, როდესაც სისტემა მოულოდელად გადადის ერთი მდგომარეობიდან მეორეში.

კლასიკური მათემატიკური მეთოდები გვაძლევენ საშუალებას გამოვიკვლიოთ და აღვწეროთ მხოლოდ ხანგრძლივად მოქმედი კრიზისული მოვლენები. ხოლო კატასტროფების

თეორია წარმოადგენს მკვეთრი, ნახტომისებური და უეცარი თვისობრივი ცვლილებების შესწავლის მეთოდს.

ფირმის მდგომარეობის ანალიზისათვის აგებულ იქნა ფინანსურ-ეკონომიკური ფუნქცია ნეირონული ქსელების საშუალებით [1].

ამ მეთოდის ნაკლი მდგომარეობს იმაში, რომ ფუნქციონალური დამოკიდებულება წარმოდგენილია “შავი ყუთის” სახით, სხვა სიტყვებით, ფუნქციონალური დამოკიდებულება არ არის წარმოდგენილი ცხადი სახით. ეს კი შეუძლებელს ხდის გამოკვლეული იქნეს საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის ცალკეულ პარამეტრებზე (პარამეტრების ერთობლიობაზე) დამოკიდებულების ხარისხი.

ნაშრომში წარმოდგენილია ნაკეცისა და ნაკრების კანონიკური ტიპის კატასტროფების იერარქიული გამოყენება ფირმის საქმიანობის დეტალიზაციის სამი განსხვავებულ დონისათვის.

1. საფინანსო-ეკონომიკური განზოგადებული მაჩვენებლები აღიწერება შემდეგი ფუნქციებით:

$LP = V_{LP}(t, L_1, L_3, P_2)$  ლიკვიდაცია და გადახდისუნარიანობა;

$F = V_F(t, F_1, F_2, F_3, F_4)$  ფინანსური მდგრადობა;

$A = V_A(t, A_1, A_4, A_5, A_6)$  საქმიანი აქტივობა;

$R = V_R(t, R_1, R_2, R_3, R_4)$  რენტაბელობა.

სადაც:  $L_1$  – ლიკვიდაციის სწარაფი კოეფიციენტი,  $P_1$  – ლიკვიდაციის მიმდინარე კოეფიციენტი,  $L_3$  – ლიკვიდაციის

აბსოლუტური კოეფიციენტია,  $F_1$  –საკუთარი საშუალებების ავტონომიის კოეფიციენტი,  $F_2$ – ფინანსური დამოკიდებულების კოეფიციენტი,  $F_3$  – მარაგის უზრუნველყოფა საკუთარი საბრუნავი საშუალებებით,  $F_4$  – მუდმივი აქტივის ინდექსია,  $A_2$  – აქტივების ბრუნვალობა,  $A_4$  - დებიტორული დავალიანება,  $A_5$  – კრედიტორული დავალიანების ბრუნვალობა,  $A_6$  – მარაგის ბრუნვალობა,  $R_1$  – საერთო რენტაბელობა,  $R_2$  – აქტივების რენტაბელობა,  $R_3$  – საკუთარი კაპიტალის რენტაბელობა,  $R_4$  - პროდუქციის რენტაბელობა.

2. ფირმის საერთო საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის შეფასება მდგომარეობს გადახდისუნარიანობისა და ლიკვიდურობის ინტეგრირებულ ანალიზში, ფინანსურ მდგრადობაში, საქმიან აქტიურობაში, რენტაბელობაში.

3. ფირმის განვითარების პოტენციალის აგება  $V(Q, t)$  , სადაც  $t$  – დროა.

იერარქიული მეთოდის სქემა მოცემულია ნახ.3.3.-ზე.



ნახ.3.3. იერარქიული მეთოდის სქემა



პარამეტრების მდორე ცვლილების შედეგად ფირმის ნახტომისებური გადასვლის კვლევის ძირითადი მეთოდს წარმოადგენს გლუვი ნამდვილი ფუნქციისათვის (შინაარსით ფირმის განვითარების პოტენციალი), კრიტიკული წერტილების მოძებნა, რომელშიც წარმოებული ხდება ნულის ტოლი. იმ შემთხვევაში, როდესაც ფუნქციას გააჩნია მკაცრი ლოკალური მინიმუმი, მაშინ მიუხედავად გარეგანი ფაქტორების ზემოქმედებისა ეკონომიკური სისტემა მდგრადია. ამ ფაქტორების მნიშვნელობების გაზრდის შედეგად კრიტიკული წერტილი ხდება გადაგვარებული. გადაგვარებული კრიტიკული წერტილი, როგორც სტრუქტურულად არამდგრადი, იშლება გადაუგვარებელ წერტილებად ან ქრება საერთოდ. ამ შემთხვევაში სისტემა ნახტომისებურად გადადის ახალ მდგომარეობაში (მდგრადობის დაკარგვა, ნგრევა, დეფორმაცია და ა.შ.)

$V(x;Q,t)$  ფირმის პოტენციალური ფუნქციის პარამეტრები თავისმხრივ წარმოადგენენ ფუნქციებს:  $x = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)$  - განვითარების განზოგადებული ფაქტორია სადაც:  $x_1$  - შრომაა,  $x_2$  - კაპიტალი.  $Q = \phi(c_1, c_2, \dots, c_k)$  - ფირმის ფინანსური მდგომარეობაა,  $c_i$  - სხვადასხვა ფინანსური მაჩვენებლებია,  $t$  დროა - წრფივი პარამეტრი.

4. მრავალგანზომილებიანი სტატისტიკური ანალიზის მიხედვით ფირმის  $Q$  საფინანსო-ეკონომიკური ფუნქცია წარმოადგენს 15 არგუმენტის  $(L - P, F, A, R)$  ფუნქციას:

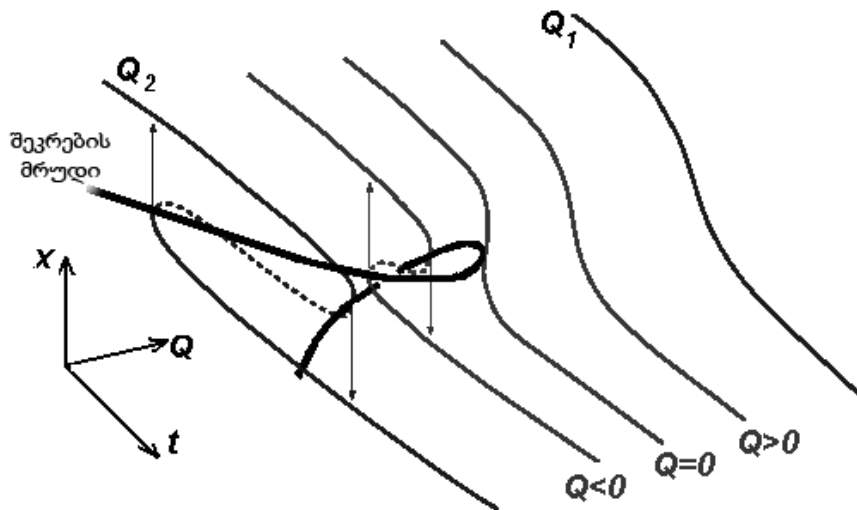
$$Q = V_Q(t, L_1, L_3, P_2, F_1, F_2, F_3, F_4, A_1, A_4, A_5, A_6, R_1, R_2, R_3, R_4)$$

