აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

გიორგი ჯინჯიხაძე

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება საბაზო (ძირითად) სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით

პედაგოგიკურ მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარმოდგენილი

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

13.00.02. _ სწავლებისა და აღზრდის თეორია და მეთოდიკა

ხელმძღვანელები: **გიგლა ონიანი** _ პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.

თამაზ მორალიშვილი _ პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.

ქუთაისი 2006

შ ი ნ ა ა რ ს ი

შ ე ს ა ვ ა ლ ი

თანამედროვე სკოლა ორიენტირებულია ჰუმანისტური საგანმანათლებლო პარადიგმის მარეალიზებელი პირობების შექმნაზე, რომელიც მნიშვნელოვნად უწყობს ხელს სწავლის სუბიექტის ფორმირებას, მის მზადყოფნას

თვითგანვითარებისა და სრულყოფისათვის. სასკოლო განათლების ამჟამინდელ სისტემას (მათ შორის საბაზოს) რიგი ნაკლოვანებები გააჩნია. ერთ-ერთ მათგანს წარმოადგენს ის, რომ ცოდნა, უნარი და ჩვევები, რომელსაც ტრადიციული საბაზო სკოლის მოსწავლეები იძენენ, ვერ იძლევა იმის გარანტიას, რომელიც საჭიროა თანამედროვე ადამიანის მოთხოვნილებების დასაკმაყოფილებლად და ცხოვრებისეული პირობების გასაუმჯობესებლად.

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება და განვითარება ამ საქმიანობის რეალიზების პროცესში ხორციელდება. ასეთი საქმიანობისადმი მოთხოვნილების გაჩენა სწავლის სურვილს წარმოშობს, ხოლო სასწავლო მოქმედებათა დაუფლება სწავლის უნარს აყალიბებს. სწავლის უნარი და სურვილი სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის დამახასიათებელი კომპონენტია.

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების პრობლემას ეძღვნება მრავალი გამოკვლევა, რომლებიც მას სხვადასხვა ასპექტში განიხილავს, სასკოლო ასაკის სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკური საფუძვლების მრავალი საკითხი არის დამუშავებული შ. ნადირაშვილის, ნ. იმედაძის, ი. კოტეტიშვილის, ნ. ვასაძის, ზ. ვახანიასა და სხვა თანამედროვე ქართველი მეცნიერების ნაშრომებში. ამ თემის მრავალი ფუნდამენტური საკითხი დამუშავდა გარდასული დროის ქართველი ფსიქოლოგებისა და პედაგოგების მიერ. ამავე საკითხის დიდაქტიკური პირობების გამოვლენას ეძღვნება ი. ბაბანსკის, ი. ლერნერის, მ. სკატკინის და სხვათა ნაშრომები.

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების ტექნოლოგიური მოდელი გადმოცემულია დ. ელკონინისა და ვ. დავიდოვის მიერ შემუშავებული განმავითარებელი სწავლების სისტემაში. მაგრამ, უნდა შევნიშნოთ, რომ კონკრეტული საგნის სწავლებისას ამ მოდელის რეალიზება, კერძოდ, მათემატიკის სწავლების შემთხვევაში, დაზუსტებას საჭიროებს. სახელდობრ, იკვეთება ტენდენცია მეთოდიკური საკითხების ზოგადპედაგოგიური საკითხებით შეცვლისა: სწავლების პროცესში გაცილებით მეტი ყურადღება ეთმობა თვით სასწავლო საქმიანობის, მისი სტრუქტურისა და ფორმების, სასწავლო და გონებრივი საქმიანობების ხერხების დაუფლებასთან ერთად პიროვნების მრავალი კონკრეტული თვისების აღზრდის პრობლემების კვლევას.

ცნება ”სასწავლო საქმიანობა” მეთოდიკაში შედარებით ნაკლებადაა შესწავლილი, სადაც მას კონკრეტული სასწავლო საგნის თავისებურებებით განპირობებული სპეციფიკა გააჩნია. ამასთან დაკავშირებით, იმ რიგი კერძო საკითხების აქტუალიზებას ახდენენ, რომლებიც ხელს უწყობს სასწავლო საქმიანობის ფორმირების ზოგადსასწავლო უნარებისა და პიროვნული თვისებების ჩამოყალიბებას მათემატიკის სწავლების პროცესში.

მათი გადაწყვეტა დამოკიდებულია იმ საშუალებების შერჩევაზე, რომლებიც უზრუნველყოფს:

- მოსწავლეთა ზოგადინტელექტუალურ განვითარებას;
- აზროვნებისა და შემეცნებითი საქმიანობების წესების ათვისებას;
- საგნისადმი და სასწავლო საქმიანობისადმი ინტერესის აღძვრას.

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების ერთ-ერთ ფაქტორად შეიძლება განვიხილოთ საგნის შინაარსობრივი განახლება და მათემატიკის კურსის პროგრამაში ისეთი კომპონენტების ჩართვით, რომლებიც ტრადიციული კურსის ფარგლებს გარეთ გადის და მოსწავლეთა შესაძლებლობებს აფართოებს ცოდნის ათვისების, სხვადასხვა მათემატიკური იდეის ილუსტრირებისა თუ მათემატიკური მეთოდების სილამაზის ჩვენების საქმეში.

სასკოლო განათლების სპეციალისტთა ყურადღება მიმართულია საამოცანო მასალის მოდერნიზებისაკენ. თანამედროვე სასწავლო სახელმძღვანელოებში წარმოდგენილი საამოცანო მასალა, როგორც წესი, გათვლილია ამოხსნის ალგორითმულ ხერხებზე, რაც მნიშვნელოვნად ამცირებს მოსწავლეთა საქმიანობის ინფორმაციულ და ოპერაციულ არეებს. გაზრდილია მეთოდისტების, პრაქტიკოსი მასწავლებლების, სახელმძღვანელოთა ავტორების ინტერესი განსაზღვრული ჟანრის ამოცანებისადმი, რომლებიც სპეციალურ ლიტერატურაში განსხვავებული სინონიმური ტერმინებით მოიხსენიება: პრობლემური, შემოქმედებითი, საძიებო, ევრისტიკული, სახალისო ანუ ისეთი ამოცანებისადმი, რომელთა ამოხსნის ხერხი სუბიექტის განკარგულებაში არ არის. ასეთ ამოცანებს, ობიექტურად ან სუბიექტურად, არასტანდარტულ ამოცანებს უწოდებენ.

პედაგოგიური გამოცდილებით დასტურდება, რომ ზემოთ აღნიშნული ამოცანების ამოხსნის ეფექტურად ორგანიზებული სასწავლო საქმიანობა მოსწავლეთა მათემატიკური კულტურის ფორმირების მნიშვნელოვან საშუალებას წარმოადგენს.

მათ შორის შეიძლება გამოვყოთ მათემატიკური აზროვნების ისეთი თვისებები, როგორიცაა: მოქნილობა, კრიტიკულობა, ლოგიკურობა, რაციონალურობა. მათი ორგანული შერწყმა ადამიანის განსაკუთრებულ უნარებში ვლინდება, რომლებიც მას შემოქმედებითი საქმიანობის წარმატებით განხორციელების, მისი სუბიექტად გახდომის საშუალებას აძლევს.

დადასტურებულია, რომ არასტანდარტულ ამოცანებს ემოციური მომენტი შეაქვთ მოსწავლის გონებრივ საქმიანობაში, მათი საშუალებით ამოხსნის პროცესი შეიძლება განვიხილოთ როგორც პრობლემური სიტუაცია, რაც ხელს უწყობს ფსიქიკური პროცესების მააქტივიზებელი შინაგანი მოტივაციის განვითარებას, რის ხარჯზეც სწრაფად და ხარისხიანად ყალიბდება სასწავლო საქმიანობის განსახორციელებლად საჭირო სააზროვნო ოპერაციები, ლოგიკური ხერხები და შემეცნებითი უნარები.

არასტანდარტული ამოცანა, როგორც მათემატიკური სავარჯიშოების განსაკუთრებული სახეობა მრავალი საზღვარგარეთელი და ადგილობრივი მეცნიერის კვლევის თემას წარმოადგენს. აღნიშნული საკითხის ისტორიული ფესვები ეგვიპტელთა, ბერძენთა, ინდოელთა, ჩინელთა, არაბთა და სხვა ხალხის ნაშრომებიდან მოდის. ამ საკითხს მათემატიკოსთა და პედაგოგთა მრავალი შრომა მიეძღვნა. განსაკუთრებით შეიძლება გამოვყოთ ლეონარდო პიზელის (ფიბონაჩის), კარდანოს, ფერმას, ეილერის, გაუსის და სხვათა სახელები. განსახილველი პრობლემის თაობაზე თანამედროვე გამოკვლევები აქვთ შესრულებული მ. გარდნერს, დ. პოიას, ი. კოლიაგინს, ლ. ფრიდმანს და სხვებს, რომლებშიც ძირითადად გაშუქებულია ასეთი ამოცანების კლასიფიკაციისა და ამოხსნის ხერხების ძიების საკითხები.

სასწავლო საქმიანობისას დასახელებული ჟანრის ამოცანათა გამოკვლევის აუცილებლობა წინააღმდეგობებით განისაზღვრება, რომელიც სწავლების თანამედროვე პროცესისთვისაა დამახასიათებელი. მათემატიკური ხასიათის არასტანდარტული ამოცანები ტრადიციულად წარმოდგენილია სხვადასხვა სახის კლასგარეშე მუშაობაში, სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადებში. უნდა ითქვას, რომ არა მარტო მოსწავლეები, არამედ მასწავლებლებიც გარკვეულ სიძნელეებს აწყდებიან ისეთი ამოცანების ამოხსნის დროს, რომლებიც მცირეოდენ განსხვავდებიან სტანდარტულისაგან. **პირველი წინააღმდეგობა** გამოიხატება არასტანდარტული

ამოცანების გამოყენების აუცილებლობაში, სუბიექტთა სასწავლო უნარ-ჩვევების ეფექტურად ჩამოყალიბებისა და ამ მიმართულებით გაწეული უმნიშვნელო პრაქტიკული მუშაობის თვალსაზრისით.

ნაწილობრივ ეს აისახება ასეთი კატეგორიის ამოცანებზე მუშაობის არასაკმარისი გამოცდილებით, სასწავლო დაწესებულებებში მათემატიკური დისციპლინების შესწავლისა და მასწავლებელთა პედაგოგიური საქმიანობის პროცესში. მხედველობაშია მისაღები, აგრეთვე, იმ ობიექტური სიძნელეების არსებობა, რომლებიც მათ გამოყენებას თან ახლავს: საამოცანო მასალის არატექნოლოგიურობა, მისი რაოდენობრივი და თვისებრივი სინაკლულე საბაზო სკოლის რეალურ მოთხოვნებთან და შესაძლებლობებთან შედარებით, ამოხსნის რეკომენდაციების ზღვრული ლაკონიურობა და სხვ. **მეორე წინააღმდეგობა** წარმოიშობა ობიექტური ხასიათის სიძნელეების გამო (როგორც მასწავლებლის, ისე მოსწავლეების მხრივ), სასწავლო პროცესში, არასტანდარტული ამოცანების პრაქტიკული გამოყენებისა და ამისათვის საჭირო დიდაქტიკური ბაზის არასაკმარის მომზადებას შორის.

მრავალი ავტორი მიუთითებს არასტანდარტული ამოცანების არსებით გავლენაზე მოსწავლეთა ლოგიკური აზრონების განვითარებისა და საგნისადმი ინტერესის გაღვივებაზე. პრაქტიკულად არ არის შესწავლილი მათი გამოყენების შესაძლებლობები სასწავლო მუშაობისა და გონებრივი საქმიანობის ზოგადი ხერხების ფორმირებასთან დაკავშირებით _ ოპერაციულ და ინფორმაციულ ფაქტორთა ერთობლიობები, რომლებიც ამოცანის პირობის აღქმასა და გადამუშავებას უზრუნველყოფენ; ამოხსნის ძიებისა და დაგეგმვის შინაგანი მექანიზმი; მაკორექტირებელი კონტროლის განხორციელება და ა.შ. არ არსებობს არსტანდარტულ ამოცანათა და სავარჯიშოთა სისტემების შედგენისა და გამოყენების მეთოდიკის აღწერა საბაზო სკოლაში. არ არსებობს არასტანდარტული ამოცანების თვისებათა შეფასების მეთოდიკური კრიტერიუმების ერთიანი სისტემა, რომლებიც ძირითადი კლასების მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის სპეციფიკურობით არის განპირობებული. შექმნილი პედაგოგიკური სიტუაციის **მესამე წინააღმდეგობა** წარმოიშობა პრაქტიკაში არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების აშკარა მოთხოვნილებასა და სასწავლო პროცესის სუსტ მეთოდიკურ უზრუნველყოფას შორის.

ცხადი ხდება გამოსაკვლევი პრობლემის **აქტუალურობა** – საწყის ეტაპზე არასტანდარტული ამოცანების დანერგვა მათემატიკის სწავლების შინაარსში, განმავითარებელი ეფექტის გაძლიერების მიზნით.

საკვლევი პრობლემის მეცნიერულმა აქტუალურობამ, მისმა პრაქტიკულმა მნიშვნელობამ და შეუსწავლელობამ განსაზღვრა **გამოკვლევის თემა**: ”სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით”.

გამოკვლევის ობიექტია მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა მათემატიკის შესწავლის პროცესში, ხოლო **საგანი** – არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების გამოყენების პედაგოგიკური პირობები, როგორც სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების ხელშემწყობი ფაქტორი.

გამოკვლევას საფუძვლად უდევს **ჰიპოთეზა**: თუ არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების სავარჯიშოთა სისტემა აგებულია ზოგადპედაგოგიური და მეთოდიკური მოთხოვნების გათვალისწინებით, რაც განპირობებულია საბაზო სკოლის მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის სპეციფიკით, მაშინ ის სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების ეფექტური საშუალება უნდა აღმოჩნდეს.

გამოკვლევის მიზანს წარმოადგენს მოსწავლეთა მიერ სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის დამახასიათებელი თვისებების დაუფლების შესაძლებლობის მეცნიერული დასაბუთება და ექსპერიმენტული შემოწმება არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით.

დასახული მიზნის მისაღწევად აუცილებელია გადავწყვიტოთ შემდეგი **ამოცანები**:

1. სასწავლო საქმიანობის გაანალიზება, მიზნის, სტრუქტურის, შინაარსის, ფორმირების პირობებისა და მისი სუბიექტის განვითარების აღწერა.

2. საბაზო სკოლაში ამოცანების როლის შესახებ ცნობების განზოგადება; არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების გამოყენების შესახებ საკითხების დამუშავების ხარისხის გამოვლენა დიდაქტიკასა და მეთოდიკაში.

3. არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების თვისებათა შეფასების კრიტერიუმების ფორმულირება, რაც განსაზღვრავს მათი გამოყენების

შესაძლებლობასა და მეთოდიკურ მიზანშეწონილობას მოსწავლეთა პიროვნული თვისებების აღზრდაში.

4. არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების კრებულის შედგენა მოსწავლეთათვის და შესაბამისი მეთოდიკური რეკომენდაციების შემუშავება მასწავლებელთათვის, რომლებიც აღნიშნულ ტიპის ამოცანებზე მუშაობის ხერხების აღწერას მოიცავს.

5. სწავლების შემოთავაზებული ეფექტურობის ექსპერიმენტული შემოწმების განხორციელება.

დისერტაციის **მეთოდოლოგიურ საფუძველს** წარმოადგენს ფსიქოლოგიური თეორიები, რომლებიც აღნიშნულ პრობლემასთან არიან დაკავშირებული, სახელდობრ:

- მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური გამოკვლევები;
- მოსწავლეთა ასაკობრივ თავისებურებათა თეორია;
- სასწავლო ამოცანების თეორია.

დასახული ამოცანების გადასაწყვეტად და ამოსავალ დებულებათა შესამოწმებლად გამოვიყენეთ თეორიული და ემპირიული ხასიათის **მეთოდების** კომპლექსური მუშაობის თითოეული ეტაპის სპეციფიკის გათვალისწინებით:

- პრობლემის ირგვლივ არსებული ფსიქოლოგიური, პედაგოგიური და მეთოდიკური ლიტერატურის ანალიზი;
- არასტანდარტულ ამოცანებზე მუშაობის გამოცდილების შესწავლა და განზოგადება ძირითად კლასებში მათემატიკის სწავლების პროცესში;
- არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის შემუშავება საკვლევი თემის ფარგლებში;
- საქმიანობის შედეგების ანალიზი;
- გამოკითხვა, დაკვირვება, ტესტირება, ანკეტირება, მოსწავლეთა წერითი ნამუშევრების ანალიზი;
- პედაგოგიური ექსპერიმენტი;
- ექსპერიმენტის შედეგების მათემატიკური დამუშავების მეთოდები.

ნაშრომის **მეცნიერული სიახლე და თეორიული ღირებულება** მდგომარეობს იმაში, რომ მასში

- პირველად სწავლის სუბიექტის ფორმირების პედაგოგიკური კონცეფცია განხილულია მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობის კონტექსტში;
- შესრულებულია შინაარსის სტრუქტურული კომპონენტების, ძირითადი კლასების მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის შედეგების თავისებურება და ანალიზი, აღებული სასწავლო საგნის სპეციფიკის გათვალისწინებით;
- დასაბუთებულია არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების სხვადასხვა ეტაპზე და მათემატიკის სწავლების განსხვავებულ ფორმებზე გამოყენების მიზანშეწონილობა როგორც სასწავლო საქმიანობის მოტივაციური და ოპერაციული სფეროების ფორმირების საშუალება;
- ახსნილია კავშირი არასტანდარტული ამოცანების თავისებურებებსა და მოსწავლეთა შემეცნებით უნარ-ჩვევებს შორის;
- გადმოცემულია არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის ზოგადი დებულებები საბაზო სკოლის მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის სპეციფიკის გათვალისწინებით;
- მათემატიკის საბაზო კურსში არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების შემუშავებული ტექნოლოგია ექსპერიმენტულადაა შემოწმებული.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება იმაში მდგომარეობს, რომ დამუშავებულია სწავლების მეთოდიკა და შინაარსი, რომელიც სასწავლო საქმიანობის სუბიექტების ფორმირებისა და განვითარების იდეის რეალიზებას ახდენს საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესში. შემუშავებულია საბაზო სკოლის მოსწავლეთა ასაკისათვის შესაბამისი დონის სირთულის ამოცანათა სისტემის ზოგადი პრინციპები. წარმოდგენილი დიდაქტიკური მასალა გამოყენებას ჰპოვებს როგორც უმაღლესი, ისე საშუალო სკოლის მასწავლებელთა პედაგოგიურ საქმიანობაში.

შედეგების უტყუარობა – ძირითადი თეორიული დასკვნებისა და დებულებების უტყუარობა დადასტურებულია ხანგრძლივი პედაგოგიური პრაქტიკითა და სტატისტიკური მონაცემებით.

დასაცავად გამოგვაქვს:

- მათემატიკის საბაზო კურსში არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების თეორიული კონფერენცია, როგორც მოსწავლეთა სუბიექტური თვისებების ფორმირების საშუალება;
- მათემატიკის საბაზო კურსის სწავლების ორგანიზაციულ-მეთოდიკური საფუძვლები არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების სისტემატური გამოყენებით;
- შემუშავებული მეთოდიკის ექსპერიმენტული გამოკვლევა.

კვლევის შედეგების **აპრობაცია** მრავალჯერადი მოხსენებებისა და განხილვის საგანი იყო ლოკალურ სამეცნიერო კონფერენციებსა და სემინარებზე 2001-2005 წლებში, განსაკუთრებით, ქუთაისის აკაკი წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტისა და ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სოხუმის ფილიალში.

დისერტაციის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია პუბლიკაციებში:

1. გიორგი ჯინჯიხაძე, მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობა: მეცნიერების და საზოგადოების განვითარების ფონდი. პერიოდული სამეცნეირო ჟურნალის «ინტელექტი». №3(23) თბილისი, 2005, გვ. 286-289.

2. თამაზ მორალიშვილი, გიორგი ჯინჯიხაძე. ცნება «სასწავლო საქმიანობა» პედაგოგიური ლიტერატრურაში: საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე. №8. თბილისი, 2005, გვ. 109-113.

3. გიორგი ჯინჯიხაძე, ცნებები «ამოცანა» და «არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანა» თანამედროვე მეცნიერულ გამოკვლევებში: იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული «საზრისი» №18, თბილისი. 2005, გვ. 51-55.

4. თამაზ მორალიშვილი, გიორგი ჯინჯიხაძე, არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის კურსის სწავლების პრაქტიკაში: იაკობ გოგებაშვილის

სახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული «საზრისი», №19, თბილისი, 2005, გვ. 46-54.

5. გიორგი ჯინჯიხაძე, არასატანდარტული ამოცანა, როგორც მათემატიკის კურსის ამოცანათა სისტემის ელემენტი: იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული «საზრისი», №19. თბილისი,. 2005, გვ. 54-58.

თ ა ვ ი I

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების თეორიული საფუძვლები არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პროცესში

§ 1. სასწავლო საქმიანობის ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური კონცეფციები

წინამდებარე ნაშრომის ერთ-ერთ ცენტრალურ ცნებას ფილოსოფიის კატეგორიის ცნება – ”სუბიექტი” წარმოადგენს. ფილოსოფიის ენციკლოპედიური ლექსიკონი გვამცნობს, რომ სუბიექტი არის ქმედების ავტორი, საგნობრივ-პრაქტიკული საქმიანობისა და შემეცნების მატარებელი, ობიექტზე ორიენტირებული აქტიურობის წყარო. ფილოსოფიაში ეს ტერმინი სხვადასხვა აზრით იხმარება. მაგალითად, არისტოტელე ამ სიტყვას ანიჭებდა ორ, ინდივიდუალური ყოფისა და გაუფორმებელი სუბსტანციის (მატერიის), მნიშვნელობას. შუა საუკუნეების სქოლასტიკა სუბიექტს განიხილავდა თვით საგნებში არსებულ როგორც რაიმე რეალურს, როცა ობიექტი მხოლოდ ინტელექტში არსებობს. აღნიშნული ცნების თანამედროვე განმარტება სათავეს რ. დეკარტესაგან იღებს, სადაც სუბიექტისა და ობიექტის მკვეთრი დაპირისპირება შემეცნების ამოსავალ პუნქტად გვევლინება. ამ მხრივ, შემდეგი ნაბიჯი გადადგმული იყო ი. კანტის მიერ, რომელიც საქმიანობის სუბიექტს განიხილავდა არა როგორც ხილულ სინამდვილეს, არამედ, როგორც საგნობრივი სამყაროს ფორმების შემქმნელს. სწორედ მან აღმოაჩინა სუბიექტის შინაგანი ორგანიზაციის არსებითი კანონები, რომლებიც აუცილებელი ცოდნის

შეძენის შანსს იძლევიან. ი. ფიხტეს მიხედვით, სუბიექტი დამოუკიდებლობის განმასახიერებელია.

დიალექტიკური მატერიალიზმი რადიკალურად აფართოებს სუბიექტის არსის გაგებას, უშუალოდ აკავშირებს რა მას პრაქტიკის კატეგორიასთან. აქ სუბიექტი – საგნობრივ-პრაქტიკული საქმიანობის მატარებელია და არა ერთი – მხოლოდ შემეცნებისა. ”სუბიექტი – სისტემაა, რომელსაც შინაგანი ფასეულობებისა და მოსაზრებების საფუძველზე არჩევანის გაკეთების უნარი გააჩნია” [1, გვ. 44].

ფსიქოლოგები და პედაგოგები სუბიექტის ცნებაში ადამიანის პროდუქტიულ დამოუკიდებლობას, აქტივობას დებენ. ინდივიდის სუბიექტურობის ზომა ხასიათდება იმით, რომ მას შეუძლია, პირველ ყოვლისა, მიღებული მექანიზმებით გაასაშუალოს მისი აქტივობა: მიბაძვით, გადადებით, გადატანით, რეპრეზენტაციით (წარმომადგენლობით). **სუბიექტურობას**, ე.ი. ადამიანის მოქმედების დამოუკიდებლობას, გამოვლინებების სხვადასხვა სფეროები გააჩნია: დამოუკიდებელი შესრულება; ამოცანის ამოხსნის სუბიექტის განკარგულებაში არსებულ ხერხებს შორის შედარებით უკეთესის შერჩევა; თავისი შესაძლებლობების სრულყოფა; სიტუაციის გეგმაზომიერი შესწავლა და გამოკვლევა; მიზნების დასახვა; ფასეულობათა გადაფასება და სხვ.

სუბიექტურობა (ზემოთ აღნიშნული გაგებით) განსაზღვრავს ადამიანის დამოკიდებულებას შესასრულებელი საქმიანობისადმი. სახელდობრ:

- მითითებების შესრულებისათვის მზადყოფნას (ამ შემთხვევაში საქმიანობა გაიგება, როგორც მოქმედებათა ნაკრები);
- საქმიანობის შესრულებისადმი აქტიურობა;
- საქმიანობის სუბიექტად ქცევისადმი (ამოცანის ჩამოყალიბება, თავის შეგულიანება მის ამოსახსნელად, ამოხსნის გზების დასახვა საბოლოო შედეგების მისაღწევად და სხვ.) ან მიმართების სუბიექტად ქცევისადმი სწრაფვა (ამოცანასთან დამოკიდებულების გარკვევა, მისი გადაქცევა პიროვნულად საინტერესოდ).

1.1. სასწავლო საქმიანობა ფსიქოლოგიურ ლიტერატურაში

ავხსნათ ატრიბუტული კონსტრუქციის ”სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის” არსი. სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება და განვითარება მისი ჩამოყალიბების პროცესში ხორციელდება: უმცროსკლასელი თანდათანობით გარდაიქმნება მოსწავლედ ანუ ადამიანად, რომელიც თავის თავს მუდმივად ცვლის და სრულყოფს სასწავლო საქმიანობის მეშვეობით. აღნიშნული სახის საქმიანობის განხორციელებისადმი მოთხოვნილების გაჩენა ხელს უწყობს სწავლის სურვილის აღძვრას, ხოლო სასწავლო საქმიანობის დაუფლება – სწავლის უნარის ფორმირებას. ”სწავლის სურვილი და უნარი სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის დამახასიათებელი თვისებაა” [2, გვ. 238].

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტურობის პრობლემა დ. ელკონინმა დასვა, ხოლო მისი ფორმირების მექანიზმების განხილვაზე მუშაობდნენ ვ. დავიდოვი, ვ. სლობოდნიკოვი, გ. ცუკერმანი და სხვ. მოცემულ კონტექსტში სუბიექტურობის ქვეშ იგულისხმება საკუთარი ცხოვრებისეული საქმიანობის დამოუკიდებლად კეთებისა და გარდაქმნის ნიჭი, რომელიც ადამიანს გარემომცველ სამყაროში თვითდამკვიდრების, ახალი სახის საქმიანობებისა და სხვა ადამიანებთან ურთიერთობის ფორმების ჩამოყალიბების საშუალებას აძლევს. ე. კაბანოვა-მელერის მიხედვით სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების ზოგად მაჩვენებელს სასწავლო მუშაობის, ხერხების ათვისება წარმოადგენს. ყოველივე ეს ვლინდება მოსწავლის ნიჭში, განსაზღვროს, თუ რა მოქმედებისაგან შედგება სასწავლო საქმიანობა და გამოყენებული ხერხები გადაიტანოს ახალ სასწავლო (და ცხოვრებისეულ) სიტუაციებში [3].

იკვლევს რა უმცროს სასკოლო ასაკში სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირების პრობლემებს, გ. ცუკერმანი აღნიშნავს, რომ მას ახასიათებს: დამოუკიდებლად სწავლისა და სასწავლო საქმიანობის განხორციელების სურვილი; ინტელექტუალური უნარის განვითარება (საუბარი, აზროვნება, მახსოვრობა, ყურადღება, წარმოსახვა); ურთიერთობისა და თანამშრომლობის ჩვევების ფლობა [4].

ამგვარად, იმ მეცნიერთა თვალსაზრისი, რომლებიც სწავლებისა და განვითარების პრობლემებით არიან დაკავებული, ზემოთ აღნიშნულის თაობაზე, შემდეგში მდგომარეობს: სწავლის სუბიექტის პოზიცია გულისხმობს ბავშვისათვის მიზნის არჩევის, საქმიანობის დაგეგმვის, მისი ორგანიზების, რეგულირების,

კონტროლის, შედეგების ანალიზისა და შეფასების სწავლებას. სუბიექტი მზადაა ახალი პრობლემების გადაწყვეტის გზების საძიებლად, სინამდვილის შემოქმედებითი მიდგომით გარდასაქმნელად, ცოდნისა და უნარის ახალ სიტუაციებში დამოუკიდებლად გადატანისათვის, საქმიანობის სხვადასხვა ხერხების კომბინირებისათვის, პრობლემის გადაწყვეტის სხვადასხვა ვარიანტების განსახილველად.

ჩამოთვლილი თვისებების ფორმირება შესაძლებელია სხვადასხვა სახის საქმიანობისა და ურთიერთობის ფორმების განხორციელების პროცესში, რომლებიც ადამიანის ასაკთან ერთად იცვლებიან. სასკოლო ასაკში ბავშვებში ყალიბდება და ვითარდება საქმიანობის ახალი (სკოლამდელთან შედარებით) სახეები და მათთან დაკავშირებული შესაბამისი უნარი. თანამედროვე სკოლაში განსაკუთრებული ადგილი აქვს დათმობილი მასწავლებლის მიერ მიზანმიმართული სწავლების ფორმით სპეციალურად ორგანიზებულ სასწავლო საქმიანობას, რომელიც მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებას უზრუნველყოფს.

სასწავლო საქმიანობის თეორია და მისი სუბიექტურობები გამოკვლეულია ფსიქოლოგიაში, პედაგოგიკაში და მეთოდიკაში. მეთოდიკაში მას კონკრეტული სასწავლო საგნით განპირობებული სპეციფიკა აქვს. განსახილველი ცნების – ”საქმიანობა” კატეგორიის არსი ფილოსოფიურ-ლოგიკური გაგებიდან მომდინარეობს, რომელიც:

- განსაზღვრავს ხალხის საზოგადოებრივ-ისტორიული ყოფის სპეციფიკას;
- არსებობს მხოლოდ საზოგადოებრივ-საწარმოო ურთიერთობათა სფეროში ხალხის ნებისა და შეგნებისაგან დამოუკიდებლად;
- წარმოადგენს ხალხის ისტორიული და კულტურული შემოქმედების ფორმას, რომლის პროცესშიაც ყალიბდება ადამიანის პიროვნება.

საქმიანობის, როგორც შემოქმედების შესახებ წარმოდგენის, არსი გახსნილია ლ. ვიგოტსკის, ს. რუბინშტეინის და მათი მოსწავლეების გამოკვლევებში, რომლებმაც შემდგომი განვითარება-გაფართოება ა. ლეონტიევის [5,6] ნაშრომებში ჰპოვა.

საქმიანობის ერთ-ერთ არსებით მახასიათებელს მისი **სტრუქტურა** წარმოადგენს. ა. ლეონტიევი **საქმიანობის___სტრუქტურის** თაობაზე შემდეგ წარმოდგენას გვთავაზობს: სუბიექტს განსაზღვრული საქმიანობის

განხორციელებისადმი უბიძგებს მოტივთა ერთობლიობა, რომლებიც ამ საქმიანობის **მოტივაციას** ქმნიან. მაგრამ, მისი ხასიათი ყველაზე უფრო წონადი, დომინირებული მოტივით გამოიხატება. მოტივაციის ყოველი კომპონენტის უკან განსაზღვრული სახის **მოთხოვნილება** დგას. მაგალითად, ადამიანის რაიმეთი ან ვინმეთი საჭიროების გამომხატველი მდგომარეობა, რომელიც სუბიექტური აქტივობის, მისი არსებობისა და განვითარების წყაროა. **მოტივი**, ანუ ის, რის გამოც სრულდება მოცემული საქმიანობა, შეიძლება სუბიექტურად გაცნობიერდეს ბუნდოვნად ან საერთოდ არ გაცნობიერდეს. მაგრამ მას, რის მიღწევასაც სუბიექტი ცდილობს, ამ საქმიანობის ან მისი ცალკეული მოქმედებების განხორციელების შედეგად, როგორც წესი, სუბიექტი ყოველთვის აცნობიერებს. სწორედ ეს მოსალოდნელი, გათვლილი შედეგი არის საქმიანობის **მიზანი**, რომელიც მთელ რიგ ქვემიზნებად შეიძლება დანაწევრდეს. ყოველი მიზნის თანაფარდობა მისი დაკმაყოფილების კონკრეტულ პირობებთან ქმნის ამოცანებს, რომლებიც საქმიანობის რეალიზების ზომის მიხედვით წარმოიშობიან და გადაწყვეტას ექვემდებარებიან შესასრულებელი საქმიანობის მოსალოდნელი ეფექტის მიღწევის მიზნით.

ყოველი ამოცანის ამოხსნა სუბიექტისაგან მოითხოვს მოქმედებათა შესრულებას ოპერაციების მეშვეობით. ამ ოპერაციების შერჩევა დამოკიდებულია მოქმედებების ხასიათზე, მათი განხორციელების პირობების თავისებურებებზე და, რა თქმა უნდა, სუბიექტის შესაძლებლობებზე – მის გამოცდილებაზე, ცოდნაზე, უნარ-ჩვევებზე. მოკლედ რომ ვთქვათ, ოპერაციები ქმნიან მოქმედებათა შესრულებისა და დასახული მიზნის მიღწევის საშუალებებს.

საქმიანობის განხორციელების პირობაში შემავალ ობიექტებზე სუბიექტის მიერ გამოყენებული ოპერაციების ეფექტურად შესრულების კვალობაზე წარმოიშობა მათი პირდაპირი **შედეგები**. ისინი შეესაბამებიან საქმიანობის გაცნობიერებულ მიზანს და უშუალოდ აკმაყოფილებენ ამ საქმიანობის გამომწვევ მოთხოვნილებას.

ასევეა მოწყობილი **სასწავლო საქმიანობის მოდელიც**. მისი განსხვავება სხვა საქმიანობების მოდელებისაგან სპეციფიკის, მოთხოვნილებებისა და მოტივების შინაარსში გამოიხატება. ზუსტად ისინი აღძრავენ საქმიანობას და მიმართულებას აძლევენ მოტივების შესაბამის მიზნებს, ამოცანებს, მოქმედებებსა და ოპერაციებს. ამას გარდა, მიზანმიმართული სასწავლო საქმიანობის პირდაპირი და მთავარი მიზანია ცვლილების მოხდენა თვით სუბიექტში, რომელიც ”გამოიხატება მოქმედების

განმსაზღვრელი წესების დაუფლებაში და არა იმ საგნების ცვლილებებში, რომლებზედაც სუბიექტი მოქმედებს” [2, გვ. 152], ე. ი. საქმიანობის პირდაპირი და ირიბი შედეგები ერთმანეთს ემთხვევა, რაც სუბიექტის საქმიანობის სასწავლო საქმიანობასთან თანამთხვევის აუცილებელ პირობას წარმოადგენს. წინააღმდეგ შემთხვევაში მოსწავლის მოქმედებები სასწავლო საქმიანობას არ ასახიერებს [5, გვ. 572]. სასწავლო საქმიანობის პროდუქტი იმდენად არსებობს, რამდენადაც თვით სუბიექტი არსებობს. ავტორის აზრით, სასწავლო საქმიანობის პროდუქტი სუბიექტთან ფარდობითი არ არის, მას აზრი არ აქვს, რადგან ”სასწალო საქმიანობის შედეგი – თვით სუბიექტია, უფრო ზუსტად, სუბიექტში მომხდარი განსაზღვრული ცვლილებებია” [2, გვ. 12]. სასწავლო საქმიანობის **მიზნები** იერარქიულია. მათში უახლოეს მიზნებთან ერთად სამერმისო მიზნებიც მოიაზრება, მაგრამ მათი განხორციელების მიღწევა უახლოეს მიზნებთან ერთად შეუძლებელია. სასწავლო მიზნების დიაპაზონი ძალიან მნიშვნელოვანია: შედარებით შორეული, მაგალითად, ადამიანის განსაზღვრული პიროვნული თვისებების ფორმირების მიზნიდან დაწყებული, დამთავრებული უახლოესი მიზნით – განსაზღვრული ცოდნის, უმარტივესი უნარ-ჩვევების და, რაც მთავარია, სასწავლო საქმიანობის ”გულის”, მისი ოპერაციული საფუძვლის შემქმნელ მოქმედებათა წესების ფორმირებით დამთავრებული.

სწავლების პროცესის გასაანალიზებლად ლეონტიევს საქმიანობის ზოგადფსიქოლოგიური ცნების გამოყენებამ საშუალება მისცა ჩამოეყალიბებინა დებულება ცოდნისადმი, სასწავლო მოტივებისადმი **დადებითი დამოკიდებულების** აღზრდის აუცილებლობის თაობაზე. ყოველივე ეს იმაზე მიუთითებს, რომ სწავლა პიროვნულ აზრს იძენს, ხოლო ცოდნა და უნარი შინაგანი საკუთრება ხდება. აქედან გამომდინარე, სწავლება ორიენტირებული უნდა იყოს არა რაიმე ცოდნის, უნარისა და ჩვევების უშუალო ფორმირებაზე, არამედ ბავშვებისათვის თვით სწავლის აზრის გახსნაზე, სწავლისადმი ადეკვატური მიმართების აღზრდაზე და, საერთოდ, პიროვნების ფორმირებაზე მთლიანობაში.

სასწავლო საქმიანობის თეორია საქმიანობის ზოგადფსიქოლოგიური თეორიისა და წამყვანი საქმიანობის თეორიის ბაზაზე ჩამოყალიბდა. ა. ლეონტიევის დებულების საფუძველზე, რომ ადამიანის ფსიქიკა დამოკიდებულია არა საერთოდ საქმიანობაზე, არამედ წამყვან საქმიანობაზე [5, გვ. 505], დ. ელკონინმა გამოთქვა ვარაუდი –

უმცროსი კლასების მოსწავლეებისათვის წამყვანია სასწავლო საქმიანობა, რის შედეგადაც ”ცვლილებები თვით მოსწავლეში ხდება” [7, გვ. 45]. ასეთნაირი სასწავლო საქმიანობა სასწავლო პროცესის სხვა ნებისმიერი საქმიანობისაგან (სათამაშო, შრომითი და სხვ.) იმით განსხვავდება, რომ იგი არამარტო მოსწავლის პიროვნების ფორმირებაზეა ორიენტირებული (როგორც ამ პროცესის ყველა სხვა საქმიანობა), არამედ სუბიექტურადაც მისკენაა მიმართული.

ბავშვები სკოლაში ახორციელებენ საქმიანობას, რომელიც თავისი შინაარსით საზოგადოებრივია, ფუნქციით კი – სასწავლო. ვ. დავიდოვის აზრით, ყველაფერი ეს განსაკუთრებული ფენომენია, რომელიც არ ემთხვევა ისეთ ცნებებს, როგორიცაა: სწავლა, სწავლება და მათთან დაკავშირებული ათვისება. იგი ორიენტირებულია შესასწავლი ობიექტის შემოქმედებითად გარდაქმნაზე, რომელიც თეორიული აზროვნების ელემენტების: რეფლექსის, ანალიზის, დაგეგმვის, განზოგადებისა და აბსტრაჰირების დაუფლების საშუალებას იძლევა. უნდა ითქვას, რომ არ შეიძლება ყველანაირი სწავლის პროცესის სასწავლო საქმიანობისათვის მიკუთვნება, რადგან ასეთი საქმიანობის მეშვეობით რეალიზებული განათლება თავიდანვე უკავშირდება მეცნიერებაში, ხელოვნებაში, მორალში, სამართალში და რელიგიაში არსებული თეორიული ცოდნის ათვისებას. მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა უნდა აიგოს თეორიული ცოდნის გადმოცემის წესების შესაბამისად და ორიენტირებული უნდა იყოს საგნის ან მოვლენის წარმოშობის, ჩამოყალიბების და განვითარების პირობებისა და ასათვისებელი ცნებების შინაარსის გამოვლენაზე.

ფსიქოლოგიური თვალთახედვიდან გამომდინარე, სასწავლო საქმიანობის ერთ-ერთ არსებით მახასიათებლად განიხილება მისი **სტრუქტურა**, რომელიც საქმიანობის ზოგადი სტრუქტურის შესაბამისია და ორ ძირითად კომპონენტს მოიცავს: ”1.მოთხოვნილება – ამოცანა; 2.მოტივები – მოქმედებები – საშუალებები – ოპერაციები” [2, გვ. 155].

სასწავლო საქმიანობის პირველ სტრუქტურულ კომპონენტს, მისი არსის ადეკვატური – ”მოქმედების განზოგადებული წესების შეძენის, საკუთარი ზრდა-განვითარების, საკუთარი სრულყოფის მოტივები” [7, გვ. 46], **სასწავლო-შემეცნებითი მოტივები** წარმოადგენენ. სასწავლო საქმიანობისადმი მოთხოვნილება მოსწავლეებს თეორიული ცოდნის ათვისებისაკენ უბიძგებს; სასწავლო საქმიანობის მეორე კომპონენტი კი – **სასწავლო ამოცანების** ამოხსნაზე ორიენტირებული მოტივები –

სასწავლო მოქმედებების წესების ათვისებას უწყობს ხელს. სასწავლო ამოცანა სასწავლო საქმიანობის ძირითადი ერთეული, ძირითადი უჯრედია. იგი ყველა სხვა ამოცანისაგან იმით განსხვავდება, რომ "მისი მიზანი და საბოლოო შედეგი მოქმედ სუბიექტში მომხდარ ცვლილებებში, და არა იმ საგნების ცვლილებებში, მდგომარეობს, რომლებზედაც სუბიექტი მოქმედებს [8, გვ. 12]. სწავლება მაშინ ითვლება სრულყოფილად, თუ მოსწავლეები სასწავლო ამოცანების ამოხსნის საშუალებით ეუფლებიან სასწავლო საქმიანობის პრინციპებსა და წესებს, რომლებიც საგნობრივ მოქმედებათა განზოგადებული წესების ათვისებაზეა მიმართული.

სასწავლო ამოცანა სასწავლო სიტუაციის შემქმნელი **პრობლემის** ფორმით დაისმება. მისი გადაწყვეტის შედეგად მოსწავლე ახორციელებს დასახულ მიზანს, ეუფლება მეცნიერულ ცოდნასა და უნარ-ჩვევებს. სასწავლო საქმიანობის ტრადიციული ფორმების პირობებში გარკვეული წყვეტილობა შეიმჩნევა მიზნებსა და მათი მიღწევის საშუალებებს – სასწავლო ამოცანებს შორის. მოსწავლეების წინაშე დასმული ამოცანების დამოუკიდებელი გადაწყვეტა, როგორც წესი, სასწავლო საქმიანობით განსაზღვრული მიზნების მიღწევის გარანტიას არ იძლევა.

