

Государственный университет Акакия Церетели
Инженерно-технический факультет

На правах рукописи

Байсарова Гулбану Гасанкулиевна

РАСЧЕТ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
ТЕРМОУПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ

0408 - инженерия и технология механики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание академической
степени доктора инженерии

Кутаиси 2016

Государственный университет Акакия Церетели

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Киквидзе О. Г.

Официальные рецензенты: доктор технических наук, профессор
Копалиани Н.Д.
академический доктор инженерии,
ассоциированный профессор Цирекидзе Н.Д.

Защита состоится 21 июня 2016 года в 14 часов, на заседании диссертационной комиссии, созданным диссертационным советом инженерно – технического факультета. Адрес: 4600, г. Кутаиси, ул. Тamar мepe, № 59, аудитория № 1114.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке государственного университета Акакия Церетели по адресу: г. Кутаиси, ул. Тamar мepe, № 59.

Автореферат разослан «__» _____ 2016 г.

Секретарь
диссертационного совета
ассоциированный профессор

/Н. П. Саханберидзе/

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Стержни, как элементы конструкций широко используются в строительных конструкциях, машинах, измерительных приборах, роботах и манипуляторах как силовые элементы, аккумуляторы механической энергии, упругие передаточные механизмы, гибкие связи и т.д. Часто стержневые элементы испытывают действие механической нагрузки и неоднородного температурного поля. Неоднородность температурного поля вызывает неоднородность материала, поскольку модуль упругости многих конструкционных сплавов значительно изменяется при изменении температуры, гибкие стержневые элементы существенно меняют форму и перемещения упругой линии могут быть соизмеримы с геометрическими размерами стержня.

На современном этапе существенно выросли требования к точности расчетов стержней с учетом реальных свойств материала, геометрии деформирования и режима нагружения. Эти задачи нелинейные, которые следует решать на основе современных систем численного анализа.

Цель работы. Разработка методов расчета нелинейных задач деформирования стержней при термомеханическом нагружении с использованием современных систем численного анализа.

Основные задачи работы. Для достижения цели поставлены и решены следующие задачи: 1. Исследована нестационарная задача теплопроводности для стержня с использованием математического редактора Mathcad; 2. Изучены обобщенные геометрические характеристики плоского сечения при неравномерном нагреве и переменном модуле упругости материала; 3. Сформулирована нелинейная краевая задача плоского изгиба стержня при термомеханическом нагружении; 4. Проведено численное интегрирование нелинейных уравнений методом продолжения решения по параметру с параллельной пристрелкой; 5. Проведено экспериментальное исследование консольной балки при неравномерном термомеханическом нагружении; 6. Результаты экспериментальных

измерений обработаны в Mathcad-е и найдены коэффициенты степенной регрессии; 7. Дано сопоставление результатов эксперимента с данными теоретических расчетов.

Практическая ценность работы. Разработаны методы комплексного исследования нелинейного деформирования стержней при термомеханическом нагружении. Разработан пакет прикладных программ для расчета обобщенных геометрических характеристик плоского сечения, решения нестационарной температурной задачи, обработки результатов экспериментальных измерений в системе Mathcad. Разработана методика расчета геометрически нелинейной краевой задачи плоского деформирования стержней при стационарном неоднородном термомеханическом нагружении. Численные расчеты проведены на алгоритмическом языке FORTRAN. Пакет прикладных программ позволяет упростить и автоматизировать сложные инженерные расчеты.

Полученные результаты и разработанные методы могут быть использованы практическими специалистами для расчетов стержневых элементов машиностроительных и строительных конструкций, а также разработанные методики могут быть использованы в процессе обучения студентов старших курсов и магистрантов.

Положения, выносимые на защиту. 1. Методика численного решения задачи одномерной нестационарной теплопроводности для прямого стержня в системе Mathcad при граничных условиях первого и третьего рода, в том числе, для нестационарных граничных условий установленных экспериментально; 2. Двумерная нестационарная задача теплопроводности, при нагреве части поверхности стержня; 3. Методика расчета обобщенных геометрических характеристик и приведенного центра тяжести плоского сечения при неравномерном распределении температуры и переменном модуле упругости. Численные расчеты проведены в системе Mathcad; 4. Численное решение геометрически нелинейной краевой задачи плоского деформирования стержней с начальной кривизной при стационарном термомеханическом нагружении с учетом деформации термоупругой линии. 5. Задача плоского деформирования стержня при нестационарном термомеханическом нагружении без учета инерционных составляющих; 6. Экспериментальное исследование

температурного поля и перемещений консольной балки, методика обработки результатов измерений в системе Mathcad.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались на VI ANNUAL MEETING OF THE GEORGIAN MECHANICAL UNION (Tbilisi 2015г.), на III International Scientific Conference ENERGY:REGIONAL PROBLEMS AND DEVELOPMENT OPPORTUNITIES (Kutaisi 2015г.), на научных семинарах департамента «механика-машиностроение», государственного университета Ак. Церетели (2014 г., 2015г., 2016г.).

Публикации. По теме диссертации опубликованы 6 научных работ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти разделов, основных результатов и выводов, списка литературы и приложений, напечатана и сверстана на компьютере. Работа содержит 108 страниц, включая 37 рисунков, 5 таблиц и 3 приложения. Список литературы включает 75 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы и ее практическая ценность

В первом разделе приводится обзор научной литературы в которой исследуется напряженно-деформированное состояние стержней при действии температурного поля и механической нагрузки, геометрически нелинейные задачи деформирования. В создании теории стержней существенный вклад внесли труды Г.Кирхгофа, А.Е.Грина, А. Лява, Е.Л. Николай, Г.Ю. Джанелидзе, А.И.Лурье, Е. Рейснера, В.А.Светлицкого, А.А. Илюхина, Е.А.Попова, Е.А.Бейлина, А.Ю. Горгидзе и др.

Развитие теории стержней тесно связано с развитием теории упругости. Первая попытка преобразования трехмерных уравнений теории упругости для тонких стержней принадлежит А. Ляву. На современном этапе теория упругих стержней носит достаточно общий характер. Но такая общность достигается усложнением основных зависимостей, что существенно затрудняет их применение в анализе практических задач. По мнению С.С. Антмана теория стержней

является более общей, чем этого требует практика. Поэтому необходимо развивать относительно простую теорию, которая будет доступна для широкого круга практических специалистов.

Геометрически линейные задачи деформирования термоупругих стержней рассмотрены в работах И.А.Биргера, Н.Н.Малинина, Б.Боли, Дж.Уэйнера, Б.Е.Гейтвуда и др., в которых исследуются температурные напряжения на основе гипотезы плоских сечений. Даже в простейшем случае, действие одномерного стационарного температурного поля вносит существенные изменения в изучении задачи изгиба. Меняется картина деформации по сравнению с изгибом упругого стержня, что вызвано с температурными деформациями. Нет т.н. нейтрального слоя, меняется картина распределения напряжений. В трудах Н. Хоффа изучается температурное выпучивание стержней.

Анализ научной литературы показывает, что комплексное изучение нелинейных задач деформирования стержней при термомеханическом нагружении в пределах упругости, проведено недостаточно. Использование численных методов является мощным математическим аппаратом для исследования сложных задач, решение которых имеет существенное значение на стадии проектирования той или иной конструкции. Весьма важное значение имеет, также, применение современных систем решения задач совместимых современными редакторами на персональных компьютерах.

Представлены пути термомеханического нагружения. Рассматриваются малые деформации. Модель материала для одноосного напряженного состояния выбрана в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^T. \quad (1)$$

Для упругой и температурной деформации используются зависимости термоупругости:

$$\varepsilon^e = \sigma / E(T), \quad \varepsilon^T = \beta(T)(T - T_0), \quad (2)$$

где модуль упругости E и коэффициент температурного расширения β зависят от температуры и, в общем, являются функциями координат. Приведены экспериментальные данные уменьшения модуля упругости для разных конструкционных сплавов при нагреве до 250⁰С.

Если в уравнении (1) учитывать дополнительные деформации, то можно расширить класс материала и описать закономерность

деформирования в интервалах температур термоупругих мартенситных превращений.

Во втором разделе рассматривается нестационарная задача теплопроводности для прямого стержня прямоугольного сечения. Сформулированы дифференциальное уравнение теплопроводности, начальные и граничные условия в общем виде. Изучается задача одномерной нестационарной теплопроводности. Считается, что температурное поле меняется по высоте поперечного сечения (координата y) и по времени t , $T = T(y, t)$, внутренний источник теплоты в теле отсутствует. В таком случае уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

где: $a = \lambda / (c\gamma)$ - коэффициент температуропроводности, c - теплоемкость твердого тела, T - температура, γ - плотность материала, λ - теплопроводность твердого тела.

Для уравнения теплопроводности и граничных условий третьего рода в теории подобия получены безразмерные комбинации, представляющие критерий подобия Фурье (Fo) для дифференциального уравнения теплопроводности и критерии Био (Bi), для граничных условий:

$$Fo = \frac{a \cdot t_*}{h^2}, \quad Bi = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda}. \quad (4)$$

где t_* - характерное время нагрева, h - высота поперечного сечения.

Для численного решения дифференциального уравнения (3) введены безразмерные величины:

$$\bar{T} = \frac{T}{T_f}; \bar{t} = \frac{t}{t_*}; \bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \bar{\vartheta} = \vartheta / T_f. \quad (5)$$

Граничные условия (первого и третьего рода) и начальные условия в безразмерных величинах имеют вид:

$$\bar{t} = 0, \bar{T} = 1, \bar{y} = 0, \bar{T} = \bar{f}_1(0), \bar{y} = 1, \bar{T} = 1; \bar{t} > 0, \bar{y} = 0, \bar{T} = \bar{f}_1(\bar{t}), \bar{y} = 1, \bar{T} = \bar{T}_*(\bar{t}) \quad (6)$$

$$\bar{t} = 0, \bar{T} = 1, \bar{y} = 0, -\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = Bi(\bar{T}_a - 1); \bar{y} = 1, -\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = Bi(\bar{T}_h - 1).$$

Для избыточной ($\vartheta = T - T_f$) безразмерной температуры, уравнение (3) имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{t}} = Fo \cdot \frac{\partial^2 \bar{g}}{\partial \bar{y}^2}. \quad (7)$$

Граничное условие третьего рода для избыточной безразмерной температуры:

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{y}} = -Bi \cdot \bar{g}. \quad (8)$$

Для численного интегрирования дифференциального уравнения в частных производных типа (3) или (7) в системе Mathcad, используем встроенную функцию pdesolve. Когда задаются граничные условия первого рода, используется функциональная зависимость экспериментально установленная нами для температуры. Затем проводится исследование задачи для граничного условия третьего рода.

На рис.1- рис.3 показаны результаты расчета для разных граничных условий. Из рис.3 видно, что результаты теоретических расчетов хорошо совпадают с данными эксперимента до безразмерного времени $\bar{t} = 0,8$. Максимальное отличие наблюдается в конце нагрева (около восьми минут нагрева) и погрешность составляет 17% для этой точки. А для основной части в принципе имеется хорошее совпадение теории с экспериментом. Для более точного описания температурного поля в стержне при неравномерном нагреве, необходимо решать нестационарную задачу в многомерной постановке. В работе сформулирована двухмерная нестационарная задача теплопроводности с начальными и граничными условиями. Поскольку возможности Mathcad для решения задач такого рода весьма ограничены, то интегрирование дифференциального уравнения в частных производных предлагается методом прямых.

В третьем разделе изучаются обобщенные геометрические характеристики плоского сечения с учетом переменного параметра упругости при неравномерном распределении температуры. Даны формулы для обобщенных статических моментов, моментов инерции и координат приведенного центра тяжести. Проведен численный расчет прямоугольного сечения в системе Mathcad.

Обобщенные статические моменты плоского сечения относительно осей x и y вычисляются интегралами:

$$S_x^* = \int_A yF(x, y)dA, \quad S_y^* = \int_F xF(x, y)dA, \quad (9)$$

где $F(x, y)$ - скалярная функция, которая описывает состояние элементарной материальной площади и вид которой зависит от модели материала.

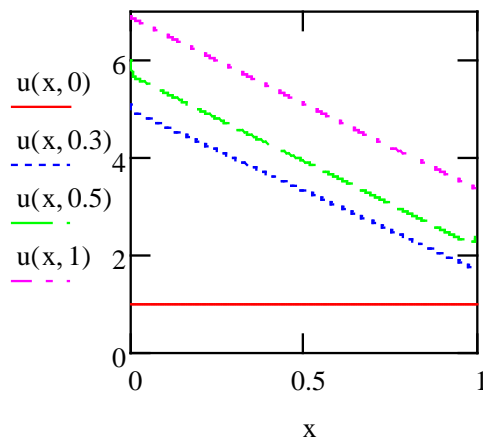


Рис. 1. Решение задачи при граничных условиях первого рода:

$$\bar{y} = 0, \bar{f}_1(\bar{t}) = \frac{20.688 \cdot \tau^{0.322}}{T_f} \bar{t}^{0.322} + \frac{24.878}{T_f}; \bar{y} = 1, \bar{T} = \frac{0.153 \cdot \tau^{0.98}}{T_f} \bar{t}^{0.98} + \frac{23.929}{T_f}$$

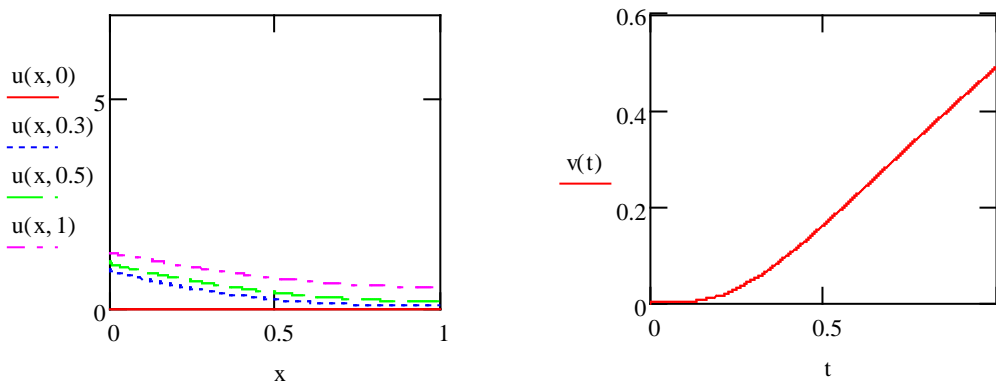


Рис. 2. Решение задачи при граничных условиях третьего рода, критерий Био $Bi=0.185$, $u(x,t)=(T-T_f)/T_f$ безразмерная избыточная температура, критерий Фурье $Fo=0.412$, $v(t)$ – температура на свободной поверхности.

