

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ვახტანგ გოგიჩაიშვილი

**ინტეგრალური მიკროსქემების ელემენტების ზოგიერთი
პარამეტრის განსაზღვრა მათემატიკური მოდელირების
მეთოდებით**

სპეციალობა – 01.04.01. ფიზიკური ექსპერიმენტის ტექნიკა, ხელსაწყოთა ფიზიკა,
ფიზიკურ კვლევათა ავტომატიზაცია.

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატის
სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად

სამეცნიერო ხელმძღვანელები: **თენგიზ მხეიძე**

ტექნიკის მეცნიერებათა
დოქტორი, პროფესორი

რობერტ გოგსაძე

ფიზიკა-მათემატიკის
მეცნიერებათა კანდიდატი

თბილისი 2006

სარჩევი

შესავალი.

თავი I. ლიტერატურული მონაცემების მიმოხილვა.

თავი II. სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანის დასმა ჰუასონის განტოლებისათვის ელექტრული ველის პოტენციალის მიმართ.

თავი III. სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ანალიზური ამოხსნის მეთოდი.

თავი IV. ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რეზისტიული მახასიათებლების განსაზღვრა სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე.

თავი V. ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრა სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე.

დასკვნები.

ლიტერატურა.

დანართი.

შესავალი

ინტეგრალური მიკროსქემების ტექნოლოგიების სწრაფი განვითარების შედეგად ბოლო ორი ათწლეულის განმავლობაში, ერთ კრისტალზე ფუნქციონალური

ელემენტების რაოდენობა მილიონებამდე გაიზარდა. ასეთი მიკროელექტრონული მოწყობილობების თვითღირებულების შემცირება შესაძლებელია მხოლოდ პროექტირებაზე გაწეული დანახარჯების მინიმუმამდე დაყვანით, რაც საშუალებას მოგვცემს თავი დავაღწიოთ ძვირადღირებულ შეცდომებს მათი კონსტრუირებისას. მიკროსქემების ელემენტების ოპტიმიზაციისადმი წმინდა ექსპერიმენტული მიდგომა არსებითად მიუღებელი გახდა, რადგანაც ექსპერიმენტული კვლევები დიდ დროს მოითხოვს და ძვირადღირებულიცაა, ზოგ შემთხვევაში კი, პრაქტიკულად, შეუძლებელიც. ამიტომ აუცილებელი გახდა მათემატიკური მოდელირების მეთოდების გამოყენება ინტეგრალური სქემების პროექტირებისა და დამზადების ყველა ეტაპზე.

ინტეგრალური მიკროსქემების აქტიური ელემენტების გეომეტრიული ზომების მნიშვნელოვანი შემცირებისა და ე.წ. სუბმიკრონული ტექნოლოგიების დანერგვის შედეგად, ელემენტების გარკვეული პარამეტრების განსასაზღვრად აუცილებელი გახდა მათში მიმდინარე ელექტროფიზიკური პროცესების სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელების გამოყენება, რადგანაც ერთ და ორგანზომილებიანი მოდელები, რომლებიც, ობიექტური თუ სუბიექტური მიზეზების გამო, დღესაც ფართოდ გამოიყენება, ადეკვატურად ვერ აღწერენ მიკროსქემების ელემენტებში მიმდინარე ელექტროფიზიკურ პროცესებს, რის შედეგადაც, ხშირ შემთხვევაში, შეუძლებელია თავიდან ავიცილოთ სერიოზული ცდომილებები, როგორც მიკროსქემების პროექტირებისას, ასევე, მათი დამზადებისას.

ინტეგრალური მიკროსქემების ელემენტების მათემატიკური მოდელირების მეთოდი შეისწავლის ელემენტის მახასიათებელი პარამეტრების ურთიერთკავშირს კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების, ასევე შესაბამისი სასაზღვრო, საკონტაქტო და საწყისი პირობების საშუალებით.

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების შემცველი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის ე.წ. რიცხვითი მეთოდები (სასრული სხვაობების მეთოდი და სასრული ელემენტების მეთოდი), რომლებიც ამჟამად გამოიყენება ელემენტების მათემატიკური მოდელირების პროცესში და რომლებიც დომინირებს ამ საკითხისადმი მიძღვნილ სამეცნიერო ლიტერატურასა თუ სხვადასხვა სამეცნიერო ნაშრომებში, სასურველ შედეგებს იძლევა ერთ და ორგანზომილებიანი ამოცანების რეალიზებისას.

რაც შეეხება სამგანზომილებიან ამოცანებს, აქ რიცხვითი მეთოდების გამოყენება დაკავშირებულია დროისა და მეტერიალური რესურსების დიდ დანახარჯებთან და თანაც, ხშირ შემთხვევაში, ვერ უზრუნველყოფს შედეგების სასურველ სიზუსტეს. ამდენად, სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანები, რომლებიც აღწერენ მექანიკურ, სითბურ და ელექტრულ პროცესებს მიკროელექტრონულ მოწყობილობებში, ნაკლებადაა შესწავლილი.

ამიტომ ჩვენ მიგვაჩნია, რომ სადისერტაციო ნაშრომში შემუშავებული სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანების ერთი კლასის ამოხსნის მეთოდი და მის საფუძველზე სამგანზომილებიანი ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რეზისტიული და ტევადობითი მახასიათებლების განსაზღვრის მეთოდები გარკვეულ წვლილს შეიტანს ინტეგრალური მიკროსქემების პროექტირების შემდგომი სრულყოფის საქმეში, როგორც ელემენტების პარამეტრების პრაქტიკული გათვლის თვალსაზრისით, ასევე მათში მიმდინარე ელექტრო-ფიზიკური პროცესების კვლევის თვალსაზრისით.

ნაშრომის მიზანს წარმოადგენს ინტეგრალური მიკროსქემების ფუნქციური ელემენტების სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელირების მეთოდების შემუშავება მიკროსქემების პროექტირებისა და კონსტრუირების სხვადასხვა ეტაპზე მათი გამოყენების მიზნით.

აქ იგულისხმება შემდეგი:

- პუასონის განტოლების სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანის დასმა ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების შემადგენელ ნაწილებში (ემიტერი, ბაზა, კოლექტორი) განსაზღვრული სტაციონარული ელექტრული ველების პოტენციალის მიმართ შერეული ტიპის სასაზღვრო პირობებით ზედაპირებზე. ეს სასაზღვრო პირობები განისაზღვრება ტრანზისტორის ტოპოლოგიური მონაცემების, ფიზიკური მახასიათებლების და მუშაობის რეჟიმებიდან გამომდინარე.
- აღნიშნული სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდების შემუშავება.
- სამგანზომილებიანი ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რეზისტიული და ტევადობითი მახასიათებლების განსაზღვრის მეთოდების შემუშავება.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე მდგომარეობს შემდეგში:

1. შემუშავებულია პუასონის განტოლების სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებითი ანალიზური ამოხსნის მეთოდი სტაციონარული ელექტრული ველების პოტენციალის მიმართ. მიღებული ამოხსნის ანალიზური გამოსახულება ცხადი სახით შეიცავს გამოსაკვლევი სტრუქტურების გეომეტრიულ პარამეტრებს და გამოყენებული მასალების ფიზიკურ მახასიათებლებს. ეს გარემოება, საშუალებას იძლევა, საჭიროების შემთხვევაში, მოვახდინოთ განსაზღვრი პარამეტრების ვარირება საწყის ინფორმაციაზე დამოკიდებულებით.
2. შემუშავებულია ბიპოლარული ტრანზისტორების ემიტერისა და ბაზის აქტიური წინააღმდეგობების განსაზღვრის მეთოდიკა სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე.
3. შემუშავებულია დაბალმური ფენის შემცველი კოლექტორის აქტიური წინააღმდეგობის განსაზღვრის მეთოდიკა სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე.
4. შემუშავებულია სამგანზომილებიანი ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების ტევადობითი მახასიათებლების განსაზღვრის მეთოდიკა ტრანზისტორში სტაციონარული ელექტრული ველის სრული ენერჯის მნიშვნელობის საშუალებით.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება. სადისერტაციო ნაშრომში შემუშავებული რეზისტიული და ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრის მეთოდიკა დაფუძნებულია მათემატიკური ფიზიკის გარკვეული კლასის სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდების გამოყენებაზე. ეს მეთოდები, რომლებიც ასევე შემუშავებულია მოცემულ ნაშრომში, ანალოგიური ამოცანების ამოხსნის ცნობილ რიცხვით მეთოდებთან შედარებით, უზრუნველყოფს ინტეგრალური მიკროსქემების ელემენტების პარამეტრების განსაზღვრას ბევრად უფრო მაღალი სიზუსტით, ასევე ამ მეთოდების გამოყენებით შესაძლებელია გამოთვლითი ექსპერიმენტების ჩატარება დროისა და მატერიალური რესურსების მინიმალური დანახარჯებით, რაც საბოლოო ჯამში ამცირებს მიკროელექტრონული ხელსაწყოების პროექტირებისა და კონსტრუირების თვითღირებულებას.

ნაშრომში მიღებული შედეგების გამოყენების სფერო არ შემოსაზღვრება მხოლოდ მიკროელექტრონიკით. ისინი, შესაძლებელია, გამოყენებული იქნეს ფიზიკისა და ტექნიკის რიგი სხვა ამოცანების გადასაწყვეტადაც.

ნაშრომის აპრობაცია. სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იყო მიკროელექტრონიკის სამეცნიერო-საინჟინრო ცენტრისა და ნახევარგამტარული მიკროელექტრონიკისა და ფიზიკური მასალათმცოდნეობის კათედრის ერთობლივ სხდომაზე, მიკროელექტრონიკისა და ნახევარგამტარული ხელსაწყოების ფიზიკის საკითხებისადმი მიძღვნილ IV რესპუბლიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 1980), სტუ-ს 80 წლისადმი მიძღვნილ, პროფესორ-მასწავლებელთა საიუბილეო კონფერენციაზე (თბილისი, 2002).

პუბლიკაციები. დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 4 სამეცნიერო ნაშრომი, მათ შორის – ერთი მონოგრაფია. ნაშრომების ჩამონათვალი მოცემულია ავტორეფერატის ბოლოს.

ნაშრომის სტრუქტურა და მოცულობა. სადისერტაციო ნაშრომი შედგება შესავლის, ხუთი თავის, დასკვნების, ციტირებული ლიტერატურის ნუსხისა და დანართისაგან.

პირველი თავი წარმოადგენს სამეცნიერო ლიტერატურული მონაცემების მიმოხილვას.

მეორე თავი ეძღვნება სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანის დასმას პუასონის განტოლებისათვის სტაციონარული ელექტრული ველის პოტენციალის (u) მიმართ, რომელიც განსაზღვრულია საკმარისად გლუვი, შეკრული S ზედაპირით შემოსაზღვრულ სამგანზომილებიან $G \in R^3$ არეში და აკმაყოფილებს პუასონის განტოლებას.

მესამე თავში გადმოცემულია აღნიშნული სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ანალიზური ამოხსნის მეთოდი.

მეოთხე თავში გადმოცემულია ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რეზიტიული მახასიათებლების (ემიტერის, ბაზისა და კოლექტორის ელექტრული წინააღმდეგობები) განსაზღვრის მეთოდები სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე. ემიტერისა და ბაზის წინააღმდეგობების განსაზღვრა

იდენტური მეთოდებით ხდება, ხოლო კოლექტორის შესაბამისი პარამეტრის განსაზღვრისთვის, გამომდინარე ტექნოლოგიური თავისებურებებიდან, გამოყენებულია განსხვავებული მეთოდი.

მესუთე თავი ეძღვნება ბიპოლარული ტრანზისტორების ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრას სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე, ელექტრული ველის სრული ენერჯიის მნიშვნელობის საშუალებით.

სადისერტაციო ნაშრომში ჩატარებული კვლევის შედეგები განზოგადებულია მის დასკვნით ნაწილში.

თავი I

ლიტერატურული მონაცემების მიმოხილვა

მოცემულ თავში მიმოხილულია სამეცნიერო ლიტერატურაში არსებული მონაცემები, რომლებიც ეხება მიკროელექტრონიკაში მათემატიკური მოდელირების საკითხებს, კერძოდ, ინტეგრალური მიკროსქემების ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების ელემენტებში მიმდინარე ელექტროფიზიკური პროცესების კვლევის, ამ ელემენტების პარამეტრების განსაზღვრისა და იდენტიფიკაციის პრობლემებს.

წინამდებარე ნაშრომის კვლევის ობიექტს წარმოადგენს მიკროსქემების ელემენტების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდების შემუშავება და სტაციონარული და სტატიკური ელექტრული ველების აღმწერი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლების შემცველი სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანების მიხლოებითი ამოხსნის მეთოდის შემუშავება.

აქედან გამომდინარე, სამეცნიერო ლიტერატურის მიმოხილვა შედგება ორი ძირითადი ნაწილისაგან. პირველი ნაწილი ეხება ელემენტების მოდელირებისა და პარამეტრების გათვლის საკითხებს, ხოლო მეორე ნაწილი – შესაბამისი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდებს.

მოდელირება და პარამეტრების გათვლა. მიკროელექტრონიკისადმი მიძღვნილ სამეცნიერო ლიტერატურაში მიკროსქემების ელემენტების წმინდა მათემატიკური მოდელირების და, მითუმეტეს, სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელირების მეთოდების დამუშავებასა და მათი გამოყენების საკითხებთან დაკავშირებული სამეცნიერო ნაშრომების სიმწირის გამო ჩვენ მიმოვიხილავთ იმ კვლევებსაც, რომლებშიც განხილულია მიკროსქემების ელემენტების ფიზიკო-ტოპოლოგიური და ელექტრონული მოდელირების საკითხები [13-35, 38, 39].

[14, 19, 25] ნაშრომები ეძღვნება ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რიგი პარამეტრების განსაზღვრას ფიზიკო-ტოპოლოგიური და ერთგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელირების მეთოდებით. კერძოდ, მოცემულია დენების, ელექტრული წინაღობებისა და ტევადობების გათვლის მეთოდიკა.

განხილულია დიფერენციალური განტოლებები (პუასონის განტოლება და უწყვეტობის განტოლებები) იმ ფუნქციების მიმართ (ψ, n, p) რომელთა საშუალებითაც ხდება ტრანზისტორული სტრუქტურების ელექტროფიზიკური პარამეტრების განსაზღვრა:

$$\varepsilon_0 \operatorname{div}(\varepsilon_n \operatorname{grad} \psi) = -\rho \quad (1)$$

$$\operatorname{div} J_n - q \frac{\partial n}{\partial t} = q(R - G) \quad (2)$$

$$\operatorname{div} J_p + q \frac{\partial p}{\partial t} = -q(R - G) \quad (3)$$

$$J_n = -q\mu_n \operatorname{div}(\psi - \theta) + qD_n \operatorname{grad} n \quad (4)$$

$$J_p = -q\mu_p \operatorname{div}(\psi - \theta) + qD_p \operatorname{grad} p \quad (5)$$

სადაც J_n, J_p ელექტრონული და ხვრელური დენის სიმკვრივეებია, შესაბამისად, R რეკომბინაციის სიჩქარეა, G გენერაციის სიჩქარეა, μ_n, μ_p ელექტრონებისა და ხვრელების ძვრადობებია, D_n, D_p დიფუზიის კოეფიციენტებია, $\theta = \Delta E_g / 2q$, E_g ნახევარგამტარული ნივთიერების აკრძალული ზონის სიგანეა.

კონტაქტებში გამავალი დენების გათვლის უნივერსალურ მეთოდს წარმოადგენს დენის სიმკვრივეების ინტეგრება კონტაქტების ზედაპირებზე. თუმცა სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდების (სასრულ სხვაობათა მეთოდი, რომელსაც

ავტორები იყენებენ) გამოყენების შემთხვევაში ასეთი ინტეგრება დიდი ცდომილებით ხასიათდება დენის მატარებლების დაბალი ინჟექციის პირობებში, რადგანაც საკონტაქტო ზედაპირებზე დენის ძირითადი მატარებლების მაღალი კონცენტრაციის გამო აპროქსიმაციური ბადის მეზობელ წერტილებში ფერმის კვაზიდონების მნიშვნელობებს შორის სხვაობა ძალიან მცირეა. მაგალითად, თუ კონტაქტის ზედაპირზე განთავსებული საინტერპოლაციო ბადის ბიჯი $h = 0,1 \mu\text{მ}$, $J_n = 2 \cdot 10^{-3} \text{ ა/სმ}^2$, $\mu_n = 120 \text{ სმ}^2/(\text{ვ.სმ})$ და $n = 10^{19} \text{ სმ}^{-3}$, მიიღება, რომ ელექტრული ველის პოტენციალის ნაზრდი $\delta\psi_n = J_n h / (q\mu_n n) \approx 10^{-10} \phi_T$. ამიტომ, იმისათვის, რომ J_n გამოთვლილი იქნეს მისაღები სიზუსტით, საჭიროა, რომ საკონტაქტო ზედაპირზე ψ_n -ის და, აქედან გამომდინარე n და ψ სიდიდეების გამოთვლის სიზუსტე ტოლი იყვეს $10^{-12} \div 10^{-11}$ რიგის, ხოლო შესაბამისი ალგებრული განტოლებათა სისტემის ამოხსნის სიზუსტე – უფრო მაღალიც, რაც პრაქტიკულად მიუღწევადია.

აქედან გამომდინარე გამოიყენება დენების გათვლის მეთოდი, რომელიც გამოდგება მხოლოდ სტაციონარული რეჟიმის პირობებში და რომელიც ეფუძნება (2) განტოლების ($n - p - n$ ტრანზისტორისათვის) ინტეგრებას მთელ სტრუქტურაში. გაუსის თეორემის გამოყენების შედეგად მიიღება:

$$J_{ne} + J_{nk} = q \int_{x_e}^{x_k} (R - G) dx,$$

სადაც J_{ne}, J_{nk} ემიტერისა და კოლექტორის ელექტრონული დენების სიმკვრივეებია, x_e, x_k ემიტერისა და კოლექტორის კონტაქტების კოორდინატებია. დადებითად ჩათვლილია ტრანზისტორიდან გამოსული დენი. მაშინ, რადგან $J_e + J_b + J_k = 0$, $J_k = J_{nk} + J_{pk}$, სადაც J_{pe}, J_{pk} დენების ხვრელური კომპონენტებია, რომლებიც განისაზღვრებიან შემდეგი სასაზღვრო პირობიდან კონტაქტზე.

$$J_p n = -q v_{\tau p} (p - p_0).$$

ამიტომ

$$J_b = - \left\{ q \int_{x_e}^{x_k} (R - G) dx + q v_{\tau p} [p(x_e) - p_0(x_e)] + q v_{\tau p} [p(x_k) - p_0(x_k)] \right\}. \quad (6)$$

ჩვეულებრივ მარჯვენა მხარის ბოლო წვერი ბევრად ნაკლებია პირველ ორზე, რადგანაც კოლექტორის კონტაქტი კოლექტორის $p-n$ გადასასვლელისაგან დაშორებულია ხვრელების დიფუზიურ სიგრძეზე ბევრად მეტად. ანალოგიური მეთოდის გამოყენება არასტაციონარული რეჟიმის პირობებში მეტად პრობლემატურია, რადგან საჭირო ხდება ძალიან სწრაფადცვლადი ფუნქციების $\frac{\partial n}{\partial t}$ და $\frac{\partial p}{\partial t}$ -ს ინტეგრება.

რაც შეეხება ემიტერისა და კოლექტორის დენებს, სტაციონარულ რეჟიმში უმჯობესია ისინი გამოითვალოს ხვრელური და ელექტრონული დენების შეკრებით შესაბამისი $p-n$ გადასასვლელის არეებში, სადაც დენის მატარებლების კონცენტრაცია მინიმალურია. მუხტის შენახვის კანონიდან გამომდინარე ეს დენები ტოლია კონტაქტებში გამავალი სრული დენებისა. არასტაციონარულ რეჟიმში ასეთნაირად გამოთვლილ დენებს უნდა დაემატოს ე.წ. წანაცვლების დენი

$$J_{cm} = -\varepsilon_n \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{grad } \psi)$$

გამოთვლილი იგივე კვანძში. ამასთანავე დროითი და კოორდინატული ტიპიური ბიჯისათვის J_{cm} სიდიდის საკმარისი სიზუსტით გამოსათვლელად აუცილებელია ψ -ს გამოთვლა $10^{-14} \div 10^{-13}$ სიზუსტით. თუ დენები გამოთვლილი იქნება უშუალოდ კონტაქტების ქვეშ, მაშინ წანაცვლების დენი შეიძლება არც იქნეს გათვალისწინებული, რადგან იქ ის ნულის ტოლია.

ორგანზომილებიან შემთხვევაში დენების გამოთვლის ზემოთ აღნიშნული მეთოდები გამოუსადეგარია და საჭირო ხდება დენების გამოთვლა საკონტაქტო ზედაპირების ქვემოთ. გამოსახულება (6) შეიძლება გამოყენებული იყვეს, თუ $I_{bn} \ll I_b$, ანუ ბაზის კონტაქტი შორსაა $p-n$ გადასასვლელიდან. ამასთანავე (6)-ში გათვალისწინებული უნდა იქნას ინტეგრალი ზედაპირული რეკომბინაციიდან. ორგანზომილებიან შემთხვევაში ასეთი ინტეგრალის აგება და გამოთვლა შეუძლებელია [61]. თუმცა $p-n$ გადასასვლელში პოტენციალის ცვლილება ერთ-ერთი საკოორდინატო დერძის მიმართულებით მნიშვნელოვნად მეტია ვიდრე მეორის [44].

ამიტომ პირველი მიმართულებით შესაძლებელია ერთგანზომილებიანი შემთხვევის შესაბამისი ფორმულის გამოყენება.

ტრანზისტორული სტრუქტურების ლეგირებული ფენების ზედაპირული წინაღობების გამოთვლა, უპირველეს ყოვლისა, აუცილებელია ტექნოლოგიური პროცესების მოდელირებისას, რადგანაც ეს სიდიდეები, $p - n$ გადასასვლელების კოორდინატებთან ერთად წარმოადგენენ ლეგირების პროცესის კონტროლისათვის აუცილებელ პარამეტრებს. წინააღობის

$$R_{\Pi ob} = \left[q \int_{x_1}^{x_2} (\mu_n n + \mu_p p) dx \right]^{-1} \quad (7)$$

გამოსათვლელად აუცილებელია მოდელირების მთელ არეზე ამოიხსნას პუასონის განტოლება კვაზიწონასწორობის პირობების გათვალისწინებით

$$n = v \exp\left(\frac{\psi}{\phi_T}\right), \quad p = -v \exp\left(\frac{\psi}{\phi_T}\right)$$

და განისაზღვროს $\psi(x)$ ფუნქცია. (7) ინტეგრალი შესაძლებელია ამოიხსნას ანალიზურად, იმ ფაქტის გათვალისწინებით, რომ კვაზიწონასწორობის პირობებში $J_n = 0, J_p = 0$. მაშინ, მაგალითად, ელექტრონებისათვის ადგილი ექნება ტოლობას:

$$\begin{aligned} I_{n,i+1/2} &= \int_{x_i}^{x_{i+1}} \mu_n dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{D_n}{E} \frac{dn}{dx} dx = \\ &= \frac{D_{n,i+1/2} (x_{i+1} - x_i) (n_{i+1} - n_i)}{\psi_{i+1} - \psi_i} = \\ &= \frac{D_{n,i+1/2} (x_{i+1} - x_i)}{\psi_{i+1} - \psi_i} \cdot \left[\exp\left(\frac{\psi_{i+1}}{\phi_T}\right) - \exp\left(\frac{\psi_i}{\phi_T}\right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

აქ უგულებელყოფილია ძლიერი ლეგირების ეფექტი, რაც ვერ ახდენს გავლენას ძირითადი მატარებლების კონცენტრაციაზე. იმის გათვალისწინებით, ასევე, რომ წონასწორულ პირობებში არაძირითადი მატარებლების რაოდენობა ბევრად ნაკლებია, ვიდრე ძირითადის, საბოლოოდ n ტიპის ფენისთვის მიიღება:

$$R_{nob} = \left[q \sum_{i=i_1}^{i_2} I_{n,i+1/2} \right]^{-1},$$

სადაც i_1 და i_2 $p-n$ გადასასვლელების კოორდინატების შესაბამისი კვანძების ნომრებია.

ელექტროფიზიკური პროცესების ერთგანზომილებიანი მოდელირებისას საინტერესოა აქტიური ბაზის ზედაპირული წინააღმდეგობის, R_{bAKT}^{nob} -ს კოლექტორის დენზე დამოკიდებულების გათვლა მაღალი ინჟექციებისას. ამ შემთხვევაში დენის სიმკვრივეების ნულთან ტოლობის პირობა აღარ სრულდება. ეს პირობა, ძირითადი მატარებლებისათვის, მაღალი ინჟექციის პირობებში, შეიძლება შეიცვალოს ფერმის კვაზიდონის მუდმივობის პირობით, ამ პირობებში (8)-ის ნაცვლად ადგილი ექნება ტოლობას:

$$I_{ni+1/2} = \frac{D_{ni+1/2}(x_{i+1} - x_i)(n_{i+1} - n_i)}{\psi_{i+1} - \psi_i + (\Delta E_{g,i+1} - \psi_{g,i})/q}$$

თუ ფერმის კვაზიდონე ორ მეზობელ წერტილში ერთმანეთისაგან განსხვავდება $0,01\phi_T$ -ზე მეტად, მაშინ ინტეგრალი ძირითადი მატარებლებისათვის უნდა გამოითვალოს ტრაპეციების მეთოდით. რაც შეეხება არაძირითადი მატარებლების კონცენტრაციას, მაღალი ინჟექციებისას მათი წილი R_{bAKT}^{nob} -ში – მნიშვნელოვანია და მისი განაწილების პროფილი უწყვეტი ფუნქციაა, ამიტომ ინტეგრება შეიძლება ჩატარდეს ჩვეულებრივი მეთოდით [30, 31, 33].

სამეცნიერო ლიტერატურაში არც თუ მცირე ადგილი აქვს დათმობილი ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრას დინამიურ პროცესებში [14,21÷26].

განიხილება ერთგანზომილებიანი და ორგანზომილებიანი სივრცითი მუხტის არეები ბიპოლარულ ტრანზისტორულ სტრუქტურებში. ერთგანზომილებიან დიოდისათვის, რომლის კონტაქტების კოორდინატებია $x = W_p$ და $x = W_n$, სრული კუთრი ტევადობა ტოლია

$$C_i = q \frac{d}{du} \int_{W_p}^{W_n} p dx = q \frac{d}{du} \int_{W_p}^{W_n} n dx, \quad (9)$$

სადაც u კონტაქტებზე მოდებული ძაბვაა. (9)-თ განსაზღვრული ტევადობა შედგება კვაზინეიტრალური არეების ე.წ. დიფუზიური ტევადობისა

$$C_d = q \frac{d}{du} \left[\int_{W_p}^{x_p} n dx + \int_{x_n}^{W_n} p dx \right], \quad (10)$$

სადაც x_p , x_n გადარიბებული ფენებისა და, შესაბამისად, კვაზინეიტრალური არეების საზღვრებია, და მუხტების შემცველი ფენის ბარიერული ტევადობისაგან

$$C_i = q \frac{d}{du} \int_{x_0}^{W_n} (n - p) dx = q \frac{d}{du} \int_{W_p}^{x_0} (p - n) dx, \quad (11)$$

სადაც x_0 არის $p - n$ გადასასვლელის ის წერტილი, სადაც მუხტის სიმკვრივე $\rho = q(p - n + N_{D.A}) = 0$ ანუ ელექტრული ველი მაქსიმალურია; და, ასევე, ე.წ. სივრცითი მუხტი არეის ე.წ. ნეიტრალური ტევადობისაგან

$$C_N = q \frac{d}{du} \left[\int_{x_p}^{x_0} n dx + \int_{x_0}^{x_n} p dx \right]. \quad (12)$$

(9)+(12) ტოლობების მარტივი გარდაქმნებით მიღებულია, რომ $C_t = C_d + C_j + C_N$.

[27]-ში x_n და x_p წერტილებად აღებულია ის წერტილები, რომლებზეც $\frac{dn}{du}$ და

$\frac{dp}{du}$ სიდიდეები მაქსიმალურია, ხოლო x_0 ის წერტილია, რომელზედაც $\left| \frac{dn}{du} \right| = \left| \frac{dp}{du} \right|$, რაც

ფაქტიურად თანაბარძალოვანია $\rho(x_0) = 0$ პირობისა.

პრინციპში ელექტროფიზიკური პროცესების მოდელირების პროგრამით [28, 29] შესაძლებელია C_t -ს სამივე მდგენელის გათვლა ზემოთ მოყვანილი განსაზღვრებებით. თუმცა, იქვე აღნიშნულია, რომ ორგანზომილებიან შემთხვევაში, უხეშ ბადეზე აპროქსიმაციისას C_d და C_N სიდიდეების გათვლა გამწვანებულია $x_n = x_n(x)$ და $x_p = x_p(x)$ დამოკიდებულებების განსაზღვრასთან დაკავშირებული სირთულეების გამო (y ღერძის გასწვრივ). განცალკევებულად განიხილება C_t და C_j ტევადობები.

