შ ე ს ა ვ ა ლ ი

თანამედროვე ეკონომიკური და სოციალური განვითარების დამახასიათებელი თვისება არის ურბანიზაციის პროცესის ინტენსივობა, ე.ი. ქალაქების, მათი ტერიტორიების და მოსახლეობის რიცხვის ზრდა.

ქალაქებში მოსახლეობის მასიურმა კონცენტრაციამ, რომელიც წარმოიშვა მიმდინარე საუკუნის დასაწყისში მიგვიყვანა იქამდე, რომ დედამიწის მოსახლეობის მესამედი ცხოვრობს ქალაქებში, ამასთან ამ რაოდენობის 20% შეადგენს ქალაქების მოსახლეობას, რომელთა რიცხოვნობა აღემატება 100 ათ. ადამიანს.

უკანასკნელი ათეული წლების მანძილზე წარმოიშვა სუპერქალაქები, რომელთა მოსახლეობა შეადგენს 7-12 მლნ. ადამიანს და ე.წ. აგლომერაციები (რეგიონალური, ურბანული გაერთიანება), რომლის მოსახლეობა არის 30 მლნ.-მდე.

ადამიანთა ასეთი უდიდესი რიცხვის განლაგებისათვის მოხდა ტერიტორიის რეგიონალური გაფართოება.

რეგიონალური, ურბანული ტერიტორია და მოსახლეობის რიცხოვნობა არ წარმოადგენს მათი განვითარების ერთადერთ მახასიათებლებს. მითუმეტეს ეს ორი მაჩვენებელი ახასიათებს რეგიონალურს, მხოლოდ მის შიგნით.

რეგიონალური გარემოს ხარისხობრივი მაჩვენებლები და მათი განვითარება, საკმარისად დიდია. ისინი დანიშნულია დაახასიათონ რეგიონალური, ურბანული ტერიტორია უფრო დეტალურად სხვადასხვა თვალსაზრისით. მრავალი მათგანი წარმოადგენს, რომელიმე რიცხობრივ მაჩვენებლებს, მაგალითად, ხმაურის დონე, რეგიონალური, ურბანული ტერიტორიის საჰაერო და წყლის აუზების დაბინძურება, ტრანსპორტის შეღწევადობა, მაგისტრალების დატვირთულობა,

სამრეწველო წარმოების დონე, დემოგრაფიული მახასიათებლები, საცხოვრებელი ფონდის მდგომარეობა და ა.შ. მაგრამ რეგიონალური ტერიტორიის ყველა მახასიათებელი არ შეიძლება გამოისახოს ციფრებში. მისი მახასიათებლები ისეთია, როგორც არქიტექტურული სახე, მიმზიდველობა, მოხერხებული საცხოვრებელი პირობები, მოსახლეობის საზოგადოებრივი აქტიურობა და სხვა, რომელთა რაოდენობრივად შეფასება საეჭვოა.

ზემოთ ნახსენები მაჩვენებლების ერთობლიობა ახასიათებს რეგიონალური ტერიტორიის მდგომარეობას, ხოლო მათი ცვლილება დროის მიხედვით - მის განვითარებას. ზუსტად, რომ ვთქვათ ისინი წარმოადგენენ, რომელიღაც პროცესების შედეგების მაჩვენებლებს, რომელიც მიმდინარეობს, როგორც რეგიონალური ტერიტორიის შიგნით, ასევე მის გარეთ.

შიდა პროცესები განპირობებულია რეგიონალური ტერიტორიის შემადგენელი ელემენტების ურთიერთმოქმედებით. ეს ელემენტები შეიძლება გავაერთიანოთ სამ ჯგუფად, რომლებსაც შემდგომში ვუწოდებთ ორგანიზაციებს.

პირველი მათგანი - შრომის ორგანიზაცია, რომელიც რეგიონალურ ტერიტორიაზე აერთიანებს იმ ობიექტებს, სადაც მოსახლეობას შეუძლია გამოიყენოს თავისი შრომა. ეს შეიძლება იყოს სასამართლოები სამრეწველო საწარმოები, ადმინისტრაციული დაწესებულებები, მომსახურების საწარმოები და ა.შ. მეორე ორგანიზაცია - საცხოვრებელი, სადაც შედის რეგიონალური ტერიტორიის ყველა საცხოვრებელი ობიექტები. ეს ორგანიზაცია ერთგვაროვანია, მისი შემადგენელი ობიექტების ფუნქციონალური განაწილების თვალსაზრისით.

რეგიონალური განვითარების პროცესი დაკავშირებულია მისი ტერიტორიის რეკონსტრუქციასთან ან ახალი ტერიტორიის

ათვისებასთან. ამიტომ მისი განვითარების მაჩვენებლები შეიძლება განვმარტოთ, როგორც რეგიონალური ტერიტორიის დამახასიათებელი მაჩვენებლები. აღნიშნულ ტერიტორიაზე განლაგებულია სხვადასხვა ობიექტები: სასამართლოები, საცხოვრებლები, ადმინისტრაციული და საზოგადო შენობები, სამრეწველო ობიექტები, დასვენების ზონები და ა.შ. თითოეული მათგანი თავის მხრივ გავლენას ახდენს რეგიონალური ტერიტორიის ნაწილის მაჩვენებლებზე. რეგიონალური ტერიტორიის მონაკვეთი, რომელიც გადის საცხოვრებელი ობიექტების ქვეშ, ხასიათდება შეღწევადობის ხარისხით შრომის გამოყენების ადგილებში, მომსახურების და დასვენების ცენტრებში, ობიექტებისა და საინჟინრო კომუნიკაციების ღირებულებით, სანიტარულ-ჰიგიენური და ესთეტიკური მახასიათებლებით. ამავე დროს რეგიონალური ტერიტორიის მონაკვეთი, რომელზეც განლაგებულია სამრეწველო ობიექტები ხასიათდება სხვა მაჩვენებლებით, რომელთა შორის ყველაზე არსებითს წარმოადგენს სამრეწველო ობიექტის ეკონომიკური მაჩვენებლები.

რეგიონალური ტერიტორიის მაჩვენებლების მრავალსახეობა წარმოშობს ორ პრინციპულად სხვადასხვა ტენდენციას. ერთ-ერთი მათგანი მდგომარეობს იმაში, რომ შეიქმნას რაიმე გლობალური მაჩვენებელი, რომელმაც უნდა გაითვალისწინოს ყველა კერძო მახასიათებლები. ამ მიმართულებით პერსპექტიულია რეგიონალური ტერიტორიის მიწის ფასების დადგენა. მეორე ტენდენცია საწინააღმდეგოა, უარყოფილი ხდება ასეთი გლობალური მაჩვენებლის შექმნის შესაძლებლობა და რეგიონალური ტერიტორიის დახასიათებისათვის გამოიყენება ყველა მახასიათებელი.

რეგიონალური განვითარების მაჩვენებლები ახასიათებენ რეგიონალური ქვესისტემების მდგომარეობას. ეს უკანასკნელი, ურთიერთქმედებს რა ერთმანეთთან, გავლენას ახდენს რეგიონალური

სისტემის მდგომარეობაზე. მისი აღწერისათვის მაჩვენებლები, რომლებიც გამოყენებულია ქვესისტემებისათვის, ზედმეტად დეტალიზებულია. მთლიანად რეგიონალური მდგომარეობა ხასიათდება განზოგადოებული მაჩვენებლებით, რომლებიც დაკავშირებულია მისი ქვესისტემების მდგომარეობის მაჩვენებლებთან.

დაწესებულების, ფირმის, რეგიონის მართვისას შესაბამისი დაწესებულების ხელმძღვანელი იღებს გადაწყვეტილებებს. კერძოდ, აუცილებელია თავიდაპირველად წლის დასაწყისში, შემუშავებულ იქნას ფირმის (სახელმწიფო იქნება თუ კერძო) ბიუჯეტი. კეთდება ბიუჯეტის ე.წ. გამსხვილებული ვარიანტი, პერსპექტიული ვარიანტი. ბიუჯეტში გათვალისწინებულია (გათვალისწინებული უნდა იყოს) აბსოლუტურად ყველაფერი: ხელფასები, სამშენებლო ხარჯები, კომუნალური გადასახადები, ტრანსპორტის ხარჯები, პრემიები, რეკლამაზე ხარჯები, ქონების შეძენა, გაუთვალისწინებელი ხარჯები და ა.შ.

დიდი მნიშვნელობა აქვს თუ როგორი სიზუსტით იქნება შედგენილი ბიუჯეტი. რამეთუ ბიუჯეტით გათვალისწინებული ხარჯები უნდა დაიფაროს შემოსავლებით. შემოსავლები კი არის მაგალითად კერძო ფირმისათვის პროდუქციის წარმოება-გაყიდვით მიღებული მოგებიდან გადასახადი. სახელმწიფოსთვის შემოსავალი არის გადასახადები, რომლებსაც იხდის იურიდიული თუ ფიზიკური პირები. ამიტომ ცხადია, დიდი მნიშვნელობა აქვს სწორი რეალური ბიუჯეტის შედგენას, მისი პარამეტრების ზუსტ დადგენას. მოგეხსენებათ, რომ რეალურად აუცილებელი ხდება ბიუჯეტის კორექტირება დამტკიცების შემდეგ. იცვლება ფასები პროდუქციაზე, დაწესებულებას გამოუჩნდება სხვადასხვა პრობლემები. მაგალითად, რუსეთმა მოულოდნელად აკრძალა ქართული ღვინოები. წლის დასაწყისში, გაფორმებული იყო ხელშეკრულებები რუსეთთან პროდუქციის მიწოდებაზე. ე.ი. ცნობილი

იყო რამდენ თანხას შეიტანდნენ ბიუჯეტში, მოულოდნელად მოხდა კატასტროფა (როგორც მათემატიკური თვალსაზრისით, ისე სოციალური თუ ეკონომიკური) და ბიუჯეტმა დაკარგა შემოსავლები. ასევე პრივატიზაციიდან (ობიექტების გაყიდვიდან) შემოსული თანხა მიდის ბიუჯეტში. ეს ჩასმულია ბიუჯეტის შემოსავლებში, გათვალისწინებულია, დაგეგმილია მისი ხარჯვაც. ყველაფერი ურთიერთკავშირშია და ურთიერთდამოკიდებულია, ამიტომ მცირე შეშფოთებამ (ბიუჯეტში თანხა არ შემოვიდა ან შემოვიდა და, ისე არ დაიხარჯა როგორც საჭიროა) შეიძლება კატასტროფული შედეგები მოგვცეს [1], გავრცელდეს მთელ სისტემაზე და შემდეგ სისტემა დაინგრეს. დისერტაციაში განხილული პრობლემის გადაწყვეტა - რეგიონათაშორის რესურსების გაცვლის მათემატიკური მოდელირება წარმოადგენს ბიუჯეტის მართებული დაგეგმვისა და მართვის აუცილებელ წინაპირობას. ჩვენს შემთხვევაში ძირითადად ხარჯვითი ნაწილის სწორ დაგეგმვას. ჩვენ დავამუშავეთ ბიუჯეტის ფორმირებისა და მართვის მათემატიკური მოდელები რომლებსაც აქვს ზოგადი ხასიათი, ანუ მისი გამოყენება შესაძლებელია, როგორც სახელმწიფო, ისე კერძო დაწესებულებებისათვის. ჩვენს მიერ დამუშავებული მეთოდები გამოვიყენეთ, დავნერგეთ საბიუჯეტო ორგანიზაციაში, მაგრამ როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ მათ აქვთ ზოგადი ხასიათი. მართვის ობიექტად ავიღეთ (ზოგადობის შეუზღუდავად) სახელმწიფო დაწესებულება, რომელიც მართავს ქვეყნის მთელ ტერიტორიაზე განთავსებულ დაწესებულებებს. ამასთანავე თავად ამ დაწესებულებებს (ობიექტებს, ეს ობიექტები არიან ერთგვაროვანი, ჩვენს შემთხვევაში სასამართლოები) შორის არსებობს ურთიერთკავშირი, ინფორმაციების, მატერიალური რესურსების გაცვლა-გამოცვლა და სხვა.

წარმოდგენილ ნაშრომში შემოთავაზებულია შემდეგი:

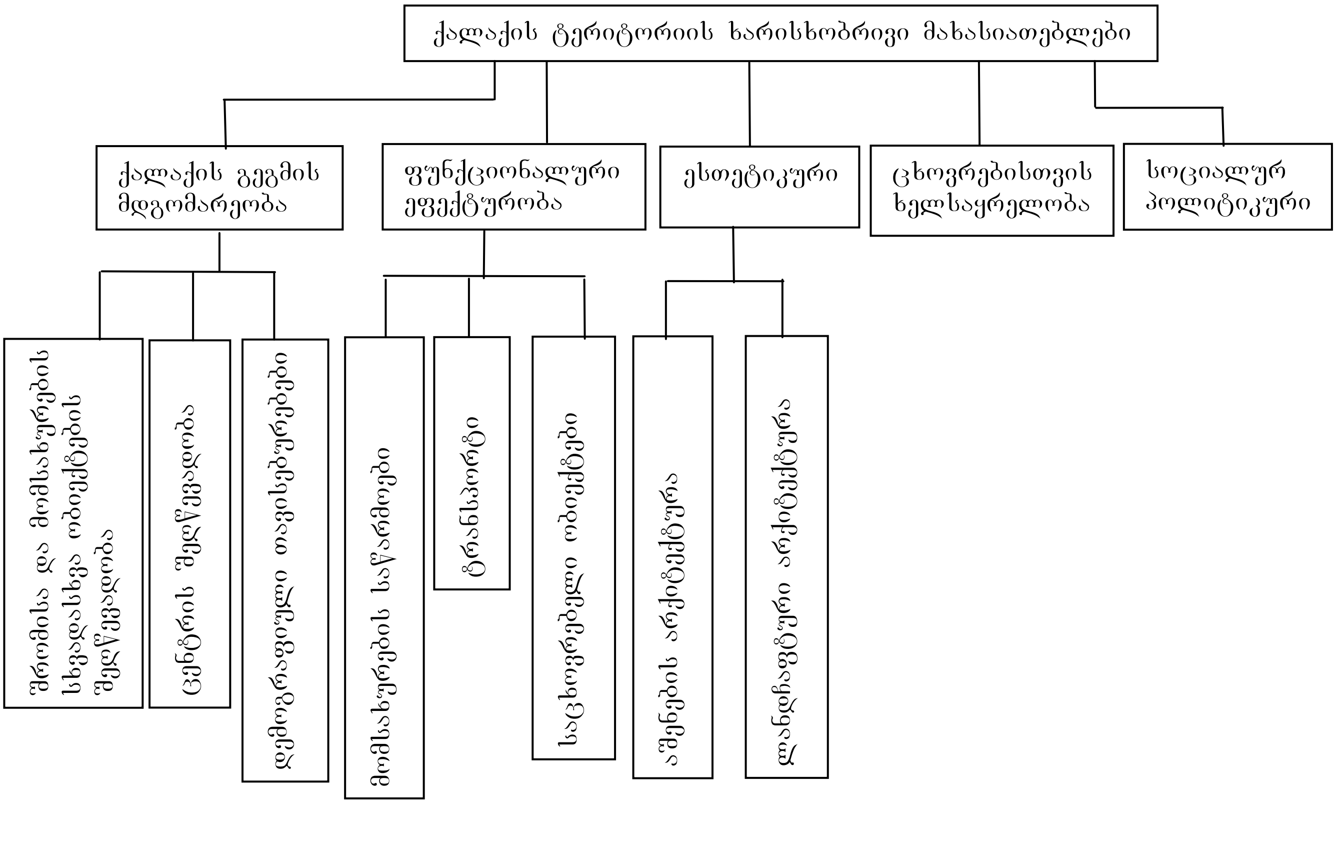
1. შექმნილია რეგიონალურ, ურბანულ ტერიტორიებზე განლაგებულ ობიექტებს შორის რესურსების გაცვლის მათემატიკური მოდელი, რომლის პარამეტრები განისაზღვრება ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის გამოყენებით. იგი საშუალებას გვაძლევს განვსაზღვროთ მოსალოდნელი ჯამური დანახარჯების ყველაზე ალბათური მნიშვნელობა.
2. შექმნილია რეგიონებში განლაგებული ობიექტების (სასამართლოების ტიპის ერთგვაროვანი ობიექტების) ფუნქციონირების მოდელი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ ობიექტის მახასიათებელი პარამეტრების ცვლილების ზემოქმედება ობიექტის ფუნქციონირებაზე. იმიტაციური მოდელი საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ ოპტიმალური გადაწყვეტილება, სისტემური მიდგომის საფუძველზე დაწესებულების მართვისათვის.
3. აღნიშნული მოდელების საფუძველზე შექმნილია ბიუჯეტის ხარჯვითი ნაწილის მართვის ალგორითმი, რომელიც ითვალისწინებს ბიუჯეტის შემოსავლების საიმედობას და დასაფინანსებელი სფეროების პრიორიტეტულობას.
4. შექმნილია საბიუჯეტო დაწესებულების სამსახურების ორგანიზაციული სტრუქტურის სრულყოფის დავალებათა განაწილების, თანამშრომელთა საქმიანობის შეფასების მეთოდი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ ოპტიმალური გადაწყვეტილება საკადრო ცვლილების განხორციელებისათვის.

ჩვენს მიერ დამუშავებული მეთოდების ბაზაზე შექმნილი იქნა გამოყენებითი პროგრამული სისტემები, რომლებიც გამოყენებული იქნა ტექნიკური და სოციალური სისტემების მართვისას.

თავი 1
რეგიონალური სისტემების მათემატიკური მოდელების მიმოხილვა

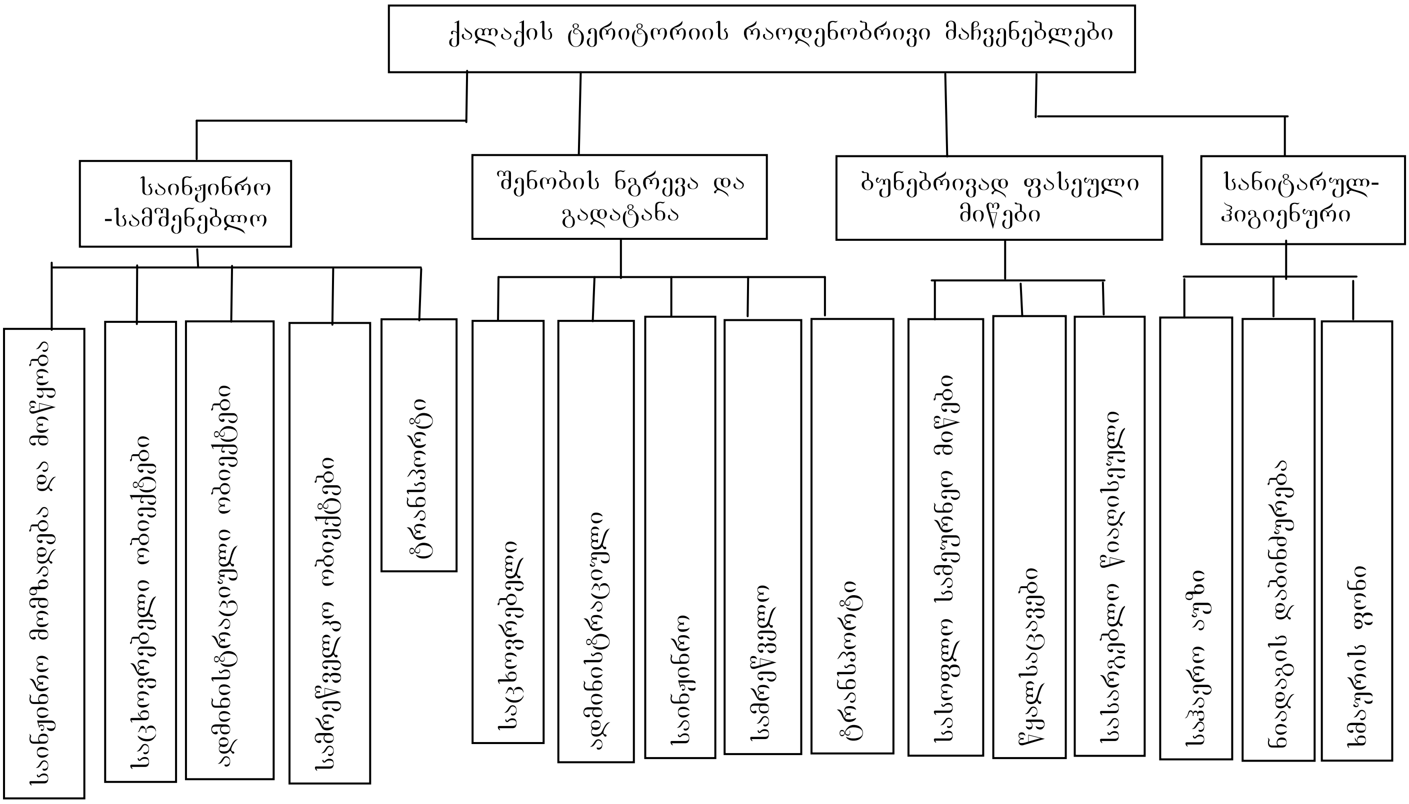
1.1 რეგიონალური ტერიტორიის ლოკალური მაჩვენებლები

ლოკალური მაჩვენებლები განსაზღვრავენ რეგიონალური ტერიტორიის რომელიმე მონაკვეთების მახასიათებლებს. ეს მაჩვენებლები შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად. ერთ-ერთ მათგანში შედის მაჩვენებლები, რომელთაც შეიძლება დაემატოს რაოდენობრივი შეფასება. მეორე ჯგუფში ერთიანდება მაჩვენებლები, რომლებიც შეიძლება შეფასდეს მხოლოდ ხარისხობრივად. მაჩვენებლების ჩამონათვალი, რომლებიც ახასიათებენ რეგიონალური ტერიტორიის მდგომარეობას მოცემულია ნახ. 1.1 და ნახ. 1.2-ზე.



ნახ.1.1 რეგიონალური ტერიტორიის ხარისხობრივი მაჩვენებლები.

პირველი ჯგუფი, მაჩვენებლების პირველი სამი ტიპი (ნახ.1.1) იზომება ღირებულების ერთეულებში და წარმოადგენს რეგიონალური ტერიტორიის ამა თუ იმ ნაწილის ათვისებას ან რეკონსტრუქციაზე დანახარჯებს. რაც შეეხება სანიტარულ-ჰიგიენურ მაჩვენებლებს ისინი, როგორც წესი იზომება შესაბამის ნატურალურ ერთეულებში.



ნახ.1.2 რეგიონალური ტერიტორიის რაოდენობრივი მაჩვენებლები.

ამიტომაც, უდიდესი სირთულეები იქმნება პირველი სამი ტიპის მაჩვენებლების ფორმირების დროს, რადგან ამისათვის საჭიროა დავამყაროთ კავშირი ამ მაჩვენებლების ღირებულებით და ნატურალურ ფასეულობებს შორის. ეს ამოცანა მარტივდება, როცა ხვედრითი ღირებულებითი ფასეულობა ნორმირებულია. ასეთი სიტუაცია ტიპიურია, ტერიტორიის ინჟინრული მოწყობილობის და სხვადასხვა ქსელების მაჩვენებლების განსაზღვრისათვის.

ერთ-ერთ მათგანს წარმოადგენს ტერიტორიის მოცემული მონაკვეთის დანახარჯები, რომლებიც იკრიბება ექსპლოატაციური დანახარჯების

და კაპიტალური დანახარჯების წილიდან, რომელიც განისაზღვრება ეფექტურობის კოეფიციენტით. ამ მაჩვენებლის ძირითად ნაწილს წარმოადგენს ექსპლოატაციური დანახარჯები, რომელიც გამოითვლება რომელიმე ხვედრითი დანახარჯების მიხედვით, ქსელის მომსახურების თითოეულ ტიპზე და მისი ტექნიკური მახასიათებლების მიხედვით: სიგრძე, სიმძლავრე, გამტარუნარიანობა, მავნებლობის ხარისხი და ა.შ.

ასეთი მეთოდიკა ეფექტური ხდება შედარებით მარტივი, ერთი ტიპის ობიექტების მდგომარეობის შეფასებისათვის. თუ შეფასებული ობიექტები სხვადასხვა ტიპისაა და დიდი რაოდენობით, მაშინ ის ხდება გამოუყენებელი.

ამ შემთხვევებში მოდელი, რომელიც ახასიათებს კავშირს ობიექტის ნატურალურ მაჩვენებლებსა და მათ ღირებულებით გამოსახულებებს შორის, ფორმირდება უფრო ზოგად ტერმინად. $G(t)$ - თი აღვნიშნოთ რომელიმე ობიექტის ნატურალური მაჩვენებელი, რომელსაც ადგილი აქვს t დროის მომენტში, $n[G(t)]$ - ხვედრითი (ნატურალური მაჩვენებლის ერთეულზე) დანახარჯებია ობიექტის მშენებლობაზე. $n(G)$ ფუნქცია ზოგადად, დამოკიდებულია მრავალ ფაქტორზე, რომელიც თავის მხრივ დამოკიდებულია ობიექტის ნატურალურ G მაჩვენებელზე.

ობიექტის დაძველების მიხედვით დანახარჯები, რომლებიც იყო თავდაპირველად, უფასურდება, ე.ი. $\lambda > t$ დროის მომენტში ისინი იქნებიან მცირე ვიდრე $n[G(t)]$. ეს გაუფასურება სავარაუდოდ ატარებს ექსპონენციალურ ხასიათს:

$$n\left[G(\tau)\right] = n\left[G(t)\right]e^{\rho(t-\tau)}. \quad (1.1.1)$$

ρ პარამეტრი ახასიათებს დანახარჯების გაუფასურების სიჩქარეს. მაშინ სრული დანახარჯები $t \le \tau \le T$ დროისათვის განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$S_T(t)=\int_t^T n\left[G(\tau)\right]e^{\rho(t-\tau)}G(\tau)d\tau\,. \tag{1.1.2}$$

ზოგიერთ შემთხვევებში $[t,T]$ დროის ინტერვალი განიხილება უსასრულო. ამასთან სრული დანახარჯები გამოითვლება ფორმულით:

$$S(t)=\int_t^\infty n\left[G(\tau)\right]e^{\rho(t-\tau)}\dot{G}(\tau)d\tau\,. \tag{1.1.3}$$

ამ გამოსახულებაში შედის ნატურალური მაჩვენებლის წარმოებული, რაც ყოველთვის არ არის ხელსაყრელი. ნაწილობითი ინტეგრირების წესის გამოყენებით (1.1.2) გარდავქმნათ შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned}S_T(t)&=n\left[G(T)\right]G(T)e^{\rho(t-T)}-n\left[G(t)\right]G(t)+\\&+\int_t^T\left(-\dot{n}\left[G(\tau)\right]+\rho n\left[G(\tau)\right]\right)e^{\rho(t-\tau)}G(\tau)d\tau.\end{aligned} \tag{1.1.4}$$

ამ გამოსახულებაში პირველი წევრი განსაზღვრავს დანახარჯებს t დროის მომენტში, მეორე - $[t,T)$ ინტერვალზე მათ ცვლილებას. შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$m\left[G(t)\right]=\rho n\left[G(t)\right]-\dot{n}\left[G(t)\right]. \tag{1.1.5}$$

$m\left[G(t)\right]$ ფუნქცია ახასიათებს ხვედრით დანახარჯებს ნატურალური მაჩვენებლის ერთეულზე და ხვედრით დანახარჯებს დროის ერთეულზე, რაც დაკავშირებულია $G(t)$ ნატურალური მაჩვენებლის მქონე ობიექტის მშენებლობასთან.

მაშასადამე, ღირებულებითი მაჩვენებელი $S(t)$ წარმოადგენს რაიმე არაწრფივ ფუნქციონალს ((1.1.2) სახით ან (1.1.4) სახით), რომელიც დამოკიდებულია $G(t)$ ნატურალური მაჩვენებლის ცვლილებაზე $[t,\infty)$ ინტერვალში.

მისი პრაქტიკული განსაზღვრისათვის აუცილებელია ფუნქციები $n(G)$ (1.1.1) ან $m(G)$ (1.1.5). ჩვეულებრივ ისინი მოიცემა ნორმატივებით,

მაგრამ შეიძლება განსაზღვრულ იყოს აგრეთვე სტატისტიკური მონაცემების დამუშავებისას.

ზოგიერთ შემთხვევაში ხელსაყრელია (1.1.2), (1.1.4) ფუნქციონალების დისკრეტული ფორმა, რადგან მრავალი ნორმატიული მაჩვენებლები მოიცემა დროის რომელიღაც ინტერვალზე:

$$S_N(k) = \sum_{t=k}^{N} n\left[G(i)\right] e^{\rho\Delta t(k-i)} \Delta G(i). \tag{1.1.6}$$

ან

$$\begin{aligned} S_N(k) &= n\left[G(N)\right] G(N) e^{\rho\Delta t(k-N)} - n\left[G(k)\right] G(k) + \\ &+ \sum_{t=k}^{N} n\left[G(i)\right] e^{\rho\Delta t(k-i)} \Delta G(i) \Delta t. \end{aligned} \tag{1.1.7}$$

ამ გამოსახულებებში $S(k) = S(k\Delta t)$, $G(k) = G(k\Delta t)$, $\Delta G(k) = G(k\Delta t) - G((k-1)\Delta t)$, Δt - დროის ინტერვალია.

განვიხილოთ (1.1.6) გამოსახულება. მასში $n\left[G(i)\right]\Delta G(i)$ ნამრავლი წარმოადგენს რაიმე აბსოლუტურ ღირებულებით დანახარჯებს. შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$n\left[G(i)\right] \Delta G(i) = \Delta P(i). \tag{1.1.8}$$

$\Delta P(i)$ ფუნქცია ახასიათებს დანახარჯებს i-ურ დროით ინტერვალზე. (1.1.8) და (1.1.6)-დან გვექნება:

$$S_N(k) = \left(\sum_{i=k}^{N} \Delta P(i) e^{-\rho\Delta ti} \right) e^{\rho\Delta tk}. \tag{1.1.9}$$

ამ გამოსახულებაში დანახარჯების გაუფასურება ახასიათებს $e^{-\rho\Delta ti}$ ექსპონენტს. მივიჩნევთ, რომ $\rho > 0$, ის წარმოდგება შემდეგი სახით:

$$e^{-\rho\Delta ti} = \left(\frac{1}{e^{\rho\Delta t}} \right)^i = \frac{1}{\left(1 + E_H\right)^i},$$

სადაც $E_H = e^{\rho\Delta t} - 1$.

ეკონომიკურ კვლევებში E_H კოეფიციენტი საკმარისად გავრცელებულია და ატარებს კაპიტალდაბანდების ეფექტურობის კოეფიციენტის სახელწოდებას. ვიყენებთ რა მას, $S(k)$ სრული დანახარჯები წარმოდგება შემდეგი სახით:

$$S_N(k) = \beta(k)\sum_{i=k}^{N}\frac{\Delta P(i)}{(1+E_H)^i}, \tag{1.1.10}$$

სადაც $\beta(k) = (1+E_H)^k$.

ღირებულებითი დანახარჯების მიღებული გამოსახულება ნატურალური მაჩვენებლით ეფუძნება ვარაუდს, რომ $G(t)$ ნატურალური მაჩვენებელი, $n\left[G(t)\right]$ და $m\left[G(t)\right]$ ხვედრითი დანახარჯების ფუნქციები ცნობილია. ამას გარდა, დანახარჯების განფასების მახასიათებელი ამ გამოსახულებებში მიღებულია ექსპონენციალურად. მაგრამ ზოგჯერ შეიძლება დავამტკიცოთ, რომ ასეთ სიტუაციას აქვს ადგილი. უფრო რეალისტურად S ფუნქციაში შემავალი დანახარჯების განსაზღვრას წარმოადგენს რაიმე შემთხვევითი ფუნქციის მათემატიკური მოლოდინი, ე.ი.

$$\begin{aligned} &n\left[G(t,\lambda_2),\lambda_1\right] = n\left[G(t,\lambda_2)\right] + \xi_1\left[G(t,\lambda_2),t,\lambda_1\right],\\ &G(t,\lambda_2) = G(t) + \xi_2(t,\lambda_2), \qquad \psi(t,\lambda_3) = e^{\rho t} + \xi_3(t,\lambda_3). \end{aligned} \tag{1.1.11}$$

$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ - პარამეტრები წარმოადგენს სივრცეთა შესაბამისი ალბათობების ელემენტებს, ხოლო ξ_1,ξ_2,ξ_3 - ცენტრირებულ შემთხვევით ფუნქციებს. ამ ფუნქციებს უნდა ჰქონდეთ დისპერსიის შეზღუდვა, ხოლო $\xi_2(t,\lambda_2)$ ფუნქცია უნდა გადიფერენცირდეს.

ამ გამოსახულების (1.1.2)-ში ჩასმით, მივიღებთ, რომ $S_T(t)$ დანახარჯები არის შემთხვევითი ფუნქცია და ამიტომ მიზანშეწონილია განვიხილოთ საშუალო დანახარჯები:

$$\overline{S}_T(t) = M\left\{\int_t^T n\left[G(\tau,\lambda),\lambda_1\right]\psi(\tau,\lambda_3)\dot{G}(\tau,\lambda_2)\,d\tau\right\}.$$

ეს ტოლობა (1.1.2)-ის გათვალისწინებით გარდაიქმნება შემდეგი სახით:

$$\overline{S}_T(t) = S(t) + M\left\{\int_t^T \xi_1\left[G(\tau)+\xi_2(\tau,\lambda_2),\lambda_1\right]\times\xi_3(\tau,\lambda_3)\xi_2(\tau,\lambda_2)\,d\tau\right\}. \qquad (1.1.12)$$

მოვახდინოთ ამ გამოსახულების ილუსტრირება გადაადგილებაზე, დროის დანახარჯის ღირებულებითი შეფასების განსაზღვრის მაგალითზე. ეს მაჩვენებელი არის სატრანსპორტო ქვესისტემის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მახასიათებელი.

განვიხილოთ რაიმე დროის ინტერვალი i ნომრით, რომელსაც აქვს საათების $\tilde{L}(i)$ სიგრძე. თუ მას გამოვაკლებთ დროს, რომელიც საჭიროა ფიზიოლოგიური მოთხოვნილებების დაკმაყოფილებისათვის (ძილი, საკვები და ა.შ.), მაშინ რჩება საათების ეფექტური $L^{(i)}$ დრო, რომელიც პრინციპში შეიძლება სასარგებლო იყოს. $T_P^{(i)}$-ით ავღნიშნოთ მუშა დრო, $T_H^{(i)}$- დროის არასაწარმოო დანახარჯები. მაშინ ერთი მშრომელის თავისუფალი დრო:

$$T_C^{(i)} = L^{(i)} - T_P^{(i)} - T_H^{(i)}.$$

ამ თვალნათლივ გამოსახულებაში $L^{(i)}$ და $T_P^{(i)}$ მნიშვნელობები შეიძლება იყოს ზუსტად განსაზღვრული, მაშინ $T_H^{(i)}$ სიდიდე, ზოგადად, რომ ვთქვათ, შემთხვევითია და დამოკიდებულია მშრომელთა კატეგორიაზე, ცხოვრების პირობებზე და ა.შ.

ავღნიშნოთ ამ სიდიდის განაწილების სიმკვრივე $\omega_1\left(T_H^{(i)}\right)$-ით. მაგრამ არა ყველა $T_H^{(i)}$ შეიძლება იყოს შეფასებული ღირებულებით

ერთეულებში, არამედ მხოლოდ მისი რაღაც ნაწილი $\tilde{T}_C^{(i)} = \alpha T_C^{(i)}$, რომელიც გავლენას ახდენს შრომის ნაყოფიერების ამაღლებაზე, ე.ი.

$$\tilde{T}_C^{(i)} = \alpha\left(L^{(i)} - T_P^{(i)}\right) - \alpha T_H^{(i)}. \qquad (1.1.13)$$

α კოეფიციენტი შეიძლება მოცემულ იქნას ორიენტალურად. მოხერხებულია განისაზღვროს მხოლოდ α_1, α_2 ინტერვალი, რომლის შიგნით მდებარეობს ამ კოეფიციენტის ჭეშმარიტი მნიშვნელობა. რამდენადაც არანაირი სხვა ცნობა მასზე არ არის, ამიტომ მიზანშეწონილია ის ჩავთვალოთ შემთხვევით სიდიდედ, α_1, α_2 ინტერვალში თანაბრად განაწილებულად.

ხვედრითი დანახარჯები დროის i-ურ ინტერვალში $n_i = \Delta Q_i / \tilde{T}_C^{(i)}$, სადაც ΔQ_i არის შრომის ნაყოფიერების გაზრდით მიღებული ეროვნული შემოსავლის ნაზრდი. ΔQ_i სიდიდე აგრეთვე შემთხვევითია $\omega_3\left(\Delta Q_i\right)$ განაწილების სიმკვრივით.

რეგიონალურ ტერიტორიაზე, გადაადგილებაზე დახარჯული დრო აღვნიშნოთ $T_n^{(i)}$-ით. $T_n^{(i)}$ სიდიდე ძლიერ იცვლება ტრანსპორტის სახეზე, დღე-ღამეში დროზე, მეტეოპირობებზე დამოკიდებულებით და ა.შ. ამ სიდიდის შემთხვევითი ხასიათი აღიწერება $\omega_4\left(T_H^{(i)}\right)$ განაწილების სიმკვრივით.

დროის i-ურ ინტერვალში, რეგიონალურ ტერიტორიაზე გადაადგილებასთან დაკავშირებული დანახარჯები ვიპოვოთ $\Pi_i = n_i T_n^{(i)}$ ფორმულის მიხედვით. (1.1.6)-ის თანახმად სრული დანახარჯები $i = k$-დან $i = N$-მდე პერიოდში იქნება:

$$\Pi_N\left(k\right) = \sum_{i=k}^{N} n_i T_n^{(i)}$$

ამ გამოსახულებაში განფასების ფუნქცია ერთეულის ტოლია, რადგან დანაკარგები დროსთან არ იცვლება. $\Pi_N\left(k\right)$ ფუნქცია არის

შემთხვევითი და ამიტომ შეფასების სახით მიზანშეწონილია გამოვიყენოთ დანაკარგის მათემატიკური მოლოდინი $\bar{\Pi}_N(k)=\sum_{i=k}^{N} M\{n_i\}M\{T_n^{(i)}\}$. გვაქვს რა განაწილების სიმკვრივეები $\omega_2(\alpha)$ და $\omega_1\left(T_H^{(i)}\right)$, (1.1.13)-ის ძალით შეიძლება განვსაზღვროთ $\omega\left(\tilde{T}_C^{(i)}\right)$.

ყველა ფუნქცია მოცემული უნდა იყოს განაწილების სიმკვრივით, რაც აუცილებელია საშუალო დანაკარგების განსაზღვრისათვის. ზოგჯერ მათთვის მოხერხებულია მოვახდინოთ რეგიონალურ ტერიტორიაზე მოსახლეობის კორესპონდენციის კვლევა. მაგრამ ეს გზა საკმარისად შრომატევადია. მეორე შესაძლებლობა მდგომარეობს სატრანსპორტო კავშირის სისტემის სტატისტიკურ მოდელირებაში, რომლის შედეგად შეიძლება ნაპოვნი იქნას ყველა აუცილებელი განაწილების სიმკვრივე.

ჩვეულებრივ, ასეთი მოდელების აგებისათვის გამოიყენება ანალოგიები, რომელიც მოხერხებულია მოყვეს რეგიონალურ ტერიტორიაზე მოსახლეობის მიგრაციასა და რაიმე ფიზიკურ პროცესებს შორის. ასე შეიქმნა მიგრაციის მარკირებული და თერმოდინამიკური მოდელები.

მაშასადამე, პირველი ჯგუფის მაჩვენებლების პირველი სამი ტიპი შეიძლება გამოისახოს ამა თუ იმ ხერხით, ღირებულებით ერთეულებში. რაც შეეხება ამ ჯგუფის მაჩვენებელთა მეოთხე ტიპს, ისინი განისაზღვრებიან ნატურალური სახით. მათი გამოთვლისათვის გამოიყენება გარემოს ფიზიკურ-ქიმიური მოდელები, რომლის მეშვეობით მოსახერხებელია შეფასდეს საჰაერო და წყლის აუზების დაბინძურების და ხმაურის ფონის მაჩვენებლები [2]. არის მცდელობა ამ ნატურალურ მაჩვენებლებს დაემატოს ღირებულებითი შეფასება, რომლის ქვეშაც იგულისხმება ჩვეულებრივ ტერიტორიის

გაჯანსაღებაზე დანახარჯები, ე.ი. ნატურალური მაჩვენებლების მიყვანა რაიმე მოცემულ დონემდე.

1.1.1. რეგიონალური ტერიტორიის განზოგადოებული მაჩვენებლები

ზემოთ განხილული ლოკალური მაჩვენებლები საშუალებას გვაძლევს დავახასიათოდ რეგიონალური ტერიტორიის მონაკვეთი იმ ობიექტების მიხედვით, რომელიც მასზე იმყოფება და მისი კავშირის მიხედვით სხვა მონაკვეთებთან. რამდენადაც რეგიონალურ ტერიტორიაზე განლაგებული ობიექტები, ფრიად სხვადასხვაგვარია, მაშინ ასეთი მაჩვენებლები საკმარისად მრავალია. ამიტომაც ბუნებრივია ჩნდება სურვილი მოვახდინოთ განზოგადებული მაჩვენებლების ფორმულირება. აქ სიტუაცია მსგავსია იმისა, რასაც ადგილი აქვს ოპტიმიზაციის მრავალკრიტერიული ამოცანების დროს, სადაც ამა თუ იმ წესით შემოტანილია განზოგადებული კრიტერიუმები.

ასეთი მაჩვენებლების დამუშავებას, რეგიონალური ტერიტორიის მდგომარეობის შეფასებისათვის აქვს ერთის მხრივ შემდეგი სპეციფიკა. ის მდგომარეობს იმაში, რომ ყველა ლოკალური მაჩვენებლები არ შეიძლება გამოისახოს რაოდენობრივად. ამიტომ ტრადიციული კრიტერიუმების ერთობლიობა, რომელიც გამოიყენება მრავალკრიტერიულ ამოცანებში, რომლებიც მოცემულ შემთხვევაში არ შეიძლება აგებულ იქნას.

განზოგადებული მაჩვენებლების ფორმულირება საჭიროა განვახორციელოთ სხვა გზით. ერთ-ერთი მათგანი მდგომარეობს იმაში, რომ მოვაწესრიგოთ რეგიონალური ტერიტორიის მონაკვეთები “საუკეთესო-უარესი” წესის მიხედვით და შემოვიღოთ მიწის ფასი [3,4].

ამ პოცედურის პირველი ეტაპი, რომელიც შესდგება მონაკვეთების რანჟირებაში ეფუძნება ვარაუდს, რომ არსებობს მონაკვეთების რაიმე მოწესრიგებული (ან ნახევრადმოწესრიგებული) მიმდევრობა. უნდა აღინიშნოს, რომ ეს ჰიპოთეზა თითქმის მუდამ გამართლებულია რეგიონალური ტერიტორიის (პლანირებული ზონების) მსხვილი მონაკვეთებისათვის და პირიქით იშვიათ შემთხვევაში სრულდება მცირე მონაკვეთებისათვის.

მონაკვეთების მოწესრიგებული მიმდევრობის არსებობა გვაძლევს საშუალებას გადავიდეთ მეორე ეტაპზე და შემოვიღოთ მათი ხარისხის რაიმე რაოდენობრივი ზომა. ამასთან, ამ ზომის აბსოლუტური სიდიდე თითოეული მონაკვეთისათვის არც ისე მნიშვნელოვანია, როგორც მისი ფარდობითი ცვლილება "უარესი" მონაკვეთიდან "საუკეთესო" მონაკვეთამდე.

ასეთი რაოდენობრივი ზომა შეიძლება იყოს მიწის ფასი. მიწის მონაკვეთის ფასი დგინდება დიფერენციალური და აბსოლუტური დანახარჯების საფუძველზე. დიფერენციალური დანახარჯები დაკავშირებულია მიწის სხვადასხვა მონაკვეთების ფარდობით ხარისხთან, ხოლო აბსოლუტური - სრულ დანახარჯებთან (დანახარჯები + მოგება), ამასთან ერთიც და მეორეც განისაზღვრება იმ ობიექტების მაქსიმალური ღირებულებით, რომლებიც შეიძლება განლაგდეს მიწის განსახილველ მონაკვეთზე.

დავუშვათ, რომ მთელი რეგიონალური ტერიტორია R ფართობით დაყოფილია r_j ფართობის მქონე მონაკვეთებად, სადაც j - J რომელიმე სიმრავლის ინდექსების მოუწესრიგებელი მიმდევრობაა.

ვივარაუდოთ, რომ რაიმე მოწესრიგებული მიმდევრობა ინდექსებისა $i=1,\ldots,m$, რომლისთვისაც $i=1$ ნომრის მქონე მონაკვეთი "უარესია", ხოლო $i=m>1$ ნომრის მქონე მონაკვეთი - "საუკეთესოა" ამ მიმდევრობაში.

მაშასადამე, მოცემულ შემთხვევაში თანაფარდობები

$$1 < 2 < \ldots < m, \tag{1.1.14}$$

$$1 \prec 2 \prec \ldots \prec m \tag{1.1.15}$$

ექვივალენტურია.