;

ფირმის კრიზისის ინტერპრეტაციისათვის გამოვიყენოთ უიტნის ნაკრების კანონიკური კატასტროფა (ნახ.1):

$$V(x; Q, t) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}Qx^2 + tx \quad (3.2.1)$$

სადაც:  $V(x; Q, t)$  – ფირმის განვითარების პოტენციალია,  $x$  – განვითარების ზოგადი ფაქტორია, რომელიც მოიცავს შრომას, კაპიტალს და ა.შ.  $Q$  – სისტემის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობაა,  $t$  – დროა. კატასტროფების გრაფიკზე მოცემულია  $x$  ცვლადების შესაბამისი მრუდები (რომლებიც შეესაბამებიან  $Q_1$ ,  $Q_2$  და  $Q > 0$ ,  $Q = 0$ ), რომლებიც ნაჩვენებია უწყვეტად ცვლადი  $t$  დროში  $(Q, t)$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის.



ნახ.3.4 მრუდები უწყვეტად ცვლად  $t$  დროში  $(Q, t)$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის

ფაზური სივრცის ნაკრების მრუდის  $(Q,t)$  გარე წერტილებზე არსებობს  $x$  ცვლადის მხოლოდ ერთი ექსტრემალური მნიშვნელობა. ნაკრების მრუდების შიგნით არსებობს  $X$  ცვლადის ორი მნიშვნელობა, რომლებიც იძლევიან ყოველი  $(Q,t)$  წყვილისათვის  $V(x)$  ფუნქციის ლოკალურ მინიმუმებს. ამასთან, აღნიშნული მნიშვნელობები გაყოფილი არიან ლოკალური მაქსიმუმებით (ნახ.3.4.).

ნახ.3.4-ზე ნაჩვენებია კრიზისის წარმოშობის ორი ვარიანტი. მათ შეესაბამებიან მრუდები  $Q_1$  და  $Q_2$ . მრუდები  $Q_1$  წარმოადგენს ფირმის ზოგად მდგომარეობას, როდესაც კრიზისი ვითარდება ნელნელა, ხოლო მრუდი  $Q_2$  შეესაბამება სიტუაციას, როდესაც კრიზისი თავდაპირველად ვითარდება ნელნელა გარდატეხის მომენტამდე, ხოლო შემდეგ “კატასტროფის მომენტში” ფირმის გადარჩენის შანსი მკვეთრად მცირდება, ამ დროს ხორციელდება ნახტომი გრაფიკის ზედა შტოდან ქვედაზე.

პოტენციალური ფუნქციის კანონიკური სახე წარმოადგენს განვითარების პოტენციალის კერძო შემთხვევას სპეციალურად შერჩეული კოორდინატთა სისტემაში, ამიტომაც რეალური ფირმის განვითარების პოტენციალის აგებისათვის აუცილებელია გამოვიყენოთ ზოგადი არაწრფივი ფუნქცია.

შევირჩიოთ  $V(x;Q,t)$  ფუნქცია მეოთხე ხარისხის პოლინომის სახით

$$V(x;Q,t) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x \quad (3.2.2)$$

სადაც მრავალწევრის კოეფიციენტები წარმოადგენენ  $(Q, t)$  არგუმენტების ფუნქციას, ე.ი.  $a_i = a_i(Q, t)$ .  $a_i$  კოეფიციენტების განსაზღვრა შესაძლებელია სტატისტიკური მონაცემებიდან ან ნეირონული ქსელების გამოყენებით.

თითოეული გამოსაკვლევი ფირმისათვის პოტენციალური ფუნქციის განსაზღვრისათვის უნდა განისაზღვროს  $a_i$  კოეფიციენტები, რომელიც შემდგომში გარდასახვით გადაიყვანება კანონიკურ სახეში. საფინანსო ეკონომიკური მდგომარეობა  $Q$  – კოეფიციენტია  $x^2$  წევრისათვის თითოეული ფირმისათვის ნაკრების ზედაპირი განსხვავებული იქნება – იქნება შეკუმშული, გაწეილი ან გადაადგილებული კოორდინატთა სათავიდან.

მათემატიკური თვალსაზრისით მოსახერხებელია დავუშვათ, რომ  $Q \in (-\infty; \infty)$  და გარკვეულ ინტერვალში მისი მნიშვნელობით განისაზღვრება ფირმის საფინანსო ეკონომიკური მდგომარეობა – წარმატებული, წინაკრიზისული, კრიზისული და ა.შ. [4]

1. აუცილებელია თავდაპირველად სტატისტიკური მონაცემებიდან განესაზღვროთ  $V(x; Q, t)$  ფუნქციის დამოკიდებულება  $x$  განვითარების ზოგადი ფაქტორებზე, ე.ი. ავაგოთ საკოორდინატო სისტემა, რომელზედაც განვითარების ზოგადი ფაქტორის მაჩვენებლები აღინიშნება  $x_1, x_2, \dots, x_n$  და პოტენციალის შესაბამისი მნიშვნელობა  $V(x_1), V(x_2), \dots, V(x_n)$ . მოვახდენთ რა ემპირიული მონაცემების აპროქსიმაციას უმცირეს კვადრატთა მეთოდით,

მივიღებთ  $a_i$  კოეფიციენტებს და შესაბამისად საკვლევი ფირმის პოტენციალურ ფუნქციას.

2. მოვძებნოთ ჯერ არაცხადი დამოკიდებულება. გამოვიყენოთ მაგალითად ნეირონული ქსელები. მოვახდინოთ შემდეგ მრავალწევრის აპროქსიმაცია და გამოვიკვლიოთ მისი კრიტიკული წერტილები და განვსაზღვროთ კანონიკური განსაკუთრებულობის ტიპები (კატასტროფები). შემდეგ, აუცილებლობის შემთხვევაში შესაძლებელია ცვლადების შეცვლით დავიყვანოთ კანონიკურ სახემდე.

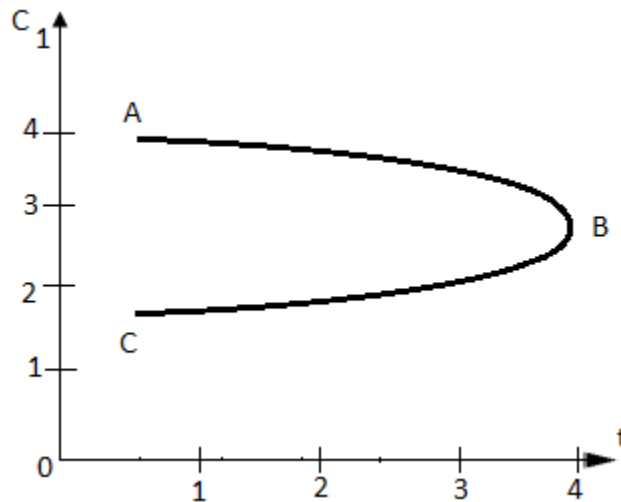
ამის შემდეგ შესაძლებელია გამოვიყენოთ კატასტროფების თეორია ფირმის ფინანსური-ეკონომიკური მდგომარეობის მკვეთრი ცვლილებისას, როდესაც წარმატებული საწარმო აღმოჩნდება კრიზისულ მდგომარეობაში.