(11)-დან გამომდინარეობს, რომ $p - n$ გადასასვლელის ბარიერული ტევადობა გამოითვლება ფორმულით

$$C_j = q \frac{d}{du} \int_{W_p}^{x_0} (p - n + N_{D.A.}) dx \quad (13)$$

პუასონის განტოლების გათვალისწინებით (13) ჩაწერილია შემდეგი სახით:

$$C_j = \frac{d}{du} \int_{W_p}^{x_0} -\varepsilon_n \varepsilon_0 \frac{d^2 \psi}{dx^2} dx = \varepsilon_n \varepsilon_0 \frac{d}{du} [E(x_0) - E(W_p)] \approx \varepsilon_n \varepsilon_0 \frac{dE(x_0)}{du}. \quad (14)$$

აქ $E(W_p) \ll E(x_0)$; E ელექტრული ველის დამაბულობაა; $E(x_0)$ ველის მაქსიმალური მნიშვნელობაა $p - n$ გადასასვლელის არეში. უმარტივეს შემთხვევაში შეიძლება მისი მნიშვნელობის განსაზღვრა, თუ $p - n$ გადასასვლელის ახლომდებარე კვანძებში ამოვარჩევთ $(W_i - W_{i+1}) (x_{i+1} - x_i)$ სიდიდის მაქსიმალურ მნიშვნელობას. ცხადია, რომ უხეში ბადის შემთხვევაში ეს სიდიდე შეიძლება მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდეს რეალურისაგან.

ორგანზომილებიან შემთხვევაში ზემოთ მოყვანილი გამოთვლები მნიშვნელოვნად რთულდება. მუხტის სიმკვრივის, ρ -ს ინტეგრება, ამ შემთხვევაში უნდა მოხდეს სივრცითი მუხტის არეში, $p - n$ გადასასვლელის ერთ მხარეს. $\Gamma(x, y)$ -ით აღნიშნულია ამ არის საზღვარი, რომელიც შედგება მრუდისაგან Γ_0 , რომელიც აღწერს $p - n$ გადასასვლელის მდებარეობას, მრუდისაგან Γ_μ -ნახევარგამტარისა და მეტალის საზღვარზე, მრუდისაგან Γ_D - ნახევარგამტარისა და დიელექტრიკის საზღვრისაგან, სადაც $p - n$ გადასასვლელი ესაზღვრება გარემოს და, შესაძლებელია, Γ_c ღერძისგან, რომელიც წარმოადგენს მოდელირების არის საზღვარს. გამოყენებულია პუასონის განტოლება

$$\varepsilon_n \varepsilon_0 \operatorname{div} E = 0$$

და მიღებულია ტოლობა

$$C_j = \varepsilon_n \varepsilon_0 q \frac{d}{du} \int_{\Gamma} (E_n) d\Gamma, \quad (15)$$

სადაც n Γ - საზღვრის გარე ნორმალაა. უნდა აღინიშნოს, რომ პრაქტიკულად ინტეგრება ხორციელდება Γ_0 -ის გასწვრივ, რადგან Γ_μ -ზე E მცირეა და არაა

დამოკიდებული u -ზე; Γ_c -ზე $(E_n) = 0$, ხოლო Γ_D -ზე E -ს ნორმალური მდგენელი განისაზღვრება სასაზღვრო პირობიდან

$$\varepsilon_0 \varepsilon_{\Gamma} \frac{\partial \psi}{\partial n} = Q_f$$

(Q_f -მუდმივი სიდიდეა) და არ არის დამოკიდებული u -ზე.

რადგანაც $n(x) - n_0(x)$ არის ბევრად უფრო გლუვი ფუნქცია, ვიდრე თვით $n(x)$, C_t -ს გათვლა რეკომენდირებულია შემდეგი ფორმულით

$$C_t = q \frac{d}{du} \int (n - n_0) dx = q \frac{d}{du} \int (p - p_0) dx, \quad (16)$$

სადაც n_0 , p_0 მატარებლების წონასწორული კონცენტრაციებია. ერთგანზომილებიან შემთხვევაში შესაძლებელია ინტეგრალების ანალიზური გათვლა $n(x)$ -ის ფორმულის გამოყენებით [54]. თუმცა მიღებული შედეგების განვრცობა ორგანზომილებიან შემთხვევაში შეუძლებელია.

ბიპოლარული ტრანზისტორის ერთ-ერთ მნიშვნელოვანი მახასიათებელია ემიტერიდან კოლექტორამდე სიგნალის გავრცელების შეყოვნება. $n - p - n$ სტრუქტურისათვის იგი ტოლია

$$\tau_{ek} = \frac{d}{dt_e} \int (n - n_0) dx, \quad (17)$$

სადაც ინტეგრება ხდება ტრანზისტორის მთელ მოცულობაზე.

რიგ ნაშრომებში განხილულია ინტეგრალური რეზისტორების მოდელირების და გათვლის საკითხები [13, 50÷55], რაც აუცილებელია ტექნოლოგიური პროცესების წარმატებით განხორციელებისათვის.

რეზისტორები – მარტივი ელექტრონული ელემენტებია. ისინი მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ ინტეგრალური სქემების ფუნქციონირებაში. ერთგვაროვანი, სწორი გეომეტრიული ფორმის მქონე გამტარის ნიმუშის წინააღმდეგ განისაზღვრება ფორმულით

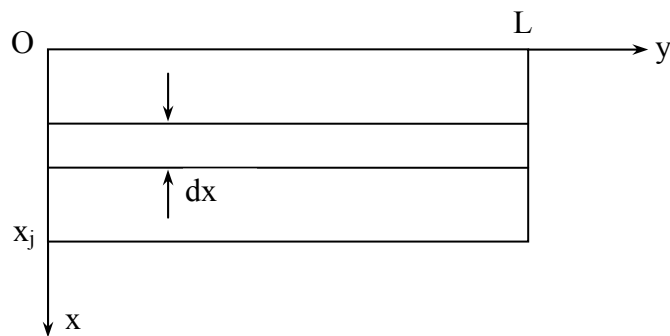
$$R = \frac{\rho L}{A}, \quad (18)$$

სადაც ρ - კუთრი წინააღმდეგობა; იგი კუთრი გამტარებლობის შებრუნებული სიდიდეა და ლეგირებული ნახევარგამტარის შემთხვევაში ტოლია

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = q\mu_n n + q\mu_p p. \quad (19)$$

ინტეგრალური რეზისტორი, რომელიც ფორმირდება კრისტალში დიფუზიის პროცესის შედეგად არ წარმოადგენს ერთგვაროვან ნიმუშს, რადგან მინარევების კონცენტრაცია მასში არათანაბარია, ამიტომ მისი წინააღმდეგობის განსასაზღვრად (18) ფორმულა არ გამოდგება. ინტეგრალური რეზისტორის წინააღმდეგობის გასათვლელად [13]-ში გამტარებლობა განხილულია ზედაპირის პარალელური მიმართულებით.

განხილულია p -ტიპის რეზისტორი, რომელიც დამზადებულია აქცეპტორული მალეგირებული მინარევის შეყვანით n ტიპის კრისტალში.



ნახ.1. ინტეგრალური რეზისტორის მოდელი

თხელი dx ფენის დიფერენციალური გამტარებლობა dG , რომელიც ზედაპირის პარალელურად x სიღრმეზეა მოთავსებული, ტოლია

$$G(x) = q\mu_p p(x) \left(\frac{W}{L} \right) dx \quad (20)$$

ასეთი ელემენტარული გამტარებლობების შეკრებით რეზისტორის ზედაპირიდან მის ქვედა წახნაგამდე მიიღება მთელი რეზისტორის წინააღმდეგობა. თუ $\Delta x \rightarrow 0$, მაშინ ეს ჯამი ტოლია ინტეგრალისა

$$dG = \left(\frac{W}{L} \right) \int_0^{x_j} q\mu_p p(x) dx, \quad (21)$$

სადაც x_j არის ის სიღრმე, რომელზეც ხვრელების კონცენტრაცია აღწევს პრაქტიკულად ნულის ტოლ მნიშვნელობას. დაშვებულია, რომ მინარევების განაწილება რეზისტულ ფენაში აღიწერება გაუსის კანონით

$$c(x_j, t) = \left[\left(\frac{N'}{nDT} \right)^{1/2} \right] \exp \left(- \frac{x^2}{4DT} \right). \quad (22)$$

იმის გამო, რომ საწყის კონცენტრაციაში ხვრელების კონცენტრაცია დაახლოებით 10^{15} სმ⁻³ რიგისაა, ხოლო აქცეპტორების კონცენტრაცია 10^{18} სმ⁻³ რიგისაა, შეიძლება დაიშვას, რომ $p(x) = N_a(x)$ და (22)-ის (21)-ში ჩასმით მიიღება:

$$G = \frac{qN'_p}{(\pi Dt)^{1/2}} \cdot \frac{W}{L} \int_0^{x_j} \mu_p \exp \left(- \frac{x^2}{4Dt} \right) dx. \quad (23)$$

რადგან ძვრადობა მალეგირებელი მინარევების კონცენტრაციის ფუნქციაა, ხოლო მინარევების კონცენტრაცია, თავის მხრივ x კოორდინატის, ამიტომ $\mu_p = \mu_p(x)$ ძვრადობის ინტეგრალს გარეთ გამოტანა არ შეიძლება. (23) გამოსახულებაში μ_p ძვრადობა იცვლება გასაშუალებული მნიშვნელობით $-\bar{\mu}_p$. რადგან დენის მნიშვნელოვანი ნაწილი გაივლის მალეგირებელი მინარევების კონცენტრაციის მაქსიმალური მნიშვნელობის მიმართულებით, ამიტომ ძვრადობის გასაშუალებულ მნიშვნელობად აღებულია მინარევების მაქსიმალური მნიშვნელობის ნახევრის შესაბამისი ძვრადობა, რის შედეგადაც გამტარებლობის საბოლოო მნიშვნელობა ტოლია

$$G = N'_a q \bar{\mu}_p \frac{W}{L} = q \left(\frac{W}{L} \right), \quad (24)$$

სადაც $g = N'_a q \bar{\mu}_p$ რეზისტორის გამტარებლობაა, რომელსაც კვადრატული ფორმა აქვს ($L = W$). გამტარებლობა g , თავის მხრივ, განისაზღვრება გასაშუალებული ძვრადობის ნამრავლით ერთეულ ფართობზე გადაანგარიშებულ ჯამურ ზედაპირულ კონცენტრაციაზე. ამიტომ რეზისტორის წინააღობა

$$R = \frac{1}{G} = \frac{L}{W} \frac{1}{g}. \quad (25)$$

[16] ნაშრომში განხილულია ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების კვაზისამგანზომილებიანი მოდელირების შესაბამისი დიფერენციალური განტოლებების ამოსახსნელად გამოყენებულია ამ განტოლებებისა და შესაბამისი სასაზღვრო და საწყისი პირობების ერთმანეთისაგან გარკვეული ბიჯით დაშორებული

წერტილებით შექმნილ სამგანზომილებიან ბადეზე აპროქსიმაციის მეთოდით. რადგან რიცხვითი მეთოდების გამოყენება სამგანზომილებიანი ამოცანების გადაწყვეტისას სერიოზულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული, პრობლემები გამარტივების მიზნით შემოტანილია შემდეგი დაშვებები:

1. $p - n$ გადასასვლელების გვერდით საზღვრებზე ინჟექცია და სასაზღვრო ეფექტები არ მიიღება მხედველობაში;
2. დენის გადატანა არაძირითადი მატარებლების ბაზის გავლით კოლექტორში ხორციელდება მხოლოდ x ორდინატის მიმართულებით;
3. მუხტის არაძირითადი მატარებლების დენები y და z მიმართულებით იმდენად მცირეა, რომ შესაძლებელია მათი არგათვალისწინება, ხოლო ძირითადი მატარებლების დენები განსაზღვრულია მხოლოდ დრეიფული მდგენელებით.

ასეთი დაშვებები სამართლიანია ისეთი ინტეგრალური ტრანზისტორებისათვის, რომელთა ტოპოლოგია $y-z$ სიბრტყეზე ბევრად აღმატება $p - n$ გადასასვლელების სიღრმეებს x მიმართულებით. რეალურ ინტეგრალურ სქემებში, როგორც წესი, ელემენტების ტოპოლოგიური ზომები ათეულობით მიკრონს შეადგენს, ხოლო $p - n$ გადასასვლელების სიღრმეები ერთეულ მიკრონებს. ისეთი ტრანზისტორებისათვის, რომლებშიც $p - n$ გადასასვლელების გვერდითი ინჟექციები გადამწყვეტ როლს თამაშობს, კერძოდ, ჰორიზონტალური $p - n - p$ ტრანზისტორებისათვის, ზემოთ ჩამოთვლილი დაშვებები არ არის სამართლიანი.

თუ სამგანზომილებიანი სტაციონარულ სისტემის ინტეგრება მოხდება x -ის მიმართულებით x_1 -დან x_2 -მდე, მიიღება, ორგანზომილებიანი პუასონის დიფერენციალური განტოლება, რომელიც აღწერს ელექტრული პოტენციალის განაწილებას $(x_2 - x_1)$ სისქის დიფუზიურ შრეში:

$$\Delta u(y, z) = \rho(y, z) \cdot J_{\text{Rek}}(y, z, u) \tag{26}$$

დენები ტრანზისტორის კონტაქტებში განისაზღვრება შემდეგნაირად [29]:

$$I_\xi(u) = \oint_{\Omega_\xi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u(y, z)}{\partial n} dydz; \quad \xi \in \{e, k, b\} \tag{27}$$

სადაც Ω_ξ ომური კონტაქტების პერიმეტრია, n - კონტაქტის საზღვრის ნორმალა,

$$J_{\text{Rek}}(y, z, u) = q \int_{x_1}^{x_2} (g - z) dx + q r_g(y, z, u)$$

რეკომბინაციის დენის სიმკვრივეა, რომელიც წარმოადგენს მოცულობითი და ზედაპირული მდგენელების ჯამს,

$$\rho(y, z) = \left[q \int_{x_1}^{x_2} \mu_p(x, y, z) p(x, y, z) dx \right]^{-1}$$

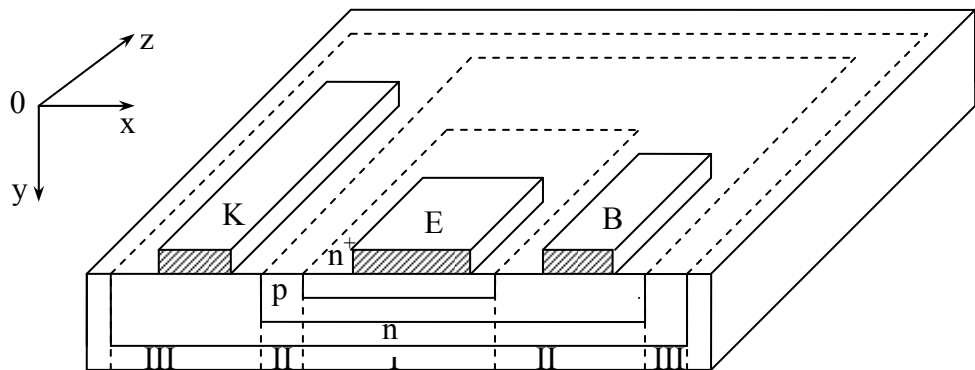
$(x_2 - x_1)$ სისქის p - ტიპის დიფუზიური შრის ზედაპირული წინააღმდეგობაა.

ამგვარად, ზოგადი სამგანზომილებიანი ამოცანიდან მოხდა გადასვლა ორ მარტივად ამოსახსნელ ამოცანაზე:

1. ერთგანზომილებიანი ამოცანა x ღერძის გასწვრივ: იხსნება ერთგანზომილებიანი სისტემა $\varphi(x)$, $p(x)$, $n(x)$ ფუნქციების მიმართ; ისინი გამოიყენებიან J_{Rek} და ρ სიდიდეების განსასაზღვრავად;
2. ორგანზომილებიანი ამოცანა yz სიბრტყეზე: იხსნება (26) ორგანზომილებიანი ამოცანა $u(y, z)$ პოტენციალის მიმართ, (27) ფორმულებით განისაზღვრება დენები კონტაქტებში.

მოდელს, რომელშიც გამოყენებულია ზემოთ ჩამოთვლილი დაშვებები და აღიწერება (26)-(27) ტოლობებით, ეწოდება კვაზისამგანზომილებიანი მოდელი.

კვაზისამგანზომილებიანი მოდელი განიხილება ბიპოლარული ტრანზისტორისათვის:



ნახ. 2. ბიპოლარული ტრანზისტორის სამსეკციიანი მოდელი

რომელშიც გამოყოფილია სამი დამახასიათებელი უბანი, რომლებიც განსხვავდებიან მინარევების განაწილების პროფილით და ე.ი. დიფუზიური შრეების კუთრიგამტარებლობათა სიდიდეებითაც. უბანი I – ტრანზისტორის აქტიური უბანია ემიტარის ქვემოთ; უბანი II – პასიური უბანი ემიტერის გარეთ; უბანი III – პერიფერიული უბანი ბაზის გარეთ.

ყოველი (x, y) წერტილისათვის თითოეულ უბანში ფუნქციები $J_{Rek}(u)$ და ρ -ს მნიშვნელობები (27)-ის მარჯვენა მხარეში – ერთნაირია.

1. ტრანზისტორის ბაზის აქტიური უბნისათვის

$$J_{Rek}(y, z, u_{be}, u_{bk}) = (1 - \alpha'_N) J'_e(y, z, u_{be}) + (1 - \alpha'_I) J'_k(y, z, u_{bk}). \quad (28)$$

დენის გადაცემის კოეფიციენტები α'_N , α'_I და $p-n$ გადასასვლელების დენების სიმკვრივები $J'_e(u_{be})$, $J'_k(u_{bk})$ განისაზღვრება ერთგანზომილებიანი ტრანზისტორული სტრუქტურების გათვლების შედეგად. $p-n$ გადასასვლელის ვოლტ-ამპერული მახასიათებლები აპროქსიმირდება ცნობილი ტოლობებით [52,53]:

$$J'_e(y, z, u_{be}) = J_{bo} \left\{ \exp \frac{u_{be}(y, z)}{m_e \phi_T} - 1 \right\}$$

$$J'_k(y, z, u_{bk}) = J_{ko} \left\{ \exp \frac{u_{bk}(y, z)}{m_k \phi_T} - 1 \right\},$$

სადაც $u_{be}(y, z)$, $u_{bk}(y, z)$ ბაზის პოტენციალებია ემიტერისა და კოლექტორის კონტაქტების მიმართ; J_{eo} , J_{ko} $p-n$ გადასასვლელების სითბური უკუდენების სიმკვრივებია; m_e , m_k $p-n$ გადასასვლელის მასშტაბური კოეფიციენტებია. კოლექტორის აქტიური უბნისათვის

$$J_{pek}(y, z, u_{be}, u_{bk}) = \alpha'_N J'_e(y, z, u_{be}) - J'_k(y, z, u_{bk}). \quad (29)$$

(28)-ისა და (29)-ის გაერთიანებით მიღებულია განტოლებათა სისტემა, რომელიც აღწერს ელექტრული პოტენციალების განაწილებას ბაზისა და კოლექტორში:

$$\Delta u'_{be}(y, z) = \rho'_b \left[(1 - \alpha'_N) J'_e + (1 - \alpha'_I) J'_k \right] \quad (30)$$

$$\Delta u'_{bk}(y, z) = \rho'_k (\alpha'_N J'_e - J'_k), \quad (31)$$

სადაც ρ_b, ρ_k ბაზისა და კოლექტორის კუთრი წინაღობებია, განსაზღვრული ერთგანზომილებიანი სტრუქტურის მიხედვით.

2. პასიური უბნებისათვის ემიტერის გარეთ:

$$\Delta u''_{be}(y, z) = \rho_b'' J_k'', \quad (32)$$

$$\Delta u''_{bk}(y, z) = -\rho_k'' J_k''. \quad (33)$$

3. კოლექტორის პერიფერიული უბნებისათვის:

$$\Delta u'''_{bk} = 0 \quad (34)$$

სასაზღვრო პირობები (30)-(34) განტოლებებისათვის ფორმირდება შემდეგნაირად:

a. ომური კონტაქტების ფარგლებში პოტენციალები არაა დამოკიდებული კოორდინატებზე

$$u(y, z) = u_{ynp}, \quad (y, z) \in A, \quad (35)$$

სადაც A შესაბამისი ომური კონტაქტების ფართობია;

b. დიფუზიური არეების გარე საზღვრებზე

$$\frac{\partial u(y, z)}{\partial n} = 0, \quad (36)$$

გ. შიგა i -ური და $(i+1)$ უბნების საზღვრებზე

$$\frac{1}{\rho^{(i)}} \frac{\partial u^{(i)}(y, z)}{\partial n^{(i)}} = -\frac{1}{\rho^{(i+1)}} \frac{\partial u^{(i+1)}(y, z)}{\partial n^{(i+1)}}; \quad (37)$$

$$u^{(i)}(y, z) = u^{(i+1)}(y, z). \quad (38)$$

(30)-(34) კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამოსახსნელად (35)-(38) სასაზღვრო პირობებით გამოყენებულია სასრულ სხვაობათა მეთოდი. თანაბარი ბადის i და m წერტილებში ჩვეულებრივი წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\begin{aligned} (u_{i,m-1} + u_{i,m+1})\Delta z^2 + (u_{i-1,m} + u_{i+1,m})\Delta y^2 - 2(\Delta y^2 + \Delta z^2)u_{i,m} = \\ = \rho_{i,m}\Delta y^2 \Delta z^2 J_{i,m}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$i = 1, 2, \dots, N; \quad m = 1, 2, \dots, M$$

სადაც $J_{i,m}$ სტატიკური დენის ჯამური სიმკვრივეა, რომელიც ინჟექტირდება $p - n$ გადასასვლელიდან წერტილში კოორდინატებით y_i, z_m .

სისტემის რიგი ტოლია $2MN$ (თანამამრავლი 2 ითვალისწინებს იმ ფაქტს, რომ პოტენციალის განაწილება განისაზღვრება ორ არეში – ემიტერსა და კოლექტორში).

(39) განტოლებათა სისტემა იხსნება მიმდევრობითი ზემოთა რელაქსაციის მეთოდით ან სხვა რელაქსაციური მეთოდებით [55].

სასაზღვრო ამოცანები და ამოხსნის მეთოდები. ნაშრომებში [9, 48, 49] გადმოცემულია მათემატიკური ფიზიკის დირიხლესა და ნეიმანის ამოცანებისათვის ფუნქციონალური განტოლებების გამოყენების მეთოდის ძირითადი იდეა. მოცემულია თეორემები მიღებული წრფივი აკვებრული განტოლებათა სისტემის ამოხსნადობისა და ერთადერთობის შესახებ, ასევე ძირითადი ფუნქციონალური განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდების კრებადობის შესახებ. უნივერსალურობის თვალსაზრისით აღნიშნული მეთოდი არაფრით ჩამორჩება სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეტლაკლებად გავრცელებულ მეთოდებს: ვალირაციულ მეთოდს და სასრული სხვაობების მეთოდს.

ასევე განხილულია ფუნქციონალური განტოლებების მეთოდის გამოყენება ჰარმონიული ფუნქციების თეორიის ძირითადი სასაზღვრო ამოცანებისათვის. თუმცა ეს მეთოდები, მნიშვნელოვანი ცვლილებების გარეშე, შეიძლება გამოყენებული იყოს ელიფსური ტიპის სხვა განტოლებებისა და განტოლებათა სისტემებისათვის. ნაჩვენებია მეთოდის გამოყენების შესაძლებლობა პარაბოლური და ჰიპერბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებების ზღვრული ამოცანების ამოსახსნელად, ასევე წყვეტადკოეფიციენტებიანი განტოლებების ამოხსნისათვის. ახალი მეთოდი სხვა, ცნობილი მეთოდებისაგან განსხვავდება იმითაც, რომ მისი გამოყენება შესაძლებელია ასევე იმ ამოცანების რეალიზაციისათვის, რომლებიც მიიყვანებიან სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებამდე.

მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში: ვთქვათ, B_i არე შემოსაზღვრულია საკმარისად გლუვი, შეკრული S ზედაპირით, $B_i = B_e + S$, ხოლო B_e - გარე უსასრულო არეა ასევე S საზღვრით. დავუშვათ $u(x)$, ($x \in B_i$) ორჯერ უწყვეტად

დიფერენცირებადი ფუნქციაა B_i -ში ($x = \{x_1, x_2, x_3\}$) და ის წარმოადგენს ლაპლასის განტოლების ამოხსნას. თუ განვიხილავთ ერთგვაროვან განტოლებებს, რომელთა ამოხსნებამდეც დაიყვანება არაერთგვაროვანი განტოლებების ამოხსნებიც რომელიმე კერძო ამონახსნის საშუალებით, მაშინ ადგილი ექნება ტოლობას:

$$u(x) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial}{\partial n_y} \left(\frac{1}{r(x, y)} \right) \psi(y) dS - \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial}{\partial n_y} \left(\frac{1}{r(x, y)} \right) \varphi(y) dS \quad (40)$$

$x \in B_i, \quad y \in S$

სადაც $\psi(y) = u|_S$ და $\varphi(y) = \frac{\partial u}{\partial n}|_S$

და სამართლიანია ფუნქციონალური განტოლება:

$$0 = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r(x, y)} \right) \psi(y) dS - \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{1}{r(x, y)} \varphi(y) dS \quad (41)$$

$x \in B_{ei}$

$\frac{\partial}{\partial n}$ - არის S ზედაპირია შიგა ნორმალის წარმოებული $y \in S$ წერტილში.

(41) განტოლებიდან განისაზღვრება უცნობი ფუნქცია $\varphi(y)$ - დირიხლეს ამოცანისათვის ან $\psi(y)$ - ნეიმანის ამოცანისათვის ქვემოთ ჩამოთვლილი მეთოდთაგან ერთ-ერთით:

1. უნდა აიგოს უცნობი ფუნქციის ფურიეს მწკრივად გაშლის კოეფიციენტები სრული, ორთოგონალურ ფუნქციათა სისტემის მეშვეობით;
2. (41) ფუნქციონალური განტოლება უნდა შეიცვალოს, მექანიკური კუბატურის ფორმულის საშუალებით, რომლის ამოხსნებიც წარმოადგენენ უცნობი ფუნქციის მნიშვნელობებს S ზედაპირის ცალკეულ წერტილებში.

მიღებული მნიშვნელობების ჩასმით (40) ტოლობაში განისაზღვრება საძებნი $u(x)$ ფუნქციის მნიშვნელობა დირიხლეს ან ნეიმანის ამოცანისათვის B_i -ის ნებისმიერ შიგა წერტილში (ითვლება, რომ მოცემულია ან $\varphi(y)$ ფუნქცია ან $\psi(y)$ ფუნქცია).

განიხილება V_1 არე საკმარისად გლუვი, შეკრული S_1 ზედაპირით, რომელიც მთლიანად მოიცავს V არეს S - ზედაპირით და $\min r(S, S_1) > 0$, სადაც (S, S_1) არის მანძილი S -სა და S_1 -ს შორის. შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$[r(x_i, x_S)]^{-1} = W_i(x_S), \quad (i = 1, 2, \dots)$$

სადაც $x_S \in S$, ხოლო $x_i \in S_1$ წარმოადგენს S_1 ზედაპირზე განლაგებული წერტილთა სიმრავლის ელემენტებს. ამის შემდეგ მტკიცდება $W_i(x_S)$ ფუნქციათა სისტემის სისრულე L_2 და C სივრცეებში. ცნობილია, რომ თუ $\{W_i(y)\}$ სისტემა წრფივად დამოუკიდებელია გილბერტის სივრცეში, მაშინ შესაძლებელია ისეთი $\{\varphi_i(y)\}$ ორთოგონალური სისტემის აგება, რომლის ელემენტებიც იქნება $\{W_i(y)\}$ სისტემის ელემენტების წრფივი კომბინაცია. ადგილი აქვს პირიქით დებულებასაც: შვარცის ორთოგონალიზაციის პროცესის შედეგად ადგილი ექნება ტოლობას:

$$\varphi_i(y) = \sum_{k=1}^i A_{k,i} W_k(y),$$

$$W_i(y) = \sum_{k=1}^i A_{k,i} \varphi_k(y).$$

Φ_i -ით აღნიშნულია ფურიეს კოეფიციენტები $\varphi(y)$ ფუნქციისათვის $\varphi_i(y)$ ფუნქციების მიმართ. მაშინ:

$$\varphi(y) = \iint_S \varphi(y) \varphi_1(y) dS_y.$$

(41) განტოლება $x_k \in S_1$ წერტილებისათვის მიიღებს სახეს:

$$\iint_S \varphi(y) W(y) dS_y = F_k \quad (k = 1, 2, \dots)$$

სადაც

$$F_k = \iint_S \psi(y) \frac{\partial}{\partial n_y} W_k(y) dS_y$$

პირველი i განტოლების A_{ki} -ზე გამრავლებისა და მათი შეკრების შემდეგ მიიღება:

$$\iint_S \varphi(y) \sum_{k=1}^i A_{k,i} W_k(y) dS_y = \iint_S \varphi(y) \rho_i(y) dS_y = \Phi = \sum_{k=1}^i A_{k,i} F_k.$$

დირიხლეს ამოცანისათვის F_k - ცნობილია, ხოლო A_{ki} -ები შეიძლება ნაპოვნი იქნეს ორთოგონალიზაციის პროცესში, ე.ი. Φ_i -ები ცნობილია, ეს კი ნიშნავს, რომ $\varphi(y)$ ფუნქცია განსაზღვრულია.

სამეცნიერო ლიტერატურის გარკვეული ნაწილი ეხება ელიფსური განტოლებებისათვის გარე სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდებს.