სასწავლო ამოცანას მოსწავლეები განსაზღვრული **სასწავლო მოქმედებების** შესრულების საშუალებით ხსნიან. ეს მოქმედებები სასწავლო საქმიანობის სტრუქტურის მესამე კომპონენტს წარმოადგენს. სასწავლო საქმიანობის სტრუქტურაში ოპერაციული მხარის (როგორც დამოუკიდებელი ელემენტის) გამოყოფა იმ განსაკუთრებულ მნიშვნელობაზე მიუთითებს, რაც ამ შემთხვევაში მოქმედებებს ენიჭება. მოსწავლეების მიერ იმ მოქმედებათა სისტემის ათვისება, რომელთა დახმარებითაც ისინი სასწავლო ამოცანების ამოხსნას ახორციელებენ, სასწავლო საქმიანობის ღერძს ქმნის, - მიუთითებს ე. მაშბიცი [9]. ჩამოვთვალოთ ვ. დავიდოვის მიერ გამოყოფილი სასწავლო მოქმედებები:

- დასმული სასწავლო ამოცანიდან პრობლემის გამოყოფის მოქმედება (სასწავლო ამოცანის დამოუკიდებელი დასმა ან მასწავლებლიდან მიღება);
- შესასწავლ მასალაში არსებული ზოგად მიმართებათა ანალიზის საფუძველზე პრობლემის გადასაწყვეტი ზოგადი წესის გამოსავლენი მოქმედება (ამოცანის პირობის გარდაქმნა შესასწავლი ობიექტის ძირითადი მიმართების გამოვლენის მიზნით);

- ძირითადი მიმართების მოდელირების მოქმედება საგნობრივ, გრაფიკულ და ასოით ფორმებში;
- მიმართების მოდელის გარდაქმნა მისი თვისებების შესწავლის მიზნით;
- ზოგადი წესით ამოხსნად ამოცანათა კერძო სისტემების აგება;
- განვლილი მოქმედებების, მთლიანი სასწავლო საქმიანობის მიმდინარეობისა და მიღებული შედეგების კონტროლის მოქმედება;
- საქმიანობის მსვლელობისა და შედეგების შესაბამისობის შეფასების მოქმედება.

ყოველი ასეთი მოქმედება იმ **ოპერაციებისაგან** შედგება, რომელთა ნაკრები სასწავლო ამოცანის ამოხსნის კონკრეტული პირობების მიხედვით იცვლება, ე.ი. მოქმედება შეესაბამება მიზანს, ხოლო მისი ოპერაციები – საქმიანობის პირობებს. სასწავლო მოქმედებათა ძირითადი თავისებურებებისა და წესების დაწვრილებითი აღწერა მოცემული აქვთ თავიანთ ნაშრომებში ვ. დავიდოვს [2, გვ. 155; 10, გვ. 16-20] და ლ. ფრიდმანს [11, გვ. 123-141].

სასწავლო საქმიანობის განხილული მოდელი მის წარმოშობასა და განვითარებაზე მეტყველებს. ზემოთ ხსენებული თეორიის შემუშავების ჩანაფიქრი დ. ელკონინს ეკუთვნის. მან მოგვცა სასწავლო საქმიანობის ზოგადი სტრუქტურა და მიუთითა მისი პრინციპული მნიშვნელობის თაობაზე უმცროსკლასელთა ფსიქიკური განვითარების საქმეში. ვ. დავიდოვის სამეცნიერო ლაბორატორიის თანამშრომლებმა ადამიანის აზროვნებისა და შეგნების ლოგიკურ-ფსიქოლოგიური ანალიზის საფუძველზე გამოავლინა თეორიული ცოდნის შინაარსი და სასწავლო მოქმედებათა ის კონკრეტული შემადგენლობა, რომელთა მეშვეობითაც წყდება სასწავლო ამოცანა. მიუხედავად ამისა, მიუთითებს ვ. დავიდოვი, სასწავლო საქმიანობის ფსიქოლოგიური თეორია ჯერაც შორსაა სრულყოფილებისაგან, რადგან მისი განფენის ლოგიკაში მრავალი ისეთი კითხვა წარმოიშობა, რომელიც სპეციალურ გაანალიზებასა და ექსპერიმენტულ დასაბუთებას მოითხოვს.

ერთ-ერთი ამ პრობლემათაგანი ეხება **სწავლის უნარის_ფორმირების** იდეას. პედაგოგიური გამოცდილება ადასტურებს, რომ სასწავლო საქმიანობის პრინციპების მარეალიზებელი ექსპერიმენტული სწავლება ამ ამოცანას სრულად ვერ წყვეტს. სკოლის პრობლემები, რომლებიც მოსწავლეებში სწავლის სურვილის არქონას

უკავშირდება, ექსპერიმენტულ კლასებშიც არსებობს. ამიტომ, როგორც ი. ლერნერი მიუთითებს, შეიძლება არც კი იყოს მართებული სწავლების ორი ტიპის – განმავითარებლის (პრობლემურის) და ტრადიციულის (ახსნით – ილუსტრაციულის) დაპირისპირება – ”არსებული კონცეფციებიდან არცერთს არ დაუმტკიცებია ცოდნის ნაწილის ”მზა” სახით წარდგენის მიზანშეუწონლობა. მნიშვნელოვანია ერთიც და მეორეც. სწავლების სხვადასხვა ეტაპებზე საჭიროა მეთოდების სხვადასხვა ვარიანტების შერწყმა. განმავითარებელ სწავლებაზე პრეტენზიის მქონე სკოლის მთავარ მოთხოვნას განათლების შინაარსის ძირითადი სტრუქტურების ყველა ელემენტის გათვალისწინება წარმოადგენს, რომლებიც მოსწავლეთა ცოდნისა და შემოქმედებითი საქმიანობის გამოცდილების აუცილებელ დონეს უზრუნველყოფენ” [12].

უნდა აღვნიშნოთ, რომ ფსიქოლოგიაში არსებობს რიგი თეორიებისა, რომლებიც **ერთიანი (მთლიანი) საქმიანობის** ცნებას ემყარება. მაგალითად: პ. გალპერინის [13] საგნობრივი ანალოგების საფუძველზე გონებრივ ქმედებათა ეტაპობრივი ფორმირების თეორია; ი. ილიაროვისა [14] და ნ. ტალიზინას [15, 16] სწავლების საქმიანობითი თეორიის ვარიანტები; მ. მახმუტოვის [17] პრობლემური სწავლების თეორია; ზ. კალმიკოვას [18] პროდუქტიული, შემოქმედებითი აზროვნების მაფორმირებელი სწავლების თეორია; ე. კაბანოვა-მელერის [3] აზროვნების ოპერაციების ფორმირებასთან დაკავშირებული სასწავლო მუშაობის ხერხების კონცეფცია, რომელიც მოსწავლეთა გონებრივი განვითარებისა და სასწავლო უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბების საფუძველს წარმოადგენს; გ. ცუკერმანის [4] ”სასწავლო თანამშრომლობის” კონცეფცია. სასწავლო საქმიანობის პრობლემის კანონზომიერებებსა და პირობებს ისინი სხვადასხვანაირად განმარტავენ.

ზ. კალმიკოვას კონცეფციის თანახმად, სწავლების პროცესში მოსწავლეები პირველ რიგში უნდა დაეუფლონ **გონებრივი და მნემონიკური** (დახსომების ხელოვნება ანუ ერთობლიობა წესებისა და ხერხებისა, რომლებიც გამოგონილია საჭირო ცნობების დახსომების გასაადვილებლად) **საქმიანობების_ხერხებს**. ავტორის აზრით, ეს დადებითად იმოქმედებს აზროვნების ისეთი თვისებების ჩამოყალიბებაზე, როგორიცაა აზრის ორიგინალურობა, მისი სიმარდე, უჩვეულო ასოციაციური კავშირების აღმოჩენების სისწრაფე და სიმწყობრე, პრობლემაში ადვილად გარკვევის

უნარი, მისი შემოქმედებითად გარდაქმნა, ობიექტის ან მისი ნაწილების ფუნქციების გარკვევის უნარი [18].

განიხილავს რა გონებრივი საქმიანონის ხერხებს ზ. კალმიკოვა მათ ორ ჯგუფად, ალგორითმული და ევრისტიკული ტიპის ხერხებად ყოფს. პირველი ჯგუფი წარმოადგენს რაციონალური აზროვნების ხერხებს, რომლებიც მოქმედებათა თანმიმდევრობას განსაზღვრავენ ამოცანათა უშეცდომოდ ამოხსნის მიზნით. სწორედ ეს ხერხები ქმნიან რეპროდუქციული აზროვნების ფორმირების საფუძველს. შემოქმედებითი აზროვნების სპეციფიკა ევრისტიკული ხერხების გამოყენებას მოითხოვს. ასეთები შეიძლება იყოს, მაგალითად, ანალიზი, სინთეზი, ანალოგია, კონკრეტიზება, ვარირება და სხვ. რამდენადაც აღნიშნული ხერხები დამოუკიდებლად მხოლოდ მოსწავლეთა ნაწილს უყალიბდება, ამიტომ აუცილებელია მათი სპეციალური სწავლება.

მოსწავლეთა გონებრივი განვითარების მნიშვნელოვანი კომპონენტია **ცოდნის გაცნობიერება**. ცოდნის სიმტკიცის უზრუნველყოფა ხორციელდება მნემონიკური საქმიანობის მეშვეობით. ამ საქმიანობისათვის გამოყოფენ შემდეგ ხერხებს: პირდაპირი მითითება დახსომებაზე; დაჯგუფება; კლასიფიკაცია; გეგმის შედგენა; საყრდენების გამოყოფა; "შეკვეცა"; მასალის შემჭიდროება; ინფორმაციის დასმა თვალსაჩინოდ წარმოსადგენ "საყრდენებზე" – პირობითი ნიშნები, სიმბოლოები; მასალისაკენ მრავალჯერადი მიბრუნება. საერთოდ, სასწავლო საქმიანობის განსახორციელებლად აუცილებელია აზროვნების ხერხებისა და კარგად გაცნობიერებული ცოდნის ფლობა.

ე. კაბანოვა-მელერის კონცეფცია ასევე უკავშირდება აზროვნების ოპერაციების ფორმირებას, რომლებსაც ის სასწავლო მუშაობის ხერხებს უწოდებს და მოსწავლეთა გონებრივი განვითარებისა და სასწავლო უნარ-ჩვევების შეძენის საფუძვლად თვლის. სასწავლო მუშაობის ხერხებში ავტორი მოქმედებათა სისტემას გულისხმობს, რომლებიც სასწავლო ამოცანების ამოხსნას ემსახურება [3]. მათ რიცხვს მიეკუთვნება: შედარება, განზოგადება, დაკვირვება, მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების გარკვევა, შესასწავლი მოვლენის მახასიათებლების დადგენა, ცნების არსებითი და არარსებითი მიშნების გამოყოფა. აქედან გამომდინარე, სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის უმნიშვნელოვანეს მახასიათებელს ასათვისებელი ხერხის ახალ სიტუაციაში გადატანის, მისი სხვა სასწავლო საგნებში გამოყენების უნარი წარმოადგენს.

სასწავლო მუშაობის განზოგადებული ხერხების ფორმირების პროცესების დამუშავება პ. გალპერინმა და ნ. ტალიზინამ მოახდინეს. მათი აზრით, ამ საქმეში მოსწავლეთა გაწაფულობის საფუძველს ჩამოყალიბებული **გონებრივი_მოქმედებები** ქმნიან. ისინი მათი ფორმირებისათვის გვთავაზობენ:

- წინასწარ გავეცნოთ მოქმედების მიზანს, შევქმნათ სწავლის მოტივაცია;
- შევადგინოთ მოქმედების საორიენტაციო საფუძვლის სქემა, რომელიც მისი შესრულების წესის შესახებ წარმოდგენას გვაძლევს;
- მოქმედება შევასრულოთ მატერიალური (გარე, პრაქტიკული მოქმედება რეალურ საგნებზე) ან მატერიალიზებული თვალსაზრისით (მოდელების, სქემების, ნახაზების დახმარებით);
- მოქმედება ვაწარმოოთ ხმამაღალი საუბრის ფორმის თანხლებით, წერითი სახით.

საორიენტაციო საფუძვლის სისრულისა და დამოუკიდებლობის მიხედვით, მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა სხვადასხვა სცენარით შეიძლება წარიმართოს. აღნიშნულთან დაკავშირებით, პ. გალპერინმა **სწავლის სამი ტიპი** გამოყო.

პირველი ტიპი: მოქმედების სწორად შესასრულებლად მოსწავლეებს მზა ფორმით ეძლევათ მითითებებისა და ორიენტირების არასრული სისტემა (ერთჯერადი დემონსტრირება, ნიმუშის ჩვენება, არასრული სიტყვიერი აღწერა). სწავლების აღნიშნული ტიპი საკმაოდ გავრცელებულია სკოლაში. მასწავლებელი აჩვენებს ამოცანის ამოხსნის ნიმუშს, ხოლო მოსწავლეები ამ ნიმუშზე ორიენტირებით, ფრონტალურად და დამოუკიდებლად ხსნიან ერთი და იგივე ტიპის ამოცანების დიდ რაოდენობას. გამოცდილება აჩვენებს, რომ სასწავლო საქმიანობის ასეთნაირი ორგანიზების პირობებში, დროისა და ძალების მნიშვნელოვანი ხარჯვის მიუხედავად, მხოლოდ ზოგიერთი მოსწავლე ახერხებს ზოგადი სასწავლო უნარის დაუფლებას.

მეორე ტიპი: ბავშვს მზა ფორმით ეძლევა მოქმედებათა სრული საორიენტაციო საფუძველი, რომელიც ამ მოქმედებათა უშეცდომოდ შესრულების გარანტიას უზრუნველყოფს. მაგრამ, მითითებათა მოცემული სისტემა მხოლოდ ერთ კერძო შემთხვევაშია ვარგისი; სხვა შემთხვევაში, მოქმედების შესრულებას თან ახლავს განსაზღვრული სახის სიძნელეები.

ავტორის აზრით, პრინციპულად სხვაა სწავლების მესამე ტიპი. ასათვისებელი მოქმედების სრული საორიენტაციო საფუძვლის დამოუკიდებლად აგებისათვის მოსწავლეებს სთავაზობენ ობიექტთა ანალიზის მეთოდს. ამ შემთხვევაში, მოვლენათა თითოეული კლასისათვის დამახასიათებელი ირიენტირები, ზოგადი სახითაა წარმოდგენილი.

სასკოლო ასაკში სწავლის სუბიექტის ფორმირების პრობლემისადმი გ. ცუკერმანის მიდგომის პოზიცია სხვანაირია. 10-11 წლის ბავშვებისათვის სწავლის უნარი, პირველ რიგში ეს არის **სასწავლო თანამშრომლობაში** ჩართვა. სახელდობრ, სასწავლო თანამშრომლობის ჩვევების სწავლება, _ გვარწმუნებს ის, _ მასწავლებლის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა [4].

პრობლემური სწავლება კავშირშია სასწავლო საქმიანობის თეორიის ფსიქოლოგიურ ფუძე დებულებებთან. მისი ძირითადი არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ”ცოდნა უმთავრესად მოსწავლეებს მზა სახით კი არ გადაეცემა, არამედ ისინი მას დამოუკიდებელი შემეცნებითი საქმიანობის პროცესში იძენენ პრობლემური სიტუაციის პირობებში” [17, გვ. 14]. **სასწავლო_პრობლემა** არის სუბიექტის მიერ გაცნობიერებული დაბრკოლება, რომლის დაძლევის ხერხსაც ის ეძებს. იგი მაშინ წარმოიშობა, როცა მოსწავლეებს არ გააჩნია პრობლემის გადაწყვეტისათვის საჭირო ცოდნა, უნარი და მკაფიო დამოკიდებულება შესაბამის სასწავლო მასალასთან. ის შესაბამისად იწოდება შემეცნების პრობლემად, უნარის პრობლემად და შეფასების პრობლემად. სასწავლო საქმიანობის თეორიაში სასწავლო პრობლემის დასმა ახლოსაა სასწავლო ამოცანის დასმასთან. მას მნიშვნელოვანი უპირატესობა აქვს იმ მხრივ, რომ ”მოსწავლეებს მაშინვე უქმნის ძლიერ მოტივაციას და, რადგან მოსწავლეები თავისი ასაკობრივი თავისებურებებიდან გამომდინარე მაღალი ცნობისმოყვარეობით გამოირჩევიან, ამიტომ ნათელი და მისაწვდომი ფორმით წარდგენილი ნებისმიერი პრობლემა მაშინვე ”აღანთებს” მათ. ისინი მზად არიან ნებისმიერი დაბრკოლების გადასალახავად, ოღონდაც ნახონ, გაიგონ, გამოიცნონ მათ წინაშე მდგარი საიდუმლოება” [19, გვ. 274]. მიღებულია, რომ ”სასწავლო ამოცანა არის ბუნებრივი ან ხელოვნური ენით გამოხატული პრობლემური სიტუაციის მოდელი” [20, გვ. 40].

პრობლემური სწვლებისას **სასწავლო საქმიანობის სტრუქტურა** ასეთია:

- გადასაწყვეტი პრობლემის განსაზღვრა;
- საქმიანობის მოტივაცია;

- პრობლემის ამოხსნის ძიება, მისი დაზუსტება ეტაპობრივი ამოცანების (კერძო პრობლემების) გამოყოფის გზით;
- კერძო ამოცანების ამოხსნა;
- კერძო ამოცანების ამოხსნის შედეგების თავმოყრა, მათი დაკავშირება და ძირითადი (მთავარი) პროლემის გადაწყვეტა.

ფსიქოლოგიაში სასწავლო საქმიანობის მოდელის აგების მიდგომებიც არსებობს. მაგალითად, **ფუნქციური** მიდგომა, რომელიც მისი ცალკეული ელემენტების (კომპონენტების, ეტაპების) ხასიათსა და მიმართულებას გამოხატავს: ”ადამიანის ყოველ მოქმედებაში შეიმჩნევა საორიენტაციო, საშემსრულებლო, საკონტროლო ნაწილები” [21, გვ. 14]. საორიენტაციო ნაწილი მიმართულია მომავალი მოქმედების შესრულებისათვის საჭირო ოპერაციების გამოყენების ხასიათისა და პირობების დადგენაზე. საშემსრულებლო ნაწილი მდგომარეობს ოპერაციის შესრულების უმოკლესი გეგმის ყველა პირობის დაცვით განხორციელებაში. საკონტროლო (შესამოწმებელი) ნაწილი უზრუნველყოფს ოპერაციული თვალყურის დევნებას მოქმედების შესრულების მიმდინარეობაზე სასურველი შედეგის მიღების მიზნით და მისი მსვლელობის კორექტირებას ახდენს დაგეგმილ და მიღებულ შედეგებს შორის განსხვავების მიღების შემთხვევაში.

ლ. ფრიდმანი [22, გვ. 182-184] სასწავლო საქმიანობის სტრუქტურის ფუნქციონირების საკითხს მისი **ორგანიზაციის** პოზიციიდან უდგება. იგი აღნიშნავს, რომ გონივრული, ეფექტური, ოპტიმალური სასწავლო საქმიანობა უნდა შედგებოდეს შესავალ-მოტივაციური, ოპერაციულ-შემეცნებითი და საკონტროლო-შეფასებითი ეტაპებისაგან. პირველი ეტაპის არსი მომავალი სასწავლო საქმიანობისადმი შემეცნებითი და სასწავლო მოტივების და ინტერესების წარმოშობაში მდგომარეობს. მოსწავლეებში ყოველივე აღნიშნულის ფორმირება უნდა მოხდეს კონკრეტული სასწავლო მასალის მიზნების, ამოცანების, მიზეზების გაცნობიერებისა და ადრე ათვისებული ცოდნის აქტუალიზების საფუძველზე. განსახილველი ეტაპის სტრუქტურაში ავტორი შემდეგ სასწალო მოქმედებებს გამოყოფს:

- მოსწავლეების მიერ სასწავლო-პრობლემური სიტუაციის გაცნობიერება, რომელსაც ისინი სასწავლო მასალის შემსწავლელი საქმიანობის საგნამდე მიჰყავს;

- ძირითადი სასწავლო (სასწავლო-შემეცნებითი) ამოცანის ფორმულირება;
- მომავალი სასწავლო საქმიანობის შესაძლებლობების თვითშემოწმება და თვითშეფასება.

ოპერაციულ-შემეცნებითი ეტაპის განხორციელების მსვლელობისას მოსწავლეები ითვისებენ სასწავლო თემის შინაარსს, კერძო სასწავლო ამოცანების სისტემების მეშვეობით ეუფლებიან განსაზღვრულ ცოდნას, უნარ-ჩვევებს და ასევე ისეთი სასწავლო მოქმედებების შესრულებას, როგორიცაა სასწავლო ამოცანის დანაწევრება კერძო ამოცანების (ქვეამოცანების) მიმდევრობად და სხვ.

რეფლექსურ-შეფასებითი ეტაპის სტადიაში შესწავლილი მასალა ზოგადდება და ერთვება ცოდნის ერთიან სისტემაში. შემდეგ, შესრულებულ სასწავლო სამუშაოს მოსწავლეები აანალიზებენ, გამოყოფენ მისი შესრულების მეთოდებსა და ხერხებს, განიხილავენ ცალკეულ მოქმედებებს, წარმატებასა და წარუმატებლობას; ახდენენ თავიანთი საქმიანობით მიღებული შედეგების კორექტირებას, ასწორებენ ხარვეზებს. ამასთან, მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის კონტროლი, შეფასება და აღრიცხვა ხდება როგორც მისი მსვლელობის პროცესში, ისე საკონტროლო-შეფასებით ეტაპზე.

სასწავლო საქმიანობაში საკონტროლო-შეფასებითი ეტაპის არსებობის გარეშე მოსწავლე ვერ აითვისებს მის შინაარსს, მოქმედების ზოგად წესებს; მისი ცოდნა ვერ გადაიქცევა სარწმუნოდ და ვერ გახდება დასრულებული მსოფლმხედველობის ელემენტი. რაც შეეხება ოპერაციულ-შემეცნებით ეტაპს ცხადია, რომ მის გარეშე სასწავლო საქმიანობა საერთოდ არ შედგება.

განათლების უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა ”მოსწავლეებს თავიანთი საქმიანობის აგება ვასწავლოთ სრულად და გონივრულად, რომელშიც მისი სამივე შემადგენელი ნაწილი დაბალანსებული, გაშლილი, გაცნობიერებული და სრულად განხორციელებულია” [22, გვ. 161]. ამასთან, ყველა მოქმედებას, შემოწმებისა და შეფასების ჩათვლით, თვით მოსწავლე ასრულებს.

1.2. სასწავლო საქმიანობა პედაგოგიკურ ლიტერატურაში

სასწავლო საქმიანობის ცნება ტევადი ცნებაა, ხოლო ამ ტერმინის გამოყენებასთან დაკავშირებული საკითხები კი, ძალზე მრავალფეროვანი. მიუხედავად იმისა, რომ აღნიშნულმა ცნებამ დიდი ხნის წინ მოიპოვა მყარი სტატუსი დიდაქტიკაში, მისი ზოგადი განსაზღვრა ჯერაც არ არის შემუშავებული. მკვლევართა ერთი წყებისთვის ის **სწავლების ორგანიზების** ფორმაა, რომლითაც მასწავლებლისა და მოსწავლის საქმიანობაა წარმოდგენილი; მეორე წყებისათვის – **დავალებათა სისტემა**, რომლის შესრულების პროცესში ყალიბდება კონკრეტული საგნობრივი და ზოგადსასწავლო უნარ-ჩვევები; მესამეთათვის – **მოსწავლეთა დამოუკიდებელი საქმიანობა**, რომელიც სწავლის პროცესში მასწავლებლის უშუალო ჩარევის გარეშე ხორციელდება. აქედან მომდინარეობს ამ ცნების განმარტების არაერთმნიშვნელოვნება პედაგოგიკურ ლიტერატურაში.

მაგალითად, მოსწავლეთა საქმიანობის წამყვან სახეს, რომლის უპირველეს ამოცანას ცოდნის, უნარ-ჩვევების და მოსწავლეთა ყოველმხრივი განვითარების ხელშეწყობა წარმოადგენს, ი. ბაბანსკი [23, გვ.6] შემდეგი სინონიმური ტერმინებით აღნიშნავს: ”სასწავლო შრომა”, ”სწავლა”, ”სასწავლო-შემეცნებითი საქმიანობა”, ”სასწავლო საქმიანობა” და სხვ.

ანალოგიური თვალსაზრისია ასახული განსახილველი ცნების დახასიათებაში, რომელიც გ. შჩუკინას მიერაა მოცემული [24, გვ. 252]. აღნიშნული ცნების სხვადასხვა განსაზღვრის ანალიზი გვიჩვენებს, რომ დიდაქტიკაში მორიგეობით სარგებლობენ ტერმინებით ”სწავლა”, ”სასწავლო პროცესი”, ”სასწავლო საქმიანობა”, მიუხედავად იმისა, რომ ისინი თავისი შინაარსით იგივურნი არ არიან. ეს იმაზე მიუთითებს, რომ პედაგოგიკაში არ არსებობს სასწავლო საქმიანობის არსის ცალსახა გაგება. იგი საკმარისად რთული და მრავალწახნაგოვანი შინაარსის მქონე ცნებაა. მაგრამ, სასწავლო საქმიანობის მოყვანილი დახასიათებების შედარების შედეგად ადვილად შეიმჩნევა საერთოს არსებობა როგორც გარეგან ნიშნებში (სასწავლო საქმიანობის ორგანიზაციული მხარე), ისე შინაგან ნიშნებში (სასწავლო საქმიანობის ლოგიკურ-შინაარსობრივი მხარე, კერძოდ: დავალებები, რომლებიც დამოუკიდებელ აზროვნებას, საქმიანობის ევრისტიკული ხერხების გამოყენებას საჭიროებენ).

ცხადია, რომ აღნიშნული სახის (გარეგანი ან შინაგანი) ნიშნებიდან ნებისმიერის აბსოლუტიზება ცალმხრივ წარმოდგენას წარმოშობს სასწავლო საქმიანობის ბუნებაზე და ამით პოლემიკას იწვევს თეორიულ გამოკვლევებში, ხოლო სწავლების პრაქტიკაში

– სიძნელეებს. ასე მაგალითად, თუ მასწავლებლისათვის სასწავლო საქმიანობის გარეგნული ნიშნებია პირველადი, მაშინ ყურადღების კონცენტრირება სწავლების ორგანიზაციულ სფეროზე ხდება, რასაც საბოლოოდ სასწავლო საგნის შინაარსისა და დავალებების როლის შეუფასებლობა მოჰყვება. როცა გულდასმით განისაზღვრება და შეირჩევა მოსწავლეთა შემოქმედებითი, დამოუკიდებელი პროდუქტიული საქმიანობის აღმძვრელი დავალებები, მაგრამ შეუფასებელი რჩება სასწავლო მუშაობის ორგანიზაციული კომპონენტები, მოსწავლეში აღძრული ინტერესი ნელდება.

სასწავლო საქმიანობის ცნება უნდა განვიხილოთ როგორც მასწავლებლისა და მოსწავლის მოქმედებათა მთლიანი სისტემა და გამოვავლინოთ იგი გარეგანი და შინაგანი მხარეების დიალექტიკური ერთიანობის გამომხატველი იმ ნიშნების ერთობლიობის მეშვეობით, რომლებიც რეალურ პროცესში პრაქტიკულად განუყოფელნი არიან.

სასწავლო საქმიანობის საფუძვლების სტრუქტურის პედაგოგიური ანალიზი წარმოდგენილია ი. ბაბანსკის, მ. დანილოვის, პ.პიდკასისტის, გ. შჩუკინას შრომებში. ამ კონტექსტში ნებისმიერი საქმიანობა - შინაარსობრივი (ცოდნა და უნარი, რომლებიც ყველა მოსწავლემ უნდა აითვისოს), მოტივაციური (შემეცნებითი მოთხოვნილებები და მათ საფუძველზე ჩამოყალიბებული მოტივები, რომლებზედაც მნიშვნელოვანწილადაა დამოკიდებული მოსწავლეთა საქმიანობის ეფექტიანობა) და ოპერაციული (შემეცნების წესები – მოქმედებები და ოპერაციები, რომლებიც უზრუნველყოფენ მოცემული შინაარსის ათვისებას და ხელს უწყობენ მოსწავლეთა ფსიქიკურ განვითარებას) კომპონენტების ერთობლიობას წარმოადგენს.

სასწავლო საქმიანობის დიდაქტიკურმა ანალიზმა პ. პიდკასისტის [25, გვ. 75-78] საშუალება მისცა მის სტრუქტურაში გამოეყო რეპროდუქციული და შემოქმედებითი პროცესების მთლიანობა. პირველი ვლინდება მზა ცოდნისა და მოქმედებათა წესების რაოდენობრივ დაგროვებაში, რომელიც მოსწავლეს ეხმარება ობიექტური სამყაროს მოვლენებისა და საგნების შესახებ აუცილებელი ცოდნის დაუფლებაში. მეორე, პირველ რიგში, გამოიხატება პირადი პრაქტიკული შემეცნებითი გამოცდილების დაგროვებაში, საქმიანობის პროდუქტთა სიახლეში, პრობლემათა გადასაწყვეტი ახალი წესების შექმნაში.

სასწავლო საქმიანობის სტრუქტურა, გ. შჩუკინას მიხედვით, წარმოდგება სწავლების მოტივებით (მოქმედების აღმძვრელი მოტივები), სასწავლო-შემეცნებითი ინტერესებით, ამოცანებითა და მოქმედებებით, და ასევე, მათი განხორციელების ხერხებით [24, გვ. 274]. ი. ბაბანსკი მიუთითებს, რომ სასწავლო საქმიანობას გააჩნია შემდეგი სტრუქტურული ელემენტები: საქმიანობის ამოცანების და წესების დაგეგმვა, მოტივაცია, მოქმედებათა ორგანიზება, თვითშემოწმება [23, გვ. 9].

მოვიყვანოთ სასწავლო საქმიანობის დასახელებული სტრუქტურული ელემენტების **არსებითი მახასიათებლები**. ასრულებს რა სასწავლო მოქმედებას, მოსწავლე ხელმძღვანელობს შინაგანი განზრახვით, მოტივთა ერთობლიობით ანუ **მოტივაციით**. სწავლების მოტივებს შორის ძალზე წონადია შემეცნებითი ინტერესებისა და მოთხოვნილებების როლი. მათ წყაროებს წარმოადგენს: სასაგნო შინაარსის ცოდნა, სასწავლო საქმიანობის პროცესი, სასწავლო პროცესის მონაწილეებს შორის დამოკიდებულება.

შემეცნებითი ინტერესებისა და მოთხოვნილებების კვლევას ფსიქოლოგებისა და დიდაქტიკოსების მრავალი ნაშრომი მიეძღვნა. მათში დგინდება შემდეგი:

- შემეცნებითი ინტერესების განვითარების საფუძველი – სწავლების მაღალი დონე, მისი მეცნიერული შინაარსი; აქტიური, დამოუკიდებელი შემეცნების პედაგოგიკურად მიზანშეწონილი ორგანიზება;
- მოსწავლეთა შემეცნებითი ინტერესები შეიძლება იყონ განვითარების სხვადასხვა დონისანი და ჰქონდეთ გამოხატვის ხარისხის, მდგომარეობისა და სიღრმის (ამორფული, ფართო, სიღრმისეული) მიხედვით სხვადასხვა ხასიათი;
- შემეცნებითი ინტერესები სასწავლო საქმიანობის საფუძველს წარმოადგენს; მათი გავლენით სასწავლო საქმიანობა მსუბუქად, თავისუფლად და სწრაფად ხორციელდება;
- შემეცნებითი ინტერესების ფორმირების გზები თავს იჩენს ცოდნის სიახლეში, პრობლემურ მიდგომაში, მოსწავლეთა დამოუკიდებელ საქმიანობაში.

სასწავლო საქმიანობის მომდევნო სტრუქტურული ელემენტი – **სასწავლო შემეცნებითი ამოცანები და მოქმედებები** – სასწავლო საგნების სპეციფიკაზეა

დამოკიდებული. სასწავლო ამოცანების პრობლემების დასმით და მათი ამოხსნისათვის აუცილებელი მოქმედებების ოპერირებით მრავალი მკვლევარი იყო დაკავებული (მ. დანილოვი, ი. ლერნერი, მ. სკატკინი და სხვ.). მ. დანილოვმა [26] ჩამოაყალიბა **სასწავლო ამოცანების დასმის წესები.** სასწავლო ამოცანები საგნობრივი შინაარსიდან უნდა გამომდინარეობდნენ და მოსწავლეთა განვითარების აქტუალური დონის შესაბამისნი იყვნენ, რათა შეიქმნას მათი განვითარების რეალური პირობები. ისინი უნდა შეიცავდნენ გონების, მოსაზრებულობისა და შემოქმედებითი პროცესების განვითარებისათვის აუცილებელ ინფორმაციას, წინააღმდეგ შემთხვევაში მოსწავლის განვითარებაში წინსვლა არ მიიღწევა. სასწავლო-შემეცნებითი ამოცანების ამოხსნაზე, ორიენტირებულ სასწავლო მოქმედებათა განსახორციელებლად მოსწავლეებს უნდა შევუქმნათ შესაბამისი მოტივაციური გარემო. სასწავლო-შემეცნებითი ამოცანების ამოსახსნელი სასწავლო მოქმედებები მასწავლებელთან თანამშრომლობის დაწყებისას, კლასში სრულდება კოლექტიური მუშაობის, დამოუკიდებელი და ინდივიდუალური საქმიანობის დროს. დანილოვის შეხედულებით, სწავლების წარმატებაზე გავლენას ახდენს არამარტო სასწავლო-შემეცნებითი მოქმედებების განხორციელების უნარი, არამედ სწავლისადმი დამოკიდებულება, შრომისმოყვარეობა, მასწავლებლის ოსტატობა, სწავლების პირობები.

საქმიანობა განსაზღვრულ მოქმედებათა ერთობლიობის შესრულების შედეგად ხორციელდება, რომლებიც პედაგოგიკურ ლიტერატურაში გარეგნული მხარით აღიწერება: წაკითხვა, ჩაწერა, მოსმენა, სავარჯიშოების შესრულება და სხვ. ჩვენი გამოკვლევის ინტერესების სფეროში შედის მოქმედების დახასიათება, როგორც პროცესისა, რომელიც გაცნობიერებულ მიზანს ექვემდებარება. **მოქმედებათა განხორციელების წესებს** გ. შჩუკინა ოპერაციებს უწოდებს და მათში შემდეგ ჯგუფებს გამოყოფს:

- სააზროვნო (ანალიზი, სინთეზი, შედარება, სისტემატიზება, მთავარის გამოყოფა, შესასწავლ მოვლენებსა და პროცესებს შორის კავშირებისა და დამოკიდებულებების გამოვლენა);
- მეხსიერების (ლოგიკური დახსომება, ცოდნის რეპროდუქცია) და ფსიქიკის (აღქმა, დაკვირვება, შემოქმედებითი წარმოსახვა) პროცესებზე დაფუძნებული წესები;

- ემოციურ _ ნებელობითი (ამოცანის გაცნობიერება, მისი მიღება, მოქმედებათა თანმიმდევრობის განსაზღვრა, მათი შესრულება, დადებითი შედეგების მიღწევის მცდელობა, ახალი ამოცანის გამოყოფა [24];

ი. ბაბანსკი სასწავლო საქმიანობის სხვადასხვა ვარიანტებს განიხილავს და შესაბამის სასწავლო მოქმედებებს გამოყოფს.

თუ სასწავლო საქმიანობაში **წამყვანი როლი მასწავლებელს** ეკისრება, მაშინ **სასწავლო მოქმედებები** ასეთია:

- მასწავლებლის მიერ შეთავაზებული სასწავლო ამოცანებისა და მოქმედების გეგმის მიღება;
- დასმული ამოცანების ამომხსნელი ოპერაციების შერჩევა;
- საქმიანობის რეგულირება მასწავლებლის ზედამხედველობით;
- სასწავლო საქმიანობის შედეგების ანალიზი.

სასწავლო საქმიანობის **დამოუკიდებლად რეალიზების** მსვლელობისას, ჩვეულებრივ, სხვა **სასწავლო მოქმედებებს** იყენებენ:

- საკუთარი საქმიანობის ამოცანათა დაგეგმვა და კონკრეტიზირება;
- სასწავლო საქმიანობის ფორმირების საშუალებებისა და მეთოდების დაგეგმვა;
- სასწავლო საქმიანობის თვითორგანიზება;
- სასწავლო საქმიანობის მსვლელობის თვითკონტროლი;
- სწავლის თვითრეგულირება;
- სასწავლო საქმიანობის შედეგების თვითანალიზი [27, გვ. 144].

შევნიშნავთ, რომ სასწავლო საქმიანობის განსაზღვრისა და მისი სტრუქტურის აღწერისას მკვლევარები ჯეროვან ყურადღებას არ უთმობენ ამ საქმიანობის განმახორციელებელი სუბიექტის როლს. წარმოდგენილ შინაარსში სტრუქტურული კომპონენტების ცნება ზედმეტად "გალოგიკურებულია" და იგი როგორც გამოდის, სუბიექტის გარეშე, საქმიანობასთან მისი კავშირის გარეშეა მისი ხასიათი, პირველ რიგში, სუბიექტით განისაზღვრება და თავისთავად არ არსებობს, როგორც წინასწარ მოცემული.

ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, მივმართოთ სასწავლო შრომის უნარ-ჩვევებს, რომელიც შეიძლება წარმოვიდგინოთ,

როგორც ადამიანის პიროვნული თვისება, მზად იყოს ადრე შეძენილი ცოდნისა და გამოცდილების საფუძველზე ამა თუ იმ მოქმედების ან საქმიანობის შესასრულებლად.

სასწავლო საქმიანობის განსაზღვრიდან გამომდინარე, ი. ბაბანსკი გვთავაზობს სასწავლო შრომის უნარების შემდეგ კლასიფიკაციას, რომელიც ასეთი საქმიანობის განმახორციელებელ სუბიექტს ახასიათებს:

- სასწავლო-ორგანიზაციული უნარები: საქმიანობის ამოცანათა მიღება და დასახვა, მათი რაციონალური დაგეგმვა, საქმიანობის განხორციელებისათვის ხელშემწყობი პირობების შექმნა;
- სასწავლო-ინფორმაციული უნარები: ბიბლიოგრაფიული ძიების შესრულება; წიგნებთან, ცნობარებთან, ლექსიკონებთან, ინფორმაციის ტექნიკურ წყაროებთან მუშაობა; დაკვირვების წარმოება;
- სასწავლო-ინტელექტუალური უნარები: საკუთარი საქმიანობის მოტივირება; ინფორმაციის მიღება, მისი რაციონალური დამახსოვრება; სასწავლო მასალის ლოგიკური გააზრება, მასში მთავარის გამოყოფა; პრობლემური და შემეცნებითი ამოცანების გადაწყვეტა [23, გვ. 9].

სასწავლო საქმიანობისა და მისი სტრუქტურის ზემოთ მოყვანილი აღწერები საკმარისად განსხვავებულია, რადგან ისინი სხვადასხვა სირთულისა და ზოგადობის დონეებზეა შესრულებული. ლიტერატურაში არსებულ აღნიშნულ დახასიათებათა გაანალიზების მცდელობებს ხშირად სხვადასხვა მოსაზრებათა დაპირისპირებამდე მივყავართ. თუ აღნიშნულს ყურადღებას არ მივაქცევთ და მათში საერთოს გამოვლენას შევეცდებით, ძირითად დასკვნამდე მივალთ: თანამედროვე ფსიქოლოგიურ და პედაგოგიურ მეცნიერებებში აღიარებულია საქმიანობის გადამწყვეტი როლი ადამიანის გონებრივ განვითარებაში. მოსწავლეთა ყოველმხრივ გასავითარებლად განსაკუთრებული მნიშვნელობა სასწავლო საქმიანობას ენიჭება, რადგან ამ ასაკისათვის საქმიანობის აღნიშნული სახეა წამყვანი. **სასწავლო საქმიანობის არსის** განხილვისას, ყველა მკვლევარი ერთმნიშვნელოვნად გამოყოფს მის სამ ძირითად კომპონენტს: შინაარსობრივს, მოტივაციურს და ოპერაციულს.

§ 2. მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობა

განსაზღვრული სახის სააზროვნო, შემეცნებითი საქმიანობის სწავლების კონცეფციის ჩამოყალიბების მიზნით დავაზუსტოთ ჩვენს მიერ ადრე მიღებული ძირითადი ცნებები, რომელსაც ბევრი მეცნიერი (რ. ატახანოვი, გ. დოროფეევი, ი. კოლიაგინი, ვ. კრუტეცკი, ა. სტოლიარი და სხვ.) მათემატიკური_ხასიათის სასწავლო საქმიანობად თვლის.

ასევე მოიძებნება პედაგოგ-მათემატიკოსთა შრომები, რომლებშიც სკეპტიკური დამოკიდებულებაა გამოხატული ტერმინის – "მათემატიკური საქმიანობა", სასკოლო სწავლებაში ხმარების მიზანშეწონილობის თაობაზე. ყველაზე გავრცელებული შეხედულებით (რომელსაც კრიტიკოსთა მხარე იზიარებს) ტრადიციულად მათემატიკურ საქმიანობაში მეცნიერ-მათემატიკოსის შემოქმედებითი მეცნიერული სამიანობა იგულისხმება და კრიტიკოსთა აზრით, მას არავითარი საერთო მოსწავლის საქმიანობასთან არ აქვს. ამის დასადასტურებლად შემდეგი არგუმენტი მოჰყავთ: პედაგოგიკურ ენციკლოპედიაში ვკითხულობთ, რომ პედაგოგიკურ მეცნიერებებში ტერმინის – "საქმიანობა" გამოყენების თაობაზე "საუბარია ბავშვების საქმიანობის ისეთ სახეებზე, როგორიცაა თამაში, სწავლა, შრომა. არაფერია ნათქვამი მოსწავლეთა სამეცნიერო ან მათემატიკური საქმიანობის შესახებ" [28, გვ. 141]. ისინი დარწმუნებულნი არიან, რომ ასეთ საქმიანობაში მათემატიკური მხოლოდ სასწავლო მასალის შინაარსია და თვით საქმიანობა კი ზოგადმეცნიერულ ხასიათს ატარებს.

მსგავს დასკვნამდე მიდის ლ. ფრიდმანიც, რომელიც სასკოლო მათემატიკის საკითხების დამუშავებით დაკავებულ სპეციალისტებს სწავლების აქტიური მეთოდების გამოყენებისაკენ მოუწოდებს და იქვე მიუთითებს, რომ "ეს საქმიანობა ძნელად თუ შეიძლება ჩაითვალოს მათემატიკურ საქმიანობად, რადგან იგი მაინც პრინციპულად განსხვავდება მეცნიერ-მათემატიკოსის საქმიანობისაგან. მათემატიკის შესწავლის პროცესში მოსწავლის საქმიანობა ეს ის სასწავლო საქმიანობაა, რომლის შემადგენელ ნაწილსაც შემეცნებითი საქმიანობა წარმოადგენს. ამ საქმიანობის მეშვეობით მოსწავლე შეიცნობს და ეუფლება მათემატიკური საქმიანობის გარკვეულ სპეციფიკურ თავისებურებებს. ამიტომ, უმჯობესია, ვისაუბროთ სასწავლო

საქმიანობის შესახებ მათემატიკის სწავლების პროცესში და არა მათემატიკური საქმიანობის შესახებ ამ პროცესში" [29, გვ. 26].

გარდა დასახელებულისა, ვხვდებით მოცემულის სინონიმური რიგის სხვა ტერმინებსაც, მაგალითად, ისეთებს, როგორიცაა: სასწავლო მათემატიკური საქმიანობა, შემოქმედებითი ხასიათის სასწავლო მათემატიკური საქმიანობა, მოსწავლის მათემატიკური საქმიანობა, მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობა, სრულფასოვანი მათემატიკური საქმიანობა, მათემატიკური შინაარსის სასწავლო საქმიანობა, ოპტიმალური მათემატიკური აქტივობა.