ამ მიმდევრობაში თითოეული მონაკვეთებისათვის შეიძლება ვაჩვენოთ ნაშენი ობიექტების ტიპები: სამრეწველო, სატრანსპორტო, საცხოვრებელი, საზოგადო და სხვა. ვთქვათ არსებობს ასეთი g_k $(k = 1, \ldots, N)$ ობიექტების N ტიპი. მაშინ თითოეული უბნისათვის შეიძლება ვაჩვენოთ დასაშვები ობიექტების ფართობი და კრებული:

მონაკვეთი 1: $r_1;\ g_k^{(1)}, \ldots, g_{k_{q_1}}^{(1)},$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{1.1.16}$$

მონაკვეთი m: $r_m;\ g_{k_{q_{m-1}}+1}^{(m)}, \ldots, g_{k_{q_m}}^{(m)},$

სადაც $k_1, \ldots, k_{q_1}, \ldots; k_{q_{m-1}} + 1, \ldots, k_{q_m}$ იღებენ მნიშვნელობებს 1-დან N-მდე.

i $g_{k_\nu}^{(i)}$ $\left(k_\nu \in \overline{1, N};\ \nu = \{1, q_1; \ldots; q_{m-1} + 1, q_m\}\right)$ - მონაკვეთზე ყოველი დასაშვები ობიექტი ხასიათდება $S_{k_\nu}^{(i)}$ დანახარჯებით მის ნაგებობაზე და ექსპლოატაციაზე და $F_{k_\nu}^{(i)}$ მოგებით. სრულ "გასაყიდი" $\tilde{S}_{k_\nu}^{(i)}$ ღირებულებას ყოველი ობიექტისათვის ექნება სახე:

$$\tilde{S}_{k_\nu}^{(i)} = S_{k_\nu}^{(i)} + F_{k_\nu}^{(i)}. \tag{1.1.17}$$

$g_{k_\nu}^{(i)}$ ობიექტებს შორის, რომლებიც აგებულია i მონაკვეთზე, არსებობს ერთი ან რამოდენიმე, რომლისთვისაც სრული ღირებულება მაქსიმალურია:

$$Q_{s_i}^{(i)} = \max\left(\tilde{S}_{k_{q_{i-1}}+1}^{(i)}, \ldots, \tilde{S}_{k_{q_i}}^{(i)}\right).$$

მაშინ (1.1.16)-ის ნაცვლად გვექნება:

მონაკვეთი 1: $\left\{r_1, Q_{s_1}^{(1)}\right\},$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (1.1.18)$$

მონაკვეთი m: $\left\{r_m, Q_{s_m}^{(m)}\right\}$.

განვიხილოთ თანაფარდობათა მიმდევრობა:

$$c_i = Q_{s_i}^{(i)} / r_i, \qquad i = 1,\ldots,m. \qquad (1.1.19)$$

როცა

$$c_1 < c_2 < \ldots < c_m, \qquad (1.1.20)$$

მაშინ მონაკვეთების რანჟირება "საუკეთესო-უარესი" პრინციპის მიხედვით (1.1.15) და (1.1.19) თანაფარდობების მიხედვით ერთმანეთს ემთხვევიან.

ამ შემთხვევაში მიწის ფასისათვის გამოიყენება სიდიდეები:

$$c_i = \frac{1}{r_i}\max\left(\tilde{S}_{k_{q_{i-1}}}^{(i)} + 1,\ldots, S_{k_{q_i}}\right), \qquad i = 1,\ldots,m. \qquad (1.1.21)$$

(1.1.20)-ის თანახმად ყველაზე ცუდ მონაკვეთს აქვს მინიმალური ფასი, ხოლო ყველაზე კარგს - მაქსიმალური. მიწის ფასის ამაღლებას მონაკვეთის ხარისხზე დამოკიდებულებით (1.1.15) აქვს განსაზღვრული აზრი. თუ ფასი არის ერთნაირი და c_1-ის ტოლი, მაშინ ის $i = 1$ მონაკვეთიდან მინიმალური შემოსავლით არის გარანტირებული. სხვა მონაკვეთებზე შემოსავალი არის მაღალი და არ არის არანაირი სტიმული პირველი მონაკვეთის ათვისებისათვის. იმისათვის, რომ "ერთნაირი სარგებლობით" ათვისებულ იქნას ყველა მონაკვეთი, მათი შემოსავალი უნდა იყოს ერთნაირი, რაც მიიღწევა მიწის ცვალებადი ფასის დროს (1.1.21).

მიწის ფასის განსახილველი განსაზღვრა შეიძლება გამოყენებულ იქნას მხოლოდ (1.1.20) პირობის შესრულებისას. ამ შემთხვევაში (1.1.15) და (1.1.20)-ს რანჟირებები ემთხვევიან.

დავუშვათ, რომ c_1 (1.1.19) სიდიდეების განსაზღვრის შემდეგ აღმოჩნდა, რომ მონოტონურად ზრდად მიმდევრობას

$$c_{i_1}, c_{i_2}, \ldots, c_{i_m}; \quad i_1, \ldots, i_m \in \overline{1, m}$$

აქვს ინდექსების μ ინვერსია $c_1, c_2, \ldots, c_m$. მიმდევრობასთან შედარებით. ეს აღნიშნავს, რომ თუ მოვახდენთ მონაკვეთების რანჟირებას c_1 (1.1.19) სიდიდეების მიხედვით, მაშინ რანგების მიმდევრობას

$$i_1 < i_2 < \ldots < i_m \tag{1.1.22}$$

აგრეთვე ექნება μ ინვერსია (1.1.15)-თან შედარებით.

ასეთ სიტუაციაში c_i სიდიდეები არ შეიძლება ემსახურებოდეს მიწის ფასს, რადგან მოწესრიგებული მიმდევრობა (1.1.15) არის არსებითად, მაჩვენებელთა კომპლექსის მიხედვით მიწის მონაკვეთების შეფასების შედეგი, ხოლო არა მხოლოდ ეკონომიკური მაჩვენებლების მიხედვით. მათი გამოყენებისათვის აუცილებელია μ ინვერსიის რიცხვი დავიდეს ნულამდე ან მინიმიზირდეს. ეს შეიძლება მიღწეულ იქნეს ორი ხერხით: შევცვალოთ მონაკვეთების ფართობი (მაშასადამე მათი რაოდენობაც) ან მოვახდინოთ დასაშვები ობიექტების ნაკრების ვარირება. ორივე ეს ხერხი გავლენას ახდენს (1.1.22) და (1.1.15) რანგების მიმდევრობაზე. ამიტომ μ ინვერსიის რიცხვი დამოკიდებულია დასაშვები $g_{k_1}^{(1)}, \ldots, g_{k_{q_m}}^{(m)}$ ობიექტების მონაკვეთების m რაოდენობაზე, მათ $r_1, \ldots, r_m$ ფართობზე. მიწის ფასების (1.1.21) სახით ფორმირებისას აუცილებელია წინანსწარ შემდეგი პირობის მიღწევა:

$$\mu\left(m;\ r_1, \ldots, r_m;\ g_{k_1}^{(1)}, \ldots, g_{k_{q_m}}^{(m)}\right) = 0, \quad \sum_{i=1}^{m} r_i = R. \tag{1.1.23}$$

ზოგიერთ შემთხვევაში ეს პირობა შეიძლება შეიცვალოს სხვა პირობით:

$$\mu\left(m;\ r_1, \ldots, r_m;\ g_{k_1}^{(1)}, \ldots, g_{k_{q_m}}^{(m)}\right) \to \min, \quad \sum_{i=1}^{m} r_i = R. \tag{1.1.24}$$

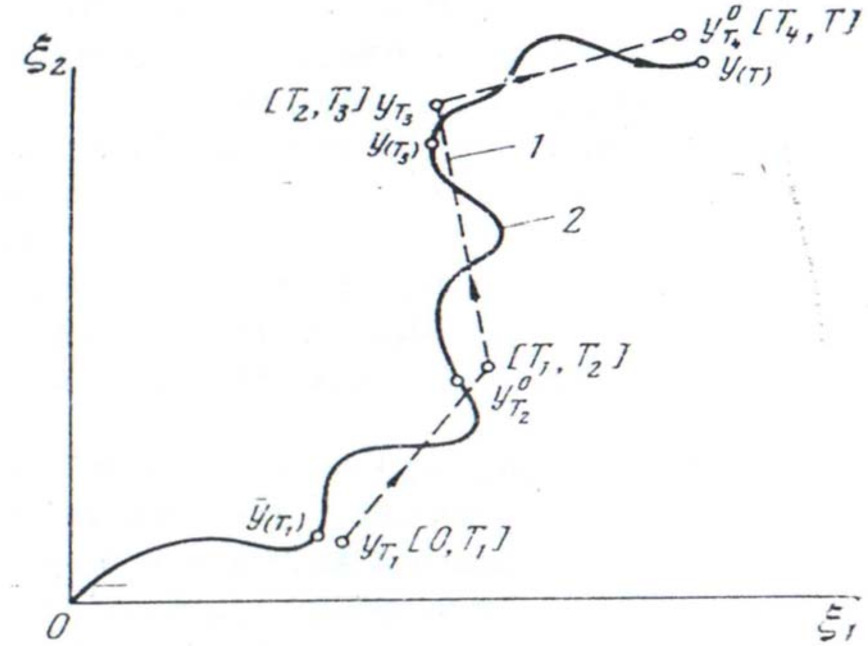
ამგვარად, მიწის ფასი (1.1.21) წარმოადგენს რეგიონალური ტერიტორიის განზოგადებულ მაჩვენებელს, რომელიც ირიბად

ითვალისწინებს ნახ.1.1 და ნახ.1.2-ზე მოცემულ ლოკალურ მაჩვენებლებს.

1.2. რეგიონალური სისტემების მოდელები

რეგიონალური სისტემის განვითარების კრიტერიუმები შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად. პირველ ჯგუფში შედიან ფორმალური კრიტერიუმები, რომლებიც დაკავშირებულია $u(t)$ განვითარების პროგრამასთან, $f(t)$ გარემოს ზემოქმედებასთან და რეგიონალური სისტემის დაკვირვებად $y(t)$ კოორდინატებთან. ისინი წარმოადგენენ რაიმე ფუნქციონალებს, რომლებიც მოცემულია $u(t)$, $f(t)$, $y(t)$ ვექტორულ პროცესებში, თითოეული მათგანი განსაზღვრულია $[0,T]$ ინტერვალში. ისინი ავღნიშნოთ $\Phi_k\left[u(t), f(t), y(t) \middle| 0 \le t \le T\right]$, სადაც $k = 1,\ldots N$ [5].

$u(t)$ და $f(t)$ პროცესების Φ_k ფუნქციონალში ჩართვა დაკავშირებულია რესურსების ირიბული შეფასების მცდელობასთან, რომლებიც იხარჯება განვითარების პროგრამის რეალიზაციაზე და მოიხმარება გარემოს მიერ. ეს რესურსები ჩვეულებრივ შეზღუდულია და რამდენადაც რეგიონალური სისტემის ქცევა მასზე $u(t)$ პროგრამის და $f(t)$ გარემოს ზემოქმედებისას არ არის სრულად განსაზღვრული, ამიტომ ამ შეზღუდვების გათვალისწინება ფუნქციონალების ფორმირებისას არ არის ხელსაყრელი.



ნახ.1.3 რეგიონის მახასიათებლების ნორმატიული მაჩვენებლების გათვლის მეთოდიკისათვის.

ამიტომ $u(t)$ და $f(t)$ პროცესები თუ შედის Φ_k ფუნქციონალშიც, მხოლოდ ისეთი წონით, რომლის დროსაც მათი გავლენა Φ_k სიდიდეზე უმნიშვნელოა. ეს გვაძლევს საფუძველს იმისას, რომ ჩავთვალოთ

$$\begin{aligned} &\Phi_k\left[u(t), f(t), y(t)\middle| 0 \le t \le T\right] = \Phi_k\left[y(t)\middle| 0 \le t \le T\right] + \\ &+\varepsilon_k\left[u(t), f(t)\middle| 0 \le t \le T\right],\ k = \overline{1, N}, \end{aligned} \tag{1.2.1}$$

სადაც ε_k ფუნქციონალები საკმარისად მცირეა.

ჩვეულებრივ, პირველი ჯგუფის კრიტერიუმების ქვეშ აიგივებენ $\Phi_k\left[y(t)\middle| 0 \le t \le T\right]$ ფუნქციონალებს, რომლებიც დამოკიდებულია განზოგადებული რეგიონალური სისტემის ვექტორის მდგომარეობაზე. ამ კრიტერიუმების ფორმირების ზოგადი მეთოდიკა მდგომარეობს y მოქმედი მდგომარეობის შედარებით y_T^0 ნორმატიულთან, დაკვირვების მოცემული ინტერვალის ბოლოს.

საკმაოდ გავრცელებული არის შემდეგი სახის კრიტერიუმი:

$$\Phi_k\left[y(t)\middle|0\le t\le T\right]=\varphi_k\left(\left\|y(t)-y_T^0\right\|\right), \tag{1.2.2}$$

სადაც φ_k-რაიმე დადებითი სკალარული ფუნქციაა. კერძოდ, ამ კრიტერიუმებს შეიძლება ჰქონდეთ შემდეგი სახე:

$$\Phi_k\left[y(t)\right]=\left\|y(T)-y_T^0\right\|^2, \tag{1.2.3}$$

ან

$$\Phi_k\left[y(t)\right]=\int_0^T\left\|y(t)-y_T^0\right\|^2dt, \tag{1.2.4}$$

სადაც $\|\cdot\|$ - ვექტორის ნორმაა R^m სივრცეში. პირველი მათგანის აზრი მდგომარეობს T პერიოდის ბოლოს ნორმატივის საუკეთესო მიახლოებაში და მეორე - დანაკარგების მინიმიზაციაში რეგიონალურის დაკვირვებადი y კოორდინატის შეუსაბამობიდან y_T^0 ნორმატიული გავრცელების მთელ ტრაექტორიაზე. $[0,T]$ ინტერვალზე ნორმატიული მაჩვენებლები შეიძლება შეიცვალოს, მაგრამ მნიშვნელოვნად ნელა, ვიდრე $y(t)$.

ჩვეულებრივ მოიაზრება, რომ $[0,T]$ ინტერვალი იყოფა T_i $(i=1,\dots N)$ წერტილებით $[T_{i-1},T_i]$ ინტერვალებზე, რომელთა შიგნით ნორმატიული მაჩვენებლების ვექტორი მუდმივია. y_T^0 ვექტორის ასეთი ცვლილება შეესაბამება R^m სივრცეში რაიმე დისკრეტულ ტრაექტორიას, რაც ნაჩვენებია ნახ.1.3-ზე ორგანზომილებიანი შემთხვევისათვის (ნახ.1.3, მრუდი 1). ამ ტრაექტორიის თითოეული წერტილი ახასიათებს ნორმატიულ მაჩვენებლებს $[T_{i-1},T_i]$ ინტერვალზე. $y(t)$ ვექტორის ცვლილება შესაბამისი იქნება რაიმე უწყვეტი ტრაექტორიის ამავე სივრცეში (ნახ.1.3, მრუდი 2), რომელიც უნდა მინიმიზირდეს (1.2.2). თუ რეგიონალური სისტემის ტრაექტორია $[T_{i-1},T_i]$ ინტერვალებზე განისაზღვრება მისი მდგომარეობით $t=T$-ის დროს, მაშინ (1.2.2)

შეიძლება შეიცვალოს $\Phi_k^{(i)}$ კრიტერიუმების მიმდევრობითობით, რომელიც მოქმედებს ყოველ ინტერვალზე.

ნახ.1.3-ზე გამოსახულ y ტარექტორიიდან ჩანს, რომ

$$\dot{y}(t) \geq 0, \tag{1.2.5}$$

t-ს ყველა მნიშვნელობისათვის. ეს თვისება არის სპეციფიკური რეგიონალური სისტემისათვის. ის აღწერს იმ ფაქტს, რომ რეგიონალური სისტემა შეიძლება მხოლოდ გაიზარდოს ან იმყოფებოდეს შეჩერებულ მდგომარეობაში, მაგრამ არ შემცირდეს. სხვა სიტყვებით, რომ ვთქვათ, რეგიონალური სისტემა არამდგრადია, და ამ პროცესის შედეგად წარმოიქმნება სუპერქალაქები. ეს ფაქტი აუცილებელია გავითვალისწინოთ განვითარების მოდელების აღწერის დროს.

ამიტომ პირველი ჯგუფის კრიტერიუმების სხვა ტიპები შეიძლება იყოს ისეთები, რომლებიც აფასებენ არა რეგიონალური სისტემის მდგომარეობას (1.2.2), არამედ მისი განვითარების ტენდენციას. (1.2.2)-საგან განსხვავებით ისინი წარმოადგენენ რაიმე ფუნქციონალებს, რომლებიც დამოკიდებულია $y(t)$ დაკვირვებადი კოორდინატის წარმოებულზე:

$$\tilde{\Phi}_k\left[\dot{y}(t)\middle|0 \leq t \leq T\right] = \Phi_k\left(\left\|\dot{y}(t\|\right)\right), \tag{1.2.6}$$

სადაც Φ_k დადებითი სკალარული ფუნქციებია.

(1.2.2) და (1.2.6) კრიტერიუმები ახასიათებენ განვითარების პროცესის ხარისხობრივად სხვადასხვა მხარეებს. პირველ შემთხვევაში ფასდება მხოლოდ სისტემის სასრული მდგომარეობა, ხოლო მისი მიღწევის პროცესი შეიძლება იყოს ნებისმიერი. (1.2.6) ტიპის კრიტერიუმის გამოყენებისას, პირიქით, სისტემის სასრული მდგომარეობა შეიძლება იყოს ნებისმიერი, ხოლო ფასდება მისი ზრდის ხარისხი. ნათელია, რომ ამ ორი განაპირა ტიპიდან შეიძლება მოვახდინოთ ბევრი

კომპრომისული კრიტერიუმის ფორმირება, რომელშიც შეფასებული იქნება რეგიონალური სისტემის სასრული მდგომარეობაც და მისი მიღწევის ხასიათიც.

რეგიონალური სისტემა წარმოადგენს რთულ, მრავალელემენტურ და არაერთგვაროვან დინამიკურ სისტემას. ამ სისტემაში შიდა ურთიერთქმედება იმდენად სხვადასხვაგვარია, არა მუდმივია, ხოლო ზოგჯერ შემთხვევითიც, რომ ხშირად მოუხერხებელია გამოვყოთ მიზეზ-შედეგობრივი კავშირი მის ელემენტებს შორის, ე.ი. წარმოვადგინოთ სისტემა შესასვლელის და გამოსასვლელის მქონე ელემენტების რაიმე შეერთების სახით. მაგრამ სხვა მხრივ ამ ურთიერთქმედების გარე გამომჟღავნებას შეიძლება დავაკვირდეთ და შევაფასოთ, რეგიონალური სისტემის მდგომარეობის მაჩვენებლების მეშვეობით.

რეგიონალური სისტემის მდგომარეობა, როგორც ზემოთ აღინიშნა განისაზღვრება არა მხოლოდ შიდა პროცესებით, არამედ გარემოს ზემოქმედებებით და განვითარების პროგრამით. რეგიონალური სისტემა გარდაქმნის მათ ზემოქმედების შიდა მექანიზმების შესაბამისად, რაიმე დაკვირვებად პროცესად.

ამ მექანიზმების შესწავლა მდგომარეობს ისეთი მოდელების პოვნაში, რომელთა მეშვეობით ხდება განვითარების პროცესის რაიმე მახასიათებლის კვლავწარმოება. იმაზე დამოკიდებულებით, თუ როგორი ჯგუფის მაჩვენებლები გამოიყენება, რეგიონალურ სისტემაში მოდელირდება ამა თუ იმ ელემენტების თვისება.

თავისი ფუნქციონალური დანიშნულების მიხედვით ერთგვაროვანი ელემენტები მოხერხებულია გავაერთიანოთ ჯგუფებში, რომელთაც ვუწოდებთ ქვესისტემებს. რეგიონალურ სისტემაში შეიძლება გამოვყოთ ხუთი ასეთი ქვესისტემა: მრეწველობა, მომსახურება, საცხოვრებელი ფონდი, ტრანსპორტი, მოსახლეობა.

“მრეწველობის” ქვესისტემაში (არქიტექტურული ტერმინი “რეგიონალური შემქმნელი ბაზა”) შედის ყველა ობიექტები რეგიონალურ ტერიტორიაზე, რომელიც დაკავშირებულია მატერიალურ მრეწველობასთან ან სამეცნიერო-კვლევით საქმიანობასთან. უმეტესობისათვის ეს ქვესისტემა განსაზღვრავს მის განვითარებას. მაგრამ მსოფლიოს მრავალ მსხვილ ქვეყნებში არის ტენდენცია რეგიონალური ტერიტორიის სტრუქტურაში მრეწველობის როლის შემცირებისა და “მომსახურების” ქვესისტემის წონის გაზრდისა. უკანასკნელი აერთიანებს ობიექტებს რეგიონალურ ტერიტორიაზე, რომელიც დაკავშირებულია მოსახლეობის მომსახურების სხვადსხვა სახეებთან: კულტურულ-საყოფაცხოვრებო, სამედიცინო, სავაჭრო და სხვა. მომსახურების ობიექტები ტერიტორიულად იზიდავენ რეგიონალური ტერიტორიის იმ მონაკვეთებს, სადაც თავმოყრილია საცხოვრებელი მასივები, რომლებიც შესდგება “საცხოვრებელი ფონდი” ქვესისტემისაგან.

რეგიონალურ ქვესისტემებს შორის განსაკუთრებულ მდგომარეობას იკავებს “სატრანსპორტო” ქვესისტემა. ის განისაზღვრება იმით, რომ ამ ქვესისტემებში შემავალი ობიექტები დანიშნულია სხვა ქვესისტემების კავშირისათვის და მათზე დამოკიდებულნი არიან მნიშვნელოვანი ხარისხით.

რეგიონალური სისტემის სპეციფიკა მდგომარეობს იმაში, რომ ყველა ჩამოთვლილ მის ქვესისტემებში, მატერიალური ობიექტების ჩათვლით შედის ხალხის კოლექტივები. ამ კოლექტივების სოციალურ - დემოგრაფიული თვისება მნიშვნელოვნად ახდენს გავლენას რეგიონალურ ქვესისტემებში მიმდინარე პროცესებზე და მახასიათებლებზე. რა თქმა უნდა ეს გავლენა გამოიხატება შემდეგი კლასებით: შემადგენლობა, აქტიურობა კვალიფიკაცია, მოხმარების დონე და “მოსახლეობა” ქვესისტემის სხვა მაჩვენებლები იცვლება

რეგიონალური გარემოს მატერიალური შემდგენების მათზე ზემოქმედებისაგან.

ბუნებრივია რეგიონალური სისტემის შესწავლა მისი ქვესისტემის მოდელირებით. ამასთან, ქვესისტემის რომელიმე ფორმალიზებული წარმოდგენის აგებით განისაზღვრება ის არხები, რომლის მიხედვით მოცემული ქვესისტემა გავლენას ახდენს მეორეზე და პირიქით.

ასეთი არხების გამოჩენის შემდეგ შეიძლება გადავიდეთ მათი თვისებების მოდელირებაზე. ამ კლასის მოდელებს შორის ყველაზე გავრცელებული არის ე.წ. დასახლების მოდელები, რომელთა მეშვეობით განისაზღვრება ქვესისტემებს შორის ურთიერთქმედების არა ყველა ტიპები, არამედ მხოლოდ ისინი, რომლებიც დაკავშირებულია რეგიონალური მოსახლეობის შიდა მიგრაციასთან.

ამ ტიპის მოდელების თავისებურება მდგომარეობს იმაში, რომ ისინი განსაზღვრავენ დროის ფიქსირებულ ინტერვალზე ზემოქმედების მდგომარეობასა და ამავე ინტერვალში მის პარამეტრებს შორის კავშირს.

დაბოლოს, მესამე ეტაპი რეგიონალური სისტემის მოდელირებისა მდგომარეობს ე.წ. განვითარების მოდელების აგებაში, რომლებშიც შედის ქვესისტემების მოდელების შემადგენელი ნაწილები და მათ შორის ურთიერთქმედება.

განვითარების მოდელების ფორმირებისას განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა პროცესების დინამიკას, რომლებიც მიმდინარეობს რეგიონალური სისტემის შიგნით ქვესისტემებში და არხებში, რომელთა გავლით ისინი ურთიერთქმედებენ ერთმანეთთან.

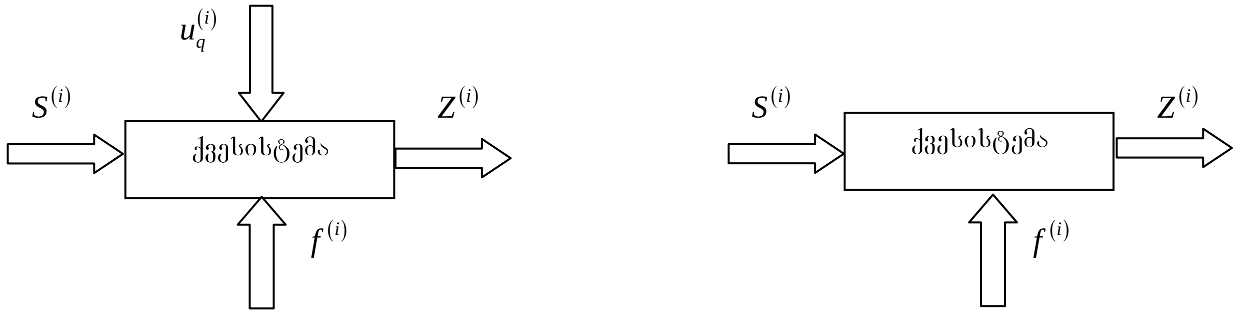
1.2.1. რეგიონალური ქვესისტემების მოდელები

რეგიონალური სისტემის მდგომარეობა განისაზღვრება შიდა პროცესებით, რომლებიც მასში მიმდინარეობს გარემოსთან ურთიერთქმედებით და განვითარების პროგრამით, რომლებიც არის მმართველი ზემოქმედება. ამიტომ i-ური ქვესისტემის მოდელების აგებისას საჭიროა განისაზღვროს ქვესისტემების ცვლადი მდგომარეობა სხვა ქვესისტემების $z^{(i)}$-ზე მოქმედება და გარემოს $f^{(i)}$ ზემოქმედება, აგრეთვე $u^{(i)}$ მართვა. ამ ოთხი კლასის ფაქტორს შორის პირველი სამი დაკავშირებულია კონკრეტულ ქვესისტემასთან.

ისინი ერთი ტიპისაა ყველა ქვესისტემებისათვის და წარმოადგენენ ან განლაგების გეგმას (შეტანის) u_1 ობიექტების, ან u_2 ობიექტების გამოტანის გეგმებს, ან სხვა კაპიტალდაბანდების ნაკადს, რომლებიც აუცილებელია ქვესისტემების ფუნქციონირებისათვის და მათი ობიექტების მოდერნიზაციისათვის. აქედან ჩანს, რომ u მართვა დაკავშირებულია მატერიალურ ობიექტებზე რაიმე ზემოქმედებასთან. ამიტომ ისინი შეიძლება არსებობდნენ პირველ ოთხ ქვესისტემებში და გამოირიცხებიან “მოსახლეობა” ქვესისტემაში. ვმართოთ ამ ქვესისტემის მდგომარეობა, შეიძლება მხოლოდ ირიბად, მასთან დაკავშირებული სხვა ქვესისტემების მდგომარეობის ცვლილების საშუალებით.

მაშასადამე, ფაქტორები, რომლებიც უნდა იქნას გათვალისწინებული რეგიონალური ქვესისტემების მოდელირების დროს, მათი მოდელები შეიძლება დაიყოს ორ ჯგუფად. პირველი ჯგუფის მოდელებში (ნახ.1.4ა) გაითვალისწინება ფაქტორების ოთხივე კლასი. ასეთი მოდელები შეესაბამებიან შემდეგ ქვესისტემებს “მრეწველობა”, “მომსახურება”, “საცხოვრებელი ფონდი”, “სატრანსპორტო”. მეორე

ჯგუფის მოდელები (ნახ.1.4ბ) არ შეიცავენ მართვას. ისინი ხასიათდებიან “მოსახლეობა” ქვესისტემით.



ა) ბ)

ნახ.1.4. რეგიონალურ ქვესისტემებზე მომქმედი ზემოქმედებები.

განვიხილოთ დაწვრილებით პირველი ჯგუფის მოდელები. მათ შორის ყველაზე მეტად დამუშავებულია შემდეგი ქვესისტემების მოდელები: “მრეწველობა”, “მომსახურება” და “სატრანსპორტო”.

ქვესისტემა “მრეწველობა”. ეს ქვესისტემა აერთიანებს რეგიონალური შემქმნელი ბაზის ობიექტებს, რომლებიც შეიძლება დავყოთ ერთგვაროვანი ობიექტების შემცველ ჯგუფებად. მაგალითად, ჯგუფები ქმნიან საწარმოებს, წარმოების საშუალებების, მოხმარების საქონლის, მშენებლობისათვის მასალების, სამეცნიერო-კვლევითი და საპროექტო საწარმოების და სხვა წარმოებისათვის.

დავუშვათ, რომ განსახილველ ქვესისტემაში შედიან საწარმოს μ_0 ჯგუფები. N_μ-ით ავღნიშნოთ საწარმოების რაოდენობა μ ჯგუფში, ხოლო $y_\nu^{(\mu)}$-ით ამ ჯგუფის ერთი საწარმოს პროდუქტი. მაშინ μ ჯგუფის y_μ საწარმოს ერთობლივი პროდუქტი განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$Y_\mu = \sum_{\nu=1}^{N_\mu} y_\nu^{(\mu)}, \quad \mu = 1, \ldots, \mu_0 .$$

ამ პროდუქტების ნაწილი იხარჯება რეგიონალური სისტემის მოთხოვნების გათვალისწინებით. მაშინ

$$X_\mu = \tilde{\alpha}_\mu Y_\mu,\ \mu = 1,\dots,\mu_0, \tag{1.2.7}$$

სადაც $0 \le \tilde{\alpha}_\mu < 1$.

სამრეწველო საწარმოს ყოველი ჩამოთვლილი ჯგუფი შთანთქავს კვალიფიკაციის დონეების მიხედვით განაწილებულ შრომით რესურსებს. დავუშვათ, რომ არსებობს კვალიფიკაციის m დონე, ამასთან ეს დონეები ჯგუფის საწარმოებისათვის ტოლია.

$r\ \left(r = 1,\dots,m_\mu\right)$ კვალიფიკაციის მქონე μ ჯგუფის ν საწარმოში თანამშრომელთა რიცხვი ავღნიშნოთ $q_{r\nu}^{(\mu)}$-ით. მაშინ r კვალიფიკაციის მქონე თანამშრომელთა საერთო რაოდენობა ტოლი იქნება:

$$Q_r = \sum_{\mu=1}^{\mu_0} \sum_{\nu=1}^{N_\mu} q_{r\nu}^{(\mu)}, \quad r = 1,\dots,m. \tag{1.2.8}$$

$Q_1,\dots,Q_m$ სიდიდეები ახასიათებენ შრომითი რესურსების მოქმედ განაწილებას კვალიფიკაციის დონეების მიხედვით “მრეწველობა” ქვესისტემისათვის. მაგრამ ამ მოქმედ განაწილებასთან ერთად არსებობს შრომითი რესურსების ცოცხალი განაწილება $Q_r^0\ \left(r = 1,\dots,m\right)$.

$Q_r^0 - Q_r = \Delta Q_r$ სხვაობა განსაზღვრავს r კვალიფიკაციის მქონე შრომითი რესურსების სიჭარბეს ან დეფიციტს და წარმოადგენს “მოსახლეობა” ქვესისტემაზე გავლენის მქონე მნიშვნელოვან ფაქტორს.

X_μ (1.2.7) $\left(\mu = 1,\dots,\mu_0\right)$ პროდუქტების ერთობლიობა, რომლებიც გამოიყენება რეგიონალურ სისტემაში და $Q_r\ \left(r = 1,\dots,m\right)$ შრომითი რესურსების განაწილება არის ძირითადი ფაქტორი, რომელიც გაითვალისწინება განსახილველი ქვესისტემის მდგომარეობის შეფასებისას [6,7].

მაშასადამე, დავახასიათოთ “მრეწველობა” ქვესისტემის მდგომარეობა t დროის მომენტში $z(t)$ ვექტორით, შემდეგი კოორდინატებით:

$$\begin{aligned} z_i^{(t)} &= X_i(t),\ i = 1,\ldots,\mu_0, \\ z_i^{(t)} &= Q_{i-\mu_0}(t),\ i = \mu_0 + 1,\ldots,m + \mu_0, \end{aligned} \tag{1.2.9}$$

სადაც $X_i(t)$ და $Q_{i-\mu_0}(t)$ ფუნქციები წარმოადგენენ პროდუქტების გამოშვებას და შრომითი რესურსების განაწილებას დონეების მიხედვით t დროის მომენტში.

მდგომარეობის ვექტორის მეორე ჯგუფი წარმოადგენს რეგიონალური ტერიტორიისათვის სპეციფიკურს, რადგან ისინი მნიშვნელოვნად განსაზღვრავენ რეგიონალური ტერიტორიის მიმზიდველობას და მისი მოსახლეობის დემოგრაფიულ შემადგენლობას.

$z(t)$ ვექტორით აღწერილ მდგომარეობაზე გავლენას ახდენს სხვა ქვესისტემები, მართვა და გარემო. ამ გავლენის ხასიათი შეიძლება იყოს ორგვარი: ან ის მიდგომა განსახილველ ქვესისტემების რომელიმე მატერიალური ნაკადები, რომლებიც უშუალოდ მონაწილეობენ ამ ქვესისტემის პროდუქტების წარმოებაში; ან არამატერიალური ფაქტორების ზემოქმედება, რომლებიც წარმოების პროცესში უშუალოდ არ მონაწილეობენ, მაგრამ გავლენას ახდენენ მრეწველობის სტრუქტურაზე.

ამ თვალსაზრისით განვიხილოთ ზემოქმედების ჯგუფი სხვა ქვესისტემების მხრიდან. ყველაზე დიდ გავლენას ახდენს ქვესისტემა - “მოსახლეობა”. იგი მჟღავნდება რეგიონალურ სისტემაში მცხოვრები მუშა ძალის ω ნაკადში. ეს მატერიალური ნაკადი უშუალოდ მონაწილეობს წარმოების პროცესში და წარმოადგენს X_i პროდუქტების ერთ-ერთ მთავარ კომპონენტებს.

“საცხოვრებელი ფონდი” ქვესისტემის მხრიდან განსახილველ ქვესისტემაზე გავლენის მომხდენი ფაქტორების ერთობლიობა

ავღნიშნოთ $g=\{g_1,\ldots,g_n\}$-ით, “მომსახურება” - $s=\{s_1,\ldots,s_q\}$, “სატრანსპორტო” - $p=\{p_1,\ldots,p_l\}$.

ზემოქმედებების ანალოგურ გაყოფას ადგილი აქვს u მართვაში. მათი ნაწილი $u^{(1)}$ და $u^{(2)}$ წარმოადგენს არამატერიალურ ფაქტორებს, რომლებიც გავლენას ახდენს სტრუქტურაზე, გამოშვებაზე, მოცემულ ქვესისტემაში შრომითი რესურსების განაწილებაზე და არ მონაწილეობენ წარმოების პროცესში. $u^{(3)}$ მართვა სრულიად სხვა ტიპისაა. კაპიტალდაბანდების ნაკადი, რომელსაც ის ახასიათებს მუშა ძალის ω ნაკადთან ერთად წარმოადგენს საწარმოო პროცესის სხვა ძირითად კომპონენტს.

ზემოქმედების განხილული ორი ჯგუფისგან განსხვავებით, გარემოს გავლენა ძირითადად მჟღავნდება c ნედლეულის მატერიალური ნაკადებით და ω_g დამატებითი მუშა ძალით. ორივე ეს ნაკადი უშუალოდ მონაწილეობს საწარმოო პროცესში.

ამგვარად, მრეწველობა წარმოადგენს თავისებურ სისტემას, რომელშიც მიმდინარეობს $\omega(t)$, $g(t)$, $s(t)$, $p(t)$ პროცესების გარდაქმნა, რომელიც წარმოიქმნება რეგიონალური სისტემის შიდა ურთიერთქმედებით, $u^{(1)}(t)$, $u^{(2)}(t)$, $u^{(3)}(t)$ მართვით და $c(t)$ და $\omega_g(t)$ გარემოს ზემოქმედებით $z(t)$ პროცესში, რომელიც ახასიათებს მის მდგომარეობას.

ეს აღნიშნავს, რომ

$$\begin{aligned} z(t)=A\Big[&z(\tau);\omega(\tau),g(\tau),s(\tau),p(\tau);u^{(1)}(\tau)u^{(2)}(\tau),u^{(3)}(\tau);\\ &c(\tau),\omega_g(\tau)\big|t_0\le\tau\le t\Big], \end{aligned} \tag{1.2.10}$$

სადაც A - ზემოთაღნიშნული გადრაქმნის დამახასიათებელი თვისების რაიმე ოპერატორია. ამ გამოსახულებაში გაითვალისწინება

ის გარემოება, რომ განსახილველ ქვესისტემაში პროდუქტის ნაწილი გამოიყენება მის შიგნით.

A ოპერატორის კონკრეტული სახე დამოკიდებულია იმ ჰიპოთეზებზე, რომლებიც გამოიყენება მოცემული ქვესისტემის შიგნით კავშირების მოდელის აგებისას.

ერთ-ერთი უმარტივესი მოდელი არის ის, რომელშიც იგულისხმება, რომ სამრეწველო ობიექტების ჯგუფებს შორის კავშირი არ არსებობს, ე.ი. ერთი ტიპის საწარმო ფუნქციონირებს ავტონომიურად სხვა ტიპის საწარმოებისაგან. ეს ნიშნავს, რომ A ოპერატორი შეიძლება წარმოვადგინოთ A_i დამოუკიდებელი ოპერატორების ერთობლიობის სახით, რომლებიც ახასიათებენ i ტიპის საწარმოს პროდუქტების გამოშვებას.

A_i ოპერატორის აღწერისათვის გამოიყენება კობბა-დუგლასის მოდელი [8,9] (საწარმოო ფუნქცია), რომელიც ახასიათებს $X_i(t)$ პროდუქციის გამოშვების დამოკიდებულებას $\omega_i(t)$ მუშა ძალის სიდიდეზე და $k_i(t)$ კაპიტალდაბანდებაზე. გვექნება:

$$X_i(t) = \left[\omega_i(t)\right]^{a_i} \left[k_i(t)\right]^{b_i}, \tag{1.2.11}$$

სადაც $a_i > 0,\ b_i > 0,\ a_i + b_i = 1.$

$\omega_i(t)$ მუშა ძალის სიდიდე შესდგება ძირითად (რეგიონალური ტერიტორიის) $\omega_{0i}(t)$ და დამატებითი მოსახლეობისაგან (ცხოვრობს ქალაქგარეთ და მუშაობს ქალაქში) $\omega_{gi}(t)$, ე.ი.

$$\omega_i(t) = \omega_{0i}(t) + \omega_{gi}(t). \tag{1.2.12}$$

$k_i(t)$ კაპიტალდაბანდება იქმნება ძირითადი ფონდებისაგან, რომლებიც არსებობდა $k_i(t-\Delta t)$ დროის მომენტში, საკუთარი რესურსების ხარჯზე $\alpha_i X_i(t-\Delta t)$ ნაზრდისაგან - პროდუქტის ნაწილია,

რომელიც იწარმოება $t-\Delta t$ მომენტში, დაბოლოს გარე კაპიტალდაბანდებისაგან $u_i^{(3)}(t)$. მაშასადამე,

$$k_i(t)=k_i(t-\Delta t)+\alpha_i X_i(t-\Delta t)+u_i^{(3)}(t). \tag{1.2.13}$$

ამ გამოსახულებებში a_i და b_i პარამეტრები დამოკიდებულია $g_i(t), s_i(t), p_i(t)$ ზემოქმედებებზე, რომლებიც დაკავშირებულია სხვა ქვესისტემებზე და $u^{(1)}$ და $u^{(2)}$ მართვაზე. მარტივ შემთხვევაში ეს დამოკიდებულება წრფივია.

სხვაობის განტოლება (1.2.13) აღწერს i ჯგუფის საწარმოების მიერ პროდუქტის გამოშვების ცვლილებას. ამ მოდელში ნავარაუდევია, რომ სხვა რეგიონალური ქვესისტემების მდგომარეობა და განლაგების ან გამოტანის გეგმების სახით მართვა განსაზღვრავს შრომის გავლენის ხარისხს და ძირითად ფონდებს გამოშვების სიდიდეზე.

მარტივ შემთხვევაში შეიძლება ვიგულისხმოთ, რომ პროდუქციის ნაწილი ხმარდება $\Pi_i(t)$ მოსახლეობას, ე.ი.

$$\Pi_i(t)=X_i(t)-\alpha_i X_i(t), \tag{1.2.14}$$

ამასთან მოხმარება დამოკიდებულია მხოლოდ შრომის დანახარჯებზე

$$\Pi_i(t)=B_i\{\omega_i(\tau)|0\le\tau\le T\}, \tag{1.2.15}$$

სადაც B_i - რაიმე ოპერატორია, რომელსაც შეუძლია ემსახურებოდეს $\alpha_i(\tau)\ge 0,\ \alpha_i(\tau)\to 0,\ \tau\to 0$ წონითი ფუნქციის მქონე წრფივი დინამიკური ოპერატორი. Π_i მოხმარების სიდიდე t დროის მომენტში დამოკიდებულია მუშა ძალის ნაკადის ცვლილებაზე დროის რომელიმე ინტერვალში, რამდენადაც მოხმარება არ რეალიზდება მყისიერად. მეორეს მხრივ, Π_i მოხმარების სიდიდის გავლენა $\tau<t$ დროის მომენტში მოხმარების სიდიდეზე t მომენტში $\tau\to 0$-ის დროს. ეს

ფაქტი შეიძლება იმიტირდეს რაიმე $\alpha_i(t-\tau)\geq 0$ წონითი ფუნქციით, რომელიც მცირდება მისი არგუმენტის გაზრდით.

ვითვალისწინებთ რა პროდუქციის გამოშვების ციკლურ ხასიათს (1.2.14) ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\Pi_i(t)=\Delta t\sum_{m=0}^{n}\alpha_i(t-m\Delta t)\left[\omega_{0i}(m\Delta t)+\omega_{gi}(m\Delta t)\right],\ t=n\Delta t. \tag{1.2.16}$$

წარმოების ზოგიერთი ტიპებისათვის α_i წონითი ფუნქცია ფლობს $\alpha_i(t-m\Delta t)=0$ თვისებას $m\neq 0$-ის დროს. მაშინ

$$\Pi_i(t)=\alpha_i\left[\omega_i(t)\right],$$

სადაც α_i მუდმივი კოეფიციენტია. ამგვარად, გამოშვების მოდელი მიიღებს სახეს:

$$X_i(t)=\left[\omega_{0i}(t)+\omega_{gi}(t)\right]^{\sum_{k=1}^{s}\sigma_k^{(i)}\xi_k(t)}\times\left[k_i(t-\Delta t)+\alpha_i X_i(t-\Delta t)+\right.$$
$$\left.+u_i^{(3)}(t)\right]^{\sum_{k=1}^{s}\rho_k^{(i)}\xi_k(t)} \tag{1.2.17}$$

$$k_i(t)=k_i(t-\Delta t)+X_i(t-\Delta t)-\Delta t\sum_{m=1}^{n}\alpha_i\left(t-(m-1)\Delta t\right)\left[\omega_i(m\Delta t)\right]+$$
$$+u^{(3)}(t), \tag{1.2.18}$$

სადაც

$$n=t/\Delta t,\ \ \xi_0=1,$$
$$\xi_1(t)=g_i(t),\ \ \xi_2(t)=s_i(t),\ \ \xi_3(t)=p_i(t),$$
$$\xi_4(t)=u_i^{(1)}(t),\ \ \xi_5(t)=u_i^{(2)}(t),\ \ i=1,\dots,\mu_0. \tag{1.2.19}$$

ეხლა განვიხილოთ $z(t)$ მდგომარეობის ვექტორის კოორდინატის მეორე ჯგუფი (1.2.8), რომლებიც ახასიათებენ შრომითი რესურსების განაწილებას კვალიფიკაციის დონეების მიხედვით. $Q_{\nu_i}^{(i)}$ $\left(\nu_i=\nu_{1,i}<\dots<\nu_{r_i,i}\right)$-ით ავღნიშნოთ i ტიპის საწარმოში ν კვალიფიკაციის მქონე თანამშრომელთა რიცხვი. კვალიფიკაციის

დონეების მნიშვნელობა სხვადასხვა ტიპის საწარმოებში შეიძლება ნაწილობრივ ემთხვეოდეს, ე.ი. ν_i ინდექსების სიმრავლის გადაკვეთა არ არის ცარიელი.

i-ური ჯგუფის საწარმოებში კვალიფიკაციის დონეების მიხედვით თანამშრომელთა განაწილება წარმოადგენს მუშა ძალის საერთო ნაკადის გახლეჩას $\nu_{1,i},\ldots,\nu_{r_i i}$ არხების მიხედვით, რომლებიც ფლობენ სხვადასხვა გატარების უნარს $\psi^{(i)}_{\nu_k,i}<1$ $\left(k=1,\ldots,r_i\right)$, ამასთან $\sum_{k=1}^{r_i}\psi^{(i)}_{\nu_{k,i}}=1$.

$\nu_{k,i}$ ნომერის მქონე გატარების უნარის არხის სიდიდე დამოკიდებულია შრომითი რესურსების გამოყენების ხარისხზე $X_i\left(t\right)$ პროდუქტის წარმოების პროცესში, ე.ი. a_i ხარისხის მაჩვენებელზე (1.2.13). რაც მეტია ეს მაჩვენებელი, მით ნაკლებად საჭიროა მაღალი დონის კვალიფიკაციის თანამშრომლები და მეტად საჭიროა დაბალი დონის კვალიფიკაციის თანამშრომლები. მუშა ძალის ნაკადის განაწილება შეიძლება დახასიათდეს გატარების უნარის ფუნქციით, რომელიც დამოკიდებულია ორ ცვლადზე - არხის ნომერზე (კვალიფიკაციის დონე) და a_i მაჩვენებლის სიდიდეზე. ეს ფუნქცია ავღნიშნოთ $\psi^{(i)}\left(\nu_{k_i},a_i\right)$-ით. ამ ფუნქციაში ერთი არგუმენტი $\left(\nu_i\right)$ დისკრეტულია, ხოლო მეორე a_i უწყვეტი. ზემოთ მოცემული მოსაზრების თანახმად, $\psi^{(i)}$ ფუნქცია უნდა ფლობდეს შემდეგ თვისებებს:

$$\sum_{k_i=1}^{r_i}\psi^{(i)}\left(\nu_{k_i,i},a_i\right)=1,\ \ \psi^{(i)}\left(\nu_{k_i,i},a_i\right)\geq 0 \quad \text{ყველა } a_i\text{-სთვის.} \tag{1.2.20}$$

$$\Delta_\nu\psi^{(i)}\left(\nu_{k_i,i}a_i^{(2)}\right)>\Delta_\nu\psi^{(i)}\left(\nu_{k_i,i}a_i^{(1)}\right), \quad \text{როცა } a_i^{(1)}>a_i^{(2)}, \tag{1.2.21}$$

სადაც Δ_ν - $\psi^{(i)}$ ფუნქციის პირველი სხვაობის ოპერატორია $\nu_{k_i,i}$ ცვლადის მიხედვით.