თავდაპირველად ჩვენ ვიკვლევთ ერთი ან ორი დამოკიდებულებას დროში, ვთვლით რა დანარჩენებს არაკრიტიკულებად და ვითვალისწინებთ, რომ ფირმის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის ცვლილება დროში არ შეიძლება იყოს მდგომარეობის პარამეტრი.

3. დაუშვათ ფირმის გააჩნია მხოლოდ ერთი კრიზისული (კრიტიკული) მაჩვენებელი  $c_1$ , მაშინ  $V$  ფუნქცია შეგვიძლია განვიხილოთ ნაკეცის კატასტროფის სახით. ამასთან ფირმის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობა  $Q$  დამოკიდებულია დროზე  $t$  და ჩვენ მივიღებთ  $Q$ -ს რამოდენიმე სახეს:

$$Q = \frac{1}{3}t^3 + c_1t \quad (3.3.3)$$

$$Q = \frac{1}{3}x^3 + c_1x \quad (3.3.4)$$



ნახ.3.5. ნაკეცის ტიპის კატასტროფა

ამრიგად, (3.3.3) გამოსახულებაში იზოლირებული წერტილი  $c_1 = 0$  წარმოადგენს ბიფურკაციულ სიმრავლეს. როდესაც სრულდება პირობა  $c_1 < 0$ , მაშინ (3.3.3) ფუნქციას გააჩნია ორი კრიტიკული მდგომარეობა – ერთი მდგრადი წონასწორობა (არე A და B წერტილებს შორის) და ერთი არამდგრადი წონასწორული მდგომარეობა (არე B და C წერტილებს შორის). ანალოგიური მსჯელობა შეიძლება ჩატარდეს (3.3.5) ფუნქციისათვის.

ამრიგად, ნაკეცის ტიპის კატასტროფა შეიძლება გამოყენებული იქნეს ფირმის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის

ანალიზისათვის, რომელშიც ერთმა კრიზისულმა ფაქტორმა შეიძლება გამოიწვიოს გაკოტრება.

4. დავეუშვათ ფირმის გააჩნია ორი კრიზისული მაჩვენებელი  $c_1$  და  $c_2$ . ამ შემთხვევაში  $Q$  ფუნქციის როლში შეგვიძლია განვიხილოთ ნაკრების ტიპის კატასტროფა იმ ფაქტის გათვალისწინებით, რომ დრო არ შეიძლება იყოს მმართველი პარამეტრი. ამ შემთხვევაში მმართველი პარამეტრი როლში შეგვიძლია განვიხილოთ ერთ-ერთი:

$$Q = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{2}c_1t^2 + c_2t \quad (3.3.5)$$

$$Q = \frac{1}{4}c_1^4 + \frac{1}{2}tc_1^2 + c_2c_1 \quad (3.3.6)$$

$$Q = \frac{1}{4}c_1^4 + \frac{1}{2}c_2c_1^2 + tc_1 \quad (3.3.7)$$

$$Q = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}c_1x^2 + c_2x \quad (3.3.8)$$

სადაც  $x = x(t)$ .

ცნობილია, რომ პოტენციალური ფუნქციის ხასიათი დამოკიდებულია  $x^2$ -ის პარამეტრზე. (3.3.6) ფორმულაში ასეთი პარამეტრი არის დრო, მაგრამ ასეთი მოდელი არის არაადექვატური.

მმართველი პარამეტრების  $(c_2, t)$  სივრცის განსაზღვრულ უბანზე, ბიფურკაციულ სიმრავლეზე, საფინანსო მაჩვენებლის  $c_2$  ერთ მნიშვნელობას შეესაბამება  $c_1$ -ის სამი სხვადასხვა მნიშვნელობა (ნახ.3). ამრიგად,  $t$ -ს მდორე ცვლილებისას, ე.ი.

დროის განმავლობაში  $c_1$  შეიცვლება ნახტომისებურად. ეს კი იქნება კატასტროფა.

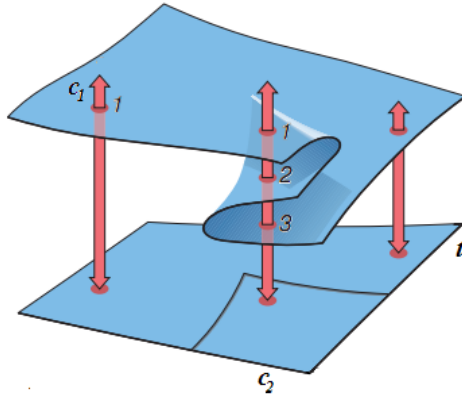
ცნობილია, რომ პოტენციალური ფუნქციის ხასიათი დამოკიდებულია  $x^2$ -ის პარამეტრზე . (3.3.6) ფორმულაში ასეთი პარამეტრი არის დრო, მაგრამ ასეთი მოდელი არის არაადექვატური.

დაწვრილებით განვიხილოთ (3.3.7) ფუნქცია. ფირმის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის  $Q$  ფუნქციის დამოკიდებულება  $t$  დროზე არის წრფივი.  $Q(t)$ -ს მნიშვნელობა იზრდება, როდესაც  $c_1 > 0$  და შემცირდება, როდესაც  $c_1 < 0$ , ხოლო როცა  $c_1 = 0$ ,  $Q(t)$ -ს მნიშვნელობა იქნება მუდმივი.

$Q$  ფუნქციის ყოფაქცევა განისაზღვრება  $c_2$  პარამეტრით. როცა  $c_2 > 0$  ფირმის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობა იცვლება მონოტონურად და ფირმის მდგომარეობა მდგრადია. თუ  $c_2$  პარამეტრი მცირდება, მაშინ როცა  $c_2 = 0$  იცვლება ფირმის მდგომარეობის ცვლილების ხასიათი. ამ შემთხვევაში,  $Q$  ფუნქციის დამოკიდებულება დროზე წრფივია, ფირმის საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის ცვლილება უკვე აღარ არის მონოტონური და აღწევს მაქსიმუმს და მინიმუმს როდესაც  $c_1 = \pm\sqrt{c_2}$  იცვლება მონოტონურად. საწარმოს მდგომარეობა მდგრადია გარდატეხის მომენტამდე, ხოლო შემდეგ “კატასტროფის მომენტში” ხდება ნახტომი, მდგრადი მდგომარეობა იცვლება არამდგრადით. მმართველი პარამეტრების  $(c_2, t)$  სივრცის განსაზღვრულ უბანზე, ბიფურკაციულ სიმრავლეზე,



საფინანსო მაჩვენებლის  $c_2$  ერთ მნიშვნელობას შეესაბამება  $c_1$ -ის სამი სხვადასხვა მნიშვნელობა (ნახ.4). ამრიგად,  $t$ -ს მდორე ცვლილებისას, ე.ი. დროის განმავლობაში  $c_1$  შეიცვლება ნახტომისებურად. ეს კი იქნება კატასტროფა



ნახ. 3.6. პოტენციალური ფუნქციის ცვლილების გრაფიკი

$c_1$ -ის დამოკიდებულება  $t$  დროზე მოცემულია გამოსახულებით  $c_1^3 + c_2 c_1 + t = 0$ . ნახ.3.6-ზე მოცემულია  $c_1(t)$  მრუდი, როცა  $c_2 < 0$  და მისი შესაბამისი ფინანსურ ეკონომიკური მდგომარეობის  $Q$  შესაბამისი პოტენციალური ფუნქციის (7) ცვლილების გრაფიკი.