Для рассматриваемой термоупругой задачи $F(x, y) = E(T)$.

Координаты приведенного центра тяжести плоского сечения определяются с помощью формул:

$$y_c = S_x^* / A^*, x_c = S_y^* / A^*, \quad (10)$$

где: $A^* = \int_A F(x, y) dA$ - обобщенная площадь плоского сечения.

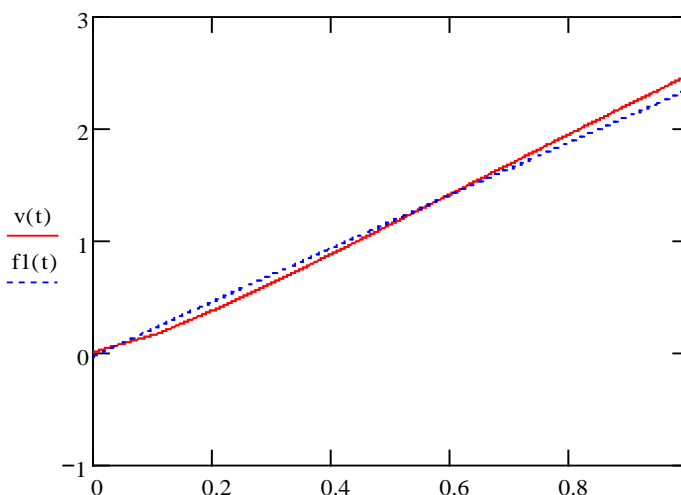
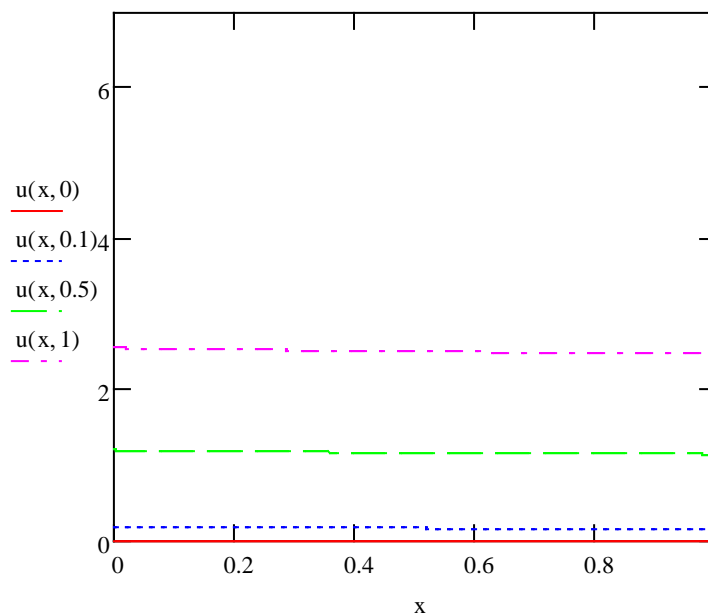


Рис. 3 Решение задачи при граничных условиях третьего рода на обе границы. $f1(t)$ – результаты эксперимента

Следовательно, для того чтобы определить координаты приведенного центра тяжести плоского сечения необходимо в произвольной системе координат xoy рассчитать обобщенные статические моменты и обобщенную площадь плоского сечения. Легко увидеть, что для однородного тела с однородными структурными параметрами обобщенные геометрические характеристики плоского сечения представляют собой геометрические характеристики, а приведенный центр тяжести совпадает с геометрическим центром.

Обобщенные моменты инерции плоского сечения относительно осей x и y вычисляются интегралами:

$$I_x^* = \int_A y^2 F(x, y) dA, I_y^* = \int_A x^2 F(x, y) dA, I_{xy}^* = \int_A xy F(x, y) dA, \quad (11)$$

где: I_x^*, I_y^* – обобщенные моменты инерции относительно осей x, y соответственно, I_{xy}^* – обобщенный центробежный момент.

$$F(x, y) \equiv E(T) \equiv E(x, y) \quad ; \quad E(T) = E_0 - \beta_k (-T_S^k + T^k), \quad (12)$$

где β_k, T_S, k - постоянные величины, T_S - начальная температура, T – текущая температура, E_0 - модуль упругости при начальной температуре.

В работе исследуется прямоугольное поперечное сечение при изменении температуры по высоте степенным законом $T = T_0 + (T_1 - T_0)(y/h)^n$, здесь T_0 и T_1 температуры в поперечном сечении при $y=0$ и $y=h$, соответственно. Ордината приведенного центра тяжести определяется по формуле:

$$y_c = \left[\int_0^h y [1 - \beta_k / E_0 (-T_S^k + T^k)] dy \right] / \int_0^h dy [1 - \beta_k / E_0 (-T_S^k + T^k)]. \quad (13)$$

Из приведенных выше формул видно, что для определения обобщенных характеристик плоского сечения необходимо вычислить интеграл дифференциального бинома, что достаточно объемно. Поэтому, указанные интегралы целесообразно вычислить численно. Для этого введены безразмерные величины:

$$\bar{y} = y/h, \bar{T} = T/T_S, \bar{A}^* = A^*/(E_0 dh), \bar{I}_x^* = I_x^*/(E_0 dh^3); \\ \beta_k^* = (1 - E_F/E_0) / [(T_F/T_S)^k - 1], k = 1; 2$$

Тогда приведенные выше формулы для прямоугольного сечения в безразмерных величинах имеют вид:

$$\bar{y}_c = \left[\int_0^1 \bar{y} d\bar{y} [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] \right] / \int_0^1 [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] d\bar{y}, \\ \bar{I}_x^* = \int_0^1 \bar{y}^2 [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] d\bar{y}, \\ \bar{I}_{xc}^* = \bar{I}_x^* - \bar{y}_c^2 \bar{A}^*, \\ \bar{A}^* = \int_0^1 [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] d\bar{y}. \quad (14)$$

Численный расчет был проведен для следующих значений постоянных: $T_S = 26^0 C, T_0 = 108^0 C, T_1 = 34^0 C, k = 1, n = 1$. В результате расчета получили значения характеристик плоского сечения:

$$\bar{y}_c = 0.504, \bar{I}_x^* = 0.328, \bar{I}_{xc}^* = 0.081, \bar{A}^* = 0.973.$$

Проведено численное исследование обобщенных геометрических характеристик и приведенного центра тяжести для двух случаев: когда модуль упругости уменьшается на 5% и когда модуль упругости уменьшается на 10%, в одних и тех же условиях изменения температуры. Для конструкционных сталей (сталь 40, сталь 45 и т. д.) обычно изменение модуля упругости составляет до 5% при нагреве до 250°C. Но для магниевых, алюминиевых сплавов и других материалов эти изменения составляет 11 - 30%.

Таблица 1. Данные расчета при уменьшении модуля упругости на 5%

№	k	T_0 °C	T_1 °C	T_s °C	n	\bar{y}_c	\bar{I}_x^*	\bar{I}_{xc}^*	\bar{A}^*
1	1	108	34	26	1	0,504	0,328	0,081	0,973
2					2	0,504	0,326	0,081	0,965
3					1/2	0,503	0,33	0,082	0,98
4					1/3	0,502	0,33	0,082	0,984
1	1	168	83	26	1	0,507	0,31	0,076	0,913
2					2	0,507	0,307	0,075	0,9
3					1/2	0,505	0,313	0,077	0,925
4					1/3	0,504	0,314	0,077	0,931

Таблица 2. Данные расчета при уменьшении модуля упругости на 10%

№	k	T_0 °C	T_1 °C	T_s °C	n	\bar{y}_c	\bar{I}_x^*	\bar{I}_{xc}^*	\bar{A}^*
1	1	108	34	26	1	0,676	0,223	0,023	0,438
2					2	0,772	0,177	0,008	0,283
3					1/2	0,604	0,256	0,04	0,592
4					1/3	0,574	0,269	0,049	0,669
1	1	168	83	26	1	0,515	0,288	0,069	0,825
2					2	0,516	0,28	0,067	0,801
3					1/2	0,512	0,293	0,07	0,85
4					1/3	0,509	0,295	0,071	0,863

Результаты расчетов приведены в табл.1 и табл.2 Из результатов расчета видно, что при незначительном (до 5%) изменении модуля упругости материала приведенный центр тяжести фактически совпадает с геометрическим центром и вид функции изменения температуры в поперечном сечении незначительно влияет на положение приведенного центра тяжести. При изменении модуля упругости на 10% при тех же температурных режимах координата приведенного центра тяжести не совпадает с геометрическим центром. Координата приведенного центра тяжести существенно зависит от температур нагрева верхней и нижней

грани поперечного сечения и от закона изменения температуры в поперечном сечении.

В четвертом разделе рассматривается геометрически нелинейная задача деформирования стержней при термомеханическом нагружении. Приведены основные уравнения плоского деформирования криволинейных стержней при больших перемещениях на основе гипотезы плоских сечений. Для материальной термоупругой линии записаны три уравнения геометрии и три уравнения статики. Система уравнений для кривых стержней:

$$\begin{aligned} dv/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)\sin\theta - \sin\theta_0, \\ dw/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)\cos\theta - \cos\theta_0, \\ d\theta/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)/\rho_0 + \kappa_x, \\ dM/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)(H\sin\theta - R\cos\theta - m), \\ dR/dl_0 &= -(1+\varepsilon_0)q_y, \\ dH/dl_0 &= -(1+\varepsilon_0)q_z, \end{aligned} \quad (15)$$

где: ρ_0 и ρ - радиус кривизны термоупругой линии до и после деформации, θ_0 и θ - угол наклона касательной термоупругой линии к оси z до и после деформации соответственно, v, w - вертикальное и горизонтальное перемещения точек термоупругой линии, R, H - вертикальная и горизонтальная составляющие внутренней силы, M - изгибающий момент, q_y, q_z - вертикальная и горизонтальная составляющие внешних распределенных сил, m - интенсивность внешнего изгибающего момента.

Очевидно, что $w=w(l), v=v(l), \rho=\rho(l), \theta=\theta(l)$, где l -длина дуги деформированной термоупругой линии (сопутствующая координата), или $w=w(l_0), v=v(l_0), \rho=\rho(l_0), \theta=\theta(l_0)$, где l_0 -длина дуги недеформированной термоупругой линии. Изменение длины элемента термоупругой линии вычисляется по формуле: $dl = dl_0(1 + \varepsilon_0)$.

Деформация ε_0 и параметр κ_x , характеризующее изменение кривизны, определяются по формулам:

$$\varepsilon_0 = (N + \int_A \varepsilon^T F dA) / A^*; \kappa_x = (M + \int_A \varepsilon^T y F dA) / I_x^*, \quad (16)$$

где N - нормальная сила $N = H\cos\theta + R\sin\theta$. Кривизна термоупругой линии после деформации вычисляется как:

$$1/\rho = 1/\rho_0 + \kappa_x / (1 + \varepsilon_0). \quad (17)$$

Деформация в поперечном сечении для любого CD слоя меняется

линейно: $\varepsilon_{CD} = \varepsilon_0 + \kappa_x \cdot y$.

Система уравнений (15) совместно с уравнениями (16) и выражением для нормальной силы составляют замкнутую систему дифференциальных уравнений, к которой сводится решение геометрически нелинейной задачи. В работе сформулированы граничные условия для разных видов закрепления краев.

Величины θ_0 и ρ_0 описывают исходную геометрию стержня. Из приведенных выше уравнений можно получить дифференциальные уравнения для деформирования прямых стержней, если положить в них $\theta_0=0$ и $\rho_0 \rightarrow \infty$.

Полученная система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с граничными условиями эффективно решается численными методами. В работе используется метод продолжения решения по параметру с параллельной пристрелкой, разработанный Н.В. Валишвили.

Для численного расчета введены следующие безразмерные величины:

$$\bar{l} = \frac{l}{L}, \bar{v} = \frac{v}{L}, \bar{w} = \frac{w}{L}, \bar{\kappa}_x = \kappa_x L, \bar{R} = \frac{R}{q_* L}, \bar{H} = \frac{H}{q_* L}, \bar{m} = \frac{m}{q_* L}, \bar{M} = \frac{M}{q_* L^2}, \bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{T} = \frac{T}{T_f}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{L}$$

$$\bar{z} = \frac{z}{L} \text{ (для прямых стержней)}. \bar{l}_0 = \frac{l_0}{L}, \bar{q}_{y,z} = \frac{q_{y,z}}{q_*},$$

где L - длина стержня до деформации, q_* - максимальное значение распределенной нагрузки.

В безразмерных величинах система уравнений для прямых стержней имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}}{d\bar{z}} &= (1 + \varepsilon_0) \sin \theta, \\ \frac{d\bar{w}}{d\bar{z}} &= (1 + \varepsilon_0) \cos \theta - 1, \\ \frac{d\theta}{d\bar{z}} &= \bar{\kappa}_x, \\ \frac{d\bar{R}}{d\bar{z}} &= -(1 + \varepsilon_0) \bar{q}_y, \\ \frac{d\bar{H}}{d\bar{z}} &= -(1 + \varepsilon_0) \bar{q}_z, \\ \frac{d\bar{M}}{d\bar{z}} &= (1 + \varepsilon_0) (\bar{H} \sin \theta - \bar{R} \cos \theta - \bar{m}), \end{aligned} \tag{18}$$

$$\bar{N} = \bar{H} \cos \theta + \bar{R} \sin \theta, \quad \bar{\kappa}_x = \frac{\bar{M}}{\bar{I}_x^*} \bar{q} + \frac{L \alpha T_f}{h \bar{I}_x^*} \int_0^1 \bar{E}(\bar{T} - 1) \bar{y} d\bar{y},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{A} \left(\bar{N} \frac{h^2}{L^2} \bar{q} + \beta T_f \int_0^1 \bar{E}(\bar{T} - 1) d\bar{y} \right).$$

Сформулирована нелинейная краевая задача при нестационарном режиме термомеханического нагружения без учета инерционных составляющих

В работе решены ряд задач деформирования прямых стержней при стационарном термомеханическом нагружении. Считается, что температура меняется только по высоте поперечного сечения по заданному закону. Ниже приведены результаты численного расчета перемещений и внутренних силовых факторов статически неопределимой балки, нагруженной распределенной нагрузкой и температурным полем.