განსახილველი პრობლემების მიმართ ზემოთ აღნიშნულის საპირისპიროდ მოვიყვანთ ცნობილი მკვლევარის ვ. კრუტეცკის მოსაზრებას. მის მიხედვით უნდა განვიხილოთ მათემატიკური საქმიანობის სხვადასხვა დონეები – შემოქმედებითი და სასწავლო. პირველის რეზულტატს ადამიანისათვის ობიექტურად ახალი და მნიშვნელოვანი მათემატიკური ცოდნა წარმოადგენს. მეორის შედეგი კი მათემატიკის სასკოლო კურსის პროგრამით გათვალისწინებული ცოდნისა და საქმიანობის ხერხების ათვისებაში გამოიხატება. მას მიაჩნია, რომ ამ ორ დონეს შორის განსხვავება აბსოლუტური ხასიათის მატარებელი არ არის. როცა საუბარია სასკოლო სწავლების პირობებში მათემატიკის დამოუკიდებლად და შემოქმედებითად დაუფლებაზე, არართული პრობლემების დამოუკიდებლად დასმასა და მათი გადაწყვეტის გზების ძიებისა და ამოხსნის მეთოდების შემუშავებაზე, თეორემების დამტკიცების ახალი გზებისა და არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ორიგინალური ხერხების მიგნებაზე, ყოველივე ეს, მათემატიკური შემოქმედების ეჭვგარეშე გამოვლინებაა, რადგან ასეთი საქმიანობის განხორციელებისას ადგილი აქვს ძლიერ მოტივაციასა და სიმტკიცეს. ყოველივე აღნიშნული საშუალებას გვაძლევს ამგვარად ორგანიზებულ სასწავლო მათემატიკურ საქმიანობაში ჭეშმარიტი მათემატიკური საქმიანობის წანამძღვრები დავინახოთ. სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის შესწავლა მისი განსაზღვრიდან უნდა დავიწყოთ. მსგავსი მცდელობები მრავალჯერ გაკეთდა, მაგრამ საბოლოოდ დადგენილი და ყველასათვის მისაღები განსაზღვრა ჯერაც არ არსებობს. შევეცადოთ გავარკვიოთ, არსებობს თუ არა საკუთრივ ზოგადი კატეგორიის სასწავლო საქმიანობისაგან განსხვავებული სასწავლო მათემატიკური საქმიანობა, როგორც სპეციფიკური წარმონაქმნი, თუ, ეს მხოლოდ მისი თვისებრივი სპეციალიზაციაა.

აღნიშნულ პრობლემას ძალზე მნიშვნელოვანი გამოკვლევები მიუძღვნა ა. სტოლიარმა. ახასიათებს რა ის მათემატიკურ საქმიანობას, როგორც სააზროვნოს, რომელიც თავის თავში მოიცავს ლოგიკისა და მათემატიკის სპეციფიკის მიხედვით მოდიფიცირებული აზროვნების ზოგადი ხერხების ერთობლიობას, იგი იძლევა მათემატიკური საქმიანობის ფართო განსაზღვრას [30, გვ. 9-51].

სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის არსს ი. კოლიაგინი მათემატიკური ფაქტებისა და იდეების სისტემების შეძენაზე, სპეციალური უნარებისა და ჩვევების ჩამოყალიბებაზე, მათემატიკური აზროვნების განვითარებაზე ორიენტირებული პროცესების მეშვეობოთ განსაზღვრავს [20, გვ. 33]. მათემატიკის სწავლებაში ამოცანების გამოყენების ზოგადი და შედარებით მნიშვნელოვანი ასპექტების განხილვისას, იგი წერს: ”ამოცანების ამოხსნა საქმიანობის უმნიშვნელოვანეს სახეს, ე.წ. მათემატიკური საქმიანობის სახეს წარმოადგენს [20, გვ. 5]. განსახილველი ცნების მსგავს განმარტებას გვთავაზობს რ. ატახანოვიც. ის მიუთითებს, რომ ამოცანათა ამოხსნის პროცესში მათემატიკური საქმიანობა სააზროვნო საქმიანობის მთლიანი აქტია: ”მათემატიკურ საქმიანობას თავის საწყისად რაიმე საგნობრივ-შინაარსობრივი რეალობა უძევს, რომელიც აზრობრივ ცვლილებას და გარდაქმნას ექვემდებარება. ასეთი საქმიანობის შედეგს ახალი მათემატიკური ცოდნა ან მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა წარმოადგენს” [31, გვ. 15].

ზოგიერთი მეცნიერი ტერმინში ”სასწავლო მათემატიკური საქმიანობა” გულისხმობს ”ადამიანის ინდივიდუალურ საქმიანობას, რომელიც კონკრეტული მათემატიკური ცოდნის შეძენას ეფუძნება გარემომცველი სამყაროს შესაცნობად მათემატიკის საშუალებით” [32, გვ. 127].

აღნიშნული ცნების ცალსახა განმარტება ჯერაც არ არსებობს, რამდენადაც ეს ტერმინი სხვადასხვა სახის მოვლენებისთვისაა მისაღები. მაგალითად, მათემატიკურ საქმიანობას აფარდებენ მათემატიკური აზროვნების განვითარებასთან, სააზროვნო და შემეცნებითი სახის მოქმედებების სწავლებასთან, ამოცანების ამოხსნის პროცესთან, ევრისტიკულ და შემოქმედებით საქმიანობასთან. აქედან გამომდინარე, შეიძლება ითქვას, რომ ეს ტერმინი მუშა ინსტრუმენტს წარმოადგენს, რომელიც რაიმე მრავალფაქტორიან მოვლენას განმარტავს. ამიტომ, თითოეული კონკრეტული გამოკვლევის მიზნის შესაბამისად, ყოველთვის ცალკე უნდა განისაზღვროს.

მოსწავლის მათემატიკურ საქმიანობად ვთვლით მოქმედებათა ახალი სისტემის შემქმნელ სასწავლო საქმიანობის ნაირსახეობას, რომელიც ორიენტირებულია მოსწავლის ზოგადინტელექტუალურ განვითარებაზე, ლოგიკური ხერხებისა და შემეცნებითი უნარის აღზრდაზე მათემატიკური მასალის მეშვეობით.

განსაზღვრული გვარის საქმიანობის განსახორციელებლად აუცილებელია მისი **შემადგენლობისა და სტრუქტურის** გარკვევა. ლიტერატურაში სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის სხვადასხვა მოდელს ვხვდებით. მაგალითად, ა. სტოლიარი მის სამ ძირითად **ასპექტს** გამოყოფს:

- კონკრეტული სიტუაციის მათემატიკური აღწერა ან სხვანაირად – ემპირიული მასალის მათემატიკურ ენაზე გადაყვანა;
- ცდის საშუალებით მოპოვებული მათემატიკური მასალის ლოგიკური ორგანიზება ან მოდელთა კლასის გამოკვლევა;
- საქმიანობის მეორე ასპექტის შედეგად მიღებული მათემატიკური თეორიის გამოყენება [30, გვ. 55].

ი. ტესლენკოს სტატიაში, რომელიც მათემატიკური უნარების უნივერსალურობის დასაბუთებას ეფუძნება, ანალოგიური აზრია გამოხატული მოსწავლეთა მათემატიკური საქმიანობის სტრუქტურის შესახებ. ავტორი ამტკიცებს, მოსწავლეთა მათემატიკური ცოდნა, ჩვევები და უნარი რომ ავლენდეს დიდ სიმტკიცეს და ადვილად გადადიოდეს არამარტო სასკოლო, არამედ ყოველდღიური ცხოვრებისეული შინაარსის ამოცანების ამოხსნაზე, სასურველია, მათი მათემატიკური საქმიანობა მოიცავდეს შემდეგ სტრუქტურულ ელემენტებს:

- აღქმას, ახალი ცნების პირველად წარმოდგენასა და გააზრებას;
- გამოცდილებას, საყრდენი ცოდნის აქტუალიზებას და ცნების ხასიათის რეპროდუქციას;
- შესასწავლ ცნებაში არსებული ობიექტური კავშირებისა და მიმართებების გამოყოფას;
- ცნების შინაგანი არსის გახსნას; მისი ხასიათის, განსაზღვრის, ტერმინის, ნიშნის დამახსოვრებას;
- ცნების განზოგადებასა და სისტემაში ჩართვას;
- ახალი ცნების პრაქტიკულ გამოყენებას [33, გვ. 15].

გ. დოროფეევი სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის ასეთ მოდელს განიხილავს:

- მათემატიზების ეტაპი, ე. ი. სინამდვილის ფრაგმენტის მოდელის აგება;
- მათემატიკური მოდელის შესწავლის ეტაპი, ე. ი. აგებული მოდელის თვისებების აღმწერი მათემატიკური თეორიის აგება;
- შედეგების წარმოდგენის ეტაპი [34, გვ. 58].

ავტორი აღნიშნავს, რომ სკოლაში, ჩვეულებრივ, პირველ და მესამე ეტაპებს არ ასრულებენ. თვლიან, რომ სასკოლო კურსის ამოცანას მხოლოდ მათემატიკური თეორიის აგება წარმოადგენს (მოქმედებათა წესების, განტოლებებისა და უტოლობების ამოხსნის, გეომეტრიულ ფიგურათა თვისებების გამოკვლევის) და მათემატიკური ცნებების წარმოშობისა და მათი პრაქტიკული გამოყენების შესახებ, როგორც წესი, არ საუბრობენ. ამის გამო, მოსწავლეები ვერ აცნობიერებენ მათემატიკური მეცნიერების პრაქტიკულ მნიშვნელობას და მის ადგილს მეცნიერებათა სისტემაში. აქედან გამომდინარე, მათი მათემატიკური საქმიანობა ფორმალური და უინტერესო ხდება.

რ. ატახანოვის მონოგრაფიაში (31) მოსწავლეთა მათემატიკური საქმიანობის შემდეგ ეტაპებს ვხვდებით:

- შინაარსიანი ანალიზი;
- საქმიანობის მიზნის დაგეგმვა და რეალიზება, ე.ი. მოცემულ პირობებში მოქმედებათა ოპტიმალური სისტემის აგება;
- რეფლექსია, ამოცანათა ამოხსნის შერჩეული წესებისა და მოქმედებების საფუძვლების განხილვა.

მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობის თავისებურებებზე სამეცნიერო-მეთოდიკურ ლიტერატურაში არსებული შეხედულებების ანალიზი საშუალებას გვაძლევს ეს უკანასკნელი ზოგადი სასწავლო საქმიანობის თვისებრივ სპეციალიზაციად მივიჩნიოთ, რომელიც მათემატიკურ კანონზომიერებებთან მუშაობის დროს ვლინდება.

ი. კოლიაგინი მათემატიკური საქმიანობის აგებულების კვლევისას მის **გარეგან და შინაგან სტრუქტურებს** გამოყოფს. გარეგანი სტრუქტურა ოპერაციული ფაქტორების ერთობლიობას წარმოადგენს, მაგალითად, ისეთების, როგორიცაა:

საქმიანობის ლოგიკური სტრუქტურა, მისი პირობების სხვადასხვა გარდაქმნები, განხორციელების თანმიმდევრობა, სამუშაო ეტაპებად დანაწევრება. ყოველივე ეს საქმიანობის სუბიექტის ქცევაში გამოიხატება და განსაზღვრული რაოდენობრივი მაჩვენებლებით შეიძლება დახასიათდეს. შინაგანი სტრუქტურა, პირველ რიგში, ინფორმაციული ფაქტორების, სააზროვნო ოპერაციების ერთობლიობაა, რომლებიც საქმიანობის პირობების აღქმასა და გადამუშავებას, მაკორექტირებელი კონტროლის განხორციელებასა და საქმიანობის დაგეგმვის შინაგან მექანიზმს უზრუნველყოფს. მეორე რიგში, მათი მეშვეობით ხდება აზროვნების მდგომარეობების გარჩევა, რომლებიც ხელს უწყობენ (ან ხელს უშლიან) საქმიანობის განხორციელებას. მათემატიკური საქმიანობის შინაგანი სტრუქტურა ფარული სააზროვნო საქმიანობით გადმოიცემა და ობიექტურად შეიძლება გამოიხატოს სააზროვნო ოპერაციათა ჩამონათვალში.

შევნიშნავთ, რომ მათემატიკურ მასალაზე მუშაობისას სააზროვნო მოქმედებათა შესრულება რაოდენობრივ მიმართებათა გამოვლენასთან დაკავშირებულ სპეციფიკას იძენს, ხოლო აზროვნება "მათემატიზებულ" ობიექტებთან ოპერირების ტენდენციისაკენ მიისწრაფვის და მოქმედებათა სპეციალური ხერხების მატარებელი ხდება.

მოსწავლეთა მათემატიკური საქმიანობა, ისე, როგორც საერთოდ სასწავლო საქმიანობა, **ცალკეული მოქმედებებისაგან** შედგება, რომლებიც ძალზე მრავალია და რთულ იერარქიულ სტრუქტურას ქმნის. მათ შორისაა ელემენტარული მოქმედებებიც, რომელთა შესრულებაც მოსწავლეებს ხშირად უწევთ და, ამის გამო, მათი ავტომატიზება ხდება, ე. ი. უმარტივეს მოქმედებათა ავტომატიზებული შესრულება – **ეს_ჩვევაა.** მაგალითად, ასეთია ციფრების წერის მოქმედება, რიცხვებისა და ალგებრულ გამოსახულებათა ჩანაწერების წაკითხვა, ერთნიშნა რიცხვების ჯამისა და ნამრავლის პოვნა, ფრჩხილების გახსნა და ა.შ. **უნარი** მიღებულია დახასიათდეს, როგორც რაიმე მოქმედების განხორციელების შესაძლებლობა [35, გვ. 165]. ამგვარად, **სასწავლო მოქმედება** არის საქმიანობის ობიექტური დახასიათება; იქიდან გამომდინარე, თუ როგორ ფლობს მას სუბიექტი, შეიძლება ვილაპარაკოთ იმაზე, უნარია ის თუ ჩვევა.

სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის ოპერაციული სფეროს აღწერისას, განსაკუთრებული ყურადღება უნდა დაეთმოს ამგვარი საქმიანობისათვის

სპეციფიკური სასწავლო უნარების სტრუქტურას. აღნიშნული უნარების ჯგუფის ყველაზე დაწვრილებითი აღწერა მოცემული აქვს ი. ტესლენკოს.

1. წამყვანს და ძალზე რთულს, ავტორის აზრით, ამოცანების ამოხსნის უნარები წარმოადგენს. ესენია:

- უნარი, გამოიცნოს და შეუსაბამოს ამოცანის ელემენტები საძიებლებს;
- უნარი, დაადგინოს ამოცანის მოცემულობის სისრულე (საკმარისობა, არასაკმარისობა, სიჭარბე), პირობის ელემენტებს შორის დამოკიდებულებების არაწინააღმდეგობრიობა;
- ამოცანის ელემენტების ახალ მიმართებაში წარმოდგენის უნარი;
- ამოცანის სტრუქტურის გამოვლენის უნარი;
- არაალგორითმული ამოცანების ამოსახსნელად სქემების, ცხრილების, ნახაზის, გრაფების და ა. შ. გამოყენების უნარი;
- განსახილველი ამოცანის ქვეამოცანებად დანაწევრების უნარი;
- ამოცანების ამოხსნისას ვარაუდის, უარყოფის, განზოგადების, კონკრეტიზების, საღი აზრის და ა. შ. გამოყენების უნარი;
- ამოცანის ამოხსნისათვის აუცილებლად საჭირო ცოდნის აქტუალიზებისათვის მახსოვრობის მობილიზების უნარი;
- სიტუაციის აღმწერი მიმართებებისა და დამოკიდებულებების მათემატიკურ ენაზე გადაყვანის უნარი და, პირიქით, ამოცანის სიმბოლიკური და გრაფიკული განმარტების ჩვეულებრივი ტექსტის ენაზე გადაყვანის უნარი;
- ამოცანის ამოხსნის შედეგების შეფასების უნარი;
- ამოცანის ამოხსნის პროცესიდან სუბიექტურად სასარგებლო ცოდნის გამორჩევის უნარი.

2. მეორე განზოგადებულ უნარს, რომელიც მოსწავლეებში სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის განხორციელების პროცესში ყალიბდება, ავტორის აზრით, ანალიზისა და სინთეზის სააზროვნო ოპერაციების შესრულების ინტელექტუალური უნარი და მათ საფუძველზე – შედარების, განზოგადების, შეპირისპირების, აბსტრაჰირებისა და კონკრეტიზების ოპერაციათა ფლობის უნარი წარმოადგენს.

3. საკუთარი მტკიცებებისა და დასკვნების ლოგიკური დასაბუთების და მათი სიმბოლიკურ ენაზე გამოსახვის უნარი:

არსებითი ნიშნების აღწერა და ცნებათა განსაზღვრა;

- შესწავლილი ცნების სხვა ცნებებთან კავშირის დანახვა;
- მოცემული მათემატიკური მოდელის ინტერპრეტირება და ახლადფორმულირება;
- ვარაუდების ინდუქციური აგება და მიხვედრების გამოთქმა;
- გამონათქვამთა ჭეშმარიტობის ან მცდარობის დადგენა.

მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებასა და მათ მიერ სააზროვნო საქმიანობის ეფექტური ხერხების დაუფლებაზე მათემატიკური შინაარსის სავარჯიშოთა გავლენის კვლევისას ი. კოლიაგინი ბოლოს აღნიშნულის საშუალებად გამოყოფს **ზოგად და სპეციალურ უნარებს**.

ზოგადი უნარების რიცხვს მიეკუთვნება:

- შემეცნების მეთოდებით (დაკვირვება, შედარება, ცდა, ანალიზი და სინთეზი, განზოგადება, აბსტრაჰირება და კონკრეტიზება) სარგებლობა;
- ინდუქციური და დედუქციური ხასიათის დასკვნების მიღება, ანალოგიისა და ინდუქციის სწორად გამოყენება;
- სააზროვნო და პრაქტიკული ექსპერიმენტის სწორად მოწყობა, ჰიპოთეზების წამოყენება და მათი შემოწმება;
- სასწავლო სიტუაციების უმარტივესი მოდელების შექმნა და მათი საშუალებით ობიექტების თვისებების შესწავლა (გრაფიკების, დიაგრამების, ნახატების, სქემების აგება და გამოყენება);
- არსებითის გამოყოფა;
- შესასწავლი ობიექტების კლასიფიკაცია;
- ცოდნის მარაგის სისტემატიზება, მათ შორის მიზეზ-შედეგობრივი და სტრუქტურული კავშირების დამყარება;
- დასახული მიზნის მისაღწევი საშუალებებისა და მეთოდების შერჩევა, კონკრეტული პირობების გათვალისწინება;
- შესასწავლი მასალის პრაქტიკული მნიშვნელობის შეფასება;

- ლოგიკური ცოდნის გამოვლენა.

სპეციალურ უნარებს მიეკუთვნება შემდეგი უნარები:

- საყოფაცხოვრებო ხასიათის უმარტივესი სიტუაციების მათემატიზება;
- გარემომცველი სამყაროს მიმართ მათემატიკური კანონზომიერებების გათვალისწინება;
- ამა თუ იმ მათემატიკური ფაქტის, თვისების ან მიმართების არსებობის წინასწარმეტყველება;
- ამა თუ იმ მათემატიკური დებულების დედუქციური დამტკიცება ან უარყოფა;
- ამოცანის ამოხსნის ძიების დაგეგმვა, მისი პირობიდან ჭარბი მოცემულობის გამორიცხვა და დაკლებულის შევსება;
- ამოცანის ამოსახსნელად აუცილებელი მეთოდების, ოპერაციებისა და თვისებების შერჩევა;
- ამოცანის ამოხსნის სისწორის შემოწმების განხორციელება;
- მათემატიკური ცნებების განსაზღვრათა ფორმულირება, ცნების შესაბამისობის გარკვევა მოცემულ განსაზღვრასთან, სხვა ცნებებიდან მისი გამოცნობა;
- უმარტივესი გამომთვლელი საშუალებებით გამოთვლების სწორად შესრულება;
- გამოთვლის საწარმოებლად მოხერხებული გარემოს შექმნა;
- გამოთვლის შედეგების სისწორის შემოწმების შესრულება;
- უმარტივესი სასწავლო სიტუაციების გამოკვლევის ჩატარება;
- მათემატიკურ ვითარებათა ჩაწერისას და ამოცანების ამოხსნისას მათემატიკური სიმბოლიკით სარგებლობა, სიმბოლიკურად ჩაწერილი წინადადებების წაკითხვა და სხვ. [36, გვ. 141].

ამგვარად, მათემატიკური ხასიათის ძირითადი სასწავლო უნარების ჩამონათვალი საკმარისად დიდია. კონტექსტიდან გამომდინარეობს, რომ ეს ჩამონათვალი მოიცავს მოსწავლის მათემატიკური საქმიანობის სხვადასხვა სფეროებისათვის დამახასიათებელ სპეციფიკური უნარების ჯგუფებს, რომლებიც

უკავშირდება ამოცანების ამოხსნას, განტოლებებს, დამტკიცებათა ჩატარებას, ცნებების განსაზღვრებს, გამოთვლით კულტურას და ა.შ.

მათემატიკური შინაარსის სასწავლო საქმიანობის განსახორციელებლად აუცილებელია განსახილველ საგნობრივ არეში ჩამოთვლილი უნარების ფლობა. ამასთან ერთად მისაღებია სხვა ხელშემწყობი ფაქტორებიც.

სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის შესახებ პედაგოგ-მათემატიკოსების მიერ გამოთქმული ძირითადი დებულებების შინაარსი გამოიხატება იმაში, რომ მისი განვითარების წანამძღვრებს პიროვნების ინტელექტუალური თვისებების კომპლექსის ფორმირება წარმოადგენს. ამ საქმეში არანაკლები როლის შესრულება ემოციური და განწყობის ხასიათების ქვეჯგუფებს შეუძლიათ.

სასწავლო-მათემატიკური უნარების **ინტელექტუალურ კომპონენტებს** მიაკუთვნებენ აბსტრაჰირებასა და სქემატიზებას, აბსტრაქციებით, სქემებით, სიმბოლოებით ოპერირებას, მათემატიკურ განზოგადებასა და სიტუაციის აღქმას, აზროვნების სისხარტეს, მათემატიკური აზრის სიტყვიერი გამოხატვის სიზუსტეს, სიცხადისაკენ, უბრალოებისაკენ, ამოხსნის ეკონომიურობისა და რაციონალურობისაკენ სწრაფვას და სხვ.

ემოციური ფაქტორების ჯგუფს ქმნიან: გაკვირვება და ცნობისმოყვარეობა, რომლებიც სტიმულს აძლევენ ცოდნის შეძენას, სხვადასხვა საკითხებისა და ამოცანების გადაწყვეტის გზების ძიებას; საქმიანობის კვლავინდებურად გაგრძელებას; ახალი, უფრო რთული ამოცანების ამოხსნას; სწავლის პროცესში აღმოცენებული საკუთარი ძალებისადმი რწმენის უნარს. მათემატიკური საქმიანობის განხორციელება შეუძლებელია სიძნელეთა დაძლევისადმი მზაობის, მიზანსწრაფულობის, დიდი შრომისმოყვარეობის უნარის გარეშე, სილამაზისა და ჰარმონიის გრძნობის გარეშე [28, გვ. 51].

ლ. ფრიდმანმა დაადგინა, რომ სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის განსახორციელებლად აზროვნების შემდეგი თვისებების ფლობაა აუცილებელი:

- ობიექტების ნაირსახეობათა დანახვის უნარი მათი თვისებებით და მიმართებებით;
- ობიექტების შედარების უნარი, მათი მსგავსებისა და განსხვავების დადგენა;
- გონებაში მოქმედების, დაკვირვების, განზოგადების უნარი;

- ამა თუ იმ გარდაქმნის შესრულების პროცესში ობიექტების აზრობრივი წარმოდგენა და ხედვა მათი ყველა თავისებურებითა და ცვლილებებით;
- პიროვნული თვისებების (ნებისყოფის, ყურადღების, კარგი მახსოვრობის, საზრიანობის) ფლობა [37, გვ. 78].

ზოგიერთი ავტორი ჩამოთვლილ ასპექტებს **მათემატიკურ ინტუიციასაც** უმატებს. ისინი მას აზროვნების განსაკუთრებულ ფორმად მიიჩნევენ, "რომლისთვისაც მსჯელობის შემჭიდროება, შედეგის წამიერი გაცნობიერება, მიხვედრა, გონების "განათებაა" დამახასიათებელი".

ს. შვარცბურდს მიაჩნია, რომ მათემატიკური საქმიანობის წარმატებული დაუფლებისათვის აუცილებელია შემდეგი უნარ-ჩვევები:

- არსებითის არაარსებითისაგან გარჩევის, აბსტრაჰირების, აბსტრაქტულად აზროვნების უნარები;
- კონკრეტული სიტუაციიდან საკითხის მათემატიკურ ფორმულირებაზე, საქმის არსის შეკუმშულ დახასიათებაზე გადასვლის უნარი;
- დედუქციური აზროვნების ჩვევები;
- გაანალიზების, კერძო შემთხვევების გარჩევის, კრიტიკის უნარი;
- სივრცითი წარმოდგენებისა და მათემატიკური მეტყველების განვითარების უნარი [38].

ვ. კრუტეცკის პოზიციიდან გამომდინარე, მათემატიკური საქმიანობის განხორციელებაში მოსწავლის წარმატებას შემდეგი **თვისებების** შეხამება განსაზღვრავს:

- მათემატიკისადმი დადებითი და აქტიური დამოკიდებულება, მის მიმართ ინტერესი, მისი დაუფლების სურვილი;
- დამახასიათებელი თვისებების რიგი: პირველ ყოვლისა შრომისმოყვარეობა, დამოუკიდებლობა, მიზანსწრაფულობა;
- მდგრადი ინტელექტუალური გრძნობები – დაძაბული გონებრივი მუშაობის შედეგად განცდილი კმაყოფილების გრძნობა, შემოქმედების, აღმოჩენის სიხარული;

- საქმიანობის განსახორციელებლად საჭირო განწყობის არსებობა, მაგალითად, დაინტერესების, კონცენტრირების, კარგი "ფსიქიკური განწყობის" გრძნობა;
- განსაზღვრული ინდივიდუალურ-ფსიქლოგიური განსაკუთრებულობების შერწყმა, რომლებიც მოცემული საქმიანობის მოთხოვნებს პასუხობს.

თვისებების ასეთ სინთეზს ვ. კრუტეცკი "მათემატიკური საქმიანობისათვის ვარგისობას ანუ მზაობას"უწოდებს [39, გვ. 90].

საბოლოოდ დავასკვნით, რომ იყო სასწავლო მათემატიკური საქმიანობის სუბიექტი, ნიშნავს ფლობდე პიროვნებისათვის დამახასიათებელი თვისებების კომპლექსს, რომლებიც ეხება, როგორც ინტელექტუალურ (ცოდნა, უნარი) და ემოციურ (საქმიანობასთან მიმართება), ისე ნებისყოფის (დამახასიათებელი თვისებები) სფეროებს. ამასთან დაკავშირებით, ინტერესს მოკლებული არ იქნება ცნობილი პედაგოგ-მათემატიკოსის დ. პოიას გამონათქვამის გახსენება: "რას ნიშნავს ფლობდე მათემატიკას? ეს ნიშნავს ფლობდე ამოცანების ამოხსნის უნარს, ამასთან, არა მარტო სტანდარტულის, არამედ ისეთებისაც, რომლებიც დამოუკიდებლად აზროვნებას, საღ აზრს, ორიგინალურობას, გამჭრიახობას მოითხოვენ [40, გვ. 16].

§ 3. ცნებები "ამოცანა" და "არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანა" თანამედროვე მეცნიერულ გამოკვლევებში

განსახილველი ცნებები ერთ-ერთ ფუნდამენტალურ ცნებებს წარმოადგენს ფსიქოლოგიაში, კიბერნეტიკაში, სწავლებისა და აღზრდის თეორიაში და, საერთოდ, საბუნებისმეტყველო-მათემატიკური ციკლის ნებისმიერ მეცნიერებაში. აღნიშნული დარგებისადმი მიძღვნილ სამეცნიერო ლიტერატურაში ეს ცნებები სხვადასხვანაირად განიმარტება, ამა თუ იმ სასწავლო დისციპლინის სპეციფიკის გამო.

ტერმინი "ამოცანა" ფართოდ გამოიყენება მეცნიერებასა და პრაქტიკაში, ერთმანეთისაგან განსხვავებული მრავალი ცნების აღსანიშნავად. ცნების – "მათემატიკური ამოცანა" ზუსტი განსაზღვრა ჯერაც არ არსებობს. სხვადასხვა გამოკვლევებში იგი სხვადასხვანაირადაა მოცემული.

ზოგადი გაგებით, ამოცანა განიხილება, როგორც გარკვეულ პირობებში მოცემული მიზანი, რომელიც განსაზღვრული ცოდნისა და ლოგიკური დასკვნების საფუძველზე უნდა შესრულდეს. ს. ოჟეგოვის ლექსიკონის მიხედვით ტერმინ ”ამოცანაში” იგულისხმება ”ის, რაც შესრულებას, გადაწყვეტას” მოითხოვს, ან ”სავარჯიშო, რომელიც გონიერი დასკვნის, გათვლის მეშვეობით სრულდება”. როგორც სხვადასხვა სოციალური ჯგუფების წარმომადგენელთა გამოკითხვის პროცესში მიღებული შედეგებით ირკვევა, ასეთი ახსნა, მთლიანობაში, სიტყვის ”ამოცანა” ცხოვრებისეულ ასოციაციებს ემთხვევა.

ქართული განმარტებითი ლექსიკონის მიხედვით: ”ამოცანა (ამოცანისა) 1. ამოსაცნობი, გადასაწყვეტი, გადასაჭრელი საკითხი. 2. მათემატიკური საკითხი, რომელიც უნდა ამოიხსნას სათანადო გამოანგარიშებებით. 3. მიზანი, მიზანდასახულობა.

ფილოსოფიური თვალსაზრისით ამოცანა არის ცოდნა იმის შესახებ, რაც სუბიექტსა და ობიექტს შორის წარმოქმნილი წინააღმდეგობრიობით წარმოიშობა.

ფილოსოფიურ ლიტერატურაში ამ ტერმინით, შედარებით ხშირად, სარგებლობა ხდება სუბიექტის საქმიანობის კატეგორიასთან და მისი მიმდინარეობის პირობებთან მიმართებით. როგორც ა. ლეონტიევი აღნიშნავს, ამოცანა – ეს ”განსაზღვრულ პირობებში მოცემული მიზანია” [5, გვ. 300].

ამოცანისა და პრობლემური სიტუაციის ცნებებს ერთმანეთთან ბევრი საერთო გააჩნიათ, მაგრამ, უმრავლეს გამოკვლევებში, მათი გაიგივება არ ხდება. მაგალითად, ლ. ფრიდმანი პრობლემური სიტუაციის ცნებას საწყის ცნებად მიიჩნევს და ის ამოცანისა და პრობლემური სიტუაციის ცნებებს შემდეგი ნიშნებით განასხვავებს:

1. პრობლემური სიტუაცია რეალურად არსებობს იმ ენისაგან დამოუკიდებლად, რომელ ენაზეც ის ყალიბდება; ამოცანა ყოველთვის უკავშირდება იმ ენას, რომელი ენითაც ის გადმოიცემა.
2. პრობლემური სიტუაცია უფრო მდიდარია შინაარსით, ვიდრე ამოცანა; ამოცანა სიტუაციის მოდელია და ამიტომ ის მხოლოდ მის ზოგიერთ მხარეს ასახავს.
3. ყოველი პრობლემური სიტუაციისათვის არსებობს ერთი ან რამდენიმე ამოცანა, რომლებიც ერთმანეთისაგან შეიძლება

განსხვავდებოდეს როგორც სიტუაციაში წარმოდგენილი თვისებების ერთობლიობით, ასევე იმ ენითაც, რომელზეც ამოცანაა ჩამოყალიბებული. ლ. ფრიდმანი ამოცანას განსაზღვრავს როგორც ”პრობლემური სიტუაციის ყოველგვარ ნიშნით მოდელს” [41, გვ. 54-55].

ი. კოლიაგინი აღნიშნავს, რომ ”პრობლემური სიტუაცია თვითონ კი არ წარმოშობს ამოცანას, არამედ იგი წარმოიშობა სუბიექტის აქტიური დახმარებით” [20, გვ. 39]. არსებითად, ამოცანა მაშინ ხდება ამოცანად, როცა სუბიექტი მას ”მიიღებს” ანუ როცა ის მის ამოხსნაზე დაიწყებს ზრუნვას [42, გვ. 76]. ანალოგიურ აზრს ავითარებს ვ. სლავსკაია. ამოცანა, ამ სიტყვის ფსიქოლოგიური გაგებით, არის არა მხოლოდ ობიექტური ამოსავალი სიტუაცია, ”პირველ ყოვლისა, ეს არის ამოცანა, რომელიც ადამიანისათვის არის გამიზნული” [43, გვ. 211].

ტერმინი ”ამოცანა” ფართოდ გამოიყენება აზროვნების პროცესების დახასიათებისას. ხშირად ამოცანაში გულისხმობენ სიტუაციას, რომელშიც სუბიექტმა, მის წინაშე მდგარი მიზნის მისაღწევად, საძიებელი უნდა განსაზღვროს ცნობილთან (მოცემულთან) მისი კავშირების გამოვლენის საფუძველზე [2, გვ. 77]. კ. სლავსკაია მიუთითებს, რომ ამოცანა შეიძლება განვიხილოთ როგორც **სინამდვილის შემეცნების განსაკუთრებული ფორმა**. იგი გვევლინება როგორც ობიექტი, რომელიც ახდენს ადამიანის აზროვნების პროცესის დეტერმინაციას [43, გვ. 211].

დ. უზნაძე აღნიშნავს: ”ამოცანა თავისთავად, მექანიკურად როდი ახდენს განმსაზღვრელ გავლენას ცნობიერების მუშაობაზე. ეს მხოლოდ იმ შემთხვევაში ხდება, როდესაც სუბიექტი მიწოდებული ამოცანის გადაჭრას მართლა სერიოზულად იღებს თავის თავზე. ამის შემდეგ ცნობიერება ისე ეწყობა, რომ მასში ჩვეულებრივი ასოციაციური ტენდენცია ძალას კარგავს და თავის ადგილს ახალ ტენდენციას, ე.წ. ”დეტერმინაციის ტენდენციას” უთმობს [44, გვ. 443].

დეტერმინიზმის პრინციპი ამოცანათა თეორიის საფუძველს წარმოადგენს. მართლაც, ამოცანა როგორც სააზროვნო საქმიანობის ობიექტი, მისი პირობები და მოთხოვნები ქმნის იმ მიზეზს, რომელიც წარმართავს აზროვნების პროცესს ობიექტის ღრმად შემეცნებისა და მისი (ამოცანის) შინაგანი არსის გახსნისაკენ. მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის პროცესის ანალიზი აჩვენებს, რომ ახდენს რა ამოცანა აზროვნების პროცესის დეტერმინაციას, იგი განსაზღვრავს ამ პროცესის უწყვეტად მიმდინარეობის

პირობებს. აღნიშნული პირობები, მოსწავლის მიერ, ამოცანის ”მიღების” შემდეგ ყალიბდება, მისი ბაზისით (ამოხსნის თეორიული და პრაქტიკული საფუძვლით) და ამოხსნის ხერხით. ”ადამიანს რომ აზროვნების პროცესში სწორედ შესაფერისი, სწორედ მიზანშეწონილი აზრები უჩნდება, ამას არსებითად უფრო აქტიური ხასიათი აქვს, ვიდრე პასიური: საფუძვლად ამას სუბიექტის მიერ ამოცანის აღიარება, ამოცანის გადაჭრის გადაწყვეტილება, ე. ი. ნებელობის აქტი უდევს” [44, გვ. 444].

აზროვნების ფსიქოლოგიაში კარდინალურ პრობლემას ”პრობლემური სიტუაციის” და ”ამოცანის” ცნებების თანაფარდობა წარმოადგენს. ს. რუბინშტეინი აღნიშნავს, რომ ”აზროვნების დასაწყისი პრობლემურ სიტუაციაშია” [45, გვ. 86].

ა. მატიუშკინის მიხედვით ცნებები ”პრობლემური სიტუაცია” და ”ამოცანა”, სხვადასხვა ფსიქოლოგიური რეალობების გამომხატველი, პრინციპულად განსხვავებული ცნებებია [46, გვ. 82]. ის ამოცანის ცნებაში მოქმედ პირს – სუბიექტს არ რთავს. სუბიექტი არ არის საჭირო ამოცანის ცნების განსაზღვრისათვის იმდენად, რამდენადაც ამოცანა თავისი სტრუქტურის მიხედვით არის პირობასა და საძიებელს შორის სიტყვიერი ან ნიშნობრივი ფორმით ობიექტურად მოცემული დამოკიდებულება. ამიტომ, ის ამოცანას განიხილავს როგორც ერთი ადამიანის მიერ მეორისადმი (ან თავისი თავისადმი) დავალების წარდგენის ნიშნობრივ ხერხს, რომელიც მიზნისაკენ მიმმართველ მითითებებსა და მისი მიღწევის პირობებს მოიცავს.

ზოგიერთ გამოკვლევაში ”ამოცანის ცნება განისაზღვრება პრობლემური სიტუაციის საშუალებით, ზოგში კი ორივე ცნება გაიგივებულია” – აღნიშნავს ი. კოლიაგინი და იქვე მიუთითებს: ”ძნელია დაეთანხმო იმას, რომ პრობლემური სიტუაცია რეალურად არსებობს, ხოლო ამოცანა არის რეალური პრობლემური სიტუაციის მხოლოდ აბსტრაქტული მოდელი. როგორც პრობლემური სიტუაცია, ისე ამოცანა – რეალური ობიექტებია, რომლებიც სუბიექტთან კავშირის გარეშე არ არსებობს” [20, გვ. 98].

ამოცანის ცნების სხვადასხვანაირი გაშუქების მოყვანილი მაგალითებიდან ჩანს, რომ ძნელად თუ შეიძლება ამ ცნების ისეთი ზოგადი განსაზღვრების ჩამოყალიბება, რომელიც თავს მოუყრიდა ამჟამად არსებული განსაზღვრების ყველა არსებით თვისებას. ამის ერთ-ერთ მიზეზად სუბიექტსა და ამოცანას შორის

დამოკიდებულების საკითხისადმი პრინციპულად განსხვავებული მიდგომები შეიძლება ჩაითვალოს.

ავტორთა ერთი ნაწილი ამოცანის ცნებაში სუბიექტსაც რთავს. ისინი ამოცანას მიიჩნევენ პრობლემურ სიტუაციად, რომელშიაც სუბიექტმა უნდა იმოქმედოს. ამიტომ, მათი აზრით, სუბიექტის გარეშე ამოცანის არსებობა არ შეიძლება. ის, რაც ერთი რომელიმე სუბიექტისათვის ამოცანას წარმოადგენს, სრულიად შესაძლებელია მეორე სუბიექტისათვის ამოცანას არ წარმოადგენდეს. აქედან გამომდინარე, ”ამგვარი მიდგომით – აღნიშნავს ლ. ფრიდმანი, შეუძლებელია ამოცანის ობიექტური შესწავლა სუბიექტის საქმიანობის განხილვისაგან დამოუკიდებლად” (41, გვ. 182).

ავტორთა მეორე ნაწილი ამოცანისა და პრობლემური სიტუაციის ცნებათა განცალკევებას ცდილობს მათი უფრო ღრმად გაანალიზების თვალსაზრისით. ასეთი მიდგომით ამოცანა განიხილება როგორც რეალური სისტემა (ობიექტი), რომელიც თავის დასახასიათებლად სუბიექტის ჩარევას არ საჭიროებს [41].

ჩვენ ვიზიარებთ ავტორთა მეორე ნაწილის მოსაზრებას, ანუ იმას, რომ ეს ცნებები სხვადასხვა ფსიქოლოგიური რეალობების გამომხატველია.

კიბერნეტიკაში ”ამოცანის” ცნებას ძიებასთან აკავშირებენ. ეს გამოწვეულია წარმოქმნილი ალტერნატივებიდან ერთ-ერთის არჩევის აუცილებლობით ან დასახული მიზნის შესაბამისი, განსაზღვრული რეაქციის არჩევით. იმ ფსიქოლოგებისათვის, რომლებიც ხელოვნული ინტელექტის შექმნის პრობლემით არიან დაკავებული, დამახასიათებელია ისეთი მიდგომა, რომლის მიხედვითაც ნებისმიერი ამოცანა ლოგიკურად ორგანიზებულ სიტუაციას წარმოადგენს (შინაგანი სტრუქტურის მხრივ). სწორედ ასეთ სიტუაციაში უნდა დაადგინოს სუბიექტმა ამოცანის ამოსახსნელად აუცილებელ ოპერაციათა განსაზღვრული თანმიმდევრობა. განსახილველი ცნების ამგვარი განმარტება მისაღებია მხოლოდ ისეთი ამოცანებისათვის, რომლებიც ალგორითმების მეშვეობით ამოხსნას ექვემდებარება.

ამოცანის ცნების დასახასიათებლად ი. კოლიაგინი იყენებს **სისტემის** ცნებას. ის ამოცანას განიხილავს ურთიერთკავშირში მყოფი ნაწილებისაგან (რაიმე სიმრავლის ელემენტებისაგან, მათი თვისებებისა და მათ შორის არსებული კავშირებისაგან) შედგენილ, როგორც რაიმე მთლიანს, აბსტრაქტულ და რეალურ სისტემას (ობიექტს). ავტორი აღნიშნავს, რომ ”ამოცანა არსებობს იმის მიუხედავად, მოქმედებს თუ არა

სუბიექტი მის ამოსახსნელად. სუბიექტმა აუცილებლად უნდა გააცნობიეროს საამოცანო სისტემის პრობლემურობა და მისი გარდაქმნისათვის საჭირო მიზნობრივი მითითებების არსებობის საკითხი” [20, გვ. 51].

მათემატიკურ ამოცანაში ი. კოლიაგინი გამოყოფს შემდეგ კომპონენტებს:

- საწყისი მდგომარეობა (ამოცანის პირობა);
- საბოლოო მდგომარეობა (ამოცანის დასკვნა);
- ამოხსნა (პირობის გარდაქმნა საძიებლის პოვნის მიზნით);
- ამოხსნის ბაზისი (მისი თეორიული დახასიათება).

მათემატიკურად ითვლება ყველა ამოცანა, რომლებშიაც საწყისი მდგომარეობიდან საბოლოო მდგომარეობამდე გადასვლა მათემატიკური საშუალებებით ხორციელდება. ავტორი ამ ჯგუფს აკუთვნებს წმინდა მათემატიკურ ამოცანებს, რომელთა ყველა კომპონენტი მათემატიკურ ობიექტებს წარმოადგენს და ამოცანებსაც, რომლებიც ამოხსნადია მათემატიკური აპარატის გამოყენებით. [36, გვ. 148].

რამდენადაც ჩვენი ნაშრომის თემა მათემატიკის სწავლების პროცესში მოსწავლეთა საქმიანობასთანაა დაკავშირებული, ამიტომ განსახილველი ცნების დახასიათება მოსწავლეთა ასაკობრივი სპეციფიკის გათვალისწინებით უნდა მოვახდინოთ. მათემატიკის **საბაზო კურსში** ტერმინი ”ამოცანა” სხვადასხვა ატრიბუტული კონსტრუქციებით გამოიყენება – ”პრაქტიკული ამოცანა”, ”არითმეტიკული ამოცანა”, ”ტექსტური ამოცანა”, ”სიუჟეტური ამოცანა”, ”მათემატიკური ამოცანა”. მაგალითად, ა. სტოლიარისა და ვ. დროზდის რედაქტორობით გამოცემული მეთოდიკის სახელმძღვანელოში ტექსტურ არითმეტიკულ ამოცანებში იგულისხმება ”ამოცანები, რომლებსაც ცხოვრებისეული შინაარსი აქვთ და არითმეტიკული მოქმედებების დახმარებით ამოიხსნებიან” [47, გვ. 158].

მ. ბანტოვა ამოცანად თვლის რიცხვებთან დაკავშირებულ ცხოვრებისეულ სიტუაციას, რომელიც ანგარიშით ან არითმეტიკული მოქმედებებით გადაწყდება [48].