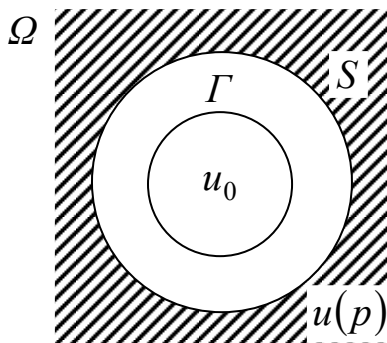
[40, 62] ნაშრომებში აღწერილია ელიფსური ტიპის განტოლებების გარე სასაზღვრო ამოცანების აპროქსიმაციის მეთოდი შიგა სასაზღვრო ამოცანებით.

განხილულია ნეიმანის გარე სასაზღვრო ამოცანა

$$\begin{aligned} \Delta u(p) &= 0, \quad p \in \Omega \in R^3 \\ \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_S &= \varphi(p_s), \quad p_s \in S \end{aligned} \quad (42)$$

$$u \rightarrow 0; \text{ როცა } p \rightarrow \infty$$

u არის ელექტრული ველის პოტენციალი და ის $u_0 \in R^3 \setminus \Omega$ პოტენციალის გაგრძელებას წარმოადგენს.



ნახ.3. სამგანზომილებიანი არე ნეიმანის გარე სასაზღვრო ამოცანისათვის

აგებულია Γ ზედაპირი S ზედაპირის გარეთ ($\Gamma \in \Omega$). Γ და S ზედაპირებს შორის მანძილი ბევრად მეტია თვით S ზედაპირის ზომებთან შედარებით, ისე რომ გარკვეული სიზუსტით სრულდებოდეს პირობა:

$$u|_{\Gamma} = 0.$$

ამის შემდეგ დირიხლეს გარე ამოცანა იცვლება შესაბამისი შიგა ამოცანით (Γ -სა და S -ს შორის მოთავსებული არისათვის - Ω_1) $u \in \Omega$ ფუნქციის ნაცვლად განიხილება აღნიშნულ შიგა არეში განსაზღვრული ფუნქცია G . შესაბამის სასაზღვრო ამოცანას ექნება შემდეგი სახე:

$$\Delta G = -\sum_{k=1}^n I_{1k} \delta(x_1 - x_{1k}) \delta(x_2 - x_{2k}) \delta(x_3 - x_{3k}) +$$

$$+ \sum_{j=1}^m I_{2j} \delta(x_1 - x_{1j}) \delta(x_2 - x_{2j}) \delta(x_3 - x_{3j});$$

$$G|_r = 0.$$

ასეთი ამოცანის ამოხსნა არ წარმოადგენს სირთულეს და ის ტოლია:

$$\Delta G(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \sum_{k=1}^n I_{1k} \left[(x_1 - x_{1k})^2 + (x_2 - x_{2k})^2 + (x_3 - x_{3k})^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \right.$$

$$\left. - \sum_{j=1}^m I_{2j} \left[(x_1 - x_{1j})^2 + (x_2 - x_{2j})^2 + (x_3 - x_{3j})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}.$$

სადაც

$$I_{1k} = \iint_{S_{1k}} \frac{\partial u}{\partial n} dS_{ik}, \quad I_{2j} = \iint_{S_{2j}} \frac{\partial u}{\partial n} dS_{2j},$$

$$(k = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m).$$

$S_{1k}, S_{2j} \in S$; δ - დირაკის ფუნქციაა.

ფუნქცია G მიახლოებით ემთხვევა ნაშრომში მოყვანილი ძირითადი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას, ე.ი.

$$u \approx G, \quad p \in \Omega_1$$

ამიტომ ეს არის გარე სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნა.

ნაშრომებში [22, 64] განხილულია ორწერტილიანი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემებისათვის, რომელიც დაიყვანება ქვეამოცანების მიმდევრობამდე, რომლებიც იხსნება კომის ამოცანის ე.წ. რედუქციის მეთოდით.

არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნისას ძალზე აქტუალურია საწყისი მიახლოების არჩევის პრობლემა, რამდენადაც სწორედ ამ არჩევანზეა დამოკიდებული მიახლოებითი ამოხსნის კრებადობის საკითხი.

მოცემული მეთოდი საშუალება იძლევა გვერდი ავუაროთ იმ სირთულეს, რაც გამოწვეულია საწყისი მიახლოების არჩევის სირთულესთან, რადგანაც საწყისი ამოცანა

იცვლება ისეთი ქვეამოცანების სიმრავლით, რომელთაგან თითოეული მათგანისათვის ადვილია ამოხსნასთან მიახლოებული საწყისი მიახლოების პოვნა.

[7,66] შრომებში განხილულია კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების შემცველი სასაზღვრო ამოცანების ინტეგრალურ განტოლებებამდე მიყვანის მეთოდები. ცნობილია ამ მიზნის მიღწევის რამოდენიმე მეთოდი: უშუალო ინტეგრება საწყისი და სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით, ე.წ. გავლენის ფუნქციის მეთოდი, ინტეგრალური გარდაქმნის მეთოდი, პოტენციალის თეორიის მეთოდი, გრინის ფუნქციის მეთოდი და სხვა. [66]-ში შემოთავაზებულია ინტეგრალურ განტოლებებზე მიყვანის, გარკვეულწილად, უნივერსალური მეთოდი, რომლის რეალიზაციისთვისაც საკმარისი მინიმალური რაოდენობის პირობების შესრულება.

მეთოდის სქემა ასეთია: განვიხილოთ დიფერენციალური ამოცანა:

$$Lu = g \quad (43)$$

$$Mu|_S = \psi \quad (44)$$

L დიფერენციალური ოპერატორია (ზოგად შემთხვევაში – არაწრფივი), M – სასაზღვრო პირობების შესაბამისი ოპერატორია (შესაძლებელია, ასევე დიფერენციალური). S წარმოადგენს V არის შემომსაზღვრელ ზედაპირს, ხოლო g და ψ ცნობილი ფუნქციებია.

დაშვებულია, რომ (43)-(44) სასაზღვრო ამოცანას აქვს ერთადერთი ამონახსნი V – ში. შემდეგ V არეში გამოყოფილია რაიმე კანონიკური ზედაპირი K . u -ს მნიშვნელობა K –ზე აღნიშნულია φ -ით. (4)-(5) ამოცანის ნაცვლად ამოხსნილია შემდეგი ამოცანა

$$Lu = g \quad (45)$$

$$Mu|_K = \varphi \quad (46)$$

სადაც ოპერატორი N და ზედაპირი K არჩეულია ისე, რომ (45)-(46) ამოცანას ჰქონდეს ამოხსნა, როგორც K -ს შიგნით, ასევე მის გარეთ. გარდა ამისა, აუცილებელია, რომ (6)-(7)-ის ამოხსნა მარტივად ასაგები იყოს. ვთქვათ ეს ამოხსნაა

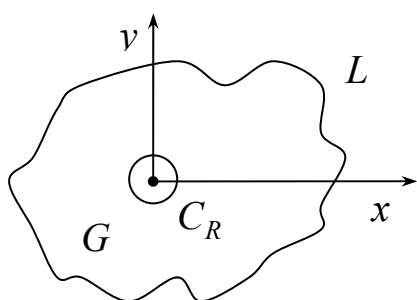
$$u = \Gamma(\varphi, g), \quad (47)$$

სადაც Γ ცნობილი (ზოგად შემთხვევაში – დიფერენციალური) ოპერატორია; φ – უცნობი ფუნქციაა. თუ (47) ფორმულა აღწერს (45)-(46) ამოცანის როგორც შიგა, ასევე გარე ამოხსნას, მაშინ (45) გამოყენებით (46)-დან მიღებულია შემდეგი:

$$M\Gamma|_S(\varphi, g) = \psi. \quad (48)$$

საზოგადოდ, როგორც ცნობილია, (48) განტოლების ამოხსნის მეთოდები ცნობილია და სირთულეს არ წარმოადგენს. (48)-დან ამოხსნილია φ ფუნქციის მნიშვნელობა და შემდეგ (47) ფორმულით განსაზღვრულია საძიებელი ფუნქცია u .

[66] ნაშრომში აღნიშნული მეთოდით ამოხსნილია ორგანზომილებიანი დირიხლეს ამოცანა ლაპლასის განტოლებისათვის:



ნახ.4. ორგანზომილებიანი შემოსა-
ზღვრული არე, დირიხლეს ამოცანისთვის

$$\Delta u = 0, \quad G\text{-ში} \quad (49)$$

$$u|_L = \psi, \quad L\text{-ზე} \quad (50)$$

ამ ამოცანის ნაცვლად ამოხსნილია შემდეგი ამოცანა:

$$\Delta u = 0, \quad (51)$$

$$u|_{C_R} = \varphi \quad (52)$$

C_R R რადიუსიანი წრეა L -ის შიგნით. კოორდინატთა სისტემის სათავე ემთხვევა წრის ცენტრს. ასეთ

შემთხვევაში (51)-(52) ამოცანის ამოხსნას წარმოადგენს პუასონის ინტეგრალი:

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{|x^2 + y^2 - R^2| \varphi(\theta) d\theta}{x^2 + y^2 - 2R(x \cos \theta + y \sin \theta) + R^2}, \quad (53)$$

რომელიც განსაზღვრავს როგორც (51)-(52) ამოცანის როგორც შიგა, ისე გარე ამოხსნას. (50) პირობის გამოყენებით მიღებულია ფრეგოლმის ტიპის ინტეგრალური განტოლება φ -ს მიმართ:

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{[x^2(t) + y^2(t) - R^2] \varphi(\theta) d\theta}{x^2(t) + y^2(t) - 2R(x(t) \cos \theta + y(t) \sin \theta) + R^2},$$

სადაც $x(t)$ და $y(t)$ L კონტური პარამეტრული განტოლებებია. φ -ს განსაზღვრის შემდეგ მიიღება (49)-(50) ამოცანის ამოხსნა.

მათემატიკური ფიზიკის მეთოდებისადმი მიძღვნილ სამეცნიერო ლიტერატურაში საკმაოდ ადგილი უკავია სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის ე.წ.

ნიუტონის მოდიფიცირებულ მეთოდს [11,64]. ეს მეთოდი ეხება სუსტად არაწრფივი განტოლების

$$\Delta u = f(x, u) \quad (54)$$

დირიხლეს ამოცანის ამოხსნის პრობლემას და, ასევე ელიფსური ტიპის განტოლების

$$\Delta u - C(x)u = F(x) \quad [C(x) \geq 0]$$

ამოხსნების ექსტრემალურ თვისებებს.

(54) განტოლება განიხილება შემდეგ სასაზღვრო პირობასთან ერთად.

$$u|_{XGS} = \varphi(x), \quad (55)$$

სადაც $u(x) \in C^2(D)$, $\varphi(x) \in C(S)$; აქ D წარმოადგენს არეს n -განზომილებიან ევკლიდის სივრცეში, ხოლო S - მისი შემოქმედებული ზედაპირია.

უნდა აღინიშნოს, რომ (54)-(55) სასაზღვრო ამოცანა დასმულია n -განზომილებიან სივრცეში, მაგრამ ამოხსნილია სიბრტყეზე (ორგანზომილებიან ევკლიდის სივრცეში):

$$u(x) = - \int_S \varphi(x) \frac{\partial G}{\partial V} d_y S - \iint_D G(x, y) f(y, u(y)) dy,$$

სადაც $G(x, y)$ (54)-(55) სასაზღვრო ამოცანის შესაბამისი გრინის ფუნქცია.

გარდა ზემოთ მოყვანილი ტიპიური მეთოდებისა ფართოდ გამოიყენება სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდები, მათ შორის, სასრულო-სხვაობების მეთოდი, რომელიც ყველაზე ხშირად მოიხსენიება იმ სამეცნიერო ლიტერატურაში, რომელიც ეძღვნება მათემატიკურ მოდელირებას მიკროელექტრონიკაში [13, 16, 20, 35÷47]. წინამდებარე ნაშრომის მიზნებისა და ძირითადი შედეგებიდან გამომდინარე, განვიხილოთ აღნიშნული მეთოდი პუასონის განტოლების შემცველი სასაზღვრო ამოცანისათვის. [36, 58]-ში განიხილება $0x_1x_2$ სიბრტყეზე შემოსაზღვრული არე G , საზღვრით Γ . $\bar{G} = G \cup \Gamma$ არეში განსაზღვრულია u ფუნქცია, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\Delta u = -f(x), \quad x = (x_1, x_2) \in G \quad (56)$$

და სასაზღვრო პირობას

$$u = g(x), \quad x = (x_1, x_2) \in \Gamma \quad (57)$$

სადაც $f(x)$ და $g(x)$ მოცემული ფუნქციებია.

(56), (57) სასაზღვრო ამოცანის სასრულო სხვაობებიან ამოცანად აპროქსიმაციამდე განმარტებულია, რომ G -ში დისკრეტული ბადის აგების დროს გათვალისწინებული უნდა იყოს Γ საზღვრის სპეციფიკა. ბადე უნდა იყოს ისეთი, რომ მასზე (56), (57) ამოცანის აპროქსიმაცია მაქსიმალურად ხელსაყრელად უნდა წარიმართოს. მაგალითად, თუ G არის მართკუთხედი, რომლის გვერდები კოორდინატა ღერძების პარალელურია, ანუ

$$G = \{x = (x_1, x_2) \mid a_\alpha < x_\alpha < b_\alpha, \alpha = 1, 2\},$$

მაშინ მართკუთხა თანაბარი ბადის ბიჯები h_1 და h_2 უნდა იყოს შესაბამისობაში გვერდების სიგრძეებთან. კერძო სასურველია ბიჯები შენდევნიარად აირჩეს:

$$h_1 = (b_1 - a_1)/N_1, \quad h_2 = (b_2 - a_2)/N_2, \quad (58)$$

სადაც $N_1 > 0$ და $N_2 > 0$ მთელი რიცხვებია. მაშინ ბადე იქნება შემდეგი წერილების სიმრავლე

$$\omega = \{x_i = (x_1^{(i1)}, x_2^{(i2)}) \mid x_\alpha^{(i\alpha)} = a_\alpha + i_\alpha h_\alpha, \quad 0 \leq i_\alpha \leq N_\alpha, \alpha = 1, 2\} \quad (59)$$

სიმრავლე

$$\omega = \{x_i \mid 0 < i_1 < N_1, 0 < i_2 < N_2\}$$

არის შიდა $\bar{\omega}$ ბადის კვანძების სიმრავლე, ხოლო

$$\gamma = \omega \setminus \bar{\omega} = \{x_i = (x_1^{(i1)}, x_2^{(i2)}) \mid i_1 = 0, N_1,$$

$$0 < i_2 < N_2 \text{ და } 0 < i_1 < N_1, i_2 = 0, N_2\}$$

წარმოადგენს ამ ბადის საზღვრის კვანძებს.

აგებულ $\bar{\omega}$ ბადეს ახასიათებს ის განსაკუთრებულობა, რომ ის თანაბარია თითოეული მიმართულებით (x_1, x_2) და მისი საზღვარი γ მდებარეობს მართკუთხედის Γ საზღვარზე. აღსანიშნავია, რომ ბიჯები სპეციალურად რომ არ ყოფილიყო არჩეული, მაშინ ან ბადე უნდა ყოფილიყო არათანაბარი, ან ბადის საზღვარი γ ან მისი ნაწილი ვერ დაემთხვეოდა Γ -ს.

აგებულ ბადეზე (56)-(57) სასაზღვრო ამოცანის აპროქსიმირება ხდება შემდეგნაირად

$$Ay = -f(x), \quad x = (x_1, x_2) \in \omega \quad (60)$$

$$y = g(x), \quad x = (x_1, x_2) \in \gamma, \quad (61)$$

სადაც A ბადის ხუთწერტილოვანი ოპერატორია:

$$\begin{aligned} Ay &= y_{x_1 x_1} + y_{x_2 x_2} = \\ &= \frac{1}{h_1^2} \left(y^{(+i_1)} - 2y + y^{(-i_1)} + \frac{1}{h_1^2} y^{(+i_1)} - 2y + y^{(-i_1)} \right). \end{aligned} \quad (62)$$

$\bar{\omega}$ ბადეზე შესაძლებელია (56)-(57) ამოცანის სხვა სახის აპროქსიმაციაც. კერძოდ,

$$A' y = -\varphi(x), \quad x \in \omega \quad (63)$$

$$y = g(x), \quad x \in \gamma \quad (64)$$

სადაც A' ცხრაწერტილოვანი ოპერატორია:

$$A' y = Ay + \frac{h_1^2 + h_2^2}{12} A_1 A_2 y. \quad (65)$$

ამის შემდეგ განიხილება აპროქსიმაცია მრუდწიროვანი საზღვრის მქონე არისათვის. კერძოდ, იმ შემთხვევისათვის, როცა G წარმოადგენს წრეს. ბადე ფორმირებულია პოლარულ კოორდინატებში. კოორდინატთა სისტემის სათავე ემთხვევა G წრის ცენტრს:

$$G = \left\{ x = (x_1, x_2) \mid x_1^2 + x_2^2 < R^2 \right\}$$

(56) განტოლებას პოლარულ კოორდინატებში შემდეგი სახე აქვს [3, 51, 62]:

$$\Delta_{r,\varphi} u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = L_r u + L_\varphi u = -f(r, \varphi). \quad (66)$$

როგორც ცნობილია [29, 33] მეთოდის ეფექტურობა იზრდება, თუ $r = 0$ წერტილი არ ჩაერთვება ბადის კვანძებში, ხოლო მისგან უახლოესად მდგარი წერტილები მოთავსებული იქნებიან $0,5 h_r$ მანძილზე, სადაც h_r ბადის ბიჯია r -ის მიმართულელებით. იმისათვის, რომ გამარტივდეს აპროქსიმაცია, საზღვარზე, ფორმირებულია შემდეგი სახის ბადე:

$$\begin{aligned} \bar{\omega} = \{ & (r_n, \varphi_m) | r_n = (n + 0,5h_r, n = 0, 1, 2, \dots, N - 1, N), \\ & h_r = R(N + 0,5), \varphi_m = mh_\varphi, \\ & m = 0, 1, \dots, h_\varphi = 2\pi / M \}. \end{aligned}$$

შიგა საკვანძო წერტილების სიმრავლე

$$\begin{aligned} \bar{\omega} = \{ & (r_n, \varphi_m) \in G \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \\ & m = 0, 1, \dots, M - 1 \}, \end{aligned}$$

ხოლო საზღვრის კვანძები ეკუთვნიან სიმრავლეს $\gamma = \bar{\omega} \setminus \omega$ და აქვთ კოორდინატები (R, φ_m) , $m = 0, 1, \dots, M - 1$.

ასეთ ბადეზე (56)-(57) ამოცანა აპროქსიმირდება შემდეგი ამოცანით:

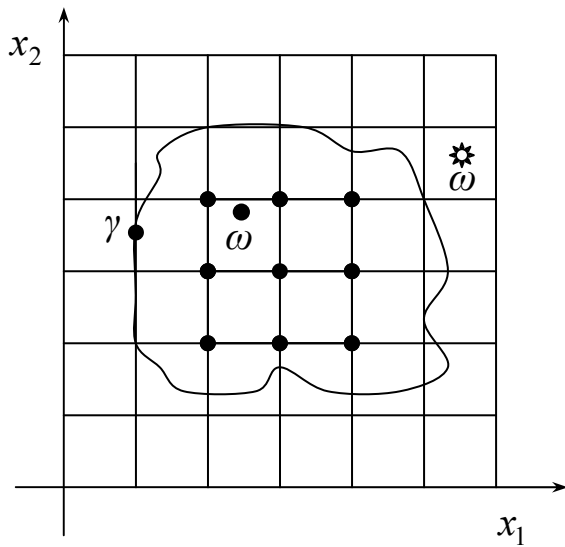
$$\left. \begin{aligned} \bar{A}y &= \bar{A}_2y + \bar{A}_\varphi y = -\lambda(r, \varphi), \quad (r, \varphi) \in \omega, \\ y(r, \varphi) &= y(r, \varphi + 2\pi), \quad (r, \varphi) \in \omega, \\ y &= g(\varphi), \quad (r, \varphi) \in \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

ნაშრომებში [41, 42] განხილულია პუასონის განტოლების სასაზღვრო ამოცანის (56-57) აპროქსიმაცია ნებისმიერი ფორმის მქონე Γ წირით შემოსაზღვრულ G არეზე. თუმცა აქვე აღნიშნულია, რომ Γ -ს მოეთხოვება საკმარისი სიგლუვე. $\bar{\omega}(\bar{G})$ ბადის მისაღებად არეში $\bar{G} = G \cup \Gamma$, ox_1x_2 სიბრტყეზე მოიცემა თანაბარინტერვალური, მართკუთხა ბადე Ω , რომელიც წარმოადგენს პარალელური წრფეების ორი ოჯახის: $x_1 = i_1h_1$ და $x_2 = i_2h_2$ ($i = \pm 1, \pm 2, \dots$) გადაკვეთის წერტილებს. წერტილები $x_i = (x_1^{(i_1)}, x_2^{(i_2)}) = (i_1h_1, i_2h_2) \in \Omega$ ბადის საკვანძო წერტილებია. კვანძებს $x = (x_1, x_2)$ და $x' = (x'_1, x'_2)$ ეწოდება მეზობელი კვანძები თუ

$$\left| \frac{x_1 - x'_1}{h_1} \right| + \left| \frac{x_2 - x'_2}{h_2} \right| = 1$$

ან

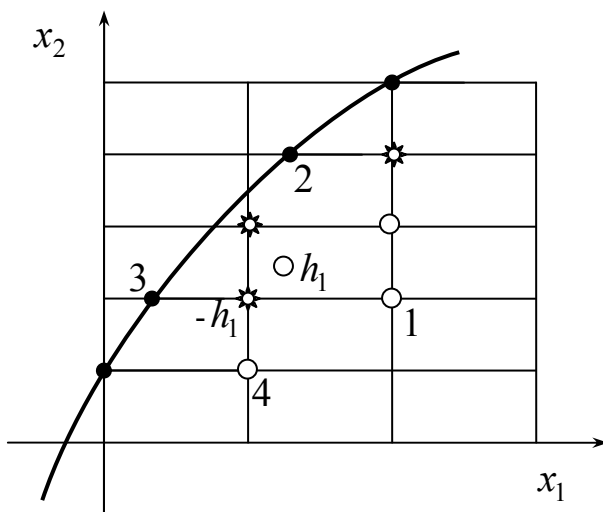
$$|i_1 - i'_1| + |i_2 - i'_2| = 1,$$



ნახ.5. თანაბარინტერვალური მართკუთხა ბადე, პუასონის ამოცანის აპროქსიმაციისთვის

სადაც $x_\alpha = i_\alpha h_\alpha$, $x'_\alpha = i'_\alpha h_\alpha$ ($\alpha = 1, 2$), ასე რომ $|i_\alpha - i'_\alpha|$ სიდიდე ტოლია 1-ის ან 0-ის. $\omega = \{x = (i_1 h_1, i_2 h_2) \in G\}$ წერტილთა სიმრავლე წარმოადგენს $x = (i_1 h_1, i_2 h_2)$ კვანძების სიმრავლეს G -ს შიგნით. ასეთ კვანძებს ეწოდება $\bar{\omega}(G)$ ბადის შიგა კვანძები. $x_i \in \omega$ შიგა კვანძს ეწოდება რეგულარული კვანძი, თუ მისი ოთხივე უახლოესი მეზობელი კვანძი, რომელიც ქმნის x_i -თან ერთად ხუთწერტილოვან

კვანძს, ე.წ. «ჯვარს», ეკუთვნის \bar{G} -ს. რეგულარული შიგა კვანძების სიმრავლე აღვნიშნოთ $\bar{\omega}$ -ით. თუ თუნდაც ერთ-ერთი კვანძი, x_i -ის მეზობელი კვანძებიდან არ ეკუთვნის \bar{G} -ს (ე.ი. არ ეკუთვნის არც G -ს და არც Γ -ს) მაშინ ასეთ x_i კვანძს ეწოდება ბადის არარეგულარული კვანძი. ყველა არარეგულარული კვანძის სიმრავლეს აღვნიშნულია $\bar{\omega}$ -ით; ასე, რომ $x_1 = i_1 h_1$, $x_2 = i_2 h_2$, წრფეების Γ -სთან გადაკვეთის წერტილებს ეწოდება სასაზღვრო კვანძები. სასაზღვრო კვანძების სიმრავლე აღვნიშნულია γ -თი.



ნახ.6. არათანაბარინტერვალური მართკუთხა ბადე, პუასონის ამოცანის აპროქსიმაციისთვის

ამის შემდეგ დასმულია სასრულო სხვაობებიანი ამოცანა, რომლითაც ხდება (56)-(57) სასაზღვრო ამოცანის აპროქსიმაცია $\bar{\omega}$ ბადეზე.

(56) განტოლება შიდა რეგულარულ კვანძზე აპროქსიმირდება ხუთწერტილიანი შაბლონით. სასაზღვრო კვანძებში γ მოცემულია საძებნი ფუნქციის მნიშვნელობა

$$y = g(x), \quad x \in \gamma.$$

რაც შეეხება აპროქსიმაციას არარეგულარულ \bar{w} კვანძებში, ამ შემთხვევისთვის განხილულია რამოდენიმე ვარიანტი: ნულოვანი რიგის ინტერპოლაცია, პირველი რიგის ინტერპოლაცია და აპროქსიმაცია არათანაბარ ბადეზე. ამათგან სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის მეტნაკლებად სასურველ სიზუსტეს უზრუნველყოფს ბოლო ვარიანტი, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში: \bar{w} კვანძები განიხილება, როგორც შიდა და (40) განტოლება აპროქსიმირდება ხუთწერტილიანი შაბლონით არათანაბარ ბადეზე. არარეგულარული შაბლონის ერთ-ერთი შესაძლო ვარიანტი მოცემულია ნახაზზე.

პუასონის განტოლების აპროქსიმაციას შემდეგი სახე აქვს:

$$A^* y_0 = \frac{1}{h_1} \left(\frac{y_1 - y_0}{h_1} - \frac{y_0 - y_3}{h_1} \right) + \frac{1}{h_2^2} (y_2 - 2y_0 + y_4) = -f_0 \quad (68)$$

$$h_1 = 0,5(h_1 + h_{-1}).$$

სადაც

$$\Lambda_\alpha^* y = y_{x_\alpha}^* = \begin{cases} \frac{1}{h_\alpha} \left(\frac{y^{(+1\alpha)} - y}{h_\alpha} - \frac{y - y^{(-1\alpha)}}{h_\alpha^*} \right), & x^{-1} \in \gamma \\ \frac{1}{h_\alpha} \left(\frac{y^{(+1\alpha)} - y}{h_\alpha^*} - \frac{y - y^{(-1\alpha)}}{h_\alpha^*} \right), & x^{+1} \in \gamma \end{cases}$$

სადაც $h_\alpha = 0,5(h_\alpha + h_\alpha^*)$, h_α^* - მანძილია x -დან $x^{(-1\alpha)} \in \gamma$ კვანძამდე.

G არის შიგა კვანძებში აპროქსიმირებული განტოლებებით დგება ალგებრულ განტოლებათა სისტემა, რომელიც უცნობებად შეიცავს შიდა კვანძებში საძებნი ფუნქციის მნიშვნელობებს. აღნიშნული განტოლებათა სისტემის ამოხსნის შედეგად მიღებული მნიშვნელობებით ხდება $u(x)$ ფუნქციის ინტეპოლაცია [51, 67].

თავი II

სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანის დასმა პუასონის განტოლებისათვის
ელექტრული ველის პოტენციალის მიმართ

მიკროსქემების ელემენტების ელექტროფიზიკური პარამეტრების შესწავლისას ჩვენ ვიყენებთ იმ ცნებებს, რომლებითაც სარგებლობენ კლასიკურ ელექტროდინამიკაში იზოლატორში განლაგებულ ნახევარგამტართა სისტემის ელექტროსტატიკური მდგომარეობის ინტეგრალური მახასიათებლების აგებისას. როგორც ცნობილია, ეს საკითხი მიიყვანება პუასონის დიფერენციალური განტოლებისათვის გარკვეული სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნამდე, რაც რთული გეომეტრიული კონფიგურაციის შემთხვევაში, მეტად ძნელად გადასაწყვეტ ამოცანას წარმოადგენს.

განსახილველ შემთხვევაში შევცდებით ანალოგიური პარამეტრებით დავახასიათოთ მიკროსქემის ელემენტთა ელექტროსტატიკური მდგომარეობა და ელექტროფიზიკური პარამეტრების განსაზღვრის საკითხი მივიყვანოთ არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის შესაბამისი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნამდე.

მიკროსქემების ელემენტთა ელექტროსტატიკური მდგომარეობა გამოირჩევა იმით, რომ შესაბამისი ელექტროსტატიკური ველის და მუხტების დამახასიათებელი პარამეტრების დროით წარმოებულები და, აგრეთვე ჯამური დენების სიმკვრივების მნიშვნელობები სივრცის ყველა წერტილში, რომელიც ელემენტს უჭირავს, ნულის ტოლია.