Для численного интегрирования вектор Y представим следующими компонентами:

$$Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6)^T, \quad (19)$$

где

$$Y_1 \equiv \bar{v}, Y_2 \equiv \theta, Y_3 \equiv \bar{w}, Y_4 \equiv \bar{R}, Y_5 \equiv \bar{M}, Y_6 \equiv \bar{H}. \quad (20)$$

При решении задачи важно записать вектор Y для начальной точки и для конечной точки интервала интегрирования с целью вычисления якобиан.

Вектор Y в начальной точке интервала интегрирования имеет вид:

$$Y(0) = (0, 0, 0, A_1, A_2, A_3)^T, \quad (21)$$

где $A_i, i = 1, 2, 3$ неизвестные начальные параметры (параметры стрельбы).

Для их определения имеем граничные условия в конце балки: $\varphi_4 = y_1 = 0, \varphi_5 = y_5 = 0, \varphi_6 = y_6 = 0$. В уравнениях (18) необходимо положить: $\bar{q}_z = 0, \bar{q}_y = 1, m = 0$.

Якобиан имеет вид:

$$I = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_4}{\partial A_1} & \frac{\partial \varphi_4}{\partial A_2} & \frac{\partial \varphi_4}{\partial A_3} \\ \frac{\partial \varphi_5}{\partial A_1} & \frac{\partial \varphi_5}{\partial A_2} & \frac{\partial \varphi_5}{\partial A_3} \\ \frac{\partial \varphi_6}{\partial A_1} & \frac{\partial \varphi_6}{\partial A_2} & \frac{\partial \varphi_6}{\partial A_3} \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad I = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial A_1} & \frac{\partial y_1}{\partial A_2} & \frac{\partial y_1}{\partial A_3} \\ \frac{\partial y_5}{\partial A_1} & \frac{\partial y_5}{\partial A_2} & \frac{\partial y_5}{\partial A_3} \\ \frac{\partial y_6}{\partial A_1} & \frac{\partial y_6}{\partial A_2} & \frac{\partial y_6}{\partial A_3} \end{pmatrix}$$

Значения параметров A_i при $\bar{q} = 0$, равняются нулю $A_i = 0, i = 1, 2, 3$. Начальный шаг параметра движения равняется 0,01. На каждом шаге параметра движения сходимость достигается за 2-3 итерации. Точность удовлетворения граничных условий составляет 10^{-4} .

На рис.4 представлены графики компонентов перемещений, а на рис.5 – графики внутренних силовых факторов для значений $\bar{q} = 0,06$. Сравнительный анализ показывает, что с увеличением параметра \bar{q} существенно меняется соотношение между перемещениями \bar{v} и \bar{w} .

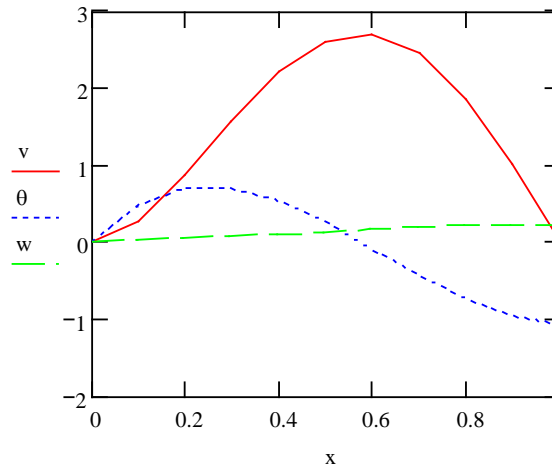


Рис. 4 Перемещения балки для значения параметра нагружения $\bar{q} = 0.6$; $v = \bar{v} \cdot 10^3$, $\theta = \theta \cdot 10^2$, $w = \bar{w} \cdot 10^4$

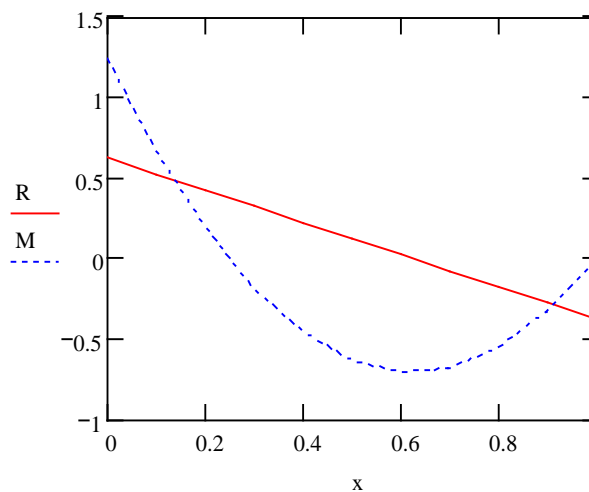


Рис.5 Распределение изгибающего момента и вертикальной составляющей силы для значения параметра нагружения $\bar{q} = 0.6$; $R = \bar{R}$, $M = \bar{M} \cdot 10$

Расчеты проводились для следующих значений геометрических размеров и параметров материала:

$$h = 0.012, d = 0.024, L = 0.7, T_f = 26^0 C, T_a = 30^0 C, T_h = 56^0 C, n = 0.3.$$

Для данного материала и геометрических размеров балки $q_* = 14,4\bar{q}$

кН/м. Вектор нагрузки не меняет направление.

В пятом разделе представлены результаты экспериментальных исследований. В лаборатории сопротивления материалов государственного университета Акакия Церетели было проведено испытание консольной призматической балки постоянного прямоугольного сечения при термомеханическом нагружении (рис.6).

Схема экспериментального стенда показана на рис.7 Характерные геометрические размеры стенда: $l = 700\text{мм}$, $l_1 = 350\text{мм}$, $l_2 = 190\text{мм}$, $l_3 = 240\text{мм}$. Материал балки ст.45, геометрические размеры 12x24x700 (мм). Было изготовлено нагревательное устройство с использованием спирали мощностью 200 Вт., с помощью которого нагревали часть нижней поверхности балки длиной 19 см. Температуру измеряли цифровым контактным термометром ТК – 5.03. Для измерения перемещений применяли индикаторы часового типа. Механическую нагрузку создавали с помощью гири 1 кг и 2 кг.

Опыты проводились для двух случая нагружения: первый – когда балка только нагревается на части нижней поверхности и второй – термомеханическое нагружение. При термомеханическом нагружении вначале балку нагружали на свободном конце гирей, а затем нагревали на части нижней поверхности. Балка нагревалась в течении 8 мин. С интервалом 40 сек. измеряли температуру нижней нагреваемой части и верхней поверхности в данной точке, а также вертикальное и горизонтальное перемещения свободного конца.



Рис.6 Экспериментальный стенд

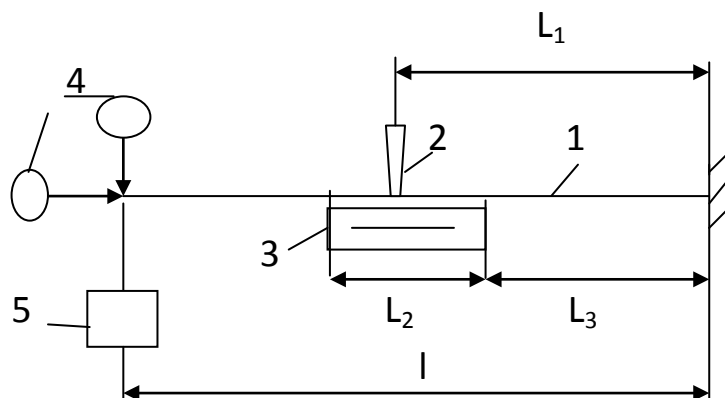


Рис.7 Схема экспериментального стенда.
1-консольная балка, 2- термометр, 3-нагревательное устройство, 4-индикаторы часового типа, 5- гири

Этот эксперимент однофакторный. Независимым фактором является время. Был выбран последовательный план. Проводились три повторные измерения для каждого уровня независимого фактора. Резко отклоняющиеся экспериментальные точки проверялись по критерию Смирнова – Гребса. Результаты измерений представлены в виде таблиц в приложении. Для каждого уровня независимого фактора находили средние значения измеряемых величин.

Для графического и аналитического представления экспериментальных данных была проведена обработка результатов измерений в системе Mathcad.

На рис.8 показаны зависимости температуры нижней нагреваемой части балки и температуры верхней поверхности балки от времени в измеряемой точке. Для аналитического представления зависимости температуры от времени используется трехпараметрическая регрессия степенной функцией вида:

$$f(t) = a \cdot t^b + c, \quad (22)$$

где a, b, c - искомые параметры регрессии.

Следовательно, функция $f_1(t)$ имеет вид:

$$f_1(t) = 20.688 \cdot t^{0.322} + 24.878. \quad (23)$$

На рис.9 сплошными линиями построены зависимости усредненных экспериментальных данных, а пунктирными линиями представлены графики, построенные по формуле (23). Из рис.9 видно,

что функция (23) хорошо описывают результаты опытов.

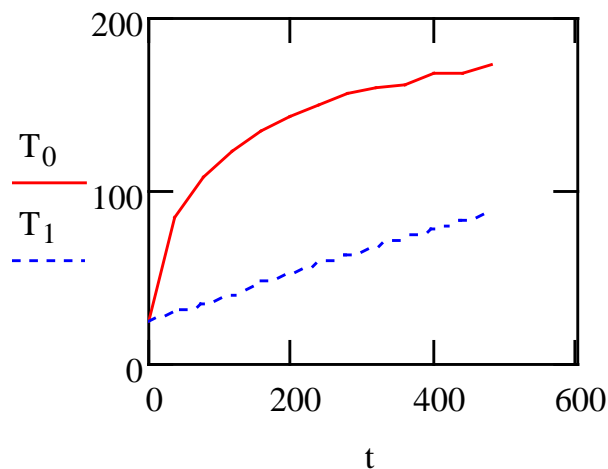


Рис.8 Зависимость температуры нижней нагреваемой части балки (T_0) и верхней поверхности в измеряемой точке (T_1) от времени

$$x := (0 \ 40 \ 80 \ 120 \ 160 \ 200 \ 240 \ 280 \ 320 \ 360 \ 400 \ 440 \ 480)^T$$

$$y := (26 \ 85 \ 108 \ 123 \ 135 \ 143 \ 150 \ 155.3 \ 159 \ 161.3 \ 167 \ 168.3 \ 172)^T$$

$$g := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C := \text{pwrfit}(x, y, g)$$

$$f(t) := C_0 \cdot t^{C_1} + C_2$$

$$C = \begin{pmatrix} 20.668 \\ 0.322 \\ 24.878 \end{pmatrix}$$

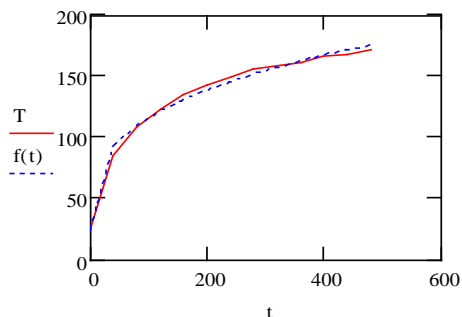


Рис.9 Степенная регрессия зависимости температуры нагрева от времени.
Значения параметров регрессии даны в матрице C :
 $C_0 = a = 20.688, C_1 = b = 0.322, C_2 = c = 24.878$

Были обработаны, также экспериментальные данные температуры в измеряемой точке в виде степенной регрессии. Вычисленные значения коэффициентов даны в матрице D . $D_0 = 0.153, D_1 = 0.98, D_2 = 23.929$. Следовательно, зависимость температуры от времени в измеряемой точке, установленная в эксперименте, имеет вид:

$$T(t) = 0.153 \cdot t^{0.98} + 23.929 \quad (24)$$

$$y1 := (25 \ 28.67 \ 34.33 \ 39.67 \ 46.67 \ 51.33 \ 57.33 \ 62.33 \ 68 \ 73 \ 78.33 \ 83.33 \ 87.67)^T$$

$$g1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D := \text{pwrfit}(x, y1, g1)$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.153 \\ 0.98 \\ 23.929 \end{pmatrix} \quad f1(t) := D_0 \cdot t^{D_1} + D_2$$

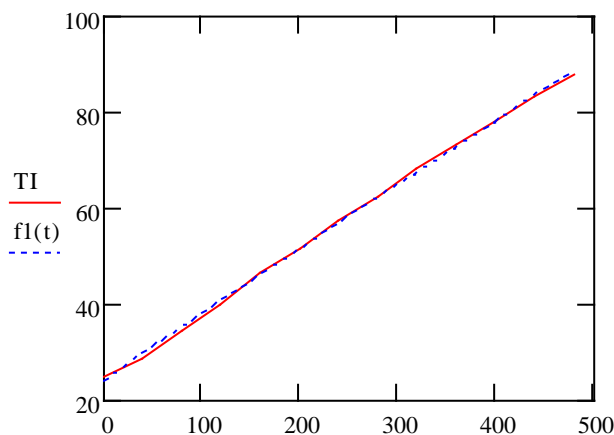


Рис. 10 Степенная регрессия. Зависимость температуры в измеряемой точке от времени

На рис.10 сплошной линией представлен график зависимости температуры от времени, построенный по результатам усредненных значений повторных измерений, а пунктирной линией построен график по функции (24). Из рис.10 видно, что функция (24) достаточно хорошо описывает результаты экспериментов.