ამრიგად, მრუდი (ნახ.3.7) შეიძლება  $D$  დაეყოს სამ არედ: არე  $A \div H$  წერტილებს შორის მდგრადაა, არე  $B \div H$  არამდგრადაა და არე  $B \div I$  შორის მდგრადაა. ამრიგად, “კატასტროფის მომენტში” ხდება ნახტომი, მდგრალობის დაკარგვა, მაგრამ ფირმის განვითარება გრძელდება. ზოგიერთ შემთხვევაში კრიზისი ხდება მოულოდნელად, მკვეთრად და სწრაფად. ამ შემთხვევაში კატასტროფების თეორიის გამოყენება ლოგიკურია. მისი გამოყენება შესაძლებელია ფირმის

მოდვაწეობის სხვადასხვა ეტაპზე, რაც საშუალებას მოგვცემს ჩავატაროთ ფირმის მდგომარეობის კომპლექსური ანალიზი.

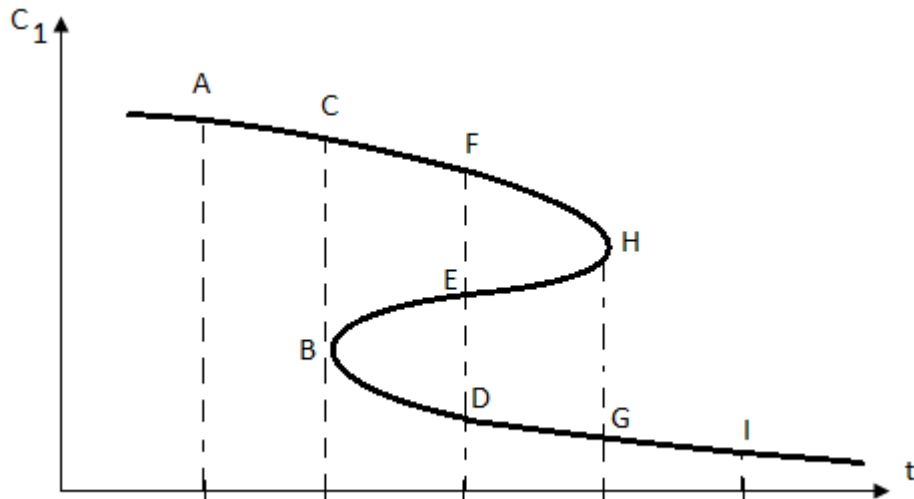
თუ საფინანსო მახასიათებელი  $c_2 > 0$ , მაგრამ გამოვლენილია მისი შემცირების ტენდენცია, მაშინ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ საწარმო უახლოვდება კატასტროფას. ამ შემთხვევაში აუცილებელია ფირმის ფინანსურ-ეკონომიკური მდგომარეობის შესწავლა, გამოვლინდეს კატასტროფის მოხდენის ვადები და შეფასდეს მისი შედეგები. (3.3.7) ფუნქციის ანალოგიურად შესაძლებელია სხვა ფუნქციების ანალიზი და შესაბამისად გამოვლინდეს კრიზისის სხვადასხვა სცენარი.

ზოგიერთ შემთხვევაში კრიზისი ხდება მოულოდნელად, მკვეთრად და სწრაფად. ამ შემთხვევაში კატასტროფების თეორიის გამოყენება ლოგიკურია. მისი გამოყენება შესაძლებელია ფირმის მოდვაწეობის სხვადასხვა ეტაპზე, რაც საშუალებას მოგვცემს ჩავატაროთ ფირმის მდგომარეობის კომპლექსური ანალიზი, კერძოდ:

- განზოგადებული საფინანსო-ეკონომიკური მახასიათებლების- =ლიკვიდურობის, გადახდისუნარიანობის, ფინანსური მდგრადობის, საქმიანი აქტივობის, რენტაბელობის ანალიზი;
- ფირმის საერთო საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის შეფასება, რომელიც ფირმის მდგომარეობს საფინანსო-ეკონომიკური მაჩვენებლების ინტეგრირებულ ანალიზში.

ზემოთ ჩატარებული კვლევის პრაქტიკული მნიშვნელობა მდგომარეობს ფირმის სტრუქტურაში შექმნილი შეუსაბამობის

დროულად აღმოჩენაში, კრიტიკულ წერტილში მოხვედრის მომენტის განსაზღვრა, რაც საშუალებას მოგვცემს ვიმოქმედოთ საწარმოზე, რათა არ დაუშვათ ფირმის განვითარების შეჩერება.



ნახ.3.7. ნაკეცის ტიპის კატასტროფის უბნები.

კერძოდ:

- განზოგადებული საფინანსო-ეკონომიკური მახასიათებლების-ლიკვიდურობის, გადახდისუნარიანობის, ფინანსური მდგრადობის, საქმიანი აქტივობის, რენტაბელობის ანალიზი;
- ფირმის საერთო საფინანსო-ეკონომიკური მდგომარეობის შეფასება, რომელიც ფირმის მდგომარეობს საფინანსო-ეკონომიკური მაჩვენებლების ინტეგრირებულ ანალიზში.

ზემოთ ჩატარებული კვლევის პრაქტიკული მნიშვნელობა მდგომარეობს ფირმის სტრუქტურაში შექმნილი შეუსაბამობის დროულად აღმოჩენაში, კრიტიკულ წერტილში მოხვედრის

მომენტის განსაზღვრა, რაც საშუალებას მოგვცემს ვიმოქმედოთ საწარმოზე, რათა არ დავეშვათ ფირმის განვითარების შეჩერება.

### 3.3. ეკონომიკური კრიზისის პროცესების ანალიზი სინერგეტიკის ინსტრუმენტების გამოყენებით

თანამედროვე პირობებში ისეთი პროცესების მათემატიკური მოდელების აგება, რომლებიც ადეკვატურად ასახავენ ეკონომიკაში მიმდინარე კრიზისულ პროცესებს, წარმოადგენს აქტუალურ ამოცანას. ნაშრომში [1,2] აგებულია კრიზისული პროცესების მოდელები, რომლებიც აღიწერებიან მულტიფრაქტალური მრუდებით.

ბუნებრივია ისმის კითხვა, არსებობს თუ არა კავშირი ამ ტიპის მოდელებსა და კატასტროფების თეორიას შორის [3,4], რომელიც ამჟამად წარმოადგენს მათემატიკის სწრაფად განვითარებად მეთოდს.