”არითმეტიკულ ამოცანად იწოდება კითხვა, - წერს ს. პონომარიოვი, - რომლის საპასუხოდ ორი ან რამდენიმე რიცხვის (მოცემულობის) მეშვეობით გვიხდება ახალი რიცხვის (საძიებლის) პოვნა [49, გვ. 5]. მ. მორო და ა. პიშკალო ასეთ განსაზღვრას იძლევიან: ”ამოცანა არის სიტყვიერად ჩამოყალიბებული კითხვა,

რომელზედაც პასუხი არითმეტიკულ მოქმედებათა დახმარებით შეიძლება გაიცეს" [50, გვ. 111]. ლ. ფრიდმანისა და ე. ტურეცკის მიხედვით, ამოცანა წარმოადგენს მოთხოვნას ან კითხვას, რომლისთვისაც პასუხი უნდა მოიძებნოს იმ პირობების გათვალისწინებით, რომლებიც ამოცანაშია მითითებული [51, გვ. 6]. ანალოგიურ განსაზღვრებას იძლევიან ქართველი ავტორებიც.

"მათემატიკური ამოცანის" ცნებაში ა. სვეჩნიკოვი შემდეგ აზრს დებს: "ამოცანა, ეს არის დაწყობილი, ლაკონიური ნაამბობი, რომელშიც შეტანილია მოცემულობაზე დამოკიდებული და მასთან განსაზღვრული თანაფარდობებით დაკავშირებული, ამოცანის პირობაში მითითებული, რაიმე სიდიდის მნიშვნელობები [52, გვ. 5].

მაგრამ თვითონვე შენიშნავს, რომ არსებობს ამოცანები რიცხვით მონაცემთა გარეშეც, რომლებშიაც მითითებული ნიშან-თვისებებისა და კავშირების საფუძველზე მოითხოვება ლოგიკური დასკვნის გამოცანა, და ამოცანები, რომლებიც დამტკიცების შესრულებას მოითხოვენ ადრე ცნობილი განსაზღვრებისა და თვისებების საფუძველზე.

განმარტავენ რა ამოცანას როგორც ცხოვრებისეულ სიტუაციას, ამით მოყვანილ განსაზღვრათა ავტორები განსახილველი ცნების შინაარსს ზღუდავენ, და, აქედან გამომდინარე, მოსწავლეთა წარმოდგენას მის შესახებ. ჩვენი გამოკვლევით ვრწმუნდებით, რომ მოსწავლეები სიძნელეებს აწყდებიან, ერთის მხრივ, ისეთი დავალებების შესრულების დროს, რომლებიც დაკავშირებულია ამოცანისათვის რაიმე ტექსტის მიკუთვნებასთან იმ შემთხვევაში, თუ ეს რეალურ ობიექტებს არ ეხება. მეორეს მხრივ, ამოცანის ცნების შეკითხვის ცნებასთან გაიგივება, ი. კოლიაგინის შენიშვნით, "არა მარტო არ არის მართებული, არამედ ამგვარ ქმედებათა ნებისმიერ მცდელობას დიდ გაუგებრობამდე მივყავართ" [20, გვ. 37]. საერთოდ, ყველანაირი კითხვა არ შეიძლება ამოცანას წარმოადგენდეს იმის გამო, რომ ერთი რომელიმე სუბიექტისათვის პასუხი შეიძლება წინასწარ იყოს ცნობილი, ხოლო მეორისათვის – თვით საკითხის დასმა იყოს გაუგებარი. გარდა ამისა, კითხვა ამოცანის ერთ-ერთი შემადგენელი ნაწილია და არ შეიძლება გამოყენებულ იქნას გვარეობის სახით "ამოცანის" ცნების მიმართ მისი განსაზღვრის დროს.

ბოლოს, ნებისმიერი ამოცანა დაკავშირებულია ენასთან, რომელზედაც ისაა ჩამოყალიბებული, ვინაიდან იგი გაფორმებულია მისი პირობის გადმომცემი მოკლე

და დასრულებული ტექსტის სახით. მაგრამ, ეს მხოლოდ ამოცანის გამოვლენის ფორმაა, მისი ნიშნობრივი გამოსახვა და ამასთან, არა ერთადერთი. თვით ამოცანა სუბიექტთან კავშირში არსებული რეალური ობიექტია, რომელიც ასახავს "სუბიექტის განსაზღვრულ ურთიერთდამოკიდებულებას გარე სამყაროსთან (ობიექტთან)" [20, გვ. 46].

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ ამოცანის შესახებ წარმოდგენები საავტორო ხასიათს ატარებს. ისინი დამოკიდებულია აღნიშნული პრობლემის ირგვლივ ავტორთა ცოდნის დონეზე, მათ სუბიექტურ მეცნიერულ და ფილოსოფიურ შეხედულებებზე. ამ ტერმინით ამა თუ იმ მოსაზრებით სარგებლობისას, აუცილებელია იმის მითითება, თუ რა შინაარსს დებს ავტორი ცნებაში "ამოცანა", მკვლევართა რომელი ჯგუფის მოსაზრებას უჭერს მხარს და ა.შ.

ამოცანის ძირითად ნიშან-თვისებას ამოხსნის საშუალებათა დროებითი უქონლობა ანუ ამოხსნის ზუსტად განსაზღვრულ ოპერაციათა დადგენილი თანმიმდევრობით განხორციელების შეუძლებლობა წარმოადგენს. ეს ამოცანის ცნებას შედარებითს ხდის. გარდა ამისა, ამოცანა განსხვავდება პრობლემური სიტუაციისაგან. პირველ შემთხვევაში კითხვა ზუსტადაა ჩამოყალიბებული, მეორეში კი ის ჯერაც არ არის დაკრისტალებული. პრობლემური სიტუაცია ბაზასა და წყაროს წარმოადგენს მათემატიკური ამოცანების ასაგებად.

§ 4. არასტანდარტული ამოცანა როგორც საბაზო სკოლის მათემატიკის კურსის ამოცანათა სისტემის ელემენტი

საბაზო სკოლაში, და საერთოდ, ზოგადსაგანმანათლებლო საშუალო სკოლაში, ამოცანათა გამოყენების პრობლემა მრავალასპექტიანია: ესაა სწავლებაში ამოცანათა ფუნქციისა და მიზნების, ამოცანათა ტიპოლოგიისა და კლასიფიკაციის საკითხების, მათი შინაარსისა და ამოხსნის მეთოდების, ამოცანათა ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის სრულყოფის, ამოცანებისა და თეორიული ცოდნის ურთიერთკავშირის საკითხების გარკვევა. "საამოცანო საკითხის" ეს და სხვა მრავალი ასპექტი თავის ასახვას პოულობს ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიკურ, დიდაქტიკურ და

მეთოდიკურ ლიტერატურაში. მაგრამ, ყველა მათგანი დამაკმაყოფილებელ შეფასებასა და მხარდაჭერას ვერ იმსახურებს.

სასკოლო სწავლებისათვის განკუთვნილ მათემატიკურ ამოცანათა სისტემატიზების პრობლემას საკმაოდ ბევრი გამოკვლევა მიეძღვნა. მათემატიკური ამოცანების კლასიფიკაციას სხვადასხვა საფუძვლის მიხედვით ახდენენ. მაგალითად, საგნის, მოთხოვნის, ამოხსნის მეთოდის, სირთულის, პირობის წარდგენის ფორმის, სწავლების პროცესში რეალიზებული დიდაქტიკური ფუნქციებისა და სხვა ნიშნების მიხედვით.

ლ. ფრიდმანი გვთავაზობს ამოცანათა შედარებით გავრცელებულ შემდეგ **ტიპებს**: ამოცანები, რომლებიც განტოლებათა ან მათი სისტემის შედგენით ამოიხსნება; ამოცანები დამტკიცებაზე; ამოცანები იგივურ გარდაქმნებზე. თითოეული დასახელებული ჯგუფის შიგნით ავტორი გამოყოფს ამოცანა-პრობლემებსა და ამოცანა-სავარჯიშოებს [41]. სასკოლო მათემატიკის სასწავლო ამოცანების **პრაქტიკულ და მათემატიკურ** ამოცანებად დაყოფასთან ერთად ის მიუთითებს სტანდარტული და არასტანდარტული ამოცანების არსებობაზე, თეორიულ ცოდნასთან მათი მიმართების საფუძველზე. ავტორი არასტანდარტულად თვლის ისეთ ამოცანებს, ”რომლებისთვისაც მათემატიკის სასკოლო კურსში არ მოიპოვება მათი ამოხსნის განმსაზღვრელი ზოგადი წესებისა და დებულებების ზუსტი პროგრამა” [51, გვ. 45].

სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ტიპოლოგიის თაობაზე საუბრისას ა. სტოლიარი, პირველ ყოვლისა, განასხვავებს **ტიპიურ** ამოცანებს **არატიპიურისაგან**, რომლებისთვისაც არ არსებობს (ან უცნობია) ამომხსნელი ალგორითმი [53, გვ. 119].

ა. ესაულოვი გამოყოფს რეპროდუქციაზე გათვლილ ამოცანებს, რომელთა ამოსახსნელად, ძირითადად, ყურადღებასა და მახსოვრობას ეყრდნობიან; და, აგრეთვე, ამოცანებს, რომელთა ამოხსნამდე აქამდე უცნობ, ახალ მოსაზრებას მივყავართ, - შემოქმედებით ამოცანებს [54].

ი. კოლიაგინი თვლის, რომ ამოცანის ტიპი განისაზღვრება იმით, თუ მისი რომელი კომპონენტია (პირობა, დასკვნა, ამოხსნა, ამოხსნის დასაბუთება) უცნობი სუბიექტისათვის და გამოყოფს სტანდარტულ, სასწავლო, საძიებო, პრობლემურ და შემოქმედებით ამოცანებს [20, გვ. 60-61].

საძიებო ამოცანები, აღნიშნავს ავტორი, ყველაზე ხშირად მათემატიკურ ოლიმპიადებზე გვხვდება. როგორც წესი, მათში მკაფიოდაა გამოკვეთილი ამოცანის

პირობა და მიზანი; სამაგიეროდ უცნობია არა მარტო ამოხსნის ხერხი, არამედ თეორიის ის განყოფილება – ბაზისი, რომელსაც ის ეფუძნება. საოლიმპიადო ხასიათის ამოცანებს ი. კოლიაგინი არასტანდარტულს უწოდებს.

ამოცანათა დანიშნულებისა და მათი ამოხსნის ხერხების კანონზომიერებების მხედველობაში მიღების თვალსაზრისიდან გამომდინარე ვ. რადჩენკო მათემატიკური ამოცანების სისტემას **ოთხ ჯგუფად** ყოფს:

1. ამოცანები ძირითადი ცნებების ათვისებაზე;

2. ამოცანათა ძირითადი სახეები, რომელთა ამოხსნის ხერხები ათვისებას ექვემდებარებიან სწავლების მოცემულ ეტაპზე;

3. რეფლექტიკური ამოცანები, ე. ი. ამოცანები, რომელთა ამოხსნის პროცესს მოსწავლეები საკუთარი საქმიანობის გაცნობიერებისათვის იყენებენ;

4. ამოცანები, რომლებიც ხელს უწყობენ მოსწავლეთა შემოქმედებითი საქმიანობის გამოცდილების დაგროვებას.

ბოლო ჯგუფში შედის ამოცანები ამოცანათა სხვა სისტემებთან შიგასაგნობრივი კავშირების დამყარებაზე; ამოცანები, რომლებიც არამათემატიკური სიტუაციების მათემატიკურ ენაზე გადაყვანის სწავლებისათვის ნიადაგს ამზადებენ. ამავე ჯგუფშია ჩართული არასტანდარტული ამოცანებიც, რომელთა ამოხსნა არ შეიძლება მიღწეულ იქნეს მოსწავლეთათვის მოქმედებათა ცნობილი წესების უშუალო გამოყენების შედეგად [55].

ჩამოთვლილს გარდა, ფსიქოლოგიურ და მეთოდიკურ ლიტერატურაში გვხვდება ამოცანათა შემდეგი კლასებიც:

- ალგორითმული, ნახევრადალგორითმული და შემოქმედებითი [56];
- ალგორითმული, ნახევრადევრისტიკული და ევრისტიკული [57];
- სუფთა ალგორითმული, პოტენციურად შემოქმედებითი და შემოქმედებითი [58];
- თვისებრივი;
- არასტერეოტიპული, ”რომელთა ამოხსნის ძიება ჰიპოთეზების წამოყენების საშუალებით ხორციელდება” [60, გვ. 14];
- ამოცანები მოსაზრებულობასა და ლოგიკურ განსჯაზე [39, გვ. 168];
- გამოყენებითი და გასართობი ”ამოცანები, რომლებიც არაჩვეულებრივის, საკვირველის, მოულოდნელის, კომიკურის და ა.

შ. ელემენტებს შეიცავენ, რაც მოსწავლეებში საგნის შესწავლისადმი ცხოველ ინტერესს იწვევს" [61, გვ. 347].

ამგვარად, ბევრი მკვლევარი, ახდენს რა მათემატიკური ამოცანების კლასიფიკაციას, აღიარებს განსაზღვრული ჟანრის ამოცანათა არსებობას, რომლებიც სპეციალურ ლიტერატურაში, ამა თუ იმ ზომით განსხვავებული, სინონიმური – პრობლემური, საძიებო, ევრისტიკული, განმავითარებელი, შემოქმედებითი, გასართობი, ლოგიკური და სხვა ტერმინებით მოიხსენიება. ჩვენს მიერ შესრულებული გამოკვლევა საშუალებას გვაძლევს ვივარაუდოთ, რომ ამ ტერმინთა შინაარსი ადეკვატურია. განსაზღვრული კლასის ამოცანათა აღსანიშნავად, რომელთა ამოხსნის წესი მოსწავლეთათვის უცნობია, ჩვენ ვისარგებლებთ მეთოდიკურ ლიტერატურაში ფართოდ აღიარებული ტერმინით "არასტანდარტული ამოცანა".

განსახილველი ცნების შინაარსის შემადგენელი ელემენტები მობილურია იმდენად, რამდენადაც ამოცანა, რომელიც უმცროსი კლასელისათვის არასტანდარტულს წარმოადგენს, შეიძლება უფრო მაღალი კლასელისათვის არასტანდარტული არ იყოს. აქედან გამომდინარე, ჩვენი გამოკვლევის ჰიპოთეზის დასასაბუთებლად აუცილებელია მკაფიოდ განისაზღვროს ის ამოცანები, რომლებიც განსახილველ კატეგორიას მიეკუთვნება და შევეცადოთ მათ სისტემატიზებას თანამედროვე მეცნიერული გამოკვლევების საფუძველზე.

მრავალი მათემატიკოსისა და მეთოდისტის ნაშრომებში გამოთქმულია მოსაზრება განსახილველი სახის ამოცანების კლასიფიკაციისადმი მიდგომის თაობაზე. განხილულ ვარიანტებს ერთი ნაკლი ახასიათებს: სხვადასხვა კლასიფიკაციების რუბრიკათა შინაარსი ერთიმეორეს ფარავს და მათი გაერთიანება არასტანდარტული ამოცანების მთელ სპექტრს ვერ მოიცავს.

მიუხედავად იმისა, რომ განსახილველი კატეგორიის ამოცანათა ერთობლიობა დამოუკიდებელ მეცნიერულ დარგს არ ქმნის, მას არ გააჩნია თავისი საკუთარი აქსიომატიკა და სისტემატური პრობლემატიკა, ან სხვანაირად, მათემატიკის სხვადასხვა დარგების "დამხმარე მეურნეობას" წარმოადგენს, ის თავისი განმავითარებელი პოტენციალის გამო მაინც იმსახურებს სპეციალისტთა სერიოზულ ყურადღებას. ამიტომ, ბუნებრივია მათემატიკური ცოდნის აღნიშნული სფეროს შესწავლის აუცილებლობა და მისი ადგილის განსაზღვრა მათემატიკური მეცნიერების სტრუქტურაში.

მართებული არ იქნებოდა გვეთქვა, რომ არასტანდარტული ამოცანები არის თეთრი ლაქა განსახილველ პრობლემასთან დაკავშირებულ სამეცნიერო ლიტერატურაში. მრავალი მეცნიერი პროდუქტიულად მუშაობდა და ამჟამადაც განაგრძობს ნაყოფიერ მუშაობას აღნიშნულ დარგში. ბევრი მათგანი კორიფეა ეგვიპტელი, ბერძენი, ინდოელი, ჩინელი, არაბი და სხვა ხალხების "პრობლემების კოლექციებში" შესული საკითხებისა, რომელთა ისტორია საუკუნეებს ითვლის. აღნიშნულ საკითხს მათემატიკოსთა და პედაგოგთა მრავალი ნაშრომი მიეძღვნა. განსაკუთრებით უნდა გამოვყოთ ლ. პიზელის (ფიბონაჩის), პ. ფერმას, ვ. ლაიბნიცის, ლ. ეილერის, კ. გაუსის, ი. პერელმანის, ზ. კორდემსკის სახელები. განსახილველი პრობლემის თაობაზე თანამედროვე გამოკვლევები აქვთ შესრულებული მ. გარდნერს, ი. კოლიაგინს, ლ. ფრიდმანს, ა. სტოლიარს. მათში ძირითადად, გაშუქებულია დასახელებული ჟანრის ამოცანათა კლასიფიკაციისა და მათი ამოხსნის ხერხების ფორმირებასთან დაკავშირებული საკითხები.

მრავლადაა გამოცემული ზემოთ აღნიშნული ტიპის ამოცანათა კრებულები როგორც ქართულ, ისე რუსულ ენებზე [62-85] და სხვა. მაგრამ, ამ კრებულებით სარგებლობა მოსწავლეებს, რიგი ობიექტური მიზეზების გამო, ხშირად უძნელდებათ. მათში წარმოდგენილი საამოცანო მასალა არატექნოლოგიურია, რადგან ისინი სხვადასხვა წიგნებშია განთავსებული, ძნელად ექვემდებარება კლასიფიკაციას და მოუხერხებელია წინასწარ მოცემული თვისებების მქონე კონკრეტული ამოცანების მოსაძებნად. გარდა ამისა, რაოდენობრივი თვალსაზრისიდან გამომდინარე, საამოცანო მასალა ჭარბია რეალურ მოთხოვნებთან შედარებით და საბაზო სკოლის მოსწავლეთა შესაძლებლობებს სცილდება. ამოცანათა დიდი ნაწილი უფროსკლასელებზე და მათემატიკის მოყვარულთა ფართო წრეზეა ორიენტირებული. ამასთან ერთად, შევნიშნავთ, რომ მასალის შერჩევა, რაც მასწავლებლის პირად გამოცდილებაზეა დამყარებული, მოსწავლეთა მოთხოვნილებების ოპტიმალური შესაბამისობის გარანტიას ვერ იძლევა. ჩამოთვლილი ნეგატიური ფაქტორების დასაძლევად მიზანშეწონილად მიგვაჩნია არასტანდარტულ ამოცანათა სპეციალური კრებულის შედგენა და მათი ამოხსნის ტექნოლოგიების შემუშავება.

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების პრობლემების თაობაზე არსებული მეთოდიკური ნაშრომების რაოდენობა შედარებით მცირეა, ვიდრე

ამოცანათა კრებულებისა, რომელთა ავტორები მათი ამოხსნის ძალზე ლაკონური რეკომენდაციებით იფარგლებიან [86-116] და სხვ.

ამგვარად, მეთოდიკურ ლიტერატურასა და სპეციალიზებულ პერიოდულ გამოცემებში, არასტანდარტული ამოცანების შინაარსის მიხედვით, კლასიფიკაციის განსაზღვრულ მიდგომებს მკაცრი განსაზღვრებები არ გააჩნიათ. ეს განპირობებულია განსახილველი სახის სავარჯიშოთა სპეციფიკით. ისტორიულად ისინი ჩართული იყო მათემატიკური ცოდნის იმ განყოფილებაში, რომელიც ”მათემატიკურ გასართობებად” იწოდება. თანამედროვე ლიტერატურაშიც ხშირად შეინიშნება მსგავსი მიდგომა ასეთი სახის სავარჯიშოებისადმი, როგორც ”გასართობისადმი”. გამოყენებული არ არის მათი სასწავლო, განმავითარებელი და აღმზრდელობითი მდიდარი შესაძლებლობები.

პრაქტიკულად აუცილებელი არ არის და შეუძლებელიცაა ცნებისათვის – ”არასტანდარტული ამოცანა” სრული დახასიათების მიცემა. უფრო მნიშვნელოვანია იმის დადგენა, თუ რომელი ამოცანები და რა ზომით საჭიროებს შემოქმედებითი საქმიანობის განხორციელებას. ამასთან, უნდა შევნიშნოთ, რომ ამოცანის მიკუთვნება სტანდარტული ან არასტანდარტული ამოცანების კლასისათვის უმთავრესად ამომხსნელზე, მისი ცოდნის მარაგზე, გამოცდილებასა და ინტელექტუალურ ”ავლადიდებაზეა” დამოკიდებული. უმცროსი და საბაზო კლასების მოსწავლეთათვის (სუბიექტურად თუ ობიექტურად) არასტანდარტულად ითვლება, მაგალითად, შემდეგი სახის ამოცანები:

- არითმეტიკული ამოცანები (მაგალითად, ისინი, რომლებიც მონაცემთა გათანასწორების, მონაცემთა შეცვლის ხერხით ამოიხსნებიან; ამოცანები ”დაშვებაზე”, მუშაობაზე და ა. შ.);
- კომბინატორიკის ამოცანები (საგნების დალაგებაზე; ქვესიმრავლეთა შერჩევასა და მათ დალაგებაზე; სხვადასხვა ვარიანტების რაოდენობათა განსაზღვრაზე, განსაზღვრული კრიტერიუმებით საუკეთესო შედეგის არჩევაზე);
- ლოგიკური ამოცანები.

თ ა ვ ი II

არასტანდარტული ამოცანა, როგორც მათემატიკური განათლების შემადგენელი კომპონენტი

მათემატიკის სწავლებაში არასტანდარტული ამოცანების გამოყენების მეთოდიკური ასპექტები საკმარისად მრავალფეროვანია. მაგალითად, ჩვენ შემდგომში მოგვიხდება მოცემული ტიპის ამოცანების ფუნქციისა და რაოდენობრივი და თვისებრივი მინიმუმების მკაფიოდ განსაზღვრა, რომლებიც მოსწავლეებს დაეხმარება ზოგადი სასწავლო უნარებისა და პიროვნული თვისებების შეძენაში; არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების კონკრეტული მეთოდიკის შემუშავება საბაზო კლასებში, სახელდობრ: ძირითადი სააზროვნო უნარების დადგენა, რომლებიც მოსწავლეებს ამოცანათა ამოხსნის პროცესში უნდა ჩამოუყალიბდეს; განსახილველ ამოცანათა ამოხსნის ძირითადი ხერხებისა და მეთოდების გამოყოფა, რომელთა გაცნობა მოსწავლეებისათვის სასარგებლო იქნება აღნიშნული იდეის რეალიზების თვალსაზრისიდან გამომდინარე.

§1. არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის საბაზო კურსის სწავლების პრაქტიკაში

აღნიშნული სახის ამოცანების შესწავლისადმი ინტერესი შემთხვევითი არ არის. ავტორის პირადი და მათემატიკის მოწინავე მასწავლებელთა გამოცდილება არასტანდარტული ამოცანების სწავლების ორგანიზებაში ადასტურებს მათ არსებით გავლენას მათემატიკური აზროვნების ისეთი თვისებების ჩამოყალიბებაზე, როგორიცაა, მაგალითად: მოქნილობა, კრიტიკულობა, აქტივობა, მიზანმიმართულება, ლოგიკურობა, რაციონალურობა, ფუნქციურობა და ა. შ. მათი შერწყმა შემოქმედებითი საქმიანობის განხორციელების, მისი სუბიექტად გახდომის საშუალებას ქმნის. ჩვენ ზემოთ აღვნიშნეთ, რომ დასახელებული ჟანრის ამოცანებს ემოციური მომენტი შეაქვს მოსწავლის გონებრივ საქმიანობაში და საშუალებას იძლევა, ამოხსნის პროცესი განხილული იქნას, როგორც პრობლემური სიტუაცია. ყოველივე ეს, თავის მხრივ, ხელს უწყობს შინაგანი მოტივაციის განვითარებას, იწვევს ფსიქიკური პროცესების (მეხსიერება, აღქმა, აზროვნება) აქტივიზებას, რომელთა მეშვეობით სწრაფად და

ხარისხოვნად ყალიბდება მათემატიკური საქმიანობის განხორციელებისათვის მნიშვნელოვანი სააზროვნო ოპერაციები, ლოგიკური ხერხები და შემეცნებითი უნარები. ამგვარად, არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის პროცესი ხელს უწყობს საგნისადმი ინტერესის აღძვრას და ზოგადი სასწავლო უნარების ათვისებას, რომელთა მეშვეობითაც ხელსაყრელი პირობები იქმნება სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ჩამოსაყალიბებლად.

არასტანდარტული ამოცანებისადმი სპეციალისტების ყურადღება განპირობებულია იმით, რომ:

1. მათში ასახვას პოულობს ბავშვისათვის ნაცნობი პრაქტიკული სიტუაციები და ამიტომ, მსჯელობის დროს, მას შეუძლია საკუთარ ცხოვრებისეულ გამოცდილებას დაეყრდნოს;
2. აღნიშნული კატეგორიის ამოცანები მოსწავლეს საშუალებას აძლევს დარწმუნდეს იმ მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით ხასიათში, რომლებსაც ის მათემატიკის გაკვეთილებზე ეუფლება;
3. მათი ამოხსნისას ხორციელდება ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოსახსნელი ზოგადსასწავლო უნარებისა და რთულ სიტუაციებში ორიენტირების ჩვევათა ფორმირება, რაც არასტანდარტულ ამოცანებს ადამიანის ინტელექტის განვითარების ძლიერ ინსტრუმენტად აქცევს;
4. ასეთი ამოცანების ამოსახსნელად მოსწავლემ ყველა დონე უნდა იხმაროს – გამოავლინოს ნებისყოფა, დაჟინება, მიზანსწრაფვა. ამოხსნის ხერხების განსაკუთრებულობა დამოუკიდებელი კვლევების, გამომგონებლობის გამოვლენის გემოვნებას ნერგავს და დადებით ემოციებს აღვივებს როგორც ამოხსნის პროცესში, ისე შედეგის მიღწევის დროს.

გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ შემეცნებითი ინტერესის, დამოუკიდებლობის, პიროვნების ზნეობრივი თვისებებისა და შემოქმედებითი მონაცემების აღზრდის იდეა მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობაში არასტანდარტული ამოცანების ჩართვით წარმატებით მხოლოდ მაშინ ხერხდება, როცა მათში აღიძვრება მოცემული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი.

მოსწავლეთა ინტერესები ტრადიციულად სახალისო ამოცანებითაა განპირობებული, რომლებიც საგაკვეთილო პროცესში ყურადღებას ემოციური მასალის სიჭარბით იქცევენ. სახალისო განწყობა, ჩვეულებრივ, თავგადასავლებთან, მოულოდნელ ვითარებებთან არის დაკავშირებული, რომლებიც ხშირად მთავარს, სინამდვილეს გვერდს უვლის. ყოველივე მოულოდნელი და თვალში საცემი ბავშვურ ცნობისმოყვარეობას, სწრაფად დანახვის სურვილს იწვევს. მაგრამ, ყველაფერი ეს მხოლოდ გარეგნულად, საკითხის არსში ღრმად ჩაწვდომის გარეშე ხდება. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი გრძნობები დადებით ემოციებთანაა დაკავშირებული, ყურადღება სწრაფად ნელდება, თუ მოვლენათა ბუნების შეცნობის, წინსვლის სურვილი არ აიგზნება.

სწავლების პრაქტიკაში არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების შერჩევასა და მათ გამოყენებას წინ მოსამზადებელი მუშაობა უნდა უსწრებდეს. ამიტომ აუცილებელია იმ მოთხოვნათა ჩამოყალიბება, რომელთა საფუძველზეც უნდა განხორციელდეს მათი შერჩევა.

მათემატიკის სწავლების ეფექტიანობა უდიდესწილად განპირობებულია თითოეული კონკრეტული ამოცანის შესაძლო ფუნქციური დატვირთვის სრული გათვალისწინებით. ცხადია, რომ ამოცანა მით მეტად ფასობს, რაც უფრო მეტი ფუნქციის რეალიზება ხდება მისი ამოხსნის პროცესში. მათემატიკური განათლების ძირითადი მიზნების (განვითარება, სწავლა, აღზრდა) შესაბამისად სწავლებაში ამოცანათა წამყვან ფუნქციებად **განმავითარებელი, სასწავლო და აღმზრდელობითი** ფუნქციები ითვლება. მათემატიკური ამოცანების (მათ შორის არასტანდარტულის) როლის ფსიქოლოგიურ ასპექტებს შორის გულისხმობენ მათ ზემოქმედებას:

- მოსწავლეთა მათემატიკური საქმიანობის განხორციელების უნარის შეძენაზე;
- აზროვნების ხერხების ფორმირებაზე, მაგალითად, ისეთების, რომლებიც ავითარებს მოსწავლეთა აქტივობას, დამოუკიდებლობას, დაკვირვებისა და გაანალიზების უნარს და ა. შ.;
- მოსწავლეებში მათემატიკის საგნისადმი ინტერესისა და მისი სინამდვილესთან დამოკიდებულების სწორი წარმოდგენის უნარის აღზრდაზე.

არასტანდარტულ ამოცანათა სასწავლო ფუნქციები ორიენტირებულია მათემატიკური ცოდნის სისტემის, უნარისა და ჩვევების ჩამოყალიბებაზე. ეს განსაკუთრებით ეხება მოდელირების, ფორმალიზების, მიღებული შედეგების ინტერპრეტაციის ჩვევათა ფორმირების საკითხებს. განუზომლად დიდია მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის აღმზრდელობითი მნიშვნელობა, რომელიც არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პროცესში ვლინდება. ამ დროს ეუფლება მოსწავლე შემოქმედებით აზროვნებას, მიღებული ცოდნის აქტიურ გამოყენებას. სწორედ აქ ხდება განსაზღვრული ინტელექტუალური, ემოციური და ნებისყოფითი თვისებების დემონსტრირება. ყოველივე ზემოთქმული საშუალებას გვაძლევს გამოვთქვათ ზოგიერთი მოსაზრება ”კარგი ამოცანის” შერჩევის თაობაზე:

1. ამოცანა, რომელსაც საბაზო სკოლის მოსწავლეს ვთავაზობთ, მოსწავლისათვის საინტერესო და მნიშვნელოვანი უნდა იყოს. მოსწავლეში მან უნდა აღძრას კვლევისადმი სურვილი შემდეგ გარემოებათა ხარჯზე:

- ამოცანის ფაბულაში სიახლის ელემენტების შემოტანის, როგორც მათემატიკისადმი მოსწავლეთა ინტერესის აღძვრისა და მათი ინტელექტუალური შრომის მოტივირების ხელშემწყობმა ფაქტორმა;
- ამოცანის პირობაში აღწერილი სიტუაციის რეალურობის, რიცხვითი მონაცემების, მიღებული ამოხსნის, ბავშვის ცხოვრებისეულ გამოცდილებასთან სიახლოვის;
- ორიგინალური ამოხსნის, რომელიც უჩვეულო პირობებში ცნობილი მეთოდების გამოყენებას საჭიროებს; ცნობილი ხერხების რაციონალიზებისა და გამარტივების; წინააღმდეგობრიობიდან გამოსავლის ძიების; ცნობილი ცნებებისა და ოპერაციების განზოგადების ხარჯზე.

2. ”კარგი ამოცანის” მეორე განსაკუთრებულობა უკავშირდება ამოხსნის სიძნელის პრობლემის შეწყობას საბაზო სკოლის მოსწავლეთა შესაძლებლობებთან. მოსწავლეს არამარტო უნდა სურდეს, არამედ მზადაც უნდა იყოს იგი შეთავაზებული ამოცანის ამოსახსნელად. ძალზე ძნელი მათემატიკური პრობლემებით გადატვირთული ამოცანა ბავშვების იმედგაცრუებას იწვევს, რაც მათი განვითარების შეფერხების ერთ-ერთი მიზეზი ხდება. ამოუხსნელი ამოცანა უარყოფით გავლენას

ახდენს მათემატიკისადმი ინტერესის აღზრდაზე. ამიტომ, ძალზე მნიშვნელოვანია, განსაკუთრებით საგნის სწავლების საწყის ეტაპზე, რომ მოსწავლეთათვის შეთავაზებული არასტანდარტული ამოცანები მათი შესაძლებლობების ფარგლებს არ სცილდებოდეს. აქედან გამომდინარე, მათემატიკური განათლების შინაარსში დანერგილი არასტანდარტული ამოცანები უნდა:

- შეესაბამებოდეს ელემენტთა მოცულობითა და მათ შორის არსებულ მიმართებათა სირთულით, მოსწავლეთა ცოდნის თეორიული და პრაქტიკული გამოცდილების დონეს;
- იყოს ლაკონიურად ფორმულირებული;
- უშვებდეს პრაქტიკულ ამოხსნას (რომელთა აუცილებელ პირობას რიცხვითი მონაცემების არსებობა წარმოადგენს), ასევე, ამოხსნის სხვადასხვა ვარიანტებსა და ამოხსნის სისწორის შემოწმების ხერხებს. ამასთან, ამოცანის ამოხსნა არ უნდა იყოს ძალიან ადვილი, მხოლოდ მიხვედრებზე დაფუძნებული, რომელიც არ მოითხოვს არც თეორიულ ცოდნასა და არც პრაქტიკულ მოქმედებათა შესრულების ჩვევებს.

3. საბაზო სკოლის მოსწავლეთათვის განკუთვნილი არასტანდარტული ამოცანების სისტემა უნდა მოიცავდეს კურსის ყველა ძირითად თემას. მან უნდა უზრუნველყოს პროგრამით გათვალისწინებული აუცილებელი ცოდნისა და უნარების გამომუშავება. გარდა ამისა, ამოცანის სტრუქტურული მახასიათებლები სხვადასხვანაირი უნდა იყოს: პირობის სრული (ან არასაკმარისი) ნაკრებით; ჭარბი ან დაკლებული პირობებით და ა. შ. იგი მოსწავლეს უნდა აჩვევდეს, არ მიენდოს ამოცანის გარეგნულ სახეს და პირდაპირ არ "მიაწყდეს" მისი ამოხსნის დაწყებას, არ ჩათვალოს, რომ გარეგნული სახე ემთხვევა მის ნამდვილ შინაარსს.

ამგვარად, მათემატიკური განათლების ამოცანათა სრული სისტემა ისეთი უნდა იყოს, რომ იგი მოსწავლეებში დამოუკიდებელი კვლევის ჩვევებს, დადებით ემოციებს ნერგავდეს.

მასწავლებელი მოვალეა:

1. უნარიანად დაამუშაოს საამოცანო მასალა საგნის შინაარსისა და მოსწავლეთა ასაკობრივი თავისებურებების მიხედვით, რამდენადაც იგი მათემატიკის შესწავლისადმი მათ მიმართებას განსაზღვრავს: ძალიან ძნელმა ან ძალიან ადვილმა

ამოცანებმა სწავლისადმი ნეგატიური დამოკიდებულება შეიძლება გამოიწვიოს. უპირატესობა უნდა მიენიჭოს იმ ამოცანებს, რომლებშიც გარეგანი მომხიბვლელობა, სახალისოობა, მოულოდნელობა გამოხატულია ფაბულით ან საკითხის უჩვეულო დასმით, ეხამება შინაგან ხიბლს, რომელიც ამოცანის მათემატიკურ შინაარსშია ჩადებული. მაგალითად, ამოხსნის ხერხის ორიგინალურობაში და სხვ.

2. სასწავლო საქმიანობის ჯგუფურ-დამოუკიდებელი და პრობლემურ-დიალოგური სწავლების ფორმებზე დაყრდნობით ორგანიზებული მუშაობა მეთოდიკურად მიზანშეწონილი და სასარგებლოა, რამდენადაც ამოცანების ამოხსნის მეშვეობით მათემატიკისადმი ინტერესი მაშინ აღიძვრება, როცა მოსწავლეს საშუალება ეძლევა, თვითონ იფიქროს და სათანადო დასკვნები გამოიტანოს, თვითონ მოახდინოს მათი განზოგადება. სწორედ ასეთ შემთხვევაში გრძნობს ის თავისი შრომის სარგებლიანობას. ჯგუფურ მეცადინეობათა ორგანიზებას თავისი დადებითი მომენტები გააჩნია: ამ დროს მოსწავლეები ეჩვევიან ერთობლივ შრომას, თავიანთი შეხედულებების არგუმენტირებასა და დაცვას.

ზემოთ აღნიშნული სახის ამოცანების მნიშვნელობა იმითაცაა განპირობებული, რომ ისინი უზრუნველყოფს:

- მოსწავლეთა სრულფასოვანი მათემატიკური საქმიანობის ორგანიზების ფართო შესაძლებლობებს, საგნისადმი ინტერესის ფორმირების მხარდაჭერასა და განვითარებას;
- პროგრამული მასალის მაღალ დონეზე ათვისებას, რადგან მათი ამოხსნის პროცესი არ არის დაკავშირებული გაზეპირებული წესებისა და ხერხების ყოველწამს გამოყენების აუცილებლობასთან. ასეთი საქმიანობა მოითხოვს დაგროვილი ცოდნის მობილიზებას, განსაკუთრებული სახის არაშაბლონურ მოქმედებათა წესების ძიებას, რითაც ამოხსნის ხელოვნებას ”ლამაზი” ხერხებით ამდიდრებს. ასეთმა ქმედებებმა შეიძლება ახალ მათემატიკურ იდეებამდეც კი მიგვიყვანოს და გარკვეული თეორიული საკითხების გადაწყვეტის ინტერესი აღძრას.
- მოსწავლეთა მათემატიკური და ინტელექტუალური შესაძლებლობების გამოვლენას, სწავლისა და განსწავლულობის დონეების დადგენას, მათემატიკური აზროვნების განვითარებას,

შემეცნებითი ინტერესების ფორმირებას; დამოუკიდებლად სწავლის უნარ-ჩვევების შემოწმებას.

აშკარაა, რომ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისას წარმოქმნილი დადებითი მოტივაცია ძლიერ გავლენას ახდენს მოსწავლეთა სასწავლო-შემეცნებითი საქმიანობის ხერხების დაუფლებაზე. სწავლების მასიურ პრაქტიკაში, ნაცნობ და ნაწილობრივ განსხვავებულ სიტუაციებში, უმთავრესად ნიმუშის მიხედვით მოქმედების უნარი ფორმირდება. შეფერხებებს აქვს ადგილი იმ შემთხვევებში, როცა არასტანდარტულ სიტუაციებში საქმე გვაქვს ისეთი უნარებით სარგებლობასთან, რომლებიც უზრუნველყოფენ პროდუქტიულ, შემოქმედებით საქმიანობას.

იქიდან გამომდინარე, რომ მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობა სხვადასხვა სახის ამოცანათა ამოხსნის პროცესში ხორციელდება, შემდგომში მათემატიკისათვის სპეციფიკურ სასწავლო უნარებში ვიგულისხმებთ ამოცანათა ამოხსნის **ზოგად-უნარებს**; ამგვარი უნარებისათვის დამახასიათებელია უნივერსალურობა და საქმიანობის სხვა სფეროებში გადატანის შესაძლებლობა.

უნდა აღინიშნოს, რომ მათემატიკის სწავლების ტრადიციულ პრაქტიკაში, ამოცანების ამოხსნის უნარებში, ჩვეულებრივ, კერძო უნარებს გულისხმობენ, რომლებიც კონკრეტული სახის ამოცანების ამოხსნაზეა ორიენტირებული. ზოგადი უნარების შეძენა კი შედარებით არსებითი კომპონენტია, რომელიც მოსწავლის აზროვნების განვითარების მაღალი დონისა და მათემატიკური ხასიათის საქმიანობაში ჩახედულობის დამახასიათებელი კომპონენტია. ძირითად კლასებში მათემატიკის სწავლების მდგომარეობის კრიტიკა ამოცანათა ამოხსნის მხრივ, ხშირ შემთხვევაში, ზოგადი უნარების ფორმირების ნაცვლად კერძო უნარების ფორმირებას უკავშირდება. ეს მნიშვნელოვნად ამცირებს მოსწავლეთა საქმიანობის ოპერაციულ არეს და იმ ამოცანებთან მიმართებაში, რომლებიც რამდენადმე განსხვავდებიან შაბლონურისაგან, გარკვეულ სიძნელეებს წარმოშობს. რაც, საბოლოო ჯამში, მათი ამოხსნის მცდელობის გაგრძელებაზე უარის თქმას იწვევს. მეთოდიკურ ლიტერატურაში ამ გარემოებისადმი უკმაყოფილებას ჯერ კიდევ გასული საუკუნის დასაწყისშიც გამოთქვამდნენ, მაგრამ აღნიშნული პრობლემა ამჟამადაც აქტუალურად რჩება.

ისმება კითხვა, ამოცანების ამოხსნის საქმიანობასთან დაკავშირებულ რომელ უნარებს გამოყოფენ მეთოდისტები? ზოგიერთი მათგანი გამოყოფს: ამოცანის

პირობების გაგების, მისი გაანალიზების, ნახაზის აგების, მოცემულსა და საძიებელს შორის კავშირების დამყარების, ამოხსნის გეგმის შედგენის, ამოცანის ახლადფორმულირების, ამოხსნის ხერხების შერჩევის, ამოხსნის პროცესის კონტროლის, ნაპოვნი ამოხსნის შესწავლისა და მისი შემოწმების უნარებს [19].

სხვები თვლიან, რომ ამოცანათა ამოხსნის უნარი შემდეგი კომპონენტებისაგან შედგება:

- ამოცანის წაკითხვის უნარი (მისი თითოეული სიტყვის გააზრება, საყრდენი სიტყვების გამოყოფა);
- ამოცანის პირობისა და მოთხოვნის, ცნობილისა და უცნობის გარჩევის უნარი;
- მოცემულსა და საძიებელს შორის კავშირების დამყარების უნარი;
- ამოცანის ამოხსნის პროცესისა და პასუხის ჩაწერის უნარი [117].