ნათელია, რომ ეს პირობები განსაზღვრავენ არაერთგვაროვან $\psi^{(i)}$ ფუნქციას. მაგრამ მოცემულ შემთხვევაში მისი კონკრეტული სახე არც ისე მნიშვნელოვანია, როგორც აქ აღნიშნული თვისება.

კერძოდ, $\psi^{(i)}$-ს შეიძლება ჰქონდეს შემდეგი სახე:

$$\psi^{(i)}\left(\nu_{k_i,i}, a_i\right) = -A\left(a_i\right)\nu_{k_i,i} + B\left(a_i\right), \tag{1.2.22}$$

სადაც $A\left(a_i\right), B\left(a_i\right)$ - უწყვეტი არაუარყოფითი ფუნქციაა, რომელიც უზრუნველყოფს (1.2.20), (1.2.21) პირობების შესრულებას.

ვიყენებთ რა ამ ფუნქციას, წარმოვადგენთ i ტიპის საწარმოებში თანამშრომელთა განაწილებას კვალიფიკაციის დონეების მიხედვით შემდეგი სახით:

$$Q^{(i)}_{\nu_{k_i,i}} = \psi^{(i)}\left(\nu_{k_i,i}, a_i\right)\left[\omega_{0i} + \omega_{g,i}\right] \tag{1.2.23}$$

ვაჯამებთ რა $Q^{(i)}_{\nu_{k_i,i}}$ სიდიდეებს ერთგვაროვანი ν_{k_i} მნიშვნელობები-სათვის ყველა ტიპის საწარმოების მიხედვით, მივიღებთ Q_r განაწი-ლების ფუნქციას ყველა ქვესისტემებისათვის:

$$Q_r = \sum_{i=1} Q^{(i)}_{r,i} \tag{1.2.24}$$

ამგვარად, წარმოების ჯგუფებს შორის კავშირის არარსებობის შესახებ ჰიპოთეზის ჩარჩოებში “მრეწველობა” ქვესისტემის მოდელი შეიძლება აღიწეროს (1.2.18), (1.2.19), (1.2.22), (1.2.24) განტოლებათა სისტემებით.

ამ მოდელის განვითარებით საწარმოების ჯგუფებს შორის ურთიერთკავშირის გათვალისწინებით, შეიძლება მივიღოთ ანალოგიური არაწრფივი მოდელი. მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ ასეთი სახის მოდელებმა “მრავალპროდუქტიული” ეკონომიკისათვის ვერ ჰპოვეს დიდი გავრცელება მათი მნიშვნელოვანი სირთულის გამო. დინამიკური დარგთაშორისი ბალანსის ტიპის ყველაზე გავრცელებული მოდელები [10-12]:

$$X_i(t)=\sum_{j=1}^{n}\left[a_{ij}X_j(t)+b_{ij}\dot{V}_j(t+\tau_j)\right]+P_i(t),$$

$$X_i(t)\le V_i(t),\ \dot{V}_j(t)\ge 0, \tag{1.2.25}$$

სადაც $X_i(t)$ - t დროის მომენტში პროდუქტის გამოშვებაა, $V_i(t)$ - i წარმოების სიმძლავრეა, $P_i(t)$ - სასრული მოხმარების ნაკადია, a_{ij},b_{ij} - ნედლეულის პირდაპირი დანახარჯების და ფონდტევადობის კოეფიციენტებია; τ_j - j სიმძლავრის მშენებლობის ხანგრძლიობაა. ასეთი ტიპის მოდელების სრული აღწერა და ორიგინალური დამატებების რიგი მოცემულია [11]-ში.

<u>ქვესისტემა "მომსახურება".</u> ეს ქვესისტემა შეიცავს ობიექტებს, რომლებიც დანიშნულია მოსახლეობის ყველა სახის მომსახურების უზრუნველყოფისათვის და აგრეთვე რეგიონალურ ტერიტორიას - ყველა რესურსებით, რომელიც საჭიროა მისი ნორმალური ფუნქციონირებისათვის. პირველ ჯგუფს განეკუთვნება კულტურულ-ყოფითი, გამაჯანსაღებელი, სამედიცინო, სავაჭრო ობიექტები, ხოლო მეორეს - რეგიონალური ტერიტორიის კომუნალური მეურნეობის სხვადასხვა ობიექტები.

განვიხილოთ პირველი ჯგუფის ობიექტები. ისინი შეიძლება დავყოთ მომსახურების კლასებად, ხოლო ყოველ კლასში გამოვყოთ მომსახურების ტიპები. დავუშვათ, რომ განსახილველ ქვესისტემაში გვაქვს q კლასი და ყოველ მათგანში მომსახურების m_n ტიპი $(n=1,\ldots,q)$. რამდენადაც ამ ჯგუფის ობიექტები დაკავშირებულია მოსახლეობის მომსახურებასთან, მაშინ მათი მდგომარეობა ძირითადად ხასიათდება ადგილების რაოდენობით მომსახურების ტიპების მიხედვით. ზოგიერთი ობიექტებისათვის ამ მახასიათებელს ემატება მომსახურების დრო ან ობიექტების გამტარუნარიანობა.

t დროის მომენტში ადგილების რაოდენობა მომსახურების n კლასისათვის და $i_{n,r}$ ტიპისათვის ავღნიშნოთ:

$$Q^{(n)}_{i_{n,r}}(t)\ \left(n=1,\ldots,q;\ i_{n,r}\in I_n;\ r=1,\ldots,m_n\right).$$

მომსახურების ქვესისტემის მდგომარეობის ცვლილება წარმოებს შემდეგ სამ ფაქტორთან დაკავშირებით. პირველი მათგანი მდგომარეობს იმაში, რომ მოცემული კლასის შიგნით ერთი ტიპის n ობიექტები გადადიან სხვა ტიპში. ეს გადასვლები კლასის შიგნით შეიძლება დავახასიათოთ რაიმე მატრიცით ზომით $m_n\times m_n$

$$P^{(n)}=\left[P^{(n)}_{\nu\mu}\right],\ \ \nu,\mu=i_{n,1},\ldots,i_{n,m_n}\,. \tag{1.2.26}$$

ელემენტები, რომლებიც გვიჩვენებენ μ მომსახურების ადგილის რომელი ნაწილი გადადის ν ტიპში. ასეთი გადასვლების მიზეზს წარმოადგენს მოსახლეობის ნაკადები, რომლებიც გამოიყენება მოცემული კლასის და ტიპის მომსახურების ადგილებით. მათი გავლენით ერთ-ერთი ობიექტი უნდა იქნას გაფართოებული, სხვები პირიქით შემცირებული. ამიტომ $P^{(n)}$ მატრიცის ელემენტები (1.2.26) დამოკიდებულია $S^{(n)}(t)=\left\{S^{(n)}_{i_{n,r}}(t)\right\},\ r=1,\ldots,m_n$ მოსახლეობის ნაკადზე, რომელსაც ადგილი აქვს n კლასის და i ტიპის მომსახურებისას, ე.ი.

$$P^{(n)}\left(S^{(n)}_{i_{n,1}},\ldots,S^{(n)}_{i_{n,m_n}}\right)=\left[P^{(n)}_{\nu,\mu}\left(S^{(n)}_{i_{n,1}},\ldots,S^{(n)}_{i_{n,m_n}}\right)\right]. \tag{1.2.27}$$

“მომსახურება” ქვესისტემის მდგომარეობის ცვლილების გამომწვევი ორი სხვა ფაქტორი დაკავშირებულია ძველი ობიექტების დანგრევასთან და ახალი ობიექტების აშენებასთან.

n კლასის ძველი ობიექტების დანგრევა შეიძლება დავახასიათოთ დიაგონალური სახის მატრიცით:

$$C^{(n)}=\left[C^{(n)}_{\nu\nu}\right],\quad \nu=i_{n,1},\ldots,i_{n,m_n}\,. \tag{1.2.28}$$

ამ მატრიცის ელემენტები განსაზღვრავენ ν ტიპის მოძველებული ობიექტების ნაწილს. მოცემულ პროცესში ძირითადი ფაქტორი არის დრო, ამიტომ $C^{(n)}$ (1.2.29) მატრიცის $C^{(n)}_{\nu\nu}$ - ელემენტები დამოკიდებული ხდება დროზე, ე.ი.

$$C^{(n)}(t) = \left[C^{(n)}_{\nu\nu}(t) \right]. \tag{1.2.29}$$

დაბოლოს, n კლასისა და $i_{n,r}$ ტიპის ახალი მომსახურების ადგილების რაოდენობა ავღნიშნოთ $N^{(n)}_{i_{n,r}}$-ით. დავუშვათ, რომ მომსახურების ობიექტების ყველა ცვლილება წარმოებს დროის დისკრეტულ მომენტებში Δt ინტერვალით. ეს აღნიშნავს, რომ თუ $t-\Delta t$ დროის მომენტში გვქონდა $Q^{(n)}(t-\Delta t) = \left\{ Q^{(n)}_{i_{n,1}}(t-\Delta t), \ldots, Q^{(n)}_{i_{n,1}}(t-\Delta t) \right\}$ მომსახურების ადგილი n კლასში, მაშინ t დროის მომენტში იქნება:

$$Q^{(n)}(t) = P^{(n)}\left(S^{(n)}(t) \right) Q^{(n)}(t-\Delta t) - C^{(n)}(t) Q^{(n)}(t-\Delta t) + N^{(n)}(t). \tag{1.2.30}$$

"მომსახურება" ქვესისტემის მოცემულ მოდელებში მართვის როლს (ნახ.1.4ა) ასრულებს $N^{(n)}(t)$ ახალი მშენებლობა, გავლენა სხვა ქვესისტემებზე ხასიათდება $S^{(n)}(t)$ მოსახლეობის ნაკადებით. მაგრამ ეს ნაკადი აღწერს არა მხოლოდ "მოსახლეობა" ქვესისტემის გავლენას, არამედ განსაზღვრული ხარისხით "საცხოვრებელი ფონდის" ქვესისტემის გავლენასაც, რადგან ნაკადის სიდიდე და სტრუქტურა ბევრად დამოკიდებულია საცხოვრებელი ფონდის მდგომარეობაზე.

1.2.2. ქვესისტემების მოდელირების მაგალითები

ზოგადი ილუსტრაციისათვის განვიხილოთ მომსახურების ობიექტის ერთ-ერთი კლასი, სახელდობრ, სასკოლო მომსახურება. ამ კლასს მივანიჭოთ ნომერი $n=1$. მაშინ $Q^{(1)}_{i_{1,r}}(t)$ - $i_{1,r}$ ტიპის სასკოლო კლასების

ადგილების რაოდენობაა, სადაც $i_{1,r} = r,\ r = 1,\dots,10$. ამ შემთხვევაში $S^{(1)}_{i_1,r}$ ნაკადი წარმოადგენს $t_{1,r}$ ასაკის ბავშვების რაოდენობას. $\Delta t = 1$ დროის ინტერვალი (წელი) და შესაბამისად $t = 1,2,\dots$.

განვიხილოთ, ამ ამოცანაში როგორ მოიაზრება მატრიცები $P^{(1)}$(1.2.26) და $C^{(1)}$ (1.2.28). პირველი მათგანი ახასიათებს r ტიპის სასკოლო კლასების გადასვლას $r+1$ კლასში. ამ გადასვლების მიზეზი არის მოსახლეობის მიგრაცია და ბავშვების ასაკობრივი შემადგენლობის ცვლილება. ზოგადად $P^{(1)}$ მატრიცას აქვს ელემენტები:

$$0 \le P^{(n)}_{\nu,\mu}. \tag{1.2.31}$$

თითოეული მათგანი ახასიათებს ადგილების ნაწილს μ სასკოლო კლასებში, რომლებიც გადადის ν ტიპში. როცა სრულდება (1.2.33) პირობა, მაშინ ეს ნიშნავს, რომ ν ტიპის ადგილების რაოდენობა იკრიბება სხვა $\mu = 1,\dots,10$ ტიპების სასკოლო კლასებიდან.

მსგავს სიტუაციას აქვს ადგილი მოსახლეობის მაღალი მოძრაობის მქონე რაიონებისათვის. მოსახლეობის სტაბილური სრუქტურის მქონე რაიონებისათვის ν ტიპის მოსახლეობის ადგილების რაოდენობა ძირითადად დამოკიდებულია $\nu+1$ ტიპის ადგილების რაოდენობაზე. მოცემული მატრიცის ელემენტები ითვალისწინებენ შემდეგ პირობებს:

$$1 \ge p_{1,1} > 0,\dots,1 \ge p_{10,9} > 0\,.$$

ამ შემთხვევაში მეორე წელს მოსწავლეების დარჩენის შესაძლებლობის გათვალისწინებით $P^{(1)}$ მატრიცა მიღებს სახეს:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} p_{11} & & & & \\ p_{21} & p_{22} & & & \\ 0 & p_{12} & p_{33} & & \\ \dots & \dots & \dots & & \\ 0 & \dots & \dots & p_{10,9} & p_{10,10} \end{bmatrix}, \tag{1.2.32}$$

ამასთან

$$1 > p_{\nu,\nu-1} > 0, \quad (1.2.33)$$

$$p_{\nu\nu} << p_{\nu,\nu-1} \ \nu = 2,\ldots,10 - \text{თვის}. \quad (1.2.34)$$

$P^{(1)}$ მატრიცის ელემენტები, როგორც ადრე აღინიშნა დამოკიდებულია $S^{(1)}_{i_1,r}$ ნაკადებზე. ჩვეულებრივ ეს დამოკიდებულება არის წრფივი:

$$p_{\nu\mu} = \alpha_{\nu\mu} S^{(1)}_{\nu}(t), \quad (1.2.35)$$

სადაც $\alpha_{\nu\mu} = const.$

$C^{(1)}$ მატრიცა (1.2.29), რომელიც ახასიათებს მოძველებული სკოლის დანგრევას, აქვს შემდეგი ელემენტები:

$$C^{(1)}_{\nu\nu}(t) = C_{\nu\nu}(kT) \quad kT \le t < (k+1)T \text{-ის დროს} \quad k = 0,1,2,\ldots, \quad (1.2.36)$$

სადაც T - შენობის არსებობის დროა.

1.2.3. მოსახლეობის მიგრაციის მოდელები

მოდელები, რომლებიც მოსალოდნელია განვიხილოთ ამ თავში, აღწერენ რეგიონალურ ტერიტორიაზე ან რეგიონალური ტერიტორიის აგლომერაციაში მცხოვრებთა გადაადგილებას, შესაბამისი სატრანსპორტრო ქსელის გამოყენებით. სხვა სიტყვებით, ეს არის სატრანსპორტო ქვესისტემის მოდელები. ისინი გამოყოფილია დამოუკიდებლად, იმიტომ, რომ რეგიონალური პროცესების მოდელირების მოცემული მიმართულება ყველაზე გავრცელებულია. ძირითადი პრობლემები, რომლებიც აქ წარმოიქმნება შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად: მოსახლეობის მიგრაციის მოდელირება და რეგიონალური ტერიტორიის ტრანსპორტის მარშრუტების და სატრანსპორტო მაგისტრალების ანალიზი და სინთეზი.

ტრადიციების მიხედვით ისეთი სიტუაციაა, რომ ორივე ეს პრობლემა განიხილება ერთი მეორისაგან იზოლირებულად. მიგრაციის მოდელი იგება იმ ვარაუდით, რომ შესაბამისი სატრანსპორტო ქსელი არსებობს, და პირიქით, სატრანსპორტო ქსელის ანალიზის და სინთეზის დროს ივარაუდება, რომ ამ მოდელების მიხედვით განსაზღვრული მოსახლეობის ნაკადები არ არის დამოკიდებული რეალურ ქსელზე.

ვთქვათ რეგიონალური ტერიტორია დაყოფილია ზონებად მათი ფუნქციური დანიშნულების მიხედვით. ძირითად მათგანს წარმოადგენს საცხოვრებელი ზონები და ზონები, სადაც მოსახლეობა შრომობს. გარდა ამისა, არსებობს სავაჭრო, მომსახურების, კულტურული, დასვენების და ა.შ. ზონები. დავუშვათ, რომ ფუნქციონალური დანიშნულების მიხედვით რეგიონალურ ტერიტორიაზე შეიძლება გამოვყოთ N ტიპის ზონები ობიექტებით $Q^{(k)}$, სადაც $k=1,\ldots,N$. თითოეულ ტიპს აქვს n_k ზონა $Q_i^{(k)}$ $\left(i=1,\ldots,n_k\right)$ - მოცულობებით. ნათელია, რომ

$$\sum_{i=1}^{n_k} Q_i^{(k)} = Q^{(k)},\ k=1,\ldots,N. \tag{1.2.37}$$

$Q_i^{(k)}$ მოცულობების მქონე ზონებს შორის წარმოებს მოსახლეობის გადაადგილება. ამ გადაადგილებების მიზანი შეიძლება სხვადასხვა იყოს: სამუშაოზე, სამუშაოდან, მომსახურების ადგილზე და ა.შ. T_{ij}^{ks}-ით ავღნიშნოთ ადამიანთა რაოდენობა, რომლებიც გადაადგილდებიან k ტიპის i ზონიდან s ტიპის j ზონაში.

თუ ეს გადაადგილება ხორციელდება მკაცრად რეგიონალური ტერიტორიის შიგნით დროის ინტერვალში, რომლის განმავლობაშიც ზონების ობიექტები არ იცვლება, მაშინ T_{ij}^{ks} სიდიდეები უნდა აკმაყოფილებდნენ შემდეგ პირობებს:

$$\sum_{j=1}^{n_s} T_{ij}^{ks} = Q_i^{(k)}, \qquad (1.2.38)$$

$$\sum_{i=1}^{n_k} T_{ij}^{ks} = Q_j^{(s)}, \quad k,s = 1,\ldots,N. \qquad (1.2.39)$$

თითოეული მცხოვრების გადაადგილება დაკავშირებულია რაიმე დანახარჯებთან C_{ij}^{ks}. ამ დანახარჯების მნიშვნელობა შეიძლება სხვადასხვა იყოს. რეგიონალურ ტერიტორიაზე, სადაც საზოგადოებრივი ტრანსპორტი სუსტადაა განვითარებული, პიროვნებისაგან განსხვავებით, C_{ij}^{ks} დანახარჯები წარმოადგენს მგზავრობის ღირებულებას k ტიპის i ზონიდან s ტიპის j ზონაში. პირიქით, იქ სადაც მცხოვრებთა გადაადგილება ხორციელდება ძირითადად საზოგადოებრივი ტრანსპორტის ხარჯზე, მგზავრობის ღირებულება არ ახასიათებს დანახარჯებს, რადგან ის მგზავრობის ტიპისაგან ან სუსტად იცვლება, ან საერთოდ არ იცვლება. ამ შემთხვევებში C_{ij}^{ks} დანახარჯებს აქვთ მოცემული მგზავრობის მოხერხებულობის (ან არამოხერხებულობის) აზრი [13].

დანახარჯების კონკრეტულ მნიშვნელობაზე დამოკიდებულებით მათი საერთო რაოდენობა შეზღუდულია რაიმე C^{ks} სიდიდით. ამიტომ (1.2.38)-(1.2.39) პირობებს უნდა დაემატოს კიდევ ერთი:

$$\sum_{i,j=1}^{n_k n_s} T_{ij}^{ks} C_{ij}^{ks} = C^{ks}, \quad k,s = 1,\ldots,N. \qquad (1.2.40)$$

მივიჩნევთ, რომ $Q_i^{(k)}, Q_j^{(s)}, C^{ks}$ და C_{ij}^{ks} სიდიდეები მოცემულია. აუცილებელია განვსაზღვროთ გადაადგილების $\vartheta^{(ks)} = \left\{T_{ij}^{ks}\right\}$ მატრიცა. (1.2.38), (1.2.40) პირობები ამისათვის არასაკმარისია. ამიტომ აუცილებელია რაიმე დამატებითი ვარაუდი $\vartheta^{(ks)}$ მატრიცის განსაზღვრისათვის.

ამ ვარაუდის წყაროს წარმოადგენს ანალოგია მოსახლეობის გადაადგილების პროცესებსა და რაიმე ფიზიკურ სისტემებში პროცესებს შორის [14]. ასე მაგალითად, k ტიპის i-ური ზონიდან მცხოვრებთა გადაადგილება და $Q_i^{(k)}$ მოცულობა s ტიპის j-ურ ზონაში და $Q_j^{(s)}$ მოცულობა გვახსენებს ორი $Q_i^{(k)}$ და $Q_j^{(s)}$ მასის ურთიერთქმედებას შესაბამისად. მათ შორის წარმოქმნილი ძალა (მოცემულ შემთხვევაში T_{ij}^{ks}) შეიძლება წარმოვადგინოთ თანაფარდობით, რომელიც ნიუტონის კანონის ანალოგურია. ამიტომ მოდელმა მიიღო გრავიტაციულის სახელწოდება:

$$T_{ij}^{ks} = A_i^{(k)} B_j^{(s)} Q_i^{(k)} Q_j^{(s)} f^{ks}\left(C_{ij}^{ks}\right), \tag{1.2.41}$$

$$f^{ks}\left(x\right) \underset{x\to\infty}{\to} 0, \ \ f^{ks}\left(x\right) \geq 0. \tag{1.2.42}$$

$A_i^{(k)}, B_j^{(s)}$ კოეფიციენტებს (1.2.38) პირობის გათვალისწინებით აქვს სახე:

$$A_i^{(k)} = \left(\sum_{j=1}^{n_s} Q_j^{(s)} B_j^{(s)} f^{ks}\left(C_{ij}^{ks}\right) \right)^{-1}, \tag{1.2.43}$$

$$B_j^{(s)} = \left(\sum_{i=1}^{n_s} Q_i^{(k)} A_i^{(k)} f^{ks}\left(C_{ij}^{ks}\right) \right)^{-1}. \tag{1.2.44}$$

ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ დარეგულირდეს f^{ks} ფუნქციის სტრუქტურა და პარამეტრები. ამისათვის დავუბრუნდეთ (1.2.38) - (1.2.40) გამოსახულებებს და ვისარგებლოთ მოსახლეობის გადაადგილების პროცესის სხვა ფიზიკური ანალოგიით.

k და s ტიპის ზონების დიდი რიცხვის დროს და k ტიპის ზონებში მცხოვრებთა დიდი რიცხვის დროს, რომელიც წარმოადგენს მგზავრობის წყაროს, სრულიად ბუნებრივია ვარაუდი იმაზე, რომ ცალკეული მცხოვრების გადაადგილება ერთის მხრივ სუსტად

მოქმედებს ყველა პროცესის მდგომარეობაზე, რომელიც ხასიათდება $\vartheta^{(ks)}$ მატრიცით, ხოლო მეორეს მხრივ არის მისი ცვლილების მიზეზი. ეს გვაძლევს საფუძველს განვიხილოთ გადაადგილების პროცესის მდგომარეობის ორი ტიპი. ერთ-ერთი მათგანი საკმარისად სრულია, რამდენადაც ეს შესაძლებელია, აღწერს თითოეული მცხოვრების მდგომარეობას და ატარებს მიკრომდგომარეობის სახელწოდებას. მიკრომდგომარეობის სიმრავლე წარმოშობს რაიმე გასაშუალებულ მდგომარეობას, რომელსაც ეწოდება მაკრომდგომარეობა. გადაადგილების პროცესის ასეთი წარმოდგენა გვახსენებს იზოლირებულ ჭურჭელში გაზის მოლეკულების მოძრაობის სითბურ პროცესებს. ვსარგებლობთ რა ამ ანალოგიით შეიძლება გამოვიყენოთ გაზის სისტემის რაიმე თერმოდინამიკური თვისება, მოსახლეობის გადაადგილების კანონმდებლობის შესწავლისათვის [15].

(1.2.38)-(1.2.40) გამოსახულებები წარმოშობენ $\vartheta^{(ks)}$ მატრიცების მთლიან ოჯახს. თითოეული მათგანი ახასიათებს განსახილველი ქვესისტემის რაიმე მაკრომდგომარეობას. თუ დავეყრდნობით თერმოდინამიკურ ანალოგიას, მაშინ აღნიშნული $\vartheta^{(ks)}$ მატრიცების ოჯახში არსებობს ერთადერთი, რომლისთვისაც სისტემის $H^{(ks)}$ ენტროპია მაქსიმალურია. ეს მატრიცა $\vartheta_0^{(ks)}$ შეესაბამება მდგრად მაკრომდგომარეობას.

ამგვარად, იმისათვის, რომ განვსაზღვროთ $\vartheta_0^{(ks)}$ მატრიცა, საჭიროა ვიპოვოთ $H^{(ks)}$ ენტროპია და მოვახდინოთ მისი მაქსიმიზირება (1.2.38)-(1.2.40) პირობების დროს.

ცნობილია, რომ

$$H^{(ks)} = \ln \omega^{ks} \left(T_{ij}^{ks} \middle| i = \overline{1, n_k}, j = \overline{1, n_s} \right), \tag{1.2.45}$$

სადაც $\omega^{ks}\left(T_{ij}^{ks}\middle| i=\overline{1,n_k}\,,\, j=\overline{1,n_s}\right)$ - T_{ij}^{ks} მცხოვრებთა რაოდენობის განაწილების ალბათობაა.

ვარაუდობენ, რომ ეს ალბათობა მოსახლეობის გადაადგილების პროცესის მიკრომდგომარეობის შესაძლო რიცხვის პროპორციულია, რომელიც განისაზღვრება თანაფარდობით:

$$\omega^{ks}\left(\vartheta^{ks}\right)=\frac{T^{ks}!}{\prod\limits_{i,j}^{n_k n_s} T_{ij}^{ks}!}, \tag{1.2.46}$$

სადაც

$$T^{ks}=\sum_{i,j=1}^{n_k n_s} T_{ij}^{ks}. \tag{1.2.47}$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ გამოსახულება H^{ks} ენტროპიისათვის (1.2.45) მიიღებს სახეს

$$H^{ks}=\ln T^{ks}!-\sum_{i,j=1}^{n_k,n_s}\ln T_{ij}^{ks}!. \tag{1.2.48}$$

T_{ij}^{ks} დიდი მნიშვნელობების დროს შეიძლება ვისარგებლოთ შემდეგი აპროქსიმაციით:

$$\ln T_{ij}^{ks}!\cong T_{ij}^{ks}\ln T_{ij}^{ks}-T_{ij}^{ks}.$$

ეს გამოსახულება ჩავსვათ (1.2.48)-ში, (1.2.38)-(1.2.40), (1.2.45), (1.2.46) -ის გათვალისწინებით მივიღებთ ამოცანას H^{ks} ექსტრემუმის პირობაზე. ვისარგებლოთ ლაგრანჟის მამრავლთა მეთოდით, შევადგინოთ ფუნქცია

$$\begin{aligned} M^{ks}=H^{ks}&+\sum_{i=1}^{n_k}\lambda_i\left(Q_i^{(k)}-\sum_{j=1}^{n_s}T_{ij}^{ks}\right)+\sum_{j=1}^{n_s}\mu_j\left(Q_j^{(s)}-\sum_{i=1}^{n_k}T_{ij}^{ks}\right)+\\ &+\beta\left(C^{ks}-\sum_{i,j=1}^{n_k n_s}T_{ij}^{ks}C_{ij}^{ks}\right) \end{aligned}, \tag{1.2.49}$$

რომლის მაქსიმიზირებაც საჭიროა. მაქსიმუმის აუცილებელ პირობას აქვს სახე:

$$\partial H^{ks} / \partial T_{ij}^{ks} - \lambda_i - \mu_j - \beta C_{ij}^{ks} = 0 .$$

ანუ - $\ln T_{ij}^{ks} - \lambda_i - \mu_j - \beta C_{ij}^{ks} = 0$,

საიდანაც

$$T_{ij}^{ks} = e^{-\lambda_i - \mu_j - \beta C_{ij}^{ks}} \tag{1.2.50}$$

ლაგრანჟის მამრავლები λ_i, μ_j, β განისაზღვრებიან შემდეგი განტოლებათა სისტემის ამოხსნით:

$$e^{-\lambda_i} \sum_{j=1}^{n_s} e^{-\mu_j - \beta C_{ij}^{ks}} = 1, \quad i = 1, \ldots, n_k,$$

$$e^{\mu_j} \sum_{i=1}^{n_k} e^{-\lambda_i - \beta C_{ij}^{ks}} = 1, \quad \sum_{i,j=1}^{n_k n_s} C_{ij}^{ks} e^{-\lambda_i - \mu_j - \beta C_{ij}^{ks}} = C^{ks} \tag{1.2.51}$$

არაწრფივ განტოლებათა ეს სისტემა ფრიად სპეციფიკურია და მისი ამოხსნის და იტერაციულ პროცესთან შესაბამისობის საკითხები, ამ ამოხსნის პოვნისათვის არის სპეციალური კვლევის საგანი.

თუ $\left\{C_{ij}^{ks}\right\}$ მატრიცა და C კონსტანტა ისეთია, რომ არსებობს (1.2.51) სისტემის ამოხსნა, მაშინ განსაზღვრულ იქნება $T = \left\{T_{ij}^{ks}\right\}$ მატრიცა (1.2.50).

1.3. მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირების პრინციპები

მათემატიკური მოდელირების (იდენტიფიკაციის) ზოგადი ფორმულირება მდგომარეობს შემდეგში [16]. დავუშვათ განსახილველ ობიექტზე მოქმედებს $x(t)$ ზემოქმედება, ობიექტის რეაქცია (გამოსასვლელი) $x(t)$ ზემოქმედებაზე არის $y(t)$. კავშირი $x(t)$ და $y(t)$ შორის ზოგადად ხასიათდება A -ოპერატორით, ანუ

$$y(t) = Ax(t)$$

ოპერატორი A -წარმოადგენს განსახილველი ობიექტის ზოგად დინამიკურ მახასიათებლებს. იდენტიფიკაციის ამოცანა მდგომარეობს, $x(t)$ და $y(t)$ ცოდნის საფუძველზე განვსაზღვროთ გარკვეული კრიტერიუმის მიხედვით A ოპერატორი, ანუ ვიპოვოთ მისი შეფასება $\hat{A}$. ოპერატორი $\hat{A}$, მოცემული უნდა იყოს სასრული უცნობი პარამეტრების სიზუსტით. ანუ $\hat{A}$ ოპერატორი უნდა იყოს პარამეტრიზებული. აქედან გამომდინარე მოდელირების (იდენტიფიკაციას) ამოცანა ორი ეტაპისაგან შედგება. პირველ ეტაპზე განისაზღვრება მოდელის სტრუქტურა და პარამეტრები, ხოლო მეორე ეტაპზე $x(t)$ და $y(t)$ ცოდნის საფუძველზე შეფასდება მოდელის პარამეტრები.

მოდელის ტიპის, $\hat{A}$ ოპერატორის კლასის, განსაზღვრა მჭიდრო კავშირშია მოდელირების მიზანთან, თუ რა მიზნით უნდა იყოს გამოყენებული შემდგომ მათემატიკური მოდელი. მაგალითად, იმ შემთხვევაში როდესაც მათემატიკური მოდელი გამოიყენება ობიექტის მართვისათვის, ამ დროს მოდელის გამოსასვლელი $\hat{Y}(t)$ საკმაო სიზუსტით უნდა იმეორებდეს $y(t)$. ე.ი. ამ შემთხვევაში დიდი მნიშვნელობა არა აქვს შესაბამისობას ობიექტისა და მოდელის სტრუქტურებსა და პარამეტრებს შორის. ასეთ მოდელებს ვუწოდოთ ფორმალური მოდელები.

აქვე უნდა შევნიშნოთ, რომ ხშირ შემთხვევაში მართვის სისტემების სინთეზისთვის უკვე აღარ არის საკმარისი ისეთი მათემატიკური მოდელების აგება, რომელთა სტრუქტურა და შიდა პროცესები არ არის შესაბამისი ობიექტის სტრუქტურისა და შიდა პროცესების იდენტურნი.

შემდგომში, ობიექტის მათემატიკურ მოდელს, რომელიც იმეორებს ობიექტის სტრუქტურასა და შიდა პროცესებს ვუწოდებთ ფიზიკურ

მოდელს. ფიზიკური მოდელის დადგენისას გამოიყენება ბუნების ფუნდამენტალური კანონები და კანონზომიერებანი.

ჩვენ ქვემოთ ძირითადად განვიხილავთ მაკროსისტემების ფიზიკური მათემატიკური მოდელების აგებისა და მართვის პრობლემებს.

დავუშვათ მაკროსისტემა ხასიათდება A ოპერატორით, რომელიც მიეკუთვნება უწყვეტ ოპერატორთა კლასს, იმ გაგებით, რომ $x(t)$ - შესასვლელი ზემოქმედების მცირე ვარიაციებს შეესაბამება $y(t)$ - გამოსასვლელის მცირე ვარიაციები - $\int\limits_{-\infty}^{t} Y^2(t)dt < \infty$. ამასთანავე $|x(t)| \leq \infty$.

განვიხილოთ სისტემა $X(t)$ შესასვლელით და $y(t)$ გამოსასვლელით, სადაც $t \in T$ დროის მომენტების სიმრავლეა. $X(t)$ და $y(t)$ - ფუნქციები წარმოადგენენ შესაბამისად X და Y შესასვლელი და გამოსასვლელი სივრცის ელემენტებს. გარდაქმნა "შესასვლელი-გამოსასვლელი" ზოგადად ხასიათდება L ასახვით.

$$X \xrightarrow{L} Y$$

ზოგადად L ასახვის კვლევისათვის (იდენტიფიკაციისათვის) მიმართავენ მის დეკომპოზიციას. მაგალითად, შესაძლებელია სისტემების ფართო კლასისათვის გამოვყოთ გარდა გამოსასვლელი პროცესისა მისი შინაგანი პროცესები $Z(t)$, რომლებიც მივიჩნიოთ სისტემის მდგომარეობის მახასიათებელ პარამეტრებად. $Z(t)$ ფუნქციები წარმოადგენენ Z-სივრცის ელემენტებს. ამ შემთხვევაში L ასახვის დეკომპოზიცია წარმოდგება სამი ასახვისაგან: L_1 - აღწერს გარდაქმნას "შესასვლელი-მდგომარეობის სივრცე", L_2 - გარდაქმნას "მდგომარეობის სივრცე გამოსასვლელი", L_3 - გარდაქმნას "შესასვლელი-გამოსასვლელი". (იმ შემთხვევაში თუ L_1, L_2, L_3 - ასახვები ახასიათებენ

დეტერმინირებული პროცესების გარდაქმნებს, მაშინ ისინი არიან ერთგვაროვნები).

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, მაკროსისტემას ახასიათებს დუალიზმი, რომელიც გამოიხატება იმაში, რომ მაკროსისტემის ელემენტები სტოქასტიკური ბუნებისაა იმ დროს, როდესაც ერთიანი სისტემა მიეკუთვნება დეტერმინირებულ კლასს. ე.ი. მაკროსისტემებში არსებობენ შიდა პროცესები $g(t)$, რომელთა ქცევა არადეტერმინირებულია. ამ ფაქტის აღწერისათვის L_1 ასახვა იყოფა ასახვებად: L_{11} - „შესასვლელი-არადეტერმინირებული მდგომარეობა-მდგომარეობა" და L_{12} - „არადეტერმინირებული მდგომარეობა-მდგომარეობა". თუ ჩვენ ყოველ ასახვას აღვწერთ შესაბამისი ოპერატორით $\overline{L_{11}} \to L_{11}$; $\overline{L_{12}} \to L_{12}$; და შემოვიტანთ ოპერატორს $\overline{L_2}$, რომელიც წარმოადგენს პირდაპირ (დეკარტულ) ნამრავლს X და Z სივრცეებისა Y-ში. შესაბამისად, მაკროსისტემა გაიგება, როგორც L_{11}, L_{12} და $\overline{L_2}$ ოპერატორების კომპოზიცია.

იმისდამიხედვით, თუ როგორია ელემენტების ქცევა მაკროდონეზე, მაკროსისტემები შეიძლება დავყოთ ორ ჯგუფად. მაკროსისტემები ელემენტების სტოქასტიკური ქცევით და მაკროსისტემები ელემენტების ე.წ. კონიუქტურული ქცევით. პირველ ჯგუფს მიეკუთვნება ისეთი მაკროსისტემები, როდესაც სისტემას გააჩნია m რაოდენობის ენერგეტიკული უჯრედი, რომლებიც ივსება N რაოდენობის ერთგვაროვანი ელემენტებით $(N >> m)$, ამასთანავე ელემენტების განაწილებას აქვს შემთხვევითი ხასიათი [17].

მაკროსისტემები კონიუნქტურული ქცევით კი ისეთი სისტემებია, როდესაც ელემენტების განაწილება ენერგეტიკულ უჯრედებში ხორციელდება გარკვეული სარგებლიანობის ფუნქციის შესაბამისად,

რომლებიც მიეწერებათ ელემენტებს, ამასთანავე ყოველი შემდეგი განაწილება დამოკიდებულია წინა განაწილებაზე.

მოვიყვანოთ სტოქასტიური ქცევის ელემენტებიანი მაკროსისტემის მათემატიკური მოდელირების ზოგადი სქემა.

წონასწორულ მდგომარეობიანი სისტემათა მოდელები: განვიხილოთ აბსტრაქტული მაკროსისტემა, რომელიც შეიცავს N - ერთგვაროვან სტოქასტიკური ბუნების ელემენტებს.

ვთქვათ სისტემა დაყოფილია კლასებად $K_i\left(i=\overline{1,\lambda}\right)$ და ყოველი ელემენტი, ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად, შეიძლება იმყოფებოდეს λ კლასიდან ერთ-ერთში.

აღვნიშნოთ - $S^1,\cdots,S^1$ მდგომარეობათა სიმრავლეები $S^i\in K_i$, ელემენტების განლაგებას მდგომარეობათა S^i სიმრავლეში უწოდებენ მიკრომდგომარეობას.

მდგომარეობათა სიმრავლეები $S^1,\cdots,S^1$ ისეა მოწყობილი, რომ მათში შეიძლება გამოვყოთ $S_n^i\left(n\in\overline{1,m}\right)$ "მეზობელი" სიმრავლეები, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$S^i=\bigcup_{n=1}^{m}S_n^i$$

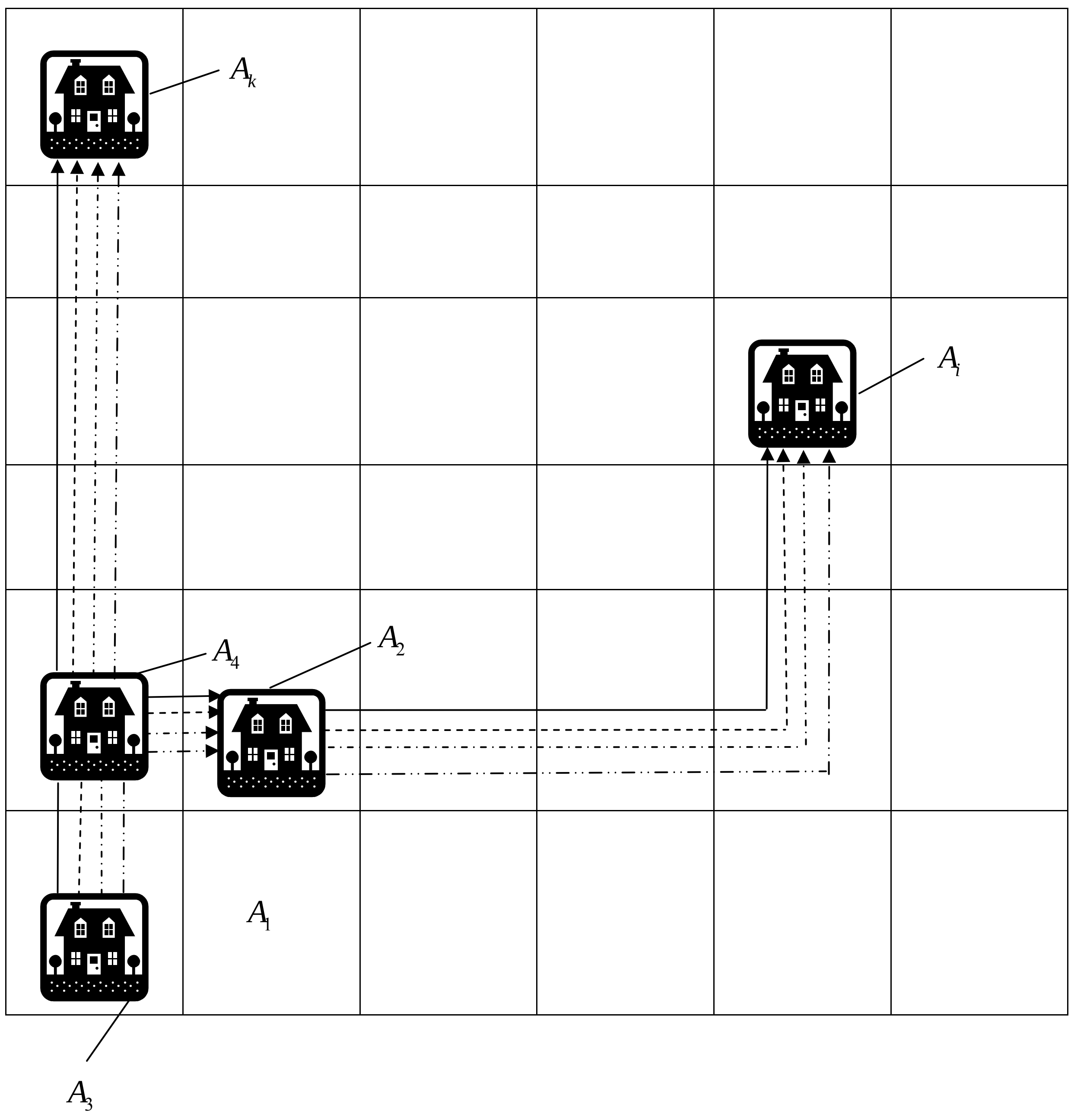
$$S_{n_1}^i\bigcap S_{n_2}^i=\varnothing \text{ ნებისმიერი } \quad n_1,n_2\in\overline{1,m_i}$$

მდგომარეობათა ასეთი დაჯგუფება გულისხმობს იმას, რომ ყოველ მდგომარეობას S^i-ში გააჩნია რაღაც რიცხვითი მახასიათებელი, რომელთა საშუალებითაც შესაძლებელია $S^i,\ldots,S_{m_i}^i$ ქვესირავლეების გამოყოფა (მაგ. მათი ტევადობა).

რეგიონალურ სისტემებში რესურსების გაცვლა-გამოცვლისა და რეგიონებში არსებული ობიექტების მართვისათვის განვიხილოთ ასეთი ამოცანა.

1.3.1. ქაოსის თეორიის ელემენტების გამოყენება განაშენიანების მათემატიკური მოდელირებისა და მართვისათვის

ვთქვათ გვაქვს რაღაც ტერიტორია, რომელიც დაყოფილია ნაკვეთებად n_i $i \in 1,2,\ldots,N_0$. თითოეულ ნაკვეთზე აშენებულია გარკვეული დანიშნულების ობიექტები (ნახ.1.5).



ა)

	K_1	K_2	K_3
A_1	0	0	0
A_2	1	1	0
A_3	1	1	0
A_4	0	0	0

ბ)

აქ A_i - ობიექტებია, K_i - კომუნიკაციები.

ნახ.1.5. ტერიტორიის განაშენიანების და კომუნიკაციების საილუსტრაციო მაგალითები.

ვგულისხმობთ, რომ თითოეული ნაკვეთის ათვისებას აქვს შემთხვევითი ხასიათი იმ გაგებით, რომ არ არსებობს განაშენიანების გეგმა. ამ დროს მეტად მნიშვნელოვანია, განაშენიანების სოციალური "მდგრადობისათვის" არსებობდეს "გზა", რომელიც აერთებს განაშენიანების განაპირა ზოლებს ერთმანეთთან. "გზა" ამ შემთხვევაში გაიგება, როგორც კომუნიკაციები ნაკვეთებს შორის, როგორიცაა მისასვლელი, სატრანსპორტო გზები, საყოფაცხოვრებო დანიშნულების კომუნიკაციები: გაზის, წყლის, ელექტროობის, კავშირგაბმულობის. აღნიშნული ტიპის სისტემათა ფუნქციონირებისას, მათი გეომეტრიული სტრუქტურის მნიშვნელობას პირველად მიაქცია ყურადღება რ. ეტკინმა [18]. ირკვევა, რომ სისტემის ფუნქციონირების ხარისხი გარდა ობიექტების სოციალური პარამეტრებისა, განისაზღვრება აგრეთვე მის ცალკეულ ნაწილთა "ბმულობითაც" და კომბინატორული ტოპოლოგიის აპარატზე დაყრდნობით მოგვცა ე.წ. Q - დაყოფის თეორია, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში [18].