ვაჩვენოთ ნაკრების ტიპის კატასტროფის არსებობა ფრაქტალური მოდელის კრიტიკული წერტილის მიდამოში (ბიფურკაციის წერტილებში).

სოციალურ-ეკონომიკური პროცესების დინამიკის აღწერი-  
სათვის, რომელიც წარმოდგენილია მულტიფრაქტალური მრუ-  
დებით ნაშრომებში [1, 2] აგებულია ფრაქტალური მოდელი. ეს  
ნიშნავს, რომ მთლიანი დაკვირვების დროის მონაკვეთები შეიძ-  
ლება დავეოთ უბნებად, რომელთაგანაც თითოეულზე ფრაქტა-  
ლურ განზომილებას იქნება განსაზღვრული მნიშვნელობა  $D$ .  
ამ უბნებზე წრფივი ტრენდის დახრის კუთხის ტანგენსი  
(შესაბამისი პროცესის საშუალო სიხარე) მოდელის [2]  
შესაბამისად წარმოადგენს  $D$ -ს ფუნქციას და განისაზღვრება  
შემდეგი სახის კუბური განტოლების

$$A(D)X + B_k X^3 = \eta \quad (3.3.1)$$

ამონახსნიდან.

მოსახერხებელია შევირჩიოთ ისეთი მაშტაბი, რომ სრულ-  
დებოდეს პირობა  $|X| \ll 1$ .  $A(D)$  ფუნქციისათვის ვირჩევთ შემ-  
დეგ ანალიზურ გამოსახულებას:

$$A(D) = \begin{cases} (D_0 - D)^{-1} & 1 \leq D \leq D_0 \\ (D_0 - D_k)^{-1}(D_0 - D)^{-1}(D - D_k) & D_0 \leq D \leq 2 \end{cases} \quad (3.3.2)$$

მოდელის  $D_0$ ,  $D_k$ ,  $B_k$  და  $\eta$  პარამეტრები შეირჩევა  
ცდის მონაცემებთან შეთანხმებით. იმ შემთხვევაში, თუ  $D < D_0$   
მაშინ წევრი  $B_k$  შეიძლება უგულვებელყოთ და ჭეშმარიტია  
წრფივი მიახლოება:

$$X = \eta(D_0 - D) \quad (3.3.3)$$

$D$ -ს მნიშვნელობების ამ არეში (3.3.3) განტოლებას აქვს  
ერთი ნამდვილი ფესვი, რომელიც განისაზღვრება ფორმულით

(3.3.3).  $D$ -ს მნიშვნელობის მიახლოებით  $D_k$  მნიშვნელობასთან მიახლოების შემთხვევაში  $B_k$  წევრის უზუღვებელყოფა უკვე შეუძლებელი ხდება.

(3.3.1) განტოლება შეიძლება გავამარტივოთ თუ ჩაანაცვლებთ  $X = \left(\frac{\eta}{B_k}\right)^{1/3} \xi(D)$  მაშინ:

$$\xi^2 - \frac{1}{\xi} = \lambda(D) \quad (3.3.4)$$

სადაც:  $\lambda = -(D - D_k)/(D_0 - D_k) B_k^{1/3} \eta^{2/3} (D_0 - D)$ .

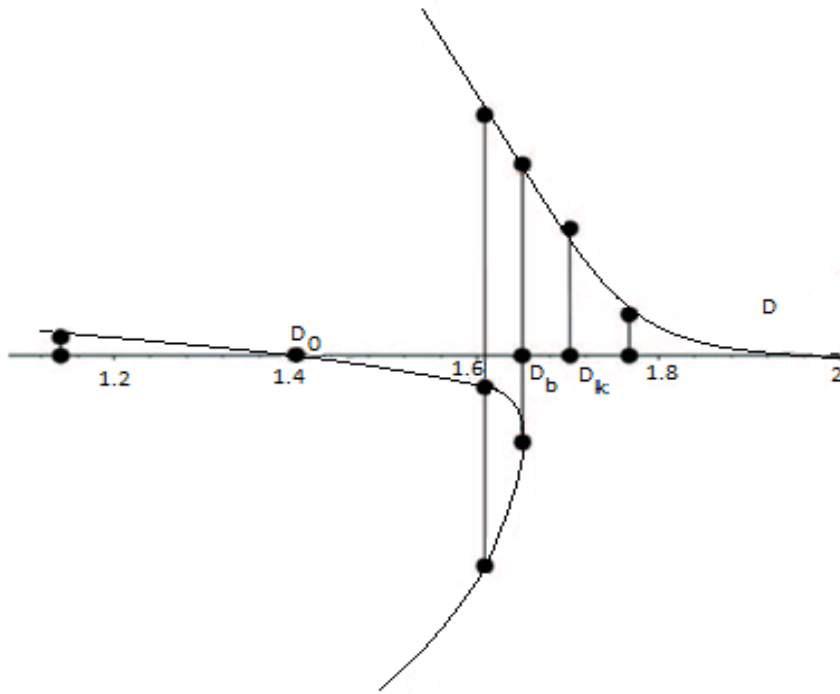
ჩანაცვლებით  $\xi \rightarrow -\xi$ , განტოლება (3.3.4) გადადის (2.2.8) განტოლებაში. იმისათვის, რომ თვალსაჩინოთ წარმოვადგინოთ დამოკიდებულება  $\xi(D)$ , ამისათვის ავაგოთ ნახ.3.8, ნახ.3.9. შემთხვევისათვის, როდესაც კოეფიციენტები დებულობენ შემდეგ მნიშვნელობებს:  $D_0 = 1.61$ ,  $D_k = 1.86$ ,  $B_k = \pm 0.4$ ,  $\eta = 0.25$ .

კრიტიკული  $D = D_k$  წერტილები  $\lambda(D_k) = A(D_k) = 0$  პირობებს შეესაბამებიან. ამ წერტილში  $X = X_k = 3\sqrt{\frac{\eta}{B_k}}$ , რად-

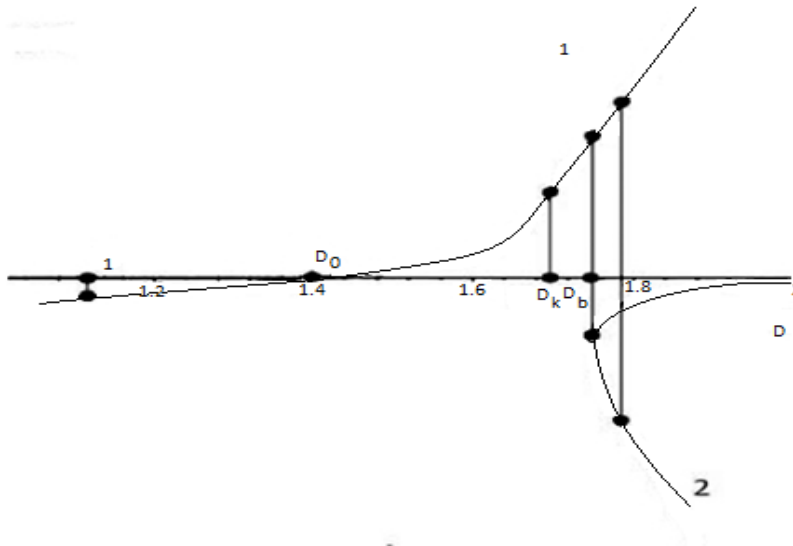
განაც  $|\eta| \ll 1$ , მაშინ  $|X_k| \gg |\eta|$  და კრიტიკულ წერტილებში ხდება მდგომარეობის ცვლადის ძლიერი გაზრდა ან შემცირება. ხარისხობრივად იცვლება ამონახსნის ხასიათი ბიფურკაციის წერტილში  $D_b$ , რომელიც გამოითვლება პირობიდან:

$$\frac{(D_k - D_b)}{(D_0 - D_k)(D_0 - D_b) B_k^{1/3} \eta^{2/3}} = 3\sqrt{\frac{27}{4}} \quad (3.3.5)$$

აქედან გამოდინარეობს  $D_b$ .