დამუხტული ნაწილაკების თვალსაზრისით (ელექტრონები, ხვრელები) სტატიკური მდგომარეობა წარმოადგენს წონასწორულ თერმოდინამიკურ მდგომარეობას, რომელიც შეიძლება შესწავლილ იქნეს სტატისტიკური თერმოდინამიკის მეთოდების გამოყენებით, ყველა იმ განსაკუთრებულობების გათვალისწინებით, რომლითაც ხასიათდება განსახილავი სისტემა. თუ საკითხს ამგვარად დავსვავთ, მაშინ მნიშვნელოვან პარამეტრს, რომლითაც ცალსახად ახაისთებს დამუხტულ ნაწილაკთა წონასწორულ მდგომარეობას, წარმოადგენს განაწილების ფუნქცია. მისი საშუალებით შესაძლებელია განვსაზღვროთ მიკროსქემების ელემენტებში ელექტრონებისა და ხვრელების განაწილების კანონი ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალის განაწილების მიხედვით. ამასთან დაკავშირებით უნდა აღვნიშნოთ, რომ დამუხტულ ნაწილაკთა განაწილების ფუნქცია შეიცავს ჭარბ ინფორმაციას და, განსახილავ შემთხვევაში, მისი გამოყენება მიკროელექტრონიკის თვალსაზრისით საჭირო პრაქტიკული პარამეტრების გამოსათვლელად შეიძლება მიზანშეწონილი არც იყოს.

დასახული მიზანი შეიძლება მიღწეული იქნეს ნაკლები სირთულისა და მოცულობის ინფორმაციის გამოყენებითაც, კერძოდ ზოგიერთი ექსპერიმენტული მასალისა და ლეგირებულ კრისტალში ელექტრული პროცესების აღმწერი დიფერენციალური განტოლებების გამოყენებით.

ნახევარგამტარისა და დიელექტრიკებისაგან შედგენილი სისტემის ელექტროსტატიკურ მდგომარეობას უწოდებენ ისეთ მდგომარეობას, რომლის დროსაც სრულდება შემდეგი პირობები: ელექტრული ველის u პოტენციალისა და ელექტრონებისა და ხვრელების n და p კონცენტრაციების წარმოებულები დროით მთელ სამგანზომილებიან სივრცეში ნულის ტოლია:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad \text{და} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

ასევე ელექტრული და ხვრელური დენების სიმკვრივების მნიშვნელობები ნახევარგამტარის ყოველ წერტილში ნულის ტოლია:

$$\begin{aligned} D_n \operatorname{grad} n - n\mu_n \operatorname{grad} u &= 0, \\ D_p \operatorname{grad} p + p\mu_p \operatorname{grad} u &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

განსახილავი საკითხის გამარტივების მიზნით ჩვენ განვიხილავთ ისეთ შემთხვევას, როცა დიფუზიის კოეფიციენტი D და ძვრადობა μ , ორივე ტიპის დამუხტული ნაწილაკებისათვის, აკმაყოფილებენ ეინშტეინის პირობას:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}. \quad (2.3)$$

ეს პირობები სამართლიანია არაგადაგვარებული ელექტრონული და ხვრელური გაზების შემთხვევაში. ამ პირობების გათვალისწინებით (2.2)-დან ვღებულობთ:

$$\operatorname{grad} \left(\ln n - \frac{qu}{KT} \right) = \operatorname{grad} \left(\ln p + \frac{qu}{KT} \right) = 0,$$

საიდანაც ინტეგრებით მივიღებთ:

$$n = A_n \exp \left(\frac{qu}{KT} \right), \quad p = A_p \exp \left(- \frac{qu}{KT} \right). \quad (2.4)$$

აქ A_n და A_p ინტეგრების ნებისმიერი მუდმივებია; ისინი, შესაბამისად, ტოლი არიან ელექტრონებისა და ხვრელების კონცენტრაციებისა ნახევარგამტარის იმ წერტილში,

რომელშიაც ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალი ნულის ტოლია ($u = 0$). თუ ელექტრონებისა და ხვრელების ამ მნიშვნელობებს გავითვალისწინებთ პუასონის დიფერენციალურ განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\Delta u = -\frac{4\pi q}{\varepsilon} \left[N - A_n \exp\left(\frac{qu}{KT}\right) + A_p \exp\left(-\frac{qu}{KT}\right) \right]. \quad (2.5)$$

ეს დიფერენციალური განტოლება შეიცავს ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალს, u -ს და ორ უცნობ მუდმივ სიდიდეს A_n -ს და A_p -ს, რომელთა განსაზღვრის მიზნით გამოიყენება [1, 5] ელექტრონეიტრალობის პირობა და მოქმედ მასათა კანონი.

თუ ლეგირებულ კრისტალს, რომელიც იზოლატორშია მოთავსებული და უჭირავს G არე, გარედან გადაეცემა რაიმე Q მუხტი, მაშინ ელექტრონეიტრალობის პირობა ასე ჩაიწერება [1]:

$$q \iiint_G (N - n + p) dv = Q \quad (2.6)$$

ან

$$q \iiint_G \left[N - A_n \exp\left(\frac{qu}{KT}\right) + A_p \exp\left(-\frac{qu}{KT}\right) \right] dv = 0 \quad (2.7)$$

მოქმედ მასათა კანონი კი შემდეგი ტოლობით გამოიხატება:

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (2.8)$$

ან

$$A_n \cdot A_p = n_i^2, \quad (2.9)$$

სადაც n_i სუფთა (არალეგირებულ) კრისტალში ელექტრონების (ხვრელების) კონცენტრაციაა. მას მუხტის მატარებლების საკუთრივ კონცენტრაციას უწოდებენ.

ინტეგრალური (2.7) და ალგებრული (2.9) ტოლობები, რომლებიც სამართლიანი არის ელექტროსტატიკურ მდგომარეობაში, წარმოადგენენ იმ დამატებით პირობებს, რომელთა გამოყენებითაც შეიძლება განისაზღვროს საძიებელი A_n და A_p მუდმივები.

ვთქვათ, სამგანზომილებიანი სივრცის რაიმე სასრული G_1 შევსებულია ლეგირებული ნახევარგამტარით. სივრცის დანარჩენი ნაწილი G_0 წარმოადგენს დიელექტრიკს, რომლის დიელექტრიკული მუდმივაა ε_0 . G_1 არეში არსებობენ ელექტრული ველის წყაროები: ელექტრონები, ხვრელები, იონიზირებული დონორები

და აქცეპტორები, ხოლო G_0 არეში წყაროები არ არსებობენ. $u(x_1, x_2, x_3)$ იყოს ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალი G_1 არეში, ხოლო $u_0(x_1, x_2, x_3)$ - პოტენციალი G_0 -ში. G_1 გარედან გადაეცემა Q_1 რაოდენობის მუხტი. თუ გავითვალისწინებთ ელექტრული ველის წყაროების განაწილებას სამგანზომილებიანი სივრცეში, (2.5) ტოლობის თანახმად u_1 და u_0 ფუნქციები აკმაყოფილებენ შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებებს:

$$\Delta u_1 = -\frac{4\pi q}{\varepsilon_1}(N + p - n), \quad M(x_1, x_2, x_3) \in G_1 \quad (2.10)$$

$$\Delta u_0 = 0, \quad M(x_1, x_2, x_3) \in G_0$$

სადაც ε_1 ნახევარგამტარის დიელექტრიკული მუდმივაა. ამის გარდა G_1 არეში ადგილი აქვს ელექტრონეიტრალობის პირობას და მოქმედ მასათა კანონს, რომლებიც (2.7) და (2.9) ტოლობებით განისაზღვრებიან.

S_1 -ით ავლნიშნოთ გამყოფი ზედაპირი, რომლის გასწვრივაც ნახევარგამტარი ეხება დიელექტრიკს. ამ ზედაპირზე სამართლიანია შემდეგი პირობები [5]:

$$u_1 = u_0, \quad \varepsilon_1 \frac{\partial u_1}{\partial \nu_1} = \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_1}; \quad M(x_1, x_2, x_3) \in S_1 \quad (2.11)$$

აქ იგულისხმება, რომ S_1 ზედაპირზე ჭეშმარიტი ელექტრული მუხტები არ არიან განლაგებული. $\vec{\nu}_1$ - S_1 ზედაპირის გარე ნორმალია. გარდა ამისა, G_0 არე უსასრულოა, ამიტომ u_0 ფუნქციისათვის ადგილი აქვს შემდეგ პირობას:

$$u_0 = 0(r^{-\alpha}), \quad \alpha \geq 1, \quad \text{როცა } r \rightarrow \infty, \quad r = \sqrt{(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2}.$$

აქედან გამომდინარე იმ სასაზღვრო ამოცანას, რომელიც აღწერს ელექტროსტატიკურ მდგომარეობას ლეგირებული ნახევარგამტარისაგან და დიელექტრიკისაგან შედგენილ განსახილავ სისტემაში, შემდეგი სახე აქვს:

ვიპოვოთ დიფერენციალური განტოლებების

$$\Delta u_1 = -\frac{4\pi q}{\varepsilon_1} \left[N_1 - A_{n1} \exp\left(\frac{qu_1}{KT}\right) + A_{p1} \exp\left(-\frac{qu_1}{KT}\right) \right], \quad (2.12)$$

$$M(x_1, x_2, x_3) \in G_1$$

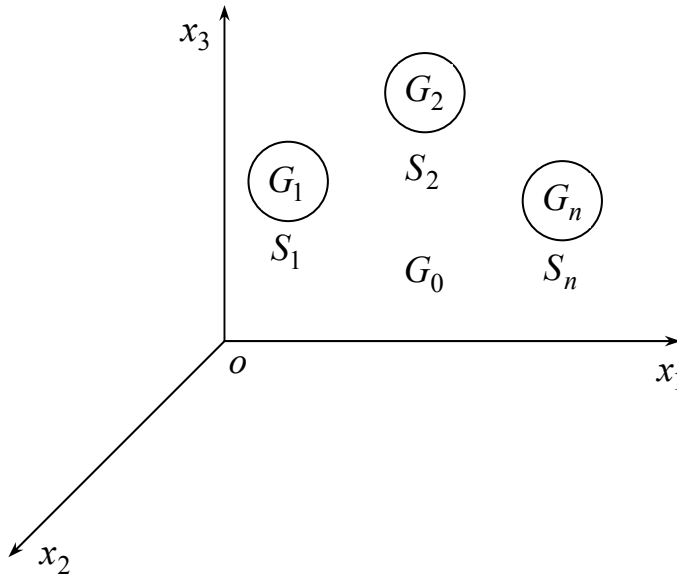
$$\Delta u_0 = 0, \quad M(x_1, x_2, x_3) \in G_0 \quad (2.13)$$

ისეთი რეგულარული ამოხსნა, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

$$u_1 = u_0, \quad \varepsilon_1 \frac{\partial u_1}{\partial v_1} = \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial v_1}; \quad M(x_1, x_2, x_3) \in S_1$$

$$u_0 \rightarrow 0, \quad \text{როცა } r \rightarrow \infty$$

$$q \iiint_{G_1} \left[N_1 - A_{n_1} \exp\left(\frac{qu}{KT}\right) + A_{p_1} \exp\left(-\frac{qu}{KT}\right) \right] dx_1 dx_2 dx_3 = Q_1 \quad (2.14)$$



ნახ.1. იზოლატორში მოთავსებული ლეგირებული ნახევარგამტართა სისტემა

$$A_{n_1} \cdot A_{p_1} = n_i^2.$$

იმ შემთხვევაში, როცა დიელექტრიკში მოთავსებული არა ერთი ლეგირებული ნახევარგამტარი, არამედ რამოდენიმე:

$G_1, G_2 \dots G_n$ (ნახ.1), მაშინ სასაზღვრო ამოცანა დაისმება შემდეგნაირად:

ვიპოვოთ

$$\Delta u_k = -\frac{4\pi q}{\varepsilon_k} \left[N_k - A_{n_k} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) + A_{p_k} \exp\left(-\frac{qu_k}{KT}\right) \right]$$

$$M(x_1, x_2, x_3) \in G_k \quad (2.15)$$

$$\Delta u_0 = 0, \quad M(x_1, x_2, x_3) \in G_0 \quad (2.16)$$

დიფერენციალური განტოლებების ისეთი რეგულარული ამოხსნები, რომლებიც აკმაყოფილებენ შემდეგ პირობებს:

$$u_k = u_0, \quad \varepsilon_k \frac{\partial u_k}{\partial v_k} = \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial v_k}; \quad M(x_1, x_2, x_3) \in S_k$$

$$u_0 \rightarrow 0, \quad \text{როცა } r \rightarrow \infty$$

$$q \iiint_{G_k} \left[N_k - A_{n_k} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) + A_{p_k} \exp\left(-\frac{qu_k}{KT}\right) \right] dx_1 dx_2 dx_3 = Q_k \quad (2.17)$$

$$A_{n_k} \cdot A_{p_k} = (n_i^2)_k.$$

sadac:

$v_k - S_k$ ზედაპირის გარე ნორმალია;

u_k - ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალია G_k არეში.

A_{nk} და A_{pk} - k -ური ნახევარგამტარის შესაბამისი მუდმივებია;

$(n_i)_k$ - k -ური ნახევარგამტარის საკუთრივი კონცენტრაციაა;

Q_k - k -ური ნახევარგამტარისადმი გარედან მიწოდებული მუხტია;

$$N_k = N_{Dk} - N_{Ak}$$

N_{Dk} - დონორების კონცენტრაციაა G_k -ში;

N_{Ak} - აქცეპტორების კონცენტრაციაა G_k -ში;

S_k - G_k -ების შემოსაზღვრელი ზედაპირია, რომლის გასწვრივაც ნახევარგამტარები ეხებიან დიელექტრიკს.

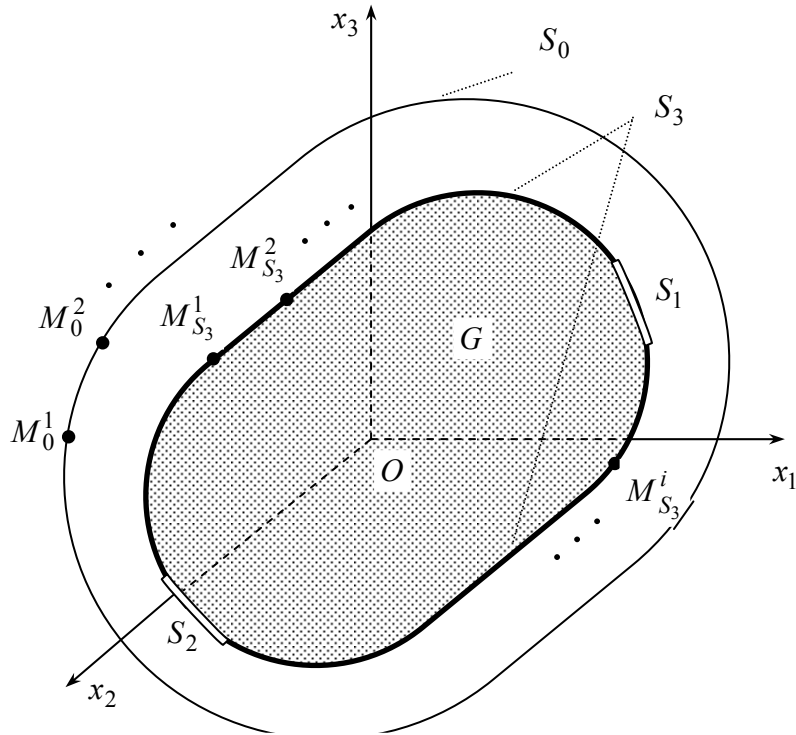
$$k = 1, 2, \dots, n.$$

აღნიშნულ სასაზღვრო ამოცანაში არ მონაწილეობს რაიმე პირობა, რომელიც შეიცავს S_k ზედაპირებზე გარედან მოდებული პოტენციალის მნიშვნელობებს. ეს სასაზღვრო ამოცანა ასეთი სახით ასახავს სისტემის ელექტროსტატიკურ მდგომარეობას. თუ ნახევარგამტარული არეების ზედაპირების გარკვეულ ნაწილებზე მოდებულია ელექტრული პოტენციალები, რომელთა მნიშვნელობები არ არის დროის ფუნქცია, ამ შემთხვევაში საქმე გვექნება სტაციონარულ სასაზღვრო ამოცანასთან. ამ ტიპის სასაზღვრო ამოცანა არათანაბრადლეგირებული ნახევარგამტარით შევსებული $G \in R^3$ სამგანზომილებიანი არისათვის, რომელიც შემოსაზღვრულია საკმაოდ გლუვი, შეკრული S ზედაპირით, დაისმება შემდეგნაირად [7] (ნახ.2):

ვიპოვოთ ფუნქცია $u(M)$ ($M \in G$), რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\Delta u = f(M), \quad M = \{x_1, x_2, x_3\} \in G, \quad (2.18)$$

სადაც $f(M) \in C^1(G)$, $U(M) \in C^2(G)$ ($C^1(G)$ და $C^2(G)$ - G არეში უწყვეტად დიფერენცირებადი და ორჯერ უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქციების კლასებია, შესაბამისად).



ნახ.2. სამგანზომილებიანი G არე,
 S ზედაპირით

დავუშვათ, S - ზედაპირი შედგება სამი ნაწილისაგან: S_1, S_2, S_3 (საზოგადოდ, შემადგენელი ნაწილების რაოდენობა შეიძლება ნებისმიერი იყოს) და საძებნი $u(M)$ ფუნქცია აკმაყოფილებს S -ზე შემდეგ პირობებს:

$$u(M) = \psi_1(M_{S_1}), \quad M \in S_1 \quad (2.19)$$

$$u(M) = \psi_2(M_{S_2}), \quad M \in S_2 \quad (2.20)$$

$$u(M) = \varphi_3(M_{S_3}), \quad M \in S_3 \quad (2.21)$$

სადაც $\psi_1, \psi_2 \in C^1(S)$, $\varphi \in C(S)$, ხოლო \vec{n} არის $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ ზედაპირის გარე ნორმალა.

ვიგულისხმობთ, რომ (2.15)-(2.17) და (2.18)-(2.21) სასაზღვრო ამოცანებს აქვთ ამოხსნები და ვაჩვენებთ, რომ თითოეულ მათგანს აქვს ერთადერთი ამოხსნა.

ჯერ განვიხილოთ (2.15)-(2.17) სასაზღვრო ამოცანა. დავუშვათ, რომ ამ სასაზღვრო ამოცანას აქვს ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული, ამოხსნა:

$$u'_0, u'_1, \dots, u'_n, \quad A'_{n1}, A'_{n2}, \dots, A'_{nn}, \quad A'_{p1}, A'_{p2}, \dots, A'_{pn}, \quad \text{და}$$

$u_0'', u_1'', \dots, u_n'', A_{n1}'', A_{n2}'', \dots, A_{nn}'', A_{p1}'', A_{p2}'', \dots, A_{pn}''$ განვიხილოთ ახალი

ფუნქციები: $u_0 = u_0'' - u_0'$ და $u_k = u_k'' - u_k'$ ($k = 1, 2, \dots, n$). ცხადია, ეს ფუნქციები

აკმაყოფილებენ სასაზღვრო ამოცანას:

$$\begin{aligned} \Delta u_0 &= 0, \quad M(x_1, x_2, x_3) \in G_0 \\ \varepsilon_k \Delta u_k &= 4\pi q \times \\ &\times \left\{ A_{nk}'' \exp\left(\frac{qu_k''}{KT}\right) - A_{nk}' \exp\left(\frac{qu_k'}{KT}\right) - \left[A_{pk}'' \exp\left(-\frac{qu_k''}{KT}\right) - A_{pk}' \exp\left(-\frac{qu_k'}{KT}\right) \right] \right\}, \\ M &\in G_k, \end{aligned}$$

$$u_0 = u_k, \quad \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_k} = \varepsilon_k \frac{\partial u_k}{\partial \nu_k}; \quad M \in S_k$$

$$u_0 \rightarrow 0, \quad \text{როცა } r \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned} &\iiint_{G_k} \left\{ A_{nk}'' \exp\left(\frac{qu_k''}{KT}\right) - A_{nk}' \exp\left(-\frac{qu_k'}{KT}\right) - \right. \\ &\left. - \left[A_{pk}'' \exp\left(-\frac{qu_k''}{KT}\right) - A_{pk}' \exp\left(-\frac{qu_k'}{KT}\right) \right] \right\} dx_1 dx_2 dx_3 = 0 \quad (2.22) \\ &A_{nk}' \cdot A_{pk}' = (n_i^2), \quad A_{nk}'' \cdot A_{pk}'' = (n_i^2)_k. \end{aligned}$$

აქ ყველგან $k = 1, 2, \dots, n$.

გაუსის ცნობილი თეორემიდან გამომდინარე ცხადია შემდეგი იგივეობა:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \varepsilon_k \iiint_{G_k} u_k \Delta u_k dx_1 dx_2 dx_3 &= \sum_{k=1}^n \iint_{S_k} \left(\varepsilon_k u_k \frac{\partial u_k}{\partial \nu_k} - \varepsilon_0 u_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_k} \right) ds - \\ &- \sum_{k=0}^n \varepsilon_k \iiint |grad u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3. \end{aligned}$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.22) ამოცანის სასაზღვრო პირობებს S_k ზედაპირებზე და, აგრეთვე, დიფერენციალურ განტოლებებს, რომლებსაც u_0 და u_k ფუნქციები აკმაყოფილებენ შესაბამისად G_0 და G_k არეებში, ბოლო ტოლობა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$\begin{aligned}
& 4\pi q \sum_{k=1}^n \iiint_{G_k} u_k \left\{ A''_{nk} \exp\left(\frac{qu_k''}{KT}\right) - A'_{nk} \exp\left(-\frac{qu_k'}{KT}\right) - \right. \\
& \left. - \left[A''_{pk} \exp\left(-\frac{qu_k''}{KT}\right) - A'_{pk} \exp\left(-\frac{qu_k'}{KT}\right) \right] \right\} dx_1 dx_2 dx_3 = \\
& = \sum_{k=0}^n \varepsilon_k \iiint_{G_k} |\text{grad } u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3.
\end{aligned}$$

ეს ტოლობა მარცხენა მხარის მარტივი გარდაქმნის შემდეგ მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{aligned}
& 4\pi q \sum_{k=1}^n \iiint_{G_k} u_k \left[\frac{A''_{nk}}{A'_{nk}} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) - 1 \right] dx_1 dx_2 dx_3 + \\
& + \sum_{k=0}^n \varepsilon_k \iiint_{G_k} |\text{grad } u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3 = 0,
\end{aligned} \tag{2.23}$$

სადაც

$$\begin{aligned}
b_k^2 &= A''_{nk} \exp\left(-\frac{qu_k'}{KT}\right) \left[1 + \frac{(n_i)_k^2}{A'_{nk} A''_{nk}} \exp\left(-\frac{q(u_k' + u_k'')}{KT}\right) \right] > 0 \\
& k = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned} \tag{2.24}$$

ვაჩვენოთ ამ უტოლობის სამართლიანობა ($b_k^2 > 0$). ამისათვის საკმარისია ვაჩვენოთ, რომ $A'_{nk} > 0$, $A''_{nk} > 0$, და $A'_{pk} > 0$, $A''_{pk} > 0$.

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, A_n და A_p მუდმივები წარმოადგენენ შემდეგი ინტეგრალური განტოლების

$$q \iiint_G \left[-A_n \exp\left(\frac{qu}{KT}\right) + A_p \exp\left(-\frac{qu}{KT}\right) + N \right] dx_1 dx_2 dx_3 = Q \tag{2.25}$$

და ალგებრული განტოლების

$$A_n A_p = n_i^2 \tag{2.26}$$

ამოხსნას. თუ A_p -ს მნიშვნელობას (2.26)-დან

$$A_p = \frac{n_i^2}{A_n}$$

ჩავსვათ (2.25)-ში, მივიღებთ განტოლებას:

$$\alpha A_n^2 + \lambda A_n - n_i^2 \beta = 0, \quad (2.27)$$

სადაც

$$\alpha = \iiint_G \exp\left(\frac{qu}{KT}\right) dx_1 dx_2 dx_3 > 0,$$

$$\beta = \iiint_G \exp\left(-\frac{qu}{KT}\right) dx_1 dx_2 dx_3 > 0, \quad (2.28)$$

$$\lambda = \frac{1}{q} Q - \iiint_G \exp N dx_1 dx_2 dx_3.$$

(2.27) კვადრატული განტოლებიდან ვღებულობთ:

$$A_n = \frac{\sqrt{\lambda^2 + 4\alpha\beta n_i^2} - \lambda}{2\alpha} \quad (2.29)$$

ვინაიდან $\alpha > 0$ და $\beta > 0$, ცხადია, რომ $A_n > 0$.

მეორეს მხრივ

$$A_p = \frac{n_i^2}{A_n} = \frac{\sqrt{\lambda^2 + 4\alpha\beta n_i^2} + \lambda}{2\beta}. \quad (2.30)$$

იგივე მოსაზრებით დავასკვნით, რომ $A_p > 0$. აქედან გამომდინარე ცხადია, რომ b_k^2 -ით გამოსახული სიდიდე დადებითია.

გამოვიყენოთ ახალი პარამეტრები u_k^0 ($k = 1, 2, \dots, n$), რომლებიც შემდეგი ტოლობებით განისაზღვრებიან:

$$\exp\left(\frac{qu_k^0}{kT}\right) = \frac{A_{nk}''}{A_{nk}'} \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad (2.31)$$

მაშინ (2.23) ტოლობა ჩაიწერება ასე:

$$4\pi q \sum_{k=1}^n \iiint_{G_k} (u_k + u_k^0) \left[\exp\left(\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right) - 1 \right] b_k^2 dx_1 dx_2 dx_3 +$$

$$+ \sum_{k=0}^n \varepsilon_k \iiint_{G_k} |\text{grad } u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3 = 0, \quad (2.32)$$

ამავე აღნიშვნებში (2.22) სისტემის ინტეგრალური ტოლობა შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\sum_{k=1}^n \iiint_{G_k} \left[\exp\left(\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right) - 1 \right] b_k^2 dx_1 dx_2 dx_3 = 0. \quad (2.33)$$

ეს ტოლობა გავამრავლოთ $4\pi q u_k^0$ -ზე და შემდეგ ავჯამოთ k ინდექსით. ასეთი გზით მიღებული ტოლობა მივუმატოთ (2.32)-ს და მივიღებთ:

$$\begin{aligned} 4\pi q \sum_{k=1}^n \iiint_{G_k} (u_k + u_k^0) \left[\exp\left(\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right) - 1 \right] b_k^2 dx_1 dx_2 dx_3 + \\ + \sum_{k=0}^n \varepsilon_k \iiint_{G_k} |\text{grad } u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3 = 0. \end{aligned} \quad (2.34)$$

განვიხილოთ ინტეგრალი

$$\iiint_{G_k} (u_k + u_k^0) \left[\exp\left(\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right) - 1 \right] b_k^2 dx_1 dx_2 dx_3.$$

G_k არის იმ წერტილებში, სადაც სრულდება პირობა $u_k + u_k^0 \geq 0$, კვადრატულ ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლიც არაუარყოფითი სიდიდეა:

$$\exp\left[\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right] - 1 \geq 0,$$

ხოლო იმ წერტილებში, სადაც $u_k + u_k^0 < 0$, სამართლიანია პირობა:

$$\exp\left[\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right] - 1 < 0,$$

ამიტომ

$$\begin{aligned} (u_k + u_k^0) \exp\left[\frac{q(u_k + u_k^0)}{KT}\right] - 1 \geq 0, \quad M \in G_k \\ k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

აქედან ცხადია, რომ (2.25) ინტეგრალი არაუარყოფითია k ინდექსის ყველა მნიშვნელობისათვის. თუ ამას გავითვალისწინებთ (2.32) ტოლობაში, მაშინ, იმის გამო, რომ ეს ტოლობა შეიცავს არაუარყოფით შესაკრებებს, ცხადი გახდება შემდეგი ტოლობის სამართლიანობა:

$$\iiint_{G_k} |\text{grad } u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3 = 0, \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

ე.ი.

$$u_0 = \text{const}, \quad M \in G_0,$$

$$u_k = \text{const}, \quad M \in G_k,$$

მაგრამ იმის გამო, რომ $u_0 \rightarrow 0$, როცა $r \rightarrow \infty$, ცხადია, რომ $u_0 \equiv 0$, როცა $M \in G_0$. მეორეს მხრივ (2.22) სისტემის თანახმად $u_k = u_0$, როცა $M \in S_k$ ($k=1, 2, \dots, n$), ამიტომ $u_k \equiv 0$, როცა $M \in G_k$ ($k=1, 2, \dots, n$). აქედან კი გამომდინარეობს ჩვენი იმ დაშვების უსამართლობა, რომ (2.15)-(2.17) სასაზღვრო ამოცანას აქვს ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული ამონახსნი. ამიტომ ამ სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნი, თუ ის არსებობს, ერთადერთია.