ვთქვათ, $a_0, a_1, \ldots, a_k$ ევკლიდეს n-განზომილებიანი სივრცის წერტილებია. ამასთან, სისტემა $a_0 - a_1, a_2 - a_0, \ldots, a_k - a_0$ წრფივად დამოუკიდებელია. R^n სივრცის იმ x წერტილთა A სიმრავლეს, რომელთათვისაც

$$x = \lambda_0 a_0 + \lambda_1 a_1 + \cdots + \lambda_k a_k, \qquad (1.3.1)$$

სადაც $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_k$ ისეთი ნამდვილი რიცხვებია, რომ $\lambda_0 + \lambda_1 + \cdots + \lambda_k = 1,\ \lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_k \geq 0$ ეწოდება k - განზომილებიანი სიმპლექსი, რომელსაც აღვნიშნავთ $[a_0, a_1, \ldots, a_k]$ სიმბოლოთი. $a_0, a_1, \ldots, a_k$ წერტილებს ეწოდებათ A სიმპლექსის წვეროები, ხოლო $\{a_0, a_1, \ldots, a_k\}$ სიმრავლის ნებისმიერი $s+1$ ელემენტიანი ქვესიმრავლის მიერ განსაზღვრულ სიმპლექსს ეწოდება A სიმპლექსის s - განზომილებიანი წახნაგი. 0 - განზომილებიანი სიმპლექსია წერტილი, 1 - განზომილებიანი სიმპლექსი წარმოადგენს მონაკვეთს, 2 - განზომილებიანი სიმპლექსი - სამკუთხედს და 3 - განზომილებიანი სიმპლექსი - ტეტრაედრს.

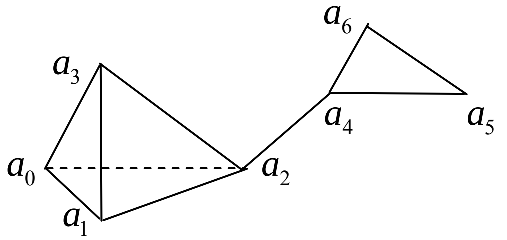
ორი სიმპლექსი წესიერადაა განლაგებული, თუ ისინი არ გადაიკვეთებიან, ან მათი გადაკვეთა ორივეს წახნაგს წარმოადგენს.

R^n სივრცის სიმპლექსების რაიმე K არაცარიელ სიმრავლეს ეწოდება გეომეტრიული სიმპლიციალური კომპლექსი, თუ სრულდება პირობები:

1) თუ $A \in K$ და A' არის A-ს წახნაგი, მაშინ $A' \in K$.

2) თუ $A, B \in K$, მაშინ ისინი წესიერადაა განლაგებულნი.

K-ში შემავალი სიმპლექსების განზომილებებს შორის უდიდესს ეწოდება K-ს განზომილება. K-ს 0-განზომილებიან სიმპლექსებს ეწოდება K-ს წვეროები. ნახ.1.6-ზე გამოსახულია R^3-ში 3-განზომილებიანი კომპლექსის მაგალითი.



ნახ.1.6. 3 - განზომილებიანი კომპლექსი.

ეს კომპლექსები შესდგება 7 წვეროსაგან: a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6; ათი 1-განზომილებიანი სიმპლექსისაგან:

$[a_0,a_1]$, $[a_0,a_2]$, $[a_0,a_3]$, $[a_1,a_2]$, $[a_1,a_3]$, $[a_2,a_3]$, $[a_2,a_4]$,

$[a_4,a_5]$, $[a_4,a_6]$, $[a_5,a_6]$; ხუთი 2-განზომილებიანი სიმპლექსისაგან: $[a_0,a_1,a_2]$, $[a_0,a_1,a_3]$, $[a_0,a_2,a_3]$, $[a_1,a_2,a_3]$, $[a_4,a_5,a_6]$ და ერთი 3-განზომილებიანი $[a_0,a_1,a_2,a_3]$ სიმპლექსისაგან.

ადვილი დასანახია, რომ ყოველი გეომეტრიული სიმპლიციალური კომოპლექსი მოიცემა თავისი წვეროებით და წვეროების ერთობლიობების გარკვეული სიმრავლით. აქედან გამომდინარე, ყოველ გეომეტრიულ სიმპლიციალურ კომპლექსს შეესაბამება სიმპლიციალური (ზოგჯერ ამბობენ აბსტრაქტული სიმპლიციალური) კომპლექსი, რომელიც განისაზღვრება შემდეგნაირად.

სიმპლიციალური კომპლექსი არის წყვილი (X,K), სადაც X არის რაიმე სასრული სიმრავლე, ხოლო K, X-ის ქვესიმრავლეების სიმრავლე და სრულდება პირობები:

1) X-ის ყოველი ერთელემენტიანი სიმრავლე შედის K-ში.

2) თუ $\sigma \in K$ და $\sigma' \subset \sigma$, მაშინ $\sigma' \in K$.

X-ის ელემენტებს ეწოდება კომპლექსის წვეროები, ხოლო K-ს ელემენტებს - სიმპლექსები. თუ σ სიმპლექსია და $\sigma' \subset \sigma$ მაშინ σ'-ს ეწოდება σ-ის წახნაგი, ხოლო თუ σ-ში შემავალი ელემენტების რაოდენობაა r, მაშინ - $(r-1)$ - განზომილებიანი სიმპლექსი. K-ში შემავალი სიმპლექსების განზომილებებს შორის უდიდესს სიმპლიციალური კომპლექსის განზომილება ეწოდება.

როგორც აღვნიშნეთ, ყოველ გეომეტრიულ m-განზომილებიან K კომპლექსს შეესაბამება m-განზომილებიანი $\overline{K}$ აბსტრაქტული სიმპლიციალური კომპლექსი. ასეთ დროს ამბობენ, რომ K არის $\overline{K}$-ის

გეომეტრიული რეალიზაცია. მტკიცდება, რომ ყოველ m-განზომილებიან აბსტრაქტულ სიმპლიციალურ კომპლექსს აქვს გეომეტრიული რეალიზაცია R^{2m+1} სივრცეში. ქვემოთ ყველგან ვიხმართ ტერმინს "სიმპლიციალური კომპლექსი" და კონტექსტიდან გასაგები იქნება გეომეტრიულ, თუ აბსტრაქტულ სიმპლიციალურ კომპლექსზეა საუბარი.

ვთქვათ, K, m - განზომილებიანი სიმპლიციალური კომპლექსია და $0 \le q \le m$. შემოვიღოთ K-ს იმ სიმპლექსების K_q სიმრავლეზე, რომელთა განზომილება არ არის q-ზე ნაკლები, $\sim q$ ეკვივალენტურობის მიმართება შემდეგნაირად: ვიტყვით, რომ σ და σ' სიმპლექსები ეკვივალენტურია, თუ არსებობს სიმპლექსების ისეთი

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s \tag{1.3.2}$$

მიმდევრობა, რომ

$$\sigma_1 = \sigma, \sigma_s = \sigma'$$

და

$$\dim(\sigma_i \cap \sigma_{i+1}) \ge q, \;\; i = 1, 2, \dots, (s-1).$$

ცხადია, განსაზღვრული მიმართება მართლაც ეკვივალენტურობის მიმართებაა. $\sqcup q$ ეკვივალენტურობის კლასების რაოდენობა აღვნიშნოთ Q_q-თი.

ვექტორს $(Q_0, Q_1, \dots, Q_m)$ ეწოდება K-ს სტრუქტურული ვექტორი, ხოლო თვით Q_q რიცხვების პოვნის პროცედურას - კომპლექსის Q ანალიზი. მაგალითად, ნახ.1-ზე გამოსახული კომპლექსის სტრუქტურული ვექტორია $(1, 3, 2, 1)$. ამ კომპლექსში, რომ არ შესულიყო ერთადერთი 3-განზომილებიანი სიმპლექსი, მაშინ სტრუქტურული ვექტორი იქნებოდა $(1, 3, 5)$.

~ 0-ს ეკვივალენტურობის კლასებს ეწოდებათ ბმულობის კომპონენტები. ამრიგად, Q_0 არის ბმულობის კომპონენტების რაოდენობა.

X და Y სიმრავლეებს შორის ყოველ მიმართებას $\rho \subset X \times Y$ შევუსაბამოთ შემდეგი K_ρ სიმპლიციალური კომპლექსი. K_ρ–ს წვეროებია X-ის ელემენტები, ხოლო X არის სიმპლექსი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა არსებობს ისეთი $y \in Y$, რომ ყოველი $x' \in X'$-სათვის $(x';y) \in \rho$. ყოველი y-სათვის K_ρ–ს სიმპლექსს:

$$\{x | (x;y) \in \rho\}$$

ვუწოდებთ y-სიმპლექსს.

ახლა დავუბრუნდეთ ისევ სისტემებს და შევთანხმდეთ, რომ სისტემის ქვეშ ჩვენ ვგულისხმობთ ოთხეულს

$$(X;Y;\rho;\pi), \tag{1.3.3}$$

სადაც X და Y სიმრავლეებია, $\rho \subset X \times Y$, ხოლო π ასახვაა

$$\pi : K_\rho \to R$$

ე.ი. შესაბამისობა, რომლის დროსაც ყოველ სიმპლექსს შეესაბამება ნამდვილი რიცხვი. π–ს ეწოდება მოდელი K_ρ სიმპლიციალურ კომპლექსზე.

Q ვექტორის კოორდინატები სასურველია იყოს მცირე, წინააღმდეგ შემთხვევაში K კომპლექსის გეომეტრიული სტრუქტურა შეზღუდავს K-ს ნებისმიერი π მოდელის ცვლილების შესაძლებლობას.

ამასთან, გეომეტრიის თვალსაზრისით იდეალურია ისეთი მიმართება X და Y სიმრავლეთა შორის, როცა ყოველი x_i, λ მიმართებაშია ყოველ y_j-თან, მაგრამ ასეთ შემთხვევაში მოსალოდნელია სისტემის ზოგიერთი მახასიათებლის გაუარესება (“გაუარესება” აქ უპირველეს ყოვლისა იგულისხმება სისტემაზე დანახარჯები, მაგალითად,

ბუნებრივია, რაც მეტი და განიერია გზა მით უკეთესია, მაგრამ ყოველივე ეს ძვირი ჯდება). გარდა ამისა, ასეთი სისტემის პრაქტიკული რეალიზაცია არაა მიზანშეწონილი. [19,20]-ში ნაჩვენებია აღწერილი გეომეტრიული მეთოდის ისეთი მოდიფიკაცია, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ავირჩიოთ ორი სავარაუდო λ და λ_1 მიმართებებიდან ერთ-ერთი განსაზღვრული ω კრიტერიუმის მიხედვით.

$$\omega_{(x,y)}:\{\lambda\}\to R$$

სადაც $\{\lambda\}$ აღნიშნავს X და Y სიმრავლეებს შორის λ მიმართებათა სიმრავლეს.

[19,20] ნაშრომებში ნაჩვენებია ალგორითმები, რომლებიც საშუალებას გვაძლევენ ვიპოვოთ ისეთი X მიმართება (მოცემული X და Y სიმრავლეებისათვის), რომელზეც ω ფუნქცია აღწევს მაქსიმუმს. ნაჩვენებია, თუ როგორ ხდება ურთიერთქმედებათა გავრცელება რეგიონის ობიექტებს შორის, რომლებიც შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც მრავალი რგოლისაგან შემდგარი გრძელი ჯაჭვი.

დავუშვათ, რომ თითოეულ ნაკვეთზე განთავსებულ ობიექტებს შორის გარკვეული p - ალბათობით გაიყვანება კომუნიკაციები. ცხადია კომუნიკაციის, კავშირის არ არსებობა ნაკვეთებზე მოთავსებულ ობიექტებს შორის ტოლი იქნება $1-p$. [21]-ში, ნაჩვენებია, რომ უწყვეტი გზა ნებისმიერ ობიექტს შორის არსებობს იმ შემთხვევაში, როდესაც $p=p_c=0.5$. განხილული ამოცანის მათემატიკური მოდელირებისათვის და მართვისათვის შესაძლებელია გამოყენებული იყოს ქაოსის თეორია, რამეთუ ზემოთ განხილული ამოცანა ე.წ. უწყვეტი გზის დადგენა, როდესაც ნაკვეთებს შორის კომუნიკაციების გაყვანას აქვს შემთხვევითი ხასიათი მიეკუთვნება ფრაქტალების კლასს [21].

ფრაქტალების დახასიათებისათვის შემოაქვთ ჰაუსდორფის ზომა D_H, რომელიც განისაზღვრება შემდეგნაირად:

როგორც ცნობილია, წესიერი (გლუვი) მრუდის მიახლოებული სიგრძე $L(z)=Nz$, სადაც z არის იმ მონაკვეთის სიგრძე, რომლითაც ვახდენთ მრუდის აპროქსიმაციას. N კი არის რიცხვი, რამდენჯერაც ეტევა z სიგრძის მონაკვეთი ამ მრუდში. ცხადია, როცა $z \to 0$, მაშინ $L(z) \to N_0$, სადაც N_0 გარკვეული რიცხვია. ფრაქტალების შემთხვევაში კი როცა $z \to 0$, $N_0 \to \infty$. N_0-ის მისწრაფება უსასრულობისაკენ ხორციელდება გარკვეული კანონზომიერებით z^{D_H}. არსებობს D_H-ის რაღაც კრიტიკული მაჩვენებელი $D_H > 1$, რომლის დროსაც Nz^{D_H} არის სასრულო. როცა D_H-ზე ნაკლებია ხარისხის მაჩვენებელი მაშინ $Nz^{D_H} \to \infty$, ხოლო როცა ხარისხის მაჩვენებელი მეტია D_H, მაშინ $Nz^{D_H} \to 0$. სწორედ ამ კრიტიკულ მაჩვენებელს უწოდებენ ჰაუსდორფის ზომას [22].

$$D_H = \lim_{z \to 0} \frac{\ln N}{\ln(1/z)}. \tag{1.3.4}$$

უნგრელმა მათემატიკოსმა ა. რენიემ შემოიტანა ალბათობათა განაწილების ენტროპიის განზოგადოებული სახე [23]:

$$S_q = \frac{1}{q-1} \ln \sum_{i=1}^{N} p_i^q , \tag{1.3.5}$$

რომელიც, როგორც ვხედავთ ეფუძნება p_i ალბათობათა q ხარისხის მომენტებს. აქ q შეიძლება იყოს არა მთელი რიცხვი. როცა $q \to 1$, მაშინ (1.3.5) მივდივართ ენტროპიის ცნობილ გამოსახულებამდე [21]:

$$S_1 = -\sum_{i=1}^{N} p_i \ln p_i . \tag{1.3.6}$$

ანალოგიურად შეგვიძლია მივიღოთ ჰაუსდორფის განზოგადოებული ზომა:

$$D_q = \lim_{z \to 0} \frac{1}{q-1} \cdot \frac{\ln \sum_{i=1}^{N} p_i^q}{\ln z}, \tag{1.3.7}$$

სადაც p_i - ნაკვეთებს შორის კომუნიკაციების გაყვანის ალბათობებია $p_i = p_{kj}$, z - კომუნიკაციების სიგრძეა. პარამეტრი q იღებს მნიშვნელობას $(-\infty,\infty)$. აღსანიშნავია, რომ თვითმსგავსი ფრაქტალისათვის, რომლისთვისაც $p_i = 1/N$ გამოსახულება (1.3.7) მიიღებს სახეს: $D_q = \frac{1}{q-1}.\frac{\ln N(1/N)^n}{\ln z} = \frac{\ln N}{\ln(1/z)}$, რომელიც დამოკიდებული არ არის q-ზე. ცხადია, რომ როცა $q=0$, გამოსახულება (1.3.7) იგივეა, რაც ჰაუსდორფის ზომა D_H. აქედან გამომდინარე ჩვენი მაგალითისათვის, როდესაც ვიკვლევთ რეგიონში უბნებს შორის კავშირს, მისი შემდგომი მართვისათვის განზოგადოებულ ენტროპიას აქვს მეტად დიდი გამოყენება.

როცა $q \to 1$ (1.3.7) – დან ვღებულობთ $D_1 = \lim_{z\to 0}\frac{S_1}{\ln z}$, სადაც S_1 არის p_i ალბათობათა ენტროპია, რომელიც გამოისახება (1.3.6) ფორმულით, D_1 - უწოდებენ ინფორმაციულ ზომას, რადგანაც მრიცხველი წარმოადგენს შენონის მიერ შემოტანილ ინფორმაციული ენტროპიის გამოსახულებას. D_1 - ით იზომება ინფორმაციის ის დანაკარგი, რომელიც ქაოსური სისტემების ევოლუციის შედეგად წარმოიშვება. როცა $q=2$, (1.3.7) გამოსახულება გვაძლევს უკვე კორელაციურ ზომას $D_2 = \lim_{z\to 0}\frac{\ln\sum_{i=1}^{N} p_i^2}{\ln z}$, რომელსაც ჩვენი ამოცანისათვის აქვს მეტად დიდი მნიშვნელობა, რამეთუ მისი გამოყენება პრაქტიკული ამოცანებისათვის მეტად მარტივია. გარდა ამისა, D_2 ზომა უშუალოდ განისაზღვრება ფრაქტალური სიმრავლით, "კორელაციური ფუნქციის" მეშვეობით. როგორც ვხედავთ კორელაციური ზომის გამოთვლა დადის მარტივ გათვლებამდე.

ვნახოთ რა სახეს მიიღებს ჰაუსდორფის ზომა, როდესაც ნაკვეთებს შორის კომუნიკაციების გაყვანას აქვს ფერმის სტატისტიკის სახე.

ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ყოველ S_n სიმრავლის (კომუნიკაციების) ყველა მდგომარეობიდან ერთ-ერთში შეიძლება იმყოფებოდეს არა უმეტეს ერთი ელემენტისა, ალბათობით a_n. ამასთანავე, თითოეული ელემენტის არჩევანი დამოუკიდებელია მეორე ელემენტის არჩევანისაგან. ამასთანავე, აპრიორული ალბათობა - a_n ყველა მდგომარეობებისა, S_n ქვესიმრავლეში, ერთნაირია.

ვთვლით, რომ S_n ქვესიმრავლის ტევადობა G_n აპრიორი მოცემულია. ცხადია, თითოეულ მდგომარეობაში ელემენტების N_n - ისათვის გვექნება $0 \le N_n \le G_n$. ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ელემენტების მაქსიმალური რაოდენობა, რომლებიც შეიძლება მოხვდნენ S_n ქვესიმრავლეში, G_n ტოლია. ალბათობა იმისა, S_n - ში იქნება N_n ელემენტი, ტოლია $a_n^{N_n}\left(1-a_n\right)^{G_n-N_n}$. მაგალითად, როცა $G_n=4$, $N_n=2$ გვაქვს შემდეგი კონფიგურაციები: (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), სულ 6 კონფიგურაცია. ფუნქციას

$$\tilde{H}_F\left(N\right)=-\sum_{n=1}^{m}N_n\ln\frac{N_n}{\tilde{a}_n}+\left(G_n-N_n\right)\ln\left(G_n-N_n\right),$$

სადაც $\tilde{a}_n=\dfrac{a_n}{1-a_n}$

უწოდებენ ფერმი-დირაკის განზოგადოებულ ინფორმაციულ ენტროპიას [20] მოცემული ერთგვაროვანი სისტემისათვის. შესაბამისად ფერმი-დირაკის სტატისტიკისათვის ინფორმაციულ ზომას ექნება სახე:

$$D_{1F}=\lim_{z\to 0}\frac{-\sum_{n=1}^{N_0}N_n\ln\dfrac{N_n}{\tilde{a}_n}-\left(G_n+N_n\right)\ln\left(G_n+N_n\right)}{\ln z},$$

ხოლო კორელაციური ზომა D_2 გამოისახება შემდეგი ფორმულის საშუალებით:

$$D_{2F}=\lim_{z\to 0}\frac{\ln\sum_{n=1}^{N_0}\left(\frac{N_n}{\tilde{a}_n}\right)^2}{\ln z}.$$

იმ შემთხვევაში, როდესაც თითოეულ ნაკვეთზე შენდება მრავალფუნქციური ობიექტები, მაშინ შეიძლება გვქონდეს სისტემები აინშტაინ-ბოლცმანის სტატისტიკით. ასეთი კლასის მაკროსისტემებში ყოველ მდგომარეობაში (ნაკვეთში) შეიძლება იმყოფებოდეს ელემენტების (კომუნიკაციების) ნებისმიერი რაოდენობა. ეს იმას ნიშნავს, რომ S_n ქვესიმრავლეში, ტევადობით G_n, შეიძლება იყოს ნებისმიერი $N_n \le G_n$ ელემენტი. მაგალითად, ყველა N_n ელემენტი შეიძლება იყოს პირველ მდგომარეობაში (ნაკვეთში), ხოლო დანარჩენი G_{n-1} მდგომარეობები S_n ქვესიმრავლისა იქნებიან ცარიელები [17]. აინშტაინის სტატისტიკის მაკროსისტემების განზოგადოებულ ინფორმაციულ ენტროპიას აქვს სახე:

$$\tilde{H}_E(N)=-\sum_{n=1}^{N_0}N_n\ln\frac{N_n}{a_n}-(G_n+N_n)\ln(G_n+N_n).$$

შესაბამისად, ინფორმაციულ ზომას და კორელაციურ ზომებს ექნებათ შემდეგი სახე:

$$D_{1E}=\lim_{z\to 0}\frac{\tilde{H}_E(N)}{\ln z},$$

$$D_{2E}=\lim_{z\to 0}\frac{\ln\sum_{n=1}^{N_0}\left(\frac{N_n}{a_n}\right)^2}{\ln z}.$$

ბოლცმანის სტატისტიკის შემთხვევაში, მაკროსისტემები ბოლცმანის სტატისტიკით წარმოადგენს ფერმის და აინშტაინის მაკროსისტემების ზღვრულ სისტემებს, ანუ როდესაც S_n ქვესიმრავლის (ნაკვეთის) G_n

ტევადობა გაცილებით დიდია მათში ელემენტების შესაძლო N_n რაოდენობის სიდიდეზე. ბოლცმანის სტატისტიკისათვის განზოგადოებულ ინფორმაციულ ენტროპიას ექნება სახე:

$$\tilde{H}_B(N) = -\sum_{n=1}^{N_0} N_n \ln \frac{N_n}{a_n G_n e}.$$

შესაბამისად, ინფორმაციულ ზომას და კორელაციურ ზომას ექნება სახე:

$$D_{1B} = \lim_{z \to 0} \frac{\tilde{H}_B(N)}{\ln z},$$

$$D_{2B} = \lim_{z \to 0} \frac{\ln \sum_{n=1}^{N_0} \frac{N_n}{a_n G_n e}}{\ln z}.$$

ქვემოთ ზოგადობის შეუზღუდავად, ჩვენ განვიხილავთ ერთგვაროვან მაკროსისტემებს, ანუ სისტემებს რომელთა ელემენტები მიეკუთვნებიან მხოლოდ მდგომარეობათა ერთ კლასს. ასეთ სისტემებს გააჩნიათ მდგომარეობის ერთი სიმრავლე S, რომლის ქვესიმრავლეები $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ისეთებია რომ მათი გაერთიანება ემთხვევა S, ხოლო ნებისმიერი წყვილის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

1.3.2. ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპი

განვმარტოთ მაკროსისტემის მდგომარეობის ცნება, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ მაკროსისტემის ელემენტები შეიძლება შემთხვევით და ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად მოხვდნენ ნებისმიერ მდგომარეობაში $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ქვესიმრავლეებიდან. აღვნიშნოთ a_n-ით სისტემის ელემენტის მოხვედრის აპრიორული ალბათობა ფიქსირებულ S_n ქვესიმრავლეში. ამასთანავე შევნიშნოთ, რომ აპრიორული ალბათობები $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ახასიათებენ ცარიელი $S_1, S_2, \ldots, S_m$

ქვესიმრავლეებს (ქვესიმრავლეებით განსაზღვრულ მდგომარეობებში არ არიან ელემენტები). ვგულისხმობთ, რომ

$$\sum_{n=1}^{m} a_n = 1 .$$

მაკროსისტემის მდგომარეობის ქვეშ იგულისხმება სისტემის ელემენტების განლაგება $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ქვესიმრავლეებით განსაზღვრულ მდგომარეობებში. რადგანაც ვთვლით, რომ მაკროსისტემის ელემენტები ერთმანეთისაგან განურჩეველია, მაშინ ყველა ის მაკრომდგომარეობები რომლებთაც აქვთ S_1-ში N_1 ელემენტი; S_2 -ში - N_2 ელემენტი, S_m -ში - N_m ელემენტი, ასევე არიან განურჩეველნი.

მაკროსისტემა ხასიათდება $(N_1, N_2, \ldots, N_m)$, შესაბამისად $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ქვესირავლეებში განთავსებული ელემენტების რაოდენობის ამსახველ რიცხვთა ერთობლიობით. ადვილად შევამჩნევთ, რომ სისტემას გააჩნია მრავალი მაკრომდგომარეობა (ისევე როგორც მიკრომდგომარეობა). წონასწორულ მდგომარეობას კი შეესაბამება ერთადერთი მაკრომდგომარეობა, $N^0 = (N_1^0, \ldots, N_m^0)$, რომელსაც სხვაგვარად უწოდებენ რეალიზებად მაკრომდგომარეობას. პრაქტიკულად, ყველა შემხთვევისათვის მაკროსისტემის ელემენტების განაწილება $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ქვესიმრავლეებში ხორციელდება გარკვეული შეზღუდვების დროს, რომლებიც ასახავენ $N_1^0, \ldots, N_m^0$ კომპონენტებს შორის არსებულ ბალანსურ თანაფარდობას და შიდა რესურსებს.

ბალანსური შეზღუდვის ყველაზე კლასიკური მაგალითია სისტემის ელემენტთა რაოდენობის მუდმივობა $\sum_{n=1}^{m} N_i = N$. რესურსის შეზღუდულობის ტიპიური მაგალითებია: თერმოდინამიკურ სისტემებში ელემენტების ჯამური ენერგიის შეზღუდულობა; ტრანსპორტის სისტემებში მგზავრობის საშუალო ღირებულება და სხვა.

სისტემის ელემენტების განლაგებას $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ქვესიმრავლეებში, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, აქვს შემთხვევითი ხასიათი, ყოველი ასეთი განლაგება მაკროსისტემის შესაძლებელ მდგომარეობათა $\overline{N}$ სიმრავლეს განსაზღვრავს, რომლებიც ხასიათდებიან ვექტორით $N = \{N_1, \ldots, N_m\}$.

$\overline{N}$ სიმრავლის თვისებათა დახასიათებისათვის საჭიროა შევისწავლოთ მისი ალბათური მახასიათებლები, ხშირად ამისათვის იყენებენ ალბათობათა განაწილების ფუნქციას $P(N)$, სადაც $N \in \overline{N}$ [17].

ზემოთ აღწერილი სისტემის ელემენტების თვისებიდან გამომდინარე შეიძლება დავწეროთ, რომ

$$P(N) = \prod_{i=1}^{m} P_i(N_i),$$

$$\sum_{N_1,\ldots,N_m=1}^{N} P(N_1, \ldots, N_m) = 1,$$

სადაც $N = (N_1, \ldots, N_n)$.

ალბათობა იმისა, რომ S_n ქვესიმრავლეში, რომლის ტევადობაა G_n აღმოჩნდება N_n ელემენტი ტოლია $P_n(N_n)$-ის.

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ რიცხვთა $(N_1, \ldots, N_n)$ ერთობლიობა არის შემთხვევითი. იმ შეზღუდვების დროს, რომლებიც შემოვიტანეთ მაკროსისტემის ელემენტებისათვის, თითოეული შესაძლებელ მდგომარეობათა რეალიზაციის ალბათობა გამოისახება ფორმულით:

$$P(N) = \frac{N!}{N_1! \ldots N_m! m^N}.$$

ამ გამოსახულების მიხედვით თეორიულად ყველა მაკრომდგომარეობა რეალიზებადია. მაგრამ, როცა $N = N_0$ $\{N_1^0, N_2^0, \ldots, N_m^0\}$ და ელემენტების რაოდენობა საკმარისად დიდია, $P(N)$-ს აქვს მკვეთრი მაქსიმუმი. ეს ნიშნავს იმას, რომ პრაქტიკულად ასეთი სისტემა გადავა ერთადერთ

მაკრომდგომარეობაში. ჩვეულებრივად, ყველაზე ალბათური მაკრომდგომარეობის განსასაზღვრავად იყენებენ არა $P(N)$ ფუნქციას, არამედ მის ენტროპიას:

$$S = C\ln P.$$

დიდი N-ის შემთხვევაში $S = -\sum N_i \ln N_i + C$. აქედან გამომდინარე, ყველა შესაძლებელი მაკრომდგომარეობიდან სისტემაში რეალიზებადია ის, რომლის დროსაც ენტროპია მაქსიმალურია. ამ ჰიპოტეზას უწოდებენ ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპს.

ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ყოველ S_n მდგომარეობებიდან ერთ-ერთში შეიძლება იმყოფებოდეს არაუმეტეს ერთი ელემენტისა, ალბათობით a_n. ამასთანავე თითეული ელემენტის არჩევანი დამოუკიდებელია მეორე ელემენტის არჩევანისაგან. ამასთანავე, აპრიორული ალბათობა a_n ყველა მდგომარეობებისა, S_n ქვესიმრავლეში, ერთნაირია. აქედან გამომდინარე ხდომილება - „ელემენტის მოხვედრა S_n ქვესიმრავლეში“ და „ელემენტის მოხვედრა S_n ქვესიმრვალეებიდან ერთ-ერთში“ ექვივალენტურია.

ვთვლით, რომ S_n ქვესიმრავლის ტევადობა G_n აპრიორი მოცემულია. ცხადია თითეულ მდგომარეობაში ელემენტების N_n-ისათვის გვექნება $0 \le N_n \le G_n$. ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ელემენტების მაქსიმალური რაოდენობა, რომლებიც შეიძლება მოხვდნენ S_n ქვესიმრავლეში ტოლია G_n. დავაფიქსიროთ ელემენტების რაღაც რაოდენობა N_n. ალბათობა იმისა S_n-ში იქნება N_n ელემენტი ტოლია $a_n^{N_n}(1-a_n)^{G_n-N_n}$. მაგალითად, როცა $G_n = 4$, $N_n = 2$ გვაქვს შემდეგი კონფიგურაციები. (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), სულ 6 კონფიგურაცია. ზოგადად კონფიგურაციების ალბათობა

განისაზღვრება ჯუფებით $C_{G_n}\left(N_n\right)$. ალბათობა $P_n\left(N_n\right)$ განისაზღვრება გამოსახულებით

$$P_n(N_n) = C_{G_n}(N_n) a_n^{N_n} (1-a_n)^{G_n - N_n}, \tag{1.3.8}$$

$$P_n(N_n) = \frac{G_n!}{N_n!(G_n - N_n)!} a_n^{N_n} (1-a_n)^{G_n - N_n}.$$

როგორც ვხედავთ ალბათობათა განაწილების ფუნქცია წარმოადგენს ბინომალურ განაწილებას (ანუ ბერნულის განაწილებას).

როგორც ვხედავთ $P_n\left(N_n\right)$ განისაზღვრება ორი პარამეტრით G_n და a_n, თანაც

$$M\left(N^n\right) = G_n a_n; \qquad M\left[N_n - M\left(N_n\right)\right]^2 = G_n a\left(1-a_n\right), \tag{1.3.9}$$

სადაც M - მათემატიკური მოლოდინის ოპერატორია.

$$M(\bullet) = \sum_{N_n=1}^{G_n} (\bullet) P_n\left(N_n\right).$$

რადგანაც მაკროსისტემებისათვის G_n და S_n საკმაოდ დიდი სიდიდეებია, აუცილებელია განვსაზღვროთ $P_n\left(N_n\right)$ განაწილების ასიმპტოტური მნიშვნელობა. მაგალითად, როცა $G \to \infty$ და $G_n a_n \to \infty$. (1.3.8) - დან გვექნება

$$P_n(N_n) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi G_n}} e^{-\frac{(N_n - \overline{N}_n)^2}{2\sigma_n^2}},$$

სადაც

$$\overline{N_n} = G_n a_n; \; \sigma_n = \sqrt{a_n(1-a_n)G_n}.$$

როგორც ვხედავთ ასიმპტოტიკაში (1.3.8) მიისწრაფის ნორმალური განაწილებისაკენ. G_n-ის ზრდასთან ერთად იზრდება ამ მოცულობების შევსების საშუალო რიცხვის $\overline{N_n}$-სიდიდე ისე, რომ $\overline{N_n}/G_n = a_n = const$. იმ შემთხვევისათვის, როდესაც $G \to \infty$, ხოლო $\overline{N_n}/G_n \to 0$, მაშინ გვექნება პუასონის განაწილება:

$$P_n(N_N) \Rightarrow \frac{\lambda_n^{N_n}}{N_n!} e^{-\lambda_n}.$$

საბოლოოდ, შესაძლებელ იზოლირებულ მაკროსისიტემებისათვის ალბათობათა განაწილების ფუნქციას ფერმის სტატისტიკისათვის ექნება სახე:

$$P_F(N) = \prod_{n=1}^{m} \frac{G_n!}{N_n!(G_n - N_n)!} \tilde{a}_n^{N_n} (1 - a_n)^{G_n},$$

სადაც $\tilde{a}_n = \frac{a_n}{1 - a_n}$.

ამასთანავე $\sum_{n=1}^{m} N_n = Y$ ფერმის სტატისტიკისათვის მაკროსისტემის ელემენტების მაქსიმალური სიდიდე ტოლია:

$$\sum_{n=1}^{m} G_n = Y_0.$$

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, მაკროსისტემების კვლევისათვის მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ფიზიკური ენტროპია:

$$E(N) = K \ln \Delta\Gamma(N) = K \ln AP(N), \tag{1.3.10}$$

სადაც A-მანორმირებელი მუდმივაა.

ეს გამოსახულება უფრო ხშირად იწერება შემდეგი სახით:

$$E(N) = E_0 + K \ln P(N),$$

სადაც $E_0 = K \ln A$, K - პარამეტრია, რომელიც ახასიათებს ენტროპიის განზომილებათა ერთეულებს (თერმოდინამიკური სისტემებისათვის მას უწოდებენ ბოლცმანის მუდმივას).

მაკროსისტემებისათვის ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ფიზიკური ენტროპია:

$$E(N) = K \sum_{n=1}^{m} \left(\ln G_n! + N_n \ln \tilde{a}_n + G_n \ln(1 - a_n) - \ln N_n! - \ln(G_n - N_n)! \right) + E_0.$$

თუ ჩვენ მივიღებთ, რომ G_n და N_n დიდი რიცხვებია და გამოვიყენებთ სტირლინგის ფორმულას [24] გვექნება:

$$E_F(N) = C - K\sum_{n=1}^{m}(N_n \ln\frac{N_n}{\tilde{a}_n} + (G_n - N_n)\ln(G_n - N_n)),$$

სადაც $\quad C = K\sum_{n=1}^{m} G_n(\ln G_n + \ln(1-a_n)) + E_0$.

ფუნქციას

$$\tilde{H}_F(N) = -\sum_{n=1}^{m} N_n \ln\frac{N_n}{\tilde{a}_n} + (G_n - N_n)\ln(G_n - N_n), \tag{1.3.11}$$

უწოდებენ ფერმი-დირაკის განზოგადებულ ინფორმაციულ ენტროპიას [17], მოცემული ერთგვაროვანი სისტემისათვის.

ასეთი კლასის მაკროსისტემებში ყოველ მდგომარეობაში (უჯრედში) შეიძლება იმყოფებოდეს ელემენტების ნებისმიერი რაოდენობა. ეს იმას ნიშნავს, რომ S_n ქვესიმრავლეში, ტევადობით G_n, შეიძლება იყოს N_n - ელემენტი. მაგალითად, ყველა N_n ელემენტი შეიძლება იყოს პირველ მდგომარეობაში (უჯრედში), ხოლო დანარჩენი $G_n - 1$ მდგომარეობები S_n ქვესიმრავლისა იქნებიან ცარიელები [17].

N_n ელემენტების განთავსება S_n ქვესიმრავლეში ტევადობით G_n, ექვივალენტურია N_n ელემენტების განთავსებისა ფერმის სტატისტიკით რომელიღაც დამხმარე $\overline{S}_n$ ქვესირმავლეში, როცა მისი ტევადობაა $R_n = N_n + G_n - 1$.

მაკროსისტემის ელემენტის S_n ქვესიმრავლეში მოხვედრის აპრიორული ალბათობა - a_n იგივეა, როგორც ფერმის სტატისტიკის შემთხვევაში ელემენტის მოხვედრისა $\overline{S}_n$ ქვესიმრავლეში. ალაბათობა იმისა, რომ N_n ელემენტი იქნება $\overline{S}_n$ ქვესიმრავლეში ხოლო $R_n - N_n$ კი $\overline{S}_n$-ის გარეთ ტოლია:

$$a_n^{N_n}(1-a_n)^{G_n - 1}. \tag{1.3.12}$$

ალბათობა იმისა, რომ $\overline{S}_n$ ქვესიმრავლეში იქნება N_n ელემენტი ტოლია (1.3.12) ალბათობათა ჯამის ანუ

$$P_n(N_n) = \frac{(G_n + N_n - 1)!}{N_n!(G_n - 1)!} a_n^{N_n} (1 - a_n)^{G_n - 1}. \qquad (1.3.13)$$

შეიძლება ადვილად ვაჩვენოთ, რომ

$$M\{N_n\} = G_n \frac{a_n}{(1 - a_n)^2},$$

$$M\{N_n - M(N)\}^2 = G_n \frac{a_n^2}{(1 - a_n)^2}.$$

ფიზიკურ ენტროპიას (1.3.10) გამოსახულების თანახმად ექნება შემდეგი სახე:

$$E_E(N) = C - K \sum_{n=1}^{m} N_n \ln \frac{N_n}{a_n} - (G_n + N_n)\ln(G_n + N_n),$$

სადაც

$$C = K \sum_{n=1}^{m} G_n (\ln(1 - a_n) - \ln G) + E_0.$$

აინშტაინ-ბოზეს სტატისტიკის მაკროსისტემის განზოგადებულ ინფორმაციულ ენტროპიას ექნება სახე:

$$\tilde{H}_E(N) = -\sum_{n=1}^{m} N_n \ln \frac{N_n}{a_n} - (G_n + N_n)\ln(G_n + N_n).$$

მაკროსისტემები ბოლცმანის სტატისტიკით წარმოადგენენ ფერმის და აინშტაინის მაკროსისტემების ზღვრულ სისტემებს, ანუ როდესაც S_n ქვესიმრავლის ტევადობა G_n გაცილებით დიდია მათში ელემენტების შესაძლო რაოდენობის N_n სიდიდეზე.

დავუშვათ $N_n << G_n$ და $a_n G_n = const$, მაშინ

$$\frac{G_n!}{(G - N)!} \approx G_n^{N_n}, \quad (1 - a_n)^{G_n - N_n} \approx (1 - a_n)^{G_n}$$

და

$$\frac{(G_n + N_n - 1)!}{(G_n - 1)!} \approx G_n^{N_n} \; (1 - a_n)^{G_n - 1} \approx (1 - a_n)^{G_n}.$$

აქედან გამომდინარე $P_n^F(N)$ და $P_n^E(N)$ ფუნქციები ერთნაირი არიან და მიიღებენ სახეს, რომელსაც ბოლცმანის განაწილება ეწოდება

$$P_n^B(N_n) = A_n \frac{(G_n a_n)^{N_n}}{N_n!}(1-a_n)^{G_n},$$

სადაც A_n - მანორმირებელი კოეფიციენტია, რომელიც განისაზღვრება პირობით $\sum_{N_n=0}^{\infty} P_n^B(N_n) = 1$

მოცემული შემთხვევისათვის

$$A_n(1-a_n)^{G_n} \sum_{N_n=0}^{\infty} \frac{q_n^{N_n}}{N_n!} = 1 \quad q_n = a_n G_n,$$

რადგანაც $\sum_{N_n=0}^{\infty} \frac{q_n^{N_n}}{N_n!} = e^{qX}$, როცა $x=1$. მაშინ

$$A_n = \frac{e^{-a_n G_n}}{(1-a_n)^{G_n}}.$$

და მაშინ შესაძლებელ მაკრომდგომარეობათა ალბათობათა განაწილების ფუნქცია მიიღებს სახეს:

$$P_n^B(N_n) = e^{-a_n G_n} \frac{(a_n G_n)^N}{N_n!}.$$

საბოლოოდ მაკროსისტემის ალბათობათა განაწილების ფუნქციისათვის გვექნება:

$$P_n(N) = \prod_{n=1}^{\infty} e^{-a_n G_n} \frac{(a_n G_n)^{N_n}}{N_n!}.$$

ენტროპიის გამოსახულებას აინშტაინ-ბოზეს სტატისტიკისათვის ექნება სახე:

$$E_B(N) = C - K\sum_{n=1}^{m} N_n \ln \frac{N_n}{a_n G_n e},$$

სადაც

$$C = -K\sum_{n=1}^{m} G_n a_n + E_0.$$

ბოლცმანის განზოგადებულ ინფორმაციულ ენტროპიას კი ექნება სახე:

$$\tilde{H}_B(N) = -\sum_{n=1}^{m} N_n \ln \frac{N_n}{a_n G_n e}.$$

სტატისტიკურ თერმოდინამიკაში გამოყენებულ სქემებში [17] იგულისხმება, რომ მაკროსისტემის ელემენტების უჯრედებში (S_n-ქვესიმრავლეებში) მოხვდერა არის თანაბარალბათური. ზემოთმოყვანილი გამოსახულებები, კერძოდ ალბათობათა განაწილების და ინფორმაციული ენტროპიის ფუნქციები მიიღებენ „თერმოდინამიკურ" სახეს, თუ ჩავთვლით, რომ აპრიორული ალბათობები ერთნაირია ყველა S_n-სათვის.

1.4. ერთგვაროვანი მაკროსისტემების სტრუქტურულ მდგომარეობათა გათვლის მეთოდები

ერთგვაროვანი მაკროსისტემების ელემენტთა ყოველგვარი განლაგება შესაძლებელ მდგომარეობათა სიმრავლეში დაკა-ვშირებულია გარკვეული რესურსების ხარჯვასთან. ცხადია, რომ თუ რესურსები შეზღუდულია მაშინ შეიძლება, რომ შესაძლებელ მდგომარეობათა - $\bar{N}$ სიმრავლიდან მხოლოდ $\bar{\bar{N}} \subset N$ მდგომარეობა განხორციელდეს. მაგალითად, სატრანსპორტო სისტემის [16] შემთხვევაში, S_n - შესაძლებელ მდგომარეობათა სიმრავლე არის i და j რაიონებს შორის არსებული კომუნიკაციები. მაკროსისტემა კი ხასიათდება მატრიცით $N = \left[N_{i,j} \middle| i \in \overline{1,n}; j \in \overline{1,m} \right]$. ჩვენს მიერ მიღებული დაშვებების შედეგად, (ij) კომუნიკაციებში ელემენტთა (რომელთა რაოდენობა მუდმივია) განაწილება დაკავშირებულია გარკვეულ დანახარჯებთან (მაგ. გადაადგილების საფასური). ჩვეულებრივად

შემოაქვთ ერთი მგზავრის გადაადგილების ხვედრითი საფასური C_{ij}, რომლითაც შესაფასებელია სხვადასხვა ფაქტორები. მაგალითად: მგზავრობის დრო, კომფორტაბელურობა და ა.შ. (C_{ij} შეიძლება იყოს მგზავრთა რაოდენობის ფუნქცია). მგზავრთა გადაადგილებათა ჯამური ღირებულებაა $\sum C_{ij}N_{ij}$ $\overline{\overline{N}} = \left\{ \left(N_{ij} \right)_{ij} \middle| \sum C_{ij}N_{ij} = T \right\}$, შესაძლებელ მდგომარეობათა სიმრავლე.

ზოგადად მაკროსისტემებში ელემენტთა გადანაწილების დროს შესაძლებელ მდგომარეობათა ქვესიმრავლეში, შეიძლება მონაწილეობდეს r - სხვადასხვა ტიპის რესურსები. თითოეულის სიდიდე ავღნიშნოთ $q_k \left(k \in \overline{1,r} \right)$-ით. $\overline{\varphi}_k (N)$ - ავღნიშნოთ მოხმარებულ K - რესურსების რაოდენობა. იმ შემთხვევაში თუ - ფუნქცია არის წრფივი მაშინ ჩვენ საქმე გვაქვს მაკროსისტემასთან, რესურსების წრფივი მოხმარების ფუნქციით. ამასთანავე K - რესურსი შეიძლება გაიხარჯოს მთლიანად ან ნაწილობრივ.

ზოგადად, როდესაც რესურსების მოხმარების $\overline{\varphi}\,(N)$ ფუნქცია არის წრფივი შეიძლება დავწეროთ

$$\sum_{n=1}^{m} t_{kn} N_n = q_k, \quad k \in \overline{1,r}. \tag{1.4.1}$$

$$\sum_{n=1}^{m} t_{kn} N_n \le q_k, \quad k \in \overline{1,r}. \tag{1.4.2}$$

შესაბამისად, როდესაც რესურსების მოხმარება არის სრული და არასრული. რესურსთა წრფივი მოხმარების ფუნქციის შემთხვევისათვის რესურსთა სრული, არასრული და შერეული მოხმარებათა შემთხვევებისათვის, ექნებათ შემდეგი სახე:

$$\sum_{n=1}^{m} t_{kn} y = q_k, \quad k \in \overline{1,r}. \tag{1.4.3}$$

$$\sum_{n=1}^{m} t_{kn} y_n \le q_k, \quad k \in \overline{1,r}. \tag{1.4.4}$$

$$
\begin{cases} \sum\limits_{n=1}^{m} t_{kn} y_n = q_k, & k \in \overline{1,p}. \\ \sum\limits_{n=1}^{m} t_{kn} y_n \le q_k, & k \in \overline{p+1,r}. \end{cases} \tag{1.4.5}
$$

აქ $y_k = \dfrac{N_k}{G_k}$; $0 \le y_k \le 1$ მიკრომდგომარეობის შევსებადობის ფარდობითი რიცხვია. მაკროსისტემების შესაძლებელ მდგომარეობათა სიმრავლეს - D (1.4.5) შემთხვევისათვის ექნება შემდეგი სახე:

$$
\overline{\overline{N}} = \left\{ y \middle| \sum_{n=1}^{m} t_{kn} y_n = q_k, k \in \overline{1,p}; \sum_{n=1}^{m} t_{kn} y_n \le q_k, k = \overline{p+1,r} \right\}. \tag{1.4.6}
$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$$
l_j(y) = \sum_{n=1}^{m} a_{jn} y_n; \quad h_j(y) = \sum_{n=1}^{m} b_{jn} y_n \tag{1.4.7}
$$

$$
j \in \overline{1,2-p} \qquad j \in 1,\overline{p}
$$

$$
a_{jn} = t_{j+r-p,n} \quad b_{jn} = t_{jn}
$$

$a_j = q_i + r - p$, $b_j = q_j$. ρ და π ავღნიშნოთ შესაბამისად T და T' მატრიცის რანგები

$$
T = [t_{kn}], \ k \in \overline{1,r}; \ n \in \overline{j,m},
$$

$$
T' = [t_{kn}]', \ k \in \overline{1,p}; \ n \in \overline{1,m}.
$$

ასეთ აღნიშვნებში D სიმრავლე განისაზღვრება შემდეგი სისტემის სახით:

$$
l_j(y) - a_j \le 0; \qquad j \in \overline{1,r-p},
$$

$$
h_j(y) - b_j \le 0; \ j \in 1,\overline{p}. \tag{1.4.8}
$$

ზემოთ ჩვენ მოვიყვანეთ, მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირების პრინციპები. ავღნიშნეთ, რომ მაკროსისტემის ელემენტები ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად, აპრიორული ალბათობებით a_n ნაწილდებიან შესაძლებელ მდგომარეობათა

სიმრავლეში. ცხადია ყოველივე ეს შესაბამისი რესურსების ხარჯვასთან არის დაკავშირებული. შედეგად, გარკვეული დროის შემდეგ მაკროსისტემა აღწევს სტაცოინალურ მდგომარეობას - $S_1,\ldots,S_m$ ქვესიმრავლეში განთავსდება $N_1^*,\ldots,N_m^*$ ელემენტები.