მ. მორო და ა. პიშკალო ამტკიცებენ, რომ ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნა ხორციელდება **გონებრივი საქმიანობის ზოგადი ხერხების** კომპლექსის მეშვეობით, ისეთების, როგორიცაა:

- მოცემული ამოცანის ანალიზი, უცნობისა და ცნობილის გამოყოფა;
- მოცემულსა და საძიებელს შორის კავშირების დამყარება;
- ამოხსნის გეგმის შედგენა;
- მოცემულსა და საძიებელს შორის არსებული დამოკიდებულებების გადაყვანა მათემატიკურ გამოსახულებათა, განტოლებათა და უტოლობათა ენაზე;
- შესაბამის მოქმედებათა (განტოლებათა ამოხსნა) შესრულება და ამოცანის კითხვაზე პასუხის გაცემა;
- ამოხსნის შემოწმება [50, გვ. 125]

ძირითადი სააზროვნო უნარების რიცხვს, რომელთა ფუნქციურობა დამახასიათებელია სუბიექტებისათვის არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის პროცესში, ი. კოლიაგინის მიხედვით, მიეკუთვნება შემდეგი უნარები:

1. საამოცანო სიტუაციის **ანალიზის**, არსებითის გამოვლენის მიზნით (მოცემული და უცნობი ელემენტების, მათი თვისებებისა და მიმართებების გამოყოფა); ამოცანის პირობის, მისი ელემენტების სრულობისა (საკმარისობა, არასაკმარისობა, სიჭარბე) და დამოუკიდებლობის (ან დამოუკიდებლობა) დადგენის;

2. ამოცანის ცნობილი ელემენტების **შეფარდებისა** უცნობ ელემენტებთან (მოცემულის საძიებელთან); ცნობილი ელემენტების **გამორჩევისა** სხვადასხვა შეხამებებიდან; განსახილველი ამოცანის **შეფარდებისა** ცნობილ ამოცანებთან;

3. საამოცანო სიტუაციის უცნობი თვისებების **გამოვლენის**; ცნობილ ელემენტთა ახალი ფორმებით რეორგანიზების, ახალ-ახალი შეხამებებით ფუნქციონირებისათვის; ცნობილი ცნებებისა და ფაქტების ახალი კომბინაციების **შექმნის**, მოცემული ამოცანის ელემენტთა საშუალებით (ამოცანის პირობასა და მიზანთან თანაფარდობით);

4. მოცემული საამოცანო სიტუაციის უმარტივესი მათემატიკური მოდელების **კონსტრუირების** (ასევე, ამოცანის გრაფიკულად, სქემატურად და ა. შ. გამოსახვა); ამოცანის ელემენტების **გაიგივებისა** მოდელის ელემენტებთან;

5. განსახილველი საამოცანო სიტუაციის, თვით ამოცანისა და მისი ელემენტების სტრუქტურის **გამოვლენის**; ამ სტრუქტურის აღდგენისა სხვადასხვა მდგომარეობებით; შესაბამისი მიკროთეორიის დამოუკიდებლად **შექმნის**; ისეთი დეტალების **აღმოჩენის**, რომლებიც სასარგებლოა ამოცანის ზოგადი სტრუქტურიდან ან მისი ამოხსნის ძიების წამყვანი იდეის თვალსაზრისიდან გამომდინარე;

6. აზრით წარმოდგენილი ექსპერიმენტის **განხორციელების**, მისი შუალედური და საბოლოო შედეგების **განჭვრეტის**; ჰიპოთეზების ინდუქციურად **აგების**, გონივრული მიხვედრების **გამოთქმის**; განსახილველი ამოცანის ქვეამოცანების ერთობლიობაზე **დაყვანის** (რომელთა თანმიმდევრულ ამოხსნას ძირითადი ამოცანის გადაწყვეტამდე მივყავართ);

7. ინდუქციური ძიების **შემოსაზღვრის** ინტუიციის, ლოგიკისა და საღი აზრის საშუალებით; წამოყენებული ჰიპოთეზების დედუქციური გზით შემოწმების; შესაბამისი გამოთვლების დაწვრილებით, დამაჯერებლად და წიგნიერად შესრულების;

8. მოცემული საამოცანო სიტუაციის მოდელზე მუშაობის შედეგების **ინტერპრეტაციის**; სიტუაციის ენის **კოდირების** მოდელის ტერმინებში და შედეგების **დეკოდირების** (სიტუაციის ტერმინებში), რომლებიც მოდელის ენაზეა გამოხატული;

9. ამოცანის ამოხსნის პროცესის მოკლედ და მკაფიოდ **გაფორმების**; წამყვანი იდეების ნათლად ილუსტრირების;

10. ამოცანის ამოხსნის შედეგების სხვადასხვა მხრივ (სისწორის, ეკონომიურობის, ესთეტიკურობის და ა. შ.) კრიტიკულად შეფასების; ამოცანის ამოხსნის შედეგების განზოგადების (ან მათი სპეციალიზაციის); შესაძლო კერძო და განსაკუთრებული შემთხვევების გამოკვლევის;

11. თვით ამოცანის პირობაში, მისი ამოხსნის პროცესში ან შედეგებში მოთავსებული სასარგებლო ინფორმაციის შერჩევის ეფექტიურად განხორციელების; ამ ინფორმაციის სისტემატიზების, არსებულ ცოდნასა და გამოცდილებასთან მისი შეფარდების [36, გვ. 152-154].

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე გამოვყოფთ მოსწავლეთა სპეციფიკური სასწავლო საქმიანობისათვის დამახასიათებელ ზოგადი უნარების ჯგუფებს, რომლებიც შეიძლება შემოწმდეს ექსპერიმენტულად და შეფასდეს რაოდენობრივად.

1. ამოცანის პირობის გაგებასა და ანალიზთან დაკავშირებული უნარები:
   - ამოცანათა ჯგუფისადმი კონკრეტული ტექსტების მიკუთვნების შემოწმების;
   - ამოცანის პირობაში აღწერილი ცხოვრებისეული მოვლენების მათემატიზების;
   - მიმართებათა გამოვლენის, რომლებშიც ამოცანის კომპონენტები იმყოფება;
   - ამოცანის მოცემულობათა სისრულისა (საკმარისობა, არასაკმარისობა, სიჭარბე) და წინააღმდეგობრიობის დადგენის;
   - ამოცანის ქვეამოცანებად დანაწევრების;
   - ამოცანის პირობის ხელახლად ფორმულირების;
   - პირობის სხვადასხვა სახის მოკლე ჩანაწერების შედგენის.
2. ამოხსნის გეგმის შედგენასთან დაკავშირებული უნარები:
   - დამხმარე მოდელების სახით სქემების, ცხრილების, სიმბოლოების, ნახაზების, გრაფიკების და ა. შ. გამოყენების;
   - ამოცანების ამოსახსნელად საჭირო აუცილებელი ცოდნის მობილიზების;
   - საამოცანო სიტუაციის მათემატიკურ მიმართებათა და დამოკიდებულებათა ენაზე გადაყვანის და, პირიქით, ამოცანის

სიმბოლიკური და გრაფიკული ახსნა-განმარტებისა – ობიექტური ტექსტის ენაზე;

- ამოხსნის გეგმის ამოცანის პირობასთან შესაბამისობის შემოწმების;
- ამოცანის ამოხსნის გეგმის დაფიქსირების.

3. ამოხსნის გეგმის რეალიზებასთან დაკავშირებული უნარები:

- ამოცანის შინაარსის შესაბამისი მათემატიკური ოპერაციებისა და ხერხების შერჩევისა და მათი სწორად შესრულების;
- ამოცანის ამოხსნის ვარიაციულობის ხედვის;
- ამოცანის სხვადასხვა ხერხებით ამოხსნის;
- ამოხსნის სხვადასხვა ფორმით გაფორმების და პასუხის ჩაწერის;
- ამოცანის შესაძლო კერძო და განსაკუთრებული შემთხვევის გამოკვლევის.

4. კონტროლთან დაკავშირებული უნარები:

- წინმსწრები კონტროლის: აწონ-დაწონა, პირობის რეალურობის შემოწმება;
- მიმდინარე კონტროლის: პირობისა და ამოხსნის დასახული გეგმის შეპირისპირება მისი რეალიზების პროცესში;
- შემაჯამებელი კონტროლის: ამოხსნის შემოწმების შესრულება სხვადასხვა ხერხებით; ამოხსნის შედეგების შეფასება რაციონალურობის, სილამაზის, სირთულის თვალსაზრისით.

§2. არასტანდარტულ ამოცანებზე მუშაობის მეთოდიკა

არასტანდარტული ამოცანების ჩართვა მათემატიკის კურსის შინაარსში მისი განმავითარებელი პოტენციალის რეალიზების მიზნით, მასწავლებელთა მხრიდან სასწავლო პრაქტიკაში მათი გამოყენების სურვილი და მზაობა, აქტუალურს ხდის პრობლემის მეთოდიკურ ასპექტს.

თეორიული და ექსპერიმენტული გამოკვლევების შედეგად დადგენილია, რომ ასეთი სახის ამოცანების ამოხსნისას ძირითადი სიძნელეები ყველაზე ხშირად,

მოსწავლეების წინაშე, ამოხსნის საწყის ეტაპზე წარმოიშობა, რადგან თეორიული ბაზისისა და მოქმედების წესების შერჩევის მცდელობები, არსებული სუბიექტური გამოცდილებიდან გამომდინარე, ყოველთვის წარმატებული არ არის. ადრე ციტირებული ავტორების მოსაზრებათა განზოგადების საფუძველზე **ამოცანის შინაარსის (პირობის გააზრების) ეტაპზე** შემდეგი რეკომენდაციების გამოთქმა შეიძლება:

- მოვახდინოთ ამოცანის პირობის ინტერპრეტირება, ე. ი. ავაგოთ ნახაზი, ცხრილი, სქემა და ა. შ., საამოცანო სიტუაციის უკეთ წარმოსადგენად;
- გამოვყოთ მოცემული და საძიებელი, შევამოწმოთ მათი საკმარისობისა და წინააღმდეგობრიობის საკითხები;
- მივმართოთ წარსულ გამოცდილებას: გავიხსენოთ ანალოგიური, ადრე ამოხსნილი ამოცანები, რომლებსაც განსახილველი ამოცანის ამოხსნა შეიძლება დაეყრდნოს;
- ამოცანის ელემენტები და მათ შორის არსებული დამოკიდებულებები გადავიყვანოთ მათემატიკურ ენაზე.

ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენისას მართებულია შევეცადოთ:

- განვსაზღვროთ ამოცანის ტიპი, დავიყვანოთ ის ადრე ამოხსნილ ამოცანაზე;
- ამოცანის სხვანაირად ჩამოყალიბებას პირობის ახლადფორმულირებისა და მისი გამარტივების გზით, არარსებითის უგულებელყოფას; ზოგიერთი ცნების აღწერის სხვა ტოლფასი ტერმინებით შეცვლას;
- განსახილველი ამოცანის დამხმარე ამოცანების სერიებად დანაწევრებას, რომელთა თანმიმდევრული ამოხსნა დასახულ მიზნამდე მიგვიყვანს.

დასახული გეგმის პრაქტიკული რეალიზების ეტაპზე ამოცანის ამომხსნელმა სასარგებლოა გაითვალისწინოს შემდეგი რჩევები, რომლებიც ეხება:

- ამოხსნის გაფორმების ხერხის შერჩევას, რომელიც მსჯელობის მოკლედ და მკაფიოდ დაფიქსირების გარანტიას იძლევა;
- ამოხსნის სისწორის კორექტირებას პირობასთან შედარების გზით.

ამოცანის ამოხსნის დასრულების შემდეგ უნდა შესრულდეს მისი შემოწმება:

- საბოლოო შედეგის სისწორის აწონ-დაწონა ამოცანის პირობასთან და საღ აზრთან შეპირისპირების საშუალებით;
- ამოხსნის შედარებით ეკონომიური ხერხის მოძებნის მცდელობა;
- ამოხსნის განსაკუთრებული შემთხვევების გამოკვლევა.

ჩამოთვლილი რეკომენდაციები, რა თქმა უნდა, სასარგებლოა, მაგრამ მათ მაინც ზოგადი მიმართულების მიმცემის როლი აკისრიათ, ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენისა და რეალიზების საქმეში. მათი მეშვეობით შეიძლება მოსწავლის სწორად ორიენტირება ამოცანის ამოხსნის ხერხებზე, საჭირო დროის შემცირებასა და რაციონალური ამოხსნის ხერხის შერჩევაზე. ამასთან ერთად, აუცილებელია ისეთი უნარების დაუფლება, რომლებიც არა მხოლოდ ძიების მიმართულების ორიენტირებაში დაგვეხმარება, არამედ ამოხსნის გეგმის პოვნის საშუალებასაც მოგვცემს.

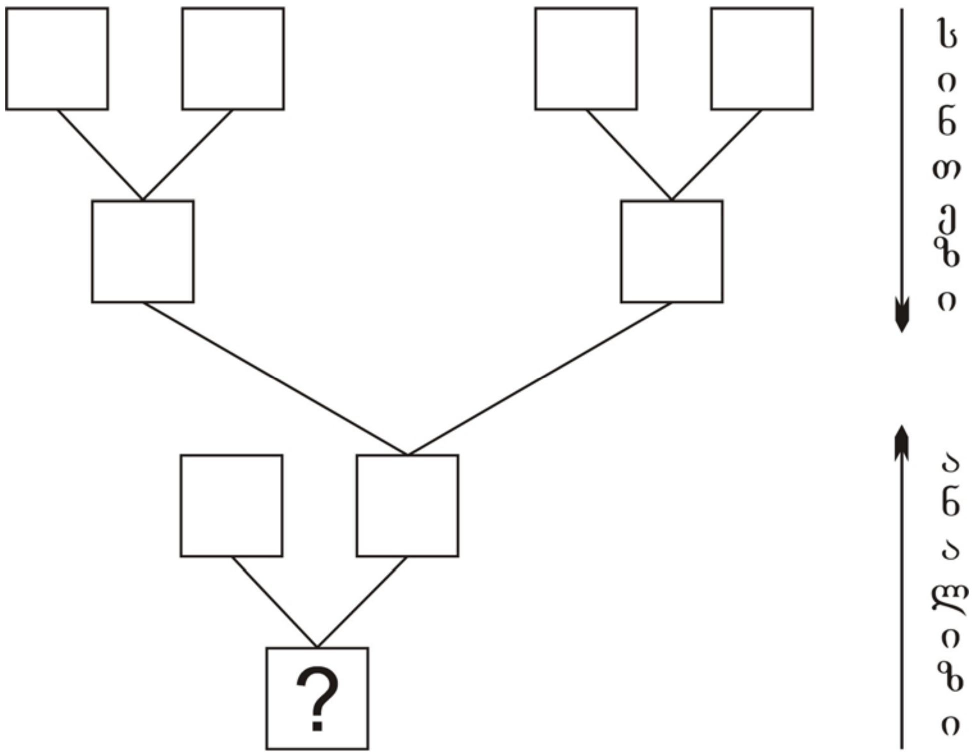
არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის მიზანმიმართული ძიებისას, ისევე, როგორც ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნისას, ფართო გამოყენებას პოულობს **ანალიზისა** და **სინთეზის** მეთოდები.

ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას, არითმეტიკის აპარატის დახმარებით, მსჯელობის **სინთეზური ხერხის** არსი მდგომარეობს შედგენილი (არასტანდარტული) ამოცანიდან ამომხსნელის მიერ მარტივი (სტანდარტული) ამოცანების გამოყოფასა და შემდგომ გამოთვლაში ანუ განსახილველი **ამოცანის ქვეამოცანათა ერთობლიობაზე დაყვანაში**. მოსწავლეებს მსჯელობის აღნიშნული მეთოდის დაუფლებაში შეიძლება დაეხმაროს სასწავლო საქმიანობაში დანერგილი მათემატიკური ხასიათის კონკრეტული ამოცანის **აზრობრივ ნაწილებად დაყოფის წესი**, შესრულებული ოპერაციის შედეგების შემდგომი შედარების გზით (თავიდან, მარტივი ამოცანები ნებისმიერად გამოიყოფა, შემდეგ – ამოსავალი ამოცანის კითხვაზე ორიენტირებით).

გარჩევის **ანალიზური ხერხი** ხასიათდება იმით, რომ მსჯელობა მასში ამოცანის კითხვით იწყება. ირკვევა წინასწარ მონაცემთა ხასიათი, რომელიც აუცილებელია პირობაში დასმულ კითხვაზე პასუხის გასაცემად. აქ, ისე, როგორც სინთეზურ ხერხში, მარტივი ამოცანები გამოიყოფა, მაგრამ მსჯელობა ამოხსნის გეგმის საპირისპირო მიმართულებით ხორციელდება. ამიტომ, იმ სავარჯიშოთა ხასიათი, რომლებიც ამოცანის ანალიზური მეთოდით გარჩევის უნარის სწავლებას

ემსახურება, რამდენადმე სხვანაირია: ისინი ორიენტირებულია იმ პირობების შერჩევაზე, რომლებიც მოცემულ კითხვას შეესაბამებიან.

მათემატიკის პედაგოგიკაში მოსწავლეთათვის ამოცანის ანალიზური და სინთეზური მეთოდებით გარჩევის წარმართვის სწავლების მიზნით ფართოდ გამოიყენება მეთოდიკური ხერხი, ე. წ. ”მსჯელობათა ხე”: მსჯელობის მსვლელობის დროს ადგენენ ”აზროვნების პროცესის სქემას”, რომელიც მათ ეხმარება გამოყოფილი ელემენტარული ამოცანების დანახვა-დაფიქსირებასა და ამოხსნის გეგმის შედგენაში ანუ ამოხსნის ძიების ორგანიზების გაადვილებაში. ყოველივე აღნიშნული წარმოვადგინოთ განზოგადებული გრაფიკული სქემით.



შევნიშნავთ, რომ მათემატიკის სწავლების პრაქტიკაში ამოხსნის გეგმის შედგენას, როგორც წესი, ანალიზურ მსჯელობათა საშუალებით ახდენენ. სინთეზურ ხერხს იშვიათად იყენებენ. ამგვარი მიდგომა მთლიანად გამართლებული არ არის, რამდენადაც არსებობს ამოცანები, რომელთა პირობის ანალიზური მეთოდით გარჩევა არათუ ამსუბუქებს, არამედ, პირიქით, აძნელებს ამოხსნის ძიების პროცესს. მაგალითად, ასეთებს წარმოადგენენ ამოცანები, რომელთა ფორმულირებაში რამდენიმე კითხვა შედის (ასეთ შემთხვევაში არც ისე ცხადია, თუ რომელი მათგანიდან დაიწყო მსჯელობა); ამოცანის კითხვა შეიძლება ”იმალებოდეს” პირობაში

ან თხრობითი წინადადებით იყოს გამოხატული, რაც თავისთავად წარმოადგენს სიძნელეს და, რა თქმა უნდა, მოსწავლესათვის არასტანდარტულია. გარდა ამისა, გარჩევის აღნიშნული ხერხი გულისხმობს და თანაც გვავალდებულებს, მისი ჩატარების შემდეგ, მივმართოთ ამოხსნის გეგმის შედგენის სინთეზურ ხერხს, რაც დროის გარკვეულ დანახარჯებს მოითხოვს. ყოველივე აღნიშნული იმის აუცილებლობაზე მიუთითებს, რომ ამოცანის გარჩევის ხერხის ძიების დროს ორიენტირება მის გარეგნულ ნიშნებზე უნდა მოვახდინოთ.

თუ მოსწავლეები ფლობენ მსჯელობათა ხსენებულ მეთოდებს, მაშინ ისინი 2-3 მოქმედებიან ამოცანებს ადვილად უმკლავდებიან. მაგრამ, სინამდვილეში ყველა მოსწავლეს არ შეუძლია დამოუკიდებლად შეასრულოს ასეთი გარჩევისათვის საჭირო მოქმედებები, მით უმეტეს, არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის შემთხვევაში. მხედველობაში მივიღებთ რა ყოველივე აღნიშნულს, ყურადღებას მივაპყრობთ ისეთი ხერხის გამოყენების მიზანშეწონილობას, რომელიც ეფუძნება: ამოცანის ცნობილი კომპონენტების ანალიზს, მათ შორის შესაძლო კავშირების გამოვლენას და მათგან ისეთების შერჩევას, რომლებიც აუცილებელია ამოხსნის უზრუნველსაყოფად. ეს ხერხი ცნობილია ”ამომწურავი სინჯვების მეთოდის” სახელწოდებით.

ამოცანის ამოხსნის ხერხებს მოსწავლეებს **სამახსოვროს** სახით სთავაზობენ:

- დაფიქრდი, რას აღნიშნავს ამოცანაში მოცემული თითოეული რიცხვი; იპოვე დაკავშირებულ რიცხვთა წყვილები; მათგან შეადგინე გამოსახულებები და ახსენი მათი არსი;
- მიღებული გამოსახულებებიდან შეადგინე სხვა ახალი გამოსახულებები და განმარტე მათი მნიშვნელობა;
- მიღებულ გამოსახულებებს შორის შეარჩიე ისეთები, რომლებიც საჭიროა ამოცანის ამოსახსნელად.

მოვიყვანოთ მაგალითი.

ამოცანა 1. მერძევეობის ფერმას ძოვის სეზონის 5 თვის მანძილზე, თავისი ვარაუდით, თოთოეული ძროხიდან უნდა მიეღო 3000კგ. რძე. შეასრულებს თუ არა ის დასახულ მიზანს, თუ თითოეული ძროხიდან დღეში 20კგ. რძეს მოწველის? (თვეში 30 დღე ჩავთვალოთ).

მოცემული ამოცანის ტექსტის კონსტრუქცია (პირობა – კითხვა – პირობა) აღსაქმელად საკმარისად რთულია, სპეციალურ განმარტებას მოითხოვს კითხვა, ხოლო ქალაქელი მოსწავლისათვის სიუჟეტიც არც თუ ისე ნათელია.

სამახსოვროს მიხედვით განვიხილოთ ყველა შესაძლო კავშირი:

1. 3000:5 – რამდენი კგ. რძე უნდა მივიღოთ თითოეული ძროხიდან თვეში;

2. 20·30 – რამდენი კგ. რძე უნდა მივიღოთ თვეში;

3. 30·5 – რამდენი დღე გრძელდება ძოვის სეზონი;

4. 3000:20 – რამდენი დღეა საჭირო ფაქტობრივად.

აღნიშნული გამოსახულებებიდან მოცემული ამოცანის ამოხსნის რამდენიმე ხერხი გამომდინარეობს:

I. რამდენ დღეში შეიძლება რძის საჭირო რაოდენობის მიღება? (3000:5):20=30 (დღე), 30=30.

II. რამდენი კგ. რძე უნდა მოვწველოთ დღეში თითოეული ძროხიდან? (3000:5):30=20 (კგ), 20=20.

III. რამდენი თვე გრძელდება ძოვის სეზონი?

3000:(20·30)=5 (თვე), ან (3000:20):30=5 (თვე), 5=5.

IV. რამდენი კგ. რძე შეიძლება მივიღოთ თითოეული ძროხიდან?

20. (30·5)=3000(კგ), ან (20·30)·5=3000(კგ),

3000=3000 3000=3000

V. 1. 3000:5=600(კგ) რძე უნდა მივიღოთ თვეში თითოეული ძროხიდან;

2. ფაქტობრივად მიიღეს 20·30=600(კგ);

600=600

VI. 1. ფაქტობრივად საჭირო იქნება 3000:20=150 დღე;

2. ძოვის სეზონი გრძელდება 30·5=150 დღე,

150=150.

სიდიდეთა რაოდენობრივ მახასიათებლებს შორის კავშირების დაწვრილებითი შესწავლა ძალზე სასარგებლოა, რადგან იგი საშუალებას იძლევა სრულად გამოვავლინოთ და გავაანალიზოთ ამოცანის ტექსტში დამალული მათემატიკური დამოკიდებულებები, ”გადავთარგმნოთ” ისინი მათემატიკურ ენაზე. ამასთან, ერთი და იგივე გვარის მოცემულობებს შორის შესაბამისობების დამყარების

შედეგად შესაძლებელი ხდება ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხების გამოვლენა. ჩვენს მიერ განხილული მაგალითიც ამისი დასტურია.

აღწერილი ხერხის დასაუფლებლად მოსწავლეებმა უნდა ისწავლონ:

- სავარჯიშოთა შესრულება ამოცანის მოცემულობიდან ზემოაღნიშნული სახის გამოსახულებების შედგენაზე. მაგალითად, შემოთავაზებულია ტექსტი და მოეთხოვება დაისვას კითხვა ისე, რომ ამოცანა ამოიხსნას მხოლოდ შეკრების ან გამოკლების მეშვეობით.
- უკვე შედგენილი გამოსახულებების შინაარსის გახსნა არსებული სიტუაციის მიხედვით. მაგალითად, მოცემულია პირობა: 15მ. სიგრძის თოკს თავდაპირველად გადაჭრეს 5მ, შემდეგ - 7მ. ახსენი, რას გაიგებ: 15-5; 15-7; 5+7; 7-5; 15-(7+5) მოქმედებების შესრულების შედეგად?

ასეთი სავარჯიშოების შედგენა მასწავლებლისათვის სირთულეს არ წარმოადგენს. მათზე მუშაობით მიღებული ცოდნა მოსწავლეებს ამოცანათა ამოხსნის ძიების კიდევ ერთი ხერხის დაუფლებაში დაეხმარება.

მომდევნო მეთოდს საფუძვლად **მათემატიკური და საგნობრივი მოდელირება** უძევს. მოდელირების ცნება შემეცნების თეორიიდანაა ნასესხები, სადაც მასში პროცესი ან მოდელის ამგები სუბიექტის საქმიანობა იგულისხმება. მოდელური მიმართება სამმხრივია, რადგან მასში ორიგინალი, მისი მოდელი და ამ მოდელის ამრჩევი ან მისი ამგები სუბიექტი შედის.

აგების საშუალებათა ხასიათის მიხედვით შემდეგ მოდელებს გამოყოფენ:

- მატერიალურს (ნივთიერს, რეალურს);
- სტატიკურს (უძრავს);
- დინამიკურს (მოძრავს, მოქმედს);
- იდეალურს (სახეობითს, ნიშნობრივს, აზრობრივს).

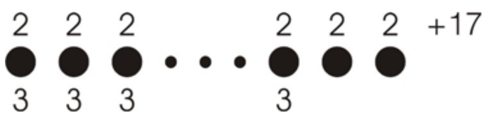
მოდელი შეიძლება გამოყენებული იქნეს როგორც სასწავლო საშუალება, რამდენადაც მისი შემქმნელისათვის, და მათთვის, ვისთვისაც ის გასაგებია, ადვილია მასში მოდელირებადი ობიექტის დანახვა. მოდელის თვალსაჩინოება მისი გრძნობითი აღქმის შესაძლებლობით განისაზღვრება. მოდელის თვალსაჩინოება პრინციპულად განსხვავდება ჩვეულებრივი ობიექტების თვალსაჩინოებისაგან იმით, რომ ამ უკანასკნელთა თვალსაჩინოება კონკრეტულია, მათი აღქმისას სუბიექტს

განსაზღვრული თვალსაჩინო სახე წარმოეშობა. მოდელის თვალსაჩინოებას განზოგადებული სახე აქვს: ობიექტის ყველა არაარსებითი თვისება, რომლებიც საჭირო თვისებების აღქმას ხელს არ უშლის, უკუიგდება. მოდელები საშუალებას იძლევა მოსწავლეებში შექმნან აბსტრაქტულ მიმართებათა თვალსაჩინო სახეები, რომელთა ჩვეულებრივი თვალსაჩინო საგნობრივი საშუალებებით წარმოდგენა შეუძლებელია.

მხედველობაშია მისაღები ისიც, რომ მოდელის დახმარებით თვალსაჩინო სახეების შექმნა მოსწავლეებისაგან მოითხოვს თეორიული ხასიათის განსაზღვრულ ცოდნას და მოდელების აგებაში აქტიურ მონაწილეობას. მოდელირებისათვის სხვადასხვა მათემატიკური ობიექტი გამოიყენება: რიცხვითი და ასოითი ფორმულები; ცხრილები; განტოლებები, უტოლობები და მათი სისტემები; მწკრივები; გრაფსქემები, დიაგრამები და სხვ. არაიშვიათად ამოცანის ამოხსნას მისი **საგნობრივი მოდელი** ამარტივებს. მაგალითად, ამოცანაში მოცემული მოცულობითი გეომეტრიული ფიგურები, ობიექტთა გამოსახულებები და სხვ.

ამოცანა 2. თუ კლასში თითოეულ მოსწავლეს ორ-ორ კანფეტს დაურიგებთ, მაშინ 17 კანფეტი დაურიგებელი დარჩება. თუკი სამ-სამ კანფეტს დავურიგებთ, მაშინ ორი მოსწავლე უკანფეტოდ დაგვრჩება. სულ რამდენი კანფეტი იყო დასარიგებელი და რამდენი მოსწავლე იყო კლასში?

ამ ამოცანას მე-7 კლასელი მოსწავლეები წრფივ განტოლებათა სისტემის შედგენის საშუალებით ხსნიან. მაგრამ, მისი ამოხსნა თავისუფლად შეუძლია უმცროსი კლასის მოსწავლეებსაც საგნობრივი მოდელის შედგენის გზით:



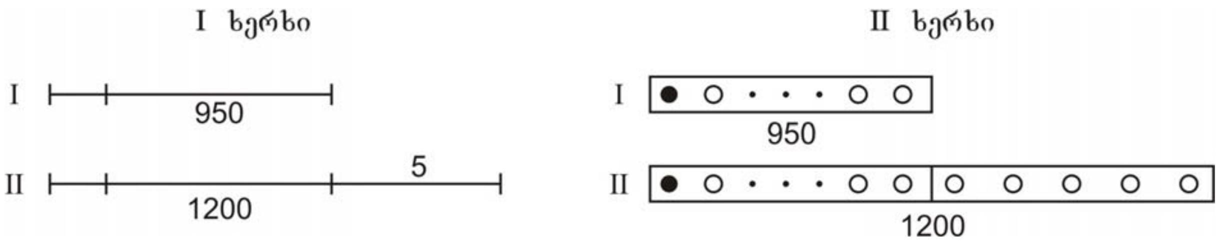
მოდელიდან ჩანს, რომ იმ მოსწავლეებს, რომლებსაც ორ-ორი კანფეტი აქვთ, რომ ექნეს სამ-სამი კანფეტი, უნდა დავარიგოთ დარჩენილი 17 კანფეტი და კიდევ 6 კანფეტი (ორ მოსწავლეს კანფეტი არ ეყო), ე. ი. დამატებით უნდა დარიგდეს 17+6=23 კანფეტი. აქედან გამომდინარე, კლასში ყოფილა 23 მოსწავლე, ხოლო კანფეტების რაოდენობა – 23·2+17=63.

მათემატიკის კურსში განსაკუთრებულ როლს თამაშობს **გრაფიკული მოდელირება**: ამოცანის პირობის გრაფიკული ინტერპრეტაცია, ნახაზი, ნახატი, დიაგრამა, გრაფი. გრაფიკული ფორმით წარმოდგენილი ინფორმაცია ადვილი აღსაქმელია, ტევადი და საკმაოდ პირობითია, მოწოდებულია აბსტრაქტული ცნებების გასასაგნობრივებლად, შეიცავს ობიექტის მხოლოდ არსებითი თვისებების შესახებ ინფორმაციას. გრაფიკული მოდელის შედგენა შეიძლება ნებისმიერი, როგორც მარტივი, ისე რთული ამოცანისათვის. მისი შესრულება მოსწავლეს აიძულებს ყურადღებით წაიკითხოს ამოცანის ტექსტი, ხელს უწყობს გონებრივი ქმედებების ნაწილი გადაიტანოს პრაქტიკულ მოქმედებებში, შედეგი მატერიალური ობიექტის სახით დააფიქსიროს და ამოხსნის ძიება დამოუკიდებლად განახორციელოს.

განვიხილოთ ორი მაგალითი.

ამოცანა 3. მატარებლის ერთ შემადგენლობაში 1200ტ. ხორბალი ჩატვირთეს, ხოლო მეორეში – 950ტ. პირველ შემადგენლობაში 5 ვაგონით მეტი იყო, ვიდრე მეორეში. რამდენი ვაგონი იყო თითოეული მატარებლის შემადგენლობაში, თუ ჩავთვლით, რომ ყოველ ვაგონში ხორბალს თანაბარი რაოდენობით ტვირთავდნენ.

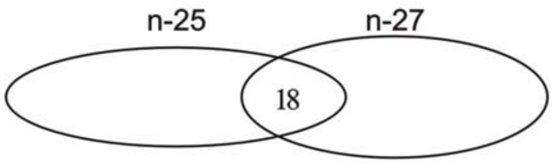
ავაგოთ ამოცანის გრაფიკული მოდელი.

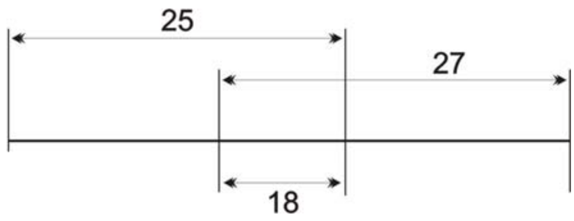


ამგვარი სახით გამოსახული ამოცანის პირობა საშუალებას იძლევა დავინახოთ მთავარი: ხორბლის მასათა სხვაობა ხუთ ვაგონში თავსდება. უკვე ამოხსნის ხერხი ნათელია – ორი სხვაობის (მასებისა და ვაგონების რაოდენობის) მიხედვით, გაყოფის ოპერაციის დახმარებით ვპოულობთ უცნობ სიდიდეს – ხორბლის რაოდენობას ერთ ვაგონში. ამოხსნის შემდეგომი მცდელობა სიძნელეს არ წარმოადგენს.

ამოცანა 4. კლასში ინგლისურს სწავლობს 25 მოსწავლე, ხოლო გერმანულს – 27. ამასთან, ორივე ენას ერთდროულად 18 მოსწავლე სწავლობს. რამდენი მოსწავლე სწავლობს კლასში ამ უცხო ენებს?

მოცემული საამოცანო სიტუაციის უკეთ წარმოსადგენად. ვისარგებლოთ ვენის დიაგრამით ან მონაკვეთებით.





ამოცანის პირობის ამგვარი ინტერპრეტაცია იმის დანახვაში გვეხმარება, რომ საძიებელი სიდიდის რიცხვითი მნიშვნელობა არ წარმოადგენს ამოცანის ტექსტში მოცემული უცხო ენის შემსწავლელთა რაოდენობების ჯამს, რამდენადაც ამ ჯამში რიცხვი 18 ორჯერ შედის. ამიტომ, დასმულ კითხვაზე პასუხის გასაცემად აუცილებელია ამ ჯამიდან მისი უკუგდება, ე. ი. ამოცანის ამოხსნა გაფორმდება გამოსახულებით: (25+27)-18.

თ. მორალიშვილი არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის პროცესში გამოყოფს ორ არსებით შემადგენელ ელემენტს:

- **ამოცანის წარმოდგენა (აღწერა)**, მისი გადათარგმნა მათემატიკის ენაზე;
- **ამოხსნის ძიება**, რომელიც დამოკიდებულია ამოცანის წარმოდგენის ხერხზე და მიმართულია მისი ამოხსნის შესაძლებლობის ან შეუძლებლობის დადგენაზე [96].

შემდეგ ავტორი განიხილავს აღნიშნული სახის ამოცანების ამოხსნისადმი ორ მიდგომას. პირველი მიდგომა ხასიათდება ამოცანის წარმოდგენით **მდგომარეობათა სივრცეში, მეორე – ამოცანის რედუქციით ქვეამოცანების ერთობლიობაზე**.

ამოცანის წარმოდგენა მდგომარეობათა სივრცეში დაკავშირებულია შემდეგ ცნებებთან:

- მდგომარეობა (საწყისი, მიზნობრივი);
- მდგომარეობის აღწერა;
- ოპერატორი, გარდამქმნელი ერთი მდგომარეობისა მეორეში;
- მდგომარეობათა სივრცე;

- ძიების (გადარჩევის) სივრცე.

ცხადია, რომ, რაც უფრო რაციონალურია ძიების მეთოდი, მით უფრო ვიწროა მისი ძიების სივრცე. განიხილება ძიების ორი სახე:

- ყველა შესაძლო ვარიანტების – სვლების **ბრმა ძიების მეთოდი** (სიღრმეში გადარჩევა, სრული გადარჩევა);
- **მიმართული** (მოწესრიგებული) **გადარჩევის მეთოდი**.

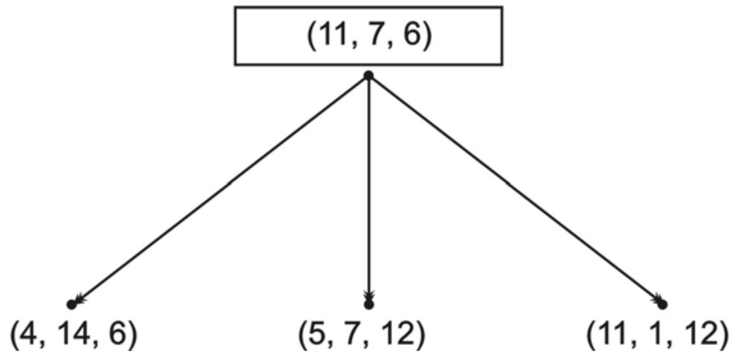
ძიების პროცესს მდგომარეობათა სივრცეში თ. მორალიშვილი თვალსაჩინოდ გრაფიკული მოდელით წარმოადგენს. იგი თვალსაჩინოების განსაკუთრებული სახეა, რომელიც მოსწავლის მიერ ამოცანის ამოხსნის პროცესში შესასრულებელ მოქმედებათა პროგრამას გამოხატავს. გრაფი ემსახურება იმ ინფორმაციის შენახვას, რომლის "დაჭერა" შეუძლებელია გონებაში. იგი თავიდან გვაცილებს უკვე განხილული კომბინაციების განმეორებას. გრაფული მოდელი საშუალებას გვაძლევს მოსწავლეთა ყურადღების კონცენტრირება მოვახდინოთ ამოცანის შინაარსსა და მისი ამოხსნის რაციონალური გზის შერჩევაზე.

ამოცანა 5. მოცემულია რვეულების სამი დასტა. პირველ დასტაში 11 ცალი რვეულია, მეორეში – 7 რვეული, ხოლო მესამეში – 6 რვეული. საჭიროა თითოეულ დასტაში რვეულების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი დასტიდან მეორეში იმდენი რვეულის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია. (მიმღებშია). გადაწყობის რა უმცირესი რიცხვია საჭირო?

პირველ რიგში მოვახდინოთ ამოცანის აღწერა მდგომარეობათა სივრცეში. გრაფის მწვერვალის გამომსახველი, ობიექტთა განსაზღვრული კონფიგურაცია მივიღოთ **საწყის მდგომარეობად.** მოცემულ ამოცანაში საწყისი მდგომარეობა აღიწერება რიცხვთა სამეულით (11, 7, 6). მაშინ, ამოხსნის საბოლოო შედეგს ანუ **მიზნობრივ მდგომარეობას** აღწერს რიცხვთა სამეული (8, 8, 8).

ერთი მდგომარეობის გარდაქმნა მეორე მდგომარეობად ხორციელდება განსაზღვრული ხერხების ცალსახად დადგენილი წესების – **ოპერატორების** დახმარებით. ჩვენი ამოცანისათვის ესაა რვეულების ყველა შესაძლო გადაწყობა ერთი დასტიდან მეორეში, იმდენის, რომელიც უკანასკნელ დასტაში უკვე არის. ამოცანის ამოხსნის პროცესი გამოიხატება გრაფის მწვერვალის გარდამქმნელი ოპერატორების გამოყენებაში მანამდე, ვიდრე მიზნობრივ წვეროს არ მივიღებთ (თუ ეს შესაძლებელია).

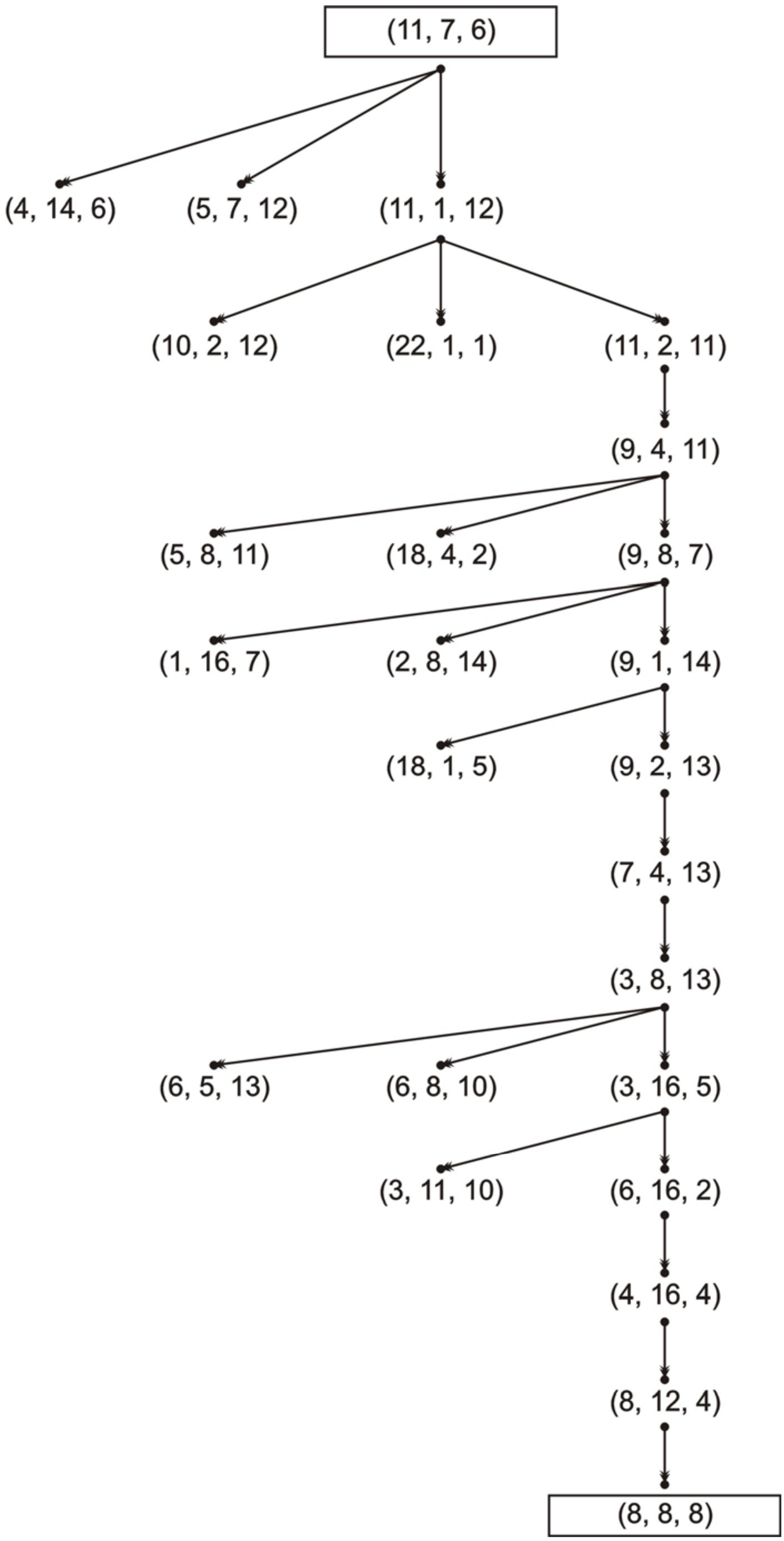
განსახილველი ამოცანის ამოხსნის ძიების გრაფის საწყისი ნაწილი ასე გამოიყურება:



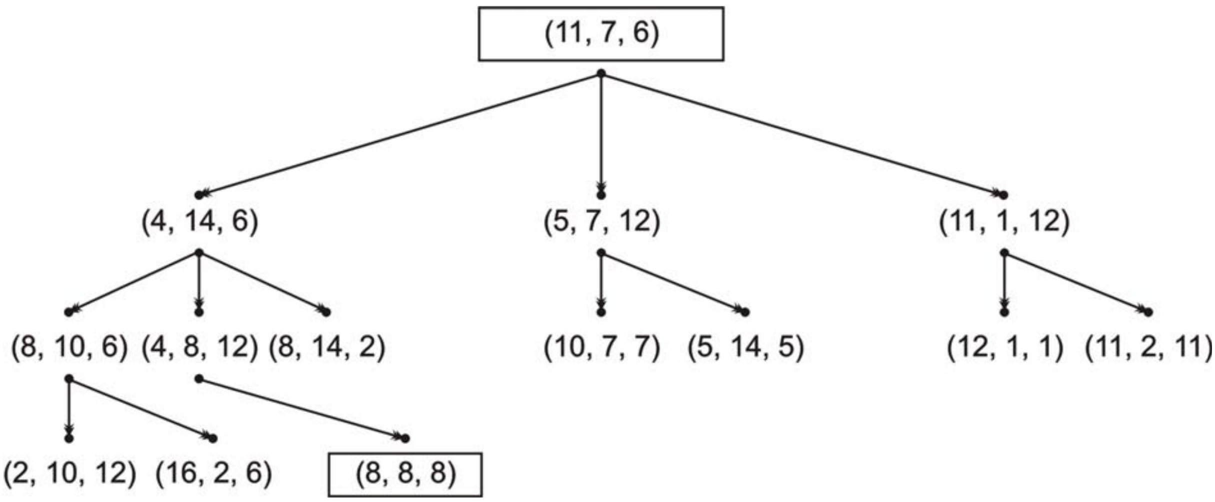
გადარჩევა განსაზღვრული მიმდევრობით სრულდება: 11 რვეულიდან 7 შეიძლება გადავდოთ მეორე დასტაში ან 6 მესამეში; 7 რვეულიდან 6 შეიძლება გადავდოთ მესამე დასტაში. სხვა ვარიანტი არ არის!