განსახილველ სისტემაში ელექტროსტატიკური ველის წყაროები შეიძლება იყოს ელექტრონები, ხვრელები, მინარევების იონიზირებული ატომები და Q_k ($k=1, 2, \dots, n$) მუხტები, რომლებიც გადაეცემიან გარედან იზოლატორში განლაგებულ ნახევარგამტარებს. თუ ნახევარგამტარები არ არიან ლეგირებული მინარევებით N_k და მათი მუხტები ნულის ტოლია ($Q_k = 0$), მაშინ ასეთი სისტემის ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალი ნულის ტოლი უნდა იყოს ($u_k = 0$, როცა $M \in G_k$). მართლაც, განსახილავ შემთხვევაში (2.15)-(2.17) ტოლობები შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\Delta u_k = \frac{4\pi q}{\varepsilon_k} \left[A_{n_k} \exp\left(\frac{qu}{KT}\right) - A_{p_k} \exp\left(-\frac{qu}{KT}\right) \right], \quad M \in G_k$$

$$\Delta u_0 \equiv 0, \quad M \in G_0$$

$$u_k = u_0, \quad \varepsilon_k \frac{\partial u_k}{\partial \nu_k} = \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_k}; \quad M \in S_k \quad (2.35)$$

$$u_0 = 0, \quad \text{როცა } r \rightarrow \infty$$

$$q \iiint_{G_k} \left[A_{n_k} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) - A_{p_k} \exp\left(-\frac{qu_k}{KT}\right) \right] dx_1 dx_2 dx_3 = 0$$

$$A_{n_k} \cdot A_{pk} = (n_i)_k^2, \quad (k=1, 2, \dots, n).$$

ამ სასაზღვრო ამოცანას აკმაყოფილებს საძიებელ პარამეტრთა შემდეგი მნიშვნელობები:

$$A_{n_k} = A_{pk} = (n_i)_k \quad (2.36)$$

$$u_k \equiv 0, \quad M \in G_k$$

$$(k=1, 2, \dots, n).$$

იმის გამო, რომ სამართლიანია განსახილავი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობა, განსახილავ (2.35) სასაზღვრო ამოცანას სხვა ამოხსნა არ შეიძლება ჰქონდეს. (2.36) ტოლობებიდან კი გამომდინარეობს, რომ ასეთ პირობებში სისტემაში ელექტროსტატიკური ველი არ შეიძლება არსებობდეს.

ანალოგიურ გარემოებას აქვს ადგილი მაშინაც, როცა განსახილავი სისტემის ყოველი ნახევარგამტარი ლევირებულია თანაბრად, ე.ი. როცა

$$N_k(M) = \text{const}, \quad M \in G_k, \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

და

$$Q_k \equiv 0, \quad (k=1, 2, \dots, n).$$

ამ შემთხვევაში (2.15)-(2.17) ამოცანა მიიღებს სახეს:

$$\Delta u_k = -\frac{4\pi q}{\varepsilon_k} \left[N_k - A_{n_k} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) - A_{pk} \exp\left(-\frac{qu_k}{KT}\right) \right], \quad M \in G_k$$

$$\Delta u_0 \equiv 0, \quad M \in G_0$$

$$u_k = u_0, \quad \varepsilon_k \frac{\partial u_k}{\partial \nu_k} = \varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_k}; \quad M \in S_k \quad (2.37)$$

$$u_0 = 0, \quad \text{როცა } r \rightarrow 0$$

$$q \iiint_{G_k} \left[N_k - A_{n_k} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) + A_{pk} \exp\left(-\frac{qu_k}{KT}\right) \right] dx_1 dx_2 dx_3 = 0$$

$$A_{n_k} \cdot A_{pk} = (n_i)_k^2,$$

$$(k=1, 2, \dots, n),$$

რომელსაც აკმაყოფილებს საძიებელ პარამეტრთა შემდეგი მნიშვნელობები:

$$\begin{aligned}
A_{nk} &= \frac{1}{2} \left(N_k + \sqrt{N_k^2 + 4(n_i)_k^2} \right) > 0 \\
A_{pk} &= \frac{1}{2} \left(-N_k + \sqrt{N_k^2 + 4(n_i)_k^2} \right) > 0 \\
u_k(M) &\equiv 0, \quad M \in G_k, \\
&(k = 1, 2, \dots, n)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

ერთადერთობის თეორემის თანახმად (2.37) სასაზღვრო ამოცანას სხვა ამოხსნა არ შეიძლება ჰქონდეს და ამიტომ (2.38) ტოლობებით განსაზღვრული პარამეტრები წარმოადგენენ (2.37) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას. (2.38)-დან კი ცხადია რომ ამ შემთხვევაშიც არ შეიძლება აღიძრას ელექტროსტატიკური ველი სისტემაში.

იმ შემთხვევაში, როცა ნახევარგამტარები სუსტად არიან ლეგირებული, ე.ი., როცა $(n_i)_k \gg |N_k|$, ამოხსნა მაღალი სიზუსტით ემთხვევა (2.36) ამოხსნას; ხოლო, როცა ლეგირების ხარისხი მაღალია, ე.ი. $(n_i)_k \ll |N_k|$, (2.38)-დან მივიღებთ:

$$\begin{aligned}
A_{nk} &= \frac{1}{2} (N_k + |N_k|) \\
A_{pk} &= \frac{1}{2} (-N_k + |N_k|) \\
&(k = 1, 2, \dots, n)
\end{aligned}$$

იმ შემთხვევაში, როცა, თუნდაც ერთი ნახევარგამტარი, მაგალითად პირველი, ლეგირებულია არათანაბრად (ან დამუხტულია გარედან გადაცემული მუხტით), ე.ი., როცა N_1 ფუნქციაა კოორდინატების G_1 (ან $Q_1 \neq 0$), მაშინ ყველა G_k არეში აღიძვრება გარკვეული სტრუქტურის ელექტრული ველი $U_k(M) \neq 0$ ($M \in G_k$).

ამასთან დაკავშირებით საჭიროა ავლნიშნოთ შემდეგი: თანამედროვე შეხედულებების თანახმად, იმისათვის, რომ რომელიმე ლეგირებულ ნახევარგამტარში აღიძრას ელექტროსტატიკური ველი, საჭიროა მასში არსებობდეს $p - n$ გადასასვლელი, ე.ი. უნდა არსებობდეს ისეთი ზედაპირი, რომელზედაც $N = 0$, თანაც ამ ზედაპირის ერთ მხარეს მინარევების ჯამური კონცენტრაცია N დადებითი უნდა იყოს, ხოლო მეორე მხარეზე კი – უარყოფითი. აქ მიღებული შედეგის თანახმად ცხადია, რომ ნახევარგამტარში ელექტროსტატიკური ველის შესაქმნელად არაა აუცილებელი

$p - n$ გადასასვლელის არსებობა, იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ნახევარგამტარი ლეგირებულია ერთი ტიპის მინარევით, მხოლოდ ისე, რომ ლეგირება არათანაბარია, ნახევარგამტარში და მის გარემომცველ არეში ყოველთვის აღიძვრება ელექტრო-სტატიკური ველი.

(2.15)÷(2.17) სასაზღვრო ამოცანა წარმოადგენს თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის ტიპურ სასაზღვრო ამოცანას. იგი დიფერენციალურ განტოლებებთან და შესაბამის სასაზღვრო პირობებთან ერთად შეიცავს ინტეგრალურ და ალგებრულ განტოლებებს. ასევე აღსანიშნავია, რომ სასაზღვრო ამოცანა არაწრფივია. (დიფერენციალურ განტოლებათა მარჯვენა მხარე შეიცავს u_k -ს არაწრფივად), რაც გამორიცხავს მისთვის ისეთი მძლავრი პრინციპის გამოყენების (განსხვავებით (2.18)÷(2.21) სასაზღვრო ამოცანისაგან), როგორცაა სუპერპოზიციის პრინციპი. ეს კი ზედმიწევნით ართულებს (2.15)÷(2.18) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას. ამ სასაზღვრო ამოცანის გამარტივებულ, ერთგვაროვან ვარიანტს განვიხილავთ ჩვენ ქვემოთ, ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრისას.

ეხლა, იმ დაშვებით, რომ (2.18)÷(2.21) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა არსებობს, დავამტკიცოთ ამ ამოხსნის ერთადერთობა (ამოხსნის არსებობის საკითხი განხილულია შემდეგ თავში).

დავუშვათ, რომ u_1 და u_2 ფუნქციები განსახილავი სასაზღვრო ამოცანის ორი სხვადასხვა ამოხსნაა ($u_1 \neq u_2$). შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$\tilde{u} = u_1 - u_2 \tag{2.39}$$

ძნელი მისახვედრი არ არის ის, რომ \tilde{u} ჰარმონიული ფუნქციაა G -ში და აკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას:

$$\Delta \tilde{u} = 0 \tag{2.40}$$

და ერთგვაროვან სასაზღვრო პირობებს S -ზე:

$$\tilde{u} = 0, \quad S_1\text{-ზე და } S_2\text{-ზე,}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \nu} = 0, \quad S_3\text{-ზე.}$$

გამოვიყენოთ ტოლობა [3]:

$$\iiint_G \tilde{u} \Delta \tilde{u} dx_1 dx_2 dx_3 = \iint_S \tilde{u} \frac{q\tilde{u}}{\partial \nu} dS - \iiint_{G_k} |\text{grad } \tilde{u}|^2 dx_1 dx_2 dx_3.$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.40) და (2.41) ტოლობებს, მივიღებთ:

$$0 = \iint_{S_1} \frac{q\tilde{u}}{\partial \nu} \tilde{u} dS + \iint_{S_2} \tilde{u} \frac{q\tilde{u}}{\partial \nu} dS + \iint_{S_1} \tilde{u} \frac{q\tilde{u}}{\partial \nu} dS - \iiint_G |\text{grad } \tilde{u}|^2 dx_1 dx_2 dx_3.$$

და

$$\iiint_{G_k} |\text{grad } \tilde{u}|^2 dx_1 dx_2 dx_3 = 0$$

რადგანაც $\tilde{u}(M)$ უწყვეტად წარმოებადი ფუნქციაა G არეში, ცხადია:

$$|\text{grad } \tilde{u}|^2 = 0$$

ე.ი.

$$\tilde{u} = \text{const}$$

ჰარმონიული ფუნქციების ექსტრემალური მნიშვნელობების თეორემებიდან [11] გამომდინარე და იმის გათვალისწინებით, რომ $\tilde{u} = 0$ S -ზე, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ

$$\tilde{u}(M) = 0, \quad M \in G$$

ანუ $\tilde{u}_1 = \tilde{u}_2$. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ (2.18)÷(2.21) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა, თუ ის არსებობს, არის ერთადერთი.

თავი III

(2.18)÷(2.21) სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი

ანალიზური ამოხსნის მეთოდი

სამგანზომილებიან $R^3 \setminus G$ არეში (G -ს შემოსაზღვრული S ზედაპირის გარეთ) განვიხილოთ შეკრული ზედაპირი S_0 , რომელიც მთლიანად მოიცავს S -ს და არ გააჩნია მასთან საერთო წერტილები. ვთქვათ $\{M_0^k\}_{k=1}^\infty = \{z_1^k, z_2^k, z_3^k\}_{k=1}^\infty \in S_0$ არის S_0 -ზე

ყველგან მკვრივად განლაგებული წერტილთა სისტემა, ე.ი. S_0 -ის ნებისმიერი, რაგინდ მცირე ელემენტში ამ სისტემის ერთი წერტილი მაინც არსებობს (ნახ.2).

ანალოგიურად შემოგვაქვს S ზედაპირზე განლაგებული წერტილთა სისტემები:

$$\{M_1^k\}_{k=1}^\infty \in S_1, \quad \{M_2^k\}_{k=1}^\infty \in S_2 \quad \text{და} \quad \{M_3^k\}_{k=1}^\infty \in S_3.$$

ასევე განვიხილოთ ლაპლასის ოპერატორის ფუნდამენტურ ამოხსნათა სისტემა

$$\omega_k(M) = [r(M_1 M_0^k)]^{-1}, \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (3.1)$$

რომელიც არის წრფივად დამოუკიდებელი, სრული სისტემა $L_2(S)$ სივრცეში (კვადრატში ინტეგრებადი ფუნქციები S -ზე) და სივრცეში $C(S)$ (უწყვეტად და შემოსაზღვრული ფუნქციები S -ზე).

შემდეგ ზემოთ შემოტანილი წერტილთა უსასრულო $\{M_0^k\}_{k=1}^\infty, \{M_1^k\}_{k=1}^\infty, \{M_2^k\}_{k=1}^\infty$ და $\{M_3^k\}_{k=1}^\infty$ სივრცეებიდან გამოვყოთ სასრული ქვესივრცეები, შესაბამისად:

$$\{M_0^k\}_{k=1}^N, \quad \{M_1^k\}_{k=1}^n, \quad \{M_2^k\}_{k=1}^m, \quad \{M_3^k\}_{k=1}^e, \quad \text{სადაც} \quad N = n + m + e.$$

განვიხილოთ შემდეგი ფუნქცია:

$$u_n(M) = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \omega_0(M), \omega_1(M), \omega_2(M), \dots, \omega_N(M) \\ \omega_0(M_{S_1}^1) - \psi_1(M_{S_1}^1), \omega_1(M_{S_1}^1), \omega_2(M_{S_2}^1), \dots, \omega_N(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_1}^n) - \psi_1(M_{S_1}^n), \omega_1(M_{S_1}^n), \omega_2(M_{S_2}^n), \dots, \omega_N(M_{S_1}^n) \\ \omega_0(M_{S_2}^1) - \psi_2(M_{S_2}^1), \omega_1(M_{S_2}^1), \omega_2(M_{S_2}^1), \dots, \omega_N(M_{S_2}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_2}^m) - \psi_2(M_{S_2}^m), \omega_1(M_{S_2}^m), \omega_2(M_{S_2}^m), \dots, \omega_N(M_{S_2}^m) \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1} - \phi(M_{S_3}^1), \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1}, \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1} \\ \dots \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e} - \phi(M_{S_3}^e), \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e} \end{vmatrix}, \quad (3.2)$$

სადაც

$$\delta = \begin{vmatrix} \omega_1(M_{S_1}^1), \omega_2(M_{S_2}^1), \dots, \omega_N(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ \omega_1(M_{S_1}^n), \omega_2(M_{S_2}^n), \dots, \omega_N(M_{S_1}^n) \\ \omega_1(M_{S_2}^1), \omega_2(M_{S_2}^1), \dots, \omega_N(M_{S_2}^1) \\ \dots \\ \omega_1(M_{S_2}^m), \omega_2(M_{S_2}^m), \dots, \omega_N(M_{S_2}^m) \\ \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1} \end{vmatrix}, \quad (3.3)$$

წარმოადგენს (3.2) ტოლობის მარჯვენა მხარეში არსებული დეტერმინანტის პირველი ელემენტის, $\omega_0(M)$ -ის ალგებრულ დამატებას.

$$\omega_0(M) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_G \frac{f(M_\xi)}{r(M_1 M_\xi)} dv_\xi, \quad (3.4)$$

$$M_\xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}, \quad r(M_1 M_\xi) = \left[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 - \xi_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$dv_\xi = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3.$$

დეტერმინანტებისა და ლაპლასის ოპერატორის ფუნდამენტური ამოხსნების ზოგიერთი თვისების გათვალისწინებით მტკიცდება შემდეგი ტოლობების სამართლიანობა:

$$\Delta u_n(M) = \Delta \omega_0(M), \quad M \in G \quad (3.5)$$

ლაპლასის დიფერენციალური ოპერატორით ვიმოქმედოთ $u_n(M)$ ფუნქციაზე. თუ მივიღებთ მხედველობაში (3.1)-ს, მივიღებთ:

$$\Delta u_n(M) = \Delta \omega_0(M). \quad (3.6)$$

რადგანაც $f(M)$ ფუნქცია არის უწყვეტი და აქვს პირველი რიგის უწყვეტი წარმოებული G -ში, ამიტომ $\omega_0(M)$ ფუნქცია ორჯერ უწყვეტად წარმოებადია G -ში და აკმაყოფილებს [11]:

$$\Delta \omega_0(M) = f(M), \quad M \in G \quad (3.7)$$

და

$$u_n(M) \in C^2(G),$$

ე.ი განსახილველი ფუნქცია $u_n(M)$ აკმაყოფილებს (2.18) განტოლებას G -ში.

ვაჩვენოთ რომ ფუნქცია $u_n(M)$ აკმაყოფილებს (2.19) სასაზღვრო პირობას

$\{M_1^k\}_{k=1}^n$ წერტილებში, (2.20) სასაზღვრო პირობას $\{M_2^k\}_{k=1}^m$ წერტილებში და (2.21)

სასაზღვრო პირობას $\{M_3^k\}_{k=1}^e$ წერტილებში.

$u_n(M)$ ფუნქციის მნიშვნელობა $\{M_1^k\}_{k=1}^n$ წერტილებში ტოლი იქნება:

$$u_N(M_{s_1}^k) = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \omega_0(M_{s_1}^k), \omega_1(M_{s_1}^k), \omega_2(M_{s_1}^k), \dots, \omega_N(M_{s_1}^k) \\ \omega_0(M_{S_1}^1) - \psi_1(M_{S_1}^1), \omega_1(M_{S_1}^1), \omega_2(M_{S_1}^1), \dots, \omega_N(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_1}^n) - \psi_1(M_{S_1}^n), \omega_1(M_{S_1}^n), \omega_2(M_{S_1}^n), \dots, \omega_N(M_{S_1}^n) \\ \omega_0(M_{S_2}^1) - \psi_2(M_{S_2}^1), \omega_1(M_{S_2}^1), \omega_2(M_{S_2}^1), \dots, \omega_N(M_{S_2}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_2}^m) - \psi_2(M_{S_2}^m), \omega_1(M_{S_2}^m), \omega_2(M_{S_2}^m), \dots, \omega_N(M_{S_2}^m) \\ \dots \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1} - \phi(M_{S_3}^1), \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^1} \\ \dots \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^e} - \phi(M_{S_3}^e), \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^e}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^e}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_3}^e} \end{vmatrix}, \quad (3.8)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

მარჯვენა მხარის დეტერმინანტი გავშალოთ პირველი სვეტის ელემენტების მიხედვით:

$$u_n(M_{S_1}^k) = \frac{1}{\delta} \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^{j+1} a_{i1}(k) A_{i1}, \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

სადაც $a_{i1}(k)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) (3.8)-ში – მოცემული დეტერმინანტი პირველი სვეტის ელემენტებია, ხოლო A_{i1} - შესაბამისი ალგებრული დამატებებია. ცხადია, რომ ყველა A_{i1} , გარდა A_{11} და A_{k1} -სა, ნულის ტოლია. ვღებულობთ:

$$u_n(M_{S_1}^k) = \frac{1}{\delta}(a_{11}A_{11}) + (-1)^{k+1}a_{k1}A_{k1}, \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (3.9)$$

სადაც

$$a_{11} = \omega_0(M_{S_1}^k), \quad a_{k1} = \omega_0(M_{S_1}^k) - \psi_1(M_{S_1}^k) \quad (3.10)$$

$$A_{11} = \delta, \quad A_{k1} = (-1)^k - \delta, \quad (k=1,2,\dots,n).$$

თუ a_{11} , a_{k1} , A_{11} , A_{k1} მნიშვნელობებს შევიტანთ (3.9)-ში, გვექნება:

$$u_n(M_{S_1}^k) = \frac{1}{\delta} \left\{ \delta \omega_0(M_{S_1}^k) - \delta [\omega_0(M_{S_1}^k) - \psi_1(M_{S_1}^k)] \right\}$$

ე.ი.

$$u_n(M_{S_1}^k) = \psi_1(M_{S_1}^k), \quad k=1,2,\dots,n \quad (3.11)$$

ანალოგიურად მტკიცდება, რომ

$$u_n(M_{S_2}^k) = \psi_2(M_{S_2}^k), \quad (k=1,2,\dots,m) \quad (3.12)$$

$u_n(M)$ ფუნქციის \vec{v} ნორმალთ წარმოებულებისათვის გვექნება:

$$\frac{\partial u_n}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e} = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \frac{\partial \omega_0}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, & \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, & \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, & \dots & \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e} \\ \omega_0(M_{S_1}^1) - \psi_1(M_{S_1}^1), & \omega_1(M_{S_1}^1), & \omega_2(M_{S_1}^1), & \dots & \omega_N(M_{S_1}^1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_0(M_{S_1}^n) - \psi_1(M_{S_1}^n), & \omega_1(M_{S_1}^n), & \omega_2(M_{S_1}^n), & \dots & \omega_N(M_{S_1}^n) \\ \omega_0(M_{S_2}^1) - \psi_2(M_{S_2}^1), & \omega_1(M_{S_2}^1), & \omega_2(M_{S_2}^1), & \dots & \omega_N(M_{S_2}^1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_0(M_{S_2}^m) - \psi_2(M_{S_2}^m), & \omega_1(M_{S_2}^m), & \omega_2(M_{S_2}^m), & \dots & \omega_N(M_{S_2}^m) \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1} - \phi(M_{S_3}^1), & \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1}, & \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1}, & \dots & \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e} - \phi(M_{S_3}^e), & \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, & \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e}, & \dots & \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \Big|_{M_{S_3}^e} \end{vmatrix}, \quad (3.13)$$

$$(k=1,2,\dots,e).$$

წინა შემთხვევის ანალოგიურად (3.13)-ის მარჯვენა მხარის დეტერმინანტი გავშალოთ პირველი სვეტის მიხედვით:

$$\left. \frac{\partial u_n}{\partial v} \right|_{M_{S_3}^k} = \frac{1}{\delta} \left\{ \delta \left. \frac{\partial u_0}{\partial v} \right|_{M_{S_3}^k} - \delta \left[\left. \frac{\partial u_0}{\partial v} \right|_{M_{S_3}^k} - \varphi(M_{S_3}^k) \right] \right\}$$

საიდანაც ვღებულობთ:

$$\left. \frac{\partial u_n}{\partial v} \right|_{M_{S_3}^k} = \varphi(M_{S_3}^k), \quad (k = 1, 2, \dots, e) \quad (3.14)$$

(3.11), (3.12) და (3.14) ტოლობები ნიშნავს იმას, რომ ფუნქცია $u_n(M)$ აკმაყოფილებს (3.19), (3.20), (3.21) პირობებს $\{M_{S_1}^k\}_{k=1}^n$, $\{M_{S_2}^k\}_{k=1}^m$ და $\{M_{S_3}^k\}_{k=1}^e$ წერტილებში, შესაბამისად.

შეიძლება ითქვას, რომ (3.2) ფუნქცია წარმოადგენს შემდეგი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას:

$$\Delta u_N(M) = f(M), \quad M \in G \quad (3.15)$$

$$u_N(M_{S_1}^k) = \psi_1, \quad M_{S_1}^k \in S_1, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

$$u_N(M_{S_2}^k) = \psi_2, \quad M_{S_2}^k \in S_2, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3.17)$$

$$\left. \frac{\partial u_N}{\partial v} \right|_{M_{S_3}^k} = \varphi, \quad M_{S_3}^k \in S_3, \quad k = 1, 2, \dots, e \quad (3.18)$$

განვიხილოთ ფუნქციათა მიმდევრობა $u_n(M)$ ($N = 1, 2, \dots, \infty$) ($M \in G$). რადგანაც ამ მიმდევრობის თითოეული ფუნქცია ზუსტად აკმაყოფილებს (2.18) განტოლებას წერტილში $M \in G$ და [9] ნაშრომში დამტკიცებულია, რომ ლაპლასის ოპერატორის ფუნდამენტურ ამოხსნათა სისტემა $\{\omega_i(M)\}_{i=1}^\infty$ არის სრული სისტემა $C^2(S)$ სივრცეში, ცხადია, რომ

$$u_n(M) \rightarrow u(M), \quad \text{როცა } n \rightarrow \infty,$$

სადაც $u(M)$ არის (2.18)-(2.21) სასაზღვრო ამოცანის ზუსტი ამოხსნა, ეს კი ნიშნავს, რომ ფუნქცია $u_n(M)$, განსაზღვრული (3.2) ტოლობით, წარმოადგენს (2.18)-(2.21) სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნას.

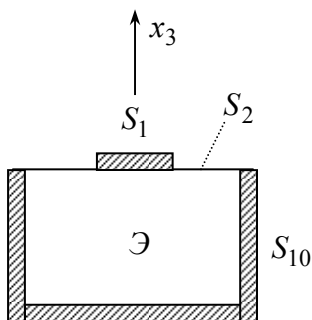
თავი IV.

ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რეზისტული მახასიათებლების განსაზღვრა სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე

განვიხილოთ ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების რეზისტული მახასიათებლების (ემიტერის, ბაზისა და კოლექტორის ელექტრული წინააღმდეგობების) განსაზღვრის მეთოდები სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე.

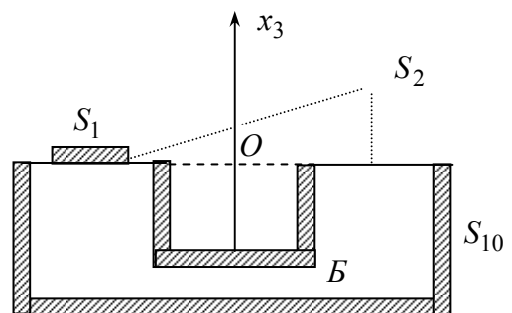
S ზედაპირით შემოსაზღვრული ლეგირებული ნახევარგამტარით შევსებული დენგამტარი არის $G \in R^3$ ელექტრული წინააღმდეგობა დამოკიდებულია მასში ელექტრული ველის სტრუქტურაზე და მინარევული ატომებით ლეგირების ხარისხზე.

ბიპოლარული ტრანზისტორის შემადგენელი ნაწილების რეზისტული მახასიათებლების განსაზღვრისას სამგანზომილებიანი G არე წარმოადგენს ემიტერის, ბაზის ან კოლექტორის არეს, იმის მიხედვით თუ რომელი მათგანის ელექტრული წინააღმდეგობა განისაზღვრება. მიკროსქემების ტექნოლოგიური და ტოპოლოგიური თავისებურებებიდან



ა ემიტერის არე

ნახ.3



ბ ბაზის არე

გამომდინარე ამ არეების ზედაპირები სიბრტყეების ერთობლიობას წარმოადგენს. ამ ზედაპირების ნაწილი (S_1 და S_{10}) დაფარულია ომური კონტაქტებით, ხოლო ნაწილი (S_2) გარეთა მხრიდან შეხებაშია იზოლატორთან (ნახ. 3).

S_1 და S_{10} ზედაპირებზე, შესაბამისად, მოდებულია ელექტრული პოტენციალები $\psi_1 = const$ და $\psi_{10} = const$ ($\psi_1 \neq \psi_{10}$). ცხადია, ასეთ პირობებში G არეში იარსებებს სტაციონარული ელექტრული ველი და მასში გაივლის დენი რაიმე \vec{j} სიმკვრივით. ტოლობა $j_v = 0$, რომელსაც ადგილი აქვს S_2 ზედაპირზე (\vec{v} - ამ ზედაპირის გარე ნორმალა) წარმოადგენს ელექტრული მუხტის შენახვის კანონს S_2 -ზე.

აღსანიშნავია, რომ ემიტერისა და ბაზის არეები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან მხოლოდ კონფიგურაციით და ომური კონტაქტების განლაგებით. ამიტომ ამ ორი არის ელექტრული წინაღობების განსაზღვრის მეთოდებს შორის პრინციპული განსხვავება არ არსებობს.

რაც შეეხება კოლექტორს, აქ, როგორც წესი, თავს იჩენს გარკვეული სირთულეები ელექტრული წინაღობის განსაზღვრისას. საქმე იმაშია, რომ კოლექტორული არის დამზადების დროს გამოიყენება ზოგიერთი ტექნოლოგიური თავისებურება. კერძოდ, ბიპოლარული ტრანზისტორის დამზადებისას კოლექტორის არეში ქმნიან გარკვეული სისქის დაბალომურ ფენას, ე.წ. ფარულ ფენას. ცხადია, რომ დაბალომური ფენის კონტაქტი (საკონტაქტო ზედაპირი, როგორც წესი, სიბრტყეს წარმოადგენს) კოლექტორის დანარჩენ ნაწილთან (მათ სხვადასხვა გამტარებლობები ახასიათებთ) გავლენას ახდენს ელექტრული ველის სტრუქტურაზე G -ში, ეს კი იწვევს კოლექტორის წინაღობის მნიშვნელოვან ცვლილებას, კერძოდ, შემცირებას. სწორედ ეს არის კოლექტორში ფარული ფენის შექმნის მიზანი. აღნიშნული თავისებურება აუცილებლად უნდა იქნას გათვალისწინებული კოლექტორში ელექტრული ველის სტრუქტურის განსაზღვრისას.

იმის კანონის თანახმად, G არის ელექტროგამტარებლობა, მის საკონტაქტო S_1 და S_{10} ზედაპირებზე ψ_1 და ψ_{10} ($\psi_1 \neq \psi_{10}$) პოტენციალების არსებობისას, ტოლია:

$$\rho_G = \frac{1}{R_G} = \frac{I_{S_1}}{V_G}, \quad (4.1)$$

სადაც R_G - წინააღმდეგობების სიდიდეა, $V_G = \psi_{10} - \psi_1$, ხოლო

$$I_{S_1} = \iint_{S_1} \chi \frac{\partial u}{\partial \nu} ds \quad (4.2)$$

წარმოადგენს S_1 კონტაქტში გამავალ დენს; χ - ამ ნახევარგამტარული მასალის კუთრიგამტარებლობაა, რომლითაც შევსებულია G ; (შემდგომში ვიგულისხმებთ, რომ $\chi = const$); $u = u(M)$ ($M = \{x_1, x_2, x_3\} \in \varphi$) არის ელექტრული ველი G -ში; $\vec{\nu}$ - S_1 -ის გარე ნორმალია.