Функции (23) и (24) были использованы во втором разделе в качестве граничных условий при решении нестационарной задачи теплопроводности.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1. Выполнено теоретическое и экспериментальное исследование перемещений, внутренних силовых факторов и температурного поля при плоском деформировании стержней.
2. Изучена температурная задача для стержня прямоугольного поперечного сечения. Дифференциальное уравнение одномерной нестационарной теплопроводности решено в системе Mathcad для граничных условий первого и третьего рода, в том числе, для нестационарных граничных условий установленных экспериментально. Результаты численных расчетов хорошо согласуются с результатами эксперимента. Максимальная погрешность составляет 17 % в конце нагрева при $t=440$ с. Представлены прикладные программы расчета.
3. Рассмотрена двухмерная нестационарная задача теплопроводности, когда на части поверхности стержня действует нагревательное устройство. Граничные условия на этой части записаны с помощью функции Хэвисайда. Решение дифференциального уравнения в частных производных предлагается проводить методом прямых, используя прямоугольную сетку деления.
4. Исследованы обобщенные геометрические характеристики плоского сечения при неравномерном распределении температуры и переменном модуле упругости. Вычислены обобщенные моменты инерции для конструкционных углеродистых сталей и разных сплавов. Установлено, что расчет обобщенных геометрических характеристик существенно для алюминиевых, магниевых и др. сплавов, модуль упругости которых меняется до 24% при нагреве до 250-300 °С, а для конструкционных углеродистых сталей модуль упругости при нагреве до 250 °С меняется незначительно и следует использовать обычные геометрические характеристики.
5. Определены координаты приведенного центра тяжести при неравномерном распределении температуры. Установлено, что увеличение разности температур влияет на координаты приведенного центра тяжести и фактически не зависит от закона изменения температуры. Расчеты проведены в системе Mathcad. Представлена прикладная программа.

6. Рассмотрена нелинейная задача плоского деформирования стержней с начальной кривизной при термомеханическом нагружении. Записана система нелинейных дифференциальных уравнений с учетом деформации термоупругой линии. Сформулированы граничные условия.
7. Для стационарного термомеханического нагружения проведены численные расчеты на visual FORTRAN. Решение нелинейной краевой задачи проводится методом движения по параметру с параллельной пристрелкой. Даны результаты расчетов для прямых стержней и представлены распределения перемещений и внутренних силовых факторов. Установлена критическая нагрузка, соответствующая критической точке деформирования, в которой $(\partial \bar{v} / \partial \bar{q} \rightarrow \infty)$.
8. Рассмотрена задача плоского деформирования прямого стержня при нестационарном термомеханическом нагружении без учета инерционных составляющих. Сформулированы основные уравнения, начальные и граничные условия. Для уравнения теплопроводности сформулированы смешанные граничные условия на части поверхности.
9. Проведено экспериментальное исследование температурного поля и перемещений консольной балки прямоугольного поперечного сечения из ст.45. Для нагрева части нижней поверхности балки было изготовлено нагревательное устройство и собран экспериментальный стенд.
10. Проведены измерения температур нижней нагреваемой части балки и верхней свободной поверхности, а также, вертикальное и горизонтальное перемещения свободного конца. Установлена, что температура свободной поверхности примерно в два раза меньше температуры нагреваемой части стержня. При нагружении силой вертикальное перемещение существенно больше горизонтального, а при нагреве части балки, горизонтальные перемещения больше, чем поперечные.
11. Результаты экспериментальных измерений обработаны в системе Mathcad. Путем регрессионного анализа получены зависимости температур на части нижней и верхней поверхностей от времени, которые использованы в качестве граничных условий при численных

расчетах температурной задачи. Определены коэффициенты степенной регрессии, которые достаточно точно описывают экспериментальные кривые. Представлена прикладная программа.

12. Разработанная методика расчета может быть использована для расчета стержневых элементов машиностроительных и строительных металлоконструкций, испытывающих механические и тепловые воздействия. Разработанные прикладные программы легко могут быть применены инженерами в практических расчетах, а также в процессе обучения студентов старших курсов.

Основные положения диссертационной работы отражены в трудах

1. Киквидзе О.Г., Байсарова Г.Г. Экспериментальное исследование перемещений и температурного поля в стержне при термомеханическом нагружении// GEORGIAN ENGINEERING NEWS, No.3(vol.75),2015.-pp.41-44
2. Киквидзе О.Г., Байсарова Г.Г. Устойчивость стержня при неравномерном термомеханическом нагружении// GEORGIAN ENGINEERING NEWS, No.1,2016.-pp.60-63
3. Байсарова Г.Г., Киквидзе О.Г. Обобщенные геометрические характеристики для расчета лопаток турбин//III International Scientific Conference ENERGY:REGIONAL PROBLEMS AND DEVELOPMENT OPPORTUNITIES 24-25.10.2015 Kutaisi, Georgia.- pp.241-244
4. Baisarova G., Kikvidze O. Experimental investigation of beam at thermo mechanical loading // VI ANNUAL MEETING OF THE GEORGIAN MECHANICAL UNION 30.09-4.10.2015 Tbilisi, Georgia.- pp.7
5. Kikvidze O., Baisarova G. Non stationary problem of beam's deformation at thermo mechanical loading//Kutaisi. BULLETIN OF AKAKI TSERETELI STATE UNIVERSITY №2(4).- 2014.-pp.77-82.
6. Tvalchrelidze A., Baisarova G., Suieuova N. Some Applications of the Theory of Shells with the Use of Several Basic Surfaces.//IV Annual Meeting of the Georgian Mechanical Union. BOOK OF ABSTRACTS, 8.11.2013-10.11.2013, Kutaisi. - p.56

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
საინჟინრო-ტექნიკური ფაკულტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ბაისაროვა გულბანუ

თერმოდრეკადი ლეროების დიდი
გადაადგილებების გაანგარიშება

0408 - მექანიკის ინჟინერია და ტექნოლოგია

ინჟინერიის დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად წარმოდგენილი დისერტაციის
ავტორეფერატი

ქუთაისი 2016

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი,
პროფესორი ო.კიკვიძე

ოფიციალური რეცენზენტები: ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი,
პროფესორი ნ.კოპალიანი
ინჟინერიის აკადემიური დოქტორი,
ასოცირებული პროფესორი ნ.ცირეკიძე

დაცვა შედგება _____ 2016 წ. 14 სთ. საინჟინრო-ტექნიკური
ფაკულტეტის სადისერტაციო საბჭოს მიერ შექმნილი სადისერტა-
ციო კომისიის სხდომაზე.

მისამართი: 4600 ქ.ქუთაისი, თამარ მეფის ქ. №59, I კორპუსი, აუდ. №
1114

დისერტაციის გაცნობა შესაძლებელია აკ.წერეთლის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის ბიბლიოთეკაში. მისამართი: ქ.ქუთაისი, თამარ მე-
ფის ქ. №59

ავტორეფერატი დაგზავნილია «__» _____ 2016 წ.

სადისერტაციო საბჭოს მდივანი
ასოცირებული პროფესორი

/ნ. სახანბერიძე/

სამუშაოს ზოგადი დახასიათება

თემის აქტუალობა. ღეროები, როგორც კონსტრუქციის ელემენტები ფართოდ გამოიყენება სამშენებლო კონსტრუქციებში, მანქანებში, მზომ ხელსაწყოებში, რობოტებსა და მანიპულიატორებში როგორც ძალოვანი ელემენტები, მექანიკური ენერჯის აკუმულატორები, დრეკადი გადამცემი მექანიზმები, მოქნილი კავშირები და ა.შ. ხშირად ღეროვანი ელემენტები განიცდიან მექანიკური და არაერთგვაროვანი ტემპერატურული ველის ზემოქმედებას. ტემპერატურული ველის არაერთგვაროვნება იწვევს მასალის არაერთგვაროვნებას, რადგანაც ბევრი საკონსტრუქციო შენადნობის დრეკადობის მოდული მნიშვნელოვნად იცვლება ტემპერატურის ცვლილებით, მოქნილი ღეროვანი ელემენტები არსებითად იცვლიან ფორმას და დრეკადი ხაზის გადაადგილებები შეიძლება იყოს ღეროების გეომეტრიული ზომების თანაზომადი.

თანამედროვე ეტაპზე მნიშვნელოვნად გაიზარდა მოთხოვნები ღეროების გაანგარიშების სიზუსტისადმი მასალის რეალური თვისებების, დეფორმირების გეომეტრიის და დატვირთვის რეჟიმების გათვალისწინებით. ეს ამოცანები არაწრფივია, რომლებიც საჭიროა ამოიხსნას რიცხვითი ანალიზის თანამედროვე სისტემების საფუძველზე.

ნაშრომის მიზანი. თერმომექანიკური დატვირთვებისას ღეროების დეფორმირების არაწრფივი ამოცანების გაანგარიშების მეთოდების დამუშავება რიცხვითი ანალიზის თანამედროვე სისტემების გამოყენებით.

ნაშრომის ძირითადი ამოცანები. მიზნის მიღწევისათვის დასმულია და გადაწყვეტილია შემდეგი ამოცანები: 1. გამოკვლეულია თბოგამტარობის არასტაციონარული ამოცანა ღეროსათვის მათემატიკური რედაქტორის Mathcad -ის გამოყენებით; 2. შესწავლილია ბრტყელი კვეთის განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებლები არათანაბარი გახურებისას და მასალის ცვლადი დრეკადობის მო-

დულისას; 3. ჩამოყალიბებულია ღეროების ბრტყელი ღუნვის არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანა თერმომექანიკური დატვირთვისას; 4. არაწრფივი განტოლებების ინტეგრირება ჩატარებულია ამოხსნის პარამეტრით გაგრძელების და პარალელური სროლის მეთოდით; 5. შესრულებულია კონსოლური ძელის ექსპერიმენტალური კვლევა არათანაბარი თერმომექანიკური დატვირთვისას; 6. ექსპერიმენტალური გაზომვების შედეგები დამუშავებულია Mathcad-ში და განსაზღვრულია ხარისხობრივი რეგრესიის კოეფიციენტები; 7. მოცემულია ექსპერიმენტის შედეგების შედარება თეორიული გაანგარიშების მონაცემებთან.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება. დამუშავებულია თერმომექანიკური დატვირთვისას ღეროების არაწრფივი დეფორმირების კომპლექსური კვლევის მეთოდები. დამუშავებულია გამოყენებითი პროგრამების პაკეტი Mathcad-ის სისტემაში: ბრტყელი კვეთის განზოგადებული მახასიათებლების გასაანგარიშებლად, არასტაციონარული ტემპერატურული ამოცანის ამოხსნისათვის, ექსპერიმენტალური გაზომვების შედეგების დამუშავებისათვის. დამუშავებულია ღეროების ბრტყელი ღუნვის არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანის გაანგარიშების მეთოდიკა სტაციონარული არაერთგვაროვანი თერმომექანიკური დატვირთვისას. რიცხვითი გაანგარიშებები შესრულებულია ალგორითმულ ენა FORTRAN-ზე. გამოყენებითი პროგრამების პაკეტი ამარტივებს რთულ საინჟინრო გაანგარიშებებს.

დამუშავებული მეთოდები და მიღებული შედეგები შეიძლება გამოიყენონ პრაქტიკოსმა სპეციალისტებმა მანქანათმშენებლობის და სამშენებლო კონსტრუქციების ღეროვანი ელემენტების გაანგარიშებისათვის, ასევე დამუშავებული მეთოდები შეიძლება გამოყენებული იქნეს მაღალი კურსის სტუდენტებისა და მაგისტრანტების სწავლის პროცესში.

დაცვაზე გამოტანილი დებულებები. 1. სწორი ღეროს ერთგანზომილებიანი არასტაციონარული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის მეთოდიკა Mathcad - ის სისტემაში პირველი და მესამე გვარის სა-

საზღვრო პირობებისას, მათ შორის ექსპერიმენტალურად დადგენილი არასტაციონარული სასაზღვრო პირობებისათვის; 2. თბოგამტარობის ორგანზომილებიანი არასტაციონარული ამოცანა ღეროს ზედაპირის ნაწილის გახურებისას; 3. ბრტყელი კვეთის განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებლების და დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების გაანგარიშების მეთოდის ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას და ცვლადი დრეკადობის მოდულისას. გაანგარიშებები შესრულებულია Mathcad - ის სისტემაში; 4. საწყისი სიმრუდის მქონე ღეროების ბრტყელი დეფორმირების არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის მეთოდის სტაციონარული თერმომექანიკური დატვირთვისას თერმოდრეკადი ხაზის დეფორმაციის გათვალისწინებით; 5. ღეროს ბრტყელი დეფორმირების ამოცანა არასტაციონარული თერმომექანიკური დატვირთვისას; 6. კონსოლური ძელის ტემპერატურული ველისა და გადაადგილებების ექსპერიმენტალური კვლევა, გაზომვების შედეგების დამუშავების მეთოდის Mathcad - ის სისტემაში.

ნაშრომის აპრობაცია. სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი დებულებები და შედეგები მოხსენებული იქნა საერთაშორისო კონფერენციებზე VI ANNUAL MEETING OF THE GEORGIAN MECHANICAL UNION (Tbilisi 2015წ.), III International Scientific Conference ENERGY:REGIONAL PROBLEMS AND DEVELOPMENT OPPORTUNITIES (Kutaisi 2015წ.), აკ.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მექანიკა-მანქანათმშენებლობის დეპარტამენტის სამეცნიერო სემინარებზე (2014 წ., 2015წ., 2016წ.)

პუბლიკაციები. დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 6 სამეცნიერო ნაშრომი.

დისერტაციის სტრუქტურა და მოცულობა. დისერტაცია შედგება შესავლისაგან, ხუთი ნაწილისაგან, ძირითადი დასკვნებისა და შედეგებისაგან, ლიტერატურის ჩამონათვალისა და დანართებისაგან. დაბეჭდილია კომპიუტერზე. ნაშრომი დაბეჭდილია 108 გვერდზე და შეიცავს 37 ნახაზს, 5 ცხრილს და 3 დანართს. ლიტერატურის ჩამონათვალი მოიცავს 75 დასახელებას.

ნაშრომის შინაარსი

შესავალში დასაბუთებულია დისერტაციის თემის აქტუალობა, ფორმულირებულია ნაშრომის მიზანი და მისი პრაქტიკული ღირებულება

პირველ ნაწილში მოცემულია სამეცნიერო ლიტერატურის მიმოხილვა, რომელშიც გამოკვლეულია ღეროების დამაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა ტემპერატურული ველისა და მექანიკური დატვირთვის მოქმედებისას, დეფორმირების გეომეტრიულად არაწრფივი ამოცანები. ღეროების თეორიის შექმნაში მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანეს გ.კირხოფის, ა.ე. გრინის, ა.ლიავის, ე.ლ.ნიკოლაის, გ.ი.ჯანელიძის, ა.ი.ლურიეს, ე.რეისნერის, ვ.ა.სვეტიცკის, ა.ა.ილიუხინის, ე.ა.პოპოვის, ე.ა.ბელინის, ა.გორგიძის და სხვ. შრომებმა.