გრაფის საწყისი მწვერვალი გახსნილია. ანალოგიურად იხსნება, მაგალითად, მიღებული მწვერვალებიდან ბოლო მწვერვალი, შემდეგ ისევ ბოლო და ა. შ. არ უნდა დავუშვათ უკვე განხილული კომბინაციების გამეორება, რადგან ეს საჭირო შედეგებამდე არ მიგვიყვანს.

მეთოდს, რომლის დროსაც პირველად იხსნება გრაფის ის მწვერვალი, რომელიც ყველაზე ბოლოს წარმოიშობა, **სიღრმეში გადარჩევის (ძიების)** მეთოდი ეწოდება.



არ არსებობს იმისი არავითარი გარანტია, რომ რვეულების გადაწყობის ნაპოვნი რაოდენობა მინიმალურია. ამიტომ უმჯობესი შეიძლება აღმოჩენილიყო, რომ მწვერვალები იმ მიმდევრობით გაგვეხსნა, რა მიმდევრობითაც ისინია მიღებული.

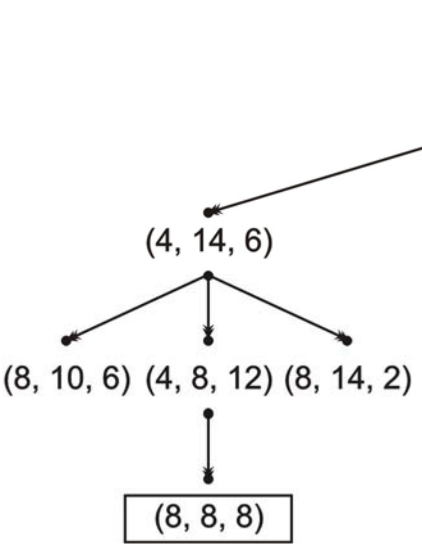


ამის შემდეგ გადარჩევის გაგრძელება საჭირო აღარაა, რადგან უფრო მოკლე ამოხსნის გზის პოვნას ვერ შევძლებთ. უნდა აღინიშნოს, რომ, თუ ამოცანაში მოითხოვება ამოხსნის ყველა ვარიანტის მოძებნა, მაშინ გადარჩევა უნდა გაგრძელდეს მანამ, სანამ არ ამოიწურება ყველა პერსპექტიული მწვერვალის გახსნა. ასეთნაირად შესრულებულ ძიებას **სრული გადარჩევის** მეთოდს უწოდებენ.

სინჯვებისა და შეცდომების ბრმა გადარჩევის მეთოდი ხშირად გამოიყენება მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის დროს, რამდენადაც იგი აზროვნების ბუნებრივ სვლაზეა დამყარებული. სხვადასხვა ვარიანტების გადარჩევა და მათი შეფასება მიზნის მიღწევის თვალსაზრისით, არის სწორედ აზროვნების პროცესი.

ბრმა გადარჩევის საპირისპიროდ არსებობს გადარჩევის მეთოდი, რომელიც ევრისტიკის ელემენტების გამოყენების მეშვეობით ოპერირებს. მისი არსი, მიზანთან მიახლოების პოზიციიდან გამომდინარე, პერსპექტიული ამოხსნის სვლის მოძიებაში მდგომარეობს. აღნიშნულ მეთოდს **მოწესრიგებული ანუ ევრისტიკული გადარჩევის** მეთოდს უწოდებენ.

დავუბრუნდეთ ამოცანას. საწყისი მწვერვალის გახსნისას შეიძლება იმის შემჩნევა, რომ მწვერვალი (4, 14, 6) შედარებით პერსპექტიულია, რადგან მისგან ძალზე ადვილად შეიძლება 8 რვეულიანი დასტის მიღება. ამის შემდგომ კიდევ უფრო პერსპექტიული იქნება მწვერვალი (4, 8, 12), რომელსაც უშუალოდ მივყავართ მიზანთან. მოწესრიგებული გადარჩევის ხეგრაფი მომდევნო სქემაზეა გამოსახული.



არსებობს მოსაზრება, რომ არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის პროცესი შედგება ორი ოპერაციის თანმიმდევრული გამოყენებისაგან: 1. არასტანდარტული ამოცანის **დაყვანა** სხვა, მის ეკვივალენტურ, მაგრამ უკვე სტანდარტულ (გარდაქმნების ან ახლადფორმულირების გზით) ამოცანამდე და 2. ამოსავალი ამოცანის **დანაწილება** რამდენიმე სტანდარტულ ქვეამოცანად. ეს რჩევა სრული სიმართლეა, მაგრამ მისი პრაქტიკული გამოყენება არც ისე მარტივია, რამდენადაც არ არსებობს უცნობი ამოცანების ცნობილ ამოცანებზე დაყვანის პროცედურის განსაზღვრული წესები.

არასტანდარტული ხასიათის მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის პროცესში განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მივაქციოთ მოსწავლეთა ცოდნის **აქტუალიზებას**. ამ დროს ძალზე სასარგებლოა ძველი გამოცდილებით სპეციალურად შედგენილი სავარჯიშოთა სერიები. ეს სერიები ისე უნდა იყოს შედგენილი, რომ მოსწავლეებს გაუადვილოს რთული ამოცანების ამოხსნა, ე. ი. სხვანაირად რომ ვთქვათ, განსახილველი ამოცანის ამოხსნა დავიყვანოთ ადრე ამოხსნილი ამოცანების ერთობლიობის ამოხსნამდე. აღნიშნული დიდაქტიკური ხერხი სწავლების პრაქტიკაში "კარნახების სისტემად" იწოდება. იგი აძლევს მოსწავლის აზროვნებას საჭირო მიმართულებას, ამოხსნის ძიებას აქცევს მიზანმიმართულად, ოპტიმალურ პირობებს ქმნის მოსწავლეთა სააზროვნო საქმიანობის აქტივიზებისათვის, ხელს უწყობს ამოხსნისადმი არაშაბლონური მიდგომის უნარის განვითარებასა და სუბიექტური გამოცდილების გაღრმავებას.

ამოცანა 6. მგზავრმა, რომელიც 150 მ. სიგრძის ხიდზე იდგა, შენიშნა, რომ შემხვედრმა მატარებელმა მის გვერდით გავლას მოანდომა 10 წამი. ვიპოვოთ

შემხვედრი მატარებლის სიგრძე და სიჩქარე, თუ ცნობილია, რომ მატარებელმა ხიდზე მოძრაობას 25 წამი მოანდომა.

განსახილველი ამოცანა ობიექტების მოძრაობაზე არასტანდარტული ამოცანის ტიპიური მაგალითია, (მათი ხანგრძლივობების თვალსაზრისის გათვალისწინებით). მის შინაარსში ჩაწვდომა დაკავშირებულია გარკვეული პრინციპის, - მატარებლის სიგრძის გათვალისწინების მიხვედრის აუცილებლობასთან. ყოველივე ამის გასაგებად მოსამზადებელი სამუშაოს ჩატარებაა საჭირო იმ ობიექტების მიმართ, რომელთა განზომილებები ძალზე მნიშვნელოვანია, და ასევე, იმ ობიექტების მიმართაც, რომელთა განზომილებები დროებით შეიძლება უგულებელვყოთ. ამასთან დაკავშირებით, ცოდნის აქტუალიზების ეტაპზე, რეკომენდებულია მივმართოთ სიდიდეებს: **სიჩქარეს, დროსა და მანძილს** შორის ურთიერთკავშირების გახსენებას და ამოვხსნათ (მოდელებზე დემონსტრირების მეშვეობით) შემდეგი ამოცანები:

1. რა დროს დახარჯავს 900 მ. სიგრძის მქონე მატარებლის შემადგენლობა სატელეფონო ბოძის გვერდით გასავლელად, თუ მისი სიჩქარეა 300 მ/წმ?

აგებული მოდელი ამოცანის პირობის ახლადფორმულირების საშუალებას გვაძლევს: ”რა დროში გაივლის მატარებელი 900 მ-ის ტოლ მანძილს, თუ მისი მოძრაობის სიჩქარეა 300 მ/წმ?”.

ამოცანის ამოხსნა ცხადია: 900:300 (წმ).

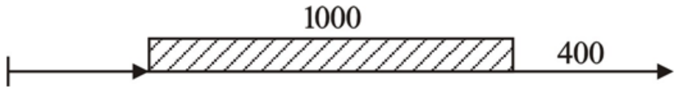
2. ფრინველის სიჩქარეა 30 კმ/სთ. რა დრო დასჭირდება მას 500 მ-იანი გვირაბის გასავლელად?

30 კმ/სთ=500 მ/წთ, 500:500=1 (წთ).

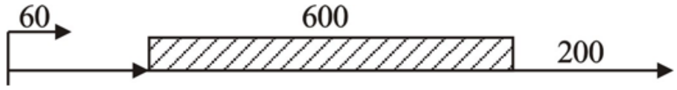
3. მატარებლის შემადგენლობის სიგრძე 400 მ-ია. რა მანძილს გაივლის თბომავალი 1000 მ-იან გვირაბში შესვლის მომენტიდან მანამდე, ვიდრე უკანასკნელი ვაგონი გვირაბიდან გამოვა?

ამ ამოცანის ამოსახსნელად, ძალზე მნიშვნელოვანია, მოსწავლეებს გავაგებინოთ, რომ მატარებელი გვირაბში შესვლას მაშინ იწყებს, როცა მასში

ლოკომოტივი შედის და გვირაბიდან გამოსულად ითვლება, როცა გვირაბიდან ბოლო ვაგონი გამოდის.



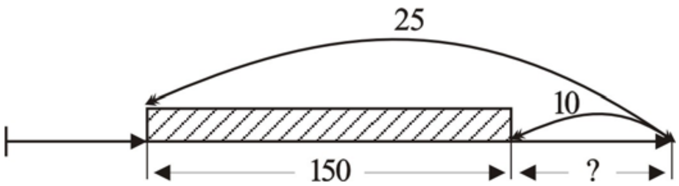
4. რა დროში გაივლის 400 მ სიგრძის მატარებლის შემადგენლობა 600 მ სიგრძის გვირაბს, თუ მატარებლის სიჩქარე 60 კმ/სთ?



60კმ/სთ=1 კმ/წთ, 600+400=1000(მ), 1000მ.=1კმ, 1:1=1 (წთ).

ამოცანათა წარმოდგენილი დამხმარე სერიის ამოხსნის შემდეგ შეიძლება შევუდგეთ ძირითადი ამოცანის შინაარსის ათვისებას. ამასთან დაკავშირებით, ზუსტდება მოცემულობაში არსებული სიდიდეების მახასიათებლები: 10 წმ ის დროა, რომელიც აუცილებელია მატარებლის შემადგენლობის სიგრძის ტოლი მანძილის გასავლელად; 25 წმ ის დროა, რომელიც აუცილებელია ხიდისა და მატარებლის შემადგენლობის სიგრძეთა ჯამის გასავლელად.

ამოცანის მოდელი შეიძლება ასე წარმოვიდგინოთ:

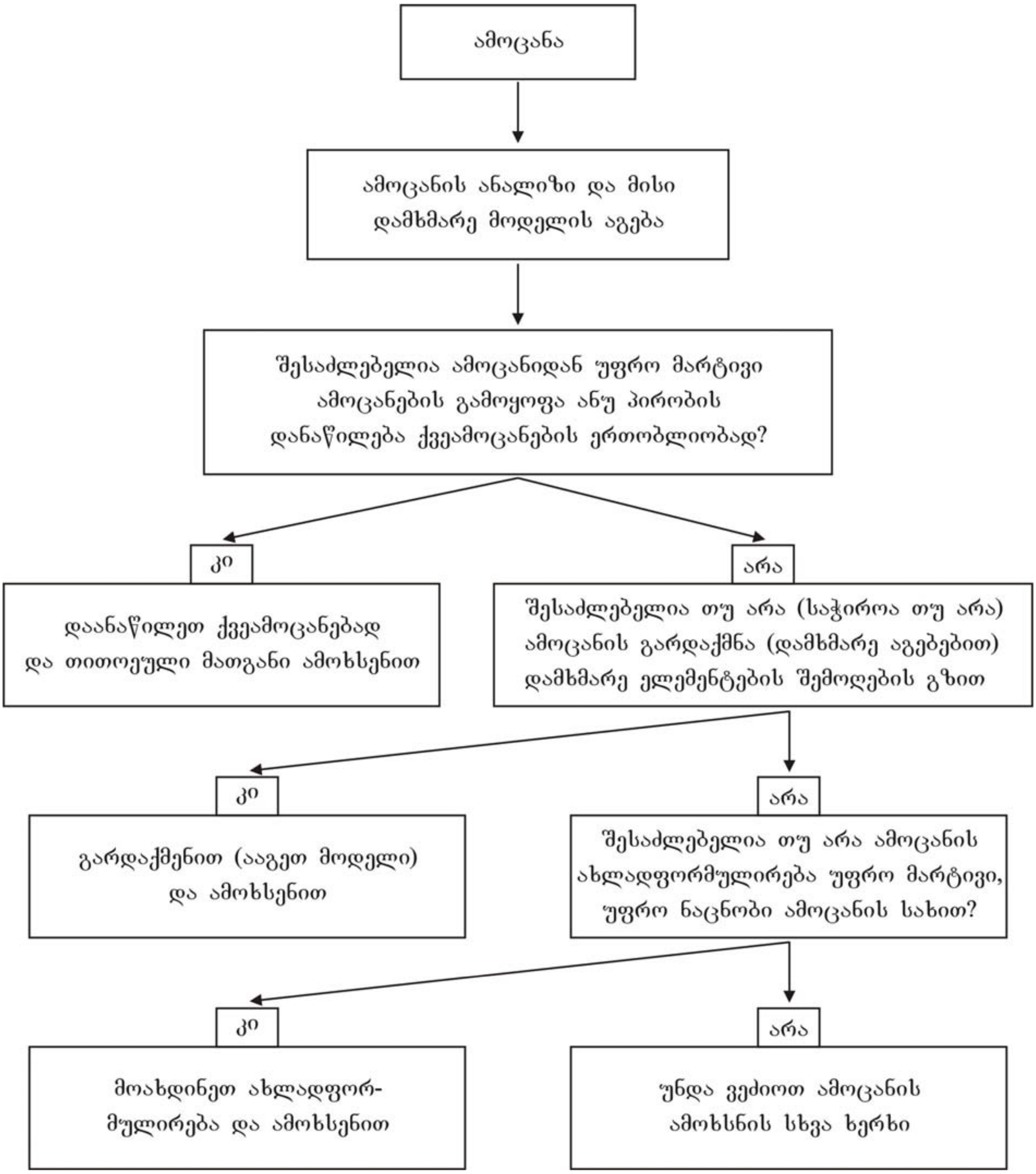


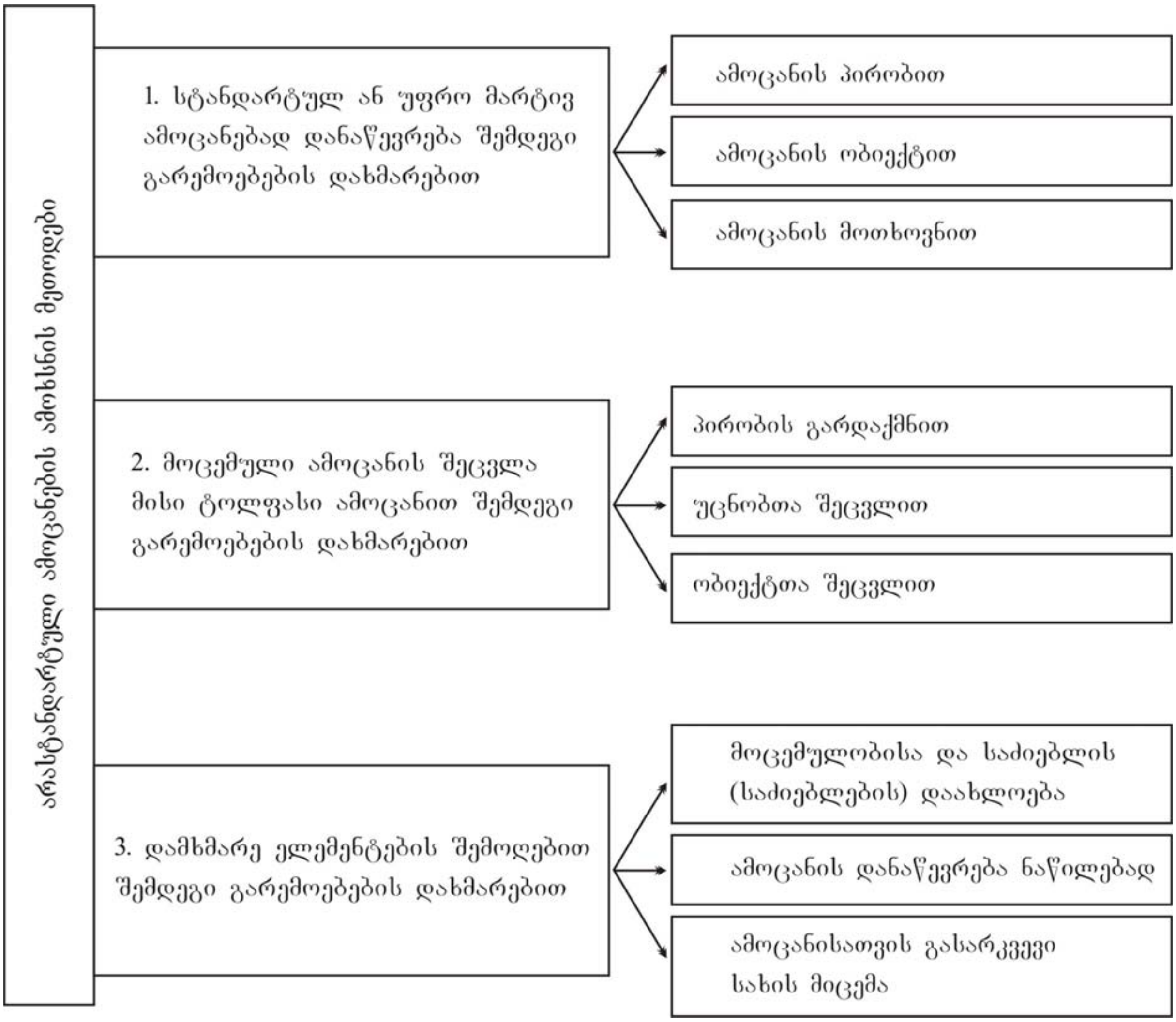
1. 25-10=15 (წმ) – დრო, რომლის განმავლობაში მატარებელი ხიდის სიგრძის ტოლ მანძილს გადის;

2. 150:15=10 (მ/წმ) – მატარებლის სიჩქარე;

3. 10·10=100 (მ) – მატარებლის სიგრძე.

ლ. ფრიდმანი გვთავაზობს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიებისა და მეთოდების მიმდევრობის გამომხატველ სქემას. მისი აზრით, არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის ძიების სქემა შემდეგია:


ამოცანა
ამოცანის ანალიზი და მისი
დამხმარე მოდელის აგება
შესაძლებელია ამოცანიდან უფრო მარტივი
ამოცანების გამოყოფა ანუ პირობის
დანაწილება ქვეამოცანების ერთობლიობად?
კი
არა
დაანაწილეთ ქვეამოცანებად
და თითოეული მათგანი ამოხსენით
შესაძლებელია თუ არა (საჭიროა თუ არა)
ამოცანის გარდაქმნა (დამხმარე აგებებით)
დამხმარე ელემენტების შემოღების გზით
კი
არა
გარდაქმენით (ააგეთ მოდელი)
და ამოხსენით
შესაძლებელია თუ არა ამოცანის
ახლადფორმულირება უფრო მარტივი,
უფრო ნაცნობი ამოცანის სახით?
კი
არა
მოახდინეთ ახლადფორ-
მულირება და ამოხსენით
უნდა ვეძიოთ ამოცანის
ამოხსნის სხვა ხერხი



§3. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ხერხები

ტექსტური ამოცანების ამოსახსნელად მათემატიკაში ძირითადად სარგებლობენ **არითმეტიკული** და **ალგებრული** ხერხებით. არითმეტიკული ხერხის გამოყენებისას ამოცანის კითხვაზე პასუხი გაეცემა, ტექსტში აშკარად ან ირიბად მოცემულ რიცხვებზე ან სიდიდეებზე მოქმედებისა და ოპერაციების თანმიმდევრული შესრულების შედეგად. ერთი და იგივე ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა არითმეტიკული ხერხი ერთმანეთისაგან განსხვავდება მოცემულობებს, მოცემულობებსა და საძიებლებს, მოცემულობებსა და უცნობებს შორის არსებული დამოკიდებულებებით.

ზემოაღნიშნულის დასადასტურებლად საილუსტრაციოდ მოვიყვანთ კონკრეტული არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სხვადასხვა არითმეტიკულ ხერხს.

ამოცანა 7. ბიჭუნებმა 8 ვაშლის და 4 ქლიავის ხის მოსარწყავად 140ლ. წყალი მოზიდეს. რამდენი ლიტრი წყალი დაუსხეს ვაშლის თითოეულ ძირს და ქლიავის თითოეულ ძირს, თუ ვაშლის ერთი ძირი ხის მოსარწყავად 3-ჯერ მეტი წყალია საჭირო, ვიდრე ერთი ძირი ქლიავისა?

თუ ამოსავლად განვიხილავთ ხეების რაოდენობებს შორის (8 ვაშლი, 4 ქლიავი) დამოკიდებულებას, მაშინ ამოცანის კითხვაზე პასუხი შემდეგი მოქმედებების შესრულების გზით შეიძლება მივიღოთ:

1. 8:4=2 – რამდენჯერ მეტია ვაშლის ხეები ქლიავის ხეებზე;

2. 2·3=6 – რამდენჯერ მეტი წყალი სჭირდება ვაშლის ხეებს;

3. 1+6=7 – წყლის საერთო რაოდენობა ნაწილებში;

4. 140:7=20 – ლიტრი წყალი გაიხარჯა ყველა ქლიავის ხის მოსარწყავად;

5. 140-20=120 – ლიტრი წყალი დაუსხეს ვაშლის ყველა ხეს.

თუ ვიმსჯელებთ ამოცანის ტექსტში ბოლოს დაფიქსირებული მიმართებით (ვაშლის მოსარწყავად 3-ჯერ მეტი წყალია საჭირო), მაშინ მოქმედებათა ჯაჭვი სხვანაირია.

1. 8·3=24 ქლიავი შეიძლება მოირწყას 8 ვაშლის მაგიერ;

2. 24+4=28 – ქლიავი შეიძლება მოირწყას 8 ვაშლისა და 4 ქლიავის მაგიერ;

3. 140:28=5 – ლიტრი წყალია საჭირო ერთი ქლიავის მოსარწყავად;

4. 5·4=20 – ლიტრი წყალი დაუსხეს ქლიავებს;

5. 140-20=120 – ლიტრი წყალი დაუსხეს ვაშლებს.

ან:

4. 5·3=15 – ლიტრი წყალია საჭირო ერთი ვაშლის მოსარწყავად;

5. 15·8=120 – ლიტრი წყალი დაუსხეს ვაშლებს;

6. 140-120=20 – ლიტრი წყალი დაუსხეს ქლიავებს.

შევნიშნავთ, რომ ამოცანის არითმეტიკული ხერხით ამოხსნის გაფორმება სხვადასხვანაირად შეიძლება. მაგალითად: კითხვა-პასუხის ფორმით, მოქმედებების მიხედვით, ცხრილის სახით და სხვ.

ალგებრული ხერხით ამოხსნის შემთხვევაში ამოცანის კითხვაზე პასუხის გაცემა ხდება განტოლების შედგენისა და შემდგომი მისი ამოხსნის შედეგად. განტოლების ამოხსნის საფუძველზე მიღებული ფესვების შერჩევა ამოცანის შინაარსის გათვალისწინებით ხორციელდება. ის ფესვები, რომლებიც ამოცანის შინაარსში არ ჯდება, უგულებელიყოფა.

ზემოთ განხილულ ამოცანაში მოითხოვება წყლის რაოდენობების განსაზღვრა ლიტრებში, რომლებიც საჭირო იყო ერთი ვაშლის და ერთი ქლიავის ხის ცალ-ცალკე მოსარწყავად. ამის გასაგებად, X-ით აღვნიშნოთ წყლის რაოდენობა ლიტრებში, რომელიც საჭიროა ერთი ქლიავის მოსარწყავად. მაშინ, ერთი ვაშლის ხის მოსარწყავად საჭირო იქნება 3X ლიტრი წყალი. რადგან, სულ მოსარწყავი იყო 8 ვაშლისა და 4 ქლიავის ხე და ამისათვის 140 ლიტრი წყალი დაიხარჯა, შეიძლება **შედგეს განტოლება**: $8 \cdot 3X+4X=140$. ამ განტოლების ამოხსნით ვღებულობთ, რომ $X=5$. აქედან გამომდინარე, ქლიავის ყველა ხის მოსარწყავად დაიხარჯა
$5 \cdot 4=20$ ლ. წყალი, ხოლო ვაშლის ხის მოსარწყავად – 140-20=120 (ლ).

ამოხსნის სისწორის შემოწმება შეიძლება შესრულდეს მიღებული შედეგის ამოცანის შინაარსთან შესაბამისობის გარკვევის შედეგად ან ამოცანის სხვა რაიმე ახალი ხერხით ამოხსნის საფუძველზე.

განტოლების (ან მათი სისტემის) შედგენის ტექნოლოგია საკმარისად კარგადაა გაშუქებული მეთოდიკურ ლიტერატურაში, თუმცა, ზოგადი (ერთიანი) ალგორითმი არ არსებობს. თუნდაც, ერთი შეხედვით, სრულიად ბუნებრივი რეკომენდაცია – მივიღოთ საძიებელი სიდიდე უცნობის როლში – არ წარმოადგენს უნივერსალურად მისაღებს, რადგან ხშირ შემთხვევაში მას ამოცანის ამოხსნის აშკარად არარაციონალურ ამოხსნამდე მივყავართ (მაგალითად, წინა ამოცანაში თუ X-ით ყველა ქლიავის ხის მოსარწყავად დახარჯული წყლის რაოდენობას აღვნიშნავთ ლიტრებში, მაშინ მივიღებთ განტოლებას, რომლის ამოხსნა ხელმისაწვდომია მხოლოდ მაღალი სასკოლო ასაკის მოსწავლეებისათვის).

განხილული მაგალითი გვიჩვენებს, რომ ერთი და იგივე მათემატიკური ამოცანა სხვადასხვა ხერხით შეიძლება ამოიხსნას. ცხადია, უპირატესობა ამოხსნის **სუბიექტურად** მისაწვდომი საშუალებების მხარეზეა, რადგან უფრო მარტივი ამოხსნის ვარიანტის ობიექტური არსებობა, მეცნიერული თვალსაზრისით, საგნის სწავლების კონკრეტულ საფეხურზე, მისი გამოყენების მიზანშეწონილობის

გარანტიას ვერ იძლევა. საყოველთაოდ ცნობილია, რომ მათემატიკის კურსში ჭარბობს ამოცანათა ამოხსნის არითმეტიკული ხერხები. ანალიზური ხერხი შედარებით იშვიათად გამოიყენება განტოლებების ამოსახსნელად, რაც, ამ მხრივ, მოსწავლეთა არასაკმარისი გამოცდილებითაა გამოწვეული.

მოსაზრებები, რომლებიც სუბიექტისათვის არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პრიორიტეტული მიმართულების განმსაზღვრელი მათემატიკური აპარატის შერჩევას ეხება, დიამეტრალურად განსხვავებულია. ზოგიერთი მეცნიერი, რიგი მოსაზრებების გამო, მხარს უჭერს სკოლის პრაქტიკიდან ამოცანათა ამოხსნის ხერხების ამოღებას. ჯერ ერთი, მათი შეხედულებით, ამოხსნის არითმეტიკული ხერხი ვერ ხსნის ამოცანაში აღწერილი სიტუაციის სტრუქტურას, რის შედეგადაც, ამოხსნა ხშირ შემთხვევაში ამოცანის კონკრეტულ შინაარსს ეჯაჭვება. და, მეორე, როგორც წესი, ამოცანის არითმეტიკულ ამოხსნას თან სდევს ვეებერთელა და ხელოვნური მსჯელობები. არითმეტიკული ამოხსნის მსვლელობისას გამომუშავებული მსჯელობების ხისტი სტრუქტურები მხოლოდ ”ტიპიური” ამოცანების ამოხსნას უზრუნველყოფენ.

ამოხსნის ალგებრული ხერხი, თავისი ზოგადობის წყალობით, მრავალგვარი კონსტრუქციის ამოცანებისთვისაა მისაღები. იგი ავითარებს მოსწავლეთა აზროვნების მოქნილობას; ასწავლის მათ ამოცანის რეალური სიტუაციის აბსტრაქტულ მათემატიკურ მოდელში გადაყვანას, რაც გამოსადეგია სხვა კონკრეტული შინაარსის მქონე, მაგრამ იგივე სტრუქტურის, ამოცანების ამოსახსნელად.

მეორე მხრივ მიუთითებენ, რომ ამოცანების ამოხსნა არითმეტული საშუალებებით უფრო მეტ ყურადღებას იმსახურებს, რამდენადაც იგი ამოცანის პირობისა და ამოხსნის გზების ყოველმხრივ შესწავლას მოითხოვს (ამის საფუძველზე ხდება შესაძლებელი ამოხსნის სხვადასხვა ვარიანტების განხილვა); იგი მოსწავლეებს ავალდებულებს მსჯელობას, მსჯელობა კი ლოგიკურ აზროვნებას ავითარებას. ალგებრული ხერხი, პირიქით, მოსწავლეებს მსჯელობისაგან ათავისუფლებს, რადგან იგი მოცემულობებსა და საძიებლებს შორის არსებული ერთი რომელიმე შესაძლო კავშირის (განტოლების) სიმბოლურ ჩანაწერზე და ამ განტოლების შემდგომ ფორმალურ ამოხსნაზე დაიყვანება.

მიგვაჩნია, რომ ამგვარი უკიდურესობა განპირობებულია მათემატიკის, როგორც სასწავლო საგნის, შინაარსისადმი სხვადასხვანაირი შეხედულებით.

პედაგოგები, რომლებიც შეწუხებულნი არიან მათემატიკის სასკოლო კურსის იდეური სიმდიდრის ნელი ტემპით ზრდით, ესწრაფვიან მისი შინაარსის შევსებას ახალი მნიშვნელოვანი ცნებებითა და ფაქტებით. ზოგიერთი ტრადიციული, ”კლასიკური” თემისა და ხერხის შემცირების ხარჯზე. ისინი მოითხოვენ ალგებრის ადრეულ პროპედევტიკასა და ტექსტური მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის არითმეტიკული აპარატის გამოყენების შეზღუდვას.

ეჭვგარეშეა, რომ ამოცანათა ალგებრული ამოხსნის პროცესი ხელს უწყობს მოსწავლეთა გონებრივი დისციპლინის ფორმირებას, მაგრამ წინასწარი არითმეტიკული მოსამზადებელი ეტაპის გარეშე ალგებრულმა ხერხებმა შეიძლება ასოით ან სიტყვიერ ფორმალიზმამდე მიგვიყვანოს. ამოცანათა არითმეტიკული ამოხსნის გამოცდილება საშუალებას გვაძლევს მოსწავლეებს ავუხსნათ საქმის არამარტო ფორმალური ოპერაციული მხარე, არამედ, ვაჩვენოთ ამოხსნის ანალიზური მეთოდების შინაარსობრივი უპირატესობა.

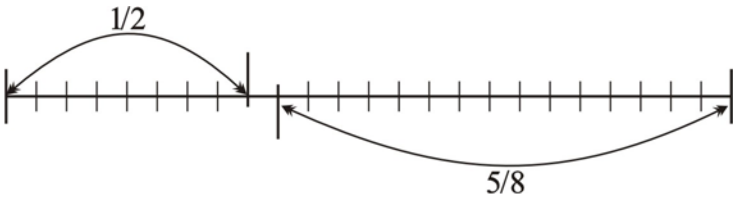
არასტანდარტული ამოცანების ამოსახსნელად არითმეტიკული და ალგებრული მეთოდების გარდა მათემატიკაში სხვა მეთოდებიც გამოიყენება.

განვიხილოთ ორი ამოცანა.

ამოცანა 8. ორი პუნქტიდან ერთმანეთის შესახვედრად ორი ველოსიპედისტი გამოვიდა. პირველმა მათგანმა გაიარა მთელი გზის 1/3, ხოლო მეორემ – 5/8. შედგა თუ არა ველოსიპედისტების შეხვედრა?

განსახილველი ამოცანა ადვილად იხსნება არითმეტიკის დახმარებით: ორი წილადის შეკრებით და მიღებული შედეგის ერთიანთან შედარებით პასუხს გავცემთ ამოცანის კითხვას. მაგრამ სხვადასხვა მნიშვნელიანი წილადების შეკრების ალგორითმი მეექვსე კლასის მათემატიკის კურსში შეისწავლება და უმცროსი კლასების მოსწავლეებისათვის ის ცნობილი არ არის. მიუხედავად ამისა, ამ ამოცანის ამოხსნა შეიძლება განვახორციელოთ უფრო დაბალ კლასებში, თემის ”წილადები” შესწავლის შემდეგ.

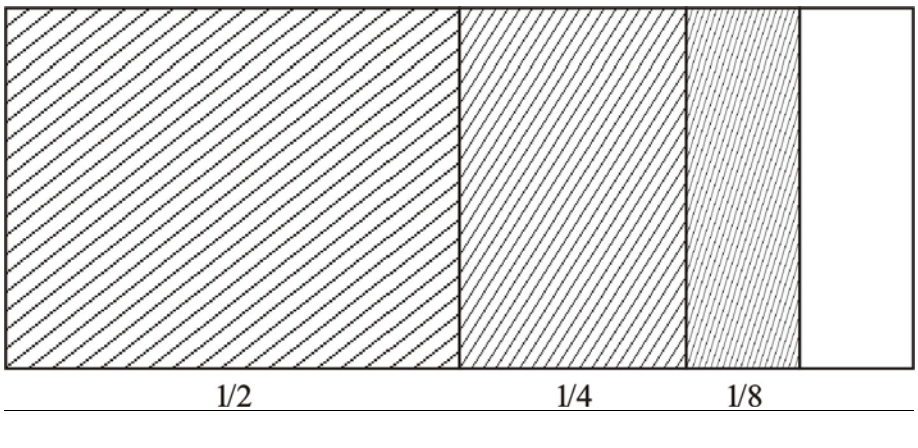
პუნქტებს შორის მანძილი გამოვსახოთ მონაკვეთებით, რომელთა სიგრძის რიცხვითი მნიშვნელობა ერთდროულად იყოფა 3-ზე და 8-ზე. ამ შემთხვევაში მოსახერხებელია 24 ერთეულის ტოლი სიგრძის მონაკვეთის აგება.



მარტო ნახაზზე დაყრდნობით, შეიძლება პასუხის ჩამოყალიბება: ”შეხვედრა არ შედგა”. ამოცანის ამოხსნის ასეთ ხერხს უწოდებენ **გრაფიკულ** ხერხს. მისი გამოყენება საშუალებას იძლევა, მათემატიკის დაწყებითი კურსის შინაარსში ჩავრთოთ ისეთი ამოცანები, რომლებიც ტრადიციულად სწავლების შედარებით მაღალ საფეხურებზე იხსნება.

ამოცანა 9. გვაქვს სამი წყარო. პირველი წყარო მთელ ავზს ავსებს ორ დღეში, მეორე – 4 დღეში, ხოლო მესამე – 8 დღეში. რამდენ დღეში აავსებს მთელ ავზს სამივე წყარო ერთდროული მოქმედებით?

ასეთი ტიპის (”ერთობლივ მუშაობაზე”) ამოცანების ამოხსნის ზოგადი ხერხი ეფუძნება სამუშაოს მოცულობის პირობითად ერთეულის ტოლად მიღებას და საერთო მწარმოებლურობის პოვნას სხვადასხვა მნიშვნელოვანი ჩვეულებრივი წილადების შეკრების ალგორითმის საშუალებით, რომელიც უმცროსკლასელებმა ჯერ კიდევ არ იციან. აღნიშნული ამოცანის **გრაფიკული ხერხით** ამოხსნისას მსჯელობა შემდეგნაირად აიგება: თუ წყაროები შესაბამისად ავზს 2 დღეში, 4 დღეში და 8 დღეში ავსებენ, მაშინ თითოეული ერთ დღეში შესაბამისად შეავსებს ავზის: 1/2, 1/4 და 1/8 ნაწილებს. თუ სამუშაოს მოცულობას პირობითად რაიმე გეომეტრიული ფიგურით (მაგალითად, მართკუთხედით ან მონაკვეთით) გამოვსახავთ და თითოეული წყაროს მიერ ავზის ავსების სიჩქარესაც მოვიყვანთ, მივიღებთ საერთო მწარმოებლურობის შესახებ თვალსაჩინო წარმოდგენას.

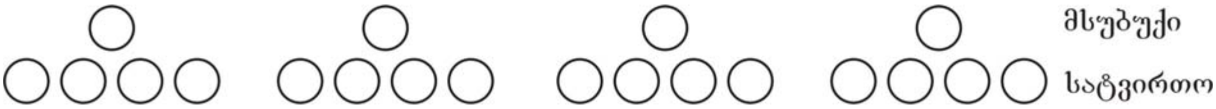


მოყვანილი ნახაზიდან ჩანს, რომ წყაროების ერთობლივი მუშაობით ერთი დღის განმავლობაში პრაქტიკულად მთელი ავზი ივსება. აქედან გამომდინარე, ყალიბდება პასუხი (თუმცა არც ისე ზუსტი) წილადებზე არითმეტიკული მოქმედების შეუსრულებლად.

ზოგიერთი არასტანდარტული ამოცანა შეიძლება ამოვხსნათ საგნებზე მოქმედებათა შესრულებით – **პრაქტიკული_ხერხით.**

ამოცანა 10. გარაჟში 20 ავტომობილია – მსუბუქი და სატვირთო. ყოველ მსუბუქ ავტომობილზე 4 სატვირთო ავტომობილი მოდის. რამდენი მსუბუქი და რამდენი სატვირთო ავტომობილია გარაჟში?

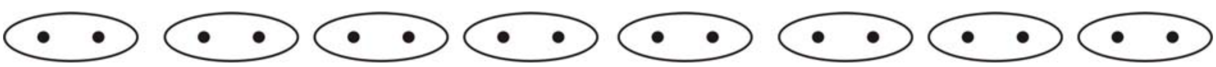
ყოველი ავტომობილი გარკვეული სიმბოლოთი გამოვსახოთ. ცნობილია, რომ თითოეულ მსუბუქ ავტომობილზე, 4 სატვირთო მოდის. ამიტომ ყოველ სიმბოლოს, რომელიც მსუბუქ მანქანას აღნიშნავს, შესაბამისად დავუსვათ ოთხი ისეთივე სიმბოლო – სატვირთო ავტომობილები.



ამოცანის პრაქტიკული ამოხსნა ფორმდება **სიმბოლური ნახატის, სქემის** ან **ცხრილის** სახით.

ამოცანა 11. 22 ტურისტი უნდა მოთავსდეს ორადგილიან და ოთხადგილიან ნავებში. რამდენი ორადგილიანი და რამდენი ოთხადგილიანი ნავი დაგვჭირდება, თუ მათი საერთო რაოდენობა 8-ის ტოლი უნდა იყოს?

მოცემული ამოცანის ამოხსნა შეიძლება წარმოდგეს **სიმბოლური ნახატების** მიმდევრობით



შესაბამისი აღნიშვნების შემოღებისა და პრაქტიკული მოქმედებების შესრულების შემდეგ, გადათვლით დგინდება, რომ 22 ტურისტისაგან ნავებში მოთავსდა მხოლოდ 16. ამიტომ დარჩენილი 6 ტურისტი ორ-ორად უნდა გადანაწილდეს სამ ოთხადგილიან ნავში. ე.ი. სამი ნავია ოთხადგილიანი, ხუთი – ორადგილიანი.

ოთხადგილიანი ორადგილიანი

ზოგიერთი არასტანდარტული ამოცანის პრაქტიკული ამოხსნის დაფიქსირება **სქემის** სახითაა შესაძლებელი.

განვიხილოთ ამოცანა.

ამოცანა 12. როგორ უნდა გადაცუროს მდინარე ორადგილიანი ნავით მენავის გარეშე სამმა ქალმა და სამმა მამაკაცმა, თუ მდინარის ერთ ნაპირზე არ შეიძლება მეტი რაოდენობის მამაკაცების დატოვება, ვიდრე ქალების.

აღვნიშნოთ: **მ** _ მამაკაცი, **ქ** – ქალი. ერთი გადაცურვა აღვნიშნოთ ასე:

_ისარი აჩვენებს მოძრაობის მიმართულებას;

_ისარზე აღნიშნული ასოები გვიჩვენებს გადამსვლელს;

_მარცხნივ იწერება ისინი, ვინც მარცხენა ნაპირზე იმყოფება;

_მარჯვნივ იწერება ყველა ის, ვინც მოცემული მომენტისათვის მეორე ნაპირზე გადაცურა.

ამოხსნა:

1.	ქქქმ	მმ →	
2.	ქქქმ	← მ	მ
3.	ქქქ	მმ →	მ
4.	ქქქ	← მ	მმ
5.	ქმ	ქქ →	მმ
6.	ქმ	← ქმ	ქმ
7.	მმ	ქქ →	ქმ
8.	მმ	← მ	ქქქ
9.	მ	მმ →	ქქქ
10.	მ	← მ	ქქქმ
11.		მმ →	ქქქმ

ამოცანის ამოხსნის პროცესის ასეთი გაფორმება თავიდან გვაცილებს შესაძლო შეცდომებს, რადგან მსჯელობის მსვლელობისას ყოველთვის შეიძლება პერსონაჟების რიცხვის გადათვლა და გადაცურვის პირობების შესრულებადობის შემოწმება.

ამოცანის პრაქტიკული ამოხსნის ჩაწერის **ცხრილური** ხერხის ილუსტრირება მოვახდინოთ შემდეგი ამოცანის ამოხსნის პროცესში.

ამოცანა 13. გვაქვს 3 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი ორი ჭურჭელი. ამ ჭურჭლების მეშვეობით როგორ ავიღოთ წყლის ონკანიდან ზუსტად 4ლ. რაოდენობის წყალი?

ამოცანის პირობის ანალიზით ირკვევა, რომ მოცემულია 3ლ. და 5ლ. ზომის ორი ჭურჭელი და ონკანში წყლის განუსაზღვრელი რაოდენობა. მოითხოვება, ამ ორი ზომის ჭურჭლის გამოყენებით ონკანიდან ზუსტად 4ლ. წყლის ჩამოსხმა.

შემოვიღოთ აღნიშვნები: a – წყლის ონკანი, b – ხუთლიტრიანი ჭურჭელი, c – სამლიტრიანი ჭურჭელი.

პირველი სვლა a-c გამოსახულებით აღვნიშნოთ. პირველი ასო გვიჩვენებს იმას, საიდან ვასხამთ; მეორე – სადაც ვასხამთ. ჭურჭლის მოცულობა, რაშიც ვასხამთ, თუ ეს შესაძლებელია, სრულიად უნდა გაივსოს.