სტაციონალური მდგომარეობის პოვნის კონსტრუქციული გზა განისაზღვრება თერმოდინამიკის მეორე კანონის მიხედვით, რომელიც ახასიათებს მაკროსისტემის ევოლუციას დროში [25]. კერძოდ, თუ სისტემა დროის რომელიღაც მომენტში არასტაციონალურ მდგომარეობაში იმყოფება, მაშინ დიდი ალბათობით, დროის მომდევნო მომენტებში სისტემაში მოხდება ენტროპიის მონოტონური ზრდა. ეს ნიშნავს იმას, რომ თუ სისტემა იმყოფება ისეთ მაკრომდგომარეობაში, რომლის დროსაც ენტროპია მაქსიმალურია, მაშინ იგი დარჩება ამ მდგომარეობაში დროის მომდევნო მომენტებშიც და მას უწოდებენ რეალიზებად სტაციონალურ მდგომარეობას N^*. ეს წარმოადგენს ფაქტიურად ვარიაციული პრინციპის ფორმულირებას, რომელიც საფუძვლად დაედო ერთგვაროვანი მაკროსისტემების სტაციონალურ მდგომარეობათა პოვნის ალგორითმებს [26] ანუ:

$$N^* = \arg_{\mathrm{N}\in N}^{\max P(N)}, \tag{1.4.9}$$

სადაც $\tilde{N} \subset N$; N - მაკროსისტემის შესაძლებელ მდგომარეობათა რაოდენობაა, შეუზღუდავი რესურსების დროს; $\tilde{N}$ - მაკროსისტემის შესაძლებელ მდგომარეობათა რაოდენობაა, შეზღუდული რესურსების დროს.

ქვემოთ ყველგან მაკროსისტემების სტაციონალური მდგომარეობის განსაზღვრისათვის და ანალიზისათვის, გამოვყენებთ ინფორმაციულ ენტროპიას (1.3.11).

R^m სივრცეში გამოვყოთ $\widetilde{D}$ - სიმრავლე, რომელიც განისაზღვრება (1.4.1) პირობათა ჯგუფიდან, და რომელსაც შემდეგში ვუწოდებთ რესურსთა სიმრავლეს.

განზოგადოებული ინფორმაციული ენტროპიის გამოსახულებებიდან ჩანს, რომ მათ განსაზღვრის არეს წარმოადგენს, რომლიღაც სიმრავლე R^m - სივრცეში.

ფუნქცია $\widetilde{H}_F(N)$ განსაზღვრულია $0 \le N_n \le G_n$, $n \in \overline{1,m}$; $\widetilde{H}_E(N)$ და $\widetilde{H}_B(N)$ - როცა $N_n \ge 0$ $n \in \overline{1,m}$. ის სიმრავლე რომელზედაც განსაზღვრულია შესაბამისი განზოგადოებული ინფორმაციული ენტროპია $\widetilde{H}(N)$ ავღნიშნოთ $\widetilde{Z}$. მაშინ შესაძლებელი მაკრომდგომარეობები $N = (N_1, \ldots, N_m)$ ეკუთვნიან $\widetilde{N}$ - სიმრავლეს:

$$\widetilde{N} = \widetilde{D} \cap \widetilde{Z}. \tag{1.4.10}$$

შემოღებული აღნიშვნების თანახმად სტაციონალურ მდგომარეობათა მოდელი, რომელიც ეფუძვნება ვარიაციულ პრინციპს (1.4.10) შეიძლება წარმოდგენილი იყოს შემდეგი სახით:

$$\widetilde{H} \to \max, \tag{1.4.11}$$

$$N \in \widetilde{N}. \tag{1.4.12}$$

მაკროსისტემების სტაციონალურ მდგომარეობათა მოდელები მიეკუთნებიან მათემატიკური პროგრამირების ამოცანას, სადაც მიზნობრივი ფუნქცია წარმოადგენს ენტროპიას.

დავუშვათ, რომ ვაგებთ მოდელს იმ პროცესისათვის რომელიც მიეკუთვნება ფერმის სტატისტიკას. მაშინ ზემოთ შემოტანილი აღნიშვნების თანახმად $H_N(N) = \widetilde{H}_P(N)$ - წარმოადგენს განზოგადოებულ ინფორმაციულ ენტროპიას. შესაბამის სტაციონალურ მდგომარეობათა მოდელს ვუწოდებთ F - მოდელს.

რესურსებზე არაწრფივი შეზღუდვების დროს F - მოდელს ექნება შემდეგი სახე:

$$\tilde{H}_F(N) = -\sum_{n=1}^{m} N \ln \frac{N_n}{\tilde{a}_n} + (G_n - N_n)\ln(G_n - N_n) \to \max , \tag{1.4.13}$$

სადაც $N \in \widetilde{N}$.

$$\widetilde{Z} = \{N : 0 \le N_n \le G_n, n \in \overline{1,m}\}, \tag{1.4.14}$$

$$\widetilde{D} = \{N : \widetilde{\varphi}_k(N_{1,\dots\dots,N_m}) = q_k, k \in \overline{1,p}; \widetilde{\varphi}_k(N_{1,\dots\dots,N_m}) \le q_k , \tag{1.4.15}$$

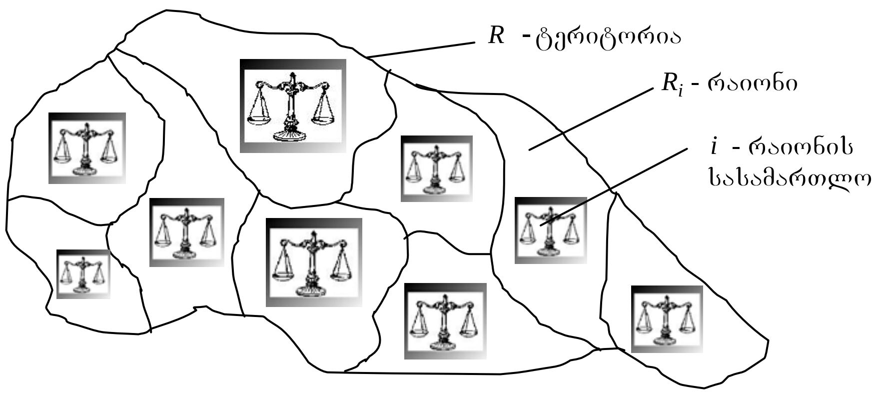
$$k \in \overline{p+1,2} .$$

თავი 2
მაკროსისტემური მიდგომა რეგიონათაშორისი გზავნილების მოდელირებისათვის

2.1. სასამართლოებს შორის გზავნილების პროცესის მათემატიკური მოდელირება

ცნობილია, რომ სასამართლოში განსახილველად შემოდის გარკვეული რაოდენობის საქმე. თითოეული საქმის განხილვისათვის აუცილებელია სათანადო დოკუმენტები, მაგალითად: ექსპერტიზის დასკვნა, დაზარალებულთა, განსასჯელთა, სამოქალაქო მოსარჩელეთა და მოპასუხეთა გამოძახება, ასევე პროკურორების და ადვოკატების მოწვევა, ერთი სასამართლოდან მეორეში საქმეების გადატანა და სხვა უწყებაში მიტანა და ა.შ. ყოველივე ზემოჩამოთვლილს ვუწოდოთ თითოეული საქმის წარმოებისათვის საჭირო დოკუმენტების ტიპები და მათი რაოდენობა აღვნიშნოთ r-ით, ხოლო დოკუმენტების რაოდენობა, რომლებსაც უშუალოდ გამოიყენებენ სასამართლოები, აღვნიშნოთ s-ით.

განვიხილოთ რაიმე R ტერიტორია, რომელიც დაყოფილია R_i რაიონებად ისე, რომ $\bigcup_{i=1}^{n} R_i = R$, სადაც n რაიონების რაოდენობაა. მოცემულ ტერიტორიაზე განლაგებულია სასამართლოები.



R_i სასამართლოში წარმოებული დოკუმენტების ტიპები აღვნიშნოთ: $k_1(i),...,k_{l_i}(i)$-ით, ხოლო მოხმარებული (გამოყენებული) დოკუმენტების ტიპები - $s_1(i),...,s_{q_i}(i)$-ით, სადაც l_i, q_i წარმოებული და გამოყენებული დოკუმენტების ტიპების რაოდენობაა.

$P_i^{k_\mu(i)}, Y_i^{s_\upsilon(i)}$ შესაბამისად, $k_\mu(i)$ და $s_\upsilon(i)$ ტიპის წარმოებული და გამოყენებული დოკუმენტების სრული რაოდენობაა. R_i რაიონში ზოგჯერ შესაძლებელია წარმოებული და გამოყენებული დოკუმენტების რაოდენობა სხვადასხვა იყოს - $k_\mu(i) \neq s_\nu(i)$, ხოლო ზოგჯერ კი - ერთი და იგივე, ანუ $k_\mu(i) = s_\upsilon(i)$.

$$\text{ყველა } k_\mu \in \overline{1,r} \text{-თვის } \sum_{i \in I_{k_\mu}} P_i^{k_\mu} = \sum_{j \in J_{k_\mu}} Y_j^{k_\mu}. \qquad (2.1.1)$$

I_{k_μ} და J_{k_μ} რაიონების ინდექსების კრებულია, სადაც იწარმოება და გამოიყენება k_μ ტიპის დოკუმენტი.

(2.1.1) ტოლობა აღნიშნავს, რომ რაიონებს შორის დოკუმენტების გაცვლის სისტემა ბალანსდება.

k ტიპის დოკუმენტის გამოყენებაში ვგულისხმობთ: 1. მის გამოყენებას სასამართლო პროცესებისათვის; 2. სხვა ტიპის დოკუმენტის მოგროვებისათვის ან წარმოებისათვის; 3. მის გამოყენებას სხვა მიზნებისათვის (არა უშუალოდ, სასამართლო პროცესებისათვის მოხმარება). აღწერილ პროცესს შეესაბამება შემდეგი მათემატიკური მოდელი, სადაც P^{ks} არის s-ური დოკუმენტის შექმნისათვის გამოყენებული k-ური დოკუმენტის აღმნიშვნელი სიმბოლო:

$$P^k = \sum_{s=1}^{r} P^{ks} + Y^k, \mathrm{k} \in \overline{1,r}. \qquad (2.1.2)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$P^{ks} = a^{ks} P^s, \qquad (2.1.3)$$

სადაც, a^{ks} აღნიშნავს s-ური ტიპის დოკუმენტის წარმოებისათვის (შექმნისათვის) გამოყენებული k-ურ დოკუმენტში მოცემული ინფორმაციის წილს.

a^{ks} კოეფიციენტებს ვუწოდოთ კავშირის კოეფიციენტები, რადგანაც k ტიპის დოკუმენტის s ტიპის დოკუმენტთან კავშირის მახასიათებელია. გამოთვლების გამარტივების მიზნით ვუშვებთ, რომ a^{ks} კოეფიციენტები მუდმივია. მაშინ (2.1.2) ტოლობა შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$P^k = \sum_{s=1}^{r} a^{ks} P^s + Y^k, \mathrm{k} \in \overline{1, r}, \qquad (2.1.4)$$

სადაც $A = \left| a^{ks} \right|$ კავშირის კოეფიციენტების მატრიცაა; $P = \left\{ P^1, \ldots, P^r \right\}$ - დოკუმენტების სრული რაოდენობის ვექტორი; $Y = \left\{ Y^1, \ldots, Y^r \right\}$ - არასა-სამართლო პროცესებისათვის მოხმარებული დოკუმენტების ვექტორი.

(2.1.4) განტოლება ასახავს კავშირებს წარმოებულ და მოხმარებულ (გამოყენებულ) დოკუმენტებს შორის.

რაიონებს (სასამართლოებს და სხვა დაწესებულებებს) შორის, დოკუმენტების დანიშნულების ადგილზე მიტანა ხორციელდება საკურიერო სამსახურის მიერ სატრანსპორტო ქსელის საშუალებით.

ეკონომიკურად დასაბუთებული, ოპტიმალური, დოკუმენტბრუნვის ნაკადის გამოთვლისათვის დოკუმენტები შევაფასოთ თანხებით (რომელიც იხარჯება მის შექმნაზე) ან ინფორმაციის სიდიდით, რომელიც შეიძლება განსაზღვროს ექსპერტებმა.

დოკუმენტების გაცვლის სისტემის (ნაკადის) მდგომარეობა დავახასიათოთ დოკუმენტების ნაკადის მატრიცებით

$$X^{k\mu} = \left[x_{ij}^{k\mu} \right], \quad \mathrm{k}_\mu \in \overline{1, r},$$

სადაც $x_{ij}^{k\mu}$ არის k_μ დოკუმენტის რაოდენობა R_i, R_j რაიონში.

სატრანსპორტო ქსელით გზავნილების გადაადგილება დაკავშირებულია დანახარჯებთან (ავტომანქანის, ბენზინის ხარჯები, მძღოლის ხელფასი, კურიერის ხელფასი და ა.შ), რომლებიც დამოკიდებულია, როგორც R_i, R_j რაიონებს შორის მანძილზე, ასევე დოკუმენტის ტიპზე და მის რაოდენობაზე. გათვლების გამარტივების მიზნით, დანახარჯების დამოკიდებულება გადასატანი დოკუმენტების რაოდენობაზე ჩავთვალოთ წრფივად. მაშინ დანახარჯები $x_{ij}^{k\mu}$ დოკუმენტების ნაკადის რეალიზაციაზე შეიძლება შეფასდეს $c_{ij}^{k\mu} x_{ij}^{k\mu}$ სიდიდით, სადაც $c_{ij}^{k\mu}$ ერთი k_μ- ური ტიპის დოკუმენტის R_i-დან R_j-ში ტრანსპორტირებაზე კუთრი დანახარჯია.

ამ შემთხვევაში k_μ- ური დოკუმენტის ტრანსპორტირებაზე სისტემაში საერთო დანახარჯები $\sum_{ij} c_{ij}^{k_\mu} x_{ij}^{k_\mu}$ -ის ტოლია. ეს სიდიდეები შეჯერებულია C^{k_μ} $(k_\mu \in \overline{1,r})$ საერთო დანახარჯების დასაშვებ სიდიდეებთან, რომლებიც განისაზღვრება ბიუჯეტით.

რაიონებს შორის დოკუმენტების ნაკადის მათემატიკური მოდელი ეყრდნობა ვარაუდს, რომ ერთი ტიპის დოკუმენტის მოძრაობა დამოუკიდებელია სხვა ტიპის დოკუმენტებისაგან და მათი ნაკადები, რომლებიც აკავშირებს რაიონებს ერთმანეთთან, ატარებს შემთხვევითი პროცესის სახეს და მისი აპრიორული ალბათობა ცნობილია.

ქვემოთ განხილული დოკუმენტბრუნვის პროცესის პროგნოზირების მათემატიკური მოდელი ემყარება მაკროსისტემურ მიდგომას, ენტროპიის მაქსიმუმის პრინციპს. ეს მეთოდი საშუალებას გვაძლევს დოკუმენტების ნაკადების განაწილების პროგნოზი გავაკეთოთ თითოეული რაიონის ინტერესების გათვალისწინებით. აქვე უნდა აღინიშნოს ისიც, რომ ეს მეთოდი საშუალებას იძლევა შევაფასოთ, თუ რამდენად კმაყოფილდება რაიონის ინტერესები დროის მოცემულ

მომენტში, რადგანაც განსაზღვრულია ფუნქციური კავშირი რაიონის ინფორმაციულობის რეალურ მდგომარეობასა და მის ინტერესებს (ინფორმაციისადმი მოთხოვნილებებს) შორის. ეს არის საფუძველი ბოლცმანის ტიპის სტაციონარული მდგომარეობის მოდელის გამოყენებისათვის [20]:

$$H(X) = -\sum_{i,j=1}^{n} x_{ij} \ln \frac{x_{ij}}{p_{ij}} \to \max, \tag{2.1.5}$$

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = Y_{j,} \ j = \overline{1,n}, \\ &\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = P_i, i = \overline{1,n}, \end{aligned}\right\}, \tag{2.1.6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_{ij} = C. \tag{2.1.7}$$

(2.1.6) სისტემა ახასიათებს დოკუმენტების გამოყენებისა და წარმოების ბალანსს, ხოლო (2.1.7) - დოკუმენტების გადაზიდვების საერთო დანახარჯებს.

ამ მოდელის $Y_j, P_i, (i, j \in \overline{1,n})$ C პარამეტრები და (i, j) კომუნიკაციაში დოკუმენტების მოხვედრის p_{ij} აპრიორული ალბათობები შესაძლებელია სტატისტიკური მონაცემების საფუძველზე განისაზღვროს. ამასთან, p_{ij}-ის გამოთვლის ერთ-ერთი გზა ნაჩვენებია [20]-ში.

მეორე მიდგომა დაიყვანება სატრანსპორტო პროცესის რაიმე ინვარიანტული (დროში მცირედ ცვალებადი) მახასიათებლის პოვნაზე [27].

2.2. რეგიონალური სისტემის, როგორც ერთიანი ეკოსისტემის მათემატიკური მოდელირებისა და მართვისათვის

ნაშრომში [28], შემოთავაზებულია რეგიონალური სისტემის მათემატიკური მოდელირების და მისი განაშენიანების პროექტის შეფასების კრიტერიუმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს ვმართოთ იგი, როგორც ერთიანი ეკოსისტემა.

რეგიონალური სისტემების მართვის პრობლემების გადასაჭრელად განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა იმიტაციურ მოდელირებას.

რეგიონალური სისტემების დაპროექტებისას განსაკუთრებული ყურადღება უნდა დაეთმოს დემოგრაფიული პროცესების პროგნოზს, რეგიონის ფაუნისა და ფლორის სწორ პოლიტიკას. ამისათვის აუცილებელია, რომ რეგიონალური სისტემის ოპტიმალური მართვისათვის ის განხილულ იყოს, როგორც ერთიანი ეკოსისტემა.

დავუშვათ, განსახილველი რეგიონი დაყოფილია N რაიონად, სადაც ცხოვრობს მოსახლეობის K ერთგვაროვანი ჯგუფი (ჯგუფის ადამიანებს აქვთ ერთნაირი ინტერესები). აღვნიშნოთ A-ით ამ ჯგუფების ინტერესების სიმრავლე, ხოლო σ^l-ით - l ჯგუფების ინტერესების სიმრავლე.

შემოვიტანოთ, აბსტრაქტული კომპლექსის ცნება და კომპლექსი A სიმრავლეზე შემდეგი სახით განვსაზღვროთ.

A სიმრავლის რომელიღაც ქვესიმრავლე ითვლება სიმპლექსად მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მას აქვს ერთი ელემენტი σ^l-დან ან მისი ქვესიმრავლე.

A^m-ით აღვნიშნოთ ინტერესების სიმრავლე, რომლებიც კმაყოფილდება m რაიონში. A^m-ზე განვსაზღვროთ კომპლექსი, როგორც A კომპლექსის A^m სიმრავლეზე “პროექცია”. სხვა სიტყვებით,

რომ ვთქვათ, სიმპლექსებს ვუწოდებთ $\sigma^{lm} = \sigma^{l} \cap A^{m}$ - σ^{l} სიმპლექსის წახნაგს და σ^{lm} სიმპლექსის წახნაგებს.

ვგულისხმობთ, რომ l ჯგუფის ადამიანთა ყველა ინტერესი არათანაბარ მნიშვნელოვანია, ამიტომ თითოეულ ინტერესს მივანიჭოთ თავისი წონა $b_l^l \geq 0$ $(\sum_{A_l^l \in \sigma^l} b_l^l = 1)$. მაშინ σ^{lm} წახნაგების წონა

$$\mu^{lm} = \sum_{A_l^l \in \sigma^{lm}} b_l^l .$$

ვთქვათ, a_{ms}^{l}-l- ური ჯგუფების ემიგრანტების s რაიონის ამორჩევის ალბათობაა, რომლებიც ცხოვრობს m რაიონში. ეს ალბათობები უნდა იყოს შერჩეული ისე, რომ შესრულდეს შემდეგი პირობა:

$$\sum_{s=1}^{\mu} a_{ms}^{l} = 1. \tag{2.2.1}$$

(a_{mm}^{l} აღნიშნავს l-ური ჯგუფის ადამიანების თავიანთ რეგიონში დარჩენის ალბათობას).

ჩავთვალოთ, რომ ადამიანები მოახდენენ ემიგრირებას m რაიონიდან s რაიონში, თუ $\mu^{ls} > \mu^{lm}$. ამიტომ ალბათობებს გამოვთვლით შემდეგნაირად:

$$a_{mm}^{l} = \begin{cases} 1, & \text{როცა} \quad \mu^{lm} \geq \max\limits_{1 \leq s \leq \mu} \{\mu^{ls}\}, \\ 0, & \text{როცა} \quad \mu^{lm} < \max\limits_{1 \leq s \leq \mu} \{\mu^{ls}\} \end{cases} ,$$

$$a_{ms}^{l} = \begin{cases} \dfrac{\mu^{ls}}{\sum\limits_{\mu^{lR} > \mu^{lm}} \mu^{lR}}, & \text{როცა} \quad \mu^{ls} > \mu^{lm}, \\ 0, & \text{როცა} \quad \mu^{ls} \leq \mu^{lm}. \end{cases}$$

ნათელია, რომ ამ დროს სრულდება (2.2.1) პირობა.

დავუშვათ, $x_i^k(t)$ აღნიშნავს K ჯგუფის ადამიანთა რიცხვს, რომლებიც დროის t მომენტისათვის ცხოვრობენ m რაიონში; α_m^k არის m რაიონში K ჯგუფის აღწარმოების კოეფიციენტი. K ჯგუფის იმ

ადამიანთა რიცხვი, რომლებიც დროის t მომენტში საცხოვრებლად გადადიან s რაიონში, აღვნიშნოთ $y_{ms}^{l}(t)$.

განვიხილავთ მიგრაციის მიმართ გარე ღია რეგიონს. რეგიონის გარე არე ჩავთვალოთ ნულოვანი ნომრის მქონე რაიონად. მოსახლეობის სტრუქტურის დინამიკის დასახასიათებლად გვექნება დიფერენციალურ განტოლებათა შემდეგი სისტემა [20]:

$$x_m^k(t) = \alpha_m^k \, x_m^k(t) + \sum_{s=1}^{N} y_{sm}^k - \sum_{s=0}^{N} y_{ms}^k(t), \qquad m \in \overline{1, N}.$$

ვიპივოთ, $y_{ms}^{l}(t)$ სიდიდის სტაციონარული მნიშვნელობა [16]. ვისარგებლოთ, ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპით. ბოლცმანის ტიპის ენტროპიის მაკროსისტემების მოდელის მიხედვით, ყველაზე დიდი ალბათობა ექნება $y_{ms}^{l}(t)$ სიდიდის ისეთ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც

$$S(y^l) = -\sum_{\substack{m,s=1 \\ m \neq s}} y_{ms}^l(t) \ \ln \frac{y_{ms}^l(t)}{a_{ms}^l} \tag{2.2.2}$$

ფუნქცია აღწევს მაქსიმუმს. თუ $a_{ms}^{l} = 0$, მაშინ მივიჩნევთ, რომ $y_{ms}^{l}(t) = 0$, და (2.2.2)-ს ჯამში შესაბამისი შესაკრებები არ შევა. შეზღუდვები, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს $y_{ms}^{l}(t)$, განსაზღვრულია [20].

განვიხილოთ სისტემა, რომელიც შედგება N ინდივიდისაგან (ინდივიდი შეიძლება იყოს ადამიანი, საწარმო, რაიონი, ქალაქი და ა.შ.), უბედური შემთხვევების ტიპების რაოდენობაა M, ხოლო შესაძლო მოვლენებისა - L. ამ მოვლენების ხდომილობების ალბათობებია - $P_1, P_2, \cdots, P_L$.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა $\sum_{i=1}^{L} P_i = 1$, რაც ნიშნავს, რომ შეუძლებელია მოხდეს სხვა მოვლენა ზემოთ დასახელებული L

მოვლენის გარდა. $X_i = \{x_{ijk}\}$ $i=\overline{1,L}$, $j=\overline{1,M}$, $k=\overline{1,N}$ არის უბედური შემთხვევების მატრიცა, რომლის ელემენტები მიიღება შემდეგნაირად $X_{ijk}=1$, თუ i მოვლენის დროს j უბედური შემთხვევით დაზიანდა K ინდივიდი და $X_{ijk}=0$ წინააღმდეგ შემთხვევაში. განხილულია შემთხვევა, როცა ერთ ინდივიდს შეიძლება შეემთხვეს ერთი და მხოლოდ ერთი უბედური შემთხვევა.

შემოვიტანოთ $Q=\{q_{jk}\}$ $j=\overline{1,M}$, $k=\overline{1,N}$ მატრიცა, რომლის ელემენტები მიიღება შემდეგნაირად:

$$q_{jk} = \sum_{i=1}^{L} p_i x_{ijk}, \ j=\overline{1,M}, \ k=\overline{1,N}. \qquad (2.2.3)$$

q_{jk} არის ალბათობა იმისა, რომ k ინდივიდს შეემთხვევა j "უბედური" შემთხვევა. Q-ს ვუწოდოთ რისკის აპრიორული მატრიცა.

შემოვიტანოთ ე.წ. სარგებლიანობის ფუნქციები: მრავალშემთხვევიანი სარგებლიანობის ფუნქცია (რომელიც დაზიანებულ ინდივიდთა ჯამურ რაოდენობას განსაზღვრავს), აპოსტერიული სამართლიანობა (სამართლიანობა ინდივიდების აზრით) და აპრიორული სამართლიანობა (სამართლიანობა ობიექტური პირის აზრით).

უბედური შემთხვევების რაოდენობაა $M \geq 2$, რადგან არსებობს უბედური შემთხვევების ორი ვარიანტი მაინც. w_R-მრავალშემთხვევიანი სარგებლიანობის, w_p-აპოსტერიული სამართლიანობის და w_a-აპრიორული სამართლიანობის ფუნქციებისათვის შემოვიტანოთ M განზომილებიანი წონის ვექტორები. w_R, w_p და w_a ვექტორების i-ური კომპონენტი განსაზღვრავს I უბედური შემთხვევის წონას შესაბამისი ფუნქციისათვის. დავალაგოთ ვექტორები მისი კომპონენტების კლებადობის მიხედვით.

ზემოთ თქმულიდან გამომდინარე, სამივე წონის ვექტორმა უნდა დააკმაყოფილოს შემდეგი პირობები:

$$0 = W_{RM} \le \ldots \le W_{RI} = 1$$
$$0 = W_{PM} \le \ldots \le W_{PI} = 1 \qquad (2.2.4)$$
$$0 = W_{aM} \le \ldots \le W_{aI} = 1$$

ცხადია, განსახილველ მოვლენაზე შეიძლება იყოს სხვადასხვა შეხედულებები: მოსახლეობის, დამპროექტებლის და ექსპერტის. აქედან გამომდინარე, შემოვიტანოთ შესაბამისი M განზომილებიანი წონის ვექტორები μ_R, μ_P, μ_a

$$0 < \mu_{R_k} < 1,\ 0 < \mu_{P_k} < 1,\ 0 < \mu_{a_k} < 1,\ K = \overline{1, N} \qquad (2.2.5)$$

აღვნიშნოთ:

$$S_R = \sum_{K=1}^{N} \mu_{R_k}\ ,\ S_P = \sum_{K=1}^{N} \mu_{P_k}\ ,\ S_a = \sum_{K=1}^{N} \mu_{a_k} \qquad (2.2.6)$$

შემოვიტანოთ

$$Y_P = \{y_{P_{ij}}\},\ Y_R = \{y_{R_{ij}}\},\ Y_a = \{y_{a_{ij}}\},\quad i = \overline{1, L}\ ,\ \ j = \overline{1, M}$$

მატრიცები, რომელთა ელემენტები შემდეგნაირად მიიღება:

$$y_{P_{ij}} = \sum_{K=1}^{N} \mu_{P_k} x_{ijk}\ ,\ y_{R_{ij}} = \sum_{K=1}^{N} \mu_{R_k} x_{ijk}\ ,\ y_{a_{ij}} = \sum_{K=1}^{N} \mu_{a_k} x_{ijk}\ ,\quad i = \overline{1, L}\ ,\ \ j = \overline{1, M} \qquad (2.2.7)$$

$y_{P_{ij}}, y_{R_{ij}}$ და $y_{a_{ij}}$ არის იმ ინდივიდთა რაოდენობა, რომლებიც დაზიანდნენ i მოვლენის დროს j “უბედური” შემთხვევით. ეს სიდიდეები დამპროექტებლისთვის, ინდივიდებისა და ობიექტური დამკვირვებლის შეხედულებებით იქნება სხვადასხვა.

ჩავწეროთ სარგებლიანობის ვექტორები ყოველი მოვლენისთვის. ცხადია, რაც უფრო ნაკლები “უბედური” შემთხვევა შეემთხვევა ინდივიდს, მით უფრო მეტი უნდა იყოს სარგებლიანობის ფუნქციის მნიშვნელობა. ზემოთქმულიდან გამომდინარე, i მოვლენის დროს სარგებლიანობის ვექტორს ექნება შემდეგი სახე:

$$U_{R_i} = \left(-\mu_1 \sum_{j=1}^{M} w_{Rj} x_{ij1}, -\mu_2 \sum_{j=1}^{M} w_{Rj} x_{ij2}, \ldots, -\mu_N \sum_{j=1}^{M} w_{Rj} x_{ijN} \right), \qquad (2.2.8)$$

ხოლო i მოვლენისათვის სარგებლიანობის ფუნქცია განვსაზღვროთ შემდეგი სახით:

$$U_{R_i} = \mu_{Rk} w_{Rk} x_{ijk} / S_R = -\sum_{j=1}^{M} w_{Rj} y_{Rij} / S_R \,. \qquad (2.2.9)$$

(2.2.9)-ში S_R შემოტანილია ნორმირების მიზნით. (2.2.8)-(2.2.9) პირობებიდან ჩანს, რომ

$$0 \geq U_{Ri} \geq -1 \,. \qquad (2.2.10)$$

სარგებლიანობის ფუნქცია ყველა მოვლენისათვის, რომელსაც ჩვენ ვუწოდებთ მრავალშემთხვევიანობის სარგებლიანობის ფუნქციას, გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$U_R = \sum_{i=1}^{L} P_i U_{Ri} \,. \qquad (2.2.11)$$

მრავალშემთხვევიანობის სარგებლიანობის ფუნქცია გვაძლევს "უბედურ" შემთხვევებში დაზიანებულ ინდივიდთა საერთო რაოდენობას დაზიანების ხარისხების გათვალისწინებით. იგი ღებულობს მნიშვნელობებს $[-1{,}0]$ სეგმენტიდან და $U_R = 0$ შეესაბამება იმ მდგომარეობას, როცა არც ერთი ინდივიდი არ დაზიანებულა.

აპოსტერიული და აპრიორული სამართლიანობის ფორმულები საშუალებას გვაძლევს შევადაროთ განსახილველი პროექტების ვარიანტები და ავარჩიოთ მათ შორის საუკეთესო.

რეგიონალური სისტემის მათემატიკური მოდელირების და მისი განაშენიანების პროექტის შეფასების კრიტერიუმი საშუალებას გვაძლევს ვმართოთ იგი, როგორც ერთიანი ეკოსისტემა.

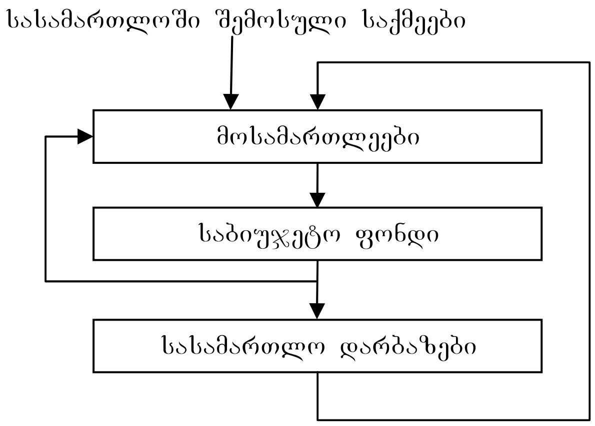
2.3. სასამართლოებს შორის ინფორმაციული ნაკადის მათემატიკური მოდელირება, საერთო სასამართლოების ბიუჯეტის ფორმირებისათვის

2.3.1. სასამართლოებს შორის დოკუმენტების გაცვლა, როგორც კვლევის ობიექტი

ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის საფუძველზე აგებულია სასამართლოებს შორის დოკუმენტბრუნვის იმიტაციური მოდელი, რომელიც მომავალში მოგვცემს საშუალებას შევიმუშაოთ საფოსტო გზავნილებთან დაკავშირებული ხარჯების მინიმიზაციის ალგორითმი, რომელიც თავის მხრივ საშუალებას მოგვცემს, განვსაზღვროთ სასამართლოებს შორის ინფორმაციული ნაკადის ფორმირებისათვის აუცილებელი საბიუჯეტო ფონდის სიდიდე [29].

როგორც ცნობილია, სასამართლოში შემოსული საქმის განხილვისათვის აუცილებელია შესრულდეს მოსამზადებელი სამუშაო, პირველ რიგში საქმეს მიამაგრებენ გარკვეულ მოსამართლეს, რომელიც შეისწავლის საქმეს, შემდეგ დაინიშნება სასამართლო პროცესი, რომლისთვისაც შესაბამისი დროისთვის გამოიყოფა სასამართლო დარბაზი [30]. ამასთანავე, სასამართლო პროცესის ჩატარებისათვის საჭიროა გარკვეული ხარჯების გაწევა (ნახ.2.1). სასამართლოს ხარჯები ბიუჯეტით არის განსაზღვრული. სასამართლოს ადმინისტრატორი ყოველწლიურად საერთო სასამართლოების დეპარტამენტს წარუდგენს სასამართლოს ფუნქციონირებისათვის აუცილებელ ხარჯებს, მოხდება თითოეული სასამართლოს მიერ წარმოდგენილი ხარჯების გათვლა-დაზუსტება, რაც საბოლოო ჯამში გამოიხატება საერთო სასამართლოების ბიუჯეტის ფორმირებაში. ბუნებრივია სასამართლოების ბიუჯეტის

გათვლისათვის აუცილებელია გათვალისწინებული იქნას საფოსტო ხარჯები, რომელიც წარმოადგენს ბიუჯეტის შემადგენელ ნაწილს.



ნახ.2.1. სასამართლო სისტემა როგორც სამ-ფაზიანი უკუკავშირის სისტემა.

ქვემოთ ჩვენ განვიხილავთ სასამართლო გზავნილების ხარჯვის მათემატიკური მოდელირების ერთ-ერთ მეთოდს, რომელიც ეფუძნება ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპს.

1998 - 2003 წლების მონაცემებით საქართველოში სულ 78 სასამართლო იყო. აქედან 71 რაიონული, 5 საქალაქო, 2 საოლქო სასამართლო და ერთი უზენაესი სასამართლო. ზოგჯერ საჭიროა ერთი სასამართლოდან მეორეში საქმეების და მასთან დაკავშირებული მასალების გადატანა, მაგალითად, რაიონული და საქალაქო სასამართლოდან საოლქო სასამართლოში, საოლქო სასამართლოდან უზენაეს სასამართლოში და ა.შ. ამიტომ საჭიროა არსებობდეს საკურიერო სამსახური.

სასამართლო პროცესების ჩატარების ხარისხობრივი მაჩვენებლები დამოკიდებულია საქმეების რაოდენობაზე, სასამართლო დარბაზების რაოდენობაზე, მოსამართლეების რაოდენობაზე, საბიუჯეტო ფონდის სიდიდეზე და ა.შ. აღნიშნული მაჩვენებლების ერთობლიობა ახასიათებს სასამართლო სისტემის მდგომარეობას, ხოლო მათი ცვლილება დროის მიხედვით კი მის გავითარებას. ზოგადად ყოველივე ეს შეიძლება გამოისახოს სქემით.

საქმისწარმოების პროცესი პირობითად დავყოთ შიგა და გარე არის პროცესებად. შიგა პროცესები განპირობებულია, გზავნილების გაცვლის პერიოდში ეკონომიკურ კავშირებში ჩაბმული ელემენტების ურთიერთმოქმედებით. ეს ელემენტები შეიძლება გავაერთიანოთ ქვესისტემებში. ქვესისტემების ფორმირებისას ვისარგებლოთ ფუნქციონალური პრინციპით (კონკრეტული საქმისათვის საჭირო ინფორმაციის მოპოვება - მოპოვებული ინფორმაციის დანიშნულების ადგილზე მიტანა - სასამართლო პროცესისათვის ამ ინფორმაციის გამოყენება). მიიღება სამი ძირითადი ქვესისტემა (ნახ. 2.2).

ნახ.2.2. სასამართლო პროცესისათვის საჭირო ელემენტების შესაბამისი ქვესისტემების ფუნქციონალური სქემა.

პირველი მათგანი - ინფორმაციის მოპოვება, სასამართლო პროცესისათვის საჭირო მასალების მოპოვება, აერთიანებს ყველა იმ პირს, რომელიც დაკავშირებულია კონკრეტულ სასამართლო პროცესთან. მათ მიერ მიღებული ინფორმაციის საფუძველზე გაიმართება სასამართლო პროცესი. ამ ქვესისტემებს შორის ერთ-ერთ განსაკუთრებულ ადგილს იკავებს საფოსტო სამსახური, რომელიც უზრუნველყოფს სასამართლო პროცესისათვის საჭირო დოკუმენტების მიტანას დანიშნულების ადგილზე.

საფოსტო სამსახურის მიერ სასამართლოებს და სხვა დაწესებულებებს შორის დოკუმენტების გაცვლა დაკავშირებულია სხვადასხვა ხარჯებთან. აღნიშნული დანახარჯების და სატრანსპორტო დაძაბულობის შემცირების მიზნით საჭიროა მოხდეს საფოსტო კავშირების ანალიზი, რათა ის გახდეს უფრო რაციონალური.

ამასთან დაკავშირებით, იქმნება დოკუმენტბრუნვის პროცესის ფუნქციონირების შესწავლის აუცილებლობა. ასეთი კვლევისათვის მიზანშეწონილია შესაბამისი პროცესის იმიტაციური მოდელის გამოყენება, რომელიც საშუალებას გვაძლევს პროგნოზირება გავუკეთოთ მოცემული საწყისი, კონკრეტული პირობების დროს რა ხარჯებთან გვექნება საქმე.

სასამართლოს ფუნქციონირების იმიტაციური მოდელი მოყვანილია [30] ნაშრომში. სასამართლოს ფუნქციონირება წარმოდგენილია, როგორც მასობრივი მომსახურების სამფაზიანი სისტემა უკუკავშირით (ნახ. ნახ.2.1), რომელშიც პირველი ფაზა (ქვესისტემა) ასახავს მოსამართლის მუშაობას, მეორე - ბიუჯეტიდან თანხების გამოყოფას, ხოლო მესამე - სასამართლო დარბაზების ფუნქციონირებას. უკუკავშირის არსებობა განპირობებულია იმ გარემოებით, რომ მოსამართლეს შეუძლია ახალი საქმის შესწავლის დაწყება არა მაშინ, როცა დაასრულებს რიგით, არამედ მის პარალელურად. აღნიშნული მოდელი საშუალებას გვაძლევს, განვსაზღვროთ სასამართლოს საქმეთა “გამტარუნარიანობა”, კონკრეტული სასამართლოს მატერიალურ-ტექნიკური ბაზის მიხედვით. ბიუჯეტიდან სასამართლოსათვის გამოყოფილი თანხების მიხედვით ვიპოვოთ მოსამართლეების და სასამართლო დარბაზების ოპტიმალური რაოდენობები, აგრეთვე ბიუჯეტის (დაფინანსების) აუცილებელი სიდიდე.

ჩვენი კვლევის საგანს ასევე წარმოადგენს საბიუჯეტო ფონდის განსაზღვრის სიდიდე (მეორე ქვესისტემა, იხ. ნახ.2.1), რომლის შემადგენელი ნაწილია ის დანახარჯები, რომლებიც აუცილებელია სასამართლოებს შორის ინფორმაციული ნაკადის ფორმირებისათვის. ნაშრომში [30], მოყვანილია სასამართლოების ბიუჯეტის ფორმირების და მართვის მათემატიკური მოდელი.

აუცილებელია შევნიშნოთ, რომ ბიუჯეტის ფორმირებისას სავარაუდო დაფინანსების წყაროებს ახასიათებთ, როგორც საიმედოობის სხვადასხვა ხარისხი, ასევე მათი ფულადი სიდიდის ცვალებადობა რაიმე ინტერვალში. აქედან გამომდინარე, დაფინანსების წყაროს დასახასიათებლად აღნიშნულ მოდელში გამოყენებულია არამკაფიო სიმრავლეები, როგორც შესასწავლი პროცესის ყველაზე ადეკვატური (მოხერხებული) საშუალება. კერძოდ, თუ დაფინანსების წყაროს წარმოადგენს საერთაშორისო ორგანიზაციები, მაშინ მათი საიმედობა ეჭვს არ იწვევს და მის შესაბამის არამკაფიო სიმრავლეს აღვნიშნავთ $\delta_a : [0,\infty \to [0,1]]$ სიმბოლოთი, სადაც $\delta_a(t) = \begin{cases} 0, & t \neq a \\ 1, & t = a \end{cases}$ $i = \overline{1,k}$, წინა წლების რეალური დაფინანსების მიხედვით აგებულია შესაბამისი არამკაფიო სიმრავლეები.

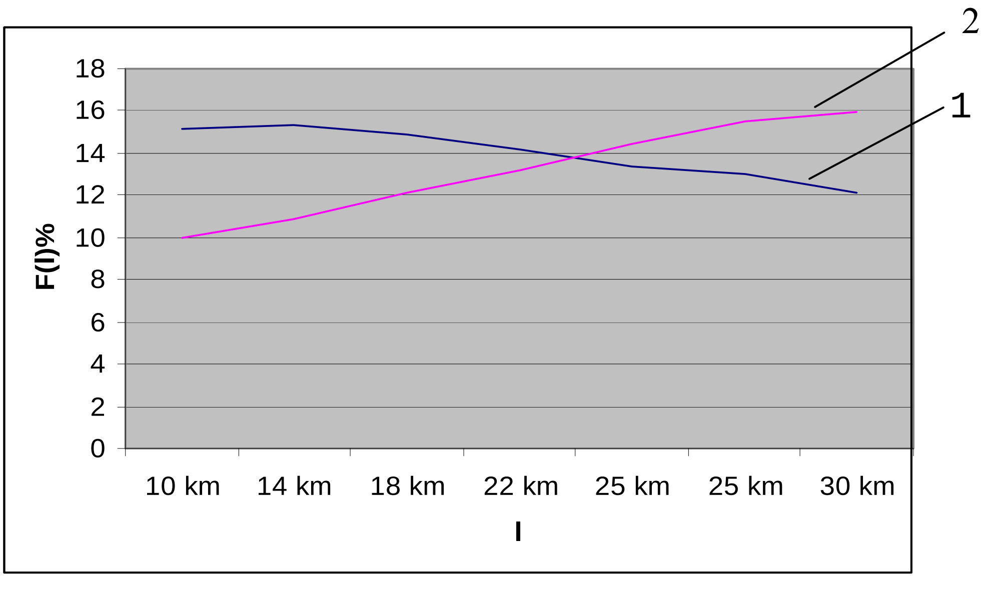
ვიცით, რა ხარჯვით ნაწილში სასამართლოს აქვს აუცილებელი მოთხოვნები (δ ტიპის ფუნქციები), რომლებიც რეალურად შეიძლება შესრულდეს მეტ-ნაკლები სიზუსტით, მათი პრიორიტეტულობის გათვალისწინებით. ეს მოთხოვნები $Y_i = \delta_{\overline{m_i}}$ (აგრეთვე δ ფუნქციებია), $\overline{m_i}$ აღნიშნავს i-ური პრობლემის გადაწყვეტისათვის საჭირო აუცილებელ მინიმუმ ფულად ეკვივალენტს. [30] ნაშრომში მოყვანილია კონკრეტული მაგალითი ბიუჯეტის განსაზღვრისა და მართვისათვის. დამუშავებულია სასამართლოებს შორის დოკუმენტბრუნვის პროცესის მაკროსისტემური მოდელი. [31]-ში მოცემული ამოცანა დაყვანილია ბოლცმანის ტიპის სტაციონალური მოდელის გამოყენებამდე. მიღებულია ალგორითმები, რომლებიც საშუალებას იძლევიან შეფასდეს სასამართლოებს შორის დოკუმენტბრუნვის ეკონომიკურად დასაბუთებული ნაკადი. ამ მოდელის პარამეტრები შეიძლება განისაზღვროს, როგორც სტატისტიკური მონაცემების

საფუძველზე, ასევე სატრანსპორტო პროცესის რაიმე ინვარიანტული მახასიათებლის პოვნაზე.