ღეროების თეორიის განვითარება მჭიდროდაა დაკავშირებული დრეკადობის თეორიის განვითარებასთან. პირველი მცდელობა დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი განტოლებების გარდაქმნისა თხელკედლიანი ღეროებისათვის ეკუთვნის ა.ლიავს. თანამედროვე ეტაპზე დრეკადი ღეროების თეორიას აქვს საკმაოდ ზოგადი ხასიათი. მაგრამ ასეთი ზოგადობა მიიღწევა ძირითადი დამოკიდებულებების გართულებით, რაც მნიშვნელოვნად ართულებს მათ გამოყენებას პრაქტიკული ამოცანების ანალიზისას. ს.ს.ანტმანის აზრით ღეროების თეორია უფრო ზოგადია, ვიდრე ამას ითხოვს პრაქტიკა. ამიტომ აუცილებელია შედარებით ადვილი თეორიის განვითარება, რომელიც ხელმისაწვდომი იქნება პრაქტიკოსი სპეციალისტების ფართო წრისათვის.

თერმოდრეკადი ღეროების დეფორმირების გეომეტრიულად წრფივი ამოცანები განხილულია ი.ა.ბირგერის, ნ.ნ.მალინინის, ბ.ბოლის, ჯ.უეინერის, ბ.ე.გეიტვუდის და სხვ. შრომებში, რომლებშიც გამოკვლეულია ტემპერატურული ძაბვები ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზის საფუძველზე. მარტივ შემთხვევაშიც კი, ერთგანზომილე-

ბიანი სტაციონარული ტემპერატურული ველის ზემოქმედებას არსებითი ცვლილებები შეაქვს ლუნვის ამოცანის შესწავლაში. იცვლება დეფორმაციის სურათი დრეკადი ღეროს ლუნვასთან შედარებით, რაც გამოწვეულია ტემპერატურული დეფორმაციებით. არ არსებობს ე.წ. ნეიტრალური შრე, იცვლება ძაბვების განაწილების სურათი. ნ.ჰოფის შრომებში შესწავლილია ღეროების ტემპერატურული გამობურცვა.

სამეცნიერო ლიტერატურის ანალიზი აჩვენებს, რომ ღეროების დეფორმირების არაწრფივი ამოცანები თერმომექანიკური დატვირთვისას კომპლექსურად არასაკმარისადაა შესწავლილი. რიცხვითი მეთოდების გამოყენება არის მძლავრი მათემატიკური აპარატირთული ამოცანების კვლევისათვის, რომელთა ამოხსნაც არსებითია ამა თუ იმ კონსტრუქციის პროექტირების ეტაპზე. ფრიად მნიშვნელოვანია ასევე პერსონალურ კომპიუტერებთან თავსებადი ამოცანების ამოხსნის თანამედროვე სისტემების გამოყენება.

წარმოდგენილია თერმომექანიკური დატვირთვის გზები. განიხილება მცირე დეფორმაციები. მასალის მოდელი ერთღერძა დაძაბული მდგომარეობისათვის შერჩეულია სახით:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^T . \quad (1)$$

დრეკადი და ტემპერატურული დეფორმაციებისათვის გამოყენებულია თერმოდრეკადობის დამოკიდებულებები:

$$\varepsilon^e = \sigma / E(T) , \quad \varepsilon^T = \beta(T)(T - T_0) , \quad (2)$$

სადაც დრეკადობის მოდული E და ტემპერატურული გაფართოების კოეფიციენტი β დამოკიდებულია ტემპერატურაზე და ზოგადად, წარმოადგენენ კოორდინატების ფუნქციებს. მოცემულია დრეკადობის მოდულის შემცირების ექსპერიმენტალური მონაცემები სხვადასხვა საკონსტრუქციო შენადნობების 250°C - მდე გახურებისას.

თუ (1) განტოლებაში გავითვალისწინებთ დამატებით დეფორმაციებს, შეიძლება გავაფართოვოთ მასალათა კლასი და აღვწეროთ დეფორმირების კანონზომიერებები თერმოდრეკადი მარტენსიტული გარდაქმნის ტემპერატურულ ინტერვალებში.

მეორე ნაწილში განიხილება თბოგამტარობის არასტაციონარული ამოცანა მართკუთხა კვეთის მქონე სწორი ძელისათვის. ფორმულირებულია თბოგამტარობის დიფერენციალური განტოლება, საწყისი და სასაზღვრო პირობები ზოგადი სახით. შესწავლილია ერთგანზომილებიანი არასტაციონარული თბოგამტარობის ამოცანა. ჩათვლილია, რომ ტემპერატურული ველი იცვლება განივი კვეთის სიმაღლის მიხედვით (y კოორდინატი) და დროში $t, T = T(y, t)$, სითბოს შიგა წყარო სხეულში არ არსებობს. ასეთ შემთხვევაში თბოგამტარობის განტოლებას აქვს სახე:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

სადაც: $a = \lambda / (c\gamma)$ - ტემპერატურაგამტარობის კოეფიციენტი, c - მყარი სხეულის სითბოტევადობა, T - ტემპერატურა, γ - მასალის სიმკვრივე, λ - მყარი სხეულის თბოგამტარობა.

თბოგამტარობის განტოლებისათვის და მესამე გვარის სასაზღვრო პირობებისათვის მსგავსების თეორიაში მიღებულია უგანზომილებო კომბინაციები, რომლებიც წარმოადგენენ ფურიეს მსგავსების კრიტერიუმს (Fo) თბოგამტარობის დიფერენციალური განტოლებისათვის და ბიოს მსგავსების კრიტერიუმს (Bi), სასაზღვრო პირობებისათვის:

$$Fo = \frac{a \cdot t_*}{h^2}, \quad Bi = \frac{\alpha \cdot h}{\lambda}, \quad (4)$$

სადაც: t_* - გახურების მახასიათებელი ტემპერატურა, h - განივი კვეთის სიმაღლე.

(3) დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ინტეგრებისათვის შემოღებულია უგანზომილებო სიდიდეები:

$$\bar{T} = \frac{T}{T_f}; \bar{t} = \frac{t}{t_*}; \bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \bar{g} = g/T_f. \quad (5)$$

სასაზღვრო პირობებს (პირველი და მესამე გვარის) და საწყის პირობებს უგანზომილებო სიდიდეებში აქვთ სახე:

$$\bar{t} = 0, \bar{T} = 1, \bar{y} = 0, \bar{T} = \bar{f}_1(0), \bar{y} = 1, \bar{T} = 1; \bar{t} > 0, \bar{y} = 0, \bar{T} = \bar{f}_1(\bar{t}), \bar{y} = 1, \bar{T} = \bar{T}_*(\bar{t}) \quad (6)$$

$$\bar{t} = 0, \bar{T} = 1, \bar{y} = 0, -\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = Bi(\bar{T}_a - 1); \bar{y} = 1, -\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = Bi(\bar{T}_h - 1).$$

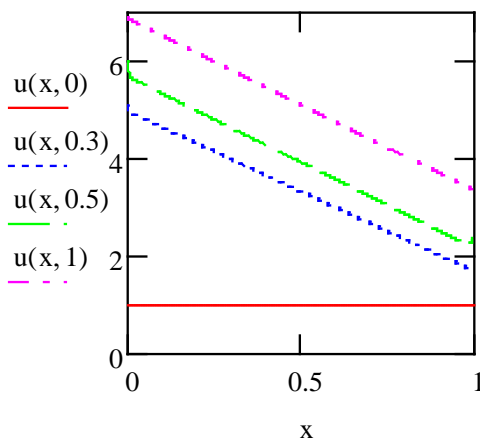
უგანზომილებო ჭარბი ტემპერატურისათვის ($\vartheta = T - T_f$) (3) განტოლებას აქვს სახე:

$$\frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial \bar{t}} = Fo \cdot \frac{\partial^2 \bar{\vartheta}}{\partial \bar{y}^2} . \quad (7)$$

მესამე გვარის სასაზღვრო პირობა უგანზომილებო ჭარბი ტემპერატურისათვის

$$\frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial \bar{y}} = -Bi \cdot \bar{\vartheta} . \quad (8)$$

(3) ან (7) ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ინტეგრებისათვის Mathcad-ის სისტემაში გამოყენებულია ჩაშენებული ფუნქცია pdsolve. როცა მოცემულია პირველი გვარის სასაზღვრო პირობა გამოიყენება ფუნქციონალური დამოკიდებულება, დადგენილი ექსპერიმენტალურად ჩვენს მიერ ტემპერატურისათვის. შემდგომ სრულდება ამოცანის კვლევა მესამე გვარის სასაზღვრო პირობისათვის.

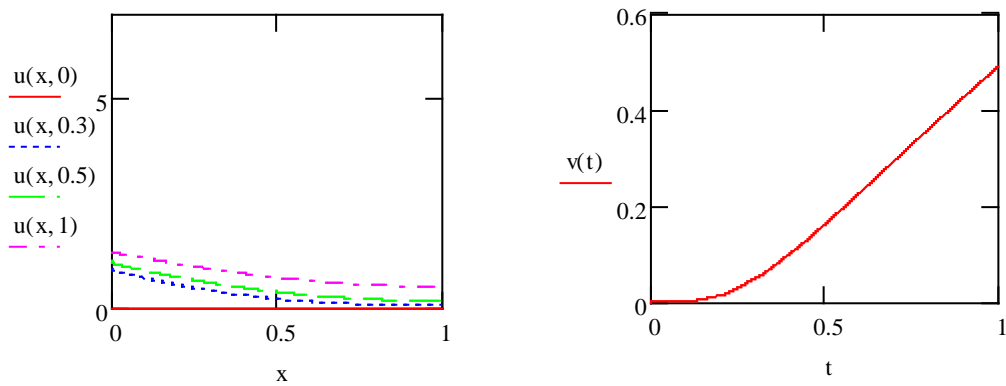


ნახ.1 ამოცანის ამონახსნი პირველი

გვარის სასაზღვრო პირობისას

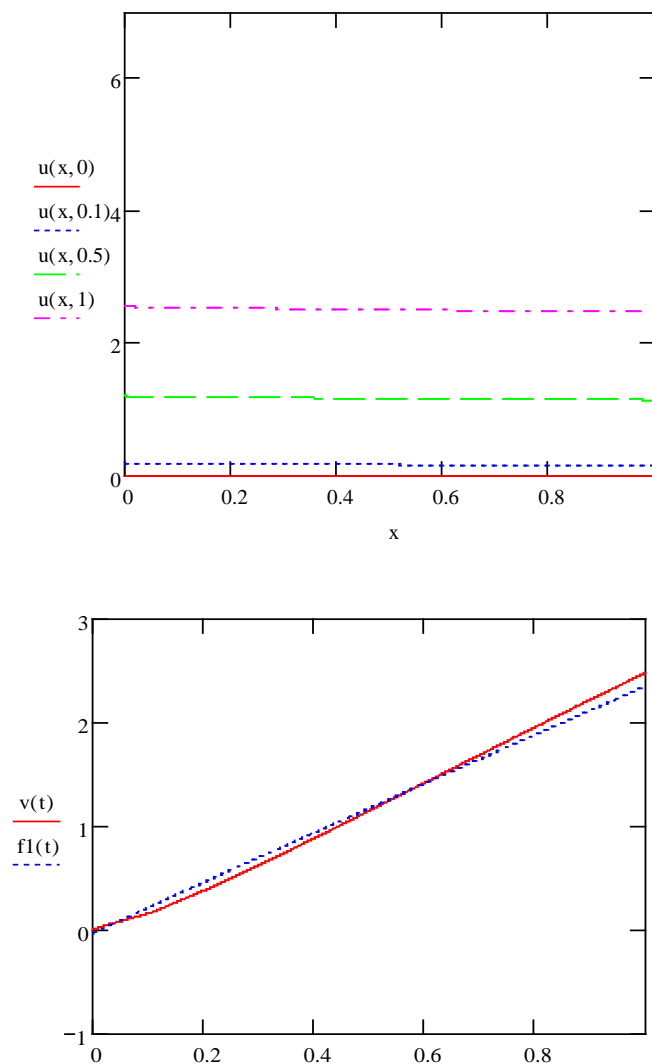
ნახ.1 - ნახ.3 -ზე ნაჩვენებია გაანგარიშების შედეგები სხვადასხვა სასაზღვრო პირობისათვის. ნახ.3-დან ჩანს, რომ თეორიული გაანგარიშების შედეგები კარგად ეთანადება ექსპერიმენტალურ მონაცემებს უგანზომილებო დროის მნიშვნელობამდე $\bar{t} = 0,8$. მაქსიმალური განსხვავება შეიმჩნევა გახურების ბოლოს (დაახლოებით რვა წუ-

თი) და შეადგენს 17%-ს ამ მომენტისათვის. დროის ძირითადი ნაწილისათვის თეორიული შედეგები კარგად ეთანადება ექსპერიმენტალურს.



ნახ.2 ამოცანის ამონახსნი მესამე გვარის სასაზღვრო პირობისას.

$u(x,t)=(T-T_f)/T_f$ უგანზომილებო ჭარბი ტემპერატურაა



ნახ. 3 ამოცანის ამონახსნი მესამე გვარის სასაზღვრო პირობებისას
 ორთავე ბოლოზე. $f_1(t)$ – ექსპერიმენტის შედეგები

არათანაბარი გახურებისას, ღეროში ტემპერატურული ველის უფრო ზუსტი აღწერისათვის საჭიროა ამოიხსნას მრავალგანზომილებიანი არასტაციონარული ამოცანა. ნაშრომში ფორმულირებულია თბოგამტარობის ორგანზომილებიანი არასტაციონარული ამოცანა საწყისი და სასაზღვრო პირობებით. ასეთი ტიპის ამოცანებისათვის Mathcad-ის შესაძლებლობები შეზღუდულია, ამიტომ კერძო წარმოებულნი დიფერენციალური განტოლების ინტეგრებისათვის შემოთავაზებულია წრფეების მეთოდი.

$$\bar{y} = 0, \bar{f}_1(\bar{t}) = \frac{20.688 \cdot \tau^{0.322}}{T_f} \bar{t}^{0.322} + \frac{24.878}{T_f}; \bar{y} = 1, \bar{T} = \frac{0.153 \cdot \tau^{0.98}}{T_f} \bar{t}^{0.98} + \frac{23.929}{T_f}$$

მესამე ნაწილში შეისწავლება ბრტყელი კვეთის განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებლები დრეკადობის ცვლადი მოდულის გათვალისწინებით ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას. მოცემულია განზოგადებული სტატიკური მომენტების, ინერციის მომენტების და დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატების გამოსათვლელი ფორმულები. შესრულებულია მართკუთხა კვეთის რიცხვითი გაანგარიშება Mathcad-ის სისტემაში.