ამოხსნა:

1	სვლა	b	c
1	a-b	5	0
2	b-c	2	3
3	c-a	2	0
4	b-c	0	2
5	a-b	5	2
6	b-c	4	3

თუ პირობითი აღნიშვნები შემოღებული არ გვაქვს, მაშინ ცხრილი ასეთ სახეს მიიღებს:

სვლა	1	2	3	4	5	6
5ლ	5	2	2	_	5	4
3ლ	_	3	_	2	2	3

სვლა	1	2	3	4	5	6	7	8
5ლ	_	3	3	5	_	1	1	4
3ლ	3	_	3	1	1	_	3	_

ცხრილური ხერხით შეიძლება ამოიხსნას ლოგიკური ამოცანების კლასების მთელი რიგი.

ამოცანა 14. საუბრობს სამი მეგობარი: თეთრაძე, წითელაშვილი და შავიშვილი. შავგრემანი ეუბნება თეთრაძეს: ”საინტერესოა, რომ ჩვენ შორის ერთი ქერაა, მეორე – შავგრემანი, ხოლო მესამე – ჟღალი. უცნაურია ის, რომ არცერთი

ჩვენთაგანის თმის ფერი გვარებს არ შეესაბამება". რა ფერის თმა აქვს თითოეულ მათგანს?

ამოცანის ამოსახსნელად ვისარგებლოთ 3·3 ცხრილით. ჰორიზონტალურ სტრიქონებში ჩავწეროთ გვარები, ხოლო ვერტიკალურ სვეტებში – თმის ფერი. ამოცანის პირობის თანახმად თეთრაძე ქერა არაა, შავიშვილი შავგრემანი არ არის, ხოლო წითელაშვილი წითელი ანუ რიჟა (ჟღალი) არ გახლავთ. ყოველივე აღნიშნული უფლებას გვაძლევს 1.3; 2.2 და 3.1 უჯრებში მინუსები დავსვათ.

	რიჟა	შავგრემანი	ქერა
თეთრაძე			_
შავიშვილი		_	
წითელაშვილი	_		

წინადადება "შავგრემანი ეუბნება თეთრაძეს" ნიშნავს, რომ თეთრაძე შავგრემანი არ არის, ე.ი. ის რიჟაა. ამიტომ 2.1 უჯრაში ვსვამთ მინუს ნიშანს.

	რიჟა	შავგრემანი	ქერა
თეთრაძე		_	_
შავიშვილი		_	
წითელაშვილი	_		

უკვე ცხადად ჩანს, რომ შავიშვილი ქერაა, ხოლო წითელაშვილი – შავგრემანი.

	რიჟა	შავგრემანი	ქერა
თეთრაძე	+	_	_
შავიშვილი	_	_	+
წითელაშვილი	_	+	_

ზოგჯერ არასტანდარტული ამოცანის ამოხსნის გაფორმება მიზანშეწონილია **გრაფის** სახით. ასეთ შემთხვევაში იქცევიან ასე: სიმრავლის (სიმრავლეების) ელემენტებს (სიბრტყის) წერტილების საშუალებით გამოსახავენ. თუ, ამოცანის პირობის მიხედვით, სიმრავლისა (სიმრავლეების) რომელიმე ორ ელემენტს შორის გარკვეული შესაბამისობა არსებობს, მაშინ მათ **მთლიანი** წირით აერთებენ; წინააღმდეგ შემთხვევაში – **პუნქტირით.**

ამოცანა 14. სამი მეგობარი: ავთანდილი, ბადრი და გიორგი თბილისის სხვადასხვა სკოლაში სწავლობს (№2, №11, №52). თითოეული მათგანი სხვადასხვა (რუსთაველის, თამარ მეფის, აღმაშენებლის) გამზირზე ცხოვრობს. ამასთან, ერთი მათგანი გატაცებულია მათემატიკით, მეორე – ბიოლოგიით, ხოლო მესამე – ქიმიით. ცნობილია, რომ:

1. ავთანდილი არ არის რუსთაველის გამზირის მცხოვრები, ხოლო ბადრი – თამარ მეფის გამზირისა;

2. რუსთაველის გამზირზე მცხოვრები ბიჭუნა №52 სკოლაში არ სწავლობს;

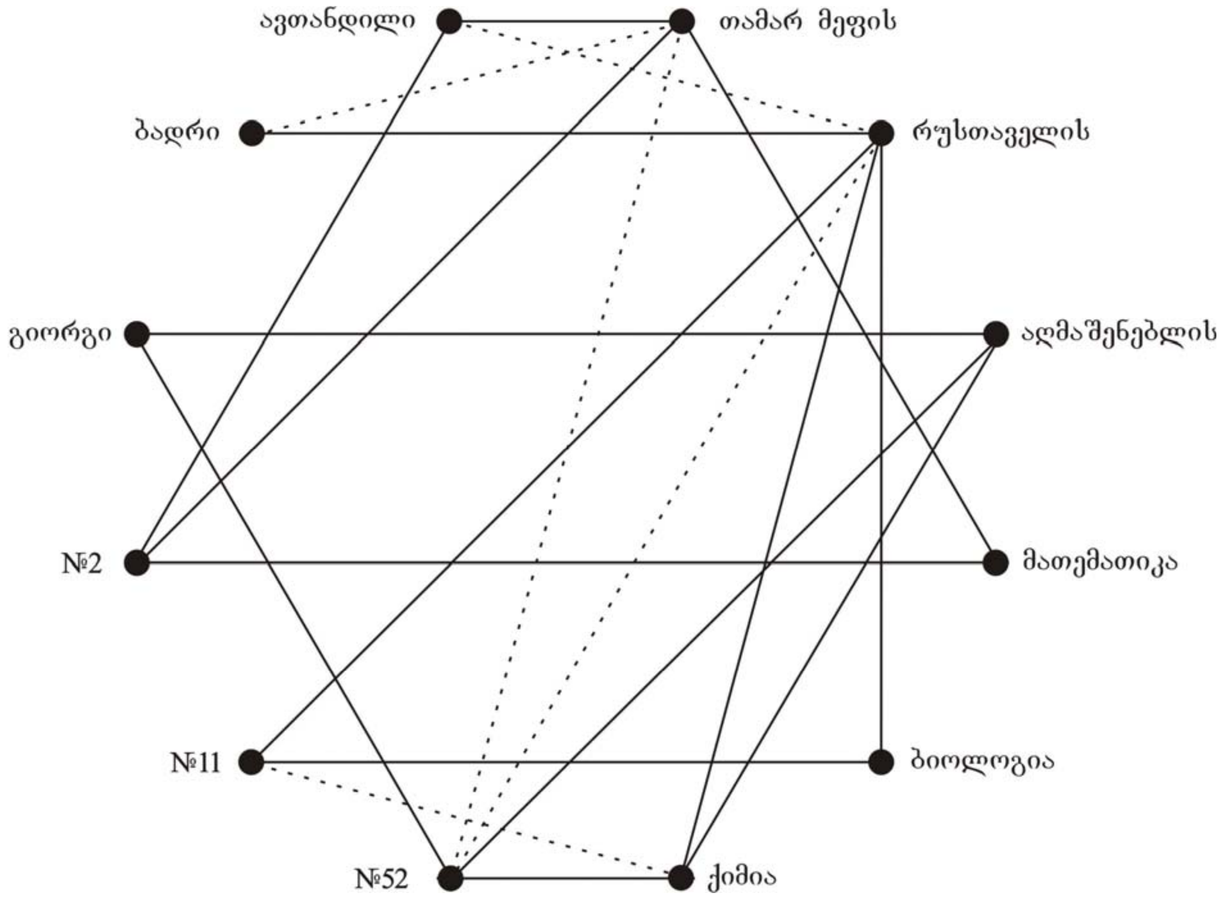
3. ბიჭი, რომელიც თამარ მეფის გამზირზე ცხოვრობს, №2 სკოლაში სწავლობს და მათემატიკითაა გატაცებული;

4. გიორგი №52 სკოლის მოსწავლეა;

5. ბიჭუნებს შორის მას, რომელიც №11 სკოლაში სწავლობს, არ უყვარს ქიმია.

რომელ სკოლაში სწავლობს, რომელ გამზირზე ცხოვრობს და რომელი საგნითაა გატაცებული თითოეული მათგანი?

ამ ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა განვიხილოთ სიბრტყის წერტილთა ოთხი სიმრავლე (მეგობრების, სკოლების, გამზირებისა და სასწავლო საგნების სიმრავლეები), რომელთაგან თითოეული სამ ელემენტს შეიცავს.



პირობები 1, 2, 5 და 3, 4 გრაფზე შესაბამისად გამოვსახოთ პუნქტირით და მთლიანი წირით. უკვე ჩანს, რომ №11 სკოლის მოსწავლეს ბიოლოგია უყვარს, ხოლო ¹52 სკოლის მოსწავლეს – ქიმია. ამას გარდა, №52 სკოლის მოსწავლე არ ცხოვრობს არც თამარ მეფის და არც რუსთაველის ქუჩაზე, ის აღმაშენებლის ქუჩის მცხოვრებია. ყოველივე აღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ №11 სკოლის მოსწავლე რუსთაველის ქუჩაზე ცხოვრობს და, ამიტომ შესაბამისი ელემენტები მთლიანი წირით შეიძლება შევაერთოთ. ამასთან, ცხადია, ერთიანი წირით შეერთდება სიმრავლეთა ელემენტები: რუსთაველი – ბიოლოგია, აღმაშენებელი – ქიმია.

უკვე ნათელია, რომ ავთანდილი თამარ მეფის ქუჩაზე ცხოვრობს, №2 სკოლაში სწავლობს და მათემატიკითაა გატაცებული; ბადრი ცხოვრობს რუსთაველის ქუჩაზე, სწავლობს №11 სკოლაში და უყვარს ბიოლოგია; გიორგი ცხოვრობს აღმაშენებლის ქუჩაზე, სწავლობს №52 სკოლაში და დაინტერესებულია ქიმიით.

აღვნიშნავთ, რომ ამოხსნის ჩაწერის **გრაფიკული** ხერხი ფართოდ გამოიყენება რიგი კომბინატორული და ლოგიკური ამოცანების ამოხსნისას მათემატიკის დაწყებით კურსში.

არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ჩამოთვლილი ხერხები მეტ-ნაკლები ხარისხით გამოიყენება მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობაში.

მაგრამ ამგვარი ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლეები ხშირად **სრული გადარჩევის (სრული ინდუქციის) და შერჩევის** მეთოდებს მიმართავენ.

ამოცანა 15. მოიძებნება თუ არა ისეთი ორი ნატურალური რიცხვი, რომელთაგან ერთი მეტია მეორეზე 2-ით, ხოლო მათი ნამრავლი უდრის 48?

ამ ამოცანის ამოსახსნელად, დაწყებით საფეხურზე, რეკომენდაციას აძლევენ სრული ინდუქციის მეთოდს (რიცხვთა ყველა შესაძლო წყვილების განხილვას, რომელთა ნამრავლი 48-ის ტოლია).

შევნიშნავთ, რომ განსახილველი ამოცანა მათემატიკურად განტოლების შედგენით (X· (X+2)=48) იხსნება.

ზოგჯერ ვარიანტთა გადარჩევის დაფიქსირება ცხრილის დახმარებითაა ხელსაყრელი.

ამოცანა 16. ბიჭუნამ კითხვაზე, თუ რამდენი წლისაა ის, უპასუხა, რომ 13 წლის შემდეგ იგი იქნება 4-ჯერ მეტი ხნის, ვიდრე ის იყო ორი წლის წინ. რამდენი წლისაა ბიჭუნა?

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

AA – ასაკი აღებული მომენტისათვის;

Б – ასაკი ორი წლის წინ;

BB – ასაკი 13 წლის შემდეგ.

1 წელს, 2 წელს ასაკის მნიშვნელობად არ განვიხილავთ ამოცანის პირობიდან გამომდინარე.

A	Б	B	B : Б	პასუხი
3	1	3+13=16	16:1>4	_
4	2	4+13=17	17:2>4	_
5	3	5+13=18	18:3>4	_
6	4	6+13=19	19:4>4	–
7	5	7+13=20	20:5=4	+

აღნიშნული მეთოდით ამოცანების ამოხსნის დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს რიცხვების **შერჩევის ხერხს** და, რა თქმა უნდა, უპირატესობა მიენიჭოს უფრო რაციონალურს.

ამოცანა 17. კოლექცია შედგება ექვსფეხა ხოჭოებისა და რვაფეხა ობობებისაგან, რომელთა საერთო რაოდენობა რვის ტოლია. ორივე სახის მწერის ფეხების საერთო რიცხვი 54-ს უდრის. რამდენი ხოჭო და რამდენი ობობაა კოლექციაში?

მოცემულ საამოცანო სიტუაციაში შედარებით წარმატებულად შეიძლება ჩაითვალოს შუალედური ვარიანტის (4 ხოჭო და 4 ობობა) არჩევანი. მიღებული შედეგის უკუგდების შემდეგ ძალიან სწრაფად გავდივართ ამოხსნამდე. ნაკლებად წარმატებულად მიგვაჩნია ყველა ვარიანტის თანმიმდევრული გადარჩევა, განსაკუთრებით იმ შემთხვევებში, როცა ცნობილ სიდიდეებს საკმარისად დიდი რიცხვითი მნიშვნელობები გააჩნია.

ამოცანა 18. გლეხი ბაზარში ვაშლს ჰყიდდა. პირველმა მყიდველმა მისგან იყიდა ვაშლების მთლიანი რაოდენობის ნახევარი და კიდევ ერთი ვაშლის ნახევარი, მეორემ – დარჩენილი რაოდენობის ნახევარი და კიდევ ერთი ვაშლის ნახევარი, ხოლო მესამემ იყიდა დარჩენილი ბოლო 5 ვაშლი. რამდენი ვაშლი ჰქონდა გამოტანილი გასაყიდად ბაზარზე?

რაციონალური შერჩევა გულისხმობს ვაშლის შესაძლო რაოდენობის წინასწარ ანგარიშს. ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ვაშლების რაოდენობა მცირეთი აღემატება 20-ს, რადგან 5 ვაშლი ოდნავ ნაკლებია ვაშლების მთლიანი რაოდენობის მეოთხედზე. სავარაუდოდ ვაშლების საერთო რაოდენობა 21-სა და 25-ს შორის უნდა იყოს მოთავსებული. ამოცანის პირობის კარგად გააზრებას, სახელდობრ, იმას, რომ "...ნახევარი და კიდევ ერთი ვაშლის ნახევარი", მივყავართ დასკვნამდე, რომ ვაშლის რაოდენობა კენტი რიცხვია. ე. ი. განსახილველი რჩება რიცხვები: 21, 23, 25. უმჯობესია პირველ რიგში განვიხილოთ სიდიდით საშუალო – 23. ყველა პირობა სრულდება. ამოხსნა ნაპოვნია. წინააღმდეგ შემთხვევაში დარჩენილი რიცხვების, 21-ისა და 25-ის გასინჯვა მოგვიწევდა.

ამოცანათა ამოხსნის აღწერილი ხერხების რაოდენობრივი და თემატური შემოსაზღვრულობის მიუხედავად, მოსწავლეებისათვის მათი გაცნობა საშუალებას მოგვცემს სწავლების პრაქტიკაში დავნერგოთ ამოცანები, რომელთა ამოხსნა

ტრადიციულად მხოლოდ კლასგარეშე ღონისძიებების – წრეებისა და ოლიმპიადების მუშაობის რეჟიმში ხორციელდება.

განსაკუთრებით გვინდა შევჩერდეთ წრფივი ამოცანების ამოხსნის ხერხზე, რომელსაც ”პასუხი ვარაუდით” შეიძლება ვუწოდოთ. მისი არსი შემდეგში მდგომარეობს. გამოითქმება ჰიპოთეზა: ვთქვათ, ამოცანის პასუხი არის ასეთი და ასეთი. მსჯელობისა და გამოთვლების გზით მოწმდება გამოთქმული ჰიპოთეზა, სრულდება თუ არა ამოცანის პირობები ამ ჰიპოთეზის მიხედვით. იმ შემთხვევაში, როცა ის არ აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს, პოულობენ ზუსტი პასუხიდან ჰიპოთეზის გადახრას. თუ გადახრა უარყოფითია, ე. ი. ჰიპოთეზა პასუხზე ნაკლებია, იგი ემატება ჰიპოთეზას; თუ ჰიპოთეზა პასუხზე მეტია, ე. ი. გადახრა დადებითია, მაშინ იგი აკლდება ჰიპოთეზას; თუკი გადახრა არ არსებობს, მაშინ ამოცანის პასუხად თვით ჰიპოთეზა მიიღება.

ამოცანა 19. მამა შვილს შეჰპირდა, რომ თითოეული სწორად ამოხსნილი ამოცანისათვის ყულაბაში 10 ლარს ჩაუგდებდა. ამასთან, ყოველი არასწორად ამოხსნილი ამოცანისათვის შვილმა მამას უკან 5 ლარი უნდა დაუბრუნოს. მას შემდეგ, როცა უკვე 20 ამოცანა ამოიხსნა, შვილის ყულაბაში 80 ლარი აღმოჩნდა. რამდენი ამოცანა ამოხსნა შვილმა სწორად და რამდენი არასწორად?

თუ დავუშვებთ, რომ შვილმა 10 ამოცანა ამოხსნა სწორად, მაშინ მის ყულაბაში $10 \cdot 10 - 5 \cdot 10 = 50$ ლარი აღმოჩნდება და მივიღებთ, რომ $50 < 80$ (გადახრა უარყოფითია). მიღებული ჰიპოთეზის შემთხვევაში თანხის რაოდენობა შემცირდება $80-50=30$ ლარით. თითოეული სწორად ამოხსნილი ამოცანისათვის შვილი $10+5=15$ ლარს შეაგროვებს. მიღებული ჰიპოთეზა ჭეშმარიტ პასუხზე $30:15=2$ ამოცანით ნაკლებია. ამიტომ სწორად ამოხსნილი ამოცანების რაოდენობა $10+2=12$ ამოცანას შეადგენს, ხოლო არასწორად ამოხსნილის – $10-2=8$ ან $20-12=8$ ამოცანას. ამის შემდეგ ადვილი დასადგენია შემოთავაზებული ამოცანის ამოხსნის სისწორე: $10 \cdot 12-$
$-5 \cdot 8=80$ ლარს.

ყოველივე ზემოთ აღნიშნული განვაზოგადოთ ცხრილის სახით, რომელიც არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ხერხებსა და მათი ჩაწერის ფორმებს შეიცავს.

ამოხსნის ხერხი	ამოხსნის ჩაწერის ფორმა

არითმეტიკული	კითხვა-პასუხით; ახსნით; ცხრილის სახით.
ალგებრული	განტოლება; განტოლებათა სისტემა.
გრაფიკული	ნახაზი; ნახატი; გრაფი
პრაქტიკული	სიმბოლური ნახატი; სქემა; ცხრილი.

სწავლების დაწყებით საფეხურზე არასტანდარტული ამოცანა ასევე შეიძლება ამოიხსნას შერჩევის მეთოდით, თანმიმდევრული ან რაციონალური გადარჩევის წესით, პასუხის წინასწარი ვარაუდით და სხვ. რა თქმა უნდა, შეიძლება შეგვხვდეს ამოცანა, რომლის ამოსახსნელად ჩვენთვის ადრე ცნობილი არცერთი ხერხი არ გამოდგეს. მაგრამ, არ უნდა დაგვავიწყდეს ისიც, რომ ამოცანების ამოხსნა ხელოვნებაა, რომელიც ახალი წესებისა და ხერხების კონსტრუირებაში მდგომარეობს.

პროგრამული მასალის შესაბამისი თავების შესწავლის შემდეგ, ცოდნის დაუფლების ეტაპზე, მნიშვნელოვან სასწავლო ეფექტს იძლევა მოსწავლეთათვის შემდეგი სახის ამოცანების შეთავაზება:

ამოცანა 20. ორი მგზავრი სოფლიდან ქალაქისაკენ გაემგზავრა. პირველმა მგზავრმა გზის ნახევარი ავტობუსით გაიარა, ხოლო მეორე ნახევარი _ ფეხით. მეორე მგზავრმა იმავე გზის გავლისას დახარჯული დროის ნახევარი ავტობუსით გაიარა, მეორე ნახევარი კი ფეხით. რომელმა მგზავრმა მოანდომა უფრო ნაკლები დრო სოფლიდან ქალაქში ჩასვლას? პასუხი დაასაბუთეთ.

იგულისხმება, რომ ორივე შემთხვევაში ფეხით მოსიარულეების სიჩქარე ერთნაირია და ავტობუსების სიჩქარეებიც ასევე ერთმანეთის ტოლია.

უნდა ვივარაუდოთ, აგრეთვე, რომ ავტობუსის სიჩქარე ფეხით მოსიარულის სიჩქარეზე მეტია.

ამოხსნა. მოსწავლე, რომელიც მიჩვეულია ამოცანიის პირობის გულდასმით გაანალიზებას და არ შეუშინდება საკმარისად მრავალიცხოვანი დამხმარე აღნიშვნების შემოღებას, დიდად გაიადვილებს ამოხსნის გზის ძიების პროცესს. მართლაც, დავუშვათ:

I. მანძილი სოფლიდან ქალაქამდე არის x კმ,

II. ავტობუსის სიჩქარეა y კმ/სთ,

III. ფეხით მოსიარულეთა სიჩქარეა z კმ/სთ,

IV. პირველი მგზავრის მოძრაობის დროა t_1 სთ,

V. მეორე მგზავრის მოძრაობის დროა t_2 სთ.

Gპირველი მგზავრი ავტობუსით იმოძრავებს $\frac{x}{2y}$ სთ-ს, ხოლო ფეხით $\frac{x}{2z}$ სთ-ს. ამიტომ

$$t_1 = \frac{x}{2y} + \frac{x}{2z} = \frac{x(y+z)}{2yz} 8$$

მეორე მგზავრი $\frac{1}{2}t_2$ სთ-ში ავტობუსით გაივლის $\frac{1}{2}t_2 y$ კმ-ს, ხოლო ფეხით $\frac{1}{2}t_2 z$ კმ-ს. ამიტომ

$$\frac{1}{2}t_2 y + \frac{1}{2}t_2 z = x 7$$

$$\frac{1}{2}t_2 (y+z) = x \Rightarrow t_2 = \frac{2x}{y+z} 8$$

შევადაროთ ახლა t_1 და t_2 5

$$\frac{x(y+z)}{2yz} \vee \frac{2x}{y+z} 7$$

$$(y+z)^2 \vee 4yz 7$$

$$7\, y^2 + 2xz + z^2 \vee 4yz$$

$$y^2 - 2xz + z^2 \vee 0 7$$

$$(y-z)^2 > 0\ 7\ \text{t8b8}\ t_1 > t_2 8$$

პასუხი: მეორე მგზავრმა მოანდომა ნაკლები დრო.

ამოცანა 218 A და B ქალაქებიდან ერთმანეთის შესახვედრად ერთდროულად ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი გამოვიდა. A ქალაქიდან გამოსული ველოსიპედისტი ქალაქებს შორის მანძილის ერთი მესამედის გავლის შემდეგ შეჩერდა და B ქალაქისკენ გზა მხოლოდ მას შემდეგ გააგრძელა, როდესაც მასთან B ქალაქიდან მომავალი მოტოციკლისტი მივიდა. მოტოციკლისტმა შეუჩერებლად გააგრძელა გზა A ქალაქისაკენ და შემდეგ იმავე გზით დაბრუნდა B ქალაქში, ისე რომ გზაში არ გაჩერებულა, რომელი უფრო ადრე ჩავა B ქალაქში ველოსიპედისტი თუ მოტოციკლისტი?

ამოხსნა.Gპირობის თანახმად ველოსიპედისტი A და B ქალაქებს შორის მანძილის $\frac{1}{3}$-ის გავლას უფრო ნაკლებ დროს ანდომებს, ვიდრე მოტოციკლისტი იმავე

მანძილის $\frac{2}{3}$-ის გავლას. მათი შეხვედრის შემდეგ მოტოციკლისტმა B ქალაქში ჩასასვლელად უნდა გაიაროს AB მანძილის $\frac{4}{3}$ ნაწილი, ხოლო ველოსიპედისტმა კი - ამავე გზის $\frac{2}{3}$ ნაწილი, ამიტომ ველოსიპედისტი უფრო ადრე ჩავა B ქალაქში, ვიდრე მოტოციკლისტი.

ამოცანა 22. ორ მოსწავლეს უნდა ამოეხსნა ერთი და იგივე $ax^2+bx+c=0$ კვადრატული განტოლება x ცვლადის მიმართ. პირველ მოსწავლეს დაავიწყდა a კოეფიციენტის დაწერა. მან მოცემული განტოლების ნაცვლად უშეცდომოდ ამოხსნა $x^2+bx+c=0$ განტოლება და მიიღო ფესვები: $x_1=1$ და $x_2=10$. მეორე მოსწავლემ არასწორად გადაწერა საწყისი განტოლების b კოეფიციენტი. ამის შემდეგ მანაც უშეცდომოდ ამოხსნა გადაწერილი განტოლება და მიიღო ფესვები $\frac{2}{3}$ და $5$8 რისი ტოლი იყო თავდაპირველი განტოლების ფესვები?

ამოხსნა. რადგან $x^2+bx+c=0$ განტოლების ფესვებია 1 და 10, ამიტომ ვიეტის თეორემის თანახმად $b=-(x_1+x_2)=-117 \qquad c=1-11=10$8

რადგან მეორე მოსწავლემ ამოხსნა განტოლება $ax^2+b_1x+c=0$, სადაც $b_1\neq b$ და მიიღო ფესვები $x_1=\frac{2}{3}7$ $x_2=5$, ამიტომ ვიეტის თეორემის თანახმად

$$\frac{c}{a}=\frac{2}{3}\cdot 5=\frac{10}{3}\Rightarrow a=\frac{3}{10}c=\frac{3}{10}\cdot 10=3\text{8}$$

ამგვარად, მიიღება განტოლება:

$$3x^2-11x+10=0,\ \text{სადაც}\ D=121-120=1\text{9}$$

$$x_1=\frac{11+1}{6}=\frac{12}{6}=2\ \text{და}\ x_2=\frac{11-1}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}\text{8}$$

ამოცანა 23. ტურამ და მელამ ერთად მეთევზეს თევზით სავსე ბადურა მოჰპარა. რადგან ტურამ კარგად თვლაც კი არ იცოდა, ნაქურდალი მელამ გაყო. მელამ ასე დაიწყო: ერთი თევზი მისცა ტურას, სამაგიეროდ თავისთვის გადმოიდო ორი თევზი. ამაზე ტურა განაწყენდა, მაგრამ მელამ მაშინვე დაამშვიდა, მას 3 თევზი გადაუდო. შემდეგ მელამ თავისთვის 4 გადმოიდო, ტურას კი 5 თევზი გადაუდო. ტურა კმაყოფილი დარჩა და მელამ ამგვარადვე განაგრძო თევზების გაყოფა. ბოლოს მელამ თავისთვის 20 თევზი გადმოიდო და ამით თევზები გათავდა. ტურას ცოტა ეჭვი კი შეეპარა, მაგრამ

იმდენი ცოდნა არ ჰქონდა, რომ შეემოწმებინა, მელამ ხომ არ მოატყუა. მოუტყუებია თუ არა მელას ტურა და რამდენით?

ამოხსნა. ვთქვათ, ტურამ მიიღო x ცალი თევზი, მელამ კი y ცალი. ცხადია, რომ x და y, შესაბამისად, შემდეგი 1, 3, 5, ... , 17, 19 და 2, 4, 6, ..., 18, 20 არითმეტიკული პროგრესიების წევრთა ჯამებს წარმოადგენენ. მასთან,

$$x = 1+3+5+\cdots+19 = \frac{(1+19)\cdot 10}{2} = 100 \text{ და } y = 2+4+6+\cdots+20 = \frac{(2+20)\cdot 10}{2} = 1109$$

$$y - x = 108$$

ფუნქციას, რომელიც მოცემულია ფორმულით

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

სადაც, $a7b7c$ და d მოცემული რიცხვებია, ამასთანავე $a \neq 0$ fy $c \neq 0$ წილად-წრფივი ფუნქცია ეწოდება.

ვაჩვენოთ, რომ წილად-წრფივი ფუნქცია მუდმივია, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \qquad (1)$$

მართლაც, თუ შესრულებულია (1) პირობა, მაშინ, თუ დავუშვებთ, რომ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k$, გვექნება $a = kc7\ b = kd$, ამიტომ

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{k(cx+d)}{cx+d} = k$$

ე.ი. y მუდმივია.

დავუშვათ ახლა, რომ წილად-წრფივი ფუნქცია მუდმივია, მაშინ ყოველი $x_1 \neq x_2 \neq -\frac{d}{c}$ -სათვის

$$y(x_1) = y(x_2) \Leftrightarrow$$

$$y(x_1) - y(x_2) = 0 \Leftrightarrow \frac{ax_1+b}{cx_1+d} - \frac{ax_2+b}{cx_2+d} = \frac{(ax_1+b)(cx_2+d)-(ax_2+b)(cx_1+d)}{(cx_1+d)(cx_2+d)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{acx_1x_2 + adx_1 + bcx_2 + bd - acx_1x_2 - adx_2 - bcx_1 - bd}{(cx_1+d)(cx_2+d)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{ad(x_1-x_2)+bc(x_2-x_1)}{(cx_1+d)(cx_2+d)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x_1-x_2)(ad-bc)}{(cx_1+d)(cx_2+d)} = 0 \Leftrightarrow (x_1-x_2)(ad-bc) = 0$$

რადგანაც $x_1 \neq x_2$, ამიტომ $ad = bc \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. რ.დ.გ.

ამოცანა 24. იპოვეთ a პარმეტრის ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც განტოლებას

$$\frac{2x-a}{3x+5} = 0 \qquad (1)$$

არა აქვს ამონახსნი.

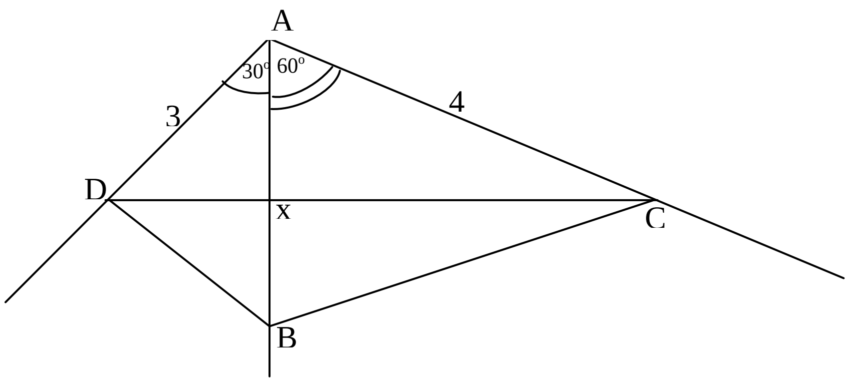
ამოხსნა. (1) განტოლებას არა აქვს ამონახსნი, როცა ფუნქცია $y = \frac{2x-a}{3x+5}$ მუდმივია, ე.ი. უნდა შესრულდეს პირობა: $\frac{2}{3} = -\frac{a}{5} \Rightarrow a = -\frac{10}{3}$.

ფუნქციის ექსტრემუმები

ამოცანა 25. იპოვეთ მინიმუმი ფუნქციისა და x-ის ის მნიშვნელობა, რომელზედაც ეს ფუნქცია აღწევს თავის უმცირეს მნიშვნელობას.

$y = \sqrt{x^2 - 3\sqrt{3}x + 9} + \sqrt{x^2 - 4x + 16}$, სადაც $x > 0$8

ავიღოთ 90°-იანი კუთხე და გავყოთ ის 60°-იან და 30°-იან კუთხეებად



კოსინუსების თეორემის თანახმად

$y_1 = \sqrt{x^2 - 8x\cos 60^\circ + 16} = \sqrt{x^2 - 4x + 16}$

$y_2 = \sqrt{x^2 - 6x\cos 30^\circ + 9} = \sqrt{x^2 - 3\sqrt{3}x + 9}$

ცხადია, რომ $y = y_1 + y_2$

ABC მართკუთხა სამკუთხედიდან $B = \sqrt{9+16} = 5$

$y = y_1 + y_2 \geq BC = 5$, ე.ი. $\min y = 5$8

ვიპოვოთ ახლა x, რომლისთვისაც $\min y = 5$8

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3=6$$

$$S=S_1+S_2$$

$$S_1=\frac{1}{2}3x\sin 30^\circ=\frac{3}{4}x$$

$$S_2=\frac{1}{2}4x\sin 60^\circ=x\sqrt{3}$$

$$x\sqrt{3}+\frac{3}{4}x=6$$

$$4\sqrt{3}x+3x=24$$

$$x(4\sqrt{3}+3)=24$$

$$x=\frac{24}{\sqrt{3}(4+\sqrt{3})}=\frac{8\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$$

ანალოგიურად ამოიხსნება შემდეგი

ამოცანა 26.იპოვეთ მაქსიმუმი ფუნქციისა:

$$y=\sqrt{x^2-4x+16}+\sqrt{x^2-3\sqrt{3}x+9}$$

ამოცანა 27.აჩვენეთ, რომ განტოლებას

$$\sqrt{x^2-4x+16}+\sqrt{x^2-3\sqrt{3}x+9}=4-2\sqrt{x}$$

არა აქვს ამონახსნი.

მართლაც, ამ განტოლების მარცხენა მხარეში მდგომი ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობაა 5, ხოლო მარჯვენა მხარეში მდგომი ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობაა ამიტომ $\forall x\in[0,+\infty)$

$$\sqrt{x^2-4x+16}+\sqrt{x^2-3\sqrt{3}x+9}>4-2\sqrt{x}$$

რის გამოც განტოლებას ამონახსნი არ აქვს.

არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის **სწავლების ორგანიზება** შეიძლება განხორციელდეს როგორც სკოლის საგაკვეთილო პროცესში, ისე კლასგარეშე მუშაობის რეჟიმში.

კლასგარეშე მუშაობის თანამედროვე კონცეფციის უმთავრეს მიზანს საგაკვეთილო პროცესში მოსწავლეთა მიერ მიღებული ცოდნის გაღრმავება და შესასწავლი საგნისადმი ინტერესის გაღვივება წარმოადგენს.

სწავლების დაწყებით საფეხურებზე მათემატიკაში კლასგარეშე ღონისძიებების ორგანიზებისა და ჩატარების გამოცდილება გვაჩვენებს, რომ ისინი პირობითად სამ ჯგუფად შეიძლება დავყოთ:

1. დამატებითი მეცადინეობები კლასის ყველა მოსწავლისათვის, თვეში 1-2 მეცადინეობის სიხშირით. ისინი ორიენტირებული უნდა იყოს მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებასა და მათში მათემატიკისადმი ინტერესის აღძვრის ჩამოყალიბებაზე. ამ შემთხვევაში უდიდესი მნიშვნელობა ენიჭება სასწავლო მასალის სახალისოობას, მისი გადაცემისა და ორგანიზების ფორმებს (ვიქტორინები, კონკურსები, მათემატიკური საღამოები, დისპუტები და ა.შ.).

2. მეცადინეობები ერთი კლასის მოსწავლეთა ჯგუფთან (10-15 მოსწავლე), რომლებიც განსაკუთრებულ ინტერესსა და შესაძლებლობებს ამჟღავნებენ მათემატიკის შესწავლისადმი (სპეცკურსები, ფაკულტატივი, წრე). ასეთი მეცადინეობების ჩატარება მიზანშეწონილია თვეში 2-4-ჯერ საბაზო სკოლაში სწავლის მთელ პერიოდში. ისინი მოწოდებულნი უნდა იყონ ცოდნის გაღრმავებისა და გაფართოების ხელშესაწყობად; მათემატიკური ინტუიციის, ინტელექტის, ლოგიკური აზროვნების, ესთეტიკური გრძნობების გასავითარებლად; ცოდნის ათვისებაში ფორმალიზმის აღმოსაფხვრელად; გარემომცველი სამყაროს მათემატიკური მეთოდებით გამოსაკვლევი უნარების ჩამოსაყალიბებლად.

3. მათემატიკური ნიჭით დაჯილდოებული ბავშვების მცირე ჯგუფთან ინტენსიური მეცადინეობები (ხუთ კაცამდე), რომლებიც ყოველდღიურად ტარდება მოკლე პერიოდის (1-2 კვირა) განმავლობაში მათემატიკურ ოლიმპიადებში მონაწილეობის მიღების მიზნით.

არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესში მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის **ორგანიზების ფორმა** შეიძლება იყოს **ფრონტალური, ჯგუფური ან ინდივიდუალური.**

ამოცანათა **ფრონტალურ ამოხსნაში** გულისხმობენ ერთი რაიმე ამოცანის ამოხსნას ყველა მოსწავლესთან ერთად. ამასთან, ამოხსნის შესრულება შეიძლება ზეპირად, წერით ან დაფასთან გარჩევით. სასწავლო საქმიანობის ორგანიზების ასეთი ფორმა დროის მნიშვნელოვან ეკონომიას იძლევა, რამეთუ მასწავლებელი, ასეთ შემთხვევაში, მოსწავლეთა აზრს სასურველი მიმართულებით წარმართავს, წინასწარ მომზადებული მიმახვედრებელი კითხვების სერიის ან დამხმარე სასწავლო

ამოცანების მეშვეობით, რომელთა ამოხსნამ ძირითად ამოცანაზე მუშაობის ხერხები უნდა გვიკარნახოს.

არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ფრონტალური ამოხსნა შერწყმული უნდა იყოს **ინდივიდუალურ მიდგომასთან,** რომელიც თითოეული მოსწავლის უნარისა და შესაძლებლობის გათვალისწინების საშუალებას მოგვცემს. ამისათვის მოსწავლეს (ან მოსწავლეთა ჯგუფს) ამოსახსნელად სხვადასხვა სირთულის ამოცანებს სთავაზობენ (მათი ინდივიდუალური განსაკუთრებულობის გათვალისწინებით).

არასტანდარტული ამოცანების ამომხსნელი სასწავლო საქმიანობის ორგანიზების ყველაზე ეფექტურ ფორმას **ჯგუფებად მუშაობა** წარმოადგენს. მოკლებული არიან რა მოქმედებათა წესების კოპირების შესაძლებლობას, მოსწავლეები იძულებულნი ხდებიან დამოუკიდებლად ეძებონ ამოცანის ამოხსნის გზა, რაც აღძრავს მათ ინტერესს ამ პროცესისადმი, სტიმულს აძლევს სასწავლო აქტივობას და შემოქმედებით ინიციატივას. გარდა ამისა, ბავშვები სწავლობენ კოლექტივთან ერთად საქმიანობას, მეგობრების აზრის პატივისცემასა და საკუთარი თვალსაზრისის დაცვას.

მათემატიკური შინაარსის მქონე არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების სისტემაში ადგილი აქვს **საშინაო დავალებებსაც**, რომლებიც მოსწავლეებისაგან დამატებითი ლიტერატურის მოძიებასა და შესწავლას მოითხოვს. ასეთი მუშაობა აძლიერებს მათემატიკურ მასალასთან დაკავშირებული სასწავლო საქმიანობისადმი ინტერესს და ხელს უწყობს მათემატიკური მეთოდების უნივერსალურობის იდეის ჭეშმარიტ გააზრებას.

§4 პედაგოგიური ექსპერიმენტი

არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკამ, ძირითადი სკოლის მათემატიკის კურსში, რომელიც ჩვენს მიერ იყო ჩამოყალიბებული წინამდებარე გამოკვლევაში, როგორც ზოგადად ისე კონკრეტული მაგალითების განხილვის საფუძველზე, ექსპერიმენტული შემოწმება გაიარა 2000-2004 წლებში წყნეთის ლტოლვილთა, ვაშლიჯვარის ლტოლვილთა, თბილისის №157 და თბილისის №75 საშუალო სკოლებში.

პედაგოგიური ექსპერიმენტის ჩატარებამდე, ჩვენს მიერ შესწავლილი იქნა აღნიშნული სკოლების მოსწავლეთა მათემატიკის საკონტროლო წერების და დამოუკიდებელი ნაშრომები, რომლებიც დისერტაციაში განხილული საკითხების სწავლებას ეხებოდა.

ანალიზმა ცხადყო, რომ მოსწავლეთა უმრავლესობას უჭირს ისეთი არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნა, რომელთა ამოხსნა სპეციალური ხერხების გამოყენებით გაცილებით ადვილია, ვიდრე ტრადიციული ხერხებით.

დაკვირვებამ აჩვენა, რომ, ერთი მხრივ, საკითხები, რომლებიც მოითხოვენ არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების გამოყენებით გადაწყვეტას, განიხილება ძალზე მცირე რაოდენობით. მეორეს მხრივ, თუ განიხილება _ არ ხდება გამოყენებული მეთოდისა თუ ხერხის სრულფასოვანი მეცნიერული ახსნა.

ექსპერიმენტული გამოკვლევა ჩატარდა ორ ეტაპად სწავლების სამ ფორმაზე:

^ ეტაპი-მოსამზადებელი ექსპერიმენტი, რომელიც ტარდებოდა გაკვეთილებზე, მათემატიკის ფაკულტატიურ მეცადინეობებზე; მეცნიერულ-პედაგოგიური, მეთოდიკური, ფსიქოლოგიური და ფილოსოფიური ლიტერატურის პირველადი დამუშავება; ბიბლიოგრაფიის შედგენა; კვლევის მუშა ჰიპოთეზის ჩამოყალიბება; კვლევის მეთოდების შერჩევა-2000-2001 წელი.

^^ ეტაპი-კვლევის მეთოდების რეალიზება; ჰიპოთეზის დაზუსტება, შემოწმება და არგუმენტირება; პედაგოგიური ექსპერიმენტი; კვლევის შედეგად დაგროვილი მასალის პედაგოგიურ-დიდაქტიკური ანალიზი; პედაგოგიური ექსპერიმენტის მონაცემთა სტატისტიკური დამუშავება; შრომის გაფორმება-2002-2005 წელი.

მოსამზადებელი ექსპერიმენტის მიზანს წარმოადგენდა მოსწავლეთა საერთო მათემატიკური ცოდნის დონის შემოწმება. განსაკუთრებულ დაინტერესებას ვიჩენდით მათემატიკური მასალის ცოდნის მიმართ და, თუ რამდენად ფლობდნენ მოსწავლეები არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის მეთოდებსა და ხერხებს.

მოსამზადებელი ექსპერიმენტი მიმდინარეობდა ორი წლის მანძილზე საბაზო (ძირითადი) სკოლის 593 მოსწავლესთან.

მოსწავლეებთან მუშაობის ძირითადი ფორმა იყო გაკვეთილებზე, ფაკულტატიურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე არასტანდარტული ამოცანების შემცველი თეორიული და პრაქტიკული ხასიათის საკითხების განხილვა. ამ ეტაპზე განისაზღვრა განსახილავი თემების ნუსხა და მათი სწავლების მეთოდიკა.

მოსწავლეებს ეძლეოდათ მათემატიკის კურსიდან არასტანდარტული ამოცანების შემცველი თეორიული და პრაქტიკული მასალა სახელმძღვანელოებიდან და ჟურნალებიდან, აგრეთვე, ჩვენ მიერ შედგენილი ამოცანები.

განსაკუთრებული სიძნელე წარმოშვა ისეთმა ამოცანებმა, რომელთა გადაჭრა შესაძლებელია მხოლოდ სპეციალური ხერხების გამოყენებით, ხოლო ტრადიციული მეთოდებით _ ან არ შეიძლება, ან ძალზე რთულია.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი:

1. მერძევეობის ფერმას ძოვის სეზონის 5 თვის მანძილზე, თავისი ვარაუდით, თოთოეული ძროხიდან უნდა მიეღო 3000კგ. რძე. შეასრულებს თუ არა ის დასახულ მიზანს, თუ თითოეული ძროხიდან დღეში 20კგ. რძეს მოწველის? (თვეში 30 დღე ჩავთვალოთ).

2. მოიძებნება თუ არა ისეთი ორი ნატურალური რიცხვი, რომელ- თაგან ერთი მეტია მეორეზე 2-ით, ხოლო მათი ნამრავლი უდრის 48-ს?