ნახ.3.8.  $\xi(D)$  ფუნქციის გრაფიკი როცა:  $D_0 = 1.61$ ,  $D_k = 1.86$ , ,  
 $\eta = 0.25$ ,  $B_k = 0.4$



ნახ. 3.9.  $\xi(D)$  ფუნქციის გრაფიკი როცა:  $D_0 = 1.61$ ,  $D_k = 1.86$ , ,  
 $\eta = 0.25$ ,  $B_k = -0.4$

$$D_b = \frac{D_k + 3\sqrt[3]{\frac{27}{4}}D_0(D_k - D_0)B_k^{1/3}\eta^{2/3}}{1 + 3\sqrt[3]{\frac{27}{4}}(D_0 - D_0)B_k^{1/3}\eta^{2/3}} \quad (3.3.6)$$

$D_b$  ბიფურკაციის წერტილის გადაადგილება კრიტიკული წერტილიდან  $B_k < 0$  პირობის შემთხვევაში ხდება მარცხნივ, ხოლო როცა  $B_k > 0$ , მაშინ მარჯვნივ. ამ წერტილში გვაქვს ორი ნამდვილი ფესვი  $\xi_{1b} = \frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ ,  $\xi_{2b} = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ , რომლებსაც აქვთ განსხვავებული ნიშნები. (3.3.4) განტოლებას გააჩნია ერთი ნამდვილი ფესვი, როდესაც  $D < D_b$ , ხოლო როცა  $D > D_b$  - მაშინ სამი ნამდვილი ფესვი.

1. ფრაქტალური მოდელის კატასტროფა.

(2.2.5), (2.2.7), (3.3.1), (3.3.2) გამოსახულებიდან გამომდინარე ფრაქტალური მოდელის პოტენციალურ ფუნქციას აქვს სახე:

$$V(X) = \frac{1}{4}X^4 + \frac{1}{2}\left(\frac{A(D)}{B_k}\right)X^2 - \eta X. \quad (3.3.7)$$

მმართველი  $a$  და  $b$  პარამეტრიც შესაბამისად ტოლია

$$a = \frac{A(D)}{B_k}, \quad b = -\frac{\eta}{B_n}.$$

(3.3.7) ფორმულაში კატასტროფის ნაზრდი  $V(X) = \frac{1}{4}X^4$  და განსახილველ მოდელში წარმოიქმნება  $A_3$  - ტიპის კატასტროფა. ამასთან თუ პარამეტრი  $b$  მარტივად არის დამოკიდებული  $\eta$  პარამეტრზე, მაშინ  $a$  იქნება ფრაქტალური



მოდელის  $D_0, D_k, B_k, D$  პარამეტრების საკმაოდ რთული ფუნქცია, რომელსაც ექნება სახე:

$$a = \begin{cases} B_k^{-1}(D_0 - D)^{-1} & 1 \leq D \leq D_0 \\ B_k^{-1}(D_0 - D_k)^{-1}(D_0 - D)^{-1}(D - D_k) & D_0 \leq D \leq 2 \end{cases} \quad (3.3.8)$$

ამ შემთხვევაში სეპარატრისის განტოლებას აქვს სახე:

$$\eta = \pm \frac{2}{\sqrt{27}} \left( -\frac{A(D)}{B_k} \right)^{3/2} \quad (3.3.9)$$

სეპარატრისის მრუდს შემთხვევისათვის, როდესაც  $D_0 = 1.61$ ,

$D_k = 1.86, B_k = \pm 0.4$  წარმოდგენილია ნახ. 3.10 და ნახ. 3.11-ზე.

განსაკუთრებით საინტერესოა  $X(D)$  ფუნქციის ყოფაქცევა კრიტიკული წერტილის  $\lambda = 0$  და ბიფურკაციული წერტილის

$\lambda_b = \sqrt[3]{\frac{27}{4}}$  მახლობლობაში. კრიტიკულ წერტილში  $X_b = \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_k}}$ .

თუ დავუშვებთ, რომ  $|\lambda| \ll 1$ , მაშინ კრიტიკული წერტილის მახლობლობაში  $X(D)$  მიიღებს სახეს:

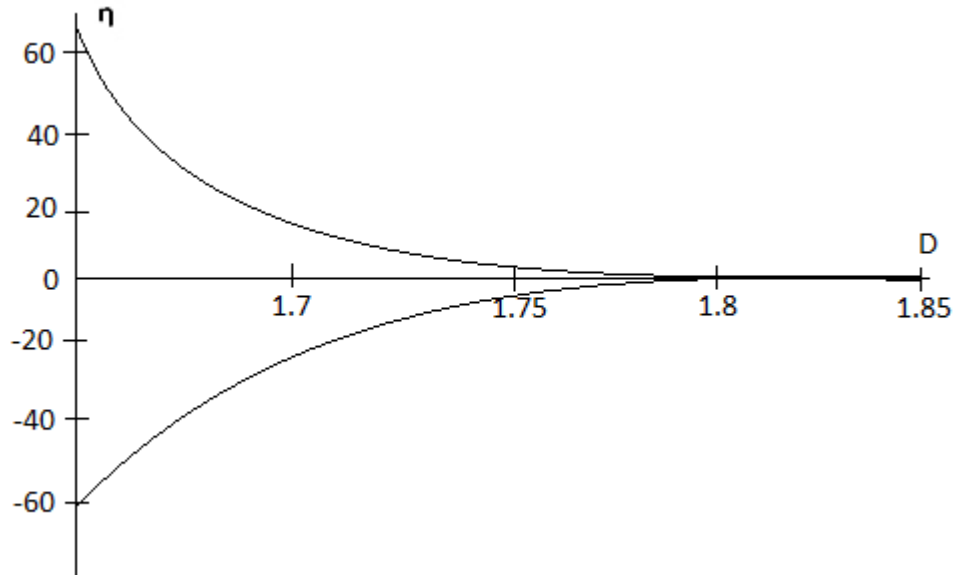
$$X(D) = \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_k} \left( 1 + \frac{\lambda(D)}{3} - \frac{\lambda^3(D)}{81} + o(\lambda^4(D)) \right)} \quad (3.3.10)$$