ბრტყელი კვეთის განზოგადებული სტატიკური მომენტები x და y ღერძების მიმართ გამოითვლება ინტეგრალებით:

$$S_x^* = \int_A yF(x, y)dA, \quad S_y^* = \int_A xF(x, y)dA, \quad (9)$$

სადაც: $F(x, y)$ - სკალარული ფუნქციაა, რომელიც აღწერს ელემენტარული მატერიალური ფართის მდგომარეობას და რომლის სახეც დამოკიდებულია მასალის მოდელებზე. განხილული თერმოდრეკადი ამოცანისათვის $F(x, y) = E(T)$.

დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები განსაზღვრულია ფორმულებით:

$$y_c = S_x^* / A^*, \quad x_c = S_y^* / A^*, \quad (10)$$

სადაც: $A^* = \int_A F(x, y)dA$ - ბრტყელი კვეთის განზოგადებული ფართია.

შესაბამისად, იმისათვის, რომ განისაზღვროს ბრტყელი კვეთის

დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები საჭიროა, კოორდინატთა xoy სისტემაში კვეთის განზოგადებული სტატიკური მომენტებისა და განზოგადებული ფართის გაანგარიშება. ადვილი შესამჩნევია, რომ ერთგვაროვანი სხეულისათვის ერთგვაროვანი სტრუქტურული პარამეტრებით ბრტყელი კვეთის განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებლები წარმოადგენენ გეომეტრიულ მახასიათებლებს, ხოლო დაყვანილი სიმძიმის ცენტრი ემთხვევა გეომეტრიულ ცენტრს.

ბრტყელი კვეთის განზოგადებული ინერციის მომენტები x და y ღერძების მიმართ გამოითვლება ინტეგრალებით:

$$I_x^* = \int_A y^2 F(x, y) dA, I_y^* = \int_A x^2 F(x, y) dA, I_{xy}^* = \int_A xy F(x, y) dA, \quad (11)$$

სადაც: I_x^*, I_y^* – ინერციის განზოგადებული მომენტებია x, y ღერძების მიმართ შესაბამისად, I_{xy}^* – განზოგადებული ცენტრიდანული მომენტი.

$$F(x, y) \equiv E(T) \equiv E(x, y) \quad ; \quad E(T) = E_0 - \beta_k (-T_s^k + T^k), \quad (12)$$

სადაც β_k, T_s, k - მუდმივი სიდიდეებია, T_s - საწყისი ტემპერატურაა, T - მიმდინარე ტემპერატურაა, E_0 - დრეკადობის მოდულია საწყის ტემპერატურაზე.

ნაშრომში გამოკვლეულია მართკუთხა კვეთი სიმაღლეზე ტემპერატურის ცვლილებისას ხარისხობრივი კანონით $T = T_0 + (T_1 - T_0)(y/h)^n$, აქ T_0 და T_1 ტემპერატურებია განივ კვეთში $y = 0$ და $y = h$ -ზე შესაბამისად. დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატა განისაზღვრება ფორმულით:

$$y_c = \left[\int_0^h y [1 - \beta_k / E_0 (-T_s^k + T^k)] dy \right] / \int_0^h dy [1 - \beta_k / E_0 (-T_s^k + T^k)]. \quad (13)$$

ზემოთ მოყვანილი ფორმულებიდან ჩანს, რომ ბრტყელი კვეთის განზოგადებული მახასიათებლების განსაზღვრისათვის საჭიროა გამოითვალოს დიფერენციალური ბინომის ინტეგრალი, რაც საკმაოდ მოცულობითია. ამიტომ მიზანშეწონილია წარმოდგენილი ინტეგრალების რიცხვითი გაანგარიშება. ამისათვის შემოღებულია

უგანზომილებო სიდიდეები:

$$\bar{y} = y/h, \bar{T} = T/T_s, \bar{A}^* = A^*/(E_0 dh), \bar{I}_x^* = I_x^*/(E_0 dh^3);$$

$$\beta_k^* = (1 - E_F/E_0)/[(T_F/T_s)^k - 1], k = 1; 2$$

მაშინ მართკუთხა კვეთისათვის ზემოთწარმოდგენილ ფორმულებს უგანზომილებო სიდიდეებში აქვთ სახე:

$$\bar{y}_c = \left[\int_0^1 \bar{y} d\bar{y} [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] \right] / \int_0^1 [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] d\bar{y},$$

$$\bar{I}_x^* = \int_0^1 \bar{y}^2 [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] d\bar{y}, \tag{14}$$

$$\bar{I}_{xc}^* = \bar{I}_x^* - \bar{y}_c^2 \bar{A}^*,$$

$$\bar{A}^* = \int_0^1 [1 - \beta_k^* (\bar{T}^k - 1)] d\bar{y}.$$

რიცხვითი გაანგარიშება შესრულებულია მუდმივების შემდეგი მნიშვნელობებისათვის $T_s = 26^{\circ}C, T_0 = 108^{\circ}C, T_1 = 34^{\circ}C, k = 1, n = 1$. გაანგარიშების შედეგად მიღებულია კვეთის მახასიათებლების მნიშვნელობები: $\bar{y}_c = 0.504, \bar{I}_x^* = 0.328, \bar{I}_{xc}^* = 0.081, \bar{A}^* = 0.973$.

შესრულებულია განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებლებისა და დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის რიცხვითი კვლევა ორი შემთხვევისათვის: როცა დრეკადობის მოდული მცირდება 5% -ით და როცა დრეკადობის მოდული მცირდება 10%-ით ტემპერატურის ცვლილების ერთი და იგივე პირობებში. საკონტრუქციო ფოლადებისათვის (ფ.40, ფ.45 და ა.შ) ჩვეულებრივ დრეკადობის მოდული მცირდება 5%-მდე სიდიდით $250^{\circ}C$ -მდე გახურებისას. მაგნიუმის, ალუმინის და სხვა შენადნებისათვის ეს შემცირება შეადგენს 11 - 30%.

ცხრილი 1. გაანგარიშების შედეგები დრეკადობის მოდულის შემცირებისას 5%-ით

№	k	T ₀ °C	T ₁ °C	T _s °C	n	\bar{y}_c	\bar{I}_x^*	\bar{I}_{xc}^*	\bar{A}^*
1	1	108	34	26	1	0,504	0,328	0,081	0,973
2					2	0,504	0,326	0,081	0,965
3					1/2	0,503	0,33	0,082	0,98
4					1/3	0,502	0,33	0,082	0,984
1	1	168	83	26	1	0,507	0,31	0,076	0,913
2					2	0,507	0,307	0,075	0,9

3					1/2	0,505	0,313	0,077	0,925
4					1/3	0,504	0,314	0,077	0,931

ცხრილი 2. გაანგარიშების შედეგები დრეკადობის მოდულის შემცირებისას 10%-ით.

№	k	T ₀ °C	T ₁ °C	T _s °C	n	\bar{y}_c	\bar{I}_x^*	\bar{I}_{xc}^*	\bar{A}^*
1	1	108	34	26	1	0,676	0,223	0,023	0,438
2					2	0,772	0,177	0,008	0,283
3					1/2	0,604	0,256	0,04	0,592
4					1/3	0,574	0,269	0,049	0,669
1	1	168	83	26	1	0,515	0,288	0,069	0,825
2					2	0,516	0,28	0,067	0,801
3					1/2	0,512	0,293	0,07	0,85
4					1/3	0,509	0,295	0,071	0,863

გაანგარიშების შედეგები მოცემულია ცხრ.1 და ცხრ.2-ში. გაანგარიშების შედეგებიდან ჩანს, რომ მასალის დრეკადობის მოდულის უმნიშვნელო (5%-მდე) ცვლილებისას, ბრტყელი კვეთის დაყვანილი სიმძიმის ცენტრი ფაქტობრივად ემთხვევა გეომეტრიულ ცენტრს და კვეთში ტემპერატურის ცვლილების კანონი უმნიშვნელოდ მოქმედებს დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის მდებარეობაზე. დრეკადობის მოდულის 10%-მდე ცვლილებისას ტემპერატურის ცვლილების იგივე რეჟიმებისას, დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატა არ ემთხვევა გეომეტრიულ ცენტრს. დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატა არსებითად დამოკიდებულია კვეთის ზედა და ქვედა გვერდების ტემპერატურებზე და კვეთში ტემპერატურის ცვლილების კანონზე.

მეოთხე ნაწილში განიხილება ღეროების დეფორმირების გეომეტრიულად არაწრფივი ამოცანა თერმომექანიკური დატვირთვისას. მოცემულია მრუდწირული ღეროს ბრტყელი დეფორმირების ძირითადი განტოლებები დიდი გადაადგილებებისას ბრტყელი კვეთების ჰიპოთეზის საფუძველზე. მატერიალური თერმოდრეკადი ხაზისათვის ჩაწერილია გეომეტრიის სამი განტოლება და სტატიკის სამი განტოლება. განტოლებათა სისტემა მრუდწირული ღეროებისათვის:

$$\begin{aligned}
dv/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)\sin\theta - \sin\theta_0, \\
dw/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)\cos\theta - \cos\theta_0, \\
d\theta/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)/\rho_0 + \kappa_x, \\
dM/dl_0 &= (1+\varepsilon_0)(H\sin\theta - R\cos\theta - m), \\
dR/dl_0 &= -(1+\varepsilon_0)q_y, \\
dH/dl_0 &= -(1+\varepsilon_0)q_z,
\end{aligned}
\tag{15}$$

სადაც: ρ_0 და ρ - თერმოდრეკადი ხაზის სიმრუდის რადიუსებია დეფორმაციამდე და დეფორმაციის შემდეგ, θ_0 და θ - თერმოდრეკადი ხაზის მხების დახრის კუთხეა z ღერძის მიმართ დეფორმაციამდე და დეფორმაციის შემდეგ, v, w - თერმოდრეკადი ხაზის წერტილების ვერტიკალური და ჰორიზონტალური გადაადგილებებია, R, H - შიგა ძალის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მდგენელებია, M - მღუნავი მომენტია, q_y, q_z - გარე განაწილებული ძალის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური მდგენელებია, m - გარე მღუნავი მომენტის ინტენსივობაა.

ცხადია, რომ $w=w(l), v=v(l), \rho=\rho(l), \theta=\theta(l)$, სადაც l - დეფორმირებული თერმოდრეკადი ხაზის რკალის სიგრძეა, ან $w=w(l_0), v=v(l_0), \rho=\rho(l_0), \theta=\theta(l_0)$, სადაც l_0 - თერმოდრეკადი ხაზის რკალის სიგრძეა დეფორმაციამდე. თერმოდრეკადი ხაზის ელემენტარული რკალის სიგრძის ცვლილება გაიანგარიშება ფორმულით: $dl = dl_0(1 + \varepsilon_0)$.

დეფორმაცია ε_0 და სიმრუდის ცვლილების მახასიათებელი პარამეტრი κ_x განისაზღვრებიან ფორმულებით:

$$\varepsilon_0 = (N + \int_A \varepsilon^T F dA) / A^*; \kappa_x = (M + \int_A \varepsilon^T y F dA) / I_x^*, \tag{16}$$

სადაც N - ნორმალური ძალაა $N = H\cos\theta + R\sin\theta$. თერმოდრეკადი ხაზის სიმრუდე დეფორმაციის შემდეგ გაიანგარისება როგორც:

$$1/\rho = 1/\rho_0 + \kappa_x / (1 + \varepsilon_0) . \tag{17}$$

ნებისმიერი CD ფენის დეფორმაცია კვეთში იცვლება წრფივად:

$$\varepsilon_{CD} = \varepsilon_0 + \kappa_x \cdot y .$$

განტოლებათა სისტემა (15), (16) განტოლებასთან და ნორმა-

ლური ძალის გამოსახულებასთან ერთად, ქმნიან დიფერენციალურ განტოლებათა ჩაკეტილ სისტემას, რომელზეც დაიყვანება გეომეტრიულად არაწრფივი ამოცანის ამოხსნა. ნაშრომში ჩაწერილია სასაზღვრო პირობები ჩამაგრების ბოლოების სხვადასხვა სახისათვის.

სიდიდეები θ_0 და ρ_0 აღწერენ ღეროს საწყის გეომეტრიას. თუ ზემოთ მოტანილ განტოლებებში ჩავსვამთ $\theta_0=0$, $\rho_0 \rightarrow \infty$, მიიღება სწორი ძელის დეფორმირების დიფერენციალური განტოლებები.

მიღებული ჩვეულებრივი არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემა სასაზღვრო პირობებით ეფექტურად ამოიხსნება რიცხვითი მეთოდებით. ნაშრომში გამოყენებულია ამონახსნის პარამეტრის მიმართ გაგრძელებისა და პარალელური სროლის მეთოდი, შემუშავებული ნ.ვალიშვილის მიერ.

რიცხვითი გაანგარიშებისათვის შემოღებულია უგანზომილებო სიდიდეები:

$$\bar{l} = \frac{l}{L}, \bar{v} = \frac{v}{L}, \bar{w} = \frac{w}{L}, \bar{\kappa}_x = \kappa_x L, \bar{R} = \frac{R}{q_* L}, \bar{H} = \frac{H}{q_* L}, \bar{m} = \frac{m}{q_* L}, \bar{M} = \frac{M}{q_* L^2}, \bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{T} = \frac{T}{T_f}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{L}$$

$$\bar{z} = \frac{z}{L} \text{ (სწორი ღეროებისათვის)}. \bar{l}_0 = \frac{l_0}{L}, \bar{q}_{y,z} = \frac{q_{y,z}}{q_*},$$

სადაც L - ღეროს სიგრძეა დეფორმაციამდე, q_* - განაწილებული დატვირთვის მაქსიმალური მნიშვნელობაა.