ტრანზისტორის სხვადასხვა ნაწილების წინააღმდეგობაში ჩვენ ვიგულისხმობთ მათი ელექტრონიტრალური არეების წინააღმდეგობას, ამიტომ G -ში ელექტრული ველის წყაროები არ არსებობენ და სასაზღვრო ამოცანას ელექტრული ველის პოტენციალისათვის ექნება შემდეგი სახე:

$$\Delta u(M) = 0, \quad M \in G, \quad (4.3)$$

$$u = \psi_1, \quad S_1\text{-ზე} \quad (4.4)$$

$$u = \psi_{10}, \quad S_{10}\text{-ზე} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad S_2\text{-ზე} \quad (4.6)$$

წარმოვიდგინოთ $u(M)$ ორი ფუნქციის $u_1(M)$ და $u_2(M)$ -ის წრფივ კომბინაციად:

$$u(M) = \psi_1 u_1(M) + \psi_{10} u_2(M), \quad M \in G \quad (4.7)$$

სადაც $u_1(M)$ და $u_2(M)$ წარმოადგენენ, შესაბამისად, შემდეგი სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნებს:

$$\Delta u_1(M) = 0, \quad G\text{-ში} \quad (4.8)$$

$$u_1 = 1, \quad S_1\text{-ზე} \quad (4.9)$$

$$u_1 = 0, \quad S_{10}\text{-ზე} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial \nu} = 0, \quad S_2\text{-ზე} \quad (4.11)$$

და

$$\Delta u_2(M) = 0, \quad G\text{-ში} \quad (4.12)$$

$$u_2 = 0, \quad S_1\text{-ზე} \quad (4.13)$$

$$u_2 = 1, \quad S_{10}\text{-ზე} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \nu} = 0, \quad S_2\text{-ზე} \quad (4.15)$$

ცხადია, რომ $u_1(M) + u_2(M) = 1$ G -ში. ასევე ცხადია, რომ (4.7) აკმაყოფილებს (4.3)÷(4.6) სასაზღვრო ამოცანას.

გარდავქმნათ (4.7) შემდეგნაირად:

$$u(M) = \psi_1 u_1(M) + \psi_{10} [1 - u_1(M)]$$

$$u(M) = (\psi_1 - \psi_{10}) u_1(M) + \psi_{10} \quad (4.16)$$

$$u(M) = -V_G u_1(M) + \psi_{10}$$

(4.16)-ის გადიფერენციალება გვაძლევს:

$$\frac{\partial u(M)}{\partial \nu} = -V_G \frac{\partial u_1(M)}{\partial \nu} \quad (4.17)$$

(4.4) ტოლობაში (4.17)-ის გათვალისწინება გვაძლევს:

$$I_{S_1} = -\chi V_G \iint_{S_1} \frac{\partial u_1}{\partial \nu} ds \quad (4.18)$$

საიდანაც გამომდინარეობს:

$$\frac{1}{R_G} = \left| \chi \iint_{S_1} \frac{\partial u_1}{\partial \nu} ds \right| \quad (4.19)$$

G არის გამტარებლობას ჩვენ ვუწოდებთ S_1 კონტაქტში გამავალი დენის ძალის აბსოლუტურ მნიშვნელობას, როცა $\psi_1 = 1$ და $\psi_{10} = 0$. ამ გამტარებლობის შებრუნებული სიდიდე წარმოადგენს განსახილავი არის წინალობას. ე.ი. ტრანზისტორის შემადგენელი ნაწილების ელექტრულ წინალობას ჩვენ განვსაზღვრავთ (4.19) ფორმულით, სადაც $u_1(M)$ არის (4.8)÷(4.11) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა.

ემიტერისა (ან ბაზის) წინალობების გამოსახულებების ასაგებად საჭიროა ამოვხსნათ (4.3)÷(4.6) სასაზღვრო ამოცანა როცა G წარმოადგენს ემიტერის (ან ბაზის) არეს.

ცხადია, რომ ამოცანა (4.3)÷(4.6) წარმოადგენს (2.18)÷(2.21) სასაზღვრო ამოცანას კერძო შემთხვევას.

ზემოთ მოყვანილი მსჯელობის ანალოგიურად S_1 , S_{10} და S_2 ზედაპირებზე დავაფიქსიროთ წერტილთა სიმრავლეები: $\{M_{S_1}^k\}_{k=1}^n$, $\{M_{S_{10}}^k\}_{k=1}^m$, და $\{M_{S_2}^k\}_{k=1}^e$, $(n + m + e = N)$, შესაბამისად $S_0 \in (R^3 \setminus G)$ ზედაპირზე შემოვიტანოთ სიმრავლე $\{M_0^k\}_{k=1}^N$. (3.3)÷(3.6) სასაზღვრო ამოცანიდან გამომდინარე ადგილი ექნება შემდეგ ტოლობებს:

$$\omega_0(M) = 0, \quad M \in G \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \omega_0(M)}{\partial \nu} = 0, \quad M \in G \quad (4.21)$$

$$\psi(M_{S_1}^k) = 1, \quad T = 1, 2, \dots, n \quad (4.22)$$

$$\psi(M_{S_{10}}^k) = 0, \quad T = 1, 2, \dots, m \quad (4.23)$$

$$\psi(M_{S_2}^k) = 0, \quad T = 1, 2, \dots, e \quad (4.24)$$

მაშინ (4.3÷4.6) ამოცანის ამოხსნას ექნება სახე:

$$u_{1N}(M) = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} 0, \omega_1(M), \omega_2(M), \dots, \omega_N(M) \\ -1, \omega_1(M_{S_1}^1), \omega_2(M_{S_1}^1), \dots, \omega_N(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ -1, \omega_1(M_{S_1}^n), \omega_2(M_{S_1}^n), \dots, \omega_N(M_{S_1}^n) \\ 0, \omega_1(M_{S_{10}}^1), \omega_2(M_{S_{10}}^1), \dots, \omega_N(M_{S_{10}}^1) \\ \dots \\ 0, \omega_1(M_{S_{10}}^m), \omega_2(M_{S_{10}}^m), \dots, \omega_N(M_{S_{10}}^m) \\ 0, \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_2}^e}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_2}^e}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_2}^e} \\ 0, \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_2}^1}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_2}^1}, \dots, \frac{\partial \omega_N}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_2}^1} \end{vmatrix} \quad (4.25)$$

(4.19) ტოლობის გათვალისწინებით ემიტერის (ბაზის) ელექტრული წინააღმდეგობისათვის მივიღებთ:

$$\frac{1}{R_{Ge(b)}} \approx \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N \\ -1, \omega_1(M_{S_1}^1), \omega_2(M_{S_1}^1), \dots, \omega_N(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ -1, \omega_1(M_{S_1}^n), \omega_2(M_{S_1}^n), \dots, \omega_N(M_{S_1}^n) \\ 0, \omega_1(M_{S_{10}}^1), \omega_2(M_{S_{10}}^1), \dots, \omega_N(M_{S_{10}}^1) \\ \dots \\ 0, \omega_1(M_{S_{10}}^m), \omega_2(M_{S_{10}}^m), \dots, \omega_N(M_{S_{10}}^m) \\ 0, \left. \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^1}, \left. \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^1}, \dots, \left. \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^1} \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \omega_1}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^e}, \left. \frac{\partial \omega_2}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^e}, \dots, \left. \frac{\partial \omega_N}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^e} \end{vmatrix} \quad (4.26)$$

სადაც:

$$\alpha_i = -\iint_{S_1} \chi \frac{\partial \omega_i}{\partial v} ds, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (4.27)$$

თუ მართკუთხა კოორდინატა სისტემას მოვათავსებთ ისე, რომ $x_3 = 0$ სიბრტყე დაემთხვას S_1 ზედაპირს, მაშინ ადგილი ექნება შემდეგ ტოლობებს:

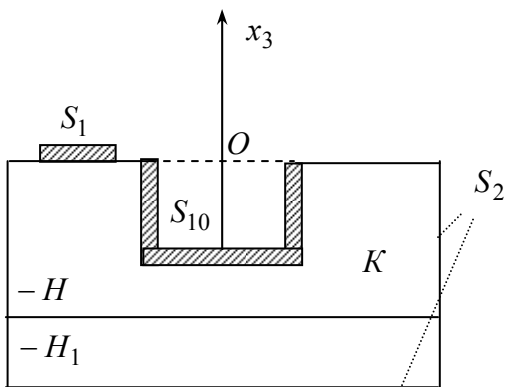
$$\frac{\partial}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial x_3}, \quad ds = dx_1 dx_2$$

და

$$\alpha_i = -\iint_{S_1} \chi \frac{\partial \omega_i}{\partial x_3} dx_1 dx_2 \quad (4.28)$$

განვსაზღვროთ დაბალომიანი ფენის შემცველი კოლექტორის წინაღობა.

χ_0 კუთრი გამტარებლობის მქონე დაბალომიანი ფენის არე აღვნიშნოთ G_0 -ით, ხოლო კოლექტორის ძირითადი ნაწილი, რომლის



ნახ.4

კოლექტორის არე ფარული ფენით

თი.

განვიხილოთ სამგანზომილებიანი არე $G = G_c \cup G_0 \in R^3$, რომელიც შედგება სხვადასხვა გამტარებლობის მქონე ($\chi_c \neq \chi_0$) ორი ელექტრონეიტრალური ნაწილისაგან, რომელთა გამყოფი ზედაპირი არის სიბრტყე და რომელიც შემოსაზღვრულია შეკრული ზედაპირით $S = S_1 \cup S_{10} \cup S_2$. გამყოფი სიბრტყის განტოლება იყოს $x_3 = -H$ (ნახ. 4). S -ზედაპირის ის ნაწილი, რომლითაც შემოსაზღვრულია G_c , აღვნიშნოთ Γ_c , ხოლო G_0 -ის შემოსაზღვრული ზედაპირი - Γ_0 -ით.

განვიხილოთ შემდეგი სასაზღვრო ამოცანა:

$$\Delta u(M) = 0, \quad M \in G, \quad (4.29)$$

$$u = 1, \quad S_1\text{-ზე} \quad (4.30)$$

$$u = 0, \quad S_{10}\text{-ზე} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad S_2\text{-ზე} \quad (4.32)$$

სადაც:

$$u(M) = \begin{cases} u_1(M), & M \in G_c \\ u_2(M), & M \in G_0 \end{cases} \quad (4.33)$$

$$u_1 = u_2, \quad \text{როცა } x_3 = -H \quad (4.34)$$

$$\chi_c \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = \chi_0 \frac{\partial u_2}{\partial x_3}, \quad \text{როცა } x_3 = -H \quad (4.35)$$

$u_1(M)$ და $u_2(M)$ ჰარმონიული ფუნქციებია G_c -ში და G_0 -ში, შესაბამისად. ამასთან $u_1(M)$ - აკმაყოფილებს (4.30)-(4.32) პირობებს Γ_c -ზე, ხოლო $u_2(M)$ - (4.32)-ს Γ_0 -ზე.

ავაგოთ ლაპლასის ოპერატორის ფუნდამენტურ ამოხსნათა შემდეგი სისტემა:

$$\gamma_k(M) = \begin{cases} \gamma_k^c(M), & M \in G_c \\ \gamma_k^0(M), & M \in G_0 \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (4.36)$$

სადაც:

$$\begin{aligned} \gamma_k^c(M) = & \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (x_3 - z_3^k)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (x_3 + 2H + z_3^k)^2}} + \\ & + \frac{4P}{(PH)^2} \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \frac{\left(-\frac{P-1}{P+1}\right)^i}{\sqrt{\rho^2 + [x_3 - 2iH + (2i+1)H + z_3^k]^2}} \right\}, \quad (k=1, 2, \dots, N), \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} \gamma_k^0(M) = & \frac{2P}{P+1} \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \frac{\left(-\frac{P-1}{P+1}\right)^i}{\sqrt{\rho^2 + [x_3 - 2i(H-H_1) + z_3^k]^2}} + \frac{\left(-\frac{P-1}{P+1}\right)^i}{\sqrt{\rho^2 + [x_3 - 2iH + 2(i+1)H_1 + z_3^k]^2}} \right\}, \quad (4.38) \\ & (k=1, 2, \dots, N). \end{aligned}$$

აქ გამოყენებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$\begin{aligned} \rho^2 = & (x_1 - z_1^k)^2 + (x_2 - z_2^k)^2, \quad P = \frac{\chi_c}{\chi_0}, \\ \{z_1^k, z_2^k, z_3^k\}^2 = & \{M_0^k\}_{k=1}^N \in S_0. \end{aligned}$$

რთული არ არის იმის Xვენება, რომ $\gamma_k^c(M)$ და $\gamma_k^0(M)$ აკმაყოფილებს შემდეგ ტოლობებს:

$$\gamma_k^c = \gamma_k^0, \quad \text{როცა } x_3 = -H \quad (4.39)$$

$$\chi_c \frac{\partial \gamma_k^c}{\partial x_3} = \chi_0 \frac{\partial \gamma_k^0}{\partial x_3}, \quad \text{როცა } x_3 = -H \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \gamma_k^0}{\partial x_3} = 0, \quad \text{როცა } x_3 = -H_1, \quad k=1, 2, 3, \dots, N. \quad (4.41)$$

(4.39)-(4.41) ტოლობების გათვალისწინებით შესაძლებელია $u_1(M)$ და $u_2(M)$ ფუნქციების მიახლოებითი მნიშვნელობების გამოსახულებების აგება G_c -ში და G_0 -ში, შესაბამისად.

$$u_{1n}(M) = \frac{1}{\delta_0} \begin{vmatrix} 0, \gamma_1^c(M), \gamma_2^c(M), \dots, \gamma_n^c(M) \\ -1, \gamma_1^c(M_{S_1}^1), \gamma_2^c(M_{S_1}^1), \dots, \gamma_N^c(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ -1, \gamma_1^c(M_{S_1}^n), \gamma_2^c(M_{S_1}^n), \dots, \gamma_N^c(M_{S_1}^n) \\ 0, \gamma_1^c(M_{S_{10}}^1), \gamma_2^c(M_{S_{10}}^1), \dots, \gamma_N^c(M_{S_{10}}^1) \\ \dots \\ 0, \gamma_1^c(M_{S_{10}}^m), \gamma_2^c(M_{S_{10}}^m), \dots, \gamma_N^c(M_{S_{10}}^m) \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \gamma_1^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^1}, \left. \frac{\partial \gamma_2^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^1}, \dots, \left. \frac{\partial \gamma_N^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^1} \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \gamma_1^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^e}, \left. \frac{\partial \gamma_2^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^e}, \dots, \left. \frac{\partial \gamma_N^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^e} \end{vmatrix}, \quad M \in G_c \quad (4.42)$$

დას

$$u_{2n}(M) = \frac{1}{\delta_0} \begin{vmatrix} 0, \gamma_1^0(M), \gamma_2^0(M), \dots, \gamma_n^0(M) \\ -1, \gamma_1^c(M_{S_1}^1), \gamma_2^c(M_{S_1}^1), \dots, \gamma_N^c(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ -1, \gamma_1^c(M_{S_1}^n), \gamma_2^c(M_{S_1}^n), \dots, \gamma_N^c(M_{S_1}^n) \\ 0, \gamma_1^c(M_{S_{10}}^1), \gamma_2^c(M_{S_{10}}^1), \dots, \gamma_N^c(M_{S_{10}}^1) \\ \dots \\ 0, \gamma_1^c(M_{S_{10}}^m), \gamma_2^c(M_{S_{10}}^m), \dots, \gamma_N^c(M_{S_{10}}^m) \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \gamma_1^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^1}, \left. \frac{\partial \gamma_2^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^1}, \dots, \left. \frac{\partial \gamma_N^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^1} \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \gamma_1^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^e}, \left. \frac{\partial \gamma_2^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^e}, \dots, \left. \frac{\partial \gamma_N^c}{\partial \nu} \right|_{M_{S_2}^e} \end{vmatrix}, \quad M \in G_0 \quad (4.43)$$

(4.29)÷(4.35) სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებით ამოხსნა:

$$u_N(M) = \begin{cases} u_{1N}(M), & M \in G_c \\ u_{2N}(M), & M \in G_0 \end{cases} \quad (4.44)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ ელექტრული წინააღმდეგობის განმსაზღვრავი (4.19) ფორმულის მარჯვენა მხარეში ინტეგრება ხდება S_1 -ზე, რომელიც წარმოადგენს L_c ზედაპირის ნაწილს, კოლექტორის წინაღობის განსასაზღვრავად საკმარისია აიგოს $u_{1N}(M)$ ფუნქცია და $\left(\chi_c \frac{\partial u_N}{\partial v}\right)$ - ფუნქცია ვაინტეგროთ S_1 -ზე. შედეგად მივიღებთ საბოლოო გამოსახულებას, რომელიც განსაზღვრავს დაბალმომური ფენის შემცველი კოლექტორის წინაღობას:

$$\frac{1}{R_{GC}} = \frac{1}{\delta_C} \begin{vmatrix} 0, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N \\ -1, \gamma_1^c(M_{S_1}^1), \gamma_2^c(M_{S_1}^1), \dots, \gamma_N^c(M_{S_1}^1) \\ \dots \\ -1, \gamma_1^c(M_{S_1}^n), \gamma_2^c(M_{S_1}^n), \dots, \gamma_N^c(M_{S_1}^n) \\ 0, \gamma_1^c(M_{S_{10}}^1), \gamma_2^c(M_{S_{10}}^1), \dots, \gamma_N^c(M_{S_{10}}^1) \\ \dots \\ 0, \gamma_1^c(M_{S_{10}}^m), \gamma_2^c(M_{S_{10}}^m), \dots, \gamma_N^c(M_{S_{10}}^m) \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \gamma_1^c}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^1}, \left. \frac{\partial \gamma_2^c}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^1}, \dots, \left. \frac{\partial \gamma_N^c}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^1} \\ \dots \\ 0, \left. \frac{\partial \gamma_1^c}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^e}, \left. \frac{\partial \gamma_2^c}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^e}, \dots, \left. \frac{\partial \gamma_N^c}{\partial v} \right|_{M_{S_2}^e} \end{vmatrix}, \quad (4.45)$$

სადაც:

$$\eta_i = - \iint_{S_1} \chi \frac{\partial \gamma_i(M)}{\partial v} ds \quad (4.46)$$

თუ მართკუთხა კოორდინატა სისტემას განვათავსებთ წინა შემთხვევის ანალოგიურად, გვექნება:

$$\frac{\partial}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial x_3}, \quad ds = dx_1 dx_2$$

და

$$\eta_i = - \iint_{S_1} \chi \frac{\partial \gamma_i(M)}{\partial x_3} dx_1 dx_2. \quad (4.47)$$

თავი V.

ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრა სამგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის საფუძველზე

ტრანზისტორული სტრუქტურების ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრისას აუცილებლად უნდა გავითვალისწინოთ, რომ ლეგირებულ ნახევარგამტარში შეიძლება არსებობდეს ელექტროსტატიკური ველი, რის გამოც ნახევარგამტარის ტევადობა კლასიკური გაგებით (მუხტის რაოდენობა, რომელიც გამტარის პოტენციალს ცვლის ერთი ერთეულით) აზრს კარგავს. აქედან გამომდინარე ნახევარგამტართა ტევადური მახასიათებლების აგებისას ჩვენ გამოვიყენებთ იმ ცნებებს, რომლითაც სარგებლობენ კლასიკურ ელექტროდინამიკაში იზოლატორში განლაგებული გამტართა სისტემის ელექტროსტატიკური მდგომარეობის ინტეგრალური მახასიათებლების აგებისას. ამიტომ ჩვენ ჯერ განვიხილავთ იზოლატორში განლაგებულ გამტართა ტევადობითი მახასიათებლების აგების ამოცანას და ამის შემდეგ, მიღებული შედეგების განზოგადების საფუძველზე განვმარტავთ ნახევარგამტართა სისტემის ტევადურ მახასიათებლებს და მივიღებთ იმ ტოლობებს, რომლითაც განისაზღვრება ტრანზისტორული სტრუქტურების ტევადობის მატრიცის ელემენტები.

ვთქვათ, G_1, G_2, \dots, G_n არეები (ნახ. 1) შევსებულია გამტარებით. გამტარები იმით გამოირჩევიან, რომ მათ შიგა წერტილებში ელექტროსტატიკური ველი არ არსებობს, ველის პოტენციალი შიგა და გარე წერტილებში მუდმივ მნიშვნელობას ინარჩუნებს. ელექტრული ველი შეიძლება არსებობდეს მხოლოდ იზოლატორში, რომელიც მათ გარს აკრავს. ველის პოტენციალი აკმაყოფილებს ლაპლასის განტოლებას:

$$\Delta u(M) = 0, \quad M(x_1, x_2, x_3) \in G_0 \quad (5.1)$$

თუ Q_1, Q_2, \dots, Q_n -ით ავღნიშნავთ G_1, G_2, \dots, G_n გამტარების მუხტებს, შესაბამისად, რომლებიც მათ გარედან აქვთ მიწოდებული და განაწილებული არიან S_1, S_2, \dots, S_n ზედაპირზე $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ ზედაპირული სიმკვრივეებით, მაშინ, რადგან $u_k = const$ ($k = 1, 2, \dots, n$), ცხადია, რომ სრულდება შემდეგი პირობები:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_k} = 4\pi\sigma_k, \quad M \in S_k \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (5.2)$$

სადაც $\vec{\nu}_k$ შიგა (G_0 -ის მიმართ) ნორმალია S_k ზედაპირზე. ამის გარდა:

$$u_0 = u_k = \text{const}, \quad M \in S_k \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (5.3)$$

$$u_0 \rightarrow 0, \quad \text{როცა } r \rightarrow \infty$$

შემოვიტანოთ შემდეგი ფუნქციები: $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$, რომლებიც აკმაყოფილებენ დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანებს, კერძოდ:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_1 &= 0, & M \in G_0 \\ \psi_1 &= 1, & M \in S_1 \\ \psi_1 &= 0, & M \in S_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_1 &= 0, & M \in S_n \\ \psi_1 &\rightarrow 0, & r \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (5.4)$$

ანალოგიურად ψ_2 ფუნქციისათვის:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_2 &= 0, & M \in G_0 \\ \psi_2 &= 0, & M \in S_1 \\ \psi_2 &= 1, & M \in S_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_2 &= 0, & M \in S_n \\ \psi_2 &\rightarrow 0, & r \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (5.5)$$

და ასე შემდეგ:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_n &= 0, & M \in G_0 \\ \psi_n &= 0, & M \in S_1 \\ \psi_n &= 0, & M \in S_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_n &= 1, & M \in S_n \\ \psi_n &\rightarrow 0, & r \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (5.6)$$

მაშინ (5.1)÷(5.3) პირობებით განსაზღვრული სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა შეიძლება ასეთი სახით წარმოვიდგინოთ:

$$u_0 = u_1\psi_1 + u_2\psi_2 + \dots + u_n\psi_n = \sum_{k=1}^n u_k\psi_k, \quad (5.7)$$

სადაც u_1, u_2, \dots, u_n პოტენციალის მუდმივი მნიშვნელობებია S_1, S_2, \dots, S_n ზედაპირებზე (შესაბამისად, G_1, G_2, \dots, G_n არეებში). ცხადია (5.4)-(5.6) სასაზღვრო ამოცანებს, რადგანაც ისინი დირიხლეს ამოცანებია, ყოველთვის აქვს ამოხსნა. თუ მათ ვიპოვით, მაშინ მუხტების ზედაპირული სიმკვრივეებისათვის, (5.2)-ის თანახმად, მივიღებთ:

$$\sigma_k = \frac{\varepsilon_0}{4\pi} \sum_{\mu=1}^n u_\mu \frac{\partial \psi_\mu}{\partial \nu_k}, \quad M \in G_k, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (5.8)$$

აქედან k -ური გამტარისთვის გარედან გადაცემული მუხტი ტოლი იქნება:

$$Q_k = \frac{\varepsilon_0}{4\pi} \sum_{\mu=1}^n u_\mu \iint_{S_k} \frac{\partial \psi_\mu}{\partial \nu_k} dS_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (5.9)$$

გამოვიყენეთ აღნიშვნა:

$$C_{k\mu} = \frac{\varepsilon_0}{4\pi} \iint_{S_k} \frac{\partial \psi_\mu}{\partial \nu_k} dS_k, \quad k, \mu = 1, 2, \dots, n, \quad (5.10)$$

მაშინ (5.9) ტოლობა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$Q_k = \sum_{\mu=1}^n C_{k\mu} u_\mu, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (5.11)$$

(5.4)-(5.6) სასაზღვრო ამოცანები არ შეიცავენ განსაზილავ სისტემაში არსებულ პოტენციალებს ან ელექტრულ მუხტებს, შესაბამისად $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ ფუნქციები განისაზღვრებიან განსახილავი სისტემის მხოლოდ გეომეტრიული თვისებებით. ამასთან დაკავშირებით, ცხადია, რომ (5.10) ტოლობებით განსაზღვრული $C_{k\mu}$ კოეფიციენტები დამოკიდებულნი არიან სისტემის გეომეტრიაზე და იზოლატორის დიელექტრიკულ მუდმივაზე. $\|C_{k\mu}\|$ მატრიცას უწოდებენ ტევადობის მატრიცას. მისი ელემენტები C_{kk} წარმოადგენენ გამტარის საკუთრივ ტევადობებს, ხოლო არადიაგონალური $C_{k\mu} (k \neq \mu)$ - ინდუქციურ ტევადობებს (k -ური გამტარის ტევადობას, μ ნომრის მქონე გამტარის ინდუქციით გამოწვეულს).

(5.11)-დან ცხადია, რომ

$$u_k = \sum_{\mu=1}^n \bar{C}_{k\mu} Q_{\mu}, \quad (5.12)$$

სადაც $\|\bar{C}_{k\mu}\|$ წარმოადგენს $\|C_{k\mu}\|$ მატრიცის შებრუნებულ მატრიცას, ე.ი.:

$$C_{k\mu} \cdot \bar{C}_{kv} = \delta_{kv} = \begin{cases} 0, & \text{როცა } k \neq v \\ 1, & \text{როცა } k = v. \end{cases} \quad (5.13)$$

ტევადობითი მატრიცა $\|C_{k\mu}\|$ ინტეგრალური მახასიათებელია განსახილავი სისტემისათვის, ამიტომ იგი კავშირში უნდა იყოს სხვა ინტეგრალურ მახასიათებელთან, კერძოდ ელექტრული ველის სრულ ენერგიასთან. ენერგია, როგორც ცნობილია, ტოლია:

$$W = \frac{\epsilon_0}{8\pi} \iiint_{G_0} |\text{grad } u_0|^2 dx_1 dx_2 dx_3. \quad (5.14)$$

გამოვიყენოთ შემდეგი იგივეობა

$$u_0 \Delta u_0 = \text{div}(u_0 \text{grad } u_0) - |\text{grad } u_0|^2,$$

მაშინ (5.14) ასეთ სახეს მიიღებს:

$$W = \frac{\epsilon_0}{8\pi} \left\{ \iiint_{G_0} \text{div}(\text{grad } u_0) dx_1 dx_2 dx_3 - \iiint_{G_0} u_0 \Delta u_0 dx_1 dx_2 dx_3 \right\}.$$

გამოვიყენოთ გაუსის თეორემა და (5.1) ტოლობა, მივიღებთ:

$$W = \frac{\epsilon_0}{8\pi} \sum_{k=1}^n u_k \iint_{S_k} \frac{\partial u_0}{\partial \nu_k} dS_k. \quad (5.15)$$

თუ ამ ტოლობის მარჯვენა მხარეში ჩავსვავთ u_0 -ის გამოსახულებას (5.7)-დან, მივიღებთ

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{\mu=1}^n C_{k\mu} u_k u_{\mu}. \quad (5.16)$$

ეს ტოლობა ამყარებს კავშირს ელექტრული ველის ენერგიასა, ტევადობის მატრიცასა და გამტარების პოტენციალებს შორის. W ერთგვაროვანი ფუნქციაა u_k პოტენციალების მიმართ. (5.16)-დან ცხადია, რომ

$$\frac{\partial W}{\partial u_k} = \sum_{\mu=1}^n C_{k\mu} u_\mu = Q_k,$$

$$C_{k\mu} = \frac{\partial^2 W}{\partial u_k \partial u_\mu} \quad (5.17)$$

ამის გარდა, თუ (5.16)-ში u_k -ს მნიშვნელობას შევცვლით (5.12) ტოლობიდან, მივიღებთ:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{\mu=1}^n \sum_{v=1}^n C_{k\mu} \bar{C}_{kv} Q_v u_\mu.$$

აქედან, თუ გავითვალისწინებთ (5.13)-ს მივიღებთ:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^n \sum_{v=1}^n \delta_{\mu v} Q_v u_\mu = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^n Q_\mu u_\mu. \quad (5.18)$$

თუ u_k -ს კიდევ ერთხელ შევცვლით (5.12)-ის გამოყენებით, მივიღებთ:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{\mu=1}^n \bar{C}_{k\mu} Q_k Q_\mu \quad (5.19)$$

აქედან, წინა შემთხვევის ანალოგიურად, გვაქვს:

$$\bar{C}_{k\mu} = \frac{\partial^2 W}{\partial Q_k \partial Q_\mu}. \quad (5.20)$$

(5.17) და (5.20) ტოლობები განსაზღვრავენ განსახილავი სისტემის ტევადობით მახასიათებლებს ელექტრული ველის სრული ენერჯის მიხედვით. ეს ცნობილი ტოლობები აქ მიღებულია იმ მიზნით, რომ მათი განზოგადების საფუძველზე შევძლოთ ტევადობითი მახასიათებლების გამოთვლა იმ შემთხვევისათვის, როცა G_1, G_2, \dots, G_n არეები წარმოადგენენ არა გამტარულ, არამედ ნახევარგამტარულ არეებს.