ერთ-ერთ ასეთ ინვარიანტულ მახასიათებელს წარმოადგენს, გადასატანი მანძილის მიხედვით გზავნილების განაწილების ფუნქცია $F(l)$. ის განსაზღვრავს $\tau \leq l$ მანძილზე გადასატანი დოკუმენტის ფარდობით (გადაზიდვების საერთო მოცულობასთან %-ში) რაოდენობას (განაწილების ინტეგრალური ფუნქცია).

ამ მიდგომის რეალიზაცია ეფუძნება, საქართველოს უზენაესი სასამართლოს საერთო სასამართლოების დეპარტამენტის საკურიერო სამსახურის მიერ 1998-2003 წლების პერიოდში გადატანილი დოკუმენტების რეალური გაცვლის ანალიზს. დამუშავებულია და შეკრებილია მონაცემები, გადაზიდვების მოცულობების შესახებ სიშორის სარტყელის მიხედვით, დოკუმენტების შემდეგი ჯგუფებისათვის: 1. სასამართლო უწყებები; 2. შეტყობინებები; 3. მოწმეთა ჩვენებები; 4. საქმეები; 5. ექსპეტრიზის დასკვნა; 6. გადაწყვეტილებები; 7. განჩინებები.

ნახ.2.3-ზე მოცემულია სიშორის სარტყელის მიხედვით სასამართლო უწყებების განაწილების გრაფიკი (ჩვენს შემთხვევაში n=300 000 ცალი).



ნახ.2.3. სასამართლო უწყებების განაწილების გრაფიკი.

ნახ.2.3-ზე ჩვენ ვგულისხმობთ, რომ მანძილის ათვლის წერტილად ითვლება სასამართლო, პრაქტიკულად რაიონის, ქალაქის ცენტრი, რამეთუ სასამართლო ყოველთვის რაიონის ცენტრშია განლაგებული, ისე როგორც ფოსტა. 1 მრუდი შეესაბამება ადმინისტრაციულ და სამოქალაქო საქმეებთან დაკავშირებულ გზავნილებს, ხოლო 2 მრუდი - სისხლის სამართლის საქმეებთან დაკავშირებულ გზავნილებს. როგორც 1 მრუდიდან ჩანს სამოქალაქო და ადმინისტრაციულ საქმეებზე დავა არის უფრო რაიონის ცენტრში, რადგანაც აქ მოსახლეობა უფრო მჭიდროდაა დასახლებული, რადგანაც აქ ბევრი სავაჭრო, მომსა-ხურების ობიექტებია და ა.შ. ხოლო 2 მრუდიდან ჩანს, რომ ხშირ შე-მთხვევაში სისხლის სამართლის დანაშაული უფრო მეტად ხდება რაიონის გარეუბნებში, რამეთუ იქ სამართალდამცავი ორგანოები იშვიათად არის.

როდესაც რომელიმე რაიონულ სასამართლოში შემოდის საქმე, მისი განხილვის შემდეგ, თუ ერთ-ერთმა მხარემ აღნიშნული სასამართლოს მიერ მიღებული გადაწყვეტილება გაასაჩივრა, აღნიშნული საქმე გადაეცემა საოლქო სასამართლოს, თუ საოლქო სასამართლოს მიერ მიღებული გადაწყვეტილებაც გასაჩივრდა, მაშინ საქმე გადაეცემა უზენაეს სასამართლოს, ამიტომ მნიშვნელოვან ინტერესს წარმოადგენს მიღებული განაწილების მდგრადობის კვლევა და მათი ინვარიანტულობის ანალიზი. მოცემული გზავნილების Δ_k $(k \in \overline{1,k})$ სიშორის სარტყელში მოხვედრილი ერთეულოვანი დოკუმენტის წილს განვიხილავთ შემთხვევითი სიდიდის სახით. ამასთანავე ინტერპრეტაციას ვაძლევთ სიშორის სარტყელის მიხედვით გზავნილების განაწილების რეტროსპექტულ მონაცემებს, როგორც ამონარჩევი საერთო ერთობლიობიდან, ამასთან Δ_1 შეიმჩნევა n_1 - ჯერ, $\Delta_2 - n_2$ – ჯერ, $\Delta_k - n_k$ – ჯერ, და $\sum_k n_k = n$ - ყოველი ამონარჩევის მოცულობაა. ნახ.2.3-ზე ნაჩვენები

განაწილებები არის ამონარჩევის სტატისტიკური განაწილებები განსახილველი პერიოდის (1998-2003 წ.) მიხედვით.

გზავნილების განაწილების ინვარიანტულობის კვლევის დროს სიშორის სარტყელის მიხედვით, ყოველი დოკუმენტისათვის, სატრანსპორტო დაძაბულობის მიხედვით შესრულდა სტატისტიკური ანალიზი, რომელთა შედეგები წარმოდგენილია ცხრ.2.1-ში. შემდეგ ყველა რეტროსპექტული პერიოდის შესაბამისი ამონარჩევისათვის (5 წელი) აგებული იქნა ნორმირებული კორელაციური მატრიცები. მათმა ანალიზმა აჩვენა, რომ გზავნილების განაწილება სიშორის სარტყელის მიხედვით, თითქმის ინვარიანტულია სასამართლოების მიერ განხილული საქმეების რაოდენობის ცვლილებების მიმართ და მცირედ იცვლებიან დროში. მაშასადამე, შეიძლება მოვახდინოთ ამ განაწილებების ზუსტი პროგნოზირება, საკმარისი პრაქტიკული მიზნებისათვის, რაც პერსპექტიულად აქტუალურია დოკუმენტბრუნვის მოდელირების ამოცანების ამოხსნისას.

ცხრილი №2.1.

№	დასახელება	საშუალო მანძილი (კმ)	გადაზიდვების საშუალო მოცულობა (%) 800 კმ-ზე ნაკლები მანძილისათვის
1.	სასამართლო უწყებები	152	9.1
2.	შეტყობინებები	145	16.7
3.	მოწმეთა ჩვენებები	133	12
4.	საქმეები	303	13
5.	ექსპეტრიზის დასკვნა	294	20
6.	გადაწყვეტილებები	335	15
7.	განჩინებები	389	11
8.	სხვა სახის გზავნილები	400	3.2

ამგვარად, სასამართლოში შემოსული ყოველი საქმის განხილვისათვის არსებობს გზავნილების განაწილების ფუნქცია $F(l)$ გადაზიდვების სიშორის მიხედვით. ეს ფუნქცია წარმოადგენს სასამართლოს ფუნქციონირებისათვის საჭირო ელემენტების მდგრად მახასიათებელს.

ასეთი მდგრადი მახასიათებლის არსებობა გვიჩვენებს, რომ მანძილის ფაქტორი არსებითია, "მომხმარებელი-მომპოვებელი" (ანუ იგივე (i, j) კომუნიკაციები) წყვილის შემთხვევითი არჩევის დროს.

ამიტომ (2.1.5)-(2.1.7) მოდელებში p_{ij} აპრიორული ალბათობები, რომლებიც ახასიათებენ ამ არჩევას მიზანშეწონილია დავაკავშიროთ მანძილთან, ამავე დროს გაითვალისწინება გზავნილების განაწილება სიშორის სარტყელის მიხედვით და საფოსტო ქსელის რეალური მახასიათებლები. ვთვლით, რომ R_i $(i \in \overline{1,n})$ რეგიონებში განლაგებულ სასამართლოებს შორის დოკუმენტების განაწილება და გაცვლა, ხორციელდება უმოკლესი გზით (კავშირებით). ყველა რაიონს შორის, უმოკლესი მანძილის მატრიცა ავღნიშნოთ $L = \{l_{ij};\ i, j \in \overline{1,n}\}$-ით. ამ მატრიცის და $F(l)$ აპრიორული განაწილების არსებობა, გვთავაზობს p_{ij} პარამეტრების განსაზღვრის შემდეგ ხერხებს. ვთქვათ, $F(l)$ ფუნქცია განსაზღვრულია $(l^{\min}, l^{\max})$-ინტერვალზე. დავშალოთ გადაზიდვების სიშორის ღერძი $l^{\min}$ და $l^{\max}$ შორის K - რაოდენობით, რომლებიც ერთი მეორეზე მიერთებულია Δ_k-მონაკვეთებით, $k \in \overline{1,K}$ და რომელთა შიგნით l სიგრძეებს მივიჩნევთ განუსხვავებლად (შმულიანი, იმელბაევი 1978), ჩვენს შემთხვევაში (ცხრილი №1-ის მიხედვით) Δ_k=133კმ. შემოვიტანოთ Δ მონაკვეთის ინდიკატორული ფუნქციები:

$$\lambda_k(l) = \begin{cases} 1, & \text{თუ } l \in \Delta_k; \\ 0, & \text{თუ } l \notin \Delta_k, \end{cases} \quad k \in \overline{1.K}.$$

რეალური საფოსტო ქსელის გამოყენებით შეიძლება განვსაზღვროთ კავშირების რიცხვი n_k, $l_{ij} \in \Delta_k$- მნიშვნელობებით:

$$n_k(l) = \sum_{i,j \in \Omega_k} \lambda_k(l_{ij}),\ k \in \overline{1,K},$$

სადაც

$$\Omega_k = \{(i,j) : l_{ij} \in \Delta_k\},\ k \in \overline{1,K}.$$

სიშორის ინტერვალების (სარტყელების) Δ_k მიხედვით, გზავნილების მოცულობის F_k შესახებ, აპრიორული ინფორმაციის არსებობა, საშუალებას იძლევა გამოითვალოს აპრიორული ალბათობები:

$$p_{ij} = \frac{F_k}{N},\ (i,j) \in \Omega_k,$$

სადაც N- გზავნილების საერთო მოცულობაა.

სავარაუდოა, რომ Ω ქვესიმრავლის შიგნით დოკუმენტების "წონა" ერთი და იგივეა, საბოლოოდ ვღებულობთ კავშირის ფარდობით ტევადობას:

$$p_{ij} = \frac{F_k}{Nn_k}. \tag{2.3.1}$$

მიღებული ტოლობა (2.1.5)-(2.1.7) მოდელებში ახასიათებს აპრიორული ალბათობების დამოკიდებულებას კომუნიკაციის "საფოსტო" მახასიათებლებზე. მაგრამ კომუნიკაციის მახასიათებლები არ წარმოადგენს ერთადერთ პარამეტრებს, რომლებიც გავლენას ახდენს რეგიონებს შორის კავშირზე. სასამართლოებს შორის გაცვლის მასტიმულირებელი ფაქტორების მეორე მნიშვნელოვან ჯგუფს წარმოადგენს სასამართლოების დატვირთულობა. მისი დახასიათებისათვის არსებობს სხვადასხვა პარამეტრები, მაგალითად, მოცემულ სასამართლოში საჭირო დოკუმენტების რაოდენობა. ეს მახასიათებელი ავღნიშნოთ ω_i-ით. მაშინ აპრიორული ალბათობები p_{ij} შეიძლება წარმოვადგინოთ ორი თანამამრავლის მამრავლის სახით, ერთ-ერთი მათგანი აღწერს კომუნიკაციის

“საფოსტო” მახასიათებლის გავლენას, ხოლო მეორე სასამართლოში საქმის განხილვისათვის საჭირო დოკუმენტების რაოდენობას:

$$p_{ij} = \left(\frac{F_k}{Nn_k} \right) \frac{\omega_j}{\sum_j \omega_j}.$$

სასამართლოებს შორის დოკუმენტბრუნვის პროცესის შესაბამისი მათემატიკური მოდელი, მისი მართვის ალგორითმი და დოკუმენტების საფოსტო გზავნილებთან დაკავშირებული დანახარჯების შეფასების კრიტერიუმი, საშუალებას გვაძლევს, საერთო სასამართლოების ბიუჯეტის ის ნაწილი, რომელიც განეკუთვნება საფოსტო ხარჯებს, იყოს რაციონალური.

თავი 3
ბიუჯეტის ფორმირება და მართვა დაწესებულების იმიტაციური მოდელის ბაზაზე

3.1. სასამართლოების ფუნქციონირების იმიტაციური მოდელი

როგორც ცნობილია, სასამართლოში შემოსული საქმის განხილვას წინ უძღვის მოსამზადებელი სამუშაოები. თუ მოსამართლეების ან სასამართლო დარბაზების რაოდენობაა მცირე, ან სასამართლოს საბიუჯეტო ფონდი არ არის საკმარისი, მაშინ იქმნება შემოსული საქმების რიგი, რის გამოც საქმის სასამართლოში შემოსვლის მომენტიდან მის განხილვამდე გადის საკმაო დრო (ნახ.2.2). მეორე მხრივ, კანონის შესაბამისად ყოველი კონკრეტული საქმის განხილვა უნდა მოხდეს მისი სასამართლოში შემოსვლიდან გარკვეული პერიოდის განმავლობაში. ახალი სასამართლოს დაგეგმარების და, აგრეთვე, არსებული სასამართლოს ფუნქციონირების პროცესში სასურველია წინასწარ იმის ცოდნა, თუ რამდენად მოსალოდნელია სასამართლოში შემოსული საქმის მიერ რიგში ლოდინის დრომ გადააჭარბოს აღნიშნულ ვადას, მოსამართლეების და დარბაზების რაოდენობების და, აგრეთვე, ბიუჯეტის ყოველი ფიქსირებული მნიშვნელობებისათვის.

მოცემულ პარაგრაფში ჩვენ ვაგებთ სასამართლოს ფუნქციონირების მათემატიკურ მოდელს ზემოაღნიშნული ფაქტორების გათვალისწინებით. კერძოდ, ჩვენ წარმოვადგენთ სასამართლოს, როგორც მასობრივი მომსახურების სამფაზიან სისტემას უკუკავშირით, რომელშიც პირველი ფაზა (ქვესისტემა) შეესაბამება მოსამართლეების მუშაობას, მეორე – ბიუჯეტიდან თანხების გამოყოფას, ხოლო მესამე - სასამართლო დარბაზების ფუნქციონირებას. ამ სისტემის ზუსტი აღწერა და ანალიზი მოცემულია ქვემოთ. აქ, კი შევნიშნოთ მხოლოდ ის, რომ უკუკა-

ვშირის არსებობა განპირობებულია იმ გარემოებით, რომ მოსამართლეს შეუძლია ახალი საქმის შესწავლის დაწყება არა მაშინ, როცა დაასრულებს რიგითი საქმის შესწავლას, არამედ მაშინ, როცა დასრულდება აღნიშნული საქმის მომსახურება მესამე ქვესისტემით.

სასამართლო სისტემის აღნიშნული მოდელის საფუძველზე ვპოულობთ ალბათობას იმისა, რომ საქმის სასამართლოში შემოსვლის მომენტიდან მის განხილვამდე გავა არა უმეტეს იურდიული ნორმატივებით დადგენილი დროისა. ეს, თავის მხრივ, მოგვცემს იმის საშუალებას, რომ შევაფასოთ სასამართლო სისტემის გამტარუნარიანობა, თანხების შეზღუდულობის პირობებში ვიპოვოთ მოსამართლეების და სასამართლო დარბაზების ოპტიმალური რაოდენობები და, აგრეთვე, ბიუჯეტის ოპტიმალური რაოდენობა.

ამ მომენტიდან ჩვენ აღარ ვისაუბრებთ სასამართლოზე და სასამართლოში შემოსულ საქმეებზე, არამედ ვიხმართ მასობრივი მომსახურების თეორიის ტერმინოლოგიას.

თუ α და β დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეებია $P(x)$, $Q(x)$ განაწილების ფუნქციებით, მაშინ $\alpha+\beta$ შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქცია მოიცემა ფორმულით:

$$F(x)=\int_o^x Q(x-y)dP(y)=\int_o^x P(x-y)dQ(y). \qquad (3.1.1)$$

თუკი (3.1.1)-ში აღნიშნული გამოსახულებები არსებობს. აქედან, ადვილად გამომდინარეობს, რომ, თუ $\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_k$ ($k\geq 2$) მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდეებია ერთი და იგივე μ პარამეტრით, მაშინ $\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_k$ შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქციისათვის გვაქვს:

$$F(x)=1-\frac{\mu^k}{(k-1)!}\exp(-\mu x)\times\left(\frac{x^{k-1}}{\mu}+\sum_{m=1}^{k-1}\frac{(k-1)(k-2)\ldots(k-m)}{\mu^{m+1}}x^{k-1-m}\right) \qquad (3.1.2)$$

რადგან თითო მოსამართლეს შეიძლება მიმაგრებული ჰქონდეს არა ერთი საქმე, არამედ საზოგადოდ c საქმე $(c \geq 1)$, ამიტომ პირველ ქვე-სისტემაში გვაქვს მომსახურების არა j, არამედ $m = cj$ არხი, სადაც j არის მოსამართლეების რაოდენობა. ვგულისხმობთ, რომ ეს არხები ერთნაირია და მათზე შემოდის განაცხადების λ ინტენსივობის უმარტივესი ნაკადი, რაც ნიშნავს, რომ დროის t სიგრძის შუალედში ზუსტად k განაცხადის შემოსვლის ალბათობა იქნება:

$$p_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \exp(-\lambda t).$$

თითოეული განაცხადი შეიძლება მომსახურდეს მხოლოდ ერთი არხით და ყოველი არხი დროის ყოველ მომენტში შეიძლება ემსახურებოდეს მხოლოდ ერთ განაცხადს. თითოეული განაცხადის მომსახურების α დრო არის შემთხვევითი სიდიდე, ცნობილი განაწილების ფუნქციით. თუ ყველა არხი დაკავებულია, მაშინ სისტემაში შემოსული განაცხადი დგება რიგში. როდესაც არხი ამთავრებს რიგითი განაცხადის მომსახურებას, ის მაშინვე არ იწყებს ახალი განაცხადის მომსახურებას, არამედ იცდის β დროს. β არის ზუსტად ის დრო, რომელიც სჭირდება აღნიშნული არხიდან გამომავალ განაცხადს მეორე და მესამე ქვესისტემების მიერ მომსახურების დასრულებისათვის. მომავალში ვიგულისხმებთ, რომ $\alpha + \beta$ არის მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდე, ე.ი.

$$p(\alpha + \beta < x) = 1 - \exp(-\mu x).$$

μ პარამეტრს ჩვენ ვიპოვით ქვემოთ.

თუ შემოვიფარგლებით პირველი ქვესისტემით და არ გავითვალისწინებთ მის ზემოქმედებას მეორე და მესამე ქვესისტემებზე, მაშინ, როგორც ეს ადვილი დასანახია, იგი იდენტური იქნება მასობრივი მომსახურების თეორიაში ყველაზე კარგად შესწავლილი $M|M|m$ სისტემისა [32].

ვთქვათ, E_k აღნიშნავს სისტემის ისეთ მდგომარეობას, როცა მასში იმყოფება ზუსტად k განაცხადი, ხოლო ξ_t–მის მდგომარეობას დროის t მომენტში. მაშინ, როგორც ცნობილია [32], $f_k(t) = P(\xi_t = E_k)$ ფუნქციები აკმაყოფილებს დიფერენციალურ განტოლებათა შემდეგ სისტემას:

$$\sum_{k=0}^{\infty} f_k(t) = 1, \tag{3.1.3}$$

$$f_k'(t) = -(\lambda + k\mu) f_k(t) + \lambda f_{k-1}(t) + (k+1)\mu f_{k+1}(t) \qquad \text{თუ } 1 \le k < m, \tag{3.1.4}$$

$$f_k'(t) = -(\lambda + m\mu) f_k(t) + \lambda f_{k-1}(t) + m\mu f_{k+1}(t) \qquad \text{თუ } k \ge m. \tag{3.1.5}$$

ამ სისტემის ზუსტი ამოხსნა დიდ სირთულეებთან არის დაკავშირებული. მიუხედავად ამისა, მომავალში ვიგულისხმებთ, რომ $f_k(t)$ ფუნქციები ცნობილია (ჩვენ შეგვიძლია, მაგალითად, ვიგულისხმოთ, რომ ძალიან დიდი κ-სათვის $f_k(t) = 0$ და მიღებული სისტემა ამოვხსნათ რიცხვითი მეთოდებით; აქ საწყის პირობებს აქვს სახე $f_i(0) = 1$, თუ საწყის მომენტში სისტემაში იმყოფება ზუსტად i განაცხადი, და $f_j(0) = 0$, თუ $j \ne i$). დროის t მომენტში შემოსული განაცხადის მიერ ამ სისტემით მომსახურეობის დაწყების ლოდინის დრო $\gamma_1(t)$ შემთხვევითი სიდიდეა და, როგორც ცნობილია,

$$p(\gamma_1(t) > x) = \exp(-m\mu x) \sum_{k=m}^{\infty} f_k(t) \sum_{n=0}^{k-m} \frac{(m\mu)^n}{n!}.$$

კარგად ცნობილია, აგრეთვე სხვა მიდგომა $\gamma_1(t)$ განაწილების ფუნქციის პოვნისათვის, რომელიც გამოგვადგება, აგრეთვე, მესამე ქვესისტემის შესწავლისათვის. ამის თანახმად, $P(\gamma_1(t) \prec x)$ სიდიდის პოვნისათვის ვიყენებთ ტოლობას

$$p(\gamma_1(t) < x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(t) p\left(\gamma_1(t) < x \middle/ \xi_t = E_n \right). \tag{3.1.6}$$

შევნიშნოთ, რომ, როცა $n < m$ და $x > 0$, მაშინ

$$p\left(\gamma_1(t) < x \middle/ \xi_t = E_n \right) = 1. \tag{3.1.7}$$

ვთქვათ, $n \ge m$ და სისტემაში დროის t მომენტში იმყოფება ზუსტად n განაცხადი. ვთქვათ, α_{1i} $(1 \le i \le m)$ არის i-ური არხის მიერ მომსახურების დასრულებამდე დარჩენილი დრო. ცხადია, α_{1i} მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდეა μ პარამეტრით. $\beta_1 = \min(\alpha_{11}, \alpha_{12}, \cdots, \alpha_{1m})$ დროის შემდეგ განთავისუფლება ერთ-ერთი არხი და მაშინვე დაიწყებს რიგში მდგომი პირველივე განაცხადის მომსახურეობას. ვთქვათ, დროის $t + \beta_1$ მომენტში i-ური $(1 \le i \le m)$ არხის მიერ მომსახურების დასრულებამდე დარჩენილი დრო არის α_{2i}. დროის $t + \beta_1 + \beta_2$ მომენტში, სადაც $\beta_2 = \min(\alpha_{21}, \alpha_{22}, \cdots, \alpha_{2m})$, განთავისუფლდება ერთ-ერთი არხი და დაიწყებს ახალი განაცხადის მომსახურებას. თუ გავაგრძელებთ ასეთ მსჯელობას, მივიღებთ, რომ დროის t მომენტში შემოსული განაცხადის მომსახურეობა დაიწყება

$$\gamma_1(t) = \beta_1 + \beta_2 + \cdots \beta_n + \beta_{n+1} \tag{3.1.8}$$

დროში.

როგორც ცნობილია [33], თითოეული β_i მაჩვენებლიანი შემთხვევითი სიდიდეა, მაგრამ მისი პარამეტრია $m\mu$. ახლა (3.1.2), (3.1.6) და (3.1.7)-ის გამოყენებით შეგვიძლია ვიპოვოთ $\mathrm{P}(\gamma_1(t) < x)$ ალბათობა, რაც, თავის მხრივ, მოგვცემს დროის t მომენტში განხილულ $M|M|m$ სისტემაში (და, მაშასადამე, სასამართლო სისტემის პირველ ქვესისტემაში) შემოსული განაცხადის სისტემაში ყოფნის $\delta_1(t) = \gamma_1(t) + \alpha(t)$ დროის განაწილების ფუნქციის პოვნის საშუალებას.

პირველი ქვესისტემის მიერ მომსახურებულ განაცხადთა ნაკადი წარმოადგენს შემავალ ნაკადს მეორე ქვესისტემისათვის. შევთანხმდეთ, რომ აღნიშნული ნაკადი, აგრეთვე უმარტივესია (ისევ λ პარამეტრით).

აღნიშნული (მეორე) ქვესისტემა შედგება ერთი არხისაგან, რომელიც რეგულარულად, დროის ყოველ Δ შუალედში ერთხელ ივსება B სიდიდის თანხით (ან რაიმე სახის პროდუქტით). ჩვენ ვგულისხმობთ, რომ

$B \in \mathrm{N}$ განაცხადის მომსახურება ნიშნავს მისთვის გარკვეული თანხის გამოყოფას, თუკი არხში გვაქვს საკმარისი თანხა (არხს მომავალში საბიუჯეტო ფონდი ვუწოდოთ). თუ საბიუჯეტო ფონდი არასაკმარისია განაცხადის სრული დაკმაყოფილებისთვის, მაშინ განაცხადი კმაყოფილდება ნაწილობრივ, რამდენადაც საბიუჯეტო ფონდი იძლევა ამის საშუალებას და ამის შემდეგ ელოდება ფონდის შემდგომ შევსებას საკმარის დონემდე. განცხადების მომსახურება წარმოებს ქვესისტემაში მათი შემოსვლის რიგითობის მიხედვით. ვიგულისხმოთ, რომ ერთი განაცხადისათვის აუცილებელი თანხა θ შემთხვევითი სიდიდეა, რომელიც ღებულობს მხოლოდ მთელ მნიშვნელობებს და რომლის განაწილების კანონი ცნობილია. თითოეული განაცხადისთვის თანხის გამოყოფა ხდება დროის იმდენად მცირე შუალედში, რომ ჩვენ უგულებელვყოფთ მას და ვგულისხმობთ, რომ მომსახურება ხდება მყისიერად, როგორც კი დადგება მისი მომსახურების რიგი და საბიუჯეტო ფონდში გვექნება საკმარისი თანხა.

ვიპოვოთ დროის t მომენტში ქვესისტემაში შემოსული განაცხადის რიგში დგომის $\gamma_2(t)$ დროის განაწილების კანონი. ამისთვის ჯერ განვიხილოთ ჯამი $\sigma(t)$ ყველა იმ განაცხადის დაკმაყოფილებისთვის აუცილებელი თანხებისა, რომლებიც შემოვა დროის t მომენტამდე (t მომენტის ჩათვლით). მაშინ გვექნება

$$p(\sigma(t) < x) = \begin{cases} p_o(t) + \sum_{k=1}^{\infty} p(\overline{\mathrm{B}} + \theta_1 + \theta_2 + \ldots + \theta_k < x) p_k(t) & \text{თუ } \overline{\mathrm{B}} < x, \\ 0 & \text{თუ } \overline{\mathrm{B}} \geq x, \end{cases}$$

სადაც $\overline{\mathrm{B}}$ არის საბიუჯეტო ფონდის სიდიდე დროის საწყის მომენტში, ხოლო θ_i $(i = 1,2,\ldots)$ - დროის $[0,t]$ მონაკვეთში შემოსული i-ური განაცხადისათვის აუცილებელი თანხა.

ცხადია, $\gamma_2(t)$ ღებულობს მხოლოდ 0 და $\left(\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+1\right)\Delta - t + k\Delta\right)$ $(k = 0,1,2,\ldots)$ მნიშვნელობებს შემდეგი ალბათობებით (ცხრილი 3.1):

ცხრილი 3.1

0	$p\left(\sigma(t) \le B\left[\frac{t}{\Delta}\right]+1\right)$
$\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+1\right)\Delta - t$	$p\left(B\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+1\right) < \sigma(t) \le B\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+2\right)\right)$
$\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+1\right)\Delta - t + k\Delta$, $k \ge 1$	$p\left(B\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+k+1\right) < \sigma(t) \le B\left(\left[\frac{t}{\Delta}\right]+k+2\right)\right)$

სანამ გადავიდოდეთ მესამე ქვესისტემის შესწავლაზე, ვნახოთ როგორია მეორე ქვესისტემის შესაძლო მდგომარეობები. ცხადია, ეს მდგომარეობები განისაზღვრება იმით, თუ რამდენი განაცხადი დგას რიგში და, აგრეთვე, იმით, თუ რა სიდიდისაა საბიუჯეტო ფონდი. ამასთან, ცხადია, თუ რიგში დგას ერთი მაინც განაცხადი, მაშინ საბიუჯეტო ფონდი ცარიელია (წინააღმდეგ შემთხვევაში, რიგში მდგომი განაცხადიც დაკმაყოფილდებოდა). აქედან გამომდინარე, შემოვიღოთ აღნიშვნები: ყოველი $k \in N \cup \{0\}$- სათვის, $E_{(k,o)}$ აღნიშნავს ქვესისტემის მდგომარეობას, როცა რიგში დგას ზუსტად k განაცხადი და საბიუჯეტო ფონდი ცარიელია, ხოლო $E_{(0,k)}$ აღნიშნავს ქვესისტემის ისეთ მდგომარეობას, როცა რიგში არც ერთი განაცხადი არ დგას და საბიუჯეტო ფონდის სიდიდეა k. აღვნიშნოთ η_t სიმბოლოთი ქვესისტემის მდგომარეობა დროის t მომენტში.

$\eta_o, \eta_\Delta, \eta_{2\Delta} \ldots$ მიმდევრობა ქმნის მარკოვის ჯაჭვს და გადასვლის ალბათობებისათვის გვაქვს

$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta}=E_{(m,0)} \middle/ \eta_{i\Delta}=E_{(k,0)}\right)=\sum_{n=\max(0,m-k)}^{\infty} p_n(\Delta)\times$$
$$\times p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k+n-m}\le B, \theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k+n-m+1}>B\right)=$$
$$=\sum_{n=\max(0,m-k)}^{\infty} p_n(\Delta)\left(p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k+n-m}\le B\right)+p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k+n-m+1}>B\right)-1\right),$$

$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta}=E_{(0,m)} \middle/ \eta_{i\Delta}=E_{(k,0)}\right)=$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\Delta)P\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k+n}=B-m\right) \qquad \text{თუ } m\le B,$$
$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta}=E_{(0,m)} \middle/ \eta_{i\Delta}=E_{(k,0)}\right)=0 \qquad \text{თუ } m>B,$$

$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta}=E_{(m,0)} \middle/ \eta_{i\Delta}=E_{(0,k)}\right)=\sum_{n=m}^{\infty} p_n(\Delta)p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{n-m}\le k, \theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{n-m+1}>k\right)=$$
$$=\sum_{n=m}^{\infty} P_n(\Delta)\left(p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{n-m}\le k\right)+p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{n-m+1}>k\right)-1\right),$$
$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta}=E_{(0,m)} \middle/ \eta_{i\Delta}=E_{(k,0)}\right)=\sum_{n=0}^{\infty} p_n(\Delta)p(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n=k+B-m) \qquad \text{თუ } k+B\ge m,$$
და
$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta}=E_{(0,m)} \middle/ \eta_{i\Delta}=E_{(0,k)}\right)=0 \qquad \text{თუ } k+B<m.$$

ამასთან, საწყისი ალბათობებისათვის გვაქვს:
$$p(\eta_0=E_{(k,0)})=0,$$
$$p(\eta_0=E_{(0,k)})=\begin{cases}0, & \text{თუ } k\ne B,\\ 1, & \text{თუ } k=B.\end{cases}$$

ახლა ნებისმიერი $s\in S=\{(k,0)|k\in N\cup\{0\}\}\cup\{(0,k)|k\in N\cup\{0\}\}$-სათვის შეგვიძლია ვიპოვოთ:
$$p(\eta_{i\Delta}=E_s)=\sum_{s_0,s_1,\ldots,s_{i-1}\in S} p(\eta_0=E_{s_0})\times p\left(\eta_\Delta=E_{s_1} \middle/ \eta_0=E_{s_0}\right)\ldots p\left(\eta_{i\Delta}=E_s \middle/ \eta_{(i-1)\Delta}=E_{s_{i-1}}\right).$$
$A_{i\Delta}$ სიმბოლოთი აღვნიშნოთ ხდომილობა, რომელიც მდგომარეობს

იმაში, რომ დროის $i\Delta$ მომენტში საბიუჯეტო ფონდი არ შეივსება ჩვეული B სიდიდით. გვაქვს:

$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta} = E_{(l,0)} \Big/ \eta_{i\Delta} = E_{(k,0)}, A_{(i+1)\Delta}\right) = 0 \qquad \text{თუ } l < k,$$

$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta} = E_{(l,0)} \Big/ \eta_{i\Delta} = E_{(k,0)}, A_{(i+1)\Delta}\right) = p_{l-k}(\Delta) \qquad \text{თუ } l \geq k,$$

$$p\left(\eta_{(i+1)\Delta} = E_{(l,0)} \Big/ \eta_{i\Delta} = E_{(0,k)}, A_{(i+1)\Delta}\right) =$$

$$= \sum_{n=l}^{\infty} p_n(\Delta)\Big(p\big(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_{n-l} \leq k,\ \ \theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_{n-l+1} > k\big)\Big) =$$

$$= \sum_{n=l}^{\infty} p_n(\Delta)\Big(p\big(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_{n-l} \leq k\big) + p\big(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_{n-l+1} > k\big) - 1\Big).$$

შემდგომში დაგვჭირდება შემდეგი ალბათობების მნიშვნელობის ცოდნა:

$$p\left(\eta_{i\Delta} = E_{(l,0)} \Big/ A_{i\Delta}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} p\big(\eta_{(i-1)\Delta} = E_{(0,k)}\big) p\left(\eta_{i\Delta} = E_{(l,0)} \Big/ \eta_{(i-1)\Delta} = E_{(0,k)}, A_{i\Delta}\right) +$$
$$+ \sum_{k=0}^{l} p\big(\eta_{(i-1)\Delta} = E_{(k,0)}\big) p_{l-k}(\Delta). \qquad (3.1.9.)$$

მეორე ქვესისტემიდან გამომავალი ნაკადი F წარმოადგენს შემავალ ნაკადს მესამე ქვესისტემისათვის, რომელიც ვგულისხმობთ, რომ $F|M|h$ ტიპისაა. ცხადია, თუ მეორე ქვესისტემა დროის $i\Delta$ მომენტში იმყოფება $E_{(k,0)}$ მდგომარეობაში, მაშინ დროის $[i\Delta,\ (i+1)\Delta)$ შუალედში $F = 0$ და მესამე ქვესისტემა $0|M|h$ ტიპისაა. $g_k(t)$ სიმბოლოთი აღვნიშნოთ ალბათობა იმისა, რომ $0|M|h$ სისტემაში დროის t მომენტში იმყოფება ზუსტად k განაცხადი. შეიძლება შემოწმდეს, რომ $g_k(t)$ ალბათობები აკმაყოფილებს შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებებს:

$$A_z, \qquad (3.1.10)$$

$$g_0'(t) = \nu g_1(t), \qquad (3.1.11)$$

$$g_k'(t) = -k\nu g_k(t) + (k+1)\nu g_{k+1}(t) \qquad \text{თუ } 1 \leq k < h, \qquad (3.1.12)$$

$$g'_k(t) = h\nu\left(g_k(t) + g_{k+1}(t)\right) \qquad \text{თუ } k \geq h, \qquad (3.1.13)$$

სადაც ν არის ერთი განაცხადის მომსახურების მაჩვენებლიანი დროის პარამეტრი. ისევე როგორც (3.1.3) - (3.1.5) სისტემისათვის, აქაც ვგულისხმობთ, რომ (3.1.10) – (3.1.13) სისტემის ამონახსნი ცნობილია, თუკი მოცემულია საწყისი ალბათობები $g_k(0)$.

ვთქვათ, დროის $i\Delta$ მომენტში მეორე ქვესისტემა იმყოფება $E_{(0,k)}$ მდგომარეობაში. τ_i სიმბოლოთი აღვნიშნოთ დროის ის მომენტი, როცა საბიუჯეტო ფონდი დაცარიელდება, თუკი ამ ფაქტს მართლაც ექნება ადგილი დროის $[i\Delta,\,(i+1)\Delta)$ შუალედში, ხოლო τ_i იყოს ∞, თუ დროის აღნიშნულ შუალედში საბიუჯეტო ფონდი არ ცარიელდება. შევამჩნევთ, რომ

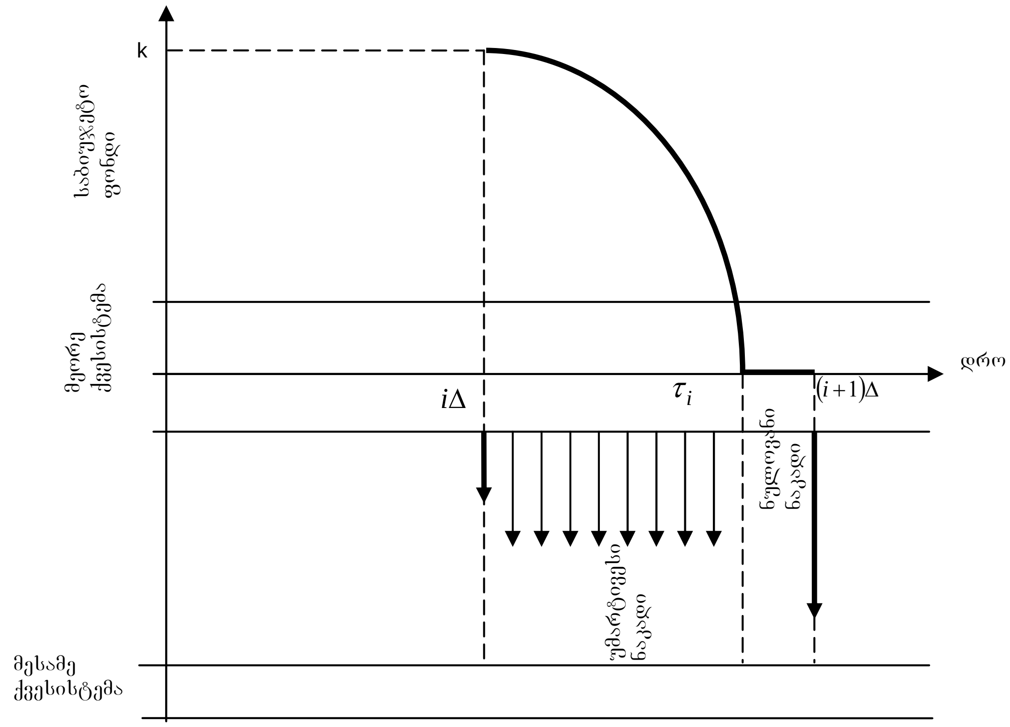
$$p\left(\tau_i = \infty \middle/ \eta_{i\Delta} = E_{(0,k)}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n(\Delta)\, p\left(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n \leq k\right),$$

$$p\left(\tau_i < x \middle/ \eta_{i\Delta} = E_{(0,k)}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n(x - i\Delta)\, p\left(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n > k\right)$$

ყოველი $x \in [i\Delta,\,(i+1)\Delta)$-სათვის. მომავალში ვიგულისხმებთ, რომ τ_i ღებულობს მხოლოდ მთელ მნიშვნელობებს $i\Delta,\,(i\Delta+1)$, $(i\Delta+2),\ldots,((i+1)\Delta-1)$, ან მნიშვნელობას ∞.

დროის $i\Delta$ მომენტში მეორე ქვესისტემიდან მესამეში შეიძლება შევიდეს რამდენიმე განაცხადი. დროის $(i\Delta, \tau_i]$ შუალედში ნაკადი F არის უმარტივესი და აქვს λ ინტენსივობა, ხოლო $\left(\tau_i, (i+1)\Delta\right)$ შუალედში გამომავალი ნაკადი უდრის 0-ს (ნახ.3.1).

მესამე ქვესისტემის ისეთი მდგომარეობა, როცა მასში ზუსტად k განაცხადია (მომსახურების პროცესში მყოფ განაცხადთა ჩათვლით) აღვნიშნოთ E_k სიმბოლოთი, ხოლო ζ_t-თი - ამ ქვესისტემის მდგომარეობა დროის t მომენტში.



ნახ.3.1. დამოკიდებულება **საბიუჯეტო ფონდი – დრო** და განაცხადების ნაკადი F.

ალბათობები $p(\zeta_t = E_k)$ ვიპოვოთ შემდეგი თანამიმდევრობით: ჯერ ვიპოვოთ აღნიშნული ალბათობები $t \in [0, \Delta)$-სათვის, შემდეგ ვიპოვოთ $P\left(\zeta_\Delta = E_k \middle/ A_\Delta\right)$, რის საფუძველზეც ვიპოვით $p(\zeta_\Delta = E_k)$-ს. შემდეგ $t \in (\Delta, 2\Delta)$-სათვის ვიპოვოთ $p(\zeta_t = E_k)$, შემდეგ – $p\left(\zeta_{2\Delta} = E_k \middle/ A_{2\Delta}\right)$, რის საფუძველზეც ვიპოვით $p(\zeta_{2\Delta} = E_k)$ და ა.შ.

დავუშვათ, რომ, როცა $t \in [(i-1)\Delta, i\Delta)$, ალბათობა $p(\zeta_t = E_k)$ ცნობილია და, აგრეთვე, ცნობილია $p\left(\zeta_{i\Delta} = E_k \middle/ A_{i\Delta}\right)$ ყველა $k \geq 0$-სათვის. ვიპოვოთ $p(\zeta_{i\Delta} = E_k)$ გვაქვს:

$$p(\zeta_{i\Delta}=E_k)=\sum_{n=0}^{k}\sum_{l=k-n}^{\infty}p\left(\zeta_{i\Delta}=E_n \big/ A_{i\Delta}\right)p\left(\eta_{i\Delta}=E_{(l,0)} \big/ A_{i\Delta}\right)\times$$
$$\times p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k-n}\le B,\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k-n+1}>B\right)=$$
$$=\sum_{n=0}^{k}\sum_{l=k-n}^{\infty}p\left(\zeta_{i\Delta}=E_n \big/ A_{i\Delta}\right)p\left(\eta_{i\Delta}=E_{(l,0)} \big/ A_{i\Delta}\right)\times$$
$$\times\left(p\left(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_{k-n}\le B\right)+p\left(\theta_1+\theta_2+\ldots+\theta_{k-n+1}>B\right)-1\right).$$

გავიხსენოთ, რომ $p\left(\eta_{i\Delta}=E_{l,0)} \big/ A_{i\Delta}\right)$ მოიცემა (3.1.9) ფორმულით.

ვთქვათ, $t\in[i\Delta,(i+1)\Delta)$. ადვილად შეინიშნება, რომ ასეთი t-სათვის ადგილი აქვს შემდეგ ტოლობას:

$$p(\zeta_t=E_k)=\sum_{l=0}^{\infty}p\left(\eta_{i\Delta}=E_{(0,l)}\right)\left(\sum_{x=i\Delta}^{[t]}p\left(\tau_i=x \big/ \eta_{i\Delta}=E_{(0,l)}\right)g_k\left(t-x\right)+\right.$$
$$\left.+\,p\left(\tau_i>t \big/ \eta_{i\Delta}=E_{(0,l)}\right)f_k\left(t-i\Delta\right)\right)+\sum_{n=1}^{\infty}p(\eta_{i\Delta}=E_{(n,0)})\overline{g}_k(t-i\Delta), \tag{3.1.14}$$

სადაც $f_k(t)$ არის (3.1.3)–(3.1.5) სისტემის ამონახსნი, საწყისი პირობებით, სადაც m-ის მაგივრად უნდა ვიგულისხმოთ h, ხოლო და μ-ს მაგივრად - ν შემდეგი საწყისი პირობებით:

$$f_n(0)=p(\zeta_{i\Delta}=E_n),\qquad (n\ge 0). \tag{3.1.15}$$

$g_k(t)$ წარმოადგენს (3.1.10) - (3.1.13) სისტემების ამონახსნს შემდეგი საწყისი პირობებით:

$$g_n(0)=f_n(x-i\Delta)\qquad (n\ge 0), \tag{3.1.16}$$

ხოლო $\overline{g}_k(t)$ წარმოადგენს (3.1.10) – (3.1.13) სისტემის ამონახსნს შემდეგი საწყისი პირობებით:

$$\overline{g}_n(0)=p(\zeta_{i\Delta}=E_n)\qquad (n\ge 0) \tag{3.1.17}$$

$p\left(\zeta_{(i+1)\Delta}=E_k \big/ A_{(i+1)\Delta}\right)$ ალბათობა მოიცემა (3.1.14) ფორმულის მარჯვენა მხარეს მყოფი გამოსახულებით, როცა $t=(i+1)\Delta$, ხოლო საწყისი პირობები $f_k(0)$, $g_k(0)$ და $\overline{g}_k(0)$ - სათვის რჩება ისევ (3.1.15)–(3.1.17), ზუსტად

იმავე ინდექსებით. ამრიგად, $p(\zeta_t = E_k)$ განსაზღვრულია ნებისმიერი $t \geq 0$ და $k \geq 0$-სათვის.

ამის შემდეგ შეგვიძლია გამოვთვალოთ მესამე ქვესისტემაში დროის t მომენტში შემოსული განაცხადის ლოდინის $\gamma_3(t)$ დროის განაწილების ფუნქცია იმის მსგავსად, თუ როგორ გავაკეთეთ ეს პირველი ქვესისტემისათვის (იხ. (3.1.6)–(3.1.8)), რის საფუძველზეც ვიპოვით ასეთი განაცხადის მესამე ქვესისტემაში ყოფნის $\delta_3(t)$ დროის განაწილების ფუნქციას. დაბოლოს, შევნიშნოთ, რომ ზემოთ მიღებული შეთანხმების თანახმად, $\kappa(t) = \alpha + \gamma_2(t) + \delta_3(t + \gamma_2(t))$ შემთხვევით სიდიდეს აქვს ექსპონენციალური განაწილება. მისი პარამეტრის მოსაძებნად შეგვიძლია გამოვიყენოთ ქვემოთ განხილული მსჯელობა და უმცირეს კვადრატთა მეთოდი.