განტოლებათა სისტემას სწორი ღეროებისათვის უგანზომილებო სიდიდეებში აქვს სახე:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}}{d\bar{z}} &= (1 + \varepsilon_0) \sin \theta, \\ \frac{d\bar{w}}{d\bar{z}} &= (1 + \varepsilon_0) \cos \theta - 1, \\ \frac{d\theta}{d\bar{z}} &= \bar{\kappa}_x, \\ \frac{d\bar{R}}{d\bar{z}} &= -(1 + \varepsilon_0) \bar{q}_y, \\ \frac{d\bar{H}}{d\bar{z}} &= -(1 + \varepsilon_0) \bar{q}_z, \\ \frac{d\bar{M}}{d\bar{z}} &= (1 + \varepsilon_0) (\bar{H} \sin \theta - \bar{R} \cos \theta - \bar{m}), \end{aligned} \tag{18}$$

$$\bar{N} = \bar{H} \cos \theta + \bar{R} \sin \theta, \quad \bar{\kappa}_x = \frac{\bar{M}}{\bar{I}_x} \bar{q} + \frac{L \alpha T_f}{h \bar{I}_x} \int_0^1 \bar{E}(\bar{T} - 1) \bar{y} d\bar{y},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{A^*} \left(\bar{N} \frac{h^2}{L^2} \bar{q} + \beta T_f \int_0^1 \bar{E}(\bar{T} - 1) d\bar{y} \right).$$

ფორმულირებულია არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანა არასტაციონარული თერმომექანიკური დატვირთვისას ინერციული შემაღენლების გათვალისწინების გარეშე.

ნაშრომში ამოხსნილია სწორი ღეროების დეფორმირების რიგი ამოცანები სტაციონალური თერმომექანიკური დატვირთვისას. ჩათვლილია, რომ ტემპერატურა იცვლება განივი კვეთის სიმაღლეში მოცემული კანონით. ქვემოთ მოტანილია განაწილებული ძალით და ტემპერატურული ველით დატვირთული სტატიკურად ურკვევი ძელის გადაადგილებებისა და შიგა ძალების რიცხვითი გაანგარიშების შედეგები.

რიცხვითი გაანგარიშებისათვის Y ვექტორი წარმოვადგინოთ შემდეგი კომპონენტებით:

$$Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6)^T, \quad (19)$$

სადაც:

$$Y_1 \equiv \bar{v}, Y_2 \equiv \theta, Y_3 \equiv \bar{w}, Y_4 \equiv \bar{R}, Y_5 \equiv \bar{M}, Y_6 \equiv \bar{H}. \quad (20)$$

ამოცანის ამოხსნისას იაკობიანის გამოთვლის მიზნით მნიშვნელოვანია ჩავწეროთ Y ვექტორი საინტეგრო ინტერვალის საწყისი წერტილისათვის და ბოლო წერტილისათვის.

საინტეგრო ინტერვალის საწყის წერტილში Y ვექტორს აქვს სახე:

$$Y(0) = (0, 0, 0, A_1, A_2, A_3)^T, \quad (21)$$

სადაც $A_i, i=1,2,3$ უცნობი საწყისი პარამეტრებია (სროლის პარამეტრებია). მათი განსაზღვრისათვის გვაქვს სასაზღვრო პირობები ღეროს ბოლოში: $\varphi_4 = y_1 = 0, \varphi_5 = y_5 = 0, \varphi_6 = y_6 = 0$. (18) განტოლებებში საჭიროა ჩავსვათ: $\bar{q}_z = 0, \bar{q}_y = 1, m = 0$.

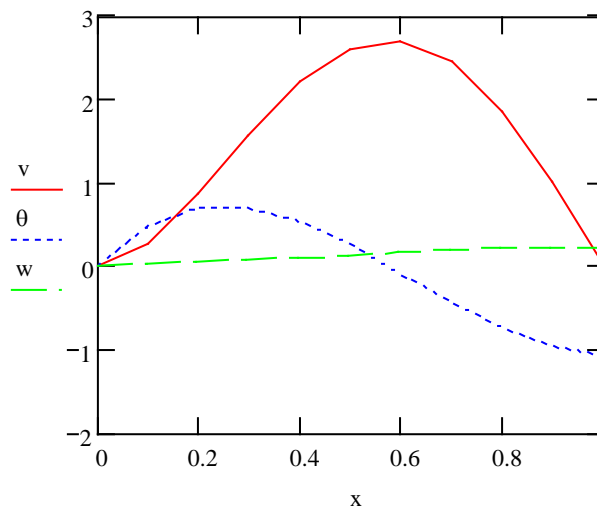
იაკობიანს აქვს სახე:

$$I = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_4}{\partial A_1} & \frac{\partial \varphi_4}{\partial A_2} & \frac{\partial \varphi_4}{\partial A_3} \\ \frac{\partial \varphi_5}{\partial A_1} & \frac{\partial \varphi_5}{\partial A_2} & \frac{\partial \varphi_5}{\partial A_3} \\ \frac{\partial \varphi_6}{\partial A_1} & \frac{\partial \varphi_6}{\partial A_2} & \frac{\partial \varphi_6}{\partial A_3} \end{pmatrix} \quad \text{ან} \quad I = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial A_1} & \frac{\partial y_1}{\partial A_2} & \frac{\partial y_1}{\partial A_3} \\ \frac{\partial y_5}{\partial A_1} & \frac{\partial y_5}{\partial A_2} & \frac{\partial y_5}{\partial A_3} \\ \frac{\partial y_6}{\partial A_1} & \frac{\partial y_6}{\partial A_2} & \frac{\partial y_6}{\partial A_3} \end{pmatrix}$$

A_i პარამეტრების მნიშვნელობები როცა $\bar{q} = 0$, ნულის ტოლია $A_i = 0, i = 1, 2, 3$.

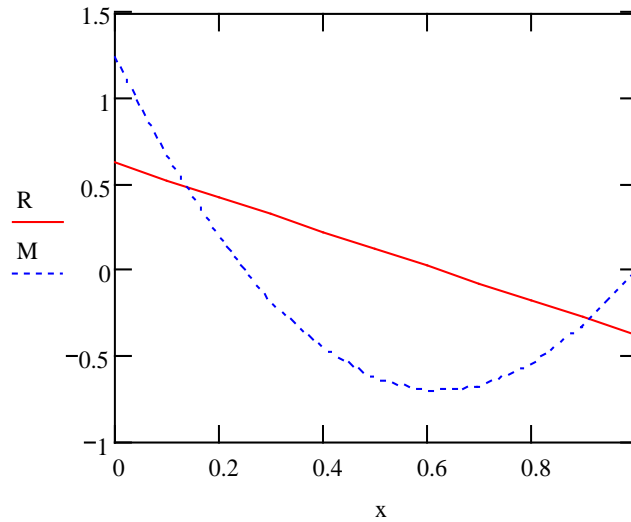
მოდრაობის პარამეტრის საწყისი ბიჯი 0,01 ტოლია. მოძრაობის პარამეტრის ყოველ ბიჯზე კრებადობა მიიღწეოდა 2-3 იტერაციით. სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების სიზუსტე შეადგენს 10^{-4} .

ნახ.4-ზე წარმოდგენილია გადაადგილების კომპონენტების გრაფიკები, ხოლო ნახ.5-ზე-შიგა ძალოვანი ფაქტორების გრაფიკები დატვირთვის პარამეტრის მნიშვნელობისათვის $\bar{q} = 0,06$. შედარებითი ანალიზი აჩვენებს, რომ \bar{q} პარამეტრის გაზრდით არსებითად იცვლება თანაფარდობა \bar{v} და \bar{w} გადაადგილებებს შორის.



ნახ. 4 ღეროს გადაადგილებები დატვირთვის პარამეტრის მნიშვნელობისათვის $\bar{q} = 0.6$; $v = \bar{v} \cdot 10^3$, $\theta = \bar{\theta} \cdot 10^2$, $w = \bar{w} \cdot 10^4$

დატვირთვის ვექტორი არ იცვლის მიმართულებას. განგარიშები ჩატარებულია გეომეტრიული ზომებისა და მასალის პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობებისათვის:
 $h = 0.012, d = 0.024, L = 0.7, T_f = 26^\circ C, T_a = 30^\circ C, T_h = 56^\circ C$. $n = 0.3$ ამ მასალისათვის და გეომეტრიული ზომების ძელისათვის $q_* = 14,4\bar{q}$ კნ/მ.



ნახ.5 მღუნავი მომენტის და ძალის ვერტიკალური მდგენელის განაწილება დატვირთვის პარამეტრის მნიშვნელობისათვის
 $\bar{q} = 0.6; R = \bar{R}, M = \bar{M} \cdot 10$

მეხუთე ნაწილში წარმოდგენილია ექსპერიმენტალური კვლევის შედეგები. აკ.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მასალათა გამძლეობის ლაბორატორიაში ჩატარებული იქნა მართკუთხა, მუდმივი განივი კვეთის მქონე კონსოლური ძელის გამოცდა თერმომექანიკური დატვირთვისას (ნახ.6).

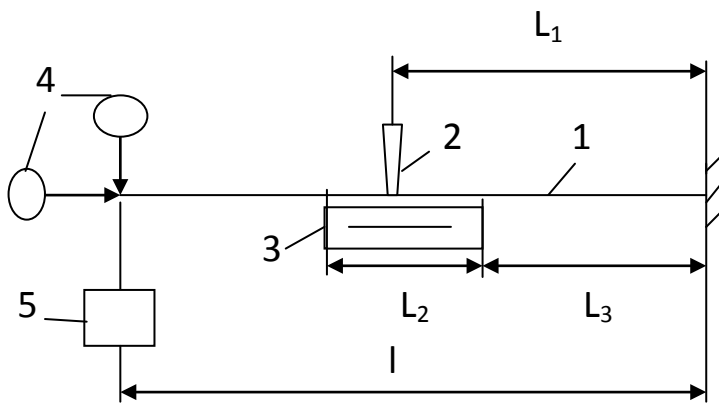
ექსპერიმენტალური სტენდის სქემა ნაჩვენებია ნახ.7-ზე. სტენდის მახასიათებელი გეომეტრიული ზომებია: $l = 700\text{მმ}$, $l_1 = 350\text{მმ}$, $l_2 = 190\text{მმ}$, $l_3 = 240\text{მმ}$. ძელის მასალა - ფ.45, გეომეტრიული ზომები -12x24x700 (მმ). დამზადებული იქნა გამახურებელი მოწყობილობა 200 ვტ სიმძლავრის სპირალის გამოყენებით, რომლითაც ვახურებდით ქვედა ზედაპირის ნაწილს 19 სმ სიგრძეზე. ტემპერატურა გაზომილი იქნა ციფრული კონტაქტური თერმომეტრით TK – 5.03. გადაადგილებების გაზომვისათვის გამოყენებული იქნა საათური ტიპის ინდიკატორები. მექანიკურ დატვირთვას ვქმნიდით 1 კგ და 2 კგ საწონებით.

ცდები ჩატარებულია დატვირთვის ორი შემთხვევისათვის: პირველი - როცა კოჭი მხოლოდ ხურდება ქვედა ზედაპირის ნაწილზე და მეორე - თერმომექანიკური დატვირთვისათვის. თერმომექანიკური დატვირთვისას კოჭი იტვირთებოდა თავისუფალ ბოლოზე

საწონით, შემდეგ ვახურებდით ქვედა ზედაპირის ნაწილზე. კოჭი ხურდებოდა 8 წთ-ის განმავლობაში. 40 წმ ინტერვალით იზომებოდა ტემპერატურა ქვედა ზედაპირის გახურების არეში და ტემპერატურა ზედა ზედაპირის მოცემულ წერტილში, ასევე თავისუფალი ბოლოს ვერტიკალური და ჰორიზონტალური გადაადგილებები.



ნახ.6 ექსპერიმენტალური სტენდი



ნახ.7 ექსპერიმენტალური სტენდის სქემა.

1-კონსოლი, 2-თერმომეტრი, 3-გამახურებელი მოწყობილობა, 4- ინდიკატორები, 5- საწონები

ექსპერიმენტი ერთფაქტორიანია. დამოუკიდებელი ფაქტორია დრო. გამოყენებულია თანმიმდევრობითი გეგმა. შესრულებულია

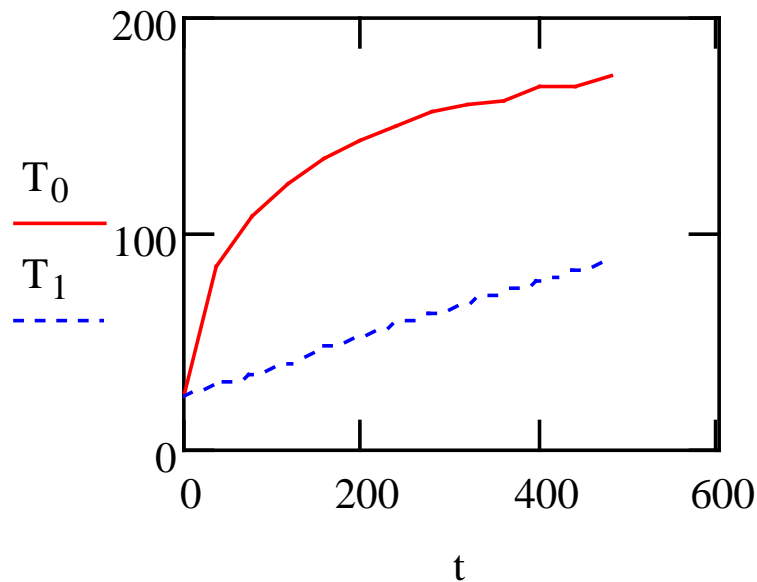
სამი განმეორებითი გაზომვა დამოუკიდებელი ფაქტორის ყველა დონისათვის. მკვეთრად გამორჩეული ექსპერიმენტალური წერტილები მოწმდებოდა სმირნოვ-გრეზის კრიტერიუმით. გაზომვების შედეგები წარმოდგენილია ცხრილების სახით დანართებში. დამოუკიდებელი ფაქტორის ყველა დონისათვის ნაპოვნია გაზომილი სიდიდეების საშუალო მნიშვნელობები.

ექსპერიმენტალური მონაცემების გრაფიკული და ანალიზური სახით წარმოდგენისათვის ჩატარებული იქნა გაზომვების შედეგების დამუშავება Mathcad-ის სისტემაში.