თუ აღნიშნულ გამტართა სისტემაში ადგილი აქვს პოტენციალების ან მუხტების მიმართ რაიმე ბმის პირობას, მაშინ ბმის პირობაში მონაწილე გამტარები ქმნიან კონდენსატორს. კონდენსატორის ასეთი განმარტება მეტად ზოგადია და ცხადად არ ჩანს რა კავშირშია ის კონდენსატორის კლასისკურ ცნებასთან. სიმარტივის მიზნით განვიხილოთ ორი გამტარის შემთხვევა, რომლებიც ავსებენ G_1 და G_2 არეებს და, თანაც, u_1 და u_2 პოტენციალები შებმული არიან ბმის შემდეგი პირობით:

$$u_1 + u_2 = 0. \quad (5.21)$$

ასეთ გარემოებას, მაგალითად, ექნება ადგილი, თუ მუდმივი დენის წყაროს ერთ პოლუსს შევაერთებთ ერთ გამტართან, ხოლო მეორეს – მეორე გამტართან. შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$u_1 - u_2 = V, \quad (5.22)$$

მაშინ

$$u_1 = \frac{1}{2}V, \quad u_2 = -\frac{1}{2}V. \quad (5.23)$$

V არის ძაბვა გამტარებს შორის. ამის გათვალისწინებით (5.7)-დან გვაქვს

$$u_0 = \frac{1}{2}V(\psi_1 - \psi_2), \quad (5.24)$$

ხოლო

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{\varepsilon_0}{8\pi} V \iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_1} dS \\ Q_2 &= \frac{\varepsilon_0}{8\pi} V \iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_2} dS. \end{aligned} \quad (5.25)$$

ვაჩვენოთ შემდეგი ტოლობის სამართლიანობა:

$$\iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_1} dS + \iint_{S_2} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_2} dS = 0. \quad (5.26)$$

\sum_R იყოს R რადიუსიანი სფეროს ზედაპირი, რომლის ცენტრი ემთხვევა კოორდინატთა სისტემის სათავეს, ხოლო R რადიუსი იმდენად დიდია, რომ \sum_R მოიცავს S_1 და S_2 ზედაპირებს.

გამოვიყენოთ გაუსის თეორემა ინტეგრალისათვის

$$\iiint_{G_R} \Delta(\psi_1 - \psi_2) dx_1 dx_2 dx_3,$$

სადაც G_R წარმოადგენს S_1 , S_2 და \sum_R ზედაპირებით შემოსაზღვრულ არეს; გვაქნება:

$$\begin{aligned} \iiint_{G_R} \Delta(\psi_1 - \psi_2) dx_1 dx_2 dx_3 &= \iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_1} dS + \\ &+ \iint_{S_2} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_2} dS - \iint_{\Sigma_R} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial R} dS. \end{aligned} \quad (5.27)$$

რადგანაც $(\psi_1 - \psi_2) \rightarrow 0$, როცა $R \rightarrow \infty$ და $\frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial R} \rightarrow 0$, როცა $R \rightarrow \infty$, ასევე

$\Delta(u_1 - u_2) = 0$, როცა $M \in G_0$, ამიტომ (5.37) ტოლობის მარცხენა მხარე და მარჯვენა მხარის ბოლო წევრი ტოლია ნულის, ე.ი. სამართლიანია (5.26) ტოლობა.

მაშინ (5.25) სისტემის ტოლობათა ჯამი მოგვცემს:

$$Q_1 + Q_2 = 0. \quad (5.28)$$

ეს უკანასკნელი პირობა წარმოადგენს (5.21) ბმის პირობისა შედეგს. გამოვიყენოთ აღნიშვნები:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -Q_2 = Q \\ \frac{\varepsilon_0}{8\pi} \iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_1} dS &= -\frac{\varepsilon_0}{8\pi} V \iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial v_2} dS = C. \end{aligned} \quad (5.29)$$

ცხადია, C დამოკიდებულია მხოლოდ სისტემის გეომეტრიაზე. მაშინ (5.25) სისტემის ტოლობები დაემთხვევიან ერთი შემდეგი სახის ტოლობას:

$$Q = CV. \quad (5.30)$$

ამ ტოლობით განსაზღვრულ C კოეფიციენტს უწოდებენ კონდენსატორის ტევადობას.

გამოვთვალოთ ეს ტევადობა ბრტყელი კონდენსატორისათვის.

მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა მოვათავსოთ ისე რომ ბრტყელი კონდენსატორის შემონაფენებიდან მარცხენა დაემთხვეს $x_1 = 0$ სიბრტყეს. ასეთ შემთხვევაში კოორდინატთა x_1 ღერძი იქნება შემონაფენების ზედაპირის მართობული. შემონაფენების ზედაპირის ფართობი ავლნიშნოთ S -ით, მათ შორის მანძილი l -ით. იზოლატორის დიელექტრიკული შეღწევადობა ε_0 -ით. ცხადია, ბრტყელი კონდენსატორის შემთხვევაში (5.4) და (5.5) სასაზღვრო ამოცანები შეიძლება შეიცვალოს შესაბამისი ერთგანზომილებიანი ამოცანებით:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx_1^2} = 0$$

$$\psi_1 = 1, \quad x_1 \leq 0$$

$$\psi_1 = 0, \quad x_1 \geq l$$

და

$$\frac{d^2\psi_2}{dx_1^2} = 0$$

$$\psi_2 = 0, \quad x_1 \leq 0$$

$$\psi_2 = 1, \quad x_1 \geq l$$

ამ სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნებია:

$$\psi_1 = \begin{cases} 1 - \frac{x_1}{e}, & 0 \leq x_1 \leq l, \\ 1, & x_1 < 0, \\ 0, & x_1 > l. \end{cases} \quad (5.31)$$

და

$$\psi_2 = \begin{cases} \frac{x_1}{e}, & 0 \leq x_1 \leq l, \\ 0, & x_1 < 0, \\ 1, & x_1 > l. \end{cases} \quad (5.32)$$

ამიტომ

$$\psi_1 - \psi_2 = 1 - \frac{2x_1}{e}, \quad u_0 = \frac{1}{2}V(\psi_1 - \psi_2); \quad (5.33)$$

(5.29)-ის ძალით

$$C = -\frac{\varepsilon_0}{8\pi} \iint_{S_1} \frac{d}{dx_1} \left(1 - \frac{2x_1}{e} \right) dx_2 dx_3 = \frac{\varepsilon_0 S}{4\pi e}. \quad (5.34)$$

(5.15) ტოლობაში u_1 -ის და u_2 -ის მნიშვნელობები ჩავსვათ (5.23)-დან, ხოლო u_0 -ის მნიშვნელობა (5.33)-დან, მივიღებთ:

$$W = \frac{\varepsilon_0}{8\pi} \frac{V^2}{4} \left\{ \iint_{S_1} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial x_1} dx_2 dx_3 - \iint_{S_2} \frac{\partial(\psi_1 - \psi_2)}{\partial x_1} dx_2 dx_3 \right\}.$$

(5.29) ტოლობის გათვალისწინებით გვქვია:

$$W = \frac{1}{2} CV^2 \quad (5.36)$$

ეს კი კონდენსატორის ელექტროსტატიკური ველის სრული ენერგიაა. თუ V -ს შევცვლით მისი მნიშვნელობით (4.30)-დან, მივიღებთ:

$$W = \frac{Q^2}{2C}. \quad (5.36)$$

ამ ტოლობიდან გვაქვს:

$$C = \frac{\partial^2 W}{\partial V^2} = \frac{1}{\frac{\partial^2 W}{\partial Q^2}}. \quad (5.37)$$

შევუდგეთ ნახევარგამტართა სისტემის ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრას.

პირველ რიგში განვიხილოთ ზოგადი მეთოდიკა იზოლატორში მოთავსებული ლეგირებული ნახევარგამტარების ტევადობითი მატრიცის ელემენტების განსაზღვრავად, ხოლო შემდეგ (2.18)÷(2.21) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის გზით განვსაზღვროთ ბიპოლარული ტრანზისტორის ტევადობითი მახასიათებლები იმ დაშვებით, რომ ტრანზისტორულ სტრუქტურაში სივრცითი მუხტების განაწილების კანონი ცნობილი ფუნქციაა (ე.ი. ვუშვებთ, რომ (2.18) განტოლების მარჯვენა მხარეში მდგომი ფუნქცია ცნობილია).

(2.16)÷(2.17) პირობებით განსაზღვრულ სასაზღვრო ამოცანაში საძიებელ ფუნქციებს წარმოადგენენ ელექტრული ველის პოტენციალები u_k ($k = 1, 2, \dots, n$). ელექტროსტატიკური ველის წყაროს წარმოადგენენ იონიზირებული დონორები, აქცეპტორები და მოცულობითი მუხტები, რომლებიც აღიძვრებიან G_1, G_2, \dots, G_n არეებში ელექტრონების, ხვრელებისა და გარედან გადაცემული Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტების გადანაწილების შედეგად (ნახ.1). თუ გავითვალისწინებთ, რომ დონორებისა და აქცეპტორების კონცენტრაციები N_D და N_A ფიქსირებული

(არავარირებადი) სიდიდეებია, მაშინ სამგანზომილებიან არეში ელექტროსტატიკური ველის ცვლილება (ვარაცია) შეიძლება განხორციელდეს Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტების ცვლილებით. სხვანაირად რომ ვთქვათ, u_k პოტენციალი წარმოადგენს ფუნქციას, არა მხოლოდ კოორდინატებისა და სისტემის გეომეტრიული და ფიზიკური პარამეტრებისა, არამედ Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტებისაც:

$$u_k = u_k(x_1, x_2, x_3, Q_1, Q_2, \dots, Q_n), \quad M \in G_k \quad (5.38)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

თუ შევცვლით ერთ-ერთი მუხტის მნიშვნელობას, მაგალითად Q_1 -ისას, შეიცვლება არამარტო u_1 პოტენციალი G_1 -ზე, არამედ შეიცვლებიან u_0 პოტენციალი იზოლატორში და u_2, u_3, \dots, u_n პოტენციალები დანარჩენ ნახევარგამტარებშიაც. ასეთ ცვლილებებთანაა დაკავშირებული საკუთრივი და გავლენითი ტევადობების ცნებები კლასიკურ ელექტროდინამიკაში, როგორც ეს ზემოთ იყო ნაჩვენები.

ნახევარგამტართა სისტემის ტევადობის მატრიცას ვუწოდებთ ისეთი $\|\bar{C}_{k\mu}\|$ მარტიცის შებრუნებულ მატრიცას, რომლის ელემენტებიც (გამტართა სისტემის შემთხვევის ანალოგიურად) შემდეგი ტოლობებით განისაზღვრება

$$\bar{C}_{k\mu} = \frac{\partial^2 W}{\partial Q_k \partial Q_\mu}, \quad k, \mu = 1, 2, \dots, n, \quad (5.39)$$

სადაც

$$W = \frac{1}{8\pi} \sum_{\mu=0}^n \epsilon_k \iiint_{G_k} |\text{grad } u_k|^2 dx_1 dx_2 dx_3 \quad (5.40)$$

მთელი სისტემის ელექტროსტატიკური ველის ენერჯიაა. აქ u_0, u_1, \dots, u_n წარმოადგენს (5.16)÷(5.17) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას. ამ ტოლობებიდან ცხადია, რომ

$$\bar{C}_{k\mu} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\nu=0}^n \left[\epsilon_\nu \iiint_{G_\nu} \left(\text{grad } u_\nu, \text{grad } \frac{\partial^2 u_\nu}{\partial Q_k \partial Q_\mu} \right) dx_1 dx_2 dx_3 + \right. \quad (5.41)$$

$$\left. + \iiint_{G_\nu} \left(\text{grad } \frac{\partial u_\nu}{\partial Q_k}, \text{grad } \frac{\partial u_\nu}{\partial Q_\mu} \right) dx_1 dx_2 dx_3 \right].$$

$\|\bar{C}_{k\mu}\|$ მატრიცის ელემენტების გამოსათვლელად შეიძლება ავადგოთ სხვა გამოსახულებაც. ამ მიზნით გამოვიყენოთ შემდეგი იგივეობები:

$$\begin{aligned} u_0 \Delta u_0 &= \operatorname{div}(u_0 \operatorname{grad} u_0) - |\operatorname{grad} u_0|^2, \quad M \in G_0 \\ u_k \Delta u_k &= \operatorname{div}(u_k \operatorname{grad} u_k) - |\operatorname{grad} u_k|^2 = \\ &= \frac{4\pi q}{\varepsilon_k} u_k \left[N_k - A_{nk} \exp\left(\frac{qu_k}{KT}\right) + A_{pk} \exp\left(-\frac{qu_k}{KT}\right) \right], \quad M \in G_0 \end{aligned} \quad (5.42)$$

თუ ამ იგივეობებს გამოვიყენებთ (5.40) ტოლობაში და გარდავექმნით მას გაუსის თეორემის საფუძველზე, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{8\pi} \sum_{v=1}^n \iint_{S_v} \left(\varepsilon_v u_v \frac{\partial u_v}{\partial \nu_v} - \varepsilon_0 u_0 \frac{\partial u_0}{\partial \nu_v} \right) dS + \\ &+ \frac{1}{2} q \sum_{v=1}^n \iiint_{G_v} u_v \left[N_v - A_{nv} \exp\left(\frac{qu_v}{KT}\right) + A_{pv} \exp\left(-\frac{qu_v}{KT}\right) \right] dx_1 dx_2 dx_3. \end{aligned}$$

(2.17) სისტემის საკონტაქტო პირობების გათვალისწინებით ეს უკანასკნელი ტოლობა ასეთ სახეს მიიღებს:

$$W = \frac{1}{2} q \sum_{v=1}^n \iiint_{G_k} u_k \left[N_v - A_{nv} \exp\left(\frac{qu_v}{KT}\right) + A_{pv} \exp\left(-\frac{qu_v}{KT}\right) \right] dx_1 dx_2 dx_3. \quad (5.43)$$

თუ W -ს ამ მნიშვნელობას ჩავსვავთ (5.39) ტოლობაში, $\bar{C}_{k\mu}$ -თვის მივითებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{k\mu} &= \frac{1}{2} q \sum_{v=1}^n \iiint_{G_k} \frac{\partial^2}{\partial Q_k \partial Q_\mu} \left\{ u_v \left[N_{nv} - A_{nv} \exp\left(\frac{qu_v}{KT}\right) + \right. \right. \\ &\left. \left. + A_{pv} \exp\left(-\frac{qu_v}{KT}\right) \right] \right\} dx_1 dx_2 dx_3. \end{aligned} \quad (5.44)$$

ამ მატრიცის შებრუნებით მივიღებთ ნახევარგამტართა სისტემის ტევადობის მატრიცას.

იმ შემთხვევაში, როცა Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტები აკმაყოფილებენ $(n-1)$ ბმის პირობას

$$F(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (5.45)$$

მაშინ, გამტართა სისტემის ანალოგიურად, ნახევარგამტართა სისტემას კონდენსატორს ვუწოდებთ. ასეთი კონდენსატორის საერთო მუხტი Q განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით:

$$F(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, Q) = \sum_{k=1}^n Q_k - Q = 0. \quad (5.46)$$

(5.45) და (5.46) განტოლებათა სისტემა, თუ მისი იაკობიანი განსახვავებულია ნულისაგან, განსაზღვრავს Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტებს, როგორც Q -ს ფუნქციებს:

$$Q_i = f_i(Q), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.47)$$

თუ Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტების ამ მნიშვნელობებს ჩავსვამთ ენერჯის გამოსახულებაში, ვიპოვით W -ს, როგორც Q -ს ფუნქციას. განსახილავი კონდენსატორის ტევადობა კი განისაზღვრება შემდეგი ტოლობით:

$$\frac{1}{C} = \frac{\partial^2 W}{\partial Q^2}. \quad (5.48)$$

შეიძლება ადგილი ჰქონდეს უფრო რთულ შემთხვევას, როცა ნახევარგამტართა სისტემა წარმოადგენს m ($m < n$) კონდენსატორთა ერთობლიობას, რომელთა შორის არსებობს მხოლოდ ინდუქციური კავშირი. ამ შემთხვევაში Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტები ზმის პირობებს აკმაყოფილებენ ჯგუფურად, კერძოდ, Q_1, Q_2, \dots, Q_n მუხტი აკმაყოფილებს $n_1 - 1$ ზმის პირობას:

$$F_{1i}(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_1 - 1, \quad (5.49)$$

$Q_{n_1+1}, Q_{n_2+2}, \dots, Q_{n_2}$ ზმის შემდეგ პირობებს:

$$F_{2i}(Q_{n_1+1}, Q_{n_2+2}, \dots, Q_{n_2}) = 0, \quad i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_2 - 1 \quad (5.50)$$

და ა.შ., ხოლო $Q_{n_{m+1}}, Q_{n_{m+2}}, \dots, Q_n$ შემდეგ პირობებს

$$F_{mi}(Q_{n_{m+1}}, Q_{n_{m+2}}, \dots, Q_n) = 0, \quad i = n_{m-1} + 1, \dots, n - 1 \quad (5.51)$$

თანაც $n_1 + n_2 + \dots = n$.

განსახილავ შემთხვევაში შეიძლება შემოვიტანოთ თითოეული კონდენსატორის მუხტის $Q_1^0, Q_2^0, \dots, Q_m^0$ -ის ცნება შემდეგი ტოლობების მიხედვით

$$F_{1n_1}(Q_1, Q_2, \dots, Q_{n_1}, Q_1^0) = \sum_{e_i=0}^{n_1} Q_{e_i} - Q_1^0 = 0$$

$$F_{2n_2} (Q_{n_1+1}, Q_{n_1+2}, \dots, Q_{n_2}, Q_m^0) = \sum_{e_2=0}^{n_1} Q_{n_1+e_1} - Q_2^0 = 0 \quad (5.52)$$

$$F_{mn} (Q_{n_{m-1}+1}, Q_{n_{m-1}+2}, \dots, Q_n, Q_m^0) = \sum_{e_k=1}^m Q_{n_{m-1}+e_k} - Q_m^0 = 0.$$

(5.49) და (5.52) სისტემის პირველი განტოლებებიდან გვაქვს,

$$Q_i = f_i(Q_1^0), \quad i = 1, 2, \dots, n_1, \quad (5.53)$$

(5.50) და (5.52) სისტემის მეორე განტოლებებიდან:

$$Q_{n_1+i} = f_{2i}(Q_2^0), \quad i = 1, 2, \dots, n_2, \quad (5.54)$$

და ა.შ.

ამ ტოლობების გათვალისწინებით განსახილავი სისტემის მთელი ელექტროსტატიკური ველის ენერგია დამოკიდებულია $Q_1^0, Q_2^0, \dots, Q_m^0$ პარამეტრებზე $W(Q_1^0, Q_2^0, \dots, Q_m^0)$ ე.ი განსახილავი შემთხვევა დაიყვანება წინა შემთხვევაზე, ანუ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელ n ნახევარგამტარისაგან შედგენილი სისტემის შემთხვევაზე. თითოეული კონდენსატორის საკუთრივი და ინდუქციური ტევადობის განსაზღვრის მიზნით პირველად განვსაზღვრავთ შებრუნებული მატრიცის ელემენტებს

$$\bar{C}_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial Q_i^0 \partial Q_j^0}, \quad (5.55)$$

ხოლო $\|\bar{C}_{ij}\|$ მატრიცის შებრუნებით ვიპოვით საძიებელ ტევადობის მატრიცას.

თუ ორი ნახევარგამტარი, რომლებიც იზოლატორში არიან განლაგებული, შეერთებული არიან დენის მუდმივ წყაროსთან, მაშინ ბმის პირობას ასეთი სახე ექნება

$$Q_1 + Q_2 = 0. \quad (5.56)$$

ასეთ შემთხვევაში (5.45) და (5.46) განტოლებები ერთმანეთს ემთხვევიან და ამიტომ მათ მიერ შედგენილი სისტემის რანგი ნულის ტოლია. საჭიროა გამოვიყენოთ ერთი განტოლება, რომელშიც ვარირებადია ერთ-ერთი მუხტი Q_1 ან Q_2 , ამიტომ, (4.56)-დან გამომდინარე, რადგან

$$Q_1 = -Q_2 = Q,$$

სრული ენერგია იქნება Q მუხტის ფუნქცია და

$$\frac{1}{C} = \frac{d^2W}{dQ^2}. \quad (5.57)$$

გამტართა სისტემის ანალოგიურად, იმისათვის, რომ ნახევარგამტართა სისტემის შემთხვევაში გამოვთვალოთ სისტემის ტევადობითი მახასიათებლები, საჭიროა ვიპოვოთ (2.16) და (2.17) პირობებით შედგენილი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა, ე.ი. ავაგოთ ელექტროსტატიკური ველისა და ელექტრონებისა და ხვრელების სივრცეში განაწილების კანონები და შემდეგ ზემოთ აღნიშნული ტოლობებით ვიპოვოთ ტევადობითი მატრიცის თითოეული ელემენტი. აღნიშნული სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის რეალიზაცია მეტად რთული საქმეა, უმარტივეს შემთხვევაშიც კი, რაც, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, გამოწვეულია მისი არაწრფივობით. ამიტომ ქვემოთ, ბიპოლარული ტრანზისტორის ტევადობითი მახასიათებლების განსაზღვრისას ჩვენ გამოვიყენებთ მეორე თავში აღწერილ მიახლოებით მეთოდს, რომელიც გარკვეული სტრუქტურის დეტერმინანტთა გამოთვლამდე მიიყვანება, იმ დაშვებით რომ მუხტების განაწილების კანონი ტრანზისტორის სტრუქტურაში ცნობილია.

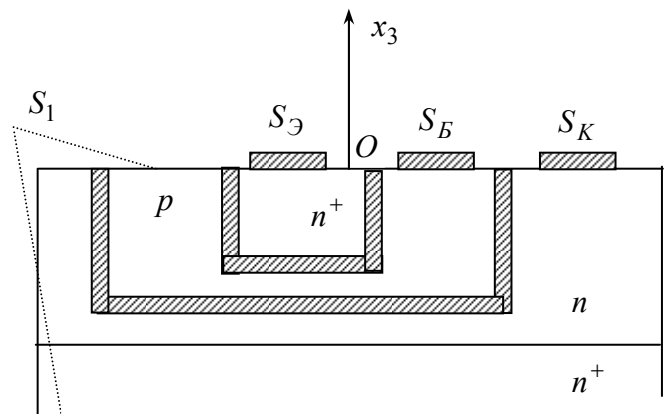
ტევადობების მატრიცა სიმეტრიული მატრიცაა:

$$\|C\| = \begin{pmatrix} C_{ee} & C_{ek} \\ C_{ke} & C_{kk} \end{pmatrix}, \quad (5.58)$$

რომლის ელემენტები წარმოადგენენ ემიტერისა და კოლექტორის p-n გადასასვლელების საკუთრივ ($C_{ee} = C_{kk}$) და ინდუქციურ ($C_{ek} = C_{ke}$) ტევადობებს.

სამგანზომილებიანი G არე, ამ შემთხვევაში, წარმოადგენს ბიპოლარული ტრანზისტორის მიერ დაკავებულ არეს (ნახ. 5), ხოლო S ზედაპირი მისი შემომსაზღვრელი ზედაპირია. S -ის ნაწილები, რომლებიც შეესაბამება ემიტერის, ბაზისა და კოლექტორის კონტაქტებს, შესაბამისად ავღნიშნოთ S_e , S_b და S_k -ით, ხოლო კონტაქტებისაგან თავისუფალი ზედაპირი - S_1 -ით.

ტევადობითი მატრიცის კომპონენტების განსაზღვრავად გა-



ნახ.5.

ბიპოლარული ტრანზისტორის სქემა

მოვიყენოთ ტრანზისტორში ელექტრული ველის სრული ენერგია:

$$W = \frac{\varepsilon}{8\pi} \iiint_G |\vec{E}|^2 dv, \quad (5.59)$$

სადაც ε - ნახევარგამტარის დიელექტრიკული მუდმივაა, ხოლო $\vec{E} = -\text{grad } u$ - ელექტრული ველის დამაბულობაა G -ში.

სამეზნი ტევადობების მნიშვნელობები განისაზღვრება შემდეგი ფორმულებით:

$$C_{ee} = \frac{\partial^2 W}{\partial u_e^2}, \quad C_{kk} = \frac{\partial^2 W}{\partial u_k^2}, \quad C_{ek} = C_{ke} = \frac{\partial^2 W}{\partial u_e \partial u_k}. \quad (5.60)$$

როგორც ცნობილია, ბიპოლარულ ტრანზისტორებში სხვადასხვა ტიპისა და გამტარებლობის მქონე ნაწილების კონტაქტის არეებში წარმოიქმნებიან ლოკალური სივრცითი მუხტები და G -ში წარმოიქმნება სტაციონარული ელექტრული ველი პოტენციალით $u(M)$ ($M \in G$).

S_e , S_b და S_k კონტაქტებზე, შესაბამისად, u_e , u_b , u_k პოტენციალების მოდების შემთხვევაში $u(M)$ აკმაყოფილებს შემდეგ სასაზღვრო ამოცანას:

$$\Delta u = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho \quad G\text{-ში} \quad (5.61)$$

$$u = u_e, \quad S_e\text{-ზე} \quad (5.62)$$

$$u = u_b, \quad S_b\text{-ზე} \quad (5.63)$$

$$u = u_k, \quad S_k\text{-ზე} \quad (5.64)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad S_1\text{-ზე} \quad (5.65)$$

სადაც $\rho(M)$ - სივრცითი მუხტების სიმკვრივეა G -ში და ის ცნობილი ფუნქციაა, $\vec{\nu}$ - S_1 -ის გარე ნორმალა.

თუ გავითვალისწინებთ მეორე თავში მიღებულ შედეგებს და გამოვიყენებთ აღნიშვნებს:

$$\begin{aligned} \{M_{S_e}^k\}_{k=1}^n &\in S_e, \\ \{M_{S_b}^k\}_{k=1}^m &\in S_b, \\ \{M_{S_k}^k\}_{k=1}^e &\in S_k, \\ \{M_{S_1}^k\}_{k=1}^\alpha &\in (S - S_e - S_b - S_k), \\ \omega_0(M) &= \frac{1}{\varepsilon} \iiint_G \frac{\rho(M_\xi)}{r(M_1 M_\xi)} dV_\xi, \end{aligned}$$

$$M_\xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\} \in G, \quad dV_\xi = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$$

მაშინ (5.61) ÷ (5.65) სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნას შემდეგი სახე ექნება:

$$u_n(M) = \frac{1}{\delta} \begin{vmatrix} \omega_0(M), \omega_1(M), \dots, \omega_n(M), \\ \omega_0(M_{S_e}^1) - u_e, \omega_1(M_{S_e}^1), \omega_2(M_{S_e}^1), \dots, \omega_n(M_{S_e}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_e}^n) - u_e, \omega_1(M_{S_e}^n), \omega_2(M_{S_e}^n), \dots, \omega_n(M_{S_e}^n) \\ \omega_0(M_{S_b}^1) - u_b, \omega_1(M_{S_b}^1), \omega_2(M_{S_b}^1), \dots, \omega_n(M_{S_b}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_b}^e) - u_b, \omega_1(M_{S_b}^e), \omega_2(M_{S_b}^e), \dots, \omega_n(M_{S_b}^e) \\ \omega_0(M_{S_k}^1) - u_k, \omega_1(M_{S_k}^1), \omega_2(M_{S_k}^1), \dots, \omega_n(M_{S_k}^1) \\ \dots \\ \omega_0(M_{S_k}^p) - u_k, \omega_1(M_{S_k}^p), \omega_2(M_{S_k}^p), \dots, \omega_n(M_{S_k}^p) \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^1}, \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^1}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^1}, \dots, \frac{\partial \omega_n}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^1}, \\ \frac{\partial \omega_0}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^m}, \frac{\partial \omega_1}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^m}, \frac{\partial \omega_2}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^m}, \dots, \frac{\partial \omega_n}{\partial \nu} \Big|_{M_{S_1}^m} \end{vmatrix} \quad (5.66)$$

და გავითვალისწინებთ (5.62) ÷ (5.65) სასაზღვრო პირობებს იმ დაშვებით, რომ $u_b = 0$, ელექტრული ველის ენერჯის გამოსახულება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$W(u_e, u_k) = \frac{1}{2} \iiint_G u \rho dV + \frac{1}{8\pi} \left[u_e \iint_{S_e} \frac{\partial u}{\partial \nu} ds + u_k \iint_{S_k} \frac{\partial u}{\partial \nu} ds \right]. \quad (5.67)$$

თუ $u_n(M)$ ფუნქციის მიღებულ (5.66) მნიშვნელობას შევიტანთ (5.67) ტოლობის მარჯვენა მხარეში, მაშინ (5.60) დამოკიდებულებების საშუალებით განვსაზღვრავთ საძებნ ტევადობებს.

ნაშრომში მიღებული შედეგების მიკროსქემების პროექტირების პროცესში პრაქტიკული გამოყენების მიზნით ჩვენს მიერ შედგენილია რეზისტული და დატევადური მახასიათებლების გათვლის პროგრამები: REZIST და COND, შესაბამისად, რომლებიც მოყვანილია სადისერტაციო ნაშრომის დანართში. გამოთვლის შედეგების (7÷8)%-იანი სიზუსტის მისაღწევად საკმარისია, დეტერმინანტების მაქსიმალური რანგი $N_{\max} \leq 100$.

აღნიშნული პროგრამები წარმატებითაა აპრობირებული მიკროსქემების ავტომატიზირებული პროექტირების ერთიანი სისტემის ფარგლებში.