თუ განაცხადი სისტემაში შემოვიდა დროის t მომენტში, მაშინ მისი სისტემაში ყოფნის დრო არის

$$T(t) = \delta_1(t) + \gamma_2(t + \delta_1(t)) + \delta_3(t + \delta_1(t) + \gamma_2(t + \delta_1(t))). \qquad (3.1.18)$$

ამ მომენტიდან ვიგულისხმოთ, რომ დრო ღებულობს მხოლოდ დისკრეტულ მნიშვნელობებს 0,1,2,... (რაც სავსებით ეთანხმება 112 გვ-ზე მოცემულ შეთანხმებას) ასე რომ, ყველა შემთხვევითი სიდიდე (3.1.18)-ში არის დისკრეტული. ამასთან, თუ რომელიმე მათგანი ω აქამდე განიხილებოდა, როგორც უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდე $F(x)$ განაწილების ფუნქციით, ახლა მივიღებთ, რომ

$$p(\omega = k) = F(k+1) - F(k).$$

ყოველი $t \in N \cup \{0\}$-სათვის განვიხილოთ $(\delta_1(t), \gamma_2(t + \delta_1(t)), \delta_3(t + \delta_1(t) + \gamma_2(t + \delta_1(t))))$ შემთხვევითი ვექტორის განაწილების Φ კანონი. ყოველი $k_1, k_3 > 0$ და $k_2 \geq 0$-სათვის გვაქვს

$$\begin{aligned}
&\Phi(k_1,k_2,k_3)= \\
&= p\left(\delta_1(t)=k_1,\ \gamma_2(t+\delta_1(t))=k_2, \delta_3(t+\delta_1(t)+\gamma_2(t+\delta_1(t)))=k_3\right)= \\
&= p(\delta_1(t)=k_1)\, p\left(\gamma_2(t+\delta_1(t))=k_2 \Big/ \delta_1(t)=k_1\right)\times \\
&\times p\left[\delta_3(t+\delta_1(t)+\gamma_2(t+\delta_1(t)))=k_3 \Big/ \delta_1(t)=k_1, \gamma_2(t+\delta_1(t))=k_2\right].
\end{aligned} \tag{3.1.19}$$

ამასთან,

$$p\left(\gamma_2(t+\delta_1(t))=k_2 \Big/ \delta_1(t)=k_1\right)= p(\gamma_2(t+k_1)=k_2) \tag{3.1.20}$$

და

$$\begin{aligned}
&p\left(\delta_3(t+\delta_1(t)+\gamma_2(t+\delta_1(t)))=k_3 \Big/ \delta_1(t)=k_1, \gamma_2(t+\delta_1(t))=k_2\right)= \\
&= p(\delta_3(t+k_1+k_2)=k_3).
\end{aligned} \tag{3.1.21}$$

(3.1.9)–(3.1.21) – ის გამოყენებით ადვილად ვპოულობთ საძიებელ ალბათობას:

$$\begin{aligned}
&p(T(t)<T)= \sum_{k_1+k_2+k_3<T} \Phi(k_1,k_2,k_3)= \\
&= \sum_{k_1+k_2+k_3<T} p(\delta_1(t)=k_1) p(\gamma_2(t+k_1)=k_2) p(\delta_3(t+k_1+k_2)=k_3).
\end{aligned} \tag{3.1.22}$$

(3.1.22)-ის გათვალისწინებით შეგვიძლია ვიპოვოთ სასამართლოს, როგორც სისტემის გამტარუნარიანობა, ე.ი. λ-ს ისეთი უდიდესი მნიშვნელობა, რომლისთვისაც

$$\sum_{t=0}^{V} p(T(t)<T) \ge Vp ,$$

მოცემული V, p და T-სათვის. ასევე შეიძლება დაისვას ამოცანა მოსამართლეების j და სასამართლო დარბაზების h ისეთი რაოდენობების პოვნის შესახებ, როდესაც ჯამი $\sum_{t=0}^{V} p(T(t)<T)$ უდიდესია ბიუჯეტის B მნიშვნელობისთვის.

3.2. საბიუჯეტო დაწესებულებების სამსახურების, ორგანიზაციული სტრუქტურის სრულყოფა, გადაწყვეტილების მიღების სრულყოფილი პროცესის ფორმირებისათვის

დაწესებულების მართვის პროცესში ხელმძღვანელ მუშაკს უხდება მთელი რიგი საკადრო საკითხების გადაჭრა, როგორებიცაა, მაგალითად, საქმეების მუშაკებზე განაწილება, მუშაკების საქმიანობის შეფასება, მუშაკების დაწინაურება და ა.შ. აღნიშნული საკითხი განვიხილოთ საერთო სასამართლოების დეპარტამენტის მაგალითზე.

საერთო სასამართლოების დეპარტამენტის სტრუქტურული ქვედანაყოფებია: 1. ეკონომიკური ანალიზისა და საფინანსო-საგეგმო სამმართველო; 2. სამშენებლო-საპროექტო სამუშაოთა ორგანიზაციის სამმართველო; 3. საბუღალტრო აღრიცხვა-ანგარიშგების სამმართველო; 4. ინფორმატიზაციის სამმართველო; 5. ნორმატიული უზრუნველყოფის სამმართველო; 6. მონიტორინგისა და ტექნიკური ზედამხედველობის განყოფილება; 7. კადრების სამსახური; 8. საქმეთა მმართველობა; 9. თავმჯდომარის ბიურო; 10. დეპარტამენტში იქმნება: ა) აჭარის ავტონომიური რესპუბლიკის საერთო სასამართლოების მატერიალურ-ტექნიკური უზრუნველყოფის სამმართველო; ბ) აფხაზეთის ავტონომიური რესპუბლიკის საერთო სასამართლოების მატერიალურ-ტექნიკური უზრუნველყოფის სამმართველო;

თითოეულ სტრუქტურულ ერთეულს აქვს თავისი ფუნქცია. მაგალითად, ეკონომიკური ანალიზისა და საფინანსო-საგეგმო სამმართველოს ფუნქციებია: საერთო სასამართლოების ბიუჯეტის შედგენა, იმ სტატისტიკურ მასალებზე დაყრდნობით, რომელიც არის შეგდენილი წინა წელს, თითოეულ სასამართლოზე თუ როგორი იყო წყლის, ელექტრო ენერგიის, საწვავის, საფოსტო გზავნილების, გაზის, შეშის ხარჯები, სამეურნეო ხარჯები, მოსახურების ხელშეკრულებით ჩატარებული

სამუშაოების ღირებულება და ა.შ. ასევე მოსამართლეთა და მომსახურე პერსონალის ხელფასის შედგენა და სხვა. დეპარტამენტში შედგენილი ბიუჯეტი გადაეცემა იუსტიციის უმაღლეს საბჭოს, რომელიც განიხილავს მას და გადასცემს პარლამენტს დასამტკიცებლად. სამშენებლო-საპროექტო სამუშაოთა ორგანიზაციის სამმართველოს ფუნქციებია: სასამართლო შენობების წესრიგში მოყვანა, სარემონტო სამუშაოების წარმოება, ხოლო სამოდელო სასამართლოებში მშენებლობის კოორდინაცია. საბუღალტრო აღრიცხვა-ანგარიშგების სამმართველოს ფუნქციებია: საბუღალტრო აღრიცხვის წარმოება, თანამშრომლების ხელფასების გაცემა, ხაზინასთან და ბანკთან საბუღალტრო ურთიერთობის წარმოება. ინფორმატიზაციის სამმართველოს ფუნქციება: სასამართლოებს შორის კომპიუტერული ქსელის პროექტის მომზადება და დანერგვა, სისხლის და სამოქალაქო სამართლის პროგრამების შედგენა, სასამართლოებში კომპიუტერული ქსელის დამონტაჟება და მისი მუშაობის კოორდინაცია, სასამართლო პერსონალისათვის კომპიუტერული პროგრამების სწავლება და ა.შ. ნორმატიული უზრუნველყოფის სამმართველოს ფუნქციებია: დეპარტამენტისა და საერთო სასამართლოების იურიდიული მომსახურება, საერთო სასამართლოების ინფორმირება ნორმატიული აქტებით, სასამართლოებში შემოსული ბაჟების აღრიცხვა, მოსამართლეთა კონფერენციის კოორდინაცია და ა.შ. მონიტორინგისა და ტექნიკური ზედამხედველობის განყოფილების ფუნქციებია: სასამართლოებში დამონტაჟებული ტექნიკის (ქსეროქსი, კომპიუტერი, გენერატორი) ტექნიკური ზედამხედველობის უზრუნველყოფა, სასამართლოებში ელ. გაყვანილობის გამართვა, გათბობის სისტემის გამართვა და ა.შ. კადრების სამსახურის ფუნქციებია: კადრების შერჩევა, ხელშეკრულებების გაფორმება თანამშრომლებთან და ა.შ. თავმჯდომარის ბიურო უშუალოდ თანამშრომლობს დეპარტამენტის თავმჯდომარესთან. დეპარტამენტში

შექმნილი აფხაზეთისა და აჭარის ავტონომიური რესპუბლიკების საერთო სასამართლოების მატერიალურ-ტექნიკური უზრუნველყოფის სამმართველო უზრუნველყოფს შესაბამისად აფხაზეთისა და აჭარის საერთო სასამართლოების ბიუჯეტის შედგენას, მათ ტექნიკურ აღჭურვილობას, სასამართლო შენობების გამართულობას და ა.შ.

აღნიშნული საკითხებისადმი სისტემური მიდგომის გამოყენებისას, ბევრ სხვა ფაქტორთან ერთად გათვითვალისწინებთ აგრეთვე, ბმულობის ფაქტორს, რომლის განსაკუთრებულ მნიშვნელობას სოციალური სისტემებისათვის ხაზი გაუსვა ინგლისელმა მეცნიერმა რ. ეტკინმა [34-36] ნაშრომებში.

მოვიყვანოთ საჭირო განსაზღვრებები და ფაქტები [35]-დან. შევნიშნოთ, რომ მასში გამოყენებულია კომბინატორული ტოპოლოგიის ტერმინოლოგია. ჩვენი მიზნებისათვის არ არის აუცილებელი ამ მათემატიკური დისციპლინის აპარატის გამოყენება. ამიტომაც, გადმოცემის სიმარტივისათვის, ვისარგებლებთ მხოლოდ სიმრავლურ-თეორიული აპარატით.

სოციალური სისტემა მოსახერხებელია აღიწეროს როგორც სამეული[1] (X,Y,λ), სადაც X და Y სასრული სიმრავლეებია, ხოლო λ არის მიმართება X და Y სიმრავლეებს შორის, ე.ი. $\lambda \subset X \times Y$. სწორედ ასეთ სისტემებთან აქვს საქმე დაწესებულების ხელმძღვანელს, როდესაც ის ამა თუ იმ დავალებების მუშაკებზე განაწილების საკითხზე მუშაობს. ყოველ ასეთ განაწილებას შეესაბამება სამეული (X,Y,λ), სადაც X არის მუშაკების სიმრავლე, Y დავალებების სიმრავლე, ხოლო $(x,y) \in \lambda$ მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა x მუშაკს (და, საზო-

[1] უფრო მიზანშეწონილი იქნებოდა, რომ განგვეხილა ოთხეულები $\left(X,Y,I,(\lambda_i)_{i\in I}\right)$, სადაც X,Y და I სასრული სიმრავლეებია, ხოლო ყოველი λ_i არის მიმართება X და Y სიმრავლეებს შორის. მოცემულ ნაშრომში ჩვენ ვიფარგლებით მხოლოდ იმ შემთხვევით, როცა I ერთელემენტიანი სიმრავლეა.

გადოდ, არა მხოლოდ მას) ეძლევა y დავალება (საზოგადოდ, სხვა დავალებებთან ერთად).

ვთქვათ, $S=(X,Y,\lambda)$ სისტემაა, $x\in X$, $n\in Z$ და $n\geq -1$. x-ს ეწოდება n-ჯერადი, თუ Y სიმრავლეში არსებობს $(n+1)$ ცალი მაინც ელემენტი y ისეთი, რომ $(x,y)\in\lambda$.

ვთქვათ, $m\in Z$ და $m\leq n$. ვთქვათ, გარდა ამისა, x და x' არის X-ის n-ჯერადი ელემენტები. ვიტყვით, რომ x არის m-ბმული x'-თან, თუ არსებობს ისეთი $x_1=x, x_2,\dots,x_k=x'$ ელემენტები X სიმრავლეში და ყოველი i-სათვის $(1\leq i\leq k-1)$ $(m+1)$ ცალი ელემენტი y_{ij} $(1\leq j\leq m+1)$ Y სიმრავლეში, რომ ყოველი $j-$სათვის $(x_i,y_{ij})\in\lambda$ და $(x_{i+1},y_{ij})\in\lambda$.

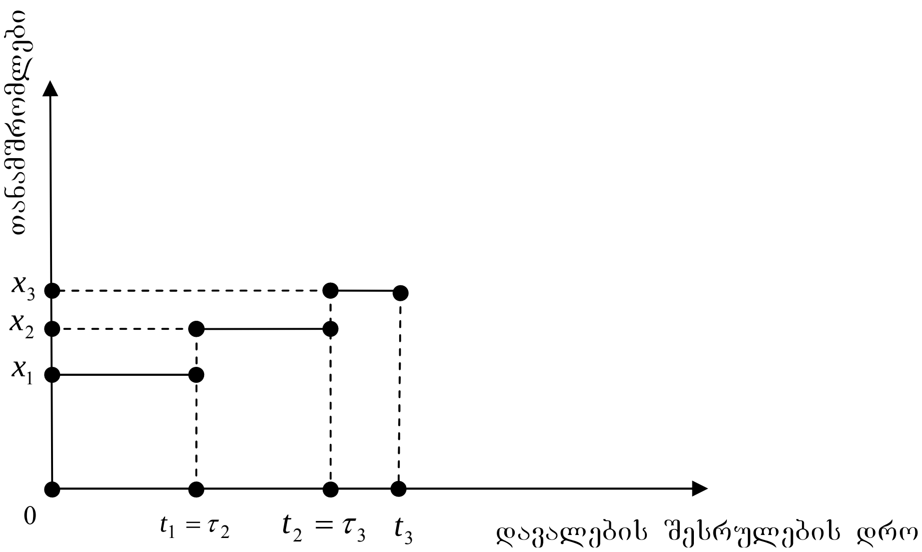
ადვილი დასანახია, რომ X-ის n-ჯერად ელემენტთა სიმრავლეზე მიმართება "x იყოს m-ბმული x'-თან" არის ეკვივალენტობის მიმართება და, მაშასადამე, იწვევს ამ სიმრავლის დაშლას წყვილწყვილად თანაუკვეთ კლასებად. ამ კლასების რაოდენობა აღვნიშნოთ Q_m სიმბოლოთი. რიცხვი Q_m გამოხატავს S-ის m-ბმულობის ხარისხს. ცხადია, $Q_{-1}=1$. ვექტორს $(Q_0,Q_1,\dots,Q_N)$, სადაც N არის უდიდესი მთელი რიცხვი, რომლისთვისაც არსებობს X-ის ერთი მაინც N-ჯერადი ელემენტი, ეწოდება S-ის სტრუქტურული ვექტორი.

[36] ძირითადი შედეგი მდგომარეობს იმაში, რომ სისტემა S მით უფრო მოქნილია, რაც უფრო მცირეა სტრუქტურული ვექტორის Q_i კომპონენტები და, მაშასადამე, რაც უფრო ბმულია სისტემა. ჩვენი აზრით, ეს ფაქტი უნდა იყოს გათვალისწინებული ხელმძღვანელობის მიერ დავალებების მუშაკებზე განაწილების დროს.

მოვიყვანოთ კიდევ ერთი მაგალითი იმისა, თუ როგორ ახდენს ბმულობის ფაქტორი გავლენას გადაწყვეტილების მიღებაზე საკადრო საკითხებში. განვიხილოთ საერთო სასამართლოების დეპარტამენტის თანამშრომლების პრემირების საკითხი.

ვთქვათ, შესასრულებელია რაიმე საქმე, რომელიც შედგება n დავალებებისაგან $(n \in N)$, რომლებიც, თავის მხრივ, დავალებული აქვთ შესასრულებლად $x_1, x_2, \ldots, x_n$ მუშაკებს.

ამასთან, ხელმძღვანელი წინასწარ ადგენს გეგმას, რომლის მიხედვითაც ზუსტად არის განსაზღვრული i-ური დავალების შესრულების დაწყების τ_i და დამთავრების t_i მომენტები (ნახ.3.2). ვთქვათ, გარდა ამისა, დავალებების დროზე შესრულების შემთხვევისათვის გამოყოფილია პრემირების $M_1, M_2, \ldots, M_n$ თანხები შესაბამისად პირველი, მეორე,…,n-ური დავალებებისათვის.



ნახ.3.2. თანამშრომლებზე დავალებათა შესრულების და განაწილების გრაფიკი.

შევნიშნოთ, რომ, საზოგადოდ, თავიანთი დავალებების დროზე შესრულების თვალსაზრისით მუშაკები არ არიან ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელნი, რადგანაც ერთი მუშაკის მიერ თავისი დავალების შესრულების დაგვიანებამ შესაძლოა შეაფერხოს მეორე მუშაკის მიერ თავისი დავალების დროზე დაწყება და შესაბამისად, დროზე დამთავრებაც. გარდა ამისა, ერთი მუშაკის დაგვიანება შეიძლება კომპენსირებული იქნეს მეორე მუშაკის მიერ თავისი დავალების სწრაფი შესრულებით. აქედან გამომდინარე, ისმის კითხვა, თუ როგორ უნდა გა-

ვანაწილოთ თანამშრომლებზე მთლიანი საქმისათვის გამოყოფილი პრემირების $M=\sum_{i=1}^{n} M_i$ თანხა, თუკი ზოგიერთი თანამშრომლის მხრიდან ადგილი ექნება ზემოაღნიშნულ დაგვიანებებს და ზოგიერთი თანამშრომლის მხრიდან კი დავალებების სწრაფ შესრულებას.

განვიხილოთ ის შემთხვევა, როცა გეგმა ისეთნაირადაა შედგენილი, რომ ჯერ უნდა შესრულდეს პირველი დავალება, რომლის დამთავრებისთანავე უნდა დაიწყოს მეორე დავალების შესრულება, მეორე დავალების დასრულებისთანავე უნდა დაიწყოს მესამე დავალების შესრულება და ა.შ. გასაგებია, რომ მინიმალური მოთხოვნა, რაც შეიძლება წაუყენოთ x_i მუშაკს, არის ის, რომ მან უნდა შეასრულოს თავისი დავალება $(t_i - \tau_i)$ დროში (მიუხედავად იმისა, თუ როდის დასრულდება მე-$(i-1)$ დავალების შესრულება), ხოლო მაქსიმალური მოთხოვნა მდგომარეობს იმაში, რომ მან უნდა დააკომპენსიროს ყველა ის დაგვიანება, რაც დაუშვეს $x_1, x_2, \ldots, x_{(i-1)}$ მუშაკებმა. თუ x_i მუშაკი მინიმალურ მოთხოვნასაც ვერ ასრულებს, მაშინ მას პრემიიდან უნდა დაექვითოს გარკვეული თანხა, რომელიც განაწილდება $x_{(i+1)}, x_{(i+2)}, \ldots, x_n$ მუშაკებზე, i-ური დავალების შესრულებისას დაშვებული დაგვიანების კომპენსირებაში მათი წვლილის მიხედვით.

მოყვანილ მსჯელობაში ჩვენ არსებითად ვისარგებლეთ იმ ფაქტით, რომ გეგმას ჰქონდა შემდეგი მარტივი სახე:

$$1 \to 2 \to \cdots \to n.$$

ზოგადად, გეგმის სტრუქტურა შეიძლება იყოს ბევრად რთული. კერძოდ, რომელიმე დავალების დაწყება შეუძლებელი იყოს მანამ, სანამ არ დამთავრდება რამდენიმე პარალელურად შესასრულებელი დავალება. ასევე, შესაძლებელია, რომ რაიმე დავალების დასრულების გარეშე შეუძლებელი იყოს რამდენიმე პარალელურად შესასრულებელი დავალების დაწყება. იმისათვის, რომ ჩამოვაყალიბოთ პრემიის

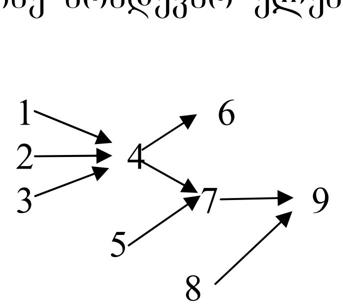
განაწილების ალგორითმი ზოგადი შემთხვევისათვის, მოვიყვანოთ შემდეგი განსაზღვრებები.

ვთქვათ, Y არის დავალებების სიმრავლე. Y-ზე შემოვიღოთ ბინარული ρ მიმართება შემდეგნაირად: ყოველი y და y'–სათვის Y სიმრავლიდან, ვიტყვით, რომ $(y, y') \in \rho$ (და ჩავწერთ $y_{\rho}y'$), თუ y' დავალების დაწყებისათვის აუცილებელია (თუმცა შესაძლოა, რომ არ იყოს საკმარისი) y დავალების დასრულება.

ცხადია, ρ არის ტრანზიტული მიმართება, ე.ი. თუ $y_{\rho}z$ და $z_{\rho}s$, მაშინ $y_{\rho}s$. გარდა ამისა, თუ გეგმა სწორად არის შედგენილი, ρ არის ანტისიმეტრიულიც, რადგანაც შეუძლებელია, რომ რაიმე y და z -სათვის სრულდებოდეს $y_{\rho}z$ და $z_{\rho}y$.

Y-ზე შემოვიღოთ, აგრეთვე, სხვა $<$ მიმართება, რომელსაც განვსაზღვრავთ შემდეგნაირად: ვიტყვით, რომ $y < z$, თუ $y_{\rho}z$ და არ არსებობს ისეთი $s \in Y$, რომ $y_{\rho}s$ და $s_{\rho}z$; ასეთ შემთხვევაში ვიტყვით, რომ y არის z-ის წინა, ხოლო z არის y-ის მომდევნო ელემენტი (დავალება).

ცხადია, $<$ არის ანტისიმეტრიული მიმართება, თუმცა არ არის ტრანზიტული. გარდა ამისა, რაიმე დავალებას შეიძლება ჰქონდეს რამოდენიმე წინა და რამდენიმე მომდევნო ელემენტი (ნახ.3.3).



$(Y, <)$

ნახ.3.3. დავალებათა შესრულების ეტაპები თანამშრომლებს შორის.

Y სასრული სიმრავლეა. ამიტომ მას აუცილებლად აქვს ერთი მაინც მინიმალური ელემენტი, ე.ი. ისეთი, რომელსაც არა აქვს წინა ელემენტი.

შევნიშნოთ, რომ მინიმალური მოთხოვნა, რაც შეიძლება წავუყენოთ რაიმე y დავალების შემსრულებელს ასეთია: მან უნდა შეასრულოს y დავალება $(t_y - \tau_y)$ დროში (მიუხედავად იმისა, თუ როდის დასრულდება y-ის ყველა წინა დავალების შესრულება), ხოლო მაქსიმალური მოთხოვნა მდგომარეობს იმაში, რომ მან უნდა დაასრულოს y დავალების შესრულება დროის t_y მომენტისათვის (რისთვისაც მას, რა თქმა უნდა, მოუწევს გეგმით გათვალისწინებულზე უფრო სწრაფი ტემპით მუშაობა, თუ მისი რომელიმე წინა დავალება აგვიანებს დასრულებას) და, მაშასადამე, თავისი დავალება შეასრულოს $(t_y - \max\limits_{z<y} \bar{t}_z)$ დროში, სადაც $\bar{t}_z$ არის z დავალების დასრულების მომენტი. თუ y დავალების შემსრულებელმა მინიმალური მოთხოვნაც არ დააკმაყოფილა, მაშინ მისთვის თავდაპირველად განკუთვნილი M_y პრემიიდან ექვითება $M_y\left(1 - \dfrac{t_y - \tau_y}{\bar{t}_y - \tau_y}\right)$ თანხა, რომელიც ნაწილდება მის მომდევნო იმ z დავალებებს შორის, რომელთათვისაც $\bar{t}_z - \max\limits_{s<z} \bar{t}_s < t_z - \tau_z$. თუ აღნიშნული დავალებებიდან თითოეულის შემსრულებელმა თავისი სწრაფი მუშაობით y-ის დაგვიანება მთლიანად დააკომპენსირა, მაშინ ეს თანხა ნაწილდება ამ მუშაკებს შორის შემდეგი რიცხვების პროპორციულად

$$b_z = M_z \frac{t_z - \tau_z}{\max(t_z, \bar{t}_z) - \max\limits_{s<z} \bar{t}_s}, \tag{3.2.1}$$

რომლებიც გამოხატავს z დავალებების მიმართ მიყენებული მაქსიმალური მოთხოვნის სირთულის ხარისხს. თუ ეს კომპენსირება მხოლოდ ნაწილობრივია რაიმე z-ის შემთხვევაში, მაშინ z-ს ეძლევა აღწერილი

გზით მიღებული თანხის მხოლოდ $\frac{t-\max\limits_{s<z}\bar{t}_s}{\bar{t}_z-\max\limits_{s<z}\bar{t}_s}$ ნაწილი, ხოლო დარჩენილი თანხა z-ის მომდევნო ელემენტებს შორის ნაწილდება ზემოთ აღწერილი გზით.

მოყვანილი მოსაზრებების შემდეგ გასაგები ხდება, თუ როგორი უნდა იყოს საძიებელი ალგორითმი. ის ითვლის პრემიის P სიდიდეს ჯერ ყველა მინიმალური ელემენტისათვის (დავალებისათვის), შემდეგ მინიმალური ელემენტების მომდევნო ელემენტებისათვის, შემდეგ ამ ელემენტების მომდევნო ელემენტებისათვის და ა.შ. ამასთან, ალგორითმი ითვლის დამხმარე A_y სიდიდეებსაც $(y\in Y)$, რომლებიც შეიძლება ინტერპრეტირებულ იქნეს, როგორც დაგროვილი თავისუფალი თანხები. ალგორითმის მუშაობის პრინციპი შემდეგია:

1) ვთქვათ, y არის Y-ის მინიმალური ელემენტი. თუ $\bar{t}_y\le t_y$, მაშინ $P_y=M_y$ და $A_y=0$.

თუ $\bar{t}_y>t_y$, მაშინ

$$P_y=M_y\frac{t_y-\tau_y}{\bar{t}_y-\tau_y} \tag{3.2.2}$$

და

$$A_y=M_y\left(1-\frac{t_y-\tau_y}{\bar{t}_y-\tau_y}\right).$$

2) ვთქვათ, y-ის ყველა წინა z ელემენტისათვის უკვე დათვლილია P_z და A_z სიდიდეები. თუ $\bar{t}_y-\max\limits_{z<y}t_z\le t_y-\tau_y$, მაშინ

$$P_y=M_y+c_y\sum_{z<y}A_z\frac{b_y}{\sum\limits_{s>z}b_s},$$

$$A_y=(1-c_y)\sum_{z<y}A_z\frac{b_y}{\sum\limits_{s>z}b_s},$$

სადაც $c_y = \min\left(\dfrac{t_y - \max\limits_{q<y} \bar{t}_q}{\bar{t}_y - \max\limits_{q<y} \bar{t}_q}, 1\right)$, ხოლო b_y მოიცემა (3.2.1)-ით. თუ $\bar{t}_y - \max\limits_{z<y} \bar{t}_z > t_y - \tau_y$, მაშინ P_y მოიცემა (3.2.2)-ით, ხოლო A_y-სათვის გვაქვს

$$A_y = \sum_{z<y} A_z \frac{b_y}{\sum\limits_{ს>k} b_ს} + M_y \left(1 - \frac{t_y - \tau_y}{\bar{t}_y - \tau_y}\right).$$

დაბოლოს, შევნიშნოთ, რომ მოყვანილი ალგორითმის თანახმად, იმ თანხის ოდენობა, რომელსაც მიიღებს x_y მუშაკი, დამოკიდებულია არა მხოლოდ მის მუშაობაზე, არამედ ყველა იმ x_z მუშაკზე, რომელთათვისაც z ბმულია y-თან. ამასთან, ეს დამოკიდებულება მით უფრო ძლიერია, რაც უფრო დიდია ბმულობის ხარისხი.

3.3. ბიუჯეტის ფორმირების და მართვის მათემატიკური მოდელი

აღნიშნული საკითხი განხილულია [37,38]-ში. ბიუჯეტის ფორმირებისას სავარაუდო დაფინანსების წყაროებს ახასიათებს როგორც საიმედობის სხვადასხვა ხარისხი, ასევე მათი ფულადი სიდიდის ცვალებადობა რაიმე ინტერვალში. ყოველივე ამის გათვალისწინებით, დაფინანსების წყაროს დასახასიათებლად ერთ–ერთი ყველაზე მოხერხებული საშუალებაა არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის გამოყენება. სახელდობრ, თითოეული დაფინანსების წყაროს აღვწერთ გარკვეული არამკაფიო სიდიდით, რომელიც ასახავს როგორც მის საიმედობას, ასევე შემოსასვლელი თანხის უზუსტობას.

ბიუჯეტის ფორმირების დროს საფინანსო ორგანიზაციას აქვს შემდეგი ინფორმაცია:

1) მათ იციან ზუსტი შემოსავლის წყაროები (მაგალითად, ასეთ წყაროებად შეიძლება ჩავთვალოთ მსოფლიო ბანკის ან სხვა საერთაშორისო საფინანსო ორგანიზაციების კრედიტები და სხვ.). თუ აღნი-

შნული ტიპის წყაროდან შემომავალი თანხა არის m ლარი, მაშინ შესაბამის არამკაფიო სიმრავლეს აღვნიშნავთ $\delta_a:[0,\infty)\to[0,1]$ სიმბოლოთი, სადაც $\delta_a(t)=\begin{cases}0, t\neq a\\ 1, t=a\end{cases}$. ასეთი ტიპის ყველა წყაროს აღვნიშნავთ δ_{a_i} სიმბოლოებით, სადაც $i=\overline{1,k}.$

2) წინა წლების სტატისტიკურ მონაცემებზე დაყრდნობით, ფინანსისტს შეუძლია ააგოს სხვა შემოსავლის წყაროების შესაბამისი არამკაფიო სიმრავლეები. მათ აღვნიშნავთ X_i სიმბოლოებით, სადაც $i=\overline{1,n}.$

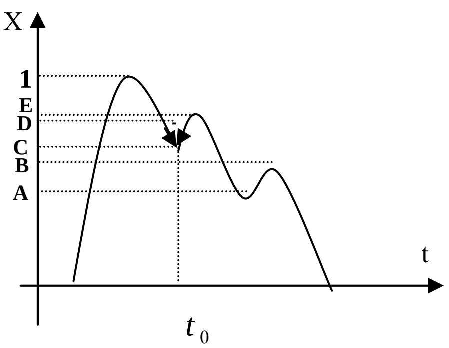
3) ხარჯვით ნაწილში ფინანსურ ორგანიზაციას აქვს აუცილებელი მოთხოვნები (δ ტიპის ფუნქციები), მათ აღვნიშნავთ δ_{m_i} სიმბოლოებით, სადაც $i=\overline{1,p}.$ აღნიშნულ ნაწილში ცალკე ჯგუფად გამოვყოთ მოთხოვნები, რომლებიც დასაშვებია შესრულდეს მეტ-ნაკლები სიზუსტით მათი პრიორიტეტულობის გათვალისწინებით. ეს მოთხოვნები (რომლებიც აგრეთვე წარმოადგენს δ ტიპის ფუნქციებს), აღვნიშნოთ $Y_i=\delta_{\tilde{m}_i}$ სიმბოლოთი, სადაც $i=\overline{1,q}.$ მათი მანორმირებელი წონები (პრიორიტეტები) იყოს $\alpha_i\in(0,1)$ რიცხვები, სადაც $\sum_{i=1}^{q}\alpha_i=1$. $\underline{m}_i$-ით აღვნიშნოთ i-ური დარგის არსებობისათვის საჭირო აუცილებელი მინიმუმის ფულადი ეკვივალენტი, $i=\overline{1.q}.$

ვთქვათ, X არამკაფიო სიდიდეა. დავაფიქსიროთ $\beta\in(0,1]$ რიცხვი და განვიხილოთ ამ უკანასკნელის β დონის სიმრავლის წარმოდგენა ბმული ინტერვალების სახით $X^{\beta}=\bigcup_{i=1}^{n(\beta)}\Delta_i^{\beta}$, სადაც Δ_i^{β}-ები ბმულობის კომპონენტებია, ხოლო $n(\beta)=\dim H_0(X^{\beta},Z)$ ბმულობის კომპონენტების რიცხვი. განვსაზღვროთ $m_{\beta}^{*}(X)$ რიცხვი შემდეგი ფორმულით:

$$m_{\beta}^{*}(X)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(b_{\frac{n(\beta)+1}{2}}-a_{\frac{n(\beta)+1}{2}}), \text{ თუ } & n(\beta)\equiv 1 \bmod 2,\\ \dfrac{1}{2}(b_{\frac{n(\beta)}{2}}-a_{\frac{n(\beta)}{2}}), \quad \text{ თუ } & n(\beta)\equiv 0 \bmod 2,\end{cases} \tag{3.3.1}$$

სადაც b_i და a_i შესაბამისად აღნიშნავს Δ_i^{β} ინტერვალების მარჯვენა და მარცხენა საზღვრის წერტილებს. $m_{\beta}^{*}(X)$ რიცხვს ვუწოდოთ β დონის უალბათესი რიცხვი X არამკაფიო სიმრავლისათვის. იქ, სადაც ნათელია, თუ რომელ არამკაფიო სიმრავლეზეა საუბარი, აღნიშნულ სიმბოლოში არ მივუთითებთ მას. შევისწავლოთ $m_X^{\bullet}:(0,1]\rightarrow R$ ასახვის (რომელიც განმარტებულია $m_X^{\bullet}(\alpha)=m_{\alpha}^{*}(X)$ ტოლობით) ზოგიერთი თვისება. რეალური სიტუაციიდან გამომდინარე, განვიხილავთ ისეთ არამკაფიო სიდიდეებს, რომელთა მიკუთვნების ფუნქციები უწყვეტია ყველგან, გარდა შესაძლოა სასრული რაოდენობა წერტილებისა, რომლებშიც მოვითხოვთ, რომ ცალმხრივი ზღვრები არსებობდეს.

Σ_X-ით აღვნიშნოთ X ფუნქციის კრიტიკულ მნიშვნელობათა სიმრავლე. ადვილი შესამჩნევია, რომ $n:(0,1]\rightarrow N$ ფუნქცია ლოკალურად მუდმივია $[0,1]\backslash\Sigma_X$ სიმრავლეზე, ე.ი. Σ_X წარმოადგენს n ფუნქციის ბიფურკაციულ სიმრავლეს. მაგალითად, თუ X არამკაფიო სიმრავლე მოცემულია შემდეგნაირად (ნახ.3.4),



ნახ.3.4. დაფინანსების წყაროთა ჯამური არამკაფიო სიმრავლე.

მაშინ

$$\sum{}_X=\{A,B,C,D,E,F\},$$ ხოლო

$$n(\beta)=\begin{cases}1, \text{ თუ } \beta\le A;\\ 2, \text{ თუ } A<\beta\le B;\\ 1, \text{ თუ } B<\beta\le C;\\ 3, \text{ თუ } C<\beta\le D;\\ 2, \text{ თუ } D<\beta\le E;\\ 1, \text{ თუ } E<\beta\le 1.\end{cases}$$

თეორემა 1. m^* ფუნქციის წყვეტის წერტილთა სიმრავლე შედის Σ_X-ში.

დამტკიცება. ვთქვათ, m^* ფუნქცია წყვეტას განიცდის $t_0\in(0,1]$ წერტილში. ეს ნიშნავს, რომ t_0 წერტილის რაგინდ მცირე δ მიდამოსათვის არსებობს $t_1<t_2$ რიცხვები $(t_0-\delta,t_0+\delta)\cap(0,1]$ მიდამოდან, რომ X^{t_1} და X^{t_2} სიმრავლეებს აქვს ბმულობის კომპონენტების სხვადასხვა რაოდეობა. თუ X^{t_1} სიმრავლის კომპონენტების რიცხვი ნაკლებია X^{t_2} სიმრავლის კომპონენტების რიცხვზე, მაშინ t_0 წარმოადგენს X ფუნქციის ლოკალური მინიმუმის წერტილს. წინააღმდეგ შემთხვევაში – ლოკალური მაქსიმუმის წერტილს.

თეორემა დამტკიცებულია.

თეორემა 2. მართებულია შემდეგი ტოლობა

$$\lim_{\beta\to1}m^*_\beta=m^*_1. \tag{3.3.2}$$

დამტკიცება. რადგან ჩვენ შევთანხმდით, რომ განვიხილავდით მხოლოდ არა უმეტეს სასრული რაოდენობის წყვეტის წერტილთა მქონე არამკაფიო სიდიდეებს, ამიტომ არსებობს ისეთი $\delta>0$ რიცხვი, რომ, თუ $t\in(1-\delta,1]$, მაშინ $n(t)=n(1)$. ცხადია, $X^{-1}([t,1])$ სიმრავლე

წარმოადგენს მრუდწირულ ტრაპეციათა დიზიუნქციურ გაერთიანებებს, რომელთა ქვედა და ზედა ბოლოებს შესაბამისად ქმნის X^t და X^1 სიმრავლეთა ბმულობის კომპონენტები. რადგან თითოეული ტრაპეცია წარმოადგენს ქვედა და ზედა ფუძეებს შორის უწყვეტი ჰომოტოპიის რეალიზაციას, ამიტომ (3.3.2) ტოლობა მართებულია.

თეორემა დამტკიცებულია.

ახლა შევუდგებით ძირითადი თეორემის ჩამოყალიბებას.

ვთქვათ, მოცემული გვაქვს $X_i : \Omega \to [0,1]$ არამკაფიო ინტერვალები, $i = \overline{1,n}$, ($\Omega \subset R$). X-ით და Y-ით შესაბამისად აღვნიშნოთ მათი ჯამი და ნამრავლი ($\mu_{Q_1 \oplus Q_2}(\omega) = \sup\{\min(\mu_{Q_1}(u), \mu_{Q_2}(\omega - u)) | \omega \in R\}$,

$$\mu_{Q_1 \otimes Q_2}(\omega) = \begin{cases} \sup\{\min(\mu_{Q_1}(u), \mu_{Q_2}(\omega / u)) | u \in R \setminus \{0\}\}, & \text{თუ } \omega \neq 0 \\ \max(\mu_{Q_1}(0), \mu_{Q_2}(0)), & \text{თუ } \omega = 0 \end{cases},$$ ე.ი. $X = \bigoplus_{i=1}^{n} X_i$ და $Y = \bigotimes_{i=1}^{n} X_i$. მართებულია შემდეგი თეორემა

თეორემა 3.

ა) $X^{\alpha} \supset \bigoplus_{i=1}^{n} X_i^{\alpha}$, $Y^{\alpha} \supset \prod_{i=1}^{n} X_i^{\alpha}$;

ბ) $\overset{\circ}{X}{}^{\alpha} = \bigoplus_{i=1}^{n} \overset{\circ}{X}{}_i^{\alpha}$, $\overset{\circ}{Y}{}^{\alpha} = \prod_{i=1}^{n} \overset{\circ}{X}{}_i^{\alpha}$; სადაც $\overset{\circ}{A}{}^{\alpha}$ განისაზღვრება $\overset{\circ}{A}{}^{\alpha} = \{A(\omega) > \alpha\}$ ტოლობით.

გ) თუ X_i ფუნქციები უწყვეტია ყველგან, გარდა შესაძლოა სასრული რაოდენობა წერტილებისა, რომლებშიც ფუნქციები ნახევრად უწყვეტია ზემოდან, მაშინ $X^{\alpha} = \bigoplus_{i=1}^{n} X_i^{\alpha}$, $Y^{\alpha} = \prod_{i=1}^{n} X_i^{\alpha}$.

შენიშვნა: აღნიშნულ პუნქტებში რიცხვითი სიმრავლეების ჯამსა და ნამრავლში ქვეშ გვესმის, მათი როგორც R-ის ქვესიმრავლეთა ალგებრული ჯამები და ნამრავლები.

დამტკიცება. თავდაპირველად შევნიშნავთ, რომ დამტკიცება საკმარისია ჩავატაროთ მხოლოდ X სიმრავლისათვის, რადგან Y სიმრავლისთვისაც ანალოგიური მსჯელობა იქნება მართებული (აღნიშნულ დამტკიცებაში არსებითად გამოიყენება ის ფაქტი, რომ R და $R\setminus\{0\}$ სიმრავლეები შესაბამისად წარმოადგენს ადიტიურ და მულტიპლიკატორულ ლის ჯგუფებს).

განვიხილოთ $\Delta_t \subset \Omega^n \subset R^n$ $(n-1)$-განზომილებიანი სიმპლექსი $\Delta_t = \left\{(t_1, t_2, ..., t_n) \in \Omega^n \mid \sum_{i=1}^{n} t_i = t\right\}$. მასზე განვსაზღვროთ $f_t : \Delta_t \to [0,1]$ ფუნქცია შემდეგნაირად:

$$f_t(t_1, t_2, ..., t_n) = \min\{X_1(t_1), X_2(t_2), ..., X_n(t_n)\}.$$

მაშინ განმარტების თანახმად, $X(t) = \sup\limits_{\Delta_t} f_t$.

ა) **პუნქტის დამტკიცება.** ვთქვათ, $t \in \bigoplus_{i=1}^{n} X_i^{\alpha}$, მაშინ არსებობს $(t_1^{\alpha}, t_2^{\alpha}, ..., t_n^{\alpha})$ ნამდვილ რიცხვთა n-ეული, რომ $t = \sum_{i=1}^{n} t_i^{\alpha}$, სადაც $t_i^{\alpha} \in X_i^{\alpha}$. რადგან $f_t(t_1^{\alpha}, t_2^{\alpha}, ..., t_n^{\alpha}) \geq \alpha$, ამიტომ $X(t) \geq \alpha$, ანუ $t \in X^{\alpha}$. ა) პუნქტი დამტკიცებულია.

ბ) **პუნქტის დამტკიცება.** ვთქვათ, $t \in \overset{\circ}{X}{}^{\alpha}$, ე.ი. $\sup\limits_{\Delta_t} f_t > \alpha$. მაშინ არსებობს $(t_1^{\alpha}, t_2^{\alpha}, ..., t_n^{\alpha}) \in \Delta_t$ წერტილი, როდესაც $f_t(t_1^{\alpha}, t_2^{\alpha}, ..., t_n^{\alpha}) > \alpha$, რაც, თავის მხრივ, ნიშნავს, რომ $X_i(t_i^{\alpha}) > \alpha$, $i = \overline{1,n}$. ამიტომ $t = \sum_{i=1}^{n} t_i^{\alpha} \in \bigoplus_{i=1}^{n} \overset{\circ}{X}{}_i^{\alpha}$.

ე.ი. $\overset{\circ}{X}{}^{\alpha} \subset \bigoplus_{i=1}^{n} \overset{\circ}{X}{}_i^{\alpha}$.

ბ) პუნქტი დამტკიცებულია.

გ) **პუნქტის დამტკიცება.** ა)-ს გათვალისწინებით დასამტკიცებელია $X^{\alpha} \subset \bigoplus_{i=1}^{n} X_i^{\alpha}$ ჩართვა.

ვთქვათ, $t \in X^{\alpha}$. თუ $X(t) > \alpha$, მაშინ ბ)-ს ძალით $t \in \bigoplus_{i=1}^{n} \overset{\circ}{X}{}_i^{\alpha} \subset \bigoplus_{i=1}^{n} \overset{\circ}{X}{}^{\alpha}$. ამიტომ არსებითია $X(t) = \alpha$ შემთხვევა. რადგან $\sup_{\Delta_i} f_i = \alpha$, ამიტომ ნებისმიერი ნატურალური k რიცხვისათვის არსებობს $t^k = (t_1^k, t_2^k, ..., t_n^k) \in \Delta_t$ წერტილი, როდესაც $\alpha \geq f_t(t^k) > \alpha - 1/k$, ე.ი. $t_i^k \in \overset{\circ}{X}{}_i^{\alpha - 1/k}$, $i = \overline{1,n}$. ამრიგად, Δ_t სიმპლექსში გაჩნდა $(t^k)_{k \geq 1}$ ვექტორთა მიმდევრობა, რომლიდანაც გამოიყოფა $(\bar{t}^l)_{l \geq 1}$ კრებადი ქვემიმდევრობა, სადაც $\bar{t}^l = (\bar{t}_1^l, \bar{t}_2^l, ..., \bar{t}_n^l)$. t^*-ით აღვნიშნოთ ამ მიმდევრობის ზღვარი, ცხადია, ის წარმოადგენს სიმპლექსის წერტილს (ჩაკეტილობის გამო).

$$X_i(\bar{t}_i^l) > \alpha - 1/l \tag{3.3.3}$$

თუ (3.3.3) უტოლობაში გადავალთ ზღვარზე, ვღებულობთ (უწყვეტობის გამო)

$$X_i(t_i^*) \geq \alpha, \tag{3.3.4}$$

ანუ $t_i^* \in X_i^{\alpha}$. რაც, თავის მხრივ, ნიშნავს, რომ $t = \sum_{i=1}^{n} t_i^* \in \bigoplus_{i=1}^{n} X_i^{n}$. ახლა განვიხილოთ ზოგადი შემთხვევა, ე.ი. ვუშვებთ, რომ შესაძლებელია არამკაფიო სიდიდეებს ჰქონდეთ წყვეტის წერტილები, რომლებშიც ისინი ნახევრად უწყვეტნი არიან ზემოდან. შევნიშნოთ, რომ ჩვენ უწყვეტობა გამოვიყენეთ ბოლო ეტაპზე, როდესაც (3.3.3) უტოლობაში გადავედით ზღვარზე. დავუშვათ, X_{i_0} ფუნქციისათვის $t_{i_0}^*$ წყვეტის წერტილია. მაშინ შესაძლებელია შემდეგი სამი შემთხვევიდან ერთ-ერთი: ა) $\lim_{t \to t_{i_0}^* +} X_{i_0}(t) = \lim_{t \to t_0^{*+}} X_{i_0}(t) < X_{i_0}(t_{i_0}^*)$; ბ) $\lim_{t \to t_{i_0}^{*-}} X_{i_0}(t) < \lim_{t \to t_0^{*+}} X_{i_0}(t) \leq X_{i_0}(t_{i_0}^*)$; გ)

$\lim\limits_{t \to t_{i_0}^{*+}} X_{i_0}(t) < \lim\limits_{t \to t_0^{*-}} X_{i_0}(t) \le X_{i_0}(t_{i_0}^*)$. ადვილი შესამოწმებელია, რომ თითოეული ამ შემთხვევისათვის მართებულია $\delta_{k-1}(\sigma_{k-1}) = \sum\limits_{\sigma_{k-1} \in \delta\sigma_k} (\sigma_k)$, (მიუხედავად იმისა, თუ როგორაა განლაგებული α წერტილი $\lim\limits_{t \to t_{i_0}^{*-}} X_{i_0}(t)$, $\lim\limits_{t \to t_{i_0}^{*+}}$, $X_{i_0}(t_{i_0}^*)$ წერტილების მიმართ). ამით თეორემა სრულად არის დამტკიცებული.