ნახ.8-ზე ნაჩვენებია კოჭის ქვედა გახურებული ნაწილის და ზედა ზედაპირის გაზომვის წერტილში ტემპერატურების დამოკიდებულება დროზე. ტემპერატურის დროზე დამოკიდებულების ანალიზური სახით წარმოდგენისათვის გამოყენებულია სამპარამეტრიანი რეგრესია შემდეგი სახის ხარისხობრივი ფუნქციით:

$$f(t) = a \cdot t^b + c, \tag{22}$$

სადაც a, b, c - რეგრესიის საძიებო პარამეტრებია.



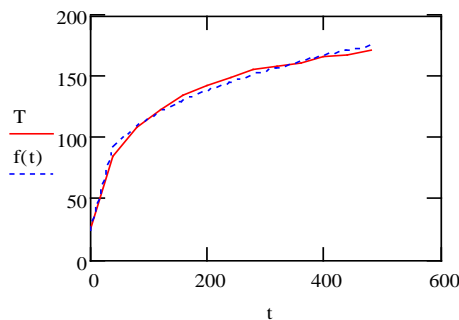
ნახ.8 კოჭის ქვედა გახურებული ნაწილის ტემპერატურის (T_0) და ზედა ზედაპირის ტემპერატურის (T_1) დამოკიდებულება დროზე გაზომვის წერტილში

$$x := (0 \ 40 \ 80 \ 120 \ 160 \ 200 \ 240 \ 280 \ 320 \ 360 \ 400 \ 440 \ 480)^T$$

$$y := (26 \ 85 \ 108 \ 123 \ 135 \ 143 \ 150 \ 155.3 \ 159 \ 161.3 \ 167 \ 168.3 \ 172)^T$$

$$g := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C := \text{pwrfit}(x, y, g)$$

$$f(t) := C_0 \cdot t^{C_1} + C_2 \quad C = \begin{pmatrix} 20.668 \\ 0.322 \\ 24.878 \end{pmatrix}$$



ნახ.9 გახურების ტემპერატურის დროზე დამოკიდებულების ხარისხობრივი რეგრესია რეგრესიის პარამეტრების მნიშვნელობები

მოცემულია C მატრიცაში:

$$C_0 = a = 20.688, C_1 = b = 0.322, C_2 = c = 24.878.$$

მაშასადამე $f_1(t)$ ფუნქციას აქვს სახე:

$$f_1(t) = 20.688 \cdot t^{0.322} + 24.878. \quad (23)$$

ნახ.9-ზე კონტურის ხაზით აგებულია გასაშუალებული ექსპერიმენტალური მონაცემების დამოკიდებულება დროზე, ხოლო წყვეტილი ხაზით წარმოდგენილია (23) ფორმულის შესაბამისი გრაფიკი. ნახ.9-დან ჩანს, რომ (23) ფუნქცია კარგად აღწერს ცდების შედეგებს.

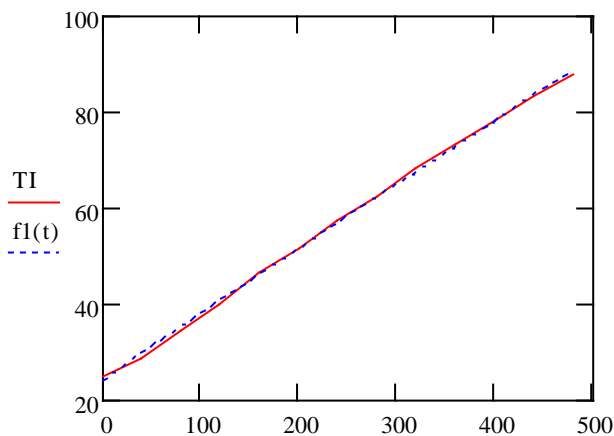
ხარისხობრივი რეგრესიით დამუშავებული იქნა ასევე ექსპერიმენტალური მონაცემები ზედა ზედაპირისათვის გაზომვის წერტილში. რეგრესიის კოეფიციენტების გაანგარიშებული მნიშვნელობები მოცემულია D მატრიცაში. $D_0 = 0.153, D_1 = 0.98, D_2 = 23.929$. შესაბამისად, ზედა ზედაპირზე გაზომვის წერტილში ტემპერატურის დამოკიდებულებას დროზე აქვს სახე:

$$T(t) = 0.153 \cdot t^{0.98} + 23.929, \quad (24)$$

$$y1 := (25 \ 28.67 \ 34.33 \ 39.67 \ 46.67 \ 51.33 \ 57.33 \ 62.33 \ 68 \ 73 \ 78.33 \ 83.33 \ 87.67)^T$$

$$g1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D := \text{pwrfit}(x, y1, g1)$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.153 \\ 0.98 \\ 23.929 \end{pmatrix} \quad f1(t) := D_0 \cdot t^{D_1} + D_2$$



ნახ. 10 ხარისხობრივი რეგრესია. ტემპერატურის დროზე დამოკიდებულება გაზომვის წერტილში

ნახ.10-ზე კონტურის ხაზით ნაჩვენებია ტემპერატურის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი აგებული განმეორებითი გაზომვების მონაცემების გასაშუალებული მნიშვნელობებით, ხოლო წყვეტილი ხაზით აგებულია (24) ფუნქციის შესაბამისი გრაფიკი. ნახ.10-დან ჩანს, რომ (24) ფუნქცია საკმაოდ კარგად აღწერს ექსპერიმენტის შედეგებს.

(23) და (24) ფუნქციები გამოყენებული იქნა მეორე ნაწილში როგორც სასაზღვრო პირობები, თბოგამტარობის არასტაციონარული ამოცანის ამოხსნისას.

ძირითადი შედეგები და დასკვნები

1. შესრულებულია გადაადგილებებისა და შიგა ძალოვანი ფაქტორების თეორიული და ექსპერიმენტალური კვლევა ღეროების ბრტყელი დეფორმირებისას.
2. შესწავლილია მართკუთხა განივი კვეთის მქონე ძელის ტემპერატურული ამოცანა. ერთგანზომილებიანი არასტაციონარული თბოგამტარობის დიფერენციალური განტოლება ამოხსნილია Mathcad - ის სისტემაში პირველი და მესამე გვარის სასაზღვრო პირობებისათვის, მათ შორის, ექსპერიმენტალურად დადგენილი არასტაციონალური სასაზღვრო პირობებისათვის. რიცხვითი გაანგარიშების შედეგები კარგად ეთანადება ექსპერიმენტის შედეგებს. მაქსიმალური ცდომილება შეადგენს 17%-ს გახურების ბოლოს, როცა $t=440$ წმ. წარმოდგენილია გაანგარიშების გამოყენებითი პროგრამები.
3. განხილულია თბოგამტარობის ორგანზომილებიანი არასტაციონარული ამოცანა, როცა ღეროს ზედაპირის ნაწილზე ზემოქმედებს გამახურებელი მოწყობილობა. სასაზღვრო პირობები ღეროს ამ ნაწილზე ჩაწერილია ხევისაიდის ფუნქციის საშუალებით. კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა შემოთავაზებულია წრფეების მეთოდით დაყოფის მართკუთხა ბადის საფუძველზე.
4. შესწავლილია ბრტყელი კვეთის განზოგადებული მახასიათებლები ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას და ცვლადი დრეკადობის მოდულისას. გაანგარიშებულია განზოგადებული ინერციის მომენტები საკონსტრუქციო ნახშირბადოვანი ფოლადებისათვის და სხვადასხვა შენადნებისათვის. დადგენილია, რომ განზოგადებული გეომეტრიული მახასიათებლების გაანგარიშება არსებითია ალუმინის, მაგნიუმის და სხვა შენადნებისათვის, რომელთა დრეკადობის მოდული იცვლება 24% -მდე, 250-300°C-მდე გახურებისას, ხოლო საკონსტრუქციო ნახშირბადოვანი ფოლადების გახურებისას 250 °C-მდე დრეკადობის მო-

- დული იცვლება უმნიშვნელოდ და შესაძლებელია ჩვეულებრივი გეომეტრიული მახასიათებლების გამოყენება.
5. განსაზღვრულია დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატები ტემპერატურის არათანაბარი განაწილებისას. დადგენილია, რომ ტემპერატურების განსხვავების ზრდა კვეთის გვერდებზე გავლენას ახდენს დაყვანილი სიმძიმის ცენტრის კოორდინატებზე და ფაქტობრივად არ არის დამოკიდებული ტემპერატურის ცვლილების კანონზე. გაანგარიშებები შესრულებულია Mathcad-ის სისტემაში. წარმოდგენილია გამოყენებითი პროგრამები.
 6. განხილულია მრუდწირული ღეროების ბრტყელი ღუნვის არაწრფივი ამოცანა თერმომექანიკური დატვირთვისას. ჩაწერილია არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემა თერმოდრეკადი ხაზის დეფორმაციის გათვალისწინებით. ფორმულირებულია სასაზღვრო პირობები.
 7. სტაციონარული თერმომექანიკური დატვირთვისათვის ჩატარებულია რიცხვითი გაანგარიშებები visual FORTRAN-ზე. არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა შესრულებულია ამონახსნის პარამეტრის მიმართ გაგრძელებისა და პარალელური სროლის მეთოდით. მოცემულია სწორი ღეროების გაანგარიშების შედეგები და წარმოდგენილია გადაადგილებების და შიგა ძალოვანი ფაქტორების განაწილებები. დადგენილია კრიტიკული დატვირთვა, რომელიც შეესაბამება დეფორმირების კრიტიკულ წერტილს, რომელშიც $(\partial \bar{v} / \partial \bar{q} \rightarrow \infty)$.
 8. განხილულია სწორი ღეროს ბრტყელი დეფორმირების ამოცანა არასტაციონარული თერმომექანიკური დატვირთვისას ინერციული შემაღენლების გათვალისწინების გარეშე. ფორმულირებულია ძირითადი განტოლებები, საწყისი და სასაზღვრო პირობები. თბოგამტარობის განტოლებისათვის ფორმულირებულია შერეული სასაზღვრო პირობები ღეროს ზედაპირის ნაწილზე.
 9. შესრულებულია ფ.45 ფოლადის მართკუთხა განივი კვეთის მქონე კონსოლური ძელის გადაადგილებებისა და ტემპერატურ-

- რული ველის ექსპერიმენტალური კვლევა. ძელის ქვედა ზედაპირის ნაწილის გახურებისათვის დამზადებულია გამახურებელი მოწყობილობა და აწყობილია ექსპერიმენტალური სტენდი.
10. შესრულებულია ტემპერატურების გაზომვა ძელის ქვედა ნაწილის გახურების არეში და ზედა თავისუფალი ზედაპირის, ასევე, თავისუფალი ბოლოს ვერტიკალური და ჰორიზონტალური გადაადგილებების გაზომვა. დადგენილია, რომ თავისუფალი ზედაპირის ტემპერატურა დაახლოებით ორჯერ ნაკლებია ტემპერატურაზე ღეროს გახურების არეში. ძალით დატვირთვისას ვერტიკალური გადაადგილება არსებითად მეტია ჰორიზონტალურზე, ხოლო ძელის ნაწილის გახურებისას ჰორიზონტალური გადაადგილებები მეტია ვიდრე განივი.
 11. ექსპერიმენტალური გაზომვების შედეგები დამუშავებულია Mathcad-ის სისტემაში. რეგრესიული ანალიზის გზით მიღებულია ძელის ქვედა ზედაპირის გახურების არის და ზედა ზედაპირის ტემპერატურების დამოკიდებულებები დროზე, რომლებიც გამოყენებულია როგორც სასაზღვრო პირობები ტემპერატურული ამოცანის რიცხვითი გაანგარიშებისას. ნაპოვნია ხარისხობრივი რეგრესიის კოეფიციენტები, რომლებიც საკმაოდ კარგად აღწერენ ექსპერიმენტალურ მრუდებს. წარმოდგენილია გამოყენებითი პროგრამა.
 12. გაანგარიშების დამუშავებული მეთოდოლოგია შეიძლება გამოყენებული იქნეს მანქანათმშენებლობის და სამშენებლო ლითონკონსტრუქციების ღეროვანი ელემენტების გაანგარიშებისათვის, რომლებიც განიცდიან მექანიკურ და სითბურ ზემოქმედებებს. დამუშავებული გამოყენებითი პროგრამები ადვილად შეიძლება გამოიყენებული იქნეს ინჟინრების მიერ პრაქტიკულ გაანგარიშებებში, ასევე მაღალი კურსის სტუდენტების სწავლის პროცესში.

დისერტაციის ძირითადი დებულებები ასახულია შრომებში

1. Киквидзе О.Г., Байсарова Г.Г. Экспериментальное исследование перемещений и температурного поля в стержне при термомеханическом нагружении// GEORGIAN ENGINEERING NEWS, No.3(vol.75),2015.-pp.41-44
2. Киквидзе О.Г., Байсарова Г.Г. Устойчивость стержня при неравномерном термомеханическом нагружении// GEORGIAN ENGINEERING NEWS, No.1,2016.-pp.60-63
3. Байсарова Г.Г., Киквидзе О.Г. Обобщенные геометрические характеристики для расчета лопаток турбин//III International Scientific Conference ENERGY:REGIONAL PROBLEMS AND DEVELOPMENT OPPORTUNITIES 24-25.10.2015 Kutaisi, Georgia.- pp.241-244
4. Baisarova G., Kikvidze O. Experimental investigation of beam at thermo mechanical loading // VI ANNUAL MEETING OF THE GEORGIAN MECHANICAL UNION 30.09-4.10.2015 Tbilisi, Georgia.- p.7
5. Kikvidze O., Baisarova G. Non stationary problem of beam's deformation at thermo mechanical loading//Kutaisi. BULLETIN OF AKAKI TSERETELI STATE UNIVERSITY №2(4).- 2014.-pp.77-82.
6. Tvalchrelidze A., Baisarova G., Suieuoova N. Some Applications of the Theory of Shells with the Use of Several Basic Surfaces.//IV Annual Meeting of the Georgian Mechanical Union. BOOK OF ABSTRACTS, 8.11.2013-10.11.2013, Kutaisi. - p.56

Akaki Tsereteli State University
Faculty of Technical Engineering

On right of manuscript

BAISAROVA GULBANU

Speciality: 04.08 – Mechanical Engineering and Technology

Calculation of large displacements of
thermoelastic rods

Abstract
of dissertation for gaining of academic degree
of engineering

Kutaisi 2016