ნაშრომში შესრულებული სამუშაოს შედეგები შეიძლება ჩამოვაცალიბოთ შემდეგი ძირითადი დასკვნების სახით:

დასკვნები

1. დასმულია პუასონის განტოლების სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანები ბიპოლარული ტრანზისტორის შემადგენელ არეებში (ემიტერი, ბაზა) განსაზღვრული სტაციონარული ელექტრული ველების პოტენციალების მიმართ, შრეული სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით.
2. დასმულია პუასონის განტოლების სასაზღვრო ამოცანა სტაციონარული ელექტრული ველის პოტენციალის მიმართ, რომელიც განსაზღვრულია ორი, ერთიდაიგივე ტიპის, მაგრამ განსხვავებული გამტარებლობების მქონე ნაწილისაგან შემდგარ სამგანზომილებიან არეში (დაბალმური ფენის შემცველი კოლექტორი), რომელიც შემოსაზღვრულია ნებისმიერი კონფიგურაციის საკმარისად გლუვი ზედაპირით, ხოლო შემადგენელი ნაწილების გამყოფი ზედაპირი არის სიბრტყე.
3. შემუშავებულია დასმული ამოცანების მიახლოებითი ანალიზური ამოხსნის მეთოდები.

4. შემუშავებულია ემიტერისა და ბაზის აქტიური წინააღმდეგობების განსაზღვრის მეთოდის ბიპოლარული ტრანზისტორის სამგანზომილებიანი მოდელის საფუძველზე.
5. შემუშავებულია დაბალმური ფენის შემცველი კოლექტორის აქტიური წინააღმდეგობის განსაზღვრის მეთოდის ბიპოლარული ტრანზისტორის სამგანზომილებიანი მოდელის საფუძველზე.
6. შემუშავებულია სამგანზომილებიანი ბიპოლარული ტრანზისტორული სტრუქტურების ტევადური მახასიათებლების განსაზღვრის მეთოდის ტრანზისტორში ელექტრული ველის სრული ენერჯის მნიშვნელობის საშუალებით.
7. სადისერტაციო ნაშრომში შემუშავებული გარკვეული კლასის სამგანზომილებიანი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის მეთოდები, გარდა მიკროელექტრონიკისა, შეიძლება გამოყენებული იქნეს ფიზიკისა და ტექნიკის სხვა ამოცანების გადასაწყვეტად.

სამუშაოს ძირითადი შედეგები გადმოცემულია შემდეგ პუბლიკაციებში:

1. P.Ш. Гогсадзе, В.К. Гогичаишвили. Определение резистивных характеристик трехмерных биполярных транзисторных структур. Сообщ. АН ГССР, 1987, 127, №2. (стр. 357-359).
2. P.Ш. Гогсадзе, В.К. Гогичаишвили. Об одном приближенном методе определения трехмерной модели электрического поля и его применение в расчете емкостных характеристик транзистора. Сообщ. АН ГССР, 1988, 130, №1, (стр. 157-159).
3. რ. გოგსაძე, ვ. გოგიჩაიშვილი. მათემატიკური მოდელირება მიკროელექტრონიკაში, I ნაწილი (მონოგრაფია). თბილისი, სტუ, 2002 წ.
4. В.К. Гогичаишвили, P.Ш. Гогсадзе, Т.Д. Мхеидзе. Некоторые задачи определения электрофизических параметров элементов интегральных микросхем. GEN, №3, стр. 68-70, 2005.

დ ა ნ ა რ თ ი

პ რ ო გ რ ა მ ე ბ ი

რეზისტორული მახასიათებლების გათვლის პროგრამა REZIST

```
PROGRAM REZIST
IMPLICIT REAL*8(A-H,0-Z)

DIMENSION X(54), Y(54), Z(54), SX(75),SY(75), SZ(75)
DIMENSION C1(54), C2(54), C3(54), F(54), U(75)
COMMON /BORD/ EX, EY, EZ
COMMON A,B,C
DATA C1/18*0., 9*-1., 9*., 18*0./, C2/36*0., 9*1., 9*-1/,
*C3/9*-1., 9*., 36*0./
DATA F/9*100.,45*0./
A=1.
B=1.
C=1.
EX=0.
EY=0.
EZ=0.
DR=0.
N1=54
NI=54
OPEN (5, FILE=' REZIST.DAT')
READ(5,'(13)') NM
READ (5,'(3F5.1)') (SX(I), SY(I),SZ(I), I=1,NM)
CLOSE (5)
CAAL INIT (X,Y,Z,DR)
CALL DIRIHL (NM, SX, SY, SZ, N1, NI, X, Y, Z, C1, C2, C3, F, U)
STOP
END
SUBROUTINE DIRIHL (NM, X1, X2, X3, N1, NI, Y1, Y2, Y3, C1,
```

```

*C2, C3, F, U)
  IMPLICIT REAL*8(A-H, 0-Z)
  DIMENSION Y1(54), Y2(54), Y3(54), Z1(54), Z2(54), Z3(54),
*W(54), WW(54, 54), F(54), C(54, 54), TF(54), TC(54),
*S(54), C1(54), C2(54), C3(54), CV(54),
*X1(NM), X2(NM), X3(NM), U(NM)
  COMMON /BORD/ EX, EY, EZ
  COMMON AL, BL, CL
  CH=-10.
  ZH1=1.D-10
  ZH2=1.D-5
  P=DSQRT((Y1(1)-Y1(2))**2+(Y2(1)-Y2(2))**2
*+(Y3(1)-Y3(2))**2)
  B=10**(2*CH/(N1-1))
  D=N1*P/3.141593
  DR=-(D+P)/2.+DSQRT((D+P)**2D**P*(1-B)/(4*B))/2.
C   OPEN (3, FILE='USSR.MED')
    L=1
C   WRITE (3, '(1X, I2, 1X, 3D12.5)' (I, Y1(I), Y2(I), Y3(I), I=1,54)
201  EX=-DR
    AL=AL+DR
    EY=-DR
    BL=BL+DR
    EZ=-DR
    CL=CL+DR
    CALL INIT (Z1, Z2, Z3, DR)
C   WRITE (3, '(1X, I2, 1X, 3D12.5)') (I, Z1(I), Z2(I), Z3(I), I=1,54)
    DO 111 K=1,NI
    DO 111 I=1, N1
      WW(K,I)=DR/DSQRT((Y1(K)-Z1(I))**2+(Y2(K)-Z2(I))**2+
*+(Y3(K)-Z3(I))**2)
111  CONTINUE
      IF(N1-NI) 408, 408, 405
405  N2=NI+1

```

```

DO 112 K=N2, N1
DO 112 I=1, N1
WA=(Y1(K)-Z1(I))*C1(K)+Y2(K)-Z2(I))*C2(K)+
*(Y3(K)-Z3(I))*C3(K)
WB=((Y1(K)-Z1(I))**2+(Y2(K)-Z2(I))**2+
*(Y3(K)-Z3(I))**2)**(1.5)
WW(K,I)=DR**2*WA/WB
112 CONTINUE
408 SG=DDET(WW,N1)
WRITE(*,*) CHAR(7)
IF (DABS (SG)-ZH1) 202, 203, 204
202 DR=DR-DR/ (L+1)
L=L+1
GO TO 201
204 (DABS (SG)-ZH2) 203, 203, 205
205 DR=DR+DR/(L+1)
L=L+1
GO TO 201
203 DO 1 K=1, NI
DO 11 I=1, N1
WW(K,I)=1./DSQRT((Y1(K)-Z1(I))**2+(Y2(K)-Z2(I))**2+
*(Y3(K)-Z3(I))**2)
11 CONTINUE
TF(K)=WW(K,K)
1 CONTINUE
WRITE(*,*) DR
IF(N1-NI) 409, 409, 444
444 DO 7 K=N2, N1
DO 71 I=1, N1
WT=(Y1(K)-Z1(I))*C1(K)+(Y2(K)-Z2(I))*C2(K)+
*(Y2(K)-Z3(I))*C3(K)
WI=((Y1(K)-Z1(I))**2+(Y2(K)-Z2(I))**2+
*(Y3(K)-Z3(I))**2)**(1.5)
WW(K,I)=-WT/WI

```

```

71  CONTINUE
    TF(K)=WW(K,K)
7   CONTINUE
409 DO 44 J=1,N1
    DO 22 M=1,N1
    DO 522 I=1,N1
    C(M,I)=WW(M,I)
    C(M,J)=-F(M)
522 CONTINUE
    C(M,J)=C(M,1)
    C(M,1)=-F(M)
    TC(M)=C(M,M)
22  CONTINUE
    CV(J)=-F(1)*WW(J,1)/(TF(1)*TF(J))
402 DO 311 II=1,N1
    DO 311 JJ=1,N1
311  C(II,JJ)=C(II,JJ)/TC(II)
    S(J)=DDET(C,N1)
    WRITE(*,'(1X, I1, 4X, D15.8)') J,S(J)
44  CONTINUE
    CV(1)=-CV(1)
    DO 312 II=1,N1
    DO 312 JJ=1,N1
312  WW(II,JJ)=WW(II,JJ)/TF(II)
    SU=DDET(WW,N1)
    DO 211 NR=1,NM
    DO 212 K=1,N1
    W(K)=1./DSQRT((X1(NR)-Z1(K))**2+(X2(NR)-Z2(K))**2+
    *(X3(NR)-Z3(K))**2)
212 CONTINUE
    U1=0.
    DO 66 J=1,N1
    V=W(J)*S(J)*CV(J)
    U1=U1+V

```

```

66  CONTINUE
    U(NR)=U1/SU
211  CONTINUE
    CALL GULIKO (NM, X1, X2, X3, U)
    RETURN
    END
    SUBROUTINE INIT (X, Y, Z, DR)
    IMPLICIT REAL *(A-H, 0-Z)
    DIMENSION X(54), Y(54), Z(54)
    COMMON /BORD/ EX, EY, EZ
    COMMON A, B, C,
    HX=(A+DR)/3.
    HY=(B+DR)/3.
    HZ=(C+DR)/3.
C    X0Y UP
    HHY=EY+HY/2
    DO 1 I=1,9,3
    HHX=EX+HX/2
    DO 2 J=I, I+2
    X(J)=HHX
    Y(J)=HHY
    2  HHX=HHX+HX
    1  HHY=HHY+HY
    DO 3 I=1,9
    3  Z(I)=EZ
C    X0Y DOWN
    HHY=EY+HY/2.
    DO 4 I=10,18,3
    HHX=EX+HX/2.
    DO 5 J=I, I+2
    X(J)=HHX
    Y(J)=HHY
    5  HHX=HHX+HX
    4  HHY=HHY+HY

```



```

        DO 6 I=10, 18
6      Z(I)=C
C      Y0Z LEFT
        HHZ=EZ+HZ/2.
        DO 7 I=19, 27, 3
        HHY=EY+HY/2.
        DO 8 J=I, I+2
        Y(J)=HHY
        Z(J)=HHZ
8      HHY=HHY+HY
6      HHZ=HHZ+HZ
        DO 9 I=19,27
9      X(I)=EX
C      Y0Z RIGHT
        HHZ=EZ+HZ/2.
        DO 10 I=28, 36, 3
        HHY=EY+HY/2.
        DO 11 J=I, I+2
        Y(J)=HHY
        Z(J)=HHZ
11     HY=HHY+HY
10     HHZ=HHZ+HZ
        DO 12 I=28, 36
12     X(I)=A
C      X0Z NEAR
        HHX=EX+HX/2.
        DO 13 I=37, 45, 3
        HHZ=EZ+HZ/2.
        DO 14 J=I, I+2
        Z(J)=HHZ
        X(J)=HHX
14     HHZ=HHZ+HZ
13     HX=HHX+HX
        DO 15 I=37, 45

```

```

15  Y(I)=B
C   X0Z FAR
    HHX=EX+HX/2.
    DO 16 I=46, 54, 3
    HHZ=EZ+HZ/2.
    DO 17 J=I, I+2
    Z(J)=HHZ
    X(J)=HHX
17  HHZ=HHZ+HZ
16  HHX=HHX+HX
    DO 18 I=46, 54
18  Y(I)=EY
    RETURN
    END

```

ლიტერატურა

1. Зи. С.М. Физика полупроводниковых приборов. „Энергия“, М „Мир“. 1984.
2. П. Антонетти и др. МОП-СБИГ. Моделирование элементов и технологических процессов. „Радио и связь“. М. 1988.
3. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. М. Гостехиздат, 1951.
4. Гогсадзе Р.Ш. Церелов Р.Л. Доклады первой республиканской научно-технической конференций по метрологий. Тбилиси, 1970.
5. რ.გოგსაძე, ვ.გოგიაიშვილი. მათემატიკური მოდელირება მიკროელექტრონიკაში, I ნაწილი. სტუ, თბილისი, 2002.
6. Гогсадзе Р.Ш. Гогичаишвили В. К. Определение резистивных характеристик биполярных транзисторных структур. сообщ. АН ГССР, 1987, 127, №2.
7. Гогсадзе Р.Ш. Гогичаишвили В. К. Об одном приближенном методе определения трёхмерной модели электрического поля и его применений в расчете емкостных характеристик транзистора. Сообщ. АН ГССР, 1988, 130. №1.

8. Гогичаишвили В. К. Гогсадзе Р.Ш. Мхеидзе Т.Д. Некоторые задачи определения электрофизических параметров элементов интегральных микросхем. GEN, №3, с.68-70, 2005.
9. Купрадзе В.Д., Алексидзе М.А. Об одном приближённом методе решения некоторых граничных задач. Сообщ. АН ГССР, 1963, 30.
10. Алексидзе М.А. Решение граничных задач методом разложения по неортогональным функциям. М. Наука, 1978.
11. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.
12. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: 1976.
13. Р.Маллер, Т.Кейминс. Элементы интегральных микросхем. М.: Мир. 1989.
14. А.Н.Бубенников, А.Д.Садовников. Физико-технологическое проектирование биполярных элементов кремневых БИС. М.: . „Радио и связь“, 1991.
15. И.И.Абрамов, В.В.Харитонов. Численное моделирование элементов интегральных микросхем. Минск. . „Высшая школа“, 1990.
16. В.В.Ермак, К.О.Петросиянц и др. Физико-топологические модели для автоматизаций проектирования полупроводниковых и вакуумных элементов интегральных схем. М.: Машиностроение. 1980.
17. Адамсоне А.И., Польский Б.С., Шур А.И. Трёхмерное численное моделирование биполярных и МОП транзисторов. Материалы VII международной конференций по микроэлектронике. Минск. 1990.
18. К.О.Петросиянц, В.А.Шилин, А.А.Яншин. Электрические модели элементов интегральных схем для автоматизации проектирования. Москва.: Машиностроение. 1979.
19. Бубенников А.Н., Садовников А.Д. Физико-технологическое моделирование субмикронных элементов кремневых СБИС. Зарубежная радиоэлектроника, 1987, №3.
20. Груданов Н.Б., Невзоров В.Б., Бероговой В.И. Двухмерное физико-топологическое моделирование элементной базы БИС РПЗУ. Изд. вузов. Радиоэлектроника. 1986, Т 29, №6.
21. Баталов Б.В., Егоров Ю.Б., Русаков С.Г. Основы математического моделирования БИС на ЭВМ. М.: Радио и связь, 1982. с.168.
22. D.A.Antoniadis, R.W.Dutton. IEEE J.Solid-State Circuits, SC-14, 412, 1979.
23. S.M.Sze (ed). VLSI Technology, McGraw-Hill, New York, 1983.

24. Абрамов И.И., Харитонов В.В. Опыт разработка программ одномерного, двухмерного и трёхмерного численного анализа полупроводниковых приборов и элементов интегральных схем. Радиоэлектроника, 1987, №3.
25. Бубенников А.Н., Садовников А.Д. Электронная промышленность, 1984, №9, с.12-16.
26. Мишин А.А. Электронное моделирование. 1984, Т.6, №1, с.90-96.
27. Баталов Б.В. дьяков В.М. Кремлев В.Я. Электротехника. Сер 2, 1979, Вып.5. с.99-106.
28. Носов Ю.Р. Петросянц К.О. Шилин В.А. Математические модели элементов интегральной электроники. М.: 1976.
29. Gummel H.K. IEEE Trans, 1964, Vol.LD-11, N10, A. 455-465.
30. Авдеев Е.В. Котко А.П. Миргородский Ю.Н. и др. Микроэлектроника и полупроводниковые приборы. 1984. Вып.9. с.99-111.
31. Степаненко И.П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М.: 1977. с. 672.
32. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики М.: Наука, 1980.
33. Абрамов И.И. Моделирование элементов биполярных ИС на основе дискретной физико-технологической модели. Дис. канд. ф.м.н. 1982.
34. Гуцин М.Н. Казеннов Г.Г. Миргородский Ю.Н. Руденко А.А. Микроэлектроника, 1975. Вып. 8. с. 193-215.
35. Польский А.А. Численное моделирование полупроводниковых приборов. Г Рига. 1986.
36. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: 1983.
37. Киреев П.С. Физика полупроводников. М.: 1975.
38. Lundstrom M.S. Schwartz R.J. Gray J.L. Solid-State Electron. 1981/ Vol/ 24, N3, P.195-202.
39. Носов Ю.Р. Петросянц К.О. Шилин В.А. Яншин А.А. Модели компонентов для машинного проектирования интегральных схем. Зарубежная электронная техника, 1972, вып. 6. с.80.
40. Иванов В.Т. Нехаева Г.Н. К численному решению внешних краевых задач для эллиптических уравнений. ЖВМ и МФ, т -26, №1.1986.
41. Люстерник А.А. О разностных аппроксимациях оператора Лапласа. УМН, 1954, 9, в. 2(60), с. 66.
42. Канторович Л.В. Крылов В.И. Черный К.Е. Таблицы для решения граничных задач. М.: Гостехиздат, 1956.
43. Мулярчик С.Г, Численное моделирование микроэлектронных структур. Минск. Изд-во Белорус. университета. 1989.

44. Dafferty C.S. Pinto M.R. Dutton R.W. Iterative Methods in Semiconductor Device Simulation. IEEE Trans. 1985. Vol. Cad-4. N4. P. 462-471.
45. Yoshi A. Tomizawa M. Yokoyama K. Investigation of Numerical Algorithms in Semiconductor Device Simulation. Solid State Electron. 1987. Vol. 30, N8, P. 813-820.
46. De Graaff H. Klosterman W. New Formulation of the Current and Charge Relations in Bipolar Transistor Modeling for CAD Purposes. IEEE Trans. 1985, Vol. ED-32, N11. P. 2415-2419.
47. Мулярчик С.Г. Соловьев В.Г. Расчет параметров электрических моделей в программах двухмерного численного моделирования биполярных полупроводниковых структур. Изд. вузов. Радиоэлектроника. 1987, т. 30, №9, с. 62-65.
48. Алексидзе М.А. К вопросу о практическом применении одного нового приближенного метода. Дифф. уравнения. 1966, 12, №2, с. 1625-1629.
49. Алексидзе М.А. Замечания об одном приближенном методе решения граничных задач. ДАН СССР, 1967, 173, №1, с.9-11.
50. Бабушкинский А.Б. Замечания о методе Купрадзе – Алексидзе. Диф. уравнения, 1970, 6, №7, с.1298-1301.
51. Гюнтер Н.М. Теория потенциала и ее применение к основным граничным задачам математической физики. М.: Гостехиздат, 1953.
52. Рыжий В.И. Баннов Н.И. Математическое моделирование субмикронных элементов интегральных схем. Микроэлектроника. 1987. т.16. №6. с. 484-496.
53. Филатов Н.И. Двумерное моделирование электрических характеристик биполярных транзисторных структур. Тез. докл. Респ. конф. “Численные методы и средства проектирования и испытания элементов РЭА” Таллин, 1997, т-1, с. 104-108.
54. Мнацаканов Т.Т. Ростовцев И.Л. Филатов Н.И. Эффективный алгоритм моделирования биполярных полупроводниковых приборов. Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1987, т.30, №6, с. 30-36.
55. Канторович Л.В. Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.
56. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Физматгиз, 1957.
57. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
58. Самарский А.А. Андреев В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: наука, 1976.
59. Трутко А.Ф. Методы расчета транзисторов. Изд-во “Энергия”, 1971.
60. Чахмахсазян Е.А. Мозговой Г.П. Силин В.Д. Математическое моделирование и макро моделирование биполярных элементов электронных схем. М.: 1985.

61. Садовников А.Д. Физико-топологическая модель биполярного прибора. Рук. деп. в ВИНТИ, №5457. с.30.
62. Крылов В.И. Бобков В.В. Монастырский П.И. Вычислительные методы. Т.2, М.: 1977.
63. Половко Ю.А. Об одном численном методе решения нелинейных двухточечных краевых задач. ИСВМ и МФ. Т.26, №4, 1986.
64. Белов Ю.А. Зражевская В.Ф. Об одной модификаций методе Ньютона при решении задачи Дирихле для уравнения $\Delta u = f(x, u)$. ВПМ, вып.61, 1987.
65. Хоромский В.Н. Интегроразностный метод решения задачи Дирихле для уравнений Лапласа. ЖВМ и МФ, т.24, №1, 1984.
66. Головач Г.П. Метод сведения дифференциальных задач к интегральным уравнениям. Вычислительная и прикладная математика, вып. 62, 1987.
67. Лучка А.Ю. Нощенко О.Э. Вариационно-градиентный метод. ЖВМ МФ, т. 24, №7, 1984.

ტევადური მახასიათებლების გათვლის პროგრამა COND

```

0001          PROGRAM COND
0002          DIMENSION X(100), ITARG(20)
0003          COMMON /WPAR/NTA,D(10),CA(10),F(10),QK(10), EROK(10),SBK(10)
           1 ,OT(10),QMT(10),ZT(10)
0004          REAL MY, MI, KL, I0, N, K,
           1 M111,M112,M021,M022,M221,M222
0005          DOBLEPRECISION I0N, SCR
0006          DATA EE/1001./,COR/1./
0007          CALL ASNLUN(6, 'TI', 0)
0008          500  WRITE(6,*) 'TAGET'
0009          READ(5, 1005, END=9999)XTARG
0010          1005  FORMAT(20A2)
0011          WRITE(6,*) 'RHO, NTA, (ZT(I), MT(I), N(I))'
0012          READ(5,*, END=9999) RHO, NTA, (ZT(I), QMT(I), OT(I) I-1, NTA)
0013          600  WRITE(6,*)'ION'
0014          READ(5, 1010, END=9998)XX, ION

```

```

0015          IF(II.EQ.0)GOTO 500
0016    1010    FORMAT(Q, AB)
0017          WRITE(6,*)'ZI, MI, COR
0018          READ(5,*, END=9998)ZI, MI, COR
0019          WRITE(2, 2001)
0020    2001    FORMAT('1')
0021          WRITE(2, 2000)
0022    2000    FORMAT(5X, 'I', 51(1H), 'I'51(1H), 'I')
0023          WRITE(2, 2010)
0024    2010    FORMAT(5X, 'I', 51X, 'I')
0025          WRITE(2,2020)XTARG, ION
0026    2020    FORMAT(5X, 'I', 3X, 'TAGET:', 20A2, 'I',2X,
              1 'ION:', A8, 36X, 'I')
0027          WRITE(2, 2030) INT(.5+ZT(1)), QMT(1), RHO, OT(1),
              1 INT(.5+ZI), MI, COR
0028    2030    FORMAT((5X, 'I', 3X, 'ZT:', 13, 4X, 'MT:', F7.3, 4X,'RHO:', F7.3,
              1 2X, F7.3, 1X, 'I', 3X, 'ZI:', 13, 5X, 'MI:', F7.3, 10X, 'COR:'
              1 , F7.3, 3X, 'I')
0029          IF(NTA.LE.1)GOTO 550
0030          DO 540 I=2, MTA
0031    540     WRITE(2, 2035) INT(.5+ZI(I)), QMT(I), OT(I)
0032    2035    FORMAT(5X, 'I', 3X, 'ZI:', 13, 4X, 'MT:', F7.3, 5X,'NT:', F7.3,
              1 10X, 'I', 51X, 'I')
0033    550     WRITE(2,2010)
0034          WRITE(2,2000)
0035          WRITE(2,2040)
0036    2040    FORMAT(5X, 'I', 6(1H), 'I', 3(14(1H) ), 'I'),
              1 4(12(1H) , 'I'))
0037          WRITE(2,2050)
0038          WRITE(2,2055)
0039    2050    FORMAT(5X, 'I',2X,'E',2X,'I',6X,'SE',6X,'I',
              1 6X,'SN',6X,'I',6X,'W2',6X,'I',5X,'R',5X,'I',
              2 5X,'DR',5X,'I',5X,'RP',5X,'I',5X,'DRP',4X,'I')

```

```

0040      2055      FORMAT(5X,'I',[KEV]',1X,'I',3X,'KEV/MY',3X,'I',
1 3X,'[KEV/MY]',3X,'I',1X,'[KEV**2/MY]',4X,'[MY]',4X,'I',
2 4X,'[MY]',4X,'[MY]',4X,'I',4X,'[MY]',4X,'I')
0041      WRITE(2,2040)
0042      ELZ=0.
0043      QT=0.
0044      DO 10 I=1,NTA
0045      QT=QT+QRT(I)*OT(I)
0046      10      ELZ=ELZ+OT(I)
0047      QT=QT/ELZ
0048      N=.6022*RHO/QT
0049      DO 20 I=1,NTA
0050      CALL COEF(COR,N,MI,ZI,QMT(I),ZT(I),CA(I),D(I),F(I)
1 ,QK(I),EPSK(I),SBK(I))
0051      20      OT(I)=OT(I)/ELZMY=QT/MI
0052      MY=QT/MI
0053      B=.1
0054      E1=B
0055      SN1=WI(0,1,E1)
0056      W21=WI(0,2,E1)
0057      W31=WI(0,3,E1)
0058      W41=WI(0,4,E1)
0059      W51=WI(0,5,E1)
0060      W61=WI(0,6,E1)
0061      SE1=WI(1,0,E1)
0062      S1=SE+SN1
0063      F11=.5*MY*SN1/E1-.25*(.5-MY)*W21/E1**2-.125*(1.-1.5*MY)*W31
1 /E1**3-.5/32.*(75-MY)*W41/E1**4-7./64.*(1.-1.25*MY)*W51
2 /E1**5-105./1024.*(1.-1.2*MY)*W61/E1**6
0064      P21=1.5*MY*SN/E1-.375*(1.-MY)**2*(W21/E1**2+W31/E1**3
1 +W41/E1**4+W51/E1**5+W61/E1**6)
0065      R1=.5*B/S1
0066      DR1=SQRT(.5*B*W21/S1**3)

```



```

0067      EX11=EXP(-.5*B*P11/S1)
0068      EX21=EXP(-.5*B*P21/S1)
0069      M111=R1
0070      M021=R*M111/S1
0071      M221=B*M111/S1
0072      DO 100 I=1,100
0073      3      C=10.-E1
0074      Q=(10.-B)16.
0075      DE=5.
0076      IF(I.LE.45)DE=1
0077      IF(I.LE.35)DE=.5
0078      IF(I.EQ.1)DE=AMIN1(B,Q,C)
0079      E2=F1+DE
0080      IF(E2.GT.EE)GOTO 400
0081      SN2=WI(0,1,E2)
0082      W22= WI(0,2,E2)
0083      W32= WI(0,3,E2)
0084      W42= WI(0,4,E2)
0085      W52= WI(0,5,E2)
0086      W62= WI(0,6,E2)
0087      SE2= WI(1,0,E2)
0088      S2=SE2+SN2
0089      P12=.5*MY*SN2/E2-.25*(.5-MY)*W22/E2**2-.125*(1.-1.5*MY)*W32
1 /E2**3-5./32.*(75-MY)*W42/E2**4-7./64.*(1.-1.25*MY)*W52
2 /E2**5-105./1024.*(1.-1.2*MY)*W62/E2**6
0090      P22=1.5*MY*SN2/E2-.375*(1.-MY)**2*(W22/E2**2+W32/E2**3
1 +W42/E2**4+W52/E2**5+W62/E2**6)
0091      R2=.5*DE*(1./S2+1./S1)+R1
0092      DR2=SQRT(.5*DE*(W22/S2**3+W21/S1**3)+DR1**2)
0093      EX12=EXP(-.5*DE*(P11/S1+P12/S2))
0094      EX22=EXP(-.5*DE*(P21/S1+P22/S2))
0095      M112=M111*EX12+.5*DE*(1./S2+EX12/S1)
0096      GM11=.5*DR2**2*((P12**2+S2*(P12-P11)/DE)*M112-P12)

```

```

0097      RP=M112+GM11
0098      M022=M021+DE*(M112/S2+M111/S1)
0099      GM02=DR2**2*(1.-P12*M112)
0100      RM02=M022+GM02
0101      M222=M221*EX22+DE(M112/S2+M111*EX22/S1)
0102      GM22=.5*DR2**2*((P22**2+S2*(P22-P21)/DE)*M222-2.*P12+P22)
          1 *M112+2.)
0103      RM22=M222+GM22
0104      DRP=SQRT(1./3*RM02+2./3.*RM22-RP**2)
0105      E1=E2
0106      SE1=SE2
0107      SN1=SN2
0108      W21=W22
0109      W31=W32
0110      W41=W42
0111      W51=W52
0112      W61=W62
0113      S1=S2
0114      P11=P12
0115      P21=P22
0116      R1=R2
0117      DR1=DR2
0118      M111=M112
0119      M021=M022
0120      M221=M222
0121      IF(E1.NE.X(I))GOTO 3
0122      WRITE(2,2060)INT(.5+E),SE1,SN1,W21,R1,DR1,RP,DRP
0123      2060  FORMAT(5X,'I',1X,I4,1X,, 'I',3(1X,1PE12.3,1X,'I')
          1 0P,4(1X,F10.4,1X,'I'))
0124      IF(I.EQ.20.OR.I.EQ.35.OR.I.EQ.45.OR.IEQ.53)
          1 WRITE(2,2040)
0125      100  CONTINUE
0126      GOTO 600

```

0127	9999	STOP 'EOF AFTER TARGET'
0128	9998	STOP 'EOF AFTER ION'
0129		END