შედეგი: თუ მოცემული გვაქვს არამკაფიო სიმრავლეების სასრული ოჯახი, რომლებიც წარმოიდგინება არამკაფიო სიმრავლეების სასრული გაერთიანებების სახით, ე.ი. $A_i = \bigcup\limits_{j=1}^{q_i} A_{i,j}, i = \overline{1,n}$, მაშინ, თუ $A_{i,j}$ სიმრავლეები აკმაყოფილებს თეორემის გ) პუნქტის პირობებს, მართებულია შემდეგი ტოლობები:

$$(\bigoplus_{i=1}^{n} A_i)^{\alpha} = \bigcup_{\sigma \in \Lambda_n, j_i \in \overline{1,q_i}} (\bigoplus_{i=1}^{n} A^{\alpha}_{\sigma(i),j_i}), (\prod_{i=1}^{n} A_i)^{\alpha} = \bigcup_{\sigma \in \Lambda_n, j_i \in \overline{1,q_i}} (\prod_{i=1}^{n} A^{\alpha}_{\sigma(i),j_i}), \qquad (3.3.5)$$

სადაც Λ_n-ით აღნიშნულია n ელემენტიანი სიმრავლის გადანაცვლებათა ჯგუფი.

პრაქტიკული მოსაზრებებით ყველაზე მოსახერხებელია ისეთი შემთხვევების განხილვა, როდესაც $A_{i,j}$ არამკაფიო სიმრავლეები წარმოადგენს ტრაპეციის ტიპის სიმრავლეებს. მათ ჩვენ აღვნიშნავთ $(\underline{m}_{ij}, \overline{m}_{ij}, \gamma_{ij}, \delta_{ij}, h_{ij})$ ხუთეულით, სადაც

$$(\underline{m}_{ij},\overline{m}_{ij},\gamma_{ij},\delta_{ij},h_{ij})(t)=\begin{cases}0, t\in(-\infty,\underline{m}_{ij}-\gamma_{ij});\\ t\in\dfrac{h_{ij}(t-\underline{m}_{ij}+\gamma_{ij})}{\gamma_{ij}}, t\in[\underline{m}_{ij}-\gamma_{ij},\underline{m}_{ij});\\ h_{ij}, t\in[\underline{m}_{ij},\overline{m}_{ij}];\\ \dfrac{h_{ij}(\overline{m}_{ij}+\delta_{ij}-t)}{\delta_{ij}}, t\in(\overline{m}_{ij},\overline{m}_{ij}+\gamma_{ij}];\\ 0, t\in(\overline{m}_{ij}+\gamma_{ij},+\infty).\end{cases}$$

ხოლო $\underline{m}_{ij}$ და $\overline{m}_{ij}$ წარმოადგენს შესაბამისად ქვედა და ზედა მოდალურ მნიშვნელობებს. γ_{ij} და δ_{ij} არამკაფიობის მარცხენა და მარჯვენა კოეფიციენტებია, h_{ij} - არამკაფიო ინტერვალის სიმაღლე. იმ კერძო შემთხვევაში, როცა $\underline{m}_{ij}=\overline{m}_{ij}$ და $\gamma_{ij}=\delta_{ij}=0$ ვღებულობთ δ ტიპის არამკაფიო ინტერვალს.

ახლა უკვე გვაქვს ყველა აუცილებელი ტექნიკური საშუალება, რათა ბოლომდე მივიყვანოთ ამ პარაგრაფის დასაწყისში წამოწყებული ბიუჯეტის ფორმირების მათემატიკური მოდელის აღწერა.

m-ით აღვნიშნოთ აუცილებელი ჯამური ხარჯი $m=\sum_{i=1,p} m_i$, I-თი აღვნიშნოთ აუცილებელი ჯამური შემოსავალი $I=\sum_{i=1,k} a_i$, ხოლო X-ით აღვნიშნოთ ჯამური არამკაფიო შემოსავლის ფუნქცია, ე.ი. $X=\overset{n}{\underset{i=1}{\oplus}} X_i$. ცხადია ვგულისხმობთ, რომ აღნიშნული არამკაფიო ფუნქციები ტრაპეციის ტიპის ფუნქციათა სასრული გაერთიანებებით გამოისახება.

ბიუჯეტის შედგენისათვის პირველ აუცილებელ მოთხოვნას წარმოადგენს, რომ $\hat{m}=m-a\le\inf X^1$. $\hat{m}$ არის ის აუცილებელი ხარჯი რომელიც გაწეული უნდა იქნეს X შემოსავლიდან. ცხადია, $m_1^*\ge\inf X^1\ge\hat{m}$, სადაც ტოლობას ადგილი აქვს მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ, როცა X არის δ ტიპის ფუნქცია. მე-2 თეორემის თანახმად, არსებობს ისეთი

$\delta > 0$ რიცხვი, რომ, როცა $\beta \in (1-\delta.1]$, მაშინ $m_{\beta}^{*} > \hat{m}$. რადგან აღწერილი არამკაფიო სიმრავლეები კომპაქტურსაყრდენიანებია, ამიტომ ჯამური X სიმრავლეც კომპაქტურსაყრდენიანია, რომელსაც ტრადი-ციულად აღვნიშნავთ $\sup pX$ სიმბოლოთი. ამ სიმრავლეზე არსებული კანონიკური ბორეალის ზომის ნორმირებით ვღებულობთ არამკაფიო ზომას (უფრო მეტიც, ალბათურ ზომას) (იხ. $B(A)+B(\overline{A})=1-\sum\limits_{\substack{E_i \notin \Phi, E_i \not\subset A,\\ E_i \not\subset \overline{A}}} B(E_i)$).

დავაფიქსიროთ $\beta \in (1-\delta.1]$ რიცხვი, ისეთი, რომ $\beta \geq \int\limits_{\sup\ pX} X \circ \mu_x$. ამ უკანასკნელ შეზღუდვას ვიღებთ იმიტომ, რომ X^{β} სიმრავლე არ იყოს მეტისმეტად დიდი (ზომის თვალსაზრისით) და მაშასადამე, საბოლოო შედეგი იყოს უფრო ზუსტი. M_{β}-თი აღვნიშნოთ $m_{\beta}^{*}-\hat{m}$ (ნახ.3.4). აღნიშნული თანხა უნდა გადანაწილდეს პროპორციულად Y_i მოთხოვნებზე, α_i წონების („პრიორიტეტების“) გათვალისწინებით $i=\overline{1,q}$, ამასთანავე საჭიროა სრულდებოდეს შემდეგი უტოლობა (მას შესაძლოა ვუწოდოთ β სიზუსტის ბიუჯეტის რეგულარობის პირობა):

$$M_{\beta} \geq \sum_{i=1}^{q} \underline{m}_i\,. \tag{3.3.6}$$

ცხადია, თუ დარღვეულია (3.3.6) უტოლობა, მაშინ საფინანსო ორგანიზაცია დგება სტრატეგიული მნიშვნელობის (კრიტიკული) გადაწყვეტილების წინაშე, რადგან უკვე წინასწარ არის ცნობილი, რომ ერთ-ერთი დარგი დარჩება აუცილებელი მინიმუმის გარეშე. ქვემოთ ჩვენ ვიგულისხმებთ, რომ ბიუჯეტის რეგულარობის პირობა დაცულია (ეს რასაკვირველია არ წარმოადგენს ზოგადობის შეზღუდვას, რადგან აუცილებლობის შემთხვევაში (3.3.6) უტოლობა დაცული იქნება დეფორმა-

ციის შემდეგ). შევადგინოთ ჯამი $\widetilde{m} = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \cdot \widetilde{m}_i$. k_β-თი აღვნიშნოთ $\frac{M_\beta - \sum_{i=1}^{q} \underline{m}_i}{\widetilde{m}}$ ფარდობა. მაშინ მართებულია შემდეგი ტოლობა:

$$M_\beta = \sum_{i=1}^{q} (\underline{m}_i + k_\beta \cdot \alpha_i \cdot \widetilde{m}_i). \qquad (3.3.7)$$

აღნიშნული ტოლობა გვიჩვენებს, რომ Y_i მოთხოვნა β სიზუსტის ბიუჯეტის აგების დროს ჩვენ შეგვიძლია დავაკმაყოფილოთ $\widehat{m}_i = \underline{m}_i + k_\beta \cdot \alpha_i \cdot \widetilde{m}_i$ თანხით. აღნიშნულ განაწილებას ვუწოდოთ β სიზუსტის ბიუჯეტი. მას აღვნიშნავთ B_β სიმბოლოთი, ე.ი. β სიზუსტის ბიუჯეტი არის ასახვა

$$B_\beta : \{G_1, G_2, ..., G_p, Y_1, Y_2, ..., Y_q\} \to R_+, \qquad (3.3.8)$$

რომელიც მოიცემა შემდეგი ტოლობით:

$$B_\beta(t) = \begin{cases} m_i, t = G_i, i = \overline{1,p} \\ \widehat{m}_i, t = Y_i, i = \overline{1,q} \end{cases} . \qquad (3.3.9)$$

მე-2 თეორემის თანახმად, β სიზუსტის ბიუჯეტის ზღვარი, როცა $\beta \to 1$, ტოლია B_1 ბიუჯეტის, ე.ი. $\lim_{\beta \to 1} B_\beta = B_1$.

შენიშვნა 1. თუ β საკმაოდ ახლოსაა 1-თან, მაშინ B_β ბიუჯეტს ის უპირატესობა აქვს B_1 ბიუჯეტთან შედარებით, რომ საკმაოდ დიდი სიზუსტით შესაძლებელია შევადგინოთ უფრო “მდიდარი“ ბიუჯეტი (ეს მოხდება მაშინ, თუ $m_\beta^* > m_1^*$).

შენიშვნა 2. თუ $m_\beta^* \in X^\beta$ რიცხვების ნაცვლად წინა მსჯელობაში განვიხილავთ $\underline{m}_\beta = \inf X^\beta$ ან $\overline{m}_\beta = \sup X^\beta$ რიცხვებს, მაშინ ავაგებთ $\underline{B}_\beta$ და $\overline{B}_\beta$ ბიუჯეტებს, მათ შესაძლოა ვუწოდოთ შესაბამისად “საარსებო

მინიმუმის“ და “ოპტიმისტური“ β ბიუჯეტები. პირველი მათგანი მიზანშეწონილია ეკონომიკურად განვითარებადი ქვეყნებისათვის, რადგან ამ დროს ნაკლებია საბიუჯეტო კრიზისის ალბათობა, ხოლო მეორე მათგანი უფრო შესრულებადია ეკონომიკურად განვითარებული ქვეყნებისათვის, ამ დროს ცხადია, ნაკლებია დაუგეგმავი შემოსავლების ალბათობა.

ქვემოთ სადემონსტრაციოდ განვიხილავთ ორ მაგალითს. პირველში m^*_β რიცხვებს გამოვთვლით β-ს ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის, ხოლო მეორეში აღნიშნული თეორიის საფუძველზე შევეცდებით მოსალოდნელი ბიუჯეტის პროგნოზირებას.

3.4. საბიუჯეტო დაწესებულების ბიუჯეტის ფორმირების და მართვის მაგალითი ოთხი ტიპის შემოსავლების დროს

მაგალითი 1. ვთქვათ, მოცემული გვაქვს დაფინანსების ოთხი წყარო:

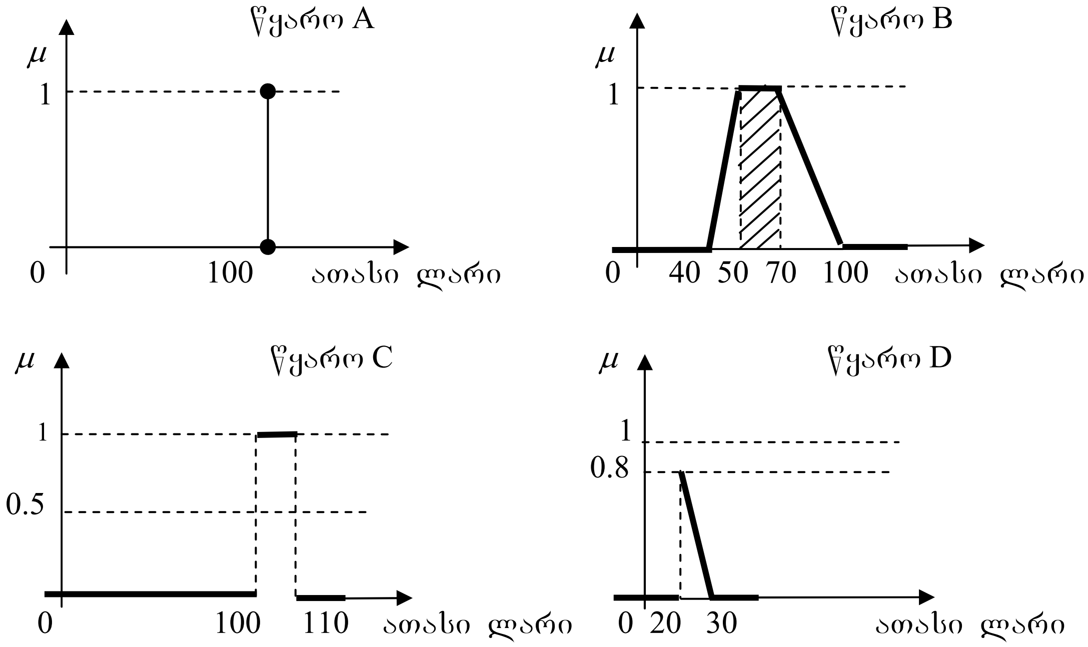
1. $\underline{A}$ დაფინანსების წყარო - სანდოა და ზუსტია, შეადგენს 100 000 ლარს;

2. $\underline{B}$ დაფინანსების წყარო - დაფინანსება უზრუნველყოფილია და მერყეობს 40–100 ათას ლარამდე, მაგრამ უფრო მოსალოდნელია თანხის შემოსვლა 50–70 ათას ლარამდე;

3. $\underline{C}$ დაფინანსების წყარო - სავარაუდოა, რომ დაფინანსება იქნება 100–110 ათას ლარამდე, (თუ გადაწყვეტილება ჯერ მიღებული არ არის, არ შეიძლება მთლიანად გამოვრიცხოთ უარის შესაძლებლობა);

4. $\underline{D}$ დაფინანსების წყარო - ძალიან არასაიმედოა, მოსალოდნელია თანხის შემოსვლა 20 ათას ლარზე მეტი, მაგრამ არავითარ შემთხვევაში არ გადააჭარბებს 30 ათას ლარს;

სხვადასხვა საიმედობის ხარისხის მქონე დაფინანსების წყაროები შეიძლება გამოვსახოთ არამკაფიო სიმრავლეთა მიკუთვნების ფუნქციების სახით, რომლებიც მოყვანილია ნახ. 3.5-ზე:



ნახ.3.5. სხვადასხვა საიმედობის ხარისხის მქონე დაფინანსების წყაროების გამოსახვის მაგალითი, არამკაფიო სიმრავლეთა მიკუთვნების ფუნქციების სახით.

თითოეული არამკაფიო სიდიდე განიხილება, როგორც ტრაპეციის ტიპის და არა აუცილებლად ნორმალური არამკაფიო ინტერვალების გაერთიანების სახით. ყოველი არამკაფიო ინტერვალი M_i წარმოიდგინება ხუთეულით:

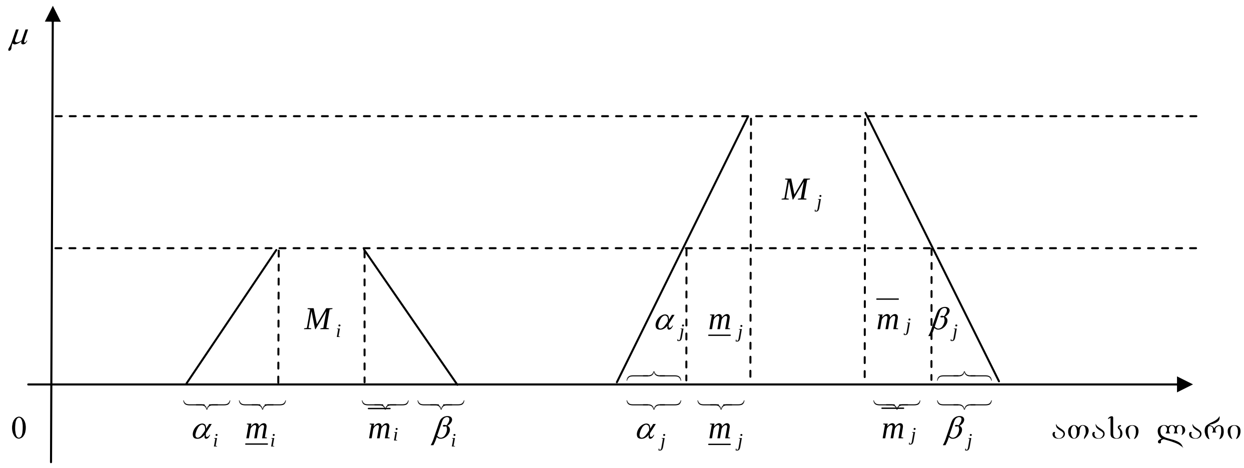
$$M_i = \left(\underline{m_i}, \overline{m_i}, \alpha_i, \beta_i, h_i\right),$$

სადაც $\underline{m_i}$ და $\overline{m_i}$ არის M_i არამკაფიო ინტერვალის მოდალური მნიშვნელობები; α_i და β_i - არამკაფიობის მარცხენა და მარჯვენა კოეფიციენტები, ხოლო h_i - არამკაფიო ინტერვალის სიმაღლე.

ამ აღნიშვნების გათვალისწინებით, სხვადასხვა დაფინანსების წყაროებთან დაკავშირებულ არამკაფიო სიდიდეებს აქვთ შემდეგი სახე:

$$A=(100;100;0;0;1)$$
$$B=(50;70;10;30;1)$$
$$C=C_1\cup C_2=(0;0;0;0;0,5)\cup(100;110;0;0;1)$$
$$D=D_1\cup D_2=(0;0;0;0;1)\cup(20;20;0;10;0,8)$$

არამკაფიო ინტერვალთა შეკრების წესების გამოყენებით გვექნება, რომ, თუ $M_i=(\underline{m}_i,\overline{m}_i,\alpha_i,\beta_i,h_i)$ და $M_j=(\underline{m}_j,\overline{m}_j,\alpha_j,\beta_j,h_j)$ ტრაპეციის ტიპის არამკაფიო ინტერვალებია, მაშინ $M_i\oplus M_j$ აგრეთვე იქნება ტრაპეციის ტიპის არამკაფიო ინტერვალი $(\underline{m},\overline{m},\alpha,\beta,h)$, $h=\min(h_i,h_j)$ (კვეთის ეფექტი), (ნახ.3.6):



ნახ.3.6. არამკაფიო სიდიდეების შეფასება არამკაფიო ინტერვალთა გამოყენებით.

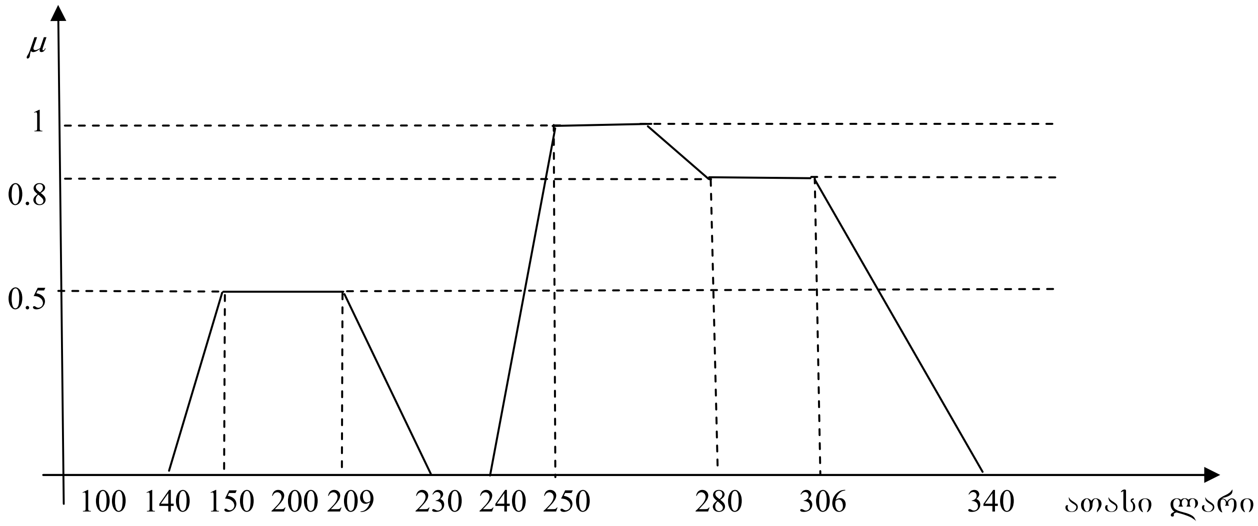
$$\alpha=h\left(\frac{\alpha_i}{h_i}+\frac{\alpha_j}{h_j}\right),\qquad \beta=h\left(\frac{\beta_i}{h_i}+\frac{\beta_j}{h_j}\right),$$

$$\underline{m}=\underline{m}_i+\underline{m}_j-\alpha_i-\alpha_j+\alpha,\quad \overline{m}=\overline{m}_i+\overline{m}_j+\beta_i+\beta_j-\beta.$$

$S=A\oplus B\oplus C\oplus D$ ჯამი მიიღება არამკაფიო ინტერვალების გაერთიანებებით. ჩვენ შემთხვევაში, გვექნება:

$S=(250;280;10;30;1)\cup(145;185;5,15;0,5)\cup(165;209;5;21;0,5)\cup(268;306;8;34;0,8)$ რაც გრაფიკულად გამოსახულია ნახ.3.7-ზე.

მაშასადამე, მიღებული შედეგის თანახმად, ყველაზე მეტად მოსალოდნელი დაფინანსების შუალედია 250÷280 ათასი ლარი; ნაკლებად მოსალოდნელია, რომ დაფინანსებამ გადააჭარბოს 280 ათასი ლარი (0.8 დონე) და, აგრეთვე, ნაკლებად მოსალოდნელია, რომ დაფინანსება არ გადააჭარბებს 150÷200 ათას ლარს (0.5 დონე).



ნახ.3.7. მიკუთვნებათა ჯამური არამკაფიო სიმრავლის მაგალითი.

ნებისმიერ შემთხვევაში, როგორც ვხედავთ, დაფინანსება არ იქნება 140 ათას ლარზე ნაკლები და არ გადააჭარბებს 340 ათას ლარს. C და D წყაროების აღწერისას 0.5 და 0.8 დონეები მიუთითებს, რომ უფრო მოსალოდნელია მივიღოთ 20 ათასი ლარი D წყაროდან, ვიდრე არაფერი მივიღოთ C წყაროდან. ეს ინფორმაცია არ იკარგება და თავს იჩენს საბოლოო შედეგში. აღნიშნული მაგალითისათვის $m_1^* = 265000$, $m_{0.8}^* = 278000$, $m_{0.5}^* = 179500$.

მაგალითი 2. ახლა ჩვენ გასული წლების სტატისტიკურ მონაცემებზე დაყრდნობით შევადგენთ არამკაფიო სიმრავლეებს (მათ ადგენს ექსპერტი) და მათზე ზემოთ აღწერილი არამკაფიო ანალიზის საფუძველზე დავადგენთ შემოსავლების სავარაუდო დიაპაზონს ($\beta = 1$ სიზუსტით). დემონსტრირებას მოვახდენთ თბილისის ერთ-ერთი საფინანსო ორგანიზაციის მაგალითზე (1998 წლის მონაცემები). ქვემოთ ყველგან Ω სი-

მრავლე წარმოადგენს [0,100] სეგმენტს (პროცენტულ სეგმენტს). შესაბამის არამკაფიო სიმრავლეებს ჩვენ აღვნიშნავთ თავზე სწორი ხაზით, ხოლო მათგან ნაწარმოებ (ერთადერთი გზით) $[0,+\infty)$-ზე განსაზღვრულ არამკაფიო სიმრავლეებს - იმავე სიმბოლოებით ოღონდ თავზე ხაზის გარეშე.

გეგმით დამტკიცებული ბიუჯეტი აღვნიშნოთ m-ით. სულ საფინანსო ორგანიზაციის ხარჯვითი ნაწილი შედგება 5 მუხლისაგან: 1) მუშამოსამსახურის ხელფასი, შესაბამისი დამტკიცებული თანხა აღვნიშნოთ m_1-ით, ის ქმნის არამკაფიო სიმრავლეს m-ის მიმართ (გამოსახული პროცენტობით), მას აღვნიშნავთ $\overline{Y}_1$-ით. ამ მუხლის საკასო ხარჯი, თავის მხრივ, ქმნის $\overline{\delta}_{100}$ ტიპის არამკაფიო სიმრავლეს m_1-ის მიმართ (გამოსახული პროცენტობით, რადგან ის წარმოადგენს დაცულ მუხლს), მას აღვნიშნავთ $\overline{X}_1$-ით; 2) დამქირავლებიდან ანარიცხები. აქაც შემოვიტანთ შესაბამის სიდიდეებს m_2, $\overline{Y}_2$, $\overline{X}_2$ ($\overline{X}_2$ წარმოადგენს $\overline{\delta}_{100}$ ტიპის არამკაფიო სიმრავლეს). ანალოგიურ აღნიშვნებს შემოვიტანთ შემდეგი მუხლებისთვისაც: 3) მივლინებები, 4) სხვა საქონელი და მომსახურება, 5) კაპიტალური ხარჯები. შევნიშნოთ, რომ m-ში გათვალისწინებულია მსოფლიო ბანკის მიერ სასამართლო რეფორმისათვის გამოყოფილი კრედიტი, რომელიც $\overline{\delta}_{100}$-ის ტოლია. მისი რიცხვითი მნიშვნელობა m^*-ით აღვნიშნოთ. $\overline{\sum}$-თი აღვნიშნოთ საერთო საკასო ხარჯის მიერ წარმოქმნილი არამკაფიო სიმრავლე $\overline{m} = m - m_1 - m_2 - m^*$-ის მიმართ. ცხადია, რომ მართებულია შემდეგი ფორმულა:

$$\overline{\sum} = \frac{1}{100} \bigoplus_{i=3}^{5} (\overline{X}_i \otimes \overline{Y}_i). \qquad (3.4.1)$$

მაშინ β სიზუსტით პროგნოზირებული რეალური საკასო ხარჯი მოთავსებული იქნება შემდეგ სეგმენტში:

$$[m_1 + m_2 + m^* + 0.01 \cdot \overline{m} \cdot \inf(\overline{\Sigma}^\alpha), m_1 + m_2 + m^* + \sup(\overline{\Sigma}^\alpha)]. \qquad (3.4.2)$$

ჩვენ მიერ აგებულ არამკაფიო სიმრავლეებს აქვს სახე: $X_1 = \delta_{110315}, X_2 = \delta_{23301}, \overline{X}_3 = (6;8;6;0;1) \cup (8;11;0;0;0.6)$,

$\overline{Y}_3 = (4;8;5;0;1) \cup (8;10;0;0;0.7), \overline{X}_4 = (0;5;0;3;1), \overline{Y}_4 = (20;25;2;10;1)$,

$X_5 = (0;3;0;0;1) \cup (25;30;0;0;0.5)$, $Y_5 = (15;18;16.6;0;1)$. (3.3.9) ფორმულის გამოყენებით ვღებულობთ $\overline{\sum}^1 = [0.24;2.43]$. (3.4.1)-ის ძალით ვღებულობთ 1 სიზუსტით პროგნოზირებული საკასო ხარჯის სეგმენტს [134528;142850]. აღნიშნული წლის რეალური საკასო ხარჯი იყო 134442. როგორც ვხედავთ, განსხვავება საკმად მცირეა.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ბიუჯეტის კორექტულად ფორმირებისათვის საჭიროა დაცული იყოს რეგულარობის (3.3.6) უტოლობა. ამ პარაგრაფში განვიხილავთ იმ შემთხვევას, როდესაც აღნიშნული უტოლობა დარღვეულია, ე.ი. ყველა დარგის მინიმალურად უზრუნველყოფისათვის ფინანსურ ორგანიზაციას აკლია $D_\beta = \sum_{i=1}^{q} \underline{m}_i - M_\beta$ ლარი (აქ ცხადია ვგულისხმობთ, რომ ბიუჯეტს ვადგენთ β სიზუსტით). ჩვენ შევეცდებით აღვწეროთ პროცედურა, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ამოვარჩიოთ დასაფინანსებელი დარგები (მას ვუწოდებთ ქირურგიის პროცედურას).

შემოვიტანოთ ზოგიერთი აუცილებელი აღნიშვნა. ვთქვათ, საბიუჯეტო ორგანიზაციების მიერ ნაწარმოები პროდუქციის ნაწილი ურთიერთშორის გადანაწილდება. კერძოდ, i-ური დარგის მიერ ნაწარმოები პროდუქციის x_{ij} ნაწილს მოიხმარს j-ური დარგი ($x_{ij} > 0,\ \sum_{j=1, j\neq i}^{j=q} x_{ij} < 1$).

გარდა ამისა, ვთქვათ, $f_i : R_+ \to [0,1]$, $i = \overline{1,q}$ ფუნქციები აღნიშნავს დასაფინანსებელი ორგანიზაციების არამკაფიო შემოსავლის ფუნქციებს (მათ აგებს ექსპერტი). $K = (k_{ij})_{i,j=\overline{1,q}}$-თი აღვნიშნოთ განსახილველ და-

რგებს შორის ინციდენტურობის მატრიცა, ე.ი. $k_{ij} = \begin{cases} 1, x_{ij} > 0 \\ 0, x_{ij} = 0 \end{cases}$. მაშინ ცხადია, i -ური დარგის მოგების ფუნქციას $I_i : R_+ \to R_+$ აქვს შემდეგი სახე:

$$I_i(t) = t - \sum_{j=\overline{1,q},\, j \neq i} t \cdot x_{ij} . \qquad (3.4.3)$$

თუ F_i -თი აღვნიშნავთ მოგების არამკაფიო სიმრავლეებს, მაშინ გვაქვს თანაფარდობა $F_i(t - \sum t \cdot x_{ij}) = f_i(t)$, ანუ

$$F_i \circ I_i = f_i, \ i = \overline{1,q} . \qquad (3.4.4)$$

(3.4.4) განტოლებებიდან ნათელია, რომ F_i ფუნქციების ამოხსნისათვის საჭიროა I_i ფუნქციების ბიექციურობა. აღნიშნული ტოლობიდან ვღებულობთ, რომ $I_i'(t) = 1 - \sum_{j \neq i} x_{ij} > 0$, ე.ი. I_i ფუნქციები ზრდადია, ამიტომ არსებობს მათი შექცეული ფუნქციები I_i^{-1} და მართებულია შემდეგი ტოლობები

$$F_i = f_i \circ I_i^{-1}, \ i = \overline{1,q}.$$

$$F_i(t) = f_i\left(\frac{t}{1 - \sum_{j=\overline{1,q},\, j \neq i} x_{ij}} \right). \qquad (3.4.5)$$

$\overline{K}$ -თი აღვნიშნოთ K მატრიცის შესაბამისი ბინარული მიმართებით განსაზღვრული სიმპლექსური კომპლექსი, რომლის წვეროები აღჭურვილია F_i ფუნქციებით. ცხადია, საზოგადოდ აღნიშნული კომპლექსი არ არის ბმული (ეს მოხდება მაშინ, როდესაც დასაფინანსებელ ორგანიზაციებს შორის არიან ეკონომიკურად იზოლირებული ჯგუფები, ე.ი. ისეთი ჯგუფები, რომლებსაც ურთიერთშორის არა აქვთ სამეურნეო ურთიერთობები). $\overline{K}$ კომპლექსის ბმულობის კომპონენტები აღვნიშნოთ

K_i, $i=\overline{0,l}$. აღნიშნულ ბმულობის კომპონენტებს ჩვენ შევუსაბამებთ მათ წვეროებთან მდგარი F_i ფუნქციების არამკაფიო ჯამს

$$g_i = \underset{j\in K_i}{\oplus} F_j . \tag{3.4.6}$$

აღნიშნული ფუნქციები წარმოადგენს i-ური ფინანსური ჯგუფის მოგების არამკაფიო სიმრავლეებს, $i=\overline{0,l}$.

ახლა განვიხილოთ l-განზომილებიანი სიმპლექსი, რომლის წვეროები აღჭურვილია ნამდვილი რიცხვებით და არამკაფიო სიმრავლეებით, კერძოდ, a_i წვეროს შევუსაბამებთ $\underline{\underline{m}}_i = \sum_{j\in K_i} \underline{m}_j$ რიცხვს და g_i არამკაფიო სიმრავლეს, $i=\overline{1,l}$. Δ^l სიმპლექსის $\Delta_{i_0,i_1,\dots,i_s} =< a_{i_0}, a_{i_1},\dots,a_{i_s} >$ წახნაგს შევუსაბამოთ $G_{i_0,i_1,\dots,i_s} : R_+ \to [0,1]$ ფუნქცია, რომელიც განსაზღვრულია შემდეგი ტოლობით:

$$G_{i_0,i_1,\dots,i_s} = \overset{s}{\underset{j=0}{\oplus}} g_{i_j} . \tag{3.4.7}$$

$\widetilde{K}(\Delta^l)$-ით აღვნიშნოთ სიმპლექსური კომპლექსი, რომელიც შედგება Δ^l სიმპლექსის იმ $\Delta_{i_0,i_1,\dots,i_s}$ წახნაგებისაგან, რომლებიც აკმაყოფილებს $\sum_{j=0}^{s} \underline{\underline{m}}_{i_j} < M_\beta$ პირობას, სადაც M_β (3.3.6) პირობით განსაზღვრული სიდიდეა. $\tilde{K}(\Delta^l)$-ში შემოვიტანოთ ნაწილობითი დალაგების მიმართება, რომელიც ინდუცირებულია ჩადგმის მიმართებით.

განვიხილოთ ზემოთ აღწერილი ნაწილობრივ დალაგებული $\widetilde{K}(\Delta^l)$ სიმრავლის მაქსიმალური ელემენტები. მათი ერთობლიობა აღვნიშნოთ $\mathfrak{I}$ სიმბოლოთი. განვიხილოთ შემდეგი ასახვა:

$$T^\alpha : \mathfrak{I} \to R_+ , \tag{3.4.8}$$

რომელიც განისაზღვრება $T^\alpha(\Delta_{i_0,i_1,\dots,i_s}) = m^\bullet_\alpha(G_{i_0,i_1,\dots,i_s})$ ტოლობით, სადაც $\alpha \in (0,1]$.

ვიპოვოთ T^{α} ასახვის მაქსიმუმის წერტილი. თუ ასეთი წერტილი ერთზე მეტია, მაშინ მათ შორის რაიმე მოსაზრებით გამოვყოთ ერთი წერტილი, ვთქვათ, ისეთი წერტილი, რომლის წვეროებში მოთავსებული სამეურნეო დარგების პრიორიტეტების ჯამი იყოს მაქსიმალური. ამრიგად, ჩვენ აღვწერეთ პროცედურა, რომელიც საშუალებას გვაძლევს რეგულარულობის პირობის დარღვევის შემთხვევაში დასაფინანსებელი დარგების ერთობლიობიდან მოგების თვალსაზრისით გამოვყოთ უფრო პრიორიტეტული დარგები. აღნიშნულ პროცედურას ვუწოდებთ α-"ქირურგიას".

ამრიგად, აღნიშნული პროცედურის შემდეგ არჩეული გვაქვს ის დარგები, რომელთა დაკმაყოფილება არის შესაძლებელი (არსებობს მათთვის აუცილებელი მინიმუმის შესაბამისი თანხები) და რომლებიც მაქსიმალურ მოგებას მოგვცემს სხვა დარგებთან შედარებით. ამის შემდეგ, ცხადია, საჭიროა პრიორიტეტების გადანაწილება დარჩენილ დარგებს შორის. კერძოდ, თუ დასაფინანსებელი დარგებია $Y_{i_1},\dots,Y_{i_p}$, სადაც $p \le q$, რომელთა საწყისი პრიორიტეტები იყო $a_{i_1},\dots,a_{i_p}$, მაშინ მათი ახალი (გადანაწილებული) პრიორიტეტები იქნება:

$$a'_{i_k} = \frac{a_{i_k}}{\sum_{l=1}^{p} a_{i_l}}, \quad k = \overline{1,p}\,.$$

ამის შემდეგ ყველაფერი მიმდინარეობს ისე, როგორც ზემოთაა აღწერილი.

ნაშრომში დამუშავებული ალგორითმების და მათემატიკური მოდელების საფუძველზე შექმნილია მუშა პროგრამები [39], რომლებიც დანერგილი იქნა საერთო სასამართლოების დეპარტამენტში. აგრეთვე მოცემულია საერთო სასამართლოების დეპარტამენტის ანგარიში [40].

დ ა ს კ ვ ნ ა

1. შესწავლილი და გაანალიზებულია რეგიონათაშორისი ობიექტების სამრეწველო, სამშენებლო, სასამართლო სისტემების და სხვა ურთიერთკავშირით განპირობებული პროცესის ფორმირების ხასიათი და სურათი, რომელიც გამოიხატება რეგიონათაშორისი საგზაო, სარკინიგზო, ენერგეტიკული, საინფორმაციო, ეკონომიკური ნაკადების ფორმირებაში.
2. შემოტანილია რეგიონათაშორისი პროდუქტცვლის სისტემის მდგომარეობის დამახასიათებელი პარამეტრები. მაკროსისტემური მიდგომის საფუძველზე შექმნილია რეგიონათაშორისი პროდუქტთცვლის სისტემის მათემატიკური მოდელი.
3. განხილულია მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირების შედარებითი ანალიზი, შექმნილია რეგიონში ობიექტთაშორისი კომუნიკაციების სტრუქტურის, როგორც ფრაქტალების მართვისა და ანალიზის მათემატიკური მოდელები.
4. შექმნილია საერთო სასამართლოებათაშორისი მატერიალურ-ტექნიკური რესურსების და ინფორმაციული ნაკადების იმიტაციური მოდელები. შესაბამისი მათემატიკური მოდელების პარამეტრების გამოთვლისათვის, დამუშავებულია ალგორითმები ენტროპიის მაქსიმიზაციის პრინციპის გამოყენებით.
5. შექმნილია რეგიონალური სისტემის, როგორც ერთიანი ეკოსისტემის მათემატიკური მოდელი. რომლის საფუძველზე შესაძლებელია რეგიონების დაპროექტებისა და ობიექტების მშენებლობის დროს მიღებულ იქნას ოპტიმალური გადაწყვეტილება სისტემური მიდგომის საფუძველზე.

6. შექმნილია საბიუჯეტო ორგანიზაციის (სასამართლოს ტიპის) ფუნქციონირების მათემატიკური მოდელი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს განვახორციელოთ ობიექტის ჰომეოსტატიკური მართვა.
7. შექმნილია საბიუჯეტო ორგანიზაციის ბიუჯეტის ფორმირების და მართვის მატემატიკური მოდელი, არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე.
8. შექმნილია ბიუჯეტის შემოსავლითი ნაწილის წარმოდგენის მეთოდიკა არამკაფიო სიმრავლეების საშუალებით.
9. შექმნილია საბიუჯეტო დაწესებულების სამსახურების ორგანიზაციული სტრუქტურის სრულყოფის და მართვის ალგორითმი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ სამართლიანი გადაწყვეტილება დავალებათა განაწილების, შესრულებისა და შესაბამისად თანამშრომელთა პრემირებისათვის.
10. მოყვანილია სანიმუშო მაგალითი საბიუჯეტო ორგანიზაციის ბიუჯეტის ხარჯვითი ნაწილის მართვისა, როდესაც გვაქვს ოთხი ტიპის ბიუჯეტის შემოსავლები.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. Посон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980.
2. Машинский Л. Оценка городских территорий по условиям озеленения. В сб. «Комплексная оценка городских территорий», стр. 112-124. Тр. ЦНИИП градостраительства, М., 1971.
3. Федоренко Н.П. Об экономической оценке природных ресурсов. Вопросы экономики, №3. стр. 91-103, 1968.
4. Гофман К.Г., Храбров И. М., Гусев А.А., Мудрецов А.Ф., Пронин Г.В. К вопросу об оптимальности управления земельными ресурсами. Экономика и математические методи, №3, стр. 18-23, 1971.
5. Селиванов Т.А., Гальперин М.А. Планирование городского хозяйства. «экономика», 1970.
6. Макроекономические модели планирования и прогнозирования. Под ред. Э.Б. Ершова. «Статистика», 1970.
7. Михайлов Е.Д. США: проблема больших городов. «Наука», 1973.
8. Канторович Л.В., Макаров В.Л. Оптимальные модели перспективного планирования. В сб. «Применение математики в экономических исследованиях», т. 3, стр. 7-87. «Мысль», 1965.
9. Ланкастер К. Математическая экономика. «Сов. радио», 1972.
10. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. «Мир», 1972.
11. Иванов Ю.Н. и др. Математическое описание элементов экономики, ч. I-II. Изд. Ин-та проблем управления, М., 1973.
12. Волконский В.А. Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. «Наука», 1967.
13. Лившиц В.В. Математическая модель случайно-детерминированного выбора и ее применение для расчета трудовых корреспонденций. В сб.

14. Wilson A. G. Advances and problems in distribution modelling. Transp. Res., v. 4, No. 1, p. 1-18, 1970.
15. Wilson A. A statistical Theory of spatial distribution models. Transp. Res., v. 1, No. 1, p. 253-270, 1967.
16. Попков Ю.С., Посохин М.В. и др. Системный анализ и проблемы развития городов. Наука, 1983.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М. Наука, 1964.
18. Atkin R.H., Int. J.Man – Manchine studies, 4, 1972.
19. ახობაძე მ., მუშკუდიანი ზ. რეგიონალურ სისტემათა, როგორც გეომეტრიული სტრუქტურების ფუნქციონირების ანალიზი. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე. ტ. 150. №1, 1994წ. 37-41.
20. ახობაძე მ. მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირებისა და მართვის საკითხები. მონოგრაფია. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 1997წ. -179 გვ.
21. Stauffez D. Introduction to Percolation Theory. London: Taylor & Francis, 1985.
22. Renyi A. On a new axiomatic theory of probability. //Acta Mathematica Hungarica, 1995, V.6. p. 285-335.
23. Halsey T. C., Jensen M. H., Kadamoff L.P., Procaccia I., Shraiman B.I. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. //phys. Rex. 1986, V. A33.
24. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М. Наука, 1970.
25. ახობაძე მ. გამოთვლითი მეთოდი ერთგვაროვანი მაკროსისტემების სტაციონარული მდგომარეობის განსაზღვრისათვის. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის საიუბილეო სამეცნიერო კონფერენციის შრომები, 1997წ.

26. ახობაძე მ., კურცხალია ე. არაწრფივი ობიექტების იდენტიფიკაცია მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციის საშუალებით. საქართველოს პოლიტექნიკური ინსტიტუტის შრომები №10 (352), 1989წ. 93-96.
27. Попков Ю.С. Макросистемный подход управление города. М.: Наука, 1998.
28. ახობაძე მ., ბრეგვაძე ი. რეგიონალური სისტემის, როგორც ერთიანი ეკოსისტემის მოდელირებისა და მართვისათვის. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის შრომები №3 (453). 2004 წ. 63-66.
29. გვასალია ბ., ბრეგვაძე ი. სასამართლოებს შორის გზავნილების პროცესის მათემატიკური მოდელირება. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის შრომები №3 (457). 2005 წ. 80-83.
30. ახობაძე მ., ბრეგვაძე ი., ზანგურაშვილი დ., ზანგურაშვილი მ., მაჭავარიანი ზ. მაკროსისტემების მათემატიკური მოდელირება და მართვის ალგორითმები. დამხმარე სახელმძღვანელო. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2005 წ. -66გვ.
31. ახობაძე მ., ბრეგვაძე ი. სასამართლოებს შორის ინფორმაციული ნაკადის მათემატიკური მოდელირება საერთო სასამართლოების ბიუჯეტის ფორმირებისათვის. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა. ელიაშვილის სახ. მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, №9, 2005 წ. 84-89.
32. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987.
33. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и матем. статистике. М.: Наука, 1985.
34. Atkin R. H. From cohomology in physics to q-connectivity in social science, Int. J. Man-Machine Studies, 4, 1972.

35. Atkin R. H. An algebra for patterns on a complex, Int. J. Man-Machine Studies, 6, 1974.
36. Математическое моделирование (под ред. Эндрюс Дж., Мак-лоун Р.), М.: Мир, 1979.
37. Akhobadze M., Tevdoradze Z. Analyses of budget formation with the application of fuzzy sets. Bull. Of Georgian Accad. Of Science. V. 164,#2, 2001.
38. ახობაძე მ., ზანგურაშვილი დ. სასამართლოს ბიუჯეტის ოპტიმალური სიდიდის შესახებ. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა. ელიაშვილის სახ. მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, №7 2003 წ. 54-56.
39. ახობაძე მ., ბოსიკაშვილი ზ., გოგიჩაიშვილი გ., სურგულაძე გ., სუხიაშვილი თ., ღვინეფაძე გ. სასამართლო საქმეთა წარმოების ქსელური მართვის ავტომატიზებული სისტემა. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”. თბილისი. 2006 წ. -300 გვ.
40. საერთო სასამართლოების დეპარტამენტის ანგარიში 1999 - 2004 წლებში.