$D_b$  ბიფურკაციის წერტილში არსებობს სამი ნამდვილი

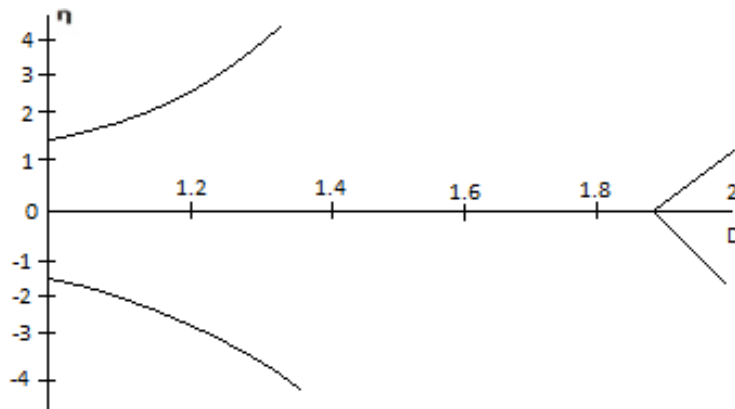
ფესვი:  $X_1 = \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_k} \frac{2}{\sqrt[3]{2}}}, X_2 = X_3 = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_k}}$ . თუ:

$|\tilde{\lambda} = (\lambda - \lambda_b)| \ll 1$  და  $\lambda \gg \lambda_b$ , მაშინ (3.3.4)-დან ვღებულობთ:

$$X_1 = \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_R} \left( \sqrt[3]{4} + \frac{2\sqrt[3]{2}}{9} \tilde{\lambda} - \frac{4}{243} \tilde{\lambda}^2 + 0(\tilde{\lambda}^3) \right)}. \quad (3.3.11)$$



ნახ.3.10.  $\eta(D)$  სეპარატორის გრაფიკი, როცა  $B_k = 0.4$



ნახ.3.11.  $\eta(D)$  სეპარატორის გრაფიკი, როცა  $B_k = -0.4$

$$X_{2,3} = \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_R} \left( -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \pm \left( \frac{\tilde{\lambda}}{1 + \sqrt[3]{2}} \right)^2 + 0(\tilde{\lambda}^2) \right)}.$$

(3.3.11) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ  $X_{2,3}$  ამონახსნების დაკარგვა როდესაც  $\tilde{\lambda} < 0$ , არის შედეგი  $\sqrt{\tilde{\lambda}}$  წევრის არსებობისა.

$D_b$  ბიფურკაციის წერტილის მნიშვნელობა დაკავშირებულია სისტემის გადასვლასთან  $X_1$  მდგომარეობიდან  $X_{2,3}$  მდგომარეობაში ნახტომით  $D$  საკმაოდ მცირე ცვლილებისა  $D_b$  წერტილის მახლობლობაში. ამ შემთხვევაში სახეზეა კატასტროფის ყველა ნიშანი და  $D_b$  წერტილს უწოდებენ კატასტროფის წერტილს.

ამრიგად, მესამე თავში კატასტროფების თეორიის საფუძველზე გაანალიზებულია შემდეგი საკითხები:

- კომპანიათა შერწყმისა და შთანთქმის პროცესი
- ფირმის ფინანსური კრიზისული მოვლენები
- ეკონომიკური კრიზისის პროცესები

ვაჩვენეთ, რომ სინერგეტიკული თეორიის გამოყენება ეკონომიკაში შესაძლებელს ქმნის არა მარტო განმარტოს, არამედ შეაფასოს დინამიკური ეკონომიკური პროცესები, რომლებიც ვერ აიხსნება ტრადიციული თეორიითა და მეთოდებით. სინერგეტიკული ეფექტები ეკონომიკაში წარმოადგენს ეკონომიკური ზრდის დაჩქარების ყველაზე სწრაფ საშუალებას დამატებითი ინვესტიციების გარეშე.

## გამოყენებული ლიტერატურა

1. Алексеев Ю.К., Сухоруков А.П. Введение в теорию катастроф. М., Изд-во МГУ, 173 с., 2000.
2. Арнольд В.И. Теория катастроф. М., Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 128 с., 1990.
3. Арнольд, В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели Текст. / В.И. Арнольд. М.: МЦНМО, 2000. - 32 с.
4. Безденежных, В.М. Синергетический подход к оценке устойчивости сложных экономических систем Текст. /В.М. Безденежных. — М.: Издательство ЭГСИ, 2006. 160 с.
5. Белоцерковский, О.М. Экономическая синергетика: Вопросы устойчивости Текст. / О.М. Белоцерковский, Г.П. Быстрый, В.Р. Цибульский. Новосибирск: Наука, 2006. - 117 с.
6. Быстрый Г.П. Методы синергетики в анализе структурных сдвигов в промышленности: разработка унифицированных моделей и алгоритмов анализа устойчивости текущих состояний в условиях внешнего и внутреннего управления. Вестн. кибернетики (ТюменьЖ изд-во ИПОС СО РАН). 2003. Вып.2.
7. Галеева, Е.И. Синергетический подход в теории управления социально-экономическими системами Текст. / Е.И. Галеева. Казань: Таглимат, 2006. — 123 с.

8. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. том 1,2. Издательство:Мир, 1984 г.
9. Делокаров, К.Х. Системная парадигма современной науки и синергетика Текст. / К.Х. Делокаров // Общественные науки и современность. 2000. - №6. - С. 110-118.
- 10.Думная, Н.Н. Системы и системность в экономической теории Текст. / Н.Н. Думная // Вестник Финансовой Академии. 2000. - №4 (16).-С. 22-27.
- 11.Евстигнеев, В.Р. Идеи И. Пригожина в экономике. Нелинейность и финансовые системы Текст. / В.Р. Евстигнеев // Общественные науки и современность. 1998. -№1. - С. 112-121.
- 12.Егоров, Д.Г. Самоорганизация экономического процесса с позиций нелинейной термодинамики Текст. / Д.Г. Егоров, А.В. Егорова // Общественные науки и современность. 2003. - №4. - С. 135-146.
- 13.Синергетическая экономика - В.-Б. Занг - Время и перемены в нелинейной экономической теории. М.:Мир. С. 336
- 14.Климонтович Н.Ю. Без формул о синергетике. Минск,, 1986. С.6,9.
- 15.Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Законы эволюции и самоорганизации
- 16.Князева, Е.Н. Основания синергетики: Синергетическое мировидение Текст. / Е.Н. Князева, С.П. Курдюмов. М.: КомКнига, 2005. -238 с.
- 17.Коломаев В.А. Математическая экономика. М.:ЮНИТИ,2002.

18. Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика-теория самоорганизации. Идеи, методы, перспективы. М., 1983.
19. Лоскутов, А.Ю. Введение в синергетику Текст. / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. М.: Наука, 1990. - 269 с.
20. Маевский, В.И. Эволюционная теория и неравновесные процессы (на примере экономики США) Текст. / В.И. Маевский // Экономическая наука современной России. 1999. - №4. - С. 45-62.
21. Малинецкий, Г.Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент Текст. / Г.Г. Малинецкий. М.: КомКнига, 2005. - 308 с.
22. Малинецкий, Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики Текст. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. М.: УРСС, 2002. - 360 с.
23. Мелик-Гайгазян, И.В. Методология моделирования нелинейной динамики сложных систем Текст. / И.В. Мелик-Гайгазян, М.В. Мелик-Гайгазян, В.Ф. Тарасенко. М.: Физматлит, 2001. - 270 с.
24. Милованов, В.П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация Текст. / В.П. Милованов. М.: Эдиториал УРСС, 2001. - 264 с.
25. Милованов, В.П. Синергетика и самоорганизация: Экономика. Биофизика Текст. / В.П. Милованов. М.: КомКнига, 2005. - 168 с.
26. Никитенко, П. Синергетический подход к оценке конкурентоспособности экономической системы Текст. / П.

- Никитенко, Л. Платонова // Общество и экономика. 2007. - №4. - С. 5-25.
27. Острейковский В.А. Анализ устойчивости и управляемости динамических систем методами теории катастроф: Учеб. пособие для вузов. М., Высш. шк., 326 с., 2005.
28. Петерс, Э. Хаос и порядок на рынках капитала Текст. / Э. Петере. -М.:Мир, 2000.-333 с.
29. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения. М.: Мир, 1980. 607с.
30. Прангишвили И.В. Системный подход и общесистемные закономерности. М.: СИНТЕГ, 2000. – С. 528
31. Прангишвили И. В. Общественные закономерности функционирования сложных систем различной природы // Философские исследования, 1997, № 3.
32. Прангишвили И. В. Основные системные законы управления сложными системами различной природы в кризисной ситуации // Приборы и системы управления, 1997, №2.
33. Прангишвили И. В. Системный подход и системные закономерности функционирования сложных систем различной природы, современные технологии управления // Сборник докладов, фонд "Проблем управления", М, 1998 г.
34. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М., "Прогресс", 1986, стр. 208.
35. Пригожин, И. Порядок из хаоса: новый диалог человека с природой Текст. / И. Пригожин, И. Стенгерс. М.: Издательство ЛКИ, 2008.- 296 с.

36. Прохоров, А. Нелинейная динамика и теория хаоса в экономической науке Текст. / А. Прохоров // Квантиль. 2008. - №4. — С. 7992.
37. Пу, Т. Нелинейная экономическая динамика Текст. / Т. Пу. М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. - 198 с.
38. Пугачева Е.Г., Соловьев К.Н. Самоорганизация социально-экономических систем. Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2003.  
<http://spkurdyumov.narod.ru/Obrazo.htm>
39. Романовский М.Ю. Введение в эконофизику. Статические и динамические модели М.: Институт компьютерных исследований, 2007
40. Сорос, Дж. Кризис мирового капитализма. Открытое общество в опасности Текст. / Дж. Сорос. М.: Инфра-М, 1999. - 260 с.
41. Хакен, Г. Синергетика Текст. / Г. Хакен. М.: Мир, 1980. - 404 с.
42. Anderson P.W., Arrow K., and Dines D., eds. (1988), The Economy as an Evolving Complex System. Santa Fe: Addison-Wesley Publishing Company, 9–28
43. Andersson, C. A Complex Networks Approach to Urban Growth Utrecht University Papers in Evolutionary Economic Geography. 2005. - No. 5. - P. 1— 25.
44. Axelrod R. (1990), The Evolution of Cooperation, London: Penguin
45. Barnett, W. Bifurcations in Macroeconomic Models Текст. / W. Barnett, H. Yijun // Economic Growth and Macroeconomic Dynamics: Recent Developments in Economic Theory / Edited by



- Dowrick S., Rohan P., Turnovsky S. Cambridge, UK, 2004. - P. 95-112.
46. Barnett, W. Nonlinear and Complex Dynamics in Economics / W. Barnett, A. Medio, A. Serletis // Washington University-St. Louis Working Papers. 2003. - №12. - 82 p.
47. Barnett, W. Stability Analysis of Continuous-Time Macroeconomic Systems Текст. / W. Barnett, H. Yijun // Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics. 1999. - Vol. 3. - P. 169-188.
48. Brock W., Hsieh D.A. and LeBaron B.D. Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence. The MIT Press, Cambridge, Massachussets, 1991.
49. CEEM&A Survey– Исследование рынка слияний и поглощений в центральной и Восточной Европе // <http://www.pwc.com>
50. Chian, A. Complex Economic Dynamics: Chaotic Saddle. Crisis and Intermittency Текст. / A. Chian, E. Rempel, C. Rogers // Chaos, Soli-tons and Fractals. 2006. - Vol. 29. - Pp. 1194-1218.
51. Hodgson G. M. (1993), Economics and Evolution: Bringing Life Back Into Economics, Oxford: Polity Press.
52. Mistri, M. Local Self-Organizing Economic Processes: Industrial Districts and Liquidity Preference Текст. / M. Mistri, S. Solari // Santa Fe Institute Working Papers, 2003. 34 p.
53. Perona, E. Birth and Early History of Nonlinear Dynamics in Economics. 2005. — Vol. XLIII (2).-P. 29-60.

54. ა. გუგუშვილი. მართვის სისტემები, მესამე ნაწილი. სინერგეტიკა. სტუ. თბილისი. 690 გ., 2004.
55. ვ. სესაძე, ვ. კეკელიძე, ნ. სესაძე. სინერგეტიკა, არაწრფივი სისტემების სინთეზი. მონოგრაფია, სტუ. თბილისი. 275 გ., 2009.
56. ა. კეკელიძე, ნ. სესაძე, ვ. სესაძე. ეკონომიკური ზრდის სინერგეტიკული მოდელირების საკითხები. სტუ. მართვის ავტომატიზირებული სისტემები, შრომები. 1(10). თბილისი 2011, გვ. 415-408.
57. ვ. სესაძე, თ. კაიშაური, ნ. სესაძე, ალ. კეკელიძე. ეკონომიკური ზრდის პროცესების კვლევა სინერგეტიკის მეთოდების გამოყენებით. აკადემიკოს ი. ფრანგიშვილის დაბადების 80 წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია “საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება და მართვა”. თბილისი, 4 ნოემბერი, 2010. გვ. 420-424.
58. ვ. კეკელიძე, ნ. ფაილოძე, ა. კეკელიძე. ინფორმაციული სისტემები და მენეჯმენტის ძირითადი ამოცანები. სამეცნიერო ჟურნალი “ეკონომიკა, მეცნიერება, პრაქტიკა, გამოცდილება. თბილისი, 3-6 2010, გვ. 159-165.
59. ა. კეკელიძე, გ. ჭიკაძე, ვ. სესაძე, ნ. სესაძე. კატასტროფების თეორიის გამოყენება ეკონომიკური სისტემების

მდგომარეობის ანალიზისათვის. სტუ. ბიზნეს  
ინჟინერინგი. შრომები. 2011. გვ. 105-110.

60.Sesadze V., Kaishauri T., Kekenadze A. Symmetry Principles for  
Tasks of Identification and Management Fifth Confgress of  
Mathematicians of Georgia Abstracts of Contributed Talks  
Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, 143-144 გვ.