3. მამა შვილს შეჰპირდა, რომ თითოეული სწორად ამოხსნილი ამოცანისათვის ყულაბაში 10 ლარს ჩაუგდებდა. ამასთან, ყოველი არასწორად ამოხსნილი ამოცანისათვის შვილმა მამას უკან 5 ლარი უნდა დაუბრუნოს. მას შემდეგ, როცა უკვე 20 ამოცანა ამოიხსნა, შვილის ყულაბაში 80 ლარი აღმოჩნდა. რამდენი ამოცანა ამოხსნა შვილმა სწორად და რამდენი არასწორად?

48 A და B ქალაქებიდან ერთმანეთის შესახვედრად ერთდროულად ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი გამოვიდა. A ქალაქიდან გამოსული ველოსიპედისტი ქალაქებს შორის მანძილის ერთი მესამედის გავლის შემდეგ შეჩერდა და B ქალაქისკენ გზა მხოლოდ მას შემდეგ გააგრძელა, როდესაც მასთან B ქალაქიდან მომავალი მოტოციკლისტი მივიდა. მოტოციკლისტმა შეუჩერებლად გააგრძელა გზა A ქალაქისაკენ და შემდეგ იმავე გზით დაბრუნდა B ქალაქში, ისე რომ, გზაში არ გაჩერებულა, რომელი უფრო ადრე ჩავა B ქალაქში, ველოსიპედისტი თუ მოტოციკლისტი?

5. იპოვეთ a პარამეტრის ის მნიშვნელობა, რომლისთვისაც განტოლებას $\frac{2x-a}{3x+5}=0$ არა აქვს ამონახსნი.

6.იპოვეთ მაქსიმუმი ფუნქციისა:

$$y=\sqrt{x^2-4x+16}+\sqrt{x^2-3\sqrt{3}x+9}$$

მოსამზადებელმა ექსპერიმენტმა საშუალება მოგვცა, გაგვეკეთებინა შემდეგი დასკვნები:

1. არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნას საბაზო სკოლაში მათემატიკის სწავლების დროს ჯეროვანი ყურადღება არ ექცევა;

2. ზემოთ აღნიშნულის გამო მოსწავლეთა უმრავლესობა ვერ ფლობს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის იმ მეთოდებსა და ხერხებს, რომელთა გამოყენება ბევრ კონკრეტულ სიტუაციაში ძალზე კარგ შედეგს იძლევა;

3. მოსწავლეთა ის მცირე ნაწილი, რომელებმაც იციან არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების გზები, მარტივად ახერხებენ განსახილავი თეორიული საკითხის, თუ კონკრეტული ამოცანის გადაჭრას.

4. არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ძიების ხერხების მიზანმიმართული სწავლების უპირატესობის დასადგენად საჭირო გახდა სასწავლო ექსპერიმენტის ჩატარება.

სასწავლო ექსპერიმენტის მოსამზადებლად საჭირო გახდა, პასუხი გაგვეცა ძირითად კითხვებზე:

ა) არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის რეალიზებისათვის რომელი მეთოდების და ხერხების სწავლებაა აუცილებელი?

ბ) სწავლების პროცესში არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების შემცველი რომელი თეორიული და პრაქტიკული ამოცანების განხილვაა მიზანშეწონილი?

გ) როგორ გავაკეთოთ ეს?

პირველ კითხვაზე პასუხის გაცემის მიზნით გავაანალიზეთ არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების შემცველი მეთოდიკური ლიტერატურა, შევარჩიეთ ჩვენთვის მისაღები არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების გამოყენებით ამოხსნადი ამოცანათა სისტემები. დავსახეთ პრაქტიკული მუშაობის გეგმა.

მეორე კითხვაზე ასე ვუპასუხეთ: შევარჩიეთ თეორიული საკითხები, რომელთა განხილვა მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ. შერჩეული მეთოდებიდან გამოვყავით ძირითადი მეთოდები.

მესამე კითხვის პასუხს წარმოადგენს ჩვენს მიერ დისერტაციის I-II თავებში შემოთავაზებული მეთოდიკა.

აღნიშნული მეთოდიკა შემოწმებას გადიოდა გაკვეთილებზე, ფაკულტატიურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე. რამდენჯერმე მოგვიხდა სწავლების მეთოდიკისა და დასმული ამოცანების კორექტირება მათი დახვეწის მიზნით. რის საფუძველზეც სწავლების პროცესი შემუშავებული მეთოდიკით

წარიმართა. შევნიშნავთ, რომ არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ყველა თეორიული საკითხისა და პრაქტიკული ამოცანის ამოხსნა, რა თქმა უნდა, არ ხერხდებოდა, მაგრამ აღნიშნული მეთოდები გამოიყენებოდა მთელი სასწავლო წლის მანძილზე. ერთ გაკვეთილზე, მათემატიკის საგნობრივ წრეზე ან ფაკულტატიურ მეცადინეობაზე, განიხილებოდა არაუმეტეს ერთი საკითხისა, ხოლო მოსწავლეებს საშინაო დავალების სახით ეძლეოდათ ანალოგიური ამოცანა, რომლის ამოხსნა შეიძლებოდა იმავე მეთოდით.

სასწავლო ექსპერიმენტის დროს ვისარგებლეთ ყველა იმ ამოცანით, რომელიც განხილულია დისერტაციაში, ზოგიერთი მათგანი განვიხილეთ გაკვეთილზე, მათემატიკის საგნობრივ წრეზე, ფაკულტატიურ მეცადინეობაზე. დანარჩენი მასალა მოსწავლეებს მივეცით დამოუკიდებელი მუშაობისათვის. გარდა ამისა, ვსარგებლობდით სხვადასხვა სახელმძღვანელოებითა და კრებულებით, რომლებიც გამოყენებული იყო მოსამზადებელი ექსპერიმენტის ჩატარების დროს.

სასწავლო ექსპერიმენტის ძირითადი მიზანი იყო შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობის დამტკიცება.

სასწავლო ექსპერიმენტი მიმდინარეობდა სამი სასწავლო წლის (2002-2004 წლები) განმავლობაში.

ექსპერიმენტის დაწყებიდან ყოველი სასწავლო წლის დასაწყისში ვატარებდით პირველ შემოწმებას. ამ შემოწმების დროს მოსწავლეებს უნდა ამოეხსნათ არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანები, დაახლოებით იმ სახის, რაც მოცემული იყო მოსამზადებელი ექსპერიმენტის დროს. საშუალოდ ამ დავალებას სრულყოფილად ასრულებდა მოსწავლეთა 38-40%. მთელი ორი სასწავლო წლის განმავლობაში მიმდინარეობდა არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდებისა და ხერხების სწავლება, ხოლო მომდევნო შემოწმებები ტარდებოდა სემესტრების ბოლოს. სწავლების შედეგები ყოველი მომდევნო შემოწმების დროს სულ უფრო მაღალი და მაღალი ხდებოდა. მეხუთე შემოწმების დროს დავალებას სრულყოფილად მოსწავლეთა 90%-მდე ასრულებდა.

ზემოთ თქმული ადასტურებს ჩვენს მიერ შემუშავებული მეთოდიკის უპირატესობას.

ექსპერიმენტის ჩატარების დროს გარდა ექსპერიმენტში მონაწილე კლასებისა ვაკვირდებოდით საკონტროლოდ შერჩეულ კლასებსაც.

საკონტროლო და ექსპერიმენტული კლასების მოსწავლეთა ცოდნის დონე თითქმის ერთნაირი იყო. საშუალო შეფასება შესაბამისად 3,8 და 3,9.

ექსპერიმენტული კლასებისათვის სწავლება მიმდინარეობდა ზემოთ აღწერილი მეთოდიკით, ხოლო საკონტროლოდ შერჩეულ კლასებზე კი - ტრადიციული ფორმით.

შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობის შემოწმებას ვაწარმოებდით სემესტრული წერებისა და შემაჯამებელ მუშაობაზე მიცემული ამოცანების სახით. თითოეულ სასწავლო დავალებაში მიცემული იყო ერთი საკითხი, რომლის გადაწყვეტა მოითხოვდა არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების გამოყენებას. ამ ამოცანის გადაწყვეტა შესაძლებელია ტრადიციული ხერხითაც, ოღონდ საჭიროა რთული მათემატიკური გარდაქმნების ჩატარება.

მოვიყვანოთ არასტანდარტული მათემატიკური მსჯელობის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სტატისტიკური შეფასება ექსპერიმენტული და საკონტროლო კლასების მიერ ექსპერიმენტის ორი სასწავლო წლის განმავლობაში. ცხრილში მოცემულია ხუთი შემოწმების შედეგები. პირველი შემოწმება ითვალისწინებდა მოსწავლეთა საერთო დონის დადგენას, ხოლო დანარჩენი ოთხი-უკვე შემუშავებული მეთოდიკის ათვისების შემოწმებას.

ექსპერიმენტულ და საკონტროლო კლასებში სტატისტიკურ შეფასებას ვახდენდით ორი ნიშნით:

1. რამდენი მოსწავლე შეეცადა ამოეხსნა არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანა;
2. ამ მოსწავლეებიდან რამდენმა ამოხსნა ამოცანა სწორად.

ექსპერიმენტის შედეგები მოყვანილია პირველ ცხრილში.

ცხრილი 18

კლასები	ექსპერიმენტული					საკონტროლო				
ამოცანები	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
მოსწავლეთა რაოდენობა	312	312	312	312	312	281	281	281	281	281
ამოხსნა ^I	263	279	286	293	294	219	224	228	233	241
ვერ ამოხსნა	49	33	26	19	18	62	57	53	48	40
ამოხსნა ^II^	233	247	252	260	263	173	177	181	186	198
ვერ ამოხსნა	30	32	34	33	31	46	47	47	47	43

იმის გამო, რომ თითოეული ამოცანის ამოხსნის შედეგიდან დიდი გადახრა არ არის, ამიტომ გადავიდეთ შეფასებათა საშუალოების განხილვაზე.

შედეგები მოყვანილია მეორე ცხრილში.

ამ ორ ნიშანს შორის განსხვავება გამოვთვალეთ χ^2 კრიტერიუმის საშუალებით [120, გვ.96-106].

კრიტერიუმის სტატისტიკის T_{rh} მნიშვნელობა $\alpha = 0{,}005$ მონაცემის დონისათვის და $\nu = 1$ თავისუფლების ხარისხისათვის U ცხრილიდან [120. გვ.130] ტოლია 3,84, ე.ი. T_{rh}=3,84.

T_0 ნულოვანი ჰიპოთეზა მდგომარეობს იმაში, რომ შემოწმებული ნიშნით განსხვავება ექსპერიმენტულ და საკონტროლო ჯგუფის მოსწავლეთა შორის შემთხვევითია.

ალტერნატიული $T_!$ ჰიპოთეზა-არის სტატისტიკური განსხვავება, ე.ი. შემთხვევითი არ არის.

ცხრილი 28

კლასები	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
მოსწავლეთა რაოდენობა	312	281
ამოხსნა	283	229
ვერ ამოხსნა	29	52
ამოხსნა	251	183
ვერ ამოხსნა	32	46

ჩატარებული ექსპერიმენტის T_y კრიტერიუმის სტატისტიკური გამოთვლისათვის ვისარგებლეთ ფორმულით:

$$\mathbf{T}_{\text{ნ}} = \frac{\mathbf{N(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})^2}}{\mathbf{n_1 n_2 (O_{11} + O_{21})(O_{12} + O_{22})}}$$ [120, გვ.96]

ამ ფორმულაში შემავალი სიდიდეები აღებულია მე-3 და მე-4 ცხრილებიდან, რომლებიც თავის მხრივ მიღებულია მე-2 ცხრილიდან.

ცხრილი 3.

^ ნიშანი	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
ამოხსნა	O_{11}=283	O_{21}=229
ვერ ამოხსნა	O_{12}=29	O_{22}=52
	O_{11}+ O_{12}=n_1=312	O_{21}+ O_{22}=n_2=281

სადაც n_1+n_2=N=593

ცხრილი 4.

^I ybifyb	tmcgthbvtynekb	cfrjynhjkj
fvj[cyf	$O'_{11}=251$	$O'_{21}=183$
dth fvj[cyf	$O'_{12}=32$	$O'_{22}=46$
	$O'_{11}+O'_{12}=n'_1=283$	$O'_{21}+O'_{22}=n'_2=229$

სადაც $n'_1+n'_2=N'=512$.

მივიღეთ შემდეგი მნიშვნელობები:

პირველი ნიშნისათვის: $T_y=10{,}63$;

მეორე ნიშნისათვის: $T_y=7{,}56$;

რადგან ორთავე მნიშვნელობა აღემატება T_{rh}, ამიტომ ორივე ნიშნით გადაწყვეტილების მიღების T_0 ჰიპოთეზა იცვლება ალტერნატიული T_1 /იპოთეზით. ე.ი. პირველი და მეორე ნიშნით განსხვავება ექსპერიმენტულ და საკონტროლო ჯგუფებს შორის შემთხვევითი არ არის.

ექსპერიმენტული და საკონტროლო კლასების მოსწავლეები თითქმის ერთნაირ სასწავლო პირობებში იმყოფებოდნენ, სხვაობა იყო მხოლოდ არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკაში, ამიტომ მიღებული განსხვავება შეიძლება ავხსნათ მხოლოდ იმით, რომ ეფექტურია ექსპერიმენტულ კლასებში ჩატარებული სწავლების მეთოდიკა.

არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკის ზემოთ მოყვანილი პედაგოგიური ექსპერიმენტი საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

1. სწავლების მეთოდიკა, რომლის ზოგადი დახასიათება მოცემულია დისერტაციაში, შეიძლება გამოყენებულ იქნას საბაზო (ძირითად) სკოლაში, როგორც სასწავლო საქმიანობისას სუბიექტის ფორმირების ეფექტური საშუალება;

2. ძირითად სკოლაში არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ძიების მეთოდებისა და ხერხების სწავლება ხელს უწყობს მოსწავლეებს ზოგადი განათლების მიღებაში, ამაღლებს მათ ინტელექტს;

3. მეთოდიკური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია არასტანდარტულ ამოცანათა სისტემები დავყოთ მსგავსების ნიშნების მიხედვით. დაყოფის შემდეგ ამოცანები დავალაგოთ სირთულის მიხედვით.

გაკვეთილებზე განვიხილოთ თითოეული ჯგუფის უფრო რთული ამოცანები, ხოლო შედარებით მარტივი ამოცანები მოსწავლეებს მივცეთ დამოუკიდებელი მუშაობისათვის.

მიუღებლად მიგვაჩნია მოსწავლეთათვის სწავლების პროცესში ძალზედ რთული არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების მიცემა. რადგან ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნაც აღემატება მოსწავლეთა გონებრივ შესაძლებლობებს, მათში იწვევს გარკვეული შიშის გრძნობას და საკუთარ შესაძლებლობებში დაეჭვებას.

შემუშავებული მეთოდიკა, რომელიც საშუალებას იძლევა ეფექტური გავხადოთ ამოცანათა ამოხსნის ხერხების ქმედითუნარიანობა, მოსწავლეებს განუმტკიცებს საკუთარი თავის რწმენას, მათში ამაღლებს ამოცანების ამოხსნის ინტერესს. ამისი დასტური იყო ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტი.

დ ა ს კ ვ ნ ა

1. სასკოლო სწავლების პრაქტიკაში მოსწავლეთა მიერ სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნა ცოდნისა და უნარების დაუფლების, გონებრივი შესაძლებლობებისა და პიროვნული თვისებების განვითარების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს. რამდენადაც ნებისმიერი საქმიანობა და მათ შორის სასწავლოც, შეიძლება განვიხილოთ როგორც ამოცანათა ამოხსნის პროცესების სისტემა, ამიტომ სწავლებაში გამოყენებული ამოცანების კონკრეტულ იერარქიაზეა გარკვეულწილად დამოკიდებული განათლების მიზნებისა და მოსწავლეთა ეფექტური განვითარების მიღწევა. ამოცანები, რომლებსაც მათემატიკის ტრადიციული სასწავლო სახელმძღვანელოები გვთავაზობს, როგორც წესი, მოსწავლეებში მოცემული ალგორითმ-ნიმუშების მიხედვით მოქმედებათა შესრულების განსაზღვრული ჩვევების ჩამოსაყალიბებლადაა ორიენტირებული. არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის შემთხვევაში მოსწავლეებს სხვადასხვა სააზროვნო ოპერაციების შესრულება, ამოხსნის სუბიექტურად ახალი ხერხების შექმნა, მათთვის ცნობილი თეორიული დებულებების გახსენება, ამოცანათა ამოხსნის საკუთარი გამოცდილების აქტუალიზება და ახალი ცოდნით შევსება უხდება. აქედან გამომდინარე, მათემატიკური განათლების შინაარსი, გარკვეული დოზით, თავისებურად შეიძლება დაეტყოს მოსწავლის განვითარებას და მის ბაზისურ მახასიათებელს – სუბიექტურობას.

არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი მდიდარ პედაგოგიურ გარემოს ქმნის, რომელსაც თითოეული მოსწავლის

პიროვნულ თვისებებზე (მათემატიკური კულტურის, აზროვნების ხარისხის ფორმირებაზე) ზემოქმედება შეუძლია. ყოველივე, თავის მხრივ, მოსწავლეს საშუალებას აძლევს აქტიური მონაწილეობა მიიღოს სასწავლო საქმიანობაში, მისი სუბიექტი გახდეს. ასეთ ამოცანებს ემოციური მომენტი შეაქვთ მოსწავლეთა გონებრვ საქმიანობაში. ისინი საშუალებას იძლევიან ამოცანის ამოხსნის პროცესი განხილულ იქნეს როგორც პრობლემური სიტუაცია, რაც ხელს უწყობს ფსიქიკური პროცესების მააქტივიზებელ შინაგან მოტივაციას. ყოველივე ამის შედეგად თვისებრივად და სწრაფად ყალიბდება სასწავლო საქმიანობის განხორციელებისათვის საჭირო სააზროვნო ოპერაციები, ლოგიკური ხერხები და შემეცნებითი უნარები. ამგვარად, აღნიშნული კულტურის ამოცანებთან მოსწავლეთა ურთიერთობის გამოცდილება დიდად წაადგება მათემატიკის შესწავლისადმი ინტერესის გაჩენასა და ზოგადი სასწავლო უნარების ათვისებას, რაც უზრუნველყოფს სასწავლო საქმიანობის მოტივაციური და ოპერაციული სფეროების დამკვიდრებასა და განვითარებას.

2. გამოცდილება ადასტურებს, რომ ამოცანათა ფუნქციები (სასწავლო, განმავითარეელი, აღმზრდელობითი) წარმატებით ხორციელდება მხოლოდ მაშინ, როცა სუბიექტს შეთავაზებული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი და მოთხოვნილება უჩნდება. ეს მაშინ ხდება, როცა მოსწავლისათვის ამოცანის არსი გასაგებია. როცა ის ორიგინალურია შინაარსობრივი ან ამოხსნის ხერხის გამოყენების თვალსაზრისით. როცა მოსწავლეს შესაძლებლობა აქვს თავისუფლად იფიქროს, გამოავლინოს შემოქმედებითი უნარი, გააკეთოს დასკვნები, განზოგადება; როცა ის გრძნობს თავისი შრომის სარგებლიანობას; როცა მასწავლებელი ახალისებს მოსწავლეთა მხრიდან ლამაზი, რაციონალური ამოხსნების ძიების მცდელობას და მუდმივად არჩევს და ესთეტიკურ შეფასებებს აძლევს მათ მიერ გამოყენებული ამოხსნის ხერხებს. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისადმი ინტერესის ჩამოყალიბების შემდეგ შესაძლებელია თვით შესასწავლი საგნისადმი მოსწავლეებში მყარი ინტერესის აღძვრა. ასეთი საქმიანობით დაინტერესება ხელს უწყობს:

- სუბიექტის გონებრივ განვითარებას;
- შრომისმოყვარეობის, ხარისხისა და ცოდნის სიმტკიცის ამაღლებას;
- სააზროვნო საქმიანობის აქტივიზებას;
- ყურადღების მობილიზებას;
- დაღლილობის მოხსნას;

- თვალთახედვის არის გაფართოებას;
- მოსწავლის ხასიათის თვისებების ფორმირებას.

3. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის პროცესში წარმოქმნილი დადებითი მოტივაცია სასიკეთო გავლენას ახდენს მოსწავლეთა სასწავლო სასწავლო-შემეცნებითი საქმიანობის წესებისა და ხერხების ფორმირებაზე. სასწავლო საქმიანობის მართვის წესები მოქმედებებისა და სააზროვნო ოპერაციების ჩამონათვალით გამოიხატება, რომლებიც არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის მსვლელობის პროცესში ერთმანეთთან მჭიდროდ არიან დაკავშირებული და ერთ მთლიანად წარმოგვიდგებიან.

სასწავლო უნარებში, რომლებიც სპეციფიკურნი არიან მათემატიკისათვის, ვგულისხმობთ **ამოცანების ამოხსნის უნარებს**. ასეთი უნარებისათვის დამახასიათებელია უნივერსალურობა და საქმიანობის სხვა სფეროებში გადატანის შესაძლებლობა. ჩვენ გამოვყოფთ არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნისათვის აუცილებელი უნარების ოთხ ჯგუფს, რომლებიც ექსპერიმენტულად მოწმდება და რაოდენობრივად ფასდება საგნის სწავლების დაწყებით საფეხურზე. მათ რიცხვს მიეკუთვნება ამოცანის პირობის გაცნობიერებასა და ანალიზთან დაკავშირებული უნარები (პირობაში მთავარი და მეორეხარისხოვანი კომპონენტების დანახვის, სასარგებლო ინფორმაციის შერჩევის, პირობის ახლადფორმულირების, თვალსაჩინოდ ინტერპრეტაციის უნარების და სხვ.); ამოცანის ამოხსნის ხერხების (არითმეტიკული, ანალიზური, გრაფიკული) ვარიაციულობის დანახვის და მოხერხებული ფორმით: მოქმედებებით, გრაფის სახით, ცხრილებით, სქემატური ნახაზით და ა.შ. მისი ჩაწერის პრაქტიკულად განხორციელების უნარი; შემოწმების შესრულების, მზა ამოხსნის გამოკვლევის, ამოცანაში შესაძლო ახალი ამოცანების სერიების აღმოჩენის უნარები.

ამოცანათა ამოხსნა არის მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის განვითარების, ცოდნის ათვისების, ჩვევების, მათემატიკური მეთოდებისა და ხერხების დაუფლების ყველაზე ეფექტური საშუალება. ამიტომ, სკოლაში, მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა პედაგოგიკური ინტერესის ცენტრში იმყოფება. მიუხედავად არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების უდიდესი მნიშვნელობისა სასკოლო მათემატიკის კურსში, მათი გამოყენება ამ საგნის სწავლების

პროცესში რიგ ობიექტურ და სუბიექტურ სიძნელეებთანაა დაკავშირებული. ასეთებს შეიძლება მივაკუთვნოთ, მაგალითად:

- საამოცანო მასალის არატექნოლოგიურობა (სხვადასხვა წიგნებში გაბნევა, ზუსტი კლასიფიკაციის არარსებობა);
- არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის მეთოდიკურ ინსტრუმენტთა არასაკმარისობა;
- ამოცანათა ამოხსნისას საგნის მასწავლებელთა აზროვნების სტერეოტიპულობა, ფაქტობრივი ცოდნის ნაკლებობა (ამოცანათა სტრუქტურის შესახებ, ამოხსნის სხვადასხვა ეტაპზე ამოცანაზე მუშაობის ხერხების, სავარჯიშოთა სისტემებისა და ნაკრებების დიდაქტიკური პრინციპების შესახებ და სხვ.);
- სასწავლო დროის დეფიციტი.

5. არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოსახსნელი სასწავლო საქმიანობის ორგანიზებისათვის საჭიროა:

- გავაღვიძოთ მოსწავლეთა ინტერესი ზემოთ აღნიშნული ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად და მომავალ მუშაობას დადებითი ემოციური შეფერილობა მივცეთ;
- მივცეთ საშუალება ამოცანაში ”ჩაწვდომის”: მისი პირობის გაანალიზების, ცნობილი და უცნობი კომპონენტების გამოვლენის, ამოცანის მთავარი კითხვის გააზრების ე.წ. ევრისტიკული ხერხების გამოყენებით;
- ამოცანის შინაარსი შეუფარდოს მათ განკარგულებაში არსებულ ცოდნასა და გამოცდილებას (ცოდნისა და გონებრივი ქმედებების აქტუალიზება) და ამის საფუძველზე გამოთქვან ვარაუდები მისი ამოხსნის შესაძლო მიმართულებების ძიების თაობაზე;
- აზროვნების რეფლექსურობის განვითარების მიზნით ამოხსნის ყოველი ეტაპის მართებულობის კრიტიკული გააზრება, მიღებული შედეგის სისწორის შემოწმების შესრულება (შემოწმების მსვლელობამ შესაძლოა უფრო მოკლე, ლამაზი და რაციონალური ამოხსნის მიმართულებები გვიკარნახოს).

მოსწავლეთათვის მათემატიკის სწავლება სხვადასხვა გზით შეიძლება. ცოდნისა და მოქმედებათა წესების გადაცემის საფუძველზე ბავშვი შეიძლება შევაიარაღოთ ამოცანათა ამოხსნის ზოგადი ალგორითმებით და მუდმივად შევამოწმოთ მისი აზროვნების დინამიკა ამ ალგორითმების შესაბამისობის გარკვევაზე. შესაძლოა სხვაგვარი მიდგომაც: ბავშვებს ვასწავლოთ საკუთარი შეფერხებების შეფასება, როგორც საკუთარ შესაძლებლობებთან მათი მიმართების საბაბი. ასეთ შემთხვევაში, მასწავლებლის მცდელობა მიმართული უნდა იყოს მოსწავლეთა ინდივიდუალური გამოცდილების გამდიდრებისა და ცოდნის აქტუალიზების პირობების უზრუნველსაყოფად პიროვნების საბაზო ინტელექტუალური თვისებების ფორმირების მიზნით. მათ შორის ისეთების, როგორებიცაა: ცნობისმოყვარეობა და პასუხისმგებლობა, ინიციატივა და შრომისმოყვარეობა. ასეთი მიდგომა, ჩვენი აზრით, არის სასწავლო სუბიექტის ჩამოყალიბების გზა.

ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა :

1. Философские проблемы деятельности // Вопросы философии. – 1985. - № 2. – С. 29-48

2. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. – М.: Интор, 1996. – 544с.

3. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. – М.: Просвещение, 1968. – 288с.

4. Цукерман Г.А., Поливанова К.Н. Введение в школьную жизнь. – М.: Новая школа, 1994. – Ч.1. – 28с.

5. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – 3-ое изд. – М.: Просвещение, 1972. – 632с.

6. Леонтьев А.Н. Деятеьность. Сознание. Личность. – М.: Политиздат, 1975. – 304с.

7. Эльконин Д.Б. Психология обучения младшего школьника. – М.: Знание, 1974. – 64с.

8. Вопросы психологии обучения и воспитания /под ред. Г.С. Костюка, П.Р. Чаматы. – Киев, 1961. – 258с.

9. Машбиц Е.И. Психологические проблемы проектирования учебной деятельности // Вопросы психологии. – 1979. - № 6. – С. 96-103.

10. Формирование учебной деятельности школьников / Под ред. В.В. Давыдова, И. Ломпшера, А.К. Марковой. – М.: Педагогика, 1982. – 216с.

11. Фридман Л.М., Волков К.Н. Психологическая наука – учителю. – М.: Просвещение, 1985. – 224с.

12. Лернер И.Я. Развивающее обучение с дидактических позиций // Педагогика. – 1996. - № 2. – С. 7-11.

13. Гальперин П.Я. Формирование умственных действий и понятий. – М.: МГУ, 1965. -146с.

14. Ильясов И.И. Структура процесса учения. – М.: МГУ, 1986. – 199с.

15. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология, - М.: Академия, 1999. – 288с.

16. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Просвещение, 1975. – 237с.

17. Махмутов М.И. Проблемное обучение: Основные вопросы теории. – М.: Педагогика, 1975. – 367с.

18. Калмыкова З.И. Пути развития продуктивного мышления младших школьников // Вопросы психологии. – 1978. - № 3. – С. 143-148.

19. Педагогика: педагогические теории, системы, технология: Учебное пособие для ст-ов ср. пед. уч. зав. / Под ред. С.А. Смирнова. – 2-е изд. испр. и доп. – М.: Академия, 1999. 544с.

20. Колягин Ю.М. Задачи в обучении метематике / Под ред. Ю.М. Колягина. – М.: Просвещение, 1977. – Ч. 1. – 110с.

21. Габай Т.В. Учебная деятельность и ее средства. – М.: МГУ, 1988. – 254с.

22. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1987. – 224с.

23. Бабанский Ю.К. Рациональная организация учебной деятельности. – М.: Знание, 1981. – 96с. – (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Педагогика и психология»; № 3).

24. Педагогика школы / Под ред. Г.И.Щукиной. – М.: Просвещение, 1977. – 383с.

25. Пидкасистый П.И. Самостоятельная позновательная деятельность школьников в обучении: Теор. –экспер. исслед. – М.: Педагогика, 1980. – 240с.

26. Данилов М.А. Процесс обучения в советской школе. – М.: Педагогика, 1960. – 188с.

27. Богомолова Л.Г. Не забывать о способных // Начальная школа. – 1991. - № 5. – С.13.

28. Метельский Н.В. Психолого-педагогические основы дидактики математики. – Минск: Вышэйшая школа, 1977. – 160с.

29. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Педагогика, 1977. – 146с.

30. Столяр А.А. Педагогика математики. – 30е изд., перераб. и доп. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 414с.

31. Атаханов Р. Математическое мышление и методика определения уровня его развития / Под ред. В.В. Давыдова. – Рига: Эксперимент, 2000. – 208с.

32. Дорофеев Г.В., Муравин Г.К., Петерсон Л.Г. «Математика для каждого»: концепция и программа гуманитарного непрерывного курса математики в основной школе (1 – 9-й кл.) // Школа 2000. – М.: Баласс, 1997. – С. 127-151.

33. Тесленко И.Ф. Математические умения социально универсальны / Роль и место задач в обучении математике. – 1979. – Вып. 6. – С. 5-17.

34. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Программа по математике для 5-6 классов // Школа 2000. – М.: Баласс, 1998. – С. 57-68.

35. Епишева О.Б. Общая методика преподования математики в средней школе: Курс лекций. – Тобольск: ТГПИ, 1997. – 191с.

36. Методика преподования математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для ст-ов физ.-мат. фак-ов пед. инст. / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1980. – 368с.

37. Фридман Л.М. Учитесь учиться математике. – М.: Просвещение, 1985. – 112с.

38. Шварцбурд С.И. О развитии интересов, склонностей, способностей учащихся к математике // Математика в школе. – 1964. - № 6. – С. 5-12.

39. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968, - 432 с.

40. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподование: Пер. с англ. / Под ред. С.А.Яновской. – М.: Наука, 1976. – 448с.

41. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. – М.: Педагогика, 1977. – 208с.

42. Балл Г.А. Психологическое содержание понятия «задача» // Вопросы психологии. – 1970. - № 6. С. 75-85.

43. Славская К.А. Детерминация процесса мышления // Исследование мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – С. 209-218.

44. უზნაძე დ. შრომები. ზოგადი ფსიქოლოგია. ტ. III-IV. გამომც. “აღმაშენებელი”, თბილისი, 1998. – 637 გვ.

45. Рубинштейн С.А. О мышлении и путях его исследования. – М.: Изд-во АН СССР, 1958. – 146с.

46. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. – М.: Педагогика, 1972. – 314с.

47. Методика начального обучения математике. Учебное пособие для пединститутов / В.Л. Дрозд, А.Т.Катасонова, Л.Я. Латотин и др.; Под общ. ред. А.А. Столяра, В.Л. Дрозда. – Минск: Вышецшая школа, 1988. – 254с.

48. Методика преподования математики в начальных классах. Учебное пособие для школьных отделений педучилищ / Под ред. М.А. Бантовой. – М.: Просвещение, 1973. -304 с.

49. Пономарев С.А. Задачник-практикум по арифметике. – М.: Просвещение, 1966. – 224с.

50. Моро М.И., Пышкало А.М. Методика обучения математике в 1-3 классах. Пособие для учителя. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.; Просвещение, 1978. – 336с.

51. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – М.: Просвещение, 1984. – 175с.

52. Свечников А.А. Решение математических задач в 1-3 классах. Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1976. – 89с.

53. Столяр А.А. Методы обучения математике: Учебное пособие для пединститутов. – Минск: Народна асвета, 1981. – 191с.

54. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач. – М.: Высшая школа, 1972.- 264с.

55. Радченко В.П. Способ подбора при решении задач // Начальная школа. – 1998. - № 11-12. – С. 38-44.

56. Цукарь А. Я. Задачи повышенной трудности // Начальная школа. – 1983.- № 6. – С. 21-28.

57. მორალიშვილი თ. სასკოლო მათემატიკის ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლების მეთოდიკური საფუძვლები. პედ. მეცნ. დოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაცია. თბილისი, 2003. – 292 გვ.

58. Миракова Т.Н. Школьная математика и логическое развитие учащихся // Школа 2000. – М.: Баласс, 1998. – С. 70-79.

59. Крылов В.В. Об уточнении типологии математических задач // Методические аспекты реализации гуманитарного потенциала математического образования. – Спб.: РГПУ, 2000. – С. 26-29.

60. Кулюткин Ю.Н., Сухобская Г.С. Развитие творческого мышления школников. – Л.: Лениздат, 1967. – 40с.

61. Фоминых Ю.Ф., Плотникова Е.Г. Педагогика математики. – Пермь: ПГУ, 2000. – 460с.

62. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Занимательные задачи по математике. – М.: ВЛАДОС, 1999. – 208с.

63. Байрамукова П.У. Через сказку в мир математики. Сборник задач. – М.: РАЙЛ, 1997. – 64с.

64. Болховитинов В.Н. и др. Твое свободное время: Занимательные задачи, опыты, игры. – М.: Детская литература, 1970. – 464с.

65. Герасимова Н.А., Новгородова Е.С. Занимательная математика. – М.: Высшая школа, 1973. – 79с.

66. Германович П.Ю. Сборник задач по математике на сообразительность. Пособие для учителей. – М.: Учпедгиз, 1960. – 224с.

67. Гершензон М.А. Головоломки профессора Головоломки. Сборник затей, фокусов, самоделок, занимательных задач. – М.: Детская литература, 1982. – 142с.

68. Заболотных Т.А. Юному математику. – Пермь: ПГПУ, 1997. – 32с.

69. Клименченко Д.В. Задачи по математике для любознательных: К. Для учащихся 5-6 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1992. – 192с.

70. Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку. – М.: Учпедгиз, 1958. – 116с.

71. Кордемский Б.А. Увлечь школьников математикой. – М.: Просвещение, 1981. – 112с.

72. Кордемский Б.А., Адахов А.А. Удивительный мир чисел. – М.: Просвещение, 1986. – 121с.

73. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4-5 классов. Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 94с.

74. Лихтарников Л.Н. Занимательные логические задачи. – Спб.: Лань, 1997. - 98с.

75. Поисковые заадачи по математике (4-5 классы): Пособие для учителей / Крысин А.Я., Руденко В.Н., Садкова В.И., Соколова А.В., Шепетов А.С., Колягин Ю.М. – М.: Просвещение, 1975. – 95с.

76. Развивающие задачи для математического досуга / Сост. Э.А.Кремнев, З.С. Сухотина. – М.: Школа-пресс, 1993. – 95с.

77. Смекалка для малышей. Занимательные загадки, ребусы, головоломки / Сост. С. Асанин. – М.: Омега, 1994. – 256с.

78. Сорокин П.И. Занимательные задачи по математике с решениями и методическими указаниями. – М.: Просвещение, 1967. – 152с.

79. Степанова С.Ю. Сборник задач по математике для учащихся 1-3 кл. – Ижевск: Свиток, 1998. – 72с.

80. Труднев В.П. Внеклассная работа по математике в начальной школе. – М.: Просвещение, 1975.- 176с.

81. Труднев В.П. Считай, смекай, отгадывай! – М.: Просвещение, 1964. – 72с.

82. Фридман Л.М. Изучаем математику: Кн. для учащихся 5-6 кл. общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 1995. – 255с.

83. რომანიშვილი დ. სახალისო მათემატიკა ყველაზე პატარებისათვის. გამომც. “ინტელიგენტი”, თბილისი, 1998. – 30 გვ.

84. მაჭარაშვილი ნ., ბართაია ვ. სასკოლო სახალისო ამოცანები. პირველი ნაწილი. გამომც. “ლეგია”, თბილისი, 1994. _ 53 გვ.

85. დანელია რ. ციფრთა მარტივი ჯამების არითმეტიკა. გამომც. “განათლება”, თბილისი, 1982. – 42 გვ.

86. Арнольд И.В. О задачах по арифметике // Математика в школе. – 1995. - № 5. –С. 2-7.

87. Артемов А.К. Учебные задачи в обучении математике // Начальная школа. – 1992. - № 1. – С. 75-77.

88. Баранова О.В. Обучение решению задач // Начальная школа. – 1999. - № 2. С. 41-44.

89. Махрова В.Н. Рисунок помогает решать задачи // Начальная школа. – 1998. - № 7. – С, 69-72.

90. Николау Л.Л. Задачи повышенной трудности // Начальная школа. – 1998. - № 7. – С. 55-59.

91. Петрова В.И. Развитие мышления при решении задач // Начальная школа. – 1992. – № 1. – С. 23-24.

92. Попова Н.С., Циммерман М.М. Решение арифметических задач в начальной школе. – М.: Просвещение, 1967. – 97с.

93. Тихонова Н.В. Задачи в развивающем обучении математике // Начальная школа. – 1998. - № 7. – С. 51-55.

94. Царева С.Е. Обучение решению задач // Начальная школа. – 1998. - № 1. – С. 102-107.

95. Шикова Р.Н. Работа над текстовыми задачами // Начальная школа. – 1991. - № 5. – С. 17-22.

96. მორალიშვილი თ. ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში. გამომც. “განათლება”, თბილისი, 1991. – 127 გვ.

97. ვახანია ზ. სასკოლო მათემატიკის სწავლების აქტიური მზაობის მეთოდიკა. ავტორეფერატი პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი, 1999. – 36 გვ.

98. ქელბაქიანი ვ., მორალიშვილი თ. ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება სასკოლო ალგებრის კურსში. მეთოდიკური წერილების კრებული. ქუთაისი, 1991. – გვ. 204-217.

99. ქელბაქიანი ვ. მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. ზოგადი კურსი, I ნაწილი. ქუთაისის აკ. წერეთლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, ქუთაისი. 2001. – 313 გვ.

100. ჯინჯიხაძე ჯ. დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. “განათლება”, თბილისი, 1990. – 550 გვ.

101. ჯინჯიხაძე ჯ. მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა. “ინტელექტი”, თბილისი, 2005. – 47 გვ.

102. ჯინჯიხაძე ჯ. მათემატიკის დაწყებითი კურსის თეორიული საფუძვლები. “ინტელექტი”, თბილისი, 2005. – 51 გვ.

103. ადეიშვილი ვ. არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ძიების სწავლება ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის VII-IX კლასების ალგებრის კურსში. პედაგოგიკის მეცნიერებათა კანდიდატის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად წარდგენილი დისერტაცია. თბილისი, 2005. – 141 გვ.

104. საქართველოს განათლების სამინისტრო, ი. გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტი. სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტი მათემატიკაში. თბილისი, 1997. – 38 გვ.

105. ჩაჩანიძე გ. ალგებრა და საქართველოს მატიანე. “განათლება”, თბილისი, 1991. – 156 გვ.

106. ჩაჩანიძე გ. პირამიდიდან სვეტიცხოვლამდე. გეომეტრიის ამოცანათა კრებული. “ინტელექტი”, თბილისი, 1997. – 199 გვ.

107. ვასაძე ნ. პედაგოგიკა. საქ. პედაგოგიკურ მეცნიერებათა აკადემია. თბილისი, 2000. – 407 გვ.

108. საშუალო სკოლის დიდაქტიკა. თანამედროვე დიდაქტიკის ზოგიერთი პრობლემა. “განათლება”, თბილისი, 1981. – 370 გვ.

109. მორალიშვილი თ. ამოცანათა ამოხსნის ანალიზურ-სინთეზური ძიების ხერხები. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი “ინტელექტი”, № 2(5), თბილისი, 1999. – გვ. 200-203.

110. მორალიშვილი თ. ამოცანათა ამოხსნა განზოგადების ხერხით. “ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში:, № 4, თბილისი, 1986. – გვ. 39-43.

111. დანელია რ., მორალიშვილი თ. ანალოგია – ამოცანათა ამოხსნის ძიების ევრისტიკული ხერხი. “ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში”, №2, თბილისი, 1989. – გვ. 26-34.

112. მორალიშვილი თ. ამოცანათა ამოხსნა ქვეამოცანათა ერთობლიობებზე დაყვანის ხერხით. “ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში”, №2, თბილისი, 1987. – გვ. 20-29.

113. მორალიშვილი თ., ქელბაქიანი ვ. სასკოლო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ძიების მიდგომების და ხერხების შესახებ. “ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში”, №117, თბილისი, 2001. – გვ. 63-66.

114. მორალიშვილი თ., ადეიშვილი ვ. ევრისტიკისა და ზოგიერთი ევრისტიკული ხერხის სწავლების შესახებ საშუალო სკოლაში. ქუთაისის ჰუმანიტარულ-ეკონომიკური ინსტიტუტის პროფესორ-მასწავლებელთა საინსტიტუტთაშორისო სამეცნიერო სესია. ქუთაისი, 1996. – გვ. 21-24.

115. მორალიშვილი თ., ადეიშვილი ვ. ევრისტიკისა და საძიებო ამოცანების სწავლების მეთოდიკის ზოგიერთი საკითხი ცხრაწლიან სკოლაში. ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა V სამეცნიერო კონფერენცია. ქუთაისი, 1998. – გვ. 145-149.

116. რუხაძე ი. უმცროსკლასელთა ზოგადინტელექტუალური უნარ-ჩვევევის ფორმირება მათემატიკის სწავლებისას. ავტორეფერატი დისერტაციისა პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი, 2003. – 66 გვ.

117. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. – М.: ЛИНКА_ПРЕСС, 1997. – 288с.

118. ეროვნული სასწავლო გეგმა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებისათვის, თბილისი, 2004.

119. ეროვნული სასწავლო გეგმა, საგნობრივი პროგრამა მათემატიკაში, I-VI კლასები. თბილისი, 2004.

120. Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических иследованиях. Непараметрические методы. М. Педагогика. 1977.-136ст.

დ ი ს ე რ ტ ა ნ ტ ი ს ნ ა შ რ ო მ ე ბ ი

121. მათემატიკური ხასიათის სასწავლო საქმიანობა: მეცნიერების და საზოგადოების განვითარების ფონდი. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი “ინტელექტი”.¹3 (23), თბილისი, 2005, გვ. 286_289.

122. ცნება “სასწავლო საქმიანობა” პედაგოგიკურ ლიტერატურაში: საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე. №8, თბილისი, 2005, გვ. 109_113. თანაავტორი _ თამაზ მორალიშვილი.

123. ცნებები “ამოცანა” და “არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანა” თანამედროვე მეცნიერულ გამოკვლევებში: იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული “საზრისი”, №18, თბილისი, 2005, გვ.51_55.

124. არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის სწავ- ლების პრაქტიკაში: იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული “საზრისი”, №19, თბილისი, 2005, გვ. 46_54. თანაავტორი _ თამაზ მორალიშვილი.

125. არასტანდარტული ამოცანა, როგორც მათემატიკის კურსის ამო- ცანათა სისტემის ელემენტი: იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული “საზრისი”, №19, თბილისი, 2005, გვ. 54_58.